

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KESİTİ KADEMELİ DEĞİŞEN EĞRİ EKSENLİ DÜZLEMSEL
KOMPOZİT ÇUBUKLARIN DÜZLEM DIŞI SERBEST
TİTREŞİMLERİNİN KESİN ÇÖZÜMÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Anıl ÇETİNKOL

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Katı Cisimlerin Mekaniği Programı

KASIM 2020

**KESİTİ KADEMELİ DEĞİŞEN EĞRİ EKSENLİ DÜZLEMSEL
KOMPOZİT ÇUBUKLARIN DÜZLEM DIŞI SERBEST
TİTREŞİMLERİNİN KESİN ÇÖZÜMÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Anıl ÇETİNKOL
(503161501)**

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Katı Cisimlerin Mekaniği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ekrem TÜFEKÇİ

KASIM 2020

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 503161501 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Anıl ÇETİNKOL, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “KESİTİ KADEMELİ DEĞİŞEN EĞRİ EKSENLİ DÜZLEMSEL KOMPOZİT ÇUBUKLARIN DÜZLEM DIŞI SERBEST TİTREŞİMLERİNİN KESİN ÇÖZÜMÜ” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Ekrem TÜFEKÇİ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Reha ARTAN**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Armağan Fatih KARAMANLI
Bahçeşehir Üniversitesi

Teslim Tarihi : 23 Ekim 2020
Savunma Tarihi : 23 Kasım 2020





Aileme,



ÖNSÖZ

Mühendislik uygulamaları ve problemleri içerisinde, eğri eksenli çubukların davranışları geniş bir yere sahipken, gelişen mühendislik dünyasında kompozit malzemeli ve tabakalı yapılar giderek önem kazanmaktadırlar. Bu çalışmada çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerini hesaba katarak, kesiti kademeli değişen kompozit kirişlerin, oluşturulan ilgili denklemlerinin kesin çözüm yöntemiyle serbest titreşim değerlerinin hesabı hedeflenmiştir. Değişen kademe konumları, kademe oranları ve tabakalı yapının lif açılarının farklı değerleri için frekans değerleri incelenmiştir.

Tez çalışmam ve yüksek lisans eğitimim boyunca yaptığı katkılar, kazandırdığı bilgi ve beceriler için ilgi ve desteğini esirgemeyen saygıdeğer hocam Prof. Dr. Ekrem TÜFEKÇİ'ye, bu süreçte her zaman yanımda olan sevgili aileme ve pek değerli dostlarıma teşekkürlerimi sunarım.

Ekim 2020

Anıl Çetinkol



İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER	ix
SEMBOLLER	xi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
ÖZET.....	xxi
SUMMARY	xxiii
1. GİRİŞ	1
1.1. Çalışmanın Amacı.....	2
2. EĞRİ EKSENLİ KOMPOZİT ÇUBUK KONUSUNDA YAPILAN ÇALIŞMALAR	5
3. EĞRİ EKSENLİ KOMPOZİT ÇUBUKLARIN GENEL DENKLEMLERİ	7
3.1. Eğri Eksenli Çubuk Statiğinin Genel Denklemleri	7
3.2. Eğri Eksenli Çubuk Titreşimlerinin Genel Denklemleri.....	11
3.3. Eğri Eksenli Kompozit Çubuk Titreşimlerinin Genel Denklemleri.....	13
4. EĞRİ EKSENLİ KOMPOZİT ÇUBUĞUN DÜZLEM DIŞI SERBEST TİTREŞİMLERİNİN KESİN ÇÖZÜMÜ	21
4.1. Çember Eksenli Sabit Kesitli Kompozit Çubukların Doğal Frekanslarının Hesabı	21
4.2. Tek Kademeli Çember Eksenli Kompozit Çubuğun Doğal Frekansları....	23
4.3. Problemlerin Tanımlanması	28
4.3.1. Sabit kesitli çubuk için problemlerin tanıtılması	28
4.3.2. Tek kademeli çubuk için problemlerin tanıtılması.....	28
4.3.2.1. Mesnetleme	30
4.3.2.2. Kademe oranı	30
4.3.2.3. Kademe konumu	30
4.3.2.4. Kiriş açıklığı.....	31
4.3.2.5. Narinlik oranı	31
4.3.2.6. Tabaka kodu	32
4.3.2.7. Elastisite modülü oranı.....	32
5. ÇEMBER EKSENLİ KOMPOZİT DÜZLEMSEL ÇUBUKLARIN DÜZLEM DIŞI SERBEST TİTREŞİMLERİ	33
5.1. Sabit Kesitli Çember Eksenli Kompozit Çubukların Boyutsuz Frekanslarının Tabaka Açılılarıyla Değişimi	33
5.1.1. Farklı kiriş açıklıklarında tabaka açılarının boyutsuz frekansa etkisi..	33
5.1.2. Farklı narinlik oranlarında tabaka açılarının boyutsuz frekansa etkisi	39

5.1.3.	Farklı elastisite modülü oranlarında tabaka açılarının boyutsuz frekansa etkisi.....	44
5.1.4.	Farklı mesnetleme şartlarında tabaka açılarının boyutsuz frekansa etkisi	49
5.1.5.	Farklı modlarda tabaka açılarının boyutsuz frekansa etkisi	50
5.2.	Tek Kademeli Çember Eksenli Çubukların Doğal Frekanslarının Hesabı	52
5.2.1.	Tek kademeli çember eksenli çubuklarda boyutsuz frekansın kademenin konumu ile değişimi	53
5.2.1.1.	Farklı tabaka açılarında kademe konumunun boyutsuz frekansa etkisi	53
5.2.1.2.	Farklı kiriş açıklıklarında kademe konumunun boyutsuz frekansa etkisi	57
5.2.1.3.	Farklı narinlik oranlarında kademe konumunun boyutsuz frekansa etkisi	64
5.2.1.4.	Farklı elastisite modülü oranlarında kademe konumunun boyutsuz frekansa etkisi.....	68
5.2.1.5.	Farklı mesnetleme şartlarında kademe konumunun boyutsuz frekansa etkisi.....	72
5.2.2.	Tek kademeli çember eksenli çubuklarda boyutsuz frekansın kademe oranı ile değişimi	75
5.2.2.1.	Farklı tabaka açılarında kademe oranının boyutsuz frekansa etkisi... ..	76
5.2.2.2.	Farklı kiriş açıklıklarında kademe oranının boyutsuz frekansa etkisi	79
5.2.2.3.	Farklı narinlik oranlarında kademe oranının boyutsuz frekansa etkisi	80
5.2.2.4.	Farklı elastisite modülü oranlarında kademe oranının boyutsuz frekansa etkisi.....	84
5.2.2.5.	Farklı mesnetleme şartlarında kademe oranının boyutsuz frekansa etkisi	87
6.	SAYISAL ÖRNEKLER.....	93
7.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER	99
8.	KAYNAKLAR.....	103

SEMBOLLER

A	: Kayma rijitliği matrisi
A	: Kesit alanı
$\mathbf{A}$	: Differansiyel denklem takımının katsayılar matrisi
b	: Çubuk kesitinin genişliği
C, S	: Rijitlik ve esneklik matrisleri
C', S'	: Dönüştürülmüş rijitlik ve esneklik matrisleri
D	: Eğilme rijitliği matrisi
E	: Elastisite modülü
F	: Kesite etkiyen iç kuvvetler vektörü
G	: Kayma modülü
h	: Çubuk kesitinin yüksekliği
i	: Jiroskobik yarıçap
L	: Çubuğun eksen eğrisi uzunluğu
M	: Kesite etkiyen iç momentler vektörü
m	: Yayılı dış momentler vektörü
p	: Yayılı dış kuvvetler vektörü
s	: Yay uzunluğu
U	: Yer değiştirme vektörü
t, n, b	: Teğet, normal ve binormal doğrultudaki birim vektörler
y	: Diferansiyel denklem takımının değişkenler vektörü
y_0	: Başlangıç değerleri vektörü
I_n, I_b, I_p	: Kesite ait alan eylemsizlik momentleri
k_n, k_b	: Gerilmelerin kesite uniform yayılmadıklarını karakterize eden sabitler
R	: Eğrilik yarıçapı
Q	: Kompozit malzemenin rijitlik matrisi
$\bar{Q}$	: Kompozit malzemenin indirgenmiş rijitlik matrisi
$\bar{Q}'$	: Kompozit malzemenin dönüştürülmüş indirgenmiş rijitlik matrisi
Ω	: Kesitin dönme vektörü

γ	: Eksenel şekil değiştirme vektörü
ω	: Açısal değişim vektörü
ω	: Açısal frekans
ρ	: Yoğunluk
ϕ	: Yay açıklığı
ϕ_T	: Toplam giriş açıklığı
κ	: Çubuk ekseninin eğriliği
α_n, α_n	: Kesite ait kayma faktörleri
μ	: Çubuğun birim boyunun kütlesi
ψ	: Kademe konumunu belirten açı
η	: Kademe oranı
λ	: Narinlik oranı

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1 : α ve k sabitleri	9
Çizelge 4.1 : Kompozit tabaka geometrileri	29
Çizelge 6.1 : Malzeme sabitleri	93
Çizelge 6.2 : Ankastre-ankastre mesnetlenmiş, tek kademeli çember eksenli kompozit kirişin 1. moduna ait düzlem dışı frekanslar ($[90/0/90]$, $b^{(I)} \times h = 60 \times 30 \text{ mm}$, $R = 200 \text{ mm}$).....	94
Çizelge 6.3 : Ankastre-serbest mesnetlenmiş, tek kademeli çember eksenli kompozit kirişin 1. moduna ait düzlem dışı frekanslar ($[90/0/90]$, $b^{(I)} \times h = 30 \times 60 \text{ mm}$, $R = 200 \text{ mm}$).....	95
Çizelge 6.4 : Boron/Epoksi kademeli çember eksenli çubuğun frekanslarının karşılaştırılması	97
Çizelge 6.5 : Boron/Epoksiden yapılmış sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun frekans değerlerinin karşılaştırılması ($L = 754 \text{ mm}$, $b \times h = 32 \times 16 \text{ mm}$)	98



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 3.1 : Lif eksenlerinin (1',2',3'), çubuk eksenlerine (1,2,3) göre yaptığı dönme	15
Şekil 3.2 : Tabakalı kompozit çember eksenli çubuk ve kesit koordinatları	17
Şekil 4.1 : Tek kademeli çember eksenli kompozit çubuk	23
Şekil 4.2 : Tek kademeli kompozit çember eksenli çubuğun kesit ve eksenleri	29
Şekil 4.3 : (a) $\eta < 1$ için kademenin ψ/ϕ_T 'a bağlı farklı konumları, (b) $\eta > 1$ için kademenin ψ/ϕ_T 'a bağlı farklı konumları	31
Şekil 5.1 : Farklı tabaka açılarında, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	34
Şekil 5.2 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	35
Şekil 5.3 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	36
Şekil 5.4 : Farklı tabaka açılarında ankastre-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	37
Şekil 5.5 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	38
Şekil 5.6 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	38
Şekil 5.7 : Farklı tabaka açılarında ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	39
Şekil 5.8 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	40
Şekil 5.9 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	41
Şekil 5.10 : Farklı tabaka açılarında serbest-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	42
Şekil 5.11 : [0/90/0] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	43

Şekil 5.12 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	44
Şekil 5.13 : Farklı tabaka açılarında ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$)	45
Şekil 5.14 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$)	46
Şekil 5.15 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$)	46
Şekil 5.16 : Farklı tabaka açılarında serbest-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$)	47
Şekil 5.17 : [0/90/0] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$)	48
Şekil 5.18 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$)	48
Şekil 5.19 : Farklı mesnet tiplerinde, [0/90/0] tabaka açılı, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ$ - 270° , $\lambda=50$, $b/h=2$)	49
Şekil 5.20 : Farklı mesnet tiplerinde, [90/0/90] tabaka açılı, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ$ - 270° , $\lambda=50$, $b/h=2$)	50
Şekil 5.21 : Farklı tabaka açılarında, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun boyutsuz frekansları ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	51
Şekil 5.22 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun boyutsuz frekansları ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	51
Şekil 5.23 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun boyutsuz frekansları ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)	52
Şekil 5.24 : [0/0/0] ve [0/90/0] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=150$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).....	54
Şekil 5.25 : [90/0/90] ve [90/90/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=150$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).....	55
Şekil 5.26 : [0/90/0] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=150$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	56
Şekil 5.27 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=150$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	57

Şekil 5.28 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	58
Şekil 5.29 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	59
Şekil 5.30 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=180^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	60
Şekil 5.31 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	61
Şekil 5.32 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	62
Şekil 5.33 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=90^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	63
Şekil 5.34 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=180^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	64
Şekil 5.35 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	65
Şekil 5.36 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	66
Şekil 5.37 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=100$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	67
Şekil 5.38 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=150$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	68
Şekil 5.39 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	69
Şekil 5.40 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	69
Şekil 5.41 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	70
Şekil 5.42 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	70
Şekil 5.43 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=60$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	71

Şekil 5.44 : [90/0/90] tabaka açılı, farklı mesnet tiplerinde tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	72
Şekil 5.45 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	73
Şekil 5.46 : [90/0/ 90] tabaka açılı, ankastre-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	74
Şekil 5.47 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)	75
Şekil 5.48 : [0/0/0] ve [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).....	76
Şekil 5.49 : [90/0/90] ve [90/90/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).....	77
Şekil 5.50 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$)	78
Şekil 5.51 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$)	78
Şekil 5.52 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($E_1/E_2=30$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$)	79
Şekil 5.53 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$)	80
Şekil 5.54 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$)	81
Şekil 5.55 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$)	82
Şekil 5.56 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ$, $\lambda=100$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$)	83
Şekil 5.57 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ$, $\lambda=200$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$)	84
Şekil 5.58 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$)	85
Şekil 5.59 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$)	86

Şekil 5.60 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=60$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).....	87
Şekil 5.61 : [90/0/90] tabaka açılı, farklı mesnet tiplerinde, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=100$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).....	88
Şekil 5.62 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=100$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).....	89
Şekil 5.63 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=100$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).....	90
Şekil 5.64 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=100$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).....	91





KESİTİ KADEMELİ DEĞİŞEN EĞRİ EKSENLİ DÜZLEMSEL KOMPOZİT ÇUBUKLARIN DÜZLEM DIŞI SERBEST TİTREŞİMLERİNİN KESİN ÇÖZÜMÜ

ÖZET

Mühendislik uygulamaları açısından kirişler, yapısal eleman olarak önemli bir yere sahiptir. Literatürde genellikle düz kompozit çubuklar ele alınmış, kademeli ve eğri eksenli düzlemsel kompozit çubuklar üzerine yapılan çalışma çok azdır? Bu çalışmada kademeli ve eğri eksenli düzlemsel kompozit çubukların titreşim davranışlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmada da kiriş eleman özelinde, ortotropik malzeme özelliği gösteren kompozit çubuklar ele alınmıştır

Birinci bölümde, çalışmanın konusu olan çubuk ve çubuk teorisi hakkında bilgi verilmiş ve devamında çalışmanın amacına ulaşmasında ne tür parametreler kullanılacağı ve hedef çıktılar belirlenmiştir.

İkinci bölümde, eğri eksenli düzlemsel kompozit çubukların dinamik davranışlarıyla ilgili yapılan çalışmalar incelenmiş ve ilgili çalışmaların yöntemi ve çıktıları hakkında bilgiler verilmiştir. Çubuğun kesiti kademeli olarak değişen çalışmalarına literatürde az olduğu gözlemlenmiştir.

Üçüncü bölümde, elastik çubukların genel teorisi noktasından başlayan teorik çalışmalar önce izotrop malzemeden yapılmış eğri eksenli çubuğun statik davranışları, sonrasında D’Alambert prensibi kullanılarak izotrop malzemeden yapılmış eğri eksenli çubuğun dinamik davranışları ve son olarak da kompozit malzemeden yapılmış eğri eksenli çubuğun statik ve dinamik genel diferansiyel denklemleri sunulmuştur. Burada düzlem içi ve düzlem dışı denklemler bir arada verilmiştir. İlgili denklemler çıkarılırken kompozit tabakaların özellikleri, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri hakkında bilgiler verilmiştir.

Dördüncü bölümde, bir önceki bölümde elde edilen diferansiyel denklemlerden çubuğun düzlem dışıyla ilgili olan denklem takımları için kesin çözüm verilmiştir. Hem sabit kesitli hem de tek kademeli çubuklar için denklemlerin nasıl formüle edildiği ve çözüldüğü açıklanmıştır. Denklemlerdeki kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği ile ilgili olan ifadeler ve denklem takımlarındaki etkileri belirtilmiştir. Bölümün devamında çalışmadaki problemler tanıtılmış ve çalışmayla ilgili olan mesnetleme tipi, narinlik oranı, kademe konumu, kademe oranı, tabaka kodu, kırık açıklığı, elastisite modülü oranı gibi parametrelerin neler olduğu açıklanmıştır.

Beşinci bölümün ilk kısmında, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun ilk beş moduna ait boyutsuz frekansların narinlik oranı, kiriş açıklığı, tabaka kodu ve elastisite modülü oranıyla nasıl değiştiği grafikler halinde verilmiştir. Grafiklerde ayrıca farklı sınır şartları ile kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri gösterilmiştir. İkinci kısımda ise tek kademeli yapıda olan çubuk için değerlendirme yapabilmek adına yeterli olduğu düşünülen ilk beş mod için boyutsuz frekans değerleri ele alınmıştır. Farklı narinlik oranı, kiriş açıklığı, tabaka kodu gibi parametrelerin yanı sıra

kademe oranı, kademe konumu gibi kesiti kademeli değişen çubuklar için önemli olan parametrelerin boyutsuz frekansları nasıl etkilediği grafikler halinde verilmiştir. Sabit kesitli çubukta olduğu gibi farklı sınır şartları ile kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri incelenmiştir. Sunulan birçok grafik, tasarım aşamasında mühendislerin ve çalışanların faydalanabileceği birer kaynak haline gelmiştir.

Altıncı bölümde ise literatürde, bu çalışmada olduğu gibi kademeli yapıda kompozit çubukla ilgili sayısal bir çalışmaya rastlanmamasından ötürü, gelecekte yapılabilecek muhtemel çalışmalara referans olması amacıyla endüstriyel uygulamalarda kullanılan farklı malzeme tipleri için sayısal çalışmalar yapılmıştır. Ayrıca daha önce izotrop malzemelerle ilgili yapılan benzer çalışmalarla karşılaştırmalar yapıp, tabakalı kompozit malzemeden ve izotrop malzemeden yapılmış eğri eksenli çubukların frekans değerlerindeki farklılıklar açıklanmıştır.



EXACT SOLUTION OF OUT-OF-PLANE FREE VIBRATIONS OF STEPPED PLANAR COMPOSITE CURVED BEAMS

SUMMARY

In aspect of engineering applications, beams as structural element have a large and important place. Composite materials, another engineering phenomena with superior material properties, continue to expand and consolidate its position in structural areas with developing industrial applications. In this study, laminated composite arches that is orthotropic material was chosen as the main subject. While straight composite beam are widely used in the literature, stepped and curved laminated composite arches that is rarely seemed were studied and it is aimed to investigate the vibration behavior.

In engineering world the definition of orthotropic materials also includes the laminated composite materials. But also each laminae of laminated composite can be orthotropic material in itself. In generally the material properties of a laminae has three different Elastic Modulus if it is not considered as a two-dimensional material. In this study the material was taken into account as three-dimensional due to reach free vibrations of beams out-of-plane. Otherwise there were no result could not be observed in terms of vibration behaviour. These three different Elastic Modulus values are result of orientation of reinforcement in a matrix. Throughout this study it is considered like that every laminae of laminated beam is made of same material with each other. It is another thing that makes the calculation of vibration easier.

In the first chapter, the information about rod and rod's theory was given. Then, the target outputs and the parameters that will be used to achieve aim of the study were determined.

In the second chapter, the investigations about the dynamic behavior of composite curved beams were examined and the method and outputs of related studies were given. The studies on curved composite beams which have stepped or graded cross-sections were found as few as possible.

In the third chapter, in the theoretical studies starting from the general theory of elastic rods, differential equations were presented for firstly the static behaviors of curved beams made of isotropic material, then dynamic behaviour of curved beams made of isotropic material using D'Alembert Principle, and finally the static and dynamic behaviors of curved beams made of laminated composite material.

There are some few theory about the beam element and one of them is selected to make comparison with other studies which used same theory. First, for the theory the static behaviour equations of beam were obtained. To obtain the static behaviour equations, fundamental equations for the beam, such as equilibrium equation, replacement-strain equations and constitutive equations, were used. Both in-plane and out-of-plane behaviour equations were given together. It was seen that isotropic and orthotropic material have same equations for in-plane and out-of-plane at the beginning of the study.

The equations obtained were used to have dynamic equations in terms of vibration behaviour. For getting dynamic equations D'Alembert Principle was selected. With this principle the equations of beam were obtained depending on the coordinates and time. But due to the vibration is considered as the behaviour of the beam depending on the small time span, the time expressions were neglected. Thus, the equations were

only depended on the coordinate expressions. Throughout the study time expressions were not used.

The assumptions made were not only for the beam which is made of isotropic material but also for the beam which is made of orthotropic or laminated material. Due to nature of laminated material the constants of material properties were not only one for each definition. The orthotropic material has three different values for elastic modulus, shear modulus, Poisson's ratio. These different values of material constants were used in proper way in each related equation of the static behaviour equation set. However, it is also possible to take these relationships into account for dynamic behaviour of a laminated composite material.

In the same way D'Alembert Principle was applied to the laminated composite material. Thus, final equation set was obtained for the laminated composite beam with linear axis.

Due to the scope of the study is on curved beams, it had to be performed for beams which has curved axis as well. At that point the exact solution method were used. As required by the exact solution definition, the new assumptions were done. One of them is that the cross-section area of the beam must be constant through the tangential axis. The other one is that the curvature of the tangential axis must be constant. So, the beam becomes a complete circle or part of a circle. Only with these two design parameters can the exact solution be reached.

Information about the properties of composite layers and effects of shear deformation and rotatory inertia were detailed. The researchers who contribute on the solution of the problems were cited as reference.

The expressed differential equations were obtained in cases where the laminae angles of laminated material are 0° or 90° and symmetric in both geometry and material properties about the middle surface. One of the reasons for these assumptions was that it can be similar to the studies in the literature. Another was to be able to simplify general differential equations. When these assumptions are applied to the study it makes the shear stress between the laminates neglected.

In the fourth chapter, the exact solution was obtained for the sets of equations which related to the out-of-plane vibrations of curved beam from the differential equations obtained in the previous chapter. It was explained how to formulate and solve equations for both uniform cross-section and single stepped beams. For a curved beam, exact solution can only be used when its cross-section area and curvature is constant value. The governing equations for the out-of-plane vibrations of curved beams were solved exactly by using the initial value method. The required initial values are found by equations obtained from boundary conditions. The expressions related to shear deformation and rotatory inertia in equations and their effects on equation sets are indicated. In the following section, the problems in the study were introduced. The parameters such as support type, slenderness ratio, step position, step ratio, layer orientation, opening angle, elastic modulus ratio were explained.

In the first part of the fifth chapter, it was given how graphs of dimensionless frequencies of the first five modes of uniform curved beams change with different slenderness ratio, opening angle, layer orientation and elastic modulus ratio. The graphs also showed effects of shear deformation and rotatory inertia assumptions. In the second part of the fifth chapter, dimensionless frequency values of first five modes of a single stepped curved beams were discussed. In addition to effects of parameters

such as different slenderness ratio, opening angle, layer orientation, effects of parameters which are important for curved beams with varying cross-section such step ratio, step position were used in graphs. The effects of shear deformation and rotational inertia with different boundary conditions were investigated. The graphics presented as outputs of this chapter became a resource that engineers and employees can use during the design phase.

In the sixth chapter, since no numerical study on composite curved beams with stepped cross-section as in this study was found, numerical studies were conducted for different material types used in industrial applications in order to be a reference for possible future studies. In addition, comparisons in frequency values were made between isotropic and laminated composite materials for similar works that is studied before.

To expansion the scope of the study some new design parameters could be taken into account in the future studies. Adding the shear stress between laminae into equations the behaviour of the laminated composite beam, which has laminae with different fiber angles than 0° and 90° , could be performed.

The other design to work with could be a laminated material with an anti-symmetry laminae pattern. With this type of design the in-plane vibrations of beam affect the out-of-plane vibrations of beam. This requires more comprehensive equation set that define the behaviour of material. Due to the interplanar effect both in-plane and out-of-plane equation should be solved together. Their effect on each other cannot be ignored.

Another design to work with could be beam whose cross-sectional area is constantly changing. For such a element, dividing the beam into small pieces can provide an approximate solution. Dividing into small pieces means that there will be many sections with different cross-sectional area and there should be continuity between them.



1. GİRİŞ

Çubuk elemanlar günümüzde havacılık, denizcilik, otomotiv, yapılaşma gibi mühendislikle ilgili birçok alanda ve endüstriyel uygulamada önemli bir yapısal eleman olarak kullanılmaktadır. Diğer yandan tabakalı kompozit malzemeler yüksek dayanım-ağırlık oranları ve korozyon dirençleriyle faydalı bir yapısal eleman olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu denli önemli bir konu olması sebebiyle bilim insanları ve mühendisler bu iki konu hakkında çok fazla çalışma, araştırma yapma ve en doğru sonuca ulaşma gayreti içindedirler.

Araştırmaların bir kısmı, klasik çubuk teorisi de denen, şekil değiştirmenin öncesinde çubuğun eksenine dik olan kesitin şekil değiştirmeden sonra da çubuk eksenine dik olduğunu kabul eden Euler-Benoulli çubuk teorisi üzerineyken, bir kısmı gerçek çubuk davranışına daha yakın sonuçlar veren, eksenel uzama, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği gibi etkileri hesaba katan teoriler üzerinedir.

Bilimsel açıdan yapılan ilk çalışmaların çoğu izotrop malzeme üzerine olmasına rağmen, ortotropik yapıda olan kompozit malzeme teknolojisinin gelişmesiyle endüstriyel uygulamalarda çokça yer bulmaya başlayıp önemli bir çalışma alanı olmuştur. Bu gelişmelerle birlikte kompozit kiriş elemanı da aynı oranda yapısal ihtiyaçlarda önemini arttırmıştır.

Elastik çubuklarla ilgili hesaplarda elastisite teorisinin kullanılması gerekir. Fakat oldukça karmaşık sınır değerlerinin dahil olduğu durumlarda elastisite teorisinin kullanılmasını imkansızdır. Bu durumların neticesinde ilgili çözümlere ulaşmak için problemlerde basitleştirme yolu seçilir. Basitleştirme olarak çubuk eksen, çubuk kesiti, dış kuvvetlerle ilgili varsayımlar yapılır. Bu da problemin bazı özel hallerde çözüme ulaşılmasını sağlar.

Euler-Bernoulli çubuk teorisi gibi eksenel deformasyon, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliğini hesaplamaların dışında tutan basitleştirme veya kabuller eksen eğri olan çubuğun düzlem içi ve düzlem dışı titreşim değerlerini incelemede kullanıldığı takdirde çubuğun gerçek davranışını yansıtmamaktadır. Literatürde çubuk

geometrisi, mesnetleme şartları gibi değişkenlerde basitleştirmelerin kullanıldığı araştırmalarda ortaya çıkan denklemlerin çözümünde sonlu elemanlar, matrikant, Ritz, Galerkin gibi farklı yaklaşık yöntemler kullanılmıştır.

Eğri eksenli çubukların düzlem dışı titreşimleriyle ilgili pek çok çalışma sabit kesitli ve izotrop malzemeler ile ilgilidir. Kompozit malzeme ile yapılan çalışmalar daha az sayıda olup, hem kompozit hem de değişken kesitli çubukla ilgili olan çalışmalar yok denecek kadar azdır.

1.1. Çalışmanın Amacı

Kesiti sabit ve kademeli değişen eğri eksenli kompozit çubuğun düzlem dışı titreşimlerinin incelendiği bu çalışmada, çubuğun boyutsuz frekanslarına kesin çözüm yöntemiyle ulaşılmıştır. Bu çalışmada, literatürde eğri eksenli kompozit çubukla ilgili görülen farklı çalışmaların eksiliğini giderici sonuçlara ulaşılmıştır.

Çalışmada önce izotrop yapılı malzemeler için çubuk statığının genel denklemleri, sonrasında çubuk titreşimlerinin genel denklemleri ifade edilmiştir. Çubuğun genel denklemlerinde önemli etkileri olan, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin denklemlerde dikkate alınması amaçlanmıştır. İzotrop yapılı malzeme için elde edilen ilgili denklem takımları, malzemenin ortotropik yapılı olması durumunda nasıl ifade edilebileceği üzerine durulmuştur. Ortotropik yapılı malzeme olarak lif takviyeli tabakalı kompozit malzemeler çalışılmıştır. Böylece mühendislik çalışmalarında gittikçe önemi artan kompozit malzemelerin davranışları hakkında literatüre katkı sağlanması amaçlanmıştır. Bu malzemelerin davranışları incelenirken bir çok farklı kabuller yapıp kabullerin davranışları nasıl etkilediği araştırılmıştır. Denklemlerin kesin çözümü, sadece lineer diferansiyel denklem takımının katsayılarının sabit bir değer olduğu hallerde mümkündür. Bu da çubuk eğrilinin çember eksenli ve sabit kesitli olduğu çubuk problemleri için geçerlidir.

Daha sonra kademesiz sabit kesitli kompozit çubuğun düzlem dışı serbest titreşimleri incelenmiştir. Tabaka açılarının ve tabaka sayılarının çubuğun doğal frekansları üzerinde nasıl etkiler yaptığı teorik bir şekilde değerlendirilmiştir. Bu etkilerin yanı sıra literatüre katkı sağlaması amacıyla, farklı mesnetleme tipleri, narinlik oranları ve kiriş açılarının da doğal frekanslara etkisi değerlendirilmiştir. İlk beş moda ait

titreşimlerde kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri ayrı ayrı ele alınmış ve bu etkilerin ihmal ve dahil edilmesi durumları grafikler halinde sunulmuştur.

Çalışmanın devamında, literatürde eksikliği önemli ölçüde gözlemlenen, tek kademeli kompozit çubukların düzlem dışı titreşimleri incelenmiştir. Sabit kesitli çubuk üzerine yapılan çalışmalarda incelenen farklı mesnet tiplerinin, tabaka açılarının ve tabaka sayılarının yanı sıra değişen kademe konumları, kademe oranları da ilk beş mod için ele alınmıştır. Kademeli düzlemsel çubuğun incelenmesinde iki farklı bölgede çubuğun yükseliği sabit kabul edilip çubuğun genişliğinin değiştiği varsayılmıştır. Böylece kademe oranı genişlikler üzerinden değerlendirilmiştir. Hesaplama yöntemi olarak iki farklı kesit alanına sahip bölgenin kesin çözümleri ayrı ele alınmış ve kademe koordinatında süreklilik şartları hesaplamalara dahil edilmiştir.

Ardından literatürde benzer çalışmaya rastlanmadığı için gelecek yeni çalışmalara referans olması amacıyla sayısal örnekler verilmiştir. Sayısal örnekler farklı kademe oranı ve kademenin konumu durumları için sunulmuştur. Literatürde düzlemsel sabit ve kademeli değişen kesitli eğri eksenli kompozit çubuğun düzlem dışı titreşimlerine ait herhangi bir çalışmaya rastlanmadığından, izotrop malzemeli benzer örneklerle karşılaştırmalar yapılmıştır. İki farklı yapıdaki malzemenin davranışları arasında çıkarımlar yapılması amaçlanmıştır.



2. EĞRİ EKSENLİ KOMPOZİT ÇUBUK KONUSUNDA YAPILAN ÇALIŞMALAR

Tabakalı kompozit çubuklara göre tabakalı plaka ve kabuklar, literatürde kendine daha çok yer bulmuştur. Ayrıca, mevcut literatürde eğri eksenli kirişlerin titreşim analizi ile ilgili çalışmaların sayısı bir hayli azdır. Halka yapıda olmayan eğri eksenli kompozit çubukla ilgili ilk çalışmalardan biri Qatu (1992) tarafından ortaya konulmuştur. Qatu, bu çalışmada basit mesnetleme sınır şartlarına sahip tabakalı sığ çubuğun düzlem içi titreşim davranışını incelemiştir. Kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliğinden doğan etkileri ihmal ederek, ilgili denklem takımları ve çözümlerini sunmuştur. Bhimaraddi vd. (1989), sabit eğri eksenli tabakalı kompozit çubuğun titreşimlerini inceleyen ilk araştırmalardan birini ortaya koymuşlardır. Düzlem içi ve düzlem dışı davranışları bir arada çalışıp 24 serbestlik dereceli genelleştirilmiş bir sonlu eleman analizi yapmışlardır. Kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerini hesaplamalarına katmışlardır. Qatu (1993), Timoshenko çubuk teorisini esas alan tabakalı eğri eksenli çubuğun doğal frekansları için, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliğini hesaplamalara dâhil ettiği dinamik analiz yöntemi üzerine çalışmıştır. Carpentieri vd. (2015), eğri eksenli tabakalı kompozit çubuk için 1 boyutlu model geliştirip dinamik davranışlarını incelediler. Çalışmalarının sonucunda 2 ve 3 boyutlu modellere göre daha az serbestlik derecesi gerektiren dönme eylemsizliği ve kayma deformasyonu etkilerini içeren teorik bir model geliştirmişlerdir. Buldukları frekans değerleri sonlu elemanlar yöntemiyle çıkan sonuçlarla karşılaştırıldığında başarılı olduğu söylenebilmektedir.

Qatu ve Elsharkawy (1993), çeşitli sınır şartlarında antisimetrik tabakalı kompozit çubuğun düzlem dışı titreşimlerini çalışmışlardır. Bu çalışma, yer değiştirme fonksiyonlarının genel bir forma sahip polinomlar olduğu varsayılarak derin eğrilikli çubukların doğal frekansları için Ritz yöntemiyle gerçekleştirilmiştir .

Khdeir ve Reddy (1997), birinci ve yüksek dereceden kayma deformasyonu teorileriyle, çapraz tabakalı eğri eksenli kompozit çubuğun düzlem dışı davranışlarını incelemişlerdir. Çalışmasını sığ eğrilikli kabuk teorisi üzerinden çubuğun dinamik

davranışları için geliştirdiği model yardımıyla sundu. Fard vd. (2012), eğri eksenli sandviç ve kompozit ince çubukların düzlem içi serbest titreşimlerini iki boyutlu yeni bir yüksek dereceli kayma teorisiyle incelediler. Marur ve Kant (2008), yüksek dereceden kayma deformasyonu teorisiyle sandviç ve kompozit yapılı eğri eksenli çubukların serbest titreşimlerini, enine kayma ve normal şekil değiştirme bileşenli sonlu elemanlar yöntemiyle ele almışlardır.

Xie vd. (2016), tabakalı kompozit yapıda eğri eksenli düzlemsel çubuğun serbest titreşimlerini, iki farklı temel fonksiyon kullanarak spektral eşdizimlilik yaklaşımı yöntemiyle sundular. Teorik modeli formüle etmek için birinci dereceden kayma deformasyonu teorisi kullanıldı. Çalışmasının ikinci bölümde, eğri eksenli kademeli çubuğun titreşimlerini izotrop malzeme için incelemiştir.

Lu Q. ve Lu C.F. (2008), basit mesnetlenmiş eğri eksenli tabakalı düzlemsel çubuğun düzlem içi serbest titreşimlerini, iki boyutlu elastisite teorisine dayandırdığı durum uzayı yöntemini kullanarak analiz etmişlerdir. Çözümünde gerilmelerin kalınlık boyunca dağılımlarıyla ilgili herhangi bir varsayımda bulunmamıştır.

Ecsedi ve Dluhi (2005), tek tabaka teorisi yaklaşımıyla bir boyutlu eğri eksenli çubuk modeli üzerine çubuğun statik ve dinamik davranışlarını kesin çözüm olarak elde etti. Bu çalışmalarında kesit alanının radyal yer değiştirme ve dönmesi olmak üzere iki kinematik değer üzerinden hareket ve sınır şartları denklemlerini kullandılar. Klasik laminasyon teorisindeki A, B, D matrislerini kullanmadan gerilme bileşenleri, moment bileşenleri ve şekil değiştirme değişkenleri arasında yeni bir formülasyon elde etmişlerdir.

Tseng vd. (2000), Timoshenko çubuk teorisini değişken eğrilikli tabakalı kompozit çubuğun serbest titreşimlerini elde etmek için kullandılar. Bu çalışmalarında bir dizi çözüm ve dinamik rijitlik yöntemi (dynamic stiffness analysis) kullanarak analitik bir çözüm geliştirdiler. Çubuğu birçok elemana ayırarak her bir eleman için çözümü polinomlar cinsinden bir formülasyonla elde ettiler.

3. EĞRİ EKSENLİ KOMPOZİT ÇUBUKLARIN GENEL DENKLEMLERİ

3.1. Eğri Eksenli Çubuk Statığının Genel Denklemleri

Çubuk teorisiyle ilgili önemli sayılabilecek ilk çalışmalardan biri Euler-Bernoulli tarafından ortaya konulan ve çubuğun ekseninin deforme olmadığı ve kesitte kaymanın ortaya çıkmadığını kabul eden teoridir. Bu kabuller ile problemin çözümünde kolaylık sağlamakla birlikte çubuğun gerçek davranışından uzak sonuçlar elde edilmektedir. Bu çalışmada ise ilgili çubuğun denklemlerinin elde edilmesinde eksenel deformasyon ve kayma deformasyonu etkileri de hesaplarda kullanılmıştır.

Çubuğun eksen eğrisi boyunca tüm noktalarda birbirlerine dik olan iki birim vektör bulunmaktadır. Çubuk için başlangıç durumunda üzerinde bir yük ve gerilme olmadığı göz önüne alınarak, birim vektörler çubuğun uzaydaki teğetine dik olduğu ve kesitini belirlediği düşünülmüştür. Çubuğun şekil değişikliğinden sonra da kesit vektörleri birbirine tekrar dik olan birim vektörlerdir. Çubuğun teğet birim vektörü şekil değiştirmeden önceki durumda olduğu gibi kesit vektörlerin yine dik kalır. Çubuk kesitinin rijit olması varsayımı yapılarak kesitin ötelenip döndüğü ancak deformasyona uğramadığı kabulü yapılmıştır. Sonuç olarak kesit serbestçe dönebilir fakat şekil değiştirmeden sonraki eksene dik kalmayabilir (Cinemre, 1982).

Çalışma boyunca **t**, **n**, **b** ifadeleri sırasıyla teğet, normal ve binormal birim vektörlerini ve ilgili birimlerin vektör indislerinin ifade edecektir.

Çubuk teorisinden elde edilen iki yer değiştirme-şekil değiştirme, iki denge denklemi ve iki de bünye denklemi olmak üzere toplam altı denklem bulunmaktadır (İnan, 1966).

$$\frac{d\mathbf{F}}{ds} + \mathbf{p} = 0$$

$$\frac{d\mathbf{M}}{ds} + \mathbf{t} \times \mathbf{F} + \mathbf{m} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{d\mathbf{\Omega}}{ds} - \mathbf{\omega} = 0$$

$$\frac{d\mathbf{U}}{ds} + \mathbf{t} \times \mathbf{\Omega} - \mathbf{\gamma} = 0$$

$$\mathbf{\gamma} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F}$$

$$\mathbf{\omega} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M}$$

Burada, $\mathbf{U}$, yer değiştirme vektörü, $\mathbf{\Omega}$, kesitin dönme vektörü, $\mathbf{\gamma}$, eksenel şekil değiştirme vektörü, $\mathbf{\omega}$, açısal değişim vektörü, $\mathbf{F}$, kesite etkiyen iç kuvvetler vektörü, $\mathbf{M}$, kesite etkiyen iç momentler vektörü, $\mathbf{p}$, yayılı dış kuvvetler vektörü ve $\mathbf{m}$, yayılı dış momentler vektörüdür. (3.1) denklemlerinde gerekli yerine koymalar yapıldığında;

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{U}}{ds} + \mathbf{t} \times \mathbf{\Omega} - \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{F} &= 0 \\ \frac{d\mathbf{\Omega}}{ds} - \mathbf{D}^{-1} \cdot \mathbf{M} &= 0 \\ \frac{d\mathbf{F}}{ds} + \mathbf{p} &= 0 \\ \frac{d\mathbf{M}}{ds} + \mathbf{t} \times \mathbf{F} + \mathbf{m} &= 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

denklemleri çubuk teorisinin genel denklemleri olarak elde edilir. $\mathbf{A}$ ve $\mathbf{D}$ matrisleri malzemenin özelliklerine bağlı değişen kayma ve dönme rijitlik matrisleridir. Kesitin simetrik olduğu ve simetri eksenleri, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$ eksenleri ile çakışır durumdaysa;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_n} GA & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{k_b} GA \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} GI_p & 0 & 0 \\ 0 & EI_n & 0 \\ 0 & 0 & EI_b \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada, E , malzemenin elastisite modülü, G , kayma modülü, I_n ve I_b , kesitin eylemsizlik momentleri, I_p , kesitin polar eylemsizlik momenti, A , kesit

alanı ve k_n , k_b , kayma gerilmesinin çubuğun kesitine uniform bir şekilde yayılmadıklarını ifade eden sabitler olarak tanımlanır. k_n ve k_b sabitleri Çizelge 3.1’de bazı kesit durumları için tanımlanmıştır (Qatu ve Elsharkawy, 1993).

Çizelge 3.1 : α ve k sabitleri

Kesit	α_n	α_b	k_n	k_b
Dikdörtgen	3/2	3/2	6/5	6/5
Daire	4/3	4/3	10/9	10/9

İlerleyen bölümlerde anlaşılacağı gibi **A** ve **D** matrisleri için bu gösterim izotrop malzemeler için geçerlidir. Kullanılan malzeme kompozit olduğunda mevcut matrisleri etkileyen ifadeler meydana çıkacaktır.

Denklemlerdeki **U**, **Ω** , **M**, **F**, **p** ve **m** vektörleri çubuk eksenine yerleştirilmiş **t**, **n**, **b** eksen takımında, şekil değiştirmenin küçük olduğu varsayımıyla;

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U} &= U_t \mathbf{t} + U_n \mathbf{n} + U_b \mathbf{b} \\
 \mathbf{\Omega} &= \Omega_t \mathbf{t} + \Omega_n \mathbf{n} + \Omega_b \mathbf{b} \\
 \mathbf{F} &= F_t \mathbf{t} + F_n \mathbf{n} + F_b \mathbf{b} \\
 \mathbf{M} &= M_t \mathbf{t} + M_n \mathbf{n} + M_b \mathbf{b} \\
 \mathbf{p} &= p_t \mathbf{t} + p_n \mathbf{n} + p_b \mathbf{b} \\
 \mathbf{m} &= m_t \mathbf{t} + m_n \mathbf{n} + m_b \mathbf{b}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

şeklinde ifade edilir.

Herhangi bir uzaysal eğri için Frenet formülleri de denen aşağıdaki ifadeler kullanılabilir;

$$\frac{d\mathbf{t}}{ds} = \kappa \mathbf{n}, \quad \frac{d\mathbf{n}}{ds} = \tau \mathbf{b} - \kappa \mathbf{t}, \quad \frac{d\mathbf{b}}{ds} = -\tau \mathbf{n} \tag{3.5}$$

Burada, τ , doğal burulma eğriliği, κ ise çubuğun eksen eğriliğidir. (3.5) denklemlerinin yardımıyla uzaysal eğri eksenli izotrop çubuk için (3.2) denklemlerinden aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{dU_t}{ds} &= \kappa U_n + (1/E A) F_t \\
\frac{dU_n}{ds} &= -\kappa U_t + \tau U_b + \Omega_b + (k_n / GA) F_n \\
\frac{dU_b}{ds} &= -\tau U_n - \Omega_n + (k_b / GA) F_b \\
\frac{d\Omega_t}{ds} &= \kappa \Omega_n + (1/G I_t) M_t \\
\frac{d\Omega_n}{ds} &= -\kappa \Omega_t + \tau \Omega_b + (1/E I_n) M_n \\
\frac{d\Omega_b}{ds} &= -\tau \Omega_n + (1/E I_b) M_b \\
\frac{dF_t}{ds} &= \kappa T_n - p_t \\
\frac{dF_n}{ds} &= -\kappa F_t + \tau F_b - p_n \\
\frac{dF_b}{ds} &= -\tau F_n - p_b \\
\frac{dM_t}{ds} &= \kappa M_n - m_t \\
\frac{dM_n}{ds} &= F_b - \kappa M_t + \tau M_b - m_n \\
\frac{dM_b}{ds} &= -F_n - \tau M_n - m_b
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Burada hem düzlem içi hem düzlem dışındaki eğilmelerle ilgili olan denklemler bir arada verilmiştir. Düzlemsel çubuklar için τ ile gösterilen doğal burulma eğriliğin

değeri sıfırdır (İnan, 1966). Eğri eksenli düzlemsel çubuklar için ise κ eğriliği $1/R$ olarak yazılabilir. R burada deforme olmamış eksenin eğrilik yarıçapını ifade eder. Çubuk uzunluğunu ifade eden s yerine R cinsinden bir ifade yazılmak istendiğinde $ds=Rd\phi$ kullanılabilir. Nihai olarak izotrop malzemeden yapılmış eğri eksenli düzlemsel çubuğun düzlem dışı şekil değiştirmelerini ifaden eden denklemler aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$\begin{aligned}
\frac{dU_b}{d\phi} &= -R\Omega_n + R\frac{k_b}{GA}F_b \\
\frac{d\Omega_t}{d\phi} &= \Omega_n + \frac{R}{GI_p}M_t \\
\frac{d\Omega_n}{d\phi} &= -\Omega_t + \frac{R}{EI_n}M_n \\
\frac{dF_b}{d\phi} &= -Rp_b \\
\frac{dM_t}{d\phi} &= M_n - Rm_t \\
\frac{dM_n}{d\phi} &= RT_b - M_t - Rm_n
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Burada; U_b , binormal yer değiştirme, ϕ , yay açıklığı, Ω_n normal ve Ω_t teğetsel eksenlerdeki dönme açıları, R , şekil değiştirmeden önce çubuğun eksen eğrisinin eğriliğini tanımlayan yarıçap, F_b , tekil binormal iç kuvvet, M_n , normal ve M_t , teğetsel eksenlerdeki iç momentler, p_b , yayılı dış yük, m_n normal ve m_t teğetsel eksenlerdeki yayılı dış momentler olarak tanımlanır.

3.2. Eğri Eksenli Çubuk Titreşimlerinin Genel Denklemleri

Eksen eğrisinin uzadığı, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dikkate alındığı çubuk teorisinin genel denklemleri (3.6) denklemlerinde verilmiştir. D’Alambert Prensibi yardımıyla çubuk teorisinin genel denklemlerinden, tıpkı statik denklemlerin eldesi gibi çubuk titreşimlerinin denklemlerini de elde etmek mümkündür. Uzayda bir maddenin yapmış olduğu hareketinden ötürü, herhangi bir t

anında oluşan eylemsizlik kuvvetleri aktif dış kuvvetler olarak, gerçek kuvvetlerin etkisiyle birlikte değerlendirildiği takdirde, bu sistem kuvvetler etkisinde, t anında bulunduğu konumunda denge halindedir. Bu durumdaki $\mathbf{p}$ dış kuvveti ve $\mathbf{m}$ dış momenti;

$$\begin{aligned}
 p_t &= -\mu \frac{\partial^2 U_t}{\partial t^2} & m_t &= -\frac{\mu}{A} I_p \frac{\partial^2 \Omega_t}{\partial t^2} \\
 p_n &= -\mu \frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2} & m_n &= -\frac{\mu}{A} I_n \frac{\partial^2 \Omega_n}{\partial t^2} \\
 p_b &= -\mu \frac{\partial^2 U_b}{\partial t^2} & m_b &= -\frac{\mu}{A} I_b \frac{\partial^2 \Omega_b}{\partial t^2}
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

şeklinde kuvvet çifti cinsinden yazılırlar. Denklemlerde, μ çubuğun birim boy kütlesi, A kesit alanı, I_n , I_b ve I_p sırasıyla kesitin normal, binormal eksenlerine göre eylemsizlik momentleri, kesitin polar eylemsizlik momentidir. Yer değiştirmeler zaman ve konumun fonksiyonlarıdır. Bu sebeple denklemdeki her bir ifade konum ve zamana bağlıdır. Bu ifadeler, konum ve zamana bağlı fonksiyonların çarpımı olarak düşünülürse;

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}(s, t) &= \mathbf{U}(s) e^{i\omega t} & \boldsymbol{\Omega}(s, t) &= \boldsymbol{\Omega}(s) e^{i\omega t} \\
 \mathbf{F}(s, t) &= \mathbf{F}(s) e^{i\omega t} & \mathbf{M}(s, t) &= \mathbf{M}(s) e^{i\omega t}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

olarak yazılabilir. Burada, ω açısal frekansı, t ise zamanı gösterir ve bu ifadeler (3.8) denklemlerine yerleştirilirse;

$$\begin{aligned}
 p_t &= \mu \omega^2 U_t(s) e^{i\omega t} & m_t &= \frac{\mu}{A} I_p \Omega_t(s) \omega^2 e^{i\omega t} \\
 p_n &= \mu \omega^2 U_n(s) e^{i\omega t} & m_n &= \frac{\mu}{A} I_n \Omega_n(s) \omega^2 e^{i\omega t} \\
 p_b &= \mu \omega^2 U_b(s) e^{i\omega t} & m_b &= \frac{\mu}{A} I_b \Omega_b(s) \omega^2 e^{i\omega t}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

şeklinde ifadeler elde edilir. Bu ifadeler genel çubuk teorisinde yerine konursa ve elde edilen denklemlerin zaman fonksiyonları sadeleştirilerek sadece konum ve frekans

cinsinden tanımlanırlar. Yay uzunluğuna bağlı olan ifadelerde de $ds=Rd\phi$ eşitliği kullanılırsa ve kesitin asal eksen takımı ile eksen eğrisine ait normal ve binormal eksenlerin çakışık olduğu düzlemsel eğri eksenli çubuk için düzlem dışı titreşimleri veren nihai denklemler;

$$\begin{aligned}
\frac{dU_b}{d\phi} &= -R\Omega_n + R\frac{k_b}{GA}F_b \\
\frac{d\Omega_t}{d\phi} &= \Omega_n + \frac{R}{GI_p}M_t \\
\frac{d\Omega_n}{d\phi} &= -\Omega_t + \frac{R}{EI_n}M_n \\
\frac{dF_b}{d\phi} &= -R\mu\omega^2U_b \\
\frac{dM_t}{d\phi} &= M_n - R\mu\frac{I_p}{A}\omega^2\Omega_t \\
\frac{dM_n}{d\phi} &= RF_b - M_t - R\mu\frac{I_n}{A}\omega^2\Omega_n
\end{aligned} \tag{3.11}$$

şeklinde elde edilir.

3.3. Eğri Eksenli Kompozit Çubuk Titreşimlerinin Genel Denklemleri

İlk iki bölümde yapılan kabuller ve elde edilen statik ve titreşim denklemleri birçok araştırmacının da daha önce çalıştığı izotrop malzeme için elde edilmişti. Bu bölümde ise ortotropik levhalardan oluşmuş tabakalı kompozit bir kiriş için ilgili titreşim denklemlerinin elde edilmesi amaçlanmıştır. Fakat denklemlerin elde edilmesini basitleştirmek amacıyla bazı kabuller yapılması gerekmektedir. Önceki bölümlerde olduğu gibi çubuk normal ve binormal eksenleri ana eksenlerle çakışık halde ve eksen eğrisi üzerinde her noktada birbirine diktir. Kesit merkezi ile kayma merkezi çakışık haldedir. Malzemenin lineer elastik, homojen ve anizotrop olduğu kabul edilecek ve çarpılma etkisi ihmal edilecektir. Böyle bir malzeme için iç kuvvetler aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir (Yıldırım, 1999);

$$\begin{aligned}
F_i &= A_{ij}\gamma_j + B_{ij}\omega_j \\
M_i &= E_{ij}\gamma_j + D_{ij}\omega_j
\end{aligned}
\tag{3.12}$$

Burada indisler, $i,j=1,2,3$ veya $i,j=t,n,b$ olarak yazılır. **A**, **B**, **E** ve **D** ifadeleri 3x3 matrisler olup, malzeme özelliklerine ve kesit alanının geometrisine bağlı olarak değişmektedir. Bu katsayıların klasik laminasyon teorisindeki katsayılardan farklı olduğu bilinmelidir.

$$\begin{aligned}
\gamma_i &= A'_{ij}F_j + B'_{ij}M_j \\
\omega_i &= E'_{ij}F_j + D'_{ij}M_j
\end{aligned}
\tag{3.13}$$

bağıntısı vardır. Burada;

$$\begin{aligned}
A_{ij} &= \int_A \bar{Q}_{ij} dA \\
B_{ij} &= \epsilon_{mjk} \int_A \bar{Q}_{im} \chi_k dA \\
E_{ij} &= \epsilon_{ikm} \int_A \chi_k \bar{Q}_{mj} dA \\
D_{ij} &= \epsilon_{ihk} \epsilon_{mjp} \int_A \chi_h \chi_p \bar{Q}_{km} dA
\end{aligned}
\tag{3.14}$$

olarak ifade edilir. Burada ϵ , permutasyon tansörüdür. **A**, **B**, **E** ve **D** matrislerinin kendi aralarında;

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}' &= \mathbf{A}^* - \mathbf{B}^* \mathbf{D}^{*-1} \mathbf{E}^*, & \mathbf{B}' &= \mathbf{B}^* \mathbf{D}^{*-1} \\
\mathbf{E}' &= \mathbf{D}^{*-1} \mathbf{E}^*, & \mathbf{D}' &= \mathbf{D}^{*-1}
\end{aligned}
\tag{3.15a}$$

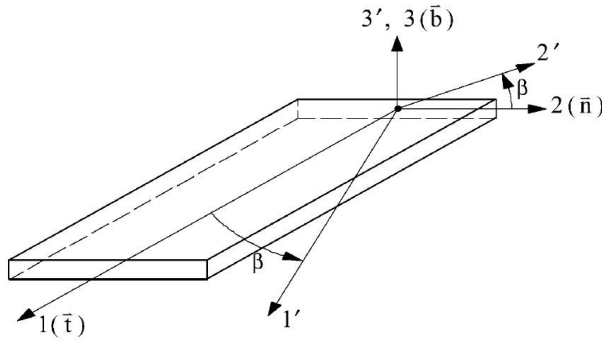
ve,

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}^* &= \mathbf{A}^{-1}, & \mathbf{B}^* &= -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \\
\mathbf{E}^* &= \mathbf{E} \mathbf{A}^{-1}, & \mathbf{D}^* &= \mathbf{D} - \mathbf{E} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}
\end{aligned}
\tag{3.15}$$

bağıntıları vardır. Yukarıda elde edilen çeşitli eşitlikler yardımı ile uzaysal kompozit çubuk için yönetici denklemler şu şekilde yazılır.

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{U}}{ds} &= \mathbf{A}'\mathbf{F} + \mathbf{B}'\mathbf{M} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{t} \\ \frac{d\mathbf{\Omega}}{ds} &= \mathbf{E}'\mathbf{F} + \mathbf{D}'\mathbf{M} \\ \frac{d\mathbf{F}}{ds} &= -\mathbf{p} \\ \frac{d\mathbf{M}}{ds} + \mathbf{t} \times \mathbf{F} &= -\mathbf{m}\end{aligned}\tag{3.16}$$

Bu yönetici denklemler her türlü farklı dizilim gösteren kompozit kiriş için kullanılabilir.



Şekil 3.1 : Lif eksenlerinin (1',2',3'), çubuk eksenlerine (1,2,3) göre yaptığı dönme

Bu çalışmada incelenen tüm tabakalı yapı örneklerinde, malzemenin tabakaları çubuğun normal eksenine göre simetrik dizildiği ve tabakadaki lif açılarının 90° ve 0° olduğu çalışmalar yapılacaktır. Kesit alanı binormal eksene göre simetrik olduğu kabul edilecektir. Bu varsayımlar neticesinde (Yıldırım, 2001);

$$\begin{aligned}\mathbf{B}' &= \mathbf{E}' = 0 \\ \mathbf{A}' &= \mathbf{A}^{-1}, \quad \mathbf{D}' = \mathbf{D}^{-1}\end{aligned}\tag{3.17}$$

olduğu gösterilmiştir.

İzotrop malzemeden yapılmış eğri eksenli çubuk için geçerli olan Frenet formülleri ($\kappa=l/R$ ve $\tau=0$), kompozit çubuk için de geçerlidir. (3.16)'da denklemleri verilen eğri eksenli kompozit çubuğun statik denklemleri;

$$\frac{dU_t}{ds} = \kappa U_n + A'_{11} F_t$$

$$\frac{dU_n}{ds} = -\kappa U_t + \Omega_b + k'A'_{22} F_n$$

$$\frac{dU_b}{ds} = -\Omega_n + k'A'_{33} F_b$$

$$\frac{d\Omega_t}{ds} = \kappa \Omega_n + D'_{11} M_t$$

$$\frac{d\Omega_n}{ds} = -\kappa \Omega_t + D'_{22} M_n$$

$$\frac{d\Omega_b}{ds} = D'_{33} M_b$$

$$\frac{dF_t}{ds} = \kappa F_n - p_t$$

$$\frac{dF_n}{ds} = -\kappa F_t - p_n$$

$$\frac{dF_b}{ds} = -p_b$$

$$\frac{dM_t}{ds} = \kappa M_n - m_t$$

$$\frac{dM_n}{ds} = -\kappa M_t + F_b - p_n$$

$$\frac{dM_b}{ds} = -F_n - p_b$$

(3.18)

şeklinde yazılır. Burada düzlem içi ve düzlem dışı eğilmelerle ilgili büyüklüklerin bir arada verildiği görülebilir.

Dinamik denklemler, elde edilen statik denklemler kullanılarak D’Alambert prensibi yardımıyla kompozit yapılı çubuk için de uygulanabilir. Yay uzunluğu yerine $ds=Rd\phi$ eşitliği (3.18) denklemlerinde yerine yazılır ve düzenlenirse, kompozit yapılı eğri eksenli düzlemsel çubuğun düzlem dışı titreşimlerini veren nihai denklemler;

$$\frac{dU_b}{d\phi} = -R\Omega_n + Rk'A'_{33}F_b \quad (3.19a)$$

$$\frac{d\Omega_t}{d\phi} = \Omega_n + RD'_{11}M_t \quad (3.19b)$$

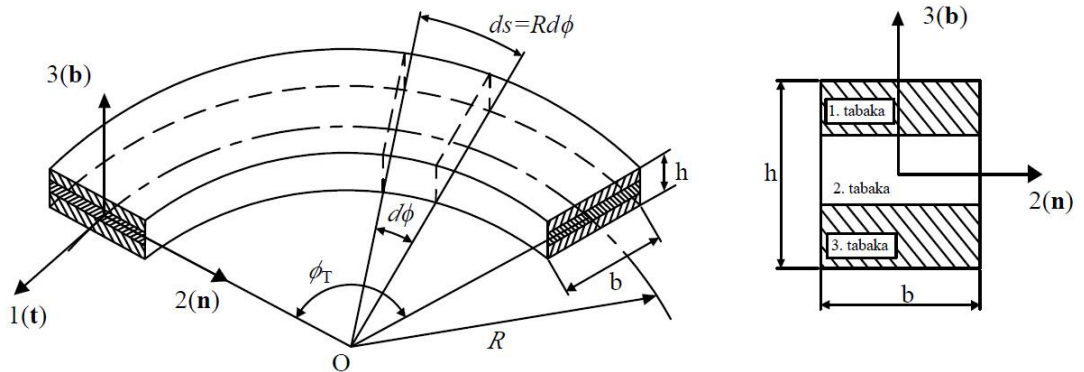
$$\frac{d\Omega_n}{d\phi} = -\Omega_t + RD'_{22}M_n \quad (3.19c)$$

$$\frac{dF_b}{d\phi} = -R\bar{A}\omega^2U_b \quad (3.19d)$$

$$\frac{dM_t}{d\phi} = M_n - R\bar{I}_1\omega^2\Omega_t \quad (3.19e)$$

$$\frac{dM_n}{d\phi} = -M_t + RF_b - R\bar{I}_2\omega^2\Omega_n \quad (3.19f)$$

şeklinde yazılabilir. Burada (3.19a)’nın ikinci terimi kayma deformasyonu, (3.19e)’nin ikinci ve (3.19f)’nin üçüncü terimi dönme eylemsizliği ifadeleridir. İlgili çözümler yapılırken bu ifadelerin sonuca nasıl etki ettikleri incelenecektir.



Şekil 3.2 : Tabakalı kompozit çember eksenli çubuk ve kesit koordinatları

Titreşim denklemlerinde $\bar{A}$ çubuğun tabaka kesit alanı, $\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$ ve $\bar{I}_3$ çubuğun tabaka ataletleriyle ilgili ifadeler olup şöyle verilmiştir (Yıldırım, 2001);

$$\bar{A} = \sum_{k=1}^N \rho^{(k)} A^{cs(k)} \quad (3.20a)$$

$$\bar{I}_2 = \sum_{k=1}^N \rho^{(k)} I_n^{(k)} \quad (3.20b)$$

$$\bar{I}_3 = \sum_{k=1}^N \rho^{(k)} I_b^{(k)} \quad (3.20c)$$

$$\bar{I}_1 \cong \frac{1}{40} \sum_{k=1}^N \left[\rho^{(k)} (A^4)^{(k)} / (I_n^{(k)} + I_b^{(k)}) \right] \quad (3.20d)$$

Burada A , şekil değiştirmemiş tabakaların kesit alanını, N , tabaka sayısını, I_n ve I_b normal ve binormal eksene göre eylemsizlik momentlerini göstermektedir. Kesit alanı ile ilgili rijitlikler ise;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^N \bar{Q}'_{11}{}^{(k)} A^{(k)} & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{k=1}^N \bar{Q}'_{22}{}^{(k)} A^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{k=1}^N \bar{Q}'_{33}{}^{(k)} A^{(k)} \end{bmatrix} \quad (3.21a)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}'_{22}{}^{(k)} I_n^{(k)} + \bar{Q}'_{33}{}^{(k)} I_b^{(k)}) & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{k=1}^N \bar{Q}'_{11}{}^{(k)} I_n^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{k=1}^N \bar{Q}'_{11}{}^{(k)} I_b^{(k)} \end{bmatrix} \quad (3.21b)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\bar{Q}'$ ifadesi her bir tabakaya ait dönüştürülmüş indirgenmiş rijitlik matrisidir ve dönüştürülmüş rijitlik matrisi $\mathbf{C}'$ ve dönüştürülmüş esneklik

matrisi $\mathbf{S}'$ ye bağılı bir ifadedir. $\mathbf{C}'$ ve $\mathbf{S}'$ matrisleri tabakaların lif açılarına bağılı değışkenlik göstermekte olup şöyle ifade edilebilir;

$$\mathbf{C}' = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{R} \mathbf{T} \mathbf{R}^{-1} \quad (3.22a)$$

$$\mathbf{S}' = \mathbf{R} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{T} \quad (3.22b)$$

Burada, $\mathbf{C}$ ve $\mathbf{S}$ tabakanın rijitlik ve esneklik matrisleri, $\mathbf{T}$ transformasyon matrisi (Jones, 1998), $\mathbf{R}$ düzeltme matrisi olup (Reuter, 1971);

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 0 & 0 & 0 & 2cs \\ s^2 & c^2 & 0 & 0 & 0 & -2cs \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & -s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & c & 0 \\ -cs & cs & 0 & 0 & 0 & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (3.23a)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.23b)$$

$c=\cos\beta$ ve $s=\sin\beta$ olacak şekilde yazılır.



4. EĞRİ EKSENLİ KOMPOZİT ÇUBUĞUN DÜZLEM DIŞI SERBEST TİTREŞİMLERİNİN KESİN ÇÖZÜMÜ

4.1. Çember Eksenli Sabit Kesitli Kompozit Çubukların Doğal Frekanslarının Hesabı

Günümüzde birçok mühendislikle ilgili yapı ve tasarım çalışmalarında kompozit malzeme önemli bir yer tutmaya başlamış ve bu malzemenin getirdiği bir çok avantajla birlikte, bu konuda yapılan çalışmalar hızla artmaya başlamıştır. Bu bölümde kesiti sabit ve dikdörtgensel formda olan çember eksenli çubuk için doğal frekansların kesin çözümü başlangıç değerleri yöntemiyle hesaplanacaktır. Daha önce belirtildiği gibi ilgili hesaplamalar yapılırken kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri de göz önüne alınacak ve bu etkilerin doğal frekansların hesaplanmasında oluşturduğu farklılıklar da incelenecektir.

Eğri eksenli kompozit çubuğun düzlem dışı denklemleri, eksen eğrisinin normal ve binormal doğrultularının, kesitin asal doğrultuları ile çakışık halde olduğu durumlar için denklem (3.19)'da verilmişti. Bu denklemler birinci dereceden değişken katsayılı lineer diferansiyel denklem takımını oluşturmaktadırlar ve;

$$\frac{dy}{d\phi} = \mathbf{A}(\phi)y(\phi) \quad (4.1)$$

olarak tanımlanır. Burada, $y(\phi)$ 6 elemanlı değişkenler vektörü, $\mathbf{A}(\phi)$ 6x6 elemanlı katsayılar matrisidir ve;

$$\mathbf{y}(\phi) = \begin{bmatrix} U_b \\ \Omega_t \\ \Omega_n \\ F_b \\ M_t \\ M_n \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{A}(\phi) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -R & Rk'A'_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & RD'_{11} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & RD'_{22} \\ -R\bar{A}\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R\bar{I}_1\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -R\bar{I}_2\omega^2 & R & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

şeklinde tanımlanırlar. Burada, $Rk'A'_{33}$, kayma deformasyonu etkisinden, $R\bar{I}_1\omega^2$, eğilme nedeniyle oluşan dönme eylemsizliği etkisinden, $R\bar{I}_2\omega^2$ ise burulma nedeniyle oluşan dönme eylemsizliği etkisinden gelen ifadelerdir. Bu ifadelerin de frekanslar üzerindeki etkisini incelemek için katsayılar matrisinde çeşitli varyasyonlarda bu ifadeler dahil edilecek veya göz ardı edilecektir.

$\mathbf{A}(\phi)$ katsayılar matrisindeki $\mathbf{A}'$, $\mathbf{D}'$, $\bar{A}$, $\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$, $\bar{I}_3$, R ve bağlı oldukları $A^{(k)}$, $I_b^{(k)}$, $I_n^{(k)}$ ifadeleri ϕ 'ye bağlı ifadeler olup, koordinat takımının değişmesiyle farklılık gösteren genel durumları ifade etmektedir. Kesin çözüm ise, $\mathbf{A}$ katsayılar matrisinin sabit olduğu durum için söz konusudur. Tarif edilen bu durum çubuk kesitinin sabit ve eksenin çember olduğu durumları belirtir. Bu doğrultuda (4.1) denkleminin kesin çözümü için;

$$\frac{d\mathbf{y}}{d\phi} = \mathbf{A}\mathbf{y}(\phi) \quad (4.4)$$

şeklinde yazılır. Bu denklemin çözümü ise;

$$\mathbf{y}(\phi) = e^{\mathbf{A}\phi} \mathbf{y}(\phi_0) \quad (4.5)$$

olarak verilir. Burada ϕ_0 , referans açısını ve $\mathbf{y}(\phi_0)$, referans açısındaki başlangıç değerleri vektörünü ifade eder. $e^{A\phi}$ ifadesi Tüfekçi ve Arpacı (1998) tarafından verilen yöntemle elde edilebilir. İfade edilen (4.5) denklemindeki toplam 6 bilinmeyen, mevcut çubuk sistemi için verilen sınır şartlarından gelecek eşitliklerle elde edilir. Sınır şartlarıyla yazılan bu 6 eşitlik homojen bir denklem sistemi oluşturur ve bu denklem sisteminin sıfırdan farklı çözümünün olması, 6 bilinmeyen ifadenin katsayılarından oluşturulmuş matrisin determinantının sıfıra eşit olduğu durumda mümkündür. Determinantın sıfıra eşit olduğu durumda açısal frekanslar hesaplanır ve sistemin doğal frekansları elde edilir.

Ankastre mesnet ve serbest uçlardaki sınır şartları sırasıyla aşağıdaki gibidir;

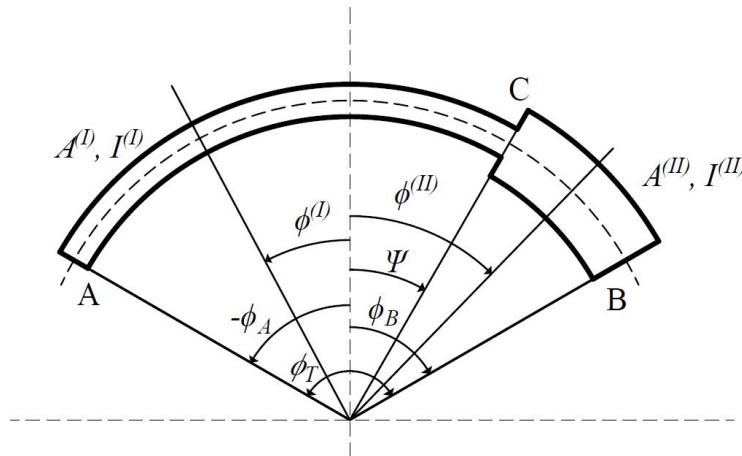
$$\text{Ankastre mesnet: } U_b(\phi) = 0, \quad \Omega_t(\phi) = 0, \quad \Omega_n(\phi) = 0 \quad (4.6a)$$

$$\text{Serbest uç: } F_b(\phi) = 0, \quad M_t(\phi) = 0, \quad M_n(\phi) = 0 \quad (4.6b)$$

4.2. Tek Kademeli Çember Eksenli Kompozit Çubuğun Doğal Frekansları

Bu bölümde, daha önce sabit kesitli çember eksenli çubuk için verilen denklemlerde, parçanın geometrisine bağlı özelliklerinin bu defa aynı eksen eğrisi üzerinde bulunan iki bölge için farklılık gösterdiği durumlar incelenecektir. Kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri dikkate alınacaktır.

Sabit fakat farklı kesit alanına sahip iki bölge için denklemler ayrı ayrı elde edilerek, ortak çözüm yapılacaktır.



Şekil 4.1 : Tek kademeli çember eksenli kompozit çubuk

Şekil 4.1’de görüldüğü gibi tarifi verilen bölgeler için;

$$\text{Birinci bölge : } -\phi_A \leq \phi^{(I)} \leq \psi \quad (4.7a)$$

$$\text{İkinci bölge : } \psi \leq \phi^{(II)} \leq \phi_B \quad (4.7b)$$

ifadeleri yazılabilir. Birinci bölge için diferansiyel denklem takımı;

$$\begin{aligned} \frac{dU_b^{(I)}}{d\phi^{(I)}} &= -R\Omega_n^{(I)} + Rk'A_{33}'^{(I)}F_b^{(I)} \\ \frac{d\Omega_t^{(I)}}{d\phi^{(I)}} &= \Omega_n^{(I)} + RD_{11}'^{(I)}M_t^{(I)} \\ \frac{d\Omega_n^{(I)}}{d\phi^{(I)}} &= -\Omega_t^{(I)} + RD_{22}'^{(I)}M_n^{(I)} \\ \frac{dF_b^{(I)}}{d\phi^{(I)}} &= -R\bar{A}^{(I)}\omega^2U_b^{(I)} \\ \frac{dM_t^{(I)}}{d\phi^{(I)}} &= M_n^{(I)} - R\bar{I}_1^{(I)}\omega^2\Omega_t^{(I)} \\ \frac{dM_n^{(I)}}{d\phi^{(I)}} &= -M_t^{(I)} + RF_b^{(I)} - R\bar{I}_2^{(I)}\omega^2\Omega_n^{(I)} \end{aligned} \quad (4.8)$$

ikinci bölge için diferansiyel denklem takımı;

$$\begin{aligned} \frac{dU_b^{(II)}}{d\phi^{(II)}} &= -R\Omega_n^{(II)} + Rk'A_{33}'^{(II)}F_b^{(II)} \\ \frac{d\Omega_t^{(II)}}{d\phi^{(II)}} &= \Omega_n^{(II)} + RD_{11}'^{(II)}M_t^{(II)} \\ \frac{d\Omega_n^{(II)}}{d\phi^{(II)}} &= -\Omega_t^{(II)} + RD_{22}'^{(II)}M_n^{(II)} \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\frac{dF_b^{(II)}}{d\phi^{(II)}} = -R\bar{A}^{(II)}\omega^2 U_b^{(II)}$$

$$\frac{dM_t^{(II)}}{d\phi^{(II)}} = M_n^{(II)} - R\bar{I}_1^{(II)}\omega^2 \Omega_t^{(II)}$$

$$\frac{dM_n^{(II)}}{d\phi^{(II)}} = -M_t^{(II)} + RF_b^{(II)} - R\bar{I}_2^{(II)}\omega^2 \Omega_n^{(II)}$$

yazılabilir. Burada (I) ve (II) üst indisleri 1. ve 2. bölgeleri ifade etmektedir. Bu denklem takımları, denklem (4.1)'de olduğu gibi matrisel diferansiyel formda;

$$\frac{d\mathbf{y}^{(I)}}{d\phi^{(I)}} = \mathbf{A}^{(I)}(\phi^{(I)})\mathbf{y}^{(I)}(\phi^{(I)}) \quad \text{ve} \quad \frac{d\mathbf{y}^{(II)}}{d\phi^{(II)}} = \mathbf{A}^{(II)}(\phi^{(II)})\mathbf{y}^{(II)}(\phi^{(II)}) \quad (4.10)$$

şeklinde yazılır. Burada, birinci bölge için;

$$\mathbf{y}^{(I)}(\phi) = \begin{bmatrix} U_b^{(I)} \\ \Omega_t^{(I)} \\ \Omega_n^{(I)} \\ F_b^{(I)} \\ M_t^{(I)} \\ M_n^{(I)} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}^{(I)}(\phi) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -R & Rk'A_{33}^{(I)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & RD_{11}'^{(I)} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & RD_{22}'^{(I)} \\ -R\bar{A}^{(I)}\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R\bar{I}_1^{(I)}\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -R\bar{I}_2^{(I)}\omega^2 & R & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

ikinci bölge için ise;

$$\mathbf{y}^{(II)}(\phi) = \begin{bmatrix} U_b^{(II)} \\ \Omega_t^{(II)} \\ \Omega_n^{(II)} \\ F_b^{(II)} \\ M_t^{(II)} \\ M_n^{(II)} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}^{(II)}(\phi) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -R & Rk'A_{33}^{(II)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & RD_{11}^{(II)} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & RD_{22}^{(II)} \\ -R\bar{A}^{(II)}\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R\bar{I}_1^{(II)}\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -R\bar{I}_2^{(II)}\omega^2 & R & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

ifadeleri tanımlanır. Elde edilen $\mathbf{A}^{(I)}$ ve $\mathbf{A}^{(II)}$ matrisleri; genel matrisler olup, çubukla ilgili her türlü düzlem dışı problemlerde kullanılabilecek şekilde, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerini dikkate alan şekilde yazılmıştır. Bu etkilerin ihmal edildiği çözümlemeler için bu terimler yerine sıfır yazarak işlem yapılabilir.

(4.10) eşitliğinin, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun çözümüne, $\phi = \phi_0^{(I)}$ ve $\phi = \phi_0^{(II)}$ referans koordinatlarında elde edilen başlangıç değerleri vektörleri $\mathbf{y}^{(I)}(\phi_0^{(I)})$ ve $\mathbf{y}^{(II)}(\phi_0^{(II)})$ 'nin bilinmesi ile ulaşılır. Bu ifadeler aşağıdaki gibi

$$\mathbf{y}^{(I)}(\phi^{(I)}) = e^{\mathbf{A}^{(I)}\phi^{(I)}} \mathbf{y}^{(I)}(\phi_0^{(I)}) \quad \text{ve} \quad \mathbf{y}^{(II)}(\phi^{(II)}) = e^{\mathbf{A}^{(II)}\phi^{(II)}} \mathbf{y}^{(II)}(\phi_0^{(II)}) \quad (4.13)$$

yazılır. İki başlangıç değeri vektöründen gelen 12 bilinmeyen; iki uçtaki sınır şartlarından 6 denklem, $\phi^{(I)} = \psi$ ve $\phi^{(II)} = \psi$ koordinatlarındaki çubuğun kademe noktasındaki sürekliliğini belirten 6 denklem olmak üzere toplam 12 denklem yardımıyla elde edilebilir. A ve B uçları için farklı mesnetleme şekillerine göre sınır şartları denklem (4.6)'da verilmiştir. Aynı şartlar kademeli sistem için de kullanılabilir.

Sistemin ψ koordinatında süreklilik gösterdiği bilinerek, süreklilik şartları;

$$\begin{aligned}
U_b^{(I)}(\psi) &= U_b^{(II)}(\psi) \\
\Omega_t^{(I)}(\psi) &= \Omega_t^{(II)}(\psi) \\
\Omega_n^{(I)}(\psi) &= \Omega_n^{(II)}(\psi) \\
F_b^{(I)}(\psi) &= F_b^{(II)}(\psi) \\
M_t^{(I)}(\psi) &= M_t^{(II)}(\psi) \\
M_n^{(I)}(\psi) &= M_n^{(II)}(\psi)
\end{aligned} \tag{4.9}$$

şeklinde ifade edilir. Matrisel formda;

$$\mathbf{y}^{(I)}(\psi) = \mathbf{y}^{(II)}(\psi) \quad \text{veya} \quad e^{\mathbf{A}^{(I)}\psi} \mathbf{y}^{(I)}(\phi_0^{(I)}) = e^{\mathbf{A}^{(II)}\psi} \mathbf{y}^{(II)}(\phi_0^{(II)}) \tag{4.10}$$

olarak yazılır.

Sınır şartlarından gelen 6 eşitlik ve kademe koordinatındaki süreklilik şartlarından gelen 6 eşitlik, aşağıdaki gibi matrisel formda yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z1} & 0 \\ e^{\mathbf{A}^{(I)}\psi} & -e^{\mathbf{A}^{(II)}\psi} \\ 0 & \mathbf{Z2} \end{bmatrix}_{12 \times 12} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0^{(I)} \\ \mathbf{y}_0^{(II)} \end{bmatrix}_{12 \times 1} = [0]_{12 \times 1} \tag{4.11}$$

Burada **Z1**, A ucundaki sınır şartlarından elde edilen 3x6 boyutunda matris, **Z2**, B ucundaki sınır şartlarından elde edilen 3x6 boyutunda matris, 0'lar ise 3x6 boyutunda sıfır matrisleridir. Başlangıç değerleri vektörleri $\mathbf{y}_0^{(I)} = \mathbf{y}^{(I)}(\phi_0^{(I)})$ ve $\mathbf{y}_0^{(II)} = \mathbf{y}^{(II)}(\phi_0^{(II)})$ olarak ifade edilir. Elde edilen 12 eşitlik, kadesiz çubuğun çözümünde olduğu gibi homojen bir denklem sistemi oluşturur. Başlangıç değerleri vektörleri $\mathbf{y}_0^{(I)}$ ve $\mathbf{y}_0^{(II)}$ 'nin sıfırdan farklı çözümlerinin olması bilinmeyen elemanların katsayılarının oluşturduğu matrisin ifadesinin determinantının sıfıra eşit olduğu durumda mümkündür. Determinantın sıfıra eşit olduğu durum için gerekli çözüm yapıldığında, katsayılar matrisinde bilinmeyen ω açısal frekans değerlerine ulaşılır ve böylece doğal frekanslar elde edilir.

4.3. Problemlerin Tanımlanması

4.3.1. Sabit kesitli çubuk için problemlerin tanıtılması

Çember eksenli sabit kesitli kompozit çubukların düzlem dışı titreşim davranışlarını ifade eden diferansiyel denklem takımının kesin çözümünde başlangıç değerleri yöntemi kullanılmıştır. Denklemlere kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri hesaplamalarda dahil edilmiştir.

Kesitin ve ilgili büyüklüklerin koordinatla değişkenlik göstermeyen değerler olması katsayılar matrisinin sabit olması için gerekli koşuldur. Katsayılar matrisinde yer verilen kayma deformasyonundan gelen, eğilme ve burulma dönme eylemsizliğinden gelen toplam üç değer söz konusudur. Bu değerlerin frekans üzerindeki etkisini incelemek için de ilgili denklem takımlarında bu etkiler dahil veya ihmal edilerek çözüme gidilmiştir. Frekans değerleri, üç ayrı mesnetleme tipi olan; ankastre-ankastre, ankastre-serbest ve serbest-serbest için de ele alınmıştır. Ayrıca açılı tabakaların farklı düzende dizilimleri için frekans değerlerindeki farklılıklar incelenmiştir.

Kabuller;

- a) Tüm etkiler: Çubuk teorisinde kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri dikkate alınır.
- b) Etkiler ihmal: Kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri ihmal edilir.
- c) Kayma deformasyonu: Sadece kayma deformasyonu etkisi dikkate alınır.
- d) Eğilmeden kaynaklanan dönme eylemsizliği: Sadece eğilmenin meydana getirdiği dönme eylemsizliği etkisi dikkate alınır.
- e) Burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliği: Sadece burulmanın meydana gelen dönme eylemsizliği dikkate alınır.

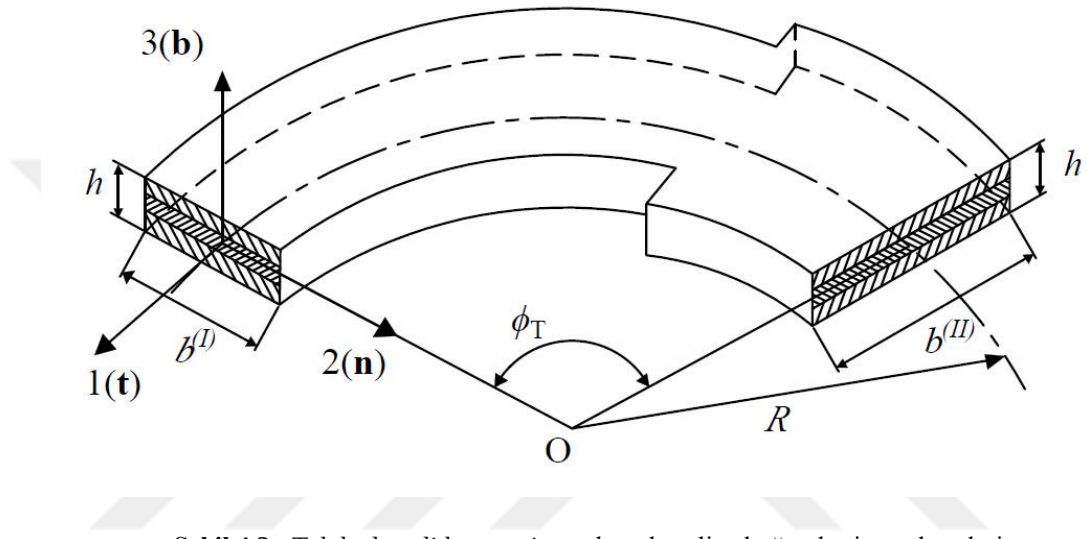
şeklinde sıralanabilir.

4.3.2. Tek kademeli çubuk için problemlerin tanıtılması

Eğri eksenli kompozit çubuklarla ilgili yapılan literatür araştırmasında, özellikle kademeli çubukları inceleyen çalışmaların çok az olduğu gözlemlenmiştir. Bu çalışmada incelenen parametrelerin ve örneklerin, bu konuda yapılacak olan çalışmalara emsal teşkil edeceği düşünülmektedir. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar,

literatürde örnek olabilecek bu tip kompozit çubuk yapılı çalışmaya rastlanmadığı için karşılaştırma yapılamamıştır.

Yapılacak olan çalışmada, tek kademeli kompozit çubukların düzlem dışı serbest titreşimleri, titreşimler davranışını ifade eden denklemlerin kesin çözümünün elde edilmesiyle incelenmiştir. Boyutsuz frekans değerleri; farklı narinlik oranları, farklı kademe oranları, farklı kiriş açıklığı, farklı kademe konumları ve mesnetleme şartları ele alınarak çubuğun ilk beş modu için hesaplanmıştır.



Şekil 4.2 : Tek kademeli kompozit çember eksenli çubuğun kesit ve eksenleri

Kesit geometrisi olarak dikdörtgen kesit ele alınmıştır. Ele alınan çubukta kademenin ayırdığı birinci ve ikinci bölgedeki genişlikler farklı, tabakaların her birinin ve çubuğun toplam yükseklikleri eşit olarak ele alınmıştır.

Çizelge 4.1 : Kompozit tabaka geometrileri

	1. Bölge	2. Bölge
Çubuk kesit genişliği	$b^{(I)}$	$b^{(II)}$
Çubuk kesit yüksekliği	$h^{(I)}$	$h^{(II)}$
Tabaka kesit yüksekliği	$h^{(I)(k)}$	$h^{(II)(k)}$

$$h^{(I)} = h^{(II)}$$

$$h^{(I)(k)} = h^{(II)(k)} \quad (3.2)$$

$$A^{(I)} = b^{(I)} h^{(I)}, \quad A^{(II)} = b^{(II)} h^{(II)}$$

Tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğa ait boyutsuz frekans değerlerinin elde edilmesinde göz önüne alınacak büyüklükler aşağıdaki şekilde açıklanmıştır.

4.3.2.1. Mesnetleme

Çubuk sistemi, üç farklı mesnetleme düzeni, ankastre-ankastre, ankastre-serbest ve serbest-serbest için ele alınacaktır. Ankastre uçlar için denklem (4.6a), serbest uçlar için denklem (4.6b)'de belirtilen sınır şartları uygulanacaktır.

4.3.2.2. Kademe oranı

Kademe oranı, çubuğun birinci ve ikinci bölgesinin genişlikleri arasındaki orandır ve η ile gösterilecek olursa;

$$\eta = \frac{b^{(II)}}{b^{(I)}} \quad (4.13)$$

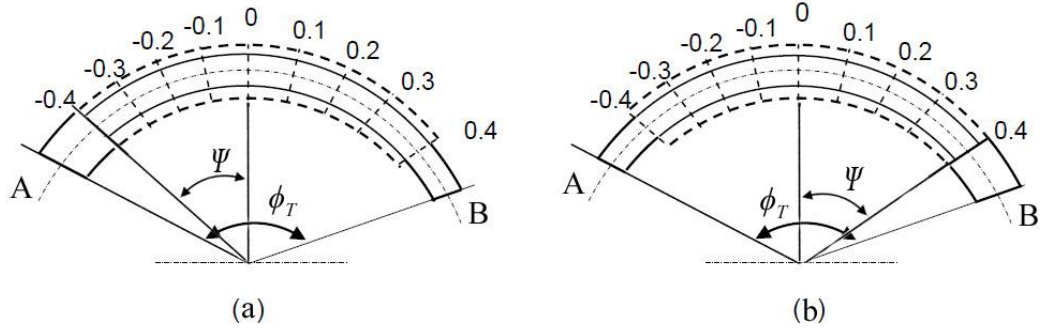
şeklinde ifade edilir. Tek kademeli çubuk için dört farklı kademe oranı incelenecek olup;

$$\eta = 0.4, 0.5, 0.6, \dots, 2.1$$

değerleri ele alınacaktır.

4.3.2.3. Kademe konumu

Şekilde ifade edildiği gibi ψ ile gösterilen kademe konumunun farklı değerlerde olduğu göz önüne alınarak, kademe konumu ile boyutsuz frekans değerleri arasındaki ilişki incelenecektir.



Şekil 4.3 : (a) $\eta < 1$ için kademenin ψ/ϕ_T 'a bağlı farklı konumları, (b) $\eta > 1$ için kademenin ψ/ϕ_T 'a bağlı farklı konumları

Kademe konumunun kiriş açıklığına göre oranı;

$$\frac{\psi}{\phi_T} = -0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$$

değerlerini alır.

4.3.2.4. Kiriş açıklığı

ϕ_A , A ucundaki koordinatı, ϕ_B , B ucundaki koordinatı ifade etmek üzere, toplam kiriş açıklığını ifade eden ϕ_T değeri;

$$\phi_T = \phi_B - \phi_A \quad (4.14)$$

olarak tanımlanır. Kiriş açıklığı olarak;

$$\phi_T = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ \text{ ve } 270^\circ$$

değerleri ele alınacaktır.

4.3.2.5. Narinlik oranı

Narinlik oranı; çubuk eksen eğrisinin, jirasyon yarıçapına oranını ifade eder. Narinlik

$$\lambda = \frac{R}{i} = \frac{R}{\sqrt{\frac{I_n}{A}}} \quad (4.14)$$

şeklinde ifade edilir. Burada i , jirasyon yarıçapını, λ , narinlik oranını tanımlar. Narinlik oranının 50, 100, 150, 200 olduğu değerler incelenecektir.

4.3.2.6. Tabaka kodu

Tabaka kodu, lif doğrultularının, çubuğun teğet eksenine göre yaptığı açılara göre belirlenir. Bu çalışmada, denklem takımında **B** ve **E** matrislerinin etkisini göz ardı etmek amacıyla 0° ve 90°'li tabakalar kullanılmıştır. Üç tabakalı yapılar için [0/0/0], [0/90/0], [90/0/90] ve [90/90/90] tabaka düzenleri incelenecektir.

4.3.2.7. Elastisite modülü oranı

Tabakalarda kullanılan ortotropik malzemenin tabaka lif doğrultusuna göre elastiklik modülünün, lif doğrultusuna dik doğrultudaki elastisite modülüne oranını incelenecektir.

$$\frac{E_1}{E_2} = 15, 30, 45, 60$$

değerleri kullanılacaktır.

5. ÇEMBER EKSENLİ KOMPOZİT DÜZLEMSEL ÇUBUKLARIN DÜZLEM DIŞI SERBEST TİTREŞİMLERİ

5.1. Sabit Kesitli Çember Eksenli Kompozit Çubukların Boyutsuz Frekanslarının Tabaka Açılılarıyla Değişimi

Bu bölümde kesiti değişmeyen çember eksenli kompozit çubuğa ait özellikler olan kiriş açıklığı, narinlik oranları, elastisite modülü oranları, mesnetleme şartları ve modların değişiminin farklı tabaka açısına sahip yapılarda boyutsuz frekanslara etkisi incelenmiştir. Grafiklerde yatay eksenler değişen malzeme özelliklerini, dikey eksenler boyutsuz frekansları göstermektedir. Boyutsuz frekans değerleri, $c = \omega R^2 \phi_T^2 \sqrt{\mu/I_n E_1}$ olarak tanımlanmıştır.

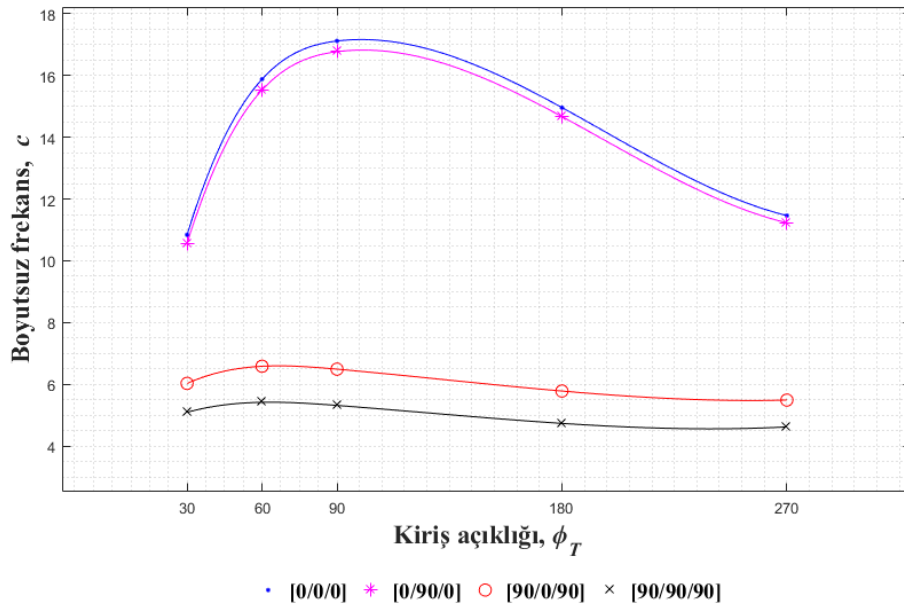
Hesaplamalar için dört farklı simetrik tabaka düzeni seçilmiş olup, [0/0/0] ile [0/90/0] düzenleri kendi arasında ve [90/0/90] ile [90/90/90] düzenleri kendi arasında benzer özellikler göstermiş olduğu anlaşılmaktadır. Genel anlamda, 0°'li tabakaların sayısı arttıkça çubuğun boyutsuz frekansının da doğru orantılı olarak arttığı görülmüştür.

Farklı malzeme özelliklerindeki değişimlerin yanı sıra, bazı özellikler için çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin de boyutsuz frekansları nasıl etkilediği incelenmiştir.

5.1.1. Farklı kiriş açıklıklarında tabaka açılarının boyutsuz frekansa etkisi

Bu bölümde, dört farklı tabaka düzenine ship kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı açıklıklarındaki etkileri incelenmiştir. Burada $\lambda=50$ narinlik oranı, $E_1/E_2=15$ elastisite modülü oranı ve $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranı ele alınmıştır.

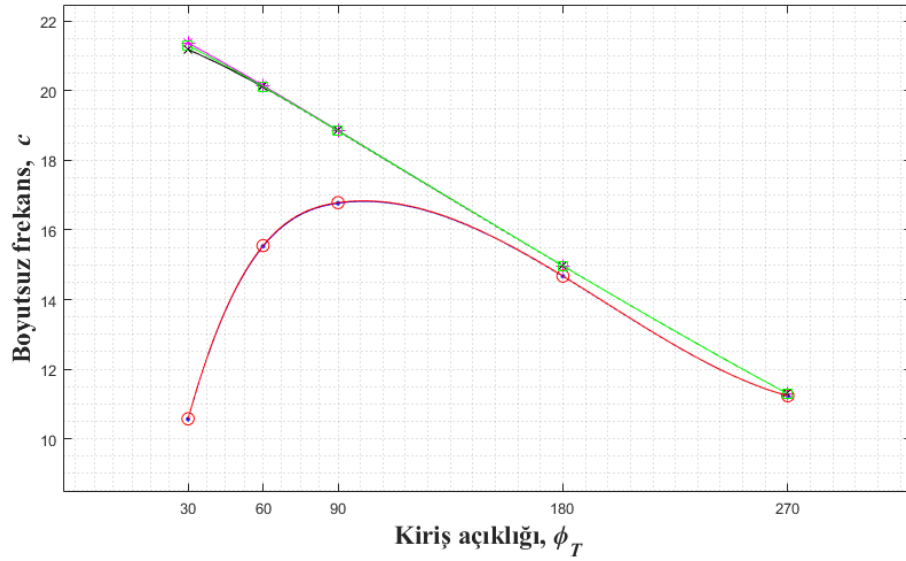
Şekil 5.1'de, ankastre-ankastre mesnetli kompozit çubuk ele alınmış, toplam çubuk açıklığı 30° ile 270° arasında değişmektedir.



Şekil 5.1 : Farklı tabaka açılarındaki, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)

Şekil 5.1’de görülebileceği üzere ankastre-ankastre mesnetli, düşük açıklıklı kirişlerde açıklığın artışıyla boyutsuz frekanslar artış göstermekte, yüksek açıklıklı kirişlerde ise frekanslar tüm tabaka düzenleri için azalma göstermektedir.

Şekil 5.2’de, $[0/90/0]$ tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuk ele alınmış, toplam çubuk açıklığı 30° ile 270° arasında değişmektedir. Çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dahil edilip edilmediği durumlarda, bu etkilerin boyutsuz frekanslar üzerindeki etkisi gösterilmiştir.

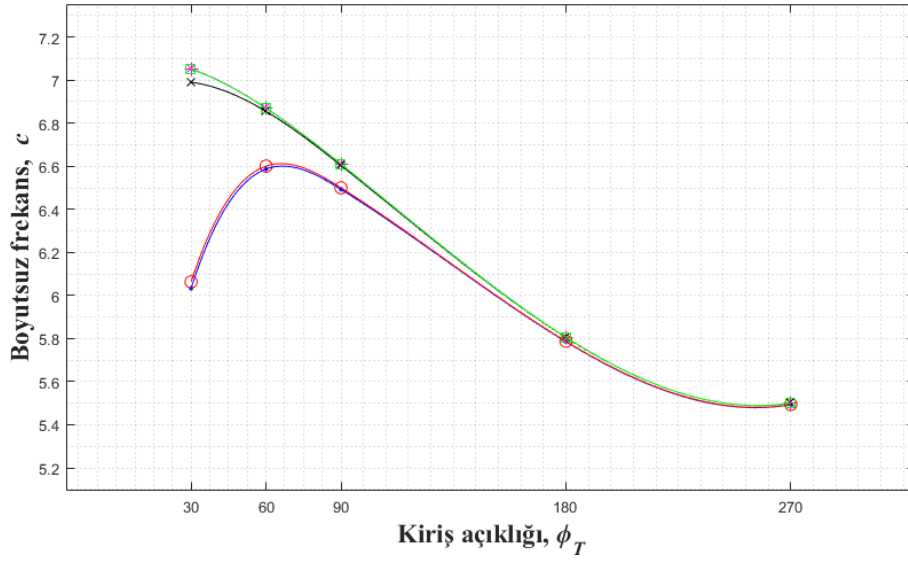


- Tüm etkiler
- * Etkiler ihmal
- Kayma def.
- × Dönme eyl. (Eğilmeden)
- Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.2 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)

Şekil 5.2'den anlaşılacağı üzere ankastre-ankastre mesnet tipine sabit kompozit çubuklarda düşük kiriş açıklığı değerlerinde çubuğun kayma deformasyonu tek başına gerçek malzeme özelliğine yakın değerler vermektedir. Çubuk açıklığının artmasıyla eğilmeden ve burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliği değerleri gerçek malzeme değerlerine yaklaşan bir eğilim göstermektedir.

Şekil 5.3'te [90/0/90] tabaka düzenine sahip kompozit çubuğun boyutsuz frekans değerlerinin toplam çubuk açıklığı ile nasıl değiştiği verilmiştir.

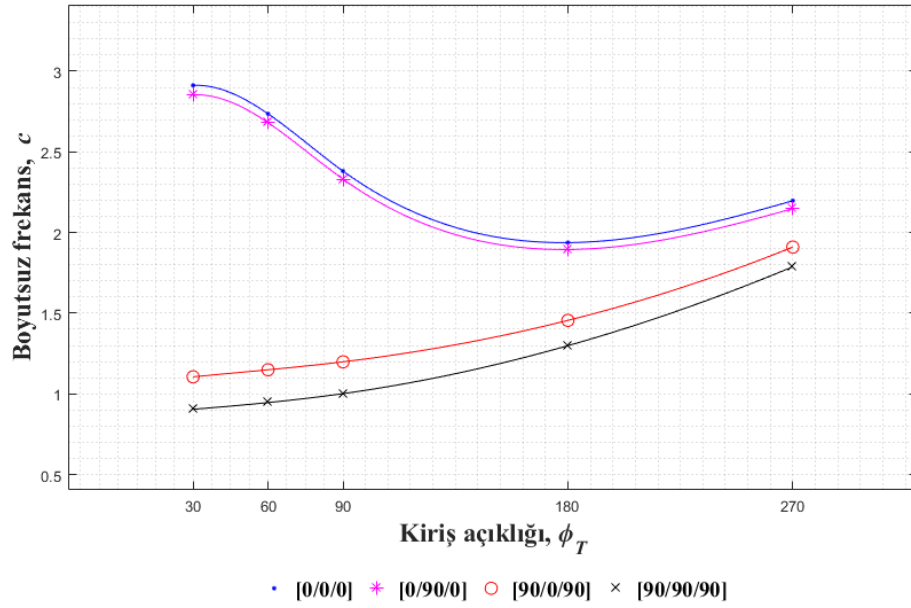


- Tüm etkiler
- * Etkiler ihmal
- Kayma def.
- × Dönme eyl. (Eğilmeden)
- Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.3 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$)

Yine Şekil 5.2'dekine benzer eğri profili çizen çubukta düşük kiriş açıklığı değerlerinde çubuğun kayma deformasyonu tek başına gerçek malzeme özelliğine yakın değerler vermektedir. Çubuk açıklığının artmasıyla eğilmeden ve burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliği etkileri kayma deformasyonu etkisine yaklaşan bir eğilim göstermektedir. (Şekil 5.3)

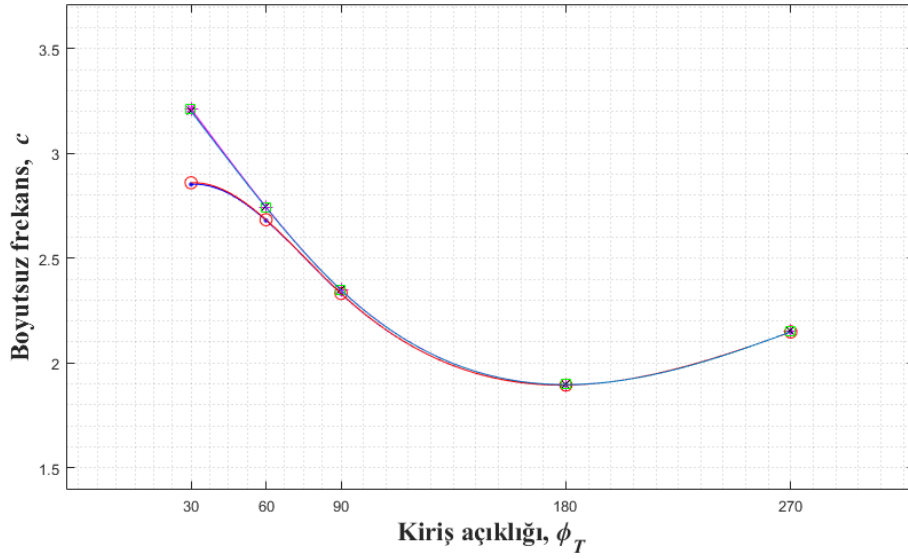
Şekil 5.4'te ise bu defa ankastre-serbest mesnetlenmiş, $\lambda=50$ narinlik oranına, $E_1/E_2=15$ elastisite modülü oranına ve $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına sahip, dört farklı tabaka düzeni için ayrı ayrı kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekanslarının farklı kiriş açıklıklarındaki değişimi gösterilmiştir.



Şekil 5.4 : Farklı tabaka açılarındaki ankastre-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$).

Şekil 5.4'ten anlaşılabileceği üzere ankastre-serbest mesnetli, düşük açıklıklı kirişlerde boyutsuz frekanslar tabaka düzenlerine bağlı olarak farklılık göstermekte olup, yüksek açıklıklı kirişlerde ise frekanslar tüm tabaka düzenlerinde birbirine yaklaşan değerler verdiği gözlemlenmiştir.

Şekil 5.5'te [0/90/0] düzeni için çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin boyutsuz frekanslarda nasıl etkiler yaptığı verilmiştir.

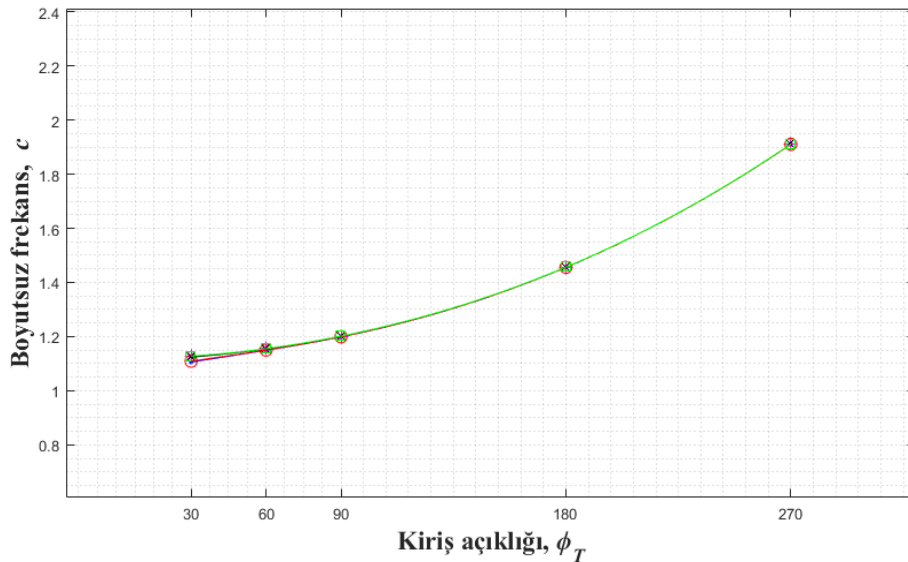


- Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.5 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$).

Şekil 5.5'te düşük kiriş açıklığında kayma deformasyonu etkisini dönme eylemsizliği etkine göre daha önemli olduğu, yüksek kiriş açıklıklarında ise bu etkilerin benzer sonuçlar verdiği görülmektedir.

Şekil 5.6'da bu defa [90/0/90] düzeni için çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin boyutsuz frekanslarda nasıl etkiler yaptığı verilmiştir.



- Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

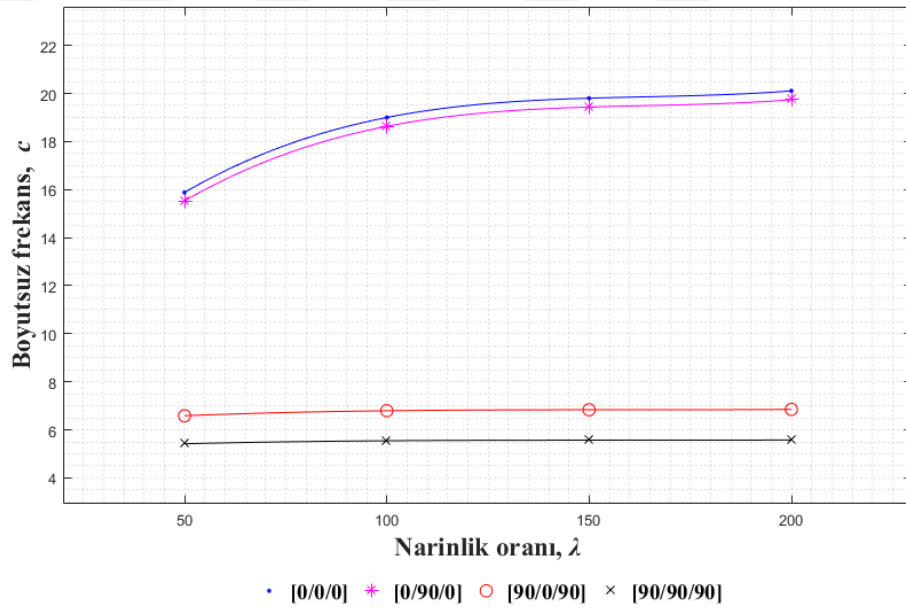
Şekil 5.6 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$).

Şekil 5.6'ten anlaşılabacağı üzere ankastre-serbest sınır koşuluna sahip [90/0/90] düzenli kompozit çubuklarda tüm kiriş açıklıklarında kayma deformasyonu ve dönme eylemsizlik etkilerinin boyutsuz frekanslar üzerindeki etkisi bir hayli azdır.

5.1.2. Farklı narinlik oranlarında tabaka açılarının boyutsuz frekansa etkisi

Bu bölümde, $\phi_T=60^\circ$ kiriş açıklığına, $E_1/E_2=15$ elastisite modülü oranına ve $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına sahip, dört farklı tabaka düzenli kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı narinlik oranlarındaki değişimi incelenmiştir. Narinlik değerleri 50-200 arasında değişmektedir.

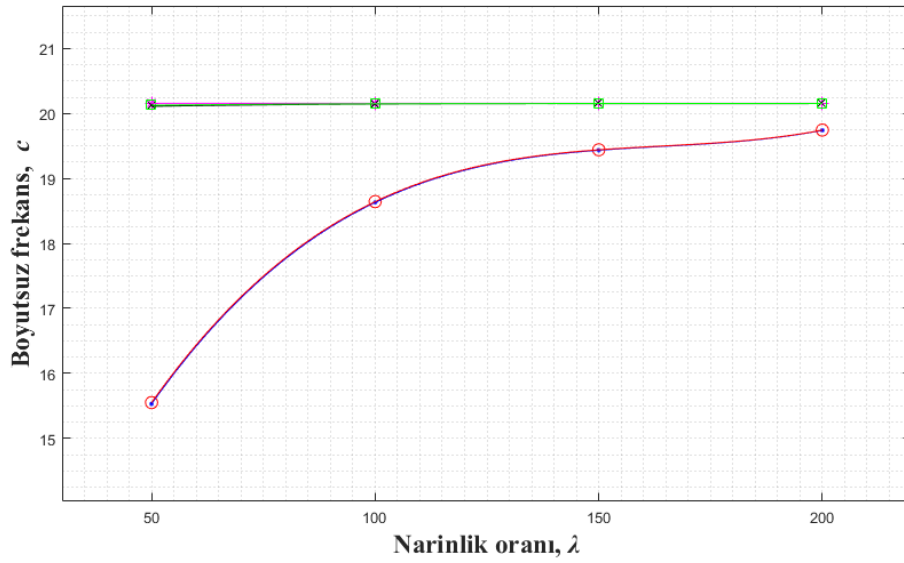
Ankastre-ankastre mesnetlenmiş, dört farklı tabakaya sahip kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin narinlik oranı ile değişimi incelenmiştir. (Şekil 5.7)



Şekil 5.7 : Farklı tabaka açılarında ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$).

Şekil 5.7'den anlaşılabacağı gibi çember eksenli tabakalı kompozit çubuklarda narinlik oranının artmasıyla çubuğun boyutsuz frekansın üzerindeki etkisinin gittikçe azaldığı görülmektedir.

Şekil 5.8'de ankastre-ankastre sınır koşulları ile [0/90/0] tabaka düzenine sahip kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri ile nasıl değiştiği verilmiştir.

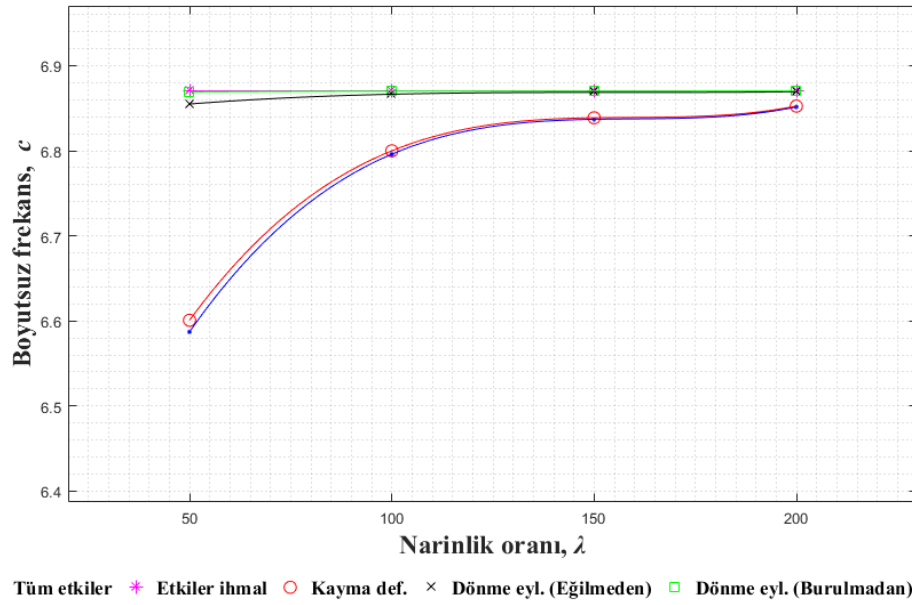


- Tüm etkiler
- * Etkiler ihmal
- Kayma def.
- × Dönme eyl. (Eğilmeden)
- Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.8 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$).

Şekil 5.8’de görülebileceği gibi düşük narinlik oranlarında kayma deformasyonu etkisi önemli bir değere sahipken yüksek narinlik oranlarında dönme eylemsizliği etkileri gibi önemini yitirmektedir. Yüksek narinlik oranlarında dönme eylemsizliği etkilerinin hesaba katılmaması frekans değerinde çok önemli bir fark oluşturmamaktadır.

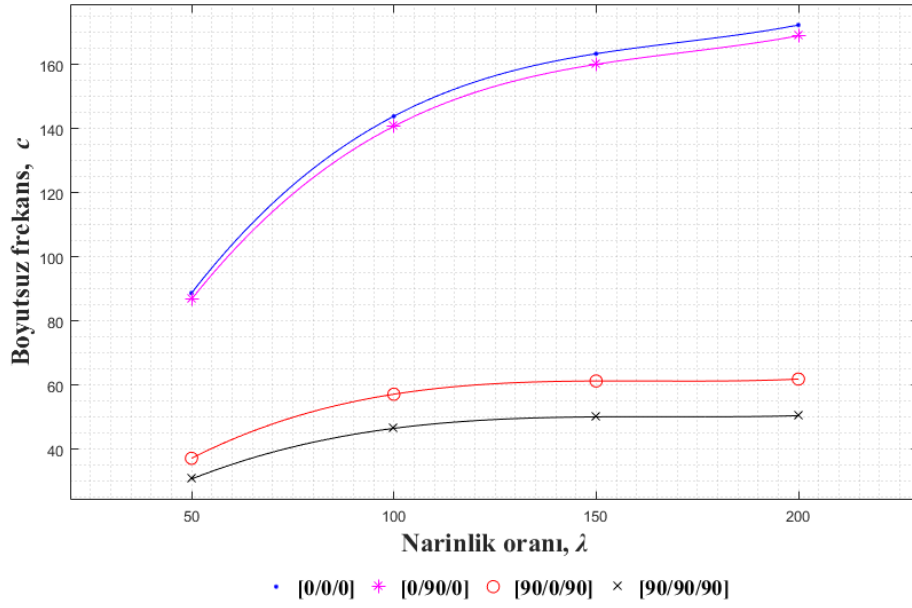
Şekil 5.9’da kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin ankastre-ankastre sınır koşullarına ve [90/0/90] tabaka düzenine sahip kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerleri farklı narinlik oranı için verilmiştir.



Şekil 5.9 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$).

Şekil 5.9’da görülebileceği üzere [0/90/0] tabakalı çubuğa benzer şekilde düşük narinlik oranlarında kayma deformasyonu etkisi önemli bir değere sahipken yüksek narinlik oranlarında dönme eylemsizliği etkileri gibi önemi azalmaktadır.

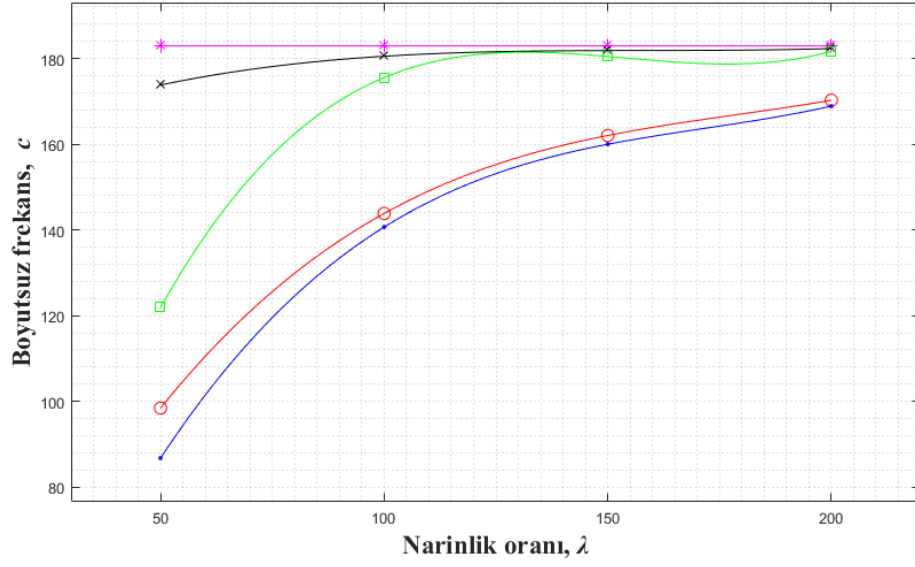
Şekil 5.10’da ise, bu defa serbest-serbest mesnetlenmiş, dört farklı tabakaya sahip kompozit çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin narinlik oranı ile değişimi incelenmiştir.



Şekil 5.10 : Farklı tabaka açılarında serbest-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$).

Şekil 5.10 incelendiğinde, serbest-serbest mesnet tipinde 3. mod boyutsuz frekans değerlerinde en düşük narinlik oranı ile en yüksek narinlik oranında iki kat fark olduğu görülmektedir.

Şekil 5.11’de [0/90/0] düzeni için çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekanslarının kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dahil edilip edilmemesiyle nasıl değişeceği verilmiştir.

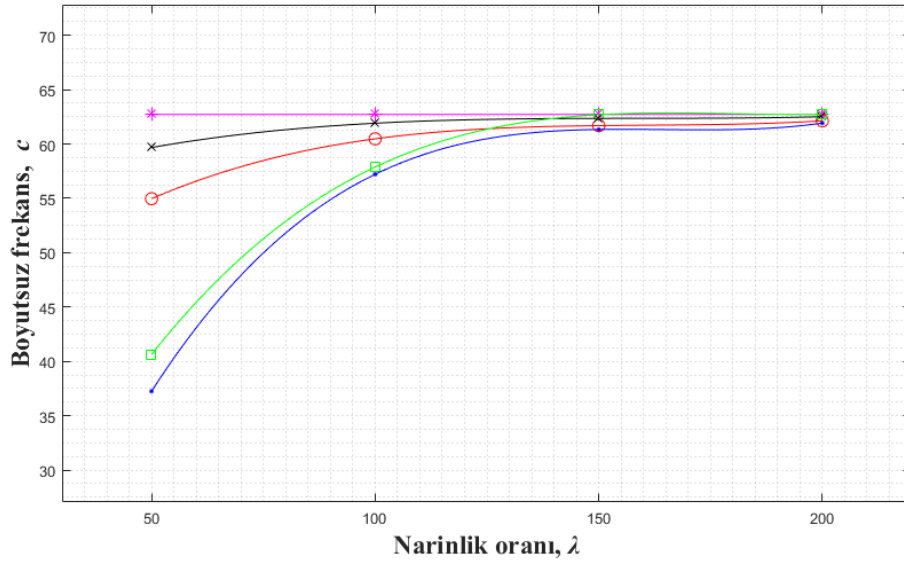


• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.11 : [0/90/0] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$).

[0/90/0] tabakalı kompozit çubuk için bütün narinlik oranlarında kayma deformasyonu daha önemli bir etkiye sahiptir. (Şekil 5.11)

Şekil 5.12’de [90/0/90] düzeni için çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekanslarının kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dahil edilip edilmemesiyle nasıl değişeceği verilmiştir.



- Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.12 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$).

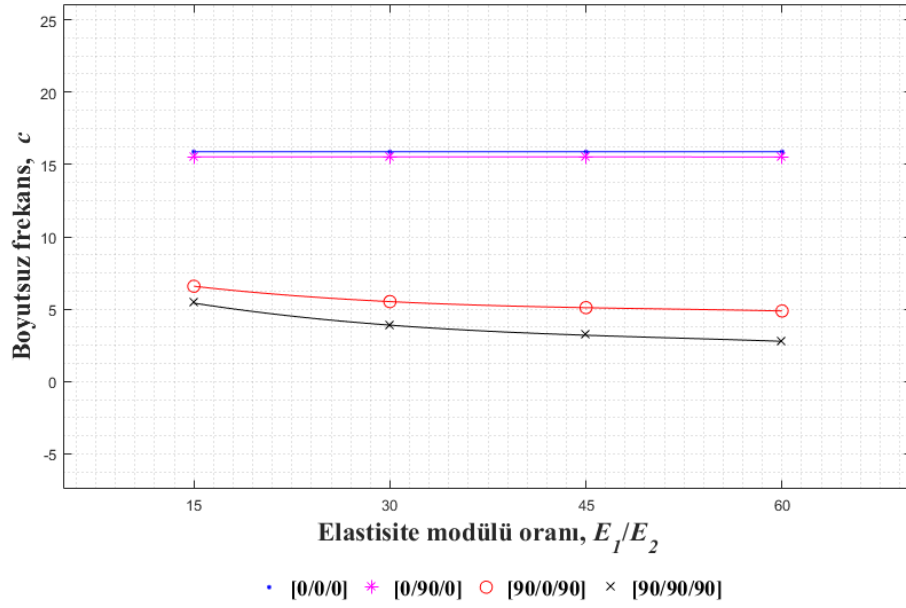
[90/0/90] tabakalı kompozit çubukta ise boyutsuz frekans hesabında düşük narinlik oranlarında burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliğinin, yüksek narinlik oranlarında ise kayma deformasyonunun daha önemli bir rol aldığı görülmektedir. (Şekil 5.12)

Serbest-serbest sınır koşullarına sahip çubuğun tabaka açısı, kayma deformasyonu veya dönme eylemsizlik etkilerinin hangisinin daha önemli olduğunu belirlemektedir.

5.1.3. Farklı elastisite modülü oranlarında tabaka açılarının boyutsuz frekansa etkisi

$\phi_T=60^\circ$ kiriş açıklığına, $\lambda=50$ narinlik oranına ve $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına sahip kompozit çubuğun 1. ve 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin, farklı elastisite modülü oranlarındaki değişimi ele alınmıştır. Elastisite modülü oranları 15 ile 60 arasında değişmektedir.

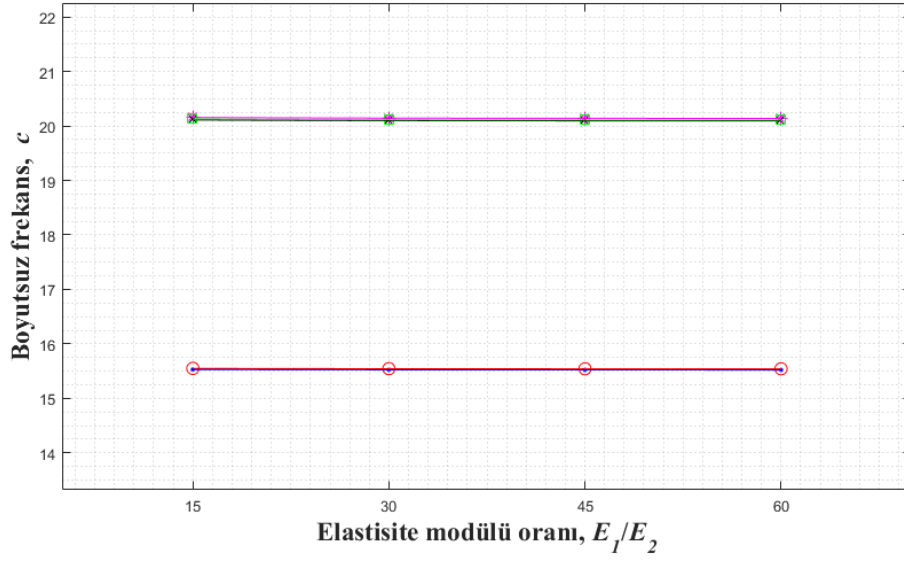
Şekil 5.13'te, ankastre-ankastre mesnetli dört farklı tabaka düzenli kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekansların farklı elastisite modülü oranlarının değişimi gösterilmiştir.



Şekil 5.13 : Farklı tabaka açılarında ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$).

Ankastre-ankastre mesnetli çember eksenli tabakalı kompozit çubuklarda elastisite modülü oranının artmasıyla çubuğun boyutsuz frekansında, 0° 'li tabakanın oran olarak fazla olduğu çubuklarda önemli bir değişiklik görülmemekte, 90° 'li tabakaların ağırlıkta olduğu çubuklarda boyutsuz frekanslarda ise bir azalma görülmektedir. (Şekil 5.13)

Şekil 5.14'te $[0/90/0]$ düzeni için, çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin boyutsuz frekanslarda nasıl etkiler yaptığı verilmiştir.

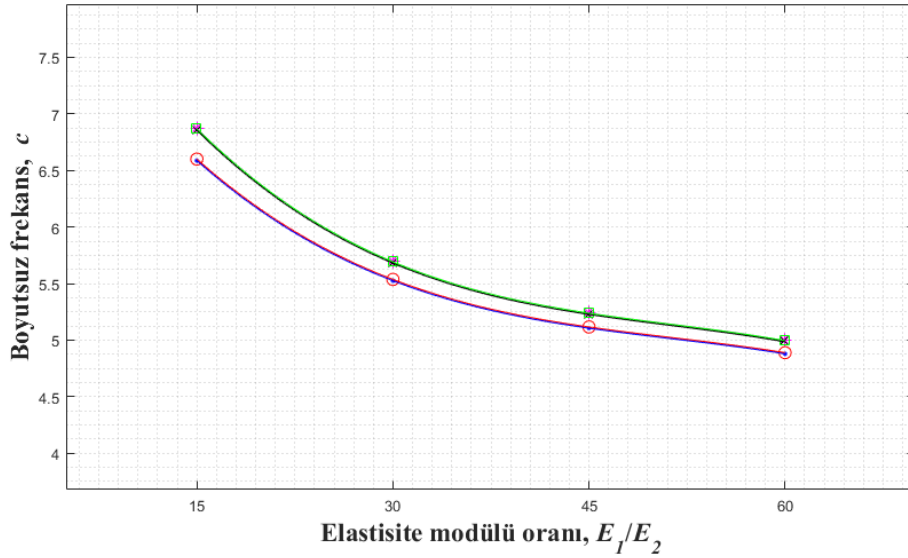


• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.14 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$).

[0/90/0] tabakalı çubuklarda tüm elastisite modülü oranları için tek önemli etkinin kayma deformasyonundan kaynaklandığı görülmektedir. (Şekil 5.14)

Şekil 5.15'te [90/0/90] düzeni için, çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin boyutsuz frekanslarda oluşturduğu değişim eğrileri verilmiştir.

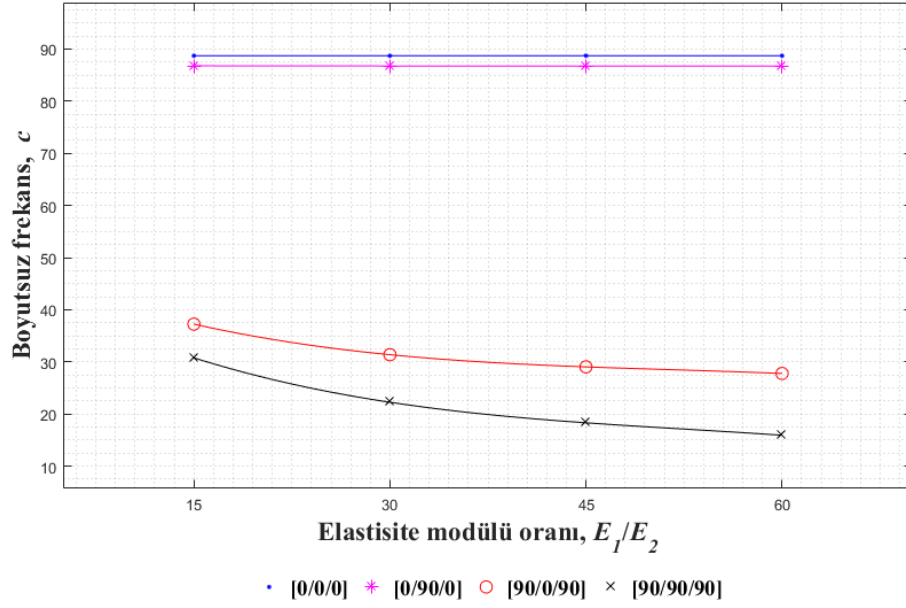


• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.15 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$).

[90/0/90] tabakalı çubuklarda elastisite modülü oranları için en önemli etkinin kayma deformasyonundan kaynaklandığı görülmektedir. Farklı elastisite modülü oranları için çubukta etkilerin değişim eğrileri benzerlik göstermektedir. (Şekil 5.15)

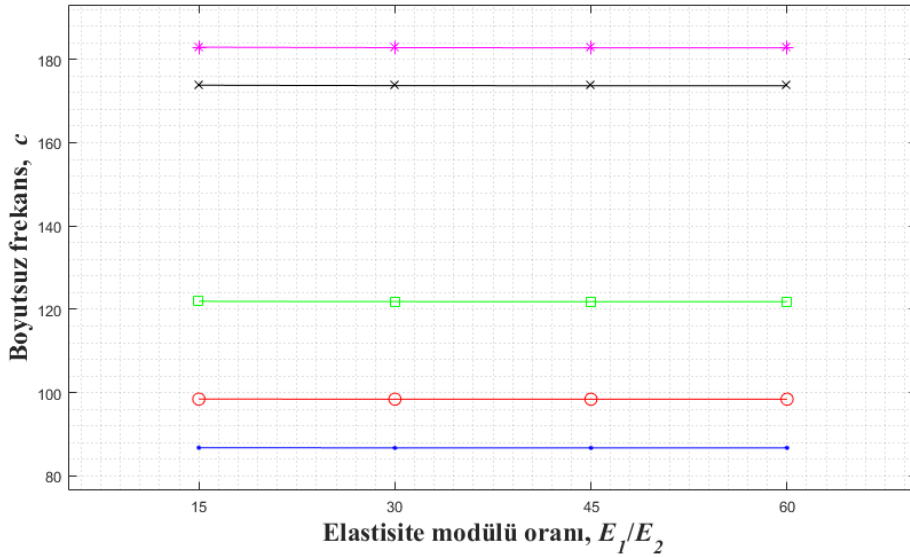
Şekil 5.16’da ise, serbest-serbest mesnetli, dört farklı tabaka düzenine sahip kompozit çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı elastisite modülü oranlarındaki değişimini gösteren grafik verilmiştir.



Şekil 5.16 : Farklı tabaka açılarında serbest-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$).

Bu tip çubuktaki değişimler ankastre-ankastre mesnetli çubuklarla benzer olup 90°'li tabakaların oran olarak ağırlıkta olduğu durumlarda elastisite modülü oranlarıyla farklılık göstermektedir. (Şekil 5.16)

Şekil 5.17’de [0/90/0] düzeni için, çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin boyutsuz frekanslardaki etkilerin eğrileri verilmiştir.

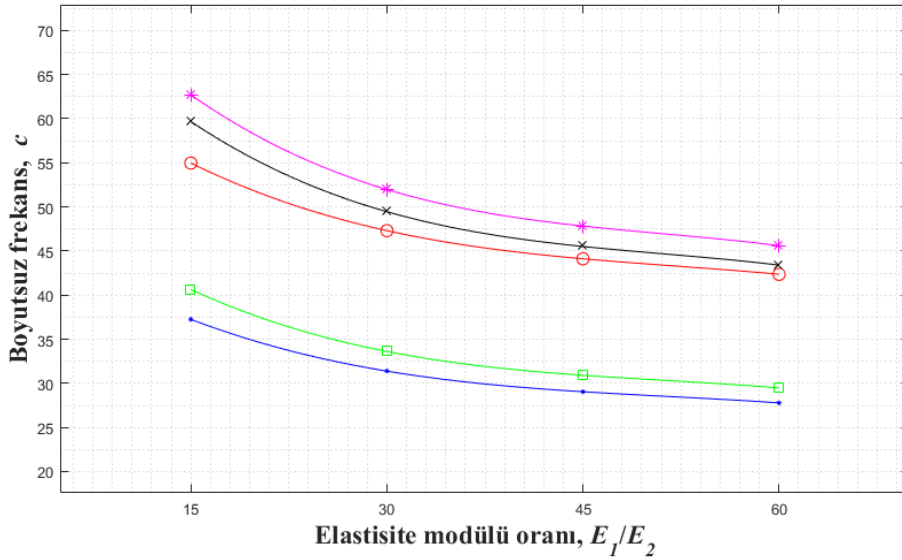


- Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.17 : [0/90/0] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$).

Şekil 5.17’de kompozit çubuğun boyutsuz frekanslarının elastisite modülü oranının değişmesiyle, kayma deformasyonu, eğilmeden ve burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliği etkileri üzerinde herhangi bir önemli değişiklik göstermemektedir.

Şekil 5.18’de bu defa [90/0/90] düzeni için, çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin boyutsuz frekanslardaki yaptığı etkiler verilmiştir.



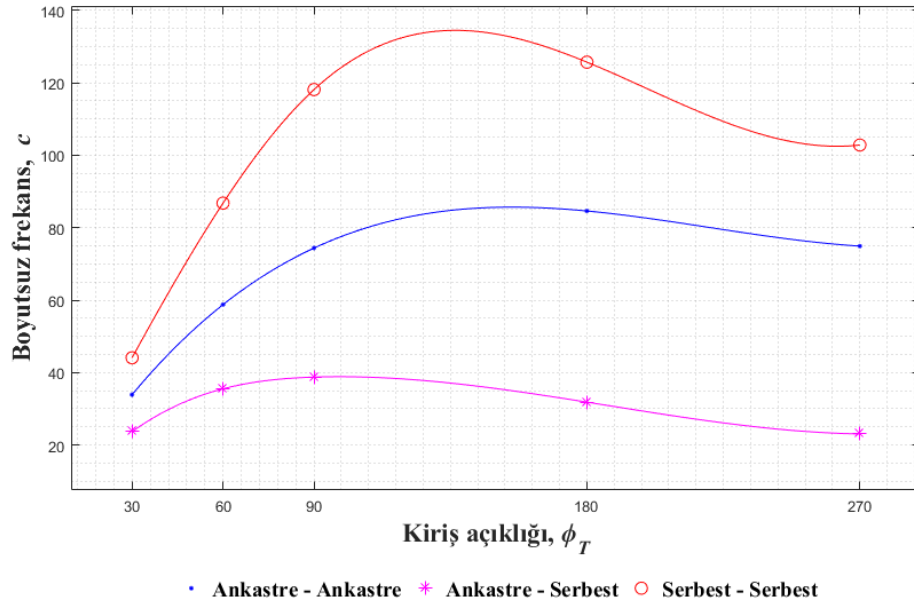
- Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.18 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$).

Şekil 5.18 incelendiğinde, elastisite modülü arttıkça etkilerin boyutsuz frekanslarda oluşturduğu değerler birbirine yakınlık göstermektedir. Elastisite modülü oranının artmasıyla çubukta etkilerin öneminin azaldığı çıkarımı yapılabilmektedir.

5.1.4. Farklı mesnetleme şartlarında tabaka açılarının boyutsuz frekansa etkisi

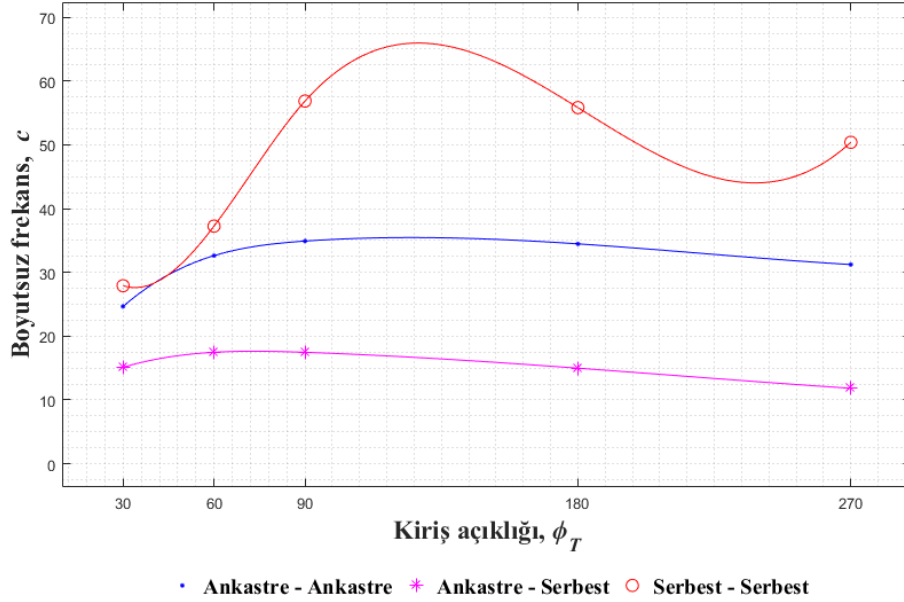
Şekil 5.19’da, $[0/90/0]$ tabaka düzenine, $\phi_T=30^\circ-270^\circ$ kiriş açıklığına, $\lambda=50$ narinlik oranına ve $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına sahip kompozit çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerleri farklı mesnetleme durumları için verilmiştir. Şekilden anlaşılacağı üzere, simetrik mesnet düzenine sahip çubuklarda 30° ile 180° kiriş açıklığında boyutsuz frekans devamlı artış gösterip 180° ’den sonra azalış gösterirken, ankastre-serbest mesnet tipinde 90° ’ye kadar artış gösterip devamında azalış göstermektedir.



Şekil 5.19 : Farklı mesnet tiplerinde, $[0/90/0]$ tabaka açılı, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ-270^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$).

Simetrik mesnetleme sınır koşullarına sahip çubuklarda, boyutsuz frekans değerlerinin 30° ile 180° kiriş açıklığında arttığı, $180^\circ-270^\circ$ kiriş açıklığında ise azaldığı görülmektedir. Ankastre-serbest mesnet tipinde boyutsuz frekans değerlerinin $30^\circ - 90^\circ$ kiriş açıklığında arttığı $90^\circ-270^\circ$ kiriş açıklığında ise azaldığı görülmektedir (Şekil 5.19).

Şekil 5.20’de $[90/0/90]$ tabaka düzenine sahip kompozit çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin kiriş açıklığıyla değişimleri verilmiştir. Burada ankastre-ankastre, ankastre-serbest ve serbest-serbest sınır koşulları ele alınmıştır.



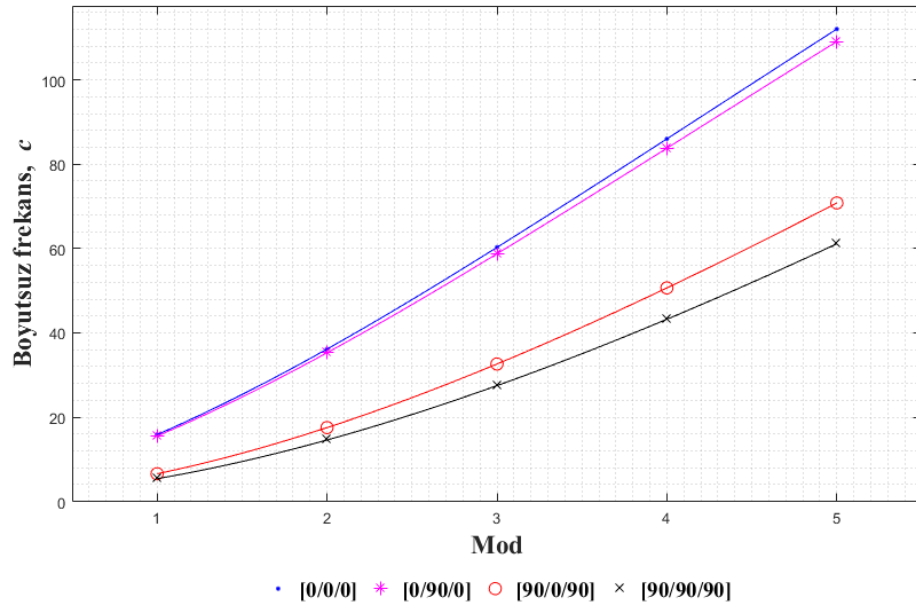
Şekil 5.20 : Farklı mesnet tiplerinde, $[90/0/90]$ tabaka açılı, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ-270^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$).

Ankastre-ankastre, ankastre-serbest ve serbest-serbest sınır koşullarında 90° kiriş açıklığından sonra boyutsuz frekans değerlerinin azaldığı görülmektedir (Şekil 5.20).

Farklı mesnet tiplerinde kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dahil ve/veya ihmal edildiği durumlar daha önce birçok grafikte verildiği için bu bölümde bir kez daha incelenme gereği duyulmamıştır.

5.1.5. Farklı modlarda tabaka açılarının boyutsuz frekansa etkisi

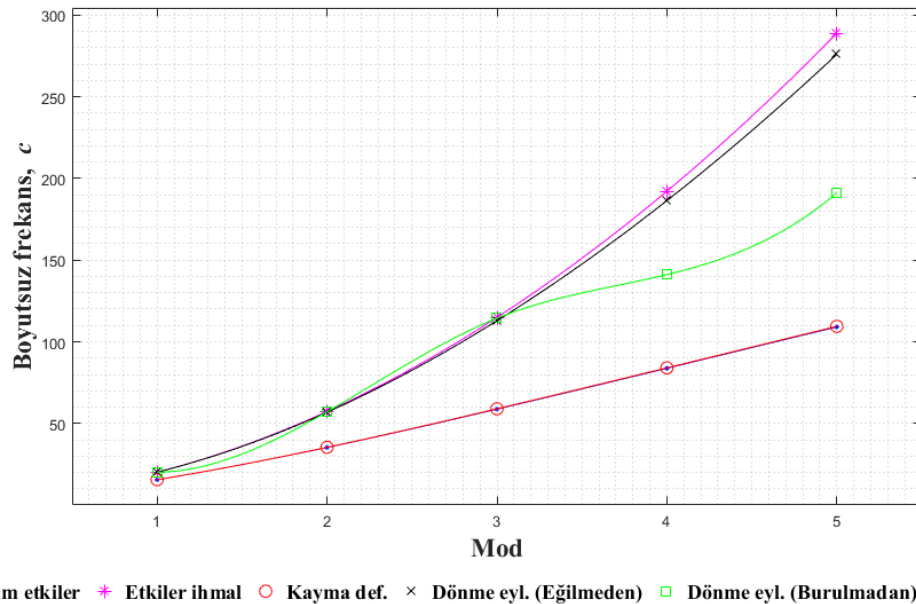
Şekil 5.21’de, 4 farklı tabaka düzeni için, $\phi_T=60^\circ$ kiriş açıklığına, $\lambda=50$ narinlik oranına, $E_1/E_2=15$ ve $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına sahip kompozit çubuğun ilk beş moduna ait boyutsuz frekans değerleri ankastre-ankastre mesnet durumu için verilmiştir.



Şekil 5.21 : Farklı tabaka açılarında, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun boyutsuz frekansları ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$).

Şekil 5.21 gösteriyor ki kompozit çubuğun tabaka düzeni ne olursa olsun mod ile boyutsuz frekans değerleri arasında düzgün değişim gösteren bir ilişki bulunmaktadır.

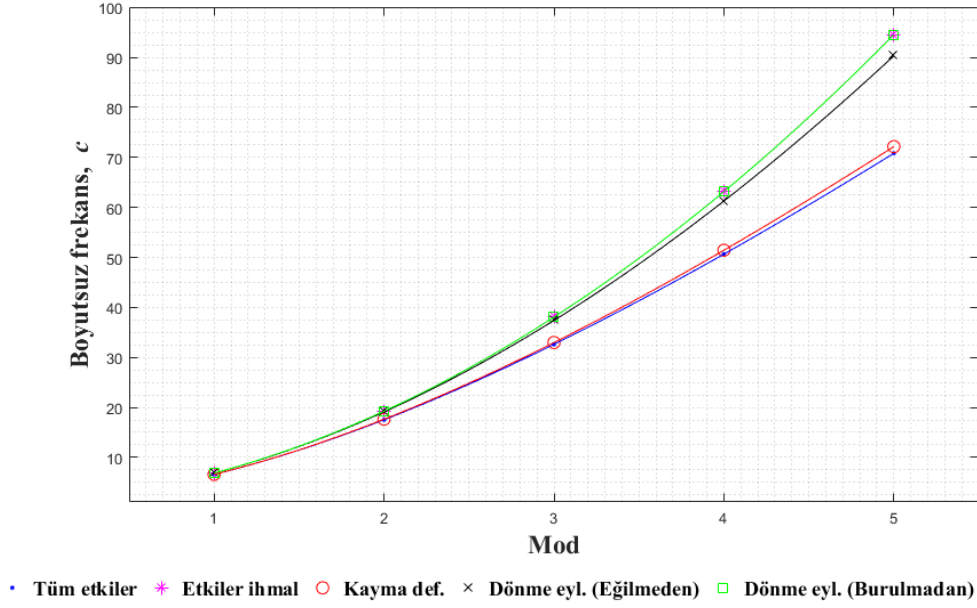
Şekil 5.22’de [0/90/0] düzeni için, çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin ilk beş modda boyutsuz frekanslarda nasıl etkiler yaptığı verilmiştir.



Şekil 5.22 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun boyutsuz frekansları ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$).

Şekil 5.22’den anlaşılacağı gibi kayma deformasyonu her modda önemli bir etki yaratır iken, burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliği etkisi 4. moddan itibaren önem kazanıp çubuğun gerçek davranışına yakınsamaya başlamaktadır.

Şekil 5.23’de [90/0/90] düzeni için, çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin kompozit çubuğun ilk beş modunda boyutsuz frekanslar üzerindeki etkisini gösteren grafik verilmiştir.



Şekil 5.23 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun boyutsuz frekansları ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$).

Şekil 5.23’e baktığımızda ise, [90/0/90] düzeninde eğilmeden kaynaklanan dönme eylemsizliği artan mod derecesiyle birlikte, burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliğine göre çubuğun gerçek davranışına daha fazla yakınsamaktadır.

5.2. Tek Kademeli Çember Eksenli Çubukların Doğal Frekanslarının Hesabı

Bu bölümde kesiti değişen tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğa ait boyutsuz frekans değerleri incelenmiştir. Çubuğa ait özellikler olan tabaka açıları, kiriş açıklığı, narinlik oranları, elastisite modülü oranları, mesnetleme şartları ve modlarının değişiminin yanı sıra kademeli çubuk için önemli parametreler olan kademe konumu ve kademe oranı değişimlerinin boyutsuz frekansa etkisi incelenmiştir. Verilen grafiklerde yatay eksenler değişen malzeme özelliklerini, dikey eksenler boyutsuz frekansları göstermektedir. Boyutsuz frekans değerleri, $c = \omega R^2 \phi_T^2 \sqrt{\mu/I_n E_1}$ olarak tanımlanmıştır.

Bu bölüm iki ana bölüme ayrılmış olup, ilk bölümde kademenin konumunun, ikinci bölümde ise kademe oranının değişen çeşitli parametrelerle boyutsuz frekans üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Kademe konumu incelenirken belirlenen kademe oranları seçilip sabit değerler olarak kullanılmıştır. Kademe oranının incelenmesinde ise belirlenen kademe konumları seçilip sabit değerler olarak kullanılmıştır.

Farklı malzeme özelliklerindeki değişimlerin yanı sıra, belirlenen çeşitli malzeme değerlerinde çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin de boyutsuz frekansları nasıl etkilediği grafiklerle incelenmiştir.

5.2.1. Tek kademeli çember eksenli çubuklarda boyutsuz frekansın kademenin konumu ile değişimi

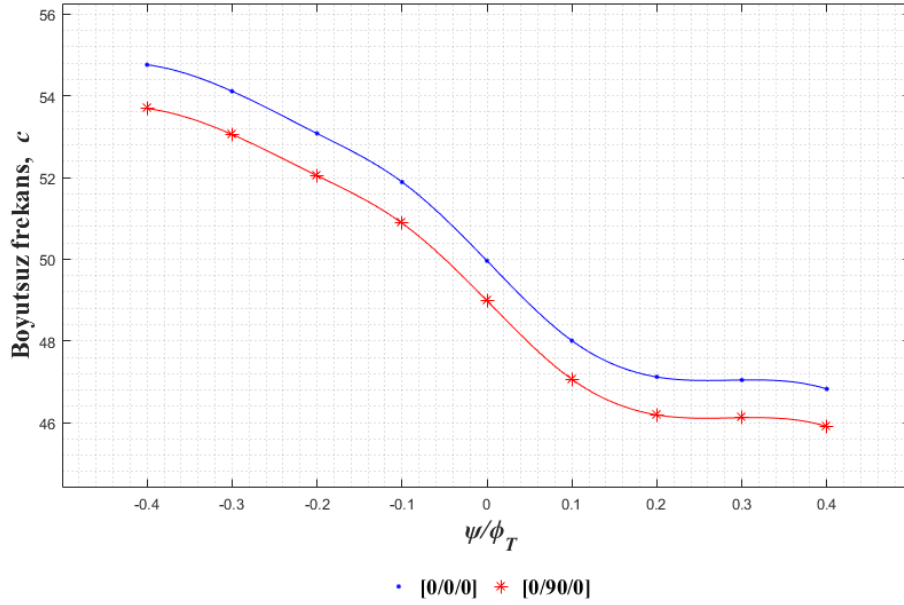
Bu bölümde tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğa ait boyutsuz frekans değerlerinin kademenin çubuk üzerinde bulunduğu konumunun, ψ/ϕ_T , değişkenlik gösterdiği durumlar ele alınmıştır. ψ/ϕ_T ifadesinde ψ değişkeni kademenin açısını belirtmekte olup, ψ/ϕ_T ifadesi -0.4 ile 0.4 arasında değişmektedir.

Tabaka açıları, giriş açıklığı, narinlik oranı, elastisite modülü oranı ve mesnet tipleri çubuk için diğer önemli değişkenlerdir. Bu parametrelerin kademe konumuyla birlikte değişmesinin boyutsuz frekanslar üzerindeki etkileri incelenmiştir. Değişkenlik gösteren parametreler dışında kalan parametreler için belirli sabit değerler seçilmiştir. Tutarlılık olması ve etkilerin daha iyi anlaşılması için bu parametreler grafik takımlarında sabit tutulmuşlardır.

5.2.1.1. Farklı tabaka açılarında kademe konumunun boyutsuz frekansa etkisi

Farklı tabaka açılarının ele alındığı durumlarda serbest-serbest mesnetlenmiş, $\lambda=150$ narinlik oranına, $\phi_T=60^\circ$ giriş açıklığına, $E_1/E_2=15$ elastisite modülü oranına, $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına ve $\eta=1.5$ kademe oranına sahip tek kademeli çember eksenli kompozit bir çubuk ele alınmıştır.

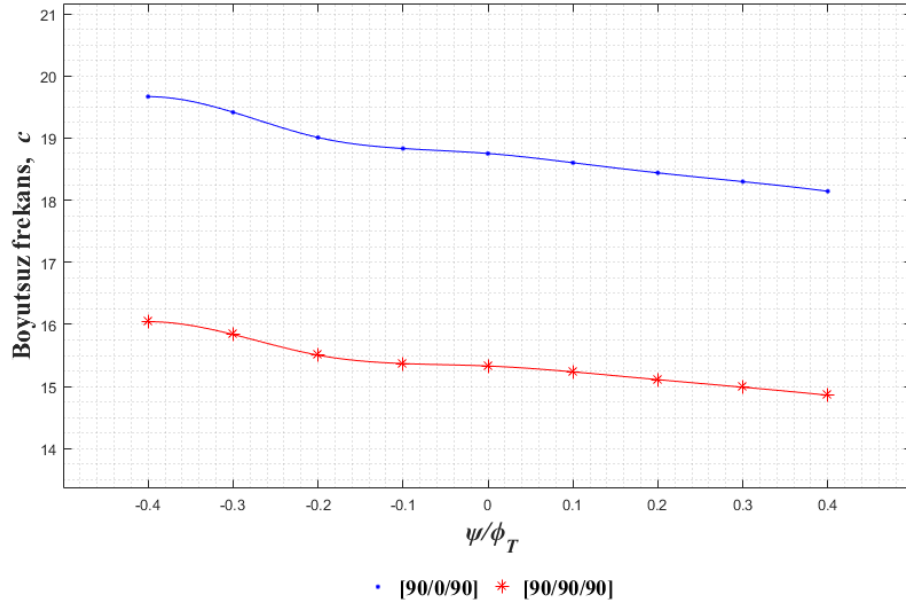
Şekil 5.24'te, [0/0/0] ve [0/90/0] tabaka düzenine sahip kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekanslarının farklı kademe konumlarındaki değişimi verilmiştir.



Şekil 5.24 : [0/0/0] ve [0/90/0] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=150$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

Kademe oranının 1.5 olduğu durumda, daha geniş kesite sahip kısmın dar kesitli kısma göre daha uzun olması halinde boyutsuz frekansın daha yüksek değerlerde olduğu ve geniş kesitin boyunun kısılmasıyla da boyutsuz frekansta azalma olduğu görülebilir. Geniş kesitin oranca daha az olduğu durumlarda çubuk boyutsuz frekans değerlerinde önemli bir değişiklik gözlemlenmemiştir. Geniş kesitin en uzun olduğu durum ile en kısa olduğu durum arasında boyutsuz frekanslarda yaklaşık %15'lik bir fark bulunmaktadır. (Şekil 5.24)

Şekil 5.25'te ise [90/0/90] ve [90/90/90] tabaka düzenli kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekanslarının farklı kademe konumlarındaki değişimi grafik halinde verilmiştir.

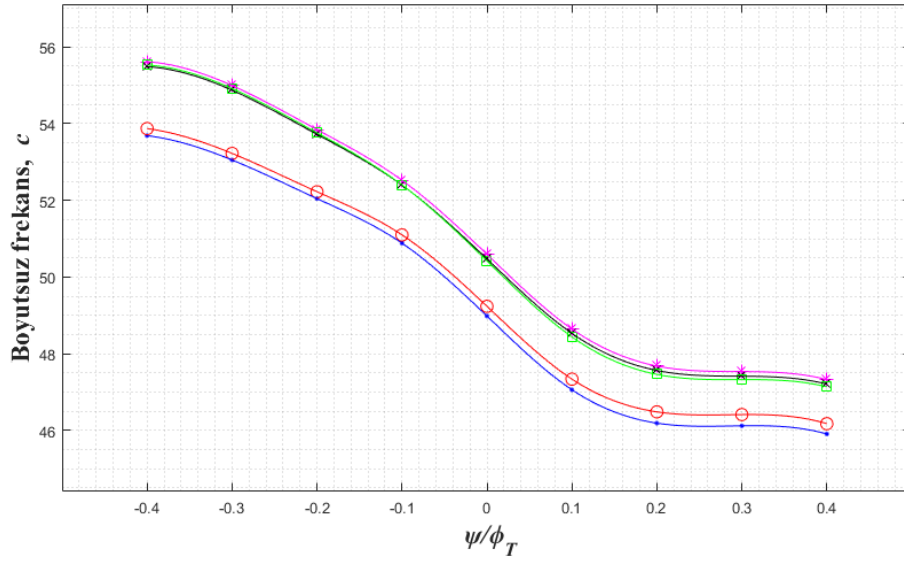


Şekil 5.25 : [90/0/90] ve [90/90/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=150$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

90°'li tabaka sayısının artması çubukta kademe konumunun, boyutsuz frekans üzerindeki etkisini azalttığı görülebilir. Çubuk daha dengeli bir değişim grafiği vermektedir. Çubuğun geniş kesitinin en uzun olduğu durum ile en kısa olduğu durum arasında boyutsuz frekanslarda yaklaşık %7-8'lik bir fark olduğu görülmektedir. (Şekil 5.25)

Şekil 5.24 ve Şekil 5.25'te, tabakalar kendi içinde değişen kademe konumuyla birlikte benzer değişim karakteristiği göstermektedir. Sayıca baskın olan tabaka açılarının benzer karakteristik özellik gösterdiği çıkarımı yapılabilir.

Şekil 5.26'da [0/90/0] tabaka açılarına sahip kompozit çubukların 1. modu için değişen kademe konumunun boyutsuz frekans değerleri üzerindeki etkisi incelenmiştir. Kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dahil edilip edilmediği durumlar ele alınmıştır.

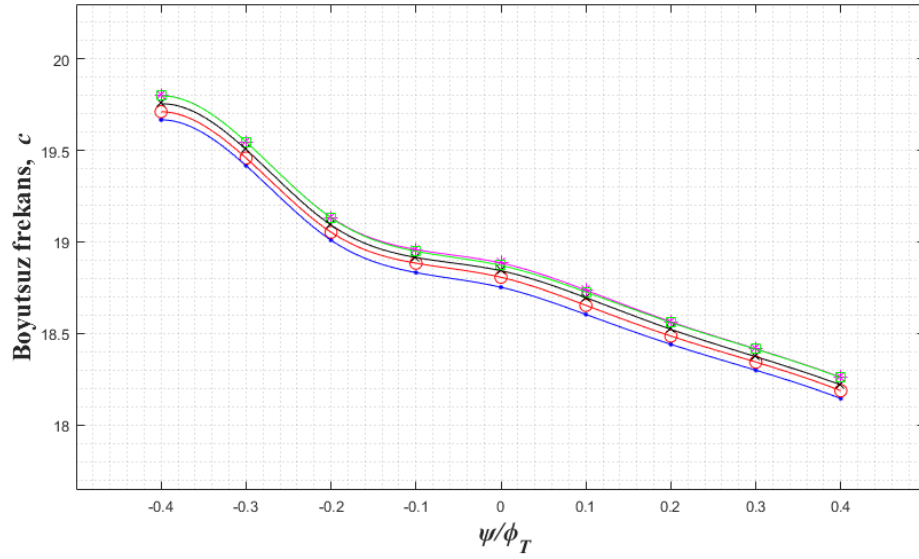


- Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.26 : [0/90/0] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=150$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

[0/90/0] düzeni için kayma deformasyonu 0 konumundan pozitif konuma ilerlediği durumda gerçek davranıştan uzaklaşan bir davranış yapısı göstermiştir (Şekil 5.26).

5.27’de [90/0/90] tabaka açılılarına sahip kompozit çubukların 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin değişen kademe konumu üzerindeki etkisi incelenmiştir. Kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin hesaba katılıp katılmadığı durumlar için grafik eğrileri oluşturulmuştur.



• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.27 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=150$, $E_1/E_2=15$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

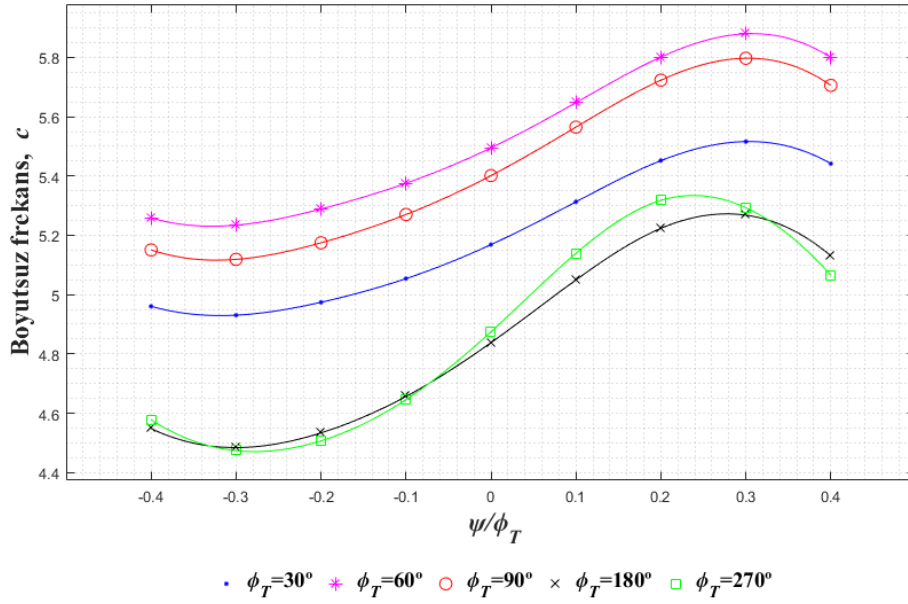
[90/0/90] tabaka yapısı için kayma deformasyonu kademe konumunun -0.2’den pozitif yöne doğru ilerlediği durumlarda gerçek davranıştan biraz daha uzak bir davranış göstermektedir (Şekil 5.27).

Şekil 5.26 ve Şekil 5.27’de her kademe konumunda etkilerin ihmal edildiği durum tüm etkilerin dahil olduğu durumla aynı karakteristik grafiği çizdiği görülmektedir.

5.2.1.2. Farklı kiriş açıklıklarında kademe konumunun boyutsuz frekansa etkisi

Farklı kiriş açıklıklarının ele alındığı durumlarda, $\lambda=50$ narinlik oranına, $E_1/E_2=30$ elastisite modülü oranına, $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına ve $\eta=1.5$ kademe oranına sahip tek kademeli çember eksenli kompozit bir çubuk ele alınmıştır.

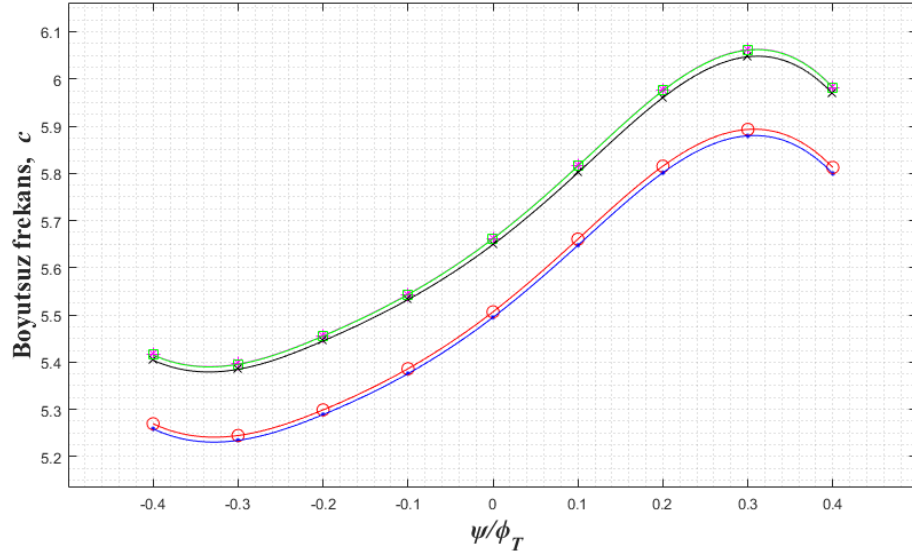
Şekil 5.28’de, ankastre-ankastre mesnetli, [90/0/90] tabaka düzenli kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe konumlarındaki değişimi verilmiştir.



Şekil 5.28 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

Ele alınan tüm kiriş açıklıklarında -0.3 konumunda en düşük boyutsuz frekans değerlerini alan çubuklar, en yüksek boyutsuz frekans değerlerine 270° kiriş açıklığındaki çubuk dışında +0.3 konumunda ulaşmaktadır. 270°'lik çubuk en yüksek frekans değerine +0.2 konumunda ulaşmakta olup, grafik boyunca diğer kiriş açıklıklarına göre daha yüksek bir eğim açısıyla artış-azalış düzeni göstermektedir (Şekil 5.28)

Şekil 5.29'da ise, [90/0/90] tabaka düzenli ankastre-ankastre mesnetli ve 60° kiriş açıklığına sahip çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe konumlarındaki değişimi ele alınan etkilerle birlikte verilmiştir. Bu etkiler kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileridir.

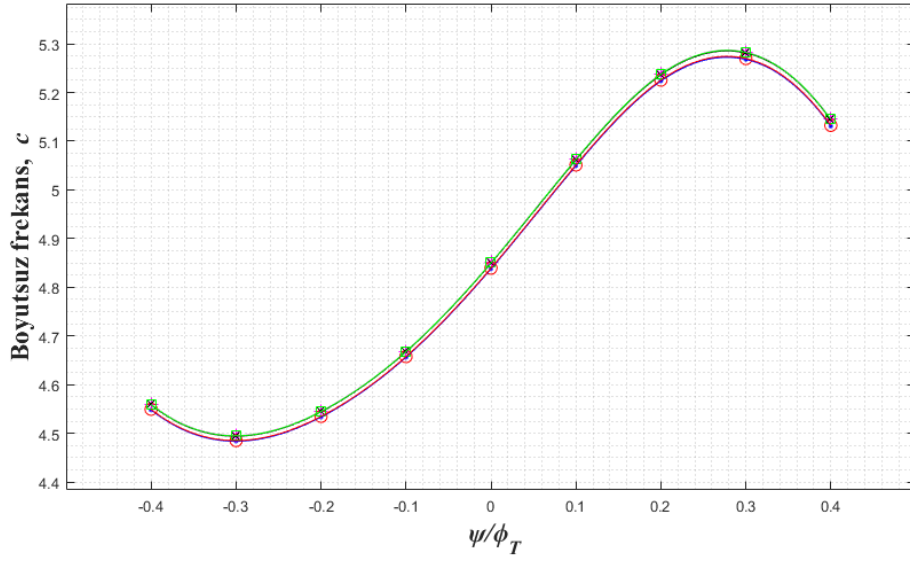


• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.29 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

Şekil 5.29’da, [90/0/90] tabaka düzenli çubukta kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkisinin eğim rejimi tüm etkilerin dahil olduğu durumla benzerlik göstermekte ve kademe konumundan etkilenmediği görülmektedir.

Şekil 5.30’da ise, [90/0/90] tabaka açılı ankastre-ankastre mesnetli ve 180° kiriş açıklığına sahip çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe konumlarındaki değişimi kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileriyle birlikte verilmiştir.



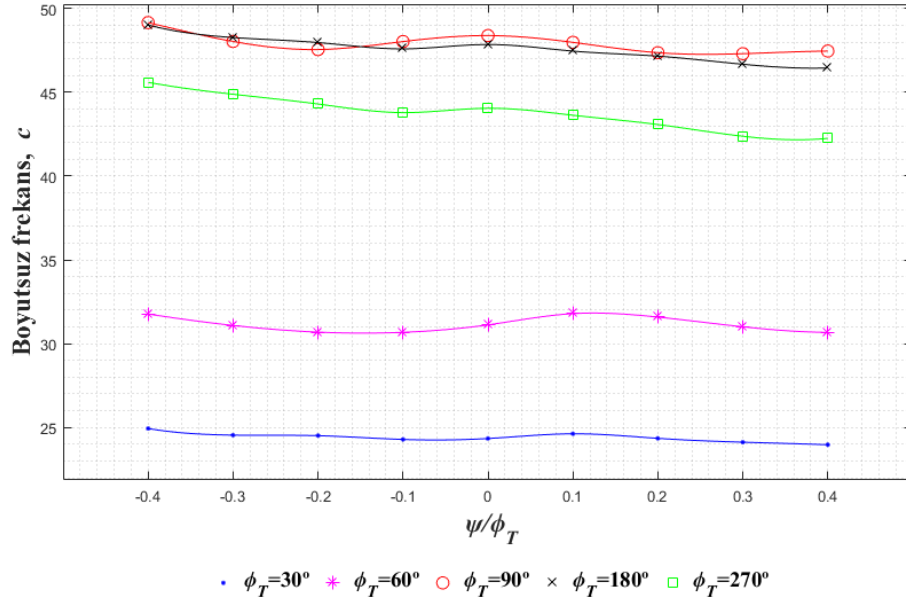
- Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.30 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=180^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

[90/0/90] tabaka düzenli çubuk için kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği eğim rejiminin tüm etkilerin dahil olduğu durumla benzerlik gösterdiği ve kademe konumundan etkilenmediği söylenebilmektedir (Şekil 5.30).

Ankastre-ankastre mesnetli çubuk için kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri farklı giriş açıklıklarında değişen kademe konumuyla farklılık göstermeyip düzenli bir etki grafiğine sahiptir. (Şekil 5.29 ve Şekil 5.30)

Şekil 5.31’de, [90/0/90] tabaka düzenli serbest-serbest mesnetli kompozit çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin kademe konumunun değişimi verilmiştir.

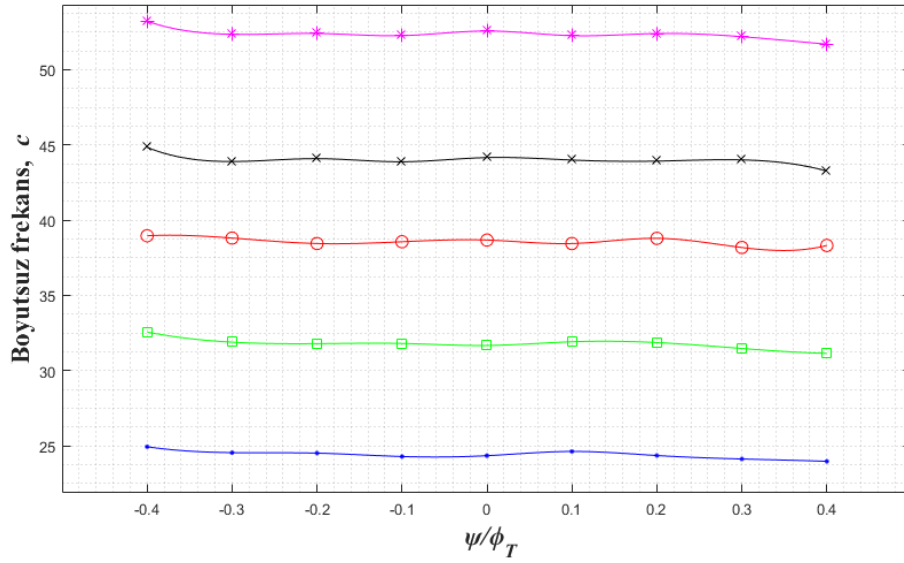


Şekil 5.31 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

Ankastre-ankastre mesnetli çubuk için en düşük ve en yüksek frekans değerleri genellikle benzer kademe konumunda elde edilirken, serbest-serbest mesnetli çubuk için her kiriş açıklığında farklı kademe konumunda en düşük ve en yüksek frekans değerleri elde edilmektedir. 30° , 180° ve 270° için en düşük frekans değerleri $+0.4$ kademe konumunda, 60° ve 90° için en düşük frekans değerleri ise -0.2 kademe konumundadır. En yüksek frekans değerleri 30° , 90° , 180° ve 270° için -0.4 kademe konumunda, 60° için $+0.1$ kademe konumundadır.

Ankastre-ankastre mesnetli çubuk için en düşük ve en yüksek frekans değerleri genellikle benzer kademe konumunda elde edilirken, serbest-serbest mesnetli çubuk için her kiriş açıklığında farklı en düşük ve en yüksek frekans değerlerine ulaşılmaktadır. 30° , 180° ve 270° için $+0.4$, 60° ve 90° için -0.2 konumunda en düşük değerlerini alırken, 30° , 90° , 180° ve 270° için -0.4 , 60° için $+0.1$ konumunda en yüksek değerlerini almaktadır.

[90/0/90] tabaka açılı serbest-serbest sınır koşullarına ve 30° kiriş açıklığına sahip çember eksenli kompozit çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe konumlarındaki değişimi kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dahil edilip edilmesi durumları için verilmiştir. (Şekil 5.32)

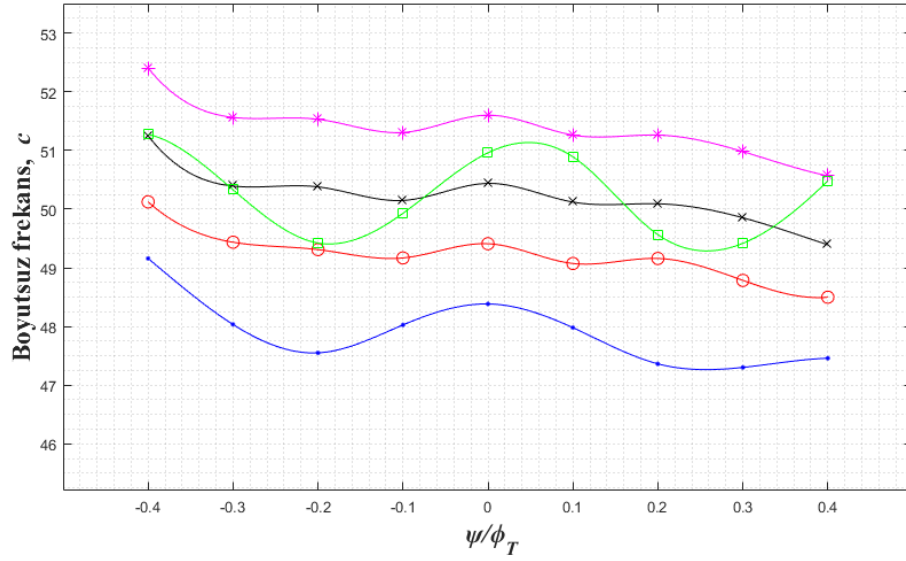


• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.32 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

Şekil 5.32'ye baktığımızda, serbest-serbest mesnetli ve 30° kiriş açıklığına sahip çubuklarda etkiler, kademelerin konumuyla birbirleriyle benzer değişim rejimi gösterir. Tüm etkilerin ihmal edildiği, sadece kayma deformasyonu ve sadece eğilmeden kaynaklanan dönme eylemsizliği etkisinin dahil olduğu durumlar değişen kademe konumlarıyla benzer bir değişim göstermektedir. Özellikle burulmadan kaynaklı dönme eylemsizliği etkisinin düzensiz değiştiği, farklı kademe konumlarında diğer etkilerden daha gerçeğe yakın ya da gerçekten daha uzak davranışlar sergilediği sonucuna varılabilir.

[90/0/90] tabaka açılı serbest-serbest sınır koşullarına ve 90° kiriş açıklığına sahip kompozit çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe konumlarındaki değişimi incelenmiştir. Kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dahil ve/veya ihmal edilmesi durumları ele alınmıştır (Şekil 5.33).

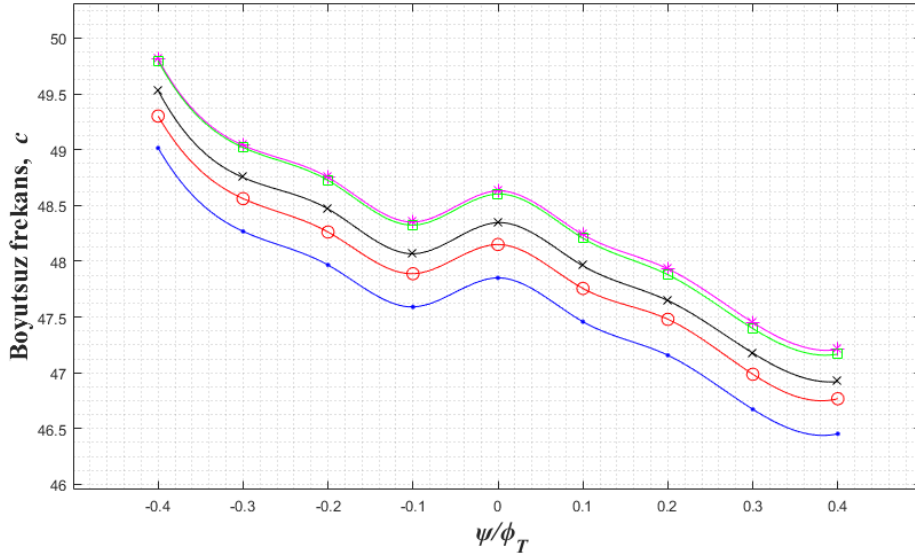


• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.33 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=90^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

Şekil 5.33'te, 90° kiriş açıklıklı çubukta sadece burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliğinin etkidiği durumlar tüm etkilerin dahil olduğu durumla benzer değişim eğrilerine sahipken, boyutsuz frekans değeri anlamında kayma deformasyonu her kademe konumunda tüm etkilerin dahil olduğu duruma daha yakın değerlere sahiptir.

[90/0/90] tabaka açılı serbest-serbest sınır koşullarına ve 180° kiriş açıklığına sahip kompozit çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe konumlarındaki değişimi incelenmiştir. Kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin çubuğun boyutsuz frekanslarındaki oluşturduğu değişim eğrileri incelenmiştir. (Şekil 5.34).



• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

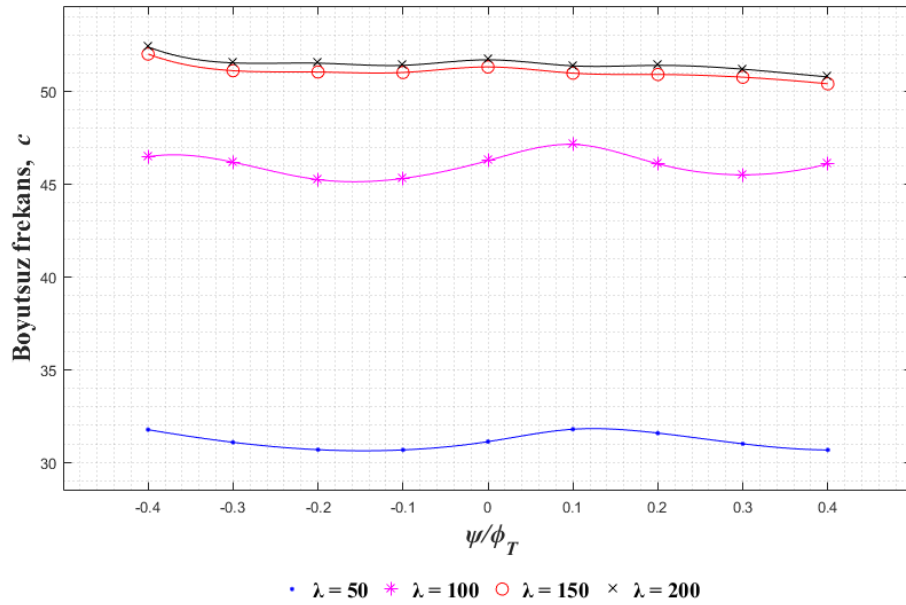
Şekil 5.34 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=180^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

Serbest-serbest mesnetli ve 180° giriş açıklıklı çubukta etkiler, kademenin konumuyla birbirleriyle benzer değişim rejimi göstermektedir. (Şekil 5.34)

5.2.1.3. Farklı narinlik oranlarında kademe konumunun boyutsuz frekansa etkisi

Farklı narinlik oranlarının ele alındığı durumlarda, çember eksenli çubuğun değişen kademe konumuyla birlikte çubuğun boyutsuz frekansı üzerindeki etkisi incelenmiştir. $E_1/E_2=30$ elastisite modülü oranına, $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına ve $\eta=1.5$ kademe oranına [90/0/90] tabaka düzenine sahip çember eksenli kompozit çubuk ele alınmıştır. Sınır koşulu olarak serbest-serbest durum incelenmiştir. 60° giriş açıklığına sahip çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekanslarının çeşitli narinlik oranlarında ve farklı kademe konumlarındaki değişimi incelenmiştir. Önemli bir tasarım parametresi olan narinlik oranı 50-200 arasında değişmektedir.

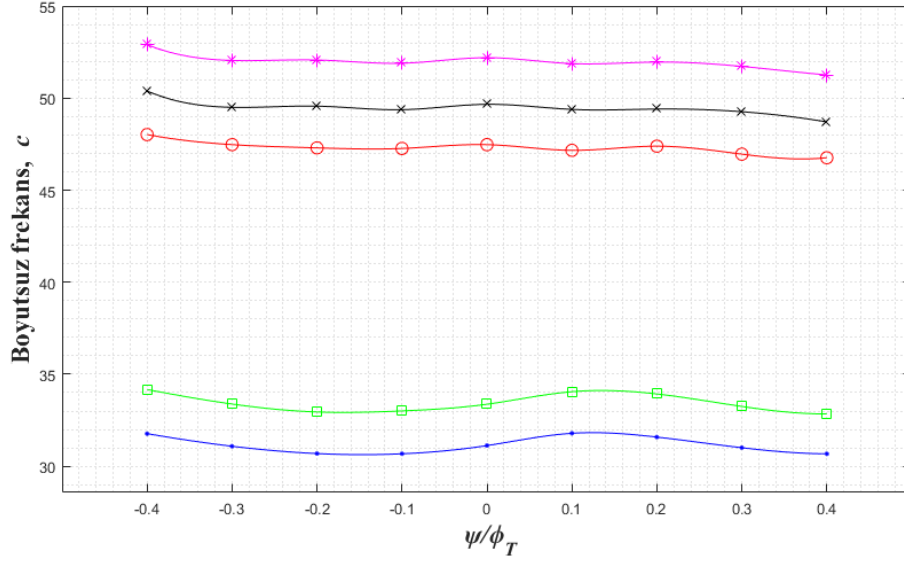
Şekil 5.35'te kompozit çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı narinlik oranlarında farklı kademe konumlarındaki değişimi gösterilmiştir.



Şekil 5.35 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

50 ve 100 gibi düşük narinlik oranlarında boyutsuz frekansın en büyük frekans değerini +0.1 kademe konumunda, 150 ve 200 gibi yüksek narinlik oranlarında ise en büyük boyutsuz frekans değerini -0.4 kademe konumunda aldığı görülmektedir. 50, 150 ve 200 narinlik oranına sahip çubuklarda en küçük frekans değeri +0.4 kademe konumunda elde edilirken, 100 narinlik oranına sahip çubuklarda bu değer -0.2 kademe konumunda ortaya çıkmaktadır. Ayrıca 50, 150 ve 200 narinlik oranına sahip çubukların +0.3 kademe konumundan +0.4 kademe konumuna geçmesiyle boyutsuz frekans değeri azalmakta, narinlik oranı 100 olan çubukta bu konum geçişinde boyutsuz frekans değeri artmaktadır. Genel yorum olarak, çubuğun farklı narinlik oranlarında kademe konumuyla değişen boyutsuz frekansları için düzenli bir değişim rejiminden bahsetmek pek mümkün olmamaktadır (Şekil 5.35).

Şekil 5.36'da kompozit çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı narinlik oranının 50 olması durumunda farklı kademe konumlarındaki değişimi, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dahil ve/veya ihmal edildiği durumlar için gösterilmiştir.

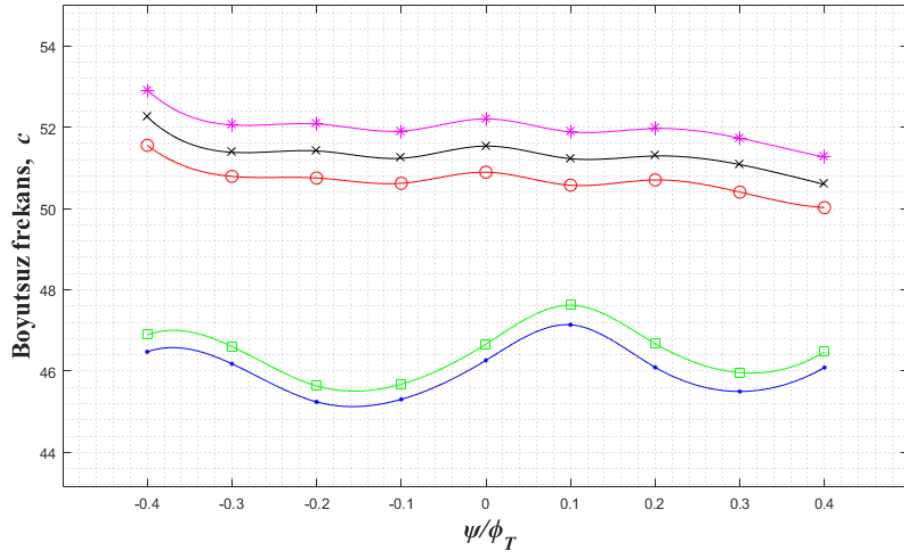


• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.36 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

Şekil 5.36’da 50 narinlik oranına sahip çubukta burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliğinin kademe oranıyla değişim rejimi, çubuğun gerçek davranışı ile benzerlik göstermekte olduğu anlaşılmaktadır. Aynı şekilde kayma deformasyonu ve eğilmeden oluşan dönme eylemsizliği etkileri -0.2 ve +0.2 kademe konumları hariç benzerlik göstermektedir.

Şekil 5.37’de çubuğa ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe konumlarındaki değişimi, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dahil ve/veya ihmal edildiği durumlar için gösterilmiştir. Narinlik oranı 100 olarak ele alınmıştır.

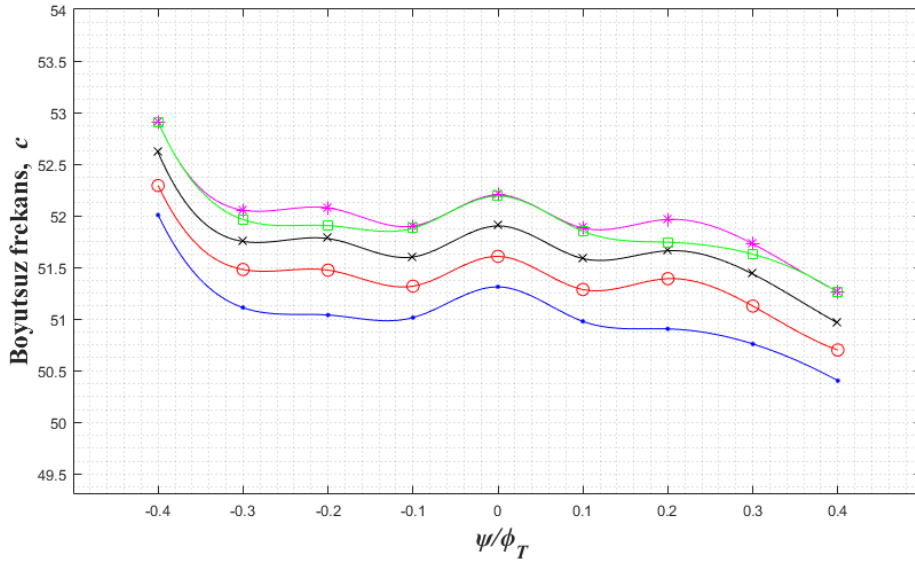


• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.37 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=100$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

Şekil 5.37’de 100 narinlik oranına sahip çubukta burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliği etkisinin kademe oranıyla değişim rejimi, çubuğun gerçek davranışı ile benzerlik göstermektedir.

Narinlik oranı 150 olan çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe konumlarındaki değişimi, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dahil ve/veya göz ardı edildiği durumlar için verilmiştir (Şekil 5.38).



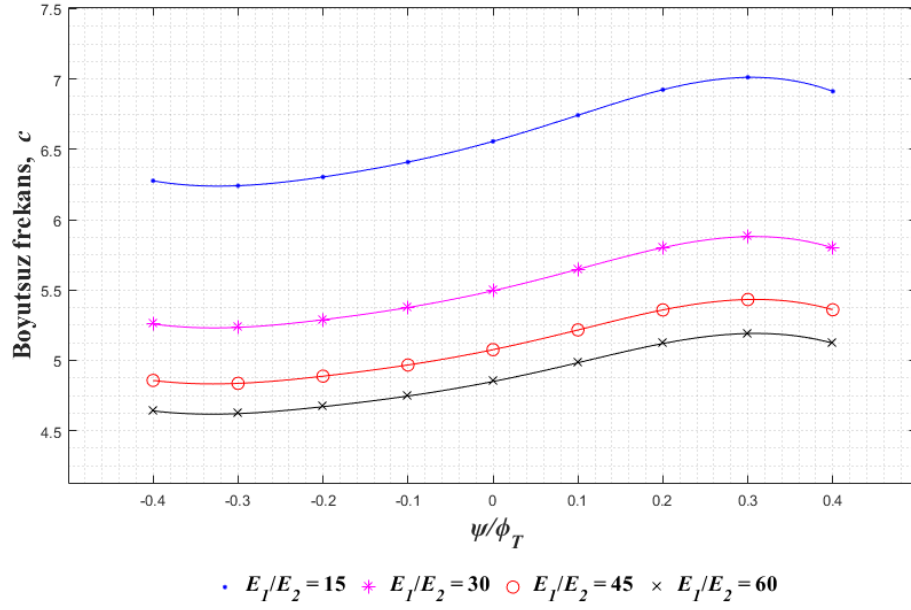
• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.38 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=150$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

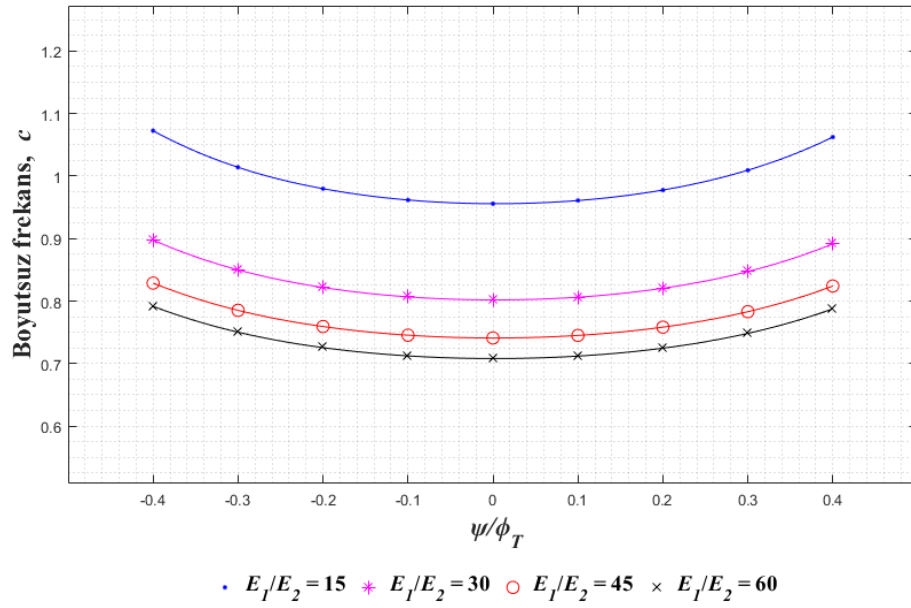
Şekil 5.38'e baktığımızda, kayma deformasyonu ve eğilmeden oluşan dönme eylemsizliği etkileri, değişen kademe konumuyla birlikte aynı değişim rejimini gösterdiğini söylemek mümkündür. Tüm etkilerin dahil olduğu durum gerçeğe en yakın durum olmakla birlikte burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliği etkilerinin değişim rejiminin de birebir aynı olduğu söylenebilir.

5.2.1.4. Farklı elastisite modülü oranlarında kademe konumunun boyutsuz frekansa etkisi

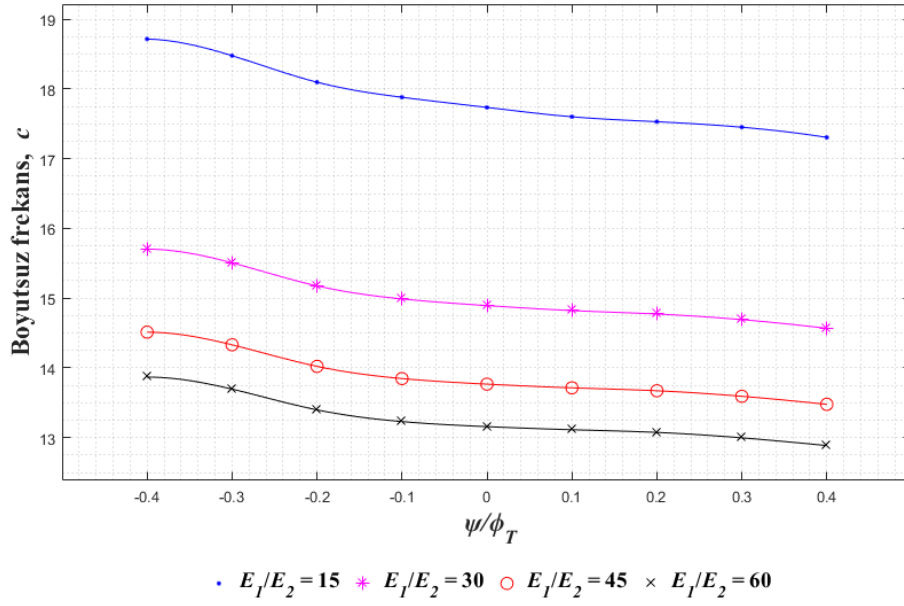
Farklı elastisite modülü oranlarının ele alındığı durumlarda, kademeli çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans üzerindeki etkisi incelenmiştir. [90/0/90] tabaka düzenine, $\phi_T=60^\circ$ kiriş açıklığına, $\lambda=50$ narinlik oranına, $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına ve $\eta=1.5$ kademe oranına sahip çember eksenli kompozit çubuk ele alınmıştır. Elastisite modülü oranları 15,30,45 ve 60'dır. Ankastre-ankastre, ankastre-serbest ve serbest-serbest sınır koşulları ele alınmıştır.



Şekil 5.39 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

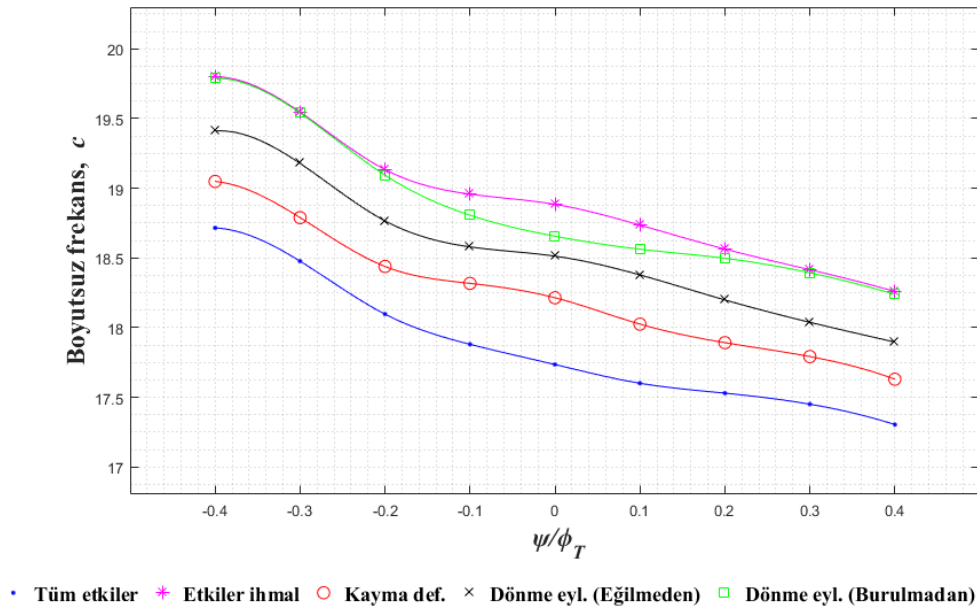


Şekil 5.40 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).



Şekil 5.41 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

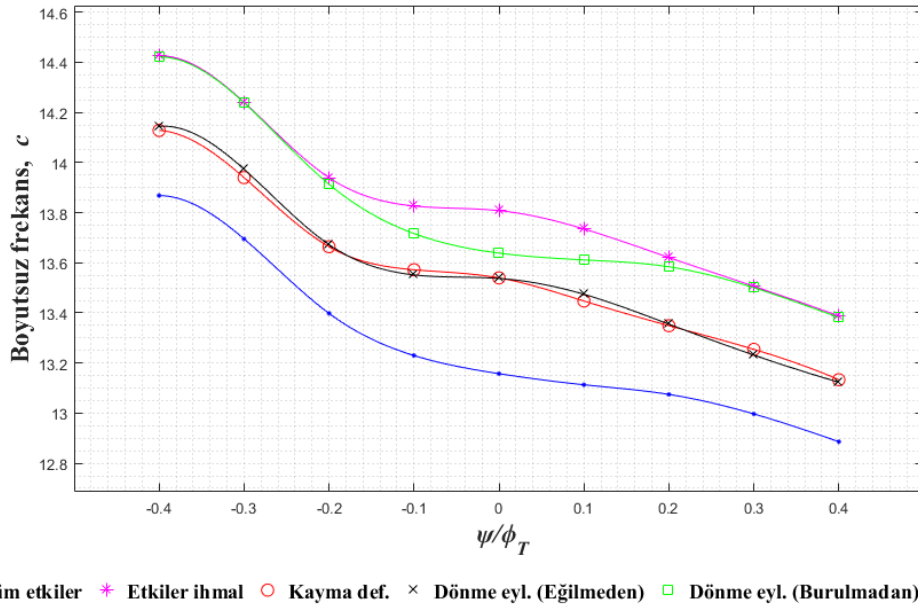
Şekil 5.42’de elastisite modülü oranları $E_1/E_2=15$ olan serbest-serbest sınır koşullarına sahip iki farklı kompozit çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri ile nasıl değiştiği incelenmiştir.



Şekil 5.42 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$)

Burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliği etkisinin değişen kademe konumlarında çubuğun gerçek davranışına yakın bir eğim grafiği çıkardığı söylenebilmektedir. Aynı şekilde kayma deformasyonu ve eğilmeden oluşan dönme eylemsizliği etkileri de kademe konumunun değişiminden benzer şekilde etkilenmektedir. Etkilerin ihmal edildiği durum ve burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliği etkisi kademe konumunun uç noktalara yakın olduğu durumlar için benzer frekans değerleri verirken, kademe konumunun çubuğun orta noktasında olması halinde gerçek davranışa yaklaştığı gözlemlenmektedir. (Şelik 5.42)

Şekil 5.43'te bu defa elastisite modülü oranları $E_1/E_2=60$ olan serbest-serbest sınır koşullarına sahip iki farklı kompozit çubuğun kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri ile nasıl değiştiği incelenmiştir.



Şekil 5.43 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=60$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

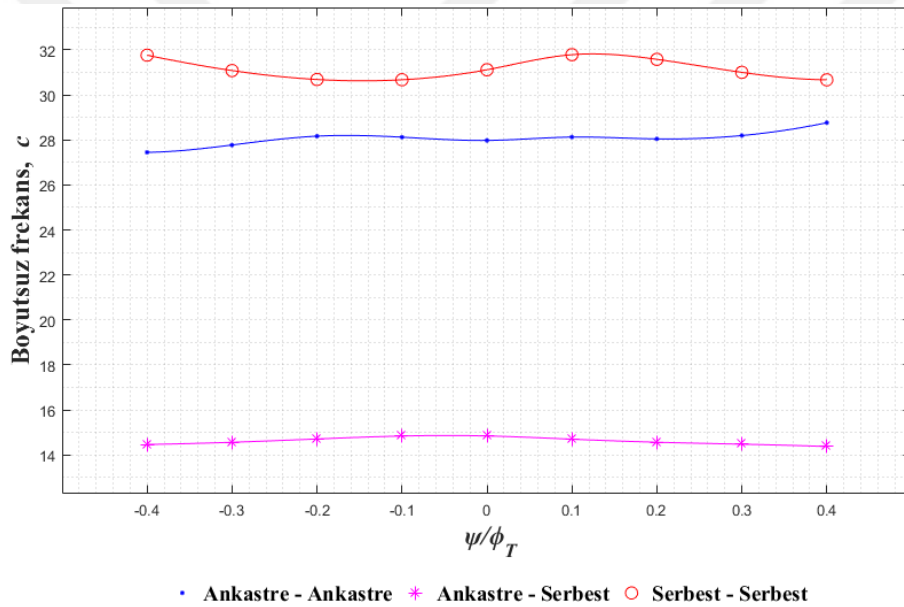
Şekil 5.43'te $E_1/E_2=60$ elastisite modülü oranlı çubuğu incelediğimizde, kayma deformasyonu ve eğilmeden oluşan dönme eylemsizliği etkileri hemen hemen bütün kademe konumlarında birbirine yakın boyutsuz frekans değerleri sağlamaktadır. $E_1/E_2=15$ olduğu çubuktakine benzer şekilde etkilerin ihmal edildiği durum ve burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliği etkisi kademe konumunun uç noktalara yakın olduğu durumlar için benzer frekans değerleri verirken, kademe konumunun

çubuğun orta noktasında olması halinde gerçek davranışa yaklaştığı gözlemlenmektedir

5.2.1.5. Farklı mesnetleme şartlarında kademe konumunun boyutsuz frekansa etkisi

Bu bölümde $[90/0/90]$ tabaka düzenine, $\phi_T=60^\circ$ kiriş açıklığına, $E_1/E_2=30$ elastisite modülü oranına, $\lambda=50$ narinlik oranına, $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına ve $\eta=1.5$ kademe oranına sahip çubukların 3. modu ele alınmıştır.

Şekil 5.44'te ankastre-ankastre, ankastre-serbest ve serbest-serbest sınır koşullarına sahip çember eksenli kompozit çubukların değişen kademe konumlarının boyutsuz frekans değerleri üzerindeki etkisi incelenmiştir.



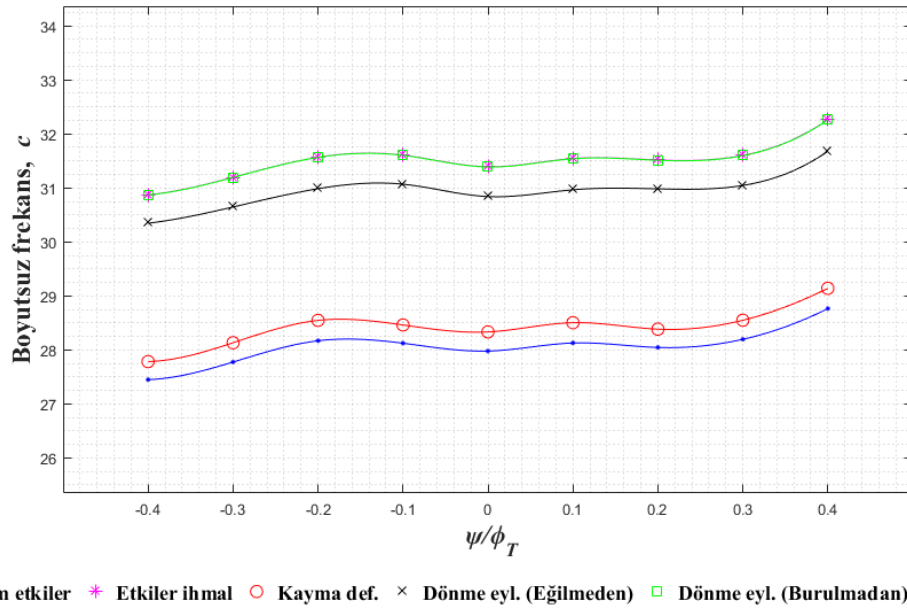
Şekil 5.44 : $[90/0/90]$ tabaka açılı, farklı mesnet tiplerinde tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

Ankastre-ankastre sınır koşulunda en yüksek boyutsuz frekans değeri +0.4 kademe konumunda, ankastre-serbest sınır koşulunda 0 kademe konumunda ve serbest-serbest sınır koşulunda bu değer +0.1 kademe konumunda olduğu görülmektedir. En küçük boyutsuz frekans değeri ise ankastre-ankastre sınır koşulunda -0.4 kademe konumunda, ankastre-serbest ve serbest-serbest sınır koşullarında +0.4 kademe

konumunda olduğu görülmektedir. Grafikten anlaşılacağı gibi ele alınan sınır koşulları değişen kademe konumuna göre farklı tepkiler göstermektedir.(Şekil 5.44)

Farklı mesnet durumlarının ele alındığı farklı parametrelili çubuklar daha önceki örneklerde de incelenmiştir.

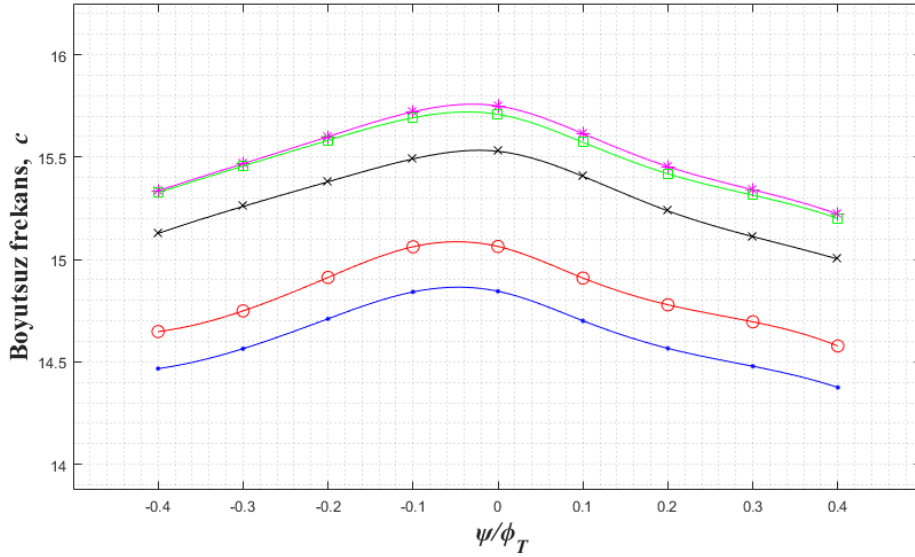
Şekil 5.45'te ankastre-ankastre sınır koşullarına sahip çember eksenli kompozit çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe konumlarındaki değişimi kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerin var olup olmadığı durumlar için incelenmiştir.



Şekil 5.45 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

Şekil 5.45'e bakıldığında ankastre-ankastre mesnetli çubukta boyutsuz frekans değerleri için tüm etkiler değişen kademe konumlarıyla benzer değişim eğrileri oluşturmaktadır.

Şekil 5.46'da kompozit çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe konumlarındaki değişimi incelenmiştir. Burada ankastre-serbest sınır koşulu ele alınmıştır. Kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerin dahil edilip edilmediği durumlarda çubuğun boyutsuz frekans değerleri incelenmiştir.

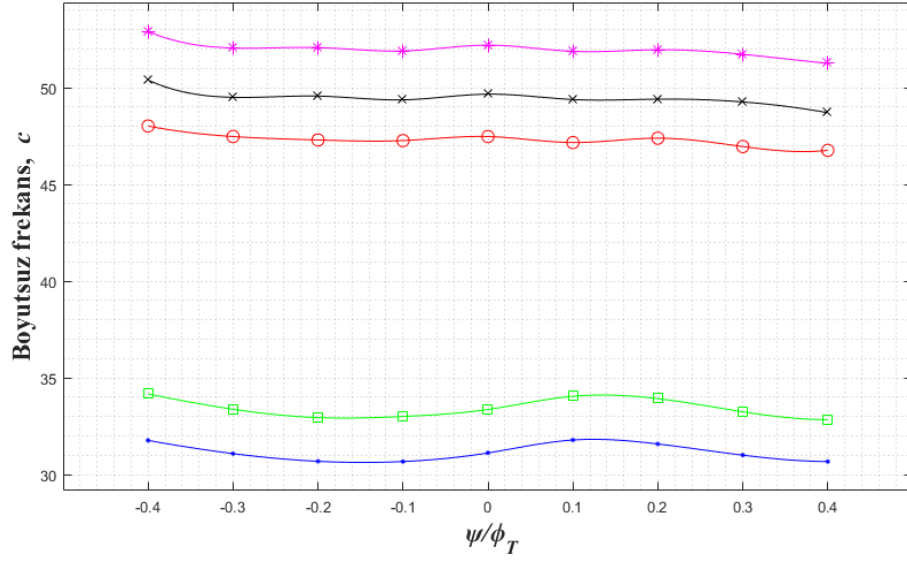


- Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.46 : [90/0/ 90] tabaka açılı, ankastre-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

Ankastre-serbest mesnet tipindeki çubuğun burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliği etkisinin tüm etkilerin ihmal edildiği durumla benzer bir eğri gösterdiği, kademelerin çubuğun orta bölümlerinde olduğu durumlarda ise gerçek davranışa az da olsa yaklaştığı söylenebilir (Şekil 5.46).

Şekil 5.47’de serbest-serbest sınır koşuluna sahip çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe konumlarındaki değişimi, ele alınan etkilerin hesaba katılıp katılmadığı durumlar için incelenmiştir. Bu etkiler kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileridir.



• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.47 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=50$, $b/h=2$, $\eta=1.5$).

Serbest-serbest mesnetli çubukta, boyutsuz frekans değerlerinin değişimleri ele alınan her etkide benzer eğimlerle değiştiği görülmektedir. İstisnai durum olarak, +0.1 kademe konumundan +0.2 kademe konumuna geçişte tüm etkilerin ihmal edildiği duruma benzerlik göstererek, kayma deformasyonu için bir pozitif eğim söz konusudur. Bu konum aralığında diğer tür etkilerde boyutsuz frekansta azalış görülmektedir (Şekil 5.47)

5.2.2. Tek kademeli çember eksenli çubuklarda boyutsuz frekansın kademe oranı ile değişimi

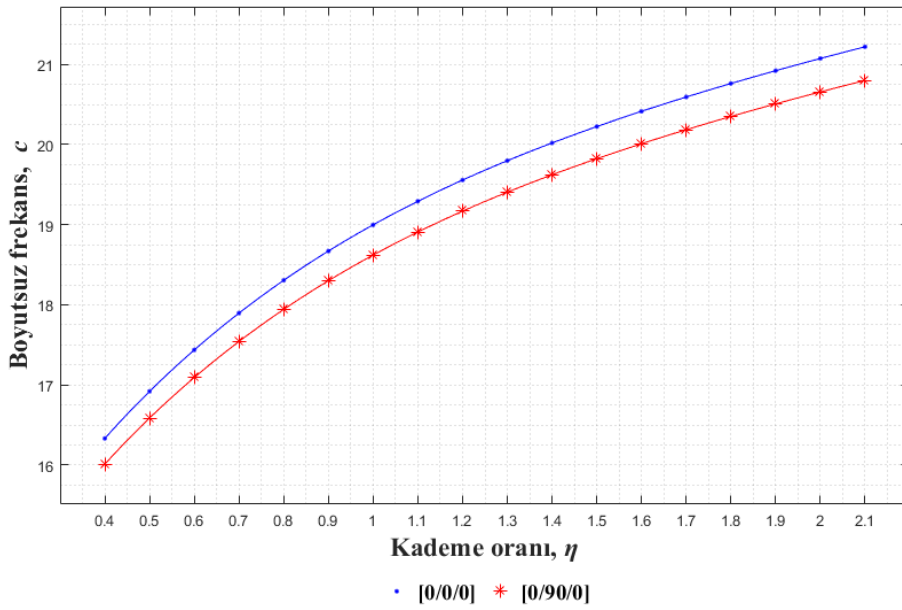
Bu bölümde tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğa ait boyutsuz frekansların kademe oranı η , ile değişkenlik gösterdiği durumlar incelenmiştir. Kademe oranı η ifadesi $b^{(I)}/b^{(II)}$ olup, $b^{(I)}$ ifadesi küçük kesitli bölümü değil, referans teşkil etmesi açısından çubuğun birinci bölümündeki genişliğini ifade etmektedir.

Çubuk için diğer önemli parametreler tabaka açıları, giriş açıklığı, narinlik oranı, elastisite modülü oranı ve farklı mesnetleme durumlarıdır. Bu parametrelerin çubuğun kademe oranı ile birlikte boyutsuz frekanslar üzerindeki etkileri incelenmiştir. Değişkenlik gösteren parametreler haricinde kalan parametreler için belirli değerler seçilmiş, tutarlılık olması ve etkilerin daha iyi anlaşılması için grafik eksen takımlarında sabit tutulmuşlardır.

5.2.2.1. Farklı tabaka açılarında kademe oranının boyutsuz frekansa etkisi

Farklı tabaka açılarının ele alındığı durumlarda, $\lambda=100$ narinlik oranına, $\phi_T=60^\circ$ kiriş açıklığına, $E_1/E_2=30$ elastisite modülü oranına, $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına ve $\psi/\phi_T = 0.2$ kademe konumuna ve ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip, kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimini ele alınmıştır. Kademe oranı 0,4 ile 2,1 arasında değişmektedir.

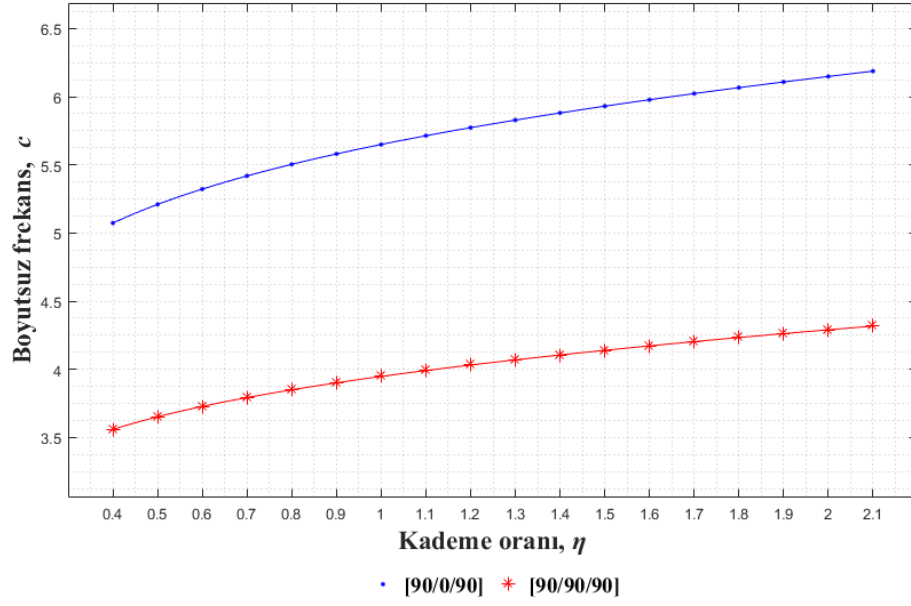
Şekil 5.48’de, [0/0/0] ve [0/90/0] tabaka düzenine sahip çember eksenli çubuğun boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimini ele alınmıştır.



Şekil 5.48 : [0/0/0] ve [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Kademe konumunun pozitif tarafta olduğu bu durum için, kademe oranının artması halinde boyutsuz frekans değerlerinde gittikçe azalan (eksponansiyel azalan) bir artış görülmektedir (Şekil 5.48).

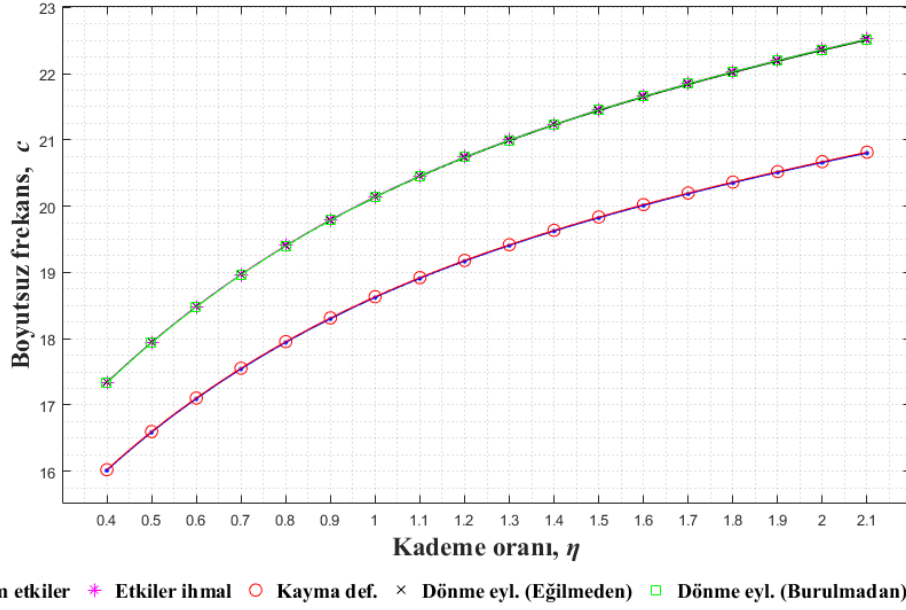
Şekil 5.49’da [90/0/90] ve [90/90/90] tabaka düzenine sahip çubuğun boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimi görülmektedir.



Şekil 5.49 : [90/0/90] ve [90/90/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Tıpkı 0° 'li tabakaların baskın olduğu kompozit çubuklarda olduğu gibi, burada da artan kademe oranıyla birlikte boyutsuz frekans değerlerinde gittikçe azalan bir artış gözlemlenmektedir (Şekil 5.49).

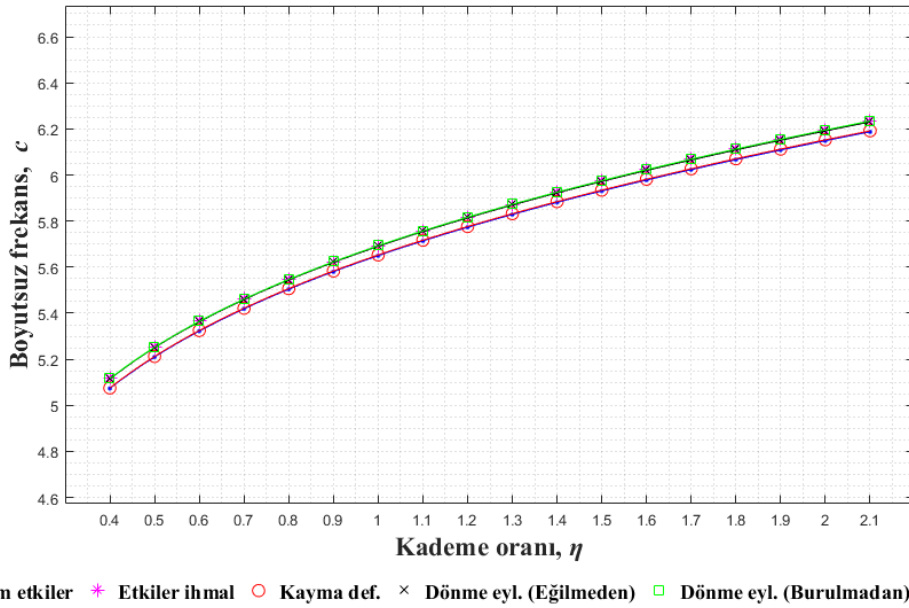
[0/90/0] tabaka düzenli çubuklar için kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin değişen kademe oranlarıyla birlikte boyutsuz frekanslar üzerindeki etkisi Şekil 5.50'de gösterilmiştir.



Şekil 5.50 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Tek başına etkiyen her bir etki, değişen kademe oranlarında tüm etkilerin dahil olduğu durumla benzer değişim eğrisi göstermektedir.(Şekil 5.50)

Şekil 5.51’de ise [90/0/90] tabaka düzenli çubuklar ele alınmış, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin değişen kademe oranlarıyla birlikte boyutsuz frekans üzerindeki etkileri incelenmiştir.



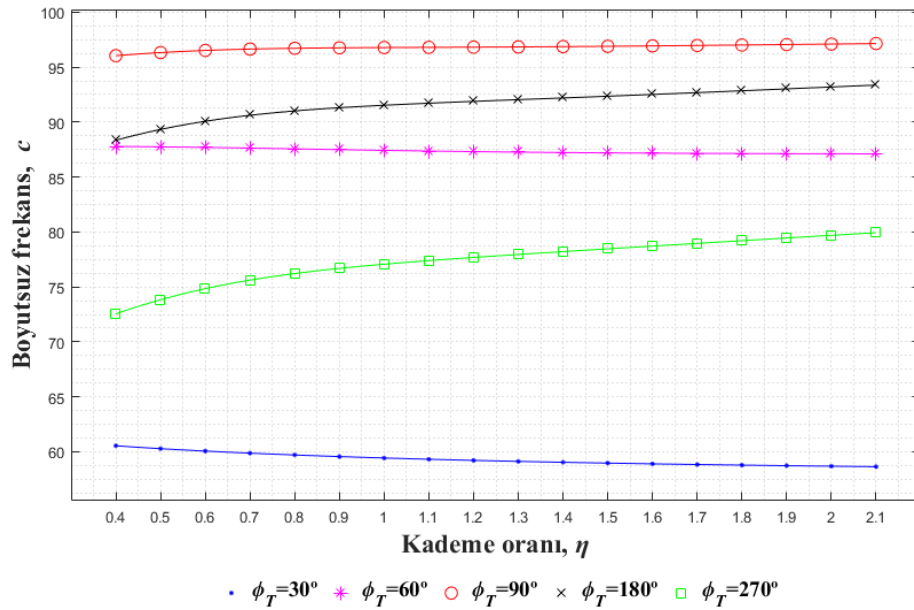
Şekil 5.51 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

[90/0/90] tabaka düzenli çubuğun değişen kademe oranlarıyla etkilerin incelendiği grafik, tıpkı [0/90/0] tabaka düzenli çubukta olduğu gibi tüm etkilerin dahil olduğu durumla benzer eğrileri oluşturmaktadır. (Şekil 5.51)

5.2.2.2. Farklı kiriş açıklıklarında kademe oranının boyutsuz frekansa etkisi

Farklı kiriş açıklıklarının ele alındığı durumlarda, $\lambda=100$ narinlik oranına, $E_1/E_2=30$ elastisite modülü oranına, $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına ve $\psi/\phi_T = 0.2$ kademe konumuna ve ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip kompozit çubuk ele alınmıştır. Çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimi incelenmiştir. Kiriş açıklığı 30° - 270° arasında değişmektedir.

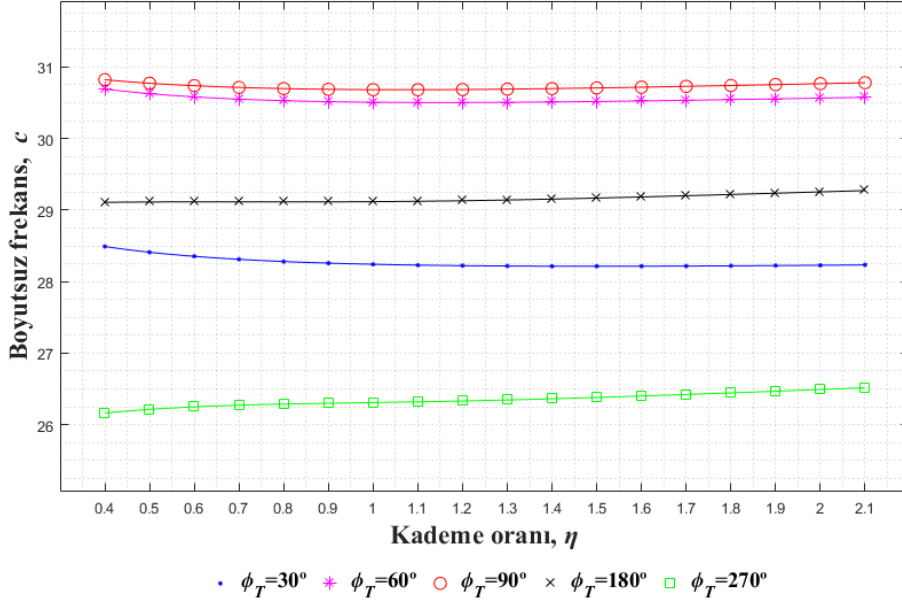
Şekil 5.52’de, [0/90/0] tabaka düzenli çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimi gösterilmiştir.



Şekil 5.52 : [0/90/0] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($E_1/E_2=30$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Her bir açı için ayrı ayrı değerlendirecek olursak, 30° ve 60° ’li çubuklarda kademe oranının artmasıyla boyutsuz frekanslar gittikçe azalan bir azalış göstermektedir. 90° , 180° ve 270° ’li çubuklarda ise kademe oranının artmasıyla boyutsuz frekansların arttığı görülmektedir (Şekil 5.52)

[90/0/90] tabaka düzenli kompozit çubuğun 3. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimini gösteren grafik Şekil 5.53'te verilmiştir.



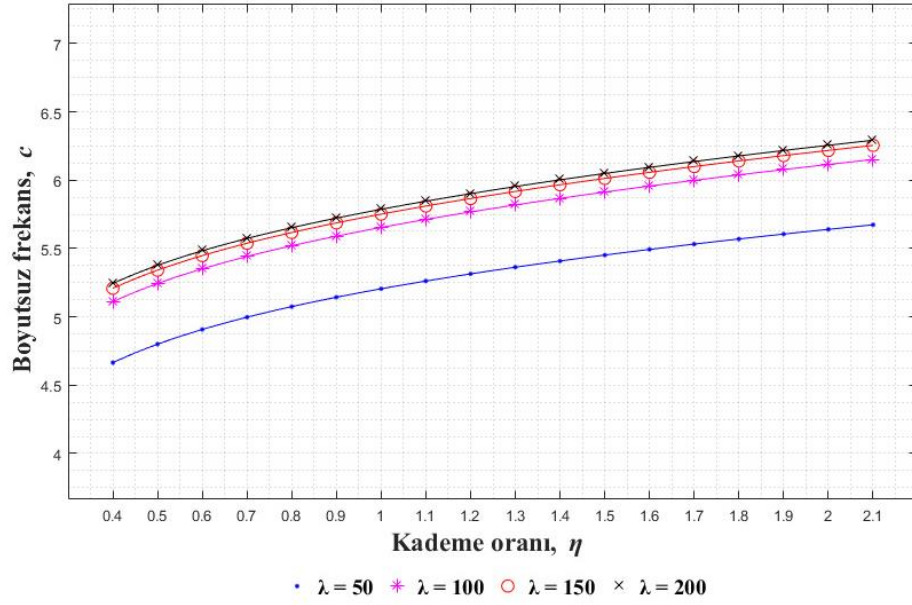
Şekil 5.53 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 3. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=30$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Kiriş açıklıklarının 30°, 60° ve 90° olduğu çubuklarda boyutsuz frekanslar artan kademe oranıyla gittikçe azalan bir azalış göstermektedir. 180° ve 270°'li çubuklarda ise boyutsuz frekans değerlerinin arttığı görülmektedir (Şekil 5.53)

5.2.2.3. Farklı narinlik oranlarında kademe oranının boyutsuz frekansa etkisi

Farklı narinlik oranlarının ele alındığı durumlarda, $\phi_T=30^\circ$ kiriş açıklığına, $E_1/E_2=30$ elastisite modülü oranına, $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına ve $\psi/\phi_T=0.2$ kademe konumuna ve ankastre-ankastre sınır koşullarına sahip, [90/0/90] tabaka düzenli kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekanslarının farklı kademe oranlarındaki değişimini farklı narinlik oranları ele alınarak incelenmiştir.

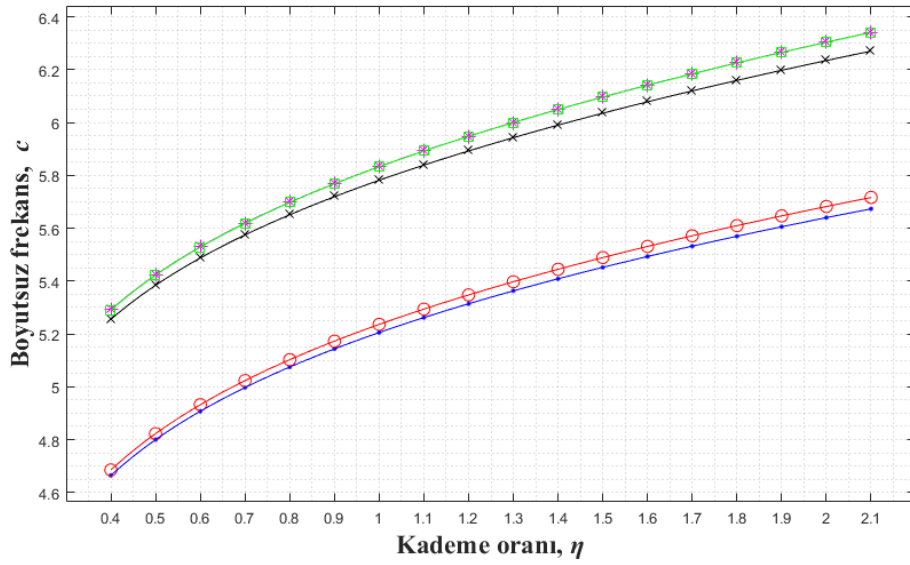
Şekil 5.54'te [90/0/90] tabaka düzenine sahip çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimini, narinlik oranının 50, 100, 150 ve 200 olması durumunda gösterilmiştir.



Şekil 5.54 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Her bir narinlik oranında kompozit çubuğun değişen kademe oranlarındaki değişim eğrileri benzer karakteristiğe sahiptir. Kademe oranı arttıkça çubuğun boyutsuz frekans değerleri gittikçe azalan bir artış göstermektedir. (Şekil 5.54)

Şekil 5.55'te çember eksenli kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimi, narinlik oranının 50 olması durumunda gösterilmiştir.

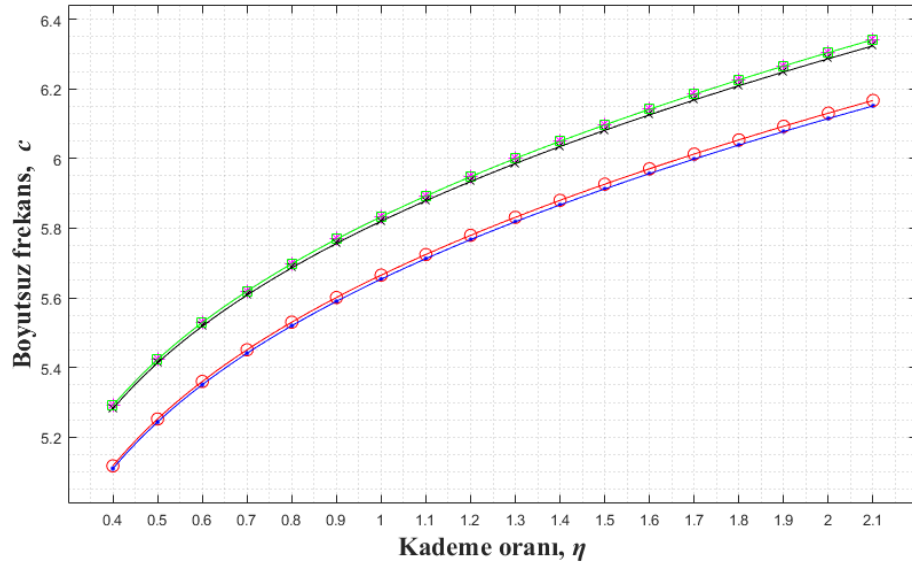


• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.55 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ$, $\lambda=50$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

$\lambda=50$ narinlik oranına sahip çubuklarda, kayma deformasyonu daha düşük kademe oranlarında gerçek davranışla daha benzer sonuçlar vermektedir. (Şekil 5.55)

Narinlik oranının 100 olması durumunda, çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimi, ele alınan etkilerin dahil edilip edilmediği durumlar için incelenmiştir. Bu grafikte, ele alınan etkiler kayma deformasyonu ve dönme eylemsizlik etkileridir. (Şekil 5.56)

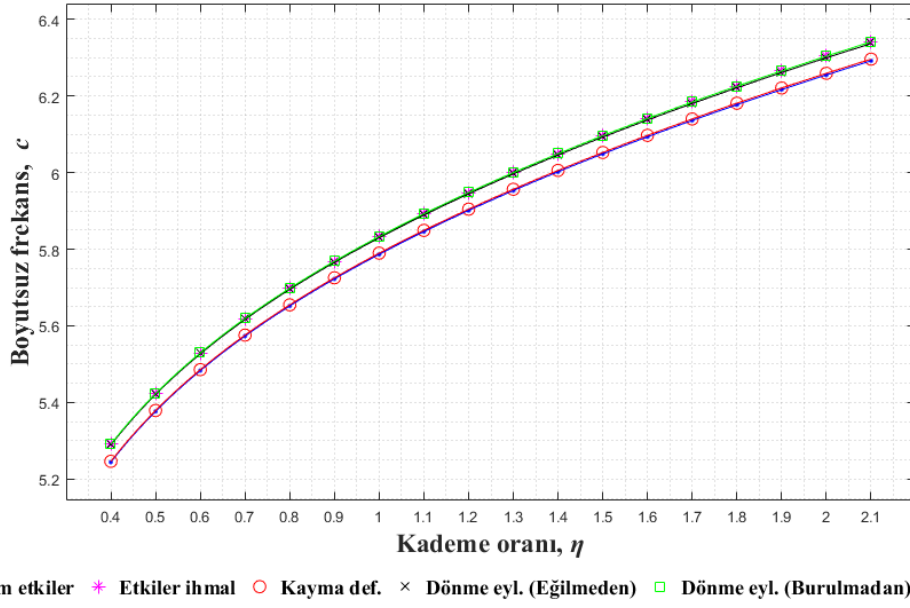


• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.56 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ$, $\lambda=100$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Tıpkı Şekil 5.55'te olduğu gibi $\lambda=100$ narinlik oranına sahip çubuklarda da, kayma deformasyonu daha düşük kademe oranlarında gerçek davranışla daha benzer sonuçlar vermektedir.

Narinlik oranının 200 olması durumunda, çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimi Şekil 5.57'da gösterilmiştir. Kayma deformasyonu ve dönme eylemsizlik etkilerinin hesaba katılıp katılmadığı durumlar ele alınmıştır.



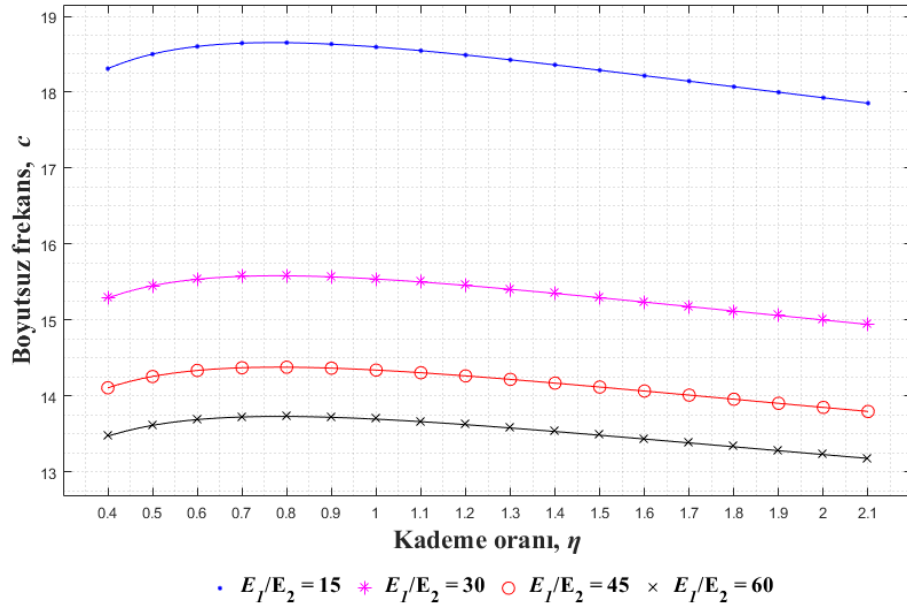
Şekil 5.57 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=30^\circ$, $\lambda=200$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

$\lambda=200$ narinlik oranına sahip çubukta her kademe oranı için kayma deformasyonunun çubuğun gerçek davranışına yakın olduğu ve tüm etkilerin dahil edildiği durumla birebir benzer sonuçlar verdiği görülmektedir (Şekil 5.57)

5.2.2.4. Farklı elastisite modülü oranlarında kademe oranının boyutsuz frekansa etkisi

Farklı narinlik oranlarının ele alındığı durumlarda, $\phi_T=60^\circ$ giriş açıklığına, $\lambda=100$ narinlik oranına, $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına, $\psi/\phi_T = 0.2$ kademe konumuna, serbest-serbest sınır koşuluna ve [90/0/90] tabaka düzenine sahip kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimini incelenmiştir.

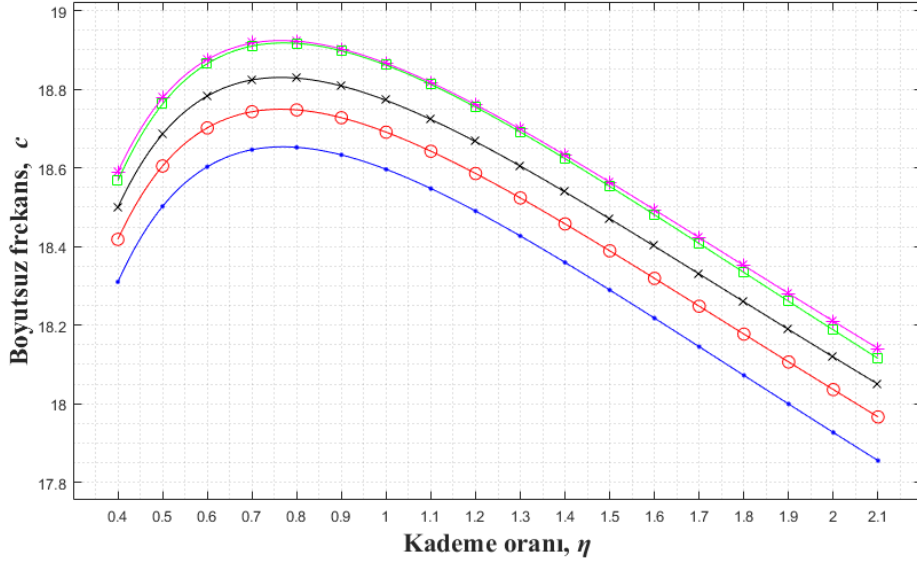
Şekil 5.58’de, çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişiminin incelenmesinde dört farklı elastisite modülü oranı ele alınmıştır. Bu değerler 15, 30 ,45 ve 60’ dır.



Şekil 5.58 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Tüm elastisite modülü oranları için çubuğun boyutsuz frekanslarının benzer eğriler oluşturduğu görülmektedir (Şekil 5.58).

Şekil 5.59’da, çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişiminin incelenmesinde elastisite modülü oranı 15 olarak ele alınmıştır. Kayma deformasyonu ve dönme eylemsizlik etkilerinin göz ardı edilip edilmediği durumlar incelenmiştir.

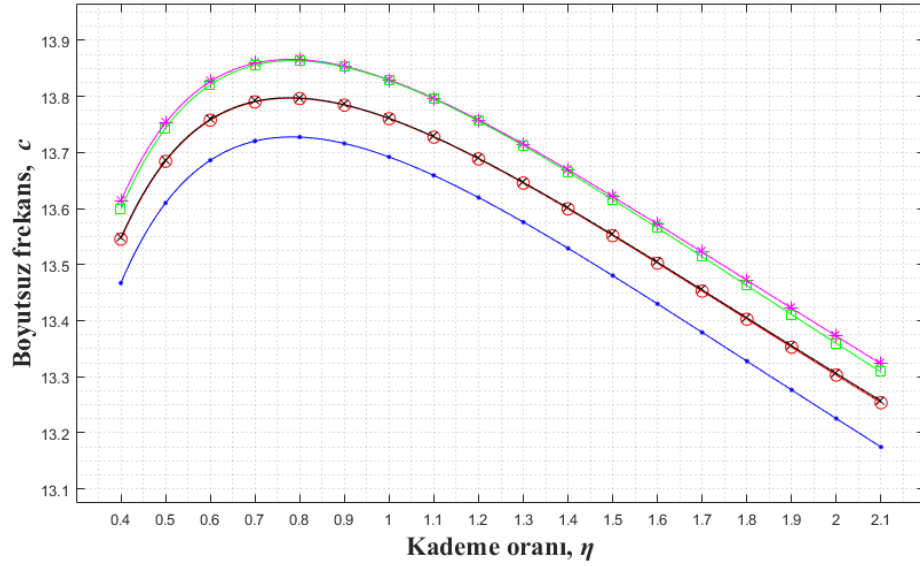


- Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.59 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=15$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Tüm etkiler değişen kademe oranıyla benzer değişim rejimleri göstermektedir. Etkilerin çubukta yarattığı boyutsuz frekans değerleri ile tüm etkilerin dahil olduğu durumdaki boyutsuz frekans değerleri arasında kademe oranı değişimi boyunca sabit sayılabilecek farklar bulunmaktadır. (Şekil 5.59)

Şekil 5.60'da ise, boyutsuz frekansların değişen kademe oranlarındaki kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri elastisite modülü oranı 60 olan çubuklar için gösterilmektedir.



• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

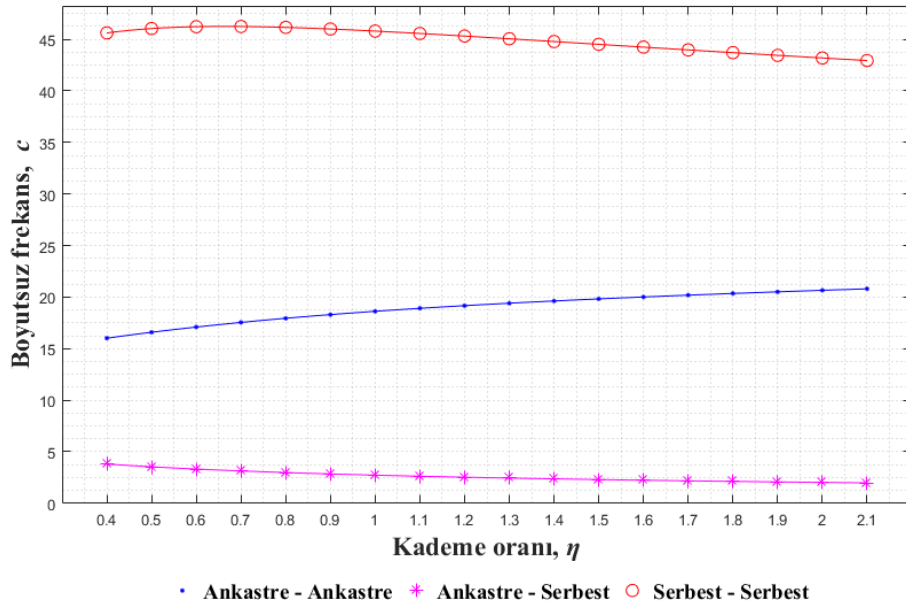
Şekil 5.60 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $E_1/E_2=60$, $\lambda=100$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Elastisite modülü oranının 15 olduğu duruma benzer şekilde tüm etkiler değişen kademe oranıyla benzer değişim rejimleri göstermektedir (Şekil 5.60).

5.2.2.5. Farklı mesnetleme şartlarında kademe oranının boyutsuz frekansa etkisi

Farklı sınır koşullarının ele alındığı durumlarda, $\phi_T=60^\circ$ kiriş açıklığına, $\lambda=100$ narinlik oranına, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$ genişlik-yükseklik oranına, $\psi/\phi_T=0.2$ kademe konumuna ve [90/0/90] tabaka düzenine sahip kompozit çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekansların farklı kademe oranlarındaki değişimi incelenmiştir.

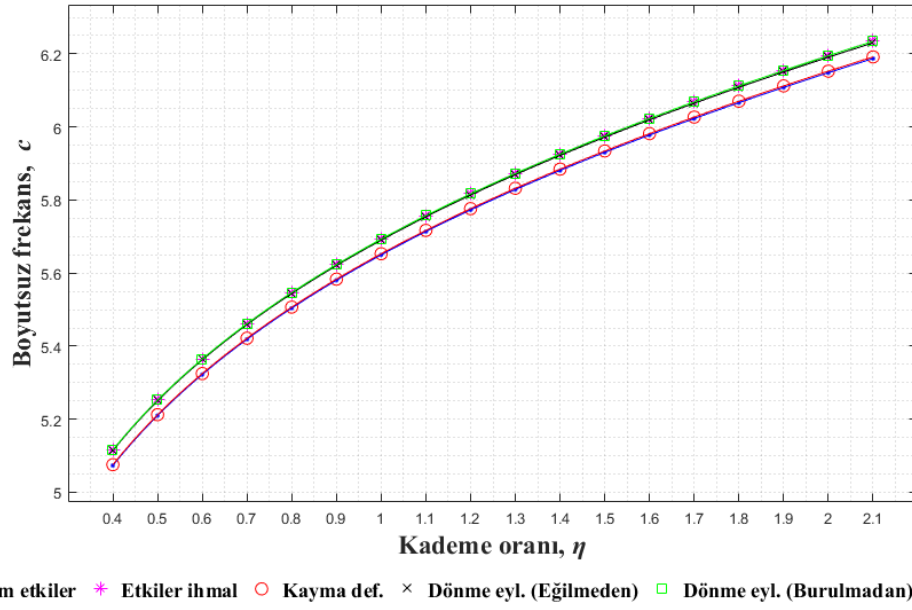
Şekil 5.61’de, çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişiminin incelenmesinde ankastre-ankastre, ankastre-serbest ve serbest-serbest sınır koşulları ele alınmıştır.



Şekil 5.61 : [90/0/90] tabaka açılı, farklı mesnet tiplerinde, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=100$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Kademe oranının artmasıyla, ankastre-ankastre sınır koşullarına sahip çubuklarda boyutsuz frekans değerleri devamlı bir artma, serbest-serbest sınır koşullarına sahip çubuklarda ise devamlı bir azalma söz konusudur. Ankastre-serbest mesnetlenmiş çubukta ise boyutsuz frekans değerleri 0.8 kademe oranına kadar artma, 0.8-2.1 kademe oranı arasında azalma göstermektedir (Şekil 5.61).

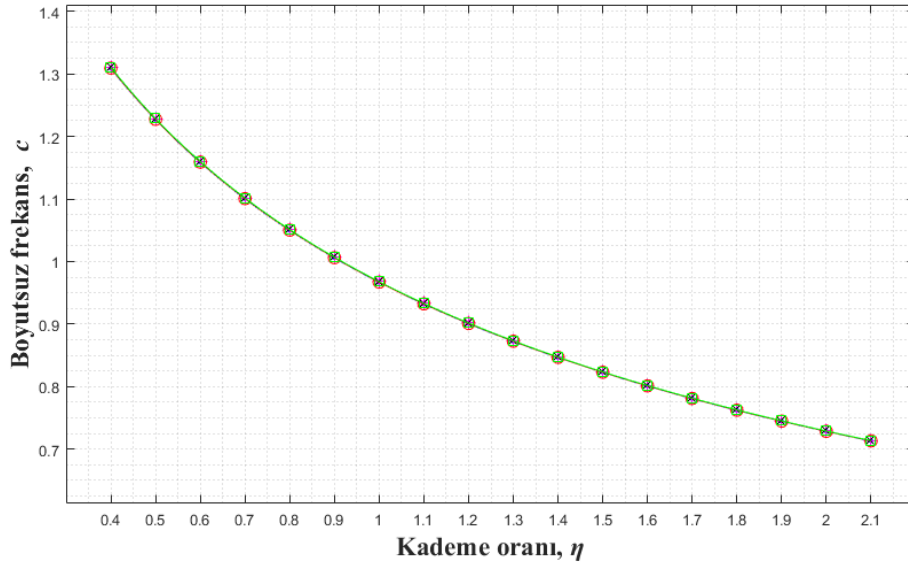
Şekil 5.62’de ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimi, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dahil edilip edilmediği durumlar için incelenmiştir.



Şekil 5.62 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-ankastre mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=100$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Ankastre-ankastre sınır koşullarına sahip çubuklarda değişen kademe oranlarında, tüm etkiler çubuğun gerçek davranışıyla benzer değişim eğrileri oluşturmaktadır (Şekil 5.62).

Şekil 5.63’de ankastre-serbest sınır koşuluna sahip çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimi, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dikkate alınıp alınmadığı durumlar için incelenmiştir.

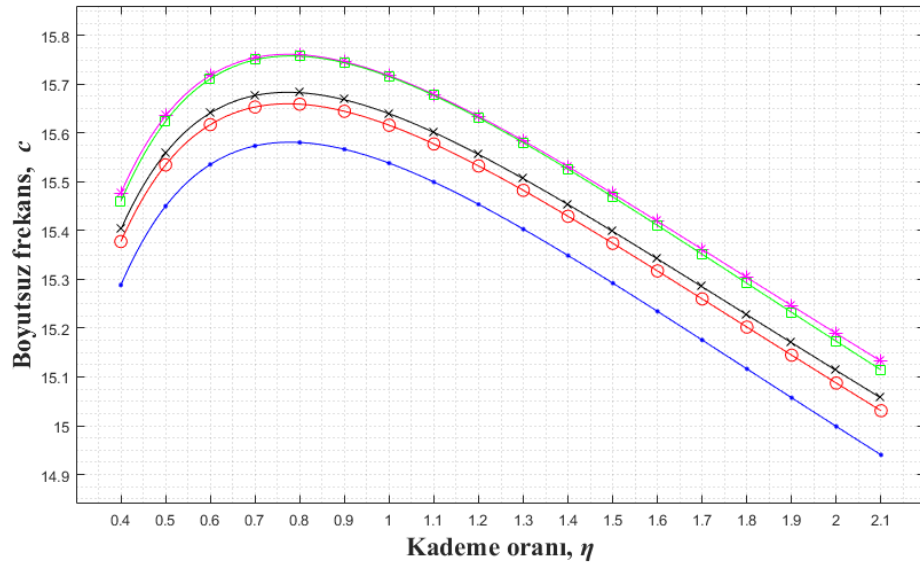


- Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.63 : [90/0/90] tabaka açılı, ankastre-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=100$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Ankastre-serbest sınır koşullarına sahip çubuklarda değişen kademe oranlarında, her bir etki aynı sayılabilecek boyutsuz frekans değerini oluşturmaktadır. (Şekil 5.63).

Serbest-serbest sınır koşuluna sahip çubuğun 1. moduna ait boyutsuz frekans değerlerinin farklı kademe oranlarındaki değişimi, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin dikkate alınıp alınmadığı durumlar Şekil 5.64’de gösterilmiştir.



• Tüm etkiler * Etkiler ihmal ○ Kayma def. × Dönme eyl. (Eğilmeden) □ Dönme eyl. (Burulmadan)

Şekil 5.64 : [90/0/90] tabaka açılı, serbest-serbest mesnetli, tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. modu için boyutsuz frekanslar ($\phi_T=60^\circ$, $\lambda=100$, $E_1/E_2=30$, $b/h=2$, $\psi/\phi_T=0.2$).

Ankastre-ankastre sınır koşullarına sahip çubuklarda olduğu gibi serbest-serbest sınır koşullarına benzer çubuklarda da değişen kademe oranlarında, tüm etkiler çubuğun gerçek davranışıyla benzer değişim eğrileri oluşturmaktadır (Şekil 5.62).



6. SAYISAL ÖRNEKLER

Çalışmanın bu bölümünde, kesiti sabit ve kesiti kademeli değişen eğri eksenli kompozit çubukların düzlem dışı titreşimlerine ait kesin çözüm sonuçları tablolar halinde verilmiştir. Tabloların bir kısmı farklı malzeme türleri için frekans değerlerini, bir kısmı literatürdeki benzer çalışmalarda sonuçlarla karşılaştırmaları göstermektedir.

Özellikle kademeli eğri eksenli kompozit çubuklarla ilgili literatürde herhangi bir çalışmaya rastlanmadığı için, kademe oranı ve kademe konumu ile ilgili verilem tablolar, literatürde bulunan izotrop malzemeli çubuklara ait sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Bu bölümde önce Grafit/Epoksi, Kevlar/Epoksi gibi farklı ortotrop malzemelerden yapılmış tabakalı kompozit çubuklarla ilgili karşılaştırmalı kesin sonuçlar verilmiştir. Bölümün devamında ise Boron/Epoksi gibi birincil elastisite modülü yüksek bir yapıdaki kompozit çubuğun kesin sonuçları literatürdeki diğer çalışmalarla karşılaştırılmıştır.

Bölüm boyunca frekans değerleri Hz cinsinden verilmiştir. Çizelge 6.1’de farklı malzeme yapıları için mühendislik sabitleri verilmiştir.

Çizelge 6.1 : Malzeme sabitleri

Malzeme	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	$G_{12}=G_{13}$ (GPa)	G_{23} (GPa)	ν_{12}	ρ (kg/m ³)
Grafit/Epoksi ¹ *	144.8	9.65	4.14	3.45	0.3	1389.23
Grafit/Epoksi ² *	181	10.3	7.17	3.433	0.28	1600
Kevlar 49/Epoksi	76	5.5	2.3	1.618	0.34	1460
Boron/Epoksi	206	20.6	6.89	4.1	0.3	1600

*Grafit/Epoksi¹: Grafit/Epoksi (AS4/3051-6), Grafit/Epoksi²: Grafit/Epoksi (T300/N5208)

Çizelge 6.2’de üç farklı ortotrop malzemelerden yapılmış tek kademeli çember eksenli kompozit çubuğun 1. moduna ait farklı kademe oranı ve kademe konumlarındaki frekansları verilmiştir. Ele alınan malzemeler Grafit/Epoksi, Kevlar/Epoksi’dir. Burada tabaka düzenleri [90/0/90], kiriş açıklığı 90° ve 180° olup, kademe oranı 0.2

artışla 0.4 ile 2.0 arasında değişmektedir. Çubuğun 1. bölgesinin kesit boyutları $b=30$ mm ve $h=60$ mm'dir. Çubuğun eğrilik yarıçapı sabit değer olup, $R=200$ mm seçilmiştir.

Çizelge 6.2 : Ankastre-ankastre mesnetlenmiş, tek kademeli çember eksenli kompozit kirişin 1. moduna ait düzlem dışı frekanslar ($[90/0/90]$, $b^{(I)} \times h=60 \times 30$ mm, $R=200$ mm)

Kiriş Açıklığı	Malzeme	ψ/ϕ_T	Kademe Oranı, η								
			0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
90°	Grafite/Epoksi ¹	-0.4	947.70	918.55	894.39	873.63	855.54	839.64	825.60	813.13	802.01
		-0.2	980.30	929.94	897.48	873.63	854.89	839.55	826.58	815.30	805.25
		0	842.83	861.90	870.28	873.63	874.12	872.76	870.17	866.75	862.80
		0.2	767.83	813.09	846.77	873.63	895.96	915.20	932.25	947.67	961.82
		0.4	766.49	814.04	847.90	873.63	894.00	910.59	924.38	936.01	945.97
	Grafite/Epoksi ²	-0.4	954.62	922.76	896.93	875.19	856.52	840.29	826.05	813.46	802.27
		-0.2	984.56	932.60	899.36	875.19	856.31	840.89	827.86	816.52	806.44
		0	844.88	863.97	872.15	875.19	875.35	873.70	870.86	867.26	863.17
		0.2	771.80	816.13	848.94	875.19	897.16	916.19	933.11	948.46	962.57
		0.4	768.74	815.68	849.42	875.19	895.64	912.31	926.18	937.89	947.92
	Kevlar/Epoksi	-0.4	682.27	661.23	643.90	629.06	616.13	604.76	594.70	585.76	577.76
		-0.2	706.20	669.78	646.30	629.06	615.51	604.41	595.02	586.85	579.58
		0	607.09	620.66	626.64	629.06	629.45	628.54	626.73	624.32	621.53
		0.2	552.30	585.13	609.58	629.06	645.25	659.18	671.50	682.64	692.85
		0.4	551.89	586.21	610.58	629.06	643.68	655.57	665.45	673.78	680.90
180°	Grafite/Epoksi ¹	-0.4	221.30	214.99	209.15	203.82	199.02	194.72	190.86	187.38	184.24
		-0.2	236.28	220.69	210.91	203.82	198.30	193.82	190.09	186.92	184.18
		0	197.73	200.92	202.75	203.82	204.41	204.66	204.68	204.54	204.30
		0.2	173.29	185.50	195.44	203.82	211.13	217.68	223.64	229.14	234.24
		0.4	173.77	186.73	196.33	203.82	209.79	214.62	218.57	221.86	224.63
	Grafite/Epoksi ²	-0.4	223.19	215.67	209.17	203.47	198.45	194.01	190.06	186.52	183.33
		-0.2	237.79	221.23	210.87	203.47	197.78	193.21	189.42	186.21	183.45
		0	198.23	201.06	202.61	203.47	203.90	204.04	203.98	203.78	203.50
		0.2	173.73	185.60	195.27	203.47	210.67	217.13	223.03	228.47	233.51
		0.4	173.57	186.52	196.06	203.47	209.37	214.14	218.05	221.31	224.06
	Kevlar/Epoksi	-0.4	160.00	155.40	151.21	147.40	143.98	140.91	138.15	135.66	133.40
		-0.2	170.75	159.52	152.49	147.40	143.44	140.22	137.54	135.26	133.29
		0	142.99	145.27	146.60	147.40	147.85	148.06	148.10	148.02	147.86
		0.2	125.28	134.12	141.32	147.40	152.70	157.45	161.77	165.76	169.46
		0.4	125.69	135.05	141.98	147.40	151.73	155.22	158.09	160.48	162.48

Çizelge 6.2’de çubuk ankastre-ankastre mesnetlenmiş durumdadır. 180°’lik çubuğun frekans değerleri, 5. Bölüm’de boyutsuz frekanslar için belirtildiği gibi 90°’lik çubuğa göre daha düşüktür. Kevlar/Epoksi malzemeden yapılmış çubuk ise diğer iki tip

Grafit/Epoksi malzemesinden yapılmış çubuğa göre daha düşük frekans değerlerine sahiptir.

Çizelge 6.3 : Ankastre-serbest mesnetlenmiş, tek kademeli çember eksenli kompozit kirişin 1. moduna ait düzlem dışı frekanslar ($[90/0/90]$, $b^{(I)} \times h = 30 \times 60 \text{ mm}$, $R = 200 \text{ mm}$)

Kiriş Açıklığı	Malzeme	ψ/ϕ_T	Kademe Oranı, η								
			0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
90°	Grafit/Epoksi ¹	-0.4	171.05	173.05	172.40	169.91	166.46	162.61	158.67	154.79	151.06
		-0.2	220.56	199.95	183.37	169.91	158.81	149.54	141.67	134.89	128.98
		0	247.59	211.20	187.23	169.91	156.63	146.04	137.34	130.03	123.78
		0.2	228.96	203.15	184.35	169.91	158.38	148.90	140.94	134.12	128.21
		0.4	189.40	182.23	175.76	169.91	164.57	159.69	155.20	151.06	147.23
	Grafit/Epoksi ²	-0.4	177.46	176.73	174.59	171.37	167.57	163.56	159.55	155.65	151.91
		-0.2	224.45	202.25	185.08	171.37	160.16	150.81	142.88	136.06	130.11
		0	249.74	212.98	188.82	171.37	158.00	147.34	138.58	131.21	124.91
		0.2	230.46	204.67	185.85	171.37	159.79	150.27	142.26	135.41	129.45
		0.4	190.78	183.65	177.21	171.37	166.04	161.17	156.68	152.54	148.70
	Kevlar/Epoksi	-0.4	123.30	124.56	124.10	122.36	119.92	117.18	114.35	111.57	108.88
		-0.2	158.95	144.00	132.05	122.36	114.37	107.69	102.02	97.13	92.88
		0	178.37	152.12	134.84	122.36	112.79	105.16	98.90	93.63	89.12
		0.2	165.01	146.35	132.78	122.36	114.04	107.21	101.46	96.55	92.29
		0.4	136.47	131.27	126.59	122.36	118.50	114.97	111.73	108.73	105.96
180°	Grafit/Epoksi ¹	-0.4	42.83	47.14	50.37	52.23	52.96	52.92	52.41	51.62	50.68
		-0.2	59.91	58.04	55.25	52.23	49.36	46.77	44.47	42.44	40.64
		0	74.24	64.27	57.36	52.23	48.23	45.02	42.37	40.13	38.21
		0.2	69.31	62.03	56.53	52.23	48.75	45.88	43.45	41.37	39.56
		0.4	57.36	55.52	53.81	52.23	50.75	49.38	48.10	46.91	45.79
	Grafit/Epoksi ²	-0.4	47.42	50.66	53.12	54.51	54.99	54.83	54.26	53.44	52.50
		-0.2	64.25	61.15	57.80	54.51	51.50	48.81	46.44	44.34	42.48
		0	77.58	67.05	59.84	54.51	50.37	47.04	44.28	41.96	39.96
		0.2	71.87	64.52	58.92	54.51	50.94	47.97	45.45	43.30	41.41
		0.4	59.65	57.82	56.11	54.51	53.02	51.63	50.33	49.11	47.97
	Kevlar/Epoksi	-0.4	30.67	33.56	35.78	37.10	37.63	37.62	37.27	36.71	36.05
		-0.2	42.80	41.30	39.26	37.10	35.05	33.21	31.57	30.13	28.85
		0	52.86	45.69	40.76	37.10	34.25	31.97	30.08	28.49	27.12
		0.2	49.36	44.12	40.17	37.10	34.62	32.57	30.84	29.35	28.06
		0.4	40.80	39.47	38.24	37.10	36.04	35.05	34.14	33.28	32.48

Çizelge 6.3'te üç farklı ortotrop malzemelerden yapılmış tek kademeli ankastre-serbest sınır koşullarına sahip çember eksenli kompozit çubuğun 1. moduna ait frekans değerleri farklı kademe oranı ve kademe konumları için verilmiştir. Burada tabaka

düzenleri [90/0/90] olup, çubuğun 1. bölgesinin kesit boyutları $b=30$ mm ve $h=60$ mm'dir. Çubuğun eğrilik yarıçapı sabit değer olup, $R=200$ mm seçilmiştir.

90°'lik kiriş açıklığına sahip çubuklarda tüm malzemeler için çubuk, en küçük frekans değerini 0.4 kademe oranı ve 0.4 kademe konumu-kiriş açıklığı oranında almaktadır. 180°'lik kiriş açıklığına sahip Grafit/Epoksi (T300/N5208) malzemeden yapılmış çubuk en düşük frekans değerini 0.4, Grafit/Epoksi (AS4/3051-6) ve Kevlar 49/Epoksi malzemeden yapılmış çubuklar ise 0.2 kademe konumu-kiriş açıklığı oranında almaktadır.

Çizelge 6.3'te ise ankastre-serbest sınır koşullarına sahip çubuğun 1. moduna ait frekans değerleri Hz cinsinden verilmiştir. Ankastre-ankastre mesnet tipinde olduğu gibi ankastre-serbest mesnet tipinde de 180°'lik çubuğun frekans değerleri 90°'lik çubuğa oranla daha düşüktür.

Her bir malzemeden yapılmış çember eksenli kompozit çubuk için, ankastre-serbest mesnet tipinde ve 90° ile 180° kiriş açıklıklarında da en düşük frekans değerlerini bu kez 2.0 kademe oranında ve 0.0 kademe konumu-kiriş açıklığı oranında almaktadır. En yüksek frekans değerlerini ise yine 0.0 kademe konumu-kiriş açıklığı oranında ama 0.4 kademe oranında almaktadırlar. Burada asimetrik bir mesnetleme söz konusu olduğu için kademelerin çubuğun tam ortasında olduğu durumlarda, en küçük ve en büyük frekans değerlerinin iki uç kademe oranında çıkıyor olması doğal bir sonuçtur.

Çizelge 6.4'te, literatürde kademeli çember eksenli çubuk üzerine yapılan çalışmalardan biri olan Doğruer'in (2006) izotrop malzemeden yapılmış çubuk için bulunduğu sonuçlar referans alınmıştır. Doğruer bu çalışmasında frekans değerlerini aşağıda özellikleri verilen malzemeyi kullanarak elde etmiştir.

$$E=210 \text{ Gpa}, \quad G=80.77 \text{ GPa}, \quad \nu=0.3, \quad \rho=7715 \text{ kg/m}^3$$

Bu çalışmada ise frekans değerleri, birebir aynı özelliklere sahip bir kompozit veya ortotrop malzeme bulunmadığı için, birincil elastisite modülü, E_1 , referans çalışmadaki malzemenin elastisite modülüne yakın olan Boron/Epoksi ortotrop malzemesi ve ondan yapılmış tabakalı kompozit çubuk kullanılarak hesaplanmıştır. Poisson oranı aynı olsa da kayma modülleri ve malzemenin yoğunluğu göreceli olarak düşüktür. Burada amaç, izotrop ve kompozit malzeme arasındaki farkları ortaya çıkarmaktır.

Tabakalı yapıda, farklı tabaka açıları kullanılacağından çubuğun teğetsel eksenleriyle aynı doğrultudaki elastisite modülü ancak [0/0/0] düzeninde izotrop malzemeyle

yakınlık gösterecektir. Tabakaların [90/0/90] ve [0/90/0] olduğu durumlarda teğetsel doğrultudaki elastisite modülünün daha düşük olacağı bilinmektedir.

Çizelge 6.4'te frekansları hesaplanan ankastre-serbest sınır koşullarına sahip tek kademeli çember eksenli çubuğun kademe oranı $\eta=0.8$ 'dir. Çubuğun kesit boyutları $b^{(I)}=20$ mm ve $h=10$ mm, eğrilik yarıçapı ise $R=200$ mm'dir. Kiriş açıklığı 120° ve 180° 'dir.

Çizelge 6.4 : Boron/Epoksi kademeli çember eksenli çubuğun frekanslarının karşılaştırılması

Mod	$\phi_T = 120^\circ$					$\phi_T = 180^\circ$			
	Doğruer (2006)	[90/0/90]	[0/90/0]	[0/0/0]		Doğruer (2006)	[90/0/90]	[0/90/0]	[0/0/0]
$\psi/\phi_T = -0.2$	1	57.26	44.61	69.60	72.99	28.45	21.80	27.95	29.45
	2	230.60	178.78	347.81	359.70	87.59	67.58	122.79	127.66
	3	718.42	560.79	1156.62	1195.53	281.42	217.65	423.05	437.88
	4	1477.50	1170.42	2517.40	2604.44	619.95	485.42	998.66	1032.81
	5	2389.73	1977.25	4284.17	4439.88	1082.82	852.62	1843.13	1904.65
$\psi/\phi_T = 0.0$	1	58.43	45.78	72.09	75.64	29.20	22.64	29.26	30.87
	2	227.73	178.79	356.89	369.07	86.46	67.67	127.17	132.20
	3	724.51	567.15	1157.50	1197.81	283.35	219.82	418.39	433.52
	4	1480.72	1172.27	2544.81	2631.68	621.20	486.89	1018.64	1053.10
	5	2348.29	1973.58	4279.95	4435.81	1078.05	851.40	1850.06	1911.90
$\psi/\phi_T = 0.2$	1	57.51	45.11	71.34	74.86	28.74	22.33	28.96	30.55
	2	226.85	178.85	356.16	368.45	85.69	67.48	128.11	133.20
	3	728.66	575.83	1215.23	1257.44	286.74	225.76	445.84	462.16
	4	1502.87	1190.25	2608.14	2698.12	631.40	497.20	1043.70	1079.79
	5	2347.90	1987.49	4316.73	4474.88	1089.23	858.76	1870.91	1933.57

Çizelge 6.4'ü incelediğimizde iki farklı kiriş açıklığı için iki farklı yorum yapmak mümkün olmaktadır. 120° 'lik kiriş açıklığına sahip çubuğun frekans değerleri hem [0/90/0] düzeni hem de [0/0/0] düzeni için izotrop malzemedeki değerlerden her mod için daha yüksektir. 180° 'lik kiriş açıklığına sahip [0/90/0] ve [0/0/0] düzenli çubuklarda ise her bir kademe konumunda 1. moda ait frekanslar izotrop malzemeyle yakın değerler verdiği görülmektedir. Mod sayısı arttıkça frekans değerleri arasındaki fark artmaktadır.

Çizelge 6.5'te, literatürde birçok araştırmacı tarafından çalışılan sabit kesitli çember eksenli bir çubuk, bu çalışmada kompozit olduğu varsayımıyla incelenmiştir. Serbest-serbest mesnetlenmiş çubuğun kesit boyutları $b=32$ mm ve $h=16$ mm olup, çubuk

eksen eğrisinin boyu $L=754$ mm'dir. Daha önce Doğruer (2006) tarafından elde edilen frekans değerleri karşılaştırma için çizelgede kullanılmıştır. İzotrop malzemenin elastisite modülüne yakın bir değer olması sebebiyle yine Boron/Epoksi ortotrop malzemesi ele alınmıştır.

Çizelge 6.5 : Boron/Epoksiden yapılmış sabit kesitli çember eksenli kompozit çubuğun frekans değerlerinin karşılaştırılması ($L=754$ mm, $b \times h=32 \times 16$ mm)

Mod	Kiriş Açıklığı (°)	Doğruer (2006)		Boron/Epoksi [90/0/90]		Boron/Epoksi [0/90/0]	
		Etkiler Dahil	Etkiler İhmal	Etkiler Dahil	Etkiler İhmal	Etkiler Dahil	Etkiler İhmal
1	30	513.26	800.65	324.12	326.56	815.18	842.46
	60	703.05	730.81	313.29	315.56	713.87	733.46
	90	614.83	642.64	296.74	298.75	601.66	614.23
	180	393.67	407.20	229.92	231.09	353.37	356.59
	270	253.74	259.11	164.48	165.16	218.42	219.61
2	30	779.92	1474.05	525.80	592.00	1348.88	1573.90
	60	845.29	1428.20	566.27	584.23	1388.53	1498.80
	90	1065.60	1358.46	559.81	571.59	1309.54	1391.34
	180	991.50	1080.20	502.92	509.72	989.91	1023.80
	270	759.17	805.05	421.29	425.53	709.90	723.32
3	30	1565.70	2651.78	810.61	1066.30	2113.70	2828.96
	60	1584.10	2571.17	1027.10	1053.55	2408.32	2702.28
	90	1711.70	2464.67	1008.11	1033.77	2289.98	2549.35
	180	1804.30	2094.98	925.03	946.63	1908.68	2060.24
	270	1534.50	1711.59	819.84	836.26	1525.93	1604.35
4	30	1637.20	3868.85	1039.39	1547.97	2512.69	4146.18
	60	1744.00	3818.44	1329.09	1539.53	3248.28	4062.60
	90	1844.90	3739.28	1438.29	1525.65	3315.48	3936.53
	180	2489.80	3383.38	1399.78	1454.56	3001.11	3419.74
	270	2465.50	2940.69	1304.01	1347.49	2586.40	2849.10

Çizelge 6.5'den de anlaşılacağı gibi izotrop bir malzeme için kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin çubuğun frekans değerleri üzerinde daha büyük bir etki oluşturduğu görülmektedir. Kompozit çubuğun 1. moduna ait frekans değerlerinde, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin en çok fark yarattığı 30°lik kiriş açıklığına sahip çubuk için, bu etkilerin değerinin %3 olduğu görülmektedir. Frekans değerleri izotrop malzemede etkilerin ihmal edildiği durumda, etkilerin dahil edildiği durumun 4. modda birçok kiriş açıklıkları için 2 katından bile fazla olduğu, kompozit çubukta ise en fazla 1.6 katı kadar olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Malzeme teknolojisinin gelişmesiyle birlikte son yıllarda kompozit malzemelerle ilgili araştırmalar hız ve önem kazanmış olup literatürde kendine daha geniş yer edinmeye başlamıştır. Bu bağlamda, daha önce üzerine görece daha çok çalışılan eğri eksenli düzlemsel çubuk problemleri olmasına rağmen kompozit yapıli problemleri ele alan çalışmaların oldukça az olduğu görülmüştür. Bu çalışma kompozit malzemenin teorik olarak davranış biçimini anlamak ve bu tür yapısal bir elemanda serbest titreşim davranışını anlamak önemli adımlardan biri olmuştur.

Bu çalışmada, tabakalı kompozit malzemedan yapılmış eğri eksenli düzlemsel çubukların düzlem dışı serbest titreşimleri, hem kayma deformasyonu hem de eğilme ve burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliği etkileri ihmal edilmeden analitik olarak elde edilmiştir. Başlangıçta temel diferansiyel denklem takımı, problemin genel durumu için vermiş ve devamında denklem takımının kesin çözümü başlangıç değerleri yöntemiyle elde edilmiştir. Daha önce izotrop malzemelerden oluşan bu tür çubuklar için yapılmış kesin hesaplamalar bu kez tabakalı kompozit malzemedan oluşan çubuklar için yapılmıştır.

Eğri eksenli düzlemsel çubukların düzlem dışı titreşimlerinin çözümünde kullanılan, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin ihmal edilmesi ve eksen eğrisinin tam bir çember olarak ele alınması gibi durumlar, yaklaşık analitik yöntemlerin basit yapıli problemlerin analizinde kullanılmasına uygun ortam sağlamaktadır. İlgili etkilerin problemin çözümüne dahil edilmesi durumunda ortaya çıkan denklem takımının karmaşıklığı, çözüm için bilgisayar hesaplamalarına ihtiyaç duyulmuştur. Bu neticede çalışma boyunca elde edilmiş tüm değer ve grafikler Matlab programı yardımıyla elde edilmiştir.

Çalışmanın içerik olarak ana konusu olan sabit kesitli ve tek kademeli eğri eksenli kompozit düzlemsel çubuğun boyutsuz frekanslarının hesaplanmasında, çalışma boyunca kayma deformasyonu ve/veya dönme eylemsizliği etkileri veya hiçbirinin

etkilemediği durumlar ayrı ayrı incelenmiş ve sunulmuştur. Böylece her bir kabul teorisi arasındaki ilişkiler daha net anlaşılmıştır.

Eğri eksenli kompozit çubuğun düzlem dışı titreşim davranışının incelenmesinde, ankastre-ankastre, ankastre-serbest ve serbest-serbest olmak üzere üç farklı sınır koşulu ele alınmış, çubuğun ilk beş moduna ait boyutsuz frekans değerleri farklı narinlik oranları ve kiriş açıklıklarında hesaplanmıştır. Ayrıca tabakalı kompozit malzeme için önemli tasarım parametreleri olan tabaka açılarının düzeni, farklı matris-fiber elastisite modülü oranı çalışma boyunca incelenmiştir. Kompozit malzemenin genel davranışını anlamak adına tabaka açıları çubuk eksen eğrisine paralel ve dik olarak seçilmiştir. Toplamda dört farklı tabaka düzeni ve dört farklı elastisite modülü oranı çalışmaya dahil edilmiştir.

Çalışmanın 5. bölümünde sabit kesitli eğri eksenli kompozit çubuk üzerine çalışılmıştır. Çubuğun farklı geometri ve farklı malzeme yapılarında düzlem dışı serbest titreşimleri incelenmiştir. Tabakalı yapının tabaka açıları ana değişken parametre olarak kabul edilip diğer parametrelerin değişimleri farklı başlıklar altında ele alınmıştır. Sonuçlar boyutsuz frekanslar cinsinden grafikler halinde sunulmuştur.

Sabit kesitli eğri eksenli kompozit çubuk için çıkarılacak en önemli sonuç, tabakanın lif doğrultusunun çubuğun eksenine dik olduğu durumlarda boyutsuz frekans değerinin azaldığı yönündedir. Üç ve üstü tabaka sayısına sahip durumlarda çubuğun tarafsız eksine dik olan tabaka sayısının artmasıyla yapısal elemanın boyutsuz frekans değeri azalmaktadır. Her mesnetleme tipi için geçerli olan, narinlik oranının arttıkça boyutsuz frekansın arttığı ve elastisite modülü oranı arttıkça boyutsuz frekansın azaldığı sonucuna varılmıştır.

Diğer bir yapısal parametre olan kiriş açıklığı için ise çok farklı sonuçlara ulaşılmıştır. Tabaka açılarının ve kiriş açıklığının karşılaştırıldığı durumlarda net bir ifade söylemek her zaman mümkün olmamaktadır. Kimi tabaka düzenlerinde en yüksek boyutsuz frekans değerini sıg çubuklarda elde etmek, kimi tabaka düzenlerinde ise derin çubuklarda elde etmek mümkündür. Hatta bazı tabaka düzenlerinde derin çubuklarda farklı kiriş açıklıkları için en yüksek ve en düşük boyutsuz frekans değerlerinin elde edildiği söz konusu grafiklerde açıkça görülmektedir.

Elde edilen bir diğ er önemli sonuç ise tabaka düzenleri ile kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliğı etkileri arasında gözlemlenmiştir.  ubuk eksenine aynı yönlü lifi olan tabaka sayısı arttıkça çubuk üzerinde en önemli etki kayma deformasyonu iken, çubuk eksenine dik yönlü lif yapısına sahip tabaka sayısı arttıkça boyutsuz frekans üzerindeki en önemli etki burulmadan kaynaklanan dönme eylemsizliğıdir.

Literatürde kompozit eğıri eksenli çubukla ilgili birçok çalışma olmasına karşın, çubuğun kesitinin kademeli olarak değıştiğı durum ile ilgili herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Yapılan bu çalışmada, tek kademeli kesite sahip çubuğun kademe değışimiyle ilgili önemli iki parametre olan kademenin oranı ve kademenin çubuktaki konumunun boyutsuz frekanslar üzerindeki etkisi incelenmiştir. Bu anlamda literatürde bu konuyla ilgili yapılan ilk çalışma olduğı söylenebilir.

Kademe oranının ve kademe konumunun incelendiğı bölümlerde, diğ er çubuk parametreleri olan narinlik, oranı kiriş açıklığı, tabakaların düzeni ve mesnetleme tiplerinin etkileri de grafiklerde sunulmuş ve çubuğun düzlem dışı serbest titreşimleri incelenmiştir. Özellikle kademenin farklı konumları için, çubuğun belirli bir düzende karşılık vermediğini söylemek mümkündür. Kademe konumu için, farklı kiriş açıklığı ve mesnetleme tiplerinde çok değışken grafikler elde edilmiştir. Bunların yanında, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliğı etkilerinin, dahil edildiğı ve edilmediğı durumlar grafiklerde sunulmuş ve bu anlamda çalışmayı daha da zenginleştirmiştir.

Daha önce yapılan çalışmaların araştırılması sırasında tabakalı kompozit malzemeden yapılmış tek kademeli eğıri eksenli çubuğun düzlem dışı serbest titreşimlerine rastlanmadığı için, çalışmanın doğırluğunu literatürle karşılaştırmak adına daha önceden çalışmış izotrop yapılı çubukların olduğı çalışmalar referans alınmıştır. Yapılan bilgisayar tabanlı hesaplamalar neticesinde izotrop malzemelerle karşılaştırmalı sonuçlar tablo halinde sunulmuştur. İlgili bölümde yine, izotrop ve tabakalı kompozit malzemeden yapılmış benzer parametrelili çalışmaların karşılaştırılması adına ilk çalışma olmuştur. Tabaka yapılarının farklı düzenleri için bazı durumlarda kompozit çubuk izotrop çubuğa göre daha düşük boyutsuz frekansa sahip olurken bazı durumlarda daha yüksek bir frekans değırine sahip olduğı g r lm ştir. Yine, farklı kademe oranı ve kademe konumu parametrelerine göre izotrop malzemeyle karşılaştırıldığında farklılık tablolarında sunulmuştur.

Bu çalışma, tabakalı kompozit malzemeden yapılmış eğri eksenli çubuklarla ilgili yapılacak ileri çalışmalar için bir kaynak niteliği taşımaktadır. Aynı zamanda kesiti kademeli değişen kompozit yapıları için bir temel ve başlangıç çalışması olarak görülebilir. Çalışmada kullanılan değişkenler için yeni ve farklı değerler ele alınmış, elde edilen bu kombinasyonları kullanarak daha geniş kapsamda sonuçlar ve veriler elde etmek mümkün olacaktır. Uygun kabuller yapıldığı takdirde, kesiti sürekli değişen çubuklar için de çubuğun birçok elemana bölünerek burada kullanılan kesin çözüm yönteminin kullanılması, yaklaşık çözüme ulaşılmasını sağlayacaktır.



8. KAYNAKLAR

- Bhimaraddi, A. & Carr, A. J. & Moss, P. J.** (1989). Generalized finite element analysis of laminated curved beams with constant curvature, *Computers and Structures*, 31 (3), 309-317.
- Carpentieri, G., Tornabene, F., Ascione, L., Fraternali, F.** (2015). An accurate one-dimensional theory for the dynamics of laminated composite curved beams, *Journal of Sound and Vibration*, 336, 96-105.
- Cinemre, V.** (1982). Çubuk Teoriside Yer ve Şekil Değiştirme İlişkileri, *İTÜ Dergisi, Cilt 40*, 3-6.
- Doğruer, O.** (2006). *Eğri eksenli düzlemsel çubukların düzlem dışı statik ve dinamik problemlerinin analitik çözümü.* (Doktora Tezi), İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul
- Ecsedi, I., Dluhi, K.** (2005). A linear model for the static and dynamic analysis of non-homogeneous curved beams, *Applied Mathematical Modelling*, 29, 1211-1231.
- Fard, K. M., Estiri, J., Davar, A.** (2012). A new two-dimensional refined higher order theory for in-plane vibrations of sandwich and composite thick curved beams with flexible cores, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 14 (3), 247-280.
- İnan, M.** (1966). *Elastik Çubukların Genel Teorisi*, İstanbul, Berksoy Matbaası
- Jones, R. M.** (1998). *Mechanics of Composite Materials*, , Taylor & Francis, 2nd ed., ISBN: 1-56032-712-X
- Khdeir, A. A., Reddy, J.N.** (1997). Free and forced vibration of cross-ply laminated composite shallow arches, *Int. J. Solid Structures*, 34 (10), 1217-1234.
- Lu, Q., Lu, C. F.** (2008). Exact two-dimensional solutions for in-plane natural frequencies of laminated circular arches, *Journal of Sound and Vibration*, 318, 982-990.
- Marur, S. R., Kant, T.** (2008). Free vibration of higher-order sandwich and composites arches, Part I: Formulation, *Journal of Sound and Vibration*, 310, 91-109.
- Qatu, M. S.** (1992). In-plane vibration of slightly curved laminated composite beams, *J. Sound and Vibration*, 159 (2), 327-338.
- Qatu, M. S.** (1993). Theories and analysis of thin and moderately thick laminated composite curved beams, *Int J Solid Structures*, 30, 2743-2756.
- Qatu, M. S., Elsharkawy, A. A.** (1993). Vibration of laminated composite arches with deep curvature and arbitrary boundaries, *Computer and Structures*, 47 (2), 305-311.

- Reuter R. C. Jr.** (1971). Concise property transformation relations for an anisotropic lamina, *Journal of Composite Materials*,5,p.270
- Tseng, Y. P., Huang, C. S., Kao, M. S.** (2000). In-plane vibration of laminated curved beams with variable curvature by dynamic stiffness analysis, *Composite Structures*,50, 103-114.
- Tüfekci, E., Arpacı, A.** (1998). Exact solution of in-plane vibrations of circular arches with account of axial extension, transverse shear and rotatory inertia effects, *Journal of Sound and Vibration*,209(5), 845-856
- Xie, X., Zheng, H., Yang, H.** (2016). Vibration analysis of laminated and stepped circular arches by a strong formulation spectral collocation approach, *Int Journal of Applied Mechanics*,8 (3), 1650036.
- Yıldırım, V.** (1999). Governing equations of initially twisted elastic space rods made of laminated composite materials, *International Journal of Engineering Science*,37, 1007-1035
- Yıldırım, V.** (2001). Common effects of the rotary inertia and shear deformation on the out-of-plane natural frequencies of composite circular bars, *Composites: Part B*,32, 687-695

ÖZGEÇMİŞ



Ad-Soyad : Anıl Çetinkol
Doğum Tarihi ve Yeri : 08.02.1994 İstanbul
E-posta : anilcetinkol@gmail.com

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2016, Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği
- **Yüksek Lisans** : 2020, İstanbul Teknik Üniversitesi, Makina Fakültesi, Katı Cisimlerin Mekaniği

MESLEKİ DENEYİM:

- 2019 Temmuz ayından itibaren BSH Türkiye’de Ürün Geliştirme Mühendisi olarak çalışıyor