

T.C.  
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YEREL EĞRİLİKLİ KOMŞU İKİ LİF İÇEREN SONSUZ ELASTİK ORTAMDA  
GERİLME ANALİZİ

NİHAN TIRMIKÇIOĞLU ÇINAR

DOKTORA TEZİ  
MATEMATİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
MATEMATİK MÜHENDİSLİĞİ

DANIŞMAN  
PROF. DR. SURKAY D.AKBAROV

İSTANBUL, 2011

**T.C.**  
**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YEREL EĞRİLİKLİ KOMŞU İKİ LİF İÇEREN SONSUZ ELASTİK ORTAMDA  
GERİLME ANALİZİ**

Nihan TIRMIKÇIOĞLU ÇINAR tarafından hazırlanan tez çalışması 12.05.2011 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

**Tez Danışmanı**

Prof.Dr. Surkay D..AKBAROV

Yıldız Teknik Üniversitesi Makine Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü

**Eş Danışman**

Doç.Dr. Reşat KÖŞKER

Yıldız Teknik Üniversitesi Kimya-Metalürji Fakültesi Matematik Mühendisliği Bölümü

**Jüri Üyeleri**

Prof.Dr. Adnan MAZMANOĞLU

Beykent Üniversitesi

Prof.Dr. Emanullah HİZEL

İstanbul Teknik Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü

Prof.Dr. Nazmiye YAHNIOĞLU

Yıldız Teknik Üniversitesi Kimya-Metalürji Fakültesi Matematik Mühendisliği Bölümü

Prof.Dr. R.Faruk YÜKSELER

Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü

## ÖNSÖZ

---

Tez çalışmam boyunca yardımlarını benden esirgemeyen danışmanım sayın Prof.Dr.Surkay D.AKBAROV~~kbarov~~ ve eş danışmanım Doç.Dr.Reşat KÖŞKER'e sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Oldukça özveri ve sabır gerektiren bir dönem olan bu tez çalışması süresince desteklerini esirgemeyen eşim İbrahim Furkan ÇINAR~~nar~~'a, annem Nurhan TIRMIKÇIOĞLU~~tirkcioğlu~~'na, teyzem Tenzile KANDEMİRER~~Kandemirer~~'e, kızkardeşim Evrim TIRMIKÇIOĞLU~~tirkcioğlu~~'na, babam Erdiç TIRMIKÇIOĞLU~~tirkcioğlu~~'na ve öğrencim Fatma ÇOBAN~~oban~~'a çok teşekkür ediyorum.

Son olarak, hayatımın en önemli dönüm noktalarından biri olan bu çalışmamı varlığıyla hayatımı anlamlandıran canım oğlum Volkan ÇINAR~~nar~~'a hediye ediyorum.

Haziran,2011

Nihan TIRMIKÇIOĞLU ÇINAR

## İÇİNDEKİLER

|                                                                                                                                                               |         |       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------|
| ÖNSÖZ .....                                                                                                                                                   | iii     | Sayfa |
| İÇİNDEKİLER .....                                                                                                                                             | iv      |       |
| SİMGE LİSTESİ.....                                                                                                                                            | vii     | vi    |
| ŞEKİL LİSTESİ.....                                                                                                                                            | viii    | vii   |
| ÇİZELGE LİSTESİ .....                                                                                                                                         | xi      |       |
| ÖZET .....                                                                                                                                                    | xii     |       |
| ABSTRACT .....                                                                                                                                                | xiv     |       |
| BÖLÜM 1.....                                                                                                                                                  | 2       |       |
| GİRİŞ .....                                                                                                                                                   | 2       |       |
| 1.1 <u>Literatür Özeti</u> Tek Yönlü Eğrisel Yapıya Sahip Lifli Kompozitlerin Gerilme Durumuna Ait Çalışmaların Kısa Özeti .....                              | 2       |       |
| 1.2 <u>Tezin</u> Amacı.....                                                                                                                                   | Konunun |       |
| Gerekliliği ve Güncelliği .....                                                                                                                               | 5       |       |
| 1.3 <u>Orijinal Katkı</u> Tezin Amacı .....                                                                                                                   | 6       |       |
| BÖLÜM 2.....                                                                                                                                                  | 87      |       |
| <u>AYNI DÜZLEMDE AYNI FAZLI</u> YEREL EĞRİLİKLİ KOMŞU İKİ LİF İÇEREN <u>AYNI DÜZLEM AYNI FAZ</u> SONSUZ ELASTİK ORTAMDA GERİLME <u>ANALİZİ</u> DAĞILIMI ..... | 87      |       |
| 2.1 <u>Problemin Formülasyonu</u> .....                                                                                                                       | 87      |       |
| 2.2 <u>Çözüm Yönteminin Geliştirilmesi</u> .....                                                                                                              | 114     |       |
| 2.3 <u>Sınır Değer Probleminin Çözümü</u> .....                                                                                                               | 154     |       |
| 2.4 <u>Sayısal Sonuçlar</u> .....                                                                                                                             | 232     |       |
| BÖLÜM 3.....                                                                                                                                                  | 55      |       |

|                                                                                                                                                 |                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| <b>AYNI DÜZLEMDE ZİT FAZLI YEREL EĞRİLİKLİ KOMŞU İKİ LİF İÇEREN <del>AYNI DÜZLEM ZİT FAZ</del> SONSUZ ELASTİK ORTAMDA GERİLME ANALİZİ</b> ..... | <b>5553</b>     |
| 3.1 <b>Problem Formülasyonu</b> .....                                                                                                           | <b>5553</b>     |
| 3.2 <b>Çözüm Yönteminin Geliştirilmesi</b> .....                                                                                                | <b>5654</b>     |
| 3.3 <b>Sınır Değer Probleminin Çözümü</b> .....                                                                                                 | <b>5754</b>     |
| 3.4 <b>Sayısal Sonuçlar</b> .....                                                                                                               | <b>5856</b>     |
| <br>BÖLÜM 4.....                                                                                                                                | <br><b>8481</b> |
| SONUÇ VE ÖNERİLER .....                                                                                                                         | <b>8481</b>     |
| KAYNAKLAR .....                                                                                                                                 | <b>8784</b>     |
| EK-A .....                                                                                                                                      | <b>9188</b>     |
| <br>BÖLÜM 2'DE YER ALAN DENGİ DENKLEMLERİNİN SİLİNDİRİK KOORDİNATLARDA AÇIK İFADELERİ .....                                                     | <br><b>9188</b> |
| EK-B .....                                                                                                                                      | <b>9390</b>     |
| <br>BÖLÜM 2'DE YER ALAN ŞEKİL DEĞİŞTİRME VE YER DEĞİŞTİRME İLİŞKİLERİNİN SİLİNDİRİK KOORDİNATLARDA AÇIK İFADELERİ .....                         | <br><b>9390</b> |
| EK-C .....                                                                                                                                      | <b>9491</b>     |
| <br>BÖLÜM 2'DE YER ALAN BİRİNCİ YAKLAŞIM İÇİN DENGİ DENKLEMLERİNİN SİLİNDİRİK KOORDİNATLARDA AÇIK İFADELERİ .....                               | <br><b>9591</b> |
| ÖZGEÇMİŞ.....                                                                                                                                   | <b>9794</b>     |

**Biçimlendirilmiş:** Kenarlık: Altta:  
(Kenarlık Yok)

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm  
**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

## SİMGE LİSTESİ

|                            |                                                           |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------|
| $\varepsilon$              | Lifin eğilme genliğini belirten küçük parametre           |
| $\delta(x_3)$              | Lifin yüklemmeden önceki eğilmesi                         |
| $\sigma_{(in)}^{(k)}$      | Gerilme tansörünün fiziksel bileşeni k.katsayısı          |
| $\varepsilon_{(in)}^{(k)}$ | Şekil değiştirme tansörünün fiziksel bileşeni k.katsayısı |
| $u^i$                      | Yer değiştirme vektörünün kovaryant bileşeni              |
| $u_i$                      | Yer değiştirme vektörünün kontravaryant bileşeni          |
| $H_i$                      | Lamé katsayısı                                            |
| $S$                        | Lif & matris ara yüzeyi                                   |
| $\nu^{(1)}$                | Matris malzemesinin Poisson oranı                         |
| $\nu^{(2)}$                | Lif malzemesinin Poisson oranı                            |
| $I_n(x)$                   | Modifiye Bessel fonksiyonu,                               |
| $K_n(x)$                   | Modifiye Mc Donald fonksiyonu                             |

**Biçimlendirilmiş:** Kenarlık: Altta:  
(Kenarlık Yok)

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

## ŞEKİL LİSTESİ

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Sayfa        |                                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| Şekil 2. <del>1</del> - <del>1</del> Yerel eğrilikli iki lif içeren sonsuz elastik cismin geometrisi ve seçilen koordinat takımları.....                                                                                                                                                                 |              | <b>Biçimlendirilmiş:</b> Girinti: Sol: 0,01 cm, Sekme durakları: 1,9 cm, Sola |
| <del>87</del><br>koordinat takımları.....                                                                                                                                                                                                                                                                | <del>6</del> | <b>Biçimlendirilmiş:</b> Girinti: Sol: 0,01 cm, Asılı: 2,11 cm                |
| Şekil 2. 2 Çeşitli $\alpha$ 'lar için $\sigma_{nn}/ p $ ile $x_3/L$ arasındaki bağımlılık (a)m=0 (b) m=1<br>(c)m=3( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ; $\varepsilon = 0.07$ ; $\kappa = 0.2$ ; $\rho = 2.1$ ).....                                                                                                 |              | <b>Biçimlendirilmiş:</b> Girinti: Sol: 0,01 cm                                |
| <del>246</del>                                                                                                                                                                                                                                                                                           |              | <b>Biçimlendirilmiş:</b> Girinti: Sol: -0,19 cm, Asılı: 2,51 cm               |
| Şekil 2. 3 Çeşitli $\alpha$ 'lar için $\sigma_{nn}/ p $ ile $x_3/L$ arasındaki bağımlılık (a)m=0 (b) m=1<br>(c)m=3( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ; $\varepsilon = 0.07$ ; $\kappa = 0.2$ ; $\rho = 2.1$ ).....                                                                                                |              | <b>Biçimlendirilmiş:</b> Altı çizgisiz                                        |
| <del>257</del>                                                                                                                                                                                                                                                                                           |              | <b>Biçimlendirilmiş:</b> Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,54 cm                   |
| Şekil 2. 4 Çeşitli $\alpha$ 'lar için <del><math>E^{(2)}/E^{(1)} = 300</math></del> $\sigma_{nn}/ p $ ile $x_3/L$ arasındaki bağımlılık (a)m=0-(b)m= <del>1</del> =4<br>(c)m=3( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ; $\varepsilon = 0.07$ ; )<br><del><math>\kappa = 0.2</math>; <math>\rho = 2.5</math></del> ..... |              | <b>Biçimlendirilmiş:</b> Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,33 cm                   |
| <del>278</del>                                                                                                                                                                                                                                                                                           |              |                                                                               |
| Şekil 2. 5 Çeşitli $\alpha$ 'lar için $\sigma_{nn}/ p $ ile $x_3/L$ arasındaki bağımlılık (a)m=0 (b) m=1<br>(c)m=3( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ; $\varepsilon = 0.07$ ; $\kappa = 0.2$ ; $\rho = 2.5$ ).....                                                                                                |              | <b>Biçimlendirilmiş:</b> Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,54 cm                   |
| <del>298</del>                                                                                                                                                                                                                                                                                           |              |                                                                               |
| Şekil 2. 6 Çeşitli $\alpha$ 'lar için $\sigma_{n\tau}/ p $ ile $x_3/L$ arasındaki bağımlılık (a) m=0 (b) m=1<br>(c)m=3( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ; $\varepsilon = 0.07$ ; $\kappa = 0.2$ ; $\rho = 2.1$ )<br>.....                                                                                         |              | <b>Biçimlendirilmiş:</b> Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm                   |
| <del>2930</del>                                                                                                                                                                                                                                                                                          |              |                                                                               |
| Şekil 2. 7 Çeşitli $\alpha$ 'lar için $\sigma_{n\tau}/ p $ ile $x_3/L$ arasındaki bağımlılık (a) m=0 (b) m=1<br>(c)m=3( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ; $\varepsilon = 0.07$ ; $\kappa = 0.2$ ; $\rho = 2.1$ )<br>.....                                                                                        |              | <b>Biçimlendirilmiş:</b> Girinti: Asılı: 2,11 cm                              |
| <del>304</del>                                                                                                                                                                                                                                                                                           |              |                                                                               |
| Şekil 2. 8 Çeşitli $\alpha$ 'lar için $\sigma_{n\tau}/ p $ ile $x_3/L$ arasındaki bağımlılık (a) m=0 (b) m=1<br>(c)m=3( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ; $\varepsilon = 0.07$ ; $\kappa = 0.2$ ; $\rho = 2.5$ ).....                                                                                             |              | <b>Biçimlendirilmiş:</b> Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm                   |
| <del>312</del>                                                                                                                                                                                                                                                                                           |              | <b>Biçimlendirilmiş:</b> Sağ: 0,63 cm                                         |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |              | <b>Biçimlendirilmiş:</b> Konum: Yatay: Ortada, Bağntı: K.Boşluğuna            |

Şekil 2. 9 - Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nr}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$   
(c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  
 $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.5$ ).....323

Şekil 2. 10 - Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;  
(c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$   
.....344

Şekil 2. 11 - Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;  
(c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$   
.....355

Şekil 2. 12 - Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;  
(c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.5$   
.....366

Şekil 2. 13 - Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;  
(c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  
 $\rho = 2.5$ ).....377

Şekil 2. 14 - Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;  
(c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  
 $\varepsilon = 0.07$ ;  $t_3 = 0$ ;  $\rho = 2.1$ ).....42

Şekil 2. 15 - Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;  
(c)  $m=3$   
( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $t_3 = 0$ ;  $\rho = 2.5$ ).....43

Şekil 2. 16 - Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;  
(c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  
 $t_3 = 0.7$ ;  $\rho = 2.1$ ).....44

Şekil 2. 17 - Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;  
(c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  
 $t_3 = 0.7$ ;  $\rho = 2.5$ ).....45

Şekil 2. 18 - Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nr}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a) çekme (b) basınç  
( $E^{(2)}/E^{(1)} = 500$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  
 $t_3 = 0.7$ ;  $\rho = 2.1$ ).....46

Şekil 2. 19 - Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nr}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a) çekme (b) basınç  
( $E^{(2)}/E^{(1)} = 500$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  
 $t_3 = 0.7$ ;  $\rho = 2.5$ ).....46

Şekil 2. 20 - Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  gerilme değerleri ile  $\rho$  arasındaki bağımlılık  
(a) çekme (b) basınç ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ,  $\varepsilon = 0.07$ ,  $x_3/L = 0$ ;  $\kappa = 0.11$ ,

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm,  
Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm,  
Asılı: 2,33 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm,  
Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm,  
Asılı: 2,33 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm,  
Asılı: 2,33 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm,  
Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağntı: K.Boşluğuna

- m=0).....477
- Şekil 2. 21 -Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  gerilme değerleri ile  $\rho$  arasındaki bağımlılık (a)çekme (b)basınç ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ,  $\varepsilon = 0.07$ ,  $x_3/L = 0$ ;  $\kappa = 0.11$ ,  $m=0$ ).....488
- Şekil 2. 22 -Çeşitli  $\alpha$  değerleri için  $\sigma_{nr}/|p|$  gerilme değerleri ile  $\rho = R_{12}/R$  arasındaki ilişki ( $-\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $m=1$ ).....49
- Şekil 2. 23 -Çeşitli  $E^{(2)}/E^{(1)}$  değerleri için  $\sigma_{nr}/|p|$  değerleri (a)  $\alpha = 0.01$  (b)  $\alpha = -0.01$  ( $\varepsilon = 0.07$ ;  $m=1$ ;  $\kappa = 0.25$ ;  $x_3/L = 0$ ).....49
- Şekil 3. 1 -Yerel eğrilikli iki lif içeren sonsuz elastik cismin geometrisi ve seçilen koordinat takımları.....52
- Şekil 3. 2 -Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)m=0 (b) m=1 (c)m=3 ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ ).....576
- Şekil 3. 3 -Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)m=0 (b) m=1 (c)m=3 ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ ).....587
- Şekil 3. 4 -Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)m=0 (b) m=1 (c)m=3 ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 500$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ ).....598
- Şekil 3. 5 -Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nr}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)m=0 (b) m=1 (c)m=3 ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ ).....621
- Şekil 3. 6 -Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nr}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)m=0 (b) m=1 (c)m=3 ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ ).....632
- Şekil 3. 7 -Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nr}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)m=0 (b) m=1 (c)m=3 ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 500$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ ).....643

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay: Ortada, Bağntı: K.Boşluğuna

Şekil 3. 8 Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$

$$(c)m=3(E^{(2)}/E^{(1)}=50; \varepsilon=0.07; \kappa=0.2; \rho=2.1) \dots\dots\dots 654$$

Şekil 3. 9 Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$

$$(c)m=3(E^{(2)}/E^{(1)}=300; \varepsilon=0.07; \kappa=0.2; \rho=2.1) \dots\dots\dots 665$$

Şekil 3. 10 Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$

$$(c)m=3(E^{(2)}/E^{(1)}=500; \varepsilon=0.07; \kappa=0.2; \rho=2.1) \dots\dots\dots 676$$

Şekil 3. 11 Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;

$$(c)m=3(E^{(2)}/E^{(1)}=50; \varepsilon=0.07; t_3=0; \rho=2.1) \dots\dots\dots 710$$

Şekil 3. 12 Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;

$$(c)m=3(E^{(2)}/E^{(1)}=50; \varepsilon=0.07; t_3=0; \rho=2.5) \dots\dots\dots 724$$

Şekil 3. 13 Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;

$$(c)m=3(E^{(2)}/E^{(1)}=100; \varepsilon=0.07; t_3=0; \rho=2.1) \dots\dots\dots 732$$

Şekil 3. 14 Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;

$$(c)m=3(E^{(2)}/E^{(1)}=100; \varepsilon=0.07; t_3=0; \rho=2.5) \dots\dots\dots 743$$

Şekil 3. 15 Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;

$$(c)m=3(E^{(2)}/E^{(1)}=300; \varepsilon=0.07; t_3=0; \rho=2.1) \dots\dots\dots 754$$

Şekil 3. 16 Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ;

$$(c)m=3(E^{(2)}/E^{(1)}=300; \varepsilon=0.07; t_3=0; \rho=2.5) \dots\dots\dots 765$$

Şekil 3. 17 Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\rho$  arasındaki bağımlılık (a) çekme (b) basınç

$$(E^{(2)}/E^{(1)}=500, \varepsilon=0.07, x_3/L=0; \kappa=0.25, m=1) \dots\dots\dots 788$$

Şekil 3. 18 Çeşitli  $\alpha'$  lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\rho$  arasındaki bağımlılık (a) çekme (b) basınç

$$(E^{(2)}/E^{(1)}=500, \varepsilon=0.07, x_3/L=0; \kappa=0.25, m=1) \dots\dots\dots 79$$

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,33 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm, Asılı: 2,33 cm

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay: Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

## ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 2. 1 Çeşitli  $E^{(2)} / E^{(1)}$ ,  $\alpha$  ve  $\rho$  değerleri için  $\sigma_{n\tau} / |p|$  değerleri

(  $\varepsilon = 0.07$ ;  $m=1$ ;  $x_3 / L = 0$ ;  $\kappa = 0.25$  )

.....50

Çizelge 2. 2 Çeşitli denklem sayıları ve  $E^{(2)} / E^{(1)}$  değerleri için  $\sigma_{n\tau} / |p|$  değerleri

(  $m=1$ ;  $x_3 / L = 0$ ;  $\kappa = 0.25$ ;  $\rho = 2.1$ ;

$\alpha = 5.10^{-5}$  ).....51

Çizelge 3. 1 Çeşitli  $E^{(2)} / E^{(1)}$ ,  $\alpha$  ve  $\rho$  değerleri için  $\sigma_{nn} / |p|$  değerleri

(  $\varepsilon = 0.07$ ;  $m=1$ ;  $x_3 / L = 0$ ;  $\kappa = 0.25$  )

.....798

Çizelge 3.2 Çeşitli denklem sayıları ve  $E^{(2)} / E^{(1)}$  değerleri için  $\sigma_{nn} / |p|$  değerleri

(  $m=1$ ;  $x_3 / L = 0$ ;  $\kappa = 0.25$ ;

$\rho = 2.1$ ;  $\alpha = 5.10^{-5}$  ).....8079

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm,  
Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 0 cm,  
Asılı: 2,12 cm

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

## YEREL EĞRİLİKLİ KOMŞU İKİ LİF İÇEREN SONSUZ ELASTİK ORTAMDA GERİLME ANALİZİ

Nihan TIRMIKÇIOĞLU ÇINAR

Matematik Mühendisliği Anabilim Dalı  
Doktora Tezi

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Surkay D.AKBAROV

Eş Danışman: Doç. Dr. Reşat KÖŞKER

Tek yönlü lifli kompozit malzemelerdeki liflerin eğrilik nedeni dizayn sırasında duyulan gereksinim veya teknolojik işlemlerin sonucudur. Genellikle teknolojik işlemler sırasında ortaya çıkan lar yerel eğrilikler, dizayn gereksinimi sonucu ortaya çıkmış olan eğrilikler ise periyodik eğrilikler şeklinde modellenirler. Çalışmamızda, sonsuz ortamda düşük yoğunluklu sonsuz uzunluklu yerel eğrilikli iki lif olması durumu ele alınmış ve gerilme dağılımı incelenmiştir. Nanokompozit alanında uygulanabilecek bir çalışma yapılmıştır. Bu incelemeler parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde elastisite teorisinin üç boyutlu kesin geometrik nonlineer denklemleri kullanılarak yapılmıştır. Çalışma da boyunca cisme sonsuzda lif yönünde düzgün yayılmış normal kuvvetler etkidiği ve lif yüzeyine dik kesitlerin yarıçapı, lif boyunca değişmeyen daireler olduğu kabul edilmiştir.

Uygun sınır değer problemlerinin çözümü için sınır formu pertürbasyon yönteminden yararlanılarak yaklaşık bir analitik metod kullanılmıştır.

Ele alınan ortamdaki gerilme yayılımına ve bu yayılıma geometrik nonlineeritenin etkisi ile ilgili çok sayıda sayısal sonuç elde edilmiş ve yorumlanmıştır.

**Anahtar kelimeler :** Lifli kompozit, gerilme yayılımı, geometrik nonlineerite, yerel eğrilik

,

Biçimlendirilmiş: Sağa

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

## ABSTRACT

### STRESS DISTRIBUTION IN AN INFINITE ELASTIC BODY CONTAINING TWO NEIGHBORING LOCALLY CURVED FIBERS

Nihan TIRMIKÇIOĞLU ÇINAR

Department of Mathematical Engineering  
PhD. Thesis

Advisor: Prof. Dr. Surkay D.AKBAROV

xiv

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay:  
Ortada, Bağını: K.Boşluğuna

Co-Advisor: Assoc. Prof.Dr. Reşat KÖŞKER

The curvature of the fibers of the unidirectional fibrous composite materials is occurred due to design requirements or technological processes. The curvature caused by design features is modeled as periodical, whereas the curvature caused by technological process is modeled as a local one. In this study, the case where two locally curved fibers with an infinite length contained by an infinite body is considered and stres distribution in that is investigated. This study can also be used in the nanocomposites' field. The investigations are carried out within the framework of the piecewise homogenous body model with the use of three-dimensional geometrical nonlinear exact equations of the theory of elasticity. Furthermore, it is assumed that the body is loaded at infinity by uniformly distributed normal forces which act along the fibers and the cross section of the fibers and normal to its axial line, is a circle of constant radius along the entire fiber length.

For the solution of considered boundary value problem, an analitical method is developed by using the boundary form perturbation method.

The numerous numerical results related to the stress distribution in considered body and the influence of geometrical nonlinearity to this distribution are obtained.

**Keywords:** Fibrous composite, stres distribution, geometrical nonlinearity, local curvature

---

**YILDIZ TECHNICAL UNIVERSITY**  
**GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE**

---

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna

## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

#### 1.1 Literatür Özeti-Tek Yönlü Eğrisel Yapıya Sahip Lifli Kompozitlerin Gerilme Durumuna Ait Çalışmaların Kısa Özeti

İki veya daha fazla sayıda aynı veya farklı gruptaki malzemelerin en iyi özelliklerini bir araya toplamak ya da ortaya yeni bir özellik çıkarmak amacıyla bu malzemelerin üç boyutlu nitelikte bir araya getirilmesiyle oluşan malzemelere “Kompozit Malzeme” adı verilir. Başka bir deyişle, bileşenlerinin hiçbirinde tek başına mevcut olmayan bir özelliğin elde edilmesi veya birbirlerinin zayıf yönünü düzelterek üstün özellikler elde edilmesi amaçlanarak bir araya getirilmiş değişik tür malzemelerden ya da fazlardan oluşan malzemelerdir. Rijid ve aynı zamanda hafif ve mukavemetli olmaları, diğer malzemelerin yanında daha tercih edilir konumda olmalarını sağlamaktadır. Teknolojinin hızla ilerlemesi ve buna paralel olarak daha dayanıklı ve sağlam malzemeye ihtiyaç duyulması, bir hayli avantajlı özelliklere sahip olan kompozit malzemelerin üretiminin oldukça önem kazandığını açıkça ortaya koymaktadır. Bu sebeple, bu kadar değerli malzemelerin daha etkin kullanılması, çeşitli dış etkiler altındaki mekaniksel davranışlarının matematiksel modellenmesini ve teoriksel açıdan incelenmesini gerektirmektedir. Kompozit malzemeler arasında tek yönlü lifli kompozitler önemli bir yer tutmaktadır. Bu tür kompozitlerin farklı dış etkiler ve bu dış etkilerin neden olduğu iç kuvvetler karşısında gösterecekleri davranış biçimi, geniş

ölçüde bu malzemelerin yapısal özellikleriyle ilgilidir. En önemli yapısal özelliklerinden biri de lif eğriliğidir.

Eğrisel yapıya sahip kompozitler, başlangıç eğriliğe sahip lifler ve levhalarla güçlendirilmiş kompozitlerdir. Eğrilikler malzeme dizaynından ([20], [6], [21], [26], [28]), veya teknolojik işlemler neticesinde ([20],-[6 ],-[22])meydana gelmektedir. Eğrilikli olarak dizayn edilen kompozit malzemeler periyodik eğrilikli, üretim ya da teknolojik işlemler esnasında dizayn edilen -kompozit malzemeler ise yerel eğrilikli olarak modellenir. Modellenen malzemenin en iyi şekilde kullanılması da lif eğriliklerinin hesaba katılarak gerilme-şekil değiştirme durumunun belirlenmesiyle ilgilidir.

[1-14] ve [16-17], [2], [3], [5], [6], [17], [7], [8], [9], [10], [11], [17], [14], [13], [12], [16] kaynaklarından görüleceği üzere, li kaynaklarından görüleceği üzere lif eğrilikleri kendi kendini dengeleyen gerilme durumlarının oluşmasına neden olmaktadır. Bu gerilmeler eğrisel ve mekanik parametrelere bağlı olarak çok büyük boyutlara ulaşarak kompozitin adhezyon mukavemet sınırını aşabilmektedir. Bu sebeptendir ki uygun mekanik problemlerinin matematik modellerinin yapıp teorik olarak incelenmesi kompozitlerin uygulaması açısından son derece önemlidir. Tezdeki araştırmaların önemini ve yerini belirtebilmemiz için bu alanda yapılan çalışmaları bın kısa özetini ele alalım.

Eğrilikli kompozit malzemeler mekaniği çalışmalarında iki temel yaklaşım vardır. Bunlardan ilki ([-20], [6]) boyut olarak eğrilikten daha büyük düşünülebilen bölgelerde gerilme-şekil değiştirme bileşenlerinin hesaplanması için kullanılan süreklilik yaklaşımıdır. Burada yapıdaki eğriliğin etkisi, malzemenin normalize edilmiş mekanik özelliklerindeki değişim olarak ele alınır. Yerel yaklaşım olarak adlandırılan ikinci yaklaşımda ise, eğrilik bölgesinden küçük veya ona yakın alanlarda elemanın eğriliğinin etkisinin de dikkate alınmasıyla gerilme-şekil değiştirme durumu üzerindeki etkisi kestirilebilir. Tez kapsamında yapılan araştırmalar parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde olduğundan yukarıda adı geçen ikinci yaklaşıma ait olan çalışmaların üzerinde duralım.

Parçalı homojen cisim çerçevesinde yapılan araştırmalarda kompozit malzemelerin her bir bileşeni ile ilgili denklem ve ifadeler yazılır ve bu bileşenler arasındaki ortak sınırdan

temas koşulları yazılarak sınır değer problemi elde edilir. Tek yönlü lifli kompozit malzemelerde yapılan çalışmalar malzeme yapısındaki liflerin yerleşim yapısı açısından ele alınmıştır. Bu çalışmalara kısaca değinelim.

[2], [3] makalelerinde kompozitteki lif yoğunluğunun düşük olduğu ve lifler arasındaki etkileşimin ihmal edildiği durum ele alınmış, lif boyunca sonsuzda düzgün dağılmış normal kuvvetlerin etkisindeki periyodik eğrilikli tek lif içeren sonsuz elastik cisimde gerilme dağılımı araştırılmıştır. Bu araştırmalarda matris ve lif malzemelerinin homojen, izotrop ve lineer elastik olduğu kabul edilmiştir. Bu problem [3]'te matris malzemesinin lineer viskoelastik olması durumunda incelenmiştir. Bütün bu araştırmalar, lineer elastisite teorisinin üç boyutlu kesin denklemleri kullanılarak parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde uygulanmıştır. Bu kabuller dahilinde [2]'de verilen metod, kompozit malzemenin lif yoğunluğunun çok olması ve dolayısıyla lifler arasındaki etkileşimin dikkate alındığı durumlara genişletilmesine Akbarov ve Guz[5]’te de değinilmiş olsa da bunlarla ilgili sayısal sonuçlar [7-], [8], [9], [10], [11] makalelerinde verilmiştir. [7], [8] makalelerinde periyodik eğrilikli komşu iki lif içeren sonsuz ortamda gerilme dağılımı, elastisite teorisinin üç boyutlu geometrik non lineer denklemleri kullanılarak incelenmişken, [9], [10] makalelerinde yine iki komşu lif içeren sonsuz elastik ortamda gerilme dağılımı, elastisite teorisinin üç boyutlu geometrik lineer denklemleri kullanılarak parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde incelenmiştir. Sözü edilen çalışmalar, sonsuz ortam içindeki komşu liflerin birbirine göre farklı yerleşim şekillerinde ve sonsuzda lifler yönünde düzgün yayılmış yük etkisi altında incelenmiştir. Buradaki yaklaşım, [11] çalışmasında tek yönde periyodik dizilmiş periyodik eğrilikli lifler içeren elastik ortamda gerilme dağılımı incelenmesine geliştirilmiş ve [12]'de eğrilikler aynı fazlı ve zıt fazlı olarak incelenmiştir.

Yukarıdaki çalışmalardan da görüldüğü gibi güçlendirici elamanın tek yönlü lif olduğu kompozit malzemeler, genellikle liflerin periyodik eğrilikli olduğu düşünülerek çalışılmıştır. Lifteki eğriliğin yerel olması durumuna ait çok az çalışma vardır [23], [2-24-25], [25]. Sözü edilen çalışmalarda, elastisite teorisinin geometrik lineer denklemleri kullanılarak ilgili sayısal sonuçlar verilmiştir. Halbuki lineer durumdaki parametrelerin geçerlilik sınırlarının belirlenmesi, geometrik non lineeritenin malzemedeki gerilme dağılımına etkisinin belirlenmesiyle mümkündür. Bununla ilgili elde edilen sayısal

sonuçlar [16]'da verilmektedir. Bu sonuçlar yerel eğrilikli tek lif içeren ve dolayısıyla liflerin arasındaki etkileşimin ihmal edildiği sonsuz elastik ortamdaki gerilme dağılımının parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde elastisite teorisinin üç boyutlu geometrik non lineer denklemleri kullanılarak araştırılmasını içermektedir.

Son dönemde malzeme biliminde mikroseviyeden nanoseviyeye geçiş, malzeme mekaniği alanında yeni gelişmeleri beraberinde getirmiştir. [37], [39], [45], [46], [51]

alışmalarında polimer matrisli nanokompozit malzemelerin mekanik özellikleri ortaya konmaktadır. Bu çalışmalarda nanolifler mikroliflerden,  $E^F(E^m)$  lifin(matrisin) elastisite modülleri olmak üzere  $E^{(f)} / E^m$  değerleri ile ayrılmaktadır. [44] makalesinde ise aynı düzlemde yerel eğrilikli komşu, birbirine paralel iki lif içeren sonsuz elastik ortamda gerilme dağılımı incelenmektedir. Burada liflerin mikrolif özelliği taşıdığı kabul edilmekte ve lifler arası etkileşim dikkate alınmaktadır. Liflerin orta çizgilerinin aynı düzlemde olduğu ve eğriliğin aynı fazlı olduğu n görülmektedir.

## 1.2 **Tezin Amacı** Konunun Gerekliliği ve Güncelliği

Bu çalışmada yapılan araştırmaların amaçları:

1. Yerel eğrilikli komşu iki lif içeren sonsuz ortamların gerilme dağılımının parçalı homjen cisim modeli çerçevesinde elastisite teorisini üç boyutlu geometrik nonlineer denklemleri kullanılarak incelenmesi için gerekli yöntemin geliştirilmesi
  2. Matematiksel formülasyonu elde edilmiş olan sınır değer probleminin incelenmesi için gerekli metodların geliştirilmesi
  3. Ele alınan sınır değer problemlerinin incelenmesinde uygulanan yöntemlerin esaslandırılması ve sayısal sonuçların elde edilmesi için gerekli algoritmaların ve programların yapılması
  4. Elde edilen sayısal sonuçların bazı mekaniksel yorumlarının yapılması
- şeklinde özetlenebilir.

Kompozit malzemelerin kullanıldığı sektörlerle göz attığımızda İnşaat ve Yapı, Otomotiv ve Taşımacılık, Savunma Sanayi ve Havacılık, Gıda ve Tarım, Denizcilik gibi pek çok mühendislik alanına rastlayabiliriz. Daha önce de belirttiğimiz üzere, tek yönlü lifli kompozitler, bu malzemelerin önemli bir alanıdır. Bu tür malzemelerde liflerin yerel eğriliğe sahip olması durumunda az sayıda çalışma bulunmaktadır. Öte yandan, dünyamızın hızlı bir şekilde nanoteknolojiyle tanışması, bu konuda ciddi yatırım ve projelerin gündemde ve geliştiriliyor olması, dolayısıyla nanokompozit malzemelerin ve bu malzemelere en iyi örnek olan nanotüplerin öneminin gittikçe artması gibi nedenler de dikkate alınarak, sonsuz elastik ortamda yerel eğrilikli iki lif bulunması durumu ele alınmış ve nanokompozit alanında kullanılabilecek nitelikte bir çalışma yapılmıştır. Parçalı homojen cisim çerçevesinde elastisite teorisinin üç boyutlu kesin geometrik nonlinear denklemleri kullanılarak yapılan bu çalışmalarda, sonsuzda lif yönünde düzgün yayılmış normal kuvvetlerin etki gösterdiği ve lif yüzeyine dik kesitlerin yarıçapı lif boyunca değişmeyen daireler olduğu kabul edilmiştir.

### 1.3 Tezin Amacı, Orjinal Katkı

Bu çalışmada yapılan araştırmaların amaçları:

1. Yerel eğrilikli komşu iki lif içeren sonsuz ortamların gerilme dağılımının parçalı homjen cisim çerçevesinde elastisite teorisini üç boyutlu geometrik nonlinear denklemleri kullanılarak incelenmesi için gerekli yöntemin geliştirilmesi
  2. Matematiksel formülasyonu elde edilmiş olan sınır değer probleminin incelenmesi için gerekli metodların geliştirilmesi
  3. Ele alınan sınır değer problemlerinin incelenmesinde uygulanan yöntemlerin esaslandırılması ve sayısal sonuçların elde edilmesi için gerekli algoritmaların ve programların yapılması
  4. Elde edilen sayısal sonuçların bazı mekaniksel yorumlarının yapılması
- şeklinde özetlenebilir.

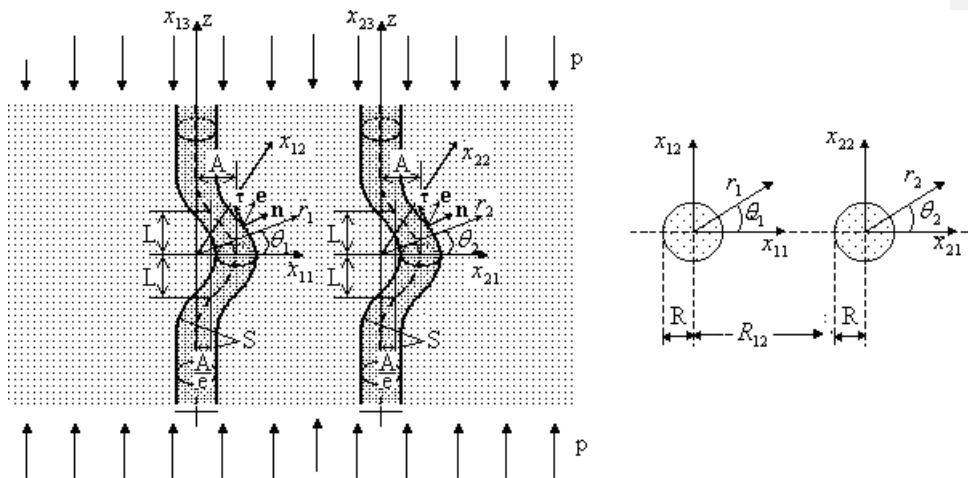
Kompozit malzemelerin kullanıldığı sektörler göz attığımızda İnşaat ve Yapı, Otomotiv ve Taşımacılık, Savunma Sanayi ve Havacılık, Gıda ve Tarım, Denizcilik gibi pek çok mühendislik alanına rastlayabiliriz. Daha önce de belirttiğimiz üzere, tek yönlü lifli kompozitler, bu malzemelerin önemli bir alanıdır. Bu tür malzemelerde liflerin yerel eğriliğe sahip olması durumunda az sayıda çalışma bulunmaktadır. Öte yandan, dünyamızın hızlı bir şekilde nanoteknolojiyle tanışması, bu konuda ciddi yatırım ve projelerin gündemde ve geliştiriliyor olması, dolayısıyla nanokompozit malzemelerin ve bu malzemelere en iyi örnek olan nanotüplerin öneminin gittikçe artması gibi nedenler de dikkate alınarak, sonsuz elastik ortamda yerel eğrilikli iki lif bulunması durumu ele alınmış ve nanokompozit alanında kullanılabilecek nitelikte bir çalışma yapılmıştır. Parçalı homojen cisim çerçevesinde elastisite teorisinin üç boyutlu kesin geometrik nonlinear denklemleri kullanılarak yapılan bu çalışmalarda, sonsuzda lif yönünde düzgün yayılmış normal kuvvetlerin etki gösterdiği ve lif yüzeyine dik kesitlerin yarıçapı lif boyunca değişmeyen daireler olduğu kabul edilmiştir.

**Biçimlendirilmiş:** Kenarlık: Alta:  
(Kenarlık Yok)

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

Sonsuz uzunlukta yerel eğrilikli iki lif içeren sonsuz elastik ortam düşünelim (Şekil 2.1). Bu cisme sonsuzda lif yönünde düzgün yayılmış normal kuvvetler etki ettiği ve lif yüzeyine dik kesitlerin, yarıçapı lif boyunca değişmeyen daireler olduğu kabul edilecektir.



Şekil 2. 1 Yerel eğrilikli iki lif içeren sonsuz elastik cismin geometrisi ve seçilen koordinat takımları

Koordinat takımı olarak, başlangıç noktası liflerin orta çizgisi üzerinde olacak şekilde  $O_k x_{k1} x_{k2} x_{k3}$  Kartezyen,  $Or_k \theta_k z_k$  silindirik koordinat takımlarını seçelim. Burada  $k=1,2$  olmak üzere sırasıyla birinci ve ikinci lifleri ifade etmektedir. Cismin sonsuzda lif yönünde ( $Ox_{k3}(Oz_k)$  yönünde)  $p$  yoğunluklu düzgün dağılmış normal kuvvetler etkisinde olduğu düşünülmektedir. Bundan sonraki ifadelerde matris malzemesi ile ilgili büyüklükler (1), lif ile ilgili büyüklükler ise (2) üst indisleriyle gösterilmektedir. Bunun dışında gerilme-şekil değiştirme tansörleri ve yer değiştirme vektörünün kovaryant ve kontravaryant bileşenleri ile bu tansörler ve vektörün fiziksel bileşenlerinden yararlanılacaktır. Tekrarlanan indislere göre **Einstein toplam uylasımlı** sağlanacaktır. Fakat altı çizili tekrarlanan indisler için bu uylasımlı sağlanmayacaktır.

Yapılan incelemelerde lif ve matrisin farklı lineer elastik malzemelerden oluştuğu kabul edilmekte ve sürekli ortamlar mekaniğinin kesin üç boyutlu geometrik nonlinear denklemleri kullanılmaktadır. Lif ve matris malzemelerinin her birinde sağlanmak koşuluyla, bu malzemeler için, geometrik non lineerite durumunda, aşağıda verilen , sırasıyla denge denklemleri, şekil değiştirme-yer değiştirme denklemleri ve bünye denklemleri sağlanmaktadır:

$$\nabla_i [\sigma^{(k)in} (g_n^j + \nabla_n u^{(k)j})] = 0 \quad (2.1)$$

$$2\varepsilon_{jm}^{(k)} = \nabla_j u_m^{(k)} + \nabla_m u_j^{(k)} + \nabla_j u^{(k)n} \nabla_m u_n^{(k)} \quad (2.2)$$

$$\sigma_{in}^{(k)} = \lambda^{(k)} e^{(k)} \delta_i^n + 2\mu^{(k)} \varepsilon_{in}^{(k)}, \quad e^{(k)} = \varepsilon_{(11)}^{(k)} + \varepsilon_{(22)}^{(k)} + \varepsilon_{(33)}^{(k)} \quad (2.3)$$

Söz konusu denklemlerin silindirik koordinatlardaki ifadeleri EkA ve EkB’de verilmiştir. Burada (2.3) ile verilen denklemde  $\sigma_{in}^{(k)}$ ’lar ve  $\varepsilon_{in}^{(k)}$ ’lar sırasıyla gerilme ve şekil değiştirme tansörlerinin fiziksel bileşenlerini göstermektedir. Aynı zamanda lif ve matris ara yüzeyi olan  $S_k$  yüzeylerinde ideal temas koşullarının sağlandığını varsayalım. Bu koşullar şu şekilde verilmektedir :

$$\sigma^{(1)in} (g_n^j + \nabla_n u^{(1)j}) \Big|_{S_k} n_{(k)j} = \sigma^{(2k)in} (g_n^j + \nabla_n u^{(2k)j}) \Big|_{S_k} n_{(k)j} \quad (2.4)$$

$$u^{(1)j} \Big|_{S_k} = u^{(2k)j} \Big|_{S_k}$$

(2.4) denkleminde de, konvansiyonel tansör notasyonu kullanılmış olup parantez içindeki indisler gerilme ve yer değiştirme tansörlerinin fiziksel bileşenlerini,  $n_{(k)j}$  ise  $S_k$  yüzeylerinin birim normal vektörünün kovaryant bileşenlerini işaret etmektedir.

Gerilme, şekil değiştirme ve yer değiştirme tansörlerinin bileşenleri için

$$\sigma_{(ij)} = \sigma^{ij} H_i H_j = \sigma_{ij} \frac{1}{H_i H_j}, \quad \varepsilon_{(ij)} = \varepsilon^{ij} \frac{1}{H_i H_j} = \varepsilon^{ij} H_i H_j, \quad u_{(i)} = u^i H_i = u_i \frac{1}{H_j} \quad (2.5)$$

eşitliklerinden faydalanılmaktadır. ~~Burada (ij)=rr,θθ,zz,rθ,rz,zθ,(i)=r,θ,z olup~~

Burada (ij)=rr,θθ,zz,rθ,rz,zθ, (i)= r,θ,z'dir.  $\sigma^{ij}$ ,  $\varepsilon^{ij}$  ve  $\sigma_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$  gerilme( $\sigma$ ) ve şekil değiştirme ( $\varepsilon$ ) tansörlerinin ele alınan silindirik koordinat takımındaki kovaryant ve kontravaryant bileşenlerini;  $u^i, u_i$ 'ler ise yer değiştirme ( $u$ ) vektörünün bu koordinat takımındaki kovaryant ve kontravaryant bileşenlerini göstermektedir. (2.6) eşitlikleri tansör ve vektörlerin fiziksel bileşenleri arasındaki ilişkileri göstermektedir. Bu formüllerdeki  $H_i$ 'ler ise Lamé katsayılarıdır. Şekil değiştirme vektörü ve gerilme tansörünün silindirik koordinatlardaki fiziksel bileşenlerinin bu vektör ve tansörlerin kovaryant ve kontravaryant bileşenlerine bağlı ifadeleri aşağıdaki gibidir:

$$H_r = r, \quad H_\theta = 1; \quad H_z = 1$$

$$u_{(r)} = u^r = u_r, \quad u_\theta = r u^\theta = \frac{1}{r} u_\theta; \quad u_{(z)} = u^z = u_z; \quad \sigma_{(rr)} = \sigma_{rr} = \sigma^{rr};$$

$$\sigma_{(r\theta)} = \frac{1}{r} \sigma_{r\theta} = r \sigma^{r\theta}$$

$$\sigma_{(rz)} = \sigma_{rz} = \sigma^{rz}, \quad \sigma_{(\theta r)} = \frac{1}{r} \sigma_{\theta r} = r \sigma^{r\theta}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{r^2} \sigma_{\theta\theta} = r^2 \sigma^{\theta\theta}, \quad \sigma_{(\theta z)} = \frac{1}{r} \sigma_{\theta z} = r \sigma^{\theta z}, \quad \sigma_{(zr)} = \sigma_{zr} = \sigma^{zr}, \quad \sigma_{(z\theta)} = \frac{1}{r} \sigma_{z\theta} = r \sigma^{z\theta}$$

$$\sigma_{(zz)} = \sigma_{zz} = \sigma^{zz} \quad (2.6)$$

Böylece, yerel eğrilikli komşu iki lif içeren sonsuz elastik bir ortamda ve sonsuzda lif yönünde etki gösteren düzgün yayılmış normal kuvvetler olması durumunda

Biçimlendirilmiş: Aralık Sonra: 6 nk

Biçimlendirilmiş: Yazı tipi: Kalın

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay: Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna

gerilmenin ~~inin~~ araştırılması, (2.1)-(2.3) denklemler takımının (2.4) temas koşulları çerçevesinde çözümünü olarak nitelendirilebilir.

Bundan başka lifin orta çizgi denklemini

$$x_{k1} = F_k(x_{k3}) = \varepsilon \delta_k(x_{k3}) \quad x_{k2} = 0$$

$$\left| \delta_k(x_{k3}) \right|, \left| \frac{d\delta_k(x_{k3})}{dx_{k3}} \right| \rightarrow 0 \quad (2.7)$$

Seklinde tanımlayalım. Burada  $\varepsilon$ , ( $0 \leq \varepsilon \leq 1$ ) lifin eğilme genliğini belirten küçük bir parametre,  $\delta_k(x_{k3})$  fonksiyonu ise lifin yüklemmeden önceki eğilmesini ifade etmektedir.

## 2.2 Çözüm Yönteminin Geliştirilmesi

$S_k$  yüzeylerinin denklemi, silindirik koordinat takımında

$$\vec{g}_k(r_k, \theta_k, x_{k3}) = r_k(\theta_k, t_3) \vec{e}_r + x_{k3}(\theta_k, t_3) \vec{e}_3 \quad (2.8)$$

denklemi ile gösterilir.  $t_3 \in (-\infty, \infty)$  olup bir parametredir. (2.7) denklemine göre,  $r_k(\theta_k, t_3)$  ve  $x_{k3}(\theta_k, t_3)$  aşağıdaki denklemleri sağlamalıdır:

$$\varepsilon \delta_k(t_3)(r_k \cos \theta_k - \varepsilon \delta_k(t_3)) + x_{k3} - t_3 = 0 \quad (2.9)$$

$$r_k^2 \sin^2 \theta_k + \left(1 + \varepsilon^2 (\delta_k')^2\right) (r_k \cos \theta_k - \varepsilon \delta_k(t_3))^2 = R^2, \quad \delta_k'(t_3) = \frac{d\delta_k(t_3)}{dt_3} \quad (2.10)$$

(2.9) denklemi düzlemin denklemi olup, lifin orta çizgisinin teğet vektörü ile çakışan normal vektördür. İkinci denklem ise lifin ara kesit koşulunu göstermektedir. Bu denklemler ile  $r_k(\theta_k, t_3)$  ve  $x_{k3}(\theta_k, t_3)$  için

Biçimlendirilmiş: Aralık Sonra: 12 nk

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay:  
Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna

$$r_k(\theta_k, t_3) = \frac{\varepsilon \delta_k(t_3)(1 + \varepsilon^2 (\delta'_k(t_3))^2) \cos \theta_k}{1 + (\delta'_k(t_3))^2 \varepsilon^2 \cos^2 \theta_k} +$$

$$\left\{ \frac{\varepsilon^2 (\delta_k(t_3))^2 (1 + \varepsilon^2 (\delta'_k(t_3))^2)^2 \cos^2 \theta_k}{(1 + (\delta'_k(t_3))^2 \varepsilon^2 \cos^2 \theta_k)^2} + R^2 - (\delta_k(t_3))^2 \varepsilon^2 (1 + \varepsilon^2 (\delta'_k(t_3))^2) \right\}^{1/2}$$

$$x_{k3}(\theta_k, t_3) = t_3 - \varepsilon \delta'_k(t_3)(r_k(\theta_k, t_3) - \varepsilon \delta_k(t_3)) \quad (2.11)$$

elde edilir. Diferansiyel geometrinin iyi bilinen denklemleri kullanılarak,  $S_k$  yüzeyinin birim dış normalinin bileşenleri için aşağıdaki denklemler elde edilmektedir:

$$n_r = r(\theta, t_3) \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial t_3} [A(\theta, z)]^{-1}$$

$$n_\theta = \left[ \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial \theta} \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial t_3} - \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial \theta} \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial t_3} \right] [A(\theta, z)]^{-1}$$

$$A(\theta, t_3) = \left[ \begin{aligned} & \left( r(\theta, t_3) \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial \theta} \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial t_3} - \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial \theta} \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial t_3} \right)^2 \\ & + \left( r(\theta, t_3) \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial t_3} \right)^2 \end{aligned} \right]^{1/2} \quad (2.12)$$

Tanımlanan ve formülasyonu verilen problem, nonlineer kısmi türevli diferansiyel takımı için bir sınır değer problemidir. Bu problemin incelenmesinde [\[3\] ve \[5\]'te Akbarov ve Guz\(1985b,2000\)'de](#) verilmiş olan sınır formu pertürbasyon yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntemle göre aranan büyüklükler, yerel eğriliğin derecesi dikkate alınarak ( $|\varepsilon \delta'_k(t_3)| \ll 1$  değerler için) küçük  $\varepsilon$  parametresinin serisi halinde ele alınır :

$$\sigma_{rr}^{(k)} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \sigma_{rr}^{(k),q}, \dots, \varepsilon_{rr}^{(k)} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \varepsilon_{rr}^{(k),q}, \dots, u_r^{(k)} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q u_r^{(k),q} \quad (2.13)$$

Ayrıca  $S_k$  yüzeyinin (2.11) denklemleri ile bu yüzeyin dış normalinin birim bileşenlerini gösteren (2.12) ifadeleri de  $\varepsilon$  cinsinden seri formunda aşağıdaki gibi elde edilir :

$$r_k = R + \sum_{q=1}^{\infty} \varepsilon^q a_{rq}(R, \theta_k, t_3), \quad z_k = t_3 + \sum_{q=1}^{\infty} \varepsilon^q a_{zq}(R, \theta_k, t_3),$$

$$n_{kr} = 1 + \sum_{q=1}^{\infty} \varepsilon^q b_{rq}(R, \theta_k, t_3), \quad n_{k\theta} = \sum_{q=1}^{\infty} \varepsilon^q b_{\theta q}(R, \theta_k, t_3),$$

$$n_{kz} = \sum_{q=1}^{\infty} \varepsilon^q b_{zq}(R, \theta_k, t_3) \quad (2.14)$$

(2.13) ifadeleri (2.1) denkleminde yerine yazılarak ve aynı kuvvetteki terimler gruplandırılarak (2.13)'teki herbir yaklaşım için uygun denklemler takımı elde edilir. (2.3)'teki bünye denklemleri lineer olduğundan (2.13)'teki herbir yaklaşım için ayrı ayrı sağlanan bünye denklemleri elde edilir. Bu durumda, birinci ve takip eden diğer yaklaşımlar için üretilen denklemler bir önceki yaklaşımların büyüklüklerini de içerecektir. Bundan başka (2.13) ifadelerini yerine yazarak ve (2.14)'ten yararlanarak (2.13)'teki  $\varepsilon$ 'nin katsayılarını  $(R, \theta, t_3)$  civarında seriye açar ve daha sonra  $\varepsilon$ 'nin aynı derecelerine göre gruplandırırsak, her bir yaklaşım için (2.4)'te sağlanan uygun temas koşullarını elde ederiz. Şimdi sıfıncı ve birinci yaklaşımlar için elde edilen uygun denklemler takımını ve temas koşullarının ifadelerini ele alalım.

#### Sıfıncı Yaklaşım

Bu yaklaşım için (2.1)-(2.3) denklemleri ile  $n_r = 1$ ,  $n_\theta = 0$ ;  $n_z = 0$  olduklarından (2.4) temas koşulları aynen sağlanacaktır. Buradan sıfıncı yaklaşım için elde edilen denklem ve temas koşulları nonlinear olur. Sıfıncı yaklaşım, modelimizdeki lifin, eğrilsiz olması durumunda ortaya çıkan gerilme ve şekil değiştirmelerin belirlenmesi için incelenmesi gereken sınır değer problemidir. İlgili mekaniksel görüşler, lifler ve matrisin malzemelerinin rijid olduğu kabulüyle, sıfıncı yaklaşım için elde edilen denklemlerdeki nonlinear terimlerin etkilerinin oldukça önemsiz olduğunu dolayısıyla denklemlerdeki nonlinear terimlerin ihmal edilebileceklerini ifade etmektedirler. Bu varsayımın geçerli olması için de  $\nabla_n u^{(k)j,0} \ll 1$  koşulunun sağlandığı kabul edilerek  $(g_n^j + \nabla_n u^{(k)j,0})$  terimleri  $\delta_n^j$ 'lerle yer değiştirecektir. Böylece sıfıncı yaklaşımın belirlenmesi için

$$\nabla_i \sigma^{(k)ij,0} = 0, \quad 2\varepsilon_{jm}^{(k),0} = \nabla_j u_i^{(k),0} + \nabla_m u_k^{(k),0}$$

$$\sigma_{ij}^{(k)} = (\lambda^{(k)} e^{(k),0}) \delta_i^n + 2(\mu^{(k)} \varepsilon_{(ij)}^{(k),0}) \quad e^{(k),0} = \varepsilon_{(rr)}^{(k),0} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{(k),0} + \varepsilon_{zz}^{(k),0} \quad (2.15)$$

denklemler takımını ve

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay: Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna

$$\sigma_{ij}^{(2),0} \big|_{S_k} = \sigma_{ij}^{(1),0} \big|_{S_k}, \quad u_i^{(2),0} \big|_{S_k} = u_i^{(1),0} \big|_{S_k} \quad (2.16)$$

temas koşullarını elde ederiz.

#### Birinci Yaklaşım

(2.13)'ü (2.1) ve (2.2)'de yerine yazıp  $\varepsilon$ 'nin eşit kuvvetlerinin katsayılarını eşitlesek q.yaklaşım için şu denklemleri elde ederiz:

$$\nabla_i [\sigma^{(k)in,q} (g_n^j + \nabla_n u^{(k)j,0})] + \nabla_i (\sigma^{(k)in,0} \nabla_n u^{(k)j,q}) = - \sum_{m=1}^{q-1} \nabla_i (\sigma^{(k)in,q-m} \nabla_n u^{(k)j,m}) \quad (2.17)$$

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

$$2\varepsilon_{jm}^{(k),q} = \nabla_j u_m^{(k),q} + \nabla_m u_j^{(k),q} + \nabla_j u^{(k)n,0} \nabla_m u_n^{(k),q} + \nabla_j u^{(k)n,q} \nabla_m u_n^{(k),0} + \sum_{s=1}^{q-1} \nabla_j u^{(k)n,q-s} \nabla_m u_n^{(k),s} \quad (2.18)$$

Buradada sıfırıncı yaklaşımda olduğu gibi,  $\nabla_n u^{(k)j,0} \ll 1$  olduğunu varsayar ve  $(g_n^j + \nabla_n u^{(k)j,0})$  terimlerini  $\delta_n^j$ 'lerle yer değiştirirsek (2.17) ve (2.18) denklemlerini aşağıdaki gibi ele alırız:

$$\nabla_i [\sigma^{(k)ij,q} + \sigma^{(k)in,0} \nabla_n u^{(k)j,q}] + \nabla_i (\sigma^{(k)in,0} \nabla_n u^{(k)j,q}) = - \sum_{m=1}^{q-1} \nabla_i (\sigma^{(k)in,q-m} \nabla_n u^{(k)j,m})$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(k),q} = \nabla_j u_i^{(k),q} + \nabla_i u_j^{(k),q} + \sum_{s=1}^{q-1} \nabla_j u^{(k)n,q-s} \nabla_i u_n^{(k),s} \quad (2.19)$$

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

Bu durumda birinci yaklaşım için

$$\nabla_i [\sigma^{(k)ij,1} + \sigma^{(k)in,0} \nabla_n u^{(k)j,1}] = 0 \quad (2.20)$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(k),1} = \nabla_j u_i^{(k),1} + \nabla_i u_j^{(k),1} \quad (2.21)$$

$$\sigma_{(in)}^{(k),1} = (\lambda^{(k)} e^{(k),1}) \delta_i^n + 2(\mu^{(k)} \varepsilon_{(in)}^{(k),1}), \quad e^{(k)} = \varepsilon_{(11)}^{(k),1} + \varepsilon_{(22)}^{(k),1} + \varepsilon_{(33)}^{(k),1} \quad (2.22)$$

denklemleri elde edilir. (2.20) ve (2.21) denklemlerinin fiziksel bileşenlerinin ifadeleri EkC ve EkD'deki gibidir.

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

Sözü edilen işlemler, (2.4) ile verilen temas koşullarına  $\nabla_n u^{(k)j,0} \ll 1$  olduğu dikkate alınarak uygulanırsa birinci yaklaşım için temas koşullarını şu şekilde elde ederiz:

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay: Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

$$[\sigma_{(i)r}]_{1,1}^{2,1} + f_1 \left[ \frac{\partial \sigma_{(i)r}}{\partial r} \right]_{1,0}^{2,0} + \varphi_1 \left[ \frac{\partial \sigma_{(i)r}}{\partial z} \right]_{1,0}^{2,0} + \gamma_r [\sigma_{(i)r}]_{1,0}^{2,0} + \gamma_\theta [\sigma_{(i)\theta}]_{1,0}^{2,0} + \gamma_z [\sigma_{(i)z}]_{1,0}^{2,0} = 0$$

$$[u_{(i)}]_{1,1}^{2,1} + f_1 \left[ \frac{\partial u_{(i)}}{\partial r} \right]_{1,0}^{2,0} + \varphi_1 \left[ \frac{\partial u_{(i)}}{\partial z} \right]_{1,0}^{2,0} = 0$$

(2.23)

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

Böylece birinci yaklaşımın elde edilmesi için gerekli olan denklemler takımı ve temas koşulları verilmiş olmaktadır. Sıfırinci yaklaşım ve (2.20)'de kullanılan kısaltmalar aşağıdaki gibidir:

$$[X]_{1,q}^{2k,q} = X^{(1),q}(R, \theta_k, t_3) - X^{(2k),q}(R, \theta_k, t_3) \quad (q=0,1)$$

$$f_{1k} = \delta_k(t_3) \cos \theta_k$$

$$\varphi_{1k} = -R \frac{d\delta_k(t_3)}{dt_3} \cos \theta_k \quad \gamma_{rk} = \left( \frac{\delta_k(t_3)}{R} - \frac{d^2 \delta_k(t_3)}{dt_3^2} R \right) \cos \theta_k \quad \gamma_{\theta k} = \frac{\delta_k(t_3)}{R} \sin \theta_k,$$

$$\gamma_{zk} = -\frac{d\delta_k(t_3)}{dt_3} \cos \theta_k$$

(2.24)

### 2.3 Sınır Değer Probleminin Çözümü

Bu bölümde yukarıda modellenen sıfırinci ve birinci yaklaşımlara ait sınır değer problemlerinin çözümü verilecektir. Çözüm esnasındaki işlemleri basitleştirmek amacıyla  $v^{(1)}$  matris malzemesinin,  $v^{(2k)}$  lif malzemesinin Poisson oranları olmak üzere,  $v^{(1)} = v^{(21)} = v^{(22)}$  varsayacağız. [5]'-(Akbarov ve Guz, 2000)'e göre Poisson oranlarının eşit alınması sayısal sonuçları çok etkilememekte ancak işlemleri oldukça basitleştirmektedir. (2.15)-(2.16) probleminin çözümü, (k=1,2) olmak üzere şu şekilde elde edilir:

$$\varepsilon_{zz}^{(1),0} = \varepsilon_{zz}^{(21),0} = \varepsilon_{zz}^{(22),0} = \frac{p}{E^{(1)}}, \quad \sigma_{zz}^{(1),0} = p, \quad u_z^{(1),0} = u_z^{(21),0} = u_z^{(22),0} = \frac{p}{E^{(1)}} z$$

$$u_r^{(1),0} = -v^{(1)} \varepsilon_{zz}^{(1),0} r$$

$$u_r^{(2k),0} = -v^{(2k)} \varepsilon_{zz}^{(2k),0} r, \quad u_\theta^{(1),0} = u_\theta^{(2k),0} = 0, \quad \sigma_{rr}^{(1),0} = \sigma_{rr}^{(2k),0} = \sigma_{\theta\theta}^{(1),0} = \sigma_{\theta\theta}^{(2k),0} = 0$$

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay: Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna

$$\sigma_{zz}^{(2k)} = p \frac{E^{(2k)}}{E^{(1)}}, \quad \sigma_{\theta z}^{(1,0)} = \sigma_{\theta z}^{(2k,0)} = \sigma_{rz}^{(1,0)} = \sigma_{rz}^{(2k,0)} = \sigma_{r\theta}^{(1,0)} = \sigma_{r\theta}^{(2k,0)} = 0 \quad (2.25)$$

Şimdi (2.20)-(2.23) denklemleriyle verilen birinci yaklaşımla ilgili problemin çözümünü ele alalım. Yukarıda bahsedilen kabuller ve (2.25) denklemlerinin dikkate alınmasıyla, (2.20) denklemleri ilgili büyüklüklerin silindirik koordinatlardaki fiziksel bileşenleri cinsinden yazılırsa

$$\frac{\partial \sigma_{rr}^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k),1}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr}^{(k),1} - \sigma_{\theta\theta}^{(k),1}) + \sigma_{zz}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_r^{(k),1}}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k),1}}{\partial z} + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta}^{(k),1} + \sigma_{zz}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_\theta^{(k),1}}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k),1}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(k),1} + \sigma_{zz}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_z^{(k),1}}{\partial z^2} = 0 \quad (2.26)$$

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

elde edilir. Bu denklemlerin (Guz,1999) üç boyutlu lineerize edilmiş elastisite denklemleri ile karşılaştığı görülür [36]. (2.18) denklemleri ise

$$\varepsilon_{rr}^{(k),1} = \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^{(k),1} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{u_r^{(k),1}}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^{(k),1} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial r} + \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial z} \right)$$

$$\varepsilon_{rz}^{(k),1} = \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial r}, \quad \varepsilon_{r\theta}^{(k),1} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{u_\theta^{(k),1}}{r} - \frac{u_\theta^{(k),1}}{r} \right)$$

$$\varepsilon_{r\theta}^{(k),1} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial \theta} \right) \quad (2.27)$$

şeklini alır. (2.23) ifadeleri dikkate alınır ve (2.25) kullanılırsa birinci yaklaşım için temas koşulları

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

$$[\sigma_{rr}]_{I,1}^{2k,1} = 0, \quad [\sigma_{r\theta}]_{I,1}^{2k,1} = 0, \quad [\sigma_{rz}]_{I,1}^{2k,1} = (\sigma_{zz}^{(1,0)} - \sigma_{zz}^{(2,0)}) \frac{d\delta_k(t_3)}{dt_3} \cos \theta_k$$

$$[u_r]_{I,1}^{2k,1} = 0, \quad [u_\theta]_{I,1}^{2k,1} = 0, \quad [u_z]_{I,1}^{2k,1} = 0 \quad (2.28)$$

haline gelir. Bu denklemlerin çözümü için (2.26) denklemlerini dikkate alarak şu eşitlikleri kullanalım: (Guz,1999)

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay: Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

$$u_r = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \psi - \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \chi, \quad u_\theta = -\frac{\partial}{\partial r} \psi - \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \chi; \quad u_z = (\lambda + \mu)^{-1} \left( (\lambda + 2\mu) \Delta_1 + \mu \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \chi$$

(2.29)

(2.29) denklemlerindeki  $\psi^{(k)}, \chi^{(k)}$  fonksiyonları aşağıdaki eşitlikleri sağlarlar:

$$\left( \Delta_1 + \xi_1^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi = 0, \quad \left( \Delta_1 + \xi_2^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left( \Delta_1 + \xi_3^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \chi = 0$$

(2.30)

Burada  $\xi_i^{(k)}$  (  $k=1,2; i=1,2,3$ ) olmak üzere şu şekilde tanımlanırlar:

$$\xi_1 = \sqrt{\frac{\mu + \sigma_{zz}^0}{\mu}}, \quad \xi_2 = \sqrt{\frac{\mu + \sigma_{zz}^0}{\mu}}, \quad \xi_3 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu + \sigma_{zz}^0}{\lambda + 2\mu}}$$

$$\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

(2.31)

Birinci yaklaşımla ilgili sınır değer problemini çözmek için bu yaklaşımla ilgili yukarıda

verilen denklemlere,  $z = \frac{x_3}{L}$  olmak üzere

$$\bar{f}_F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(z) e^{-isz} dz$$

(2.32)

ile verilen Fourier dönüşümü uygulanmaktadır. Bu durumda (2.26) denge denklemleri

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{rr}^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\sigma}_{r\theta}^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{is}{L} \bar{\sigma}_{rz}^{(k),1} + \frac{1}{r} \left( \bar{\sigma}_{rr}^{(k),1} - \bar{\sigma}_{\theta\theta}^{(k),1} \right) - \frac{s^2}{L^2} \bar{\sigma}_{zz}^{(k),0} \bar{u}_r^{(k),1} = 0$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{r\theta}^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\sigma}_{\theta\theta}^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{is}{L} \bar{\sigma}_{\theta z}^{(k),1} + \frac{2}{r} \bar{\sigma}_{r\theta}^{(k),1} - \frac{s^2}{L^2} \bar{\sigma}_{zz}^{(k),0} \bar{u}_\theta^{(k),1} = 0$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{rz}^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\sigma}_{\theta z}^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{is}{L} \bar{\sigma}_{zz}^{(k),1} + \frac{1}{r} \bar{\sigma}_{rz}^{(k),1} - \frac{s^2}{L^2} \bar{\sigma}_{zz}^{(k),0} \bar{u}_z^{(k),1} = 0$$

(2.33)

şeklini alır. (2.27) şekil değiştirmeleri

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay: Ortada, Bağlantı: K.Boşluğuna

$$\varepsilon_{rr}^{-(k),1} = \frac{\partial \bar{u}_r^{-(k),1}}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^{-(k),1} = \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_\theta^{-(k),1}}{\partial \theta} + \frac{\bar{u}_r^{-(k),1}}{r}, \quad \varepsilon_{zr}^{-(k),1} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_z^{-(k),1}}{\partial r} + \frac{is}{L} \bar{u}_r^{-(k),1} \right)$$

$$\varepsilon_{zz}^{-(k),1} = \frac{is}{L} \bar{u}_z^{-(k),1}, \quad \varepsilon_{r\theta}^{-(k),1} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_r^{-(k),1}}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{u}_\theta^{-(k),1}}{\partial r} - \frac{\bar{u}_\theta^{-(k),1}}{r} \right), \quad \varepsilon_{\theta z}^{-(k),1} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_z^{-(k),1}}{\partial \theta} + \frac{is}{L} \bar{u}_\theta^{-(k),1} \right)$$

(2.34)

(2.22) bünye denklemleri

$$\sigma_{(in)}^{-(k),1} = \left( \lambda^{(k)} e^{-\frac{r}{L}} \right) \delta_i^n + 2 \left( \mu^{(k)} \varepsilon_{(in)}^{-(k),1} \right)$$

$$e^{-(k),1} = \varepsilon_{(11)}^{-(k),1} + \varepsilon_{(22)}^{-(k),1} + \varepsilon_{(33)}^{-(k),1}$$

(2.35)

(2.28) temas koşulları

$$\left[ \bar{\sigma}_{rr} \right]_{1,1}^{2k,1} = 0, \quad \left[ \bar{\sigma}_{r\theta} \right]_{1,1}^{2k,1} = 0, \quad \left[ \bar{\sigma}_{rz} \right]_{1,1}^{2k,1} = \left( \sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(2),0} \right) \frac{is}{L} \bar{\delta}(t_3) \cos \theta_k,$$

$$\left[ \bar{u}_r \right]_{1,1}^{2k,1} = 0, \quad \left[ \bar{u}_\theta \right]_{1,1}^{2k,1} = 0, \quad \left[ \bar{u}_z \right]_{1,1}^{2k,1} = 0, \quad \bar{\delta}(t_3) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( e^{\frac{(s+m)}{4}} + e^{\frac{(s-m)}{4}} \right)$$

(2.36)

(2.30) ifadeleri

$$\bar{u}_r = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{\psi} - \frac{is}{L} \frac{\partial}{\partial r} \bar{\chi}$$

$$\bar{u}_\theta = -\frac{\partial}{\partial r} \bar{\psi} - \frac{is}{rL} \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{\chi}$$

$$\bar{u}_z = \left( \lambda + \mu \right) \left( \left( (\lambda + \mu) \Delta_1 - \frac{s^2}{L^2} (\mu + \sigma_{zz}^0) \right) \right) \bar{\chi}, \quad \Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

(2.37)

(2.29) gösterimleriyle (2.26) denklemlerini sağlayan (2.30) denklemleri

$$\left( \Delta_1 - \frac{s^2}{L^2} (\xi_1)^2 \right) \bar{\psi} = 0, \quad \left( \Delta_1 - \frac{s^2}{L^2} (\xi_2)^2 \right) \left( \Delta_1 - \frac{s^2}{L^2} (\xi_3)^2 \right) \bar{\chi} = 0$$

(2.38)

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay: Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

halini alır. (2.38) diferansiyel denklemleri, (2.33) ifadeleri ile (2.36) temas koşulları dikkate alınarak çözülürse

$$\bar{\psi}_F^{(2k)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{C}_n^{(2k)}(s) I_n \left( \frac{\xi_1^{(2k)} s r_k}{L} \right) \exp(in \theta_k)$$

$$\bar{\chi}_F^{(2k)} = i \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \left[ \bar{A}_n^{(2k)}(s) I_n \left( \xi_2^{(2k)} s \frac{r_k}{L} \right) + \bar{B}_n^{(2k)}(s) I_n \left( \xi_3^{(2k)} s \frac{r_k}{L} \right) \right] \right\} \exp(in \theta_k) \quad \text{---(2.39)}$$

$$\bar{\psi}_F^{(1)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \bar{C}_n^{(1)k}(s) K_n \left( \xi_1^{(1)} s \frac{r_k}{L} \right) \exp(in \theta_k)$$

$$\bar{\chi}_F^{(1)1} = i \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \left( \bar{A}_n^{(1)k}(s) K_n \left( \xi_2^{(1)} s \frac{r_k}{L} \right) + \bar{B}_n^{(1)k}(s) K_n \left( \xi_3^{(1)} s \frac{r_k}{L} \right) \right) \exp(in \theta_k) \right] \quad \text{---(2.40)}$$

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

elde edilir. Burada  $I_n(x)$  Bessel fonksiyonu,  $K_n(x)$  Macdonald fonksiyonudur.

Bundan başka  $\bar{A}_n^{(2k)}, \dots, \bar{C}_n^{(2k)}$  kompleks sabitler olup

$$\bar{A}_n^{(2k)} = \overline{\bar{A}_{-n}^{(2k)}} \quad \bar{B}_n^{(2k)} = \overline{\bar{B}_{-n}^{(2k)}} \quad \bar{C}_n^{(2k)} = \overline{\bar{C}_{-n}^{(2k)}},$$

$$\text{Im } \bar{A}_0^{(2k)} = \text{Im } \bar{B}_0^{(2k)} = \text{Im } \bar{C}_0^{(2k)} = 0$$

$$\bar{A}_n^{(1)} = \overline{\bar{A}_{-n}^{(1)}} \quad \bar{B}_n^{(1)} = \overline{\bar{B}_{-n}^{(1)}} \quad \bar{C}_n^{(1)} = \overline{\bar{C}_{-n}^{(1)}},$$

$$\text{Im } \bar{A}_0^{(1)} = \text{Im } \bar{B}_0^{(1)} = \text{Im } \bar{C}_0^{(1)} = 0 \quad \text{---(2.41)}$$

Biçimlendirilmiş: Sağ: -0,03 cm

bağıntılarını sağlamaktadır. (2.36) Fourier dönüşümlü temas koşullarını inceleyelim.

(2.40) ve (2.41) ifadelerinin, (k=1,2) olmak üzere, k. Silindirik koordinat takımında,  $S_k$

yüzeyinde sözü edilen temas koşullarını sağlayabilmesi için  $(r_1, \theta_1)$  değişkenlerinin

$(r_2, \theta_2)$  değişkenleri cinsinden ya da  $(r_2, \theta_2)$  değişkenlerinin  $(r_1, \theta_1)$  cinsinden yazılması

gerekir. (2.39) ifadeleri k.silindirik koordinat sisteminde görülebilmektedir. (2.40) ve

(2.41) ifadeleri için bu değişken dönüşümü, toplam teoreminin ~~(Watson(1962))~~  $K_n(x)$

fonksiyonuna aşağıdaki şekilde uygulanması ile yapılmaktadır [49]:

$$r_m \exp i \theta_m = R_{mn} \exp i \varphi_{mn} + r_n \exp i \theta_n,$$

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay: Ortada, Bağntı: K.Boşluğuna

$$K_\nu(cr_n) \exp i \nu \theta_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k I_k(cr_m) K_{\nu-k}(cR_{mn}) \exp[i(\nu-k)\varphi_{mn}] \exp i k \theta_m,$$

$$mn = 12; 21, \quad m; n = 1, 2, \quad r_m < R_{mn}, \quad R_{12} = R_{21}, \quad \varphi_{12} = 0, \quad \varphi_{21} = \pi \quad (2.42)$$

Şimdi (2.7) denklemini incelediğimiz durum olan aynı faz eğriliği için yazalım:

$$x_{k1} = A \exp \left( - \left( \frac{x_{k3}}{L} \right)^2 \right) \cos \left( m \frac{x_{k3}}{L} \right) = \varepsilon L \exp \cos \left( - \left( m \frac{x_{k3}}{L} \right) \right)$$

$$x_{k2} = 0, \quad \varepsilon = \frac{A}{L}, \quad k = 1, 2 \quad (2.43)$$

Burada  $\varepsilon$  küçük bir parametre olup,  $L > A$  olduğu kabul edilmektedir.  $A$  yerel eğriliğin maksimum değeri ve  $L$  Şekil 2.1'den de görülebileceği gibi geometrik parametredir.  $m$  ise yerel eğriliğin salınımını ifade etmektedir.

(2.39)-(2.41) denklemleri kullanılarak, (2.36)'nın Fourier dönüşümlerinden (2.41) sabit bilinmeyenlerine bağlı bir sonsuz cebirsel denklemler sistemi elde edilir. Aşağıda verilen tanımlar ~~kullanılarak~~ **kullanılarak**

$$\bar{C}_n^{(1)k} K_n(\xi_1^{(1)} s \frac{r_k}{L}) = y_{n1}^{(1)k} + i z_{n1}^{(1)k}, \quad \bar{A}_n^{(1)k} K_n(\xi_2^{(1)} s \frac{r_k}{L}) = z_{n2}^{(1)k} + i y_{n2}^{(1)k}$$

$$\bar{B}_n^{(1)k} K_n(\xi_3^{(1)} s \frac{r_k}{L}) = z_{n3}^{(1)k} + i y_{n3}^{(1)k}, \quad \bar{C}_n^{(2)k} I_n(\xi_1^{(2)} s \frac{r_k}{L}) = y_{n1}^{(2)k} + i z_{n1}^{(2)k}$$

$$\bar{A}_n^{(2)k} I_n(\xi_2^{(2)} s \frac{r_k}{L}) = z_{n2}^{(2)k} + i y_{n2}^{(2)k}, \quad \bar{B}_n^{(2)k} I_n(\xi_3^{(2)} s \frac{r_k}{L}) = z_{n3}^{(2)k} + i y_{n3}^{(2)k}$$

$$Z_n^{(k)q} = \begin{Bmatrix} z_{n1}^{(k)q} \\ z_{n2}^{(k)q} \\ z_{n3}^{(k)q} \end{Bmatrix}, \quad Y_n^{(k)q} = \begin{Bmatrix} y_{n1}^{(k)q} \\ y_{n2}^{(k)q} \\ y_{n3}^{(k)q} \end{Bmatrix}, \quad D_{nv}^{(1)q} = \|d_{rs}^{(1)q}(n, v)\|, \quad D_n^{(2)q} = \|d_{rs}^{(2)q}(n)\|$$

$$F_{nv}^{(1)q} = \|f_{rs}^{(1)q}(n, v)\|, \quad F_n^{(2)q} = \|f_{rs}^{(2)q}(n)\|, \quad q = 1, 2, \quad k = 1, 2, \quad r; s = 1, 2, 3 \quad (2.44)$$

~~Bu~~ sonsuz denklemler sistemi  $n = 0, 1, 2, \dots, \infty$  ve  $n \neq 3$  iken  $\delta_3^3 = 1$ ,  $\delta_n^3 = 0$ , olmak

üzere şu şekilde tanımlanır:

$$Z_n^{(1)1} + \sum_{v=0}^{\infty} D_{nv}^{(1)2} Z_v^{(1)2} + D_n^{(2)1} Z_n^{(2)1} = 0,$$

$$Z_n^{(1)2} + \sum_{v=0}^{\infty} D_{nv}^{(1)1} Z_v^{(1)1} + D_n^{(2)2} Z_n^{(2)2} = 0$$

(2.45)

$$Y_n^{(1)1} + \sum_{v=0}^{\infty} F_{nv}^{(1)2} Y_v^{(1)2} + F_n^{(2)1} Y_n^{(2)1} = \delta_n^3 (\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(2),0}) s \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\exp(-(\frac{s+m}{2})^2) - \exp(-(\frac{s-m}{2})^2))$$

$$Y_n^{(1)2} + \sum_{v=0}^{\infty} F_{nv}^{(1)1} Y_v^{(1)1} + F_n^{(2)2} Y_n^{(2)2} = \delta_n^3 (\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(2),0}) s \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\exp(-(\frac{s+m}{2})^2) - \exp(-(\frac{s-m}{2})^2))$$

(2.46)

Burada,  $D_{nv}^{(k)q}$ ,  $F_{nv}^{(k)q}$ ,  $D_n^{(2)q}$  ve  $F_n^{(2)q}$  matrislerinin bileşenleri (2.23)-(2.29) ile (2.39)-(2.41) ifadelerinin Fourier dönüşümlerinden elde edilmektedir. (2.46)'dan  $q = 1, 2$   $k = 1, 2$  olmak üzere  $Z_n^{(k)q} = 0$ 'dır. Bundan başka, mekanik kabuller densimetriden ve (2.41)'den (nano)liflerin aynı faz eğriliği için

$$Y_n^{(1)1} = Y_n^{(1)2} \quad (2.47)$$

dir. Bu eşitliğin (2.46)'da kullanılmasıyla  $Y_n^{(k)1} = Y_n^{(k)2}$  olduğu görülür. Dolayısıyla aynı faz eğriliği için (2.46) denklemi

$$Y_n^{(1)1} + \sum_{v=0}^{\infty} F_{nv}^{(1)2} Y_v^{(1)1} + F_n^{(2)1} Y_n^{(2)1} = \delta_n^3 (\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(2),0}) s \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\exp(-(\frac{s+m}{2})^2) - \exp(-(\frac{s-m}{2})^2))$$

(2.48)

şeklinde olacaktır. Sayısal sonuçlar elde edebilmek için (2.46) sonsuz sisteminin sonlu olarak ifade edilmesi gereklidir. Herhangi bir sonlu sistem ile yer değiştirme yapabilmek için, bu sonsuz denklemler sisteminin determinantının normal tipte olduğunun gösterilmesi gereklidir [41] (Kanatarovich and Krilov (1962)). Bu da

**Biçimlendirilmiş:** İki Yana Yasla,  
Aralık Sonra: 12 nk

**Biçimlendirilmiş:** Sağa, Girinti: Sol:  
0 cm, Asılı: 0 cm

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna

$$M = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{v=0}^{\infty} |F_{nv}^{(1)2}|$$

(2.49)

Biçimlendirilmiş: Sola

serisinin yakınsaklığını ispatlamakla mümkündür. Bunun için de  $I_n(x)$  ve  $K_n(x)$  fonksiyonlarında çok büyük  $n$  ve  $x$  değerleri için şu asimptotik ~~kabuller~~ yapılacaktır özellikler kullanılacaktır:

$$I_n(x) < c_1 \frac{1}{n!} \left( \frac{|x|}{2} \right)^n \quad c_1 : \text{sabit}$$

$$K_n(x) \approx c_2 (n-1)! \left( \frac{2}{|x|} \right)^n \quad c_2 : \text{sabit} \quad (2.50)$$

Bundan başka liflerin birbirine dokunmadığını ifade eden

$$R/(R_{12} - 2L) > R/R_{12}, \quad R_{12}R^{-1} > 2 \quad (2.51)$$

eşitsizliği kullanılacaktır. (2.45)-(2.46) denklemleri dikkate alınarak ve  $F_{nv}^{(1)2}$  ifadeleri analiz edilerek, (2.49) serisi için ~~şu kabule~~ aşağıdaki ifadeye ulaşılabacaktır:

$$M < c_3 \sum_{n=0}^{\infty} n^{c_4} (\rho - 1)^{-n}, \quad c_3, c_4 : \text{sabit}, \quad \rho = R_{12}R^{-1} \quad (2.52)$$

Burada eşitsizliğin sağ tarafındaki seri yakınsadığı için (2.49) da aynı şekilde yakınsayacaktır (~~Guz(1990), Guz, Rushitsky [35],[39] and Guz(2007)~~). (2.48) sonsuz denklemler sisteminin determinantı normal olup, sayısal önermeler için sonsuz sistemler sonlu sistem şeklinde ifade edilebilir. Neticede, (2.48) denklemi aynı faz eğriliği için

$$Y_n^{(1)1} + \sum_{v=0}^{N_v} F_{nv}^{(1)2} Y_v^{(1)1} + F_n^{(2)1} Y_n^{(2)1} = \delta_n^3 (\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(2),0}) s \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\exp(-(\frac{s+m}{2})^2) - \exp(-(\frac{s-m}{2})^2))$$

(2.53)

Biçimlendirilmiş: Giriş: İlk satır: 0 cm

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay: Ortada, Bağlantı: K.Boşluğuna

şeklini alır.  $N_v$  değeri sayısal sonuçların yakınsaklığı ile belirlenmektedir.

(2.35)-(2.36) denklemlerine Fourier dönüşümü uygulandığında  $\sigma_{rr}^{(1),1}, \dots, \sigma_{zz}^{(2),1}$  Fourier dönüşümlü değerleri elde edilmektedir. Bu büyükklükler-değerlere ters Fourier dönüşümü uygulandığında ise gerilme değerlerinin kendilerine ulaşılmaktadır. Örneğin  $\sigma_{rr}^{(1),1}$  gerilme değeri

$$\sigma_{rr}^{(1),1} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{rr}^{(1),1} e^{isz} ds \quad (2.54)$$

(2.43)'ten  $\delta_k(t_3)$  fonksiyonu tek-çift fonksiyon olduğu görülmektedir. O halde (2.53) ifadesi

$$\sigma_{rr}^{(1),1} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \sigma_{rr}^{(1),1} \cos zds \quad (2.55)$$

olarak yazılır. Aynı yöntemle diğer aranılanlar aranılan değerler deda -bulunarak birinci yaklaşım için tüm değerler elde edilmiş olur. Benzer şekilde, (2.13) ifadelerinin ikinci yaklaşım ve takip eden yaklaşımlar için değerleri de belirlenebilir. [5]r. (Akbarov ve Guz, 2000)'e göre , lif eğriliğinin gerilme dağılımına etkisi birinci yaklaşım çerçevesinde görülebilmektedir. İkinci ve daha sonraki yaklaşımlar ise daha fazla ve detaylı matematiksel işlemler gerektirmektedir dir ve belirsiz sonuçlar verebilmektedir

Çalışmada tüm araştırmalar sıfırıncı ve birinci yaklaşım çerçevesinde yapılmıştır.

## 2.4 Sayısal Sonuçlar

Öncelikle (2.55) integralinin çözümü ile ilgili bazı noktaları vurgulayalım. Birinci yaklaşımla ilgili olan lineer denklemler sistemi çözüldüğünde elde etmek istediğimiz gerilme büyüklüklerinin s Fourier parametresine bağlı Fourier dönüşümlü değerleri bulunmuş olur. Gerçek değerlere ulaşmamız için kullanmamız gereken ters Fourier

Biçimlendirilmiş: Satır aralığı: 1,5 satır

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay: Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna

dönüşümündeki  $\int_{-\infty}^{\infty} (.)ds$  integrali, büyüklüklerin tek veya çift olmalarından dolayı söz

konusu integral  $\int_0^{\infty} (.)ds$  haline gelmiş olur. Bu integral,

$$\int_0^{\infty} (.)ds \cong \int_0^{S_*} (.)ds \cong \sum_{i=0}^N \int_{S_i}^{S_{i+1}} (.)ds \quad (2.56)$$

yaklaşımıyla çözülmüştür. N ve  $S_*$  değerleri, yakınsaklık kriteri ile belirlenmiş

parametreler olmak üzere  $S_o = 0$ ;  $S_N = S_*$  olarak kullanılmıştır. Ayrıca  $\int_{S_i}^{S_{i+1}} (.)ds$

integralinin sayısal hesabı için 10 noktalı Gaus-Legendre sayısal integrasyon yöntemi kullanılmıştır. Sayısal hesaplamalar için gerekli algoritmalar, FTN77 programlama diliyle tarafımızdan kodlanmıştır.

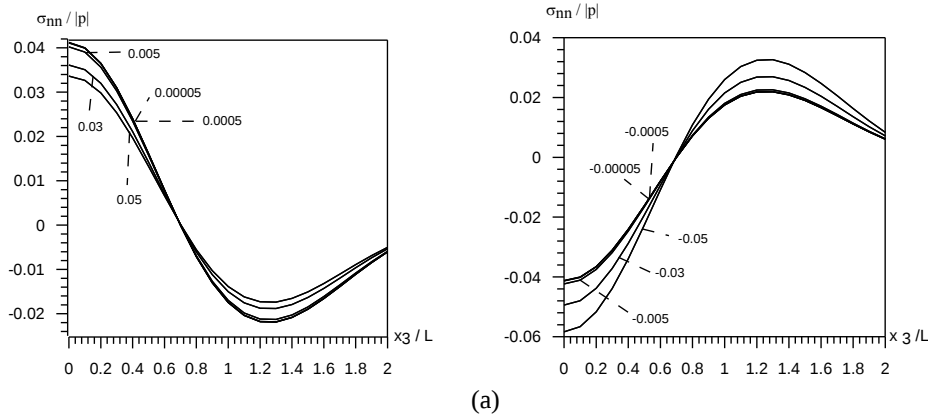
Gerilme yayılımına ait incelemeler  $\sigma_{n\tau}$ ,  $\sigma_{ne}$  kayma gerilmeleri ve  $\sigma_{nn}$  normal gerilmesine ait sayısal sonuçlar elde etmek ve bunları yorumlama kapsamında yapılmıştır. Simetri nedeniyle, bu gerilmelerin yayılımı sadece, Şekil 2.1'de de görüleceği üzere  $x_3 \geq 0$  and  $0 \leq \theta \leq \pi$  için incelenmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi, yerel eğrilikleri aynı düzlemde ve aynı fazda olan problemle ilgilenildiğinden simetri özelliği de kullanılarak, sözü edilen gerilmelerin S yüzeyi üzerindeki değerleri incelenmiştir.  $\sigma_{nn}$  normal gerilmesi S yüzeyinin **n** normal vektörü doğrultusundaki,  $\sigma_{n\tau}$  ve  $\sigma_{ne}$  kayma gerilmeleri de aynı yüzeyin  $\tau$  ve **e** birim vektörleri boyunca etkiyen gerilmelerdir.  $\varepsilon = 0$  iken (eğriliğin sıfır olduğu durumda)  $\sigma_{nn}$ ,  $\sigma_{n\tau}$  ve  $\sigma_{ne}$  gerilmeleri sırasıyla  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{rz}$  ve  $\sigma_{r\theta}$  ile çakışmaktadır.

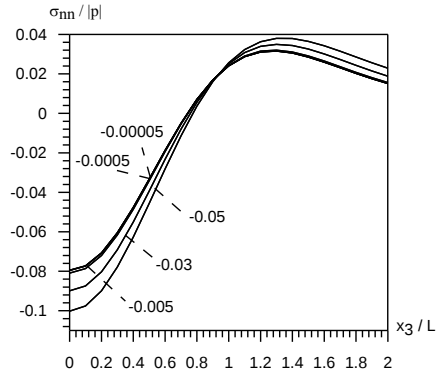
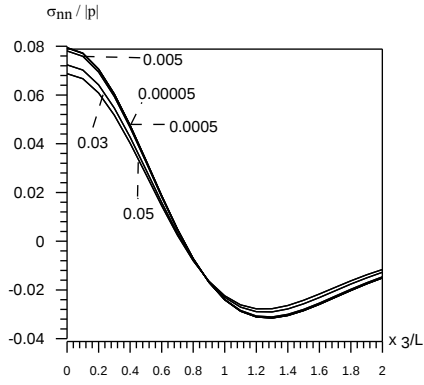
Sayısal sonuçlar için, R liflerin ~~liflerin~~ yüzeyine dik çember kesitlerin yarıçapı ve  $R_{12}$  komşu iki lif arasındaki uzaklık olmak üzere  $\kappa = R/L$  ve  $\rho = R_{12}/R$  (Şekil 2.1) parametreleri tanımlanmıştır. Bundan başka yerel eğriliğin salınım modu değerleri  $m=1,2,3$   $\varepsilon = 0.07$ ,  $\sigma_{nn}/|p|$  ve  $\sigma_{ne}/|p|$  değerlerinin hesaplanmasında  $x_3/L = 0$ ,  $\sigma_{n\tau}/|p|$  değerlerinin hesaplanmasında  $x_3/L = 0.7$ ,  $\nu^{(1)}$  ve  $\nu^{(2k)}$  sırasıyla matris ve lifin

Poisson oranları olmak üzere  $\nu^{(1)} = \nu^{(2k)} = 0.3$ ,  $E^{(2)}$  ve  $E^{(1)}$  sırasıyla matris ve lifin Young modülleri olmak üzere  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50, 100, 300$  ve  $500$  değerleri kullanılmaktadır. Geometrik nonlinearitenin gerilme yayılımına etkisini göstermek için  $\alpha = p / E^{(1)}$  parametresi tanımlanmıştır. Bundan başka  $\sigma_{nn}$  ve  $\sigma_{nr}$  değerlerinin incelenmesinde  $\theta = 0$ ;  $\sigma_{ne}$  incelemelerinde ise  $\theta = \frac{\pi}{2}$  alınmaktadır. Bu değerler, (2.11) denkleminde söz konusu gerilme değerlerini maksimum yapan gerilme değerleridir.

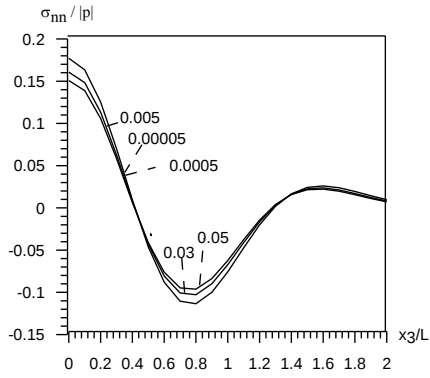
Şekil 2.2’de yer alan grafiklerde,  $\kappa = 0.2$ ,  $\rho = 2.1$ ,  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  ve çeşitli  $m$  değerlerinde  $\sigma_{nn} / |p|$  ve  $x_3 / L$  parametreleri arasındaki ilişkiye geometrik nonlineariteyi ifade eden  $\alpha$ ’nın ve yerel eğrilik titreşim modunu ifade eden  $m$ ’nin etkisi görülmektedir. Yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nn} / |p|$  değerleri artış göstermekte; aynı zamanda bu gerilmelerin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ ’nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. [39]’a (Guz et al., 2007)’e göre nanotüplerdeki elastisite sabiti oranının büyük olduğu gözlemlenmektedir. Şekil 2.3’te yer alan grafiklerde aynı parametre değerlerinde  $E^{(2)} / E^{(1)} = 300$  alınarak inceleme yapılmıştır. Yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nn} / |p|$  gerilmelerinin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$  için artış gösterdiği ve bu gerilme değerlerinin, aynı parametre değerlerinde, mikrofiber durumu için kabul ettiğimiz  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  durumu için elde edilenlerden oldukça fazla olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra,  $\sigma_{nn} / |p|$  gerilmelerinin  $|\alpha|$ ’nın artmasıyla çekmede durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı görülmektedir. Şekil 2.4’te yer alan grafiklerde,  $\kappa = 0.2$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\rho = 2.5$ ;  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  ve çeşitli  $m$  değerlerinde  $\sigma_{nn} / |p|$  ve  $x_3 / L$  parametreleri arasındaki ilişkiye geometrik nonlineariteyi ifade eden  $\alpha$ ’nın ve yerel eğrilik titreşim modunu ifade eden  $m$ ’nin etkisi etkisi görülmektedir. Titreşim sayısının

artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nn}/|p|$  değerleri artış göstermekte; bunun yanında söz konusu gerilmelerin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$  'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Şekil 2.5'te yer alan grafiklerde aynı parametre değerlerinde  $E^{(2)} / E^{(1)} = 300$  alınarak  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $x_3 / L$  parametreleri arasındaki ilişki incelenmiştir. Titreşim sayısının artmasıyla hem basınç hem de çekme durumunda  $|\alpha|$  için artış gösterdiği ve gerilme değerlerini aynı parametre değerlerinde, mikrolif durumu için kabul ettiğimiz  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  durumu için elde edilenlerden oldukça fazla olduğu görülmektedir. Ayrıca,  $\sigma_{nn}/|p|$  gerilmelerinin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$  'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınçta ise arttığı gözlemlenmektedir.



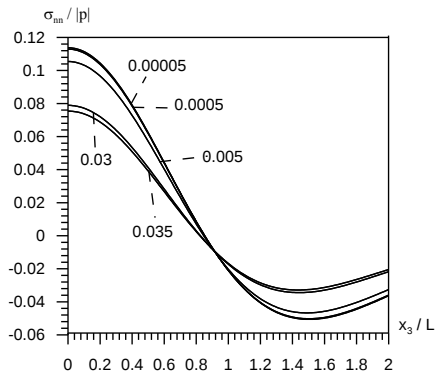


(b)

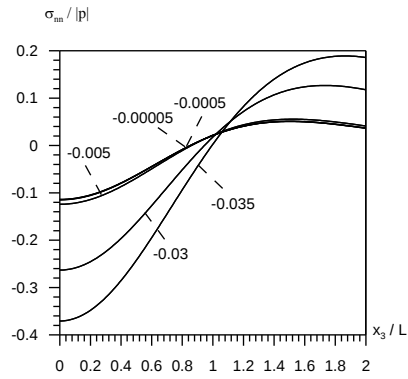


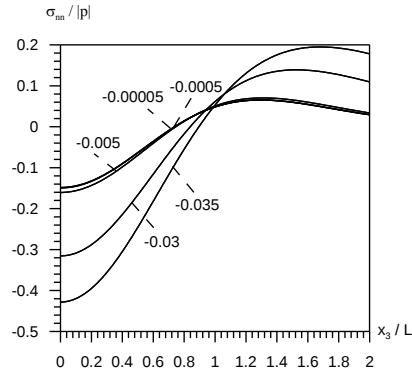
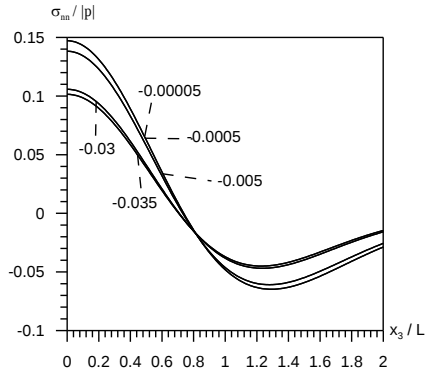
(c)

Şekil 2. 2 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ )

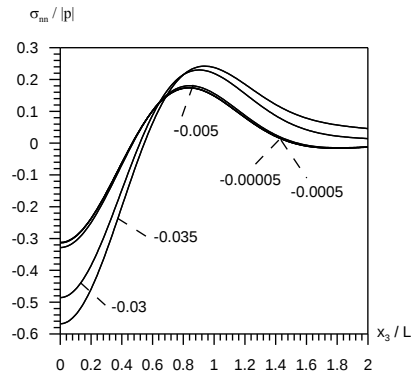
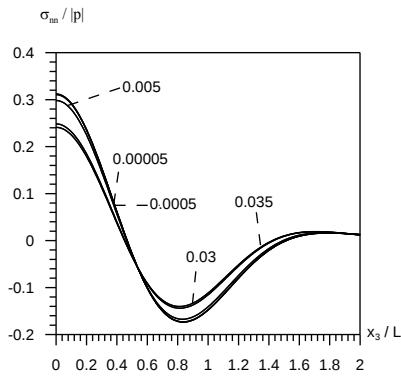


(a)



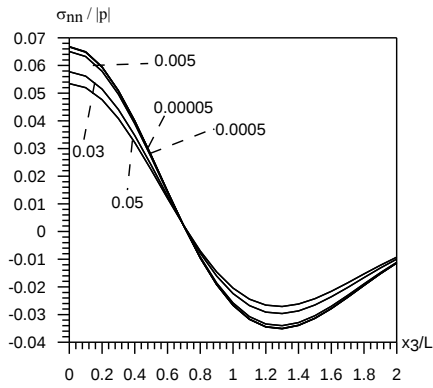


(b)

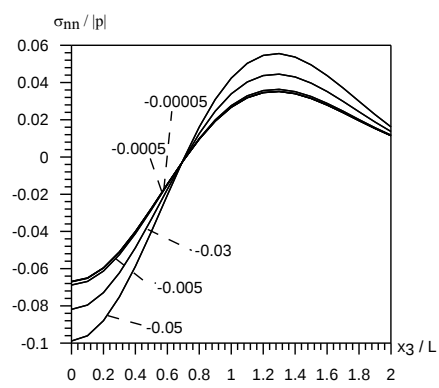


(c)

Şekil 2.3 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ )

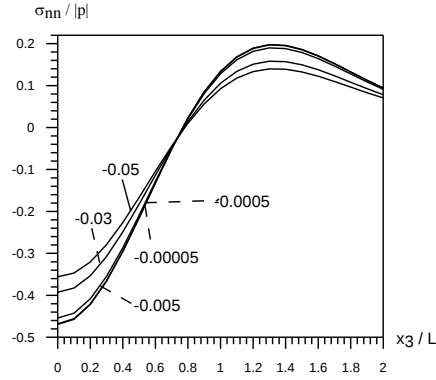
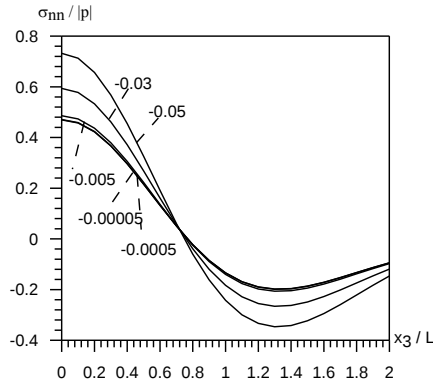


(a)

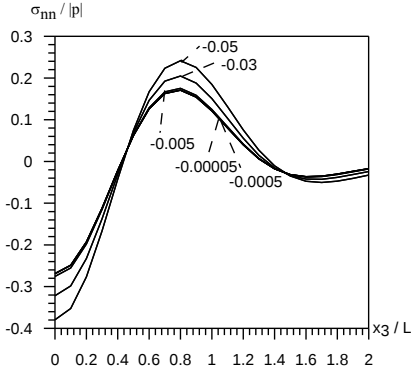
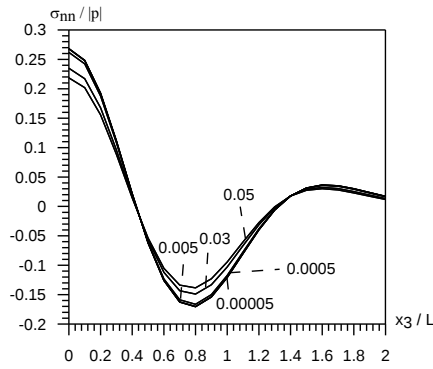


Bıçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Bıçimlendirilmiş: Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

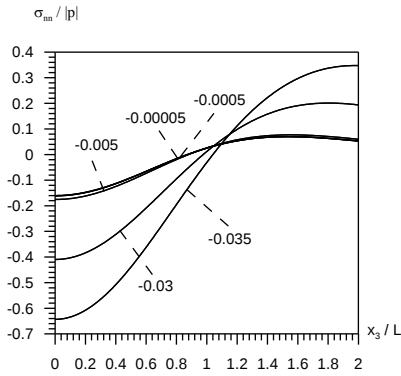
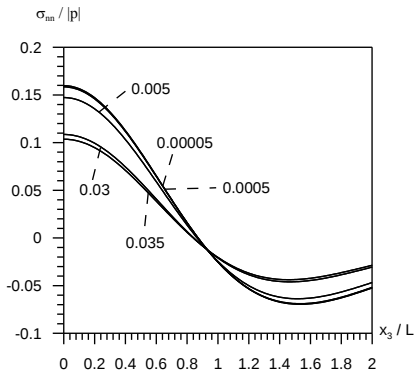


(b)



(c)

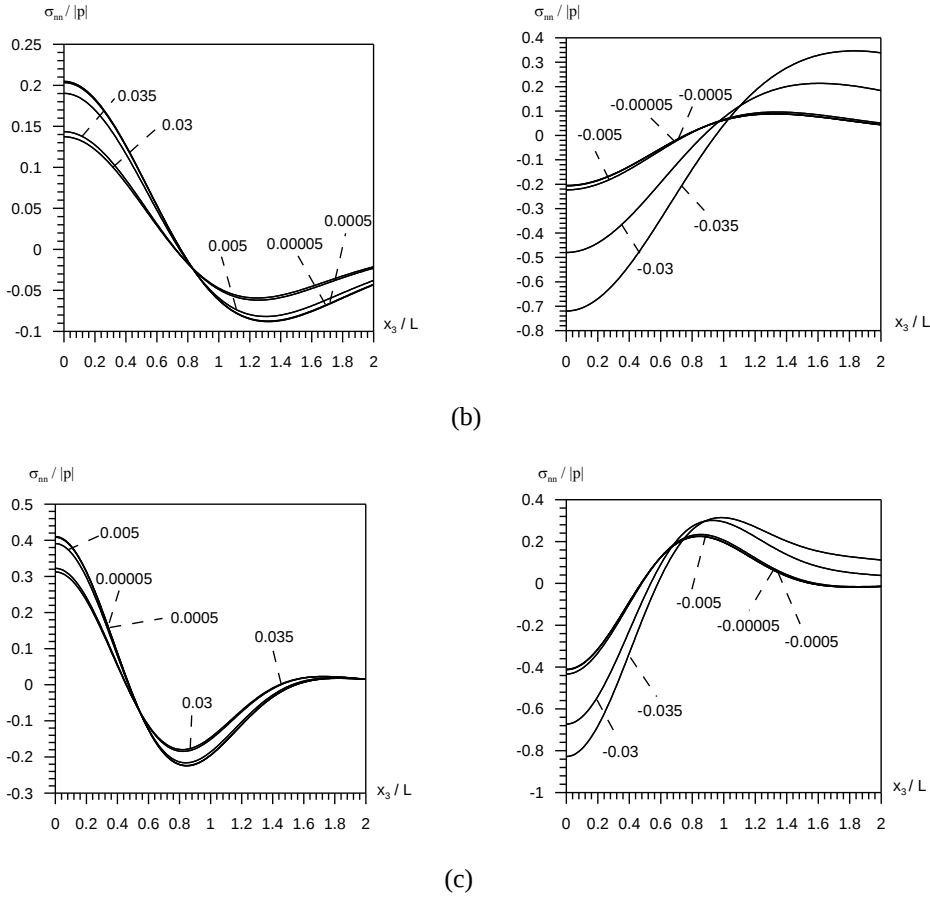
Şekil 2.4 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.5$ )



(a)

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

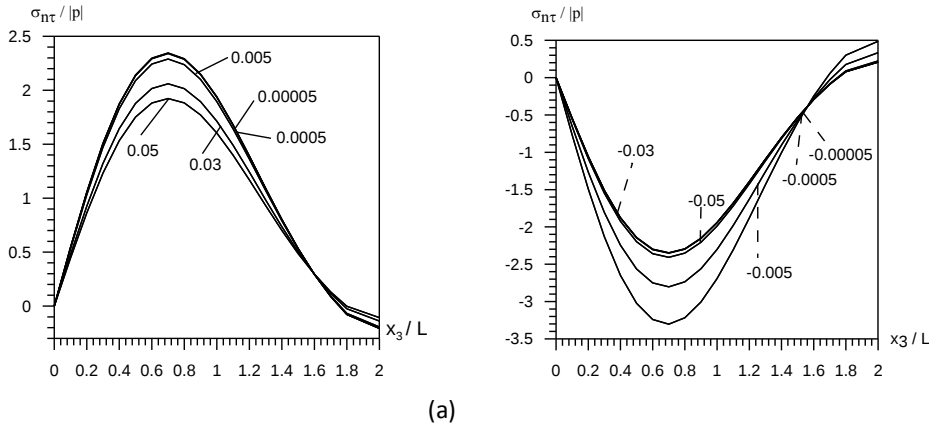


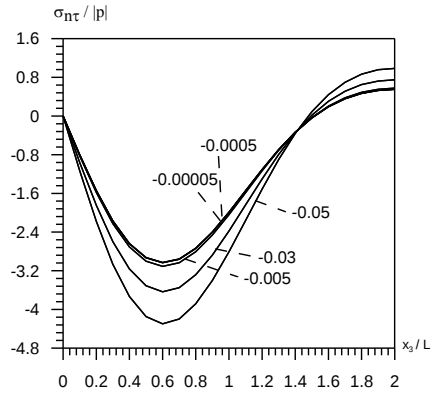
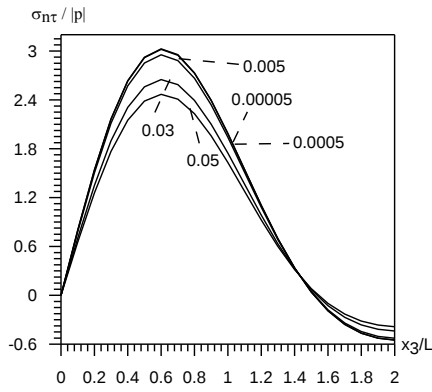
Şekil 2.5 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ; (c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.5$ )

Şekil 2.6'da yer alan grafiklerde,  $\kappa = 0.2$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\rho = 2.1$ ;  $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$  ve çeşitli  $m$  değerlerinde  $\sigma_{nr}/|p|$  ve  $x_3/L$  parametreleri arasındaki ilişki verilmektedir. Bu grafiklerde geometrik nonlineeriteyi ifade eden  $\alpha$ 'nın ve yerel eğrilik titreşim modunu ifade eden  $m$ 'nin etkisi görülmektedir. Titreşim sayısının artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $|\alpha|$  için  $\sigma_{nr}/|p|$  değerleri artış göstermektedir. Bunun yanında söz konusu gerilmelerin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$  artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Şekil 2.7'de yer alan grafiklerde ise aynı parametre değerleri için  $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$  alınarak  $\sigma_{nr}/|p|$  ile  $x_3/L$  parametreleri arasındaki ilişki incelenmiştir. Bu grafiklerde de titreşim sayısının artmasıyla, gerilme

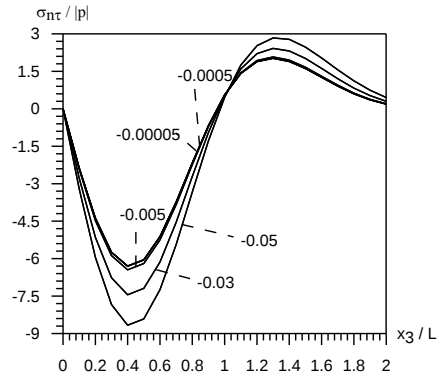
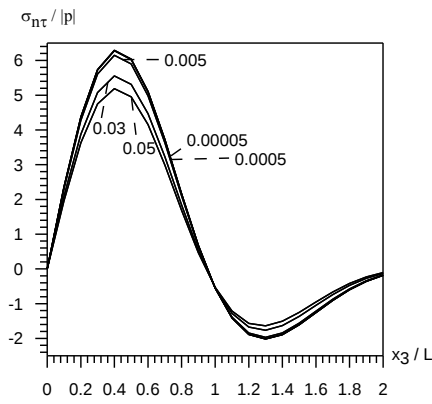
değerlerinin hem basınç hem de çekme durumunda  $|\alpha|$  için artış gösterdiği ve bu değerlerin aynı parametre değerlerinde, mikrofiber durumu için kabul ettiğimiz  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  durumu için elde edilenlerden oldukça fazla olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra,  $\sigma_{nr} / |p|$  gerilmelerinin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı görülmektedir.

Şekil 2.8'de yer alan grafiklerde,  $\kappa = 0.2$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\rho = 2.5$ ;  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  ve çeşitli  $m$  değerleri için  $\sigma_{nr} / |p|$  ve  $x_3 / L$  arasındaki ilişkiye geometrik nonlineeriteyi ifade eden  $\alpha$ 'nın ve  $\nu$ 'nin ve yerel eğrilik titreşim modunu ifade eden  $m$ 'nin etkisi görülmektedir. Yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nr} / |p|$  değerleri artış göstermekte; aynı zamanda bu gerilmelerin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Şekil 2.9'da yer alan grafiklerde de aynı parametre değerleri için  $E^{(2)} / E^{(1)} = 300$  alınarak  $\sigma_{nr} / |p|$  ile  $x_3 / L$  arasındaki ilişki incelenmiştir. Yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nr} / |p|$  değerlerinin  $|\alpha|$  için artış gösterdiği ve aynı parametre değerlerinde, mikrolif durumu için elde edilenlerden çok daha fazla olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra,  $\sigma_{nr} / |p|$  gerilmelerinin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınçta arttığı gözlemlenmektedir.



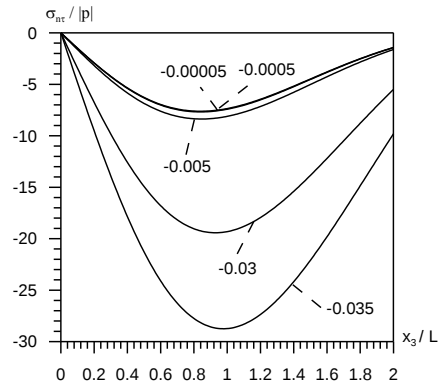
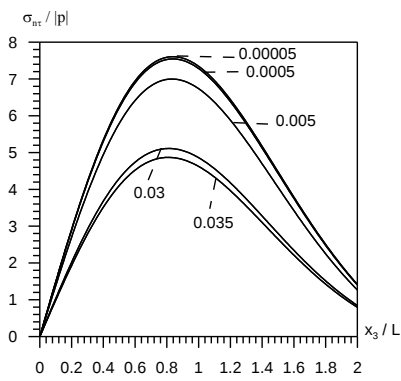


(b)



(c)

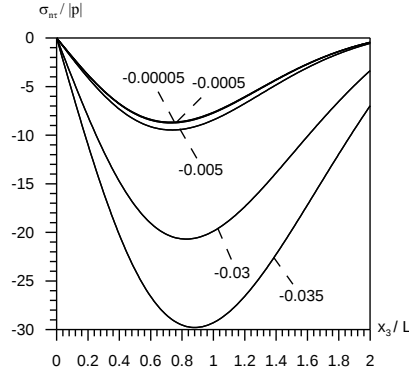
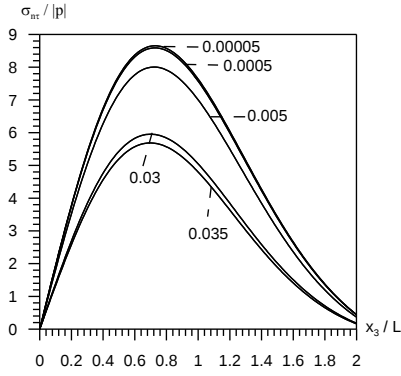
Şekil 2.6 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nt}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ )



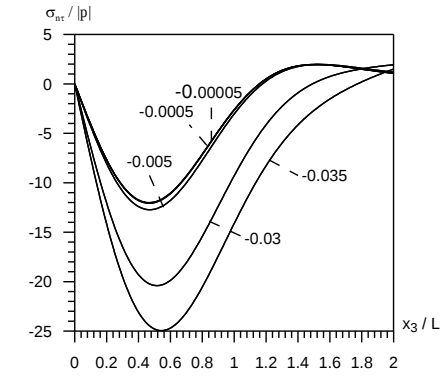
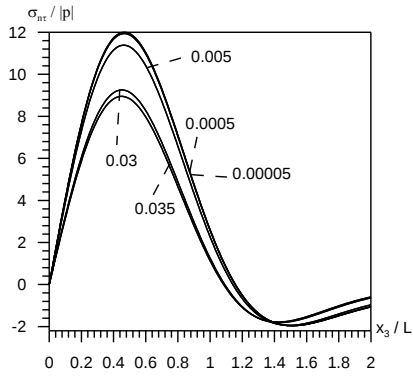
(a)

Bıçımlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Bıçımlendirilmiş: Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

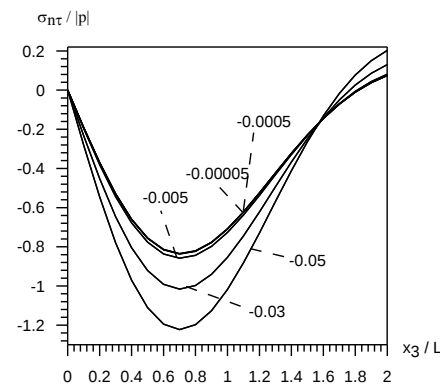
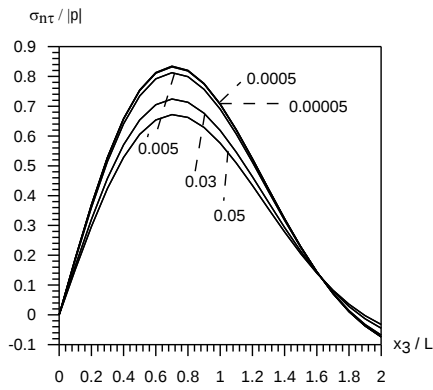


(b)



(c)

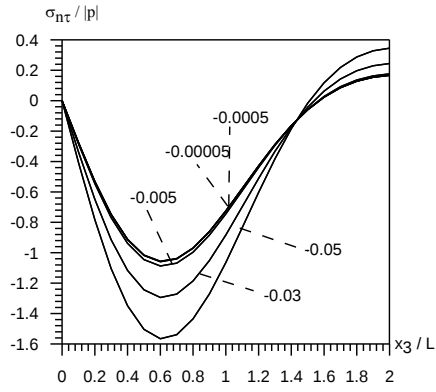
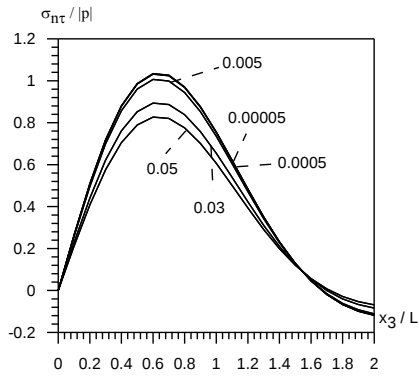
Şekil 2.7 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nt}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ; (c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ )



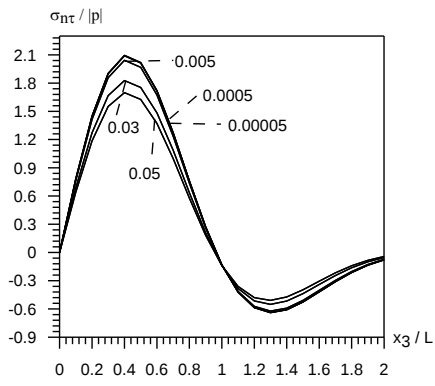
(a)

Bıçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Bıçimlendirilmiş: Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

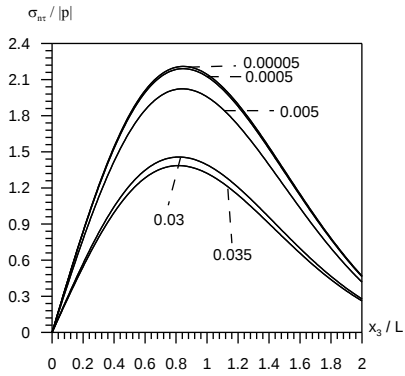


(b)

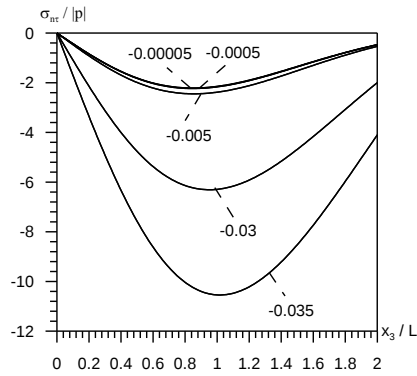


(c)

Şekil 2.8 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nt}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ; (c)  $m=3(E^{(2)}/E^{(1)}=50; \varepsilon=0.07; \kappa=0.2; \rho=2.5)$

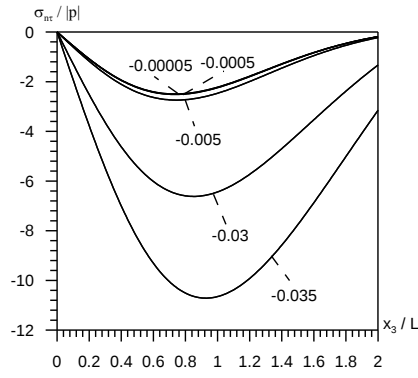
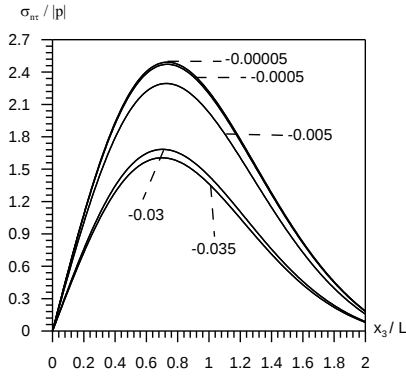


(a)

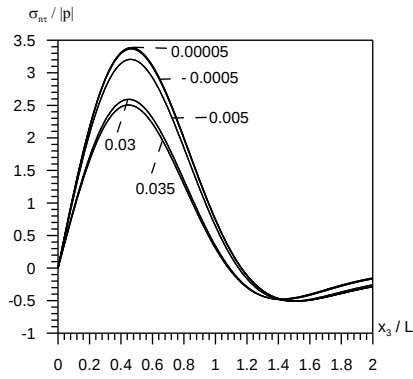


Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna



(b)



(c)

Şekil 2.9 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nr}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ; (c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.5$ )

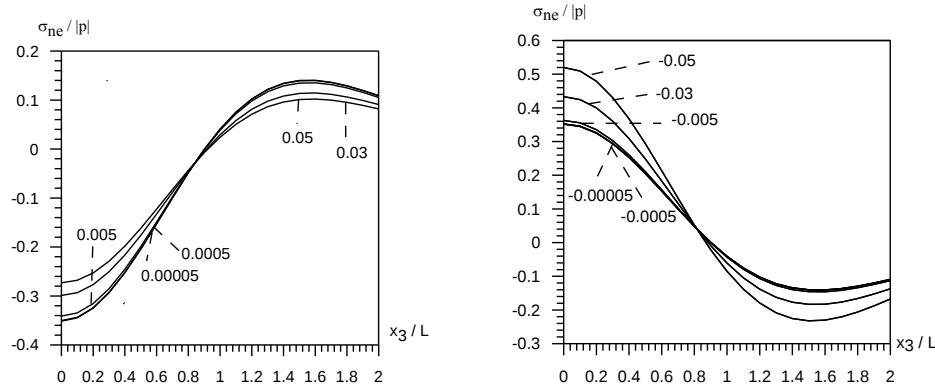
Şekil 2.10'da yer alan grafiklerde,  $\kappa = 0.2$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\rho = 2.1$ ;  $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$  ve çeşitli  $m$  değerleri için  $\sigma_{ne}/|p|$  ve  $x_3/L$  parametreleri arasındaki ilişkiye geometrik nonlineeriteyi ifade eden  $\alpha$ 'nın ve yerel eğrilik titreşim modunu ifade eden  $m$ 'nin etkisi görülmektedir. Yerel eğrilik titreşim modunun artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{ne}/|p|$  değerleri  $|\alpha|$  için artış göstermekte; aynı zamanda bu gerilmelerin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Şekil 2.11'de yer alan grafiklerde aynı parametre değerleri için  $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$  alınarak  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki ilişki incelenmektedir. Yerel eğrilik titreşim modunun artmasıyla hem basınç hem de

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

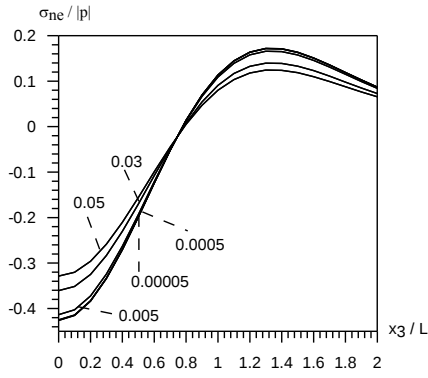
**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay: Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

çekme durumunda  $\sigma_{ne}/|p|$  değerleri  $|\alpha|$  için artış gösterdiği ve gerilme değerlerinin, aynı parametre değerlerinde, mikrolif durumu için kabul ettiğimiz  $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$  durumu için elde edilenlerden oldukça fazla olduğu görülmektedir.  $\sigma_{ne}/|p|$  gerilmelerinin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekmede azaldığı, basınçta ise arttığı görülmektedir.

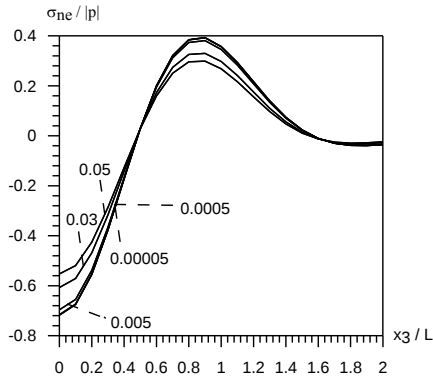
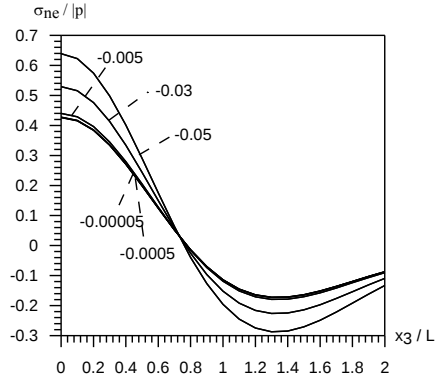
Şekil 2.12'de yer alan grafiklerde,  $\kappa = 0.2$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\rho = 2.5$ ;  $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$  ve çeşitli  $m$  değerlerinde  $\sigma_{ne}/|p|$  ve  $x_3/L$  parametreleri arasındaki ilişkiye geometrik nonlineeriteyi ifade eden  $\alpha$ 'nın ve yerel eğrilik titreşim modunu ifade eden  $m$ 'nin etkisi görülmektedir. Titreşim sayısının artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{ne}/|p|$  mutlak değerleri artış göstermektedir. Ayrıca gerilmelerin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Şekil 2.13'te yer alan grafiklerde aynı parametre değerleri için  $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$  alınarak  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki ilişki incelenmektedir. Yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{ne}/|p|$  değerleri  $|\alpha|$  için artış gösterdiği ve gerilme değerlerinin, aynı parametre değerlerinde, mikrolif durumu için elde edilenlerden oldukça fazla olduğu görülmektedir.  $\sigma_{ne}/|p|$  gerilmelerinin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınçta ise arttığı görülmektedir.



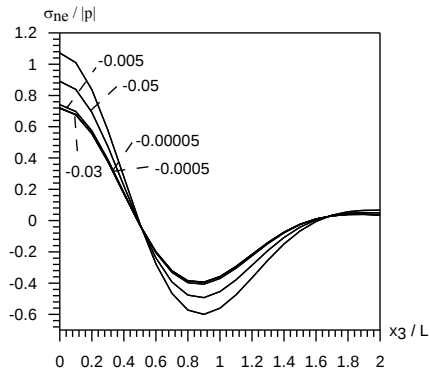
(a)



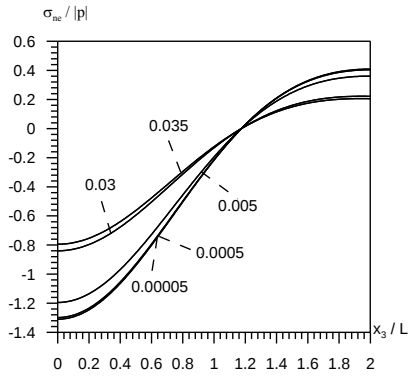
(b)



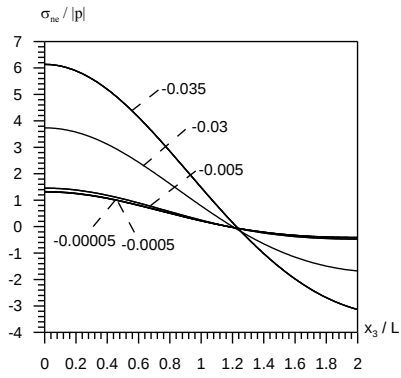
(c)

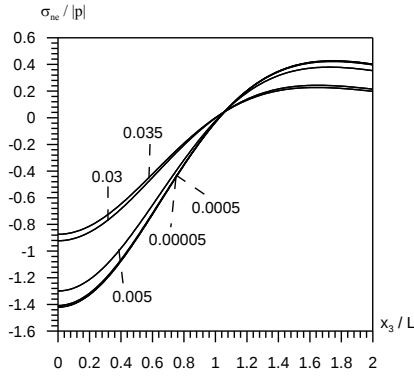


Şekil 2.10 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ; (c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ )

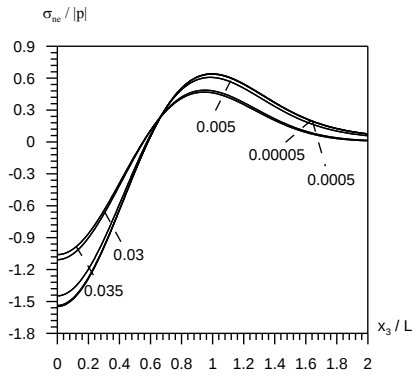
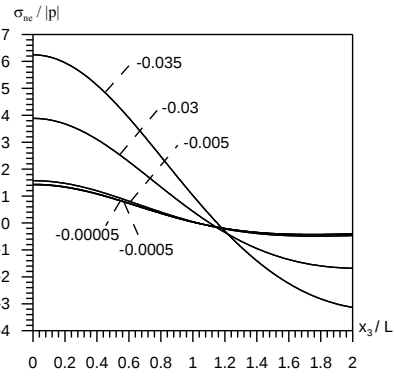


(a)

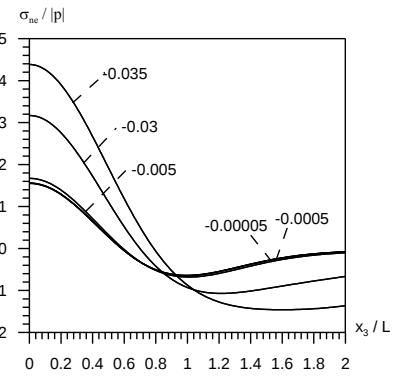




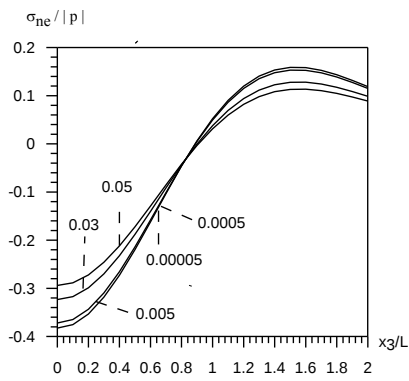
(b)



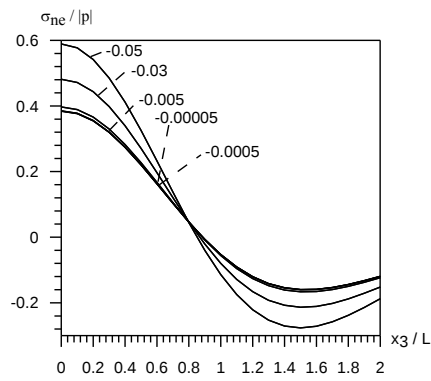
(c)

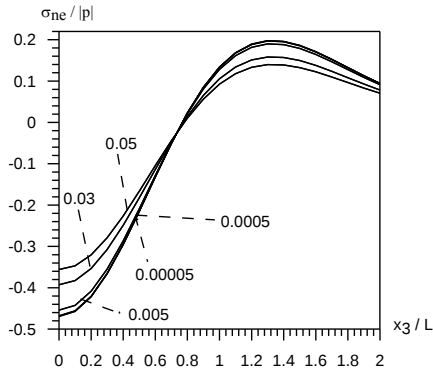


Şekil 2.11 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ; (c)  $m=3$  (  $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$  )

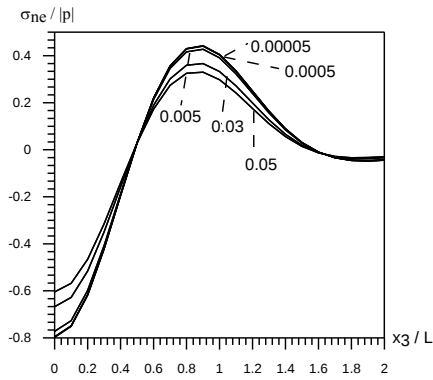
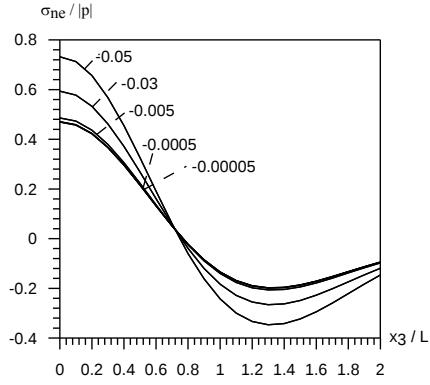


(a)

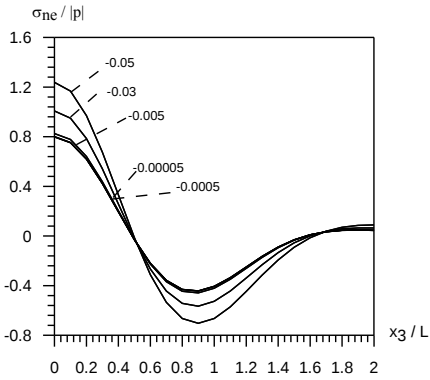




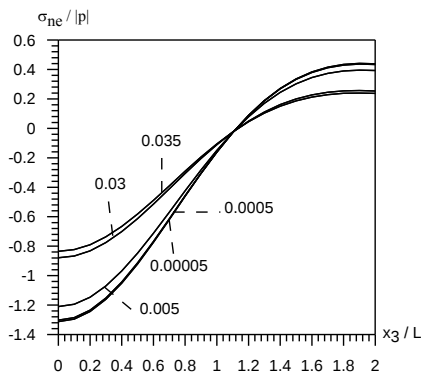
(b)



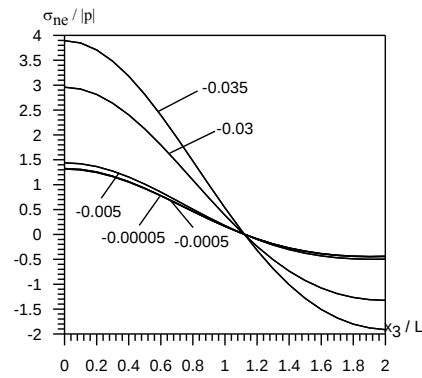
(c)



Şekil 2.12 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ; (c)  $m=3$  (  $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.5$  )

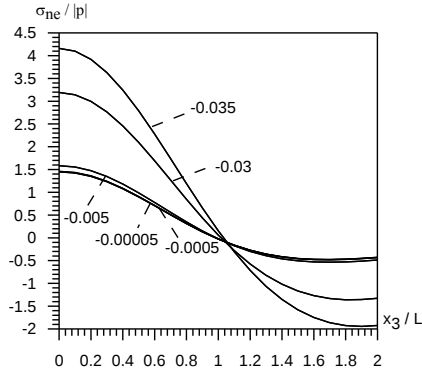
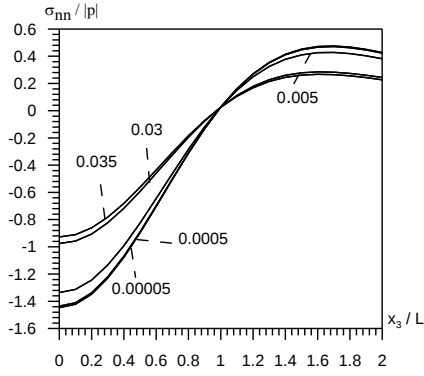


(a)

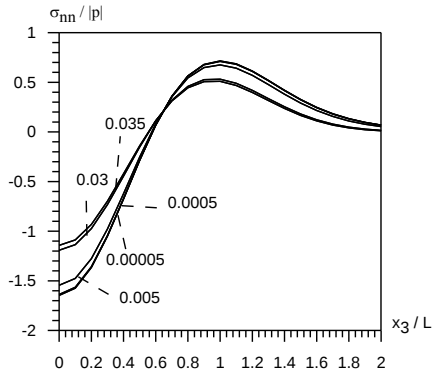


Bıçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Bıçimlendirilmiş: Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna



(b)



(c)

Şekil 2.13 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$ ; (b)  $m=1$ ; (c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.5$ )

$\sigma_{nn}/|p|$ ,  $\sigma_{nr}/|p|$  ve  $\sigma_{ne}/|p|$  gerilmelerinin  $x_3/L$  parametresine bağlı değişimlerinde lifler arasındaki uzaklığın artmasıyla elde edilen gerilme değerlerinin tek lif durumu için elde edilen sonuçlara yakınlaştığı gözlemlenmektedir([16]Akbarov,Kosker,Simsek;2004).

Şekil 2.14'te yer alan grafiklerde,  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\rho = 2.1$ ;  $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$  ve çeşitli  $m$  değerlerinde,  $\sigma_{nn}/|p|$  ve  $\kappa$  parametreleri arasındaki ilişkiye geometrik nonlineeriteyi ifade eden  $\alpha$ 'nın etkisi görülmektedir. Belirtelim ki,  $\alpha_{cr}$  sonsuz bir matristeki yerel

eğrilikli komşu iki lifin stabilite kaybı durumu için elde edilen  $\alpha$  parametresinin kritik değerleri olmak üzere, basınç durumunda  $|\alpha| < |\alpha_{cr}|$  olarak kabul edilmektedir. Bu grafiklerde, yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nn}/|p|$  gerilmelerinin mutlak değerleri artış göstermekte olduğu ve  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Gerilmelerin belli bir  $\kappa$  için maksimum değerini alıp sonra ise yön değiştirdiği gözlemlenmektedir. Bir örnek vermek gerekirse, titreşim sayısının 1 olduğu durumda  $\kappa = 0.48$  değerinden sonra çekme ve basınç durumunda gerilme değerleri karakter değiştirmektedir. Şekil 2.15'te yer alan grafiklerde ise aynı parametre değerlerinde  $\rho = 2.5$  alınarak yani lifler arasındaki uzaklık artırılarak,  $\sigma_{nn}/|p|$  ve  $\kappa$  parametreleri arasındaki ilişkiye geometrik nonlineariteyi ifade eden  $\alpha$ 'nın etkisi incelenmektedir.  $\rho = 2.1$  durumunda olduğu gibi yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nn}/|p|$  gerilmelerinin mutlak değerleri artış göstermektedir ve bu gerilmelerin,  $|\alpha|$  artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Aynı şekilde, gerilmelerin belli bir  $\kappa$  için maksimum değerini alıp sonra ise yön değiştirdiği görülmektedir. Bir örnek vermek gerekirse, titreşim sayısının 3 olduğu durumda  $\kappa = 0.2$  değerinden sonra çekme ve basınç durumunda gerilme değerleri karakter değiştirmektedir.

Şekil 2.16'da yer alan grafiklerde,  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\rho = 2.1$ ;  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  ve çeşitli  $m$  değerlerinde  $\sigma_{nr}/|p|$  ve  $\kappa$  parametreleri arasındaki ilişkiye geometrik nonlineariteyi ifade eden  $\alpha$ 'nın ve yerel eğrilik titreşim modunu ifade eden  $m$ 'nin etkisi görülmektedir. Yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nr}/|p|$  değerleri artış göstermektedir. Bu gerilmelerin mutlak değerlerinin, çekme durumunda  $|\alpha|$  ile azaldığı, basınç durumunda ise arttığı görülmektedir. Gerilmelerin belli bir  $\kappa$  için maksimum değerini alıp sonra ise yön değiştirdiği gözlemlenmektedir. Bir örnek vermek gerekirse, titreşim sayısının 1 olduğu durumda  $\kappa = 0.11$  değerinden sonra çekme ve basınç durumunda gerilme değerleri karakter değiştirmektedir. Şekil 2.17'de yer alan grafiklerde ise  $\rho = 2.5$  alınarak ve

Şekil 2.16'daki parametreler kullanılarak  $\sigma_{nr}/|p|$  ve  $\kappa$  parametreleri arasındaki ilişkiye geometrik nonlineeriteyi ifade eden  $\alpha$ 'nın ve yerel eğrilik titreşim modunu ifade eden  $m$ 'nin etkisi incelenmektedir. Yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nr}/|p|$  değerlerinin mutlak değerleri artış göstermektedir. Bu gerilmelerin mutlak değerlerinin,  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı görülmektedir. Gerilmelerin belli bir  $\kappa$  için maksimum değerini alıp sonra ise yön değiştirdiği gözlemlenmektedir. Bir örnek vermek gerekirse, titreşim sayısının 1 olduğu durumda  $\kappa=0.2$  değerinden sonra çekme ve basınç durumunda gerilme değerleri karakter değiştirmektedir. Şekil 2.18 ve 2.19'daki grafiklerde ise  $m=1$  ve nanolif durumu olan  $E=500$  için, sırasıyla  $\rho=2.1$  ve  $\rho=2.5$  alınarak,  $\sigma_{nr}/|p|$  değerleri ile  $\kappa$  parametreleri arasındaki ilişki incelenmekte ve gerilme değerlerinin mikrolif durumu için elde edilenlerden oldukça yüksek olduğu, ancak aynı özelliklere sahip oldukları gözlemlenmektedir.

Tüm bu incelemelerden yola çıkılarak  $(\sigma_{nn}/|p|, \sigma_{nr}/|p|)$  gerilmeleri ile  $\kappa$  arasında monoton olmayan bir ilişki olduğu, bir başka deyişle bir  $\kappa=\kappa^*$  değerinde ele alınan gerilmelerin mutlak değerlerinin bir mutlak maksimumunun olduğu ifade edilebilir. Şekil 2.14-2.18 grafiklerinden de görüleceği üzere,  $\kappa^*$  değerleri, lifler arası uzaklık arttıkça azalmaktadır. Gerilmelerin mutlak maksimum değerleri, lifler arası uzaklık azaldıkça artmaktadır. Geometrik non lineeritenin sonucu olarak, gerilmelerin mutlak değerleri çekme durumunda azalmakta, basınç durumunda ise artmaktadır. Elde edilen sayısal sonuçlar, geometrik non lineeritenin etkisinin maksimum görüldüğü durum  $\kappa=\kappa^*$  olduğunu göstermektedir ve bu etki lifler arası uzaklık arttıkça artış göstermektedir. Çekme ve basınç altında  $\alpha=\pm 5 \cdot 10^{-5}$  için elde edilen sayısal sonuçların da hem birbirleriyle hem de geometrik lineer durumda elde edilenlerle [24] (Djafarova,1994) çakıştığı görülmektedir. Bu durum, hem ele alınan mekanik kabullerle uyuşmakta hem de geliştirilen algoritmalar ve bilgisayar programlarının ve elde edilen sayısal sonuçların güvenilirliğini ispatlamaktadır.

Çizelge 2.1'de, nanolif durumunda, farklı elastisite modülü ve  $\alpha$  değerlerinde,  $m=1$ ,  $x_3/L=0.7$ ,  $\kappa=0.25$  için hesaplanan  $\sigma_{nr}/|p|$  değerleri yer almaktadır. Bu

değerlerden, geometrik non lineeritenin etkisinin elastisite modülü değerleri büyüdükçe arttığı ve lifler arası etkileşimin  $E^{(2)} / E^{(1)}$  ile daha gözlemlenebilir hale geldiği görülebilir. Çizelge 2.2 ise birinci yaklaşım kullanılarak elde edilen sayısal sonuçların, ele alınan denklem sayısına göre yakınsaklığını göstermektedir. Buradan yakınsaklığın adequate-uygun olduğu görülmektedir.

**Biçimlendirilmiş:** Yazı tipi: Kalın Değil

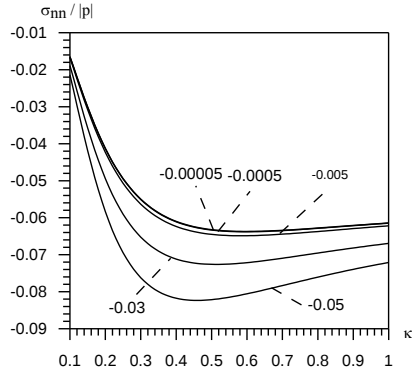
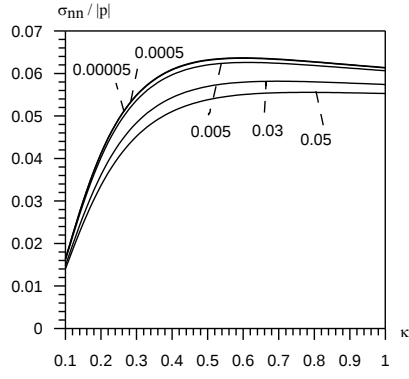
Şekil2.19-2.20 grafiklerinde lifler arasındaki etkileşimin gerilme dağılımına etkisi incelenmektedir. Bu çizelgelerde Bu şekillerde  $\sigma_{nn} / |p|$  ve  $\sigma_{nt} / |p|$  gerilme değerleri ile  $\rho$  parametresi arasındaki ilişki sırasıyla  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$ ,  $\varepsilon = 0.07$ ,  $m=0$ ,  $x_3/L = 0$ ,  $\kappa = 0.11$ ,  $0.17$  değerleri kullanılarak incelenmektedir. Elde edilen sayısal sonuçlara göre  $\sigma_{nt}$  gerilmelerinin mutlak değerleri lifler birbirlerine yaklaştıkça artış göstermekte; buna karşılık  $\sigma_{nn}$  gerilmelerinin mutlak değerleri azalmaktadır. Bu durumda, geometrik non lineeritenin bir sonucu olarak  $\sigma_{nn}$  ve  $\sigma_{nt}$  gerilmelerinin mutlak değerleri,  $\alpha$  parametresi için, çekme (basınç) durumunda azalmaktadır (artmaktadır). Ayrıca bu etki,  $\rho$  parametresinin artması durumunda da artış göstermektedir. Lifler birbirlerine yaklaştıkça elde edilen kayma gerilmelerinin mutlak değerlerinin artış gösterdiği gözlemlenmektedir. Şekil 2.21’de ise nanolif durumu incelenmekte ve  $E^{(2)} / E^{(1)} = 500$ ,  $m=1$ ,  $x_3/L = 0.7$  ve  $\kappa = 0.25$  parametre değerleri kullanılmaktadır. Geometrik non lineeritenin etkisiyle,  $\sigma_{nt}$  gerilmelerinin mutlak değerleri,  $|\alpha|$ ’nın artmasıyla artış göstermektedir ve lifler arası uzaklık büyüdükçe bu etki artmaktadır. Hem mikrolif, hem nanolif durumunda, çekme ve basınç altında  $\alpha = \pm 5.10^{-5}$  için elde edilen sayısal sonuçların, hem birbirleriyle hem de geometrik lineer durumda elde edilenlerle [24](Djafarzadeh,1994) çakıştığı görülmektedir. Aynı zamanda, elde edilen değerler, lifler birbirlerinden uzaklaştıkça sonsuz elastik ortamda yerel eğrilikli tek lif olması durumuna yakınsamaktadır. [16](Akbarov et al.2005), tek lif durumu için aynı parametreler altında elde edilen sonuçlara yaklaşmaktadır. Bu noktada, mikrolif-polimer matris ile nanolif-polimer matris sistemi için elde edilen gerilme değerlerinden hangi sisteme ait olanların tek lif durumuna daha hızlı yaklaştığını incelenebilir. Bunun için de  $E^{(2)} / E^{(1)}$  parametresinin ele alınan gerilme yayılımlarına etkisini araştırılmalıdır. Şekil 2.22 çeşitli elastisite modülü değerlerinde,  $m=1$ ,

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

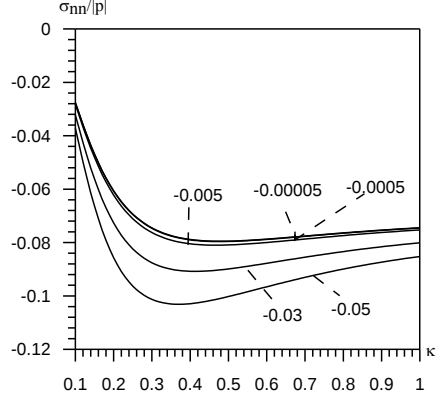
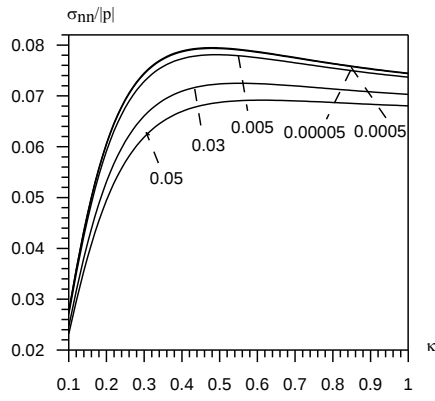
**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağlantı: K.Bosluğuna

$x_3/L = 0.7$ ,  $\kappa = 0.25$ ,  $\alpha = 0.01$  ve  $\alpha = -0.01$  parametreleri için,  $\sigma_{nr}/|p|$  gerilme değerleri ile lifler arası uzaklığın değişimini göstermektedir. Burada görülmektedir ki, mikrolif polimer matris sistemi için elde edilen kayma gerilme değerlerinin tek lif durumundaki sonuçlara yaklaşması, nanolif-polimer matris sistemi için elde edilen değerlerin tek lif durumundaki sonuçlara yaklaşmasından daha hızlıdır.

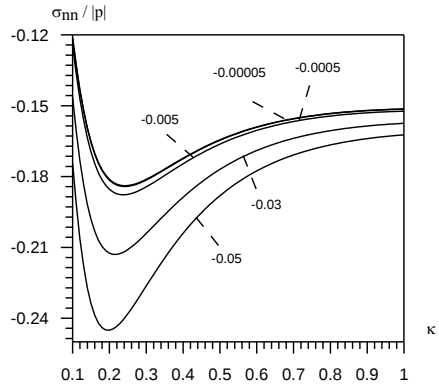
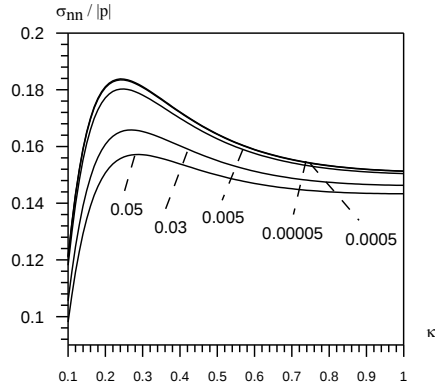
Her iki sistem için elde edilen gerilme değerlerinin tek lif durumuna yaklaşması, hem ele alınan mekanik kabullerle uyuşmakta hem de geliştirilen algoritmalar ve bilgisayar programlarının ve elde edilen sayısal sonuçların güvenilirliğini ispatlamaktadır.



(a)

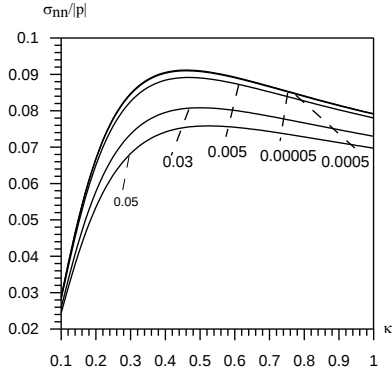


(b)

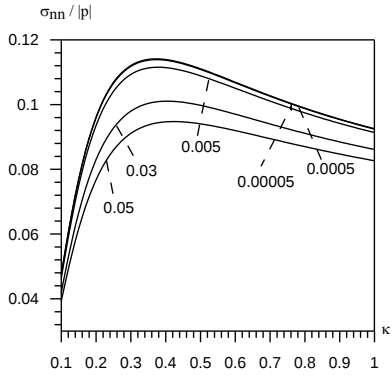
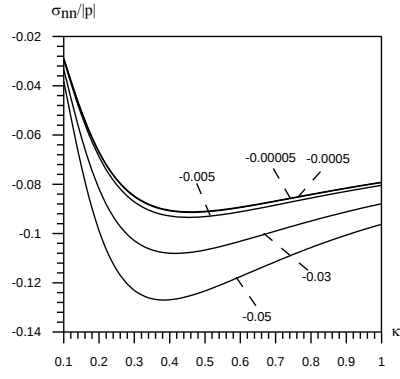


(c)

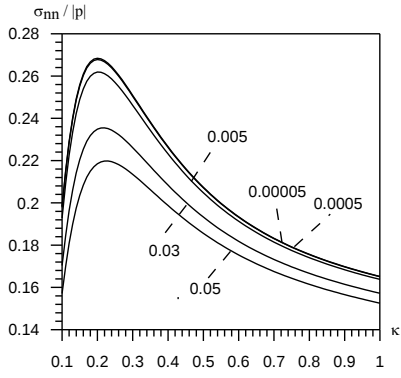
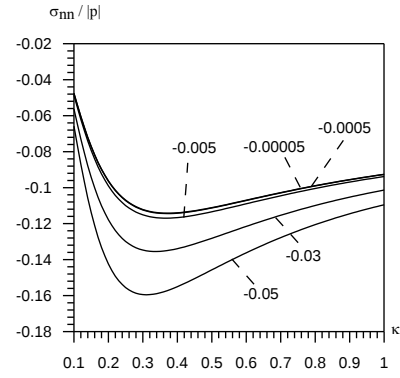
Şekil 2.14 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$   
(  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $t_3 = 0$ ;  $\rho = 2.1$  )



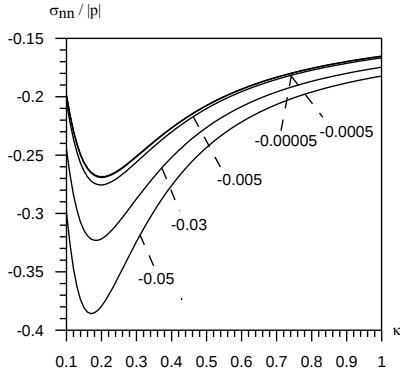
(a)



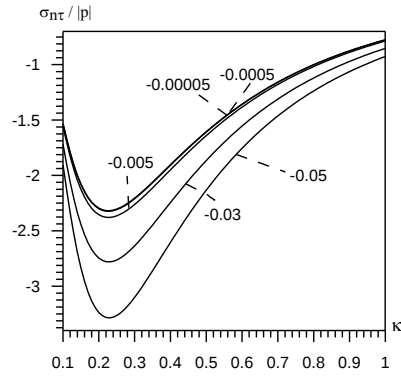
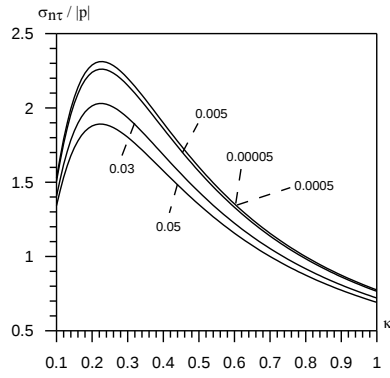
(b)



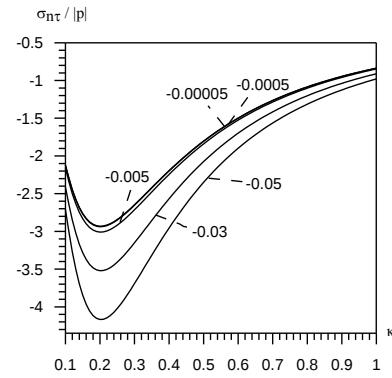
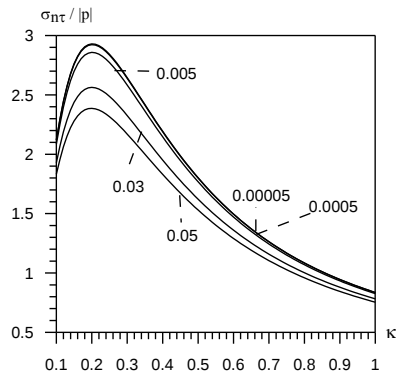
(c)



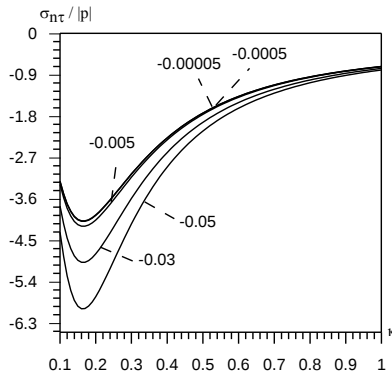
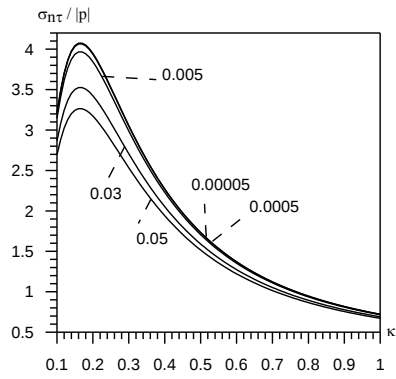
Şekil 2.15 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$   
 (  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $t_3 = 0$   $\rho = 2.5$  )



(a)

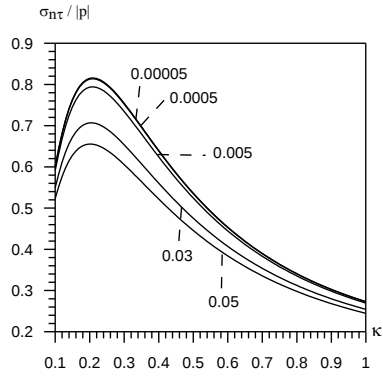


(b)

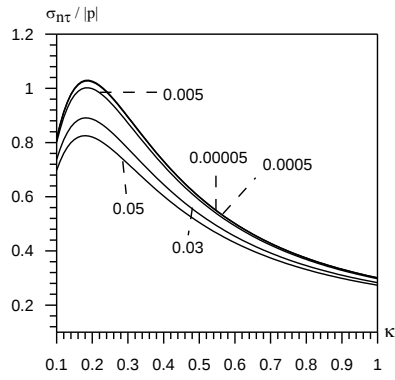
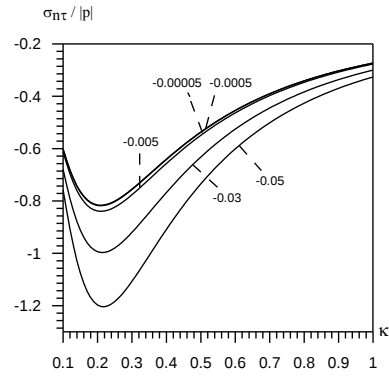


(c)

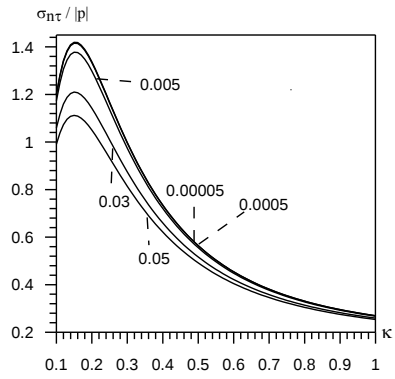
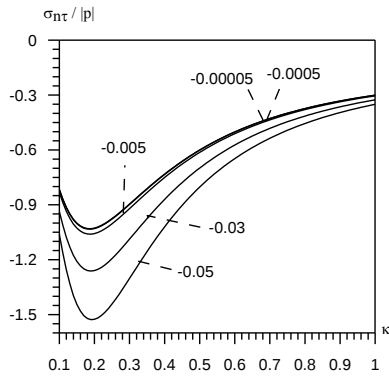
Şekil 2.16 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nt}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$   
(  $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $t_3 = 0.7$   $\rho = 2.1$  )



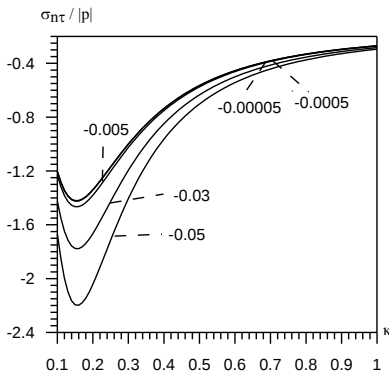
(a)



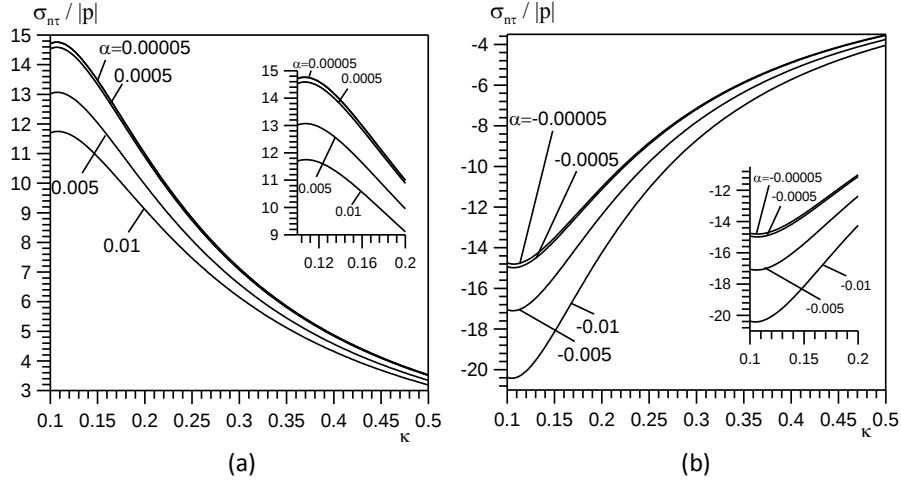
(b)



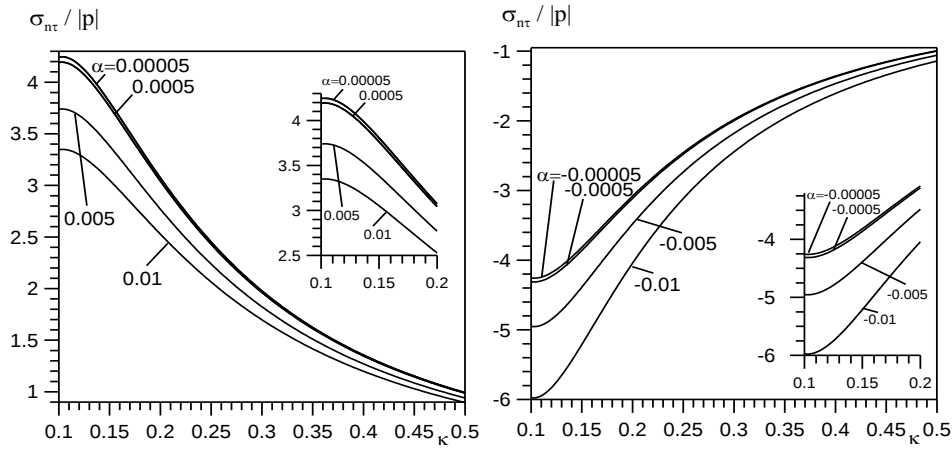
(c)



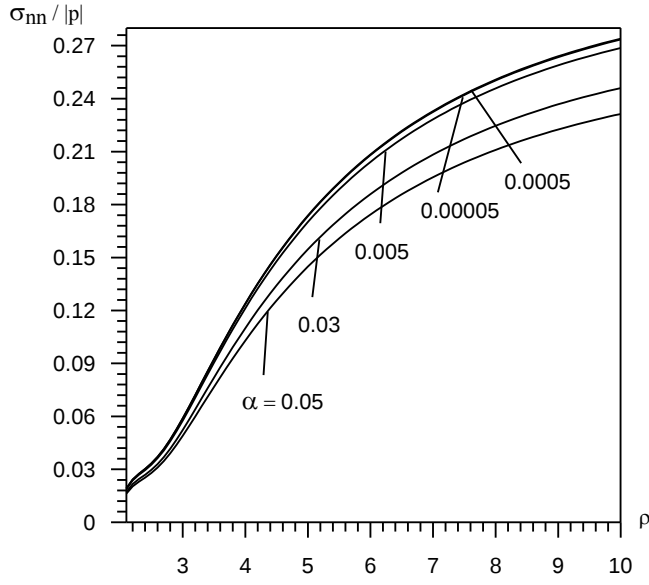
Şekil 2.17 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nr}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$   
(  $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $t_3 = 0.7$   $\rho = 2.5$  )



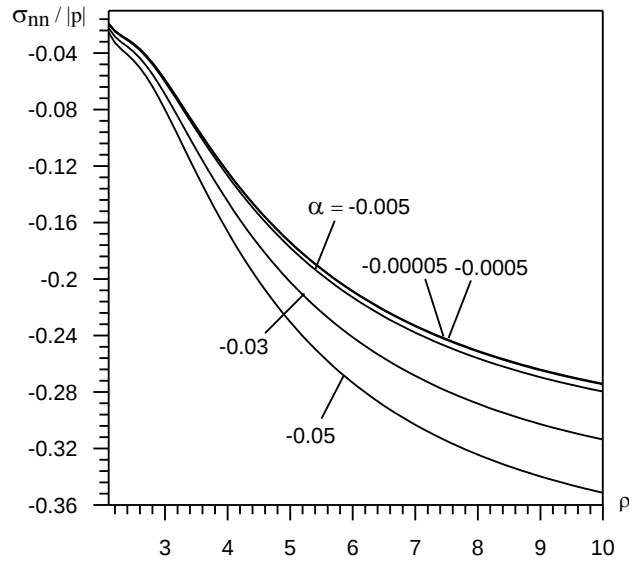
Şekil 2.18 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nt}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)çekme (b) basınc  
 $(E^{(2)}/E^{(1)} = 500; \varepsilon = 0.07; t_3 = 0.7; \rho = 2.1)$



Şekil 2.19 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nt}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)çekme (b) basınc  
 $(E^{(2)}/E^{(1)} = 500; \varepsilon = 0.07; t_3 = 0.7; \rho = 2.5)$

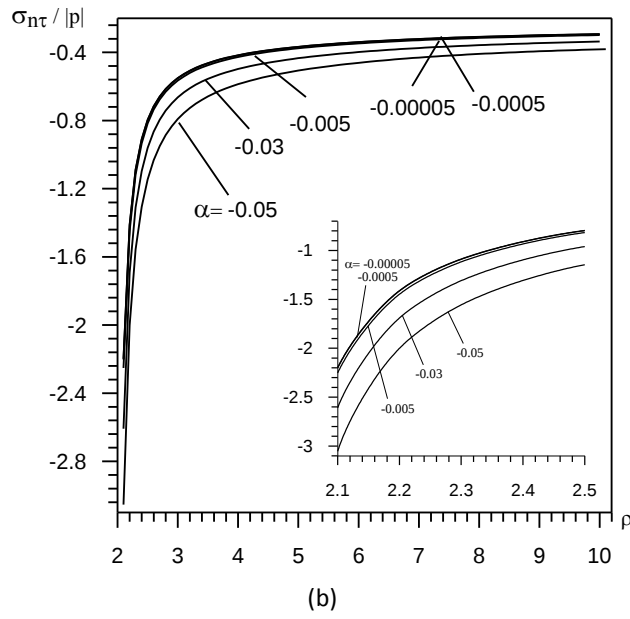
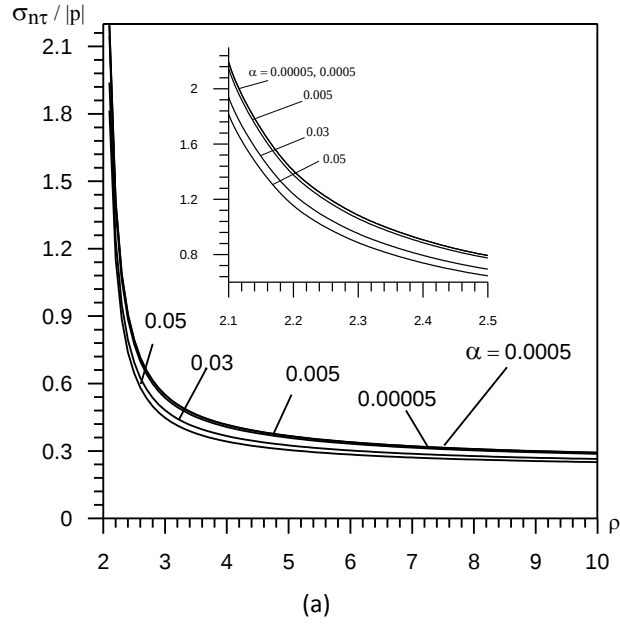


(a)

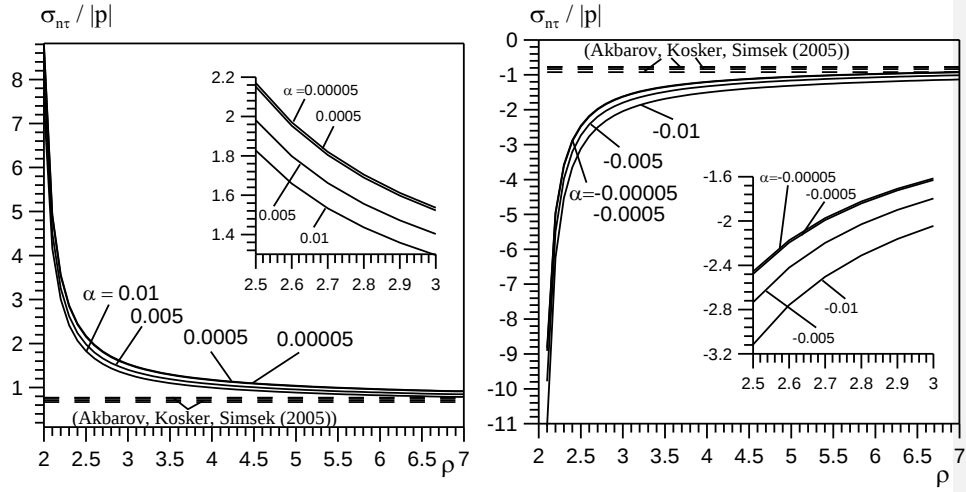


(b)

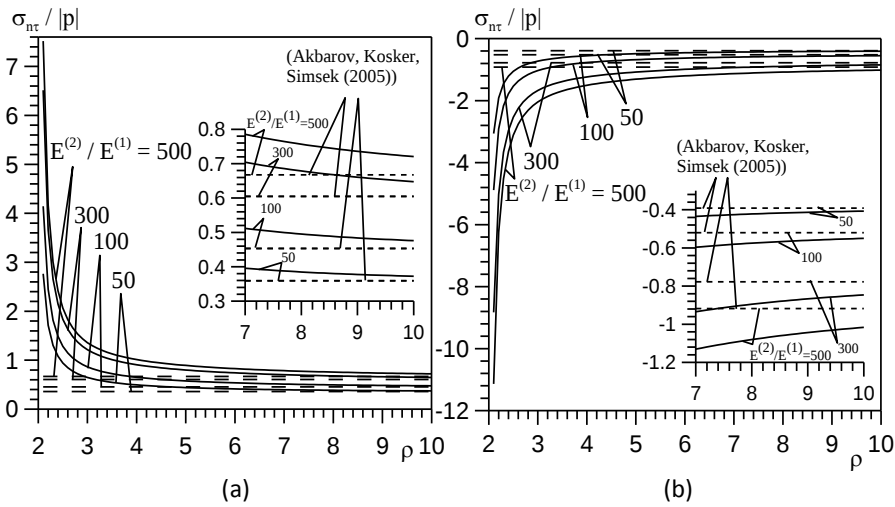
Şekil 2.20 Çeşitli  $\alpha$  değerleri için  $\sigma_{nn}/|p|$  gerilme değerleri ile  $\rho = R_{12}/R$  arasındaki bağımlılık (a) çekme; (b) basınç ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ,  $\varepsilon = 0.07$ ,  $x_3/L = 0$ ;  $\kappa = 0.11$ ,  $m=0$ )



Şekil 2.21 Çeşitli  $\alpha$  değerleri için  $\sigma_{n\tau}/|p|$  gerilme değerleri ile  $\rho = R_{12}/R$  arasındaki bağımlılık (a) çekme; (b) basınç ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ,  $\varepsilon = 0.07$ ,  $x_3/L = 0.7$ ;  $\kappa = 0.17$ ,  $m=0$ )



Şekil 2.22 Çeşitli  $\alpha$  değerleri için  $\sigma_{nr}/|p|$  gerilme değerleri ile  $\rho = R_{12}/R$  arasındaki ilişki (  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $m=1$  )



Şekil 2.23 Çeşitli  $E^{(2)}/E^{(1)}$  değerleri için  $\sigma_{nr}/|p|$  değerleri (a)  $\alpha = 0.01$  (b)  $\alpha = -0.01$   
(  $\varepsilon = 0.07$ ;  $m=1$ ;  $\kappa = 0.25$ ;  $x_3/L = 0$  )

Çizelge 2.1 Çeşitli  $E^{(2)} / E^{(1)}$ ,  $\alpha$  ve  $\rho$  değerleri için  $\sigma_{nr} / |p|$  değerleri  
(  $\varepsilon = 0.07$ ,  $\kappa = 0.25$ ,  $m=1$ ,  $x_3 / L = 0$  )

**Biçimlendirilmiş:** Aralık Önce: 0 nk,  
Sonra: 0 nk

| $\rho$ | $\alpha = \frac{p}{E^{(1)}}$ | $E^{(2)} / E^{(1)}$ |          |           |
|--------|------------------------------|---------------------|----------|-----------|
|        |                              | 300                 | 400      | 500       |
| 2.1    | 0.00005                      | 7.14461             | 8.20092  | 8.45786   |
|        | 0.00050                      | 7.09760             | 8.13822  | 8.38757   |
|        | 0.00500                      | 6.66738             | 7.57202  | 7.75901   |
|        | 0.01000                      | 6.47241             | 7.04842  | 7.46980   |
|        | 0.01500                      | 6.10766             | 6.60863  | 6.96901   |
|        | -0.00005                     | -7.15516            | -8.21502 | -8.47369  |
|        | -0.00050                     | -7.20314            | -8.27925 | -8.54587  |
|        | -0.00500                     | -7.73263            | -9.00035 | -9.36711  |
|        | -0.01000                     | -8.77625            | -10.0219 | -11.06459 |
|        | -0.01500                     | -9.74652            | -11.4035 | -12.90081 |
| 2.5    | 0.00005                      | 2.03918             | 2.30525  | 2.34981   |
|        | 0.00050                      | 2.02503             | 2.28676  | 2.32943   |
|        | 0.00500                      | 1.89607             | 2.12059  | 2.14807   |
|        | 0.01000                      | 1.83678             | 1.96813  | 2.06352   |
|        | 0.01500                      | 1.72885             | 1.84093  | 1.92091   |
|        | -0.00005                     | -2.04236            | -2.30941 | -2.35440  |
|        | -0.00050                     | -2.05682            | -2.32838 | -2.37535  |
|        | -0.00500                     | -2.21733            | -2.54262 | -2.61532  |
|        | -0.01000                     | -2.53516            | -2.85061 | -3.11534  |
|        | -0.01500                     | -2.83912            | -3.27657 | -3.67646  |
| 3      | 0.00005                      | 1.34896             | 1.51895  | 1.54638   |
|        | 0.00050                      | 1.33966             | 1.50686  | 1.53309   |
|        | 0.00500                      | 1.25497             | 1.39816  | 1.41470   |
|        | 0.01000                      | 1.21532             | 1.29835  | 1.35868   |
|        | 0.01500                      | 1.14438             | 1.21503  | 1.26547   |
|        | -0.00005                     | -1.35104            | -1.52167 | -1.54938  |
|        | -0.00050                     | -1.36054            | -1.53406 | -1.56304  |
|        | -0.00500                     | -1.46588            | -1.67403 | -1.71945  |
|        | -0.01000                     | -1.67352            | -1.87494 | -2.04392  |

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

Çizelge 2.2, birinci yaklaşım kullanılarak elde edilen sayısal sonuçların, ele alınan denklem sayısına göre yakınsaklığını göstermektedir. Buradan -yakınsaklığın uygun ~~adequate~~ olduğu görülmektedir.

Çizelge 2.2 Çeşitli denklem sayıları ve  $E^{(2)} / E^{(1)}$  değerleri için  $\sigma_{nr} / |p|$  gerilme değerleri  
(  $\kappa = 0.25$ ,  $m=1$ ,  $x_3 / L = 0$ ,  $\rho = 2.1$ ,  $\alpha = 5.10^{-5}$  )

| Denklem Sayısı<br>$N_v$ | $E^{(2)} / E^{(1)}$ |         |         |        |
|-------------------------|---------------------|---------|---------|--------|
|                         | 50                  | 100     | 300     | 500    |
| 28                      | 2.13027             | 3.22982 | 5.30400 | 6.0412 |
| 40                      | 2.50569             | 3.83292 | 6.34565 | 7.2438 |
| 52                      | 2.69985             | 4.14538 | 6.88414 | 7.8445 |
| 64                      | 2.79942             | 4.30594 | 7.16061 | 8.1828 |
| 76                      | 2.85061             | 4.38871 | 7.30319 | 8.3470 |
| 88                      | 2.87705             | 4.43518 | 7.37713 | 8.4302 |
| 94                      | 2.88503             | 4.44453 | 7.33950 | 8.4579 |

**Biçimlendirilmiş:** Aralık Önce: 0 nk,  
Sonra: 0 nk

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

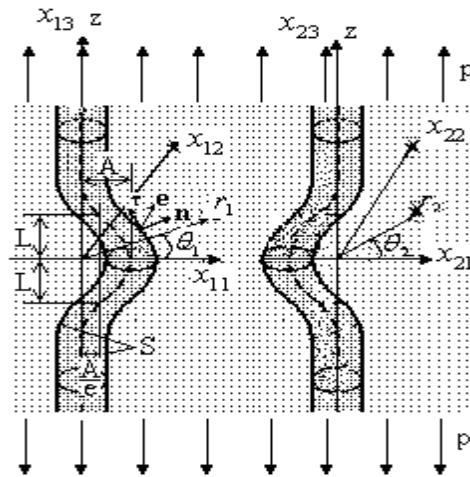
**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

## YEREL EĞRİLİKLİ KOMŞU İKİ LİF İÇEREN AYNI DÜZLEM ZİT FAZ SONSUZ ELASTİK ORTAMDA GERİLME ANALİZİ

**Biçimlendirilmiş:** Yazı tipi: 14 nk

### 3.1 Problemin Formülasyonu

Bu bölümde, Bölüm 2’de ele alınan problemin, liflerin aynı düzlemde fakat zıt fzlı olması durumu ele alınmaktadır (Şekil 3.1). Sonsuz uzunlukta yerel eğrilikli iki lif içeren sonsuz elastik ortam düşünelim (Şekil 3.1). Bu cCisme sonsuzda lif yönünde düzgün yayılmış normal kuvvetler etkidiğı ve Şekil 2.1 için de tanımlandığı üzere lif yüzeyine dik kesitlerin, yarıçapı lif boyunca değişmeyen daireler olduğu kabul edilecektir.



Şekil 3.1 Yerel eğrilikli iki lif içeren sonsuz elastik cismin geometrisi ve seçilen koordinat takımları

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

~~Aynı düzlem zıt faz durumunda~~Bu durumda yerel eğriliği iki lif içeren sonsuz elastik cisim için, koordinat takımı olarak, başlangıç noktası liflerin orta çizgisi üzerinde olacak şekilde  $O_k x_{k1} x_{k2} x_{k3}$  Kartezyen,  $O_r \theta_k z_k$  silindirik koordinat takımlarını seçilmektedir. Burada  $k=1,2$  olmak üzere sırasıyla birinci ve ikinci lifleri ifade etmektedir. Cismin sonsuzda lif yönünde ( $Ox_{k3}(Oz_k)$  yönünde)  $p$  yoğunluklu düzgün dağılmış normal kuvvetler etkisinde olduğu düşünülmektedir.

Aynı faz durumunda olduğu üzere, ifadelerde matris malzemesi ile ilgili büyüklükler (1), lif ile ilgili büyüklükler ise (2) üst indisleriyle gösterilmektedir. Bunun dışında gerilme-şekil değiştirme tansörleri ve yer değiştirme vektörünün kovaryant ve kontravaryant bileşenleri ile bu tansörler ve vektörün fiziksel bileşenlerinden yararlanılmaktadır. İncelemelerde, lif ve matrisin farklı lineer elastik malzemelerden oluştuğunu varsayıp, sürekli ortamlar mekaniğinin kesin üç boyutlu geometrik nonlinear denklemleri kullanılmaktadır.

Aynı faz durumu için ele alınan (2.1)-(2.3) yönetici alan denklemleri ve (2.4) ideal temas koşulları, aynı şekilde zıt faz probleminin formülasyonunda da kullanılmaktadır. Bu denklemlerdeki gerilme, şekil değiştirme ve yer değiştirme tansörlerinin bileşenleri (2.5) eşitlikleri ile, bu bileşenlerin kovaryant ve kontravaryant bileşenlerine bağlı ifadeleri (2.6) ile verilmektedir. Zıt faz durumunun ele alındığı problemin çözümü (2.1)-(2.3) denklemler takımının, (2.4) temas koşullarında çözümüdür. Bundan başka lifin orta çizgi denklemi ve ilgili koşullar (2.7) ile ifade edilmektedir.

### 3.2 Çözüm Yönteminin Geliştirilmesi

Liflerin yüzey denklemi, bu denklemin bileşenlerini ve birim dış normalinin bileşenleri (2.8)-(2.12)'de görülmektedir. Problemin çözümünde sınır formu pertürbasyon yöntemi kullanılarak, aranan büyüklükler ve yüzeyin birim dış normalinin bileşenleri (2.13) ve (2.14)'te görüleceği üzere seri formunda ifade edilir ve yöntemin gerektirdiği işlemler yapıldıktan sonra sıfırıncı ve birinci yaklaşım için sırasıyla (2.15) ile (2.20)-(2.22) yönetici alan denklemleri (2.16) ile (2.23) temas koşulları elde edilir.

### 3.3 Sınır Değer Probleminin Çözümü

Zıt faz durumu için oluşturulan sınır değer probleminin çözümünde kullanılan denklemler, eşitlikler ve tanımlar (2.25)-(2.41) ile verilmektedir. Bu noktada aynı faz durumundan farklı olarak, zıt faz durumunda liflerin eğriliği aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$x_{k1} = (-1)^{k+1} A \exp\left(-\left(\frac{x_{k3}}{L}\right)^2\right) \cos\left(m \frac{x_{k3}}{L}\right) \\ = (-1)^{k+1} \varepsilon L \exp\left(-\left(\frac{x_{k3}}{L}\right)^2\right) \cos\left(m \frac{x_{k3}}{L}\right), \quad x_{k2} = 0, \quad \varepsilon = \frac{A}{L}, \quad k = 1, 2 \quad (3.1)$$

Burada  $\varepsilon$  küçük bir parametre olup,  $L > A$  olduğu kabul edilmektedir.  $A$  yerel eğriliğin maksimum değeri ve  $L$  Şekil 3.1'den de görülebileceği gibi geometrik parametredir.  $m$  ise salınımı ifade etmektedir.

(2.41) denklemi (2.44) tanımları kullanılarak (2.45) ve (2.46) denklemler sistemine dönüşür. Bu sistemde yer alan  $Y_n^{(1),1}$  ve  $Y_n^{(1),2}$  için, zıt faz eğriliğinde

$$Y_n^{(1),1} = -Y_n^{(1),2} \quad (3.2)$$

eşitliği sağlanmalıdır. Buna göre zıt faz eğriliği için (2.45) aynı kalıp (2.46)

$$Y_n^{(1),1} - \sum_{v=0}^{\infty} F_{nv}^{(1),2} Y_v^{(1),1} + F_n^{(2),1} Y_n^{(2),1} = \delta_n^3 (\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(2),0}) s \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( \exp\left(-\left(\frac{s+m}{2}\right)^2\right) - \exp\left(-\left(\frac{s-m}{2}\right)^2\right) \right) \quad (3.3)$$

haline gelecektir. Bu sonsuz sistemin, sayısal sonuçlar elde edebilmek amacıyla, sonlu olarak ifade edilebilmesi için kullanılan kabul ve eşitlikler (2.49)-(2.52) ile verilmektedir. Sonuç olarak zıt faz eğriliği için (3.3) denklemi

$$Y_n^{(1),1} - \sum_{v=0}^{N_v} F_{nv}^{(1),2} Y_v^{(1),1} + F_n^{(2),1} Y_n^{(2),1} = \delta_n^3 (\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(2),0}) s \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( \exp\left(-\left(\frac{s+m}{2}\right)^2\right) - \exp\left(-\left(\frac{s-m}{2}\right)^2\right) \right) \quad (3.4)$$

ile ifade edilecektir.

Bundan sonraki aşamalar, sonlu denklemler sisteminin çözümü ile ilgili kullanılan tanım ve yöntemler Bölüm 2.4'te verilmektedir.

### 3.4 Sayısal Sonuçlar

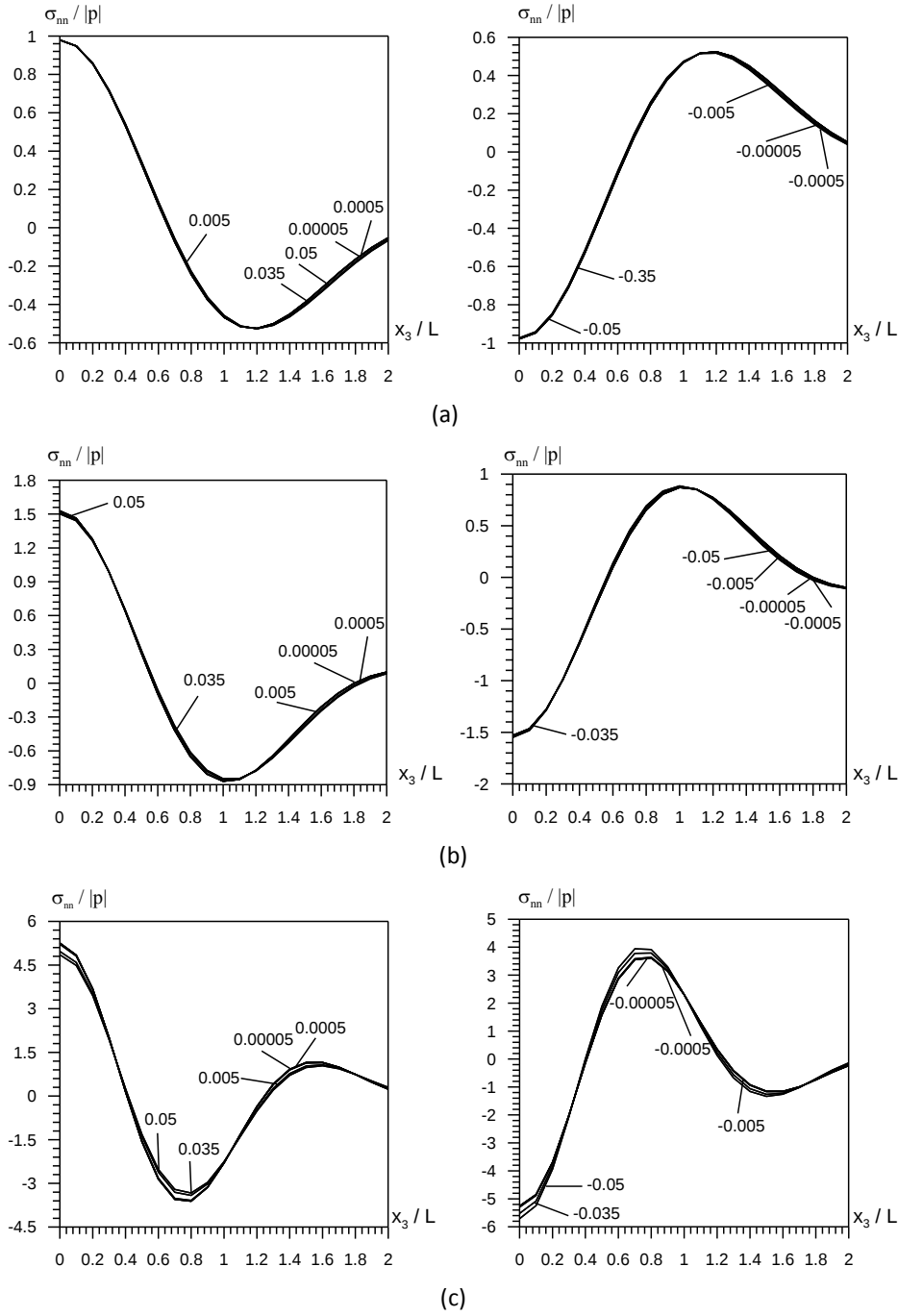
~~Zıt faz durumuna~~ Bu durum için gerilme yayılımına ait incelemeler,  $\sigma_{nr}$ ,  $\sigma_{ne}$  kayma gerilmeleri ve  $\sigma_{nn}$  normal gerilmesine ait sayısal sonuçlar elde etmek ve bunları yorumlama kapsamında yapılmıştır. Şekil 3.1'de de görüleceği üzere, gerilmelerin yayılımı sadece  $x_3 \geq 0$  ve  $0 \leq \theta \leq \pi$  için incelenmektedir. Gerilmelerin özellikleri ile kullanılan parametrelerin tanımı bölüm 2.4'te verilmektedir.

Şekil 3.2'de yer alan grafiklerde,  $\kappa = 0.2$ ,  $\rho = 2.1$ ,  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  ve çeşitli  $m$  değerlerinde  $\sigma_{nn} / |p|$  ve  $x_3 / L$  parametreleri arasındaki ilişkiye geometrik nonlineeriteyi ifade eden  $\alpha$ 'nın ve yerel eğrilik titreşim modunu ifade eden  $m$ 'nin etkisi görülmektedir. Yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nn} / |p|$  değerleri artış göstermekte; aynı zamanda bu gerilmelerin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Şekil 3.3'te yer alan grafiklerde aynı parametre değerlerinde, nanolif durumu olan  $E^{(2)} / E^{(1)} = 300$  alınarak inceleme yapılmıştır. Yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nn} / |p|$  gerilmelerinin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$  için artış gösterdiği ve bu gerilme değerlerinin, aynı parametre değerlerinde, mikrofiber durumu için kabul ettiğimiz  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  durumu için elde edilenlerden oldukça fazla olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra,  $\sigma_{nn} / |p|$  gerilmelerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekmede durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı görülmektedir. Şekil 3.4'te ise elastisite modülünün değeri artırılmış,  $E^{(2)} / E^{(1)} = 500$  alınmıştır. Çeşitli  $m$  değerleri için elde edilen grafiklerde, titreşim sayısının artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nn} / |p|$  değerleri artış gösterdiği ve bu değerlerin  $E^{(2)} / E^{(1)} = 300$  için elde edilenlerden daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Bunun yanında söz konusu gerilmelerin mutlak değerlerinin

$|\alpha|$  'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı görülmektedir.

**Bıçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Bıçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

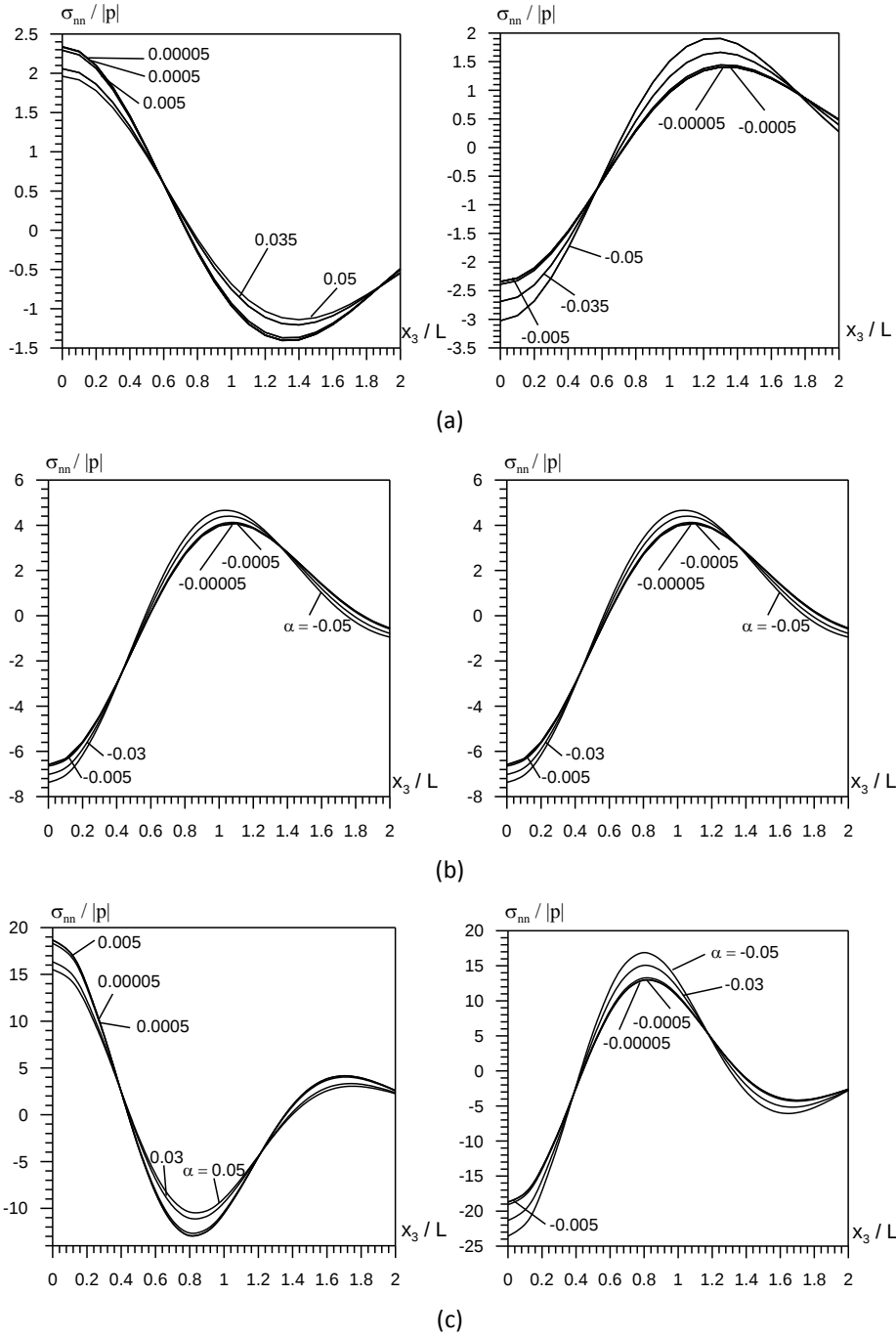


Şekil 3.2 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$  (  $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$  )

**Biçimlendirilmiş:** Aralık Önce: 0 nk, Sonra: 0 nk

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay: Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna

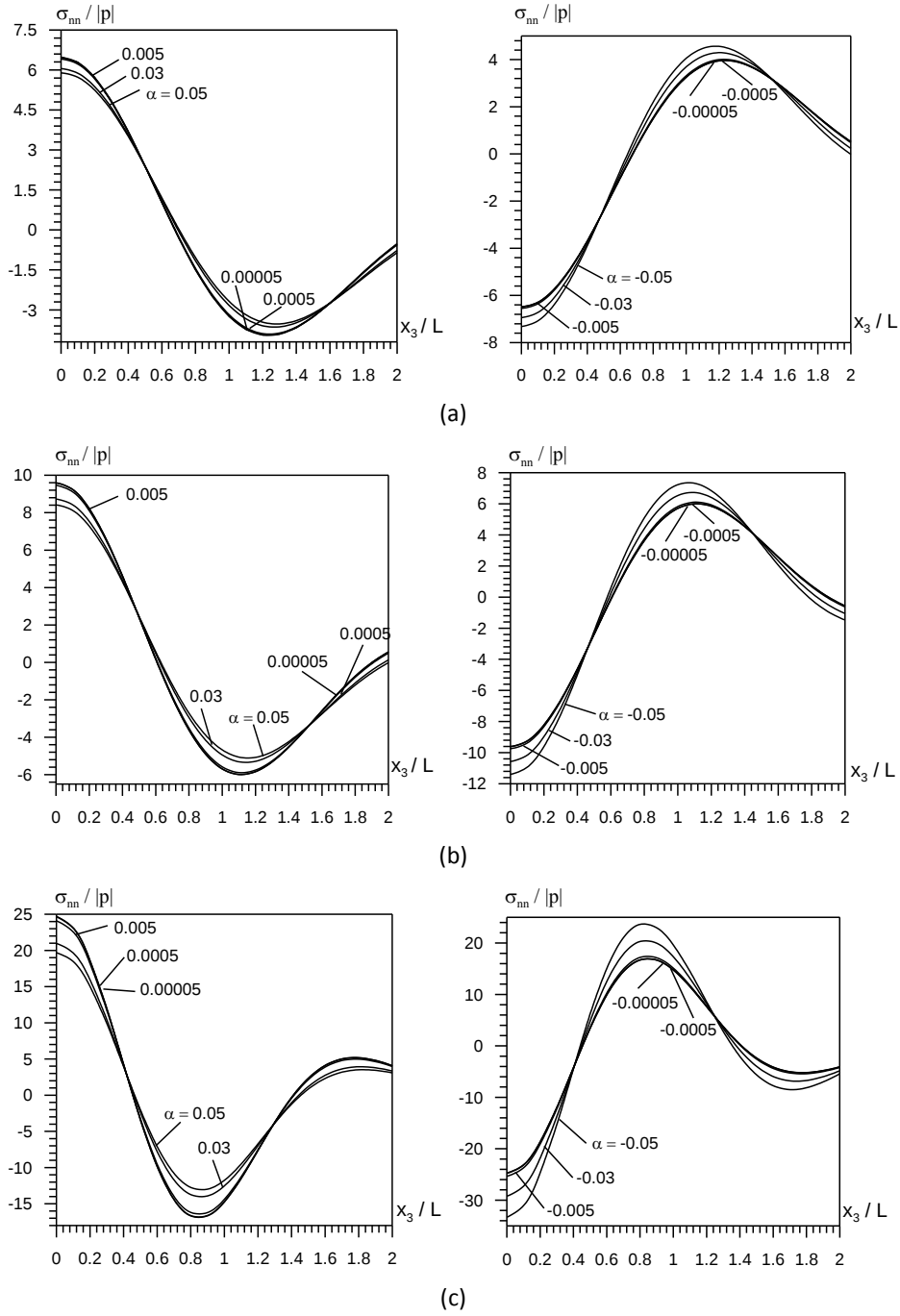


Şekil 3.3 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$  (  $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$  )

**Biçimlendirilmiş:** Aralık Önce: 0 nk, Sonra: 0 nk, Satır aralığı: En az 12 nk

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay: Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna



Şekil 3.4 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$  (  $E^{(2)}/E^{(1)} = 500$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$  )

**Biçimlendirilmiş:** Aralık Önce: 0 nk, Sonra: 0 nk

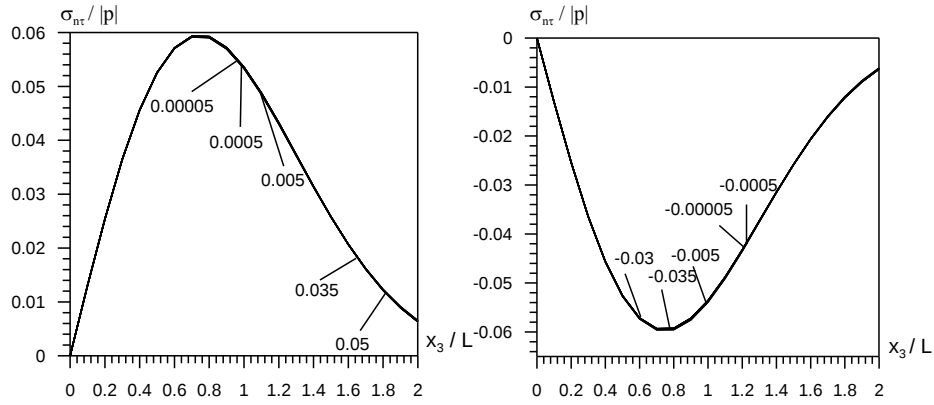
**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay: Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna

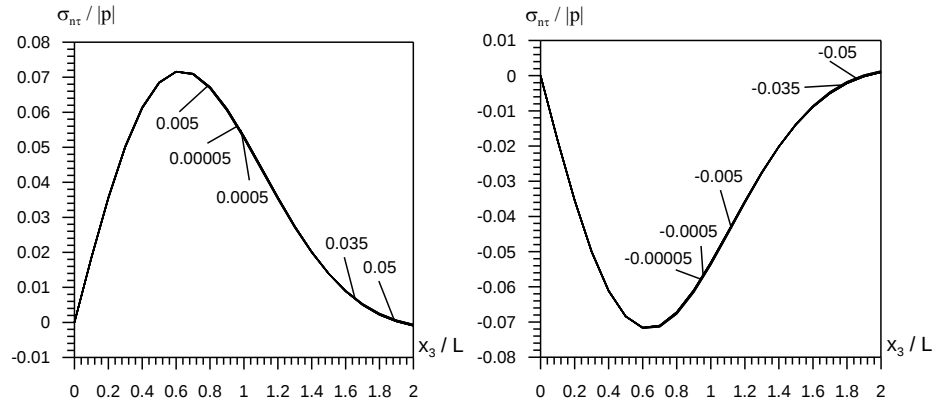
Şekil 3.5'te yer alan grafiklerde,  $\kappa = 0.2$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\rho = 2.1$ ;  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  ve çeşitli  $m$  değerleri için  $\sigma_{nr} / |p|$  ve  $x_3 / L$  arasındaki ilişkiye geometrik nonlineariteyi ifade eden  $\alpha$ 'nın ve  $\nu$ 'nin ve yerel eğrilik titreşim modunu ifade eden  $m$ 'nin etkisi incelenmektedir. Yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nr} / |p|$  değerleri artış göstermekte, aynı zamanda bu gerilmelerin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Şekil 3.6'da yer alan grafiklerde de aynı parametre değerleri için  $E^{(2)} / E^{(1)} = 300$  alınarak  $\sigma_{nr} / |p|$  ile  $x_3 / L$  arasındaki ilişki incelenmiştir. Yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nr} / |p|$  değerlerinin  $|\alpha|$  için artış gösterdiği ve gerilmelerin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınçta arttığı gözlemlenmektedir. Bunun yanı sıra gerilme değerlerinin mikrolif durumu için elde edilenlerden çok daha fazla olduğu görülmektedir. Şekil 3.7'deki grafiklerde ise elastisite modülü artırılmış,  $E^{(2)} / E^{(1)} = 500$  alınarak inceleme yapılmış ve gerilmelerin  $|\alpha|$  için artış gösterdiği ve gerilmelerin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınçta arttığı gözlemlenmiştir. Bunun yanında gerilme değerlerinin, daha önce incelenen elastisite modülü değerlerinden oldukça yüksek olduğu görülmüştür.

Şekil 3.8'de yer alan grafiklerde,  $\kappa = 0.2$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\rho = 2.1$ ;  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  ve çeşitli  $m$  değerleri için  $\sigma_{ne} / |p|$  ve  $x_3 / L$  arasındaki ilişkiye geometrik nonlineariteyi ifade eden  $\alpha$ 'nın ve  $\nu$ 'nin ve yerel eğrilik titreşim modunu ifade eden  $m$ 'nin etkisi görülmektedir. Yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{ne} / |p|$  değerleri artış göstermekte; aynı zamanda bu gerilmelerin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Şekil 3.9'da yer alan grafiklerde de aynı parametre değerleri için nanolif durumu incelenmekte,  $E^{(2)} / E^{(1)} = 300$  alınarak  $\sigma_{ne} / |p|$  gerilmeleri ile  $x_3 / L$  arasındaki ilişkiye geometrik nonlineariteyi ifade eden  $\alpha$ 'nın ve  $\nu$ 'nin ve yerel eğrilik titreşim modunu ifade eden  $m$ 'nin etkisi görülmektedir. Yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{ne} / |p|$  değerlerinin  $|\alpha|$

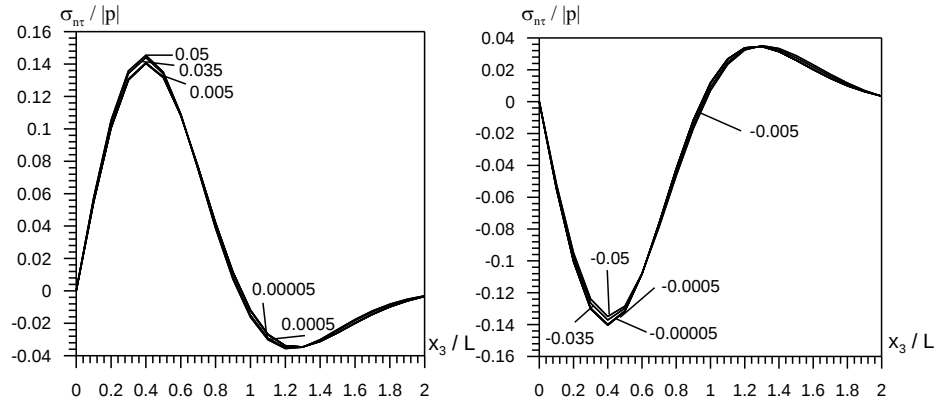
için artış gösterdiği ve aynı parametre değerlerinde,  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  için elde edilenlerden çok daha fazla olduğu görülmektedir. Bunun yanısıra,  $\sigma_{ne} / |p|$  gerilmelerinin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınçta arttığı gözlemlenmektedir. Şekil 3.10'da da  $E^{(2)} / E^{(1)} = 500$  iken aynı parametreler için inceleme yapılmış ve gerilmelerin değerlerinin artış gösterdiği; aynı zamanda bu gerilmelerin mutlak değerlerinin  $|\alpha|$ 'nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmiştir.



(a)



(b)



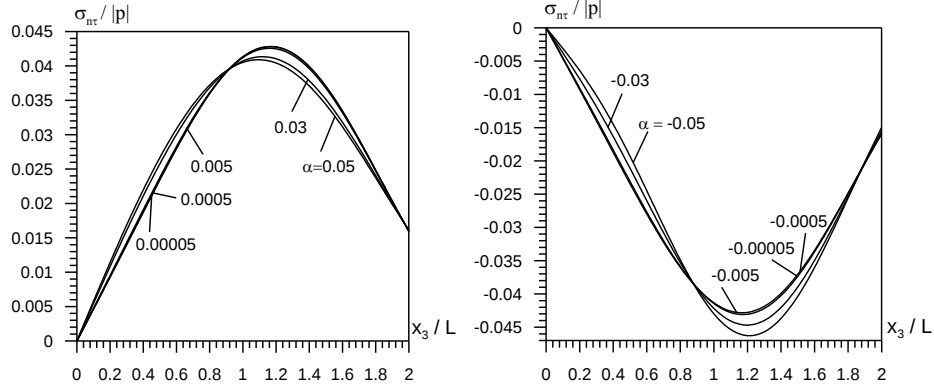
(c)

Şekil 3.5 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nt}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$   
(c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ )

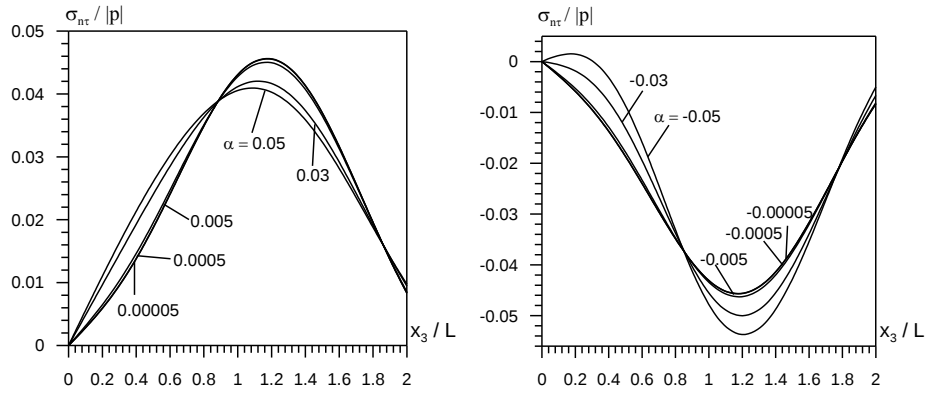
**Biçimlendirilmiş:** Aralık Önce: 0 nk,  
Sonra: 0 nk

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

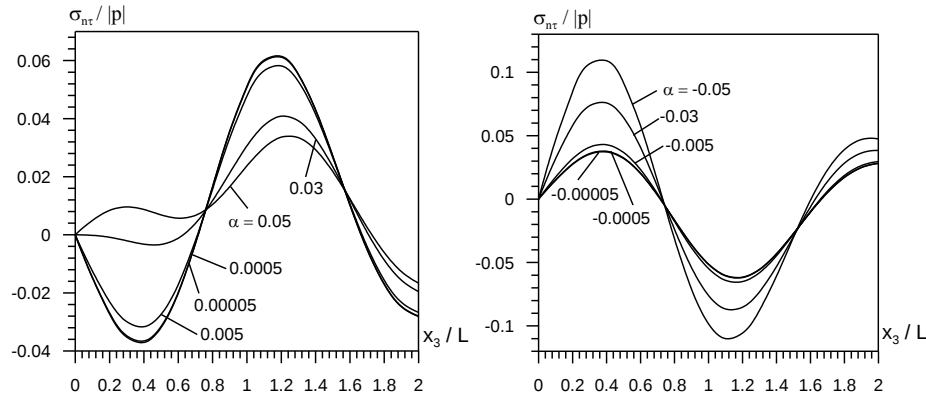
**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna



(a)



(b)



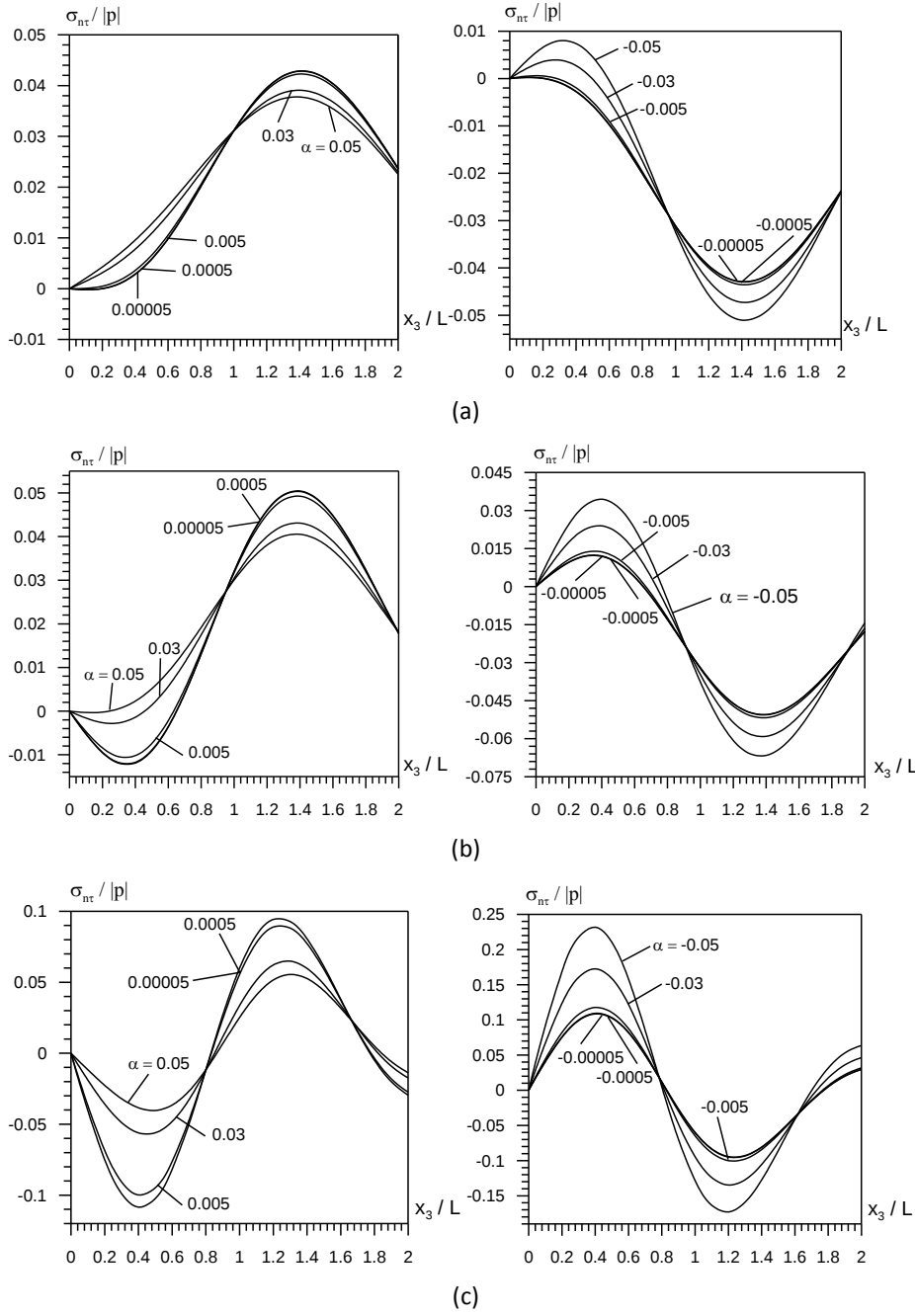
(c)

Şekil 3.6 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nr}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$  (  $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$  )

**Biçimlendirilmiş:** Aralık Önce: 0 nk, Sonra: 0 nk

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay: Ortada, Bağintı: K.Boşluğuna

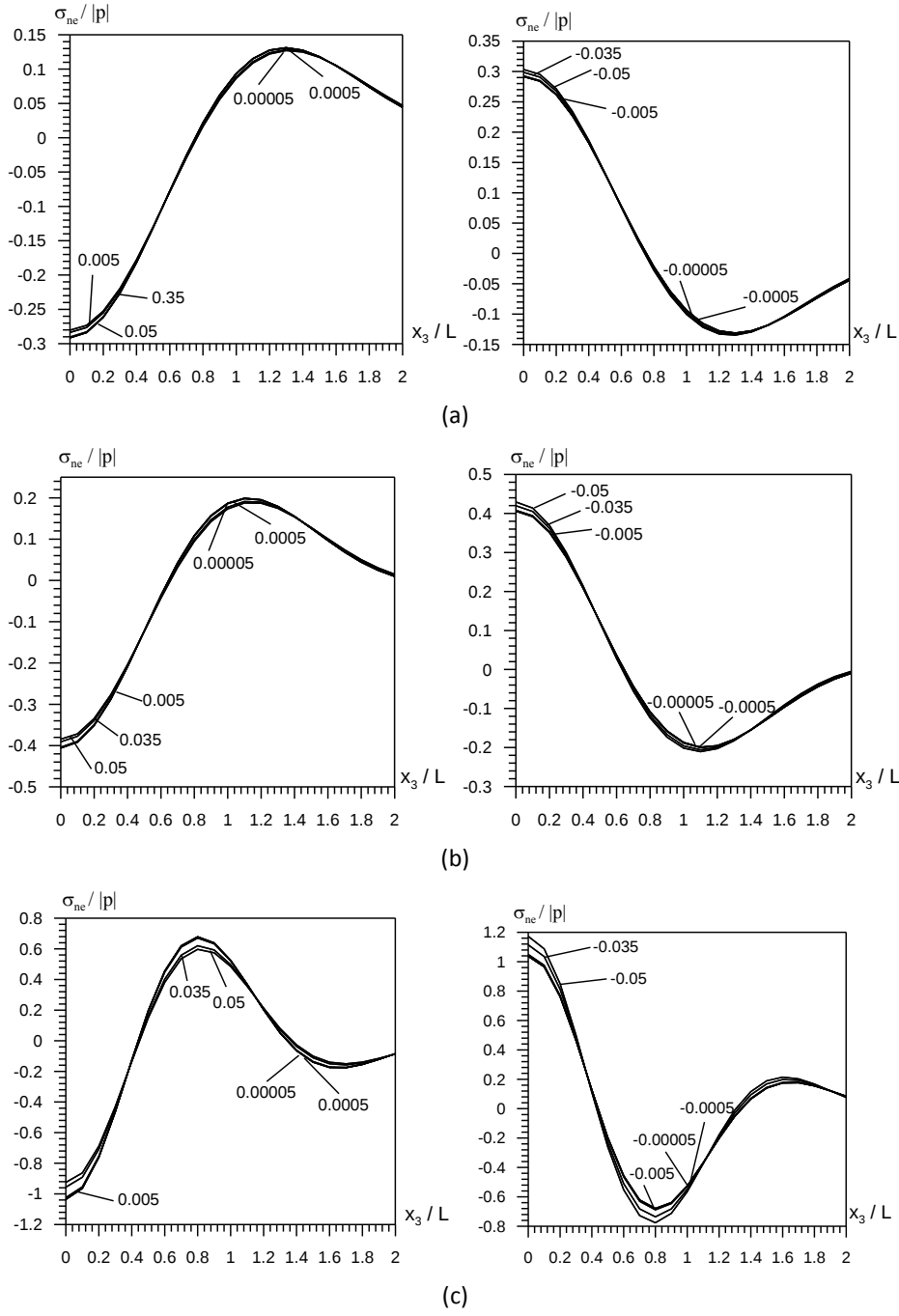


Şekil 3.7 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nr}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$  (  $E^{(2)}/E^{(1)} = 500$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$  )

**Biçimlendirilmiş:** Aralık Önce: 0 nk, Sonra: 0 nk

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay: Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna

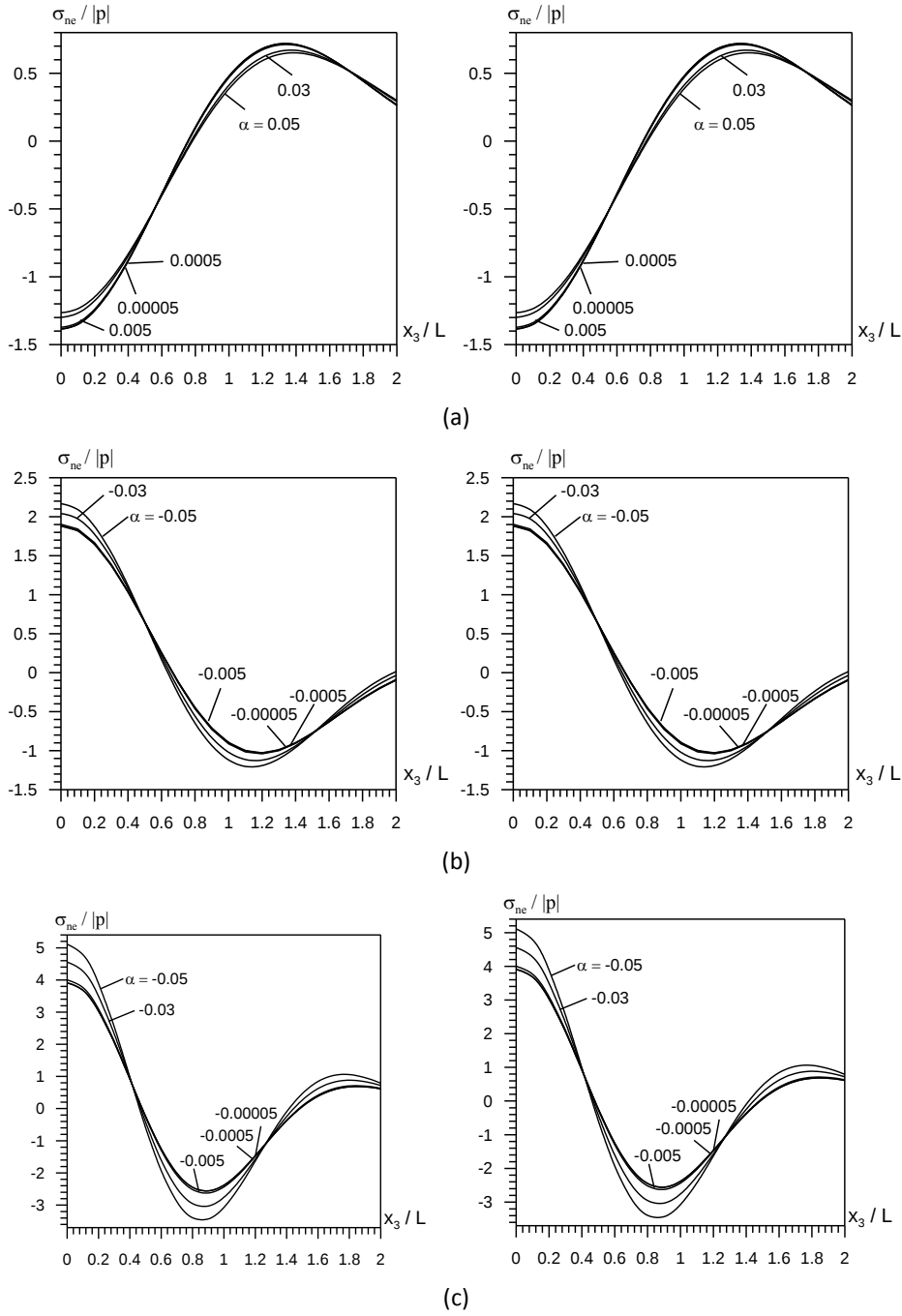


Şekil 3.8 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$   
(c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ )

**Biçimlendirilmiş:** Aralık Önce: 0 nk,  
Sonra: 0 nk

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna

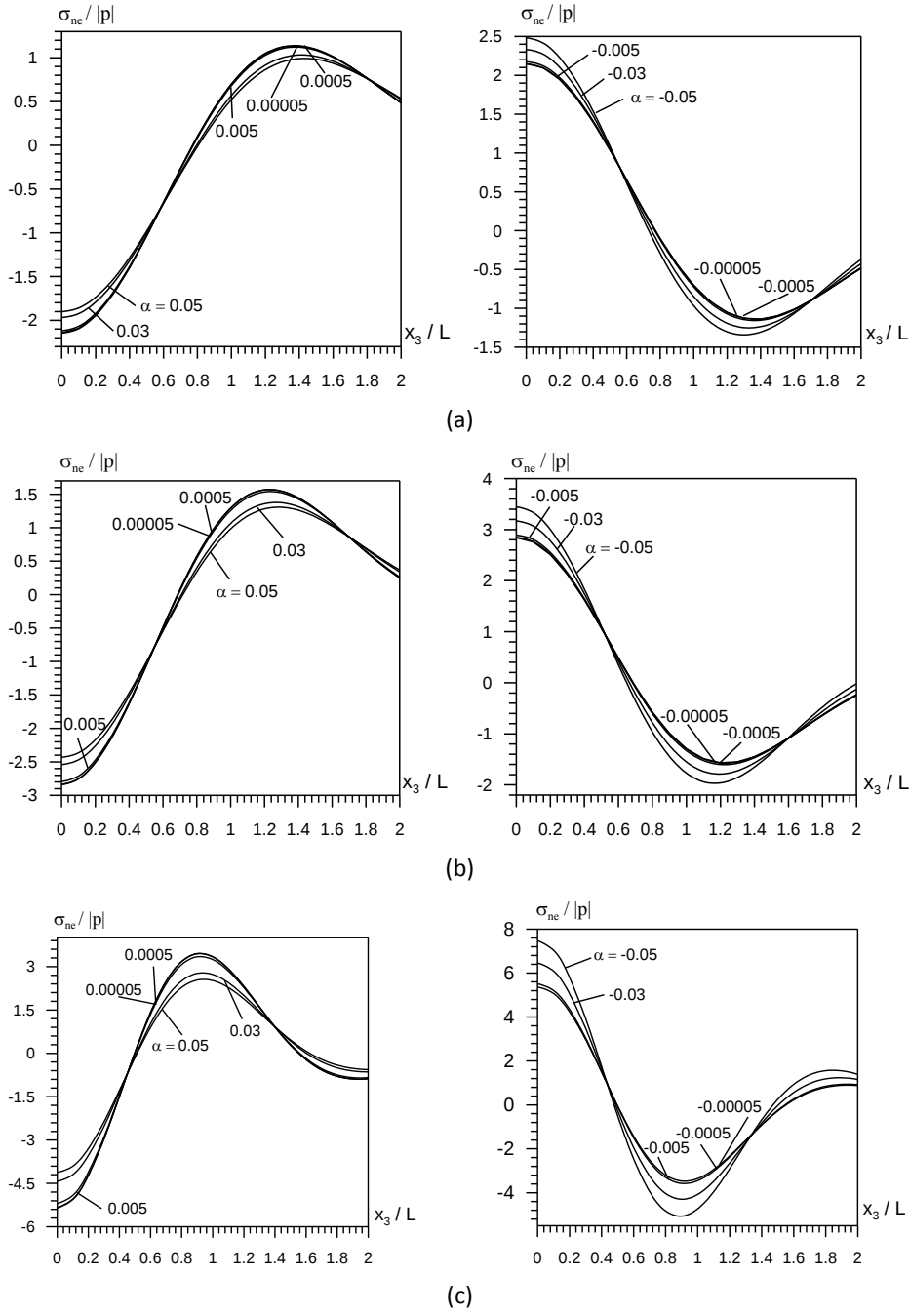


Şekil 3.9 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$  ( $E^{(2)}/E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$ )

**Biçimlendirilmiş:** Aralık Önce: 0 nk, Sonra: 0 nk

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay: Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna



Şekil 3.10 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{ne}/|p|$  ile  $x_3/L$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$

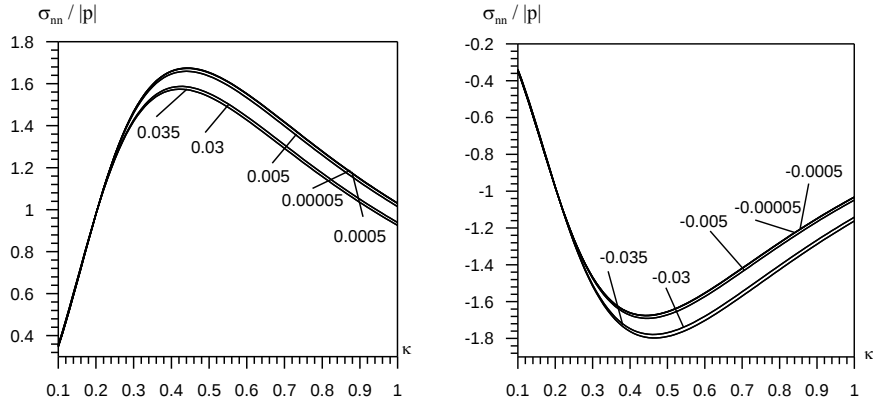
(c)  $m=3$  (  $E^{(2)}/E^{(1)} = 500$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\kappa = 0.2$ ;  $\rho = 2.1$  )

Şekil 3.11’de yer alan grafiklerde,  $\varepsilon = 0.07$ ;  $\rho = 2.1$ ;  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  ve çeşitli  $m$  değerlerinde,  $\sigma_{nn}/|p|$  ve  $\kappa$  parametreleri arasındaki ilişkiye geometrik nonlineariteyi ifade eden  $\alpha$ ’nın etkisi görülmektedir. Belirtelim ki,  $\alpha_{cr}$  sonsuz bir matristeki yerel eğrilikli komşu iki lifin stabilite kaybı durumu için elde edilen  $\alpha$  parametresinin kritik değerleri olmak üzere, basınç durumunda  $|\alpha| < |\alpha_{cr}|$  olarak kabul edilmektedir. Bu grafiklerde, yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nn}/|p|$  gerilmelerinin mutlak değerleri artış göstermekte olduğu ve  $|\alpha|$ ’nın artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Gerilmelerin belli bir  $\kappa$  için maksimum değerini alıp sonra ise yön değiştirdiği gözlemlenmektedir. Bir örnek vermek gerekirse, titreşim sayısının 1 olduğu durumda  $\kappa = 0.22$  değerinden sonra çekme ve basınç durumunda gerilme değerleri karakter değiştirmektedir. Şekil 3.12’de yer alan grafiklerde ise aynı parametre değerlerinde  $\rho = 2.5$  alınarak yani lifler arasındaki uzaklık artırılarak,  $\sigma_{nn}/|p|$  ve  $\kappa$  parametreleri arasındaki ilişkiye geometrik nonlineariteyi ifade eden  $\alpha$ ’nın etkisi incelenmektedir.  $\rho = 2.1$  durumunda olduğu gibi yerel eğriliğin titreşim modunun artmasıyla, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nn}/|p|$  gerilmelerinin mutlak değerleri artış göstermektedir ve bu gerilmelerin,  $|\alpha|$  artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Aynı şekilde, gerilmelerin belli bir  $\kappa$  için maksimum değerini alıp sonra ise yön değiştirdiği görülmektedir. Bir örnek vermek gerekirse, titreşim sayısının 1 olduğu durumda  $\kappa = 0.3$  değerinden sonra çekme ve basınç durumunda gerilme değerleri karakter değiştirmektedir. Şekil 3.13’te yer alan grafiklerde ise aynı parametrelerde  $\rho = 2.1$  ve  $E^{(2)} / E^{(1)} = 100$  olarak

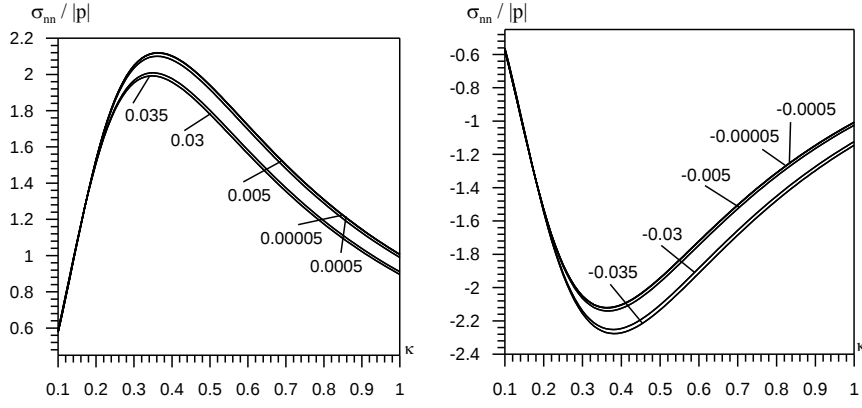
inceleme yapılmış ve aynı lif uzaklık uzaklığında, elastisite modülünün artırılmasıyla gerilmelerin mutlak değerlerinin hem çekme hem basınç durumunda arttığı ve bu gerilmelerin,  $|\alpha|$  artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Bunun yanında gerilmelerin belli bir  $\kappa$  için maksimum değerini alıp sonra ise yön değiştirdiği görülmektedir. Şekil 3.14'te grafiklerde de görüleceği üzere, aynı parametre değerleri ve aynı elastisite modülü  $E^{(2)} / E^{(1)} = 100$  değeri için  $\rho = 2.5$  alınarak lifler arası uzaklık artırıldığında, gerilmelerin mutlak değerlerinin arttığı gözlemlenmektedir. Bunun yanında, m değerleri arttıkça, hem basınç hem de çekme durumunda  $\sigma_{nn} / |p|$  gerilmelerinin mutlak değerleri artış göstermektedir ve bu gerilmelerin,  $|\alpha|$  artmasıyla çekme durumunda azaldığı, basınç durumunda ise arttığı gözlemlenmektedir. Şekil 3.15'teki grafiklerde ise lifler arası uzaklık  $\rho = 2.1$  alınarak , nanolife karşılık gelen  $E^{(2)} / E^{(1)} = 300$  elastisite modülü değeri için  $\sigma_{nn} / |p|$  ve  $\kappa$  parametreleri arasındaki ilişkiye geometrik nonlineeriteyi ifade eden  $\alpha$ 'nın etkisi araştırılmaktadır. Mikrolif durumu olan  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$  ve  $E^{(2)} / E^{(1)} = 100$  değerlerinde olduğu gibi gerilmelerin mutlak değerleri hem çekme hem basınç durumunda artmakta ve bu gerilmeler  $|\alpha|$  artmasıyla basınç durumunda azalmakta çekme durumunda azalmaktadır. Bunun yanında gerilme değerleri , hem çekme hem basınç durumunda, elastisite modülünün artmasıyla mutlak olarak oldukça büyümektedir. Şekil 3.16'da aynı parametre ve elastisite modülü değeri için lif arası uzaklık  $\rho = 2.5$  alınarak artırılmış ve gerilmeler aynı karakteristik özellikleri taşımakla birlikte sayısal olarak artmıştır. Şekil 3.15 ve Şekil 3.16'daki grafiklerde tüm gerilmelerin belli bir  $\kappa$  için maksimum değerini alıp sonra ise yön değiştirdiği görülmektedir.

Tüm bu incelemelerden yola çıkılarak  $\sigma_{nn}/|p|$  gerilmeleri ile  $\kappa$  arasında monoton olmayan bir ilişki olduğu, bir başka deyişle bir  $\kappa = \kappa^*$  değerinde ele alınan gerilmelerin mutlak değerlerinin bir mutlak maksimumunun olduğu ifade edilebilir. Şekil 3.11-3.16 grafiklerinden de görülebileceği üzere,  $\kappa^*$  değerleri, lifler arası uzaklık arttıkça azalmaktadır. Gerilmelerin mutlak maksimum değerleri, lifler arası uzaklık azaldıkça artmaktadır. Geometrik non lineeritenin sonucu olarak, gerilmelerin mutlak değerleri çekme durumunda azalmakta, basınç durumunda ise artmaktadır. Elde edilen sayısal sonuçlar, geometrik non lineeritenin etkisinin maksimum görüldüğü durum  $\kappa = \kappa^*$  olduğunu göstermektedir ve bu etki lifler arası uzaklık arttıkça artış göstermektedir. Çekme ve basınç altında  $\alpha = \pm 5 \cdot 10^{-5}$  için elde edilen sayısal sonuçların da hem birbirleriyle hem de geometrik lineer durumda elde edilenlerle (Djafarova,1994) çakıştığı görülmektedir. Bu durum, hem ele alınan mekanik kabullerle uyuşmakta hem de geliştirilen algoritmalar ve bilgisayar programlarının ve elde edilen sayısal sonuçların güvenilirliğini ispatlamaktadır.

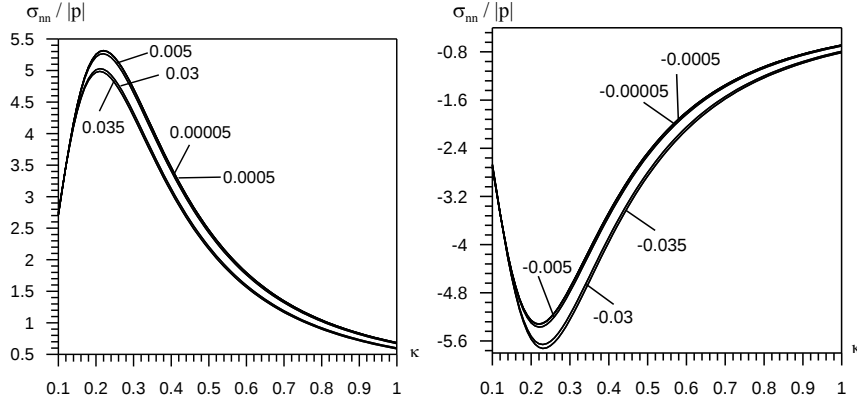
Çizelge 2.1’de, nanolif durumunda, farklı elastisite modülü ve  $\alpha$  değerlerinde,  $m=1$ ,  $x_3/L=0.7$ ,  $\kappa=0.25$  için hesaplanan  $\sigma_{nn}/|p|$  değerleri yer almaktadır. Bu değerlerden, geometrik non lineeritenin etkisinin elastisite modülü değerleri büyüdükçe arttığı ve lifler arası etkileşimin  $E^{(2)}/E^{(1)}$  ile daha gözlemlenebilir hale geldiği görülebilir.



(a)

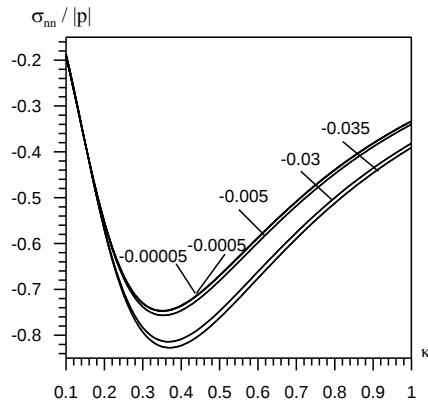
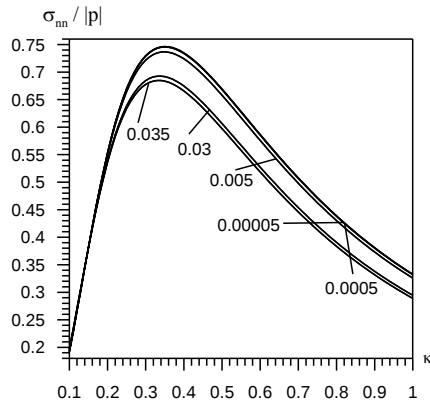


(b)

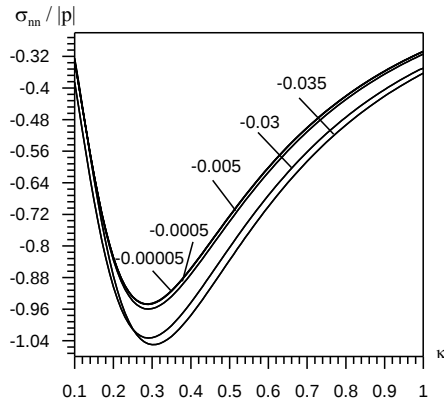
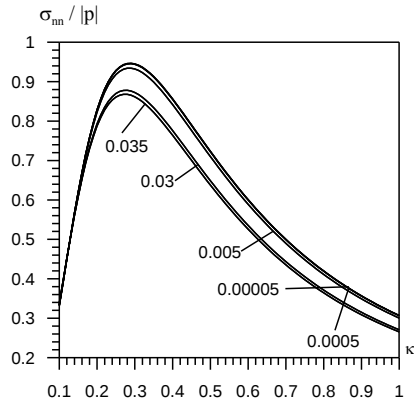


(c)

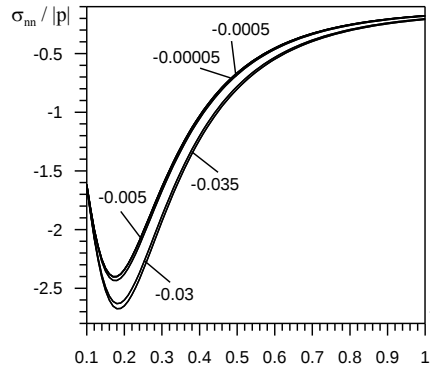
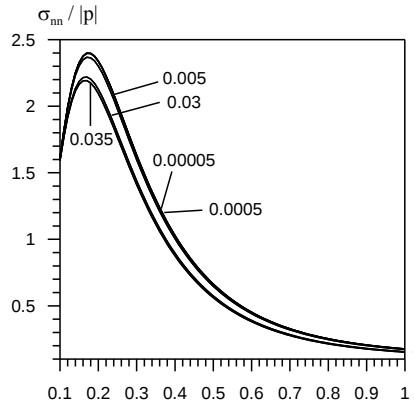
Şekil 3.11 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$   
(  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $t_3 = 0$   $\rho = 2.1$  )



(a)

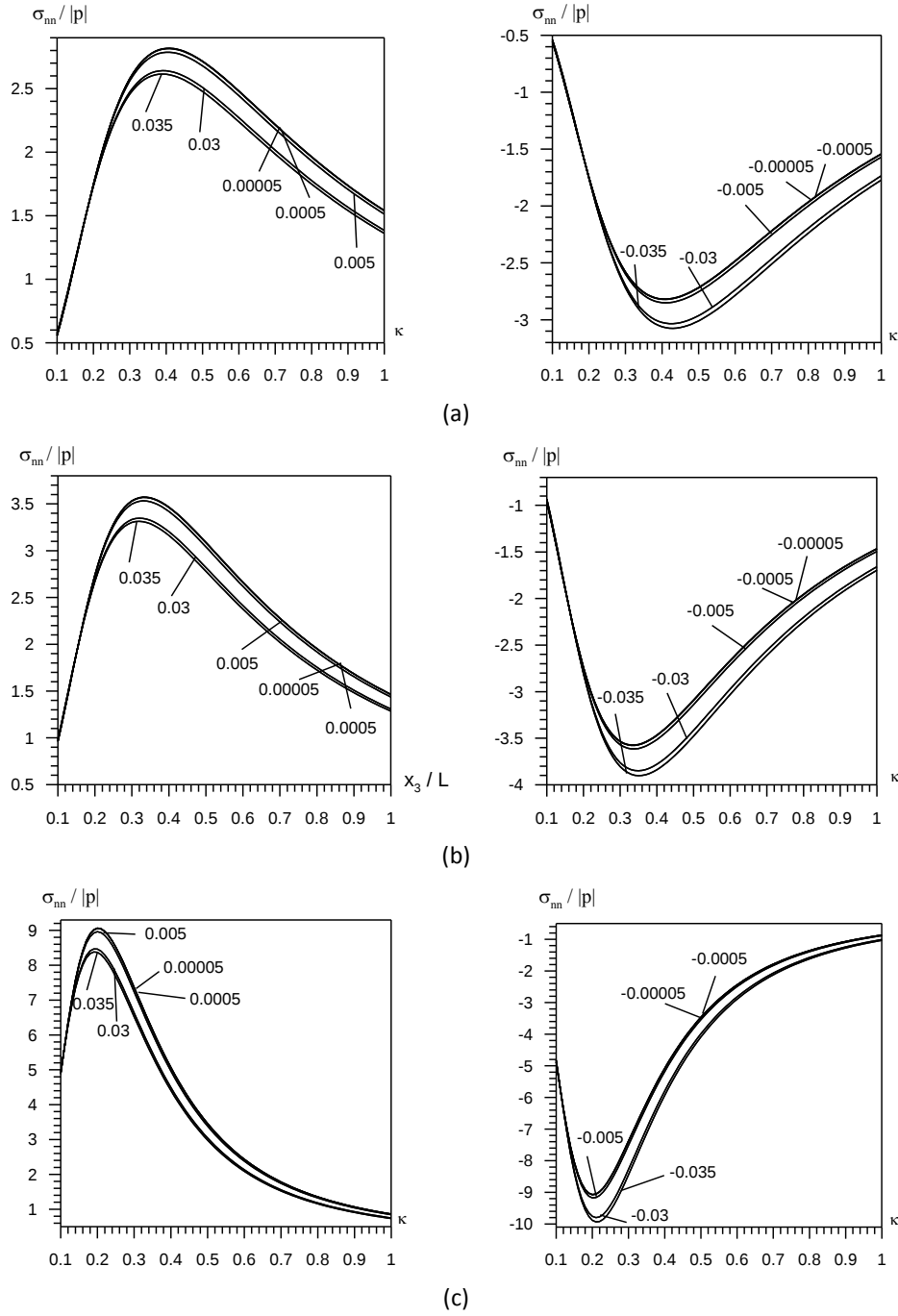


(b)

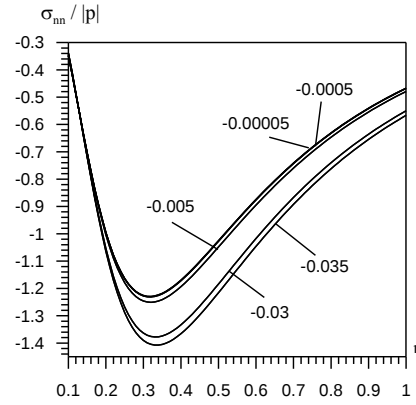
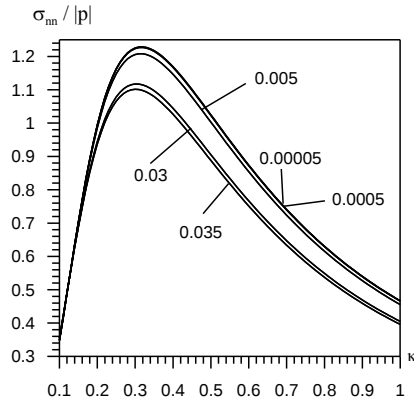


(c)

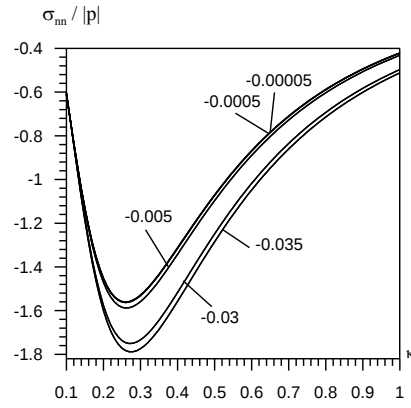
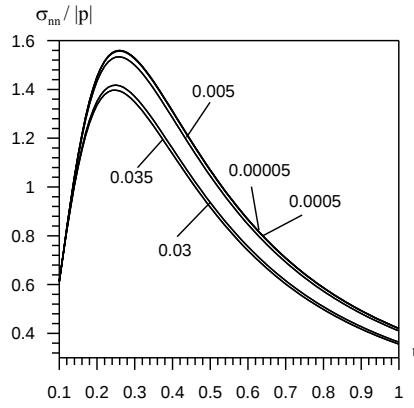
Şekil 3.12 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$   
(  $E^{(2)} / E^{(1)} = 50$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $t_3 = 0$   $\rho = 2.5$  )



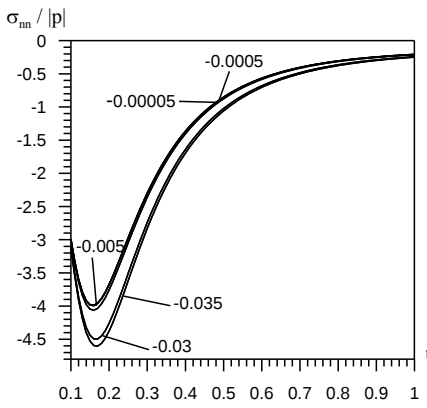
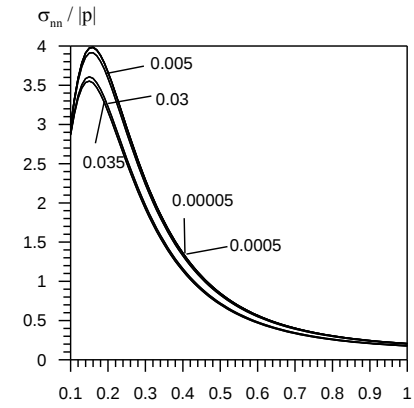
Şekil 3.13 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$   
 (  $E^{(2)} / E^{(1)} = 100$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $t_3 = 0$ ;  $\rho = 2.1$  )



(a)

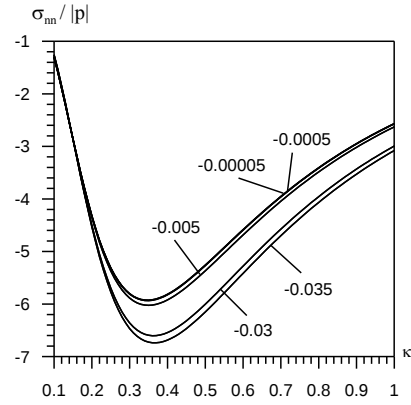
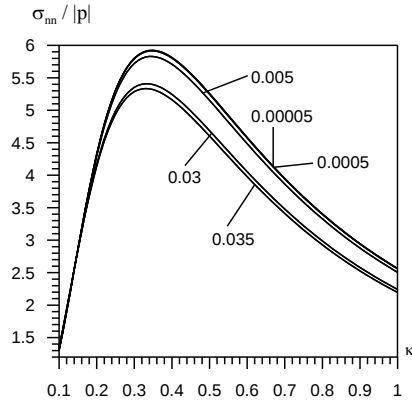


(b)

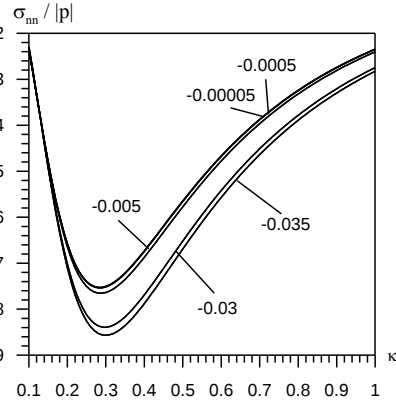
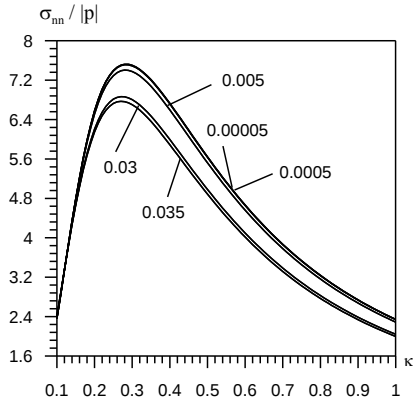


(c)

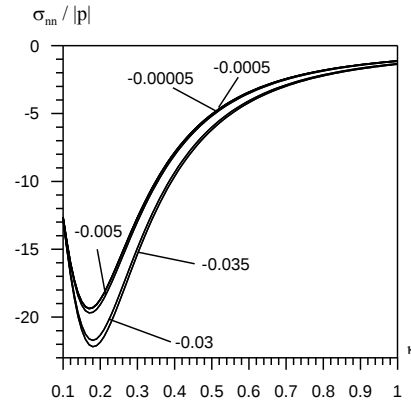
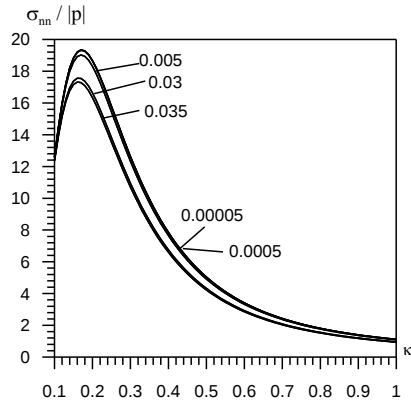
Şekil 3.14 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$   
(  $E^{(2)}/E^{(1)}=100$ ;  $\varepsilon=0.07$ ;  $t_3=0$ ;  $\rho=2.5$  )



(a)

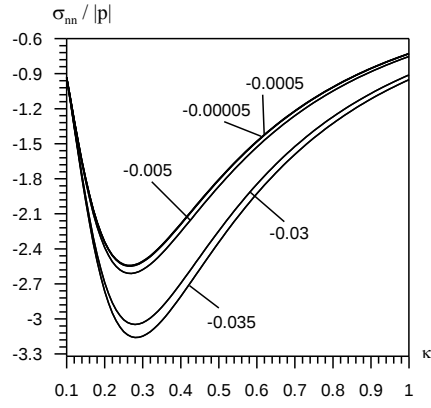
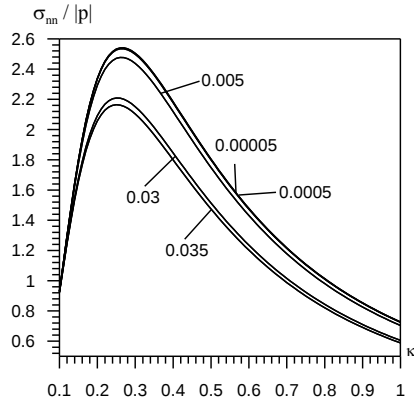


(b)

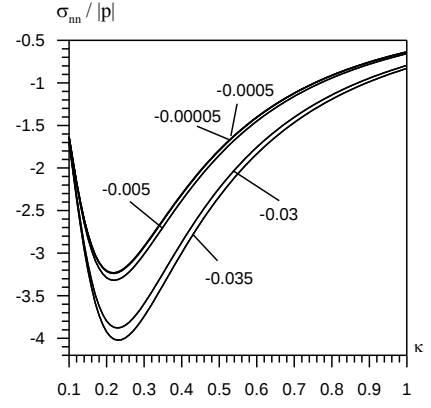
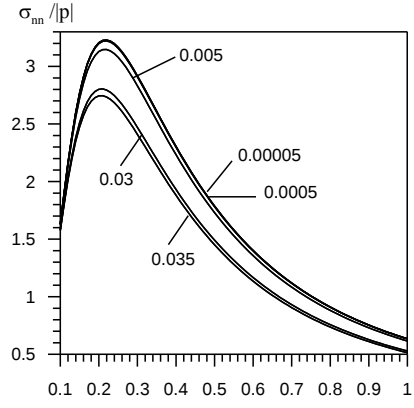


(c)

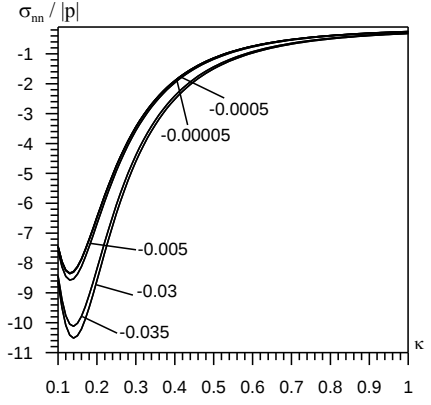
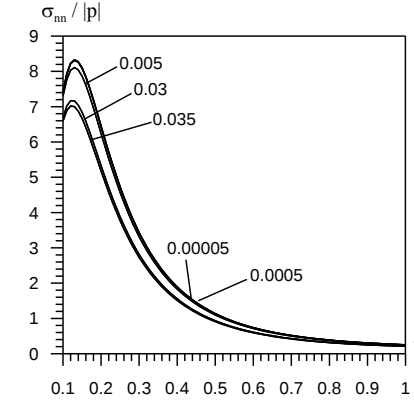
Şekil 3.15 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$   
(  $E^{(2)} / E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $t_3 = 0$ ;  $\rho = 2.1$  )



(a)



(b)

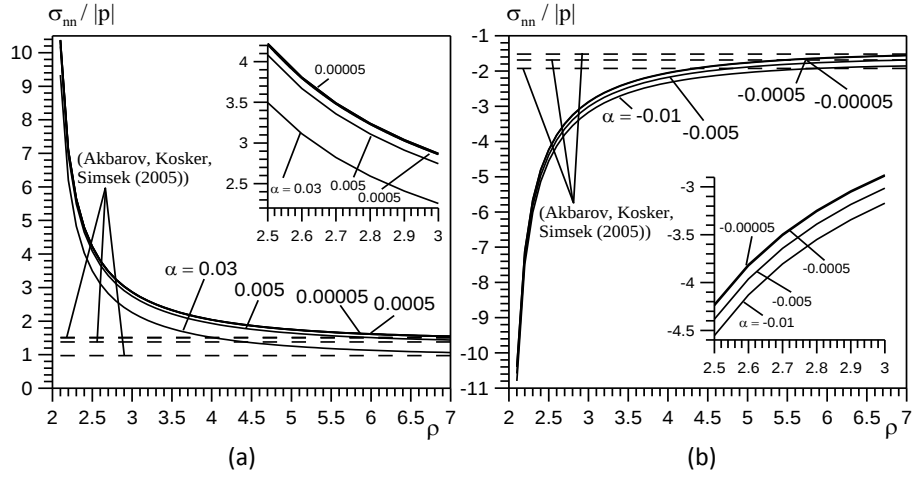


(c)

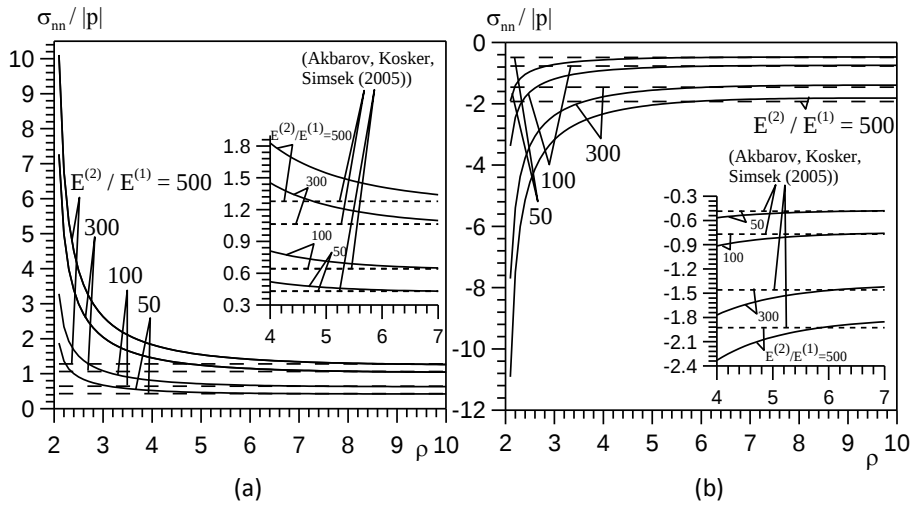
Şekil 3.16 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\kappa$  arasındaki bağımlılık (a)  $m=0$  (b)  $m=1$  (c)  $m=3$   
(  $E^{(2)} / E^{(1)} = 300$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $t_3 = 0$ ;  $\rho = 2.5$  )

Şekil 3.17 grafiğinde lifler arasındaki etkileşimin gerilme dağılımına etkisi incelenmekte,  $\sigma_{nn}/|p|$  gerilme değerleri ile  $\rho$  parametresi arasındaki ilişki sırasıyla  $E^{(2)}/E^{(1)} = 500$ ,  $\varepsilon = 0.07$ ,  $m=1$ ,  $x_3/L = 0$ ,  $\kappa = 0.25$  değerleri kullanılarak incelenmektedir. Elde edilen sayısal sonuçlara göre lifler birbirlerine yaklaştıkça  $\sigma_{nn}$  gerilmelerinin mutlak değerleri artmaktadır ve geometrik non lineeritenin bir sonucu olarak  $\alpha$  parametresi için, çekme (basınç) durumunda azalmaktadır (artmaktadır). Ayrıca bu etki, lifler arası uzaklık büyüdükçe artmaktadır. Çekme ve basınç altında  $\alpha = \pm 5.10^{-5}$  için elde edilen sayısal sonuçların, hem birbirleriyle hem de geometrik lineer durumda elde edilenlerle (Djafarova,1994) çakıştığı görülmektedir. Aynı zamanda, elde edilen değerler, lifler birbirlerinden uzaklaştıkça sonsuz elastik ortamda yerel eğrilikli tek lif olması durumuna yakınsamaktadır (Akbarov et al.2005), tek lif durumu için aynı parametreler altında elde edilen sonuçlara yaklaşmaktadır. Bu noktada, mikrolif-polimer matris ile nanolif-polimer matris sistemi için elde edilen gerilme değerlerinden hangi sisteme ait olanların tek lif durumuna daha hızlı yaklaştığını incelenebilir. Bunun için de  $E^{(2)}/E^{(1)}$  parametresinin ele alınan gerilme yayılımlarına etkisini araştırılabilir. Şekil 3.18 çeşitli elastisite modülü değerlerinde,  $m=1$ ,  $x_3/L = 0.7$ ,  $\kappa = 0.25$ ,  $\alpha = 0.01$  ve  $\alpha = -0.01$  parametreleri için,  $\sigma_{n\tau}/|p|$  gerilme değerleri ile lifler arası uzaklığın değişimini göstermektedir. Burada görülmektedir ki, mikrolif polimer matris sistemi için elde edilen kayma gerilme değerlerinin tek lif durumundaki sonuçlara yaklaşması, nanolif-polimer matris sistemi için elde edilen değerlerin tek lif durumundaki sonuçlara yaklaşmasından daha hızlıdır.

Her iki sistem için elde edilen gerilme değerlerinin tek lif durumuna yaklaşması, hem ele alınan mekanik kabullerle uyuşmakta hem de geliştirilen algoritmalar ve bilgisayar programlarının ve elde edilen sayısal sonuçların güvenilirliğini ispatlamaktadır.



Şekil 3.17 Çeşitli  $\alpha$ 'lar için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\rho$  arasındaki bağımlılık (a)çekme (b) basınç  
( $E^{(2)}/E^{(1)} = 500$ ;  $\varepsilon = 0.07$ ;  $x_3/L = 0$ ;  $\kappa = 0.25$ )



Şekil 3.18 Çeşitli  $E^{(2)}/E^{(1)}$  değerleri için  $\sigma_{nn}/|p|$  ile  $\rho$  arasındaki bağımlılık  
(a)  $\alpha = 0.01$  (b)  $\alpha = -0.01$  ( $\varepsilon = 0.07$ ;  $x_3/L = 0$ ;  $\kappa = 0.25$ )

Çizelge 3.1 Çeşitli  $E^{(2)} / E^{(1)}$ ,  $\alpha$  ve  $\rho$  değerleri için  $\sigma_{nn} / |p|$  değerleri  
(  $\kappa = 0.25$ ,  $m=1$ ,  $x_3 / L = 0$  )

| $\rho$ | $\alpha = \frac{p}{E^{(1)}}$ | $E^{(2)} / E^{(1)}$ |          |          |
|--------|------------------------------|---------------------|----------|----------|
|        |                              | 300                 | 400      | 500      |
| 2.1    | 0.00005                      | 7.39540             | 8.97866  | 10.3803  |
|        | 0.00050                      | 7.38575             | 8.96494  | 10.3625  |
|        | 0.00500                      | 7.29089             | 8.83050  | 10.1884  |
|        | 0.01000                      | 7.18894             | 8.68675  | 10.0030  |
|        | 0.01500                      | 7.09041             | 8.54854  | 9.82557  |
|        | -0.00005                     | -7.39755            | -8.98172 | -10.3843 |
|        | -0.00050                     | -7.40724            | -8.99550 | -10.4025 |
|        | -0.00500                     | -7.50593            | -9.13625 | -10.5854 |
|        | -0.01000                     | -7.61950            | -9.29916 | -10.7984 |
|        | -0.01500                     | -7.73747            | -9.46944 | -11.0223 |
| 2.5    | 0.00005                      | 3.16556             | 3.73519  | 4.22442  |
|        | 0.00050                      | 3.15743             | 3.72432  | 4.21094  |
|        | 0.00500                      | 3.07863             | 3.61943  | 4.08119  |
|        | 0.01000                      | 2.99615             | 3.51042  | 3.94710  |
|        | 0.01500                      | 2.91854             | 3.40853  | 3.82247  |
|        | -0.00005                     | -3.16738            | -3.73761 | -4.22744 |
|        | -0.00050                     | -3.17557            | -3.74857 | -4.24104 |
|        | -0.00500                     | -3.26027            | -3.86229 | -4.38274 |
|        | -0.01000                     | -3.36070            | -3.99823 | -4.55330 |
|        | -0.01500                     | -3.46856            | -4.14559 | -4.73692 |
| 3      | 0.00005                      | 2.19619             | 2.5610   | 2.87103  |
|        | 0.00050                      | 2.18872             | 2.5512   | 2.85904  |
|        | 0.00500                      | 2.11700             | 2.4576   | 2.74489  |
|        | 0.01000                      | 2.04319             | 2.3621   | 2.62922  |
|        | 0.01500                      | 1.97486             | 2.2744   | 2.52372  |
|        | -0.00005                     | -2.19785            | -2.5632  | -2.87371 |
|        | -0.00050                     | -2.20359            | -2.5731  | -2.88584 |
|        | -0.00500                     | -2.28411            | -2.6769  | -3.01367 |
|        | -0.01000                     | -2.37391            | -2.8039  | -3.17130 |
|        | -0.01500                     | -2.48390            | -2.9450  | -3.34843 |

**Biçimlendirilmiş:** Aralık Önce: 0 nk,  
Sonra: 0 nk

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağintı: K.Boşluğuna

Çizelge 3.2 ise birinci yaklaşım kullanılarak elde edilen sayısal sonuçların, ele alınan denklem sayısına göre yakınsaklığını göstermektedir. Buradan yakınsaklığın adequate olduğu görülmektedir.

Çizelge 3.2 Çeşitli denklem sayıları ve  $E^{(2)} / E^{(1)}$  değerleri için  $\sigma_{nn} / |p|$  gerilme değerleri  
( $\kappa = 0.25, m=1, x_3 / L = 0, \rho = 2.1, \alpha = 5.10^{-5}$ )

| Denklem Sayısı<br>$N_v$ | $E^{(2)} / E^{(1)}$ |         |         |         |
|-------------------------|---------------------|---------|---------|---------|
|                         | 50                  | 100     | 300     | 500     |
| 28                      | 1.18820             | 2.11033 | 4.75498 | 6.6527  |
| 40                      | 1.46218             | 2.60678 | 5.92675 | 8.3327  |
| 52                      | 1.63854             | 2.91555 | 6.62392 | 9.3171  |
| 64                      | 1.74701             | 3.09892 | 7.02033 | 9.8688  |
| 76                      | 1.81180             | 3.20466 | 7.23918 | 10.1693 |
| 88                      | 1.84992             | 3.26474 | 7.35826 | 10.3306 |
| 94                      | 1.86253             | 3.28411 | 7.39540 | 10.3804 |

**Biçimlendirilmiş:** Aralık Önce: 0 nk,  
Sonra: 0 nk

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağinti: K.Boşluğuna

## BÖLÜM 4

### SONUÇ VE ÖNERİLER

Tezde yapılan araştırmalardan elde edilen sonuçları aşağıdaki gibi özetleyebiliriz:

1. Akbarov ve Guz(2000) yaklaşımı sonsuzda, lif yönünde, yoğunluğu  $p$  olan düzgün yayılmış normal kuvvetler etkisindeki yerel eğrilikli lifleri içeren sonsuz elastik ortamda gerilme dağılımına geometrik nonlineeritenin etkisinin incelenmesine uygun olarak geliştirilmiştir. Liflerin orta çizgilerinin aynı düzlemde oldukları kabul edilmiştir. Liflerin birbirlerine göre yerleşim şekilleri dikkate alınarak, aynı faz ve zıt faz eğrilik durumları ele alınmıştır.
2. Uygun sınır-değer problemlerinin matematiksel formülasyonu, parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde elastisite teorisinin üç boyutlu kesin geometrik nonlineer denklemlerinden yararlanılarak yapılmıştır.
3. Formülasyonu yapılmış sınır değer probleminin çözümü için Akbarov ve Guz (2000,1985c) de verilmiş sınır formu pertürbasyon yöntemi kullanılmıştır. Buna göre aranan büyüklükler yerel eğrilik derecesini ifade eden küçük parametreye göre seri halinde yazılmıştır. Sıfırıncı ve birinci yaklaşıma ait kısmi türevli diferansiyel denklemler takımı ve uygun sınır ve temas koşulları elde edilmiştir. Elde edilen denklemlere önce Fourier dönüşümü uygulanarak aranan büyüklüklerin Fourier dönüşümleri, daha sonra ise ters Fourier dönüşümleri ile ulaşılmak istenen değerler hesaplanmıştır. ~~Fourier ve te~~Ters Fourier dönüşümlerinde 10 noktalı Gauss-Legendre sayısal integrasyon yöntemi kullanılmıştır. Sayısal sonuçlar üretmek için gerekli algoritmalar oluşturulmuş ve Fortran programlama dilinde kodlanmıştır.

4. Söz konusu problem için lif-matris ara yüzeyinde etki gösteren normal ve kayma gerilmeleri için çok sayıda sayısal sonuçlar elde edilmiştir ve bu sonuçların yorumları yapılmıştır. Bu gerilmelere geometrik nonlineeritenin etkisi incelenmiştir.

Bu sayısal sonuçlardan yararlanılarak aşağıdakiler söylenebilir :

- Çalışmamızın başlığı olan yerel eğrilikli komşu iki lif durumunda, geometrik non lineeritenin bir sonucu olarak, temas yüzeylerinde etki gösteren ve kendi kendini dengeleyen normal ve kayma gerilmelerinin mutlak değeri lif yönünde basınçta (çekmede) azalmaktadır (artmaktadır).
  - Geometrik non lineeritenin gerilmelere etkisi bazı  $\kappa$  değerlerinde maksimum görülmektedir.
  - Geometrik non lineeritenin etkisi liflerin  $E^{(2)} / E^{(1)}$  değeriyle doğru orantılı olarak artmaktadır. ( $E^{(2)}$  ve  $E^{(1)}$  matris ve lif malzemelerinin elastisite modülleridir).
  - İncelenen gerilmelerin mutlak maksimum değeri yerel eğriliğin salınım frekansına göre artmaktadır.
  - Geometrik non lineeritenin etkisi basınçta, çekmede olduğundan daha fazladır.
  - İki nanolifin çeşitli parametreler altında kayma ve normal gerilmelerinin mutlak değerleri, aynı parametrelerde mikrolif durumu için elde edilenlerden oldukça büyüktür [16].-(Akbarov,Kosker,Simsek,2005)
  - İncelenen gerilmelerin mutlak maksimum değerlerini aldığı  $\kappa$  değerleri ( $\kappa = R/L$ ,  $R$  lif ara kesitinin yarıçapı ve  $L$  geometri ke parametre olmak üzere) nanolif-polimer matris sistemi için, mikrolif-polimer sistemde elde edilenlerden daha yüksektir.
- It follows from the numerical results that the stresses caused by the local curving of the nanofibers can be debonded from matrix material.
- Elde edilen sayısal sonuçlar nanolif polimer kompozit malzemelerin adhezyon mukavemetinin belirlenmesinde kullanılabilir.

Biçimlendirilmiş: Yazı tipi: 12 nk

Biçimlendirilmiş: Yazı tipi: 12 nk

Biçimlendirilmiş: Yazı tipi: 12 nk

Biçimlendirilmiş: Yazı tipi: 12 nk

Biçimlendirilmiş: Yazı tipi: 12 nk

Biçimlendirilmiş: Yazı tipi: 12 nk, İngilizce (ABD)

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay: Ortada, Bağntı: K.Boşluğuna

- Aynı faz durumunda  $\sigma_{nr}$  kayma gerilmesi, zıt faz durumunda ise  $\sigma_{nn}$  normal gerilmesi büyüktür.
- Mikrolif polimer matris sistemi için elde edilen kendi kendini dengeleyen normal ve kayma gerilme değerlerinin tek lif durumundaki sonuçlara yaklaşması, nanolif-polimer matris sistemi için elde edilen değerlerin tek lif durumundaki sonuçlara yaklaşmasından daha hızlıdır.

Tezde bulunan sonuçların değerlendirilmesi çerçevesinde, yerel eğrilikli tek lif içeren sonsuz elastik ortamda gerilme analiz problemi, yerel eğrilikli iki lif içeren sonsuz ortamlarda gerilme yayılımına geometrik non lineeritenin etkisinin incelenmesi için parçalı homojen cisim çerçevesinde elastisite teorisinin kesin geometrik nonlineer denklemleri kullanılarak genelleştirilmiştir.

**Biçimlendirilmiş:** Yazı tipi: 12 nk

**Biçimlendirilmiş:** Girinti: Sol: 1,9 cm, Asılı: 0,63 cm, Madde İşareti + Düzey: 2 + Hizalandığı yer: 1,9 cm + Sekme başlangıcı: 2,54 cm + Girinti yeri: 2,54 cm

**Biçimlendirilmiş:** Madde İşaretleri ve Numaralandırma

**Biçimlendirilmiş:** İngilizce (ABD), Yazım veya dilbilgisi denetimi yapma, Alçaltma ölçütü 6 nk

**Biçimlendirilmiş:** İngilizce (ABD), Yazım veya dilbilgisi denetimi yapma, Alçaltma ölçütü 6 nk

**Biçimlendirilmiş:** Yazı tipi: 12 nk

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay: Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

## KAYNAKLAR

- [1] Akbarov, S.D.(1998).“On the Three Dimesional Stability Loss Problems of Elemens of Structures of Viscoeleastic Composite Materials”, Mechanics of Composte Materials, 34: 537.
- [2] Akbarov, S.D. ve Guz, A.N.(1985a).”Method of solving problems in the mechanics of fiber composites with curved structures”, Int. Appl. Mech.,21:777-785.
- [3] Akbarov, S.D ve Guz A.N.(1985b). “Stress State of a Fiber Composite with Curved Structures with a Lower Fiber Concentrration”, Soviet Appl. Mech, 21(6): 560-565.
- [4] Akbarov, S.D ve Guz A.N.(1985c). ”Method of Solving Problems in the Mechanics of Fiber Composites with Curved Structures”, Soviet Appl. Mech., 20(9):777-790.
- [5] Akbarov, S.D ve Guz A.N.(2000). “Mechanics of Curved Composites (Piecewise Homogenous Body Model)”, Int.Appl.Mech., 12: 1415-1439.
- [6] Akbarov, S.D ve Guz A.N.(2004). ”Mechanics of Curved Composites and some Related Problems for Structural Members”, Mechanics of Advanced Materials and Structures, 11:445-515.
- [7] Akbarov, S.D ve Kosker, R.(2001). “Fiber Buckling in a Viscoelastic Matrix”, Mechanics of Composite Materials, 37(4):299-306.
- [8] Akbarov S.D. ve Kosker, R.(2003a). “On a Stres Analysis in the Infinite Elastic Body with two neighboring Curved Fibers”, Composites Part B34: 143-150.
- [9] Akbarov S.D. ve Kosker, R.(2003b). “Influence of the Interaction two Neighbouring Curved Fibers”, Composites part B, 34(2): 143-150.
- [10] Akbarov S.D. ve Kosker, R.(2003c). “Stress Distribution Caused by Anti-Phase Periodical Curving of two Neighboring Fibers in the Composite Materials”, European Journal of Mechanics Solids, 22: 243-256.
- [11] Akbarov S.D. ve Kosker R.(2004). ”Internal Stability Loss of Two Neighboring Fibers in a Viscoelastic Matrix”, International Journal of Engineering Science, 42: 1847-1873.

- [12] Akbarov S.D, Kosker R. ve Ucan Y.(2004). "Stress Distribution in an Elastic Body with a Periodical Curved Row of Fibers", Mechanics of Composite Materials, 40(3): 191-202.
- [13] Akbarov S.D ve Yahnioğlu N.(2001). "A Method of Investigation of the general Theory of Stability Problems on Structural Elements Fabricated From the Viscoelastic Materials", Composites Part B:32, 475-482.
- [14] Akbarov S.D, Cilli A. ve Guz A.N.(1999). "The Theoretical Strength Limit in Compression of Viscoelastic Layered Composite Materials", Composites Part B: Engineering, 30: 465-472.
- [15] Akbarov S.D, Guz A.N. ve Cherekov, M.A(1982). "Stability of Two Fibers in the Elastic Matrix at Finite Precritical Deformations", Mech Compos Mater., 2: 42-51.
- [16] Akbarov S.D, Kosker R. ve Simsek K.(2005). "Stress Distribution in an Elastic Body with a Locally Curved Fiber in a Geometrical Nonlinear Statement", Mechanics Of Composite Materials, 41(4):291-302.
- [17] Akbarov S.D., Şişman T. ve Yahnioğlu N.(1997), "On the Fracture of the Unidirectional Composites in Compression", Int J Engng Sci., 35(12/13): 1115-1136.
- [18] Akbarov, S.D., Yahnioğlu N. ve Kutug, Z.(2001). "On the Three Dimensional Stability Loss Problem of the Viscoelastic Composite Plate", Int.J.Engr.Science, 39, 1443-1457.
- [19] Akbarov, S.D. ve Kocatürk, T.(1997). "Fiber Stability in Anisotropic Matrix At Small Strains", Mechanics of Composite Materials, 33(5).
- [20] Bolotin, V.V. ve Novichkov, Yu.N.(1980)., Mechanics of Multilayer Structures, Mashinostroenie, Moscow, 376.
- [21] Chou, T.W.; McCullough, R.L. ve Pipes, R.B.(1986). "Composites", Journal of Scientific American, 10:199-203
- [22] Corten, H. T.(1967). "Fracture of reinforcing plastics", Modern Composite Materials, Addison-Wesley, Reading, MA., 27-100
- [23] Djafarova E.K.(1992). "Solution Method for Stress Strain State Problems in Fibrous Composite Materials with Local Curved Structures", Conference Pt.I, Institute of Mechanics of the Ukrainian Academy of Sciences, Kiev, 39-44.
- [24] Djafarova E.K.(1994). "Distribution of Self-Equilibrating Stress in Fibrous Composite Materials with Local Curved Structure", ", Conference Pt.I, Institute of Mechanics of the Ukrainian Academy of Sciences, 2166(B94)( Rusça).
- [25] Djafarova E.K.(1995). "Stress State Problems in Composite Materials with Local Curved Fibers", Candidate's Dissertation, Institute of Mathematics and Mechanics of the National Academy of Sciences of Azerbaijan, Baku.
- [26] Feng, Z.N., Allen, H. G. ve Moy, S. S.(1998). "Micromechanical analyses of a woven composite", In Proc. ECCM -8, Wood Head Publishing Limited, Naples, Italy, 4:619-625.

- [27] Andrew N. Clealand(2003)., Foundation of Nanomechanics From Solid State Theory to Device Applications, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [28] Ganesh, V. K. Ve Naik, N. K.(1996). "Failure behavior of plane weave fabric laminates under on- axis uniaxial tensile loading, III –effect of fabric geometry", Journal of Composite. Materials.,30:1823-1856:.
- [29] Guz, A.N.(1969a). "Determination of the Theoretical Compressive Strength of Reinforced Materials", Dokl Akad Nauk Ukr SSR, Ser A Phys Math Tech Sci, 3:236-238(Rusça).
- [30] Guz, A.N.(1969b). "Construction of A Theory of Stability of Unidirectional Fiber Composites", Soviet Appl. Mech., 4(2): 62-70.
- [31] Guz, A.N.(1970). " On the Three Dimensional Theory of Stability of Deformation for Materials", Izvestiya Akademii nauk SSSR, Mekhanika Tverdog, Tela(6), 104-107 (Rusça).
- [32] Guz, A.N.(1971a). Stabily of the Three Dimensional Bodies, Naukova Dumka, Kiev, 276, (Rusça).
- [33] Guz, A.N.(1971b), "Construction of a Theory of Strength of Unidirectional Reinforced Materials Under Compression", Problemi Prochnosti 3:37-40 (Rusça).
- [34] Guz, A.N.(1973), Stability of Elastic Bodies with Finite Strains, Naukova Dumka, Kiev, 272 (Rusça).
- [35] Guz, A.N.(1990). Mechanics of Fracture of Composite Materials in Compression, Naukova Dumka, Kiev, 630. (Rusça)
- [36] Guz, A.N.(1999). Fundamentals of the Three Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies, Berlin: Springer-Verlag, 556
- [37] Guz, A.N., Dekret, V.A. ve Kokhanenko, Yu.V.(2000). "Plane Problems of Stability of Composite Materials with A Finite Size Filler", Mechanics of Comp. Materials, 36, No.1, 77-86.
- [38] Guz A.N. ve Lapusta Yu.N.(1999). "Three Dimensional Problems of the Near-Surface Instability of Fiber Composites in Compression ( Model of a Piecewise-Uniform Medium )" (survey), Int. Appl. Mech., 35(7): 641-671.
- [39] Guz A.N., Ruschitsky J.J ve I.A.Guz (2007). "Establishing Fundamentals of The Mechanics of Nanocomposites", Int. Appl. Mech., 43(3): 658-669.
- [40] Guz A.N., ve Chekhov V.N (2007). "Problems of folding in the earth's stratified crust", Int.Appl.Mech., 2: 532-537.
- [41] Kantorovich, L.V. ve V.Krilov(1962). Approximate Methods in Advanced Calculus, Fizmatgiz, Moscow.
- [42] Kelly,A.(1998). "Composite Materials: Impediments to Wider Use and Some Suggestions to Overcome These", in: Proc.Book.ECCM-8, 3-6 June, Napoles, Italy, I(5-18)

- [43] Kosker R. and Akbarov S.D.(2003). "Influence of the Interaction Between Two Neighboring Periodically Curved Fibers on the Stress Distribution in a Composite Material", *Mech. Compos. Mater.* 39(2):165-176.
- [44] Kosker R. and N.T.Cinar(2009). "Stress Distribution In An Infinite Elastic Body Containing Two Neighboring Locally Curved Fibers", *Mech. Compos. Mater.* 45(3):315-330.
- [45] Maligino, A.R., Warrior N.A ve Long, A.C.(2009). "Effect on inter-fibre spacing on damage evolution in unidirectional (UD) fibre-reinforced composites", *Eur. J. Mech. A.Solids.*, 28:768-776.
- [46] Qian, D., Dickey, E.C., Andrews, R. ve Rantell, T.(2000). "Load transfer and deformation mechanisms of carbon nanotube-polyethylene composites", *Appl. Phys. Lett.*, 76(20): 2868-2870.
- [47] Tarnopolsky,Yu.M. ve Polyakov, V. A.(1987). "Spatially-reinforced composite materials: Handbook", Mashinostroyeniya, Moscow. (Rusça).
- [48] Tomashevskii, V.T. ve Yakovlev, V.S.(2004). "Models in the Engineering Mechanics of Polymer-Matrix Systems", *Int. Appl. Mech.*,40(6): 601-621.
- [49] Watson G.N. (1944). A treatise on the Theory of Bessel Functions, Cambridge University Press.
- [50] Xiao, K.Q., Zhang L.C ve Zarudi I.(2007). "Mechanical properties of carbon nanotube-reinforced polyethylene composites", *Compos.Sci.Technol.*,67:77-82
- [51] Zhuk, Yu. A. ve Guz, I. A.(2007). "Features of plane wave propagation along the layers of a pre-strained nanocomposites", *Int.Appl.Mech.*, 43(4):361-379.
- [52] Tarnopolskii,Yu.M., Zhigun I.G. ve Polyakov V.A(1987): Spatially Reinforced Composite Materials. Handbook, Mashinostroenie, Moscow
- [53] Köşker, R.,(2002), Tek Yönlü Lifli Elastik ve Viskoelastik Kompozitlerin İç Stabilitesi ve Gerilme Durumuna Ait Bazı Problemler, Doktora Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü
- [54] Şimşek, K.,(2006), Yerel Eğrilikli Tek Lif ve Sarılı Tek Lif İçeren Sonsuz Ortamların Gerilme Durumuna Ait Nonlineer Sınır Değer Problemleri, Doktora Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü

**Biçimlendirilmiş:** Kenarlık: Altta:  
(Kenarlık Yok)

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm  
**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağlantı: K.Boşluğuna

**BÖLÜM 2'DE YER ALAN DENGİ DENKLEMLERİNİN SİLİNDİRİK  
KOORDİNATLARDA AÇIK İFADELERİ**

$$\begin{aligned}
& \sigma_{rr}^{(k)} \left( \frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} \sigma_{r\theta}^{(k)} \left( 2 \frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial r \partial \theta} - 2 \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} - u_r^{(k)} - \frac{1}{r} u_\theta^{(k)} \right) \\
& + \sigma_{rz}^{(k)} \left( 2 \frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \sigma_{\theta\theta}^{(k)} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} - \frac{1}{r} u_r^{(k)} - 1 \right) \\
& + \frac{2}{r} \sigma_{\theta z}^{(k)} \left( \frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial \theta \partial z} - \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z} \right) + \sigma_{zz}^{(k)} \frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \left( \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \left( \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& - \frac{1}{r} u_\theta^{(k)} \left( \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial z} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r} \sigma_{rr}^{(k)} \left( \frac{\partial^2 u_\theta^{(k)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} \right) + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta}^{(k)} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_\theta^{(k)}}{\partial r \partial \theta} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(k)} \left( 2 \frac{\partial^2 u_\theta^{(k)}}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& + \frac{1}{r^3} \sigma_{\theta\theta}^{(k)} \left( \frac{\partial^2 u_\theta^{(k)}}{\partial \theta^2} + 2 \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} - u_\theta^{(k)} \right) + \frac{2}{r^2} \sigma_{\theta z}^{(k)} \left( \frac{\partial^2 u_\theta^{(k)}}{\partial \theta \partial z} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \sigma_{zz}^{(k)} \frac{\partial^2 u_\theta^{(k)}}{\partial z^2} \\
& + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} - u_\theta^{(k)} \right) \left( \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z} \left( \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{1}{r} u_r^{(k)} \right) \left( \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& + \frac{1}{r^2} u_\theta^{(k)} \left( \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial z} \right) = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sigma_{rr}^{(k)} \left( \frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \right) + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta}^{(k)} \frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial r \partial \theta} + \sigma_{rz}^{(k)} \left( 2 \frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{1}{r^2} \sigma_{\theta\theta}^{(k)} \frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial \theta^2} \\
& + \frac{2}{r} \sigma_{\theta z}^{(k)} \frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial \theta \partial z} + \sigma_{zz}^{(k)} \frac{\partial^2 u_z^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \left( \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial z} \right) + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \left( \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k)}}{\partial z} \right) \\
& + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k)}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(k)} = 0
\end{aligned}$$

**Biçimlendirilmiş:** Sola

**EK-B**

**BÖLÜM 2'DE YER ALAN ŞEKİL DEĞİŞTİRME VE YER DEĞİŞTİRME  
İLİŞKİLERİNİN SİLİNDİRİK KOORDİNATLARDA AÇIK İFADELERİ**

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

$$\begin{aligned}
2\varepsilon_{rr}^{(k)} &= 2 \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} + \left( \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \right)^2 \\
2\varepsilon_{r\theta}^{(k)} &= \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} - \frac{1}{r} u_\theta^{(k)} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \left( \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} - u_\theta^{(k)} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} \left( \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} + u_r^{(k)} \right) \\
&\quad + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial \theta} \\
2\varepsilon_{rz}^{(k)} &= \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \\
2\varepsilon_{\theta\theta}^{(k)} &= \frac{2}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{2}{r} u_r^{(k)} + \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} - u_\theta^{(k)} \right]^2 + \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} - u_r^{(k)} \right]^2 + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial \theta} \right)^2 \\
2\varepsilon_{\theta z}^{(k)} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \left[ \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} - u_\theta^{(k)} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z} \left[ \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} - u_r^{(k)} \right] \\
&\quad + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial \theta} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \\
2\varepsilon_{zz}^{(k)} &= 2 \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} + \left( \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} \right)^2
\end{aligned}$$

EK-C

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna

**BÖLÜM 2'DE YER ALAN BİRİNCİ YAKLAŞIM İÇİN DENGE DENKLEMLERİNİN  
SİLİNDİRİK KOORDİNATLARDA AÇIK İFADELERİ**

$$\begin{aligned}
 & \sigma_{rr}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_r^{(k),1}}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \sigma_{r\theta}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_r^{(k),1}}{\partial \theta \partial r} + 2 \sigma_{zr}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_r^{(k),1}}{\partial z \partial r} \\
 & + \frac{1}{r^2} \sigma_{\theta\theta}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_r^{(k),1}}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r} \sigma_{z\theta}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_r^{(k),1}}{\partial z \partial \theta} + \sigma_{zz}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_r^{(k),1}}{\partial z^2} + \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k),0}}{\partial r} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial r} \\
 & + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),0}}{\partial \theta} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zr}^{(k),0}}{\partial z} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \sigma_{r\theta}^{(k),0} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),0}}{\partial r} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial \theta} \\
 & + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k),0}}{\partial \theta} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\theta}^{(k),0}}{\partial z} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial \theta} \\
 & + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k),0}}{\partial r} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k),0}}{\partial \theta} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k),0}}{\partial z} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rr}^{(k),0} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial r} \\
 & + \frac{1}{r^2} \sigma_{r\theta}^{(k),0} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(k),0} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial z} + \frac{2}{r^2} \sigma_{r\theta}^{(k),0} u_\theta^{(k),1} - \frac{2}{r} \sigma_{r\theta}^{(k),0} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial r} \\
 & - \frac{2}{r^2} \sigma_{\theta\theta}^{(k),0} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial \theta} - \frac{2}{r} \sigma_{z\theta}^{(k),0} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zr}^{(k),1}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr}^{(k),1} - \sigma_{\theta\theta}^{(k),1}) \\
 & + \frac{1}{r^2} \sigma_{r\theta}^{(k),0} u_\theta^{(k),1} - \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),0}}{\partial r} u_\theta^{(k),1} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k),0}}{\partial \theta} u_\theta^{(k),1} \\
 & - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k),0}}{\partial \theta} u_\theta^{(k),1} - \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\theta}^{(k),0}}{\partial z} u_\theta^{(k),1} - \frac{3}{r^2} \sigma_{r\theta}^{(k),0} u_\theta^{(k),1} \\
 & + \frac{1}{r^2} \sigma_{r\theta}^{(k),0} u_r^{(k),1} - \frac{1}{r^2} \sigma_{\theta\theta}^{(k),0} u_r^{(k),1} - \frac{1}{r^2} \sigma_{\theta r}^{(k),0} u_\theta^{(k),1} = 0 \\
 \\
 & \frac{2}{r^3} \sigma_{rr}^{(k),0} u_\theta^{(k),1} - \frac{2}{r^2} \sigma_{rr}^{(k),0} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \sigma_{rr}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_\theta^{(k),1}}{\partial r^2} \\
 & + \frac{2}{r^2} \sigma_{\theta r}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_\theta^{(k),1}}{\partial \theta \partial r} - \frac{2}{r^3} \sigma_{\theta r}^{(k),0} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{2}{r} \sigma_{zr}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_\theta^{(k),1}}{\partial z \partial r} - \frac{2}{r^2} \sigma_{zr}^{(k),0} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial z} - \\
 & + \frac{1}{r^3} \sigma_{\theta\theta}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_\theta^{(k),1}}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \sigma_{z\theta}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_\theta^{(k),1}}{\partial z \partial \theta} + \frac{1}{r} \sigma_{zz}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_\theta^{(k),1}}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k),0}}{\partial r} u_\theta^{(k),1} \\
 & + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{\theta r}^{(k),0}}{\partial \theta} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{zr}^{(k),0}}{\partial z} u_\theta^{(k),1} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{zr}^{(k),0}}{\partial z} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial r} \\
 & - \frac{1}{r^3} \sigma_{r\theta}^{(k),0} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),0}}{\partial r} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k),0}}{\partial \theta} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{z\theta}^{(k),0}}{\partial z} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial \theta} \\
 & + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k),0}}{\partial r} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial z} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k),0}}{\partial \theta} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k),0}}{\partial z} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial z} + \frac{3}{r^2} \sigma_{rr}^{(k),0} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial r}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{3}{r^3} \sigma_{rr}^{(k),0} u_{\theta}^{(k),1} + \frac{3}{r^3} \sigma_{\theta r}^{(k),0} \frac{\partial u_{\theta}^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{3}{r^2} \sigma_{rz}^{(k),0} \frac{\partial u_{\theta}^{(k),1}}{\partial z} + \frac{2}{r^2} \sigma_{\theta r}^{(k),0} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial r} \\
& + \frac{2}{r^3} \sigma_{\theta\theta}^{(k),0} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{2}{r^2} \sigma_{z\theta}^{(k),0} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial z} \\
& + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),1}}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \sigma_{r\theta}^{(k),1} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\theta}^{(k),1}}{\partial z} - \frac{1}{r^3} \sigma_{r\theta}^{(k),0} u_r^{(k),1} \\
& + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),0}}{\partial r} u_r^{(k),1} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k),0}}{\partial \theta} u_r^{(k),1} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{z\theta}^{(k),0}}{\partial z} u_r^{(k),1} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k),1}}{\partial r} u_{\theta}^{(k),0} \\
& + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k),0}}{\partial r} u_{\theta}^{(k),1} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial \sigma_{\theta r}^{(k),0}}{\partial \theta} u_{\theta}^{(k),1} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k),0}}{\partial z} u_{\theta}^{(k),1} + \frac{3}{r^2} \sigma_{r\theta}^{(k),1} - \frac{1}{r^3} \sigma_{\theta\theta}^{(k),0} u_{\theta}^{(k),1} \\
& + \frac{1}{r^3} \sigma_{r\theta}^{(k),0} u_r^{(k),1} + \frac{1}{r^3} \sigma_{rr}^{(k),0} u_{\theta}^{(k),1} = 0 \\
& \sigma_{rr}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_z^{(k),1}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \sigma_{\theta r}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_z^{(k),1}}{\partial \theta \partial r} + 2 \sigma_{rz}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_z^{(k),1}}{\partial z \partial r} + \frac{1}{r^2} \sigma_{\theta\theta}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_z^{(k),1}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{2r} \sigma_{z\theta}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_z^{(k),1}}{\partial z \partial \theta} \\
& + \sigma_{zz}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_z^{(k),1}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \sigma_{\theta z}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_z^{(k),1}}{\partial \theta \partial z} + \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k),0}}{\partial r} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta r}^{(k),0}}{\partial \theta} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial r} \\
& + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k),0}}{\partial z} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),0}}{\partial r} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \sigma_{r\theta}^{(k),0} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k),0}}{\partial \theta} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial \theta} \\
& + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\theta}^{(k),0}}{\partial z} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k),0}}{\partial r} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k),0}}{\partial \theta} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k),0}}{\partial z} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial z} \\
& + \frac{1}{r} \sigma_{rr}^{(k),0} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \sigma_{r\theta}^{(k),0} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(k),0} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k),1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k),1}}{\partial \theta} \\
& + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(k),1} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k),1}}{\partial z} = 0
\end{aligned}$$

## ÖZGEÇMİŞ

### KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Nihan TIRMIKÇIOĞLU ÇINAR  
Doğum Tarihi ve Yeri : 1976 Ankara  
Yabancı Dili : Fransızca , İngilizce, İtalyanca, İspanyolca

**Biçimlendirilmiş:** Yazı tipi: Kalın

**Biçimlendirilmiş:** Yazı tipi: Kalın

**Biçimlendirilmiş:** Yazı tipi: Kalın

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağntı: K.Boşluğuna

E-posta : ntirmik@yildiz.edu.tr

Biçimlendirilmiş: Yazı tipi: Kalın

| Derece            | Yıl       | Firma/Kurum                                       | Okul/Üniv. | Görevi              | Mezuniyet Yıl |
|-------------------|-----------|---------------------------------------------------|------------|---------------------|---------------|
| 2001-<br>Y Lisans | 2001      | Yıldız Teknik Üniversitesi Matematik Mühendisliği | YTÜ        | Araştırma Görevlisi | 2003          |
| Lisans            | 1998-2001 | Fortis Bank A.Ş. / Kurumsal Pazarlama             | YTÜ        | Yönetici Yardımcısı | 1998          |
| Lise              | 1994      | Fransız Lisesi                                    |            |                     |               |

Biçimlendirilmiş: Ortadan

Biçimlendirilmiş Tablo

Biçimlendirilmiş: Yazı tipi: Kalın

Biçimlendirilmiş: Yazı tipi: Kalın

## ÖĞRENİM DURUMU

## İŞ TECRÜBESİ

### YAYINLARI

#### Makale

1. Akbarov.S.D., Kosker,R. ve Cinar, N.T.,(2011). "Stress Distribution In An Infinite Body Containing Two Neighboring Locally Curved NanoFibers", Akbarov. S.D., Kosker,R. ve Cinar, N.T., CMC., 2011
2. Cinar, N.T., (2011). "Grup Kararı Vermede Kullanılan Bulanık TOPSIS Yöntemleri ve Bir Uygulama", SIGMA Mühendislik ve Fen Bilimleri

Biçimlendirilmiş: Yazı tipi: Kalın

Biçimlendirilmiş: Sağ: 0,63 cm

Biçimlendirilmiş: Konum: Yatay: Ortada, Bağlantı: K.Boşluğuna

- Dergisi, 29(1): 11-24.,~~2011~~
3. Cinar, N.T., (2010). "“Kuruluş Yeri Seçiminde Bulanık TOPSIS Yöntemi ve Bir Uygulama”, Karamanoğlu Mehmet Bey Üniversitesi, Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi, 12(18): 37-45.,~~2010~~
4. Cinar, N.T., Akbarov, S.D., Kosker, R. ve Akat,E., (2010). “Stress Distribution Caused By Two Neighboring Out-Of-Plane Locally Cophasally Curved Fibers In A Composite Material”, Mechanics of Composite Materials, 46(5): 555-571.,~~2010~~
5. Kosker, R. ve Cinar, N.T., (2009) “Stress Distribution In An Infinite Elastic Body Containing Two Neighboring Locally Curved Fibers”, Mechanics of Composite Materials, 45(3): 315-330.,~~2009~~

**Biçimlendirilmiş:** Yazı tipi: Kalın

**Biçimlendirilmiş:** Yazı tipi: Kalın Değil

**Biçimlendirilmiş:** Yazı tipi: Kalın

**Biçimlendirilmiş:** Yazı tipi: Kalın

**Biçimlendirilmiş:** Yazı tipi: Kalın Değil

#### Bildiri

1. Cinar, N.T., Akbarov, S.D., Kosker, R. ve Akat,E., (2010). “Stress Distribution Caused By Two Neighboring Out-Of-Plane Locally Cophasally Curved Fibers In A Composite Material”, “Stress Distribution In An Infinite Body Containing Two Neighboring Locally Curved NanoFibers”, XVI.International Conference of Mechanics, Riga,~~2010~~.
2. Kosker, R. ve Cinar, N.T., (2008). “Stress Distribution In An Infinite Elastic Body Containing Two Neighboring Locally Curved Fibers”, “Stress Distribution Caused By Two Neighboring Out-Of-Plane Locally Cophasally Curved Fibers In A Composite Material”, XVI.International Conference of Mechanics, Riga.,~~2008~~
1. Kosker, R. ve Cinar, N.T., (2006). “Stress Distribution In An Infinite Elastic Body Containing Two Neighboring Locally Curved Fibers”, “Stress Distribution In An Infinite Elastic Body Containing Two Neighboring Locally Curved Fibers”, XIV.International Conference

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağntı: K.Boşluğuna

**Biçimlendirilmiş:** Sağ: 0,63 cm

**Biçimlendirilmiş:** Konum: Yatay:  
Ortada, Bağıntı: K.Boşluğuna