

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÜRETİM SİSTEMLERİNDE BULANIK TEK DÖNEMLİ
STOK KONTROL MODELLERİ**

**DOKTORA TEZİ
Hülya BEHRET**

Anabilim Dalı : Endüstri Mühendisliği

Programı : Endüstri Mühendisliği

HAZİRAN 2011

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÜRETİM SİSTEMLERİNDE BULANIK TEK DÖNEMLİ
STOK KONTROL MODELLERİ**

**DOKTORA TEZİ
Hülya BEHRET
(507062115)**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 30 Mayıs 2011

Tezin Savunulduğu Tarih : 30 Haziran 2011

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Cengiz KAHRAMAN (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. M.Bülent DURMUŞOĞLU (İTÜ)
Prof. Dr. H. Ziya ULUKAN (GSÜ)
Doç. Dr. Ferhan ÇEBİ (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Tufan DEMİREL (YTÜ)**

HAZİRAN 2011

Her zaman “doktor” olmamı isteyen aileme,

ÖNSÖZ

Günlük yaşamın olağan süreçlerinde mutlak kesinlik diye bir kavram tam olarak bulunamamaktadır. Gerçek yaşam belirsizdir ve matematiksel olarak ifade edersek her şey 0 ile 1 arasındaki sınırdadır değişmektedir. Günlük yaşamda karşılaşılan problemlerin çözümüne yönelik oluşturulan modellerde bu belirsizlik durumu yok sayılmamalı ve modele mümkün olduğunca yansıtılmalıdır. Bulanık mantık bu amaçla geliştirilen yaklaşımlardan birisidir. İnsani akıl yürütme özelliğini temel alan bulanık mantık ile gerçek yaşam problemlerindeki belirsizlikleri modelleyebilmek mümkündür.

Bu çalışmada üretim sistemlerinin temel problemlerinden birisi olan stok kontrol problemleri bulanık mantık yaklaşımı ile modellenmiştir. Önerilen modellerde stok kontrol problemlerinde bulunan girdi değişkenlerindeki belirsizlikler değerlendirilerek sonuç olarak belirsiz kararların verilmesi önerilmiştir. Böylece önerilen sonuç insanın akıl yürütme sistematiğine yakın bir yaklaşım sunmuştur.

Bu çalışma öncelikle benim bulanık mantık felsefesiyle tanışmama vesile olmuş ve bana yeni bir düşünme sisteminin kapılarını açmıştır. Bu süreçte teze doğrudan ve dolaylı olarak katkıda bulunan ve beni destekleyen herkese çok teşekkür ederim.

Özellikle bahsetmek istediğim kişilere gelince, öncelikle tez izleme jürimde bulunan sayın hocalarım Prof. Dr. Bülent Durmuşoğlu ve Yrd. Doç. Dr. Tufan Demirel'e, tez izleme ve değerlendirme toplantılarında beni sabırla dinledikleri ve önerileri ile tezin gelişmesine ve son haline gelmesine büyük katkıda bulundukları için teşekkür ederim.

Hayatımın her sürecinde ve özellikle uzun süreli ve yoğun bir çalışma temposu gerektiren doktora sürecinde bana olan güven ve desteklerinden dolayı annem Nurhan Behret ve babam Salih Behret'e ve bu süreçte her an yanımda olan en büyük yardımcım, canım kardeşim Eda Behret'e çok teşekkür ediyorum. İyi ki varsınız, sizleri çok seviyorum.

Son olarak, bu tezde ve diğer çalışmalarımızda beni yönlendiren, destekleyen ve iyi bir akademisyen olmak doğrultusunda örnek aldığım sayın hocam Prof. Dr. Cengiz Kahraman'a çok teşekkür ediyorum.

Mayıs 2011

Hülya Behret
(Yüksek Endüstri Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	ix
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xiii
ÖZET.....	xv
SUMMARY	xvii
1. GİRİŞ	1
2. STOK KONTROL MODELLERİ	5
2.1 Stok Kontrolü ile İlgili Tanımlar.....	5
2.2 Temel Stok Politikaları.....	6
2.2.1 Çevrim stoku bulundurma politikası.....	7
2.2.2 Güvenlik stoku bulundurma politikası	7
2.2.3 Mevsimlik stok bulundurma politikası	9
2.2.4 Optimum müşteri hizmet düzeyini yakalama politikası	9
2.3 Stok Kontrol Modelleri	10
2.3.1 Deterministik stok kontrol modelleri	11
2.3.2 Olasılıksal stok kontrol modelleri	14
2.4 Tek Dönemli Stok Kontrol Problemi	17
2.5 Tek Dönemli Stok Kontrol Modeli	20
2.5.1 Optimum sipariş miktarının marjinal analiz yoluyla belirlenmesi.....	20
2.5.2 Maliyetin en küçüklenmesi için alternatif çözüm yaklaşımı	22
2.5.3 Kârın en büyüklenmesi için alternatif çözüm yaklaşımı	24
2.5.4 Kesikli talep durumu	26
3. BULANIK STOK KONTROL MODELLERİ.....	29
3.1 Stok Kontrol Problemlerindeki Belirsizliklerin İncelenmesi	29
3.2 Bulanık Mantık.....	35
3.2.1 Bulanık küme ve üyelik fonksiyonu	37
3.2.2 Genelleme ilkesi ve bulanık aritmetik	44
3.2.2.1 Genelleme ilkesi	44
3.2.2.2 Bulanık aritmetik ve bulanık sayılar	46
3.2.3 Durulaştırma yöntemleri	53
3.2.4 Genişletilmiş bulanık kümeler	60
3.3 Olabilirlik Teorisi	63
3.4 Güvenilirlik Teorisi	70
3.5 Bulanık Beklenen Değer Kavramı	76
3.6 Bulanık Stok Kontrolüne Yönelik Mevcut Modeller	80
3.6.1 Bulanık ekonomik sipariş miktarı (BESM) modelleri	81
3.6.2 Bulanık ekonomik üretim miktarı (BEÜM) modelleri	83
3.6.3 Bulanık stok kontrol sistemleri (BSKS).....	85

3.6.4 Bulanık tek dönemli stok kontrol (BTDSK) modelleri	87
3.7 İncelenen Bulanık Stok Kontrol Modellerinin Değerlendirilmesi	101
4. BULANIK TEK DÖNEMLİ STOK KONTROL (BTDSK) MODELİ	
ÖNERİLERİ.....	107
4.1 Kesikli Talep Altında BTDSK Modeli Önerileri	107
4.1.1 Kesikli rassal talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK modeli..	107
4.1.2 Satış sezonu öncesi birden çok sipariş dönemi içeren BTDSK modeli ..	114
4.2 Sürekli Talep Altında BTDSK Modeli Önerileri	123
4.2.1 Sürekli bulanık talep içeren BTDSK modeli.....	123
4.2.2 Sürekli rassal talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK modeli..	132
4.2.3 Sürekli bulanık talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK modeli	141
5. UYGULAMA.....	149
5.1 Problemin Tanımlanması.....	149
5.2 Önerilen Modellerin Şirketin Stok Kontrol Probleminde Uygulanması	150
5.2.1 Model varsayımları ve model parametrelerinin belirlenmesi	150
5.2.1.1 Bulanık talep fonksiyonunun belirlenmesi	151
5.2.1.2 Bulanık stok maliyetlerinin belirlenmesi	153
5.2.2 Bulanık stok kontrol modelinin kurulması.....	154
5.2.3 Bulanık stok kontrol modelinin çözülmesi	155
5.2.4 Modelin tutarlılığının ve geçerliliğinin test edilmesi	158
5.3 Uygulama Sonuçları	167
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	171
KAYNAKLAR.....	181
ÖZGEÇMİŞ.....	191

KISALTMALAR

BESM	: Bulanık Ekonomik Sipariş Miktarı
BEÜM	: Bulanık Ekonomik Üretim Miktarı
BP	: Bütün Piliç
BSKS	: Bulanık Stok Kontrol Sistemleri
BTDSK	: Bulanık Tek Dönemli Stok Kontrol
COA	: Alan Merkezi (Center of Area)
COG	: Ağırlık Merkezi (Center of Gravity)
COLA	: En Büyük Alanın Merkezi (Center of Largest Area)
COS	: Toplamların Merkezi (Center of Sums)
ESM	: Ekonomik Sipariş Miktarı
EÜM	: Ekonomik Üretim Miktarı
FOM	: En Büyüklerin İlki (First of Maxima)
GMIR	: Dereceli Ortalama İntegrasyon Gösterimi
HM	: Yükseklik yöntemi (Height Method)
MOM	: En Büyüklerin Ortalaması (Middle of Maxima)
TDSK	: Tek Dönemli Stok Kontrol
WA	: Ağırlıklı Ortalama (Weighted Average)
WIP	: Yarı Ürün Stokları (Work In Process)

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 : Stok kontrol literatürü dâhilindeki özel konu başlıkları için yapılan literatür taramalarının özeti, (Guiffrida, 2010).	17
Çizelge 3.1 : Belirsizlik özelliklerinin sınıflandırılması (Zimmermann, 2000).	30
Çizelge 3.2 : Üretim sistemlerindeki belirsizlik modellerinin sınıflandırılması.	33
Çizelge 3.3 : Belirsizlik altında üretim planlama modelleri.	33
Çizelge 3.4 : Bulanık kümeler ve üyelik fonksiyonları.	45
Çizelge 3.5 : $y=f(x)$ için üyelik fonksiyonu.	46
Çizelge 3.6 : Belirlenen çiftler için üyelik dereceleri	46
Çizelge 3.7 : Öğrenci notları için olabilirlik değerleri.	66
Çizelge 3.8 : Bulanık maliyetler toplamı için olabilirlik dağılımı ($Q=4000$).	90
Çizelge 3.9 : Durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değerleri (Talebin bulanık olması durumu)	90
Çizelge 3.10 : Düzey-2 bulanık kümesi ($Q=4000$).	93
Çizelge 3.11 : Durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değerleri (Talebin ve stok maliyetlerinin bulanık olması durumu)	94
Çizelge 3.12 : Bulanık tek dönemli stok kontrol modellerinin içerdikleri bulanık, rassal ve bulanık rassal değişkenlere göre değerlendirilmesi.	102
Çizelge 3.13 : Bulanık tek dönemli stok kontrol modellerinin talep dağılımı yapılarına ve çözüm yöntemine göre değerlendirilmesi.	104
Çizelge 4.1 : Rassal talep için olasılık dağılımı.	110
Çizelge 4.2 : Kesikli rassal talep için birinci çözüm yaklaşımına göre elde edilen optimum sipariş miktarları.	111
Çizelge 4.3 : Kesikli rassal talep için ikinci çözüm yaklaşımına göre elde edilen optimum sipariş miktarları.	111
Çizelge 4.4 : Bulanık stok maliyeti değerleri ($Q=12$).	112
Çizelge 4.5 : Kesikli rassal talep için üçüncü çözüm yaklaşımına göre elde edilen optimum sipariş miktarları.	112
Çizelge 4.6 : Aylara göre birim üretim maliyeti.	116
Çizelge 4.7 : Aylara göre bulanık talebin üyelik değerleri.	117
Çizelge 4.8 : Ocak ayı için ceza maliyeti değerleri, ($z=1$, $Q=2000$).	119
Çizelge 4.9 : Ocak ayı için bulanık toplam maliyet değerleri.	120
Çizelge 4.10 : Sezon öncesi sipariş dönemleri için bulanık toplam maliyet değerleri.	120
Çizelge 4.11 : Yapılan deneyler ve bulanık maliyet değerleri.	122
Çizelge 4.12 : Farklı bulanık stok maliyeti değerleri için model sonuçları.	122
Çizelge 4.13 : Talep bulanıklığının etkisi.	132
Çizelge 4.14 : Sürekli rassal talep için birinci çözüm yaklaşımına göre elde edilen optimum sipariş miktarları.	138
Çizelge 4.15 : Sürekli rassal talep için ikinci çözüm yaklaşımına göre elde edilen optimum sipariş miktarları.	138

Çizelge 4.16 : Sürekli rassal talep için üçüncü çözüm yaklaşımına göre elde edilen optimum sipariş miktarları.	140
Çizelge 4.17 : Sürekli bulanık talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK modeline göre elde edilen optimum sipariş miktarları.	147
Çizelge 5.1 : BP için geçmiş dönemlere ait aylık toplam satış değerleri.	152
Çizelge 5.2 : BP için gerçekleşen günlük satış değerleri.	159
Çizelge 5.3 : Normal günler için Model-1 sonuçları.	162
Çizelge 5.4 : Özel günler için Model-1 sonuçları.	162
Çizelge 5.5 : Normal ve özel günler için Model-2 sonuçları.	163
Çizelge 5.6 : Normal günler için Model-3 sonuçları.	165
Çizelge 5.7 : Özel günler için Model-3 sonuçları.	165
Çizelge 5.8 : Normal ve özel günler için Model-4 sonuçları.	166

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 :	Tek dönemli stok kontrol probleminin grafik çözümü.....	21
Şekil 3.1 :	Sistemin karmaşıklık derecesine karşı modeldeki kesinlik (Ross, 1995)	36
Şekil 3.2 :	(a) klasik küme (b) bulanık küme.....	38
Şekil 3.3 :	Uzun boylu olma üyelik fonksiyonları (a) klasik küme (b) bulanık küme	40
Şekil 3.4 :	Bir bulanık kümenin çekirdeği, destek aralığı ve sınırları.	42
Şekil 3.5 :	Dışbükey bulanık küme.....	43
Şekil 3.6 :	(a) dışbükey bulanık küme, (b) dışbükey olmayan bulanık küme.	44
Şekil 3.7 :	(a) kesikli üyelik fonksiyonu (b) sürekli üyelik fonksiyonu.	47
Şekil 3.8 :	L - R tipi bulanık sayı için üyelik fonksiyonu.	50
Şekil 3.9 :	Genelleştirilmiş L - R tipi bulanık sayı için üyelik fonksiyonu.....	51
Şekil 3.10 :	Yamuk bulanık sayı için üyelik fonksiyonu.	52
Şekil 3.11 :	Üçgen bulanık sayı için üyelik fonksiyonu.	52
Şekil 3.12 :	Merkezi durulaştırma yöntemi.	54
Şekil 3.13 :	Ağırlıklı ortalama durulaştırma yöntemi.	55
Şekil 3.14 :	Yüksekliğe bağlı durulaştırma yöntemleri.	56
Şekil 3.15 :	Toplamların merkezi durulaştırma yöntemi.	57
Şekil 3.16 :	En büyük alanın merkezi durulaştırma yöntemi.....	58
Şekil 3.17 :	Genelleştirilmiş bulanık sayı için h -düzeyinde dereceli ortalama değeri.	59
Şekil 3.18 :	Tip-2 bulanık küme.	61
Şekil 3.19 :	(a) Düzey-2 bulanık küme, (b) s-bulanıklaştırma ile indirgenmiş bulanık küme.	63
Şekil 3.20 :	(1;3;5) için üçgen üyelik fonksiyonu.	73
Şekil 3.21 :	(1;3;4;6) için yamuk üyelik fonksiyonu.	74
Şekil 3.22 :	(a) Düzey-2 bulanık küme (b) İndirgenmiş bulanık küme (c) İndirgenmiş bulanık kümenin durulaştırılması	94
Şekil 4.1 :	Stok bulundurma ile stok bulundurmama maliyetleri için yamuk üyelik fonksiyonları.....	110
Şekil 4.2 :	Bulanık yoğunlaştırma.	117
Şekil 4.3 :	(a) Ocak ayı için Düzey-2 bulanık kümesi (b) İndirgenmiş bulanık küme (c) indirgenen bulanık kümenin durulaştırılması.	118
Şekil 4.4 :	Sezon öncesi sipariş dönemleri için bulanık toplam maliyet değerlerinin grafiksel gösterimi.	121
Şekil 4.5 :	Talep için L - R tipi üyelik fonksiyonu.....	124
Şekil 4.6 :	Bulanık talep için yamuk üyelik fonksiyonu.....	130
Şekil 4.7 :	Rassal talep için normal olasılık fonksiyonu.....	137
Şekil 4.8 :	Bulanık stok bulundurma ve stok bulundurmama maliyetleri için yamuk üyelik fonksiyonları.....	137
Şekil 4.9 :	Optimum sipariş miktarı için üyelik fonksiyonu (rassal talep).	139

Şekil 4.10 : Optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri için üyelik fonksiyonu (rassal talep).	139
Şekil 4.11 : Optimum sipariş miktarı için üyelik fonksiyonu (bulanık talep).	146
Şekil 4.12 : Optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri için üyelik fonksiyonu (bulanık talep).	147
Şekil 5.1 : BP için aylık talep değerleri.....	152
Şekil 5.2 : BP günlük yaklaşık talep değerleri için histogram grafiği.	157
Şekil 5.3 : Mart ayı normal günler için gerçekleşen BP satış miktarlarına ait histogram grafiği.	160

ÜRETİM SİSTEMLERİNDE BULANIK TEK DÖNEMLİ STOK KONTROL MODELLERİ

ÖZET

Günümüzde müşteri gereksinimlerini, rekabet koşulları çerçevesinde karşılayabilmek için malzeme yönetimi önemi gittikçe artan bir konu olarak gündeme gelmiştir. Yüksek kaliteyi en düşük maliyette ve en kısa sürede müşteriye sunmayı hedefleyen işletmelerin, malzemeyi akılcı biçimde sağlaması ve kullanması gerekmektedir. Temel olarak arz talep dengesizliğini karşılamak üzere bulundurulacak stokların, işletmelerin müşteri isteklerine tepki verme hızına ve üretim sistemindeki malzeme akış hızına büyük etkisi vardır. İstenilen stok türünü istenilen zamanda ve istenilen miktarda hazır bulundurma ve bunu en ekonomik biçimde gerçekleştirme faaliyeti olarak tanımlanan “Stok Kontrolü”; 1910’lardan beri yönetime araştırması ve endüstri mühendisliği konularının en önemlilerinden birisi olmuştur. Her işletmenin büyüklüğüne, tepe yönetimi politikalarına, üretim tipine, mali olanaklarına ve daha birçok faktöre göre değişen kendine özgü farklı stok kontrol sistemlerine ve farklı stok politikalarına ihtiyacı vardır.

İnsanoğlu günlük hayatını sürdürürken pek çok sorun ile karşılaşmakta ve geçmişte edindiği bilgi ve deneyimlerden yararlanarak çözümler üretmektedir. Bu sorunların bir kısmı tamamen belirli olmakta ve kolayca tanımlanabildiğinden dolayı çözüm getirilmesi de kolay olmaktadır. Bunun yanı sıra, belirsizlikler içeren veya tam olarak tanımlanamayan sorunların çözümü ise nispeten zor olmakta ve görecelik arz etmektedir. Üretim sistemlerinde gerçek hayatta karşılaşılan problemleri en uygun şekilde modelleyebilmek için belirsizliklerin oluşturulan modele adapte edilebilmesi gerekmektedir. Pratikte, herhangi bir stok kontrol probleminin modellenebilmesi için çeşitli varsayımların yapılması ve talep, temin süresi ve stok maliyetleri gibi parametreler için tahminler yapılması gereklidir. Matematiksel bir stok kontrol modeli için girdi değişkenlerinin gerçek değerlerini elde etmek oldukça zor bir süreçtir. Çünkü bu değerler belirsizlik, muğlaklık ve bilgi eksikliği içerir. Belirsizliklerin modelde yansıtılabilmesi için geçmişten günümüze birçok teknik ve teori kullanılmıştır. Bunlardan en yaygın olanı olasılık teorisi ve olasılık dağılımlarının kullanımıdır. Ancak olasılık teorisi sadece ölçülebilir belirsizlikleri modele yansıtabilir. Oysaki karşılaşılan belirsizliklerin birçoğu gerçel sayılarla ölçülemez, belirsizdir ve muğlaklık içerir. 1965’de ilk defa Lotfi A. Zadeh tarafından tanımlanan bulanık mantık bütün belirsizlik kümesini modele en iyi adapte eden formdur. Stok kontrol sistemlerindeki belirsizlikleri modele en iyi şekilde yansıtabilmek amacıyla, 1980’lerden bu yana bulanık küme teorisi bu sistemlerin modellenmesinde kullanılmaya başlanmıştır. Stok kontrol sistemlerinin tasarımı belirsiz, tam olmayan ve hatta bulanık bilgiler içerdikçe bulanık küme teorisinin kullanımı yaygınlaşmaktadır.

Çalışmada, gerçek hayatta karşılaşılan stok kontrol problemlerinin çözümüne yönelik en uygun modeli geliştirmek amaçlanmıştır. İncelenen mevcut stok kontrol

problemleri, tek dönemli stok kontrol problemlerinin, bu problemlerde satış döneminin görece kısa olması ve satış dönemi boyunca stok yenileme imkânının olmaması özelliğinden dolayı, ortamdaki belirsizliğin modele yansıtılmasına daha duyarlı olabileceklerini göstermektedir. Bu bilgiler altında, tez kapsamında bulanık tek dönemli stok kontrol problemlerine yönelik model önerileri geliştirilmesine karar verilmiştir. Bu amaçla, çalışma kapsamında mevcut literatürdeki eksiklikleri tamamlayacak şekilde, kesikli ya da sürekli talep dağılımlarının bulunduğu tek dönemli stok kontrol problemleri için farklı bulanık modeller önerilmiş ve bu modellerin çözümlerine yönelik farklı yaklaşımlar geliştirilmiştir. Önerilen bulanık modellerin uygulanabilirliğini ve geçerliliğini test etmek için bu yöntemler öncelikle sayısal örnekler üzerinde denenmiş, daha sonra Türkiye'nin önde gelen perakende şirketlerinden birindeki stok kontrol probleminin çözümünde uygulanmıştır.

Literatürde bulunan mevcut bulanık stok kontrol modellerinin değerlendirilmesi sonucu, bulanık modellerin genelinde bulanık parametre olarak belirsizliğin en fazla bulunduğu talep değerlerinin ya da diğer bir belirsizlik kaynağı olarak belirlenen stok maliyetlerinin tanımlandığı tespit edilmiştir. Bulanık stok kontrol modellerinin çözüm süreci genel olarak bulanık parametreler üzerinden işlem yapılmasını ve modelin belirli aşamalarında bulanıklığı ortadan kaldırılıp kesin bir sonuca ulaşılmasını içermektedir. Yapılan analizlerde ve literatür çalışmasında, bulanıklık ne kadar geç bir aşamada durulaştırılırsa modelin bulanıklığı o kadar iyi bir şekilde yansıtıldığı gözlenmiştir.

Yapılan uygulama çalışması sonucunda, öncelikle belirlenen bulanık talep fonksiyonları ile alternatif olarak belirlenen olasılıksal talep fonksiyonunun gerçek verileri ne kadar etkin ifade ettikleri karşılaştırılmış ve bulanık talep fonksiyonunun gerçekleşen değerleri olasılıksal talep fonksiyonundan daha iyi temsil ettiği görülmüştür. Ayrıca gerçekleşen günlük taleplere ve önerilen bulanık modellere göre belirlenen optimum sipariş miktarlarına bağlı olarak günlük toplam maliyet değerleri hesaplanmış ve toplam maliyetin en küçüklenmesine yönelik önerilen bulanık sipariş miktarlarının, şirket yöneticilerine kendi görüşlerini ve uzmanlıklarını yansıtabilecekleri sonuç esnekliği sunduğu görülmüştür. Uygulama kapsamında tanımlanan stok kontrol problemi çeşitli varsayımlar altında modellenmiş olsa da daha karmaşık problemlerde de önerilen modellerin uygulanabilir ve stok kontrol problemlerindeki belirsizlikleri etkin bir şekilde modelleyebilir olduğu söylenebilir. Önerilen modellerde stok kontrol modellerindeki farklı belirsizlik kaynakları birlikte veya ayrı ayrı değerlendirilmiş ve bulanıklığın en çok yansıtıldığı bulanık modelin en etkin sonuçları verdiği gözlemlenmiştir.

Çalışma sonucunda bulanık mantığın stok kontrol problemlerindeki belirsizlikleri etkin olarak modelleyebildiği sonucuna varılmıştır. Bulanık küme teorisi, gerçek hayat problemlerinin modellenmesinde karar vericiye deterministik ve olasılıksal matematiksel araçlara ek olarak alternatif bir araç önermektedir. Stok kontrolünde bulanık küme teorisi kullanmanın avantajı, bulanık küme teorisinin ölçülemeyen belirsizlikleri sayısallaştırabilme kabiliyetinin olmasıdır.

Klasik stok kontrol modellerinin aksine bulanık modeller, bütün durumları içerebilen oldukça esnek sonuçlar sunabilmektedir. Deterministik ve stokastik modeller ile çözülemeyen karmaşık ve belirsizliğin büyük olduğu stok kontrol problemlerine bulanık mantık çözümler sunabilmektedir. Bu yüzden stok kontrolündeki belirsizliklerin modellenmesi için bulanık mantığa dayalı yöntemlerin kullanılması kaçınılmazdır ve gelecek çalışmalarda daha da yaygınlaşacaktır.

FUZZY SINGLE PERIOD INVENTORY CONTROL MODELS IN PRODUCTION SYSTEMS

SUMMARY

Nowadays materials management has become an important issue to meet the customer needs under conditions of competition. Companies which aim to provide higher quality in lower costs and minimum time need to provide and use materials in a rationalistic way. Inventories those are basically hold to meet supply demand imbalance, have a great impact on the response rate of customer needs and the materials flow rate in production systems. Since 1990s, "Inventory Control," which is defined as to ensure any sort of required inventory in required time and required quantity and to do this in a most economical way, has been one of the most important subjects of operations research and industrial engineering areas. Every company needs specific different inventory control systems and different inventory policies changing due to its size, top management policies, production type, financial conditions and many other factors.

Humankind comes up against several problems during daily life and produces solutions by benefiting past knowledge and experiences. Some of these problems are precise and easy to solve because of their being easily definable. Besides this, the solutions of uncertain or imprecise problems are comparatively difficult and include subjectivity. In production systems, uncertainties should be adapted to the developed models to model real life problems appropriately. Practically, several assumptions should be made to model any kind of inventory control problem and some parameters such as demand, lead time and inventory costs should be forecasted. In mathematical inventory control models it is a hard process to obtain real values of input parameters. As, these values include uncertainty, ambiguity and incomplete information. From past to present, numerous techniques have been incorporated to reflect these uncertainties to the models. The most common of these is the use of the probability theory and probability distributions. However, the probability theory can only model quantitative uncertainties. Whereas most of the uncertainties cannot be quantified by real numbers, uncertain and include ambiguity. Fuzzy logic which is introduced by Lotfi A. Zadeh in 1965 is the most appropriate form in adapting all uncertainty sets to the model. Since 1980s, the fuzzy set theory has been started to be used in modeling inventory control systems to reflect uncertainties to the models ideally. As the design of inventory control systems include uncertain, incomplete and fuzzy data, the use of the fuzzy set theory becomes more common.

In this study, it is aimed to develop the most applicable model relating to the solutions of real life inventory control problems. The examined current inventory control problems show that, single period inventory control models are most sensitive to the uncertainties since these problems have relatively shorter selling periods and they do not have the opportunity of reordering during the selling periods. Under this information, it is decided to develop models related to fuzzy single period

inventory control problems. For this purpose, within the scope of this study different fuzzy models are proposed for single period inventory control models including discrete or continuous demand distributions and different approaches are developed for the solution of these models to satisfy the lack of current inventory literature. To test the feasibility and validity of the proposed fuzzy models, they are firstly tried on numerical examples and then implemented on the inventory control problem of one of the leading retail companies of Turkey.

As a consequence of the evaluation of current fuzzy inventory control models in the literature, it is determined that throughout the fuzzy models, the demand values which are most uncertain or inventory costs as another source of uncertainty have been defined as fuzzy parameters. The solution procedure of fuzzy inventory control models generally includes arithmetical operations on fuzzy parameters and finding a crisp solution by defuzzifying the fuzzy solution in a particular stage of the solution process. In the analysis and literature studies, it is observed that the more the defuzzification is done at a late stage, the more the model can reflect the uncertainties ideally.

As a result of application study, initially it is compared that how effectively determined fuzzy demand function and alternative probabilistic demand function represent the real data and it is examined that fuzzy demand function represents real data much better than probabilistic one. Furthermore, daily total cost values are calculated depending on the optimum order quantities which are determined according to the realized daily demand and proposed fuzzy models. It is observed that the proposed optimum order quantities which minimize the total cost values offer company managers a solution flexibility in which they can reflect their opinions and expertise. As the inventory control problem which is defined in the concept of application study has been modeled under certain assumptions, it can be stated that the proposed models are applicable in more complex problems and can model uncertainties in inventory control problems effectively. In the proposed models, different sources of uncertainty have been evaluated together or separately and it is noticed that the fuzzy model which reflects the largest fuzziness gives the most effective solutions.

In consequence of the study, it is concluded that fuzzy logic is the most effective way of modeling uncertainties in inventory control models. In addition to the deterministic and probabilistic mathematical tools, the fuzzy set theory offers an alternative tool in modeling real life problems. The advantage of using fuzzy set theory in inventory control is the ability of the fuzzy set theory to quantify unmeasured uncertainties.

Contrary to classical inventory models, fuzzy models can offer flexible solutions including all the possible conditions. Fuzzy logic can propose solutions to the complex and highly uncertain inventory control models which cannot be solved by deterministic or stochastic approaches. Therefore, in the modeling of uncertainties for inventory control, the use of the methods based on fuzzy logic is inevitable and become widespread in the future studies.

1. GİRİŞ

Günümüzde müşteri gereksinimlerini, rekabet koşulları çerçevesinde karşılayabilmek için malzeme yönetimi önemle artan bir konu olarak gündeme gelmiştir. Yüksek kaliteyi en düşük maliyette ve en kısa sürede müşteriye sunmayı hedefleyen işletmelerin, malzemeyi akılcı biçimde sağlaması ve kullanması gerekmektedir. Temel olarak arz talep dengesizliğini karşılamak üzere bulundurulanan stokların, işletmelerin müşteri isteklerine tepki verme hızına ve üretim sistemindeki malzeme akış hızına büyük etkisi vardır. İstenilen stok türünü istenilen zamanda ve istenilen miktarda hazır bulundurma ve bunu en ekonomik biçimde gerçekleştirme faaliyeti olarak tanımlanan “Stok Kontrolü”; 1910’lardan beri yöneylem araştırması ve endüstri mühendisliği konularının en önemlilerinden birisi olmuştur. Her işletmenin büyüklüğüne, tepe yönetimi politikalarına, üretim tipine, mali olanaklarına ve daha birçok faktöre göre değişen kendine özgü farklı stok kontrol sistemlerine ve farklı stok politikalarına ihtiyacı vardır.

İnsanoğlu günlük hayatını sürdürürken pek çok sorun ile karşılaşmakta ve geçmişte edindiği bilgi ve deneyimlerden yararlanarak çözümler üretmektedir. Bu sorunların bir kısmı tamamen belirli olmakta ve kolayca tanımlanabildiğinden dolayı çözüm getirilmesi de kolay olmaktadır. Bunun yanı sıra, belirsizlikler içeren veya tam olarak tanımlanamayan sorunların çözümü ise nispeten zor olmakta ve görecelik arz etmektedir.

Üretim sistemlerinde gerçek hayatta karşılaşılan problemleri en uygun şekilde modelleyebilmek için belirsizliklerin oluşturulan modele adapte edilebilmesi gerekmektedir. Pratikte, herhangi bir stok kontrol probleminin modellenenebilmesi için çeşitli varsayımların yapılması ve talep, temin süresi ve stok maliyetleri gibi parametreler için tahminler yapılması gereklidir. Matematiksel bir stok kontrol modeli için girdi değişkenlerinin gerçek değerlerini elde etmek oldukça zor bir süreçtir. Çünkü bu değerler belirsizlik, muğlaklık ve bilgi eksikliği içerir. Belirsizliklerin modelde yansıtılabilmesi için geçmişten günümüze bir çok teknik ve teori kullanılmıştır. Bunlardan en yaygın olanı olasılık teorisi ve olasılık

dağılımlarının kullanımıdır. Ancak olasılık teorisi sadece ölçülebilir belirsizlikleri modele yansıtabilir. Oysaki karşılaşılan belirsizliklerin birçoğu gerçel sayılarla ölçülemez, belirsizdir ve muğlaklık içerir. Örneğin, yeni bir ürünün üretilmesi ve piyasaya sunulması sürecinde birçok parametre belirli değildir. Ürünün yeni olması nedeniyle geçmiş yıllara ait satış değerleri bulunmamakta ve bu da talep tahminini zorlaştırmaktadır. Tahmin ancak uzman görüşleri ve pazar araştırmaları verileri ile belirlenebilir. Bu verilerin çoğu kişisel (subjektif) verilerdir ve dilsel ifadelerle belirtilmiştir. Dilsel ifadeler ise bulanık küme teorisi ile modellenebilir. Başka bir ölçülemeyen belirsizlik ise stok sistemlerindeki maliyet parametrelerinin belirlenmesinde karşımıza çıkabilir. Örneğin talebin ani yükselişi, ulaşırmada yaşanan problemler, önceden tahmin edilemeyen tehlikeli olaylar, ücretlerde yükselme, geciken üretim v.b. gibi birçok farklı nedenden dolayı stokların tükenmesi durumu oluşabilir. Stok tükenmesi sonucu müşteri siparişleri istenilen zamanda karşılanamaz ve müşteri memnuniyetinin (iyi niyetinin) kaybı gerçekleşir. Stok tükenmesi sonucu oluşan stok bulundurmama maliyetini gerçel sayılarla ölçmek zordur. Aynı problem sipariş ve stok bulundurma maliyetlerinin ölçülmesinde de geçerlidir. Bu yüzden stok kontrol sistemlerinde, karar vericiler, gerçek hayat şartlarıyla uyuşacak belirsizliklerle uğraşabilmek için maliyet parametrelerindeki bazı esnekliklere izin vermelidirler.

1965’de ilk defa Lotfi A. Zadeh tarafından tanıtılan bulanık mantık bütün belirsizlik kümesini modele en iyi adapte eden formdur. Belirsizlik ve bulanıklığın sayısal olarak nasıl ifade edileceği ile alakalı olan bulanık küme teorisi, gerçek hayat problemlerinin modellenmesinde karar vericiye deterministik ve olasılıksal matematiksel araçlara ek olarak başka bir araç önerir. Stok kontrol sistemlerindeki belirsizlikleri modele en iyi şekilde yansıtılabilmek amacıyla, 1980’lerden bu yana bulanık küme teorisi bu sistemlerin modellenmesinde kullanılmaya başlanmıştır. Stok kontrol sistemlerinin tasarımı belirsiz, tam olmayan ve hatta bulanık bilgiler içerdikçe bulanık küme teorisinin kullanımı yaygınlaşmaktadır.

Bu çalışmanın amacı; gerçek hayatta karşılaşılan stok kontrol problemlerinin çözümüne yönelik en uygun modeli geliştirmektir. Çalışma kapsamında, öncelikle gerçek hayatta karşılaşılan stok kontrol problemlerindeki belirsizlik kaynakları incelenmiş ve bu belirsizliklerin en uygun şekilde modellenebilmesi için kullanılan yöntemler araştırılmıştır. Günlük hayatta karşılaşılan ve belirsizlikler içeren

problemlerin çözümünde, bulanık mantığın, gerçeğe ve insanın düşünce ve karar verme mekanizmasına daha yakın sonuç verdiği uygulamalarla ortaya konmuştur. Yapılan inceleme ve araştırmalar sonucunda, belirsizliğin oldukça fazla olduğu tek dönemli stok kontrol (TDSK) problemleri çalışma konusu olarak belirlenmiş ve bu problemde yer alan talep ve stok maliyetlerindeki belirsizlikleri modelleyebilmek için bulanık mantık ve bulanık küme teorisinden faydalanılmıştır. Problemde yer alan talep dağılımının kesikli ve sürekli olması durumlarına göre farklı bulanık tek dönemli stok kontrol (BTDSK) modelleri geliştirilmiş ve modellerin çözümüne yönelik farklı yaklaşımlar önerilmiştir.

Önerilen BTDSK modellerinin uygulanabilirliğini ve geçerliliğini test etmek için bu yöntemler öncelikle sayısal örnekler üzerinde denenmiş ve daha sonrasında Türkiye'nin önde gelen perakende şirketlerinden birindeki stok kontrol probleminin çözümünde uygulanmıştır.

Çalışmanın ilerleyen bölümleri şu şekildedir; ikinci bölümde incelenen probleme hazırlık olması amacıyla, stok kontrol problemleri ile ilgili tanımlar ve temel stok politikaları anlatılmıştır. Daha sonra literatürde bulunan deterministik ve olasılıksal stok kontrol modelleri, özellikle tez kapsamında çalışma konusu olarak belirlenen tek dönemli stok kontrol problemi, tek dönemli stok kontrol modeli ve alternatif çözüm yaklaşımları detaylı olarak analiz edilmiştir.

Çalışmanın üçüncü bölümünde öncelikle stok kontrol problemlerindeki belirsizlikler incelenmiş ve bu belirsizliklerin modellenmesinde, belirsizlik ve bulanıklığın sayısal olarak nasıl ifade edileceği ile alakalı olan bulanık küme teorisi kullanılmasına karar verilmiştir. Sonrasında, bulanık mantık, bulanık kümeler ve bulanık sayılar hakkında temel bilgiler verilmiş ve bulanık stok kontrol modelleri ile ilgili geçmiş literatür irdelenmiştir. İlerleyen alt bölümlerde belirsizliğin oldukça fazla olduğu bulanık tek dönemli stok kontrolüne yönelik literatürdeki mevcut modeller incelenmiş ve incelenen modeller değerlendirilerek mevcut literatürü geliştirmeye yönelik olarak BTDSK modellerinin geliştirilmesine karar verilmiştir.

Çalışmanın dördüncü bölümünde, bulanık tek dönemli stok kontrol problemleri için kesikli ve sürekli talep yapısı için alternatif modeller önerilmiştir. Kesikli talep altında önerilen BTDSK modellerinin ilkinde rassal talep ve bulanık stok maliyetleri içeren bir problem ele alınmış ve problemin çözümüne yönelik üç farklı çözüm

yaklaşımı geliştirilmiştir. Kesikli talep altında önerilen ikinci modelde ise BTDSK modeli, satış sezonu öncesi birden çok sipariş dönemi olması durumu göz önüne alınarak genişletilmiştir. Talep dağılımının sürekli olduğu durum için üç farklı BTDSK modeli geliştirilmiştir. Önerilen modellerden ilkinde talep bulanık olarak düşünülmüş ve sürekli bulanık talep içeren BTDSK modeli geliştirilerek optimum sipariş miktarının bulunması için bir çözüm önerisi sunulmuştur. Önerilen ikinci modelde stok maliyetleri ve üçüncüsünde de hem talep hem de stok maliyetleri bulanık değişkenler olarak değerlendirilmiştir. Önerilen modeller sayısal örnekler üzerinde uygulanarak elde edilen sonuçlar birbirleri ile karşılaştırılarak parametreler üzerinde duyarlılık analizleri yapılmıştır.

Beşinci bölümde, önerilen BTDSK modellerinin Türkiye'nin önde gelen perakende şirketlerinden birindeki stok kontrol probleminin çözümünde uygulanması ayrıntıları ile sunulmuştur. Uygulama aşamasında öncelikle model varsayımları ve model parametreleri belirlenerek, incelenen probleme yönelik birisi klasik tek dönemli stok kontrol modeli, üçü bulanıklığın yansıtıldığı parametrelere göre değişkenlik gösteren bulanık tek dönemli stok kontrol modeli olmak üzere dört farklı model kurulmuştur. Daha sonra ilgili modeller daha önceki bölümlerde önerilen çözüm yöntemlerine göre çözülmüş ve modellerin tutarlılığı ve geçerliliği gerçek veriler üzerinden test edilmiştir. Uygulamanın son aşamasında, modellerden elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak, genel olarak değerlendirilmiştir.

Çalışmanın son bölümünde yapılan çalışma genel olarak değerlendirilerek çalışmanın sonuçları sunulmuş ve gelecek çalışmalara yönelik öneriler verilmiştir.

2. STOK KONTROL MODELLERİ

Stok kontrol problemleri, yöneticilerin temel olarak şu iki soru hakkında karar vermelerini gerektirir; (1) stok yenileme siparişi ne miktarda olmalı? ve (2) stok yenileme siparişi ne zaman verilmeli? Bu iki karar, genellikle amacı en küçük maliyet düzeyinde en yüksek müşteri hizmet düzeyini sağlamak olan stok kontrol problemlerinin değişmez temel unsurlarıdır. Her işletme; büyüklüğüne, tepe yönetimi politikalarına, üretim tipine, mali olanaklarına ve daha birçok faktöre göre oluşturduğu bir stok kontrol sistemini uygular.

Günümüz rekabet koşullarında işletmelerin ayakta kalabilmeleri için etkin stok kontrol politikalarına ihtiyaçları vardır. Bu nedenle, yöneticilere stok kontrol problemlerinin amacı olan en küçük maliyet düzeyinde en yüksek müşteri hizmet düzeyini sağlamak için gerekli stok yenileme siparişinin miktarı ve zamanlamasının belirlenmesinde yardımcı olmak üzere, geçmişten günümüze kadar stok kontrolü literatüründe çeşitli matematiksel stok modelleri yayınlanmıştır. İleriki bölümlerde, öncelikle stok kontrolü ile ilgili tanımlar ve işletmeler için temel stok kontrol politikaları anlatılmış ve daha sonra mevcut literatürdeki stok kontrol modelleri incelenmiştir.

2.1 Stok Kontrolü ile İlgili Tanımlar

Günümüzde müşteri gereksinimlerini, rekabet koşulları çerçevesinde karşılayabilmek için malzeme yönetimi önemle artan bir konu olarak gündeme gelmiştir. Malzeme yönetimi işlevi, ürün ve hizmet üretimi için gerekli malzemelerin; istenen miktar, kalite ve zamanda, en ekonomik olarak bulundurulmasını amaçlar. Böylece işletme sermayesinin en ekonomik şekilde kullanılması ve malzeme beklentilerinden kaynaklanan kayıpların en düşük düzeyde tutulması sağlanır (Tanyaş ve Baskak, 2003). Yüksek kaliteyi minimum maliyette ve en kısa sürede müşteriye sunmayı hedefleyen firmaların malzemeyi akılcı biçimde sağlaması ve kullanması gerekmektedir. Bir işletmenin amacı; ürettiği bir ürün veya hizmeti tüketicisine ulaştırıp hizmet verdiği alandan gelir sağlamaktır.

Bir üretim sisteminde, üretilen ürüne direkt veya dolaylı olarak katılan bütün fiziksel varlıklar ve ürünün kendisi stoku oluşturur (Gunn, 1981). Stoklar; tedârikçiler, üreticiler, çeşitli depolar, toptancı ve perakende mağazaları ve hattâ tüketicilerde oluşur. Stoklar genel olarak dört sınıfa ayrılırlar:

- i. Hammadde Stokları: Hammaddeler dışarıdan alınıp üretimde doğrudan kullanılarak son ürünü elde etmede yararlanılan malzemelerdir. Hammadde ile ifade edilen genelde metaller, boya, özel çelikler, kimyasal maddeler vb.'dir. Ayrıca motorlar, özel devreler, silindirler gibi organizasyon dışından alınan satın alma parçaları da organizasyonun hammadde stokları içinde yer alır.
- ii. Yarı Ürün Stokları (WIP: Work In Process): Üretimdeki stok, fabrikanın sistemi içerisinde işlem gören veya işlem görmeyi bekleyen her çeşit malzeme, parça veya montaj parçasından oluşmaktadır.
- iii. Ürün Stokları: Burada kastedilen, tüm üretim aşamalarından geçerek tamamlanmış ürünlerdir. Bu ürünler; toptancı, perakendeci veya diğer satış noktalarına gönderilmek üzere stokta bekletilirler.
- iv. İşletme Malzemeleri: Bakım-onarım malzemeleri, yedek parçalar, temizlik malzemeleri ve kırtasiye malzemeleri kastedilmektedir.

İşletmelerde stok temel olarak arz talep dengesizliğini karşılamak üzere bulundurulur. Stokların işletmenin müşteri isteklerine tepki verme hızına büyük etkisi vardır. Aynı zamanda stok üretim sistemindeki malzeme akış hızını da etkiler. İstenilen stok türünü istenilen zamanda ve istenilen miktarda hazır bulundurma ve bunu en ekonomik biçimde gerçekleştirme faaliyeti stok kontrolü olarak adlandırılır.

Her işletmenin kendine özgü farklı stok kontrol sistemine ve farklı stok politikalarına ihtiyacı vardır. Aşağıdaki bölümde büyüklüğü, tepe yönetimi politikaları, üretim tipi, mali olanakları ve daha birçok faktöre göre farklı stok kontrol sistemlerine sahip olan işletmeler için temel stok politikaları incelenmiştir.

2.2 Temel Stok Politikaları

İşletmelerin temel stok politikaları dört grup altında toplanabilir (Chopra ve Meindl, 2007). Bunlar; Çevrim stoku bulundurma politikası, güvenlik stoku bulundurma

politikası, mevsimlik stok bulundurma politikası ve optimum ürün bulunabilirliği düzeyini yakalama politikalarıdır.

2.2.1 Çevrim stoku bulundurma politikası

Ürünler ve malzemeler, partiler halinde sipariş edilirler. Dolayısıyla tüketim sürerken bir kısım stokta bekler. Bir satın alma veya üretim partisine karşılık gelen ve her parti için ikmâl edilen stok miktarı, çevrim stoku olarak düşünülür. Talebin sabit olduğunu kabul edersek çevrim stoku ve parti büyüklüğü arasında aşağıdaki ilişki mevcuttur (Denklem (2.1));

$$\text{Çevrim Stoku} = (\text{Parti Büyüklüğü}) / 2 \quad (2.1)$$

Çevrim stoku, işletmelerde ölçek ekonomilerinden ve maliyet indiriminden faydalanmak amacıyla tutulur. Parti büyüklüğüne bağlı olarak işletmelerde değişen maliyet kalemleri şunlardır:

- Birim satın alma maliyeti: Parti büyüklüğü belirleme kararında en önemli etkidir. Parti büyüklüğü arttıkça miktar indiriminden faydalanılabilir.
- Sabit sipariş maliyeti: Her bir sipariş verildiğinde katlanılan maliyetlerdir. Sipariş büyüklüğüne değil sipariş sayısına bağlı olarak değişir.
- Stok bulundurma (elde bulundurma) maliyeti: Bir birim ürünü bir dönem (genellikle bir yıl) stokta tutma maliyetidir. Genelde birim satın alma maliyetinin bir yüzdesi olarak hesaplanır. Toplam stok bulundurma maliyeti parti büyüklüğünün ve çevrim stokunun büyüklüğü ile artar.

Çevrim stoku bulundurma politikasının temel amacı birim satın alma, sipariş ve stok bulundurma maliyetlerini enazlayarak ölçek ekonomisinden faydalanacak kadar stok bulundurmaktır. Çevrim stoku ve parti büyüklüğü arasında doğrudan bir ilişki olduğunu belirtmiştik. Çevrim stoku bulundurma politikasının karar problemi en ekonomik (optimum) sipariş miktarının (ESM) belirlenmesi problemidir. Ekonomik sipariş miktarı modelinde, toplam satın alma, sipariş ve stok bulundurma maliyetlerini enazlayacak sipariş miktarı bulunmaya çalışılır.

2.2.2 Güvenlik stoku bulundurma politikası

Güvenlik stoku, talebin beklenenin üzerine çıkması belirsizliğine karşılık tutulur. Eğer belirsizlik durumu olmasa sadece çevrim stoku bulundurmak yeterlidir. Ancak

gerçek yaşamda talep belirsizdir ve bazen beklenenin üzerinde olabilir. İşletmelerde güvenlik stoku belirlenirken düşünülmesi gereken iki temel soru bulunmaktadır;

- i. Bulundurulacak en uygun güvenlik stoku düzeyi nedir?
- ii. Güvenlik stoku düzeyini azaltırken ürün bulunabilirliğini artırabilmek için neler yapılmalıdır?

En uygun güvenlik stoku düzeyi, aşağıdaki faktörlere bağlı olarak belirlenir;

- Arz- talep belirsizliği
- Temin süresindeki belirsizlik
- Müşteri hizmet düzeyi

Bu faktörlerden biri artarsa gerekli güvenlik stoku miktarı da artar.

Temin süresi; temin süresi siparişin verildiği zaman noktası ile siparişin teslim edildiği zaman arasında kalan süredir.

Müşteri hizmet düzeyinin saptanması: Müşteri hizmet düzeyi işletmenin müşteri siparişlerini mevcut stoktan karşılayabilme becerisini yansıtır. Müşteri siparişi alındığında ürünün mevcut olmaması durumunda yok satma ya da kayıp satış durumları oluşur. Müşteri hizmet düzeyinin saptanması için kullanılan bazı ölçümler şunlardır;

- Ürün dolum oranı; stokta bulunan üründen karşılanan talep oranı.
- Sipariş dolum oranı; mevcut stoktan karşılanan sipariş oranı.
- Çevrim hizmet düzeyi; siparişlerin tamamen karşılandığı yenilenen çevrim oranı.
- Temin süresi boyunca talebi karşılama olasılığı.
- Zamanında teslim edilen sipariş yüzdesi.
- Tamamen karşılanmış olan yıllık sipariş sayısı.
- Müşteri siparişi alımı ve sipariş gönderimi arasındaki zaman.

Tek ürünlü sistemlerde ürün dolum oranı ve sipariş dolum oranı arasındaki ayırım çok önemli değildir.

Yenileme politikaları: Yenileme politikaları iki önemli karar problemini içerir. Bunlar; ne kadar sipariş vermeli, ve ne zaman sipariş vermeli kararlarıdır. Bu kararlar çevrim ve güvenlik stoklarını belirler.

- Sürekli kontrol: Stok sürekli olarak izlenir ve stok yeniden sipariş noktasına geldiğinde yeni bir sipariş verilir. Bu politikada sipariş miktarı sabittir ancak sipariş aralığı talep değişkenliğine bağlı olarak değişir.
- Aralıklı kontrol: Stok durumu düzenli periyodik aralıklarla kontrol edilir ve stok seviyesini belirli bir eşiğe yükseltmek için sipariş verilir. Bu politikada sipariş aralığı sabittir ancak sipariş miktarı talebin değişkenliğine bağlı olarak değişir.

Aynı temin süresi ve müşteri hizmet düzeyi için aralıklı kontrol politikası sürekli kontrol politikasına göre daha fazla güvenlik stoku gerektirir. Bu nedenle aralıklı stok takibi yerine sürekli stok takibi stok düzeyini düşürür ancak uygulaması daha zor ve daha maliyetlidir.

2.2.3 Mevsimlik stok bulundurma politikası

Mevsimlik stok talepteki tahmin edilebilir değişkenliği karşılamak için tutulur. Mevsimlik stok politikası izleyen işletmeler, yüksek talepli dönemlerde kullanmak üzere talebin düşük olduğu dönemlerde stoğa üretim yaparlar. Yöneticiler bu politikayı uygularken iki tip kararla karşılaşır, birincisi mevsimlik stok tutup tutmama kararı, ikincisi ise ne kadar tutmalı kararıdır.

2.2.4 Optimum müşteri hizmet düzeyini yakalama politikası

Müşteri hizmet düzeyi çevrim hizmet düzeyi ya da doluluk oranına bağlı olarak ölçülür. İşletmeler yüksek tepki hızına sahip olmak için yüksek hizmet düzeyi belirlemelidirler. Ancak yüksek hizmet düzeyi büyük miktarlarda stok tutmayı gerektirir ki bu da yüksek maliyet demektir. İşletmeler müşteri hizmet düzeyi ve stok maliyetleri arasında bir denge noktası bulmalıdırlar. Müşteri hizmet düzeyi işletme karlılığını en çoklayan düzeydir. Müşteri hizmet düzeyini etkileyen faktörler şunlardır:

- Fazla stok bulundurma maliyeti (cost of overstocking): Satış dönemi sonunda her bir satılamayan birimin firmaya maliyeti.

- Yetersiz stok bulundurma maliyeti (cost of understocking): Elde stok bulunmamasından dolayı kaybedilen satışın firmaya olan marjinal maliyeti.

Optimum hizmet düzeyi fazla stok bulundurma ve yetersiz stok bulundurma maliyetlerini dengeleyen düzeydir. Hizmet düzeyinin belirlenmesi özellikle mevsimlik, tek dönem sipariş verilen ürünler için önemlidir. Çünkü bu ürünler mevsim sonunda imha edilmekte ve yeniden stok olarak tutulamamaktadır. Bu tür problemler literatürde tek dönemli stok kontrol problemleri, gezgin satıcı ya da gazeteci çocuk problemleri olarak incelenmektedir.

2.3 Stok Kontrol Modelleri

Stok modelleri, sözkonusu stoka olan talebin bağımlı ya da bağımsız olmasına göre tamamen farklı şekilde ele alınır. Bağımlı talep durumunda, bir ürünün talebi bir başka ürüne olan talebe bağlıdır ve stok yenileme siparişi üretim programına bağlı olarak verilir. Hammadde, yarı-ürün ve işletme malzemelerinin talepleri bağımlı talep yapısına örnek oluşturur çünkü bu parçaların talepleri son ürün talebine bağımlıdır. Bağımlı talep son ürün talebinin bulunduğu durumlarda hesaplanabilir. Bağımlı talep yapısına sahip stok modelleri için malzeme ihtiyaç planlaması sistemleri geliştirilmiş ve günümüze kadar birçok yazılım bu sistemler için tasarlanmıştır. Bağımlı talep yapısına sahip sistemler bu tez çalışmasının konusu olmadığı için bu konu hakkında ayrıntılı bilgi için Orlicky, (1975) ve Vollmann ve diğ., (1988)'in çalışmaları incelenebilir.

Bağımsız talep son ürün talebini ifade eder ve genel eğilimler, mevsimsel değişimler ve genel pazar şartları gibi dış etkenlere göre değişkenlik gösterir. Bağımsız talep içeren stok modellerinin incelenmesinde talep tahmini önemli bir konudur çünkü stok yenileme siparişinin miktarı ve zamanı talep tahminine bağlı olarak hesaplanmaktadır. Son ürün talebinin bir çok dış etkene göre değişkenlik göstermesi ve belirsizlik içermesi nedeniyle doğru tahminin yapılarak modele girdi oluşturacak talep değerinin belirlenmesi stok kontrolü için hayati önem taşır.

Bağımsız talep içeren stok modellerini stok yenileme politikalarına göre iki gruba ayırabiliriz. Bunlardan ilki stokların sürekli olarak izlendiği ve stok yeniden sipariş noktasına geldiğinde yeni bir siparişin verildiği sürekli kontrol modelidir. Sürekli kontrol modelinde sipariş miktarı sabittir ancak sipariş aralığı talep değişkenliğine

bağlı olarak değişir. Bu modeller literatürde sabit sipariş miktarı modeli, ekonomik sipariş miktarı (ESM) modeli ya da Q modeli olarak da bilinmektedir (Chase ve Aquilano, 1995). Diğer model ise stok durumunun düzenli periyodik aralıklarla kontrol edildiği ve stok seviyesini belirli bir eşiğe yükseltmek için siparişin verildiği aralıklı kontrol modelidir. Aralıklı kontrol modelinde, sipariş aralığı sabittir ancak sipariş miktarı talebin değişkenliğine bağlı olarak değişir. Bu modeller ise literatürde sabit zaman aralığı modeli, sabit sipariş aralığı sistemi ya da P modeli olarak bilinmektedir (Chase ve Aquilano, 1995).

İlk olarak 1913’de Harris’in ekonomik (optimum) sipariş miktarı (ESM) modeli ile başlayan matematiksel stok modelleri, talep ve/veya temin süresi bilgilerinin kesin olarak bilindiği ve belirsiz olduğu duruma göre deterministik modeller ve olasılıksal modeller olarak iki grupta incelenebilir.

2.3.1 Deterministik stok kontrol modelleri

Deterministik modeller, stok kontrolü literatüründe bulunan ilk stok kontrol modelleridir. Deterministik stok modelleri, genellikle çok az parametre içerir ve bu parametrelerin tamamen kesin olarak bilindikleri varsayılır. Toplam maliyet fonksiyonu, sipariş, stok bulundurma ve satın alma maliyetlerini içerir (Harris, 1913).

Ekonomik Sipariş Miktarı (ESM) Modeli;

Klasik ESM modelinde, toplam maliyet fonksiyonunu en küçükleyen en ekonomik (optimum) sipariş miktarı sipariş verme ve stok tutma maliyetleri arasında optimum dengeyi oluşturan miktar olarak bulunur. Deterministik modeller aynı zamanda, talep ve temin süresi bilgilerinin de kesin ve eksiksiz olarak bilindiğini varsayarlar. Bu durum, temin süresi boyunca oluşan talebin modellenmesi için basit ve anlaşılması kolay bir matematiksel formülasyon oluşturulmasını sağlar.

Klasik ESM modelinin varsayımları şu şekildedir;

- Talep (D) kesin olarak bilinmektedir ve talep hızı sabittir.
- Stok yenileme siparişi eşit aralıklarla verilir.
- Birim satın alma maliyeti (v) sabittir.
- Sipariş edilen ürünlerin ulaşımı bir anda olmaktadır.

- Stok tükenmesi durumu söz konusu değildir.
- Temin süresi (L) kesin olarak bilinmekte ve sıfırdır.
- Her bir sipariş için bir sipariş (ya da hazırlık) (K) maliyeti vardır.
- Bir birim ürünü bir dönem (genellikle bir yıl) stokta tutmanın bir stok bulundurma maliyeti (h) vardır.

Söz konusu varsayımlar altında ortaya çıkan durum şu şekildedir. Siparişler bir anda ve eldeki stok düzeyi sıfır düzeyine ulaştığında verilmektedir.

Modelin toplam maliyet fonksiyonu, sipariş, stok bulundurma ve satın alma maliyetlerinin toplamından oluşmaktadır. Modelde her bir sipariş büyüklüğü (Q) eşittir ve yıl boyunca D/Q sayıda sipariş verilir. Bu durumda yıllık sipariş maliyeti $K \times (D/Q)$ olacaktır. Yıllık satın alma maliyeti ise, birim satın alma maliyeti ile yıllık talep miktarının çarpılması ile $p \times D$ olarak bulunacaktır. Ortalama stok düzeyi $Q/2$ olarak kabul edildiğinde, yıllık stok bulundurma maliyeti $h \times (Q/2)$ olacaktır. Bu durumda ESM modeli için toplam maliyet fonksiyonu (TC) Denklem (2.2)'deki gibi bulunur.

$$TC = p \times D + K \times (D/Q) + h \times (Q/2) \quad (2.2)$$

Ekonomik sipariş miktarı (Q^*)'nı bulmak için TC fonksiyonunun Q 'ya göre birinci türevi alınıp sıfıra eşitlenir; $\frac{dTC}{dQ} = \frac{-KD}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0$ ise buradan,

$$Q^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}} \quad (2.3)$$

olarak bulunur. Ayrıca TC 'nin ikinci türevi pozitif olursa bulunan Q miktarının toplam maliyeti en küçükleyen değer olduğu söylenebilir. Buna göre, $\frac{d^2TC}{dQ^2} = \frac{2KD}{Q^3} > 0$ olduğu için bulunan Q değeri toplam maliyeti en küçükleyen değerdir.

ESM modelinde temin süresinin sıfıra eşit olduğu varsayımı kaldırıldığında, stok yenileme siparişinin yapılacağı yeniden sipariş noktası (R) da hesaplanmalıdır. Bu durumda yeniden sipariş noktası aşağıdaki gibi bulunur;

$$R = \bar{d} \times L \quad (2.4)$$

Burada, $\bar{d}$ ortalama günlük talebi ve L ortalama günlük temin süresini ifade etmektedir.

Ekonomik Üretim Miktarı (EÜM) Modeli;

ESM modelinde sipariş edilen ürünlerin ulaşımının bir anda olması varsayımı, siparişlerin bütün bir miktarda teslim alındığını ifade etmektedir. Diğer bir deyişle, tedarikçilerin üretim kapasitesinin sonsuz olduğu ve böylece herhangi bir siparişin büyüklüğüne bakılmaksızın tam zamanında ve bir bütün olarak tek seferde yerine getirilebildiği belirtilmektedir. Ancak gerçek yaşam üretim ortamlarında, tedarikçilerin üretim kapasitesi sınırlıdır. Bu durumda ESM modelinin kullanımı suboptimum sonuç doğurmaktadır.

Ekonomik üretim miktarı (EÜM) modeli, ESM modelinin genişletilmiş bir versiyonudur. Bu modelin varsayımları ESM modelinin varsayımlarıyla aynıdır. Sadece dönem başına sipariş edilen ürünlerin ulaşımı bir anda olmamakta ve siparişler p gibi bir günlük üretim hızıyla ulaşmaktadır. Bu günlük üretim hızını karşılayacak talep hızı (d) ise, yıllık talep miktarının, yıl içerisindeki toplam çalışma günü sayısına bölünmesi ile elde edilmektedir. Burada önemli bir nokta, stok tükenmesi durumunun olmaması için günlük üretim hızının her zaman için günlük talep hızından büyük olması gerekliliğidir ($p > d$).

EÜM modelinde amaç ESM modelinde olduğu gibi sipariş verme ve stok tutma maliyetleri arasında optimum dengeyi sağlayacak miktarı bulmaktır. Ancak, EÜM modelinde genel olarak ürünler fabrika içinde üretildiği için sipariş maliyeti yerine hazırlık maliyeti (S), ürün satın alma maliyeti yerine ise üretim maliyeti oluşmaktadır. EÜM modelinin çözümü üretim, hazırlık ve stok tutma maliyetlerinin toplamını en küçükleyen üretim miktarını bulmamızı sağlar. Türev alma işlemleri sonucu ekonomik üretim miktarı aşağıdaki gibi bulunur;

$$Q^* = \sqrt{\frac{2SD}{h\left(1 - \frac{d}{p}\right)}} \quad (2.5)$$

İlerleyen yıllarda Harris'in tanıttığı ekonomik sipariş miktarı modelini takiben, modelin çeşitli genişletilmiş versiyonları literatürde yerini almıştır. Modelin bazı genişletilmiş versiyonları aşağıdaki gibidir;

- Miktar esaslı indirimleri göz önünde bulunduran modeller
- Geriye siparişe izin veren modeller
- Çok ürün için ekonomik sipariş miktarı modelleri
- Çok aşamalı ekonomik sipariş miktarı modeli.

Genişletilmiş ESM modelleri ile ayrıntılı açıklama için Winston (2004) incelenebilir.

2.3.2 Olasılıksal stok kontrol modelleri

Olasılıksal stok kontrol modelleri, literatürde ilk olarak 1950'lerde incelenmiştir. Bu modeller, deterministik modellerden farklı olarak, birçok gerçek hayatta karşılaşılan stok kontrol problemlerinde mevcut olan belirsizlik ve değişkenlik faktörlerini modelleyebilmek üzere formüle edilmişlerdir. Talep ve temin süresindeki belirsizliklerin model ile ilişkilendirilmesi nedeniyle olasılıksal stok modelleri, deterministik modellerden daha fazla model parametresine ihtiyaç duyarlar ve bazı girdi parametrelerinin olasılıksal ifadeler ile tanımlanmasını gerektirirler. Olasılıksal stok kontrol modelinin optimum sonucu, beklenen toplam maliyet fonksiyonunu en küçükleyen bir dizi değişken kümesini oluşturur. Olasılıksal stok modelleri, talebin, tedarik süresinin veya her iki faktörün de rassal sayılar ile tanımlandığını varsayarlar. Olasılıksal bir stok kontrol modelinin altında yatan matematiksel yapı, deterministik modelinkinden çok daha karmaşıktır ve hizmet düzeyi veya dolum oranı gibi performans ölçümleri için yönetimin bir karar politikası benimsemesini gerektirir.

Bir önceki bölümde incelenen deterministik ESM modelinde talebin ve temin süresinin kesin olarak bilindiği ve sabit olduğu varsayımı yapılmıştır. Ancak bir çok durumda talep sabit değildir ve günden güne değişkenlik gösterebilir. Bu durumlarda, talebin beklenenin üzerine çıkması belirsizliğine karşılık güvenlik stoku tutulmalıdır. Güvenlik stoku, stok tükenmesi durumuna karşı alınan bir önlemdir. Literatürde güvenlik stoku ile ilgili modellerde iki yaklaşım mevcuttur (Chase ve Aquilano, 1995). Bunlarda ilki talebin belirlenen bir miktarı aşması olasılığı ile ilgilenir. Örneğin modeldeki amaç, “güvenlik stoku düzeyini talebin sadece %5 ihtimalle 300 birimi aşabileceği şekilde ayarlamak” olarak belirlenebilir. İkinci

yaklaşım ise beklenen karşılanamayacak stok miktarı ile ilgilidir. Örneğin modelin amacı stok düzeyini siparişlerin %95'ini karşılayabilmek üzere ayarlamak olarak belirlenebilir. Özetle ilk yaklaşım belirlenen bir miktarı aşma olasılığı, ikinci yaklaşım ise siparişlerin ne kadarının karşılanamayağı ile ilgilidir. Daha gerçekçi bir yaklaşım olan ikinci yaklaşımda işletmenin müşteri siparişlerini mevcut stoktan karşılayabilme oranını ifade eden müşteri hizmet düzeyi kullanılmaktadır. Bu durumda güvenlik stoku istenilen müşteri hizmet düzeyini yakalayabilmek üzere tutulan stok olarak tanımlanabilir.

Sürekli kontrol modelinde stok düzeyi sürekli olarak kontrol edilir ve yeni bir stok yenileme siparişi stok düzeyi belirli bir R düzeyine ulaştığında verilir. Talebin belirsiz olduğu olasılıksal modelde, talepteki dalgalanmalara bağlı olarak stok tükenmesi tehlikesi sadece temin süresi boyunca oluşabilir. Talepteki dalgalanmaları karşılayabilmek üzere tutulacak olan güvenlik stoku daha önce de belirtildiği gibi müşteri hizmet düzeyine göre belirlenir. Ekonomik sipariş miktarı deterministik modeldeki gibi hesaplanır sadece burada talep değerinin beklenen değeri göz önünde bulundurulacaktır. Yeniden sipariş noktası ise temin süresindeki beklenen talep miktarı ve istenilen müşteri hizmet düzeyindeki güvenlik stokunu içerecek şekilde hesaplanır.

$$R = \bar{d}L + z\sigma_L \quad (2.6)$$

Burada R yeniden sipariş noktasını, $\bar{d}$ ortalama günlük talebi, L temin süresini, z belirlenen müşteri hizmet düzeyi için standart sapma sayısını ve σ_L temin süresindeki talep için standart sapmayı belirtmektedir. Formüldeki z değerinin hesaplanabilmesi için istenilen müşteri hizmet düzeyini gerçekleştirecek beklenen karşılanamayan sipariş sayısı $E(z)$ bulunmalıdır. Müşteri hizmet düzeyi P olarak ifade edilirse, $E(z)$ aşağıdaki gibi olacaktır;

$$E(z) = \frac{(1 - P)Q}{\sigma_L} \quad (2.7)$$

Hesaplanan $E(z)$ 'ye bağlı olarak z değeri beklenen değer tablosu kullanılarak bulunabilir (Silver ve diğ., 1998).

Aralıklı kontrol modelinde stok periyodik aralıklarla (her hafta veya her ay) kontrol edilir. Bu modeller genellikle sürekli kontrol modellerinden daha yüksek miktarda

güvenlik stokuna ihtiyaç duyarlar. Çünkü stok düzeyinin belirli aralıklarla gözden geçiriliyor olması durumu sonucu, stok tükenmesi tehlikesi sadece temin süresi boyunca değil gözden geçirme süresi dahilinde de yaşanabilir. Sabit sipariş döneminin T ile ifade edilmesi durumunda güvenlik stoku aşağıdaki gibi belirlenir;

$$\text{Güvenlik stoku} = z\sigma_{T+L}. \quad (2.8)$$

Sipariş miktarı Q ise, aşağıdaki gibi hesaplanacaktır;

$$Q = \bar{d}(T + L) + z\sigma_{T+L} - I \quad (2.9)$$

Burada, I eldeki mevcut stoku göstermektedir. z değerinin hesaplanabilmesi için istenilen müşteri hizmet düzeyini gerçekleştirecek beklenen karşılanamayan sipariş sayısı $E(z)$ şu şekilde belirlenir;

$$E(z) = \frac{\bar{d}T(1 - P)}{\sigma_{T+L}} \quad (2.10)$$

Hesaplanan $E(z)$ 'ye bağlı olarak z değeri beklenen değer tablosu kullanılarak bulunabilir (Silver ve diğ., 1998).

Yukarıda incelenen olasılıksal stok kontrol modellerinde sadece talep belirsizliği göz önüne alınmıştır. Bu modellerin yanı sıra literatürde temin süresindeki belirsizlikleri ve hem temin süresi hem de talepteki belirsizliği aynı anda modele yansıtan çalışmalar da mevcuttur. Bu modellerin ayrıntılı formülasyonu için Waters (1992) ve Silver ve diğ. (1998)'nin çalışmaları incelenebilir. Sürekli kontrol ve aralıklı kontrol modellerinde stokların sürekli olarak ya da belirli aralıklarla yenilenmesi söz konusudur. Ancak bazı ürünler için stok yenilemesi söz konusu değildir. Bu ürünler için en temel örnek gazete satışlarıdır. Bir gazete bayi siparişlerini bir önceki günün akşamından vermekte ve gün içerisinde stok yenileme siparişi vermemektedir. Literatürde bu tarz olasılıksal stok kontrol modelleri tek dönemli stok kontrol modeli (gezgin satıcı ya da gazeteci çocuk modeli) olarak incelenmektedir. Bu tez çalışmasının da konusunu oluşturan tek dönemli stok kontrol modelleri ayrıntılı olarak ileriki bölümlerde incelenecektir.

1913'den bu yana yayınlanan bütün stok modellerini içeren geniş bir literatür taraması yapmak neredeyse imkansızdır. Bunun sebebi yayınlanan makalelerin oldukça çok sayıda olmasıdır. Örneğin, “mathematical inventory models” terimini

içeren bir arama Google Akademik’de 200.000’den fazla sonuç göstermektedir. Bu yüzden literatürde belirli özelliklere göre kısıtlamalar yapılarak stok kontrol literatürü araştırılmıştır. Bramson (1962) değişken temin süresini dikkate alan stok modelleri için bir literatür sunmuştur. Çalışmada 1955’den 1961’e kadar yayınlanan literatürdeki 10 stok modelini sınıflandırılmıştır. Aggarwal (1974) literatürde 1964’den 1973’e kadar olan sürede yayınlanmış matematiksel stok kontrol modellerinin geniş bir sınıflandırmasını sunmuştur. Stok modelleri için detaylı sınıflandırma sitemleri içeren iki ek literatür çalışması Nahmias (1982) ve Silver (1981)’in çalışmalarında bulunabilir. Bu çalışmalarda sunulan sınıflandırmalar, Bramson (1962) ve Aggarwal (1974)’ün çalışmalarından hızla bozulan dayanıksız ürünleri de bütün stok modellerinin sınıflandırılması sistemine dahil etmeleri yönünden farklılaşırlar. Çeşitli yazarlar, stok kontrol literatürü dahilindeki özel konu başlıkları için daha yeni literatür taramaları yayınlamışlardır. Bu çalışmalar Çizelge 2.1’de özetlenmiştir.

Çizelge 2.1 : Stok kontrol literatürü dâhilindeki özel konu başlıkları için yapılan literatür taramalarının özeti, (Guiffida, 2010).

<i>Literatür taraması</i>	<i>Tarama yapılan stok kontrol başlığı</i>
Khouja (1999)	Gazeteci çocuk modelleri
Kennedy ve diğ. (2002)	Yedek-parça stoku
Minner (2003)	Çok tedarikçili stok modelleri
Urban (2005)	Stok düzeyine bağlı talep modelleri
Silver (2008)	Kanadalı araştırmacılar tarafından katkıda bulunulan stok modelleri
Williams ve Tokar (2008)	Lojistik dergilerinde yayınlanan stok modelleri
Ben-Daya ve diğ. (2008)	Birleşik alıcı-satıcı stok modelleri

2.4 Tek Dönemli Stok Kontrol Problemi

Literatürde tek dönemli stok kontrol problemleri, gazete satıcısı ya da gazeteci çocuk problemleri olarak incelenmektedir. Tek dönemli stok kontrol problemlerinde sadece tek bir sipariş dönemi vardır ve dönem içerisinde stok yenileme siparişi tekrarlanmaz (Hadley ve Whitin, 1963; Tersine, 1988; Waters, 1992). Tek dönemli stok kontrol (TDSK) problemi, doğrusal satın alma, stok bulundurma ve stok bulundurmama maliyetleri ile olasılıksal talep altında beklenen toplam maliyeti en küçükleyen veya beklenen toplam karı en büyükleyen optimum sipariş miktarını bulmakla ilgilenir. TDSK problemi şu şekilde tanımlanabilir; satış sezonu başlamadan önce ürün için

gerekli sipariş verilir. Genellikle sezon boyunca herhangi ek bir sipariş verme olanağı yoktur, ya da dönem içerisinde verilen siparişler için ürün başına ek bir ceza maliyeti uygulanır. Eğer dönem sonunda herhangi bir stok kalırsa (fazla stok bulundurma durumu), ya belirli bir indirimli fiyattan satılır ya da imha edilir (Nahmias, 1996), eğer sipariş miktarı gerçekleşen talepten küçük ise (yetersiz stok bulundurma durumu), satıcı (gazeteci çocuk) hem müşterisini hem de kazancını kaybeder. Bu problemler aşağıdaki özelliklerden bir veya birden fazlasını içeren ürünlerin stok kontrolü sırasında oluşur (Walker, 1993);

- Hızla modası geçen (eskiyen) ürünler, örn. Gazete, moda ürünleri, özel günlere ait ürünler v.b.
- Hızla bozulan ürünler, örn. Meyve ve sebze, ekmek, süt v.b.
- Dönem içerisinde ikinci bir sipariş emrinin verilmesinin zor olduğu sezonluk ürünler.
- Sadece bir kez stoklanabilen ürünler, örn. Yedek parçalar.
- Planlama ufku dahilinde belirsiz bir geleceğe sahip ürünler, örn. Yeni ürünler.

TDSK probleminin genel özellikleri Silver ve diğ. (1998) tarafından aşağıdaki gibi açıklanmıştır;

- İyi tanımlanmış başlangıç ve bitiş noktaları olan görece kısa (üç veya dört aydan daha uzun olmayan) satış sezonu vardır.
- Satış sezonu öncesinde gerekli ürün sipariş ya da üretim miktarı tam olarak belirlenmelidir.
- Sezon öncesi verilen siparişlerin ikmalî için çeşitli imkanlar olabilir. Bu ikmalî işlemleri satış sezonu öncesinde (eğer talep tahmini hissedilir şekilde yükselirse) ya da satış sezonu başlangıcında (eğer bu dönemde gerçekleşen satışlar orijinal tahminlerin oldukça düşük olduğunu belirtiyorsa) gerçekleştirilebilir. Bazı durumlarda, satış sezonu birden çok dönem içerebilir.
- Sezonlar arası çok uzun hareketsizlik (satış olmaması) durumundan dolayı sezon öncesi tahminleri önemli derecede belirsizlik içerir. Bu hareketsizlik dönemi boyunca ekonomik şartlar ya da müşteri tercihleri önemli ölçüde değişiklik gösterebilir. Sonuç olarak, sezonluk ürünlerin satış tahminleri sezondan sezona yeniden inceleme gerektirir.

- Sezondaki toplam talep, eldeki mevcut stok miktarını aşarsa yetersiz stok bulundurma maliyeti oluşur. Böyle bir durumda eğer talep karşılanamazsa, kayıp satış meydana gelir. Diğer taraftan, bu maliyet, mevcutta stokta bulunmayan ancak ürün elde bulunduğu anda sevk edileceği taahhüdü verilen siparişler için ard ısmarlama maliyetini de temsil eder.
- Sezondaki toplam talep, mevcut stok miktarından daha az olur ise, fazla stok bulundurma maliyeti oluşur. Böyle bir durumda, sezon sonunda elde kalan stok için birim hurda değeri oldukça düşük olacaktır. Elde kalan stoku bir sonraki sezona taşımak oldukça pahalıdır. Ayrıca, gelecek sezon elde kalan stokun satılacağı garantisi de yoktur. Sezon sonu elde kalan stoktan kaçınmak için sezon içerisinde fiyat indirimleri uygulanabilir.
- Sezonluk ürünler genellikle ikame edilebilir ürünlerdir ve reklam ve promosyon faaliyetlerinden oldukça etkilenirler.

TDSK probleminin en basit hali ikame, promosyon, fiyat indirim ve çok ürün durumlarının ihmal edildiği durumdur. Ancak bu basitleştirilmiş problemin bile zorluğunu ifade edebilmek için Wadsworth (1959)'un çalışması incelenebilir. Bu çalışmada, güz döneminde satışa sunulacak olan sezonluk bir ürün incelenmiştir. Ürünler için hammadde alımı bahar döneminde gerçekleşecektir. Yaz döneminde sınırsız üretim kapasitesi mevcuttur. Sezon talebinin çok daha kesinleştiği güz döneminde ise sınırlı üretim kapasitesi mevcuttur ancak bu dönem birim üretim maliyeti çok daha yüksektir. Bu probleme Wadsworth'un karmaşık yapıdaki çözümü, daha gerçekçi sezonluk ürün problemleri için kesin analizlerin mümkün olmadığını belirtmiştir. Literatürde tek dönemli stok kontrol problemleri üzerine birçok çalışma yapılmıştır. Yapılan çalışmalarda pazar talebinin tahmini için geçmiş verilerden yararlanılmakta ve talep rassal bir değişken olarak tanımlanmaktadır (Walker, 1991; Walker, 1993; Gallego ve Moon, 1993). Genişletilmiş tek dönemli stok kontrol problemleri ile ilgili kapsamlı bir literatür araştırması Khouja (1999) ve Silver ve diğ. (1998)'nin çalışmalarında bulunabilir. Khouja çalışmasında genişletilmiş tek dönemli stok kontrol modellerinin sınıflandırılması için 11 farklı kategori önermiştir:

- i. Farklı amaç ve fayda fonksiyonları içeren modeller
- ii. Farklı tedarikçi fiyatlandırma politikaları içeren modeller
- iii. Farklı gazeteci çocuk fiyatlandırma politikaları ve indirim yapıları içeren modeller

- iv. Farklı rassal çıktı faktörleri içeren modeller
- v. Taleple ilgili farklı bilgi düzeyleri içeren modeller
- vi. Sınırlandırılmış çok ürünlü modeller
- vii. İkameli çok ürünlü modeller
- viii. Çok aşamalı sistem içeren modeller
- ix. Çok yerleşimli modeller
- x. Satış sezonuna hazırlık için birden çok sipariş dönemi içeren modeller
- xi. Diğer modeller.

2.5 Tek Dönemli Stok Kontrol Modeli

Tek dönemli stok kontrol (gazeteci çocuk) probleminin amacı; sabit sipariş dönemi için beklenen toplam maliyeti en küçükleyecek ya da beklenen toplam karı en büyükleyecek optimum sipariş miktarını (Q^*) belirlemektir. Tez boyunca önerilen modellerde, maliyetin en küçüklendiği yaklaşım kullanılmıştır.

2.5.1 Optimum sipariş miktarının marjinal analiz yoluyla belirlenmesi

Varsayalım ki, bir gazete bayii her gün ne kadar gazete sipariş edeceğinin kararını vermek istiyor. Her bir talebin karşılanamaması durumu için yetersiz stok bulundurma maliyeti (c_u) ve satılamayan her bir gazete için fazla stok bulundurma maliyeti (c_o) mevcuttur. Yetersiz stok bulundurma maliyetinin fazla stok bulundurma maliyetine eşit olduğu durumu düşünelim. Bu durumda, gazete bayii, sipariş vermek için (Q) miktarını seçecektir, öyle ki, toplam talebin bu miktarın (Q) altında olma ihtimali yüzde 50 ve toplam talebin bu miktarın (Q) üstünde olma ihtimali de yüzde 50 olacaktır. Ancak her zaman yetersiz stok bulundurma maliyeti fazla stok bulundurma maliyetine eşit olmayabilir. Böyle durumlarda marjinal analiz yoluyla verilecek optimum sipariş miktarını belirleyebiliriz. Varsayalım ki, Q kadar gazete sipariş verildi. Bu miktar ancak ve ancak, toplam talep (X) sipariş miktarına (Q) eşit olduğu ya da bu miktarı aştığı zaman satılabilecektir. Aksi durumda, elde kalan stok için fazla stok bulundurma maliyeti oluşacaktır. Ancak, eğer talep Q miktarını aşarsa, bu durumda yetersiz stok bulundurma maliyeti oluşacaktır.

Örneğin, belirli bir Q miktarını düşünelim. Eğer bu miktarın sipariş verilmesiyle ilişkili beklenen fazla stok bulundurma maliyeti, bu miktarın sipariş verilmemesi dolayısıyla oluşacak yetersiz stok bulundurma maliyetini aşarsa, bu miktarı sipariş

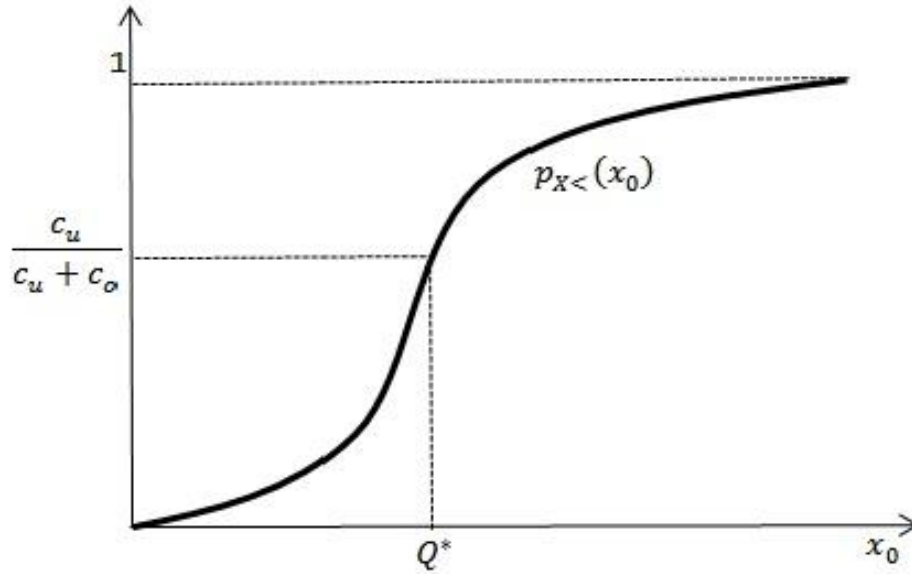
vermek avantajlı değildir. Hatta, $(Q - 1)$ 'inci, $(Q - 2)$ 'inci ve diğer miktarlar için de bu durum gerçekleşecektir. Diğer taraftan, eğer beklenen yetersiz stok bulundurma maliyeti, bu miktarın siparişiyle oluşacak beklenen fazla stok bulundurma maliyetini aşarsa, bu miktarı sipariş vermek avantajlı olacaktır. Ancak aynı zamanda $(Q + 1)$ 'inci, $(Q + 2)$ 'inci ve diğer miktarlar için de aynı durum gerçekleşecektir. Optimum sipariş miktarı (Q^*) ise beklenen fazla stok bulundurma maliyetinin ve yetersiz stok bulundurma maliyetinin eşitlendiği noktada gerçekleşecektir. Bu durumda (Q^*) aşağıdaki eşitlikleri sağlamalıdır;

$$c_o p_{X<}(Q^*) = c_u [1 - p_{X<}(Q^*)] \quad (2.11)$$

$$p_{X<}(Q^*) = \frac{c_u}{c_u + c_o} \quad (2.12)$$

Denklem (2.12)'nin çözümü Şekil 2.1'de gösterilmiştir. Burada $p_{X<}(x_0)$, toplam talebin (X) , x_0 değerinden düşük olma olasılığını belirtmektedir.

Marjinal maliyet analizi, Denklem (2.12)'deki çözümü vermektedir. Ancak bu çözüm bize belirli bir Q değeri kullanıldığındaki beklenen maliyet değerini vermez. Bu amaçla, beklenen toplam maliyetin en küçüklenmesi için alternatif yaklaşımlar kullanılabilir.



Şekil 2.1 : Tek dönemli stok kontrol probleminin grafik çözümü

2.5.2 Maliyetin en küçüklenmesi için alternatif çözüm yaklaşımı

Tek bir dönem için ürünler v maliyetinden satın alınır veya üretilir. Satın alma maliyeti, sipariş ve lojistik maliyetlerini, üretim maliyeti ise hazırlık maliyetini de içermektedir. Fazla olan ürünleri stokta tutma maliyeti ve bu ürünlerin hurda değeri arasındaki fark olarak belirlenen stok bulundurma maliyeti, h ile gösterilmektedir. Bir birim ürünü bir dönem stokta tutma maliyeti genelde birim satın alma maliyetinin bir yüzdesi (p) olarak hesaplanır, ($h = (vp) - g$). Hurda değerinin stoklama maliyetinden yüksek olması durumunda bu değer negatif olacaktır. Talebin karşılanamaması sonucu oluşan kayıp satışların maliyeti olarak belirlenen stok bulundurmama maliyeti ise b ile gösterilmektedir. Varsayım olarak hiç başlangıç stoku bulundurulmadığı düşünülmektedir. Bilindiği üzere klasik tek dönemli stok kontrol probleminde, talep rassal değişkendir ve olasılık dağılımlarıyla ifade edilir. Eğer Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse ve talep x_0 miktarında gerçekleşirse, maliyet fonksiyonu şu şekilde olacaktır;

$$C(Q, x_0) = \begin{cases} Qv + h(Q - x_0) & \text{eğer } x_0 \leq Q \\ Qv + b(x_0 - Q) & \text{eğer } x_0 \geq Q \end{cases} \quad (2.13)$$

Sipariş miktarının bir fonksiyonu olarak, toplam maliyetin beklenen değeri aşağıdaki gibidir;

$$E[TC(Q)] = \int_0^{\infty} C(Q, x_0) f_X(x_0) dx_0 \quad (2.14)$$

Burada $f_X(x_0)$ talebin olasılık yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir. Denklem (2.13)'ü Denklem (2.14)'de yerine koyarsak aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\begin{aligned} E[TC(Q)] &= \int_0^Q [Qv + h(Q - x_0)] f_X(x_0) dx_0 + \int_Q^{\infty} [Qv + b(x_0 - Q)] f_X(x_0) dx_0 \\ &= Qv + hQ \int_0^Q f_X(x_0) dx_0 - h \int_0^Q x_0 f_X(x_0) dx_0 + b \int_Q^{\infty} (x_0 - Q) f_X(x_0) dx_0 \\ &= Qv + hQ \int_0^Q f_X(x_0) dx_0 - h \left[\int_0^{\infty} x_0 f_X(x_0) dx_0 - \int_Q^{\infty} x_0 f_X(x_0) dx_0 \right] + b \int_Q^{\infty} (x_0 - Q) f_X(x_0) dx_0 \\ &= (v + h)Q - h \int_0^{\infty} x_0 f_X(x_0) dx_0 + (h + b) \int_Q^{\infty} (x_0 - Q) f_X(x_0) dx_0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Optimum sipariş miktarını (Q^*) bulmak için aşağıdaki işlem yapılır;

$$\frac{dE[TC(Q)]}{dQ} = 0 \quad (2.16)$$

Leibnitz kuralını¹ uyguladığımızda, $\frac{d[\int_Q^\infty (x_0 - Q)f_X(x_0)dx_0]}{dQ} = F_X(Q) - 1$ eşitliği elde edilir. Burada $F_X(Q)$ talebin birikimli dağılım fonksiyonunu göstermektedir, $\int_0^\infty x_0 f_X(x_0)dx_0$ integral değeri ise talep dağılımının beklenen değerini bir diğer ifadeyle ortalamasını ifade etmektedir ve $\hat{X}$ ile gösterilecektir.

Böylece,

$$\frac{dE[TC(Q)]}{dQ} = 0 = v + h + (h + b)[F_X(Q) - 1] \quad (2.17)$$

ya da,

$$F_X(Q) = \frac{b - v}{h + b} \quad (2.18)$$

eşitliği elde edilir. Optimum sipariş miktarı ise aşağıdaki gibi bulunur.

$$Q^* = F_X^{-1}\left(\frac{b - v}{h + b}\right) \quad (2.19)$$

Denklem (2.19)'dan anlaşıldığı üzere, Q^* değeri ancak eğer $b \geq v$ gerçekleşirse tanımlıdır. Eğer $b < v$ durumu gerçekleşirse, stok kontrol sistemimizi işletemeyiz. Ek olarak, maliyet fonksiyonunun 2. türevinin, pozitif olduğunu gösterebiliriz, (Johnson ve Montgomery, 1974).

$$\frac{d^2E[TC(Q)]}{dQ^2} = (h + b)F_X(Q) > 0 \quad (2.20)$$

Böylece bulunan Q^* değerinin maliyeti en küçüklediği ispatlanmış olur. Optimum sipariş miktarındaki toplam maliyetin beklenen değeri ise aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\begin{aligned} E[TC(Q^*)] &= (v + h)Q^* - h\hat{X} + (h + b) \int_{Q^*}^\infty (x_0 - Q^*)f_X(x_0)dx_0 \\ &= (v + h)Q^* - h\hat{X} + (h + b) \int_{Q^*}^\infty x_0 f_X(x_0)dx_0 - \end{aligned} \quad (2.21)$$

¹ Leibnitz kuralına göre; $\frac{d}{dy} \int_{a_1(y)}^{a_2(y)} h(x, y)dx = \int_{a_1(y)}^{a_2(y)} [\partial h(x, y)/\partial y]dx + h(a_2(y), y) \frac{da_2(y)}{dy} - h(a_1(y), y) \frac{da_1(y)}{dy}$

$$\begin{aligned}
& (h+b)Q^* \int_{Q^*}^{\infty} f_X(x_0) dx_0 \\
& = (v+h)Q^* - h\hat{X} + (h+b) \int_{Q^*}^{\infty} x_0 f_X(x_0) dx_0 - (h+b)Q^*(1-F(Q))
\end{aligned}$$

Denklem (2.18), Denklem (2.21)'de yerine konularak kullanılarak aşağıdaki eşitlik elde edilir;

$$E[TC(Q^*)] = -h\hat{X} + (h+b) \int_{Q^*}^{\infty} x_0 f_X(x_0) dx_0 \quad (2.22)$$

Talebin normal dağılıma sahip olması durumunda,

$$k = \frac{Q - \hat{X}}{\sigma_x} \quad (2.23)$$

eşitliğini kabul edersek,

$$E[TC(Q^*)] = -h\hat{X} + (h+v)Q^* + (h+b)\sigma_x G(k) \quad (2.24)$$

olacaktır. Burada $G(k)$ birim normal değişkenin tablolanmış fonksiyonudur (Silver ve diğ., 1998).

2.5.3 Kârın en büyüklenmesi için alternatif çözüm yaklaşımı

Tek dönemli stok kontrol problemlerinde, amaç toplam maliyetin en küçüklenmesi olabileceği gibi toplam kârın en büyüklenmesi de olabilir. Böyle durumlarda, Silver ve diğ. (1998)'nin önerdiği yaklaşım uygulanacaktır. Bu modelde, tek bir dönem için ürünler v maliyetinden satın alınır veya üretilir. Satılan her bir üründen p birim kazanç sağlanır. Dönem sonunda satılamayan ürünlerin hurda değeri g ile gösterilir. Talebin karşılanamaması sonucu oluşan kayıp satışların maliyeti olarak belirlenen stok bulundurmama maliyeti ise b ile gösterilmektedir. Varsayım olarak hiç başlangıç stoku bulundurulmadığı düşünülmektedir. Eğer Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse ve talep x_0 miktarında gerçekleşirse, kazanç fonksiyonu şu şekilde olacaktır;

$$P(Q, x_0) = \begin{cases} -Qv + px_0 + g(Q - x_0) & \text{eğer } x_0 \leq Q \\ -Qv + pQ - b(x_0 - Q) & \text{eğer } x_0 \geq Q \end{cases} \quad (2.25)$$

Sipariş miktarının bir fonksiyonu olarak, toplam kârın beklenen değeri aşağıdaki gibidir;

$$E[TP(Q)] = \int_0^{\infty} P(Q, x_0) f_X(x_0) dx_0 \quad (2.26)$$

Burada $f_X(x_0)$ talebin olasılık yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir. Denklem (2.25)'i Denklem (2.26)'da yerine koyarsak aşağıdaki denklemi elde edilir;

$$\begin{aligned} E[TP(Q)] &= \int_0^Q [-Qv + px_0 + g(Q - x_0)] f_X(x_0) dx_0 + \int_Q^{\infty} [-Qv + pQ - \\ &\quad b(x_0 - Q)] f_X(x_0) dx_0 \\ &= -(v - g)Q + (p - g) \int_0^{\infty} x_0 f_X(x_0) dx_0 - (p - g + \\ &\quad b) \int_Q^{\infty} (x_0 - Q) f_X(x_0) dx_0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

Optimum sipariş miktarını (Q^*) bulmak için aşağıdaki işlem yapılır;

$$\frac{dE[TP(Q)]}{dQ} = 0 \quad (2.28)$$

Leibnitz kuralını uyguladığımızda, $\frac{d[\int_Q^{\infty} (x_0 - Q) f_X(x_0) dx_0]}{dQ} = F_X(Q) - 1$ eşitliği elde edilir. Burada $F_X(Q)$ talebin birikimli dağılım fonksiyonunu göstermektedir, $\int_0^{\infty} x_0 f_X(x_0) dx_0$ integral değeri ise talep dağılımının beklenen değerini bir diğer ifadeyle ortalamasını ifade etmektedir ve $\hat{X}$ ile gösterilecektir.

Böylece,

$$\frac{dE[TP(Q)]}{dQ} = 0 = -(v - g) - (p - g + b)[F_X(Q) - 1] \quad (2.29)$$

ya da,

$$F_X(Q) = \frac{p - v + b}{p - g + b} \quad (2.30)$$

eşitliği elde edilir. Optimum sipariş miktarı ise aşağıdaki gibi bulunur.

$$Q^* = F_X^{-1} \left(\frac{p - v + b}{p - g + b} \right) \quad (2.31)$$

Optimum sipariş miktarındaki toplam kârın beklenen değeri ise aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\begin{aligned}
E[TP(Q^*)] &= -(v - g)Q^* + (p - g)\hat{X} - (p - g + b) \int_{Q^*}^{\infty} (x_0 - Q^*)f_X(x_0)dx_0 \\
&= -(v - g)Q^* + (p - g)\hat{X} - (p - g + b) \int_{Q^*}^{\infty} x_0 f_X(x_0)dx_0 + (p - g + b) Q^*[1 - F(Q^*)]
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Denklem (2.30), Denklem (2.32)'de yerine konularak kullanılarak aşağıdaki eşitlik elde edilir;

$$E[TP(Q^*)] = (p - g)\hat{X} - (p - g + b) \int_{Q^*}^{\infty} x_0 f_X(x_0)dx_0 \tag{2.33}$$

Talebin normal dağılıma sahip olması durumunda,

$$k = \frac{Q - \hat{X}}{\sigma_x} \tag{2.34}$$

eşitliğini kabul edersek,

$$E[TP(Q^*)] = (p - g)\hat{X} - (v - g)Q^* - (p - g + b)\sigma_x G(k) \tag{2.35}$$

olacaktır. Burada $G(k)$ birim normal değişkenin tablolanmış fonksiyonudur (Silver ve diğ., 1998).

2.5.4 Kesikli talep durumu

Eğer talep fonksiyonumuz kesikli (tam sayı) değerler alıyorsa, bu durumda Denklem (2.12), (2.18) ya da (2.30)'u tam olarak sağlayan tamsayı Q değerlerini bulmamız mümkün değildir. Böyle durumlarda optimum sipariş miktarının bulunması için aşağıdaki yaklaşım izlenir. Kesikli talep durumu için beklenen toplam maliyet şu şekildedir;

$$E[TC(Q)] = \sum_{x_0=0}^{Q-1} c_o(Q - x_0) p_X(x_0) + \sum_{x_0=Q}^{\infty} c_u(x_0 - Q) p_X(x_0) \tag{2.36}$$

Burada, $p_X(x_0)$, talebin x_0 değerine eşit olma olasılığıdır. Varsayalım ki,

$$\Delta E[TC(Q)] = E[TC(Q + 1)] - E[TC(Q)] \tag{2.37}$$

olsun. Bu durumda, $\Delta E[TC(Q)]$, Q 'yu $Q + 1$ ile değiştirdiğimizde beklenen toplam maliyetteki değişimi gösterecektir. Dışbükey bir fonksiyon için, optimum Q değeri,

$\Delta E[TC(Q)]$ 'i sıfırdan büyük yapan Q değeri olacaktır. Bu yüzden, aşağıdaki eşitsizliği en küçükleyen Q değeri seçilmelidir.

$$\Delta E[TC(Q)] \geq 0 \quad (2.38)$$

Denklem (2.38) ancak ve ancak $E[TC(Q + 1)] - E[TC(Q)] \geq 0$ durumu sağlandığında gerçekleşir. Denklem (2.36)'daki değerleri Denklem (2.38)'de yerine koyduğumuzda aşağıdaki denklemi elde ederiz.

$$p_{x < (Q^*)} \geq \frac{c_u}{c_u + c_o} = \frac{b - v}{h + b} = \frac{p - v + b}{p - g + b} \quad (2.39)$$

3. BULANIK STOK KONTROL MODELLERİ

Bu bölümde, öncelikle stok kontrol modellerindeki belirsizlik nedenleri ve belirsizlik kaynakları incelenmiş ve bu belirsizliklerin modellenmesinde kullanılan bulanık mantık, bulanık küme ve üyelik fonksiyonu, genelleme ilkesi, bulanık aritmetik ve bulanık sayılar, durulaştırma yöntemleri, genelleştirilmiş bulanık kümeler, olabilirlik teorisi, güvenilirlik teorisi ve bulanık beklenen değer kavramı ile ilgili temel bilgiler verilmiştir. Daha sonra mevcut literatürdeki bulanık mantığa dayalı stok kontrol modelleri genel olarak analiz edilmiş ve tez kapsamında çalışılmakta olunan bulanık tek dönemli stok kontrol modelleri detaylı olarak incelenmiş ve değerlendirilmiştir.

3.1 Stok Kontrol Problemlerindeki Belirsizliklerin İncelenmesi

İnsanoğlu günlük hayatını sürdürürken pek çok sorun ile karşılaşmakta ve geçmişte edindiği bilgi ve deneyimlerden yararlanarak çözümler üretmektedir. Bu sorunların bir kısmı tamamen belirli olmakta ve kolayca tanımlanabildiğinden dolayı çözüm getirilmesi de kolay olmaktadır. Bunun yanı sıra, belirsizlikler içeren veya tam olarak tanımlanamayan sorunların çözümü ise nispeten zor olmakta ve görecelik arz etmektedir.

Belirsizlik, Galbraith (1973) tarafından bir işi gerçekleştirmek için gerekli bilgi miktarı ve şimdiye kadar sahip olunan bilgi miktarı arasındaki fark olarak tanımlanmıştır. Zimmermann (2000) tarafından önerilen belirsizlik tanımı ise şu şekildedir: “Belirli bir durumda bir kişi, bir sistemi, sistemin davranışını veya diğer özelliklerini deterministik ve sayısal olarak tanımlamaya, belirlemeye ve tahmin etmeye yönelik nitel ve nicel bilgiyi elde edemiyorsa belirsizlik var demektir.” Tanımda belirsizliğin insandan kaynaklı, bilginin elde edilmek istenen miktarına ve kalitesine bağlı olduğu savunulmuştur.

Bilginin gerçekte var olduğu ancak elde edilmesinin zor olduğu, istenmediği ya da çok maliyetli olduğu için bilginin belirsiz olarak kabul edildiği düşünülebilir (Kabak, 2008). Diğer bir çalışmada Zimmermann (2001), stokastik belirsizliği bilgi

eksikliğinden dolayı sistemin gelecek durumunun bilinmezliği, bulanık belirsizliği ise, olay ve olgu ve durumların anlamsal tanımlarının kesin olarak yapılamaması olarak tanımlamıştır.

Belirsizliğin modellenenbilmesi için öncelikle belirsizlik kaynakları belirlenmelidir. Bu amaçla yapılan çalışmalar arasında Petrovic (2001), belirsizlik kaynaklarının rassal olaylar, delil (veri) yetersizliği, veri kesinliğinin eksikliği ya da yargılardaki belirsizlikler olabileceğini belirtmiştir. Zimmermann (2000) çalışmasında belirsizlik kaynaklarını altı başlık altında incelemiştir, bunlar; bilgi eksikliği; bilgi çokluğu (karmaşıklık); çelişen bulgular; birden çok anlama gelme, muğlaklık; ölçüm ve inançlardır. Aynı çalışmada belirsizlik modelleri için gerekli olan özellikler Çizelge 3.1'deki gibi sınıflandırılmıştır. Önerilen sınıflandırmaya göre, sistemdeki belirsizlik kaynakları belirlendikten sonra sistem girdileri ve sayısal bilgilerin ölçekleri belirlenmeli ve oluşturulacak model ile elde edilmesi beklenen çıktı saptanmalıdır.

Çizelge 3.1 : Belirsizlik özelliklerinin sınıflandırılması (Zimmermann, 2000).

<i>1. Belirsizliğin nedenleri</i>
a. Bilgi eksikliği
b. Bilgi çokluğu (karmaşıklık)
c. Çelişen bulgular
d. Birden çok anlama gelme
e. Ölçüm
f. İnançlar
<i>2. Mevcut bilgi (girdi)</i>
a. Sayısal
b. Küme veya aralık değerli
c. Dilsel
d. Sembolik
<i>3. Bilginin ölçeği</i>
a. Nominal
b. Ordinal
c. Kardinal
<i>4. İhtiyaç duyulan bilgi</i>
a. Sayısal
b. Küme veya aralık değerli
c. Dilsel
d. Sembolik

Üretim planlama ve stok kontrol süreçlerinde bir çok belirsizlik kaynağı bulunmaktadır. Ho (1989) bu belirsizlik kaynaklarını iki grupta toplamıştır; (1) Çevresel belirsizlik, (2) Sistem belirsizlikleri.

Çevresel belirsizlikler incelenen sistemin dışından kaynaklanan belirsizliklerdir, talep belirsizliği ve arz belirsizliği gibi belirsizlikleri içerir. Sistem belirsizliği ise üretim süreci dahilindeki belirsizlikleri içerir. Operasyon çıktılarının belirsizliği, üretim temin süresi belirsizliği, kalite belirsizliği, üretim sistemlerindeki bozulmalar ve üretim yapısındaki değişiklikler sistem belirsizliği olarak düşünülebilir. Wazed ve diğ. (2009) çalışmalarında gerçek imalat ortamındaki belirsizlik faktörlerini incelemiştir. Yapılan çalışmada belirsizlik faktörleri şu şekilde belirtilmiştir; sistem belirsizliği, temin süresi belirsizliği, çevresel belirsizlik, operasyon çıktı belirsizliği, talep belirsizliği, ürün satış fiyatındaki belirsizlikler, kapasite belirsizlikleri, kaynak kısıtlarındaki belirsizlik, miktar belirsizliği, maliyet parametrelerindeki belirsizlikler ve kalite belirsizliği.

Literatürdeki stok kontrol problemlerinde belirsizlik kaynağı olarak en çok talep belirsizliği üzerinde durulmuştur. Talep belirsizliği üretim planlama ve stok kontrol modellerinin temel problemidir. Üretim planlarının doğru bir şekilde oluşturulabilmesi, kapasite planlaması, hammadde tedariği, en uygun stok ve sipariş miktarlarının belirlenebilmesi için müşteri taleplerinin önceden tahmin edilmesi gerekir. Talep tahminleri geleceğe dair öngörülerini barındırdığı için belirsizlikler içerir. İşletmeler yüksek tepki hızına sahip olmak için yüksek hizmet düzeyi belirlemelidirler. Ancak yüksek hizmet düzeyi büyük miktarlarda stok tutmayı gerektirir ki bu da yüksek maliyet demektir. İşletmeler müşteri hizmet düzeyi ve stok maliyetleri arasında bir denge noktası bulmalıdırlar. Müşteri hizmet düzeyi işletme kârlılığını en çoklayan düzeydir. Optimum hizmet düzeyi fazla stok bulundurma ve yetersiz stok bulundurma maliyetlerini dengeleyen düzeydir. Optimum müşteri hizmet düzeyinin belirlenebilmesi talebin doğru tahminine bağlıdır.

Stok kontrol problemlerindeki bir diğer önemli belirsizlik kaynağı da stok maliyetlerindeki belirsizliklerdir. Sipariş maliyeti, stok bulundurma ve stok bulundurmama maliyetlerinden oluşan stok maliyet parametreleri neredeyse stok kontrol literatüründeki bütün modellerde mevcuttur (Guiffreda, 2010). Matematiksel stok modelleri modeldeki girdi parametrelerine sayısal değerler atanmasını gerektirir. Bu sayısal değer atama işlemi için öncelikle girdi parametreleri tahmin edilmelidir. Wagner (1980) çalışmasında stok kontrol problemlerinin uygulanmasında karşılaşılan pratik problemler hakkında geniş bir literatür araştırması sunmuştur. Bu çalışmada, stok modellemede talep tahmini ve maliyete yönelik konuların kapsamlı

ve bilimsel olarak belirlenmesi gerekliliği öne sürülmüştür. Deterministik stok modellerinde genellikle en azından sipariş maliyeti ve stok bulundurma maliyeti parametrelerinin model girdisi olarak belirlenmesi gereklidir. Stokastik modellerde ise sipariş ve stok bulundurma maliyetlerine ek olarak stok bulundurmama ve geriye sipariş maliyetleri de gereklidir (Guiffida, 2010). Bir çok stok kontrol modelinde, genellikle maliyet parametreleri tanımlanabilir değişkenler olarak düşünülür. Ama gerçek hayatta, tanımlanabilir (kesin) değerleri olan maliyet unsurlarına çok nadir rastlanır. Örneğin stok sistemlerinde stok bulundurmama durumu talebin ani yükselişi, ulaştırma problemleri, önceden tahmin edilemeyen tehlikeli olaylar, ücretlerde yükselme, geciken üretim v.b. gibi birçok farklı nedenden dolayı oluşabilir. Stok bulundurmama müşteri memnuniyetinin (iyi niyetinin) kaybına neden olur ve stok bulundurmama maliyetinin gerçek (tam) miktarını ölçmek zordur. Aynı problem sipariş ve stok bulundurma maliyetlerinin ölçülmesinde de geçerlidir. Bu yüzden stok kontrol sistemlerinde, karar vericiler, gerçek hayat şartlarıyla uyuşacak belirsizliklerle uğraşabilmek için maliyet parametrelerindeki bazı esnekliklere izin vermelidirler.

Talep ve stok maliyetlerindeki belirsizliklere ek olarak stok problemlerinin özelliklerine bağlı birçok belirsizlik kaynağı tanımlanabilir. Stok kontrol sistemleri için temin süresi belirsizliği de önemli bir belirsizlik kaynağıdır (Chang ve diğ., 2006). Temin süresi genellikle siparişi hazırlama, siparişi ulaştırma, tedarikçi temin süresi ve sevkiyat süresi gibi birçok bileşen içerir. Bu bileşenlerin her birinin süresini kesin olarak bilmenin mümkün olmaması nedeniyle temin süresi belirsizliği artabilmektedir. Kapasite kısıtlarının bulunduğu stok problemlerinde ise mevcut stok alanı, mevcut bütçe, en büyük sipariş sayısı, en büyük stok yatırımı gibi parametreler belirsizlikler içerebilmektedir.

Ürün fiyatındaki ve ürün kalitesindeki belirsizlikler ise stok kontrol problemlerinde karşılaşılabilecek diğer belirsizlik kaynaklarıdır. Ürün fiyatı ve başka bir deyişle ürün değeri, Porter (1985) tarafından “Firmanın sunduklarına müşterinin ödemeyi kabul ettiği miktar” olarak tanımlanmıştır. Yani fiyat, firmanın kontrol edebileceği bir değişken olan maliyetten çok, dışsal bir faktör olan pazar değerine bağlıdır. Bu yüzden tahmini fiyat, uzun dönemli planlamada pazarla ve genel ekonomik durumla ilgili bilgileri kullanarak yapılması gereken bir tahmin sonucunda ortaya çıkar ve birçok etmene bağlı olduğu için belirsizlikleri içerisinde barındırır.

Literatürde bir çok araştırmacı üretim sistemlerindeki belirsizliği modelleyebilmek için çeşitli yöntemler kullanmışlardır. Çeşitli belirsizlik türlerini modelleyebilmek için farklı yaklaşımlar sunulmuştur. Mula ve diğ. (2006) üretim sistemlerindeki belirsizlik modellerini öncelikle Çizelge 3.2’deki gibi sınıflandırmışlar ve sonrasında literatürdeki belirsizlik altında üretim planlama modellerini gruplamışlardır (Çizelge 3.3).

Çizelge 3.2 : Üretim sistemlerindeki belirsizlik modellerinin sınıflandırılması.

<i>Kavramsal modeller</i>	<i>Analitik modeller</i>
Kazanç faktörleri	Hiyerarşik süreçler
Emniyet stoku	Matematiksel programlama
Tedarik zamanı	Stokastik programlama
Stoklama	Deterministik yaklaşımlar
İhtiyaç fazlası planlama	Laplace dönüşümleri
Hat ihtiyaç planlaması	Markov karar süreçleri
Esneklik	
<i>Yapay zeka modelleri</i>	<i>Benzetim modelleri</i>
Uzman sistemler	Monte Carlo teknikleri
Öğrenme eğrileri	Olasılık dağılımları
Bulanık küme teorisi	Sezgisel yöntemler
Bulanık mantık	Ağ modelleme
Sinir ağları	Kuyruk teorisi
Genetik algoritmalar	Dinamik sistemler
Çoklu ajan sistemleri	

Çizelge 3.3 : Belirsizlik altında üretim planlama modelleri.

<i>Araştırma konuları</i>	<i>Çalışma sayısı</i>
1. Toplu planlama	Yapay zekâ modelleri (8) Benzetim modelleri (2)
2. Hiyerarşik üretim planlama	Analitik modeller (3)
3. Malzeme ihtiyaç planlaması	Kavramsal modeller (9) Analitik modeller (6) Yapay zekâ modelleri (4) Benzetim modelleri (10)
4. Kapasite planlama	Analitik modeller (4) Benzetim modelleri (1)
5. Üretim kaynakları planlaması	Analitik modeller (7) Yapay zekâ modelleri (5) Benzetim modelleri (2)
6. Stok yönetimi	Analitik modeller (10) Yapay zekâ modelleri (5)
7. Tedarik zinciri planlaması	Kavramsal modeller (1) Analitik modeller (5) Yapay zekâ modelleri (5)

Mula ve diğ. (2006) yaptıkları çalışmada belirsizlik altında üretim planlama modellerini kapsamlı bir şekilde incelemişlerdir. Üretim sistemlerindeki belirsizlik modellerini, kavramsal modeller, analitik modeller, yapay zeka modelleri ve benzetim modelleri olmak üzere dört ana başlık altında sınıflandırmışlardır. Çalışmaya göre, üretim planlamadaki belirsizliklerin modellenmesinde analitik modelleme yaklaşımı özellikle stokastik programlama en çok kullanılan yöntemdir. Analitik modellerin çoğunda tek tip belirsizlik dikkate alınmış ve basit yapılu üretim süreçleri modellenmiştir. Çok sayıda ürünü içeren ve birden çok belirsizliği dikkate alan karmaşık süreçlerde ise yapay zeka ve benzetim modelleri kullanılmıştır. Yapay zeka modellerinden bulanık küme teorisi üretim yönetimi için oldukça çekici bir planlama aracı olarak tespit edilmiştir. Son olarak farklı yaklaşımlar içeren kavramsal modellere de çalışmada değinilmektedir.

Mula ve diğ. (2006)'nin yaptıkları çalışmada önerilen gelecek çalışmalar şunlardır: (1) belirsizliğin modellenmesi için yeni yaklaşımların incelenmesi ve geliştirilmesi, özellikle bulanık küme teorisi mevcut üretim planlama sistemlerinin modellenmesi için uygun bir yöntem olarak görülmektedir, (2) farklı belirsizlik kaynaklarını ve belirsizlik tiplerini içeren yeni modellerin geliştirilmesi, (3) tüm belirsizlik türlerini bütünlük içinde içeren modellerin geliştirilmesi, (4) gerçek hayat problemleri üzerinde farklı modelleme yaklaşımlarını karşılaştıran deneysel çalışmaların yapılması ve (5) farklı üretim sistemlerindeki mevcut modelleri karşılaştıran yöntemlerin geliştirilmesi.

Mula ve diğ. (2006)'nin de yaptıkları çalışmada bahsettikleri gibi üretim planlamadaki belirsizliklerin modellenmesinde analitik modelleme yaklaşım özellikle stokastik programlama en çok kullanılan yöntemdir. Bu durum stok kontrol problemleri için de geçerlidir.

Pratikte, herhangi bir stok kontrol probleminin modellenmesi için çeşitli varsayımların yapılması ve talep, temin süresi ve stok maliyetleri gibi parametreleri için tahminler yapılması gereklidir. Matematiksel bir stok kontrol modeli için girdi değişkenlerinin gerçek değerlerini elde etmek oldukça zor bir süreçtir. Çünkü bu değerler belirsizlik, muğlaklık ve bilgi eksikliği içerir. Belirsizlik ve bulanıklığın sayısal olarak nasıl ifade edileceği ile alakalı olan bulanık küme teorisi, gerçek hayat problemlerinin modellenmesinde karar vericiye deterministik ve olasılıksal matematiksel araçlara ek olarak başka bir araç önerir. İlk başta Zadeh (1965)

tarafından tanıtılan bulanık küme teorisi, bütün belirsizlik kümesini modele en iyi adapte eden formdur. Kişisel değerlendirmeler göz önüne alındığında olabilirlik teorisi olasılık teorisinin yerini almaktadır (Zadeh, 1978). Bulanık mantık, diğer yöntemler tarafından kolayca modellenemeyecek dilsel verileri temsil edebilir (Dubois ve Prade, 1988).

Deterministik stok modellerinde, modelin çalıştırıldığı pazar durumunu ve üretim ortamını karakterize eden her bir maliyet parametresi, talep ve üretim oranı için tek bir sayısal değer atanmalıdır. Benzer şekilde stokastik modellerde, belirsizlik durumu altında bu girdileri sayısallaştırmak için olasılık teorisinde yer alan rassal değişkenler kullanılmaktadır. Ancak olasılık teorisi sadece ölçülebilir belirsizliklerin modellenmesine izin verir. Gerçek bilgi belirsizdir ve ölçülemez. Stok kontrolünde bulanık küme teorisi kullanmanın avantajı, bulanık küme teorisinin ölçülemeyen belirsizlikleri sayısallaştırabilme kabiliyetinin olmasıdır.

Stok kontrol sistemlerinin tasarımı belirsiz, tam olmayan ve hatta bulanık bilgiler içerdikçe bulanık küme teorisinin kullanımı yaygınlaşmaktadır. Stok kontrol sistemlerindeki bazı belirsizlikler olasılık teorisi kavramları kullanılarak uygun bir şekilde modellenemediği için 1980'lerden bu yana bulanık küme teorisi bu sistemlerin modellenmesinde kullanılmaya başlanmıştır (Tütüncü ve diğ., 2008).

Yapılan literatür araştırması sonucu, stok kontrol problemlerindeki belirsizliklerin modellenebilmesi için bulanık mantık yaklaşımının en etkin yaklaşım olduğuna karar verilmiş ve çalışma bu doğrultuda sürdürülmüştür.

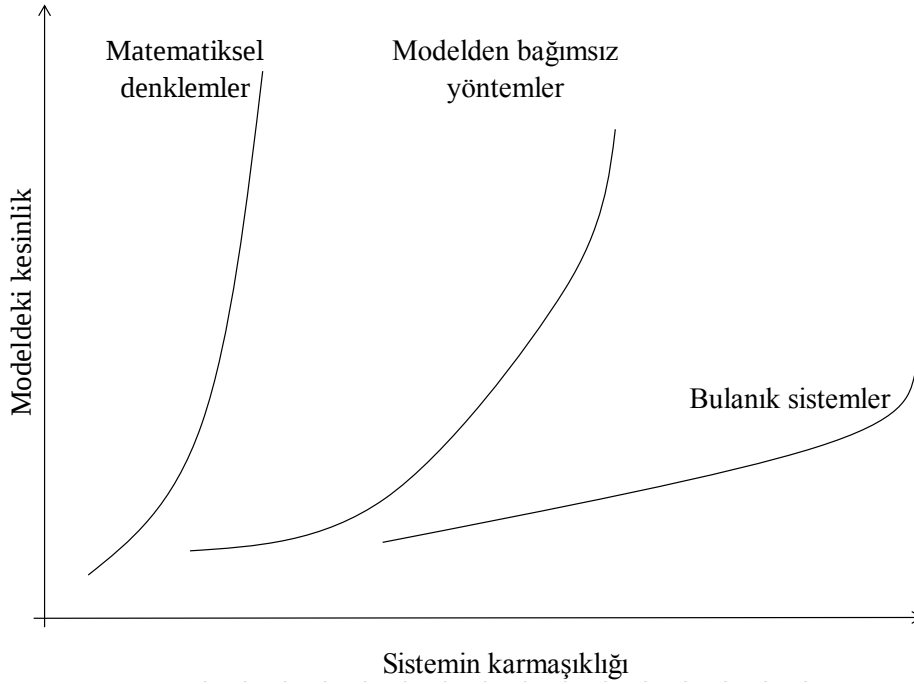
3.2 Bulanık Mantık

Gerçek hayat karmaşıktır, bu karmaşıklık genellikle bilinmezlik ve belirsizliklerden kaynaklanır. Geçmişten günümüze insanlar bu belirsizlik ve karmaşıklık içeren problemlere bilinçaltında çözümler aramaktadırlar. Belirsizliğin az olduğu problemler, klasik modellerle ve sayısal yöntemlerle çözülebilmektedir. Ancak belirsizliğin ve dolayısıyla karmaşıklığın arttığı problemlerin çözümünde klasik modeller yetersiz kalmaktadır. İnsan düşüncesinin bilinçaltında her türlü probleme çözüm arama yeteneğinin aksine insanlar tarafından tasarlanan bilgisayarlar karmaşık ve belirsiz problemlerle baş etme yeteneğine sahip değildir. Bunun sebebi insanın karşılaştığı problemi ya da incelediği sistemi muhakeme etme yeteneğinin

olmasıdır. Karmaşık bir sistemin muhakeme edilmesinde insanlar, problem hakkında genel bir kavrayış ile sistem davranışı hakkında yaklaşık bir sonuç çıkarabilirler. Bu sebeple, büyük, karmaşık ve belirsizlik içeren sistemleri insan mantığı kullanarak modellemek gerekebilir (Ross, 1995). 1965'te Lotfi Zadeh tarafından önerilen "Bulanık Mantık" insanın düşünme biçimini örnek alırken belirsiz veya eksik verilere dayalı karmaşık problemlere ilişkin çözümleri bize sunabilmektedir (Zadeh, 1973).

Lotfi Zadeh'e göre; "Bir sistemin karmaşıklığı arttıkça, onun davranışıyla ilgili kesin ve anlamlı ifadeler kurma yeteneğimiz belirli bir eşiğe ulaşınca kadar düşer. Bu eşikten sonra, kesinlik ve anlamlılık neredeyse birbirinden tam bağımsız özellikler haline gelirler" (Ross, 1995). Bu görüşe göre; karmaşıklık ve belirsizlik (muğlaklık) ilişkilidir, öyle ki bir problemi daha detaylı incelediğimizde, problemin çözümü daha da bulanıklaşır (Zadeh, 1973).

Sistem hakkında daha çok bilgiye sahip olduğumuzda, sistemin karmaşıklığı azalır ve anlaşılabilirliği artar. Karmaşıklık azaldıkça, sistemin modellenmesinde, hesaplamaya dayalı metodlar tarafından elde edilen kesinlik daha yararlı hale gelir. Sistemin karmaşıklık derecesi ve sistem modellerinin içerdiği kesinlik arasındaki ilişki Şekil 3.1'de gösterilmektedir.



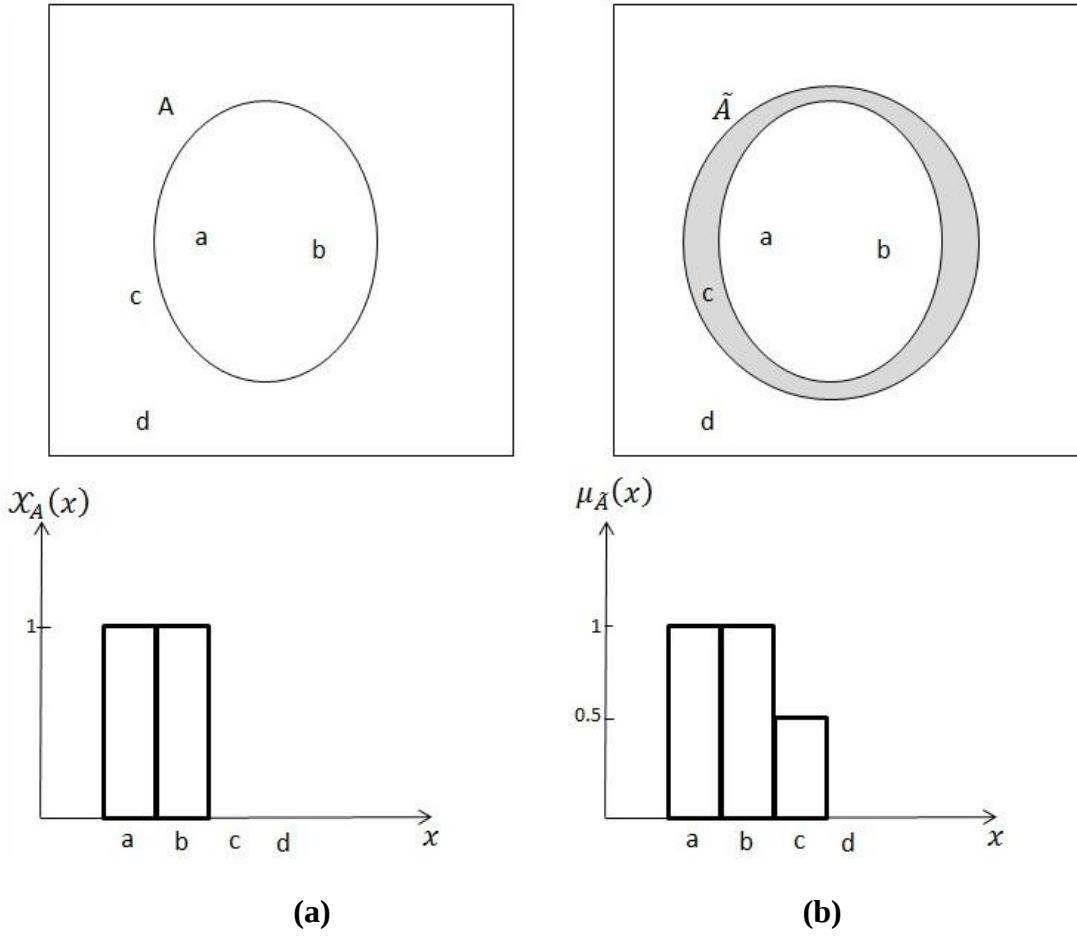
Şekil 3.1 : Sistemin karmaşıklık derecesine karşı modeldeki kesinlik (Ross, 1995).

Karmaşıklığı dolayısıyla belirsizliği az olan sistemler için kapalı formulu matematiksel denklemler, sistemin kesin olarak tanımlanabilmesini sağlar. Biraz daha karmaşık olan, ancak anlamlı verinin mevcut olduğu sistemlerde, modelden bağımsız yöntemler (yapay sinir ağları, sezgisel yöntemler, öğrenme eğrileri gibi), mevcut veriyi örnek alarak öğrenme yoluyla belirsizliği azaltarak güçlü anlamlar sağlar. Son olarak, çok az sayısal verinin bulunduğu ve sadece belirsiz verinin mevcut olduğu karmaşık sistemler için, bulanık mantık, gözlenen girdi ve çıktıya bağlı olarak yaklaşık bir sonuç çıkarmamızı sağlayarak sistem davranışını anlamamız için yol gösterir. Bu yüzden bulanık modellerde belirsizlik oldukça yüksektir. Şekil 3.1’de gösterilen tüm modeller, doğrusal olmayan denklemler, bulanık modeller veya sinir ağlarıyla ifade edilebilir. Ancak önemli olan nokta, uygulanan model tipinin karşılaşılan problemdeki belirsizliğin özelliği ile eşleşmesidir. Örneğin kesin bilginin mevcut olduğu durumlarda, bulanık sistemler problemin en iyi şekilde anlaşılmasını sağlayan algoritmalara göre daha az etkindir. Diğer yandan, bulanık sistemler, belirsiz veya eksik bilginin bulunduğu problemlerin modellenmesinde daha etkilidir.

Mevcut bilgi tam ve kesin olarak ifade edilemediğinde bilginin sayısallaştırılması klasik matematik ile mümkün olmamaktadır. Kesin sınırlarla ifade edilemeyen ve belirsizlik içeren sözel (dilsel) verilerin modellenmesinde eksiklikler ortaya çıkabilmektedir. Dilsel ifadeleri sayısallaştırma kabiliyetine sahip olan bulanık mantık, belirsizliğin betimlenmesinin en iyi yolu olarak kabul edilmektedir. Bulanık mantık, üyelik fonksiyonu yardımıyla belirsizlik altındaki ve/veya mevcudiyetin tamamen onaylanamadığı durumlarda bile aidiyet durumunu ifade edebilme özgürlüğü tanıdığından, karmaşık gerçek hayat problemlerinin modellenmesinde sıkça kullanılan bir araç olmuştur.

3.2.1 Bulanık küme ve üyelik fonksiyonu

Klasik kümelerde tanımlanmış uzaydaki bir elemanın verilen kümeye ait olması ile ait olmaması arasındaki geçiş birdenbire ve kesindir. Bulanık kümelerde ise bu geçiş kademeli olarak tanımlanabilir. Çeşitli üyelik dereceleri arasındaki bu geçiş bulanık kümelerin sınırlarının kesin olmayan belirsiz yapısından kaynaklanır. Bu yüzden, bulanık küme dahilindeki bir elemanın üyeliği belirsizliği ifade etmeye çalışan bir fonksiyon ile ölçülür (Ross, 1995). Şekil 3.2’de klasik küme ve bulanık küme arasındaki fark gösterilmektedir.



Şekil 3.2 : (a) klasik küme (b) bulanık küme.

Zadeh bulanık kümeyi, sürekli dizi halindeki üyelik dereceleri olan nesnelerden oluşan bir sınıf olarak tanımlamıştır. Bu tip bir küme, her bir nesneye 0 ile 1 arasında bir üyelik derecesi atayan bir üyelik fonksiyonu ile tanımlanır (Zadeh, 1965). Burada 0 sayısı ilgili nesnenin kümenin üyesi olmadığını, 1 sayısı ilgili nesnenin kümenin tam üyesi olduğunu ve bu iki değer arasındaki herhangi bir sayı ise ilgili nesnenin kümeye üyelik derecesini veya kısmi üyeliğini gösterir (Özkan, 2003). Klasik kümelerde üyelik fonksiyonu Denklem (3.1)'de gösterildiği gibi 0 veya 1 değerini alabilmektedir, bulanık kümelerde ise üyelik fonksiyonu X evrensel kümeyi temsil etmek üzere X 'den $[0,1]$ 'na bir fonksiyondur (Denklem (3.2)).

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\mu_{\tilde{A}}(x): X \rightarrow [0,1] \quad (3.2)$$

$\mu_{\tilde{A}}(x)$ simgesi x elemanının $\tilde{A}$ bulanık kümesine üyelik derecesini ifade etmektedir. Denklem (3.2)'de gösterildiği gibi bulanık bir küme üstündeki bir simgeyle klasik

kümelerden ayrılır. Örneğin $\tilde{A}$, bulanık A kümesini ifade eder. Aşağıda bulanık kümenin klasik kümeden farkının ve bulanık kümenin ifade edilmesinin daha iyi anlaşılabilmesi için bir örnek verilmiştir.

Örnek 3.1:

Uzun boylu olma durumunu inceleyecek olursak; 2 metre uzunluğundaki birisi herkes tarafından uzun boylu olarak nitelendirilebilir, ancak 180 cm boyundaki birine uzun demek farklı bakış açılarına göre değişebilir. Bunun nedeni uzun boylu olma sınırının belirsiz olması ve uzun boy kavramının kişiden kişiye göre değişkenlik gösterebilmesidir. Bu yüzden uzun boylu olma kümesini klasik kümelerle ifade etmek güç olabilir. Örneğin uzun boylu olmayı klasik kümelerle şu tanımla ifade edebiliriz; “185 cm ve üzeri boyu olanlar uzundur”. Bu tanıma göre 185 cm ve üzerindeki uzun boylular kümesine ait olduğu söylenir. $\mathcal{X}_A(x)$ uzun boylular kümesi;

$$\mathcal{X}_A(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 185 \\ 0, & x < 185 \end{cases} \quad \text{şeklinde gösterilir.}$$

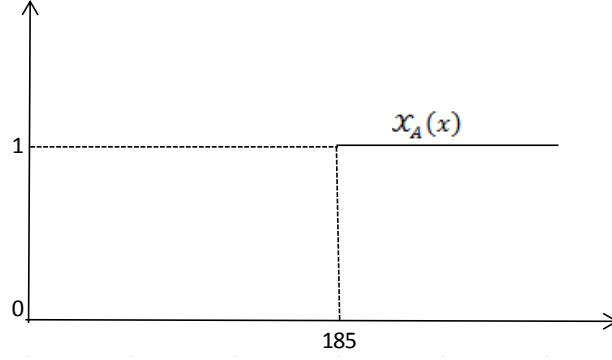
Burada tanımlanmış uzaydaki bir elemanın verilen kümeye (uzun boylular kümesi) ait olması ile ait olmaması arasındaki geçiş birdenbire ve kesindir. Yani bu tanımla 185 cm boyundaki birine “uzun” derken ondan sadece bir milimetre kısa birine (184,9 cm) “uzun değil” denilmiş olur. Böylece tanımdaki ve ölçümlerdeki belirsizlik göz ardı edilir.

Bulanık kümelerde ise bu geçiş kademeli olarak tanımlanabilir, bahsedilen küme sözel olarak “yaklaşık 185 cm ve üzeri olanlar uzun boyludur” şeklinde ifade edilebilir. Bu ifadenin bulanık kümelerle gösterimi,

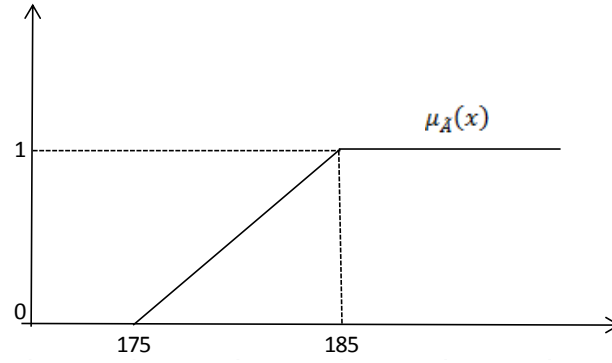
$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 185 \\ \frac{x-175}{10} & 175 \leq x < 185 \\ 0 & x < 175 \end{cases} \quad \text{şeklinde olacaktır.}$$

Bu ifadeye göre 184 cm boyundaki birinin bulanık kümeye üyeliği $\mu_{\tilde{A}}(184) = 0,9$ ve 176 cm boyundaki birinin bulanık kümeye üyeliği $\mu_{\tilde{A}}(176) = 0,1$ olur.

Şekil 3.3’de örnekle ilgili klasik küme ve bulanık küme için üyelik fonksiyonları grafik üzerinde gösterilmiştir.



(a)



(b)

Şekil 3.3 : Uzun boylu olmaya ait (a) klasik (b) bulanık üyelik fonksiyonları.

Denklem (3.2)'de üyelik fonksiyonu verilen bulanık küme sıradan bulanık küme (ordinary fuzzy set) olarak tanımlanır (Dubois ve Prade, 1980).

Bulanık bir küme, bir nesne ve bu nesnenin ilgili kümeye üyelik derecesini gösteren sıralı çiftler halinde ifade edilir.

$$\tilde{A} = (x; \mu_{\tilde{A}}(x)), \forall x \in X \quad (3.3)$$

Evrensel kümenin sonlu olması halinde bulanık bir küme aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\tilde{A} = \sum_i^n \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i} = \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n}, \quad (3.4)$$

Evrensel kümenin sonsuz olması durumunda ise bulanık bir küme aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\tilde{A} = \int \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x}, \forall x \in X, \quad (3.5)$$

Bu ifadelerde kullanılan $\sum$, $\int$, $/$ ve $+$ işaretleri cebirsel anlamlarını ifade etmemektedir. Toplam ve integral işaretleri, bulanık çiftlerin sırasıyla kesikli ve sürekli evrenlerde bir araya getirilmesini ifade eder. $/$ simgesi, matematiksel olarak $(x; \mu_{\tilde{A}}(x))$ çiftini ifade etmek için kullanılan bir ayraçtır. $+$ işareti ise bu bulanık sayı çiftlerinin birleşimini gösteren bir simgedir (Özkan, 2003).

Klasik küme teorisinde kullanılan küme işlemleri bulanık kümelerde farklı şekillerde yapılmaktadır. Bulanık küme işlemlerini tanımlamak için $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$, X evreninde tanımlı iki bulanık küme olsun, bu evrene ait bir eleman x için birleşim, kesişim ve tümleyen işlemleri Ross (1995)'de şu şekilde ifade edilmiştir;

$$\text{Birleşim} \quad \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x) = \text{enb}\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\} \quad (3.6)$$

$$\text{Kesişim} \quad \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x) = \text{enk}\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\} \quad (3.7)$$

$$\text{Tümleyen} \quad \mu_{\tilde{A}^c}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (3.8)$$

X evreninde tanımlanmış herhangi bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi bu evrenin alt kümesidir. Boş kümeye ait bir x elemanının üyelik derecesi, klasik kümelerde olduğu gibi, 0; ve herhangi bir x elemanının X evrenine üyelik derecesi 1'dir. Bu özellikleri gösteren ilgili notasyon aşağıdaki gibidir;

$$\tilde{A} \subseteq X \Rightarrow \mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_X(x) \quad (3.9)$$

$$\mu_{\emptyset}(x) = 0, \quad \forall x \in X \quad (3.10)$$

$$\mu_X(x) = 1, \quad \forall x \in X \quad (3.11)$$

Üyelik fonksiyonu bir bulanık kümedeki bulanıklığı grafiksel formda ifade eder. Bir bulanık kümedeki bütün bilgi onun üyelik fonksiyonu ile tanımlanır. Bulanık kümeler ve üyelik fonksiyonu ile ilgili temel tanımlar aşağıda verilmiştir (Ross, 1995);

Çekirdek: Bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin çekirdeği, X evreninde, $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ olan bütün x noktalarının oluşturduğu kümedir.

$$\text{çek}(\tilde{A}) = \{x \in X | \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\} \quad (3.12)$$

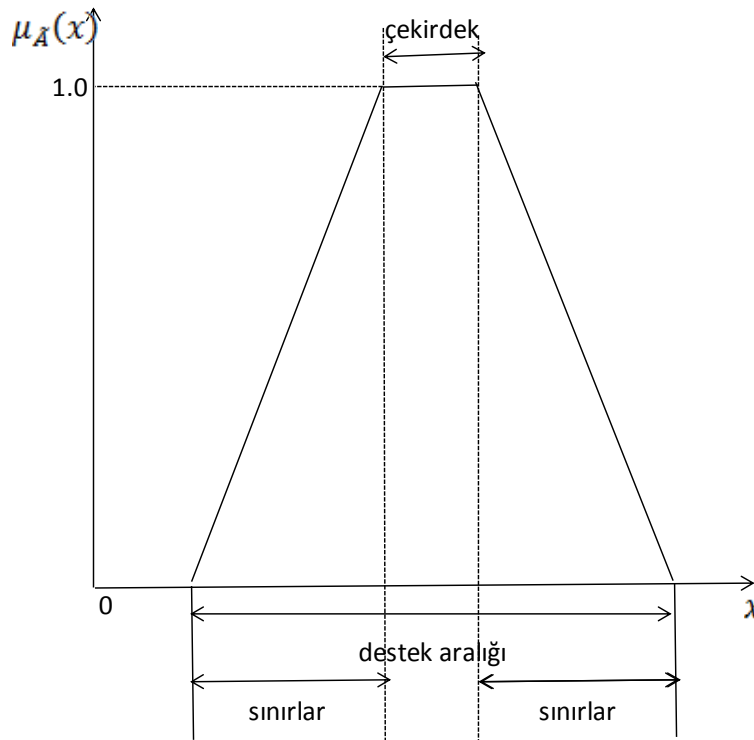
Destek: Bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin desteklendiği aralık, X evreninde bulunan $\mu_{\tilde{A}}(x) > 0$ olan bütün x noktalarının oluşturduğu kümedir.

$$s(\tilde{A}) = \{x \in X | \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\} \quad (3.13)$$

Sınırlar: Bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin sınırları, X evreninde bulunan $\mu_{\tilde{A}}(x) > 0$ olan ancak tam üyeliği bulunmayan ($\mu_{\tilde{A}}(x) \neq 1$) bütün x noktalarının oluşturduğu kümedir.

$$\text{sınır}(\tilde{A}) = \{x \in X | 0 < \mu_{\tilde{A}}(x) < 1\} \quad (3.14)$$

Yukarıdaki üç tanımla ilgili şekil aşağıda gösterilmektedir (Şekil 3.4);



Şekil 3.4 : Bir bulanık kümenin çekirdeği, destek aralığı ve sınırları.

Normal bulanık küme: Bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi normal ise, onun çekirdeği boş küme değildir. Diğer bir deyişle $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ ' i sağlayan en az bir $x \in X$ noktası mutlaka vardır.

Geçiş noktaları: Bir bulanık $\tilde{A}$ kümesinin geçiş noktası $x \in X, \mu_{\tilde{A}}(x) = 0,5$ olan noktadır.

$$\text{geçiş}(\tilde{A}) = \{x \in X | \mu_{\tilde{A}}(x) = 0,5\} \quad (3.15)$$

Yükseklik: Bir bulanık $\tilde{A}$ kümesinin yüksekliği, üyelik fonksiyonunun aldığı en büyük değerdir. Eğer bir bulanık kümenin yüksekliği 1'den daha düşük ise, bu bulanık küme subnormal'dir.

$$yükseklik(\tilde{A}) = enb(\mu_{\tilde{A}}(x)) \quad (3.16)$$

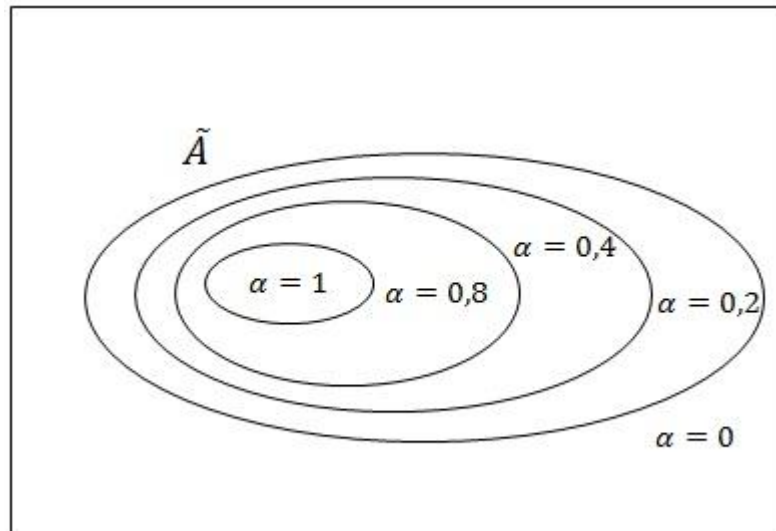
Bulanık kümelerde α -kesimi: Bir bulanık $\tilde{A}$ kümesinin α -kesimi, elemanları en az α derecesinde bulanık $\tilde{A}$ kümesine ait olan sıradan kümedir. Bulanık $\tilde{A}$ kümesi için α -kesimi aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$A_\alpha = \{x \in X | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}, \quad \alpha \in [0,1] \quad (3.17)$$

Bir bulanık kümenin α -kesimi, destek aralığının daha genel bir ifadesidir. Eğer, $\alpha = 0$ ise, $A_\alpha = s(\tilde{A})$ durumu gerçekleşir.

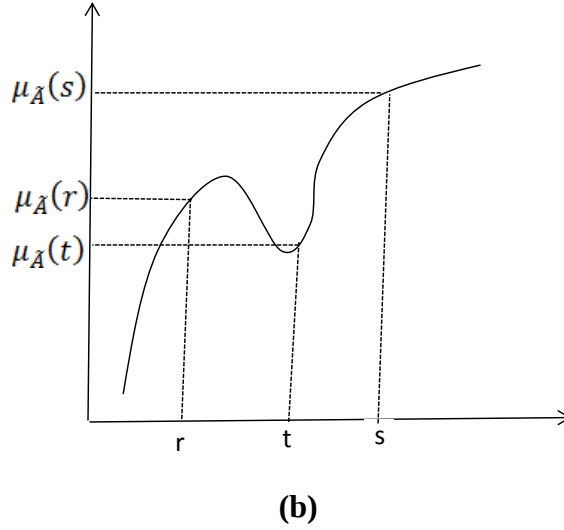
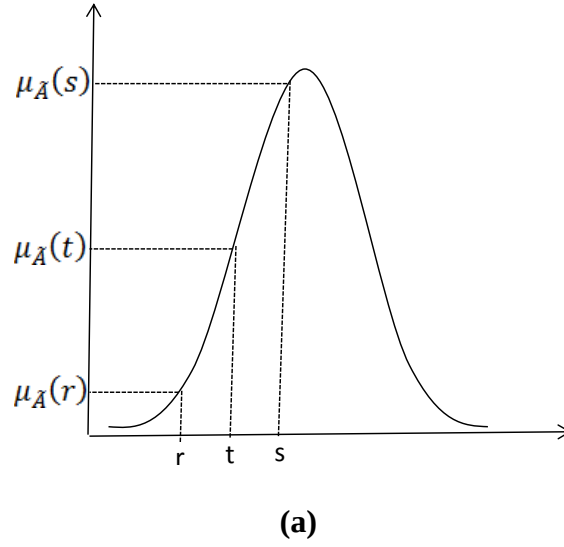
Dışbükey bulanık küme: Eğer bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin bütün α -kesimleri dışbükey ise $\tilde{A}$ bulanık kümesi de dışbükeydir (Şekil 3.5). Diğer bir ifadeyle eğer aşağıdaki ilişki geçerli ise $\tilde{A}$ kümesi dışbükeydir.

$$\mu_{\tilde{A}}(t) \geq enk(\mu_{\tilde{A}}(r), \mu_{\tilde{A}}(s)), \quad \text{öyle ki } t = \lambda r + (1 - \lambda)s \\ r, s \in X, \lambda \in [0,1] \quad (3.18)$$



Şekil 3.5 : Dışbükey bulanık küme.

Aşağıdaki şekilde dışbükey olan ve dışbükey olmayan bulanık küme gösterilmektedir (Şekil 3.6).



Şekil 3.6 : (a) dışbükey olan (b) dışbükey olmayan bulanık küme.

3.2.2 Genelleme ilkesi ve bulanık aritmetik

İlk defa Zadeh (1975) tarafından geliştirilen genelleme ilkesi, bulanık küme teorisinin en temel alanlarından birisidir (Dubois ve Prade, 1980). Bu ilke bulanık olmayan (kesin) matematiksel kavramların bulanık niceliklere genelleştirilmesinde kullanılmaktadır. Genelleme ilkesinin en önemli uygulama alanları toplama ve çarpma gibi cebirsel işlemlerdir. İlerleyen bölümlerde öncelikle genelleme ilkesinin tanımı verilmiş ve daha sonra bulanık sayılar üzerinde bulanık cebirsel işlemler incelenmiştir.

3.2.2.1 Genelleme ilkesi

Mühendislik ve matematik başta olmak üzere birçok bilim alanında fonksiyonlar modellemenin temel elemanlarıdır. Fonksiyon kavramı bağıntı üzerine kurulmuştur.

$A \neq \emptyset$ ve $B \neq \emptyset$ olmak üzere, A 'dan B 'ye bir b bağıntısı verilmiş olsun. A 'nın her elemanı B 'nin elemanlarıyla en az bir kez ve en çok bir kez eşleniyorsa bu bağıntıya fonksiyon denir. Genelleme ilkesinin amacı klasik matematikteki fonksiyon kavramının bulanık küme ve sayılar için genelleştirilmesidir (Ross, 1995). Genelleme ilkesi aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Chen ve Hwang, 1992);

Verilen bir f fonksiyonu, $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ kartezyen çarpımındaki elemanları Y evrenine eşlesin, öyleki $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, burada $y \in Y$ ve $x_i \in X, \forall i$ 'dir. Eğer, $f: X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \rightarrow Y$ ise, bu durumda Y içerisindeki $\tilde{M}$ bulanık kümesi aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$\tilde{M} = \{(y, \mu_{\tilde{M}}(y)) | y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X\}. \quad (3.19)$$

Eğer $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$ sırasıyla $X_1, X_2, \dots, X_n$ içerisindeki bulanık kümeler ise, bu durumda;

$$\mu_{\tilde{M}}(y) = \begin{cases} y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ eküs} & \text{enk}(\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{A}_n}(x_n)), \text{ eğer } f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.20)$$

şeklinde ifade edilir, $n = 1$ özel durumunda Denklem (3.21) geçerlidir,

$$\mu_{\tilde{M}}(y) = \begin{cases} \mu_{\tilde{A}}(f^{-1}(y)), & \text{eğer } f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.21)$$

Örnek 3.2.

Bulanık iki küme ($\tilde{A}_1$ ve $\tilde{A}_2$) aşağıdaki gibi tanımlanmıştır, (Çizelge 3.4).

Çizelge 3.4 : Bulanık kümeler ve üyelik fonksiyonları.

x_1, x_2	2	3	4	5	6	7	8
$\mu_{\tilde{A}_1}(x_1)$	0	0,3	0,5	1	0,7	0,5	0
$\mu_{\tilde{A}_2}(x_2)$	0	0,1	0,4	0,8	1	0,6	0

Klasik cebirsel fonksiyon olan $f(x) = x_1 + x_2$ için üyelik fonksiyonu genelleme ilkesine göre aşağıdaki gibi elde edilir, (Çizelge 3.5);

Çizelge 3.5 : $y=f(x)$ için üyelik fonksiyonu.

$y = x_1 + x_2$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\mu_{\tilde{M}}(y)$	0	0	0,1	0,3	0,4	0,5	0,8	1	0,7	0,6	0,5	0	0

Burada örneğin, $\mu_{\tilde{M}}(10)$ hesaplanırken öncelikle $x_1 + x_2 = 10$ 'u sağlayan (x_1, x_2) çiftleri bulunur. Bunlar (5; 5), (4; 6), (7; 3), (3; 7), (8; 2), (2; 8) çiftleridir. Belirlenen her bir çift için üyelik derecelerinin en küçüğü alınır, (Çizelge 3.6);

Çizelge 3.6 : Belirlenen çiftler için üyelik dereceleri .

(x_1, x_2)	(5; 5)	(6; 4)	(4; 6)	(7; 3)	(3; 7)	(8; 2)	(2; 8)
$\mu_{\tilde{A}_1}(x_1)$	1	0,7	0,5	0,5	0,3	0	0
$\mu_{\tilde{A}_2}(x_2)$	0,8	0,4	1	0,1	0,6	0	0
$\mu_{\tilde{A}_1}(x_1) \wedge \mu_{\tilde{A}_2}(x_2)$	0,8	0,4	0,5	0,1	0,3	0	0

Son olarak tüm çiftlerden elde edilen değerlerin en büyüğü alınarak sonuç elde edilir. Buna göre; $\mu_{\tilde{M}}(10) = \text{enb}(0,8, 0,4, 0,5, 0,1, 0,3, 0, 0) = 0,8$ olarak bulunur.

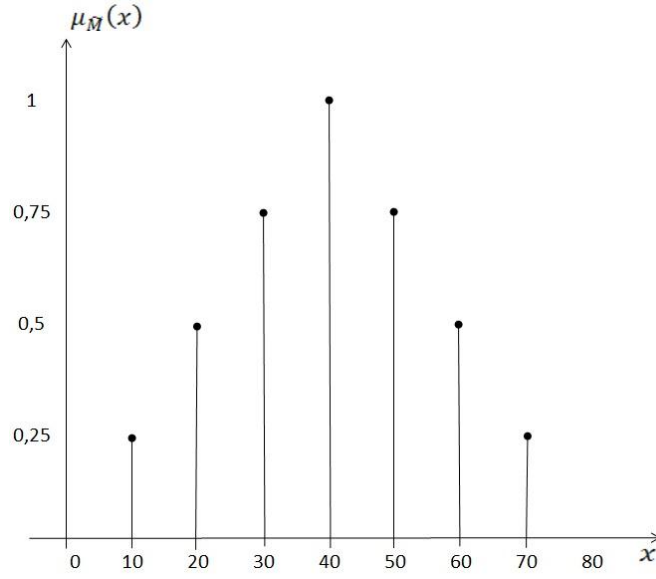
3.2.2.2 Bulanık aritmetik ve bulanık sayılar

Bulanık aritmetik genelleme ilkesinin doğrudan bir uygulamasıdır ve bulanık sayılar üzerinde kullanılır. Bulanık sayı kavramı, belirsiz sayısal miktarları ifade etmek için kullanılmaktadır. Örneğin “yaklaşık 7”, “5’in civarı”, “birkaç” gibi belirsizlik arz eden büyüklükler için bulanık sayılar kullanılır. Bulanık sayılar, bulanık kümelerin özel bir alt kümesidir, $\tilde{X}$ bir bulanık sayı olmak üzere $\tilde{X} = \{(x; \mu_{\tilde{X}}(x))\}$ şeklinde ifade edilir (Dubois ve Prade, 1980). Burada, x reel düzlem ($\mathfrak{R}$) üzerindeki değerleri alır ve üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{X}}(x)$ da $\tilde{X}$ 'in belirli bir $\hat{x}$ değerindeki gerçeklik derecesini (degree of truth) belirtir. İki bulanık sayı ancak ve ancak aynı üyelik fonksiyonuna sahip ise eşit sayılır. Bulanık sayılar kesikli ve sürekli olabilirler. Örneğin, $\tilde{M}$ bulanık sayısı “ yaklaşık 40” ifadesini temsil etsin. Bu durumda $\tilde{M}$ bulanık sayısı için kesikli ve sürekli üyelik fonksiyonları durumunda aşağıdaki gibi tanımlanabilir, (Şekil 3.7)'de kesikli ve sürekli üyelik fonksiyonlarının grafiksel gösterimi verilmiştir;

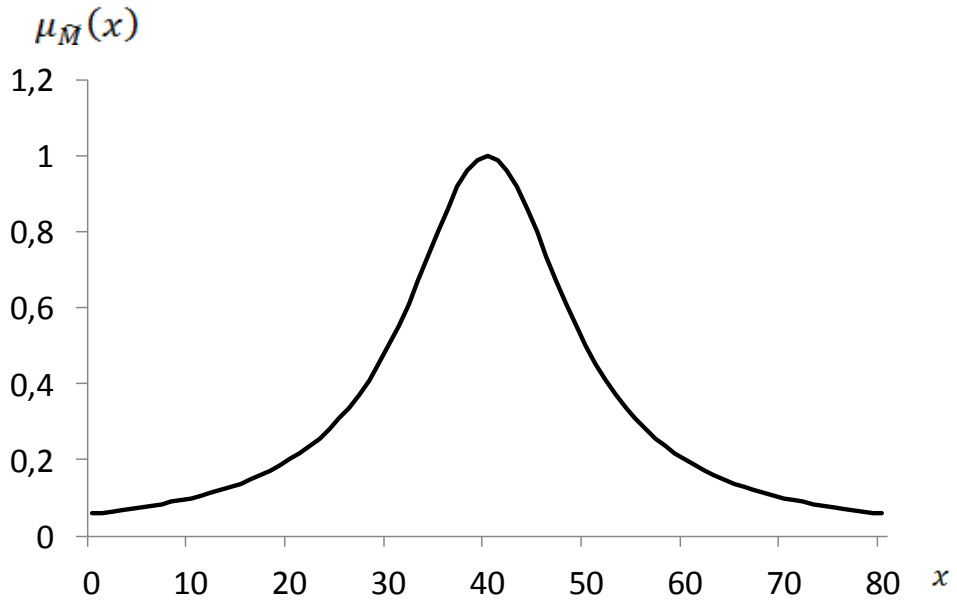
Kesikli üyelik fonksiyonu: $\tilde{M} = \{(0; 0), (10; 0,25), (20; 0,50), (30; 0,75), (40; 1,0), (50; 0,75), (60; 0,50), (70; 0,25), (80; 0)\}$

Sürekli üyelik fonksiyonu: $\tilde{M} = \left\{ (x, \mu_{\tilde{M}}(x)) \mid x \in \mathfrak{R}, \mu_{\tilde{M}}(x) = \left(1 + \left(\frac{x-40}{10} \right)^2 \right)^{-1} \right\}$

Genelleme ilkesi bulanık sayılar üzerinde aritmetik işlemler yapmamıza olanak sağlar. Aşağıdaki kısımlarda bulanık sayılar arasındaki aritmetik işlemler incelenmiştir.



(a)



(b)

Şekil 3.7 : (a) kesikli (b) sürekli üyelik fonksiyonu.

İki pozitif bulanık sayı ($\tilde{M} > 0$ ve $\tilde{N} > 0$) için aritmetik işlemler iki farklı metod ile yapılabilir (Chen ve Hwang, 1992); i. *enb-enk* operatörü kullanılması, ii. α -kesimi kullanılması. Bulanık sayıların kesikli üyelik fonksiyonuna sahip olması durumunda *enb-enk* operatörü kullanılarak, sürekli üyelik fonksiyonuna sahip olmaları durumunda ise α -kesimi kullanılarak aritmetik işlemler gerçekleştirilebilir.

enb-enk operatörü kullanımı; $\forall x, y$ ve $z \in \mathfrak{R}$ durumunda $\tilde{M}$ ve $\tilde{N}$ bulanık sayıları için aritmetik işlemler aşağıdaki gibi yapılabilir;

$$\mu_{\tilde{M}(+) \tilde{N}}(z) = \underset{z=x+y}{enb} (\mu_{\tilde{M}}(x) \wedge \mu_{\tilde{N}}(y)) \quad (3.22)$$

$$\mu_{\tilde{M}(-) \tilde{N}}(z) = \underset{z=x-y}{enb} (\mu_{\tilde{M}}(x) \wedge \mu_{\tilde{N}}(y)) \quad (3.23)$$

$$\mu_{(-\tilde{M})}(x) = \mu_{\tilde{M}}(-x), \quad \forall x \quad (3.24)$$

$$\mu_{\tilde{M}}^{-1}(x) = \mu_{\tilde{M}}(1/x), \quad (3.25)$$

$\tilde{M}$ ve $\tilde{N}$ gibi iki pozitif bulanık sayının çarpılmasında şu yöntem izlenir; çarpım kümesini $\tilde{Z}$ olarak tanımlarsak, $\mu_{\tilde{Z}}(z)$ en üst noktanın ($\mu_{\tilde{Z}}(z) = 1$) solunda tekdüze artan, sağında ise tekdüze azalan olduğu için çarpma işlemi aşağıdaki yol ile yapılır;

- i. Solda, $xy \leq z$ durumunu sağlayan tüm (x, y) çiftleri göz önüne alınır. Bu durumda, $\mu_{\tilde{Z}}(z)$ 'nin sol tarafı şu şekilde tanımlanır;

$$\mu_{\tilde{M}(\times) \tilde{N}}(z) = \underset{xy \leq z}{enb} (\mu_{\tilde{M}}(x) \wedge \mu_{\tilde{N}}(y)) \quad (3.26a)$$

- ii. Sağda ise, $xy \geq z$ durumunu sağlayan tüm (x, y) çiftleri göz önüne alınır, $\mu_{\tilde{Z}}(z)$ 'nin sağ tarafı şu şekilde tanımlanır;

$$\mu_{\tilde{M}(\times) \tilde{N}}(z) = \underset{xy \geq z}{enb} (\mu_{\tilde{M}}(x) \wedge \mu_{\tilde{N}}(y)) \quad (3.26b)$$

- iii. Süreci basitleştirmek için $\mu_{\tilde{M}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{N}}(y)$ 'lerin sıfıra eşit olduğu çiftler elenir ve $\mu_{\tilde{M}(\times) \tilde{N}}(z) = 1$ durumundaki z hesaplanır. Böylece sağ taraf ve sol taraf ayrımı yapılmış olur.

Bölme işlemi için de çarpma işleminde izlenen yöntem izlenir.

- i. $\mu_{\tilde{M}(+) \tilde{N}}(z)$ 'nin sol tarafı şu şekilde tanımlanır;

$$\mu_{\tilde{M}(+) \tilde{N}}(z) = \underset{z \geq x/y}{enb} (\mu_{\tilde{M}}(x) \wedge \mu_{\tilde{N}}(y)) \quad (3.27a)$$

- ii. $\mu_{\tilde{M}(+) \tilde{N}}(z)$ 'nin sağ tarafı ise aşağıdaki gibidir;

$$\mu_{\tilde{M}(+) \tilde{N}}(z) = \underset{z \leq x/y}{enb} (\mu_{\tilde{M}}(x) \wedge \mu_{\tilde{N}}(y)) \quad (3.27b)$$

α -kesimi kullanımı; Bu yöntemde öncelikle $\tilde{M}$ ve $\tilde{N}$ bulanık sayıları için güven aralıkları kullanılarak α -düzey kümeleri tanımlanır.

$$M_\alpha = [m_1, m_2] \text{ ve } N_\alpha = [n_1, n_2]$$

Tanımlanan α -düzey kümeleri üzerinden bulanık sayılar için aritmetik işlemler aşağıdaki gibi yapılabilir;

$$M_\alpha(+)N_\alpha = [m_1 + n_1, m_2 + n_2] \quad (3.28)$$

$$M_\alpha(-)N_\alpha = [m_1 - n_2, m_2 - n_1] \quad (3.29)$$

$$M_\alpha(\times)N_\alpha = [m_1 n_1, m_2 n_2] \quad (3.30)$$

$$M_\alpha(\div)N_\alpha = [m_1/n_2, m_2/n_1], n_2 > 0 \quad (3.31)$$

$$M_\alpha^{-1} = [1/m_2, 1/m_1] \quad (3.32)$$

$$k \times M_\alpha = [km_1, km_2], \quad k \in \mathfrak{R} \quad (3.33)$$

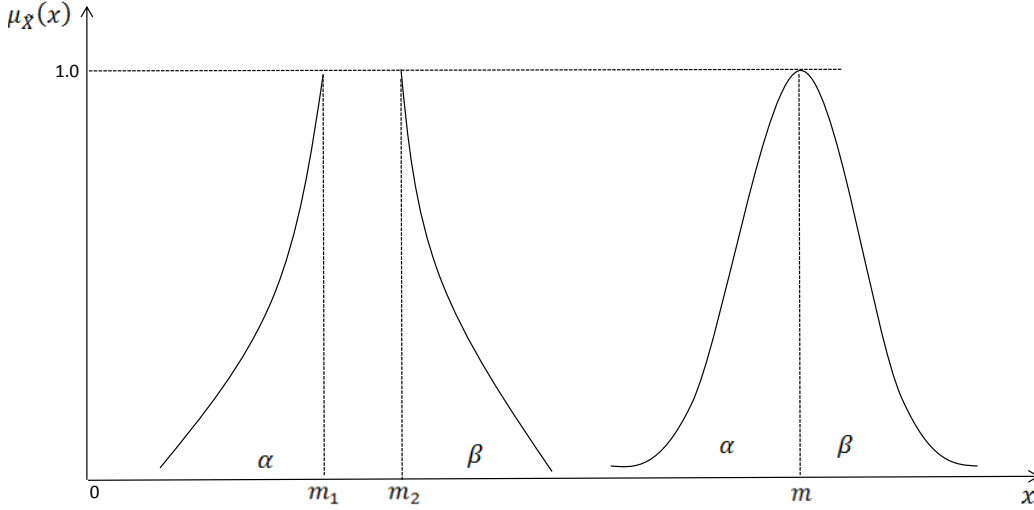
Birçok durumda, bulanık sayılar üzerinde genelleme ilkesine göre işlem yapmak çözüm sürecini hantallaştırabilir. Bu yüzden, hesaplama işlemlerini kolaylaştırmak için özel bulanık sayılar tanımlanmıştır. L - R tipi bulanık sayılar, yamuk bulanık sayılar ve üçgen bulanık sayılar en çok kullanılan özel bulanık sayılardır.

L - R tipi bulanık sayılar: Dubois ve Prade (1980) tarafından tanıtılan L - R tipi bulanık sayılar, bulanık sayıların parametrik gösterimi için kullanılabilir. L - R tipi bulanık sayılar için üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$\mu_{\tilde{X}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right), & x \leq m, \alpha > 0 \\ R\left(\frac{x-m}{\beta}\right), & x \geq m, \beta > 0 \end{cases} \quad (3.34)$$

Burada, L ve R , $[0, +\infty]$ aralığında artmayan şekil fonksiyonlarıdır, öyle ki; $L(0) = R(0) = 1$ ve $L(1) = R(1) = 0$ 'dır. Fonksiyonda m , $\tilde{X}$ bulanık sayısının en olası değeri, α ve β ise sırasıyla sol ve sağ yayılımlarıdır. Eğer $\alpha = \beta = 0$ ise, $\tilde{X}$ sayısı m değerine sahip kesin sayıya dönüşür. L - R tipi bulanık sayılar $\tilde{X} = (m; \alpha; \beta)$ şeklinde gösterilirler.

Eğer tepe noktası tek değil ise, L - R tipi bulanık sayı düz bölgeye sahiptir ve yeni bulanık sayı örneğin tepe noktalarının $[m_1, m_2]$ aralığındaki bütün değerler olması durumunda yeni bulanık sayı $\tilde{X} = (m_1; m_2; \alpha; \beta)$ şeklinde gösterilir (Şekil 3.8).



Şekil 3.8 : L - R tipi bulanık sayı için üyelik fonksiyonu.

Genelleştirilmiş L - R tipi bir bulanık sayılar: Genelleştirilmiş L - R tipi bir bulanık sayının $\tilde{X}$ üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{X}}(x)$ aşağıdaki özellikleri sağlamalıdır (Chen ve Hsieh, 1999);

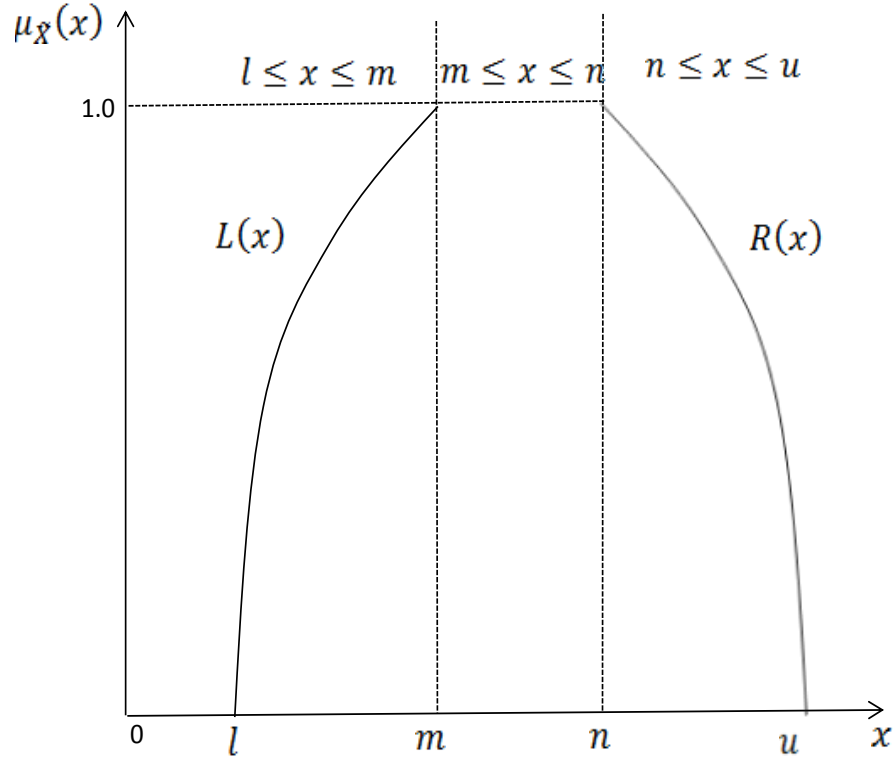
- i. $\mu_{\tilde{X}}(x)$, gerçel sayılar kümesinden $(\mathfrak{R})$, $[0,1]$ kapalı aralığına sürekli bir fonksiyondur.
- ii. $\mu_{\tilde{X}}(x) = 0, -\infty < x < l$,
- iii. $\mu_{\tilde{X}}(x) = L(x)$, $[l, m]$ aralığında sürekli artan bir fonksiyondur,
- iv. $\mu_{\tilde{X}}(x) = w, m < x < n$,
- v. $\mu_{\tilde{X}}(x) = R(x)$, $[n, u]$ aralığında sürekli azalan bir fonksiyondur,
- vi. $\mu_{\tilde{X}}(x) = 0, u < x < \infty$.

Burada, $0 < w \leq 1$ 'dir ve l, m, n, u gerçel sayılardır $(-\infty < l < m < n < u < \infty)$.

Bu tip genelleştirilmiş L - R tipi bulanık sayılar, $\tilde{X} = (l; m; n; u; w)_{LR}$ şeklinde gösterilir. Eğer $w = 1$ ise $\tilde{X} = (l; m; n; u)_{LR}$ şeklinde basitleştirilir.

Yukarıdaki özellikler göz önünde bulundurularak genelleştirilmiş L - R tipi bulanık sayı ($\tilde{X}$) için üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Şekil 3.9);

$$\mu_{\tilde{X}}(x) = \begin{cases} L(x), & l \leq x \leq m \\ 1, & m \leq x \leq n \\ R(x), & n \leq x \leq u \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.35)$$



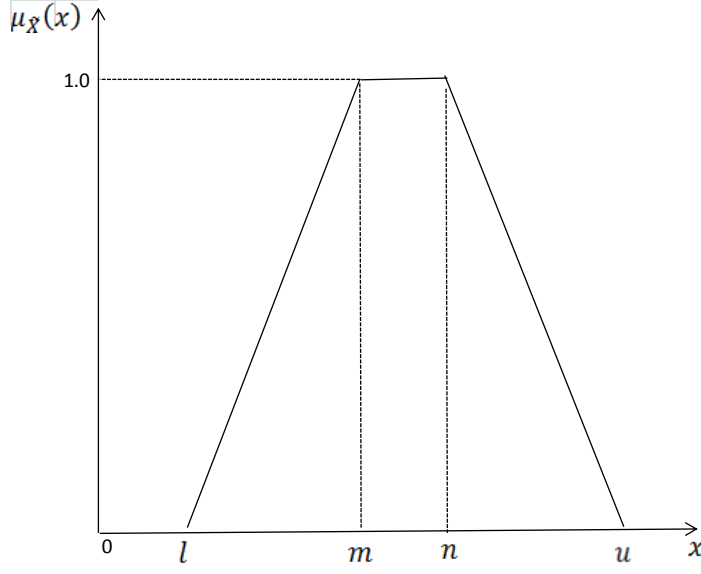
Şekil 3.9 : Genelleştirilmiş L - R tipi bulanık sayı için üyelik fonksiyonu.

burada $[m, n]$, $\tilde{X}$ bulanık sayısının en olası değerleridir; l ve u ise alt ve üst sınır değerlerini ifade etmektedir; $L(x)$ ve $R(x)$ sırasıyla sol ve sağ taraf fonksiyonlarıdır.

Yamuk bulanık sayılar: Eğer $L(x)$ ve $R(x)$ fonksiyonları doğrusal ise, $\tilde{X}$ bulanık sayısı yamuk bulanık sayı olarak adlandırılır ve $\tilde{X} = (l; m; n; u)$ dördlüsü ile ifade edilir. Yamuk bulanık sayı için üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$\mu_{\tilde{X}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{x-l}{m-l}\right), & l \leq x \leq m \\ 1, & m \leq x \leq n \\ \left(\frac{u-x}{u-n}\right), & n \leq x \leq u \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.36)$$

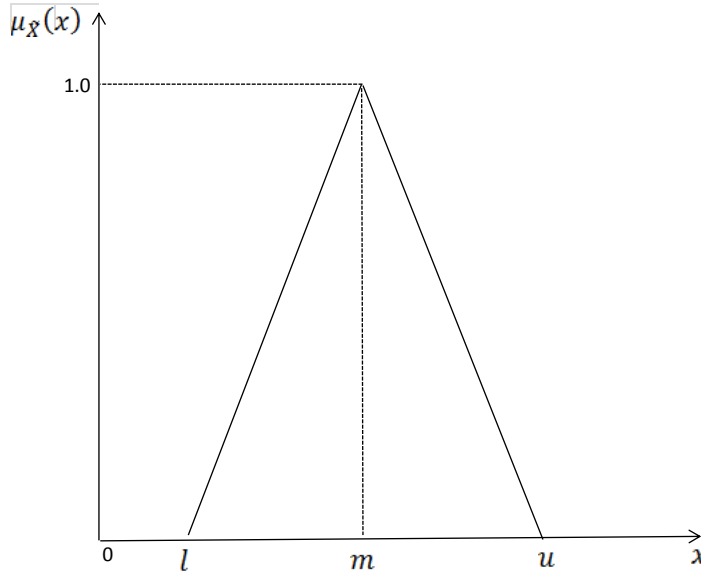
$\tilde{X} = (l; m; n; u)$ yamuk bulanık sayısına ait üyelik fonksiyonun grafiksel gösterimi Şekil 3.10'da görülmektedir. Literatürde en çok kullanılan bulanık sayıların başında yamuk bulanık sayılar gelmektedir. Literatürde en çok kullanılan diğer bulanık sayılar ise üçgen bulanık sayılardır.



Şekil 3.10 : Yamuk bulanık sayı için üyelik fonksiyonu.

Üçgen bulanık sayılar: Eğer $m = n$ ise, $\tilde{X}$ bulanık sayısı üçgen bulanık sayı olarak adlandırılır ve $\tilde{X} = (l; m; u)$ üçlüsü ile ifade edilir. Üçgen bulanık sayı için üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir (Şekil 3.11);

$$\mu_{\tilde{X}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{x-l}{m-l}\right), & l \leq x \leq m \\ \left(\frac{u-x}{u-m}\right), & m \leq x \leq u \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.37)$$



Şekil 3.11 : Üçgen bulanık sayı için üyelik fonksiyonu.

Tanımlanan özel bulanık sayılar için cebirsel işlemler ayrı ayrı hesaplanmış ve genel formüller çıkarılmıştır. Örnek olarak üçgen bulanık sayılar için bulanık aritmetik işlemler aşağıda verilmiştir.

$\tilde{M} = (l; m; u)$ ve $\tilde{N} = (a; b; c)$ iki üçgen bulanık sayı olmak üzere aşağıdaki işlemler tanımlanabilir;

$$\text{Toplama işlemi: } \tilde{M}(+) \tilde{N} = (l + a; m + b; u + c) \quad (3.38)$$

$$\text{Çıkarma işlemi: } \tilde{M}(-) \tilde{N} = (l - c; m - b; u - a) \quad (3.39)$$

$$\text{Bulanık sayının } (\tilde{M}) \text{ tersi: } \tilde{M}^{-1} = \left(\frac{1}{u}; \frac{1}{m}; \frac{1}{l}\right) \quad (3.40)$$

Sayı ile çarpma işlemi:

$$\forall k > 0, k \in \mathfrak{R}: k(\times) \tilde{M} = (kl; km; ku) \quad (3.41)$$

$$\forall k < 0, k \in \mathfrak{R}: k(\times) \tilde{M} = (ku; km; kl)$$

Çarpma işlemi:

$$\tilde{M} > 0, \tilde{N} > 0: \tilde{M}(\times) \tilde{N} = (la; mb; uc) \quad (3.42)$$

$$\tilde{M} < 0, \tilde{N} > 0: \tilde{M}(\times) \tilde{N} = (lc; mb; ua)$$

$$\tilde{M} < 0, \tilde{N} < 0: \tilde{M}(\times) \tilde{N} = (uc; mb; la)$$

Bölme işlemi:

$$\tilde{M} > 0, \tilde{N} > 0: \tilde{M}(\div) \tilde{N} = \left(\frac{l}{c}; \frac{m}{b}; \frac{u}{a}\right)$$

$$\tilde{M} < 0, \tilde{N} > 0: \tilde{M}(\div) \tilde{N} = \left(\frac{u}{c}; \frac{m}{b}; \frac{l}{a}\right) \quad (3.43)$$

$$\tilde{M} < 0, \tilde{N} < 0: \tilde{M}(\div) \tilde{N} = \left(\frac{u}{a}; \frac{m}{b}; \frac{l}{c}\right)$$

İşlemlerin ayrıntıları için Chen ve Hwang (1992)'ye bakılabilir.

3.2.3 Durulaştırma yöntemleri

Durulaştırma, bulanık bir kümeyi tek değerli kesin bir miktara indirgeme işlemidir (Lee, 1990a; Lee, 1990b; Yager ve Filev, 1993a; Yager ve Flev, 1993b; Ross, 1995). Bu tanıma dayalı olarak, bulanık sistemlerin tasarımı ve analizi için literatürde çeşitli durulaştırma yöntemleri önerilmiş ve uygulanmıştır (Lee, 1990; Lee, 1990b; Filev ve Yager, 1991; Yager ve Filev, 1993a; Yager ve Flev, 1993b; Runkler ve Glesner, 1993; Hellendoorn ve Thomas, 1993). Bunlardan en yaygın olanları, alan merkezi (COA-center of area), ağırlıklı ortalama (WA-weighted average), yükseklik (HM-height method), en büyüklerin ortalaması (MOM-middle of maxima), en büyüklerin

ilki (FOM-first of maxima), toplamların merkezi (COS-center of sums) ve en büyük alanın merkezi (COLA-center of largest area) yöntemleridir (Ross, 1995). Bu yöntemlerle ilgili ayrıntılı bilgi ve sayısal örnekler aşağıda verilmiştir. Açıklamalarda $\tilde{A}$, bulanık kümeyi, $\mu_{\tilde{A}}(x)$, bulanık kümeye ait elemanların üyelik derecelerini ifade etmektedir.

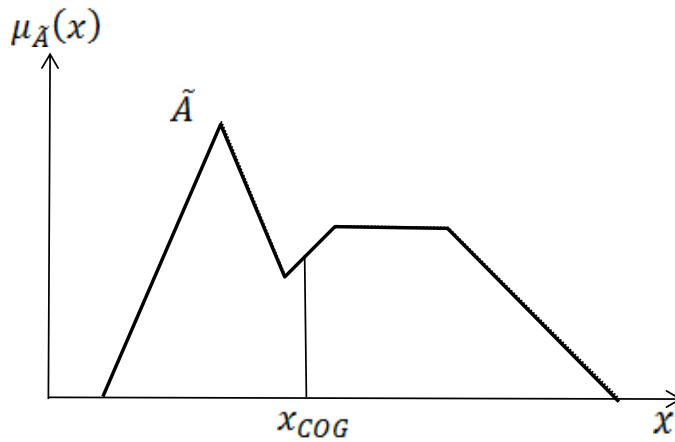
Ağırlık merkezi (COG-center of gravity) yöntemi: Literatürdeki mevcut durulaştırma yöntemleri arasında en yaygın olarak kullanılan yöntemdir. Bu yöntem aynı zamanda alan merkezi yöntemi (COA-center of area) ya da merkezi durulaştırma (centroid defuzzification) yöntemi olarak da bilinmektedir (Takagi ve Sugeno, 1985; Lee, 1990a). Tez çalışması boyunca bu yöntem merkezi durulaştırma yöntemi olarak adlandırılacaktır. Merkezi durulaştırma yöntemine göre, üyelik fonksiyonu altındaki alanın ağırlık merkezi, Denklem (3.44)'den yararlanılarak bulunur.

$$x_{COG} = \frac{\int_x x \mu_{\tilde{A}}(x) dx}{\int_x \mu_{\tilde{A}}(x) dx} \quad (3.44)$$

Üyelik fonksiyonunun kesikli olması durumunda ise merkezi durulaştırma için Denklem (3.45) kullanılır;

$$x_{COG} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \mu_{\tilde{A}}(x_i)}{\sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}}(x_i)} \quad (3.45)$$

Merkezi durulaştırma yönteminin grafiksel gösterimi Şekil 3.12'deki gibidir.



Şekil 3.12 : Merkezi durulaştırma yöntemi.

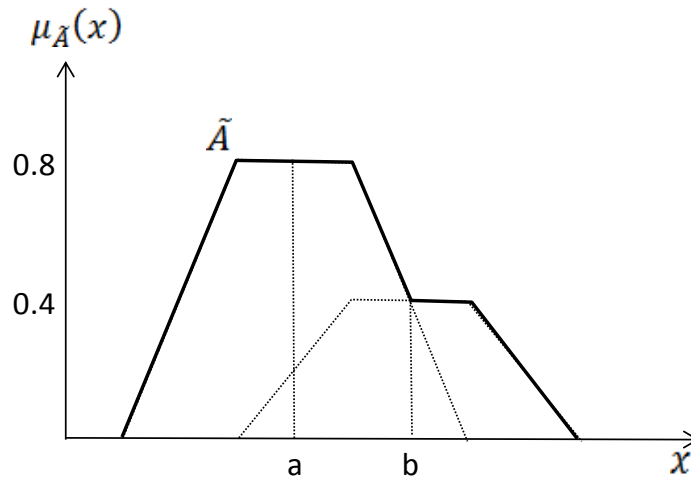
Ağırlıklı ortalama (WA-weighted average) durulaştırma yöntemi: Bu yöntem sadece simetrik üyelik fonksiyonlarına sahip kümelerin durulaştırılmasında kullanılabilir. Yöntemin cebirsel gösterimi aşağıdaki gibidir;

$$x_{WA} = \frac{\sum \bar{x} \mu_{\tilde{A}}(\bar{x})}{\sum \mu_{\tilde{A}}(\bar{x})} \quad (3.46)$$

Ağırlıklı ortalama yönteminde, sürecin çıktısını oluşturan her bir üyelik fonksiyonunun en büyük üyelik değerini aldığı değerlerin ağırlıklı ortalaması alınır (Şekil 3.13).

Örneğin, Şekil 3.13’de gösterilen iki fonksiyonun durulaştırılmış değeri aşağıdaki gibi olacaktır;

$$x_{WA} = \frac{a(0,8) + b(0,4)}{0,8 + 0,4} \quad (3.47)$$

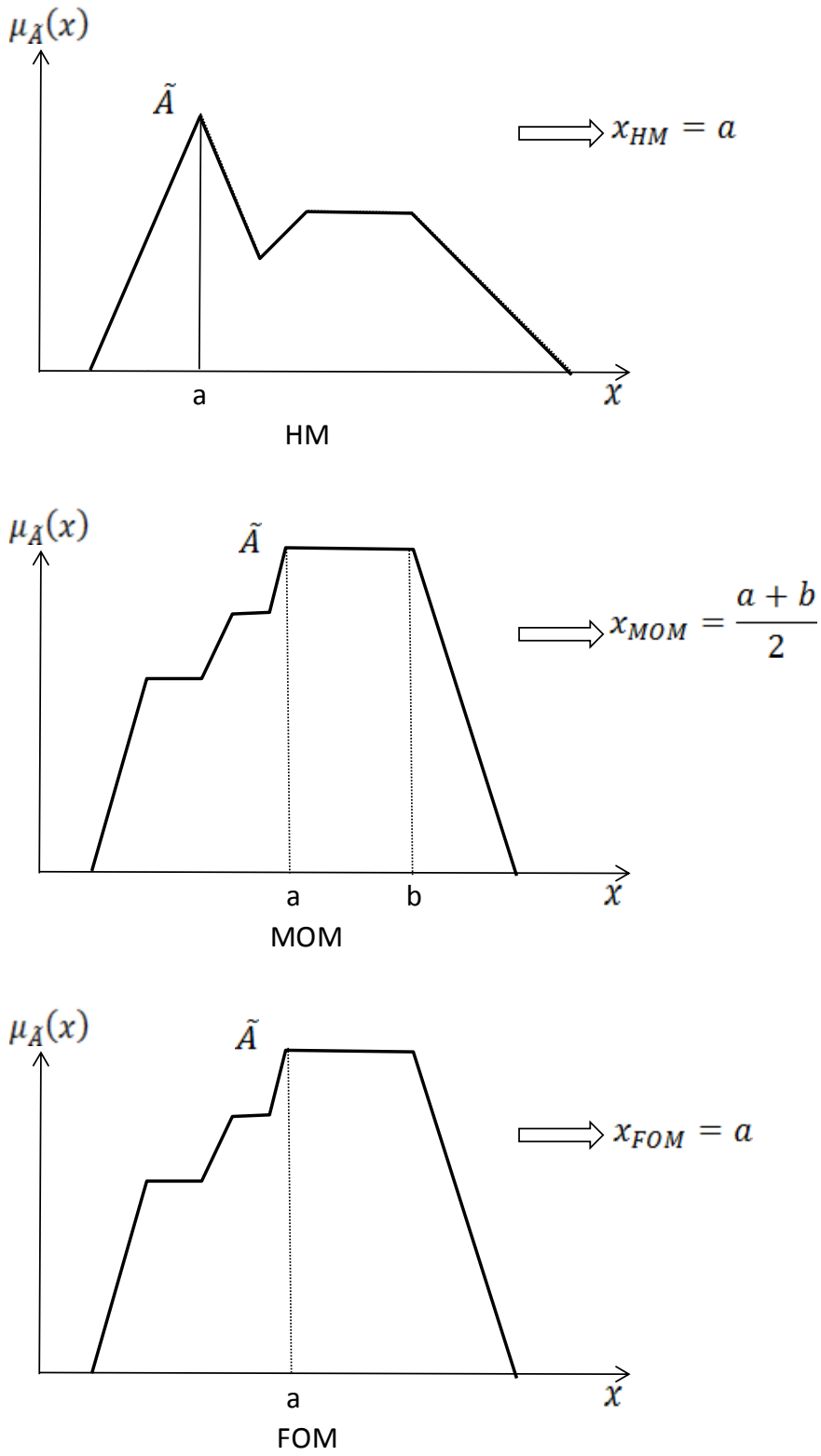


Şekil 3.13 : Ağırlıklı ortalama durulaştırma yöntemi.

Bu yöntemin sadece simetrik üyelik fonksiyonları için geçerli olması nedeniyle, a ve b değerleri ilgili üyelik fonksiyonlarının orta değerleridir.

Yüksekliğe bağlı durulaştırma yöntemleri: Yükseklik yöntemi (HM-height method), en büyüklerin ortalaması (MOM-middle of maxima) ve en büyüklerin ilki (FOM-first of maxima) yöntemleri, üyelik dereceleri içinden en büyük olanın seçimine dayalı durulaştırma yöntemleridir. Eğer birden fazla en büyük üyelik değerine sahip nokta varsa bunlar içerisinde en büyük üyelik değerine sahip ilk değer (FOM-first of

maxima) veya en büyük üyelik değerine sahip değerlerin ortalaması (MOM-middle of maxima) seçilebilir (Şekil 3.14).



Şekil 3.14 : Yüksekliğe bağlı durulaştırma yöntemleri.

Toplamların merkezi (COS-center of sums) durulaştırma yöntemi: Bu yöntem literatürdeki mevcut durulaştırma yöntemlerinden daha hızlı bir şekilde sonuç üretir (Ross, 1995). Yöntemde çıktıyı oluşturan üyelik fonksiyonlarının birleşimi yerine bireysel olarak alanları dikkate alınır. Yöntemin eksikliği kesişen alanların iki kez işleme alınmasıdır.

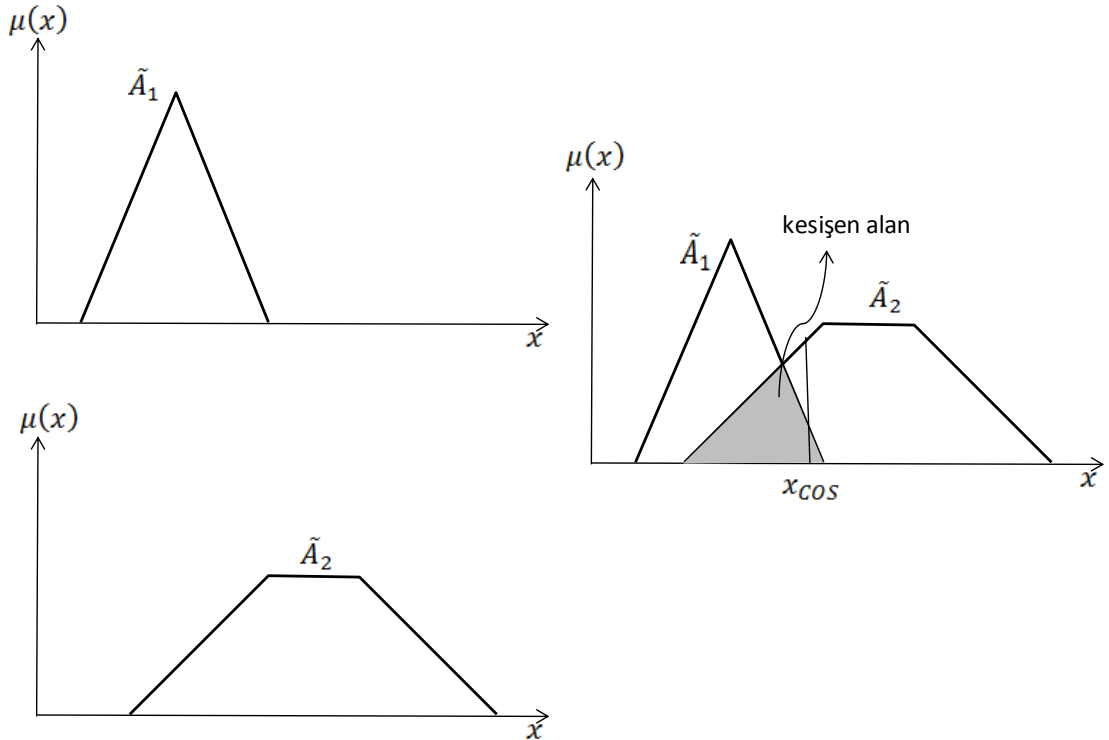
Kesikli üyelik fonksiyonları durumunda yöntemin cebirsel gösterimi aşağıdaki gibidir (Driankov ve diğ., 1996);

$$x_{COS} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{j=1}^m \mu_{\tilde{A}_j}(x_i)}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \mu_{\tilde{A}_j}(x_i)} \quad (3.48)$$

Üyelik fonksiyonlarının sürekli olması durumunda aşağıdaki formülasyon uygulanır (Driankov ve diğ., 1996);

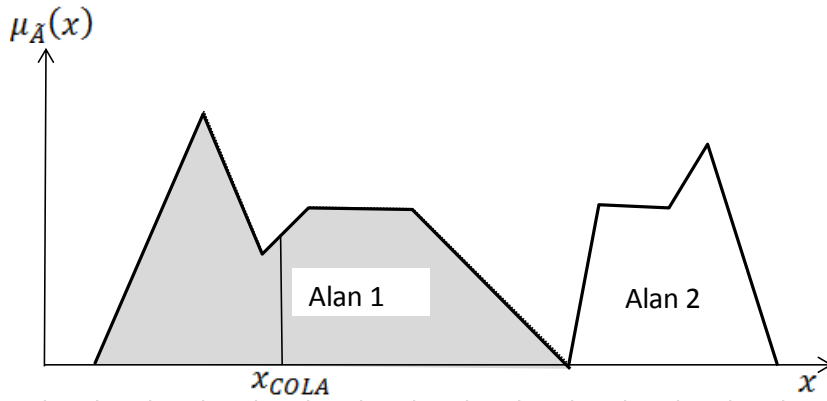
$$x_{COS} = \frac{\int_X x \sum_{j=1}^m \mu_{\tilde{A}_j}(x) dx}{\int_X \sum_{j=1}^m \mu_{\tilde{A}_j}(x) dx} \quad (3.49)$$

Şekil 3.15’de toplamaların merkezi durulaştırma yönteminin grafiksel gösterimi verilmiştir;



Şekil 3.15 : Toplamaların merkezi durulaştırma yöntemi.

En büyük alanın merkezi (COLA-center of largest area) durulaştırma yöntemi: Eğer çıktıyı oluşturan bulanık küme dışbükey değil ise, örneğin en azından iki dışbükey alt bölümden oluşuyorsa, çıktı kümesinin durulaştırılmasında en büyük alanın merkezi durulaştırma yöntemi kullanılabilir (Driankov ve diğ., 1996). Yöntemde en büyük alana sahip dışbükey bulanık alt küme belirlenir ve durulaştırılmış değer bu bulanık alt kümenin altındaki alanın ağırlık merkezi olarak tanımlanır. Bu yöntemi matematiksel olarak ifade etmek zordur çünkü yöntemde ilk olarak dışbükey bulanık alt kümeler belirlenir, bu kümelerin alanları hesaplanır ve daha sonra en büyük alana sahip olan alt küme seçilir. En büyük alanın merkezi durulaştırma yönteminin grafiksel olarak gösterimi Şekil 3.16’da görülmektedir.



Şekil 3.16 : En büyük alanın merkezi durulaştırma yöntemi.

α -kesimi ile durulaştırma:

Yukarıda anlatılan durulaştırma yöntemlerinin yanı sıra bulanık kümelerin tek bir sayıl değere indirgenmesi için kullanılan en eski yöntemlerden birisi de α -kesimi kullanımıdır (Bodjanova, 2006). Her bir bulanık küme ($\tilde{A}$) özgün bir şekilde bütün α -kesimlerinin A_α , $\alpha \in [0,1]$ toplamı olarak ifade edilebilir. Genellikle $\alpha \geq 0,5$ seçilir, $\alpha = 0,5$ değeri, $[0,1]$ aralığının orta noktası (medyan) dır. Eğer ($\tilde{A}$) normal bir bulanık küme ise, $\alpha = 0,5$ değerinin $\tilde{A}$ 'nın α -düzeyinin orta noktası olduğu söylenebilir. Genellikle $A_{0,5}$ klasik kümesi, $\tilde{A}$ 'nın yaklaşık sıradan kümesi olarak adlandırılır (Grzegorewski, 2002).

Orta değer (medyan) durulaştırma yöntemi:

Bulanık kümelerin özel bir alt kümesi olan bulanık sayıların durulaştırılması için kullanılan en yaygın yöntemlerden birisi de orta değer (medyan) yöntemidir. Orta değer yönteminde amaç, üyelik fonksiyonu altında kalan alanı iki eşit parçaya

ayırabilecek olan sayıl değeri bulmaktır. $\tilde{X} = (l; m; n; u)$ şeklinde tanımlanan bir yamuk bulanık sayının orta değeri aşağıdaki gibi bulunabilir;

$$x_{MED} = \frac{l + m + n + u}{4} \quad (3.50)$$

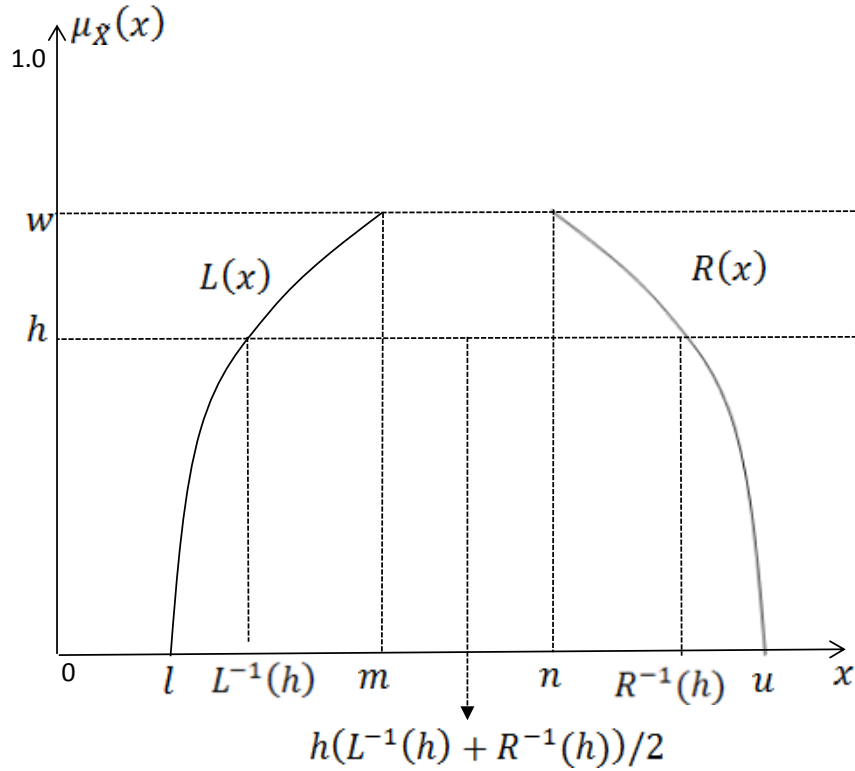
Üçgen bulanık sayılarda ($\tilde{X} = (l; m; u)$) ise orta değer,

$$x_{MED} = \frac{l + m + u}{3} \quad (3.51)$$

eşitliği ile hesaplanabilir.

Dereceli Ortalama İntegrasyon Gösterimi (GMIR) :

Genelleştirilmiş L - R tipi bir bulanık sayıların durulaştırılması için Chen ve Hsieh (1999) Dereceli Ortalama İntegrasyon Gösterimi (GMIR) yöntemini geliştirmişlerdir. Bu yönteme göre, $\tilde{X} = (l; m; n; u; w)_{LR}$ ile gösterilen genelleştirilmiş L - R tipi bir bulanık sayı için h -düzeyinde dereceli ortalama $h(L^{-1}(h) + R^{-1}(h))/2$ şeklinde hesaplanır (Şekil 3.17).



Şekil 3.17 : Genelleştirilmiş bulanık sayı için dereceli ortalama değeri.

Genelleştirilmiş L - R tipi bir bulanık sayı $\tilde{X} = (l; m; n; u; w)_{LR}$ için Dereceli Ortalama İntegrasyon Gösterimi (GMIR) (x_{GMIR}) aşağıdaki gibi hesaplanabilir (Chen ve Hsieh, 1999);

$$x_{GMIR} = \int_0^w h \left(\frac{L^{-1}(h) + R^{-1}(h)}{2} \right) dh / \int_0^w h dh \quad (3.52)$$

burada, $0 < h \leq w$ ve $0 < w \leq 1$ 'dir.

Yamuk bulanık sayılar için GMIR yöntemi uygulandığında Denklem (3.53)'deki sonuç elde edilir. $\tilde{X} = (l; m; n; u)$ ile tanımlanan yamuk bulanık sayı için x_{GMIR} aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$x_{GMIR} = \frac{l + 2m + 2n + u}{6} \quad (3.53)$$

Üçgen bulanık sayılar ($\tilde{X} = (l; m; u)$) için ise x_{GMIR} aşağıda belirtildiği gibi hesaplanmaktadır;

$$x_{GMIR} = \frac{l + 4m + u}{6} \quad (3.54)$$

3.2.4 Genişletilmiş bulanık kümeler

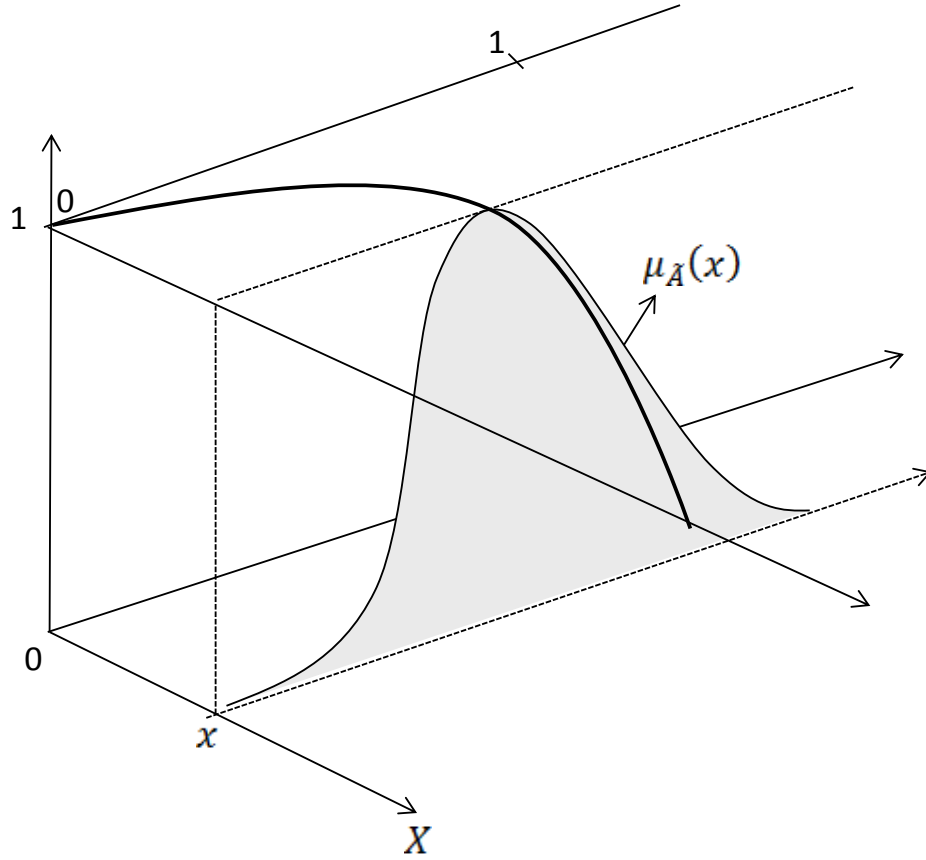
Sıradan bulanık kümeler tek bir kaynağa ait belirsiz ya da tam olmayan bilgiyi ifade etmekte başarılı bir şekilde kullanılmaktadır. Ancak iki veya daha fazla belirsizlik kaynağı aynı anda oluştuğunda sıradan bulanık kümelerin modelleme kabiliyetleri yetersiz kalmaktadır (Tre ve Caluwe, 2003). Bu amaçla literatürde bulanık küme kavramı için çeşitli genişletmeler sunulmuştur (Klir ve Yuan, 1995).

Bunlardan en bilinen genişletme literatürde özellikle bulanık sistemlerin modellenmesinde kullanılan “Tip-2 bulanık küme” dir. İlk olarak Zadeh (1974) tarafından tanıtılan Tip-2 bulanık küme, evrensel küme (X) elemanlarına atanan üyelik dereceleri sıradan bulanık küme olan kümelerdir. Tip-2 bulanık kümeler için üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$\mu_{\tilde{A}}(x): X \rightarrow \tilde{\zeta}([0,1]) \quad (3.55)$$

Burada, $\tilde{\zeta}([0,1])$ evrensel küme üzerinde tanımlanabilen bütün sıradan bulanık kümelerin kümesini ifade etmektedir.

Tip-2 bulanık kümelerin matematiksel özellikleri Mizumoto ve Tanaka (1976;1981) tarafından açıklanmıştır. Pratik uygulamalarda üyelik dereceleri genellikle tam olarak belirlenemediği için bu kümelerin kullanımı yaygındır. Şekil 3.18’de üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}}(x)$ bulanık bir sayı olan Tip-2 bulanık kümesi gösterilmektedir.



Şekil 3.18 : Tip-2 bulanık küme.

Sıradan bir A kümesini bulanık bir kümeye dönüştürme işlemi Zadeh (1972) tarafından “bulanıklaştırma” işlemi olarak tanımlanmıştır. Eğer bulanık kümenin üyelik fonksiyonu da bulanık ise, bu küme Tip-2 bulanık küme olarak ifade edilmektedir.

Üyelik fonksiyonunun derecelerinin bulanıklaştırılmasıyla sıradan bir bulanık kümeyi, Tip-2 bulanık kümeye dönüştürme süreci g-bulanıklaştırma olarak tanımlanmaktadır (Zadeh, 1972).

Diğer bir genişletilmiş bulanık küme ise “Düzey-2 bulanık küme” dir. Bir Düzey-2 bulanık küme $(\tilde{\tilde{A}})$ elemanları evrensel küme üzerinde tanımlanmış sıradan bulanık kümeler olan, evrensel küme üzerinde tanımlı bir bulanık kümedir. Düzey-2 bulanık

küme kavramı ilk olarak Zadeh (1971) tarafından sunulmuş ve ileriki aşamalarda Gottwald (1979) tarafından çalışılmıştır.

Düzyey-2 bulanık kümeler için üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\mu_{(\tilde{A})}(x): \zeta(X) \rightarrow [0,1] \quad (3.56)$$

Burada $\zeta(X)$ evrensel kümenin bulanık kuvvet kümesini temsil etmektedir. Düzyey-2 bulanık küme kavramı için resmi bir tanım aşağıdaki gibi yapılabilir;

Düzyey-2 bulanık küme (Tre ve Caluwe, 2003); Evrensel küme üzerinde tanımlı bir Düzyey-2 bulanık küme $(\tilde{A})$ aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$(\tilde{A}) = \left\{ \left(\tilde{A}, \mu_{(\tilde{A})}(\tilde{A}) \right) \mid \forall \tilde{A} \in \zeta(X): \mu_{(\tilde{A})}(\tilde{A}) > 0 \right\} \quad (3.57)$$

Burada her bir sıradan bulanık küme $\tilde{A}$ Denklem (3.3)'deki gibi tanımlıdır.

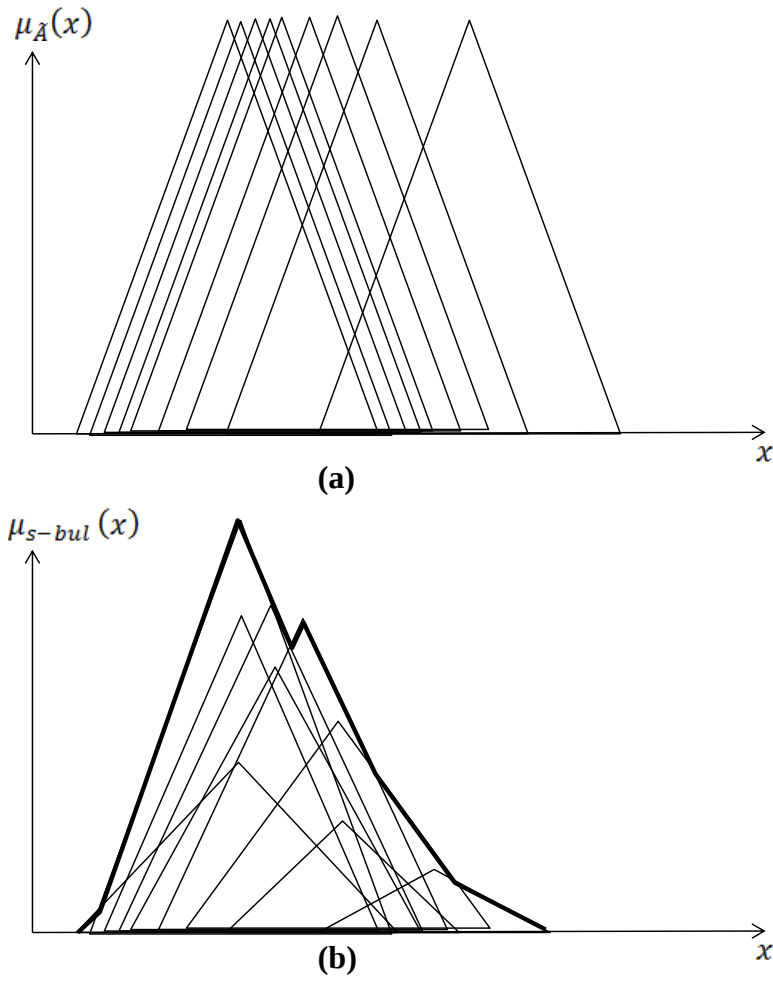
Zadeh (1972) tarafından tanıtilan s-bulanıklaştırma sürecinde (burada “s” destek aralığını ifade etmektedir) evrensel küme elemanlarının her biri bulanık kümelerle dönüştürülür. Bir Düzyey-2 bulanık küme sıradan bulanık kümeye yine genelleme ilkesine dayalı s-bulanıklaştırma süreciyle indirgenir (Petrovic ve diğ., (1996); Pai ve Hsu, (2003)).

Bir $(\tilde{A})$ kümesi Düzyey-2 bulanık küme olmak üzere $\mu_{(\tilde{A})}(\tilde{A})$ olabilirliği ile $\tilde{A}$ değerlerini alıyor ise ve $\tilde{A}$ değerlerinin olabilirliği de $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ile ifade ediliyor ise, $(\tilde{A})$ Düzyey-2 bulanık küme s-bulanıklaştırma süreciyle sıradan bulanık kümeye indirgenir ve indirgenen sıradan bulanık kümenin üyelik fonksiyonu $(\mu_{s-bul}(x))$ aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$\mu_{s-bul}(x) = eküs \left(\mu_{(\tilde{A})}(\tilde{A}) * \mu_{\tilde{A}}(x) \right) \quad (3.58)$$

Düzyey-2 bulanık küme ve s-bulanıklaştırma süreci ile indirgenmiş bulanık kümenin grafiksel gösterimi Şekil 3.19'de görülmektedir.

Yukarıda anlatılan iki kavram (Tip-2 bulanık küme ve Düzyey-2 bulanık küme kavramları) eşit değildir; Tip-2 bulanık küme bulanık değerli bir bulanık kümeyi ifade ederken, Düzyey-2 bulanık küme, bulanık kümelerin bulanık kümesini ifade etmektedir (Dubois ve Prade, 1980).



Şekil 3.19 : (a) Düzey-2 bulanık küme, (b) indirgenmiş bulanık küme.

3.3 Olabilirlik Teorisi

Olabilirlik teorisi (Zadeh, 1978), bulanık küme teorisinin (Zadeh, 1965) genişletilmesiyle geliştirilmiş, belirsizliklerin modellenmesinde kullanılan matematiksel bir araçtır ve olabilirlik dağılımlarına dayanır. Olasılık teorisine bir alternatif veya olasılık teorisinin tamamlayıcısı olarak düşünülebilir. Olabilirlik teorisi tam olmayan, muğlak, tanımlanamayan veya kişisel bir bilgiyi kodlamaktadır, olasılık teorisi ise rastgele ve gerçekten gözlenmiş olaylara dayanmaktadır. Olasılık teorisinde rassal değişkenler ve olasılık dağılımları kullanılırken, olabilirlik teorisinde bulanık değişkenler ve olabilirlik dağılımları üzerinden işlemler yapılır. Olabilirlik teorisine geçmeden, öncelikle olasılık teorisi hakkında kısa bir bilgi verilecektir.

Olasılık teorisi;

Olasılık teorisi rassal olayları inceleyen bir matematik dalıdır. Rassallığın matematiksel ifadesi için 1933'de Kolmogorov tarafından tanımlanan olasılık ölçümü aşağıdaki aksiyomları sağlayan bir fonksiyonlar dizisidir (Kolmogorov, 1933). Herhangi bir A olayı için olasılık, $Pr(A)$ şeklinde ifade edilmektedir. Evrensel küme (X) ile ifade edilmek üzere olasılık aksiyomları şu şekildedir;

Aksiyom 1: (Normallik) $Pr(X) = 1$

Aksiyom 2: (Negatif olmama) $Pr(A) \geq 0, \forall A$

Aksiyom 3: (Sayılabilir toplanabilirlik) Herhangi bir ikişerli ayrışık sayılabilir olaylar dizisi $\{A_i\}$ için,

$$Pr\{\cup_{i=1}^{\infty} A_i\} = \sum_{i=1}^{\infty} Pr\{A_i\} \quad (3.59)$$

eşitliği geçerlidir.

Olabilirlik teorisi;

Olabilirlik teorisi bulanıklığın matematiksel ifadesi için 1978'de Zadeh tarafından tanıtılmıştır. ξ değişkeni hakkındaki belirsizliği temsil eden olabilirlik dağılımında (Zadeh, 1978), X tanım kümesindeki her x elemanına bir olabilirlik derecesi $\pi_{\xi}(x) \in [0,1]$ atanmaktadır. Olabilirlik dağılımı bulanık bir A kümesinin üyelik fonksiyonu ile tanımlanarak $\pi_{\xi}(x) = \mu_A(x)$ ile gösterilebilir. $\pi_{\xi}(x) = 0, \xi = x$ durumunun imkânsız olduğunu anlatır. $\pi_{\xi}(x) = 1, \xi = x$ durumunun sürpriz olmayacağını (makul bir olay olduğunu) ve hariç tutulamayacağını anlatır. Olasılığın 1 olması durumuna göre oldukça zayıf bir ifadedir. ξ değişkeni için X kümesindeki elemanlardan sadece bir tanesi gerçek değer olacağından en az bir x elemanı için $\pi_{\xi}(x) = 1$ 'dir ve bu durum normalizasyon koşulu olarak adlandırılır. En az bir değer $\pi_{\xi}(x) < 1$ için $\forall x \in X$ için $\pi_{\xi}(x) < 1$ ifadesi mantıksal olarak tutarlı değildir çünkü bu durumda X kümesindeki her eleman ξ değişkeni için kısmi olarak imkansızlık içerecektir.

Olabilirlik teorisinde bulanık bir ξ değişkeni hakkında tamamen bilgisizlik durumunda $\forall x \in X$ için $\pi_{\xi}(x) = 1$ 'dir (Dubois ve Prade, 1988). Çünkü aksi yönde bir bilgi mevcut değildir. Dubois ve Prade (1988) çalışmasında, eksik bilgi

durumunda olabilirlik dağılımlarının oluşturulması ve yorumlanması konuları detaylı olarak incelenmiştir.

Olabilirlik ve gereklilik ölçümleri:

Olasılık teorisi bir olayın gerçekleşme beklentisini bir sayı kullanarak açıklar. Olabilirlik teorisinde ise olayların gerçekleşme beklentisi için olabilirlik ve gereklilik (kesinlik) olmak üzere iki ölçüm kullanılmaktadır. Genellikle, olabilirlik ölçümü olasılık ölçümüne paralel bir kavram olarak düşünülür. Gereklilik ölçümü ise olabilirlik ölçümünün dualidir (Dubois ve Prade, 1988).

ξ bulanık değişkeninin X tanım kümesinin bir alt kümesi olan A kümesine ait olması olayının olabilirliği, $\Pi(\xi \in A)$ şeklinde ifade edilir ve aşağıdaki gibi hesaplanabilir;

$$\Pi(\xi \in A) = \underset{\xi \in A}{eküs\ enk}(\pi_{\xi}(x), \mu_A(x)) = \underset{\xi \in A}{eküs} \mu(x) \quad (3.60)$$

Olabilirlik aksiyomları şu şekilde tanımlanabilir (Zadeh, 1978);

Aksiyom 1: (Normallik) $\Pi(X) = 1$

Aksiyom 2: (Negatif olmama) $\Pi(\emptyset) = 0$

Aksiyom 3: (Maksimallik) Herhangi bir olaylar dizisi $\{A_i\}$ için,

$$\Pi(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \bigvee_{i=1}^{\infty} \Pi(A_i) = \underset{i}{eküs_i} \Pi(A_i) \quad (3.61)$$

eşitliği geçerlidir.

$\xi \in A$ olayının gerekliliği $N(\xi \in A)$ ile gösterilir. A^C kümesi A kümesinin tümleyeni olmak üzere bir olayın gerekliliği aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$N(\xi \in A) = 1 - \Pi(\xi \in A^C) = 1 - \underset{\xi \in A^C}{eküs} \mu(x) \quad (3.62)$$

Olabilirlik ve gereklilik birbirinin duali olan bulanık ölçüm çiftleridir. Öyle ki $\Pi(\xi \in A) = 1 - N(\xi \in A^C)$ 'dir. Ancak, olasılık teorisindeki durumdan farklı olarak Denklem (3.63) ve Denklem (3.64)'de gösterildiği gibi ne olabilirlik ölçümü ne de gereklilik ölçümü kendine özgü dual (self dual) değildir.

$$\Pi(\xi \in A) + \Pi(\xi \in A^C) \geq 1 \quad (3.63)$$

$$N(\xi \in A) + N(\xi \in A^C) \leq 1 \quad (3.64)$$

Olabilirlik ile olasılık kavramları arasındaki en büyük farklardan biri burada ortaya çıkmaktadır. Bir olayın olasılığı aynı zamanda tümleyen olayın olasılığını da belirlerken olabilirlik veya gereklilik ölçütlerinde olay ve tümleyen olay arasında daha zayıf bir ilişki vardır. Varsayalım ki, r bir gerçel sayı olsun, bu durumda olabilirlik ve gereklilik ölçümlerini aşağıdaki gibi gösterebiliriz;

$$\Pi(\xi \leq r) = \underset{x \leq r}{eküs} \mu(x) \quad (3.65)$$

$$N(\xi \leq r) = 1 - \Pi(\xi > r) = 1 - \underset{x > r}{eküs} \mu(x) \quad (3.66)$$

ya da,

$$\Pi(\xi \geq r) = \underset{x \geq r}{eküs} \mu(x) \quad (3.67)$$

$$N(\xi \geq r) = 1 - \Pi(\xi < r) = 1 - \underset{x < r}{eküs} \mu(x) \quad (3.68)$$

Olabilirlik ölçümü ve olasılık ölçümü arasındaki ilişki aşağıdaki koşulları sağlamalıdır (Dubois ve Prade, 1988);

$$\Pi(A) \geq N(A), \quad \forall A \subseteq X \quad (3.69)$$

$$N(A) > 0 \Rightarrow \Pi(A) = 1 \quad (3.70)$$

$$\Pi(A) < 1 \Rightarrow N(A) = 0 \quad (3.71)$$

Burada, X 'in her zaman için sayılabilir olduğu varsayılmaktadır.

Örnek 3.2.(Zimmermann, 1992)

Geçmiş tecrübelerle dayalı olarak, 6 öğrencinin yazılı sınavlardaki performanslarını bildiğimizi varsayalım. Aşağıdaki tabloda bütün öğrencilerin A'dan E'ye harf notları için olabilirlik fonksiyonları verilmiştir, (Çizelge 3.7).

Çizelge 3.7 : Öğrenci notları için olabilirlik değerleri.

<i>Not</i> <i>Öğrenci</i>	A	B	C	D	E
1	0,8	1	0,7	0	0
2	1	0,8	0,6	0,1	0
3	0,6	0,7	0,9	0,1	0
4	0	0,8	0,9	0,5	0
5	0	0	0,3	1	0,2
6	0,3	1	0,3	0	0

Öncelikle öğrenci-4'ün notlarına ait üyelik fonksiyonunun bir olabilirlik fonksiyonu olmadığını söyleyebiliriz çünkü $\Pi(X) \neq 1$ 'dir.

Tablodaki bilgilere dayalı olarak “öğrenci-1 bir sonraki sınavda B alacaktır” ifadesinin olabilirliğini belirlemek istersek, bu durumda "A" kümesinin elemanı {B} olacak ve $A^C = \{A, C, D, E\}$ olacaktır. Böylece, $\Pi(A) = 1$ ve $N(A) = 1 - \Pi(A^C) = 1 - enb_{Ac}(0,8; 0,7; 0; 0) = 0,2$ olarak hesaplanacaktır. Sonuç olarak öğrenci-1'in bir sonraki sınavda B notu alması olabilirliği 1 ve gerekliliği 0,2'dir.

Eğer ifademizi “öğrenci 1 veya 2 bir sonraki sınavda A veya B alacaktır” şeklinde değiştirirsek, bu durumda evrensel küme farklı tanımlanacak ve tablodaki ilk iki satırdaki değerleri içerecektir. Tanımlanan ifade için $A = \{\text{öğrenci} - 1 \text{ A veya B veya } \text{öğrenci} - 2 \text{ A veya B}\}$ kümesi belirlenebilir bu durumda $\Pi(A) = enb_A(0,8; 1; 1; 0,8) = 1$ olacak ve $N(A) = 1 - \Pi(A^C) = 1 - enb_{Ac}(0,7; 0; 0; 0,6; 0,1; 0) = 1 - 0,7 = 0,3$ olarak bulunacaktır.

Olasılık olabilirlik dönüşümleri;

Olasılık ve olabilirlik teorilerinin ortak noktası ikisinin de belirsizliğin modellenmesinde kullanılmasıdır. Mevcut bilginin sıklık ifade etmesi ve ölçülebilir olması durumunda olasılık modellerinin kullanımı doğaldır ancak ölçülemeyen bilgi içeren problemlerde olabilirlik modelleri kullanılmaktadır. Olasılık ölçümlerinin olabilirlik ölçümlerine dönüştürülmesi ve karşıt durum problemi geçmişte çeşitli araştırmacılar tarafından incelenmiştir (ilgili literatür için Oussalah (2000)'in çalışmasına bakılabilir). Zadeh (1978)'in belirttiği gibi bir bulanık kümenin üyelik fonksiyonu, olabilirlik dağılımının belirlenmesinde kullanılabilir ve bir olabilirlik değeri olasılık değeri üzerinde bir üst sınır olarak düşünülebilir (Dubois ve Prade, 1992). Olasılık olabilirlik dönüşümü, heterojen olarak belirsiz ve tanımlanamayan kişisel, dilsel ve istatistiksel verinin bulunduğu problemlerde kullanılabilir. Ancak Dubois ve diğ. (1993)'nin ifade ettiği gibi belirsizliğin gösterimi için olasılıksal ve olabirsel gösterim eşdeğer değildir. Olabilirlik ölçümü kesin olmama durumunu (örn. tam olamayan bilgi) ele aldığı için ve toplanabilirlik yerine maksimalliğe dayandığı için olasılık ölçümüne göre daha zayıftır.

Olasılık ve olabilirlik arasında bir tutarlılık ilkesi ilk olarak Zadeh (1978) tarafından, “olası olan şey olabilir olmalıdır (what is probable should be possible)” şeklinde

ifade edilmiştir. Dubois ve Prade (1980) bu ifadeyi aşağıdaki eşitsizliğe dönüştürmüştür,

$$Pr(A) \leq \Pi(A), \quad \forall A \subseteq X \quad (3.72)$$

burada sırasıyla Pr ve Π , olasılık ve olabilirlik ölçümünü ve $X = \{w_1, w_2, \dots, w_K\}$ tanım kümesini ifade etmektedir. Bu durumda Π 'nin Pr 'yi kapsadığı söylenebilir. Bir olasılık ölçümünü olabilirlik ölçümüne dönüştürmek, Pr 'yi kapsayan olabilirlik ölçümleri kümesi $\mathcal{F}(Pr)$ içinden bir olabilirlik ölçümünün seçimi işlemi olarak ifade edilebilir. Dubois ve diğ. (2004), tutarlılık ilkesi yanında dağılımın şeklinin korunmasını sağlayan aşağıdaki sıra koruma kısıtının da eklenmesini önermişlerdir;

$$p_i < p_j \Leftrightarrow \pi_i < \pi_j \quad \forall i, j \in \{1, \dots, K\} \quad (3.73)$$

burada her $i \in \{1, \dots, K\}$ için $p_i = Pr(\{w_i\})$ ve $\pi_i = \Pi(\{w_i\})$ 'dir. Bu kısıtlar altında dönüşüm için yapılması gereken Denklem (3.72) ve Denklem (3.73)'i sağlayan *en spesifik* olabilirlik dağılımının bulunmasıdır (π olabilirlik dağılımının π' den *daha spesifik* olması $\pi_i \leq \pi'_i \quad \forall i$ durumunda geçerlidir).

Dubois ve diğ. (2004) bu problemin çözümünün mevcut olduğunu ve tek bir çözüm olduğunu göstermişlerdir. Çözüm aşağıdaki gibi açıklanabilir;

Her bir $i \neq j$ için $p_i \neq p_j$ varsayımı altında $X = \{w_1, w_2, \dots, w_K\}$ kümesi üzerinde doğrusal bir sıra $\mathcal{L}$ şu şekilde belirlenebilir;

$$(w_i, w_j) \in \mathcal{L} \Leftrightarrow p_i < p_j \quad (3.74)$$

Varsayalım ki σ bu doğrusal sıra ile ilişkili $\{1, \dots, K\}$ indislerinin permutasyonunu ifade etsin, öyle ki $p_{\sigma(1)} < p_{\sigma(2)} < \dots < p_{\sigma(K)}$ veya,

$$\sigma(i) < \sigma(j) \Leftrightarrow (w_{\sigma(i)}, w_{\sigma(j)}) \in \mathcal{L}. \quad (3.75)$$

σ ile ifade edilen permutasyon birebir örten özellik göstermektedir ve σ^{-1} ifadesi artan şekilde sıralanmış olasılıkların listesindeki her bir p_i 'nin derecesini vermektedir. Bu durumda Dubois ve Prade'nin dönüşümü aşağıdaki gibi formüle edilebilir;

$$\pi_i = \sum_{\{j \mid \sigma^{-1}(j) \leq \sigma^{-1}(i)\}} p_j \quad (3.76)$$

Örnek 3.2.(Masson ve Denoeux, 2006):

Olasılık dağılımı, $p_1 = 0,2$; $p_2 = 0,35$; $p_3 = 0,4$ ve $p_4 = 0,05$ şeklinde verilmiş olsun. Bu durumda, $\sigma(1) = 4, \sigma(2) = 1, \sigma(3) = 2, \sigma(4) = 3$ ve $\sigma^{-1}(1) = 2, \sigma^{-1}(2) = 3, \sigma^{-1}(3) = 4, \sigma^{-1}(4) = 1$ olacaktır. Denklem (3.76)'de verilen dönüşüm ile aşağıdaki olabilirlik dağılımı elde edilecektir.

$$\pi_1 = p_1 + p_4 = 0,2 + 0,05 = 0,25$$

$$\pi_2 = p_1 + p_2 + p_4 = 0,2 + 0,35 + 0,05 = 0,60$$

$$\pi_3 = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 0,2 + 0,35 + 0,4 + 0,05 = 1$$

$$\pi_4 = p_1 = 0,2$$

Denklem (3.76)'de bütün p_i 'lerin birbirinden farklı olduğu varsayılmaktadır. En az iki olasılığın birbirine eşit olması durumunda Denklem (3.74) artık bir doğrusal sıra ifade etmeyecek ancak X üzerinde bir kısmi sıra $\wp$ ifade edecektir. Bu kısmi sıra, uyumlu doğrusal yayılımlarının bir kümesi olarak ifade edilebilir, $\Lambda(\wp) = \{\mathcal{L}_l, l = 1, \dots, L\}$. Her bir olası doğrusal sıra için, aşağıdaki permutasyon σ_l ilişkilendirilir;

$$\sigma_l(i) < \sigma_l(j) \Leftrightarrow (w_{\sigma_l(i)}, w_{\sigma_l(j)}) \in \mathcal{L}_l. \quad (3.77)$$

Bu durumda, en spesifik olabilirlik dağılımı bütün olası permutasyonların en büyüğünün alınmasıyla elde edilir;

$$\pi_i = \text{enb}_{l=1, \dots, L} \sum_{\{j \mid \sigma_l^{-1}(j) \leq \sigma_l^{-1}(i)\}} p_j \quad (3.78)$$

Örnek 3.3.(Masson ve Denoeux, 2006):

Olasılık dağılımı, $p_1 = 0,2$; $p_2 = 0,5$; $p_3 = 0,2$ ve $p_4 = 0,1$ şeklinde verilmiş olsun. Bu durumda iki olası permutasyon şu şekilde olacaktır; $\sigma_1(1) = 4, \sigma_1(2) = 1, \sigma_1(3) = 3, \sigma_1(4) = 2$ ve $\sigma_2(1) = 4, \sigma_2(2) = 3, \sigma_2(3) = 1, \sigma_2(4) = 2$. Denklem (3.78)'de verilen dönüşüm ile aşağıdaki olabilirlik dağılımı elde edilecektir.

$$\pi_1 = \text{enb}(p_1 + p_4, p_1 + p_3 + p_4) = \text{enb}(0,3; 0,5) = 0,5$$

$$\pi_2 = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$$

$$\pi_3 = \text{enb}(p_1 + p_3 + p_4, p_3 + p_4) = \text{enb}(0,5; 0,3) = 0,5$$

$$\pi_4 = p_4 = 0,1.$$

Yukarıdaki eşitliklerde görülmektedir ki $p_1 = p_3$ durumu $\pi_1 = \pi_3$ 'ü gerektirmiştir ve bu durum kuvvetli sıra koruma kısıtının bir gereğidir.

Sürekli olasılık olabilirlik dönüşümleri:

Olabilirlik teorisinde, “eminim ki x değeri $[a, b]$ aralığında bulunmakta ve en olası olarak $\{c\}$ değerini almaktadır” şekilde ifade edilen bir bilgi ile karşılaşıldığında, çekirdeği $\{c\}$ değeri ve destek aralığı $[a, b]$ olan üçgen olabilirlik dağılımı kullanılabilir (Baudrit ve diğ., 2008). Dubois ve diğ. (2004) çalışmalarında simetrik üçgen bulanık sayıların, sınırlı destek aralığına sahip simetrik olasılık dağılımları için optimum serbest dağılımlı güven aralıkları sağladığını ispat etmişlerdir. Modu x^m ve destek aralığı $[a, b]$ olan simetrik olasılık dağılımları için modu $x^m = (a + b)/2$ ve destek aralığı $[a, b]$ olan üçgen simetrik olabilirlik dağılımı, bütün olabilirlik dönüşümlerinin en küçük üst sınırını oluşturur (Dubois ve diğ., 2004).

3.4 Güvenilirlik Teorisi

Güvenilirlik ölçümü, olabilirlik ölçümü ve gereklilik ölçümünün ortalamasıdır. Güvenilirlik ölçümü ise kendine özgü dualdır (Liu, 2002). Bu yönde, güvenilirlik ölçümü, olasılık ölçümüne benzer özellikler gösterir. Güvenilirlik ölçümü bulanık dünyada olasılık ölçümünün rolünü oynar (Peng, Mok ve Tse, 2005). ξ bulanık değişkeninin X tanım kümesinin bir alt kümesi olan A kümesine ait olması olayının güvenilirliği, $Cr(\xi \in A)$ şeklinde ifade edilir ve olabilirlik ve gereklilik ölçümlerine bağlı üçüncü bir ölçüm olarak aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$Cr\{\xi \in A\} = \frac{1}{2} (\Pi\{\xi \in A\} + N\{\xi \in A\}) \quad (3.79)$$

$$Cr\{\xi \in A\} = \frac{1}{2} \left(eküs_{\xi \in A} \mu(x) + 1 - eküs_{\xi \in A^C} \mu(x) \right) \quad (3.80)$$

Güvenilirlik ölçümüne göre üyelik fonksiyonu (Liu, 2007):

Varsayalım ki A boş olmayan bir küme, $P(A)$, A 'nın kuvvet kümesi ve Cr bir güvenilirlik ölçümü olsun. Bu durumda, $(A, P(A), Cr)$ üçlüsü güvenilirlik uzayı olarak tanımlanmaktadır.

Bulanık bir değişken, güvenilirlik uzayından $(A, P(A), Cr)$ gerçel sayılar kümesine $(\mathfrak{R})$ bir fonksiyondur.

Eğer bulanık bir değişken ξ , güvenilirlik uzayında bir fonksiyon olarak tanımlanırsa, üyelik fonksiyonu μ , aşağıdaki gibi belirlenir;

$$\mu_{\xi}(x) = (2Cr\{\xi = x\}) \wedge 1, \quad x \in \mathfrak{R} \quad (3.81)$$

Güvenilirlik aksiyomları aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Liu, 2007);

Aksiyom 1:(Normallik) $Cr(X) = 1$,

Aksiyom 2:(Tekdüzelik) eğer $A \subset B$ ise $Cr\{A\} \leq Cr\{B\}$,

Aksiyom 3:(Kendine özgü duallik) $Cr\{A\} + Cr\{A^c\} = 1, \forall A \in P$,

Aksiyom 4: (Maksimallik) Herhangi bir olaylar dizisi $\{A_i\}$ için,

$$Cr\{\cup_i A_i\} = eküs_i Cr\{A_i\}, \{ \forall A_i | eküs_i Cr\{A_i\} < 0.5 \} \quad (3.82)$$

Güvenilirlik ölçümü 0 ve 1 arasında değerler alır, ayrıca $Cr\{\emptyset\} = 0$ 'dır.

Varsayalım ki, r bir gerçel sayı olsun, bu durumda bulanık bir olayın güvenilirlik ölçümünü aşağıdaki gibi gösterebiliriz;

$$Cr\{\xi \leq r\} = \frac{1}{2} (\Pi\{\xi \leq r\} + N\{\xi \leq r\}) \quad (3.83)$$

$$Cr\{\xi \leq r\} = \frac{1}{2} \left(eküs_{x \leq r} \mu(x) + 1 - eküs_{x > r} \mu(x) \right) \quad (3.84)$$

benzer şekilde,

$$Cr\{\xi \geq r\} = \frac{1}{2} (\Pi\{\xi \geq r\} + N\{\xi \geq r\}) \quad (3.85)$$

$$Cr\{\xi \geq r\} = \frac{1}{2} \left(eküs_{x \geq r} \mu(x) + 1 - eküs_{x < r} \mu(x) \right) \quad (3.86)$$

Üçgen bulanık sayılar için güvenilirlik;

Varsayalım ki, ξ , (l, m, u) üçlüsü ile ifade edilen $(l < m < u)$ üçgen bulanık bir sayı olsun, yukarıdaki denklemler kullanılarak, Denklem (3.65), Denklem (3.66) ve Denklem (3.84), $\xi \leq r$ için olabilirlik, gereklilik ve güvenilirlik aşağıdaki gibi bulunur ($r \in \mathfrak{R}$);

$$\Pi\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq l \\ \frac{r-l}{m-l}, & l \leq r \leq m \\ 1, & r \geq m \end{cases} \quad (3.87)$$

$$N\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq m \\ \frac{r-m}{u-m}, & m \leq r \leq u \\ 1, & r \geq u \end{cases} \quad (3.88)$$

$$Cr\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq l \\ \frac{r-l}{2(m-l)}, & l \leq r \leq m \\ \frac{u-2m+r}{2(u-m)}, & m \leq r \leq u \\ 1, & r \geq u \end{cases} \quad (3.89)$$

Örnek 3.4:

Varsayalım ki, ξ üyelik fonksiyonu $(1; 3; 5)$ üçlüsü ile ifade edilen üçgen bulanık bir sayı olsun (Şekil 3.20). Verilen üçgen bulanık sayı için üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3-1}, & 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{5-x}{5-3}, & 3 \leq x \leq 5 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \text{ şeklinde olacaktır.}$$

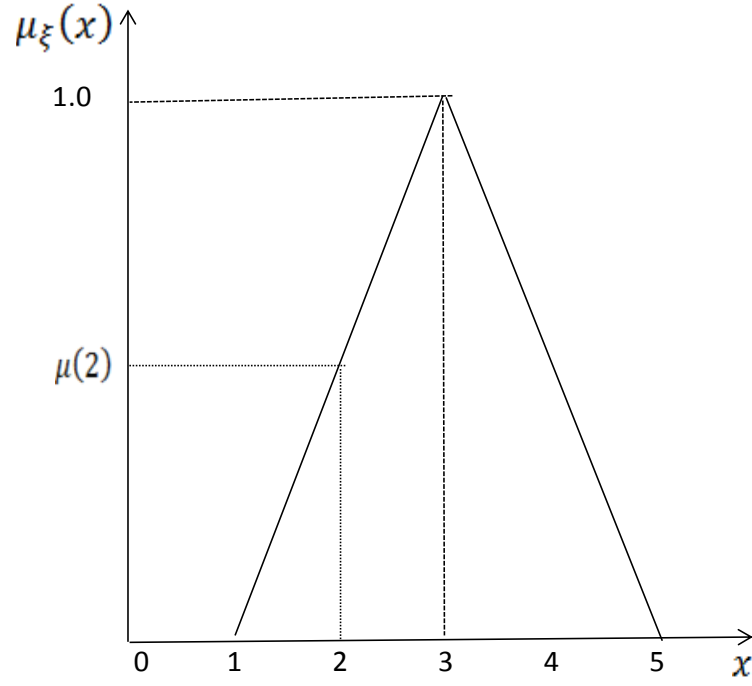
Bu durumda, $\xi \leq r$ için olabilirlik, gereklilik ve güvenilirlik aşağıdaki gibi bulunur;

$$\text{Olabilirlik; } \Pi\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq 1 \\ \frac{r-1}{3-1}, & 1 \leq r \leq 3, \\ 1, & r \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{Gereklilik; } N\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq 3 \\ \frac{r-3}{5-3}, & 3 \leq r \leq 5 \text{ ve} \\ 1, & r \geq 5 \end{cases}$$

$$\text{Güvenilirlik; } Cr\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq 1 \\ \frac{r-1}{2(3-1)}, & 1 \leq r \leq 3 \\ \frac{5-2(3)+r}{2(5-3)}, & 3 \leq r \leq 5 \\ 1, & r \geq 5 \end{cases}$$

Örneğin $\{\xi \leq 2\}$ 'nin olabilirliği $\Pi\{\xi \leq 2\} = 0,5$ gerekliliği $N\{\xi \leq 2\} = 0$ ve güvenilirliği $Cr\{\xi \leq 2\} = 0,25$ olarak bulunacaktır, $\{\xi \leq 4\}$ için $\Pi\{\xi \leq 4\} = 1$, $N\{\xi \leq 4\} = 0,5$ ve $Cr\{\xi \leq 4\} = 0,75$ olacaktır. Aynı şekilde, $Cr\{\xi \leq 1\} = 0$, $Cr\{\xi \leq 3\} = 0,5$ ve $Cr\{\xi \leq 5\} = 1$ olacaktır.



Şekil 3.20 : (1;3;5) için üçgen üyelik fonksiyonu.

Yamuk bulanık sayılar için güvenilirlik;

Varsayalım ki, ξ , $(l; m; n; u)$ dörtlüsü ile ifade edilen $(l < m < n < u)$ yamuk bulanık bir sayı olsun. Bu durumda $(l; m; n; u)$ üçgen bulanık sayısı için yukarıdaki denklemler kullanılarak Denklem (3.65), Denklem (3.66) ve Denklem (3.84), $\xi \leq r$ için olabilirlik, gereklilik ve güvenilirlik aşağıdaki gibi bulunur;

$$\Pi\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq l \\ \frac{r-l}{m-l}, & l \leq r \leq m \\ 1, & r \geq m \end{cases} \quad (3.90)$$

$$N\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq n \\ \frac{r-n}{u-n}, & n \leq r \leq u \\ 1, & r \geq u \end{cases} \quad (3.91)$$

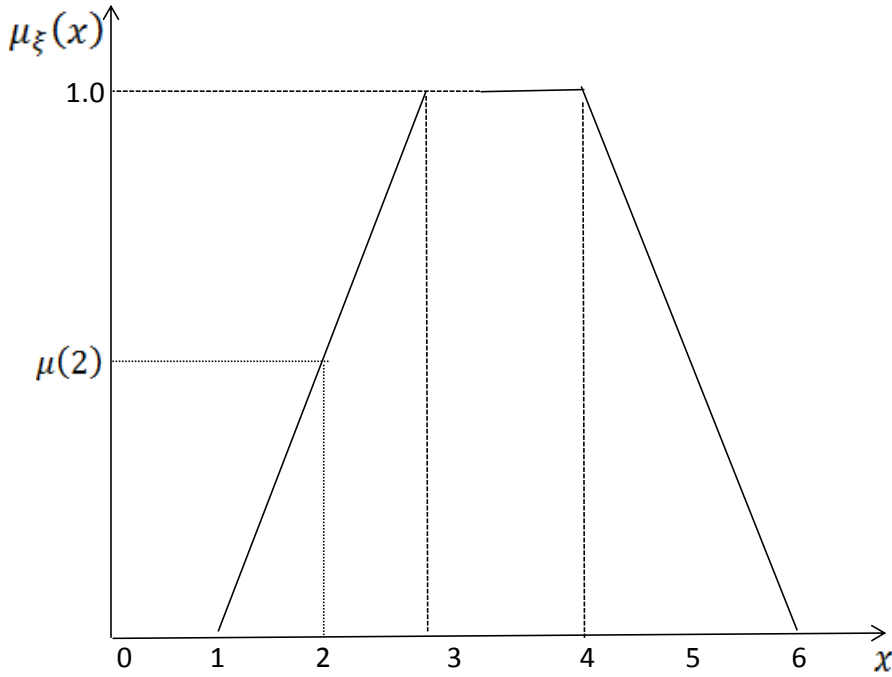
$$Cr\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq l \\ \frac{r-l}{2(m-l)}, & l \leq r \leq m \\ \frac{1}{2}, & m \leq r \leq n \\ \frac{u-2n+r}{2(u-n)}, & n \leq r \leq u \\ 1, & r \geq u \end{cases} \quad (3.92)$$

Örnek 3.5:

Varsayalım ki, ξ üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi verilen, (1; 3; 4; 6) dörtlüsü ile ifade edilen yamuk bulanık bir sayı olsun ve üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3-1}, & 1 \leq x \leq 3 \\ 1, & 3 \leq x \leq 4 \\ \frac{6-x}{6-4}, & 4 \leq x \leq 6 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad \text{şeklinde ifade edilsin.}$$

(1; 3; 4; 6) dörtlüsü ile ifade edilen yamuk bulanık sayı için ilgili üyelik fonksiyonu Şekil 3.21’de gösterilmektedir.



Şekil 3.21 : (1;3;4;6) için yamuk üyelik fonksiyonu.

Bu durumda, $\xi \leq r$ için olabilirlik, gereklilik ve güvenilirlik aşağıdaki gibi ifade edilecektir ($r \in \mathfrak{R}$);

$$\text{Olabilirlik; } \Pi\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq 1 \\ \frac{r-1}{3-1}, & 1 \leq r \leq 3 \\ 1, & r \geq 3 \end{cases},$$

$$\text{Gereklilik; } N\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq 4 \\ \frac{r-4}{6-4}, & 4 \leq r \leq 6 \text{ ve} \\ 1, & r \geq 6 \end{cases}$$

$$\text{Güvenilirlik; } Cr\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq 1 \\ \frac{r-1}{2(3-1)}, & 1 \leq r \leq 3 \\ \frac{1}{2}, & 3 \leq r \leq 4 \\ \frac{6-2(4)+r}{2(6-4)}, & 4 \leq r \leq 6 \\ 1, & r \geq 6 \end{cases} .$$

Örneğin $\{\xi \leq 2\}$ 'nin olabilirliği $\Pi\{\xi \leq 2\} = 0,5$ gerekliliği $N\{\xi \leq 2\} = 0$ ve güvenilirliği $Cr\{\xi \leq 2\} = 0,25$ olarak bulunacaktır, $\{\xi \leq 5\}$ için $\Pi\{\xi \leq 5\} = 1$, $N\{\xi \leq 5\} = 0,5$ ve $Cr\{\xi \leq 5\} = 0,75$ olacaktır. Aynı şekilde, $Cr\{\xi \leq 1\} = 0$, $Cr\{\xi \leq 3\} = 0,5$, $Cr\{\xi \leq 4\} = 0,5$ ve $Cr\{\xi \leq 6\} = 1$ olacaktır.

Genelleştirilmiş L-R tipi bulanık sayılar için güvenilirlik;

Varsayalım ki, $\xi = (l; m; n; u)_{LR}$ şeklinde ile ifade edilen ($l < m < n < u$) genelleştirilmiş L-R tipi bulanık bir sayı olsun, Denklem (3.65), Denklem (3.66) kullanılarak $\xi \leq r$ için olabilirlik ve gereklilik aşağıdaki gibi bulunur;

$$\Pi\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq l \\ L(r), & l \leq r \leq m \\ 1, & r \geq m \end{cases} \quad (3.93)$$

$$N\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq n \\ 1 - R(r), & n \leq r \leq u \\ 1, & r \geq u \end{cases} \quad (3.94)$$

L-R tipi bulanık sayılar için $\xi \leq r$ olayının güvenilirliği, Denklem (3.84) kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$Cr\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq l \\ \frac{L(r)}{2}, & l \leq r \leq m \\ \frac{1}{2}, & m \leq r \leq n \\ 1 - \frac{R(r)}{2}, & n \leq r \leq u \\ 1, & r \geq u \end{cases} \quad (3.95)$$

3.5 Bulanık Beklenen Değer Kavramı

Literatürde araştırmacılar, bulanık bir olayı, bulanık değişkeler (ya da bulanık sayılar) ya da bulanık bir değişkenin fonksiyonunu kullanarak sayısallaştırmışlardır. Bulanık sayılar için beklenti kavramı Dubois ve Prade (1987) tarafından aralık analizi kullanılarak tanımlanmıştır. Bulanık sayılar için beklenen değer kavramı ise Heilpern (1992) tarafından tanıtılmış ve bir bulanık sayının beklenen değeri, beklenen aralığın merkezi olarak tanımlanmıştır. Ek olarak, bulanık sayıların beklenen değerini bulmak için çeşitli sıralama yöntemleri (ranking methods) kullanılmıştır (Yager, 1981; Campos ve Gonzalez, 1989 ve Gonzalez, 1990).

Daha sonraki yıllarda, bulanık bir sayının beklenen değeri güvenilirlik ölçümü kullanılarak tanımlanmış ve bulanık programlama sürecinde uygulanmıştır (Liu ve Liu, 2002). Ancak geçmiş literatürde bulanık bir değişken içeren bir fonksiyonun beklenen değerinin hesaplanması için çok az yöntem geliştirilmiştir. Bulanık bir fonksiyonun beklenen değerinin hesaplanması oldukça zor olduğu için literatürde bu beklenen değer hesaplanmasında genellikle benzetim tekniği ya da sezgisel algoritmalar uygulanmıştır. Ancak bu yöntemler kesin sonucu vermemekte ve belirli bir hata oranı içermektedirler. Xue ve diğ. (2008), bulanık bir değişken içeren bir fonksiyonun beklenen değerini belirlemek üzere bir analitik metod önermişlerdir. Önerilen yöntem sürekli üyelik fonksiyonuna sahip bir bulanık değişken içeren fonksiyonların beklenen değerinin hesaplanması için geçerlidir. Xue ve diğ. (2008) önerdikleri yöntemde Liu ve Liu (2002)'nin çalışmasını referans alarak güvenilirlik ölçümü özelliklerini kullanmışlardır.

Bulanık bir sayının beklenen değeri (Liu ve Liu, 2002):

Varsayalım ki, ξ bulanık olabilirlik uzayında $(A, P(A), Cr)$ tanımlanmış bir bulanık değişken olsun. Bu durumda, ξ 'nin beklenen değeri $E[\xi]$ aşağıdaki gibi belirlenir;

$$E[\xi] = \int_0^{+\infty} Cr\{\xi \geq r\}dr - \int_{-\infty}^0 Cr\{\xi \leq r\}dr \quad (3.96)$$

yukarıdaki eşitlikte en azından iki integralden biri sonlu olmalıdır.

Üçgen bulanık sayılar için beklenen değer:

Varsayalım ki, ξ , $(l; m; u)$ üçlüsü ile ifade edilen $(l < m < u)$ üçgen bulanık bir sayı olsun. Bu durumda $\{\xi \leq r\}$ ve $\{\xi \geq r\}$ olaylarının güvenilirlikleri,

$$Cr\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq l \\ \frac{r-l}{2(m-l)}, & l \leq r \leq m \\ \frac{u-2m+r}{2(u-m)}, & m \leq r \leq u \\ 1, & r \geq u \end{cases} \quad (3.97)$$

$$Cr\{\xi \geq r\} = \begin{cases} 1, & r \leq l \\ \frac{2m-l-r}{2(m-l)}, & l \leq r \leq m \\ \frac{u-r}{2(u-m)}, & m \leq r \leq u \\ 0, & r \geq u \end{cases} \quad (3.98)$$

olacaktır ve verilen bulanık sayının beklenen değeri de aşağıdaki gibi bulunur;

$$\begin{aligned} E[\xi] &= \int_0^{+\infty} Cr\{\xi \geq r\} dr - \int_{-\infty}^0 Cr\{\xi \leq r\} dr \\ &= \int_0^l dr + \int_l^m \left(\frac{2m-l-r}{2(m-l)} \right) dr + \int_m^u \left(\frac{u-r}{2(u-m)} \right) dr \\ &= \frac{l+2m+u}{4} \end{aligned} \quad (3.99)$$

Örnek 3.6:

Varsayalım ki, ξ üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi verilen, $(1; 3; 5)$ üçlüsü ile ifade edilen üçgen bulanık bir sayı olsun. İlgili bulanık sayı için üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3-1}, & 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{5-x}{5-3}, & 3 \leq x \leq 5 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad \text{şeklinde olacaktır.}$$

Bu durumda, ξ için beklenen değer;

$$E[\xi] = \frac{l+2m+u}{4} = \frac{1+2(3)+5}{4} = 3, \text{ olarak hesaplanacaktır.}$$

Yamuk bulanık sayılar için beklenen değer:

Varsayalım ki, ξ , $(l; m; n; u)$ dörtlüsü ile ifade edilen $(l < m < n < u)$ yamuk bulanık bir sayı olsun. Bu durumda $\{\xi \leq r\}$ ve $\{\xi \geq r\}$ olaylarının güvenilirlikleri aşağıdaki gibi olacaktır;

$$Cr\{\xi \leq r\} = \begin{cases} 0, & r \leq l \\ \frac{r-l}{2(m-l)}, & l \leq r \leq m \\ \frac{1}{2}, & m \leq r \leq n \\ \frac{u-2n+r}{2(u-n)}, & n \leq r \leq u \\ 1, & r \geq u \end{cases} \quad (3.100)$$

$$Cr\{\xi \geq r\} = \begin{cases} 1, & r \leq l \\ \frac{2m-l-r}{2(m-l)}, & l \leq r \leq m \\ \frac{1}{2}, & m \leq r \leq n \\ \frac{u-r}{2(u-n)}, & n \leq r \leq u \\ 0, & r \geq u \end{cases} \quad (3.101)$$

Verilen yamuk bulanık sayının beklenen değeri de aşağıdaki gibi bulunur;

$$\begin{aligned} E[\xi] &= \int_0^{+\infty} Cr\{\xi \geq r\} dr - \int_{-\infty}^0 Cr\{\xi \leq r\} dr \\ &= \int_0^l dr + \int_l^m \left(\frac{2m-l-r}{2(m-l)} \right) dr + \int_m^n \left(\frac{1}{2} \right) dr + \int_n^u \left(\frac{u-r}{2(u-n)} \right) dr \\ &= \frac{l+m+n+u}{4} \end{aligned} \quad (3.102)$$

Örnek 3.7:

Varsayalım ki, ξ (1; 3; 4; 6) dörtlüsü ile ifade edilen yamuk bulanık bir sayı olsun.

$$\text{Üyelik fonksiyonu, } \mu_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3-1}, & 1 \leq x \leq 3 \\ 1, & 3 \leq x \leq 4 \\ \frac{6-x}{6-4}, & 4 \leq x \leq 6 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \text{ şeklindedir.}$$

Bu durumda, ξ için beklenen değer Denklem (3.102) kullanılarak,

$$E[\xi] = \frac{l+m+n+u}{4} = \frac{1+3+4+6}{4} = 3,5 \text{ olarak hesaplanacaktır.}$$

Bulanık bir fonksiyonun beklenen değeri (Xue ve diğ., 2008):

Varsayalım ki ξ , sürekli üyelik fonksiyonuna $\mu_\xi(x)$ sahip bir bulanık değişken ve $f: \Re \rightarrow \Re$ de sürekli tekdüze olan (strictly monotonic) bir fonksiyon olsun. Eğer aşağıdaki integraller sonlu ise;

$$\int_0^{+\infty} Cr\{\xi \geq r\}dr \quad \text{ve} \quad \int_{-\infty}^0 Cr\{\xi \leq r\}dr \quad (3.103)$$

Bu durumda aşağıdaki eşitlik geçerlidir;

$$E[f(\xi)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(r)dCr\{\xi \leq r\}. \quad (3.104)$$

Varsayalım ki ξ , destek aralığı $[a, b]$ olan bulanık bir değişken ve $f: \Re \rightarrow \Re$ de sürekli tekdüze olan (strictly monotonic) bir fonksiyon olsun. Eğer aşağıdaki integraller sonlu ise;

$$\int_0^{+\infty} Cr\{\xi \geq r\}dr \quad \text{ve} \quad \int_{-\infty}^0 Cr\{\xi \leq r\}dr \quad (3.105)$$

bu durumda

$$E[f(\xi)] = \int_a^b f(r)dCr\{\xi \leq r\} \quad (3.106)$$

olacaktır.

Örnek 3.8 (Xue ve diğ., 2008):

Varsayalım ki $\xi = (0; 1; 3; 5)$ yamuk bulanık bir sayı olsun. Bu durumda ilgili yamuk bulanık sayı için güvenilirlik,

$$Cr\{\xi \leq x\} = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{2}, & 1 < x \leq 3 \\ \frac{x-1}{4}, & 3 < x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases} \quad \text{şeklinde hesaplanacaktır.}$$

Ayrıca varsayalım ki $f(x) = x + \sin x$ olsun, $f(x)$ artan bir fonksiyon olduğuna göre fonksiyonun beklenen değeri Denklem (3.106) kullanılarak,

$$E[f(\xi)] = \int_0^5 f(x)dCr\{\xi \leq x\} = \int_0^5 (x + \sin x)dCr\{\xi \leq x\}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^1 (x + \sin x) dCr \left\{ \frac{x}{2} \right\} + \int_3^5 (x + \sin x) dCr \left\{ \frac{x-1}{4} \right\} \\
&= \frac{11 - 2\cos 1 + \cos 3 - \cos 5}{4} \quad \text{şeklinde hesaplanacaktır.}
\end{aligned}$$

Varsayalım ki ξ , sürekli üyelik fonksiyonuna $\mu(x)$ sahip bir bulanık değişken olsun, $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ ve $g: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ de iki ayrı sürekli tekdüze olan fonksiyon olsun.

Eğer, $f(\xi)$ 'nin ve $g(\xi)$ 'nin beklenen değerleri mevcut ise ve p ve q herhangi iki sayı ise aşağıdaki özellikler tanımlanabilir (Liu ve Liu, 2002);

$$E[pf(\xi) + q] = pE[f(\xi)] + q \quad (3.107)$$

$$E[f(\xi) + g(\xi)] = E[f(\xi)] + E[g(\xi)] \quad (3.108)$$

3.6 Bulanık Stok Kontrolüne Yönelik Mevcut Modeller

Matematiksel stok kontrol modellerinin başlangıcı literatürde 1910'lu yıllara dayansa da Zadeh'in 1965'te bulanık küme teorisini tanıtmasıyla birlikte bulanık stok kontrol modelleri ilk olarak 1980'lerde çalışılmaya başlanmıştır. 1982'de Kacprzyk ve Staniewski, uzun dönem yönetim amaçlarına bağlı olarak bir optimum bütünleşik stok yenileme stratejisi belirlemek üzere bulanık küme teorisini kullanmışlardır. Bu çalışmanın ardından, bulanık ortamda ekonomik sipariş miktarı (ESM) modeli üzerine birçok çalışma yapılmıştır. 1987'de Park'ın modeli ile başlayan bulanık ekonomik sipariş miktarı (BESM) modelleri, bulanık stok modellerinin gelişiminde başlangıç oluşturmaktadır. Park geliştirdiği BESM modelinde sipariş verme ve stok bulundurma maliyetlerini yamuk bulanık sayılarla ifade etmiş ve modelinde genelleme ilkesine bağlı bulanık aritmetik işlemler kullanmıştır. Park'ın çalışmasından bu yana çeşitli stok kontrol problemlerine yönelik birçok bulanık stok kontrol modeli geliştirilmiştir. Matematiksel stok modellerinde bulanık küme teorisinin nasıl kullanılacağına dair genel bir bilgilendirme Buckley ve diğ. (2002) ve Buckley (2005) çalışmalarında bulunabilir. Bulanık stok kontrol literatürü birçok çalışmada üretim planlama ve yönetimi konusunun bir parçası olarak ele alınmıştır (Guiffreda ve Nagi, 1997; Mula ve diğ., 2006; Wong ve Lai, 2011). Bulanık stok modelleri için ayrıntılı bir literatür taraması Guiffreda (2010)'nın çalışmasında mevcuttur.

Guiffrida (2010) çalışmasında bulanık stok modellerini yedi farklı sınıfta incelenmiştir;

- Bulanık ekonomik sipariş miktarı modelleri,
- Bulanık ekonomik üretim miktarı modelleri,
- Bulanık birleşik ekonomik parti büyüklüğü belirleme modelleri,
- Bulanık tek dönemli stok kontrol modelleri,
- Bulanık çok dönemli stok modelleri,
- Bulanık çok ürünli stok modelleri,
- Bulanık stok kontrol sistemleri (sürekli ve aralıklı kontrol modelleri).

Bulanık stok modelleri ile ilgili ayrıntılı açıklama ve teknikleri içeren bir diğer çalışma Yavuz (2010)'un çalışmasıdır. Yavuz (2010) çalışmasında bulanıklık altında ESM, EÜM (ekonomik üretim miktarı), TDSK (tek dönemli stok kontrol) ve aralıklı kontrol modellerini sunmuş ve bütün modelleri sayısal örnekler ile açıklamıştır.

3.6.1 Bulanık ekonomik sipariş miktarı (BESM) modelleri

BESM modelleri bulanık stok modellerinin gelişiminde başlangıç oluşturmaktadır. Daha önce Bölüm 2.3.1'de incelenen ESM modelinin varsayımları altında toplam maliyet fonksiyonu (TC) Denklem (3.109)'daki gibi toplam maliyet fonksiyonunu en küçükleyen ekonomik sipariş miktarı ise Denklem (3.110)'daki gibi bulunur.

$$TC = p \times D + K \times (D/Q) + h \times (Q/2) \quad (3.109)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}} \quad (3.110)$$

İlk olarak Park (1987) ve daha sonra Vujosevic ve diğ. (1996) tarafından geliştirilen BESM modellerinde sipariş maliyeti ve stok bulundurma maliyeti yamuk bulanık sayılarla ifade edilmiştir (sırasıyla $\tilde{K} = (k_l, k_m, k_n, k_u)$ ve $\tilde{h} = (h_l, h_m, h_n, h_u)$). Park (1987)'in modelinde bulanık maliyet parametrelerinin durulaştırılması için orta değer yöntemini kullanmış ve Denklem (3.50)'ye göre hesaplanan durulaştırılmış değerleri Denklem (3.110)'da yerin koyarak ekonomik sipariş miktarını (Q^*) hesaplamıştır.

Vujosevic ve diğ. (1996)'nin çalışmasında önerilen iki farklı yöntemden ilkinde bulanık maliyet parametrelerinin durulaştırılması için merkezi durulaştırma yöntemi kullanılmış ve Denklem (3.44)'e göre hesaplanan durulaştırılmış değerler Park'ın yöntemindeki gibi Denklem (3.110)'da yerine konularak ekonomik sipariş miktarı (Q^*) hesaplanmıştır. İkinci yöntemde ise maliyet parametreleri bulanık sayılar olarak kullanılmış ve bulanık aritmetik işlemler uygulanarak bulanık ekonomik sipariş miktarı aşağıdaki gibi bulunmuştur;

$$\tilde{Q}^* = \sqrt{\frac{2\tilde{K}D}{\tilde{h}}} = \left(\sqrt{\frac{2k_l D}{h_u}}, \sqrt{\frac{2k_m D}{h_n}}, \sqrt{\frac{2k_n D}{h_m}}, \sqrt{\frac{2k_u D}{h_l}} \right) \quad (3.111)$$

Son olarak bulunan BESM, merkezi durulaştırma yöntemi kullanılarak durulaştırılmıştır.

Örnek 3.9;

Bir ürün için yıllık talebimiz 10.000 birim olsun. Sipariş ve stok bulundurma maliyetleri yamuk bulanık sayılarla ifade edilmiş ve sırasıyla $\tilde{K} = (8; 10; 14; 18)$ ve $\tilde{h} = (2,5; 3; 4; 4,25)$ olarak belirlenmiştir. Bu verilere göre ekonomik sipariş miktarı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

Park (1987)'nin yöntemine göre durulaştırılmış değerler $k_{MED} = 12,50$ ve $h_{MED} = 3,44$ olarak bulunur ve ekonomik sipariş miktarı,

$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 12,50 \times 50,000}{3,44}} = 270$ olarak hesaplanır. Vujosevic ve diğ. (1996)'nın ilk yöntemlerine göre durulaştırılmış değerler $k_{COG} = 12,57$ ve $h_{COG} = 3,43$ olarak bulunur ve ekonomik sipariş miktarı,

$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 12,57 \times 50,000}{3,43}} = 271$ olarak hesaplanır. İkinci yönteme göre ise bulanık sayılar üzerinden yapılan bulanık aritmetik işlemler sonucu BESM aşağıdaki gibi bulunur,

$$\tilde{Q}^* = \sqrt{\frac{2\tilde{K}D}{\tilde{h}}} = (194; 224; 306; 379).$$

Daha sonra bu değer durulaştırılarak ekonomik sipariş miktarı, $Q^*_{COG} = 277$ olarak hesaplanır. Örnekte görüldüğü gibi üç yöntem birbirine yakın

ancak farklı sonuçlar üretmiştir. Bu yöntemlerin karşılaştırılması ve olasılıksal ve bulanık yaklaşımlar arasındaki farkların incelenmesi için Hohati (2004)'ün çalışmasına bakılabilir.

Literatürde BESM modelleri ile ilgili bir çok çalışma bulunmaktadır. Lee ve Yao (1999) sipariş miktarını üçgen bulanık sayı olarak tanımlamış ve elde edilen bulanık toplam maliyeti merkezi durulaştırma yöntemiyle durulaştırmışlardır.

Yao ve diğ. (2000) sipariş miktarının yanı sıra talep değerini de bulanık sayılarla ifade etmiş ve daha sonra Lee ve Yao (1999)'nun uyguladığı yöntemle problemi çözmüşlerdir.

Yao ve Chiang (2003) toplam talebi ve stok bulundurma maliyetini üçgen bulanık sayı olarak tanımlamış ve elde ettikleri bulanık toplam maliyeti merkezi durulaştırma ve işaretli uzaklık yöntemiyle durulaştırmışlardır.

Wang ve diğ. (2007) çalışmalarında BESM probleminin çözümü için bulanık beklenen değer modeli ve bağımlı şans programlama modeli geliştirmişler ve daha sonra bu modellerin çözümü için akıllı algoritmaları önermişlerdir. Geriye siparişe izin veren BESM modelleri için Yao ve Lee (1999) ve Wu ve Yao (2003)'ün çalışmaları incelenebilir. Çok ürün durumu, çeşitli kapasite, kalite veya hasar oranı kısıtları altında genişletilmiş BESM modelleri için Guiffida (2010)'un çalışmasına bakılabilir.

3.6.2 Bulanık ekonomik üretim miktarı (BEÜM) modelleri

Ekonomik üretim miktarı (EÜM) modeli, ESM modelinin genişletilmiş bir versiyonudur. Bu modelin varsayımları ESM modelinin varsayımlarıyla aynıdır. EÜM modelinin çözümü üretim, hazırlık ve stok tutma maliyetlerinin toplamını en küçükleyen üretim miktarını bulmamızı sağlar (Bölüm 2.3.1. Türev alma işlemleri sonucu ekonomik üretim miktarı aşağıdaki gibi bulunur;

$$Q^* = \sqrt{\frac{2SD}{h\left(1 - \frac{d}{p}\right)}}. \quad (3.112)$$

Chang (1999), üretim miktarının üçgen bulanık sayılarla ifade edildiği bir BEÜM probleminin çözümü için genelleme ilkesine bağlı bulanık aritmetik işlemler

kullanarak bulanık toplam maliyet fonksiyonunu tanımlamış ve elde edilen bulanık toplam maliyeti merkezi durulaştırma yöntemiyle durulaştırmıştır.

Daha sonraki bir çalışmada Hsieh (2002) çalışmasında iki alternatif model önermiştir. Modellerin ilkinde üretim miktarı haricindeki bütün parametreler yamuk bulanık sayılarla ifade edilmiş ve ikinci modelde üretim miktarı da yamuk bulanık sayı olarak modellenmiştir. Hsieh (2002) modelinde yamuk bulanık sayılar üzerindeki hesaplamaları kolaylaştırmak için genelleme ilkesi yerine Chen (1985)'in tanıttığı fonksiyon ilkesine bağlı bulanık aritmetik işlemleri kullanmıştır. Aynı zamanda yamuk bulanık sayı olarak elde edilen toplam maliyet fonksiyonunu durulaştırılması için Dereceli Ortalama İntegrasyon Gösterimi (GMIR) yöntemi (bkz. Bölüm 3.2.3) kullanılmıştır. İkinci modelde eşitsizlik kısıtı bulunan bulanık modelin optimizasyonu için genişletilmiş Lagrange yöntemi kullanılmıştır.

Hesaplama kolaylığı nedeniyle burada Hsieh (2002)'nin önerdiği ilk BEÜM modeli anlatılacaktır. Modelde bütün parametreler yamuk bulanık sayılarla ifade edilmiştir. Yıllık talep $\tilde{D} = (D_l; D_m; D_n; D_u)$, hazırlık maliyeti $\tilde{S} = (s_l; s_m; s_n; s_u)$, stok bulundurma maliyeti $\tilde{h} = (h_l; h_m; h_n; h_u)$, günlük talep hızı $\tilde{d} = (d_l; d_m; d_n; d_u)$ ve günlük üretim hızı $\tilde{p} = (p_l; p_m; p_n; p_u)$ şeklinde gösterilmektedir. Q miktarı kadar sipariş verilmesi durumunda bulanık toplam hazırlık ve stok turma maliyeti aşağıdaki gibi olacaktır,

$$\widetilde{TC} = \tilde{S} \otimes (\tilde{D} \oslash Q) \oplus \tilde{h} \otimes (1 - (\tilde{d} \oslash \tilde{p})) \otimes Q/2 \quad (3.113)$$

burada $\otimes, \oplus$ ve $\oslash$ operatörleri fonksiyon ilkesine altında bulanık aritmetik işlemleri ifade etmektedir.

Bulanık toplam maliyet fonksiyonuna aritmetik işlemler uygulandığında yamuk bulanık toplam maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\begin{aligned} \widetilde{TC} = & \left[\frac{s_l D_l}{Q} + \frac{h_l Q}{2} \left(1 - \frac{d_u}{p_l} \right); \frac{s_m D_m}{Q} + \frac{h_m Q}{2} \left(1 - \frac{d_n}{p_m} \right); \frac{s_n D_n}{Q} \right. \\ & \left. + \frac{h_n Q}{2} \left(1 - \frac{d_m}{p_n} \right); \frac{s_u D_u}{Q} + \frac{h_u Q}{2} \left(1 - \frac{d_l}{p_u} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.114)$$

Elde edilen bulanık toplam maliyet fonksiyonu Dereceli Ortalama İntegrasyon Gösterimi (GMIR) yöntemi ile Denklem (3.53) kullanılarak durulaştırılır ve optimum

üretim miktarının bulunması için durulaştırılmış maliyet fonksiyonunun birinci türevi alınarak sıfıra eşitlenir. Türev alma işlemleri sonucu ekonomik üretim miktarı aşağıdaki gibi bulunur;

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(s_l D_l + 2s_m D_m + 2s_n D_n + s_u D_u)}{h_l \left(1 - \frac{d_u}{p_l}\right) + 2h_m \left(1 - \frac{d_n}{p_m}\right) + 2h_n \left(1 - \frac{d_m}{p_n}\right) + h_u \left(1 - \frac{d_l}{p_u}\right)}} \quad (3.115)$$

Örnek 3.10 (Yavuz, 2010);

Bir BEÜM problemi için aşağıdaki değerlerin verildiğini düşünelim,

$$\tilde{D} = (2250; 2400; 2600; 2750)$$

$$\tilde{S} = (35; 40; 60; 65)$$

$$\tilde{h} = (0,35; 0,45; 0,55; 0,65)$$

$$\tilde{d} = (9,0; 9,6; 10,4; 11,0)$$

$$\tilde{p} = (27; 30; 33; 36)$$

Yukarıda verilen değerlere bağlı olarak Denklem (3.115)'den $Q^* = 859$ olarak bulunur.

Son yıllarda BEÜM modeli üzerine yapılan çalışmalar arasından Chang ve Chang (2006) modellerinde, maliyet fonksiyonuna üretim maliyetini de dahil etmiş ve parti büyüklüğüne bağlı birim maliyet yapısını incelemişlerdir. Modellerinde üretim parti büyüklüğü, günlük talep ve günlük üretim hızı parametreleri ve birim ürün maliyet değeri bulanık sayılarla ifade edilmiştir. Chen ve diğ. (2007) çalışmalarında Hsieh (2002)'nin modelini genişleterek indirimli bir fiyattan satılabilen kusurlu ürünler için BEÜM modeli önermişlerdir. Bir başka model genişletmesinde, Chen ve Chang (2008) BEÜM modelini genişleterek yeniden onarılamayan hasarlı ürünler için çözüm önermişlerdir.

3.6.3 Bulanık stok kontrol sistemleri (BSKS)

Daha önce Bölüm 2.3'de incelediğimiz üzere stok kontrol sistemlerini stok yenileme politikalarına göre sürekli kontrol ve aralıklı kontrol olarak iki gruba ayırabiliriz. Sürekli kontrol sistemlerinde stoklar sürekli olarak izlenir ve stok yeniden sipariş noktasına geldiğinde yeni bir sipariş verilir. Sürekli kontrol modelinde sipariş miktarı

sabittir ancak sipariş aralığı talep değişkenliğine bağlı olarak değişir. Aralıklı kontrol sistemlerinde ise stok durumu düzenli periyodik aralıklarla kontrol edilir ve stok seviyesini belirli bir eşiğe yükseltmek için sipariş verilir. Aralıklı kontrol modelinde, sipariş aralığı sabittir ancak sipariş miktarı talebin değişkenliğine bağlı olarak değişir.

BSKS literatüründe bulunan modellerin büyük çoğunluğu sürekli kontrol sistemlerini incelemişlerdir (Guiffrida, 2010). Gen ve diğ. (1997) çalışmalarında girdi parametrelerinin üçgen bulanık sayılarla ifade edildiği bir sürekli kontrol stok modeli için yeni bir yöntem önermişlerdir. Yöntemlerinde bulanık bir sayının kapalı bir aralığın orta değerine indirgenmesi için Dubois ve Prade (1987) tarafından önerilen bir dönüşüm kullanmışlardır.

Kao ve Hsu (2002a) bulanık talep altında optimum sipariş miktarını ve yeniden sipariş noktasını belirlemek üzere bir sürekli kontrol modeli önermişlerdir. Daha yakın zamana ait çalışmalarda, Tütüncü ve diğ. (2008), üretim, sipariş, stok bulundurma ve stok bulundurmama maliyetlerinin bulanık sayılarla ifade edildiği sürekli kontrol modelinde optimum sipariş miktarı ve optimum yeniden sipariş noktasını belirlemek üzere bir karar destek sistemi geliştirmişlerdir. Vijayan ve Kumaran (2008), sipariş, stok bulundurma ve stok bulundurmama maliyetlerinin bulanık sayılarla tanımlandığı modeller için optimum stok politikalarını (sürekli kontrol ve aralıklı kontrol) belirlemek üzere modeller geliştirmişlerdir.

Ancak bu modellerde, olasılıksal modellerin sadece rassal değişkenlikleri göz önüne alması gibi sadece tanımlanamayan belirsizlikler değerlendirilmiştir. Bu yüzden her iki tip belirsizliği de modele yansıtabilmek için son dönemlere ait çalışmalarda araştırmacılar stok modellerinde bulanık rassal değişkenler kullanmaya başlamışlardır (Chang ve diğ., 2006; Dutta ve diğ., 2007a; Dey ve Chakraborty, 2011). Bulanık rassal değişkenler ilk olarak Kwakernaak (1978) tarafından tanıtılmış ve daha sonra Puri ve Ralescu (1986) tarafından incelenmiştir.

Bulanık aralıklı kontrol stok sistemi ile ilgili Lin (2008) ve Dey ve Chakraborty (2009)'un çalışmaları önemli güncel çalışmalar olarak değerlendirilebilir. Lin (2008) çalışmasında, Ouyang ve Chuang (2001)'in değişken temin süresini dikkate alan sürekli kontrol modelini bulanık stok tükenme miktarı ve bulanık geriye sipariş oranı içerecek şekilde genişletmiştir. Dey ve Chakraborty (2009) ise bulanıklığın ve

rassallığın birlikte yer aldığı bir karışık ortam için aralıklı kontrol stok modeli geliştirmiştir. Çalışmada talep bulanık rassal değişken olarak tanımlanmış ve temin süresi sabit olarak kabul edilmiştir. Temin süresince oluşan talebin ve temin süresi artı bir sonraki dönemin talebinin de bulanık rassal değişken olarak düşünüldüğü modelde optimum sipariş miktarı ve optimum yeniden sipariş döneminin belirlenmesi için bir yöntem geliştirilmiştir.

Yukarıda anlatılan modeller tek bir ürünün söz konusu olduğu ve herhangi bir kısıtın bulunmadığı durumlar için geliştirilmiştir. Ancak literatürde çok ürün durmunu inceleyen, stoklama alanı, mevcut kapasite, en büyük sipariş miktarı gibi kısıtları dikkate alan çeşitli bulanık stok kontrol modelleri mevcuttur. Bu modeller ile ilgili açıklama ve geniş bir literatür taraması Guiffida (2010)'un çalışmasında bulunabilir.

3.6.4 Bulanık tek dönemli stok kontrol (BTDSK) modelleri

Daha önceki bölümde anlatılan bulanık stok kontrol sistemlerinde stok yenilemesinin sürekli veya aralıklı kontrollerle yapıldığı varsayılmıştır. Ancak bazı ürünler sadece belirli bir dönem için (bu dönem bir gün kadar kısa olabilir) değer taşırlar ve bu ürünler için stok yenilemesi durumu söz konusu değildir. Literatürde tek dönemli stok kontrol problemleri, gazete satıcısı ya da gazeteci çocuk problemleri olarak incelenen bu problemlerde, satış döneminin görece kısa olması ve satış dönemi boyunca stok yenileme imkanının olmaması, problemdeki belirsizlikleri artırmaktadır. Bu problemlerdeki belirsizlikler rassallıktan ya da bulanıklıktan ileri gelebilmektedir. Klasik TDSK modellerinde sadece rassallıktan ileri gelen belirsizlikler göz önüne alınmış ve modeller olasılık dağılımları kullanılarak geliştirilmiştir (bkz. Bölüm 2.5).

Ancak bulanık küme teorisinin gelişimiyle birlikte, ölçülemeyen ya da tam olarak tanımlanamayan belirsizlikleri içeren bulanık tek dönemli stok kontrol modelleri (BTDSK) geliştirilmeye başlanmıştır. Petrovic ve diğ. (1996) TDSK problemlerindeki belirsizliği incelemek üzere iki bulanık model geliştirmiştir. İlk modelde, belirsiz talep kesikli bulanık kümelerle gösterilmiş ancak stok maliyetleri tanımlanabilir değişkenler olarak düşünülmüştür. İkinci modelde ise talep ile birlikte stok maliyetleri de üçgen bulanık sayılarla gösterilmiştir. Kesikli talep durumunu içeren BTDSK problemleri için temel bir çalışma olması açısından Petrovic ve diğ. (1996)'nın önerdikleri iki model aşağıda anlatılacaktır.

Kesikli bulanık talep ve tanımlanabilir stok maliyetleri içeren model (Petrovic ve diğ., 1996);

Ürüne olan talebin kesin olarak bilinmediği ve tanım kümesi $\tilde{X} = \{x_1; x_2; x_3; \dots; x_n\}$ olan bir bulanık küme ile ifade edildiği düşünülmektedir. Bulanık talep değerlerinin üyelik dereceleri $\mu_{\tilde{X}}(x_i), i = 1, 2, 3, \dots, n$ üyelik fonksiyonuyla belirlenmektedir. Petrovic ve diğ. (1996)'nin çalışmasında kesikli talep için üyelik değerleri Dubois ve Prade (1988) tarafından geliştirilen olasılık olabilirlik dönüşümü ile elde edilmiştir (Bölüm 3.3). Talebin aksine, stok maliyetlerinin kesin olarak bilindiği düşünülmektedir. Tek bir dönem için ürünler v maliyetinden satın alınır veya üretilir. Stok bulundurma maliyeti, h ile stok bulundurmama maliyeti ise b ile gösterilmektedir. Varsayım olarak hiç başlangıç stoku bulundurulmadığı düşünülmektedir.

Talebin bulanık olması, maliyet fonksiyonunun da bulanık olmasını gerektirecektir. Eğer Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse ve talep x_i miktarında gerçekleşirse, toplam maliyet fonksiyonu şu şekilde olacaktır;

$$\widetilde{TC}(Q) = \begin{cases} Qv + h(Q - \tilde{X}) & \tilde{X} \leq Q \\ Qv + b(\tilde{X} - Q) & \tilde{X} \geq Q \end{cases} \quad (3.116)$$

Modelde talep kesikli bulanık değişken olarak ifade edilmektedir. Bu durumda toplam maliyet fonksiyonu da bulanık bir değişken içeren bir fonksiyon olacak ve talebin üyelik fonksiyonu ile aynı üyelik fonksiyonuna sahip olacaktır.

Eğer Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse, Denklem (3.116)'da gösterilen toplam maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$\widetilde{TC}(Q) = Qv + h * \text{enb}\{(Q - \tilde{X}), 0\} + b * \text{enb}\{(\tilde{X} - Q), 0\} \quad (3.117)$$

Burada, “ $h * \text{enb}\{(Q - \tilde{X}), 0\}$ ” değeri fazla stok bulundurma maliyet değerlerinin bulanık kümesini ($\tilde{c}_o$), “ $b * \text{enb}\{(\tilde{X} - Q), 0\}$ ” değeri ise yetersiz stok bulundurma maliyetlerinin bulanık kümesini ($\tilde{c}_u$) göstermektedir. Bu durumda, sipariş miktarının bir fonksiyonu olarak, beklenen bulanık toplam maliyet değeri Denklem (3.118)'deki gibi ifade edilecektir;

$$\begin{aligned}
E[\widetilde{TC}(Q)] &= Qv + \sum_{i=1}^n ([c_{o_i} * \mu_{\tilde{c}_o}(c_{o_i})] + [c_{u_i} * \mu_{\tilde{c}_u}(c_{u_i})]) \\
&= Qv + \sum_{i=1}^n [(c_{o_i} + c_{u_i}) * \mu_{\tilde{c}_o + \tilde{c}_u}(c_{o_i} + c_{u_i})]
\end{aligned} \tag{3.118}$$

Burada $(\tilde{c}_o + \tilde{c}_u)$ bulanık kümesini $\tilde{P}$ ile gösterirsek;

$$E[\widetilde{TC}(Q)] = Qv + \sum_{j=1}^m [(P_j) * \mu_{\tilde{P}}(P_j)] \quad j = 1, 2, 3, \dots, m \tag{3.119}$$

olacaktır. Fazla stok bulundurma ve yetersiz stok bulundurma maliyeti değerlerinin üyelik fonksiyonları, talebin üyelik fonksiyonuyla aynı olacaktır.

$$\mu_{\tilde{c}_o}(c_{o_i}) = \mu_{\tilde{c}_u}(c_{u_i}) = \mu_{\tilde{X}}(x_i) \tag{3.120}$$

Olabilirlik ölçümü özelliklerine göre (Bölüm 3.3), $\mu_{\tilde{P}}(P_j) \quad j = 1, 2, 3, \dots, m$ aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\mu_{\tilde{P}}(P_j) = \text{enb}_{P_j \in \tilde{P}} \{ \mu_{\tilde{X}}(x_i) \} , i = 1, 2, 3, \dots, n, j = 1, 2, 3, \dots, m \tag{3.121}$$

Kesikli talep durumu için, durulaştırılmış bulanık toplam maliyetin beklenen değerinin hesaplanabilmesi için $\mu_{\tilde{P}}(P_j)$ üyelik fonksiyonuna sahip $(\tilde{P})$ değerinin durulaştırılması gerekir. Petrovic ve diğ. (1996)'nın çalışmasında durulaştırma için merkezi durulaştırma yöntemi (çalışmada aritmetik durulaştırma olarak ifade edilmiş) (Denklem (3.45)) kullanılmıştır. Durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değeri aşağıdaki gibidir;

$$E[\widetilde{TC}(Q)]_{COG} = Qv + \frac{\sum_{j=1}^m [(P_j) * \mu_{\tilde{P}}(P_j)]}{\sum_{j=1}^m [\mu_{\tilde{P}}(P_j)]} \tag{3.122}$$

Yukarıdaki denklemi (Denklem (3.122)) en küçükleyen değer (Q^*) 'nı verecektir.

$$E[\widetilde{TC}(Q^*)]_{COG} = \text{enk}_Q \{ E[\widetilde{TC}(Q)]_{COG} \} \tag{3.123}$$

Sayısal gösterim 3.1(Behret ve Kahraman, 2011a);

Bir ürünü satın alma maliyeti ($v = 4 \text{ pb}$), stok bulundurma maliyeti ($h = 3 \text{ pb}$) ve stok bulundurmama maliyeti ($b = 6 \text{ pb}$)'dir. Talebin, tanım kümesi $\tilde{X} = \{1000; 2000; 3000; \dots; 9000\}$ olan kesikli bulanık sayı olduğu düşünülmektedir ve bulanık talep değerleri,

$$\mu_{\tilde{x}}(x_i) = \begin{cases} 0, & x_i \leq 1000 \\ \left(\frac{x_i-1000}{4000}\right), & 1000 < x_i \leq 5000 \\ \left(\frac{9000-x_i}{4000}\right), & 5000 < x_i \leq 9000 \\ 0, & x_i > 9000 \end{cases}, \text{ üyelik fonksiyonuna sahiptir.}$$

Örneğin, 4000 birimlik bir sipariş verelim ($Q = 4000$). Bu durumda, $x_2 = 2000$ talep değeri için, 0,25 olasılıkla, $c_{o_2} = 3 \text{ pb} * 2000 = 6000 \text{ pb}$ ve $c_{u_2} = 6 \text{ pb} * 0 = 0 \text{ pb}$ olacaktır. Aynı şekilde, $x_6 = 6000$ değeri için, 0,75 olasılıkla, $c_{o_6} = 3 \text{ pb} * 0 = 0 \text{ pb}$ ve $c_{u_6} = 6 \text{ pb} * 2000 = 12.000 \text{ pb}$ olacaktır. Diğer talep değerleri için de ilgili değerler aynı yöntemle hesaplanır. Olası, $\tilde{P}$ kümesi değerlerinin olasılıkları Çizelge 3.8’de gösterilmektedir. Örneğin, $P_3 = 6000$ değeri hem x_2 hem de x_5 talepleri için mevcuttur, $\mu_{\tilde{x}}(x_2) = 0,25$ ve $\mu_{\tilde{x}}(x_5) = 1$ olduğu için olasılık ölçümü özelliklerine göre, $\mu_{\tilde{P}}(6000) = 1$ olacaktır.

Çizelge 3.8 : Bulanık maliyetler toplamı için olasılık dağılımı ($Q=4000$)

(P_j)	0	3000	6000	9000	12.000	18.000	24.000	30.000
$\mu_{\tilde{P}}(P_j)$	0,75	0,5	1	0	0,75	0,5	0,25	0

Durulaştırılmış bulanık toplam maliyetin beklenen değerinin hesaplanabilmesi için için $\mu_{\tilde{P}}(P_j)$ üyelik fonksiyonuna sahip (P_j) değeri, merkezi durulaştırma yöntemiyle durulaştırılmış ve $E[\tilde{TC}(4,000)]_{COG} = 24.400 \text{ pb}$ bulunmuştur. Diğer olası sipariş miktarları için durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değerleri Çizelge 3.9’da verilmiştir.

Çizelge 3.9 : Durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değerleri
(Talebin bulanık olması durumu)

Q	$E[\tilde{TC}(Q)]_{COG}$
1000	28.000
2000	26.000
3000	24.563
4000	24.400*
5000	25.571
6000	28.615
7000	34.600
8000	41.000
9000	48.000

* en küçük beklenen bulanık toplam maliyet değeri

Çizelge 3.9’da görüldüğü üzere, talebin bulanık olması durumu için, durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyetin en küçük değeri 24.400 pb olarak bulunmuştur. Bu maliyete karşılık gelen sipariş miktarı $Q^* = 4000$ en iyi sipariş miktarıdır.

Kesikli bulanık talep ve bulanık stok maliyetleri içeren model (Petrovic ve diğ., 1996):

Bu modelde, hem ürüne olan talebin hem de stok maliyetlerinin kesin olarak bilinmediği durum incelenmiştir. Ürüne olan talebin, tanım kümesi $\tilde{X} = \{x_1; x_2; x_3; \dots; x_n\}$ olan kesikli bulanık sayı ($\tilde{X}$) olduğuna inanılmaktadır. Bulanık talep değerlerinin üyelik dereceleri $\mu_{\tilde{X}}(x_i), i = 1, 2, 3, \dots, n$ üyelik fonksiyonuyla belirlenmektedir. Stok bulundurma maliyeti ($\tilde{h}$) ile stok bulundurmama maliyetleri ($\tilde{b}$) ise bulanık değişkenler olarak düşünülmekte ve bulanık sayılar ile gösterilmektedir. Ürünler v maliyetinden satın alınmakta ya da üretilmektedir ve varsayım olarak hiç başlangıç stoku bulundurulmadığı düşünülmektedir. Talebin ve stok maliyetlerinin bulanık olması, maliyet fonksiyonunun da bulanık olmasını gerektirecektir. Eğer Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse ve talep x_i miktarında gerçekleşirse, maliyet fonksiyonu şu şekilde olacaktır;

$$\widetilde{TC}(Q) = Qv + \tilde{h} * \text{enb}\{(Q - \tilde{X}), 0\} + \tilde{b} * \text{enb}\{(\tilde{X} - Q), 0\} \quad (3.124)$$

Stok bulundurma maliyeti ve stok bulundurmama maliyetlerinin bulanık olmasından dolayı fazla stok bulundurma maliyeti ($\tilde{c}_{o_i}$) ve yetersiz stok bulundurma maliyeti ($\tilde{c}_{u_i}$) değerleri de bulanık olacak ve bulanık sayılarla ifade edilecektir. Fazla stok bulundurma ve yetersiz stok bulundurma maliyeti değerlerinin üyelik fonksiyonları, talebin üyelik fonksiyonuyla aynı olacaktır.

$$\mu_{\tilde{c}_o}(c_{o_i}) = \mu_{\tilde{c}_u}(c_{u_i}) = \mu_{\tilde{X}}(x_i) \quad (3.125)$$

Bu durumda, sipariş miktarının bir fonksiyonu olarak, beklenen bulanık toplam maliyet değeri aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\begin{aligned} E[\widetilde{TC}(Q)] &= Qv + \sum_{i=1}^n [(\tilde{c}_{o_i} * \mu_{\tilde{c}_o}(\tilde{c}_{o_i})) + (\tilde{c}_{u_i} * \mu_{\tilde{c}_u}(\tilde{c}_{u_i}))] \\ &= Qv + \sum_{i=1}^n [(\tilde{c}_{o_i} + \tilde{c}_{u_i}) * \mu_{\tilde{c}_o + \tilde{c}_u}(\tilde{c}_{o_i} + \tilde{c}_{u_i})] \end{aligned} \quad (3.126)$$

Denklem (3.126)'da $(\tilde{c}_o + \tilde{c}_u)$ bulanık kümesini $\tilde{P}$ ile gösterelim. Burada $\tilde{P}$ bir Düzey-2 bulanık kümedir (Bölüm 3.2.4) (Denklem (3.57)), $\mu_{\tilde{P}}(j)$ olabilirliği ile $\tilde{P}_j$ değerlerini alır. Ancak $\tilde{P}_j$ değerleri de bulanık değerler olduğu için, bu değerlerin de farklı üyelik dereceleri $(\mu_{\tilde{P}_j}(P_{jk}))$ mevcuttur.

Düzey-2 bulanık kümesi, s-bulanıklaştırma süreciyle (Denklem (3.58)) sıradan bulanık kümeye indirgenir. İndirgenen bulanık kümenin üyelik fonksiyonu s-bulanıklaştırma yöntemiyle aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\mu_{\tilde{P}}(P_{jk}) = \text{eküs}_{j=1,2,3,\dots,m} \left(\mu_{\tilde{P}}(j) * \mu_{\tilde{P}_j}(P_{jk}) \right) \quad j = 1, 2, \dots, m \quad k = 1, 2, \dots, l \quad (3.127)$$

Burada, $\mu_{\tilde{P}}(j)$ olabilirlik ölçümü özelliklerine göre Denklem (3.128)'deki gibi elde edilir;

$$\mu_{\tilde{P}}(j) = \text{enb}_{j \in \tilde{P}} \{ \mu_{\tilde{X}}(x_i) \} \quad , i = 1, 2, 3, \dots, n \quad j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (3.128)$$

Durulaştırılmış bulanık toplam maliyetin beklenen değerinin hesaplanabilmesi için s-bulanıklaştırma süreciyle indirgenmiş, $\mu_{\tilde{P}}(P_{jk})$ üyelik fonksiyonuna sahip $(\tilde{P})$ kümesi durulaştırılır.

Merkezi durulaştırma yöntemiyle durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değeri aşağıdaki gibidir;

$$E[\widetilde{TC}(Q)]_{COG} = Qv + \frac{\int [(P_{jk}) * \mu_{\tilde{P}}(P_{jk})]}{\int \mu_{\tilde{P}}(P_{jk})} \quad (3.129)$$

Durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyeti en küçükleyen değer en iyi sipariş miktarını verecektir.

$$E[\widetilde{TC}(Q^*)]_{COG} = \text{enk}_Q \{ E[\widetilde{TC}(Q)]_{COG} \} \quad (3.130)$$

Sayısal gösterim 3.2(Behret ve Kahraman, 2011a);

Sezonluk bir ürünü satın alma maliyeti $(v = 4 \text{ pb})$ 'dir. Talebin, tanım kümesi $\tilde{X} = \{1000; 2000; 3000; \dots; 9000\}$ olan kesikli bulanık sayı $(\tilde{X})$ olduğu düşünülmektedir ve bulanık talep değerleri üçgen üyelik fonksiyonuna $(\mu_{\tilde{X}}(x_i), i = 1, 2, 3, \dots, n)$ sahiptir.

$$\text{Üyelik fonksiyonu, } \mu_{\tilde{X}}(x_i) = \begin{cases} 0, & x_i \leq 1000 \\ \left(\frac{x_i-1000}{4000}\right), & 1000 < x_i \leq 5000 \\ \left(\frac{9000-x_i}{4000}\right), & 5000 < x_i \leq 9000 \\ 0, & x_i > 9000 \end{cases}.$$

Stok bulundurma maliyeti ile stok bulundurmama maliyetleri üçgen bulanık sayılar ile gösterilmektedir, sırasıyla $\tilde{h} = (2; 3; 4)pb$ ve $\tilde{b} = (5; 6; 7)pb$. Başlangıç stoku bulunmamaktadır.

Örneğin, 4000 birimlik bir sipariş verelim ($Q = 4000$). Bu durumda, $x_2 = 2000$ talebi için, bulanık stok maliyetlerinin toplamını ifade eden $\tilde{P}_2 = (2; 3; 4)pb * 2000 = (4000; 6000; 8000)pb$ olacaktır. $\tilde{P}_2$ değerinin olabilirliği Denklem (3.128)'den $\mu_{\tilde{P}}(2) = 0,25$ olacaktır. Eğer, $x_6 = 6000$ düşünülürse, $\tilde{P}_6 = (5; 6; 7)pb * 2000 = (10.000; 12.000; 14.000)pb$ bulunacak ve $\mu_{\tilde{P}}(6) = 0,75$ olacaktır. Diğer olası $\tilde{P}_j$ değerlerini içeren $\tilde{P}$ Düzey-2 bulanık kümesi elemanları ve bu elemanların olabilirlikleri ($\mu_{\tilde{P}}(j)$) Çizelge 3.10'da görülmektedir.

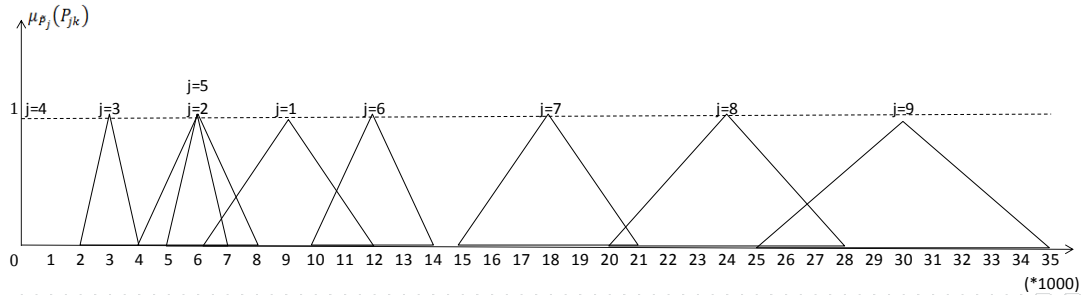
Çizelge 3.10 : Düzey-2 bulanık kümesi ($Q=4000$).

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
$\tilde{X}$	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000
$\mu_{\tilde{P}}(j)$	0	0,25	0,5	0,75	1	0,75	0,5	0,25	0
$\tilde{P}_j$	(6.000; 9.000; 12.000)	(4.000; 6.000; 8.000)	(2.000; 3.000; 4.000)	(0; 0; 0)	(5.000; 6.000; 7.000)	(10.000; 12.000; 14.000)	(15.000; 18.000; 21.000)	(20.000; 24.000; 28.000)	(25.000; 30.000; 35.000)

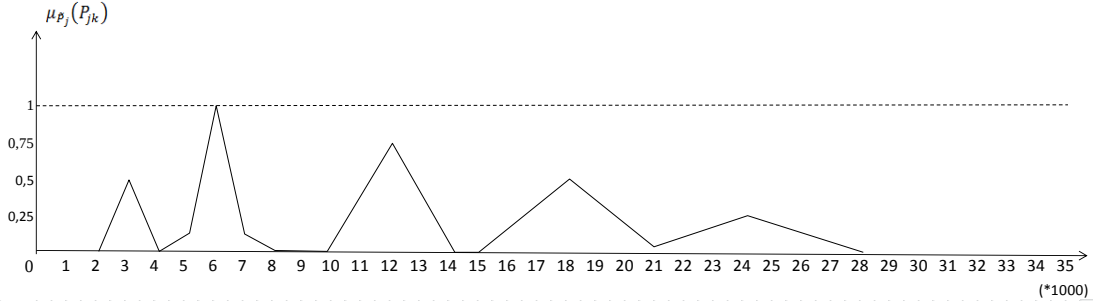
Sipariş miktarının 4000 birim olması durumunda elde edilen Düzey-2 bulanık kümesi ($\tilde{P}$) s-bulanıklaştırma süreciyle sıradan bulanık kümeye indirgenir ve merkezi durulaştırma yöntemiyle durulaştırılır.

Bu durumda ($Q = 4000$) için durulaştırılmış bulanık toplam maliyet değeri $E[\tilde{TC}(4,000)]_{COG} = 29.498 pb$ olarak hesaplanır.

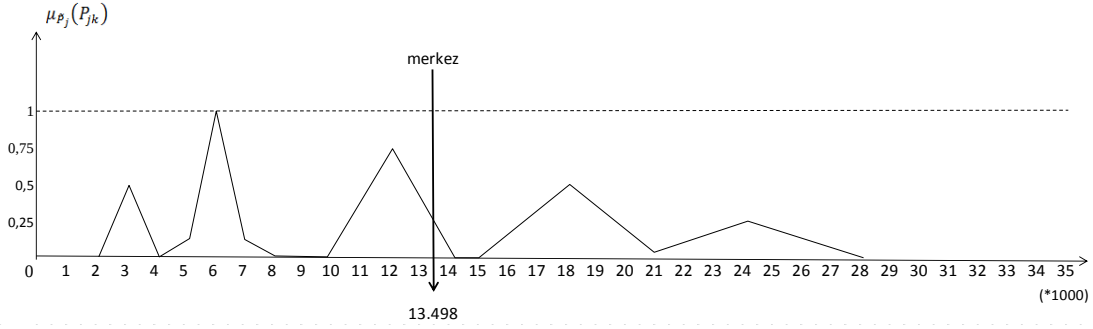
Şekil 3.22'de s-bulanıklaştırma süreci ve $\tilde{P}$ 'nin durulaştırılması gösterilmektedir. Diğer olası sipariş miktarları için durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değerleri Çizelge 3.11'de verilmiştir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.22 : (a) Düzey-2 bulanık küme (b) İndirgenmiş bulanık küme
(c) İndirgenen bulanık kümenin durulaştırılması.

Çizelge 3.11 : Durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değerleri
(Talebin ve stok maliyetlerinin bulanık olması durumu)

Q	$E[\widetilde{TC}(Q)]_{COG}$
1000	31.098
2000	30.547
3000	29.982
4000	29.498
5000	29.231*
6000	31.166
7000	36.928
8000	42.998
9000	49.391

* en küçük beklenen bulanık toplam maliyet değeri

Talebin ve stok maliyetlerinin bulanık olması durumu için en küçük durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değeri 29.231 pb 'dir. Bu maliyeti gerçekleyen sipariş miktarı, incelenen problem için en iyi sipariş miktarıdır, ($Q^* = 5000$).

Talep dağılımının kesikli olduğu bir diğer çalışmada, Ishii ve Konno (1998), talebin tanımlanabilir olduğu ve olasılık dağılımıyla ifade edildiği ancak stok bulundurmama maliyetinin L -tipi bulanık sayılarla tanımlandığı bir bulanık gazeteci çocuk modeli önermişlerdir. Modelde beklenen toplam maliyet de bulanık sayılarla ifade edilmiş ve optimum sipariş miktarı, kazanç fonksiyonuna bulanık enb (enk) sıralama yöntemi uygulanmasıyla elde edilmiştir. Önerilen bulanık modelin sonucu klasik TDSK modeli sonucuyla karşılaştırılmış ve bulanıklığın olduğu durumda klasik durumdan daha fazla sipariş verilmesi gerektiği ortaya çıkmıştır.

Li ve diğ. (2002) tek dönemli stok kontrol problemini iki farklı durum altında incelemişlerdir. İlk durumda talep sürekli rassal değişken, maliyet parametreleri ise L - R tipi bulanık sayılar olarak ifade edilmiştir. İkinci modelde ise, talep bulanık sayı olarak düşünülmüş ve maliyet parametreleri tanımlanabilir olarak gösterilmiştir. Her iki modelde de amaç bulanık kazanç fonksiyonunu enbüyüklemektir. Bu amaçla bulanık sayıların toplam integral değerine göre bulanık sıralanması yöntemi uygulanarak optimum sonuca ulaşılmıştır. Çalışmada ilk modelin klasik TDSK modeline indirgenebileceği gösterilmiş ve bu yüzden optimum sonucun kolayca elde edilebileceği belirtilmiştir.

Talebin sürekli rassal değişken (X), stok bulundurma maliyeti ($\tilde{h}$) ve stok bulundurmama maliyetinin ($\tilde{b}$) ise L - R tipi bulanık sayılar olarak ifade edildiği durumda, ürünler v maliyetinden satın alınır ve p fiyatından satılır ise, Li ve diğ. (2002)'nin önerdiği modele göre toplam kazanç fonksiyonunu en büyükleyen optimum sipariş miktarı (Q^*) aşağıdaki eşitliği sağlayan miktar olacaktır;

$$F_X(Q^*) = \frac{p + \tilde{b} - v}{p + \tilde{h} + \tilde{b}} \quad (3.131)$$

Burada $F_X(.)$ talebin kümülatif dağılım fonksiyonunu ifade etmektedir. Li ve diğ. (2002)'nin çözüm önerisine göre Denklem (3.131)'deki bulanık değişkenlerin yerine durulaştırılmış değerleri ($._d$) konularak optimum sonuç elde edilebilir (Denklem (3.132));

$$F_X(Q^*) = \frac{p + b_d - v}{p + h_d + b_d} \quad (3.132)$$

Diğer bir ifadeyle, rassal talep ve bulanık stok maliyetleri içeren bir BTDSK modeli, klasik TDSK modelindeki tanımlanabilir stok maliyetlerini ilgili bulanık stok maliyet değerlerinin durulaştırılmış değerleriyle yer değiştirilerek elde edilebilir (Li ve diğ. 2002).

Li ve diğ. (2002)'nin çalışmalarında geliştirdikleri talebin bulanık sayı olarak ve maliyet parametrelerinin tanımlanabilir olarak gösterildiği ikinci modelde, amaç fonksiyonun içbükey olduğu gösterilmiş ve bu sayede bulanık sayıların toplam integral değerine göre bulanık sıralanması yöntemi uygulanarak optimum sonuca ulaşılmıştır.

Hasuike ve Ishii (2010), müşteri talebine bağımlı stok bulundurmama maliyetini dikkate alan bir BTDSK modeli geliştirmişlerdir. Çalışmada Ishii ve Konno (1998) ve Li ve diğ. (2002)'nin çalışmaları genişletilerek kesikli ve sürekli rassal talep altında, talebe bağımlı bulanık stok bulundurmama maliyetini içeren BTDSK problemi için Yager'in sıralama metodu (Yager, 1981) kullanılarak optimum sipariş miktarı analitik olarak elde edilmiştir. Ek olarak, düzgün dağılım ve üçgen bulanık sayılar kullanılarak önerilen model ve önceki standart modeller arasındaki ilişki incelenmiştir. Çalışmada uygulanan sayısal örnek sonucunda bulanıklığın ve talebe bağımlılığın olduğu durumda, diğer durumlara göre daha fazla sipariş verilmesi gerektiği belirtilmiştir.

Sürekli bulanık talep altında bulanık toplam maliyeti enküçükleme amacıyla Kao ve Hsu (2002b) tek dönemli stok kontrol modeli geliştirmiştir. Çalışmada optimum sipariş miktarını bulmak üzere Yager (1981)'in geliştirdiği alan ölçüm indeksine bağlı bulanık sayıların sıralanması yöntemi kullanılmıştır. Talebin sürekli bulanık sayı olarak ifade edildiği ilk BTDSK modeli olması ve daha sonra geliştirilen diğer modellere temel oluşturması açısından Kao ve Hsu (2002b)'nin modeli aşağıda açıklanacaktır.

Sürekli bulanık talep ve tanımlanabilir stok maliyetleri içeren model (Kao ve Hsu, 2002b);

Modelde ürüne olan talebin sürekli olduğu ve genelleştirilmiş L - R tipi bulanık sayılarla ifade edildiği (Şekil 3.9) ve talebin aksine, stok maliyetlerinin kesin olarak

bilindiği bir BTDSK problemi düşünülmektedir. Talebin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi hesaplanabilir;

$$\mu_{\tilde{x}}(x) = \begin{cases} L(x), & l \leq x \leq m \\ 1, & m \leq x \leq n \\ R(x), & n \leq x \leq u \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.133)$$

Talebin bulanık olması, maliyet fonksiyonunun da bulanık olmasını gerektirecektir. Eğer Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse toplam maliyet fonksiyonu şu şekilde olacaktır;

$$\widetilde{TC}(Q) = Qv + h \text{ enb}\{(Q - \tilde{X}), 0\} + b \text{ enb}\{0, (\tilde{X} - Q)\} \quad (3.134)$$

burada v birim satın alma maliyetini, b ($b > v$) birim satış fiyatını ve h dönem sonu elde kalan ürünler için birim stok bulundurma maliyetini ifade etmektedir. Stok bulundurma maliyetininin negatif olması birim hurda değerini belirtir ve ($v > -h$)' dır. Talebin üyelik fonksiyonu dikkate alındığında, optimum sipariş miktarının(Q), l ve u arasında olacağı görülmektedir. Buna göre toplam maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$\widetilde{TC}(Q) = \begin{cases} Qv + h(Q - \tilde{X}) & l \leq \tilde{X} \leq Q \\ Qv + b(\tilde{X} - Q) & Q \leq \tilde{X} \leq u \end{cases} \quad (3.135)$$

Varsayalım ki TC_{α} bulanık toplam maliyet fonksiyonunun α -kesimini ifade etsin. Bu durumda Q 'nun aldığı değerlere bağlı olarak $\widetilde{TC}(Q)$ 'nun üyelik fonksiyonu üç durumda incelenmelidir; $l \leq Q \leq m$; $m \leq Q \leq n$; $n \leq Q \leq u$. Üç farklı durum için TC_{α} fonksiyonları belirlendikten sonra çözüm aşamasında Yager (1981)'in geliştirdiği alan ölçüm indeksine bağlı bulanık sayıların sıralanması yöntemi kullanılarak toplam maliyetin beklenen değeri bulunur.

Yager'in alan ölçüm indeksine bağlı sıralama yöntemi şu şekilde tanımlanır;

$$I(\widetilde{TC}) = \frac{I_L(\widetilde{TC}) + I_R(\widetilde{TC})}{2} \quad (3.136)$$

burada, $I_L(\widetilde{TC})$ sol şekil fonksiyonu altında kalan alanı ve $I_R(\widetilde{TC})$ sağ şekil fonksiyonu altında kalan alanı ifade etmektedir. Optimum sipariş miktarı (Q^*) daha

önce belirlenen üç durum için incelenebilir. İncelenen üç durumun sonuçlarının birleştirilmesi ile optimum sipariş miktarı için aşağıdaki eşitlik elde edilir;

$$Q^* = \begin{cases} L^{-1}\left(\frac{2(b-v)}{h+b}\right) & b-v \leq h+v \\ [m, n], & b-v = h+v \\ R^{-1}\left(\frac{2(h+v)}{h+b}\right), & b-v \geq h+v \end{cases} \quad (3.137)$$

Özel bir durum olarak talebin yamuk bulanık sayı olarak tanımlanması durumunda yukarıdaki eşitlik şu şekilde ifade edilebilecektir;

$$Q^* = \begin{cases} l + \left\lfloor \frac{2(b-v)}{h+b} \right\rfloor (m-l), & b-v \leq h+v \\ [m, n], & b-v = h+v \\ u - \left\lfloor \frac{2(h+v)}{h+b} \right\rfloor (u-n), & b-v \geq h+v \end{cases} \quad (3.138)$$

Sayısal gösterim 3.3(Kao ve Hsu, 2002b):

Talebin yamuk bulanık sayı $\tilde{X} = (10; 14; 16; 20)$ olarak ifade edildiği bir BTDSK problemi düşünelim. Ürünlerin birim maliyeti, satış fiyatı ve hurda değeri sırasıyla şu şekilde belirlenmiştir; $v = 10, b = 12$ ve $h = -4$. Bir ürünün satışından elde edilen kâr ($b - v = 2$), satılamayan bir birim üründen dolayı oluşacak zarardan ($v + h = 6$) daha düşük olduğu için optimum sipariş miktarının $Q^* = 12$ bulunması için Denklem (3.138)'deki ilk formül kullanılmıştır. Eğer, birim maliyet değeri $v = 8$ birime düşürülürse, birim kâr $b - v = 4$ ve birim zarar $v + h = 4$ değerleri eşit olacak ve bu durumda 14 ve 16 arasındaki bütün sipariş miktarları optimum olacaktır. Eğer birim maliyet değeri $v = 6$ birime düşürülürse, bu durumda birim kâr $b - v = 6$ değeri birim zarar $v + h = 2$ değerinden daha fazla olacak ve Denklem (3.138)'deki üçüncü formül uygulanarak $Q^* = 18$ olarak bulunacaktır.

Daha güncel bir çalışmada Chen ve Ho (2011), Kao ve Hsu (2002b)'nin BTDSK modelini artırımlı miktar indirimlerini göz önüne alarak genişletmişlerdir. Çalışmada optimum sipariş miktarı için kapalı-formlu çözümler üretilmiş ve sayısal örneklerle modelin geçerliliği analiz edilmiştir.

Xu ve Zhai (2008) çalışmalarında, Kao ve Hsu (2002b)'nin çözümüne benzer bir yaklaşımla bulanık talep altında tek dönemli tedarik zinciri problemini için optimum

özüm önerisinde bulunmuşlardır. Çalışmada üretici ve perakendeci için ayrı ayrı satış fiyatları ve üretim ve tedarik maliyetleri göz önüne alınmış ve üretici ve perakendeci arasında koordinasyon olması ve olmaması durumları için optimum sipariş miktarları belirlenmiştir. özüm aşamasında toplam kazanç fonksiyonunun beklenen değerin bulunması için Dubois ve Prade (1987)'nin tanıttığı bulanık sayıların olabirsel ortalaması yöntemi kullanılmıştır. Kapalı-formlu çözümlere bağlı olarak her iki durum için üretici ve perakendeci arasındaki ilişki ve davranışlar sayısal olarak analiz edilmiş ve bütün tedarik zincirinin optimizasyonu için bir birleşik politika öne sürülmüştür. Bir diğer çalışmalarında, Xu ve Zhai (2010) iki-aşamalı tedarik zinciri koordinasyon problemini ele almışlar ve bulanık talep durumunda dikey olarak ilişkili iki aşamalı tedarik zincirinin optimizasyonunu üretici ve perakendeci arasında tam koordinasyon ve koordinasyon olmaması durumu için incelemişlerdir. alışmalarında, olasılıksal analizlerde olduğu gibi, beklenen en büyük tedarik zinciri kazancının koordinasyonlu durumda koordinasyon olmaması durumuna göre daha büyük olduğunu ispat etmişlerdir.

Literatürde yer alan bazı çalışmalarda, araştırmacılar hem rassallığın hem de bulanıklığın aynı anda yer aldığı melez tek dönemli stok kontrol modellerini incelemişlerdir. Dutta ve diğ. (2005) alışmalarında böyle bir ortamı göz önünde bulundurmuşlar ve talebi bulanık rassal değişken olarak tanımlamışlardır. Modelde talep değerleri ve bu değerlere karşılık gelen olasılıklar üçgen bulanık sayılarla ifade edilmiştir. Talep ve talep olasılık değerlerinin üçgen bulanık sayı olmasından dolayı bulanık beklenen kazanç fonksiyonu da üçgen bulanık sayı olarak ifade edilmiştir. Optimum sipariş miktarını belirlemek için yeni bir yöntem geliştirilmiş ve optimum değere Chen ve Hsieh (1999)'in tanıttığı Dereceli Ortalama İntegrasyon Gösterimi (GMIR) yöntemi (Denklem (3.52)) kullanılarak ulaşılmıştır.

Bir diğer çalışmada Dey ve Chakraborty (2008), geri iade edilen ürünlerin yeniden satılabilir olması durumu için BTDSK problemini incelemişlerdir. Çalışmada talep bulanık rassal değişken olarak tanımlanmıştır. Modelde, satış sezonu başlamadan tek bir sipariş verilir. Müşteriler belirli bir zaman aralığında aldıkları ürünü geri iade edebilir ve geri ödemelerini alabilirler. Geri iade edilen ürünler, satış sezonunun sonlanmaması durumunda ve hasar görmemiş olmaları durumunda yeniden satılabilirler. Dönem sonunda elde kalan ürünler hurda değerinden satılır. Zamanında karşılanmayan talep kaybedilir. Çalışmada satılan bir ürünün geri iade olasılığı, geri

iade edilen ürünün satılabilir olma olasılığı ve stok maliyetleri bulanık sayılarla ifade edilmiştir. Bulanık rassal değişken olarak belirlenen toplam beklenen kazanç fonksiyonunu Dereceli Ortalama İntegrasyon Gösterimi (GMIR) yöntemi (Denklem (3.52)) kullanılarak durulaştırılmış ve optimum sipariş miktarı marjinal analiz yoluyla elde edilmiştir.

Dutta ve diğ. (2007b) tam olarak tanımlanamayan ortamda, yeniden sipariş verme stratejisiyle kazancı enbüyüklemek için tek dönemli stok kontrol modeli sunmuşlardır. Toplam sipariş dönemi iki kısma bölünmüş ve müşteri talebi her iki kısımda da bulanık sayı olarak kabul edilmiştir. Çalışmada bulanık sayıların olabilirsel ortalama değerleri göz önüne alınarak sıralanmasına dayalı bir çözüm yordamı sunulmuştur. Son dönemlere ait bir çalışmada Mahata (2011), Dutta ve diğ. (2007b)'nin modelini birinci kısımdaki talebin stokastik değişimini dikkate alarak ve birinci kısımda mümkün olduğunca stok tükenmesi durumunun bulunmadığını düşünerek yeniden düzenlemiştir. Ek olarak, çalışmada özellikle beklenen kazancın belirlenmesinde Dutta ve diğ. (2007b)'nin modeline kıyasla daha az karmaşık bir yeniden sipariş verme modeli sağlanması amaçlanmıştır.

Ji ve Shau (2006) BTDSK problemini iki düzeyli olarak genişletmişlerdir. Çalışmalarında tedarikçinin kararını (alt düzey), üreticinin kararından (üst düzey) ayrı olarak değerlendirmişlerdir. Bulanık talep altında miktar indirimlerinin hiyerarşik karar sisteminde düzenlendiği modelde, üretici kazancı enbüyüklemek amacıyla ürün toptan fiyatına karar verirken tedarikçi de kendi beklenen kazancını enbüyüklemek için sipariş miktarına karar vermektedir. Diğer bir çalışmada Shao ve Ji (2006) bütçe kısıtları altında bulanık talepli ve çok ürünlü BTDSK problemini modellemişlerdir. Farklı kriterler altında üç tip model geliştirilen çalışmada amaç fonksiyonu gazeteci çocuğun beklenen kazancını enbüyüklemektir. Her iki çalışmada da güvenilirlik teorisine dayanan Liu ve Liu (2002) tarafından tanıtılan bulanık bir sayının beklenen değeri (Denklem (3.96)) ve şans kısıtlı programlama yöntemleri kullanılmıştır. Problemlerin çözümü için genetik algoritma ve bulanık benzetim yöntemleri kullanılmıştır.

Taleizadeh ve diğ. (2011)'in çalışmasında, talebin $L-R$ tipi bulanık sayı olarak ifade edildiği ve artırımlı miktar indirimi ve çeşitli kapasite kısıtlarının (hizmet düzeyi, parti sipariş miktarı, depolama alanı, bütçe, enbüyük sipariş miktarı) göz önünde bulundurulduğu bir BTDSK modeli geliştirmiştir. Modelin çözümünde Liu ve Liu

(2002) tarafından tanıtılan bulanık bir sayının beklenen değeri (Denklem (3.96)) kullanılarak modelin amaç fonksiyonu için beklenen değer hesaplanmıştır. Geliştirilen model tamsayılı doğrusal olmayan bir model olduğu için modelin analitik çözümünü elde etmek oldukça zordur. Bu yüzden modelin çözümü için bulanık benzetim ve meta-sezgisellere dayalı beş farklı melez akıllı algoritma sunulmuştur.

3.7 İncelenen Bulanık Stok Kontrol Modellerinin Değerlendirilmesi

Bulanık stok kontrolüne yönelik mevcut modeller incelendiğinde bulanık stok kontrolü çalışmalarının 1980'lere dayandığı gözlenmektedir. Bulanık stok kontrol modellerinin genelinde bulanık parametre olarak ya talep ya da stok maliyetleri (stok bulundurma maliyeti, stok bulundurmama maliyeti, geriye sipariş maliyeti, hazırlık maliyeti) tanımlanmıştır.

Hem talep hem de stok maliyetlerinin ikisinin birden bulanık olarak değerlendirildiği modeller görece daha azdır (Yao ve Chiang, 2003; Hsieh, 2002; Chang ve Chang, 2006; Chen ve diğ., 2007; Chen ve Chang, 2008; Petrovic ve diğ., 1996). Hem bulanıklığın hem de rassallığın modele yansıtılabilmesi için son dönemlere ait çalışmalarda araştırmacılar stok modellerinde bulanık rassal değişkenler kullanmaya başlamışlardır (Chang ve diğ., 2006; Dutta ve diğ., 2005; Dutta ve diğ., 2007a; Dey ve Chakraborty, 2009; Dey ve Chakraborty, 2011).

Bulanık stok kontrol modellerinin çözüm süreci genel olarak bulanık parametreler üzerinden işlemler yapılmasını ve son aşamada bulanıklığı ortadan kaldırıp kesin bir sonuca ulaşılmasını içermektedir.

Literatürde bulunan modellerde bulanık parametreler bulanık sayılar ile tanımlandığı için, bu sayılar üzerindeki aritmetik işlemler genelleme ilkesi özelliklerine göre yapılabilmektedir. Bulanıklığın kaldırılması işlemi için ise çeşitli durulaştırma yöntemleri kullanılmaktadır.

Literatürdeki stok kontrol problemleri incelendiğinde tek dönemli stok kontrol problemlerinin, bu problemlerde satış döneminin görece kısa olması ve satış dönemi boyunca stok yenileme imkanının olmaması özelliğinden dolayı, ortamdaki belirsizliğin modele yansıtılmasına daha duyarlı olabilecekleri gözlemlenmiştir.

Klasik TDSK problemlerinde talebin belirsiz yapısı olasılık dağılımları kullanılarak modele yansıtılmaktadır. Ancak bulanık küme teorisinin gelişimiyle birlikte,

ölçülemeyen ya da tam olarak tanımlanamayan belirsizlikleri içeren bulanık tek dönemli stok kontrol modelleri (BTDSK) geliştirilmeye başlanmıştır. Bölüm 3.6.4 'de ayrıntılı olarak incelenen BTDSK modellerinin bulanık, rassal ve bulanık rassal değişkenlere göre değerlendirilmeleri Çizelge 3.12'de gösterilmektedir.

Çizelge 3.12 : Bulanık tek dönemli stok kontrol modellerinin içerdikleri bulanık, rassal ve bulanık rassal değişkenlere göre değerlendirilmesi.

<i>Bulanık tek dönemli stok kontrol modeli</i>	<i>Bulanık değişkenler</i>	<i>Rassal değişkenler</i>	<i>Bulanık rassal değişkenler</i>
Petrovic ve diğ. (1996)	Model1:Talep Model2:Talep, stok bulundurmama maliyeti, stok bulundurma maliyeti	*** ***	*** ***
Ishii ve Konno (1998)	Stok bulundurmama maliyeti	Talep	***
Li ve diğ. (2002)	Model1:Stok bulundurmama maliyeti, stok bulundurma maliyeti Model2:Talep	Talep ***	*** ***
Hasuike ve Ishii (2010)	Stok bulundurmama maliyeti	Talep	***
Kao ve Hsu (2002b)	Talep	***	***
Chen ve Ho (2011)	Talep	***	***
Xu ve Zhai (2008)	Talep	***	***
Xu ve Zhai (2010)	Talep	***	***
Dutta ve diğ. (2005)	***	***	Talep
Dey ve Chakraborty (2008)	Satış fiyatı, ürün maliyeti, hurda değeri, stok bulundurmama maliyeti, toplama maliyeti	***	Talep, satılan bir ürünün geri iade olasılığı, geri iade edilen ürünün satılabilir olma olasılığı
Dutta ve diğ. (2007b)	Talep	***	***
Mahata (2011)	Talep	***	***
Ji ve Shau (2006)	Talep	***	***
Shau ve Ji (2006)	Talep	***	***
Taleizadeh ve diğ. (2011)	Talep	***	***

Çizelge 3.12 incelendiğinde, bulanık tek dönemli stok kontrol modellerinde en çok talep belirsizliğini modelleyebilmek üzere çalışmalar yapıldığı görülmektedir. Çalışmalarda sadece talebin bulanık değişken olarak düşünülüp diğer parametrelerin tanımlanabilir olarak ifade edildiği modeller oldukça fazladır (Petrovic ve diğ., 1996 (Model1); Li ve diğ., 2002 (Model2); Kao ve Hsu, 2002b; Chen ve Ho, 2011; Xu ve Zhai, 2008; Xu ve Zhai, 2010; Dutta ve diğ., 2007b; Mahata, 2011; Ji ve Shau, 2006; Shau ve Ji, 2006; Taleizadeh ve diğ., 2011).

Talebin rassal değişken olarak belirlendiği modellerde ise stok bulundurma maliyeti ve/veya stok bulundurmama maliyeti bulanık değişken olarak düşünülmüştür (Ishii ve Konno, 1998; Li ve diğ., 2002 (Model1); Hasuike ve Ishii, 2010). Çalışmalar arasından Petrovic ve diğ. (1996)'nin önerdikleri ikinci modelde hem talep hem de stok bulundurma ve stok bulundurmama maliyetleri bulanık değişkenler olarak ifade edilmiştir.

Yakın zamana ait çalışmalarda bulanık rassal değişkenler kullanılmaya başlanmıştır. Dutta ve diğ. (2005)'nin çalışmasında talep bulanık rassal değişken olarak tanımlanmış ve Dey ve Chakraborty (2008)'nin modelinde talep bulanık rassal değişken olarak ifade edilirken maliyet parametreleri bulanık değişkenler olarak modellenmiştir.

Literatürde bulunan bulanık tek dönemli stok kontrol modelleri, talep dağılımı yapılarına (kesikli ya da sürekli) ve uyguladıkları çözüm yöntemine göre Çizelge 3.13'de değerlendirilmiştir.

Bulanık tek dönemli stok kontrol modellerinin çözümüne yönelik önerilen yöntemler incelendiğinde çalışmalarda durulaştırma, bulanık sayıların sıralanması ya da bulanık beklenen değer yöntemlerinin kullanıldığı gözlenmiştir.

Talebin kesikli bulanık ve/veya kesikli rassal bulanık sayı olarak ifade edildiği BTDSK modellerinde optimum çözüme ulaşmak için marjinal analiz yöntemi uygulanmıştır (Petrovic ve diğ., 1996; Dutta ve diğ., 2005; Dey ve Chakraborty, 2008). Talebin sürekli bulanık değişken olarak düşünüldüğü modellerin birçoğunda optimum çözüm analitik yolla elde edilmiştir (Li ve diğ., 2002; Kao ve Hsu, 2002b; Chen ve Ho, 2011; Xu ve Zhai, 2008; Xu ve Zhai, 2010; Dutta ve diğ., 2007b; Mahata, 2011). Ancak bu modellerin çözüm süreci oldukça karmaşıktır ve çok fazla işlem gerektirmektedir.

Çizelge 3.13 : Bulanık tek dönemli stok kontrol modellerinin talep dağılımı yapılarına ve çözüm yöntemine göre değerlendirilmesi.

<i>Bulanık tek dönemli stok kontrol modeli</i>	<i>Talep dağılımı</i>	<i>Çözüm yöntemi</i>
Petrovic ve diğ. (1996)	Kesikli bulanık	S-bulanıklaştırma, merkezi durulaştırma yöntemi
Ishii ve Konno (1998)	Kesikli rassal	Bulanık enb (enk) sıralama yöntemi
Li ve diğ. (2002)	Model1: Sürekli rassal Model2: Sürekli bulanık	Bulanık sayıların toplam integral değerine göre sıralanması yöntemi
Hasuike ve Ishii (2010)	Model1: Kesikli rassal Model2: Sürekli rassal	Alan ölçüm indeksine bağlı bulanık sayıların sıralanması yöntemi
Kao ve Hsu (2002b)	Sürekli bulanık	Alan ölçüm indeksine bağlı bulanık sayıların sıralanması yöntemi
Chen ve Ho (2011)	Sürekli bulanık	Alan ölçüm indeksine bağlı bulanık sayıların sıralanması yöntemi
Xu ve Zhai (2008)	Sürekli bulanık	Bulanık sayıların olabirsel ortalama değerlerine göre sıralanması yöntemi
Xu ve Zhai (2010)	Sürekli bulanık	Bulanık sayıların olabirsel ortalama değerlerine göre sıralanması yöntemi
Dutta ve diğ. (2005)	Kesikli bulanık rassal	Dereceli Ortalama İntegrasyon Gösterimi (GMIR) yöntemi
Dey ve Chakraborty (2008)	Kesikli bulanık rassal	Dereceli Ortalama İntegrasyon Gösterimi (GMIR) yöntemi
Dutta ve diğ. (2007b)	Sürekli bulanık	Bulanık sayıların olabirsel ortalama değerlerine göre sıralanması yöntemi
Mahata (2011)	Sürekli bulanık	Bulanık sayıların olabirsel ortalama değerlerine göre sıralanması yöntemi
Ji ve Shau (2006)	Sürekli bulanık	Güvenilirlik teorisi ile bulanık bir sayının beklenen değeri ve şans kısıtlı programlama yöntemi
Shau ve Ji (2006)	Sürekli bulanık	Güvenilirlik teorisi ile bulanık bir sayının beklenen değeri ve şans kısıtlı programlama yöntemi
Taleizadeh ve diğ. (2011)	Sürekli bulanık	Güvenilirlik teorisi ile bulanık bir sayının beklenen değeri ve meta sezgisel algoritmalar

Sürekli dağılıma sahip bulanık talep içeren diğer BTDSK modellerinde, çözüm sürecinde güvenilirlik teorine dayalı bulanık bir sayının beklenen değerinin bulunması yöntemi uygulanmıştır. Ancak analitik yol ile bu beklenen değer hesaplanmasının zorluğundan dolayı bu modellerin optimizasyon aşamasında melez akıllı algoritmalar kullanılmıştır (Ji ve Shau, 2006; Shau ve Ji, 2006; Taleizadeh ve diğ., 2011).

Ek olarak, incelenen modellerden Hasuike ve Ishii (2010), BTDSK modelini müşteri talebine bağımlı stok bulundurmama maliyetini dikkate alarak genişletmişlerdir. Daha güncel bir çalışmada Chen ve Ho (2011), Kao ve Hsu (2002b)'nin BTDSK modelini artırımlı miktar indirimlerini göz önüne alarak genişletmişlerdir. Dey ve Chakraborty (2008), geri iade edilen ürünlerin yeniden satılabilir olması durumu için BTDSK problemini incelemişlerdir. Dutta ve diğ. (2007b)'nin önerdiği modelde BTDSK problemi yeniden sipariş verme stratejisiyle genişletilirken, Ji ve Shau (2006) BTDSK modelini iki düzeyli olarak genişletmişler ve miktar indirimlerini modele yansıtmışlardır. Bir diğer genişletilmiş modelde Shao ve Ji (2006) bütçe kısıtları altında BTDSK problemini modellemişlerdir.

Mevcut literatürde bulunan bulanık stok kontrol modellerinin incelenmesi ve değerlendirilmesi sonucu, tek dönemli stok kontrol problemlerinin ortamdaki belirsizliğin modele yansıtılmasına daha duyarlı olmaları özelliklerinden dolayı tez kapsamında BTDSK problemlerine yönelik model önerileri geliştirilmesine karar verilmiştir. Bu doğrultuda öncelikle kesikli bulanık talep durumunda BTDSK modeli önerileri geliştirilecek daha sonra sürekli bulanık talep durumu incelenecektir.

4. BULANIK TEK DÖNEMLİ STOK KONTROL (BTDSK) MODELİ ÖNERİLERİ

Bu bölümde tez kapsamında önerilen bulanık tek dönemli stok kontrol (BTDSK) modelleri anlatılmıştır. Çalışmanın birinci kısmında öncelikle kesikli talep altında BTDSK problemi incelenmiş ve talebin rassal ve stok maliyetlerinin bulanık olduğu durum için bir BTDSK modeli önerilmiştir (Behret ve Kahraman, 2011a). Önerilen diğer modelde Petrovic ve diğ. (1996)'nin geliştirdiği BTDSK modeli referans alınarak, satış sezonu öncesi birden çok sipariş dönemi olması durumu için BTDSK modeli önerilmiştir (Behret ve Kahraman, 2010).

İkinci kısımda, sürekli talep dağılımına sahip BTDSK problemi incelenmiş ve sadece talebin bulanık olduğu, talebin rassal ve stok maliyetlerinin bulanık olduğu ve talebin ve stok maliyetlerinin bulanık olduğu ve durumlar için modeller önerilmiştir (Behret ve Kahraman, 2011b).

4.1 Kesikli Talep Altında BTDSK Modeli Önerileri

Bu bölümde, ilk olarak kesikli rassal talep ve bulanık stok maliyetlerinin ele alındığı bir BTDSK modeli geliştirilmiş ve farklı çözüm yaklaşımları ile elde edilen çözümler karşılaştırılmıştır. İkinci olarak, Petrovic ve diğ., (1996)'nin geliştirdiği BTDSK modeli referans alınarak, satış sezonu öncesi birden çok sipariş dönemi olması durumu için kesikli bulanık talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK modeli önerilmiştir.

4.1.1 Kesikli rassal talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK modeli

Bu modelde, tek bir dönem için ürünler v maliyetinden satın alınır veya üretilir. Talep $p_X(x_i), i = 1, 2, 3, \dots, n$ olasılık dağılımına sahip rassal bir değişken olarak düşünülmektedir. Stok bulundurma maliyeti ($\tilde{h}$) ile stok bulundurmama maliyetleri ($\tilde{b}$) ise bulanık değişkenler olarak düşünülmekte ve bulanık sayılar ile gösterilmektedir. Varsayım olarak hiç başlangıç stoku bulundurulmadığı ve temin süresinin sıfır olduğu düşünülmektedir.

Eğer Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse ve talep x_i miktarında gerçekleşirse, toplam maliyet fonksiyonu şu şekilde olacaktır;

$$\widetilde{TC}(Q) = \begin{cases} Qv + \tilde{h}(Q - X), & X \leq Q \\ Qv + \tilde{b}(X - Q), & X \geq Q \end{cases} \quad (4.1)$$

Talebin rassal bir değişken ve stok maliyetlerinin bulanık değişkenler olmasından dolayı toplam maliyet fonksiyonu da bulanık rassal bir değişken olacaktır. Toplam maliyetin beklenen değeri ise aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$E[\widetilde{TC}(Q)] = Qv + \sum_{i=1}^{Q-1} [\tilde{h}(Q - x_i) * p_X(x_i)] + \sum_{i=Q}^n [\tilde{b}(x_i - Q) * p_X(x_i)] \quad (4.2)$$

Bilindiği üzere tek dönemli stok kontrol probleminde amaç beklenen toplam maliyeti en küçükleyecek optimum sipariş miktarını bulmaktır (Bölüm 2.5). Bu amaçla rassal talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK problemlerine üç farklı yaklaşımla çözüm önerilecektir.

Yaklaşım 1;

Li ve diğ. (2002)'nin çalışmalarında bulanık stok maliyetleri içeren modelin klasik TDSK modeline indirgenebileceği gösterilmiş ve bu yüzden optimum sonucun kolayca elde edilebileceği belirtilmiştir. Bu yaklaşıma göre klasik modelin çözümündeki tanımlanabilir değişkenler yerine bulanık değişkenleri koyarak bulanık model için optimum çözümü aşağıdaki gibi elde edebiliriz;

$$p_{X<}(Q^*) \geq \frac{\tilde{b} - v}{\tilde{h} + \tilde{b}} \quad (4.3)$$

Daha sonra Denklem (4.3)'teki bulanık değişkenlerin yerine durulaştırılmış değerleri ($\cdot_d$) konularak optimum sonuç elde edilebilir (Denklem (4.4));

$$p_{X<}(Q^*) \geq \frac{b_d - v}{h_d + b_d} \quad (4.4)$$

Yaklaşım 2;

Bu yaklaşımda öncelikle Denklem (4.3)'de verilen çözüm üzerinde genelleme ilkesine bağlı bulanık aritmetik işlemler yapılır ve daha sonrasında durulaştırma işlemi uygulanarak optimum çözüm elde edilir. Hesaplama kolaylığı olması

bakımından stok bulundurma maliyeti $\tilde{h} = (h_l; h_m; h_n; h_u)$ ile stok bulundurmama maliyetlerinin $\tilde{b} = (b_l; b_m; b_n; b_u)$ yamuk bulanık sayılarla ifade edilmesi durumunda, bulanık sayılar üzerinde aritmetik işlemler uygulanarak aşağıdaki eşitsizlik elde edilir;

$$p_{X<}(Q^*) \geq \left(\frac{b_l - v}{h_u + b_u}; \frac{b_m - v}{h_n + b_n}; \frac{b_n - v}{h_m + b_m}; \frac{b_u - v}{h_l + b_l} \right) \quad (4.5)$$

Son aşamada eşitsizliğin sağ tarafı durulaştırılarak optimum çözüm elde edilir.

Yaklaşım 3:

Bu yaklaşımda kullanılmak üzere, Denklem (4.1)'de gösterilen toplam maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$\widetilde{TC}(Q) = Qv + \tilde{h} * \text{enb}\{(Q - X), 0\} + \tilde{b} * \text{enb}\{(X - Q), 0\} \quad (4.6)$$

Burada, “ $\tilde{h} * \text{enb}\{(Q - X), 0\}$ ” değeri fazla stok bulundurma maliyet değerlerinin bulanık kümesini ($\tilde{c}_o$), “ $\tilde{b} * \text{enb}\{(X - Q), 0\}$ ” değeri ise yetersiz stok bulundurma maliyetlerinin bulanık kümesini ($\tilde{c}_u$) göstermektedir. Bu durumda, sipariş miktarının bir fonksiyonu olarak, beklenen bulanık toplam maliyet değeri aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\begin{aligned} E[\widetilde{TC}(Q)] &= Qv + \sum_{i=1}^{Q-1} [\tilde{c}_{o_i} * p_X(x_i)] + \sum_{i=Q}^n [\tilde{c}_{u_i} * p_X(x_i)] \\ &= Qv + \sum_{i=1}^n [(\tilde{c}_{o_i} + \tilde{c}_{u_i}) * p_X(x_i)] \end{aligned} \quad (4.7)$$

Denklem (4.7)'de $\tilde{A} = \sum_{i=1}^n [(\tilde{c}_{o_i} + \tilde{c}_{u_i}) * p_X(x_i)]$ ifadesi bulanık sayı işlemleri kullanılarak hesaplanır. Bu ifadeyi $\tilde{A}$ ile gösterisek, $\tilde{A}$ değeri bulanık bir sayı ifade edecektir. Durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değeri $\tilde{A}$ değerinin durulaştırılmasıyla elde edilir.

$$E[\widetilde{TC}(Q)]_d = Qv + A_d, \quad (4.8)$$

Denklem (4.8)'i en küçükleyen değer en iyi sipariş miktarını verecektir.

$$E[\widetilde{TC}(Q^*)]_d = \text{enk}_Q\{E[\widetilde{TC}(Q)]_d\} \quad (4.9)$$

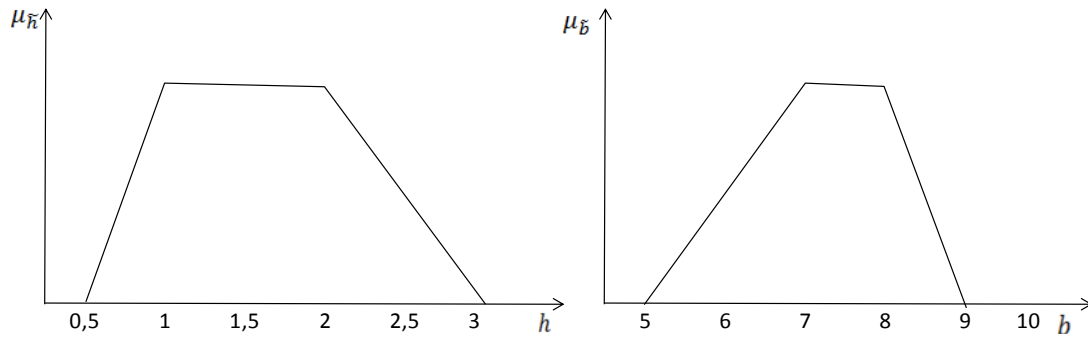
Sayısal gösterim 4.1:

Tek dönem stok kontrolü yapılan bir ürüne olan talep Çizelge 4.1'deki olasılık dağılımına sahiptir.

Çizelge 4.1 : Rassal talep için olasılık dağılımı

<i>Talep (x_i)</i>	<i>Olasılık ($p_x(x_i)$)</i>
8	0
9	0,02
10	0,05
11	0,12
12	0,19
13	0,24
14	0,19
15	0,12
16	0,05
17	0,02
18	0

Ürünler için birim satın alma maliyeti ($v = 4 pb$)'dir. Stok bulundurma maliyeti ile stok bulundurmama maliyetleri yamuk bulanık sayılar ile gösterilmektedir, sırasıyla $\tilde{h} = (0,5; 1; 2; 3)pb$ ve $\tilde{b} = (5; 7; 8; 9)pb$. Yamuk bulanık sayı olarak ifade edilen stok maliyetlerinin üyelik fonksiyonları Şekil 4.1'de gösterilmektedir. Başlangıç stoku bulunmamaktadır.



Şekil 4.1 : Stok maliyetleri için yamuk üyelik fonksiyonları.

Bu bilgiler altında, birinci çözüm yaklaşımına göre $\tilde{h}$ ve $\tilde{b}$ 'nin durulaştırılmış değerleri bulunup Denklem (4.4)'de yerlerine konularak optimum sipariş miktarı elde edilebilir. Bu aşamada durulaştırma için merkezi durulaştırma (COG) (Denklem (3.44)) ve Dereceli Ortalama İntegrasyon Gösterimi (GMIR) yöntemi (Denklem (3.53)) ile bulanık bir sayının beklenen değeri ($E[.]$) (Denklem (3.102)) yöntemi kullanılacaktır. İlgili yöntemlere göre durulaştırılmış $\tilde{h}$ ve $\tilde{b}$ değerleri ve birinci

yaklaşımına göre elde edilen optimum sipariş miktarları Çizelge 4.2’de gösterilmektedir.

Çizelge 4.2 : Kesikli rassal talep için birinci çözüm yaklaşımına göre elde edilen optimum sipariş miktarları.

<i>Durulaştırma yöntemi</i>	h_d	b_d	$\frac{b_d - v}{h_d + b_d}$	Q^*
COG	1,64	7,20	0,628	14
GMIR	1,58	7,33	0,645	14
$E[.]$	1,63	7,25	0,634	14

Çizelge 4.2’de görüldüğü gibi üç durulaştırma yöntemi sonucu farklı h_d ve b_d değerleri elde edilse de optimum sonuç değişmemektedir. Birinci yaklaşıma göre uygulanan üç farklı durulaştırma yöntemi için optimum sipariş miktarı, $Q^* = 14$ olarak bulunmuştur. İkinci çözüm yaklaşımına göre bulanık sayılar üzerinde aritmetik işlemler uygulanarak aşağıdaki bulanık değer elde edilir;

$$p_{X<}(Q^*) \geq \left(\frac{5-4}{3+9}; \frac{7-4}{2+8}; \frac{8-4}{1+7}; \frac{9-4}{0,5+5} \right) \geq (0,08; 0,30; 0,50; 0,91)$$

Bulanık sayı olarak edilen olasılık değeri (0,08; 0,30; 0,50; 0,91), COG, GMIR ve $E[.]$ yöntemleriyle durulaştırılarak optimum sonuç elde edilir (Çizelge 4.3).

Çizelge 4.3 : Kesikli rassal talep için ikinci çözüm yaklaşımına göre elde edilen optimum sipariş miktarları.

<i>Durulaştırma yöntemi</i>	<i>Olasılık</i>	Q^*
COG	0,46	13
GMIR	0,43	13
$E[.]$	0,45	13

Çizelge 4.3 incelendiğinde, üç durulaştırma yöntemi sonucu farklı olasılık değerleri elde edilse de optimum sonuç değişmemektedir. İkinci yaklaşıma göre uygulanan üç farklı durulaştırma yöntemi için optimum sipariş miktarı, $Q^* = 13$ olarak bulunmuştur. Son olarak üçüncü çözüm yaklaşımı uygulanacaktır. Bu yaklaşıma göre her bir olası sipariş miktarı için $\tilde{A} = \sum_{i=1}^n [(\tilde{c}_{o_i} + \tilde{c}_{u_i}) * p_X(x_i)]$ değerinin hesaplanması gerekmektedir. Örneğin, ürünümüzden 12 birim sipariş verdiğimizde, ($Q = 12$), olası talep değerleri için $\tilde{c}_{o_i}$ ve $\tilde{c}_{u_i}$ değerleri Çizelge 4.4’deki gibi olacaktır.

Çizelge 4.4 : Bulanık stok maliyeti değerleri ($Q=12$).

x_i	$\tilde{c}_{o_i}$	$\tilde{c}_{u_i}$	$(\tilde{c}_{o_i} + \tilde{c}_{u_i}) * p_X(x_i)$
8	(2;4;8;12)	(0;0;0;0)	(0;0;0;0)
9	(1,5;3;6;9)	(0;0;0;0)	(0,03;0,06;0,12;0,18)
10	(1;2;4;6)	(0;0;0;0)	(0,05;0,10;0,20;0,30)
11	(0,5;1;2;3)	(0;0;0;0)	(0,06;0,12;0,24;0,36)
12	(0;0;0;0)	(0;0;0;0)	(0;0;0;0)
13	(0;0;0;0)	(5;7;8;9)	(1,20;1,68;1,92;2,16)
14	(0;0;0;0)	(10;14;16;18)	(1,90;2,66;3,04;3,42)
15	(0;0;0;0)	(15;21;24;27)	(1,8;2,52;2,88;3,24)
16	(0;0;0;0)	(20;28;32;36)	(1,00;1,40;1,60;1,80)
17	(0;0;0;0)	(25;35;40;45)	(0,50;0,70;0,80;0,90)
18	(0;0;0;0)	(30;32;48;54)	(0;0;0;0)

Yamuk bulanık sayılar için aritmetik işlemler uygulandığında $\tilde{A} = (6,54; 9,24; 10,80; 12,36)$ yamuk bulanık sayısı elde edilir. Bu sayının COG, GMIR ve $E[.]$ yöntemleriyle durulaştırılması ile $Q = 12$ için durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değerleri $E[\tilde{TC}(12)]_{COG} = 57,68 pb$, $E[\tilde{TC}(12)]_{GMIR} = 57,83 pb$ ve $E[E[\tilde{TC}(12)]] = 57,74 pb$ olarak bulunur. Diğer olası sipariş miktarları için durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değerleri Çizelge 4.5’de verilmiştir.

Çizelge 4.5 : Kesikli rassal talep için üçüncü çözüm yaklaşımına göre elde edilen optimum sipariş miktarları.

Q	$E[\tilde{TC}(Q)]_{COG}$	$E[\tilde{TC}(Q)]_{GMIR}$	$E[E[\tilde{TC}(Q)]]$
8	68,00	68,67	68,25
9	64,80	65,33	65,00
10	61,78	62,18	61,93
11	59,20	59,47	59,30
12	57,68*	57,83*	57,74*
13	57,84	57,89	57,86
14	60,12	60,08	60,11
15	64,08	63,97	64,05
16	69,11	68,93	69,05
17	74,57	74,33	74,50
18	80,21	79,92	80,13

* en küçük beklenen bulanık toplam maliyet değeri

Çizelge 4.5 incelendiğinde, stok maliyetlerinin bulanık olması durumu için en küçük durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değeri, her üç durulaştırma yöntemi için de $Q = 12$ miktarında gerçekleşmektedir. Bu durumda üçüncü yaklaşıma göre uygulanan üç farklı durulaştırma yöntemi için optimum sipariş miktarı, $Q^* = 12$ olarak bulunmuştur.

Rassal talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK modeli için önerilen üç farklı yaklaşıma göre optimum sipariş miktarları sırasıyla 14, 13 ve 12 bulunmuştur. Farklı yaklaşımların farklı sonuçlar vermesinin en önemli nedeni uygulanan çözüm yöntemlerinde bulanıklığın farklı aşamalarda modele dahil edilmesidir. Bulanık stok maliyetlerinin üyelik fonksiyonları incelendiğinde (Şekil 4.1), $\tilde{h}$ 'nin üyelik fonksiyonunun sağdan çarpık, $\tilde{b}$ 'nin üyelik fonksiyonunun da soldan çarpık olduğunu görmekteyiz. Bu durumda, bulanıklık göz önüne alındığında, $\tilde{h}$ 'nin beklenen değerinin bulanık olmayan değerden daha büyük, $\tilde{b}$ 'nin beklenen değerinin de bulanık olmayan değerden daha küçük olacağını söyleyebiliriz. Bulanıklığın modele yansması sonucunda ise dönem sonunda elde kalan stok miktarını azaltmak amacıyla, optimum sipariş miktarının, bulanık olmayan kesin değişkenler kullanılarak belirlenen değerden daha düşük olacağını bekleyebiliriz.

İlk yaklaşımda, klasik modelin çözümündeki tanımlanabilir değişkenler yerine bulanık değişkenlerin durulaştırılmış değerleri konularak optimum çözüm elde edilmiştir. Bu yaklaşım bulanıklığı son aşamada modele dahil ettiği için değişkenlerin bulanık olmasının etkisi çözüm üzerinde fazla gözlenmemektedir. Diğer bir deyişle, eğer bulanık değişkenler yerine, bu değişkenlerin beklenen değeri ile ifade edilen tanımlanabilir değişkenler kullanılmış olsaydı ($h = 1,63, b = 7,25$), optimum sipariş miktarı yine 14 olarak elde edilecekti. İkinci yaklaşımda ise bir aşama daha öncesinde bulanıklık modele dahil edilmiş ve bulanık aritmetik işlemler kullanılarak optimum çözüm elde edilmiştir. Üçüncü yaklaşımda ise çözüm aşamasının başından itibaren bulanık değişkenler kullanılmış ve optimum çözüm bulanık değişkenler üzerinden yapılan aritmetik işlemler üzerinden elde edilmiştir. Bulanıklığın en iyi şekilde modele yansıtıldığı yaklaşım olan üçüncü yaklaşımda optimum sipariş miktarı $Q^* = 12$ olarak bulunmuştur ve bu sipariş miktarı için beklenen durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değerleri 57,74 olarak hesaplanmıştır. Diğer yaklaşımlar ile elde edilen sipariş miktarları için sırasıyla beklenen durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değerleri 60,11 ve

57,86'dır. Görüldüğü üzere ilk iki yaklaşıma göre elde edilen sonuçlar aslında optimum değerleri vermemekte ve daha fazla maliyete neden olmaktadır.

Ek olarak, her bir yaklaşımda uygulanan farklı durulaştırma yöntemlerinin optimum çözüm üzerinde bir etkisinin olmadığını söyleyebiliriz. Her üç yaklaşımda da COG, GMIR ve $E[.]$ durulaştırma yöntemleri uygulanarak elde edilen çözümler farklılık göstermemektedir.

4.1.2 Satış sezonu öncesi birden çok sipariş dönemi içeren BTDSK modeli

Bu bölümde BTDSK modeli satış sezonu öncesi birden çok sipariş dönemi olması durumu göz önüne alınarak genişletilmiştir (Behret ve Kahraman, 2010). Önerilen modelde hem bulanık ortam düşünülmüş hem de satış sezonuna hazırlık için birden çok sipariş dönemi bulunması durumu değerlendirilmiştir. İkinci durumun arkasında yatan düşünce şu şekildedir; tek bir dönemde satılacak olan ürünler için birçok üretim ya da satış öncesi hazırlık dönemi bulunabilir. Bu durumda cevaplanması gereken problem, satış sezonu yaklaştıkça tedarikçiden ne zaman ve ne kadar sipariş verilmelidir. Satış sezonu yaklaştıkça tedarikçinin temin süresi kısalmakta ve üretim maliyetleri artmaktadır. Bu durumun tersine, talep bulanıklığı azalmakta ve daha düşük fazla stok bulundurma/yetersiz stok bulundurma maliyetine yöneltecek daha kesin talep tahminleri elde edilmektedir. Modelin amacı, kesikli bulanık talep ($\tilde{X}$) altında satış sezonu öncesi birden çok sipariş dönemi içeren BTDSK problemi için en iyi sipariş dönemini (M^*) ve en iyi sipariş miktarını (Q^*) bulmaktır. Modelde hem ürüne olan talebin hem de stok maliyetlerinin kesin olarak bilinmediği ve bulanık değişkenler olarak düşünüldüğü varsayılmaktadır.

Satış sezonu öncesi tek bir sipariş dönemi olması durumundaki çözüm, Petrovic ve diğ. (1996) tarafından geliştirilmiştir, (Bölüm 3.6.4 Satış sezonu öncesi birden çok sipariş dönemi içeren BTDSK problemi için, satış sezonu öncesi sipariş dönemlerinin birbirinden bağımsız olduğu varsayılmıştır. Bu dönemler boyunca satış sezonu yaklaştıkça üretim maliyeti (ya da satın alma maliyeti) artar ve talep belirsizliği azalır ve daha kesin talep tahminleri elde edilir. Çok dönemli modelde, v_z , z dönemi için birim üretim maliyetini belirtir ($z = 1, 2, 3, \dots, w$). Talebin üyelik fonksiyonu satış sezonu yaklaştıkça orta değere doğru yoğunlaşır. Bulanık talebin z dönemi için üyelik fonksiyonu $[\mu_{\tilde{X}}(x_i)]_z$ ile gösterilmektedir. Stok bulundurma maliyeti ($\tilde{h}$) ile stok bulundurmama maliyetleri ($\tilde{b}$) ise bulanık değişkenler olarak düşünülmekte ve

bulanık sayılar ile gösterilmektedir. Talebin ve stok maliyetlerinin bulanık olması, maliyet fonksiyonunun da bulanık olmasını gerektirecektir. Eğer her bir dönem için Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse ve talep x_i miktarında gerçekleşirse, sezon öncesi sipariş dönemleri için bulanık toplam maliyet şu şekilde olacaktır;

$$\widetilde{TC}_z(Q) = Qv_z + \tilde{h} * enb\{(Q - \tilde{X}), 0\} + \tilde{b} * enb\{(\tilde{X} - Q), 0\} \quad (4.10)$$

Stok bulundurma maliyeti ve stok bulundurmama maliyetlerinin bulanık olmasından dolayı fazla stok bulundurma maliyeti $(\tilde{c}_{o_i})_z$ ve yetersiz stok bulundurma maliyeti $(\tilde{c}_{u_i})_z$ değerleri de bulanık olacak ve bulanık sayılarla ifade edilecektir. Fazla stok bulundurma ve yetersiz stok bulundurma maliyeti değerlerinin üyelik fonksiyonları, o döneme ait talebin üyelik fonksiyonuyla aynı olacaktır.

$$[\mu_{\tilde{c}_o}(c_{o_i})]_z = [\mu_{\tilde{c}_u}(c_{u_i})]_z = [\mu_{\tilde{X}}(x_i)]_z, \quad (z = 1, 2, 3, \dots, w) \quad (4.11)$$

Bu durumda, sipariş miktarının bir fonksiyonu olarak, her bir dönem için beklenen bulanık toplam maliyet değeri aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\begin{aligned} E[\widetilde{TC}_z(Q)] &= Qv_z + \sum_{i=1}^n ([(\tilde{c}_{o_i})_z * [\mu_{\tilde{c}_o}(\tilde{c}_{o_i})]_z] + [(\tilde{c}_{u_i})_z * [\mu_{\tilde{c}_u}(\tilde{c}_{u_i})]_z]) \\ &= Qv_z + \sum_{i=1}^n [(\tilde{c}_{o_i} + \tilde{c}_{u_i})_z * [\mu_{\tilde{c}_o + \tilde{c}_u}(\tilde{c}_{o_i} + \tilde{c}_{u_i})]_z] \end{aligned} \quad (4.12)$$

Denklem (4.12)'de $(\tilde{c}_o + \tilde{c}_u)_z$ bulanık kümesini $(\tilde{P})_z$ ile gösterebiliriz. Burada $(\tilde{P})_z$ bir Düzey-2 bulanık kümedir, $[\mu_{\tilde{P}}(j)]_z$ olabilirliği ile $(\tilde{P}_j)_z$ değerlerini alır. Ancak $(\tilde{P}_j)_z$ değerleri de bulanık değerler olduğu için, bu değerlerin de farklı üyelik dereceleri $[\mu_{\tilde{P}_j}(P_{jk})]_z$ mevcuttur. Düzey-2 bulanık kümesi, s-bulanıklaştırma süreciyle sıradan bulanık kümeye indirgenir. İndirgenen bulanık kümenin üyelik fonksiyonu s-bulanıklaştırma yöntemiyle aşağıdaki gibi elde edilir;

$$[\mu_{\tilde{P}}(P_{jk})]_z = eküs_{j=1,2,3,\dots,m} \left([\mu_{\tilde{P}}(j)]_z * [\mu_{\tilde{P}_j}(P_{jk})]_z \right) \quad j = 1, 2, \dots, m \quad k = 1, 2, \dots, l \quad z = 1, 2, \dots, w \quad (4.13)$$

Burada, $[\mu_{\tilde{P}}(j)]_z$ olabilirlik ölçümü özelliklerine göre aşağıdaki gibi elde edilir;

$$[\mu_{\tilde{P}}(j)]_z = enb_{j \in \tilde{P}_z} \{[\mu_{\tilde{X}}(x_i)]_z\}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad z = 1, 2, \dots, w \quad (4.14)$$

Her bir dönem için durulaştırılmış bulanık toplam maliyetin beklenen değerinin hesaplanabilmesi için $(\tilde{P}_z)$ kümeleri durulaştırılır.

$$E[\tilde{TC}_z(Q)]_d = Qv_z + (P_z)_d \quad (4.15)$$

Durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyeti en küçükleyen değer o dönem için en iyi sipariş miktarını verecektir.

$$E[\tilde{TC}_z(Q_z^*)]_d = \text{enk}_{Q_z}\{E[\tilde{TC}_z(Q_z)]_d\} \quad (4.16)$$

En iyi sipariş dönemi (M^*) , bulunan en iyi sipariş miktarlarındaki enküçük bulanık toplam maliyete sahip dönemdir.

Sayısal gösterim 4.2:

Bir tedarikçi temmuz ayı başında yeni bir ürünü pazara sürmek istemektedir ve üreticiye üretim emri vermek için altı olası dönem olanağı mevcuttur ($z = \text{Ocak, Şubat, Mart, Nisan, Mayıs, Haziran}$). Satış sezonu yaklaştıkça, tedarikçi temin süresi kısaltmakta ve üretim maliyeti artmaktadır. Diğer tarafta talep belirsizliği azalmakta ve fazla stok bulundurma ve yetersiz stok bulundurma maliyetlerini azaltacak olan daha kesin talep tahminleri elde edilebilmektedir. Birim stok bulundurma maliyeti $(\tilde{h})$ ve birim stok bulundurmama maliyeti $(\tilde{b})$ tam olarak tanımlanamamaktadır ve üçgen bulanık sayılarla gösterilmektedir, sırasıyla $\tilde{h} = (1; 2; 3)pb$ ve $\tilde{b} = (4; 5; 6)pb$. Birim üretim maliyeti tanımlanabilir ve her geçen dönem bir önceki aydaki fiyatın %5'i kadar artmaktadır (Çizelge 4.6).

Çizelge 4.6 : Aylara göre birim üretim maliyeti.

Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran
3,50	3,68	3,86	4,05	4,25	4,47

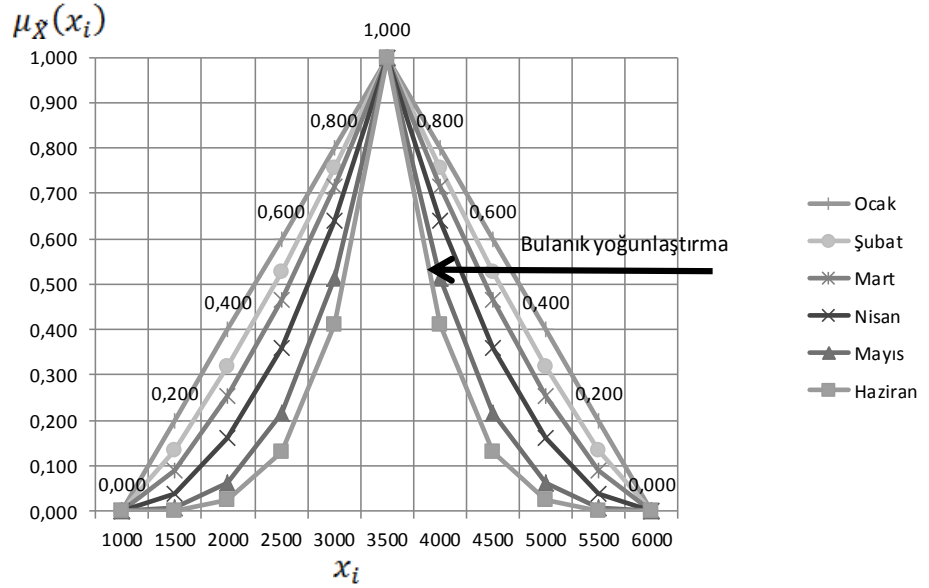
Bulanık talebin değer aralığı; $\tilde{X} = \{1000; 1500; 2000; 2500; \dots; 6000\}$ şeklindedir ve Ocak ayı için üyelik fonksiyonu $[\mu_{\tilde{X}}(x_i)]_1$ aşağıdaki gibidir;

$$[\mu_{\tilde{X}}(x_i)]_1 = \begin{cases} 0 & x_i < 1000 \\ \left(\frac{x_i - 1000}{2500}\right) & 1000 < x_i < 3500 \\ \left(\frac{6000 - x_i}{2500}\right) & 3500 < x_i < 6000 \\ 0 & x_i > 6000 \end{cases}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, 11$$

Örneğin, $x_1 = 1000$ olsun, x_1 'in üyelik değeri $[\mu_{\bar{x}}(x_1)]_1 = 0$ olacaktır. Eğer $x_7 = 4000$ olursa x_7 'nin üyelik değeri $[\mu_{\bar{x}}(x_7)]_1 = 0,80$ olacaktır. Diğer ayların üyelik fonksiyonları (Çizelge 4.7) bulanık yoğunlaştırma yöntemi kullanılarak Ocak ayının talebinin üyelik fonksiyonunun yoğunlaştırılmasıyla belirlenir (Şekil 4.2).

Çizelge 4.7 : Aylara göre bulanık talebin üyelik değerleri.

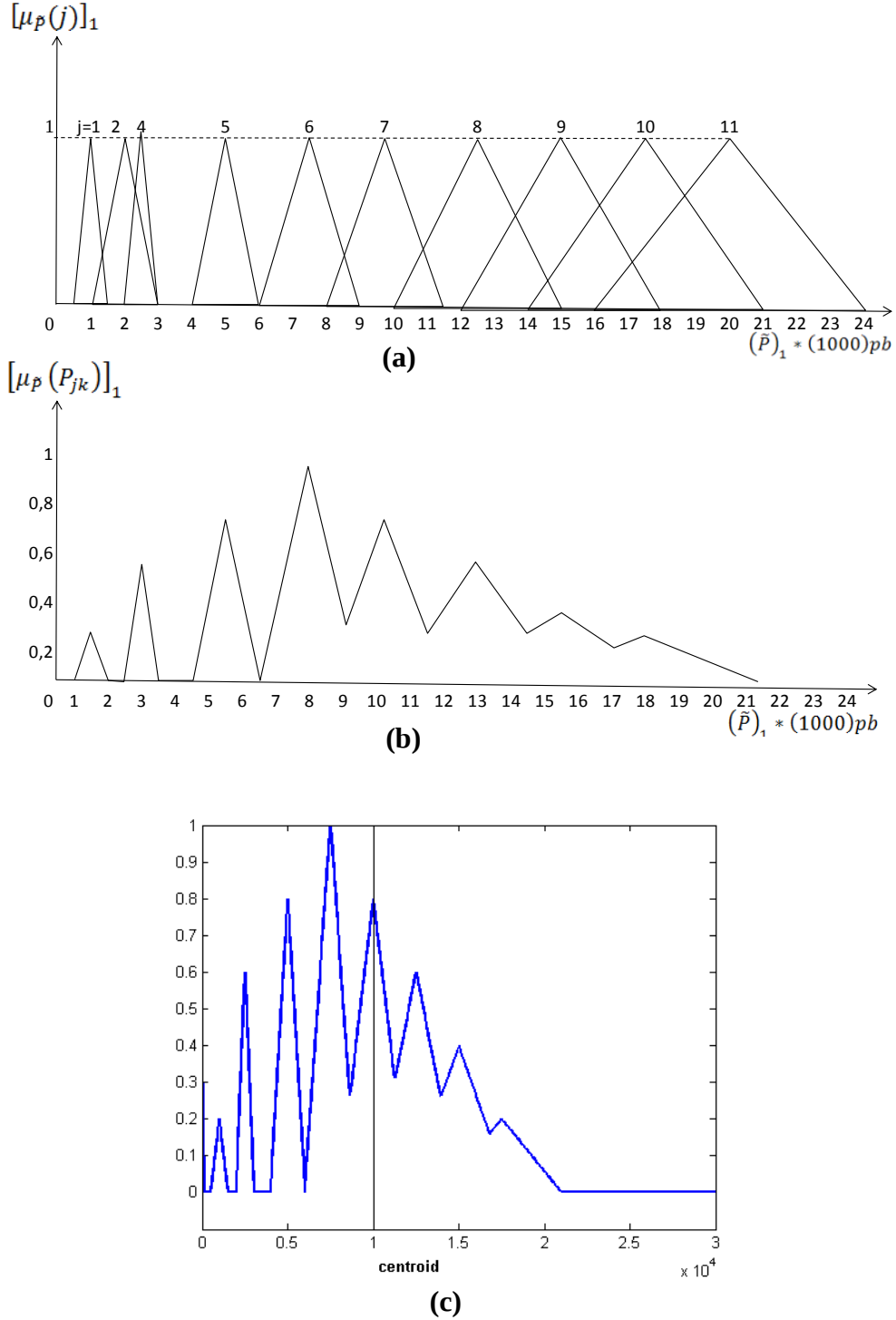
	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran
	$[\mu_{\bar{x}}(x_i)]_1$	$[\mu_{\bar{x}}(x_i)]_2$	$[\mu_{\bar{x}}(x_i)]_3$	$[\mu_{\bar{x}}(x_i)]_4$	$[\mu_{\bar{x}}(x_i)]_5$	$[\mu_{\bar{x}}(x_i)]_6$
Talep	$[\mu_{\bar{x}}(x_i)]_1$	$[\mu_{\bar{x}}(x_i)]_1^{1.25}$	$[\mu_{\bar{x}}(x_i)]_1^{1.5}$	$[\mu_{\bar{x}}(x_i)]_1^2$	$[\mu_{\bar{x}}(x_i)]_1^3$	$[\mu_{\bar{x}}(x_i)]_1^4$
1000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1500	0,200	0,134	0,089	0,040	0,008	0,002
2000	0,400	0,318	0,253	0,160	0,064	0,026
2500	0,600	0,528	0,465	0,360	0,216	0,130
3000	0,800	0,757	0,716	0,640	0,512	0,410
3500	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
4000	0,800	0,757	0,716	0,640	0,512	0,410
4500	0,600	0,528	0,465	0,360	0,216	0,130
5000	0,400	0,318	0,253	0,160	0,064	0,026
5500	0,200	0,134	0,089	0,040	0,008	0,002
6000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000



Şekil 4.2 : Bulanık yoğunlaştırma.

Örneğin Ocak ayının başında 2000 birimlik sipariş verelim. Bu durumda, $x_1 = 1000$ için bulanık ceza maliyeti, $(\tilde{P}_1)_1 = (1; 2; 3)pb * 1000 = (1000; 2000; 3000)pb$ olacaktır ve olabilirliği 0'dır, $x_5 = 1,000$ için bulanık ceza maliyeti $(\tilde{P}_5)_1 = (4; 5; 6)pb * 1000 = (4000; 5000; 6000)pb$ değerini alır ve olabilirliği 0,80'dir.

Ocak ayı sipariş dönemi için $z = 1$ ve $Q = 2000$ durumunda bulanık birim ceza maliyetleri Çizelge 4.8’de gösterilmektedir. Ocak ayı için $Q = 2000$ olduğu durumda elde edilen $(\tilde{P})_1$ Düzey-2 bulanık kümesi s-bulanıklaştırma süreciyle sıradan bulanık kümeye indirgenir ve daha sonra indirgenen bulanık küme merkezi durulaştırma yöntemiyle durulaştırılır (Şekil 4.3).



Şekil 4.3 : (a) Ocak ayı için Düzey-2 bulanık küme (b) İndirgenmiş bulanık küme (c) indirgenen bulanık kümenin durulaştırılması.

Çizelge 4.8 : Ocak ayı için ceza maliyeti değerleri, (z=1, Q=2000).

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
$\tilde{X}$	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000
$[\mu_{\tilde{X}}(x_i)]_1$	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1	0,80	0,60	0,40	0,20	0
$(\tilde{c}_{o_i})_1$	(1000; 2000; 3000)	(500; 1000; 1500)	(0;0;0)	(0;0;0)	(0;0;0)	(0;0;0)	(0;0;0)	(0;0;0)	(0;0;0)	(0;0;0)	(0;0;0)
$(\tilde{c}_{u_i})_1$	(0;0;0)	(0;0;0)	(0;0;0)	(2000; 2500; 3000)	(4000; 5000; 6000)	(6000; 7500; 9000)	(8000; 10000; 12000)	(10000; 12500; 15000)	(12000; 15000; 18000)	(14000; 17500; 21000)	(16000; 20000; 24000)
$(\tilde{P}_j)_1$	(1000; 2000; 3000)	(500; 1000; 1500)	(0;0;0)	(2000; 2500; 3000)	(4000; 5000; 6000)	(6000; 7500; 9000)	(8000; 10000; 12000)	(10000; 12500; 15000)	(12000; 15000; 18000)	(14000; 17500; 21000)	(16000; 20000; 24000)

Ceza maliyetinin s-bulanıklaştırılmış değerine göre, $Q = 2000$ için bulanık toplam maliyet değeri $E[\widetilde{TC}_1(2000)]_d = 17.022pb$ olarak hesaplanır. Merkezi durulaştırma değerleri MATLAB R2009b Bulanık Mantık Modülü kullanılarak elde edilmiştir. Ocak ayı sipariş döneminin diğer sipariş miktarları için durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyet değerleri Çizelge 4.9’da gösterilmektedir. Ocak ayı sipariş dönemi için bulanık toplam maliyeti en küçükleyen sipariş miktarı 3000 birim bulunmuştur ve ilgili toplam maliyet 16.820 pb ’dir.

Çizelge 4.9 : Ocak ayı için bulanık toplam maliyet değerleri.

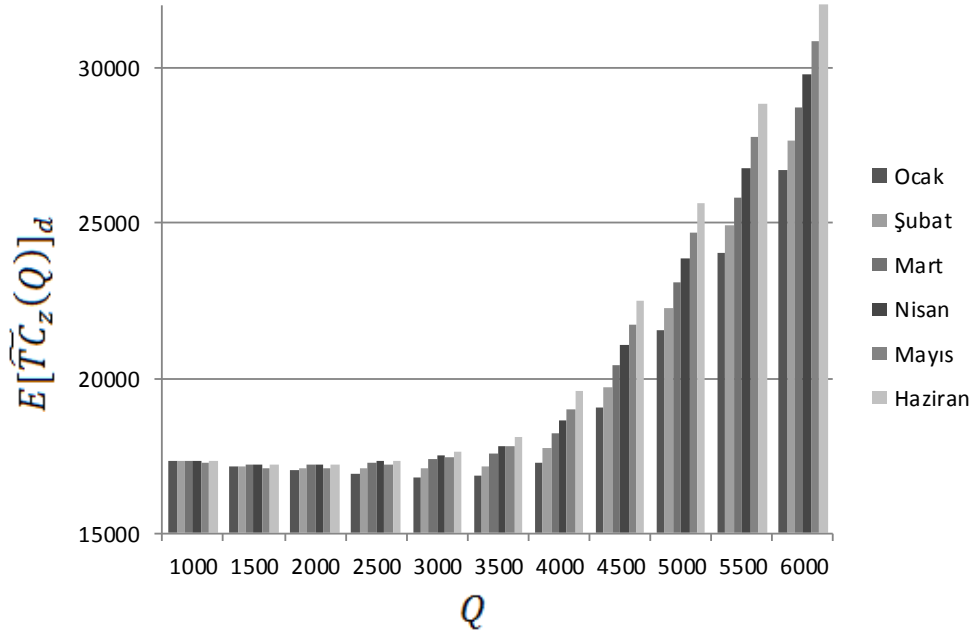
<i>Sipariş miktarı</i>	<i>Bulanık toplam maliyet</i>
1000	17.356
1500	17.159
2000	17.022
2500	16.930
3000	16.820*
3500	16.828
4000	17.258
4500	19.079
5000	21.514
5500	24.045
6000	26.681

Yöntem diğer dönemlerin en iyi sipariş miktarları hesaplanana kadar devam eder. Denklem (4.15) ve (4.16) kullanılarak, satış sezonu öncesi sipariş dönemleri için bulanık toplam maliyetler hesaplanır (Çizelge 4.10 ve Şekil 4.4).

Çizelge 4.10 : Sezon öncesi sipariş dönemleri için bulanık toplam maliyet değerleri.

	<i>Ocak</i>	<i>Şubat</i>	<i>Mart</i>	<i>Nisan</i>	<i>Mayıs</i>	<i>Haziran</i>
	$E[\widetilde{TC}_1(Q)]_d$	$E[\widetilde{TC}_2(Q)]_d$	$E[\widetilde{TC}_3(Q)]_d$	$E[\widetilde{TC}_4(Q)]_d$	$E[\widetilde{TC}_5(Q)]_d$	$E[\widetilde{TC}_6(Q)]_d$
c_p	3,50	3,68	3,86	4,05	4,25	4,47
1000	17.356	17.335	17.360	17.327	17.262	17.332
1500	17.159	17.161	17.219	17.184*	17.098	17.202
2000	17.022	17.089	17.210*	17.202	17.087*	17.202*
2500	16.930	17.082	17.282	17.333	17.223	17.350
3000	16.820*	17.075*	17.375	17.515	17.448	17.617
3500	16.828	17.168	17.553	17.787	17.815	18.087
4000	17.258	17.718	18.237	18.659	19.003	19.589
4500	19.079	19.709	20.401	21.063	21.708	22.508
5000	21.514	22.252	23.059	23.861	24.678	25.636
5500	24.045	24.902	25.831	26.775	27.756	28.843
6000	26.681	27.658	28.703	29.778	30.880	32.058

Çizelge 4.10’da gösterildiği gibi, en iyi sipariş dönemi (M^*), Ocak ayı sipariş dönemi olarak bulunmuştur. İlgili dönem için en iyi sipariş miktarı 3000 birim ve bulanık toplam maliyet değeri 16.820 pb ’dır. Burada talep belirsizliğindeki azalma sipariş dönemleri arasında bulanık toplam maliyet değerlerinde bir azalmaya neden olmuştur. Ayrıca, üretim maliyetindeki değişim de maliyet fonksiyonunu etkilemektedir.



Şekil 4.4 : Bulanık toplam maliyet değerlerinin grafiksel gösterimi.

Duyarlılık analizi:

Bu bölümde, üyelik fonksiyonu değişimlerinin bulanık model üzerindeki etkisini incelemek üzere çeşitli deneyler yapılmıştır. Bu deneylerde bulanık birim stok bulundurma maliyeti ve bulanık birim stok bulundurmama maliyeti değerleri değiştirilmiştir (Çizelge 4.11). Bu deneylerde, stok bulundurma maliyetinin ve stok bulundurmama maliyetinin üyelik fonksiyonları değiştirilirken, üretim maliyeti ve talebin üyelik fonksiyonu önceki sayısal gösterimdeki gibi değerlendirilmiştir. Sunulan üyelik değerlerine göre, bulanık model Çizelge 4.12’de gösterilen sonuçları üretmiştir. Çizelge 4.12’de sunulan sonuçlar göstermektedir ki, maliyet parametrelerindeki bulanıklığın artışı, bulanık toplam maliyet değerlerini de artırmaktadır. Örneğin, 2. deneyde stok bulundurmama maliyeti 1. deneye göre daha da bulanıklaştırılmış ve üyelik değeri $\tilde{b} = (4; 5; 8)$ olarak değiştirilmiştir. Bu değişiklik bulanık toplam maliyet değerini 16.820 pb ’den 17.716 pb ’ye çıkarmıştır.

Çizelge 4.11 : Yapılan deneyler ve bulanık maliyet değerleri.

<i>Deneyler</i>	$\tilde{h}$	$\tilde{b}$
1	(1;2;3)	(4;5;6)
2	(1;2;3)	(4;5;8)
3	(1;2;3)	(4;5;10)
4	(1;2;3)	(4;5;12)
5	(1;2;5)	(4;5;6)
6	(1;2;5)	(4;5;8)
7	(1;2;5)	(4;5;10)
8	(1;2;5)	(4;5;12)
9	(1;2;7)	(4;5;6)
10	(1;2;7)	(4;5;8)
11	(1;2;7)	(4;5;10)
12	(1;2;7)	(4;5;12)
13	(1;2;9)	(4;5;6)
14	(1;2;9)	(4;5;8)
15	(1;2;9)	(4;5;10)
16	(1;2;9)	(4;5;12)

Çizelge 4.12 : Farklı bulanık stok maliyeti değerleri için model sonuçları.

<i>Deneyler</i>	M^*	Q^*	$E[\widetilde{TC}_z(Q_z^*)]_d$
1	Ocak	3000	16.820
2	Ocak	2500	17.716
3	Mayıs	2500	18.484
4	Haziran	3000	19.152
5	Ocak	3000	16.626
6	Ocak	3000	17.619
7	Mayıs	2500	18.457
8	Mayıs	3000	19.093
9	Haziran	3000	16.509
10	Haziran	3000	17.545
11	Mayıs	3000	18.431
12	Mayıs	3000	19.062
13	Haziran	3000	16.449
14	Haziran	3000	17.498
15	Mayıs	3000	18.417
16	Mayıs	3000	19.048

Stok bulundurmama maliyeti değerleri daha çok bulanıklaştıkça en iyi sipariş dönemini de etkilemektedir. 3. ve 4. deneylerde stok bulundurmama maliyetinin üyelik fonksiyonu şekli 1. ve 2. deneylerdekine göre daha genişletilmiştir. 1. ve 2. deneyler için en iyi sipariş dönemi en büyük talep bulanıklığına ve en küçük üretim maliyetine sahip olan Ocak ayı olarak bulunmuştur. Ancak, 3. ve 4. deneylerde en iyi sipariş dönemi en küçük talep bulanıklığına ve en büyük üretim maliyeti değerlerine

sahip olan Mayıs ve Haziran aylarına doğru değişim göstermiştir. Deneylerde en iyi sipariş miktarı değerleri farklı senaryolara göre çok fazla değişiklik göstermemiştir. Bu durumun sebebi talebin üyelik fonksiyonu şeklinin simetrik olmasıdır. Sadece üç deneyde optimum sipariş miktarı 3000'den 2500'e düşmüştür.

4.2 Sürekli Talep Altında BTDSK Modeli Önerileri

Bu bölümde, talep dağılımının sürekli olduğu durum için üç farklı BTDSK modeli geliştirilmiştir. Bilindiği üzere tek dönemli stok kontrol problemindeki amaç; toplam maliyetin beklenen değerini en küçükleyecek (ya da toplam kârın beklenen değerini en büyükleyecek) sipariş miktarını (optimum sipariş miktarını) bulmaktır. Bu bölümde toplam maliyetin en küçüklenmesi amacına yönelik modeller önerilmiştir. Önerilen modellerden ilkinde talep bulanık olarak düşünülmüş ve sürekli bulanık talep içeren BTDSK modeli geliştirilerek optimum sipariş miktarının bulunması için bir çözüm önerisi sunulmuştur (Behret ve Kahraman, 2011b). Önerilen ikinci modelde stok maliyetleri ve üçüncüsünde de hem talep hem de stok maliyetleri bulanık değişkenler olarak değerlendirilmiştir.

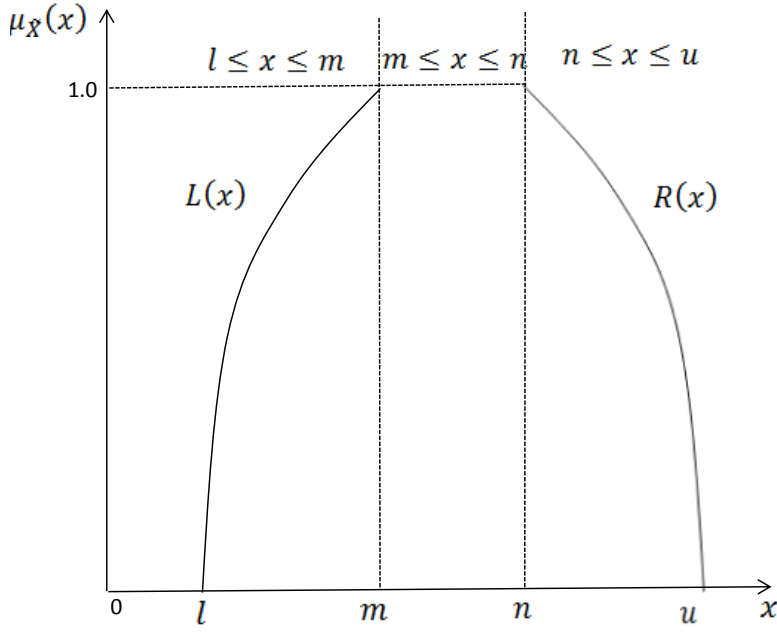
4.2.1 Sürekli bulanık talep içeren BTDSK modeli

Tek dönemli bir stok kontrol problemi düşünelim. Ürüne olan talebin sürekli olduğu ve genelleştirilmiş L - R tipi bulanık sayılarla ifade edildiği düşünülmektedir. Talebin aksine, stok maliyetlerinin kesin olarak bilindiği düşünülmektedir. Tek bir dönem için ürünler v maliyetinden satın alınır veya üretilir. Stok bulundurma maliyeti h ile stok bulundurmama maliyeti ise b ile gösterilmektedir. Varsayım olarak hiç başlangıç stoku bulundurulmadığı düşünülmektedir.

Talebin bulanık olması, maliyet fonksiyonunun da bulanık olmasını gerektirecektir. Eğer Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse toplam maliyet fonksiyonu şu şekilde olacaktır;

$$\widetilde{TC}(Q) = \begin{cases} Qv + h(Q - \tilde{X}), & \tilde{X} \leq Q \\ Qv + b(\tilde{X} - Q), & \tilde{X} \geq Q \end{cases} \quad (4.17)$$

Önerilen modelde talep genelleştirilmiş L - R tipi bulanık sayı olduğu için toplam maliyet fonksiyonu da bulanık bir değişken içeren bir fonksiyon olacak ve talebin üyelik fonksiyonu ile aynı üyelik fonksiyonuna sahip olacaktır (Şekil 4.5).



Şekil 4.5 : Talep için L-R tipi üyelik fonksiyonu.

Eğer Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse toplam maliyet fonksiyonu Denklem (4.17)'deki gibi olacaktır. Toplam maliyet fonksiyonu, $l \leq x \leq Q$ aralığında sürekli azalan, $Q \leq x \leq u$ aralığında ise sürekli artan bir fonksiyondur. Bu bölümde, sürekli üyelik fonksiyonuna sahip bulanık talep içeren tek dönemli stok kontrol modelinin optimizasyonu için Xue ve diğ. (2008)'nin önerdiği beklenen değer yöntemi kullanılacaktır. Bu durumda, Denklem (3.106) ve Denklem (3.108) kullanılarak bulanık talep içeren toplam maliyet fonksiyonun beklenen değeri aşağıdaki gibi bulunur;

$$\begin{aligned}
 E[\widetilde{TC}(Q)] &= \int_l^Q [Qv + h(Q - r)] dCr\{\tilde{X} \leq r\} + \int_Q^u [Qv + b(r - Q)] dCr\{\tilde{X} \leq r\} \\
 &= Qv + hQ \int_l^Q dCr\{\tilde{X} \leq r\} - h \int_l^Q r dCr\{\tilde{X} \leq r\} + \\
 &\quad b \int_Q^u r dCr\{\tilde{X} \leq r\} - bQ \int_Q^u dCr\{\tilde{X} \leq r\}
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

Optimum sipariş miktarı (Q^*) bulanık toplam maliyet fonksiyonunun beklenen değerini en küçükleyen değerdir. Optimum sipariş miktarını bulmak için aşağıdaki işlem yapılır;

$$\frac{dE[\widetilde{TC}(Q)]}{dQ} = v + h \int_l^Q dCr\{\tilde{X} \leq r\} - b \int_Q^u dCr\{\tilde{X} \leq r\} = 0$$

$$\begin{aligned}
0 &= v + h(Cr\{\tilde{X} \leq Q\} - Cr\{\tilde{X} \leq l\}) - b(Cr\{\tilde{X} \leq u\} - Cr\{\tilde{X} \leq Q\}) \\
0 &= v + (h + b)Cr\{\tilde{X} \leq Q\} - hCr\{\tilde{X} \leq l\} - bCr\{\tilde{X} \leq u\} \\
0 &= v + (h + b)Cr\{\tilde{X} \leq Q\} - b
\end{aligned}$$

ya da,

$$Cr\{\tilde{X} \leq Q\} = \frac{b - v}{h + b} \quad (4.19)$$

eşitliği elde edilir. Optimum sipariş miktarını bulmak için $Cr\{\tilde{X} \leq Q\}$ değerini belirlemeliyiz. Talep ($\tilde{X}$), genelleştirilmiş L - R tipi bulanık sayıdır. Genelleştirilmiş L - R tipi bulanık sayılar için güvenilirlik (3.95)'deki gibi hesaplanır. Optimum sipariş miktarı değerini 3 durum için ayrı olarak incelersek;

$l \leq Q \leq m$ için;

$$Cr\{\tilde{X} \leq Q\} = \frac{b - v}{h + b} = \frac{L(Q)}{2} \quad (4.20)$$

bulunur. Buradan; $L(Q) = \frac{2(b-v)}{h+b}$ ve $Q^* = L^{-1}\left(\frac{2(b-v)}{h+b}\right)$ elde edilir. Ek olarak, $L^{-1}(\cdot)$ değerinin tanımlı olması için $2(b - v)/(h + b)$ değeri $[0,1]$ aralığında olmalıdır. Böylece $b \geq v$ ve $b - v \leq h + v$ koşullarında Q^* değerinin $[l, m]$ aralığında olduğunu söyleyebiliriz. Ayrıca, $E[\widetilde{TC}(Q)]$ değerinin Q 'ya göre ikinci türevini aldığımızda, $\frac{d^2 E[\widetilde{TC}(Q)]}{dQ} = \frac{(h+b)}{2} L'(Q)$ değerini elde ederiz. Burada $L(Q)$, $[l, m]$ aralığında artan bir fonksiyon olduğu için $L'(Q) > 0$ olacaktır. Ek olarak, h ve b pozitif değerler olduğu için $\frac{d^2 E[\widetilde{TC}(Q)]}{dQ} > 0$ elde ederiz ki bu da bize bulduğumuz Q^* değerinin optimum değer olduğunu gösterir.

Optimum maliyet değeri ise $l \leq Q \leq m$ için aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\begin{aligned}
E[\widetilde{TC}(Q^*)] &= Q^*v + hQ^* \int_l^{Q^*} dCr\{\tilde{X} \leq r\} - h \int_l^{Q^*} r dCr\{\tilde{X} \leq r\} + \\
&\quad b \int_{Q^*}^m r dCr\{\tilde{X} \leq r\} + b \int_m^n r dCr\{\tilde{X} \leq r\} + b \int_n^u r dCr\{\tilde{X} \leq \\
&\quad r\} - bQ^* \int_{Q^*}^m dCr\{\tilde{X} \leq r\} - bQ^* \int_m^n dCr\{\tilde{X} \leq r\} - \\
&\quad bQ^* \int_n^u dCr\{\tilde{X} \leq r\} \\
&= Q^*[v + Cr\{\tilde{X} \leq Q^*\}(h + b) - b] - h \int_l^{Q^*} r dCr\{\tilde{X} \leq r\} + \\
&\quad b \int_{Q^*}^m r dCr\{\tilde{X} \leq r\} + b \int_n^u r dCr\{\tilde{X} \leq r\}
\end{aligned} \quad (4.21)$$

$$= -h \int_l^{L^{-1}\left(\frac{2(b-v)}{h+b}\right)} rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b \int_{L^{-1}\left(\frac{2(b-v)}{h+b}\right)}^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + \\ b \int_n^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right)$$

$m \leq Q \leq n$ için:

$$Cr\{\tilde{X} \leq Q\} = \frac{b-v}{h+b} = \frac{1}{2} \quad (4.22)$$

bulunur. Optimum sipariş miktarı (Q^*) bulanık toplam maliyet fonksiyonunun beklenen değerinin Q 'ya göre birinci türevini sıfır yapan değerdir. Bu durumda;

$$\frac{dE[\widetilde{TC}(Q)]}{dQ} = v + (h+b)Cr\{X \leq Q\} - b = v + (h+b)\frac{1}{2} - b = 0$$

olmalıdır. Eğer, $b-v = h+v$ eşitliği var ise, $E[\widetilde{TC}(Q)]$ değeri her $Q \in [m, n]$ için en küçüklenir. Böylece, $b-v = h+v$ koşulunda $Q^* \in [m, n]$ olduğunu söyleyebiliriz. Optimum maliyet değeri ise $m \leq Q \leq n$ için aşağıdaki gibi olacaktır;

$$E[\widetilde{TC}(Q^*)] = Q^*v + hQ^* \int_l^m dCr\{\tilde{X} \leq r\} + hQ^* \int_m^{Q^*} dCr\{\tilde{X} \leq r\} - \\ h \int_l^m rdCr\{\tilde{X} \leq r\} - h \int_m^{Q^*} rdCr\{\tilde{X} \leq r\} + b \int_{Q^*}^n rdCr\{\tilde{X} \leq \\ r\} + b \int_n^u rdCr\{\tilde{X} \leq r\} - bQ^* \int_{Q^*}^n dCr\{\tilde{X} \leq r\} - \\ bQ^* \int_n^u dCr\{\tilde{X} \leq r\} \quad (4.23) \\ = Q^*[2v + h - b] - h \int_l^m rdCr\{\tilde{X} \leq r\} - h \int_m^{Q^*} rdCr\{\tilde{X} \leq \\ r\} + b \int_{Q^*}^n rdCr\{\tilde{X} \leq r\} + b \int_n^u rdCr\{\tilde{X} \leq r\} \\ = -h \int_l^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b \int_n^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right)$$

$n \leq Q \leq u$ için:

$$Cr\{\tilde{X} \leq Q\} = \frac{b-v}{h+b} = 1 - \frac{R(Q)}{2} \quad (4.24)$$

bulunur. Buradan; $R(Q) = \frac{2(h+v)}{h+b}$ ve $Q^* = R^{-1}\left(\frac{2(h+v)}{h+b}\right)$ elde edilir. Burada, $R^{-1}(\cdot)$ değerinin tanımlı olması için $2(h+v)/(h+b)$ değeri $[0,1]$ aralığında olmalıdır. Böylece $v \geq -h$ ve $b-v \geq h+v$ koşullarında Q^* değerinin $[n, u]$ aralığında olduğunu söyleyebiliriz. Ek olarak, $E[\widetilde{TC}(Q)]$ değerinin Q 'ya göre ikinci

türevini aldığımızda, $\frac{d^2 E[\widetilde{TC}(Q)]}{dQ} = -\frac{(h+b)}{2} R'(Q)$ değerini elde ederiz. Burada $R(Q)$, $[n, u]$ aralığında azalan bir fonksiyon olduğu için $R'(Q) < 0$ olacaktır. Ayrıca h ve b pozitif değerler olduğu için $\frac{d^2 E[\widetilde{TC}(Q)]}{dQ} > 0$ elde ederiz ki bu da bize bulduğumuz Q^* değerinin optimum değer olduğunu gösterir. Optimum maliyet değeri ise $n \leq Q \leq u$ için aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\begin{aligned}
E[\widetilde{TC}(Q^*)] &= Q^*v + hQ^* \int_l^m dCr\{\tilde{X} \leq r\} + hQ^* \int_m^n dCr\{\tilde{X} \leq r\} + \\
&\quad hQ^* \int_n^{Q^*} dCr\{\tilde{X} \leq r\} - h \int_l^m rdCr\{\tilde{X} \leq r\} - h \int_m^n rdCr\{\tilde{X} \leq \\
&\quad r\} - h \int_n^{Q^*} rdCr\{\tilde{X} \leq r\} + b \int_{Q^*}^u rdCr\{\tilde{X} \leq r\} - \\
&\quad bQ^* \int_{Q^*}^u dCr\{\tilde{X} \leq r\} \\
&= Q^*[v + Cr\{\tilde{X} \leq Q^*\}(h+b) - b] - h \int_l^m rdCr\{\tilde{X} \leq r\} - \\
&\quad h \int_n^{Q^*} rdCr\{\tilde{X} \leq r\} + b \int_{Q^*}^u rdCr\{\tilde{X} \leq r\} \\
&= -h \int_l^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) - h \int_n^{R^{-1}\left(\frac{2(h+v)}{h+b}\right)} rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \\
&\quad + b \int_{R^{-1}\left(\frac{2(h+v)}{h+b}\right)}^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right)
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Yukarıda incelenen üç durumu birleştirirsek, optimum sipariş miktarı şu şekilde hesaplanacaktır, ($b \geq v \geq -h$) ;

$$Q^* = \begin{cases} L^{-1}\left(\frac{2(b-v)}{h+b}\right), & b-v \leq h+v \\ [m, n], & b-v = h+v \\ R^{-1}\left(\frac{2(h+v)}{h+b}\right), & b-v \geq h+v \end{cases} \tag{4.26}$$

Optimum maliyet değeri ise aşağıdaki gibi bulunur;

$$E[\widetilde{TC}(Q^*)] = \begin{cases} -h \int_l^{L^{-1}\left(\frac{2(b-v)}{h+b}\right)} rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b \int_{L^{-1}\left(\frac{2(b-v)}{h+b}\right)}^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b \int_n^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right), & b-v \leq h+v \\ -h \int_l^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b \int_n^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right), & b-v = h+v \\ -h \int_l^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) - h \int_n^{R^{-1}\left(\frac{2(h+v)}{h+b}\right)} rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) + b \int_{R^{-1}\left(\frac{2(h+v)}{h+b}\right)}^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right), & b-v \geq h+v \end{cases} \tag{4.27}$$

Yukarıdaki eşitlikler, talebin bulanık olması durumunda bulanık tek dönemli stok kontrol modeli için kapalı formulu çözümü (closed-form solution) vermektedir.

Önerilen çözüm kullanılarak bulanık tek dönemli stok kontrol problemi için optimum sipariş miktarı ve ilgili optimum maliyet değeri kolay bir şekilde hesaplanabilir. Aynı zamanda, kapalı formulu çözüm, model parametrelerinin optimum sipariş miktarı ve optimum maliyet üzerindeki etkilerinin analiz edilmesine olanak tanır.

Burada, stok bulundurmama maliyetini (b), kaçırılan kazanç fırsatı olarak düşündüğümüzde, $b - v$ değeri bize birim kâr değerini verecektir. Diğer taraftan, $h + v$ değeri ise satılamayan her bir birim üründen doğacak zarar değeridir.

Bu durumda, bir birim ürünün satışı ile elde edeceğimiz kâr, satılamayan bir birim üründen dolayı oluşacak zarar değerinden küçük ise, stok politikası satılamayan (artık) ürün miktarını düşürmek doğrultusunda tedbir alacaktır. Diğer bir deyişle, optimum sipariş miktarı, talebin sol taraf fonksiyon değerleri arasında olacaktır. Bu durumun aksine, eğer bir birim ürünün satışı ile elde edeceğimiz kâr, satılamayan bir birim üründen dolayı oluşacak zarar değerinden büyük ise, stok politikası talebi tam olarak karşılamaya çalışacak ve bu durumda optimum sipariş miktarı talebin sağ taraf fonksiyon değerleri arasında olacaktır.

Bir birim ürünün satışı ile elde edeceğimiz kâr, satılamayan bir birim üründen dolayı oluşacak zarar değerine eşit olduğunda ise optimum sipariş miktarı talebin en olası değerine (üyelik değerinin 1'e eşit olduğu değere) eşit olacaktır.

Literatürdeki uygulamalarda yaygın bir şekilde yamuk bulanık sayılar kullanılmaktadır. Varsayalım ki, bulanık tek dönemli stok kontrol problemi için talep $(l; m; n; u)$ dörtlüsü ile ifade edilen $(l < m < n < u)$ yamuk bulanık bir sayı olsun.

$$\text{Üyelik fonksiyonu, } \mu_{\tilde{x}}(x) = \begin{cases} \frac{x-l}{m-l}, & l \leq x \leq m \\ 1, & m \leq x \leq n \\ \frac{u-x}{u-n}, & n \leq x \leq u \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \text{ şeklinde olacaktır.}$$

Bu durumda optimum sipariş miktarı (Q^*) Denklem (4.26) yenilenerek aşağıdaki gibi bulunacaktır;

$$Q^* = \begin{cases} l + \left\lceil \frac{2(b-v)}{h+b} \right\rceil (m-l), & b-v \leq h+v \\ [m, n], & b-v = h+v \\ u - \left\lceil \frac{2(h+v)}{h+b} \right\rceil (u-n), & b-v \geq h+v \end{cases} \quad (4.28)$$

Optimum maliyet değeri ise Denklem (4.27) kullanılarak aşağıdaki gibi belirlenecektir;

$$E[\widetilde{TC}(Q^*)] = \begin{cases} -h \int_l^{l+\left\lceil \frac{2(b-v)}{h+b} \right\rceil (m-l)} rd\left(\frac{r-l}{2(m-l)}\right) + b \int_{l+\left\lceil \frac{2(b-v)}{h+b} \right\rceil (m-l)}^m rd\left(\frac{r-l}{2(m-l)}\right) + b \int_n^u rd\left(\frac{u-2n+r}{2(u-n)}\right), & b-v \leq h+v \\ -h \int_l^m rd\left(\frac{r-l}{2(m-l)}\right) + b \int_n^u rd\left(\frac{u-2n+r}{2(u-n)}\right), & b-v = h+v \\ -h \int_l^m rd\left(\frac{r-l}{2(m-l)}\right) - h \int_n^{u-\left\lceil \frac{2(h+v)}{h+b} \right\rceil (u-n)} rd\left(\frac{u-2n+r}{2(u-n)}\right) + b \int_{u-\left\lceil \frac{2(h+v)}{h+b} \right\rceil (u-n)}^u rd\left(\frac{u-2n+r}{2(u-n)}\right), & b-v \geq h+v \end{cases} \quad (4.29)$$

Diğer bir yaygın bir şekilde kullanılan bulanık sayılar ise üçgen bulanık sayılardır. Üçgen bulanık sayıların üyelik fonksiyonunda, yamuk bulanık sayıların üyelik fonksiyonunda $[m, n]$ aralığında bulunan ve üyelik dereceleri 1 olan değerler, sadece tek bir noktaya $\{m\}$ indirgenir. Bu durumda, bulanık tek dönemli stok kontrol problemi için talep üyelik fonksiyonu $(l; m; u)$ üçlüsü ile ifade edilen $(l < m < u)$ üçgen bulanık bir sayı olduğunda optimum sipariş miktarı (Q^*) şu şekilde bulunacaktır;

$$Q^* = \begin{cases} l + \left\lceil \frac{2(b-v)}{h+b} \right\rceil (m-l), & b-v \leq h+v \\ u - \left\lceil \frac{2(h+v)}{h+b} \right\rceil (u-m), & b-v \geq h+v \end{cases} \quad (4.30)$$

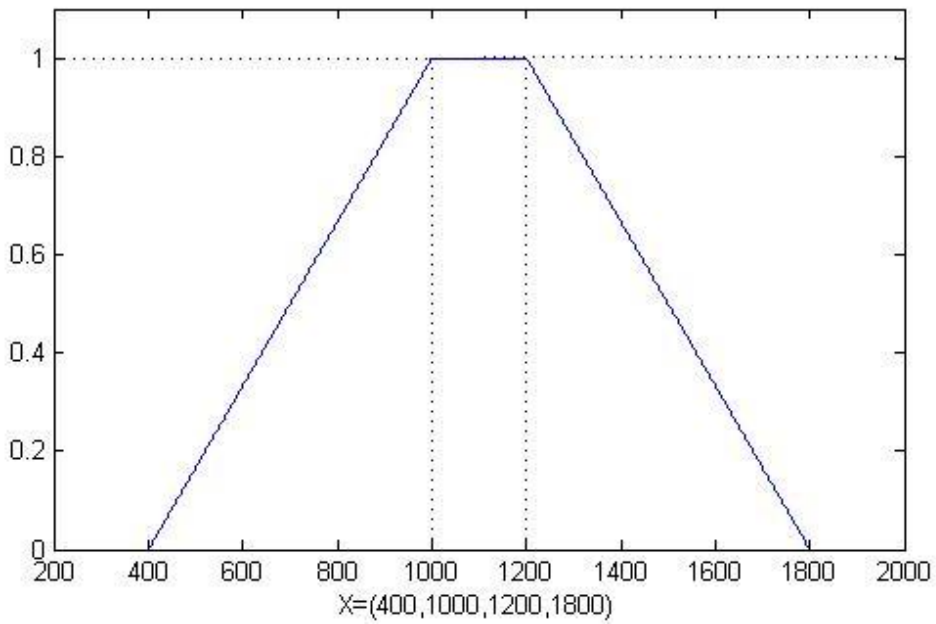
Optimum maliyet değeri ise aşağıdaki gibi belirlenecektir;

$$E[\widetilde{TC}(Q^*)] = \begin{cases} -h \int_l^{l+\left\lceil \frac{2(b-v)}{h+b} \right\rceil (m-l)} rd\left(\frac{r-l}{2(m-l)}\right) + b \int_{l+\left\lceil \frac{2(b-v)}{h+b} \right\rceil (m-l)}^m rd\left(\frac{r-l}{2(m-l)}\right) + b \int_m^u rd\left(\frac{u-2m+r}{2(u-m)}\right), & b-v \leq h+v \\ -h \int_l^m rd\left(\frac{r-l}{2(m-l)}\right) - h \int_m^{u-\left\lceil \frac{2(h+v)}{h+b} \right\rceil (u-m)} rd\left(\frac{u-2m+r}{2(u-m)}\right) + b \int_{u-\left\lceil \frac{2(h+v)}{h+b} \right\rceil (u-m)}^u rd\left(\frac{u-2m+r}{2(u-m)}\right), & b-v \geq h+v \end{cases} \quad (4.31)$$

Sayısal gösterim 4.3:

Ürüne olan talebin sürekli olduğu ve yamuk bulanık sayı $\tilde{X} = (400; 1000; 1200; 1800)$ ile ifade edildiği tek dönemli bir stok kontrol problemi düşünelim. Talebin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir (Şekil 4.6);

$$\mu_{\tilde{X}}(x) = \begin{cases} \frac{x - 400}{1000 - 400}, & 400 \leq x \leq 1000 \\ 1, & 1000 \leq x \leq 1200 \\ \frac{1800 - x}{1800 - 1200}, & 1200 \leq x \leq 1800 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$



Şekil 4.6 : Bulanık talep için yamuk üyelik fonksiyonu.

Tek bir dönem için ürünler $v = 30pb$ maliyetinden üretilmektedir. Stok bulundurma maliyeti $h = 10pb$, stok bulundurmama maliyeti ise $b = 50pb$ olarak varsayılmaktadır.

Optimum sipariş miktarı $50pb - 30pb \leq 10pb + 30pb$ olduğu için $[400, 1000]$ aralığında olacaktır. Bu durum için Q^* Denklem (4.28) kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$Q^* = l + \left[\frac{2(b - v)}{h + b} \right] (m - l) = 400 + \left[\frac{2(50 - 30)}{10 + 50} \right] (1000 - 400) = 800$$

Optimum sipariş miktarındaki en küçük maliyet değeri ise şu şekildedir;

$$E[\widetilde{TC}(800)] = -10pb \int_{400}^{800} rd \left(\frac{r-400}{2(1000-400)} \right) + 50pb \int_{800}^{1000} rd \left(\frac{r-400}{2(1000-400)} \right) + \\ 50pb \int_{1200}^{1800} rd \left(\frac{1800-2(1200)+r}{2(1800-1200)} \right) = 43.000pb.$$

Diğer parametreler sabit kalmak şartıyla, eğer üretim maliyetini $v = 20pb$ 'ye düşürürsek, $50pb - 20pb = 10pb + 20pb$ olduğu için $[1000,1200]$ aralığındaki bütün değerler optimum olacaktır, $Q^* \in [1000,1200]$. Optimum sipariş miktarındaki en küçük maliyet değeri ise;

$$E[\widetilde{TC}(Q^*)] = -10pb \int_{400}^{1000} rd \left(\frac{r-400}{2(1000-400)} \right) + 50pb \int_{1200}^{1800} rd \left(\frac{1800-2(1200)+r}{2(1800-1200)} \right) \\ = 34.000pb, \quad \forall Q^* \in [1000,1200] \text{ olacaktır.}$$

Eğer üretim maliyetini $v = 10pb$ 'ye düşürürsek, bu durumda optimum sipariş miktarı $50pb - 10pb \geq 10pb + 10pb$ olduğu için $[1200,1800]$ aralığında olacaktır. Bu durum için Q^* Denklem (4.28) kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$Q^* = u - \left[\frac{2(h+v)}{h+b} \right] (u-n) = 1800 - \left[\frac{2(10+10)}{10+50} \right] (1800-1200) = 1400$$

Optimum sipariş miktarındaki en küçük maliyet değeri ise aşağıdaki gibidir;

$$E[\widetilde{TC}(1400)] = -10pb \int_{400}^{1000} rd \left(\frac{r-400}{2(1000-400)} \right) - 10pb \int_{1200}^{1400} rd \left(\frac{1800-2(1200)+r}{2(1800-1200)} \right) + \\ 50 \int_{1400}^{1800} rd \left(\frac{1800-2(1200)+r}{2(1800-1200)} \right) = 21.000pb.$$

Yukarıdaki analizlerde değişen birim üretim maliyetleri ile birlikte optimum sipariş miktarlarının ve ilgili maliyet değerlerinin değiştiğini görmekteyiz. Üretim maliyeti azaldıkça buna bağlı olarak optimum maliyet değerimiz de azalmaktadır. İlk durumda, $v = 30pb$ için $50pb - 30pb \leq 10pb + 30pb$ olduğundan dolayı, stok politikası satılamayan (artık) ürün miktarını düşürmek doğrultusunda tedbir almıştır. Optimum sipariş miktarı, talebin sol taraf fonksiyon değerleri arasından $Q^* = 800$ olarak bulunmuştur. İkinci durumda ise, $v = 20pb$ için $50pb - 20pb = 10pb + 20pb$ 'dir. Bu durumda, bir birim ürünün satışı ile elde edeceğimiz kâr, satılamayan bir birim üründen dolayı oluşacak zarar değerine eşit olacak ve optimum sipariş miktarı talebin en olası değerine (değerlerine) $Q^* \in [1000,1200]$ eşit olacaktır. Üçüncü durumda, $v = 10pb$ 'ye düşürülmüştür. Bu durumda $50pb - 10pb \geq 10pb + 10pb$ olacağı için stok politikası talebi tam olarak karşılamaya çalışmış ve

optimum sipariş miktarı talebin sağ taraf fonksiyon değerleri arasından $Q^* = 1400$ olarak bulunmuştur.

Talebin bulanık olması durumunda BTDSK modeli için kapalı formulu çözümü kullanarak, talep bulanıklığının toplam maliyet ve optimum sipariş miktarı üzerindeki etkilerini inceleyebiliriz. Bu amaçla diğer parametrelerimiz aynı kalmak kaydıyla talebimizin bulanıklığını artırıp azaltarak optimum sipariş miktarı ve optimum maliyet değerlerimizi Çizelge 4.13'deki gibi elde ederiz.

Çizelge 4.13 : Talep bulanıklığının etkisi.

<i>Talep</i>	Q^*	$E[\widetilde{TC}(Q^*)]$
(200; 1000; 1200; 2000)	734	45.666pb
(400; 1000; 1200; 1800)	800	43.000pb
(600; 1000; 1200; 1600)	867	40.333pb

Çizelge 4.13'deki değerleri incelediğimizde, talep bulanıklığı azaldıkça optimum sipariş miktarımızın arttığını, buna karşılık toplam maliyet değerimizin de düştüğünü görmekteyiz. Bunun sebebi talebin daha az belirsiz olması nedeniyle azalan fazla stok bulundurma ve yetersiz stok bulundurma maliyetleridir.

4.2.2 Sürekli rassal talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK modeli

Bu modelde, ürüne olan talebin sürekli rassal bir değişken olduğu (X) ve olasılık dağılımlarıyla ifade edildiği düşünülmektedir. Tek bir dönem için ürünler v maliyetinden satın alınır veya üretilir. Stok bulundurma maliyeti $\tilde{h}$ ile stok bulundurmama maliyeti $\tilde{b}$ ise bulanık değişkenler olarak düşünülmekte ve bulanık sayılarla ifade edilmektedir. Varsayım olarak hiç başlangıç stoku bulundurulmadığı düşünülmektedir. Eğer Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse toplam maliyet fonksiyonu şu şekilde olacaktır;

$$\widetilde{TC}(Q) = \begin{cases} Qv + \tilde{h}(Q - X) & X \leq Q \\ Qv + \tilde{b}(X - Q) & X \geq Q \end{cases} \quad (4.32)$$

Tek dönemli stok kontrol probleminin amacı toplam maliyetin beklenen değerini en küçükleyecek (ya da toplam kârın beklenen değerini en büyükleyecek) sipariş miktarını (optimum sipariş miktarını) bulmaktır. Burada, talep rassal bir değişken ve

stok maliyetleri bulanık değişkenler olduğu için toplam maliyet fonksiyonu da bulanık bir fonksiyon olacaktır. Sipariş miktarının bir fonksiyonu olarak, bulanık toplam maliyetin beklenen değeri aşağıdaki gibidir;

$$E[\widetilde{TC}(Q)] = \int_0^{\infty} \widetilde{TC}(Q) f_X(x) dx \quad (4.33)$$

Burada $f_X(x)$ talebin olasılık yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir. Denklem (4.32)'i Denklem (4.33)'de yerine koyarsak aşağıdaki denklem elde edilir;

$$E[\widetilde{TC}(Q)] = \int_0^Q [Qv + \tilde{h}(Q - x)] f_X(x) dx + \int_Q^{\infty} [Qv + \tilde{b}(x - Q)] f_X(x) dx \quad (4.34)$$

Bu aşamada beklenen bulanık toplam maliyet fonksiyonun en küçükleyecek sipariş miktarının bulunması için, kesikli rassal talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK modelinde (Bölüm 4.1.1 olduğu gibi üç farklı yaklaşımla çözüm önerilecektir.

Yaklaşım 1:

Bu yaklaşıma göre, klasik TDSK modelinin çözümündeki (Denklem (2.18) ve Denklem (2.19)) tanımlanabilir değişkenler yerine bulanık değişkenleri koyarak bulanık model için optimum sipariş miktarını aşağıdaki gibi elde edebiliriz (Li ve diğ. 2002);

$$F_X(Q) = \frac{\tilde{b} - v}{\tilde{h} + \tilde{b}} \quad (4.35)$$

Burada, $F_X(Q)$ talebin birikimli dağılım fonksiyonunu göstermektedir. Son olarak, Denklem (4.35)'deki bulanık değişkenlerin yerine durulaştırılmış değerleri ($._d$) konularak optimum sonuç elde edilebilir;

$$Q^* = F_X^{-1} \left(\frac{b_d - v}{h_d + b_d} \right) \quad (4.36)$$

Yaklaşım 2:

Bu yaklaşımda, Denklem (4.35)'de verilen çözüm üzerinde genelleme ilkesine bağlı bulanık aritmetik işlemler yapılır ve daha sonrasında durulaştırma işlemi uygulanarak optimum çözüm elde edilir. Hesaplama kolaylığı olması bakımından stok bulundurma maliyeti $\tilde{h} = (h_l; h_m; h_n; h_u)$ ile stok bulundurmama maliyetlerinin

$\tilde{b} = (b_l; b_m; b_n; b_u)$ yamuk bulanık sayılarla ifade edilmesi durumunda, bulanık sayılar üzerinde aritmetik işlemler uygulanarak aşağıdaki eşitlik elde edilir;

$$F_X(Q) = \left(\frac{b_l - v}{h_u + b_u}; \frac{b_m - v}{h_n + b_n}; \frac{b_n - v}{h_m + b_m}; \frac{b_u - v}{h_l + b_l} \right) \quad (4.37)$$

Son aşamada eşitliğin sağ tarafı durulaştırılarak optimum çözüm (Q^*) aşağıdaki gibi elde edilir;

$$Q^* = F_X^{-1} \left(\frac{b_l - v}{h_u + b_u}; \frac{b_m - v}{h_n + b_n}; \frac{b_n - v}{h_m + b_m}; \frac{b_u - v}{h_l + b_l} \right)_d \quad (4.38)$$

Yaklaşım 3:

Bu yaklaşıma göre, stok maliyetlerinin bulanık sayılar olmasından dolayı beklenen toplam maliyet fonksiyonu da bulanık bir fonksiyon olacaktır. Hesaplama kolaylığı olması bakımından stok bulundurma maliyeti $\tilde{h} = (h_l; h_m; h_n; h_u)$ ile stok bulundurmama maliyetlerinin $\tilde{b} = (b_l; b_m; b_n; b_u)$ yamuk bulanık sayılarla ifade edilmesi durumunda, bulanık beklenen toplam maliyet fonksiyonunu aşağıdaki gibi bir yamuk bulanık sayı olarak ifade edebiliriz ;

$$E[\widetilde{TC}(Q)] = (E[TC(Q)]_l; E[TC(Q)]_m; E[TC(Q)]_n; E[TC(Q)]_u) \quad (4.39)$$

Elde edilen yamuk bulanık sayının sayının en üst en alt ve olası değerleri aşağıdaki gibi hesaplanabilir;

$$\begin{aligned} E[TC(Q)]_l &= \int_0^Q [Qv + h_l(Q - x)] f_X(x) dx + \int_Q^\infty [Qv + b_l(x_0 - Q)] f_X(x) dx \\ E[TC(Q)]_m &= \int_0^Q [Qv + h_m(Q - x)] f_X(x) dx + \int_Q^\infty [Qv + b_m(x_0 - Q)] f_X(x) dx \\ E[TC(Q)]_n &= \int_0^Q [Qv + h_n(Q - x)] f_X(x) dx + \int_Q^\infty [Qv + b_n(x_0 - Q)] f_X(x) dx \\ E[TC(Q)]_u &= \int_0^Q [Qv + h_u(Q - x)] f_X(x) dx + \int_Q^\infty [Qv + b_u(x_0 - Q)] f_X(x) dx \end{aligned}$$

Daha önce klasik TDSK modelinin çözümünde anlatılan çözüm yöntemine göre (Bölüm 2.5.2 beklenen toplam maliyet fonksiyonunun Q 'ya göre birinci türevini sıfır yapan değer optimum sipariş miktarını (Q^*) verecektir.

Beklenen toplam maliyet fonksiyonunun bulanık fonksiyon olması nedeniyle bulunan optimum sipariş miktarı da bulanık sayı olacaktır $\tilde{Q}^* = (Q_l^*; Q_m^*; Q_n^*; Q_u^*)$. Türev alma işlemleri sonucunda;

$$F_X(\tilde{Q}) = \left(\left(\frac{b_l - v}{h_l + b_l} \right); \left(\frac{b_m - v}{h_m + b_m} \right); \left(\frac{b_n - v}{h_n + b_n} \right); \left(\frac{b_u - v}{h_u + b_u} \right) \right) \quad (4.40)$$

şeklinde bulunacaktır.

Bulanık optimum sipariş miktarı ise aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\tilde{Q}^* = \left(F_X^{-1} \left(\frac{b_l - v}{h_l + b_l} \right); F_X^{-1} \left(\frac{b_m - v}{h_m + b_m} \right); F_X^{-1} \left(\frac{b_n - v}{h_n + b_n} \right); F_X^{-1} \left(\frac{b_u - v}{h_u + b_u} \right) \right) \quad (4.41)$$

Burada, $F_X(Q)$ talebin birikimli dağılım fonksiyonunu ve $F_X^{-1}(\cdot)$ ise $F_X(Q)$ fonksiyonunun tersini ifade etmektedir.

Denklem (4.41)'den anlaşıldığı üzere, $\tilde{Q}^*$ değeri ancak eğer $b_l \geq v$ gerçekleşirse tanımlıdır. Eğer $b_l < v$ durumu gerçekleşirse, stok kontrol sistemimizi işletemeyiz.

Maliyet fonksiyonunun 2. türevinin, pozitif olduğunu daha önce Bölüm 2.5.2 'de göstermiştik. Böylece bulunan $\tilde{Q}^*$ değerinin maliyeti en küçüklediği ispatlanmış olur.

Optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri ise aşağıdaki gibi olacaktır;

$$E[\widetilde{TC}(Q^*)] = (E[TC(Q_l^*)]; E[TC(Q_m^*)]; E[TC(Q_n^*)]; E[TC(Q_u^*)]) \quad (4.42)$$

Burada örneğin $E[TC(Q_l^*)]$ aşağıdaki gibi hesaplanabilir,

$$\begin{aligned} E[\widetilde{TC}(Q_l^*)] &= (v + h_l)\tilde{Q}^* - h_l\hat{X} + (h_l + b_l) \int_{\tilde{Q}^*}^{\infty} (x - \tilde{Q}^*)f_X(x)dx \\ &= (v + h_l)\tilde{Q}^* - h_l\hat{X} + (h_l + b_l) \int_{\tilde{Q}^*}^{\infty} xf_X(x)dx - \\ &\quad (h_l + b_l)\tilde{Q}^* \int_{\tilde{Q}^*}^{\infty} f_X(x)dx \\ &= (v + h_l)\tilde{Q}^* - h_l\hat{X} + (h_l + b_l) \int_{\tilde{Q}^*}^{\infty} xf_X(x)dx - (h_l + \\ &\quad b_l)\tilde{Q}^*(1 - F(\tilde{Q})) \end{aligned} \quad (4.43)$$

Denklem (4.40)'daki ilgili $F_X(\tilde{Q})$ değeri, Denklem (4.43)'de yerine konularak aşağıdaki eşitlik elde edilir;

$$E[\widetilde{TC}(Q_l^*)] = -h_l\hat{X} + (h_l + b_l) \int_{\tilde{Q}^*}^{\infty} xf_X(x)dx \quad (4.44)$$

Beklenen bulanık toplam maliyetin diğer kesimleri de aynı şekilde hesaplanarak Denklem (4.45) elde edilir.

$$E[\widetilde{TC}(Q^*)] = \begin{pmatrix} (-h_l \hat{X} + (h_l + b_l) \int_{Q_l^*}^{\infty} x f_X(x) dx); \\ (-h_m \hat{X} + (h_m + b_m) \int_{Q_m^*}^{\infty} x f_X(x) dx); \\ (-h_n \hat{X} + (h_n + b_n) \int_{Q_n^*}^{\infty} x f_X(x) dx); \\ (-h_u \hat{X} + (h_u + b_u) \int_{Q_u^*}^{\infty} x f_X(x) dx) \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

Talebin normal dağılıma sahip olması durumunda Denklem (2.24)'den yararlanılarak aşağıdaki denklem elde edilir;

$$E[\widetilde{TC}(Q^*)] = \begin{pmatrix} (-h_l \hat{X} + (h_l + v) + (h_l + b_l) \sigma_x G(k)); \\ (-h_m \hat{X} + (h_m + v) + (h_m + b_m) \sigma_x G(k)); \\ (-h_n \hat{X} + (h_n + v) + (h_n + b_n) \sigma_x G(k)); \\ (-h_u \hat{X} + (h_u + v) + (h_u + b_u) \sigma_x G(k)) \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

Burada $G(k)$ birim normal değişkenin tablolanmış fonksiyonudur (Silver ve diğ., 1998).

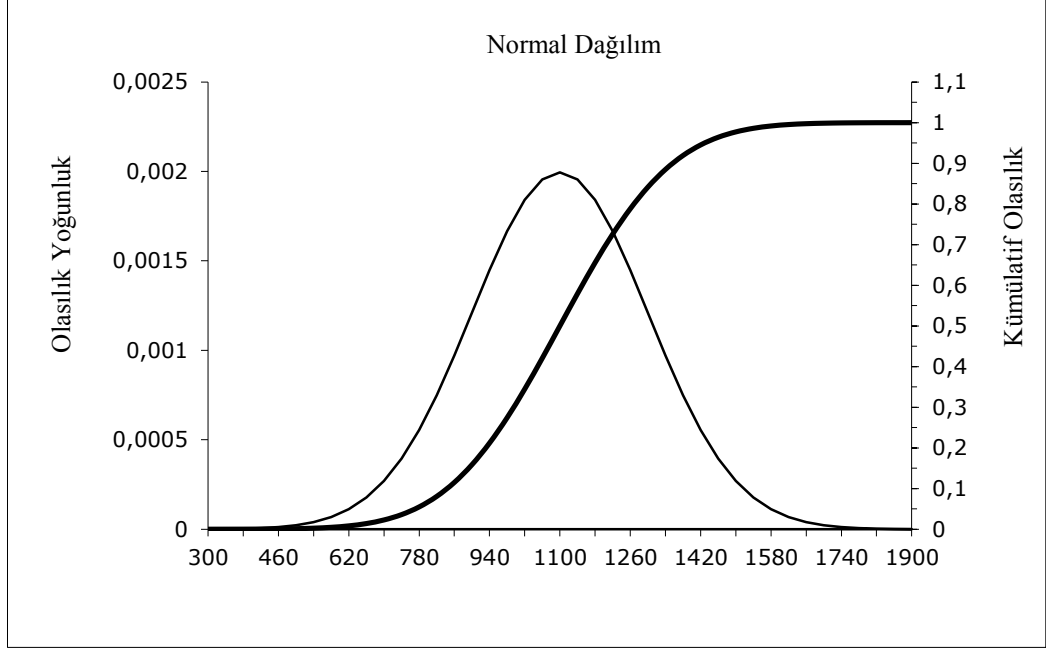
Yukarıdaki eşitlikler, stok maliyetlerinin bulanık olması durumunda bulanık tek dönemli stok kontrol modeli için kapalı formülü çözümü vermektedir.

Önerilen çözümde optimum sipariş miktarı ve optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri bulanık sayı olarak bulunmuştur. Kesin bir sonuç elde edebilmek için elde edilen bulanık sayı durulaştırılabilir (bkz. Bölüm 3.2.3).

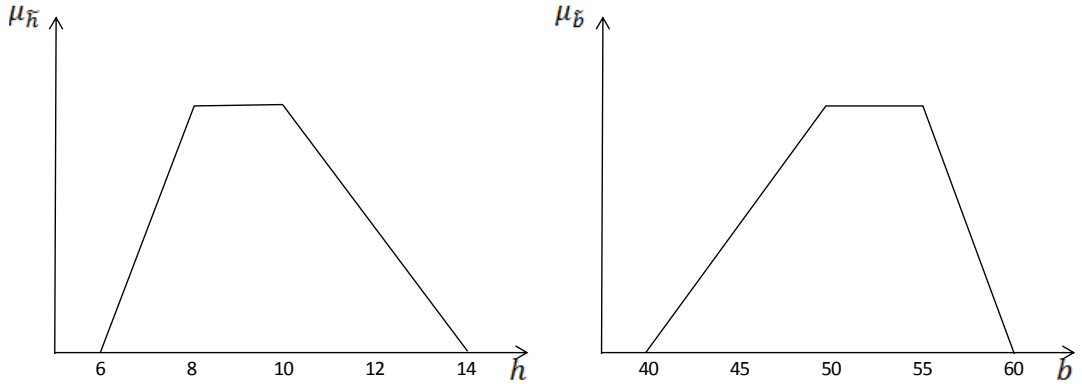
Sayısal gösterim 4.4;

Ürüne olan talebin sürekli rassal bir değişken olduğu ve ortalaması 1100, standart sapması 200 olan normal olasılık dağılımıyla ifade edildiği $N(1100;200)$ tek dönemli bir stok kontrol problemi düşünelim (Şekil 4.7).

Tek bir dönem için ürünler $v = 30pb$ maliyetinden üretilmektedir. Stok bulundurma maliyeti $\tilde{h} = (6; 10; 12; 14)pb$ ile stok bulundurmama maliyeti $\tilde{b} = (40; 50; 55; 60)pb$ bulanık değişkenler olarak düşünülmekte ve yamuk bulanık sayılarla ifade edilmektedir. Bulanık stok bulundurma ve stok bulundurmama maliyetlerine ait üyelik fonksiyonları Şekil 4.8'de gösterilmektedir. Varsayım olarak başlangıç stoku bulunmamaktadır.



Şekil 4.7 : Rassal talep için normal olasılık fonksiyonu.



Şekil 4.8 : Bulanık stok maliyetleri için yamuk üyelik fonksiyonları.

Verilen değerler için birinci çözüm yaklaşımına göre, göre $\tilde{h}$ ve $\tilde{b}$ 'nin durulaştırılmış değerleri bulunup Denklem (4.36)'da yerlerine konularak optimum sipariş miktarı elde edilebilir.

Bu aşamada durulaştırma için merkezi durulaştırma (COG) (Denklem (3.44)) ve Dereceli Ortalama Integrasyon Gösterimi (GMIR) yöntemi (Denklem (3.53)) ile bulanık bir sayının beklenen değeri ($E[.]$) (Denklem (3.102)) yöntemi kullanılacaktır. İlgili yöntemlere göre durulaştırılmış $\tilde{h}$ ve $\tilde{b}$ Denklem (4.36)'da yerlerine konulmasıyla elde edilen optimum sipariş miktarları Çizelge 4.14'de gösterilmektedir.

Çizelge 4.14 : Sürekli rassal talep için birinci çözüm yaklaşımına göre elde edilen optimum sipariş miktarları.

<i>Durulaştırma yöntemi</i>	h_d	b_d	$\frac{b_d - v}{h_d + b_d}$	Q^*
COG	10,40	51,00	0,661	1184
GMIR	10,67	51,67	0,658	1182
$E[.]$	10,50	51,25	0,660	1183

Çizelge 4.14 incelendiğinde farklı durulaştırma yöntemleri kullanılarak elde edilen optimum sipariş miktarlarının birbirine çok yakın değerler oldukları görülmektedir.

İkinci çözüm yaklaşımına göre bulanık sayılar üzerinde aritmetik işlemler uygulanarak aşağıdaki eşitlik elde edilir;

$$F_X(Q) = \left(\frac{40 - 30}{14 + 60}, \frac{50 - 30}{12 + 55}, \frac{55 - 30}{10 + 50}, \frac{60 - 30}{6 + 40} \right) \\ = (0,135; 0,299; 0,417; 0,652)$$

Bulanık sayı olarak edilen $F_X(Q)$ değeri (0,135; 0,299; 0,417; 0,652), COG, GMIR ve $E[.]$ yöntemleriyle durulaştırılarak optimum sonuç elde edilir (Çizelge 4.15).

Çizelge 4.15 : Sürekli rassal talep için ikinci çözüm yaklaşımına göre elde edilen optimum sipariş miktarları.

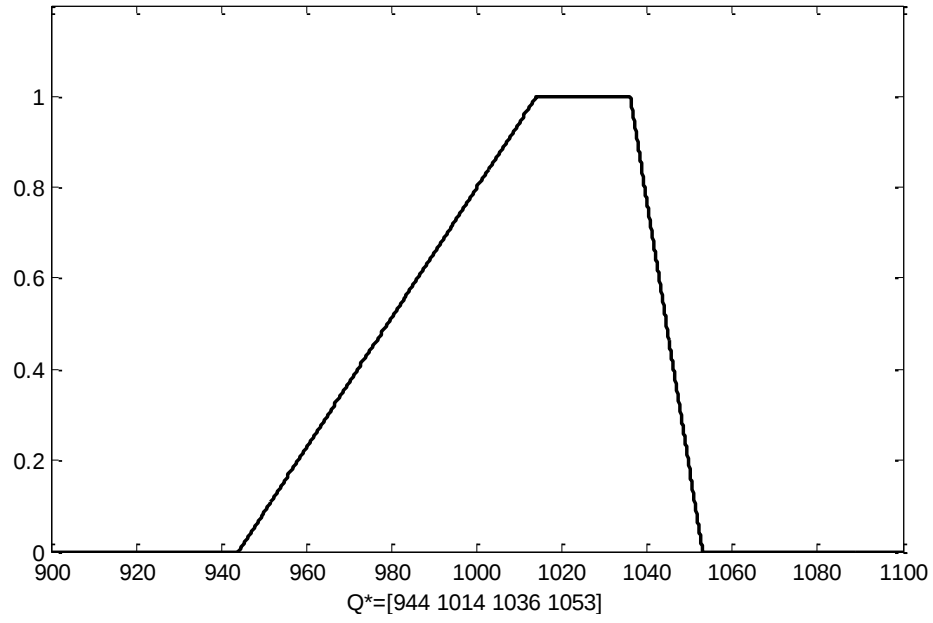
<i>Durulaştırma yöntemi</i>	$F_X(Q)$	Q^*
COG	0,379	1039
GMIR	0,370	1034
$E[.]$	0,376	1037

Çizelge 4.15 incelendiğinde farklı durulaştırma yöntemleri kullanılarak elde edilen optimum sipariş miktarlarının, birinci yaklaşıma göre daha çok farklılık gösterdiği gözlenmektedir.

Sürekli rassal talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK problemi için üçüncü çözüm yaklaşımı aşağıdaki gibi uygulanacaktır. Bu yaklaşıma göre Denklem (4.41)'den bulanık optimum sipariş miktarı şu şekilde bulunur;

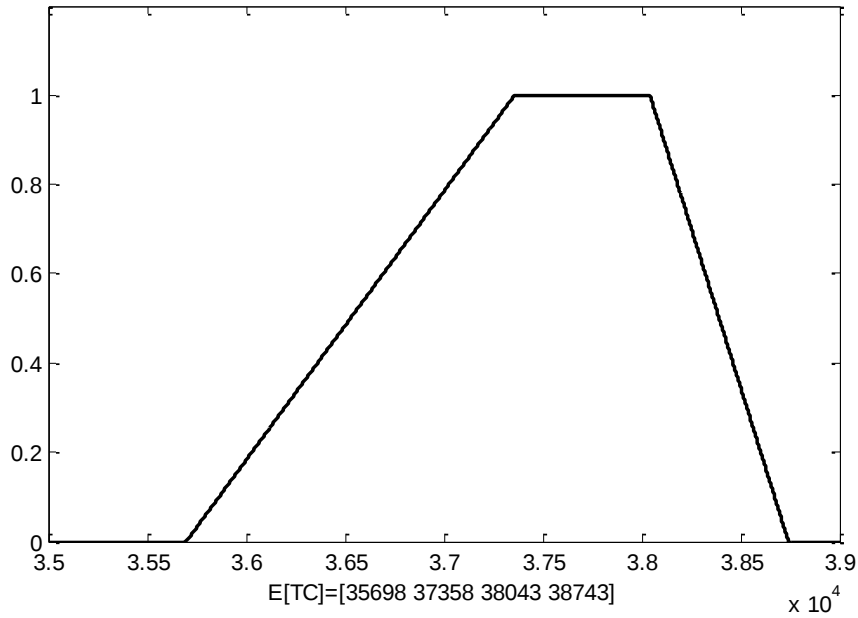
$$\tilde{Q}^* = \left(F_X^{-1} \left(\frac{40 - 30}{6 + 40} \right); F_X^{-1} \left(\frac{50 - 30}{10 + 50} \right); F_X^{-1} \left(\frac{55 - 30}{12 + 55} \right); F_X^{-1} \left(\frac{60 - 50}{14 + 60} \right) \right) \\ = (944; 1014; 1036; 1053)$$

Rassal talep altında optimum sipariş miktarı için üyelik fonksiyonu Şekil 4.9'da gösterilmektedir.



Şekil 4.9 : Optimum sipariş miktarı için üyelik fonksiyonu (rassal talep).

Optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri ise Denklem (4.46) kullanılarak $E[\widetilde{TC}(Q^*)] = (35698; 37358; 38043; 38743) pb$ olarak bulunur. Optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri için üyelik fonksiyonu Şekil 4.10’ da gösterilmektedir.



Şekil 4.10 : Optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri için üyelik fonksiyonu (rassal talep).

Son olarak bulanık sayı olarak elde edilen optimum sipariş miktarı ve optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri COG, GMIR ve $E[.]$ yöntemleriyle durulaştırılarak optimum sonuç elde edilir (Çizelge 4.16).

Çizelge 4.16 : Sürekli rassal talep için üçüncü çözüm yaklaşımına göre elde edilen optimum sipariş miktarları.

<i>Durulaştırma yöntemi</i>	Q^*	$E[\widetilde{TC}(Q^*)]$
COG	1009	37.410
GMIR	1016	37.541
$E[.]$	1012	37.461

Çizelge 4.16 incelendiğinde farklı durulaştırma yöntemleri kullanılarak elde edilen optimum sipariş miktarlarının, diğer yaklaşımlara göre daha çok farklılık gösterdiği gözlenmektedir.

Sürekli rassal talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK modeli için önerilen üç farklı yaklaşıma göre optimum sipariş miktarları farklılık göstermektedir. Farklı yaklaşımların farklı sonuçlar vermesinin en önemli nedeni, talebin kesikli olduğu durumda bahsedildiği gibi, uygulanan çözüm yöntemlerinde bulanıklığın farklı aşamalarda modele dahil edilmesidir. Stok bulundurma maliyeti $\tilde{h} = (6; 10; 12; 14)pb$ ile stok bulundurmama maliyetinin $\tilde{b} = (40; 50; 55; 60)pb$ bulanık değişkenler olarak düşünüldüğü ve yamuk bulanık sayılarla ifade edildiği bulanık modele yönelik ilk çözüm yaklaşımında, bulanıklık son aşamada modele dahil edildiği için değişkenlerin bulanık olmasının etkisi çözüm üzerinde fazla gözlenmemektedir. Eğer bulanık değişkenler yerine, bu değişkenlerin beklenen değeri ile ifade edilen tanımlanabilir değişkenler kullanılmış olsaydı ($h = 10,5, b = 51,25$), optimum sipariş miktarı $Q^* = 1183$ olarak bulunacaktı ki ilk yaklaşımla elde edilen sonuçlar bu değere çok yakındır.

Bulanık stok maliyetlerinin üyelik fonksiyonları incelendiğinde (Şekil 4.8), stok bulundurma maliyetinin üyelik fonksiyonunun sağdan çarpık, stok bulundurmama maliyetinin üyelik fonksiyonunun da soldan çarpık olduğunu görmekteyiz. Bu durumda, bulanıklık göz önüne alındığında, $\tilde{h}$ 'nin beklenen değerinin bulanık olmayan değerden daha büyük, $\tilde{b}$ 'nin beklenen değerinin de bulanık olmayan değerden daha küçük olacağını söyleyebiliriz. Bulanıklığın modele yansımaları ile dönem sonunda elde kalan stok miktarını azaltmak amacıyla, optimum sipariş

miktarının, bulanık olmayan kesin değişkenler kullanılarak belirlenen değerden daha düşük olacağını bekleyebiliriz.

Bu doğrultuda, bir aşama daha öncesinde bulanıklığın modele dahil edildiği ikinci çözüm yaklaşımında elde edilen optimum sipariş miktarlarının birinci yaklaşımda elde edilenlere göre daha düşük olduğu gözlenmektedir. Üçüncü yaklaşımda ise değişkenlerin bulanıklığı en başta modele yansıtılmış ve bu bulanık değişkenler üzerinden işlemler yapılarak elde edilen çözüm son aşamada durulaştırılmıştır. Bu yaklaşımda elde edilen optimum sipariş miktarı değerleri diğer yaklaşımlarda elde edilenlere göre oldukça düşüktür.

Ek olarak, her bir yaklaşımda uygulanan farklı durulaştırma yöntemlerinin optimum çözüm üzerindeki etkilerini incelediğimizde, birinci yaklaşımdan üçüncü yaklaşıma doğru, farklı durulaştırma yöntemlerinin sonuç üzerindeki etkilerinin arttığını gözlemlemekteyiz. Bu durum, bulanıklığın en çok yansıtıldığı modelde farklı yöntemlere göre durulaştırmanın en çok etkili olması beklentisinin doğal bir sonucudur.

4.2.3 Sürekli bulanık talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK modeli

Tek dönemli bir stok kontrol problemi düşünelim. Ürüne olan talebin sürekli olduğu ve genelleştirilmiş $L-R$ tipi bulanık sayılarla ifade edildiği düşünülmektedir $\tilde{X} = (l, m, n, u)_{LR}$. Ayrıca stok bulundurma maliyeti $\tilde{h} = (h_l; h_m; h_n; h_u)$ ile stok bulundurmama maliyeti $\tilde{b} = (b_l; b_m; b_n; b_u)$ de bulanık değişkenler olarak düşünülmekte ve yamuk bulanık sayılarla ifade edilmektedir. Tek bir dönem için ürünler v maliyetinden satın alınmakta veya üretilmektedir. Varsayım olarak hiç başlangıç stoku bulundurulmadığı düşünülmektedir.

Talebin ve stok maliyetlerinin bulanık olması, maliyet fonksiyonunun da bulanık olmasını gerektirecektir. Eğer Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse toplam maliyet fonksiyonu şu şekilde olacaktır;

$$\widetilde{TC}(Q) = \begin{cases} Qv + \tilde{h}(Q - \tilde{X}) & \tilde{X} \leq Q \\ Qv + \tilde{b}(\tilde{X} - Q) & \tilde{X} \geq Q \end{cases} \quad (4.47)$$

Bu modelde, talebin ve stok maliyetlerinin bulanık değişkenler olması nedeniyle toplam maliyet fonksiyonu da bulanık bir fonksiyon olacaktır. Optimum sipariş miktarı ise bu bulanık maliyet fonksiyonunun beklenen değerini en küçükleyen değer

olacaktır. Önerilen modelde bulanık maliyet fonksiyonu bir Düzey-2 bulanık kümedir (Bölüm 3.2.4). Bir Düzey-2 bulanık küme, elemanları evrensel küme üzerinde tanımlanmış sıradan bulanık kümeler olan, evrensel küme üzerinde tanımlı bir bulanık kümedir. Düzey-2 bulanık küme, bulanık kümelerin bulanık kümesini ifade etmektedir (Dubois ve Prade, 1980). Düzey-2 bulanık kümesi, s-bulanıklaştırma süreciyle sıradan bulanık kümeye indirgenir (Denklem (3.58)). Ancak s-bulanıklaştırma süreci değer kümesi kesikli olan Düzey-2 bulanık kümelerin indirgenmesinde kullanılmaktadır. İncelenen modelde talep değerimiz sürekli bir değişken olduğu için s-bulanıklaştırma süreci uygulanamamaktadır.

Sürekli bulanık talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK probleminde, bulanık toplam maliyet fonksiyonun beklenen değerinin bulunmasında iki aşamalı bir yaklaşım izlenecektir; ilk aşamada Xue ve diğ. (2008)'nin önerdiği bulanık bir fonksiyonun beklenen değerinin bulunması yöntemi ile Düzey-2 bulanık kümesi sıradan bulanık kümeye indirgenecektir. İkinci aşamada ise indirgenen bulanık küme durulaştırılarak optimum çözüm elde edilecektir.

Bu durumda, ilk aşamada Denklem (3.106) ve Denklem (3.108) kullanılarak bulanık talep ve bulanık stok maliyetleri içeren bulanık toplam maliyet fonksiyonun beklenen değeri aşağıdaki gibi bulunur;

$$\tilde{E}[\tilde{TC}(Q)] = \int_l^Q [Qv + \tilde{h}(Q - r)]dCr\{\tilde{X} \leq r\} + \int_Q^u [Qv + \tilde{b}(r - Q)]dCr\{\tilde{X} \leq r\} \quad (4.48)$$

Stok maliyetlerinin yamuk bulanık sayılarla ifade edilmesinden dolayı beklenen toplam maliyet fonksiyonu da yamuk bulanık sayı olarak ifade edebiliriz;

$$\tilde{E}[\tilde{TC}(Q)] = \left(E[\tilde{TC}(Q)]_l; E[\tilde{TC}(Q)]_m; E[\tilde{TC}(Q)]_n; E[\tilde{TC}(Q)]_u \right) \quad (4.49)$$

Bu durumda;

$$\begin{aligned} E[\tilde{TC}(Q)]_l &= \int_l^Q [Qv + h_l(Q - r)]dCr\{\tilde{X} \leq r\} + \int_Q^u [Qv + b_l(r - Q)]dCr\{\tilde{X} \leq r\} \\ E[\tilde{TC}(Q)]_m &= \int_l^Q [Qv + h_m(Q - r)]dCr\{\tilde{X} \leq r\} + \int_Q^u [Qv + b_m(r - Q)]dCr\{\tilde{X} \leq r\} \\ E[\tilde{TC}(Q)]_n &= \int_l^Q [Qv + h_n(Q - r)]dCr\{\tilde{X} \leq r\} + \int_Q^u [Qv + b_n(r - Q)]dCr\{\tilde{X} \leq r\} \\ E[\tilde{TC}(Q)]_u &= \int_l^Q [Qv + h_u(Q - r)]dCr\{\tilde{X} \leq r\} + \int_Q^u [Qv + b_u(r - Q)]dCr\{\tilde{X} \leq r\} \end{aligned}$$

olacaktır. Daha önce anlatılan çözüm yöntemine göre beklenen toplam maliyet fonksiyonunun Q 'ya göre birinci türevini sıfır yapan değer optimum sipariş miktarını (Q^*) verecektir (Bölüm 4.2.1 . Beklenen toplam maliyet fonksiyonunun bulanık fonksiyon olması nedeniyle bulunan optimum sipariş miktarı da yamuk bulanık sayı olacaktır $\tilde{Q}^* = (Q_l^*; Q_m^*; Q_n^*; Q_u^*)$. Türev alma işlemleri sonucunda aşağıdaki eşitlik elde edilir;

$$Cr\{\tilde{X} \leq Q\} = \left(\left(\frac{b_l - v}{h_l + b_l} \right); \left(\frac{b_m - v}{h_m + b_m} \right); \left(\frac{b_n - v}{h_n + b_n} \right); \left(\frac{b_u - v}{h_u + b_u} \right) \right). \quad (4.50)$$

Optimum sipariş miktarını bulmak için $Cr\{\tilde{X} \leq Q\}$ değerini belirlemeliyiz. Talep ($\tilde{X}$), genelleştirilmiş L - R tipi bulanık sayıdır. Genelleştirilmiş L - R tipi bulanık sayılar için güvenilirlik Denklem (3.95)'deki gibi hesaplanır. Optimum sipariş miktarı değerini 3 durum için ayrı ayrı incelersek;

$l \leq \tilde{Q} \leq m$ için;

$$Cr\{\tilde{X} \leq Q\} = \left(\left(\frac{b_l - v}{h_l + b_l} \right); \left(\frac{b_m - v}{h_m + b_m} \right); \left(\frac{b_n - v}{h_n + b_n} \right); \left(\frac{b_u - v}{h_u + b_u} \right) \right) = \frac{L(Q)}{2} \quad (4.51)$$

bulunur. Buradan aşağıdaki eşitlikler elde edilir;

$$L(Q) = \left(\left(\frac{2(b_l - v)}{h_l + b_l} \right); \left(\frac{2(b_m - v)}{h_m + b_m} \right); \left(\frac{2(b_n - v)}{h_n + b_n} \right); \left(\frac{2(b_u - v)}{h_u + b_u} \right) \right) \quad \text{ve}$$

$$\tilde{Q}^* = \left(L^{-1} \left(\frac{b_l - v}{h_l + b_l} \right); L^{-1} \left(\frac{b_m - v}{h_m + b_m} \right); L^{-1} \left(\frac{b_n - v}{h_n + b_n} \right); L^{-1} \left(\frac{b_u - v}{h_u + b_u} \right) \right). \quad (4.52)$$

Burada, $L^{-1}(\cdot)$ değerinin tanımlı olması için ilgili $2(\tilde{b} - v)/(\tilde{h} + \tilde{b})$ değeri $[0,1]$ aralığında olmalıdır. Böylece, $b_l \geq v$ ve $\tilde{b} - v \leq \tilde{h} + v$ koşullarında $\tilde{Q}^*$ değerinin $[l, m]$ aralığında olduğunu söyleyebiliriz.

Optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri ise aşağıdaki gibi olacaktır, $l \leq \tilde{Q} \leq m$;

$$\tilde{E}[\tilde{TC}(Q^*)] = (E[\tilde{TC}(Q_l^*)]; E[\tilde{TC}(Q_m^*)]; E[\tilde{TC}(Q_n^*)]; E[\tilde{TC}(Q_u^*)]) \quad (4.53)$$

Burada örneğin $E[\widetilde{TC}(Q_l^*)]$, Denklem (4.21)'e göre aşağıdaki gibi hesaplanabilir,

$$E[\widetilde{TC}(Q)]_l = -h_l \int_l^{L^{-1}\left(\frac{2(b_l-v)}{h_l+b_l}\right)} rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_l \int_{L^{-1}\left(\frac{2(b_l-v)}{h_l+b_l}\right)}^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_l \int_n^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \quad (4.54)$$

Beklenen bulanık toplam maliyetin diğer kesimleri de aynı şekilde hesaplanarak Denklem (4.55) elde edilir.

$$\tilde{E}[\widetilde{TC}(Q^*)] = \begin{pmatrix} \left(-h_l \int_l^{L^{-1}\left(\frac{2(b_l-v)}{h_l+b_l}\right)} rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_l \int_{L^{-1}\left(\frac{2(b_l-v)}{h_l+b_l}\right)}^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_l \int_n^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \right); \\ \left(-h_m \int_l^{L^{-1}\left(\frac{2(b_m-v)}{h_m+b_m}\right)} rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_m \int_{L^{-1}\left(\frac{2(b_m-v)}{h_m+b_m}\right)}^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_m \int_n^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \right); \\ \left(-h_n \int_l^{L^{-1}\left(\frac{2(b_n-v)}{h_n+b_n}\right)} rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_n \int_{L^{-1}\left(\frac{2(b_n-v)}{h_n+b_n}\right)}^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_n \int_n^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \right); \\ \left(-h_u \int_l^{L^{-1}\left(\frac{2(b_u-v)}{h_u+b_u}\right)} rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_l \int_{L^{-1}\left(\frac{2(b_u-v)}{h_u+b_u}\right)}^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_u \int_n^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \right) \end{pmatrix} \quad (4.55)$$

$m \leq \tilde{Q} \leq n$ için:

$$Cr\{\tilde{X} \leq Q\} = \left(\left(\frac{b_l - v}{h_l + b_l} \right); \left(\frac{b_m - v}{h_m + b_m} \right); \left(\frac{b_n - v}{h_n + b_n} \right); \left(\frac{b_u - v}{h_u + b_u} \right) \right) = \frac{1}{2} \quad (4.56)$$

bulunur. Optimum sipariş miktarı (Q^*) bulanık toplam maliyet fonksiyonunun beklenen değerinin Q 'ya göre birinci türevini sıfır yapan değerdir.

Eğer, $\tilde{b} - v = \tilde{h} + v$ eşitliği var ise, $\tilde{E}[\widetilde{TC}(Q)]$ değeri her $\tilde{Q} \in [m, n]$ için en küçüklenir. Böylece, $\tilde{b} - v = \tilde{h} + v$ koşulunda $\tilde{Q}^* \in [m, n]$ olduğunu söyleyebiliriz.

Optimum maliyet değeri ise $m \leq \tilde{Q} \leq n$ için Denklem (4.23)'e göre aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\tilde{E}[\widetilde{TC}(Q^*)] = \begin{pmatrix} \left(-h_l \int_l^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_l \int_n^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \right); \\ \left(-h_m \int_l^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_m \int_n^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \right); \\ \left(-h_m \int_l^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_m \int_n^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \right); \\ \left(-h_u \int_l^m rd\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_u \int_n^u rd\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \right) \end{pmatrix} \quad (4.57)$$

$n \leq \tilde{Q} \leq u$ için:

$$Cr\{\tilde{X} \leq Q\} = \left(\left(\frac{b_l - v}{h_l + b_l} \right); \left(\frac{b_m - v}{h_m + b_m} \right); \left(\frac{b_n - v}{h_n + b_n} \right); \left(\frac{b_u - v}{h_u + b_u} \right) \right) = 1 - \frac{R(Q)}{2} \quad (4.58)$$

bulunur. Buradan;

$$R(Q) = \left(\frac{2(h_l + v)}{h_l + b_l}; \frac{2(h_m + v)}{h_m + b_m}; \frac{2(h_n + v)}{h_n + b_n}; \frac{2(h_u + v)}{h_u + b_u} \right) \quad \text{ve}$$

$$\tilde{Q}^* = \left(R^{-1} \left(\frac{2(h_l + v)}{h_l + b_l} \right); R^{-1} \left(\frac{2(h_m + v)}{h_m + b_m} \right); R^{-1} \left(\frac{2(h_n + v)}{h_n + b_n} \right); R^{-1} \left(\frac{2(h_u + v)}{h_u + b_u} \right) \right) \quad (4.59)$$

elde edilir. Burada, $R^{-1}(\cdot)$ değerinin tanımlı olması için $2(\tilde{h} + v)/(\tilde{h} + \tilde{b})$ değeri $[0,1]$ aralığında olmalıdır. Böylece, $v \geq -\tilde{h}$ ve $\tilde{b} - v \geq \tilde{h} + v$ koşullarında $\tilde{Q}^*$ değerinin $[n, u]$ aralığında olduğunu söyleyebiliriz.

Optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri ise aşağıdaki gibi olacaktır, $n \leq \tilde{Q} \leq u$;

$$\tilde{E}[\tilde{TC}(Q^*)] = (E[\tilde{TC}(Q_l^*)]; E[\tilde{TC}(Q_m^*)]; E[\tilde{TC}(Q_n^*)]; E[\tilde{TC}(Q_u^*)]) \quad (4.60)$$

Burada örneğin $E[\tilde{TC}(Q_l^*)]$, Denklem (4.25) kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir,

$$E[\tilde{TC}(Q_l^*)] = -h_l \int_l^m r d\left(\frac{L(r)}{2}\right) - h_l \int_n^{R^{-1}\left(\frac{2(h_l+v)}{h_l+b_l}\right)} r d\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) +$$

$$b_l \int_{R^{-1}\left(\frac{2(h_l+v)}{h_l+b_l}\right)}^u r d\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \quad (4.61)$$

Beklenen bulanık toplam maliyetin diğer kesimleri de aynı şekilde hesaplanarak Denklem (4.62) elde edilir.

$$\tilde{E}[\tilde{TC}(Q^*)] = \left(\begin{aligned} &\left(-h_l \int_l^m r d\left(\frac{L(r)}{2}\right) - h_l \int_n^{R^{-1}\left(\frac{2(h_l+v)}{h_l+b_l}\right)} r d\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) + b_l \int_{R^{-1}\left(\frac{2(h_l+v)}{h_l+b_l}\right)}^u r d\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \right); \\ &\left(-h_m \int_l^{L^{-1}\left(\frac{2(b_m-v)}{h_m+b_m}\right)} r d\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_m \int_{L^{-1}\left(\frac{2(b_m-v)}{h_m+b_m}\right)}^m r d\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_m \int_n^u r d\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \right); \\ &\left(-h_n \int_l^{L^{-1}\left(\frac{2(b_n-v)}{h_n+b_n}\right)} r d\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_n \int_{L^{-1}\left(\frac{2(b_n-v)}{h_n+b_n}\right)}^m r d\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_n \int_n^u r d\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \right); \\ &\left(-h_u \int_l^{L^{-1}\left(\frac{2(b_u-v)}{h_u+b_u}\right)} r d\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_l \int_{L^{-1}\left(\frac{2(b_u-v)}{h_u+b_u}\right)}^m r d\left(\frac{L(r)}{2}\right) + b_u \int_n^u r d\left(1 - \frac{R(r)}{2}\right) \right) \end{aligned} \right) \quad (4.62)$$

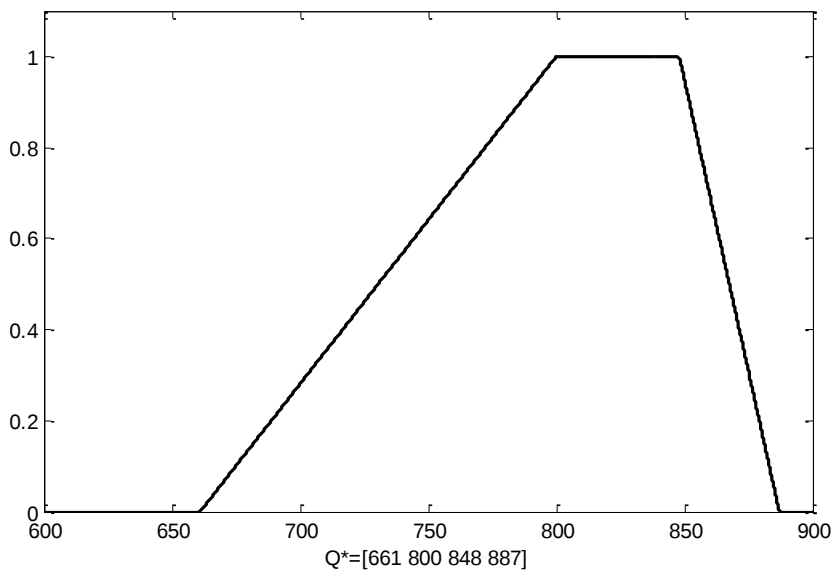
İkinci aşamada, yamuk bulanık sayılar olarak elde edilen optimum sipariş miktarı ve bulanık toplam maliyet fonksiyonunun beklenen değeri durulaştırılarak kesin sonuçlar elde edilir.

Sayısal gösterim 4.5:

Ürüne olan talebin sürekli olduğu ve yamuk bulanık sayı $\tilde{X} = (400; 1000; 1200; 1800)$ ile ifade edildiği tek dönemli bir stok kontrol problemi düşünelim. Tek bir dönem için ürünler $v = 30pb$ maliyetinden üretilmektedir. Stok bulundurma maliyeti $\tilde{h} = (6; 10; 12; 14)pb$ ile stok bulundurmama maliyeti $\tilde{b} = (40; 50; 55; 60)pb$ bulanık değişkenler olarak düşünülmekte ve yamuk bulanık sayılarla ifade edilmektedir. Başlangıç stoku bulunmamaktadır. Verilen bilgiler doğrultusunda, optimum sipariş miktarı $(40; 50; 55; 60)pb - 30pb \leq (6; 10; 12; 14)pb + 30pb$ olduğu için $[400, 1000]$ aralığında olacaktır. Bu durum için $\tilde{Q}^*$ Denklem (4.52) ve Denklem (4.28) kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır;

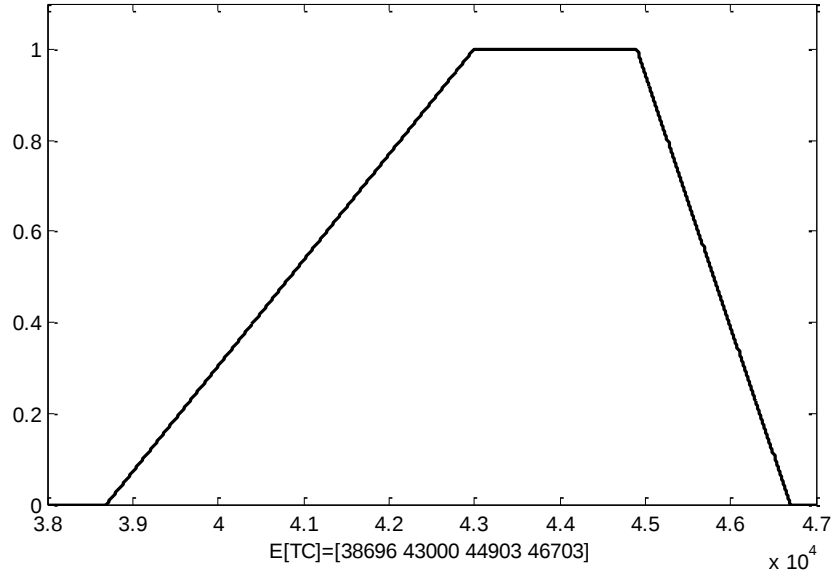
$$\tilde{Q}^* = \left(400 + \left[\frac{2(40-30)}{6+40} \right] (1000 - 400), 400 + \left[\frac{2(50-30)}{10+50} \right] (1000 - 400), \right. \\ \left. 400 + \left[\frac{2(55-30)}{12+55} \right] (1000 - 400), 400 + \left[\frac{2(60-30)}{14+60} \right] (1000 - 400) \right) \\ = (661; 800; 848; 887)$$

Optimum sipariş miktarı için üyelik fonksiyonu Şekil 4.11’de gösterilmektedir.



Şekil 4.11 : Optimum sipariş miktarı için üyelik fonksiyonu (bulanık talep).

Optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri ise Denklem (4.55) kullanılarak $\tilde{E}[\tilde{TC}(Q^*)] = (38696; 43000; 44903; 46703)pb$ olarak elde edilir. Optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri için üyelik fonksiyonu Şekil 4.12’de gösterilmektedir.



Şekil 4.12 : Optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri için üyelik fonksiyonu (bulanık talep).

İkinci aşamada, bulanık sayı olarak elde edilen optimum sipariş miktarı ve optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri COG, GMIR ve $E[.]$ yöntemleriyle durulaştırılarak optimum sonuç elde edilir (Çizelge 4.17).

Çizelge 4.17 : Sürekli bulanık talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK modeline göre elde edilen optimum sipariş miktarları.

<i>Durulaştırma yöntemi</i>	Q^*	$E[\tilde{TC}(Q^*)]$
COG	794	43.197
GMIR	808	43.535
$E[.]$	799	43.326

Talebin yine bulanık değişken olarak düşünüldüğü ve stok maliyetleri için, bulanık değişkenler yerine bu değişkenlerin beklenen değeri ile ifade edilen tanımlanabilir değişkenler kullanılması durumunda ($h = 10,5, b = 51,25$), optimum sipariş miktarı $Q^* = 813$ ve optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri $E[\tilde{TC}(Q^*)] = 43.488$ olarak bulunacaktı. Bu değerleri Çizelge 4.17’deki değerler ile karşılaştırdığımızda, talep ile birlikte stok maliyetlerinin de

bulanık olması durumunda önerilen modelin daha az miktarda sipariş vermeye yöneldiğini gözlemlemekteyiz. Bunun nedeni, bulanık stok bulundurma maliyetinin üyelik fonksiyonunun sağdan çarpık, stok bulundurmama maliyetinin üyelik fonksiyonunun da soldan çarpık olması nedeniyle bulanıklık göz önüne alındığında, $\tilde{h}$ 'nin beklenen değerinin bulanık olmayan değerden daha büyük, $\tilde{b}$ 'nin beklenen değerinin de bulanık olmayan değerden daha küçük olması sonucu, dönem sonunda elde kalan stok miktarını azaltmak amacıyla, optimum sipariş miktarının, bulanık olmayan kesin değişkenler kullanılarak belirlenen değerden daha düşük çıkması gerekliliğidir.

5. UYGULAMA

Bu bölümde, önerilen BTDSK modellerinin uygulanabilirliğini ve geçerliliğini test etmek için Türkiye'nin önde gelen perakende şirketlerinden birindeki stok kontrol probleminin çözümünde BTDSK modeli uygulanmıştır. Bölüm içerisinde öncelikle şirketin stok kontrol problemi tanımlanmıştır. İkinci olarak model varsayımları ve parametreleri belirlenerek BTDSK modeli kurulmuş ve daha önceki bölümlerde önerilen çözüm yöntemlerinin mağazanın stok kontrol problemi için uygulanması ayrıntılarıyla incelenmiştir. Daha sonra model parametreleri üzerindeki değişikliklerin modele olan etkisini incelemek üzere duyarlılık analizleri yapılarak son kısımda uygulamanın sonuçları tartışılmıştır.

5.1 Problemin Tanımlanması

Bu bölümde, ana stratejisi müşterilerine modern, güvenilir, ekonomik ve yüksek kalitede hizmet sunmak olan, Türkiye'nin önde gelen perakende şirketlerinden birinde yer alan stok kontrol problemi tanımlanacaktır.

İlgili stok kontrol problemi, şirketin hızla bozulan ürünler (örn. meyve ve sebze, ekmek, süt, et, tavuk v.b.) kategorisine dahil olan ürün gruplarında yaşanmaktadır. Ürünlerin hızla bozulabilme özelliğinden dolayı, iyi tanımlanmış başlangıç ve bitiş noktaları olan görece kısa (üç veya dört günden daha uzun olmayan) satış dönemleri vardır. Satış dönemi öncesinde ürünler için gerekli sipariş miktarları tam olarak belirlenmelidir. Satış döneminin oldukça kısa olmasından dolayı satış dönemi içerisinde ürünler için ek bir sipariş verme olanağı yoktur, böylece dönem başında belirlenen sipariş miktarının gerçekleşen talepten düşük olması durumunda şirket müşterilerini kaybetmektedir. Bu durum müşteri memnuniyetini negatif yönde etkileyerek şirketin güvenilirliğini zedelediği gibi aynı zamanda şirketin kazancını kaybetmesine de neden olmaktadır. Diğer taraftan önceden belirlenen sipariş miktarına karşılık dönem talebinin beklenenden düşük olması sonucunda, dönem sonunda artan ürünler şirketin elinde kalmaktadır. İlgili ürünlerin hızla bozulan gıda ürünleri olmasından dolayı bu elde kalan stoklar imha edilmektedirler. Bu durum ise

elde kalan ürünlere ödenmiş olan satın alma maliyeti ve ek olarak o ürünlerin stoklanmasından dolayı doğan maliyetler nedeniyle şirkete zarar olarak yansımaktadır. Bu şartlar altında şirket için kritik problem; “Dönem başında belirlenen sipariş miktarının gerçekleşen talepten düşük olması durumunda oluşacak müşteri ve kazanç kaybına karşılık, belirlenen sipariş miktarının gerçekleşen talepten yüksek olması durumunda, dönem sonunda artan ürünlerin şirketin elinde kalması ile oluşacak satın alma maliyeti ve stok tutma maliyetlerini dengeleyecek optimum sipariş miktarının belirlenmesi problemi” dir.

Sabit sipariş dönemi için beklenen toplan maliyeti en küçükleyecek ya da beklenen toplam karı en büyükleyecek optimum sipariş miktarının belirlenmesi problemi literatürde tek dönemli stok kontrol (TDSK) problemi olarak geçmektedir. Optimum sipariş miktarının belirlenebilmesi ürünlere olan talebin doğru tahminine bağlıdır. İlgili gıda ürünlerinin dönemlik talep değerleri oldukça belirsizlik içermektedir. Özellikle et ve tavuk kategorisindeki ürün gruplarına ait talep belirsizliğinin fazla olmasından ve bu gruba ait ürünlerin şirket için kritik öneme sahip olmalarından dolayı şirketin belirli bir mağazasındaki tavuk ürün grubu içerisinde “bütün piliç” (BP) için optimum sipariş miktarı belirlenmesi problemi bu uygulama kapsamında incelenektir.

5.2 Önerilen Modellerin Şirketin Stok Kontrol Probleminde Uygulanması

Bölüm 4. de önerilen BTDSK modelleri, ilgili perakende şirketinin belirli bir mağazasındaki hızla bozulan ürün kategorisine dahil olan tavuk ürün grubu içerisinde “bütün piliç” için optimum sipariş miktarı belirlenmesi probleminde uygulanacaktır. Uygulama aşamasına geçilmeden önce ilgili bulanık modellerin kurulması için gerekli model varsayımları ve model parametreleri belirlenecektir.

5.2.1 Model varsayımları ve model parametrelerinin belirlenmesi

Şirketten alınan bilgilere göre BP ürünü için satış dönemi günlük olarak kabul edilecektir. İlgili satış dönemi için BP siparişleri bir gün öncesinden verilmekte ve ertesi günün sabahında siparişler hazır bulunmaktadır. Gün sonunda elde kalan ürünlerin daha sonraki günlere devredilmeden imha edildikleri varsayılmaktadır. Gün içerisinde gerçekleşen talebin elde bulunan ürün miktarını aşması durumunda ek bir sipariş verilememekte ve yok satma durumu gerçekleşmektedir.

Şirket BP siparişleri için 12 farklı tedarikçi ile çalışmaktadır. Bu tedarikçilerin herhangi bir kapasite kısıtının bulunmadığı varsayılmaktadır. Ayrıca belirlenen mağazadaki ilgili ürünün satış reyonunda alan ile ilgili herhangi bir kısıt yoktur. Varsayım olarak hiç başlangıç stoku bulundurulmadığı düşünülmektedir.

Önerilen BTDSK modellerinin uygulanması için şirketten elde edilen veriler ve bilgiler modele uygulanabilir hale getirilmelidir. Bu amaçla öncelikle, ürün için talep tahmini yapılmalı ve talep fonksiyonu belirlenmelidir. Daha sonra sabit sipariş dönemi için beklenen toplan maliyeti en küçükleyecek optimum sipariş miktarının bulunmasına yönelik oluşturulacak modeller için ilgili maliyet parametrelerinin değerleri belirlenmelidir.

5.2.1.1 Bulanık talep fonksiyonunun belirlenmesi

Belirlenen mağazada bulunan tavuk ürün grubu içerisinde BP ürününe ait optimum sipariş miktarı belirleme probleminin girdisi olarak öncelikle ürüne olan talep fonksiyonu belirlenmelidir. Şirketteki uzman kişilerle yapılan görüşmelerde geçmiş dönemlere ait BP satış miktarlarına bağlı olarak yapılan istatistiksel analizler sonucu elde edilen geleceğe yönelik tahmin değerlerinin gerçeği yansıtmadığı ve hatalı sonuçlar verdiği belirtilmiştir. Bunun en önemli sebeplerinden birisi ürün talebinin bir çok iç ve dış faktöre bağlı olarak değişkenlik göstermesidir.

Tavuk talebini etkileyen dış faktörlerin başında kırmızı etteki fiyat değişimleri gelmektedir. Kırmızı et ürünlerinin fiyatlarındaki düşüşler tavuk talebini azaltmakta buna karşılık kırmızı et fiyatlarının artışı tavuk talebini artırmaktadır. Ayrıca şirket içi farklı stratejilerin uygulanması durumunda da tavuk talep satışları değişmektedir. Örneğin, her hafta Pazartesi günleri yapılan strateji toplantılarında gelecek hafta içerisinde promosyon uygulanacak veya mağazanın müşteri dikkatini öncelikle çekecek olan orta reyonlarında teşhir edilecek ürünler belirlenmektedir. Toplantı sonucunda BP ürünü için herhangi bir promosyon ya da teşhir durumunun belirlenmesi, o günler dahilinde ürün talebinin önemli ölçüde artacağını ifade etmektedir. Ek olarak, özel gün ve bayramlarda da BP talepleri değişebilmektedir. Örneğin, özellikle yılbaşı öncesi 29, 30 ve 31 Aralık tarihlerinde BP talepleri artış gösterirken Kurban bayramı öncesi ve sonrasında taleplerde düşüş olmaktadır.

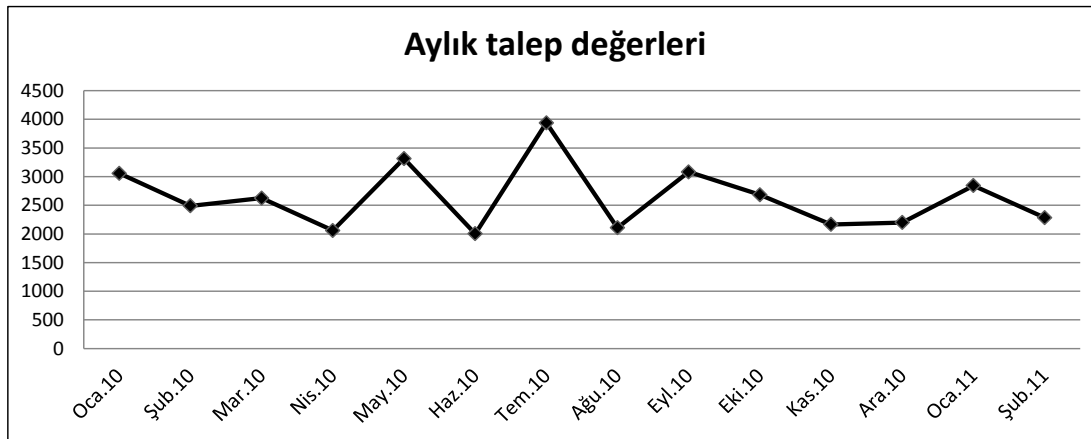
Talep tahminini etkileyecek olan bütün iç ve dış faktörleri içerecek bir veri setinin toplanması oldukça karmaşık ve kapsamlı olacağı için mümkün olmayacaktır. Çok

fazla sayıda parametresi olan bu sistemin modellenmesi deterministik ve olasılıksal modellerle mümkün olamayacağı için daha az veri seti gerektiren ve uzmanların görüşlerini de tahmin modeline dahil edebilecek olan bir yaklaşım olarak, bulanık mantık ve bulanık küme teorisi kullanılarak daha etkin talep tahmini yapılabileceğine karar verilmiştir.

Bu amaçla, öncelikle analiz edilmek üzere şirketten Ocak 2010 tarihinden başlayarak Şubat 2011 tarihine kadar olan aylık toplam BP satış miktarları alınmıştır. Miktarlar kg biriminden ifade edilmektedir. BP ürünü için satış dönemi günlük olarak kabul edildiği için aylık toplam satış miktarları o aydaki toplam gün sayısına bölünerek yaklaşık günlük satış değerleri elde edilmiştir. Çizelge 5.1 ve Şekil 5.1’de ilgili değerler gösterilmektedir.

Çizelge 5.1 : BP için geçmiş dönemlere ait aylık toplam satış değerleri.

<i>Tarih</i>	<i>Aylık toplam satış (kg)</i>	<i>Günlük satış (kg)</i>
Ocak-2010	3057,29	98,62
Şubat-2010	2489,90	88,92
Mart-2010	2625,42	84,69
Nisan-2010	2058,85	68,63
Mayıs-2010	3315,83	106,96
Haziran-2010	2003,59	66,79
Temmuz-2010	3938,95	127,06
Ağustos-2010	2106,65	67,96
Eylül-2010	3081,90	102,73
Ekim-2010	2683,88	86,58
Kasım-2010	2164,94	72,16
Aralık-2010	2198,37	70,92
Ocak-2011	2842,54	91,69
Şubat-2011	2284,72	81,60



Şekil 5.1 : BP için aylık talep değerleri

Elde edilen bu değerler geçmiş dönemlere ait sınırlı sayıda aylık toplam satış verileri kullanılarak elde edildiği için günlük talep değişikliklerini ifade edememektedir. Veri sayısının oldukça az olması ve değişkenlikleri tam olarak ifade edememesi nedeniyle bu verilere dayalı bir olasılık dağılımı elde edilememektedir. Bu aşamada, Zadeh (1978) tarafından, “olası olan şey olabilir olmalıdır (what is probable should be possible)” şeklinde ifade edilen tutarlılık ilkesi göz önünde bulundurularak bütün olasılık kümesini kapsayacak bir olabilirlik dağılımı elde edilecektir. İlk olarak yaklaşık günlük satış değerlerinin en küçük, en büyük ve en olası (ortalama) değerlerine bağlı olarak günlük satış değerlerini ifade etmek üzere bulanık üçgen bir dağılım belirlenmiştir $\tilde{X} = (66,79; 86,81; 127,06)kg$.

İkinci aşamada ürün talebini etkileyen iç ve dış faktörleri tahmine yansıtılabilmek için uzman görüşleri dikkate alınacaktır. Uzmanlardan alınan bilgilere göre, herhangi bir promosyon veya ürün teşhiri durumlarında günlük talep değeri elde edilen ortalama talep değerinin “yaklaşık 2,5 katı” olacaktır. Uzmanların sözel olarak ifade ettikleri bu oranın üçgen bulanık sayılar ile $(2,4; 2,5; 2,7)$ şeklinde ifade edilmesine karar verilmiştir. Promosyon veya ürün teşhiri olmayan durumda ise günlük talep değeri elde edilen talep değerinin “yaklaşık 0,75’i kadar” olacaktır. Bu ifade ise $(0,7; 0,85; 1)$ üçgen bulanık sayısı ile ifade edilecektir. Uzman görüşlerinin yaklaşık günlük satışlar için oluşturulmuş bulanık talep fonksiyonu ile birleştirilmesi sonucu, normal günler için bulanık talep fonksiyonu $\tilde{X}_{normal} = (46,75; 73,79; 127,06)kg$ olarak, promosyon veya ürün teşhirinin olduğu özel günler için bulanık talep fonksiyonu ise $\tilde{X}_{özel} = (160,30; 217,03; 343,06)kg$ olarak belirlenmiştir.

5.2.1.2 Bulanık stok maliyetlerinin belirlenmesi

Sabit sipariş dönemi için beklenen toplan maliyeti en küçükleyecek optimum BP siparişi miktarının bulunmasına yönelik oluşturulacak modellere ikinci girdi olarak stok maliyetleri belirlenmelidir. Günlük BP ürün siparişini etkileyen üç tip maliyet unsuru bulunmaktadır. Bunlardan ilki birim ürün satın alma maliyetidir. Satın alma maliyeti, sipariş ve lojistik maliyetlerini de içermektedir. Şirket BP siparişleri için 12 farklı tedarikçi ile çalışmaktadır. Bu tedarikçilerin herhangi bir kapasite kısıtının bulunmadığı varsayılmaktadır. Birim ürün satın alma maliyeti tedarikçiler arasında farklılık göstermektedir. Markaya, kaliteye, ülkenin içinde bulunduğu ekonomik şartlara, tedarikçilerin iç politikalarına göre değişkenlik gösteren birim satın alma

maliyeti, geçmiş veriler ve uzman görüşleri birleştirilerek $\tilde{v} = (3,4; 4,5; 6,4)TL$ olarak ile belirlenmiştir.

İkinci maliyet unsuru ise gerçekleşen talebin karşılanamaması sonucu oluşan kayıp satışların maliyeti olarak belirlenen stok bulundurmama maliyetidir. Şirket politikası olarak stok bulundurmama maliyeti, kaçırılan kazanç fırsatı olarak düşünülmekte ve birim ürün satış fiyatı ile ifade edilmektedir. Birim ürün satış fiyatı ürün alış fiyatı üzerine “yaklaşık 0,50” oranında kar payı uygulanarak hesaplanmaktadır. Bu oranın $(0,45; 0,50; 0,60)$ olarak belirlenmesi durumunda BP için birim stok bulundurmama maliyeti $\tilde{b} = (4,93; 6,75; 10,20)TL$ olacaktır.

Üçüncü ve son maliyet unsuru ise, bir birim ürünü bir dönem stokta tutma maliyeti olarak tanımlanan stok bulundurma maliyetidir. Şirketteki uzmanlarla yapılan görüşmede, birim stok bulundurma maliyetinin, birim satın alma maliyetinin bir yüzdesi (“yaklaşık %8”) olarak belirlendiği ifade edilmiştir. Bu oran stok tutma, depolama ve taşıma maliyetleri dikkate alınarak belirlenmiştir. Ayrıca, dönem sonu talep miktarını aşan ve elde kalan ürünlerin imha edildiği ve herhangi bir hurda fiyatının bulunmadığı söylenmiştir. Yaklaşık yüzdenin $(\%7; \%8; \%9)$ şeklinde üçgen bulanık sayı olarak ifade edilmesi durumunda birim stok bulundurma maliyeti $\tilde{h} = (0,24; 0,36; 0,58)TL$ olarak bulunacaktır.

5.2.2 Bulanık stok kontrol modelinin kurulması

Şirketten alınan bilgilere göre model varsayımları ve parametreleri belirlendikten sonra şirketin stok kontrol problemine uygun BTDSK modeli kurulacaktır. Modelde kullanılacak parametreler aşağıdaki gibi özetlenebilir;

$$\tilde{X}_{normal} = (46,75; 73,79; 127,06)kg$$

$$\tilde{X}_{özel} = (160,30; 217,03; 343,06)kg$$

$$\tilde{v} = (3,4; 4,5; 6,4)TL$$

$$\tilde{b} = (4,93; 6,75; 10,20)TL$$

$$\tilde{h} = (0,24; 0,36; 0,58)TL$$

Modelde, şirket yöneticileri tarafından her hafta Pazartesi günleri yapılan strateji toplantılarında gelecek hafta içerisinde BP ürünü için herhangi bir promosyon ya da

teşhir durumunun olup olmaması durumlarına göre ilgili talep dağılımlarını dikkate alınacaktır, diğer parametreler her iki durumda da aynı olacaktır.

Talebin ve stok maliyetlerinin bulanık olması, maliyet fonksiyonunun da bulanık olmasını gerektirecektir. BP ürünü için herhangi bir promosyon ya da teşhir durumunun olmadığı durumda eğer Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse toplam maliyet fonksiyonu şu şekilde olacaktır;

$$\widetilde{TC}(Q)_{normal} = \begin{cases} Q\tilde{v} + \tilde{h}(Q - \tilde{X}_{normal}) & \text{eğer } \tilde{X}_{normal} \leq Q \\ Q\tilde{v} + \tilde{b}(\tilde{X}_{normal} - Q) & \text{eğer } \tilde{X}_{normal} \geq Q \end{cases} \quad (5.1)$$

BP ürünü için herhangi bir promosyon ya da teşhir durumunun olduğu durumda ise eğer Q miktarı kadar ürün sipariş verilirse toplam maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$\widetilde{TC}(Q)_{özel} = \begin{cases} Q\tilde{v} + \tilde{h}(Q - \tilde{X}_{özel}) & \text{eğer } \tilde{X}_{özel} \leq Q \\ Q\tilde{v} + \tilde{b}(\tilde{X}_{özel} - Q) & \text{eğer } \tilde{X}_{özel} \geq Q \end{cases} \quad (5.2)$$

Modellerde, talebin ve stok maliyetlerinin bulanık değişkenler olması nedeniyle toplam maliyet fonksiyonu da bulanık bir fonksiyon olacaktır. Optimum sipariş miktarı ise bu bulanık maliyet fonksiyonlarının beklenen değerlerini en küçükleyen değerler olacaktır.

5.2.3 Bulanık stok kontrol modelinin çözülmesi

Şirketin BP siparişlerine yönelik oluşturulan BTDSK modeli, sürekli bulanık talep dağılımı ve bulanık stok maliyetleri içerdiği için modelin çözüm aşamasında Bölüm 4.2.3 'de önerilen çözüm yöntemi kullanılacaktır.

Önerilen çözüm yöntemine göre ilk olarak, birim kâr değerini ifade eden $\tilde{b} - \tilde{v}$ değeri ile satılamayan her bir birim üründen doğacak zarar olarak tanımlanan $\tilde{h} + \tilde{v}$ değeri karşılaştırılacaktır. Daha önceki bölümde elde edilen model parametreleri için ilgili değerler yerlerine konulduğunda aşağıdaki değerler elde edilir.

$$\tilde{b} - \tilde{v} < \tilde{h} + \tilde{v}$$

$$(4,93; 6,75; 10,20)TL - (3,4; 4,5; 6,4)TL$$

$$< (0,24; 0,36; 0,58)TL + (3,4; 4,5; 6,4)TL$$

$$(1,53; 2,25; 3,84)TL < (5,17; 7,11; 10,8)TL$$

BP ürünü için herhangi bir promosyon ya da teşhir durumunun olmadığı durumda bulanık optimum sipariş miktarı ilgili talebin sağ taraf değerleri $[46,75; 73,79]$ arasında olacak ve $\tilde{Q}^*_{normal} = (62,75; 63,86; 65,81)kg$ olarak hesaplanacaktır. Optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri ise $\tilde{E}[\tilde{TC}(Q^*)_{normal}] = (312,34; 417,90; 605,67)TL$ olarak elde edilir.

Bölüm 4.2.3 'de önerilen çözüm yönteminin ikinci aşamasında, istendiği takdirde bulanık sayı olarak elde edilen optimum sipariş miktarı ve optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri durulaştırılarak optimum sonuç elde edilir. Bu aşamada durulaştırma için merkezi durulaştırma yöntemi (COG) kullanılmış ve durulaştırılmış normal günlere ait optimum sipariş miktarı $Q^*_{normal} = 64,14kg$, ve durulaştırılmış bulanık toplam maliyetin beklenen değeri $E[\tilde{TC}(Q^*)_{normal}] = 445,30 TL$ olarak bulunmuştur.

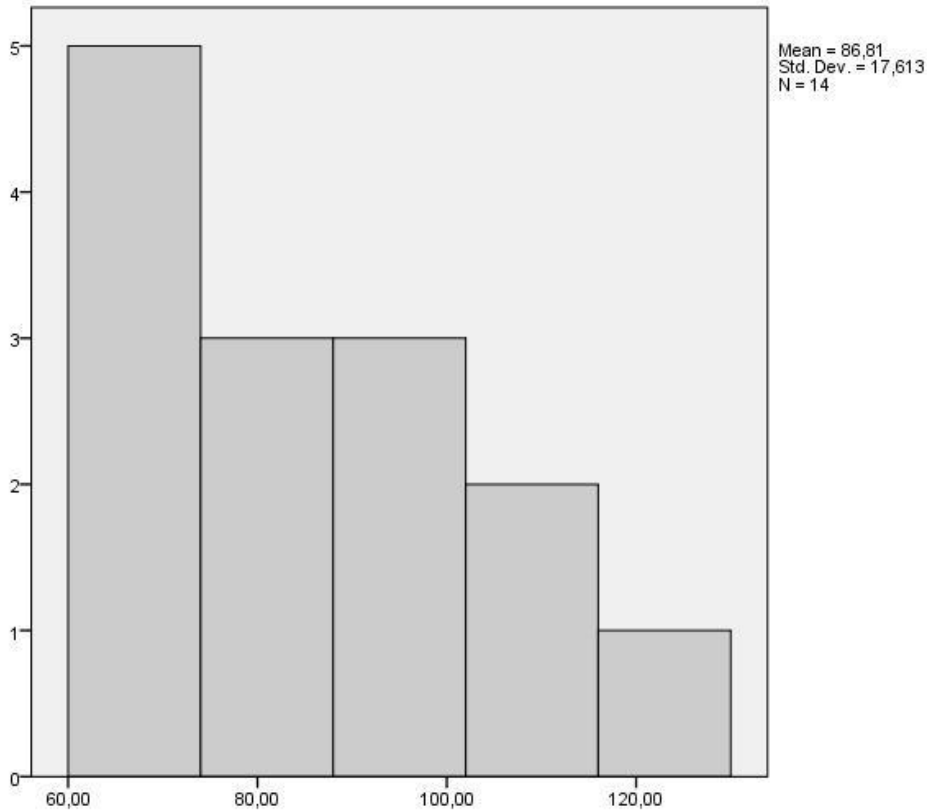
BP ürünü için herhangi bir promosyon ya da teşhir durumunun olduğu günler için bulanık optimum sipariş miktarı ilgili talebin sağ taraf değerleri $[160,30; 217,03]$ arasında olacak ve $\tilde{Q}^*_{özel} = (193,87; 196,20; 200,29)kg$ olarak hesaplanacaktır. Optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri ise $\tilde{E}[\tilde{TC}(Q^*)_{özel}] = (884,42; 1180,82; 1705,28)TL$ olarak elde edilir.

İstenirse, bulanık sayı olarak elde edilen optimum sipariş miktarı ve optimum sipariş miktarındaki bulanık toplam maliyetin beklenen değeri merkezi durulaştırma yöntemine (COG) göre durulaştırılarak optimum sonuç elde edilir. Durulaştırılmış özel günlere ait optimum sipariş miktarı $Q^*_{özel} = 196,79kg$, ve durulaştırılmış bulanık toplam maliyetin beklenen değeri $E[\tilde{TC}(Q^*)_{özel}] = 1256,84 TL$ olarak bulunmuştur.

Talebin yine bulanık değişken olarak düşünüldüğü ancak stok maliyetleri için, bulanık değişkenler yerine bu değişkenlerin beklenen değerleri ile ifade edilen tanımlanabilir değişkenler kullanılması durumunda ($h = 0,39TL$; $b = 7,31TL$; $v = 4,77TL$), çözüm sürecinde olarak Bölüm 4.2.1 önerilen yöntem kullanılabilir. Bu yöntemle göre, verilen bilgiler doğrultusunda, normal günler için optimum sipariş miktarı $7,31TL - 4,77TL < 0,39TL + 4,77TL$ olduğu için $[46,75; 73,79]$ aralığında olacaktır. Bu durum için $Q^*_{normal} = 64,59kg$ olarak ve $E[\tilde{TC}(Q^*)_{normal}] = 445,94 TL$ olarak bulunur.

Aynı şartlar altında özel günler için optimum sipariş miktarı $[160,30; 217,02]$ aralığında olacaktır. Bu durum için $Q^*_{\text{özel}} = 197,72\text{kg}$ olarak bulunur. Özel günler için optimum sipariş miktarındaki en küçük maliyet değeri ise $E[\widetilde{TC}(Q^*)_{\text{özel}}] = 1258,43\text{ TL}$ olarak bulunur.

Ek olarak, talep tahmini için istatistiksel analizleri ve uzman görüşlerini birleştiren olabilirlik dağılımı yerine olasılık dağılımının kullanılması durumunu incelemek için şirketten elde edilen sınırlı sayıdaki veri kullanılarak (14 veri) öncelikle histogram grafiği çizilmiş ve yaklaşık bir olasılık dağılımı elde edilmiştir (Şekil.5.2).



Şekil 5.2 : BP günlük yaklaşık talep değerleri için histogram grafiği.

Yaklaşık günlük satış değerleri üzerinde yapılan girdi analizi ve elde edilen histogram grafiğine göre en alt değeri $a = 66$, en üst değeri $b = 128$ ve orta değeri $m = 66$ olan üçgen dağılımın elde bulunan veri setini yansıtabilecek en iyi olasılık yoğunluk dağılımı olduğuna karar verilmiştir. Talep dağılımı olarak parametreleri $(a = 66; m = 66,40; b = 128)\text{kg}$ değerlerine sahip üçgen olasılık dağılımı kullanılması ve stok maliyetlerinin bulanık sayılarla ifade edilmesi durumunda çözüm için Bölüm 4.2.2 'de anlatılan 3. yaklaşım kullanılacaktır. Uzman görüşlerine göre normal günler için talep dağılımı belirlenen dağılımın 0,85'i olacak ve $X_{\text{normal}} =$

$(a = 56,1; m = 56,44; b = 108,8)kg$ olarak belirlenecektir. Normal günler için bulanık optimum sipariş miktarı $\tilde{Q}^*_{normal} = (64,73; 65,37; 66,61)kg$ olarak bulunacaktır. Bulanık sayı olarak elde edilen optimum sipariş miktarı istendiği takdirde merkezi durulaştırma yöntemine (COG) göre durulaştırılarak optimum sonuç elde edilir. Durulaştırılmış optimum sipariş miktarı $Q^*_{normal} = 65,57kg$ olarak bulunur. Özel günlerde ise talep dağılımı belirlenen dağılımın 2,5 katı olacak ve $X_{özel} = (a = 165; m = 166; b = 320)kg$ olarak belirlenecektir. Özel günler için bulanık optimum sipariş miktarı $\tilde{Q}^*_{özel} = (190,37; 192,27; 195,92)kg$ olarak bulunacaktır. Daha sonra, bulanık sayı olarak elde edilen optimum sipariş miktarı merkezi durulaştırma yöntemine (COG) göre durulaştırılarak optimum sonuç elde edilir. Durulaştırılmış optimum sipariş miktarı $Q^*_{özel} = 192,85kg$ olarak bulunur.

Son olarak rassal talep ile birlikte stok maliyetleri için, bulanık değişkenler yerine bu değişkenlerin beklenen değeri ile ifade edilen tanımlanabilir değişkenler kullanılması durumunda ($h = 0,39TL; b = 7,31TL; v = 4,77TL$), çözüm sürecinde Bölüm 4.2.1 açıklanan klasik yöntem kullanılarak, normal günler için optimum sipariş miktarı $Q^*_{normal} = 65,80kg$ ve özel günler için optimum sipariş miktarı $Q^*_{özel} = 193,53kg$ olarak hesaplanır.

5.2.4 Modelin tutarlılığının ve geçerliliğinin test edilmesi

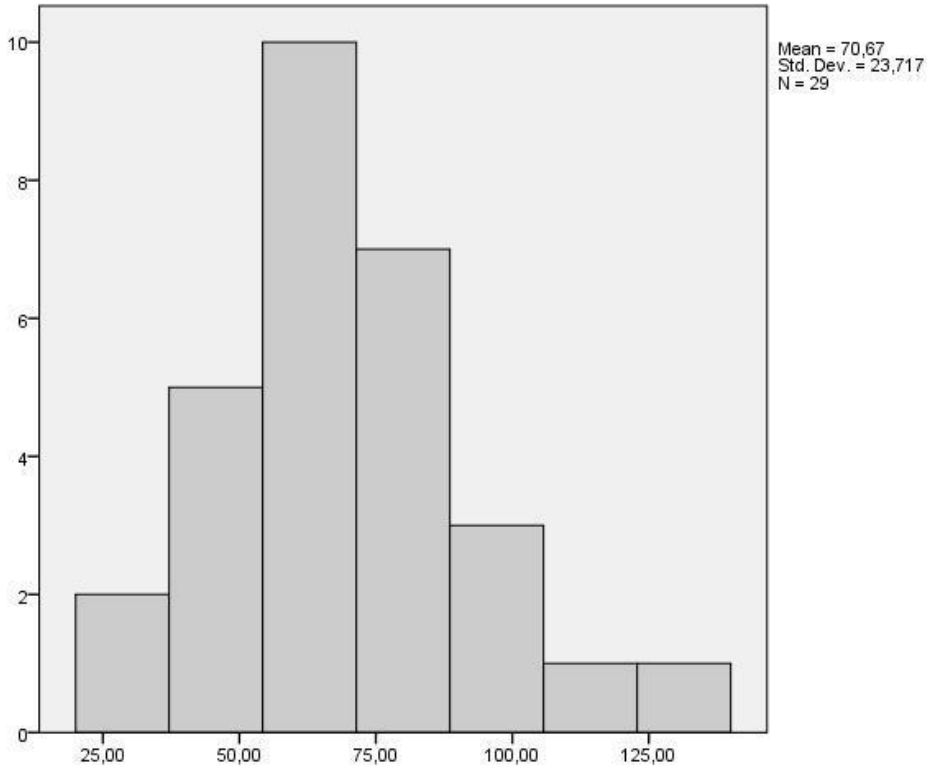
Önerilen modellerin ve çözüm yöntemlerinin tutarlı sonuçlar verdiğini test edebilmek için şirketten yakın döneme ait gerçekleşen günlük BP satış verileri istenmiştir. Bu amaçla elde edilen 01 Mart 2011 ile 31 Mart 2011 tarihleri arasındaki günlük BP satış miktarları öncelikle promosyon veya teşhir durumunun olup olmamasına göre ayrıştırılmıştır. Tutarlılık testi için kullanılacak veriler Çizelge 5.2’de gösterilmektedir.

BP ürünü için optimum sipariş miktarı belirlemeye yönelik uygulanan çözüm yöntemlerinin sonuçları Çizelge 5.2’de gösterilen Mart ayı 31 günlük gerçekleşen satış değerleri ile karşılaştırılarak önerilen modellerin ve çözüm yöntemlerinin tutarlılığı incelenecektir. Bu amaçla BP ürününe ait stok probleminin çözümüne yönelik önerilen 3 farklı bulanık model sonuçları ve olasılıksal model sonucu normal gün ve özel günler için ayrı olarak analiz edilecektir.

Çizelge 5.2 : BP için gerçekleşen günlük satış değerleri

<i>Tarih</i>	<i>Günlük satış (kg)</i>	<i>Gün özelliği</i>
01.03.2011	66,93	Normal
02.03.2011	46,96	Normal
03.03.2011	35,13	Normal
04.03.2011	66,46	Normal
05.03.2011	62,80	Normal
06.03.2011	80,59	Normal
07.03.2011	103,04	Normal
08.03.2011	52,38	Normal
09.03.2011	50,72	Normal
10.03.2011	40,74	Normal
11.03.2011	92,40	Normal
12.03.2011	74,60	Normal
13.03.2011	86,11	Normal
14.03.2011	218,144	Özel
15.03.2011	249,275	Özel
16.03.2011	42,81	Normal
17.03.2011	25,43	Normal
18.03.2011	67,65	Normal
19.03.2011	83,30	Normal
20.03.2011	84,25	Normal
21.03.2011	122,47	Normal
22.03.2011	64,11	Normal
23.03.2011	56,70	Normal
24.03.2011	70,99	Normal
25.03.2011	64,62	Normal
26.03.2011	95,18	Normal
27.03.2011	129,54	Normal
28.03.2011	64,58	Normal
29.03.2011	78,26	Normal
30.03.2011	66,15	Normal
31.03.2011	74,55	Normal

Çizelge 5.2’de sunulan değerlere göre Mart ayı boyunca normal günlerde gerçekleşen satış miktarlarının ait histogram grafiği Şekil 5.3’de gösterilmektedir. Mart ayı boyunca normal günlerde gerçekleşen satış miktarlarının ortalaması 70,67 kg, özel günlerde gerçekleşen satış miktarlarının ortalaması da 233,71 kg’dır. Bölüm 5.2.1.1’de anlatıldığı üzere, uzman görüşlerinin yaklaşık günlük satışlar için oluşturulmuş bulanık talep fonksiyonu ile birleştirilmesi sonucu, normal günler için bulanık talep fonksiyonu $\tilde{X}_{normal}=(46,75; 73,79; 127,06)kg$ olarak, promosyon veya ürün teşhirinin olduğu özel günler için bulanık talep fonksiyonu ise $\tilde{X}_{özel}=(160,30; 217,03; 343,06)kg$ olarak belirlenmiştir.



Şekil 5.3 : Mart ayı normal günler için gerçekleşen BP satış miktarlarına ait histogram grafiği.

Mart ayı boyunca oluşan satış miktarlarının ortalamalarının belirlenen bulanık talep fonksiyonlarının sınırları dahilinde olduğu görülmektedir. Ayrıca Şekil 5.3’de gösterilen normal günlerdeki satış miktarlarına ait histogram incelendiğinde normal günler için belirlenen bulanık talep fonksiyonunun tutarlı olduğu gözlenmektedir.

Ek olarak Bölüm 5.2.3’te eldeki sınırlı veri ile istatistiksel analizler sonucu elde edilen olasılıksal talep dağılımları normal günler için $X_{normal} = (a = 56,1; m = 56,44; b = 108,8)kg$ olarak özel günler için ise $X_{özel} = (a = 165; m = 166; b = 320)kg$ olarak belirlenmiştir. Çok az sayıda veri içerdiği için özel günlerin satış verisi üzerinden bir yorum yapılamamakla birlikte normal günler için Mart ayı boyunca gerçekleşen satış verileri ve Şekil 5.3’de gösterilen bu verilere ait histogram grafiği incelendiğinde, bulanık talep fonksiyonunun gerçekleşen değerleri olasılıksal talep fonksiyonundan daha iyi temsil ettiği söylenebilir. Bu durum ise önerilen bulanık talep fonksiyonunun geçerliliğini ispat etmektedir.

Gerçekleşen günlük taleplere ve önerilen farklı modellere göre belirlenen optimum sipariş miktarlarına bağlı olarak hesaplanan günlük toplam maliyet değerlerinin modellerin tutarlılığı ve geçerliliği ile ilgili önemli sonuçlar vereceği

düşünülmektedir. Bundan sonraki bölümlerde anlatım kolaylığı olması bakımından önerilen modeller için aşağıdaki kodlama kullanılacaktır;

Model-1: Talebin ve stok maliyetlerinin bulanık olduğu model.

Model-2: Talebin bulanık, stok maliyetlerinin tanımlanabilir olduğu model.

Model-3: Talebin olasılıksal, stok maliyetlerinin bulanık olduğu model.

Model-4: Talebin olasılıksal, stok maliyetlerinin tanımlanabilir olduğu model.

İlk olarak talep dağılımının ve stok maliyetlerinin bulanık olarak tanımlandığı 1. Model çözüm yöntemine göre normal ve özel günler için günlük toplam maliyet değerleri hesaplanacaktır. Normal günler için belirlenen bulanık optimum sipariş miktarına $\tilde{Q}_{normal}^* = (62,75; 63,86; 65,81)kg$ ve bu günler dahilinde gerçekleşen BP satış değerlerine bağlı olarak hesaplanan bulanık toplam maliyet değerleri $(\tilde{TC}^* = TC_l^*, TC_m^*, TC_u^*)TL$, Çizelge 5.3’de gösterilmektedir.

Çizelge 5.3’de 1. Model sonuçlarına göre her gün için BP ürününe ait optimum sipariş miktarı aralığı ve bu aralıkta sipariş verilmesi durumunda karşılaşılabilecek toplam maliyet aralığı üçgen bulanık sayı olarak sunulmuştur. Mart ayı için normal günlerde, 1. Model çözümüne göre belirlenen bulanık optimum sipariş miktarında sipariş verilmesi durumunda, bulanık toplam maliyetlerin ortalaması $\tilde{TC}_{ort}^* = (279,33; 372,83; 539,10)TL$ olarak bulunmuştur.

Bu aşamada şirket yöneticileri optimum sipariş miktarının belirlenen bulanık sipariş miktarı değerlerinden hangisinin seçileceğine karar vermelidirler. Stok maliyetlerinin ve talep değerinin günlük değişimi dikkate alınarak karar verilebileceği gibi istendiği takdirde bulanık sayı olarak elde edilen sipariş miktarı durulaştırılabilir. Örnek olarak, 1. Model için merkezi durulaştırma yöntemine göre durulaştırılmış normal günlere ait günlük optimum sipariş miktarı $Q_{normal}^* = 64,14kg$ olarak belirlenmiştir. Durulaştırılmış değere göre sipariş verildiğinde ise bulanık toplam maliyetlerin ortalaması $TC^* = 396,88TL$ olarak elde edilecektir. Görüldüğü gibi durulaştırılmış sipariş miktarında sipariş verilmesi sonucu oluşan toplam maliyetlerin ortalaması, bulanık toplam maliyetlerin ortalaması sınırları dahilindedir. Ek olarak, bulanık sipariş miktarı önerisi, şirket yöneticilerine kendi görüşlerini ve uzmanlıklarını yansıtabilecekleri sonuç esnekliği sunmaktadır.

Çizelge 5.3 : Normal günler için Model-1 sonuçları.

Tarih	Günlük satış	Q_l^*	Q_m^*	Q_u^*	TC_l^*	TC_m^*	TC_u^*
01.03.2011	66,93	62,75	63,86	65,81	233,93	308,06	432,60
02.03.2011	46,96	62,75	63,86	65,81	217,11	293,45	432,04
03.03.2011	35,13	62,75	63,86	65,81	219,92	297,71	438,86
04.03.2011	66,46	62,75	63,86	65,81	231,64	304,91	427,83
05.03.2011	62,80	62,75	63,86	65,81	213,59	287,75	422,92
06.03.2011	80,59	62,75	63,86	65,81	301,29	400,28	572,51
07.03.2011	103,04	62,75	63,86	65,81	411,96	551,81	802,39
08.03.2011	52,38	62,75	63,86	65,81	215,82	291,50	428,92
09.03.2011	50,72	62,75	63,86	65,81	216,21	292,10	429,88
10.03.2011	40,74	62,75	63,86	65,81	218,59	295,70	435,63
11.03.2011	92,40	62,75	63,86	65,81	359,51	480,00	693,45
12.03.2011	74,60	62,75	63,86	65,81	271,76	359,85	511,17
15.03.2011	86,11	62,75	63,86	65,81	328,52	437,57	629,08
16.03.2011	42,81	62,75	63,86	65,81	218,10	294,95	434,43
17.03.2011	25,43	62,75	63,86	65,81	222,23	301,21	444,45
18.03.2011	67,65	62,75	63,86	65,81	237,48	312,92	439,97
19.03.2011	83,30	62,75	63,86	65,81	314,65	418,58	600,26
20.03.2011	84,25	62,75	63,86	65,81	319,35	425,00	610,01
21.03.2011	122,47	62,75	63,86	65,81	507,75	682,96	1001,34
22.03.2011	64,11	62,75	63,86	65,81	220,07	289,08	422,16
23.03.2011	56,70	62,75	63,86	65,81	214,79	289,95	426,43
24.03.2011	70,99	62,75	63,86	65,81	253,97	335,50	474,23
25.03.2011	64,62	62,75	63,86	65,81	222,58	292,52	421,87
26.03.2011	95,18	62,75	63,86	65,81	373,22	498,77	721,92
27.03.2011	129,54	62,75	63,86	65,81	542,63	730,72	1073,80
28.03.2011	64,58	62,75	63,86	65,81	222,37	292,23	421,89
29.03.2011	78,26	62,75	63,86	65,81	289,82	384,58	548,68
30.03.2011	66,15	62,75	63,86	65,81	230,10	302,81	424,63
31.03.2011	74,55	62,75	63,86	65,81	271,52	359,53	510,68
Ortalama	70,67	62,75	63,86	65,81	279,33	372,83	539,10

Çizelge 5.2 incelendiğinde Mart ayı boyunca sadece iki gün BP için promosyon veya ürün teşhiri uygulandığı görülmektedir. 14 Mart ve 15 Mart tarihlerindeki günlük satış değerlerine ve $\tilde{Q}_{\text{özel}}^* = (193,87; 196,20; 200,29)kg$ değerine bağlı olarak hesaplanan bulanık toplam maliyet değerleri Çizelge 5.4’de gösterilmektedir.

Çizelge 5.4 : Özel günler için Model-1 sonuçları.

Tarih	Günlük satış	Q_l^*	Q_m^*	Q_u^*	TC_l^*	TC_m^*	TC_u^*
14.03.2011	218,144	193,87	196,20	200,29	778,83	1031,02	1464,68
15.03.2011	249,275	193,87	196,20	200,29	932,30	1241,16	1783,46
Ortalama	233,71	193,87	196,20	200,29	855,57	1136,09	1624,07

Bulanık değerlerin merkezi durulaştırma yöntemine göre durulaştırılması ile özel günlere ait günlük optimum sipariş miktarı $Q^*_{\text{özel}} = 196,79kg$ olarak belirlenebilir. Durulaştırılmış değere göre sipariş verildiğinde ise 14 Mart için bulanık toplam maliyet değeri 1094,07TL ve 15 Mart için bulanık toplam maliyet değeri ise 1321,53TL olarak elde edilecektir.

İkinci olarak, talebin yine bulanık değişken olarak düşünüldüğü ancak stok maliyetleri için, bulanık değişkenler yerine bu değişkenlerin beklenen değerleri ile ifade edilen tanımlanabilir değişkenlerin kullanıldığı 2. Model çözüm yöntemine göre normal ve özel günler için günlük toplam maliyet değerleri hesaplanacaktır. Normal günler için belirlenen optimum sipariş miktarına $Q^*_{\text{normal}} = 64,59kg$ ve özel günler için belirlenen optimum sipariş miktarına $Q^*_{\text{özel}} = 197,72kg$ ve bu günler dahilinde gerçekleşen BP satış değerlerine bağlı olarak hesaplanan toplam maliyet değerleri, Çizelge 5.5’de gösterilmektedir.

Çizelge 5.5 : Normal ve özel günler için Model-2 sonuçları.

Tarih	Günlük satış	Q^*	TC^*	Tarih	Günlük satış	Q^*	TC^*
Normal günler				Normal günler			
01.03.2011	66,93	64,59	324,94	22.03.2011	64,11	64,59	308,07
02.03.2011	46,96	64,59	314,78	23.03.2011	56,70	64,59	310,97
03.03.2011	35,13	64,59	319,41	24.03.2011	70,99	64,59	354,64
04.03.2011	66,46	64,59	321,54	25.03.2011	64,62	64,59	308,12
05.03.2011	62,80	64,59	308,58	26.03.2011	95,18	64,59	531,38
06.03.2011	80,59	64,59	424,77	27.03.2011	129,54	64,59	782,46
07.03.2011	103,04	64,59	588,80	28.03.2011	64,58	64,59	307,88
08.03.2011	52,38	64,59	312,66	29.03.2011	78,26	64,59	407,77
09.03.2011	50,72	64,59	313,31	30.03.2011	66,15	64,59	319,26
10.03.2011	40,74	64,59	317,21	31.03.2011	74,55	64,59	380,65
11.03.2011	92,40	64,59	511,06				
12.03.2011	74,60	64,59	381,00	Ortalama	70,67	64,59	396,93
15.03.2011	86,11	64,59	465,13				
16.03.2011	42,81	64,59	316,40	Özel günler			
18.03.2011	67,65	64,59	330,20	13.03.2011	218,144	197,72	1091,70
19.03.2011	83,30	64,59	444,57	14.03.2011	249,275	197,72	1319,16
20.03.2011	84,25	64,59	451,53				
21.03.2011	122,47	64,59	730,76	Ortalama	233,71	197,72	1205,43

2. Model çözümünde talep bulanıklığı dikkate alınarak bulanık talep fonksiyonu kullanılmış ancak stok maliyetleri kesin değerler ile ifade edilmiştir. 2. Model çözümünde elde edilen optimum sipariş miktarlarının 1. Model çözümünde elde edilen bulanık optimum sipariş miktarlarının sağ taraf fonksiyon değerleri arasında

olmasından dolayı, günlük toplam maliyet değerleri de bulanık maliyet değerlerinin yine sağ taraf fonksiyon değerleri arasında bulunmuştur. Mart ayı için normal günlerde, 2. Model çözümüne göre belirlenen optimum sipariş miktarında sipariş verilmesi durumunda, toplam maliyetlerin ortalaması $TC^* = 396,93TL$ olarak bulunmuştur ki bu değer 1. Model çözümünde durulaştırılmış optimum sipariş miktarı kullanılarak elde edilen toplam maliyetlerin ortalaması değerinden daha yüksektir. Bu da stok maliyetlerindeki bulanıklığın modele yansıtılmaması sonucu daha yüksek değerde bir ortalama maliyet değerinin oluşacağını göstermektedir.

Üçüncü olarak, talep dağılımının olasılıksal dağılım kullanılarak ifade edildiği ve stok maliyetlerinin bulanık sayılarla gösterildiği 3. Model çözüm yöntemine göre normal ve özel günler için günlük toplam maliyet değerleri hesaplanacaktır. Bu model dahilinde normal günler için belirlenen bulanık optimum sipariş miktarına $\tilde{Q}^*_{normal} = (64,73; 65,37; 66,61)kg$ ve bu günler dahilinde gerçekleşen BP satış değerlerine bağlı olarak hesaplanan bulanık toplam maliyet değerleri, Çizelge 5.6'da gösterilmektedir.

Mart ayı için normal günlerde, 3. Model çözümüne göre belirlenen bulanık optimum sipariş miktarında sipariş verilmesi durumunda, bulanık toplam maliyetlerin ortalaması $\tilde{TC}^*_{ort} = (279,62; 373,45; 539,84)TL$ olarak bulunmuştur.

Bu çözüm yaklaşımına göre yine istendiği takdirde bulanık sayı olarak elde edilen sipariş miktarı durulaştırılabilir. 3. Model için merkezi durulaştırma yöntemine göre durulaştırılmış normal günlere ait günlük optimum sipariş miktarı $Q^*_{normal} = 65,57kg$ olarak belirlenmiştir. Durulaştırılmış değere göre sipariş verildiğinde ise bulanık toplam maliyetlerin ortalaması $TC^* = 397,56TL$ olarak elde edilecektir. Sadece stok maliyetlerindeki bulanıklığın modele yansıtıldığı ancak talebin rassal olarak ifade edildiği 3. Model çözümüne göre elde edilen bulanık toplam maliyetlerin ortalaması değeri, 1. Model çözümüne göre elde edilen bulanık toplam maliyetlerin ortalaması değerinden daha yüksektir. Bu da talep bulanıklığının modele yansıtılmaması sonucu daha yüksek değerde bir ortalama maliyet değerinin oluşacağını göstermektedir. 3. Modelde durulaştırılmış sipariş miktarında sipariş verilmesi sonucu oluşan toplam maliyetlerin ortalaması, bulanık toplam maliyetlerin ortalaması sınırları dahilindedir.

Çizelge 5.6 : Normal günler için Model-3 sonuçları.

Tarih	Günlük satış	Q_l^*	Q_m^*	Q_u^*	TC_l^*	TC_m^*	TC_u^*
01.03.2011	66,93	64,73	65,37	66,61	230,90	304,66	429,53
02.03.2011	46,96	64,73	65,37	66,61	224,31	300,79	437,62
03.03.2011	35,13	64,73	65,37	66,61	227,13	305,05	444,44
04.03.2011	66,46	64,73	65,37	66,61	228,61	301,52	426,39
05.03.2011	62,80	64,73	65,37	66,61	220,54	295,09	428,50
06.03.2011	80,59	64,73	65,37	66,61	298,26	396,89	569,44
07.03.2011	103,04	64,73	65,37	66,61	408,94	548,42	799,32
08.03.2011	52,38	64,73	65,37	66,61	223,02	298,84	434,50
09.03.2011	50,72	64,73	65,37	66,61	223,42	299,44	435,46
10.03.2011	40,74	64,73	65,37	66,61	225,79	303,03	441,21
11.03.2011	92,40	64,73	65,37	66,61	356,49	476,60	690,37
12.03.2011	74,60	64,73	65,37	66,61	268,73	356,45	508,10
15.03.2011	86,11	64,73	65,37	66,61	325,50	434,17	626,00
16.03.2011	42,81	64,73	65,37	66,61	225,30	302,29	440,01
17.03.2011	25,43	64,73	65,37	66,61	229,44	308,54	450,03
18.03.2011	67,65	64,73	65,37	66,61	234,45	309,52	436,90
19.03.2011	83,30	64,73	65,37	66,61	311,62	415,18	597,19
20.03.2011	84,25	64,73	65,37	66,61	316,32	421,61	606,94
21.03.2011	122,47	64,73	65,37	66,61	504,72	679,56	998,27
22.03.2011	64,11	64,73	65,37	66,61	220,23	294,62	427,74
23.03.2011	56,70	64,73	65,37	66,61	221,99	297,28	432,01
24.03.2011	70,99	64,73	65,37	66,61	250,94	332,10	471,16
25.03.2011	64,62	64,73	65,37	66,61	220,11	294,43	427,45
26.03.2011	95,18	64,73	65,37	66,61	370,20	495,38	718,85
27.03.2011	129,54	64,73	65,37	66,61	539,61	727,33	1070,73
28.03.2011	64,58	64,73	65,37	66,61	220,12	294,45	427,47
29.03.2011	78,26	64,73	65,37	66,61	286,79	381,18	545,61
30.03.2011	66,15	64,73	65,37	66,61	227,07	299,41	426,57
31.03.2011	74,55	64,73	65,37	66,61	268,49	356,13	507,61
Ortalama	70,67	64,73	65,37	66,61	279,62	373,45	539,84

14 Mart ve 15 Mart tarihlerindeki günlük satış değerlerine ve $\tilde{Q}_{\text{özel}}^* = (193,87; 196,20; 200,29)kg$ değerine bağlı olarak hesaplanan bulanık toplam maliyet değerleri Çizelge 5.7’de gösterilmektedir.

Çizelge 5.7 : Özel günler için Model-3 sonuçları.

Tarih	Günlük satış	Q_l^*	Q_m^*	Q_u^*	TC_l^*	TC_m^*	TC_u^*
14.03.2011	218,144	190,37	192,27	195,92	784,18	1039,86	1481,46
15.03.2011	249,275	190,37	192,27	195,92	937,66	1250,00	1800,24
Ortalama	233,71	190,37	192,27	195,92	860,92	1144,93	1640,85

Son olarak rassal talep ile birlikte stok maliyetleri için, bulanık değişkenler yerine bu değişkenlerin beklenen değeri ile ifade edilen tanımlanabilir değişkenlerin kullanıldığı 4. Model çözüm yöntemine göre normal ve özel günler için günlük toplam maliyet değerleri hesaplanacaktır. Bu çözüm yöntemi literatürde bulunan klasik tek dönemli stok kontrol problemlerinin çözümü için kullanılan çözüm yöntemidir. Bu yöntemine göre normal günler için belirlenen optimum sipariş miktarına $Q^*_{normal} = 65,80kg$ ve özel günler için belirlenen optimum sipariş miktarına $Q^*_{özel} = 193,53kg$ ve bu günler dahilinde gerçekleşen BP satış değerlerine bağlı olarak hesaplanan toplam maliyet değerleri, Çizelge 5.8'de gösterilmektedir.

Çizelge 5.8 : Normal ve özel günler için Model-4 sonuçları.

Tarih	Günlük satış	Q^*	TC^*	Tarih	Günlük satış	Q^*	TC^*
Normal günler				Normal günler			
01.03.2011	66,93	65,80	321,87	22.03.2011	64,11	65,80	727,69
02.03.2011	46,96	65,80	321,02	23.03.2011	56,70	65,80	314,31
03.03.2011	35,13	65,80	325,65	24.03.2011	70,99	65,80	317,21
04.03.2011	66,46	65,80	318,46	25.03.2011	64,62	65,80	351,57
05.03.2011	62,80	65,80	314,82	26.03.2011	95,18	65,80	314,11
06.03.2011	80,59	65,80	421,70	27.03.2011	129,54	65,80	528,31
07.03.2011	103,04	65,80	585,73	28.03.2011	64,58	65,80	779,39
08.03.2011	52,38	65,80	318,90	29.03.2011	78,26	65,80	314,12
09.03.2011	50,72	65,80	319,55	30.03.2011	66,15	65,80	404,70
10.03.2011	40,74	65,80	323,46	31.03.2011	74,55	65,80	316,18
11.03.2011	92,40	65,80	507,99				
12.03.2011	74,60	65,80	377,93	Ortalama	70,67	65,80	397,70
15.03.2011	86,11	65,80	462,06				
16.03.2011	42,81	65,80	322,64	Özel günler			
18.03.2011	67,65	65,80	329,45	13.03.2011	218,144	193,53	1102,34
19.03.2011	83,30	65,80	327,13	14.03.2011	249,275	193,53	1329,80
20.03.2011	84,25	65,80	441,50				
21.03.2011	122,47	65,80	448,45	Ortalama	233,71	197,72	1216,07

4. Model çözümünde talep rassal olarak stok maliyetleri ise kesin değerler olarak dikkate alınmıştır. Talep için sadece ölçülebilir belirsizliğin dikkate alındığı, stok maliyetleri için ise herhangi belirsizlik durumunun yansıtılmadığı bu çözüm yöntemine göre elde edilen normal günlere ait optimum sipariş miktarının 1. Model çözümünde elde edilen bulanık optimum sipariş miktarlarının sağ taraf sınır değerine çok yakın olduğu görülmektedir. Mart ayı için normal günlerde, 4. Model çözümüne göre belirlenen optimum sipariş miktarında sipariş verilmesi durumunda, toplam

maliyetlerin ortalaması $TC^* = 397,70TL$ olarak bulunmuştur ki bu değer 1. Model çözümünde durulaştırılmış optimum sipariş miktarı kullanılarak elde edilen toplam maliyetlerin ortalaması değerinden daha yüksektir. Mart ayı için özel günlerde, 4. Model çözümüne göre belirlenen optimum sipariş miktarında sipariş verilmesi durumunda, toplam maliyetlerin ortalaması $TC^* = 1216,07TL$ olarak bulunmuştur ki bu değer de 1. Model çözümünde durulaştırılmış optimum sipariş miktarı kullanılarak elde edilen toplam maliyetlerin ortalaması değerinden daha yüksektir. Bu da talepteki ve stok maliyetlerindeki bulanıklığın modele yansıtılmaması sonucu daha yüksek değerde bir ortalama maliyet değerinin oluşacağını göstermektedir.

5.3 Uygulama Sonuçları

Bu bölümde Bölüm 4.2’de önerilen sürekli talep altında BTDSK modeli önerileri Türkiye’nin önde gelen perakende şirketlerinden birinde yer alan stok kontrol problemi için uygulanmıştır. İlgili stok kontrol problemi, şirketin hızla bozulan ürünler (örn. meyve ve sebze, ekmek, süt, et, tavuk v.b.) kategorisine dahil olan ürün gruplarında yaşanmaktadır. Şirket için kritik stok problemi, dönem başında belirlenen sipariş miktarının gerçekleşen talepten düşük olması durumunda oluşacak müşteri ve kazanç kaybına karşılık, belirlenen sipariş miktarının gerçekleşen talepten yüksek olması durumunda, dönem sonunda artan ürünlerin şirketin elinde kalması ile oluşacak satın alma maliyeti ve stok tutma maliyetlerini dengeleyecek optimum sipariş miktarının belirlenmesi problemi’dir. Optimum sipariş miktarının belirlenebilmesi ürünlere olan talebin doğru tahminine bağlıdır. İlgili gıda ürünlerinin dönemlik talep değerleri oldukça belirsizlik içermektedir. Özellikle et ve tavuk kategorisindeki ürün gruplarına ait talep belirsizliğinin fazla olmasından ve bu gruba ait ürünlerin şirket için kritik öneme sahip olmalarından dolayı şirketin belirli bir mağazasındaki tavuk ürün grubu içerisinde “bütün piliç” (BP) için optimum sipariş miktarı belirlenmesi problemi bu uygulama kapsamında incelenmiştir. Belirlenen mağazada bulunan tavuk ürün grubu içerisinde BP ürününe ait optimum sipariş miktarı belirleme probleminin girdisi olarak öncelikle ürüne olan talep fonksiyonu belirlenmiştir. BP ürünü günlük talep değerleri oldukça bulanıklık içermekte ve bu yüzden günlük talep dağılımının belirlenmesi oldukça zor olmaktadır. Çok fazla sayıda parametresi olan bu sistemin modellenmesi deterministik ve olasılıksal modellerle mümkün olamayacağı için daha az veri seti

gerektiren ve uzmanların görüşlerini de tahmin modeline dahil edebilecek olan bir yaklaşım olarak, bulanık mantık ve bulanık küme teorisi kullanılarak bulanık talep fonksiyonu belirlenmiştir. Uzman görüşleri ve istatistiksel analiz sonuçlarının birleştirilmesi ile BP ürünü günlük talep değerlerine yönelik ilki herhangi bir promosyon veya ürün teşhiri durumlarındaki özel günlere ait talep fonksiyonunu ikincisi ise promosyon veya ürün teşhiri olmaması durumlarında normal günlere ait talep fonksiyonunu ifade eden iki farklı bulanık talep fonksiyonu belirlenmiştir.

Sabit sipariş dönemi için beklenen toplan maliyeti en küçükleyecek optimum BP siparişi miktarının bulunmasına yönelik oluşturulacak modellere ikinci girdi olarak stok maliyetleri belirlenmiştir. Günlük BP ürün siparişini etkileyen üç tip maliyet unsuru bulunmaktadır. Bunlardan ilki birim ürün satın alma maliyetidir. Markaya, kaliteye, ülkenin içinde bulunduğu ekonomik şartlara, tedarikçilerin iç politikalarına göre değişkenlik gösteren birim satın alma maliyeti, geçmiş veriler ve uzman görüşleri birleştirilerek üçgen bulanık sayı olarak belirlenmiştir. Diğer maliyet unsurları ise stok bulundurmama ve stok bulundurma maliyetleridir. Şirket politikası olarak stok bulundurmama maliyeti, kaçırılan kazanç fırsatı olarak düşünülmekte ve birim ürün satış fiyatı ile ifade edilmektedir. Birim ürün satış fiyatı ürün alış fiyatı üzerine yaklaşık bir oranda kar payı uygulanarak hesaplanmaktadır. Ayrıca, şirketteki uzmanlarla yapılan görüşmede, birim stok bulundurma maliyetinin, birim satın alma maliyetinin yaklaşık bir yüzdesi olarak belirlendiği ifade edilmiştir. Yaklaşık değerler üzerinden hesaplama yapıldığı ve kişisel bilgi ve görüşlere bağlı olarak değişkenlik gösterebildiği için stok bulundurma ve stok bulundurmama maliyetleri de üçgen bulanık sayı olarak belirlenmiştir.

Şirketten alınan bilgilere göre model varsayımları ve parametreleri belirlendikten sonra şirketin stok kontrol problemine yönelik üç farklı BTDSK modeli kurulmuştur. Kurulan modellerden ilkinde talep ve stok maliyetleri için belirlenen bulanık değişkenler kullanılmıştır. İkinci modelde, talep bulanıklığı dikkate alınırken, stok maliyetlerinin kesin olarak tanımlanabilir oldukları varsayılmıştır. Önerilen üçüncü modelde ise, belirsiz talebi ifade etmek için rassal değişken kullanılmış ve stok maliyetleri yine bulanık değişkenler ile ifade edilmiştir. Son olarak önerilen bulanık modellere alternatif olarak, talebin rassal değişken olarak düşünüldüğü ve stok maliyetlerinin kesin tanımlanabilir değerler olarak ifade edildiği bir model kurularak, bulanık modeller ve bulanık olmayan model arasında karşılaştırmalar yapılmasına

olanak sağlanmıştır. İlgili stok problemine yönelik önerilen bulanık modeller Bölüm 4.2’de açıklanan çözüm yaklaşımlarına göre çözülerek (BP) ürünü normal ve özel günler için ayrı ayrı optimum sipariş miktarları belirlenmiştir.

Önerilen modellerin ve çözüm yöntemlerinin tutarlı sonuçlar verdiğini test edebilmek için şirketten yakın döneme ait gerçekleşen veriler alınmış ve bu veriler için önerilen modeller uygulanmıştır. İlk olarak belirlenen bulanık talep fonksiyonları ile alternatif olarak belirlenen olasılıksal talep fonksiyonunun gerçek verileri ne kadar etkin ifade ettikleri karşılaştırılmıştır. Yakın döneme ait gerçekleşen satış miktarlarının ortalamalarının belirlenen bulanık talep fonksiyonlarının sınırları dahilinde olduğu görülmektedir. Ayrıca yakın döneme ait gerçekleşen satış verileri ve bu verilere ait histogram grafiği incelendiğinde, bulanık talep fonksiyonunun gerçekleşen değerleri olasılıksal talep fonksiyonundan daha iyi temsil ettiği görülmüştür. Bu durum ise önerilen bulanık talep fonksiyonunun geçerliliğini ispat etmektedir.

İkinci olarak, gerçekleşen günlük taleplere ve önerilen farklı modellere göre belirlenen optimum sipariş miktarlarına bağlı olarak günlük toplam maliyet değerleri hesaplanmıştır. 1. Model sonuçlarına göre her gün için BP ürününe ait optimum sipariş miktarı aralığı ve bu aralıkta sipariş verilmesi durumunda karşılaşılabilecek toplam maliyet aralığı üçgen bulanık sayı olarak sunulmuştur. Bu aşamada istendiği takdirde bulanık sayı olarak elde edilen sipariş miktarı durulaştırılabilir. Durulaştırılmış sipariş miktarında sipariş verilmesi sonucu oluşan toplam maliyetlerin ortalaması, bulanık toplam maliyetlerin ortalaması sınırları dahilindedir. Bulanık sipariş miktarı önerisi, şirket yöneticilerine kendi görüşlerini ve uzmanlıklarını yansıtabilecekleri sonuç esnekliği sunmaktadır.

2. Model çözümünde talep bulanıklığı dikkate alınarak bulanık talep fonksiyonu kullanılmış ancak stok maliyetleri kesin değerler ile ifade edilmiştir. 2. Model çözümüne göre belirlenen optimum sipariş miktarında sipariş verilmesi durumunda, toplam maliyetlerin ortalaması 1. Model çözümünde durulaştırılmış optimum sipariş miktarı kullanılarak elde edilen toplam maliyetlerin ortalaması değerinden daha yüksektir. Bu da stok maliyetlerindeki bulanıklığın modele yansıtılmaması sonucu daha yüksek değerde bir ortalama maliyet değerinin oluşacağını göstermektedir.

3. Model çözümüne göre belirlenen bulanık optimum sipariş miktarında sipariş verilmesi durumunda, bulanık toplam maliyetlerin ortalaması üçgen bulanık sayı

olarak bulunmuştur. Bu çözüm yaklaşımına göre yine istendiği takdirde bulanık sayı olarak elde edilen sipariş miktarı durulaştırılabilir. Sadece stok maliyetlerindeki bulanıklığın modele yansıtıldığı ancak talebin rassal olarak ifade edildiği 3. Model çözümüne göre elde edilen bulanık toplam maliyetlerin ortalaması değeri, 1. Model çözümüne göre elde edilen bulanık toplam maliyetlerin ortalaması değerinden daha yüksektir. Bu da talep bulanıklığının modele yansıtılmaması sonucu daha yüksek değerde bir ortalama maliyet değerinin oluşacağını göstermektedir. 3. Modelde durulaştırılmış sipariş miktarında sipariş verilmesi sonucu oluşan toplam maliyetlerin ortalaması, bulanık toplam maliyetlerin ortalaması sınırları dahilindedir.

Son olarak 4. Model çözümünde talep rassal olarak stok maliyetleri ise kesin değerler olarak dikkate alınmıştır. Talep için sadece ölçülebilir belirsizliğin dikkate alındığı, stok maliyetleri için ise herhangi belirsizlik durumunun yansıtılmadığı bu çözüm yöntemine göre elde edilen normal günlere ait optimum sipariş miktarının 1. Model çözümünde elde edilen bulanık optimum sipariş miktarlarının sağ taraf sınır değerine çok yakın olduğu görülmektedir. 4. Model çözümüne göre belirlenen optimum sipariş miktarında sipariş verilmesi durumunda, toplam maliyetlerin ortalaması 1. Model çözümünde durulaştırılmış optimum sipariş miktarı kullanılarak elde edilen toplam maliyetlerin ortalaması değerinden daha yüksektir. Bu da talepteki ve stok maliyetlerindeki bulanıklığının modele yansıtılmaması sonucu daha yüksek değerde bir ortalama maliyet değerinin oluşacağını göstermektedir.

Sonuç olarak, bu bölümde önerilen BTDSK modellerinin bir gerçek hayat probleminde nasıl performans göstereceği araştırılmıştır. İnceleme sonucunda önerilen modellerin şirketin mevcut veri tabanından çekilen bilgiler ve uzman görüşleri temel alınarak uygulanabileceği görülmüştür. Şirketteki stok kontrol problemi çeşitli varsayımlar altında modellenmiş olsa da daha karmaşık problemlerde de önerilen modellerin uygulanabilir ve stok kontrol problemlerindeki belirsizlikleri etkin bir şekilde modelleyebilir olduğu söylenebilir. Önerilen üç modelde stok kontrol modellerindeki farklı belirsizlik kaynakları birlikte veya ayrı ayrı değerlendirilmiş ve bulanıklığın en çok yansıtıldığı bulanık modelin en etkin sonuçları verdiği gözlemlenmiştir.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Çalışmada, belirsizlik altında tek dönemli stok kontrol problemlerinin çözümüne yönelik bulanık mantığa dayalı modeller geliştirilmiştir. Satın alma, stok bulundurma ve stok bulundurmama maliyetleri ile olasılıksal talep altında beklenen toplam maliyeti en küçükleyen optimum sipariş miktarını bulmakla ilgilenen olasılıksal tek dönemli stok kontrol (TDSK) modeline alternatif olarak parametrelerdeki bulanıklığın modellere farklı varsayımlar altında yansıtıldığı bulanık tek dönemli stok kontrol (BTDSK) modelleri kurularak, bu modeller için beklenen toplam maliyet değerini en küçükleyecek optimum sipariş miktarının bulunmasına yönelik çözüm yöntemleri geliştirilmiştir.

Bulanık tek dönemli stok kontrol modellerinin geliştirilmesi ve çözümü aşamalarında, öncelikle literatürdeki yaklaşımlar ayrıntılı olarak incelenmiştir. İncelenen bulanık stok kontrol modellerinin değerlendirilmesi sonucu, bulanık modellerin genelinde bulanık parametre olarak belirsizliğin en fazla bulunduğu talep değerlerinin ya da diğer bir belirsizlik kaynağı olarak belirlenen stok maliyetlerinin tanımlandığı tespit edilmiştir. Hem talep hem de stok maliyetlerinin ikisinin birden bulanık olarak değerlendirildiği modeller oldukça azdır. Hem bulanıklığın hem de rassallığın modele yansıtılabilmesi için son dönemlere ait çalışmalarda araştırmacılar stok modellerinde bulanık rassal değişkenler kullanmaya başlamışlardır. Bulanık stok kontrol modellerinin çözüm süreci genel olarak bulanık parametreler üzerinden işlem yapılmasını ve modelin belirli aşamalarında bulanıklığı ortadan kaldırılıp kesin bir sonuca ulaşılmasını içermektedir. Yapılan analizlerde ve literatür çalışmasında, bulanıklık ne kadar geç bir aşamada durulaştırılırsa modelin bulanıklığı o kadar iyi bir şekilde yansıtabildiği gözlenmiştir. Literatürde bulunan modellerde bulanık parametreler bulanık sayılar ile tanımlandığı için, bu sayılar üzerindeki aritmetik işlemler genelleme ilkesi özelliklerine göre yapılabilmektedir. Bulanıklığın kaldırılması işlemi için ise çeşitli durulaştırma yöntemleri kullanılmaktadır.

İncelenen mevcut stok kontrol problemleri, tek dönemli stok kontrol problemlerinin, bu problemlerde satış döneminin görece kısa olması ve satış dönemi boyunca stok

yenileme imkanının olmaması özelliğinden dolayı, ortamdaki belirsiliğin modele yansıtılmasına daha duyarlı olabileceklerini göstermektedir. Bulanık tek dönemli stok kontrol modellerinin çözümüne yönelik önerilen yöntemler incelendiğinde çalışmalarda durulaştırma, bulanık sayıların sıralanması ya da bulanık beklenen değer yöntemlerinin kullanıldığı gözlenmiştir. Talebin kesikli bulanık ve/veya kesikli rassal bulanık sayı olarak ifade edildiği BTDSK modellerinde optimum çözüme ulaşmak için marjinal analiz yöntemi uygulanmıştır. Talebin sürekli bulanık değişken olarak düşünüldüğü modellerin birçoğunda optimum çözüm analitik yolla elde edilebilmektedir. Ancak bu modellerin çözüm süreci oldukça karmaşıktır ve çok fazla işlem gerektirmektedir. Sürekli dağılıma sahip bulanık talep içeren diğer BTDSK modellerinde, çözüm sürecinde güvenilirlik teorisine dayalı bulanık bir sayının beklenen değerinin bulunması yöntemini uygulayan çok az sayıda çalışma mevcuttur. Ancak analitik yol ile bu beklenen değer hesaplanmasının zorluğundan dolayı bu modellerin optimizasyon aşamasında melez akıllı algoritmalar kullanılmıştır.

Mevcut literatürde bulunan bulanık stok kontrol modellerinin incelenmesi ve değerlendirilmesi sonucu, tek dönemli stok kontrol problemlerinin ortamdaki belirsizliğin modele yansıtılmasına daha duyarlı olmaları özelliklerinden ve literatürde bu konuda bulunan çalışmaların azlığından dolayı tez kapsamında BTDSK problemlerine yönelik model önerileri geliştirilmesine karar verilmiştir. Bu amaçla, çalışma kapsamında mevcut literatürdeki eksiklikleri tamamlayacak şekilde, kesikli ve sürekli talep dağılımlarının bulunduğu tek dönemli stok kontrol problemleri için farklı bulanık modeller önerilmiş ve bu modellerin çözümlerine yönelik farklı yaklaşımlar geliştirilmiştir. Önerilen modeller öncelikle sayısal örnekler üzerinde uygulanarak model parametrelerinin modele olan etkilerini incelemek amacıyla duyarlılık analizleri yapılmıştır.

İlk olarak, literatürde bulunan kesikli talep altında BTDSK modelleri incelenmiş ve mevcut literatürde eksik bir alan olarak bırakılmış ve incelenmemiş olan kesikli rassal talep ve bulanık stok maliyetlerinin ele alındığı bir BTDSK modeli geliştirilerek üç farklı çözüm yaklaşımı ile elde edilen çözümler karşılaştırılmıştır. Modelin sayısal örnek üzerinde uygulanması sonucu farklı çözüm yaklaşımları farklı sonuçlar vermiştir. Bunun en önemli nedeni uygulanan çözüm yöntemlerinde bulanıklığın farklı aşamalarda modele dahil edilmesidir. İlk çözüm yaklaşımında,

klasik modelin çözümündeki tanımlanabilir değişkenler yerine bulanık değişkenlerin durulaştırılmış değerleri konularak çözüm elde edilmiştir. Bu yaklaşım bulanıklığı son aşamada modele dahil ettiği için değişkenlerin bulanık olmasının etkisi çözüm üzerinde fazla gözlenmemektedir. İkinci yaklaşımda ise, bir aşama daha öncesinde bulanıklık modele dahil edilmiş ve bulanık aritmetik işlemler kullanılarak optimum çözüm elde edilmiştir. Üçüncü yaklaşımda, çözüm aşamasının başından itibaren bulanık değişkenler kullanılmış ve optimum çözüm bulanık değişkenler üzerinden yapılan aritmetik işlemler ile elde edilmiştir. Üç yaklaşıma göre elde edilen optimum sipariş miktarları göz önüne alınarak hesaplanan durulaştırılmış beklenen bulanık toplam maliyetler değerleri karşılaştırıldığında en düşük maliyet değerinin üçüncü çözüm yaklaşımı ile elde edilebileceği gözlenmiştir. Ayrıca ilk iki yaklaşım ile elde edilen sonuçların optimum olmadığı ve daha fazla maliyete neden oldukları görülmüştür.

Kesikli talep dağılımı varsayımı altında önerilen diğer bir BTDSK modelinde ise kesikli bulanık talep ve bulanık stok maliyetlerinin ele alındığı bir BTDSK modeli, mevcut BTDSK problemi literatüründe incelenmemiş olan satış sezonu öncesi birden çok sipariş dönemi olması durumu göz önüne alınarak genişletilmiştir. Önerilen modelde hem bulanık ortam düşünülmüş hem de satış sezonuna hazırlık için birden çok sipariş dönemi bulunması durumu değerlendirilmiştir. Modelin amacı kesikli bulanık talep altında satış sezonu öncesi birden çok sipariş dönemi içeren BTDSK problemi için optimum sipariş dönemini ve optimum sipariş miktarını bulmaktır. Modelin sayısal örnek üzerinde uygulanması sonucu, talep bulanıklığındaki azalmanın sipariş dönemleri arasında bulanık toplam maliyet değerlerinde bir azalmaya neden olduğu ve ayrıca üretim maliyetindeki değişimlerin de maliyet fonksiyonunu doğru orantılı olarak etkilediği gözlenmiştir. Bulanık maliyet parametreleri üzerinde yapılan duyarlılık analizleri sonucu, maliyet parametrelerindeki bulanıklık artışının bulanık toplam maliyet değerlerini de artırdığı görülmüştür.

İkinci olarak, literatürde bulunan sürekli talep altında BTDSK modelleri incelenmiş ve talep dağılımının sürekli olduğu durum için üç farklı BTDSK modeline yönelik çözüm yaklaşımları önerilmiştir. Önerilen modellerden ilkinde talep bulanık olarak düşünülmüş ve sürekli bulanık talep içeren BTDSK modeli geliştirilerek optimum sipariş miktarının bulunması için bir çözüm önerisi sunulmuştur. Geliştirilen çözüm

yönteminde, bulanık talep içeren toplam maliyet fonksiyonunun beklenen değeri güvenilirlik teorisi kullanılarak analitik olarak elde edilmiştir. Literatürde bulunan mevcut çalışmalarda güvenilirlik teorisine dayalı bu beklenen değer analitik olarak hesaplanamamış ve modellerin optimizasyon aşamasında melez akıllı algoritmalar kullanılmıştır. Beklenen değerın sayısal olarak elde edilebilmesi BTDSK modeli için kapalı formulu çözümler elde edilmesini sağlamaktadır. Önerilen çözüm yöntemi kullanarak sürekli bulanık talep içeren BTDSK problemi için optimum sipariş miktarı ve optimum maliyet değeri kolay bir şekilde hesaplanabilmektedir. Aynı zamanda, kapalı formulu çözüm, model parametrelerinin optimum sipariş miktarı ve optimum maliyet üzerindeki etkilerinin kolay bir şekilde analiz edilmesine olanak sağlamaktadır. Modelin sayısal örnek üzerinde uygulanması sonucu, değişen birim üretim maliyetleri ile birlikte optimum sipariş miktarlarının ve ilgili maliyet değerlerinin değiştiği görülmüştür. Üretim maliyeti azaldıkça buna bağlı olarak optimum maliyet değeri de azalmaktadır. Bir birim ürünün satışı ile elde edilecek olan kâr, satılamayan bir birim üründen dolayı oluşacak zarar değerinden küçük olduğu durumda, stok politikası satılamayan (artık) ürün miktarını düşürmek doğrultusunda tedbir almıştır. Optimum sipariş miktarı, talebin sol taraf fonksiyon değerleri arasından bulunmuştur. Bir birim ürünün satışı ile elde edilecek kâr, satılamayan bir birim üründen dolayı oluşacak zarar değerine eşit olduğunda ise optimum sipariş miktarı talebin en olası değerine (değerlerine) eşit olacak şekilde bulunmuştur. Birim kâr değeri birim zarar değerinden büyük olduğunda stok politikası talebi tam olarak karşılamaya çalışmış ve optimum sipariş miktarı talebin sağ taraf fonksiyon değerleri arasından bulunmuştur. Ek olarak talebin bulanık olması durumunda BTDSK modeli için kapalı formulu çözümü kullanarak, talep bulanıklığının toplam maliyet ve optimum sipariş miktarı üzerindeki etkileri incelenmiştir. Yapılan duyarlılık analizleri göstermektedir ki, talep bulanıklığı azaldıkça optimum sipariş miktarı artmakta, buna karşılık toplam maliyet değerleri düşmektedir. Bunun sebebinin talebin daha az belirsiz olması nedeniyle azalan fazla stok bulundurma ve yetersiz stok bulundurma maliyetleri olduğu gözlenmiştir.

Sürekli talep dağılımı için önerilen bulanık modellerin ikincisinde, ürüne olan talebin sürekli rassal bir değişken olduğu ve olasılık dağılımlarıyla ifade edildiği ve stok bulundurma ve stok bulundurmama maliyetlerinin bulanık değişkenler olarak düşünüldüğü varsayılmıştır. Bu varsayımlar altında geliştirilen model için optimum

sipariş miktarının bulunması amacıyla, kesikli rassal talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK modelinde olduğu gibi üç farklı yaklaşımla çözüm önerilmiştir.

Modelin sayısal örnek üzerinde uygulanması sonucu önerin farklı çözüm yaklaşımlarına göre bulunan optimum sipariş miktarları arasında farklılık olduğu gözlenmiştir. Farklı yaklaşımların farklı sonuçlar vermesinin en önemli nedeni, talebin kesikli olduğu durumda olduğu gibi uygulanan çözüm yöntemlerinde bulanıklığın farklı aşamalarda modele dahil edilmesidir. Stok bulundurma maliyeti ile stok bulundurmama maliyetinin bulanık değişkenler olarak düşünüldüğü ve yamuk bulanık sayılarla ifade edildiği bulanık modele yönelik ilk çözüm yaklaşımında, bulanıklık son aşamada modele dahil edildiği için değişkenlerin bulanık olmasının etkisi çözüm üzerinde fazla gözlenmemektedir. Öyle ki, bulanık değişkenler yerine, bu değişkenlerin beklenen değeri ile ifade edilen tanımlanabilir değişkenler kullanılması durumunda elde edilen optimum sipariş miktarı bu yaklaşımla elde edilen sonuca çok yakın olarak bulunmuştur. Bir aşama daha öncesinde bulanıklığın modele dahil edildiği ikinci çözüm yaklaşımında elde edilen optimum sipariş miktarlarının birinci yaklaşımda elde edilenlere göre daha düşük olduğu gözlenmiştir. Üçüncü yaklaşımda ise değişkenlerin bulanıklığı en başta modele yansıtılmış ve bu bulanık değişkenler üzerinden işlemler yapılarak elde edilen çözüm son aşamada durulaştırılmıştır. Bu yaklaşımda elde edilen optimum sipariş miktarı değerleri diğer yaklaşımlarda elde edilenlere göre oldukça düşüktür. Ek olarak, her bir yaklaşımda uygulanan farklı durulaştırma yöntemlerinin optimum çözüm üzerindeki etkilerini incelediğimizde, birinci yaklaşımdan üçüncü yaklaşıma doğru, farklı durulaştırma yöntemlerinin sonuç üzerindeki etkilerinin arttığı görülmüştür. Bu durum, bulanıklığın en çok yansıtıldığı modelde farklı yöntemlere göre durulaştırmanın en çok etkili olması beklentisinin doğal bir sonucudur.

Sürekli talep dağılımı için önerilen bulanık modellerin üçüncüsünde, hem ürüne olan talebin sürekli bulanık bir değişken olduğu hem de stok maliyetlerinin bulanık değişkenler olarak düşünüldüğü varsayılmıştır. Literatürdeki mevcut BTDSK modelleri incelendiğinde bu varsayımları gözetken bir modelin çözümüne yönelik herhangi bir çalışma bulunmadığı ve bu alanda bir çalışma yapılmasının mevcut literatürün bu eksikliğini gidereceği gözlenmiştir. Sürekli bulanık talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK probleminde, bulanık toplam maliyet fonksiyonun beklenen değerinin bulunmasında iki aşamalı bir yaklaşım izlenmiştir; ilk aşamada

güvenilirlik teorisine dayalı olarak bulanık bir fonksiyonun beklenen değerinin bulunması yöntemi ile Düzey-2 bulanık küme olarak elde edilen bulanık toplam maliyetin beklenen değeri sıradan bulanık kümeye indirgenmiştir. İkinci aşamada ise indirgenen bulanık küme durulaştırılarak optimum çözüm elde edilmiştir. Önerilen çözüm yöntemi kullanılarak sürekli bulanık talep ve bulanık stok maliyetleri içeren BTDSK problemi için optimum sipariş miktarı ve optimum maliyet değeri kolay bir şekilde hesaplanabilmektedir. Aynı zamanda, elde edilen kapalı formulu çözüm, model parametrelerinin optimum sipariş miktarı ve optimum maliyet üzerindeki etkilerinin kolay bir şekilde analiz edilmesine olanak sağlamaktadır.

Son olarak, önerilen BTDSK modellerinin uygulanabilirliğini ve geçerliliğini test etmek için bu yöntemler Türkiye'nin önde gelen perakende şirketlerinden birindeki stok kontrol probleminin çözümünde uygulanmıştır. Uygulama yapılan şirketteki stok kontrol probleminin şirketin hızla bozulan ürünler (örn. meyve ve sebze, ekmek, süt, et, tavuk v.b.) kategorisine dahil olan ürün gruplarında yaşanmaktadır. Özellikle et ve tavuk kategorisindeki ürün gruplarına ait talep belirsizliğinin fazla olmasından ve bu gruba ait ürünlerin şirket için kritik öneme sahip olmalarından dolayı şirketin belirli bir mağazasındaki tavuk ürün grubu içerisinde "bütün piliç" (BP) için optimum sipariş miktarı belirlenmesi problemi bu uygulama kapsamında incelenmiştir. İlgili probleme yönelik modelin kurulumundan önce, model varsayımları ve model parametreleri belirlenmiştir. Uzman görüşleri ve istatistiksel analiz sonuçlarının birleştirilmesi ile BP ürünü günlük talep değerlerine yönelik ilki herhangi bir promosyon veya ürün teşhiri durumlarındaki özel günlere ait talep fonksiyonunu ikincisi ise promosyon veya ürün teşhiri olmaması durumlarında normal günlere ait talep fonksiyonunu ifade eden iki farklı bulanık talep fonksiyonu belirlenmiştir. Günlük BP ürün siparişini etkileyen maliyet unsurları yaklaşık değerler üzerinden hesaplama yapıldığı, çeşitli dış faktörlere ve kişisel bilgi ve görüşlere bağlı olarak değişkenlik gösterebildiği için üçgen bulanık sayı olarak belirlenmiştir. Şirketten alınan bilgilere göre model varsayımları ve parametreleri belirlendikten sonra şirketin stok kontrol problemine yönelik üç farklı BTDSK modeli kurulmuştur. Kurulan modellerden ilkinde talep ve stok maliyetleri için belirlenen bulanık değişkenler kullanılmıştır. İkinci modelde, talep bulanıklığı dikkate alınırken, stok maliyetlerinin kesin olarak tanımlanabilir oldukları varsayılmıştır. Önerilen üçüncü modelde ise, belirsiz talebi ifade etmek için rassal

değişken kullanılmış ve stok maliyetleri yine bulanık değişkenler ile ifade edilmiştir. Daha sonra önerilen bulanık modellere alternatif olarak, talebin rassal değişken olarak düşünüldüğü ve stok maliyetlerinin kesin tanımlanabilir değerler olarak ifade edildiği bir model kurularak, bulanık modeller ve bulanık olmayan model arasında karşılaştırmalar yapılmasına olanak sağlanmıştır. İlgili stok problemine yönelik geliştirilen bulanık modeller çalışma kapsamında ilgili modeller için önerilen çözüm yaklaşımlarına göre çözülerek (BP) ürünü normal ve özel günler için ayrı ayrı optimum sipariş miktarları belirlenmiştir.

Önerilen modellerin ve çözüm yöntemlerinin tutarlı sonuçlar verdiğini test edebilmek için şirketten yakın döneme ait gerçekleşen veriler alınmış ve bu veriler için önerilen modeller uygulanmıştır. İlk olarak belirlenen bulanık talep fonksiyonları ile alternatif olarak belirlenen olasılıksal talep fonksiyonunun gerçek verileri ne kadar etkin ifade ettikleri karşılaştırılmış ve bulanık talep fonksiyonunun gerçekleşen değerleri olasılıksal talep fonksiyonundan daha iyi temsil ettiği görülmüştür. İkinci olarak, gerçekleşen günlük taleplere ve önerilen farklı modellere göre belirlenen optimum sipariş miktarlarına bağlı olarak günlük toplam maliyet değerleri hesaplanmıştır.

Geliştirilen 1. ve 3. Model sonuçlarına göre her gün için BP ürününe ait optimum sipariş miktarı aralığı ve bu aralıkta sipariş verilmesi durumunda karşılaşılabilecek toplam maliyet aralığı üçgen bulanık sayı olarak sunulmuştur. Bu aşamada istendiği takdirde bulanık sayı olarak elde edilen sipariş miktarı durulaştırılabilir. Durulaştırılmış sipariş miktarında sipariş verilmesi sonucu oluşan toplam maliyetlerin ortalaması, bulanık toplam maliyetlerin ortalaması sınırları dahilindedir. Bulanık sipariş miktarı önerisi, şirket yöneticilerine kendi görüşlerini ve uzmanlıklarını yansıtabilecekleri sonuç esnekliği sunmaktadır. Sadece stok maliyetlerindeki bulanıklığın modele yansıtıldığı ancak talebin rassal olarak ifade edildiği 3. Model çözümüne göre elde edilen bulanık toplam maliyetlerin ortalaması değeri, 1. Model çözümüne göre elde edilen bulanık toplam maliyetlerin ortalaması değerinden daha yüksektir. Bu da talep bulanıklığının modele yansıtılmaması sonucu daha yüksek değerde bir ortalama maliyet değerinin oluşacağını göstermektedir.

2. Model çözümüne göre belirlenen optimum sipariş miktarında sipariş verilmesi durumunda, toplam maliyetlerin ortalaması 1. Model çözümünde durulaştırılmış optimum sipariş miktarı kullanılarak elde edilen toplam maliyetlerin ortalaması değerinden daha yüksektir. Bu da stok maliyetlerindeki bulanıklığının modele

yansıtılmaması sonucu daha yüksek değerde bir ortalama maliyet değerinin oluşacağını göstermektedir. Son olarak 4. Model çözümünde talep rassal olarak stok maliyetleri ise kesin değerler olarak dikkate alınmıştır. Talep için sadece ölçülebilir belirsizliğin dikkate alındığı, stok maliyetleri için ise herhangi belirsizlik durumunun yansıtılmadığı bu çözüm yöntemine göre elde edilen normal günlere ait optimum sipariş miktarının 1. Model çözümünde elde edilen bulanık optimum sipariş miktarlarının sağ taraf sınır değerine çok yakın olduğu görülmektedir. 4. Model çözümüne göre belirlenen optimum sipariş miktarında sipariş verilmesi durumunda, toplam maliyetlerin ortalaması 1. Model çözümünde durulaştırılmış optimum sipariş miktarı kullanılarak elde edilen toplam maliyetlerin ortalaması değerinden daha yüksektir. Bu da talepteki ve stok maliyetlerindeki bulanıklığın modele yansıtılmaması sonucu daha yüksek değerde bir ortalama maliyet değerinin oluşacağını göstermektedir.

Uygulama sonucunda, önerilen BTDSK modellerinin bir gerçek hayat probleminde nasıl performans göstereceği araştırılmış ve inceleme sonucunda önerilen modellerin şirketin mevcut veri tabanından çekilen bilgiler ve uzman görüşleri temel alınarak uygulanabileceği görülmüştür. Şirketteki stok kontrol problemi çeşitli varsayımlar altında modellenmiş olsa da daha karmaşık problemlerde de önerilen modellerin uygulanabilir ve stok kontrol problemlerindeki belirsizlikleri etkin bir şekilde modelleyebilir olduğu söylenebilir. Önerilen üç modelde stok kontrol modellerindeki farklı belirsizlik kaynakları birlikte veya ayrı ayrı değerlendirilmiş ve bulanıklığın en çok yansıtıldığı bulanık modelin en etkin sonuçları verdiği gözlemlenmiştir.

Çalışma sonucunda bulanık mantığın stok kontrol problemlerindeki belirsizlikleri etkin olarak modelleyebildiği sonucuna varılabilir. Bulanık küme teorisi, gerçek hayat problemlerinin modellenmesinde karar vericiye deterministik ve olasılıksal matematiksel araçlara ek olarak alternatif bir araç önermektedir. Stok kontrolünde bulanık küme teorisi kullanmanın avantajı, bulanık küme teorisinin ölçülemeyen belirsizlikleri sayısallaştırabilme kabiliyetinin olmasıdır.

Klasik stok kontrol modellerinin aksine bulanık modeller, bütün durumları içerebilen oldukça esnek sonuçlar sunabilmektedir. Deterministik ve stokastik modeller ile çözülemeyen karmaşık ve belirsizliğin büyük olduğu stok kontrol problemlerine “Bulanık Mantık” insanın düşünme biçimini örnek alarak, çözümler sunabilmektedir.

Bu yüzden bundan sonraki çalışmalarda belirsizliklerin modellenmesi için bulanık mantığa dayalı yöntemlerin kullanılması yaygınlaşmalıdır.

Önerilen modellerin geliştirilmesine yönelik olarak yapılabilecek birkaç çalışma vardır. Çalışma kapsamında önerilen BTDSK modelleri, herhangi bir kapasite kısıtının bulunmadığı tek ürün durumu varsayımı altında geliştirilmiştir. İleriki çalışmalarda, önerilen bulanık modeller çok ürün ve çeşitli kapasite kısıtları (mevcut en büyük depolama alanı, en büyük sipariş miktarı, mevcut en büyük bütçe v.b.) dikkate alınarak genişletilebilir. Ayrıca diğer çalışma alanları olarak, miktar indirimleri göz önünde bulundurularak ya da yeniden sipariş verme stratejisi uygulanarak önerilen bulanık modeller genişletilebilir.

Önerilen bulanık stok kontrol modelinin diğer stok kontrol problemleri için uygulanması başka bir araştırma konusu olabilir. Çalışmada tek dönemli stok kontrol problemleri için bulanık modeller geliştirilmiş ve çeşitli çözüm yöntemleri önerilmiştir. Sonraki çalışmalarda bu çalışmada önerilen yaklaşım temel alınarak diğer bulanık stok kontrol problemleri için önerilen çözüm yaklaşımları uygulanabilir.

KAYNAKLAR

- Aggarwal, S. C.**, 1974. A review of current inventory theory and its application. *International Journal of Production Economics* .**12(4)**,443–482.
- Baudrit, C., D. Dubois and N. Perrot.**, 2008. Representing parametric probabilistic models tainted with imprecision. *Fuzzy Sets and Systems*. **159(15)**, 1913-1928.
- Behret, H. and C. Kahraman.**, 2010. A multi-period newsvendor problem with pre-season extension under fuzzy demand. *Journal of Business Economics and Management*. **11(4)**, 613–629.
- Behret, H. and C. Kahraman.**, 2011a. Single-period inventory models with discrete demand under fuzzy environment. *J. of Mult.-Valued Logic & Soft Computing*. Basım aşamasında.
- Behret, H. and C. Kahraman.**, 2011b. Fuzzy optimization of single-period inventory problem based on credibility theory. *Applied Soft Computing*. Basım aşamasında.
- Ben-Daya, M., M. Darwish and K. Ertogral.**, 2008. The joint economic lot sizing model: Review and extensions. *European Journal of Operational Research*. **185(2)**, 726–742.
- Bodjanova, S.**, 2006. Median alpha-levels of a fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*. **157(7)**, 879-891.
- Bramson, M. J.**, 1962. The variable lead-time problem in inventory control: A survey of the literature, Part I. *Operational Research*. **13(1)**, 41–35.
- Buckley, J.J.**, 2005. Fuzzy probabilities: New approach and application. Springer, Berlin Heidelberg, Germany.
- Buckley, J.J., T. Feuring and Y. Hayashi.**, 2002. Solving fuzzy problems in operations research: Inventory control. *Soft Computing*. **7(2)**, 121-129.
- Campos, L. and A. Gonzalez.**, 1989. A subjective approach for ranking fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems*. **29**, 145-153.
- Chang, S.C.**, 1999. Fuzzy production inventory for fuzzy product quantity with triangular fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*. **107(1)**:37–57.
- Chang, P.T. and C.H. Chang.**, 2006. An elaborative unit cost structure-based fuzzy economic production quantity model. *Mathematical and Computer Modeling*. **43(11/12)**,1337–1356.
- Chang, H.C., J.S. Yao and L.Y. Ouyang.**, 2006. Fuzzy mixture inventory model involving fuzzy random variable lead time demand and fuzzy total demand. *European Journal of Operational Research*. **169(1)**, 65–80.

- Chase, R.B. and N.J. Aquilano.**, 1995. *Production and operations management: Manufacturing and services*. Seventh edition. Irwin-McGraw-Hill, Boston, USA.
- Chen, S.H.**, 1985. Operations on fuzzy numbers with function principle. *Tamkang Journal of Management Sciences*. **6(1)**, 13-26.
- Chen, S.H. and S.M. Chang.**, 2008. Optimization of fuzzy production inventory model with unrepairable defective products. *International Journal of Production Economics*. **113**, 887–894.
- Chen, S.P. and Y.H. Ho.**, 2011. Analysis of the newsboy problem with fuzzy demands and incremental discounts. *International Journal of Production Economics*. **129**, 169-177.
- Chen S.H. and C.H. Hsieh.**, 1999. Graded mean integration representation of generalized fuzzy number. *Journal of Chinese Fuzzy Systems*. **5(2)**, 1-7.
- Chen S. J. and F.P. Hwang.**, 1992. *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Germany.
- Chen, S.H., C.C. Wang and S.M. Chang.**, 2007. Fuzzy economic production quantity model for items with imperfect quality. *Int J Innovat Comput Inform Contr*. **3(1)**, 85–95.
- Chopra S. and P. Meindl.**, 2007. *Supply chain management strategy, planning & operation*. Third edition. Pearson Education, New Jersey, USA.
- Dey, O. and D. Chakraborty.**, 2008. A single period inventory problem with resalable returns: A fuzzy stochastic approach. *International Journal of mathematical, Physical and Engineering Sciences, WASET*. **1**, 5-18.
- Dey, O. and D. Chakraborty.**, 2009. Fuzzy periodic review system with fuzzy random variable demand. *European journal of Operational Research*. **198 (1)**, 113-120.
- Dey, O. and D. Chakraborty.**, 2011. A fuzzy random continuous review inventory system. *International Journal of Production Economics*. **132**, 101-106.
- Driankov, D., H. Hellendoorn and M. Reinfrank.**, 1996. *An Introduction to Fuzzy Control*. Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- Dubois, D., L. Foulloy, G. Mauris and H. Prade.**, 2004. Probability-possibility transformations, triangular fuzzy sets and probabilistic inequalities, *Reliable Comput*. **10**, 273–297.
- Dubois D. and H. Prade.**, 1980. *Fuzzy Sets and Systems: Theory and applications*. Academic Press, New York, USA.
- Dubois D. and H. Prade.**, 1987. The mean value of a fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*. **24**, 279–300.
- Dubois D. and H. Prade.**, 1988. *Possibility Theory, An Approach to Computerized Processing of Uncertainty*. Plenum Press, New York, USA.
- Dubois, D. and H. Prade.**, 1992. When Upper Probabilities Are Possibility Measures. *Fuzzy Sets and Systems*. **49**, 65–74.

- Dubois, D., H. Prade, and S. Sandri.,** 1993. *On Possibility/Probability Transformations*, in: Lowen, R. and Roubens, M. (eds), *Fuzzy Logic*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 103–112.
- Dutta P., D. Chakraborty and A.R. Roy.,** 2005, A single-period inventory model with fuzzy random variable demand. *Mathematical and Computer Modelling.* **41**, 915-922.
- Dutta, P., D. Chakraborty and A. R. Roy.** 2007a. Continuous review inventory model in mixed fuzzy and stochastic environment. *Appl Math Comput* **188(1)**, 970–980.
- Dutta, P., D. Chakraborty and A. R. Roy.,** 2007b. An inventory model for single-period products with reordering opportunities under fuzzy demand. *Computers & Mathematics with Applications.* **53**, 1502-1517.
- Filev, D. and R. R. Yager.,** 1991. A Generalized Defuzzification Method Under BAD Distributions. *International Journal of Intelligent Systems.* **6**, 687-697.
- Galbraith, J.,** 1973. *Designing Complex Organizations.* Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc. Boston, MA, USA.
- Gallego, G. and I. Moon.,** 1993. The distribution free newsboy problem: review and extensions. *Journal of the Operational Research Society.* **44**, 825–834.
- Gen, M., Y. Tsujimura and D.Z. Zheng,** 1997. An application of fuzzy set theory to inventory control models. *Computers & Industrial Engineering.* **33(3-4)**, 553–556.
- Gonzalez A.,** 1990. A study of the ranking function approach through mean values. *Fuzzy Sets and Systems.* **35**, 29–41.
- Gottwald S.,** 1979. Set theory for fuzzy sets of higher level. *Fuzzy Sets and Systems.* **2(2)**, 125–151.
- Grzegorewski, P.,** 2002. Nearest approximation of a fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems,* **130**, 321–330.
- Guiffrida, A.L. and R. Nagi.,** 1998. Fuzzy set theory applications in production management research: A literature survey. *Journal of Intelligent Manufacturing.* **9**, 39-56.
- Guiffrida, A.L.,** 2010. *Fuzzy inventory models* in: M.Y. Jaber (ed.), *Inventory Management: Non-Classical Views*, CRC Press, FL, Boca Raton, 173-190 (Chapter 8).
- Gunn, G.T.,** 1981. *Computer Applications in Manufacturing.* Industrial Press Inc, New York, USA.
- Hadley, G. and T.M. Whitin.,** 1963. *Analysis of Inventory Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA.
- Harris, F.** 1913. How many parts to make at once. *Factory Mag Manag* **10(2)**, 136–152.
- Hasuike, T. and H. Ishii.,** 2010. Single-period inventory models with fuzzy shortage costs dependent on random demands. *Integrated Uncertainly Management and Applications, AISC.* **68**, 197-208.

- Heilpern S.**, 1992. The expected value of a fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*. **47**, 81–86.
- Hellendoorn, H. and C. Thomas.**, 1993. Defuzzification in Fuzzy Controllers. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*. **1**, 109-123.
- Hsieh, C. H.** 2002. Optimization of fuzzy production inventory models. *Information Sciences*. **146(1/4)**, 29–40.
- Ho, C.**, 1989. Evaluating the impact of operating environments on MRP system nervousness. *International Journal of Production Research*. **27**, 1115-1135.
- Hohati, M.**, 2004. Bridging the gap between probabilistic and fuzzy-parameter EOQ models. *International Journal of Production Economics*. **91**, 215-221.
- Hsieh, C.H.**, 2002. Optimization of fuzzy production inventory models. *Information Sciences*. **146**, 29–40.
- Ishii, H. and T. Konno.**, 1998. A stochastic inventory problem with fuzzy shortage cost. *European Journal of Operational Research*. **106**, 90-94.
- Ji, X.Y. and Z. Shau.**, 2006. Model and algorithm for bilevel newsboy problem with fuzzy demands and discounts. *Applied Mathematics and Computation*. **172**, 163-174.
- Johnson L.A. and D.C. Montgomery.**, 1974. *Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control*, Wiley, New York, USA.
- Kabak Ö.**, 2008. Olabilırsel doğrusal programlama ile tedarik zinciri ađ yapısının modellenmesi ve bir uygulama. *Doktora Tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Kacprzyk, J. and P. Staniewski.**, 1982. Long term inventory policy-making through fuzzy decision making. *Fuzzy Sets and Systems*. **8**, 117–132.
- Kao, C., and W.K. Hsu.**, 2002a. Lot size-reorder point inventory model with fuzzy demands. *Computers & Mathematics with Applications*. **43(10/11)**, 1291–1302.
- Kao, C. and W.K. Hsu.**, 2002b. A single period inventory model with fuzzy demand. *Computers & Mathematics with Applications*. **43(6/7)**, 841–848.
- Kennedy, W. J., J. W. Patterson and L. D. Fredendall.**, 2002. An overview of recent literature on spare parts inventory. *International Journal of Production Economics*. **76(2)**, 210–215.
- Khouja M.**, 1999. The single-period (news-vendor) problem: literature review and suggestions for future research. *Omega-International Journal of Management Science*. **27**, 537-553.
- Klir G.J. ve Yuan B.**, 1995. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*, Prentice-Hall Inc., NJ, USA.
- Kolmogorov, A.N.**, 1933. *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Springer, Berlin, Germany. English translation (1950): Foundations of the theory of probability. Chelsea, New York.

- Kwakernaak, H.**, 1978. Fuzzy Random Variables: Definitions and Theorems, *Information Sciences*, **15**, 1- 29.
- Lee, C.C.**, 1990a. Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller, Part 1. *IEEE Trans. Syst.Man Cybern.* **20**, 404– 418.
- Lee, C.C.**, 1990b. Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller, Part 2. *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.* **20**, 419– 435.
- Lee, H.M., and J.S. Yao**, 1999. Economic order quantity in fuzzy sense for inventory without backorder model. *Fuzzy Sets and Systems*, **105**, 13– 31.
- Li, L.S., S.N. Kabadi and K.P.K. Nair.**, 2002. Fuzzy models for single-period inventory problem. *Fuzzy Sets and Systems*. **132**, 273-289.
- Lin, Y.J.**, 2008. A periodic review inventory model involving fuzzy expected demand short and fuzzy backorder rate. *Computers & Industrial Engineering*. **54(3)**, 666–676.
- Liu B.**, 2002. *Theory and Practice of Uncertain Programming*. Physica-Verlag, Heidelberg, Berlin, Germany.
- Liu B.**, 2007: A survey of entropy of fuzzy variables. *Journal of Uncertain Systems*. **1(1)**, 4–13.
- Liu B. and Y.K. Liu**, 2002. Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value model. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. **10**, 445–450.
- Mahata, G.C.**, 2011. A single period inventory model for incorporating two-ordering opportunities under imprecise demand information. *International Journal of Industrial Engineering Computations*. **2**, 385-394.
- Masson, M.H. and T. Denoeux.**, 2006. Inferring a possibility distribution from empirical data. *Fuzzy Sets and Systems*. **157(3)**, 319-340 .
- Minner, S.**, 2003. Multiple-supplier inventory models in supply chain management: A review. *International Journal of Production Economics* **81–82**, 265–279.
- Mizumoto, M. and K. Tanaka.**, 1976. Some properties of fuzzy sets of type 2. *Information and Control*. **31(4)**, 312–340.
- Mizumoto M. and K. Tanaka.**, 1981. Fuzzy sets of type 2 under algebraic product and algebraic sum. *Fuzzy Sets and Systems*. **5(3)**, 277–290.
- Mula J., R. Poler, J.P. Garcia-Sabater and F.C. Lario.**, 2006. Models for production planning under uncertainty: A review. *International Journal of Production Economics*. **103**, 271-285.
- Nahmias, S.**, 1982. Perishable inventory theory: A review. *Operational Research* **30(4)**, 680–708.
- Nahmias, S.**, 1996. *Production and operations management*. Third edition. Irwin, Boston MA, USA.
- Orlicky, J.**, 1975. *Material Requirements Planning*, McGraw Hill, New York, USA.
- Oussalah, M.**, 2000. On the Probability/Possibility Transformations: A Comparative

- Analysis, *Int. Journal of General Systems*. **29**, 671–718.
- Ouyang, L.Y. and B.R. Chuang.**, 2001. A periodic review inventory-control system with variable lead time. *Int J Inform Manag Sci*. **12(1)**, 1–13.
- Özkan, M.M.**, 2003. *Bulanık Hedef Programlama*. Ekin Kitabevi, İstanbul.
- Pai, P.F. and M.M. Hsu.**, 2003. Continuous review reorder point problems in a fuzzy environment. *Int J Adv Manuf Tech*. **22(5/6)**, 436–440.
- Park, K.S.**, 1987. Fuzzy-set theoretic interpretation of economic order quantity. *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst Hum*. **17(6)**, 1082–1084.
- Peng, J., H.M.K. Mok and W.M. Tse.**, 2005,. Fuzzy dominance based on credibility distributions. *Lecture Notes in Artificial Intelligent*. **3613**, 295–303.
- Petrovic, D.**, 2001. Simulation of supply chain behaviour and performance in an uncertain environment. *International Journal of Production Economics*. **71**, 429–438.
- Petrovic, D., R. Petrovic and M. Vujosevic.**, 1996. Fuzzy models for the newsboy problem. *International Journal of Production Economics*. **45**, 435–441.
- Porter, E.M.**, 1985. *Competitive advantage: creating and sustaining superior performance*, The Free Press, New York, USA.
- Puri, M.L. and D.A. Ralescu.**, 1986. Fuzzy random variables, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, **114**, 409–422.
- Ross T. J.**, 1995. *Fuzzy Logic With Engineering Applications*, McGraw-Hill Inc. New York, USA.
- Runkler, T.A. and M. Glesner.**, 1993. A Set of Axioms for Defuzzification Strategies Towards a Theory of Rational Defuzzification Operators. In Proceedings of Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems. San Francisco, CA, U.S.A. (March 28– April 1).
- Shao Z. and X.Y. Ji.**, 2006. Fuzzy multi-product constraint newsboy problem. *Applied Mathematics and Computation*. **180**, 7–15.
- Silver, E.A.**, 1981. Operations research in inventory management: A review and critique. *Operational Research*. **29(4)**, 628–645.
- Silver, E.A.** 2008. Inventory management: An overview, Canadian publications, practical applications and suggestions for future research. *INFOR*. **46(1)**, 15–28.
- Silver, E.A., D.F. Pyke and R.P. Peterson.**, 1998. *Inventory management and production planning and scheduling*. Third edition. John Wiley, New York, USA.
- Takagi, T. and M. Sugeno.**, 1985. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control, *IEEE T. Syst. Man Cyb.*, **SMC-15(1)**, 116–132.
- Taleizadeh, A.A., F. Barzinpour and H.M. Wee.**, 2011. Meta-heuristic algorithms for solving a fuzzy single-period problem. *Matematical and Computer Modelling*. Basım aşamasında.

- Tanyaş, M. and Baskak M.,** 2003: *Üretim Planlama ve Kontrol*. İrfan Yayımcılık ve Tanıtım Ltd. Şti., İstanbul.
- Tersine, R.J.,** 1988. *Principles of Inventory and Materials Management*. Third edition, North – Holland, Holland.
- Tre, G. and R. Caluwe.,** 2003. Level-2 fuzzy sets and their usefulness in object-oriented database modelling. *Fuzzy Sets and Systems*. **140**, 29-49.
- Tütüncü, Y.G., O. Aköz, A. Apaydın and Petrovic D.,** 2008. Continuous review inventory control in the presence of fuzzy costs. *International Journal of Production Economics*. **113**, 775-784.
- Urban, T.** 2005. Inventory models with inventory-level-dependent demand: A comprehensive review and unifying theory. *European Journal of Operational Research*. 162(3):792–804.
- Yao, J. S., and H. M. Lee,** 1999. Fuzzy inventory with or without backorder for fuzzy order quantity with trapezoid fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*, **105**, 311–337.
- Vijayan, T. and M. Kumaran.,** 2008. Inventory models with a mixture of backorders and lost sales under fuzzy cost. *European Journal of Operational Research*. **189(1)**, 105-119.
- Vollmann, T.E., W.L. Berry and D.C. Whybark,** 1988. *Manufacturing Planning and Control Systems*. Second edition. Homewood, IL.: APICS, The Educational Society for Resource Management.
- Vujosevic, M., D. Petrovic and R. Petrovic.,** 1996. EOQ formula when inventory cost is fuzzy. *International Journal of Production Economics* **45(1/3)**, 499–504.
- Wadsworth, G.P.,** 1959. *Probability. Notes on Operations Research*. Technology Press. 26-29. Cambridge, Mass., USA.
- Wagner, H.M.,** 1980. Research portfolio for inventory management and production planning systems. *Operational Research*. **28(3)**, 445–475.
- Walker, J.,** 1991. The single period inventory problem with uniform demand distribution. *International Journal of Operations & Production Management*. **12**, 79-84.
- Walker J.,** 1993. The Single-period Inventory Problem with Triangular Demand Distribution. *Journal of Operations Research Society*. **44**, 725-731.
- Wang, X., W. Tang and R. Zhao.,** 2007. Fuzzy economic order quantity inventory models without backordering. *Tsinghua Sci Tech* **12(1)**, 91–96.
- Waters, C.D.J.,** 1992. *Inventory Control and Management*. John Wiley & Sons, New York, USA.
- Wazed, M.A., A. Shamsuddin and Y. Nukman.,** 2009. Uncertainty Factors in Real Manufacturing Environment. *Aust. J. Basic Appl. Sci. Res.* **3(2)**, 342-351
- Williams, B.D. and T. Tokar.,** 2008. A review of inventory management research in major logistics journals. *Int J Logist Manag.* **19(2)**, 212–232.

- Winston, W.L.**, 2004. *Operations research: applications and algorithms*, Fourth edition, Thomson Book/Cole, Canada.
- Wong, B.K. and V.S. Lai.**, 2011. A survey of the application of fuzzy set theory in production and operations management: 1998–2009. *Int. J. Production Economics*. **129**, 157–168.
- Wu, K. and J.S. Yao.**, 2003. Fuzzy inventory with backorder for fuzzy order quantity and fuzzy shortage quantity. *European Journal of Operational Research*. **150(2)**, 320–352.
- Xu, R. and X. Zhai.**, 2008. Optimal models for single-period supply chain problems with fuzzy demand. *Information Sciences*. **178**, 3374–3381.
- Xu, R. and X. Zhai.**, 2010. Analysis of supply chain coordination under fuzzy demand in a two-stage supply chain. *Applied Mathematical Modelling*. **34**, 129–139.
- Xue F., W. Tang and R. Zhao.**, 2008. The expected value of a function of a fuzzy variable with a continuous membership function. *Computers & Mathematics with Applications*. **55**, 1215–1224.
- Yager, R.R. and D. Filev.**, 1993a. On the Issue of Defuzzification and Selection Based on a Fuzzy Set. *Fuzzy Sets and Systems*. **55**, 255– 271.
- Yager, R.R. and D. Filev.**, 1993b. SLIDE: A Simple Adaptive Defuzzification Method. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*. **1(1)**, 69– 78.
- Yager, R.R.**, 1981. A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval. *Information Sciences*. **24 (2)**, 143–161.
- Yao, J.S. and J. Chiang.**, 2003. Inventory without backorder with fuzzy total cost and fuzzy storing cost defuzzified by centroid and signed distance. *European Journal of Operational Research*. **148(2)**, 401–409.
- Yao, J.S., S.C. Chang and J.S. Su.**, 2000. Fuzzy inventory without backorder for fuzzy order quantity and fuzzy total demand quantity. *Computers and Operations Research*. **27**, 935–962.
- Yavuz, M.**, 2010. *Fuzzy inventory management* in: C. Kahraman and M. Yavuz (Eds.), *Production Engineering and Management under Fuzziness*, Springer-Verlag, Heidelberg, Berlin, 25–38 (Chapter 2).
- Zadeh, L.A.**, 1965. Fuzzy sets. *Information and Control*. **8**, 338–353.
- Zadeh, L.A.**, 1971. Quantitative fuzzy semantics. *Information Science*. **3(2)**, 177–200.
- Zadeh, L.A.**, 1972. A fuzzy set theoretic interpretation of linguistic hedges. *Journal of Cybernetics*. **2**, 4.
- Zadeh, L.A.**, 1973. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Trans. Syst. Man. Cybern.* **SMN-3**, 28–44.
- Zadeh, L.A.**, 1974. Fuzzy logic and its application to approximate reasoning. *Information Processing*. **74**, 591–594.

- Zadeh, L.A.**, 1975. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, Part I. *Information Sciences*. **8**, 199-249.
- Zadeh, L.A.**, 1978. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*. **1**, 3-28.
- Zimmermann, H.J.**, 1992. *Fuzzy set theory and its application*. Kluwer Academic Publishers. Boston, USA.
- Zimmermann, H.J.**, 2000. An application-oriented view of modeling uncertainty. *European Journal of Operational Research*. **122**, 190-198.
- Zimmermann, H.J.**, 2001. *Fuzzy set theory and its applications*. Fourth edition. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, Boston, USA.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Hülya BEHRET

Doğum Yeri ve Tarihi: KAYSERİ, 13.08.1979

Lisans Üniversitesi: Erciyes Üniversitesi

Yüksek Lisans Üniversitesi: Boğaziçi Üniversitesi

Yayın Listesi:

- Behret, H., Kahraman, C., (2011), Fuzzy optimization of single-period inventory problem based on credibility theory. *Applied Soft Computing*. In press.
- Behret, H., Uçal, İ., Kahraman, C., (2011), Multicriteria Evaluation of Environmentally Conscious Manufacturers under Fuzzy Environment, *J. of Mult.-Valued Logic & Soft Computing*, In press.
- Behret, H., Kahraman, C., (2011), Single-Period Inventory Models with Discrete Demand Under Fuzzy Environment, *J. of Mult.-Valued Logic & Soft Computing*, In press.
- Behret, H., Kahraman, C., (2010), A Multi-Period Newsvendor Problem with Pre-Season Extension under Fuzzy Demand, *Journal of Business Economics and Management*, 11(4):613-329.
- Behret, H., Korugan, A. (2009), The Impact of Quality Uncertainty of Returns in Remanufacturing, *Computers & Industrial Engineering*, 56(2): 507-520.

