

**TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI**

**KOŞULLU VARYANS MODELLERİ: FİNANSAL ZAMAN SERİLERİ
ÜZERİNE UYGULAMA**

Arzu KÖKCEN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ADANA-2010

**TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI**

**KOŞULLU VARYANS MODELLERİ: FİNANSAL ZAMAN SERİLERİ
ÜZERİNE UYGULAMA**

Arzu KÖKCEN

Danışman: Prof. Dr. H.Altan ÇABUK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ADANA-2010

Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğüne,

Bu çalışma, jürimiz tarafından EKONOMETRİ Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Prof. Dr. H. Altan ÇABUK
(Danışman)

Üye: Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÖZMEN

Üye: Yrd. Doç. Dr. Hakkı ÇİFTÇİ

ONAY

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim elemanlarına ait olduklarını onaylarım.

...../...../2010

Prof. Dr. Azmi YALÇIN
Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 Sayılı Fikir ve Sanat Eseleri Kanunu'ndaki hükümlere tabidir.

Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğüne,

Bu çalışma, jürimiz tarafından EKONOMETRİ Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Prof. Dr. H. Altan ÇABUK
(Danışman)

Üye:

Üye:

ONAY

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim elemanlarına ait olduklarını onaylarım.

...../...../2010

Doç. Dr. Azmi YALÇIN
Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 Sayılı Fikir ve Sanat Eseleri Kanunu'ndaki hükümlere tabidir.

ÖZET**KOŞULLU VARYANS MODELLERİ: FİNANSAL ZAMAN SERİLERİ
ÜZERİNE UYGULAMA****Arzu KÖKCEN****Yüksek Lisans Tezi, Ekonometri Anabilim Dalı****Danışman: Prof. Dr. H. Altan ÇABUK****Ocak 2010, 127 Sayfa**

Finansal serilerde, taşıdıkları özellikler nedeniyle doğrusal zaman serisi yerine, doğrusal olmayan koşullu değişen varyans modellerinin kullanılması daha yaygın hale gelmiştir. Bu çalışmanın amacı, tek değişkenli ARCH-GARCH modellerini ayrıntılarıyla incelemektir. Çalışmamızda ilk olarak ARMA modellerinin teorik yapısı incelendi. Daha sonra çalışmanın asıl konusu olan koşullu değişen varyans modelleri tanıtıldı. Ele alınan modeller Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH), Genelleştirilmiş ARCH (GARCH), Birleşik GARCH (IGARCH), Üstel GARCH (EGARCH), Ortalama ARCH (ARCH-M), Ortalama GARCH (GARCH-M), Ortalamadaki Üstel GARCH (EGARCH-M), Eşik Değerli ARCH (TARCH), Eşik Değerli GARCH (TGARCH) ve Üslü ARCH (PARCH) modelleridir. Son bölümde ise, İMKB’de hesaplanan, İMKB100 endeks, Mali Endeks ve Hizmet Endeksi verileri ile ARCH modellerinin uygulaması yapıldı.

Anahtar Kelimeler: ARMA, Koşullu Değişen Varyans, ARCH, GARCH, İMKB Endeksleri

ABSTRACT**CONDITIONAL VARIANCE MODELS: AN APPLICATION ON FINANCIAL
TIME SERIES****Arzu KÖKCEN****M.Sc. Thesis, Department of Econometrics****Supervisor: Prof. Dr. H. Altan ÇABUK****January 2010, 127 Pages**

In financial series, instead of using linear time series, using nonlinear conditional heteroscedasticity model is becoming widespread because of their characteristic. The aim of this study is to investigate univariate ARCH-GARCH models. In this research, firstly, theoretical structure of ARMA models is introduced. Afterwards, conditional heteroscedasticity models that the main subject of this study were introduced. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH), Generalized ARCH (GARCH), Integrated GARCH (IGARCH), Exponential GARCH (EGARCH), ARCH in Mean (ARCH-M), GARCH in Mean (GARCH-M), Exponential GARCH in Mean (EGARCH-M), Threshold ARCH (TARCH) and Power ARCH (PARCH) were studied. In the last part, an application of ARCH models IMKB100 index, financial index and industrial index that calculated at IMKB data were modeled and done.

Keywords: ARMA, Conditional Heteroscedasticity, ARCH, GARCH, IMKB Indexes

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez konumun belirlenmesi, yürütülmesi ve yazım aşamalarında yönlendirici katkılarıyla bana her zaman destek olan Danışman Hocam Sayın Prof. Dr. H. Altan ÇABUK'a,

Değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren, destekleyen Sayın Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÖZMEN'e,

Çalışma aşamasında ve öncesinde her zaman beni destekleyen, ilgi ve yardımlarını esirgemeyen Sayın Yrd. Doç. Dr. Kenan LOPCU, Sayın Doç. Dr. Mehmet BALCILAR ve İşletme Bölümü'nden Sayın Yrd. Doç. Dr. Mehmet TURAN'a,

Yüksek Lisans programına kabul edilmemi onaylayarak bu çalışmayı hazırlamamı sağlayan değerli Ekonometri bölümü hocalarıma,

Tez jürisinde bulunan Sayın Yrd. Doç. Dr. Hakkı ÇİFTÇİ'ye

Manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan çok değerli arkadaşlarıma,

Her zaman her koşulda sevgileri ve hoşgörülerıyla desteklerini benden hiçbir zaman esirgemeyen Sevgili Aileme,

Sonsuz minnet ve şükranlarımı sunar, teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRCT	ii
TEŞEKKÜR	iii
KISALTMALAR LİSTESİ	vii
TABLolar LİSTESİ	viii
GRAFİKLER LİSTESİ	x
ÇİZELGELER LİSTESİ	xi
EKLER LİSTESİ	xii
GİRİŞ	1

I.BÖLÜM

ARMA MODELLERİ	2
1.1. Otoregresif Modeller: AR(p)	3
1.1.1. AR(1) Süreci	4
1.2. Hareketli Ortalama Modelleri: MA(q)	7
1.2.1. MA(1) Süreci	9
1.3. Karma Otoregresif – Hareketli Ortalama Modelleri: ARMA(p,q)	11
1.3.1. ARMA(1,1) Süreci	13
1.4. Entegre Otoregresif Hareketli Ortalama Modelleri: ARIMA(p,d,q)	15

II. BÖLÜM

KOŞULLU VARYANS MODELLERİ	17
2.1. ARCH Modeli	18
2.1.1. ARCH Modeli Özellikleri ve Varsayımları	18
2.1.2. ARCH Modelinin Kısıtları	21
2.1.3. ARCH Süreci İzleyen Bir Değişkenin Olabilirlik Fonksiyonu	22
2.1.4. ARCH Modeli Fonksiyon Tipleri	25
2.1.5. ARCH Etkilerinin Belirlenmesine Yönelik Test	26
2.1.5.1. ARCH-LM Testi	27
2.2. GARCH Modeli	28

2.2.1. GARCH Modeli Özellikleri ve Varsayımları	28
2.2.2. GARCH Modeli Kısıtları	33
2.2.3. GARCH Süreci İzleyen Bir Değişkenin Olabilirlik Fonksiyonu	33
2.2.4. GARCH(1,1) Süreci	35
2.2.5. GARCH Etkilerinin Belirlenmesine Yinelik Test	37

III. BÖLÜM

DİĞER KOŞULLU VARYANS MODELLERİ	39
3.1. IGARCH Modeli	39
3.2. EGARCH Modeli	41
3.3. ARCH-M Modeli	44
3.4. GARCH-M ve EGARCH-M Modeli	44
3.5. TARCH Modeli	47
3.6. TGARCH Modeli	48
3.7. PARARCH Modeli	49

IV. BÖLÜM

İSTANBUL MENKUL KIYMETLER BORSASI ENDEKSLERİ İÇİN KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS ETKİLERİ	50
4.1. İMKB100 Ulusal Endeksi	50
4.1.2. Model Belirleme.....	55
4.1.3. İMKB100 Endeksi İçin Koşullu Değişen Varyans Modelleri	59
4.1.4. İMKB100 Endeksi İçin Modelin Belirlenmesi ve Tahmini.....	64
4.2. Hizmet Endeksi	66
4.2.1. Model Belirleme.....	70
4.2.3. Hizmet Endeksi İçin Koşullu Değişen Varyans Modelleri.....	73
4.2.4. Hizmet Endeksi İçin Modelin Belirlenmesi ve Tahmini.....	77
4.2.5. Volatilitenin Tahmini.....	79
4.3 Mali Endeks	81
4.3.1. Model Belirleme.....	84
4.3.2. Mali Endeks İçin Koşullu Değişen Varyans Modelleri	87
4.3.4. Mali Endeks İçin Modelin Belirlenmesi ve Tahmini.....	92

V. BÖLÜM

SONUÇ	96
KAYNAKÇA	98
EKLER	103
ÖZGEÇMİŞ	127

KISALTMALAR LİSTESİ

- ACF:** Otokorelasyon Fonksiyonu
AIC: Akaike Bilgi Kriteri
ARCH: Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
ARCH-M: Ortalama Eşitliğinde Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
ARMA: Otoregresif Hareketli Ortalama
ARIMA: Otoregresif ve Bütünselleşmiş Hareketli Ortalama
BDDK: Bankacılık Denetleme ve Düzenleme Kurulu
EGARCH: Üssel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
EGARCH-M: Ortalamadaki Üssel GARCH
EKK: En Küçük Kareler
GARCH: Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
GARCH-M: Ortalamada GARCH Modeli
IGARCH: Bütünleşik Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
L: Gecikme İşleci
MA: Hareketli Ortalama
PACF: Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu
PARCH: Üslü ARCH
SIC: Schwartz Bilgi Kriteri
TARCH: Eşik Değerli ARCH
TGARCH: Eşik Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans)

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1: Logaritmik İMKB100 Ulusal Endekse Ait Tanımlayıcı İstatistikler	50
Tablo 2: İMKB100 Serisinin Düzey Değerlerine Ait ADF Test Sonuçları	53
Tablo 3: İMKB100 Serisinin Düzey Değerlerine Ait PP Test Sonuçları	53
Tablo 4: İMKB100 Serisinin 1.Farkına Ait ADF Test Sonuçları	53
Tablo 5: İMKB100 Serisinin 1.Farkına Ait PP Test Sonuçları	54
Tablo 6: DİMKB100 Serisi Uygun Model Seçim Sonuçları	56
Tablo 7: DİMKB100 Serisi ARIMA(1,1,3) Modeline Ait Tahmin Sonuçları	58
Tablo 8: DİMKB100 Serisine Ait ARCH-LM Test İstatistikleri	58
Tablo 9: DİMKB100 Serisi İçin ARCH(1) Model Sonuçları	59
Tablo 10: DİMKB100 Serisi İçin GARCH(1,1) Model Sonuçları	60
Tablo 11: DİMKB100 Serisi İçin ARCH-M(1,1) Model Sonuçları	61
Tablo 12: DİMKB100 Serisi İçin GARCH-M(1,1) Model Sonuçları	62
Tablo 13: DİMKB100 Serisi İçin EGARCH(1,1) Model Sonuçları	63
Tablo 14: DİMKB100 Serisi İçin TARARCH(1,1) Model Sonuçları	64
Tablo 15: Tahmin Edilen Modellere Ait İstatistikî Sonuçlar	64
Tablo 16: Tahmin Edilen Modellere Ait ARCH-LM Test İstatistikleri	66
Tablo 17: Hizmet Serisinin Düzey Değerlerine Ait ADF Test Sonuçları	68
Tablo 18: Hizmet Serisinin Düzey Değerlerine Ait PP Test Sonuçları	68
Tablo 19: Hizmet Serisinin 1.Farkına Ait ADF Test Sonuçları	69
Tablo 20: Hizmet Serisinin 1.Farkına Ait PP Test Sonuçları	69
Tablo 21: DHizmet Serisi Uygun Model Seçim Sonuçları	71
Tablo 22: DHizmet Serisi ARI(1,1) Modeline Ait Tahmin Sonuçları	71
Tablo 23: DHizmet Serisine Ait ARCH-LM Test İstatistikleri	72
Tablo 24: DHizmet Serisi İçin ARCH(1) Model Sonuçları	73
Tablo 25: DHizmet Serisi İçin GARCH(1,1) Model Sonuçları	74
Tablo 26: DHizmet Serisi İçin ARCH-M(1,1) Model Sonuçları	75
Tablo 27: DHizmet Serisi İçin GARCH-M(1,1) Model Sonuçları	75
Tablo 28: DHizmet Serisi İçin EGARCH(1,1) Model Sonuçları	76
Tablo 29: DHizmet Serisi İçin TARARCH(1,1) Model Sonuçları	77
Tablo 30: Tahmin Edilen Modellere Ait İstatistikî Sonuçlar	78
Tablo 31: DHizmet serisi EGARCH(1,1) İçin ARCH-LM Test İstatistiği Sonuçları ...	79

Tablo 32: Mali Endeks Serisinin Düzey Değerlerine Ait ADF Test Sonuçları	82
Tablo 33: Mali Endeks Serisinin Düzey Değerlerine Ait PP Test Sonuçları	83
Tablo 34: Mali Endeks Serisinin 1.Farkına Ait ADF Test Sonuçları	83
Tablo 35: Mali Endeks Serisinin 1.Farkına Ait PP Test Sonuçları	83
Tablo 36: DMali Serisi Uygun Model Seçim Sonuçları	85
Tablo 37: DMali Serisi ARIMA(3,1,3) Modeline Ait Tahmin Sonuçları	85
Tablo 38: DMali Serisine Ait ARCH-LM Test İstatistikleri	86
Tablo 39: DMali Serisi İçin ARCH(1) Model Sonuçları	87
Tablo 40: DMali Serisi İçin GARCH(1,1) Model Sonuçları	88
Tablo 41: DMali Serisi İçin ARCH-M(1,1) Model Sonuçları	89
Tablo 42: DMali Serisi İçin GARCH-M(1,1) Model Sonuçları	90
Tablo 43: DMali Serisi İçin EGARCH(1,1) Model Sonuçları	91
Tablo 44: DMali Serisi İçin TARARCH(1,1) Model Sonuçları	92
Tablo 45: Tahmin Edilen Modellere Ait İstatistikî Sonuçlar	92
Tablo 46: Tahmin Edilen Modellere Ait ARCH-LM ve χ^2 Test İstatistikleri	93

GRAFİKLER LİSTESİ

Grafik 1: İMKB100 Serisine Ait Zaman Yolu Grafiği	51
Grafik 2: İMKB100 Serisinin 1.Farkına Ait Zaman Yolu Grafiği	54
Grafik 3: Hizmet Serisine Ait Zaman Yolu Grafiği	67
Grafik 4: Hizmet Serisinin 1.Farkına Ait Zaman Yolu Grafiği	69
Grafik 5: DHizmet Serisi EGARCH(1,1) Modeline Ait Koşullu Standart Sapma Grafiği.....	80
Grafik 6: DHizmet Serisi EGARCH(1,1) Modeline Ait Varyans Öngörü Grafiği	80
Grafik 7: Mali Serisine Ait Zaman Yolu Grafiği	81
Grafik 8: Mali Serisinin 1.Farkına Ait Zaman Yolu Grafiği	84

ÇİZELGELER LİSTESİ

Çizelge 1: İMKB100 Serisine Ait Korelogram	52
Çizelge 2: İMKB100 Serisinin 1.Farkına Ait Korelogram	55
Çizelge 3: DİMKB100 ARIMA(1,1,3) Modelinin Artıklarına Ait Korelogram	56
Çizelge 4: DİMKB100 ARIMA(3,1,3) Modelinin Artıklarına Ait Korelogram	57
Çizelge 5: Hizmet Serisine Ait Korelogram	67
Çizelge 6: Hizmet Serisinin 1.Farkına Ait Korelogram	70
Çizelge 7: DHizmet ARI (1,1) Modelinin Artıklarına Ait Korelogram	72
Çizelge 8: Mali Endeks Serisine Ait Korelogram	82
Çizelge 9: Mali Serisinin 1.Farkına Ait Korelogram	84
Çizelge 10: DMali ARIMA (3,1,3) Modelinin Artıklarına Ait Korelogram	86

EKLER LİSTESİ

Ek-1. İmkb Serisine Ait Uygulamalar.....	103
Ek-2. Hizmet Endeksine Ait Uygulamalar.....	111
Ek-3. Mali Endekse Ait Uygulamalar.....	119

GİRİŞ

Modern ekonomik teoride kullanılan zaman serilerinde varyansın sıklıkla durağan seyretmemesi ve zamana bağılı olarak değişmesi, tek değişkenli varyansın modellenmesinde farklı modelleme yöntemlerinin geliştirilmesini sağlamıştır. Yüksek frekanslı finansal verilerdeki zamana bağılı değişkenliği analiz etmek için koşullu değişen varyans modellerinin kullanımı yaygın hale gelmiştir.

Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity - ARCH) modeli ilk kez Engle (1982) tarafından ortaya konulmuştur. Engle'nin makalesinden sonra çeşitli ARCH sınıfı modeller geliştirilmiştir. ARCH modeli her ne kadar basit ise de, genellikle bir varlık getirisinin volatilité sürecini açıklamak için çok fazla parametreye ihtiyaç duyulur. Bollerslev(1986), ARCH modelini genişleterek, hem daha fazla geçmiş bilgiye dayanan hem de daha esnek bir gecikme yapısına sahip olan Genelleştirilmiş ARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, GARCH) modelini önermiştir. Söz konusu model ARCH modeline bir alternatif değil, ARCH modelinin eksikliklerini gidermeyi amaçladığından genelleştirilmiş ARCH olarak adlandırılmaktadır.

Hisse senedi piyasasında koşullu varyans modellerinin analizini amaçlayan bu tez, dört ana bölümden oluşmaktadır:

Çalışmanın birinci bölümünde zaman serisi verilerine dayalı ekonomik öngörü için kullanılan ve tek değişkenli zaman serileri analizinin temeli olan entegre olmuş otoregresif hareketli ortalama ("Autoregressive integrated moving average" ARIMA) modelleri tanıtılmıştır.

İkinci bölümde tezin asıl konusunu oluşturan tek değişkenli koşullu varyans modellerinden ARCH ve GARCH modelleri tanımlanmıştır. Bu modellerin özellikleri, varsayımları, kısıtları, olabirlik fonksiyonları ve modellerin etkisinin varlığının belirlenmesine yönelik kullanılan testlere değinilmiştir. Çalışmanın üçüncü bölümünde ise, koşullu varyans modellerinin diğer önemli uzantılarına yer verilmiştir. Bu bölümde modeller ve uygulama alanları belirtilmiştir.

Son bölümde İMKB'de işlem gören İMKB100 Ulusal endeksi, Hizmet endeksi ve Mali endeks günlük verileri seçilerek endekslerin zaman serisi özellikleri incelenmiştir. Değişkenlere ait uygun modellemelerin belirlenmesinden sonra volatiliteleri incelenerek, sonuç bölümünde elde edilen bulgular tartışılacaktır.

1.BÖLÜM

ARIMA MODELLERİ

George Box ve Gwilym Jenkins 1970 yılında, ARIMA (Otoregresif Hareketli Ortalama) modellerini literatüre kazandırarak bu modellerin kullanımını önermişlerdir. Uygun modelin belirlenmesi ve tahmini içinde model kurma stratejileri geliştirmişlerdir (Hyndman, 2001).

ARIMA modellerinde temel yaklaşım incelenen değişkenin bugünkü değerinin, geçmiş değerlerinin ağırlıklı toplamı ve rassal şokların bileşimine dayandığı şeklinde ifade edilmektedir. Serilerin özelliklerinin ortaya çıkarılması için sistematik ve rassal kısım olarak ayrıştırılması gerekmekte olup ARIMA modelleri, hem analitik amaçla hem de zaman serilerinin sistematik kısmını tahmin amacı ile kullanılmaktadır. Öngörü için seçilecek algoritmanın gözlenen zaman serisinin davranışının incelenmesi ile belirlenecek olması nedeni ile tüm ARIMA modellerinde zaman serisinin özellikleri ayrıntılı olarak incelenmektedir (Akgül, 2003).

ARIMA modelleri, zaman serilerinin sistematik kısmının tahmin edilmesi için kullanılmakta ve zaman serilerinin hareketini açıklamaktadır. ARIMA modellerinde Otoregresif ve Hareketli ortalamaya sahip zaman serileri incelenmekte ve bu yönüme göre zaman serilerinin durağanlığı korelogram ile tespit edilmektedir. Zaman serilerinin durağan olmaması durumunda farklı alınarak durağanlaştırılmakta ve eğer durağanlık sağlanmış ise bu durumda model ARIMA ile tahmin edilip, öngörü işlemi yapılmaktadır (<http://www.deu.edu.tr/userweb/onder.hanedar/dosyalar/Zaman.pdf>).

Sonlu sayıda parametre içeren ve aynı zamanda ortalama, varyans ve kovaryansı zamana göre değişmeyen tek değişkenli zaman serisi modelleri; Otoregresif (AR), Hareketli Ortalama(MA) ve Karma Otoregresif-Hareketli Ortalama (ARMA) modelleri olmak üzere 3 başlıkta incelenebilir.

1.1. Otoregresif Modeller: AR(p)

Literatüre Yule (1927) tarafından kazandırılan otoregresif (AR) modelleri incelenen zaman serisinin herhangi bir gözlem değerini, serinin geçmişteki gözlem değerleri ile hata payının doğrusal bir bileşimi olarak ifade etmektedir. Zaman serisi modellenmesinde ekonomik bir değişkenin geçmiş değerlerinde içerilen bilgi, söz konusu ekonomik değişkenin gelecek değerlerinin öngörülmesini yapmada oldukça yarar sağlar (Sevüktekin, Nargeleçekenler, 2005). Bu yüzden, birçok ekonomik veri otoregresif zaman serisi olarak modellenmektedir. Genel olarak, p nci dereceden bir otoregresif zaman serisi (AR(p)),

$$Y_t = \delta + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + e_t \quad (1)$$

denklemleri ile ifade edilir; burada δ bir sabittir ve stokastik süreç olan Y_t ' in ortalamasını gösterir. Modelde sabitin eklenmesi zaman serisinin sıfırdan farklı ortalamasının olmasına izin verilmesi şeklinde ifade edilebilir. Denklemlerde yer alan $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ ler bilinmeyen otoregresif parametrelerdir. Hata terimi e_t ortalaması sıfır ve sabit σ_e^2 varyanslı korelasyonsuz rassal değişkenler olarak varsayılmaktadır (Sevüktekin, Nargeleçekenler, 2005). Ayrıca böyle bir süreç,

$$(1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p) y_t = \delta + e_t \quad (2)$$

şeklinde de ifade edilmekte olup, burada L gecikme işlecini göstermektedir.

Eğer otoregresif süreç durağan ise ortalamayı μ ile gösterirsek ortalama, zamandan bağımsız olarak sabit kalır ve bunu, $\mu = E(y_t)$ şeklinde gösterebiliriz. p inci dereceden otoregresif zaman serisi denkleminde her iki tarafın beklenen değeri alınırsa,

$$\mu = \delta + \mu \sum_{i=1}^p \alpha_i \quad (3)$$

eşitliğini elde ederiz. (3) eşitliğini μ için çözdüğümüzde ise,

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \sum_{i=1}^p p_i} \quad (4)$$

şeklinde sonuçlanır (Davidson, Mackinnon, 2004).

Sürecin durağan olması için ortalamanın sonlu olması gerekmektedir. Durağan olan bir seride zorunlu olarak (4) denkleminin paydası 1' den küçük olmalıdır. Şayet bu şart sağlanmıyorsa seri çıkış noktasından itibaren gittikçe artan bir trendle başlangıç noktasından uzaklaşır (Kutlar, 2005) ve süreç durağan olamaz. Bu koşul durağanlığı sağlamak için yinede yeterli değildir. Çünkü AR(p) sürecinin durağan olabilmesi için başka gerekli koşulları vardır.

1.1.1. AR(1) Süreci

Zaman serisi analizlerinde, zaman serisi değişkeni Y_t 'nin ortalama, varyans ve kovaryansının hesaplanması önemli ilk adımlardan birisidir. Zaman serisi modelleri bir başlangıç noktası olmak üzere sınırsız bir geçmişte başlayan ve sınırsız bir gelecekte devam edecek olan Y_t 'nin oluşum süreci varsayımına dayanmaktadır (Sevüktekin, Nargeleçekenler, 2005).

Basit ve en sık kullanılan stokastik süreçlerden birisi, birinci mertbe otoregresif süreç ya da AR(1) süreci olarak adlandırılır. AR(1) sürecini,

$$Y_t = \delta + \alpha_1 Y_{t-1} + e_t \quad (5)$$

şeklinde yazabiliriz. Birinci derece otoregresif zaman serisi modelinde, Y_t yalnızca bir önceki dönemdeki kendi değerine Y_{t-1} ve bir rassal kalıntıya bağlıdır. (5) denkleminde δ bir kesme parametresi; α_1 , -1 ile +1 arasında değer aldığı varsayılan bilinmeyen parametre ve e_t ise ortalaması sıfır ve sabit varyanslı korelasyonsuz bir hata terimidir. Burada e_t , y_{t-1} ile ilişkili olmayan bir beyaz gürültü sürecidir (Sevüktekin, Nargeleçekenler, 2005).

Birinci otoregresif zaman serisi modelinde (5); $\alpha_1 < 1$ koşulu durağanlık şartı olarak adlandırılmakta olup, AR(1) sürecinin durağan olabilmesi için bu koşul

gereklidir. Zaman serilerinin durağan olabilmesi için birkaç tanımlama bulunmaktadır. Eğer, koşulsuz beklenti $E(Y_t)$ ve koşulsuz değişirlik $Var(Y_t)$, t zamandan bağımsız olarak bulunuyor ve $Cov(Y_t, Y_{t-j})$ 'de tüm j'ler t zamandan bağımsız ise Y_t serisi durağandır. Bu tanımlama 'bazen birlikte değişirlik durağanlığı' (covariance stationarity) ya da 'geniş anlamda durağanlık' (wide sense stationarity) olarak adlandırılır (Davidson, Mackinnon, 2004).

$Y_t = \delta + \alpha_1 Y_{t-1} + e_t$ denkleminde $\delta=0$ ve $\alpha_1=1$ ise, denklem $Y_t = Y_{t-1} + e_t$ şeklinde yeniden düzenlenebilir. $|\alpha_1| = 1$ ise, $Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + e_t$ sürecinin durağan bir çözümü bulunmamaktadır (Brockwell, Davis, 1991). Gecikme işlecini (L) kullanarak, (5) de verilen AR(1) sürecini yeniden yazarsak,

$$(1 - \alpha L) Y_t = \delta + e_t \quad (6)$$

elde ederiz. Buda bize,

$$Y_t = (1 + \alpha L + \alpha^2 L^2 + \dots)(\delta + e_t) \quad (7)$$

eşitliğini verir. δ sabit parametresi bütün dönemlerde aynı değere sahiptir. Gecikme işleci uygulaması, sabit bir sayı üretir. Bu yüzden 7 eşitliğini,

$$Y_t = (1 + \alpha + \alpha^2 + \dots) \delta + (e_t + \alpha e_{t-1} + \alpha^2 e_{t-2} + \dots) \quad (8)$$

olarak yeniden yazabiliriz. Otoregresif parametrenin değeri $\alpha_1 < 1$ olarak sağlandığında ve Y_t ' in beklenen değeri alındığında,

$$E(Y_t) = \frac{\delta}{1 - \alpha} = \mu \quad (E(e_t) = 0 \text{ olduğundan}) \quad (9)$$

durağan AR (1) modelinin ortalamasını elde etmek mümkündür (Johnston, Dinardo, 1997). Denklem (5)' teki sabit terim $\delta = 0$ olarak ele alınırsa, zaman serisi değişkeninin Y_t ' in ortalaması $\mu = 0$ olacaktır. Bu durumda seri ortalamadan sapmalar cinsinden tanımlanmakta ve $(Y_t - \mu)$ ' ye ulaşılmaktadır.

Serinin durağan olduğunu kabul ettiğimizde varyans sabit ve $\delta = 0$ olur. Buna göre (5) denklemini yeniden yazarsak,

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + e_t \quad (10)$$

süreci elde edilir. Buna göre, AR (1) modelinin varyansı,

$$\text{Var} (Y_t) = E (Y_t - \mu)^2 \quad (11)$$

$$\sigma_y^2 = E (Y_t - 0)^2 \quad (\delta = 0 \text{ olduğundan dolayı, } \mu = 0)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= E (\alpha_1 Y_{t-1} + e_t)^2 = E (\alpha_1^2 Y_{t-1}^2 + e_t^2 + 2 \alpha_1 Y_{t-1} e_t) \\ &= \alpha_1^2 \sigma_y^2 + \sigma_e^2 \end{aligned} \quad (12)$$

elde edilen (12) eşitliğinin σ_y^2 için çözümü ile ,

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_e^2}{1 - \alpha_1^2} \quad (13)$$

hesaplanabilir.

Elde edilen bu varyans, kovaryansın türetilmesinde bir alternatif olarak kullanılabilir. (9) denklemini kullanarak, (5) denklemini yeniden yazmak mümkündür.

$$x_t = \alpha x_{t-1} + e_t \quad (14)$$

Burada $x_t = Y_t - \mu$ olarak ifade edilmektedir. Denklem (14)' in her iki tarafı x_{t-1} ile çarpılıp, beklenen değeri alınır ise,

$$E (x_t x_{t-1}) = \alpha E (x_{t-1}^2) + E (x_{t-1} e_t) \quad (15)$$

elde edilir. Bu denklemden, kovaryans katsayıları, $\gamma_k = E (x_t x_{t-k})$ tarafından gösterilir. Son eşitlik bize,

$$\gamma_1 = \alpha \gamma_0 = \frac{\alpha_1^2 \sigma_e^2}{1 - \alpha_1^2} \quad (16)$$

katsayısını verir. (16)'de yer alan γ_0, σ_y^2 ' nin diğer bir gösterimidir. Benzer bir şekilde(14) denkleminin her iki tarafı x_{t-2} ile çarpılıp, beklenen değeri alınır ise,

$$\gamma_2 = \alpha \gamma_1 \quad (17)$$

bulunur. Genel olarak,

$$\gamma_k = \alpha \gamma_{k-1} = \alpha^k \gamma_0 \quad k= 1, 2, \dots \quad (18)$$

şeklinde ifade edebiliriz. Y_t ile Y_{t-k} arasındaki korelasyon

$$\text{Cor}(Y_t, Y_{t-k}) = \frac{\text{Cov}(Y_t, Y_{t-k})}{\sqrt{\text{Var}(Y_t)}\sqrt{\text{Var}(Y_{t-k})}} \quad (19)$$

ile hesaplanmaktadır. Denklem (18) ve $\gamma_0 = \sigma_y^2$ eşitliğini (19)'a taşırsak durağan bir seri için otokorelasyon katsayısı,

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (20)$$

olarak ifade edilir.

Kovaryans ve otokorelasyon katsayıları sıfır gecikme etrafında simetriktirler. Dolayısıyla yalnızca pozitif gecikmelere bakmak yeterlidir. AR(1) süreci için otokorelasyon katsayısı,

$$\rho_k = \alpha_1 \rho_{k-1} = \alpha_1^k \quad (21)$$

serinin otokorelasyon fonksiyonu (ACF) olarak bilinir ve bunun grafiksel biçimi ise korelogram olarak adlandırılır (Johnston, Dinardo, 1997).

1.2. Hareketli Ortalama Modelleri: MA(q)

Y değerlerini türeten mekanizma yalnızca AR süreci değildir. T dönemi ve önceki dönemlerdeki hata terimleri de Y_t değerini türetiyor olabilir. İlk defa Slutsky (1937) tarafından incelenen Hareketli Ortalama (MA) modellerinde; q mertebesindeki bir hareketli ortalama sürecinde, her gözlenen Y_t , q değerine kadar gecikmesi uzanan bozucu terimlerin ağırlıklı ortalaması olarak ifade edilir. MA(q) süreci tanım gereği q durağan hata teriminin ortalaması olduğu için MA süreçlerinin tümü durağandır. Genel MA (q) süreci için istatistiksel model

$$Y_t = \mu + e_t + \Theta_1 e_{t-1} + \Theta_2 e_{t-2} + \dots + \Theta_q e_{t-q} \quad (22)$$

şeklinde yazılır. Yukarıdaki denklemde, Θ_i ($i = 1, 2, \dots, q$) bilinmeyen parametrelerdir ve bu parametreler negatif veya pozitif olarak gösterilebilir. e_t , ortalaması sıfır ve sabit varyansa sahip korelasyonsuz rassal kalıntıları göstermektedir. Kesme parametresi AR(p) modelinden farklı olarak δ yerine, μ ile gösterilmiştir. Bu tanımlama MA(q) sürecinin ortalamasını yansıtır (Sevüktekin, Nargeleçekenler, 2005). Ayrıca böyle bir süreç

$$Y_t = (1 + \Theta_1 L + \dots + \Theta_q L^q) e_t \quad (23)$$

şeklinde ifade edilmekte olup, L gecikme işlemcidir (Davidson, Mackinnon, 2004).

Hareketli ortalama sürecinin ortalaması $E(Y_t) = \gamma_0 = \mu$ olduğundan, zamandan bağımsız, her e_t değeri bir white noise süreci tarafından üretildiğinden; $E(e_t) = 0$, $E(e_t^2) = \sigma_e^2$ ve $E(e_t, e_{t-1}) = 0$ olur. Hareketli ortalamanın varyansı γ_0 ile gösterildiğinde,

$$\text{Var}(Y_t) = \gamma_0 = E(Y_t - \mu) \quad (11)$$

$$= E(e_t^2 + \Theta_1^2 e_{t-1}^2 + \dots + \Theta_q^2 e_{t-q}^2 - 2\Theta_1 e_t e_{t-1} - \dots)$$

$$= \sigma_e^2 + \Theta_1^2 \sigma_e^2 + \dots + \Theta_q^2 \sigma_e^2$$

$$= \sigma_e^2 (1 + \Theta_1^2 + \Theta_2^2 + \dots + \Theta_q^2) \quad (24)$$

olarak hesaplanır. Denklemde kesişen terimler sıfırdır; çünkü bozucu terimlerin kovaryansı sıfırdır. Y_t 'nin varyansının sonlu olduğu kabul edilir, aksi takdirde herhangi bir t döneminde başlayan stokastik süreç gittikçe başlangıç noktasından sapacaktır. Eğer gerçekleşen Y_t serisi durağan ise,

$$\sum_{i=1}^q \theta_i^2 < \infty \quad (24)$$

olmalıdır (Kutlar, 2005).

1.2.1. MA (1) Süreci

Otoregresif süreç, sabit zaman serisi için tek yol değildir. Stokastik sürecin diğer bir türü hareketli ortalamadır MA(q). En basit hareketli ortalama süreci olan birinci dereceden hareketli ortalama süreci MA(1) ile gösterilir ve

$$Y_t = \mu + e_t + \Theta_1 e_{t-1} \quad (25)$$

denklemini ifade edilir. Herhangi bir sonlu Θ parametresi için MA(1) süreci durağan ve ergodiktir.

Sürecin ortalaması, hata terimlerinin ortalamasının sıfır olması sebebiyle ($E(e_t) = 0$), sabit terime eşittir ($E(Y_t) = \mu$) (Yılancı, 2007). MA(1) sürecinin varyansı ise,

$$\text{Var} (Y_t) = \sigma_y^2 = E (Y_t - \mu)^2 = E ((e_t + \Theta_1 e_{t-1})^2) \quad (26)$$

$$= E (e_t^2 + 2 \Theta_1 e_t e_{t-1} + \Theta_1^2 e_{t-1}^2)$$

$$= \sigma_e^2 + \Theta_1^2 \sigma_e^2$$

$$= \sigma_e^2 (1 + \Theta_1^2) \quad (27)$$

olarak ifade edilir ve zamandan bağımsızdır. Y_t ile Y_{t-1} arasındaki kovaryans ise;

$$\text{Cov} (Y_t, Y_{t-1}) = E (Y_t - \mu) (Y_{t-1} - \mu) = E (e_t + \Theta_1 e_{t-1}) (e_{t-1} + \Theta_1 e_{t-2}) \quad (28)$$

$$= E (e_t e_{t-1} + \Theta_1 e_{t-1}^2 + \Theta_1 e_t e_{t-2} + \Theta_1^2 e_{t-1} e_{t-2})$$

$$= 0 + \Theta_1 \sigma_e^2 + 0 + 0$$

$$\gamma_1 = \Theta_1 \sigma_e^2 \quad (29)$$

dir (Hamilton, 1994). j sayıda gecikmeyi dikkate alarak kovaryansı tanımlayacak olursak

$$\text{Cov} (Y_t, Y_{t-j}) = E (Y_t - \mu) (Y_{t-j} - \mu) \quad (30)$$

$$= E [(e_t e_{t-1} + \Theta_1 e_{t-1}) (e_{t-j} + \Theta_1 e_{t-j})]$$

$$\gamma_1 = 0 \quad (31)$$

Y_t ve Y_{t-j} arasındaki kovaryans, $j > 1$ için sıfırdır. Bundan dolayı, tüm Y vektörleri için kovaryans matrisi,

$$\sigma_e^2 \Delta(\Theta_1) \equiv \sigma_e^2 \begin{vmatrix} 1 + \alpha_1^2 & \alpha_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \alpha_1 & 1 + \alpha_1^2 & \alpha_1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_1 & 1 + \alpha_1^2 \end{vmatrix} \quad (32)$$

şeklinindedir. Hata terimleri arasında bir dönemden sonra herhangi bir korelasyon olmadığı (32)' den açıkça görülmektedir. Ayrıca, ardışık hata terimleri arasındaki korelasyon yalnızca -0.5 ve $+0.5$ arasında değişmektedir; küçük ve büyük olası değerler sırasıyla -1 ve $+1$ ' dir (Davidson, Mackinnon, 2004). MA(1) süreci için otokorelasyon fonksiyonu ise

$$\rho_j = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\phi_1}{1 + \phi_1^2} \quad k=1$$

$$\rho_j = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = 0 \quad k > 1 \quad (33)$$

şeklinde ifade edilir.

Genelleme yapacak olursak, MA(q) için otokorelasyon fonksiyonu,

$$E(e_t e_{t-j}) = \begin{cases} \sigma_e^2 \left(\alpha_j + \sum_{i=1}^{q-j} \alpha_{j+i} \alpha_i \right) & q < j \\ \sigma_e^2 \alpha_j & j = q \\ 0 & j > q \end{cases} \quad (34)$$

olarak yazılır (Davidson, Mackinnon, 2004).

Eğer $|\Theta| < 1$ ise MA(1) süreci tersine çevrilebilir olarak; eğer $|\Theta| \geq 1$ ise, tersinmez olarak adlandırılır. Tersine çevrilebilir MA(1) sürecinde hata terimi e_t sonsuz bir AR sürecine (AR(∞)) sahiptir ve

$$e_t = Y_t + \Theta_1 Y_{t-1} + \Theta_1^2 Y_{t-2} + \dots$$

$$Y_t = -\Theta_1 Y_{t-1} - \Theta_1^2 Y_{t-2} - \dots + e_t \quad (35)$$

formunda temsil edilir. Yukarıdaki (35), MA(1) süreci için PACF'nin sürecin derecesinden sonra sifira doğru söndüğünün bir sonucudur (Zivot, 2005).

Sonuç olarak MA(1) süreci yalnızca bir dönemlik belleğe sahiptir. Genelde hareketli ortalama sürecinin bu sınırlı belleği önemlidir. Özellikle bir hareketli ortalama modeli geleceğe ilişkin sınırlı sayıda dönem sayılarına dayanarak önraporlama bilgisi sağlar (Sevüktekin, Nargeleçekenler, 2005).

1.3. Karma Otoregresif – Hareketli Ortalama Modelleri: ARMA (p,q)

Birçok durağan rassal süreç tek başına AR(p) ve ya MA(q) süreçleri tarafından modellenemezler. Bu seriler literatüre Wold (1938) tarafından kazandırılan otoregresif ve hareketli ortalama modellerinin birleşimi karma otoregresif hareketli ortalama ARMA (p, q) modeli (Mixed Autoregressive Moving Average Process) olarak ifade edilebilirler. Bir ARMA süreci her zaman ya bir MA(∞) süreci ya da AR(∞) süreci olarak temsil edilebilir.

ARMA modellerinde bir zaman serisinin herhangi bir dönemine ait değeri, daha önceki belli sayıda gözlem değerinin ve hata terimlerinin bir bileşimidir. Hem otoregresif hem de hareketli ortalama [ARMA (p, q)] süreçlerini içeren karma modellerde parametre sayısının daha fazla olması kaçınılmazdır. Genelde, etkin bir tahmin için parametre sayısının (serbestlik derecesini dikkate almak koşuluyla) fazla olması tercih edilmektedir (Kıran, 2006).

ARMA (p, q) istatistiksel modeli

$$Y_t = \delta + \alpha_1 Y_{t-1} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + e_t + \Theta_1 e_{t-1} + \dots + \Theta_q e_{t-q} \quad (36)$$

ve ya

$$(1 - \alpha_1 L - \dots - \alpha_p L^p) Y_t = \delta + (1 + \Theta_1 L + \dots + \Theta_q L^q) \quad (37)$$

olarak ifade edilebilir (Verbeek, 2004). (37) denkleminde yer alan δ kesme terimi olup, Y_t ' nin ortalaması ile ilgilidir. α_p ve Θ_q ise, sırasıyla bilinmeyen otoregresif ve bilinmeyen hareketli ortalama parametrelerini ifade etmektedir. e_t ' ler de, sıfır ortalama ve sabit varyanslı hata terimlerini göstermektedir.

Eğer $q = 0$ ise, süreç AR (p) ile ifade edilen otoregresif süreçtir. $p = 0$ ise, süreç MA(q) ile gösterilen hareketli ortalama sürecidir. Bununla birlikte, eğer bir ve ya daha fazla özgül kök, birim den daha büyük ve ya birime (unity) eşit ise, Y_t serisine bütünselleşmiş süreç denir ve otoregresif – bütünselleşmiş hareketli ortalama modelleri (ARIMA) olarak adlandırılırlar (Enders, 2003). Bu modellerin ARMA modellerinden farkı durağan olmayan serinin d ' inci mertebeden türevi alınarak durağan hale getirilmesidir.

Yukarıda ARMA(p, q) modeli olarak ifade edilen (36)' da ki Y_t serisinin durağan olduğu varsayılmaktadır, serinin ortalaması sabittir. Verilen (36) denkleminin beklenen değeri alınır ise

$$E(Y_t) = \mu = \delta + \alpha_1 \mu + \dots + \alpha_p \mu + 0 + \Theta_1 0 + \dots + \Theta_q 0$$

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \alpha_1 - \dots - \alpha_p}$$

ARMA(p, q) sürecinin ortalaması, denklem (3) teki AR(p) sürecinin ortalamasıyla aynı şekilde elde edilir. Bu sonuç aynı zamanda durağanlık için gerekli koşulu da ($\alpha_1, \dots, \alpha_p < 1$) belirtir. ARMA sürecinin durağan olması hareketli ortalama parametrelerine ($\Theta_1, \dots, \Theta_q$) bağlı olmayıp tamamen otoregresif parametrelere ($\alpha_1, \dots, \alpha_p$) bağlıdır. Burada durağan bir otoregresif parça ve tersine bir hareketli ortalama parçası sağlanmıştır (Davidson, Mackinnon, 2004).

Çoğunlukla ARMA sürecini ortalamadan sapmalar cinsinden de yazmak mümkündür:

$$Y_t - \mu = \alpha_1(Y_{t-1} - \mu) + \alpha_2(Y_{t-2} - \mu) + \dots + \alpha_p(Y_{t-p} - \mu) + e_t + \Theta_1 e_{t-1} + \Theta_2 e_{t-2} + \dots + \Theta_q e_{t-q} \quad (38)$$

(38) denkleminin her iki tarafı $(Y_{t-j} - \mu)$ ile çarpılıp, beklenen değeri alınırsa kovaryans denklemi elde edilir (Hamilton, 1994).

$$\gamma_j = \alpha_1 \gamma_{j-1} + \alpha_2 \gamma_{j-2} + \dots + \alpha_p \gamma_{j-p} \quad j = q + 1, q + 2, \dots \quad (39)$$

ARMA (p, q) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu ise,

$$\rho_j = \alpha_1 \rho_{j-1} + \alpha_2 \rho_{j-2} + \dots + \alpha_p \rho_{j-p} \quad (40)$$

olarak elde edilir.

Bir ARMA(p, q) süreci için, genel otokorelasyon fonksiyonu (ACF) karışıktır. Genel olarak bir ARMA(p, q) sürecinde $p > q$ için ACF, AR(p) süreci ACF' si gibi; $q > p$ için kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF) ise, MA(q) süreci PACF' si gibi davranır. Bu nedenle, ACF ve PACF sonunda üstel azalma gösterir (Zivot, 2005).

ARMA modellerinde otoregresif ve hareketli ortalama terimlerinin gecikme sayılarının belirlenmesi karşılaşılan sorunlardan biridir. ARMA (p, q) modelinde incelenen serinin otokorelasyon fonksiyonunun q gecikme sayısından başlayarak, kısmi otokorelasyon fonksiyonunun ise p gecikme sayısından başlayarak azalması gerekmektedir. ARMA modellerinde karşılaşılan diğer bir sorun ise, seriyi açıklayabilen ve standart ekonomik sorunlardan bağışık birkaç değişik denklemin olabilmesidir. Bu durumda hangi denklemin veya modelin seçileceğine ilişkin ekonometri yazınında önerilen çözümlerden biri, söz konusu modellerin bilgi ölçütlerinin karşılaştırılmasına dayanmaktadır (Balaban, Candemir, Kunter, 1996).

1.3.1. ARMA(1, 1) Süreci

ARMA(p, q) sürecinin en basit şekli ARMA(1, 1) karma otoregresif hareketli ortalama sürecidir. Bu süreç otoregresif ve hareketli ortalama parametrelerine sahiptir ve

$$Y_t = \delta + \alpha_1 Y_{t-1} + e_t + \Theta_1 e_{t-1} \quad (41)$$

şeklinde ifade edilir. Düzenleme yapılırsa model, aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$Y_t - \alpha_1 Y_{t-1} = \delta + e_t + \Theta_1 e_{t-1} \quad (42)$$

Yukarıdaki eşitliğin sol tarafı modelin otoregresif (AR) bileşenini, sağ tarafı ise hareketli ortalama (MA) bileşenini verir. Sürecin ortalaması,

$$\begin{aligned} E(Y_t) &= \alpha_1 E(Y_{t-1}) + \delta + E(e_t) + \Theta_1 E(e_{t-1}) \\ &= \frac{\delta}{1 - \alpha_1} \end{aligned}$$

olarak bulunur (Kıran, 2006).

Eğer $\delta = 0$ ise, ARMA(1, 1) sürecinin varyansı

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= E[(Y_t - \mu)^2] = E[(\alpha_1 Y_{t-1} + e_t + \Theta_1 e_{t-1})^2] \\ &= \alpha_1^2 \gamma_0 + 2 \alpha_1 \Theta_1 E(Y_{t-1} e_{t-1}) + \sigma_e^2 + \Theta_1^2 \sigma_e^2 \end{aligned}$$

denklemini çözersek

$$E(Y_{t-1} e_{t-1}) = E(e_{t-1}^2) = \sigma_e^2$$

ve eğer $|\alpha_1| < 1$ ise

$$\gamma_0 = \left(\left[\frac{1 + \theta_1^2 - 2\alpha_1\theta_1}{1 - \alpha_1^2} \right] \right) \sigma_e^2 \quad (43)$$

olarak elde edilir. Kovaryanslar $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k$ sırasıyla aşağıdaki gibidir.

$$\gamma_1 = E[(Y_{t-1} (\alpha_1 Y_{t-1} + e_t + \Theta_1 e_{t-1}))]$$

$$= \left(\frac{(1 + \alpha_1\theta_1)(\alpha_1 + \theta_1)}{1 - \alpha_1^2} \right) \sigma_e^2$$

$$= \alpha_1 \gamma_0 + \Theta_1 \sigma_e^2$$

$$\gamma_2 = E(Y_{t-2} Y_t) = E[Y_{t-2}(\alpha_1 Y_{t-1} + e_t + \Theta_1 e_{t-1})]$$

$$= \alpha_1 \gamma_1$$

ve

$$\gamma_k = \alpha_1 \gamma_{k-1}, \quad k \geq 2 \quad (44)$$

Otokorelasyon fonksiyonu ise

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{(1 + \alpha_1 \phi_1)(\alpha_1 \theta_1)}{1 + \theta_1^2 + 2\alpha_1 \theta_1}$$

$$\rho_1 = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \alpha_1 \rho_{k-1} \quad k \geq 2 \quad (45)$$

olarak verilir. ARMA(1,1) süreci AR ve MA bileşenlerinin bir kombinasyonu olduğundan otokorelasyon fonksiyonu hem AR hem de MA sürecinin özelliklerini birlikte gösterir. MA sürecinde birinci gecikmeden sonra otokorelasyon fonksiyonunun kesilmesi beklenir. AR sürecinde ise birinci gecikmeden sonra azalan otokorelasyon davranışı beklenir (Sevüktekin, Nargeleçekenler, 2005).

1.4. Entegre Otoresif Hareketli Ortalama Modelleri: ARIMA(p,d,q)

Zaman serilerinin birçoğu zaman boyunca değişen belirli bir stokastik sürecin özelliklerini taşıdığından durağan dışıdır. Finansal seriler genellikle rassal yürüyüş süreci özelliklerini yansıtır.

Her ne kadar birçok zaman serisi durağan dışı olsa da, zaman serilerini durağanlaştırmak için serinin bir ve ya daha fazla farkını alarak bir dönüştürme işlemi uygulanabilir (Sevüktekin, Nargeleçekenler, 2005).

Durağan olmayıp, fark alma işlemi sonucunda durağan hale getirilmiş olan serilerle kurulan modellere entegre otoresif hareketli ortalama modelleri adı verilir ve ARIMA(p,d,q) olarak ifade edilir. Bu üç parametre,

d = Durağanlık için fark derecesi

p = AR sürecinin mertebesi

q = MA sürecinin mertebesi

olarak ifade edilir. Genellikle d , sıfır ya da bir; nadiren ise iki olur. (Johnston, Dinardo, 1997).

Durağan olmayan bir Y_t serisinin 1. farkı alındığında,

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = Y_t' \quad (46)$$

olur. Eğer Y_t' serisi durağan ise, entegre sürecin derecesi $d = 1$ olur ve $I(1)$ olarak ifade edilir. ARIMA(p, d, q) modellerinin en basit örneği, ARIMA(0, 1, 0) modelidir.

ARMA(p, d, q) süreci

$$(1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p) \Delta^d Y_t = \delta + e_t + \Theta_1 e_{t-1} + \dots + \Theta_q e_{t-q} \quad (47)$$

şeklinde gösterilebilir. Durağan bir seri üretebilmek için farkı alınan Y_t sürecinin ($W_t = \Delta^d Y_t$) ortalaması,

$$\mu_w = \frac{\delta}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p} \quad (48)$$

ile tanımlanır. Eğer $\delta \neq 0$ ise entegre seri Y_t deterministik bir trend oluşturur (Sevüktekin, Nargeleçekenler, 2000)

2. BÖLÜM

KOŞULLU VARYANS MODELLERİ

Uluslar arası piyasalarda son 20-25 yılda yaşanan çalkantılar, modern ekonomik teoride risk ve belirsizliğin artan önemi, zamana bağlı olarak değişen varyans ve kovaryansın modellenmesine olanak sağlayan ekonometrik zaman serilerinin gelişimini gerekli kılmıştır.

Finansal zaman serileri aşırı basıklık, volatilité kümelenmesi ve kaldıraç etkisi özelliklerinden bir veya daha fazlasına sahipse, regresyon modelinde varyansın sabit olması varsayımı geçerli olmamaktadır. Finansal zaman serilerinin varyansları genellikle zamana bağlı bir şekilde değişkenlik göstermektedir (Özden, 2008).

Değişen varyansın koşulsuz olduğu durumda, artıkların koşulsuz varyansı zaman içinde değişmezken, koşullu olduğu durumda ise, artıkların varyansı geçmiş dönem gerçekleşmiş bilgi setine koşullu olarak zamanın bir fonksiyonu olmak üzere değişebilmektedir. Değişen varyansın formuna ait yapılan bu iki varsayımda da en önemli ortak özellik, koşulsuz varyansın sonlu olması gerektiği yönündedir (Gökçe, 1998).

Klasik ekonometrik modellerdeki sabit varyans varsayımının pek çok iktisadi ve finansal zaman serisinde geçerli olmadığı görülmesi değişen varyansın modellenmesine izin veren ve Engel (1982) tarafından geliştirilen Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity –ARCH) modelinin kullanımını yaygın hale getirmiştir. Engel (1982) tarafından geliştirilen bu modelden sonra birçok model önerilmiştir. Bunlardan ilki Bollerslev (1986) tarafından geliştirilen ve uygulamada geniş yer bulan Genelleştirilmiş ARCH(Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity – GARCH) modelidir.

Diğerleri ise, Ortalama Eşitliğinde Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH-M), Bütünleşik Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (IGARCH), Eşik Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (TGARCH), Üssel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (EGARCH), Eşik Değerli Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (TARCH), Ortalama Eşitliğinde Genelleştirilmiş

Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH-M), Ortalamadaki Üstel GARCH (EGARCH-M) ve Üslü ARCH (PARCH) olarak adlandırılmaktadır.

Son yıllarda adı geçen modellemelerden bazıları kullanılarak, Türkiye verileri ile özellikle hisse senetleri ve döviz kurları üzerine çalışmalar yapılmıştır. (Gökçe, 1998; Yolsal, 1999; Kızılsu, Aksoy ve Kasap, 2001; Teletar ve Binay, 2002; Mazıbaş, 2004; Karaahmetoğlu, 2006; Kıran, 2006; Özden, 2008)

2.1. ARCH Modeli

Geleneksel ekonometrik modeller hata terimlerinin sabit varyanslılık varsayımını ileri sürerler. Engle'nin 1982 yılında İngiltere enflasyon verilerini kullanarak yayımladığı makalesi ile birlikte, zaman için değişen koşullu varyans modellerinin tahmini için önemli bir adım atılmıştır. Engle, koşulsuz varyans sabit iken koşullu varyansın zamana bağımlı olduğu durumlarda, bu koşullu varyansı hata terimlerinin karelerinin bir fonksiyonu olarak belirlemiştir (Engle, 1982). Engle'nin yapmış olduğu çalışmalar ARCH adını alarak literatürde yer bulmuştur.

ARCH modelleri, zaman serisi yöntemlerindeki sabit varyans varsayımını bir kenara bırakarak, varyansın gecikmeli öngörü hatalarının karelerinin bir fonksiyonu olarak değişmesine izin vermiştir. Bu nedenle ARCH modelleri, tahmin sürecindeki değişen varyansı regresyonla birleştirmeye uygun bir tanımlamadır. ARCH modelinde öngörü hatalarının karakteristik davranışlarının, regresyon artıklarına dayandığı varsayılmıştır. Burada aynı zamanda, regresyon artıkları da otokorelasyonlu olacaktır (Gökçe, 2001).

ARCH modeli gecikme sayısının aldığı değerle adlandırılmaktadır.

2.1.1. ARCH Modeli Özellikleri ve Varsayımları

Eğer rassal değişken y koşullu yoğunluk fonksiyonu $f(y_t | y_{t-1})$ tarafından belirtilirse, standart varsayımlar altında geçmiş bilgiler esas alınarak bugünkü değer tahmini $E(y_t | y_{t-1})$ koşullu değişken y_{t-1} 'in değerine bağlıdır. Bu bir dönemlik tahminin koşullu varyansı ise, $V(y_t | y_{t-1})$ olarak verilir. Böyle bir ifade ile koşullu varyans tahmini geçmiş dönem bilgisine dayanacak ve tesadüfi değişken olarak işlem görecektir. Oysa

geleneksel ekonometrik modellerde koşullu varyans y_{t-1} üzerine kurulmamıştır (Engle, 1982).

Engle (1982) makalesinde, birinci dereceden otoregresif [AR(1)] süreci, ana denklem olarak kullanmıştır.

$$Y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (10)$$

ε_t , sıfır ortalama ve sabit varyanslı hata terimidir. y_t 'in koşulsuz ortalaması sıfır iken, koşullu ortalaması γy_{t-1} dir. Zaman serileri modelleri ile yapılan kestirimlerdeki başarı, koşullu ortalamanın kullanılmasından ileri gelmektedir (Aktaş, Akkurt, 2006).

y_t 'nin koşullu varyansı,

$$E[y_t | (y_t - \mathcal{Y}_{t-1})^2] = E[\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}^2] = \sigma^2 \quad (49)$$

olmaktadır.

y_t 'nin koşulsuz varyansı ise,

$$V(y_t) = \sigma_y^2 = V(\gamma y_{t-1} + \varepsilon_t) \quad (50)$$

$$= \gamma^2 V(y_{t-1}) + V(\varepsilon_t)$$

$$= \gamma^2 \sigma_y^2 + \sigma_e^2$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_e^2}{1 - \gamma^2} \quad (51)$$

olarak bulunur (Karaahmetoğlu, 2006). (51) nolu denklemde $1/(1 - \gamma^2) > 1$ olduğunda, koşulsuz öngörü varyansı koşullu öngöründen daha yüksektir. Koşullu öngörü, geçmiş ve gerçekleşen seriyi hesaba kattığında tercih edilebilir. Engle'nin makalesinde de, koşullu öngörünün, koşulsuz öngörüye göre daha iyi olduğu fikri anlatılmaktadır.

Çok değişirliliğin(Heteroskedasticity) standart yaklaşımı, varyans öngören bir x dışsal değişkeni sunmaktır. Sıfır ortalama ile bilinen model,

$$y_t = \varepsilon_t x_{t-1} \quad (52)$$

şeklinde yazılabilir (Engle, 1982). Eğer $x_t = x_{t-1} = x_{t-2} = \dots = \text{sabit}$ ve $\{y_t\}$ ardışık ise model sabit varyanslı bir beyaz gürültü sürecine sahip olacaktır. Bununla birlikte, $\{x_t\}$ ardışık olarak birbirine tamamen eşit değil ise, x_t 'ye koşullu olarak y_t 'nin varyansı ise, $\sigma^2 x_{t-1}^2$ 'dir (Gökçe, 1998) ve bu nedenle öngörü aralığı bir dışsal değişkenin değişimine bağlıdır. Yetersiz gibi görünen bu standart çözüm, koşullu ortalamalar ve varyansların zaman içinde birlikte değişebileceğini göz önünde bulundurmamak yerine, değişen varyansın nedenlerinin bir özelliği olarak algılanır. Belki bu sorun nedeniyle, zaman serisi verilerinde çok değişirlik düzeltmeleri nadiren ortaya çıkmaktadır.

Granger ve Andersen tarafından, serilerin geçmişte gerçekleşen değerlerine bağlı koşullu varyansı sağlayan bir model tanımlanmıştır. Basit bir ifade ile,

$$y_t = \varepsilon_t y_{t-1} \quad (53)$$

yazılırsa koşullu varyans $\sigma^2 y_{t-1}^2$ 'dir. Bununla birlikte, koşulsuz varyans sıfır ve ye sonsuz olacaktır ki bu hoş olmayan bir formülasyona neden olacaktır. Buna karşın küçük genellemelerle bu problemten kaçınılabilir.

Daha uygun olan bir model,

$$y_t = \varepsilon_t h_t^{1/2} \quad (54)$$

$V(\varepsilon_t) = 1$ olmak üzere yazılabilir. Bu otoregresif koşullu değişen varyans (ARCH) olarak isimlendirilen bir modeldir. Normallik varsayımı eklenerek ψ_t , t zamandaki bilgi seti açısından daha direkt bir şekilde ifade edilebilir.

Koşullu yoğunluklar kullanılarak,

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \quad (55)$$

yazılır. Birinci derece otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH(1)) olarak ifade edilen bu fonksiyon, daha genel bir model olan ARCH(q)

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$$

$$h_t = h(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-q}, \alpha) \quad (56)$$

şeklinde genişletilebilir. Burada q, ARCH sürecinin sırasını; α ise bilinmeyen parametreler vektörünü temsil etmektedir (Engle, 1982).

(55) ile ifade edilen denklemin önemi hata terimlerinin koşullu varyansını parametrik olarak modellemeye izin vermesidir. Böylelikle finansal verilerin tahmini için elde edilen yeni bilginin varyansı ya da volatilitiyi nasıl etkilediği modellenmektedir. Buna bağlı olarak volatilitenin zaman içinde nasıl değiştiği de görülebilmektedir. Denklem (55) kullanılarak finansal varlık getirilerinde ortaya çıkan beklenmedik gelişme değerleri belirlenebilir. Bu modelde koşullu varyans, beklenmeyen hata terimlerinin (şokların, haberlerin ya da sürprizlerin) karesine bağlı olan bir fonksiyon olarak tanımlanmıştır (Özden, 2008).

2.1.2. ARCH Modelinin Kısıtları

ARCH modellerinde otoregresyon parametrelerine (α_0 ve α_i 'lere) ilişkin bazı kısıtlamalar söz konusudur. Koşullu varyans (h_t), ε_t 'nin gerçekleşen bütün değerleri için pozitif olmak zorundadır. Bu koşulun sağlanabilmesi için ARCH(q) denkleminde α_0 ve α_i parametrelerinin negatif olamayacakları belirlenmektedir. Böylece,

$$\alpha_0 > 0 \text{ ve } \alpha_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, q$$

kısıtları yazılabilir. $\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2$ değerleri negatif olamayacağından bütün ε_t değerleri için koşullu varyans denklemi negatif değerler almamalıdır. $\alpha_0 < 0$ ise, ε_{t-1} 'deki küçük değişim koşullu varyansı negatif yapacaktır. α_1 yeterli oranda negatif olduğunda ise, koşullu varyans yine negatif olur (Kıran, 2006). (56)'daki ARCH(q) süreci, fark denklemi kurallarına göre $1 - \alpha_1 \lambda - \alpha_2 \lambda^2 + \dots + \alpha_q \lambda^q$ sürecin karakteristik denklemi şeklinde oluşturulabilir. Burada kovaryans durağanlığının sağlanabilmesi için,

denklemin karakteristik kökleri($\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q$) mutlak değer olarak birden büyük olmalıdır (Higgins, 1992). Denklemin dinamik istikrarının sağlanabilmesi için gerekli koşul, α_i 'lerin toplamının birden küçük olmasıdır. $\left(\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1 \right)$ (Aktaş, Akkurt, 2006).

2.1.3 ARCH Süreci İzleyen Bir Değişkenin Olabilirlik Fonksiyonu

ARCH modelinde kullanılan koşullu varyans (h_t), ψ_{t-1} gerçekleşmiş bilgi setine bağlıdır. Bu bilgi seti, dışsal değişkenler ve gecikmeli içsel değişkenler ile bu değişkenin parametreleri olan β vektöründen oluşmaktadır. Normallik varsayımı altında, koşullu yoğunlukları kullanarak ARCH süreci

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t)$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t \beta$$

$$h_t = (\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-q}, \alpha) \quad (57)$$

olarak ifade edilir. Burada $x_t \beta$, y_t 'nin koşullu ortalaması; h_t ise koşullu varyansdır. ε , en küçük kareler artıklarını; q , ARCH sürecinin sırasını; α ise bilinmeyen parametreler vektörünü temsil etmektedir. Varyans fonksiyonu, şimdiki ve gecikmeli değerleri de içerdiğinde daha da genelleştirilerek, $h_t = (\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}, x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-q}, \alpha)$ biçiminde yazılabilir. Daha basit olarak, $h_t = h(\psi_{t-1}, \alpha)$ olur. (57) deki ARCH modeli, yeniden

$$h_t = h_\varepsilon(\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}, \alpha) h_x(x_t, \dots, x_{t-q}) \quad (58)$$

şeklinde yazılabilir (Engle, 1982).

(55) ve (56) da oluşturulan eşitliklerde, ARCH süreci tarafından tanımlanan y_t oluşturulmuştur. Bu sürecin özellikleri kolayca $E_x = E(E_x | \psi)$ tarafından belirlenebilir. y_t 'nin ortalaması ve tüm otokovaryansları sıfırdır. Koşulsuz varyansı $\sigma_t^2 = E\varepsilon_t^2 = Eh_t$ şeklindedir ve çoğu h fonksiyonu ile α değeri için varyans t -den bağımsızdır. Bu koşullar altında ε_t zayıf durağandır.

(55) ve (56) ile tanımlanan sürecin her gözlemi koşullu olarak normal dağılmaktadır fakat y vektörü ortak olarak normal dağılmamaktadır. Ancak ortak yoğunluk, tüm koşullu dağılımların çarpımı olduğundan log olabilirlik (55) ve (56)'nın koşullu normal log olabilirliklerinin toplamıdır. Olabilirlik fonksiyonu,

$$l = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T l_t \quad (59)$$

$$l_t = \frac{1}{2} \log h_t - \frac{1}{2} y_t^2 / h_t$$

şeklinde ifade edilebilir. T , örnek büyüklüğü; l , logaritmik benzerliğin ortalamasını; l_t , t . gözlemin olabilirliğini ifade etmektedir (Engle, 1982).

$\varepsilon_t = y_t - x_t \beta$ olmak üzere, bilinmeyen parametreler olan α ve β 'ları tahmin etmek için olabilirlik fonksiyonu maksimum yapılmalıdır. β 'ların en küçük kareler tahmini tutarlıdır, x ve ε 'ler korelasyonsuzdur. x ' ler sabit olduğunda en küçük karelerin standart hataları doğru hesaplanacaktır. x_t ' ler gecikmeli değişkenler ise, standart hatalar tutarlı olmayacaktır (Kıran, 2006). Maksimize edilecek olabilirlik fonksiyonu için, 1. sıra koşulu:

$$\begin{aligned} \partial l_t &= -\frac{1}{2} \frac{1}{h_t} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} - \frac{1}{2} y_t^2 \left(-\frac{1}{h_t^2} \right) \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} = -\frac{1}{2} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} + \frac{y_t^2}{2h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} \\ &= \frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} \left(\frac{y_t^2}{h_t} - 1 \right) \end{aligned} \quad (60)$$

Ve Hessiani

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 l_t}{\partial \alpha \partial \alpha'} &= y_t^2 \left(-\frac{1}{h_t^2} \right) \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha'} \right) + \left(\frac{y_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial \alpha'} \left(\frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} \right) \\ &= -\frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha'} \left(\frac{y_t^2}{h_t} \right) + \left[\frac{y_t^2}{h_t} - 1 \right] \frac{\partial}{\partial \alpha'} \left[\frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} \right] \end{aligned} \quad (61)$$

olarak ifade edilir (Engle, 1982).

ψ_{t-m-1} veri iken, birinci terimin son çarpanının koşullu bekleneni 1 ve ikinci terimin koşullu bekleneni sıfırdır. Böylece, Hessiyanın ortalamasının beklenen değerinin negatif olan bilgi matrisi,

$$\xi_{\alpha\alpha} = \sum_t \frac{1}{2T} E \left[\frac{1}{h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha'} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha'} \right] \quad (62)$$

şeklinde olur ve

$$\hat{\xi}_{\alpha\alpha} = \frac{1}{T} \sum_t \left(\frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha'} \right) \quad (63)$$

tutarlı tahmin edicidir. h karesel ifadelerin q . dereceden lineer fonksiyonu olduğuna göre, (54) nolu denklem genelleştirilerek,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p y_{t-p}^2 \quad (64)$$

şeklinde ifade edilir. $z_t = (1, y_{t-1}^2, \dots, y_{t-p}^2)$ ve $\hat{\alpha} = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p)$ olarak tanımlanırsa (64) eşitliği

$$h_t = z_t \alpha \quad (65)$$

yeniden yazılabilir. Bu durumda gradyan,

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha} = \frac{1}{2h_t} z_t \left(\frac{y_t^2}{h_t} - 1 \right) \quad (66)$$

ve bilgi matrisinin tahmini

$$\xi_{\alpha\alpha} = \frac{1}{2T} \sum (z_t' z_t) / h_t^2 \quad (67)$$

şeklinde olur (Engle, 1982). ARCH modelinin parametrelerinin tahmininde olabirlik fonksiyonu kullanılır.

2.1.4. ARCH Modeli Fonksiyon Tipleri

ARCH (q) modeli, bazı uygulamalarda varyans modelinin diğr olası formülasyonları ile de kullanılabilir. Bu olası formülasyonlardan ikisi, üstel ve mutlak değr formlarıdır.

$$h_t = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2) \quad (70)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 |y_{t-1}| \quad (71)$$

α 'nın tüm değrleri için varyansın pozitif olması üstel formun bir avantajıdır. Fakat $\alpha_1 \neq 0$ olan tüm değrler için veriler, varyansı sonsuz olan bir modelden oluşturulmakta; böylece tahminin gerçekleştirilmesi ve sonuçların çıkarılması güçleşecektir. Mutlak formda ise her iki parametrenin pozitif olması istenir ve türetilen verilerin varyansının, bütün pozitif parametreler için sonlu olması olanaklı hale gelmiştir (Engle, 1982).

Üstel ve mutlak değr modellerine ilave olarak Geweke(1986) ve Pantula(1986) tarafından geliştirilen ve Bayesian bir model olan, logaritmik varyans modeli de varyanstaki volatilitayı ölçmek için kullanılmaktadır. ARCH modelinin parametreleri üzerinde, yine negatif olmama kısıtı vardır.

$$\log(h_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(\varepsilon_{t-1}^2) + \dots + \alpha_q \log(\varepsilon_{t-q}^2) \quad (72)$$

model α 'ların tüm pozitif değrleri için koşullu varyansın pozitif olmasını sağlamaktadır (Gökçe, 1998).

ARCH(q) modelinde, ε_t 'nin koşullu varyansı, ε_{t-1} 'in gerçekleşmiş değrine bağlıdır. Eğer ε_{t-1} 'nin gerçekleşmiş değri büyük ise, t dönemdeki koşullu varyansa büyük olacaktır. Bu durumda gözlemler (dolayısıyla ε_t 'ler) otokorelasyonsuz olsa da birbirlerinden bağımsız olamayacaklardır. Çünkü ε_t 'ler ikinci ve daha yüksek momentleri ile ilişkilidir (Karaahmetoğlu, 2006). ARCH(1) sürecinin ilk üç momenti;

$$m_1 = 0 \quad m_2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \alpha_1} \quad m_3 = 0$$

olarak gösterilir (Bera, Lee, 1993).

ARCH(1) süreci için, y_t ' nin normal dağılıma (Ω_{t-1}) sahip olduğu varsayımı altında, dördüncü moment olarak ifade edilen kurtosis'i (basıklık) incelediğimizde,

$$E(y_t^4 | \Omega_{t-1}) = 3[E(y_t^2 | \Omega_{t-1})]^2 = 3(\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2)^2 = 3\alpha_0^2 + 6\alpha_0\alpha_1 y_{t-1}^2 + 3\alpha_1^2 y_{t-1}^4 \quad (68)$$

şeklinde elde edilir. Eğer bu koşulsuz dördüncü moment m_4 tarafından ifade edilirse, bu ilişkiyi elde etmek için koşulsuz beklenen değeri alınır ve

$$m_4 = 3\alpha_0^2 + \frac{6\alpha_0^2\alpha_1}{1 - \alpha_1} + 3\alpha_1^2 m_4$$

$$m_4 = \frac{3\alpha_0^2(1 + \alpha_1)}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)} \quad (69)$$

olarak bulunur. Eğer $\alpha_1 > 0$ ise, bu sonuçtan, $m_4 > 3\sigma^4 = 3\alpha_0^2 / (1 - \alpha_1)^2$ çıkartılabilir ve y_t dördüncü momentine bağımlı olacaktır (Davidson, Mackinnon, 2004). Dördüncü momentin sonlu olabilmesi için, $3\alpha_1^2 < 1$ koşulunun sağlanması gerekmektedir.

$\alpha_1 \geq 1$ olduğunda ise, modelde sonsuz varyans oluşacaktır. Varyansın (ikinci moment) sonlu olabilmesi için ise gerekli koşul, α_1 parametresinin $0 \leq \alpha_1 < 1$ aralığı içinde yer almasıdır.

2.1.5. ARCH Etkilerinin Belirlenmesine Yönelik Test

Zaman serilerinde otoregresif koşullu değişen varyans etkilerinin bulunup bulunmadığının belirlenmesine yönelik olarak geliştirilen özel test Engle (1982) tarafından geliştirilmiştir. Ancak ARCH, modeli iteratif bir tahmin süreci olduğu için, modelin ARCH etkisi içerip içermediği tahminden önce test edilerek karar verilebilir. ARCH LM testi olarak da bilinen bu test, modelin hata terimlerinde ARCH etkilerinin bulunup bulunmadığını araştıran bir Lagrange Çarpanı (LM) testidir.

Değişen varyansın özel bir şekli olan ARCH etkilerinin araştırılmasının nedeni, birçok finansal zaman serilerinde gözlemlenen ve ihmal edilmesi halinde tahminlerin etkinliğinin azalmasına neden olan cari hata terimi ile yakın geçmişe ait hata terimlerinin daha önceki dönemlere ait hata terimlerinden daha çok birbiri ile ilişkili olması durumunun dikkate alınması gereğidir (Mazıbaşı, 2004).

2.1.5.1. ARCH – LM Testi

ARCH etkisini tespit etmede en çok kullanılan test LM testidir. LM testi türetilmesi kolay ve iyi sonuçlar verdiği için tercih edilmektedir. Birinci sıra ARCH dağılımının testi, artık kareler arasındaki birinci sıra otokorelasyon sürecine dayanmaktadır ve q gecikme içeren duruma kolayca genişletilebilmektedir. Kalıntılar üzerindeki ARCH testinin amacı, modeldeki değişen varyans hatalarının varlığını test etmektir. Standart hatalar, modelde parametreler ile birlikte aşağı sapsmalı olacaktır (Cromwell, Labys, Terraza, 1994).

LM testi üç adımdan oluşmaktadır:

1. Adım: Seçilen $y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \dots + \beta_q y_{t-p} + \varepsilon$ zaman serisi modeli en küçük kareler (EKK) yöntemiyle tahmin edilir. Modele ait hatalar hesaplanarak, hataların kareleri olan ε_t^2 'ler elde edilir. Hataların kareleri için, p gecikmeli AR(p) modeli kurularak yardımcı regresyon denklemi oluşturulur:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + u_t \quad (73)$$

2. Adım: (73) nolu yardımcı regresyon denklemi parametrelerine anlamlılık testi uygulanır ve

$$H_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p$$

$$H_a = \text{En az biri } \alpha_i \neq 0 \quad i=1, 2, \dots, p$$

sıfır hipotezinde ARCH etkisi olmayacak şekilde test hipotezleri oluşturulur. Yardımcı regresyondan bulunan çoklu determinasyon katsayısı (R^2) yardımı ile test istatistiği de,

$$LM = (T-p)R^2 \quad (74)$$

olarak bulunur. Burada T, gözlem değeri; p ise gecikme uzunluğudur.

3. Adım: LM istatistiği, boş hipotez altında asimptotik olarak p serbestlik dereceli χ_q^2 dağılımına sahiptir. LM test istatistiği hesaplanarak, p serbestlik dereceli χ_q^2 dağılımının tablo değeri ile karşılaştırılarak hipotez hakkında karar verilir.

Eğer, $LM = (T-p)R^2 > \chi_q^2$ ise H_0 hipotezi reddedilecek ve böylece otokorelasyonlu olduğu anlaşılan en küçük kareler artıklarının kareleri, modelde ARCH etkisinin varlığını ortaya çıkaracaktır.

2.2. GARCH Modeli

Engle (1982) tarafından ileri sürülen ARCH sürecinde, koşulsuz varyans ile hata terimlerinin geçmiş değerlerinin bir fonksiyonu olan ve zaman göre değişen koşullu varyans arasındaki fark gösterilmiştir. ARCH sürecinde koşullu varyans için uzun gecikmeler istenmiş olup, koşullu varyansı negatif yapacak parametre tahminlerinden kaçınılmış ve sabit gecikme yapısı tercih edilmiştir. ARCH modeli ne kadar basit olsa da, genellikle volatilité sürecini açıklamak için çok fazla parametreye ihtiyaç duyar. Uygulamada çok fazla gecikme sayısının negatif parametrelere yol açtığı görülmüştür. Bu nedenle Bollerslev (1986), hem daha fazla geçmiş bilgiye dayanan hem de daha esnek bir gecikme yapısına sahip olan ARCH modelini genişleterek, Genelleştirilmiş ARCH (GARCH) modelini önermiştir. GARCH modellerinde t dönemdeki koşullu varyans yalnız hata terimlerinin geçmiş değerlerine bağlı değil, aynı zamanda geçmişteki koşullu varyanslara da bağlıdır. Hata terimlerinin varyansı, hem kendi geçmiş değerlerinden hem de koşullu varyans değerlerinden etkilenir.

GARCH modelinde, koşullu varyans ARMA sürecine benzer bir şekilde modellenmiştir ve bu şekliyle çoğu durumda daha az sayıda parametre içermektedir. Hata karelerinin gecikme uzunluğu q ve otoregresif kısmının gecikme uzunluğu da p ile ifade edildiğinde genel bir GARCH(p, q) modeli elde edilir (Bollerslev, 1987).

2.2.1. GARCH Modeli Özellikleri ve Varsayımları

Bollerslev tarafından, ARCH modeline bir alternatif olarak değil de, ARCH modelinin eksiklerini gidermeyi amaçlayarak geliştirilen GARCH(p,q) modelinde

$\sigma_v^2 = 1$ ve ortalaması sıfır olmak üzere hata süreci $\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t}$ şeklinde gösterilmiştir (Enders, 2003). Genel bir GARCH(p,q) süreci,

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

olmak üzere,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \beta_p h_{t-p}$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (75)$$

ile ifade edilir (Bollerslev, 1986). Ayrıca, $\varepsilon_t = y_t - x_t v$ denklemi ile modellenecektir. Buna göre h_t , kendi gecikmeli değerleri ve artıkların gecikmeli değerinin bir fonksiyonu olan koşullu varyansı; ε_t en küçük karelerden elde edilen stokastik süreci; ψ_t ise t dönemine ait bilgi setini; x_t açıklayıcı değişkenler vektörünü; v ise parametre vektörünü ifade etmektedir.

Koşulsuz modele ait varyans ise,

$$\frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{i=1}^p \beta_i} \quad (76)$$

olmaktadır. Koşulsuz ortalama ve varyans GARCH sürecinde sabit iken, koşullu ortalama ve varyans zaman bağlıdır (Akgiray, 1989).

Ayrıca GARCH süreci, (75)te yer alan denklem, $\alpha(L) = \alpha_1 L + \dots + \alpha_q L^q$ ve $\beta(L) = \beta_1 L + \dots + \beta_p L^p$ olmak üzere, aşağıdaki şekilde de,

$$h_t = \alpha_0(L) \varepsilon_t^2 + \beta(L) h_t \quad (77)$$

ifade edilebilir. Yukarıda belirtilen GARCH (p,q) sürecine ait durağanlık koşulunun sağlanabilmesi için $1 - \beta(z) = 0$ ' in tüm kökleri birim çemberin (-1,+1) dışında olmalıdır. Buna göre (77) nolu eşitlik yeniden

$$\begin{aligned} h_t &= \frac{\alpha_0}{1 - \beta(1)} + \frac{\alpha(L)}{1 - \beta(L)} \varepsilon_t^2 \\ &= \alpha_0^* + \sum_{i=1}^{\infty} \delta_i \varepsilon_{t-i}^2 \end{aligned} \quad (78)$$

olarak da gösterilebilir. Burada $\alpha_0^* = \alpha_0 / (1 - \beta(1))$ ve δ_i 'ler $\alpha(L)[1 - \beta(L)]^{-1}$ 'in çözümünden elde edilir (Bera, Lee, 1993).

GARCH sürecinin en önemli özelliği, y_t değişkenine ait artıkların koşullu varyansının, ARMA süreci özelliği göstermesidir. Bu nedenle, ARMA modelinden elde edilen artıkların GARCH karakteristik özelliklerini taşımaları beklenir. Eğer uygun model kullanılmış ise y_t değişkenine ait artıkların otokorelasyon (ACF) ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları (PACF), artıkların beyaz gürültü sürecine sahip olduklarına işaret edecektir. Buna göre hata karelerinin otokorelasyon fonksiyonu GARCH sürecinin sırasının belirlenmesine yardımcı olacaktır (Enders, 2003). Çünkü $h_t = E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-i}^2)$ eşitliği geçerli olduğundan, (75) 'te yer alan denklem,

$$E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-i}^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$$

ε_t^2 değerlerinin ARMA(p, q) modeli gibi yeniden yazılabilir (Kutlar, 2005).

Yüksek volatilitte sergileyen bir zaman serisi değişkeni, koşullu ortalama ve koşullu varyans kullanılarak, süreç için yeni bir tanımlama ile oluşturulabilir:

$$y_t = E(y_t | y_{t-1}) + \varepsilon_t$$

$$h_t = E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}^2)$$

Koşullu ortalama ve koşullu varyansı yeniden düzenleyerek yazacak olursak,

$$\begin{aligned}
\varepsilon_t &= y_t - E(y_t | y_{t-1}) \\
E(\varepsilon_t^2) - E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}^2) &= \varepsilon_t^2 - h_t \\
&= \sigma^2 - h_t \equiv v_t
\end{aligned} \tag{79}$$

bulunur (Gökçe, 2001).

v_t 'nin GARCH modeline eklenmesi ile

$$\begin{aligned}
\varepsilon_t^2 &= h_t + v_t \\
&= \alpha_0 + \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \beta_i) \varepsilon_{t-i}^2 - \sum_{i=1}^p \beta_i (\varepsilon_{t-i}^2 - h_{t-i}) + v_t \\
&= \alpha_0 + \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \beta_i) \varepsilon_{t-i}^2 - \sum_{i=1}^p \beta_i v_{t-i} + v_t
\end{aligned} \tag{80}$$

elde edilir. Burada $m = \max(p, q)$ olarak tanımlanmakta, $i > p$ için $\alpha_i = 0$, $i > q$ ve $\beta_i = 0$ olmaktadır. Çünkü $E(v_t | \psi_{t-1} = 0)$ 'dir ve v_t , korelasyonsuz ve sıfır ortalamalıdır. Bu nedenle, ε_t^2 , ARMA(m,p) sürecine sahiptir. $\alpha_i + \beta_i$ ile otoregresif bölüm verilmişken, β_i parametresi ile hareketli ortalama bölümü temsil edilmiştir (Bera, Lee, 1993). ε_t^2 'nin kovaryans durağanlığa sahip olabilmesi için, v_t 'nin sonlu varyanslı, karakteristik denkleminin köklerinin mutlak değer olarak birden büyük olması gerekmektedir. Koşulsuz varyansı ise;

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i \right)} \tag{81}$$

olarak ifade edilir (Zivot, 2009).

GARCH sınıfı modellerin tanımlamaları tıpkı ARIMA modelleri gibi otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları kullanılarak sınanabilir. Buna göre

sonlu dördüncü momente sahip olan GARCH(p,q) modelinde ε_t^2 için kovaryans fonksiyonu,

$$\gamma_n = \gamma_{-n} = Cov(\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-n}^2) \quad (82)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. (79) ve (80) denklemlerinden,

$$\begin{aligned} \gamma_n &= \sum_{i=1}^q \alpha_i \gamma_{n-i} + \sum_{i=1}^p \beta_i \gamma_{n-i} \\ &= \sum_{i=1}^m \varphi_i \gamma_{n-i} \quad n \geq p+1 \end{aligned} \quad (83)$$

elde edilen eşitlikte,

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \alpha_i + \beta_i & i = 1, \dots, q \\ \alpha_i &\equiv 0 & i > q \\ \beta_i &\equiv 0 & i > p \end{aligned} \quad (84)$$

olmak üzere, otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho_n = \gamma_n \gamma_0^{-1} = \sum_{i=1}^m \varphi_i \rho_{n-i} \quad n \geq p+1 \quad (85)$$

olarak oluşturulur. Böylece ε_t^2 'nin ilk p. dereceden otokorelasyonu doğrudan doğruya $\alpha_1, \dots, \alpha_q$ ve β_1, \dots, β_p parametrelerine bağlıdır. Bu sonuç, ARMA(p,q) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu ile benzeşmektedir (Bollerslev, 1986).

$p=0$ ve $q=1$ durumunda genel model, birinci sıra ARCH modeline dönüşecektir ve GARCH(0,1) şeklinde simgeleneyecektir. Bu durumda tüm β_i parametreleri sıfıra eşit olacak ve GARCH(p, q) modeli ARCH(q) modeli ile aynı olacaktır. Burada GARCH modelinin kullanımı ile elde edilen fayda açıktır: Eğer kullanılan ARCH(q) modeli yüksek sıra gecikme içeriyorsa, GARCH(p,q) modeli

belirlenme ve tahmin aşamasında daha fazla kolaylığa sebep olacaktır (Enders, 2003). $p = q = 0$ olduğunda ise, saf hata terimi sürecine dönüşür. Modeldeki p ve q gecikme uzunlukları AIC ve SCI kriterleri kullanılarak belirlenebilir.

2.2.2. GARCH Modeli Kısıtları

ARCH modelinde yer alan parametrelere ait kısıtlamaların benzerleri GARCH modelinde de yer almaktadır. Parametreler için yer alan kısıtlamalar,

$$p \geq 0, \quad q > 0,$$

$$\alpha_0 > 0, \quad \alpha_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, q$$

$$\beta_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, p$$

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1,$$

$$E(\varepsilon_t) = 0,$$

$$\text{var}(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{i=1}^p \beta_i}$$

$$\text{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0 \quad t \neq s \quad (86)$$

olarak sıralanabilir (Bollerslev, 1987). GARCH sürecinde, koşullu varyansın parametreleri pozitif olmalıdır ve varyans sonlu olmalıdır. Koşullu varyans denkleminde ait parametre değerlerinin toplamının birden küçük olması gerekliliğini ifade eden koşul, modele ait sonlu varyansın elde edilebilmesi için önem taşımaktadır (Greene, 1993).

2.2.3. GARCH Süreci İzleyen Bir Değişkenin Olabilirlik Fonksiyonu

Eğer y_t , $y_t = E\{y_t | x_t\} + \varepsilon_t$ eşitliği ile tanımlanmakta ise, GARCH regresyon modeli,

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-q}, h_{t-1}, h_{t-2}, \dots, h_{t-p}, \alpha, \beta)$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t \nu \quad (87)$$

ile ifade edilir. $s_t = (1, \varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2, h_{t-1}, h_{t-2}, \dots, h_{t-p})$ ve $w' = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q, \beta_1, \dots, \beta_p)$ olarak tanımlanırsa, (77) eşitliği,

$$h_t = s_t w \quad (88)$$

şeklinde yeniden düzenlenir (Özbey, 2005). Burada w' , $(1+q+p) \times 1$ boyutlu varyans denkleminin parametre vektörüdür. T örnek büyüklüğü kullanılarak, GARCH(p,q) modelinin log olabilirlik fonksiyonu

$$L_t(\theta) = \sum_{t=1}^T l_t(\theta)$$

$$l_t(\theta) = -\frac{1}{2} \ln h_t - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \quad (89)$$

olarak yazılabilir. Bu model sadece kısmen belirlidir ve bu nedenle hesaplanabilir değildir. Bu modeli tam olarak belirlemek için, başlangıçta h_t ve ε_t^2 mutlaka tanımlanmalıdır (McCullough, 1999). Log olabilirlik fonksiyonunun, koşullu varyans parametrelerine göre kısmi türevi,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln l_t}{\partial w} &= -\frac{1}{2} \frac{1}{h_t} \frac{\partial h_t}{\partial w} + \frac{1}{2} \frac{\partial h_t}{\partial w} \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} \\ &= \frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial w} \left[\frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} - 1 \right] \end{aligned} \quad (90)$$

2.türevi ise,

$$\frac{\partial^2 \ln l_t}{\partial w \partial w'} = -\frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial w} \frac{\partial h_t}{\partial w'} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \right) + \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial w'} \left(\frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial w} \right) \quad (91)$$

olarak bulunur. Burada ikinci terimin beklenen değeri sıfır olduğundan dolayı, bilgi matrisi sadece ilk terim ile tahmin edilir. Log olabilirlik fonksiyonunun koşullu ortalamasının parametrelerine göre kısmi türevi,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln l_t}{\partial v} &= -\frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial v} + \frac{x_t' \varepsilon_t}{h_t} + \frac{1}{2} \frac{\partial h_t}{\partial v} \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} \\ &= \frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial v} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) + \frac{\varepsilon_t x_t'}{h_t} \end{aligned} \quad (92)$$

ve 2.türevi,

$$\frac{\partial^2 \ln l_t}{\partial v \partial v'} = -\frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial v} \frac{\partial h_t}{\partial v'} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \right) - \frac{2\varepsilon_t x_t'}{h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial v} + \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial v'} \left(\frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial v} \right) - \frac{x_t' x_t}{h_t} \quad (93)$$

dir ve ARCH modelinde bulunan türev ile (93)' te yer alan türev arasındaki tek fark ise, otoregresif kısmın türeve dahil edilmiş olmasıdır (Bollerslev, 1987).

2.2.4. GARCH(1, 1) Süreci

Uygulamada finansal varlık fiyatlarını modelleme ve volatilitenin tahmini için en çok kullanılan model GARCH (1, 1) modelidir. GARCH (1, 1) modelinde hata ve volatilité değerleri için sadece bir dönem önceki gecikme düzeyleri kullanılmaktadır. İyi varyans tahminleri bulabilmek için birden fazla gecikme gerekli olabilir (Engle, 2001).

GARCH (1,1) süreci,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (94)$$

şeklinde yazılabilir ve bu tahmin yalnızca üç bilinmeyen parametreye sahiptir. Varyansın negatif olmaması için, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$ ve $\beta_1 \geq 0$ kısıtlarının gerçekleşmesi gerekir. Durağanlık koşulu ise,

$$\alpha_1 + \beta_1 < 1 \quad (95)$$

olmalıdır (Verbeek, 2004). $E_{t-1}(\varepsilon_t^2) = \sigma_t^2$, den dolayı, GARCH(1,1) süreci yeniden,

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 \beta_1) \varepsilon_{t-1}^2 + u_t - \beta_1 u_{t-1} \quad (96)$$

olarak yazılabilir. Hata kareleri ARMA(1,1) sürecini takip etmektedir ($u_t = \varepsilon_t^2 - E_{t-1}(\varepsilon_t^2)$) (Zivot, 2009).

y_t serisi için koşulsuz varyans σ^2 ise, (94)'ün koşulsuz beklentisi alınarak,

$$\sigma^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \sigma^2 + \beta_1 \sigma^2$$

ve denklem σ^2 için çözülrse

$$\sigma^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1} \quad (97)$$

olarak bulunur. Bu koşulsuz varyansın pozitif olması için, $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ olması zorunludur ve $\alpha_0 > 0$ olması beklenir. Daha büyük $\hat{\beta}_1$ tahmini ile $\hat{\alpha}_1$ tahmini genellikle pozitif ve küçük; katsayılar toplamı, $\hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1$, 0,9 ile 1 değerleri arasında olmaktadır. Bu parametre değerleri, zamanla değişen volatilitenin sürekli yüksek olduğunu ifade eder (Davidson, Mackinnon, 2004). Modelin koşulsuz varyansı aynı zamanda, sürece ait koşulsuz ikinci momente eşittir.

GARCH(1,1) sürecinin ilk dört koşullu momenti,

$$E(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}) = 0$$

$$E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}^2) = h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} > 0$$

$$E(\varepsilon_t^3 | \varepsilon_{t-1}^3) = 0$$

$$E(\varepsilon_t^4 | \varepsilon_{t-1}^4) = \kappa h_t^2 = 3\alpha_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 + \beta_1^2 < 1 \quad (98)$$

denklemleri ile elde edilir ve burada sürecin ikinci ve dördüncü momenti sonlu olarak bulunacaktır. Burada κ basıklık-diklik katsayısını temsil etmektedir. Buradan basıklık-diklik sayısı,

$$\begin{aligned} \kappa &= \left[E(\varepsilon_t^4) - 3E(\varepsilon_t^2)^2 \right] E(\varepsilon_t^2)^{-2} \\ &= 6\alpha_1^2 (1 - \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1 - 3\alpha_1^2)^{-1} > 0 \end{aligned} \quad (99)$$

olarak bulunacaktır (Gökçe, 1998).

2.2.5. GARCH Etkilerinin Belirlenmesine Yönelik Test

Belirlenen ekonometrik modelde GARCH etkisinin varlığı öncelikle hipotezler yardımıyla test edilmelidir. Engle' in koşullu varyansın tespitinde kullandığı ARCH testinde verilen LM testi, GARCH modelinde de bazı küçük değışirliklerle benzerlikler gösterir.

İlk olarak y_t serisine en uygun ortalama denklemi tahmin edilir ve tahmin edilen modelin hatalarının kareleri bulunur. Daha sonra bulunan hata terimlerinin karelerinin varyansı

$$\sigma^2 = \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 / T \quad (100)$$

formülü yardımıyla hesaplanır. T, kalıntı değęerlerinin sayısını ifade etmektedir.

Artık kareler ve örneklem varyansı kullanılarak, örneklem otokorelasyon katsayıları elde edilir ve korelogram çizilir. Otokorelasyon katsayısı

$$\rho_i = \frac{\sum_{t=i+1}^T (\varepsilon_t^2 - \sigma^2)(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma^2)}{\sum_{t=1}^T (\varepsilon_t^2 - \sigma^2)^2} \quad (101)$$

ile hesaplanır (Kutlar, 2005).

Sıfırdan anlamlı derecede sıfırdan farklı bir değer olarak ρ_i 'nin değeri GARCH hatalarının göstergesidir. Anlamlılık sıralamasında Ljung-Box Q istatistiği kullanılabilir.

$$MQ(p) = T(T+2) \sum_{i=1}^p \frac{\rho_i^2}{T-p} \quad (102)$$

Hesaplanan test istatistiği p serbestlik derecesiyle χ^2 dağılımına uyar ε_i^2 değerleri arasında korelasyon yoktur şeklinde sıfır hipotezinin reddi, ARCH veya GARCH hata terimlerinin olmadığı sıfır hipotezinin reddi ile eşdeğerdir (Kutlar, 2005).

GARCH için LM testi

$$H_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_q$$

$$H_1 = \text{En az bir } \alpha_i > 0, \beta_i > 0 \quad (i=1,2,\dots,p \text{ ve } i=1,2,\dots,q) \quad (103)$$

olmak üzere LM testinin serbestlik derecesi $p + q$ 'dur. Test istatistiği, $T.R^2, \chi_{p+q}^2$ tablo değeri ile karşılaştırılır. $T.R^2$ büyük ise, GARCH hatalarının olmadığı veya β değerlerinin sıfır olduğu anlamına gelen sıfır hipotezi reddedilir. Eğer $T.R^2$ küçük ise, herhangi bir GARCH etkisinin olmadığı sonucuna ulaşılır.

3. BÖLÜM

DİĞER KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ

Klasik ekonometrik modellerdeki sabit varyans varsayımının pek çok iktisadi ve finansal zaman serisinde geçerli olmadığı görülmüşü üzerine orijinal ARCH tekniğinin kullanılmaya başlanması ile birlikte, zaman içinde de modelin birçok uzantısı elde edilmiştir. Bu bölümde diğer koşullu varyans modelleri tanıtılacaktır.

3.1. IGARCH Modeli

GARCH koşullu modelleme çerçevesinde, koşullu volatilitenin son derece kalıcı olduğuna dair bir kanıt üretir. $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1$ koşulu; sonlu varyans, ortalama ve otokovaryans ile sabit zamandan dolayı, zayıf durağan GARCH sürecini belirtir. Ancak bu koşul, otokorelasyon karşısında zayıf durağanlık için yeterli değildir. GARCH(p,q) süreci ;

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_i \sum_{i=1}^q \varepsilon_{t-i}^2 + \beta_i \sum_{i=1}^p h_{t-i}$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} v_t$$

durağan olduğunda, koşulsuz varyansı

$$V(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{i=1}^p \beta_i}$$

olarak daha önce bulmuştuk. (SAS/ETS User's Guide, <http://www.tau.ac.il/cc/pages/docs/sas8/ets/chap8/sect22.htm>)

GARCH(p,q) modelinin AR polinomunda birim kökün bulunması durumunda,

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i = 1 \quad (104)$$

Engle ve Bollerslev'in(1986) makalesinde isimlendirilen ve Nelson(1990) tarafından katkı sağlanan Tümlşik GARCH (IGARCH: Integrated GARCH) modeli elde edilir. IGARCH modelleri, birim köklü GARCH modelleridir. ARIMA modellerine benzer şekilde, IGARCH modellerinin anahtar özelliği, karesi alınmış şokların etkisinin kalıcı olmasıdır (Tsay, 2005).

GARCH(p,q) sürecinin bütünleşmiş süreç olabilmesi için gerekli koşul $\alpha_i + \beta_i = 1$ olacaktır. Bu tip modellerde k dönem ileriye yönelik koşullu varyans daima h_{t+1} 'e bağımlı olacaktır.

Bu IGARCH modeli için koşulsuz varyans bulunmamaktadır. Sonuç olarak bu metodoloji durağan model dönüşümü için, sonsuz bir ikinci moment ile veri üretme süreci önermektedir ve bu şokların volatilité üzerinde kalıcı bir etkisi vardır. Bu varsayımın ciddi bir etkisi vardır, o da; koşullu varyans tahmin edildiğinde güncel bilgiler yerinde kalır. Ancak ilginç olan şey bu model, güçlü durağan olabilmesine rağmen, zayıf durağan değildir (Starica, Herzel, Nord, 2006).

Bir IGARCH(1,1) modeli

$$h_t = \alpha_0 + (1 - \beta_1)\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad 1) \beta > 0 \quad (105)$$

ya da $h_{t-1} = Lh_t$ olmak üzere

$$h_t = \alpha_0 + (1 - \beta_1)\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 Lh_t \quad (106)$$

yazılabilir. (106) h_t için çözümlerse,

$$h_t = \alpha_0 / (1 - \beta_1) + (1 - \beta_1) \sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^i \varepsilon_{t-1-i}^2 \quad (107)$$

elde edilir. Parametre tahminleri daha önce belirtilen GARCH(1,1)'inkine yakındır (Enders, 2003). $\alpha_0 = 0$ olduğunda, koşullu varyans martingale olarak adlandırılır. Doğrusal modellerde $\alpha > 0$ ve $\alpha_0 = 0$ ile birlikte IGARCH(1,1) modeli, sapmasız ve rassal yürüyüşe benzer gibi görünmektedir. $\alpha_0 = 0$ durumunda tüm volatilité öngörüléri,

$\sigma_h^2(1)$ 'dir (Nelson, 1991) ve varyansta bütünleşmenin mertebesi d ' dir. Model tahmin aşamasında, parametrelerin negatif olmama ve istikrar koşullarında bir değişiklik öngörmemektedir.

IGARCH sürecinin geçerli olduğu durumda modelin koşulsuz varyansının sonsuz olacağı açıktır. Modelin bu özelliği Nelson'a göre sabit içeren tesadüfi yürüyüş modeline benzemektedir.

3.2. EGARCH Modeli

Hisse senedi piyasalarında gelecekteki getirilerin beklenmedik artış ve ya azalışları dalgalanma üzerinde asimetrik değişimlere yol açmaktadır. Bu değişimleri yalnız büyüklük olarak ölçmek yeterli değildir ve aynı zamanda yönünün de belirlenmesi gerekir. GARCH modeli kalıntıların simetrik dağılıma sahip olduğu varsayımıyla kurulduklarından negatif veya pozitif yöndeki asimetriyi saptayamayacaktır. Ayrıca GARCH modeli, pek çok parametre kısıtı taşır ki, bu kısıtlamalar tahmin edilen parametreler tarafından çoğu kere ihlal edilir. Üstelik koşullu varyans üzerindeki şokların kalıcı olup olmadığını tespit etmek de GARCH modeli ile oldukça güçtür. Oysa hisse senedi piyasalarında dalgalanmayı ölçmek amacıyla yapılan çalışmalarda temel sorun, şokların koşullu varyans üzerinde ne kadar süre ile kalıcı olduğunun belirlenmesidir (Yolsal, 1999).

Koşullu varyansın negatif olmama zorunluluğunu sağlamak amacıyla, Nelson(1991) tarafından koşullu varyansın tanımlanmasında yeni bir matematiksel fonksiyon kullanılmış ve GARCH modellerine ait üç eleştiri tanıtılmıştır: İlk olarak zamanın her noktasında pozitif varyans sağlamak için, parametre kısıtları gerekmektedir. İkinci olarak, standart GARCH modeli şoklara karşı asimetrik bir tepkiye izin vermemekte ve son olarak, eğer model bir IGARCH ise, sürekliliği ölçmek zordur; çünkü bu model güçlü ama zayıf durağan değildir (Terasvirta, 2009). Bu eleştirileri ortadan kaldıran, ARMA(p,q) modellerinin kısıtlanmış hali olan ve volatilité üzerindeki şokların etkisini asimetrik olarak göstermek için elde edilen bu yeni model Üssel GARCH (EGARCH: Exponential GARCH) olarak adlandırılmaktadır.

Negatif olmama zorunluluğunu koşullu varyans için logaritmik dönüşüm kullanılan EGARCH modeli,

$$g(z_t) = \phi z_t + \psi [|z_t| - E|z_t|]$$

$$z_t = \varepsilon_t / \sqrt{h_t} \quad (108)$$

olmak üzere,

$$\ln h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(z_{t-i}) + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln h_{t-i} \quad (109)$$

ifade edilmektedir. z_t , ortalaması sıfır varyansı bir olan standardize edilmiş tesadüfi bir değişkeni simgelemektedir. Koşullu varyanstaki pozitiflik parametrelerde negatif olmama koşulunun varlığı aranmaksızın sağlanabilmektedir. Koşullu varyans parametreleri için eşitsizlik kısıtlamalarına ihtiyaç duyulmamaktadır (Terasvirta, 2009). (109)'da yer alan denklem 1. derece EGARCH modeli olarak aşağıdaki şekilde de yazılabilir:

$$\log h_t = \phi_0 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \beta \log h_{t-1} + \alpha \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{h_{t-1}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] \quad (110)$$

ϕ_0 parametresi ile, kaldıraç etkisi yakalanabilir. Bir kaldıraç etkisi üretmek için, ϕ 'nin negatif olması gerekmektedir. Eğer $\phi = 0$ ise; olumlu bir şok ($\varepsilon_{t-1} > 0$) volatilité üzerinde, negatif bir şok ($\varepsilon_{t-1} < 0$) gibi aynı etkiye sahiptir (Schmitt, 1996). $\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}} > 0$ ise, şokların koşullu varyansın logaritması üzerindeki etkisi ($\phi_0 + \alpha$) iken; $\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}} < 0$ ise, şokların koşullu varyansın logaritması üzerindeki etkisi ($\phi_0 - \alpha$) olmaktadır (Enders, 2003).

$\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}$ ifadesinin varlığı nedeniyle, $\phi_0 \neq 0$ olduğu sürece EGARCH modeli

asimetriktir. $\phi_0 < 0$ olması durumunda asimetrik hareketlerin modellenmesine izin verilir ve pozitif şoklar negatif şoklara oranla daha az volatilitéye neden olurlar. Ayrıca model, iyi ve kötü haberlerin volatilité üzerinde farklı etkileri olmasına izin vermektedir. Modelin durağanlık koşulu, ARMA modelleri ile aynıdır (Ünal, 2005).

z_t 'nin normallik varsayımı altında, EGARCH modelinin log olabilirlik fonksiyonu

$$L_t = c - (1/2) \sum_{t=1}^T \ln h_t - (1/2) \sum_{t=1}^T (\varepsilon_t^2 / h_t) \quad (111)$$

ile birlikte

$$\ln h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \{ \alpha_i z_{t-i} + \psi (|z_{t-i}| - E|z_t|) \} + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln h_{t-i} \quad (112)$$

şeklindedir. $\beta = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q, \psi_1, \dots, \psi_q, \beta_1, \dots, \beta_p)$ olarak ifade edilir. EGARCH modeli parametrelerinin kısmi türevi alınırsa

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^T \frac{\partial L_t}{\partial \beta} &= (1/2) \sum_{t=1}^T \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial \ln h_t}{\partial \beta} \\ \frac{\partial \ln h_t}{\partial \beta} &= x_{\beta t} - (1/2) \sum_{i=1}^q \{ \alpha_i z_{t-i} + \psi |z_{t-i}| \} \frac{\partial \ln h_{t-i}}{\partial \beta} + \sum_{i=1}^p \beta_i \frac{\partial \ln h_{t-i}}{\partial \beta} \end{aligned} \quad (113)$$

elde edilir. $x_{\beta t} = (1, z_{t-1}, \dots, z_{t-q}, |z_{t-1}| - E|z_t|, \dots, |z_{t-q}| - E|z_t|)$ (Hans Malmsten, 2004).

EGARCH etkilerinin belirlenmesine yönelik LM test istatistiği kullanılmaktadır. LM test istatistik değeri,

$$T \cdot \frac{SSR_0^* - SSR_1^*}{SSR_0^*} \quad (114)$$

ile hesaplanır.

SSR_0^* : Parametre tahmininden sonra elde edilen standardize hata terimlerinin karelerinin toplamıdır.

SSR_1^* : $(\widehat{\varepsilon}_t^2 / \widehat{h}_{t-1})$ bağımlı değişken, $\partial \ln \widehat{h}_t / \partial \beta$ ve \widehat{v}_t bağımsız değişkenler olarak alındığında elde edilen hata terimlerinin kareleri toplamıdır.

Bu test 2r serbestlik dereceli χ^2 dağılımına uymaktadır. Normallik varsayımı geçerli olmadığında, bu dağılım teorisi de geçerli olmamaktadır (Kıran, 2006).

3.3. ARCH-M Modeli

Hisse senedi piyasalarında, senedin beklenen getirisi üzerinde koşullu değişen varyansların etkisini doğrudan doğruya ölçebilen model Engle, Lien ve Robbins (1987) tarafından geliştirilmiştir. ARCH modelinin bir uzantısı olarak geliştirilen bu model ortalamada ARCH (ARCH-M: ARCH-in Mean) olarak adlandırılmaktadır.

ARCH-M modeli risk ve zaman serisinin en iyi tahmini arasında bir bağlantı sağlar. ARMA-ARCH modelleri için böyle bir ilişki yoktur. Örneğin, y_t serisinin ARCH(q) hataları ile birlikte AR(1) süreci olduğunu varsayalım. Bu durumda ε_t , ARCH(q) olacak şekilde $y_t = ay_{t-1} + \varepsilon_t$ 'dir. $h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \varepsilon_{t-i}^2$ ve t-1 dönemindeki bilgi seti ψ_{t-1} olmak üzere; $\varepsilon_t, \varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$ dağılımına sahiptir. t-1 döneminde, y_t serisini tahmin etmek istediğimizi varsayarsak, koşullu ortalama

$$\mu_t = E[y_t | \psi_{t-1}] = ay_{t-1} \quad (115)$$

şeklinindedir. Bu yüzden, beklenen gelecek değeri riske bağlı değildir (<http://pages.stern.nyu.edu/~churvich/Forecasting/Handouts/ARCH-M.pdf>, s.1)

ARCH-M modelinde hisse senedinin normalin üstündeki getirisi y_t , risk primi μ_t , etkin bir pazarda ex-ante (planlanan) ve ex-post (gerçekleşen) getiri oranı arasındaki öngörülemeyen fark ε_t olmak üzere

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (116)$$

Şeklinde elde edilir. Beklenen normalin üstündeki getiri ise risk primine eşit olmaktadır ($E(y_t) = \mu$). Risk primi ε_t 'nin koşullu varyansının artan bir fonksiyonu olarak yazılabilir. ε_t 'nin koşullu varyansı h_t^2 iken, risk primi

$$\mu_t = \beta + \gamma h_t, \quad \gamma > 0 \quad (117)$$

olarak hesaplanır. Formülde varyans yerine standart sapmanın kullanılış nedeni, varyanstaki değişmelerin ortalama üzerine oransal olarak daha az yansıdığı varsayılmasıdır (Engle, Lilien, Robbins, 1987).

Genelde varlık piyasalarına uygulanan ve finansal serinin ortalaması kendisinin koşullu varyansına bağlı olan bu model genel olarak,

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(\beta x_t + \gamma h_t, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + v_t$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t \beta \quad (118)$$

ile ifade edilir. Bu modelin orijinal ARCH modelinden en önemli ve en belirgin farkı, koşullu varyansın, koşullu ortalama fonksiyonundaki açıklayıcı değişkenler kümesinin içinde yer almasıdır. Koşullu varyans denklemindeki parametreler için negatif olmama kısıtı ve durağanlık koşulları ARCH modelindeki gibidir ve geçerliliğini korumaktadır (Gökçe, 1998). $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$ ise, ARCH-M modeli sabit risk primi öngördüğünden bozulacaktır. ARCH-M parametreleri, en çok olabilirlik metodu ile hesaplanabilir (<http://pages.stern.nyu.edu/~churvich/Forecasting/Handouts/ARCH-M.pdf>).

3.4. GARCH-M ve EGARCH-M Modeli

Volatilitenin koşullu ortalama üzerine etkilerini daha iyi tanımlamak için Tim Bollerslev'in 1987 makalesi ile literatüre kazandırılan Ortalamada GARCH modeli (GARCH-M: GARCH in Mean), ARCH-M modeli genişletilerek GARCH modellerine uyarlanmıştır.

GARCH-M yaklaşımı, getiri süreci için denklemini genişleterek beklenen getiri üzerinde beklenen volatilitenin olası bir sistematik geri besleme etkisini göz önüne almayı mümkün kılar (Çiçek, Öztürk, 2007).

Koşullu varyansın geliştirilmiş halinin koşullu ortalama fonksiyonuna katılarak elde edilen genel GARCH-M modeli,

$$y_t | \mathcal{H}_{t-1} \sim N(x_t \beta + \delta h_t, h_t^2)$$

$$y_t = x_t \beta + \delta h_t + \varepsilon_t \quad (119)$$

koşullu ortalama modeli olmak üzere

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i h_{t-i} \quad (120)$$

şeklinde tanımlanır (Bollerslev, 1986). Bu modelde δ parametresi, risk primi parametresidir. δ 'nin pozitif olması, getirinin kendi geçmiş volatilitesiyle pozitif ilişkili olduğunu ifade etmektedir. Koşullu varyans denkleminde yine parametrelerin pozitif olması ve toplamının bir olması koşulu sağlanmalıdır. Tahmin için uygun yöntem yine en çok olabilirlik yöntemidir ve modelin durağanlık koşullarında bir değişiklik olmamaktadır.

Parametrelerin pozitiflikle ilgili kısıtlarını, haberlerin etkisiyle dalgalanmada oluşabilecek artı ve ya eksi yöndeki işaret değişikliklerini ve şokların ısrarlı olup olmadığını saptama özelliklerinden yararlanılmak üzere EGARCH modeli, ortalamadaki üssel GARCH (EGARCH-M: Exponential GARCH in Mean) modeline dönüştürülebilir (Yolsal, 1999).

EGARCH-M modeli tahminleri için, genelleştirilmiş denklem seti aşağıdaki gibidir:

R_t : t dönemdeki hisse bedeli getiri logaritması

h_t^2 : t dönemdeki koşullu varyans

ε_t : hata terimi

$$\mu = E(\varepsilon_t | h_t)$$

olmak üzere

$$R_t = \beta R_{t-1} + \gamma h_t^2 + \varepsilon_t$$

$$h_t^2 = V(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = E(\varepsilon_t^2 | \Omega_{t-1})$$

$$\log h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha(\varepsilon_{t-i}/h_{t-i}) + \sum_{i=1}^q \alpha(\varepsilon_{t-i}/h_{t-i} | -\mu) + \sum_{i=1}^p \phi \log h_{t-i}^2 \quad (121)$$

$u = \varepsilon_t/h_t$ için μ yoğunluk fonksiyonuna bağlıdır. Eğer, $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ ise, $\mu = (2/\pi)^{1/2}$ olmaktadır. GARCH-M modelinin aksine, EGARCH-M modeli her zaman pozitif koşullu varyans verir (Koulakiotis, Papasyriopoulos, Molyneux, 2006).

3.5. TARARCH Modeli

Olumlu ve olumsuz şokların volatilité üzerindeki etkisi farklı olan ve volatilitéde asimetrikliği dikkate alan eşik değerli ARCH modeli (TARARCH: Threshold ARCH) Glosten, Jagannathan ve Runkle (1993) tarafından önerilmiştir.

TARARCH modelinin koşullu varyansı genel olarak,

$$h_t = w + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{k=1}^r \gamma_k \varepsilon_{t-k}^2 I_{t-k}^- \quad (122)$$

$$I_{t-k}^- = \begin{cases} 1 & \varepsilon_t < 0 \\ 0 & \varepsilon_t \geq 0 \end{cases}$$

ile ifade edilir. ε_t ; sıfır ortalamalı ve birim varyanslı hata terimleridir. TARARCH modelinde, iyi haberler ($\varepsilon_{t-i} > 0$) ile kötü haberlerin ($\varepsilon_{t-i} < 0$) koşullu varyans üzerindeki etkileri farklıdır. Kaldıraç etkisini ifade eden γ_k parametresi sıfırdan farklı ($\gamma_k \neq 0$) ise, haber etkisinin asimetrik olduğunu ifade eder. Tüm k değerleri için $\gamma_k = 0$ olduğunda TARARCH modeli, GARCH modeli ile eşdeğerdir (Mapa, 2004). Seride beklenmeyen bir yükselme iyi haber olarak algılanır ve modelde koşullu varyans α_i ile etkilenir. Beklenmedik bir düşüş ise kötü haber olarak algılanır ve $\alpha_i + \gamma_k$ ile koşullu varyans etkilenir (Chen, Lian, 2005). Volatilitéde asimetrikliği dikkate alması, bu modelin en önemli özelliğidir.

TARARCH(1,1) modeli ise,

$$r_t = \mu + \alpha r_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = z_t + \sigma_t$$

$$h_t = w + \beta h_{t-1} + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1} \quad (123)$$

olarak ifade edilir. Burada ki kısıtlar ise aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} d_t &= 1 & \varepsilon_{t-1} < 0 \\ d_t &= 0 & \varepsilon_{t-1} \geq 0 \end{aligned}$$

(123)'te yer alan formülasyonda $\gamma \neq 0$ ise, asimetrikliği ifade ederken; $\gamma > 0$ ise, kaldıraç etkisinden bahsedilebilir. Eğer kaldıraç etkisi var ve $\alpha + \beta + (\gamma/2)$ değeri 1'den küçük ise, koşullu varyans durağandır (Yoon, Lee, 2008). $\gamma = 0$ için TARARCH modeli, standart GARCH(1,1) modelini içermektedir.

3.6. TGARCH Modeli

Eşiksel koşullu varyansı irdelemeye yönelik ve pozitif şoklarla negatif şokların etkisinin simetrik olmadığını dikkate alarak kaldıraç etkisini hesaba katan diğer GARCH modeli, eşiksel GARCH (TGARCH: Threshold GARCH) Zakoian (1994) tarafından önerilmiştir. TGARCH modelinde, koşullu varyans bir işaret fonksiyon olup, farklı yönlerde ve büyüklüklerde yapıyı modellemede kullanılabilir. Bu durumda yeni değişkenin katsayısının istatistiksel olarak anlamlı olması durumunda, koşullu varyanstaki ARCH etkisi ortaya çıkmış olur (Kızılsu, Aksoy, Kasap, 2001).

TGARCH modelini,

$$S_{t-i} = \begin{cases} 1 & \varepsilon_{t-i} < 0 \text{ ise} \\ 0 & \varepsilon_{t-i} \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

olmak üzere,

$$h_t = w + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i S_{t-i} \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (124)$$

ile ifade ederiz. $\varepsilon_{t-i} = 0$ eşik değerinin altındaki ve ya üstündeki şoklara bağlı olarak, ε_{t-i}^2 koşullu varyans üzerinde farklı etkilere sahiptir: ε_{t-i} pozitif ise, olumlu haberlerin etkisi $\alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$ tarafından; ε_{t-i} negatif ise, olumsuz haberin etkisi $(\alpha_i + \gamma_i) \varepsilon_{t-i}^2$ tarafından verilmektedir (Zivot,). $\gamma_i > 0$ ise olumsuz haberin volatilité üzerindeki etkisinin olumlu haberin etkisinden daha fazla olacağını yani i 'nci düzeyden kaldıraç etkisinin olduğu söylenir. Diğer taraftan, $\gamma_i = 0$ ise, bu yeni haberlerin volatilité üzerindeki etkisinin asimetrik olmadığı anlamına gelir ve bu durumda TGARCH modeli GARCH modeline eşit olacaktır. Ayrıca TGARCH modelinde, kaldıraç etkisi kuadratikken, EGARCH da ise üsteldir (Özden, 2008).

3.7. PARCH Modeli

Klasik modellerdeki zaman serisi verilerinin mutlak değeri veya karesini almak yerine, verilerin dönüşümünün verinin kaçınıcı kuvveti ile olduğunu analiz etmek için Ding, Granger ve Engle (1993) tarafından ARCH sınıfı modellerin devamı niteliğinde olan üslü ARCH (PARCH: Power ARCH) modeli önerilmiştir.

PARCH modeli genel olarak,

$$\sigma_t^d = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| + \gamma_i \varepsilon_{t-i})^d + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^d \quad (125)$$

ile ifade edilmektedir. Burada, α_i ve β_j standart GARCH parametreleri, γ_i kaldıraç parametresi ve d kuvvet parametresidir (Telatar, Binay, 2002). PARCH modelinde, standart sapmanın üs parametresi olan d modele empoze edilmek yerine model içerisinde tahmin edilebilmektedir. Simetrik PARCH modelinde asimetri parametresi olan γ , tüm i değerleri için $\gamma = 0$ 'dır.

4. BÖLÜM

İSTANBUL MENKUL KIYMETLER BORSASI ENDEKSLERİ İÇİN KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS ETKİLERİ

İMKB hisse senetleri piyasası endeksleri, borsada işlem gören hisse senetlerinin fiyat ve getirilerinin bütünsel ve sektörel bazda performanslarının ölçülmesi amacı ile oluşturulan endekslerdir.

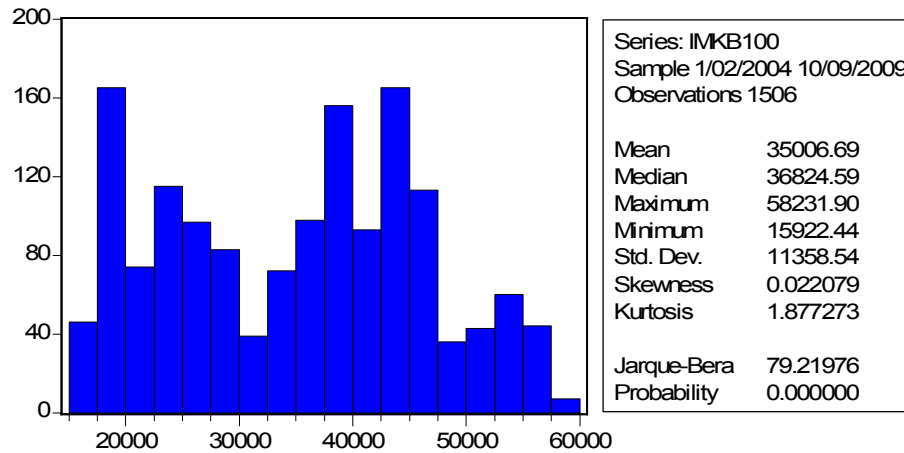
Bu bölümde, koşullu değişen varyans modelleri İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Endeksleri verilerine uygulanarak modellenecektir. Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası web sitesinde, istatistiki veriler linkinde yayınlanan İMKB Ulusal 100 Endeks, Ulusal Mali Endeks ve Ulusal Sınai Endeks değerleri bu çalışmanın uygulamasında kullanılan veri setini oluşturmaktadır. Analizlerin bilgisayar ortamında gerçekleştirilmesinde EViews 5 paket programı kullanılmıştır.

4.1. İMKB 100 Ulusal Endeksi

01.02.2004 - 09.10.2009 Döneminde İstanbul Menkul Kıymetler Borsasının işlem gördüğü hafta sonları ve tatil günleri haricinde kalan 1506 gün için dikkate alınan İMKB 100 Ulusal Endeksinin günlük kapanış değerleri veri seti olarak alınmıştır.

Öncelikle İMKB100 endeksinin tanımlayıcı istatistikleri tablo 1’de verilmiştir.

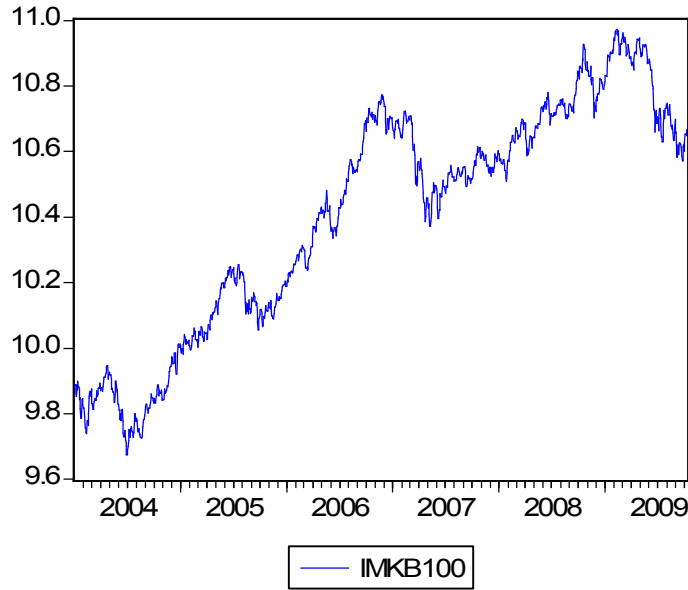
Tablo 1: İMKB 100 Ulusal Endekse Ait Tanımlayıcı İstatistikler



Tablo 1’de sunulan istatistiki özelliklere ait gözlemler şöyle sıralanabilir; Basıklık değeri 1.877273 olarak; çarpıklık değeri belirtilen dönem için 0.022079 olarak bulunmuş ve dağılımın sağa çarpık bir yapıya sahip olduğu belirlenmiştir. Serinin normal dağılım içerip içermediği Jarque-Bera testi kullanılarak sınanmıştır. Hesaplanan Jarque-Bera istatistik değerine göre örnek dönemde normal dağılımın olduğunu iddia eden sıfır hipotezi, serinin Jarque-Bera olasılık değerinin sıfır bulunmasından dolayı reddedilmiştir. Dolayısı ile İMKB 100 serisi normal dağılıma sahip değildir ve uygulanan logaritmik dönüşüm sonucunda seri normal dağılıma yaklaşmıştır.

. Çalışmanın bundan sonraki bölümünde, İMKB100 değişkeni, İMKB Ulusal endeksi kapanış fiyatının logaritmasını göstermektedir. ($\ln(\text{İMKB100}_t/\text{İMKB100}_{t-1})$)

Çalışmada kullanılan veri seti zaman serisi olduğundan ele alındıkları dönem içerisinde durağan olup olmadıklarının incelenmesi gerekmektedir. Grafik 1’de serinin grafiği incelendiğinde ilk göze çarpan trendin varlığıdır.



Grafik 1: İMKB100 Serisine Ait Zaman Yolu Grafiği

Grafik 1’den serinin belirli bir ortalama etrafında salınmadığı söylenebilir. Bu durum serinin durağan olmadığı hakkında bilgi vermektedir. Serinin durağanlığını araştırmak için Şekil 1’de çizilen korelogram da incelenebilir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.998	0.998	1503.2	0.000
		2	0.996	-0.018	3001.5	0.000
		3	0.994	-0.005	4494.8	0.000
		4	0.992	0.026	5983.4	0.000
		5	0.990	-0.020	7467.0	0.000
		6	0.988	0.020	8946.1	0.000
		7	0.987	0.012	10421.	0.000
		8	0.985	0.031	11891.	0.000
		9	0.983	-0.011	13357.	0.000
		10	0.981	0.020	14819.	0.000
		11	0.980	0.029	16278.	0.000
		12	0.978	-0.015	17733.	0.000
		13	0.977	-0.015	19184.	0.000
		14	0.975	-0.004	20630.	0.000
		15	0.973	-0.057	22073.	0.000
		16	0.971	-0.036	23510.	0.000
		17	0.969	-0.017	24941.	0.000
		18	0.967	-0.003	26368.	0.000
		19	0.965	0.045	27790.	0.000
		20	0.963	-0.009	29207.	0.000

Çizelge 1: İMKB100 Serisine Ait Korelogram

Şekil 1’de otokorelasyon (ACF) katsayılarının çok yüksek değerler aldığı ve gecikme sayısındaki artışla birlikte çok yavaş bir şekilde azaldığı, kısmi otokorelasyon (PACF) katsayılarının ise birinci gecikmeden sonra hızla sifıra yaklaştığı görülmektedir. Bu durumda serinin durağan bir yapı göstermediği görülmektedir. Buna rağmen serilerin durağanlığının incelenmesinde birim kök testlerinin kullanılması serilerin durağanlığı hakkında fikir sahibi olunmasında daha faydalı olmaktadır. İMKB100 serisinin birim kök içerip içermediği ADF ve PP testleri kullanılarak incelenmiştir. ADF ve PP test istatistiklerine ait hipotezler

$$H_0 : \gamma = 0$$

$$H_1 : \gamma < 0 \quad (126)$$

olarak kurulmaktadır. Sıfır hipotezi serinin durağan olmadığını, alternatif hipotez ise serinin durağan olduğunu göstermektedir. Buna göre, durağanlığı araştırılan seri için ADF ve PP testleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir:

Tablo 2: İMKB100 Serisinin Düzey Değerlerine Ait ADF Test Sonuçları

Modeller	Hesaplanan t İstatistiği	t-Tablo Değerleri		Olasılık Değeri
		%1	%5	
Sabit Terimli	-1.418541	-3.434488	-3.964153	0.5745
Sabit Terimli ve Trendli	-1.613523	-2.863255	-3.412799	0.7876

Tablo 3: İMKB100 Serisinin Düzey Değerlerine Ait PP Test Sonuçları

Modeller	Hesaplanan t İstatistiği	t-Tablo Değerleri		
		%1	%5	Olasılık Değ.
Sabit Terimli	-1.419134	-3.434488	-2.863255	0.5742
Sabit Terimli ve Trendli	-1.673966	-3.964153	-3.412799	0.7625

Bütün modeller için hesaplanan t değerleri, t tablo değerlerinden küçük olduğu için sıfır hipotezi reddedilemez. Yani İMKB100 serisi durağan değildir. Bu durumda serinin 1.farkı alınarak birim kök testleri yapılmış ve Tablo 4 – 5'te birinci farkı alınmış seri için uygulanmış olan birim kök testlerinin sonuçlarını gösterilmiştir.

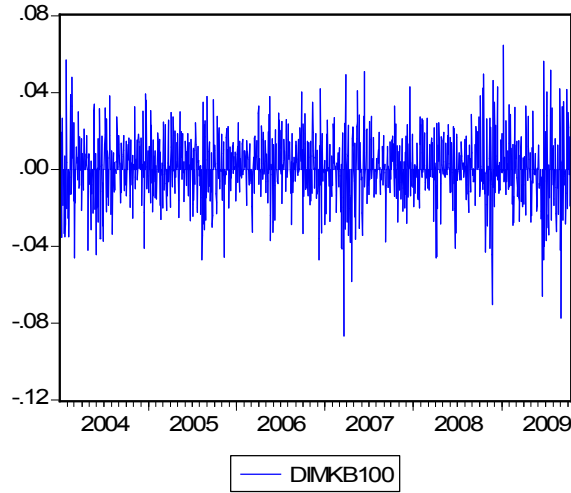
Tablo 4: İMKB100 Serisinin 1. Farkına Ait ADF Test Sonuçları

Modeller	Hesaplanan t İstatistiği	t-Tablo Değerleri		
		%1	%5	Olasılık Değ.
Trendsiz ve Sabit terimsiz	-36.33878	-2.566500	-1.941034	0.0000

Tablo 5: İMKB100 Serisinin 1. Farkına Ait PP Test Sonuçları

Model	Hesaplanan t İstatistiği	t-Tablo Değerleri		
		%1	%5	Olasılık Değ.
Trendsiz ve Sabit terimsiz	-36.26373	-2.566500	-1.941034	0.0000

Uygulanan testlerin sonucunda, sıfır hipotezi reddedilerek serinin birinci farkı alındığında serinin durağanlaştığı gözlemlenmektedir. Serinin birinci farkı alınarak grafiğini ve korelogramı tekrar incelediğimizde de otokorelasyon(ACF) ve kısmi korelasyon (PACF) katsayılarının çoğunluğu güven aralığının içinde kalmaktadır.



Grafik 2: İMKB100 Serisinin 1.Farkına Ait Zaman Yolu Grafiği

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.064	0.064	6.1986	0.013
		2	0.020	0.016	6.7814	0.034
		3	-0.057	-0.059	11.620	0.009
		4	-0.019	-0.012	12.177	0.016
		5	-0.013	-0.009	12.428	0.029
		6	-0.011	-0.012	12.600	0.050
		7	-0.007	-0.007	12.672	0.081
		8	-0.024	-0.024	13.547	0.094
		9	-0.039	-0.037	15.809	0.071
		10	-0.030	-0.026	17.211	0.070
		11	0.014	0.016	17.514	0.094
		12	-0.019	-0.025	18.050	0.114
		13	0.012	0.009	18.264	0.148
		14	0.038	0.037	20.421	0.117
		15	0.030	0.021	21.752	0.114
		16	0.032	0.027	23.328	0.105
		17	-0.002	-0.004	23.335	0.139
		18	-0.008	-0.008	23.440	0.174
		19	0.014	0.019	23.733	0.207
		20	0.015	0.015	24.073	0.239

Çizelge 2: İmkb100 Serisinin 1. Farkına Ait Korelogram

4.1.2. Model Belirleme

Birinci farkı alındıktan sonra durağan hale gelen İMKB100 serisi kullanılarak serinin yapısına en uygun modelin belirlenmesi gerekmektedir. Serinin yapısına en uygun model, farklı derecedeki ARMA modelleri denenerek belirlenmeye çalışılacaktır.

Farkı alınarak durağan hale getirilen zaman serisinin korelogramına bakılarak serinin MA(q), AR(p) veya ARMA(p,q) süreçlerinden hangisine uyduğu tespit edilmektedir. AR kısmının mertebesi anlamlı kısmi otokorelasyon, MA kısmının mertebesi ise anlamlı otokorelasyon katsayılarının sayısı ile belirlenmektedir. Bu fonksiyonlarda yer alan tepe noktaları bu sürece ait modellerin mertebesini göstermektedir (Göktaş, 2005). Dolayısıyla, DİMKB100 serisinin otokorelasyon fonksiyonu (ACF) ve kısmi korelasyon fonksiyonu (PACF) kullanılarak oluşturulan korelogram incelendiğinde; otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarında 1. ve 3. gecikmelerdeki tepe noktaları dikkat çekmektedir. Buna göre, aşağıda verilen tablodan alternatif model tahminlerinin incelenerek karar verilmesi daha sağlıklı olacaktır.

Tablo 6: DİMKB100 Serisi Uygun Model Seçim Sonuçları

Modeller	DİMKB100			
	R ²	AIC	SIC	LO
ARIMA(1,1,1)	0.004171	-5.522382	-5.511779	4155.831
ARIMA(1,1,3)	0.07190	-5.525418	-5.514815	4158.115
ARIMA(3,1,3)	0.010577	-5.527502	-5.516887	4154.154
ARIMA(3,1,1)	0.007254	-5.524149	-5.513534	4151.636

Tablo 6’da verilen DİMKB100 zaman serisi için tahmin edilen alternatif modellere ilişkin sonuçlar; (i) parametrelerin anlamlı olması, (ii) determinasyon katsayısının yüksek olması, (iii) AIC ve SIC bilgi kriterlerinin mümkün olduğunca düşük olması, (iv) Log olabilirlik oranının mümkün olduğunca yüksek olması, (v) modelin F-istatistiğinin anlamlı olması kriterlerine göre değerlendirildiğinde ARIMA(1,1,3) ve ARIMA(3,1,3) modelleri uygun modeller olarak belirlenmiştir. Modellerin uygunluğunu sınamak için modelin ürettiği artıkların beyaz gürültü özelliği taşıyıp taşımadığı aşağıda verilen tablolarla kontrol edilmelidir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.001	-0.001	0.0018	
		2	0.019	0.019	0.5299	
		3	0.001	0.001	0.5324	0.466
		4	-0.017	-0.017	0.9631	0.618
		5	-0.011	-0.011	1.1508	0.765
		6	-0.014	-0.013	1.4326	0.839
		7	-0.006	-0.005	1.4834	0.915
		8	-0.021	-0.021	2.1372	0.907
		9	-0.037	-0.038	4.2478	0.751
		10	-0.028	-0.028	5.4763	0.706
		11	0.021	0.022	6.1476	0.725
		12	-0.022	-0.022	6.8829	0.736
		13	0.014	0.011	7.1744	0.785
		14	0.039	0.037	9.4285	0.666
		15	0.024	0.022	10.278	0.671
		16	0.032	0.030	11.881	0.616
		17	-0.005	-0.007	11.921	0.685
		18	-0.007	-0.010	12.003	0.744
		19	0.017	0.018	12.467	0.771
		20	0.015	0.018	12.815	0.802

Çizelge 3: DİMKB100 ARIMA(1,1,3) Modelinin Artıklarına Ait Korelogram

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.065	0.065	6.3870	
		2	0.022	0.018	7.1334	
		3	-0.042	-0.045	9.7980	0.002
		4	-0.021	-0.016	10.467	0.005
		5	-0.017	-0.013	10.889	0.012
		6	-0.024	-0.023	11.737	0.019
		7	-0.006	-0.004	11.790	0.038
		8	-0.020	-0.020	12.409	0.053
		9	-0.027	-0.027	13.525	0.060
		10	-0.029	-0.026	14.783	0.064
		11	0.011	0.013	14.974	0.092
		12	-0.029	-0.034	16.287	0.092
		13	0.013	0.013	16.555	0.122
		14	0.046	0.044	19.736	0.072
		15	0.039	0.029	22.045	0.055
		16	0.031	0.024	23.507	0.053
		17	-0.010	-0.012	23.648	0.071
		18	-0.016	-0.015	24.054	0.088
		19	0.018	0.024	24.524	0.106
		20	0.019	0.019	25.063	0.123

Çizelge 4: DİMKB100 ARIMA(3,1,3) Modelinin Artıklarına Ait Korelogram

Hata terimlerinin korelogramı incelendiğinde otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarının çoğunluğu %95 güven aralığının içinde kaldığı görülmektedir. Bu sonuç modellerin uygun olduğuna ait bilgilerimizi doğrulamaktadır. Elde edilen iki modelden en uygunu ile çalışabilmek için öngörü istatistiklerinin karşılaştırılması gerekir. Öngörü değerlerinin elde edildiği modellerde; (i) Theil eşitsizlik katsayıları ARIMA(1,1,3)'de 0.967360 ve ARIMA(3,1,3)' te 0.904522, (ii) ortalama mutlak yüzde hatası ARIMA(1,1,3)'te 74.79386 ve ARIMA(3,1,3)'te 85.72787, (iii) ortalama mutlak hata her iki modelde de %1 civarında bulunmuştur. Model seçimi; Akaike bilgi ve Schwarz kriterleri ile Theil eşitsizlik katsayısı düşük olan ARIMA(3,1,3) modelinden yana olmuştur.

Tablo 7: DİMKB100 ARIMA(3,1,3) Modeline Ait Tahmin Sonuçları

Değişken	Katsayı	Std. Hata	t-istatistik	P
C	0.000505	0.000392	1.285557	0.1988
AR(3)	-0.905678	0.042028	-21.54952	0.0000
MA(3)	0.902036	0.043436	20.76695	0.0000
R^2	0.010577	Bağımlı Değişkenin Ort.		0.000506
Düzeltilmiş R^2	0.009257	Bağımlı Değ.St.Hatası		0.015313
Regresyonun St.Hatası	0.015242	Akaike Bilgi Kriteri		-5.527502
Artık Kareler Toplamı	0.348255	Schwarz Kriteri		-5.516887
Log Ençok Olabilirlik	4154.154	F-İstatistik		8.012198
Durbin-Watson İst.	1.867318	Olasılık(F-istatistiği)		0.000346

DİMkb100 serisi için Tablo 7’de yer alan en küçük kareler sonuçlarına göre tahmin edilen model sabit dışındaki parametrelerin anlamlılığı ve diğer değerlendirme kriterleri yönünden başarılıdır. Çünkü tahmin edilen parametreler istatistiksel olarak anlamlıdır.

Zaman serisi modelinde varlığından şüphelenilen koşullu değişen varyansın en belirgin bir şekilde ortaya konabilmesi için bölüm 2.1.5’te açıklanan Engle’nin ARCH testinin uygulanması gerekmektedir. Aşağıda farklı gecikmeler ele alınarak ana model kalıntıları üzerine yapılan ARCH-LM test istatistik değerleri yer almaktadır.

Tablo 8: DİMkb100 Serisine Ait ARCH-LM Test İstatistikleri**ARCH TESTİ DİMKB100 X^2 Değerleri**

LM(1)	11.81921	3.841
LM(2)	13.41314	5.991
LM(4)	15.67015	9.488
LM(12)	87.97504	21.026
LM(24)	119.6143	36.415
LM(36)	148.9171	50.998

Tablo 8 incelendiğinde, bütün gecikmelerde LM istatistiği %95 güven düzeyinde anlamlı olduğu için boş hipotez reddedilmiştir ve modele ait artıkların güçlü bir ARCH etkisi içerdiğine karar verilmiştir. Bu nedenle zaman serisi farklı ARCH modelleri ile tahmin edilmelidir.

4.1.3. İMKB100 Endeksi İçin Koşullu Değişen Varyans Modelleri

Koşullu varyans modellerinde, modelin sırasının belirlenmesinde temel amaç parametre tutumluluğudur. Genellikle ARCH-GARCH testleri 1 veya 2. derece için uygulanarak, modelde ARCH-GARCH etkisinin varlığı sınanmaktadır. Bu nedenle aşağıdaki tablolarda sadece birinci sıra modellere ait tahmin değerleri verilmiştir.

Tablo 9: DİMkb00 Serisi İçin ARCH(1) Model Sonuçları

Bağımlı Değişken: DIMKB100				
Metod: ML – ARCH				
Gözlem Sayısı: 1502				
	Katsayı	St. Hata	z-ist.	P
C	0.000724	0.000386	1.874010	0.0609
AR(3)	-0.904031	0.036715	-24.62296	0.0000
MA(3)	0.900251	0.037203	24.19854	0.0000
Varyans Denklemleri				
C	0.000202	5.71E-06	35.34132	0.0000
ARCH(1)	0.137438	0.024189	5.681743	0.0000

1.sıra ARCH modeli DİMkb100 serisine,

$$R_t | \psi_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + v_t$$

$$\varepsilon_t = R_t - x_t \beta \quad (127)$$

denklemler seti ile uygulanır. Hatırlanacağı gibi $\alpha_0 > 0$ ve $\alpha_1 \geq 0$ şeklinde olması gereken kısıtlar, tablo 9'da $0.000202 > 0$ ve $0.137438 \geq 0$ olarak sağlanmıştır.

Alternatif modellerin kurulmasına GARCH(1,1) modeliyle aşağıda devam edilmiştir. Gecikmeli koşullu varyansın modele girmesine izin verilen GARCH(1,1) modeli DİMkb100 serisine,

$$R_t | \psi_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t)$$

$$\begin{aligned}
h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 h_{t-1} + v_t \\
\varepsilon_t &= R_t - x_t \beta
\end{aligned}
\tag{128}$$

denklem seti ile uygulanır.

Tablo 10: DLNİmkb00 Serisi İçin GARCH(1,1) Model Sonuçları

Bağımlı Değişken: DIMKB100
Metod: ML - ARCH
Gözlem Sayısı: 1502 after adjustments

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	P
C	0.001102	0.000327	3.372450	0.0007
AR(3)	0.578005	0.211675	2.730632	0.0063
MA(3)	-0.637722	0.196817	-3.240176	0.0012
Varyans Denklemi				
C	8.37E-06	1.74E-06	4.799003	0.0000
ARCH(1)	0.053365	0.006459	8.262453	0.0000
GARCH(1)	0.910032	0.011078	82.14528	0.0000

GARCH(1,1) modeli için hesaplanan sabit değer, α_1 ve γ_1 parametreleri anlamlıdır. GARCH(1,1) modeli için gerekli olan kısıtlar: (i) $\alpha_1 \geq 0$, (ii) $\gamma_1 \leq 1$, (iii) $\gamma_1 + \alpha_1 < 1$ tablo 10'da sağlanmıştır. Elde edilen model ise,

$$R_t = 0.001102 + 0.578005 \text{ Dİmkb100}_{t-3} - 0.637722 \varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$$

$$h_t = 0.000000836 + 0.053365 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.910032 h_{t-1} \tag{129}$$

şeklindedir.

Risk ve zaman serisinin en iyi tahmini arasında bir bağlantı sağlayan ARCH-M modeline ait sonuçlar aşağıdaki tabloda verilmiştir. Finansal serinin ortalaması kendisinin koşullu varyansına bağlı olan ARCH-M(1) modeli Dİmkb100 serisine

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(\beta x_t + \gamma h_t, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + v_t$$

$$\varepsilon_t = r_t - x_t \beta \tag{130}$$

denklem seti ile uygulanır.

Tablo 11: Dİmkb00 Serisi İçin ARCH-M(1,1) Model Sonuçları

Bağımlı Değişken: DIMKB100
 Metod: ML - ARCH
 Gözlem Sayısı: 1502

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	P
@SQRT(GARCH)	-0.251533	0.283959	-0.885807	0.3757
C	0.004484	0.004230	1.060196	0.2891
AR(3)	-0.903923	0.036863	-24.52145	0.0000
MA(3)	0.899824	0.037545	23.96664	0.0000
Varyans Denklemi				
C	0.000201	5.73E-06	35.06172	0.0000
ARCH(1)	0.141373	0.024927	5.671458	0.0000

Elde edilen koşullu varyans denklemini ise,

$$h_t = 0.000201 + 0.141373 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (131)$$

şeklindedir. Koşullu varyans denklemindeki parametreler için negatif olmama kısıtı ve durağanlık koşulları ARCH modelindeki gibidir ve geçerliliğini korumaktadır.

Koşullu varyansın genelleştirilmiş halinin koşullu ortalama fonksiyonuna katılarak elde edilen GARCH-M(1,1) modeli ,

$$\begin{aligned} y_t | \psi_{t-1} &\sim N(x_t \beta + \delta h_t, h_t^2) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \delta_1 h_t + v_t \\ \varepsilon_t &= r_t - x_t \beta \end{aligned} \quad (132)$$

denklem sistemi ile elde edilmiştir.

Tablo 12: DİMkb00 Serisi İçin GARCH-M(1,1) Model Sonuçları

Bağımlı Değişken: DIMKB100

Metod: ML - ARCH

Gözlem Sayısı: 1502

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	P
@SQRT(GARCH)	-0.299350	0.162861	-1.838065	0.0661
C	0.005389	0.002340	2.303368	0.0213
AR(3)	0.621069	0.163331	3.802513	0.0001
MA(3)	-0.687204	0.148824	-4.617552	0.0000
Varyans Denklemleri				
C	8.58E-06	1.78E-06	4.810982	0.0000
ARCH(1)	0.054047	0.006610	8.175936	0.0000
GARCH(-1)	0.908366	0.011341	80.09445	0.0000

δ parametresi, risk primi parametresidir. δ 'nın pozitif olması, getirinin kendi geçmiş volatilitesiyle pozitif ilişkili olduğunu göstermektedir. Bu da, risk artarsa getirininde pozitif yönlü olarak artacağını ifade etmektedir. Koşullu varyans denkleminde parametrelerin pozitif olması koşulu sağlanmıştır ve elde edilen model,

$$h_t = 0.000000858 + 0.054047 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.908366 h_t \quad (133)$$

şeklindedir.

Varyansın iyi ve kötü haberlere verdiği asimetric cevapları modellemek için pozitif varyans tahmini sağlayan EGARCH(1,1) modeli aşağıdaki tabloda verilmiştir. EGARCH(1,1) modeli İmkb100 serisine,

$$R_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$\ln h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(z_{t-i}) + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln h_{t-i}$$

$$\varepsilon_t = R_t - x_t \beta \quad (134)$$

denklemleri ile uygulanır.

Tablo 13: DİMkb100 Serisi İçin EGARCH(1,1) Model Sonuçları

Bağımlı Değişken: DIMKB100

Metod: ML - ARCH

Gözlem Sayısı: 1502

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	P
C	0.000710	0.000353	2.010685	0.0444
AR(3)	-0.918643	0.036133	-25.42370	0.0000
MA(3)	0.913592	0.036890	24.76549	0.0000
Varyans Denklemi				
C	-0.626065	0.094279	-6.640589	0.0000
RES /SQR[GARCH](1)	0.068025	0.014937	4.554162	0.0000
RES/SQR[GARCH](1)	-0.113608	0.012907	-8.802412	0.0000
EGARCH(1)	0.931590	0.010926	85.26154	0.0000

ARMA(p,q) modellerinin kısıtlanmış hali olan ve volatilité üzerindeki şokların etkisini asimetrik olarak göstermek için elde edilen EGARCH modeli aşağıdaki gibidir:

$$R_t = 0.000710 - 0.918643 \text{ DİMkb100}_{t-3} + 0.913592 \varepsilon_{t-3}$$

$$\ln h_t = -0.626065 + 0.931590 \ln h_{t-1} + 0.068025 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}^{1/2}} \right| - 0.113608 \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}^{1/2}} \quad (135)$$

Volatilité ile getiri arasındaki negatif ilişkiyi gösteren γ katsayısı -0.113'lük değeri ile sıfırdan farklı olduğundan asimetrik etkinin varlığı kanıtlanmıştır. $\varepsilon_{t-1} = -1$ iken, 0.181633'lük $(\alpha-\gamma)$ bir değişimle olumsuz haberler piyasaları daha yüksek bir oranda etkilemektedir.

Koşullu değişen varyansın modellenmesinde asimetrik bir etkinin olup olmadığını araştırmada TARARCH modeli kullanılacaktır. TARARCH(1,1) modeli İmkb100 serisine,

$$R_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = w + \beta h_{t-1} + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1}$$

$$\varepsilon_t = z_t - \sigma_t \quad (136)$$

denklem seti ile uygulanır.

Tablo 14: DİMkb00 Serisi İçin TARCH(1,1) Model Sonuçları

Bağımlı Değişken: DIMKB100

Metod: ML - ARCH

Gözlem Sayısı: 1502

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	P
C	0.000745	0.000367	2.027363	0.0426
AR(3)	-0.922292	0.034392	-26.81672	0.0000
MA(3)	0.918096	0.035107	26.15113	0.0000
Varyans Denklemi				
C	1.65E-05	3.07E-06	5.380841	0.0000
ARCH(1)	-0.004707	0.007172	-0.656351	0.5116
ARCH(1)*(RESID(-1)<0)	0.114232	0.016448	6.945025	0.0000
GARCH(-1)	0.873038	0.018474	47.25808	0.0000

Elde edilen TARCH(1,1) modeli,

$$R_t = 0.000745 - 0.922292 \text{ DİMkb100}_{t-3} + 0.918096 \varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$$

$$h_t = 0.000000165 - 0.004707 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.873038 h_{t-1} + 0.114232 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (137)$$

olarak elde edilmiştir. Model negatif şoka karşı $\alpha + \gamma$ katsayılarından oluşan reaksiyon parametresi üretmiştir. Olumsuz gelişmeler yaşandığı durumlara model 0.109525 lik reaksiyon parametresi ile tepki vermektedir.

4.1.4. İMKB100 Endeksi İçin Modelin Belirlenmesi ve Tahmini

Elde edilen modellerin yeterliliği için modeller tarafından üretilen artık otokorelasyonlarının istatistiksel olarak anlamlı olup olmadıkları da incelenmiştir. Tüm modeller için hesaplanan ACF ve PACF' ler incelendiğinde $\alpha = \%5$ anlamlılık düzeyi ve 20 serbestlik derecesi için artıklar arasında doğrusal bağımlılık bulunmamıştır. Bu sonucu kesinleştirmek için ise, standardize artıkların karelerine ilişkin otokorelasyonlar incelenmiştir. Sonuç olarak, doğrusal bağımlılığın olmadığına ve rastgele bir dağılım olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Artıklar beyaz gürültü özelliği gösterdiğinden varyansların doğru modellendiği sonucuna ulaşılmıştır.

Dİmkb100 serisi için en uygun modelin belirlenebilmesi açısından, modellerin istatistiksel özelliklerinin de incelenmesi gerekmektedir. Aşağıdaki tabloda, tahmin edilen modellere ait istatistiksel değer sonuçları bir arada verilmiştir.

Tablo 15: Tahmin Edilen Modellere Ait İstatistiki Sonuçlar

DLNİmkb100	ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCH-M(1)	GARCH-M(1,1)	EGARCH(1,1)	TARCH(1,1)
R ²	0.010370	0.001678	0.009765	0.005598	0.010296	0.010185
F	3.921708	0.502785	2.950437	1.402693	2.592074	2.563903
Akaike	-5.54433	-5.585572	-5.54351	-5.58665	-5.611770	-5.606183
Schwarz	-5.52664	-5.564343	-5.52228	-5.56189	-5.587001	-5.581415
Log.-Ol	4168.794	4200.765	4169.176	4202.577	4221.439	4217.243

Bir koşullu değişen varyans modelinin en uygun model olarak seçilebilmesi için; en küçük AIC değerine sahip olması, parametrelerin anlamlı olması ve parametre kısıt koşullarının sağlanması, varyans denklemi katsayılarının pozitif değerli olması ve bu katsayıların toplamalarının birden küçük olması gerekmektedir. Buna göre en iyi model sıralaması en küçük AIC değeri dikkate alınarak; EGARCH(1,1), GARCH-M(1,1), GARCH(1,1), ARCH(1,1), ARCH-M(1) olarak belirlenmiştir.

En iyi model sıralaması belirlendikten sonra modelin hala koşullu varyanslılık etkisi içerip içermediğinin belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaca uygun olarak, model kalıntılarına tekrar ARCH-LM testi uygulanmıştır ve farklı gecikmelerdeki sonuçlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 16: Tahmin Edilen Modellere Ait ARCH-LM Test İstatistikleri

	EGARCH	GARCH-M	GARCH	ARCH	ARCH-M	X ²
LM(1)	0.310385	1.134382	0.937699	0.208968	0.237754	3.841
LM(2)	0.421344	1.539350	1.455227	1.550056	1.591168	5.991
LM(4)	5.650380	4.481590	4.251384	6.352561	6.228951	9.488
LM(12)	50.18674	43.33829	44.43489	72.15161	71.93056	21.026
LM(24)	73.32074	63.67294	64.03894	103.0010	102.4111	36.415
LM(36)	96.98917	82.29548	83.27329	132.1320	131.7848	50.998

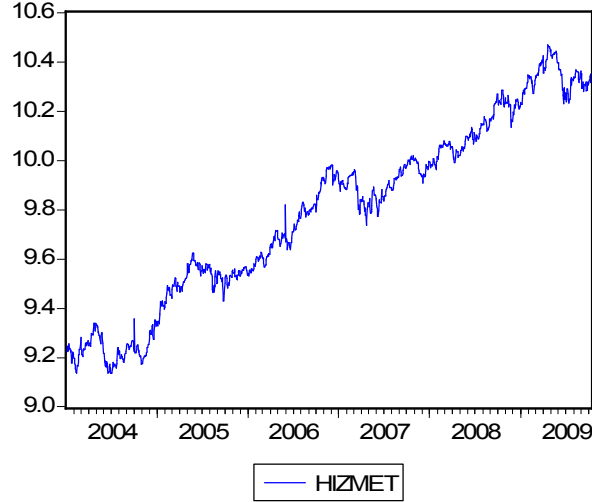
Tablo 16 incelendiğinde, modellere ait artık karelerde otokorelasyon katsayıları anlamlılıklarını kaybetmemektedir. 1, 2, 4, 12, 24 ve 36. sıra için uygulanan ARCH testleri sonucu, test kritik değerleri χ^2 tablo değerinden büyük çıkmış ve her bir gecikmede ARCH etkisinin olmadığını ifade eden boş hipotez reddedilmiştir.

Bu nedenle en uygun modelin belirlenmesindeki kriterler göz önüne alınarak farklı gecikmelerdeki ARCH-GARCH modelleri yeniden test edilmiştir. Ancak en küçük kareler denklemi artıklarında var olan güçlü ARCH yapısı ortadan kaldırılamamıştır. Yani, ARCH etkisinin olmadığını savunan boş hipotez %95 düzeyinde reddedilememiştir. Sonuç olarak, İMKB100 endeksi serisindeki koşullu değişen varyans etkisi ortadan kaldırılamamıştır.

4.2. Ulusal Hizmet Endeksi

Hizmet endeksine ait koşullu değişen varyans modellerinin analiz edilmesinde kullanılacak veri grubu düzenli olarak yayınlanan ve 02.01.2004 tarihinden başlayıp 09.10.2009 tarihinde bitmektedir. Çalışmada kullanılan günlük veriler Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası elektronik veri dağıtım sisteminden alınmıştır. Hizmet değişkeni, İMKB Ulusal Hizmet endeksi kapanış fiyatının logaritmasını göstermektedir.

Çalışmada kullanılan veri seti zaman serisi olduğundan ele alındığı dönem içerisinde durağan olup olmadığının incelenmesi gerekmektedir. Bu nedenle analize ilk önce serinin grafiği incelenerek başlanmıştır.



Grafik 3: Hizmet Serisine Ait Zaman Yolu Grafiği

Grafik 5 incelendiğinde, serinin belirli bir ortalamaya sahip olmadığı söylenebilir. Bu durum serinin durağan olmadığı hakkında bilgi vermektedir. Öncelikle serinin durağanlığını kesin olarak sorgulamak için Çizelge 5’de çizilen 20 gecikmeli korelogram incelenebilir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.998	0.998	1501.8	0.000
		2	0.995	0.036	2998.0	0.000
		3	0.993	0.010	4488.8	0.000
		4	0.991	0.015	5974.3	0.000
		5	0.989	-0.011	7454.3	0.000
		6	0.987	0.005	8929.1	0.000
		7	0.985	0.021	10399.	0.000
		8	0.983	0.013	11864.	0.000
		9	0.981	-0.011	13324.	0.000
		10	0.979	0.010	14779.	0.000
		11	0.977	0.026	16230.	0.000
		12	0.975	-0.009	17676.	0.000
		13	0.974	0.010	19118.	0.000
		14	0.972	-0.004	20555.	0.000
		15	0.970	-0.052	21987.	0.000
		16	0.968	-0.008	23413.	0.000
		17	0.965	-0.010	24835.	0.000
		18	0.963	-0.010	26251.	0.000
		19	0.961	0.016	27662.	0.000
		20	0.959	-0.003	29067.	0.000

Çizelge 5: Hizmet Serisine Ait Korelogram

Çizelge 5 ile verilen Hizmet zaman serisine ait korelogramdan, otokorelasyon (ACF) katsayılarının çok yüksek değerler aldığı ve gecikme sayısındaki artışla birlikte çok yavaş bir şekilde azaldığı, kısmi otokorelasyon (PACF) katsayılarının ise birinci gecikmeden sonra hızla sifira yaklaştığı görülmektedir. Bu durumda serinin durağan bir yapı göstermediği görülmektedir.

Endeksin günlük logaritmik serisinin durağan olup olmadığının araştırılması için ADF ve PP birim kök testleri kullanılmıştır. Durağanlığı araştırılan seri için elde edilen ADF ve PP test istatistikleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 17: Hizmet Serisinin Düzey Değerlerine Ait ADF Test Sonuçları

Modeller	Hesaplanan t	t-Tablo Değerleri		
		İstatistiği	%1	%5
Sabit Terimli	-0.781090	-3.434488	-2.863255	0.8236
Sabit Terimli ve Trendli	-3.855375	-3.964157	-3.412801	0.0141

Tablo18: Hizmet Serisinin Düzey Değerlerine Ait PP Test Sonuçları

Modeller	Hesaplanan t	t-Tablo Değerleri		
		İstatistiği	%1	%5
Sabit Terimli	-0.796337	-3.434488	-2.863255	0.8194
Sabit Terimli ve Trendli	-3.855470	-3.964153	-3.412799	0.0141

Hizmet serisi için birim kök testleri uygulanırken tahmin edilen modeller trendsiz olduğunda, zaman serisi durağan değildir. Yani, hesaplanan t değerleri, t tablo değerlerinden küçük olduğu için sıfır hipotezi reddedilemez. Dolayısıyla zaman serisinin birinci farkı gerekiyorsa ikinci farkının da alınması gerekmektedir. Buna göre, birinci fark alınmış seri için uygulanmış olan birim kök testlerinin sonuçları aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 19: Hizmet Serisinin 1. Farkına Ait ADF Test Sonuçları

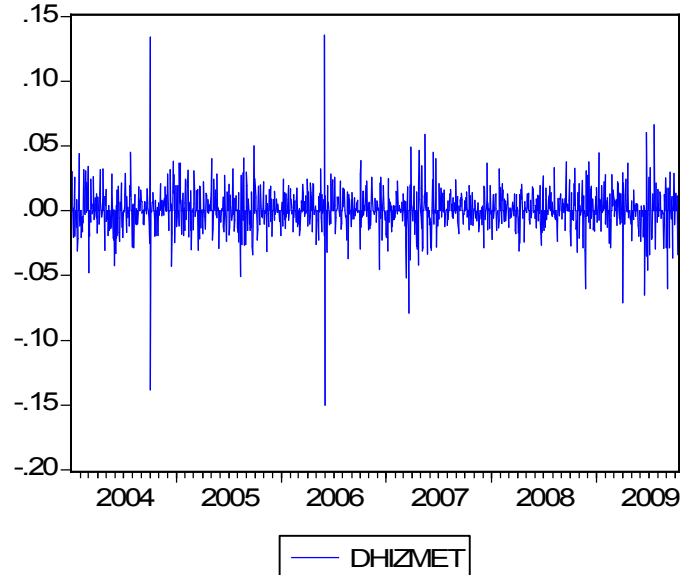
Model	Hesaplanan t	t-Tablo Değerleri		
		İstatistiği	%1	%5
Trendsiz ve Sabit terimsiz	-43.00981	-3.964157	-3.412801	0.0000

Tablo 20: Hizmet Serisinin 1. Farkına Ait PP Test Sonuçları

Model	Hesaplanan t	t-Tablo Değerleri		
		İstatistiği	%1	%5
Trendsiz ve Sabit terimsiz	-43.97129	-3.964157	-3.412801	0.0000

Uygulanan testlerin sonucunda, sıfır hipotezi reddedilerek serinin birinci farkı alındığında serinin durağanlaştığı gözlemlenmektedir.

DHizmet serisinin durağan olduğunu aşağıda yer alan korelogram tablosu ve seri için hazırlanan grafikten görebiliriz.

**Grafik 4: Hizmet Serisinin 1.Farkına Ait Zaman Yolu Grafiği**

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.104	-0.104	16.384	0.000
		2	-0.012	-0.023	16.596	0.000
		3	-0.028	-0.032	17.751	0.000
		4	-0.004	-0.011	17.774	0.001
		5	-0.017	-0.019	18.187	0.003
		6	-0.035	-0.040	20.027	0.003
		7	0.015	0.005	20.348	0.005
		8	-0.019	-0.020	20.875	0.007
		9	-0.024	-0.031	21.753	0.010
		10	-0.031	-0.039	23.248	0.010
		11	0.022	0.011	23.982	0.013
		12	-0.050	-0.052	27.774	0.006
		13	0.027	0.014	28.852	0.007
		14	0.029	0.030	30.174	0.007
		15	-0.011	-0.010	30.357	0.011
		16	0.030	0.028	31.757	0.011
		17	0.005	0.012	31.798	0.016
		18	0.021	0.019	32.456	0.019
		19	0.001	0.010	32.457	0.028
		20	-0.001	0.001	32.460	0.039

Çizelge 6: Hizmet Serisinin 1. Farkına Ait Korelogram

4.2.1. Model Belirleme

Birinci farkı alındıktan sonra durağan hale gelen Hizmet serisi kullanılarak serinin yapısına en uygun modelin belirlenmesi gerekmektedir. Serinin yapısına en uygun model farklı derceler içeren ARMA modelleri denenerak belirlenmeye çalışılacaktır.

Farkı alınarak durağan hale getirilen zaman serisinin korelogramına bakılarak serinin MA(q), AR(p) veya ARMA(p,q) süreçlerinden hangisine uyduğu tespit edilmektedir. DHizmet serisinin otokorelasyon fonksiyonu (ACF) ve kısmi korelasyon fonksiyonu (PACF) kullanılarak oluşturulan korelogram incelendiğinde; otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarında 1. gecikmedeki tepe noktaları dikkat çekmektedir. Aşağıdaki tabloda incelenen ARIMA modelleri ve onlara ait AIC ve SCI değerleri verilmiştir.

Tablo 21: DHizmet Serisi Uygun Model Seçim Sonuçları

MODEL	AIC	SIC
AR(1)	-5.503519	-5.496450
MA(1)	-5.502282	-5.495217
ARIMA(1,1,1)	-5.503100	-5.492497
ARIMA(1,1,2)	-5.502892	-5.492288
ARIMA(2,1,1)	-5.502231	-5.491622
ARIMA(2,1,2)	-5.494284	-5.483675

Tablo 21’de gösterilen ARIMA modellerinden en uygunu, en küçük AIC ve SCI değerine sahip olan AR(1,1) modelidir.

Tablo 22: DHizmet Serisi AR(1,1) Modeline Ait Tahmin Sonuçları

Değişken	Katsayı	St.Hata	t-İstatistik	P
C	0.000716	0.000360	1.987025	0.0471
AR(1)	-0.104583	0.025674	-4.073547	0.0000
R^2	0.010927	Bağımlı Değişken Ort.		0.000712
Düzeltilmiş R^2	0.010269	Bağımlı Değ.St.Hatası		0.015511
Regresyonun St.Hatası	0.015431	Akaike Bilgi Kriteri		-5.503519
Artık Kareler Toplamı	0.357660	Schwarz Kriteri		-5.496450
Log Ençok Olabilirlik	4140.646	F-İstatistik		16.59379
Durbin-Watson İst.	2.001999	Olasılık(F-istatistik)		0.000049

Seçilen modelin en küçük karelere ait tahmin sonuçlarına göre, tahmin edilen model parametrelerinin anlamlılığı ve diğer değerlendirme kriterleri yönünden başarılıdır. Çünkü tahmin edilen parametreler istatistiksel olarak anlamlıdır. Modelin uygunluğunu sınamak için modelin ürettiği artıkların beyaz gürültü özelliği taşıyıp taşımadığı korelogram tablosuyla kontrol edilmelidir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.003	-0.003	0.0102	
		2	-0.026	-0.026	1.0251	0.311
		3	-0.028	-0.028	2.2187	0.330
		4	-0.009	-0.009	2.3292	0.507
		5	-0.021	-0.023	3.0082	0.556
		6	-0.038	-0.039	5.1789	0.394
		7	0.011	0.009	5.3548	0.499
		8	-0.020	-0.023	5.9600	0.544
		9	-0.030	-0.032	7.3075	0.504
		10	-0.032	-0.034	8.8456	0.452
		11	0.015	0.010	9.1885	0.514
		12	-0.047	-0.052	12.482	0.329
		13	0.028	0.025	13.641	0.324
		14	0.034	0.028	15.359	0.285
		15	-0.005	-0.009	15.390	0.352
		16	0.031	0.031	16.812	0.330
		17	0.007	0.008	16.888	0.393
		18	0.022	0.019	17.617	0.413
		19	0.004	0.010	17.643	0.479
		20	0.000	0.002	17.643	0.546

Çizelge 7: ARI (1,1) Modelinin Artıklarına Ait Korelogram

Hata terimlerinin korelogramı incelendiğinde otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlar değerlerinin hepsinin %95 güven düzeyi aralığında kaldığı görülmektedir. Bu sonuç modellerin uygun olduğuna ait bilgilerimizi doğrulamaktadır.

DHizmet serisi için uygun bulunan ARI(1,1) serinin koşullu varyanslılık etkisi içerip içermediğini araştırmak için ARCH-LM testi kullanmıştır. Farklı gecikmeler için elde edilen ARCH-LM test istatistikleri aşağıdaki tabloda sunulmuştur:

Tablo 23: DHizmet Serisine Ait ARCH-LM Test İstatistikleri

ARCH Testi	LM Test İstatistikleri	X^2 Değerleri
LM(1)	251.2117	3.841
LM(2)	297.5586	5.991
LM(4)	309.2010	9.488
LM(12)	311.0519	21.026
LM(24)	316.5085	36.415
LM(36)	322.1462	50.998

Testin uygulandığı bütün gecikmelerde LM istatistiği 0.05 hata payıyla anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla artıkların ARCH/GARCH etkisine sahip olmadığını savunan boş hipotez reddedilmektedir. Ana modelimizin kalıntıları güçlü bir koşullu varyanslılık etkisi içermektedir. Bu nedenle zaman serisi farklı ARCH modelleri ile tahmin edilmelidir.

4.2.3. Hizmet Endeksi İçin Koşullu Değişen Varyans Modelleri

Uzun gecikme dönemlerini içeren modellere göre, p=1 ve q=1 derecelerinde elde edilen tahminler daha iyi sonuçlar verdiği için aşağıdaki tablolarda sadece birinci sıra modellere ait koşullu varyans tahmin değerleri verilmiştir.

Tablo 24: DHizmet Serisi İçin ARCH(1) Model Sonuçları

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	p
C	0.001156	0.000316	3.653871	0.0003
AR(1)	-0.021037	0.020916	-1.005759	0.3145
Varyans Denklemi				
C	0.000162	4.78E-06	33.90451	0.0000
ARCH(1)	0.350298	0.026160	13.39048	0.0000

1.sıra ARCH modeli DHizmet serisine,

$$R_t | \psi_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + v_t$$

$$\varepsilon_t = R_t - x_t \beta \quad (127)$$

denklem seti ile uygulanır. Hatırlanacağı gibi $\alpha_0 > 0$ ve $\alpha_1 \geq 0$ şeklinde olması gereken kısıtlar, tablo x' de sağlanmıştır. elde edilen varyans modeli,

$$h_t = 0.000162 + 0.350298 \varepsilon_{t-1}^2 + v_t \quad (140)$$

şeklindedir.

Gecikmeli koşullu varyansın modele girmesine izin verilen GARCH(1,1) modeli ile alternatif modellerin kurulmasına devam edilmiştir. DHizmet serisine,

$$R_t | \psi_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 h_{t-1} + v_t$$

$$\varepsilon_t = R_t - x_t \beta \quad (128)$$

denklem seti uygulanarak tahmin sonuçlarına ulaşılmıştır.

Tablo 25: DHizmet Serisi İçin GARCH(1,1) Model Sonuçları

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	p
C	0.001253	0.000326	3.839982	0.0001
AR(1)	-0.011383	0.026150	-0.435305	0.6633
Variance Equation				
C	0.000130	8.80E-06	14.81836	0.0000
ARCH(1)	0.326994	0.024199	13.51277	0.0000
GARCH(1)	0.150187	0.039893	3.764751	0.0002

Elde edilen varyans modeli ise,

$$h_t = 0.000130 + 0.326994\varepsilon_{t-1}^2 + 0.150187h_{t-1} \quad (141)$$

şeklindedir. GARCH(1,1) modeli için hesaplanan sabit değer, α_1 ve β_1 parametreleri anlamlıdır. GARCH(1,1) modelinin uygunluğu için gerekli olan kısıtlar: (i) $\alpha_1 \geq 0$, (ii) $\beta_1 \leq 1$, (iii) $\beta_1 + \alpha_1 < 1$ elde edilen tahmin sonuçlarında sağlanmıştır.

Risk ve zaman serisinin en iyi tahmini arasında bir bağlantı sağlayan ARCH-M modeline ait sonuçlar aşağıdaki tabloda verilmiştir. Finansal serinin ortalaması kendisinin koşullu varyansına bağlı olan ARCH-M(1) modeli DMali serisine

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(\beta x_t + \gamma h_t, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + v_t$$

$$\varepsilon_t = r_t - x_t \beta \quad (130)$$

denklem seti ile uygulanır.

Tablo 26: DHizmet Serisi İçin ARCH-M(1,1) Model Sonuçları

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	P
@SQRT(GARCH)	-0.034063	0.109436	-0.311263	0.7556
C	0.001632	0.001632	1.000196	0.3172
AR(1)	-0.023450	0.025826	-0.908026	0.3639
Variance Equation				
C	0.000162	4.79E-06	33.80728	0.0000
ARCH(1)	0.349172	0.026242	13.30593	0.0000

Elde edilen koşullu varyans denklemi ise,

$$h_t = 0.000162 + 0.349172 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (142)$$

şeklinindedir. Koşullu varyans denklemindeki parametreler için negatif olmama kısıtı ve durağanlık koşulları ARCH modelindeki gibidir ve geçerliliğini korumaktadır. Koşullu varyansın genelleştirilmiş halinin koşullu ortalama fonksiyonuna katılarak elde edilen GARCH-M(1,1) modeli ,

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(x_t \beta + \delta h_t, h_t^2)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \delta_1 h_t + v_t$$

$$\varepsilon_t = r_t - x_t \beta \quad (132)$$

denklem sistemi ile elde edilmiştir.

Tablo 27: DHizmet Serisi İçin GARCH-M(1,1) Model Sonuçları

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	P
@SQRT(GARCH)	-0.028922	0.133881	-0.216025	0.8290
C	0.001655	0.001935	0.855426	0.3923
AR(1)	-0.011859	0.030433	-0.389665	0.6968
Varyans Denklemi				
C	0.000130	8.90E-06	14.64900	0.0000
ARCH(1)	0.325009	0.024191	13.43486	0.0000
GARCH(1)	0.151025	0.040561	3.723355	0.0002

δ parametresi, risk primi parametresidir. Koşullu varyans denkleminde parametrelerin pozitif olması koşulu sağlanmıştır ve elde edilen model,

$$h_t = 0.000130 + 0.0325009 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.151025 h_t \quad (143)$$

şeklindedir.

Varyansın olumlu ve olumsuz şoklara verdiği asimetrik cevapları modellemek için pozitif varyans tahmini sağlayan EGARCH(1,1) modeli DHizmet serisine,

$$R_t | \mathcal{F}_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$\ln h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(z_{t-i}) + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln h_{t-i}$$

$$\varepsilon_t = R_t - x_t \beta \quad (134)$$

denklemler seti ile uygulanmış olup, tahmin sonuçları Tablo 29'da verilmiştir.

Tablo 28: DHizmet Serisi İçin EGARCH(1,1) Model Sonuçları

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	P
C	0.001016	0.000310	3.278401	0.0010
AR(1)	-0.019801	0.032140	-0.616089	0.5378
Varyans Denklemi				
C	-4.596164	0.351451	-13.07768	0.0000
RES /SQR[GARCH](1)	0.475052	0.020926	22.70201	0.0000
RES/SQR[GARCH](1)	-0.108915	0.015975	-6.817965	0.0000
EGARCH(1)	0.494978	0.041292	11.98736	0.0000

ARMA(p,q) modellerinin kısıtlanmış hali olan ve volatilité üzerindeki şokların etkisini asimetrik olarak göstermek için elde edilen EGARCH modeli aşağıdaki gibidir:

$$\ln h_t = -4.596164 + 0.494978 \ln h_{t-1} + 0.475052 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}^{1/2}} \right| - 0.108915 \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}^{1/2}} \quad (144)$$

Volatilité ile getiri arasındaki negatif ilişkiyi gösteren γ katsayısı -0.1089'lük değeri ile sıfırdan farklı olduğundan asimetrik etkinin varlığı kanıtlanmıştır. $\varepsilon_{t-1} = -1$ iken, 0.583967'lik $(\alpha - \gamma)$ bir değişimle olumsuz haberler piyasaları daha yüksek bir oranda etkilemektedir.

Koşullu değişen varyansın modellenmesinde asimetrik bir etkinin olup olmadığını araştırmada TARARCH modeli kullanılacaktır. TARARCH(1,1) modeli DLNHizmet serisine,

$$R_t | \mathcal{F}_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = w + \beta h_{t-1} + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1}$$

$$\varepsilon_t = z_t - \sigma_t \quad (136)$$

denklemler seti ile uygulanır.

Tablo 29: DHizmet Serisi İçin TARARCH(1,1) Model Sonuçları

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	P
C	0.001011	0.000349	2.898216	0.0038
AR(1)	-0.025755	0.026606	-0.968012	0.3330
Variance Equation				
C	7.84E-05	6.96E-06	11.26029	0.0000
ARCH(1)	0.132664	0.020006	6.631351	0.0000
ARCH(1)*(RESID(-1)<0)	0.344855	0.038158	9.037548	0.0000
GARCH(1)	0.405984	0.034262	11.84939	0.0000

Elde edilen TARARCH(1,1) modeli,

$$h_t = 0.00000784 + 0.132664 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.405984 h_{t-1} + 0.344855 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (145)$$

olarak elde edilmiştir. Model negatif şoka karşı $\alpha_1 + \alpha_2$ katsayılarından oluşan reaksiyon parametresi üretmiştir. Model negatif koşullara 0.4775119'lik reaksiyon parametresi ile pozitif haberlere verdiği 0.132664'lük tepkinin 4 katı kadar değişimle karşılık vermektedir.

4.2.4. Hizmet Endeksi İçin Modelin Belirlenmesi ve Tahmini

Elde edilen modellerin yeterliliği için modeller tarafından üretilen artık otokorelasyonlarının istatistiksel olarak anlamlı olup olmadıkları da incelenmiştir. Tüm modeller için hesaplanan ACF ve PACF'ler incelendiğinde $\alpha = \%5$ anlamlılık düzeyi ve 20 serbestlik derecesi için artıklar arasında doğrusal bağımlılık bulunmamıştır. Bu sonucu kesinleştirmek için ise, standardize artıkların karelerine ilişkin otokorelasyonlar

incelenmiştir. Sonuç olarak, doğrusal bağımlılığın olmadığına ve rastgele bir dağılım olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Artıklar beyaz gürültü özelliği gösterdiğinden varyansların doğru modellendiği sonucuna ulaşılmıştır.

DHizmet serisi için en uygun modelin belirlenebilmesi açısından, modellerin istatistiksel özelliklerinin de incelenmesi gerekmektedir. Aşağıdaki tabloda, tahmin edilen modellere ait istatistiksel değer sonuçları bir arada verilmiştir.

Tablo 30: Tahmin Edilen Modellere Ait İstatistiki Sonuçlar

DHizmet	ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCH-M(1)	GARCH-M(1,1)	EGARCH(1,1)	TARCH(1,1)
R ²	0.003102	0.001007	0.006829	0.000130	0.003348	0.004331
F	1.555693	0.377860	2.576743	1.147409	1.006328	1.303193
Akaike	-5.63513	-5.636169	-5.63383	-5.63486	-5.650319	-5.64976
Schwarz	-5.62099	-5.618496	-5.61616	-5.61366	-5.629112	-5.62855
Log.-Ol	4241.616	4243.399	4241.641	4243.417	4255.040	4254.613

Bir koşullu değişen varyans modelinin en uygun model olarak seçilebilmesi için; en küçük AIC değerine sahip olması, parametrelerin anlamlı olması ve parametre kısıt koşullarının sağlanması, varyans denklemi katsayılarının pozitif değerli olması ve bu katsayıların toplamlarının birden küçük olması gerekmektedir. Buna göre EGARCH(1,1) modeli diğer modellere göre, en iyi uyum sağlayan ve tüm koşulları yerine getiren model olarak belirlenmiştir.

En iyi modelin EGARCH(1,1) olduğuna karar verildikten sonra, modelin hala koşullu varyanslılık etkisi içerip içermediğinin belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaca uygun olarak, model kalıntılarına tekrar ARCH-LM testi uygulanmıştır ve farklı gecikmelerdeki sonuçlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 31: DHizmet Serisi EGARCH(1,1) İçin ARCH-LM Test İstatistiği Sonuçları

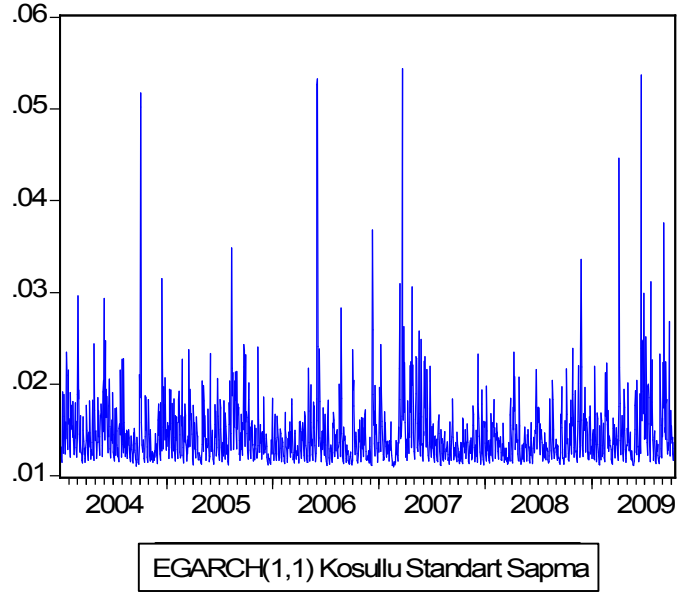
ARCH Testi	LM Test İstatistikleri	X² Değerleri
LM(1)	1.364891	3.841
LM(2)	1.607258	5.991
LM(4)	1.863979	9.488
LM(12)	13.61864	21.026
LM(24)	28.57459	36.415
LM(36)	37.67740	50.998

Modelin artıklarında çok gcl olmayan otokorelasyon grlse de, modele ait artık karelerde otokorelasyon katsayıları anlamlılıklarını tamamen kaybetmektedir. 1, 2, 4, 12, 24 ve 36. sıra için uygulanan ARCH-LM testleri sonucu, test kritik değerleri χ^2 tablo değerinden küçük kalmış ve her bir gecikmede ARCH etkisinin olmadığını ifade eden boş hipotez reddedilememiştir.

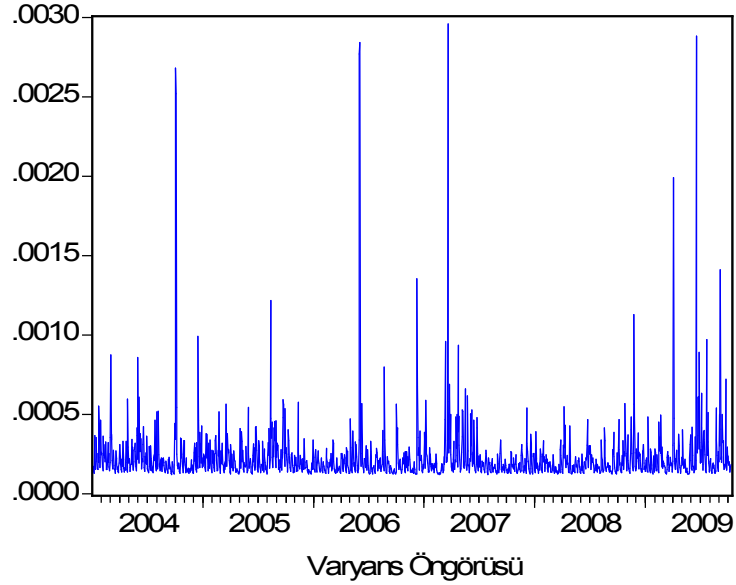
DHizmet serisi için tahmin edilen EGARCH(1,1) modeli sonucunda DHizmet serisindeki koşullu değişen varyans etkisinin ortadan kalktığı görülmektedir.

4.2.5. Volatilitenin Tahmini

Koşullu değişen varyans modellerinin kullanılması, volatilitenin tahmin edilmesinin güvenilir olarak bulunmasına olanak sağlamaktadır. Belirlenen en iyi model EGARCH(1,1)'in volatilitesini değerlendirmek amacıyla modelin varyans öngörü ve koşullu standart sapma grafiği aşağıdaki tabloda verilmiştir.



Grafik 5: DHizmet Serisi EGARCH(1,1) Modeline Ait Koşullu Standart Sapma Grafiği

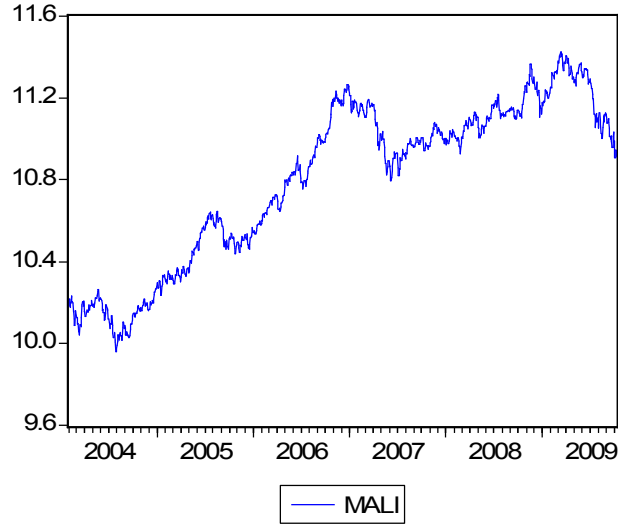


Grafik 6: DHizmet Serisi EGARCH(1,1) Modeline Ait Varyans Öngörü Grafiği

Yukarıda verilen şekillerden EGARCH(1,1) modelinin varyans öngörüsü ve koşullu standart sapması birbirine oldukça yakındır. Hizmet endeksine ait volatilitenin sürekli bir dalgalanma içerisinde olduğu, kriz dönemlerinde ise artış gösterdiği görülmektedir. Bu sonuç hizmet endeksine ait volatilitenin yüksek olduğunu ve bu eğilimin sürekli olduğunu ortaya koymaktadır.

4.3. Ulusal Mali Endeks

Koşullu varyans modellerinin analizinde kullanılacak olan ulusal mali endeks verileri, Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası veri tabanından elde edilen ve 02.02.2004 – 09.10.2009 dönemini kapsayan 1485 işlem günü değerleridir. Buna göre, veri seti olarak kullanılacak logaritması alınmış mali endeks serisi Mali olarak adlandırılmış olup seriyeye ait grafik aşağıda verilmiştir.



Grafik 7: Mali Endeks Serisine Ait Zaman Yolu Grafiği

Ulusal mali endeks serisinin grafiğinden görüldüğü üzere serinin belirli bir ortalamaya sahip olmadığı söylenebilir. Bu durum serinin durağan olmadığı hakkında bilgi vermektedir. Serinin 1. farkı alınarak seriyi değişen ortalamadan arındırmak gerekmektedir. Fakat öncelikle serinin durağanlığını sorgulamak için Çizelge 8'de çizilen korelogram da incelenebilir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.998	0.998	1482.7	0.000
		2	0.996	-0.012	2960.8	0.000
		3	0.994	-0.019	4434.4	0.000
		4	0.993	0.036	5903.7	0.000
		5	0.991	-0.020	7368.5	0.000
		6	0.989	0.023	8829.2	0.000
		7	0.987	-0.009	10286.	0.000
		8	0.986	0.026	11738.	0.000
		9	0.984	-0.018	13186.	0.000
		10	0.982	0.008	14631.	0.000
		11	0.981	0.030	16071.	0.000
		12	0.979	-0.012	17508.	0.000
		13	0.977	-0.027	18940.	0.000
		14	0.975	0.003	20369.	0.000
		15	0.974	-0.050	21793.	0.000
		16	0.972	-0.042	23211.	0.000
		17	0.969	-0.020	24625.	0.000
		18	0.967	-0.012	26033.	0.000
		19	0.965	0.056	27437.	0.000
		20	0.963	-0.010	28835.	0.000

Çizelge 8: Mali Endeks Serisine Ait Korelogram

Mali endeks serisinin durağan olmadığı, serinin farklı gecikme değerlerindeki korelogram yardımıyla da tespit edilmiştir. Otokorelasyon katsayılarının $\alpha = \%5$ anlamlılık düzeyinde 2σ sınırının üzerinde seyretmesi nedeni ile serinin durağan olmadığı belirlenmiştir. Mali endeks serisinin durağan bir seri olup olmadığını görmeyen en doğru yolu birim kök testleriyle de incelenmesidir. Buna göre, ADF ve PP test istatistiklerine ait sonuçlar aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 32: Mali Endeks Serisinin Düzey Değerlerine Ait ADF Test Sonuçları

Modeller	Hesaplanan t İstatistiği	t-Tablo Değerleri		
		%1	%5	Olasılık Değ.
Sabit Terimli	-1.528699	-3.434549	-2.863282	0.5189
Sabit Terimli ve Trendli	-0.877593	-3.964240	-3.412841	0.9567

Tablo 33: Mali Endeks Serisinin Düzey Değerlerine Ait PP Test Sonuçları

Modeller	Hesaplanan t	t-Tablo Değerleri		
		İstatistiği	%1	%5
Sabit Terimli	-1.530010	-3.434549	-2.863282	0.5182
Sabit Terimli ve Trendli	-0.913855	-3.964240	-3.412841	0.9528

ADF ve PP test istatistiklerine ait hipotezler göz önüne alındığında, sıfır hipotezi reddedilemez. Yani Mali serisi durağan değildir. Bu durumda serinin 1.farkı alınarak yukarıdaki süreç tekrar incelenecektir ve Tablo 35 ve 36 birinci farkı alınmış seri için uygulanmış olan birim kök testlerinin sonuçlarını göstermektedir.

Tablo 34: Mali Endeks Serisinin 1. Farkına Ait ADF Test Sonuçları

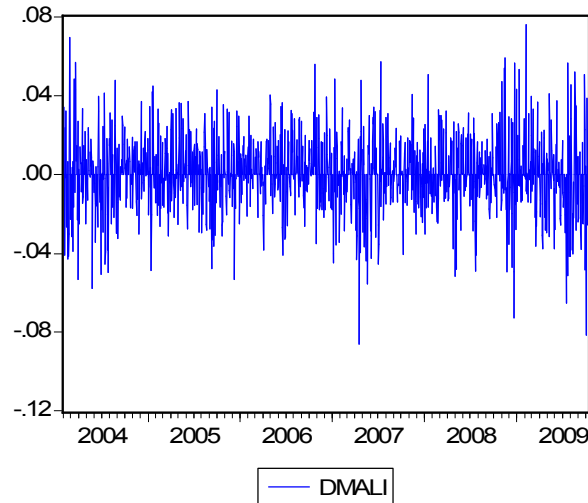
Modeller	Hesaplanan t	t-Tablo Değerleri		
		İstatistiği	%1	%5
Trendsiz ve Sabit terimsiz	-36.30068	-3.964244	-3.412843	0.0000

Tablo 35: Mali Endeks Serisinin 1. Farkına Ait PP Test Sonuçları

Modeller	Hesaplanan t	t-Tablo Değerleri		
		İstatistiği	%1	%5
Trendsiz ve Sabit terimsiz	-36.23934	-3.964244	-3.412843	0.0000

Uygulanan testlerin sonucunda, sıfır hipotezi reddedilerek serinin birinci farkı alındığında serinin durağanlaştığı gözlemlenmektedir.

DMali serisinin durağan olduğunu aşağıda yer alan korelogram tablosu ve seri için hazırlanan grafikten görebiliriz.



Grafik 8: Mali Serisinin 1.Farkına Ait Zaman Yolu Grafiği

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.059	0.059	5.2342	0.022
		2	0.032	0.029	6.7724	0.034
		3	-0.060	-0.063	12.051	0.007
		4	-0.022	-0.016	12.789	0.012
		5	-0.015	-0.009	13.140	0.022
		6	-0.006	-0.007	13.189	0.040
		7	-0.009	-0.010	13.315	0.065
		8	-0.015	-0.015	13.648	0.091
		9	-0.014	-0.013	13.961	0.124
		10	-0.039	-0.038	16.179	0.095
		11	0.002	0.005	16.186	0.134
		12	-0.007	-0.008	16.265	0.179
		13	0.001	-0.004	16.268	0.235
		14	0.029	0.028	17.508	0.230
		15	0.027	0.022	18.628	0.231
		16	0.045	0.039	21.615	0.156
		17	0.012	0.008	21.818	0.192
		18	-0.014	-0.015	22.127	0.226
		19	0.008	0.015	22.227	0.273
		20	0.006	0.008	22.290	0.325

Çizelge 9: Mali Serisinin 1. Farkına Ait Korelogram

4.3.1. Model Belirleme

Birinci farkı alındıktan sonra durağan hale gelen Hizmet serisi kullanılarak serinin yapısına en uygun modelin belirlenmesi gerekmektedir. Serinin yapısına en uygun model farklı derecelerdeki ARMA modelleri denenerek belirlenmeye çalışılacaktır.

Farkı alınarak durağan hale getirilen Mali zaman serisinin korelogramına bakıldığında otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarında 1. ve 3. gecikmedeki tepe noktaları dikkat çekmektedir. Buna göre, aşağıda verilen tablodan alternatif model tahminlerinin incelenerek karar verilmesi daha sağlıklı olacaktır.

Tablo 36: DMali Serisi Uygun Model Seçim Sonuçları

Modeller	DMali			
	R ²	AIC	SIC	LO
ARIMA(1,1,1)	0.003697	-5.262175	-5.251450	3904.903
ARIMA(1,1,3)	0.006957	-5.265452	-5.254727	3907.333
ARIMA(3,1,3)	0.011068	-5.268246	-5.257509	3904.136
ARIMA(3,1,1)	0.007036	-5.264178	-5.253441	3901.124

DMali serisi için Tablo 36'da tahmin edilen alternatif modeller içerisinde en uygun olduğu düşünülen model log-olabilirlik kriteri haricinde ARIMA(3,1,3) modelidir. Seçilen modelin parametreleri en küçük kareler yöntemiyle tahmin edilmiş ve sabit parametre dışındaki parametreler: AR(3) ve MA(3) parametreleri %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur (Bknz: Tablo 37).

Tablo 37: DMali Serisi ARIMA(3,1,3) Modeline Ait Tahmin Sonuçları

Değişken	Katsayı	St. Hata	t-İst.	P
C	0.000470	0.000451	1.042921	0.2972
AR(3)	-0.903510	0.042047	-21.48817	0.0000
MA(3)	0.903667	0.042771	21.12785	0.0000
R ²	0.011068	Bağımlı Değişkenin Ort.		0.000471
Düzeltilmiş R ²	0.009729	Bağımlı Değ.St.Hatası		0.017437
Regresyonun St.Hatası	0.017352	Akaike Bilgi Kriteri		-5.268246
Artık Kareler Toplamı	0.444991	Schwarz Kriteri		-5.257509
Log Ençok Olabilirlik	3904.136	F-İstatistiği		8.270457
Durbin-Watson İst.	1.874183	Olasılık(F-İst.)		0.000268

Modelin uygunluğunu sınamak için modelin ürettiği artıkların beyaz gürültü özelliği taşıyıp taşımadığı aşağıda verilen tabloda kontrol edilmelidir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.062	0.062	5.6132	
		2	0.034	0.030	7.2814	
		3	-0.048	-0.052	10.719	0.001
		4	-0.026	-0.021	11.688	0.003
		5	-0.018	-0.012	12.166	0.007
		6	-0.015	-0.015	12.522	0.014
		7	-0.007	-0.006	12.590	0.028
		8	-0.012	-0.012	12.805	0.046
		9	-0.006	-0.006	12.854	0.076
		10	-0.037	-0.038	14.942	0.060
		11	0.000	0.003	14.942	0.093
		12	-0.015	-0.014	15.266	0.123
		13	0.004	0.001	15.285	0.170
		14	0.036	0.035	17.210	0.142
		15	0.034	0.027	18.960	0.124
		16	0.043	0.035	21.688	0.085
		17	0.005	0.001	21.724	0.115
		18	-0.020	-0.020	22.329	0.133
		19	0.013	0.021	22.577	0.164
		20	0.009	0.011	22.697	0.203

Çizelge 10: DMali ARIMA(3,1,3) Modelinin Artıklarına Ait Korelogram

Hata teriminin korelogramı incelendiğinde otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin yatay çizgilerin hepsinin %95 güven aralığında kaldığı görülmektedir. Bu sonuç modelin uygun olduğuna ait bilgilerimizi doğrulamaktadır.

DMali serisi için uygun bulunan ARIMA(3,1,3) modelinde ARCH etkisinin olup olmadığını araştırmak için ARCH-LM testi kullanmıştır. Farklı gecikmeler için elde edilen ARCH-LM test istatistikleri aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 38: DMali Serisine Ait ARCH-LM Test İstatistik Sonuçları

ARCH TESTİ	DMali	X ² Değerleri
LM(1)	7.776773	3.841
LM(2)	8.804475	5.991
LM(4)	12.02782	9.488
LM(12)	79.13463	21.026
LM(24)	104.8844	36.415
LM(36)	138.8462	50.998

Testin uygulandığı bütün gecikmelerde LM istatistiği 0.05 hata payıyla anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla artıkların ARCH/GARCH etkisine sahip olmadığını savunan boş hipotez reddedilmektedir. Modelimizin kalıntıları güçlü bir koşullu varyanslılık etkisi içermektedir. Bu nedenle zaman serisi farklı ARCH modelleri ile tahmin edilmelidir.

4.3.2. Mali Endeks İçin Koşullu Değişen Varyans Modelleri

02.02.2004 – 09.10.2009 dönemine ait mali endeks verileri kullanılarak elde edilen birinci sıra ARCH-GARCH modellerine ait tahmin değerleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

1.sıra ARCH modeli DMali serisine,

$$R_t | \psi_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \nu_t$$

$$\varepsilon_t = R_t - x_t \beta \quad (127)$$

denklem seti ile uygulandığında ARCH(1) modeli için elde edilen tahmin değerleri tablo 40'da verilmiştir.

Tablo 39: DMali Serisi İçin ARCH(1) Model Sonuçları

Bağımlı Değişken: DMALI
Metod: ML - ARCH
Gözlem Sayısı: 1481

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	P
C	0.000634	0.000446	1.422346	0.1549
AR(3)	-0.901522	0.037383	-24.11599	0.0000
MA(3)	0.902102	0.037153	24.28078	0.0000
Varyans Denklemi				
C	0.000272	7.90E-06	34.37792	0.0000
ARCH(1)	0.099613	0.023961	4.157260	0.0000

ARCH modelleri için $\alpha_0 > 0$ ve $\alpha_i \geq 0$ şeklinde olması gereken kısıtlar, tablo 40'da sağlanmıştır ve elde edilen varyans modeli,

$$h_t = 0.000272 + 0.099613 \varepsilon_{t-1}^2 + v_t \quad (146)$$

şeklindedir. Gecikmeli koşullu varyansın modele girmesine izin verilen GARCH(1,1) modeli ile alternatif modellerin kurulmasına devam edilmiştir. DMali serisine,

$$R_t | \psi_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 h_{t-1} + v_t$$

$$\varepsilon_t = R_t - x_t \beta \quad (128)$$

denklem seti uygulanarak tahmin sonuçlarına ulaşılmıştır.

Tablo 40: DMali Serisi İçin GARCH(1,1) Model Sonuçları

Bağımlı Değişken: DLNMALI

Metod: ML - ARCH

Gözlem Sayısı: 1481

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	P
C	0.001042	0.000414	2.514996	0.0119
AR(3)	-0.092043	0.236062	-0.389909	0.6966
MA(3)	0.029911	0.239488	0.124895	0.9006
Varyans Denklemi				
C	9.13E-06	2.16E-06	4.217123	0.0000
ARCH(1)	0.041774	0.006512	6.415345	0.0000
GARCH(1)	0.927650	0.010901	85.09807	0.0000

Elde edilen varyans modeli ise,

$$h_t = 0.000000913 + 0.041774 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.927650 h_{t-1} \quad (147)$$

şeklindedir. GARCH(1,1) modeli için hesaplanan sabit değer, α_1 ve β_1 parametreleri anlamlıdır. GARCH(1,1) modelinin uygunluğu için gerekli olan kısıtlar: (i) $\alpha_1 \geq 0$, (ii) $\beta_1 \leq 1$, (iii) $\beta_1 + \alpha_1 < 1$ elde edilen tahmin sonuçlarında sağlanmıştır.

Risk ve zaman serisinin en iyi tahmini arasında bir bağlantı sağlayan ARCH-M modeli oluşturulmuştur. Finansal serinin ortalaması kendisinin koşullu varyansına bağlı olan ARCH-M(1) modeli DMali serisine

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(\beta x_t + \gamma h_t, h_t)$$

$$\begin{aligned}
h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + v_t \\
\varepsilon_t &= r_t - x_t \beta
\end{aligned}
\tag{130}$$

denklem seti ile uygulanan tahmin sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 41: DMali Serisi İçin ARCH-M(1,1) Model Sonuçları

Bağımlı Değişken: DMALI
Metod: ML - ARCH
Gözlem Sayısı: 1481

	Katsayı	St. Hata	z- ist.	P
@SQRT(GARCH)	-0.157475	0.362435	-0.434491	0.6639
C	0.003337	0.006193	0.538888	0.5900
AR(3)	-0.901179	0.037586	-23.97663	0.0000
MA(3)	0.901634	0.037488	24.05098	0.0000
Varyans Denklemi				
C	0.000271	7.92E-06	34.24756	0.0000
ARCH(1)	0.101016	0.024033	4.203183	0.0000

Elde edilen koşullu varyans denklemi ise,

$$h_t = 0.000271 + 0.101016 \varepsilon_{t-1}^2 \tag{148}$$

şeklindedir. Koşullu varyans denklemindeki parametreler için negatif olmama kısıtı ve durağanlık koşulları sağlanmıştır.

Koşullu varyansın genelleştirilmiş halinin koşullu ortalama fonksiyonuna katılarak elde edilen GARCH-M(1,1) modeli ,

$$\begin{aligned}
y_t | \mathcal{I}_{t-1} &\sim N(x_t \beta + \delta h_t, h_t^2) \\
h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \delta_1 h_t + v_t \\
\varepsilon_t &= r_t - x_t \beta
\end{aligned}
\tag{132}$$

denklem sistemi ile elde edilmiştir.

Tablo 42: DMali Serisi İçin GARCH-M(1,1) Model Sonuçları

Bağımlı Değişken: DMALI
Metod: ML - ARCH
Gözlem Sayısı: 1481

	Katsayı	St. Hata	z-ist	P
@SQRT(GARCH)	-0.362759	0.182491	-1.987822	0.0468
C	0.007038	0.003032	2.321517	0.0203
AR(3)	0.502053	0.259519	1.934551	0.0530
MA(3)	-0.562610	0.244807	-2.298179	0.0216
Varyans Denklemi				
C	9.92E-06	2.24E-06	4.424917	0.0000
ARCH(1)	0.043032	0.006616	6.504330	0.0000
GARCH(-1)	0.923497	0.011126	82.99992	0.0000

δ parametresi, risk primi parametresidir. δ 'nın pozitif olması, getirinin kendi geçmiş volatilitesiyle pozitif ilişkili olduğunu ifade etmektedir. Koşullu varyans denkleminde parametrelerin pozitif olması koşulu sağlanmıştır ve elde edilen model,

$$h_t = 0.000000992 + 0.043032 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.923497 h_t \quad (149)$$

şeklindedir.

Varyansın iyi ve kötü haberlere verdiği asimetric cevapları modellemek için pozitif varyans tahmini sağlayan EGARCH(1,1) modeli DMali serisine,

$$R_t | \mathcal{F}_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$\ln h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(z_{t-i}) + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln h_{t-i}$$

$$\varepsilon_t = R_t - x_t \beta \quad (134)$$

denklemleri ile uygulanmış olup, tahmin sonuçları Tablo 43'te verilmiştir.

Tablo 43: DMali Serisi İçin EGARCH(1,1) Model Sonuçları

Bağımlı Değişken: DMALI

Metod: ML - ARCH

Gözlem Sayısı: 1481

	Katsayı	St. Hata	z-ist.	P
C	0.000776	0.000418	1.853607	0.0638
AR(3)	-0.930480	0.033140	-28.07714	0.0000
MA(3)	0.929833	0.032877	28.28199	0.0000
Varyans Denklemi				
C	-0.463275	0.085519	-5.417206	0.0000
RES /SQR[GARCH](1)	0.060106	0.013561	4.432185	0.0000
RES/SQR[GARCH](1)	-0.073515	0.011130	-6.605262	0.0000
C(7) EGARCH(1)	0.948356	0.010231	92.69233	0.0000

ARMA(p,q) modellerinin kısıtlanmış hali olan ve volatilité üzerindeki şokların etkisini asimetrik olarak göstermek için elde edilen EGARCH varyans modeli aşağıdaki gibidir:

$$\ln h_t = -0.463275 + 0.948356 \ln h_{t-1} + 0.060106 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}^{1/2}} \right| - 0.073515 \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}^{1/2}} \quad (150)$$

Volatilité ile getiri arasındaki negatif ilişkiyi gösteren γ katsayısı -0.073515 değeri ile sıfırdan farklı olduğundan asimetrik etkinin varlığı kanıtlanmıştır. $\varepsilon_{t-1} = -1$ iken, 0.133621'lik $(\alpha - \gamma)$ bir değişimle olumsuz haberler piyasaları etkilemektedir.

Son olarak koşullu değişen varyansın modellenmesinde asimetrik bir etkinin olup olmadığını araştırmada TARARCH modeli kullanılacaktır. TARARCH(1,1) modeli DMali serisine,

$$\begin{aligned} R_t | \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= w + \beta h_{t-1} + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1} \\ \varepsilon_t &= z_t - \sigma_t \end{aligned} \quad (136)$$

denklemleri ile uygulandığında tablo 44'de ki tahmin sonuçlarına ulaşılmıştır.

Tablo 44: DLNMali Serisi İçin TARCH(1,1) Model Sonuçları

Bağımlı Değişken: DLNMALI

Metod: ML - ARCH

Gözlem Sayısı: 1481

	Katsayı	St.Hata	z-İst.	P
C	0.000803	0.000414	1.939669	0.0524
AR(3)	-0.229756	0.202909	-1.132312	0.2575
MA(3)	0.175773	0.207722	0.846194	0.3974
Varyans Denklemi				
C	1.41E-05	2.82E-06	4.996542	0.0000
ARCH(1)	0.008890	0.006492	1.369327	0.1709
ARCH(1)*(RESID(-1)<0)	0.061486	0.011090	5.544127	0.0000
GARCH(1)	0.911894	0.012971	70.30085	0.0000

Elde edilen TARCH(1,1) modeli,

$$h_t = 0.000000141 - 0.008890 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.911894 h_{t-1} + 0.061486 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (151)$$

olarak elde edilmiştir. Olumsuz gelişmeler yaşandığı durumlarda model 0.070376 lik reaksiyon parametresi ile tepki vermektedir.

4.3.4. Mali Endeks İçin Modelin Belirlenmesi ve Tahmini

DMali serisi için en uygun modelin belirlenebilmesi açısından, modellerin istatistiksel özelliklerinin incelenmesi gerekmektedir. Aşağıdaki tabloda, tahmin edilen modellere ait istatistiksel değer sonuçları bir arada verilmiştir.

Tablo 45: Tahmin Edilen Modellere Ait İstatistiki Sonuçlar

DLNMali	ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCH-M(1)	GARCH-M(1,1)	EGARCH(1,1)	TARCH(1,1)
R ²	0.010976	0.002514	0.010781	0.005981	0.010330	0.004327
F	4.095152	0.743617	3.215112	1.478117	2.564326	1.067710
Akaika	-5.27679	-5.309171	-5.27557	-5.310334	-5.323290	-5.31942
Schwarz	-5.25890	-5.287698	-5.25409	-5.285281	-5.298237	-5.29437
Log.-Ol	3912.469	3937.441	3912.560	3939.302	3948.896	3946.029

Bir koşullu değişen varyans modelinin en uygun model olarak seçilebilmesi için; en küçük AIC değerine sahip olması, parametrelerin anlamlı olması ve parametre kısıt koşullarının sağlanması, varyans denklemi katsayılarının pozitif değerli olması ve bu katsayıların toplamalarının birden küçük olması gerekmektedir. Buna göre en iyi model sıralaması en küçük AIC değeri dikkate alınarak; EGARCH(1,1), TARARCH(1,1), GARCH-M(1,1), GARCH(1,1), ARCH(1,1), ARCH-M(1) olarak belirlenmiştir.

En iyi model sıralaması belirlendikten sonra modelin hala koşullu varyanslılık etkisi içerip içermediğinin belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaca uygun olarak, model kalıntılarına tekrar ARCH-LM testi uygulanmıştır ve farklı düzeylerdeki test istatistiği sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 46: Tahmin Edilen Modellere Ait ARCH-LM ve χ^2 Test İstatistikleri

	EGARCH	GARCH-M	GARCH	ARCH	ARCH-M	χ^2
LM(1)	0.121598	0.284770	0.135269	0.113628	0.120996	3.841
LM(2)	0.280240	0.989975	0.972006	1.205452	1.239524	5.991
LM(4)	5.463091	6.518076	6.357707	5.412092	5.444456	9.488
LM(12)	48.85099	44.66594	46.79126	66.96155	67.26801	21.026
LM(24)	67.22222	62.70056	64.25150	91.92475	91.89668	36.415
LM(36)	92.02359	84.72916	88.14313	126.9083	126.9060	50.998

Tablo 46 incelendiğinde, modellere ait artık karelerde otokorelasyon katsayıları anlamlılıklarını kaybetmemektedir. 1, 2, 10, 20 ve 40.sıra için uygulanan ARCH testleri sonucu, test kritik değerleri χ^2 tablo değerinden büyük çıkmış ve her bir gecikmede ARCH etkisinin olmadığını ifade eden boş hipotez reddedilmiştir. Bu sonucu, ARCH(1) ve GARCH(1)'e ait parametre tahminlerinin toplamalarının birden büyük olması desteklemektedir.

Bu nedenle en uygun modelin belirlenmesindeki kriterler göz önüne alınarak farklı gecikmelerdeki ARCH-GARCH modelleri yeniden test edilmiştir. Ancak en küçük kareler denklemi artıklarında var olan güçlü ARCH yapısı ortadan

kaldırılmamıştır. Yani, ARCH etkisinin olmadığını savunan boş hipotez 0.05 anlamlılık düzeyinde reddedilememiştir. Sonuç olarak, mali endeks serisindeki koşullu değişen varyans etkisi ortadan kaldırılmamış ve volatilité tahmini ile varyans öngörüsü hakkında değerlendirme yapılamamıştır.

5. BÖLÜM

SONUÇ

Günümüz dünya ekonomisinde, hisse senedi piyasalarında risk, belirsizlik, volatilité ve getiri kavramlarının zaman içinde daha önemli hale gelmesi ile, değişen varyans ve kovaryansın modellenmesine olanak sağlayan ekonometrik zaman serilerinin gelişimini gerekli kılmıştır. Yüksek frekansa sahip bu zaman serileriyle, ekonometrik modellere ait karşılaşılabilecek sorunların çözülmesindeki gereksinimler sonucunda ARCH veya GARCH sınıfı modeller geliştirilmiştir.

Tezin teorik bölümlerinde, çalışmanın asıl konusu olan, ‘koşullu varyans modellerinden önce, zaman serilerinin ortalamasını modellemekte kullanılan ARIMA modelleri tanıtılmış ve öngörü aşamasına gelindiğinde alternatif modeller arasından en uygun olanının seçiminde yararlanılan başarı ölçütleri incelenmiştir.

ARIMA modellerinin tanıtılmasından sonra, tek değişkenli koşullu varyans modellerinden ARCH veya GARCH sınıfı modeller tanımlanmış; bu modellerin özellikleri, varsayımları, kısıtları, olabirlik fonksiyonları ve modellerin etkisinin varlığının belirlenmesine yönelik kullanılan testlere değinilmiştir.

Uygulama kısmında ise, İMKB verilerine ait; İMKB100 endeksi, Hizmet endeksi ve Mali endeksin günlük verilerine ait zaman serileri kullanılmıştır. $\ln(\text{İMKB100}_t / \text{İMKB100}_{t-1})$, $\ln(\text{Hizmet}_t / \text{Hizmet}_{t-1})$ ve $\ln(\text{Mali}_t / \text{Mali}_{t-1})$ formülleriyle hesaplanan logaritmik veriler doğrusal zaman serileri bakımından modellenerek, bunların artıklarından hareketle değişen varyanslılık yapıları araştırılarak artıkların yapısı düzeltilmeye çalışılmıştır.

Öncelikle serilerin durağanlığı, zaman yolu grafikleri ve korelogramları incelenip, ADF ve PP birim kök testleriyle sınanmıştır. Durağan olmayan seriler için birinci dereceden farklar alınarak durağanlık sağlanmıştır. Serilerin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının birlikte değerlendirilmesi ile seriler için en uygun ARIMA modelleri belirlenmiştir. Belirlenen bu modellerin hata terimleri üzerinde ARCH etkisinin olup olmadığı ARCH-LM testi ile sınanmış ve ARCH etkisine sahip veriler için ARCH-GARCH modelleri elde edilmiştir. En uygun ARCH-GARCH

modelinin belirlenmesinden sonra, artıklara yeniden ARCH-LM testi uygulanarak hatalar serisinde koşullu değişen varyansın ortadan kalkıp kalkmadığı araştırılmıştır. Son olarak, serilere ait volatilitate grafikleri değerlendirilmiştir.

Birinci farkı alındıktan sonra durağan hale gelen İMKB100 serisi için istatistiksel olarak anlamlı bulunan ARIMA(3,1,3) modeli en uygun model olarak belirlenmiştir. Bu modele ait hata terimleri için uygulanan ARCH-LM testi sonucunda, hatalarda ARCH etkisinin olduğu ortaya çıkmıştır. Bu etkinin ortadan kaldırılması için farklı değerlerdeki ARCH-GARCH modelleri denenmiştir. Yapılan tahmin sonuçlarından, kullanılan tanısal yöntemlerden hiçbirinin modeller arasında tercih yapma olanağı tanımadığı belirlenmiştir.

Birinci farkı alındıktan sonra durağan hale gelen Hizmet endeks serisi için en uygun model, istatistiksel olarak anlamlı bulunan ARI(1,1) modelidir. Bu modele ait hata terimleri için uygulanan ARCH-LM testi sonucunda, hatalarda ARCH etkisinin olduğu ortaya çıkmıştır. Bu etkinin ortadan kaldırılması için bulunan en uygun ARCH-GARCH modeli, EGARCH(1,1) modelidir. Bu modelin uygunluğu yine ARCH-LM testi ile sınanmış olup, hatalar serisinde ARCH etkisinin ortadan kalktığı tespit edilmiştir. EGARCH modeli ile incelenen koşullu standart sapma ve varyans öngörü grafiklerinin birbirine benzer olduğu, volatilitenin sürekli olarak dalgalı hareket eğilimi içerisinde olduğu gözlemlenmiştir. Belirsizlik dönemlerinde ise oynaklığın arttığı görülmektedir.

Birinci farkı alındıktan sonra durağan hale gelen Mali endeks serisi için en uygun model, istatistiksel olarak anlamlı bulunan ARIMA(3,1,3) modelidir. Bu modele ait hata terimleri için uygulanan ARCH-LM testi sonucunda, hatalarda ARCH etkisinin olduğu ortaya çıkmıştır. Bu etkinin ortadan kaldırılması için farklı değerlerdeki ARCH-GARCH modelleri denenmiştir. Yapılan tahmin sonuçlarından, kullanılan tanısal yöntemlerden hiçbirinin modeller arasında tercih yapma olanağı tanımadığı belirlenmiştir.

Sonuç olarak, serilere ait koşullu varyans modelleri incelendiğinde, asimetric etki söz konusudur. Olumlu ve olumsuz şokların endeksler üzerindeki etkileri farklıdır ve olumsuz şoklar volatilitiyi olumlu şoklardan daha fazla arttırmaktadır. Bu

dönemlerde ortaya çıkan yüksek volatilité nedeniyle, yatırımcılardan bazıları yüksek kazançlar elde ederken bazıları ise önemli kayıplar vermektedir.

KAYNAKÇA

- Akgiray, Vedat (1989), “Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts”, *The Journal of Business*, Vol.62, No.1.
- Akgül, Işıl (2003), *Zaman Serilerinin Analizi ve ARIMA Modelleri*, Der Yayınları, İstanbul, s.30.
- Aktaş, C., Akkurt, H. (2006), “ARCH Modelleri ve Türkiye’ ye Ait Otomobil Üretim Verilerinin Farklı Varyanslılığının İncelenmesi”, *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, Sayı:16, s.90-92.
- Balaban, E., Candemir, B., Kunter, K. (1996), “İstanbul Menkul Kıymetler Borsası’nda Aylık Dalgalanma Tahmini”, Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası, s.273.(<http://www.tcmb.gov.tr/research/discus/9609tur.pdf>)
- Bera, A. K. , Lee, S. (1993), “Information Matrix Test, Parameter Heterogeneity and ARCH: A Synthesis”, *The Review of Economic Studies*, Vol.60, No.1, s.234- 313.
- Bollerslev, Tim (1986), “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, *ARCH Selected Readings Advanced Texts in Econometrics*, s.44-48.
- Bollerslev, Tim (1987), “A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return”, *The Review of Economics and Statistics*, Vol.69. , No.3. pp. 542-543.
- Brockwell, P. J. , Davis, R. A. (1991), *Time Series Theory and Methods*, Second Edition, Newyork, Springer, s.81.
- Chen, W. Y. , Lian, K. K. (2005), “A Comparison of Forecasting Models For Asean Equity Markets”, *Sunway Academic Journal 2*, s.4.
- Christian Schmitt, “Option Pricing Using EGARCH Models”, Germany, pp.1316. (<http://www.actuaries.org/afir/colloquia/nuernberg/schmitt.pdf>),
- Cromwell, J. B. , Labys, W. S. , Terraza, M. (1994), *Univariate Tests for Time Series Models*, Sage Publications, London, s.73.
- Çiçek, M., Öztürk, F. , (2007), “Yabancı Hisse Senedi Yatırımcıları Türkiye’de Döviz Kuru Volatilitelerini Şiddetlendiriyor mu?”, *Ankara Üniversitesi SBF Dergisi*, Cilt:62, No:4, s.92. (<http://dergiler.ankara.edu.tr/dergiler/42/932/11676.pdf>)

- Davidson, R. , Mackinnon, J. G (2004), *Econometric Theory and Methods*, New York, Oxford University Press, s. 269-271-272-551-554-589-591.
- Enders, Walter (2003), *Applied Econometric Time Series*, Second Edition, Wiley Pres, University of Alabama, s.51-118-140-142.
- Engle, R. F. , Lilien, D. M., Robbins, R. P. (1987), “Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model”, *Econometrica*, Vol.55, No.2, s.394
- Engle, Robert (2001), “The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics”, *The Journal of Economic Perspectives*, Vol.15, No.4, s.160.
- Engle, Robert F. (1982), “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity With Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation”, *Econometrica*, Vol.50, No.4, s.987-1007
- Gökçe, Atilla (1998), “Zaman Serilerinde Koşullu Değişen Varyanslılık Yapısı: ARCH Modelleri – Döviz ve Sermaye Piyasalarına Bir Uygulama”, *Doktora Tezi*, Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ankara, s.5- 12-23-58-63-80.
- Gökçe, Atilla (2001), “İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Getirilerindeki Volatilitenin ARCH Teknikleri ile Ölçülmesi”, *Gazi Üniversitesi İ.İ.B.F Dergisi*, 2001, s.36.
- Göktaş, Özlem (2005), *Teorik ve Uygulamalı Zaman Serileri Analizi*, Beşir Kitabevi, İstanbul, s.105.
- Greene, William H. (1993), *Econometric Analysis*, Macmillan Publishing Co. New York, Second Edition, s.570.
- Hamilton, James D. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press, New Jersey, s.48-60.
- Hans Malmsten, (2004), “Evaluating Exponential GARCH Models”, *SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance*, No.564, s.3.
- Higgins, M.L., Bera, A.K (1992), “A Class of Nonlinear ARCH Models”, *International Economic Review*, Vol: 33, No: 1, s. 137-58.
- <http://pages.stern.nyu.edu/~churvich/Forecasting/Handouts/ARCH-M.pdf>, s.1
- <http://www.deu.edu.tr/userweb/onder.hanedar/dosyalar/Zaman.pdf>
- <http://www.deu.edu.tr/userweb/onder.hanedar/dosyalar/Zaman.pdf>
- <http://pages.stern.nyu.edu/~churvich/Forecasting/Handouts/ARCH-M.pdf>, s.1
- Hyndman, Rob J. (2001), “Box-Jenkins Modelling”, s1.

(<http://robjhyndman.com/papers/BoxJenkins.pdf>)

- Johnston, J. , Dinardo, J. (1997), *Econometric Methods*, Fourth Edition, McGraw-Hill Companies, s.208-209-228.
- Karaahmetoğlu, Ahmet (2006), ‘‘Opsiyon Fiyatlamasında Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modellerinin Kullanımı’’, *Yüksek Lisans Tezi*, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul, s. 25.
- Kıran, Burcu (2006), ‘‘Sektörel Bazda Hisse Senetleri Getiri Volatilitésinin Asimetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri İle Tahmini’’, *Yüksek Lisans Tezi*, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İstanbul, s.22- 24-33-35-60.
- Kızılsu, S. , Aksoy, S. , Kasap, R. (2001), ‘‘Bazı Makro Ekonomik Zaman Dizilerinde Değişen Varyanslılığın İncelenmesi’’, *Gazi Üniversitesi İ.İ.B.F Dergisi*, s.7.
- Koulakiotis, A. , Papasyriopoulos, N. , Molyneux, P. (2006), ‘‘More Evidence on the Relationship between Stock Price Returns and Volatility: A Note’’, *International Research Journal of Finance and Economics*, s.25
- Kutlar, Aziz (2005), *Uygulamalı Ekonometri*, Ankara, Nobel Yayın Dağıtım, s.260-261-292-293.
- Malmsten, Hans (2004), ‘‘Evaluating Exponential GARCH Models’’, *SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance*, No.564, s.3
- Mapa, D. S. (2004), ‘‘A Forecast Comparison of Financial Volatility Models: GARCH(1,1) is not Enough’’, *The Philippine Statistician*, Vol.53, s.4
- Mazıbaş, Murat, (2004), ‘‘İMKB Piyasalarında Volatilitenin Modellenmesi ve Öngörülmesi: Asimetrik GARCH Modelleri İle Bir Uygulama’’, *Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurumu*, s.12.
- (www.ekonometridernegi.org/bildiriler/o16s3.pdf.)
- McCullough, B. D. (1999), ‘‘Benchmarks and Software Standards: A Case Study of GARCH Procedures’’, s.8.
- (<http://qed.econ.queensu.ca/faculty/mackinnon/econ872/papers/mccullough.pdf>)
- Nelson, Daniel B. (1991), ‘‘Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach’’, *Econometrica*, Vol.59, No.2, pp. 350.
- Özbey, Fela (2005), ‘‘Çok Değişkenli GARCH Modelleri ve Bir Uygulama: Türkiye’de Belirsizliğin Enflasyon ve Çıktıdaki Büyüme Üzerine Etkisi’’, *Yüksek*

- Lisans Tezi*, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana, s.17.
- Özden, Ünal H. (2008), “İMKB Bileşik 100 Endeksi Getiri Volatilitésinin Analizi”, *İstanbul Ticaret Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, Sayı:13, s.340, 342.
- SAS/ETS User’s Guide,(<http://www.tau.ac.il/cc/pages/docs/sas8/ets/chap8/sect22.htm>)
- Schmitt, Christian (1996), “Option Pricing Using EGARCH Models”, Germany, pp.1316 (<http://www.actuaries.org/afir/colloquia/nuernberg/schmitt.pdf>).
- Sevüktekin, M., Nargeleçekenler, M. (2005), *Zaman Serileri Analizi*, Ankara, Nobel Yayın Dağıtım, s.124-125-140-142-155-160-162.
- Slutzky, Eugen (1937), “The Summation of Random Causes as the Source of Cyclic Processes”, *Econometrica*, C.V, No: 2, pp. 105-146.
- Starica, C. , Herzel, S. , Nord, T. (2006), “The Impact of the IGARCH Effect on Longer-Horizon Volatility Forecasting”, s.3.
- Telatar, E. , Binay, H. S. (2002), “İMKB Endeksinin PARCH Modellemesi”, *Akdeniz İ.İ.B.F. Dergisi*(3), s.117.
- Terasvirta, Timo (2009), *An Introduction to Univariate GARCH Models*, Handbook of Financial Time Series, Springer, 2009, s.34-35.
- Tsay, Rue S. (2005), *Analysis of Financial Time Series*, Wiley&Sons, s.122.
- Verbeek, Marno (2004), *A Guide to Modern Econometrics*, Second Edition, John Wiley & sons. Ltd. Rotterdam, s.262-299.
- Yılanıcı, Veli (2007), “Eşik Otoregresif Modellerde Birim Kök Testi ile Satın Alma Gücü Paritesinin Geçerliliğinin Sınanması”, *Yüksek Lisans Tezi*, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İstanbul, s.25.
- Yolsal, Handan (1999), “Hisse Senedi Piyasalarında Etkinliğin ve Fiyatların Ekonometrik Yöntemlerle Analizi”, *Doktora Tezi*, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İstanbul, s.110, 125.
- Yoon, S. , Lee, K. S. (2008), “The Volatility and Asymmetry of Won/Dollar Exchange Rate”, *Journal of Social Sciences* 4 (1): 7-9, s.8.
- Yule, G. U. (1927), “On a Method Of Investigating Periodicities in, Disturbed Series With Special Reference to Wolfer’s Sunspot Numbers”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, C. CCXXVI, s.267-298

Zivot, E. , Wang, J. (2005), *Modelling Financial Time Series with S-Plus*, Second Edition, Washington s. 71-75.

Zivot, Eric (2009), *Practical Issues in the Analysis of Univariate GARCH Models*, Handbook of Financial Time Series, Springer, s.118-121.

EKLER

EK-1 İMKB SERİSİNE AİT UYGULAMALAR

ADF Birim Kök Testi(LEVEL 1)

Null Hypothesis: D(LNIMKB100) has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=23)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-36.33878	0.0000
Test critical values:		
1% level	-2.566500	
5% level	-1.941034	
10% level	-1.616558	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(LNIMKB100,2)

Method: Least Squares

Date: 01/03/10 Time: 22:05

Sample (adjusted): 1/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1504 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNIMKB100(-1))	-0.934741	0.025723	-36.33878	0.0000
R-squared	0.467682	Mean dependent var		-3.14E-05
Adjusted R-squared	0.467682	S.D. dependent var		0.020941
S.E. of regression	0.015279	Akaike info criterion		-5.524046
Sum squared resid	0.350859	Schwarz criterion		-5.520512
Log likelihood	4155.083	Durbin-Watson stat		2.000709

PP Birim Kök Testi (LEVEL1)

Null Hypothesis: D(LNIMKB100) has a unit root

Exogenous: None

Bandwidth: 10 (Newey-West using Bartlett kernel)

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-36.26373	0.0000
Test critical values:		
1% level	-2.566500	
5% level	-1.941034	
10% level	-1.616558	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	0.000233
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.000206

Phillips-Perron Test Equation

Dependent Variable: D(LNIMKB100,2)

Method: Least Squares

Date: 01/03/10 Time: 22:07

Sample (adjusted): 1/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1504 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNIMKB100(-1))	-0.934741	0.025723	-36.33878	0.0000
R-squared	0.467682	Mean dependent var		-3.14E-05
Adjusted R-squared	0.467682	S.D. dependent var		0.020941
S.E. of regression	0.015279	Akaike info criterion		-5.524046
Sum squared resid	0.350859	Schwarz criterion		-5.520512
Log likelihood	4155.083	Durbin-Watson stat		2.000709

ARCH(1)

Dependent Variable: DLNIMKB100

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:28

Sample (adjusted): 1/08/2004 10/09/2009

Included observations: 1502 after adjustments

Convergence achieved after 14 iterations

MA backcast: 1/05/2004 1/07/2004, Variance backcast: ON

GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000724	0.000386	1.874010	0.0609
AR(3)	-0.904031	0.036715	-24.62296	0.0000
MA(3)	0.900251	0.037203	24.19854	0.0000
Variance Equation				
C	0.000202	5.71E-06	35.34132	0.0000
RESID(-1)^2	0.137438	0.024189	5.681743	0.0000
R-squared	0.010370	Mean dependent var		0.000506
Adjusted R-squared	0.007726	S.D. dependent var		0.015313
S.E. of regression	0.015254	Akaike info criterion		-5.544333
Sum squared resid	0.348328	Schwarz criterion		-5.526641
Log likelihood	4168.794	F-statistic		3.921708
Durbin-Watson stat	1.866862	Prob(F-statistic)		0.003581
Inverted AR Roots	.48+.84i	.48-.84i		-.97
Inverted MA Roots	.48+.84i	.48-.84i		-.97

GARCH(1,1)

Dependent Variable: DLNIMKB100

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:32

Sample (adjusted): 1/08/2004 10/09/2009

Included observations: 1502 after adjustments

Convergence achieved after 12 iterations

MA backcast: 1/05/2004 1/07/2004, Variance backcast: ON

GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2 + C(6)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.001102	0.000327	3.372450	0.0007
AR(3)	0.578005	0.211675	2.730632	0.0063
MA(3)	-0.637722	0.196817	-3.240176	0.0012
Variance Equation				
C	8.37E-06	1.74E-06	4.799003	0.0000
RESID(-1)^2	0.053365	0.006459	8.262453	0.0000
GARCH(-1)	0.910032	0.011078	82.14528	0.0000
R-squared	0.001678	Mean dependent var		0.000506
Adjusted R-squared	-0.001659	S.D. dependent var		0.015313
S.E. of regression	0.015326	Akaike info criterion		-5.585572
Sum squared resid	0.351387	Schwarz criterion		-5.564343
Log likelihood	4200.765	F-statistic		0.502785
Durbin-Watson stat	1.862584	Prob(F-statistic)		0.774335
Inverted AR Roots	.83	-.42+.72i	-.42-.72i	
Inverted MA Roots	.86	-.43+.75i	-.43-.75i	

ARCH-M(1)

Dependent Variable: DLNIMKB100

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:33

Sample (adjusted): 1/08/2004 10/09/2009

Included observations: 1502 after adjustments

Convergence achieved after 16 iterations

MA backcast: 1/05/2004 1/07/2004, Variance backcast: ON

GARCH = C(5) + C(6)*RESID(-1)^2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
@SQRT(GARCH)	-0.251533	0.283959	-0.885807	0.3757
C	0.004484	0.004230	1.060196	0.2891
AR(3)	-0.903923	0.036863	-24.52145	0.0000
MA(3)	0.899824	0.037545	23.96664	0.0000
Variance Equation				
C	0.000201	5.73E-06	35.06172	0.0000
RESID(-1)^2	0.141373	0.024927	5.671458	0.0000
R-squared	0.009765	Mean dependent var		0.000506
Adjusted R-squared	0.006455	S.D. dependent var		0.015313
S.E. of regression	0.015264	Akaike info criterion		-5.543510
Sum squared resid	0.348541	Schwarz criterion		-5.522280
Log likelihood	4169.176	F-statistic		2.950437
Durbin-Watson stat	1.876420	Prob(F-statistic)		0.011750
Inverted AR Roots	.48+.84i	.48-.84i		-.97
Inverted MA Roots	.48+.84i	.48-.84i		-.97

GARCH-M(1,1)

Dependent Variable: DLNIMKB100

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:34

Sample (adjusted): 1/08/2004 10/09/2009

Included observations: 1502 after adjustments

Convergence achieved after 18 iterations

MA backcast: 1/05/2004 1/07/2004, Variance backcast: ON

GARCH = C(5) + C(6)*RESID(-1)^2 + C(7)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
@SQRT(GARCH)	-0.299350	0.162861	-1.838065	0.0661
C	0.005389	0.002340	2.303368	0.0213
AR(3)	0.621069	0.163331	3.802513	0.0001
MA(3)	-0.687204	0.148824	-4.617552	0.0000
Variance Equation				
C	8.58E-06	1.78E-06	4.810982	0.0000
RESID(-1)^2	0.054047	0.006610	8.175936	0.0000
GARCH(-1)	0.908366	0.011341	80.09445	0.0000
R-squared	0.005598	Mean dependent var		0.000506
Adjusted R-squared	0.001607	S.D. dependent var		0.015313
S.E. of regression	0.015301	Akaike info criterion		-5.586654
Sum squared resid	0.350007	Schwarz criterion		-5.561886
Log likelihood	4202.577	F-statistic		1.402693
Durbin-Watson stat	1.875342	Prob(F-statistic)		0.209988
Inverted AR Roots	.85	-.43+.74i	-.43-.74i	
Inverted MA Roots	.88	-.44-.76i	-.44+.76i	

EGARCH(1,1)

Dependent Variable: DLNIMKB100

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:35

Sample (adjusted): 1/08/2004 10/09/2009

Included observations: 1502 after adjustments

Convergence achieved after 11 iterations

MA backcast: 1/05/2004 1/07/2004, Variance backcast: ON

$$\text{LOG}(\text{GARCH}) = \text{C}(4) + \text{C}(5) * \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + \text{C}(6) * \text{RESID}(-1) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + \text{C}(7) * \text{LOG}(\text{GARCH}(-1))$$

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000710	0.000353	2.010685	0.0444
AR(3)	-0.918643	0.036133	-25.42370	0.0000
MA(3)	0.913592	0.036890	24.76549	0.0000
Variance Equation				
C(4)	-0.626065	0.094279	-6.640589	0.0000
C(5)	0.068025	0.014937	4.554162	0.0000
C(6)	-0.113608	0.012907	-8.802412	0.0000
C(7)	0.931590	0.010926	85.26154	0.0000
R-squared	0.010296	Mean dependent var		0.000506
Adjusted R-squared	0.006324	S.D. dependent var		0.015313
S.E. of regression	0.015265	Akaike info criterion		-5.611770
Sum squared resid	0.348354	Schwarz criterion		-5.587001
Log likelihood	4221.439	F-statistic		2.592074
Durbin-Watson stat	1.867479	Prob(F-statistic)		0.016752
Inverted AR Roots	.49+.84i	.49-.84i		-.97
Inverted MA Roots	.49-.84i	.49+.84i		-.97

TARCH(1)

Dependent Variable: DLNIMKB100

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:36

Sample (adjusted): 1/08/2004 10/09/2009

Included observations: 1502 after adjustments

Convergence achieved after 27 iterations

MA backcast: 1/05/2004 1/07/2004, Variance backcast: ON

$$\text{GARCH} = C(4) + C(5) \cdot \text{RESID}(-1)^2 + C(6) \cdot \text{RESID}(-1)^2 \cdot (\text{RESID}(-1) < 0) + C(7) \cdot \text{GARCH}(-1)$$

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000745	0.000367	2.027363	0.0426
AR(3)	-0.922292	0.034392	-26.81672	0.0000
MA(3)	0.918096	0.035107	26.15113	0.0000
Variance Equation				
C	1.65E-05	3.07E-06	5.380841	0.0000
RESID(-1) ²	-0.004707	0.007172	-0.656351	0.5116
RESID(-1) ² *(RESID(-1)<0)	0.114232	0.016448	6.945025	0.0000
GARCH(-1)	0.873038	0.018474	47.25808	0.0000
R-squared	0.010185	Mean dependent var		0.000506
Adjusted R-squared	0.006213	S.D. dependent var		0.015313
S.E. of regression	0.015266	Akaike info criterion		-5.606183
Sum squared resid	0.348393	Schwarz criterion		-5.581415
Log likelihood	4217.243	F-statistic		2.563903
Durbin-Watson stat	1.867455	Prob(F-statistic)		0.017872
Inverted AR Roots	.49+.84i	.49-.84i		-.97
Inverted MA Roots	.49+.84i	.49-.84i		-.97

EK-2 HİZMET ENDEKSİNE AİT UYGULAMALAR

ADF Birim Kök Testi (LEVEL 1)

Null Hypothesis: D(LNHIZMET) has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=23)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-42.93644	0.0001
Test critical values:		
1% level	-2.566500	
5% level	-1.941034	
10% level	-1.616558	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(LNHIZMET,2)

Method: Least Squares

Date: 01/03/10 Time: 22:08

Sample (adjusted): 1/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1504 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNHIZMET(-1))	-1.102105	0.025668	-42.93644	0.0000
R-squared	0.550878	Mean dependent var		-4.28E-05
Adjusted R-squared	0.550878	S.D. dependent var		0.023048
S.E. of regression	0.015446	Akaike info criterion		-5.502230
Sum squared resid	0.358598	Schwarz criterion		-5.498695
Log likelihood	4138.677	Durbin-Watson stat		2.001585

PP Birim Kk Testi (LEVEL 1)

Null Hypothesis: D(LNHIZMET) has a unit root

Exogenous: None

Bandwidth: 12 (Newey-West using Bartlett kernel)

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-43.59376	0.0001
Test critical values:		
1% level	-2.566500	
5% level	-1.941034	
10% level	-1.616558	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	0.000238
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.000195

Phillips-Perron Test Equation

Dependent Variable: D(LNHIZMET,2)

Method: Least Squares

Date: 01/03/10 Time: 22:09

Sample (adjusted): 1/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1504 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNHIZMET(-1))	-1.102105	0.025668	-42.93644	0.0000
R-squared	0.550878	Mean dependent var		-4.28E-05
Adjusted R-squared	0.550878	S.D. dependent var		0.023048
S.E. of regression	0.015446	Akaike info criterion		-5.502230
Sum squared resid	0.358598	Schwarz criterion		-5.498695
Log likelihood	4138.677	Durbin-Watson stat		2.001585

ARCH(1)

Dependent Variable: DLNHIZMET

Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:46

Sample (adjusted): 1/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1504 after adjustments

Convergence achieved after 22 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.001156	0.000316	3.653871	0.0003
AR(1)	-0.021037	0.020916	-1.005759	0.3145
Variance Equation				
C	0.000162	4.78E-06	33.90451	0.0000
RESID(-1)^2	0.350298	0.026160	13.39048	0.0000
R-squared	0.003102	Mean dependent var		0.000712
Adjusted R-squared	0.001108	S.D. dependent var		0.015511
S.E. of regression	0.015502	Akaike info criterion		-5.635127
Sum squared resid	0.360490	Schwarz criterion		-5.620989
Log likelihood	4241.616	F-statistic		1.555693
Durbin-Watson stat	2.162994	Prob(F-statistic)		0.198339
Inverted AR Roots	-0.02			

GARCH(1,1)

Dependent Variable: DLNHIZMET

Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:47

Sample (adjusted): 1/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1504 after adjustments

Convergence achieved after 25 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.001253	0.000326	3.839982	0.0001
AR(1)	-0.011383	0.026150	-0.435305	0.6633
Variance Equation				
C	0.000130	8.80E-06	14.81836	0.0000
RESID(-1)^2	0.326994	0.024199	13.51277	0.0000
GARCH(-1)	0.150187	0.039893	3.764751	0.0002
R-squared	0.001007	Mean dependent var		0.000712
Adjusted R-squared	-0.001658	S.D. dependent var		0.015511
S.E. of regression	0.015524	Akaike info criterion		-5.636169
Sum squared resid	0.361247	Schwarz criterion		-5.618496
Log likelihood	4243.399	F-statistic		0.377860
Durbin-Watson stat	2.180818	Prob(F-statistic)		0.824569
Inverted AR Roots	-.01			

ARCH-M(1)

Dependent Variable: DLNHIZMET

Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:48

Sample (adjusted): 1/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1504 after adjustments

Convergence achieved after 38 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
@SQRT(GARCH)	-0.034063	0.109436	-0.311263	0.7556
C	0.001632	0.001632	1.000196	0.3172
AR(1)	-0.023450	0.025826	-0.908026	0.3639
Variance Equation				
C	0.000162	4.79E-06	33.80728	0.0000
RESID(-1)^2	0.349172	0.026242	13.30593	0.0000
R-squared	0.006829	Mean dependent var		0.000712
Adjusted R-squared	0.004179	S.D. dependent var		0.015511
S.E. of regression	0.015479	Akaike info criterion		-5.633831
Sum squared resid	0.359142	Schwarz criterion		-5.616159
Log likelihood	4241.641	F-statistic		2.576743
Durbin-Watson stat	2.160488	Prob(F-statistic)		0.035988
Inverted AR Roots	-0.02			

GARCH-M(1,1)

Dependent Variable: DLNHIZMET

Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:49

Sample (adjusted): 1/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1504 after adjustments

Convergence achieved after 46 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2 + C(6)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
@SQRT(GARCH)	-0.028922	0.133881	-0.216025	0.8290
C	0.001655	0.001935	0.855426	0.3923
AR(1)	-0.011859	0.030433	-0.389665	0.6968
Variance Equation				
C	0.000130	8.90E-06	14.64900	0.0000
RESID(-1)^2	0.325009	0.024191	13.43486	0.0000
GARCH(-1)	0.151025	0.040561	3.723355	0.0002
R-squared	0.003815	Mean dependent var		0.000712
Adjusted R-squared	0.000490	S.D. dependent var		0.015511
S.E. of regression	0.015507	Akaike info criterion		-5.634863
Sum squared resid	0.360232	Schwarz criterion		-5.613657
Log likelihood	4243.417	F-statistic		1.147409
Durbin-Watson stat	2.182100	Prob(F-statistic)		0.333195
Inverted AR Roots	-.01			

EGARCH(1,1)

Dependent Variable: DLNHIZMET

Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:50

Sample (adjusted): 1/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1504 after adjustments

Convergence achieved after 46 iterations

Variance backcast: ON

$$\text{LOG}(\text{GARCH}) = \text{C}(3) + \text{C}(4) * \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / @\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + \\ \text{C}(5) * \text{RESID}(-1) / @\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + \text{C}(6) * \text{LOG}(\text{GARCH}(-1))$$

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.001016	0.000310	3.278401	0.0010
AR(1)	-0.019801	0.032140	-0.616089	0.5378
Variance Equation				
C(3)	-4.596164	0.351451	-13.07768	0.0000
C(4)	0.475052	0.020926	22.70201	0.0000
C(5)	-0.108915	0.015975	-6.817965	0.0000
C(6)	0.494978	0.041292	11.98736	0.0000
R-squared	0.003348	Mean dependent var		0.000712
Adjusted R-squared	0.000021	S.D. dependent var		0.015511
S.E. of regression	0.015511	Akaike info criterion		-5.650319
Sum squared resid	0.360401	Schwarz criterion		-5.629112
Log likelihood	4255.040	F-statistic		1.006328
Durbin-Watson stat	2.166373	Prob(F-statistic)		0.412444
Inverted AR Roots	-0.02			

TARCH(1)

Dependent Variable: DLNHIZMET

Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:50

Sample (adjusted): 1/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1504 after adjustments

Convergence achieved after 25 iterations

Variance backcast: ON

$$\text{GARCH} = C(3) + C(4) \cdot \text{RESID}(-1)^2 + C(5) \cdot \text{RESID}(-1)^2 \cdot (\text{RESID}(-1) < 0) + C(6) \cdot \text{GARCH}(-1)$$

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.001011	0.000349	2.898216	0.0038
AR(1)	-0.025755	0.026606	-0.968012	0.3330
Variance Equation				
C	7.84E-05	6.96E-06	11.26029	0.0000
RESID(-1) ²	0.132664	0.020006	6.631351	0.0000
RESID(-1) ² · (RESID(-1) < 0)	0.344855	0.038158	9.037548	0.0000
GARCH(-1)	0.405984	0.034262	11.84939	0.0000
R-squared	0.004331	Mean dependent var		0.000712
Adjusted R-squared	0.001008	S.D. dependent var		0.015511
S.E. of regression	0.015503	Akaike info criterion		-5.649757
Sum squared resid	0.360045	Schwarz criterion		-5.628550
Log likelihood	4254.617	F-statistic		1.303193
Durbin-Watson stat	2.154849	Prob(F-statistic)		0.259847
Inverted AR Roots	-0.03			

EK-3 MALİ ENDEKSE AİT UYGULAMALAR

ADF Birim Kök Testi (LEVEL 1)

Null Hypothesis: D(LNMALI) has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=23)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-36.26738	0.0000
Test critical values:		
1% level	-2.566522	
5% level	-1.941037	
10% level	-1.616556	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(LNMALI,2)

Method: Least Squares

Date: 01/03/10 Time: 22:11

Sample (adjusted): 2/04/2004 10/09/2009

Included observations: 1483 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNMALI(-1))	-0.939841	0.025914	-36.26738	0.0000
R-squared	0.470206	Mean dependent var		-4.02E-05
Adjusted R-squared	0.470206	S.D. dependent var		0.023905
S.E. of regression	0.017400	Akaike info criterion		-5.264069
Sum squared resid	0.448668	Schwarz criterion		-5.260494
Log likelihood	3904.307	Durbin-Watson stat		2.001810

PP Birim Kök Testi (LEVEL 1)

Null Hypothesis: D(LNMALI) has a unit root

Exogenous: None

Bandwidth: 10 (Newey-West using Bartlett kernel)

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-36.20489	0.0000
Test critical values:		
1% level	-2.566522	
5% level	-1.941037	
10% level	-1.616556	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	0.000303
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.000273

Phillips-Perron Test Equation

Dependent Variable: D(LNMALI,2)

Method: Least Squares

Date: 01/03/10 Time: 22:12

Sample (adjusted): 2/04/2004 10/09/2009

Included observations: 1483 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LNMALI(-1))	-0.939841	0.025914	-36.26738	0.0000
R-squared	0.470206	Mean dependent var		-4.02E-05
Adjusted R-squared	0.470206	S.D. dependent var		0.023905
S.E. of regression	0.017400	Akaike info criterion		-5.264069
Sum squared resid	0.448668	Schwarz criterion		-5.260494
Log likelihood	3904.307	Durbin-Watson stat		2.001810

ARCH(1)

Dependent Variable: DLNMALI

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:58

Sample (adjusted): 2/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1481 after adjustments

Convergence achieved after 14 iterations

MA backcast: 2/03/2004 2/05/2004, Variance backcast: ON

GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000634	0.000446	1.422346	0.1549
AR(3)	-0.901522	0.037383	-24.11599	0.0000
MA(3)	0.902102	0.037153	24.28078	0.0000
Variance Equation				
C	0.000272	7.90E-06	34.37792	0.0000
RESID(-1)^2	0.099613	0.023961	4.157260	0.0000
R-squared	0.010976	Mean dependent var		0.000471
Adjusted R-squared	0.008296	S.D. dependent var		0.017437
S.E. of regression	0.017364	Akaike info criterion		-5.276798
Sum squared resid	0.445032	Schwarz criterion		-5.258903
Log likelihood	3912.469	F-statistic		4.095152
Durbin-Watson stat	1.873917	Prob(F-statistic)		0.002640
Inverted AR Roots	.48+.84i	.48-.84i		-.97
Inverted MA Roots	.48+.84i	.48-.84i		-.97

GARCH(1,1)

Dependent Variable: DLNMALI

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:58

Sample (adjusted): 2/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1481 after adjustments

Convergence achieved after 20 iterations

MA backcast: 2/03/2004 2/05/2004, Variance backcast: ON

GARCH = C(4) + C(5)*RESID(-1)^2 + C(6)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.001042	0.000414	2.514996	0.0119
AR(3)	-0.092043	0.236062	-0.389909	0.6966
MA(3)	0.029911	0.239488	0.124895	0.9006
Variance Equation				
C	9.13E-06	2.16E-06	4.217123	0.0000
RESID(-1)^2	0.041774	0.006512	6.415345	0.0000
GARCH(-1)	0.927650	0.010901	85.09807	0.0000
R-squared	0.002514	Mean dependent var		0.000471
Adjusted R-squared	-0.000867	S.D. dependent var		0.017437
S.E. of regression	0.017444	Akaike info criterion		-5.309171
Sum squared resid	0.448839	Schwarz criterion		-5.287698
Log likelihood	3937.441	F-statistic		0.743617
Durbin-Watson stat	1.871427	Prob(F-statistic)		0.590809
Inverted AR Roots	.23-.39i	.23+.39i		-.45
Inverted MA Roots	.16+.27i	.16-.27i		-.31

ARCH-M(1)

Dependent Variable: DLNMALI

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 21:59

Sample (adjusted): 2/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1481 after adjustments

Convergence achieved after 14 iterations

MA backcast: 2/03/2004 2/05/2004, Variance backcast: ON

GARCH = C(5) + C(6)*RESID(-1)^2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
@SQRT(GARCH)	-0.157475	0.362435	-0.434491	0.6639
C	0.003337	0.006193	0.538888	0.5900
AR(3)	-0.901179	0.037586	-23.97663	0.0000
MA(3)	0.901634	0.037488	24.05098	0.0000

Variance Equation

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000271	7.92E-06	34.24756	0.0000
RESID(-1)^2	0.101016	0.024033	4.203183	0.0000

R-squared	0.010781	Mean dependent var	0.000471
Adjusted R-squared	0.007428	S.D. dependent var	0.017437
S.E. of regression	0.017372	Akaike info criterion	-5.275571
Sum squared resid	0.445120	Schwarz criterion	-5.254097
Log likelihood	3912.560	F-statistic	3.215112
Durbin-Watson stat	1.877058	Prob(F-statistic)	0.006830

Inverted AR Roots	.48+.84i	.48-.84i	-.97
Inverted MA Roots	.48+.84i	.48-.84i	-.97

GARCH-M(1,1)

Dependent Variable: DLNMALI

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 22:00

Sample (adjusted): 2/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1481 after adjustments

Convergence achieved after 19 iterations

MA backcast: 2/03/2004 2/05/2004, Variance backcast: ON

GARCH = C(5) + C(6)*RESID(-1)^2 + C(7)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
@SQRT(GARCH)	-0.362759	0.182491	-1.987822	0.0468
C	0.007038	0.003032	2.321517	0.0203
AR(3)	0.502053	0.259519	1.934551	0.0530
MA(3)	-0.562610	0.244807	-2.298179	0.0216
Variance Equation				
C	9.92E-06	2.24E-06	4.424917	0.0000
RESID(-1)^2	0.043032	0.006616	6.504330	0.0000
GARCH(-1)	0.923497	0.011126	82.99992	0.0000
R-squared	0.005981	Mean dependent var		0.000471
Adjusted R-squared	0.001935	S.D. dependent var		0.017437
S.E. of regression	0.017420	Akaike info criterion		-5.310334
Sum squared resid	0.447280	Schwarz criterion		-5.285281
Log likelihood	3939.302	F-statistic		1.478117
Durbin-Watson stat	1.883806	Prob(F-statistic)		0.181950
Inverted AR Roots	.79	-.40+.69i	-.40-.69i	
Inverted MA Roots	.83	-.41+.71i	-.41-.71i	

EGARCH(1,1)

Dependent Variable: DLNMALI

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 22:01

Sample (adjusted): 2/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1481 after adjustments

Convergence achieved after 17 iterations

MA backcast: 2/03/2004 2/05/2004, Variance backcast: ON

$$\text{LOG}(\text{GARCH}) = \text{C}(4) + \text{C}(5) * \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + \text{C}(6) * \text{RESID}(-1) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + \text{C}(7) * \text{LOG}(\text{GARCH}(-1))$$

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000776	0.000418	1.853607	0.0638
AR(3)	-0.930480	0.033140	-28.07714	0.0000
MA(3)	0.929833	0.032877	28.28199	0.0000
Variance Equation				
C(4)	-0.463275	0.085519	-5.417206	0.0000
C(5)	0.060106	0.013561	4.432185	0.0000
C(6)	-0.073515	0.011130	-6.605262	0.0000
C(7)	0.948356	0.010231	92.69233	0.0000
R-squared	0.010330	Mean dependent var		0.000471
Adjusted R-squared	0.006302	S.D. dependent var		0.017437
S.E. of regression	0.017382	Akaike info criterion		-5.323290
Sum squared resid	0.445322	Schwarz criterion		-5.298237
Log likelihood	3948.896	F-statistic		2.564326
Durbin-Watson stat	1.874727	Prob(F-statistic)		0.017861
Inverted AR Roots	.49+.85i	.49-.85i		-.98
Inverted MA Roots	.49+.85i	.49-.85i		-.98

TARCH(1)

Dependent Variable: DLNMALI

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Date: 01/03/10 Time: 22:02

Sample (adjusted): 2/06/2004 10/09/2009

Included observations: 1481 after adjustments

Convergence achieved after 24 iterations

MA backcast: 2/03/2004 2/05/2004, Variance backcast: ON

$$\text{GARCH} = C(4) + C(5) \cdot \text{RESID}(-1)^2 + C(6) \cdot \text{RESID}(-1)^2 \cdot (\text{RESID}(-1) < 0) + C(7) \cdot \text{GARCH}(-1)$$

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000803	0.000414	1.939669	0.0524
AR(3)	-0.229756	0.202909	-1.132312	0.2575
MA(3)	0.175773	0.207722	0.846194	0.3974
Variance Equation				
C	1.41E-05	2.82E-06	4.996542	0.0000
RESID(-1)^2	0.008890	0.006492	1.369327	0.1709
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	0.061486	0.011090	5.544127	0.0000
GARCH(-1)	0.911894	0.012971	70.30085	0.0000
R-squared	0.004327	Mean dependent var		0.000471
Adjusted R-squared	0.000274	S.D. dependent var		0.017437
S.E. of regression	0.017434	Akaike info criterion		-5.319418
Sum squared resid	0.448024	Schwarz criterion		-5.294365
Log likelihood	3946.029	F-statistic		1.067710
Durbin-Watson stat	1.872825	Prob(F-statistic)		0.379795
Inverted AR Roots	.31-.53i	.31+.53i	-.61	
Inverted MA Roots	.28+.49i	.28-.49i	-.56	

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Ad Soyad : Arzu KÖKCEN
Doğum Yeri-Yılı : Antalya-1983
E-mail : arzukoccen@yahoo.com

EĞİTİM DURUMU

Yüksek Lisans: Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı (2010)

Lisans: Çukurova Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü (2007)

Lise: Antalya Karatay Süper Lisesi (2001)

STAJLAR

2004: Türkiye İş Bankası Yatırım Finansman

2005: Hazine Müsteşarlığı, Sigortacılık Bölümü, Mali Kurumlar- Kambiyo

2005: Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası

2006: SASA, DupontSa, Muhasebe Bölümü

2008: Türkiye İstatistik Kurumu, İnsan Kaynakları, Kadro ve Atamalar Şubesi

2008: Sermaye Piyasası Kurulu