

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÇOK ATLAMALI TELSİZ AĞLARDA DAĞITILMIŞ ALAMOUTİ  
KODUNUN KULLANILMASI VE BAŞARIM ANALİZLERİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
İbrahim AYDIN**

**Anabilim Dalı : Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği**

**Programı : Telekomünikasyon Mühendisliği**

**HAZİRAN 2010**



**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÇOK ATLAMALI TELSİZ AĞLARDA DAĞITILMIŞ ALAMOUTİ  
KODUNUN KULLANILMASI VE BAŞARIM ANALİZLERİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**İbrahim AYDIN**  
**504071317**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 07 Mayıs 2010**  
**Tezin Savunulduğu Tarih: 07 Haziran 2010**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ (İTÜ)**  
**Diğer Jüri Üyeleri: Doç. Dr. İbrahim ALTUNBAŞ (İTÜ)**  
**Yrd. Doç. Dr. Lutfiye DURAK ATA (YTÜ)**

**HAZİRAN 2010**



## **ÖNSÖZ**

Bu tezin hazırlanmasına sahip olduğu bilgi ve tecrübesiyle katkı sağlayan ve yönlendirmeleriyle tezin yazılmasını mümkün kılan değerli hocam Prof. Dr. Ümit Aygölu'ye, maddi ve manevi desteğini hiç eksik etmeyen aileme ve sağladığı burs imkânıyla yüksek lisans eğitimime destek olan Tübitak'a teşekkürlerimi sunarım.

Haziran 2010

İbrahim AYDIN



## İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ .....	iii
İÇİNDEKİLER.....	v
KISALTMALAR.....	vii
ÇİZELGE LİSTESİ .....	ix
ŞEKİL LİSTESİ .....	xi
SEMBOL LİSTESİ .....	xiii
ÖZET .....	xv
SUMMARY .....	xvii
<b>1. GİRİŞ .....</b>	<b>1</b>
1.1. Literatür Özeti .....	1
1.2. Tezin Katkıları.....	3
<b>2. İŞBİRLİKLİ ÇEŞİTLEME VE ÇOK ATLAMALI AĞLAR .....</b>	<b>5</b>
2.1. Temel Kavramlar.....	5
2.1.1. Başarım ölçütleri .....	5
2.1.1.1.Ortalama işaret-gürültü oranı .....	5
2.1.1.2.Servis dışı kalma olasılığı .....	6
2.1.1.3.Ortalama bit hata olasılığı .....	6
2.1.2. MIMO kanallar.....	7
2.1.3. Çeşitleme .....	7
2.1.3.1.Seçmeli birleştirme .....	8
2.1.3.2.Değiştir ve bekle birleştirmesi .....	8
2.1.3.3.En büyük oran birleştirmesi .....	8
2.1.3.4.Eşit kazanç birleştirmesi .....	9
2.1.4. Alamouti kodu .....	10
2.2. İşbirlikli Çeşitleme .....	11
2.2.1. İşbirlikli çeşitleme protokolleri .....	12
2.2.1.1.Kuvvetlendir-ve-aktar (AF).....	12
2.2.1.2.Çöz-ve-aktar (DF) .....	14
2.2.1.3.Seçimli aktarım (SDF) .....	15
2.2.1.4.Artımlı aktarım .....	15
2.2.2. İşbirlikli çeşitleme ve dağıtılmış Alamouti kodu .....	16
2.2.3. Çok atlamalı ağlar .....	17
<b>3. DF AKTARICILI ÇOK ATLAMALI AĞLARDA DAĞITILMIŞ</b>	
<b>ALAMOUTİ KODUNUN KULLANILMASI .....</b>	<b>21</b>
3.1. Giriş.....	21
3.2. Sistem Modeli .....	22
3.3. Servis Dışı Kalma Olasılık Analizi .....	25
3.4. Bit Hata Olasılığı Analizi .....	27
3.5. Benzetim Sonuçları .....	35

<b>4. ÇOK ATLAMALI ÇEŞİTLEME .....</b>	<b>39</b>
4.1. Seçmesiz Model .....	39
4.1.1. Servis dışı kalma olasılık analizi .....	42
4.2. Seçmeli Model.....	44
4.2.1. Servis dışı kalma olasılık analizi .....	45
4.2.1.1.Durum 1: Her iki aktarıcı da aktif .....	45
4.2.1.2.Durum 2: Aktarıcılardan birisi aktif diğeri pasif.....	46
4.2.1.3.Durum 3: Aktarıcıların her ikisi de pasif.....	48
4.2.2. Bit hata olasılığı analizi .....	49
4.2.2.1.Durum 1: Aktarıcıların her ikisi de aktif .....	49
4.2.2.2.Durum 2: Aktarıcılardan birisi aktif diğeri pasif.....	51
4.2.2.3.Durum 3: Aktarıcıların her ikisi de pasif.....	52
4.3. Optimum Güç Dağılımının ve Aktarıcıların Optimum Konumunun İncelenmesi.....	52
4.4. Kanal Modellerinin Karşılaştırılması .....	67
<b>5. SONUÇLAR.....</b>	<b>73</b>
<b>6. KAYNAKLAR .....</b>	<b>75</b>
<b>7. EKLER .....</b>	<b>77</b>

## KISALTMALAR

<b>AF</b>	: Amplify-and-Forward (Kuvvetlendir-ve-Aktar)
<b>AWGN</b>	: Additive White Gaussian Noise (Toplamsal Beyaz Gauss Gürültüsü)
<b>BER</b>	: Bit Error Rate (Bit Hata Olasılığı)
<b>BPSK</b>	: Binary Phase Shift Keying (İkili Faz Kaydırmalı Anahtarlama)
<b>DF</b>	: Decode-and-Forward (Çöz-ve-Aktar)
<b>EGC</b>	: Equal Gain Combining (Eşit Kazanç Birleştirmesi)
<b>MGF</b>	: Moment Generating Function (Moment Üretme Fonksiyonu)
<b>MIMO</b>	: Multi-Input Multi-Output (Çok-Girişli Çok-Çıkışlı)
<b>ML</b>	: Maximum Likelihood (En Büyük Benzerlikli)
<b>MRC</b>	: Maximal Ratio Combining (En Büyük Oran Birleştirmesi)
<b>SC</b>	: Selective Combining (Seçmeli Birleştirme)
<b>SDF</b>	: Selective Decode-and-Forward (Seçmeli Çöz-ve-Aktar)
<b>SNR</b>	: Signal-to-Noise Ratio (İşaret-Gürültü Oranı)
<b>SSC</b>	: Switch and Stay Combining (Değiştir ve Bekle Birleştirmesi)



## ÇİZELGE LİSTESİ

### Sayfa

Çizelge 2.1 : Dağıtılmış Alamouti kodunda iletimin yapısı .....	16
---	----



## ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1 : MIMO kanal yapısı.....	7
Şekil 2.2 : Seçmeli birleştirme tekniği.....	8
Şekil 2.3 : En büyük oran birleştirme tekniği .....	9
Şekil 2.4 : Tek antenli alıcılı Alamouti kod şeması.....	10
Şekil 2.5 : İşbirlikli çeşitleme modeli .....	12
Şekil 2.6 : Çok atlamalı ağ yapıları: (a) çok atlamalı model, (b),(c) çok atlamalı çeşitlemeli model.....	18
Şekil 2.7 : [14]'de incelenen art arda bağlı DSTBC ağ modeli .....	19
Şekil 3.1 : Art Arda Bağlanmış Alamouti kodunun blok diyagramı .....	22
Şekil 3.2 : BPSK modülasyon için işaretin ve girişimin gösterimi.....	29
Şekil 3.3 : Servis dışı kalma olasılığı ( $N$ , atlama sayısı).....	36
Şekil 3.4 : Kuramsal bit hata olasılığının üst sınırı ile benzetim sonuçlarının karşılaştırması ( $N$ , atlama sayısı).....	37
Şekil 3.5 : AF ve DF aktarıcılı modellerin 2- ve 3-atlama için bit hata oranları (benzetim).....	38
Şekil 4.1 : Çok atlamalı çeşitlemeli ağ modeli .....	40
Şekil 4.2 : 1.model için servis dışı kalma olasılığını minimum yapan $E_0 / E_T$ ve $d_r / d_d$ oranları .....	54
Şekil 4.3 : 1. model için servis dışı kalma olasılığı açısından optimum durum ile referans durumun karşılaştırması.....	55
Şekil 4.4 : 2.model için servis dışı kalma olasılığını minimum yapan $E_0 / E_T$ ve $d_r / d_d$ oranları .....	56
Şekil 4.5 : 2. model için servis dışı kalma olasılığı açısından optimum durum ile referans durumun karşılaştırması.....	57
Şekil 4.6 : 3.model için servis dışı kalma olasılığını minimum yapan $E_0 / E_T$ ve $d_r / d_d$ oranları .....	58
Şekil 4.7 : 3. model için servis dışı kalma olasılığı açısından optimum durum ile referans durumun karşılaştırması.....	59
Şekil 4.8 : 3.model için bit hata olasılığını minimum yapan $E_0 / E_T$ ve $d_r / d_d$ oranları.....	60

<b>Şekil 4.9 :</b> 3. model için bit hata olasılığı açısından optimum durum ile referans durumun karşılaştırılması .....	61
<b>Şekil 4.10:</b> Her 3 model için $d_r / d_d$ oranı 0,5’de sabit olduğu durumda servis dışı kalma olasılığını minimum yapan $E_0 / E_T$ oranları.....	62
<b>Şekil 4.11:</b> Her 3 model için $E_0 / E_T$ oranı 0,5’de sabit olduğu durumda servis dışı kalma olasılığını minimum yapan $d_r / d_d$ oranları.....	63
<b>Şekil 4.12:</b> Her 3 model için $d_r / d_d$ oranı 0,5’de sabit olduğu durumda servis dışı kalma olasılığını minimum yapan $E_0 / E_T$ oranları.....	64
<b>Şekil 4.13:</b> Her 3 model için $E_0 / E_T$ oranı 0,5’de sabit olduğu durumda servis dışı kalma olasılığını minimum yapan $d_r / d_d$ oranları.....	65
<b>Şekil 4.14:</b> Her 3 modelin referans durumdaki servis dışı kalma olasılıkları için kuramsal sonuçlarının karşılaştırması.....	66
<b>Şekil 4.15:</b> Her 3 modelin optimum durumdaki kuramsal servis dışı kalma olasılıklarının karşılaştırması.....	67
<b>Şekil 4.16:</b> 3 modelin referans durumdaki bit hata olasılıkları için benzetim sonuçlarının karşılaştırması .....	68
<b>Şekil 4.17:</b> 3. model ile kuvvetlendir-ve-aktar tekniğinin kullanıldığı çok atlamalı çeşitlemeli modelin BER karşılaştırması (benzetim).....	69

## SEMBOL LİSTESİ

$D$	: Hedef
$E_T$	: Sistemde harcanan toplam güç
$h$	: Kanal sönümleme katsayısı
$I$	: Karşılıklı bilgi
$N$	: Çok atlamalı ağlarda atlama sayısı
$N_0$	: Toplamsal Gauss gürültülü kanalın varyansı
$P_b$	: Bit hata olasılığı
$P_{out}$	: Servis dışı kalma olasılığı
$R$	: Aktarıcı
$S$	: Kaynak
$\gamma$	: Anlık işaret-gürültü oranı
$\bar{\gamma}$	: Ortalama işaret-gürültü oranı
$\gamma_{out}$	: Servis dışı kalması için eşik işaret-gürültü oranı



# ÇOK ATLAMALI TELSİZ AĞLARDA DAĞITILMIŞ ALAMOUTİ KODUNUN KULLANILMASI VE BAŞARIM ANALİZLERİ

## ÖZET

Bu tezde iki farklı kısım vardır. Birinci kısımda, aktarıcıların çöz-ve-aktar protokolü ile çalıştığı çok atlamalı ağlar için art arda bağlı dağıtılmış Alamouti kodu uygulanmaktadır. Önerilen çok atlamalı modelde, kaynakta iki antenin bulunduğu, her aktarıcı grubunda iki aktarıcının olduğu ve her aktarıcının bir anteni olduğu varsayılmaktadır. Kaynak, her zaman aralığında iki sembolü Alamouti koduna göre ilk aktarıcı grubuna gönderir ve ilk aktarıcı grubundaki her aktarıcı birbirinden bağımsız olarak aldıkları işaretleri çözerler. İlk aktarıcı grubundaki aktarıcılar kaynağın iki anteni gibi davranarak çözdükleri işaretleri dağıtılmış Alamouti kodu olarak bir sonraki aktarıcı grubuna iletir. İşaret çiftleri, her bir aktarıcı grubundan bir sonrakine bu tarzda iletilerek hedefe kadar gönderilmiş olur. Her aktarıcının ve hedefin yalnızca kendinden önceki atlamaya ilişkin kanal bilgisine sahip olduğu varsayılmaktadır. Aktarıcılar, çözdükleri işaretleri doğru olup olmamasına bakmaksızın bir sonraki aktarıcıya iletmektedir, dolayısıyla hata yayılımı göz önünde bulundurulmaktadır. Çalışmada, BPSK modülasyon için bu sistemin bit hata olasılığı üst sınırı, önce iki atlamalı durum için analitik olarak elde edilmekte, daha sonra  $N$  atlamalı durum için genelleştirilmektedir. Bununla birlikte, aktarıcıların çöz-ve-aktar protokolü ile çalıştığı önerilen modelin, literatürde incelemiş olan aktarıcılarının kuvvetlendir-ve-aktar protokolü ile çalıştığı modelden daha iyi bit hata olasılığı başarımına sahip olduğu gösterilmektedir.

Tezin ikinci kısmında, kaynakta iki antenin bulunduğu, tek antenli iki aktarıcının olduğu ve hedefin tek antenli olduğu iki-atlamalı ağ yapısı ele alınmaktadır. Bu ağ yapısı için üç farklı model incelenmiştir. Birinci model çok atlamalı kanal modelidir. Bu model birinci kısımda ele alınan modelin iki-atlamalı halidir. İkinci model çok atlamalı çeşitlenmeli kanal modelidir. Bu modelin birinciden tek farkı burada hedef kaynak ve aktarıcılardan aldığı işaretleri birlikte kullanarak işareti çözmektedir. Üçüncü model ise seçmeli çok atlamalı çeşitlenmeli sistem modelidir. Burada aktarıcılar eğer anlık işaret-gürültü oranı (SNR) belirli bir eşik SNR'dan büyük ise iletim yapmakta diğer durumda ise sessiz kalmaktadır. Hedef, kaynak ve aktif aktarıcılardan aldığı işaretleri birlikte çözmektedir. Her üç model için servis dışı kalma olasılığı ve üçüncü model için bit hata oranı (BER) kapalı formda elde edilmektedir. Her üç model için servis dışı kalma olasılığını ve üçüncü model için bit hata olasılığını minimum yapan kaynak ile aktarıcılar arasındaki optimum güç dağılımı (üçüncü modelde aktif olan aktarıcılar) ve aktarıcılarının optimum konumu her model için ayrı ayrı bulunmaktadır. Bunun yanında, ele alınan üç model için servis dışı kalma ve BER başarımı karşılaştırmaları yapılmaktadır. Çok atlamalı çeşitlenmeli kanallar, çok atlamalı kanallar ile servis dışı kalma ve BER başarıları açısından karşılaştırıldığında az oranda iyileşmeye neden olduğu halde seçmeli çok atlamalı çeşitlenmeli sistemlerin oldukça iyi başarıma sahip olduğu sonucuna

ulaşılmaktadır. Son olarak AF aktarıcılı çok atlamalı eşitlemeli kanallar ile tezde incelenen DF aktarıcılı modeller karşılaştırılmaktadır. Aktarıcıların AF protokolü ile çalıştığı çok atlamalı eşitlemeli kanallar ikinci modelde daha iyi bir BER başarımına sahip olduğu halde üçüncü model AF aktarıcılı çok atlamalı eşitlemeli kanallardan daha iyi bir BER başarımına sahiptir.

# APPLICATIONS AND PERFORMANCE ANALYSIS OF DISTRIBUTED ALAMOUTI CODE IN MULTIHOP WIRELESS NETWORKS

## SUMMARY

In this thesis there are two different parts. In the first part, we apply the Alamouti coding technique in a distributed and cascaded fashion to multi-hop relay networks where relays perform the decode-and-forward (DF) technique at each relay stage. The considered system consists of two antennas at the source, two single antenna relays at each relay stage and one antenna at the destination. The source transmits at each coding step two symbols according to Alamouti code, to the first relay stage where each relay decodes the two symbols independently. The two relays of the first relay stage behave like the two antennas of the source and transmit the two symbols to the next stage using the distributed Alamouti code. This procedure continues from each stage to the next, and finally the symbols are delivered to the destination by this way. It is assumed that each relay and the destination have perfect channel state information (CSI) for the hop from the previous stage to themselves. All relays transmit decoded signals to the next stage regardless of the correctness of estimated signals, so the error propagation is taken into account. We derive a tight analytical upper bound for the bit error probability at the destination. We consider first the two-hop case and then generalize for the  $N$ -hop networks using BPSK modulation. We also show that DF technique provides better bit error performance compared to the amplify-and-forward (AF) technique previously considered in the literature for  $N$ -hop relay networks.

In the second part, we consider a two hop network where the system consists of two antennas at the source, two single-antenna relays and one antenna at the destination. We investigate three different models for this network structure. First model is multihop channel where that is a two-hop form of the model which is considered in the first part. Second model is multihop diversity channel where the only difference from first model is the destination decodes the signal by using the received signals from both of the source and the relays. Third model is selective multihop diversity channel where the relays are active if the instantaneous signal-to-noise ratio (SNR) is above a certain threshold SNR else the relays are silent. In this model the destination uses the received signals from the source and the active relay(s) to decode the signal. We obtain the outage probabilities of the three models and bit error rate (BER) of the third model in closed forms. Then we find the optimum power allocation between the source and the relays (active relay(s) for the third model) and optimum position of the relays which minimize the outage probabilities for three models and minimize the BER of the third model separately for each model. In addition to that we make the comparisons between outage and BER performances of considered three models. We obtain that multihop diversity causes a modest outage and BER performance improvement when compared to multihop channels while selective multihop diversity channels cause a great performance improvement. Lastly, we compare the

BER performances of AF relays used multihop network with multihop diversity channel and DF relays used models. Although the AF relays used multihop diversity channels have better BER performance than the second model, third model has better BER performance than AF relays used multihop diversity channels.

# 1 GİRİŞ

## 1.1 Literatür Özeti

Telsiz iletişim, çok-yollu yayılımdan kaynaklanan sönümlenme, mesafeden kaynaklanan yol-kayı, toplamsal gürültü gibi bazı bozucu etkiler altında kalmaktadır. Bu etkiler modellemeler yapılarak sisteme katılır ve matematiksel incelemeler bu sayede yapılabilir. Sönümlenme, iletilen işarete çarpan olarak gelen bir katsayı ile ifade edilir ve genellikle bu katsayı sıfır ortalamalı kompleks Gauss rastlantı değişkeni biçiminde tanımlanır. Toplamsal gürültü antenlerdeki ve ortamdaki gürültülerin toplamıdır ve sıfır ortalamalı kompleks Gauss rastlantı değişkeni olarak işarete eklenir. Yol kaybı işaretin alıcı ve verici arasındaki mesafeden kaynaklanan güç kaybını belirtir ve bu tezde olduğu gibi sönümlenme katsayılarının yol-kayıbını içerecek biçimde tanımlanması ile hesaplara katılabilir.

Büyük miktarda veri iletimine olan gereksinim telsiz iletişimde önemli gelişmelere neden olmaktadır. İşbirlikli çeşitleme, çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) ağ modeli, uzay-zaman kodlaması gibi teknikler ile veri iletimi önemli ölçüde hızlandırılmış ve iletimin kalitesi artırılmıştır. Verici ve alıcıda birden fazla anten kullanılan sistemlere çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) sistemler denir. MIMO sistemlerde, alıcı ve vericideki farklı anten çiftlerine ilişkin sönümlenme katsayılarının da farklı olması beklenir. İletilen işaretin alıcıda hatalı kestirilmesi için bütün bağlantılardaki sönümlenmenin fazla olması gerekmektedir ve bu da olasılık olarak tek bağlantıdaki sönümlenmenin fazla olması olasılığından oldukça küçüktür. Bundan dolayı MIMO sistemler başarıyı ciddi olarak iyileştirmektedir. MIMO ağların yalnızca alıcılarının kanal bilgisine sahip olduğu ve hem alıcılarının hem de vericilerinin kanal bilgisine sahip oldukları durumlar için kapasite analizleri yapılmaktadır [1].

Uzay-zaman kodlama [2] ve [3]'te yaklaşık aynı zamanlarda ortaya atılan, sistemin başarımını önemli ölçüde artıran bir yöntemdir. Vericide birbirinden belirli bir mesafede yerleştirilen antenler sayesinde bağımsız sönümlenme katsayılarına sahip yollardan iletim yapılmakla uzayda çeşitleme ve ardışık zaman aralıklarında belirli

bir kodlamaya bağlı olarak aynı işaretlerin gönderilmesi ile zamanda çeşitleme sağlanmaktadır. [2]'de vericide iki alıcıda bir antenin olduğu bir yapı için uzay-zaman blok kodu üretilmiş ve bu sistemin çeşitleme kazancının vericide bir alıcıda iki anten olan bir ağ ile aynı olduğu gösterilmiştir. [3]'te vericide 3 ve 4 anten olduğu durumlar için dik uzay-zaman blok kodları bulunmuştur. eşitlemenin verici tarafında yapılmasının önemli bir avantajı, bir baz istasyonu ve bu baz istasyonu ile iletişim kuran kullanıcılar örneğinde olduğu gibi, vericiye birden fazla anten yerleştirmek alıcılara yerleştirmekten daha kolay ve maliyetinin düşük olmasıdır.

Çoğu zaman alıcı ve vericinin fiziksel özellikleri nedeni ile birbirinden bağımsız snmlemelere sahip birden fazla antenin yerleştirilmesi mümkün olmamaktadır. Çünkü iki antenin ilişkisiz olabilmesi için aralarındaki mesafe taşıyıcı frekansın dalga boyunun en az yarısı kadar olmalıdır. Bundan dolayı işbirlikli çeşitleme olarak adlandırılan bir yöntem ileri srlmştur. Bu yöntemde birbirinde uzakta bulunan bağımsız kullanıcılar işbirliği yaparak hedefe iletim yaparlar ve bu sayede çeşitleme kazancı sağlanmış olur. Işbirlikli eşitleme ilk olarak [4]'te ileri srlmştur. Daha sonra [5]'te iki kullanıcının işbirliği yaptığı temel işbirlikli çeşitleme yapısı incelenmiş ve tam çeşitleme kazancı olan 2'nin sağlandığı gösterilmiştir. Burada işareti üreten birim kaynak, kaynaktan aldığı işareti hedefe ileten birim ise aktarıcı olarak adlandırılır. [5]'te aktarıcıların z-ve-aktar (DF), kuvvetlendir-ve-aktar (AF) ve seçmeli z-ve-aktar (SDF) protokolleri ile çalıştığı durumlar incelenmektedir. Buradaki SDF protokolüne benzer daha basit bir model [15]'te de ileri sürülmekte ve incelenmektedir.

Işbirlikli eşitlemenin kolaylıkla uygulanabilmesine rağmen [5]'te önerilen tekrarlıma-temelli protokoller bant-genişliği açısından verimli değillerdir. Bundan dolayı [6]'da bant verimliliğini artırabilmek için dağıtılmış uzay-zaman blok kodları (DSTBC) nerilmiş ve tam çeşitleme kazancı sağladığı gösterilmiştir. Bu yapıda birbirinden bağımsız olan kullanıcılar ve aktarıcılar kendi ürettikleri veya başka bir düğümden aldıkları işaretleri STBC oluşturacak şekilde hedefe gönderirler. Bu makaleden sonra dağıtılmış uzay-zaman blok kodları üzerine çok sayıda çalışma yapılmıştır. [7]'de aktarıcıların AF protokolü ile çalıştığı ve DSTBC kullanılan durum incelenmektedir. [8] ve [9]'da incelenen modellerde ise aktarıcılar DF protokolü ile çalışmaktadır.

Çok atlamalı ağ modeli, işbirlikli çeşitlenmeli modelin genelleştirilmiş ve daha karışık ağ yapısına sahip biçimidir. Kaynak ile hedef arasında iki veya daha fazla atlama ile ağ modellenir. Aktarıcılar AF protokolü ile çalıştığı çok atlamalı model temel olarak [10] ve [11]'de incelenmiş ve başarımın aktarıcısız modele göre iyi sonuçlar verdiği ortaya konmuştur. Bu makalelerde incelenen modelde çok atlamalı çeşitleme göz önünde bulundurulmaktadır. Çok atlamalı çeşitleme hedefin ve/veya aktarıcılarının, kendisinden yalnızca bir önceki aktarıcı veya aktarıcı grubundan işaret aldığı modelin ötesinde, daha önceki aktarıcılardan da işaretleri aldığı modeldir. Çok atlamalı çeşitlenmeli ağ modeli temel olarak [12]'de incelenmektedir. [12]'de incelenen çok atlamalı ağ yapısında her atlama tek aktarıcı üzerinden yapılmaktadır. Bu makalede aktarıcılar AF veya DF protokolü ile çalışmasına göre ve çok atlamalı çeşitlemenin olup olmamasına göre 4 farklı durum incelenmektedir. [13]'te her alıcının kendinden önceki vericilerden (aktarıcılar ve kaynak) işaret aldığı çok atlamalı çeşitlenmeli model ele alınmış ve  $N-1$  aktarıcının olduğu  $N$  atlamalı bir yapının maksimum çeşitleme kazancı olan  $N$ 'i sağladığı gösterilmiştir. [14]'te aktarıcılar AF protokolü ile çalıştığı ve her atlamada DSTBC kullanılan model ele alınmış ve maksimum çeşitleme kazancını sağladığı gösterilmiştir. Tezde ele alınan model [14] ile benzerdir ve karşılaştırmalar bu makalede verilen sonuçlarla yapılmaktadır.

## 1.2 Tezin Katkıları

Bu tezde çok atlamalı ağlara ilişkin iki farklı yaklaşım ele alınmaktadır. Birinci yaklaşımda  $N$  atlamalı bir ağ üzerinden, her atlamada dağıtılmış Alamouti kodu kullanılarak bilgi iletilen sistem ele alınmaktadır. Ağ iki antenli bir kaynak, bir veya daha fazla antenli bir hedef ve tek antenli aktarıcılardan oluşmaktadır. Her adımda iki aktarıcıdan oluşan aktarıcı grupları vardır. Sistemdeki bütün aktarıcılar çöz-ve-aktar (DF) protokolü ile çalışmaktadırlar ve aldıkları işaretleri doğru veya hatalı çözdüklerine bakılmaksızın, çözdükleri işaretleri bir sonraki aktarıcı grubuna göndermektedirler. Aktarıcılar yarı çift yönlü (half duplex) olarak çalışmaktadırlar, yani alma ve gönderme işlemlerini aynı zaman aralığında yapamamaktadırlar. Bu modelde çok atlamalı çeşitleme göz önünde bulundurulmamaktadır. Bu model için servis dışı kalma olasılığı ve bit hata olasılığı (BEP) için üst sınır bulunmaktadır.

Bu modelin 3 düğümlü (kaynak-aktarıcı-hedef) işbirlikli çeşitlemeli temel yapısı [8]'de incelenmiştir. [8]'de dağıtılmış Alamouti kodunu kaynak ve aktarıcı oluşturmaktadır. Aktarıcıda oluşabilecek olan hatalar BER başarımının kapalı biçimde hesaplanmasına olanak vermemektedir. Bundan dolayı BER başarımı sönümlenme katsayılarına bağlı olarak bulunmakta ve sönümlenme katsayıları üzerinden ortalaması ancak bilgisayar benzetimleri ile elde edilebilmektedir. Bu tezde ise BER başarımı için kuramsal üst sınır bulunmakta ve  $N$ -atlamalı ağ modeli için kuramsal sonuçlar genelleştirilmektedir. Bu kısım ile ilgili çıkarımlar ve sonuçlar tezin 3. bölümünde yer almaktadır.

Tezin 4. Bölüm'ünde ise iki atlamalı ağlar göz önünde bulundurulmakta ve bu ağ yapısı için üç ayrı model incelenmektedir: çok atlamalı seçmesiz model (1. model), çok atlamalı çeşitlemeli seçmesiz model (2. model) ve çok atlamalı çeşitlemeli seçmeli model (3. model). Burada ağ iki antenli bir kaynak, tek antenli bir hedef ve tek antenli iki aktarıcıdan oluşmaktadır. 1. modelde hedef yalnızca aktarıcılardan aldığı işaretleri çözmektedir. 2. modelde hedef aktarıcılardan ve kaynaktan aldığı işaretleri birlikte çözmektedir (çok atlamalı çeşitleme). 3. modelde ise aktarıcılar anlık SNR'larının belirli bir eşik değerinin üzerinde olup olmamasına göre seçilmektedir. 2. ve 3. modeller için servis dışı kalma olasılıkları bulunmakta ve 3. model için BER kapalı formda elde edilmektedir. Daha sonra her 3 model için (1. modelin 2-atlamalı durumu için) servis dışı kalma olasılığını minimum yapan optimum güç dağılımı ve aktarıcılarının optimum konumu bulunmaktadır. Sadece 3. modelin bit hata olasılığı kapalı formda bulunabildiği için bit hata olasılığını minimum yapan optimum güç dağılımı ve aktarıcılarının optimum konumu yalnızca bu model için bulunmaktadır. Bunun yanında optimum değerlerin kullanılmasının başarımı ne ölçüde iyileştirdiği benzetim sonuçları ile ortaya konmaktadır.

## 2 İŞBİRLİKLİ ÇEŞİTLEME VE ÇOK ATLAMALI AĞLAR

Tezde ele alınan konular işbirlikli iletişim ile doğrudan ilgilidir. Bundan dolayı konunun anlaşılabilmesi için işbirlikli çeşitlemenin temel kavramlarının bilinmesi gerekmektedir. Bu bölümde öncelikle telsiz iletişimin tez ile ilgili konuları ve daha sonra tezde kullanılan işbirlikli iletimin temel kavramları ve çok atlamalı ağ yapısı özet olarak anlatılmaktadır.

### 2.1 Temel Kavramlar

#### 2.1.1 Başarım ölçütleri

##### 2.1.1.1 Ortalama işaret-gürültü oranı (ortalama SNR)

İşaret iletim sistemlerinde en sık kullanılan ve en kolay anlaşılabilen başarım ölçütü SNR'dır. Genellikle alıcı tarafında elde edilen veriler doğrultusunda kolayca hesaplanabilir. Sönümlenmeli kanallarda başarımın ölçülmesi açısından ortalama SNR anlık SNR'dan daha anlamlıdır. Anlık SNR  $\gamma$  ile gösterildiğinde ortalama SNR [17]

$$\bar{\gamma} = \int_0^{\infty} \gamma p_{\gamma}(\gamma) d\gamma \quad (2.1)$$

eşitliği ile elde edilir. Burada  $p_{\gamma}(\gamma)$ ,  $\gamma$ 'nın olasılık yoğunluk işlevidir (pdf). Ortalama SNR, Moment Üretme İşlevi (MGF) bağlı olarak da bulunabilir. MGF

$$M_{\gamma}(s) = \int_0^{\infty} p_{\gamma}(\gamma) e^{s\gamma} d\gamma \quad (2.2)$$

biçiminde tanımlanan bir işlevdir. MGF'nin hazır tabloları vardır ve bundan dolayı ortalama SNR'ın MGF'ye bağlı olarak bulunması önemlidir. Ortalama SNR, MGF cinsinden

$$\bar{\gamma} = \left. \frac{dM_{\gamma}(s)}{ds} \right|_{s=0} \quad (2.3)$$

biçiminde tanımlanır. Ortalama SNR'ın yüksek olması sistemin başarımının iyi olduğunu gösterir.

### 2.1.1.2 Servis dışı kalma olasılığı

Diğer bir başarım ölçütü servis dışı kalma olasılığıdır. Servis dışı kalma olasılığı anlık SNR'ın ( $\gamma$ ) belirli bir eşik değerinin ( $\gamma_{thr}$ ) altında kalma olasılığı olarak tanımlanır ve  $P_{out}$  ile gösterilir.  $P_{out}$

$$P_{out} = \int_0^{\gamma_{thr}} p_{\gamma}(\gamma) d\gamma \quad (2.4)$$

biçiminde tanımlanır [17]. Bu eşitlik aynı zamanda  $\gamma = \gamma_{thr}$  için hesaplanan olasılık dağılım işlevine (cdf) eşdeğerdir.

### 2.1.1.3 Ortalama bit hata olasılığı

Ortalama bit hata olasılığı bu üç ölçüt arasında hesaplanması en zor olanıdır. Ama diğer yandan sistem başarımını en iyi tanımlayan ve literatürde en sık kullanılan ölçüttür. Bu olasılığın zor hesaplanmasının en önemli nedeni ortalama bit hata olasılığının anlık SNR'a, uygulanan modülasyon ve kestirim tekniklerinin doğrusal olmayan doğası nedeniyle doğrusal olmayan bir işlevle bağlı olmasıdır. Ama burada da gösterileceği gibi Moment Üretme İşlevi (MGF) yardımı ile hesaplama kısmen kolaylaşmaktadır. Anlık SNR'a koşullu olarak bit hata olasılığının

$$P_b(e|\gamma) = C \exp(-\alpha\gamma) \quad (2.5)$$

biçiminde tanımlandığı varsayalım. Buradaki katsayı modülasyonun çeşidine göre bir değer alır. Bu durumda bit hata olasılığı

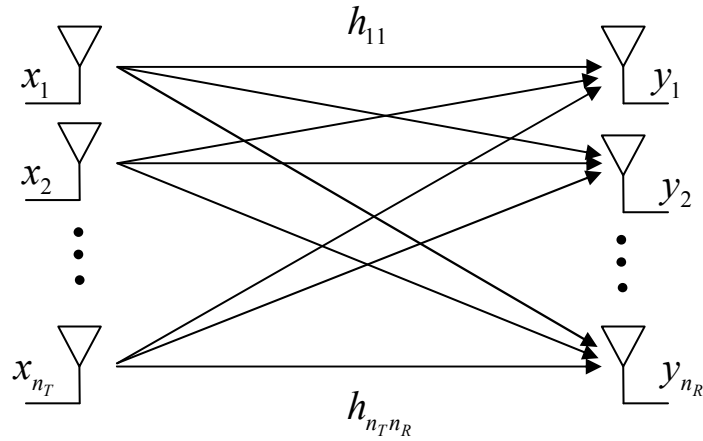
$$\begin{aligned} P_b(e) &= \int_0^{\infty} P_b(e|\gamma) p_{\gamma}(\gamma) d\gamma \\ &= \int_0^{\infty} C \exp(-\alpha\gamma) p_{\gamma}(\gamma) d\gamma \\ &= C M_{\gamma}(-\alpha) \end{aligned} \quad (2.6)$$

biçiminde elde edilir [17]. Burada  $M_{\gamma}(s)$  ile gösterilen anlık SNR'ın MGF'sidir ve yalnızca sönümlenmeli kanal modeline bağlı olduğu kabul edilir. Bit hata olasılığı

MGF cinsinden elde edildikten sonra hesaplanması kısmen daha kolaydır çünkü MGF tablolarından yararlanılarak ortalama bit hata olasılığı rahatlıkla bulunabilir.

### 2.1.2 MIMO kanallar

Alıcıda ve vericide birden fazla antenin kullanıldığı kanal modeline çok girişli çok çıkışlı (MIMO) kanallar denir. Alıcıda  $n_R$  adet anten ve vericide  $n_T$  adet antenin bulunduğu kanal yapısı Şekil 2.1’de gösterilmektedir.



Şekil 2.1: MIMO kanal yapısı

Sistem giriş çıkış ilişkisi

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n_R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1n_T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n_R 1} & \cdots & h_{n_R n_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n_T} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_{n_R} \end{bmatrix}$$

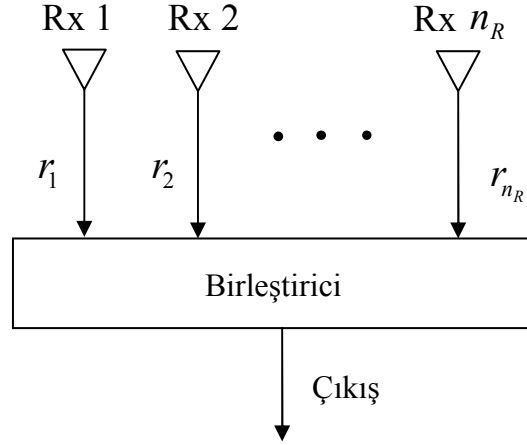
biçiminde ifade edilir. MIMO kanallarda sığa yaklaşık olarak anten sayısı ile orantılı olarak artmaktadır [1].

### 2.1.3 Çeşitleme

Alıcıda birden fazla anten bulunduğu alıcı çeşitlemesi söz konusu olur. Farklı sönmüleme katsayılarına sahip olan yollardan alınan işaretler alıcıda farklı yöntemlerle birleştirilerek çeşitleme sağlanmış olur ve başarımlar buna bağlı olarak artar. Gelen olarak yöntemler toplam SNR’ın artırılabilmesi için farklı bağlantılardan elde edilen işaretlerin nasıl birleştirildiğine bağlı olarak farklılaşır. Bundan dolayı çeşitleme yöntemleri birleştirme tekniklerine göre sınıflandırılır.

### 2.1.3.1 Seçmeli birleştirme (SC)

Seçmeli birleştirme (SC) basit bir yöntemdir. Alıcıdaki anten sayısı  $n_R$  olsun. SC'nin blok diyagramı Şekil 2.2'de gösterilmektedir. Bu yöntemde birleştirici en büyük anlık SNR'a sahip olan işareti çıkışa gönderir, böylece çıkış alınan en iyi işarete eşit olur [18].



Şekil 2.2: Seçmeli birleştirme tekniği

### 2.1.3.2 Değiştir ve bekle birleştirmesi (SSC)

SSC'de, birleştirici başlangıçta anlık SNR'ı en büyük olan işareti çıkışa verir ve daha sonra seçtiği işaretin SNR'ı belirli bir eşik değerinin üzerinde kaldığı sürece aynı işareti çıkışa vermeye devam eder. Seçtiği işaretin SNR'ı eşik SNR'ın altına düştüğünde birleştirici yeniden SNR'ı en büyük olan başka bir işaret bulur ve çıkışa verir [18]. Bundan dolayı buna değiştir ve bekle birleştirmesi adı verilir. SSC çıkışa her zaman en iyi işareti vermediği için başarımlı açısından SC'den daha kötüdür ama anlık SNR'ı izlemediği için daha kolay uygulanır. Bununla birlikte SSC ve SC'nin her ikisi de çıkışa seçtiği tek bir işareti vermektedir.

### 2.1.3.3 En büyük oran birleştirmesi (MRC)

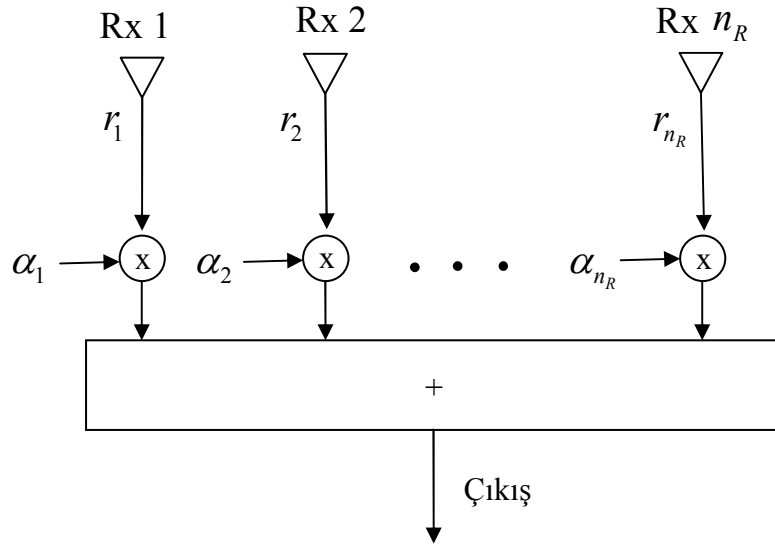
En büyük oran birleştirmesi alınan işaretleri ayrı ayrı ağırlıklandırıp toplanarak elde edilir (Şekil 2.3). Ağırlıklandırma

$$r = \sum_{i=1}^{n_R} \alpha_i r_i \quad (2.7)$$

biçiminde yapılır [18]. Burada  $r_i$ ,  $i$ 'inci antenden alınan işaret ve  $\alpha_i$ ,  $i$ 'inci antenden alınan işaret için ağırlıklandırma çarpanıdır. MRC'de ağırlıklandırma çarpanı alınan işaretler ile doğru orantılı olarak seçilir.  $A_i$  ve  $\phi_i$ , sırasıyla, alınan  $r_i$  işaretinin büyüklük ve fazıdır. Bu durumda ağırlıklandırma çarpanı

$$\alpha_i = A_i e^{-j\phi_i} \quad (2.8)$$

biçiminde ifade edilir. Bu birleştirme yöntemine optimum birleştirme adı da verilir. Çünkü bu yöntem çıkış SNR'ını maksimum yapar. Bununla birlikte bütün sönümleme katsayılarını fazlarıyla bilmeyi gerektirir.



Şekil 2.3: En büyük oran birleştirme tekniği

#### 2.1.3.4 Eşit kazanç birleştirme (EGC)

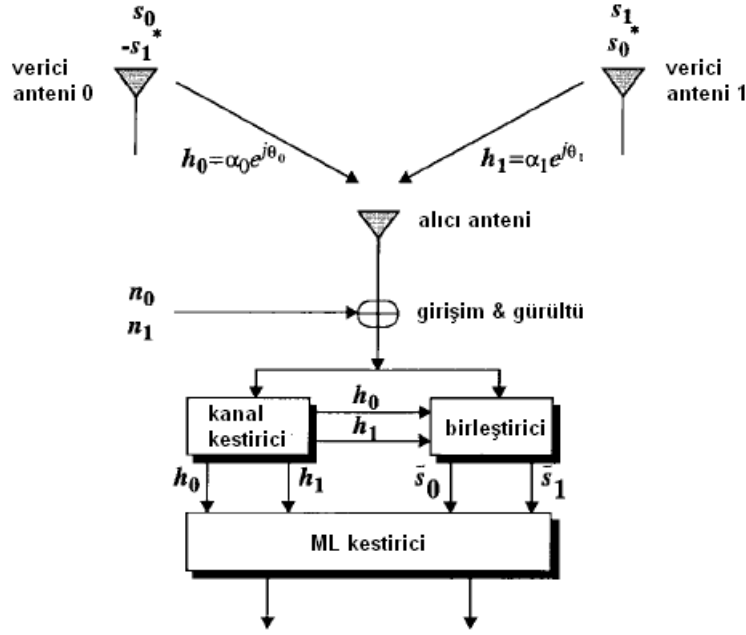
EGC, MRC'den daha kötü başarıma sahip bir yöntem olmasına rağmen daha kolay uygulanabilir. Bu yönteme her bir bağlantıya ait sönümlemenin büyüklüğünün hesaplanmasını gerektirmemektedir, yalnızca fazlarının bilinmesi yeterlidir. Burada, MRC'de tanımlanan ağırlıklandırma çarpanı EGC'de

$$\alpha_i = e^{-j\phi_i} \quad (2.9)$$

biçiminde tanımlanmaktadır [18]. Büyüklükler bütün sönümlenmeler için eşit alınır.

### 2.1.4 Alamouti kodu

Alamouti kodu iki antenli vericiler için vericide çeşitlemenin sağlandığı bir tekniktir. Vericide iki, alıcıda bir antenin bulunduğu Alamouti kodunun vericide bir, alıcıda iki antenin bulunduğu MRC ile aynı çeşitleme kazancına sahip olduğu [2]' gösterilmektedir. Alamouti kodunun çalışma biçimi Şekil 2.4'de verilmiştir.



Şekil 2.4: Tek antenli alıcılı Alamouti kodu

Kaynağın, gönderdiği Alamouti kodu

$$\begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

biçiminde verilir. Burada  $s_1$  ve  $s_2$  birinci zaman aralığında, sırasıyla, kaynağın birinci ve ikinci anteninden gönderilen işaretlerdir.  $-s_2^*$  ve  $s_1^*$  ikinci zaman aralığında, sırasıyla, kaynağın birinci ve ikinci anteninden gönderilen işaretlerdir. Alıcıda alınan işaretler

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{E_0}{2}} \begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

biçiminde verilir. Burada  $r_1$  ve  $r_2$  alıcının birinci ve ikinci zaman aralıklarında aldığı işaretler,  $h_1$  ve  $h_2$  kaynağın birinci ve ikinci anteni ile alıcı arasındaki bağlantının

$CN(0,1)$  ile verilen kompleks Gauss dağılımlı rastlantı değişkeni olarak modellenen kanal katsayıları,  $n_1$  ve  $n_2$ ,  $CN(0,1)$  ile verilen kompleks toplamsal beyaz Gauss gürültüsü (AWGN),  $E_0$  vericinin iki anteninde harcanan toplam güçtür. Alıcıdaki birleştirme denklemleri

$$\begin{aligned}\hat{r}_1 &= h_1^* r_1 + h_2 r_2^* \\ \hat{r}_2 &= h_2^* r_1 - h_1 r_2^*\end{aligned}\tag{2.12}$$

biçiminde yazılır. (2.11), (2.12)'de yerine koyulduğunda

$$\begin{aligned}\hat{r}_1 &= \sqrt{\frac{E_0}{2}} (|h_1|^2 + |h_2|^2) s_1 + (n_1 h_1^* + n_2^* h_2) \\ \hat{r}_2 &= \sqrt{\frac{E_0}{2}} (|h_1|^2 + |h_2|^2) s_2 + (n_1 h_2^* - n_2^* h_1)\end{aligned}\tag{2.13}$$

sonucuna ulaşılır. En büyük olabirlikli (ML) kestirim kuralı

$$\hat{s}_i = \arg \min_{s \in S} |\hat{r}_i - s|^2\tag{2.14}$$

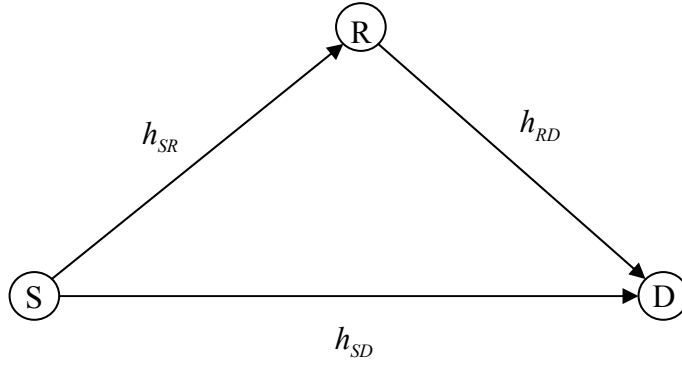
biçiminde yazılır. Burada  $\hat{s}_i$ ,  $s_i$  işaretinin alıcıda kestirimi ( $i=1,2$ ),  $S$  kanal işaretlerinin kümesidir.

Verici çeşitlemesinin alıcı çeşitlemesine göre sağladığı bazı avantajlar vardır. Örnek olarak bir baz istasyonunda iki anten kullanıldığında tek antenli kullanıcıların tamamı ile iletişimin çeşitleme kazancı iki olur. Oysaki baz istasyonunda tek anten kullanıldığında aynı çeşitleme kazancının sağlanabilmesi için bütün kullanıcılarda iki antenin kullanılması gerekmektedir. Bütün alıcılarda iki antenin kullanılması hem maliyet açısından bir dezavantajdır çünkü bir baz istasyonuna binlerce kullanıcı düşmektedir, hem de kullanıcılar genellikle gezgin atgıtlar oldukları için fiziksel olarak küçüktürler ve iki antenin ilişkisiz olarak yerleştirilmesi çoğu zaman mümkün olmamaktadır. Açıktır ki söz konusu iletişim baz istasyonundan kullanıcıya doğru (downlink) olan iletişim ile ilgilidir.

## 2.2 İşbirlikli Çeşitleme

İşbirlikli iletişim bağımsız kullanıcıların diğer kullanıcılar ile işbirliği yaparak hedef ile iletişim kurduğu sistemdir. Temel işbirlikli çeşitlemeli ağ yapısı Şekil 2.5'te gösterilmektedir. 3 düğümlü bu yapı kaynak (S), aktarıcı (R) ve hedeften (D) oluşur.

İşaret kaynak tarafından oluşturulur ve aktarıcı kendisi işaret oluşturmaz. Aktarıcının görevi kaynaktan aldığı işareti çeşitli işlemlerden geçirerek hedefe iletmektir. İşbirlikli çeşitlemeli yapılar kapsamlı olarak [5]'te incelenmiştir. [5]'te işbirlikli çeşitleme aktarıcılarının çalıştığı protokollere bağlı olarak 3 ana grupta incelenmektedir. Bunlar sabit aktarım (fixed relaying), seçimli aktarım (selection relaying) ve artımlı aktarımdır (incremental relaying). Sabit aktarım çöz-ve-aktar (DF) ve kuvvetlendir-ve-aktar (AF) olmak üzere iki alt başlıkta ele alınmaktadır.



Şekil 2.5: İşbirlikli çeşitleme modeli

## 2.2.1 İşbirlikli çeşitleme protokolleri

### 2.2.1.1 Kuvvetlendir-ve-aktar (AF)

Bu protokolde aktarıcı kaynaktan aldığı işareti çözmez ve yalnızca kuvvetlendirerek hedefe gönderir. Bir işaretin iletimi iki zaman aralığında olmaktadır. Birinci zaman aralığında kaynak işareti hedefe ve aktarıcıya gönderir. İkinci zaman aralığında ise aktarıcı birinci zaman aralığında aldığı işareti kuvvetlendirerek hedefe gönderir. Kaynağın işaretini iletmek için harcadığı ortalama gücün  $E_s$  olduğu varsayılmaktadır. Birinci zaman aralığında aktarıcının aldığı işaret

$$r_R = h_{SR}s + n_1 \quad (2.15)$$

olarak verilir. Burada  $h_{SR}$ , kaynak ile aktarıcı arasındaki kanala ilişkin sönümlenme katsayısıdır ve  $n_1$ , ortalaması sıfır ve ortalama gücü  $N_{SR}$  olan toplamsal Gauss gürültüsüdür. Birinci zaman aralığında hedefin aldığı işaret

$$r_D^1 = h_{SD}s + n_2 \quad (2.16)$$

olarak verilir. Burada  $h_{SD}$ , kaynak ile hedef arasındaki kanala ilişkin sönümleme katsayısıdır ve  $n_2$ , ortalama gücü  $N_{SD}$  olan toplamsal Gauss gürültüsüdür. AF protokolü kullanıldığı için aktarıcı, kaynaktan aldığı işareti kazancı ( $G$ ) ile çarparak hedefe gönderir. Bundan dolayı ikinci zaman aralığında hedefin aldığı işaret

$$r_D^2 = h_{RD}G(h_{SR}s + n_1) + n_3 \quad (2.17)$$

biçiminde ifade edilir. Burada  $h_{RD}$ , aktarıcı ile hedef arasındaki kanala ilişkin sönümleme katsayısıdır ve  $n_3$ , ortalama gücü  $N_{RD}$  olan toplamsal Gauss gürültüsüdür. Bu durumda aktarıcı üzerinden iletilen işaretin hedefteki toplam işaret-gürültü oranı (SNR)

$$\gamma_{eq} = \frac{\frac{E_S |h_{SR}|^2 |h_{RD}|^2}{N_{SR} N_{RD}}}{\frac{|h_{RD}|^2}{N_{RD}} + \frac{1}{G^2 N_{SR}}} \quad (2.18)$$

eşitliği ile verilir [10]. Bu denklemden anlaşıldığı gibi iki uç arasındaki eşdeğer SNR aktarıcının kazancı ile ilişkilidir. Eğer aktarıcı, kaynak ile aktarıcı arasındaki kanal bilgisine sahipse aktarıcının kazancı

$$G^2 = \frac{E_R}{E_S |h_{SR}|^2 + N_{SR}} \quad (2.19)$$

biçiminde ifade edilir. Burada  $E_R$ , aktarıcının işaret iletimi için harcadığı ortalama güçtür. Aktarıcının kazancı (2.18)'de yerine konulduğunda kaynak-aktarıcı-hedef arasındaki eşdeğer SNR

$$\gamma_{eq} = \frac{\gamma_{SR}\gamma_{RD}}{\gamma_{SR} + \gamma_{RD} + 1} \quad (2.20)$$

olarak elde edilir. Burada  $\gamma_{SR} = \frac{E_S |h_{SR}|^2}{N_{SR}}$  ve  $\gamma_{RD} = \frac{E_R |h_{RD}|^2}{N_{RD}}$  eşitlikleri ile tanımlanmaktadır. Böyle bir ağ yapısı için kaynak ile hedef arasındaki maksimum ortalama karşılıklı bilgi [5]

$$I_{AF} = \frac{1}{2} \log \left( 1 + \gamma_{SD} + \frac{\gamma_{SR}\gamma_{RD}}{\gamma_{SR} + \gamma_{RD} + 1} \right) \quad (2.21)$$

biçiminde elde edilir. Burada  $\gamma_{SD} = \frac{E_S |h_{SD}|^2}{N_{SD}}$  olarak tanımlanmaktadır.

### 2.2.1.2 Çöz-ve-aktar (DF)

Bu protokolda aktarıcı 1. zaman aralığında kaynaktan aldığı işareti çözer ve kestirdiği işareti hedefe 2. zaman aralığında gönderir. Kaynağın işaret iletimi için harcadığı ortalama gücün  $E_S$  olduğu varsayılmaktadır. Birinci zaman aralığında aktarıcının aldığı işaret

$$r_R = h_{SR}S + n_1 \quad (2.22)$$

olarak verilir. Burada  $h_{SR}$ , kaynak ile aktarıcı arasındaki kanala ilişkin sönümlenme katsayısıdır ve  $n_1$ , ortalama gücü  $N_{SR}$  olan toplamsal Gauss gürültüsüdür. Birinci zaman aralığında hedefin aldığı işaret

$$r_D^1 = h_{SD}S + n_2 \quad (2.23)$$

olarak verilir. Burada  $h_{SD}$ , kaynak ile aktarıcı arasındaki kanala ilişkin sönümlenme katsayısıdır ve  $n_2$ , ortalama gücü  $N_{SD}$  olan toplamsal Gauss gürültüsüdür. Protokol DF olduğu için aktarıcı kaynaktan aldığı işareti çözmektedir ve aktarıcının kestirimi  $\hat{s}$  olarak gösterilmektedir. Bundan dolayı ikinci zaman aralığında hedefin aktarıcıdan aldığı işaret

$$r_D^2 = h_{RD}\hat{s} + n_3 \quad (2.24)$$

biçiminde ifade edilir. Burada  $h_{RD}$ , kaynak ile aktarıcı arasındaki kanala ilişkin sönümlenme katsayısıdır ve  $n_3$ , ortalama gücü  $N_{RD}$  olan toplamsal Gauss gürültüsüdür. Böyle bir ağ yapısı için kaynak ile hedef arasındaki maksimum ortalama karşılıklı bilgi [5]

$$I_{DF} = \frac{1}{2} \min \{ \log(1 + \gamma_{SR}), \log(1 + \gamma_{SD} + \gamma_{RD}) \} \quad (2.25)$$

biçiminde elde edilir. Burada  $\gamma_{SR} = \frac{E_S |h_{SR}|^2}{N_{SR}}$ ,  $\gamma_{RD} = \frac{E_R |h_{RD}|^2}{N_{RD}}$  ve  $\gamma_{SD} = \frac{E_S |h_{SD}|^2}{N_{SD}}$

eşitlikleri ile tanımlanmaktadır.

### 2.2.1.3 Seçimli aktarım (SDF)

[5]'te incelenen diğer bir model seçimli aktarımdır. Bu modelde aktarıcı DF protokolü ile çalışmakta ve aktarıcıda alınan işaretin SNR'ı belirli bir eşik değerinin üzerinde ise kestirerek hedefe iletmekte, eşik değerinin üzerinde değil ise hedefe iletmemekte ve sessiz (pasif) kalmaktadır. Aktarıcı sessiz kaldığında bu durum kaynağa bildirilir, kaynak ilk zaman aralığında ilettiği işareti hedefe yeniden gönderir. Kaynak, aktarıcının pasif olduğunu kaynak ile aktarıcı arasındaki kanal bilgisine sahip ise bilebileceği gibi kaynağa aktarıcı tarafından tek bitlik geri besleme ile de bildirilebilir. Bu durumda kaynak ile hedef arasındaki maksimum ortalama karşılıklı bilgi [5]

$$I_{SDF} = \begin{cases} \frac{1}{2} \log(1 + 2\gamma_{SD}), & \gamma_{SR} < \gamma_{thr} \\ \frac{1}{2} \log(1 + \gamma_{SD} + \gamma_{RD}), & \gamma_{SR} \geq \gamma_{thr} \end{cases} \quad (2.26)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Burada  $\gamma_{thr}$  ile gösterilen eşik SNR değeridir.

Bu protokole benzer bir protokol [15]'te incelenmektedir. [15]'te incelenen modelde aktarıcı anlık SNR'ı eşik SNR'ın üzerinde ise çözerek hedefe iletmekte değil ise sessiz kalmaktadır. Yalnız bu durumda kaynak işaretleri yeniden göndermemektedir. Bu durum aktarıcının çözüp çözmediğini geri besleme ile kaynağa bildirme gereksinimini ortadan kaldırmaktadır. Kaynak işaretleri yeniden göndermediği için bu protokolün başarımı, [5]'teki SDF protokolüne göre daha düşük olmakla birlikte tam çeşitleme derecesine sahip olduğu [15]'te gösterilmektedir.

### 2.2.1.4 Artımlı aktarım

Artımlı aktarım sistemin veri hızını artıran bir modeldir. Bundan önce anlatılan modeller sistemin servis dışı kalma ve hata başarımlarını iyileştirmekle birlikte her bir işaret her zaman iki zaman aralığında gönderildiği için veri hızı azalmaktadır. Özellikle kaynak ile hedef arasındaki sönümlemenin az olduğu durumlarda aktarıcının işareti tekrar göndermesi başarımlar açısından gerekli değildir ve hızı düşürmektedir. Bundan dolayı veri hızını artırmak amacıyla geri beslemenin kullanıldığı artımlı aktarım modeli önerilmektedir. Bu modelde AF veya DF protokolü ile çalışan aktarıcı normal koşullarda iletim yapmaz. Hedef, kaynak ile hedef arasındaki kanalı anlık olarak izler ve sönümlemenin fazla olduğu durumlarda

bunu tek bitlik bir geri besleme ile aktarıcıya ve kaynağa bildirir. Bu durumda kaynak bir sonraki zaman aralığında sessiz kalır ve aktarıcı hangi protokolle çalışıyorsa o protokole göre kaynaktan aldığı işareti hedefe gönderir. Böylece sistemin veri iletim hızı artırılmış olur.

### 2.2.2 İşbirlikli çeşitleme ve dağıtılmış Alamouti kodu

Dağıtılmış uzay-zaman blok kodu (DSTBC) ilk olarak [6]'da ele alınmış ve işbirlikli çeşitlemenin düşük bant verimliliğine alternatif olarak ileri sürülmüştür. Dağıtılmış Alamouti kodu da iki bağımsız kullanıcının oluşturduğu DSTBC'ye verilen addır. Bu modelde bağımsız iki kullanıcı bir vericinin iki anteni gibi davranarak dağıtılmış Alamouti kodu oluştururlar.

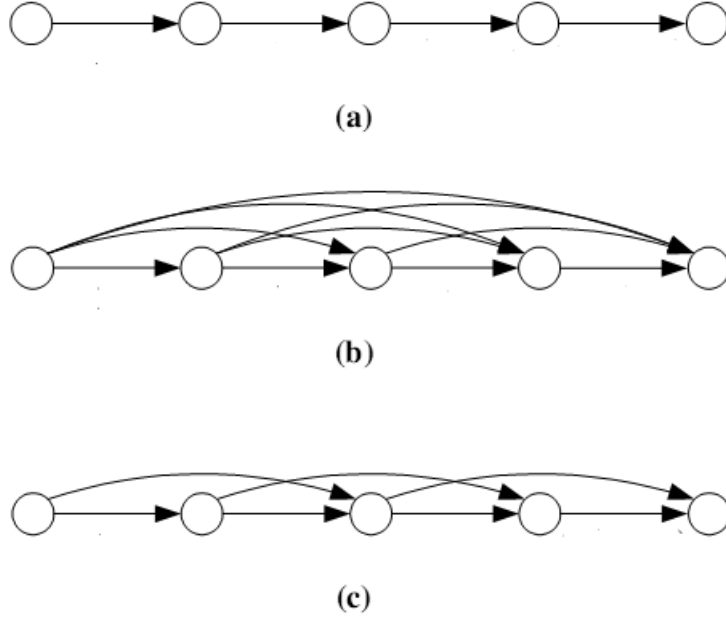
**Çizelge 2.1:** Dağıtılmış Alamouti kodunda iletimin yapısı

	1. Faz		2. Faz	
	1. Zaman Aralığı	2. Zaman Aralığı	1. Zaman Aralığı	2. Zaman Aralığı
S	$s_1$	$s_2$	$s_1$	$-s_2^*$
R			$\tilde{s}_2$	$\tilde{s}_1^*$

Üç düğümlü dağıtılmış Alamouti kodunun şeması Çizelge 2.1'de gösterilmektedir. 1. fazda kaynak aktarıcıya ve hedefe sırasıyla  $s_1$  ve  $s_2$  işaretlerini gönderir. Aktarıcı birinci fazda iki zaman aralığında aldığı işaretleri  $\tilde{s}_1$  ve  $\tilde{s}_2$  olarak çözer. Burada eğer aktarıcı hatasız olarak çöze  $\tilde{s}_1 = s_1$  ve  $\tilde{s}_2 = s_2$  olarak elde edilir. İkinci fazda kaynak ile aktarıcı Alamouti kodunu oluşturmak için tek bir vericinin iki anteni gibi davranır ve ikinci fazın birinci zaman aralığında kaynak  $s_1$ , aktarıcı  $\tilde{s}_2$ , ikinci zaman aralığında ise kaynak  $-s_2^*$ , aktarıcı  $\tilde{s}_1^*$  gönderir. İkinci fazda iletilen işaretler Alamouti kodunu oluşturur.

Dağıtılmış Alamouti kodu sayesinde sistem başarımı iyileşir. Eğer aktarıcıda hata oluşmazsa, hedef ikinci fazda aldığı işaretleri Alamouti kodunda olduğu gibi kolaylıkla çözer. Yalnız, eğer aktarıcı aldığı işaretlerin birisini veya ikisini hatalı çözerse hedefin çözmesi eskisi kadar kolay olmayacaktır. Bu konu ilk olarak modülasyonun BPSK olduğu durum için [8]'de incelenmiştir. Aktarıcıdaki

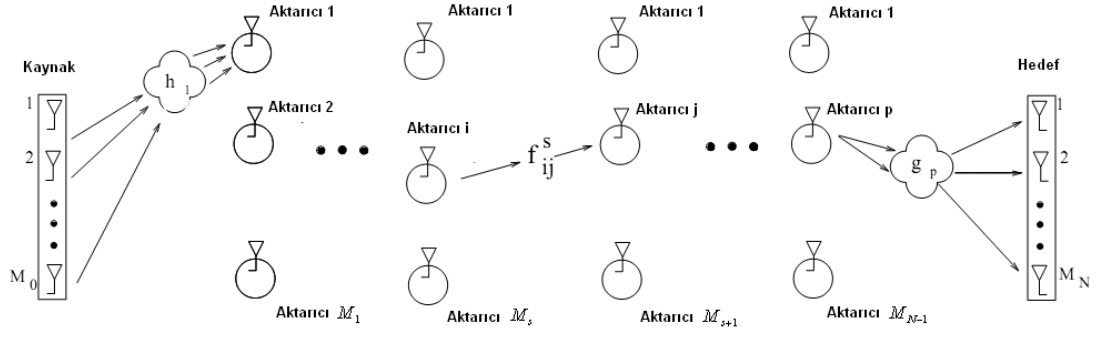




**Şekil 2.6:** Çok atlamalı ağ yapıları: (a) çok atlamalı model, (b),(c) çok atlamalı çeşitlemeli model

kaynak) alınan işaretleri kullanmaktadır. [12]'de aktarıcılar AF veya DF protokolü ile çalışmasına göre ve çok atlamalı çeşitlemenin olup olmasına göre 4 farklı durum incelenmektedir. [12]'de, çok atlamalı modelde, aktarıcılar DF protokolü ile çalıştığında AF protokolü ile çalıştığı duruma göre daha iyi başarımlar sağladığı gösterilmektedir. Bununla birlikte çok atlamalı çeşitlemeli modelde aktarıcılar AF protokolü ile çalıştığında DF protokolü ile çalıştığı duruma göre daha iyi başarımlara sahip olmaktadır. Yani çok atlamalı çeşitleme AF protokolü ile çalışan aktarıcılar kullanıldığında daha iyi sonuç vermektedir. DF aktarıcılarda çok atlamalı çeşitleme başarımlarını belirli bir ölçüde artırmakla birlikte çeşitleme kazancını etkilememektedir. Ama AF aktarıcılarının kullanıldığı durumda özellikle çeşitleme kazancı büyük oranda artmaktadır. Aynı sonuca bu tezin 4. bölümünde incelenen model için de ulaşılmaktadır.

Bu tezin 3. Bölümünde incelenen ağ yapısı için [14]'teki ağ yapısı referans alınmaktadır. [14]'te ele alınan ay yapısı Şekil 2.7'de gösterilmektedir. Burada aktarıcılar AF protokolü ile çalıştığı ve her atlamada DSTBC kullanılan model ele alınmakta ve maksimum çeşitleme kazancını sağladığı gösterilmektedir. Tezde ele alınan modelin [14]'teki modelden farkı aktarıcılar DF protokolü ile çalışıyor olmasıdır.



Şekil 2.7: [14]'de incelenen art arda bağlı DSTBC ağ modeli



### 3 DF AKTARICILI ÇOK ATLAMALI AĞLARDA DAĞITILMIŞ ALAMOUTİ KODUNUN KULLANILMASI

#### 3.1 Giriş

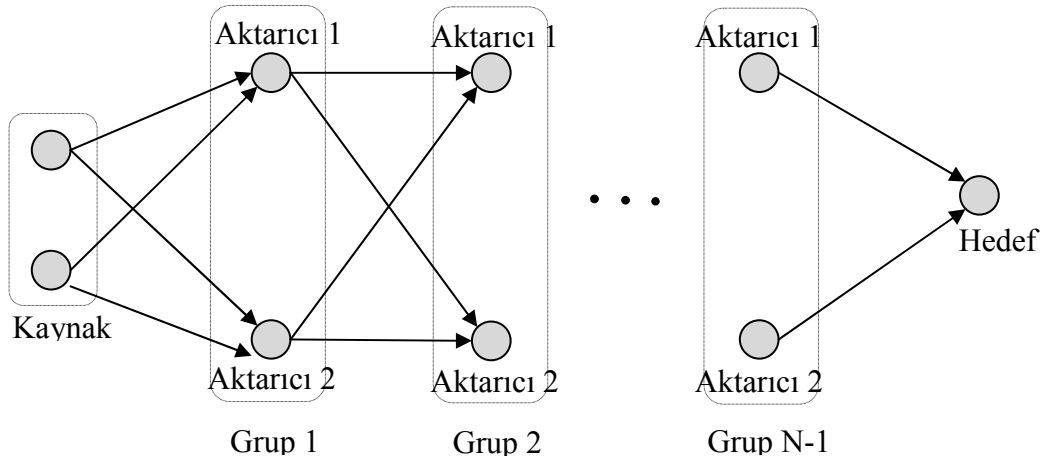
Kaynaktan hedefe bilgi doğrudan iletildiğinde, istenilen başarımın elde edilemediği durumlarda, iletişim aktarıcılar veya aktarıcı grupları aracılığı ile sağlanabilmektedir. Bu şekilde, aktarıcılar aracılığı ile iletişimin yapıldığı ağlara çok atlamalı ağlar (multihop networks) adı verilir ve son zamanlarda bu ağ yapısı üzerinde oldukça fazla araştırma yapılmaktadır. Bu yöntemle, kaynak ile hedef arasındaki yolun parçalara ayrılmasıyla birbirini izleyen aktarıcılar arasındaki mesafe kısaltılmış olmaktadır ve bu sayede yol kaybından dolayı oluşan başarım kaybının kısmen önüne geçilmektedir.

Literatürde çeşitli çok atlamalı ağ modelleri incelenmiştir. [7]'de aktarıcıların AF protokolü ile çalıştığı ve dağıtılmış uzay zaman blok kodunun (DSTBC) kullanıldığı iki atlamalı bir ağ modeli ele alınmaktadır. Ancak buradaki sonuçlar  $N$ -atlamalı durum için genelleştirilmemiştir. [12]'de incelenen çok atlamalı ağ yapısında her atlama tek aktarıcı üzerinden yapılmaktadır. Bu makalede aktarıcıların AF veya DF protokolü ile çalışmasına göre ve çok atlamalı çeşitlemenin olup olmamasına göre 4 farklı durum incelenmektedir. [12]'de ortaya konan sonuçlara göre, çok atlamalı çeşitlemenin olmadığı durumda DF protokolü daha iyi BER başarımı vermesine rağmen çok atlamalı çeşitlemenin olduğu durumda AF protokolü daha iyi BER başarımı vermektedir. [14]'te aktarıcıların AF protokolü ile çalıştığı ve DSTBC kullanılan çok atlamalı ağ modeli için çeşitleme kazancı analizleri yapılmaktadır. Ancak [14]'te hata başarım analizleri yapılmamıştır.

Aktarıcıların çöz-ve-aktar protokolü ile çalıştığı işbirlikli çeşitlemeli sistemlerde hata yayılımı önemli bir problemdir. Aktarıcılarda oluşabilecek bir hata bir sonraki aktarıcıya iletilerek hedefe kadar gelir ve bu durum çok atlamalı sistemin BER başarımını olumsuz olarak etkiler. Özellikle DSTBC kullanılan ağ modellerinde, hata yayılımı analitik hesaplamaları oldukça karmaşık bir hale getirir ve bazen içinden

çıkılamaz bir hal alabilir. [8]'de ve [9]'da dağıtılmış Alamouti kodu kullanılan iki atlamalı ağ için BER başarımı sönümlenme katsayılarına bağlı olarak bulunmaktadır. Ancak, işlem karmaşıklığı nedeni ile sönümlenme katsayıları üzerinden ortalama, analitik olarak alınamamakta ve bilgisayar yardımı ile Monte-Carlo benzetimleri ile elde edilmektedir.

### 3.2 Sistem Modeli



**Şekil 3.1:** Art Arda Bağlanmış Alamouti kodunun blok diyagramı

Bu çalışmada  $N$  atlamalı bir ağ üzerinden, art arda bağlanmış Alamouti kodu kullanılarak bilgi iletiildiği sistem incelenmektedir. Sistem modeli Şekil 3.1'de gösterildiği gibi iki antenli bir kaynak, bir veya daha fazla antenli bir hedef ve tek antenli aktarıcılardan oluşmaktadır. Her adımda iki aktarıcıdan oluşan aktarıcı grupları vardır. Her aktarıcının yalnızca kendisine doğru olan atlamaya ilişkin kanal bilgisine sahip olduğu ve bir aktarıcı grubu işaret gönderirken, diğer bütün aktarıcılarının sustuğu varsayılmaktadır. Sistemdeki bütün aktarıcılar çöz-ve-aktar protokolü ile çalışmaktadırlar ve aldıkları işaretleri doğru veya hatalı çözdüklerine bakmaksızın, çözdükleri işaretleri bir sonraki aktarıcı grubuna göndermektedirler. Aktarıcılar yarı çift yönlü (half duplex) olarak çalışmaktadırlar, yani alma ve gönderme işlemlerini aynı zaman aralığında yapamamaktadırlar. Aktarıcılarının ve hedefin yalnızca kendinden önceki aktarıcılardan işaret aldıkları varsayılmaktadır ve çok atlamalı çeşitleme göz önünde bulundurulmamaktadır.

Bu çalışmada yukarıda anlatılan ağ modeli için servis dışı kalma olasılığı kapalı formda elde edilmektedir. Bit hata olasılığı için yakın bir üst sınır BPSK

modülasyonu kullanıldığı durumda öncelikle iki-atlamalı ağlar için bulunmakta ve daha sonra  $N$ -atlamalı ağlar için geliştirilmektedir. Son olarak DF protokolü kullanılan model daha önce literatürde [14] incelenmiş olan AF protokolü kullanılan model ile BER başarımı açısından karşılaştırılmaktadır.

Öncelikle iki atlamalı ağlar için gerekli olan matematiksel çıkarımlar gösterilecektir ve  $N$ -atlamalı ağlar için geliştirilmesi aynı yoldan kolaylıkla elde edilebilir. Kaynağın, birinci aktarıcı grubuna gönderdiği Alamouti kodu [2];

$$\begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

biçiminde verilir. Burada  $s_1$  ve  $s_2$  birinci zaman aralığında, sırasıyla, kaynağın birinci ve ikinci anteninden gönderilen işaretlerdir.  $-s_2^*$  ve  $s_1^*$  ikinci zaman aralığında, sırasıyla, kaynağın birinci ve ikinci anteninden gönderilen işaretlerdir. 1. aktarıcı grubunda alınan işaretler

$$\begin{pmatrix} r_j^1 \\ r_j^2 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{E_0}{2}} \begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{1j} \\ h_{2j} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_j^1 \\ n_j^2 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

biçiminde verilir. Burada  $r_j^1$  ve  $r_j^2$  sırasıyla, birinci aktarıcı grubunun  $j$ 'inci aktarıcısının birinci ve ikinci zaman aralıklarında aldığı işaretler,  $j=1,2$ ,  $h_{ij}$  kaynağın  $i$ 'inci anteni ile  $j$ 'inci aktarıcı arasındaki bağlantının  $CN(0,1)$  ile verilen kanal sönmleme katsayıları,  $n_j^i$   $CN(0,1)$  ile verilen kompleks toplamsal Gauss gürültüsüdür,  $i, j=1,2$ . Sistemin toplam gücü  $E_T$ 'nin kaynak ile aktarıcı grupları arasında eşit olarak dağıtıldığı kabul edildiği için kaynağın gücü  $E_0 = E_T / 2$  biçiminde verilmektedir.  $j$ 'inci aktarıcı için birleştirme denklemleri

$$\begin{aligned} \hat{r}_j^1 &= h_{1j}^* r_j^1 + h_{2j} r_j^{2*} \\ \hat{r}_j^2 &= h_{2j}^* r_j^1 - h_{1j} r_j^{2*} \end{aligned} \quad (3.3)$$

biçiminde yazılır. (3.2), (3.3)'te yerine koyulduğunda

$$\begin{aligned} \hat{r}_j^1 &= \sqrt{E_0 / 2} \left( |h_{1j}|^2 + |h_{2j}|^2 \right) s_1 + \left( n_j^1 h_{1j}^* + n_j^{2*} h_{2j} \right) \\ \hat{r}_j^2 &= \sqrt{E_0 / 2} \left( |h_{1j}|^2 + |h_{2j}|^2 \right) s_2 + \left( n_j^1 h_{2j}^* - n_j^{2*} h_{1j} \right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

sonucuna ulaşılır. En büyük olabilirlikli (ML) kestirim kuralı

$$\hat{s}_{j,i} = \arg \min_{s \in S} |\hat{r}_j^i - s|^2 \quad (3.5)$$

biçiminde yazılır. Burada  $\hat{s}_{j,i}$ ,  $s_i$  işaretinin  $j$ 'inci aktarıcıda kestirimi ( $i, j = 1, 2$ ),  $S$  kanal işaretlerinin kümesidir. Aktarıcı grubunun iki aktarıcısı kaynağın iki anteni gibi davranır ve Alamouti kodunu oluşturacak şekilde birbirinden bağımsız olarak çözdükleri işaretleri gönderirler ve buna dağıtılmış Alamouti kodu adı verilir. Aktarıcı grubundan hedefe gönderilen dağıtılmış Alamouti kodu

$$\begin{pmatrix} \hat{s}_{1,1} & \hat{s}_{2,2} \\ -\hat{s}_{2,1}^* & \hat{s}_{1,2}^* \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

biçiminde verilir. Hedefte alınan işaretler

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{E_0}{2}} \begin{pmatrix} \hat{s}_{1,1} & \hat{s}_{2,2} \\ -\hat{s}_{2,1}^* & \hat{s}_{1,2}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

biçiminde gösterilir. Burada  $y_j$ ,  $j$ 'inci zaman aralığında hedefte alınan işaret,  $g_j$ ,  $j$ 'inci aktarıcı ile hedef arasındaki kanala ait,  $CN(0,1)$  ile verilen kompleks Gauss kanal sönümleme katsayısı,  $z_j$   $CN(0,1)$  ile verilen kompleks toplamsal Gauss gürültüsüdür ( $j = 1, 2$ ). Hedefte birleştirme denklemleri

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 &= g_1^* y_1 + g_2 y_2^* \\ \hat{y}_2 &= g_2^* y_1 - g_1 y_2^* \end{aligned} \quad (3.8)$$

olarak verilir. (3.7), (3.8)'de yerine koyulduğunda

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 &= \sqrt{E_0/2} \left( |g_1|^2 \hat{s}_{1,1} + |g_2|^2 \hat{s}_{2,1} + g_1^* g_2 (\hat{s}_{1,2} - \hat{s}_{2,2}) \right) + (g_1^* z_1 + g_2 z_2^*) \\ \hat{y}_2 &= \sqrt{E_0/2} \left( |g_1|^2 \hat{s}_{2,2} + |g_2|^2 \hat{s}_{1,2} + g_2^* g_1 (\hat{s}_{1,1} - \hat{s}_{2,1}) \right) + (g_2^* z_1 - g_1 z_2^*) \end{aligned} \quad (3.9)$$

biçiminde elde edilir. İşaretlerin kestirimi ML kuralına göre

$$\hat{s}_i = \arg \min_{s \in S} |\hat{y}_i - s|^2 \quad (3.10)$$

eşitliği ile bulunur. Burada  $\hat{s}_i$ ,  $s_i$ 'nin kestirimi ve  $S$  kanal işaretlerinin kümesidir.

### 3.3 Servis Dışı Kalma Olasılık Analizi

Servis dışı kalma olasılığı MIMO ağların başarımlarını değerlendirmesinde önemli bir araçtır. Bir bağlantı için servis dışı kalma olayı veri hızı ( $R$ ) maksimum ortalama karşılıklı bilgiden ( $I$ ) büyük olduğunda oluşur ve dolayısıyla servis dışı kalma olasılığı  $P(I < R)$  biçiminde gösterilir. Burada  $N$  atlamalı ağlar göz önünde bulundurularak servis dışı kalma olasılık analizleri yapılacaktır. Çok atlamalı bir ağ için maksimum ortalama karşılıklı bilgi, en düşük karşılıklı bilgiye sahip olan bağlantının karşılıklı bilgisi ile sınırlıdır. Çok atlamalı bir ağ için ara basamakların herhangi birisinde servis dışı kalma olayı meydana gelmiş ise sistemin de servis dışı kaldığı kabul edilmektedir [12], [16]. Ele alınan modelin daha iyi incelenebilmesi için bazı yeni tanımlamalar gerekmektedir.

$h_{ij}^k$ :  $(k-1)$ 'inci grubun  $i$ 'inci aktarıcısı ile  $k$ 'inci grubun  $j$ 'inci aktarıcısı arasındaki yola ilişkin kanal sönümlenme katsayısıdır ( $i, j = 1, 2$  ve  $k = 1, 2, \dots, N$ ). Burada kaynak ile birinci aktarıcı grubu arasındaki atlama  $k=1$  ile gösterilmekte ve son aktarıcı grubu ile hedef arasındaki atlama  $k=N$  ile gösterilmektedir.  $k=N$  olduğunda hedefte bir anten olduğu için  $j=1$  olarak alınacaktır.

$\gamma_{ij}^k$ : Kanal sönümlenme katsayısı  $h_{ij}^k$  olan bağlantıya ilişkin anlık işaret-gürültü

oranıdır ve  $\gamma_{ij}^k = \frac{|h_{ij}^k|^2 E_T}{2NN_0}$  eşitliği ile ifade edilir.

Sistemin ortalama karşılıklı bilgisi

$$I = \frac{1}{N} \min \{I_{11}, I_{12}, I_{21}, I_{22}, \dots, I_{N1}\} \quad (3.11)$$

biçiminde verilmektedir. Burada

$$I_{kj} = \log \left( 1 + \left( |\gamma_{1j}^k|^2 + |\gamma_{2j}^k|^2 \right) \right) \quad (3.12)$$

kanal sönümlenme katsayısı  $h_{ij}^k$  ile verilen bağlantıya ait maksimum ortalama karşılıklı bilgidir. Bu durumda sistemin servis dışı kalma olayı

$$\min \left\{ (\gamma_{11}^1 + \gamma_{21}^1), (\gamma_{12}^1 + \gamma_{22}^1), (\gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2), (\gamma_{12}^2 + \gamma_{22}^2), \dots, \right. \\ \left. (\gamma_{11}^{N-1} + \gamma_{21}^{N-1}), (\gamma_{12}^{N-1} + \gamma_{22}^{N-1}), (\gamma_{11}^N + \gamma_{21}^N) \right\} < \gamma_{out} \quad (3.13)$$

biçiminde ifade edilir. Burada  $\gamma_{out}$  işaret-gürültü oranı için belirli bir eşik değeridir.

Servis dışı kalma olasılığı

$$P_{out}(\gamma_{out}) = P\left(\min\left\{\left(\gamma_{11}^1 + \gamma_{21}^1\right), \left(\gamma_{12}^1 + \gamma_{22}^1\right), \left(\gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2\right), \left(\gamma_{12}^2 + \gamma_{22}^2\right), \dots, \right. \right. \\ \left. \left. \left(\gamma_{11}^{N-1} + \gamma_{21}^{N-1}\right), \left(\gamma_{12}^{N-1} + \gamma_{22}^{N-1}\right), \left(\gamma_{11}^N + \gamma_{21}^N\right)\right\} < \gamma_{out}\right) \quad (3.14)$$

biçiminde yazılabilir. Burada, SNR çiftlerinin minimumunun eşik SNR'dan düşük olduğu duruma bakılmaktadır. (3.14)'teki eşitlik

$$P_{out}(\gamma_{out}) = 1 - \left( P\left(\gamma_{11}^1 + \gamma_{21}^1 > \gamma_{out}\right) P\left(\gamma_{12}^1 + \gamma_{22}^1 > \gamma_{out}\right) \right. \\ P\left(\gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2 > \gamma_{out}\right) P\left(\gamma_{12}^2 + \gamma_{22}^2 > \gamma_{out}\right) \dots \\ \left. P\left(\gamma_{11}^{N-1} + \gamma_{21}^{N-1} > \gamma_{out}\right) P\left(\gamma_{12}^{N-1} + \gamma_{22}^{N-1} > \gamma_{out}\right) P\left(\gamma_{11}^N + \gamma_{21}^N > \gamma_{out}\right) \right) \quad (3.15)$$

biçiminde de yazılabilir.  $\gamma_{ij}^k$ 'lerin her atlama ve her  $i, j$  için aynı istatistiksel özelliklere sahip olduğu varsayılırsa

$$P\left(\left(\gamma_{1j}^k + \gamma_{2j}^k\right) > \gamma_{out}\right) = 1 - F(\gamma_{out}) \quad (3.16)$$

eşitliği yazılabilir. Burada  $F(\cdot)$ , aynı parametrelili üstel dağılımlı iki değişkenin toplamının olasılık dağılım işlevidir ve

$$F(\gamma_{out}) = 1 - \left(1 + \frac{\gamma_{out}}{\bar{\gamma}}\right) e^{-\gamma_{out}/\bar{\gamma}} \quad (3.17)$$

ifade edilir. Burada  $\bar{\gamma}$ ,  $\gamma_{ij}^k$ 'nin ortalamasıdır. (3.16) bütün  $i, j$  ve  $k$  değerleri için (3.15)'de yerine koyulduğunda

$$P_{out}(\gamma_{out}) = 1 - \left(1 - F(\gamma_{out})\right)^{2N-1} \quad (3.18)$$

biçiminde elde edilir. (3.17), (3.18)'de yerine koyulduğunda da

$$P_{out}(\gamma_{out}) = 1 - \left( \left(1 + \frac{\gamma_{out}}{\bar{\gamma}}\right) e^{-\gamma_{out}/\bar{\gamma}} \right)^{2N-1} \quad (3.19)$$

sonucuna ulaşılır.

### 3.4 Bit Hata Olasılığı Analizi

BER analizi öncelikle iki-atlamalı ağlar için yapılmakta ve daha sonra  $N$ -atlamalı ağlar için geliştirilmektedir. Eğer  $\hat{s}_{ji}$ , her  $i$  ve  $j$  çifti için ilk atlamada doğru olarak kestirilirse, (3.6)'da verilen uzay-zaman kodu Alamouti kodu biçimini alır ve iki-atlamalı ağlarda bu durumda BER Alamouti kodu için verilen BER ile aynı olur ve

$$p_A(e) = \frac{1}{2} \left( 1 - \mu - \frac{\mu(1 - \mu^2)}{2} \right) \quad (3.20)$$

biçiminde gösterilir [17]. Burada  $\bar{\gamma}$  alınan işaret için ortalama SNR olmak üzere  $\mu = \sqrt{\bar{\gamma} / (1 + \bar{\gamma})}$  biçiminde tanımlanmaktadır. Ama eğer aktarıcılardaki kestirimlerden hatalı olanlar varsa hedefteki bit hata olasılığı analizi karmaşık bir hal alır. Bu çalışmada BPSK modülasyonunda bit hata olasılığı için bir üst sınır bulunmaktadır ve bunun bulunabilmesi için aktarıcılarda meydana gelebilecek bütün hatalı kestirim kombinasyonları ayrı ayrı incelenmektedir.  $q_{ij}$  oluşabilecek durumların oluşma olasılıklarını ve  $p_{ij}(e)$  bu durumlara karşılık gelen bit hata olasılıklarını gösterebilir. Burada  $i$  ve  $j$  sırasıyla  $s_1$  ve  $s_2$ 'nin aktarıcı grubundaki aktarıcılarının kaçında hatalı olarak kestirildiklerini göstermektedir. Aktarıcı grubunda iki aktarıcı olduğu için  $i, j = 0, 1, 2$  değerlerini alabilir ve bundan dolayı oluşabilecek durumların sayısı 9'dur. Hedefte  $s_1$  ve  $s_2$ 'nin bit hata olasılıkları aynı olduğu için bunlardan yalnızca birisinin incelenmesi yeterli olacaktır. Bu nedenle burada yalnız  $s_1$  incelenmektedir. Son olarak durumları ayrı ayrı incelemeye başlamadan önce aktarıcılarda  $s_1$  ve  $s_2$ 'nin hatalı olarak kestirilme olasılıklarının BPSK modülasyonu için Alamouti kodunun bit hata olasılığına eşit olduğu bilinmektedir ve bu olasılık  $p_A(e)$  ile gösterilmektedir [17].

**1. Durum :**  $s_1$  ve  $s_2$ 'nin her iki aktarıcıda doğru çözüldüğü durumdur. Her bir işaretin aktarıcılarının herhangi birisinde hatalı çözülme olasılığı  $p_A(e)$  olduğu için bu durumun oluşma olasılığı her iki işaretin iki aktarıcıda da doğru çözülme olasılığıdır ve

$$q_{00} = (1 - p_A(e))^4 \quad (3.21)$$

eşitliği ile ifade edilir. Bu durumda hedefte alınan işaret

$$\hat{y}_1 = \sqrt{\frac{E_0}{2}} \left( |g_1|^2 + |g_2|^2 \right) s_1 + \left( g_1^* z_1 + g_2 z_2^* \right) \quad (3.22)$$

biçiminde olur. Bu eşitlik bizi doğrudan klasik Alamouti kodun bit hata olasılığına götürür ve dolayısıyla bit hata olasılığı

$$p_{00}(e) = p_A(e) \quad (3.23)$$

biçiminde verilir.

**2. Durum :**  $s_1$ 'in aktarıcılarının birisinde hatalı diğerinde doğru ve  $s_2$ 'nin her iki aktarıcıda da doğru çözüldüğü durumdur. Bu durumun oluşma olasılığı

$$q_{10} = 2p_A(e)(1 - p_A(e))^3 \quad (3.24)$$

eşitliği ile verilir. Hedefte alınan işaret

$$\hat{y}_1 = \sqrt{E_0/2} \left( |g_1|^2 \hat{s}_{1,1} + |g_2|^2 \hat{s}_{2,1} \right) + \left( g_1^* z_1 + g_2 z_2^* \right) \quad (3.25)$$

biçiminde ifade edilir. Burada  $\hat{s}_{1,1}$  ve  $\hat{s}_{2,1}$ ,  $s_1$ 'in birinci ve ikinci aktarıcısındaki kestirimleridir. Dikkat edilmesi gereken nokta  $\hat{s}_{1,1}$  ve  $\hat{s}_{2,1}$ 'in yalnızca birisinin hatalı olduğudur. Modülasyon BPSK olduğu için ML kestirim kuralına göre  $\hat{s}_{1,1}$  ve  $\hat{s}_{2,1}$  arasında bir simetri vardır ve bundan dolayı hedefteki kestirimci eşit olasılık ile doğru veya hatalı kestirim yapacaktır. Bu durumda bit hata olasılığı

$$p_{10}(e) = \frac{1}{2} \quad (3.26)$$

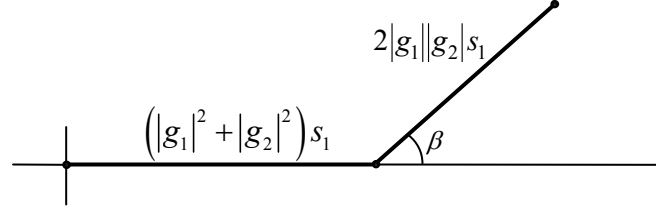
olarak elde edilir.

**3. Durum:**  $s_1$ 'in her iki aktarıcıda da doğru çözüldüğü ve  $s_2$ 'nin aktarıcılarının birisinde hatalı diğerinde doğru çözüldüğü durumdur. Bu durumun oluşma olasılığı

$$q_{01} = 2p_A(e)(1 - p_A(e))^3 \quad (3.27)$$

eşitliği ile verilir. Hedefte alınan işaret

$$\hat{y}_1 = \sqrt{E_0/2} \left( \left( |g_1|^2 + |g_2|^2 \right) s_1 + g_1^* g_2 \left( \hat{s}_{1,2} - \hat{s}_{2,2} \right) \right) + \left( g_1^* z_1 + g_2 z_2^* \right) \quad (3.28)$$



**Şekil 3.2:** BPSK modülasyonu için işaretin ve girişimin gösterimi

biçiminde yazılır. Eğer  $s_2$ 'nin kestirimlerinden birisi hatalı olursa, yukarıdaki ifadenin ikinci terimi sıfır olmaz. (3.28)'deki ikinci terim sıfır olmadığı için bit hata olasılığının bulunması zordur ve bundan dolayı burada bit hata olasılığı için yakın bir üst sınır bulunacaktır. Bu noktada yeni bir tanımlama yapmaya gereksinim vardır:  $S_I$ , (3.28)'den gürültü terimi çıktıktan sonra işaretin kalan kısmıdır.  $S_I$ 'nin işaret uzayında görünümü Şekil 3.2'de gösterilmektedir. Burada kolaylık için  $E_0 = 2$  olarak alınacaktır.  $S_I$

$$S_I = \left( |g_1|^2 + |g_2|^2 \right) s_1 + g_1^* g_2 (\hat{s}_{1,2} - \hat{s}_{2,2}) \quad (3.29)$$

olarak verilir. Modülasyon BPSK olduğu için yalnızca  $S_I$ 'nin X eksenindeki izdüşümü ile ilgilenilmektedir ve bu izdüşüm

$$S_{IX} = \left( |g_1|^2 + |g_2|^2 \right) s_1 + 2|g_1||g_2|\cos\beta' s_2 \quad (3.30)$$

biçiminde verilmektedir. Burada  $\beta'$ ,  $(0, 2\pi)$  aralığında düzgün dağılımlıdır. BPSK modülasyonunda herhangi bir  $(s_1, s_2)$  çifti için  $s_2 = s_1 \cos\phi$  ( $\phi$ , eşit olasılıkla 0 veya  $\pi$  değerlerini almaktadır) eşitliği yazılabilir. (3.30)'deki  $s_2$ 'nin yerine  $s_1$  yazılmak istendiğinden  $\cos\beta = \cos\beta' \cos\phi$  eşitliğini sağlayan  $\beta$  açısı tanımlanmaktadır.  $\beta'$ ,  $(0, 2\pi)$  aralığında düzgün dağılımlı ve  $\phi$ , eşit olasılıkla 0 veya  $\pi$  değerlerini almakta olduğundan  $\beta$  da  $(0, 2\pi)$  aralığında düzgün dağılımlıdır. Bu durumda (3.30)

$$S_{IX} = \left( |g_1|^2 + |g_2|^2 + 2|g_1||g_2|\cos\beta \right) s_1 \quad (3.31)$$

biçiminde yazılabilir.

(3.31)'de  $I = 2|g_1||g_2|s_1 \cos \beta$  ifadesi girişimi göstermektedir ve bu ifade hata yayılımından kaynaklanmaktadır. Hata için en kötü durum  $\beta = \pi$  olduğu durumdur, çünkü böyle olduğunda  $S_{IX}$  minimum olur ve hatalı kestirimler artar. Bundan dolayı bu en kötü durum göz önüne alınarak bir üst sınır bulunabilir.  $\beta = \pi$  olduğunda minimum  $S_{IX}$

$$(S_{IX})_{\min} = (|g_1|^2 + |g_2|^2 - 2|g_1||g_2|)s_1 = (|g_1| - |g_2|)^2 s_1 \quad (3.32)$$

biçiminde yazılabilir. Bu eşitlikten görülebileceği gibi  $S_{IX}$ 'in alabileceği minimum değer sıfırdır. Böylece  $(S_{IX})_{\min} = 0$  olduğu durumda

$$2|g_1||g_2| = |g_1|^2 + |g_2|^2 \quad (3.33)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitliğin olduğu durumda girişimin büyüklüğü maksimumdur. Bu eşitlik kullanıldığında ortaya çıkan işaret  $S_{IX}'$  olarak adlandırılmaktadır ve

$$S_{IX}' = (|g_1|^2 + |g_2|^2)(1 + \cos \beta)s_1 \quad (3.34)$$

biçiminde yazılmaktadır. (3.34), (3.28)'de yerine koyulduğunda hedefte alınan işaret

$$\hat{y}_1' = \sqrt{E_0/2} (|g_1|^2 + |g_2|^2)(1 + \cos \beta)s_1 + (g_1^* z_1 + g_2 z_2^*) \quad (3.35)$$

olarak elde edilir. Burada  $|g_1|$ ,  $|g_2|$  ve  $\beta$  bilindiğinde  $I$ 'nin alabileceği en büyük değeri aldığı durumda  $\hat{y}_1$ ,  $\hat{y}_1'$  diye gösterilmektedir.  $\hat{y}_1'$ 'in kestiriminde bit hata olasılığı  $\hat{y}_1$ 'in kestirimindeki bit hata olasılığı için bir üst sınırdır.

Burada iddia edilen, girişimin ( $I$ ) büyüklüğü aslında var olduğundan daha büyük olarak alındığında sistemin ortalama bit hata olasılığının arttığıdır.  $I$ 'nin büyüklüğünün artması  $\pi/2 < \beta < 3\pi/2$  aralığında  $S_{IX}$ 'i küçültmekte dolayısıyla bit hata olasılığını artırmakta,  $-\pi/2 < \beta < \pi/2$  aralığında ise  $S_{IX}$ 'i büyültmekte dolayısıyla bit hata olasılığını azaltmaktadır.  $I$  belirli bir ölçüde büyüdüğünde  $\pi/2 < \beta < 3\pi/2$  aralığında sistem başarımına etkisi  $-\pi/2 < \beta < \pi/2$  aralığına oranla daha fazladır. Çünkü  $\pi/2 < \beta < 3\pi/2$  aralığında  $S_{IX}$  daha küçük değerler almaktadır ve bundan dolayı belirli bir ölçüde değişim oransal olarak burada daha

büyük bir değişime neden olacaktır. Sonuç olarak  $I$ 'nin büyüklüğü aslında sahip olduğundan daha büyük olarak alındığında sistemin ortalama bit hata olasılığının arttığı sonucuna ulaşılmaktadır.

(3.35) tanıdık bir ifadedir çünkü Alamouti kodu kullanıldığında hedefte alınan işaret bu ifadeye benzerdir. Tek fark Alamouti kodu kullanıldığında karşılaşmadığımız (3.35)'deki ilk terime çarpan olarak gelen  $1 + \cos \beta$ 'dir. Alamouti kodunun bit hata olasılığı bilindiği için bu ifadenin bit hata olasılığı da kolaylıkla elde edilir. Alamouti kodunun bit hata olasılığı [17]'de verilmektedir, burada  $\hat{y}_1'$ 'in bit hata olasılığı

$$p_{01}(e|\beta) = \frac{1}{2} \left( 1 - \mu - \frac{\mu(1-\mu^2)}{2} \right) \quad (3.36)$$

biçiminde yazılabilir. Burada  $\mu = \sqrt{(1 + \cos \beta)^2 \bar{\gamma} / (1 + (1 + \cos \beta)^2 \bar{\gamma})}$  olarak verilir.

Bu ifadenin  $\beta$  üzerinden ortalaması alınmalıdır. Ortalama bit hata olasılığı

$$p_{01}(e) = \int_0^{2\pi} p_{01}(e|\beta) p_\beta(\beta) d\beta \quad (3.37)$$

biçiminde elde edilir. Burada  $\beta$  düzgün dağılımlı olduğu için olasılık yoğunluk işlevi  $p_\beta(\beta) = 1/2\pi$ 'dir.  $p_{01}(e)$  daha önce ifade edildiği gibi bu durumda bit hata olasılığı için bir üst sınırdır. Bu integralin alınması zor olduğu için nümerik olarak bulunacaktır ve (3.37) ile verilen bu olasılık tezin devamında  $p$  ile gösterilecektir.

**4. Durum:**  $s_1$  ve  $s_2$ 'nin her birinin aktarıcılarının birisinde hatalı diğerinde doğru çözüldüğü durumdur. Bu durumun oluşma olasılığı

$$q_{11} = 4p_A(e)^2 (1 - p_A(e))^2 \quad (3.38)$$

eşitliği ile verilir. Bu durumda hedefte alınan işaret

$$\hat{y}_1 = \sqrt{E_0/2} \left( |g_1|^2 \hat{s}_{1,1} + |g_2|^2 \hat{s}_{2,1} + g_1^* g_2 (\hat{s}_{1,2} - \hat{s}_{2,2}) \right) + (g_1^* z_1 + g_2 z_2^*) \quad (3.39)$$

olarak elde edilir. Yine ML kuralına göre doğru veya hatalı kestirim açısından tam bir simetri olduğu için bit hata olasılığı

$$p_{11}(e) = \frac{1}{2} \quad (3.40)$$

biçiminde elde edilir.

**5. Durum:**  $s_1$ 'in her iki aktarıcıda hatalı olarak çözüldüğü ve  $s_2$ 'nin her iki aktarıcıda doğru olarak çözüldüğü durumdur. Bu durumun oluşma olasılığı

$$q_{20} = p_A(e)^2 (1 - p_A(e))^2 \quad (3.41)$$

eşitliği ile verilir. Hedefte alınan işaret

$$\hat{y}_1 = \sqrt{E_0/2} \left( -(|g_1|^2 + |g_2|^2) s_1 \right) + (g_1^* z_1 + g_2 z_2^*) \quad (3.42)$$

olarak elde edilir. İlk terimin başındaki eksi işareti,  $s_1$ 'in her iki aktarıcıda hatalı olarak çözümlenmesinden kaynaklanmaktadır. Modülasyon BPSK olduğu için  $s_1$ 'in hatalı çözümü  $-s_1$ 'dir. Bu durumda (3.42)'in (3.22)'den tek farkı ilk terimin başındaki eksi işaretidir ve bundan dolayı bit hata olasılığı doğrudan

$$p_{20}(e) = 1 - p_A(e) \quad (3.43)$$

biçiminde yazılır.

**6. Durum:**  $s_1$ 'in her iki aktarıcıda doğru olarak çözüldüğü ve  $s_2$ 'nin her iki aktarıcıda hatalı olarak çözüldüğü durumdur. Bu durumun oluşma olasılığı

$$q_{02} = p_A(e)^2 (1 - p_A(e))^2 \quad (3.44)$$

eşitliği ile verilir. Hedefte alınan işaret

$$\hat{y}_1 = \sqrt{E_0/2} \left( (|g_1|^2 + |g_2|^2) s_1 \right) + (g_1^* z_1 + g_2 z_2^*) \quad (3.45)$$

olarak elde edilir. Bu ifade (3.22) ile aynı olduğu için bit hata olasılığı doğrudan

$$p_{02}(e) = p_A(e) \quad (3.46)$$

biçiminde yazılır.

**7. Durum:**  $s_1$ 'in her iki aktarıcıda hatalı olarak çözüldüğü ve  $s_2$ 'nin aktarıcılardan birisinde hatalı diğerinde doğru çözüldüğü durumdur. Bu durumun oluşma olasılığı

$$q_{21} = 2p_A(e)^3 (1 - p_A(e)) \quad (3.47)$$

eşitliği ile verilir. Hedefte alınan işaret

$$\hat{y}_1 = \sqrt{E_0/2} \left( -(|g_1|^2 + |g_2|^2) s_1 + g_1^* g_2 (\hat{s}_{1,2} - \hat{s}_{2,2}) \right) + (g_1^* z_1 + g_2 z_2^*) \quad (3.48)$$

olarak elde edilir. Burada alınan işaret ilk terimin başındaki eksi işareti dışında 3. durum için (3.28) ile verilen işaret ile aynıdır. 3. Durumda, bit hata olasılığı için  $p$  ile gösterilen bir üst sınır bulunmuştur. Bundan dolayı 3. Durumda kullanılan yöntem burada kullanıldığında ilk terimin başındaki eksi işareti nedeni ile bit hata olasılığı için üst sınır yerine alt sınır bulunmaktadır. Bu durumda bit hata olasılığı alt sınırı

$$p_{21}(e) \geq 1 - p \quad (3.49)$$

biçiminde yazılır. Burada toplam bit hata olasılığı için üst sınır bulunması hedeflenmektedir. Bundan dolayı toplam bit hata olasılığı için üst sınır bulunurken burada bulunan alt sınırın nasıl kullanılacağı sorusuna daha sonra yanıt verilecektir.

**8. Durum:**  $s_1$ 'in aktarıcılardan birisinde hatalı çözüldüğü ve  $s_2$ 'nin aktarıcılarının her ikisinde de hatalı olarak çözüldüğü durumdur. Bu durumun oluşma olasılığı

$$q_{12} = 2p_A(e)^3(1 - p_A(e)) \quad (3.50)$$

eşitliği ile verilir. Hedefte alınan işaret

$$\hat{y}_1 = \sqrt{E_0/2} \left( |g_1|^2 \hat{s}_{1,1} + |g_2|^2 \hat{s}_{2,1} \right) + (g_1^* z_1 + g_2 z_2^*) \quad (3.51)$$

olarak elde edilir. Bu işaret (3.25) ile aynıdır, bundan dolayı bit hata olasılığı

$$p_{12}(e) = \frac{1}{2} \quad (3.52)$$

biçiminde yazılır.

**9. Durum:**  $s_1$  ve  $s_2$ 'nin aktarıcılarının her ikisinde de hatalı olarak çözüldüğü durumdur. Bu durumun oluşma olasılığı

$$q_{22} = p_A(e)^4 \quad (3.53)$$

eşitliği ile verilir. Hedefte alınan işaret

$$\hat{y}_1 = \sqrt{E_0/2} \left( -(|g_1|^2 + |g_2|^2) s_1 \right) + (g_1^* z_1 + g_2 z_2^*) \quad (3.54)$$

olarak elde edilir. Bu ifade (3.42) ile aynıdır, bundan dolayı bit hata olasılığı

$$p_{22}(e) = 1 - p_A(e) \quad (3.55)$$

biçiminde yazılır.

Toplam bit hata olasılığı için üst sınır yukarıda sıralanan 9 durumun bit hata olasılıklarının bu durumların oluşma olasılıkları üzerinden ortalaması alınarak bulunur. Toplam bit hata olasılığı için üst sınır

$$P_b(e) \leq \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 q_{ij} p_{ij}(e) \quad (3.56)$$

biçiminde elde edilir. Burada  $p_{01}(e)$  bit hata olasılığı için üst sınırdır,  $p_{21}(e)$  bit hata olasılığı için alt sınırdır. Toplam bit hata olasılığı için üst sınır bulunurken  $p_{21}(e)$ 'in kullanılabilmesinin nedeni,  $p_{01}(e)$  ve  $p_{21}(e)$ 'nin her ikisinin de bit hata olasılığının gerçek değerlerinden aynı miktarda büyük veya küçük olmasıdır. Bununla beraber  $q_{01}$  her zaman  $q_{21}$ 'den büyüktür. Bundan dolayı  $q_{01}p_{01}(e) + q_{21}p_{21}(e)$  her zaman bit hata olasılığının gerçek değerinden büyüktür. Bu durumda (3.56)'nın yazılması mümkün olabilmektedir. (3.56)'da olasılıklar yerlerine konulup ifade basitleştirildiğinde

$$P_b(e) \leq 2p_A(e)(1+p) + 3p_A(e)^2 + (3-p)p_A(e)^3 + p_A(e)^4 - p_A(e)^5 \quad (3.57)$$

sonucuna ulaşılır. (3.57) 2-atlamalı bir ağ için bit hata olasılığının üst sınırıdır. Bu sistem kolaylıkla  $N$  atlamalı ağ modeli için genelleştirilebilir.  $p_1^n(e)$  ve  $p_2^n(e)$ ,  $n$ 'inci aktarıcı grubunun herhangi bir aktarıcısında  $s_1$  ve  $s_2$ 'nin, sırasıyla, hatalı çözülme olasılığıdır.  $s_1$  ve  $s_2$  hatalı çözülme açısından simetrik olduğu için  $p_1^n(e) = p_2^n(e)$  eşitliği bütün aktarıcı gruplarında sağlanır. Bu olasılık  $p^n(e)$  diye adlandırılacaktır.  $q_{ij}^n$ ,  $n$ 'inci aktarıcı grubunda yukarıda sıralanan 9 durumun oluşma olasılıklarıdır.  $q_{ij}^n$ 'ler  $p^n(e)$ 'e bağlı olarak

$$\begin{aligned}
q_{00}^n &= (1 - p^n(e))^4 \\
q_{01}^n &= 2p^n(e)(1 - p^n(e))^3 \\
q_{02}^n &= p^n(e)^2(1 - p^n(e))^2 \\
q_{10}^n &= 2p^n(e)(1 - p^n(e))^3 \\
q_{11}^n &= 4p^n(e)^2(1 - p^n(e))^2 \\
q_{12}^n &= 2p^n(e)^3(1 - p^n(e)) \\
q_{20}^n &= p^n(e)^2(1 - p^n(e))^2 \\
q_{21}^n &= 2p^n(e)^3(1 - p^n(e)) \\
q_{22}^n &= p^n(e)^4
\end{aligned} \tag{3.58}$$

biçiminde yazılır. Diğer yandan  $n$ 'inci aktarıcı grubundaki herhangi bir aktarıcıdaki bit hata olasılığının üst sınırı

$$p^n(e) \leq \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 q_{ij}^{n-1} p_{ij}(e) \tag{3.59}$$

biçiminde ifade edilir. Bundan dolayı  $n$ 'inci aktarıcı grubundaki bit hata olasılığı üst sınırı yinelemeli olarak bilgisayar yardımıyla elde edilir. Buradan da hedefteki bit hata olasılığı için üst sınır

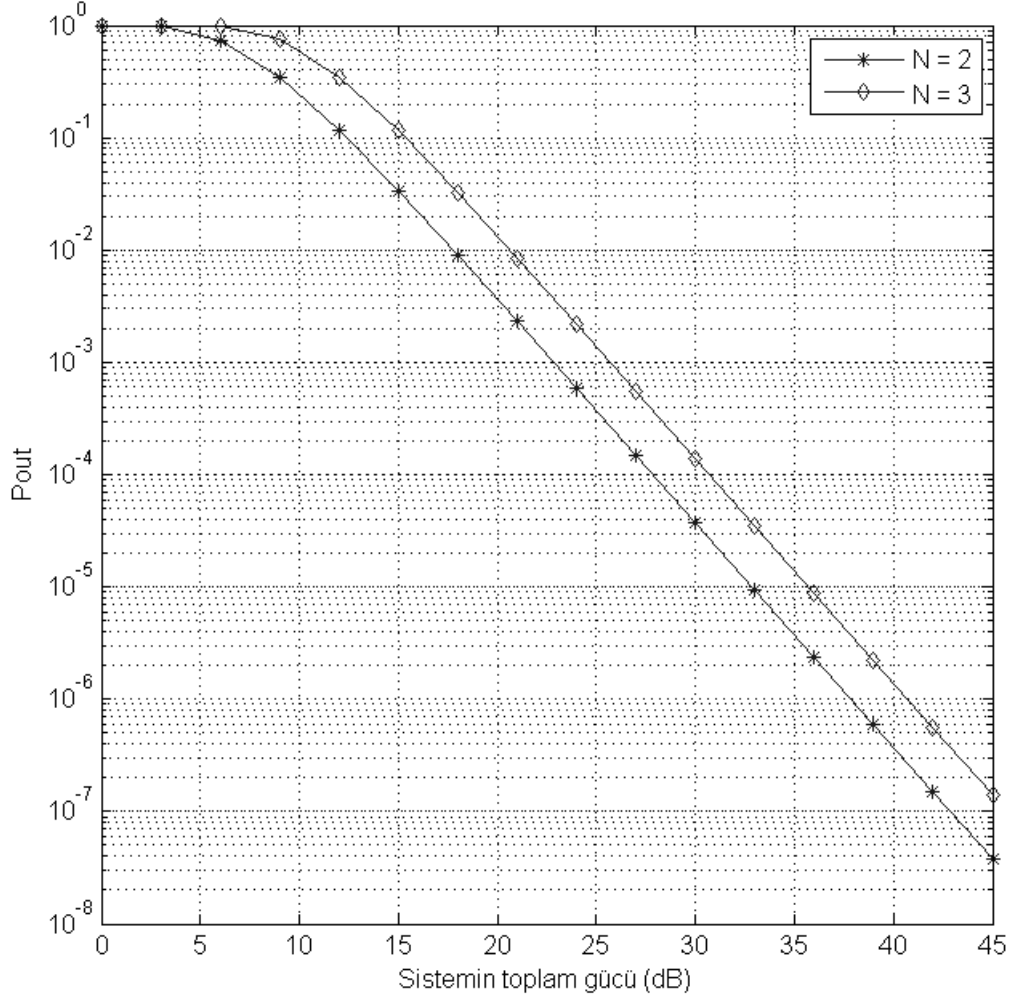
$$P_b(e) \leq \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 q_{ij}^{N-1} p_{ij}(e) \tag{3.60}$$

biçiminde elde edilir.

### 3.5 Benzetim Sonuçları

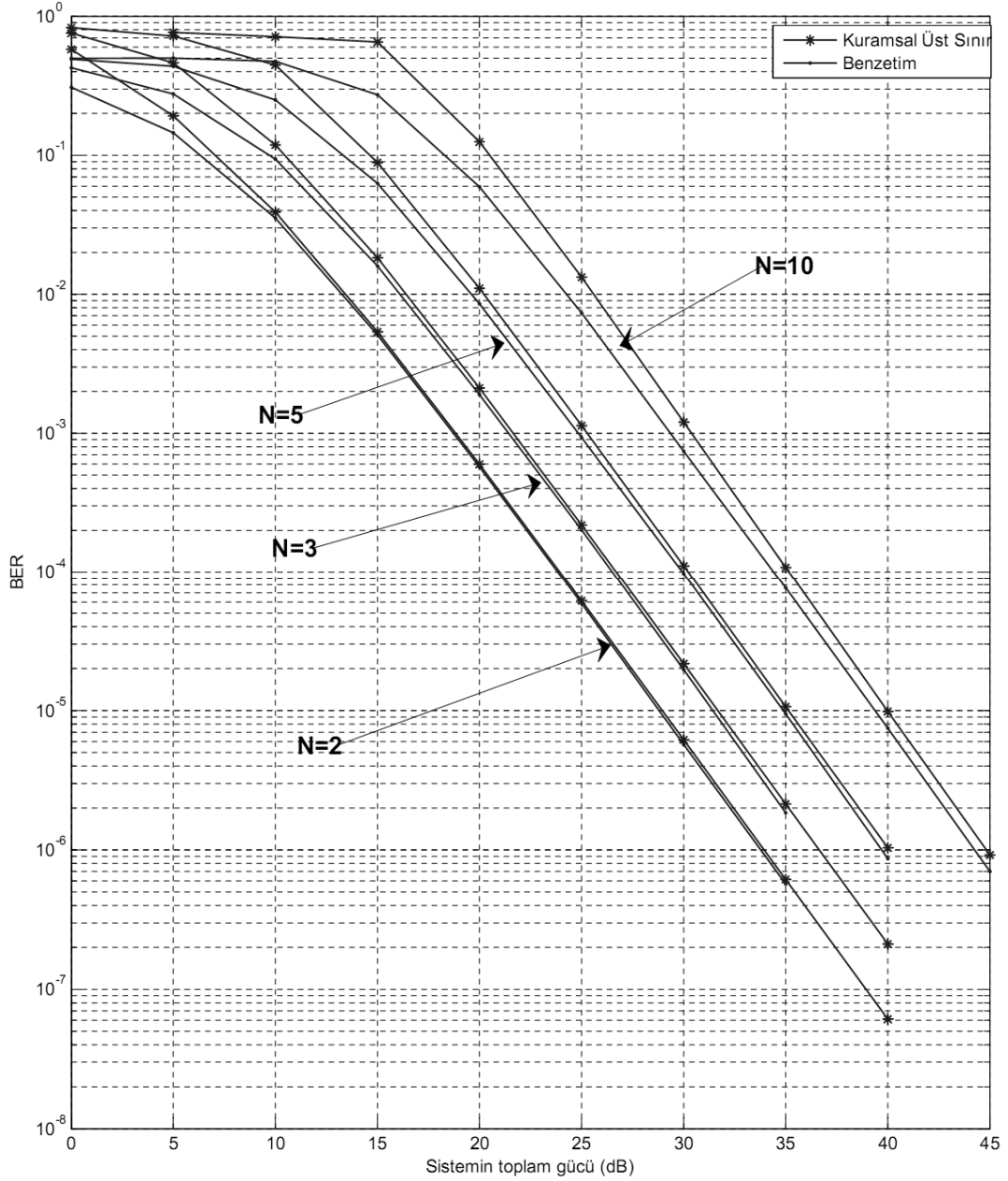
Ele alınan  $N$ -atlamalı aktarıcılı ağ yapısı için servis dışı kalma olasılıkları ile bit hata olasılığı başarımları incelenmektedir. Aktarıcılar çöz-ve-aktar tekniği ile çalışmakta ve BPSK modülasyon kullanılmaktadır. Bir Alamouti kod bloğu boyunca kanal katsayılarının sabit kaldığı ve diğer bloğa geçerken kanal katsayılarının bağımsız olarak değiştiği varsayılmaktadır. Bütün aktarıcılar ve hedef kendinden önceki atlamaya ilişkin kanal bilgisine sahiptir ve bütün alıcılar (aktarıcılar veya hedef) yalnızca kendinden bir önceki verici grubundan (kayak veya aktarıcılar) aldığı işaretleri çözmektedir. Aktarıcılar aldıkları işaretleri doğru veya hatalı çözdüklerine bakmaksızın bir sonraki aktarıcı grubuna iletmektedir. Bütün atlamalarda ortalama

kanal gücü 1'dir. Burada tanımlanan ağ modeli için servis dışı kalma olasılık grafiği Şekil 3.3'te, bit hata olasılığının kuramsal üst sınırı ile benzetim sonuçları Şekil 3.4'te ve aktarıcılar DF ile çalıştığı model ile AF ile çalıştığı modelin karşılaştırma sonuçları Şekil 3.5' gösterilmektedir.



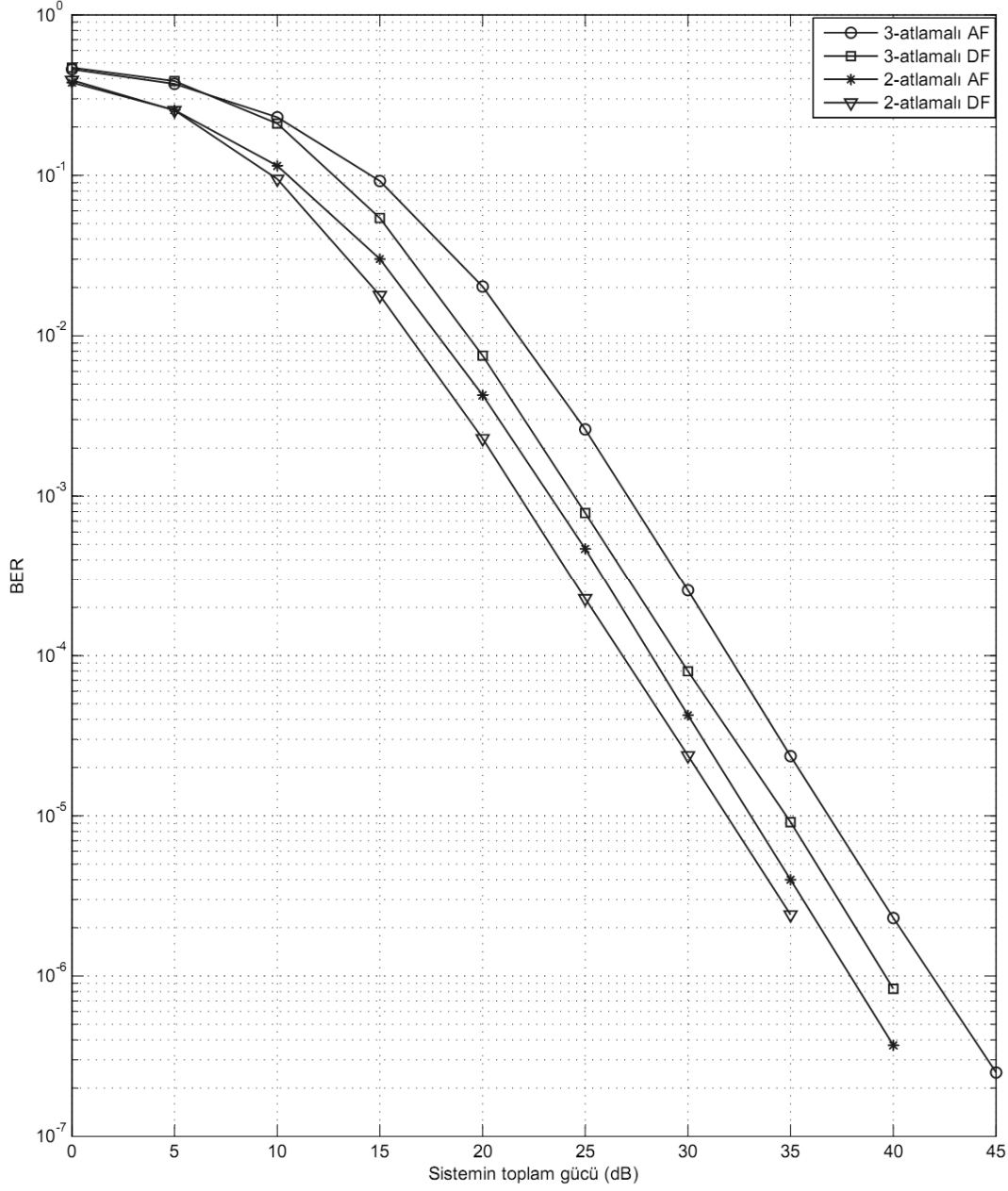
**Şekil 3.3:** Servis dışı kalma olasılığı ( $N$ , atlama sayısı)

Bu ağ yapısında servis dışı kalma olasılığı iki- ve üç-atlamalı ağlar için Şekil 3.3'te gösterilmektedir. Burada servis dışı kalma kazancının iki- ve üç-atlamalı ağlar için 2 olduğu görülmektedir.



**Şekil 3.4:** Kuramsal bit hata olasılığının üst sınırı ile benzetim sonuçlarının karşılaştırması ( $N$ , atlama sayısı)

$N = 2, 3, 5$  ve  $10$  için bit hata olasılığının kuramsal üst sınırı ile benzetim sonuçları Şekil 3.4'te karşılaştırılmaktadır. Şekilden görülebileceği gibi kuramsal üst sınırlar ile benzetim sonuçları özellikle 2 ve 3-atlamalı ağlar için oldukça yakındır. 2-atlama için kuramsal üst sınır ile benzetim eğrileri arasındaki fark yaklaşık 0,1 dB ve 3-atlama için yaklaşık 0,2 dB'dir. 5-atlama için fark yaklaşık 0,3 dB'ye çıkarken 10-atlama için yaklaşık 0,7 dB'ye ulaşmaktadır. Bütün bu değerler bulunan üst sınırın gerçek değerlere oldukça yakın olduğunu göstermektedir.



**Şekil 3.5:** AF ve DF aktarıcılı modellerin 2- ve 3-atlama için bit hata oranları (benzetim)

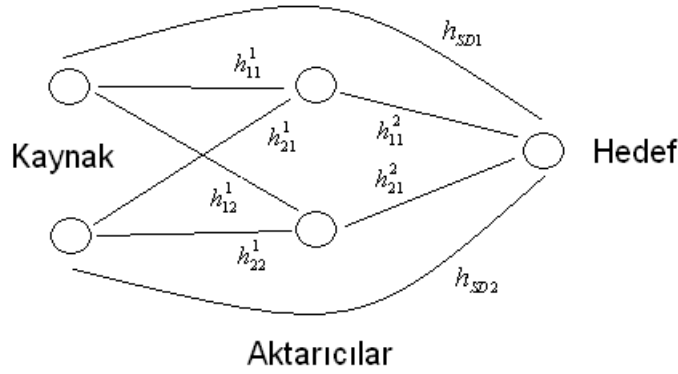
Bu çalışmada ele alınan DF protokolü ile [14]'te incelen AF protokolü Şekil 3.5'te bilgisayar benzetimleriyle elde edilen BER başarımları açısından karşılaştırılmaktadır ve DF protokolünün 2- ve 3- atlamalı ağlarda AF protokolüne göre daha iyi başarıma sahip olduğu görülmektedir. DF protokolü 2-atlamalı ağlarda yaklaşık 1 dB ve 3-atlamalı ağlarda ise yaklaşık 2 dB kadar avantaj sağlamaktadır.

## 4 ÇOK ATLAMALI ÇEŞİTLEME

Bölüm 3’te verilen modelde alıcıların yalnızca kendinden bir önceki vericilerden işaret aldığı varsayılmıştı. Alıcılar farklı zaman aralıklarında daha önceki vericilerin gönderdikleri işaretleri belleklerinde tutarak birlikte kestirebilir ve böylece başarıyı artırabilirler. Bu duruma literatürde çok-atlamalı çeşitleme adı verilmektedir [12]. [12]’de çok-atlamalı çeşitlemenin sistem başarımına katkısı, aktarıcılarının kuvvetlendir-ve-aktar ve çöz-ve-aktar tekniğiyle çalışmasına bağlı olarak incelenmektedir. Bu makalede çok-atlamalı çeşitlemenin aktarıcılarda kuvvetlendir-ve-aktar tekniğinin kullanıldığı durumda çöz-ve-aktar tekniğinin kullanıldığı duruma göre sistem başarımını daha fazla iyileştirdiği sonucuna varılmaktadır. Bizim çalışmamızda incelenen model için de aynı sonuca varılmakla birlikte aktarıcılarının çöz-ve-aktar tekniğiyle çalıştıkları durumda aktarıcılar arasında seçme yapıldığında sistem başarımının önemli ölçüde iyileşeceği öngörülmektedir. Ele alınan model için seçmeli çöz-ve-aktar tekniği ile kuvvetlendir-ve-aktar tekniğinin karşılaştırılması incelenmeye değer bulunmaktadır.

### 4.1 Seçmesiz Model

Seçmeli çöz-ve-aktar tekniğinin kullanıldığı modelin incelenmesinden önce aktarıcılarının seçmesiz çöz-ve-aktar tekniği ile çalıştığı durumda çok atlamalı çeşitlemenin modele neler getirdiği incelenmelidir. Çok atlamalı çeşitlemeli modelde (Şekil 4.1) yalnızca iki atlamalı ağlar göz önünde bulundurulmakta ve kaynak ile hedef arasında doğrudan yol olduğu kabul edilmektedir. İşaretlerin gönderilmesini iki fazda izlemek gerekirse birinci fazda kaynak iki işareti Alamouti kodunu oluşturacak biçimde iki zaman aralığında gönderir ve aktarıcılar ile hedef gönderilen işaretleri alırlar. İkinci fazda ise aktarıcılar çözdükleri işaretleri yine dağıtılmış Alamouti kodunu oluşturacak biçimde iki zaman aralığında hedefe gönderirler. Dolayısıyla hedefteki kestirim kaynaktan alınan işaretler ile aktarıcılardan alınan işaretlerin bir arada çözülmesi ile elde edilmektedir. Farklı mesafelerdeki vericilerden alınan işaretlerin birlikte çözülmesi söz konusu olduğunda mesafeden



**Şekil 4.1:** Çok atlamalı çeşitlemeli ağ modeli

kaynaklanan güç kaybı alıcılarda göz önünde bulundurulmalıdır. Bundan dolayı da aktarıcılarının nerede bulunduğu belirlenmelidir. Kuramsal analizlerde aktarıcılarının kaynak ile hedef arasında herhangi bir konumda olabileceği göz önünde bulundurulacaktır. Kaynak ile hedef arasındaki mesafe  $d_d$  ve kaynak ile aktarıcılar arasındaki mesafe  $d_r$  ile gösterilecektir. Bu çalışmada başarıyı maksimum yapan  $d_r$  ile  $d_d$  arasındaki oran araştırılacaktır. Bununla beraber kaynak ve aktarıcılar arasındaki başarıyı maksimum yapan güç dağılımının da incelenmesi gerekmektedir. Sistemde harcanan toplam güç  $E_T$ , kaynakta harcanan güç  $E_0$  ve aktarıcılarda harcanan güç  $E_1$ 'dir ve  $E_T = E_0 + E_1$  eşitliği ile ifade edilmektedir. Aktarıcılarının her birinin gücü  $E_1 / 2$  iken, kaynağın antenlerinin her birisinde harcanan güç  $E_0 / 2$ 'dir.

İki atlamalı ağ modeli için kuramsal servis dışı kalma olasılığı bulunacaktır. Şekil 4.1'de her kanala ait sönümlenme katsayıları ilgili bağlantıların üzerine yazılmıştır. Kaynak ile hedef arasındaki doğrudan yola ilişkin sönümlenme katsayıları  $h_{SD1}$  ve  $h_{SD2}$  ile gösterilmektedir. Aktarıcılarda ve hedefte alınan işaretlerin güçleri yol kaybı nedeniyle mesafeye bağlı olarak değişmektedir. Yol kaybı, sönümlenme katsayılarının buna göre ifade edilmesi ile sisteme dâhil edilmektedir.  $h$  herhangi bir bağlantının sönümlenme katsayısı olmak üzere  $|h|^2$  kanalın gücünü vermektedir. Yol kaybı yokken sönümlenme katsayıları  $CN(0,1)$  dağılımı ile verilmekteydi yani  $E[\cdot]$  işlevi içerdiği parametrenin beklenen değerini vermek üzere  $E\left[|h|^2\right] = 1$ 'dir. Yol kaybı göz önünde bulundurulduğu durumda

$$E\left[|h|^2\right] \propto d^{-\alpha} \quad (4.1)$$

ile verilmektedir. Burada  $d$  ilgili bağlantının alıcısı ile vericisi arasındaki mesafe ve  $\alpha$  yol kaybı sabitidir.  $\alpha$ 'nın 2 ile 5 arasında bir değer aldığı kabul edilir [15]. Bu çalışmada  $\alpha$  3 olarak alınacaktır. Bir bağlantının anlık işaret-gürültü oranı  $\gamma = E|h|^2$  eşitliği ile verilmektedir. Burada  $E$  ilgili bağlantı için vericinin gücü ve  $h$  ilgili bağlantıya ait sönmüleme katsayısıdır. Toplamsal Gauss gürültüsünün gücü 1 alınmaktadır, Örneğin  $h_{11}^1$  sönmüleme katsayısına sahip olan bağlantı için işaret-gürültü oranı  $\gamma_{11}^1 = \frac{E_0}{2}|h_{11}^1|^2$  biçiminde gösterilmektedir.

Bu modelde aktarıcılarda herhangi bir seçim yapılmaz ve her iki aktarıcı da çözdükleri işaretleri dağıtılmış Alamouti kodu ile hedefe gönderirler. Seçmeli ve seçmesiz modelde birinci faz değişiklik göstermez, yalnızca ikinci faz değişir.

Birinci fazda hedefte ve aktarıcılarda alınan işaretler, sırasıyla,

$$\begin{pmatrix} r_{D1}^1 \\ r_{D1}^2 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{E_0}{2}} \begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{SD1} \\ h_{SD2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{D1}^1 \\ n_{D1}^2 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$$\begin{pmatrix} r_j^1 \\ r_j^2 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{E_0}{2}} \begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{1j}^1 \\ h_{2j}^1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_j^1 \\ n_j^2 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

biçiminde gösterilir. Burada  $r_{D1}^1$  ve  $r_{D1}^2$  birinci fazda hedefin birinci ve ikinci zaman aralıklarında aldığı işaretler,  $r_j^1$  ve  $r_j^2$   $j$ 'inci aktarıcının birinci ve ikinci zaman aralıklarında aldığı işaretler ( $j=1,2$ ),  $h_{SD1}$  ve  $h_{SD2}$  kaynağın 1. ve 2. antenleri ile hedef arasındaki kanalların karmaşık Gauss dağılımlı sönmüleme katsayıları,  $h_{1j}^1$  ve  $h_{2j}^1$  kaynağın 1. ve 2. antenleri ile  $j$ 'inci aktarıcı arasındaki kanalların karmaşık Gauss dağılımlı sönmüleme katsayıları,  $n_{D1}^1, n_{D1}^2, n_j^1$  ve  $n_j^2$  ortalaması 0 varyansı 1 olan karmaşık Gauss gürültüleri olarak verilmektedir.

Seçmesiz modelde her iki aktarıcı da çözdükleri işaretleri dağıtılmış Alamouti koduna göre hedefe gönderirler. İkinci fazda hedefte alınan işaretler

$$\begin{pmatrix} r_{D2}^1 \\ r_{D2}^2 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{E_1}{2}} \begin{pmatrix} \hat{s}_{1,1} & \hat{s}_{2,2} \\ -\hat{s}_{2,1}^* & \hat{s}_{1,2}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{11}^2 \\ h_{21}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{D2}^1 \\ n_{D2}^2 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

biçimde verilmektedir.  $\hat{s}_{j,i}$ ,  $s_i$  simgesinin  $j$ . aktarıcıda kestirimini ( $i, j = 1, 2$ ) göstermektedir. Burada  $r_{D2}^1$  ve  $r_{D2}^2$  hedefin ikinci fazda birinci ve ikinci zaman aralıklarında aldığı işaretler,  $h_{11}^2$  ve  $h_{21}^2$  1. ve 2. aktarıcı ile hedef arasındaki kanalların karmaşık Gauss dağılımlı sönümlenme katsayıları,  $n_{D2}^1$  ve  $n_{D2}^2$  ortalaması 0 varyansı 1 olan karmaşık Gauss gürültüleri olarak verilmektedir. Hedefte, kaynaktan alınan işaretler Alamouti kodunun çözümünde kullanılan birleştirici denklemler ile birbirlerinden ayrılır. Aktarıcılardan alınan işaretler için de aynı yol izlenir. Daha sonra bu işaretler toplanarak çözülür.

#### 4.1.1 Servis dışı kalma olasılık analizi

Kaynak ile birinci aktarıcı arasındaki karşılıklı bilgi  $I_{SR1}$ , kaynak ile ikinci aktarıcı arasındaki karşılıklı bilgi  $I_{SR2}$ , kaynak ve aktarıcılar ile hedef arasındaki karşılıklı bilgi  $I_{SRD}$  ile gösterilmek üzere

$$I_{SR1} = \frac{1}{2} \log \left( 1 + (\gamma_{11}^1 + \gamma_{21}^1) \right) \quad (4.5)$$

$$I_{SR2} = \frac{1}{2} \log \left( 1 + (\gamma_{12}^1 + \gamma_{22}^1) \right), \quad (4.6)$$

$$I_{SRD} = \frac{1}{2} \log \left( 1 + (\gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2 + \gamma_{SD1} + \gamma_{SD2}) \right) \quad (4.7)$$

biçimindedir. Hedef, kaynaktan alınan işaretler ile aktarıcılardan alınan işaretleri MRC ile birleştirerek çözmektedir. Bundan dolayı kaynak ve aktarıcılar ile hedef arasındaki karşılıklı bilgi (4.7) şeklinde ifade edilmektedir. Sistemin karşılıklı bilgisi alıcıların, yani kaynak ile aktarıcılarının ve kaynak-aktarıcılar ile hedefin karşılıklı bilgisinin minimumu olarak ifade edilir ve

$$I = \min(I_{SR1}, I_{SR2}, I_{SRD}) \quad (4.8)$$

eşitliği ile verilebilir. Bu durumda, sistemin servis dışı kalma olayı alıcılardan herhangi birisinin servis dışı kalmasıyla oluşur ve

$$\min \left( (\gamma_{11}^1 + \gamma_{21}^1), (\gamma_{12}^1 + \gamma_{22}^1), (\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + \gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2) \right) < \gamma_{out} \quad (4.9)$$

biçiminde ifade edilir. Böylece servis dışı kalma olasılığı

$$P_{out}(\gamma_{out}) = P\left(\min\left((\gamma_{11}^1 + \gamma_{21}^1), (\gamma_{12}^1 + \gamma_{22}^1), (\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + \gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2)\right) < \gamma_{out}\right) \quad (4.10)$$

biçiminde elde edilir. Sistemin servis dışı kalması için işaret-gürültü oranının belirli bir eşik değerinden düşük olması gerekmektedir ve bu eşik  $\gamma_{out}$  ile gösterilmektedir.

(4.10)'daki ifade

$$P_{out}(\gamma_{out}) = 1 - P\left((\gamma_{11}^1 + \gamma_{21}^1) > \gamma_{out}\right) P\left((\gamma_{12}^1 + \gamma_{22}^1) > \gamma_{out}\right) P\left((\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + \gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2) > \gamma_{out}\right) \quad (4.11)$$

biçiminde de yazılabilir.  $\gamma_{SD1}$  ve  $\gamma_{SD2}$ ,  $\bar{\gamma}_1$  ortalamalı üstel dağılımlıdır,  $\gamma_{j1}^2$ ,  $\bar{\gamma}_2$  ortalamalı üstel dağılımlıdır ( $j=1,2$ ) ve  $\gamma_{ij}^1$ ,  $\bar{\gamma}_3$  ortalamalı üstel dağılımlıdır ( $i,j=1,2$ ). Aynı parametrelili üstel dağılıma sahip iki değişkenin toplamı gamma dağılımlıdır.  $\bar{\gamma}_3$  ortalamalı üstel dağılımlı iki değişkenin toplamının olasılık yoğunluk işlevi (pdf)  $f_y(y, \bar{\gamma}_3)$  olarak verilmektedir ve Ek B'de ifade edilmektedir.

Bu durumda

$$P\left((\gamma_{11}^1 + \gamma_{21}^1) > \gamma_{out}\right) = P\left((\gamma_{12}^1 + \gamma_{22}^1) > \gamma_{out}\right) = 1 - F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3) \quad (4.12)$$

biçiminde elde edilir.  $F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3)$ , pdf'i  $f_y(y, \bar{\gamma}_3)$  olan gamma dağılımının olasılık dağılım işlevidir (cdf).

$\bar{\gamma}_1$  parametrelili gamma dağılımlı bir değişken ile  $\bar{\gamma}_2$  parametrelili gamma dağılımlı başka bir değişkenin toplamının pdf'i  $f_w(w, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2)$  ile gösterilmektedir ve Ek D'de ifade edilmektedir. Buradan

$$P\left((\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + \gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2) > \gamma_{out}\right) = 1 - F_w(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) \quad (4.13)$$

eşitliği elde edilir.  $F_w(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2)$ , pdf'i  $f_w(w, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2)$  olan dağılımın cdf'idir ve Ek D'de ifade edilmektedir. Buradan da

$$P_{out}(\gamma_{out}) = 1 - \left(1 - F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3)\right)^2 \left(1 - F_w(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2)\right) \quad (4.14)$$

sonucuna ulaşılır.

## 4.2 Seçmeli Model

Seçmeli yapıda, aktarıcılar kaynaktan aldıkları işaretlerin işaret-gürültü oranları belirli bir eşik değerinin üzerinde olduğu durumlarda hedefe gönderecekler ve diğer durumda sessiz kalacaklardır. Kanalin iyi olmadığı zamanlarda gücün harcanması engellenmiş olmaktadır ve bu sayede gücün daha verimli kullanılması sağlanmaktadır. Sessiz kaldıkları durumda bunu diğer aktarıcıya, kaynağa ve hedefe 1 bitlik bir bilgi ile bildireceklerdir ve bu ileri ve geri beslemenin hatasız olduğu kabul edilmektedir. Aktarıcılarının her ikisi de sessiz kaldıkları durumda kaynak işaretleri yeniden gönderecektir. Eğer aktarıcılardan birisi pasif (sessiz olduğu durum) olursa diğer aktarıcı, toplam harcanan gücün  $E_T$  olması için  $E_1$  güç harcayarak hedefe iletacaktır. Sonuç olarak aktarıcılarının her ikisi de aktif, aktarıcılardan birisi pasif diğeri aktif ve aktarıcılarının her ikisi de pasif olmak üzere oluşabilecek 3 farklı durum ayrı ayrı incelenecektir.

Aktarıcılarının herhangi birisinin seçilmesi için işaret-gürültü oranının belirli bir eşik değerinden büyük olması gerekmektedir ve bu eşik değeri  $\gamma_{thr}$  ile gösterilmektedir.  $\gamma_{thr}$  ile  $\gamma_{out}$  'un değerlerinin farklı olabilecek olmasına rağmen farklı olması anlamlı değildir. Çünkü servis dışı kalmamış olan aktarıcının seçilmesi beklendiği gibi seçilmiş olan aktarıcının da servis dışı kalmaması beklenir. Bu durumda  $\gamma_{thr}$  ile  $\gamma_{out}$  aynı değere sahip olarak kabul edilmektedir ve seçilmiş olan aktarıcı için servis dışı kalma olayının oluşma olasılığının sıfır olduğu kabul edilmektedir.

Seçmeli modelde birinci fazda hedefin ve aktarıcılarının aldıkları işaretler seçmesiz modeldeki ile aynıdır. İkinci fazda hedefin aktarıcılardan aldığı işaretler ise aktif olan aktarıcı sayısına göre değişiklik göstermektedir. Her iki aktarıcı aktif olduğunda hedefte ikinci fazda alınan işaretler seçmesiz model ile aynıdır ve (4.4) ile gösterilir. Aktarıcılardan birisi aktif diğeri pasif olduğunda ise hedefte ikinci fazda alınan işaretler aktif olan aktarıcıya göre değişiklik gösterir. Eğer birinci aktarıcı aktif ise hedefte alınan işaretler

$$\begin{pmatrix} r_{D2}^1 \\ r_{D2}^2 \end{pmatrix} = \sqrt{E_1} \begin{pmatrix} \hat{s}_{1,1} & \hat{s}_{1,2}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{11}^2 \\ h_{11}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{D2}^1 \\ n_{D2}^2 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

biçiminde gösterilir. İkinci aktarıcı aktif olduğunda ise hedefte alınan işaretler

$$\begin{pmatrix} r_{D2}^1 \\ r_{D2}^2 \end{pmatrix} = \sqrt{E_1} \begin{pmatrix} \hat{s}_{2,2} & -\hat{s}_{2,1}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{21}^2 \\ h_{21}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{D2}^1 \\ n_{D2}^2 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

biçiminde gösterilir. Eğer her iki aktarıcı da pasif ise kaynak işaretleri yeniden gönderir. Bu durumda ikinci fazda hedefte alınan işaretler

$$\begin{pmatrix} r_{D1}^1 \\ r_{D1}^2 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{E_1}{2}} \begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{SD1} \\ h_{SD2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{D1}^1 \\ n_{D1}^2 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

biçiminde gösterilir. Burada yavaş sönümlmeli kanal modeli göz önünde bulundurulduğu için en az 4 zaman aralığında kanalların değişmediği kabul edilmektedir. Böylece her iki aktarıcı da pasif olduğunda, kaynak işaretleri 3. ve 4. zaman aralıklarında yeniden gönderirken kanal bilgisinin 1. ve 2. zaman aralığındaki kanal bilgisi ile aynı olduğu kabul edilmektedir ve bu sayede (4.17)'nin yazılması mümkün olmaktadır. Hedefte birinci fazda alınan işaretler ile ikinci fazda alınan işaretler birlikte çözülürler.

#### 4.2.1 Servis dışı kalma olasılık analizi

Oluşabilecek durumlardan bağımsız olarak  $I_{SR1}$  ve  $I_{SR2}$ , sırasıyla, (4.5) ve (4.6) ile ifade edilirken,  $I_{SRD}$  farklı durumlara göre değişiklik göstermektedir.

##### 4.2.1.1 Durum 1: Her iki aktarıcı da aktif

Aktarıcıların her ikisi de aktif olduğunda  $I_{SRD}$ , (4.7) ile aynıdır ve

$$I_{SRD} = \frac{1}{2} \log \left( 1 + (\gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2 + \gamma_{SD1} + \gamma_{SD2}) \right) \quad (4.18)$$

şeklinde verilmektedir. Burada sistemin maksimum ortalama karşılıklı bilgisi

$$I = \min(I_{SR1}, I_{SR2}, I_{SRD}) \quad (4.19)$$

biçiminde verilmektedir. Sistem için servis dışı kalma olayı aktarıcılardan veya hedeften herhangi birisinin servis dışı kalmasıyla oluşur. Sistemin servis dışı kalma olayı

$$\min \left( (\gamma_{11}^1 + \gamma_{21}^1), (\gamma_{12}^1 + \gamma_{22}^1), (\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + \gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2) \right) < \gamma_{out} \quad (4.20)$$

eşitsizliği ile ifade edilir. Ancak burada aktarıcıların her ikisinin de aktif olduğu kabul edildiği ve aktif olan aktarıcının servis dışı kalmayacağı bilindiği için sistemin

servis dışı kalma olayı yalnızca hedefin servis dışı kalması anlamına gelir. Böylece sistemin servis dışı kalma olayı

$$(\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + \gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2) < \gamma_{out} \quad (4.21)$$

biçiminde ifade edilebilir. Bu durumda sistemin servis dışı kalma olasılığı

$$P_{out}^2(\gamma_{out}) = P\left((\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + \gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2) < \gamma_{out}\right) \quad (4.22)$$

eşitliği ile verilir. Buradaki  $P_{out}^2(\gamma_{out})$  gösteriminde üst indis aktif olan aktarıcı sayısını göstermektedir, yani bu durumda her iki aktarıcının da aktif olduğu durum incelendiği için üst indis 2'dir. Buradan

$$P_{out}^2(\gamma_{out}) = F_w(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) \quad (4.23)$$

sonucuna ulaşılır.

Son olarak bu durumun oluşma olasılığının bulunması gerekmektedir. Bir aktarıcının aktif olma olasılığı  $P_{aktif}$  ile gösterilmek üzere

$$P_{aktif} = P\left((\gamma_{1j}^1 + \gamma_{2j}^1) > \gamma_{out}\right), \quad j = 1, 2 \quad (4.24)$$

şeklinde ifade edilir. Buradan

$$P_{aktif} = 1 - F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3) \quad (4.25)$$

sonucuna ulaşılır. Herhangi bir aktarıcının aktif olma olasılığı bulunduğu göre her iki aktarıcının aktif olma olasılığı

$$P_2 = \left(1 - F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3)\right)^2 \quad (4.26)$$

biçiminde elde edilir.

#### 4.2.1.2 Durum 2: Aktarıcılardan birisi aktif diğeri pasif

Aktarıcılardan birisi aktif diğeri pasif olduğunda hedef için karşılıklı bilgi

$$I_{SRD} = \frac{1}{2} \log\left(1 + (2\gamma_{j1}^2 + \gamma_{SD1} + \gamma_{SD2})\right), \quad j = 1, 2 \quad (4.27)$$

şeklinde verilmektedir.  $j$  aktif olan aktarıcıyı belirtmektedir ve  $\gamma_{j1}^2$ 'nin başındaki 2 aktarıcılardan yalnızca birisi aktif olduğunda toplam gücün sabit kalması için aktif

aktarıcının gücünü iki katına çıkarmasından kaynaklanmaktadır. Sistemin maksimum ortalama karşılıklı bilgisi

$$I = \min(I_{SRj}, I_{SRD}), \quad j = 1, 2 \quad (4.28)$$

biçiminde verilmektedir. Aktarıcılardan birisi pasif olduğu için minimumu aranan terim sayısı 2'ye düşmektedir. Sistem için servis dışı kalma olayı aktif olan aktarıcı veya hedefin servis dışı kalmasıyla oluşur. Sistemin servis dışı kalma olayı

$$\min((\gamma_{1j}^1 + \gamma_{2j}^1), (\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + 2\gamma_{j1}^2)) < \gamma_{out}, \quad j = 1, 2 \quad (4.29)$$

eşitsizliği ile ifade edilir. Burada da aktif olan aktarıcının servis dışı kalmayacağı bilindiği için sistemin servis dışı kalma olayı yalnızca hedefin servis dışı kalması anlamındadır. Böylece sistemin servis dışı kalma olayı

$$(\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + 2\gamma_{j1}^2) < \gamma_{out}, \quad j = 1, 2 \quad (4.30)$$

biçiminde ifade edilebilir. Bu durumda sistemin servis dışı kalma olasılığı

$$P_{out}^1(\gamma_{out}) = P((\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + 2\gamma_{j1}^2) < \gamma_{out}), \quad j = 1, 2 \quad (4.31)$$

biçiminde yazılabilir. Sağ taraftaki olasılığın bulunabilmesi için  $\bar{\gamma}_1$  parametrelili gamma dağılımlı bir değişken ile  $\bar{\gamma}_2$  parametrelili üstel dağılımlı bir değişkenin toplamının pdf'inin bulunması gerekmektedir. Ek C'de bu dağılımın pdf'i verilmektedir ve  $f_z(z, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2)$  ile gösterilmektedir. Böylece (4.31)

$$P((\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + 2\gamma_{j1}^2) < \gamma_{out}) = F_z(z, \bar{\gamma}_1, 2\bar{\gamma}_2), \quad j = 1, 2 \quad (4.32)$$

biçiminde ifade edilmektedir.  $F_z(z, \bar{\gamma}_1, 2\bar{\gamma}_2)$ , pdf'i  $f_z(z, \bar{\gamma}_1, 2\bar{\gamma}_2)$  ile gösterilen dağılımın cdf'idir. Buradan da servis dışı kalma olasılığı

$$P_{out}^1(\gamma_{out}) = F_z(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_1, 2\bar{\gamma}_2) \quad (4.33)$$

biçiminde elde edilir.

Bu durumun oluşma yani aktarıcılardan yalnızca birisinin aktif olma olasılığı

$$P_1 = 2F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3)(1 - F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3)) \quad (4.34)$$

biçiminde elde edilir.

### 4.2.1.3 Durum 3: Aktarıcıların her ikisi de pasif

Aktarıcıların her ikisi de pasif olduğunda kaynak ikinci fazda da aynı işareti hedefe gönderir. Kaynak birinci fazda işaretleri iletirken  $E_0$  güç harcadığı ve sistemde harcanan toplam gücün aynı kalması istendiği için ikinci fazda  $E_1$  güç harcayarak gönderir. Her iki fazda da kanal bilgisinin aynı kaldığı kabul edildiği için kaynak işaretleri  $E_T$  ile göndermiş olmaktadır. Bu durumda kaynak ile hedef arasındaki karşılıklı bilgi

$$I_{SRD} = \frac{1}{2} \log \left( 1 + \frac{E_T}{2} (|h_{SD1}|^2 + |h_{SD2}|^2) \right) \quad (4.35)$$

şeklinde verilmektedir. Gösterimlerin öncekilerle benzer olması için  $\gamma_{SD3} = \frac{E_T}{2} |h_{SD1}|^2$  ve  $\gamma_{SD4} = \frac{E_T}{2} |h_{SD2}|^2$  tanımları yapılmaktadır.  $\gamma_{SD3}$  ve  $\gamma_{SD4}$ ,  $\bar{\gamma}_4$  ortalamalı üstel dağılımlıdır. Bu durumda (4.35)

$$I_{SRD} = \frac{1}{2} \log (1 + (\gamma_{SD3} + \gamma_{SD4})) \quad (4.36)$$

biçiminde yazılır. Burada aktarıcılar pasif olduğu için sistemin maksimum ortalama karşılıklı bilgisi kaynak ile hedefin karşılıklı bilgisi ile aynıdır ve

$$I = I_{SRD} \quad (4.37)$$

biçiminde verilmektedir. Sistemin servis dışı kalma olayı

$$(\gamma_{SD3} + \gamma_{SD4}) < \gamma_{out} \quad (4.38)$$

eşitsizliği ile verilir. Bu durumda servis dışı kalma olasılığı

$$P_{out}^0(\gamma_{out}) = P((\gamma_{SD3} + \gamma_{SD4}) < \gamma_{out}) \quad (4.39)$$

biçiminde elde edilir. Buradan da servis dışı kalma olasılığı için

$$P_{out}^0(\gamma_{out}) = F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_4) \quad (4.40)$$

sonucuna ulaşılır. Bu durumun oluşma yani her iki aktarıcının da pasif olma olasılığı

$$P_0 = F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3) \quad (4.41)$$

biçiminde elde edilir.

Sistemin toplam servis dışı kalma olasılığı, yukarıda sıralanmış olan üç ayrı durumda servis dışı kalma olasılıkları ile bu durumların oluşma olasılıklarının çarpılıp toplanması ile elde edilir. Yani servis dışı kalma olasılığı

$$P_{out}(\gamma_{out}) = P_2 P_{out}^2(\gamma_{out}) + P_1 P_{out}^1(\gamma_{out}) + P_0 P_{out}^0(\gamma_{out}) \quad (4.42)$$

biçimindedir. (4.42)'nin sağ yanındaki olasılıklar yerlerine yazıldığında servis dışı kalma olasılığı

$$\begin{aligned} P_{out}(\gamma_{out}) = & (1 - F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3))^2 F_w(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) \\ & + 2F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3)(1 - F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3))F_z(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_1, 2\bar{\gamma}_2) \\ & + F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3)^2 F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_4) \end{aligned} \quad (4.43)$$

olarak bulunur.

## 4.2.2 Bit hata olasılığı analizi

Bit hata oranının hesaplanabilmesi için aktarıcıların, aldıkları işaretlerin SNR değerleri belli bir eşik değerinin üzerinde olduğunda, işaretleri doğru çözdükleri kabul edilecektir. Böylece hata yayılımının olmadığı kabul edilmiştir. Burada da oluşabilecek 3 farklı durum için ayrı ayrı bit hata olasılıklarının bulunması gerekmektedir.

### 4.2.2.1 Durum 1: Aktarıcıların her ikisi de aktif

Aktarıcılardan her ikisi de aktif olduğunda anlık SNR'a bağlı olarak bit hata olasılığı

$$P_2(e | \gamma_{SD1}, \gamma_{SD2}, \gamma_{11}^2, \gamma_{21}^2) = Q\left(\sqrt{\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + \gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2}\right) \quad (4.44)$$

biçiminde verilir. Bu ifade [17]

$$P_2(e | \gamma_{SD1}, \gamma_{SD2}, \gamma_{11}^2, \gamma_{21}^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + \gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2}{2 \sin^2 \theta}\right) d\theta \quad (4.45)$$

biçiminde de gösterilebilir. Anlık SNR'a bağlı olarak elde edilen bit hata olasılığının SNR'lar üzerinden ortalaması alınarak ortalama bit hata olasılığı bulunabilir. Ortalama bit hata olasılığı

$$P_2(e) = \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty P_2(e | \gamma_{SD1}, \gamma_{SD2}, \gamma_{11}^2, \gamma_{21}^2) f_x(x_1, \bar{\gamma}_1) f_x(x_2, \bar{\gamma}_1) f_x(x_3, \bar{\gamma}_2) f_x(x_4, \bar{\gamma}_2) dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 d\theta \quad (4.46)$$

biçiminde elde edilir.  $f_x(x, \bar{\gamma})$  üstel dağılımlıdır ve Ek A'da verilmiştir. Burada değişkenler yerine konulduğunda

$$P_2(e) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + \gamma_{11}^2 + \gamma_{21}^2}{2 \sin^2 \theta}\right) \frac{1}{\bar{\gamma}_1^2 \bar{\gamma}_2^2} \exp(-x_1 / \bar{\gamma}_1) \exp(-x_2 / \bar{\gamma}_1) \exp(-x_3 / \bar{\gamma}_2) \exp(-x_4 / \bar{\gamma}_2) dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 d\theta \quad (4.47)$$

sonucuna ulaşılır.  $\gamma_{SD1}$ ,  $\gamma_{SD2}$ ,  $\gamma_{11}^2$  ve  $\gamma_{21}^2$  birbirinden bağımsız SNR'lar olduğu için ortalamaları da ayrı ayrı elde edilebilir. Bu durumda bit hata olasılığı

$$P_2(e) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left( \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\gamma_{SD1}}{2 \sin^2 \theta}\right) \frac{1}{\bar{\gamma}_1} \exp(-x_1 / \bar{\gamma}_1) dx_1 \right) \left( \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\gamma_{SD2}}{2 \sin^2 \theta}\right) \frac{1}{\bar{\gamma}_1} \exp(-x_2 / \bar{\gamma}_1) dx_2 \right) \left( \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\gamma_{11}^2}{2 \sin^2 \theta}\right) \frac{1}{\bar{\gamma}_2} \exp(-x_3 / \bar{\gamma}_2) dx_3 \right) \left( \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\gamma_{21}^2}{2 \sin^2 \theta}\right) \frac{1}{\bar{\gamma}_2} \exp(-x_4 / \bar{\gamma}_2) dx_4 \right) d\theta \quad (4.48)$$

biçiminde yazılabilir.

Moment üretme işlevi (MGF)

$$M_\gamma(s) = \int_0^\infty p_\gamma(\gamma) \exp(s\gamma) d\gamma \quad (4.49)$$

biçiminde tanımlanır. Burada  $p_\gamma(\gamma)$ , MGF'si bulunacak olan dağılımın pdf'idir. Bu durumda üstel dağılımın MGF'si [2]

$$M_\gamma(s) = (1 - s\bar{\gamma})^{-1} \quad (4.50)$$

biçiminde yazılır. Üstel dağılımın MGF'sini (4.47)'de yerine koyduğumuzda ortalama bit hata olasılığı

$$P_2(e) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left( M_{\gamma_1} \left( \frac{1}{2 \sin^2 \theta} \right) \right)^2 \left( M_{\gamma_2} \left( \frac{1}{2 \sin^2 \theta} \right) \right)^2 d\theta \quad (4.51)$$

biçiminde yazılabilir. Buradan bit hata olasılığı

$$P_2(e) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left( \frac{2 \sin^2(\theta)}{(\bar{\gamma}_1 + 2 \sin^2(\theta))} \right)^2 \left( \frac{2 \sin^2(\theta)}{(\bar{\gamma}_2 + 2 \sin^2(\theta))} \right)^2 d\theta \quad (4.52)$$

biçiminde elde edilir. Bu integralin sonucu [17]'de

$$P_2(e) = \frac{1}{2\alpha^2 \bar{\gamma}_2^2} \left( 1 - \mu_1 - \frac{\mu_1(1 - \mu_1^2)}{2} + \frac{2}{\alpha \bar{\gamma}_1} (1 - \mu_1) \right) + \frac{1}{2\alpha^2 \bar{\gamma}_1^2} \left( 1 - \mu_2 - \frac{\mu_2(1 - \mu_2^2)}{2} - \frac{2}{\alpha \bar{\gamma}_2} (1 - \mu_2) \right) \quad (4.53)$$

biçiminde verilmektedir. Burada  $\mu_i = \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_i/2}{1 + \bar{\gamma}_i/2}}$ ,  $i=1,2$ , ve  $\alpha = \frac{1}{\bar{\gamma}_1} - \frac{1}{\bar{\gamma}_2}$  şeklinde tanımlanmaktadır.

#### 4.2.2.2 Durum 2: Aktarıcılardan birisi aktif diğeri pasif

Aktarıcılardan birisi aktif olduğunda bit hata olasılığı

$$P_1(e | \gamma_{SD1}, \gamma_{SD2}, \gamma_{j1}^2) = Q\left(\sqrt{\gamma_{SD1} + \gamma_{SD2} + 2\gamma_{j1}^2}\right), \quad j=1,2 \quad (4.54)$$

biçiminde ifade edilir. Yukarıda 1. durum için anlatılan yol izlenerek  $\gamma_{SD1}$ ,  $\gamma_{SD2}$  ve  $\gamma_{j1}^2$  üzerinden ortalaması alındığında bit hata olasılığı için

$$P_1(e) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left( \frac{2 \sin^2(\theta)}{(\bar{\gamma}_1 + 2 \sin^2(\theta))} \right)^2 \left( \frac{2 \sin^2(\theta)}{(2\bar{\gamma}_2 + 2 \sin^2(\theta))} \right)^2 d\theta \quad (4.55)$$

sonucuna ulaşılır. Bu integralin sonucu [17]

$$P_1(e) = \frac{1}{2\alpha^2 \bar{\gamma}_1^2 \bar{\gamma}_2} \left( 2\bar{\gamma}_2 \left( 1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_2}{1 + \bar{\gamma}_2}} \right) - \alpha \bar{\gamma}_1^2 \left( 1 - \mu_1 - \frac{\mu_1(1 - \mu_1^2)}{2} \right) - \bar{\gamma}_1 (1 - \mu_1) \right) \quad (4.56)$$

biçiminde elde edilir. Burada  $\mu_1 = \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_1/2}{1 + \bar{\gamma}_1/2}}$  ve  $\alpha = \frac{1}{\bar{\gamma}_1} - \frac{1}{2\bar{\gamma}_2}$  şeklinde tanımlanmaktadır.

### 4.2.2.3 Durum 3: Aktarıcılardan her ikisi de pasif

Aktarıcılardan her ikisi de pasif olduğunda bit hata olasılığı

$$P_0(e | \gamma_{SD3}, \gamma_{SD4}) = Q\left(\sqrt{(\gamma_{SD3} + \gamma_{SD4})}\right) \quad (4.57)$$

biçiminde yazılır.  $\gamma_{SD3}$  ve  $\gamma_{SD4}$  üzerinden ortalaması alındığında bit hata olasılığı

$$P_0(e) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left( \frac{2 \sin^2(\theta)}{(\bar{\gamma}_4 + 2 \sin^2(\theta))} \right)^2 d\theta \quad (4.58)$$

olarak bulunur. Buradan da bit hata olasılığı [17]

$$P_0(e) = \frac{1}{2} \left( 1 - \mu_4 - \frac{\mu_4(1 - \mu_4^2)}{2} \right) \quad (4.59)$$

biçiminde elde edilir. Burada  $\mu_4 = \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_4 / 2}{1 + \bar{\gamma}_4 / 2}}$  şeklinde tanımlanmaktadır.

Sistemin toplam bit hata olasılığı bu olasılıklar ile bu durumların oluşma olasılıklarının çarpımında elde edilir. Bu durumların oluşma olasılıkları 4.2.1'de verilmiştir. Buna göre toplam bit hata olasılığı

$$P_b(e) = P_2 P_2(e) + P_1 P_1(e) + P_0 P_0(e) \quad (4.60)$$

eşitliğinden

$$P_b(e) = \left(1 - F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3)\right)^2 P_2(e) + 2F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3) \left(1 - F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3)\right) P_1(e) + \left(F_y(\gamma_{out}, \bar{\gamma}_3)\right)^2 P_0(e) \quad (4.61)$$

olarak elde edilir.

## 4.3 Optimum Güç Dağılımının ve Aktarıcılarının Optimum Konumunun İncelenmesi

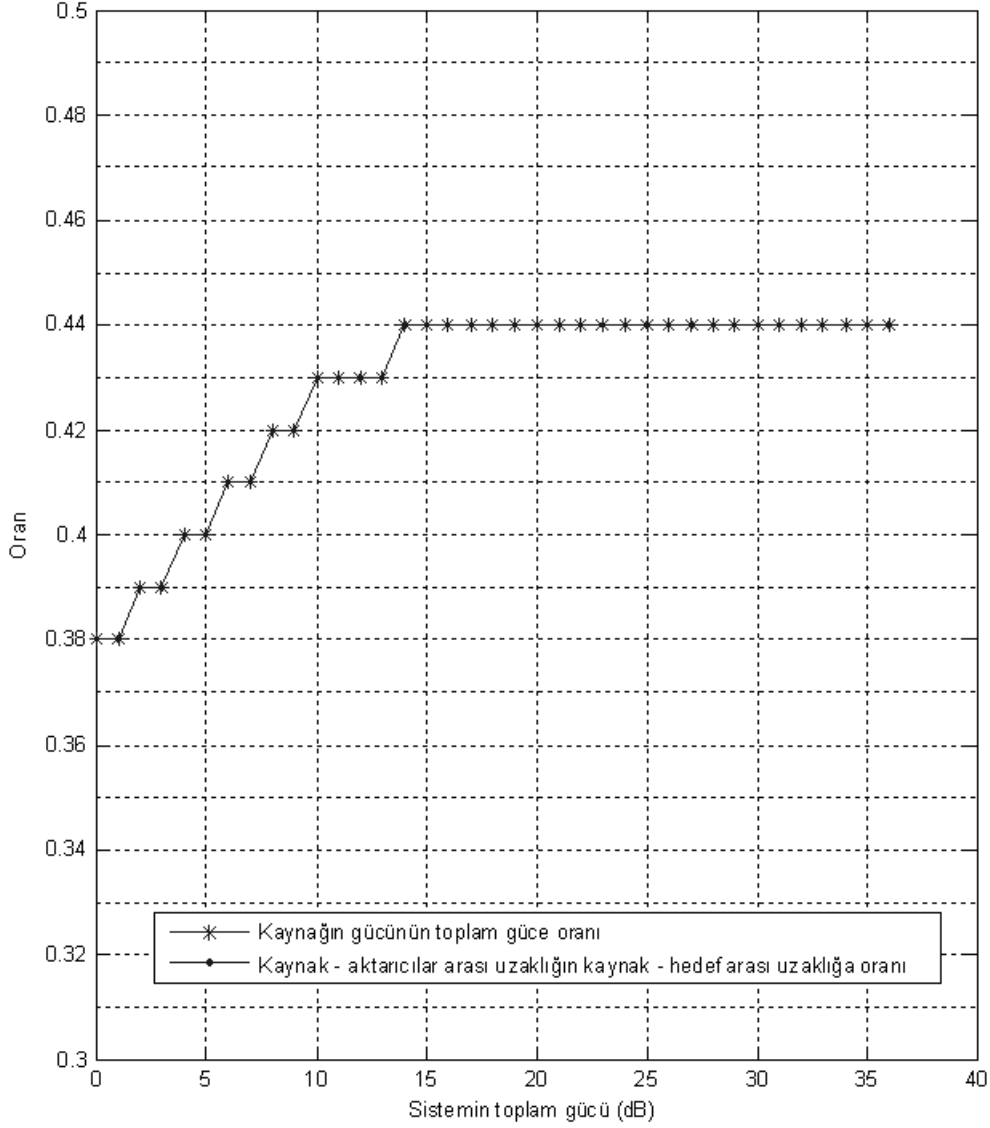
Buraya kadar 3 ayrı kanal modeli incelenmiştir: Birincisi çok atlamalı çeşitlemenin olmadığı seçmesiz model (*1. model*), ikincisi çok atlamalı çeşitlemeli seçmesiz model (*2. model*) ve üçüncüsü de çok atlamalı çeşitlemeli seçmeli modeldir (*3. model*). Şimdi bu 3 model için servis dışı kalma olasılığını minimum yapacak güç dağılımları ve aktarıcılarının konumları incelenecektir. Aslında izlenmesi gereken yol

(4.43)'ün güç dağılımı ve aktarıcılarının yeri için kısmi türevlerinin alınarak sıfıra eşitlenmesi biçiminde olmalıdır, ancak ifadenin türevinin alınması zor ve karışık olduğu için bilgisayar benzetimleri ile optimum güç dağılımı ve aktarıcılarının optimum konumu bulunacaktır.

Bu benzetimlerde  $\gamma_{out}$ , 10 olarak alınmaktadır. Gücün kaynak ile aktarıcılar arasında eşit dağıtıldığı ve aktarıcılarının kaynak ile hedefin ortasında buldukları durum *referans durum* olarak değerlendirilecek ve bulunacak optimum değerler için sistemin başarımı, referans durumdaki başarımlar ile karşılaştırılacaktır. Bu değerlendirmenin yapılmasının önemli bir nedeni, bu çalışmadaki sonuçlar bir sonraki bölümde [14]'deki sonuçlar ile karşılaştırılması ve [14]'te incelenen modelde burada referans durum olarak nitelendirilen durumun göz önünde bulundurulmasıdır. Dolayısıyla bulunacak optimum durumların referans duruma göre başarımlar açısından ne katkı sağlayacağını saptanması önemlidir.

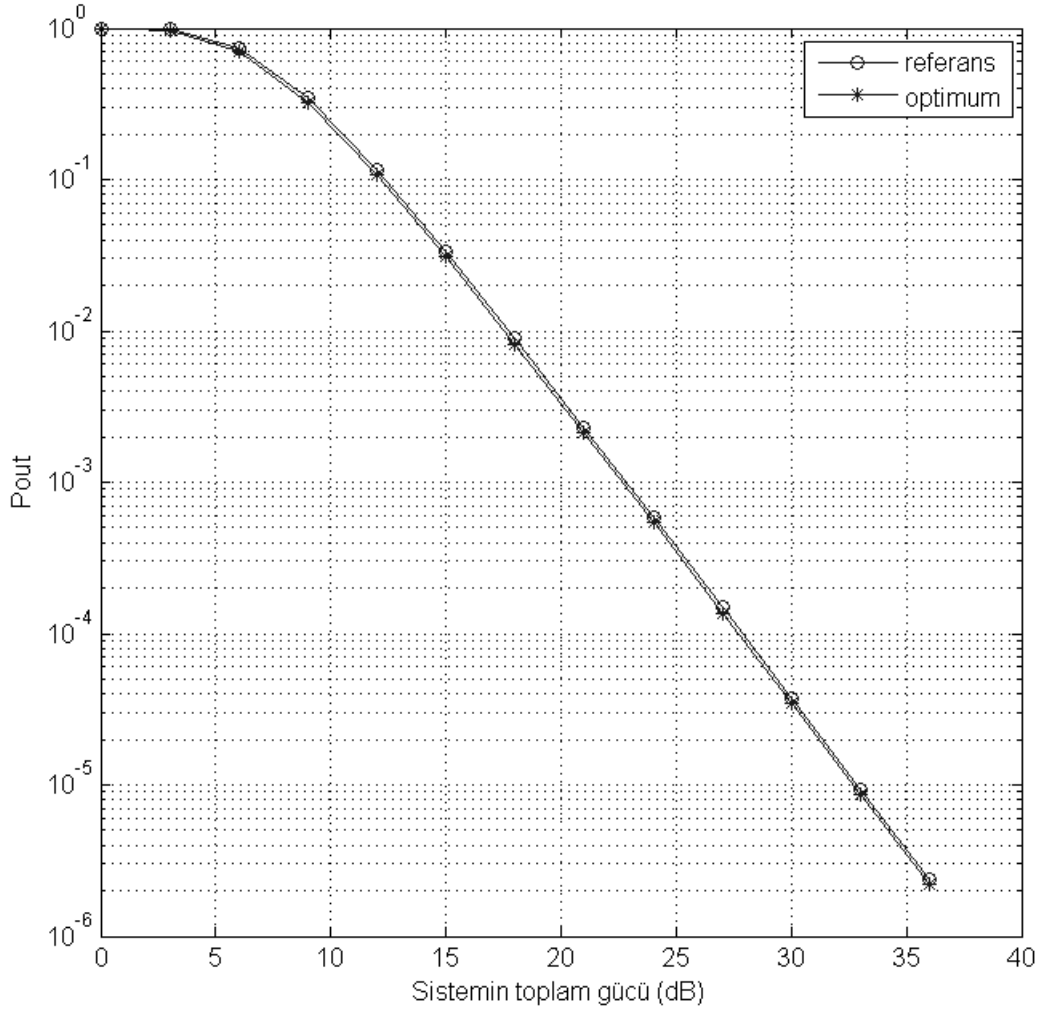
Optimum  $E_0/E_T$  ve  $d_r/d_d$  oranları  $E_T$ 'ye bağlı olarak değişebilmektedir ve bundan dolayı servis dışı kalma olasılığı hangi değerlerdeyken maksimum başarımlar elde edilmek istendiği belirlenmelidir. Genellikle servis dışı kalma olasılığının  $10^{-5}$  ile  $10^{-6}$  dolaylarında olması için ne kadar güç harcanması gerektiği sistem başarımı için önemli bir kıstastır. Bu nedenle servis dışı kalma olasılığı söz konusu düzeydeyken optimum güç dağılımı ve aktarıcılarının optimum konumunun ne olduğu bulunarak, bu dağılımda sistem başarımı incelenecektir.

Bu oranlar birlikte çözülerek bulunmaktadır. Yani bu işlem Matlab'da yapılırken  $d_r/d_d$  oranı 0,01 ile 0,99 arasındaki değerleri 0,01 aralıklarla almaktadır ve bu oranın aldığı her değer için servis dışı kalma olasılığını minimum yapan  $E_0/E_T$  oranı bulunmaktadır.  $E_0/E_T$  oranı da 0,01 ile 0,99 arasındaki değerleri 0,01 aralıklarla almaktadır. Dolayısıyla burada bulunan optimum oranlar  $\pm 0,005$  hata payına sahiptir.



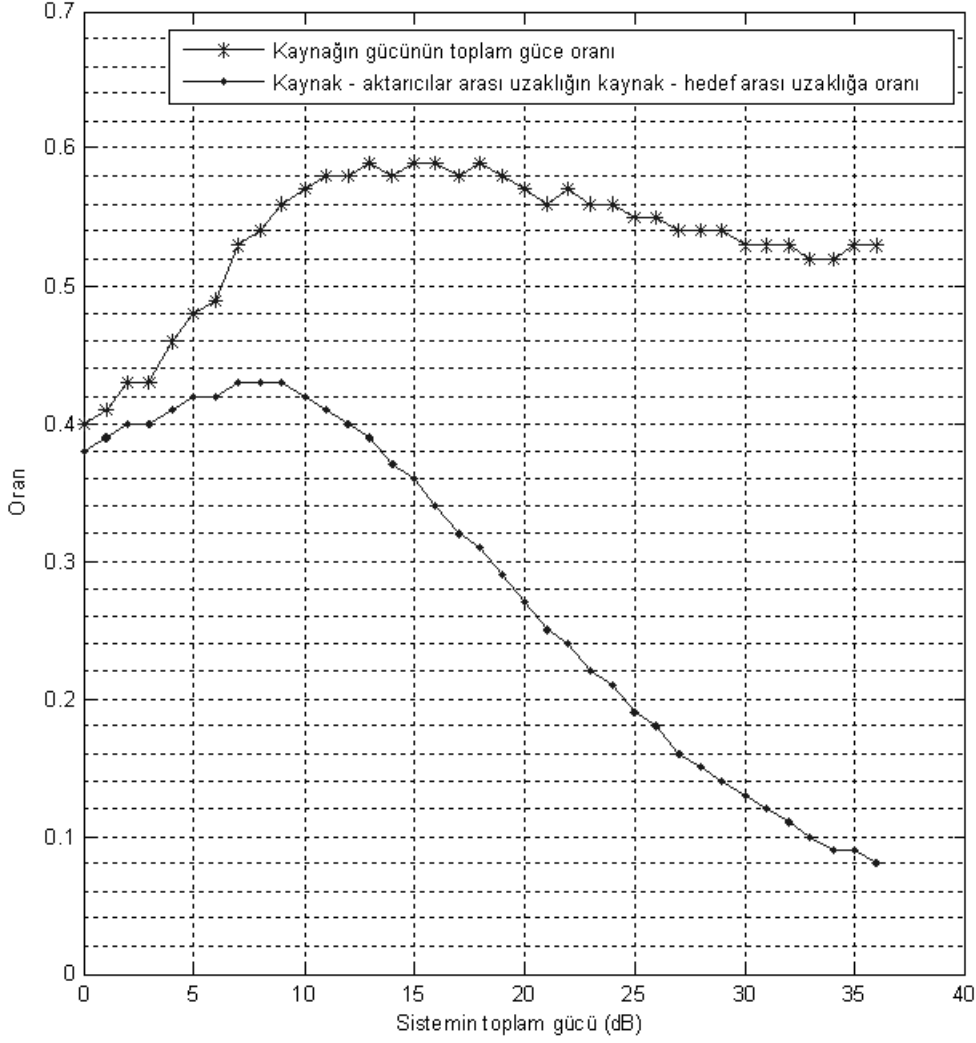
**Şekil 4.2:** 1. model için servis dışı kalma olasılığını minimum yapan  $E_0 / E_T$  ve  $d_r / d_d$  oranları

Çok atlamalı çeşitlemenin olmadığı seçmesiz model 1. model olarak adlandırılmıştır. Şekil 4.2’de 1. model için servis dışı kalma olasılığını minimum yapan optimum  $E_0 / E_T$  oranı ve optimum  $d_r / d_d$  oranı  $E_T$ ’ye bağlı olarak bulunmaktadır. Optimum  $E_0 / E_T$  oranı için çizilen eğri ile  $d_r / d_d$  oranı için çizilen eğriler çakışmaktadır. Yüksek  $E_T$  değerlerinde bu oranlar 0,44’de sabitlenmektedir. Buradan bu model için optimum durumun referans duruma yakın sonuçlar vereceği öngörülebilir.



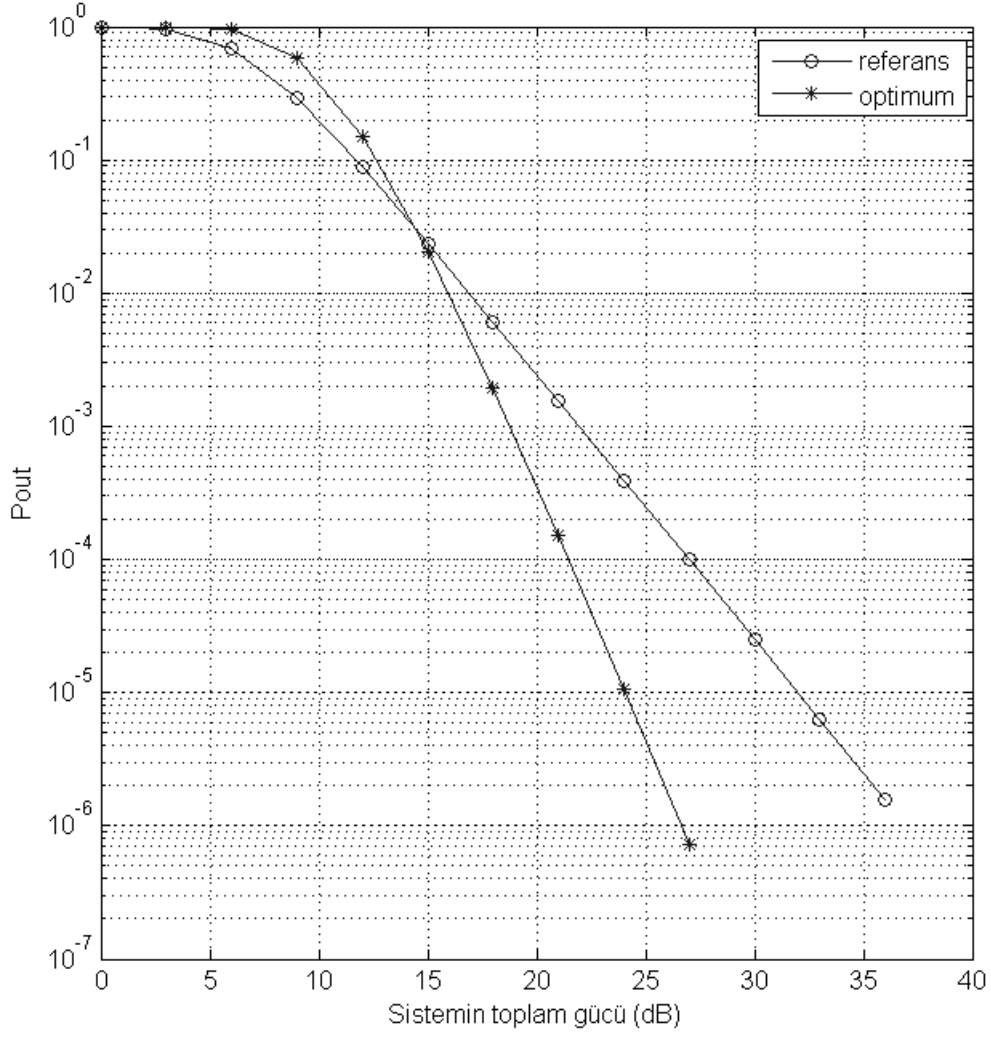
**Şekil 4.3:** 1. model için servis dışı kalma olasılığı açısından optimum durum ile referans durumun karşılaştırması

Şekil 4.3’de 1. model için servis dışı kalma olasılığı açısından optimum durum ile referans durum karşılaştırılmaktadır. Bu model için optimum güç dağılımının referans duruma göre başarımı fazla artırmadığı gözlenmektedir. Yeniden vurgularsak referans durum gücün kaynak ile aktarıcılar arasında eşit olarak paylaşıldığı ve aktarıcıların kaynak ile hedefin ortasında olduğu durumdur. Yukarıda bulunan optimum oranlar referans durumun oranlarına yakın olduğu için başarım artışı fazla değildir. Servis dışı kalma olasılığı  $10^{-5}$  iken optimum durumda referans duruma göre sistemde harcanan toplam güç 0,1 dB daha azdır.



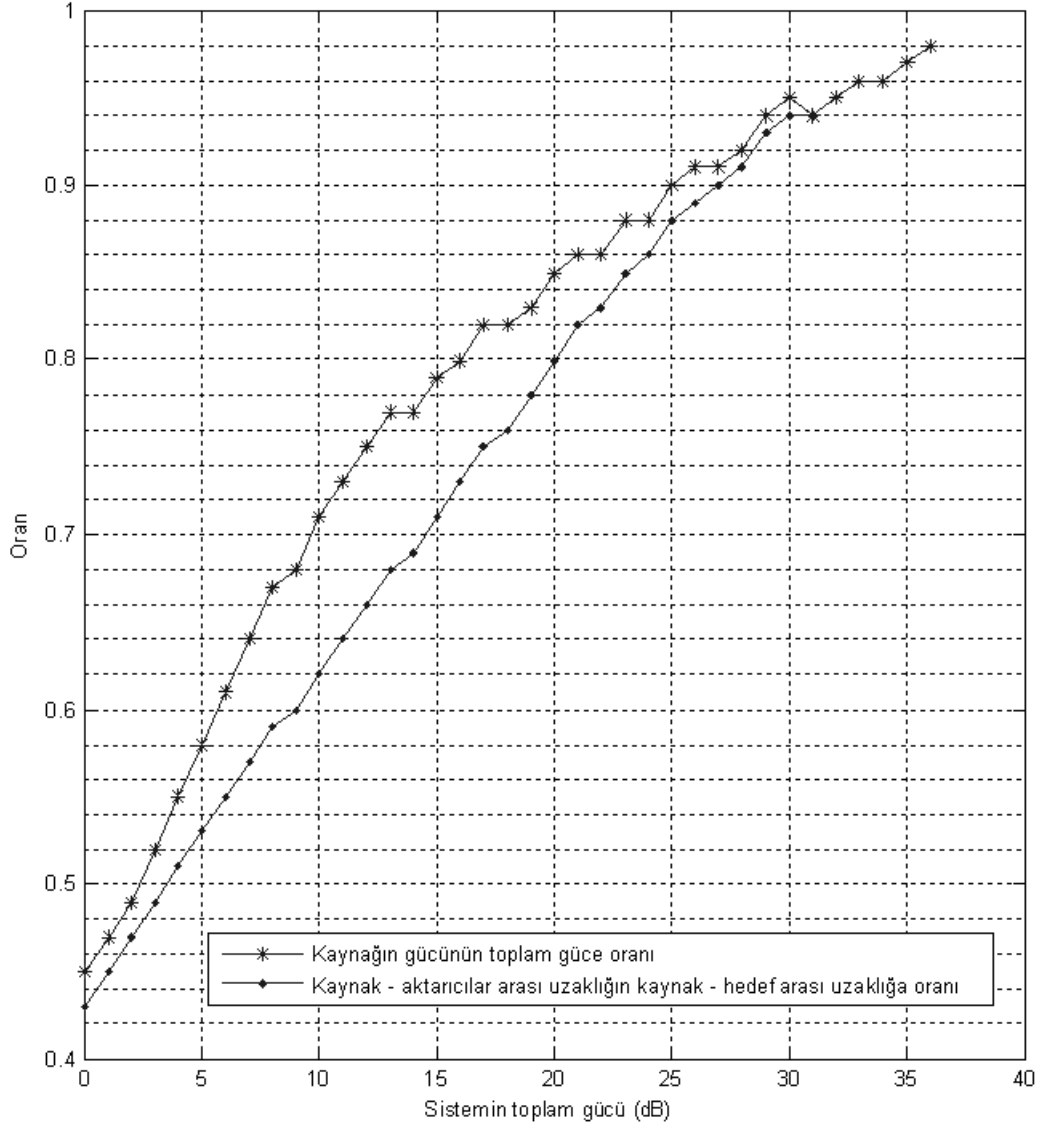
**Şekil 4.4:** 2.model için servis dışı kalma olasılığını minimum yapan  $E_0 / E_T$  ve  $d_r / d_d$  oranları

Şekil 4.4'de 2. model (çok atlamalı çeşitlenmeli seçmesiz model) için servis dışı kalma olasılığını minimum yapan optimum  $E_0 / E_T$  oranı ve optimum  $d_r / d_d$  oranı  $E_T$ 'ye bağlı olarak bulunmuştur. Şekilden görülebileceği gibi optimum  $E_0 / E_T$  oranı  $1/2$ 'nin biraz üzerindedir yani kaynağa toplam sistemin gücünün yarısından fazlası verilmelidir. Bununla birlikte optimum  $d_r / d_d$  oranı küçük değerler almaktadır yani aktarıcılar kaynağa hedeften 3-4 kat daha yakın olmalıdır. Bu modelde  $E_T$ , 25 dB olduğunda servis dışı kalma olasılığı  $10^{-5}$ -  $10^{-6}$  aralığındadır ve bu durumda optimum  $E_0 / E_T$  oranı 0,53 ve optimum  $d_r / d_d$  oranı 0,18 olmaktadır.



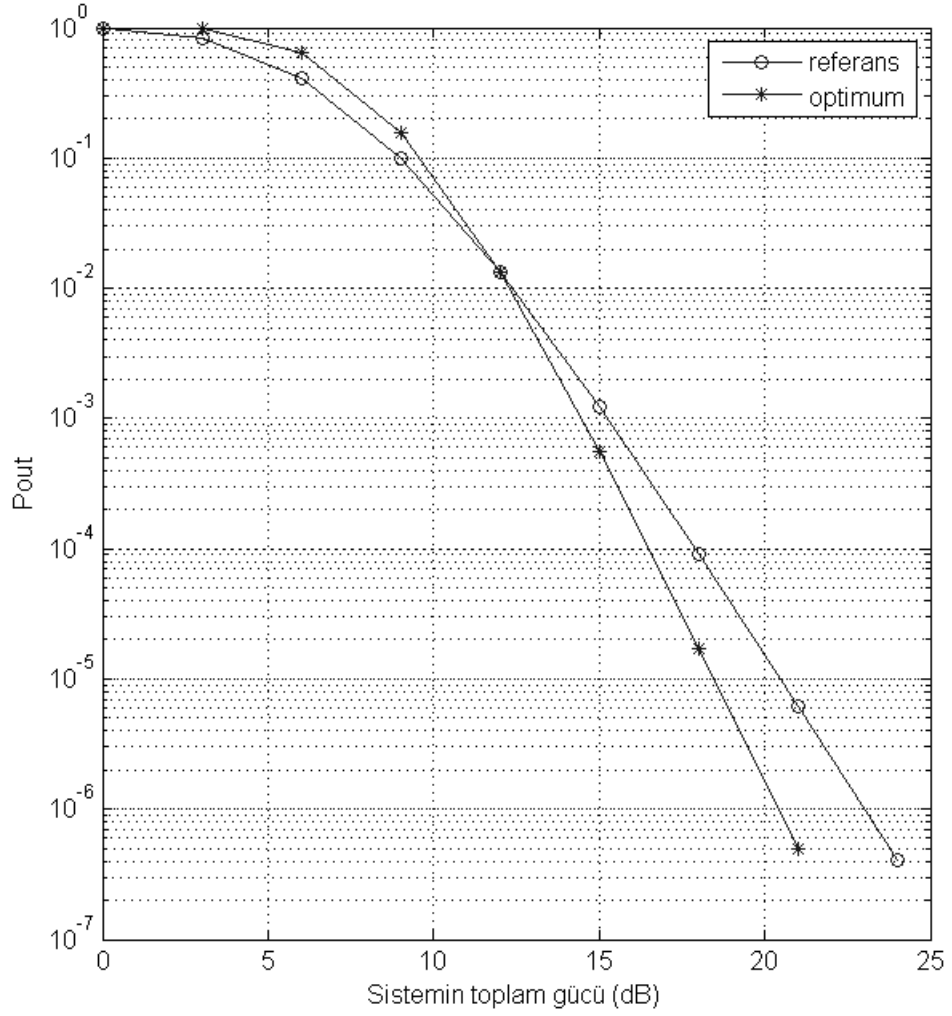
**Şekil 4.5:** 2. model için servis dışı kalma olasılığı açısından optimum durum ile referans durumun karşılaştırması

Şekil 4.5’de 2. model için servis dışı kalma olasılığı açısından optimum durum ile referans durum karşılaştırılmaktadır. Bu model için optimum oranların uygulandığı durumda yüksek  $E_T$  değerlerinde başarımlar oldukça iyileşmektedir.  $E_T$  değeri 13 dB’ye kadarken referans durumun başarımları, bu değerden sonra optimum durumun başarımları daha iyidir. Burada özellikle dikkat edilmesi gereken referans durumda servis dışı kalma kazancı 2 iken optimum durumda servis dışı kalma kazancı 3,5’e çıkmaktadır ve bu fark optimum durumu oldukça avantajlı bir duruma getirmektedir. Servis dışı kalma olasılığı  $10^{-5}$  iken optimum durumda referans duruma göre sistemde harcanan toplam güç yaklaşık 8 dB daha azdır ve servis dışı kalma olasılığı  $10^{-6}$  iken yaklaşık 9 dB daha azdır.



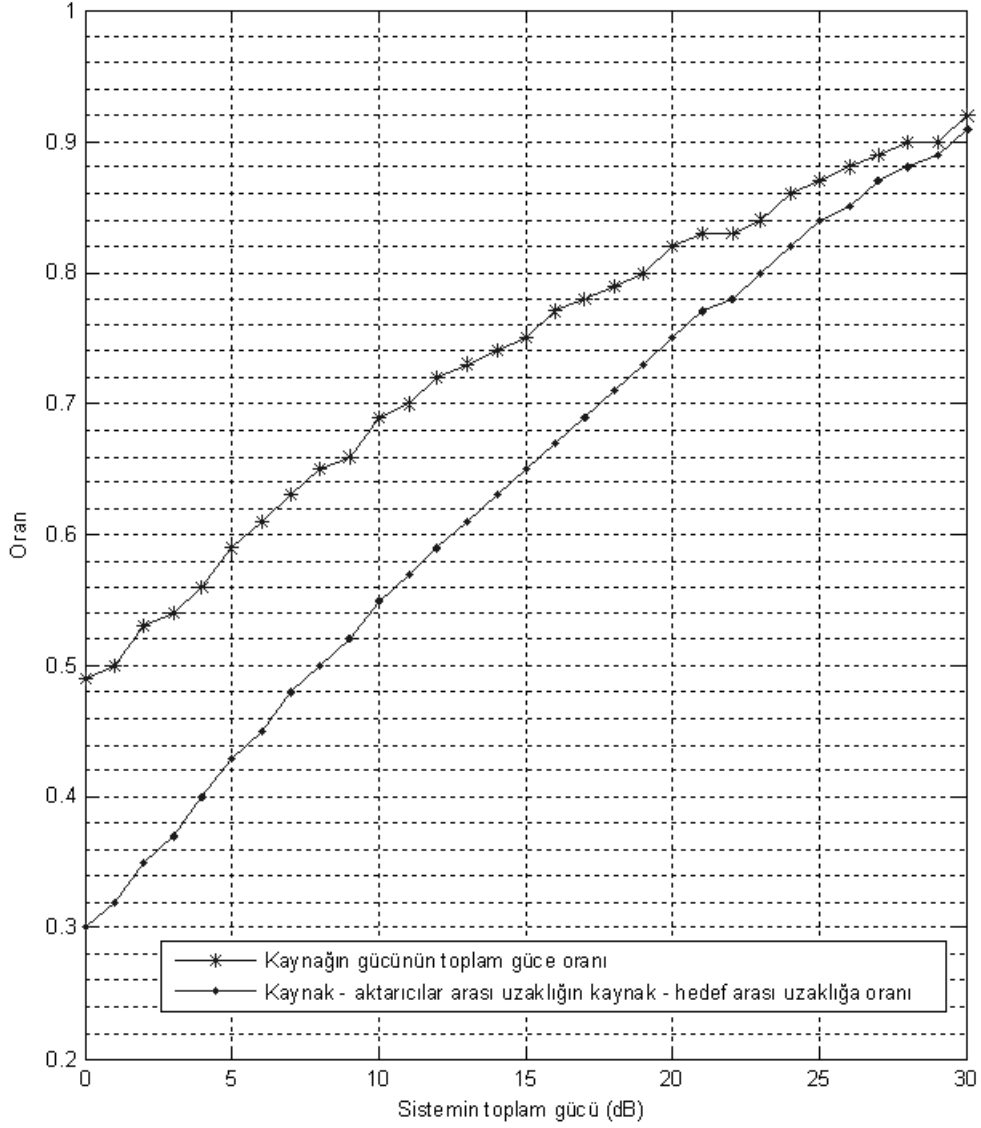
**Şekil 4.6:** 3. model için servis dışı kalma olasılığını minimum yapan  $E_0 / E_T$  ve  $d_r / d_d$  oranları

Şekil 4.6'da 3. model (çok atlamalı çeşitlenmeli seçmeli model) için servis dışı kalma olasılığı açısından optimum  $E_0 / E_T$  ve optimum  $d_r / d_d$  oranları  $E_T$ 'ye bağlı olarak bulunmuştur. Bu modelde her iki optimum oranın  $E_T$ 'ye bağlı olarak davranışı benzerdir ve artan biçimdedir. Yüksek  $E_T$  değerlerinde gücün büyük oranda aktarıcılara verilmesi ve aktarıcılarının hedefe oldukça yakın olarak yerleştirilmesi optimumdur.  $E_T$ , 20 dB olduğunda servis dışı kalma olasılığı  $10^{-5}$  -  $10^{-6}$  aralığındadır ve bu durumda optimum  $E_0 / E_T$  oranı 0,85 ve optimum  $d_r / d_d$  oranı 0,80 olmaktadır.



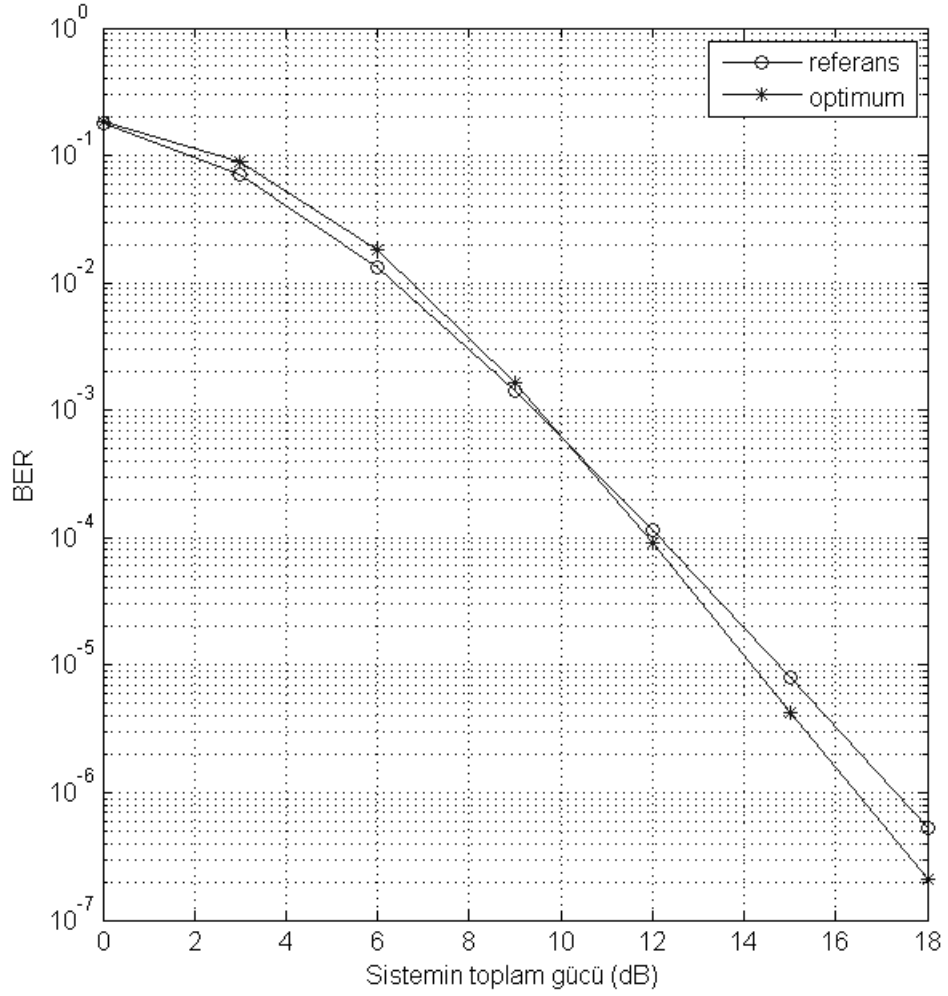
**Şekil 4.7:** 3. model için servis dışı kalma olasılığı açısından optimum durum ile referans durumun karşılaştırması

Şekil 4.7'de 3. model için servis dışı kalma olasılığı açısından optimum durum ile referans durum karşılaştırılmaktadır. Bu model için optimum oranların uygulandığı durumda başarımlar referans duruma göre önemli ölçüde iyileşmektedir.  $E_r$  değeri 12 dB'ye kadarken referans durumun başarımı, bu değerden sonra optimum durumun başarımı daha iyidir. Bu modelde de, optimum oranların uygulanması servis dışı kalma kazancını artırmaktadır ve referans durumda 4'e yakın olduğu halde optimum durumda servis dışı kalma kazancı 5'e çıkmaktadır. Servis dışı kalma olasılığı  $10^{-5}$  iken optimum durumda referans duruma göre sistemde harcanan toplam güç yaklaşık 2 dB daha azdır.



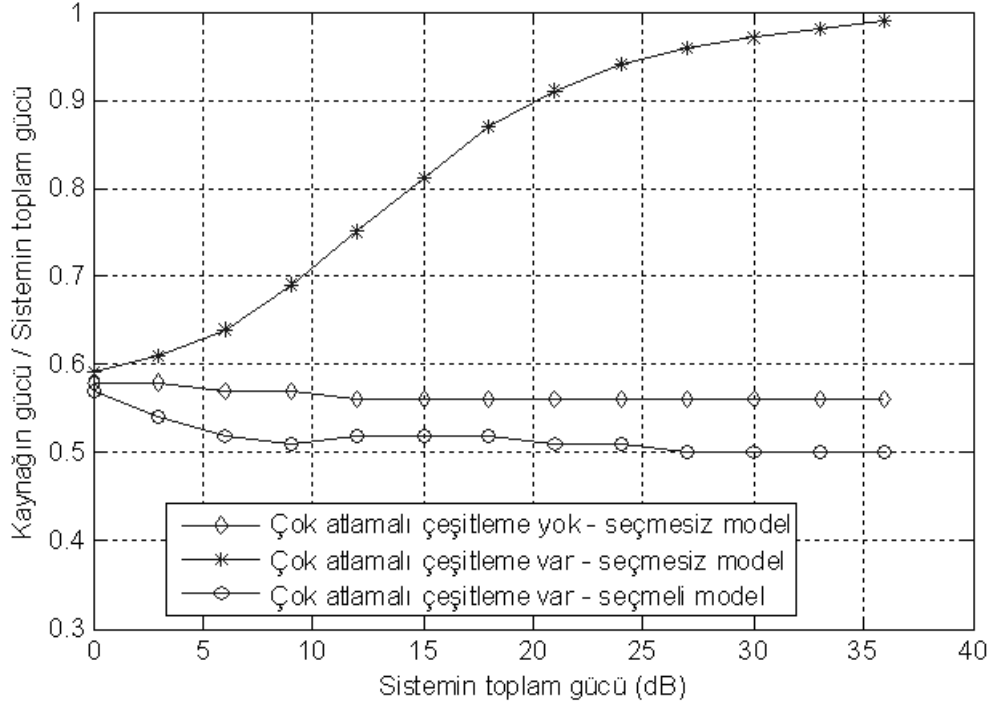
**Şekil 4.8:** 3. model için bit hata olasılığını minimum yapan  $E_0 / E_T$  ve  $d_r / d_d$  oranları

Şekil 4.8'da 3. model için bit hata olasılığını minimum yapan  $E_0 / E_T$  ve  $d_r / d_d$  oranları  $E_T$ 'ye bağlı olarak bulunmuştur. 1. ve 2. modellerin bit hata olasılıkları kapalı formda bulunamaması nedeniyle yalnızca 3. model için bit hata olasılığını minimum yapan  $E_0 / E_T$  ve  $d_r / d_d$  oranları bulunmaktadır. Optimum oranlar  $E_T$  ile doğru orantılı olarak artmaktadır. Yüksek  $E_T$  değerlerinde gücün büyük oranda aktarıcılara verilmesi ve aktarıcılarının hedefe oldukça yakın olarak yerleştirilmesi optimumdur. Bu modelde  $E_T$ , 15 dB olduğunda bit hata olasılığı  $10^{-5}$  -  $10^{-6}$  aralığındadır ve bu durumda optimum  $E_0 / E_T$  oranı 0.74 ve optimum  $d_r / d_d$  oranı 0,63 olmaktadır.



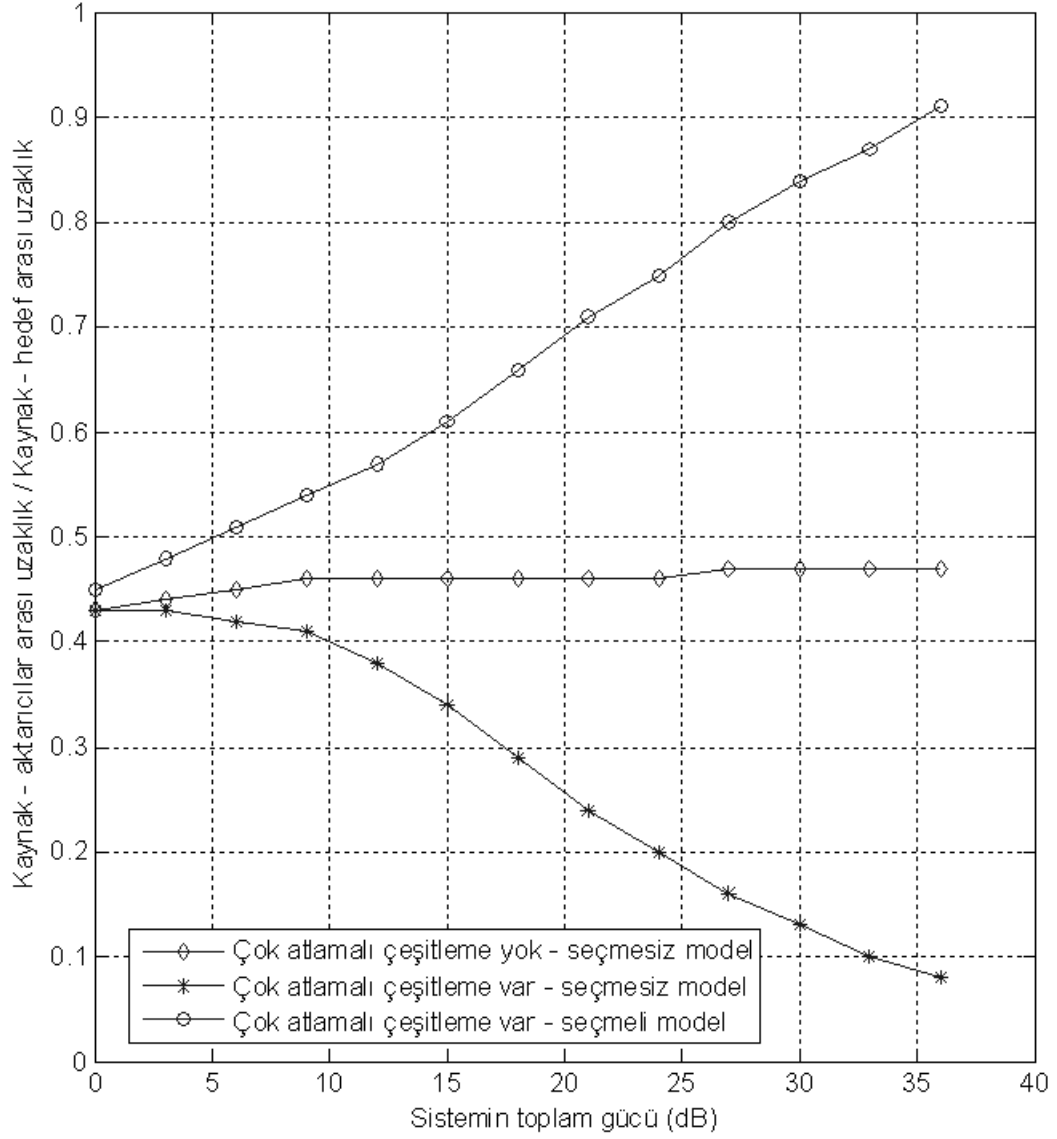
**Şekil 4.9:** 3. model için bit hata olasılığı açısından optimum durum ile referans durumun karşılaştırılması

Şekil 4.9'da 3. model için bit hata olasılığı açısından optimum durum ile referans durum karşılaştırılmaktadır. Bu model için optimum oranların uygulandığı durumda başarımlar referans duruma göre kısmen iyileşmektedir.  $E_T$  değeri 10 dB'ye kadarken referans durumun başarımları, bu değerden sonra optimum durumun başarımları daha iyidir. Servis dışı kalma olasılığı  $10^{-5}$  iken optimum durumda referans duruma göre sistemde harcanan toplam güç yaklaşık 0,4 dB daha azdır ve servis dışı kalma olasılığı  $10^{-6}$  iken yaklaşık 0,8 dB daha azdır.



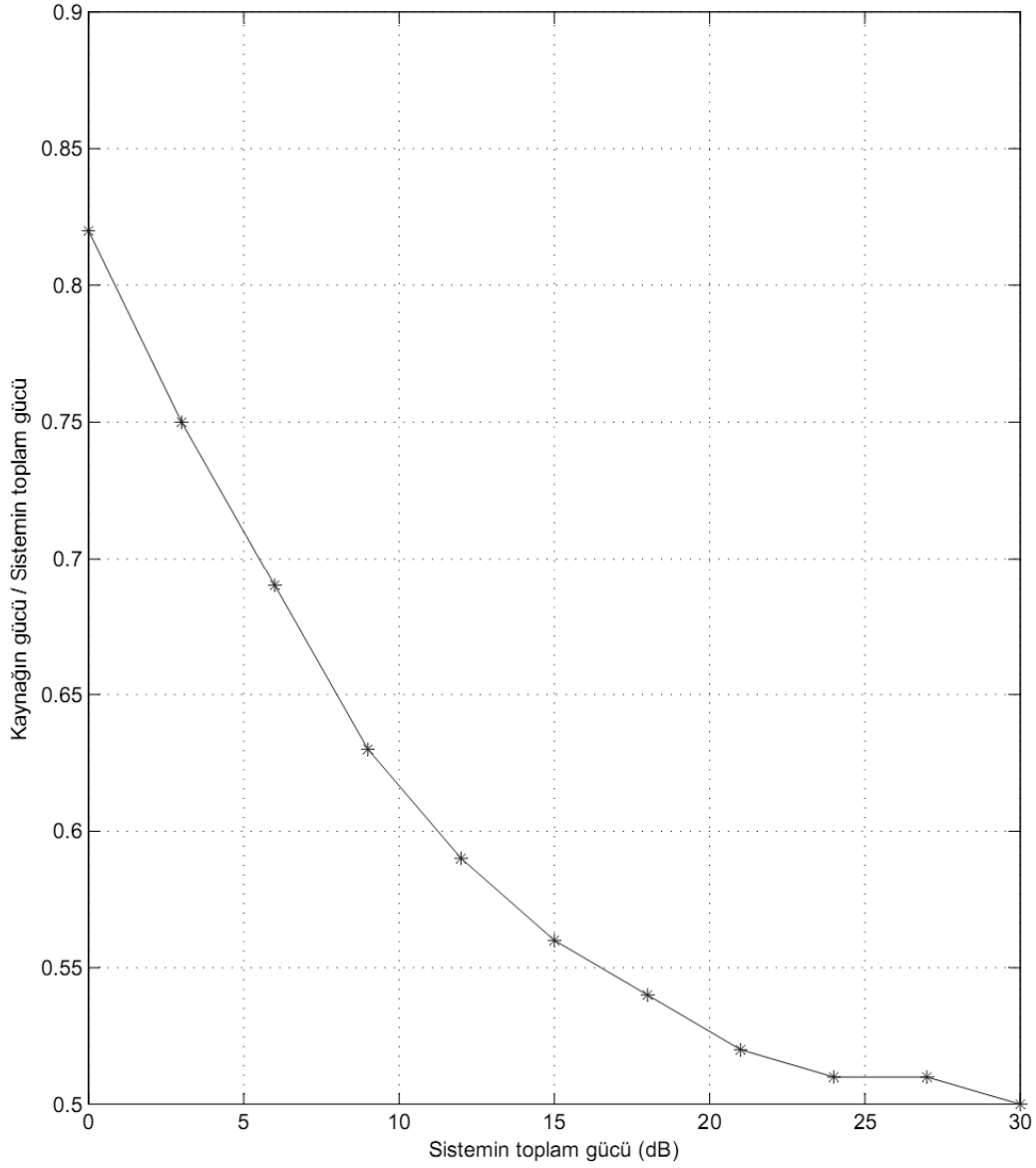
**Şekil 4.10:** Her 3 model için  $d_r / d_a$  oranı 0,5'de sabit olduğu durumda servis dışı kalma olasılığını minimum yapan  $E_0 / E_T$  oranları

Yapılması yararlı olabilecek diğer bir analiz de her iki parametrenin de değişken olmadığı, güç dağılımı değişebilirken aktarıcılarının yerinin sabit kaldığı veya aktarıcılarının konumu değişebilirken güç dağılımının sabit kaldığı durumlarda, değişken parametrenin optimum olduğu değerlerin bulunmasıdır. Şekil 4.10'da her 3 model için servis dışı kalma olasılığını minimum yapacak optimum güç dağılımı, sistemde harcanan toplam güce ( $E_T$ ) bağlı olarak gösterilmektedir. Burada sabit kalan parametre aktarıcılarının konumudur ve aktarıcılarının kaynak ile hedefin ortasında oldukları kabul edilmektedir. Bu grafikteki 1. modelde  $E_T$ 'nin yüksek değerleri için optimum  $E_0 / E_T$  oranı 0,56'da sabitlenmektedir. 2. modelde ise  $E_T$ 'nin artması ile optimum  $E_0 / E_T$  oranı da artmaktadır. ve  $E_T$ 'nin 30'dan büyük olduğu durumlarda optimum  $E_0 / E_T$  oranı 1'e oldukça yakındır. 3. modelde de  $E_T$ 'nin yüksek değerleri için  $E_0 / E_T$  oranı 0,5'de sabitlenmektedir.



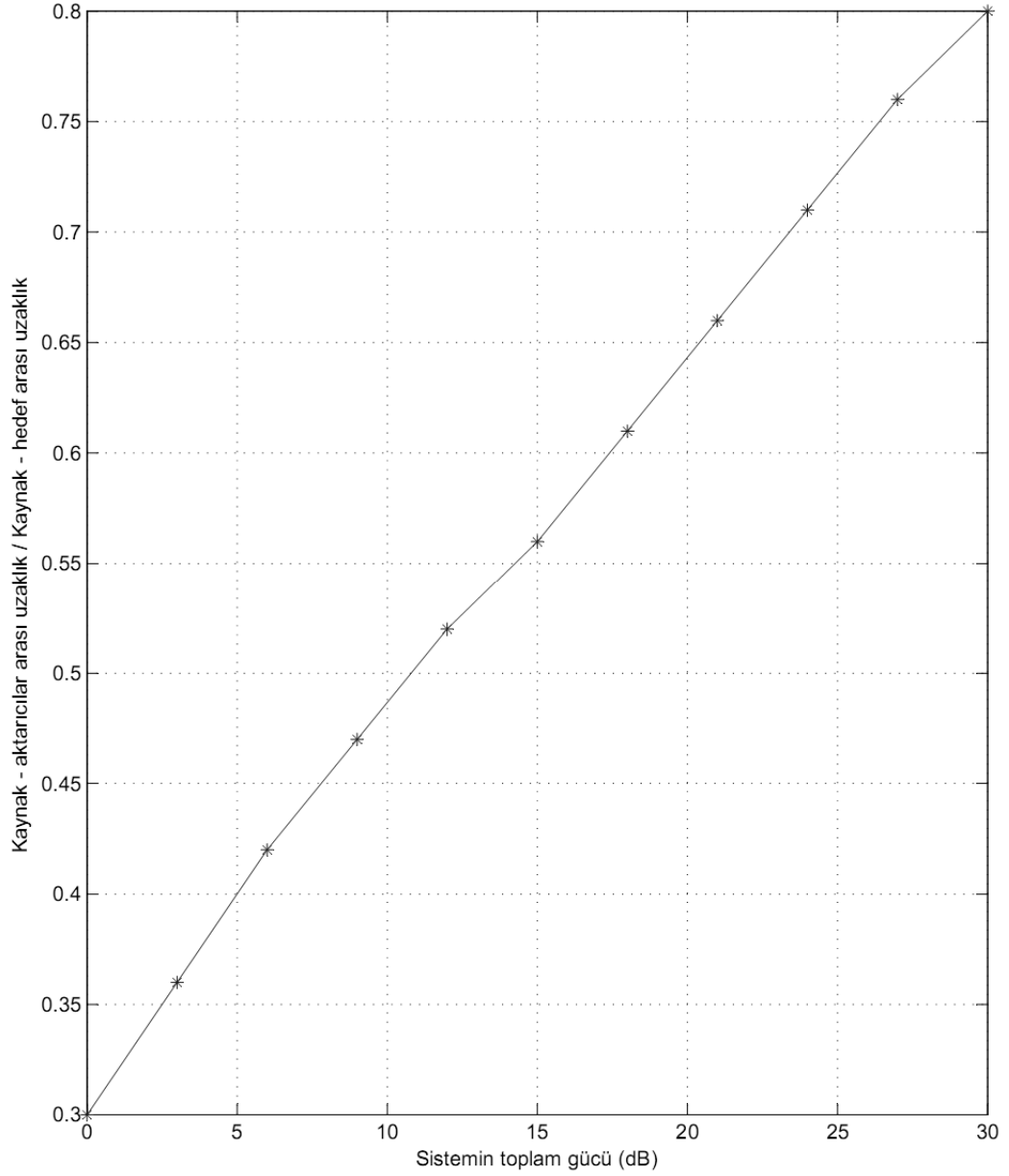
**Şekil 4.11:** Her 3 model için  $E_0 / E_T$  oranı 0,5’de sabit olduğu durumda servis dışı kalma olasılığını minimum yapan  $d_r / d_d$  oranları

Şekil 4.11’de ise sabit olarak eşit güç dağılımının olduğu durumda optimum  $d_r / d_d$  oranı incelenmektedir. 1. modelde  $E_T$ ’nin yüksek değerleri için optimum  $d_r / d_d$  oranı 0,48’de sabitlenmektedir. 2. modelde  $E_T$  ile optimum  $d_r / d_d$  oranı ters orantılı olarak ilişkilidir ve  $E_T$ ’nin artması ile optimum  $d_r / d_d$  oranı azalmaktadır. 3. modelde  $E_T$  ile optimum  $d_r / d_d$  oranı doğru orantılı olarak ilişkilidir ve  $E_T$ ’nin artması ile optimum  $d_r / d_d$  oranı da artmaktadır.



**Şekil 4.12:** Her 3 model için  $d_r / d_d$  oranı 0,5’de sabit olduğu durumda servis dışı kalma olasılığını minimum yapan  $E_0 / E_T$  oranları

Servis dışı kalma olasılığı için son yapılan analizler bit hata olasılığı için de yapılabilir. Şekil 4.12’de aktarıcılarının kaynak ile hedefin ortasında oldukları durumda 3. model için bit hata olasılığını minimum yapacak optimum güç dağılımı, sistemde harcanan toplam güce bağlı olarak gösterilmektedir. Bu grafikte  $E_T$ ’nin artması ile optimum  $E_0 / E_T$  oranı azalmaktadır ve  $E_T$ ’nin yüksek değerleri için 0,5’e yakınsamaktadır.

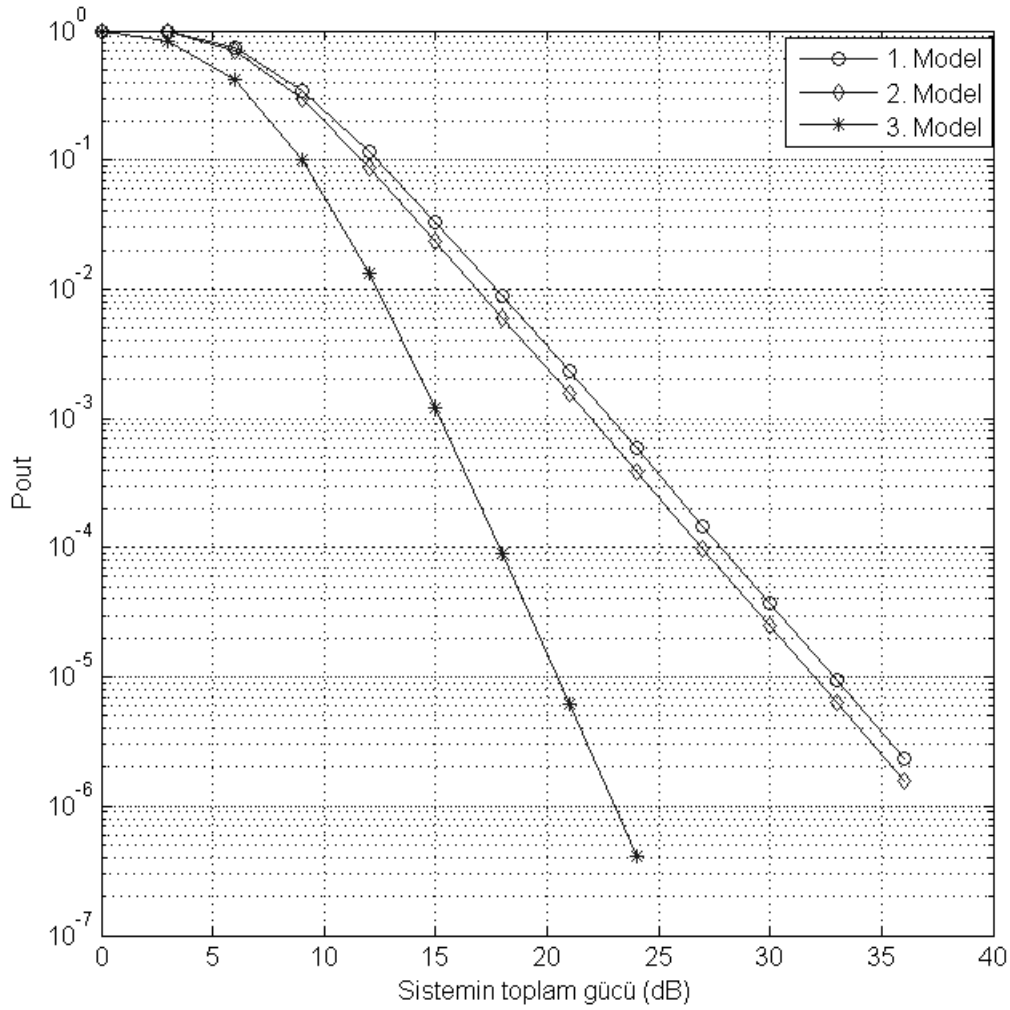


**Şekil 4.13:** Her 3 model için  $E_0 / E_T$  oranı 0,5’de sabit olduğu durumda servis dışı kalma olasılığını minimum yapan  $d_r / d_d$  oranları

Şekil 4.13’de ise sabit olarak eşit güç dağılımının olduğu durumda 3. model için optimum  $d_r / d_d$  oranı incelenmektedir.  $E_T$ ’nin artmasıyla optimum  $d_r / d_d$  oranı yaklaşık doğrusal olarak artmaktadır.

#### 4.4 Kanal Modellerinin Karşılaştırılması

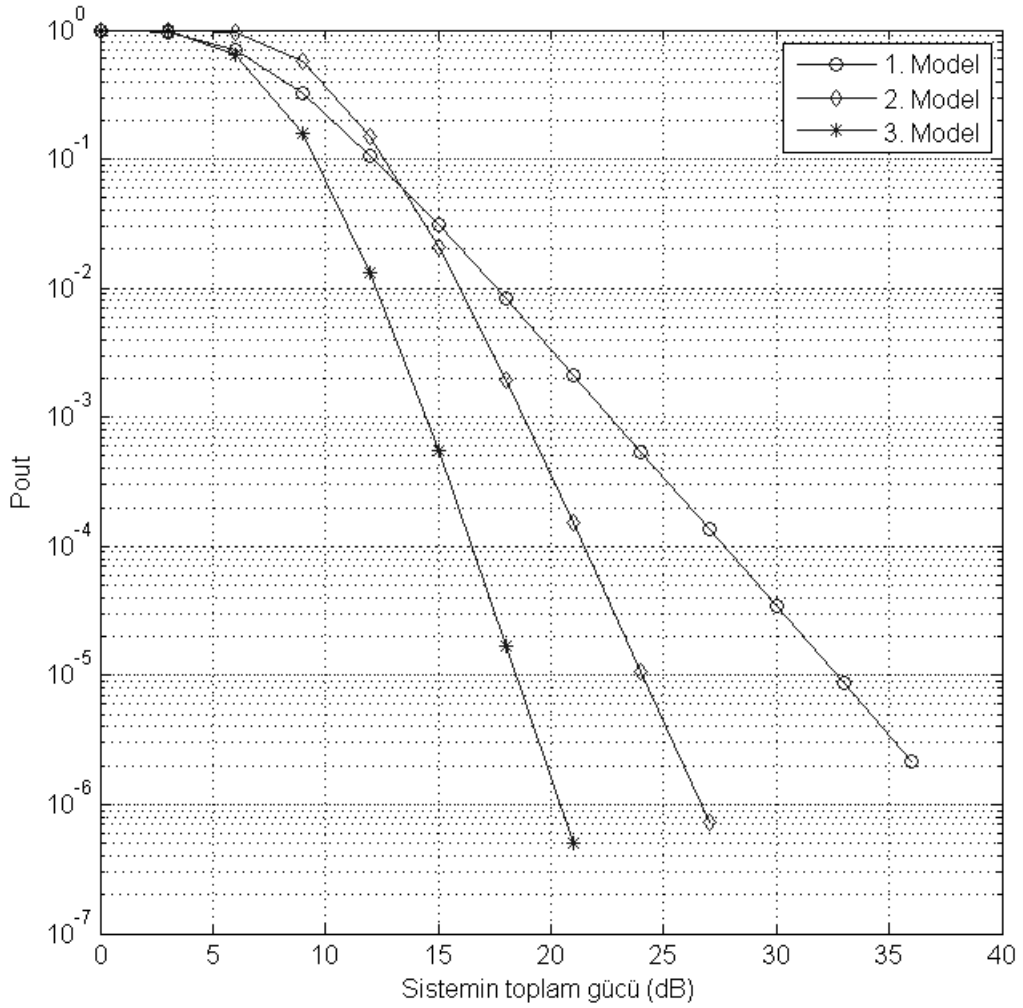
Bölüm 4.3’de tezde incelenen 3 model için servis dışı kalma olasılığını minimum yapan optimum güç dağılımı ve aktarıcılarının optimum konumu incelenmektedir. Bunun yanında 3. model için bit hata olasılığını minimum yapan optimum güç dağılımı ve aktarıcılarının optimum konumu bulunmaktadır. Bu bölümde ise ele alınan 3 model servis dışı kalma olasılığı ve bit hata olasılığı açısından birbirleriyle karşılaştırılmaktadır. Bunun yanında [14]’te ele alınan model ile burada incelenen modeller arasında da bazı karşılaştırmalar yapılmaktadır.



**Şekil 4.14:** Her 3 modelin referans durumdaki servis dışı kalma olasılıkları için kuramsal sonuçlarının karşılaştırması

Şekil 4.14’de tezde ele alınan 3 modelin servis dışı kalma olasılıkları incelenmektedir. Burada referans durum göz önünde bulundurulmakta ve kuramsal sonuçlar karşılaştırılmaktadır. Bu şekilden görülebileceği gibi 1. ve 2. modelde servis dışı kalma kazancı her iki model için de 2’dir. Yani çok atlamalı çeşitleme (2. model)

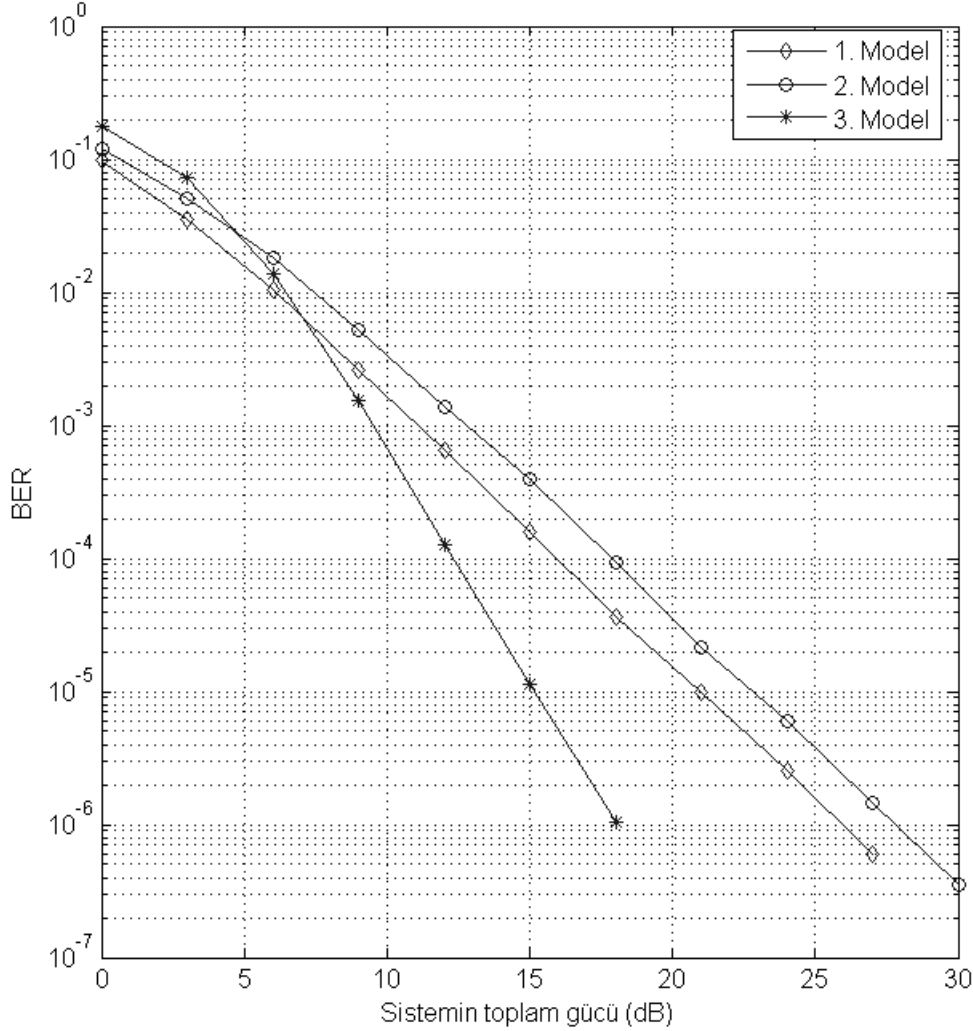
bu ağ yapısında tek başına servis dışı kalma kazancını artırmamaktadır ama servis dışı kalma başarımını belirli bir ölçüde iyileştirmektedir. Servis dışı kalma olasılığının  $10^{-5}$  olması için 2. modelde 1. modelden yaklaşık 1 dB daha az güç harcanmaktadır. 3. modelin ise servis dışı kalma kazancı 4'dür. Dolayısıyla seçmeli modelin başarımı oldukça iyileştirdiği görülmektedir. Servis dışı kalma olasılığının  $10^{-5}$  olması için 3. modelde 1. modelden yaklaşık 13 dB daha az güç harcanmaktadır.



**Şekil 4.15:** Her 3 modelin optimum durumdaki kuramsal servis dışı kalma olasılıklarının karşılaştırması

Şekil 4.15'de 3 modelin servis dışı kalma olasılıkları, her bir modelin kendi optimum durumları için kuramsal sonuçlar karşılaştırılmaktadır. Burada ele alınan 3 modelin sahip olabileceği en iyi başarımlar karşılaştırmaktadır. 1. modelin servis dışı kalma kazancı 2, 2. modelin 4 ve 3. modelinde 5'dir. Optimum oranlar uygulandığında referans durumun aksine çok atlamalı çeşitlemenin servis dışı kalma kazancının

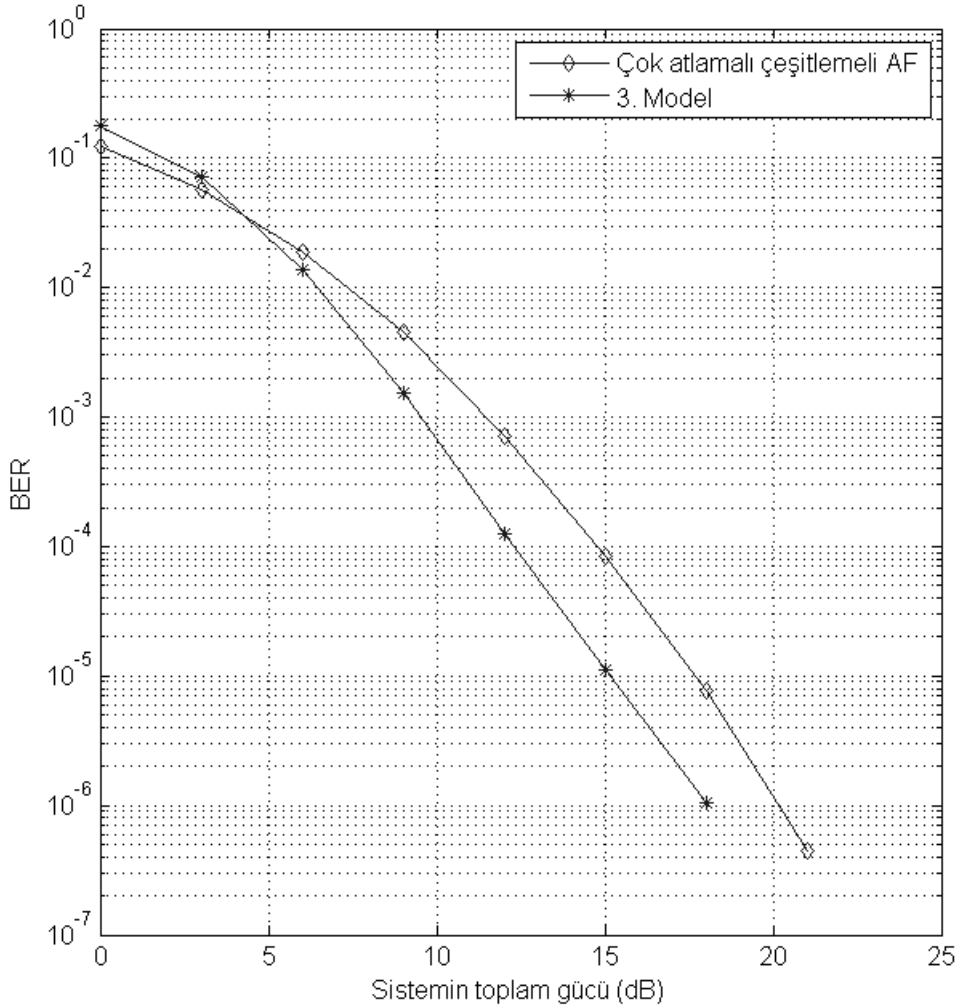
2'den 4'e çıktığı gözlenmektedir. Servis dışı kalma olasılığının  $10^{-5}$  olması için 2. modelde 1. modelden yaklaşık 9 dB daha az güç harcanmaktadır. Servis dışı kalma olasılığının  $10^{-5}$  olması için 3. modelde 1. modelden yaklaşık 15 dB 2. modelden de yaklaşık 6 dB daha az güç harcanmaktadır.



**Şekil 4.16:** 3 modelin referans durumdaki bit hata olasılıkları için benzetim sonuçlarının karşılaştırması

Şekil 4.16'da tezde ele alınan 3 modelin bit hata olasılıkları karşılaştırılmaktadır. Burada referans durum göz önünde bulundurulmakta ve benzetim sonuçları karşılaştırılmaktadır. Kuramsal olarak karşılaştırma yapılamamasının nedeni 1. ve 2. modelde bit hata olasılıkları kapalı biçimde bulunamamış olmasıdır. 3. model için ise kuramsal sonuçlar kapalı formda elde edilmiştir. Şekilden görülebileceği gibi 1. ve 2. modelin çeşitleme kazancı 2'dir. 2. modelde çok atlamalı çeşitleme olmasına rağmen sistemin çeşitleme kazancının 2 olduğu görülmektedir. Bunun nedeni, çöz-ve-aktar tekniği kullanılan ağlarda, birbirinden bağımsız olan aktarıcıların 2 olan çeşitleme

kazancının sistemin çeşitleme kazancını sınırlandırmasıdır. Ama 3. modelde, sönümlemenin fazla olduğu yolların olumsuz etkileri azaltıldığı için sistemin çeşitleme kazancının 4 olduğu görülmektedir. Bit hata olasılığının  $10^{-5}$  olması için 2. modelde 1. modelden yaklaşık 2 dB daha az güç harcanmaktadır. Bit hata olasılığının  $10^{-5}$  olması için 3. modelde 1. modelden yaklaşık 8 dB 2. modelden de yaklaşık 6 dB daha az güç harcanmaktadır.



**Şekil 4.17:** 3. model ile kuvvetlendir-ve-aktar tekniğinin kullanıldığı çok atlamalı çeşitlemeli modelin BER karşılaştırması (benzetim)

Şekil 4.17'de ele alınan ağ yapısı için 3. model ile kuvvetlendir-ve-aktar tekniği bit hata oranı açısından karşılaştırılmaktadır. Burada referans durum göz önünde bulundurulmakta ve benzetim sonuçları karşılaştırılmaktadır. Bu ağ yapısında kuvvetlendir-ve-aktar tekniği kullanılan model [14]'te incelenmektedir. Ancak [14]'de çok atlamalı çeşitleme göz önünde bulundurulmamaktadır. Bundan dolayı [14]'te incelenen modelin bu tezdeki 1. model ile karşılaştırılması uygundur ve bu

karşılaştırmalar Bölüm 2’de yapılmıştır. Burada ise çok atlamalı çeşitlemeli AF ile tezdeki 3. model karşılaştırılmaktadır. Bit hata olasılığının  $10^{-5}$  olması için 3. modelde çok atlamalı çeşitlemeli AF protokolünün uygulandığı modelden yaklaşık 2,5 dB daha az güç harcanmaktadır.

## 5 SONUÇLAR

Bu tezde çok atlamalı ağlara ilişkin iki farklı yaklaşım ele alınmaktadır. Birinci yaklaşım 3. Bölüm’de ve ikinci yaklaşım 4. Bölüm’de incelenmektedir. 3. Bölüm’de, aktarıcıların çöz-ve-aktar tekniği ile çalıştıkları, art arda bağlanmış Alamouti kodu kullandıkları ağ modeli incelenmektedir. Bu modelde aktarıcılarının yalnızca kendinden önceki atlamaya ilişkin kanal bilgisine sahip oldukları ve çözdükleri işaretleri, hatalı olsalar bile, bir sonraki aktarıcı grubuna ilettikleri varsayılarak çok atlamalı ağlarda hedefteki bit hata olasılığı için, BPSK modülasyonunun kullanıldığı durumda, üst sınır elde edilmiştir. Üst sınır önce 2-atlamalı ağlar için elde edilmiş ve daha sonra  $N$ -atlamalı ağlar için genelleştirilmiştir. Bulunan kuramsal üst sınırlar, benzetim sonuçlarına oldukça yakındır. Ayrıca ele alınan çok atlamalı telsiz ağlarda dağıtılmış Alamouti kodu kullanıldığında çöz-ve-aktar tekniğinin kuvvetlendir-ve-aktar tekniğine göre daha yüksek hata başarımı sağladığı ortaya konmuştur.

Tezin 4. Bölüm’ünde ise iki atlamalı ağlar göz önünde bulundurulmakta ve bu ağ yapısı için üç ayrı model incelenmektedir: çok atlamalı seçmesiz model (1. model), çok atlamalı çeşitlemeli seçmesiz model (2. model) ve çok atlamalı çeşitlemeli seçmeli model (3. model). 1. modelde hedef yalnızca aktarıcılardan aldığı işaretleri çözmektedir. 2. modelde hedef aktarıcılardan ve kaynaktan aldığı işaretleri birlikte çözmektedir (çok atlamalı çeşitleme). 3. modelde ise aktarıcılar anlık SNR’larının belirli bir eşik değerinin üzerinde olup olmamasına göre seçilmektedir. Bu modelde hedef kaynaktan aldığı işaretleri, iletim yapan (seçilen) aktarıcılarının ilettikleri işaretler ile birlikte çözmektedir. Bu üç model için servis dışı kalma olasılıkları ve 3. model için de bit hata olasılığı kapalı biçimde elde edilmiştir. Eşit güç dağılımının olduğu ve aktarıcılarının kaynak ile hedefin ortasında buldukları durumda (referans durum) servis dışı kalma başarımları açısından karşılaştırıldığında 2. modelin 1. modelden biraz daha iyi ve 3. modelin diğer modellerden oldukça iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. 1. ve 2. modelin servis dışı kalma kazançları 2 iken 3. modelin 4 olduğu da gözlenmiştir. Her üç model için servis dışı kalma olasılıklarını minimum yapan optimum güç dağılımı ve aktarıcılarının optimum konumu

bulunmuştur. Optimum değerler uygulandığında servis dışı kalma olasılığının nedüzeyde iyileştiği referans durum ile karşılaştırılarak değerlendirilmektedir.

Tezin 4. Bölüm'ünde ele alınan üç model ile [14]'de önerilen AF protokolüne dayalı model karşılaştırıldığında, BER başarımı açısından 1. modelin, çok atlamalı AF'den daha iyi olduğu, bununla birlikte çok atlamalı çeşitlemeli AF'nin de 2. modelden daha iyi olduğu görülmektedir. Önerilen 3. modelin ise seçmeli yapı sayesinde çok atlamalı çeşitlemeli AF'den daha iyi BER başarımına sahip olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

## 6 KAYNAKLAR

- [1] **I. E. Telatar**, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *European Transactions on Telecommunication*, 10(6):585–596, Kasım 1999.
- [2] **S. Alamouti**, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, Ekim 1998.
- [3] **V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank**, "Space–time block codes from orthogonal designs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, pp. 1456–1467, July 1999.
- [4] **V. der Meulen, E. C.**, 1971. Three-terminal communication channels, *Adv. Appl. Prob.*, 3, 120-154.
- [5] **J. N. Laneman, D. N. C. Tse, ve G. W. Wornell**, "Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 50, pp. 3062–3080, Aralık 2004
- [6] **J. Laneman ve G. Wornell**, "Distributed space-time-coded protocols for exploiting cooperative diversity in wireless networks," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2415–2425, Ekim 2003
- [7] **J. Yindi ve B. Hassibi**, "Distributed space-time coding in wireless relay networks," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 5, no. 12, pp. 3524–3536, Aralık 2006.
- [8] **G. Scutari ve S. Barbarossa**, "Distributed Space–Time Coding for Regenerative Relay Networks," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 4, pp. 2387–2399, Eylül 2003.
- [9] **P. A. Anghel ve M. Kaveh**, "Distributed Space-Time Cooperative Systems with Regenerative Relays," *IEEE Trans. Wireless Communication*, vol. 5, pp. 3130-3141, Kasım 2006.
- [10] **M. Hasna ve M. Alouini**, "End-to-end performance of transmission systems with relays over Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Wireless Communication*, vol. 2, no. 6, pp. 1126-1131, Kasım 2003.
- [11] **M. Hasna ve M. Alouini**, "Harmonic mean and end-to-end performance of transmission systems with relays," *IEEE Trans. Wireless Communication*, vol. 52, no. 1, pp. 130-135, Ocak 2004.
- [12] **J. Boyer, D.D.Falconer ve H. Yanikomeroglu**, "Multihop Diversity in Wireless Relaying Channels" *IEEE Trans. Communications.*, vol. 52, no. 10, pp. 1820-1830, Ekim 2004
- [13] **A. Sadek, W. Su ve K. Liu**, "A class of cooperative communication protocols for multi-node wireless networks," *Proc. of IEEE International*

Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, pp. 560-564, Haziran 2005.

- [14] **R. Vaze ve R.W.Heath**, “Maximizing reliability in multi-hop wireless networks,” IEEE International Symp. on Inf. Theory, pp. 11–15, Temmuz 2008.
- [15] **P. Herhold, E. Zimmermann ve G. Fettweis**, “A Simple Cooperative Extension to Wireless Relaying,” in Int. Zurich Seminar on Comm. (IZS), Zurich, Switzerland, pp. 36-39, Eylül 2004.
- [16] **G. Farhadi ve N. C. Beaulieu**, “Selective Decode-and-Forward Relaying Scheme for Multi-Hop Diversity Transmission System,” IEEE GLOBECOM '07, pp. 4385–4390, Kasım 2007.
- [17] **M. K. Simon ve M. S. Alouini**, Digital Communications Over Fading Channels, Second Edition, New Jersey: John Wiley & Sons, 2005.
- [18] **B. Vucetic ve J. Yuan**, Space-Time Coding, England: John Wiley & Sons, 2003
- [19] **H. P. Hsu**, Schaum’s Outline of Theory and Problems of Probability, Random Variables and Random Processes, New York: McGraw-Hill, 1997.
- [20] **I. S. Gradshteyn ve I.M. Ryzhik**, Table of Integrals, Series, and Products. San Diego, CA: Academic Press, 7. ed., 2007.

## EKLER

Bazı dağılımların olasılık yoğunluk (pdf) ve olasılık dağılım (cdf) işlevleri.

### A. Üstel dağılım

Üstel dağılımın pdf ve cdf' i ( $\bar{\gamma}$  ortalaması olmak üzere) sırasıyla

$$f_x(x, \bar{\gamma}) = \frac{1}{\bar{\gamma}} e^{-\frac{x}{\bar{\gamma}}}, \quad (\text{E.62})$$

$$F_x(x, \bar{\gamma}) = 1 - e^{-\frac{x}{\bar{\gamma}}} \quad (\text{E.63})$$

biçimindedir.

### B. Gamma dağılımı

Aynı ortalamalı iki üstel dağılımlı değişkenin toplamı gamma dağılımlıdır. Normalde gamma dağılımının bir parametresi de toplanan üstel dağılımların sayısı olmasına rağmen biz yalnızca iki üstel dağılımın toplamı ile ilgilendiğimiz için bu parametre gösterimlerde yer almayacaktır.  $X_1$  ve  $X_2$ ,  $\bar{\gamma}$  ortalamalı üstel dağılımlı olmak üzere  $Y = X_1 + X_2$  ise  $Y$ 'nin pdf ve cdf' i sırasıyla

$$f_y(y, \bar{\gamma}) = \frac{1}{\bar{\gamma}^2} y e^{-\frac{y}{\bar{\gamma}}}, \quad (\text{E.64})$$

$$F_y(y, \bar{\gamma}) = 1 - \left(1 + \frac{y}{\bar{\gamma}}\right) e^{-\frac{y}{\bar{\gamma}}} \quad (\text{E.65})$$

biçimindedir.

### C. Üstel dağılımlı rastlantı değişkeni ile gamma dağılımlı rastlantı değişkeninin toplamının dağılımı

$Y$ ,  $\bar{\gamma}_1$  parametrelili gamma dağılımlı ve  $X$ ,  $\bar{\gamma}_2$  parametrelili üstel dağılımlı olduğu durumda  $Z = X + Y$  olmak üzere  $Z$ 'nin dağılımı şu şekilde bulunur:

$$f_x(x, \bar{\gamma}_2) = \frac{1}{\bar{\gamma}_2} e^{-x/\bar{\gamma}_2} \quad \text{ve} \quad f_y(y, \bar{\gamma}_1) = \frac{y e^{-y/\bar{\gamma}_1}}{\bar{\gamma}_1^2} \quad \text{olmak üzere } Z \text{'nin olasılık yoğunluk}$$

işlevi

$$f_z(z, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = \int_0^z f_y(y, \bar{\gamma}_1) f_x(z-y, \bar{\gamma}_2) dy \quad (E.66)$$

biçiminde verilir [19].  $f_x(\cdot)$  ve  $f_y(\cdot)$  yerine konduğunda

$$f_z(z, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = \int_0^z \frac{y e^{-y/\bar{\gamma}_1}}{\bar{\gamma}_1^2} \frac{1}{\bar{\gamma}_2} e^{-(z-y)/\bar{\gamma}_2} dy \quad (E.67)$$

elde edilir. Burada işlem kalabalığını azaltmak için yeni tanımlamalar yapılabilir.

$$\beta_1 = \frac{1}{\bar{\gamma}_1^2 \bar{\gamma}_2} e^{-z/\bar{\gamma}_2} \text{ ve } \alpha = \frac{1}{\bar{\gamma}_1} - \frac{1}{\bar{\gamma}_2} \text{ olmak üzere}$$

$$f_z(z, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = \int_0^z \beta_1 y e^{-\alpha y} dy \quad (E.68)$$

eşitliği ifade edilir. Bu integral [20, Eq. (2.322)] kullanılarak

$$f_z(z, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = \beta_1 e^{-\alpha z} \left( -\frac{z}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2} \right) + \frac{\beta_1}{\alpha^2} \quad (E.69)$$

biçiminde elde edilir. Bu dağılımın olasılık dağılım işlevi (cdf)

$$F_z(z, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = \int_0^z f_z(z, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) dz \quad (E.70)$$

biçiminde verilir. Buradan da

$$F_z(z, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = \int_0^z \left( \beta_1 e^{-\alpha z} \left( -\frac{z}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2} \right) + \frac{\beta_1}{\alpha^2} \right) dz \quad (E.71)$$

elde edilir. Bu integral yapısal olarak (E.8) ile aynıdır ve aynı yaklaşımla çözülür. Bundan dolayı ara basamaklar verilmeden sonuç verilecektir:

$$F_z(z, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = \frac{\beta_1}{\alpha} e^{z/\bar{\gamma}_2} \left( \bar{\gamma}_1 e^{-z/\bar{\gamma}_1} \left( z + \bar{\gamma}_1 + \frac{1}{\alpha} \right) - \bar{\gamma}_1^2 - \frac{\bar{\gamma}_1}{\alpha} + \frac{\bar{\gamma}_2}{\alpha} (1 - e^{-z/\bar{\gamma}_2}) \right). \quad (E.72)$$

#### D. İki gamma dağılımlı rastlantı değişkeninin toplamının dağılımı

$Y_1, \bar{\gamma}_1$  parametrelili gamma dağılımlı ve  $Y_2, \bar{\gamma}_2$  parametrelili gamma dağılımlı olduğu durumda  $W = Y_1 + Y_2$  olmak üzere  $W$ 'nin olasılık yoğunluk işlevi

$$f_w(w, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = \int_0^w f_y(y, \bar{\gamma}_1) f_y(w-y, \bar{\gamma}_2) dy \quad (E.73)$$

biçiminde ifade edilir.  $f_y(\cdot)$ 'ler yerine konduğunda

$$f_w(w, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = \int_0^w \frac{y e^{-y/\bar{\gamma}_1}}{\bar{\gamma}_1^2} \frac{(w-y) e^{-y/\bar{\gamma}_2}}{\bar{\gamma}_2^2} dy \quad (E.74)$$

elde edilir.  $\beta_2 = \frac{1}{\bar{\gamma}_1^2 \bar{\gamma}_2^2} e^{-w/\bar{\gamma}_2}$  ve  $\alpha = \frac{1}{\bar{\gamma}_1} - \frac{1}{\bar{\gamma}_2}$  olmak üzere (E.13)

$$f_w(w, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = \int_0^w \beta_2 (wy - y^2) e^{-\alpha y} dy \quad (\text{E.75})$$

biçiminde yazılır. Burada [20, Eq. (2.322)] kullanılarak

$$f_w(w, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = \beta_2 \left( e^{-\alpha w} \left( \frac{w}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha^3} \right) + \frac{w}{\alpha^2} - \frac{2}{\alpha^3} \right) \quad (\text{E.76})$$

elde edilir. Yine ara basamaklar atlanarak olasılık dağılım işlevi

$$F_w(w, \bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) = \frac{\beta_2}{\alpha^2} e^{w/\bar{\gamma}_2} \left( \begin{array}{l} -\bar{\gamma}_1 e^{-w/\bar{\gamma}_1} \left( w + \bar{\gamma}_1 + \frac{2}{\alpha} \right) - \bar{\gamma}_2 e^{-w/\bar{\gamma}_2} \left( w + \bar{\gamma}_1 - \frac{2}{\alpha} \right) \\ + \bar{\gamma}_1^2 + \frac{2\bar{\gamma}_1}{\alpha} + \bar{\gamma}_2^2 - \frac{2\bar{\gamma}_2}{\alpha} \end{array} \right) \quad (\text{E.77})$$

biçiminde elde edilir.



## **ÖZGEÇMİŞ**

**Ad Soyad: İbrahim AYDIN**

**Doğum Yeri ve Tarihi: Niğde, 14.07.1983**

**Lisans Üniversitesi: Bilkent Üniversitesi**

**Yayın Listesi:**

- **Aydın, İ.** ve Aygözü, Ü., 2009: Çok Atlamalı Telsiz Ağlar İçin Art Arda Bağlanmış Alamouti Kodu, HABTEKUS'09, YTÜ, İstanbul, 9-11 Aralık.