

İZMİR KÂTİP ÇELEBİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOLANIKLI FOTON KAYNAKLI KUANTUM GİRİŞİMÖLÇERLER

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ayşe A. YILMAZ ERGÜRHAN

NANOBİLİM VE NANOTEKNOLOJİ ANABİLİM DALI

Tez Danışmanı:

Dr. Öğr. Üyesi Aziz KOLKIRAN

OCAK 2021

İZMİR KATİP ÇELEBİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOLANIKLI FOTON KAYNAKLI KUANTUM GİRİŞİMÖLÇERLER

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ayşe A. YILMAZ ERGÜRHAN

(Y170220005)

ORCID NO: 0000-0001-6445-0156

Nanobilim ve Nanoteknoloji Anabilim Dalı

Tez Danışmanı:

Dr. Öğr. Üyesi Aziz KOLKIRAN

OCAK 2021

İKÇÜ, Fen Bilimleri Enstitüsünün Y170220005 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi, Ayşe A. Yılmaz Ergürhan ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “DOLANIKLI FOTON KAYNAKLI KUANTUM GİRİŞİMÖLÇERLER” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı :

Dr. Öğr. Üyesi Aziz KOLKIRAN
İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi

.....

Jüri Üyeleri :

Doç. Dr. Resul SEVİNÇEK

.....

Dokuz Eylül Üniversitesi

Doç. Dr. Mustafa CAN

.....

İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi

Tez Teslim Tarihi : 30.12.20

Savunma Tarihi: 25.01.21

ÖNSÖZ

Öncelikle yüksek lisans eğitimim boyunca akademik bilgisini benden esirgemeyen sayın danışmanım Dr.Öğr. Üyesi Aziz KOLKIRAN'a teşekkürlerimi sunuyorum. Yaşamım boyunca desteklerini hissettiğim aileme ve süreç boyunca manevi desteği üzerimde olan eşim ve meslektaşım Orkun ERGÜRHAN'a minnettarım.

Ocak 2021

Ayşe A. YILMAZ ERGÜRHAN

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖNSÖZ	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
TABLO LİSTESİ.....	vii
ŞEKİL LİSTESİ	viii
KISALTMALAR.....	ix
ÖZET	xi
ABSTRACT	xii
1. KUANTUM METROLOJİ.....	13
1.1 Standart Kuantum Limit.....	13
1.2 Heisenberg Limit.....	15
1.3 Işığın Eşevreli Durumları	16
1.4 Işığın Sıkıştırılmış Durumları	19
1.5 Işığın Dolanık Durumları	21
1.5.1 Dolanık foton çiftleri nasıl elde edilir?	23
2. OPTİK GİRİŞİMÖLÇERLER	28
2.1 Işın Bölücü	28
2.2 Michelson Girişimölçeri.....	32
2.3 Mach-Zehnder Girişimölçeri.....	34
2.3.1 Mach-Zehnder girişimölçerinde klasik yaklaşım.....	35
2.3.2 Mach Zehnder girişimölçerinde tek foton girişi	37
2.3.3 Hong Ou Mandel etkisi	38
2.3.4 Işığın durumlarının faz duyarlılığına etkisi.....	39
3. HESAPLAMALAR VE BULGULAR.....	42
3.1 $ nm\rangle$ Sayı Durumlarının Girişimölçerin Giriş Modunda Kullanılması	44
3.2 $ N0\rangle + 0N\rangle$ Durumların Girişimölçerin Giriş Modunda Kullanılması.....	49
3.2.1 Girişte $N00N$ durum varken çıkışta okunan olasılık genliklerinin ψ ve ϕ ya bağlı yoğunluk grafikleri.....	53
3.3 Bağlılık (Fidelity) Hesaplamaları.....	56
3.4 Dolanıklık Entropisi, Görünürlük ve Dedektasyon Etkisi	59
4. SONUÇ VE YORUM	68

KAYNAKLAR.....	71
EKLER	73
EKA: Hesaplamalarda Kullanılan Mathematica Kodu	73
ÖZGEÇMİŞ	75



TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 3.1. $ nm\rangle$ Giriş durumları ve çıkışta okunan olasılık genlikleri.....	45
Tablo 3.2. N00N giriş durumları ve çıkışta okunan durum olasılık genlikleri.....	51
Tablo 3.3. 25/75 IB de N00N giriş durumları ve çıkışta okunan durum olasılık genlikleri	53
Tablo 3.4.Olasılık genliklerinin ψ ve ϕ ya bağlı yoğunluk grafikleri.....	54
Tablo 3.5. Bağlılık (Fidelity) Hesaplamaları	57
Tablo 3.6 Sayı durumları ilk ışın bölücüden geçtikten sonra durumların dolanıklık entropisi	60
Tablo 3.7 N00N giriş durumlarının, çıkış görünürlükleri.....	62

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1. Işığın Fazör Diyagramı.....	14
Şekil 1.2.Vakum durumundan öteleme operatörü ile türetilen eşevreli durum.	17
Şekil 1.3.Kuadratur uzayında sıkıştırılmış vakum durumu diyagramı.	21
Şekil 1.4. EPRB Deneyi Düzenegi	22
Şekil 1.5.Kalsiyumda atomik geçiş ile ilişkili foton çifti üretimi. İki doğrusal polarizör (P) ve foto-çoğaltıcı tüp (FÇT) dedektörleri kullanan deneysel düzenleme	24
Şekil 1.6. Kalsiyumda Atomik Seviye Şeması.	24
Şekil 1.7.Doğrusal olmayan kristal içindeki aşağı dönüştürme işleminin şematik temsili	25
Şekil 1.8. Tip-II faz uyumu ile dejenere aşağı dönüştürülme ile polarize dolanık foton çiftlerinin oluşturulması.	27
Şekil 1.9. Dar bandlı filtreden tip II dejenere aşağı dönüştürülmüş fotonlar.....	27
Şekil 2.1 Işın Bölücü Diyagramı	29
Şekil 2.2.Michelson Girişimölçeri	33
Şekil 2.3. Mach-Zehnder Girişimölçeri	34
Şekil 2.4.Dedektörlerden okunan sinyal farkının faz açısına bağlı değişim grafiği..	36
Şekil 2.5. Mach Zehnder Girişimölçerinde Tek Foton Durum Temsili.....	37
Şekil 2.6. Hong-Ou-Mandel İnterferometrenin şematik temsili.	39
Şekil 2.7.Dolanık Fotonların Faz Değiştiriciden Geçisi.	40
Şekil 2.8.Eşevreli ve Dolanık Durumların Faz Değiştiriciyle Etkileşimi Sonucu Dedektör Sinyalleri.	41
Şekil 3.1.Sagnac Girişimölçerinin Eşdeğer Optik Diyagramı	42
Şekil 3.2.Sagnac Girişimölçeri	43
Şekil 3.3 Sayı durumlarının girişimölçer çıkışında, girişimölçer fazına bağlı entropi grafiği.....	60
Şekil 3.4.N00N durumların ilk ışın bölücüden geçtikten sonra N foton sayısına bağlı dolanıklık entropisi grafiği	61
Şekil 3.5.N00N durumların girişimölçer çıkışında, girişimölçer fazına bağlı dolanıklık entropisi grafiği	61
Şekil 3.6. N00N giriş durumu $N=6$ için çıkış modu $ 60\rangle$ iken beş foton sayma şeması	64
Şekil 3.7. $N=6$ için $ 60\rangle$ çıkışının, tek foton eksik dedektasyonun girişimölçer fazına bağlı olasılık genliği	65
Şekil 3.8. $N=8$ için $ 71\rangle$ çıkışının , tek foton eksik dedektasyonun girişimölçer fazına bağlı olasılık genliği.....	66

Şekil 3.9. $N=6$ için $|33\rangle$ çıkışının tek foton eksik ve üç foton eksik dedektasyonun girişölçer fazına bağlı olasılık genliği. 67



KISALTMALAR

AGS	: Atış Gürültüsü Sınırı
SKL	: Standart Kuantum Limit
HL	: Heisenberg Limit
EPR	: Einstein Podolsky Rosen
EPRB	: Einstein Podolsky Rosen Bohm
PIB	: Polarize Işın Bölücü
D	: Dedektör
FÇT	: Foto Çoğaltıcı Tüpün
F	: Filtre
P	: Polarizör
BBO	: β -baryum borat Kristali
MG	: Michelson Girişimölçeri
LIGO	: The Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory-Laser Interferometre Kütle Çekim-Dalgası Rasathanesi
IB	: Işın Bölücü
MZG	: Mach-Zehnder Girişimölçeri
SG	: Sagnac Girişimölçeri
ψ	: Giriş Kolları Arası Faz Farkı
ϕ	: Girişimölçer Fazı
F	: Fidelity (Bağlılık)

DOLANIKLI FOTON KAYNAKLI KUANTUM GİRİŞİMÖLÇERLER

ÖZET

Girişimölçerler, ışığın girişim özelliğinden yararlanılarak çeşitli fiziksel niceliklerin ölçülmesini sağlayan araçlardır. Michelson ve Morley'in yaptığı deneyden günümüze kadar çok çeşitli girişimölçer sistemleri geliştirilmiş ve birçok deneyde bu sistemler kendilerine yer bulmuşlardır. En güncel örnek olarak kütle çekim dalgalarının varlığını ispatlayan LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) verilebilir. Kuantum fiziğinin keşfedilmesiyle birlikte ışığın kuantum davranışının anlaşılması, girişimölçer alanının hızlı bir biçimde gelişmesine olanak sağlamıştır. Öyle ki bu yöntemler sayesinde attometre mertebesindeki uzunluklar girişimölçerler yardımıyla ölçülebilmektedir. Bu tezde girişimölçer girişinde farklı foton sayıları ve dolanıklı fotonlar kullanılarak, girişimölçer çıkışında fotonların bulunma olasılıkları teorik olarak hesaplanmıştır, N00N durumlu fotonların fidelitylerinin N foton sayısına bağlı olarak nasıl değiştiği gösterilmiştir. Girişimölçerin girişinde N00N durumlar kullanılarak süper çözünürlüğün ve süper hassasiyetin artırılması hedeflenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kuantum Girişimölçer, Dolanıklı Işık, Heisenberg Ölçüm Sınırlaması

QUANTUM INTERFEROMETRY USING ENTANGLED PHOTONS

ABSTRACT

The interferometers are tools that allow the measurement of various physical quantities by using the interference characteristic of light. Since the experiment realized by Michelson and Morley, a wide variety of interferometer systems have been developed and these systems have found their place in many experiments. LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) can be given as the most recent example, which proves the existence of gravitational waves. Due to the discovery of quantum physics, understanding the quantum behavior of light allowed to develop of the interferometer field rapidly. Such that, thanks to these methods, lengths at the level of attometers can be measured with the help of interferometers. In this thesis, different photon numbers and entangled photons were used as input states in the interferometer and the probability of the presence of photons in the interferometer output has been theoretically calculated. Also it was shown that how the fidelity of $N00N$ states of photons change due to the N photon number. It is aimed to increase the super resolution and super sensitivity by using $N00N$ states in the input of the interferometer.

Keywords: Quantum Interferometry, Entangled States of Light, Heisenberg Limited Measurements

1. KUANTUM METROLOJİ

Kuantum metrolojisi, fiziksel sistemleri tanımlamak için kuantum teorisini kullanarak fiziksel parametrelerin yüksek çözünürlüklü ve son derece hassas ölçümlerini yapma çalışmasıdır.[1] Bu alan aynı teknikle klasik fizikte yapılan bir ölçümü kuantum teorisi kullanılarak yapıldığında daha iyi hassasiyet veren ölçüm teknikleri geliştirmektedir. Sıkıştırılmış durumlar, dolanık durumlar gibi ışığın kuantum durumları kullanılarak ölçüm yapmak ve nesneleri klasik olarak mümkün olanı aşacak bir hassasiyetle algılamak için kuantum metroloji kullanılmaktadır.[2] Burada ki temel fikir , metrolojide atış gürültüsü sınırını (ATG) (Shot Noise Limit), görüntüleme ve algılamada Rayleigh kırınım sınırını aşmak için kuantum etkilerinden yararlanmaktır.

Bu bölümde kuantum metrolojisinde sık sık karşımıza çıkan standart kuantum limit, Heisenberg limit, Eşevreli durumlar, Sıkıştırılmış durumlar ve dolanık durumlar gibi kavramların fiziksel anlamları ve matematiksel eldelerinden bahsedilecektir.

1.1 Standart Kuantum Limit

Genellikle yapılan bir ölçümde ölçülen parametre üzerindeki hatayı istatistiksel olarak düşürmek için ölçüm işlemi N defa tekrarlanır ve bulunan sonuçların ortalaması alınır. Ancak hatadaki indirgenme miktarının da bir limiti vardır. Ölçülen parametre φ ise merkezi limit teoremine göre bu parametrenin ölçümündeki hata

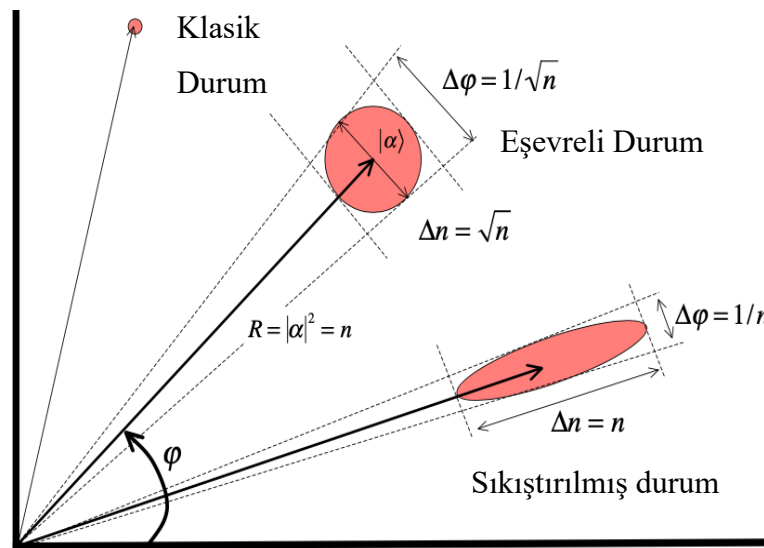
$$\Delta\varphi > \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (1.1)$$

(1.1) denklemiyle verilir. Bu aynı zamanda standart kuantum limit (SKL) olarak adlandırılır. Ayrıca merkezi limit teoremi bağımsız ve özdeş dağılmış rastgele parametreler için Poisson dağılımını vermektedir. Optik bir ölçümde çeşitli gürültü

kaynakları bulunmaktadır. Standart kuantum limit açısından ele alındığında bu gürültü kaynakları atış gürültüsü ve ışık basıncı gürültüsüdür. Atış gürültüsü temel olarak foton sayısında ki dalgalanmalardan kaynaklanmaktadır. Işığın yoğunluğu arttıkça atış gürültüsü azalır ve tersi de geçerlidir. Işık basıncı gürültüsü ise ışığın bir momentum taşıdığı ve yansıma sırasında bu momentumu aynaya aktardığı gerçeğine dayanır. Bu momentum aktarımı sırasında aynanın hareketinden dolayı örneğin; girişimölçerin kolları arasında bir faz farkı meydana gelmektedir.[3] Aynanın ve girişimölçerin kütlelerinin büyüklüğü düşünüldüğünde ışık basıncı gürültüsünün etkisi atış gürültüsüne göre daha küçük olmaktadır. Bu sebeple atış gürültüsünün daha detaylı incelenmesinde yarar vardır.

Bunun için öncelikle ilk olarak P. A. M. Dirac tarafından sunulan foton sayısı ve faz arasındaki belirsizliğin elde edilmesiyle başlayacağız.[4] Heissenberg'in enerji-zaman belirsizlik ifadesi $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ 'dir. Duran tek renkli, elektromanyetik dalga için enerji eşitliği, ω frekans olmak üzere $E = \hbar n \omega$ 'dır. Bu eşitlik foton başına düşen enerjinin foton sayısıyla çarpımına eşittir. Böylece φ herhangi bir noktadaki faz ise, ΔE yerine $\hbar \Delta n \omega$, Δt yerine de $\Delta \varphi / \omega$ yazılırsa $\Delta n \Delta \varphi \geq 1$ eşitliğine ulaşılır. Böylece enerji-zaman belirsizliği foton sayısı-faz belirsizliğine indirgenmiş olur.

Daha fazla devam etmeden önce kuantum optiğinde sıklıkla kullanılan işe yarar bir araçtan bahsetmek gerekiyor. Bu Şekil 1.1 'de verilen ışığın fazör diyagramıdır.[2]



Şekil 1.1. Işığın Fazör Diyagramı.

Bu diyagramlar herhangi iki sıra değiştirmeyen (non commutative) fiziksel niceliğin birbirlerine göre belirsizlik durumlarını görselleştirmeye yarayan araçlardır. Işık söz konusu olduğunda bunlar Δn ve $\Delta \varphi$ olarak seçilebilir. Işık klasik fizik bağlamında ele alındığında Δn ve $\Delta \varphi$ ölçümünde herhangi bir belirsizlik söz konusu değildir. Bu nedenle ışığın klasik durumu fazör diyagramında bir nokta olarak temsil edilmektedir. Kuantum mekaniksel olarak incelendiğinde ise ışığın klasik duruma en yakın durumu gelecek bölümde daha ayrıntılı incelenecek olan eşevreli durum olarak adlandırılmaktadır.

Işık eşevreli durumdayken Δn ve $\Delta \varphi$ belirsizlikleri eşit büyüklüktedir ve belirsizlik minimumdur. Bu nedenle eşevreli durum fazör diyagramında bir daire ile temsil edilmektedir. Eşevreli durum $|\alpha\rangle$ ile temsil edilir ve $\alpha = |\alpha|e^{i\varphi}$ elektrik alan şiddetiyle orantılı kompleks bir sayıdır. Buradan yola çıkarak daha sonra boyutsuz alan yoğunluğu olarak adlandırılan $|\alpha|^2 = n$ eşitliğine ulaşılır.

Fazör diyagramında orijinden dairenin merkezine olan uzaklık $R = |\alpha|^2 = n$ 'dır. Dairenin yarı çapı ise $d = \Delta n = \sqrt{n}$ olarak alınırsa, basit geometrik bir yaklaşımla $R = d\Delta\varphi$ eşitliğine ulaşılır. Bu eşitlikte R ve d değerleri yerine konulduğunda atış gürültüsü sınırında ışığın fazı ve foton sayısı arasındaki ilişki

$$\Delta\varphi_{AGS} = \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (1.2)$$

şeklinde elde edilmiş olur. Böylece Işığın eşevreli durumundan ve Poisson dağılımından yola çıkılarak atış gürültüsü limitine ulaşılmıştır. [5]

1.2 Heisenberg Limit

1981 yılında Carlton Caves ışığın klasik olmayan durumlarını kullanarak girişim ölçerlerin hassasiyetinin arttırılabileceği fikrini ortaya koymuştur.[6] Heisenberg belirsizlik ilkesi bize aynı anda fazın ve foton sayısının (dolayısıyla yoğunluğun) sonsuz hassasiyetle ölçülemeyeceğini göstermektedir.

Ancak minimum belirsizliğe sahip tek durum eşevreli durum değildir. şekil 1.1 yeniden incelenecek olursa ışığın herhangi bir durum için fazör diyagramındaki diskin alanı, eşevreli durumu temsil eden diskin alanından büyük eşit olmak durumundadır.

Ancak Caves'in işaret ettiği gibi eğer Δn belirsizliği arttırılırsa $\Delta\varphi$ belirsizliği azaltılabilir ve $\Delta n\Delta\varphi \geq 1$ şartı korunmuş olur. Işığın bu yeni durumu sıkıştırılmış durum olarak adlandırılır ve Şekil.1.1'deki elipsle temsil edilir.

Şimdi bu yeni durum için Δn 'in alacağı maksimum değer sorgulanabilir. Bu basitçe görülebileceği üzere örneğin herhangi bir lazer ışığı için toplam foton sayısı olan n kadar olabilir. Başka bir deyişle $\Delta n = n$ olarak alınabilir. Bu eşitlik $\Delta n\Delta\varphi \geq 1$ denkleminde yerine konulursa Heisenberg Limit (HL) olarak adlandırılan limite ulaşılır.

$$\Delta\varphi_{HL} = \frac{1}{n} \quad (1.3)$$

Bu eşitlikten de görülebileceği gibi girişim ölçerde kullanılan ışığın foton sayısı yani ışığın yoğunluğu arttırıldıkça $\Delta\varphi$ belirsizliği azalmaktadır.

Bu limitte standart kuantum limit ile karşılaştırıldığında $\sqrt{N}$ in geliştirilmesi söz konusudur. Ancak buna ulaşabilmek için ışığın sıkıştırılmış durumları yada dolanık durumları gibi kuantum durumlarının kullanılmasına ihtiyaç vardır.

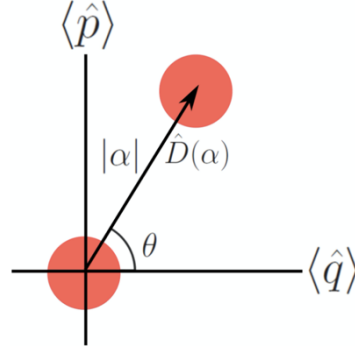
1.3 Işığın Eşevreli Durumları

Eşevreli durumlar kuadratürlerin örneğin Δn ve $\Delta\varphi$ belirsizliklerinin eşit büyüklükte olduğu durumlara karşılık gelmektedir. Eşevreli durumlar faz-stabilize edilmiş herhangi bir lazer tarafından üretilebildikleri için birçok kuantum optiği deneyinin teorik betimlenmesinde kullanılan temel araçlardır.

Eşevreli durumlar fazın tamamen rastgele olduğu sayı durumundan daha hassas tanımlanmış faza ve iyi tanımlanmamış foton sayısına sahip olan durumlardır. Genlik ve fazdaki belirsizliğin çarpımındaki belirsizlik, eşevreli durumlar için belirsizlik ilkesinin izin verdiği derecede minimumdur. Bu açıdan eşevreli durumlar ışığın klasik durumuna en yakın olan kuantum durumları olarak düşünülebilir. Eşevreli durumlar üniter öteleme operatörü ile kolaylıkla üretilebilirler. [7]

Öteleme operatörü denklem 1.4 ile verilmektedir.

$$\hat{D}(\alpha) = \exp(\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}) \quad (1.4)$$



Şekil 1.2. Vakum durumundan öteleme operatörü ile türetilen eşevreli durum.

Eşevreli durum $|\alpha\rangle$ vakum durumuna etki eden öteleme operatörü ile türetilir. Bu işlem Şekil 1.2 deki gibi görselleştirilebilir. [5]

Işık alanının genliği ve fazı kuadratür diyagramında polar koordinatlarla temsil edilmektedir.

$$|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha)|0\rangle \quad (1.5)$$

Eşevreli durumlar yaratma operatörü $\hat{a}$ 'nın öz durumlarıdır. Denklem 1.6 gibi gösterilebilir.

$$\hat{D}^\dagger(\alpha)\hat{a}|\alpha\rangle = \hat{D}^\dagger(\alpha)\hat{a}\hat{D}(\alpha)|0\rangle = (\hat{a} + \alpha)|0\rangle = \alpha|0\rangle \quad (1.6)$$

Her iki tarafı $\hat{D}(\alpha)$ ile çarparsak aşağıdaki özdeğer eşitliğine ulaşırız.

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle \quad (1.7)$$

Aynı zamanda bu $|\alpha\rangle$ durum vektörü belirli bir sabitle çarpılmış durumların toplamı olarak yazılabilmektedir.

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle \quad (1.8)$$

(1.7) ve (1.8) denklemlerinin birleştirilmesiyle

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sqrt{n} |n-1\rangle = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle \quad (1.9)$$

eşitliğine ulaşılır. (1.9) denkleminde katsayılar arasındaki yineleme bağıntısı olan

$$C_n \sqrt{n} = \alpha C_{n-1} \quad (1.10)$$

ifadesi elde edilir. Bu eşitlik yardımıyla C_0 taban durumunun katsayısı olmak üzere

$$C_n = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} C_0 \quad (1.11)$$

ve $|\alpha\rangle$ öz durumu da

$$|\alpha\rangle = C_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (1.12)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu noktadan sonra normalizasyon kat sayısının bulunması oldukça kolaydır.

$$1 = \langle \alpha | \alpha \rangle = |C_0|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\alpha^{*n} \alpha^m}{\sqrt{n!} \sqrt{m!}} \langle n | m \rangle = |C_0|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} = |C_0|^2 e^{|\alpha|^2} \quad (1.13)$$

Artık genel bir $|\alpha\rangle$ durumu için iyi tanımlanmış normalize edilebilir denklemi elde etmiş bulunuyoruz.

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (1.14)$$

Bu eşitlik eşevreli durumu sayı durumu ile tanımlamaktadır. Yaratma ve yok etme operatörleri kullanılarak

$$\langle \alpha | \hat{n} | \alpha \rangle = \langle \alpha | a^\dagger \hat{a} | \alpha \rangle = |\alpha|^2 \quad (1.15)$$

olarak bulunur. $|\alpha|^2$ ortalama foton sayıdır. Eşevreli durumun kullanışlı bir özelliği operatörlerin çok karmaşık fonksiyonlar için beklenen değerlerinin bulunması oldukça kolaydır. Ayrıca rastgele eşevreli durumlar birbirleriyle orthogonal değildir. Bu $|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$ iki durumun skaler çarpımından gözlemlenebilir. İki eşevreli durumun skaler çarpımı denklem 1.16 deki gibidir.

$$\langle\beta|\alpha\rangle = \langle 0|\hat{D}^\dagger(\beta)\hat{D}(\alpha)|0\rangle \quad (1.16)$$

Denklem 1.16'yı kullanarak

$$\langle\beta|\alpha\rangle = \exp\left[-\frac{1}{2}(|\alpha|^2 + |\beta|^2) + \alpha\beta^*\right] \quad (1.17)$$

skaler çarpım 1.17 deki şekliyle de yazılabilir bu sebeple eşevreli durumlar ortogonal değildirler ve tamlik üstü olarak tanımlanırlar. Tamlik ilişkisi eşevreli bazlar için

$$\frac{1}{\pi} \int |\alpha\rangle \langle\alpha| d^2\alpha = 1 \quad (1.18)$$

olarak yazılır.

Eşevreli durumlar fiziksel öneme sahiptir. Eşik değerinin üzerinde yüksek stabilize edilmiş lazer kullanımıyla elde edilen alan eşevreli bir durumdur. Lazer fiziğinde ve lineer olmayan optik problemlerinde optik alanı genişletmek için yararlı bir temel oluştururlar. [7]

1.4 Işığın Sıkıştırılmış Durumları

Bir önceki bölümde eşevreli durumların en az belirsizliğe sahip durumlar olduğundan bahsetmiştik. Ancak minimum belirsizliğe sahip tek durum eşevreli durumlar değildir. Bu aşamada sıkıştırılmış durumlardan bahsetmek gerekmektedir. Şekil 1.1. de bir fazör diyagramı tanıtmıştık. Bu fazör diyagramında eşevreli durumlar disk ile temsil edilmişti. Burada disk ile tanımlanması dalgalanmanın tüm yönlerde eşit, diskin alanı sabit ve A kadar olduğunu göstermektedir. Şekil 1.1. ve Heisenberg belirsizlik ilkesinden herhangi bir kuantum durumunun A dan büyük yada A ya eşit alana sahip bir diskle temsil edilebileceği sonucuna varılır. Ancak kuantum mekaniği

diskin şeklinin nasıl olacağı ile ilgili bir sınırlama getirmemektedir. [2] Buradan yola çıkarak sıkıştırılmış durumlar olarak adlandırılan durumlar türetilebilmektedir.

Sıkıştırılmış durumlar minimum belirsizliğe sahip durumların genel bir sınıfını temsil etmektedir. Sıkıştırılmış bir durumda çoğunlukla bir kuadratürdeki gürültü eş evreli durumdakine göre daha düşüktür. Ancak bunun karşılığında Heissenberg belirsizlik ilkesi gereği diğer kuadratürdeki gürültü eş evreli duruma göre daha fazla olmaktadır. Tekrar Şekil 1.1 dönecek olursak sıkıştırılmış durumların adının nereden geldiği ve özellikleri daha iyi anlaşılır. Daha önce bahsedildiği gibi eş evreli durumlarda her iki kuadratürdeki belirsizlik eşittir. Ancak Δn deki belirsizlik arttırılır buna karşılık $\Delta \varphi$ belirsizliği azaltılırsa eşevreli durumu temsil eden disk sıkışarak bir elipse dönüştüğünü görürüz. Böylece belirsizlik ilkesi ihlal edilmeden $\Delta \varphi$ 'nin eş evreli duruma göre daha hassas ölçülmesi sağlanabilir.

Sıkıştırılmış durumlar vakum durumuna etki eden bir sıkıştırma operatörü ile matematiksel olarak elde edilir. Bu operatör denklem 1.19' da verilmektedir. [7]

$$\hat{S}(\xi) = \exp \left[\frac{1}{2} (\xi^* \hat{a}^2 - \xi \hat{a}^{\dagger 2}) \right] \quad (1.19)$$

Burada $\xi = r e^{i\theta}$ sıkıştırma parametresi olarak adlandırılır. Sıkıştırma operatörü aşağıdaki bağıntıları sağlamaktadır.

$$\hat{S}^\dagger(\xi) = \hat{S}^{-1}(\xi) = \hat{S}(\xi) \quad (1.20)$$

$$\hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a} \hat{S}(\xi) = \hat{a} \cosh(r) - \hat{a}^\dagger e^{i\theta} \sinh(r) \quad (1.21)$$

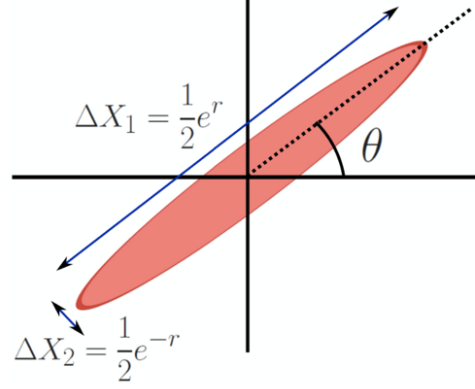
$$\hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}^\dagger \hat{S}(\xi) = \hat{a}^\dagger \cosh(r) - \hat{a} e^{-i\theta} \sinh(r) \quad (1.22)$$

Sıkıştırma operatörü vakum durumuna uygulanırsa

$$\hat{S}(\xi)|0\rangle \equiv |\xi\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh(r)}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{(2n)!}}{2^n n!} e^{in\theta} [\tanh(r)]^n |2n\rangle \quad (1.23)$$

1.23 denklemini elde edilir. Burada görüldüğü gibi sıkıştırılmış vakum durumları sadece çift sayıda foton içermektedir. Şekil 1.3 Kuadratür uzayında sıkıştırılmış vakum durumudur. [8] Bu diyagram belirli bir r ve θ ' a sahip sıkıştırma operatörünün sıkıştırılmış vakum durumuna nasıl etki ettiğini gösterir. Dairesel vakum durumu ana

ekseni θ kadar dönmüş bir elipse dönüşmüştür. Sıradan vakum durumlarının aksine sıkıştırılmış vakum durumları belirli bir faza sahiptir. Kuadratürlerdeki belirsizlik ise göreceli olarak e^r ve e^{-r} ile orantılı değişmiştir.



Şekil 1.3. Kuadratür uzayında sıkıştırılmış vakum durumu diyagramı.

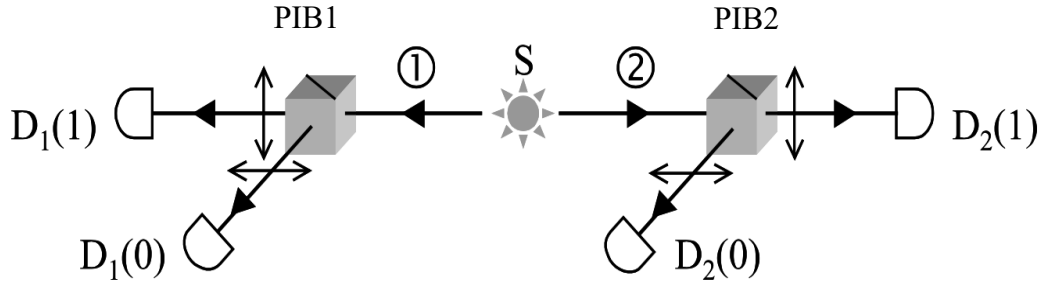
Işığın sıkıştırılmış durumları ölçümlerin hassaslığını arttırmada kullanılabilir. Örneğin faz sıkıştırılmış ışık girişimölçer deneylerindeki (kütle çekim dalgalarının algılanması) fazın belirlenmesini artırırken genlik sıkıştırılmış ışık çok zayıf spektroskopik sinyallerin okunmasını geliştirmektedir. [9]

1.5 Işığın Dolanık Durumları

Dolanıklık kuantum dünyasının en ilginç konularından biridir. Bu kavram iki ünlü makalede ilk olarak karşımıza çıkmaktadır. Bunlardan biri 1935 de Einstein, Podolsky ve Rosen'ın yayınladığı bir radyoaktif kaynağın bozunmasıyla şekillenen dolanık iki parçacık sisteminin özellikleri üzerine olan EPR[10] makalesi diğeri ise ondan kısa süre sonra yayınlanan Schrödinger'in dolanıklık terimini ortaya attığı ünlü kedi paradoksu makalesidir.[11]

David Bohm'un 1951 de ortaya attığı EPRB (Einstein, Podolsky, Rosen, Bohm) [12] deneyini incelemekle başlarsak (Şekil 1.4) S kaynağından yayınlanan foton çifti PIB1 (Polarize ışın bölücü) ve PIB2 ye ulaşır ve fotonların polarizasyon durumları

dedektörler yardımıyla belirlenir. Burada dikey polarizasyon ($|\uparrow\rangle$) $|1\rangle$ ile , yatay polarizasyon ($|\leftrightarrow\rangle$) $|0\rangle$ ile temsil edilir. [13]



Şekil 1.4. EPRB Deneyi Düzenegi

Deneydeki incelik kullanılan kaynağın ilişkili foton çiftleri ürettiğini varsaymaktır. İlişkili foton çiftleri aşağıdaki özellikleri taşır.

1. Kaynaktan çıkan foton 1 yada 2 nin polarizasyonları bağımsız olarak rastgele ölçülür.
2. Foton çiftinin polarizasyonları mükemmel ilişkili ise; $D_1(0)$ 'dan sinyal alındığında $D_2(0)$ 'dan, $D_1(1)$ 'den sinyal alındığında $D_2(1)$ 'den sinyal alınır. Bunlara alternatif olarak $D_1(0)$ 'dan sinyal alındığında $D_2(1)$ 'den ya da $D_1(1)$ 'den sinyal alındığında $D_2(0)$ 'dan sinyal alınabilir.

Çok parçacıklı bir sistemin dalga fonksiyonu tek tek parçacıkların dalga fonksiyonlarının çarpımı olarak yazılamıyorsa çok parçacıklı sistem dolanık durum olarak adlandırılır. Yukarıdaki foton çiftlerinin dalga fonksiyonu yazılırsa bunun dolanık bir duruma karşılık geldiği açıkça görülebilir. Eğer kaynaktan çıkan fotonların polarizasyonları mükemmel pozitif korelasyona sahipse sistemin dalga fonksiyonu

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_1 0_2\rangle + |1_1 1_2\rangle) \quad (1.24)$$

eğer mükemmel negatif korelasyona sahipse sistemin dalga fonksiyonu

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_1 1_2\rangle + |1_1 0_2\rangle) \quad (1.25)$$

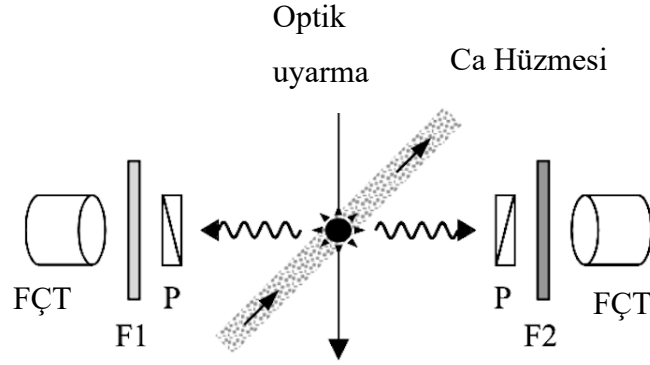
şeklinde yazılır.

Bu denklemlerden (denklemler aynı zamanda Bell durumları olarak adlandırılır) bir fotonun polarizasyon durumu üzerinde yapılan ölçüm direkt olarak diğer fotonun polarizasyonun ölçümünün sonucunu belirlemektedir. Denklem 1.24 deki dalga fonksiyonu ile gözlemlenecek sonuçlar %50 olasılıkla (0,0) yada (1,1) dir. Benzer şekilde denklem 1.25 den de %50 ihtimalle (1,0) yada (0,1) ölçümü gözlemlenir. Ancak her durumda da bir foton üzerinde yapılan ölçüm diğer fotonun ölçüm sonucunu %100 kesinlikle belirlememize izin verir.

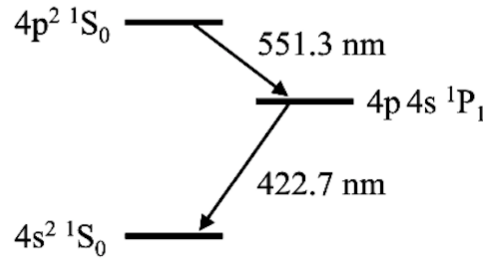
Kuantum dolanıklığı burada anlatıldığı gibi sadece iki fotonun dolanıklığı ile sınırlı değildir. İki'den fazla parçacığın momentum yada spin durumlarının dolanık olduğu sistemler oluşturulabilmektedir. Ancak konunun temelini anlamak ve basitlik için bu örnekler üzerinde durulmamıştır.

1.5.1 Dolanık foton çiftleri nasıl elde edilir?

Dolanık durumlar hakkında yapılan ilk deneylerin çoğunda kalsiyum atomunun enerji seviyeleri kullanılarak ilişkili foton çiftleri üretilmiştir. Şekil 1.5 ve 1.6 yapılan deneyin şemasını göstermektedir. Bu deneyde kalsiyum atomunun uyarılmış enerji seviyesi $4p^2 \ ^1S_0$ dan yayımlanan fotonları yakalayacak iki adet dedektörden oluşmaktadır. Şekil 1.6 de enerji seviyeleri arası geçişin şeması verilmiştir. Şekil 1.5 de foto çoğaltıcı tüpün (FÇT) önünde bulunan F1 ve F2 filtreleri yardımıyla alternatif geçişlerde üretilebilecek diğer dalga boylarındaki fotonların dedekte edilmesinden kaçınılmış olur. Yapılan ilk deney Kocher ve Commins tarafından 1967 de gerçekleştirilmiştir.[14]



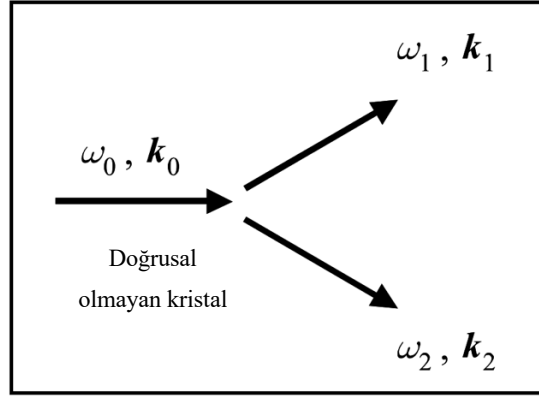
Şekil 1.5.Kalsiyumda atomik geçiş ile ilişkili foton çifti üretimi. İki doğrusal polarizör (P) ve foto-çoğaltıcı tüp (FÇT) dedektörleri kullanan deneysel düzenleme



Şekil 1.6. Kalsiyumda Atomik Seviye Şeması.

Kalsiyum atomunun bu geçişi için ilk ve son enerji seviyelerinin açısal momentumları birbirine eşit ve $J=0$ dır. Bu nedenle çıkan foton çiftlerinin de toplam açısal momentumu sıfır olmalıdır. Ek olarak ilk ve son enerji seviyeleri aynı pariteye sahiptir. Bu özellikler nedeniyle kalsiyum atomunun bu enerji seviyeleri arasındaki geçişler sonucunda üretilen foton çiftleri EPRB deneyi için gerekli olan polarizasyon korelasyon özelliklerine sahiptirler.

80 li ve 90 lı yıllarda lineer olmayan optik yöntemler ile birlikte yüksek akı oranına sahip korale foton kaynakları geliştirilmiştir. Şekil 1.7 de aşağı dönüştürme (Down Conversion) yoluyla tek foton ω_0 açısal frekansına sahip tek bir fotonun nasıl ω_1 ve ω_2 açısal frekansına sahip iki fotona dönüştüğü şematik olarak gösterilmektedir. Enerjinin ve momentumun korunumu gereği aşağıdaki eşitlikler sağlanmalıdır.



Şekil 1.7. Doğrusal olmayan kristal içindeki aşağı dönüştürme işleminin şematik temsili

Yukarıdaki şekilde ω_0 açısal frekansına sahip tek foton ω_1 ve ω_2 açısal frekanslarına sahip foton çiftini üretir.

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2 \quad (1.26)$$

$$k_0 = k_1 + k_2 \quad (1.27)$$

k_i kristaldeki fotonun dalga vektörüdür. Bu koşullardan ikincisi, doğrusal olmayan dalgaların ve gelen ışının tümünün doğrusal olmayan ortam boyunca aynı fazda kalmasını gerektirmeye eşdeğerdir. Bu nedenle eşitlik 1.26 ve 1.27 nin aynı anda sağlandığı durumlar faz uyumlu durumlardır. Aşağı dönüştürme işlemi $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0/2$ olduğunda dejenere, değilse dejenere olmayan olarak adlandırılır.

İlk bakışta, faz eşleştirmesi yapılabilen birçok frekans ve dalga vektörü kombinasyonu varmış gibi görünebilir. Ancak, doğrusal olmayan kristaldeki dispersiyon nedeniyle durum böyle değildir. Dispersiyon, tüm optik materyallerin genel bir özelliğidir ve kırılma indisinin frekansla değişimini ifade eder. Bu, üç farklı frekanstaki kırılma indislerinin genel olarak farklı olduğu ve normal koşullar altında faz eşleştirme koşullarının karşılanmasını imkansız hale getirdiği anlamına gelir. Neyse ki, doğrusal olmayan kristaller de çift kırıcıdır, bu da kırılma indisinin kristal eksenlere göre ışığın polarizasyon yönüne bağlı olduğu anlamına gelir. Bu, çift

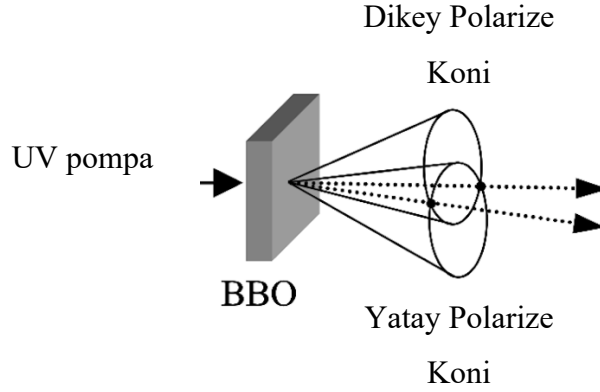
kırılmayı dispersiyona karşı dengelememize ve iki farklı tipte faz eşlemesi elde etmemize olanak tanır. Tip-I faz eşleşmesinde, aşağı dönüştürülmüş fotonların polarizasyonları birbirine paralel ve pompa fotonuna ortogonal iken, tip-II faz eşleşmesinde aşağı dönüştürülmüş fotonlar ortogonal polarizasyonlara sahiptir.

Şekil 1.8 tip-II faz eşleştirmesi ile dejenere aşağı dönüştürme yoluyla dolanık foton çiftlerinin oluşumunu gösterilmektedir. Tekniğin prensibi 1.8 da verilmiştir. Pompalanmış lazerden gelen ultraviyole fotonlar bir β -baryum borat (BBO) kristaline odaklanır ve gelen fotonun frekansının yarı frekansına sahip iki kırmızı fotona dönüştür. Faz eşleştirme şartları gereği, aşağı dönüştürülmüş fotonlar, Şekil 1.9 'da gösterildiği gibi, iki adet kesişim noktası olan halka deseni oluşturacak şekilde, zıt polarizasyona sahip koni biçiminde açığa çıkarlar.[15]

Denklem 1.27 kesişim noktalarından birinde dikey polarizasyona sahip bir foton bulursak, diğer kesişme noktasındaki fotonun yatay polarizasyona sahip olması gerektiğini veya bunun tersi olacağını söyler. Ancak, her kesişme noktasındaki foton, iki zıt polarize halkadan birinden kaynaklanmış olabilir ve bu nedenle, eşit olasılıkla yatay veya dikey polarizasyona sahip olabilir. Bu fotonların durum denklemi 1.28'deki gibidir. Bu denklemde ϕ optik fazı temsil etmektedir.

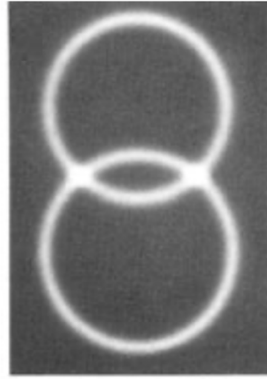
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow_1 \uparrow_2\rangle + e^{i\phi} |\uparrow_1 \leftrightarrow_2\rangle) \quad (1.28)$$

ϕ 'nin 0 dan π 'ye ayarlanmasıyla denklem 1.24 ve 1.25'deki Bell durumları elde edilebilir.



Şekil 1.8. Tip-II faz uyumu ile dejenere aşağı dönüştürülme ile polarize dolanık foton çiftlerinin oluşturulması.

Şekil 1.8 de bir ultraviyole pompası lazer ve bir BBO kristali kullanan deneysel şema gösterilmiştir. Faz eşleştirme koşulları, ışınların zıt polarizasyon konilerinde ortaya çıkmasını gerektirir. Şekil 1.9 da iki dolanık foton, halkaların kesişme noktalarına karşılık gelir.



Şekil 1.9. Dar bantlı filtreden tip II dejenere aşağı dönüştürülmüş fotonlar.

Kuantum metrolojisinin ana vaadi fazdaki belirsizliği azaltmaktır. 2000 li yıllarda yapılan bir çok kuantum metrolojisi uygulaması bu motivasyon ile yapılmıştır.[16][17][18] Girişimölçer uygulamaları da bu belirsizliği azaltmada büyük rol oynamıştır.[19] Bu yüzden ikinci bölümün içeriğini girişimölçerler ve ışığın kuantum durumlarının girişimölçerlerde kaynak olarak kullanılarak fazdaki belirsizliğin nasıl azaltılacağı oluşturacaktır.

2. OPTİK GİRİŞİMÖLÇERLER

1887'de Albert Michelson ve Edward Morley, ışığın hızını doğru bir şekilde ölçmek için optik bir girişimölçerin hassas kullanımına öncülük ettiler ve eter ortamının (ışık dalgalarının yayıldığı ortam olduğu düşünülüyordu) varlığını çürüttüler [20]. Bu olay Einstein'ın başlattığı görelilik devriminin önünü açtı [21]. Bu deneyden 129 yıl sonra yine temelde büyük ölçekli bir Michelson Girişimölçeri (MG) olan LIGO (The Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory-Laser Interferometre Kütle Çekim-Dalgası Rasathanesi) ile elde edilen ölçümler sonucunda genel görelilik teorisinin ön gördüğü kütle çekim dalgalarının varlığı doğrulanarak [22], girişimölçerin fizik dünyası için ne kadar önemli bir deney düzeneği olduğu bir kez daha gösterildi.

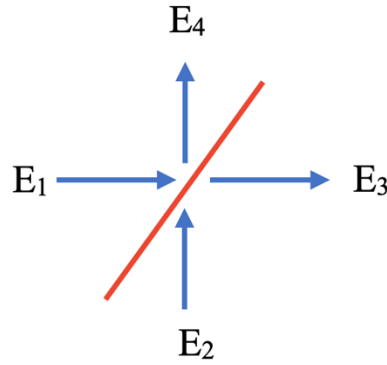
Bütün girişimölçerler temelde aynı prensip ile çalışırlar. Aralarında faz farkı olan iki ışık demeti bir girişim deseni oluşturur bu girişim deseninin incelenmesiyle de bir fiziksel nicelik ölçülür. Çoğu girişimölçer için faz farkını oluşturan değişken iki ışık demeti arasındaki yol farkıdır. Bu yol farkının oluşmasına neden olan fiziksel nicelik ise değişkenlik gösterir. Örneğin; LIGO da oluşan yol farkı kütle çekim dalgalarının uzay zaman dokusunu bükmesinden kaynaklanmaktadır. [23]

Her ne kadar girişimölçerler fizik için vazgeçilmez ölçüm araçları olsa da onların işleyiş mekanizmasını tam olarak anlamadan yukarıda verilen sonuçlardan hiç birine ulaşılması mümkün değildir. Bu da bizi ışığın klasik ve kuantum davranışı arasındaki önemli yol ayrımına getirmektedir. Işığın kuantum doğası bilinmeseydi LIGO'nun işlevsel olarak tasarlanması mümkün olamazdı. Dolayısıyla bu bölümün içeriğini girişimölçerlerin klasik ve kuantum yaklaşımlar ile ele alınması oluşturacaktır.

2.1 Işın Bölücü

Girişimölçerlerde kullanımıyla karşımıza çıkan ışın bölücüler üzerine düşen ışığın ikiye ayrılmasını sağlayan optik araçlardır. Örneğin yarı geçirgen bir aynaya düşen ışığın bir kısmı yansırken bir kısmı aynanın arka tarafına geçmektedir. Böylece yarı geçirgen malzemeler en basit ışın bölücüler olarak düşünülebilir. Genellikle bir

ışın bölücünün iki adet giriş portu ve iki adet çıkış portu bulunmaktadır. Teorik analizlerinin kolaylığı bakımından verilen örneklerde genellikle 50:50 ışın bölücüler tercih edilmektedir. Bu ışın bölücüler giriş portlarından birine ulaşan ışığın gücünün yarısını bir çıkış portundan diğer yarısını öteki çıkış portundan verecek şekilde çalışırlar. Aynı zamanda bu ışın bölücülerde yansıyan ışın için π kadarlık faz farkı elde edilirken geçen ışın için elde edilen faz farkı 0 a eşittir. [24]



Şekil 2.1 Işın Bölücü Diyagramı

Kuantum Işığ Teorisi'nde Loudon tarafından sunulan analiz tarzında , herhangi bir kaybı olmayan bir ışın bölücü Şekil 2.1 deki gibidir.[25] E_1 ve E_2 elektrik alanları sırasıyla 1 ve 2 giriş portlarını girer. $E_3 \rightarrow T_{31}E_1 + R_{32}E_2$ olarak gelişir, burada T, R ışın ayırıcı için iletim ve yansıma katsayılarıdır. $|T|^2$ iletilenin yoğunluğudur. Benzer şekilde $E_4 \rightarrow R_{41}E_1 + T_{42}E_2$ olarak gelişir. Bu durumda ışın bölücü dönüşüm matrisi:

$$\begin{pmatrix} E_3 \\ E_4 \end{pmatrix} = \overset{B}{\begin{pmatrix} T_{31} & R_{32} \\ R_{41} & T_{42} \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Işın bölücü matrisi B'nin kayıpsız olduğunu varsayalım. Bir ışın bölücü asla kayıpsız olamaz fakat bir çok uygulama için iyi bir yaklaşımdır.(Kayıpsız bir ışın bölücü için B dönüşüm matrisi üniterdir. Bu da B matrisi için $B^{-1}B=B^{\dagger}B=1 \Rightarrow B^{-1}=B^{\dagger}$ anlamına gelmektedir.)

Enerji korunumdan yola çıkarak :

$$|E_3|^2 + |E_4|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 \quad (2.2)$$

Eğer denklem (2.3), (2.4) ve (2.5) sağlanırsa tüm E_1 ve E_2 giriş alanları için (2.2) denklemi geçerlidir.

$$|R_{31}|^2 + |T_{41}|^2 = 1 = |T_{32}|^2 + |R_{42}|^2 \quad (2.3)$$

$$R_{31}T_{32}^* + T_{41}R_{42}^* = 0 \quad (2.4)$$

$$R_{31}^*T_{32} + T_{41}^*R_{42} = 0 \quad (2.5)$$

R ve T katsayıları genlik ve faz faktörlerine ayrılarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$R_{31} = |R_{31}|e^{i\phi_{31}} \quad (2.6)$$

$$R_{42} = |R_{42}|e^{i\phi_{42}} \quad (2.7)$$

$$T_{32} = |T_{32}|e^{i\phi_{32}} \quad (2.8)$$

$$T_{41} = |T_{41}|e^{i\phi_{41}} \quad (2.9)$$

Denklem (2.4) ve (2.5) de (2.6), (2.7), (2.8), (2.9) denklemleri yerine konularak (2.10) elde edilir.

$$\begin{aligned} & |R_{31}|e^{i\phi_{31}} |T_{32}|e^{-i\phi_{32}} + |T_{41}|e^{i\phi_{41}} |R_{42}|e^{-i\phi_{42}} = 0 \\ & |R_{31}| |T_{32}|e^{i(\phi_{31}-\phi_{32})} = -|T_{41}||R_{42}|e^{i(\phi_{41}-\phi_{42})} \\ & |R_{31}| |T_{32}|e^{i(\phi_{31}+\phi_{42}-\phi_{32}-\phi_{41})} = |T_{41}||R_{42}| \end{aligned} \quad (2.10)$$

(2.10) denkleminin sanal kısımları eşitlenirse ;

$$|R_{31}| |T_{32}| \sin(\phi_{31} + \phi_{42} - \phi_{32} - \phi_{41}) = 0 \quad (2.11)$$

$$\Rightarrow \sin(\phi_{31} + \phi_{42} - \phi_{32} - \phi_{41}) = -\pi, 0, \pi$$

$$\cos(\phi_{31} + \phi_{42} - \phi_{32} - \phi_{41}) = \pm 1 \Rightarrow \phi_{31} + \phi_{42} - \phi_{32} - \phi_{41} = \pm \pi \quad (2.12)$$

faz açıları arasındaki ilişki ve 2.10 denkleminin gerçel kısımları eşitlenirse ;

$$|R_{31}| |T_{32}| > 0 \quad (2.13)$$

$$|T_{41}| |R_{42}| > 0 \quad (2.14)$$

$$\text{Cos}(\phi_{31} + \phi_{42} - \phi_{32} - \phi_{41}) < 0 \quad (2.15)$$

genlikler arasındaki ilişki (2.16) denklemindeki gibi elde edilir.

$$\frac{|R_{31}|}{|T_{41}|} = \frac{|R_{42}|}{|T_{32}|} \quad (2.16)$$

(2.3) denklemindeki yansıma ve geçme katsayıları kendi aralarında birbirine eşit olmalıdır.

$$|R_{31}| = |R_{42}| \equiv |R| \quad (2.17)$$

$$|T_{32}| = |T_{41}| \equiv |T| \quad (2.18)$$

(2.12), (2.17) ve (2.18) denklemleri ışın bölücünün yansıma ve geçme katsayılarının genel sınırlarını vermektedir Bu sınırlamalar ışın bölücü matrisinin üniterliğini garanti altına almaktadır. Bu nedenle giriş ve çıkış alanları arasındaki ilişki (2.1)'in tersi şeklinde ifade edilir.

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{31}^* & R_{41}^* \\ R_{32}^* & T_{42}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_3 \\ E_4 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Işın bölücü matrisinin üniter olmasının sebebi tamamen giriş ve çıkış kolları arasındaki enerji korunumunun bir sonucudur. [26]

Işın bölücü matrisinin genel yapısı bazen yansıma ve geçme katsayıları için yapılan bazı kabuller yoluyla daha da basitleştirilebilir. Katsayılar gerçel olarak kabul edilebildiği için $\phi_{31} = \phi_{32} = \phi_{41} = 0$ ve $\phi_{42} = \pi$ faz açıları bu şekilde olduğunda

$$R_{31} = -R_{42} = |R| \text{ ve } T_{32} = T_{41} = |T| \quad (2.20)$$

katsayılar (2.20) deki gibi yazılabilir.

Alternatif olarak katsayılar simetrik alındığında $\phi_{31} = \phi_{42} = \phi_R$ ve $\phi_{32} = \phi_{41} = \phi_T$ olduğu zaman

$$R_{31} = R_{42} \equiv R = |R|e^{i\phi_R}, T_{32} = T_{41} \equiv T = |T|e^{i\phi_T} \quad (2.21)$$

Denklem (2.3), (2.4) ve (2.5) bu durumda (2.22) ye indirgenir.

$$|R|^2 + |T|^2 = 1, RT^* + R^*T = 0 \text{ ya da } \phi_R - \phi_T = \pm \frac{\pi}{2} \quad (2.22)$$

Ek olarak bazı durumlarda 50:50 ışın bölücü için yansıma ve geçme katsayılarının eşit büyüklükte olduğu kabul edilir.

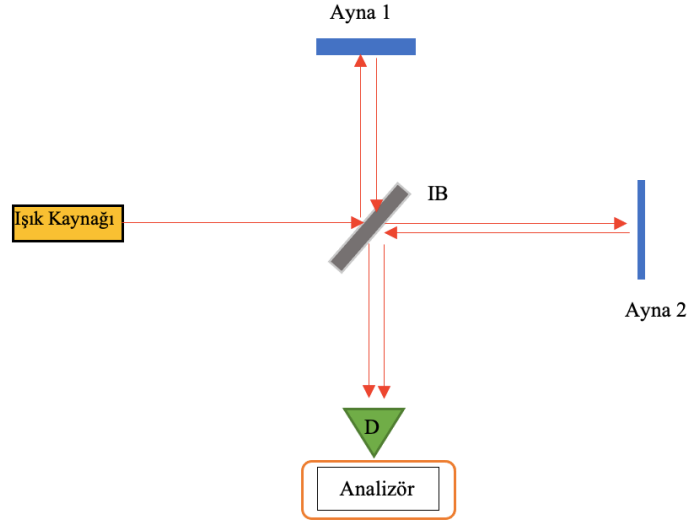
$$R = T = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ve } \phi_R - \phi_T = \frac{\pi}{2} \quad (2.23)$$

Son olarak denklem (2.4) ve (2.5) de (2.6), (2.7), (2.8), (2.9) denklemleri yerine konular ve üstel terimler Euler eşitliğinden yararlanılarak sin ve cos fonksiyonları cinsinden ifade edilirse (2.4) ve (2.5) denklemleri $\phi = \pi/2$ olduğunda $2TR \cos \phi = 0$ şeklinde yazılabilir. Bu durumda 50:50 ışın bölücü matrisi (2.24)'deki gibi verilir.[27]

$$B = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

2.2 Michelson Girişimölçeri

1851'de Fransız fizikçi Hippolyte Fizeau, iki ışık demetinin hareketli suda yayıldığı bir girişim deneyi gerçekleştirdi. Su akışına karşı hareket eden ışığın, akışla hareket eden ışığa göre daha düşük bir hızla yayıldığını ölçtü [28] Bu deney Albert Michelson'ın Eter'in varlığını tespit etme fikri için bir ilham kaynağı oldu. İhtiyacı olan şey hassas bir girişimölçerdi ve tasarladığı araç bu gün Michelson Girişimölçeri olarak bilinmektedir.[20] Bu cihaz ışığı alır, kısmen sırlanmış aynada ışını ikiye böler. İletilen ışık onu yansıtan aynaya (tamamen sırlanmış) gelmeden önce biraz mesafe kaydeder, bu durum yansıyan ışın içinde geçerlidir. Başlangıçta yansıyan ışının iletilen kısmı ile başlangıçta iletilen ışığın yansıyan kısmı üst üste gelecek biçimde aynalar ve ışın bölücüler dikkatlice ayarlanmıştır. İki kez iletilen ışık iki kez yansıyan ışıkla birlikte dışarı çıkar . Bu düzenek şekil 2.2 de verilmiştir.

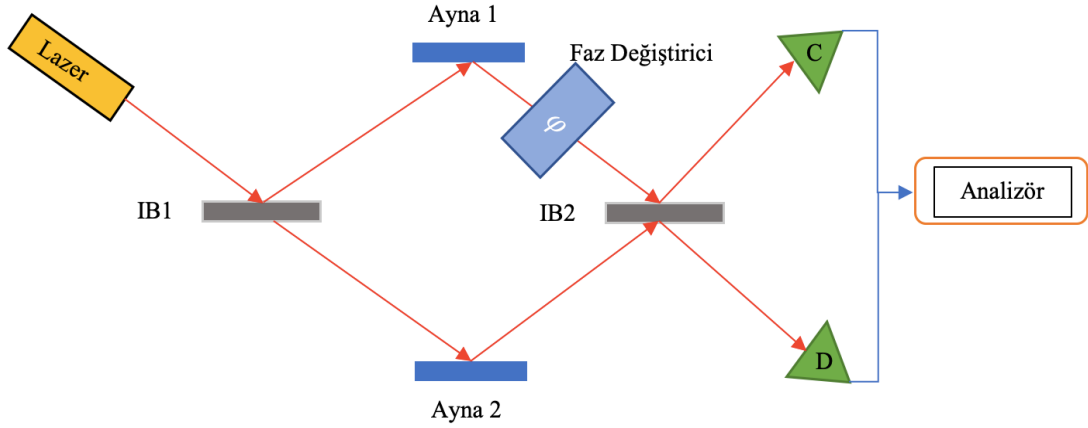


Şekil 2.2. Michelson Girişimölçeri

Analizörde dedektasyon dışarı çıkan ışın üzerinden yapılır. Girişim desenini gözlemlemek için Michelson basit bir göz merceği kullanmıştır. Michelson'ın bu deneydeki planı girişimölçeri belirli açılarda döndürerek, girişim ölçerin kollarında hareket eden ışınlardan birinin eter rüzgarına karşı hareket ederken diğerinin eter rüzgarıyla dik hareket etmesini saptamaktır. İlk denemesinde başarısız olan Michelson bunun sebebini kullandığı cihazın hassasiyetinin teorik olarak beklenen sonuçları karşılamakta yetersiz olmasına bağladı. Edward Morley ile birlikte 1887 de daha büyük ve hassasiyeti yüksek bir girişimölçer inşa ettiler. Ancak tüm bu çabalarına rağmen eterin varlığına dair herhangi bir kanıt gözlemleyemediler. Buna rağmen bu deney belki de fizik tarihindeki en ünlü başarısız deneydir. Fakat Michelson Girişimölçeri günümüzde girişimölçerler ile yapılan bir çok araştırmanın alt yapısını oluşturmaktadır.

2.3 Mach-Zehnder Girişimölçeri

1891-1892'de cihazın kullanımına öncülük eden Alman fizikçiler Ernst Mach ve Ludwig Zehnder'den adını alır.[29] Kuantum mekaniğinin optik girişimölçerlerdeki önemini anlamak için Şekil 2.3 de gösterilen Mach-Zehnder girişimölçerini (MZG) ele alalım. Mach Zehnder Girişimölçeri Michelson Girişimölçerinin (MG) açılmış hali olarak düşünölebilir. MG de ışık bir ışın bölücöden iki kere geçerken MZG de iki ışın bölücöden bir defa geçmektedir. Bu iki interferometre matematiksel olarak eşittir. MG i lazer kullanılan büyük deney düzenekleri için daha uygunken MZG teorik çalışmaları için tercih edilir. Fakat MZG de bulunan sonuçlar MG içinde geçerlidir.[2]



Şekil 2.3. Mach-Zehnder Girişimölçeri

Şekil 2.3 de göröldüğü gibi MZG iki IB, iki ayna, iki dedektör ve bir analizörden oluşmaktadır. Analizörün görevi dedektörlerden gelen veriyi işlemektir. Dedektörler ise ikinci IB den kendilerine ulaşan ışık ışınlarının şiddetini ölçerler. Standart yaklaşımda her iki ışın bölücü de 50:50'dir. Lazerden gelen ışın IB1 e ulaştığında ışığın %50 si geçer %50 si yansır. [30] IB1 den geçen ışın faz farkına uğramazken yansıyan ışın $\pi/2$ kadar faz farkına uğrar. Aynı durum aynadan yansıyan ışın için de geçerlidir. IB1 den yansıyan ve geçen ışınlar aynalarda yansıdıktan sonra IB2 yeniden birleşerek dedektörler tarafından algılanır. Dedektörlerin ölçtüğü ışık şiddeti I_C ve I_D olmak üzere analizörde alınan sonuç bunların farkıdır. ($I = I_D - I_C$) Bu da girişimölçerden alınan sinyal olarak isimlendirilir.

2.3.1 Mach-Zehnder girişimölçerinde klasik yaklaşım

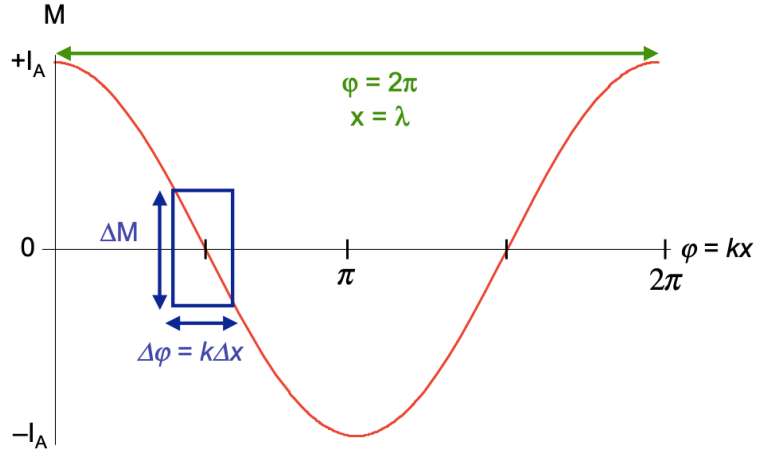
Girişimölçerde kollar arasında yol farkı (x) yok ise elimizde dengelenmiş bir girişimölçer vardır. Eğer faz farkı var ise bu $\varphi=kx$ ile tanımlanabilir. k burada dalga sayısıdır. ($k=2\pi/\lambda$) Lazerden gelen ışık şiddeti I_A olmak üzere algılanan ışık şiddetleri şu şekilde yazılabilir. [5]

$$I_C = I_A \sin^2(\varphi/2) = \frac{I_A}{2} (1 + \cos \varphi) \quad (2.25.a)$$

$$I_D = I_A \cos^2(\varphi/2) = \frac{I_A}{2} (1 - \cos \varphi) \quad (2.25.b)$$

$$M(\varphi) \equiv I_D - I_C = I_A \cos(\varphi) \quad (2.26)$$

2.25.a ve 2.25.b denklemlerinden enerjinin korunumu gözlenmektedir. Analizörde ışık şiddetleri farkı okunur. 2.26 denkleminin periyodik davranışı Şekil 2.4 deki grafikte de görülmektedir. Bu grafikten yola çıkılarak ve 2.26 denkleminde $\varphi/2=kx/2=2\pi x/\lambda$ dönüşümü yapılırsa $x/\lambda=0,1,2,3\dots$ için C dedektöründe de ışık şiddeti algılanmadığı, başka bir deyişle $I_C=0$ yani bu dedektörde yıkıcı bir girişim olduğu, D dedektöründe de maximum ışık şiddeti algılandığı, başka bir deyişle $I_D=I_A$ yani bu dedektörde yapıcı bir girişim olduğu, gözlemlenir. Girişimölçerdeki aynalardan biri ilk bulundukları konumlardan uzaklaştırılarak yol farklı elde edildiğinde C'de de ışık şiddeti okunmaya başlanır. Faz farkının $\varphi=\pi/2$ olduğu durumda dedektörlerde okunan ışık şiddetleri eşittir, dolayısıyla $M(\varphi) = 0$ 'dır. Ayna hareket ettirmeye devam edilirse önce C dedektöründen maksimum sinyal, alınır ardından tekrar C dedektöründen alınan sinyal 0 olur. Yol farkının dalga boyunun tam katına eşit olduğu durumlarda D dedektöründen sinyal alınırken C den sinyal alınmayacağı bilindiği için; ayna hareket ettirmeye başlandığında D den ilk defa maximum sinyal alındığında aynanın ışığın dalga boyu λ kadar hareket ettiği anlaşılır.



Şekil 2.4.Dedektörlerden okunan sinyal farkının faz açısına bağlı değişim grafiği

MZG'nin klasik yaklaşımının sonucunda MZG'nin kullanılan ışığın dalga boyu hassasiyetinde ölçüm yapabileceği görülmektedir. Ancak klasik yaklaşımın sonucunda elde edilen Şekil 2.4'deki grafiğin eğimi incelenirse ilginç bir sonuçla karşılaşılır. Bu grafiğin eğimi 2.27 denklemindeki gibidir.

$$\frac{\Delta M}{\Delta \varphi} = \frac{\partial M}{\partial \varphi} = I_A \sin(\varphi) \quad (2.27)$$

Bu denklem düzenlenirse

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta M}{\partial M / \partial \varphi} = \frac{\Delta M}{I_A \sin(\varphi)} \quad (2.28)$$

2.28 denkleminde ulaşılır. $\varphi = \pi/2$ şartı sağlandığında fark edileceği üzere 2.28 denkleminin 2.29 denkleminde indirgenir.

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta M}{I_A} \quad (2.29)$$

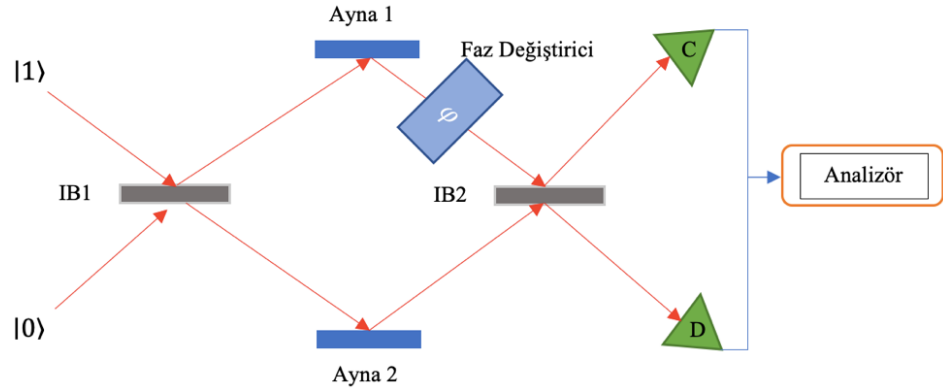
Şimdi I_A sadece bir sabit olduğundan, 2.29 denkleminde çıkarılacak anlam şudur. Eğer $\Delta M = 0$ olacak şekilde sonsuz hassasiyette bir ölçüm gerçekleştirilirse bu durumda $\Delta \varphi$ dolayısıyla Δx 'te sonsuz hassasiyetle ölçülebilir. Bu durumda MZG'nin klasik yaklaşımla ele alınması bize aynalar arasındaki yol farkının ölçüm hassasiyeti

için 0 ve λ olmak üzere iki farklı sonuç vermektedir. Bu noktada bilinmesi gereken şey ışığın kuantum doğası gereği $\Delta\varphi$ 'nin sonsuz hassasiyetle değil ancak standart kuantum limiti (SKL) sınırları içinde $1/\sqrt{N}$ hassasiyetle ölçülebileceğidir. Bu durum ilk bölümde açıklanmıştır.

2.3.2 Mach Zehnder girişimölçerinde tek foton girişi

Bu noktaya kadar Mach Zehnder Girişimölçerinde ışığın klasik davranışı içerisinde inceleme yaptık. Bu noktadan sonra giriş portunda tek fotonla başlayarak kuantum mekaniksel olarak incelemeye başlayacağız.

Giriş portunda $|01\rangle$ olan durum için MZG nin bir portuna tek foton durumu gönderilirken diğer portu vakum durumundadır. Bu durum Şekil 2.5 de temsil edilmiştir.



Şekil 2.5. Mach Zehnder Girişimölçerinde Tek Foton Durum Temsili

Giriş portundaki bu durum için ilk ışın bölücüden geçtikten sonraki durum hesaplanırsa $(i|10\rangle + |01\rangle)/\sqrt{2}$ olarak çıkar. Burada i yansıyan fotondan kazanılan fazla ilişkili sanal birimdir. Bu aynı zamanda dolanık NOON durumu temsil etmektedir. Foton her iki kolda da bulunabilir ancak gerçekte nerede olduğunu bilemeyiz.[31] Aynalardan yansıma sonrasında faz değiştirici sebebiyle üst taraftaki foton için $e^{i\varphi}$ teriminin eklenmesi gerekmektedir. İkinci ışın bölücüden geçtikten sonra dolanık durum için ışın bölücü dönüşümü yapıldığında aşağıdaki duruma evrilir.

$$|\psi_{giriş}\rangle = \frac{1}{2}(|01\rangle(1 - e^{i\varphi}) + i|10\rangle(1 + e^{i\varphi})) \quad (2.30)$$

Buradan da C ve D çıkışlarında foton dedekte etme olasılığı (2.31.a) ve (2.31.b) da verilmektedir.

$$P_C = |\langle 10 | \psi_{giriş} \rangle|^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos \varphi) \quad (2.31a)$$

$$P_D = |\langle 01 | \psi_{giriş} \rangle|^2 = \frac{1}{2}(1 + \cos \varphi) \quad (2.31b)$$

Bu olasılıklar klasik çözümdeki olasılıklarla aynıdır. Aslında görülmektedir ki tek fotonla da girişim elde edilebilmektedir. Bunun sebebi fotonun hangi yolu izlediğinin bilinmemesinden dolayı tek bir foton için gerçek durumun her iki yolun bir süperpozisyonu olmasıdır. Sonuç olarak N=1 için NOON durumu kullanıldığında standart kuantum limit ile Heisenberg limit birbirinin eşdeğeridir.

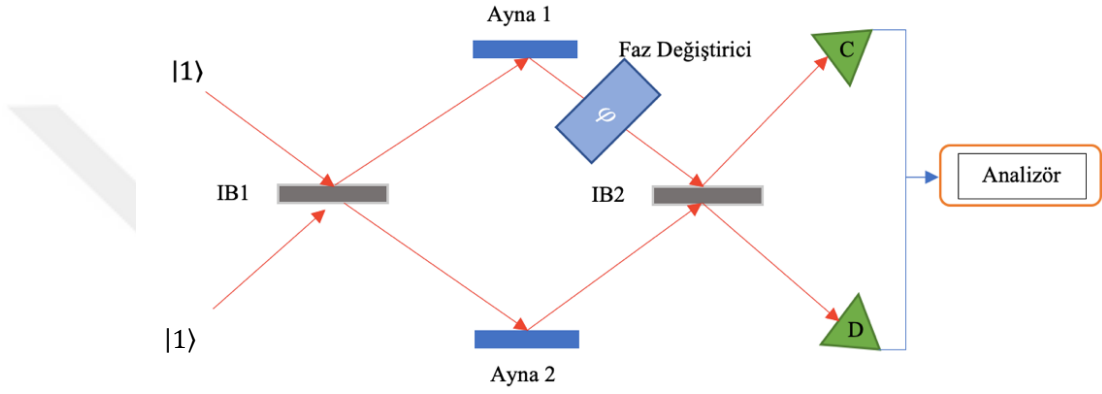
2.3.3 Hong Ou Mandel etkisi

Bu kısımda MZG de giriş portlarından ayrı ayrı tek fotonlar gönderilen durum analiz edilecektir. Bu durum 1987 ilk olarak Hong, Ou ve Mandel tarafından gösterilen, kuantum optiğinde iki fotonlu bir girişim etkisidir.[32] Etki her iki giriş portundan tek foton gönderilip ışın bölücüye (IB1) girdiğinde gerçekleşmektedir. Gönderilen fotonların fiziksel özellikleri bakımından özdeş olduğu göz önünde bulundurulduğunda; her iki fotonun ışın bölücüden geçtiği yada her ikisinin yansıdığı durumlar birbirinden ayırt edilemez. Ancak ışın bölücü yansıyan fotonları $\pi/2$ kadar faz farkına uğrattığından iki durumun olasılık genlikleri birbirini yok eder. Bu nedenle ışın bölücünün çıkışında denklem 2.33 de verilen durum elde edilir. Denklem 2.33 de verilen durum bir dolanık durumu temsil eder çünkü iki yolun kuantum durumları matematiksel ve kavramsal olarak birbirinden ayrılamaz.[33]

$$|1\rangle|1\rangle = \hat{a}_g^\dagger \hat{b}_g^\dagger |00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_\varsigma^\dagger + i\hat{b}_\varsigma^\dagger) \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{b}_\varsigma^\dagger + i\hat{a}_\varsigma^\dagger) |00\rangle \quad (2.32)$$

$$= \frac{1}{2} (i\hat{a}_\varsigma^{\dagger 2} + \hat{a}_\varsigma^\dagger \hat{b}_\varsigma^\dagger - \hat{b}_\varsigma^\dagger \hat{a}_\varsigma^\dagger + i\hat{b}_\varsigma^{\dagger 2}) |00\rangle$$

$$= \frac{i}{\sqrt{2}} (|20\rangle + |02\rangle) \quad (2.33)$$



Şekil 2.6. Hong-Ou-Mandel İnterferometrenin şematik temsili.

Bu noktaya kadar gördüğümüz uygulamalar kuantum metrolojisindeki ana motivasyonun yani fazdaki belirsizliğin azaltılmasının kaynağını oluşturmuştur. NOON durumlarını girişimölçerin giriş portlarında kullanarak fazdaki belirsizliğin azatılması [34][35][36] başka bir deyişle standart kuantum limitin heisenberg limite nasıl yükseldiği yani süper hassasiyet kavramına nasıl ulaşıldığı ve Rayleigh kırınım sınırının nasıl aşılp süper çözünürlük kavramına nasıl ulaşıldığı ile ilgileneceğiz.

2.3.4 Işığın durumlarının faz duyarlılığına etkisi

NOON durumların faz duyarlılığındaki etkisini anlayabilmek için öncelikle eşevreli ışığın ve sayı durumlarının girişimölçerdeki faz değiştiriciyle nasıl etkileştiği arasındaki farka bakalım. Faz dönüşüm operatörü denklem 2.34 deki gibi olmak üzere, eşevreli ışık faz değiştiriciden geçtikten sonra aşağıdaki gibi dönüşüme uğrar.

$$\hat{U}(\varphi) = e^{i\varphi\hat{n}} \quad (2.34)$$

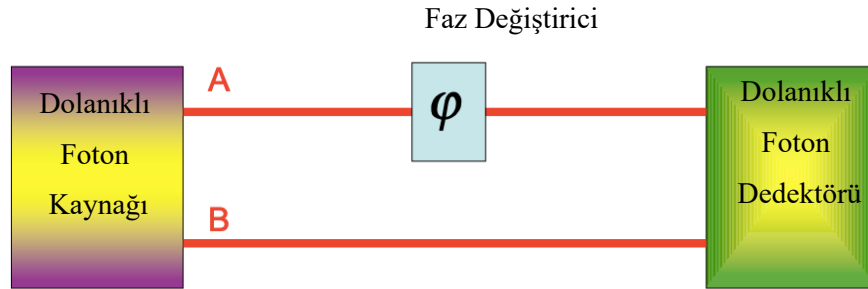
$$\hat{U}_\varphi|\alpha\rangle = e^{i\varphi} |\alpha\rangle \quad (2.35)$$

Denklem 2.34 $\hat{n}$ foton sayı operatörüdür. Denklem 2.35 de de görüleceği gibi eşevreli durumun faz değişimi herhangi bir şekilde foton sayısından etkilenmemektedir. Ancak faz dönüşümüne sayı durumu uğrarsa sonuç bunun tersidir. Sayı durumları faz dönüştürücüden geçtikten sonra denklem 2.36 daki şekle dönüşür.

$$\hat{U}_\varphi|N\rangle = e^{iN\varphi} |N\rangle \quad (2.36)$$

Denklem 2.36 daki faz denklem 2.35 deki faza göre N defa daha hızlı salınmaktadır. Buradan yola çıkarak bir NOON durumun faz değiştiriciden geçtikten sonra nasıl evrileceği de denklem 2.37 deki gibi hesaplanabilir. Bu durum şekil 2.7 de temsil edilmiştir.[17]

$$|N\rangle_A|0\rangle_B + |0\rangle_A|N\rangle_B = |N\rangle_A|0\rangle_B + e^{iN\varphi}|0\rangle_A|N\rangle_B \quad (2.37)$$

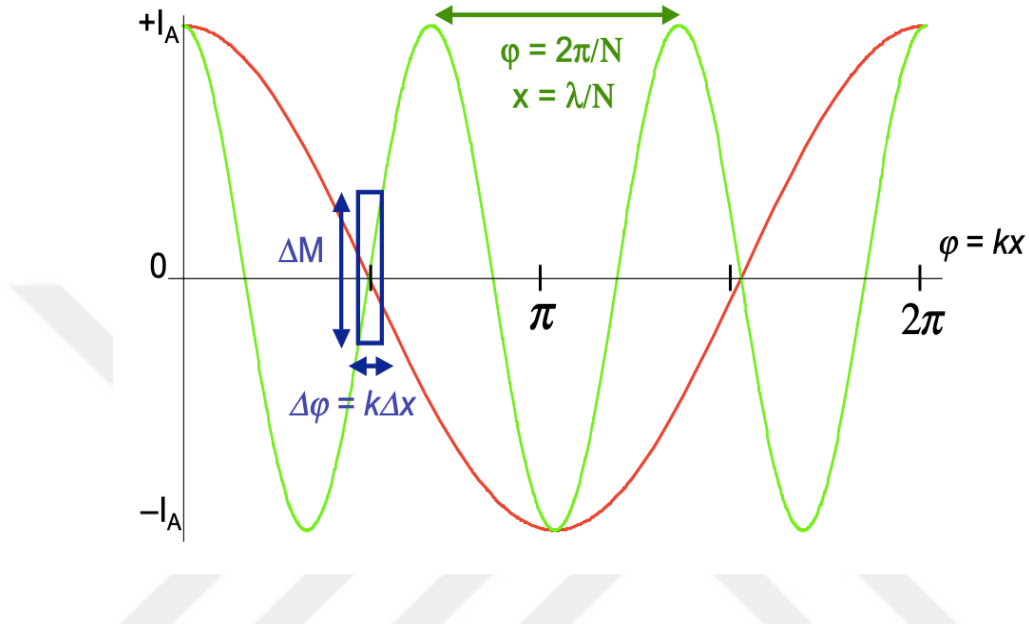


Şekil 2.7.Dolanık Fotonların Faz Değiştiriciden Geçisi.

Eğer dolanık foton dedektöründe bir ölçüm işlemi yapılırsa elde edilen sonuç denklem 2.38 deki gibidir. Bu sonuçlar şekil 2.8 deki grafikte görülebilir. Yeşille gösterilen dolanık duruma ait sinyal, kırmızıyla gösterilen eşevreli duruma ait sinyale göre N kere daha fazla salındığı için grafikteki tepe noktaları arasındaki uzaklık λ dan λ/N e indirgenir. Dolayısıyla Rayleigh kırınım sınırı N kat geliştirilmiş olur. Bu etki süper çözünürlük olarak adlandırılır. Ayrıca grafiğin yatay eksenine kestiği noktanın

eğimi de N kat daha büyüktür. Bu sonuç denklem 2.28 ile karşılaştırıldığında faz duyarlılığı denklem 2.38 ile temsil edilir ki bu daha önceden de üzerinden durulan Heisenberg limittir.

$$M_{NOON}(\varphi) = I_A \cos(N\varphi) \quad (2.38)$$



Şekil 2.8.Eşevreli ve Dolanık Durumların Faz Değiştiriciyle Etkileşimi Sonucu Dedektör Sinyalleri.

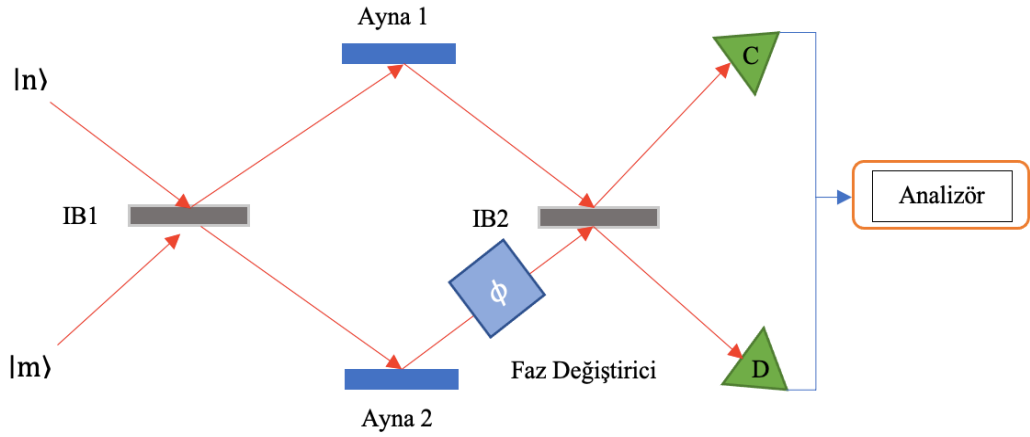
Bu limit çoğunlukla süper hassasiyet olarak adlandırılmaktadır. Dolanık durumların neden bu özelliğe sahip olduğu basit bir analiz ile anlaşılabilir. Tekrar şekil 2.7 incelendiğinde fotonların A kolunda mı yoksa B kolunda mı olduğu bilinemez. Bu nedenle foton sayısındaki belirsizlik foton sayısının kendisine eşittir. Yani $\Delta n = n$. Eğer bu ifade $\Delta n \Delta \varphi = 1$ de yerine konulursa Heisenberg limite ulaşılacağı aşikardır. Fakat daha önce Heisenberg limite ulaşabilmek için sıkıştırılmış durumlardaki sıkıştırma miktarının sonsuz olduğunu kabul etmiştik. Ancak dolanık durumlar için böyle bir ön kabule ihtiyaç duymadan Heisenberg limite fiziksel gerçekten ulaşılacağı görülmektedir. Günümüzdeki deneyler $N=4$ 'e kadar olan durumlar için bu sonuçları doğrulamaktadır. [37][38][39][40]

Bu tezde de gelecek bölümde N foton sayısının farklı değerleri için elde edilen sonuçların analizi yapılacaktır.

3. HESAPLAMALAR VE BULGULAR

Yapılan çalışmada N foton sayısı arttıkça Rayleigh kırınım sınırının ve Standart kuantum limitinin aşıldığı deneylerden yola çıkılarak $|nm\rangle$ gibi farklı n,m değerleri için sayı durumlarının ve $|N0\rangle + |0N\rangle$ gibi farklı N değerleri için $N00N$ durumlarının girişimölçerlerin kollarında giriş modları olarak kullanarak çıkışta dedektörlerde okunabilecek farklı durumların olasılık grafikleri çizilmiştir. Foton sayısına bağlı olarak değerlendirmeleri yapılmıştır. Kollar arasında faz farkı (ψ) varken ve yokken çıkış genliği grafikleri incelenmiş, kullanılan ışın bölücüler 50/50 den farklı seçildiğinde sistem üzerine etkisi araştırılmıştır. Son olarak da giriş modunda $N00N$ durumlar kullanıldığında çıkışta gözlemlenebilecek $N00N$ durumların fidelity değerleri girişimölçer fazına ve giriş kolları arasındaki faz farkına bağlı olarak hesaplanmıştır.

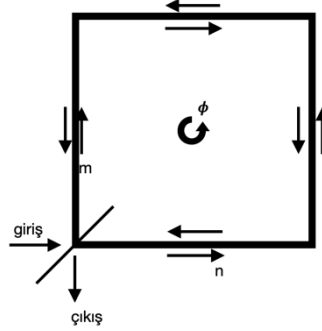
Teorik olarak yaptığımız hesaplamalar için kullanılan girişimölçer şeması olarak klasik bir Mach Zehnder girişimölçeri ele aldık. Farklı faz değerleri için durumları tekrar edebilmek adına girişim ölçerde Sagnac etkisinden yararlanılmıştır. Sagnac girişimölçerinin eşdeğer optik diyagramı şekil 3.1 de temsil edilmektedir.



Şekil 3.1. Sagnac Girişimölçerinin Eşdeğer Optik Diyagramı

Burada ϕ (girişimölçer fazı) faz değiştirici Sagnac etkisini temsil etmektedir. Işığın dönerek yol kat etmesi yardımıyla girişimölçer kolları arasında yol farkı

dolayısıyla faz farkı oluşmaktadır. Şekil 3.2 de Sagnac girişimölçeri temsil edilmiştir.[19]



Şekil 3.2.Sagnac Girişimölçeri

Şekil 3.1 de iki adet 50/50 ışın bölücü n ve m giriş modları C ve D de çıkış modlarıdır. Işın bölücü matrisi bu sistem için yazılırsa; iki adet 50/50 ışın bölücü kaynaklı 1 ve 3 matrisleri, Sagnac etkisinden dolayı da 2 matrisi dönüşüm matrisinde bulunmalıdır.

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}}_1 \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{pmatrix}}_2 \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}}_3 \begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Denklem 3.1 düzenlenirse

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = e^{i\phi/2} \begin{pmatrix} -\sin \phi/2 & \cos \phi/2 \\ \cos \phi/2 & \sin \phi/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

elde edilir.

Tüm hesaplamalar bu matris dönüşümü yardımıyla yapılmıştır. Çıkış portlarında gözlemlenebilecek olan durumların ϕ fazına bağlı olasılık genlikleri denklem 3.3 e göre hesaplanmıştır.

$$P_C = |\langle nm | \psi_{giriş} \rangle|^2 \quad (3.3)$$

3.1 $|nm\rangle$ Sayı Durumlarının Girişimölçerin Giriş Modunda Kullanılması

$n=1$ den $n=8$ e kadar olabilecek maksimum foton sayısı 8 olacak şekilde n ve m in farklı varyasyonları hesaplamada giriş modunda kullanılmış ve Tablo 3.1 de grafikler halinde sunulmuştur.

En basit olarak $|10\rangle$ durumu kullanıldığında çıkış portunda gözlemlenebilecek durumların olasılık genliğinin π kadarlık faz farklarına duyarlı olduğu görülmektedir. Bu çıkarıma şu şekilde ulaşılabilir: Tablo 3.1 incelenirse $|10\rangle$ durumunu ilk olarak $\phi = \pi$ daha sonrada $\phi = 3\pi$ faz farkları için kendini maksimum olasılıkla tekrar ettiği görülmektedir. Bunun anlamı eğer çıkışta $|10\rangle$ durumunu algılayabilen bir dedektör kullanılsaydı, her 2π lik faz farklarında alınan sinyal maksimum olurdu ki, bu da kullanılan sistemin faz duyarlılığını verirdi.

İki foton kullanılan giriş durumları incelendiğinde $|11\rangle$ giriş durumu için faz duyarlılığının her iki çıkış durumunda da tek fotonlu giriş durumuna göre iki kat arttığı görülmektedir. Ancak $|20\rangle$ giriş durumu için bu artış sadece $|11\rangle$ çıkış durumunda gözlemlenmektedir.

Üç foton kullanılan giriş durumları incelendiğinde faz duyarlılığında iki fotonlu sisteme göre bir artış söz konusu değildir. Hatta giriş modu $|21\rangle$ iken çıkışta okunabilecek olan $|21\rangle$ durumuna bakıldığında faz duyarlılığı artmış gibi gözükse de faza bağlı olasılık genliklerinin maksimumları eşit olmadığı için çıkışta da anlamlı çözümlenebilir bir sinyal okunamamaktadır.

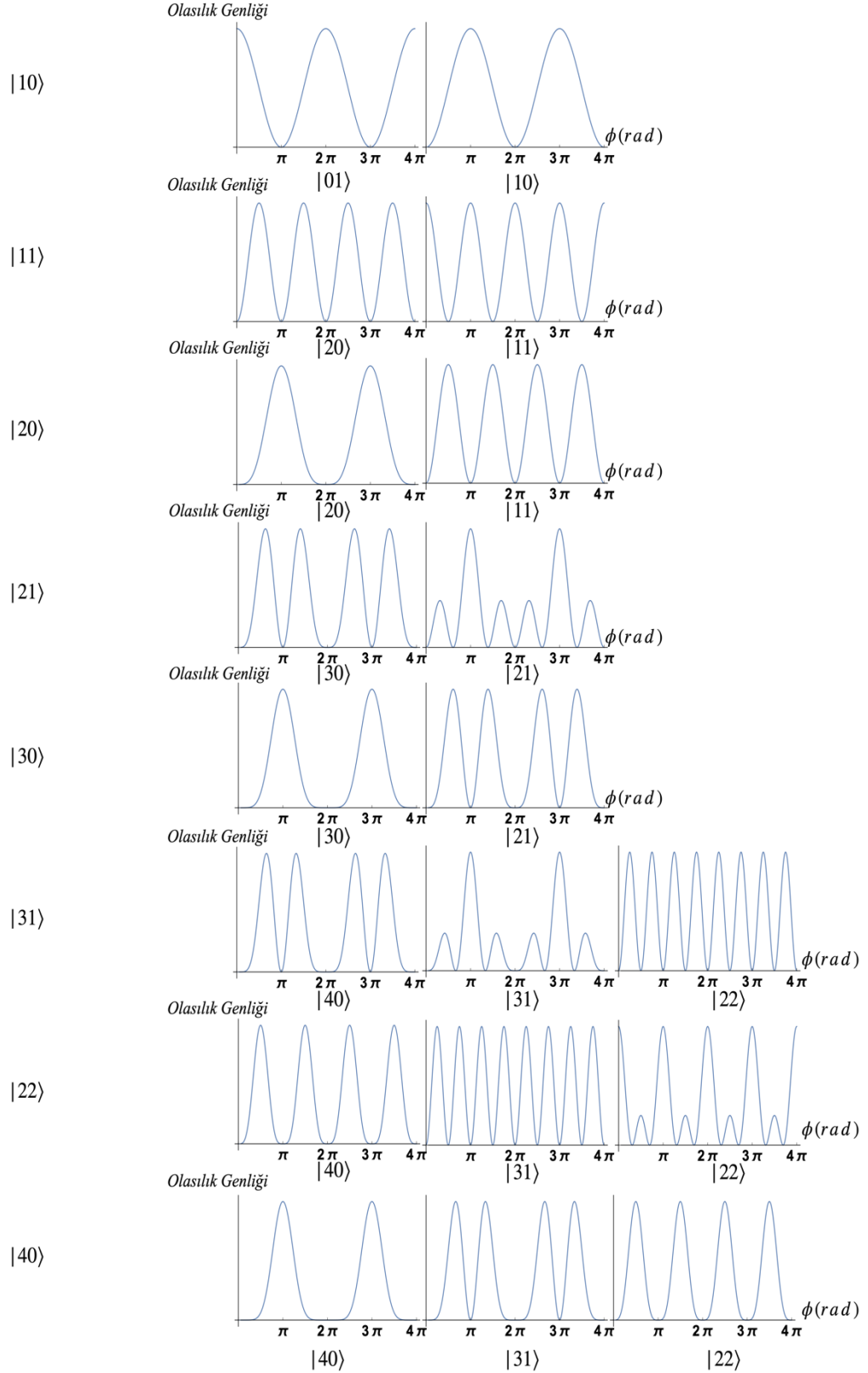
Dört foton kullanılan giriş durumları incelendiğinde ise faz duyarlılığının giriş portunda tek foton kullanılan sisteme göre dört kat arttığı görülmektedir. Bu artış $|31\rangle$ giriş durumu için $|22\rangle$ de, $|22\rangle$ giriş durumu için $|31\rangle$ elde edilmiştir. $|40\rangle$ giriş durumunun faz duyarlılığına iki foton kullanılan giriş durumlarından daha fazla bir katkısı yoktur.

Beş, altı, yedi ve sekiz fotonlu giriş durumları için hesaplamalar tekrar edilmiş ve sonuçlar tablo 3.1 de sunulmuştur. Dört fotonlu sistemden sonra faz duyarlılığında anlamlı artışla karşılaşılmamıştır.

Tablo 3.1. $|nm\rangle$ Giriş durumları ve çıkışta okunan olasılık genlikleri.

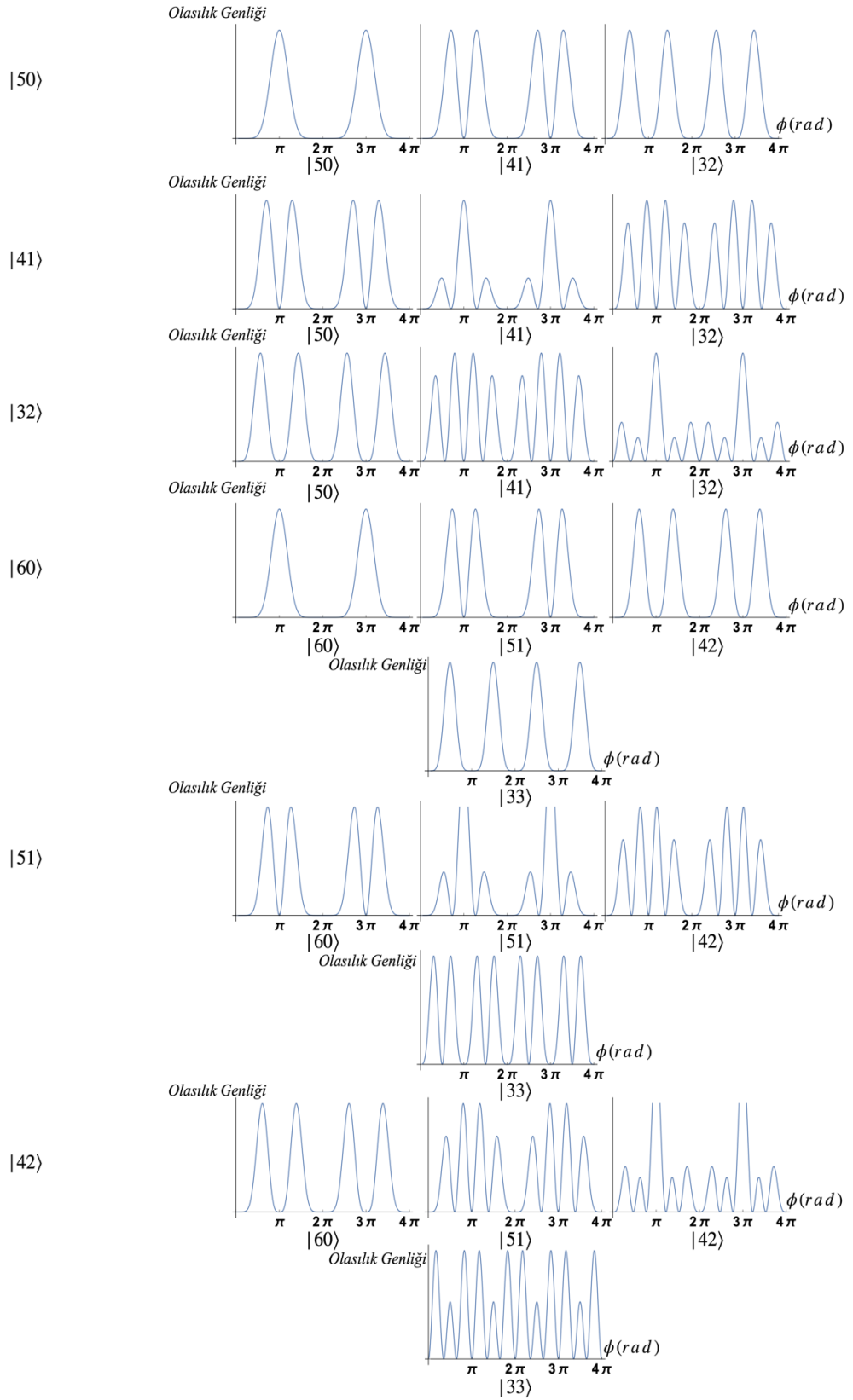
Giriş Durumları

Çıkışta Okunan Durumların Olasılık Genlikleri



Grafiklerdeki tepe noktaları maksimum genliğe karşılık gelmektedir.

Tablo 3.1.(devamı) $|nm\rangle$ giriş durumları ve çıkışta okunan durum olasılık genlikleri
Giriş Durumları Çıkışta Okunan Durumların Olasılık Genlikleri

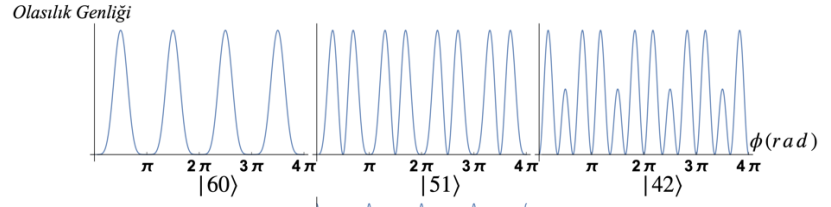


Tablo 3.1.(devamı) $|nm\rangle$ giriş durumları ve çıkışta okunan durum olasılık genlikleri

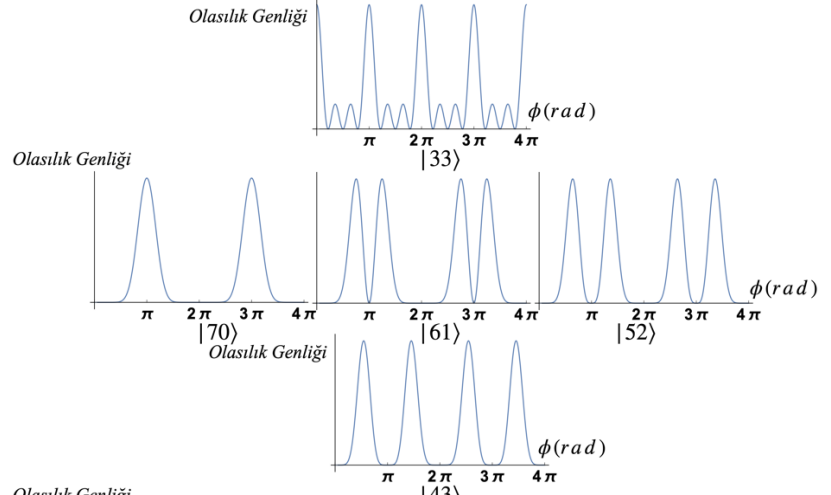
Giriş Durumları

Çıkışta Okunan Durumların Olasılık Genlikleri

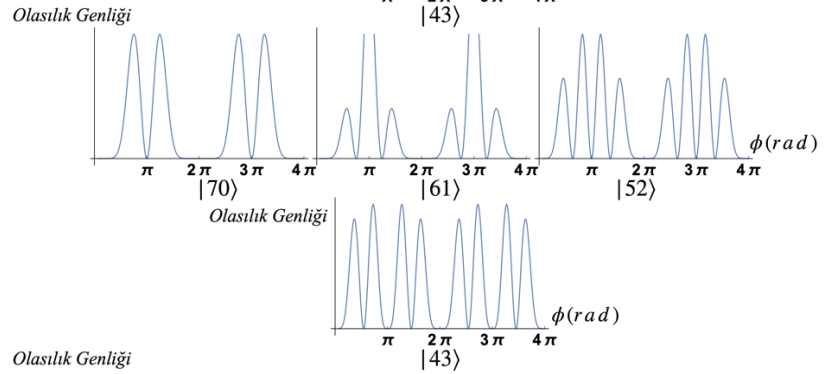
$|33\rangle$



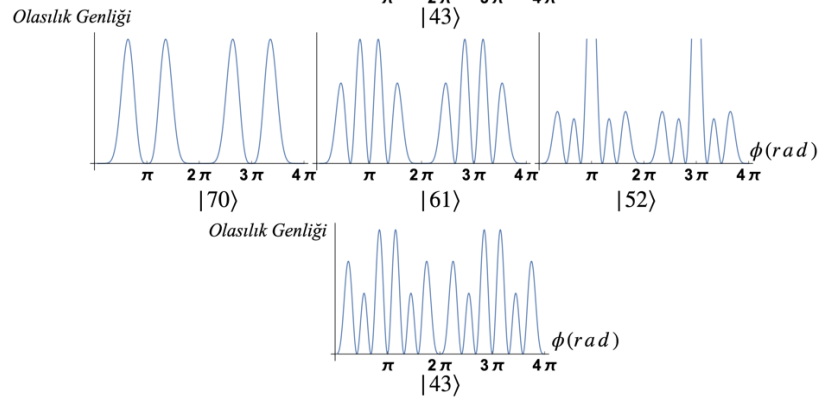
$|70\rangle$



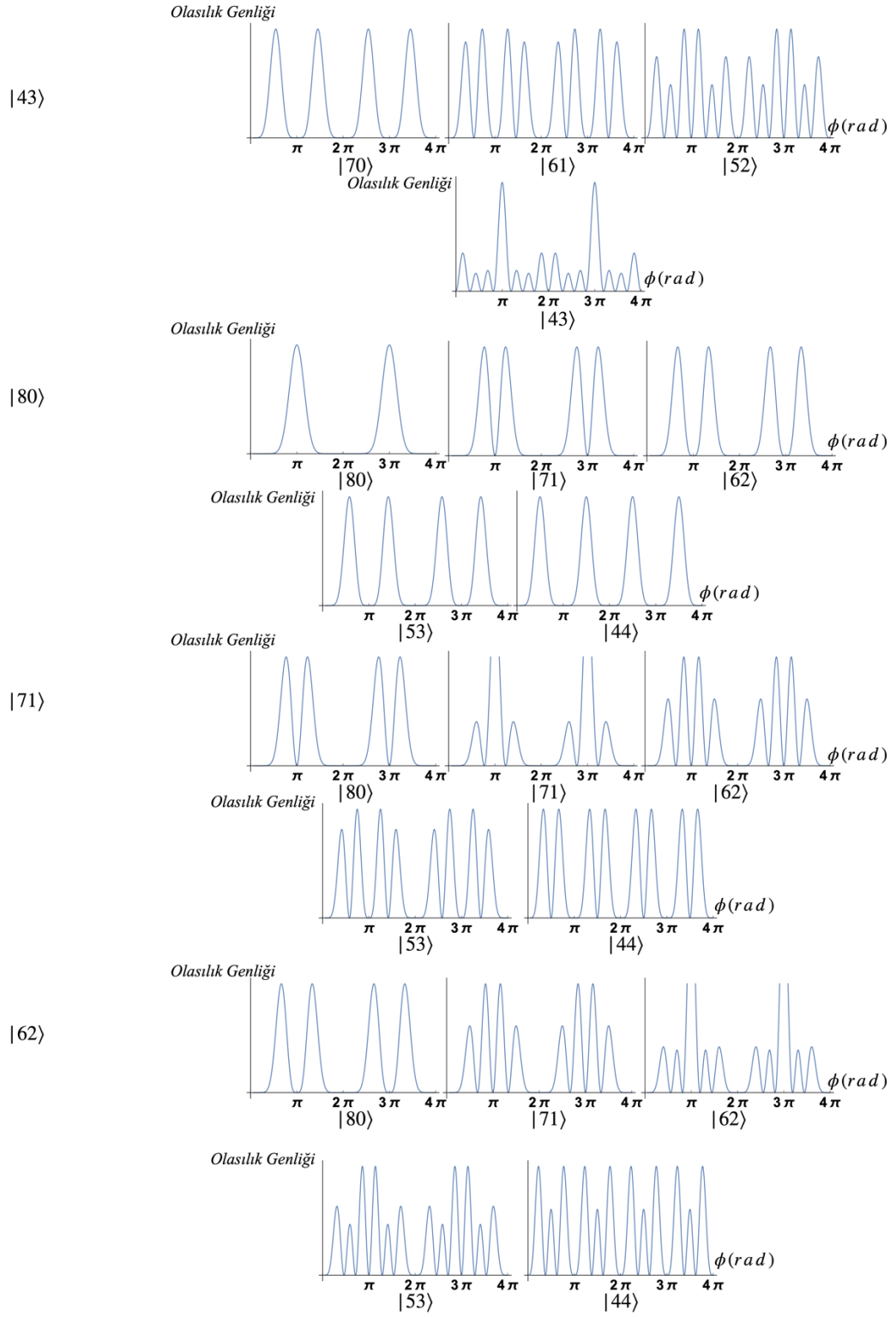
$|61\rangle$



$|52\rangle$

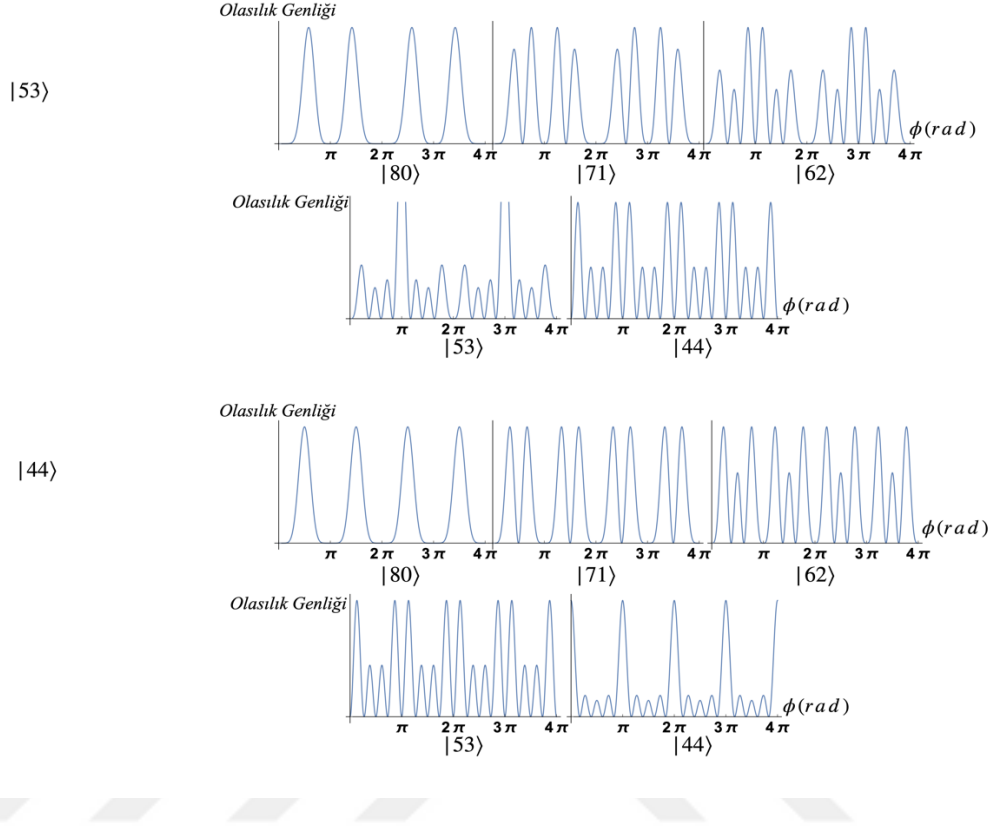


Tablo 3.1.(devamı) $|nm\rangle$ giriş durumları ve çıkışta okunan durum olasılık genlikleri
Giriş Durumları Çıkışta Okunan Durumların Olasılık Genlikleri



Tablo 3.1.(devamı) $|nm\rangle$ giriş durumları ve çıkışta okunan durum olasılık genlikleri

Giriş Durumları	Çıkışta Okunan Durumların Olasılık Genlikleri
-----------------	---



3.2 $|N0\rangle + |0N\rangle$ Durumların Girişimölçerin Giriş Modunda Kullanılması

$N=1$ den $N=8$ e kadar $|N0\rangle + |0N\rangle$ dolanık durumları hesaplamada giriş modunda kullanılmış ve Tablo 3.2 de grafikler halinde sunulmuştur. Buna ek olarak giriş portları arasında ψ faz farkı varken ve yokken çıkış olasılık genlikleri de hesaplanmıştır.

Sonuçlar incelendiğinde ilk göze çarpan kullanılan dolanık durumların foton sayısının $|nm\rangle$ durumlarına eşit olduğu hallerde elde edilen sonuçların farklılık gösterdiğiidir. Örneğin giriş portunda $|40\rangle$ durumu ile $|40\rangle + |04\rangle$ durumu karşılaştırıldığında $|40\rangle$ durumunda tek foton durumuna göre dört kat faz duyarlılığı gözlemlenmezken, $|40\rangle + |04\rangle$ giriş durumunda çıkışta okunabilecek $|31\rangle$ durumunda tek foton durumuna göre 4 kat artış gözlemlenmektedir. İkinci olarak tek

sayılı fotona sahip $N00N$ durumlarda anlamlı faz duyarlılıkları elde edilememiştir. Ayrıca giriş portları arasında ψ faz farkı olması, faz duyarlılığını bozmaktadır. Kollar arası faz farkı varken ve yokkenki olan durumlara bakıldığında $|20\rangle + |02\rangle$ de ψ faz farkı yokken $|11\rangle$ durumu çıkışta gözlemlenmemiştir. $|40\rangle + |04\rangle$ de ψ faz farkı varken farklılık sadece $|31\rangle$ durumunda, diğer durumlar aynı şekilde çıkışta okunmuştur. $|60\rangle + |06\rangle$ da ψ faz farkı yokken çıkışta $|33\rangle$ gözlemlenmemiş ve son olarak $|80\rangle + |08\rangle$ ψ faz farkı varken çıkışta $|44\rangle$ durumu gözlemlenmemektedir.

İlk aşamada yapılan hesaplamalar gibi bu aşamada da dört fotona kadar kullanılarak yapılan hesaplamalarda faz duyarlılığında anlamlı artış gözlemlenirken daha büyük N durumları için faz duyarlılıklarında farklı bir değişim söz konusu değildir.

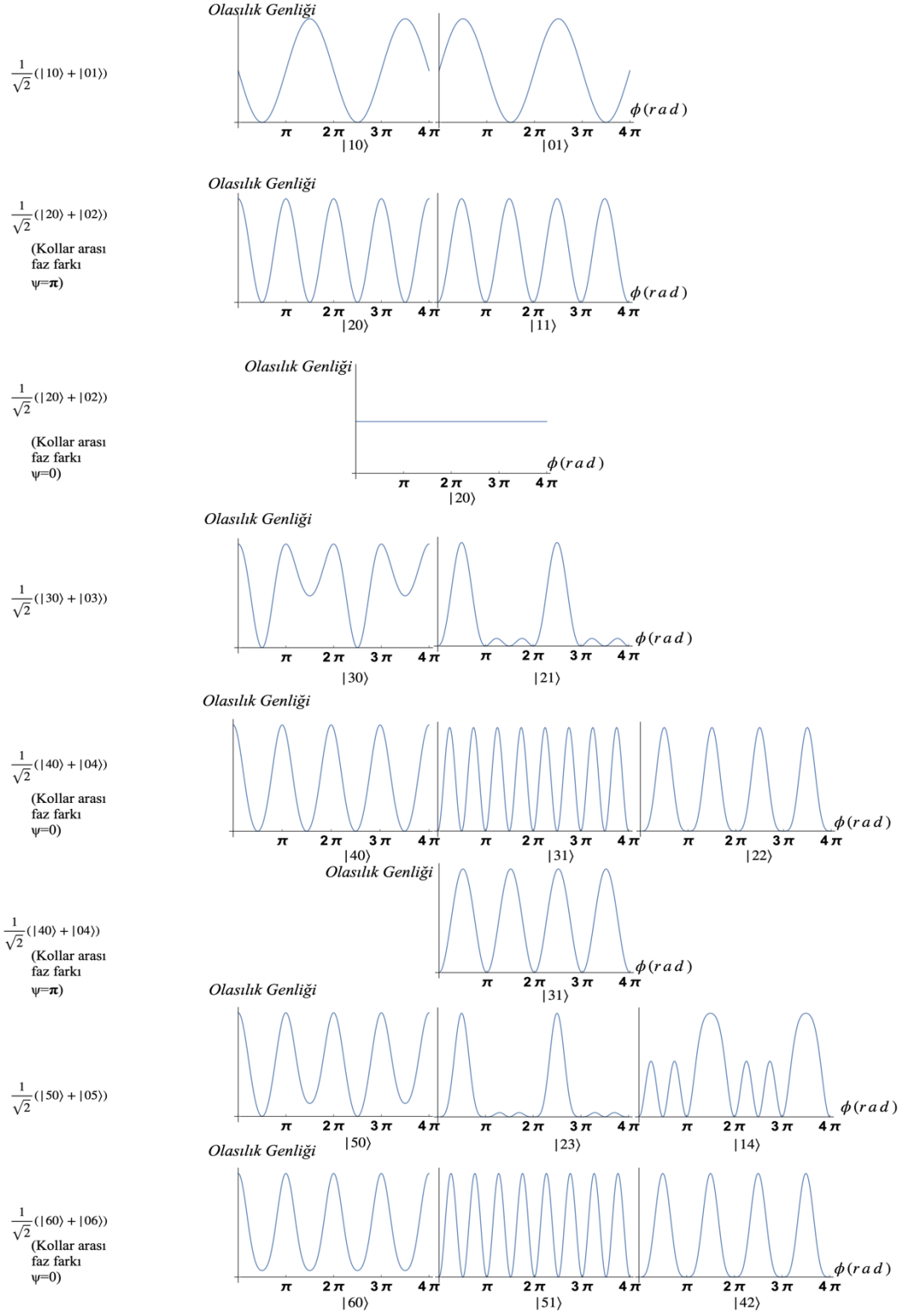
Son olarak $|20\rangle + |02\rangle$ giriş durumu için giriş kolları arası faz farkı sıfır ise çıkış durumunun faza bağlı olmadığı görülmektedir. Bu sebeple $|20\rangle + |02\rangle$ durumunun kullanılmasının faz duyarlılığına katkısı yoktur.

50/50 ışın bölücüler kullanıldığında faz duyarlılığı artışı görülen durumlar 25/75 ışın bölücüler kullanılarak tekrar edilmiştir. Sonuçlar tablo 3.3 de sunulmuştur. Faz duyarlılığında anlamlı artışlar bulunamamıştır.

Tablo 3.2. N00N giriş durumları ve çıkışta okunan durum olasılık genlikleri.

Giriş Durumları

Çıkışta Okunan Durumların Olasılık Genlikleri



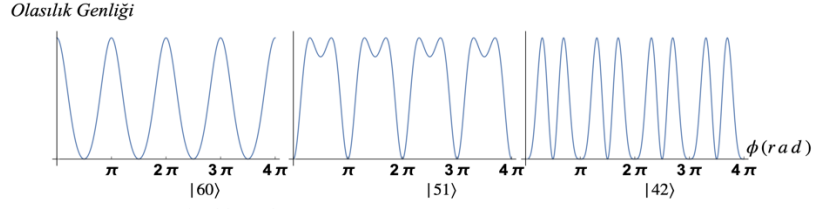
Tablo 3.2.(devamı) N00N giriş durumları ve çıkışta okunan durum olasılık genlikleri

Giriş Durumları

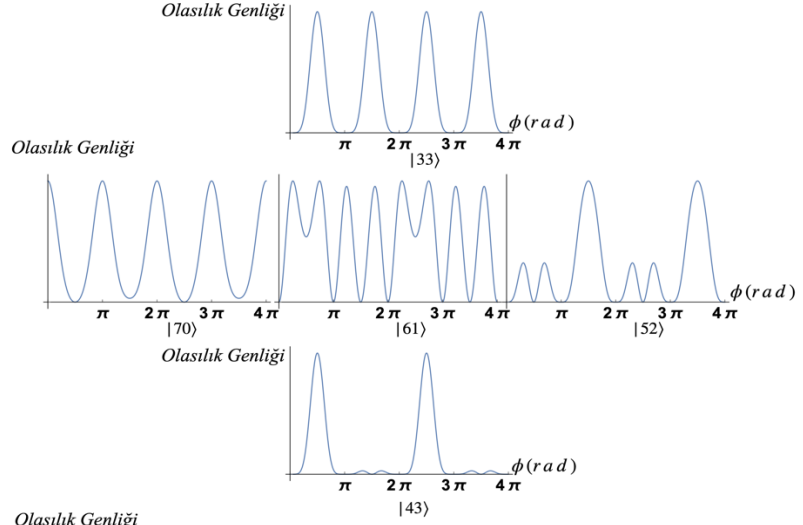
Çıkışta Okunan Durumların Olasılık Genlikleri

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|60\rangle + |06\rangle)$$

Kollar arası
faz farkı
 $\psi=\pi$

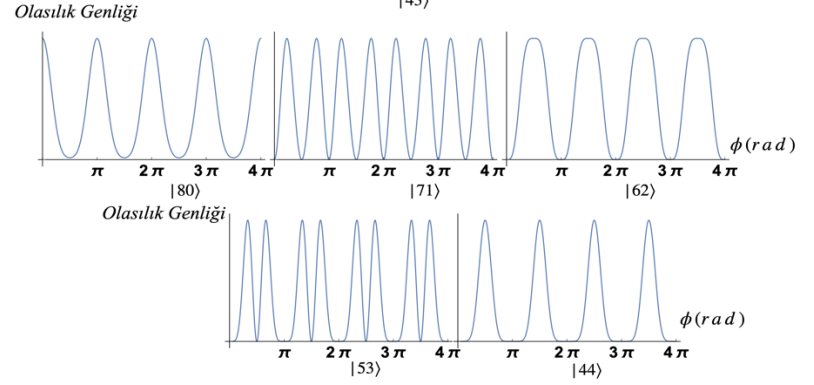


$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|70\rangle + |07\rangle)$$



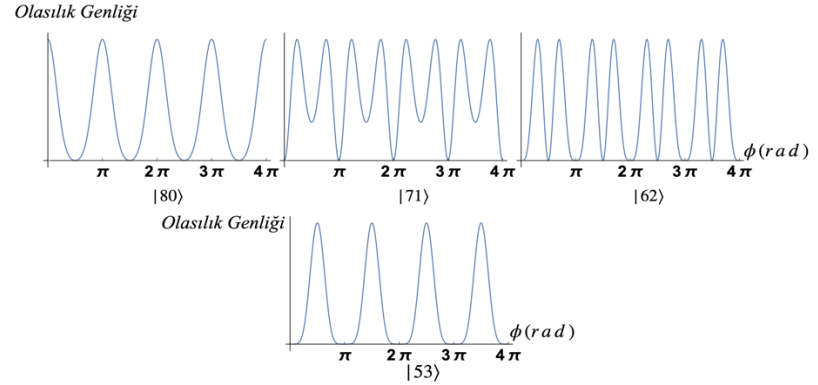
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|80\rangle + |08\rangle)$$

(Kollar arası
faz farkı
 $\psi=0$)



$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|80\rangle + |08\rangle)$$

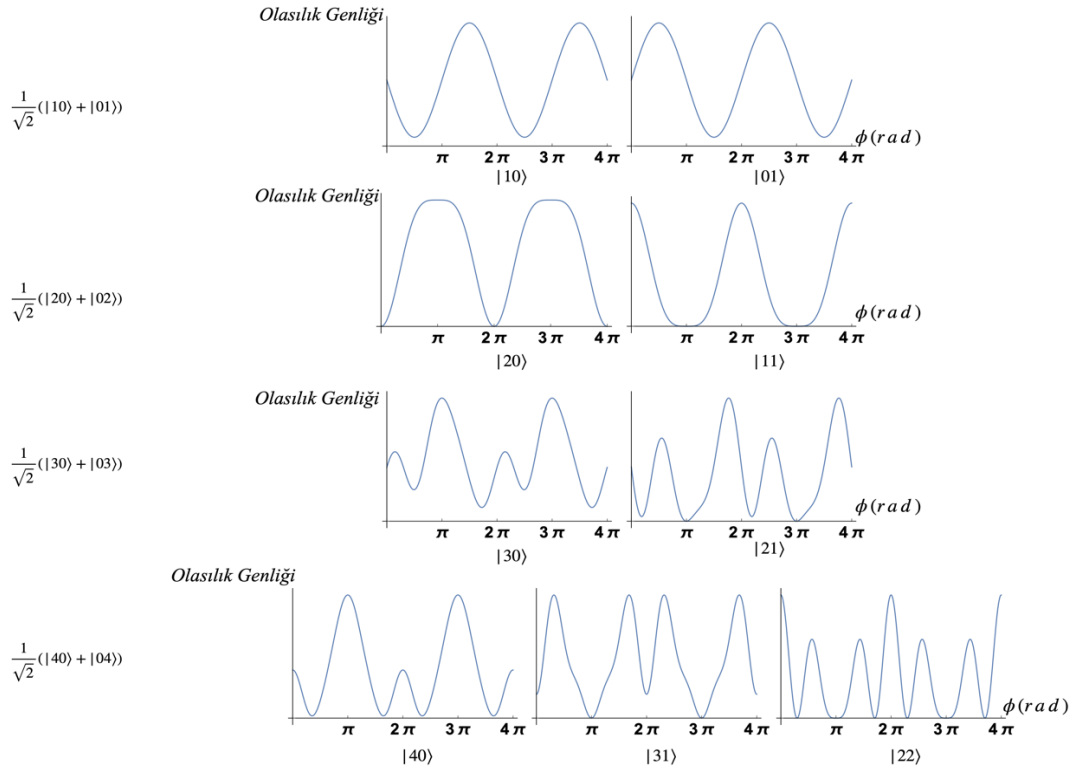
(Kollar arası
faz farkı
 $\psi=\pi$)



Tablo 3.3. 25/75 IB de N00N giriş durumları ve çıkışta okunan durum olasılık genlikleri

Giriş Durumları

Çıkışta Okunan Durumların Olasılık Genlikleri



3.2.1 Girişte N00N durum varken çıkışta okunan olasılık genliklerinin ψ ve ϕ ya bağlı yoğunluk grafikleri

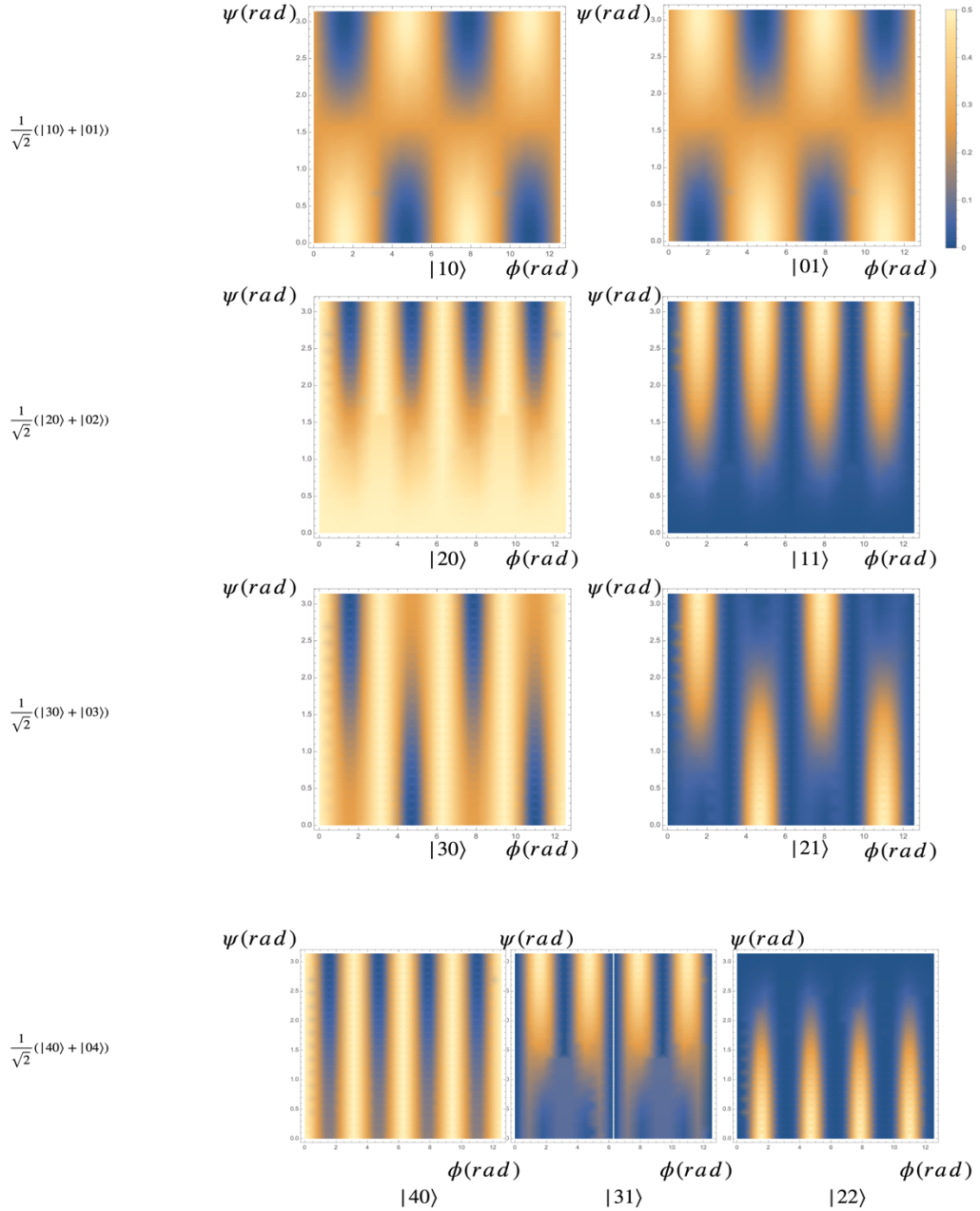
Bu grafikler genel olarak iki farklı değişkene bağlı bir fonksiyonun aldığı değerlerin görselleştirilmesi için kullanılırlar. Tablo 3.4 deki grafiklerin skalası incelendiğinde koyu renkli bölgeler incelenen çıkış durumunun elde edilme olasılığının sıfıra yakın olduğu olasılık yoğunluklarını, parlak renkli bölgelerse maksimuma yakın olduğu olasılık yoğunluklarını temsil etmektedir. Böylece hem girişimölçer fazının hem de giriş kolları arası faz farkının çıkış durumlarına etkisi incelenebilmektedir. Buna göre örneğin; 2002 giriş durumuna sahip konfigürasyonun $|20\rangle$ çıkış durumuna bakıldığında belli bir ψ değerinin altında bu durumun gelme ihtimali ϕ den bağımsız olarak maksimumdur. Başka bir deyişle girişimölçerin girişinde 2002 durumu kullanılır ve $|20\rangle$ durumu dedekte edilerek bir faz farkı ölçümü

yapılmak istenirse giriş durumları arasında mutlaka bir faz farkı olması gerekmektedir. Öte yandan 4004 giriş durumlu konfigürasyona bakarsak, çıkışta $|40\rangle$ durumu için giriş kolları arasındaki fazdan bağımsız olarak belirli bir girişimölçer faz duyarlılığına sahip olduğu görülmektedir. Son olarak daha önceki hesaplar ile uyumlu bir şekilde $N=4$ durumunun sağladığı, faz duyarlılığının yine $N=4$ de maksimum olduğu gözlemlenmektedir.

Tablo 3.4.Olasılık genliklerinin ψ ve ϕ ya bağlı yoğunluk grafikleri.

Giriş Durumları

ψ ve ϕ ya bağlı yoğunluk grafikleri

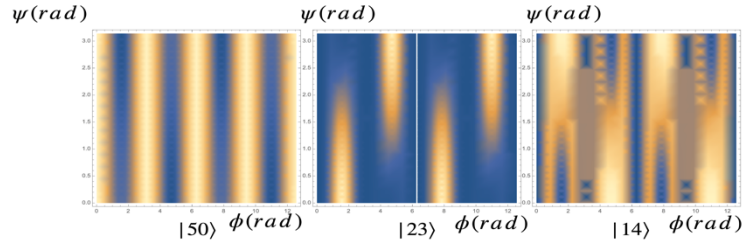


Tablo 3.4.(devamı) Olasılık genliklerinin ψ ve ϕ ya bağlı yoğunluk grafikleri

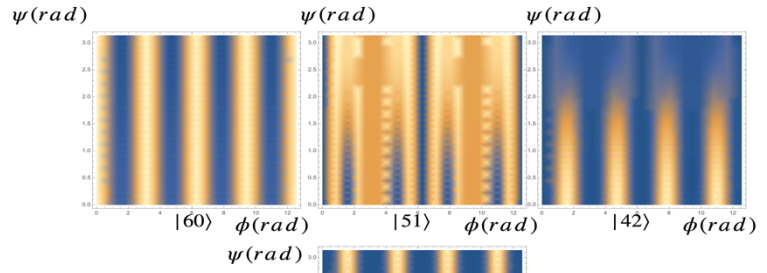
Giriş Durumları

ψ ve ϕ ya bağlı yoğunluk grafikleri

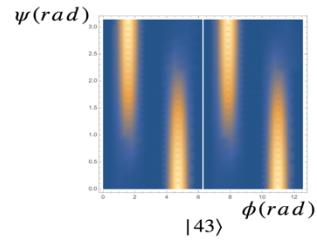
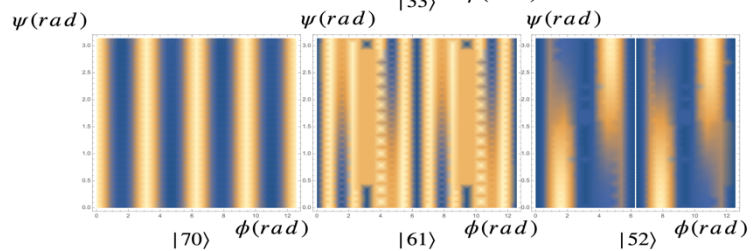
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|50\rangle + |05\rangle)$$



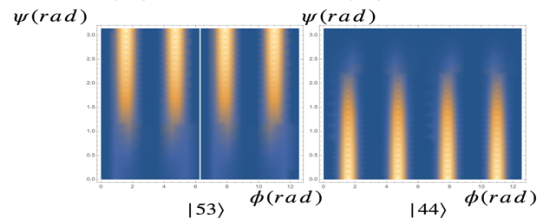
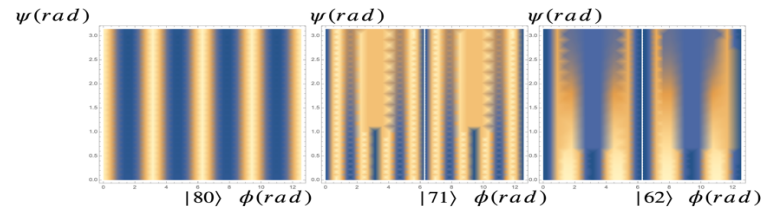
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|60\rangle + |06\rangle)$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|70\rangle + |07\rangle)$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|80\rangle + |08\rangle)$$



3.3 Bağlılık (Fidelity) Hesaplamaları

İletişimden kuantum bilgisayarlara kadar bir çok alanda karşımıza çıkan fidelity kavramı temelde iki kuantum durumunun birbiri ile olan ilişiklik miktarının yada başka bir değişle bu iki durumun birbirinden ne kadar farklı veya ayrılabilir olduğunun bir ölçüsüdür. Kuantum mekaniğinde eğer iki durum saf kuantum durumlarına karşılık geliyorsa (yani farklı durumların kombinasyonu olarak yazılamıyorsa) durumların bağlılığı [41]

$$F(|\Psi_1\rangle\langle\Psi_1|, |\Psi_2\rangle\langle\Psi_2|) = |\langle\Psi_1|\Psi_2\rangle|^2 \quad (3.4)$$

Denklemiyle verilir. Tanımı gereği iki durumun fidelity değeri aşağıdaki eşitliğe uyar. [42]

$$0 \leq F(\Psi_1, \Psi_2) \leq 1 \quad (3.5)$$

Eğer fidelity değeri sıfır ise bahsi geçen iki durum birbirinden tamamen farklı, bir ise birbiri ile tamamen aynıdır.

Aşağıdaki sonuçlar da girişimölçerin girişinde kullanılan N00N durumlar ile çıkışta gözlemlenen durumların fidelitylerinin ψ ve ϕ değerlerine karşı nasıl değiştiğini göstermektedir.

N00N durumlar için bu aşamada da N=1 den N=8 e kadar hesaplamalar yapılmıştır. N=3,5,7 için grafikler aynı ve N=4,6,8 için grafikler aynıdır. Tablo 3.5 incelendiğinde fidelitynin hem girişimölçer fazına hem de giriş durumları arasındaki faz farkına bağlı olduğu görölmektedir. İncelenen tüm durumlar için her iki faz da sıfır olduğunda çıkış durumlarının fidelity maksimum değer olan F=1 olmaktadır. Ayrıca ψ ve ϕ ye bağlı olarak maksimum fidelity değerleri her N00N durum için değişkenlik göstermektedir. Örneğin $|10\rangle + |01\rangle$ için $\psi = \pi/2$ değerinde fidelity girişimölçer fazından bağımsız olarak F=1 maksimum değeri alırken $|40\rangle + |04\rangle$ durumu için aynı ψ değerinde minimum fidelityye $F=3,75 \times 10^{-33} \cong 0$ sahip olmaktadır. Buda bir girişimölçer şeması üzerinden dolanık durum üretilmek istendiğinde hem girişimölçer fazının hem de giriş durumları arasında ki fazın göz önünde bulundurulması gerekliliğini göstermektedir. Diğer değerleri incelediğimizde $|20\rangle + |02\rangle$ durumunda

$\phi = \pi, \psi = \pi/2$ iken fidelity minimum $F=3,75 \times 10^{-33} \cong 0$ değerini almaktadır. $|30\rangle + |03\rangle$ da ise $\phi = \pi, \psi = \pi/2$ iken fidelity maksimum $F=1$, $|40\rangle + |04\rangle$ de ise $\psi = 0, \psi = \pi$ değerlerinde $\phi = \pi$ olduğunda fidelity maksimum $F=1$ dir.

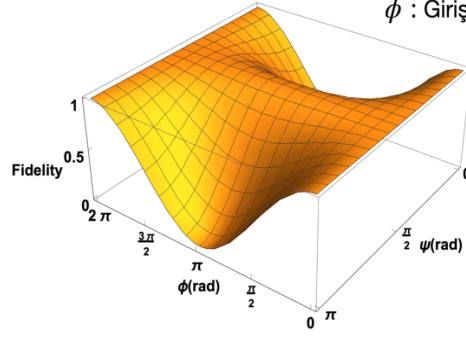
Tablo 3.5. Bağlılık (Fidelity) Hesaplamaları

Giriş Durumları

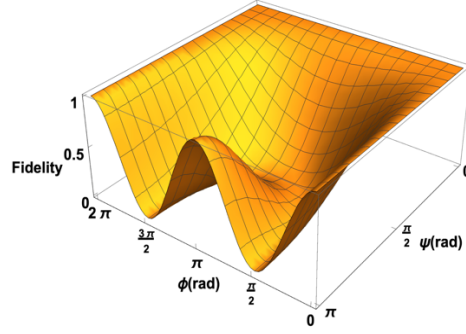
ψ, ϕ, F Grafikleri

ψ : Giriş kolları arası faz farkı
 ϕ : Girişimölçer fazı

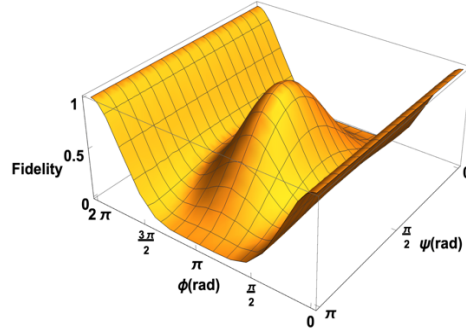
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |01\rangle)$$



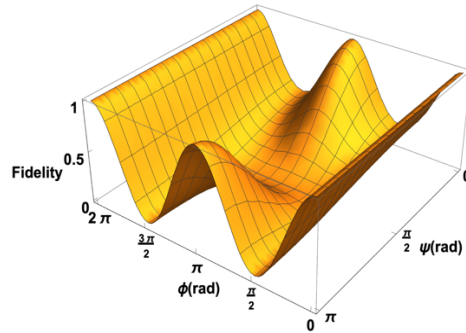
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|20\rangle + |02\rangle)$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|30\rangle + |03\rangle)$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|40\rangle + |04\rangle)$$

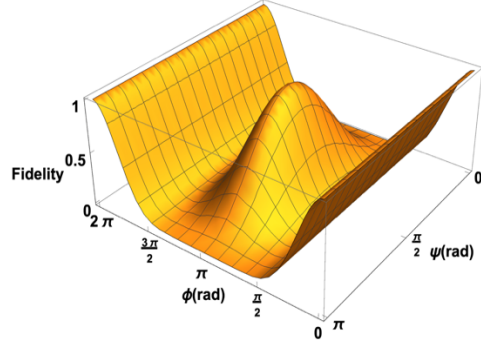


Tablo 3.5.(devamı) Bağılılık (Fidelity) Hesaplamaları

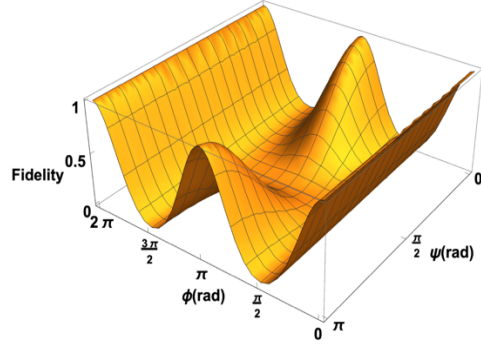
Giriş Durumları

ψ, ϕ, F Grafikleri

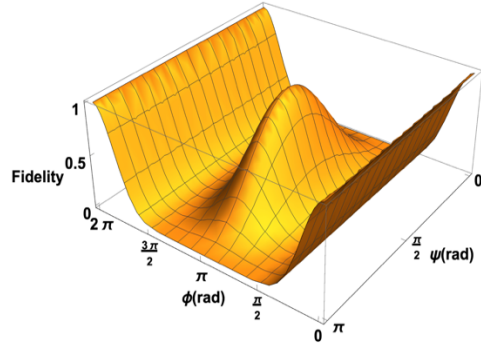
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|50\rangle + |05\rangle)$$



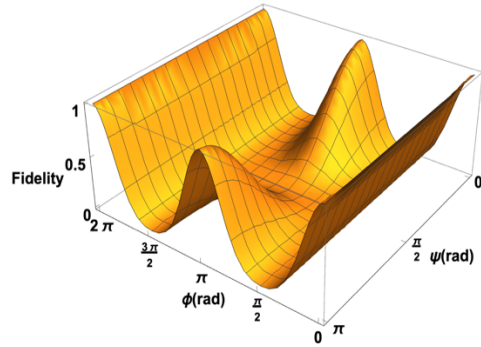
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|60\rangle + |06\rangle)$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|70\rangle + |07\rangle)$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|80\rangle + |08\rangle)$$



3.4 Dolanıklık Entropisi, Görünürlük ve Dedektasyon Etkisi

Kuantum mekaniğinde iki sistemin birbiriyle olan korelasyonunu incelemek için farklı kavramlar literatürde mevcuttur. Bunlardan birisi önceki bölümde bahsedilen fidelitydir. Bir diğeri ise şimdi bahsedeceğimiz dolanıklık entropisi, yani Von Neumann entropisi olarak bilinen kavramdır. ρ gibi bir durumun Von Neuman entropisi aşağıda ki gibi hesaplanır.

$$E(\rho) = -Tr\{\rho \log \rho\} \quad (3.6)$$

Von Neumann entropisi aracılığıyla korelasyonların iyi bir ölçüsü sunulur. Dolanık sistemler için bu kavram dolanıklığın seviyesini belirlemektedir. λ_x , ρ 'nun özdeğeri ise Von Nouman etropisi tekrar ifade edersek [33];

$$E(\rho) = -\sum_x \lambda_x \log \lambda_x \quad (3.7)$$

Dikkat edersek, dolanıklık entropisi yalnızca saf durumlar için sıfır değerini alır.

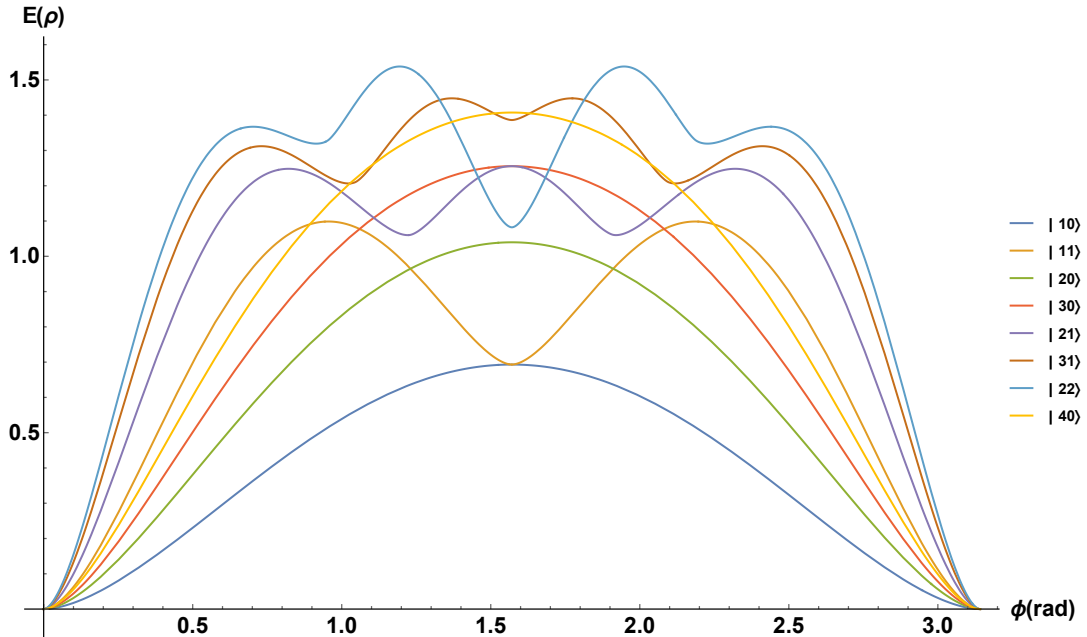
Yapılan çalışmada sayı durumları ve dolanıklı kaynaklı (N00N) girişimölçer giriş modlarında ilk IB den geçtikten sonra ve girişimölçer çıkışında durumların entropilerine bakılmıştır. Sayı durumları ilk IB den geçtikten sonraki entropi değerleri foton sayısına bağlı olarak tablo 3.6 da sunulmuştur. Şekil 3.3 de ise girişimölçer çıkış durumları için, girişimölçer fazına bağlı olarak entropi değişimi verilmiştir. Şekil 3.4 ve 3.5 de ise N00N giriş durumlarının ilk IB den geçtikten sonra ve girişimölçer çıkışında entropi değişimi sunulmuştur.

Tablo 3.6 ya bakılırsa sayı durumlarında N arttıkça entropinin arttığı görülmektedir. Şekil 3.3 e baktığımızda da N artışına bağlı olarak entropi artışı gözükse de örneğin girişimölçer fazı $\pi/2$ iken $|11\rangle, |22\rangle, |31\rangle$ giriş durumları için azalma söz konusu olmaktadır. Yani faz duyarlılığı artışı gördüğümüz giriş

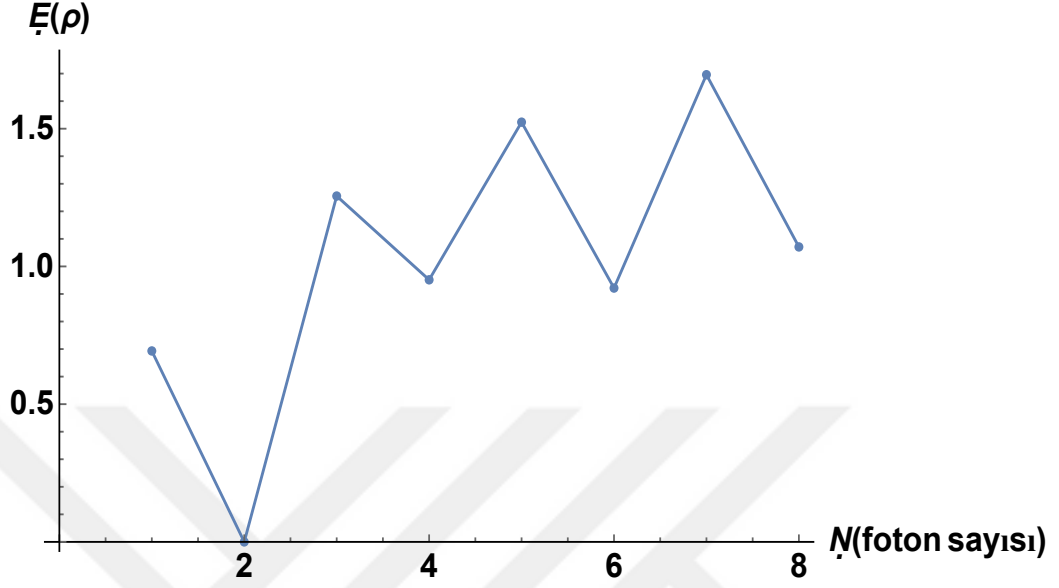
durumlarında entropide düşüş görülmektedir. Girişimölçer fazı sıfır olursa tüm sayı durumlarının çıkışı saf durumlar olarak dışarıya çıkmaktadır.

Tablo 3.6 Sayı durumları ilk ışın bölücüden geçtikten sonra durumların dolanıklık entropisi

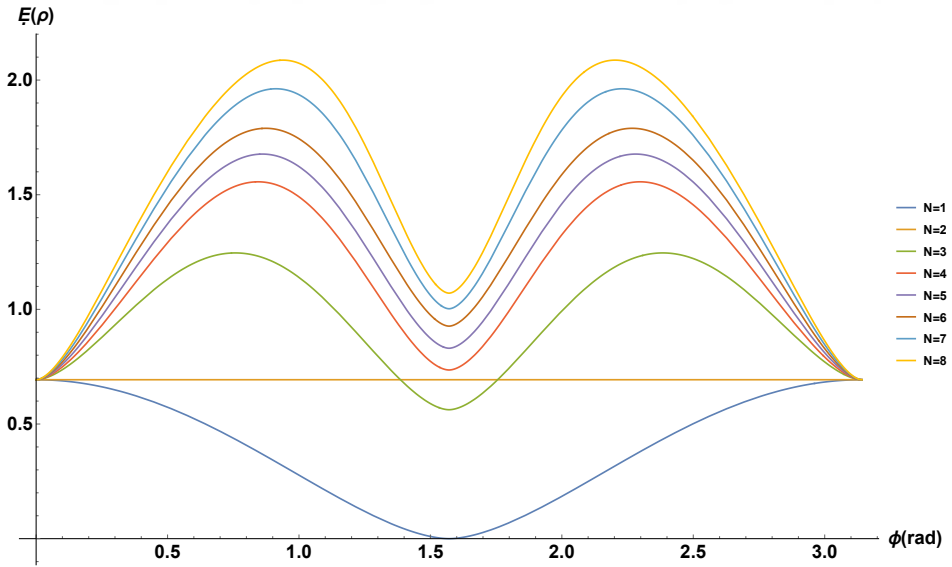
Giriş Durumları	Entropi $E(\rho)$
$ 10\rangle$	0.693147
$ 11\rangle$	0.693147
$ 20\rangle$	1.03972
$ 30\rangle$	1.25548
$ 21\rangle$	1.25548
$ 31\rangle$	1.38629
$ 22\rangle$	1.0822
$ 40\rangle$	1.40753



Şekil 3.3 Sayı durumlarının girişimölçer çıkışında, girişimölçer fazına bağlı entropi grafiği



Şekil 3.4. $N00N$ durumların ilk ışın bölücüden geçtikten sonra N foton sayısına bağlı dolanıklık entropisi grafiği



Şekil 3.5. $N00N$ durumların girişimölçer çıkışında, girişimölçer fazına bağlı dolanıklık entropisi grafiği

Şekil 3.4 e baktığımızda giriş durumları N00N iken ilk ışın bölücüden geçen durumların dolanıklık entropisi, çift sayı durumlarında bir önceki tek sayı durumuna göre düşüş göstermektedir. N= 2 için entropi sıfırdır. Bu da ilk BS çıkışında N=2 için saf durumlar gördüğümüzü göstermektedir.

Şekil 3.5 ise girişimölçer fazı sıfır olduğunda entropi N=2 durumu hariç tüm durumlar için $\ln 2$ gelmektedir. Buda çıkışta maksimum dolanıklı durumlar elde edebileceğimiz anlamına gelir.

Girişim saçakları genliğinin karanlık(minimum) ve aydınlık(maksimum) noktaları arasındaki farkı görünürlük (visibility) olarak adlandırılır. Görünürlük (V) aşağıdaki 3.8 denklemi ile hesaplanabilir.

$$V = \frac{I_{Max} - I_{Min}}{I_{Max} + I_{Min}} \quad (3.8)$$

N00N giriş durumları için çıkış genliklerinin görünürlükleri tablo 3.7 sunulmuştur.

Tablo 3.7 N00N giriş durumlarının, çıkış görünürlükleri

Giriş: N00N Durum	Çıkış Durumları	Görünürlük
N=1		%100
N=2		%100
N=3	$ 30\rangle 21\rangle$	%33, %85
N=4		%100
N=5	$ 50\rangle 32\rangle 41\rangle$	%77,%92,%32
N=6	$ 60\rangle 51\rangle 42\rangle$	%89,%100,%100
N=7	$ 70\rangle 61\rangle 52\rangle 43\rangle$	%94,%29,%50,%93
N=8		%100

Tablo 3.7 ye baktığımızda tek sayılı giriş durumlarında görünürlükte azalma görmemize rağmen çift foton sayılı durumlar için görünürlük çıkış modu $|60\rangle$ olan durum dışında %100 dür. Bir önceki bölümde dolanıklık entropisi hesaplanan durumlarda (şekil 3.4) ilk IB den geçtikten sonra tek foton sayılı durumlarda

dolanıklık entropisi çift sayı durumlarına göre daha yüksek gelmektedir. Entropinin arttığı durumlarda, görünürlükte azalma görmekteyiz. Girişimölçerde giriş durumları arası $\psi = \pi$ kadar faz farkı varken görünürlük hesaplarında N=6 da $|51\rangle$ çıkışı için görünürlük %8, N=8 için $|71\rangle$ çıkışında görünürlük %52 değerini alarak faz farkı olmayan durumlardan farklı sonuç vermiştir.

Yapılan çalışmanın bu aşamasında görünürlüğün düştüğü bazı çıkış durumlarında eksik foton sayımı yapılarak görünürlük arttırılabilir mi yada faz duyarlılığında bir değişiklik olacak mı sorularının cevapları aranmıştır. İlk olarak giriş durumu $N00N$ iken N=6 da çıkış modu $|60\rangle$ olan durum (yukarı kolda 6 foton aşağı kolda 0 olan dedektasyon yada tam tersi) için detektörlerden biri sabit tek foton algılayacak şekilde sabitlenmiş ve şekil 3.6'daki algılama şeması oluşturulmuştur. Bu işlemi yapabilmek için ilk olarak giriş durumu denklem 3.9 ki gibi tanımlayarak, denklem 3.10'daki gibi giriş ışın bölücüsü ile işleme sokulmuştur. Denklem 3.11.a ve denklem 3.11.b ise çıkış ışın bölücülerinin ve faz değiştirici operatörlerinin eşdeğerlerini vermektedir. Denklem 3.12 ise altı foton yukarı kolda, aşağıda foton olmayan durumu temsil etmektedir.

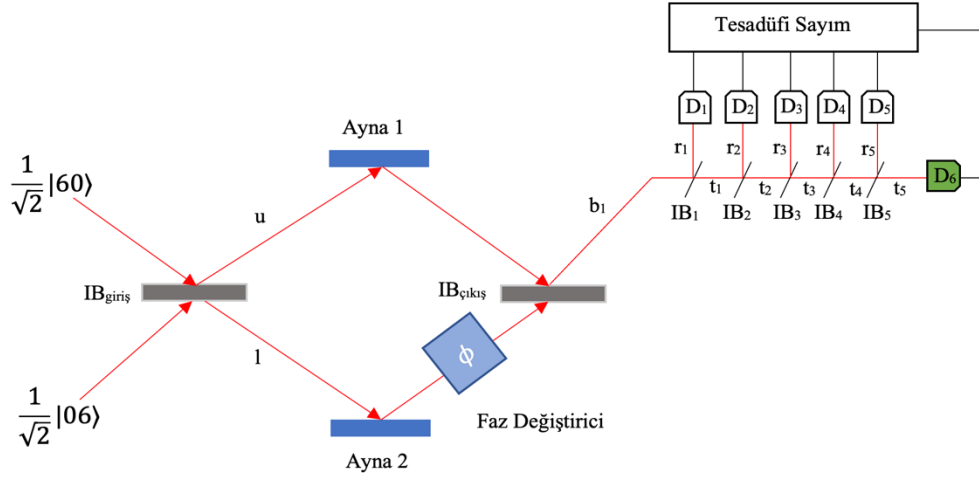
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|60\rangle + |06\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{a_1^{\dagger 6}}{\sqrt{6!}}|00\rangle + \frac{a_2^{\dagger 6}}{\sqrt{6!}}|00\rangle\right) \quad (3.9)$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{6!}\sqrt{2}}\left[\left(\frac{iu^{\dagger} + l^{\dagger}}{\sqrt{2}}\right)^6 |00\rangle + \left(\frac{u^{\dagger} + il^{\dagger}}{\sqrt{2}}\right)^6 |00\rangle\right] \quad (3.10)$$

$$u^{\dagger} \rightarrow \frac{ib_1^{\dagger} + b_2^{\dagger}}{\sqrt{2}} \quad (3.11.a)$$

$$l^{\dagger} \rightarrow e^{i\phi} \frac{b_1^{\dagger} + ib_2^{\dagger}}{\sqrt{2}} \quad (3.11.b)$$

$$= \left[-\frac{(3 \cos(2\phi) + 5)(\cos(3\phi) + i \sin(3\phi))}{96\sqrt{10}} b_1^{\dagger 6} + \dots \right] |00\rangle \quad (3.12)$$



Şekil 3.6. N00N giriş durumu N=6 için çıkış modu $|60\rangle$ iken beş foton sayma şeması

Şekil 3.6 da tesadüfi sayım şeması (coincidence counting) verilmiş, D1,D2,D3,D4,D5,D6 tek foton dedektörlerini, r,t katsayıları ışın bölücü yansıtma ve geçme katsayılarını temsil etmektedir. Burada D6 dedektörü sürekli sinyal verir durumda yada D6 dedektöründe sayım yapılmıyor olarak düşünülebilir. Bu noktada yukarıya giden altı fotonun sadece beşi dedekte edilecektir. Denklem 3.13'te yukarıda beş foton dedektasyonu için parametreler verilmiştir. Gerekli işlemler yapıp düzenlendiğinde denklem 3.14'e evrilir.

$$\rightarrow -\frac{(3 \cos(2\phi) + 5)(\cos(3\phi) + i \sin(3\phi))}{96\sqrt{10}} \{(r_1 d_1 + t_1 (r_2 d_2 + t_2 (r_3 d_3 + t_3 (r_4 d_4 + t_4 (r_5 d_5))))^5\} |000001\rangle \quad (3.13)$$

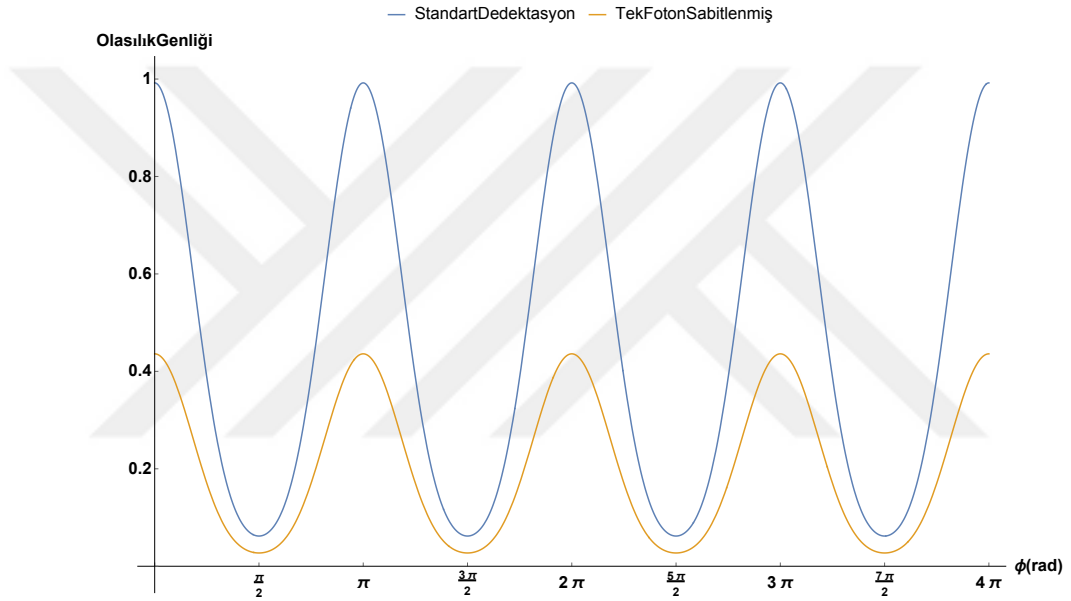
$$= -\frac{(3 \cos(2\phi) + 5)(\cos(3\phi) + i \sin(3\phi))}{96\sqrt{10}} \{120 r_1 r_2 r_3 r_4 r_5 t_1^4 t_2^3 t_3^2 t_4 d_1^\dagger d_2^\dagger d_3^\dagger d_4^\dagger d_5^\dagger + \dots\} |000001\rangle$$

$$-120 \frac{(3 \cos(2\phi) + 5)(\cos(3\phi) + i \sin(3\phi))}{96\sqrt{10}} r_1 r_2 r_3 r_4 r_5 t_1^4 t_2^3 t_3^2 t_4 |111111\rangle \quad (3.14)$$

Denklem 3.15 girişte N=6 olan N00N durumda beş foton dedekte etme olasılığını vermektedir.

$$P_6^{50} = |r_1 r_2 r_3 r_4 r_5 t_1^4 t_2^3 t_3^2 t_4|^2 \left[\frac{5}{64} (3 \cos(2\phi + 5))^2 (2 \sin^2(3\phi) + \cos(6\phi) + 1) \right] \quad (3.15)$$

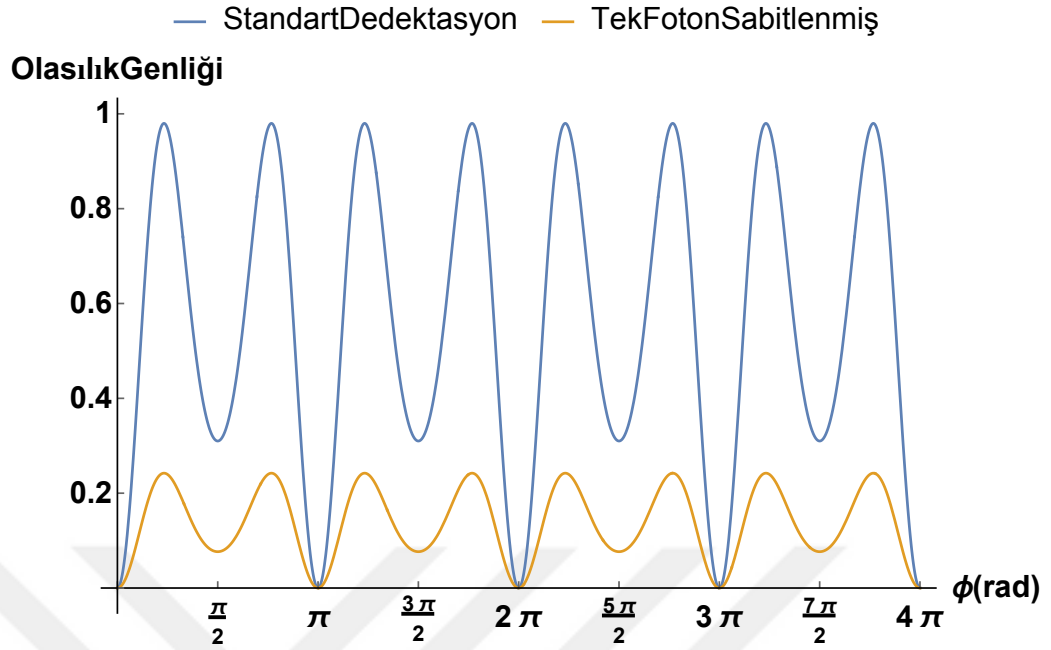
Şekil 3.7 girişte N=6 olan N00N durumda beş foton dedekte etme olasılığının girişimölçer fazına bağlı grafiği verilmiştir. Grafikte mavi çizgi standart dedektasyon yani altı foton dedekte edilen durumu, turuncu çizgi tek foton sabitlenmiş dedektasyon yani beş foton dedekte edilen durumu temsil etmektedir.



Şekil 3.7. N= 6 için $|60\rangle$ çıkışının, tek foton eksik dedektasyonun girişimölçer fazına bağlı olasılık genliği

Şekil 3.7 ye baktığımızda eksik foton dedektasyonunda genlik azalmaktadır. Fakat görünürlük hesaplaması yapıldığında durumların görünürlükleri eşit $V=0.89$ gelmektedir. Ayrıca genlikler azalmış olsa bile faz duyarlılığında bir değişim olmamıştır.

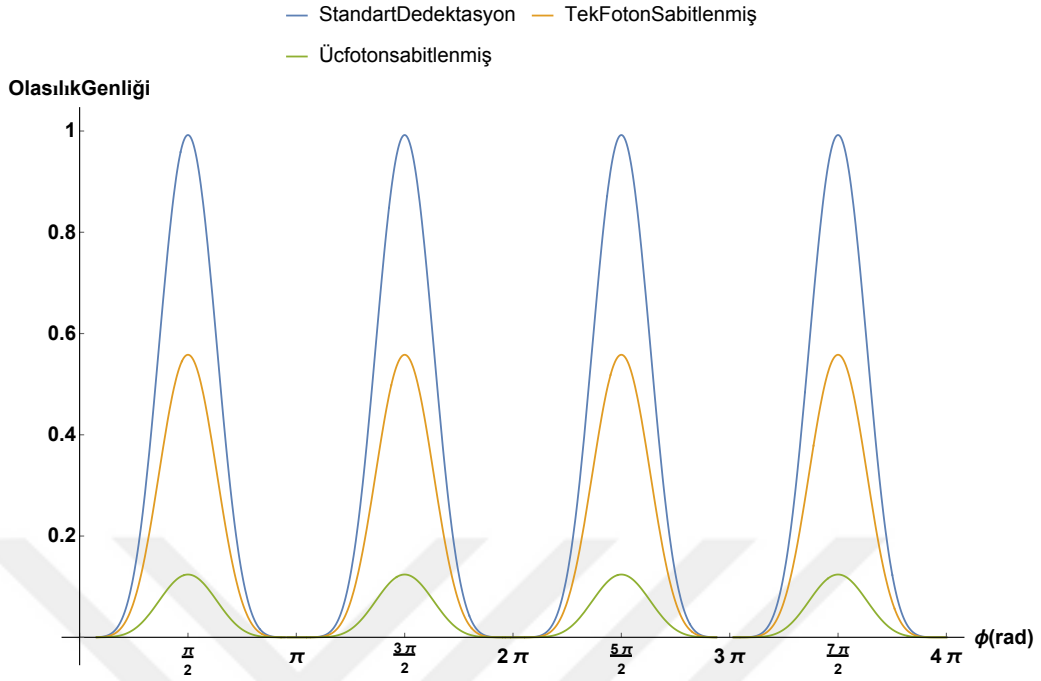
Benzer bir hesaplama giriş kolları arası faz farkı $\psi = \pi$ varken giriş durumu N00N N=8 de çıkış modu $|71\rangle$ iken altı foton dedekte edildiği durum için yapılmıştır. Bu noktada altta yine tek foton üstte ise altı foton algılanacak şekilde şema oluşturulmuştur. Şekil 3.8’de verilen grafikteki sonuçlar elde edilmiştir.



Şekil 3.8. $N=8$ için $|71\rangle$ çıkışının, tek foton eksik dedektasyonun girişimölçer fazına bağlı olasılık genliği.

Şekil 3.8 ye baktığımızda eksik foton dedektasyonunda genlik azalmaktadır. Altı fotonlu sistemdekine benzer şekilde görünürlük değişmemiş ve genlikler azalmış olsa bile faz duyarlılığında bir değişim olmamıştır.

Giriş kolları arası faz farkı $\psi = \pi$ varken giriş durumu $N00N$ $N=6$ de çıkış modu $|33\rangle$ iken tek foton ve üç foton eksik dedekte edildiğinde aşağıda verilen şekil 3.9'daki sonuçlar gelmektedir. Bu aşamada tek foton eksiltme için yukarıdan bir dedektör, 3 foton eksiltme için yukarıdan bir aşağıdan iki dedektörün sabitletiği hesabı yapılarak olasılık genlikleri hesaplanmıştır. Farklı dedektör kombinasyonları için de sonuçlar değişmemektedir.



Şekil 3.9. $N=6$ için $|33\rangle$ çıkışının tek foton eksik ve üç foton eksik dedektasyonun girişimölçer fazına bağlı olasılık genliği.

Diğer durumlardakine benzer şekilde şekil 3.9’da da algılanan foton sayısı azaldıkça genlik azalmış fakat faz duyarlılığında değişim gerçekleşmemiştir.

Tüm durumlarda olasılık genliği azalmıştır. Buda göstermektedir ki deneysel olarak bu işlemler yapıldığında çıkışta ışık gücünün eksik foton sayımında daha az daha düşük olacaktır.

4. SONUÇ VE YORUM

Bu tez çalışmasında giriş modlarında sayı ve N00N durumlar kullanılan bir girişimölçerin çıkış modları teorik olarak incelenmiştir. Ayrıca girişimölçerde kullanılan ışın bölücülerin geçirme ve yansıtma katsayılarının, giriş modları ve girişimölçerin kolları arasındaki fazın çıkış durumlarına olan etkisi irdelenmiştir. Bulunan sonuçların girişimölçerin hassasiyetinin geliştirilmesi bağlamındaki etkileri değerlendirilmiştir.

Girişimölçerin giriş modlarında, bir modda 3 diğer modda 1 foton giriş durumu olarak kullanıldığında faz duyarlılığın tek foton kullanılması durumuna göre dört kat artmıştır. Aynı etki giriş modlarında N=4 olan N00N durum kullanıldığında elde edilmiştir. Bu durumlar haricinde foton sayısı arttırılmasına rağmen faz duyarlılığında dört foton durumuna göre daha fazla olan bir artış görülmemiştir. Bunun yanında giriş modları arasında faz farkı olması faz duyarlılığı üzerinde olumlu bir etkiye sahip olmamakla birlikte çoğu durumda duyarlılığın düşmesine neden olmaktadır. 75/25 katsayılarına sahip ışın bölücüler kullanılması da, 50/50 ışın bölücüyle yapılan hesaplamalara oranla faz duyarlılığında bozulmaya neden olmaktadır.

Tablo 3.1 incelendiğinde bazı çıkış durumlarının faz duyarlılığı bozulurken, bazılarında arttığı, bazılarında ise azaldığı görülmektedir. Örneğin $|22\rangle$ giriş durumu için incelenirse; ilk IB den geçtikten sonra $|22\rangle$ aşağıdaki duruma evrilmektedir.

$$\sqrt{\frac{3}{4}}(|40\rangle + |04\rangle)/\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{4}}(|22\rangle) \quad (4.1)$$

Bu durumda sadece $|40\rangle + |04\rangle$ kısmı girişime uğrayabilme ihtimaline sahiptir ve uğradığında $|31\rangle$ yada $|13\rangle$ çıkış durumları gözlemlenir; bu da maksimum faz duyarlılığını verir.[43] Buradan hareketle faz duyarlılığın bozulduğu veya azaldığı durumlarda da ilk IB den geçtikten sonra giriş durumunun evrildiği dalga denkleminin içerdiği N00N ve N00N olmayan durumların ikinci IB deki girişim özelliklerinin faz

duyarlılığını etkilediği sonucuna varılabilir. Bu sebeple yine tablo 3.1 deki giriş durumu olan $|40\rangle$ durumu incelendiğinde ilk ışın bölücüden geçtikten sonra denklem 3.10 gibidir.

$$\frac{1}{4}(|40\rangle - 2i|13\rangle - |22\rangle + 3i|31\rangle + |40\rangle) \quad (4.2)$$

Denklem 3.10 dan görüleceği üzere içerideki N00N olmayan durum sayısı arttıkça faz duyarlılığı azalmaktadır. Sayı durumlarında $N>4$ durumları için ilk IB den geçtikten sonra N00N olmayan durumların sayısı artmaktadır. Tablo 3.2 deki giriş durumları N00N kaynaklar olan girişimölçer için de faz duyarlılığı artışında ilk IB den sonraki sonuçların sayı durumlarındaki gibi N00N ve N00N olmayan durumların sayısına bağlı olduğu görülmektedir. Tablo 3.3 75/25 IB kullanılan durumlar için $N>1$ için ilk IB den geçtikten sonra N00N olmayan durum sayısı benzer şekilde artmaktadır. Bu sebeple 50/50 olmayan ışın bölücülerde Tablo 3.1 ve 3.2 de faz duyarlılığı gözlemlenen durumlarda bile herhangi bir faz duyarlılığı ile karşılaşılmamaktadır.

Dolanıklı kaynaklı girişimölçerlerin sayı durumu kaynaklı girişimölçerlere göre eşit sayılı foton durumları kullanıldığında faz duyarlılığına farklı bir katkısı olmamaktadır.

Çıkış durumlarının girişimölçer fazına ve giriş modları arasındaki faza bağlılığı yoğunluk grafikleri ile incelenirse, girişte $N=4$ olan N00N durum kullanıldığında çıkışta ölçülen $|40\rangle$ durumunun giriş kolları arasındaki fazdan minimum oranda etkilendiği görülmektedir.

Giriş ve çıkış durumları arasında ki bağıllık (F) oranları da açıkça giriş kolları arasındaki ve girişimölçer fazından etkilenmektedir. Bu da giriş kollarında N00N durumlar kullanılsa bile çıkış durumunda her zaman dolanık durumların elde edilemeyeceğini göstermektedir.

3.4. bölüme baktığımızda dolanıklık entropisi hesapları yapılmış, hesaplamalar sonucunda sayı durumunda ve N00N durumlarda N foton sayısı arttıkça dolanıklık entropisi artmıştır. Sayı durumlarında $N=4$ iken maksimum faz duyarlılığına ulaştığımız giriş durumları $|31\rangle, |22\rangle$ giriş durumlarının eşit sayılı foton sayısına sahip

$|40\rangle$ giriş durumuna göre dolanıklık entropisi daha düşüktür. Girişimölçer çıkışında sayı durumları için, , girişimölçer fazına bağlı olarak entropi değişimi verilmiştir. N artışına bağlı olarak entropi artışı gözükse de örneğin girişimölçer fazı $\pi/2$ iken $|11\rangle, |22\rangle, |31\rangle$ giriş durumları için azalma söz konusu olmaktadır. Yani faz duyarlılığı artışı gördüğümüz giriş durumlarında entropide düşüş görülmektedir. Giriş durumları $N00N$ iken ilk ışıın bölücüden geçen durumların dolanıklık entropisi, çift sayı durumlarında bir önceki tek sayı durumuna göre düşüş göstermektedir. $N00N$ durumların girişimölçer çıkışında, girişimölçer fazına bağlı dolanıklık entropisine bakıldığında herhangi bir faz farkı yokken $N=8$ e kadar tüm çıkışların entropisi maksimum dolanıklı durumları temsil etmektedir.

Bölüm 3.4 ayrıca $N00N$ giriş durumlarının, girişimölçer çıkışında görünürlük hesapları yapılmış, dolanıklık entropisi hesaplanan durumlarda (şekil 3.4) ilk IB den geçtikten sonra tek foton sayılı durumlarda dolanıklık entropisi çift sayı durumlarına göre daha yüksek gelmektedir. Entropinin arttığı durumlarda, görünürlükte azalma görmekteyiz.

Bölüm 3.4' te yapılan diğer bir kısım da ise eksik foton sayımının görünürlüğü ve faz duyarlılığını etkilemediği görülmüş sayılan foton sayısı azaldıkça olasılık genliği azalmıştır. Buda çıkışta dedekte edilen ışık gücünün azaldığının göstergesidir.

Bu tez çalışmasında incelenen bütün durumlar kağıt üstünde idealleştirilmiş sistemleri temsil etmektedir. Günümüzde dolanık foton çiftlerinin üretilmesi, çıkış durumunda belirli bir sayıda fotonun dedekte edilmesi problemi gerek teorik gerekse deneysel olarak aktif çalışma alanlarını oluşturmaktadır. Kuantum metrolojinin teknolojik ve günlük hayatta kullanılabilirliği bu problemlerin çözülebilmesiyle olacaktır. Kuantum metroloji alanındaki gelişmeler günümüz bilgisi dahilinde Planck uzunluğuyla karşılaştırılabilir ölçeklerde ölçümler yapmamızı, bir nesneye bakmasak bile onu görmemizi sağlamak gibi günlük algımızı aşan pek çok olağan üstü sonucu karşımıza getirmektedir. Sahip olduğumuz bugünkü teknolojinin ilerlemesi de yine kuantum metroloji ve ışığın doğası hakkındaki bilgimizin ilerlemesi ile mümkün olacaktır.

KAYNAKLAR

1. Giovannetti V, Lloyd S, Lorenzo M. Advances in quantum metrology. *Nature Photonics*. 2011; 5(4): 222–229
2. Dowling JP. Quantum Optical Metrology — The Lowdown on High-N00N States. *Contemporary Physics*. 2008; 49(2):125-143
3. Jaekel MT, Reynaud S. Quantum limits in interferometric measurements. *Europhysics Letters*. 1990; 13(4):301-306
4. Dirac, PAM The Quantum Theory of the Emission and Absorption of Radiation. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1927; 114(767):243-265
5. Gerry CC, Knight P. *Introductory Quantum Optics*. Cambridge: Cambridge University Press; 2005
6. Caves CM. Quantum Mechanical Noise in an Interferometer. *Physical Review D*. 1981; 23(8):1693-1708
7. Walls DF, Gerard JM. *Quantum Optics*. 2nd Ed. Springer; 2008
8. *Quantum Light For Quantum Technologies*, William NP: Louisiana State University; 2010
9. Polzik ES. Spectroscopy with Squeezed Light. *Physical Review Letters*. 1992; 68(20):3020–3023
10. Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?. *Physical Review Letters*. 1935; 47:777
11. Schrödinger E. Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik. *Naturwissenschaften*. 1935; 23(48) 807–812.
12. Bohm D. *Quantum Theory*. New York: Prentice-Hall Inc.; 1951
13. Fox M. *Quantum Optics An Introduction*. Oxford: Oxford University Press; 2006
14. Kocher CA, Commins ED. Polarization Correlation of Photons Emitted in an Atomic Cascade. *Physical Review Letters*. 1967; 18:575
15. Kwiat PG, Zeilinger A et al., New High-Intensity Source of Polarization-Entangled Photon Pairs. *Physical Review Letters*. 1995; 75:4337
16. Boto AN, Kok P, Abrams DS, et al., Quantum Interferometric Optical Lithography: Exploiting Entanglement to Beat the Diffraction Limit. *Physical Review Letters*. 2000; 85:2733.
17. Durkin GA, Dowling JP. Local and Global Distinguishability in Quantum Interferometry. *Physical Review Letters*. 2007; 99:070801.
18. Kok P, Braunstein SL, Dowling JP. Quantum Lithography, Entanglement and Heisenberg-Limited Parameter Estimation. *Journal of Optics B*. 2004; 6:811
19. Kolkiran A, Agarwal GS. Heisenberg limited Sagnac interferometry. *Optic Express*. 2007; 15(11):6798
20. Michelson AA, Morley EW. On the Relative Motion of the Earth and the Lumineferous Ether. *American Journal of Science*. 1887; 34 (151):333.
21. Einstein A, Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*. 1905:322:891.
22. Barish BC, Weiss R. LIGO and the Detection of Gravitational Waves. *Physics Today*. 1999; 52:44

23. LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Physical Review Letters*. 2016;116(6):061102
24. Henault F. Quantum physics and the beam splitter mystery. *SPIE Optical Engineering+ Applications*. 2015;9570
25. Fearn H Loudon R. Quantum theory of the lossless beam splitter. *Optics Communications*. 1987;64(6):485–490
26. Holbrow CH, Galvez E, Parks ME. Photon quantum mechanics and beam splitters. *American Journal of Physics*. 2002;70(3):260–265
27. Rochester University, *Beam Splitter Input-Output Relations*. Available from: <https://www.pas.rochester.edu/~howell/mysite2/Tutorials/Beamsplitter2.pdf>
28. Fizeau H. Sur les hypothèses relatives à l'éther lumineux, et sur une expérience qui paraît démontrer que le mouvement des corps change la vitesse avec laquelle la lumière se propage dans leur intérieur. *Comptes Rendus*. 1851;33:349
29. Zehnder L. *Ein neuer Interferenzrefraktor*. Springer; 1891
30. Zetie KP, Adams SF, Tocknell RM. How does a Mach–Zehnder interferometer work?. *Physics Education*. 2000;35(1):46
31. Grangier P, Roger G, Aspect A. Experimental Evidence for a Photon Anticorrelation Effect on a Beam Splitter: A New Light on Single-Photon Interferences. *Europhysics Letters*. 1986;1(4):173-179
31. Hong CK, Ou ZY, Mandel L. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Physical Review Letters*. 1987;59:2044
33. Nielsen MA, Chuang IL. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press; 2000
34. Kuzmich A, Mandel L. Sub-Shot-Noise Interferometric Measurements With Two-Photon States. *Journal of Optics B*. 1988;10:493.
35. Rarity JG, Tapster PR, Jakeman E et al. Two-Photon Interference in a Mach-Zehnder Interferometer. *Physical Review Letters*. 1990;65:348.
36. D'Angelo M, Chekhova MV, Shih Y. Two-Photon Diffraction and Quantum Lithography. *Physical Review Letters*. 2001;87:013602.
37. Mitchell MW, Lundeen JS, Steinberg AM. Super-Resolving Phase Measurements With a Multiphoton Entangled State, *Nature* 2004;429:161.
38. Bouwmeester D. High NOON for Photons. *Nature*. 2004;429:139.
39. Nagata T, Okamoto R, O'Brien J et al. Beating the Standard Quantum Limit with Four-Entangled Photons. *Science*, 2007;316:726.
40. Higgins BL, Berry DW, Bartlett SD et al. Entanglement-Free Heisenberg-Limited Phase Estimation. *Nature* 2007;450:393.
41. Jozha R. Fidelity for Mixed Quantum States. *Journal of modern optics*. 1994;41(12):2315
42. Nielsen MA. The entanglement fidelity and quantum error correction. *Physical Review A*. 1996;102
43. Matthews JCF, Politi A, Stefanov A, O'Brien JL. Manipulation of multiphoton entanglement in waveguide quantum circuits. *Nature Photonics*. 2009;3:346

EKLER

EKA: Hesaplamalarda Kullanılan Mathematica Kodu

```
Needs["Quantum`Notation`"];
SetQuantumAliases[];
Clear[a,b,b1, b2, S, Optmat, Ipm, Opwf, norm, Sopwf, n, m, den,
sen,W,\[Phi],\[Psi]];

(*operatörleri tanımlama*)

DefineOperatorOnKets[a,{\[VerticalSeparator]Subscript[x_, Overscript[q1,
^]],Subscript[z_, Overscript[q2,
^]]\[RightAngleBracket]:>Sqrt[x+1]*\[VerticalSeparator]x+Subscript[1,
Overscript[q1, ^]],Subscript[z, Overscript[q2, ^]]\[RightAngleBracket]};
DefineOperatorOnKets[b,{\[VerticalSeparator]Subscript[x_, Overscript[q1,
^]],Subscript[z_, Overscript[q2,
^]]\[RightAngleBracket]:>Sqrt[z+1]*\[VerticalSeparator]Subscript[x, Overscript[q1,
^]],z+Subscript[1, Overscript[q2, ^]]\[RightAngleBracket]};

n=Input[n];
m=Input[m];

(* BS matrisi*)
S={{-Sin\[Phi]/2,Cos\[Phi]/2},{Cos\[Phi]/2,Sin\[Phi]/2}};
Optmat={{a},{b}};
Ipm=S.Optmat;
b1=Part[Ipm,1,1];
b2=Part[Ipm,2,1];

(*dalga fonksiyonunun hesaplanması*)
Opwf=1/Sqrt[2]*(((b1^n)/Sqrt[n!]\[CenterDot]\[VerticalSeparator]Subscript[0,
Overscript[q1, ^]],Subscript[0, Overscript[q2,
^]]\[RightAngleBracket]+Exp[I*Pi]*(b2^m)/Sqrt[m!]\[CenterDot]\[VerticalSeparato
r]Subscript[0, Overscript[q1, ^]],Subscript[0, Overscript[q2,
^]]\[RightAngleBracket]));
Sopwf=Simplify[ComplexExpand[Opwf]];
Simplify[ComplexExpand[Opwf]]
norm=(Sopwf)^*\[CenterDot](Sopwf);
W=Simplify[ComplexExpand[norm]](*normlizasyon kontrolü*)
Plot[W,{\[Phi],0,4* Pi},Ticks->{{0,Pi,2Pi,3Pi,4Pi},{0,1}}]

(*durumların olasılık genliklerinin çizdirilmesi*)
Do[
```

```

den[\[Phi]_] = \[LeftAngleBracket]Subscript[n1, Overscript[q1, ^], Subscript[m1,
Overscript[q2, ^]]\[VerticalSeparator]\[CenterDot]Sopwf;
sen[\[Phi]_] = (den[\[Phi]])^**den[\[Phi]];
If[sen[Pi/6] != 0,
Print[ComplexExpand[sen[\[Phi]]]];
Print[Ket[n1, m1]];
Print[Plot[sen[\[Phi]], {\[Phi], 0, 4Pi}, Ticks -> {{0, Pi, 2Pi, 3Pi, 4Pi}}, AxesLabel -
-> \[CapitalIota](Yoğunluk), LabelStyle -> Directive[Black, Medium]]]]

, {n1, 0, n}, {m1, 0, n}]

```



ÖZGEÇMİŞ

Ad- Soyad:

Ayşe A. YILMAZ ERGÜRHAN

Doğum Tarihi:

09.07.1990

Eğitim:

Lisans:

(2010-2015)

Ege Üniversitesi

Fen Fakültesi Fizik Bölümü

Lise:

(2004-2008)

İzmir Vali Vecdî Gönül Anadolu Lisesi