

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ
ENSTİTÜSÜ

DAİRESEL KESİTLİ VE TAKVİYELİ
KABUK YAPILARIN HAREKETLİ YÜK
ALTINDA DİNAMİK ANALİZİ

BURAK CAN ÇERİK
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

GEBZE

2011

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ
ENSTİTÜSÜ

DAİRESEL KESİTLİ VE TAKVİYELİ
KABUK YAPILARIN HAREKETLİ YÜK
ALTINDA DİNAMİK ANALİZİ

BURAK CAN ÇERİK
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
TEZ DANIŞMANI
DOÇ. DR. HASAN KURTARAN

GEBZE

2011



YÜKSEK LİSANS TEZİ JÜRİ ONAY SAYFASI

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 12.05.2011 tarih ve 2011/17 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 27.05.2011 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Burak Can ÇERİK'in tez çalışması Makine Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Doç. Dr. Hasan Kurtaran

H. Kurtaran

ÜYE

: Doç. Dr. Mehmet Ali Arslan

M. Ali Arslan

ÜYE

: Yard. Doç. Dr. Yahya K. Tür

Y. K. Tür

ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun/...../20... tarih ve/..... sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

TEZİN BAŞLIĞI : DAİRESEL KESİTLİ VE TAKVİYELİ KABUK YAPILARIN HAREKETLİ YÜK ALTINDA DİNAMİK ANALİZİ

YAZAR ADI : BURAK CAN ÇERİK

Bu tezde dairesel kesitli takviyeli ve takviyesiz silindirik kabuk yapıların silindir eksenine doğrultusunda ilerleyen konsantre halka yüke maruz kalmaları durumundaki dinamik davranışı analitik ve sayısal incelenmektedir. İncelemede lineer elastisite teorisi denklemleri ve ince kabuk teorisi kullanılmaktadır. Kayma deformasyonları ve dönme ataletinin yanı sıra silindir eksenine yönündeki hareket küçük kabul edildiğinden eksenel atalet kuvvetleri ihmal edilmektedir. Takviyelerin yeterli sıklıkta olduğu kabul edilerek takviyeli silindirik kabuk ortotropik kabuk yaklaşımıyla analitik olarak incelenmektedir. Hareketli basınç yükü hareketli konsantre halka yük olarak dikkate alınmaktadır. Elde edilen yönetici denklemler basit mesnet sınır koşulu altında Kabul Edilmiş Modlar Yöntemi ile analitik olarak çözülmektedir. Ayrıca yönetici denklemlerden kritik hız ifadeleri takviyeli ve takviyesiz sonsuz uzunluktaki silindirler için elde edilmektedir. Takviyeli kabuk için ortotropik yaklaşımın geçerliliğini tespit etmek amacıyla analitik çözüm ve sonlu elemanlar metodu çözümleri karşılaştırılmaktadır. Son olarak analitik ve sayısal yöntemlerle parametrik çalışmalar yapılmakta ve takviyelerin kritik hız ve dinamik büyütme faktörü üzerindeki etkisi ortaya konmaktadır.

SUMMARY

THESIS TITLE : DYNAMIC ANALYSIS OF STIFFENED SHELLS OF CIRCULAR CROSS SECTION SUBJECTED TO MOVING LOADS

AUTHOR NAME : BURAK CAN ÇERİK

In this thesis, dynamic behavior of stiffened and unstiffened circular cylindrical shells under axially moving concentrated ring load is studied analytically and numerically. Equations of linear elasticity theory and thin shell theory are used in studies. Shear deformations and rotary inertia are neglected. Also, axial inertia forces are neglected under the assumption of small displacement in axial direction of cylinder. Stiffened cylinders are investigated analytically with orthotropic shell approximation under the assumption of sufficiently close spaced stiffeners. Moving pressure load is considered as concentrated ring load. Governing equations obtained are solved analytically by means of Assumed Modes Method under simply supported boundary conditions. Also, critical velocity expressions are obtained from governing equations both for stiffened and unstiffened infinite length cylinders. In order to assess the validity of orthotropic shell approximation for stiffened shells analytical solution and finite element solutions are compared. Finally, parametric studies are done with analytical and numerical methods and the effect of stiffeners on critical velocity and dynamic magnification factor is presented.

TEŞEKKÜR

Tez danışmanım Doç. Dr. Hasan Kurtaran’a çalışmamın hazırlanması süresince bana sunduğu destekleri ve yol gösterici katkıları için teşekkür etmeyi borç bilirim.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xv
TABLolar DİZİNİ	xvii
1. GİRİŞ	1
2. İNCE KABUK TEORİSİ	4
2.1. İnce Kabuk Yapılar ve Koordinat Sistemi	4
2.2. Diferansiyel Kabuk Eleman	7
2.3. Birinci Mertebe Yaklaşımı ve Temel Kabuller	8
2.4. Şekil Değiştirme Yer Değiştirme Bağlılıları	10
2.5. Gerilme Şekil Değiştirme Bağlılıları	13
2.6. İç Kuvvetler ve Momentler	14
2.7. Hareket Denklemleri	17
3. DAİRESEL SİLİNDİRİK KABUK	19
3.1. Dairesel Silindirik Kabuğun Koordinat Sistemi	19
3.2. Dairesel Silindirik Kabuğun Hareket Denklemleri	20
3.3. Eksenel Simetrik Hareket	22
3.4. Takviyeli Kabuk ve Ortotropik Yaklaşım	24
4. HAREKETLİ YÜK ALTINDA DAİRESEL SİLİNDİRİK KABUĞUN DAVRANIŞI	28
4.1. Kararlı Durumda Dairesel Silindirik Kabukta Dalga İlerlemesi	28
4.1.1. Takviyesiz Kabuk İçin Kritik Hız İfadesi	28
4.1.2. Takviyeli Kabuk İçin Kritik Hız İfadesi	29
4.2. Dairesel Silindirik Kabuğun Hareketli Yük Altında Cevabı	30
4.1.1. Takviyesiz Kabuğun Hareketli Yük Altında Cevabı	32
4.1.2. Takviyeli Kabuğun Hareketli Yük Altında Cevabı	37

4.3. Hareketli Yük Altında Dairesel Silindirik Kabuğın Sonlu Elemanlar Analizi	37
5. PARAMETRİK ÇALIŞMA	41
5.1. Takviyesiz Silindirin Çeşitli Yük Hızları İçin Dinamik Davranışının İncelenmesi	41
5.2. Takviyesiz Silindir İçin Analitik ve Sonlu Elemanlar Çözümlerinin Karşılaştırılması	46
5.3. Takviyeli Silindir İçin Analitik ve Sonlu Elemanlar Çözümlerinin Karşılaştırılması	47
5.4. Takviye Parametrelerindeki Değişimin Takviyeli Silindirin Dinamik Davranışına Etkisinin Sonlu Elemanlar Metodu ile İncelenmesi	50
6. SONUÇLAR	57
KAYNAKLAR DİZİNİ	59
ÖZGEÇMİŞ	61

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

A	: α eğrilerine göre teğet vektörün büyüklüğü
b_s	: Takviyeler arası mesafe
b_w	: Takviye yüksekliği
B	: β eğrilerine göre teğet vektörün büyüklüğü
c_T	: Burulma sabiti
C_1	: Başlangıç koşullarına bağlı sabit
C_2	: Başlangıç koşullarına bağlı sabit
C_{ii}	: Uzama katılık sabiti
dA_α	: Diferansiyel kabuk elemanın α düzleminde kenar alanı
dA_β	: Diferansiyel kabuk elemanın β düzleminde kenar alanı
$d\vec{r}$	: Orta yüzey yarıçap vektöründeki diferansiyel değişim
ds	: Orta yüzey üzerinde diferansiyel yay uzunluğu
ds_α	: Diferansiyel kabuk elemanın α düzleminde kenar uzunluğu
ds_β	: Diferansiyel kabuk elemanın β düzleminde kenar uzunluğu
dV	: Diferansiyel kabuk elemanın hacmi
dx	: Silindir boyu yönünde diferansiyel elemanın uzunluğu
D	: Eğilme rijitliği
D_{ii}	: Eğilme katılık sabiti
e_α	: α eksenini doğrultusunda herhangi bir noktanın şekil değiştirmesi
e_β	: β eksenini doğrultusunda herhangi bir noktanın şekil değiştirmesi
E	: Elastisite modülü
f	: Eksenel simetrik harekette dış kuvvetin büyüklüğü
F	: Sonlu elemanlar analizinde hareketli tekil yükün büyüklüğü
$\vec{F}_\alpha$	: α eksenini doğrultusunda net kuvvet vektörü

$\vec{F}_\beta$	: β eksenini doğrultusunda net kuvvet vektörü
h	: Kabuk kalınlığı
b_w	: Takviye yüksekliği
$\vec{i}_\alpha$	: α eğrilerine göre teğet birim vektör
$\vec{i}_\beta$	: β eğrilerine göre teğet birim vektör
$\vec{i}_n$	: Teğet birimlere dik kabuk kalınlığı doğrultusundaki birim vektör
k	: Dalga sayısı
k_1	: Takviye boyutlarına bağlı parametre
k_2	: Takviye boyutlarına bağlı parametre
L	: Dairesel kesitli silindirik kabuğun boyu
m_x	: x düzleminde dış moment bileşeni
m_θ	: θ düzleminde dış moment bileşeni
M_α	: α düzleminde iç moment bileşeni
M_β	: β düzleminde iç moment bileşeni
$M_{\alpha\beta}$	: α düzleminde β eksenini doğrultusunda iç moment bileşeni
M_x	: x düzleminde iç moment bileşeni
M_θ	: θ düzleminde iç moment bileşeni
$M_{x\theta}$	: x düzleminde θ eksenini doğrultusunda iç moment bileşeni
$M_{\theta x}$	: θ düzleminde x eksenini doğrultusunda iç moment bileşeni
N_α	: α eksenini doğrultusunda normal iç kuvvet bileşeni
N_β	: β eksenini doğrultusunda normal iç kuvvet bileşeni
$N_{\alpha\beta}$	: α düzleminde β eksenini doğrultusunda iç kuvvet bileşeni
$N_{\beta\alpha}$	: β düzleminde α eksenini doğrultusunda iç kuvvet bileşeni
N_x	: x eksenini doğrultusunda normal iç kuvvet bileşeni
$N_{x\theta}$	: x düzleminde θ eksenini doğrultusunda iç kuvvet bileşeni
$N_{\theta x}$	: θ düzleminde x eksenini doğrultusunda iç kuvvet bileşeni

N_θ	: θ eksenini doğrultusunda normal iç kuvvet bileşeni
P	: Konsantre halka yükün büyüklüğü
$\vec{q}$	: Dış kuvvet vektörü
q_α	: α eksenini doğrultusunda dış kuvvet bileşeni
q_β	: β eksenini doğrultusunda dış kuvvet bileşeni
q_n	: Kalınlık doğrultusunda dış kuvvet bileşeni
q_x	: x eksenini doğrultusunda dış kuvvet bileşeni
q_θ	: θ eksenini doğrultusunda dış kuvvet bileşeni
q_z	: z eksenini doğrultusunda dış kuvvet bileşeni
Q_α	: α eksenini doğrultusunda kesme iç kuvvet bileşeni
Q_β	: β eksenini doğrultusunda kesme iç kuvvet bileşeni
Q_x	: x eksenini doğrultusunda kesme iç kuvvet bileşeni
Q_θ	: θ eksenini doğrultusunda kesme iç kuvvet bileşeni
$\vec{r}$	: Kabuk elemanın orta yüzeyinin yarıçap vektörü
$\vec{r}$	: Kabuk elemanın orta yüzeyinin yarıçap vektörü
$\vec{r}_\alpha$	: Orta yüzey yarıçap vektörünün α eğrilerine göre teğet vektörü
$\vec{r}_\beta$	: Orta yüzey yarıçap vektörünün β eğrilerine göre teğet vektörü
r_ϕ	: Silindir boyu yönünde teğet vektörün büyüklüğü
R	: Dairesel kesitli silindirik kabuğun yarıçapı
R_α	: α yönünde eğrilik yarıçapı
R_β	: β yönünde eğrilik yarıçapı
t	: Zaman
T	: Hareketli yükün silindiri terk etme süresi
u	: α eksenini doğrultusunda orta yüzeyin yer değiştirmesi
v	: β eksenini doğrultusunda orta yüzeyin yer değiştirmesi
w	: z eksenini doğrultusunda orta yüzeyin yer değiştirmesi

w_{ss}	: Takviyeli kabuğun radyal yer değiştirmesi
U	: α eksenini doğrultusunda herhangi bir noktanın yer değiştirmesi
V	: β eksenini doğrultusunda herhangi bir noktanın yer değiştirmesi
V	: Hareketli yük hızı
V_{cr}	: Takviyesiz silindir için kritik hız
$V_{cr,ss}$	: Takviyeli silindir için kritik hız
W	: z eksenini doğrultusunda herhangi bir noktanın yer değiştirmesi
z	: Kabuk kalınlığı doğrultusunda koordinat
α	: Kabuk eleman için genel koordinat
β	: Kabuk eleman için genel koordinat
$\gamma_{\alpha\beta}$	: α düzleminde β doğrultusunda kayma şekil değiştirmesi
$\gamma_{\alpha z}$	: α düzleminde z eksenini doğrultusunda kayma şekil değiştirmesi
$\gamma_{\beta z}$	: β düzleminde z eksenini doğrultusunda kayma şekil değiştirmesi
δ	: Dirac delta fonksiyonu
ε_{α}	: α eksenini doğrultusunda orta yüzeyin şekil değiştirmesi
ε_{β}	: β eksenini doğrultusunda orta yüzeyin şekil değiştirmesi
$\varepsilon_{\alpha\beta}$	: α düzleminde β eksenini doğrultusunda orta yüzeyin kayma şekil değiştirmesi
ε_z	: Kalınlık doğrultusunda orta yüzeyin şekil değiştirmesi
ε_x	: x eksenini doğrultusunda orta yüzeyin şekil değiştirmesi
ε_{θ}	: θ eksenini doğrultusunda orta yüzeyin şekil değiştirmesi
$\varepsilon_{x\theta}$	: x düzleminde θ eksenini doğrultusunda orta yüzeyin kayma şekil değiştirmesi
θ	: Silindir çevresi yönünde açısal koordinat
κ_{α}	: α eksenini doğrultusunda orta yüzeyin eğriliğindeki değişim
κ_{β}	: β eksenini doğrultusunda orta yüzeyin eğriliğindeki değişim
κ_x	: x eksenini doğrultusunda orta yüzeyin eğriliğindeki değişim
κ_{θ}	: θ eksenini doğrultusunda orta yüzeyin eğriliğindeki değişim

ν	: Poisson oranı
ρ	: Özkütle
σ_{α}	: α eksenini doğrultusunda normal gerilme bileşeni
σ_{β}	: β eksenini doğrultusunda normal gerilme bileşeni
$\sigma_{\alpha z}$	: Kalınlık doğrultusunda ve α düzleminde kayma gerilmesi
$\sigma_{\beta z}$	: Kalınlık doğrultusunda ve β düzleminde kayma gerilmesi
σ_z	: z eksenini doğrultusunda normal gerilme bileşeni
τ	: Burulma
ϕ	: Silindir boyu yönünde açısal koordinat
χ	: Teğet birim vektörler arasındaki açı
ψ_{α}	: α eksenini etrafında dönme
ψ_{β}	: β eksenini etrafında dönme
ψ_x	: x eksenini etrafında dönme
ψ_{θ}	: θ eksenini etrafında dönme

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Temel kabuk yapı.	4
2.2. Orta yüzeyin koordinatları.	5
2.3. Diferansiyel kabuk eleman.	8
2.4. İç kuvvetler ve yönleri.	15
2.5. İç momentler ve yönleri.	15
3.1. Dairesel silindirik kabuk ve koordinat sistemi.	19
3.2. Dairesel silindirik kabuk için iç kuvvetler ve yönleri.	21
3.3. Dairesel silindirik kabuk için iç momentler ve yönleri.	21
3.4. Takviyeli silindirik kabuğun eksenel simetrik kesiti.	25
4.1. Hareketli konsantre halka yükün geometrik gösterimi.	31
4.2. SHELL208 elemanı.	38
4.3. Dairesel silindirik kabuğun SHELL208 elemanı ile oluşturulmuş modeli.	38
4.4. PLANE42 elemanı.	39
4.5. Dairesel silindirik kabuğun PLANE42 elemanı ile oluşturulmuş modeli.	39
4.6. Takviyeli kabuğun sonlu elemanlar modeli.	40
4.7. Hareketli yük altında kabuk elemanlar için sonlu elemanlar modeli.	40
5.1. Örnek takviyesiz model için dinamik büyütme faktörünün hızla değişimi.	42
5.2. 200 m/s hızındaki yük için silindir ortasında radyal şekil değiştirmenin zamanla değişimi.	43
5.3. 500 m/s hızındaki yük için silindir ortasında radyal şekil değiştirmenin zamanla değişimi.	43
5.4. 1000 m/s hızındaki yük için silindir ortasında radyal şekil değiştirmenin zamanla değişimi.	44
5.5. Kritik hız civarında 500 m/s hızındaki yük için ve 0,5 T anında silindir boyunca radyal şekil değiştirmeler.	45
5.6. Kritik üstü bölgede 1000 m/s yük hızında 0,5 T anında silindir boyunca radyal şekil değiştirmeler.	45
5.7. 200 m/s hızındaki yük için silindir ortasında analitik ve sonlu elemanlar modelleri ile elde edilen radyal şekil değiştirmeler.	46

5.8. 450 m/s hızındaki yük için silindir yarı boyunda analitik ve sonlu elemanlar modelleri ile elde edilen radyal şekil değiştirmeler.	47
5.9. 200 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyeli silindirin analitik ve sonlu elemanlar modelleri ile elde edilen radyal şekil değiştirmeleri.	48
5.10. 300 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyeli silindirin analitik ve sonlu elemanlar modelleri ile elde edilen radyal şekil değiştirmeleri.	49
5.11. 450 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyeli silindirin analitik ve sonlu elemanlar modelleri ile elde edilen radyal şekil değiştirmeleri.	49
5.12. 600 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyeli silindirin analitik ve sonlu elemanlar modelleri ile elde edilen radyal şekil değiştirmeleri.	50
5.13. 300 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyesiz silindir, Model 1 ve Model 2'nin radyal şekil değiştirmeleri.	51
5.14. 500 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyesiz silindir, Model 1 ve Model 2'nin radyal şekil değiştirmeleri.	52
5.15. 600 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyesiz silindir, Model 1 ve Model 2'nin radyal şekil değiştirmeleri.	52
5.16. 300 m/s hızındaki yük için silindir ortasında kalınlığı artırılmış takviyesiz silindir ve Model 1'in radyal şekil değiştirmeleri.	54
5.17. 500 m/s hızındaki yük için silindir ortasında kalınlığı artırılmış takviyesiz silindir ve Model 1'in radyal şekil değiştirmeleri.	54
5.18. 600 m/s hızındaki yük için silindir ortasında kalınlığı artırılmış takviyesiz silindir ve Model 1'in radyal şekil değiştirmeleri.	55
5.19. 500 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyesiz silindir, Model 3 ve Model 4'ün radyal şekil değiştirmeleri.	56

TABLÖLAR DİZİNİ

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
5.1. Parametrik çalışma için kullanılan modelin özellikleri.	41
5.2. Analitik ve sonlu elemanlar çözümlerinin karşılaştırılmasında kullanılan modelin takviye boyutları.	48
5.3. Takviye parametrelerindeki değişimin etkisinin incelenmesinde kullanılan modellere ilişkin boyutlar.	51
5.4. Takviye yüksekliğinin etkisinin incelenmesinde kullanılan modellere ilişkin boyutlar.	55

1. GİRİŞ

Mühendislikte köprü, ray gibi ulaştırma sektöründe kullanılan yapılar, kreyinler, akışkan ileten borular, tüfek ya da top namluları gibi yapılar genellikle hareketli yüke maruz kalmaktadır. Hareketli yük, diğer dinamik yüklerden farklı olarak yükün konumunun zamanla değişmesini içermektedir. Buna bağlı olarak hareketli yük problemlerinde yüke maruz kalan elastik yapının yer değiştirmeleri statik duruma göre oldukça büyük olmaktadır. Ayrıca hareketli yüke maruz yapılarda yük hızının kritik hız olarak adlandırılan belli bir değerinden sonra yapıda dinamik kararsızlık gözlemlenmektedir. Tasarım sürecinde her iki olgunun da göz önüne alınması gerekmektedir.

Hareketli yük problemi uzun yıllardır güncel olan bir araştırma konusu olduğundan literatürde konuyla ilgili birçok çalışma mevcuttur. Genel kapsamlı yayınlar arasında öncelikle anılan Fryba uygulamada köprü-taşıt problemlerini göz önüne alarak çeşitli durumlar için analitik çözüm yöntemleri sunmaktadır [Fryba, 1999]. Olsson kiriş yapılarla ilgili birçok çalışmadan biri olan çalışmasında sabit hızda kiriş eksenı boyunca ilerleyen sabit büyüklükteki hareketli yüke maruz basit mesnetli kiriş için analitik ve sonlu elemanlar çözümlerini vermiştir [Olsson, 1991]. Steele benzer şekilde Timoshenko kiriş için analitik bir çözüm sunmuştur [Steele, 1973]. Analitik yöntemlerin yanı sıra kiriş-çerçeve yapıları esas alarak hareketli yükün temsili için sonlu elemanlar modelleme teknikleri geliştiren çalışmalar da mevcuttur [Wu et al, 2000].

Dairesel kesitli silindirik yapıların hareketli yük altında dinamik davranışı yukarıda sözü edilen uygulamalarda hareketli yükün yüksek hızda ilerleyen şok ya da patlama yükü olduğu düşünülerek birçok araştırmacı tarafından teorik ve deneysel olarak incelenmiştir. Teorik çalışmalarda lineer elastisite ve ince kabuk teorisi kullanılarak silindirik yapıların dinamik davranışı analitik ve sayısal olarak elde edilmiştir. Örnek olarak, sonsuz uzunluktaki ince cidarlı bir tüpün hareketli basınç yükü altındaki davranışını elastik dalga ilerlemesini esas alarak kayma etkisi ve dönme ataletini içeren yaklaşımla analitik olarak incelenmiştir [Tang, 1965]. Aynı problem hareketli yükü konsantre halka yük kabul ederek analitik olarak çözülmüştür

[Jones and Bhuta, 1964]. Benzer şekilde namlu problemini hareketli balistik basınç yükü olarak ele alınmıştır [Simkins, 1994]. Ayrıca dairesel silindirik kabukların hareketli şok yükü altında dinamik davranışları analitik olarak incelenmiştir [Kurtaran ve ark., 1995]. Dairesel silindirik kabukların hareketli yük altındaki dinamik davranışları deneysel olarak da incelenmiştir. Simkins et al, namlunun hareketli basınç yükü altındaki dinamik davranışını deneysel olarak incelemiştir [Simkins et al, 1993]. Thomas akışkan ileten borulardaki gaz patlamasını deneysel olarak incelemiştir [Thomas, 2002]. Bir başka çalışmada ince alüminyum silindirlerle yapılan deneysel çalışma sonuçları, analitik ve sayısal yöntemlerle elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır [Beltman et al, 2000]. Yakın zamanda belli aralıklarla takviyelerle desteklenen silindirik kabukların hareketli basınç yükü altındaki titreşimleri teorik olarak incelenmiştir [Ruzzene and Baz, 2006]. Benzer bir yapıda takviyeler sönümleyici olarak kullanılarak yapının titreşimi deneysel olarak incelenmiştir [Eldalil and Baz, 2009].

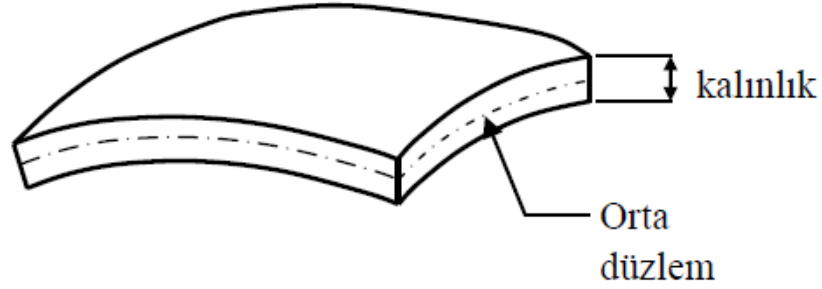
Yukarıda anlatılan çalışmalarda hareketli yükün temsil edilmesinde farklılıklar olmasına rağmen, çalışmaların çoğu dinamik büyütme ve kararlılık açısından belirleyici bir değer olan kritik hıza vurgu yapmaktadır. Bu çalışmada akışkan ileten borular ve namlular göz önüne alınarak, dairesel kesitli takviyeli ve takviyesiz silindirik kabuk yapıların silindir eksenine doğrultusunda ilerleyen konsantre halka yüke maruz kalmaları durumundaki dinamik davranışları analitik ve sayısal incelenmektedir. İncelemede lineer elastisite teorisi denklemleri ve ince kabuk teorisi kullanılmaktadır. Kayma deformasyonları ve dönme ataletinin yanı sıra silindir eksenine yönündeki hareket küçük kabul edildiğinden eksenel atalet kuvvetleri ihmal edilmektedir. Takviyelerin yeterli sıklıkta olduğu kabul edilerek takviyeli silindirik kabuk ortotropik kabuk yaklaşımıyla analitik olarak incelenmektedir. Hareketli basınç yükü hareketli konsantre halka yük olarak dikkate alınmaktadır. Elde edilen yönetici denklemler basit mesnet sınır koşulu altında Kabul Edilmiş Modlar Yöntemi ile analitik olarak çözülmektedir. Ayrıca yönetici denklemlerden kritik hız ifadeleri takviyeli ve takviyesiz sonsuz uzunluktaki silindirler için elde edilmektedir. Takviyeli kabuk için ortotropik yaklaşımın geçerliliğini tespit etmek amacıyla analitik çözüm ve sonlu elemanlar metodu çözümleri karşılaştırılmaktadır. Son olarak analitik ve sayısal yöntemlerle parametrik çalışmalar yapılmakta ve

takviyelerin kritik hız ve dinamik büyütme faktörü üzerindeki etkisi ortaya konmaktadır.

2. İNCE KABUK TEORİSİ

2.1. İnce Kabuk Yapılar ve Koordinat Sistemi

Kabuk terimi Şekil 2.1.'de görüldüğü gibi iki eğimli yüzeyle sınırlanmış ve yüzeyler arasındaki mesafe diğer boyutlarına kıyasla küçük olan yapıları belirtmektedir. Her iki yüzeye eşit mesafelerde yer alan noktalar orta yüzey, her bir noktada her iki yüzeye dik olan mesafe kalınlık olarak tanımlanmaktadır. Kabuk yapıların geometrisi her bir noktada orta yüzeyin şekli ve kalınlığı ile tarif edilmektedir.



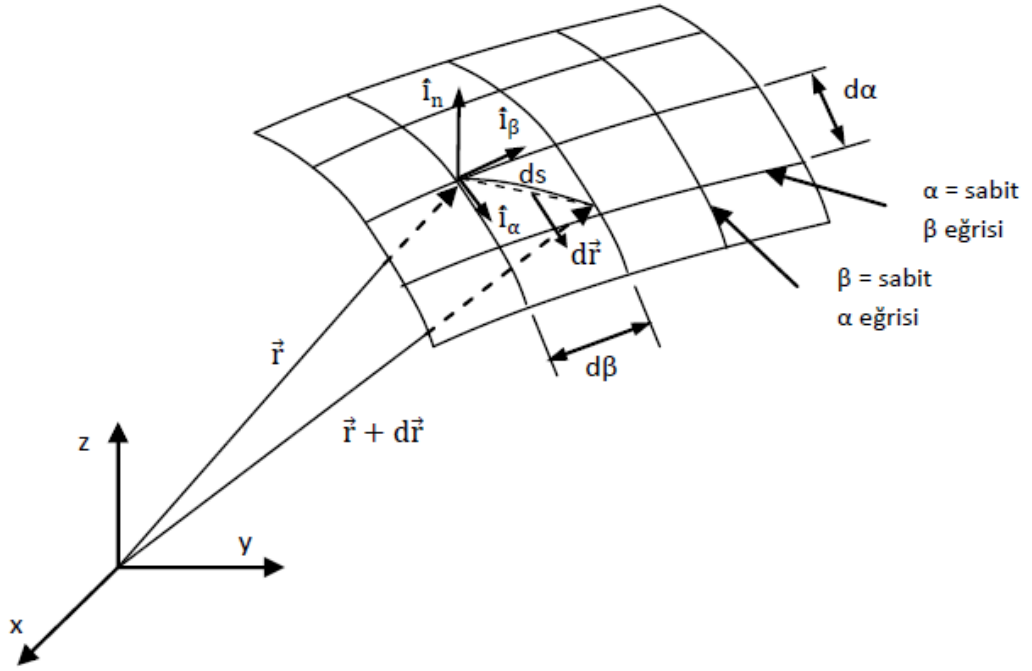
Şekil 2.1. Temel kabuk yapı.

Kabuk yapılar levha yapıların tüm özelliklerinin yanı sıra eğrilige de sahiptir. Buna bağlı olarak düz levhalardan farklı olarak kabukların eğilmesi ile uzaması birbirine bağlıdır. Kabuk yapıların yapısal eleman olarak yük taşıma kapasitesi eğrilğine ve inceliğine bağlıdır. Eğrilik ve incelik sayesinde enine yüklemeler büyük oranda membran gerilmelerle dengelendiğinden, kabuk yapıların yük taşıma kapasitesi levha yapılara göre yüksek olmaktadır [Ventsel and Krauthammer, 2001].

Eğrilik yarıçapının kabuk kalınlığına oranına göre kabuk yapılar ince ve kalın olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Kalınlığının en büyük eğrilik yarıçapına oranı $1/20$ 'den küçük olan kabuk yapılar ince kabuk olarak adlandırılmakta ve ince kabuk teorisi yaklaşımı ile incelenmektedir [Novozhilov, 1964].

Kabuk yapının geometrik olarak tarif edilmesinde kullanılan orta yüzeyi Şekil 2.2.'de görüldüğü gibi α ve β parametrelerine bağlı yarıçap vektörü $\vec{r}$ ile tanımlanmaktadır.

$$\vec{r} = \vec{r}(\alpha, \beta) \quad (2.1.)$$



Şekil 2.2. Orta yüzeyin koordinatları.

Yarıçap vektörü α 'nın sabit β 'nin değişken ya da β 'nin sabit α 'nın değişken olduğu her bir durumda uzayda sırasıyla α ve β eğrilerini temsil etmektedir. Buna göre orta yüzey üzerindeki herhangi bir noktada $\vec{r}$ vektörünün α ve β 'ya göre türevleri o noktada sırasıyla α ve β eğrilerine teğet vektörlerdir.

$$\vec{r}_\alpha = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha} \quad (2.2.)$$

$$\vec{r}_\beta = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta} \quad (2.3.)$$

Teğet vektörlerin uzunlukları A ve B olarak tanımlanmaktadır. Teğet vektörler uzunluklarına bölünürse birim vektörler $\vec{i}_\alpha$ ve $\vec{i}_\beta$ elde edilir.

$$|\vec{r}_\alpha| = A \quad (2.4.)$$

$$|\vec{r}_\beta| = B \quad (2.5.)$$

$$\vec{i}_\alpha = \frac{\vec{r}_\alpha}{A} \quad (2.6.)$$

$$\vec{i}_\beta = \frac{\vec{r}_\beta}{B} \quad (2.7.)$$

χ , $\vec{i}_\alpha$ ve $\vec{i}_\beta$ arasındaki açı olmak üzere $\vec{i}_\alpha$ ve $\vec{i}_\beta$ birim vektörlerine dik birim vektör $\vec{i}_n$ aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vec{i}_n = \frac{\vec{i}_\alpha \times \vec{i}_\beta}{\sin \chi} \quad (2.8.)$$

$\vec{i}_\alpha$, $\vec{i}_\beta$ ve $\vec{i}_n$ vektörleri orta yüzeyin temel vektörleri olarak adlandırılmaktadır. Yüzey üzerinde birbirine yakın (α, β) ve $(\alpha+d\alpha, \beta+d\beta)$ gibi iki nokta düşünüldüğünde, bu iki nokta arasında $\vec{r}$ vektöründeki artış

$$d\vec{r} = \vec{r}_\alpha d\alpha + \vec{r}_\beta d\beta \quad (2.9.)$$

olarak yazılabilir. Buna göre yüzey üzerinde yay uzunluğunun diferansiyelinin karesi aşağıdaki gibidir.

$$d\vec{r}d\vec{r} = ds^2 = A^2 d\alpha^2 + 2AB\cos\chi d\alpha d\beta + B^2 d\beta^2 \quad (2.10.)$$

α ve β eğrilerinin eğrilik yarıçapları R_α ve R_β Frenet formülüne göre yazılabilmektedir.

$$\frac{1}{R_\alpha} = -\frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial \alpha^2} \quad (2.11.)$$

$$\frac{1}{R_\beta} = -\frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial \beta^2} \quad (2.12.)$$

Uzayda kabuğu oluşturan herhangi bir noktanın koordinatı yarıçap vektörü ve $\vec{I}_n$ vektörüne bağlı olarak konum vektörü $\vec{R}$ ile verilmektedir.

$$\vec{R}(\alpha, \beta, z) = \vec{r}(\alpha, \beta) + z\vec{I}_n \quad (2.13.)$$

Bu denklemde z $-h/2$ ile $h/2$ arasında değişmekte ve ilgili noktanın orta yüzeyden $\vec{I}_n$ birim vektörü doğrultusunda mesafesini belirtmektedir. $\vec{R}$ vektöründeki ufak bir değişim yukarıda yay uzunluğu için verilen denklem 2.10. ile elde edilmektedir.

$$ds^2 = d\vec{R}d\vec{R} = (d\vec{r} + z d\vec{I}_n + \vec{I}_n dz)(d\vec{r} + z d\vec{I}_n + \vec{I}_n dz) \quad (2.14.)$$

$d\vec{I}_n$ zincir kuralıyla aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$d\vec{I}_n = \frac{\partial \vec{I}_n}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial \vec{I}_n}{\partial \beta} d\beta \quad (2.15.)$$

Yukarıdaki ifade yerine konursa yay uzunluğunun karesi eğrilik yarıçapları cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

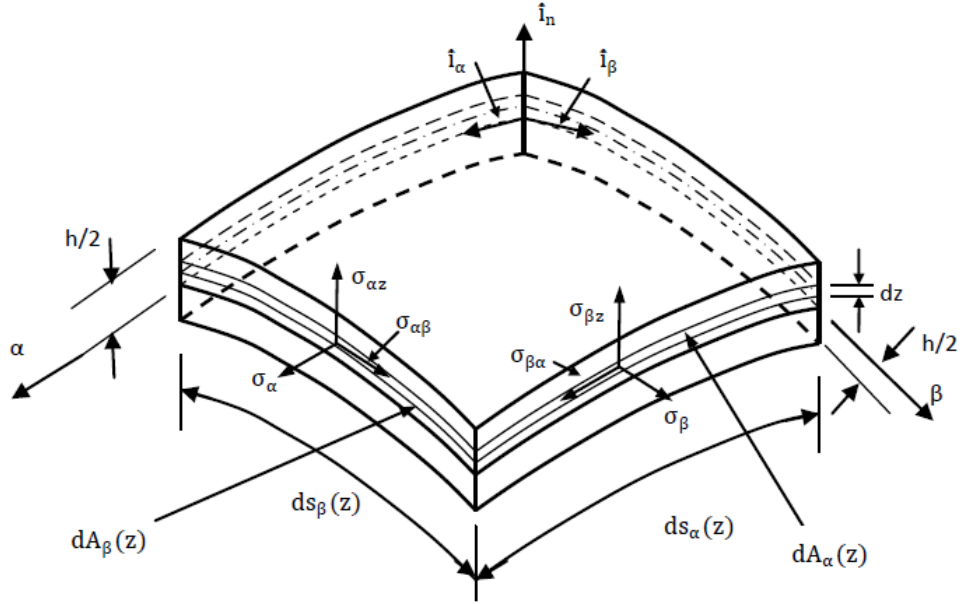
$$ds^2 = \left[A \left(1 + \frac{z}{R_\alpha} \right) \right]^2 d\alpha^2 + \left[B \left(1 + \frac{z}{R_\beta} \right) \right]^2 d\beta^2 + dz^2 \quad (2.16.)$$

2.2. Diferansiyel Kabuk Eleman

Diferansiyel kabuk eleman Şekil 2.3.'teki gibi birbiri arasında dz mesafesi bulunan iki eğri yüzey ve $\alpha = \alpha_0$, $\alpha = \alpha_0 + d\alpha$, $\beta = \beta_0$ ve $\beta = \beta_0 + d\beta$ parametrik eğrileri boyunca orta yüzeye dik dört yüzeyle sınırlanmış olarak düşünülebilir. Elemanın kenar uzunlukları denklem 2.17. ve 2.18.'den görülebileceği gibi z 'ye bağlı olarak ifade edilmektedir.

$$ds_\alpha(z) = A \left(1 + \frac{z}{R_\alpha} \right) d\alpha \quad (2.17.)$$

$$ds_\beta(z) = B \left(1 + \frac{z}{R_\beta} \right) d\beta \quad (2.18.)$$



Şekil 2.3. Diferansiyel kabuk eleman.

Elemanın kenarlarındaki alanlar z 'ye bağlı olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$dA_\alpha(z) = A \left(1 + \frac{z}{R_\alpha} \right) d\alpha dz \quad (2.19.)$$

$$dA_\beta(z) = B \left(1 + \frac{z}{R_\beta} \right) d\beta dz \quad (2.20.)$$

Benzer şekilde elemanın hacmi

$$dV(z) = A \left(1 + \frac{z}{R_\alpha} \right) B \left(1 + \frac{z}{R_\beta} \right) d\alpha d\beta dz \quad (2.21.)$$

olarak yazılabilir. Ayrıca gerilme bileşenlerinin yönleri Şekil 2.3.'te verilmiştir.

2.3. Birinci Mertebe Yaklaşımı ve Temel Kabuller

Lineer elastisite teorisinin kabulleri altında İnce kabuk teorilerinin çıkarımında Love'ın yaklaşımları esas alınmaktadır. Love, şekil değiştirme yer değiştirme bağıntıları ve buna bağlı olarak gerilme şekil değiştirme bağıntılarının basitleşmesi için Kirchhoff'un levha eğilme teorisi için geliştirdiği hipotezleri kabuk teorisine

uygulamıştır [Ventsel and Krauthammer, 2001]. İnce kabuk yapılar için klasik teoride Love'ın birinci mertebeye yaklaşımı olarak adlandırılan kabuller aşağıdaki gibidir:

- Kabuk kalınlığı diğer boyutlara göre, örneğin en küçük eğrilik yarıçapına göre çok küçük kabul edilmektedir.
- Şekil değiştirme – yer değiştirme bağıntılarında birinci mertebeden daha yüksek mertebede terimler, yer değiştirmeler ve şekil değiştirmelerin çok küçük olduğu kabulü altında ihmal edilmektedir.
- Orta yüzeye dik normal gerilme bileşeni diğer normal gerilme bileşenlerinin yanında mertebe olarak yeteri kadar küçük olduğundan ihmal edilmektedir ($\sigma_z = 0$).
- Orta yüzeye dik kesitlerdeki uzamalar ihmal edilmektedir. Eğilmeden önce orta yüzeye dik olan kesitler eğilmeden sonra da yüzeye dik kalmaktadırlar.

Bu kabullerden birincisine bağlı olarak bazı kabuk teorilerinde çıkarımlar esnasında uygun yerlerde z/R ya da h/R mertebe olarak 1'den çok küçük kabul edilip ihmal edilmektedirler. Birinci kabul aynı zamanda ince kabuk yaklaşımının temelini oluşturmaktadır. İkinci kabul, deformasyon sonrası kabuğun yeni biçiminin deformasyon öncesi biçiminden farklı olmaması ve buna göre elde edilecek diferansiyel denklemlerin lineer olmasını sağlamaktadır. Üçüncü kabul problemi iki boyutlu gerilme problemine dönüştürmektedir. Kirchhoff hipotezine dayanan dördüncü kabul sonucunda orta yüzeye dik yöndeki şekil değiştirme bileşenleri ϵ_z , $\gamma_{\alpha z}$ ve $\gamma_{\beta z}$ sıfır olmaktadır.

$$\epsilon_z = 0 \quad (2.22.)$$

$$\gamma_{\alpha z} = 0 \quad (2.23.)$$

$$\gamma_{\beta z} = 0 \quad (2.24.)$$

Bu geometrik kabulün sonunda şekil değiştirme bileşenleri $\gamma_{\alpha z}$ ve $\gamma_{\beta z}$ 'ye bağlı olarak kayma gerilmeleri $\sigma_{\alpha z}$ ve $\sigma_{\beta z}$ de sıfır olur.

$$\sigma_{\alpha z} = 0 \quad (2.25.)$$

$$\sigma_{\beta z} = 0 \quad (2.26.)$$

Love'ın yaklaşımlarına göre kabuk yapının tüm deformasyonu orta düzlemin yer değiştirmesi ve eğriliğinin değişmesi ile tanımlanmaktadır.

2.4. Şekil Değiştirme Yer Değiştirme Bağlılıkları

Kabuk elemanın herhangi bir noktasındaki şekil değiştirmeler sırasıyla α , β ve z yönünde yer değiştirmeler U , V ve W cinsinden üç boyutlu elastisite teorisine göre aşağıdaki gibidir.

$$e_{\alpha} = \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{R_{\alpha}}\right)} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial U}{\partial \alpha} + \frac{V}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{W}{R_{\alpha}} \right) \quad (2.27.)$$

$$e_{\beta} = \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{R_{\beta}}\right)} \left(\frac{U}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial V}{\partial \beta} + \frac{W}{R_{\beta}} \right) \quad (2.28.)$$

$$\gamma_{\alpha\beta} = \frac{A \left(1 + \frac{z}{R_{\alpha}}\right)}{B \left(1 + \frac{z}{R_{\beta}}\right)} \frac{\partial}{\partial \beta} \left[\frac{U}{A \left(1 + \frac{z}{R_{\alpha}}\right)} \right] + \frac{B \left(1 + \frac{z}{R_{\beta}}\right)}{A \left(1 + \frac{z}{R_{\alpha}}\right)} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\frac{V}{B \left(1 + \frac{z}{R_{\beta}}\right)} \right] \quad (2.29.)$$

$$\gamma_{\alpha z} = \frac{1}{A \left(1 + \frac{z}{R_{\alpha}}\right)} \frac{\partial W}{\partial \alpha} + A \left(1 + \frac{z}{R_{\alpha}}\right) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{U}{A \left(1 + \frac{z}{R_{\alpha}}\right)} \right] \quad (2.30.)$$

$$\gamma_{\beta z} = \frac{1}{B \left(1 + \frac{z}{R_{\beta}}\right)} \frac{\partial W}{\partial \beta} + B \left(1 + \frac{z}{R_{\beta}}\right) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{V}{B \left(1 + \frac{z}{R_{\beta}}\right)} \right] \quad (2.31.)$$

Birinci merteye yaklaşımlarından dördüncü kabule göre kesitler deformasyondan sonra orta yüzeye dik kaldığından ψ_α ve ψ_β dönmeleri ile U ve V yer değiştirmeleri arasında aşağıdaki ilişkiler yazılabilir.

$$\psi_\alpha = \frac{\partial U}{\partial z} \quad (2.32.)$$

$$\psi_\beta = \frac{\partial V}{\partial z} \quad (2.33.)$$

Buna göre yer değiştirmeler orta düzlemin yer değiştirmeleri cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$U(\alpha, \beta, z) = u(\alpha, \beta) + z\psi_\alpha(\alpha, \beta) \quad (2.34.)$$

$$V(\alpha, \beta, z) = v(\alpha, \beta) + z\psi_\beta(\alpha, \beta) \quad (2.35.)$$

$$W(\alpha, \beta, z) = w(\alpha, \beta) \quad (2.36.)$$

Şekil değiştirme yer değiştirme bağıntılarında yukarıdaki ifadeler yerine konur ve $\gamma_{\alpha z} = 0$ ve $\gamma_{\beta z} = 0$ olduğu göz önüne alınırsa ψ_α ve ψ_β için aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\psi_\alpha = \frac{u}{R_\alpha} - \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \quad (2.37.)$$

$$\psi_\beta = \frac{u}{R_\beta} - \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} \quad (2.38.)$$

Şekil değiştirme yer değiştirme bağıntıları tekrar yazılırsa kabuk elemanın herhangi bir noktasındaki şekil değiştirmeler aşağıdaki ifadelerden elde edilebilmektedir.

$$e_\alpha = \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{R_\alpha}\right)} (\epsilon_\alpha + z\kappa_\alpha) \quad (2.39.)$$

$$e_{\beta} = \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{R_{\beta}}\right)} (\varepsilon_{\beta} + z\kappa_{\beta}) \quad (2.40.)$$

$$\gamma_{\alpha\beta} = \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{R_{\alpha}}\right)\left(1 + \frac{z}{R_{\beta}}\right)} \left[\left(1 - \frac{z^2}{R_{\alpha}R_{\beta}}\right) \varepsilon_{\alpha\beta} + z \left(1 + \frac{z}{2R_{\alpha}} + \frac{z}{2R_{\beta}}\right) \tau \right] \quad (2.41.)$$

Bağıntılarda yer alan ε_{α} , ε_{β} ve $\varepsilon_{\alpha\beta}$ orta yüzeyin şekil değiştirmeleridir:

$$\varepsilon_{\alpha} = \left(\frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{v}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{w}{R_{\alpha}} \right) \quad (2.42.)$$

$$\varepsilon_{\beta} = \left(\frac{u}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{w}{R_{\beta}} \right) \quad (2.43.)$$

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right) + \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{B} \right) \quad (2.44.)$$

κ_{α} , κ_{β} ve τ sırasıyla orta yüzeyin eğriligi ve burulmasıdır:

$$\kappa_{\alpha} = \frac{1}{A} \frac{\partial \psi_{\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{\psi_{\beta}}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} \quad (2.45.)$$

$$\kappa_{\beta} = \frac{\psi_{\alpha}}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial \psi_{\beta}}{\partial \alpha} \quad (2.46.)$$

$$\tau = \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\psi_{\alpha}}{A} \right) + \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{\psi_{\beta}}{B} \right) + \frac{1}{R_{\alpha}} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial u}{\partial \beta} - \frac{v}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) + \frac{1}{R_{\beta}} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial v}{\partial \alpha} - \frac{u}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \quad (2.47.)$$

z/R_{α} ve z/R_{β} 'nin ve çarpımlarının 1'den çok küçük olduğu kabul edilirse bağıntılar

$$e_{\alpha} = \varepsilon_{\alpha} + z\kappa_{\alpha} \quad (2.48.)$$

$$e_{\beta} = \varepsilon_{\beta} + z\kappa_{\beta} \quad (2.49.)$$

$$\gamma_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta} + z\tau \quad (2.50.)$$

halini almaktadır.

2.5. Gerilme Şekil Değiştirme Bağlılıları

Üç boyutlu durumda Hooke yasasına göre kabuk elemanın koordinat sisteminde şekil değiştirme bileşenleri ve gerilme bileşenleri arasındaki lineer ilişki izotropik malzeme için E elastisite modülü ve ν Poisson oranı olmak üzere aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$e_{\alpha} = \frac{1}{E} [\sigma_{\alpha} - \nu(\sigma_{\beta} + \sigma_z)] \quad (2.51.)$$

$$e_{\beta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\beta} - \nu(\sigma_z + \sigma_{\alpha})] \quad (2.52.)$$

$$e_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta})] \quad (2.53.)$$

$$\gamma_{\alpha\beta} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \sigma_{\alpha\beta} \quad (2.54.)$$

$$\gamma_{\alpha z} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \sigma_{\alpha z} \quad (2.55.)$$

$$\gamma_{\beta z} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \sigma_{\beta z} \quad (2.56.)$$

Birinci merteye yaklaşımının üçüncü kabulüne göre σ_z ihmal edildiğinden ve dördüncü kabule göre $\gamma_{\alpha z} = 0$ ve $\gamma_{\beta z} = 0$ olduğundan bağıntılar aşağıdaki şekli almaktadır.

$$e_{\alpha} = \frac{1}{E} (\sigma_{\alpha} - \nu\sigma_{\beta}) \quad (2.57.)$$

$$e_{\beta} = \frac{1}{E} (\sigma_{\beta} - \nu\sigma_{\alpha}) \quad (2.58.)$$

$$\gamma_{\alpha\beta} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \sigma_{\alpha\beta} \quad (2.59.)$$

Buna göre gerilme bileşenleri şekil değiştirmeler cinsinden yazılırsa

$$\sigma_{\alpha} = \frac{E}{1 - \nu^2} (e_{\alpha} + \nu e_{\beta}) \quad (2.60.)$$

$$\sigma_{\alpha} = \frac{E}{1 - \nu^2} (e_{\beta} + \nu e_{\alpha}) \quad (2.61.)$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \gamma_{\alpha\beta} \quad (2.62.)$$

ifadeleri elde edilir.

2.6. İç Kuvvetler ve Momentler

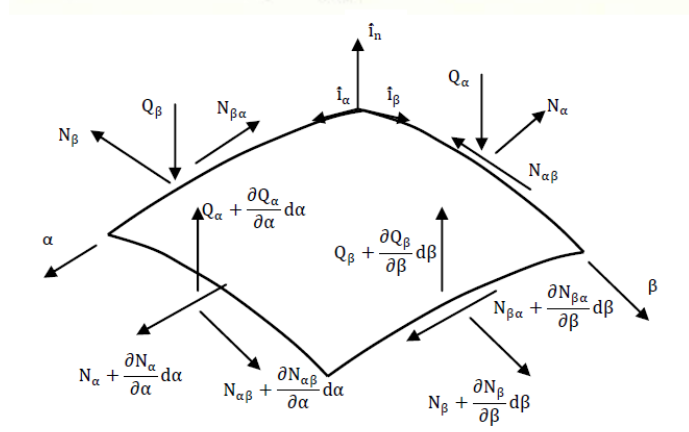
Diferansiyel kabuk elemana etkiyen iç kuvvetlerin elde edilmesi için ilgili yüzeylerdeki gerilme terimleri kalınlık boyunca integre edilmektedir. Bölüm 2.2’de verildiği üzere orta yüzeyden z kadar uzakta elemanın kenar uzunlukları $ds_{\alpha}(z)$ ve $ds_{\beta}(z)$ ’dir. Buna göre örneğin α eksenine dik yüzeydeki sonsuz küçük iç kuvveti $\sigma_{\alpha} ds_{\beta}(z) dz$ ’dir. Bu kuvvet kalınlık boyunca integre edilir ve $B d\beta$ ’ye bölünürse uzunluk başına iç kuvvet N_{α} elde edilir. Diğer kuvvet bileşenleri $N_{\alpha\beta}$ ve Q_{α} için de benzer süreç uygulanırsa iç kuvvetlerin ifadesi aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{pmatrix} N_{\alpha} \\ N_{\alpha\beta} \\ Q_{\alpha} \end{pmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{pmatrix} \sigma_{\alpha} \\ \sigma_{\alpha\beta} \\ \sigma_{\alpha z} \end{pmatrix} \left(1 + \frac{z}{R_{\beta}}\right) dz \quad (2.63.)$$

β eksenine dik yüzeydeki iç kuvvetler benzer şekilde elde edilir.

$$\begin{pmatrix} N_{\beta} \\ N_{\beta\alpha} \\ Q_{\beta} \end{pmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{pmatrix} \sigma_{\beta} \\ \sigma_{\beta\alpha} \\ \sigma_{\beta z} \end{pmatrix} \left(1 + \frac{z}{R_{\alpha}}\right) dz \quad (2.64.)$$

Kuvvetlerin yönleri Bölüm 2.2’de verilen gerilmelerin yönleriyle uyumlu olarak Şekil 2.4.’te verilmektedir.



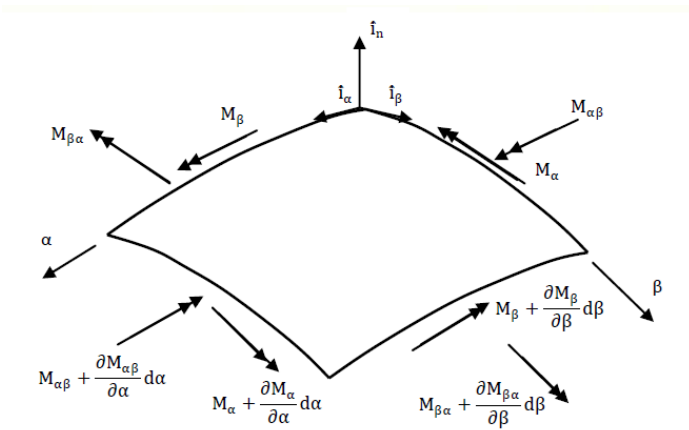
Şekil 2.4. İç kuvvetler ve yönleri.

$\sigma_\alpha ds_\beta(z)dz$ 'nin β eksenine göre sonsuz küçüklükteki momenti $z \sigma_\alpha ds_\beta(z)dz$ 'dir. İç moment $z \sigma_\alpha ds_\beta(z)dz$ 'nin kalınlık boyunca integre edilip $B d\beta$ 'ye bölünmesiyle elde edilir. Diğer momentler için de aynı süreç uygulanırsa momentlerin ifadesi aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{Bmatrix} M_\alpha \\ M_{\alpha\beta} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_\alpha \\ \sigma_{\alpha\beta} \end{Bmatrix} \left(1 + \frac{z}{R_\beta}\right) zdz \quad (2.65.)$$

$$\begin{Bmatrix} M_\beta \\ M_{\beta\alpha} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_\beta \\ \sigma_{\beta\alpha} \end{Bmatrix} \left(1 + \frac{z}{R_\alpha}\right) zdz \quad (2.66.)$$

Momentlerin yönleri Bölüm 2.2.'de verilen gerilmelerin yönleriyle uyumlu olarak Şekil 2.5.'te verilmektedir.



Şekil 2.5. İç momentler ve yönleri.

İç kuvvet ve momentler için verilen en genel ifadeler gerilme şekil değiştirme bağıntılarında yerine konup, $1+z/R_\alpha$ ve $1+z/R_\beta$ geometrik serilere açılıp üçüncü mertebeden sonraki terimler alınmadığında aşağıda verilen denklemlerdeki hali almaktadırlar.

$$N_\alpha = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\varepsilon_\alpha + \nu \varepsilon_\beta - \frac{h^2}{12} \left(\frac{1}{R_\alpha} - \frac{1}{R_\beta} \right) \left(\kappa_\alpha - \frac{\varepsilon_\alpha}{R_\alpha} \right) \right] \quad (2.67.)$$

$$N_\beta = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\varepsilon_\beta + \nu \varepsilon_\alpha - \frac{h^2}{12} \left(\frac{1}{R_\beta} - \frac{1}{R_\alpha} \right) \left(\kappa_\beta - \frac{\varepsilon_\beta}{R_\beta} \right) \right] \quad (2.68.)$$

$$N_{\alpha\beta} = \frac{Eh}{2(1+\nu)} \left[\varepsilon_{\alpha\beta} - \frac{h^2}{12} \left(\frac{1}{R_\alpha} - \frac{1}{R_\beta} \right) \left(\frac{\tau}{2} - \frac{\varepsilon_{\alpha\beta}}{R_\alpha} \right) \right] \quad (2.69.)$$

$$N_{\beta\alpha} = \frac{Eh}{2(1+\nu)} \left[\varepsilon_{\alpha\beta} - \frac{h^2}{12} \left(\frac{1}{R_\beta} - \frac{1}{R_\alpha} \right) \left(\frac{\tau}{2} - \frac{\varepsilon_{\alpha\beta}}{R_\beta} \right) \right] \quad (2.70.)$$

$$M_\alpha = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[\kappa_\alpha + \nu \kappa_\beta - \left(\frac{1}{R_\alpha} - \frac{1}{R_\beta} \right) \varepsilon_\alpha \right] \quad (2.71.)$$

$$M_\beta = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[\kappa_\beta + \nu \kappa_\alpha - \left(\frac{1}{R_\beta} - \frac{1}{R_\alpha} \right) \varepsilon_\beta \right] \quad (2.72.)$$

$$M_{\alpha\beta} = \frac{Eh^3}{2(1+\nu)} \left(\tau - \frac{\varepsilon_{\alpha\beta}}{R_\alpha} \right) \quad (2.73.)$$

$$M_{\beta\alpha} = \frac{Eh^3}{2(1+\nu)} \left(\tau - \frac{\varepsilon_{\alpha\beta}}{R_\beta} \right) \quad (2.74.)$$

z/R_α ve z/R_β 'nin 1'den çok küçük olduğu kabul edildiğinde ifadeler aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$N_\alpha = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_\alpha + \nu \varepsilon_\beta) \quad (2.75.)$$

$$N_{\beta} = \frac{Eh}{1 - \nu^2} (\varepsilon_{\beta} + \nu \varepsilon_{\alpha}) \quad (2.76.)$$

$$N_{\alpha\beta} = N_{\beta\alpha} = \frac{Eh}{2(1 + \nu)} \varepsilon_{\alpha\beta} \quad (2.77.)$$

$$M_{\alpha} = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} (\kappa_{\alpha} + \nu \kappa_{\beta}) \quad (2.78.)$$

$$M_{\beta} = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} (\kappa_{\beta} + \nu \kappa_{\alpha}) \quad (2.79.)$$

$$M_{\alpha\beta} = M_{\beta\alpha} = \frac{Eh^3}{2(1 + \nu)} \tau \quad (2.80.)$$

2.7. Hareket Denklemleri

Diferansiyel kabuk elemana etkiyen kuvvetlerin dengesinin yazılabilmesi için öncelikle elemanın her bir yüzeyine etkiyen kuvvet vektörleri tanımlanmaktadır.

$$\vec{F}_{\alpha} = (N_{\alpha} \vec{i}_{\alpha} + N_{\alpha\beta} \vec{i}_{\beta} + Q_{\alpha} \vec{i}_n) B d\beta \quad (2.81.)$$

$$\vec{F}_{\beta} = (N_{\beta} \vec{i}_{\alpha} + N_{\beta} \vec{i}_{\beta} + Q_{\beta} \vec{i}_n) A d\alpha \quad (2.82.)$$

Diğer iki yüzeyde kuvvetler $\vec{F}_{\alpha} + (\partial \vec{F}_{\alpha} / \partial a)$ ve $\vec{F}_{\beta} + (\partial \vec{F}_{\beta} / \partial \beta)$ 'dir. Dış kuvvet vektörü $\vec{q}$ her üç eksen yönünde aşağıdaki gibidir.

$$\vec{q} = q_{\alpha} \vec{i}_{\alpha} + q_{\beta} \vec{i}_{\beta} + q_n \vec{i}_n \quad (2.83.)$$

Buna göre kuvvet dengesi aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$\frac{\partial \vec{F}_\alpha}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial \vec{F}_\beta}{\partial \beta} d\beta + \vec{q}_{AB} d\alpha d\beta = 0 \quad (2.84.)$$

Kuvvet vektörleri için verilen ifadeler yerine yazıldığında aşağıdaki denklem takımı elde edilmektedir.

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (BN_\alpha) + \frac{\partial}{\partial \beta} (AN_{\beta\alpha}) + \frac{\partial A}{\partial \beta} N_{\alpha\beta} - \frac{\partial B}{\partial \beta} N_\beta + \frac{AB}{R_\alpha} Q_\alpha + ABq_\alpha = 0 \quad (2.85.)$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta} (AN_\beta) + \frac{\partial}{\partial \alpha} (BN_{\alpha\beta}) + \frac{\partial B}{\partial \alpha} N_{\beta\alpha} - \frac{\partial A}{\partial \beta} N_\alpha + \frac{AB}{R_\beta} Q_\beta + ABq_\beta = 0 \quad (2.86.)$$

$$-\frac{AB}{R_\alpha} N_\alpha - \frac{AB}{R_\beta} N_\beta + \frac{\partial}{\partial \alpha} (BQ_\alpha) + \frac{\partial}{\partial \beta} (AQ_\beta) + ABq_n = 0 \quad (2.87.)$$

Benzer şekilde moment vektörleri yazılır ve dış momentler $\vec{m} = m_\alpha \vec{i}_\alpha + m_\beta \vec{i}_\beta + m_n \vec{i}_n$ olarak alınırsa moment dengesi ile hareket denklemleri için ikinci bir denklem takımı elde edilmektedir.

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (BM_\alpha) + \frac{\partial}{\partial \beta} (AM_{\beta\alpha}) + \frac{\partial A}{\partial \beta} M_{\alpha\beta} - \frac{\partial B}{\partial \beta} M_\beta - ABQ_\alpha + ABm_\beta = 0 \quad (2.88.)$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta} (AM_\beta) + \frac{\partial}{\partial \alpha} (BM_{\alpha\beta}) + \frac{\partial B}{\partial \alpha} M_{\beta\alpha} - \frac{\partial A}{\partial \beta} M_\alpha + ABQ_\beta + ABm_\alpha = 0 \quad (2.89.)$$

$$N_{\alpha\beta} - N_{\beta\alpha} + \frac{M_{\alpha\beta}}{R_\alpha} + \frac{M_{\beta\alpha}}{R_\beta} = 0 \quad (2.90.)$$

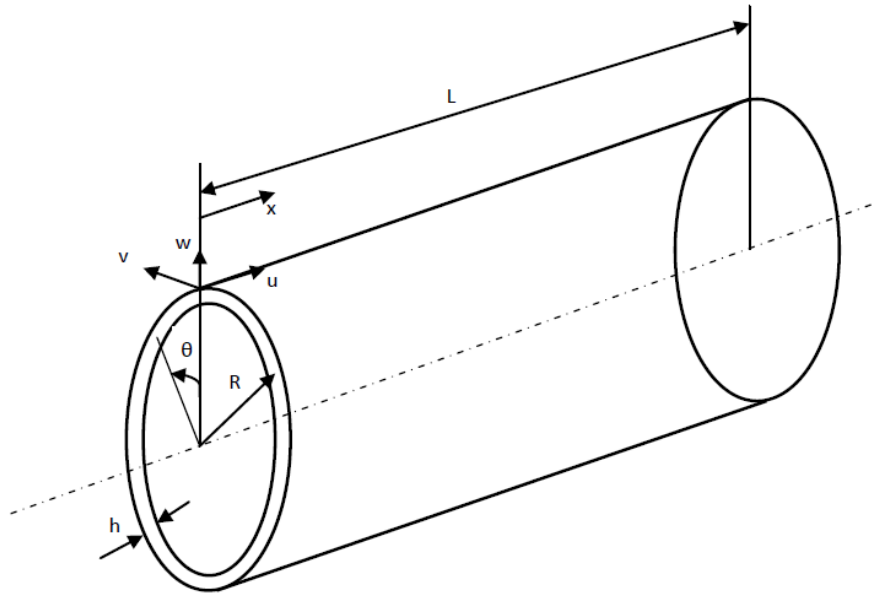
Üçüncü denklem gerilme tensörünün simetrik olmasıyla $N_{\alpha\beta} = N_{\beta\alpha}$ ve $M_{\alpha\beta} = M_{\beta\alpha}$ denkliklerini vermektedir.

3. DAİRESEL SİLİNDİRİK KABUK

3.1. Dairesel Silindirik Kabuğun Koordinat Sistemi

Şekil 3.1’de görüldüğü gibi daireSEL silindirik kabuğu geometrik olarak tanımlamak için x , θ ve z koordinatları kullanılmaktadır. Genel kabuk eleman için kullanılan parametreler bu durumda aşağıdaki parametrelere dönüşmektedir.

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \phi, & \beta &= \theta \\ A &= r_\phi, & B &= R \\ R_\alpha &= \infty, & R_\beta &= R \end{aligned} \right\} \quad (3.1.)$$



Şekil 3.1. Dairesel silindirik kabuk ve koordinat sistemi.

Eğer daireSEL silindirik kabuk için α doğrultusunda eğrilik yarıçapının sonsuz olduğu göz önüne alınırsa aşağıdaki değişken dönüşümü yapılabilir. Bu durumda ϕ yerine x koordinatı kullanılabilir.

$$\lim_{r_\phi \rightarrow \infty} (r_\phi d\phi) = dx \quad (3.2.)$$

3.2. Dairesel Silindirik Kabuğun Hareket Denklemleri

Değişken dönüşümleri yapıldığında genel kabuk eleman için Bölüm 2.7.'de verilmiş olan hareket denklemleri dairesel silindirik kabuk için elde edilmektedir.

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta x}}{\partial \theta} + q_x = 0 \quad (3.3.)$$

$$\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{Q_\theta}{R} + q_\theta = 0 \quad (3.4.)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} - \frac{N_\theta}{R} + q_z = 0 \quad (3.5.)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\theta x}}{\partial \theta} - Q_x + m_\theta = 0 \quad (3.6.)$$

$$\frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} - Q_\theta + m_x = 0 \quad (3.7.)$$

Hareket denklemlerinde yer alan iç kuvvet ve moment ifadeleri, z/R 'nin 1'den çok küçük olduğu kabulü altında silindirik koordinatlarda ifade edildiğinde aşağıdaki denklemler elde edilmektedir.

$$N_x = \frac{Eh}{1 - \nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_\theta) \quad (3.8.)$$

$$N_\theta = \frac{Eh}{1 - \nu^2} (\epsilon_\theta + \nu \epsilon_x) \quad (3.9.)$$

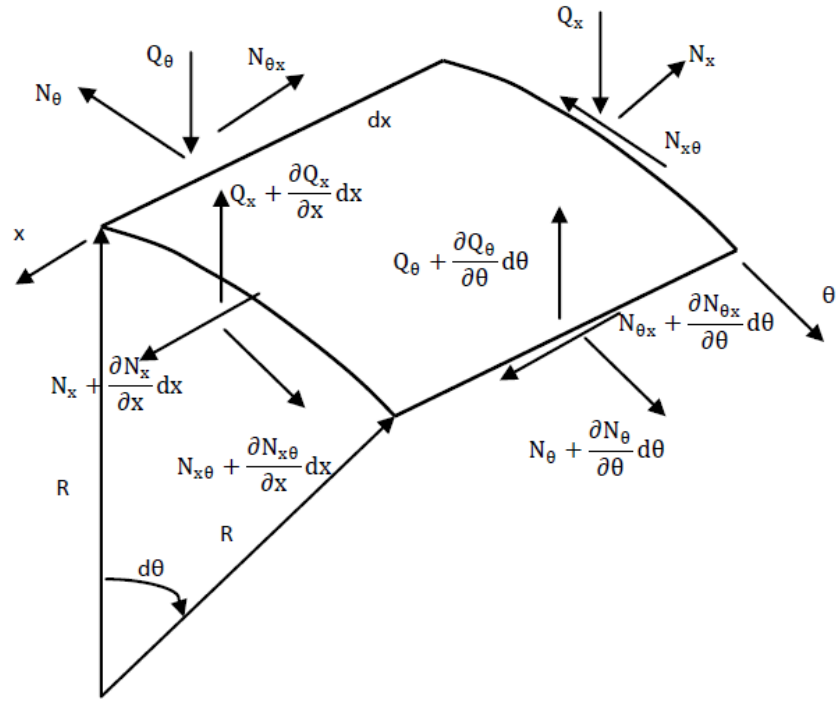
$$N_{x\theta} = N_{\theta x} = \frac{Eh}{2(1 + \nu)} \epsilon_{x\theta} \quad (3.10.)$$

$$M_x = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} (\kappa_x + \nu \kappa_\theta) \quad (3.11.)$$

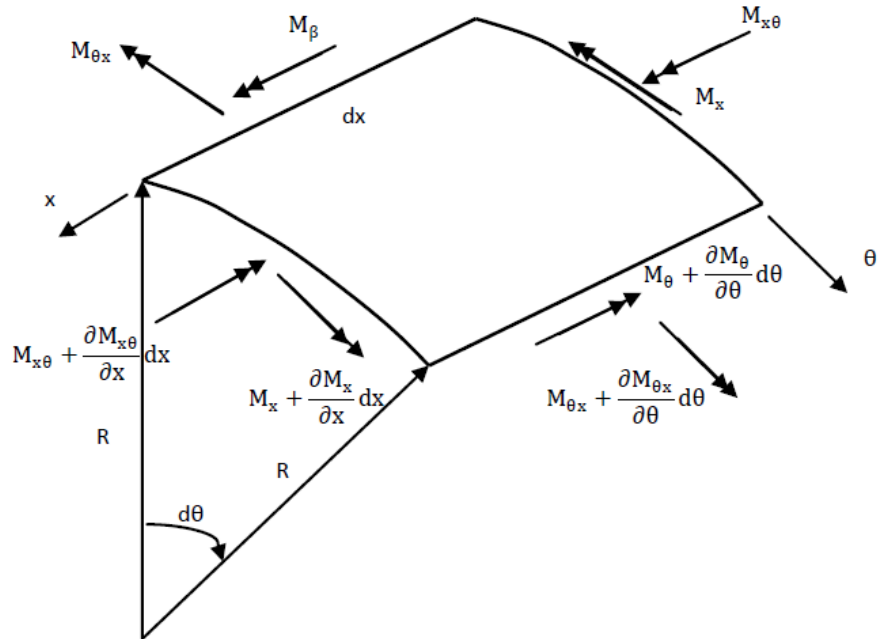
$$M_\theta = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} (\kappa_\theta + \nu \kappa_x) \quad (3.12.)$$

$$M_{x\theta} = M_{\theta x} = \frac{Eh^3}{2(1 + \nu)} \tau \quad (3.13.)$$

İç kuvvet ve momentlerin yönleri diferansiyel eleman üzerinde Şekil 3.2. ve 3.3.'te gösterilmektedir.



Şekil 3.2. Dairesel silindirik kabuk için iç kuvvetler ve yönleri.



Şekil 3.3. Dairesel silindirik kabuk için iç momentler ve yönleri.

Orta düzlemin şekil değiştirme ifadelerini veren denklemler 2.42. - 2.44. silindirik koordinatlar için düzenlendiğinde aşağıdaki hali almaktadır.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.14.)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R} \quad (3.15.)$$

$$\epsilon_{x\theta} = \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.16.)$$

Benzer şekilde eğrilikler ve burulma ifadeleri silindirik koordinatlarda yazıldığında

$$\kappa_x = \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \quad (3.17.)$$

$$\kappa_\theta = \frac{1}{R} \frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} \quad (3.18.)$$

$$\tau = \frac{1}{R} \frac{\partial \psi_x}{\partial \theta} + \frac{\partial \psi_\theta}{\partial x} \quad (3.19.)$$

denklemleri elde edilmektedir.

3.3. Eksenel Simetrik Hareket

Dairesel silindirik kabuğun hareket denklemlerinin eksenel simetrik hareket durumuna indirgenebilmesi için çevresel yönde hareketin olmadığı, yer değiştirmelerin, şekil değiştirmelerin ve gerilmelerin θ açısından bağımsız oldukları kabul edilmektedir. Bu kabullerin birincisine göre v yer değiştirmesi sıfır olmaktadır. İkinci kabule göre θ 'ya göre türevler ve θ eksenine göre dönme ψ_θ sıfır olmaktadır. Ayrıca eksenel yöndeki (x yönündeki) atalet kuvveti de ihmal edildiğinde silindir eksenine dik düzlemdeki boyuna gerilme bileşeni sıfır olmaktadır. Buna bağlı olarak x doğrultusundaki iç kuvvet N_x ihmal edilmektedir. Dış kuvvet olarak z eksenini doğrultusundaki kuvvetler q_z 'nin etkidiği kabul edilmektedir. q_z , f yüzey kuvvetleri

ve $\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ atalet kuvvetlerinden ibarettir. Bu durumda dış kuvvet aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$q_z = f - \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3.20.)$$

Yapılan bu kabullere göre yukarıda verilmiş olan hareket denklemleri, aşağıdaki iki denkleme indirgenmektedir.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} - \frac{N_\theta}{R} + q_z = 0 \quad (3.21.)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_x = 0 \quad (3.22.)$$

$N_x = 0$ kabulüne göre denklem 3.8. tekrar yazılırsa şekil değiştirmeler arasında aşağıdaki ilişki elde edilmektedir.

$$\varepsilon_x = -\nu \varepsilon_\theta \quad (3.23.)$$

Elde edilen ilişki denklem 3.9.'da kullanıldığında N_θ , ε_θ 'ya bağlı yazılabilir.

$$N_\theta = E h \varepsilon_\theta \quad (3.24.)$$

Denklemler 3.21. ve 3.22. geçen kuvvet ve moment ifadelerinde şekil değiştirme terimleri yer değiştirme ve dönmeler cinsinden ifade edilirse

$$N_\theta = E h \frac{w}{R} \quad (3.25.)$$

$$M_x = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \quad (3.26.)$$

denklemleri elde edilir. Bölüm 2.3.'te verilen kabullerden dördüncüsüne göre eğilmeden sonra kesitler düzlem kaldıklarından z yönündeki yer değiştirme w ile x eksenini etrafındaki dönme ψ_x arasında aşağıdaki ilişki yazılabilir.

$$\psi_x = -\frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.27.)$$

$$\frac{\partial \psi_x}{\partial x} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3.28.)$$

Denklem 3.22.'ye göre silindir eksenine dik düzlemdeki kesme kuvveti eğilme momenti cinsinden ifade edilebilir.

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} = Q_x \quad (3.29.)$$

$$Q_x = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \quad (3.30.)$$

Denklem 3.21.'de ilgili terimler yerine yazıldığında x'e göre dördüncü mertebeden yönetici denklem elde edilmiş olur.

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{Eh}{R^2} w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f \quad (3.31.)$$

Bu denklemde D terimi eğilme rijitliğini temsil etmektedir.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3.32.)$$

3.4. Takviyeli Kabuk ve Ortotropik Yaklaşım

Dairesel silindirik izotropik kabuğun çevresel yönde yeterli sıklıkta desteklenmesi durumunda kabuğun davranışı takviyesiz ortotropik kabuk modeli ile temsil edilebilmektedir [Leissa, 1973]. Buna göre ortotropik kabuğun iç kuvvet ve momentlerinin ifadesinde yer alan katılık sabitlerinin takviye boyutları ve malzeme özelliklerine bağlı olarak ifade edilmesi gerekmektedir. Ortotropik kabuğun iç kuvvet ve momentleri genel koordinatlarda yer değiştirmeler cinsinden aşağıdaki gibidir [Leissa, 1973].

$$N_{\alpha} = C_{11}\varepsilon_{\alpha} + C_{12}\varepsilon_{\beta} \quad (3.33.)$$

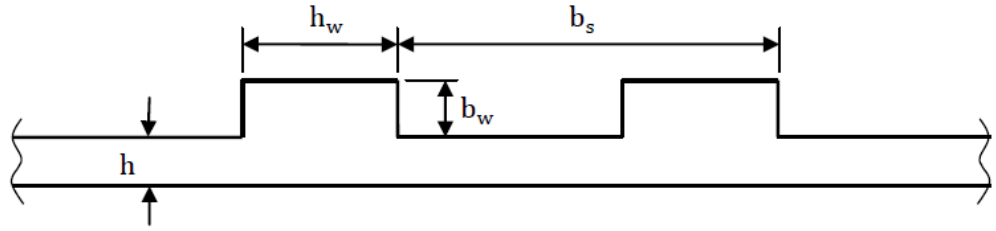
$$N_{\beta} = C_{12}\varepsilon_{\alpha} + C_{22}\varepsilon_{\beta} \quad (3.34.)$$

$$N_{\alpha\beta} = N_{\beta\alpha} = C_{66}\varepsilon_{\alpha\beta} \quad (3.35.)$$

$$M_{\alpha} = D_{11}\kappa_{\alpha} + D_{12}\kappa_{\beta} \quad (3.36.)$$

$$M_{\beta} = D_{12}\kappa_{\alpha} + D_{22}\kappa_{\beta} \quad (3.37.)$$

$$M_{\alpha\beta} = M_{\beta\alpha} = D_{66}\tau \quad (3.38.)$$



Şekil 3.4. Takviyeli silindirik kabuğun aksenal simetrik kesiti.

Denklemlerde yer alan C_{11} , C_{12} , C_{22} ve C_{66} uzama katılık sabitleri, D_{11} , D_{12} , D_{22} ve D_{66} eğilme katılık sabitleridir. Şekil 3.4.'teki gibi b_w takviye genişliği, h_w takviye yüksekliği ve b_s takviyeler arası mesafe olacak şekilde aksenal simetrik kesiti olan halka takviyelerle desteklenmiş silindirik kabuk düşünüldüğünde, gerilmelerin takviyeler civarında yığılmadığı ve takviyelerin silindirle aynı malzemeden olduğu kabulü altında eşdeğer uzama sabitlerinin hesaplanması için aşağıdaki formüller önerilmektedir [DiGiovanni and Dugundji, 1965].

$$C_{11} = \frac{Eh}{1 - \nu^2} \left(\frac{1 + k_1}{1 + k_1 k_2} \right) \quad (3.39.)$$

$$C_{12} = \frac{\nu E h}{1 - \nu^2} \left(\frac{1 + k_1}{1 + k_1 k_2} \right) \quad (3.40.)$$

$$C_{22} = \frac{E h}{1 - \nu^2} (1 + k_1) \left[\frac{1 + (1 - \nu^2) k_1 k_2}{1 + k_1 k_2} \right] \quad (3.41.)$$

$$C_{66} = \frac{E h}{2(1 + \nu)} \left(\frac{1 + k_1}{1 + k_1 k_2} \right) \quad (3.42.)$$

Eşdeğer eğilme sabitleri aşağıdaki denklemlerle verilmiştir.

$$D_{11} = \frac{D}{1 - \frac{h_w}{b_s} \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{b_w}{h} \right)^3} \right]} \quad (3.43.)$$

$$D_{12} = \nu D \quad (3.44.)$$

$$D_{22} = \frac{D}{(1 + k_1)^2} \left\{ 1 + 4k_1 + \left(\frac{b_w}{h_w} \right)^2 (1 - \nu^2) + k_1^2 \left(\frac{b_w}{h_w} \right)^2 [2(1 - \nu^2) + 3] + k_1^3 \left(\frac{b_w}{h} \right)^2 (1 - \nu^2) + 6k_1 \left(\frac{b_w}{h} \right) (1 - \nu^2 + k_1) + 4k_1^2 + k_1 [3(1 - \nu^2) + 2] \right\} \quad (3.45.)$$

$$D_{66} = \frac{D(1 - \nu)}{2} \left[1 + 6 \frac{b_w}{b_s} \left(\frac{h_w}{h} \right)^3 c_T \right] \quad (3.46.)$$

c_T kabuk kesitine bağlı burulma sabitidir. k_1 ve k_2 takviye boyutlarına, takviyeler arası mesafeye ve silindir kalınlığına bağlı parametrelerdir.

$$k_1 = \frac{h_w b_w}{h b_s} \quad (3.47.)$$

$$k_2 = \frac{\left(1 - \frac{h_w}{b_s} \right) h_w b_w}{h_s b_s} \quad (3.48.)$$

Eksenel simetrik hareket için yönetici denklemin elde edilmesinde izotropik kabuk için izlenen yol takip edilmektedir. İlk olarak denklem 3.21.'deki terimlerin elde edilmesi için N_x 'in ihmal edilmesiyle denklem 3.33. aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\varepsilon_x = -\frac{C_{12}}{C_{11}} \varepsilon_\theta \quad (3.49.)$$

Buna göre N_x ε_θ 'nın fonksiyonu olarak yazılabilir.

$$N_\theta = \left(C_{22} - \frac{C_{12}^2}{C_{11}} \right) \varepsilon_\theta \quad (3.50.)$$

M_x ifadesi denklem 3.27. göz önüne alındığında aşağıdaki gibi elde edilir.

$$M_x = D_{11} \left(-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (3.51.)$$

Elde edilen terimler denklem 3.21.'de yerine konulduğunda ortotropik yaklaşımla halka takviyeli silindirik kabuğun eksenel simetrik hareketi yönetici denklemi, izotropik kabuk için elde edilen diferansiyel denklemle aynı formda olmaktadır.

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + C_{44} \frac{w}{R^2} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f \quad (3.52.)$$

Denklemde yer alan C_{44} terimi eşdeğer uzama katsayılarına bağlıdır.

$$C_{44} = \left(C_{22} - \frac{C_{12}^2}{C_{11}} \right) \quad (3.53.)$$

Denklem 3.52., takviye yüksekliği sıfır olarak alındığında takviyesiz kabuğun yönetici denklemi denklem 3.31.'e dönüşmektedir.

4. HAREKETLİ YÜK ALTINDA DAİRESEL SİLİNDİRİK KABUĞUN DAVRANIŞI

4.1. Kararlı Durumda Dairesel Silindirik Kabukta Dalga İlerlemesi

Kararlı durum cevabı, dalga ilerlemesinin faz hızı spektrumu yardımıyla incelenmektedir. Hareketli yük hızı, faz hızı ile özdeş olduğundan kararlı durum cevabının incelenmesi ile yük hızının etkisi görülebilmektedir. Kararlı durumda dalga ilerlemesinin incelenmesinde sonsuz uzunluktaki silindirik kabukların eksenel simetrik serbest titreşim durumundaki yönetici denklemi esas alınmaktadır.

4.1.1. Takviyesiz Kabuk İçin Kritik Hız İfadesi

Takviyenin olmadığı durumda yönetici denklem 3.31. denklemi ile verilmiştir. Serbest titreşim için bu denklem aşağıdaki hali almaktadır.

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{Eh}{R^2} w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (4.1.)$$

Çözüm kabulü olarak, k dalga sayısı ve V faz hızı olmak üzere aşağıdaki denklem önerilmektedir.

$$w = Ae^{ik(x-Vt)} \quad (4.2.)$$

Çözüm kabulü olarak önerilen denklem 4.2. denklemi denklem 4.1.'de yerine konursa karakteristik denklem olarak denklem 4.3. elde edilir.

$$k^4 + \frac{Eh}{DR^2} - \frac{\rho h V^2}{D} k^2 = 0 \quad (4.3.)$$

Denklem, dalga sayısı sol tarafta kalacak şekilde düzenlenirse elde edilecek ifade denklem 4.4. ile verilmektedir.

$$k^2 = \frac{V^2}{2} \pm \left[\left(\frac{V^2}{2} \right) - \frac{ED}{\rho^2 h R^2} \right]^{1/2} \quad (4.4.)$$

Elde edilen denklemde $V^4 - \frac{4ED}{\rho^2 h R^2} < 0$ olduğunda dalga sayısı k karmaşık sayı olmaktadır. $V^4 - \frac{4ED}{\rho^2 h R^2} \geq 0$ olduğunda k reel olmaktadır. Buna göre sinüzoidal dalga ilerlemesini sağlayan en düşük faz hızı değeri 4.5. denkleminde elde edilmektedir ve kritik hız olarak adlandırılmaktadır.

$$V^4 - \frac{4ED}{\rho^2 h R^2} = 0 \quad (4.5.)$$

$$V_{cr}^2 = \left(\frac{E}{\rho} \right) \left(\frac{h}{R} \right) \sqrt{\frac{1}{3(1 - \nu^2)}} \quad (4.6.)$$

$$V_{cr} = \sqrt{\frac{Eh}{\rho R} \left[\frac{1}{3(1 - \nu^2)} \right]^{0.25}} \quad (4.7.)$$

4.1.2. Takviyeli Kabuk İçin Kritik Hız İfadesi

Dairesel silindirik kabuğun halka takviyelerle desteklendiği durumda yönetici denklemi denklem 3.48. ile verilmiştir. Serbest titreşim için bu denklem aşağıdaki hali almaktadır.

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + C_{44} \frac{w}{R^2} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (4.8.)$$

Takviyesiz kabukta olduğu gibi çözüm kabulü olarak k dalga sayısı ve V faz hızı olmak üzere denklem 4.2. önerilmektedir. Çözüm kabulü olarak önerilen denklem 4.2. denklem 4.8.'de yerine konduğunda karakteristik denklem olarak denklem 4.9. elde edilmektedir.

$$k^4 + \frac{C_{44}}{D_{11} R^2} - \frac{\rho h V^2}{D_{11}} k^2 = 0 \quad (4.9.)$$

Denklem, dalga sayısı sol tarafta kalacak şekilde düzenlenirse elde edilecek ifade denklem 4.10. ile verilmektedir.

$$k^2 = \frac{V^2}{2} \pm \left[\left(\frac{V^2}{2} \right) - \frac{C_{44}D_{11}}{\rho^2 h R^2} \right]^{1/2} \quad (4.10.)$$

Elde edilen denklemde $V^4 - \frac{4C_{44}D_{11}}{\rho^2 h R^2} < 0$ olursa dalga sayısı k karmaşık sayı olmaktadır. $V^4 - \frac{4C_{44}D_{11}}{\rho^2 h R^2} \geq 0$ olduğunda k reel olur. Buna göre kritik hız ifadesi denklem 4.11.'den elde edilmektedir.

$$V^4 - \frac{4C_{44}D_{11}}{\rho^2 h R^2} = 0 \quad (4.11.)$$

$$V_{cr,ss}^2 = \frac{2\sqrt{C_{44}D_{11}}}{\rho h R} \quad (4.12.)$$

$$V_{cr,ss} = \sqrt{\frac{2\sqrt{C_{44}D_{11}}}{\rho h R}} \quad (4.13.)$$

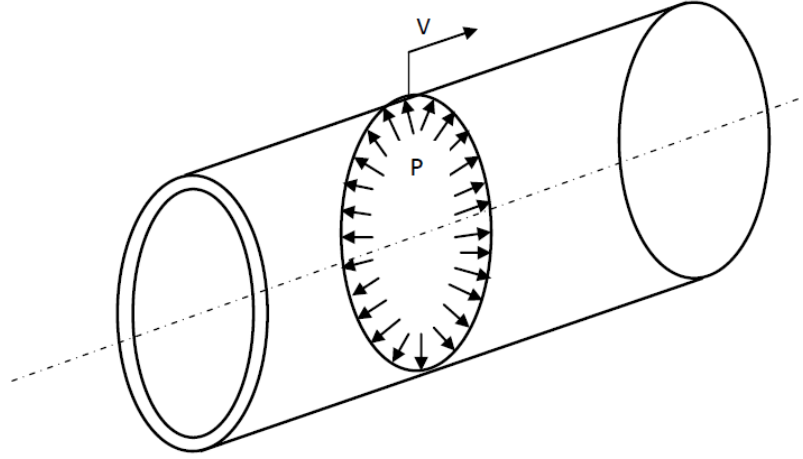
4.2. Dairesel Silindirik Kabuğun Hareketli Yük Altında Anlık Cevabı

Dairesel silindirik kabuğun hareketli yük altında anlık cevabını elde edebilmek için öncelikle hareketli yük tanımlanacaktır. Bu çalışmada hareketli yük silindirin bir ucundan başlayarak sabit V hızıyla ilerleyen ve büyüklüğü zamanla değişmeyen birim uzunluk başına kuvvet şeklinde konsantre halka (çevresel yönde yayılı) yük olarak düşünülmüştür. Şekil 4.1.'de geometrik olarak hareketli yük tarif edilmiştir. Bu tip bir yükün matematiksel olarak modellenmesinde Dirac delta fonksiyonu kullanılabilir [Jones and Bhuta, 1964]. P , çevresel yönde yayılı yükün büyüklüğü olmak üzere dış kuvvet aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$f(x, t) = P\delta(x - Vt) \quad (4.14.)$$

$$P\delta(x - Vt) = 0, \quad x \neq Vt \quad (4.15.)$$

Dirac delta fonksiyonunun özelliğine bağlı olarak dış yük, V hızına bağlı olarak konumu değişen bir yük olarak temsil edilmektedir.



Şekil 4.1. Hareketli konsantre halka yükün geometrik gösterimi.

Dirac delta fonksiyonu mekanik açısından $x = 0$ noktasında etkiyen birim genlikte konsantre yük olarak düşünülebilir [Fryba, 1999]. Matematiksel açıdan Dirac delta fonksiyonu Heaviside basamak fonksiyonunun dağılımsal türevi olarak tanımlanmaktadır. Dirac delta fonksiyonunun bazı özellikleri aşağıdaki denklemlerde verilmiştir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - \xi) dx = 1 \quad (4.16.)$$

$$\int_a^b \delta(x - \xi) f(x) dx = \begin{cases} 0 & , \quad \xi < a < b \\ f(\xi) & , \quad a < \xi < b \\ 0 & , \quad a < b < \xi \end{cases} \quad (4.17.)$$

İkinci olarak sınır koşulları ve başlangıç koşulları tanımlanacaktır. Ele alınan problemde silindirin iki ucunun basit mesnetli olduğu kabul edilmektedir. Buna göre

sınır koşullarının matematiksel ifadesi denklem 4.18. ve denklem 4.19.'daki gibi olmaktadır.

$$w(0, t) = 0 \quad , \quad M_x(0, t) = 0 \quad (4.18.)$$

$$w(L, t) = 0 \quad , \quad M_x(L, t) = 0 \quad (4.19.)$$

Hareketli yük silindire etkmeden hemen önce yer değiştirmelerin ve hızların sıfır olduğu kabul edilmektedir. Buna göre başlangıç koşulları denklem 4.20. ve denklem 4.21.'deki gibi olmaktadır.

$$w(x, 0) = 0 \quad (4.20.)$$

$$\frac{\partial w(x, 0)}{\partial t} = 0 \quad (4.21.)$$

4.2.1. Takviyesiz Kabuğun Hareketli Yük Altında Anlık Cevabı

Takviyesiz kabuğun yönetici denklemi hareketli yük için ifade edildiğinde denklem 4.22. elde edilmektedir.

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{Eh}{R^2} w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P \delta(x - Vt) \quad (4.22.)$$

Denklem 4.22. ile verilen kısmi türevli diferansiyel denklem yukarıda verilen sınır koşulları ve başlangıç koşulları altında Kabul Edilmiş Modlar Yöntemi ile çözülecektir. Kabul Edilmiş Modlar Yöntemi'ne göre çözüm kabulü denklem 4.23.'te verilen formda, sınır koşullarını sağlayan ve J uzamsal koordinatlarına bağlı $a_i(J)$ fonksiyonu ile zamana bağlı $b_i(t)$ fonksiyonlarına bağlı seri çözümüdür.

$$w(J, t) = \sum_{i=1}^n a_i(J) b_i(t) \quad (4.23.)$$

Ele alınan problem için sınır koşullarını sağlayan bir fonksiyon olarak $\sin(n\pi x/L)$ düşünülebilir. Buna göre çözüm kabulü aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n(t) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (4.24.)$$

Çözüm kabulü denklem 4.24.'te yerine konduğunda denklem 4.25. elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} D \frac{n^4 \pi^4}{L^4} B_n(t) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \frac{Eh}{R^2} B_n(t) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \rho h \ddot{B}_n(t) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \\ = P \delta(x - Vt) \end{aligned} \quad (4.25.)$$

Denklemin her iki tarafı $\sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)$ ile çarpıldığında ve trigonometrik fonksiyonların ortogonalitesi kullanılarak 0'dan L'ye kadar integre edildiğinde, Dirac delta fonksiyonunun denklem 4.17.'de verilen özelliği kullanılarak diferansiyel denklemi denklem 4.28. ile verilen adi diferansiyel denkleme dönüşmektedir:

$$\begin{aligned} D \frac{n^4 \pi^4}{L^4} B_n(t) \int_0^L \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \\ + \frac{Eh}{R^2} B_n(t) \int_0^L \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \\ + \rho h \ddot{B}_n(t) \int_0^L \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \\ = \int_0^L \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) P \delta(x - Vt) dx \end{aligned} \quad (4.26.)$$

$$\left(D \frac{n^4 \pi^4}{\rho h L^4} + \frac{E}{\rho R^2} \right) B_n(t) + \frac{2P}{L \rho h} \sin\left(\frac{n\pi Vt}{L}\right) = \ddot{B}_n(t) \quad (4.27.)$$

$$\ddot{B}_n(t) + \left(D \frac{n^4 \pi^4}{\rho h L^4} + \frac{E}{\rho R^2} \right) B_n(t) = \frac{2P}{L \rho h} \sin\left(\frac{n\pi Vt}{L}\right) \quad (4.28.)$$

Bu aşamada aşağıdaki parametre dönüşümleri yapılmaktadır.

$$k_{1n} = D \frac{n^4 \pi^4}{\rho h L^4} \quad (4.29.)$$

$$k_2 = \frac{E}{\rho R^2} \quad (4.30.)$$

$$k_3 = \frac{2P}{L\rho h} \quad (4.31.)$$

$$k_{4n} = \frac{n\pi V}{L} \quad (4.32.)$$

$$k_{5n} = k_{1n} + k_2 \quad (4.33.)$$

Parametre dönüşümleri sonunda denklem 4.28. aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\ddot{B}_n(t) + k_{5n} B_n(t) = k_3 \sin(k_{4n} t) \quad (4.34.)$$

Elde edilen adi diferansiyel denklemin çözümü homojen ve özel çözümlerden ibaret olmaktadır. Denklemin homojen kısmı denklem 4.35'te verilmiştir.

$$\ddot{B}_n(t) + k_{5n} B_n(t) = 0 \quad (4.35.)$$

Çözüm kabulü aşağıdaki gibi düşünülür.

$$B_{n,h}(t) = e^{rt} \quad (4.36.)$$

Denklem 4.36. denklem 4.35.'te yerine konduğunda karakteristik denklem elde edilir:

$$r^2 + k_{5n} = 0 \quad (4.37.)$$

Karakteristik denklemin kökleri:

$$r_{1,2} = \pm \sqrt{k_{5n}} i \quad (4.38.)$$

Kökler yerine konduğunda homojen çözüm elde edilmektedir.

$$B_{n,h}(t) = C_1 \cos(\sqrt{k_{5n}} t) + C_2 \sin(\sqrt{k_{5n}} t) \quad (4.39.)$$

Özel çözüm için çözüm kabulü aşağıdaki gibi düşünülür.

$$B_{n,c}(t) = A \sin(k_{4n} t) + B \cos(k_{4n} t) \quad (4.40.)$$

Çözüm yerine konulduğunda denklem 4.41. elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} -Ak_{4n}^2 \sin(k_{4n} t) - Bk_{4n}^2 \cos(k_{4n} t) + k_{5n} A \sin(k_{4n} t) + k_{5n} B \cos(k_{4n} t) \\ = k_3 \sin(k_{4n} t) \end{aligned} \quad (4.41.)$$

Katsayılar birbirine eşitlendiğinde A ve B bulunmaktadır.

$$k_3 = A(k_{5n} - k_{4n}^2) \quad (4.42.)$$

$$A = \frac{k_3}{(k_{5n} - k_{4n}^2)} \quad (4.43.)$$

$$0 = B(k_{5n} - k_{4n}^2) \quad (4.44.)$$

$$B = 0 \quad (4.45.)$$

Özel çözüm katsayılar yerine konulduğunda elde edilmektedir.

$$B_{n,c}(t) = \frac{k_3}{(k_{5n} - k_{4n}^2)} \sin(k_{4n} t) \quad (4.46.)$$

Genel çözüm homojen çözüm ve özel çözüm toplamı olarak denklem 4.47. ile ifade edilmektedir.

$$B_n(t) = C_1 \cos(\sqrt{k_{5n}} t) + C_2 \sin(\sqrt{k_{5n}} t) + \frac{k_3}{(k_{5n} - k_{4n}^2)} \sin(k_{4n} t) \quad (4.47.)$$

Adi diferansiyel denklemin çözümü ile $B_n(t)$ için elde edilen ifade denklem 4.24.'te yerine konduğunda seri çözümü tamamlanmış olur. Denklemden yer alan C_1 ve C_2 sabitleri başlangıç koşullarından bulunmaktadır.

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[C_1 \cos(\sqrt{k_{5n}} t) + C_2 \sin(\sqrt{k_{5n}} t) + \frac{k_3}{(k_{5n} - k_{4n}^2)} \sin(k_{4n} t) \right] \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (4.48.)$$

Başlangıç koşulları uygulandığında sabitler aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$w(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} C_1 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) = 0 \quad (4.49.)$$

$$C_1 = 0 \quad (4.50.)$$

$$\dot{w}(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[C_2 \sqrt{k_{5n}} + \frac{k_3 k_{4n}}{(k_{5n} - k_{4n}^2)} \right] \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) = 0 \quad (4.51.)$$

$$C_2 = -\frac{k_3 k_{4n}}{\sqrt{k_{5n}}(k_{5n} - k_{4n}^2)} \quad (4.52.)$$

Sabitler yerine konduğunda denklem 4.53. ile çözüm elde edilmektedir.

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{k_3}{(k_{5n} - k_{4n}^2)} \left(\sin(k_{4n} t) - \frac{k_{4n}}{\sqrt{k_{5n}}} \sin(\sqrt{k_{5n}} t) \right) \right] \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (4.53.)$$

4.2.2. Takviyeli Kabuğun Hareketli Yük Altında Anlık Cevabı

Takviyeli kabuğun yönetici denklemi, hareketli yük için ifade edildiğinde denklem 4.54. elde edilir.

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + C_{44} \frac{w}{R^2} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P \delta(x - Vt) \quad (4.54.)$$

Bu denklemin Bölüm 4.2.'de verilen sınır koşulları ve başlangıç koşulları altında çözümü takviyesiz kabuk için Kabul Edilmiş Modlar Yöntemi ile elde edilen çözümle aynı formda olmaktadır. Takviyesiz kabuktan farklı olarak çözüm aşağıdaki parametrelere bağlı olmaktadır.

$$k_{6n} = D_{11} \frac{n^4 \pi^4}{\rho h L^4} \quad (4.55.)$$

$$k_7 = \frac{C_{44}}{\rho h R^2} \quad (4.56.)$$

$$k_{10n} = k_{6n} + k_7 \quad (4.57.)$$

Bu parametrelere bağlı olarak elde edilecek çözüm denklem 4.58. ile verilmektedir.

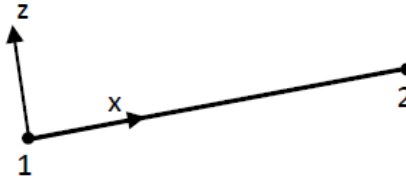
$$w_{ss}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{k_3}{(k_{10n} - k_{4n}^2)} \left(\sin(k_{4n} t) - \frac{k_{4n}}{\sqrt{k_{10n}}} \sin(\sqrt{k_{10n}} t) \right) \right] \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (4.58.)$$

4.3. Hareketli Yük Altındaki Dairesel Silindirik Kabuğun Sonlu Elemanlar Analizi

Önceki bölümlerde geliştirilen analitik modeller ile sonlu uzunluktaki takviyesiz ve takviyeli ince kabukların hareketli yük altındaki anlık cevaplarını veren

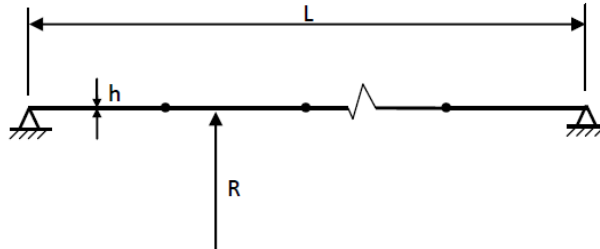
ifadeler elde edilmiştir. Takviyeli kabuk ortotropik yaklaşımın yanı sıra takviye geometrisinin doğrudan hesaba katılması ile daha gerçekçi sonuçların elde edilmesi sonlu elemanlar yöntemi ile mümkün olabilmektedir. Bu çalışmada sonlu elemanlar analizlerinde ANSYS sonlu elemanlar yazılımı kullanılmaktadır.

Takviyesiz kabuğun sonlu elemanlar ile modellenmesinde iki seçenek bulunmaktadır. İlk olarak ANSYS yazılımında yer alan SHELL208 elemanı kullanılarak oluşturulacak eksenel simetrik kabuk modeli ele alınmıştır. SHELL208 elemanı Şekil 4.2.'de görüldüğü gibi 2 düğüm noktalı ve her düğüm noktasında yerel x ve y eksenleri doğrultusunda öteleme ve yerel z eksenini etrafında dönme olmak üzere 3 serbestlik derecesine sahiptir.



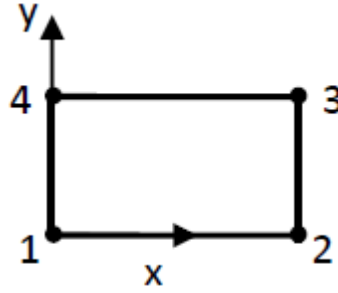
Şekil 4.2. SHELL208 elemanı.

Analitik modelden farklı olarak SHELL208 elemanı görece kalın kabukların modellenmesinde kullanılabilecek şekilde enine kayma deformasyonu ve dönme ataletini hesaba katan genel bir kabuk elemandır. Basit mesnet sınır koşullarında SHELL208 elemanı kullanılarak oluşturulacak dairesel silindirik kabuğun sonlu elemanlar modeli Şekil 4.3.'teki gibidir.



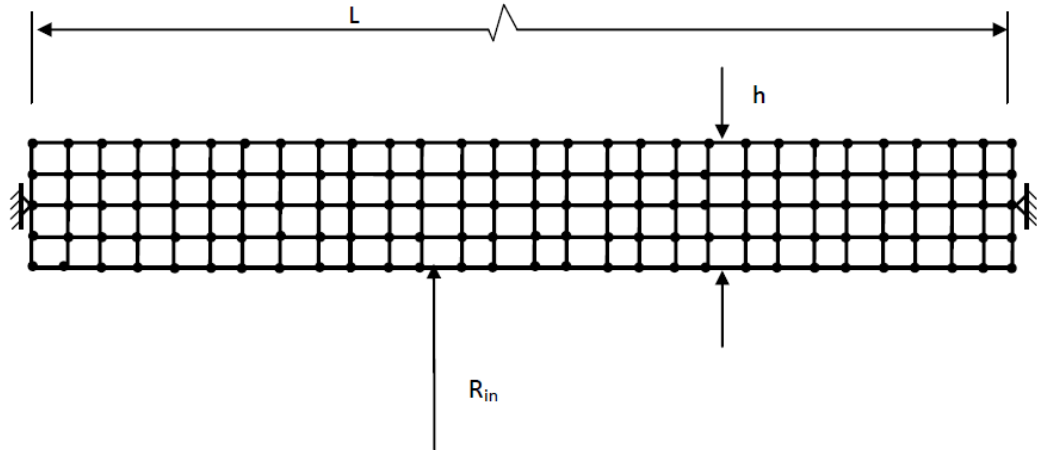
Şekil 4.3. Dairesel silindirik kabuğun SHELL208 elemanı ile oluşturulmuş modeli.

Dairesel kabuğun modellenmesinde ikinci olarak kalınlık yönünde eğilme davranışını verecek şekilde çok sayıda elemanın kullanılması şartıyla eksenel simetrik düzlem katı elemanlar kullanılabilir. Bu amaçla ANSYS yazılımında yer alan PLANE42 elemanının eksenel simetrik seçeneği kullanılması uygun olmaktadır. PLANE42 elemanı Şekil 4.4.'te görüldüğü gibi 4 düğüm noktalı ve her düğüm noktasında yerel x ve y eksenlerinde öteleme olmak üzere 2 serbestlik derecesine sahiptir.



Şekil 4.4. PLANE42 elemanı.

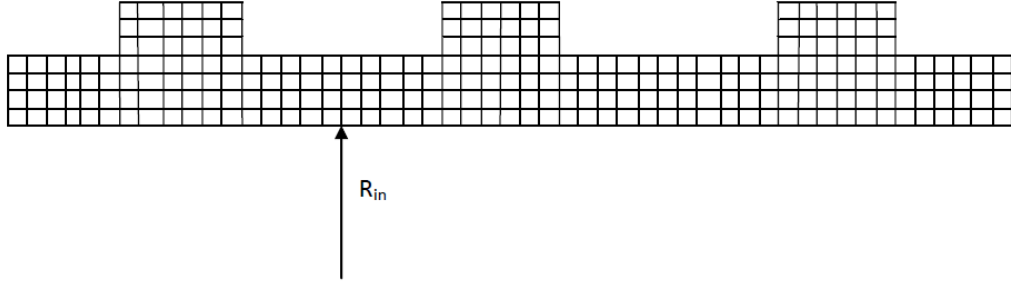
Basit mesnet sınır koşullarında PLANE42 elemanı kullanılarak oluşturulacak daireSEL silindirik kabuğun sonlu elemanlar modeli Şekil 4.5.'teki gibi olmaktadır.



Şekil 4.5. Dairesel silindirik kabuğun PLANE42 elemanı ile oluşturulmuş modeli.

Görüldüğü gibi katı elemanların kullanımı, her ne kadar çok sayıda eleman gerektirse ve buna bağlı olarak hesap maliyetini artırsa da geometrilerin gerçekçi

olarak modellenenbilmesini mümkün kılmaktadır. Şekil 4.6'da görüldüğü gibi takviyeli kabuk için bu özellik kullanılabilir.

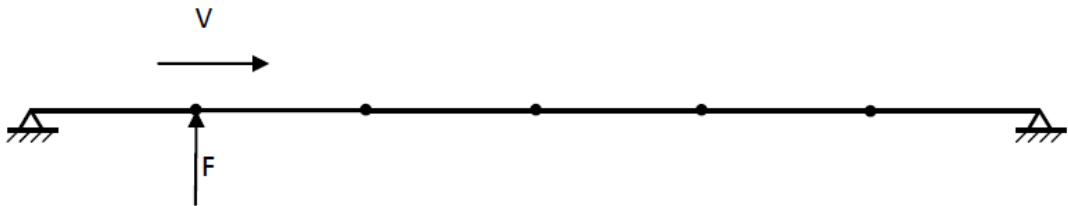


Şekil 4.6. Takviyeli kabuğun sonlu elemanlar modeli.

ANSYS yazılımı dinamik problemlerin çözümünde zaman integrasyon yöntemi olarak implicit bir yöntem olan Newmark Yöntemi'ni kullanmaktadır. Her bir zaman adımında hareketli konsantre halka yük, tekil yüke dönüştürülmektedir. Dönüştürülen tekil yük lineer şekil fonksiyonları kullanılarak yükün etkidiği elemanın düğüm noktalarına dağıtılmaktadır. Hareketli halka yük hareketli tekil yüke denklem 4.60. yardımı ile dönüştürülmektedir.

$$F = 2\pi R P \quad (4.59.)$$

Şekil 4.7.'de hareketli yük eksenel simetrik kabuk elemanlardan oluşan model üzerinde gösterilmiştir. Katı elemanlarla oluşturulan modellerde tekil yük elemanların iç yarıçap üzerinde yer alan kenarları üzerindeki düğüm noktalarına etkimektedir.



Şekil 4.7. Hareketli yük altında kabuk elemanlar için sonlu elemanlar modeli.

5. PARAMETRİK ÇALIŞMA

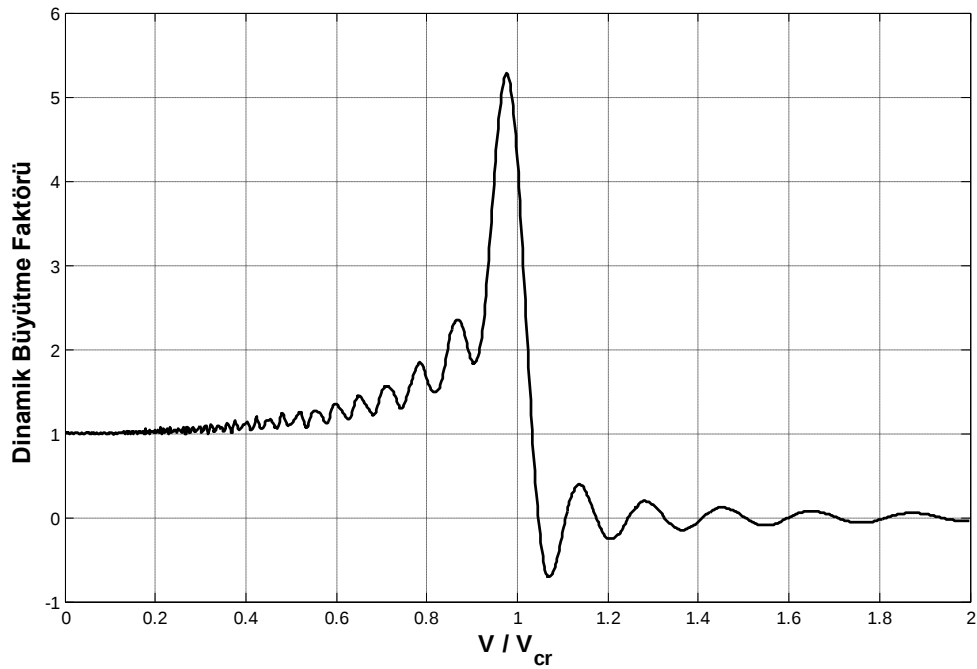
Bu bölümde dairesel silindirik kabuğun hareketli yük altında davranışı için çıkarılan denklemler ve sonlu elemanlar modeli kullanılarak parametrik çalışmalar yapılmaktadır. Parametrik çalışmalar için Tablo 5.1.'de boyutları, malzeme özellikleri verilen ve kararlı durum cevabına göre kritik hızı 519 m/s olan takviyesiz silindirik kabuk esas alınmaktadır. Halka yükün büyüklüğü 1 kN/mm olarak düşünülmektedir.

Tablo 5.1. Parametrik çalışma için kullanılan modelin özellikleri.

Silindir Boyutları		Malzeme Özellikleri	
L [mm]	2400	E [GPa]	210
R [mm]	300	ν	0,3
h [mm]	5	ρ [kg/ m ³]	7860

5.1. Takviyesiz Silindirin Çeşitli Yük Hızları İçin Dinamik Davranışının İncelenmesi

Takviyesiz silindirin çeşitli yük hızları için dinamik davranışı özellikleri Tablo 5.1.'de verilen silindir modeli kullanılarak bu bölümde incelenmektedir. Çeşitli hızlarda 3.31. denklemi kullanılarak silindir ortasında ($x/L = 0,5$) w radyal yer değiştirmeleri elde edilmektedir. Denklemden yer alan seri için 500 terim alındığında yeterli yakınsama sağlanmaktadır. Radyal yer değiştirmeler R yarıçap ile boyutsuzlaştırılarak radyal şekil değiştirmeler elde edilmektedir. Yer değiştirmelerin değişimi yük hızına bağlı olarak ya da belli yük hızında zamana bağlı olarak incelenmektedir. Şekil 5.1.'de dinamik yer değiştirmelerin aynı yük şiddetinde statik yer değiştirmeye oranı (dinamik büyütme faktörün) çeşitli yük hızı/kritik hız oranları için verilmiştir.

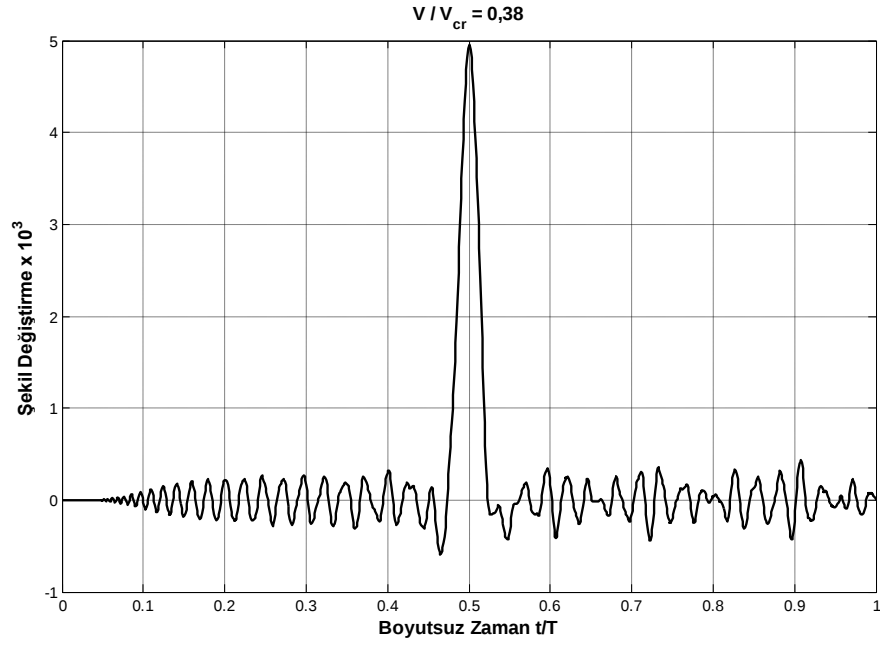


Şekil 5.1. Örnek takviyesiz model için dinamik büyütme faktörünün hızla değişimi

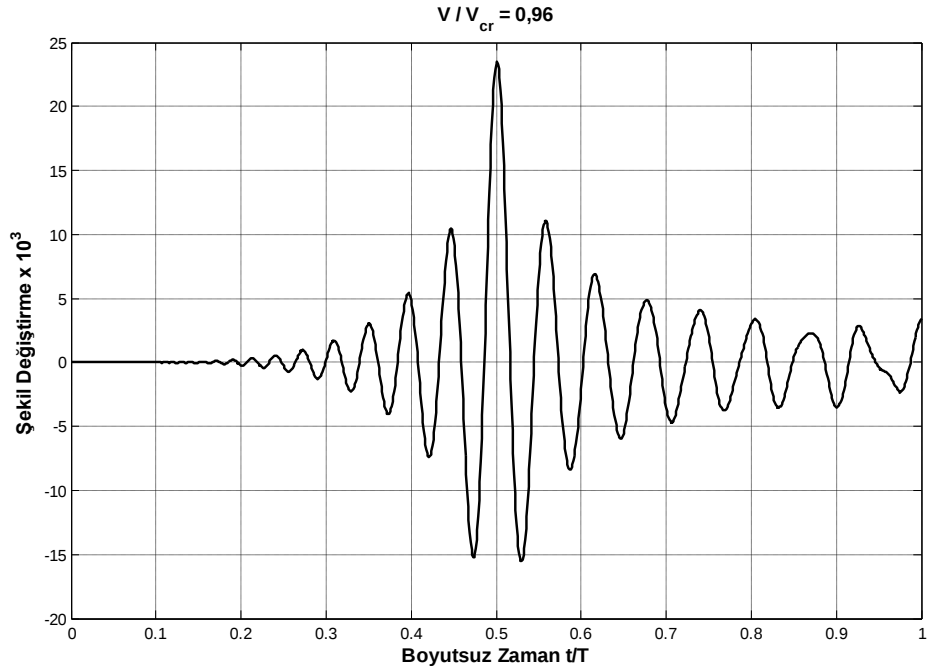
Dinamik büyütme faktörünün Şekil 5.1.'de görülen hızla değişimi incelendiğinde hızın büyüklüğüne bağlı olarak üç bölge dikkat çekmektedir. Kritik altı olarak adlandırılabilen birinci bölge kritik hızın yaklaşık %30'una kadar olan hızları içermektedir. Kritik altı bölgede dinamik büyütme oranının büyüklüğü 1,1'i geçmemektedir. Buna göre kritik altı bölgede yük statik kabul edilebilmektedir. İkinci olarak kritik hızın %30'u ile kritik hız arasındaki hızları içeren kritik bölgeden söz edilebilir. Bu bölgede kritik hızın yaklaşık olarak %90'ından sonra dinamik büyütme faktörü şiddetli bir biçimde yükselmektedir. Ayrıca incelenmekte olan sonlu uzunluktaki silindirin kritik hızının sonsuz uzunluktaki silindirin kritik hızından az da olsa düşük olduğu gözlemlenmektedir. Üçüncü bölge kritik hızdan yüksek hızları içerir ve kritik üstü bölge olarak adlandırılabilir. Bu bölgede dinamik büyütme faktörü hızla düşüp sıfıra yaklaşmaktadır. Buna göre kritik hızın üstünde çok yüksek hızlarda atalet kuvvetleri tamamen etkin hale gelmekte ve yer değiştirmeler olmamaktadır.

Her üç bölgede silindir ortasında yer değiştirmelerin zamanla değişimini görmek için Şekil 5.2., Şekil 5.3. ve Şekil 5.4.'te sırasıyla 200 m/s, 500 m/s ve 1000 m/s yük hızlarında hesaplanan yer değiştirmeler yarıçapa göre boyutsuzlaştırılarak radyal şekil değiştirmeler olarak verilmektedir. Yük hızları sırasıyla $0,38 V_{cr}$, $0,96$

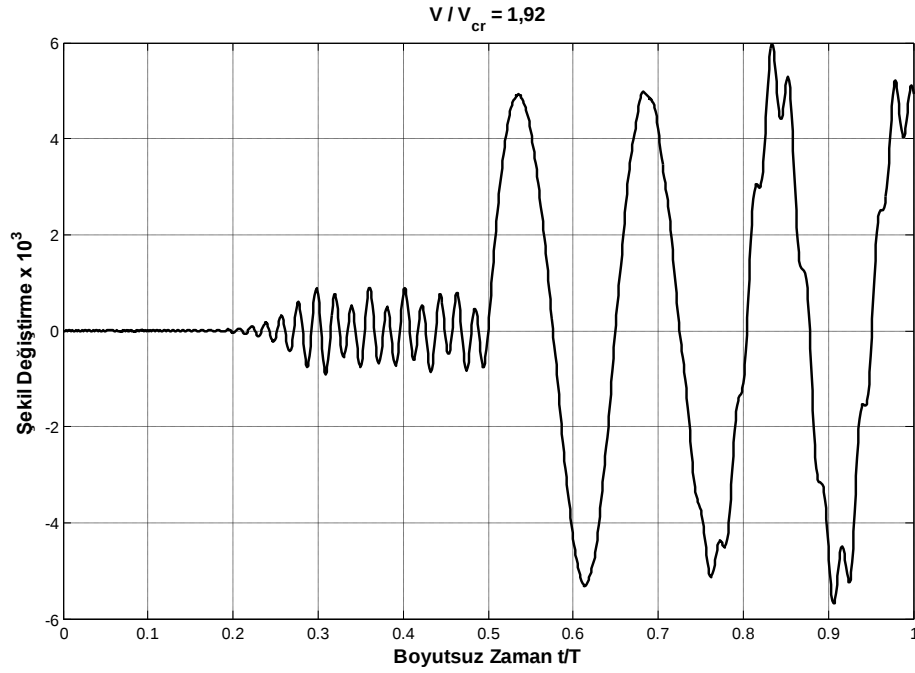
V_{cr} ve $1,92 V_{cr}$ büyüklüğündendir. Zaman eksenini yükün silindiri terk etme süresi T' 'ye göre boyutsuzlaştırılmıştır.



Şekil 5.2. 200 m/s hızındaki yük için silindir ortasında radyal şekil değiştirmenin zamanla değişimi.



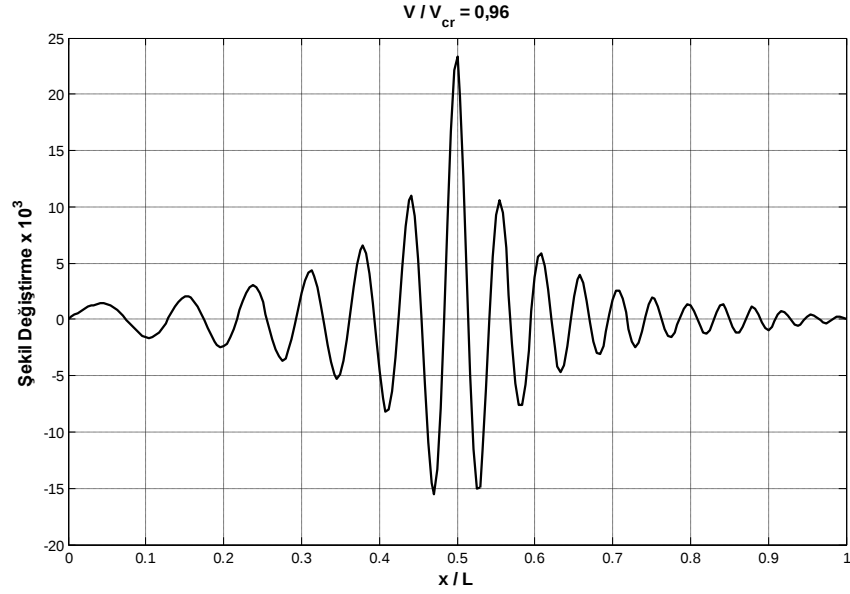
Şekil 5.3. 500 m/s hızındaki yük için silindir ortasında radyal şekil değiştirmenin zamanla değişimi.



Şekil 5.4. 1000 m/s hızındaki yük için silindir ortasında radyal şekil değiştirmenin zamanla değişimi.

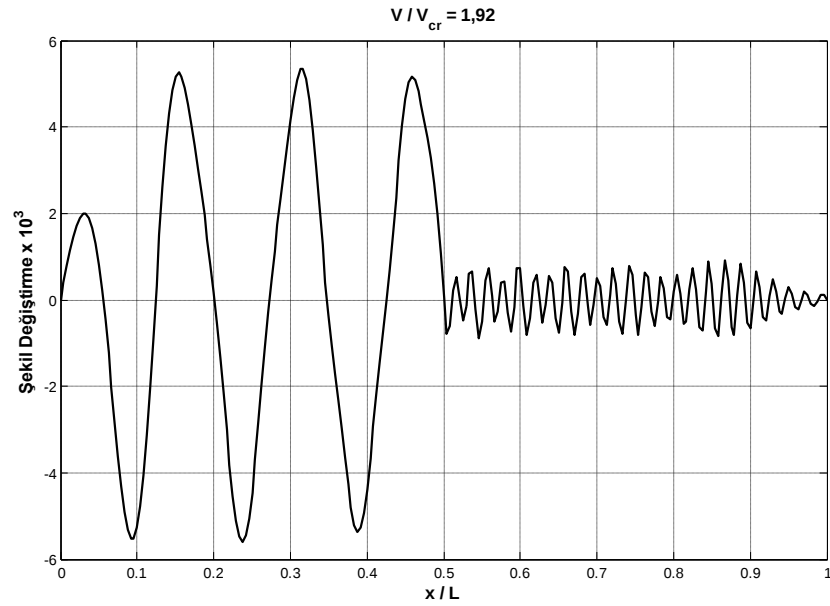
Silindir ortasında radyal şekil değiştirmelerin zamanla değişimi incelendiğinde kritik altı bölgede yükün bulunduğu konumda şekil değiştirmeler oluştuğu, yük bir noktadan geçmeden önce ve sonra, berisinde ve ilerisinde ufak salınımlar oluşturduğu görülmektedir. Kritik bölgede yük yaklaşırken birinci bölgeye kıyasla çok daha önce büyük genlikli salınımlar başlamaktadır. Genlikler yük silindir ortasına ulaştığında zirveye ulaşmakta, sonrasında azalan genliklerde salınımlar devam etmektedir. Kritik üstü bölgede yük yaklaşırken ufak genlikli salınımlar olmakta, yük geçtikten sonra kritik bölgeye nazaran daha düşük genliklerde ve frekansta salınımlar olmaktadır. Ayrıca kritik üstü bölgede hız arttıkça genliklerin ve salınım frekanslarının düştüğü Şekil 5.2. ve Şekil 5.4. beraber düşünüldüğünde görülebilmektedir.

Kritik hız civarında oluşan salınımlar elastik dalga ilerlemesinin göstergesidir. Elastik dalga ilerlemesinin görülebilmesi için 500 m/s hızındaki yük için 0,5 T anında silindir boyunca radyal şekil değiştirmeler x eksenine silindir boyuna göre boyutsuzlaştırılarak Şekil 5.5.'te verilmektedir.



Şekil 5.5. Kritik hız civarında 500 m/s yük hızında ve 0,5 T anında silindir boyunca radyal şekil değiştirmeler.

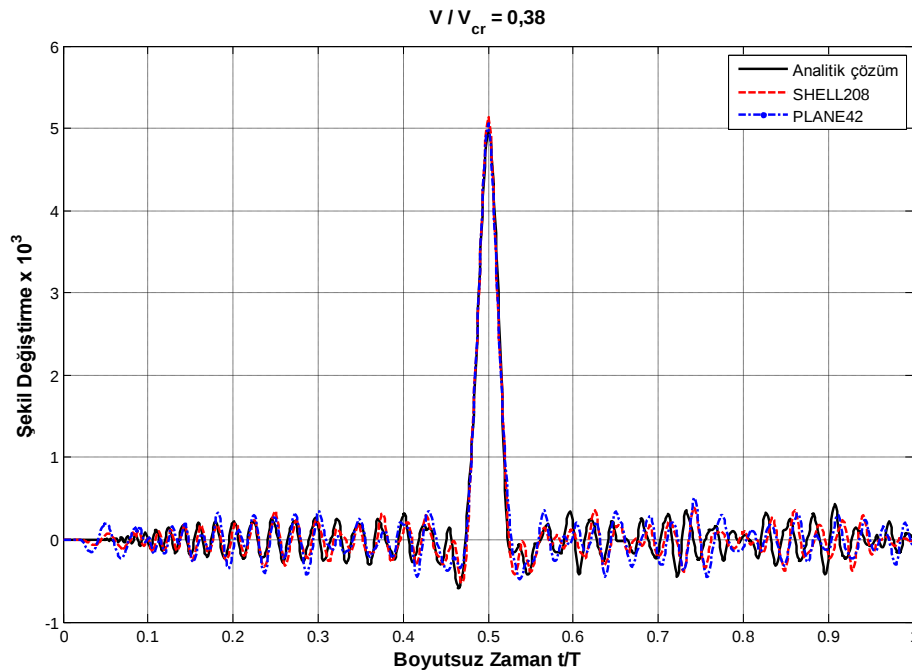
Kritik üstü bölgede, 1000 m/s hızındaki yük için 0,5 T anında silindirin boyunca radyal şekil değiştirmeler x eksenine göre boyutsuzlaştırılarak Şekil 5.6.'da verilmiştir. Kritik üstü bölgede dalga ilerlemesi daha belirgin olduğu görülmektedir.



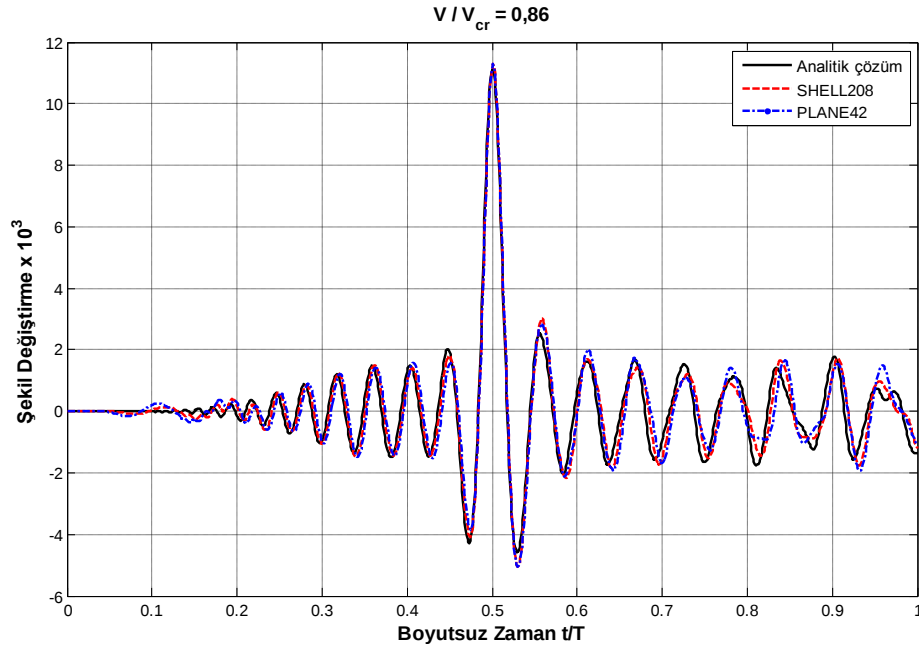
Şekil 5.6. Kritik üstü bölgede 1000 m/s hızındaki yük için 0,5 T anında silindir boyunca radyal şekil değiştirmeler.

5.2. Takviyesiz Silindir İçin Analitik ve Sonlu Elemanlar Çözümlerinin Karşılaştırılması

Analitik model ile çeşitli hızlardaki hareketli yük altında takviyesiz dairesel silindirik kabuğun karakteristikleri ortaya konduktan sonra bu bölümde takviyesiz kabuk için sayısal modellerin analitik model ile uyumluluğu incelenmektedir. Bunun için Tablo 5.1.'de verilen geometrik özellikler ve malzeme özelliklerine göre ANSYS yazılımında yer alan eksenel simetrik kabuk eleman SHELL208 ve eksenel simetrik katı eleman PLANE42 ile modeller oluşturulmuştur. PLANE42 ile oluşturulan modelde kalınlık boyunca 5 eleman kullanılmıştır. Yapılan analizlerin sonuçları analitik çözümle karşılaştırılmaktadır. İncelenen modelin kalınlık yarıçap oranı 1/60 olarak seçildiğinden analitik modelin çıkarımında ince kabuk teorisi esas alınarak yapılan kabullerin sayısal modellerle uyumsuzluk yaratmasının önüne geçilmektedir. Analitik ve sayısal modellerin karşılaştırmasında ayrıca sonlu elemanlar analizinde yükün temsilinin doğruluğunu tespit edilmektedir. Şekil 5.7. ve Şekil 5.8.'de sırasıyla yük hızının 200 m/s ve 450 m/s olduğu durumlarda silindir yarı boyunda radyal şekil değiştirmelerin zamanla değişimi verilmiştir.



Şekil 5.7. 200 m/s hızındaki yük için silindir ortasında analitik ve sonlu elemanlar modelleri ile elde edilen radyal şekil değiştirmeler.



Şekil 5.8. 450 m/s hızındaki yük için silindir ortasında analitik ve sonlu elemanlar modelleri ile elde edilen radyal şekil değiştirmeler.

Yukarıdaki grafiklerden analitik modelle elden edilen sonuçlar ile sonlu elemanlar analizi ile elde edilen sonuçların örtüştüğü görülmektedir. Eksenel simetrik katı elemanın kullanıldığı sonlu elemanlar analizinde silindir kalınlığı boyunca kullanılan eleman sayısının yeterli olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca sonlu elemanlar analizinde hareketli yükün temsiline Bölüm 4.3.'te belirtilen yaklaşımın doğru olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Buna göre takviyeli kabuk için eksenel simetrik katı elemanların kullanılacağı sonlu elemanlar modelinin ortotropik kabuk yaklaşımı ile elde edilen analitik modelin sınırlarını belirlemekte kullanılabileceği görülmektedir.

5.3. Takviyeli Silindir İçin Analitik ve Sonlu Elemanlar Çözümlerinin Karşılaştırılması

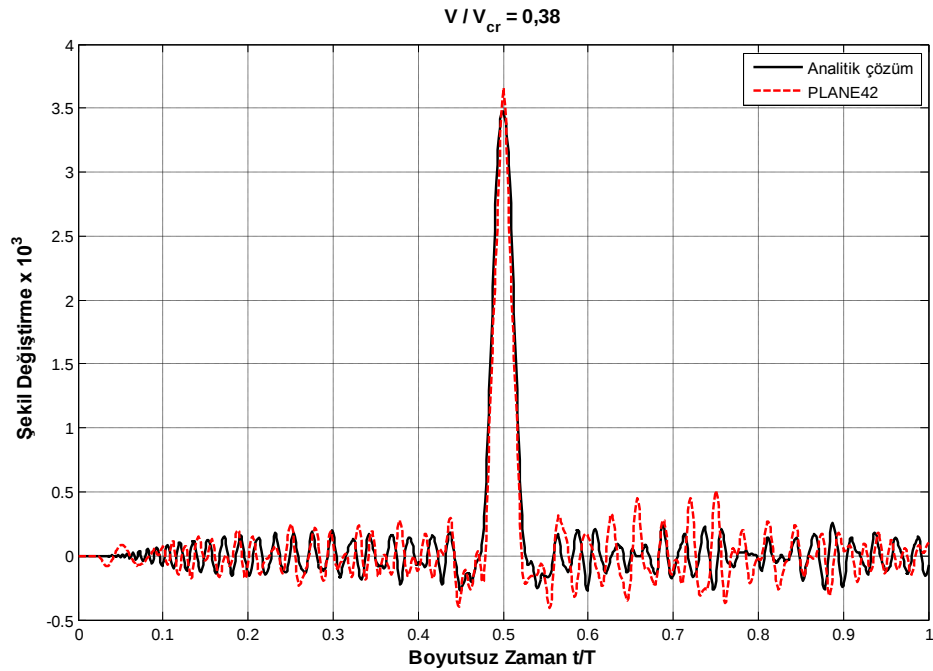
Bir önceki bölümde elde edilen sonuçlara bağlı olarak bu bölümde sonlu elemanlar modelinin doğruluğu esas alınarak takviyeli silindir için analitik modelin yeterliliği incelenmektedir. Tablo 5.2.'de verilen takviye boyutları bu karşılaştırma

için esas alınmaktadır. Sonlu elemanlar modelinde silindir kalınlığı boyunca ve takviye yüksekliğince 5 eleman kullanılmıştır.

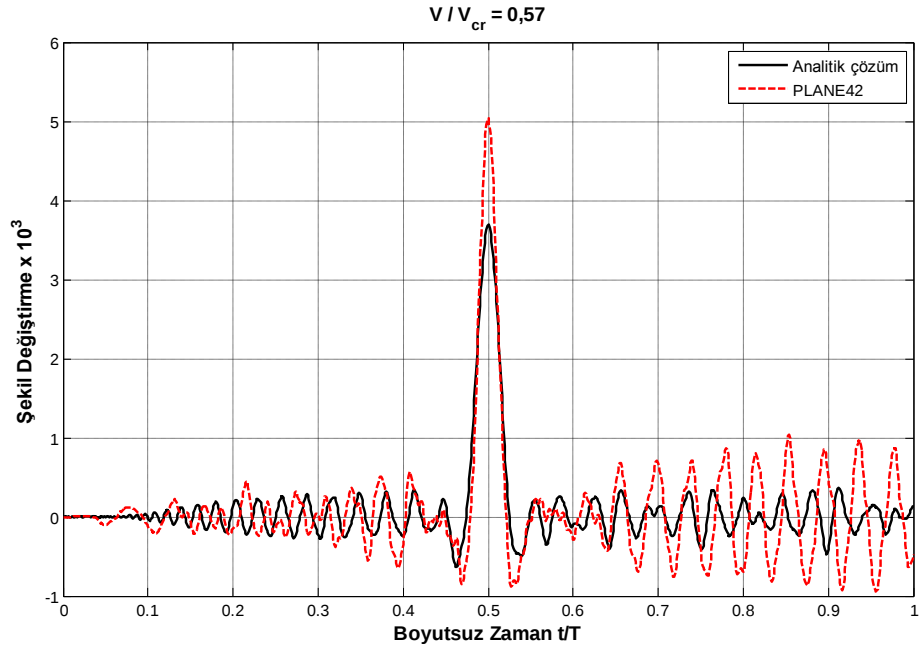
Tablo 5.2. Analitik ve sonlu elemanlar çözümlerinin karşılaştırılmasında kullanılan modelin takviye boyutları.

Takviye Boyutları	
h_w [mm]	20
b_w [mm]	5
b_s [mm]	60
h_w / b_s	1/3

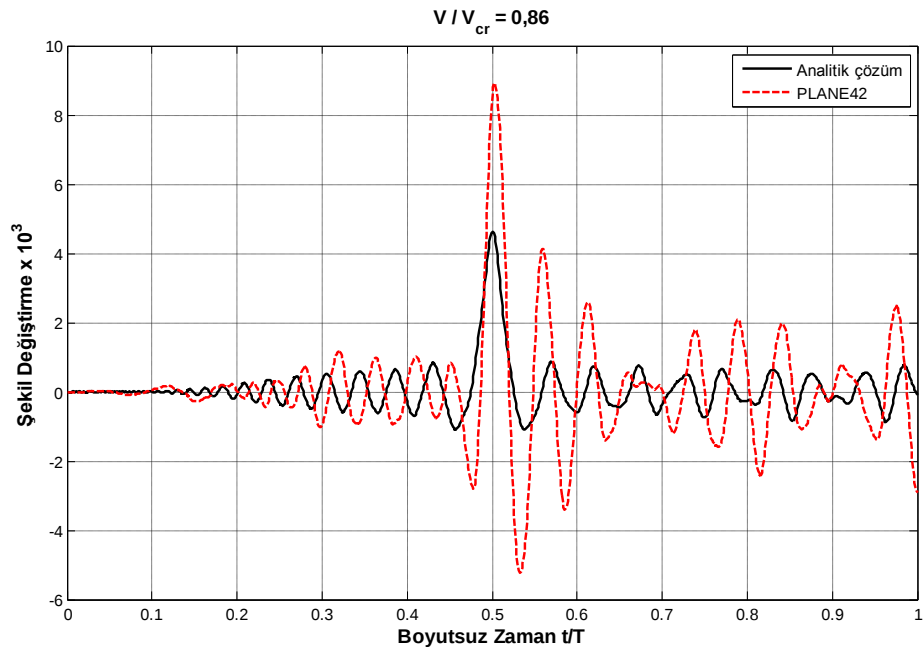
Şekil 5.9., Şekil 5.10, Şekil 5.11.ve Şekil 5.12’de sırasıyla 200 m/s, 300 m/s 450 m/s ve 600 m/s hızındaki yükler için ortotropik kabuk yaklaşımı ile elde edilen analitik model ve PLANE42 elemanı kullanılarak oluşturulan sonlu elemanlar modeli ile elde edilen silindir ortasındaki radyal şekil değiştirmeleri verilmektedir.



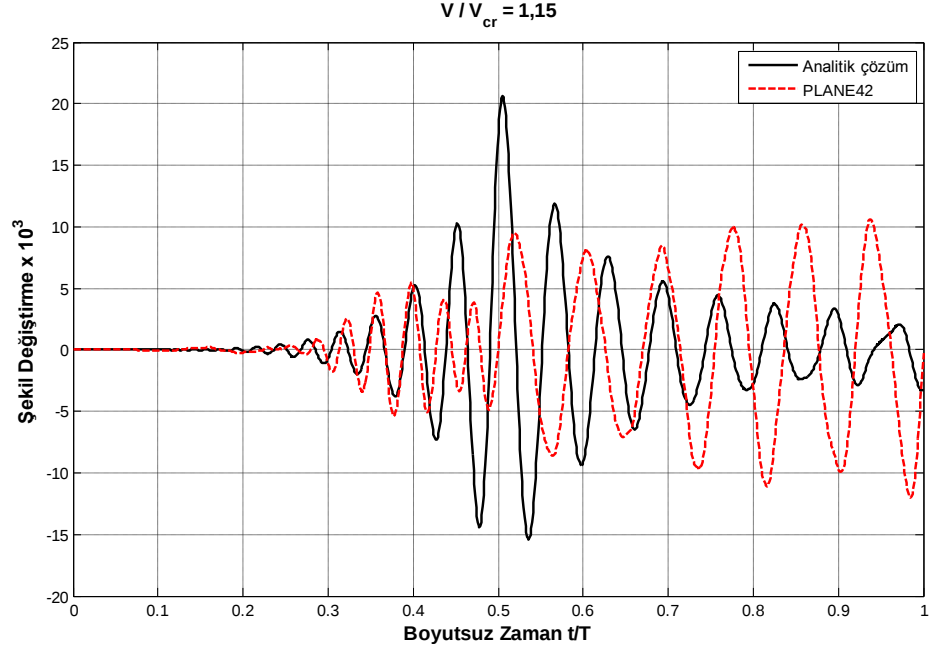
Şekil 5.9. 200 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyeli silindirin analitik ve sonlu elemanlar modelleri elde edilen radyal şekil değiştirmeleri.



Şekil 5.10. 300 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyeli silindirin analitik ve sonlu elemanlar modelleri ile elde edilen radyal şekil değiştirmeleri.



Şekil 5.11. 450 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyeli silindirin analitik ve sonlu elemanlar modelleri ile elde edilen radyal şekil değiştirmeleri.



Şekil 5.12. 600 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyeli silindirin analitik ve sonlu elemanlar modelleri ile elde edilen radyal şekil değiştirmeleri.

Yukarıdaki şekiller incelendiğinde ortotropik kabuk yaklaşımı ile elde edilen analitik modelin, takviyesiz kabuğun kritik hızının yaklaşık olarak %35'inden sonra, bir başka deyişle kritik bölgeye geçildikten sonra doğru sonuç vermediği görülmektedir. Analitik modele göre takviyeli kabuğun şekil değiştirmelerinde genlikler düşük kalmakta ve takviyesiz kabuğun kritik bölgesinde kalan hızlarda kritik altı davranışı sergilenmektedir. Buna göre ortotropik yaklaşımla elde edilen kritik hız ifadesinin geçersiz olduğu sonucuna varılmaktadır. Ortotropik yaklaşımın kritik altı bölgede genliklerin belirlenmesinde doğru sonuç vereceği görülmektedir.

5.4. Takviye Parametrelerindeki Değişimin Takviyeli Silindirin Dinamik Davranışına Etkisinin Sonlu Elemanlar Metodu ile İncelenmesi

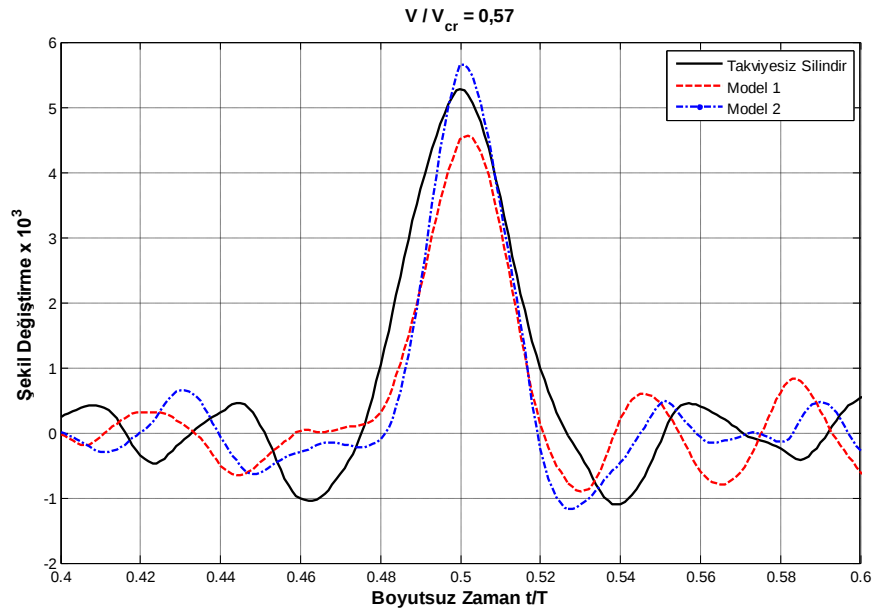
Takviye boyutlarının etkisinin çeşitli hızlarda incelenebilmesi için bir önceki bölümde ortaya konan sonuçlara göre sonlu elemanlar modelinin kullanımı görülmektedir. Takviye parametrelerinin etkisinin görülebilmesi için takviye sayısı ve takviye kesit alanı değişmeyecek şekilde iki ayrı model oluşturulmuştur.

Bunlardan birincisinde (Model 1) takviye genişliğinin takviye yüksekliğine göre çok yüksek, ikincisinde (Model 2) takviye yüksekliğinin takviye genişliğine göre çok yüksek olması amaçlanmıştır. Her iki model ile takviye kesit alanını belirleyen boyutların yanı sıra takviye genişliğinin takviye arası mesafeye oranının da etkisi görülebilmektedir. İki yeni modelin boyutları Tablo 5.3.'te verilmiştir.

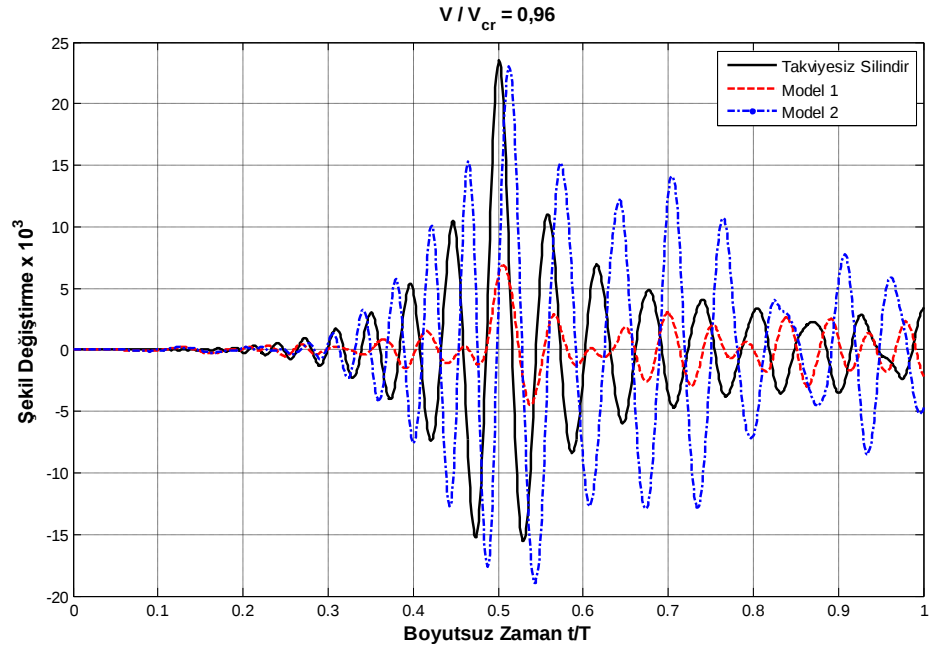
Tablo 5.3. Takviye parametrelerindeki değişimin etkisinin incelenmesinde kullanılan modellere ilişkin boyutlar.

	Model 1	Model 2
h_w	50 mm	10 mm
b_w	2 mm	10 mm
h_w / b_s	5/6	1/6

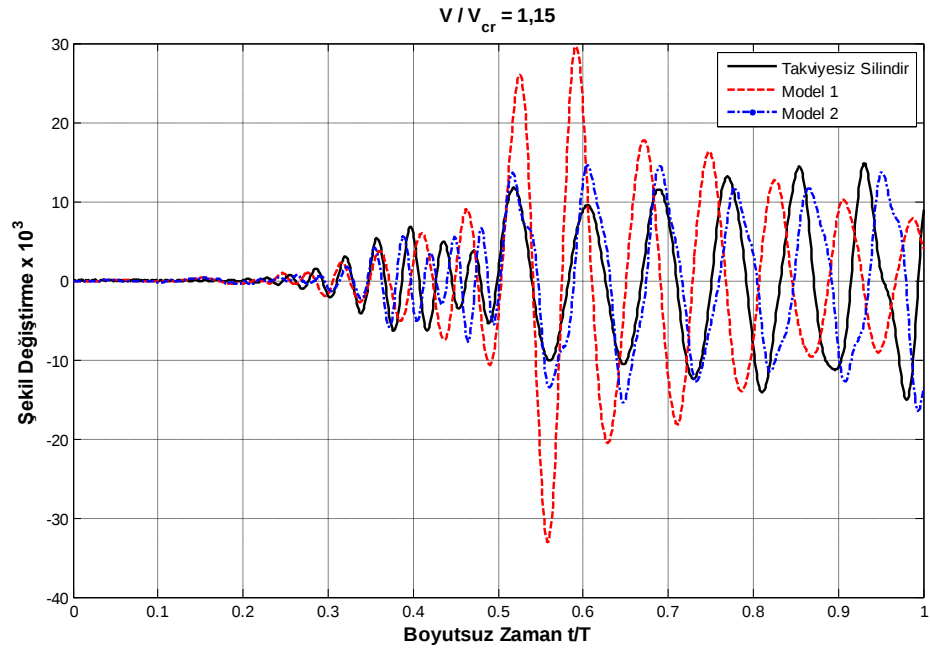
İki takviyeli model ve takviyesiz model için çeşitli hızlarda radyal şekil değiştirmeler hesaplanmıştır. Takviyesiz silindir için analitik model, takviyeli silindirler için sonlu elemanlar analizi kullanılmıştır. Şekil 5.13., Şekil 5.14. ve Şekil 5.15.'te yük hızının sırasıyla 300 m/s, 500 m/s ve 600 m/s olduğu durumlarda silindir ortasında radyal şekil değiştirmeler verilmektedir.



Şekil 5.13. 300 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyesiz silindir, Model 1 ve Model 2'nin radyal şekil değiştirmeleri.



Şekil 5.14. 500 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyesiz silindir, Model 1 ve Model 2'nin radyal şekil değiştirmeleri.



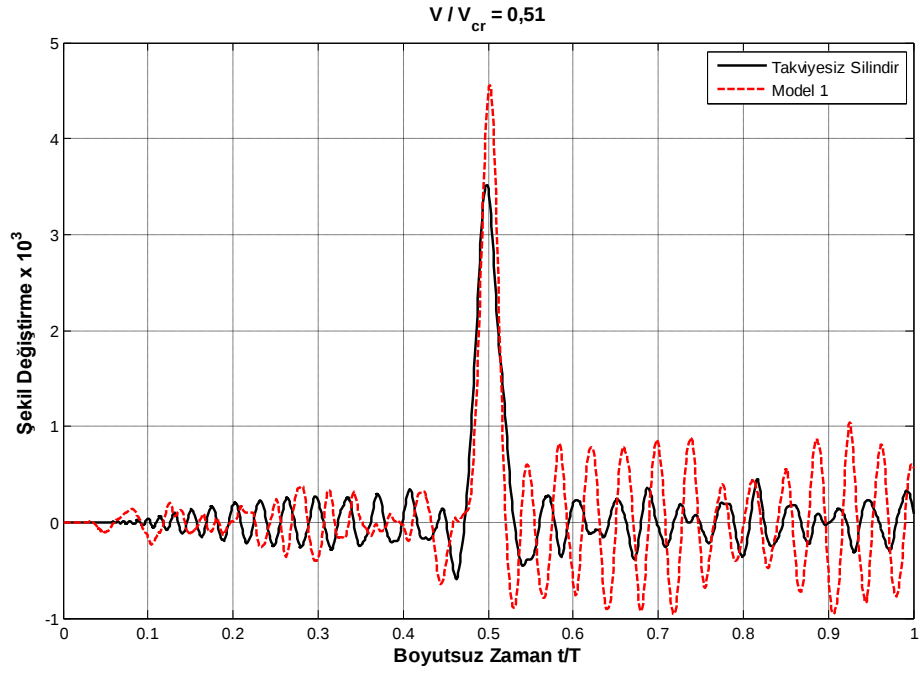
Şekil 5.15. 600 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyesiz silindir, Model 1 ve Model 2'nin radyal şekil değiştirmeleri.

Yukarıdaki şekiller incelendiğinde, 300 m/s yük hızında Model 1'nin radyal şekil değiştirmeleri, Model 2 ve takviyesiz kabuğa göre daha düşük genliklerde olmakla birlikte davranış olarak her üç model de yaklaşık olarak kritik altı bölge davranışı gösterdiği görülmektedir. Model 2'nin radyal şekil değiştirmeleri, Model 1

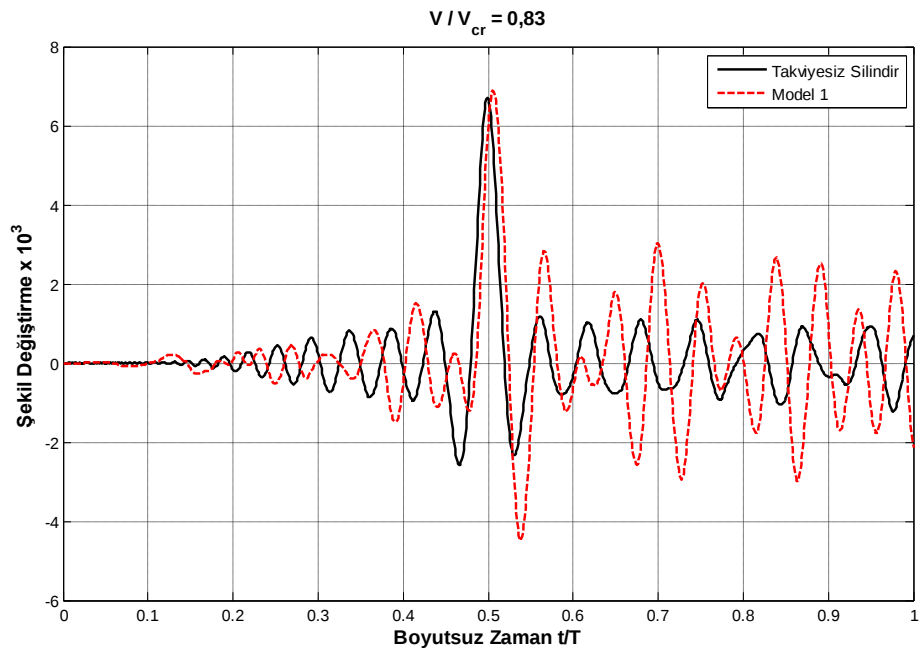
ve takviyesiz kabuğa göre daha yüksek genliktedir. Yük hızı 500 m/s olup takviyesiz kabuğun kritik hızına yaklaşıldığında Model 1, Model 2 ve takviyesiz kabuğun aksine kritik altı bölge davranışını sürdürmektedir. Model 2 kritik üstü bölge davranışı göstermektedir. Model 2 takviyesiz kabuğa göre kritik hızı geçmiş gözükmemektedir. Takviyesiz kabuğun kritik hızı geçildiğinde Model 1'in kritik bölgeye yakın bir davranış gösterdiği gözükmemektedir. Model 2 kritik üstü bölge davranışı göstermekte ve takviyesiz kabuğun davranışını daha düşük genliklerde göstermeye devam ettirmektedir.

Her üç şekilden Model 1'in kritik hızının daha yüksek olduğu gözlemlenmektedir. Takviye genişliğinin takviye yüksekliğine oranı kesit alanı değişmemek kaydıyla artırıldığında takviye silindirik kabuğun kalınlığının artmasına benzer bir etki göstermekte ve kritik hız artmaktadır. Model 2'nin kritik hızının diğer modellerin kritik hızından daha düşük olduğu görülmektedir. Takviye yüksekliğinin takviye genişliğine oranı kesit alanı değişmemek kaydıyla artırıldığında takviyenin eğilme rijitliğine etkisi düşmekte ve atalet etkisi ön plana çıkmaktadır.

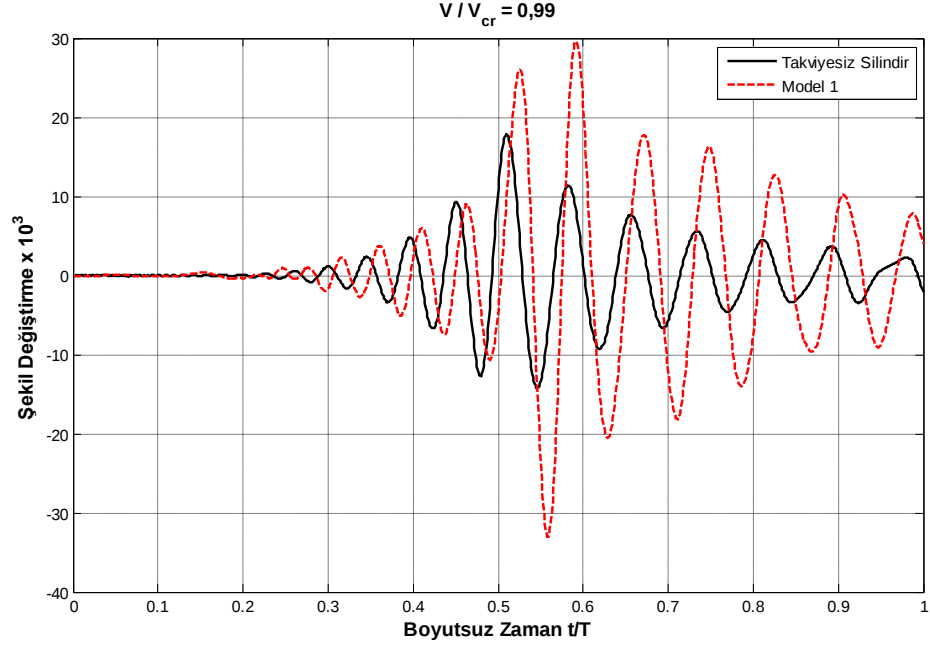
Şekil 5.15.'de Model 1'in davranışı incelendiğinde kritik hızının takviyesiz silindirin kritik hızının büyüklüğünün 1,15'ine yakın olduğu görülmektedir. Model 1'in takviye yüksekliği h_w / b_s oranı ile çarpılarak takviyesiz silindirin kalınlığına eklendiğinde kritik hız 1,14 oranında artmaktadır. Buna göre kritik hız açısından takviye genişliğinin takviyeler arası mesafeye oranının yüksek olduğu durumlarda takviye kesit alanı silindir kesit alanına boy yönünde ilave edilmiş olarak düşünülebilir. Bu yaklaşımın yer değiştirmeler açısından incelenebilmesi için kalınlığı artırılmış takviyesiz silindir ile Model 1'in silindir ortasında radyal şekil değiştirmeleri yük hızının yukarıdaki hızlarla aynı olduğu durumlarda aşağıdaki şekillerde karşılaştırılmıştır. Kritik hız olarak kalınlığı artırılmış silindirin kritik hızı olan 596 m/s esas alınmıştır.



Şekil 5.16. 300 m/s hızındaki yük için silindir ortasında kalınlığı artırılmış takviyesiz silindir ve Model 1'in radyal şekil değiştirmeleri.



Şekil 5.17. 500 m/s hızındaki yük için silindir ortasında kalınlığı artırılmış takviyesiz silindir ve Model 1'in radyal şekil değiştirmeleri.



Şekil 5.18. 600 m/s hızındaki yük için silindir ortasında kalınlığı artırılmış takviyesiz silindir ve Model 1'in radyal şekil değiştirmeleri.

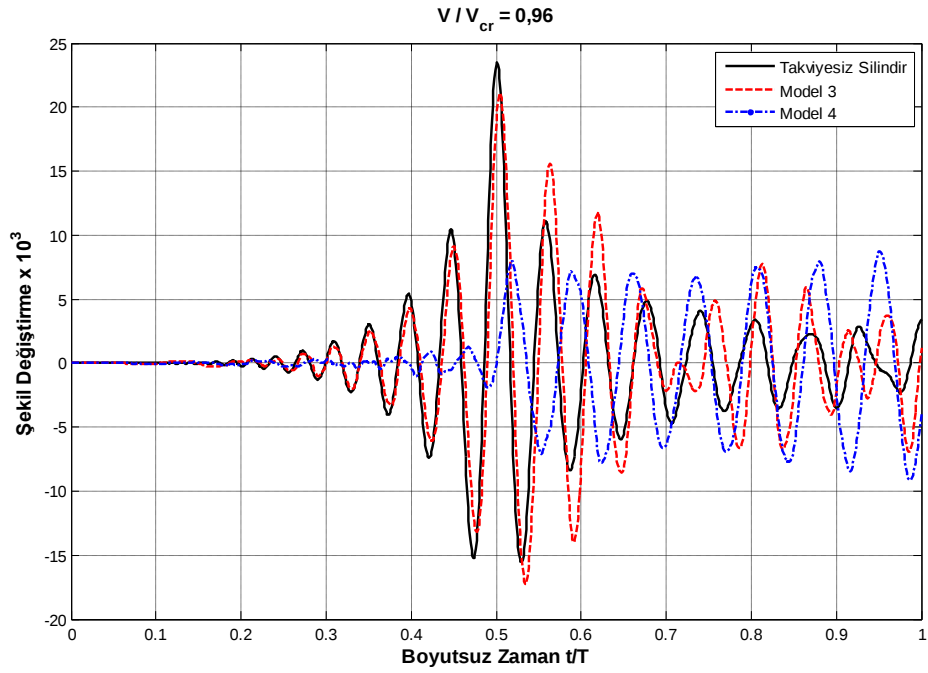
Yukarıdaki şekillere göre kalınlık artırımı yaklaşımı genlikler açısından tutarlı bir sonuç vermemektedir. Model 1'in genliklerinin daha yüksek olduğu görülmektedir. Bilhassa kalınlığı artırılmış takviyesiz silindirin kritik hızında Model 1'in genlikleri çok daha yüksek olmaktadır. Fakat kritik hız açısından yukarıda ortaya konan yaklaşımın tutarlı olduğu gözükmemektedir.

Son olarak takviye yüksekliğinin artırılmasının kritik hız üzerinde etkisinin daha belirgin olarak görülebilmesi için iki model oluşturulmuştur. Takviye kesit alanı takviye yüksekliği yönünde artırımının etkisinin görülebileceği modellere ilişkin boyutlar Tablo 5.4.'te verilmiştir.

Tablo 5.4. Takviye yüksekliğinin etkisinin incelenmesinde kullanılan modellere ilişkin boyutlar.

	Model 3	Model 4
h_w	20 mm	20 mm
b_w	5 mm	15 mm
b_w / h_w	1/4	3/4

Şekil 5.19.'da yük hızı 500 m/s olduğunda silindir ortasında radyal şekil değiştirmeler verilmektedir.



Şekil 5.19. 500 m/s hızındaki yük için silindir ortasında takviyesiz silindir, Model 3 ve Model 4'ün radyal şekil değiştirmeleri.

Şekil 5.19.'dan görülebileceği gibi Model 4 takviyesiz silindir ve Model 3'den farklı olarak kritik üstü davranışı göstermektedir. Bu sonuç Model 2 için ortaya konan yargıyı desteklemektedir.

6. SONUÇLAR

Dairesel silindirik takviyeli ve takviyesiz ince kabukların hareketli yük altında dinamik analizi gerçekleştirilmiştir. Analitik olarak ince kabuk teorisine ve birinci mertebe yaklaşımlarına dayanarak kayma deformasyonları ve dönme ataleti ihmal edilip dairesele silindirik kabuğun yönetici denklemi elde edilirken takviyeli kabuk için bu denklem ortotropik kabuk yaklaşımı ile genelleştirilmiştir. Silindir eksenine yönünde sabit hızla ilerleyen şiddeti zamanla değişmeyen hareketli yük Dirac delta fonksiyonu ile konsantre halka yüke indirgenmiştir. Basit mesnet sınır koşullarında elde edilen yönetici denklemler Kabul Edilmiş Modlar Yöntemi ile çözülmüştür. Analitik modellerin yanı sıra sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak sayısal modeller oluşturulmuştur. Analitik ve sayısal modellerin karşılaştırılması ile hareketli yükün sonlu elemanlar yönteminde temsilinin doğruluğu ve ortotropik kabuk yaklaşımının sınırları belirlenmiştir. Takviyesiz kabuk için parametrik çalışmada analitik model kullanılırken takviyeli kabuk için ortotropik yaklaşımın geçerliliğinin sınırlı olduğu görüldüğünden parametrik çalışmalarda sayısal model kullanılmıştır. Parametrik çalışmaların sonunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

- Hareketli yük altında takviyesiz silindirik kabuk yük hızına bağlı olarak üç farklı davranış tipi göstermektedir. Kritik altı bölge olarak adlandırılan hızın yaklaşık olarak %30'undan düşük hızlarda dinamik büyütme faktörü 1'e yakın olmakta, yükün etkisi statik kabul edilebilmektedir.
- Kritik hıza yaklaşırken dinamik büyütme faktörü büyümektedir. Kritik hız civarında ve hemen sonrasında elastik dalgalar oluşmakta ve silindir eksenine yönünde ilerlemektedir.
- Kritik üstü yüksek hızlarda atalet kuvvetleri etkin olmakta ve yer değiştirmeler sıfıra yaklaşmaktadır.
- Sonsuz uzunluktaki silindirik kabuğun kararlı durum cevabından elde edilen kritik hız ifadesi sonlu uzunluktaki silindirik kabuğun anlık cevabından elde edilen kritik hızdan görece daha büyüktür.
- Takviyesiz silindirik kabuk sonlu elemanlar analizinde eksenel simetrik kabuk elemanlar ve eksenel simetrik katı elemanlarla yeterli doğrulukta modellenabilmektedir.

- Sonlu elemanlar analizinde hareketli halka yük lineer şekil fonksiyonları kullanılarak ilgili zaman adımında yükün etkidiği elemanın düğüm noktalarına dağıtılarak yeterli doğrulukta temsil edilmektedir.
- Takviyeli kabuk için ortotropik kabuk yaklaşımı hareketli yük altında yüksek frekanslı yer değiştirmelerin görülmeye başlandığı kritik bölgede geçersiz olmaktadır. Bu yaklaşım sadece kritik altı bölgede yer değiştirmeler için doğru sonuç vermektedir.
- Takviye genişliğinin takviyeler arası mesafeye oranının kritik hız üzerinde doğrudan bir etkisi olduğu görülmektedir. Bu oran arttıkça takviyenin etkisi silindirik kabuğun kalınlığının artmasına eşdeğer olurken oranın düşmesi takviyesiz kabuğun kritik hızından daha düşük hızlarda elastik dalga ilerlemesini mümkün kılmaktadır.
- Takviye genişliğinin takviyeler arası mesafeye oranının yüksek olduğu durumlarda kritik hız açısından takviye kesit alanı silindir kesit alanına boy yönünde ilave edilmiş olarak düşünülebilmektedir. Ancak yer değiştirmelerin genlikleri açısından bu yaklaşım doğru olmamaktadır.
- Takviye kesit alanı yükseklik yönünde artırıldığında takviyelerin atalet etkisi eğilme rijitliğine katkısına nazaran daha etkin olmaktadır. Takviyelerin atalet etkisi ile kritik hız düşmektedir.

Bu çalışmada lineer elastisite teorisi kullanılmıştır. İleride yapılacak çalışmalarda bu çalışmanın kabullerinden farklı olarak büyük yer değiştirme durumunda kritik hız ve dinamik büyütme faktörünün değişimi incelenmelidir. Ayrıca boy yönünde takviyelerle desteklenen silindirlerin davranışı yukarıda halka takviyelerle desteklenen silindirler için elde edilen sonuçlarla kıyaslanabilir. Son olarak bu çalışmada ele alınan basit mesnet sınır koşulu dışında silindirin bir ucunun ankastre olduğu durum eksenel simetrik hareketin yanı sıra eğilmeyi de içerecek şekilde incelenebilir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- [1] **Fryba, L.**, *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*, Thomas Telford Ltd., London, 1999.
- [2] **Olsson, M.**, On the Fundamental Moving Problem, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 45, No. 2 s. 299-307, 1991.
- [3] **Steele, C. R.**, The Timoshenko Beam with a Moving Load, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 40, s. 481-488, 1973.
- [4] **Wu, J.J., Whittaker, A.R. & Cartmell, M.P.**, The Use of Finite Element Techniques for Calculating the Dynamic Response of Structures to Moving Loads, *Computers and Structures*, Vol. 78, s. 789-799, 2000.
- [5] **Tang, S.**, Dynamic Response of a Tube Under Moving Pressure, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 91, No. 5, s. 97-121, 1965.
- [6] **Jones, P. and Bhuta P. G.**, Response of Cylindrical Shells to Moving Loads, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 31, s. 105-111, 1964.
- [7] **Simkins, T. E.**, Amplification of Flexural Waves in Gun Tubes, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 172, No. 2, s. 145-154, 1994.
- [8] **Kurtaran, H., Mecitoğlu Z., Yavuz A.**, Dairesel Silindirik Bir Kabuğun Hareketli Şok Yüğü Altında Dinamik Davranışı, *Proceedings of First International Aerospace and Advanced Technologies Symposium*, ITU, s. 485-491, Mart 1995.
- [9] **Simkins, T. E., Pflagl, G. A. and Stilson, E. G.**, Dynamic Strains in a 60 mm Gun Tube: An Experimental Study, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 168, No. 3, s. 549-557, 1993.
- [10] **Thomas, G. O.**, The Response of Pipes and Supports to Internal Pressure Loads Generated by Gaseous Detonations, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 124, No. 1, s. 66-73, 2002.
- [11] **Beltman, W. M., Burcsu, E. N., Shepherd, J. E. and Zuhail, L.**, The Structural Response of Cylindrical Shells to Internal Shock Loading, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 121, No. 3, s. 315-322, 1999.

- [12] **Ruzzene, M. and Baz, A.**, Response of Periodically Stiffened Shells to a Moving Projectile Propelled by an Internal Pressure Wave, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 13, No. 3, s. 267-284, 2006.
- [13] **Eldalil, K. M. S. and Baz, A. M. S.**, Dynamic Stability of Cylindrical Shells under Moving Loads by Applying Advanced Controlling Techniques Part 1 - Using Periodic Stiffeners, *Advances in Acoustics and Vibration*, Article ID 317202, 2009.
- [14] **Ventsel, E. and Krauthammer, T.**, *Thin Plates and Shells: Theory, Analysis, and Application*, Marcel Dekker Inc., New York, 2001.
- [15] **Novozhilov, V.V.**, *Theory of Thin Elastic Shells* (2nd ed.), P. Noordhoff, Groningen, 1964.
- [16] **Leissa, A. W.**, *Vibration of Shells*, Report NASA SP-288, National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., 1973.
- [17] **DiGiovanni, P. R. and Dugundji, J.**, Vibrations of Freely-Supported Orthotropic Cylindrical Shells under Internal Pressure, AFOSR Sci. Rept. AFOSR 65-0640, ASRL TR 1124 (AD 617 269), 1965.

ÖZGEÇMİŞ

Burak Can Çerik 1986 yılında Gölcük Kocaeli’de doğmuştur. İlköğrenimi aynı şehirde tamamladıktan sonra orta ve lise öğrenimi 1997-2005 yılları arasında İstanbul Erkek Lisesi’nde tamamlamıştır. 2005 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi’nde Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği dalında lisans eğitimine başlamıştır. 2009 yılında lisans eğitimini birincilik derecesiyle tamamlamıştır. 2009-2010 yılları arasında STM A.Ş.’de sistem mühendisi olarak çalışmıştır. Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü’nde Makine Mühendisliği dalında 2010 yılında başladığı yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.