

ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

SÜPERSİMETRİK $U(1)'$ MODELDE NÖTRALİNO, CHARGİNO ve HİGGS
BOZONLARI

Ahmet Serdar BULDUK

FİZİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ANKARA
2021

Her hakkı saklıdır

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

SÜPERSİMETRİK $U(1)'$ MODELDE NÖTRALİNO, CHARGİNO ve HİGGS BOZONLARI

Ahmet Serdar BULDUK

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Levent SELBUZ

Bu tezde hem MSSM'nin hem de $U(1)'$ genişletilmiş MSSM'nin Higgs, chargino ve nötralino (electroweakino) sektörleri incelenmiştir. Çalışma; fenomenolojik MSSM için ve elektrozayıf skalayla yeterince ağır kütleli bir Z' bozonu oluşturma arasında oluşacak gerilimi modele fazladan eklenen üç tane tekli süperalan ile çözen, secluded sektör $U(1)'$ model için gerçekleştirilmiştir. Bu modellerin her biri için, mevcut deneysel verilerle ve kalıntı yoğunluğu kısıtlamaları ile tutarlı karşılaştırma noktaları seçilmiştir. Parçacık spektrumlarının, modellerin parametrelerine duyarlılığı incelenmiştir. Daha sonra modeller, standart paketlere yüklenmiş ve LHC çerçevesinde $\sqrt{s} = 14$ TeV'de üretim ve bozunum modlarının analizi gerçekleştirilmiştir.

Ocak 2021, 86 sayfa

Anahtar Kelimeler: Simetri, süpersimetri, skaler, Higgs, Higgs mekanizması, simetri kırılması, chargino, nötralino, kütle matrisi, bozunum oranı.

ABSTRACT

Msc. Thesis

NEUTRALINO, CHARGINO and HIGGS BOSONS in the SUPERSYMMETRIC $U(1)'$ MODEL

Ahmet Serdar BULDUK

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics Engineering

Supervisor: Doç. Dr. Levent SELBUZ

In this thesis, the Higgs sector and electroweakino sector of both the MSSM and the $U(1)'$ extended MSSM are examined. We perform the study in the phenomenological MSSM as well as in the $U(1)'$ model with a secluded sector where the tension between the electroweak scale and developing a large enough mass for new boson Z' is resolved by adding three additional singlet superfields into the model. For each of those models, we select a set of benchmark points consistent with the latest available experimental data and relic density constraints. We examine the sensitivity of the particle spectra to the parameters of the models. We then implement the models into standard packages and perform an analysis of production and decay modes at the LHC with $\sqrt{s} = 14$ TeV.

January 2021, 86 pages

Key Words: Symmetry, supersymmetry, scalar, Higgs, Higgs mechanism, symmetry breaking, chargino, neutralino, mass matrix, branching ratio.

TEŞEKKÜR

Çalışmalarımı yönlendiren, araştırmalarımın her aşamasında bilgi ve önerilerini esirgemeyen, çalışmalarımın en zor zamanlarında –COVID-19 salgın döneminde- yardımlarını benden esirgemeyen ve beni sürekli destekleyen, çalışmalarım süresince birçok fedakarlıklar yapan danışman hocam Doç. Dr. Levent SELBUZ’a en derin duygularıyla teşekkür ederim.

Ahmet Serdar BULDUK
Ankara, Ocak 2021



İÇİNDEKİLER

TEZ ONAYI	
ETİK.....	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	iv
SİMGELER DİZİNİ	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	viii
1. GİRİŞ	1
2. STANDART MODEL.....	4
2.1 Giriş	4
2.2 Modelin Parçacık İçeriği	5
2.3 Higgs Mekanizması	8
2.4 Standart Modelin Lagranjiyeni	10
2.5 Standart Modelin Eksiklikleri ve Problemleri	17
3. SÜPERSİMETRİ ve MSSM	21
3.1 Giriş	21
3.2 SUSY'nin Yapısı.....	23
3.3 Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM).....	27
3.4 MSSM'in Lagranjiyeni.....	32
3.5 MSSM'in Higgs Sektörü.....	34
3.6 MSSM'in Chargino ve Nötralino Sektörleri.....	37
3.7 MSSM'in Problemleri ve Eksiklikleri.....	40
4. SECLUDED SEKTÖR $U(1)'$ -MSSM (UMSSM).....	42
4.2 UMSSM'nin Yapısı	44
4.3 UMSSM'nin Lagranjiyeni.....	46
4.4 UMSSM'nin Higgs Sektörü.....	50
4.5 UMSSM'nin Chargino ve Nötralino Sektörleri	52
5. NÜMERİK ANALİZ	54
5.1 MSSM ve UMSSM Senaryoları İçin Kütle Spektrumu	56
5.2 MSSM ve UMSSM Modellerinde Parçacıkların Üretim ve Bozunumları	63
6. TARTIŞMA ve SONUÇ	70
KAYNAKLAR	72
EKLER.....	76
EK 1 UMSSM Dahilinde Oluşan Anomalilerin Çözümü	76
EK 2 UMSSM'nin Z' Sektörü	82
EK 3 UMSSM'nin Higgs Sektörü.....	83
ÖZGEÇMİŞ.....	86

SİMGELER DİZİNİ

$\Omega_{\tilde{\chi}_1^0} h^2$	Karanlık Madde Kalıntı Yoğunluğu
θ_W	Weinberg Açısı
σ_i	Pauli Matrisleri
γ^i	Gama Matrisleri
$M_{H^\pm}$	Yüklü Higgs Bozonlarının Kütlesi
$M_{H_{1,2\dots 6}^0}$	Nötral CP-Çift Higgs Bozonlarının Kütlesi
$M_{H_{a\dots d}^0}$	Nötral CP-Tek Higgs Bozonlarının Kütlesi
$v_{u,d}$	Higgs Alanının Yüksüz Bileşenlerinin Vakum Beklenen
Değerleri	
$\tan \beta$	Vakum Beklenen Değerleri Oranı
$m_{\tilde{\chi}_{1,2}^\pm}$	Chargino Kütleleri
$m_{\tilde{\chi}_i^0}$	Nötralino Kütleleri
D_μ	Kovaryant Türev

Kısaltmalar

EW	Elektro-zayıf (<i>Electro-weak</i>)
GeV	Giga-elektronvolt
GUT	Büyük Birleşim Teorisi (<i>Grand Unification Theory</i>)
GWS	Glashow-Weinberg-Salam
KM	Karanlık Madde
LHC	Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (<i>Large Hadron Collider</i>)
LSP	En Hafif Süpersimetrik Parçacık (<i>Lightest Supersymmetric</i>
<i>Particle</i>)	
MSSM	Minimal Süpersimetrik Standart Model
RD	Karanlık Madde Kalıntı Yoğunluğu (<i>Relic Density</i>)
Skuark	Skaler Kuark
Slepton	Skaler Lepton
SM	Standart Model
Sparçacık	Skaler Parçacık
SUSY	Süpersimetri (<i>Supersymmetry</i>)
TeV	Tera-elektronvolt
UMSSM	Secluded Sektör $U(1)'$ -MSSM
VEV	Vakum Beklenen Değeri (<i>Vacuum Expectation Value</i>)
QCD	Kuantum Kromodinamiği (<i>Quantum Chromodynamics</i>)
QED	Kuantum Elektrodinamiği (<i>Quantum Electrodynamics</i>)
WMAP	Wilkinson Microwave Anisotropy Probe

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 5.1 Hafif Higgs ve chargino kütlelerinin MSSM dahilinde μ parametresine göre (üstte) ve UMSSM dahilinde μ_{eff} parametresine göre (altta) değişim grafikleri.....	60
Şekil 5.2 Soldan sağa doğru sırasıyla hafif Higgs (h), hafif chargino ($\tilde{\chi}_1^\pm$) ve hafif nötralino ($\tilde{\chi}_1^0$) kütlelerinin MSSM çerçevesinde (üstte) ve UMSSM çerçevesinde (altta) $\tan \beta$ parametresine göre değişimi.....	61
Şekil 5.3 $\tilde{\chi}_1^0$ ve $\tilde{\chi}_2^0$ kütlelerinin MSSM dahilinde (üstte) ve UMSSM dahilinde (altta) M_1 ve M_2 (GeV biriminde) parametrelerine göre değişimi.....	62
Şekil 5.4 Soldan sağa doğru sırasıyla $\tilde{\chi}_1^\pm$, $\tilde{\chi}_2^\pm$ ve $\tilde{\chi}_1^0$ kütlelerinin MSSM dahilinde (üstte) ve UMSSM dahilinde (altta) M_2 (GeV biriminde) parametrelerine göre değişimi.....	63
Şekil 5.5 MSSM kapsamında sırasıyla ağır CP-çift Higgs, chargino ($\tilde{\chi}_1^\pm$) ve nötralino ($\tilde{\chi}_2^0$) parçacıklarının $\tan \beta$ parametresine göre bozunum kanalları ve dallanma oranları.....	64
Şekil 5.6 UMSSM kapsamında $H_2^0 \rightarrow t\bar{t}$ bozunumunun sırasıyla μ_{eff} , $\tan \beta$ ve h_s parametrelerine göre dallanma oranı değişimi.....	65
Şekil 5.7 UMSSM kapsamında hafif CP-çift Higgs (H_1^0)'in $b\bar{b}$ bozunumunun μ_{eff} ve $\tan \beta$ parametrelerine göre, hafif CP-tek Higgs (H_a^0)'in $t\bar{t}$ bozunumunun μ_{eff} parametresine göre dallanma oranı değişimi.....	66
Şekil 5.8 UMSSM'de $H^+ \rightarrow t\bar{b}$ bozunumunun μ_{eff} , $\tan \beta$ ve h_s parametrelerine göre dallanma oranları değişimi.....	67
Şekil 5.9 UMSSM dahilinde $\tilde{\chi}_2^\pm \rightarrow Z\tilde{\chi}_1^\pm$ bozunumunun sırasıyla μ_{eff} , $\tan \beta$ ve h_s parametrelerine göre dallanma oranları.....	68
Şekil 5.10 UMSSM dahilinde $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow Z\tilde{\chi}_1^0$ bozunum kanalına ait dallanma oranlarının sırasıyla μ_{eff} , $\tan \beta$ ve h_s parametrelerine göre değişimi.....	68

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Standart modelde lepton ve kuark aileleri.	6
Çizelge 2.2 Standart model çerçevesindeki temel parçacıklar.	6
Çizelge 2.3 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubunun içerdiği madde alanlar ve kuantum sayıları.	12
Çizelge 3.1 Standart Model temel parçacıkları (sol blok) ve süpersimetrik eşlenikleri (sağ blok).	27
Çizelge 3.2 MSSM parçacık spektrumu.	29
Çizelge 5.1 MSSM senaryosu için temel parametreler ve kütle değerleri.	57
Çizelge 5.2 UMSSM senaryosu için temel parametreler ve kütle değerleri.	58
Çizelge 5.3 Toplam 14 TeV enerjili pp çarpışma sürecinin UMSSM incelemesindeki olası toplam tesir kesitleri.	69

1. GİRİŞ

Onlarca yıldır araştırılan ve 2012 yılında CERN'deki Büyük Hadron Çarpıştırıcısında (LHC) iki ayrı deney grubu (Aad vd. 2012, Chatrchyan vd. 2012) tarafından bulunduğu ilan edilen, Higgs parçacığının keşfedilmesiyle parçacık fiziğinin Standart Model'i (SM) tamamlanmıştır. SM dört temel kuvvetten üçünü; yani elektromanyetik, zayıf ve güçlü kuvvetleri tanımlamada oldukça başarılı bir teori olmasının yanı sıra, kelimenin tam anlamıyla binlerce kez farklı yollarla test edilmiş ve çok çeşitli deneysel ölçümleri açıklamada dikkate değer ölçüde başarılı olmuştur. Zayıf etkileşme bozunumlarındaki düşük enerjili gözlemlilerden, LHC'nin en yüksek enerjilerindeki çoklu parçacık üretimine kadar, temel parçacık reaksiyonlarının tam bir tanımını SM veriyor gibi görünüyor. Bu büyük başarısına rağmen SM'nin eksik bir doğa tanımı olduğuna inanmak için nedenler bulunmaktadır. SM'nin kütleçekim etkileşimini içermemesi, nötrino kütlesi için bir mekanizma sağlayamaması, kozmolojik gözlemlerin SM'nin evrendeki tüm maddelerin sadece %4'ünü tanımlayabildiğini göstermesine karşın SM bünyesinde herhangi bir karanlık madde (KM) adayı olmaması, bu nedenler arasında sayılabilir.

“Yeni fizik” olarak da bilinen SM ötesi fizik için, birkaç geçerli aday bulunmaktadır. Bunlardan Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM); hiyerarşi sorununa doğal bir çözüm sağlaması, düşük enerji fenomenolojisini etkilemeyecek şekilde Büyük Birleşik Teori (GUT) ölçeğinde ayar kuplajlarının birleştirilmesine izin vermesi, içerdiği en hafif süpersimetrik parçacığın bir KM adayı olması gibi nedenlerden dolayı, popüler yeni fizik senaryolarından birisidir. Bununla birlikte; son LHC sonuçlarının MSSM'nin kısıtlı versiyonunun bazı parametre bölgelerini dışlaması ve μ -parametresinden kaynaklı doğallık sorunu gibi sebeplerden dolayı MSSM, bazı problemler barındırmaktadır.

SM'ye ekstra bir $U(1)'$ ayar simetrisi ekleme olasılığı; süper sicim yapıları, büyük birleşik teoriler ve dinamik olarak kırılmış elektrozayıf teoriler, olmak üzere SM ötesi birçok çalışma tarafından iyi motive edilmiştir. Genişletilmiş bir $U(1)'$ Abelyen ayar grubuna sahip modeller, genellikle bir $SO(10)$ veya E_6 simetrisinin SM ayar simetrisine

kırılmasından kaynaklanır (Langacker ve Wang 1998, Rizzo 1998). Bunlar, bazı süper sicim modellerinin düşük enerji limiti olabildiği gibi hem teorik olarak hem de fenomenolojik olarak ilginç sonuçları olabilir. Süpersimetrik versiyonda; MSSM'nin $U(1)'$ Abelyen grubuyla genişletilmiş hali MSSM'deki μ problemine doğal bir çözüm sağlayabilmektedir.

$U(1)'$ ile genişletilmiş MSSM'nin en basit versiyonu, vakum beklenen değeri (VEV) $U(1)'$ 'nün kırılmasından sorumlu olan, ekstra bir tekli (singlet) alan (S) ve yüksüz ayar bozonu (Z') içeren minimal $U(1)'$ -MSSM'dir (minimal-UMSSM). Bu VEV, dinamik olarak efektif bir μ terimi üretilip μ problemine şık bir çözüm oluşturduğu gibi aynı zamanda Z' bozonunun kütlesinden de sorumludur (Cvetič vd. 1997). Genişletilmiş bu simetrinin bazı versiyonları sağ elli nötrinolar ve snötrinolar içermektedir ki bu, hem nötrinolar için modelde bir kütle terimi yazmanın hem de nötralino dışında yeni bir KM adayının model eklenmesinin yolunu açmaktadır.

Diğer yandan $U(1)'$ ile genişletilmiş MSSM'nin basit olmayan versiyonu birden fazla singlet alan içermektedir¹ ve bu singlet alanlar; elektrozayıf skalayla, yeterince ağır kütleli bir Z' bozonu oluşturma arasında oluşacak gerilimi giderebilmektedirler. Modelin bu versiyonu secluded (ayrılmış) sektör $U(1)'$ -MSSM olarak adlandırılmaktadır (tez kapsamında bu model kısaca, UMSSM olarak adlandırılacaktır).

Nötralino, chargino ve Higgs sektörlerinin incelenmesi; yeni fizik etkilerinin doğrudan araştırılması bakımından azımsanmayacak bir öneme sahiptir. Süpersimetrik modellerde var olan nötralino ve chargino sektörünün SM'de bulunmaması, Higgs sektörünün ise SM'ye nazaran çok farklı/zengin olması, bu sektörlerin incelenmesinin SM ötesi yeni fiziğin araştırılmasında önemini ortaya koymaktadır.

Bu tez kapsamında; elektrozayıf skalayla, yeterince ağır kütleli bir Z' bozonu oluşturma arasında oluşacak gerilimin bünyesine eklenen üç tane fazladan $SU(2)$ singletle ortadan

¹ Tez kapsamında çalışılan secluded sektör $U(1)'$ -MSSM (UMSSM) incelemesinde, modele fazladan üç adet tekli süperalan (S_1 , S_2 ve S_3) dahil edilir. Fakat minimal-UMSSM incelenirken modele sadece bir adet S tekli alanı eklenir.

kaldırıldığı ve Dirac tipi nötrino kütleleri içeren, UMSSM çerçevesinde nötralino, chargino ve Higgs sektörleri analiz edilmiştir. Bu amaçla, özellikle LHC çerçevesinde gelen çarpıştırıcı sınırlamaları göz önünde bulundurulmuştur. Bu sınırlamalara riayet eden senaryolar oluşturulup modele ait nötralino, chargino ve Higgs parçacıklarının kütle spektrumları elde edilmiş ve bozunum ve üretim süreçleri hesap edilmiştir. Bu sektörlere ait parçacıkların kütleleri ile bozunum kanallarına ait dallanma oranlarının model parametrelerine olan bağımlılığı nümerik olarak incelenmiştir. Bu analizler yapılırken soğuk karanlık maddenin kalıntı yoğunluğu için Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) uydusundan elde edilen verilerin (Chattopadhyay vd. 2003, Hinshaw vd. 2013) modelin parametreleri üzerine getirdiği kozmolojik sınırlamalar da dikkate alınmıştır. Her ne kadar iki model çok zengin bir parametre uzayına sahip olsa da UMSSM ile MSSM'nin yukarıda bahsedilen sektörlerine ait benzerlikleri ve farklılıkları ortaya konulmuştur.

Bu tez çalışması şu şekilde düzenlenmiştir: Bölüm 2 yeni fiziği inceleyen tüm teorilerin üzerinde kurulmuş olduğu, deneysel başarısına rağmen doğayı tam olarak tanımlamada kavramsal ve teorik güçlükler barındıran ve bu nedenden dolayı genişletilmesi gereken, Standart Model'e ayrılmıştır. Bölüm 3 ve Bölüm 4'de; Standart Model ötesi yeni fizik modelleri, sırasıyla MSSM ve UMSSM, özellikle de bunların Higgs, nötralino ve chargino sektörleri incelemiştir. Tezin 5. Bölümünde; deneysel ve kozmolojik sınırlamalar göz önünde bulundurularak, MSSM ve U MSSM'nin nötralino, chargino ve Higgs sektörlerinin nümerik bir analizi yapılmıştır. 6. ve son bölümde ise tezin özeti verilmiştir.

2. STANDART MODEL

2.1 Giriş

Standart Model (SM) Abelyen olmayan, $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubu üzerine kurulmuş, yerel ayar değişmezliğe sahip bir kuantum alan teorisidir. Diğer bir deyişle SM, bu ayar grubuna dayanan Yang-Mills tipi bir ayar teorisidir. Ayar teorilerinin renormalize edilebilir özelliğe sahip olmaları birleştirme modellerinde ayar teorilerinin kullanılmasını elverişli hale getirir. Bu grupta güçlü etkileşmeler $SU(3)_C$ renk grubu ile tanımlanırken, elektro-zayıf etkileşmeler ise $SU(2)_L$ zayıf izospin grubu ve $U(1)_Y$ hiper yük ($Y/2$) grubu ile tanımlanırlar.

SM, bilinen tüm maddeyi oluşturan temel parçacıkları ve bu parçacıklar arasındaki etkileşmeleri sağlayan üç temel kuvveti inceler. Burada sözü edilen üç temel kuvvet; elektromanyetik kuvvet, zayıf ve güçlü nükleer kuvvetlerdir. Güçlü etkileşmeler Kuantum Renk Dinamiği (QCD) ile tanımlanırken; elektromanyetik ve zayıf etkileşmeler Glashow-Weinberg-Salam (GWS) teorisi yardımıyla, elektro-zayıf etkileşmeler olarak tek bir çerçevede birleştirilmişlerdir. Bu etkileşmelerin ara parçacıkları; güçlü nükleer kuvvetler için gluon (g), zayıf nükleer kuvvetler için $W^\pm$, Z^0 bozonları ve elektromanyetik kuvvetler için ise foton (γ)'dur (Griffiths 2008).

Ayar değişmezliğinin sağlanması için başlangıçta bir gereksinim olarak ortaya çıkıp ayar alanlarının kütlesiz olmasına yol açan engel, Weinberg ve Salam'ın kendiliğinden simetri kırılmasını (Higgs mekanizması) GWS teorisi içerisine dahil etmesi sayesinde aşılmış ve Higgs mekanizması yoluyla ayar alanlarına kütle kazandırılmıştır.

Glashow, Weinberg ve Salam'ın ortaya koyduğu birleştirme teoremi, günümüze kadar üzerinde çalışılan diğer birleştirme teoremleri için yol gösterici bir role sahip olsa da; güçlü, zayıf ve elektromanyetik etkileşimleri tek bir lagranjien altında birleştiren SM hala tek olma özelliğini korumaktadır. SM'nin ortaya koyduğu tanımlar ve sonuçlar

oldukça başarılıdır ve onlarca yıldır yapılan birçok parçacık hızlandırıcısı deneylerinden elde edilen sonuçlarla da yüksek kesinlik derecesinde örtüşmektedir.

2.2 Modelin Parçacık İçeriği

Güçlü, zayıf ve elektromanyetik etkileşmeler; maddeyi meydana getiren $s = 1/2$ spinli madde parçacıkları arasında, değişik türdeki $s = 1$ spinli ara etkileşim parçacıklarının değiş-tokuş edilmesiyle ortaya çıkarlar. Buradaki madde parçacıkları fermiyon sınıfına (Çizelge 2.1), madde parçacıkları arasında etkileşmeyi sağlayan ara etkileşim parçacıkları ise bozon sınıfına aittirler. Madde parçacıkları olan fermiyonlar, girdikleri etkileşim türlerine göre lepton ve kuark olmak üzere iki sınıfa ayrılırlar (Standart Model'e ait tüm temel parçacıklar çizelge 2.2'de gösterilmiştir). Leptonlar $1/2$ spine sahiptirler ve renk kuantum sayısı taşımadıkları için güçlü etkileşmelere giremezler (Griffiths 2008). Kuarklar da tıpkı leptonlar gibi $1/2$ spine sahiptirler ancak sahip oldukları renk kuantum sayısı sayesinde güçlü etkileşmelere girer ve bağlı durumları hadronları oluşturur.

SM, üç tane fermiyon ailesinden oluşmaktadır ve her aile iki lepton, iki kuark ve bunların anti-parçacıklarını içermektedir. Şimdiye kadar bilinen bu altı tane lepton; bir birim negatif elektrik yüküne sahip elektron (e^-), müon (μ^-), tau (τ^-) ve bunların herbirine karşılık gelen ve elektrik yükü açısından yüksüz olan elektron nötrinosu (ν_e), müon nötrinosu (ν_μ) ve tau nötrinosudur (ν_τ). Elektron, müon ve tau hem elektromanyetik hem de zayıf etkileşmelere girerlerken bunların nötrinoları, elektrik yükü taşımadıklarından dolayı zayıf etkileşme dışında hiçbir etkileşmeye giremezler. Kuarklar ise; $Q = +2/3$ elektrik yüküne sahip up (u), charm (c), top (t) ve $Q = -1/3$ elektrik yüküne sahip down (d), strange (s), bottom (b) kuarklarıdır. Kuarklar girdikleri güçlü etkileşmelerin yanı sıra zayıf ve elektromanyetik etkileşmelere de girerler.

Çizelge 2.1 Standart modelde lepton ve kuark aileleri

Lepton Aileleri:	$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$
Kuark Aileleri:	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$

Model içerisindeki her üç aile de birbirine benzemektedir fakat ikinci ve üçüncü aileler, birinci aileden daha ağırdırlar. Bu nedenle SM bir aile için yazılıp üç aileye kolaylıkla genişletilebilir. (Standart Model fermiyon aileleri çizelge 2.1’de gösterilmektedir.) Öte yandan nötrino salınımları dolayısıyla nötrinoların kütlesinin var olduğu gerçeği artık deneysel olarak kanıtlanmış olsa da SM çerçevesinde nötrinoların kütlesi olmadığı kabul edilir.

Çizelge 2.2 Standart model çerçevesindeki temel parçacıklar

Standart Model				
u	c	t	γ	H
d	s	b	g	
ν_e	ν_μ	ν_τ	Z	
e	μ	τ	W	

SM’yi meydana getiren lepton ailelerinin her birine bir lepton kuantum sayısı (L) atfedilmiştir ve bu kuantum sayısı tüm fiziksel etkileşmelerde korunmaktadır. Birinci aileyi oluşturan elektron ve elektron nötrinosu $L_e = 1$ lepton kuantum sayısına, ikinci aile (müon ve müon nötrinosu) ve üçüncü aile (tau ve tau nötrinosu) sırasıyla $L_\mu = 1$ ve $L_\tau = 1$ lepton kuantum sayılarına sahiptirler. Tüm bu leptonların bir de karşıt-parçacıkları (anti-parçacıklar) vardır ve bu karşıt leptonların sahip oldukları kuantum sayısı, leptonlar için verilen kuantum sayısı ile zıt işaretlidir.

Kuarkların toplanabilir özelliğe sahip olan renk kuantum sayısı üç çeşittir. Bu bağlamda; her bir kuark çeşnisinin kırmızı, yeşil ve mavi olmak üzere üç renk çeşidi bulunmaktadır. Doğada serbest halde renkli parçacık bulunmadığı için kuarklar bağlı durumlar halinde, mezon ve baryon olmak üzere sınıflara ayrılan renksiz hadronlar içerisine hapsedilmişlerdir. Mezonlar ($q\bar{q}$) bir kuark ve bir karşıt kuarktan oluşmuş bir bozon iken, baryonlar (qqq) üç tane kuarktan oluşmuş bir fermiyondur. Güçlü etkileşmeler kuarkların renk yüklerini değiştirebilme özelliğine sahip iken öte yandan zayıf etkileşmeler de kuarkların çeşnisini değiştirebilme özelliğine sahiptirler.

SM'deki leptonlar ve kuarklar Dirac parçacıklarıdır ve $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubu temsilinde; sol-elli lepton ve kuarklar çiftliler (dublet) içerisinde yer alırken, sağ-elli olanlar ise tekliler halinde bulunurlar. SM çerçevesinde nötrinoların sadece sol-elli bileşenleri mevcuttur. SM'de bulunan fermiyonların girdikleri etkileşmeler, fermiyonun sağ-elli veya sol-elli bileşenli olmasına göre farklılık gösterirler.

SM'nin parçacıklar arasındaki etkileşimi sağlayan ayar kesimini; $SU(3)_C$ grubunun ayar bozonları olan 8 tane gluon ve $SU(2)_L \times U(1)_Y$ grubuna ait olan $W^\pm$, Z^0 ve γ ayar bozonları oluşturur. Burada gluonlar kuarklar arasındaki güçlü etkileşmeyi sağlayan parçacık rolünü üstlenirlerken; foton (γ) elektromanyetik etkileşmelerde, $W^\pm$ ve Z^0 bozonları ise zayıf etkileşmelerde kuvvet taşıyıcı parçacık rolünü üstlenirler. Gluonlar, foton ve Z^0 bozonları bir elektrik yüküne sahip değildirler. Gluonlar kütesizdirler ve renk yüküne sahiptirler. Gluonların renk yüküne sahip olmaları, sadece kuarklarla değil kendi aralarında da etkileşme yapmalarına olanak sağlar. Fotonlar kütesiz iken zayıf etkileşmeye ait $W^\pm$, Z^0 vektör bozonları oldukça ağırdırlar ve fotonun aksine zayıf etkileşme bozonları kendileriye etkileşmeye girebilmektedirler.

$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar gruplarına ait simetrisi içeren ve Abelyen olmayan bir Yang-Mills ayar teorisi olan SM'de sol-elli alanlar $SU(2)_L$ altında dubletler içerisinde yer alırken sağ-elliler ise tekliler halinde yer alırlar. Ayar değişmezliğinin sağlanması için ayar alanlarının kütesiz olması koşuluna rağmen kütleli fermiyonların ve bozonların varlığı doğada gözlemlenen bir gerçektir ve bu durum, model lagranjiyeni içerisinde temsil edilmelidirler. Ancak; fermiyonlara ait $\bar{f}_L f_R$ şeklindeki bir Dirac kütle

terimi ayar değişmezliğe riayet etmediği gibi $SU(2)_L$ altındaki ayar değişmezlik, $W^\pm$ ve Z^0 ara vektör bozonlarının kütle kazanmalarına da izin vermez. Bu bağlamda SM’i oluşturan parçacıkların kütle kazanabilmesi için ayar simetrisinin kırılması gerekmektedir. Çözüm, $SU(2)_L$ altında dublet olan bir H skalerini tanımlayan Higgs mekanizmasının modele dahil edilmesiyle birlikte gelir ki bu da SM’nin skaler kesimini oluşturur. Higgs mekanizması sayesinde SM parçacıklarına ait kütle terimleri, ayar simetrilerinin avantajları korunarak modele dahil edilebilirler. $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ’nin vakum simetrisinin kendiliğinden kırılması zayıf etkileşme vektör bozonlarının kütle kazanmasını mümkün kılarken diğer yandan fotonun bir kütleye sahip olmaması $U(1)_{em}$ ’in iyi bir vakum simetrisi olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda SM’deki kendiliğinden simetri kırılması (ve dolayısıyla Higgs mekanizmasıyla) $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow SU(3)_C \times U(1)_{em}$ şeklinde olmalıdır. Higgs mekanizması fermiyonlara ve bozonlara kütle kazandırırken ayrıca Higgs bozonu (H) denen yeni bir skaler parçacığın varlığını da beraberinde getirir ki bu yeni bozon 2012 yılında LHC tarafından keşfedilmiş olup, Higgs bozonunun keşfiyle de SM tamamlanmıştır.

2.3 Higgs Mekanizması

Kendiliğinden simetri kırılmasında incelenecek önemli aşama *yerel ayar simetrisinin* kendiliğinden kırılması olgusudur. Burada basitlik olması açısından, $U(1)_Y$ ayar simetrisi göz önüne alındığında; ilk olarak lagranjiyenin, $\phi \rightarrow e^{i\alpha(x)}\phi$ yerel ayar dönüşümleri altında değişmez kalması gerekmektedir. Bu durum, ∂_μ ’nin kovaryant türev D_μ ile değişimini gerektirir.

$$D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu \quad (2.1)$$

Burada ayar alanı,

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha \quad (2.2)$$

şeklinde dönüşür. Böylece ayar değişmez lagranjyen,

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu + ieA^\mu)\phi^*(\partial_\mu - ieA_\mu)\phi - \mu^2\phi^*\phi - \lambda(\phi^*\phi)^2 - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (2.3)$$

halini alır. Eğer $\mu^2 > 0$ ise, bu lagranjiyen μ kütlesine sahip yüklü skaler bir parçacık için tam da QED (Kuantum Elektrodinamiği) lagranjiyenidir (ϕ^4 kendisi ile etkileşim terimi dışında). Yine de burada $\mu^2 < 0$ alınır. Çünkü kütlelerin kendiliğinden simetri kırılmasıyla üretilmesi amaçlanmaktadır. ϕ alanı doğru bir vakuma çevrilip $\phi(x) = \sqrt{\frac{1}{2}}[v + \eta(x) + i\xi(x)]$ dönüşümü yapıldığında modelin lagranjiyeni,

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)^2 - v^2\lambda\eta^2 + \frac{1}{2}e^2v^2A_\mu A^\mu - evA_\mu\partial^\mu\xi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (2.4)$$

+*etk. term.*

şeklini alır. $\mathcal{L}'$ lagranjiyeninin parçacık spektrumu; kütsüz bir Goldstone bozonu (ξ), kütleli bir skaler (η) ve kütleli bir vektör olan A_μ 'dür. Denklem 2.4'den kütleler yazılırsa; $m_\xi = 0$, $m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2}$ ve $m_A = ev$ elde edilir. Bu şekilde, ayar alanı için dinamik bir şekilde kütle üretilmekte ancak kütsüz bir Goldstone bozonunun varlığı problemi hala devam etmektedir. Fakat $A_\mu\partial^\mu\xi$ şeklindeki bir terimin varlığı $\mathcal{L}'$ lagranjiyenini yorumlamada dikkatli olunmasını söyler. A_μ 'ye kütle vermekle polarizasyon serbestlik derecesi ikiden üçe çıkmış olur çünkü şimdi boylamsal polarizasyona da sahip olabilir. Fakat alan değişkenlerinin $\phi(x) = \sqrt{\frac{1}{2}}[v + \eta(x) + i\xi(x)]$ gibi bir dönüşümü yeni bir serbestlik derecesi yaratmaz. Aslında $\mathcal{L}'$ lagranjiyenindeki alanların hepsi farklı fiziksel parçacıklara karşılık gelmez. $\mathcal{L}'$ 'deki alanları elemek için özel bir ayar dönüşümü bulunabilir mi? Aslında ipucunu

$$\phi(x) = \sqrt{\frac{1}{2}}[v + \eta(x) + i\xi(x)] \approx \sqrt{\frac{1}{2}}(v + \eta(x))e^{i\xi(x)/v} \quad (2.5)$$

ifadesi veririr. Bu; orijinal lagranjiyende ($\mathcal{L}$) farklı bir reel alanlar kümesi (h, θ, A_μ) değişikliğine gidilmesini öneririr ki burada,

$$\phi \rightarrow \sqrt{\frac{1}{2}}(v + h(x))e^{\frac{i\theta(x)}{v}}, \quad A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{ev}\partial_\mu\theta \quad (2.6)$$

şeklindedir. h 'nin reel olması için $\theta(x)$ seçimi bu özel bir ayar seçimidir. Bundan dolayı teoremin θ 'den bağımsız olması beklenebilir. Gerçekten de lagranjiyen

$$\mathcal{L}'' = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 - \lambda v^2 h^2 + \frac{1}{2}e^2 v^2 A_\mu^2 - \lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4 + \frac{1}{4}e^2 A_\mu^2 h^2 + ve^2 A_\mu^2 h - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (2.7)$$

şeklinde elde edilir ve Goldstone bozonu da teoride görünmez. Beliren ekstra serbestlik derecesi gerçek değildir. Çünkü sadece bir ayar dönüşümü yapan serbestliğe karşılık gelir. Lagranjiyen sadece etkileşen iki tane kütleli parçacığın, bir vektör ayar bozonla (A_μ) Higgs parçacığı olarak adlandırılan bir skalerin (h) etkileşimini tanımlar. İstenmeyen kütesiz Goldstone bozonu, kütleli ayar parçacığının boylamsal polarizasyonuna dönüşür. Bu olgu, Higgs mekanizması olarak adlandırılır (Griffiths 2008, Halzen ve Martin 1984).

$U(1)_Y$ ayar simetrisi için yapılan Higgs mekanizması tartışması $SU(2)_L$ ayar simetrisi için genişletilerek, SM'nin elektrozayıf sektöründeki parçacıkların kütle kazanma mekanizması altında yatan fizik anlaşılabilir.

2.4 Standart Modelin Lagranjiyeni

Güçlü etkileşimleri ve elektrozayıf etkileşimleri bünyesinde barındıran Standart Model'in toplam lagranjiyeni; bu etkileşimlere ait lagranjiyenlerin aritmetik toplamalarının alınmasıyla, kapalı formda

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_{SU_C(3)} + \mathcal{L}_{SU_L(2) \times U_Y(1)} \quad (2.8)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada güçlü etkileşimlere ait lagranjiyen

$$\mathcal{L}_{SU_C(3)} = \sum_i \bar{q}_i (i\mathbf{D} - m_i) q_i - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^\alpha F_{\alpha}^{\mu\nu}, \quad (2.9)$$

elektro-zayıf etkileşmeler ait lagranjiyen ise

$$\mathcal{L}_{SU_L(2) \times U_Y(1)} = \mathcal{L}_{ayar} + \mathcal{L}_{fermion} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa} \quad (2.10)$$

şeklindedir. Modelin güçlü etkileşmelerini betimleyen QCD kesimine ait Lagranjiyen; kuark alanları, kuark alanlarının kovaryant türevleri ($D_\mu q$) ve gluon alanlarının (G_μ^α) alan şiddet tensöründen ($F_{\mu\nu}^\alpha$) oluşan kinetik terimleri cinsinden, denklem 2.9 ile verilir. Denklem 2.9'daki, kuark ile gluon alanlarının etkileşmelerini tanımlayan, ilk terimi oluşturan kovaryant türevin açık ifadesi

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_s \frac{\lambda_\alpha}{2} G_\mu^\alpha \quad (2.11)$$

şeklindedir. Burada, g_s güçlü etkileşme sabitidir, λ_α ise $SU(3)$ grubunun jeneratörleridir. İkinci terimi oluşturan gluon alan şiddet tensörünün açık ifadesi ise, $f^{\alpha\beta\gamma}$ ise $SU(3)_C$ grubunun yapı sabiti olmak üzere,

$$F_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu G_\nu^\alpha - \partial_\nu G_\mu^\alpha - g_s f^{\alpha\beta\gamma} G_{\mu\beta} G_{\nu\gamma} \quad (2.12)$$

şeklindedir. Öte yandan; Standart Model'deki tüm madde parçacıkları (leptonlar ve kuarklar) zayıf etkileşmelere girerlerken, bunun yanında elektrik yüküne sahip olan parçacıklar, elektromanyetik etkileşmelerde de yer alırlar. Parçacıklar arasındaki elektromanyetik ve zayıf etkileşmeler; SM bünyesinde yer alan, $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubu grubu üzerine kurulmuş bir Yang – Mills ayar teorisi olan, elektro-zayıf model ile tanımlanırlar. Elektro-zayıf modelin lagranjiyeninin kapalı formu yukarıda, denklem 2.10 ile verilmiştir.

Lagranjiyenin ilk terim olan $\mathcal{L}_{ayar}$, ayar alanlarının kinetik enerjisini ve kendileriyle olan etkileşimlerini tanımlar. $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubunun; üç tanesi $SU(2)_L$ ayar grubunun jeneratörleri (Pauli matrisleri), bir tanesi de $U(1)_Y$ ayar grubunun jeneratörü ($Y/2$) olmak üzere, toplam dört tane jeneratörü vardır. Dolayısıyla ayar grubunun; üç tanesi zayıf ayar bozonu ($W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$), bir tanesi de hiperyük bozonu (B_μ) olmak üzere toplamda dört tane de ayar bozonu vardır bu ayar bozonlarının lagranjiyeninin açık formu,

$$\mathcal{L}_{ayar} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^i F^{\mu\nu i} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (2.13)$$

şeklindedir. g ve ε_{ijk} sırasıyla $SU(2)$ ayar grubunun etkileşme sabiti olmak üzere; hiperyük ve zayıf ayar alanlarına ait alan şiddet tensörleri ise sırasıyla, $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ ve $F_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g\varepsilon_{ijk}W_\mu^j W_\nu^k$ dir. B_μ ayar alanı; I_3^W zayıf izospinin üçüncü bileşenini, Q ise elektrik yükünü göstermek üzere, $Y/2 = Q - I_3^W$ şeklinde tanımlanan bir hiperyük kuantum sayısına sahiptir. $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 'deki madde alanlarına ait zayıf izospin, hiperyük kuantum sayısı ve elektrik yükü değerleri çizelge 2.3'de ayrıntılı olarak gösterilmektedir. $U(1)$ ayar alanı Abelyen bir ayar grubu olduğu için buna ait olan B_μ alanının kendisiyle etkileşimi yokken, Abelyen olmayan $SU_L(2)$ grubuna ait ayar alanlarının kendileriyle etkileşimi mümkündür (Selbuz 2008).

Çizelge 2.3 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubunun içerdiği madde alanlar ve kuantum sayıları

Fermiyonlar	I^W	I_3^W	Y	$Q = I_3^W + Y/2$
$L \equiv \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	-1	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
$l_R \equiv e_R \mu_R \tau_R$	0	0	-2	-1
$Q \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{3}$	$\begin{pmatrix} 2/3 \\ -1/3 \end{pmatrix}$
$U_R \equiv u_R d_R t_R$	0	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
$D_R \equiv d_R s_R b_R$	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$

$\mathcal{L}_{fermiyon}$ lagranjiyeni madde alanlarının kinetik enerjisini ve ayar alanlarıyla olan etkileşimlerini tanımlar ve açık ifadesi,

$$\mathcal{L}_{fermiyon} = \sum_{\substack{fermiyon \\ aileleri}} [i\bar{L}\mathbf{D}L + i\bar{Q}\mathbf{D}Q + i\bar{U}_R\mathbf{D}U_R + i\bar{D}_R\mathbf{D}D_R + i\bar{l}_R\mathbf{D}l_R] \quad (2.14)$$

şeklindedir. Burada L ve Q sırasıyla: lepton ve kuark ikililerinin sol-elli bileşenlerini; l_R , U_R ve D_R ise sırasıyla lepton, üst ve alt tip kuarkların sağ-elli teklilerini temsil eder.

γ_5 kiralite (chirality) operatörünün, spinöre uygulanması ile lepton ve kuarklar için sol ve sağ-ellilik elde edilir. Bu durumlar,

$$\psi_R \equiv \frac{(1 + \gamma_5)}{2} \psi \quad (2.15)$$

$$\psi_L \equiv \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \psi \quad (2.16)$$

eşitlikleri ile gösterilir. Sol-elli lepton ve kuarklar $SU(2)_L$ grubunun ikilileri ile temsil edilirken sağ-elli parçacıklar ise tekliler ile gösterilirler. Lepton ve kuark çiftlileri ayar dönüşümleri altında teklilerden farklı bir şekilde dönüşür. Bu durum, kovaryant türev tanımlarının da birbirinden farklı olmasına neden olur. $\vec{\sigma}$, Pauli matrislerini göstermek üzere; sol ve sağ-elli fermiyonların kovaryant türevleri,

$$D_\mu f_L = \left(\partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{W}_\mu + \frac{ig'}{2} Y B_\mu \right) f_L \quad (2.17)$$

$$D_\mu f_R = \left(\partial_\mu + \frac{ig'}{2} Y B_\mu \right) f_R \quad (2.18)$$

şeklinde ifade edilir. Verilen bu kovaryant türevler, fermiyonlar ile B_μ ve W_μ ayar alanları arasındaki etkileşimleri tanımlar. Buna göre; W_μ ayar alanı ile sadece sol-elli parçacıklar etkileşmeye girerken B_μ ayar alanı hem sol hem de sağ-elli parçacıklarla etkileşmeye girmektedir.

$\mathcal{L}_{Higgs}$ lagranjiyeni, skaler alanların kinetik enerjisini ve kendileri ve ayar alanlarıyla olan etkileşimlerini tanımlar; $\emptyset$, Higgs skaler ikilisini göstermek üzere açık olarak;

$$\mathcal{L}_{Higgs} = |D_\mu \emptyset|^2 - V(\emptyset) \quad (2.19)$$

ile ifade edilir. Burada $V(\emptyset)$, Higgs potansiyelidir ve açık ifadesi,

$$V(\emptyset) = \mu^2 \emptyset^\dagger \emptyset + \lambda (\emptyset^\dagger \emptyset)^2, \lambda > 0 \quad (2.20)$$

şeklindeir. $SU(2)_L \times U(1)_Y$ grubu altında ikili olarak temsil edilen Higgs skaler alanı $\emptyset$, komplekstir ve $Y = 1$ hiperyüküne sahiptir:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

Kovaryant türevin ifadesinden görülebilir ki skaler alanlar hem W_μ hem de B_μ ile etkileşime girerler. Burada bahsedilen kovaryant türev ise:

$$D_\mu \phi = \left(\partial_\mu + \frac{ig}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{W}_\mu + \frac{ig'}{2} Y B_\mu \right) \phi \quad (2.22)$$

şeklindedir. Dikkat edilirse denklem 2.19'da verilen Higgs lagranjienini, kovaryant türevin mutlak karesini içerir ve bu durum da Higgs alanları arasında üçlü, dörtlü etkileşme terimlerinin olduğunu gösterir.

Denklem 2.20'de verilen Higgs potansiyeli $V(\phi)$, $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar simetrisi altında değişmez kalan renormalize edilebilir bir potansiyeldir. Potansiyelin açık ifadesindeki ilk terim Higgs alanlarının kütlesini, ikinci terim ise Higgs alanlarının kendisiyle etkileşmesini ifade eder. Daha önce bahsedildiği gibi; denklem 2.20'de, $-\mu^2$ kütle parametresinin işaretine bağlı olarak, potansiyeli minimize eden iki tane vakum beklenen değeri vardır.

i. $-\mu^2 > 0$ için minimum, $\langle 0|\phi|0 \rangle = 0$ 'dadır. Herhangi bir simetri bozulma durumu yoktur çünkü vakum değeri, $SU(2)_L \times U(1)_Y$ altında simetriktir.

ii. $-\mu^2 < 0$ için minimum değeri, “v” Higgs alanının vakum beklenen değeri olmak üzere,

$$\langle 0|\phi|0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

değerindedir. Burada kendiliğinden simetri kırılması gözlenir ve kendiliğinden simetri kırılması sonunda yüksüz Higgs alanının vakum beklenen değeri sıfırdan farklı olur. Bulunan vakum değerleri etrafında küçük titreşimler uygulanarak, fiziksel spektrum elde edilir. $SU_L(2)$ ayar grubunun jeneratörleri yardımıyla da,

$$\phi = e^{i\frac{\bar{\xi}\cdot\bar{\sigma}}{v}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

şeklinde parametrize edilebilir. ϕ skaler alanına; $e^{-i\frac{\bar{\xi}\cdot\bar{\sigma}}{v}}$ a ayar dönüşümü uygulanarak, fiziksel olmayan “ ξ ” alanlarından kurtulmuş olunur ve dönüşümleri sonrasında Higgs potansiyeli,

$$V(\phi) = -\frac{\mu^4}{4\lambda} - \mu^2 H^2 + \lambda v H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4 \quad (2.25)$$

şeklini alır. Böylece reel bir skaler alan -Higgs skaler alanı- ortaya çıkar ve ortaya çıkan bu skalerin kütlesi $M_H = \sqrt{-2\mu^2} = \sqrt{2\lambda v}$ ‘dir.

Başlangıçta tanımlı dört tane alandan üç tanesi kendiliğinden simetri kırılmasının bir sonucu olarak ayar bozonları tarafından yutularak onlara kütle kazandırılır. Ayar alanlarına kütle kazandıran bu kütsüz alanlar, Goldstone bozonları olarak bilinir.

Yukarıda tanımlı ϕ skaler alanına ayar dönüşümü uygulanıp kovaryant türev tanımında yerine konulursa; bu durumda hem ayar bozonlarıyla Higgs alanları arasındaki etkileşimler tanımlanmış olur hem de W ve Z ayar bozonları kütle kazanmış olur:

$$(D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) = \left(\frac{g^2 v^2}{4} \right) W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{1}{2} \left(\frac{(g^2 + g'^2) v^2}{4} \right) Z_\mu Z^\mu \quad (2.26)$$

Bu ayar bozonlarının kütleleri ise:

$$M_W = \frac{gv}{2}, \quad M_Z = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2} (v^2)}{2} \quad (2.27)$$

şeklinde bulunmuş olur. Fiziksel ayar bozonlarına ait kütle öz durumlarını, lagranjiyende tanımlı $B_\mu, W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$ zayıf öz durumlarının lineer karışımlarından kurmak mümkündür:

$$W_\mu^\pm = (W_\mu^1 \pm W_\mu^2)/\sqrt{2} \quad (2.28)$$

$$Z_\mu = \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu \quad (2.29)$$

$$A_\mu = \cos \theta_W B_\mu + \sin \theta_W W_\mu^3. \quad (2.30)$$

Burada; θ_W , Weinberg açısıdır ve $\tan \theta_W = g'/g$ şeklinde tanımlanır. Böylelikle biri kütleli (Z^0 : ayar bozonu), diğeri kütsüz (γ : foton) olmak üzere iki tane fiziksel alan ortaya çıkar. Yukarıdaki eşitliklerden yola çıkarak W ve Z bozonlarının kütleleri arasında

$$M_W = M_Z \cos \theta_W = \frac{(\pi\alpha/\sqrt{2} G_F)^{1/2}}{\sin \theta_W} \quad (2.31)$$

şeklinde bir ilişki olduğu görülebilir. Burada; G_F , Fermi etkileşme sabitidir α ise ince yapı sabitidir. Bu sabitlerin sayısal değerleri yerine konulduğunda Higgs alanının vakum beklenen değeri (VEV):

$$v = \frac{2M_W}{g} \approx (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} \approx 246 \text{ GeV} \quad (2.32)$$

olarak bulunur.

Elektrozayıf etkileşme Lagranjyeninin son terimi olan $\mathcal{L}_{Yukawa}$, skaler alanlar ile madde alanları arasındaki etkileşmeleri betimler ve aynı zamanda madde alanlarına kütle kazandırılmasını sağlar. $\mathcal{L}_{Yukawa}$ 'nin açık ifadesi,

$$-\mathcal{L}_{Yukawa} = \lambda_L \bar{L} \phi l_R + \lambda_U Q \tilde{\phi} U_R + \lambda_D Q \phi D_R + h.c. \quad (2.33)$$

şeklindedir. Burada Y_L leptonlara, Y_U ve Y_D sırasıyla üst ve alt tip kuarklara ait Yukawa sabitlerini tanımlar. Yukarıdaki denklemde $\tilde{\phi}$ ise:

$$\tilde{\phi} = i\sigma_2 \phi^* = \begin{pmatrix} \phi_0^* \\ -\phi^- \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

şeklinde tanımlıdır. Kuark ikililerinde bulunan üst ve alt kuarklara kütle kazandırmak için $Y = 1/2$ ve $Y = -1/2$ hiperyük kuantum sayısına sahip iki tane Higgs ikilisine ihtiyaç vardır. SM'nin ayar simetrisinin özelliği olarak; ϕ^* , $Y = -1/2$ hiperyük kuantum sayısına sahiptir dolayısıyla $Y_{\tilde{\phi}} = -1/2$ hiperyüke sahiptir. Bu bağlamda; SM'de bulunan tüm parçacık kütlelerinin tek bir Higgs ikilisi ile tanımlanabileceği görülmektedir.

SM'nin öngörülleri, onlarca yıldır yapılan birçok parçacık hızlandırıcısı deneylerinden elde edilen sonuçlarla yüksek kesinlik derecesinde örtüşse de her şeyi içerecek bir

model olma özelliğine sahip olmaktan çok uzaktadır. SM'nin yetersizlikleri ve bu yetersizlikler göz önüne alınarak geliştirilen çözüm arayışları takip eden bölümlerde tartışılacaktır.

2.5 Standart Modelin Eksiklikleri ve Problemleri

SM çok çeşitli deneysel ölçümleri açıklamada oldukça başarılıdır. Şu ana kadar yapılan deneylerle doğrulanabilen bir teori olmakla beraber cevaplanamayan birçok soru bıraktığı için doğayı tanımlamada eksik bir teori olduğuna ve genişletilmesi gerektiğine inanmak için iyi nedenler vardır. SM tarafından çözümü bulunamayan bu temel sorunlardan bazıları: Kütle çekim kuvveti için herhangi bir önerisinin olmaması; evrendeki madde ile anti-madde miktarı arasındaki ortantısızlığı açıklayamaması; elektrozayıf ve güçlü nükleer kuvvetlerin, yüksek enerji seviyelerinde birleşmemesi; her ne kadar çok küçük değerde olsa da yakın zamanda yapılan deneylerle ispatlanmış olan nötrinoların bir kütleyle sahip olması ve dolayısıyla nötrino salınımları olgusuna bünyesinde yer vermemesi; Higgs kütleindeki hiyerarşi sorununa çözüm getirememesi; bir karanlık madde adayının olmaması şeklinde özetlenebilir. Ayrıca SM, teorik olarak hiçbir parçacığın kütlelerini öngöremez. Yani bütün SM parçacıklarının kütleleri deneysel yollarla bulunmuştur. Bu sebeplerden dolayı SM parçacık fiziğinin son teorisi değil, eksik bir teoridir ve genişletilmesi gerekmektedir. Standart Model'in barındırdığı eksikliklere aşağıda kısaca değinilecektir ve bunların giderilmesine yönelik ortaya atılan teorilerden biri olan süpersimetrik model teorileri ise ileriki bölümlerde ayrıntılı olarak incelenecektir.

Fermiyon aileleri problemi, bu modelin en belirgin problemlerinden biridir. SM, daha önce belirtilen kuark ve lepton aileleri konusunda ketum bir teoridir. Bu ailelerin yapıları hakkında bilgi vermez. Çünkü sadece ilk kuark ve lepton aileleri kullanılarak bütün madde oluşturulabilir. Fakat bu iki aileye ek olarak, kütleleri daha ağır olmak üzere iki lepton ve kuark ailesinin varlığı deneyler sonucu gözlenmiştir. Yani, ilk aile madde oluşumu için yeterli iken diğer ailelerin evrende varoluş amacı nedir? Buna ek olarak, SM kuark ve lepton aileleri sayısı için de herhangi bir şey söylemez. (Deneylerde gözlenen üç aile vardır fakat SM çerçevesinde bu sayının sınırı olması için

hiçbir neden yoktur.) Daha önemli bir soru: Bu aileleri birbirinden ayıran parametre nedir?

Bir diğer problem: sol-elli fermiyonlar, $SU(2)_L$ ikililerine (dubletlerine) yerleştirilirken sağ-elli fermiyonlar $SU(2)_L$ teklilerine yerleştirilirler. SM, bunun nedeni üzerinde herhangi bir açıklama yapamaz.

Başka bir problem, hiyerarşi problemidir. Renormalize edilebilir bir teoride, kuantum düzeltmelerdeki sanal parçacıkların momentumları sonsuza götürülse bile sonlu sonuçlar elde edilebilir. Bu, teoriyi sonsuz yüksek ölçeklerde fiziksel süreçler için hesaplanabilir hale getirir. Bununla birlikte, genel inanış, SM'nin nihai teori olmadığı ve “yeni fiziğin” daha yüksek ölçeklerde gerçekleştiği yönündedir. O halde SM'nin, Λ kesilim ölçeğine kadar geçerli efektif bir teori olarak düşünülmesi gerekmektedir. En azından kuantum kütle çekim etkileri önemli olduğunda, Planck ölçeğinde (M_P) “yeni fiziğin” olması gerekir. Ancak yeni fizik ölçeği elektrozayıf skalanın ($v = 246$ GeV) üzerinde sadece birkaç mertebe büyük olsa bile SM'de bir hiyerarşi problemi baş gösterir.

M_W Elektrozayıf etkileşimlerin kütle ölçeği, M_{GUT} Büyük Birleşme Teorisi (GUT) enerji ölçeği olmak üzere;

$$M_W \approx 10^2 \text{ GeV}$$

$$M_P \approx \frac{1}{\sqrt{8\pi G_N}} \approx 10^{19} \text{ GeV}$$

$$M_{GUT} \approx 10^{16} \text{ GeV}$$

ile verilir. Burada G_N Newton Sabitidir. Bu enerji ölçekleri arasında herhangi bir enerji ölçeği tanımlanmamıştır. Bu noktada SM, Planck skalası ile elektrozayıf skala arasındaki oranın ($M_P/M_W \approx 10^{17}$ GeV) veya GUT enerji skalası ile elektrozayıf skala arasındaki oranın ($M_{GUT}/M_W \approx 10^{14}$ GeV) neden bu kadar büyük olduğunu açıklayamaz. Bu problem, hiyerarşi problemi olarak adlandırılır.

SM ötesine geçmekte amaçlanan diğer bir unsur da doğadaki tüm etkileşimleri, kurulacak bir model çatısı altında birleştirebilme çabasıdır.

Daha önce bahsedildiği gibi doğada dört temel etkileşme kuvveti vardır. SM üç tane grubun birleşiminden oluşmuş ayar simetrisi sayesinde kütle çekim etkileşimi dışındaki tüm etkileşimleri bünyesinde barındırır. Kütle çekim etkileşimler ile ilgili herhangi bir açıklamada bulunmaz. Bu, SM'nin genişletilmesi gerektiğinin sebeplerinden birisidir.

Tüm etkileşimler bir ayar grubu altında toplanmaya çalışılırken; hem birleştirme teorilerinin temel fikri olması açısından hem de parametre sayısında sadelik olması açısından, etkileşme sabitlerinin ortak bir enerji ölçeğinde tek bir değerde toplanması amaçlanır. SM'yi meydana getiren ayar gruplarının hepsi ayrı etkileşme sabitine sahiptir ve SM çerçevesinde yapılan hesaplarda; kuvvetli etkileşimler, zayıf etkileşimler ve elektromanyetik etkileşimlerin etkileşme sabitlerinin ortak bir (yüksek) enerji ölçeğinde birleştirilemediği gözlemlenir.

Tüm bu problemlere ek olarak, kozmolojik gözlemler gösteriyor ki karanlık madde ve karanlık enerji bilinen evrenin yaklaşık olarak %96'sını oluşturmaktadır. Oysa ki yukarıdaki kesimlerde ayrıntısı verilen parçacık fiziğinin standart modeli, evrende bilinen maddenin sadece %4'lük kesimi üzerinde belirleyicidir.

Karanlık madde, ışık yaymadığı veya bilinen maddeyle elektromanyetik etkileşimlere girmediği için bu ismi almıştır. Bu kavramın oluşmasında başı çeken önemli etken, evrenin genişliyor olması gerçeğidir. Gezegenler, yıldızlar, diğer gökcisimleri veya galaksiler incelendiğinde; devasa kütleyle sahip olan bu astrofiziksel cisimlerin aralarındaki muazzam kütle çekim kuvveti nedeniyle bir birlerine yaklaşmaları ve sonuç olarak da evrenin küçülmesi gerekmektedir. Fakat yapılan gözlemler; uzaktaki galaksilerin ışık tayfının kırmızıya kaydığını, bu da büyük kütleli galaksilerin bile birbirine yaklaşmadığını tam aksine uzaklaştığını ve evrenin sürekli genişlediğini göstermiştir. Bu bağlamda SM'deki en büyük eksikliklerden birisi de; bu olaya sebep olduğu varsayılan ve evrenin %96'luk kesimini oluşturan karanlık enerji ve karanlık

madde konularında hiçbir şey söyleyememesi ve dolayısıyla bir karanlık madde adayının olmamasıdır.

Nötrino kütleleri ise bu modelin çözüm bulamadığı bir diğer problemdir. Standart Modelde bulunan üç tane nötrino ($\nu_{Le}, \nu_{L\mu}, \nu_{L\tau}$) kütsüz Weyl fermiyonlarıdır ve bunlar, Dirac kütle terimi oluşturmak için gerekli olan sağ-el partneri olmayan tek fermiyonik parçacıklardır. İlk olarak 1967'de ortaya atılan ve daha sonra deneylerle de kanıtlanan nötrino salınımları olgusu; nötrinoların, çok küçük de olsa, bir kütleyle sahip olduklarının kanıtı niteliğindedir ancak SM bünyesinde nötrinolar kütle verecek bir mekanizması bulunmamaktadır.

Bu problemlere ek olarak; temel dört kuvvetten biri olan kütleçekim kuvveti, SM çerçevesinde açıklanamaz ve en başarılı kütleçekim teorilerinden biri olan genel görelelik, SM ile bir uyumsuzluk içerisindedir. Ayrıca, deneyler ve gözlemler doğrultusunda evrenin madde baskın bir evren olduğu sonucuna varılmıştır. Fakat evrenin başlangıcındaki koşulların, madde ve anti-madde arasında bir orantısızlık içermemesi varsayılırsa, SM madde ve anti-maddenin eşit miktarda var olacağını öngörür. SM, bu asimtriği açıklayacak yeterli bir mekanizmaya sahip değildir.

3. SÜPERSİMETRİ ve MSSM

3.1 Giriş

Kelimenin tam anlamıyla binlerce kez ve çeşitli yollarla test edilmiş olan parçacık fiziğinin Standart Modeli, dikkat çekici derecede başarılı bir fizik teorisidir. Bazı öngörülleri (örneğin anormal elektron manyetik momenti) virgülden sonra onuncu basamağa kadar bir hassasiyetle doğrulanmışken, bazıları (özellikle düşük enerjiler ve güçlü etkileşimler içerenler) ise sadece %10 seviyesinde test edilmiştir. Bununla birlikte, bugüne kadar SM'nin öngörülleri ile çelişen bir parçacık hızlandırıcısı deney sonucu gözlemlenmemiştir. Son olarak, 2012 yılında LHC'de Higgs parçacığının keşfiyle birlikte SM'nin tüm öngörülerinin deneysel olarak doğrulanması tamamlanmıştır. Bunca fenomenolojik başarısına rağmen önceki kesimde anlatılan nedenler dolayısıyla SM, parçacık fiziğinin son ve tam bir teorisi değildir. “Yeni fizik” olarak da bilenen SM ötesi fizik için birkaç geçerli aday vardır. Bunlar arasında; gerek bütün etkileşmelerin birleştirilmesine ve madde anti-madde asimetrisinin açıklanmasına yönelik getirdiği katkılarıyla olsun gerek hiyerarşi problemine getirdiği çözümle olsun gerekse de geçerli bir karanlık madde adayı barındırmasından dolayı olsun, süpersimetrik modeller cazip bir aday olarak belirmektedirler. Süpersimetrik modeller bunca özelliğin yanında zengin bir çarpıştırıcı fenomenolojisi de barındırırlar.

SM ötesi olası teorilerden biri olan Süpersimetri teorisi (SUSY) 1971 yılında Golfand ve Likhtmann'nın (Golfand ve Likthman 1971), 1974'te Wess ve Zumino'nun (Wess ve Zumino 1974) ve ardından Iliopoulos ve Ferrara'nın önemli katkılarıyla renormalize edilebilir bir teori haline kavuşmuştur. Daha önce bahsi edilen büyük birleştirme hedefine yaklaşmak için SUSY teorisi, bozonları fermiyonlara ve tersi olarak da fermiyonları bozonlara dönüştüren ek bir simetri önermektedir. Bahsedilen simetri dönüşümü; spin haricinde aynı özelliklere sahip parçacıklar verir bu da, SM parçacıklarının bozonik veya fermiyonik süpereşleri olan, ek bir parçacık spektrumunun varlığına yol açar.

Süpersimetri, fermiyonik parçacıkları bozonik parçacıklara ve bozonik parçacıkları fermiyonik parçacıklara dönüştüren uzay-zaman simetrisinin genelleştirilmiş halidir. Süpersimetriye göre; her bozonun bir fermiyonik ve her fermiyonun da bir bozonik karşılığı bulunur (Freund 1988) ki bu parçacıklara süpereş parçacıklar denir. Bir parçacığın, süpereşi ile arasında 1/2'lik spin farkı bulunur. SM için deneyler ile tespit edilen hiçbir parçacık, bir diğerinin süpereşi olamaz. Bu nedenle bir süpersimetri modelinde parçacık sayısı otomatik olarak iki katına çıkar ve bozonik parçacıklar ile fermiyonik parçacıkların sayısı eşit olur. Yani, fermiyonik serbestlik derecesi sayısı ile bozonik serbestlik derecesi sayısı için,

$$n_f = n_b \quad (3.1)$$

yazılabilir (Freund 1988, Drees 1996).

Süpersimetrik bir modelin lagranjiyeninde parçacıkların etkileşimleri ile onların süpereşlerinin etkileşimleri aynıdır. Normal parçacık halkasına her zaman eşlik eden, süpereş parçacıkların oluşturduğu, bir süpereş halkası vardır. Süpersimetrik modeller bu özelliğiyle SM'deki eksikliklerinin giderilmesine katkı verirler. Bu bağlamda; her fermiyon halkasına karşılık onunla zıt işarete sahip bir bozon halkası geleceğinden ve bu katkılar bir birilerini yok edeceğinden süpersimetrik modeller, Higgs kütlelerine gelen kuadratik ıraksamalardan ve dolayısıyla da hiyerarşi probleminden arınmış olurlar.

Bozulmamış bir süpersimetri teorisine göre; her parçacık ve süpereşi aynı kütleyle sahip olmalı, yukarıda bahsedildiği gibi aralarındaki tek fark spin değeri olmalıdır. Fakat bugüne kadar yapılan deneylerde teorik olarak öngörülen süper parçacıkların hiçbiri bulunamadığı için süpersimetri tam bir simetri değildir ve kırılmalıdır ve bu sayede yeni parçacıkların kütleleri de eşlerine göre farklılık göstermelidir.

Standart Modelin süpersimetrik olarak genişletilmesiyle elde edilen modellerde, süpersimetri bozulduktan sonra fermiyon ve bozonların tek-halka mertebesindeki ışımasal düzeltmeleri logaritmik tür ıraksama vermesinden dolayı Higgs kütleleri, SM enerji ölçeği içerisinde kalabilmektedir.

Süpersimetrik modelleri cazip kılan diğer unsurlar (Martin 1998) şöyle özetlenebilir: i) SM çerçevesinde birleştirilemeyen kuvvetli, zayıf ve elektromanyetik etkileşmelerin etkileşme sabitleri, Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM) çerçevesinde (süpersimetrik kütlelerin birkaç TeV'in altında olduğu yerde), Planck ölçeğine yakın ortak bir enerji ölçeğinde birleştirilebilmektedir. Ayrıca local (yerel) SUSY kütle çekimini (supergravity) kapsadığı için, kütle çekimini diğer etkileşimlerle birleştirmek için bir yol sağlayabilir. ii) SM parçacıklarıyla onların süpereşlerini ayırmak için kullanılan R-parite simetrisinin korunduğu süpersimetrik modellerde; en hafif süpersimetrik parçacık (nötrino veya snötrino) kararlıdır ve aynı zamanda iyi bir karanlık madde adayı olabilmektedir. iii) Genişletilmiş süpersimetrik modellerde, çeşitli mekanizmalar sayesinde nötrinolar için kütle terimi yazabilmek mümkün olabilmektedir.

3.2 SUSY'nin Yapısı

Bir süpersimetri dönüşümü; bozonik bir durumu fermiyonik duruma ve benzer şekilde fermiyonik bir durumu da bozonik duruma götüren bir dönüşümdür. Yani, Q dönüşüm operatörü olmak üzere:

$$Q|Fermiyon\rangle = Bozon \quad (3.2a)$$

$$\bar{Q}|Bozon\rangle = Fermiyon. \quad (3.2b)$$

Bu tür dönüşümleri üreten Q_α operatörü, anti-komütatif bir spinör olmalıdır. Spinörler özünde kompleks sayı tipinde nesneler olduklarından, Q_α 'nın hermitik eşleniği olan $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$ da bir simetri jeneratörüdür. Q_α ve $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$ fermiyonik operatörler oldukları için 1/2 spine sahiptirler, bu nedenle süpersimetrinin bir uzay-zaman simetrisi olması gerektiği aşikardır. Q_α ($\alpha = 1,2$), Lorentz dönüşümleri altında iki-bileşenli sol elli bir Weyl spinörü olarak seçildiğinde $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$ ($\dot{\alpha} = 1,2$), iki-bileşenli sağ elli bir Weyl spinörü olur (Martin 1998).

Süpersimetri dönüşümleri ve süpersimetri cebri, SM çerçevesinde bilinen parçacıklar ve bu parçacıkların süpereşleri arasında bağlantı kurar. N , süpersimetri jeneratörlerinin farklı kopyalarının sayısını göstermek üzere; Poincare cebrinin en basit süpersimetrik genişletilmiş hali $N = 1$, süpersimetri cebridir (literatürde genelde; $N = 1$ ile fenomenolojiye uygun tipteki, alışlagelen süpersimetrik modeller, $N > 1$ ile ise genişletilmiş süpersimetrik modeller kastedilir). Cebri yapısını; uzay-zaman ötelemelerinin momentum jeneratörü P^μ ve Lorentz grubunun jeneratörleri M^μ ile, bir Majorana spinör yükü olan Q_α ve bunun hermitik eşleniği olan $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$ jeneratörleri oluşturur. Poincare cebrinin süpersimetrik olarak genişletilmiş yapısı:

$$[P_\mu, P_\nu] = 0 \quad (3.3)$$

$$[M_{\rho\sigma}, P_\mu] = i(g_{\sigma\mu}P_\rho - g_{\rho\mu}P_\sigma) \quad (3.4)$$

$$[M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] = i(g_{\nu\rho}M_{\mu\sigma} - g_{\nu\sigma}M_{\mu\rho} - g_{\mu\rho}M_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma}M_{\nu\rho}) \quad (3.5)$$

$$[P_\mu, Q_\alpha] = [P_\mu, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}] = 0 \quad (3.6)$$

$$[M_{\mu\nu}, Q_\alpha] = -\left(\frac{1}{2}\sigma_{\mu\nu}\right)_{\alpha\beta}Q_\beta \quad (3.7)$$

$$[M_{\mu\nu}, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}] = \left(\frac{1}{2}\bar{\sigma}_{\mu\nu}\right)_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\bar{Q}_{\dot{\beta}} \quad (3.8)$$

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = \{\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0 \quad (3.9)$$

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 2(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}}P_\mu \quad (3.10)$$

şeklindedir. Burada, $g_{\nu\rho}$ Minkowski metriğidir. Denklem 3.10 ile verilen antikomütasyon bağıntısı aynı zamanda süpersimetri ile kütle çekim teorileri arasında kurulabilen bağlantının temelini oluşturur (Brink vd. 2002, Mohapatra 2003, Soroka ve Soroka 2005): Görüldüğü gibi iki tane SUSY dönüşümünün antikomütasyonu lokal bir koordinat ötelemesidir ve lokal koordinat dönüşümü altında değişmez kalan teori de Genel Görelilik Teorisidir. Böylece; SUSY'yi lokal yapmakla Genel Görelilik Teorisi, kütleçekim veya süpergravity teorisi doğal olarak elde edilebilir.

Süpersimetri jeneratörleri ile ayar dönüşümlerinin jeneratörleri komütatiftirler. Bundan dolayı aynı süper çoklu içerisinde yer alan parçacıklar; aynı ayar grubu temsiline yer

almalıdır ve aynı elektrik yükü, zayıf izospin ve renk serbestlik derecesine sahip olmalıdırlar.

Önceki kesimde de bahsedildiği gibi her bir süper çoklu eşit sayıda fermiyonik ve bozonik serbestlik derecesine sahiptir ($n_f = n_b$). En basit süperçoklu; iki helisite durumlu bir Weyl fermiyonu ($n_f = 2$) ile bir kompleks skalerden oluşur ($n_b = 2$). İki bileşenli bir Weyl fermiyonu ile kompleks bir skaler alanının böyle birleşimi, chiral, madde veya skaler süperçoklu olarak isimlendirilir. Diğer bir olasılık ise; süperçokluyu, spin-1 bir vektör bozon ve onun süpereşi olan bir fermiyonla kurmaktır. Eğer teori renormalize edilebilir bir teori ise, en azından ayar simetrisi kendiliğinden kırılmadan önce, buradaki vektör bozonu kütlesiz bir ayar bozonu olmalıdır. Kütlesiz bir spin-1 bozonunun iki helisite durumu vardır. Bundan dolayı onun süpereşi, yine iki helisite durumlu kütlesiz, 1/2 spinli bir Weyl fermiyonu olur. 1 ve 1/2 spinli parçacıklardan oluşmuş böyle bir süperçoklu, ayar veya vektör süperçoklu olarak isimlendirilir. Bunlar dışında parçacık süperçokluları kurulması mümkündür ancak; aralarında renormalize edilebilir bir etkileşim söz konusu ise bazı genişletilmiş süpersimetrik teoriler dışında bu süperçoklular, daima kiral (chiral) veya ayar süperçoklularına birleşimine indirgenebilirler. Genişletilmiş süpersimetrik teoriler matematiksel olarak ilginçtirler ancak fenomenolojik olarak umut vermezler çünkü; dört boyutlu alan teorilerinde genişletilmiş süpersimetri, SM’de gözlemlenen kiral fermiyonlara ve parite bozulumlarına izin vermez.

Standart modelin süpersimetrik genişletilmiş halinde; bilinen tüm temel parçacıklar, ya bir kiral ya da bir ayar süperçoklusu içerisinde ve kendileriyle aralarında 1/2 kadarlık bir spin farkı olan, süpereşleriyle birlikte yer alırlar. Ayar grubu altında sol-elli kısımların sağ-elli kısımlarına göre farkı dönüşen fermiyonlar, sadece kiral süperçoklu içerisinde yer alabilirler. Standart modelin fermiyonları olan kuark ve leptonlar bu özelliği taşıdıklarından dolayı hepsi, kiral süperçokluların elemanı olmalıdırlar. SM’nin vektör bozonları ise ayar süperçokluları içerisinde yer alırlar. Fermiyonik olan süpereşleri, gaugino olarak adlandırılırlar. Süpersimetrik parçacıkların isimlendirmesi şu şekilde olur: Fermiyonların spin-0 eşleri için isimlendirme yapılırken, parçacık adlarının önüne “skaler” anlamında gelen “s” ön eki getirilir; lepton $\rightarrow$ slepton, kuark

→ skuark. Skuark ve sleptonlar için kullanılan harfler karşılık gelen fermiyonlarla aynıdır ancak, SM parçacıklarının süpereşleri için fazladan bir tilda ($\sim$) işareti kullanılır. Bozonik bir parçacığın süpereşi isimlendirilirken, parçacığın isminin sonuna “ino” eki getirilir, örnek: W (W bozonu) → Wino, H (Higgs bozonu) → Higgsino, g (gluon) → gluino vs. Bu süpereşleri temsil etmek için de yine bir tilda ($\sim$) işareti kullanılır.

Yukarıda da bahsedildiği üzere, SM ayar dönüşümlerinde sağ-elli ve sol-elli kuark ve leptonlar farklı davranırlar. Bu nedenle, ilgilenilen kuark ve leptonların süpersimetrik eşleri tanımlanırken, süpereş parçacıklar skaler olduğu halde sağ-elli veya sol-elli olarak isimlendirilir. Burada önemli bir konu; sol-elli veya sağ-ellilik tüm süperçoklular için kullanılmaktadır (+ 1/2 helisiteye sahip bir Weyl fermiyonu ve skaler alandan oluşan süperçoklu sol-elli, - 1/2 helisiteye sahip fermiyon ve skalerden oluşan süperçokluya ise sağ-elli olarak tanımlanır). Fakat spin-0 parçacık olan süpereşlerin helisitesi yoktur. Çünkü helisite, kuark ve leptonların özelliğidir. Öte yandan, skuark ve slepton alanlarının her birinin ayar etkileşimleri, karşılık gelen SM fermiyonlarıyla aynıdır.

Spini sıfır olduğu için Higgs skaler bozonunun kiral bir süperçoklu içerisinde olması gerektiği aşıkardır. Aslında bir tane chiral alan tek başına yeterli değildir, bunu görmenin yolu: Eğer bir tane Higgs kiral süperçoklusu olsaydı elektrozayıf ayar simetrisi, üçgen ayar anomalisine maruz kalır ve bir kuantum teorisi olarak tutarsız olurdu. Nedeni ise; ayar anomalilerinden kurtulma koşullarının, $iz[Y^3] = iz[I_3^2] = 0$ şeklinde bir eşitlik içermesidir (Burada Y zayıf hiperyük, I_3 ise zayıf izospinin üçüncü bileşenidir). Kiral bir Higgs süperçoklusunun fermiyonik eşinin; $Y = 1$ veya $Y = -1$ zayıf hiperyüklü bir zayıf izodublet olması gerekir. Bu iki fermiyonik durumdan sadece bir tanesinin bulunması halinde, $\hat{I}_3$ 'i sıfırdan farklı bir katkının gelmesine dolayısıyla da anomalilerin sürmesine neden olur. Bu durum ancak, zıt işaretli hiperyük sayısına ($Y = \pm 1$) sahip iki Higgs süperçoklusunun (süpermultipletin) varlığı durumunda önlenabilir. SM'de bu koşullar zaten mucizevi bir şekilde, bilinen kuarklar ve leptonlar tarafından sağlanmıştır.

Takip eden bölümde SUSY teorisinin özel ve fenomenolojik olarak uygulanabilir bir hali olan (yumuşak SUSY kırıcı terimlerle tamamlanmış, iki tane Higgs dublet alanı

barındırmanın dışında SM'nin doğrudan bir süpersimetrizasyonu olan), Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM) incelenecektir.

3.3 Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM)

Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM); Standart modelin iki tane Higgs çiftlisiyle genişletilmiş haline, karşılık gelen süpersimetrik eşlerinin eklenmesiyle oluşturulur.

Çizelge 3.1 Standart Model temel parçacıkları (sol blok) ve süpersimetrik eşlenikleri (sağ blok)

Standart Model						Süpersimetri					
Kuarklar	u	c	t	γ	H	Skuarklar	$\tilde{u}$	$\tilde{c}$	$\tilde{t}$	$\tilde{\gamma}$	$\tilde{H}$
	d	s	b	g	Higgs		$\tilde{d}$	$\tilde{s}$	$\tilde{b}$	$\tilde{g}$	Higgsino
Leptonlar	ν_e	ν_μ	ν_τ	Z		Sleptonlar	$\tilde{\nu}_e$	$\tilde{\nu}_\mu$	$\tilde{\nu}_\tau$	$\tilde{Z}$	
	e	μ	τ	W			$\tilde{e}$	$\tilde{\mu}$	$\tilde{\tau}$	$\tilde{W}$	

Süpersimetrik teorilerde eşit sayıda bozonik ve fermiyonik serbestlik derecesi olması gerektiği gerçeğine rağmen; SM'nin 28 tane bozonik, 90 tane de fermiyonik serbestlik derecesini sahip olması ve SM çerçevesinde gözlemlenen hiçbir parçacığın bir diğerinin süpereşi olamaması durumu açıkça gösterir ki, süpersimetrik bir teoriye genişletilmesi için SM'ye yeni serbestlik derecelerinin dolayısıyla da yeni parçacıkların eklenmesi (SM temel parçacıkları ve bu parçacıkların süpereşleri çizelge 3.1'de verilmiştir) gerekmektedir (Haber ve Kane 1985, Martin 1998). Bu durum başlangıçta; SM çerçevesinde sadece fermiyonlar tarafından taşınan ve tüm fiziksel süreçlerde korunan lepton ve baryon sayısına ait korunum ilkesi ile çelişiyormuş gibi bir izlenimi yaratsa da, süpersimetrideki yeni bozonik alanların da lepton ve baryon sayısı taşınması sayesinde bu çelişki ortadan kalkmıştır. Yeni bozonik alanların baryon ve lepton sayısı taşınması, R-parite adı verilen ve ayrıntısı daha sonra gösterilecek olan yeni bir simetrinin model içerisinde tanımlanmasıyla sağlanmıştır.

MSSM’de bulunan kiral (chiral) süperçoklularının bir kısmını; içerisinde sol-elli ve sağ-elli kuark ve leptonların bulunduğu üç tane fermiyon ailesi (Q_i, U_i, D_i, L_i, E_i) ile bunların skaler süpereşleri ($\tilde{Q}_i, \tilde{U}_i, \tilde{D}_i, \tilde{L}_i, \tilde{E}_i$) oluştururken, diğer kısmını iki tane kompleks Higgs ikilisi (H_u, H_d) ve bunların fermiyonik süpereşleri olan Higgsinolar ($\tilde{H}_u, \tilde{H}_d$) oluşturur. MSSM’in ayar süperçokluları ise; glounlar (g) ve fermiyonik süpereşi gluinolar ($\tilde{g}$) ile elektrozayıf ayar bozonlar (W, Z, γ) ve bunların fermiyonik süpereşleri olan gauginolardan ($\tilde{W}, \tilde{Z}, \tilde{\gamma}$) oluşur. MSSM alan içerikleri ve karşılık gelen ayar kuantum sayıları çizelge 3.2’de gösterilmektedir.

Teorik olarak öngörülen süpereş parçacıklara ait hiçbir deneysel sinyal tespit edilemediği için süpersimetri tam bir simetri değildir ve kendiliğinden kırılmalıdır; bu sayede yeni parçacıkların kütlelerinin, eşlerinin kütlelerine göre farklılık göstermesinin nedeni de açıklanabilir. Süpersimetrinin, sağladığı avantajları koruyabilmesi için, yumuşak bir şekilde kırılması gerekir, yumuşak bir şekilde kırılması için önerilen yöntemler olarak: Kendiliğinden global süpersimetri kırılması, kendiliğinden lokal süpersimetri (süpergravite) kırılması ve açık süpersimetri kırılması yöntemleri sıralanabilir. Bu çeşit yumuşak kırıcı yöntemler beraberinde; Goldstino, gravitino vb. gibi yeni parçacıkların varlığına da yol açarlar. MSSM’de simetri kırılması, lagranjiyen yoğunluğuna yumuşak kırılma terimleri adı verilen terimlerin eklenmesiyle açıklanabilir. Buradaki ‘yumuşak’ terimler üzerinde bazı sınırlandırmalar getirilmektedir öyle ki; eklenen terimler sadece kütle terimleri veya süperptansiyel formunda terimler olabilirler.

$SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar simetrisinin kendiliğinden kırılması; aynı elektrik yüküne, renge ve spine sahip durumların karışmasına izin verir. Bu, gaugino ve higgsinoların belirli bir kütleyle sahip fiziksel parçacıklar olamayacağı anlamına gelir. Bu bağlamda; elektrozayıf simetrisinin kırılmasının bir etkisi olarak elektrozayıf gauginolar ile Higgsinolar birbirleriyle karışırlar. Yüksüz olanlar “nötrino” ($\tilde{\chi}_1^0, \tilde{\chi}_2^0, \tilde{\chi}_3^0, \tilde{\chi}_4^0$) adı verilen dört tane 1/2 spinli Majorana tipli yüksüz fermiyon kütle öz durumlarını oluştururken, yüklü olanlar ise chargino ($\tilde{\chi}_{1,2}^\pm$) adı verilen 1/2 spinli ve yüklü fermiyon öz durumlarını oluştururlar (Baer ve Tata 2006, Dojuaadi 2008).

Çizelge 3.2 MSSM parçacık spektrumu

	Bozon Alanları	Fermiyonik Eşler	$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
Ayar Alanları			
G^α	g^α gluonlar	$\tilde{g}^\alpha$ gluinolar	$(8, 1, 0)$
V^k	$W^\pm, Z^0$ Zayıf bozonlar	$\tilde{W}^\pm, \tilde{Z}^0$ Wino, Zino	$(1, 3, 0)$
V'	γ foton	$\tilde{\gamma}$ fotino	$(1, 1, 0)$
Madde Alanları			
L_i E_i	sleptonlar $\begin{cases} \tilde{L}_i = \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_l \\ \tilde{l}^- \end{pmatrix} \\ \tilde{E}_i = \tilde{e}_R^*, \tilde{\mu}_R^*, \tilde{\tau}_R^* \end{cases}$	leptonlar $\begin{cases} L_i = \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_l \\ \tilde{l}^- \end{pmatrix} \\ E_i = e_R^\dagger, \mu_R^\dagger, \tau_R^\dagger \end{cases}$	$(1, 2, -1)$ $(1, 1, 2)$
Q_i U_i D_i	skuarklar $\begin{cases} \tilde{Q}_i = \begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{d} \end{pmatrix} \\ \tilde{U}_i = \tilde{u}_R^*, \tilde{c}_R^*, \tilde{t}_R^* \\ \tilde{D}_i = \tilde{d}_R^*, \tilde{s}_R^*, \tilde{b}_R^* \end{cases}$	kuarklar $\begin{cases} \tilde{Q}_i = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \\ U_i = u_R^\dagger, c_R^\dagger, t_R^\dagger \\ D_i = d_R^\dagger, s_R^\dagger, b_R^\dagger \end{cases}$	$(3, 2, 1/3)$ $(\bar{3}, 1, -4/3)$ $(\bar{3}, 1, 2/3)$
Higgs Alanları			
H_u H_d	Higgsler $\begin{cases} H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix} \\ H_d = \begin{pmatrix} H_d^- \\ H_d^0 \end{pmatrix} \end{cases}$	Higgsinolar $\begin{cases} \tilde{H}_u = \begin{pmatrix} \tilde{H}_u^+ \\ \tilde{H}_u^0 \end{pmatrix} \\ \tilde{H}_d = \begin{pmatrix} \tilde{H}_d^- \\ \tilde{H}_d^0 \end{pmatrix} \end{cases}$	$(1, 2, 1)$ $(1, \bar{2}, -1)$

Nötrallino ve chargino sektörlerine ait kütle matrislerinin ayrıntıları ileriki kesimde ayrıntılı bir şekilde verilecektir.

MSSM’de, sırasıyla $Y = -1$ ve $Y = 1$ hiperyük kuantum sayılarına sahip iki tane Higgs dubleti bulunur,

$$H_d = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(v_d + \phi_d + i\phi_d) \\ H_d^- \end{pmatrix}, \quad H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_u + \phi_u + i\phi_u) \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Burada; v_u ve v_d değerleri sırasıyla, H_u ve H_d Higgs alanının yüksüz bileşeninin vakum beklenen değeridir (VEV). Çeşni değiştiren yüksüz akımların (FCNC) oluşumunu sınırlandırmak için; $Y = -1$ hiperyük kuantum yük sayısına sahip Higgs dubleti sadece aşağı tip kuark ve leptonlara bağlanırken, $Y = 1$ 'e sahip olan ise sadece yukarı tip kuark ve leptonlara bağlanır.

MSSM parametre uzayını, süpersimetriyi koruyan ve süpersimetriyi kıran parametreler olmak üzere iki sınıfa ayırmak mümkündür.

i. Süpersimetriyi koruyan parametreler:

- $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ SM ayar grubunun etkileşim sabitleri olan g_s , g ve g' ;
- Süperpotansiyelde, Higgs alanının fermiyonik süpereşi olan Higgsino'ya ait kütle terimi ($\mu H_u H_d$) olarak ortaya çıkan μ -parmetresi;
- Boyutsuz ve 3×3 'lük matris yapısına sahip Higgs-fermion Yukawa kuplaj parametreleri olan: λ_e , λ_u ve λ_d (MSSM'de sağ elli nötrino ve süpereşi olmadığı için nötrinolar için Yukawa kuplajı tanımlı değildir).

ii. Süpersimetriyi kıran parametreler:

- SM ayar simetri grubunu oluşturan herbir bileşen gruba ait, gaugino Majorana kütleleri: M_1 , M_2 ve M_3 ;
- Skaler lepton ve skaler kuarklara ait kütle-kare parametreleri: $M_{\tilde{E}}^2$, $M_{\tilde{L}}^2$, $M_{\tilde{Q}}^2$, $M_{\tilde{U}}^2$, $M_{\tilde{D}}^2$;
- A parametreleri olarak isimlendirilen 3×3 'lük matris yapısına sahip, Higgs – skaler lepton – skaler lepton (Higgs – slepton – slepton) ve Higgs – skaler kuark – skaler kuark (Higgs – skuark – skuark) üçlü lineer etkileşme terimlerine ait katsayılar: A_e , A_u , A_d ;
- Higgs sektörüne ait olan kütle-kare parametreleri: m_1^2 , m_2^2 , m_{12}^2 .

$SU(2)_L \times U(1)_Y$ elektrozayıf simetrinin $U(1)_{EM}$ 'ye kırılması, ancak süpersimetri kırıcı Higgs kütle-kare parametrelerinin tanımlanmasından sonra mümkündür. Ortaya çıkan

ağaç mertebesindeki Higgs skaler potansiyelini minimize ederek; m_1^2, m_2^2, m_{12}^2 kütle-kare parametreleri, Higgs vakum beklenen değerleri (v_u, v_d) ve CP-odd Higgs kütseli (A^0) cinsinden tekrar tanımlanabilirler. Higgs alanlarının yüksüz bileşenlerinin vakum beklenen değerlerine ait olan $v_d^2 + v_u^2$ toplamı W bozonun kütlesi ve ayar kuplajıyla ayarlanırken, oranları (v_u/v_d) ise modelde serbest bir parametre olarak kalmaktadır:

$$v_d^2 + v_u^2 = \frac{4m_W^2}{g} = (246 \text{ GeV})^2 \quad (3.12)$$

$$\tan \beta = \frac{v_u}{v_d} \quad (3.13)$$

SM çerçevesinde ayar değişmezlik şartı, renormalize edilebilir tüm etkileşimler için baryon ve lepton sayısı korunumunu garanti ederken bu durum MSSM’de geçerli değildir. Çünkü MSSM’de kuark ve leptonların süpereşleri olan skaler alanlar da baryon ve lepton sayısı taşırlar ve SM ayar simetriteri ve SUSY ile tutarlı ancak baryon veya lepton sayısını korumayan, renormalize edilebilir terimlerin/operatörlerin yazılmasına imkan tanırırlar. Baryon ve lepton sayılarını ihlal eden bu terimlerin modele girmesi engellenmelidir ve bu nedenle MSSM bağlamında baryon ve lepton sayısı korunumu, SM çerçevesinde incelendiği şekilde incelenemez. Bu problemin ortadan kaldırılması için kesikli bir simetri tanımlanması gerekir. Bu simetri R-parite olarak adlandırılır ve

$$R = (-1)^{3(B-L)+2s} \quad (3.14)$$

şeklinde tanımlanan, çarpımsal özelliğe sahip yeni bir kuantum sayısını da (R-parite numarası) beraberinde getirir. Burada; B baryon sayısını, L lepton sayısını, s ise parçacığın spinini göstermektedir. SM parçacıkları ve bunların süpereşlerinin içinde olduğu süreçlerde ayrı ayrı baryon sayısı ve lepton sayısı değil, bunların bir kombinasyonundan oluşan R-Parite korunur. MSSM kapsamında; bütün SM parçacıkları ve Higgs parçacıklar çift R-pariteye, bütün süpereş parçacıklar ise tek R-pariteye sahiptirler. R-parite’nin korunumu fenomenolojik olarak (Martin 1998) şu sonuçları doğurur:

- En hafif süpersimetrik parçacık (LSP) mutlak olarak kararlı olmalıdır. Eğer LSP elektriksel olarak yüksüz bir parçacıksa, diğer parçacıklarla sadece zayıf

etkileşmelere girer. Bu da LSP'yi aktif bir karanlık madde adayı yapar. MSSM'de bu karanlık madde adayı parçacık, en hafif nötralinodur ($\tilde{\chi}_1^0$).

- Bütün süpersimetrik parçacıklar (LSP hariç), sonuçta tek sayıda LSP içerecek bir duruma bozunurlar. Genellikle bu sayı birdir.
- Bilinen parçacıkları (çift R-pariteye sahip) içeren bir ilk durumla başlanıldığında, (saçılma veya bozuma süreci sonunda) ortaya çıkan süpersimetrik parçacıklar sadece çiftler halinde üretilebilirler.

MSSM'de, SM'deki 19 parametrenin yanı sıra 105 tane yeni parametre bulunmaktadır. Bunlar: Higgsino – gaugino sektöründeki 5 reel parametre ve 3 CP bozucu faz; skuark ve slepton sektöründeki 21 kütle, 36 reel karışım açısı ve 40 CP bozucu fazdır.

3.4 MSSM'in Lagranjiyeni

MSSM'de kiral (chiral) süperalanlar arasındaki değişik etkileşmeler, R-parite korunumlu süperpotansiyel ile tanımlanır (Vempati 2012).

$$W = y_u UQ \cdot H_u - y_d DQ \cdot H_d - y_e EL \cdot H_d + \mu H_u \cdot H_d \quad (3.15)$$

Burada H_u , H_d , Q , L , U , D , E ; Çizelge 3.1'de verilen chiral süperçoklulara karşılık gelen chiral süperalanlardır. y_u , y_d , y_e ; leptonlara ve kuarklara kütle vermek için gerekli olan Yukawa etkileşimlerine yol açan, boyutsuz ve 3×3 matris formunda Yukawa kuplaj parametreleridir. μ (genellikle “ μ -terimi” olarak bilinir) ise, SM'deki Higgs bozonu kütle teriminin süpersimetrik versiyonudur. μ -terimi süperpotansiyeldeki boyuta sahip tek süpersimetrik terimdir ve açık ifadesi: $\mu H_u \cdot H_d = \mu \varepsilon_{ij} H_u^i H_d^j$ ($\varepsilon_{12} = -\varepsilon_{21} = 1$) şeklindedir. Süperpotansiyelde bulunan her bir terimin toplam hiperyükü sıfırdır, böylece süperpotansiyel, $U(1)_Y$ altında değişmez kalır. Ayrıca süperpotansiyel, baryon ve lepton sayısı korunumunu da sağlar.

MSSM lagranjiyeni iki kısımdan oluşur: İlk kısmını süpersimetri değişmezliğini koruyan, ayar ve madde alanlarına ait kinetik terimleri, etkileşme terimlerini, Yukawa

etkileşmelerini içeren ve SM'nin süpersimetrik genelleştirilmesinden elde edilen $\mathcal{L}_{SUSY}$ oluştururken; ikincisini ise, süpersimetriyi kıran kütle ve etkileşme terimlerinden oluşan $\mathcal{L}_{Yumuşak}$ oluşturur,

$$\mathcal{L}_{MSSM} = \mathcal{L}_{SUSY} + \mathcal{L}_{Yumuşak}. \quad (3.16)$$

$\mathcal{L}_{SUSY}$ teriminin genel ifadesi:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SUSY} = & \sum_{\substack{\text{Ayar} \\ \text{Alanları}}} \frac{1}{4} \left(\int d^2\theta \text{Tr}(W^\alpha W_\alpha) + \int d^2\bar{\theta} \text{Tr}(\bar{W}^{\dot{\alpha}} \bar{W}_{\dot{\alpha}}) \right) \\ & + \sum_{\substack{\text{Madde} \\ \text{Alanları}}} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \phi_i^\dagger e^{(\Sigma g_k V_k)} \phi_i + \int d^2\theta (W_R + W_{\bar{R}}) + h.c. \end{aligned} \quad (3.17)$$

şeklindedir. Burada V , ϕ ve θ harfleri sırasıyla; ayar alan, madde alan ve Grassman sayılarını; W süperpotansiyelleri; g_k ise kuplaj sabitlerini ifade etmektedir. R-pariteyi koruyan terimlerden oluşan süperpotansiyel W_R ile ifade edilirken, yapısında LLE , LQD , UDD gibi R-pariteyi bozan terimler bulunduran süperotansiyel ise $W_{\bar{R}}$ ile ifade edilmektedir. R-pariteyi koruyan süperpotansiyel yukarıda Denklem 3.15 ile verilmiştir. R pariteyi koruyan lagranjiyen kısmı, alanların yerine süperalanların kullanılması dışında, SM Lagranjiyeni ile aynı formdadır. Bu lagranjiyenin, SM Lagranjiyeninden tek farkı; iki tane Higgs dubleti ve onların karışımından kurulmuş olan μ -terimidir.

SM parçacıkları ve bu parçacıkların süpereşleri arasındaki kütle farkının açıklanabilmesi için Lagranjiyene, süpersimetriyi kıran yeni terimlerin eklenmesi gerekmektedir. Planck ve elektrozayıf skalalar arasındaki hiyerarşinin yok edilmemesi için bu terimler dikkatli eklenmelidir. Mümkün olan terimler şu şekilde sıralanabilir: Gaugino kütle terimleri, yumuşak skaler kütleler, bilineer kütle terimleri (B-terimleri) ve trilineer kütle terimleri (A-terimleri).

MSSM'in yumuşak SUSY kırıcı Lagranjiyeni,

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{Yumuşak} = & \frac{1}{2} \sum_{\alpha} M_{\alpha} \tilde{\lambda}_{\alpha} \tilde{\lambda}_{\alpha} + \sum_i m_{0i}^2 |\varphi_i|^2 + B H_d H_u + A_{ab}^U \tilde{Q}_{\alpha} \tilde{U}_b H_u \\ & + A_{ab}^D \tilde{Q}_{\alpha} \tilde{D}_b H_d + A_{ab}^L \tilde{L}_{\alpha} \tilde{E}_b H_d + h.c. \end{aligned} \quad (3.18)$$

şeklindedir; Burada $\tilde{\lambda}_\alpha$ gaugino (bino, wino ve gluino) alanlarını, φ_i skaler alanları, H_u, H_d Higgs alanlarını, $\tilde{Q}, \tilde{U}, \tilde{D}, \tilde{L}, \tilde{E}$ skaler kuark ve lepton alanlarını ifade ederken; M_α gaugino kütlesi, m_{0i}^2 yumuşak skaler kütle terimi, A ve B terimleri ise sırasıyla trilineer ve bilineer kütle terimleridir. m_{0i}^2 , 3×3 'lük kompleks formda hermitik matristirler. Lagranjiyendeki A terimleri, 3×3 'lük kompleks matris formundadırlar ve kütle boyutundadırlar.

3.5 MSSM'in Higgs Sektörü

MSSM'de elektrozayıf simetrinin kırılması için iki tane Higgs dubletine (Denklem 3.11) ihtiyaç vardır ve bu dubletler VEV kazandıklarında elektrozayıf simetri kırılır. Önceden de bahsedildiği gibi; chiral anomalilerinden kurtulmak için bu iki tane Higgs dubletinin zıt hiperyük kuantum sayılarına sahip olması gerekmektedir ve FCNC oluşumunu sınırlandırmak için dubletlerden birisi sadece aşağı tip kuark ve leptonlara bağlanırken diğeri ise sadece yukarı tip kuark ve leptonlara bağlanır. Elektrozayıf simetrinin kendiliğinden kırılmasından sonra; skaler alanların sekiz serbestlik derecesinin üçü, boylamsal polarizasyonlarını oluşturmak ve kütle kazanmak için $W^\pm$, Z bozonları tarafından yutulur (Goldstone mekanizması). Geriye 5 tane fiziksel Higgs parçacığı kalır. Bunlar; iki adet yüklü Higgs çifti (H^+, H^-), biri ağır diğeri hafif olmak üzere iki adet CP-çift yüksüz Higgs bozonu (H^0, h^0) ve pseudoskaler Higgs bozonu (A^0)'dur.

MSSM'de ağaç mertebesinde, Higgs skaler alanları için skaler potansiyele (V^0) katkı üç farklı kaynaktan gelmektedir. Bunlar; Süperpotansiyelin F-terimleri, $SU(2)_L$ ve $U(1)_Y$ ayar vektör süperçoklularından gelen ve dörtlü Higgs etkileşmelerini içeren D-terimleri ve son olarak yumuşak-SUSY kırıcı skaler Higgs kütle terimleri ile bilineer terimlerdir:

$$V^0 = V_F + V_D + V_{yumuşak}, \quad (3.19)$$

$$V_F = \sum \left| \frac{\partial W}{\partial H_{u,d}} \right|^2 = |\mu|^2 (|H_d|^2 + |H_u|^2), \quad (3.20)$$

$$V_D = \frac{G^2}{8} (|H_d|^2 - |H_u|^2)^2 + \frac{g^2}{2} (|H_d|^2 |H_u|^2 - |H_u \cdot H_d|^2), \quad (3.21)$$

$$V_{yumuşak} = m_d^2 |H_d|^2 + m_u^2 |H_u|^2 - (B\mu H_u \cdot H_d + h.c.). \quad (3.22)$$

Burada $G^2 = g^2 + g'^2$ olarak tanımlanır.

Ağaç mertebesinde Higgs kütle kare matrisleri, V^0 potansiyelinden elde edilir. Bunun için: Minimizasyon şartları kullanılarak, potansiyelin alanlara göre birinci türevleri sıfıra eşitlenip, skaler potansiyelin minimumu bulunur. Önceden bahsedildiği gibi, bu sayede yumuşak kütle parametreleri Higgs alanlarının VEV'i cinsinden yazılır. Higgs alanları potansiyelin minimumunda, Denklem 3.11'de verildiği gibi vakum etrafında geliştirilir (Reel kısımlar CP-çift Higgs bozonlarına karşılık gelirken sanal kısımlar CP-tek Higgs'lere ve Goldstone bozonlarına karşılık gelir). Böylece, CP-çift ve CP-tek Higgs'leri için ağaç seviyesi kütle matris kareleri,

$$(M_+^0)_{ij}^2 = \left. \frac{\partial^2 V^0}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right|_{Alanlar \rightarrow 0} \quad (3.23)$$

$$(M_-^0)_{ij}^2 = \left. \frac{\partial^2 V^0}{\partial \varphi_i \partial \varphi_j} \right|_{Alanlar \rightarrow 0} \quad (3.24)$$

ile elde edilir. Buradan, CP-çift Higgs kütle-kare matris elemanları,

$$(M_+^0)_{11}^2 = \left[\frac{G^2}{4} \right] v_d^2 + B\mu \frac{v_u}{v_d} \quad (3.25)$$

$$(M_+^0)_{12}^2 = (M_+^0)_{21}^2 = -\frac{G^2}{4} v_d v_u - B\mu \quad (3.26)$$

$$(M_+^0)_{22}^2 = \left[\frac{G^2}{4} \right] v_d^2 + B\mu \frac{v_u}{v_d} \quad (3.27)$$

şeklinde elde edilir. Benzer şekilde aynı işlem CP-tek Higgs için de yapılırsa kütle-kare matrisi:

$$(M_-^0)_{ij}^2 = B\mu \frac{v_d v_u}{v_i v_j}$$

olarak bulunur. Burada, $i, j \in (d, u)$ 'dur. CP-tek Higgs'lerden bir tanesi Z bozonu tarafından yutulan kütlesiz Goldstone bozonu olduğu için geriye sadece bir tane fiziksel CP-odd Higgs kalır.

Ağaç mertebesinde yüklü Higgs kütle kare matrisini elde etmek için kullanılan yöntem CP-tek Higgs için kullanılan yöntemle benzerdir ve kütle kare matrisi,

$$M_{H^\pm}^2 = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial^2 V^0}{\partial H_u^+ \partial H_u^+} \right|_{Alanlar \rightarrow 0} & \left. \frac{\partial^2 V^0}{\partial H_u^+ \partial H_d^-} \right|_{Alanlar \rightarrow 0} \\ \left. \frac{\partial^2 V^0}{\partial H_d^- \partial H_u^+} \right|_{Alanlar \rightarrow 0} & \left. \frac{\partial^2 V^0}{\partial H_d^- \partial H_d^-} \right|_{Alanlar \rightarrow 0} \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

şeklindedir. Yine yüklü Higgs'lerden birisi kütlesiz yüklü Goldstone bozonu olurken geriye sadece bir tane (Barger vd. 2006) fiziksel yüklü Higgs bozonu kalır.

Oluşturulan kütle kare matrislerinin köşegenleştirilmeleriyle, $M_D = RMR^{-1}$, fiziksel Higgs bozonlarının kütleleri W, Z bozonları ve A^0 CP-tek Higgs bozonunun kütleleri cinsinden,

$$m_{h^0, H^0}^2 = \frac{1}{2} \left(m_{A^0}^2 + m_Z^2 \mp \sqrt{(m_{A^0}^2 + m_Z^2)^2 - 4m_Z^2 m_{A^0}^2 (\cos 2\beta)^2} \right) \quad (3.29)$$

$$m_{H^\pm}^2 = m_{A^0}^2 + m_W^2 \quad (3.30)$$

$$m_{A^0}^2 = B\mu(\cot\beta + \tan\beta) \quad (3.31)$$

şeklinde ifade edilebilir.

MSSM'de en hafif CP-çift Higgs bozonunun kütlelerinin (m_{h^0}) elektrozayıf skala düzeyinde olduğu tahmin edilmektedir. Daha doğrusu; ağaç mertebesinde Higgs bozonu kütlesi, Z bozonunun kütlelerinden daha küçük veya ona eşit olacak şekilde sınırlandırılmıştır. Fakat hafif Higgs'in kütlesi deneysel olarak 125 GeV civarında ölçülmüştür. Bu nedenle; ölçülen Higgs kütle değerine uyum sağlayabilmesi için kütle terimine, bir düzeltme terimi olan halka (loop) katkıları (özellikle top kuark ve süpereşi olan stop'dan gelen katkılar) da eklenmelidir ve bu halka katkıları büyük

değerlerdedirler. Tek halka mertebesinde düzeltmeler eklendikten sonra kütle-kare terimi,

$$m_{h^0}^2 = M_Z^2 (\cos 2\beta)^2 + \frac{6y_t^2 v^2}{(4\pi)^2} \left[\ln \frac{m_{\tilde{t}}^2}{m_t^2} + \frac{X_t^2}{m_{\tilde{t}}^2} - \frac{X_t^4}{12m_{\tilde{t}}^4} \right] \quad (3.32)$$

şeklini alır (Dojuadi 2008). Burada; m_t : top kuarkın kütlesi, $m_{\tilde{t}}^2$: iki tane stop kütesinin ($m_{\tilde{t}_i}, i = 1,2$) ortalaması, y_t : top kuark Yukawa sabiti, $v = 246$ GeV vakum beklenen değeridir. $X_t = A_t - \mu/\tan\beta$ şeklinde tanımlı parametre ise, stop karışım parametresidir.

3.6 MSSM'in Chargino ve Nötralino Sektörleri

Bu kesimde MSSM'deki nötralino ve charginoların kütle spektrumları ve karışımları incelenecektir.

Higgs alanlarının ayar alanlarına bağlanması, süpersimetride Higgsino – Higgs – gaugino türü kuplajların ortaya çıkmasına da neden olur. Bu, elektrozayıf simetrisinin kendiliğinden kırılıp Higgs alanları VEV kazandığında, Higgsino ile elektrozayıf gaugino karışımından oluşan bir kütle terimi oluşturur. Kütle öz durumları bu nedenle Higgsino – gaugino durumlarının bir karışımıdır. Renk kırılmadığı için; yüksüz higgsinolar ($\tilde{H}_u^0, \tilde{H}_d^0$) ve yüksüz gauginolar ($\tilde{B}^0, \tilde{W}^0$) nötralino olarak adlandırılan dört tane yüksüz kütle öz durumu ($\tilde{\chi}_1^0, \tilde{\chi}_2^0, \tilde{\chi}_3^0, \tilde{\chi}_4^0$) oluşturacak şekilde kendi aralarında karışırlarken, yüklü higgsinolar ($\tilde{H}_u^\pm, \tilde{H}_d^\pm$) ve winolar ($\tilde{W}^\pm$) da ± 1 yüke sahip ve chargino olarak adlandırılan iki tane yüklü kütle öz durumu ($\tilde{\chi}_{1,2}^\pm$) oluşturacak şekilde kendi aralarında karışırlar. Gluonun süpersimetrik eşi olan gluino ($\tilde{g}$), renk korunumundan dolayı Higgsino alanlarıyla karışmaz yalnız kalır (Haber ve Kane 1985).

En hafif nötralino $\tilde{\chi}_1^0$, daha hafif bir gravitino yoksa ve R-parity korunuyorsa genellikle LSP olarak kabul edilir çünkü iyi bir soğuk karanlık madde adayı yapabilecek tek MSSM parçasıdır.

$\tilde{G}_a = (\tilde{B}^0, \tilde{W}^0, \tilde{H}_d^0, \tilde{H}_u^0)$ ayar öz durumu bazında, lagranjiyendeki nötralino kütle terimleri,

$$\mathcal{L} \supset -\frac{1}{2} (\tilde{G}_a)^T M_{\chi^0} \tilde{G}_a + c.c. \quad (3.33)$$

ile verilir. M_{χ^0} , nötralino kütle matrisidir ve fiziksel kütleler cinsinden açık ifadesi,

$$M_{\tilde{\chi}^0} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -M_Z \cos \beta \sin \theta_W & M_Z \sin \beta \sin \theta_W \\ 0 & M_2 & M_Z \cos \beta \cos \theta_W & -M_Z \sin \beta \cos \theta_W \\ -M_Z \cos \beta \sin \theta_W & M_Z \cos \beta \cos \theta_W & 0 & -\mu \\ M_Z \sin \beta \sin \theta_W & -M_Z \sin \beta \cos \theta_W & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

şeklindedir. Burada M_1 ve M_2 , sırasıyla Bino ($\tilde{B}$) ve Wino ($\tilde{W}$) kütle parametreleri, μ süpersimetrik Higgsino kütle terimidir ve bu parametreler keyfi kompleks fazlara sahip olabilirler. M_Z , Z bozonun kütlesi; θ_W , Weinberg açısı ve $\tan \beta = v_u/v_d$ dir.

Nötralino kütle matrisi, $\tilde{\chi}_i^0 = N_{ia}^0 \tilde{G}_a$ formundaki bir karışım matrisi (N^0) ile köşegenleştirilebilir.

$$N^0 M_{\chi^0} N^{0T} = \text{Köşegen}(m_{\tilde{\chi}_1^0}, m_{\tilde{\chi}_2^0}, m_{\tilde{\chi}_3^0}, m_{\tilde{\chi}_4^0}), m_{\tilde{\chi}_1^0} < m_{\tilde{\chi}_2^0} < m_{\tilde{\chi}_3^0} < m_{\tilde{\chi}_4^0} \quad (3.35)$$

$m_{\tilde{\chi}_i^0}$ 'ler, nötralino kütle matrisi M_{χ^0} 'nin mutlak değerce özdeğerleridir ve her bir nötralinonun kütlesine karşılık gelirler.

Benzer yolla chargino spektrumunun analizi yapılabilir. $C^\pm = (\tilde{W}^+, \tilde{H}_u^+, \tilde{W}^-, \tilde{H}_u^-)$ ayar öz durumu bazında, Lagranjiyendeki chargino kütle terimleri,

$$\mathcal{L} \supset -\frac{1}{2} (C^\pm)^T \begin{bmatrix} 0 & M_{\tilde{\chi}^\pm}^T \\ M_{\tilde{\chi}^\pm} & 0 \end{bmatrix} C^\pm + c.c. \quad (3.36)$$

şeklindedir. Chargino kütle matrisi $M_{\tilde{\chi}^\pm}$ 'nin fiziksel kütleler cinsinden açık ifadesi,

$$M_{\tilde{\chi}^\pm} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2} M_W \sin \beta \\ \sqrt{2} M_W \cos \beta & \mu \end{pmatrix}, \quad (3.37)$$

şeklindedir. Burada M_W , W bozonun kütlesidir.

Chargino kütle matrisi içinde barındırdığı μ değeri sebebiyle hermitsellik, simetriklik ve reellik özelliklerini göstermez. Bu matris, bi-üniter dönüşüm ile köşegenleştirilebilir ve bu dönüşüm:

$$M_{\tilde{\chi}^\pm}^D = U'^* M_{\tilde{\chi}^\pm} V^{-1} \quad (3.38)$$

şeklinde (Ibrahim ve Nath 1998) verilir. U' ve V matrisleri hermitsel matrislerdir ve $M_{\tilde{\chi}^\pm}^D$, köşegenleştirilmiş fakat reel olmayan bir matristir. Burada U' ve V matrisleri,

$$V \begin{pmatrix} M_{\tilde{\chi}^\pm}^\dagger & M_{\tilde{\chi}^\pm} \end{pmatrix} V^{-1} = \text{diag} \left(|m_{\tilde{\chi}_1^\pm}|^2, |m_{\tilde{\chi}_2^\pm}|^2 \right) = U'^* \begin{pmatrix} M_{\tilde{\chi}^\pm} & M_{\tilde{\chi}^\pm}^\dagger \end{pmatrix} \times (U')^{-1} \quad (3.39)$$

bağıntısını sağlar. Buradan, U' ve V matrisleri parametrize edilirse,

$$U' = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta_1}{2} & \sin \frac{\theta_1}{2} e^{i\phi_1} \\ -\sin \frac{\theta_1}{2} e^{-i\phi_1} & \cos \frac{\theta_1}{2} \end{pmatrix}, \quad (3.40)$$

$$V = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta_2}{2} & \sin \frac{\theta_2}{2} e^{-i\phi_2} \\ -\sin \frac{\theta_2}{2} e^{i\phi_2} & \cos \frac{\theta_2}{2} \end{pmatrix}, \quad (3.41)$$

matrisleri elde edilir. Buradaki θ_1 , θ_2 , ϕ_1 ve ϕ_2 terimleri için ise,

$$\tan \theta_1 = \frac{2\sqrt{2}M_W(\tilde{m}_2^2 \cos^2 \beta + |\mu|^2 \sin^2 \beta + |\mu|\tilde{m}_2 \sin 2\beta \cos \theta_\mu)^{1/2}}{\tilde{m}_2^2 - |\mu|^2 - 2M_W^2 \cos 2\beta} \quad (3.42)$$

$$\tan \phi_1 = \frac{|\mu| \sin \theta_\mu \sin \beta}{\tilde{m}_2 \cos \beta + |\mu| \cos \theta_\mu \sin \beta} \quad (3.43)$$

$$\tan \theta_2 = \frac{2\sqrt{2}M_W(\tilde{m}_2^2 \sin^2 \beta + |\mu|^2 \cos^2 \beta + |\mu|\tilde{m}_2 \sin 2\beta \cos \theta_\mu)^{1/2}}{\tilde{m}_2^2 - |\mu|^2 + 2M_W^2 \cos 2\beta} \quad (3.44)$$

$$\tan \phi_2 = \frac{-|\mu| \sin \theta_\mu \cos \beta}{\tilde{m}_2 \cos \beta + |\mu| \cos \theta_\mu \cos \beta} \quad (3.45)$$

bağıntıları geçerlidir. $M_{\tilde{\chi}^\pm}^D$ matrisinin elemanlarının pozitif olması için ise,

$$H = \begin{pmatrix} e^{i\gamma_1} & 0 \\ 0 & e^{i\gamma_2} \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

olmak üzere: $U = H \times U'$ tanımı yapılır. H matrisinde kullanılan γ_1 ve γ_2 değerleri, Denklem 3.38'de gösterilen matrisin köşegen elemanların fazını gösterir. Böylelikle köşegenleştirilmiş bağıntı olan Denklem 3.38 bağıntısı,

$$M_{\tilde{\chi}^\pm}^D = U'^* M_{\tilde{\chi}^\pm} V^{-1} = \begin{pmatrix} |m_{\tilde{\chi}_1^\pm}| & 0 \\ 0 & |m_{\tilde{\chi}_2^\pm}| \end{pmatrix}, \quad m_{\tilde{\chi}_1^\pm} < m_{\tilde{\chi}_2^\pm} \quad (3.47)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem 3.47 ile elde edilen matrisin köşegen elemanları tamamen reel sayılardan oluşur ve bu matrisin özdeğerleri, charginoların kütlelerine karşılık gelir.

3.7 MSSM'in Problemleri ve Eksiklikleri

Standart Model, öngörülleri deneysel olarak yanlışlanamamış bir teori olmakla beraber, tam bir teori değildir. Çünkü keşfedilen temel parçacıklar ve anti-parçacıklar hakkında çok net bilgiler içermesine rağmen cevaplayamadığı önemli sorular vardır. Örneğin; Evren neden genişlemektedir? Kütleçekim kurallarına göre tüm gezegen, yıldız ve galaksilerin birbirlerini çekmeleri ve evrenin giderek küçülmesi gerekmektedir. Standart model, bu konuda ortaya atılan teorilerden biri olan karanlık enerji ve karanlık madde ile ilgili hiçbir şey söyleyememektedir. Bu vb. önemli sorulara cevap bulamadığı için, SM, bir teorinin indirgenmiş halidir ve tam teoriye ulaşmak için genişletilmesi gerekmektedir.

Standart modelin genişletilmesindeki en basit yollardan biri, Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM)'dir. Henüz, deneysel olarak ortaya koyduğu hiçbir parçacık keşfedilememiş olmasına rağmen, MSSM bazı önemli sorulara çözüm bulabilmektedir. Bu çözümlerden biri, modelin en kararlı parçacığı olan en hafif nötralinonu ($\tilde{\chi}_1^0$) bir karanlık madde adayı olmasıdır. Buna ek olarak model çerçevesindeki tüm parçacıkların kütleleri teorik olarak üretilebilmektedir. Fakat aynı durum, SM parçacıkları için geçerli değildir.

Tüm bu genişletmelere rağmen, ele alınan bu yeni modelin (MSSM) de bazı problemleri vardır. Bunlardan birisi; MSSM, Büyük Patlama öncesinde bir arada bulunan dört temel kuvveti birleştirebilen bir teori değildir. Yani, SM'den miras kalan bu sorun devam etmektedir. Bu tür nedenlerden dolayı, kaydedilen tüm bu ilerlemelere rağmen MSSM de bir tam teori oluşturmaz ve tam teoriye ulaşılabilmesi genişletilmesi gerekmektedir. MSSM'nin diğer bir önemli problemi ise; Higgs ve Higgsino'lara kütle kazandıran μ -

parametresinin, model tarafından dinamik olarak üretilmemesidir. Bu durum, μ -problemi olarak adlandırılır. μ -problemine zarif bir çözüm; MSSM'nin parçacık içeriğinin, dinamik olarak üretilen VEV'i TeV ölçeğinde bir μ -terimi oluşturacak şekilde MSSM Higgs dubletlerine bağlanan ve SM'nin ayar grubunun bir teklisi olan yeni S alan(lar) eklenip, genişletilmesiyle sağlanabilir.

Gelecek kesimde; bahsedilen μ -probleminden arınmış, bir süpersimetrik model olan *secluded sektör* $U(1)'$ -MSSM (UMSSM) incelenecektir.



4. SECLUDED SEKTÖR $U(1)'$ -MSSM (UMSSM)

4.1 Giriş

MSSM SM'nin, Fermi enerjilerinin ötesinde perturbatif bir şekilde tamamlanmasını ifade eden tartışmasız en popüler 'yeni fizik' senaryolarından biridir. Hiyerarşi problemi, karanlık madde ve karanlık enerjinin varlığı, ayar birleşimi gibi uzun süredir devam etmiş olan sorunlara çözüm geliştirmiş olmasına rağmen MSSM'nin, hala tartışmalı bir takım özellikleri vardır. Bu özelliklerden birisi; μ -problemi olarak bilinen, μ parametresinin ölçeği üzerindeki çelişkili durumudur.

Higgsinoların kütle terimi olarak ortaya çıkan μ parametresinin ölçeği; teoride özel bir simetri olmadığı sürece sıfır ya da Büyük Birleştirme Teorisi (GUT) / Planck ölçeğinde olması beklenmektedir. Öte yandan fenomenolojik açıdan bakıldığında ise, deneysel verilerle uyumlu olarak sıfırdan farklı ve elektrozayıf simetrisinin kırılma ölçeğinde olması gerekmektedir ve bu çelişkili durum μ ölçeği üzerinde bir problem (" μ -problemi") yaratmaktadır.

μ parametresi için doğal ölçek sağlamanın bir yolu, MSSM'yi ayar tekli alan(lar)ı ekleyerek genişletmektir. Genişletilerek oluşturulan bu modellerin literatürde yer alan birkaç çeşidi; Next-to-MSSM, Nearly-MSSM, $U(1)'$ genişletilmiş MSSM, secluded sektör $U(1)'$ -MSSM (UMSSM) vs. şeklindedir. MSSM'yi ekstra bir ayar grubu ile genişleten süpersimetrik modeller genellikle, μ -terimini dinamik olarak üreten ekstra tekli alan(lar) içerirler. Bu modeller; $SU_L(2) \times U_Y(1)$ MSSM elektrozayıf simetriyi, modele eklenen yeni bir $U(1)'$ ayar simetrisi yardımıyla genişletirler. $U(1)'$ ayar alanıyla genişletilmiş süpersimetrik modellerin en basit versiyonlarından biri, MSSM parçacık spektrumuna ek olarak (VEV'i $U(1)'$ 'in kırılmasından sorumlu olan) bir singlet (S) alan ve (yeni) bir yüksüz ayar bozon (Z') içeren "*minimal $U(1)'$ -model*" (minimal-UMSSM) dir. Minimal-UMSSM'de tekli alanın sahip olduğu VEV, dinamik olarak elektrozayıf ölçekte etkin bir μ terimi oluşturarak μ problemine zarif bir çözüm üretirken aynı zamanda Z' bozonun kütlesinden de sorumlu olur. (Kim ve Nilles,

1984) MSSM'in birden fazla sayıda tekli alanı içeren $U(1)'$ genişletilmiş versiyonu “*secluded sektör $U(1)'$ -MSSM*” (UMSSM) olarak adlandırılır. UMSSM'nin, minimal-UMSSM'ye göre avantajı; hem μ teriminin elektrozayıf ölçeğinde olması hem de yeterince ağır bir Z' bozonu oluşturulması koşullarının birlikte gerçekleşmesinin ortaya çıkaracağı gerilimi, modelin barındırdığı birden fazla tekli (singlet) alanlar sayesinde gidermesidir.

Önceki kesimde de belirtildiği gibi; MSSM'de ağaç mertebesinde, hafif Higgs bozonu kütlesi üzerinde $m_{h^0} \leq M_Z$ şeklinde bir sınırlama mevcuttur. $U(1)'$ bünyesinde bulunan singlet alan(lar); Higgs kütlesinin doğal olarak daha büyük bir değerlerde stabilize edilmesini sağlayacak şekilde F-terimine ağaç mertebesinde yeni katkılar getirir. Böylece; MSSM'den farklı olarak, $U(1)'$ modelde ağaç mertebesinde kütlesi 125 GeV olan hafif bir Higgs bozonu yer alabilmektedir.

UMSSM, MSSM'den farklı olarak fazladan beş tane nötrino içermektedir. Nötralinolar ve charginolar, bazı süpersimetrik parçacıkların (skuarklar, gluinolar, vb.) ardışık bozunumları sırasında çeşitli aşamalarda meydana gelebileceklerinden ve LHC'de de bol miktarda üretileceklerinden dolayı, SUSY araştırmalarında önemli role sahip parçacıklardır. UMSSM'nin zengin nötrino içeriği, modeli bir tarafta nötrino araştırmaları için cazip kılarken diğer yandan da modelin MSSM'ye göre farklılığının ortaya konulması açısından bir test olanağı sunar.

Öte ayndan; $U(1)'$ ile genişletilmiş süpersimetrik modeller, sağ-elli nötrinoların da spektruma dahil edilmesine izin verirler. $U(1)'$ simetrisinin seçimi nötrino kütlelerinin büyüklüğünü ve tipini belirler. MSSM'nin $U(1)'$ genişletilmiş formları Dirac tipi nötrino kütleleri barındırdığı gibi Majorana kütlelerine de izin verirler. $U(1)'$ ile genişletilmiş bu modellerde en hafif nötrino, MSSM'deki en hafif nötralinodan çeşit olarak biraz farklılık göstermesine rağmen, hala güçlü bir karanlık madde adayı olarak durmaktadır. Nötralinoya ek olarak bu genişletilmiş modellerde bünyesinde yer alan snötrinolar yeni bir karanlık madde adayı olarak ortaya çıkmaktadırlar.

Bunlara ek olarak; bu modeller, modeldeki singlet alanların taşıyacağı CP bozucu fazlar aracılığıyla elektrozayıf baryojenesis katkıda bulunurlar.

Bu bölümde; MSSM'e göre avantajları yukarıda belirtilen, sağ-elli nötrinoların dahil edilmesiyle gelişmiş bir versiyonu kurulan, UMSSM'nin yapısı incelenecektir.

4.2 UMSSM'nin Yapısı

MSSM'de, Higgs bozonu ve bunların süpereşleri olan Higgsino'lara kütle veren " μ " parametresinin varlığı probleme sebep olmaktadır. Teorik bakış açısıyla bu parametrenin sayısal değerinin; GUT seviyesinde, Planck seviyesinde veya sıfır olması beklenmektedir. Fakat fenomenolojik olarak incelendiğinde ise; deneysel veriler gereği bu değer sıfır olamaz ve elektro-zayıf simetri kırılma skalası mertebesinde olmalıdır. Bu problem, " μ -problemi" olarak adlandırılır (Erler ve Langacker 2002, Suematsu 2004, Ali vd. 2009). Düşük enerji açısından bakıldığında; MSSM'nin bu problemini çözmek için yöntemlerden birisi, modelin ayar grubuna yeni bir $U(1)$ grubu eklenmesidir. Yani çözüm basitçe, MSSM'nin madde ve ayar yapısını genişletmekten geçer. SM teklileri ile, elektrozayıf ölçek ile TeV ölçeği arasında kırılan $U(1)'$ teorilerinin, uygun büyüklükte bir μ -parametresi üretebildiği bilinmektedir. Yani, MSSM'ye yeni bir S singlet alanı eklenmelidir öyle ki; bu alanın vakum beklenen değeri, μ -terimini dinamik olarak oluştursun (Babu ve Mimura 2001, Demir vd. 2011).

Giriş kesiminde de değinildiği gibi; $U(1)'$ simetrisinin bir diğer başarısı, sağ-elli nötrinoları süperpotansiyele dahil ederek uygun nötrino kütleleri üretebilmesidir. Sağ-elli nötrino sektörü ve μ -parametresi hem Majorana hem de Dirac kütleleri ile ilişkilendirilebilirler. Bu model çerçevesindeki nötrinolar Dirac fermiyonu oldukları için $O(10^{-13})$ mertebesinde Yukawa kuplajlarına gereksinimleri vardır.

Süpersimetrik $U(1)'$ modellerden yalnızca bir tane S tekli alanı içeren minimal-UMSSM; μ teriminin elektrozayıf ölçekte olması koşulu ile yeterince büyük kütleli bir Z' bozonun ($M_{Z'} \geq 4$ TeV) üretilmesi koşulunun aynı anda sağlanması sırasında,

sorunlar ortaya çıkarır. Bu sorunlar, modele yeni birkaç alan eklendiğinde, ince ayar yapılmadan çözülebilir. Bu tür minimal olmayan (yeni eklenen alanlar sebebiyle minimal olarak adlandırılmaz) modellerden birisi, UMSSM'dir. UMSSM, iki tane Higgs dubleti ve bir tane $SU_L(2)$ singletinden (S) oluşan alışlagelen bir simetri kırıcı alanlar sektörüne sahiptir. S alanı, vakum beklenen değeri kazandıktan sonra efektif bir μ -parametresi üretir. Bu parametre,

$$\mu_{eff} = \frac{h_s \langle S \rangle}{\sqrt{2}} \quad (4.1)$$

şeklinde tanımlanır.

Modelin secluded sektörü ise, yüksek VEV değerlerine sahip olan üç tane $SU(2)_L$ singlet alanı (S_1, S_2, S_3) içerir. Bu üç alan ve S singlet alanı birlikte, Z' kütlesine doğrudan katkı sağlarlar, böylece bu modeled Z/Z' kütle hiyerarşisi, modelin secluded sektörü sayesinde sağlanmış olur (Demir vd. 2011).

S singletine ek olarak üç tane singlet alanın bulunduğu, UMSSM'ye alternatif olabilecek farklı singlet sayılı modeller tasarlamak mümkündür ancak; keyfi sayıda singlete sahip modellerde, soft parametrelerden kaynaklı bir takım problemlerin ortaya çıkabileceği göz önünde bulundurulmalıdır. Bu problemlerden birkaçı şöyle sıralanabilir: Skaler potansiyelin alttan sınırlı olmaması, fiziksel olmayan minimumların oluşması ve Z/Z' kütle hiyerarşisini engelleyecek şekilde bütün Higgs dublet ve singlet alanların VEV'sinin aynı mertebede olduğu, minimumların ortaya çıkması vb.

Tez kapsamında yapılacak incelemelerde baz alınacak secluded sektör $U(1)'$ -MSSM (UMSSM); MSSM'nin, aşağıda belirtilen adımlar uygulanarak, genişletilmesiyle oluşturulur:

- MSSM'in $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar yapısı, yeni bir Abelyen grup eklenerek zenginleştirilir; $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)'$.
- μ -parametresi, $U(1)'$ altında yüklü olan, dinamik bir S alanı ile oluşturulur.

- Teoriyi anomalilerden kurtarmak için, S ile Yukawa kuplajı olan egzotik parçacıklar eklenir.
- Modeldeki Z/Z' kütle hiyerarşisini sağlamak için (modelin secluded sektörünü oluşturan) üç tane ilave $SU(2)_L$ singlet alan (S_1, S_2, S_3) eklenir.

Ayrıca modele nötrinolar için, gözlem sonuçlarıyla uyumlu, Dirac tipi bir kütle terimi dahil edilmiştir.

4.3 UMSSM'nin Lagranjyeni

Kuark ve leptonların Yukawa kuplajlarından ve egzotik alanların kuplajlarından oluşan modelin süperpotansiyeli,

$$\begin{aligned} \widehat{W} = & h_u \widehat{Q} \cdot \widehat{H}_u \widehat{U} + h_d \widehat{Q} \cdot \widehat{H}_d \widehat{D} + h_e \widehat{L} \cdot \widehat{H}_d \widehat{E} + h_s \widehat{S} \widehat{H}_u \cdot \widehat{H}_d + \frac{1}{M_R} \widehat{S}_1 \widehat{L} \cdot \widehat{H}_u h_\nu \widehat{N} \\ & + \bar{h}_s \widehat{S}_1 \widehat{S}_2 \widehat{S}_3 + \sum_{i=1}^{n_Q} h_Q^i S \widehat{Q}_i \widehat{\bar{Q}}_i + \sum_{j=1}^{n_{\mathcal{L}}} h_{\mathcal{L}}^j S \widehat{\mathcal{L}}_i \widehat{\bar{\mathcal{L}}}_i \end{aligned} \quad (4.2)$$

şeklinde verilir. Burada Q ve $\mathcal{L}$ alanları, egzotik fermiyonlardır; M_R büyük bir kütle skalası, h_ν ise nötrino kütlesi üretiminden sorumlu Yukawa kuplajıdır.

Yeni chiral alanlar ($\widehat{S}, \widehat{S}_1, \widehat{S}_2, \widehat{S}_3$) MSSM Higgs sektörünü, eklenilen Higgs alanları S, S_1, S_2, S_3 ile genişletirlerken; MSSM nötralino sektörünü de eklenilen yüksüz fermiyonlar $\widehat{S}, \widehat{S}_1, \widehat{S}_2, \widehat{S}_3$ ile genişletirler.

$U(1)'$ yük değerleri, $U(1)'$ ile $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grupları arasında karışık anomalilere neden olur. Bu anomalilerden kurtulmak için, MSSM'e göre vektör benzeri fakat $U(1)'$ grubu altında chiral olan, egzotik fermiyonlara ihtiyaç vardır. Bu bağlamda anomalilerden kurtulmak için; $Y_Q = -1/3$ hiperyüküne sahip $n_Q = 3$ tane renk triplet çifti, $Y_{\mathcal{L}} = -\sqrt{2/5}$ hiperyüküne sahip $n_{\mathcal{L}} = 5$ tane singlet çifti gerekmektedir.

Alanların $U(1)'$ yükleri; fenomenolojik kısıtlamalardan kaynaklananların yanı sıra modelin ayar değişmezliğini ve modelin ayar ve kütleçekimsel anomalilerinden arınmasını sağlayacak, birtakım şartları sağlaması gerekmektedir. $U(1)'$ yüklerinin MSSM'dekine benzer bir μ teriminin oluşmaması ve nötrino kütlelerinin doğru bir şekilde üretilmesi için sırasıyla; $Q'_{Hu} + Q'_{Hd} \neq 0$ ve $Q'_L + Q'_{Hu} + Q'_N \neq 0$ koşullarını sağlaması gerekmektedir. Süperpotansiyelin ayar değişmezliğinin sağlanması;

$$Q'_{S_1} + Q'_{S_2} + Q'_{S_3} = 0 \quad (4.3)$$

$$Q'_S + Q'_{Hu} + Q'_{Hd} = 0 \quad (4.4)$$

$$Q'_Q + Q'_{Hd} + Q'_D = 0 \quad (4.5)$$

$$Q'_L + Q'_{Hd} + Q'_E = 0 \quad (4.6)$$

$$Q'_Q + Q'_{Hu} + Q'_U = 0 \quad (4.7)$$

$$Q'_Q + Q'_Q + Q'_S = 0 \quad (4.8)$$

$$Q'_L + Q'_L + Q'_S = 0 \quad (4.9)$$

$$Q'_{S_1} + Q'_L + Q'_{Hu} + Q'_N = 0 \quad (4.10)$$

koşullarını gerektirir. Bu bağlamda modeldeki yeni Higgs alanları için $U(1)'$ yükleri, $Q'_S = -Q'_{S_1} = -Q'_{S_2} = \frac{1}{2} Q'_{S_3}$ olarak seçilmiştir. Modeldeki; $U(1)' - SU(3)_C - SU(3)_C$, $U(1)' - SU(2)_L - SU(2)_L$, $U(1)' - U(1)_Y - U(1)_Y$, $U(1)' - graviton - graviton$, $U(1)' - U(1)' - U(1)_Y$ ve $U(1)' - U(1)' - U(1)'$ 'a karşılık gelen anomalilerinin kaldırılması için $U(1)'$ yüklerinin sağlaması gereken şartlar ise sırasıyla;

$$0 = 3(2Q'_Q + Q'_U + Q'_D) + n_Q(Q'_Q + Q'_Q) \quad (4.11)$$

$$0 = 3(3Q'_Q + Q'_L) + Q'_{Hd} + Q'_{Hu} \quad (4.12)$$

$$0 = 3\left(\frac{1}{6}Q'_Q + \frac{1}{6}Q'_D + \frac{4}{3}Q'_U + \frac{1}{2}Q'_L + Q'_E\right) + \frac{1}{2}(Q'_{Hd} + Q'_{Hu}) + 3n_Q Y_Q^2(Q'_Q + Q'_Q) + n_L Y_L^2(Q'_L + Q'_L) \quad (4.13)$$

$$0 = 3(6Q'_Q + 3Q'_U + 3Q'_D + 2Q'_L + Q'_E + Q'_N) + 2Q'_{H_d} + 2Q'_{H_u} + Q'_S + \sum_{i=1}^3 Q'_{S_i} \quad (4.14)$$

$$+ 3n_Q(Q'_Q + Q'_\bar{Q}) + n_L(Q'_L + Q'_\bar{L})$$

$$0 = 3(Q'^2_Q + Q'^2_D - Q'^2_U - Q'^2_L + Q'^2_E) - Q'^2_{H_d} + Q'^2_{H_u} \quad (4.15)$$

$$+ 3n_Q Y_Q (Q'^2_Q - Q'^2_{\bar{Q}}) + n_L Y_L (Q'^2_L - Q'^2_{\bar{L}})$$

$$0 = 3(6Q'^3_Q + 3Q'^3_D + 3Q'^3_U + 2Q'^3_L + Q'^3_E + Q'^3_N) + 2Q'^3_{H_u} + Q'^3_S \quad (4.16)$$

$$+ \sum_{i=1}^3 Q'^3_{S_i} + 3n_Q (Q'^3_Q + Q'^3_{\bar{Q}}) + n_L (Q'^3_L + Q'^3_{\bar{L}})$$

dir. Bu modele ait tüm anomali çözümlerini ve modelin ayar invaryanslığını sağlayan $U(1)'$ yük değerleri ek 1'de detaylı olarak verilmiştir.

Gerekli şartlar sağlandıktan sonra bu yeni modelin lagranjiyeni, MSSM'e eklentiler yapılarak kurulabilir. Önceki kesimde bahsedildiği gibi; MSSM'de statik olarak tanımlanan μ -parametresinin, UMSSM'de dinamik oluşturulması gerekir. Bu nedenle MSSM lagranjiyeninde,

$$\mu_{MSSM} \rightarrow \mu_{eff} = \frac{h_s \langle S \rangle}{\sqrt{2}} \quad (4.17)$$

değişimi yapılması gerekir. Böylece yeni modeldeki Higgsino kütle parametresi bir sabit değil, dinamik bir parametre olarak elde edilebilir. Bu değişime ek olarak, $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)'$ ayar genişletmesine bağlı olarak gelen yeni alanların da (Z', S, S_1, S_2 ve S_3) lagranjiyene dahil edilmesi gerekmektedir.

Toplam Lagranjiyen, alanlar arasındaki kinetik terimleri ve çeşitli etkileşme terimlerini içerir. Lagranjiyenin kinetik terimleri,

$$\mathcal{L}_{U(1)'}^{Kinetik} = \mathcal{L}_{MSSM}^{Kinetik} - \frac{1}{4} Z'^{\mu\nu} Z'_{\mu\nu} + (\mathcal{D}_\mu S)^\dagger (\mathcal{D}^\mu S) + \tilde{Z}'^\dagger i\sigma^\mu \partial_\mu \tilde{Z}' \quad (4.18)$$

$$+ \tilde{S}^\dagger i\sigma^\mu \mathcal{D}_\mu \tilde{S} + (\mathcal{D}_\mu S_j)^\dagger (\mathcal{D}^\mu S_j) + \tilde{S}_j^\dagger i\sigma^\mu \mathcal{D}_\mu \tilde{S}_j$$

$$+ (\mathcal{D}_\mu \tilde{N})^\dagger (\mathcal{D}^\mu \tilde{N})$$

şeklinde türetilir. Burada $Z'^{\mu\nu}$, Z'_μ 'nün alan şiddet tensörüdür ve $j=1,2,3$ olmak üzere;

$$\mathcal{D}_\mu S_j = (\partial_\mu + ig_{Y'} Q'_{S_j} Z'_\mu) S_j \text{ dir.}$$

Ayar alanlarının geri kalan; fermiyon, skaler fermiyon, gaugino, Higgs ve Higgsino alanlarıyla olan etkileşimini tanımlayan lagranjiyen kısmı,

$$\mathcal{L}_{U(1)'}^{ayar} = \mathcal{L}_{MSSM}^{ayar} \left(g' \frac{Y_X}{2} B_\mu \rightarrow g' \frac{Y_X}{2} B_\mu + g_{Y'} Q'_{S_j} Z'_\mu \right); \quad j = 1, 2, 3 \quad (4.19)$$

şeklindedir. Burada $X, U(1)'$ altında yüklü olan alanlardır.

Lagranjiyene F-terim katkıları

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{U(1)'}^{F-terimi} &= - \sum_i \left| \frac{\partial W}{\partial \phi_i} \right|^2 \\ &= \mathcal{L}_{MSSM}^{F-terimi} \left(\mu \rightarrow h_s \frac{\langle S \rangle}{\sqrt{2}} \right) - h_s^2 |H_u \cdot H_d|^2 \\ &\quad - (h_u \tilde{Q}^* \tilde{U}^* + h_s^* S^* H_d^*) \frac{h_\nu}{M_R} S_1 \tilde{L} \tilde{N} \\ &\quad - \frac{h_\nu}{M_R} S_1^* \tilde{L}^* \tilde{N}^* \left(h_u \tilde{Q} \tilde{U} + h_s S H_d + \frac{h_\nu}{M_R} S_1 \tilde{L} \tilde{N} \right) \\ &\quad - (h_e H_d^* \tilde{E}^*) \frac{h_\nu}{M_R} S_1 H_u \tilde{N} - \frac{h_\nu}{M_R} S_1^* H_u^* \tilde{N}^* \left(h_e H_d \tilde{E} + \frac{h_\nu}{M_R} S_1 H_u \tilde{N} \right) \\ &\quad - \frac{h_\nu^2}{M_R^2} S_1^2 |\tilde{L} \cdot H_u|^2 - \frac{h_\nu^2}{M_R^2} |\tilde{L} \cdot H_u|^2 \tilde{N}^2 - \bar{h}_s^2 S_2^2 S_3^2 - \frac{h_\nu}{M_R} \tilde{L}^* \\ &\quad \cdot H_u^* \tilde{N}^* \bar{h}_s S_2 S_3 - \bar{h}_s S_2^* S_3^* \frac{h_\nu}{M_R} \tilde{L} \cdot H_u \tilde{N} - \bar{h}_s^2 S_1^2 S_3^2 - \bar{h}_s^2 S_1^2 S_2^2 \end{aligned} \quad (4.20)$$

şeklinde gösterilir. Burada ϕ_i : Süperpotansiyeldeki i-nci Chiral süperalanın skaler bileşenidir.

Lagranjiyene D-terimi katkıları şu şekilde verilir:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{U(1)'}^{D-terimi} &= - \frac{1}{2} \sum_a D^a D^a \\ &= \mathcal{L}_{MSSM}^{D-terimi} \\ &\quad - \frac{g_{Y'}^2}{2} \left(Q'_Q \tilde{Q}^* \tilde{Q} + Q'_U \tilde{U}^* \tilde{U} + Q'_D \tilde{D}^* \tilde{D} + Q'_L \tilde{L}^* \tilde{L} + Q'_E \tilde{E}^* \tilde{E} \right. \\ &\quad + Q'_{H_d} H_d^* H_d + Q'_{H_u} H_u^* H_u + Q'_N \tilde{N}^* \tilde{N} + Q'_S S^* S \\ &\quad \left. + \sum_j Q'_{S_j} S_j^* S_j \right); \quad j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Model Lagranjiyeninin yumuşak kırılma sektörü ise,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{U(1)'}^{yumuşak} = \mathcal{L}_{MSSM}^{yumuşak}(\mu \rightarrow 0) - m_S^2 S^* S - \sum_j m_{S_j}^2 S_j^* S_j - m_N^2 \tilde{N}^* \tilde{N} \\ - \left(h_s A_s S H_u \cdot H_d + \frac{h_v}{M_R} A_v S_1 \tilde{L} H_u \tilde{N} + A_{\bar{h}_s} \bar{h}_s S_1 S_2 S_3 + h.c. \right) \\ + \frac{1}{2} (M_{\tilde{Z}} \tilde{Z}' \tilde{Z}' + h.c.) \\ + (m_{SS_1}^2 S S_1 + m_{SS_2}^2 S S_2 + m_{S_1 S_2}^2 S_1^* S_2 + h.c.)\end{aligned}\quad (4.22)$$

şeklindedir (Demir vd. 2011). Burada; $j=1, 2$ ve 3 değerlerini almaktadır. A_s , yeni trilineer terimi göstermekte ve $M_{\tilde{Z}}$ ise $U(1)'$ gaugino kütlesidir.

4.4 UMSSM'nin Higgs Sektörü

UMSSM'nin Higgs alanı içeriğini; altı tane CP-çift Higgs ($H_1^0, H_2^0, H_3^0, H_4^0, H_5^0, H_6^0$), dört tane CP-tek Higgs ($A_1^0, A_2^0, A_3^0, A_4^0$) ve MSSM'dekine benzer olarak da iki tane yüklü Higgs alanı ($H^\pm$) oluşturur.

Modelin Higgs alanlarına ait önceki kesimlerde verilen $U(1)'$ yük koşullarına uygun yumuşak kırıcı terimler,

$$V_{yumuşak} = V_{yumuşak}^I + V_{yumuşak}^0 \quad (4.23)$$

şeklindedir (Kang vd. 2005). Burada, V_{Soft}^I terimi, izinli 2-boyutlu $U(1)'$ operatörleridir ve terimlerin açık ifadeleri,

$$V_{yumuşak}^I = (m_{SS_1}^2 S S_1 + m_{SS_2}^2 S S_2 + m_{S_1 S_2}^2 S_1^\dagger S_2 + h.c.) \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned}V_{yumuşak}^0 = m_{H_u}^2 |H_u|^2 + m_{H_d}^2 |H_d|^2 + m_S^2 |S|^2 + \sum_j m_{S_j}^2 |S_j|^2 \\ - (A_s h_s S H_u H_d + A_{\bar{h}_s} \bar{h}_s S_1 S_2 S_3 + h.c.)\end{aligned}\quad (4.25)$$

denklemleri ile verilir. Burada, global $U(1)'$ simetrisinin kırılması için S_i alanlarından sadece ikisine ihtiyaç duyulmasından dolayı, $m_{S_1 S_2}^2 = 0$ alınmıştır. Potansiyelin aşağıdan sınırlandırılması için ise aşağıdaki şartların sağlanması gerekmektedir:

$$m_S^2 + m_{S_1}^2 + m_{S_2}^2 > 0 \quad (4.26)$$

$$m_S^2 + m_{S_2}^2 + m_{SS_2}^2 > 0 \quad (4.27)$$

Bunlara ek olarak, modelin skaler potansiyelinin F-terimi,

$$V_F = h_s^2(|H_u|^2|H_d|^2 + |S|^2|H_u|^2 + |S|^2|H_d|^2) + \bar{h}_s^2(|S_1|^2|S_2|^2 + |S_2|^2|S_3|^2 + |S_3|^2|S_1|^2) \quad (4.28)$$

şeklinde ve modelin skaler potansiyelini oluşturan D-terim ise

$$V_D = \frac{g^2 + g'^2}{8} (|H_d|^2 - |H_u|^2)^2 + \frac{1}{2} g_Y'^2 \left(Q_S |S|^2 + Q_{H_u} |H_u|^2 + Q_{H_d} |H_d|^2 + \sum_j Q_{S_j} |S_j|^2 \right)^2 \quad (4.29)$$

şeklinde gösterilir (Cvetič vd. 1997, Erler ve Langacker 2002). Burada; g' , g ve g_Y' parametreleri sırasıyla; $U_Y(1)$, $SU_L(2)$ ve $U(1)'$ ayar gruplarına ait kuplaj sabitleridir.

Minimizasyon şartları uygulanarak ağaç mertebesindeki Higgs potansiyelinin ($V^0 = V_F + V_D + V_{yumuşak}$) minimumu açık olarak bulunabilir. MSSM'de olduğu gibi minimizasyon şartları, yumuşak kütle parametrelerini Higgs alanlarının VEV'leri cinsinden ifade edilmesini sağlar. Potansiyelin minimumunda, Higgs alanları vakum etrafında geliştirilip,

$$\begin{aligned} \langle H_d \rangle &= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(v_d + \phi_d + i\varphi_d) \\ H_d^- \end{pmatrix}, & \langle H_u \rangle &= \begin{pmatrix} H_u^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_u + \phi_u + i\varphi_u) \end{pmatrix}, \\ \langle S \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(v_S + \phi_S + i\varphi_S), & \langle S_i \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(v_{S_i} + \phi_{S_i} + i\varphi_{S_i}), i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (4.30)$$

CP-çift ve CP-tek Higgs kütle-kare matrisleri elde edilir. Matris elemanları m_{ij} ($i, j = 1 \dots 6$) olmak üzere her iki matris de, 6×6 kare matris şeklinde gösterilir. Bu matrislere ait (CP-tek ve CP-çift) değerlerin açık formları ek 3'de detaylı olarak verilmiştir.

4.5 UMSSM'nin Chargino ve Nötralino Sektörleri

UMSSM'nin chargino sektörü MSSM'ninki ile aynıdır ancak; chargino kütle özdeşlikleri, kütle matrisinde bulunan efektif $-\mu$ (μ_{eff}) parametresi vasıtasıyla $U(1)'$ kırılma ölçeğine bağlıdır:

$$M_{\tilde{\chi}^\pm} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}M_W \sin \beta \\ \sqrt{2}M_W \cos \beta & \mu_{eff} \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

Burada $\mu_{eff} = \frac{h_s v_s}{\sqrt{2}}$ dir ve

$U(1)'$ -model yüklü yeni Higgsino ve gauginolara sahip olmamasına rağmen yüksüz sektörde beş tane yeni fermiyon alanına sahiptir, bunlar: $U(1)'$ ayar fermiyonu $\tilde{Z}'$ ve dört tane singlino $\tilde{S}, \tilde{S}_1, \tilde{S}_2, \tilde{S}_3$ 'tür. Toplamda dokuz tane nötralino durumu ($\tilde{\chi}_{1,2,...,9}^0$) vardır:

$$\tilde{\chi}_i^0 = \sum_a N_{ia}^0 \tilde{G}_a \quad (4.32)$$

Burada N_{ia}^0 karışım matrisi, $\tilde{G}_a = (\tilde{B}^0, \tilde{W}^0, \tilde{H}_d^0, \tilde{H}_u^0, \tilde{Z}', \tilde{S}, \tilde{S}_1, \tilde{S}_2, \tilde{S}_3)$ ayar bazlı yüksüz fermiyon durumlarını fiziksel nötralinolara ($\tilde{\chi}_i^0$) bağlar. Nötralino kütleleri ($m_{\tilde{\chi}_i^0}$), köşegenleştirme koşulu $N^0 M_{\tilde{\chi}^0} N^{0T} = \text{Köşegen}(m_{\tilde{\chi}_1^0}, \dots, m_{\tilde{\chi}_9^0})$, vasıtasıyla elde edilir. 9×9 'luk yüksüz fermiyon kütle matrisi,

$$M_{\tilde{\chi}^0} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -M_{\tilde{Y}\tilde{H}_d} & M_{\tilde{Y}\tilde{H}_u} & 0 & M_{\tilde{Y}\tilde{Z}'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & M_{\tilde{W}\tilde{H}_d} & -M_{\tilde{W}\tilde{H}_u} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -M_{\tilde{Y}\tilde{H}_d} & M_{\tilde{W}\tilde{H}_d} & 0 & -\mu & -\mu_{H_u} & \mu'_{H_d} & 0 & 0 & 0 \\ M_{\tilde{Y}\tilde{H}_u} & -M_{\tilde{W}\tilde{H}_d} & -\mu & 0 & -\mu_{H_d} & \mu'_{H_u} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_{H_u} & -\mu_{H_d} & 0 & \mu'_S & 0 & 0 & 0 \\ M_{\tilde{Y}\tilde{Z}'} & 0 & \mu'_{H_d} & \mu'_{H_u} & \mu'_S & M_{\tilde{Z}'} & \mu'_{S_1} & \mu'_{S_2} & \mu'_{S_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu'_{S_1} & 0 & -\lambda_{S_3} & -\lambda_{S_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu'_{S_2} & -\lambda_{S_3} & 0 & -\lambda_{S_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu'_{S_3} & -\lambda_{S_2} & -\lambda_{S_1} & 0 \end{pmatrix}$$

şeklinde. Kütle matris elemanlarının bazı terimleri yumuşak-kırılma ile üretilirken diğer parametreler ise $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)'$ kırılması ile elde edilir. Örneğin burada; M_1 : $U(1)_Y$ gaugino kütlesi, M_2 : $SU(2)_L$ gaugino kütlesi, $M_{\tilde{Z}'}$: $U(1)'$ gaugino kütlesi olmak üzere $M_{\tilde{Y}\tilde{Z}'}$ parametresi, yumuşak-kırılma ile oluşur. Ayar bozonlarının karışımı, $U_Y(1)$ ve $U(1)'$ gauginoları olan $M_{\tilde{Z}'}$ ve $M_{\tilde{Y}\tilde{Z}'}$ 'nin kütlelerine ve bunların kütle karışımlarına bağlıdır. Denklem 4.33'te görülen $M_{\tilde{Y}\tilde{Y}'}$ parametresi, $U(1)_Y$ ve $U(1)'$ gaugino kütlelerinin karışımını sağlayan yumuşak-kırılma kütle terimidir. Sayısal analiz kısmında kinetik karışma terimi ihmal edildiğinden ($\tan \chi \rightarrow 0$) ve dolayısıyla $M_{\tilde{Y}\tilde{Y}'} \rightarrow 0$ olduğu için, $M_{\tilde{Y}\tilde{Z}'} = 0$ alınmıştır (Demir vd. 2011).

Nötrallino kütle matrisinin ($M_{\tilde{\chi}^0}$) diğer terimleri ise $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)'$ kırılması yoluyla Higgs sektöründeki yumuşak kırılan kütleler tarafından üretilir. Bu tanımlar doğrultusunda, yukarıda tanımlanan kütle elemanlarının açık formları aşağıda verilmiştir.

$$M_{\tilde{Z}'} = \frac{M_{\tilde{Y}'}}{(\cos \chi)^2} - 2 \frac{\tan \chi}{\cos \chi} M_{\tilde{Y}\tilde{Y}'} + M_{\tilde{Y}'} (\tan \chi)^2 \quad (4.33)$$

$$M_{\tilde{Y}\tilde{Z}'} = \frac{M_{\tilde{Y}\tilde{Y}'}}{\cos \chi} - M_1 \tan \chi \quad (4.34)$$

$$M_{\tilde{Y}\tilde{H}_d} = M_Z \sin \theta_W \cos \beta, \quad M_{\tilde{Y}\tilde{H}_u} = M_Z \sin \theta_W \sin \beta \quad (4.35)$$

$$M_{\tilde{W}\tilde{H}_d} = M_Z \cos \theta_W \cos \beta, \quad M_{\tilde{W}\tilde{H}_u} = M_Z \cos \theta_W \sin \beta \quad (4.36)$$

$$\mu_{H_d} = h_s \frac{v_d}{\sqrt{2}}, \quad \mu_{H_u} = h_s \frac{v_u}{\sqrt{2}} \quad (4.37)$$

$$\mu'_{H_d} = g_{Y'} Q'_{H_d} v_d, \quad \mu'_{H_u} = g_{Y'} Q'_{H_u} v_u \quad (4.38)$$

$$\mu'_S = Q'_S v_S, \quad \mu'_{S_i} = Q'_{S_i} v_{S_i} \quad (4.39)$$

$$\lambda_{S_i} = \frac{\bar{h}_s v_{S_i}}{\sqrt{2}}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.40)$$

Denklem 4.38'de verilen $g_{Y'}$ terimi ise $U(1)'$ çiftlenim sabitidir ve sayısal analiz için

GUT değeri: $g_{Y'} = \sqrt{\frac{5}{3}} g \tan \theta_W$ ile verilir.

5. NÜMERİK ANALİZ

Daha önce bahsedildiği gibi süpersimetrik modeller simetri kırılması içermeseydi, model dahilinde elde edilen süperleş parçacıkların kütleleri, parçacıklarınki ile birebir aynı olurdu. Fakat deneysel veriler şu ana kadar böyle bir parçacığın varlığını doğrulayamamıştır. Bu nedenle simetri kırılması ve yeni kütle değerleri zorunludur. Fakat, bu durum yeni bir problem doğurur. Yeni parçacıkların kütleleri için teorik olarak herhangi bir sınırlama yoktur. Bu durumda sınırlamalar deneyler (hassas elektrozayıf ölçümlere ve çeşni sınırlamalarına yönelik yapılan deneyler, çarpıştırıcı deneyleri, KM'ye yönelik gerçekleştirilen gözlem deneyleri vs.) tarafından belirlenir. Fenomenolojik olarak hazırlanan süpersimetrik bir senaryonun sağlaması gereken şartların en başında, standart model çerçevesindeki her durumun korunması gelmektedir. Bu bağlamda, standart modelin öngördüğü ve 2012 yılında deneysel varlığı doğrulanan en hafif Higgs parçacığının (CP-çift Higgs) kütlelerinin yaklaşık olarak 125 GeV olması gerekmektedir. Buna ek olarak deneylerin kısıtladığı bir diğer parametre ise yüklü Higgs ($H^\pm$)'in kütle değeridir. MSSM çerçevesinde bu parçacığın kütlesi için deneysel taban değer 80 GeV ($m_{H^\pm} \geq 80$ GeV)'dir (Tanabashi 2018).

Ayrıca nötrallino için yapılan deneyler göstermiştir ki en hafif nötrallinonun (Bölüm 3.3'te belirtildiği üzere bu parçacık, model dahilinde LSP olarak tanımlanır ve $\tilde{\chi}_1^0$ ile gösterilir.) kütlelerinin en az 46 GeV (Tanabashi 2018) değerinde olması ($m_{\tilde{\chi}_1^0} \geq 46$ GeV)² ve diğer nötrallinoların da kütlelerinin de bu değerden daha büyük olmaları ($m_{\tilde{\chi}_4^0} \geq m_{\tilde{\chi}_3^0} \geq m_{\tilde{\chi}_2^0} \geq m_{\tilde{\chi}_1^0}$) beklenmektedir. Bu sayısal değer sadece nötrallinolar arasında değil, tüm süpersimetrik parçacıklar içinde en küçük değer olmalıdır. Çünkü incelenen modeller kapsamında en hafif nötrallino, en hafif süpersimetrik parçacıktır, başka hiçbir parçacığa bozunmaz ve bölüm 3.3'de detaylı olarak anlatıldığı üzere, tüm parçacıklar son olarak LSP'ye bozunabilirler.

² Öte yandan, gaugino kütle birleşiminin ($M_1 = (5/3)(\tan \theta_w)^2 M_2$) olmadığı jenerik bir MSSM senaryosunda, en hafif nötrallino kütlesi için belirlenmiş genel bir alt sınırlama yoktur. SM'nin Z bozonunun kayıp enerji bozunma genişliğindeki LEP sınırı, kütlesi $m_Z/2 \cong 45.6$ GeV değerinin altında olan hafif nötrallinolar için geçerlidir. Ancak bu durum, nötrallinonun Higgsino bileşenine bağlı olarak küçük (veya hatta sıfır olabilen); $Z\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0$ bağıntısına bağlı olarak değişir. Böyle bir durumda hafif nötrallinolar, esas olarak karanlık madde kalıntı yoğunluk ölçümünün yanı sıra çarpıştırıcı ve süpersimetrik modelin parametre uzayındaki kısıtlamaları tarafından sınırlandırılır. (Boehm vd. 2013)

Ek olarak LEP deneyi doğrultusunda hafif charginonun kütlesinin en az 103.5 GeV olması ($m_{\chi_1^\pm} \geq 103.5 \text{ GeV}$, $m_{\chi_2^\pm} > m_{\chi_1^\pm}$) beklenmektedir (Abbiendi 2004).

Süpersimetrik parçacıkların araştırmaları doğrultusunda slepton ve skuark için de kütle limitleri mevcuttur. Bu doğrultuda sleptonların kütle değeri en az 500 GeV ($m_{\tilde{e}}, m_{\tilde{\mu}}, m_{\tilde{\tau}} \geq 500 \text{ GeV}$), skuarkların kütle değeri ise en az 1500 GeV ($m_{\tilde{q}} \geq 1500 \text{ GeV}$) ve gluonun süpereşi olan gluinonun kütle değeri en az 1860 GeV ($m_{\tilde{g}} \geq 1860 \text{ GeV}$) olmalıdır (Tanabashi 2018). Bu sınırlamalar her iki model için de geçerli olmakla birlikte $U(1)'$ genişletilmiş MSSM'nin, MSSM'den farklı olarak sahip olduğu yeni ayar bozon Z' kütlesi (Ek 2) için de bir deneysel kısıtlama vardır. Bu kütle değerinin UMSSM kapsamında en az 4 TeV olması ($m_{Z'} \geq 4 \text{ TeV}$) beklenmektedir.

Bunların dışında KM'nin kalıntı yoğunluğuna yönelik yapılan gözlemlerden gelen kozmolojik sınırlandırmalar da söz konusudur. WMAP uydusundan elde edilen veriler (Chattopadhyay vd. 2003, Hinshaw vd. 2013) soğuk karanlık maddenin kalıntı yoğunluğu ($\Omega_{CDM}h^2$) için 1σ seviyesinde, $0.096 \leq \Omega_{CDM}h^2 \leq 0.122$ şeklinde bir sınırlama getirmektedir.

Bu bölümde MSSM'nin ve UMSSM'nin parametre seçimleri yapılırken modellerin fenomenolojik versiyonları (fenomenolojik çerçevede; gaugino ve sfermion kütleleri, üçlü lineer etkileşme terimleri ve Higgs sektörü parametreleri elektrozayıf skalada tanımlanmaktadır) kullanılmıştır. Yukarıda bahsi geçen çarpıştırıcı deneylerinden (özellikle de LHC'den gelen) parçacık kütleleri üzerine gelen sınırlamalar ile KM kalıntı yoğunluğu üzerine gelen sınırlamalar göz önünde bulundurularak, MSSM'nin ve UMSSM'nin nötralino, chargino ve Higgs sektörleri incelenmiştir. Bu bağlamda; sınırlamalara riayet eden senaryolar oluşturularak modele ait nötralino, chargino ve Higgs parçacıklarının kütle spektrumları ile bozunum ve üretim süreçleri elde edilmiştir. Kütleler ile bozunum kanallarına ait dallanma oranlarının modele ait bazı parametrelere olan bağımlılığı nümerik olarak incelenmiştir.

Araştırma kapsamındaki modellerin nümerik analizi için; MATHEMATICA, CalcHEP (Pukhov 2004) ve micrOMEGAs (Belanger vd. 2007, 2009, 2011) paket

programlarından yararlanılmıştır. İlk aşamada UMSSM'e ait Lagranjiyen kurulup, modelin ayar değişmezliğini sağlayan ve anomali barındırmayan $U(1)'$ yükleri saptanmıştır. MATHEMATICA yardımıyla; modele ait skaler potansiyel elde edilip, gerçek vakum durumuna götürecek olan tadpole şartları, vakumun stabilizasyonu ve Higgs bozon kütlelerinin pozitif olması gibi koşullar da gözönünde bulundurularak, Higgs bozonlarına ait kütle matrisleri elde edilmiştir. Ardından modeller (MSSM ile birlikte), nümerik hesaplar yapılmak üzere CalcHEP programı içerisine yerleştirilmiştir. CalcHEP programı yardımıyla her iki model için de parametre uzayı üzerinden rastgele taramalar gerçekleştirilmiş; elde edilen kütle spektrumlarının, deneysel olarak elde edilmiş sınır veya aralıklarda olması için gerekli görülen parametre değerlerinde değişikliğe gidilmiştir.

Bunlara ek olarak; CalcHEP yazılımı aracılığıyla elde edilen senaryolara ait KM kalıntı yoğunluğu değerleri, model dosyalarının micrOMEGAs'a yüklenmesiyle hesaplanmıştır. Yukarıda nümerik değeri verilen KM kalıntı yoğunluğu, elde edilen senaryolar için sınırlayıcı bir etken olmuştur.

Sınırlamalar doğrultusunda incelenen modellerin parametre değerleri ile bunlara karşılık gelen kütle spektrumları ve KM kalıntı yoğunluğu değerleri takip eden bölümde verilmiştir.

5.1 MSSM ve UMSSM Senaryoları İçin Kütle Spektrumu

Daha önce de belirtildiği üzere; tez kapsamında incelemesi yapılan modellerin parametre değerleri üzerinde teorik olarak herhangi bir kısıtlama olmamasına karşın bu modellerin gerçeklikten uzaklaşmamları için uyulması gereken sınır ve aralık değerleri vardır. Her iki model için de bu sınırlamalar göz önüne alınarak yapılan rastgele taramalar sonucunda MSSM için çizelge 5.1'de ve UMSSM için ise çizelge 5.2'de belirtilen parametre değerleri üzerinden işlemler yapılmıştır. Ayrıca elde edilen tüm kütle ve bozunum grafiklerinde bu değerlere tamamen sadık kalınmış, sadece incelenen parametreler değiştirilerek analizler yapılmıştır.

Çizelge 5.1 MSSM senaryosu için temel parametreler ve kütle değerleri

Parametre	Kütle Spektrumu (GeV)
$\mu, \tan \beta, M_A$ (360.8, 48, 2550)	$(m_{\tilde{\chi}_1^\pm}, m_{\tilde{\chi}_2^\pm})$ (352.9, 541.6)
M_1, M_2, M_3 (-312, -500, 1800)	$(m_{\tilde{\chi}_1^0}, m_{\tilde{\chi}_2^0})$ (295.5, 364.6)
$M_{L_1}, M_{L_2}, M_{L_3}$ (700, 700, 700)	$(m_{\tilde{\chi}_3^0}, m_{\tilde{\chi}_4^0})$ (371.3, 541.7)
$M_{R_1}, M_{R_2}, M_{R_3}$ (500, 500, 500)	$(m_{H_1^0}, m_{H_2^0})$ (125.0, 2550.0)
$M_{Q_1}, M_{Q_2}, M_{Q_3}$ (2100, 2150, 1500)	$(m_{H_d^0}, m_{H^\pm})$ (2550.0, 2552.0)
$M_{U_1}, M_{U_2}, M_{U_3}$ (1500, 1500, 1500)	$(m_{\tilde{e}_L}, m_{\tilde{e}_R})$ (701.5, 501.9)
$M_{D_1}, M_{D_2}, M_{D_3}$ (1500, 1500, 1400)	$(m_{\tilde{\mu}_L}, m_{\tilde{\mu}_R})$ (701.5, 501.9)
A_t, A_b, A_τ (2500, 1100, 0)	$(m_{\tilde{\tau}_1}, m_{\tilde{\tau}_2})$ (498.5, 703.9)
	$(m_{\tilde{t}_1}, m_{\tilde{t}_2})$ (1407.4, 1639.7)
	$(m_{\tilde{b}_1}, m_{\tilde{b}_2})$ (1459.3, 1561.1)
	$(m_{\tilde{u}_L}, m_{\tilde{u}_R})$ (2142.5, 1558.4)
	$(m_{\tilde{d}_L}, m_{\tilde{d}_R})$ (2143.9, 1559.0)
	$(m_{\tilde{c}_L}, m_{\tilde{c}_R})$ (2142.5, 1558.4)
	$(m_{\tilde{s}_L}, m_{\tilde{s}_R})$ (2143.9, 1559.0)

İncelenen modeller için Çizelge 5.1 ve Çizelge 5.2 ile verilen kütle değerlerine bakıldığında; en hafif nötrino $\tilde{\chi}_1^0$ 'nın, her iki model için de en hafif süpersimetrik parçacık (LSP) olduğu görülebilir (MSSM için 295.5 GeV ve UMSSM için 47.6 GeV). Bu aynı zamanda modellerin KM adayıdır. Bu parametrelere göre micrOMEGAs programı aracılığıyla KM kalıntı yoğunluğu hesaplandığında; MSSM için $\Omega_{\tilde{\chi}_1^0} h^2 = 0.121$, UMSSM için ise $\Omega_{\tilde{\chi}_1^0} h^2 = 0.120$ değerleri elde edilir ki bu değerler deneysel olarak beklenen aralık içerisinde kalır. Öte yandan LSP'nin yapısı açısından modeller farklılık göstermektedirler: MSSM'de LSP; ağırlık olarak Bino ($\tilde{B}$) olmak üzere, Bino ve Higgsinoların ($\tilde{H}_d^0, \tilde{H}_u^0$) biri karışımından oluşurken, UMSSM'de LSP'nin yapısını %94 oranda Singlino ($\tilde{S}$) oluşturmaktadır. UMSSM'in MSSM'den farklı olarak diğer bir potansiyel KM aday, sağ elli snötrinolardır. LSP olarak sağ elli snötrinoların KM

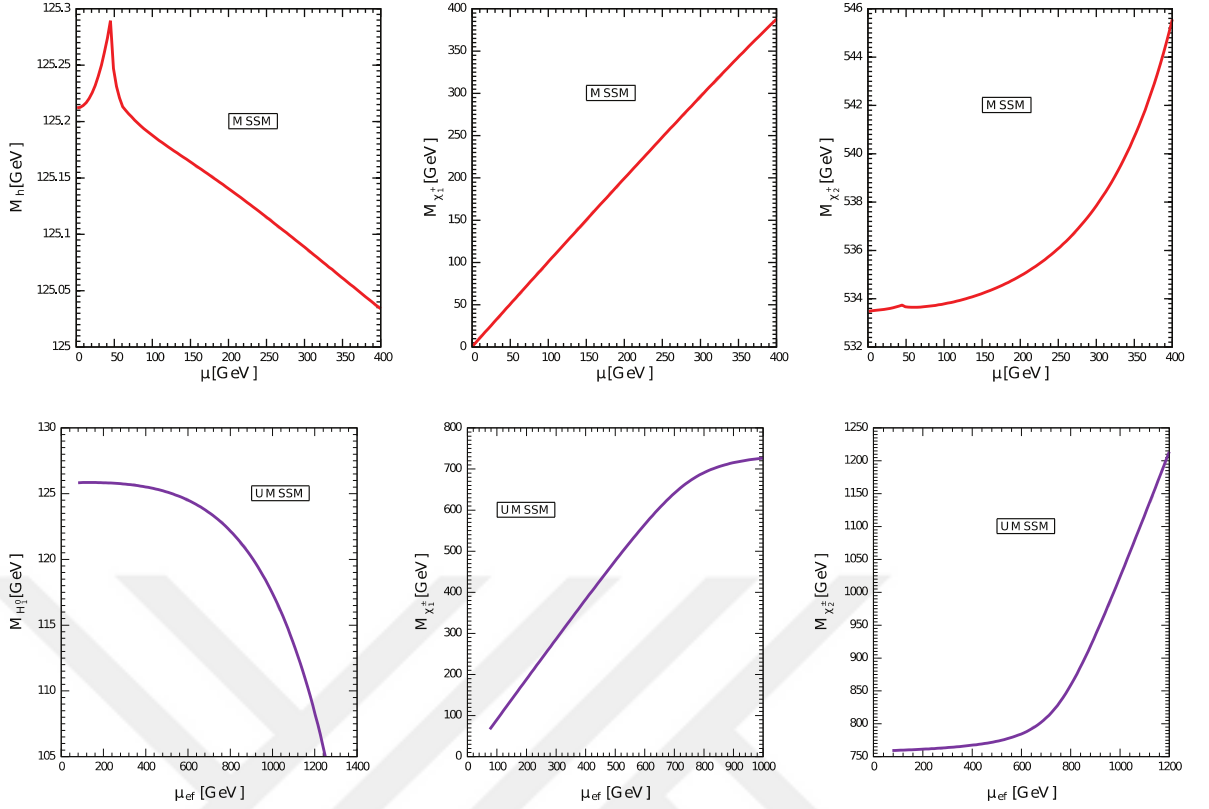
kalıntı yoğunluğu değerleriyle uyumlu sonuçlar verdiği çalışmalar, literatürde mevcuttur (Demir vd. 2011).

Çizelge 5.2’de verilen, UMSSM’nin MSSM’ye göre parmak izi ölçüsünde farklılık yaratacak olan, yeni ayar bozon Z' kütlesi ($M_{Z'} = 4026$ GeV) yukarıda belirtilen deneysel sınırlamalarla uyumludur.

Çizelge 5.2 UMSSM senaryosu için temel parametreler ve kütle değerleri

Parametre		Kütle Spektrumu (GeV)	
$\mu_{eff}, \tan \beta$	(300, 1.001)	$(m_{\tilde{\chi}_1^\pm}, m_{\tilde{\chi}_2^\pm})$	(286.2, 763.8)
$h_s, \bar{h}_s$	(0.725, 0.250)	$(m_{\tilde{\chi}_1^0}, m_{\tilde{\chi}_2^0}, m_{\tilde{\chi}_3^0})$	(47.6, 288.7, 346.0)
$A_s, \bar{A}_s$	(500, 250)	$(m_{\tilde{\chi}_4^0}, m_{\tilde{\chi}_5^0}, m_{\tilde{\chi}_6^0})$	(732.0, 763.8, 830.9)
$A_{\nu_e}, A_{\nu_\mu}, A_{\nu_\tau}$	(200, 200, 200)	$(m_{\tilde{\chi}_7^0}, m_{\tilde{\chi}_8^0}, m_{\tilde{\chi}_9^0})$	(1653.9, 2268.8, 10591.0)
A_t, A_b	(-697.75, -959.66)	$(m_{H_1^0}, m_{H_2^0}, m_{H_3^0})$	(125.7, 539.4, 1584.5)
$v_{s_1}, v_{s_2}, v_{s_3}$	(4700, 4625, 4700)	$(m_{H_4^0}, m_{H_5^0}, m_{H_6^0})$	(1680.3, 3883.6, 21955.0)
M_1, M_2, M_3	(-760, 750, 2000)	$(m_{H^\pm})$	(538.9)
$M_{L_1}, M_{L_2}, M_{L_3}$	(500, 550, 550)	$(m_{\tilde{\nu}_{eR}}, m_{\tilde{\nu}_{\mu R}}, m_{\tilde{\nu}_{\tau R}})$	(540.7 540.7 540.7)
$M_{R_1}, M_{R_2}, M_{R_3}$	(550, 550, 550)	$(m_{H_a^0}, m_{H_b^0})$	(547.7, 785.3)
$M_{Q_1}, M_{Q_2}, M_{Q_3}$	(2000, 2000, 2000)	$(m_{H_c^0}, m_{H_d^0})$	(1940.6, 21915.0)
$M_{U_1}, M_{U_2}, M_{U_3}$	(2000, 2000, 2000)	$(m_{\tilde{e}_L}, m_{\tilde{e}_R})$	(535.1, 506.4)
$M_{D_1}, M_{D_2}, M_{D_3}$	(2000, 2000, 2000)	$(m_{\tilde{\mu}_L}, m_{\tilde{\mu}_R})$	(535.1, 506.4)
Q'_Q	(-2)	$(m_{\tilde{\tau}_1}, m_{\tilde{\tau}_2})$	(506.4, 535.1)
		$(m_{\tilde{t}_1}, m_{\tilde{t}_2})$	(1977.7, 2067.4)
		$(m_{\tilde{b}_1}, m_{\tilde{b}_2})$	(1981.2, 2003.2)
		$(m_{\tilde{u}_L}, m_{\tilde{u}_R})$	(2003.1, 2027.8)
		$(m_{\tilde{d}_L}, m_{\tilde{d}_R})$	(2003.1, 1981.3)
		$(m_{\tilde{c}_L}, m_{\tilde{c}_R})$	(2003.1, 2027.8)
		$(m_{\tilde{s}_L}, m_{\tilde{s}_R})$	(2003.1, 1981.3)
		$(M_{Z'})$	(4026.0)

Yapılan analizlerde, neredeyse tüm eşparçacıkların kütle değerlerinin modeldeki $\mu - \text{terimi}$ ile (UMSSM için $\mu_{eff} - \text{terimi}$) değiştiği gözlenmiştir. Bunlardan; MSSM senaryosuna göre incelenmiş olan en hafif Higgs ve chargino kütlelerinin, μ parametresine göre değişimleri ve aynı parçacıkların UMSSM’de incelenen karşılıkları Şekil 5.1 ile detaylı olarak verilmiştir. Burada; MSSM’deki Higgs kütesine tek-ilmek katkıları dahil edilmişken UMSSM’deki Higgs kütlesi ağaç mertbesinde hesaplanmıştır. Her iki şekilde (Şekil 5.1 sol panel) görüldüğü üzere hafif Higgs kütleleri için, belirtilen μ ve μ_{eff} terimleri değiştirilerek Higgs bozonunun deneysel değeri olan 125 GeV’e ulaşılabilir. MSSM’de bu kütle değerine ulaşabilmek için tek-ilmek katkısı eklenmesi gerekirken (Bölüm 3.5’de değinildiği gibi; MSSM’de en hafif Higgs’in kütle-kare değeri ve dolayısıyla da kütlesi, ağaç mertbesinde $M_h^2 = M_Z^2(\cos 2\beta)^2$ şeklinde, yaklaşık olarak 90 GeV ile sınırlıdır. Deneysel olarak elde edilen kütle değeri ile teoremin uyumluluk göstermesi için bu kütle terimine en az birinci mertbe ilmek katkısının eklenmesi gerekir. Bu katkı sonrasında hafif Higgs için kütle-kare değeri $M_h^2 = M_Z^2(\cos 2\beta)^2 + \frac{6g_t^2 v^2}{(4\pi)^2} \left[\ln \frac{m_t^2}{m_t^2} + \frac{X_t^2}{m_t^2} - \frac{X_t^4}{12m_t^4} \right]$ şeklini (Dojuadi 2008) alır ve bu sayede hafif Higgs’in deneysel olarak da ölçülmüş olan gerçek kütle değeri elde edilebilir. MSSM Higgs sektörü için yapılan nümerik analizlerde bu durum göz önüne alınmış, hafif Higgs kütlesi için birinci mertbe ilmek katkısı eklenmiştir), UMSSM’de bu kütle değerine ağaç mertbesinde bile ulaşılabilir. μ ve μ_{eff} parametreleri 0’dan 400 GeV’e giderken M_h ve $M_{H_1^0}$ değerlerinin her ikisi de küçük bir değişim (≈ 0.25 GeV) gösterirken, μ_{eff} ’in 400 ile 1200 değer aralığında $M_{H_1^0}$ kütesinde yaklaşık 20 GeV’lik bir değişim gözlenmektedir.



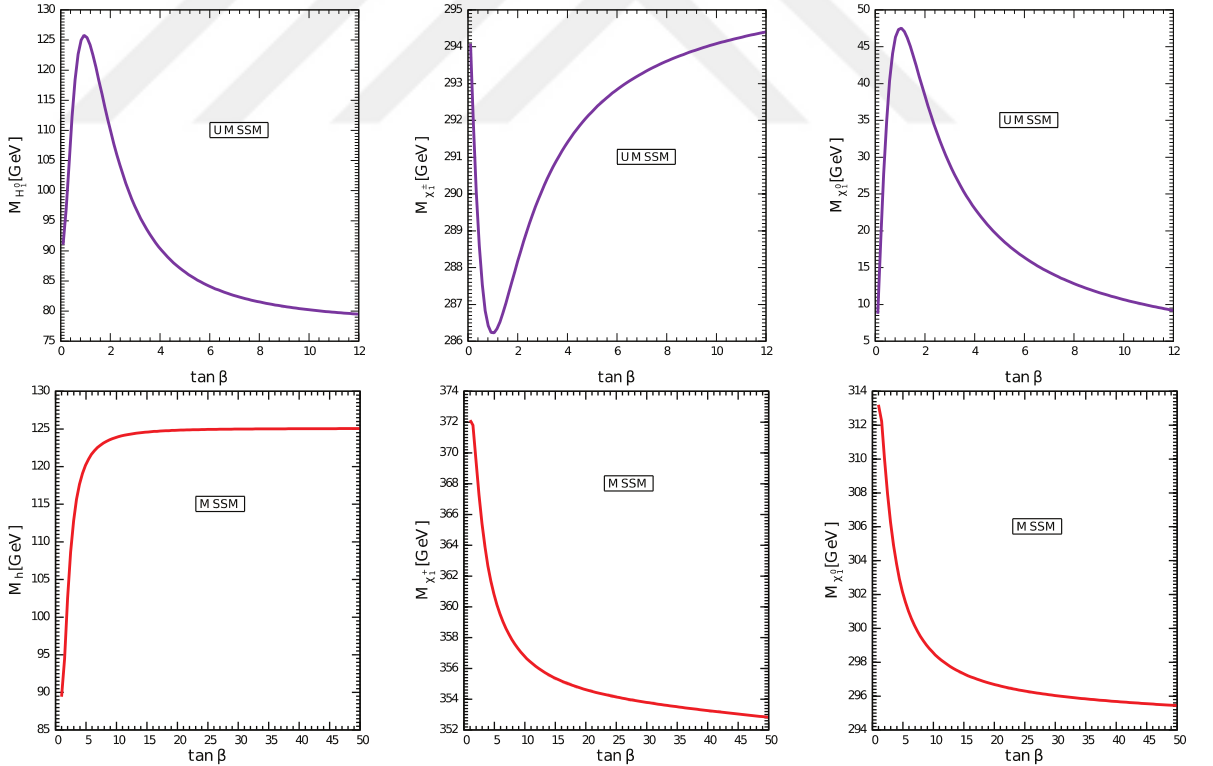
Şekil 5.1 Hafif Higgs ve chargino kütlelerinin MSSM dahilinde μ parametresine göre (üstte) ve UMSSM dahilinde μ_{eff} parametresine göre (altta) değişim grafikleri.

UMSSM'ye herhangi bir yüklü alan eklenmediği için her iki model için chargino sektörleri neredeyse aynıdır. İki modelin chargino sektörleri arasındaki tek fark; MSSM'de bulunan μ teriminin yerine UMSSM'de μ_{eff} teriminin gelmiş olmasıdır. $M_{\tilde{\chi}_1^\pm}$, hafif chargino kütleleri her iki modelde aynı μ ve μ_{eff} aralıkları için benzer davranışı göstermektedirler; monoton olarak artıp $\mu, \mu_{eff} = 400$ GeV'de 380 GeV değerine ulaşırlar (Şekil 5.1 orta panel). $\tilde{\chi}_2^\pm$ kütle değerleri ise $\mu, \mu_{eff} \leq 150$ için büyük değişim göstermemekte, MSSM'de 530 GeV, UMSSM'de 750 GeV değerine yakınsamaktadırlar (Şekil 5.1 sağ panel). Fakat UMSSM dahilinde $\tilde{\chi}_2^\pm$ kütlesi, $600 \leq \mu_{eff} \leq 1200$ aralığında yaklaşık 425 GeV'lik bir anlamlı değişim göstermektedir.

Hafif Higgs, chargino ve nötralino (LSP) kütlelerinin $\tan\beta$ parametresine göre değişimleri MSSM ve UMSSM için Şekil 5.2'de gösterilmiştir. İncelenen modeller arasındaki diğer bir önemli fark da hafif Higgs bozonu kütlesinin $\tan\beta$ parametresine göre davranışında ortaya çıkmaktadır. $\tan\beta < 5$ değerleri için; MSSM'deki hafif Higgs

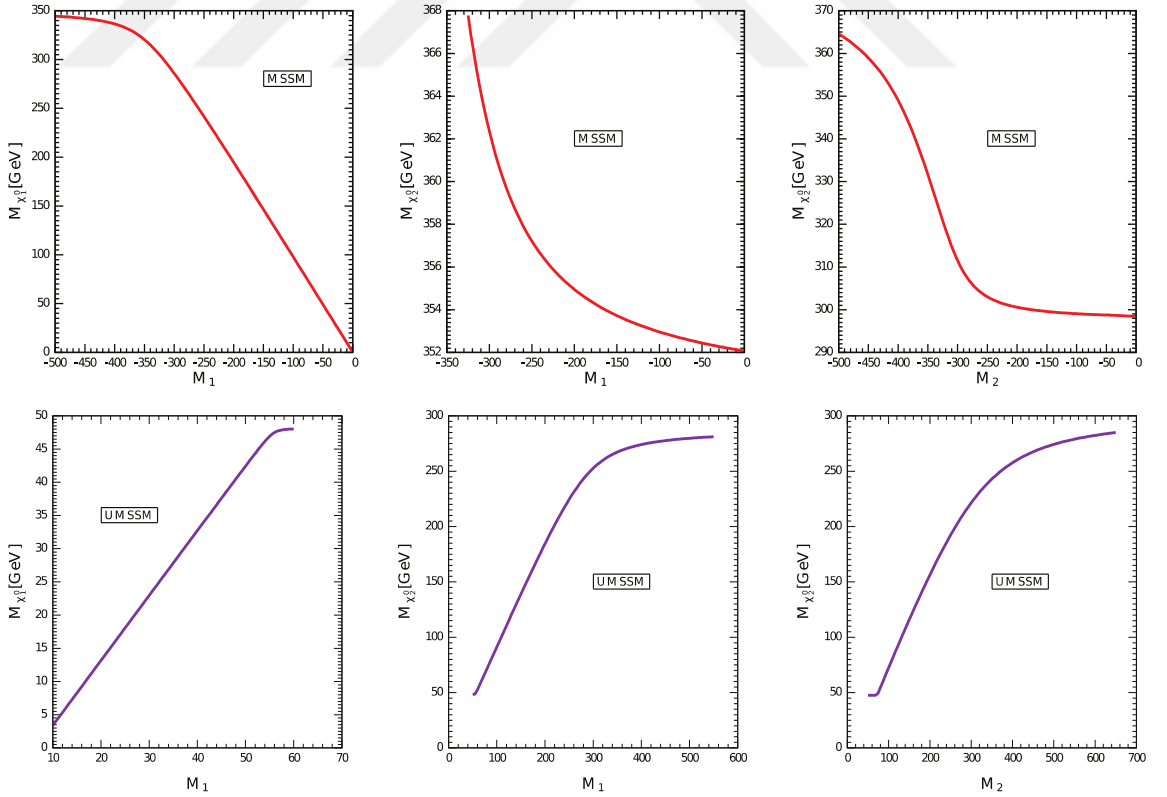
bozonunun kütle değeri deneysel sınırlamanın dışında kalırken, UMSSM’de, çok küçük değerlerde ($\tan \beta \approx 1$) bile deneysel sınırlamayı sağlayacak kütle değerine sahip Higgs bozonu bulmak mümkün olabilmektedir (Şekil 5.2 sol panel). MSSM’de bu ancak $\tan \beta$ ’nın büyük değerlerinde ($\tan \beta \geq 20$) gerçekleşebilmektedir. Büyük $\tan \beta$ değerleri için hafif Higgs kütle değerleri MSSM için artarken UMSSM için azalmaktadır. Öte yandan; MSSM’de $\tan \beta \geq 30$ değerleri için, Higgs kütlelerinde büyük değişimler meydana gelmediği Şekil 5.2’den (sol panel) kolaylıkla görülebilir.

$\tilde{\chi}_1^\pm$ kütlesi; $\tan \beta \leq 1$ bölgesinde her iki modelde benzer bir davranış sergileyip azalırken, bu bölge dışında UMSSM’de farklı bir davranış gösterip 286 GeV’den 294 GeV’e kadar bir artış göstermektedir (Şekil 5.2 orta panel). $\tilde{\chi}_1^0$ kütlesi ise her iki modelde de $\tan \beta \geq 1$ bölgesi için azalış göstermektedir: Bu azalış MSSM’de yaklaşık %6 civarında iken UMSSM’de yaklaşık %80 civarındadır (Şekil 5.2 sağ panel).



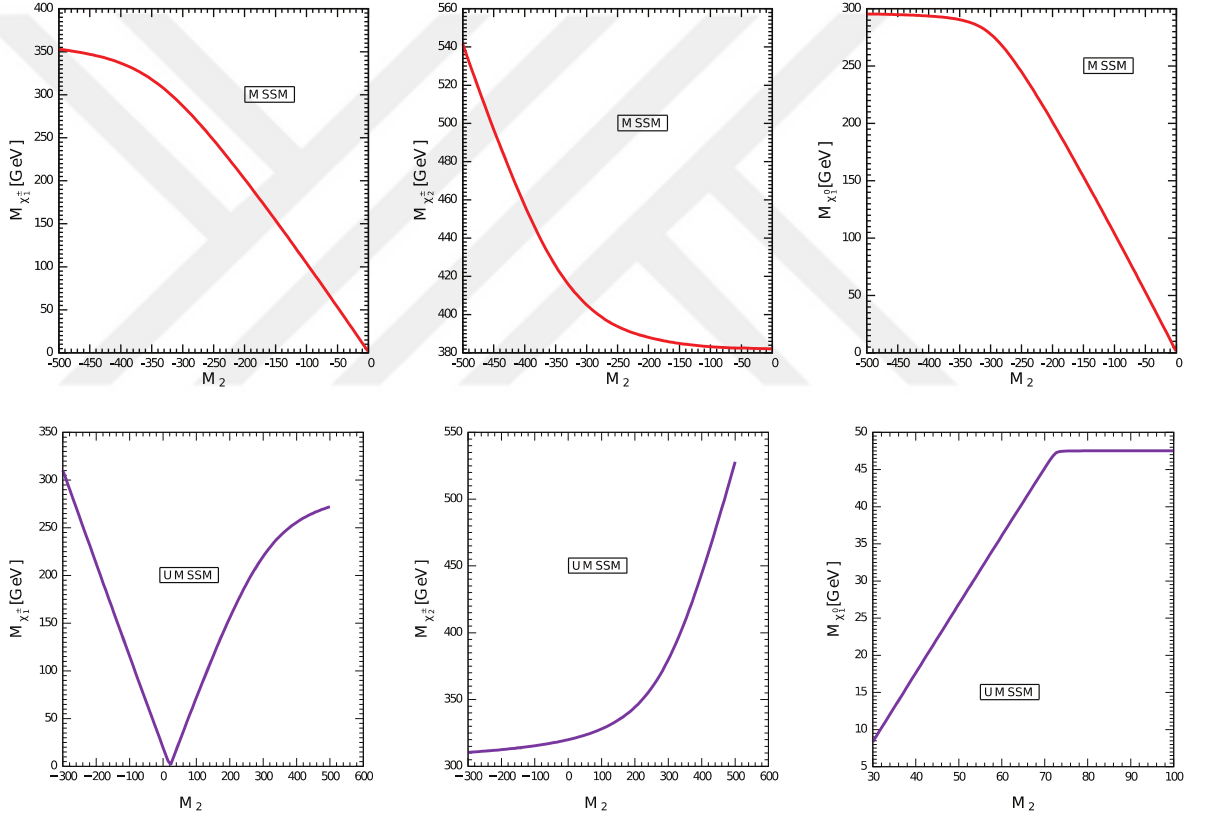
Şekil 5.2 Soldan sağa doğru sırasıyla hafif Higgs (h), hafif chargino ($\tilde{\chi}_1^\pm$) ve hafif nötrino ($\tilde{\chi}_1^0$) kütlelerinin MSSM çerçevesinde (üstte) ve UMSSM çerçevesinde (altta) $\tan \beta$ parametresine göre değişimi

Bölüm 3.6 ve 4.5’de kütle matrisleri detaylı olarak verildiği üzere her iki modelde de chargino kütleleri M_2 (Wino) kütle parametresine, nötrino kütleleri ise hem M_1 (bino) hem de M_2 kütle parametrelerine kuvvetli bir şekilde bağımlıdır. Şekil 5.3 ve Şekil 5.4’de en hafif iki nötralinonun ve charginoların, bino ve wino kütle parametrelerine göre değişimi verilmektedir. Bino ve Wino kütle parametrelerinin aralıkları seçilirken özellikle parçacıkların kütlelerindeki değişimin fazla olduğu bölgeler tercih edilmiştir: MSSM için bu, M_1 ve M_2 ’nin negatif olduğu bölgede, UMSSM’ için ise pozitif ve negatif olduğu bölgelerde gerçekleşmiştir. $\tilde{\chi}_1^0$ kütlesi; MSSM’de $M_1 = -400$ GeV’den itibaren monoton bir şekilde azalış gösterirken; UMSSM’de $M_1 = 55$ GeV’e kadar monoton bir şekilde artış göstermektedir (Şekil 5.3 sol panel). $\tilde{\chi}_2^0$ kütlesinin M_1 ’e göre değişimi; MSSM’de kendisini yaklaşık %4’lük bir azalış şeklinde gösterirken, UMSSM’de yaklaşık 6 katlık bir artış olarak göstermektedir (Şekil 5.3 orta panel). $\tilde{\chi}_2^0$ kütlesinin M_2 parametresine göre değişimi ise (her iki model için de) M_1 ’e göre olan değişim ile benzerlik taşımaktadır (Şekil 5.3 sağ panel).



Şekil 5.3 $\tilde{\chi}_1^0$ ve $\tilde{\chi}_2^0$ kütlelerinin MSSM dahilinde (üstte) ve UMSSM dahilinde (altta) M_1 ve M_2 (GeV biriminde) parametrelerine göre değişimi.

$\tilde{\chi}_1^\pm$ kütlesi; MSSM’de, $(\tilde{\chi}_1^0$ kütlesinin M_1 göre olan davranışına benzer bir davranış gösterip) $M_2 = -400$ GeV’den itibaren monoton bir şekilde azalırken, UMSSM’de $M_2 = 20$ GeV’e kadar kuvvetli bir şekilde azalmakta ardından yaklaşık olarak aynı oranda da artmaktadır (Şekil 5.4 sol panel). $\tilde{\chi}_2^\pm$ kütlesi MSSM ve UMSSM’de bir birilerine göre tam tersi davranış göstererek; MSSM’de yaklaşık 160 GeV’lik, UMSSM’de ise 230 GeV’lik bir değişim göstermektedir (Şekil 5.4 orta panel). $\tilde{\chi}_1^0$ kütlesi; MSSM’de $M_2 = -350$ GeV’den itibaren monoton bir şekilde azalırken, UMSSM’de $M_2 = 65$ GeV’e kadar aynı şekilde artmakta ardından 100 GeV’e kadar sabit kalmaktadır (Şekil 5.4 sağ panel).

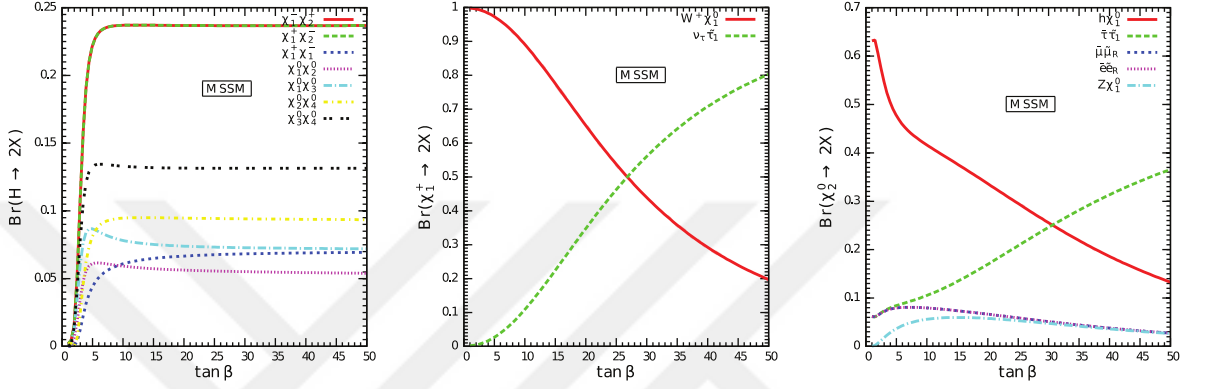


Şekil 5.4 Soldan sağa doğru sırasıyla $\tilde{\chi}_1^\pm$, $\tilde{\chi}_2^\pm$ ve $\tilde{\chi}_1^0$ kütlelerinin MSSM dahilinde (üstte) ve UMSSM dahilinde (altta) M_2 (GeV biriminde) parametrelerine göre değişimi.

5.2 MSSM ve UMSSM Modellerinde Parçacıkların Üretim ve Bozunumları

Bu bölümde tez kapsamında göz önünde bulundurulan modellerde; nötrino, chargino ve Higgs sektöründeki bazı parçacıkların ağaç mertebesindeki bozunma süreçleri

incelenecektir. İnceleme kapsamındaki parçacıklar için sadece iki cisim bozunumları gözönüne alınmıştır. Bu süreçlerin de sadece baskın olan kanalları incelenmiş, %5'in altında olan dallanma oranına sahip süreçler çalışma kapsamına dahil edilmemiştir (bazı süreçlerde toplam dallanma oranının %100'e ulaşamaması bu bağlamda değerlendirilmelidir).



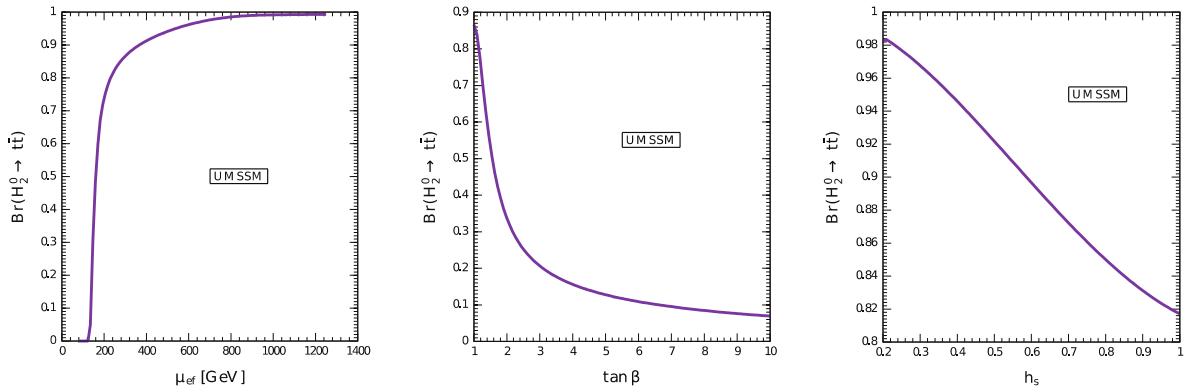
Şekil 5.5 MSSM kapsamında sırasıyla ağır CP-çift Higgs, chargino ($\tilde{\chi}_1^\pm$) ve nötalino ($\tilde{\chi}_2^0$) parçacıklarının $\tan\beta$ parametresine göre bozunum kanalları ve dallanma oranları.

MSSM kapsamında; ağır CP-çift Higgs (H), chargino ($\tilde{\chi}_1^\pm$) ve nötralino ($\tilde{\chi}_2^0$) parçacıklarına ait dallanma oranlarının (Br) $\tan\beta$ parametresine göre değişimleri Şekil 5.5 ile verilmiştir. Çizelge 5.1 ile verilen parametre değerleri göz önüne alınarak ağır CP-çift Higgs (H) bozunum süreçleri incelendiğinde; $\tan\beta \geq 5$ bölgesinde, H'nin bozunum kanallarını ağırlıklı olarak SM parçacıkları değil, süpersimetrik parçacıklar olan nötralino ve chargino çiftleri oluşturmaktadır: $H \rightarrow \tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_2^\mp, \tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_1^\mp, \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$ ($i = 1,2,3; j = 2,3,4$) (Şekil 5.5 sol panel). MSSM çerçevesinde hafif charginonun ağırlıklı olarak bozunduğu süreçlerden birisi olan $\tilde{\chi}_1^\pm \rightarrow H^\pm \tilde{\chi}_1^0$ süreci; bu çalışmada göz önüne alınan senaryo çerçevesinde ($m_{\tilde{\chi}_1^\pm} \ll m_{H^\pm}$ olduğundan dolayı) kinematik olarak yasaktır. Küçük $\tan\beta$ değerleri için $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'nin bozunum kanalının tamamını $W^\pm \tilde{\chi}_1^0$ süreci oluştururken $\tan\beta = 25$ 'de bu sürece aynı oranda ($Br(\tilde{\chi}_1^\pm \rightarrow \tilde{\tau}_1 \nu_\tau) \approx \%50$) $\tilde{\tau}_1 \nu_\tau$ kanalı da eşlik etmektedir (Şekil 5.5 orta panel). Öte yandan $\tilde{\chi}_2^0$ 'nin MSSM'de ağırlıklı olarak bozunduğu kanallardan, $\tilde{\chi}_1^\pm W^\mp$ ve $\tilde{\chi}_1^\pm H^\mp$ kanalları yine kinematik olarak

yasaklıdır. Küçük $\tan\beta$ değerlerinde baskın olan $Br(\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 h)$ dallanma oranı, $\tan\beta \geq 5$ bölgesinde azalarak ağırlığı $\tilde{\tau}_1 \bar{\tau}$ sürecine bırakmaktadır (Şekil 5.5 sağ panel).

Bunlara ek olarak MSSM'deki senaryo çerçevesinde $\tilde{\chi}_2^\pm$ parçacığına ait iki cisim bozunum kanallarına ait dallanma oranları şu şekildedir: $Br(\tilde{\chi}_2^\pm \rightarrow Z\tilde{\chi}_1^\pm) = \%28.9$, $Br(\tilde{\chi}_2^\pm \rightarrow W^\mp \tilde{\chi}_3^0) = \%26.30$, $Br(\tilde{\chi}_2^\pm \rightarrow W^\mp \tilde{\chi}_2^0) = \%23.10$, $Br(\tilde{\chi}_2^\pm \rightarrow h\tilde{\chi}_1^\pm) = \%20.7$.

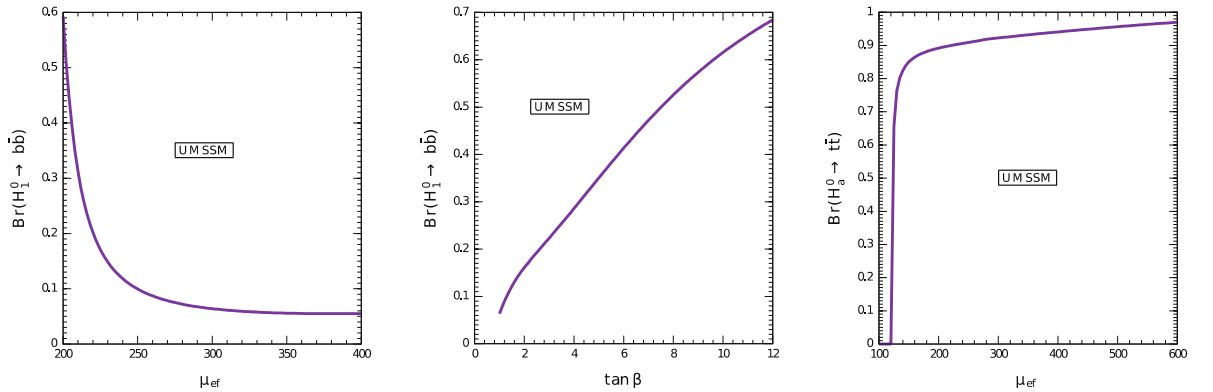
MSSM'den farklı olarak, UMSSM kapsamında; Higgs, nötralino ve chargino sektörlerindeki bazı parçacıkların (özellikle yüksek dallanma oranına sahip) bozunum kanalları seçilerek bunların modelin değişik parametrelerine göre davranışları ayrı ayrı incelenmiştir. Bu bağlamda UMSSM'de yapılan analiz sonucunda; H_2^0 'nin ana bozunum kanallarını, ağır skaler parçacıklarda beklendiği üzere ($m_{H_2^0} = 539.4$ GeV), $Br(H_2^0 \rightarrow t\bar{t}) = \%86.6$ dallanma oranıyla SM parçacıkları ile $Br(H_2^0 \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0) = \%13.2$ dallanma oranıyla süpersimetrik parçacıklar oluşturmaktadır. $120 \text{ GeV} \leq \mu_{eff} \leq 800 \text{ GeV}$ bölgesinde H_2^0 bozunumunun $t\bar{t}$ sürecine olan bozunumu kuvvetli bir şekilde artmaktadır (Şekil 5.6 sol panel). $\tan\beta$ 'nin artan değeriyle H_2^0 'nin $t\bar{t}$ 'a olan bozunumu, $\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$ ve $b\bar{b}$ kanalları lehine azalma gösterir (Şekil 5.6 orta panel). Şekil 5.6 (sağ panel)'da ise $Br(H_2^0 \rightarrow t\bar{t})$ 'ın UMSSM'ye özgü bir parametre olan h_s 'ye göre değişimi verilmektedir. Dallanma oranı h_s 'nin artan değerleriyle monoton olarak azalmaktadır.



Şekil 5.6 UMSSM kapsamında $H_2^0 \rightarrow t\bar{t}$ bozunumunun sırasıyla μ_{eff} , $\tan\beta$ ve h_s parametrelerine göre dallanma oranı değişimi.

Tez kapsamında seçilen UMSSM senaryosu, önceden de belirtildiği gibi SM Higgs (H) benzeri bir hafif Higgs bozonu (H_1^0) içermektedir. Her ne kadar bu benzerlik H_1^0 'ın bozunum deseninde sağlanamamış olsa da (modelin CalcHEP dışında daha üst paket program içerisine konulup parametre uzayının ayrıntılı bir şekilde taranmasıyla) bunu başarmak mümkündür. İncelenen senaryoda özellikle SM Higgs bozonun baskın bozunum kanalı ait dallanma oranına ($Br(H \rightarrow b\bar{b}) \approx \%58$), μ_{eff} ve $\tan\beta$ gibi parametrelerin değerleri değiştirilerek ulaşılabilir (Şekil 5.7 sol ve orta panel).

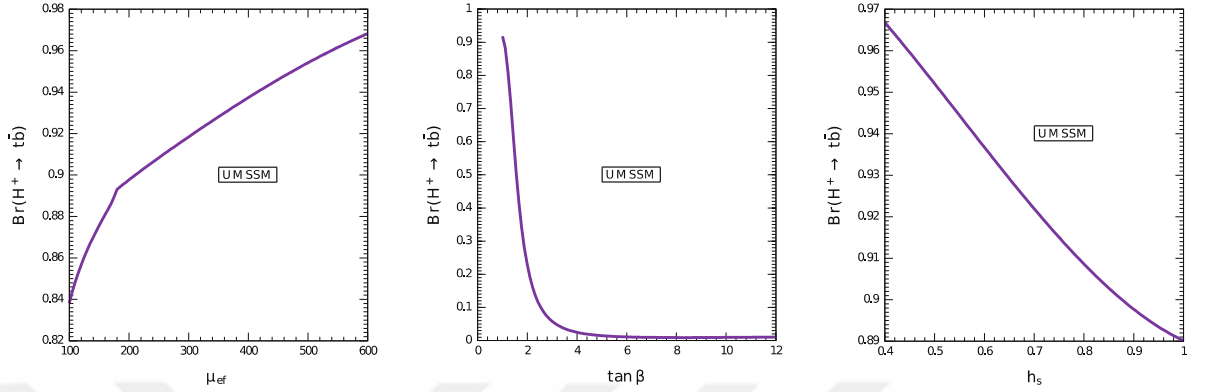
En hafif CP-tek Higgs (H_a^0); MSSM'deki en hafif CP-tek bozonu gibi, ağaç mertebesinde vektör bozon çiftine bağlanmamakta ve baskın bozunum kanalı $H_a^0 \rightarrow t\bar{t}$ şeklinde olmaktadır. Bu sürece ait dallanma oranı ($H_a^0 \rightarrow t\bar{t}$) = %92.3 değerindedir ve μ_{eff} parametresine göre değişimi şekil 5.7 (sağ panel)'de verilmiştir. Sonraki hafif CP-tek Higgs (H_b^0); %37.3 ile $\tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$ kanalına, %18.0 ile $\tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$ kanalına, %12.8 ile $\tilde{\chi}_3^+ \tilde{\chi}_3^-$ kanalına ve %10.9 ile $t\bar{t}$ 'a bozunmaktadır. Eğer Higgs sektöründe CP simetrisi bozulursa CP-tek Higgsler, CP-çift Higgs'lerle karışır ve böylece oldukça farklı bozunum desenine sahip olabilirler.



Şekil 5.7 UMSSM kapsamında hafif CP-çift Higgs (H_1^0)'in $b\bar{b}$ bozunumunun μ_{eff} ve $\tan\beta$ parametrelerine göre, hafif CP-tek Higgs (H_a^0)'in $t\bar{t}$ bozunumunun μ_{eff} parametresine göre dallanma oranı değişimi

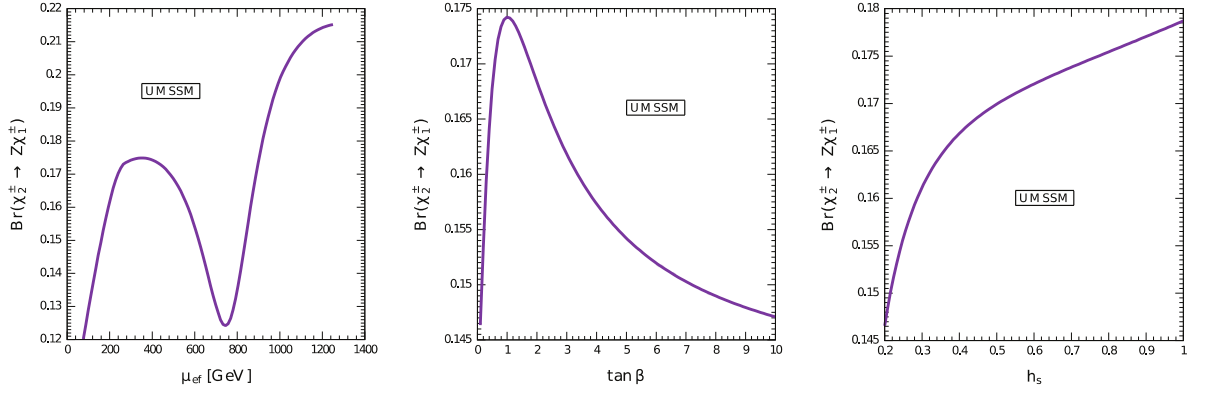
UMSSM'de yüklü Higgs parçacığı ($H^\pm$), MSSM'deki ile benzer bir davranış göstermekte, ağırlıklı olarak $t\bar{b}$ ile $\tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^0$ kanallarına bozunmaktadır. Bu kanallara ait dallanma oranları ise sırasıyla %91.8 ve %8.0 dir. $Br(H^\pm \rightarrow t\bar{b})$ dallanma oranının μ_{eff} , $\tan\beta$, h_s model parametrlrine göre değişimi şekil 5.8'de verilmektedir. $\tan\beta$ 'nın

artan değeriyle birlikte ise H^+ 'nın $W^+H_1^0$ bozunum kanalı açılmakta ve bu kanala ait dallanma oranı hızlı bir şekilde artmaktadır.

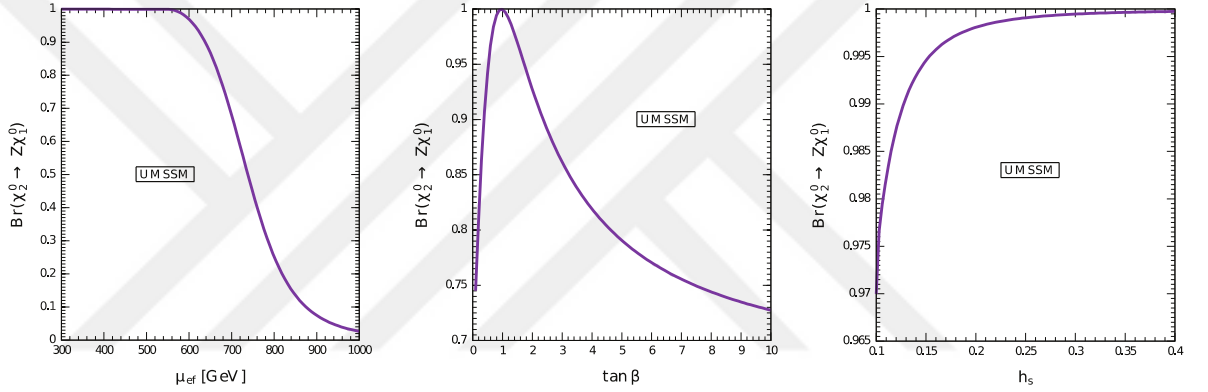


Şekil 5.8 UMSSM'de $H^+ \rightarrow t\bar{b}$ bozunumunun μ_{eff} , $\tan \beta$ ve h_s parametrelerine göre dallanma oranları değişimi

Son olarak, seçilen UMSSM senaryosu çerçevesinde chargino ve nötrino sektörlerindeki parçacıkların bozunumları incelendiğinde, $\tilde{\chi}_2^\pm$ 'nin en fazla dallanma oranlarına sahip iki cisim bozunum kanalları; $Br(\tilde{\chi}_2^\pm \rightarrow W^\pm \tilde{\chi}_2^0) = \%17.7$; $Br(\tilde{\chi}_2^\pm \rightarrow Z \tilde{\chi}_1^\pm) = \%17.4$; $Br(\tilde{\chi}_2^\pm \rightarrow H_1^0 \tilde{\chi}_1^\pm) = \%15.2$; $Br(\tilde{\chi}_2^\pm \rightarrow W^\pm \tilde{\chi}_3^0) = \%12.4$ şeklindedir. Dallanma oranının geri kalan kısmını üç-cisim bozunumları oluşturmaktadır. $Br(\tilde{\chi}_2^\pm \rightarrow Z \tilde{\chi}_1^\pm)$ dallanma oranı; $320 \text{ GeV} \leq \mu_{eff} \leq 720 \text{ GeV}$ aralığı dışında μ_{eff} 'e bağlı olarak artarken (Şekil 5.9 sol panel), $\tan \beta \geq 1$ bölgesinde azalmakta (Şekil 5.9 orta panel) ve h_s parametresinin artan değerleriyle de artmaktadır (Şekil 5.9 sağ panel). Öte yandan $\tilde{\chi}_1^\pm$, %100 oranda $W^\pm \tilde{\chi}_1^0$ 'ya bozunurken, $\tilde{\chi}_2^0$ ise aynı oranda $Z \tilde{\chi}_1^0$ kanalına bozunur. $Br(\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow Z \tilde{\chi}_1^0)$ dallanma oranı; $\mu_{eff} \geq 520 \text{ GeV}$ 'den itibaren kuvvetli bir şekilde düşerken (Şekil 5.10 sol panel), $\tan \beta \geq 1$ bölgesinde azalmakta (Şekil 5.10 orta panel) ve yine h_s ile yumuşak bir artış göstermektedir (Şekil 5.10 sağ panel).



Şekil 5.9 UMSSM dahilinde $\tilde{\chi}_2^\pm \rightarrow Z\tilde{\chi}_1^\pm$ bozunumunun sırasıyla μ_{eff} , $\tan\beta$ ve h_s parametrelerine göre dallanma oranları



Şekil 5.10 UMSSM dahilinde $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow Z\tilde{\chi}_1^0$ bozunum kanalına ait dallanma oranlarının sırasıyla μ_{eff} , $\tan\beta$ ve h_s parametrelerine değişimi.

Tez kapsamında incelenen iki farklı modeldeki senaryolar (özellikle nötrino, chargino ve Higgs sektörleri için) aynı kütle spektrumlarını vermediklerinden; bu durum, senaryolardaki parçacıkların toplam üretim tesir kesitleri arasında sağlıklı bir karşılaştırmalı analizin yapılmasına meydan vermez. Yine de bu senaryolardaki parçacıkların LHC çerçevesinde gözlenebilme olasılıkları hakkında bir fikir vermesi açısından; tezde incelenen UMSSM senaryosu baz alınarak nötrino, chargino ve Higgs sektörlerindeki bazı parçacıklara ait toplam tesir kesiti hesaplamaları da gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda LHC çerçevesinde $\sqrt{s} = 14$ TeV kütle merkezi enerjisinde ve $L=100 \text{ fb}^{-1}$ lümünositde (ışınlılık) bir analiz gerçekleştirilmiştir. Protondaki parton dağılımları CTEQ6M (Whalley ve Bourilkov 2005) ile parametrize edilmiştir. Higgs, nötrino ve chargino sektöründeki bazı parçacıklar için elde edilen

toplam tesir kesiti değerleri izelge 5.3’de verilmektedir. 14 TeV için elde edilen bu tesir kesiti değerlerinin küçük olması; genel olarak bu parçacıklar ile onların üretim bozunum sinyallerin gözlenebilirliğinin, LHC’den ziyade LHC’nin yüksek enerjili programlarında (LHC@27 TeV veya LHC@100) daha mümkün olabileceğine işaret eder.

Çizelge 5.3 Toplam 14 TeV enerjili pp çarpışma sürecinin UMSSM incelemesindeki olası toplam tesir kesitleri

Süreç	(pb)	Süreç	(pb)
$\sigma(pp \rightarrow H_1^0 W^+)$	0.71	$\sigma(pp \rightarrow H^+ H^-)$	8.50×10^{-4}
$\sigma(pp \rightarrow H_1^0 W^-)$	0.44	$\sigma(pp \rightarrow H^+ W^-)$	6.96×10^{-3}
$\sigma(pp \rightarrow H_1^0 Z)$	0.63	$\sigma(pp \rightarrow H^+ Z)$	4.44×10^{-6}
$\sigma(pp \rightarrow H_1^0 \gamma)$	0.25	$\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0)$	2.14
$\sigma(pp \rightarrow H_2^0 W^-)$	4.78×10^{-6}	$\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0)$	1.58×10^{-2}
$\sigma(pp \rightarrow H_2^0 W^+)$	4.10×10^{-6}	$\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_3^0)$	5.89×10^{-3}
$\sigma(pp \rightarrow H_2^0 Z)$	7.27×10^{-5}	$\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-)$	5.71×10^{-2}
$\sigma(pp \rightarrow H_2^0 \gamma)$	6.71×10^{-3}	$\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-)$	9.14×10^{-5}
$\sigma(pp \rightarrow H_a^0 W^+)$	3.89×10^{-6}	$\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-)$	1.28×10^{-3}
$\sigma(pp \rightarrow H_a^0 W^-)$	4.49×10^{-6}	$\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^0)$	9.93×10^{-3}
$\sigma(pp \rightarrow H_a^0 Z)$	6.95×10^{-6}	$\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^0)$	1.83×10^{-2}

Buna ek olarak analizler sırasında; MSSM sadece dört adet nötralino değerine izin verirken UMSSM’de ise dokuz adet ntralinoya izin verilmiştir ve her iki modelin de karanlık madde adayı en hafif ntralinodur ($\tilde{\chi}_1^0$). UMSSM; bölüm 3’te incelenen modele (MSSM) yüksüz bir Z' parçacığı eklenerek kurulmuştur. Yeni modele herhangi bir yüklü parçacık eklenmediği için chargino sektörlerinin neredeyse aynı oldukları gözlenmiştir. İki modelin chargino sektörleri arasındaki tek fark; MSSM’de bulunan μ değerinin yerine gelen μ_{eff} – terimi’dir.

6. TARTIŞMA ve SONUÇ

Standart Model, teorik ve deneysel olarak uyumluluk göstermesi sebebiyle parçacık fiziğinin temel teorisi olsa da doğayı tam olarak tasvir eden bir teori olmaması sebebiyle genişletilmelidir ve süpersimetri bu aşamada, yeni fizik için büyük umutlar veren en güçlü adaylardan biridir. Bu tez çalışması kapsamında MSSM ve $U(1)'$ ile genişletilmiş MSSM olmak üzere iki farklı süpersimetri modeli ele alınmış; her iki model için de Higgs sektörünün yanı sıra SM çerçevesinde bulunmayan chargino ve nötralino sektörlerindeki parçacıkların üretim süreçleri, kütle spektrumları ve bozunum kanalları detaylı olarak incelenmiştir. İnceleme yapılırken; özellikle LHC çerçevesinde gelen güncel çarpıştırıcı sınırlamaları ile WMAP uydusundan elde edilen verilerin model parametreleri üzerine getirdiği kozmolojik sınırlamalar göz önüne alınmıştır.

Araştırmada özellikle $U(1)'$ ile genişletilmiş MSSM'nin basit olmayan bir versiyonu olan secluded sektör $U(1)'$ -MSSM kullanılmıştır. Hem μ -problemine çözüm getiren hem de birden fazla singlet alan içererek elektrozayıf skalayla, yeterince ağır kütleli bir Z' bozonu oluşturma arasında oluşacak gerilimi ortadan kaldıran bu model; zengin bir Higgs ve nötralino sektörüne sahip olmasının yanı sıra nötrinolar için kütle terimi ve nötralino dışında yeni bir KM adayı (snötrino) içermektedir.

Bu araştırma; Standart Model, Süpersimetri ve MSSM, UMSSM ve incelenen bu modellerin fenomenolojik olarak geçerliliğinin sorgulandığı bölüm olan Nümerik Analiz olmak üzere dört ana başlıktan oluşmuştur. 2., 3. ve 4. bölüm'lerde modeller hakkında bilgiler verilmiş ve modellerin eksiklikleri ile avantajları analiz edilmiştir.

Nümerik analiz kısmında, modellerin parametre seçimleri yapılırken modellerin fenomenolojik versiyonları kullanılmıştır. LHC'den parçacık kütleleri üzerine gelen güncel sınırlamalar ile WMAP'den KM kalıntı yoğunluğu üzerine gelen sınırlamalar göz önünde bulundurularak MSSM için ve UMSSM için gerçekçi birer senaryo kurulmuştur. Kurulan senaryolar çerçevesinde her iki modelin nötralino, chargino ve Higgs sektörleri incelenmiştir. Bu bağlamda, modellere ait nötralino, chargino ve Higgs parçacıklarının kütle spektrumları ile bozunum ve üretim süreçleri elde edilmiş; kütleler

ile bozunum kanallarına ait dallanma oranlarının modele ait bazı parametrelere olan bağımlılığı nümerik olarak gösterilmiştir.

Her iki modelin KM adayı; aynı zamanda iki model de LSP olan $\tilde{\chi}_1^0$ parçacığdır ve KM kalıntı yoğunluğu için var olan deneysel sınırlamayı sağlamaktadır. Her ne kadar KM adayı LSP, her iki model için aynı olsa da yapıları farklıdır: MSSM’de LSP; ağırlık olarak Bino olmak üzere, Bino ve Higgsinoların biri karışımından oluşurken, UMSSM’de LSP’nin yapısını %94 oranda Singlino oluşturmaktadır.

İncelenen senaryolarda Higgs, nötralino ve chargino sektöründeki parçacıkların gerek kütle spektrumlarında gerekse de parçacıkların bozunum kanalları dallanma oranlarında olsun, en belirgin parametrelerin MSSM kapsamında μ ve $\tan \beta$, UMSSM kapsamında ise μ_{eff} , $\tan \beta$ ve MSSM’den farklı olarak h_s olduğu gözlenmiştir. Ayrıca her iki senaryodaki kütle değerlerinin ve dallanma oranlarının bu parametrelerle olan değişimleri farklılık göstermektedir.

Tez kapsamında incelenen iki farklı modeldeki senaryolar (özellikle nötralino, chargino ve Higgs sektörleri için) aynı kütle spektrumlarını vermediklerinden; bu durum, senaryolardaki parçacıkların toplam üretim tesir kesitleri arasında sağlıklı bir karşılaştırmalı analizin yapılmasına meydan vermez. Yine de bu senaryolardaki parçacıkların LHC çerçevesinde gözlenebilme olasılıkları hakkında bir fikir vermesi açısından; tezde incelenen UMSSM senaryosu baz alınarak nötralino, chargino ve Higgs sektörlerindeki bazı parçacıklara ait toplam tesir kesiti hesaplamaları da gerçekleştirilmiştir. 14 TeV için elde edilen bu tesir kesiti değerlerinin küçük olması; genel olarak bu parçacıklar ile onların üretim bozunum sinyallerin gözlenebilirliğinin, LHC’den ziyade LHC’nin yüksek enerjili programlarında (LHC@27 TeV veya LHC@100) daha mümkün olabileceğine işaret eder.

KAYNAKLAR

- A. (2011). Indirect search for dark matter with micrOMEGAs_2. 4. Computer Physics Communications, 182(3), 842-856.
- Aad, G., Abajyan, T., Abbott, B., Abdallah, J., Khalek, S. A., Abdelalim, A. A., ... & Abramowicz, H. (2012). Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. Physics Letters B, 716(1), 1-29.
- Abbiendi, G., & OPAL collaboration. (2004). Search for Chargino and Neutralino Production at $\sqrt{s}=192\text{-}209$ GeV at LEP. arXiv preprint hep-ex/0401026.
- Ali, A., Demir, D. A., Frank, M., & Turan, I. (2009). Search for gauge extensions of the MSSM at the LHC. Physical Review D, 79(9), 095001.
- Alvarez, E., Gracia-Bondía, J., & Martin, C. P. (1995). Anomaly cancellation and the gauge group of the standard model in NCG. *Physics Letters B*, 364(1), 33-40.
- Anonymous. 2014. Web Sitesi: <https://theory.sinp.msu.ru/~pukhov/calchep.html/> Erişim Tarihi: 19.11.2020
- Anonymous. 2017. Web Sitesi: <https://lapth.cnrs.fr/micromegas/> Erişim Tarihi: 19.11.2020
- Anonymous. 2020. Web Sitesi: <https://www.wolfram.com/mathematica/> Erişim Tarihi: 19.11.2020
- Babu, K. S., & Mimura, Y. (2001). Solving the mu problem in gauge mediated supersymmetry breaking models with flavor symmetry. *arXiv preprint hep-ph/0101046*.
- Baer, H., & Tata, X. (2006). Weak scale supersymmetry: From superfields to scattering events. Cambridge University Press.
- Barger, V., Langacker, P., Lee, H. S., & Shaughnessy, G. (2006). Higgs sector in extensions of the minimal supersymmetric standard model. Physical Review D, 73(11), 115010.
- Belanger, G., Boudjema, F., Brun, P., Pukhov, A., Rosier-Lees, S., Salati, P., & Semenov,
- Bélanger, G., Boudjema, F., Pukhov, A., & Semenov, A. (2007). MicrOMEGAs 2.0: A Program to calculate the relic density of dark matter in a generic model. Computer physics communications, 176(5), 367-382.
- Bélanger, G., Boudjema, F., Pukhov, A., & Semenov, A. (2009). Dark matter direct detection rate in a generic model with micrOMEGAs_2. 2. Computer Physics Communications, 180(5), 747-767.
- Bin, P., & Binetruy, P. (2006). Supersymmetry: theory, experiment, and cosmology. Oxford University Press on Demand.

- Boehm, C., Dev, P. B., Mazumdar, A., & Pukartas, E. (2013). Naturalness of light neutralino dark matter in pMSSM after LHC, XENON100 and Planck data. *Journal of High Energy Physics*, 2013(6), 113.
- Boubaa, D., Faisel, G., & Khalil, S. (2020). Beyond SM Physics and searches for SUSY at the LHC. arXiv preprint arXiv:2005.08069.
- Brink, L., Khan, A. M., Ramond, P., & Xiong, X. (2002). Continuous spin representations of the Poincaré and super-Poincaré groups. *Journal of Mathematical Physics*, 43(12), 6279-6295.
- Chatrchyan, S., Khachatryan, V., Sirunyan, A. M., Tumasyan, A., Adam, W., Aguiló, E., & Friedl, M. (2012). Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. *Physics Letters B*, 716(1), 30-61.
- Chattopadhyay, U., Corsetti, A., & Nath, P. (2003). WMAP constraints, supersymmetric dark matter, and implications for the direct detection of supersymmetry. *Physical Review D*, 68(3), 035005.
- Chiang, C. W., & Senaha, E. (2008). CP violation in the secluded $U(1)'$ -extended MSSM. *Journal of High Energy Physics*, 2008(06), 019.
- Cohen, A. G., Kaplan, D. B., & Nelson, A. E. (1996). The more minimal supersymmetric standard model. *Physics Letters B*, 388(3), 588-598.
- Csaki, C. (1996). The minimal supersymmetric standard model. *Modern Physics Letters A*, 11(08), 599-613.
- Cvetič, M., Demir, D. A., Espinosa, J. R., Everett, L., & Langacker, P. (1997). Electroweak breaking and the μ problem in supergravity models with an additional $U(1)$. *Physical Review D*, 56(5), 2861.
- Demir, D. A., Frank, M., Selbuz, L., & Turan, I. (2011). Scalar neutrinos at the LHC. *Physical Review D*, 83(9), 095001.
- Djouadi, A. (2008). The anatomy of electroweak symmetry breaking Tome II: The Higgs bosons in the Minimal Supersymmetric Model. *Physics reports*, 459(16), 1-241.
- Drees, M. (1996). An introduction to supersymmetry. arXiv preprint hep-ph/9611409.
- Drees, M., Godbole, R., & Roy, P. (2004). Theory and phenomenology of sparticles: An account of four-dimensional $N=1$ supersymmetry in high energy physics.
- Erlar, J., Langacker, P., & Li, T. (2002). $Z-Z'$ mass hierarchy in a supersymmetric model with a secluded $U(1)'$ -breaking sector. *Physical Review D*, 66(1), 015002.
- Freund, P. G., & Freund, P. G. O. (1988). Introduction to supersymmetry. Cambridge University Press.
- Golfand, Y. A., & Likhtman, E. P. (1973). ZhETF Pis. Red. 13, 452 (1971)[JETP Lett. 13, 323 (1971)]; DV Volkov and VP Akulov. *Phys. Lett. B*, 46, 109.
- Griffiths, D. (2008). Introduction to elementary particles. John Wiley & Sons.
- Haber, H. E., & Kane, G. L. (1985). The search for supersymmetry: probing physics beyond the standard model. *Physics Reports*, 117(2-4), 75-263.

- Halzen, F., Martin, A., & Quarks, L. (1984). An introductory course in modern particle physics. John and Wiley.
- Han, T., Langacker, P., & McElrath, B. (2004). Higgs sector in a $U(1)'$ extension of the minimal supersymmetric standard model. *Physical Review D*, 70(11), 115006.
- Hinshaw, G., Larson, D., Komatsu, E., Spergel, D. N., Bennett, C., Dunkley, J., ... & Page, L. (2013). Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: cosmological parameter results. The Astrophysical Journal Supplement Series, 208(2), 19.
- Ibrahim, T., & Nath, P. (1998). Neutron and electron electric dipole moment in $N=1$ supergravity unification. *Physical Review D*, 57(1), 478.
- Kang, J., Langacker, P., Li, T., & Liu, T. (2011). Electroweak baryogenesis, CDM and anomaly-free supersymmetric $U(1)'$ models. *Journal of High Energy Physics*, 2011(4), 97.
- Kim, J. E., & Nilles, H. P. (1984). The μ -problem and the strong CP-problem. *Physics Letters B*, 138(1-3), 150-154.
- Langacker, P. (2009). The physics of heavy Z' gauge bosons. *Reviews of Modern Physics*, 81(3), 1199.
- Langacker, P., & Wang, J. (1998). $U(1)'$ symmetry breaking in supersymmetric E_6 models. *Physical Review D*, 58(11), 115010.
- Langacker, P., Paz, G., Wang, L. T., & Yavin, I. (2008). Aspects of Z' -mediated supersymmetry breaking. *Physical Review D*, 77(8), 085033.
- Martin, S. P. (1998). A supersymmetry primer. In *Perspectives on supersymmetry* (pp. 1-98).
- Mohapatra, R. N. (2003). Supersymmetric grand unification. *Unification and Supersymmetry: The Frontiers of Quark-Lepton Physics*, 293-309.
- Pospelov, M. (2009). Secluded $U(1)$ below the weak scale. *Physical Review D*, 80(9), 095002.
- Pukhov, A. (2004). CalcHEP 2.3: MSSM, structure functions, event generation, batches, and generation of matrix elements for other packages. arXiv preprint hep-ph/0412191.
- Rizzo, T. G. (1998). Gauge kinetic mixing and leptophobic Z' in E_6 and $SO(10)$. *Physical Review D*, 59(1), 015020.
- Selbuz, L. 2008. İki higgs dubletli modellerde ve minimal süpersimetrik standart modeled CP bozulumu. Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı, 146, Ankara
- Soroka, D. V., & Soroka, V. A. (2005). Tensor extension of the Poincaré algebra. *Physics Letters B*, 607(3-4), 302-305.
- Suematsu, D. (2004). μ problem in an extended gauge mediation supersymmetry breaking. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, 38(3), 359-366.

- Tanabashi, M. and Particle Data Group 2018 Phys. Rev. D, 98, 030001. Vempati, S. K. (2012). Introduction to MSSM. arXiv preprint arXiv:1201.0334.
- Wess, J., & Zumino, B. (1974). Supergauge transformations in four dimensions. Nuclear Physics B, 70(1), 39-50.
- Whalley, M. R., Bourilkov, D., & Group, R. C. (2005). The Les houches accord PDFs (LHAPDF) and LHAGLUE. arXiv preprint hep-ph/0508110.
- Zeune, L. (2016). The Standard Model and Its Supersymmetric Extensions. In Constraining Supersymmetric Models (pp. 7-31). Springer, Cham.



EKLER

EK 1 UMSSM Dahilinde Oluşan Anomalilerin Çözümü

EK 2 UMSSM'nin Z' Sektörü

EK 3 UMSSM'nin Higgs Sektörü

EK 1 UMSSM Dahilinde Oluşan Anomalilerin Çözümü

$U(1)' - SU_C(3) - SU_C(3)$ anomalisinin çözümü için denklem 4.11 kullanılır.

$$3(2Q'_Q + Q'_U + Q'_D) + n_Q(Q'_Q + Q'_{\bar{Q}}) = 0 \quad (1.1)$$

olmak üzere denklem 4.7'den:

$$Q'_Q + Q'_{\bar{Q}} = -Q'_S \quad (1.2)$$

elde edilir. Bu sonuca ek olarak, dördüncü bölümde anlatılan denklem 4.2 ve denklem 4.3 kullanılarak:

$$3Q'_S - n_Q Q'_S = 0 \text{ elde edilir ve buradan:}$$

$$n_Q = 3 \quad (1.3)$$

olarak bulunur. Diğer anomalilerin çözümünde, ihtiyaç duyulması durumunda bu değer kullanılabilir.

$U(1)' - SU_L(2) - SU_L(2)$ anomalisinin çözümü için, yine dördüncü bölümde açık olarak verilen denklem 4.12 kullanılır.

$$3(3Q'_Q + Q'_L) + Q'_{H_d} + Q'_{H_u} = 0 \quad (1.4)$$

olmak üzere:

$$9Q'_Q + 3Q'_L - Q'_S = 0 \quad (1.5)$$

$$Q'_L = -3Q'_Q + \frac{Q'_S}{3} \quad (1.6)$$

elde edilir.

$U(1)' - U_Y(1) - U_Y(1)$ anomalisinin çözümü için dördüncü bölümde verilen denklem 4.13 kullanılır.

$$3\left(\frac{1}{6}Q'_Q + \frac{1}{6}Q'_D + \frac{4}{3}Q'_U + \frac{1}{2}Q'_L + Q'_E\right) + \frac{1}{2}(Q'_{H_d} + Q'_{H_u}) + 3n_Q Y_Q^2(Q'_Q + Q'_{\bar{Q}}) + n_L Y_L^2(Q'_L + Q'_{\bar{L}}) = 0 \quad (1.7)$$

Dördüncü bölümde açık olarak verilen; denklem 4.2, denklem 4.3, denklem 4.5, denklem 4.6, denklem 4.7 kullanılarak işlemler adımlar halinde yazılırsa:

$$3 \left[\frac{1}{6} Q'_Q + \frac{4}{3} Q'_U + \frac{1}{3} Q'_D + \frac{1}{2} Q'_L + Q'_E \right] + \frac{1}{2} [Q'_{Hu} + Q'_{Ha}] + 3n_Q Y_Q^2 [Q'_Q + Q'_\bar{Q}] + n_L Y_L^2 [Q'_L + Q'_\bar{L}] = 0 \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} Q'_Q - 4Q'_Q - 4Q'_{Hu} - Q'_Q - Q'_{Ha} + \frac{3}{2} Q'_L - 3Q'_L - 3Q'_{Ha} - \frac{3}{2} Q'_L - \frac{9}{2} Q'_Q \\ - 4Q'_{Hu} - 4Q'_{Ha} - \frac{9}{2} Q'_Q - \frac{3}{2} Q'_L + 4Q'_S - \frac{1}{2} Q'_S + 4Q'_S + \frac{7}{2} Q'_S \\ - \frac{1}{2} Q'_S - 3n_Q Y_Q^2 Q'_S - n_L Y_L^2 Q'_S + (3 - 3n_Q Y_Q^2 - n_L Y_L^2) = 0 \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$3 - 9Y_Q^2 - n_L Y_L^2 = 0 \quad (1.10)$$

$$9Y_Q^2 + n_L Y_L^2 = 3 \quad (1.11)$$

elde edilir. Denklem 1.9'da görülen Y_Q , Y_L ve n_L değerleri birbirine doğrudan bağlı değerlerdir ve değerleri için herhangi bir sınırlama yoktur. Bu nedenle sayısal değerler keyfi olarak alınabilir. İşlem kolaylığı için: $Y_Q = -1/3$ ve $Y_L = -\sqrt{2/5}$ alınabilir. Bu sayısal değerlere göre:

$$n_L = 5 \quad (1.12)$$

olarak bulunur ve ihtiyaç duyulan eşitliklerde bu değer kullanılabilir.

$U(1)' - graviton - graviton$ anomalisinin çözümü n_L değeri hakkında bilgi verir ve çözüm için denklem 4.14 kullanılır.

$$3(6Q'_Q + 3Q'_U + 3Q'_D + 2Q'_L + Q'_E + Q'_N) + 2Q'_{Ha} + 2Q'_{Hu} + Q'_S + \sum_{i=1}^3 Q'_{S_i} + 3n_Q (Q'_Q + Q'_\bar{Q}) + n_L (Q'_L + Q'_\bar{L}) = 0 \quad (1.13)$$

Bu denklem parçalara ayrılarak yazılırsa:

$$3[3 * 2Q'_Q + 3Q'_U + 3Q'_D + 2Q'_L + Q'_E + Q'_N] + 2Q'_{Hu} + 2Q'_{Ha} + Q'_S + Q'_{S_1} + Q'_{S_2} + Q'_{S_3} + 3n_Q [Q'_Q + Q'_\bar{Q}] + n_L [Q'_L + Q'_\bar{L}] = 0 \quad (1.14)$$

elde edilir. Bu sayede denklemdeki değişken sayısı azaltılabilir. Denklem 4.38'de görülen;

$$2Q'_Q + Q'_U + Q'_D = -Q'_{Hu} - Q'_{Hd} = Q'_S \quad (1.15)$$

$$Q'_L + Q'_E = -Q'_{Hd} = Q'_S + Q'_{Hu} \quad (1.16)$$

eşitlikleri (Denklem 4.2, denklem 4.3 ve denklem 4.5 kullanılarak ilk eşitlik, denklem 4.2 ve denklem 4.4 kullanılarak ikinci eşitlik elde edilebilir.) kullanılarak denklem 4.40'in çözümü yapılırsa:

$$3[3(-Q'_{Hu} - Q'_{Hd}) + Q'_L + Q'_L + Q'_E + Q'_N] - 2Q'_S + Q'_S - 3n_Q Q'_S - n_L Q'_S = 0 \quad (1.17)$$

$$9Q'_S + 3(Q'_L + Q'_{Hu} + Q'_N) + 3Q'_S - Q'_S - 3n_Q Q'_S - n_L Q'_S = 0 \quad (1.18)$$

$$9Q'_S + 3(Q'_L + Q'_{Hu} + Q'_N) - 7Q'_S - n_L Q'_S = 0 \quad (1.19)$$

$$Q'_L + Q'_{Hu} + Q'_N = \frac{n_L - 2}{3} Q'_S \quad (1.20)$$

elde edilir. Bu denklemde, bir önceki anomalinin çözümünden (denklem 4.36) elde edilen

$n_L = 5$ değeri kullanılmamıştır. Bunun nedeni, n_L parametresinin değeri keyfidir. Fakat denklem 1.11'te görüldüğü üzere:

$$n_L \neq 2 \quad (1.21)$$

olmalıdır. Çünkü bu sonuç dördüncü bölümde konu içerisinde verilen denklem 4.12 ile çelişir.

$U(1)' - U(1)' - U_Y(1)$ anomalisinin çözümü için dördüncü bölümde detaylı verilen denklem 4.15 kullanılır ve çözüm sonrasında Q'_L değeri bulunur.

$$3(Q_Q'^2 + Q_D'^2 - Q_U'^2 - Q_L'^2 + Q_E'^2) - Q_{Hd}'^2 + Q_{Hu}'^2 + 3n_Q Y_Q (Q_Q'^2 - Q_{\bar{Q}}'^2) + n_L Y_L (Q_L'^2 - Q_{\bar{L}}'^2) = 0 \quad (1.22)$$

Denklem 1.22, açık şekilde yazılıp Q'_L değeri yalnız bırakılırsa:

$$3[Q_Q'^2 - 2Q_U'^2 + Q_D'^2 - Q_L'^2 + Q_E'^2] + \frac{1}{2} Q_{Hu}'^2 - \frac{1}{2} Q_{Hd}'^2 + 3n_Q Y_Q [Q_Q'^2 - Q_{\bar{Q}}'^2] + n_L Y_L [Q_L'^2 - Q_{\bar{L}}'^2] \quad (1.23)$$

$$Q'_L = \frac{1}{2n_L Y_L} [-3Q'_{H_d} + 5Q'_{H_u} + 12Q'_Q - 6n_Q Y_Q Q'_Q - Q'_S(3n_Q Y_Q + n_L Y_L)] \quad (1.24)$$

şeklinde elde edilir.

Benzer şekilde $U(1)' - U(1)' - U(1)'$ anomalisinin çözümünden de Q'_Q değeri elde edilir. Bu değerın açık formu ise:

$$Q'_Q = \frac{Y_Q(-12Q'_Q + 3Q'_{H_d} - 5Q'_{H_u}) + Q'_S(Y_Q^2 + Y_L^2)}{-2(9Y_Q^2 + 5Y_L^2)} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2A} \quad (1.25)$$

şeklinde elde edilir. Burada $\Delta = B^2 - 4AC$ ve bu değerlerin de açık formu:

$$A = \frac{Q'_S}{20Y_L} (-972Y_Q^2 - 540Y_L^2) \quad (1.26)$$

$$B = \frac{Q'_S}{20Y_L} (1296Q'_Q Y_Q - 972Q'_S Y_Q^2 - 324Q'_{H_d} Y_Q + 540Q'_{H_u} Y_Q - 540Q'_S Y_L^2) \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned} C = \frac{Q'_S}{20Y_L} [& -27Q'_{H_d}{}^2 - 75Q'_{H_u}{}^2 - 432Q'_Q{}^2 + 648Q'_Q Q'_S Y_Q - 243Q'_S{}^2 Y_Q^2 \\ & - 205Q'_S{}^2 Y_L^2] \\ & + Q'_{H_u} \left[\frac{9}{2Y_L^2} Q'_S Q'_{H_d} - \frac{36}{2Y_L^2} Q'_Q Q'_S + \frac{27}{2Y_L^2} Q'_S{}^2 Y_Q^2 - 32Q'_{H_u}{}^2 \right. \\ & \left. + 27Q'_Q Q'_U - 21Q'_{H_d}{}^2 + Q'_L Q'_N \right] \\ & + Q'_{H_d} \left[\frac{216}{20Y_L^2} Q'_Q Q'_S - \frac{162}{20Y_L^2} Q'_S{}^2 Y_Q^2 - 14Q'_{H_d}{}^2 + 27Q'_Q Q'_D \right. \\ & \left. - 39Q'_{H_u}{}^2 + 9Q'_L Q'_E + 9Q'_L Q'_N \right] + Q'_{S_1}{}^3 + Q'_{S_2}{}^3 + Q'_{S_3}{}^3 \end{aligned} \quad (1.28)$$

şeklinde türetilir. Anomali çözümlerinden elde edilen değerlere ek olarak;

$$Q'_S = -Q'_{S_1} = -Q'_{S_2} = \frac{1}{2} Q'_{S_3} \quad (1.29)$$

eşitlikleri de kullanılarak modelin $U(1)'$ yükleri elde edilebilir. Yüklerin sayısal değerlerinin en sade yazımı için; $Q'_S = Q'_{H_d} = 1$ alınabilir. Ek olarak, eşitliklerin çözümünden sonra $\hat{Q}$ yükü serbest parametre olarak bulunur. Bu nedenle en basit şekilde yüklerin yazımı için; $Q'_Q = x$ alınabilir. Benzer şekilde, egzotik parçacıkların yüklerinin daha kısa yazımı için bir değişken tanımlanabilir. $\Omega = \Omega(x) = \sqrt{241 + 708x + 612x^2}$ olmak üzere, normalizasyon sonrası $U(1)'$ yükleri

³ tablo 4.1’de gösterildiği şekilde elde edilebilir (Alvarez vd. 1995, Kang ve Langacker 2011, Demir vd. 2011).

Tüm anomali çözümlerini ve ayar invaryanslığı sağlayan $U(1)'$ yükleri

$Q'_S = 1$	$Q'_{S_2} = -1$	$Q'_D = -1 - x$	$Q'_Q = \frac{4 - 12x - \sqrt{2}\Omega}{18}$
$Q'_{H_d} = 1$	$Q'_{S_3} = 2$	$Q'_L = \frac{1}{3} - x$	$Q'_Q = \frac{-22 + 12x - \sqrt{2}\Omega}{18}$
$Q'_{H_u} = -2$	$Q'_Q = x$	$Q'_E = -\frac{4}{3} + 3x$	$Q'_L = \frac{-15 + 13\sqrt{10} - 12\sqrt{10}x + \sqrt{5}\Omega}{30}$
$Q'_{S_1} = -1$	$Q'_U = 2 - x$	$Q'_N = \frac{8}{3} + 3x$	$Q'_L = \frac{-15 - 13\sqrt{10} + 12\sqrt{10}x + \sqrt{5}\Omega}{30}$

³ Burada seçilen $U(1)'$ yük değerleri keyfidir. Örneğin; Q'_S değeri 1’den, Q'_Q değeri de x ’ten farklı bir değer olarak seçilebilir. Bu çalışma kapsamında yapılan seçimler, yüklerin en sade yazımları için seçilmiştir.

EK 2 UMSSM'nin Z' Sektörü

SM ve MSSM'in aksine; Z bozonu, Z' bozonu ile karıştığı için tek başına fiziksel bir durum değildir. Bu kütle karışımı, Higgs çiftlileri H_u ve H_d 'nin, her $SU_L(2) \times U_Y(1) \times U(1)'$ faktörü altında yüklü olmasından kaynaklanır ve ilişkili kütle-kare matrisi (Z_μ, Z'_μ) bazında:

$$M_{Z-Z'}^2 = \begin{pmatrix} M_Z^2 & \Delta^2 \\ \Delta^2 & M_{Z'}^2 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

ile verilir. Burada kullanılan ifadelerin açık halleri aşağıdaki şekildedir.

$$M_Z^2 = \frac{1}{4} G_Z^2 (v_u^2 + v_d^2) \quad (2.2)$$

$$M_{Z'}^2 = g_{Y'}^2 \left((Q'_{H_u})^2 v_u^2 + (Q'_{H_d})^2 v_d^2 + (Q'_S)^2 v_S^2 + \sum_j (Q'_{S_j})^2 v_{S_j}^2 \right) \quad (2.3)$$

$$\Delta^2 = \frac{1}{2} G_Z g_{Y'} (Q'_{H_u} v_u^2 - Q'_{H_d} v_d^2) \quad (2.4)$$

Burada, $G_Z^2 = g_2^2 + g_Y^2$. Fiziksel nötral vektör bozonları olan $Z_{1,2}$, $M_{Z-Z'}^2$ matrisi köşegenleştirilerek elde edilebilir.

$$\begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{Z-Z'} & \sin \theta_{Z-Z'} \\ -\sin \theta_{Z-Z'} & \cos \theta_{Z-Z'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z \\ Z' \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Burada, $\theta_{Z-Z'}$: kütle karışım matrisidir ve

$$\theta_{Z-Z'} = -\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\Delta^2}{M_{Z'}^2 - M_Z^2} \right) \quad (2.6)$$

ile ifade edilir. $Z_{1,2}$ fiziksel alanların kütle-kareleri:

$$M_{Z_{1(2)}}^2 = \frac{1}{2} \left[M_{Z'}^2 + M_Z^2 - (+) \sqrt{(M_{Z'}^2 - M_Z^2)^2 + 4\Delta^4} \right] \quad (2.7)$$

olarak bulunur (Cvetič vd. 1997, Langacker 2009).

EK 3 UMSSM'nin Higgs Sektörü

Bölüm 4.4 ile detaylı olarak incelenen $U(1)'$ genişletilmiş MSSM Higgs sektörüne ait matris elemanlarının açık formları aşağıda verilmiştir. CP-çift Higgs matris elemanları:

$$\begin{aligned}
m_{11} &= \frac{G^2 v_d^3 + 4g_Y^2 (Q'_{H_d})^2 v_d^3 + \sqrt{2} v_s v_u (A_s h_s + A_s^* h_s^*)}{4v_d} \\
m_{12} &= \frac{1}{4} \left(-\sqrt{2} A_s h_s v_s - \sqrt{2} A_s^* h_s^* v_s + v_d v_u (-G^2 + 4h_s^2 + 4g_Y^2 Q'_{H_d} Q'_{H_u}) \right) \\
m_{13} &= \frac{1}{4} \left(4h_s^2 v_d v_s + 4g_Y^2 Q'_{H_d} Q'_S v_d v_s - \sqrt{2} A_s h_s v_u - \sqrt{2} A_s^* h_s^* v_u \right) \\
m_{14} &= g_Y^2 Q'_{H_d} Q'_{S_1} v_d v_{s_1} \\
m_{15} &= g_Y^2 Q'_{H_d} Q'_{S_2} v_d v_{s_2} \\
m_{16} &= g_Y^2 Q'_{H_d} Q'_{S_3} v_d v_{s_3} \\
m_{22} &= \frac{\sqrt{2} A_s h_s v_d v_s + \sqrt{2} A_s^* h_s^* v_d v_s + v_u^3 (G^2 + 4g_Y^2 (Q'_{H_u})^2)}{4v_u} \\
m_{23} &= \frac{1}{4} \left(-\sqrt{2} A_s h_s v_d - \sqrt{2} A_s^* h_s^* v_d + 4v_s v_u (h_s^2 + g_Y^2 Q'_{H_u} Q'_S) \right) \\
m_{24} &= g_Y^2 Q'_{H_u} Q'_{S_1} v_u v_{s_1} \\
m_{25} &= g_Y^2 Q'_{H_u} Q'_{S_2} v_u v_{s_2} \\
m_{26} &= g_Y^2 Q'_{H_u} Q'_{S_3} v_u v_{s_3} \\
m_{33} &= \frac{4g_Y^2 v_s^3 (Q'_S)^2 - 4m_{ss_1}^2 v_{s_1} - 4m_{ss_2}^2 v_{s_2} + \sqrt{2} A_s h_s v_d v_u + \sqrt{2} A_s^* h_s^* v_d v_u}{4v_s} \\
m_{34} &= m_{ss_1}^2 + g_Y^2 Q'_S Q'_{S_1} v_s v_{s_1} \\
m_{35} &= m_{ss_2}^2 + g_Y^2 Q'_S Q'_{S_2} v_s v_{s_2} \\
m_{36} &= g_Y^2 Q'_S Q'_{S_3} v_s v_{s_3} \\
m_{44} &= \frac{-4m_{ss_1}^2 v_s + 4g_Y^2 v_{s_1}^3 (Q'_{S_1})^2 - 4m_{ss_2}^2 v_{s_2} + \sqrt{2} v_{s_2} v_{s_3} (A_\lambda \lambda + A_\lambda^* \lambda^*)}{4v_{s_1}} \\
m_{45} &= \frac{1}{4} \left(4\lambda^2 v_{s_1} v_{s_2} + 4g_Y^2 Q'_{S_1} Q'_{S_2} v_{s_1} v_{s_2} - \sqrt{2} v_{s_3} (A_\lambda \lambda + A_\lambda^* \lambda^*) \right)
\end{aligned}$$

$$m_{46} = \frac{1}{4} \left(-\sqrt{2} v_{s_2} (A_\lambda \lambda + A_\lambda^* \lambda^*) + 4 v_{s_1} v_{s_3} (\lambda^2 + g_Y^2 Q'_{s_1} Q'_{s_3}) \right)$$

$$m_{55} = \frac{1}{4} \left(-4 m_{ss_1}^2 v_s + 2 \lambda^2 v_{s_1}^3 - 2 \lambda^2 v_{s_1} v_{s_2}^2 + \sqrt{2} A_\lambda \lambda v_{s_2} v_{s_3} + \sqrt{2} A_\lambda^* \lambda^* v_{s_2} v_{s_3} \right. \\ \left. - 2 g_Y^2 v_{s_1} \left((Q'_{H_d} Q'_{s_1} v_d^2 - Q'_{H_d} Q'_{s_2} v_d^2) + v_{s_1}^2 (Q'_{s_1})^2 \right. \right. \\ \left. \left. + Q'_{s_1} (Q'_{H_u} v_u^2 + Q'_s v_s^2 + Q'_{s_2} v_{s_1}^2 + Q'_{s_2} v_{s_2}^2 + Q'_{s_3} v_{s_3}^2) \right. \right. \\ \left. \left. - Q'_{s_2} (Q'_{H_u} v_u^2 + Q'_s v_s^2 + 3 Q'_{s_2} v_{s_2}^2 + Q'_{s_3} v_{s_3}^2) \right) \right)$$

$$m_{56} = \frac{1}{4} \left(-\sqrt{2} A_\lambda \lambda v_{s_1} - \sqrt{2} A_\lambda^* \lambda^* v_{s_1} + 4 v_{s_2} v_{s_3} (\lambda^2 + g_Y^2 Q'_{s_2} Q'_{s_3}) \right)$$

$$m_{66} = \frac{\sqrt{2} A_\lambda^* \lambda^* v_{s_1} v_{s_2} + \sqrt{2} A_\lambda \lambda v_{s_1} v_{s_2} + 4 g_Y^2 v_{s_3}^3 (Q'_{s_3})^2}{4 v_{s_3}}$$

şeklindedir. $U(1)'$ genişletilmiş MSSM Higgs sektörüne ait CP-tek Higgs matris elemanları ise aşağıda verilmiştir.

$$m_{11} = \frac{(A_s h_s + A_s^* h_s^*) v_s v_u}{2 \sqrt{2} v_d}$$

$$m_{12} = \frac{(A_s h_s + A_s^* h_s^*) v_s}{2 \sqrt{2}}$$

$$m_{13} = \frac{(A_s h_s + A_s^* h_s^*) v_u}{2 \sqrt{2}}$$

$$m_{14} = m_{15} = m_{16} = 0$$

$$m_{22} = \frac{(A_s h_s + A_s^* h_s^*) v_d v_s}{2 \sqrt{2} v_u}$$

$$m_{23} = \frac{(A_s h_s + A_s^* h_s^*) v_d}{2 \sqrt{2}}$$

$$m_{24} = m_{25} = m_{26} = 0$$

$$m_{33} = \frac{-4 m_{ss_1}^2 v_{s_1} - 4 m_{ss_2}^2 v_{s_2} + \sqrt{2} v_d v_u (A_s h_s + A_s^* h_s^*)}{4 v_s}$$

$$m_{34} = -m_{ss_1}^2$$

$$m_{35} = -m_{ss_2}^2$$

$$m_{36} = 0$$

$$m_{44} = \frac{-4m_{ss_1}^2 v_s - 4m_{ss_2}^2 v_{s_2} + \sqrt{2}v_{s_2} v_{s_3} (A_\lambda \lambda + A_\lambda^* \lambda^*)}{4v_{s_1}}$$

$$m_{45} = \frac{(A_\lambda \lambda + A_\lambda^* \lambda^*) v_{s_3}}{2\sqrt{2}}$$

$$m_{46} = \frac{(A_\lambda \lambda + A_\lambda^* \lambda^*) v_{s_2}}{2\sqrt{2}}$$

$$m_{55} = \frac{-4m_{ss_2}^2 v_s + \sqrt{2}v_{s_1} v_{s_3} (A_\lambda \lambda + A_\lambda^* \lambda^*)}{4v_{s_2}}$$

$$m_{56} = \frac{(A_\lambda \lambda + A_\lambda^* \lambda^*) v_{s_1}}{2\sqrt{2}}$$

$$m_{66} = \frac{(A_\lambda \lambda + A_\lambda^* \lambda^*) v_{s_1} v_{s_2}}{2\sqrt{2}v_{s_3}}$$

Sayısal değerler için dikkate alınması gereken önemli bir nokta: A_s , h_s , A_λ ve λ 'nın kompleks değil reel değerlere sahip olmalarıdır. ($A_s = A_s^*$, $h_s = h_s^*$, $A_\lambda = A_\lambda^*$ ve $\lambda = \lambda^*$)

Ayrıca matris elemanlarının sayısal değerleri girildikten sonra CP-tek Higgs matrisi köşegenleştirildiğinde iki sayısal değer sıfır verir. Bunun nedeni, iki CP-tek Higgs'in Goldstone bozonlarına kütle kazandırmalarıdır. Yani bu model kapsamında altı adet CP-çift Higgs üretilirken dört adet CP-tek Higgs üretilmektedir.

Matrislere ait tüm eleman değerlerinin yazılmamasının nedeni: hem CP-çift hem de CP-tek Higgs matrislerinin simetrik matrislerdir olmasından kaynaklanır. ($m_{ij} = m_{ji}$, $i, j = 1 \dots 6$). Yani simetrik değerler analitik olarak birbirleri ile aynıdır. Bu nedenle simetrik olan elemanlar tekrar yazılmamıştır.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Ahmet Serdar BULDUK

Doğum Yeri : Selçuklu/KONYA

Doğum Tarihi : 05.11.1989

Medeni Hali : Bekar

Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Adil Karaağaç Anadolu Teknik Lisesi Bilgisayar Bölümü (2007)

Önlisans : Selçuk Üniversitesi Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu Bilgisayar Programcılığı Bölümü (2009)

Lisans : Ankara Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Fizik Mühendisliği Bölümü (2017)

Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Mühendisliği Anabilimdalı (Ocak 2021)