





**AYRIK ZAMANLI PID VE PIR KONTROLÖRLERİN BASKIN  
KUTUP ATAMA YÖNTEMİ İLE TASARIMI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Ayşe DUMAN MAMMADOV**

**Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı**

**ARALIK 2020**



**AYRIK ZAMANLI PID VE PIR KONTROLÖRLERİN BASKIN  
KUTUP ATAMA YÖNTEMİ İLE TASARIMI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Ayşe DUMAN MAMMADOV  
(504171102)**

**Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Mehmet Turan Söylemez**

**ARALIK 2020**



İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504171102 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Ayşe DUMAN MAMMADOV, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı "AYRIK ZAMANLI PID VE PIR KONTROLÖRLERİN BASKIN KUTUP ATAMA YÖNTEMİ İLE TASARIMI" başlıklı tezini aşağıdaki imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

**Tez Danışmanı :**      **Prof. Dr. Mehmet Turan Söylemez** .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Jüri Üyeleri :**        **Prof. Dr. Afife Leyla GÖREN** .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Prof. Dr. Şeref Naci ENGİN** .....  
Yıldız Teknik Üniversitesi

.....

**Teslim Tarihi :**      **29 Kasım 2020**

**Savunma Tarihi :**    **23 Aralık 2020**





*Aileme,*



## ÖNSÖZ

Öncelikle, hocam ve tez danışmanım Prof. Dr. Mehmet Turan Söylemez'e akademik hayatımdaki desteği ve anlayışlı yaklaşımları için teşekkür ederim. Tez sürecimin başarıyla tamamlanabilmesi değerli tavsiyeleri ve deneyimleri sayesinde olmuştur.

Başta tez konumun şekillenmesi olmak üzere, çalışmam boyunca her adımda yardımlarını esirgemeyen Dr. Emre Dincel'e çok teşekkür ederim. Tez sürecimde, değerli bilgilerini benimle paylaşmış, yardımını bir an bile esirgememiş ve bunları yaparken her zaman hoşgörüsüyle ve sabırla yaklaşmıştır. Kısacası, ne zaman ihtiyacım olsa yardım etmeye hazır olmuştur.

Yoğun ve stresli zamanlarımda sabrın ve desteğin en büyüğünü gösteren eşim Elvin Mammadov'a çok teşekkür ediyorum. Sadece tez çalışmam boyunca değil her zaman her koşulda yanımda olduğunu hissettirmiştir. Hayatıma girdiği andan itibaren bana yaşattıkları için, en tatlı teşekkürüm ise dünya tatlısı oğlum Mete Mammadov'a.

Son olarak, hayatım boyunca hep yanımda olan aileme teşekkür ediyorum. Tez sürecinde, oğlum Mete'ye benden çok daha iyi bakan ve ilgilenen annem Füme Duman ve babam Hüsamettin Duman'a en büyük teşekkürü borçluyum. Kardeşlerim Güliz Duman ve Mehmet Ali Duman da ne zaman yardıma ihtiyacım olsa yanımda olmuşlardır. Başta oğlum olmak üzere, böyle bir aileye sahip olduğum için ne kadar şanslı olduğumu ifade etmem gerçekten zor.

Aralık 2020

Ayşe DUMAN MAMMADOV  
(Araştırma Görevlisi)



## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖNSÖZ</b> .....	vii
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	ix
<b>KISALTMALAR</b> .....	xi
<b>SEMBOLLER</b> .....	xiii
<b>ÇİZELGE LİSTESİ</b> .....	xv
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	xvii
<b>ÖZET</b> .....	xxi
<b>SUMMARY</b> .....	xxv
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
1.1 Literatür Araştırması .....	2
1.2 Tezin Amacı.....	8
<b>2. AYRIK ZAMANLI PID KONTROLÖR İLE BASKIN KUTUP ATAMA ...</b>	<b>11</b>
2.1 Baskın Kutupları Yerleştirecek Ayrık Zamanlı PID Kontrolör Parametre Kümesinin Elde Edilmesi .....	11
2.2 Baskın Olmayan Kutupları Yerleştirecek Ayrık PID Kontrolör Parametre Alt Kümesinin Değiştirilmiş Nyquist Grafiği ile Elde Edilmesi .....	13
2.2.1 Örnek 2.1: .....	16
2.2.2 Örnek 2.2: .....	19
2.3 Baskın Kutup Atama Yönteminde Ayrık Zamanlı PI-PD Kontrolör Tasarımı	21
2.3.1 Örnek 2.3: .....	23
2.3.2 Örnek 2.4: .....	26
<b>3. AYRIK ZAMANLI PIR KONTROLÖR İLE BASKIN KUTUP ATAMA ...</b>	<b>29</b>
3.1 PIR Kontrolör Tanımı .....	30
3.2 Baskın Kutupları Yerleştirecek Ayrık Zamanlı PIR Kontrolör Parametre Kümesinin Elde Edilmesi .....	31
3.3 Baskın Olmayan Kutupları Yerleştirecek Ayrık PIR Kontrolör Parametre Alt Kümesinin Değiştirilmiş Nyquist Grafiği ile Elde Edilmesi .....	32
3.3.1 Örnek 3.1: .....	33
3.3.2 Örnek 3.2: .....	37
3.4 Baskın Kutup Atama Yönteminde Ayrık Zamanlı PI-PR Kontrolör Tasarımı	40
3.5 Ayrık PI-PR Kontrolör Tasarımı için Önerilen Algoritma .....	41
3.5.1 Örnek 3.3: .....	42
3.5.2 Örnek 3.4: .....	48
3.5.3 Örnek 3.5: .....	53
<b>4. AYRIK ZAMANLI PID VE PIR KONTROLÖRLER İLE BASKIN KUTUP BÖLGESİ ATAMA</b> .....	<b>59</b>
4.1 Sınır Fonksiyonlarının Belirlenmesi.....	59

4.2 Ayrık PID Kontrolör ile Baskın Kutup Bölgesi Atama .....	61
4.2.1 Örnek 4.1: .....	62
4.2.2 Örnek 4.2: .....	66
4.3 Ayrık PIR Kontrolör ile Baskın Kutup Bölgesi Atama .....	70
4.3.1 Örnek 4.3: .....	70
4.3.2 Örnek 4.4: .....	75
<b>5. İKİ GİRİŞLİ İKİ ÇIKIŞLI SİSTEMLERDE AYRIK ZAMANLI PIR KONTROLÖR İLE BASKIN KUTUP ATAMA .....</b>	<b>81</b>
5.1 İki Girişli İki Çıkışlı Sistemlerin Ayrık Zaman Alanında Tanımı .....	82
5.2 İki Girişli İki Çıkışlı Sistemlerin Ayrıştırılması .....	83
5.2.1 Örnek 5.1: .....	85
5.2.2 Örnek 5.2: .....	93
<b>6. SONUÇ .....</b>	<b>105</b>
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>109</b>

## KISALTMALAR

<b>PID</b>	: Oransal İntegral Türev
<b>PI-PD</b>	: Oransal İntegral-Oransal Türev
<b>PIR</b>	: Oransal İntegral Gecikmeli Oransal
<b>PI-PR</b>	: Oransal İntegral-Oransal Gecikmeli Oransal





## SEMBOLLER

$G(z)$	: Sistemin ayrık zamanlı transfer fonksiyonu
$N_G(z)$	: $G(z)$ transfer fonksiyonunun payı
$D_G(z)$	: $G(z)$ transfer fonksiyonunun payı
$\in \mathbb{R}$	: Gerçek sayılar kümesi
$\in \mathbb{Z}^+$	: Pozitif tam sayılar kümesi
$\in \mathbb{C}$	: Karmaşık sayılar kümesi
$C_{PID}(z)$	: PID kontrolörün ayrık zamanlı transfer fonksiyonu
$N_C(z)$	: Kontrolörün transfer fonksiyonunun payı
$D_C(z)$	: Kontrolörün transfer fonksiyonunun paydası
$P_c(z)$	: Kapalı çevrim sistemin ayrık zaman alanındaki karakteristik denklemi
$T(z)$	: Kapalı çevrim sistemin ayrık zaman alanındaki transfer fonksiyonu
$\sigma_z$	: Baskın kutupların ayrık zaman alanındaki reel kısmı
$\omega_z$	: Baskın kutupların ayrık zaman alanındaki sanal kısmı
$Re$	: İfadenin reel kısmı
$Im$	: İfadenin sanal kısmı
$\Upsilon$	: Kontrolör parametre seti
$\tilde{G}(z)$	: Sistemin elde edilen yeni transfer fonksiyonu
$Z$	: Kararsız kapalı çevrim kutup sayısı
$N$	: Seçilen bir nokta etrafındaki Nyquist grafiğinin net çevreleme sayısı
$P$	: Kararsız açık çevrim kutup sayısı
$r$	: Baskın kutupların mutlak değeri
$m$	: Amaçlanan baskınlık faktörü
$t_s$	: Örnekleme zamanı
$\tilde{G}(z)$	: $G(z)$ 'nin değiştirilmiş transfer fonksiyonu
$C_{PI}(z)$	: PI kontrolörün ayrık zamanlı transfer fonksiyonu
$C_{PD}(z)$	: PD kontrolörün ayrık zamanlı transfer fonksiyonu
$u(t)$	: Kontrol işareti
$y(t)$	: Çıkış işareti
$e(t)$	: Çıkış bozucusu
$r(t)$	: Sistemin referans sinyali
$C_{PIR}(z)$	: PIR kontrolörün ayrık zamanlı transfer fonksiyonu
$h$	: PIR kontrolörün gecikme parametresi
$K_p$	: PID ve PIR kontrolörlerin oransal kazancı
$K_i$	: PID ve PIR kontrolörlerin integral kazancı
$K_d$	: PID kontrolörün türev kazancı
$K_{pi}$	: PI-PD ve PI-PR kontrolörlerin PI kısımlarının oransal kazancı
$K_{pd}$	: PI-PD kontrolörün PD kısmının oransal kazancı
$K_r$	: PIR kontrolörün gecikmeli oransal kazancı
$K_{pr}$	: PI-PR kontrolörün PR kısmının oransal kazancı
$\zeta$	: Sönümlenme oranı
$\tilde{D}$	: Baskın olmayan kutupların bölgesi



## ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
<b>Çizelge 3.1:</b> Kontrolör parametreleri (Örnek 3.3). .....	46
<b>Çizelge 3.2:</b> Kapalı çevrim sistemin performans özellikleri (Geçici hal yanıtı & kontrol işareti ) (Örnek 3.3). .....	47
<b>Çizelge 3.3:</b> Parametre değişimlerine karşı kapalı çevrim sistemin performans özellikleri (Örnek 3.3). .....	48
<b>Çizelge 3.4:</b> Kontrolör parametreleri (Örnek 3.4). .....	51
<b>Çizelge 3.5:</b> Kapalı çevrim sistemin performans özellikleri (Geçici hal yanıtı & kontrol işareti ) (Örnek 3.4). .....	51
<b>Çizelge 3.6:</b> Kontrolör parametreleri (Örnek 3.5). .....	55
<b>Çizelge 3.7:</b> Kapalı çevrim sistemin performans özellikleri (Geçici hal yanıtı & kontrol işareti ) (Örnek 3.5). .....	56
<b>Çizelge 3.8:</b> Farklı örnekleme zamanları için ayırık PI-PR kontrolör parametresi $K_p$ 'nin aralığı (Örnek 3.5). .....	57
<b>Çizelge 5.1:</b> Kontrolör parametreleri (Örnek 5.1). .....	100
<b>Çizelge 5.2:</b> Kapalı çevrim sistemin performans özellikleri (Geçici hal yanıtı & kontrol işareti ) (Örnek 5.2). .....	101



## ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1 : Kapalı çevrim sistemin kontrol yapısı. ....	11
Şekil 2.2 : Ayrık zaman düzleminde Nyquist yolu. ....	14
Şekil 2.3 : Ayrık zaman düzleminde değiştirilmiş Nyquist yolu. ....	15
Şekil 2.4 : $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 2.1). ....	17
Şekil 2.5 : Ayrık PID kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 2.1).....	18
Şekil 2.6 : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 2.1). ....	18
Şekil 2.7 : $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 2.2). ....	20
Şekil 2.8 : Ayrık PID kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 2.2).....	20
Şekil 2.9 : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 2.2). ....	21
Şekil 2.10 : PI-PD kontrolör ile kapalı çevrim sistemin kontrol yapısı. ....	21
Şekil 2.11 : $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 2.3). ....	24
Şekil 2.12 : Ayrık PI-PD kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 2.3).....	25
Şekil 2.13 : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 2.3). ....	26
Şekil 2.14 : $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 2.4). ....	27
Şekil 2.15 : Ayrık PI-PD kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 2.4).....	28
Şekil 2.16 : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 2.4). ....	28
Şekil 3.1 : Kapalı çevrim sistemin kontrol yapısı. ....	30
Şekil 3.2 : $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 3.1). ....	35
Şekil 3.3 : Ayrık PIR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 3.1).....	35
Şekil 3.4 : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 3.1). ....	36
Şekil 3.5 : $h$ 'in artımına göre elde edilen $K_p$ değer aralığı (Örnek 3.1).....	36
Şekil 3.6 : $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 3.2). ....	38
Şekil 3.7 : Ayrık PIR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 3.2).....	38
Şekil 3.8 : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 3.2). ....	39
Şekil 3.9 : $h$ 'in artımına göre elde edilen $K_p$ değer aralığı (Örnek 3.2).....	39
Şekil 3.10 : PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim sistemin kontrol yapısı. ....	40

<b>Şekil 3.11</b>	: $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 3.3). .....	44
<b>Şekil 3.12</b>	: Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 3.3).....	45
<b>Şekil 3.13</b>	: $h$ 'ın artımına göre elde edilen $K_p$ değer aralığı (Örnek 3.3).....	45
<b>Şekil 3.14</b>	: Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları ve kontrol işaretleri (Örnek 3.3).....	46
<b>Şekil 3.15</b>	: Kapalı çevrim sistemin ayrık PI-PR kontrolör ile kutup dağılımı (Örnek 3.3).....	47
<b>Şekil 3.16</b>	: Parametrik belirsizlikler altında kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı (Örnek 3.3).....	48
<b>Şekil 3.17</b>	: $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 3.4-1). .....	49
<b>Şekil 3.18</b>	: Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 3.4-1). .....	50
<b>Şekil 3.19</b>	: Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 3.4-2). .....	50
<b>Şekil 3.20</b>	: $h$ 'ın artımına göre elde edilen $K_p$ değer aralığı (Örnek 3.4).....	51
<b>Şekil 3.21</b>	: Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları ve kontrol işaretleri (Örnek 3.4).....	52
<b>Şekil 3.22</b>	: Kapalı çevrim sistemin ayrık PI-PR kontrolör ile kutup dağılımı (Örnek 3.4).....	53
<b>Şekil 3.23</b>	: Parametrik belirsizlikler altında kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı (Örnek 3.4).....	53
<b>Şekil 3.24</b>	: $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 3.5). .....	54
<b>Şekil 3.25</b>	: Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 3.5).....	55
<b>Şekil 3.26</b>	: $h$ 'ın artımına göre elde edilen $K_p$ değer aralığı (Örnek 3.5).....	55
<b>Şekil 3.27</b>	: Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları ve kontrol işaretleri (Örnek 3.5).....	56
<b>Şekil 3.28</b>	: Kapalı çevrim sistemin saturasyon ile basamak yanıtları ve kontrol işaretleri (Örnek 3.5). .....	57
<b>Şekil 3.29</b>	: Farklı örnekleme zamanları için kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları (Örnek 3.5).....	58
<b>Şekil 4.1</b>	: Kapalı çevrim sistem kutuplarının konumları. ....	60
<b>Şekil 4.2</b>	: Sönüm oranı ve kosinüs grafikleri (Örnek 4.1). .....	62
<b>Şekil 4.3</b>	: Baskın ve baskın olmayan kutupların istenen bölgesi (Örnek 4.1)..	63
<b>Şekil 4.4</b>	: Baskın kutupların bölgesinin sınırları (Örnek 4.1).....	63
<b>Şekil 4.5</b>	: $K_p = 0.55$ için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.1). ..	64
<b>Şekil 4.6</b>	: $K_p = 0.55$ için ayrık PID kontrolör ile kapalı çevrim sistem kutupları (Örnek 4.1). .....	65
<b>Şekil 4.7</b>	: Seçilen parametreler ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 4.1).....	65
<b>Şekil 4.8</b>	: Farklı $K_p$ 'ler için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.1). .....	65
<b>Şekil 4.9</b>	: Sönüm oranı ve kosinüs grafikleri (Örnek 4.2). .....	67
<b>Şekil 4.10</b>	: Baskın ve baskın olmayan kutupların istenen bölgesi (Örnek 4.2)..	67
<b>Şekil 4.11</b>	: Baskın kutupların bölgesinin sınırları (Örnek 4.2).....	67

<b>Şekil 4.12</b>	: $K_p = -0.25$ için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.2). .....	68
<b>Şekil 4.13</b>	: $K_p = -0.25$ için ayrık PID kontrolör ile kapalı çevrim sistem kutupları (Örnek 4.2). .....	69
<b>Şekil 4.14</b>	: Seçilen parametreler ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 4.2). .....	69
<b>Şekil 4.15</b>	: Farklı $K_p$ 'ler için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.2). .....	69
<b>Şekil 4.16</b>	: Sönüm oranı ve kosinüs grafikleri (Örnek 4.3). .....	71
<b>Şekil 4.17</b>	: Baskın ve baskın olmayan kutupların istenen bölgesi (Örnek 4.3). ..	71
<b>Şekil 4.18</b>	: Baskın kutupların bölgesinin sınırları (Örnek 4.3). .....	72
<b>Şekil 4.19</b>	: $K_p = 1$ için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.3). ....	73
<b>Şekil 4.20</b>	: $K_p = 1$ için ayrık PIR kontrolör ( $h = 1$ ) ile kapalı çevrim sistem kutupları (Örnek 4.3). .....	73
<b>Şekil 4.21</b>	: Seçilen parametreler ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 4.3). .....	74
<b>Şekil 4.22</b>	: Farklı $K_p$ 'ler için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.3). .....	74
<b>Şekil 4.23</b>	: $h = 2$ için elde edilen çözüm kümesi ( $K_p = 1$ ) (Örnek 4.3). .....	75
<b>Şekil 4.24</b>	: $h = 3$ için elde edilen çözüm kümesi ( $K_p = 1$ ) (Örnek 4.3). .....	75
<b>Şekil 4.25</b>	: Sönüm oranı ve kosinüs grafikleri (Örnek 4.4). .....	76
<b>Şekil 4.26</b>	: Baskın ve baskın olmayan kutupların istenen bölgesi (Örnek 4.4). ..	76
<b>Şekil 4.27</b>	: Baskın kutupların bölgesinin sınırları (Örnek 4.4). .....	77
<b>Şekil 4.28</b>	: $K_p = 34$ için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.4). ....	78
<b>Şekil 4.29</b>	: $K_p = 34$ için ayrık PIR kontrolör ( $h = 1$ ) ile kapalı çevrim sistem kutupları (Örnek 4.4). .....	78
<b>Şekil 4.30</b>	: Seçilen parametreler ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 4.4). .....	78
<b>Şekil 4.31</b>	: Farklı $K_p$ 'ler için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.4). .....	79
<b>Şekil 5.1</b>	: İki girişli iki çıkışlı sistemin kontrol yapısı. ....	82
<b>Şekil 5.2</b>	: Kapalı çevrim sistemin ayrıştırıcı ile blok diyagramı. ....	83
<b>Şekil 5.3</b>	: $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 5.1- $h_{11}$ ). .....	87
<b>Şekil 5.4</b>	: Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 5.1- $h_{11}$ ). .....	88
<b>Şekil 5.5</b>	: Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 5.1- $h_{11}$ ). .....	89
<b>Şekil 5.6</b>	: $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 5.1- $h_{22}$ ). .....	90
<b>Şekil 5.7</b>	: Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 5.1- $h_{22}$ ). .....	91
<b>Şekil 5.8</b>	: Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 5.1- $h_{22}$ ). .....	91
<b>Şekil 5.9</b>	: Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları (Örnek 5.1). ....	92
<b>Şekil 5.10</b>	: Kapalı çevrim sistemin bozucular ile basamak yanıtları (Örnek 5.1). ..	92
<b>Şekil 5.11</b>	: $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 5.2- $h_{11}$ ). .....	94

<b>Şekil 5.12</b>	: Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 5.2- $h_{11}$ ).	96
<b>Şekil 5.13</b>	: Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 5.2- $h_{11}$ ).	96
<b>Şekil 5.14</b>	: $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 5.2- $h_{22}$ ).	98
<b>Şekil 5.15</b>	: Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 5.2- $h_{22}$ ).	99
<b>Şekil 5.16</b>	: Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 5.2- $h_{22}$ ).	99
<b>Şekil 5.17</b>	: Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları (Örnek 5.2).	100
<b>Şekil 5.18</b>	: Kapalı çevrim sistemin kontrol işaretleri (Örnek 5.2).	101
<b>Şekil 5.19</b>	: Kapalı çevrim sistemin 15. ve 50. saniyede uygulanan bozucular ile basamak yanıtları (Örnek 5.2).	102
<b>Şekil 5.20</b>	: Kapalı çevrim sistemin 50. saniyede uygulanan bozucular ile basamak yanıtları (Örnek 5.2).	102
<b>Şekil 5.21</b>	: Kapalı çevrim sistemin 50. ve 65. saniyede uygulanan bozucular ile basamak yanıtları (Örnek 5.2).	103

## AYRIK ZAMANLI PID VE PIR KONTROLÖRLERİN BASKIN KUTUP ATAMA YÖNTEMİ İLE TASARIMI

### ÖZET

Kontrol sistem tasarımında çokça tercih edilen bir yöntem olan baskın kutup atama yaklaşımında, kapalı çevrim sistemin aşım, yerleşme zamanı, yükselme zamanı gibi performans özellikleri baskın bölgedeki kutuplar tarafından belirlenmektedir. Baskın kutup atamayı garanti altına almak için de tezde kullanılan yaklaşım, kapalı çevrim sistemin geriye kalan tüm kutuplarının baskın kutuplardan uzağa (genellikle 3-5 kat) yerleştirilmesidir. Böylece, kapalı çevrim sistemin geçici hal yanıtı istenildiği gibi elde edilir. Bu sebeple, literatürde baskın kutup atama yönteminin kullanıldığı bir çok çalışma mevcuttur. Diğer taraftan, eğer baskın olmayan kutuplar yeterince uzakta konumlanmazsa, kapalı çevrim sistemin performans özelliklerinin belirlenen şekilde sağlanamayacağı gibi bir sorun ortaya çıkar.

Endüstrideki sistemlerin kontrolünde genellikle endüstriyel bilgisayarlar veya bilgisayar tabanlı cihazlar kullanıldığından dolayı, ayrık zamanda kontrol endüstriyel süreçlerin temel konularından biri haline almıştır. Ayrıca, sürekli zamanda alanında tasarım her zaman kolay değildir. Özellikle zaman gecikmesine sahip sistemler için, gecikmeden kaynaklı kapalı çevrimdeki sonsuz sayıda kutup ve kutupların baskın bölgede yer alma olasılığı sebebiyle baskın kutup atama yöntemi ile tasarım zorlayıcıdır. Diğer taraftan, ayrık zamanda düzleminde, zaman gecikmesinin örnekleme zamanının bir katı olacak şekilde örnekleme zamanı seçildiğinde, gecikmeden gelen kutuplar sonlu hale gelmektedir ve ayrık zamanda kontrolör tasarlamak çok daha avantajlı olmaktadır.

PID kontrolörlerin, basit bir yapıya sahip olması, kolay uygulama sağlaması ve güçlü sağlamlığa sahip olması gibi avantajları nedeniyle endüstriyel uygulamalarda sıklıkla kullanılmaktadır. Ayrıca, kontrolör parametrelerinin sağladığı sabit durum hatalarını ortadan kaldırma, geçici hal yanıtını iyileştirme özellikler de çoğu kontrol uygulamalarında iyi bir performans sağlamak için yeterli olmaktadır. Bu sebeplerden dolayı, baskın kutup atama yönteminde PID kontrolör ile tasarım yapmak önemlidir. Hem sürekli zamanlı hem ayrık zamanlı PID kontrolör ile baskın kutup atamayı garanti altına alma problemini çözen literatürde çalışmalar vardır ve tezin ikinci bölümünde ayrık zamanlı PID ile baskın kutup atama yöntemi sunulmuştur. İlk olarak, baskın kutup çiftinin atanmasını sağlayan ayrık PID kontrolör parametre seti elde edilmiştir. Daha sonra, değiştirilmiş Nyquist grafiği yardımıyla baskın kutup atama garanti altına alınmıştır.

Baskın kutup atama yaklaşımında, kontrolörün sıfırlarına odaklanılmamaktadır, fakat tasarım sonucunda bu sıfırlar baskın bölgede veya kararsız bölgede konumlanabilirler. Bu da, kapalı çevrimde istenmeyen geçici hal yanıtına sebep olabilir. PI-PD yapısında ise, kontrolörün sıfırının konumu istenilen şekilde belirlenebilir ve kontrolör sıfırlarının neden olduğu geçici hal yanıtındaki olumsuz etkilerin önüne geçilmiş olur.

Bu sebeplerden dolayı, ayrıık zamanlı PI-PD kontrolör yapısı ile de baskın kutup atama yaklaşımı tezde verilmiştir.

Endüstride sıklıkla kullanılan PID kontrolör bazı durumlarda zorlayıcı olabilir. Bunun temel sebeplerinden biri, yüksek frekanslı ölçüm gürültüsünü artırabilen türev terimini ayarlamaktır ve bu sebeple, bazı kontrol uygulamalarında türev teriminden yani PID kontrolör kullanılmaktan kaçınılır. Diğer taraftan, kontrol yapılarında kasıtlı olarak zaman gecikmesinin kullanıldığı bir çok çalışma mevcuttur. Türev teriminden kaçınmak ve gecikmenin avantajlarından yararlanmak için, daha önce PIR kontrolör yapısı önerilmiştir. Böylelikle, ölçüm gürültüsü büyümesi azaltılabilirken, bozucu bastırma performansı ve integral terimi sayesinde olan sürekli hal hatası giderme özelliğinin korunması amaçlanmaktadır. Fakat, bilindiğı kadarıyla, PIR kontrolörün baskın kutup atama yaklaşımında kullanıldığı literatürde herhangi bir çalışma yoktur. Bu sebepten, tezin üçüncü bölümünde, PIR kontrolör yapısı anlatılmış ve ayrıık zamanın bahsedilen avantajlarından yararlanmak için önerilen kontrolörün ayrıık zamandaki gösterimi verilmiştir. Daha sonra, baskın kutup atama yöntemi ile ayrıık zamanlı PIR kontrolör tasarımı önerilmiştir. PIR kontrolör ile baskın kutup atamanın PID'den farkı, gecikme parametresi ( $h$ ) tasarıma başlamadan önce pozitif bir tamsayı olarak seçilmesidir. Gecikme parametresinin değeri değıştikçe kontrolörün elde edilen parametre seti de değışmektedir.

Bununla birlikte, PIR kontrolörde de, gecikme parametresine bağılı olarak sıfır sayısı dağıışmekte ve baskın kutup atamada sıfırların yerleri belirlenememektir. Bu sebeple, tezin üçüncü bölümünde PI-PD yapısının avantajları da düşünülerek, ayrıık PIR kontrolörün de bu şekilde bir yapıda kullanılabileceğı anlatılarak yeni bir kontrol yapısı olan PI-PR önerilmiştir. Önerilen ayrıık PI-PR kontrolör ile kontrolör sıfırlarının yerleri belirlenerek kapalı çevrim sistem geçici hal yanıtında sorun teşkil etmeleri önlenmiş; aynı zamanda da, önerilen kontrolör ile baskın kutup atama garanti altına alınmıştır. Daha sonra, ayrıık PI-PR kontrolör, zaman gecikmesine sahip sistemler üzerinden literatürdeki bazı kontrolör yöntemleri ile karşılaştırılmıştır.

Baskın kutup atama yönteminde, baskın bölgedeki kapalı çevrim kutup çifti yerleştirdikten sonra, geriye kalan kutupları sınırlı parametreye sahip olan ayrıık PID ve PIR kontrolörler ile baskın kutuplardan uzakta tutmak zordur. Bu durumda, kesin performans kriterleri seçmek yerine belirli değerler arasında almak mantıklı bir yaklaşımdır. Performans kriterlerinin belirli değerler arasında olması, baskın kutup çiftinin bir nokta yerine belirli bir bölgenin içinde konumlanması demektir. Buradan da, baskın kutup bölgesi atama problemi ortaya çıkar. Tezin dördüncü bölümünde, hem ayrıık PID kontrolör hem de ayrıık PIR kontrolör ile baskın kutup bölgesi atama problemi çözüm yöntemi önerilmiştir. Baskın kutup bölgesi atama yaklaşımında, baskın kutuplar yarıçapı önceden belirlenen çemberler ve kapalı çevrim sistemin sönümlenme oranı eğrisi ile sınırlandırılan bir bölgeye yerleştirilmiştir. Çözüm yönteminde ise parametre uzayı yaklaşımı kullanılmıştır. Aynı zamanda, baskın kutupların baskınlığını garanti altına almak için, geriye kalan kutupların da yarıçapı önceden belirlenen bir çemberin içine yerleştirilmesi önerilmiştir.

Endüstriyel süreç uygulamalarında, iki giriş iki çıkışlı sistemler ile sıklıkla karşılaşılmaktadır ve bu tip sistemler için de baskın kutup atama önemli bir konudur. Önerilen ayrıık zamanlı PIR kontrolör ile baskın kutup atama yöntemi iki girişli iki çıkışlı sistemler için de uygulanabilir. Fakat, doğrudan tasarım yapmak zordur. Tezin beşinci bölümünde anlatıldığı gibi,  $2 \times 2$ 'lik bir sistem bir ayrıştırma matrisi

ve merkezi olamayan ayrık PIR kontrolör ile kontrol edilebilir. Aynı zamanda, verilen örnek sistemler üzerinden ayrık PI-PR yapısının avantajından faydalanarak kontrolörün sıfırının yerinin belirlenmesi için, PIR yapısından ayrık PI-PR kontrolör yapısına geçilmesi önerilmiştir. Ek olarak, ayrıştırma yöntemi ile elde edilen alt sistemlerin sıfırlarının baskın bölgede olduğu durumlarda kapalı çevrim sistemin geçici hal yanıtının olumsuz yönde etkilenmemesi için ön filtre kullanılması önerilmiştir. Önerilen kontrolör yapısı zaman gecikmesine iki girişli iki çıkışlı sistem kullanılarak literatürdeki diğer kontrolörler ile karşılaştırılmıştır.





## **DESIGN OF DISCRETE TIME PID AND PIR CONTROLLERS WITH DOMINANT POLE ASSIGNMENT**

### **SUMMARY**

Pole assignment approach is a popular technique widely used in control systems because it provides a simple design procedure, closed loop system performance is predictable and can be adjusted as desired. In this approach, the locations of the poles directly corresponds to the eigenvalues of the system that determine the behavior of the dynamics of the closed loop. On the other hand, to be able to arbitrarily determine the locations of the poles of the closed loop system in a given system model, the degree of control must be at least the order of the given system minus one. Considering the design with low-order output feedback controllers for systems with complex structures such as high order or time delay, it may be impossible to place all poles of the closed loop system arbitrarily in the desired region. This is an important limitation of the technique.

As it is known, the locations of the poles in the dominant region largely determine the performance characteristics of the closed loop system such as settling time, rise time and delay time. In addition, formulas that calculate transient properties for linear and time-invariant systems are based on a second order system approach, and the better the system meets this approach, the more reliable the results obtained. Therefore, two of the poles of the closed loop system are expected to be in the dominant region and the other poles away from the dominant region.

Due to the reasons mentioned above, the dominant pole assignment method is proposed in the literature. The method provides to determine the dominant poles with respect to the closed-loop system performance criteria which are overshoot, peak time, rise time, settling time and etc. Also, to guaranteed the dominance of the determined poles, all remaining poles of the closed loop system are located away from the dominant poles (usually 3-5 times). Thus, the transient response of the closed loop system is obtained as desired. For this reason, there are many studies in the literature in which the dominant pole assignment method is used. On the other hand, if the non-dominant poles are not located far enough away, the problem arises that the performance characteristics of the closed loop system cannot be achieved as determined.

Since industrial computers or computer-based devices are generally used in the control of industrial systems, discrete time control has become one of the major topics of industrial processes. Also, discrete time controller design have advantages such as efficiency on cost and energy usage etc., so the controller design in the discrete time domain can be preferred. Besides, design in the continuous time domain is not always easy. Especially for systems with time delay, the design with the dominant pole assignment method is challenging due to infinite number of poles come from the time delay because these poles can be located in the dominant region. On the other hand, in the discrete time domain, when the sampling time is selected such that the time delay

is a multiple of the sampling time, the poles from the delay become finite, and it is much more advantageous to design a controller in the discrete time.

The proportional integral derivative (PID) controllers are commonly used in the process control applications, since it has a simple structure, provides easy implementation, and has strong robustness. Moreover, the PID controller is sufficient to provide good performance in most control problems, due to the fact that the integral parameter eliminates the steady-state errors and the derivative parameter improves the transient response. For these reasons, it is important to design with a PID controller in the guaranteed dominant pole assignment method. There are studies in the literature that solve the problem of guaranteeing the dominant pole assignment with both continuous and discrete PID controller, and in the second chapter of the thesis, the guaranteed dominant pole assignment method with the discrete time PID is presented. Firstly, the discrete PID controller parameter set is obtained that allows the dominant pole pair to be assigned. Then, the dominant pole assignment is guaranteed with the help of the modified Nyquist plot.

The dominant pole assignment approach does not focus on the zeros of the controller, it deals with only the closed loop system poles. However, as a result of the design these zeros can be located in the dominant region or in the unstable region. This can cause an unwanted transient response in a closed loop. In the proportional integral-derivative (PI-PD) structure, the location of the controller zero can be determined arbitrarily and the negative effects on the transient response caused by the controller zeros are avoided. For these reasons, dominant pole assignment approach with discrete time PI-PD controller structure is given in the thesis.

The PID controller, which is widely used in industry, can be challenging in some situations. One of the main reasons for this is to set the derivative term, which can increase high frequency measurement noise, and for this reason, the use of the derivative term is avoided in some control applications. On the other hand, there exists simple dynamic systems where the existence of a delay has a stabilizing effect in the output feedback control law; therefore, the use of delays as control parameters is existed in the literature. To avoid the term derivative and take advantage of the delay, a proportional integral retarded (PIR) controller structure has been previously proposed. The PIR controller consists of a delayed proportional term instead of the standard derivative term. Thus, the measurement noise amplification can be decreased, whereas, the disturbance rejection performance and the steady state error handling feature of the integral parameter are still conserved. For these reasons, there exist different studies for the controller structures containing the retarded parameter. However, as far as is known, there is no study in the literature using the PIR controller in the dominant pole assignment approach. In the third chapter of the thesis, the PIR controller structure is explained and the representation of the proposed controller in discrete time is given to take advantage of the mentioned advantages of discrete time. Then, the guaranteed dominant pole assignment method with a discrete PIR controller design is proposed. The difference the dominant pole assignment with the PIR controller from with the PID is that the delay parameter ( $h$ ) is chosen as a positive integer before starting the design procedure. Then, the controller design procedure is demonstrated on systems with time delay. With these examples, another advantage of the discrete PIR controller over the discrete PID is demonstrated. In all systems used, a wider parameter set is obtained with the discrete PIR controller. In addition, the differences in the parameter

set for different values of the delay parameter of the PIR controller were examined through these sample systems. It has been observed that as the value of the delay parameter increases, the gain range obtained decreases.

On the other hand, in the PIR controller, the number of zeros varies depending on the delay parameter, and the locations of the zeros in the dominant pole assignment cannot be determined. For this reason, in the third chapter of the thesis, considering the advantages of the PI-PD structure, proportional integral-proportional retarded (PI-PR) controller which is a new control structure is proposed and it is explained that the discrete PIR controller parameters can be converted to the discrete PI-PR controller parameters. With the proposed discrete PI-PR controller, the locations of the controller zeros are determined; thus, the closed loop system transient response is obtained as desired. At the same time, the dominant pole assignment is guaranteed with the proposed controller. Then, the discrete PI-PR controller is compared with some controller methods in the literature on systems with time delay.

It is noted that the proposed design methods are based on locating the dominant pole pair at the desired points and the remaining closed loop system poles  $m$  times away from the dominant poles. However, it is not always possible to place the remaining poles as desired for the selected performance criteria and the target dominance factor. Therefore, in the case where the resulting controller parameter set is the empty set, the given design process must be repeated for different  $m$  value and/or performance criteria until a non-empty controller parameter set is obtained.

In the dominant pole assignment method, after the closed loop pole pair in the dominant region is located, it is difficult to keep the remaining poles away from the dominant poles with discrete PID and PIR controllers which have limited adjustable parameters. In this case, it is a logical approach to take between specific values rather than choosing strict performance criteria. The widen performance criteria means that the dominant pole pair is located within a specific region instead of a point. From this, the problem of assigning the dominant pole region arises. In the fourth chapter of the thesis, the solution method of assigning dominant pole region with both discrete PID and discrete PIR controllers is proposed. In the dominant pole region assignment approach, the dominant poles are placed in circles with predetermined radius and the damping ratio curve of the closed loop system. In the solution method, the parameter space approach is used. It has also been proposed to place the remaining poles within a circle with predetermined radius to guarantee the dominance of the dominant poles.

In industrial process applications, two inputs and two outputs systems are frequently encountered and dominant pole assignment is an important issue for such systems. The proposed discrete time PIR controller with dominant pole assignment method can also be designed for two inputs two outputs systems. However, it is difficult to design directly. As described in the fifth chapter of the thesis, a system of  $2 \times 2$  can be controlled by a decoupler matrix and decentralized discrete PIR controller. At the same time, it has been proposed to convert from PIR structure to discrete PI-PR controller structure to determine the location of the controller zero by taking advantage of the discrete PI-PR structure via the given sample systems. In addition, it is suggested to use a pre-filter in order not to adversely affect the transient response of the closed loop system in cases where the zeros of the subsystems obtained by the decomposition method are in the dominant region. The proposed controller structure is compared

with other controllers in the literature using a two inputs two outputs system with time delay.



## 1. GİRİŞ

Baskın kutup atama yöntemi, kontrol sistem tasarımında önemli bir konudur. Bu yöntemde, kapalı çevrim sistemin performans özellikleri daha çok baskın bölgedeki kutuplar tarafından belirlendiğinden, diğer kutupların baskın kutuplardan uzağa yerleşmesi istenir. Böylece, kapalı çevrim sistemin geçici hal yanıtı istenildiği gibi elde edilir.

Oransal integral türev (PID) kontrolörün, endüstriyel uygulamalarda en çok tercih edilen kontrolör tipi olduğu bilinmektedir. Fakat, türev teriminden kaynaklı problemler ortaya çıkabilmektedir ve bu noktada, oransal integral ve gecikmeli oransal terimlerden oluşan PIR kontrolör önerilmiştir. Oransal integral gecikmeli oransal (PIR) kontrolör ile ölçüm gürültüsü azaltılabilirken, bozucu bastırma performansı ve sürekli hal hatası giderme özellikleri de sağlanır. Bu sebeple, PIR kontrolör ile baskın kutup atamayı garanti altına almak incelenmesi gereken bir konudur.

Endüstride çoğu sistem, bilgisayar tabanlı kontrol cihazları tarafından kontrol edilmektedir. Ayrıca, kontrol sistemlerinin zaman gecikmesi içerdiği durumlarda, zaman gecikmesinden gelen sonsuz sayıda kutup baskın kutup atamayı riske atmaktadır. Fakat, örnekleme zamanının zaman gecikmesine göre seçimi ile ayrık zamana geçildiğinde bu problem ortadan kalkmaktadır. Bu sebeple, ayrık zamanda baskın kutup atama yöntemiyle kontrolör tasarlamak önemlidir.

Baskın kutup atama yaklaşımında, kapalı çevrimin baskın kutupları performans kriterlerine göre belirlenen noktalara yerleştirilmektedir. Fakat, ayrık PID ve PIR kontrolörler ile geriye kalan kutuplar baskın kutuplardan yeteri kadar uzağa yerleştirilemeyebilir. Bu gibi durumlarda, baskın kutupları kesin noktalarda seçmek yerine belirlenen bir bölgeye yerleştirmek çok daha mantıklı olur ve aynı şekilde baskın olmayan kutuplar da aynı şekilde önceden belirlenen bir bölgeye yerleştirilebilir. Böylece, baskın kutup atama yerine baskın kutup bölgesi atama konusu ortaya çıkar. Ayrık PID ve PIR kontrolörler ile baskın kutup bölgesi belirleyerek kutupların baskınlığını garanti altına almak incelemeye değer bir konudur.

Endüstriyel kontrol uygulamalarında, iki girişli iki çıkışlı sistemler sıklıkla kullanılmaktadır. Bu sebepten, bu tip sistemler için baskın kutup atama yöntemi ile kontrolör tasarımı önemlidir. Fakat, giriş ve çıkış değişkenleri arasındaki etkileşimden dolayı, doğrudan tasarım yapmak zordur.  $2 \times 2$ 'lik sistemleri kontrol etmek için çoğunlukla bir ayrıştırma yöntemi ve merkezi olmayan PID kontrolör tercih edilmektedir. Ayrıştırma yöntemi ile, değişkenler arasındaki etkileşim kesilir ve tek giri tek çıkışlı iki alt sistem elde edilir. Böylelikle, baskın kutup atama yöntemi bu sistemler için uygulanabilir. Fakat, bu alt sistemler yüksek mertebeden veya çoklu zaman gecikmesine sahip olan sistemlerdir. Bu sebepten, ayrı zamanlarda tasarım yapmak ve önerilen PIR kontrolör yapısını kullanmak avantajlı olabilir. İki girişli iki çıkışlı sistemler için, ayrı PIR kontrolör ile baskın kutup atamayı garanti altına alma konusunun incelenmeye değer olduğu düşünülmektedir.

### **1.1 Literatür Araştırması**

Kutup atama yaklaşımı, basit bir tasarım prosedürü sağlaması, kapalı çevrim sistem performansının öngörülebilir olması ve istenilen şekilde ayarlanabilmesi nedeniyle kontrol sistemlerinde yaygın olarak kullanılan popüler bir tekniktir [1]. Bu yöntemin temel noktası, kapalı çevrim sistem kutuplarını karmaşık düzlemde önceden belirlenmiş konumlara yerleştirmektir [2]. Kutupların konumu kapalı çevrimin dinamiklerinin davranışını belirleyen sistemin özdeğerlerine doğrudan karşılık geldiğinden, bu yaklaşım önemlidir. Diğer taraftan, verilen bir sistem modelinde kapalı çevrim sistem kutuplarının konumlarını keyfi olarak belirleyebilmek için kontrolün derecesi en az verilen sistemin mertebesi eksi bir olmalıdır. Yüksek mertebeden veya zaman gecikmeli gibi karmaşık yapıya sahip sistemler için düşük mertebeden çıkış geribeslemeli kontrolörler ile tasarım düşünüldüğünde, kapalı çevrim sistemin tüm kutuplarının istenilen bölgeye keyfi olarak yerleştirilmesi imkansız hale gelebilir. Bu da tekniğin önemli bir sınırlamasıdır.

Bilindiği üzere, baskın bölgedeki kutupların konumları yerleşme zamanı, aşım, yükselme zamanı ve gecikme zamanı gibi kapalı çevrim sistemin performans özelliklerini büyük ölçüde belirlemektedir. Ayrıca, lineer ve zamanla değişmeyen sistemler için geçici hal özelliklerini hesaplayan formüller ikinci dereceden sistem yaklaşımına dayanmaktadır ve sistem bu yaklaşımı ne kadar iyi karşılar ise elde

edilen sonuçlar o kadar güvenilir hale gelmektedir. Bu nedenle, kapalı çevrim sistemin kutuplarından ikisinin baskın bölgede, diğer kutuplarının ise baskın bölgeden uzakta olması beklenir. Geriye kalan kutuplar baskın kutuplardan yeterince uzağa yerleştirilmezse, kapalı çevrim sistemin geçici hal yanıtını tahmin etmek zorlaşır ve bu durumda istenilen performans özellikleri karşılanamayabilir.

Bahsedilen nedenler dikkate alınarak, baskın kutup atama yöntemi [3]'de tanıtılmış ve daha sonra [4]'de geliştirilmiştir. Yukarıda açıklanan şekilde, bu yöntem kapalı çevrim sistemin istenilen performans kriterlerine göre kapalı çevrim sistemin iki kutbunu baskın bölgeye ve geriye kalan tüm kutuplarını baskın bölgenin dışına yerleştirir. Bu, baskın bölgeye atanan kutupların baskınlığını garanti altına alan kontrolör parametrelerini seçerek gerçekleştirilir. Literatürde baskın kutup atama yönteminin kullanıldığı bir çok çalışma mevcuttur [5–13]. Fakat, baskın kutup atamada sistemlerin basitleştirilmiş modeli kullanıldığından, belirlenen kutupların gerçekte de baskın olduğu garanti edilemez ve kapalı çevrimde zayıf bir sistem yanıtına hatta yüksek mertebeden ve zaman gecikmeli sistemler için de kararsızlığa neden olabilir. Bu sorunu çözmek için, [14]'de garantili baskın kutup atama yöntemi önerilmiştir. Garantili baskın kutup atama yönteminde, sırasıyla zaman gecikmesiz ve zaman gecikmeli sistemler için uygulanan kök eğrisi ve Nyquist grafiği yaklaşımları kullanılır ve bu yaklaşımlar aracılığıyla, PID kontrolör ile baskın kutup atama prosedürü önerilir. Bu yöntemin amacı, kapalı çevrim sistemin baskın kutuplarını istenilen konumlara yerleştirmek ve geriye kalan kutupların baskın kutuplardan  $m$  kat uzakta konumlanmasını sağlamaktır. Böylece, belirlenen kutupların baskınlığı garanti altına alınmış olur. Özellikle sistemin zaman gecikmesine sahip olduğu durumlarda, kutup atama yaklaşımı, zaman gecikmesinden gelen sonsuz kutuplar baskın bölgeye yerleşebileceğinden kapalı çevrim sistemin baskın kutuplarının anlamını kaybetme olasılığı vardır. [15]. Fakat, [14]'de önerilen değiştirilmiş Nyquist grafiği yaklaşımı PID kontrolörler ile kapalı çevrim sistemin kutuplarının baskınlığını garanti altına almayı sağlar. Daha sonra, [16]'de kapalı çevrim sistemin sıfırlarının konumları da dikkate alınarak daha farklı bir baskın kutup bölgesi tanımlandı ve önerilen baskın kutup atama yöntemine katkıda bulunuldu. Ayrıca, [16]'de birinci dereceden kontrolör ile baskın olmayan kutupları baskın kutuplardan  $m$  kat uzağa yerleştirecek yine aynı baskın kutup atama yöntemi uygulanmıştır. Daha yeni bir yayında ise [14]'de

yayınlanan sonuçların bir genellemesi sunulmuştur. Sistem modelindeki zaman gecikmesinden bağımsız olarak kök eğrisi yönteminin kullanılabilmesi gösterilmiştir [17].

Yukarıda bahsedilen baskın kutup atama yöntemlerinde tasarlanan kontrolörler sürekli zaman alanında bulunarak sistemlere uygulanmaktadır. [14]'de önerilen değiştirilmiş Nyquist grafiği yaklaşımı zaman gecikmesine sahip sistemler için kullanılabilirse bile, Nyquist eğrisindeki çevrim sayısının belirlenmesi her zaman kolay değildir. Diğer taraftan, ayrık zaman alanında zaman gecikmesinin örnekleme zamanının bir katı olduğu varsayıldığından, zaman gecikmesine sahip sistemler için ayrık zamanda kontrolör tasarlamak daha avantajlıdır. Dahası, kutup atama yöntemi hem sürekli hem de ayrık zamanlı sistemlere iyi bir şekilde uygulanabileceği unutulmamalıdır [2]. Öte yandan, sistemlerin çoğunlukla ayrık zamanda çalışan bilgisayar tabanlı cihazlar tarafından kontrol edildiğinden dolayı, ayrık zamanda kontrol endüstriyel süreçlerin temel konularından biri haline gelmiştir. Ayrıca, ayrık zamanlı kontrolör tasarımının maliyet ve enerji kullanımı üzerinde verimlilik gibi avantajları da olduğundan, ayrık zamanlı kontrolör tasarımı çokça tercih edilmektedir [18]. Bu sebeplerden dolayı, baskın kutup atamayı garanti altına alan ayrık zamanda PID kontrolör parametrelerini bulmak da önemli bir konu haline gelir. [19]'de ayrık zaman alanında baskın kutup atama problemi incelendi ve değiştirilmiş Nyquist grafiği yaklaşımı ayrık zamanlı sistemlere uygulandı. Böylece, değiştirilmiş Nyquist grafiği yönteminin ayrık zaman alanında da kullanılabilmesi ve ayrık PID kontrolör parametrelerinin bulunabileceği gösterilmiştir.

Oransal integral türev (PID) kontrolörlerin, basit bir yapıya sahip olması, kolay uygulama sağlaması ve güçlü sağlamlığa sahip olması nedeniyle kontrol uygulamalarında yaygın olarak kullanıldığı bilinmektedir. Dahası, PID kontrolörü  $K_i$  integral parametresinin sabit durum hatalarını ortadan kaldırması ve  $K_d$  türev parametresinin geçici hal yanıtını iyileştirmesi nedeniyle, çoğu kontrol probleminde iyi performans sağlamak için yeterlidir [20]. Literatürde, PID kontrolör parametrelerini ayarlamak için birçok yöntem de vardır [4, 8, 21–25]. Bu sebeplerden dolayı, baskın kutup atamayı PID kontrolör ile sağlamak önemli bir konudur. Birinci veya ikinci mertebeden sistemlerde, PID kontrolörün serbestlik derecesi nedeniyle kapalı çevrim sistemin tüm kutupları istenilen konuma yerleştirilebilir [26]. Fakat, daha yüksek

mertebeden sistemlerde, istenen performans kriterlerini karşılamak için, kapalı çevrim kutuplarından sadece üçü istenilen konumlara yerleştirilebilir [27] ve geriye kalan kutuplar konumlarına bağlı olarak geçici hal yanıtını olumsuz etkileyebilirler. Bu sebeple, PID kontrolör ile kutup yerleştirme prosedürünü uygulamak zorlayıcı olabilir [28]. Fakat, yukarıda da bahsedilen [14]'de PID kontrolör ile baskın kutup atama garanti altına alınmıştır.

Garantili baskın kutup atama yöntemi sadece kapalı çevrim sistemin kutupları ile ilgilendiğinden, eğer kontrolör sıfırları baskın bölgedeki kutuplara çok yakın olursa, bu sıfırlar kapalı çevrimde problemlere yol açabilir. PID kontrolör yapısı kullanıldığında, kontrolör sıfırları baskın bölgeye veya hatta kararsızlık bölgesine yerleşebilir. Bu durumun önüne geçmek için, PID kontrolör oransal integral-oransal türev (PI-PD) kontrolör yapısına çevrilebilir. PI-PD kontrolör, kontrolör sıfırının keyfi olarak yerleştirilebileceğini garanti eder. Böylece, kapalı döngü sistemin geçici hal yanıtı çok fazla etkilenmez [29]. Literatürde, PI-PD kontrolör tasarımına yönelik birçok farklı çalışma mevcuttur [30–36].

PID kontrolör anlaşılması ve kullanılması kolay bir yapıya sahip gibi görünse de, pratikte zorlayıcı olabilir. Ana sorunlardan biri, yüksek frekanslı ölçüm gürültüsünü artırabilen türev terimini ayarlamaktır; bu nedenle, bazı kontrol uygulamalarında, türev teriminden kaçınılır. Diğer taraftan, kontrol yapılarında kararsızlığa veya zayıf kapalı çevrim sistem performansına neden olabilen gecikmenin PID kontrolörün geleneksel ayarlama yöntemleri ile baş edilemeyeceği düşünülmektedir [37]. Bununla birlikte, gecikmenin varlığı her zaman kararsızlığa veya kötü performansa neden olmaz; hatta basit ve uygulaması kolay kontrol yasalarını elde etmek için gecikmenin kasıtlı olarak kullanıldığı durumlar vardır [38]. [39]'de bahsedildiği gibi, kontrol amaçlı gecikmelerin kullanılması fikri yeni değildir. Kaotik ve salınımlı sistemleri, entegratör zincirlerini, robotik kolları ve [38–44]'de başka örnekleri de verilen sistemleri stabilize etmek için daha önceden de kullanılmıştır.

Yukarıda bahsedilen nedenlerden dolayı, oransal integral gecikmeli (PIR) kontrolör [45]'de önerilmiştir. PIR kontrolör, standart türev terimi yerine gecikmeli bir oransal terim içerir. Böylelikle, ölçüm gürültüsü büyümesi azaltılabilirken, bozucu bastırma performansı ve integral terimi sayesinde olan sürekli hal hatası giderme özelliği korunmuş olur. PIR kontrolör ilk olarak [46]'de tanıtılmış fakat tam

olarak araştırılmamıştır ve bu yöndeki bazı ilerlemeler ancak yakın zamanda [47]'de rapor edilmiştir. Daha sonra, [45]'de PIR kontrolör ayarlama tekniğini daha iyi açıklayan kapalı çevrim sistemin maksimum elde edilebilir üstel bozulma hızının karakterizasyonu sunulmuştur. Ayrıca, endüstride yaygın olarak kullanılan DC servomotor gibi ikinci dereceden diferansiyel denklemlerle açıklanan birçok farklı sistem üzerinden hareket edilerek, standart PID kontrollerle alternatif olarak PIR kontrolörler tanıtılmıştır. Bu çalışmanın arkasındaki fikirler, oransal gecikmeli (PR) ve integral gecikmeli (IR) kontrolörlerin tanıtıldığı çalışmalardan [48–50] esinlenerek ortaya çıkmıştır. [45]'de, PIR kontrolör ile hem PR hem de IR'nin istenen özellikleri, yani gürültü azaltma ve bozucu bastırma birbirine eklenmiştir. Ortaya çıkan kapalı çevrim sistem karakteristik denkleminin karmaşıklığından dolayı, PIR kontrolör ayarlama kurallarının tasarımı esinlenilen çalışmalardan doğrudan yerine [51, 52]'de bahsedilen eleme teorisine dayalı bir analiz ile yapılmıştır. Daha sonraki yıllarda da, kontrol yapılarında gecikme içeren farklı çalışmalar yapılmıştır [53–56]. Fakat, bilindiği kadarıyla, PIR kontrolörü baskın kutup atama yaklaşımı ile tasarlama üzerine herhangi bir çalışma yapılmamıştır.

Kapalı çevrim sistem kutuplarının sistemin geçici hal yanıtından büyük ölçüde sorumlu oldukları bilinmektedir. Bu sebeple, yerleşme zamanı, aşım gibi istenilen performans özelliklerini sağlamak için ilgili konumlara baskın kutup çiftinin atanmasından ve geriye kalan kutupların baskın kutup çiftinden çok uzakta (genellikle 3-5 kat) olmasından [14] yukarıda bahsedildi. Bu baskın kutup atama yaklaşımı etkili bir tasarım yöntemi olsa da, kalan kutuplar baskın kutuplardan yeterince uzağa yerleştirilmezse, kapalı çevrimde istenilen performans özelliklerinin karşılanması garanti edilemez [57]. PID kontrolörün serbestlik derecesinin baskın kutupları atamak için yeterli olduğu göz önünde bulundurulduğunda bile, geriye kalan kutupları yalnızca tek bir parametre ile baskın kutuplardan uzağa yerleştirmek zordur. Diğer taraftan, kapalı çevrim sistemin performans kriterlerini kesin olarak seçmek yerine daha geniş olarak belirlemek mümkündür, böylece baskın kutup atama başarıyla gerçekleştirilir. Bu da, baskın kutup çiftinin bir nokta yerine belirli bir bölgede yer alması demektir ve buradan da baskın kutup bölgesi atama problemi ortaya çıkar. [58]'de  $H_\infty$  tasarımı, kazanç payı veya faz payı gibi ek özellikler dikkate alınarak, PID kontrolör ile baskın kutuplar yerine baskın kutup bölgesini kullanmak önerilmiştir.

Böylece, yerleşme zamanı ve aşım gibi zaman özelliklerini karşılanabilmektedir. Daha sonra, [59]'de de bazı kapalı çevrim performans özelliklerini karşılamak için kapalı çevrim kutuplarından ikini istenen bir bölgeye atayan ve kalan kutupların ise baskın kutuplardan uzakta konumlanmalarını sağlayan PI ve PID kontrolörleri tasarlanmıştır. Bahsedilen bu çalışmalar sürekli zaman alanında yapılmıştır, fakat ayrık zaman alanında baskın kutup bölgesi atama üzerine herhangi bir çalışma bulunmamaktadır.

Endüstriyel süreç kontrolü uygulamalarında, çoklu giriş çoklu çıkış sistemleri ile çokça karşılaşılmaktadır. İki girişli iki çıkışlı sistemler çoklu değişkenli sistemlerin en yaygın olan türüdür. Ayrıca, iki giriş iki çıkıştan fazla değişkene sahip olan çoklu değişkenli sistemlerin çoğu ikiye iki alt sistem olarak da yazılabilir [60, 61]. Bu nedenle, bu tip sistemler için kontrol sistem tasarımında sıklıkla tercih edilen teknik olan baskın kutup atama yöntemi ile PID gibi düşük mertebeye sahip kontrolörler tasarlamak da önemlidir. Diğer taraftan, bu tip sistemlerin giriş ve çıkış değişkenleri arasındaki etkileşimden dolayı tek giriş tek çıkış sistemlere göre kontrol etmesi daha zordur [62]. İki girişli iki çıkışlı sistemleri kontrol etmek için en çok kullanılan kontrol yapısı merkezi olmayan PID kontrolörlerdir [60, 63, 64]. Merkezi olmayan kontrolörleri tasarlayabilmek için bir ayrıştırma yaklaşımı kullanılması gerekmektedir. Literatürde farklı ayrıştırma yöntemleri mevcuttur [65–72]. Ayrıştırma yaklaşımı ile iki girişli çıkışlı sistem, elemanları arasındaki etkileşim kesilerek tek giriş tek çıkışa sahip iki alt sisteme indirgenir. Verilen  $2 \times 2$ 'lik sistem yüksek mertebeden olmasa bile, ayrıştırma ile elde edilen alt sistemler çok daha yüksek mertebeden veya çoklu zaman gecikmesine sahip olabilir. Bu sebeple, alt sistemler için de yukarıda bahsedilen düşük mertebeden kontrolör ile baskın kutup atama sorunları geçerli olmaktadır. [73] ve [74]'de iki girişli iki çıkışlı sistemler için [14]'de önerilen tasarım yöntemi olan garantili baskın kutup atama yaklaşımı ile merkezi olmayan kontrolör tasarlanabilmektedir. Kontrolör tasarımında, yüksek mertebeden ayrıştırılmış alt sistemler, zaman gecikmesine sahip birinci veya ikinci mertebeden basit sistemlere indirgenip baskın kutupların istenen yerlere yerleştirilmesi amaçlanmıştır. Tasarım farklılıkları olarak, kullanılan indirgeme yöntemleri ve kullanılan kontrolör tipleri söylenebilir. Diğer taraftan, iki girişli iki çıkışlı sistemler için garantili baskın kutup

atama yöntemi ile ayrıık zamanda kontrolör tasarımı üzerine bilindiği kadarıyla bir çalışma yoktur.

## 1.2 Tezin Amacı

Sınırlı sayıda ayarlanabilir parametreye sahip olan PID kontrolörler ile baskın kutup atamayı garanti altına almak zorlayıcı bir süreç olabilmektedir. Son yıllardaki çalışmaların bazılarında, PID kontrolörler ile yapılan tasarımlarda kapalı çevrim sistemin baskın olmayan tüm kutuplarının baskın kutuplardan uzağa yerleştirilebileceği bulunmuştur. Diğer taraftan, endüstrideki sistemlerin kontrolünde genellikle endüstriyel bilgisayarlar veya bilgisayar tabanlı cihazlar kullanıldığından, ayrıık zaman alanında baskın kutup atamayı garantileyen PID kontrolör parametre setlerinin bulunması da önemli bir konu haline gelmiştir. Özellikle zaman gecikmesine sahip sistemler için, gecikmenin örnekleme zamanının bir katı olacak şekilde örnekleme zamanı seçildiğinde, zaman gecikmesinden gelen kutuplar sonlu hale gelecek olmasından dolayı ayrıık zamanda kontrolör tasarlamak çok daha avantajlı olmaktadır. Burada da, zaman gecikmeli sistemler için uygulanabilecek ayrıık zamanda PID kontrolör ile baskın kutup atama yönteminin sunulması amaçlanmıştır.

Endüstriyel uygulamalarda sıkça kullanılan PID kontrolörde türev terimi yüksek frekanslı ölçüm gürültüsünü artırabilmektedir ve bu sebeple bazı kontrol sistemlerinde PID kontrolör kullanılmak istenmez. PIR kontrolör, PID kontrolöre alternatif olarak önerilmiştir. PIR kontrolörde, türev terimi yerine gecikmeli oransal terim yer almaktadır. Böylece, ölçüm gürültüsü azaltılabilirken aynı zamanda, bozucu bastırma performansı ve sürekli hal hatası giderme özelliği korunur. Hem türev parametresinden kaçınmak hem de ayrıık zaman alanının avantajlarından yararlanmak için, bu tezde, baskın kutup atamayı garantilemek için ayrıık zamanda PIR kontrolör tasarımı önerilmiştir.

Baskın kutup atama yönteminde, tasarım kapalı çevrim kutupların konumları üzerine yapılırken, tasarlanan kontrolörün sıfırlarının yerleri ile ilgilenilmemektedir. Fakat, kontrolörün sıfırları baskın bölgede veya kararsızlık bölgesinde konumlanabilir. Bu gibi durumlarda, PID kontrolörün PI-PD kontrolör yapısına çevrilmesi üzerine çalışmalar yapılmıştır. Bilindiği üzere, PI-PD kontrolörde, kontrolör sıfırının yeri keyfi olarak belirlenebilir. Burada, baskın kutup atamayı garanti altına alırken

aynı zamanda kontrolör sıfırlarının da yerlerinin belirlenebileceği PI-PD tasarımı anlatılarak sunulmuştur. Bununla birlikte, PIR kontrolörde de, gecikme parametresine bağlı olarak sıfır sayısı değişmekte ve baskın kutup atamada sıfırların yerleri belirlenememektir. Bu tezde, ayırık zamanda PI-PR kontrolör yapısı önerilmiştir. Oransal integral-oransal gecikmeli oransal (PI-PR) kontrolör ile kontrolör sıfırlarının yerleri belirlenerek kapalı çevrim sistem yanıtında sorun teşkil etmeleri önlenmiştir. Aynı zamanda da, önerilen kontrolör ile baskın kutup atama garanti altına alınmıştır.

Baskın kutup atama yaklaşımında, baskın bölgedeki kapalı çevrim kutup çifti yerleştirildikten sonra, geriye kalan kutupları sınırlı parametreye sahip olan ayırık PID ve PIR kontrolörler ile baskın kutuplardan uzakta tutmak zordur. Bazen, kesin performans kriterleri seçmek yerine bu kriterleri belirli aralıklarda seçmek mantıklı bir yaklaşım olmaktadır. Düşünüldüğünde, çoğu sistem için, istenilen minimum ve maksimum değerler arasında performans özelliklerine sahip olmak avantajlıdır. Performans kriterlerinin belirli değerler arasında olması, baskın kutup çiftinin bir nokta yerine belirli bir bölgede yer alması demektir. Dolayısıyla, baskın kutup bölgesi atama problemi ortaya çıkar. Bu tezde, hem ayırık PID kontrolör hem de ayırık PIR kontrolör ile baskın kutup bölgesi atama probleminin çözümüne odaklanılmıştır. Aynı zamanda, baskın kutup bölgesinde yer alan kutupların baskınlığını garanti altına almak için, geriye kalan kutupların da önceden belirlenen bir bölgeye yerleştirilmesi önerilmiştir.

İki giriş iki çıkışlı sistemler için doğrudan baskın kutup atama ile kontrolör tasarlanması zordur. Bu sebepten,  $2 \times 2$  sistemin ilk olarak bir ayrıştırma yöntemi kullanılarak tek giriş tek çıkışlı iki sisteme indirgenmesi, yani elemanları arasındaki etkileşimin kesilmesi amaçlanmaktadır. Böylece, elde edilen alt sistemler için baskın kutup atama yöntemi ile iki farklı kontrolör tasarımı yapılır. Fakat, bu alt sistemler genellikle çoklu zaman gecikmesine sahiptirler ve baskın kutup atama yöntemi bu şekildeki tek giriş tek çıkış sistemlere uygulanamaz. Zaman gecikmelerine göre örnekleme zamanı seçilerek, tek giriş tek çıkış şeklindeki alt sistemlerin ayırık zaman düzlemine aktarılması ve kontrolörlerin ayırık zamanda tasarlanması büyük avantaj sağlamaktadır. Bu sebeple de, iki girişli iki çıkışlı sistemler için baskın kutup atama yöntemi ile önerilen ayırık PIR kontrolör tasarımı önerilmiştir.



## 2. AYRIK ZAMANLI PID KONTROLÖR İLE BASKIN KUTUP ATAMA

Tezin bu bölümünde ilk olarak, ayrik PID kontrolörün baskın kutup atama yöntemi ile parametre kümesinin bulunması anlatılmıştır. Daha sonra, baskın kutup atamayı garanti altına alan kontrolör parametre setinin alt kümesi değiştirilmiş Nyquist eğrisi yardımıyla bulunmuştur. Verilen tasarım yöntemi, zaman gecikmesine sahip birinci ve ikinci mertebeden sistemler üzerinden gösterilmiştir. Ayrik PID kontrolör tasarımından sonra, ayrik PI-PD kontrolör yapısına geçiş anlatılarak bu yapıdaki kontrolör ile baskın kutup atama iki farklı örnek ile yapılmıştır.

### 2.1 Baskın Kutupları Yerleştirecek Ayrik Zamanlı PID Kontrolör Parametre Kümesinin Elde Edilmesi

Doğrusal ve zamanla değişmeyen bir sistemin ayrik zamanda transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmiştir.

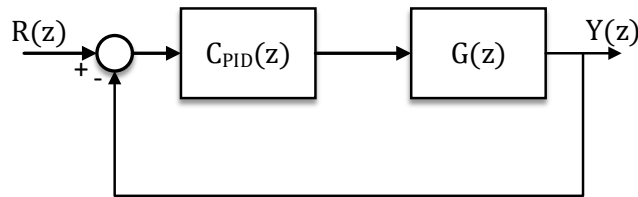
$$G(z) = \frac{N_G(z)}{D_G(z)} = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_1 z + b_0}{z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0}, m \leq n \quad (2.1)$$

Eğer ilgili sistemin zaman gecikmesi var ise, ayrik zaman transfer fonksiyonun paydasında  $z = 0$  noktasında zaman gecikmesine ilişkin kutuplar oluşacaktır.

Ayrik zamanda PID kontrolör transfer fonksiyonu ise  $K_p, K_i, K_d \in \mathbb{R}$  olmak üzere Denklem 2.2'de tanımlanmıştır.

$$C_{PID}(z) = \frac{N_C(z)}{D_C(z)} = \frac{(K_p + K_i + K_d)z^2 - (K_p + 2K_d)z + K_d}{z(z-1)} \quad (2.2)$$

Ayrik PID kontrolör için birim geri beslemeli kapalı çevrim sistemin kontrol yapısı Şekil 2.1'de gösterilmektedir.



Şekil 2.1 : Kapalı çevrim sistemin kontrol yapısı.

Kapalı çevrim kontrol sisteminin karakteristik denklemi,

$$P_c(z) = 1 + C_{PID}(z)G(z) = 0 \quad (2.3)$$

şeklinde yazılır. Ek olarak, kapalı çevrim sistemin transfer fonksiyonu aşağıda belirtilmiştir.

$$T(z) = \frac{N_G((K_p + K_i + K_d)z^2 - (K_p + 2K_d)z + K_d)}{N_G((K_p + K_i + K_d)z^2 - (K_p + 2K_d)z + K_d) + D_G(z(z-1))} \quad (2.4)$$

Kapalı çevrim kontrol sisteminde istenilen performans kriterlerine göre belirlenen baskın bölgedeki kutup çifti  $z_{1,2} = \sigma_z \pm j\omega_z$  olarak ifade edilsin. Baskın kutuplardan biri Denklem 2.3'de verilen kapalı çevrim sisteminin karakteristik denkleminde yerine yazılır.

$$P_c(z) = D_C(\sigma_z + j\omega_z)D_G(\sigma_z + j\omega_z) + N_C(\sigma_z + j\omega_z)N_G(\sigma_z + j\omega_z) = 0 \quad (2.5)$$

Bu noktadan itibaren gösterimdeki basitlik için  $D_C(\sigma_z + j\omega_z)$ ,  $D_G(\sigma_z + j\omega_z)$ ,  $N_C(\sigma_z + j\omega_z)$  ve  $N_G(\sigma_z + j\omega_z)$  sırasıyla  $D_C$ ,  $D_G$ ,  $N_C$  ve  $N_G$  olarak ifade edilecektir.

Sistemin ayrık transfer fonksiyonunun yani pay,  $N_G$ , ve paydasının,  $D_G$ , bilindiği varsayılır. Ayrıca, ayrık PID kontrolörün paydası,  $z(z-1)$ , da bilinmektedir. Diğer taraftan kontrolörün payında  $K_p$ ,  $K_i$  ve  $K_d$  parametreleri bilinmemektedir. Bilinmeyen bu parametreleri bulabilmek için kontrolörün payı Denklem 2.5'de yalnız bırakılır.

$$N_C = -\frac{D_C D_G}{N_G} \quad (2.6)$$

Denklem 2.6 reel ve imajiner kısımlarına ayrılır.

$$P = D_{CIm}D_{GIm} - D_{CRe}D_{GRe} \quad (2.7)$$

$$R = D_{CRe}D_{GIm} + D_{CIm}D_{GRe} \quad (2.8)$$

olmak üzere,

$$N_{CRe} = \frac{N_{GRe}P - N_{GIm}R}{N_{GRe}^2 + N_{GIm}^2} \quad (2.9)$$

$$N_{CIm} = \frac{-N_{GRe}R - N_{GIm}P}{N_{GRe}^2 + N_{GIm}^2} \quad (2.10)$$

şeklinde iki alt denklem elde edilir.

Daha sonra 2.9 ve 2.10 birlikte çözülür ve ayrıık PID kontrolör parametreleri  $K_i$  ve  $K_d$  kontrolörün diğer parametresi  $K_p$  cinsinden,

$$C_1 = \frac{\sigma_z(\sigma_z^2 - \omega_z^2 - \sigma_z)}{\sigma_z^2 + \omega_z^2 - \sigma_z} \frac{D_{GRe}}{N_{GRe}} + \frac{(1 - 2\sigma_z)(\sigma_z^2 - \omega_z^2)}{2(\sigma_z^2 + \omega_z^2 - \sigma_z)} \frac{D_{GIm}}{N_{GIm}} \quad (2.11)$$

$$C_2 = \frac{(1 - \sigma_z)(\sigma_z^2 - \omega_z^2 - \sigma_z)}{\sigma_z^2 + \omega_z^2 - \sigma_z} \frac{D_{GRe}}{N_{GRe}} + \frac{(-1 + 2\sigma_z)(1 + \sigma_z^2 - \omega_z^2 - 2\sigma_z)}{2(\sigma_z^2 + \omega_z^2 - \sigma_z)} \frac{D_{GIm}}{N_{GIm}} \quad (2.12)$$

olmak üzere,

$$K_d = C_1 - K_p \frac{\sigma_z^2 + \omega_z^2}{2(\sigma_z^2 + \omega_z^2 - \sigma_z)} \quad (2.13)$$

$$K_i = C_2 - K_p \frac{1 + \sigma_z^2 + \omega_z^2 - 2\sigma_z}{2(\sigma_z^2 + \omega_z^2 - \sigma_z)} \quad (2.14)$$

bulunurlar. Sonuç olarak, kapalı çevrim sistemin baskın kutuplarını istenilen performans kriterlerine göre yerleştirecek ayrıık PID kontrolör parametre seti  $K_p$  parametresine bağlı olarak elde edilir.

$$\Upsilon := \{K_i(K_p), K_d(K_p), K_p \mid \forall K_p \in \mathbb{R}\} \quad (2.15)$$

Bununla birlikte, elde edilen kontrolör parametre seti kapalı çevrim sisteminde baskın bölgedeki kutup çiftini  $z_{1,2} = \sigma_z \pm j\omega_z$  noktalarına yerleştirir, fakat geriye kalan kutupları kararsız bölge de dahil olmak üzere herhangi bir yere atayabilir. Bu sebeple, kalan kutupları belirli yarıçaplı bir çember içersine yerleştiren kontrolör parametre setinin alt kümesinin bulunması gerekir. Böylece, baskın kutup atama başarıyla yapılmış ve kapalı çevrimde istenen performans kriterleri mümkün olduğunca sağlanmış olur.

## 2.2 Baskın Olmayan Kutupları Yerleştirecek Ayrıık PID Kontrolör Parametre Alt Kümesinin Değiştirilmiş Nyquist Grafiği ile Elde Edilmesi

Kapalı çevrim sisteminde baskın kutuplarını istenilen noktalara yerleştiren ayrıık PID kontrolör  $K_p$  parametresi cinsinden ifade edildikten sonra 2.3'de verilen karakteristik denklemde yerine yazılır. Böylece kapalı çevrim sistemin karakteristik denklemi yalnızca  $K_p$  parametresine bağlı bir polinom haline gelir.

Değiştirilmiş Nyquist grafiği yöntemini kullanmak için, kontrolörün  $K_p$  parametresi karakteristik denklemden ayrıştırılmalıdır. Bu sebeple,

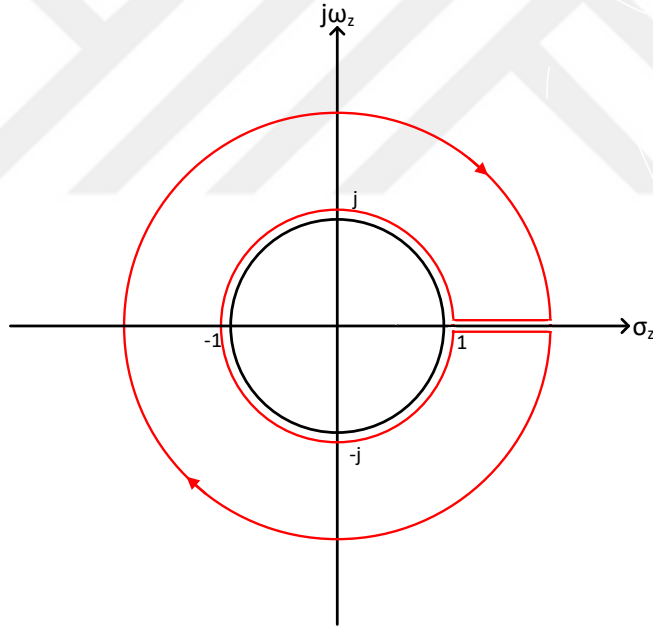
$$\bar{G}(z) = \frac{N_G(z^2 - 2\sigma_z z + \sigma_z^2 + \omega_z^2)}{2(\sigma_z^2 + \omega_z^2 - 2\sigma_z)(C_1 N_G(z-1)^2 + z(C_2 N_G z + D_G(z-1)))} \quad (2.16)$$

ve  $\bar{G}(z)$  paydası zaman gecikmesi ifadesini içeren doğrusal zamanla değişmeyen bir transfer fonksiyon olmak üzere, karakteristik denklem aşağıdaki gibi yeniden yazılır.

$$1 + K_p \bar{G}(z) = 0 \quad (2.17)$$

Daha sonra, değiştirilmiş Nyquist grafiği yöntemi yardımıyla, geriye kalan kapalı sistem kutupların baskın bölge dışında konumlanmasını garanti altına alan  $K_p$  parametresinin değer kümesi bulunur.

Ayrık zaman düzleminde, tüm kapalı çevrim sistem kutupları birim çember içinde yer aldığında sistemin kararlı, ancak bir kutup bile birim çember dışında yer alırsa sistemin kararsız olduğu bilinmektedir. Bu sebepten, Şekil 2.2'de gösterilen Nyquist yolu kararsız bölge olan birim çemberin dışını kapsar.



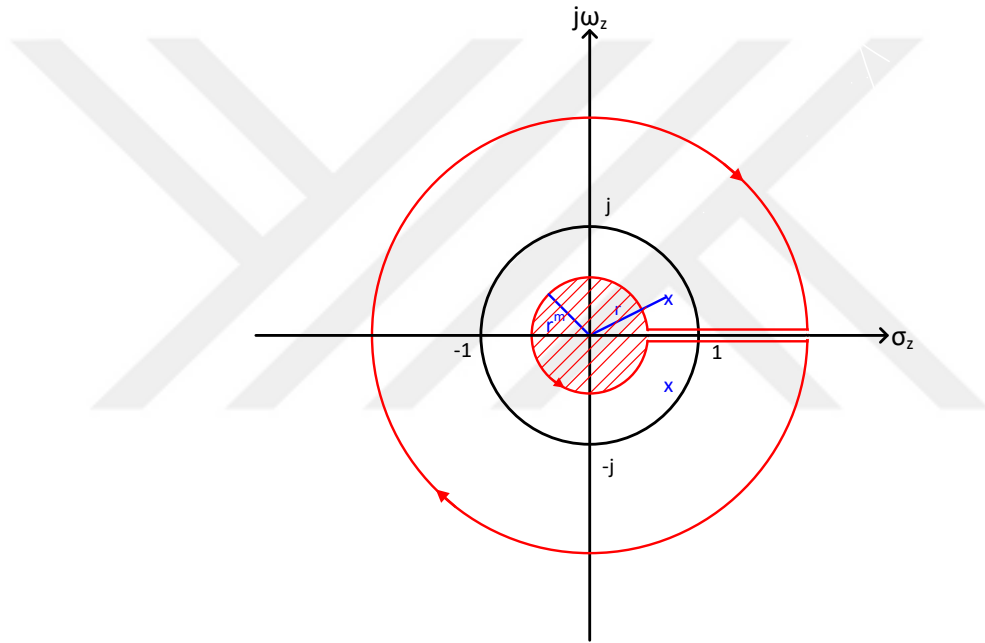
Şekil 2.2 : Ayrık zaman düzleminde Nyquist yolu.

Nyquist kararlılık analizinde, kararsız açık çevrim kutup sayısına ve seçilen bir nokta etrafındaki Nyquist grafiğinin kuşatma sayısına bakılarak kararsız kapalı çevrim kutup sayısı bulunması amaçlanmaktadır. Bunun için [29, 75] da çalışılmış olan aşağıdaki genel formül verilir.

$$Z = N + P \quad (2.18)$$

2.18'de,  $Z$  kararsız kapalı çevrim kutup sayısını,  $N$  seçilen bir nokta etrafındaki Nyquist grafiğinin net çevreleme sayısını ve  $P$  kararsız açık çevrim kutup sayısını ifade eder.

Diğer taraftan, buradaki amaç baskın kutup yerleştirmeyi garanti altına alan bir kontrolör tasarlamaktır. Diğer bir deyişle, istenilen performans kriterlerine göre belirlenen baskın bölge kutuplarının baskın bölgede kalması, geriye kalan kutupların ise baskın bölgenin dışında kalması amaçlanmaktadır. Bu sebeple, Nyquist yolunun birim çember yerine baskın kutuplardan uzakta bir çemberi kapsamaları için Nyquist grafiğinde bazı değişikliklerin yapılması gerekmektedir. Eğer kapalı çevrim sistemin baskın kutupları ile orijin arasındaki uzaklık (baskın kutupların mutlak değeri)  $r$  ve amaçlanan baskınlık faktörü (genellikle 3 ile 5 arasında seçilir)  $m$  ile ifade edilirse, Nyquist yolu Şekil 2.3’de verildiği gibi yarıçapı  $r^m$  olan çemberi çevreler.



**Şekil 2.3** : Ayrık zaman düzleminde değiştirilmiş Nyquist yolu.

Şekil 2.3’de kapalı çevrim sistemin baskın kutuplarının yerleri

$$z_{1,2} = \sigma_z \pm j\omega_z = re^{\pm jwT} \quad (2.19)$$

olarak verilmiş olup kalan kapalı çevrim sistem kutuplarının yarıçapı  $r^m$  olan çemberin içinde olması beklenir.

Kapalı çevrim sistem kutuplarından ikisi baskın bölgede olduğu için  $Z$ 'nin değeri 2 olmalıdır. Ayrıca, açık çevrim sistemin transfer fonksiyonundan  $r^m$  yarıçaplı çemberin dışındaki açık çevrim kutup sayısı ( $P$ ) bulunabilir. Sonuç olarak,

$$N = 2 - P \quad (2.20)$$

denklemleri ile baskın kutup atamayı garanti altına alan çevreleme sayısını bulmak mümkündür.

### 2.2.1 Örnek 2.1:

Zaman gecikmeli birinci mertebeden sisteme ait transfer fonksiyon aşağıdaki gibidir.

$$G(s) = \frac{1}{s+1} e^{-0.5s}$$

Örnekleme zamanı  $t_s = 0.1$  saniye olarak alınmıştır. Sıfıncı mertebeden tutucu kullanılarak, sisteme ilişkin ayrık zaman transfer fonksiyonu ise,

$$G(z) = \frac{-0.09516}{z^5(z-0.90484)}$$

Sistemin kapalı çevrimdeki performans kriterleri 0.1% aşım ve 5 saniye yerleşme zamanı olarak hedeflenmiştir. Bu performans isteklerine karşı düşen baskın kutup çifti seçilen örnekleme zamanı ile birlikte ayrık zaman düzleminde,

$$z_{1,2} = \sigma_z + j\omega_z = 0.91488 \pm j0.0367$$

olarak hesaplanır. Belirlenen bu parametreler ile Denklem 2.13 ve 2.14 kullanılarak, ayrık PID kontrolöre ilişkin  $K_i$  ve  $K_d$  parametreleri  $K_p$  cinsinden bulunur.

$$K_i = 0.05614K_p + 0.03102$$

$$K_d = 5.47774K_p - 2.83846$$

Böylece, baskın kutupları  $z_{1,2} = 0.91488 \pm j0.0367$  noktalarında konumlandırılan tüm ayrık PID kontrolör parametreleri elde edilmiş olur. Daha sonra, kapalı çevrim sistemin karakteristik denklemi  $K_p$  parametresi cinsinden yazılır ve Denklem 2.17'de gösterildiği şekilde  $K_p$  karakteristik denklemden ayrıştırılarak yeni bir transfer fonksiyon elde edilir.

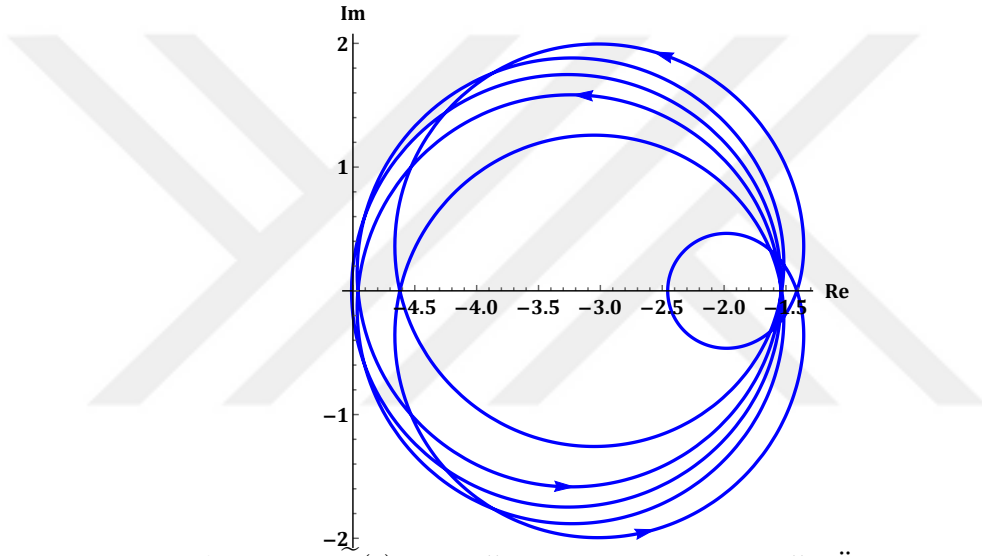
$$\bar{G}(z) = \frac{0.68366z^2 - 1.26031z + 0.58257}{z^8 - 1.90484z^7 + 0.90484z^6 - 0.28659z^2 + 0.57953z - 0.28976}$$

Kapalı çevrim baskın kutuplarının orijinden uzaklığı  $r = 0.92312$  olarak bulunur. Amaçlanan baskınlık faktörü ise  $m = 4$  seçildiğinde, geriye kalan kapalı çevrim kutuplarının  $r^m = 0.92312^4 = 0.72615$  yarıçaplı çemberin içinde olmaları beklenir.

2.20'de bahsedildiği gibi gerekli çevrimi bulabilmek için  $\tilde{G}(z) = \bar{G}(0.72615z)$ 'nın baskın bölgede konumlanan kutup sayısının bulunması gerekir.  $\tilde{G}(z)$ 'nin kutuplarının mutlak değerleri aşağıdaki gibidir.

$$|z_1| = 1.1299, |z_{2,3}| = 1.13032, |z_{4,5}| = 1.13342, |z_6| = 1.25069, |z_{7,8}| = 1.27125$$

Buradan,  $\tilde{G}(z)$ 'nin tüm kutuplarının baskın bölgede olduğu görülmektedir, yani  $P = 8$ . Baskın kutup atama için, Nyquist grafiğinde saat yönünün tersinde altı çevrim olan bölge seçilmelidir,  $N = -6$ .  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği Şekil 2.4'de verilmiştir.



Şekil 2.4 :  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 2.1).

Şekil 2.4'de görüldüğü üzere, saat yönünün tersinde altı çevrime ( $N = -6$ ) sahip olan bir bölge var. Daha sonra, o bölge için Nyquist eğrisinin reel eksenini kestiği kritik noktalar ( $p_1, p_2$ ) hesaplanır ve böylece baskın olmaya kutupları istenilen yarıçaplı çember içine konumlandıran parametre setinin alt kümesi bulunur. Sonuç olarak,  $K_p$  parametresinin değer aralığı,

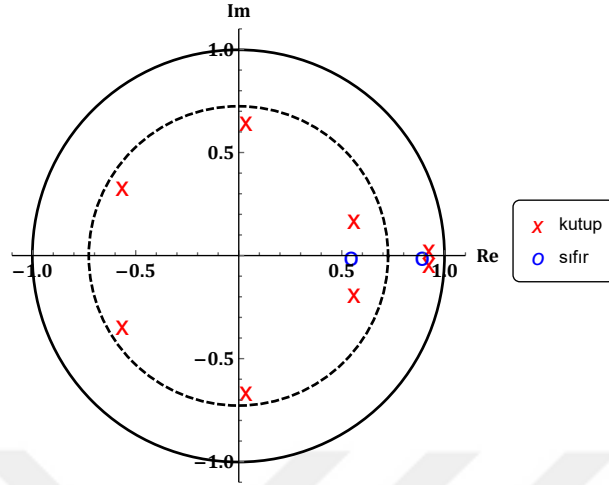
$$K_p \in \left( \frac{-1}{p_1}, \frac{-1}{p_2} \right) = \left( \frac{-1}{-2.45576}, \frac{-1}{-1.54152} \right) = (0.40721, 0.64871)$$

şeklinde elde edilir. Eğer  $K_p$  parametresi 0.55 olarak seçilirse, tasarlanan ayrık PID kontrolör

$$C_{PID}(z) = \frac{1.18418z^2 - 1.70033z + 0.57517}{z(z-1)}$$

olarak bulunur.

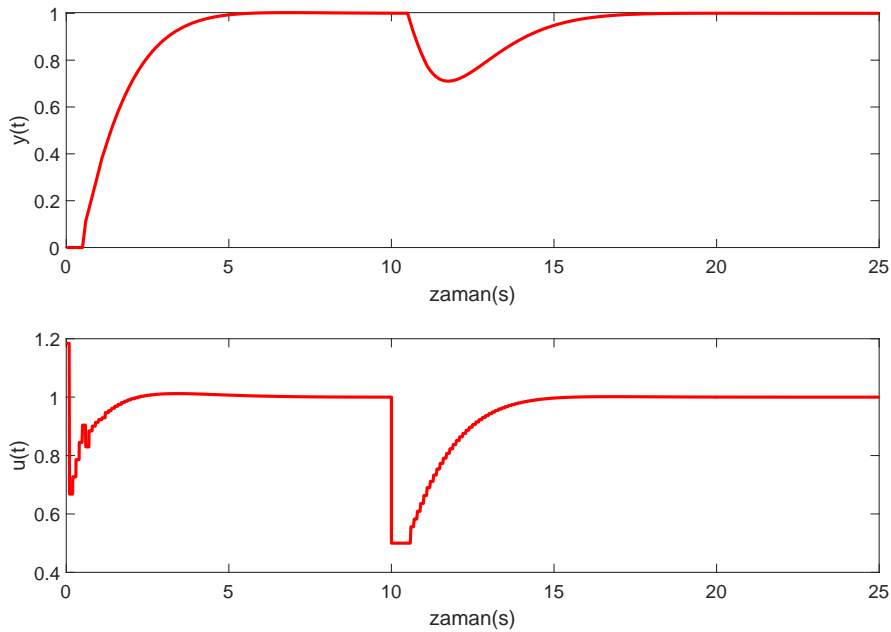
Tasarlanan kontrolör ile birlikte hesaplanan kapalı çevrim sistemin kutup ve sıfırlarının yerleri Şekil 2.5’de gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü üzere, kapalı çevrimde



**Şekil 2.5** : Ayrık PID kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 2.1).

baskın kutupların dışında kalan tüm kutuplar belirlenen yarıçaplı çemberin içerisinde kalmaktadır.

Kapalı çevrim sistemin tasarlanan ayrık PID kontrolör ile basamak yanıtı ve kontrol işareti Şekil 2.6’de verilmiştir. Ek olarak, tasarlanan kontrolörün bozucu bastırma performansını da görmek için 10. saniyede -0.5 genlikli bir basamak bozucusu uygulanmıştır.



**Şekil 2.6** : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 2.1).

Basamak yanıtından da anlaşılacağı gibi, kapalı çevrim sistemi 4.39 saniyede 0.3% aşım ile oturmaktadır. Kapalı çevrimde elde edilen performans kriterleri istenenlere çok yakın bulunmuştur. Beklenen ve elde edilen performans özellikleri arasındaki aşımından kaynaklanan küçük fark, ayrık PID kontrolör sıfırlarından birinin baskın bölgede konumlanmasından kaynaklanmaktadır. Diğer taraftan, kontrol sinyali de düzgün ve uygun sınırlar içinde bulunur fakat başlangıç kısmında referansın aniden değişmesi sebebiyle hatadaki değişimi kontrol işaretine büyütürük aktarıldığından kontrol işaretinin birden çok büyümesine sebep olmuştur (türev tekmesi).

### 2.2.2 Örnek 2.2:

Zaman gecikmeli ikinci mertebeden bir sistemin açık çevrim transfer fonksiyonu verilmiştir.

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(0.7s+1)} e^{-2s}$$

Örnekleme zamanı  $t_s = 0.5$  saniye alınarak, ele alınan sisteme ilişkin ayrık transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$G(z) = \frac{0.1205(z+0.66687)}{z^4(z^2-1.09607z+0.29692)}$$

Kapalı çevrim sistemin performans kriterleri 1% aşım ve 13 saniye yerleşme zamanı olarak istenmiştir. Bu isteklere karşı düşen baskın kutup çifti ayrık zaman düzleminde,

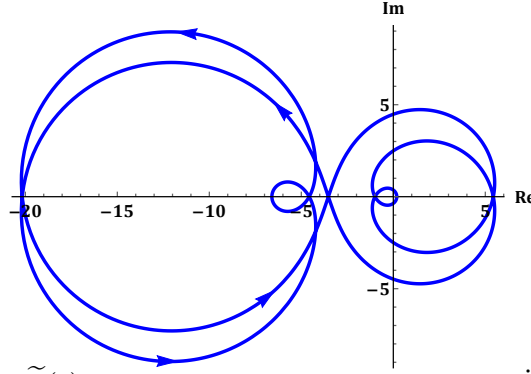
$$z_{1,2} = \sigma_z + j\omega_z = 0.85269 \pm j0.08982$$

olarak bulunur. Belirlenen baskın kutuplardan biri kullanılarak, ayrık PID kontrolöre ilişkin  $K_i$  ve  $K_d$  parametreleri  $K_p$  cinsinden hesaplanır.

$$K_i = 0.12663K_p + 0.0602$$

$$K_d = 3.12707K_p - 0.44048$$

Kapalı çevrim sistemin karakteristik denklemini  $K_p$  parametresi cinsinden yazılır ve Denklem 2.17'deki şekilde  $K_p$  karakteristik denklemden ayrıştırılır. Amaçlanan baskınlık faktörü  $m = 3$  seçilerek, önceki örnekle aynı prosedür uygulanır.  $\tilde{G}(z) = \bar{G}(0.8574^3 z)$ 'nin baskın bölgede beş kutbu olduğu için ( $P = 5$ ) saat yönünün tersinde üç çevrimin olması gerekmektedir ( $N = -3$ ).  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği Şekil 2.7'deki gibi çizdirildiğinde,  $N = -3$  için Nyquist eğrisinin reel eksen ile kesişim



Şekil 2.7 :  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 2.2).

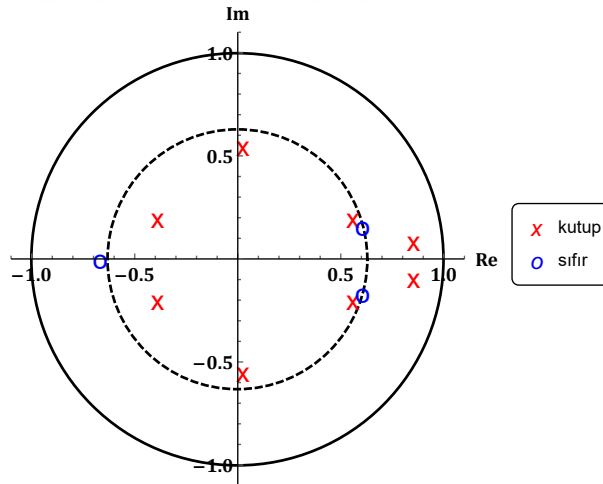
noktaları hesaplanır. Buradan,  $K_p$  parametresinin kazanç aralığı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$K_p \in \left( \frac{-1}{-6.59979}, \frac{-1}{-4.57192} \right) = (0.15152, 0.21873)$$

Örnek olarak  $K_p$  parametresi 0.2 alındığında, tasarlanan ayrık PID kontrolör

$$C_{PID}(z) = \frac{0.470456z^2 - 0.56986z + 0.18493}{z(z-1)}$$

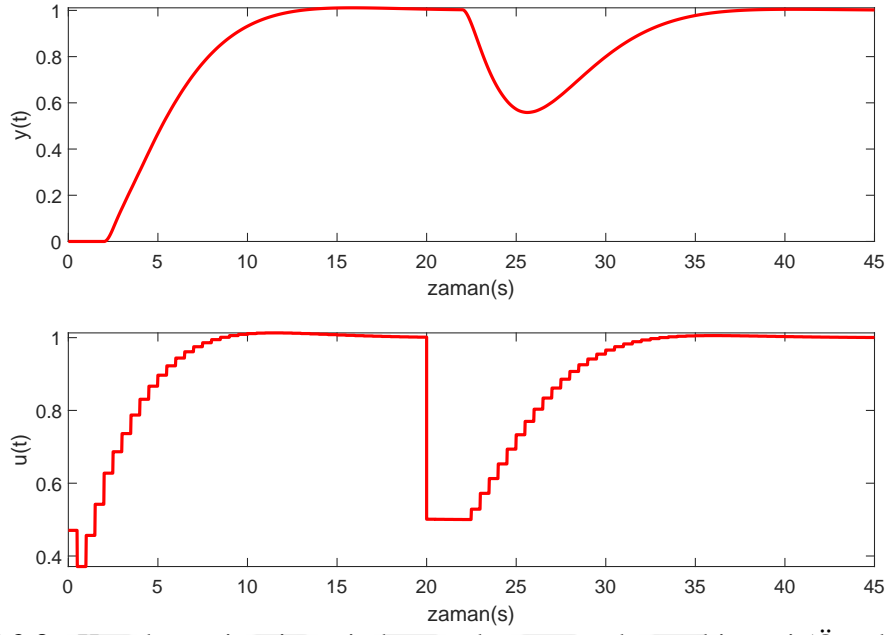
olarak bulunur. Tasarlanan ayrık PID kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı Şekil 2.8'de gösterilmiştir. Kolayca görüleceği üzere, baskın kutup çifti



Şekil 2.8 : Ayrık PID kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 2.2).

istenilen performans kriterlerine karşılık gelen bölgede ve kalan kutuplar  $r^m = 0.8574^3 = 0.63031$  yarıçaplı çemberin içindedir.

Şekil 2.9'de kapalı çevrim sistemin ayrık PID kontrolör ile basamak yanıtı ve kontrol işareti verilmiştir. Ayrıca, kontrolörün bozucu bastırma performansını da görmek için  $t = 20$  saniyede -0.5 genlikli bir basamak bozucusu uygulanmıştır.



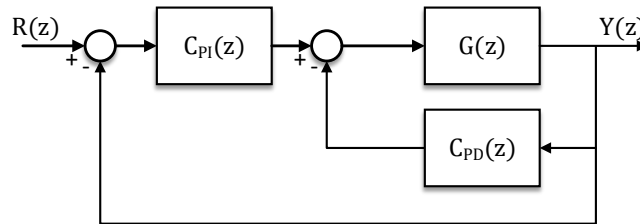
**Şekil 2.9 :** Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 2.2).

Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı incelendiğinde, yerleşme zamanının 11.66 saniye olduğu ve sistemin 1.19% aşım yaptığı söylenebilir. Bu da amaçlanan kapalı çevrim performans kriterlerine oldukça yakındır. Aşımdaki küçük farkın nedeni kontrolörün sıfırlarının kapalı çevrim geçici hal yanıtına olan etkisidir.

Yukarıda bahsedilen nedenlerden ötürü, kapalı çevrim sistem (kontrolör) sıfırlarının olumsuz etkisini ve türev tekmesini ortadan kaldırmak için tasarlanan ayrık PID kontrolör PI-PD yapısına dönüştürülmelidir. Böylece, performans kriterleri istenildiği gibi elde edilir ve ayrık düzlemde baskın kutup atama başarıyla gerçekleşir.

### 2.3 Baskın Kutup Atama Yönteminde Ayrık Zamanlı PI-PD Kontrolör Tasarımı

Ayrık zamanlı PI-PD kontrolöre ilişkin birim geri beslemeli kapalı çevrim sistemin blok diyagramı Şekil 2.10'da verilmiştir.



**Şekil 2.10 :** PI-PD kontrolör ile kapalı çevrim sistemin kontrol yapısı.

İki serbestlik derecesine sahip olan PI-PD kontrol yapısında, PD kontrolör iç çevrimdeki geri besleme yoluna yerleştirilirken PI kontrolör ise dış döngüdeki ileri yola yerleştirilir. PI-PD kontrolör yapısının, PID kontrolör yapısına kıyasla birçok avantajı bulunur. Avantajlardan biri PI-PD kontrolör sıfırı ayrıık düzlemde istenilen noktaya konumlandırılabilir. Böylelikle, PID yapısında ortaya çıkabilen kapalı çevrim sistemindeki kontrolör sıfırlarının olumsuz etkileri yok edilebilir. Diğer bir taraftan, baskın bölgedeki istenmeyen kapalı çevrim reel kutbu kontrolör sıfırıyla etkisiz hale getirilebilir. Bir başka avantaj ise, PD kontrolör geri besleme yolunda olduğu için kapalı çevrim sistemin geçici hal yanıtında türev tekmesi olayı meydana gelmez.

PI-PD kontrolör yapısının PID kontrolöre göre birçok avantaja sahip olmasına rağmen, iki serbestlik dereceli kontrol yapısı için kontrolör tasarımı basit bir süreç değildir. Bununla birlikte, PID kontrolör yapısı ile PI-PD kontrolör yapısı arasında bir ilişki vardır. Böylelikle, tasarım sürecini PID kontrolör yapısı üzerinden yürütmek ve ardından elde edilen kontrolör parametrelerini PI-PD kontrolör parametrelerine dönüştürmek mümkündür.

Kontrol edilecek sistemin ayrıık zamanda transfer fonksiyonu

$$G(z) = \frac{N_G(z)}{D_G(z)} \quad (2.21)$$

şeklinde verilsin.

Şekil 2.10'da verilen kontrol yapısına ilişkin ayrıık PI ve PD kontrolörlerin transfer fonksiyonları Denklem 2.22 ve 2.23'de tanımlanmıştır.

$$C_{PI}(z) = K_{pi} + K_i \frac{z}{z-1} \quad (2.22)$$

$$C_{PD}(z) = K_{pd} + K_d \frac{z-1}{z} \quad (2.23)$$

Bu kontrol yapısı için kapalı çevrim sistemin transfer fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$T(z) = \frac{N_G z (K_i + K_{pi}) z - K_{pi}}{N_G ((K_p + K_i + K_d) z^2 - (K_p + 2K_d) z + K_d) + D_G (z(z-1))} \quad (2.24)$$

2.4 ve 2.24'de verilen ayrıık PID ile PI-PD kontrolörlere ait kapalı çevrim sistemin transfer fonksiyonlarının paydaları (karakteristik denklemleri) incelendiğinde, aşağıdaki denklik sağlandığı takdirde kapalı çevrim sistem kutuplarının yerlerinin aynı

olacağı açıktır. Böylece, PID kontrolör parametreleri kolaylıkla PI-PD kontrolörler parametrelerine dönüştürülebilir.

$$K_{pd} + K_{pi} = K_p \quad (2.25)$$

Burada,  $K_{pd}$  ve  $K_{pi}$  parametreleri sırasıyla oransal-türev kazancı ve oransal-integral kazancı olarak adlandırılır.

Bilindiği üzere PID kontrolör yapısında, kontrolör sıfırlarını istenildiği gibi yerleştirmek genellikle mümkün değildir. Daha öncede söylendiği gibi kontrolör sıfırları baskın bölgede veya birim çemberin dışında yani kararsızlık bölgesinde konumlanabilir. Bu da kapalı çevrim sistemin geçici hal yanıtında istenmeyen davranışlara sebep olabilir. Diğer taraftan, PI-PD kontrolör yapısında, kontrolörden gelen sıfırlardan biri  $z = 0$  noktasında konumlanırken diğeri

$$z = \frac{K_{pi}}{K_i + K_{pi}} \quad (2.26)$$

noktasındadır. Bu kontrolör sıfırı  $K_{pi}$  parametresini ayarlayarak daha önce de belirtildiği gibi ayırık düzlemde istenilen noktaya konumlandırılabilir.

### 2.3.1 Örnek 2.3:

Zaman gecikmeli birinci mertebeden bir sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$G(s) = \frac{1}{s+1} e^{-s}$$

$t_s = 0.2$  saniye örnekleme zamanı ile sistemin ayırık zamandaki transfer fonksiyonu

$$G(z) = \frac{-0.18127}{z^5(z-0.81873)}$$

Performans kriterleri 1% aşım ve 5 saniye yerleşme zamanı olarak istenmiştir. Bu kriterlere karşı gelen ayırık zaman düzlemindeki baskın kutuplar hesaplanır.

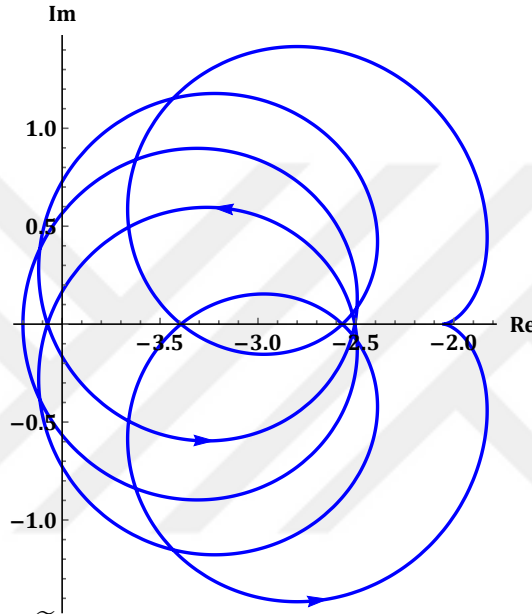
$$z_{1,2} = \sigma_z + j\omega_z = 0.84707 \pm j0.09283$$

Baskın kutuplar kullanılarak ayırık PID kontrolör parametreleri  $K_i$  ve  $K_d$ ,  $K_p$  cinsinden bulunur.

$$K_i = 0.13233K_p + 0.03233$$

$$K_d = 3.00251K_p - 1.09019$$

Daha sonra, kapalı çevrim karakteristik denklemi 2.17'de gösterildiği gibi yeniden düzenlenir. Kapalı çevrim baskın kutupların mutlak değeri  $r = 0.85214$  olarak hesaplanır ve baskınlık faktörü  $m = 3$  olarak belirlenirse, geriye kalan kutupların  $r^m = 0.61878$  yarıçaplı çemberin içinde konumlanmaları beklenir. Gerekli hesaplamalar yapıldığında,  $\tilde{G}(z) = \bar{G}(0.61878z)$ 'nın tüm kutuplarının baskın bölgede olduğu ( $P = 8$ ) görülmektedir. Bu nedenle, saat yönünün tersinde altı çevrim olması ( $N = -6$ ) gerekmektedir. Şekil 2.11'de gösterilen  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği



Şekil 2.11 :  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 2.3).

incelendiğinde eğrinin istenilen sayıda çevrim yapmadığı görülmektedir. Diğer bir deyişle, amaçlanan performans kriterleri ve baskınlık faktörü için kalan kapalı çevrim kutuplarının tümünü yarıçapı  $r^m = 0.61878$  olan çemberin içine yerleştirmek mümkün değildir. Fakat, Şekil 2.11 incelendiğinde,  $N = -5$  için bir aralık olduğu görülebilir. Böylece, kalan reel kutup ise PI-PD kontrolör sıfırıyla etkisiz hale getirilebilir. Bunun için, kalan reel kutubun birim çemberin içinde olması gerektiği unutulmamalıdır.

Nyquist eğrisinin saat yönünün tersinde beş çevrim yaptığı duruma göre,  $K_p$  parametresinin değer aralığı aşağıdaki gibi bulunur.

$$K_p \in \left( \frac{-1}{-3.39334}, \frac{-1}{-2.56907} \right) = (0.2947, 0.38925)$$

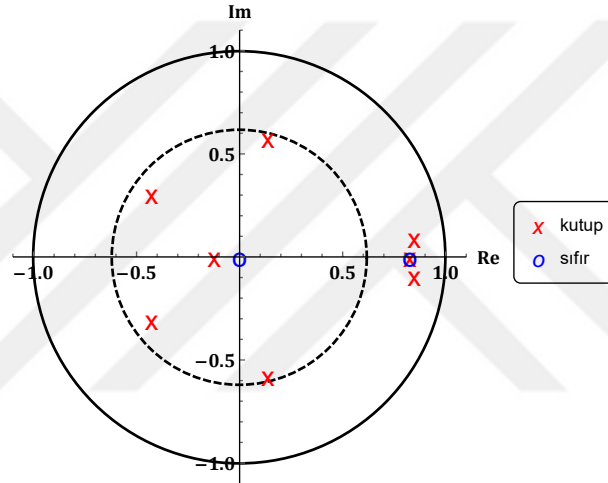
$K_p = 0.35$  seçilirse, PID kontrolöre ilişkin  $K_i$  ve  $K_d$  parametreleri sırasıyla -0.03931 ve 0.07865 olarak bulunur ve ayrık PID kontrolör tasarımı tamamlanmış olur. Daha sonra, ayrık PI-PD kontrolörün kalan parametreleri belirlenir.

Baskın bölgedeki kalan reel kutbun PI-PD kontrolörün sıfırıyla etkisiz hale getirilmesi için  $K_{pi}$  parametresinin 0.37545 olarak seçilmesi gerekir. Ayrık PI-PD kontrolörün diğer bir parametresi olan  $K_{pd}$ 'nin ise Denklem 2.25 kullanılarak -0.02545 olduğu bulunur. Sonuç olarak, ayrık PI ve PD kontrolörler aşağıdaki gibi yazılır.

$$C_{PI}(z) = \frac{0.4541z - 0.37545}{z - 1}$$

$$C_{PD}(z) = \frac{-0.06476z + 0.03931}{z}$$

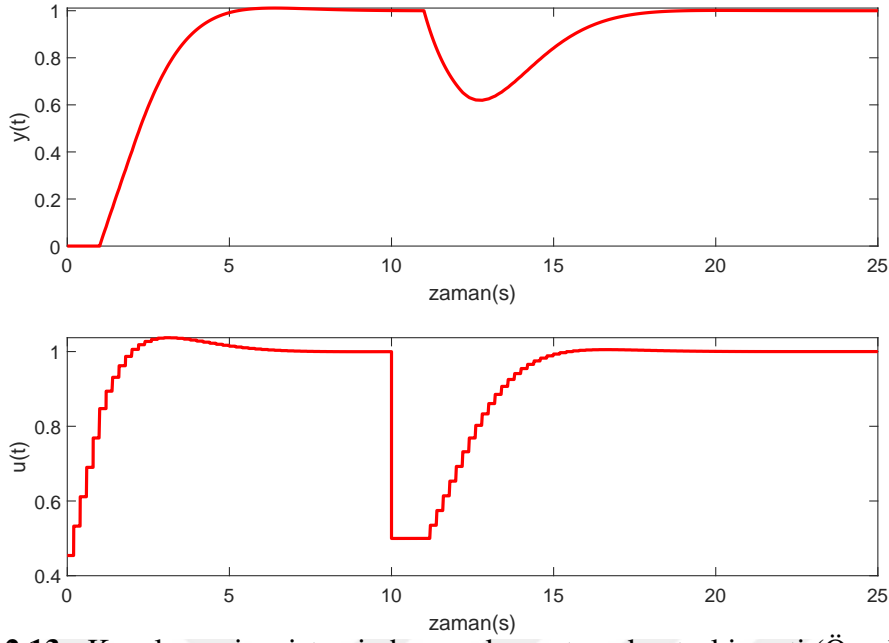
Tasarlanan ayrık PI-PD kontrolör ile kapalı çevrim sistemin kutup ve sıfır dağılımı Şekil 2.12'de gösterilmiştir. Kapalı çevrim sistemin performans kriterlerine göre



**Şekil 2.12** : Ayrık PI-PD kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 2.3).

belirli kutup çifti bakın bölgede kalan kutuplar ise istenen yarıçaplı çemberin içindedir. Baskın bölgede kalan reel kutup ile kontrolör sıfırı ayrık düzlemde aynı noktada seçilerek kutup-sıfır götürmesi yapılmıştır. Bu sebeple Şekil 2.12'de gösterilmemektedir.

Tasarlanan ayrık PI-PD kontrolör ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti Şekil 2.13'de verilmiştir. Kontrolörün bozucu bastırma performansını da görmek için 5. saniyede -0.5 genlikli bir basamak bozucusu uygulanmıştır. Benzetim ortamında elde edilen sonuçlara göre, kapalı çevrim sistemin 4.73 saniyede oturduğu ve 1.12% aşım yaptığı söylenebilir. Bu da istenilen performans kriterlerini karşılamaktadır. Tasarlanan kontrolörün bozucu performansı incelendiğinde, sistemin bozucu bastırmada bir miktar geç oturduğu görülmektedir. Fakat bu da istenilen performans kriterlerinden bir miktar ödün verilerek iyileştirilebilir.



Şekil 2.13 : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 2.3).

### 2.3.2 Örnek 2.4:

Zaman gecikmesine sahip ikinci mertebeden bir sistemin transfer fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 5} e^{-0.1s}$$

$t_s = 0.02$  saniye alınarak, sistemin ayrık zamandaki transfer fonksiyonu yazılmıştır.

$$G(z) = \frac{0.0002(z + 0.99336)}{z^5(z^2 - 1.97822z + 0.9802)}$$

Kapalı çevrim sistemin geçici hal yanıtında 1% aşım ve 2 saniye yerleşme zamanı istenmiştir. Bu performans kriterlerine göre ayrık düzlemdeki baskın kutup çifti bulunur.

$$z_{1,2} = \sigma_z + j\omega_z = 0.96043 \pm j0.02621$$

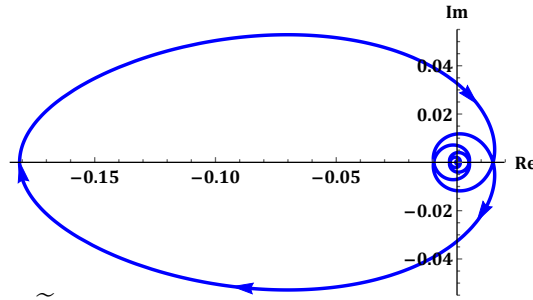
Daha sonra, ayrık PID kontrolör parametre seti  $K_p$  cinsinden

$$K_i = 0.03019K_p + 0.02487$$

$$K_d = 12.3691K_p + 102.83$$

şeklinde hesaplanır ve kapalı çevrim karakteristik denklemini yeniden düzenlenerek bir önceki örnekteki prosedür tekrarlanır.  $m = 4$  için,  $\tilde{G}(z)$ 'nin baskın bölgede üç kutbu olduğu ( $P = 3$ ) görülmektedir.

Bu nedenle, saat yönünün tersinde bir çevrim ( $N = -1$ ) olmalıdır. Şekil 2.14



Şekil 2.14 :  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 2.4).

incelendiğinde eğrinin istenilen çevrimi yapmadığı görülmektedir. Fakat,  $N = 0$  için bir bölge vardır. Kalan reel kutup da PI-PD kontrolör sıfırıyla etkisiz hale getirilebilir. Nyquist eğrisinin çevrim yapmadığı duruma göre,  $K_p$  kazaç aralığı bulunur.

$$K_p \in \left( \frac{-1}{0.0149135}, \frac{-1}{-0.181105} \right) = (-67.0533, 5.52165)$$

$K_p = 2$  seçilirse,  $K_i$  ve  $K_d$  parametreleri sırasıyla 0.08524 ve 127.568 olarak bulunur ve ayrık PID kontrolör tasarımı tamamlanır.

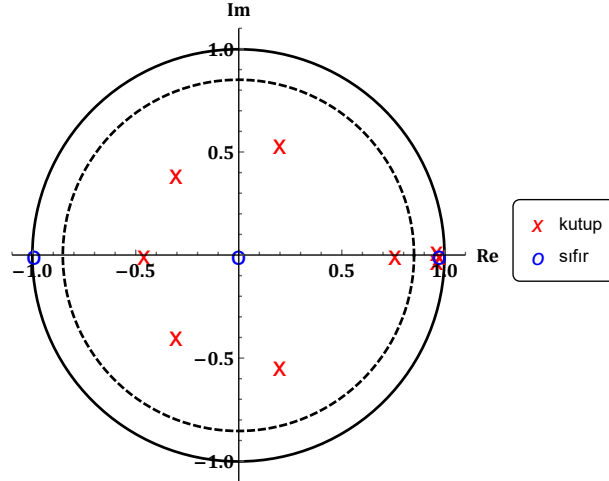
Kalan ayrık PI-PD kontrolör parametreleri ise baskın bölgedeki kalan reel kutup kontrolörün sıfırıyla götürülecek şekilde  $K_{pi} = 3.46459$  ve  $K_{pd} = -1.46459$  olarak bulunur. Sonuç olarak, ayrık PI ve PD kontrolörler

$$C_{PI}(z) = \frac{3.54983z - 3.46459}{z - 1}$$

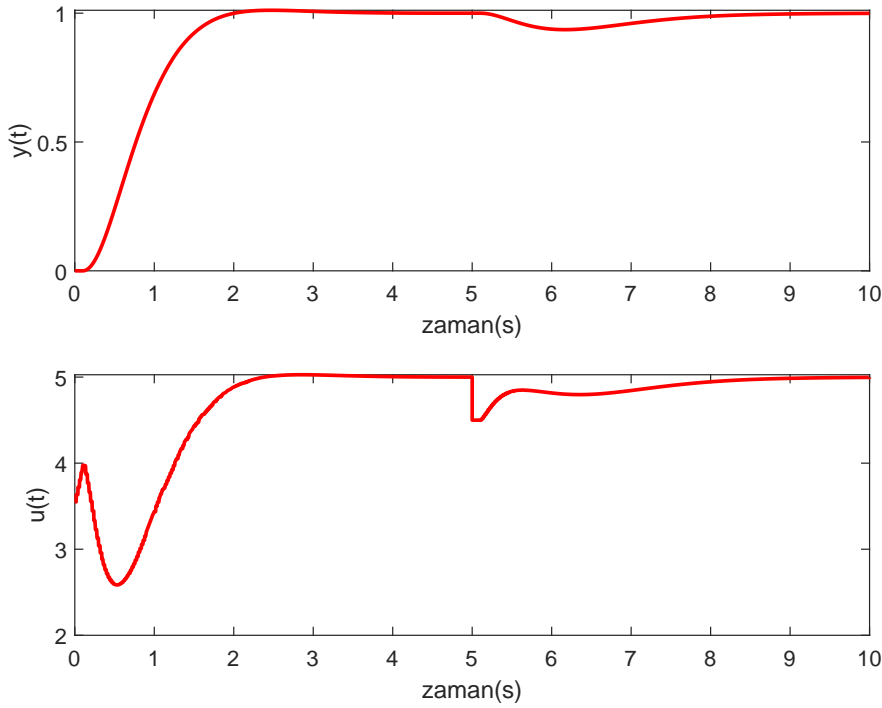
$$C_{PD}(z) = \frac{126.104z - 127.568}{z}$$

gibidir. Tasarlanan kontrolör ile kapalı çevrim sistemin kutup ve sıfır dağılımı Şekil 2.15'de verilmiştir. Ayrık PI-PD kontrolör ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti Şekil 2.16'de verilmiştir. Kontrolörün bozucu bastırma performansını da görmek için 5. saniyede -0.5 genlikli bir basamak bozucusu uygulanmıştır. Benzetim ortamında elde edilen sonuçlara göre, kapalı çevrim sistemin yerleşme zamanının 1.79 saniye olduğu ve 1.22% aşım yaptığı söylenebilir. Bu da amaçlanan performans kriterlerini karşılamaktadır.

Tasarım yönteminin baskın kutup çiftinin istenilen performans kriterlerine göre ve kalan kutupların baskın kutuplardan amaçlanan baskınlık faktörü kadar uzağa yerleştirilmesine dayandığına dikkat edilmelidir. Ancak, baskın olmayan kutupları istenilen performans kriterleri ve baskınlık faktörü için her zaman yerleştirmem



**Şekil 2.15 :** Ayrık PI-PD kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 2.4).



**Şekil 2.16 :** Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 2.4).

mümkün olmamaktadır. Bu sebeplerden dolayı, parametere seti boş olur ise o zaman tasarım prosedürü boş olmayan bir kontrolör parametre seti elde edilene kadar farklı m değeri ve / veya performans kriterleri için tekrarlanmalıdır. Bu, önerilen tasarım yönteminin bir dezavantajı olarak ifade edilebilir.

Birçok gerçek sistem uygulamasında, aşım istenilmez veya çok küçük bir aşımaya izin verilir. Ayrık PI-PD kontrolör ile tasarım yönteminde, kritik olarak sönümlenmiş bir sistem yanıtı elde etmek için baskın kutupların yerlerinin ayarlanabileceği örneklerle gösterilmiştir.

### 3. AYRIK ZAMANLI PIR KONTROLÖR İLE BASKIN KUTUP ATAMA

Tezin bu bölümünde, PIR kontrolörün tanımı verilerek ayrik zamanda baskin kutup atama yöntemi ile tasarlanması amaçlanmıştır. Baskin kutup atamayı garanti altına almak için de, zaman gecikmeli sistemlerde kullanılan değiştirilmiş Nyquist eğrisi yaklaşımı kullanılmıştır. Böylece, uygun amaçlanan baskınlık faktörü  $m$  için, kapalı çevrim sistemde istenilen performans kriterlerinin karşılanması sağlanır. Bu kontrolör tasarımı, zaman gecikmesine sahip ikinci ve yüksek mertebeden sistemler üzerinden gösterilmiştir. Daha sonra, yeni bir kontrol yapısı olan ayrik zamanda oransal integral-oransal gecikmeli (PI-PR) önerilmiştir. PI-PR kontrolör blok diyagramı, PI-PD ile aynı şekilde oluşturulmuş olsa da, PI-PR kontrolörün türev terimi yerine gecikmeli orantılı terime sahip olmasından dolayı yapıları farklıdır. Bu sebeple, daha önce bahsedildiği gibi ölçüm gürültü büyümesi azaltılır ve elde edilen kontrolör parametre seti daha kapsamlı elde edilir.

Ayrik PI-PR kontrolör tasarım prosedürü şu şekilde açıklanmıştır: İlk olarak, kapalı çevrim sistem kutupları istenen performans kriterlerine göre ayrik zamanda belirlenir. Daha sonra, kontrolörün gecikme parametresi  $h$ , pozitif bir tam sayı olarak seçilir ve  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri  $K_p$  cinsinden bulunur. Önerilen yönteme göre uygun bir baskınlık faktörü ( $m$ ) seçilir ve değiştirilmiş Nyquist grafiği yardımıyla  $K_p$  parametresinin değer aralığı bulunur. Elde edilen bu aralıktan bir  $K_p$  seçilir ve ayrik PIR kontrolör parametreleri elde edilir. Daha sonra, kapalı çevrim sistemin geçici hal yanıtındaki kontrolörün sıfırlarının etkisinden kurtulmak için ayrik PIR kontrolör ayrik PI-PR kontrolör yapısına dönüştürülür. Böylece, ayrik PI-PR kontrolör tasarım süreci tamamlanmış olur. Son olarak, önerilen kontrolör zaman gecikmesine sahip birinci, ikinci ve üçüncü mertebeden sistemler kullanılarak literatürdeki bazı kontrolör tasarım yöntemleri ile karşılaştırılmıştır.

### 3.1 PIR Kontrolör Tanımı

Oransal integral gecikmeli (PIR) kontrolörün sürekli zamandaki kontrol yasası aşağıda verilmiştir.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau - K_r e(t-h) \quad (3.1)$$

Burada  $h \in \mathbb{Z}^+$  bir gecikme parametresi,  $K_p, K_i, K_r \in \mathbb{R}$  ise oransal, integral ve gecikmeli kazanç parametrelerini sembolize etmektedir. Ayrıca,  $r(t)$  sistemin referans sinyali olmak üzere,  $e(t) = r(t) - y(t)$  çıkış hatasıdır.

Diğer taraftan, bir sistemin ayrık zamandaki transfer fonksiyonunun

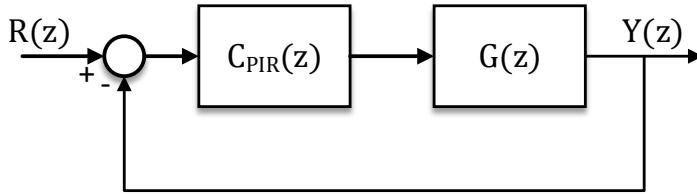
$$G(z) = \frac{N_G(z)}{D_G(z)} \quad (3.2)$$

olduğu düşünölsün.

PIR kontrolörün ayrık zamandaki gösterimi,

$$C_{PIR}(z) = \frac{N_C(z)}{D_C(z)} = K_p + K_i \frac{z}{z-1} - K_r z^{-h} \quad (3.3)$$

şeklindedir. Ayrık PIR kontrolör için birim geri beslemeli kapalı çevrim sistemin kontrol yapısı Şekil 3.1 'de gösterilmektedir. Verilen kontrol yapısı ile ilişkili kapalı



Şekil 3.1 : Kapalı çevrim sistemin kontrol yapısı.

çevrim sistemin karakteristik denklemi,

$$P_c(z) = 1 + C_{PIR}(z)G(z) = 0 \quad (3.4)$$

ve kapalı çevrim sistemin giriş-çıkış ilişkisi (transfer fonksiyonu),

$$T(z) = \frac{N_G((K_p + K_i)z^{h+1} - K_p z^h - K_r z + K_r)}{N_G((K_p + K_i)z^{h+1} - K_p z^h - K_r z + K_r) + D_G(z^{h+1} - z^h)} \quad (3.5)$$

olarak verilmiştir.

### 3.2 Baskın Kutupları Yerleştirecek Ayırık Zamanlı PIR Kontrolör Parametre Kümesinin Elde Edilmesi

Kapalı çevrim sistemin performans kriterleri ayırık zaman düzleminde  $z_{1,2} = \sigma_z \pm j\omega_z$  ile gösterilen baskın kutup çiftine dönüştürüldüğü varsayılınsın. Kapalı çevrim sistemin 3.4'de verilen karakteristik denklemi de baskın kutuplardan biri yerine yazılarak aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$P_c(z) = D_C(\sigma_z + j\omega_z)D_G(\sigma_z + j\omega_z) + N_C(\sigma_z + j\omega_z)N_G(\sigma_z + j\omega_z) = 0 \quad (3.6)$$

Notasyondaki sadelik için  $D_C(\sigma_z + j\omega_z)$ ,  $D_G(\sigma_z + j\omega_z)$ ,  $N_C(\sigma_z + j\omega_z)$  ve  $N_G(\sigma_z + j\omega_z)$  sırasıyla  $D_C$ ,  $D_G$ ,  $N_C$  ve  $N_G$ , olarak gösterilecektir.

Sistemin açık çevrim transfer fonksiyonunun bilindiği varsayılınsın. Ayrıca, ayırık PIR kontrolörün gecikme parametresi olan  $h$ 'ın seçiminden sonra kontrolörün paydasında da bilinmeyen parametre kalmamaktadır. Kontrol yapısında bilinmeyen parametre olarak  $K_i$ ,  $K_r$  ve  $K_p$  kalmaktadır. Bu bilinmeyen parametreleri bulmak için 3.6'de kontrolörün payı yalnız bırakılarak reel ve imajiner kısımlarına ayrıştırılır.

$$P = D_{CIm}D_{GIm} - D_{CRe}D_{GRe} \quad (3.7)$$

$$R = D_{CRe}D_{GIm} + D_{CIm}D_{GRe} \quad (3.8)$$

olmak üzere,

$$N_{CRe} = \frac{N_{GRe}P - N_{GIm}R}{N_{GRe}^2 + N_{GIm}^2} \quad (3.9)$$

$$N_{CIm} = \frac{-N_{GRe}R - N_{GIm}P}{N_{GRe}^2 + N_{GIm}^2} \quad (3.10)$$

Daha sonra, denklemler birlikte çözümlenerek ayırık PIR kontrolör parametrelerinden  $K_i$  ve  $K_r$ ,  $K_p$  parametresi cinsinden bulunur.

Ayrık PIR kontrolör parametresi  $h$  zaman gecikme ifadesi olduğu için pozitif tamsayı olarak seçilir. Eğer  $h$  sıfır olarak seçilseydi, kontrolör ayırık PI kontrolöre dönüşürdü ve eğer  $h$  negatif tamsayı seçilseydi, kontrolörün sıfırlarının sayısı artardı. Ayrıca, örneklerde de görüleceği üzere  $h$ 'ın değeri arttığında, parametre seti genel olarak daralır. Bu nedenle, tezde  $h$ 'ın değeri 1 olarak seçilmiştir. Sonuç olarak,  $h = 1$  için,  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri  $K_p$  cinsinden

$$Q_1 = \frac{2\sigma_z(\sigma_z^2 - \omega_z^2 - \sigma_z) D_{GRe}}{\sigma_z^2 + \omega_z^2 - 2\sigma_z N_{GRe}} + \frac{(\sigma_z^2 - \omega_z^2)(1 - 2\sigma_z) D_{GIm}}{\sigma_z^2 + \omega_z^2 - 2\sigma_z N_{GIm}} \quad (3.11)$$

$$Q_2 = \frac{\sigma_z^2 - \omega_z^2 - \sigma_z D_{GRe}}{\sigma_z^2 + \omega_z^2 - 2\sigma_z N_{GRe}} + \frac{-2\sigma_z^2 + 3\sigma_z - 1 D_{GIm}}{\sigma_z^2 + \omega_z^2 - 2\sigma_z N_{GIm}} \quad (3.12)$$

olmak üzere,

$$K_r = Q_1 - K_p \frac{\sigma_z^2 + \omega_z^2}{\sigma_z^2 + \omega_z^2 - 2\sigma_z} \quad (3.13)$$

$$K_i = Q_2 - K_p \frac{\sigma_z^2 + \omega_z^2 - 2\sigma_z + 1}{\sigma_z^2 + \omega_z^2 - 2\sigma_z} \quad (3.14)$$

olarak elde edilir. Böylece, kapalı çevrim sistemin baskın kutuplarını performans isteklerine göre konumlandırarak ayırık PIR kontrolör parametre seti  $K_p$ 'ye bağlı olarak bulunur.

Daha sonra, baskın olmayan kutupları istenilen yarıçaplı çemberin içine yerleştiren kontrolör parametre seti alt kümesinin bulunması için değiştirilmiş Nyquist grafiği yöntemi kullanılır.

### 3.3 Baskın Olmayan Kutupları Yerleştirecek Ayırık PIR Kontrolör Parametre Alt Kümesinin Değiştirilmiş Nyquist Grafiği ile Elde Edilmesi

Kapalı çevrim sistemin baskın kutuplarını performans isteklerine göre konumlandıran ayırık PIR kontrolör  $K_p$  cinsinden yazılarak 3.4'de yerine konulur. Daha sonra,  $K_p$  karakteristik denklemden aşağıdaki şekilde ayrıştırılır.

$$1 + K_p \bar{G}(z) = 0 \quad (3.15)$$

Burada,

$$\bar{G}(z) = \frac{N_G(z^2 - 2\sigma_z z + \sigma_z^2 + \omega_z^2)}{(\sigma_z^2 + \omega_z^2 - 2\sigma_z)(Q_1 N_G(z-1) + z(-Q_2 N_G z - D_G(z-1)))} \quad (3.16)$$

ve  $\bar{G}(z)$  paydası zaman gecikmesi ifadesini içeren doğrusal zamanla değişmeyen bir transfer fonksiyondur. Değiştirilmiş Nyquist grafiği yöntemi PID bölümünde daha detaylı anlatılmıştır. Burada da aynı şekilde, ilk olarak kapalı çevrim sistemin baskın kutuplarının mutlak değeri ( $r$ ) ve amaçlanan baskınlık faktörü yardımıyla ( $m$ ) baskın olmayan kutupları içine yerleştirilecek olan çemberin yarıçapı  $r^m$  olarak hesaplanır. Daha sonra, sistemin yeni oluşturulan açık çevrim transfer fonksiyonu  $\tilde{G}(z) = \bar{G}(r^m z)$  düzenlenir.

$\tilde{G}(z)$ 'nin kararsız kutup sayısı  $P$  ile gösterilirken, kapalı çevrim sistem kutuplarından ikisi baskın bölgede olduğu için  $Z$ 'nin değeri 2 olmalıdır. Aşağıdaki denklem ile, geriye kalan kapalı sistem kutuplarını istenilen yarıçaplı çemberin içine konumlandırın ve böylece baskın kutup atamayı garanti altına alan çevreleme sayısı bulunur.

$$N = 2 - P \quad (3.17)$$

Değiştirilmiş Nyquist grafiğindeki gerekli çevrelemeyi sağlayan aralık için, Nyquist grafiğinin reel eksenle kesişim noktaları olan  $p_1$  ve  $p_2$  hesaplanır ve  $K_p$  parametresinin değer kümesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$K_p \in \left( \frac{-1}{p_1}, \frac{-1}{p_2} \right)$$

Ek olarak, ayrık PIR kontrolörün  $K_p$  parametresinin değer aralığı Nyquist grafiği çizilmeden cebirsel olarak bulunabilir. Bunun için,  $\tilde{G}(z)$  transfer fonksiyonu frekans düzleminde ifade edilir ( $\tilde{G}(e^{j\gamma})$ ). Daha sonra,  $\tilde{G}(e^{j\gamma})$ 'nin imajiner kısmının sıfıra eşit olduğu kritik frekans değerleri hesaplanır. Daha sonra, bu frekans noktalarındaki  $\tilde{G}(e^{j\gamma})$ 'nin reel kısımları hesaplanır ve  $\tilde{G}(e^{j\gamma})$ 'nin reel eksenle kesişim noktaları analitik olarak bulunur. Böylece, istenilen  $K_p$  değer aralığı bu noktalar aracılığıyla bulunur.

$$Im[\tilde{G}(e^{j\gamma})] = 0 \rightarrow \gamma^* \quad (3.18)$$

$$x_{ij} = Re[\tilde{G}(e^{j\gamma^*})] \quad (3.19)$$

### 3.3.1 Örnek 3.1:

Ölü zamanlı ikinci mertebeden sistemin transfer fonksiyonu verilmiştir.

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2} e^{-s}$$

Örnekleme zamanı  $t_s = 0.1$  saniye alınarak, sıfırıncı mertebeden tutucu ile sistemin ayrık zamandaki transfer fonksiyonu yazılır.

$$G(z) = \frac{0.01752(z+0.87516)}{z^5(z^2 - 1.63746z + 0.67032)}$$

Sistemin kapalı çevrimdeki performans kriterleri 0.1% aşım ve 10 saniye yerleşme zamanı olarak istenmiştir. Bu performans isteklerine göre ayrık zamanda düzlemindeki baskın kutup çifti bulunur.

$$z_{1,2} = \sigma_z + j\omega_z = 0.92251 \pm j0.03358$$

Ayrık PIR kontrolörün gecikme parametresi  $h = 1$  olarak seçilerek, kontrolör aşağıdaki gibi yazılır.

$$C(z) = \frac{(K_p + K_i)z^2 - (K_p + K_r)z + K_r}{z(z-1)}$$

Daha sonra, Denklem 3.13 ve 3.14 kullanılarak, ayrık PIR kontrolöre ilişkin  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri  $K_p$ 'ye bağlı olarak bulunur.

$$K_i = 0.00718K_p + 0.03674$$

$$K_r = 0.85827K_p - 0.17004$$

Böylelikle, baskın kutupları istenilen noktalara yerleştiren tüm ayrık PIR kontrolör parametre seti  $K_p$  cinsinden elde edilmiş olur.

Tasarlanan kontrolöre ilişkin  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri kapalı çevrim sistemin karakteristik denkleminde yerine konular ve denklem sadece  $K_p$ 'ye bağlı olarak kalmış olur. Daha sonra, denklem 3.15'deki gibi düzenlenerek, yeni bir transfer fonksiyon oluşturulur.

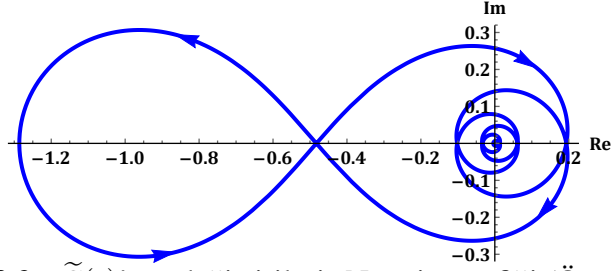
$$\bar{G}(z) = \frac{0.0177z^3 - 0.0171z^2 - 0.0135z + 0.0132}{z^9 - 2.638z^8 + 2.3078z^7 - 0.6703z^6 + 0.0006z^3 + 0.0035z^2 - 0.0004z - 0.0026}$$

Ayrık düzlemdeki baskın kutup çiftinin mutlak değeri  $r = 0.92312$  olarak hesaplanır ve amaçlanan baskınlık faktörü  $m = 3$  seçilir ise, kalan kapalı çevrim kutuplarının  $r^m = 0.92312^3 = 0.78663$  yarıçaplı çemberin içinde olmaları gerekir. Bunu sağlayan çevrimi bulmak için öncelikle  $\tilde{G}(z) = \bar{G}(0.78663z)$ 'nin kutuplarının mutlak değerlerine bakılır.

$$|z_{1,2}| = 0.42332, |z_{3,4}| = 0.47868, |z_{5,6}| = 0.60558, |z_7| = 1.09041, |z_{8,9}| = 1.17351$$

Yukarıda görüldüğü gibi,  $\tilde{G}(z)$ 'nin baskın bölgedeki kutup sayısı  $P = 3$ 'tür. Baskın kutup atama için, saat yönünün tersinde bir çevrim ( $N = -1$ ) olan aralık seçilmelidir.  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği Şekil 3.2'deki gibidir.  $N = -1$  için,  $K_p$  parametresinin değer kümesi aşağıdaki gibi bulunur.

$$K_p \in \left( \frac{-1}{p_1}, \frac{-1}{p_2} \right) = \left( \frac{-1}{-1.2864}, \frac{-1}{-0.48273} \right) = (0.77737, 2.07153)$$

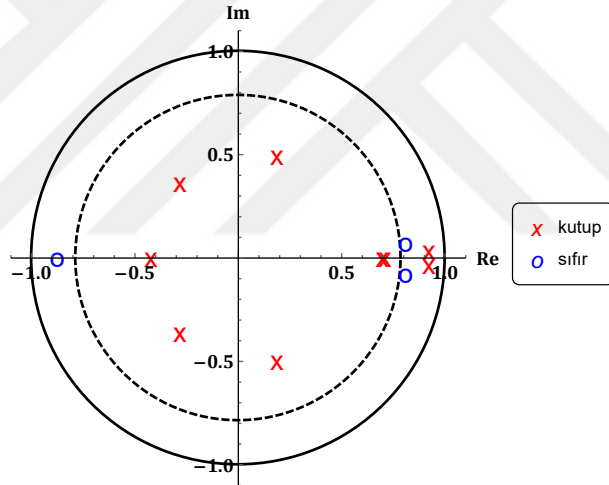


Şekil 3.2 :  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 3.1).

Bulunan aralıktan örnek olarak  $K_p$  parametresi 1 olarak seçildiğinde, ayrık PIR kontrolör tasarımı tamamlanmış olur.

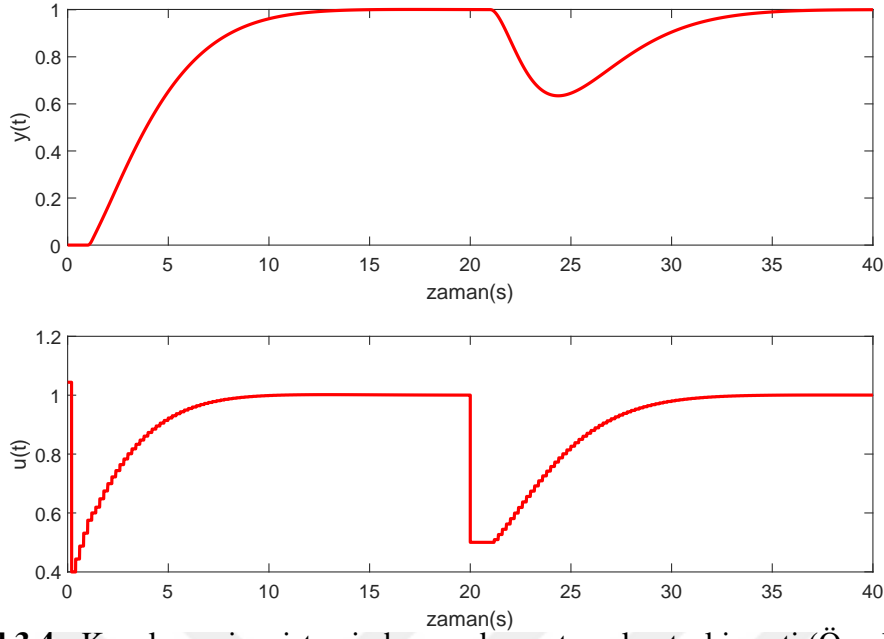
$$C_{PIR}(z) = \frac{1.04392z^2 - 1.68823z + 0.68823}{z(z-1)}$$

Tasarlanan kontrolör ile birlikte elde edilen kapalı çevrim sistemin kutup ve sıfırlarının konumları Şekil 3.3'de gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü üzere, kapalı çevrim



Şekil 3.3 : Ayrık PIR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 3.1).

baskın kutupların dışında kalan tüm kutuplar belirlenen yarıçaplı çemberin içerisinde kalmaktadır. Kapalı çevrim sistemin tasarlanan ayrık PIR kontrolör ile basamak yanıtı ve kontrol işareti Şekil 3.4'de verilmiştir. Tasarlanan kontrolörün bozucu bastırma performansını da görmek için 20. saniyede -0.5 genlikli bir basamak bozucusu uygulanmıştır. Benzetim ortamında elde edilen basamak yanıtına göre, kapalı çevrimde sistem 0.13% aşım ile 11.11 saniyede oturmaktadır. Bu da istenilen performans kriterlerini büyük ölçüde sağlamaktadır. Küçük farkın sebebi, kapalı çevrimdeki sistemin ve kontrolörün sıfırlarıdır. Diğer taraftan, kontrol sinyali de düzgün ve uygun sınırlar içindedir fakat başlangıç kısmında referansın aniden



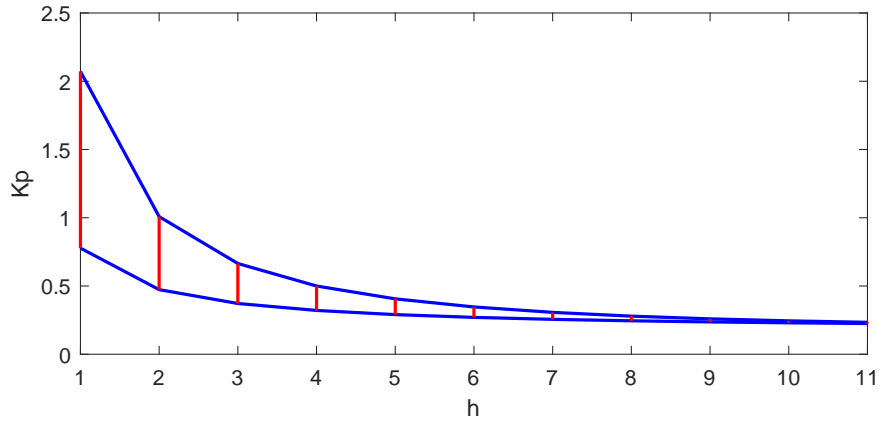
**Şekil 3.4** : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işaretini (Örnek 3.1).

değişmesi sebebiyle hatadaki değişimi kontrol işaretine büyütürken aktarıldığından kontrol işaretinin birden çok büyümesine sebep olmuştur.

Ayrık PIR kontrolörün gecikme parametresi olan  $h$ 'ın değeri değiştirildiğinde, kontrolörün parametre setinde de değişiklik olacaktır. Örnek olarak  $h = 2$  için, kontrolör

$$C(z) = \frac{(K_p + K_i)z^3 - K_p z^2 - K_r z + K_r}{z^2(z-1)}$$

hale gelir ve elde edilen  $K_p$  değeri aralığı  $\in (0.47342, 1.00821)$  olur. Bu şekilde,  $h$ 'ı 1'den 5'e kadar arttırıp elde edilen parametre setleri incelenerek,  $h$ 'a göre  $K_p$ 'nin değer kümeleri aşağıdaki grafikte gösterilmiştir.



**Şekil 3.5** :  $h$ 'ın artmasına göre elde edilen  $K_p$  değeri aralığını (Örnek 3.1).

Ayrık PIR kontrolörün PID ile olan farkını incelemek için aynı sistem ayrık PID kontrolörle de kontrol edilir. Aynı performans kriterleri için ayrık PID kontrolör tasarlanmak istendiğinde, baskın bölgede üç kutup olduğu görülür. Bu nedenle, kontrol yapısının PI-PD yapısına dönüştürülmesi gerekir. PI-PD kontrolör yapısı için elde edilen  $K_p$  değer aralığı  $\in (-0.23122, 0.1483)$  olarak bulunur. Bu değer aralığı ayrık PIR kontrolör ile bulunan aralıktan çok daha dardır. Sonuç olarak, ayrık PIR kontrolör ile tasarım yapıldığında çok daha geniş bir parametre kümesi elde edilmektedir.

### 3.3.2 Örnek 3.2:

Zaman gecikmeli yüksek mertebeden sistemin açık çevrim transfer fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$G(s) = \frac{1}{s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1} e^{-2s}$$

$t_s = 0.2$  saniye alınarak, sistemin ayrık zamandaki transfer fonksiyonu bulunur.

$$G(z) = \frac{-0.00006(z^4 + 18.6927z^3 + 34.0409z^2 + 9.59503z + 0.26358)}{z^5(-z^5 + 3.3516z^4 - 4.49329z^3 + 3.01194z^2 - 1.00948z + 0.13534)}$$

Kapalı çevrim sistemin 1% aşım ve 25 saniye yerleşme zamanı olarak verilen performans kriterlerine göre, ayrık zaman düzlemindeki baskın kutupların yerleri hesaplanır.

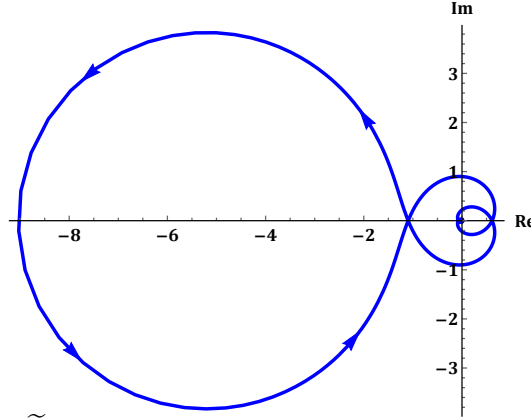
$$z_{1,2} = \sigma_z + j\omega_z = 0.93711 \pm j0.04094$$

Ayrık PIR kontrolörün gecikme parametresi  $h = 1$  olarak seçildiğinde, ayrık PIR kontrolöre ilişkin  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri  $K_p$ 'ye bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$K_i = 0.00566K_p + 0.0319$$

$$K_r = 0.88484K_p - 0.12251$$

Daha sonra karakteristik denklem  $K_p$  cinsinden yazılarak 3.15'deki gibi düzenlenir. Böylece yeni bir transfer fonksiyon  $\tilde{G}(z)$  elde edilir.  $m = 3$  için,  $\tilde{G}(z)$ 'nin baskın bölgede üç kutbu vardır ( $P = 3$ ) ve Nyquist eğrisi saat yönünün tersinde bir çevrim yapmalıdır. Şekil 3.6'de verilen  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği incelendiğinde  $N = -1$  çevrimi sağlayan bölge bulunur ve  $K_p$  parametresinin kazanç aralığı aşağıdaki gibi elde edilir.



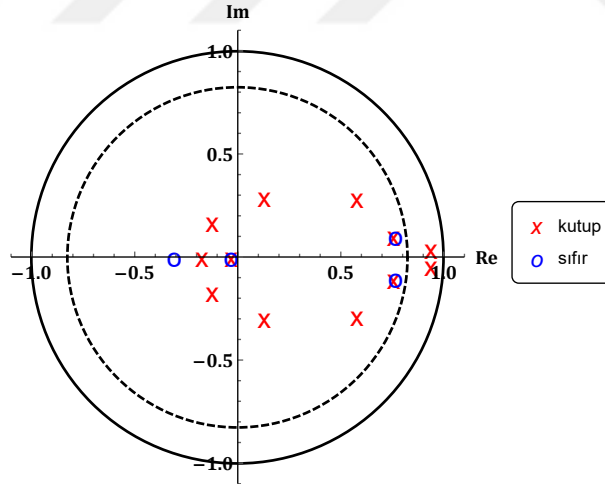
Şekil 3.6 :  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 3.2).

$$K_p \in \left( \frac{-1}{-9.03309}, \frac{-1}{-1.09565} \right) = (0.11070, 0.91270)$$

$K_p = 0.5$  olarak alınırsa, tasarlanan ayrık PIR kontrolör

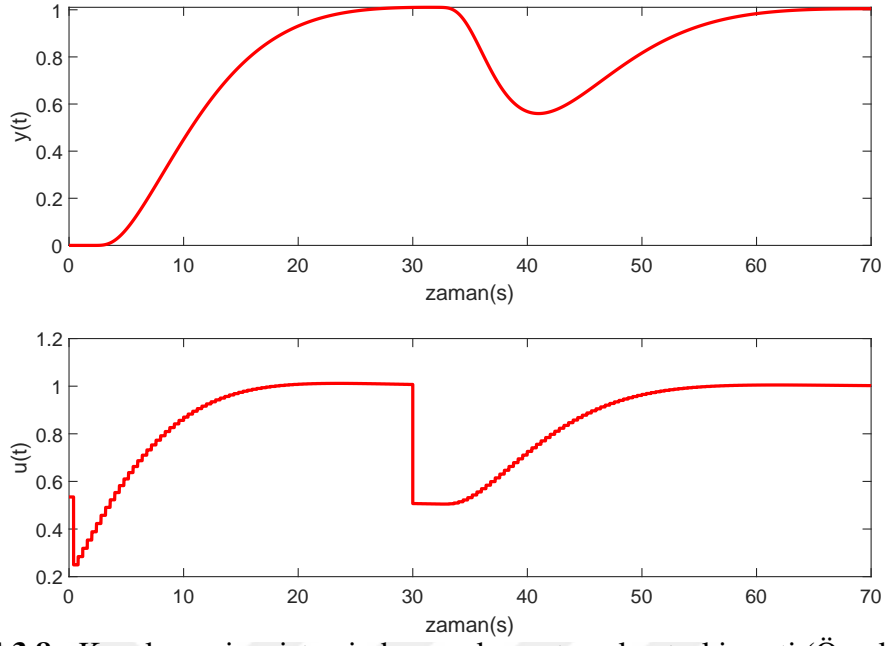
$$C_{PIR}(z) = \frac{0.53473z^2 - 0.81991z + 0.31991}{z(z-1)}$$

şeklinde hesaplanır. Tasarlanan kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı Şekil 3.7'de gösterilmiştir.



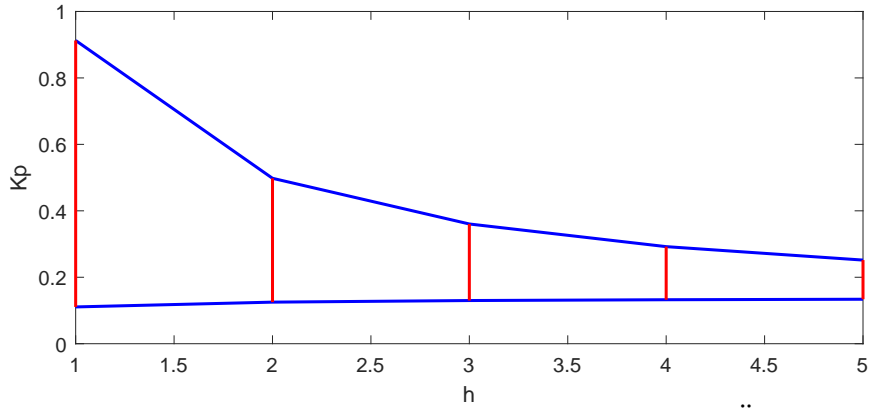
Şekil 3.7 : Ayrık PIR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 3.2).

Şekil 3.8'de kapalı çevrim sistemin -0.5 genlikli basamak bozucusu da içeren basamak yanıtı ve kontrol işareti verilmiştir. Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı incelendiğinde, yerleşme zamanının 23.69 saniye olduğu ve sistemin 0.57% aşım yaptığı söylenebilir. Bu da amaçlanan performans kriterlerini sağlamaktadır. Kontrol işareti de uygun ve istenilen sınırlardadır.



**Şekil 3.8 :** Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 3.2).

Bir önceki örnekte de görüldüğü gibi, ayrık PIR kontrolöre ilişkin  $h$  parametresinin değeri değiştirildiğinde elde edilen parametre kümesi de değişmektedir.  $h = 2$  için,  $K_p$  değer aralığı  $\in (0.12513, 0.49789)$  ve aynı şekilde  $h = 3$  için de  $\in (0.12995, 0.36037)$  olmaktadır.  $h$ 'ı 1'den 5'e kadar arttırarak elde edilen  $K_p$  değer kümeleri grafik haline getirilmiştir. Şekil 3.9'dan da görüleceği üzere,  $h$ 'ın değeri arttıkça elde edilen



**Şekil 3.9 :**  $h$ 'ın artımına göre elde edilen  $K_p$  değer aralığı (Örnek 3.2).

parametre seti daralmaktadır.

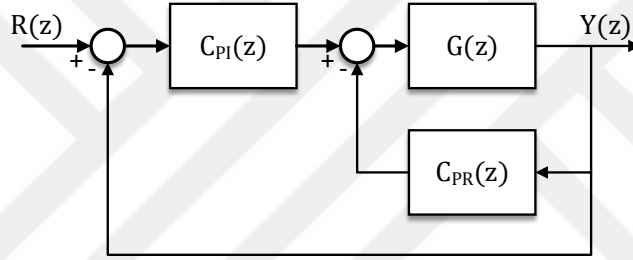
Diğer taraftan, aynı sistem ayrık PID kontrolör ile kontrol edilmek istendiğinde istenilen performans kriterleri için aralık bulunamamaktadır (baskın bölgede ikiden fazla kutup kalmaktadır). Burada baskın bölgedeki kutuplardan birini götürmek için ya PI-PD yapısına geçilir yada istenilen performans kriterleri değiştirilir. İstenilen yerleşme zamanı 27 saniye olarak değiştirildiğinde elde edilen parametre değeri aralığı

da  $K_p \in (0.22674, 0.25921)$  olarak bulunur. Bu aralık da ayrık PIR ile elde edilen aralıktan oldukça küçüktür.

Ayrık PID kontrolörde olduğu gibi ayrık PIR kontrolörde de baskın bölgede konumlanan sıfırlardan ötürü geçici hal yanıtlarında istenilen performans kriterleri tam olarak sağlanamayabilir. Bu sebepten, PI-PR kontrolör yapısı önerilmektedir.

### 3.4 Baskın Kutup Atama Yönteminde Ayrık Zamanlı PI-PR Kontrolör Tasarımı

Ayrık zamanlı PI-PR kontrolör yapısında, PR kontrolör iç çevrimdeki geri besleme yoluna yerleştirilirken PI kontrolör ise dış döngüdeki ileri yola yerleştirilir. Bu kontrol yapısını gösteren blok diyagram Şekil 3.10'de gösterilmiştir.



**Şekil 3.10** : PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim sistemin kontrol yapısı.

Ayrık PIR kontrolör yerine PI-PR kontrolör kullanılmasının belli avantajları vardır. En önemli avantajı, PI-PR kontrolörün sıfırı ayrık düzlemde istenilen noktaya yerleştirilebilir ve böylece daha önce de belirtildiği gibi ayrık PIR yapısında ortaya çıkabilen kapalı çevrim sistemindeki kontrolör sıfırlarının olumsuz etkileri yok edilebilir. Diğer bir avantajı ise, baskın bölgedeki istenmeyen kapalı çevrim reel kutbu kontrolör sıfırıyla ortadan kaldırılabilir.

Bahsedilen bu avantajlara rağmen, PI-PR kontrolör iki serbestlik derecesine sahip olduğu için tasarımı süreci kolay olmayabilir. Diğer taraftan, PIR kontrolör ile PI-PR kontrolör arasında da bir ilişki vardır. Böylece, ilk olarak ayrık PIR kontrolör tasarımı yapmak daha sonra tasarlanan kontrolörü PI-PR yapısına çevirmek mümkün olmaktadır. Ayrık PI-PR kontrolöre ilişkin ayrık PI ve PR kontrolörlerin transfer fonksiyonları Denklem 3.20 ve 3.21'de verilmiştir.

$$C_{PI}(z) = K_{pi} + K_i \frac{z}{z-1} \quad (3.20)$$

$$C_{PR}(z) = K_{pr} - K_r z^{-h} \quad (3.21)$$

Şekil 3.10'da verilen kontrol yapısı için kapalı çevrim sistemin karakteristik denklemi 3.22'deki gibidir.

$$P_c(z) = 1 + (C_{PI}(z) + C_{PR}(z))G(z) = 0 \quad (3.22)$$

Ayrıca, kapalı çevrim sistemin transfer fonksiyonu da aşağıda belirtildiği gibidir.

$$T(z) = \frac{N_G z^h ((K_{pi} + K_i)z - K_{pi})}{N_G ((K_{pi} + K_{pr} + K_i)z^{h+1} - (K_{pi} + K_{pr})z^h - K_r z + K_r) + D_G (z^{h+1} - z^h)} \quad (3.23)$$

3.5 ve 3.23'de verilen ayrık PIR ile PI-PR kontrolörlere ait kapalı çevrim sistemin transfer fonksiyonlarının paydalarına bakıldığında, aşağıdaki denklik sağlandığı takdirde kapalı çevrim sistem kutuplarının aynı olacağı açıktır.

$$K_{pr} + K_{pi} = K_p \quad (3.24)$$

Burada,  $K_{pr}$  ve  $K_{pi}$  parametreleri sırasıyla oransal-gecikmeli ve oransal-integral kazançları olarak tanımlanır. Böylece, PIR kontrolör parametreleri kolaylıkla PI-PR kontrolörler parametrelerine dönüştürülebilir.

Daha önce de belirtildiği gibi, ayrık PIR kontrolör yapısında, kontrolör sıfırları genellikle istenildiği gibi yerleştirilemez ve bazen bu sıfırlar baskın bölgede veya kararsız bölgede (birim çemberin dışında) olabilir. Diğer taraftan, PI-PR kontrolör kullanıldığında sıfırlardan biri  $z = 0$  noktasında olurken diğeri

$$z = \frac{K_{pi}}{K_i + K_{pi}} \quad (3.25)$$

noktasında konumlanır. Bu nokta da  $K_{pi}$  parametresi ayarlanarak istenilen konuma yerleştirilebilir.  $K_{pi}$ 'nin seçiminden sonra da Denklem 3.24 ile  $K_{pr}$  parametresi bulunur. Böylelikle, ayrık PI-PR kontrolörün tasarımı tamamlanmış olur.

### 3.5 Ayrık PI-PR Kontrolör Tasarımı için Önerilen Algoritma

Bu bölümde, ayrık PI-PR kontrolör tasarım prosedürleri özetlenmiştir. Önerilen kontrolör tasarım algoritmasının adımları aşağıda verilmiştir.

1. Kapalı çevrim sisteminin geçici hal yanıtında istenen performans kriterleri ayrık

zaman düzleminde  $z_{1,2} = \sigma_z \pm j\omega_z$  şeklinde baskın kutup çiftine dönüştürülür.

2.  $h \in \mathbb{Z}^+$  için, ayrık PIR kontrolöre ilişkin  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri 3.9 ve 3.10 yardımıyla  $K_p$ 'ye bağlı olarak bulunur.
3.  $K_p$  parametresi karakteristik denklemden ayrıştırılır ve denklem 3.15'deki gibi yeniden yazılır.
4. Baskınlık faktörü  $m$  için, elde edilen yeni transfer fonksiyon olan  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği çizilir.
5. Değiştirilmiş Nyquist grafiğindeki gerekli çevrime göre  $K_p$  parametresinin değer aralığı bulunur ve ilgili aralıktan seçilen  $K_p$  parametresi için  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri hesaplanır.
6. Eğer bir önceki adımda bulunan  $K_p$ 'nin değer aralığı boş küme çıkar fakat kalan kutuplardan sadece bir reel kutbu baskın bölgede kalırsa, bu reel kutup ayrık PI-PR kontrolör parametresi  $K_{pi}$  ayarlanarak etkisiz hale getirilebilir. Fakat, bu kutup sıfır götürmesi yapılırken iç kararsızlık problemlerine yol açmaması için reel kutbun birim çember içinde olmasına dikkat edilmelidir. Eğer bulunan  $K_p$ 'nin değer aralığı kalan kutupların tümünü baskın bölge dışına yerleştirebiliyorsa,  $K_{pi}$  parametresi yani ayrık PI-PR kontrolör sıfırı baskın bölgeden uzaktan istenildiği gibi seçilebilir.
7. Seçilen  $K_{pi}$  yardımıyla kontrolörün  $K_{pr}$  parametresi de bulunduktan sonra, ayrık PI-PR kontrolör tasarımı tamamlanmış olur.
8. Eğer yukarıdaki durumlar için bulunan aralık boş ise, performans kriterleri ve/veya amaçlanan baskınlık faktörü değiştirilerek tasarım prosedürü tekrarlanır.

### 3.5.1 Örnek 3.3:

[76, 77]'de verilen zaman geçikmesine sahip birinci mertebeden sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$G(s) = \frac{1}{s+1} e^{-0.3s}$$

Örnekleme zamanı, Nyquist Shannon teoremine göre  $t_s = 0.1$  saniye alınmıştır. Sıfıncı dereceden tutucu kullanılarak, ayrık zamandaki ilgili transfer fonksiyon

$$G(z) = \frac{0.09516}{z^3(z - 0.90484)}$$

olarak bulunur. Kapalı çevrim sistemin performans kriterleri 0.1% aşım ve 2 saniye yerleşme zamanı olarak tanımlanmıştır. Bu performans kriterlerine göre ayrık düzlemdeki baskın kutup çifti hesaplanır.

$$z_{1,2} = \sigma_z + j\omega_z = 0.81535 \pm j0.07437$$

Ayrık PIR kontrolör gecikme parametresi  $h = 1$  olarak seçilirse, kontrolör

$$C(z) = \frac{(K_p + K_i)z^2 - (K_p + K_r)z + K_r}{z(z - 1)}$$

şeklinde olur ve 3.13 ve 3.14 kullanılarak, kontrolöre ilişkin  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri  $K_p$ 'ye bağlı olarak bulunur.

$$K_i = 0.09865K_p - 0.04126$$

$$K_r = 0.69798K_p - 0.80046$$

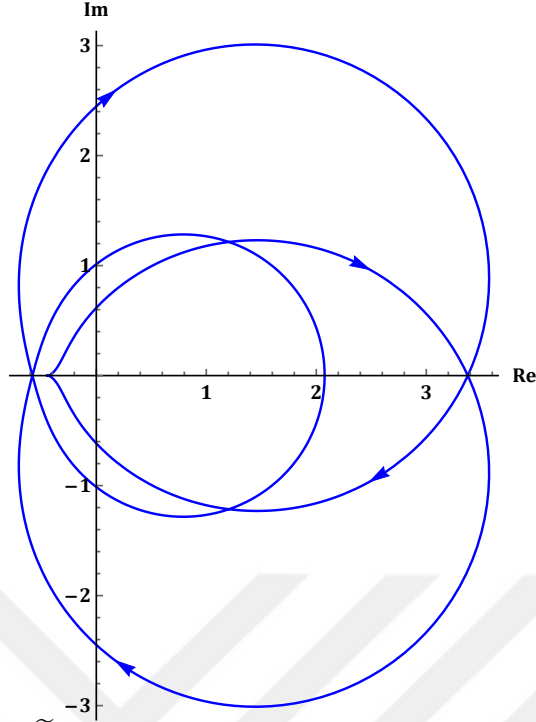
Daha sonra, kapalı çevrim sistemin karakteristik denklemi  $K_p$  cinsinden yazılır ve 3.15'deki gibi düzenlenerek, yeni bir transfer fonksiyon elde edilir.

$$\bar{G}(z) = \frac{0.09908z^2 - 0.1616z + 0.06642}{z^6 - 1.905z^5 + 0.905z^4 + 0.00939z^2 + 0.07617z - 0.07617}$$

$z$ -düzlemindeki baskın kutup çiftinin mutlak değeri  $r = 0.8187$ 'dir ve amaçlanan baskınlık faktörü  $m = 3$  seçilirse, kalan kutuplar  $r^m = 0.8187^3 = 0.5488$  yarıçaplı çemberin içinde konumlanmalıdırlar. Bunun için,  $\tilde{G}(z) = \bar{G}(0.5488z)$ 'nin kutuplarının mutlak değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$|z_1| = 0.8778, |z_{2,3}| = 0.9404, |z_{4,5}| = 1.4918, |z_6| = 1.6135$$

Görüldüğü üzere üç kutup birim çemberin dışındadır, yani  $P = 3$ . Baskın kutup atama için, baskın bölgede iki kutup olması gerektiğinden saat yönünün tersinde bir çevrim ( $N = -1$ ) olmalıdır.  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği Şekil 3.11'de verilmiştir. Gerekli çevrim için, 3.11'deki Nyquist grafiğinde bir aralık yoktur, yani istenilen performans kriterlerine ve/veya baskınlık faktörüne göre kalan kutupların tümü  $r^m = 0.5488$  yarıçaplı çemberin içine yerleştirilemez. Diğer taraftan, Nyquist grafiğinde çevrim olmayan bir bölge vardır. Bunun anlamı, kapalı çevrim sistemin üç



**Şekil 3.11** :  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 3.3).

kutbu baskın bölgeden uzağa yerleştirilebilir ve baskın bölgede kalan reel kutup ayırık PI-PR kontrolör sıfırıyla yok edilebilir. Nyquist grafiğindeki çevrim olmayan aralığa göre  $K_p$ 'nin değer aralığı

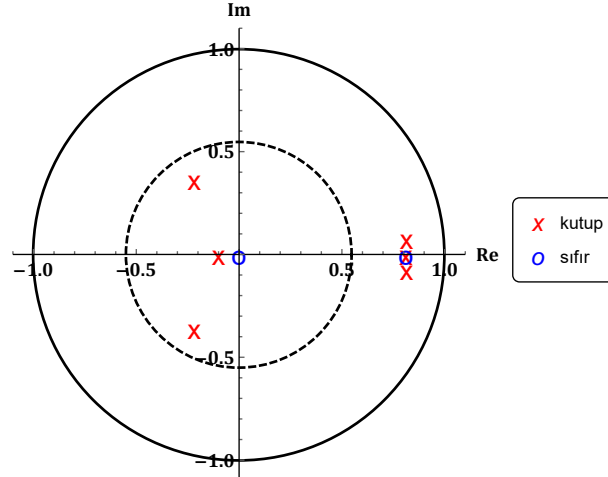
$$K_p \in \left( \frac{-1}{p_1}, \frac{-1}{p_2} \right) = \left( \frac{-1}{-0.58144}, \frac{-1}{3.3757} \right) = (-0.2961, 1.7199)$$

olarak bulunur. Eğer  $K_p$  parametresi bulunan aralıktan 1 olarak alınırsa, kontrolöre ilişkin  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri sırasıyla 0.1399 ve  $-0.1025$  bulunur. Daha sonra, baskın bölgedeki reel kutup ayırık PI-PR kontrolör sıfırıyla yok edilmesi için  $K_{pi}$  parametresi 0.60037 olarak seçilir.  $K_{pi}$  seçiminden sonra kontrolörün diğer bir parametresi  $K_{pr} = 0.39963$  bulunur ve kontrolörün tasarımı tamamlanmış olur.

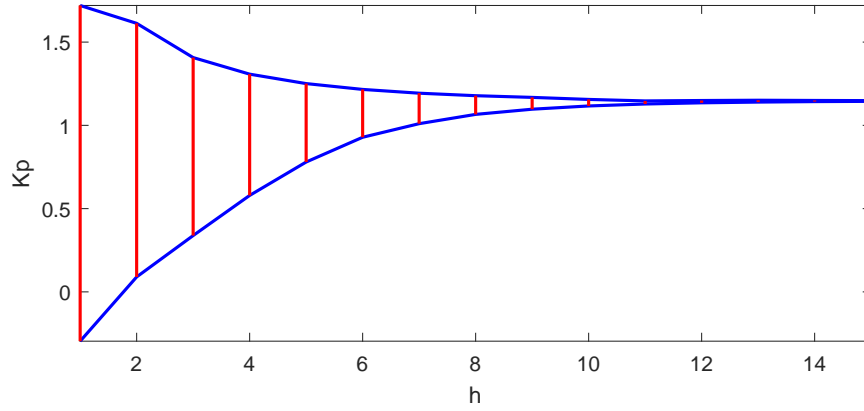
$$C_{PI}(z) = \frac{0.74027z - 0.60037}{z - 1}$$

$$C_{PR}(z) = \frac{0.39964z - 0.10248}{z}$$

Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim sistemin ayrık düzlemdeki kutup ve sıfırlarının dağılımı Şekil 3.12'de gösterilmiştir. Diğer taraftan, ayrık PIR kontrolörün gecikme parametresi  $h$ 'in değeri arttırıldığında  $K_p$ 'nin değer aralığının daraldığını göstermek için  $h = 2$  seçilir ve ilgili  $K_p$  aralığı  $\in (0.0897, 1.6126)$  olarak bulunur. Görüldüğü gibi aralık daralmaktadır. Bunu genelleştirmek için,  $h$  1'den 15'e kadar arttırılır ve ilgili değer aralıkları bulunarak 3.13'de gösterilir.



**Şekil 3.12** : Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 3.3).



**Şekil 3.13** :  $h$ 'in artımına göre elde edilen  $K_p$  değer aralığı (Örnek 3.3).

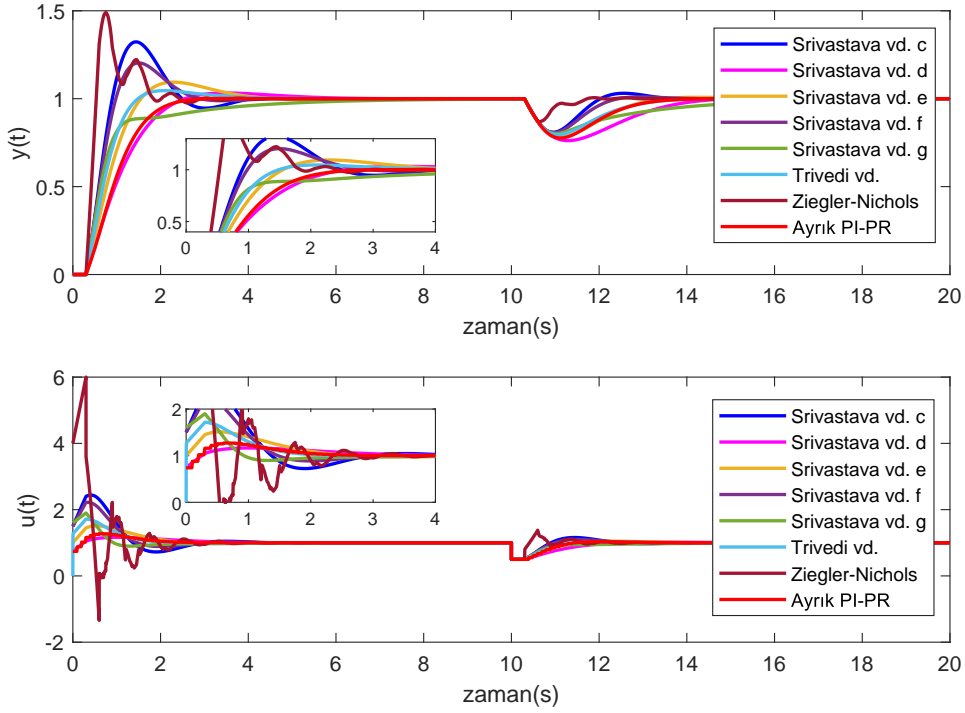
Aynı zamanda, sistem ayrık PI-PR kontrolör yerine ayrık PI-PD kontrolör ile kontrol edilmek istenirse, kazanç aralığı  $K_p \in (0.0897, 1.6126)$  olarak elde edilir. Bu aralık PI-PR kontrolör ile bulunandan çok daha dardır. Bu sebepten ayrık PI-PR kontrolör kullanmak daha avantajlıdır.

Önerilen ayrık PI-PR kontrolör Srivastava ve diğerleri tarafından tasarlanan PI kontrolörler [76] (birinci dereceden ölü zamanlı sistemlerin PI kontrolörler ile ikinci dereceden ölü zamanlı sistemlerin PID kontrolörler ile kontrol edilmesi önerildiğinden ötürü), Trivedi ve diğerleri tarafından tasarlanan  $PI^\lambda$  kontrolörler [77] ve Ziegler-Nichols yöntemi ile kıyaslanmıştır. Ek olarak, tüm kontrolörlerin yazarlar tarafından bu sistem için tasarlandığını belirtmekte fayda vardır. Bu sistem için önerilen kontrolörler Çizelge 3.1 verilmiştir. Kapalı çevrim sistemin tasarlanan ayrık PI-PR ve diğer kontrolörler ile basamak yanıtları ve kontrol işaretleri Şekil 3.14'de verilmiştir. Ek olarak, kontrolörlerin bozucu bastırma performanslarını

**Çizelge 3.1** : Kontrolör parametreleri (Örnek 3.3).

Yöntem	Kontrolör	Yöntem	Kontrolör
Srivastava vd. c	$1.5 + \frac{3}{s}$	Srivastava vd. g	$1.6 + \frac{1}{s}$
Srivastava vd. d	$0.75 + \frac{1}{s}$	Trivedi vd.	$1.2711 + \frac{1.4998}{s^{1.0056}}$
Srivastava vd. e	$1 + \frac{1.5}{s}$	Ziegler-Nichols	$4 + \frac{6.6667}{s} + 0.6s$
Srivastava vd. f	$1.5 + \frac{2.4}{s}$		

da incelemek için 10.saniyede -0.5 genlikli bir basamak bozucusu uygulanmıştır. Benzetim sonuçlarına göre, kapalı çevrim sistem önerilen kontrolör ile 0.1% aşım



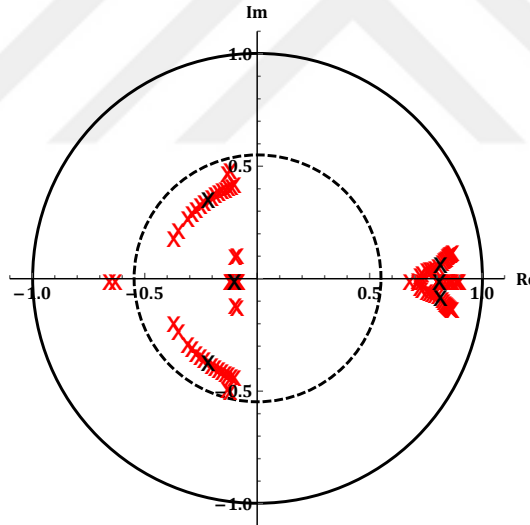
**Şekil 3.14** : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları ve kontrol işaretleri (Örnek 3.3).

ve 2%'lik dilime göre 2.37 saniye yerleşme zamanına sahiptir. Böylelikle, istenilen performans kriterleri sağlanmaktadır. Kapalı çevrim sistemin önerilen kontrolörler ile bazı performans özellikleri Çizelge 3.2'de verilmiştir. Tabloda görüldüğü gibi, önerilen yöntem diğerlerine kıyasla en küçük yerleşme zamanına ve neredeyse sıfır aşım sahiptir. Ek olarak, ayrık PI-PR kontrolör için kontrol işareti en düşük ve en sorunsuz olandır ve bu da gerçek zamanlı endüstriyel uygulamalarda çok önemlidir. Önerilen kontrolörün bozucu performansı diğerlerine göre daha düşüktür ve bu da bazı durumlar için olumsuzdur ancak bozucu bastırma kapalı çevrim sistemin performans kriterleri değiştirilerek iyileştirilebilir.

**Çizelge 3.2 :** Kapalı çevrim sistemin performans özellikleri (Geçici hal yanıtı & kontrol işareti ) (Örnek 3.3).

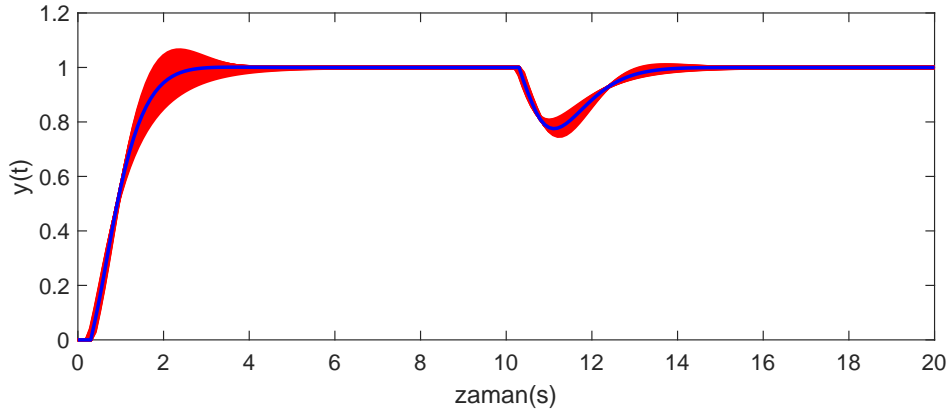
	yer. z.(s)	aşım(%)	$\ u(t)\ _2$	$\ u(t)\ _\infty$
Srivastava vd. c	3.69	32.17	9.14	2.44
Srivastava vd. d	4.56	3.2	8.98	1.17
Srivastava vd. e	3.812	9.36	9.03	1.51
Srivastava vd. f	2.65	20.27	9.09	2.22
Srivastava vd. g	5.44	0	9	1.9
Trivedi vd.	3.19	4.54	9.03	1.72
Ziegler-Nichols	2.74	49.13	9.4	6
Ayrık PI-PR Kontrolör	2.37	0.16	8.98	1.27

Örnekte, kontrol edilen sisteme ait verilen modelin sistemi tam olarak temsil ettiği varsayılmaktadır. Fakat, parametrik belirsizlikler ortaya çıkabilir. Bu durumda, ölü zamanlı sistemin bütün parametreleri  $\pm 20\%$  değiştirilerek ayrık PI-PR kontrolörün performansı incelenmiştir. Kapalı çevrim sistemin tasarlanan kontrolör ile kutup dağılımı ve basamak yanıtı sırasıyla Şekil 3.15 ve 3.16’da gösterilmiştir. Şekil 3.15’de



**Şekil 3.15 :** Kapalı çevrim sistemin ayrık PI-PR kontrolör ile kutup dağılımı (Örnek 3.3).

görüldüğü gibi, tüm olası bozulmalarda tasarlanan kontrolör ile kapalı çevrim sistem  $6.39\%$ 'dan daha az aşım ve 3.31 saniyeden daha az yerleşme zamanı elde edilmiştir. Ayrıca, kontrolörün bozucu bastırma performansı da kabul edilebilirdir. Sonuç olarak ayrık PI-PR kontrolör performansının dayanıklılığa göre etkili olduğu gözlenmektedir. Ayrıca, önerilen yöntemin performansı diğer yöntemler ile karşılaştırıldığında, Çizelge 3.3’de görüldüğü gibi önerilen yöntem olası tüm bozulmalar altında daha iyi performans özellikleri sağlamaktadır.



**Şekil 3.16** : Parametrik belirsizlikler altında kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı (Örnek 3.3).

**Çizelge 3.3** : Parametre değişimlerine karşı kapalı çevrim sistemin performans özellikleri (Örnek 3.3).

	yer. z.(s)	aşım(%)
Srivastava vd. c	6.22	53.66
Srivastava vd. d	4.82	10.51
Srivastava vd. e	6.98	20.6
Srivastava vd. f	6.98	38.39
Srivastava vd. g	6.98	0
Trivedi vd.	3.38	15.24
Ziegler-Nichols	6.72	92.04
Ayrık PI-PR Kontrolör	3.31	6.39

### 3.5.2 Örnek 3.4:

İkinci mertebeden ölü zamanlı bir sistemin [78, 79] transfer fonksiyonu verilmiştir.

$$G(s) = \frac{1}{(10s + 1)(2s + 1)} e^{-s}$$

Örnekleme zamanı  $t_s = 0.2$  saniye alınarak, ilgili ayrık transfer fonksiyon

$$G(z) = \frac{0.00096(z + 0.96079)}{z^5(z^2 - 1.885z + 0.8869)}$$

olarak elde edilir. Sistem, referans takibi ile bozucu bastırma performansı arasındaki ilişkiyi göstermek için iki farklı performans kriterine göre kontrol edilir. İlk olarak, kapalı çevrim sistemin performans özellikleri 0.1% aşım ve 11 saniye yerleşme zamanı olarak belirlenir. Bu özelliklere göre baskın kutupların ayrık düzlemdeki konumları

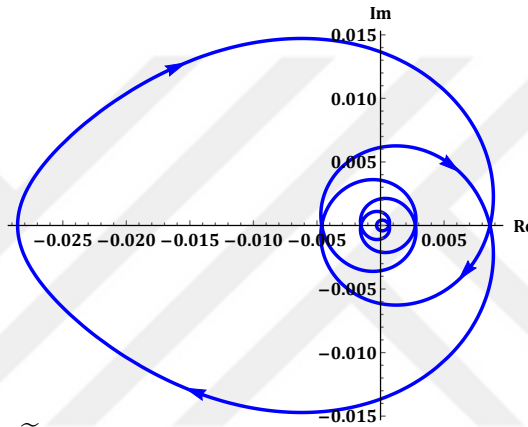
$$z_{1,2} = \sigma_z + j\omega_z = 0.92935 \pm j0.03075$$

noktalarındadır. Ayrık PIR kontrolörün zaman gecikmesi parametresi  $h = 1$  için, kontrolörün  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri  $K_p$ 'ye bağlı bulunur.

$$K_i = 0.00597K_p - 0.08251$$

$$K_r = 0.86979K_p - 0.10787$$

Böylece, karakteristik denklem  $K_p$  cinsinden yazılır ve yeni transfer fonksiyon  $\bar{G}(z)$  elde edilir.  $r = 0.9298$  ve  $m = 3$  için,  $\tilde{G}(z) = \bar{G}(0.80398z)$ 'nin baskın bölgedeki kutup sayısı üçtür ( $P = 3$ ). Baskın kutup atama için,  $\tilde{G}(z)$ 'nin Şekil 3.17'de verilen değiştirilmiş Nyquist grafiğinde saat yönünün tersinde bir çevrim olmalıdır.  $N = -1$



Şekil 3.17 :  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 3.4-1).

için, Nyquist grafiğinde bir aralık olmamasına rağmen,  $N = 0$  için vardır. Bunun anlamı, kapalı çevrim sistemin iki kutbu baskın bölgeden uzağa yerleştirilebilir ve baskın bölgede kalan reel kutup ayrık PI-PR kontrolör sıfırıyla yok edilebilir. Nyquist grafiğindeki çevrim olmayan aralığa göre  $K_p$ 'nin kazanç aralığı

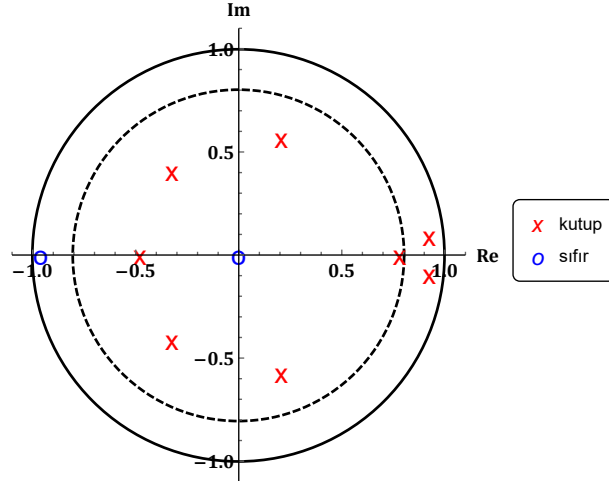
$$K_p \in \left( \frac{-1}{0.00861}, \frac{-1}{-0.02856} \right) = (-116.129, 35.0179)$$

$K_p = 25$  olarak seçilirse, ayrık PIR kontrolörün  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri sırasıyla 0.06682 ve 21.8527 olarak bulunur. Baskın bölgede kalan kutup ayrık PI-PR kontrolörün  $K_{pi}$  parametresi 2.1698 seçilerek yok edilir ve önerilen kontrolörün tasarımı tamamlanır.

$$C_{PI}(z) = \frac{2.2366z - 2.1698}{z - 1}$$

$$C_{PR}(z) = \frac{22.8302z - 21.8527}{z}$$

Tasarlanan kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı Şekil 3.18'de gösterilmiştir.



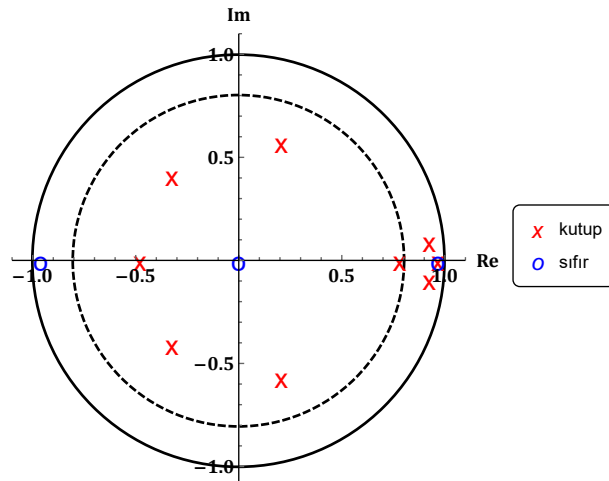
**Şekil 3.18** : Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 3.4-1).

İstenilen performans kriterlerine göre kontrolör tasarlandıktan sonra, performans kriterlerinden aşım 10% yapılarak kontrolör tasarımı tekrarlanır. Değiştirilen kriterlere için aynı prosedür uygulanarak kontrolörün parametre seti  $K_p \in (-117.209, 42.7225)$  olarak bulunur.  $K_p = 40$  için, ayrık PI-PR kontrolör aşağıdaki gibi elde edilir.

$$C_{PI}(z) = \frac{4.4307z - 1.8833}{z - 1}$$

$$C_{PR}(z) = \frac{35.7149z - 34.1827}{z}$$

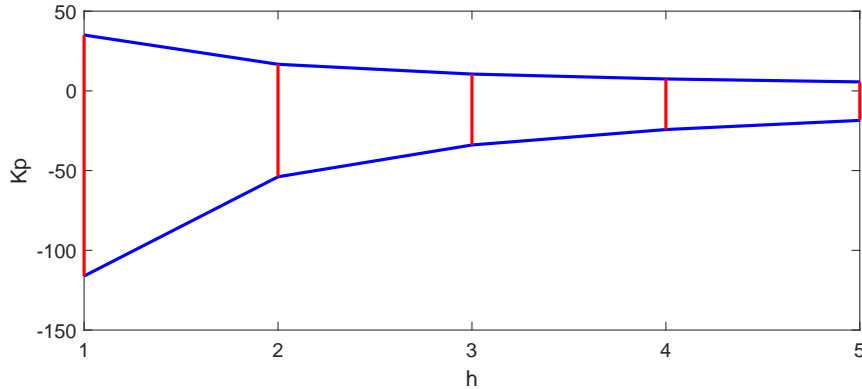
Tasarlanan kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı Şekil 3.19'deki gibidir.



**Şekil 3.19** : Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 3.4-2).

Diğer taraftan, ayrık PIR kontrolörün gecikme parametresi  $h$ 'ın değeri artırıldığında

$K_p$ 'nin değer aralığının daraldığını göstermek için  $h$  1'den 5'e kadar arttırılır ve ilgili değer aralığları 3.20'deki gibi bulunur. Ek olarak, sistem ayırık PI-PR kontrolör yerine



**Şekil 3.20 :**  $h$ 'in artımına göre elde edilen  $K_p$  değer aralığı (rnek 3.4).

ayırık PI-PD kontrolör ile kontrol edilirse, değer aralığı  $K_p \in (-15.228, 4.4517)$  olarak elde edilir. Bu aralık PI-PR kontrolör ile bulunandan çok daha dardır.

Tasarlanan ayırık PI-PR kontrolörler ile Padhy & Trivedi [78] ve Jeng vd. [79] karşılaştırılmıştır. Bu sistem için referanslarda önerilen kontrolörler izelge 3.4'de verilmiştir.

**Çizelge 3.4 :** Kontrolör parametreleri (rnek 3.4).

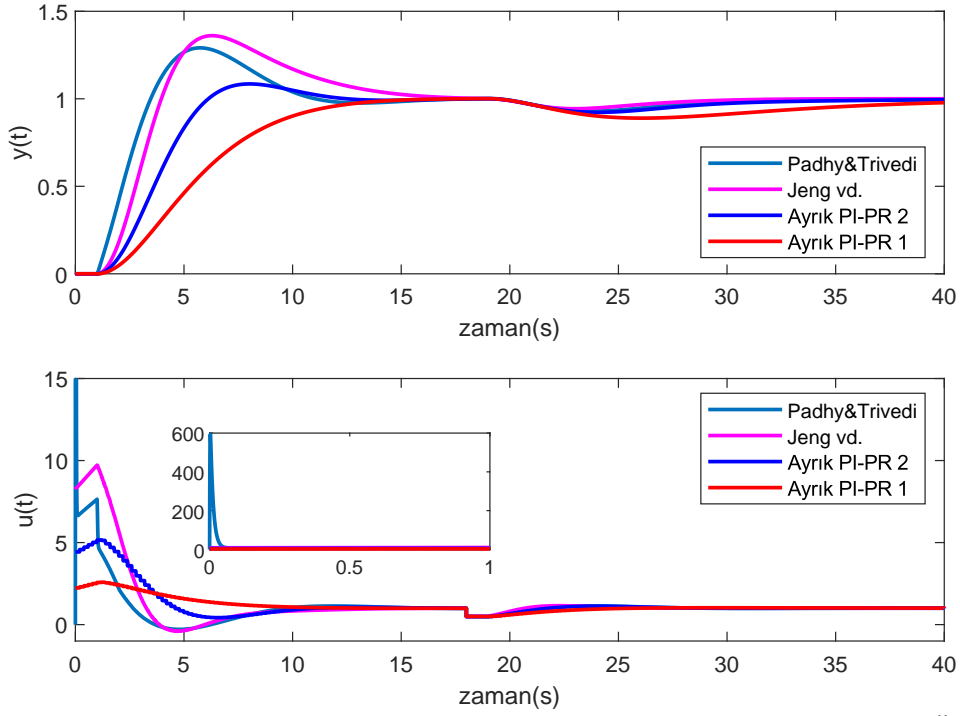
Yöntem	Kontrolör
Padhy & Trivedi	$6.4915 \left( 1 + \frac{1}{5.7218s^{0.9611}} + \frac{1.1693s}{0.01s+1} \right)$
Jeng et al.	$8.255 \left( 1 + \frac{1}{5.634s} + 1.409s \right)$

Kontrolörlerin kapalı çevrimdeki performanslarını incelemek için sisteme birim basamak giriş ve -0.5 genlikli bir basamak bozucu uygulanmıştır. Şekil 3.21'de kontrolörler ile kapalı çevrim basam yanıtları ve kontrol işaretleri verilmiştir.

Önerilen yöntem ile tasarlanan kontrolörler [78] ve [79]'de önerilen kontrolörlere göre izelge 3.5'de grldği gibi daha iyi sonuç vermektedir.

**Çizelge 3.5 :** Kapalı evrim sistemin performans zellikleri (Geçici hal yanıtları & kontrol işareti ) (rnek 3.4).

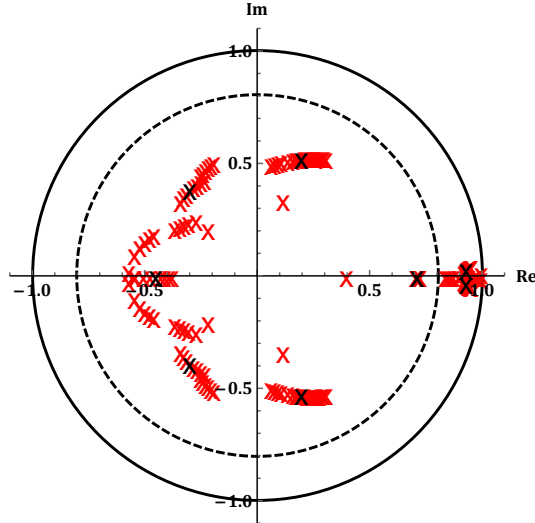
	yer. z.(s)	aşım(%)	$\ u(t)\ _2$	$\ u(t)\ _\infty$
Padhy & Trivedi	13.83	28.97	53.35	593.9
Jeng et al.	15.5	35.73	15.14	9.72
Ayırık PI-PR Kontrolör 1	13	0.12	10.1	2.584
Ayırık PI-PR Kontrolör 2	11.23	8.49	11.69	5.158



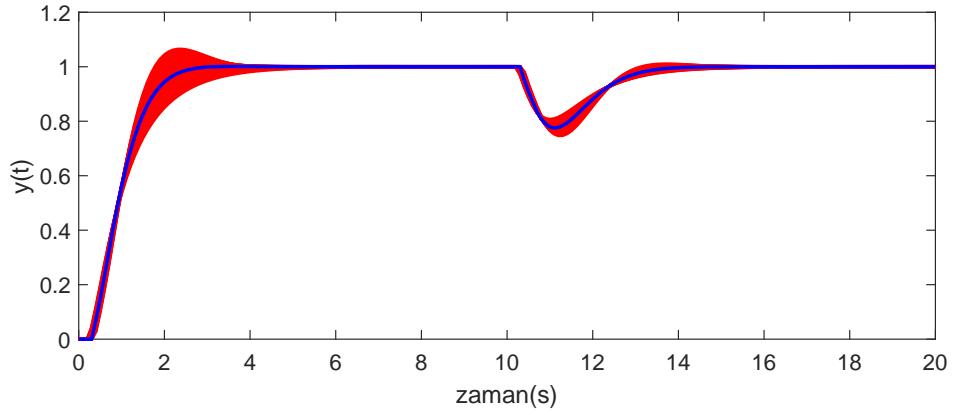
**Şekil 3.21** : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları ve kontrol işaretleri (Örnek 3.4).

Şekil 3.21’de görüldüğü gibi, ayrik PI-PR Kontrolör 1 ile aşımsız bir tasarım yapmak mümkündür. Kontrolörlerin bozucu bastırma performansları kıyaslandığında önerilen yöntemin bir miktar geride kaldığı görülmektedir. Bozucu bastırma performansı, kapalı çevrim sistemin performans kriterleri değiştirilerek iyileştirilebilir. Bu nedenle, ayrik PI-PR kontrolör 2’nin bozucu bastırma performansı diğer kontrolöre benzerdir ve ayrıca daha az aşım ve yerleşme zamanına sahiptir. Ayrik PI-PR kontrolör 2’nin daha iyi bozucu bastırma performansının nedeni, aşımsız tasarım yapmanın bozucu bastırma performansını olumsuz etkilemesidir. Referans takibinde yerleşme zamanı makul miktarda aşım izin verilerek kısaltıldığında, bozucu bastırmanın süresi kısalmır. Sonuç olarak, önerilen yöntemde referans takip ve bozucu bastırma performanslarının ayarlanabileceği söylenebilir.

Tasarlanan ayrik PI-PR kontrolörün parametrik belirsizlikler altındaki performansını incelemek için, zaman gecikmesine sahip ikinci dereceden sistemin bütün parametreleri  $\pm 20\%$  değiştirilerek kapalı çevrim sistemin kutup dağılımı ve basamak yanıtı Şekil 3.22 ve 3.23’de incelenmiştir.



**Şekil 3.22** : Kapalı çevrim sistemin ayrık PI-PR kontrolör ile kutup dağılımı (Örnek 3.4).



**Şekil 3.23** : Parametrik belirsizlikler altında kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı (Örnek 3.4).

Tüm olası durumlar altında, tasarlanan kontrolör ile kapalı çevrim sistemde 6%'den daha az aşım ve 20 saniyeden daha az yerleşme zamanı elde edilmiştir. Ayrıca, kontrolörün bozucu bastırma performansı da kabul edilebilirdir.

### 3.5.3 Örnek 3.5:

Tekrarlanan kökler ve zaman gecikmesine sahip üçüncü mertebeden sistem [78,80,81] aşağıdaki gibidir.

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^3} e^{-s}$$

$t_s = 0.2$  saniye alınarak, sistemin ayrık zamandaki transfer fonksiyonu

$$G(z) = \frac{0.00115z^2 + 0.00396z + 0.00085}{z^5(z^3 - 2.4562z^2 + 2.0109z - 0.5488)}$$

olarak yazılır. Performans kriterleri 0.1% aşım ve 8 saniye yerleşme zamanı olarak belirlendiğinde, baskın kutupların ayrık düzlemdeki yerleri hesaplanır.

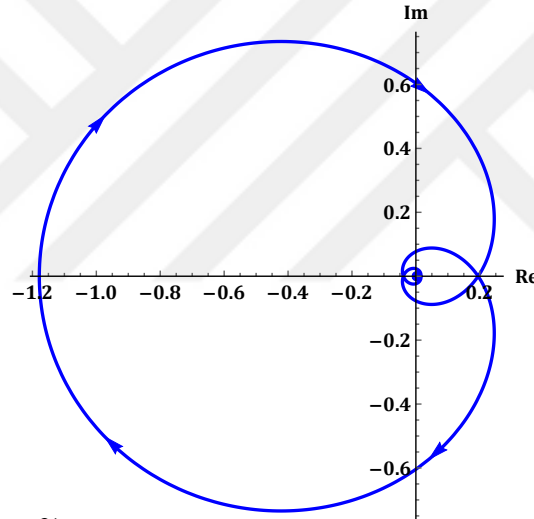
$$z_{1,2} = \sigma_z + j\omega_z = 0.9039 \pm j0.04114$$

$h = 1$  için, ayrık PIR kontrolöre ilişkin parametre seti  $K_p$  cinsinden bulunur.

$$K_i = 0.01105K_p + 0.02323$$

$$K_r = 0.82778K_p - 0.16054$$

Önceki örneklerle aynı tasarım prosedürleri uygulanarak,  $m = 3$  için,  $\tilde{G}(z)$ 'nin baskın bölgedeki kutup sayısına ve Şekil 3.24'de verilen değiştirilmiş Nyquist grafiğindeki çevrim sayısına bakılarak bulunan  $K_p$  değer aralığı hesaplanır.



Şekil 3.24 :  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 3.5).

$$K_p \in \left( \frac{-1}{-1.1785}, \frac{-1}{0.19487} \right) = (-5.13171, 0.84853)$$

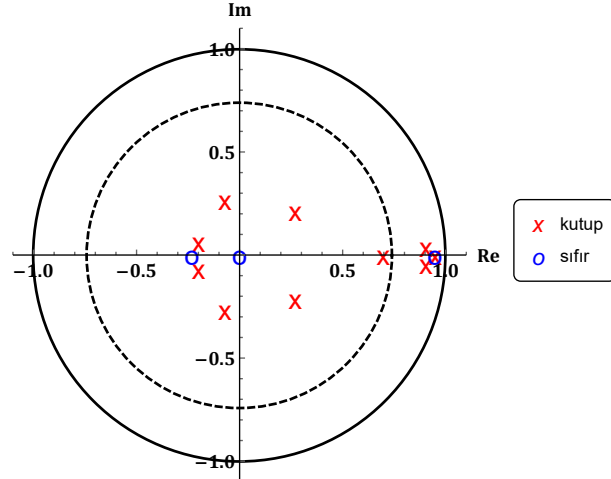
Eğer  $K_p = 0.5$  seçilirse, ayrık PI-PR kontrolör tasarımı aşağıdaki şekilde tamamlanır.

$$C_{PI}(z) = \frac{4.4307z - 1.8833}{z - 1}$$

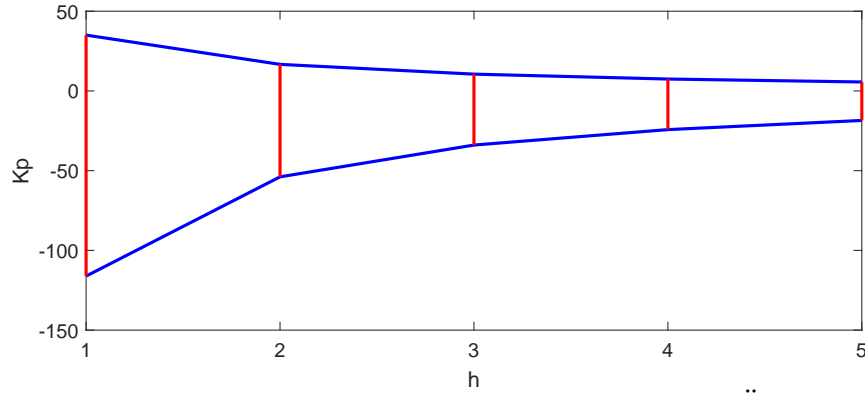
$$C_{PR}(z) = \frac{35.7149z - 34.1827}{z}$$

Tasarlanan kontrolör ile kutup-sıfır dağılımı Şekil 3.25'de verilmiştir.

Diğer yandan,  $h$  parametresinin değeri arttırıldığında,  $K_p$ 'nin değer aralığı önceki örneklerdeki gibi daralığı Şekil 3.26'de gösterilmiştir. Ayrıca, sistem ayrık PI-PD kontrolör ile kontrol edilirse, elde edilen değer aralığı  $K_p \in (-0.72327, 0.30667)$



**Şekil 3.25 :** Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 3.5).



**Şekil 3.26 :**  $h$ 'ın artımına göre elde edilen  $K_p$  değer aralığı (Örnek 3.5).

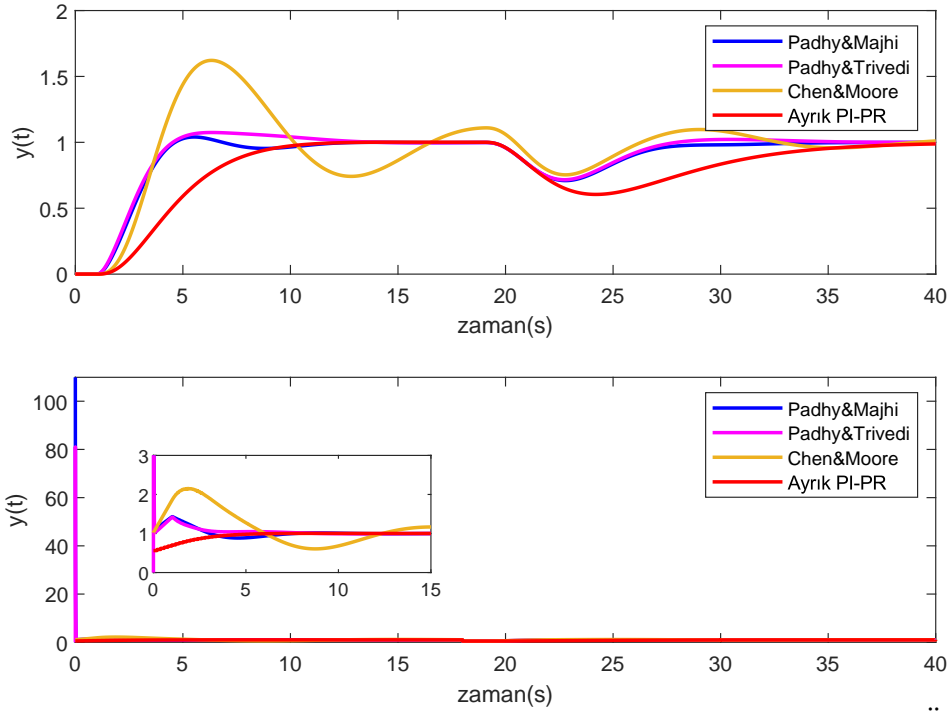
olarak bulunur. Sonuc olarak, önceki örneklerde olduğu gibi ayrık PI-PR kontrolör, ayrık PI-PD kontrolörden daha geniş bir parametre setine sahiptir.

Tasarlanan ayrık PI-PR kontrolör, Padhy & Majhi [80], Padhy & Trivedi [78] ve Chen & Moore [81] tarafından tasarlanan kontrolörler ile kıyaslanmıştır. Bu sistem için önerilen diğer kontrolörler Çizelge 3.6'de verilmiştir. Şekil 3.27'de

**Çizelge 3.6 :** Kontrolör parametreleri (Örnek 3.5).

Yöntem	Kontrolör
Padhy & Majhi	$1.0749 \left( 1 + \frac{1}{3.0513s} + \frac{0.7088s}{0.007s+1} \right)$
Padhy & Trivedi	$0.9842 \left( 1 + \frac{1}{2.2832s^{1.0056}} + \frac{0.9640s}{0.009s+1} \right)$
Chen & Moore	$1.024 \left( 1 + \frac{1}{1.241s} + 1.539s \right)$

önerilen kontrolörler ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları ve kontrol işaretleri gösterilmiştir. Son olarak, kapalı çevrim sistemin performans özellikleri Çizelge 3.7'de gösterilmiştir.



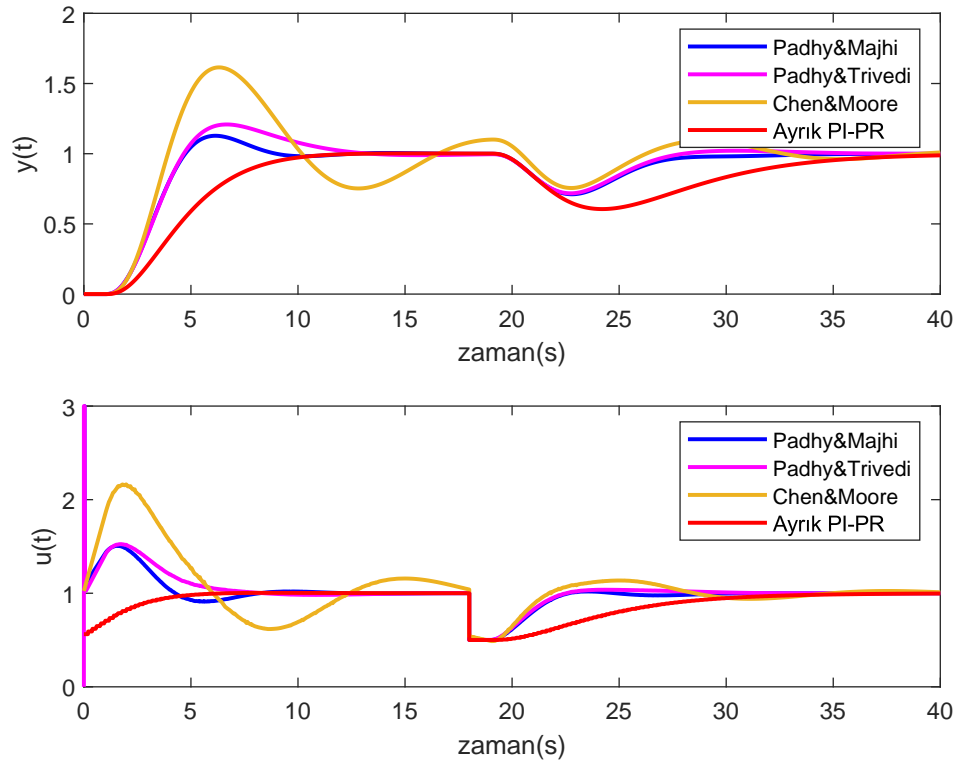
**Şekil 3.27** : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları ve kontrol işaretleri (Örnek 3.5).

**Çizelge 3.7** : Kapalı çevrim sistemin performans özellikleri (Geçici hal yanıtı & kontrol işareti ) (Örnek 3.5).

	yer. z.(s)	aşım(%)	$\ u(t)\ _2$	$\ u(t)\ _\infty$
Padhy & Majhi	10.96	3.78	11.14	109.9
Padhy & Trivedi	11.68	7.27	11.33	81.02
Chen & Moore	27.87	61.43	9.45	2.155
Ayrık PI-PR Kontrolör	10.4	0.2	8.862	1.004

Şekil 3.27 incelendiğinde, tasarlanan ayrık PI-PR kontrolör en küçük yerleşme zamanına ve neredeyse sıfır aşımaya sahiptir, fakat bozucu bastırma performansı önceki örneklerdeki gibi diğerlerine göre biraz daha geridedir. Daha önce de söylendiği gibi, bozucu bastırma performansı istenilen performans kriterleri değiştirilerek iyileştirilebilir. Ek olarak, kontrol işareti  $[-3,3]$  arasında sınırlandırıldığında, Şekil 3.28'de de görüldüğü üzere önerilen yöntemin kapalı çevrim performansı değişmezken diğer yöntemlerin performansı kötüleşmektedir.

Ayrıca, örnekleme zamanı seçiminin tasarım üzerinde önemli etkileri vardır. Bu etkileri incelemek için, önerilen tasarım prosedürü farklı örnekleme zamanları kullanılarak tekrarlanır. Farklı örnekleme zamanları için,  $K_p$  değer aralıkları elde edilerek Çizelge 3.8'de verilmiştir. Ayrıca, kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları ve kontrol işaretleri  $K_p = 0.1$  için Şekil 3.29'de gösterilmiştir.



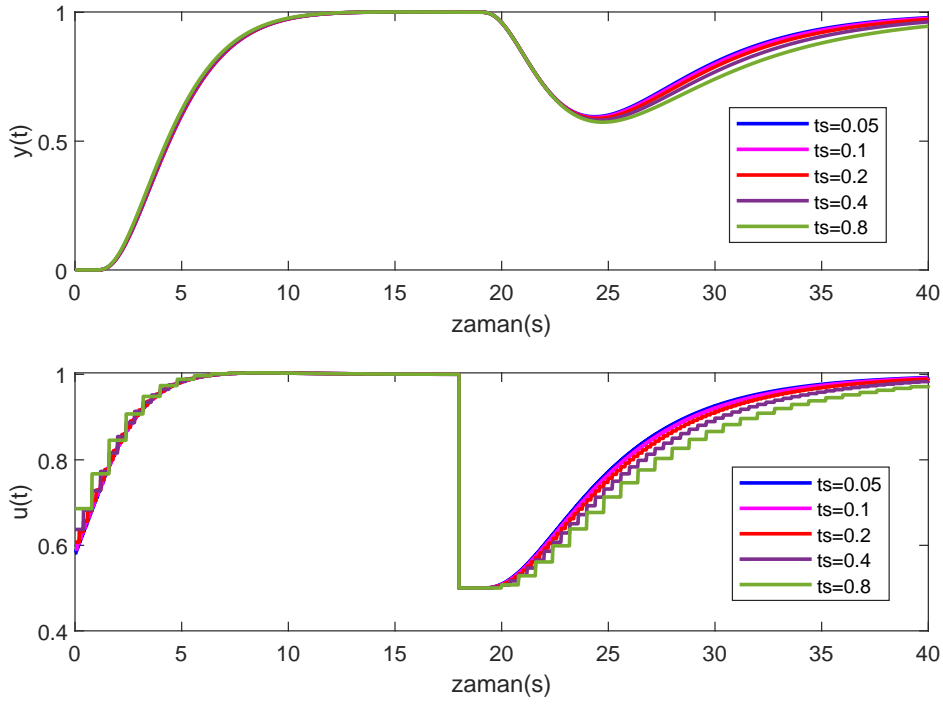
**Şekil 3.28** : Kapalı çevrim sistemin saturasyon ile basamak yanıtları ve kontrol işaretleri (Örnek 3.5).

**Çizelge 3.8** : Farklı örnekleme zamanları için ayrik PI-PR kontrolör parametresi  $K_p$ 'nin aralığı (Örnek 3.5).

	$K_p$ değer aralıkları.
$t_s = 0.05$	$K_p \in (-32.3116, 2.95922)$
$t_s = 0.1$	$K_p \in (-13.8664, 1.5591)$
$t_s = 0.2$	$K_p \in (-5.13171, 0.848534)$
$t_s = 0.4$	$K_p \in (-1.36193, 0.47495)$
$t_s = 0.8$	$K_p \in (-0.18021, 0.264815)$

Şekil 3.29'de görüldüğü gibi, belirli bir bant genişliğinde kapalı çevrim sistemin yanıtının çok fazla değişmesi beklenmez. Bu açıdan, önerilen yöntemin dayanıklı olduğu söylenebilir. Bununla birlikte, ayrik PI-PR kontrolör ile elde edilen  $K_p$  değer aralığı, örnekleme zamanının değeri arttıkça azalır. Sonuç olarak, örnekleme zamanı doğru seçilmezse, uygulanabilir bir kontrolör bulunamaz. Ek olarak, bu durum önceki örnekler için de geçerlidir.

Önerilen bu tasarım yöntemi de ayrik PI-PD de olduğu gibi, baskın kutup çiftini performans kriterleri ile belirlenen noktalara ve geriye kalan kutupları baskın kutuplardan  $m$  kat uzağa yerleştirilmesine dayanır. Fakat, baskın olmayan kutupları amaçlanan performans kriterleri ve baskınlık faktörü ( $m$ ) için istenilen şekilde



**Şekil 3.29** : Farklı örnekleme zamanları için kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları (Örnek 3.5).

yerleştirmek her zaman mümkün olmamaktadır. Bu nedenle, ortaya çıkan kontrolör parametre setinin boş küme olduğu tespit edilirse, o zaman verilen tasarım süreci, boş olmayan bir kontrolör parametre seti elde edilene kadar farklı performans kriterleri ve/veya  $m$  değeri için tekrarlanmalıdır. Ayrıca, örneklerde görüldüğü gibi, aşısız bir sistem yanıtı için ayrık PI-PR kontrolör yapısının kullanılması mümkündür.

#### 4. AYRIK ZAMANLI PID VE PIR KONTROLÖRLER İLE BASKIN KUTUP BÖLGESİ ATAMA

Baskın kutup atama yaklaşımında, PID ve PIR kontrolörlerin serbestlik derecesi baskın kutupları yerleştirmek için yeterliyken, yalnızca bir parametreyle ( $K_p$ ) ile kalan kutupları baskın kutup çiftinden uzağa yerleştirmek zor olabilir. Bununla birlikte, kapalı çevrim sistemin performans kriterlerini net bir şekilde seçmek yerine daha geniş olarak belirlemek mümkündür. Böylece, kontrolör parametreleri bulunup baskın kutup atama gerçekleştirilebilir. Diğer bir yandan, çoğu sistemin istenen minimum ve maksimum değerler arasında zaman bölgesi özelliklerine sahip olması mantıklıdır. Bu da, baskın kutup çiftinin bir nokta yerine belirli bir bölgede yer alması demektir ve buradan da baskın kutup bölgesi atama problemi ortaya çıkar. Baskın kutup bölgesi atamada, ayrık zaman düzleminin avantajları kullanılarak zaman gecikmesine sahip olan sistemler için kontrolör tasarlamak çok daha kolaydır.

##### 4.1 Sınır Fonksiyonlarının Belirlenmesi

Baskın kutup bölgesi atamada, kapalı çevrim sistemin kutuplarından ikisinin istenilen bölgeye yerleştirilmesi amaçlanırken, geriye kalan kutupların baskın bölgeden uzağa yerleştirilmesi amaçlanmaktadır. Baskın kutupların atanacağı bölgenin belirlenmesinde sınır fonksiyonları kullanılır. Böylece, kutupların belirlenen sınırların dışına çıkması engellenir.

Ayrık zaman düzleminde, baskın kutupların yerleştirileceği bölgeyi belirleyen sınır fonksiyonları aşım, yerleşme zamanı, sönüm oranı ( $\zeta$ ), doğal frekans ( $\omega_n$ ) gibi farklı performans kriterleri ile tanımlanabilir. Bu tezde, istenilen performans özellikleri yardımıyla elde edilen iki farklı sınır fonksiyonu kullanılmaktadır. Bunlardan ilki, baskın kutupların bölgesini ayrık düzlemde belirli yarıçaplı çember ile sınırlayan fonksiyondur. Bu fonksiyon  $z_{1,2} = \sigma_z \pm j\omega_z$  ile ifade edilen ayrık düzlemdeki kutupların mutlak değerleri ( $r$ ) kullanılarak belirlenen çemberleri temsil eder ve

aşağıdaki şekillerde yazılabilir.

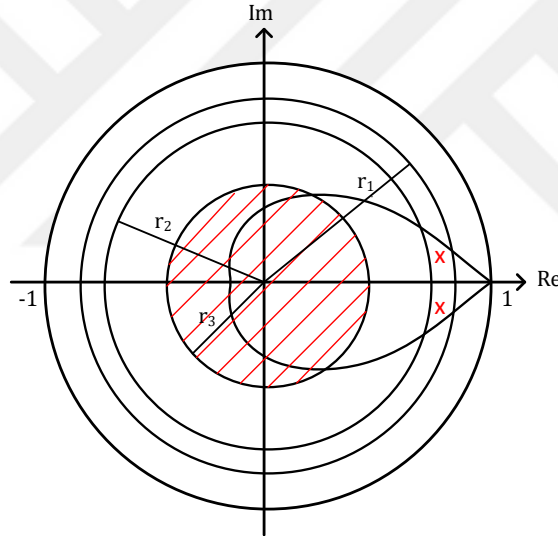
$$f(\gamma) = re^{j\gamma}, \gamma \in (-\pi, \pi) \quad (4.1)$$

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (4.2)$$

Bu noktada çemberi ifade eden iki denklem de kullanılabilir, fakat ikinci denklemden ilerlenir ise

$$y = f(x) = \sqrt{r^2 - x^2} \quad (4.3)$$

olarak yazmak kolaylık sağlar. Ayrıca, belirlenen bölgedeki kapalı çevrim kutuplarının baskınlığını garanti altına almak için geriye kalan kutupları da yine belirli yarıçaplı çemberin içine yerleştirilebilir. Diğer sınır fonksiyon ise, ayrık zamandaki  $\zeta$  eğrileri yardımıyla oluşturulur. Sonuç olarak, kapalı çevrim kutupları ayrık düzlemde Şekil 4.1'de gösterilen bölgeler içine atanır. Fakat,  $\zeta$  eğri denklemlerini sınır fonksiyonu



**Şekil 4.1** : Kapalı çevrim sistem kutuplarının konumları.

olarak yerine koymak matematiksel olarak çok zordur. Hesaplamalarda problemler ortaya çıkabilir. Bu sebeple,  $\zeta$  eğrisi yerine bir eğri uydurulması gerekir ve bu  $\zeta$  eğrilerini en iyi temsil eden eğrinin aşağıda denklemi verilen kosinüs olduğu belirlenmiştir.

$$y = f(x) = A \cos(wx) \quad (4.4)$$

İlk olarak, belirlenen yarıçaplar yardımıyla,  $\sigma_z$  aralığı hesaplanır. Daha sonra, her bir farklı  $\zeta$  değeri için bir kosinüs uydurularak elde edilen denklemler kullanılarak kosinüsün parametreleri  $\zeta$ 'ya bağlı olarak yazılır. Böylelikle,  $\zeta$ 'nın değeri belirlendiğinde kosinüsün de denklemi elde edilmiş olur.

## 4.2 Ayrık PID Kontrolör ile Baskın Kutup Bölgesi Atama

Bir sistemin ayrık zamandaki transfer fonksiyonu,

$$G(z) = \frac{N_G(z)}{D_G(z)} \quad (4.5)$$

ve ayrık PID kontrolör,

$$C_{PID}(z) = \frac{N_C(z)}{D_C(z)} = \frac{(K_p + K_i + K_d)z^2 - (K_p + 2K_d)z + K_d}{z(z-1)} \quad (4.6)$$

ise kapalı çevrim sistemin karakteristik denklemi

$$P_c(z) = 1 + C_{PID}(z)G(z) = 0 \quad (4.7)$$

olarak ifade edilmektedir. Baskın kutupları istenilen bölgeye yerleştirmek için sırasıyla sınır fonksiyonları karakteristik denklemde  $z = x + jf(x)$  olarak yerine konular ve denklem  $x$  cinsinden yazılır.

$$P_c(z) = N_G((x + jf(x))^2(K_p + K_i + K_d) - (x + jf(x))(2K_d + K_p) + K_d) + D_G(x + jf(x))^2 \quad (4.8)$$

Daha sonra, PID kontrolörün bir parametresi sabit seçilmelidir. Burada,  $K_p = k_p^*$  şeklinde sabit seçilir ve karakteristik denklem reel ve imajiner (sanal) kısımlarına ayrılarak birlikte çözdürülür. PID kontrolörün  $K_i$  ve  $K_d$  parametreleri  $x$ 'e bağlı olarak elde edildikten sonra, verilen sınır fonksiyonlarının denklemde yerine konulan sınır fonksiyonu ile kesişim noktaları hesaplanır. Bu kesişim noktaları  $(x_1, x_2, \dots)$ , PID kontrolör parametrelerinde yerine konularak sınır fonksiyonunun sağladığı bölge  $K_i - K_d$  düzlemine aktarılır. Bu şekilde, belirlenen bütün sınır fonksiyonlar yerine konular ve PID kontrolörün parametre uzayına tek tek aktarılır. Böylelikle, kapalı çevrim sistemin baskın kutup çiftini baskın bölgedeki istenilen bölgeye yerleştiren ayrık PID kontrolör parametre seti elde edilmiş olur.

Diğer taraftan, kapalı çevrim sistemin geriye kalan kutuplarını baskın olmayan bölgeye yerleştirmek için de belirlenen sınır fonksiyonu kullanılır. Geriye kalan kutupların yerleştirilmesi istenen bölge aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\tilde{D} = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq r \leq 1, r \in \mathbb{R}^+\} \quad (4.9)$$

Bu sınırlar da parametre uzayına aktarırsa, iki boyutlu  $K_i - K_d$  düzlemi birkaç bölgeye bölünür. Bütün kapalı sistem kutuplarının belirlenen bölgeler içinde kaldığı bölge çözüm setini (boş küme olmadığı sürece) verir.

#### 4.2.1 Örnek 4.1:

Bir sistemin ayrık zamandaki açık çevrim transfer fonksiyonu

$$G(z) = \frac{-0.09516}{z^5(z - 0.90484)}$$

olarak verilmiştir. Kapalı çevrim sistemin baskın kutuplarını ayrık düzlemde istenilen bölgeye yerleştirecek üç sınır fonksiyonu belirlenmiştir. Bunlardan ikisi çember temsil etmektedir, yani baskın kutupların bu iki çember arasında olmasını istenmektedir. Diğeri ise, ayrık zamanda sönümlenme oranını ( $\zeta$ ) sınırlayan belirlenen iki çember arasındaki  $\zeta = 0.9$  eğrisini temsil eden bir kosinüstür. Çemberi temsil eden sınır fonksiyonları aşağıdaki gibidir.

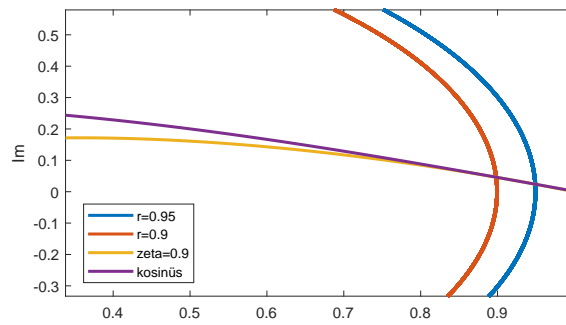
$$f_1(x) = \sqrt{0.95^2 - x^2}$$

$$f_2(x) = \sqrt{0.9^2 - x^2}$$

Çemberlerin yarıçapları sırasıyla 0.95 ve 0.9 olarak belirlendikten sonra kutupların  $\zeta$  eğrisiyle sınırlanacağı fonksiyonu yazmak gerekmektedir. Bunun için, ilk olarak sistemin yapması istenen aşım yani sönüm oranı belirlenir. İstenilen maksimum sönüm oranı 0.9 olarak seçilmiştir. Bu sönüm oranı ve çember yarıçaplarına göre Matlab yardımıyla kosinüs eğrisi uydurulmuş ve denklemini aşağıda verilmiştir.

$$f_3(x) = 0.2824 \cos(1.5658x)$$

Uydurulan kosinüsün belirlenen aralık için  $\zeta = 0.9$  eğrisini temsil ettiği Şekil 4.2’de gösterilmiştir. 4.2’de görüldüğü gibi, 0.95 ve 0.9 çemberleri arası için yazılan kosinüs



Şekil 4.2 : Sönüm oranı ve kosinüs grafikleri (Örnek 4.1).

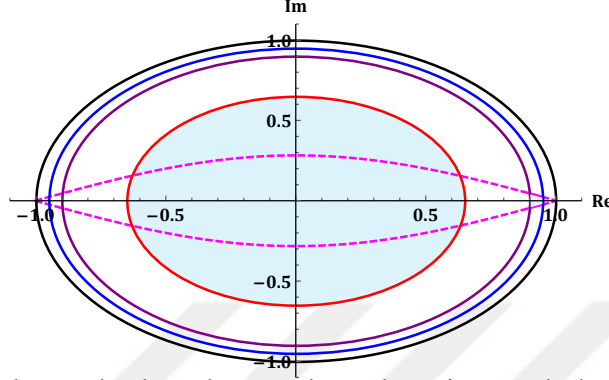
denklemini  $\zeta$  eğrisini karşılamaktadır. Ayrıca, baskın kutuplardan geriye kalan kapalı

çevrim kutuplarının da aşağıda denklemi verilen çember içinde kalması istenmektedir.

$$f_4(x) = \sqrt{0.75^2 - x^2}$$

Şekil 4.3'de baskın ve baskın olmayan kutupların olması istenen bölgeler verilmiştir.

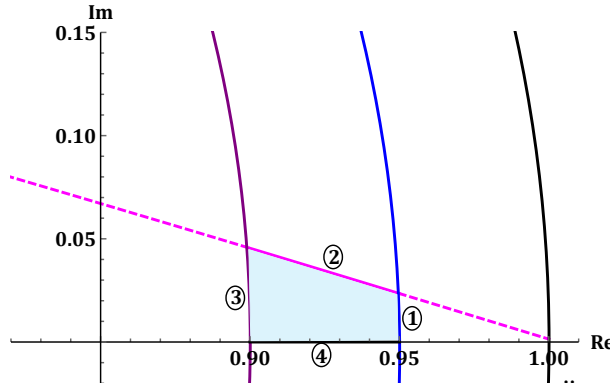
Ayrık PID kontrolör ile kapalı çevrim sistemin karakteristik denklemi



Şekil 4.3 : Baskın ve baskın olmayan kutupların istenen bölgesi (Örnek 4.1).

$$P_c(z) = z^8 - 1.90484z^7 + 0.90484z^6 + 0.09516(K_d + K_i + K_p)z^2 - 0.09516K_pz - 0.19032K_dz + 0.09516K_d$$

olarak yazılır. Daha sonra, Şekil 4.4'de gösterilen baskın kutupların bölgesi belirtilen sınır fonksiyonları aracılığıyla karakteristik denkleme aktarılır.



Şekil 4.4 : Baskın kutupların bölgesinin sınırları (Örnek 4.1).

$$P_c(x + j\sqrt{0.95^2 - x^2}) = 0$$

Ayrık PID kontrolör parametresi  $K_p = 0.55$  olarak seçilsin. Daha sonra, karakteristik denklem reel ve imajiner kısımlara ayrılarak kontrolör parametreleri  $x$ 'e bağlı olarak  $K_i(x)$  ve  $K_d(x)$  şeklinde bulunur.

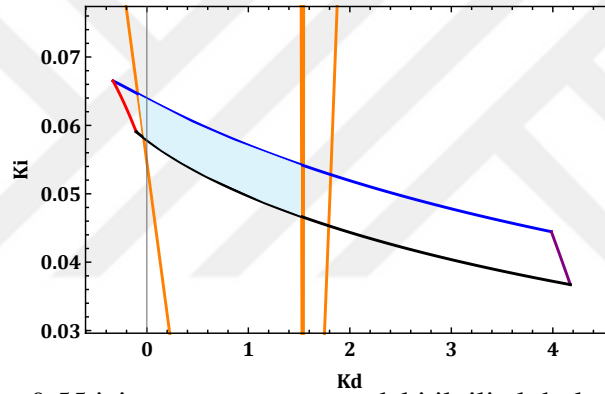
$$Re(P_c(x + j\sqrt{0.95^2 - x^2})) = 0$$

$$Im(P_c(x + j\sqrt{0.95^2 - x^2})) = 0$$

Bu sınır fonksiyonu (1. bölge) için, Şekil 4.4’de görüldüğü üzere imajiner eksenden bir sınırlanma mevcuttur ve bu sınır  $f(x) \in (0, 0.02362)$  olarak kolayca bulunabilir. Daha sonra, bu sınır  $K_i$  ve  $K_d$  parametrelerinde yerine konularak  $K_i - K_d$  parametre uzayına aktarılır.

Şekil 4.4’de numaralandırılan diğer bölgeler için de sınır fonksiyonlarının kesişim noktaları belirlenir. 3. bölge için sınır  $f(x) \in (0, 0.04594)$  iken, 2. ve 4. bölgeler için ilgili sınırla sırasıyla  $x \in (0.89883, 0.94971)$  ve  $x \in (0.9, 0.95)$ ’dir. Daha sonra, bütün sınır fonksiyonları ve reel eksen üzerindeki sınır çizgisi için aynı prosedür uygulanarak  $K_i - K_d$  parametre uzayına aktarılır.

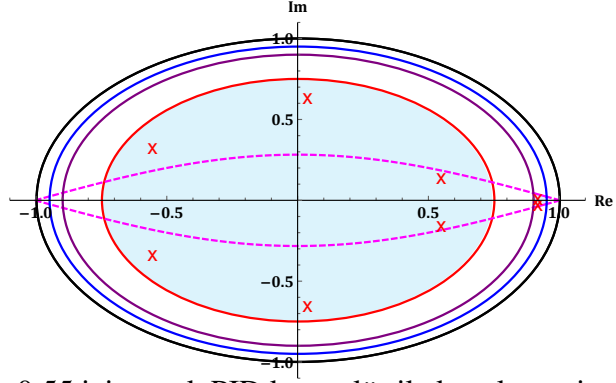
Kapalı çevrim sistemin baskın olmayan kutupları için de verilen sınır fonksiyonu için aynı adımlar ile sınırlar Şekil 4.5’de gösterilen parametre uzayında elde edilir.



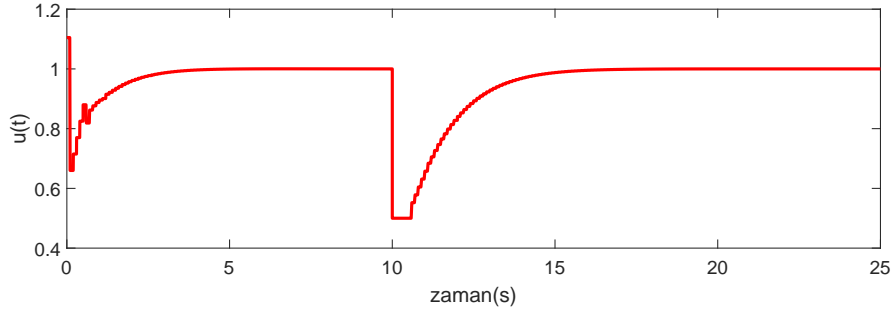
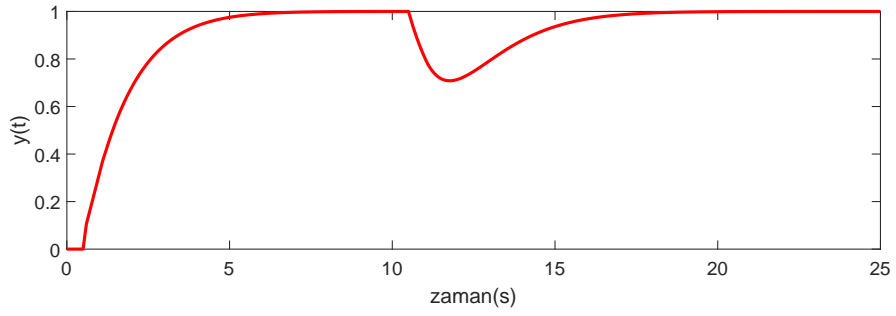
Şekil 4.5 :  $K_p = 0.55$  için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.1).

Baskın olmayan kutuplar için yazılan sınır fonksiyonu parametre uzayında baskın kutupların oluşturduğu bölgeyi bölerek alt bölgeler oluşturur. Şekil 4.5’deki açık mavi ile gösterilen bölge istenilen çözüm bölgesini oluşturur. Diğer bir deyişle, ayrık PID kontrolör parametreleri  $K_p = 0.55$  için elde edilen bölgeden seçilirse, kapalı çevrim sistemin kutuplarından ikisi istenen baskın bölgeye atanırken, kalan kutuplar 0.75 yarıçaplı çemberin içine yerleştirilir.

Örnek olarak, ayrık PID kontrolör parametreleri  $K_p = 0.55$ ,  $K_d = 0.5$  ve  $K_i = 0.055$  olarak seçildiğinde, kapalı çevrim sistemin kutupları ayrık düzlemde Şekil 4.6’daki gibi elde edilir. Seçilen parametreler ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti Şekil 4.7’de verilmiştir. Basamak yanıtından da anlaşılacağı gibi, kapalı çevrim sistemi 5.5 saniyede aşısız bir şekilde oturmaktadır. bu da istenilen performans kriterlerini sağlamaktadır.

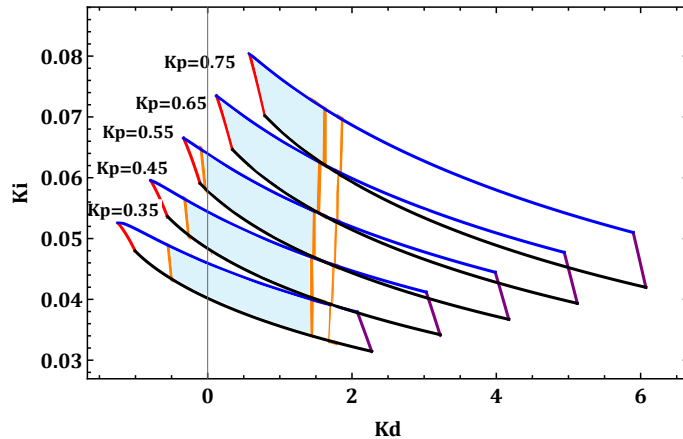


Şekil 4.6 :  $K_p = 0.55$  için ayrıık PID kontrolör ile kapalı çevrim sistem kutupları (Örnek 4.1).



Şekil 4.7 : Seçilen parametreler ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 4.1).

$K_p$  parametresinin farklı değerleri için elde edilen  $K_i - K_d$  parametre uzayındaki bölgeler Şekil 4.8'de gösterilmiştir.



Şekil 4.8 : Farklı  $K_p$ 'ler için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.1).

Baskın kutup bölgesi atama probleminde, gerektiğinde kontrolörün sıfırlarının olumsuz etkilerinden kaçınmak için ayırık PI-PD kontrolör yapısını kullanmak yine mümkündür.

Kapalı çevrim sistemin kalan kutupları, özellikle sistemin transfer fonksiyonunun derecesi çok yüksek ise, baskın kutupların bölgesinden her zaman uzağa yerleştirilemeyebilir. Ayırık PID kontrolör kapalı çevrimde yalnızca sınırlı sayıda kutup atayabildiğinden, parametre uzayında bulunan çözüm kümesi boş küme olabilir. Bu nedenle, istenilen kutup konfigürasyonunu sağlayan herhangi bir alt bölge yoksa performans kriterleri ve/veya amaçlanan baskınlık faktörü değiştirilerek tasarım süreci tekrarlanmalıdır.

#### 4.2.2 Örnek 4.2:

Zaman gecikmeli ikinci mertebeden bir sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 4} e^{-0.4s}$$

$t_s = 0.1$  saniye örnekleme zamanı ile sistemin ayırık zamandaki transfer fonksiyonu

$$G(z) = \frac{0.00467(z + 0.93544)}{z^4(z^2 - 1.7826z + 0.81873)}$$

olarak yazılır. Kapalı çevrim sistemin baskın kutuplarının ayırık düzlemde aşağıda verilen üç sınır fonksiyonu ile belirlenen bölgeye yerleştirilmesi istenmektedir.

$$f_1(x) = \sqrt{0.97^2 - x^2}$$

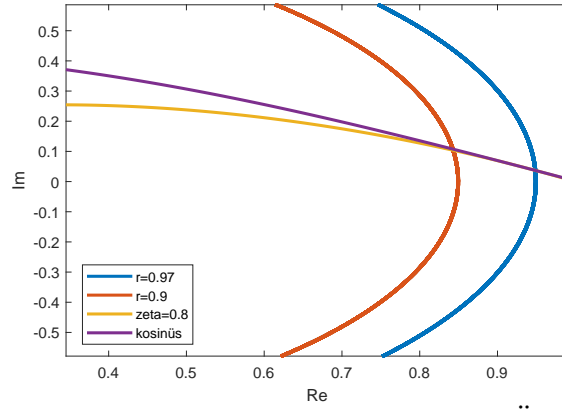
$$f_2(x) = \sqrt{0.9^2 - x^2}$$

$$f_3(x) = 0.4325 \cos(1.5656x)$$

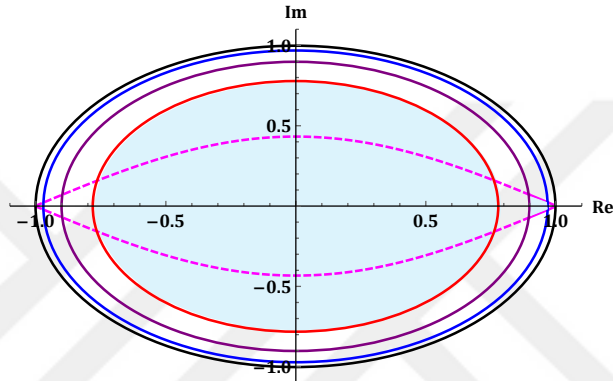
Verilen sınır fonksiyonlarından ikisi yarıçapları 0.9 ve 0.97 olan çemberlerdir. Diğer ise, bu çemberler arasında kalan  $\zeta = 0.8$  eğrisini temsil eden bir kosinüstür. Belirlenen aralık için, kosinüsün istenilen  $\zeta$  eğrisinin yerine kullanılabileceği Şekil 4.9'de gösterilmiştir. Ek olarak, kapalı çevrim baskın olmayan kutupların da aşağıda denklemleri verilen çemberin içinde kalması istenmektedir.

$$f_4(x) = \sqrt{0.78^2 - x^2}$$

Kapalı çevrim baskın ve baskın olmayan kutupların olması istenen bölgeler Şekil 4.10'de verilmiştir.



Şekil 4.9 : Sönüm oranı ve kosinüs grafikleri (Örnek 4.2).

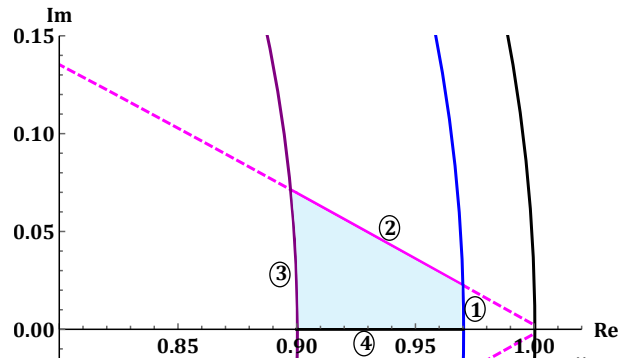


Şekil 4.10 : Baskın ve baskın olmayan kutupların istenen bölgesi (Örnek 4.2).

Ayrık PID kontrolör ile kapalı çevrim sistemin karakteristik denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$P_c(z) = z^8 - 2.7826z^7 + 2.60133z^6 - 0.818731z^5 + 0.00467(K_d + K_i + K_p)z^3 - 0.00497K_dz^2 + 0.00437K_i z^2 - 0.0003K_p z^2 - 0.00437K_p z - 0.00407K_d z + 0.004367K_d$$

Karakteristik denklem yazıldıktan sonra, Şekil 4.11'de yakından gösterilen baskın kutup bölgesinin sınır fonksiyonları denklemde sırasıyla yerine konulur.



Şekil 4.11 : Baskın kutupların bölgesinin sınırları (Örnek 4.2).

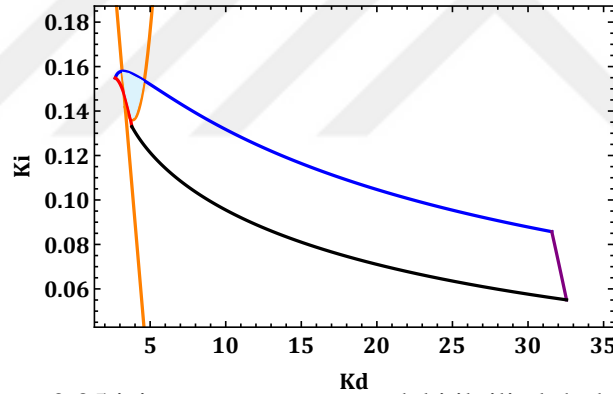
Ayrık PID kontrolör parametresi  $K_p = -0.25$  olarak seçilirse, sınır fonksiyonu ile yazılan karakteristik denklem reel ve sanal kısımlara ayrılarak kontrolör parametreleri  $x$ 'e bağlı olarak bulunur.

$$Re(P_c(x + jf(x))) = 0$$

$$Im(P_c(x + jf(x))) = 0$$

Şekil 4.11'de 1 ve 3 ile numaralandırılan bölgelerin sınırları sırasıyla  $f(x) \in (0, 0.02273)$  ve  $f(x) \in (0, 0.07156)$ , 2 ve 4 ile numaralandırılan bölgelerin sınırları ise sırasıyla  $x \in (0.89715, 0.96973)$  ve  $x \in (0.9, 0.97)$ 'dir. Bu sınırlar, kontrol parametrelerinde yerine konularak bütün sınır fonksiyonları  $K_i - K_d$  parametre uzayına aktarılır.

Aynı şekilde, geriye kalan kapalı çevrim kutupları için verilen sınır fonksiyonu da parametre uzayına aktarılır. Bu sınırlar baskın kutupların bölgesini Şekil 4.12'deki şekilde alt bölgelere ayırır.

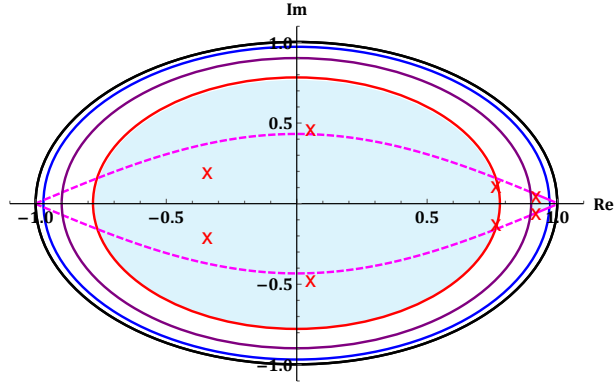


Şekil 4.12 :  $K_p = -0.25$  için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.2).

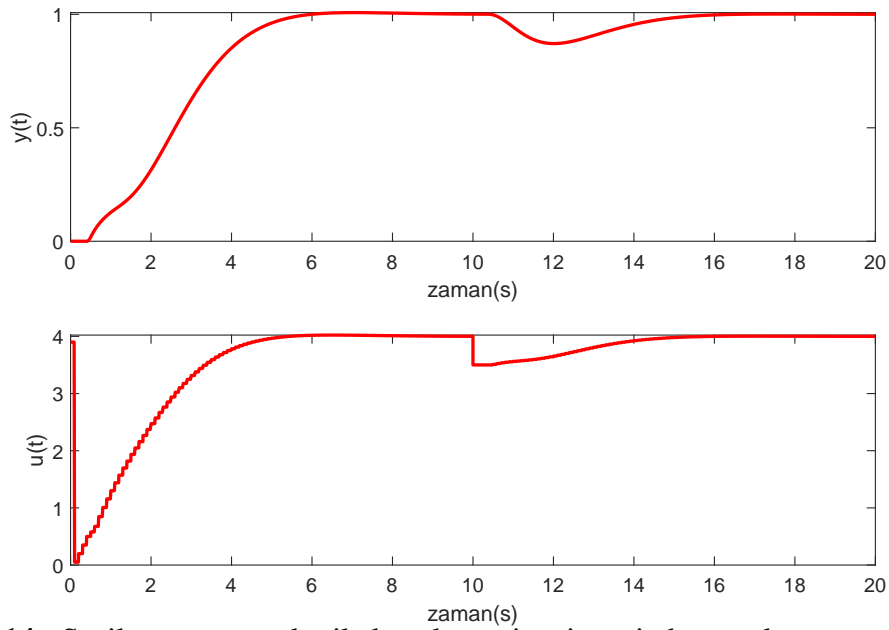
Şekil 4.12'de açık mavi ile gösterilen bölge istenilen çözüm bölgesidir.  $K_p = -0.25$  için elde edilen bu bölgeden  $K_d = 4$  ve  $K_i = 0.15$  olarak seçildiğinde, kapalı çevrim sistemin kutupları ayrık düzlemde Şekil 4.13'deki gibi yerleşir.

Seçilen kontrolör parametreleri ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti Şekil 4.14'de verilmiştir. Basamak yanıtı incelendiğinde, yerleşme zamanının 23.69 saniye olduğu ve sistemin 0.57% aşım yaptığı söylenebilir. Bu da amaçlanan performans kriterlerini sağlamaktadır. Kontrol işareti de uygun ve istenilen sınırlardadır.

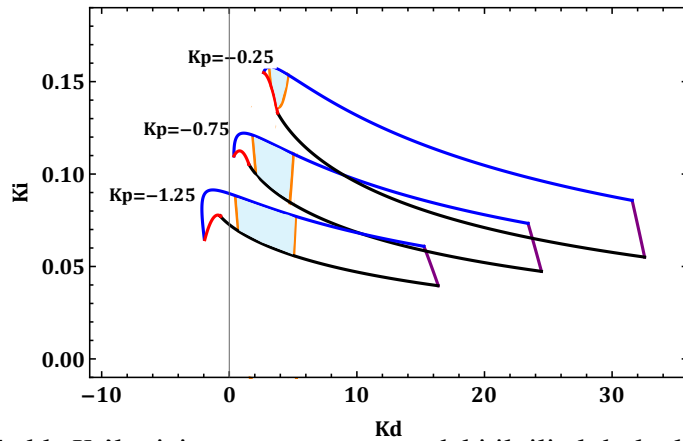
$K_p$ 'nin birkaç farklı değeri için elde edilen  $K_i - K_d$  parametre uzayındaki bölgeler Şekil 4.15'de verilmiştir.



Şekil 4.13 :  $K_p = -0.25$  için ayırık PID kontrolör ile kapalı çevrim sistem kutupları (Örnek 4.2).



Şekil 4.14 : Seçilen parametreler ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 4.2).



Şekil 4.15 : Farklı  $K_p$ 'ler için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.2).

Şekil 4.15'de görüldüğü gibi, farklı  $K_p$  değerleri için parametre uzayındaki bölgeler de farklılık göstermektedir.

### 4.3 Ayrık PIR Kontrolör ile Baskın Kutup Bölgesi Atama

Ayrık PIR kontrolör aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$C_{PIR}(z) = \frac{N_C(z)}{D_C(z)} = K_p + K_i \frac{z}{z-1} - K_r z^{-h} \quad (4.10)$$

Verilen kontrolör ile ayrık zamanlı bir sistem kapalı çevrim karakteristik denklemi

$$P_c(z) = 1 + C_{PIR}(z)G(z) = 0 \quad (4.11)$$

olarak verilir. Baskın kutup çiftini istenilen bölgeye yerleştirmek için sırasıyla sınır fonksiyonları karakteristik denklemde  $z = x + jf(x)$  olarak yerine konulur ve denklem  $x$  cinsinden yazılır.

$$P_c(z) = N_G((x + jf(x))^{h+1}(-K_p - K_i) - (x + jf(x))^h K_p + (x + jf(x))K_r - K_r) + D_G(x + jf(x))^{h+1} + D_G(x + jf(x))^h \quad (4.12)$$

İlk olarak, ayrık PIR kontrolörün gecikme parametresi  $h$ 'ın değeri belirlenir. Daha sonra da kontrolörün diğer bir parametresi sabit olarak seçilir ( $K_p = k_p^*$ ).  $h$  ve  $K_p$  karakteristik denklemde yerine yazıldıktan sonra, denklem reel ve imajiner kısımlarına ayrılarak birlikte çözdürülür. Böylelikle, PIR kontrolörün  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri  $x$ 'e bağlı olarak elde edilir. Verilen bütün sınır fonksiyonlarının birbiriyle kesişim noktaları bulunur. Kesişim noktaları ile elde edilen  $x$  aralıkları  $K_i(x)$  ve  $K_r(x)$ 'de yerlerine konularak sınır fonksiyonları  $K_i - K_r$  parametre uzayına aktarılır. Bütün sınır fonksiyonları için bu adımlar tek tek uygulanarak, kapalı çevrim sistemin baskın kutuplarını istenilen bölgeye yerleştiren ayrık PIR kontrolör parametre seti bulunur.

Ayrıca, kapalı çevrim sistemin baskın olmayan kutuplarını da baskın kutup çiftinden uzağa yerleştirmek için de sınır fonksiyonu kullanılır. Bu kutuplar için belirlenen sınır fonksiyonu da  $K_i - K_r$  düzlemine aktarıldığında, elde edilen sınırlar parametre uzayındaki baskın kutup bölgesini alt bölgelere ayırır.

Kapalı çevrim sistemin bütün kutuplarının istenilen bölgelere yerleştirilen parametre uzayındaki bölge çözüm setini (boş küme olmadığı sürece) verir.

#### 4.3.1 Örnek 4.3:

Bir sistemin ayrık zamandaki ilgili transfer fonksiyonu verilmiştir.

$$G(z) = \frac{0.09516}{z^3(z - 0.90484)}$$

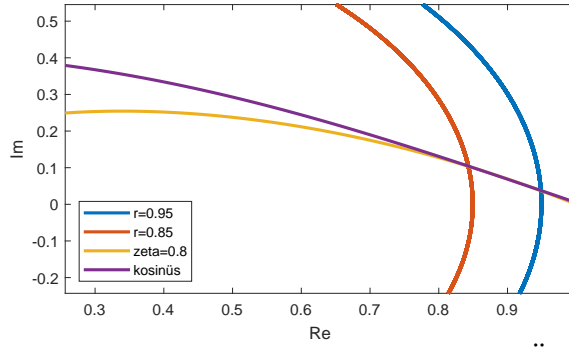
Kapalı çevrim sistemin baskın kutup çiftini ayrık düzlemde istenilen bölgeye yerleştirecek üç sınır fonksiyonu aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

$$f_1(x) = \sqrt{0.95^2 - x^2}$$

$$f_2(x) = \sqrt{0.85^2 - x^2}$$

$$f_3(x) = 0.4117 \cos(1.5592x)$$

Verilen sınır fonksiyonlarından ikisi çember, biri ise bu iki çember arasında kalan  $\zeta = 0.8$  eğrisini temsil eden kosinüs denklemdir. Bu kosinüsün belirlenen aralık için  $\zeta = 0.8$  eğrisini karşıladığı Şekil 4.16'de gösterilmiştir. Ek olarak, kapalı

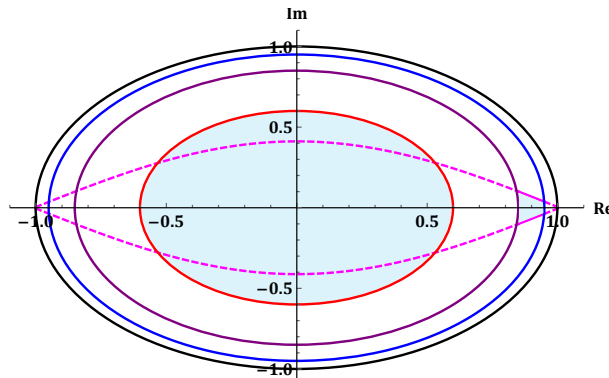


Şekil 4.16 : Sönüm oranı ve kosinüs grafikleri (Örnek 4.3).

çevrim sistemin baskın olmayan kutuplarının da içinde olması istenen sınır fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$f_4(x) = \sqrt{0.6^2 - x^2}$$

Kapalı çevrim sistemin baskın ve baskın olmayan kutuplarının içinde yer alması istenen bölgeler Şekil 4.17'de verilmiştir. Ayrık PIR kontrolörün gecikme parametresi

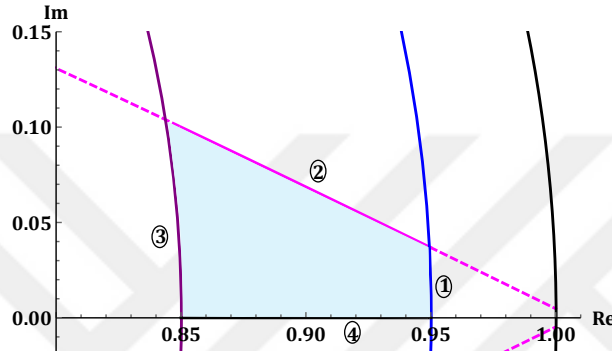


Şekil 4.17 : Baskın ve baskın olmayan kutupların istenen bölgesi (Örnek 4.3).

$h = 1$  olarak seçildiğinde, kapalı çevrim sistemin karakteristik denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$P_c(z) = z^6 - 1.90484z^7 - 1.90484z^5 + 0.90484z^4 + 0.09516(K_i + K_p)z^2 - 0.09516(K_p + K_r)z - 0.19032K_dz + 0.09516K_r$$

Şekil 4.18’de numaralandırılan baskın kutupların bölgesini belirten sınır fonksiyonları karakteristik denkleme aktarılır. Örnek olarak, 2 ile numaralandırılan bölgenin



Şekil 4.18 : Baskın kutupların bölgesinin sınırları (Örnek 4.3).

karakteristik denkleme aktarıldığı gösterildiğinde, denklem aşağıdaki gibi yazılır.

$$P_c(x + j0.4117 \cos(1.5592x)) = 0$$

Daha sonra, kontrolörün sabit parametresi  $K_p = 1$  olarak seçilir ve karakteristik denkleme yerine yazılır. Böylece, denklemde bilinmeyen parametreler  $K_i$ ,  $K_r$  ve  $x$  olarak kalır. Ayrık PIR kontrolöre ilişkin parametreler  $K_i$  ve  $K_r$ 'nin bulunması için karakteristik denklem reel ve imajiner kısımlarına ayrılır.

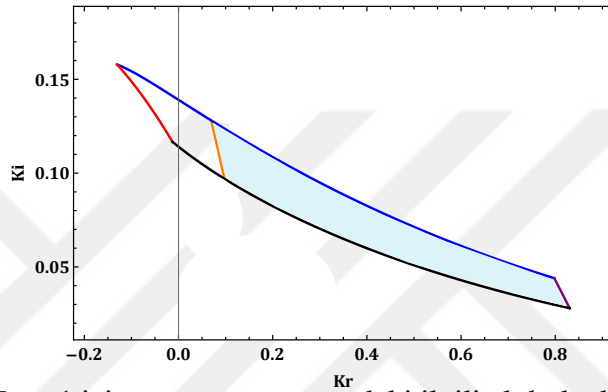
$$Re(P_c(x + j0.4117 \cos(1.5592x))) = 0$$

$$Im(P_c(x + j0.4117 \cos(1.5592x))) = 0$$

Elde edilen iki denklem birlikte çözdürüldüğünde, kontrolör parametreleri  $x$  cinsinden bulunmuş olur. Daha sonra,  $x$ 'in alacağı değerleri bulmak için 2. bölgenin 1 ve 3 ile olan kesişim noktaları hesaplanır. Buradan da, 2. bölgenin sınırları  $x \in (0.84361, 0.94927)$  olarak bulunur. Bu  $x$  değerleri da  $K_i(x)$  ve  $K_r(x)$ 'de yerine konularak  $K_i - K_r$  parametre uzayına aktarılır.

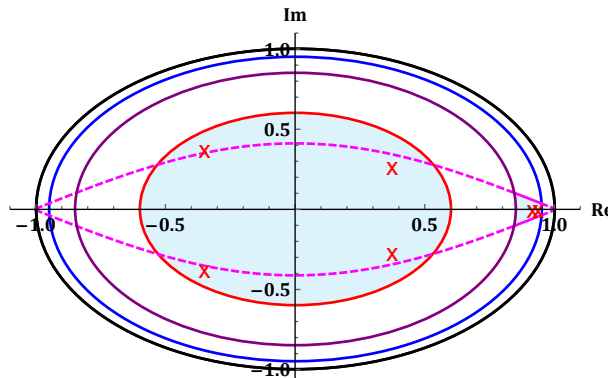
Şekil 4.18’de numaralandırılan 1, 3 ve 4. bölgeler için de sınırlar sırasıyla  $f(x) \in$

$(0, 0.0373)$ ,  $f(x) \in (0, 0.10402)$  ve  $x \in (0.85, 0.95)$  olarak bulunur. Bu bölgeler için de aynı prosedür uygulanarak sınır fonksiyonları  $K_i - K_r$  parametre uzayına aktarılır. Ayrıca, baskın olmayan kutupların yerleştirilmesi istenen sınır fonksiyonu da karakteristik denklemde yerine konularak parametre uzayına aktarılır. Bu sınır fonksiyonu baskın kutuplar için verilen sınır fonksiyonlarının oluşturduğu bölgeyi alt bölgelere ayırır. Bu alt bölgeler, kutupların baskın veya baskın olmayan bölgelerdeki sayısına göre farklılık gösterir. Sonuç olarak, verilen bütün sınır fonksiyonları ile elde edilen  $K_i - K_r$  düzlemi Şekil 4.19'de gösterilmiştir.



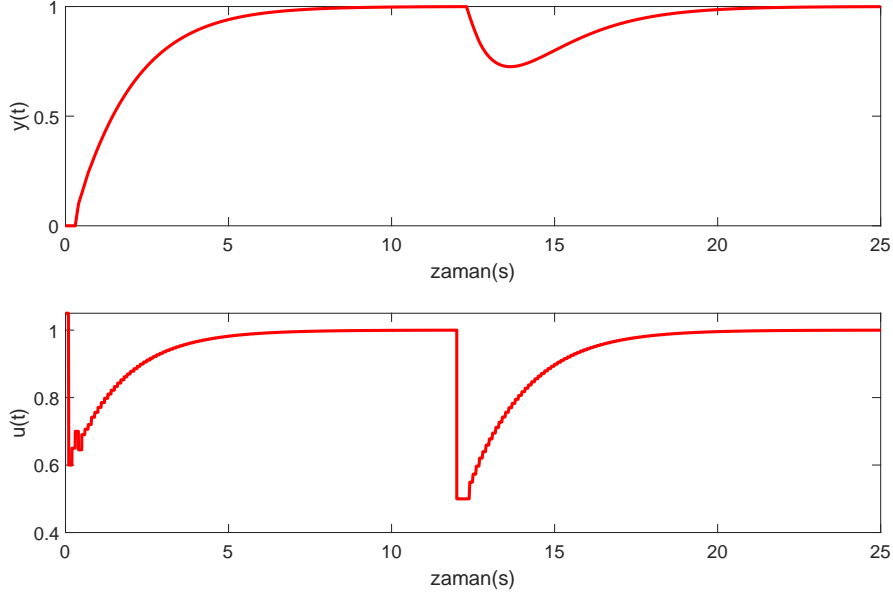
**Şekil 4.19 :**  $K_p = 1$  için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.3).

Burada, açık mavi ile gösterilen bölge istenilen çözüm bölgesini oluşturur. Diğer bir deyişle, ayrık PIR kontrolör parametreleri  $K_p = 1$  için elde edilen bölgeden seçilirse, kapalı çevrim sistemin kutuplarından ikisi sınır fonksiyonları ile belirlenen baskın bölgeye atanırken, kalan kutuplar 0.6 yarıçaplı çemberin içine yerleştirilir. Bu bölgeden kontrolörün diğer parametreleri  $K_r = 0.5$  ve  $K_i = 0.05$  olarak seçilirse, kapalı çevrim sistemin kutupları ayrık düzlemde Şekil 4.20'deki gibi yerleşir.



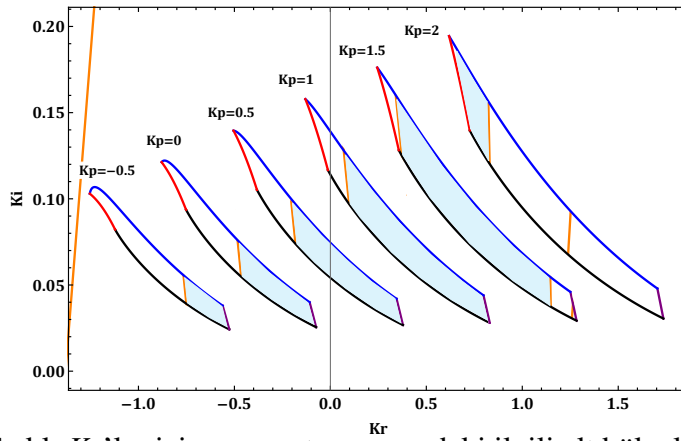
**Şekil 4.20 :**  $K_p = 1$  için ayrık PIR kontrolör ( $h = 1$ ) ile kapalı çevrim sistem kutupları (Örnek 4.3).

Seçilen parametreler ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti Şekil 4.21’de verilmiştir. Benzetim sonuçlarına göre, sistem aşırımsız bir şekilde 6.5 saniyede yerleşmiştir, bu da istenilen performans kriterlerini sağlamaktadır.



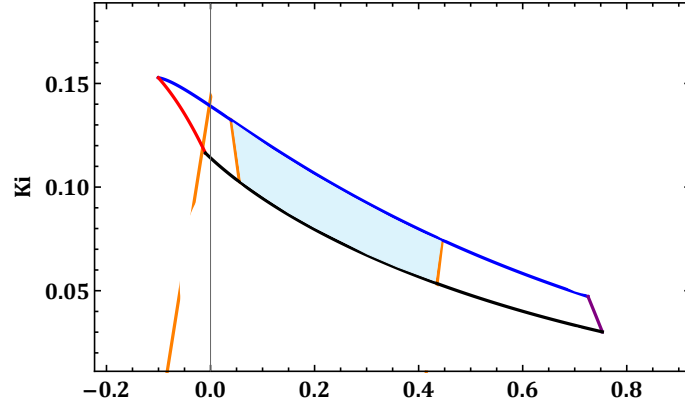
**Şekil 4.21** : Seçilen parametreler ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 4.3).

Farklı  $K_p$  değerleri için  $K_i - K_r$  parametre uzayındaki bölgeler farklılık gösterir. Örnek olarak, birkaç farklı  $K_p$  için bölgeler Şekil 4.22’de gösterilmiştir.

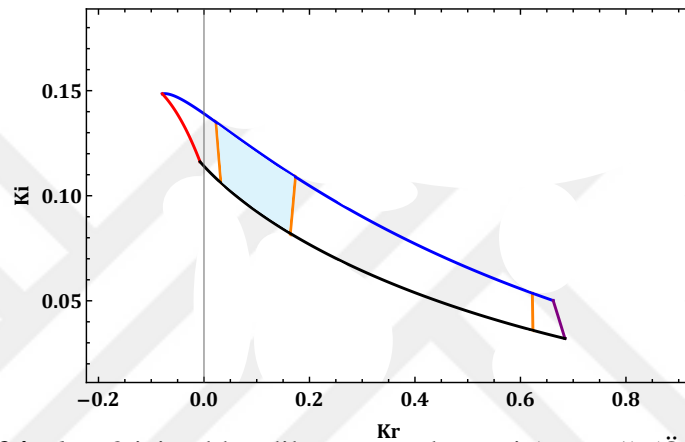


**Şekil 4.22** : Farklı  $K_p$ ’ler için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.3).

Ayrık PIR kontrolörün gecikme parametresinin değeri değiştirilirse elde edilen çözüm kümesi de değişir.  $h = 2$  ve  $h = 3$  için, sabit  $K_p = 1$  ile elde edilen parametre uzayları sırasıyla Şekil 4.23 ve 4.24’de verilmiştir. Şekillerde görüldüğü gibi,  $h$  parametresinin değeri arttıkça  $K_i - K_r$  parametre uzayındaki çözüm kümeleri daralır.  $h$ ’ın çok büyük değerlerinde çözüm kümesi boş küme de olabileceği unutulmamalıdır.



Şekil 4.23 :  $h = 2$  için elde edilen çözüm kümesi ( $K_p = 1$ ) (Örnek 4.3).



Şekil 4.24 :  $h = 3$  için elde edilen çözüm kümesi ( $K_p = 1$ ) (Örnek 4.3).

Baskın kutup bölgesi atamada, gerektiğinde kontrolörün sıfırlarının olumsuz etkilerinden kurtulmak için ayrık PI-PR kontrolör yapısı kullanılabilir.

Kapalı çevrim sistemin baskın olmayan kutupları, baskın kutupların yer aldığı bölgeden her zaman uzağa yerleştirilemeyebilir. Bu durumda, parametre uzayında elde edilen çözüm kümesi boş küme olabilir. Diğer bir deyişle, istenilen kutup yerleştirilmesini sağlayan alt bölge olmayabilir. Böyle durumlarda, performans kriterleri ve/veya amaçlanan baskınlık faktörü değiştirilerek tasarım sürecine baştan başlanmalıdır.

#### 4.3.2 Örnek 4.4:

[78, 79]'de verilen sistemin ayrık zamandaki transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$G(z) = \frac{0.00096(z + 0.96079)}{z^5(z^2 - 1.885z + 0.8869)}$$

Kapalı çevrim baskın ve baskın olmayan kutupların bölgeleri için verilen sınır fonksiyonları

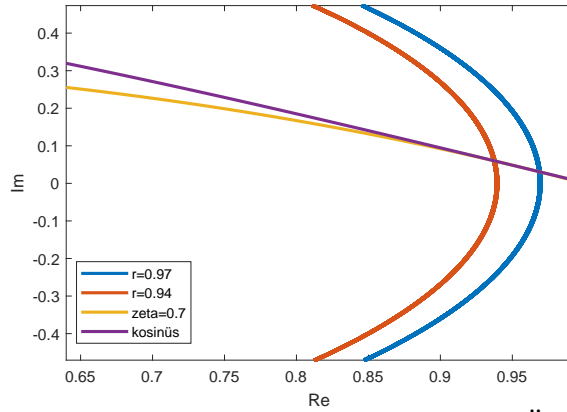
$$f_1(x) = \sqrt{0.97^2 - x^2}$$

$$f_2(x) = \sqrt{0.94^2 - x^2}$$

$$f_3(x) = 0.5956 \cos(1.568x)$$

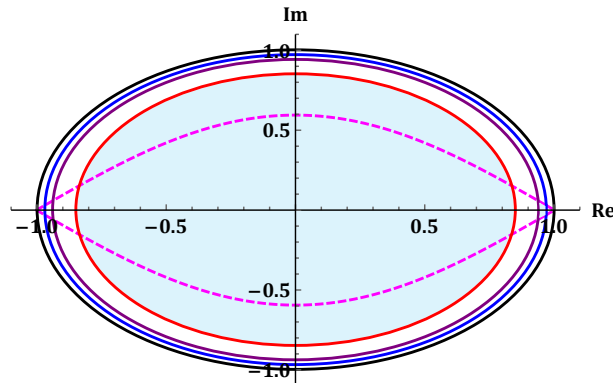
$$f_4(x) = \sqrt{0.85^2 - x^2}$$

Verilen kosinüs denkleminin çemberlerin arasındaki  $\zeta = 0.7$  eğrisini karşıladığı Şekil 4.25’de gösterilmiştir.



Şekil 4.25 : Sönüm oranı ve kosinüs grafikleri (Örnek 4.4).

Kapalı çevrim sistemin baskın ve baskın olmayan kutuplarının bölgeleri Şekil 4.26’de verilmiştir.

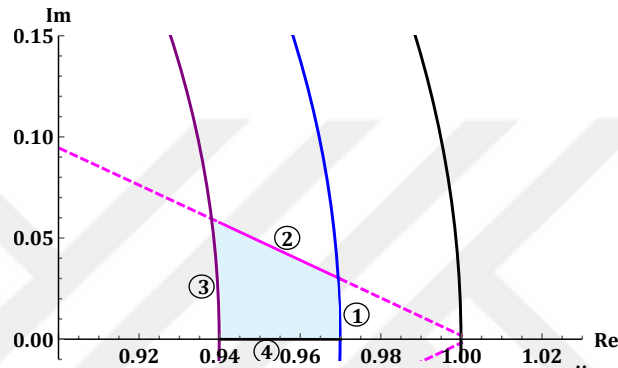


Şekil 4.26 : Baskın ve baskın olmayan kutupların istenen bölgesi (Örnek 4.4).

Ayrık PIR kontrolörün parametresi  $h = 1$  için, kapalı çevrim sistemin karakteristik denklemi

$$P_c(z) = z^9 - 2.88504z^8 + 2.77196z^7 - 0.88692z^6 + 0.00096(K_i + K_p)z^3 - 0.00096K_rz^2 - 0.00004K_pz^2 + 0.00092K_iz^2 + 0.00004K_rz - 0.00092K_pz + 0.00092K_r$$

olarak yazılır. Şekil 4.27'de numaralandırılan sınır fonksiyonları karakteristik denkleme aktarılır. Kontrolörün diğer bir parametresi de  $K_p = 34$  olarak seçilirse,



Şekil 4.27 : Baskın kutupların bölgesinin sınırları (Örnek 4.4).

karakteristik denklem aşağıdaki gibi ayrılarak çözdürüldüğünde  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri  $x$  cinsinden bulunur.

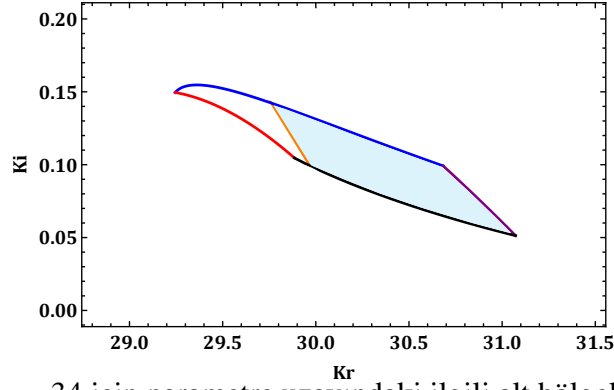
$$Re(P_c(x + jf(x))) = 0$$

$$Im(P_c(x + jf(x))) = 0$$

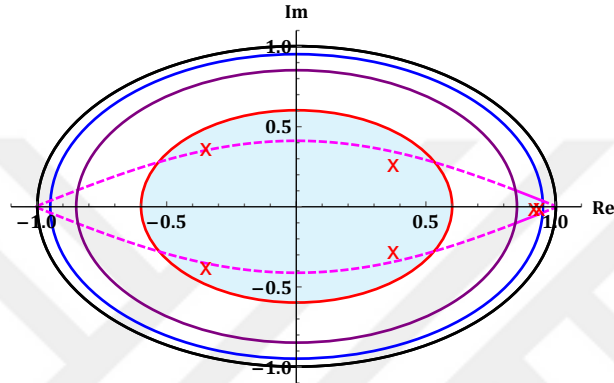
Daha sonra, Şekil 4.27'deki bölgelerin sınırları 1. ve 3. bölge için  $f(x) \in (0, 0.03017)$ ,  $f(x) \in (0, 0.05936)$ , 2. ve 4. bölge için  $x \in (0.93812, 0.96953)$  ve  $x \in (0.94, 0.97)$  olarak hesaplanır. Elde edilen sınırlar da  $K_i$  ve  $K_r$ 'de yerine konularak bütün sınır fonksiyonları parametre uzayına aktarılır.

Baskın olmayan kutup bölgesi için verilen sınır fonksiyonu da aynı adımlarla parametre uzayına aktarıldığında, baskın kutuplar için sınır fonksiyonlarının oluşturduğu bölgeyi Şekil 4.28'deki şekilde alt bölgelere ayırır.

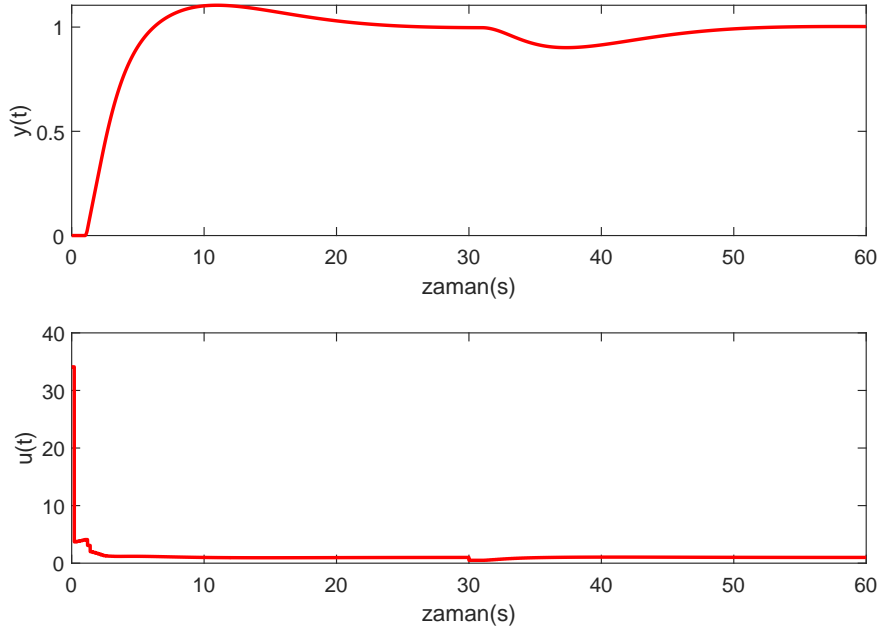
Elde edilen bölgeden kontrolörün diğer parametreleri  $K_r = 30.5$  ve  $K_i = 0.1$  olarak seçildiğinde, kapalı çevrim kutupları Şekil 4.29'daki gibi olur. Tasarlanan kontrolör ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti Şekil 4.30'de verilmiştir. Elde edilen basamak yanıtına göre, sistem %0.17 aşım ile 21.7 saniyede oturmaktadır, bu da istenilen performans kriterlerini sağlar.



Şekil 4.28 :  $K_p = 34$  için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.4).

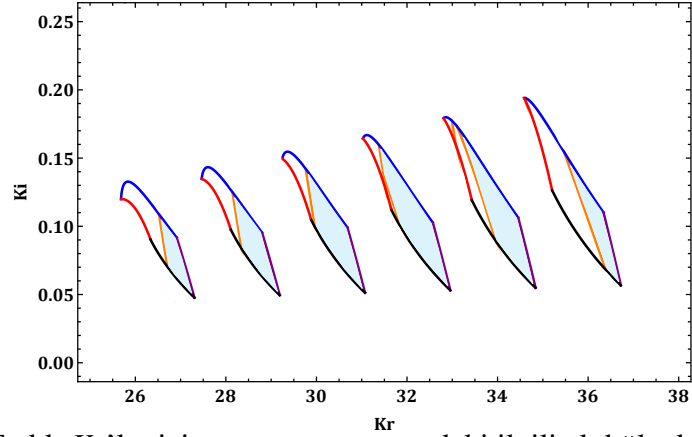


Şekil 4.29 :  $K_p = 34$  için ayırık PIR kontrolör ( $h = 1$ ) ile kapalı çevrim sistem kutupları (Örnek 4.4).



Şekil 4.30 : Seçilen parametreler ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 4.4).

Farklı  $K_p$  değerleri için  $K_i - K_r$  düzlemindeki bölgeler farklılık gösterir. Birkaç farklı  $K_p$  için bölgeler Şekil 4.31’de gösterilmiştir.



**Şekil 4.31** : Farklı  $K_p$ 'ler için parametre uzayındaki ilgili alt bölgeler (Örnek 4.4).

Ayrık PIR kontrolörün gecikme parametresinin değeri değiştirilirse elde edilen çözüm kümesi de değişir hatta boş küme olabilir.  $K_p = 34$  değeri için,  $h = 1$ 'den farklı değerleri için çözüm kümesi boş kümedir. İstenilen kutup yerleştirilmesini sağlayan çözüm kümesi olmadığında, performans kriterleri ve/veya amaçlanan baskınlık faktörü değiştirilerek tasarım sürecine baştan başlanmalıdır.

Burada da, kontrolörün sıfırlarının olumsuz etkilerinden kurtulmak için ayrık PI-PR kontrolör yapısı kullanılabilir.



## 5. İKİ GİRİŞLİ İKİ ÇIKIŞLI SİSTEMLERDE AYRIK ZAMANLI PIR KONTROLÖR İLE BASKIN KUTUP ATAMA

Bu bölümde, iki girişli iki çıkışlı sistemler için tezin daha önceki bölümlerinde anlatılan garantili baskın kutup atama yöntemi ile ayrik PIR kontrolör tasarlanması amaçlanmıştır. İki giriş iki çıkışlı sistemler için doğrudan baskın kutup atama ile kontrolör tasarlanması zordur. Bu sebepten,  $2 \times 2$  sistemin ilk olarak bir ayrıştırma yöntemi kullanılarak tek giriş tek çıkışlı iki sisteme indirgenmesi ve elde edilen alt sistemler için baskın kutup atama yöntemi ile iki farklı ayrik PIR kontrolör tasarımı yapılması amaçlanmaktadır. Diğer taraftan, elde edilen alt sistemlerin çoklu zaman gecikmesine sahip olabileceği de düşünüldüğünden tasarımın ayrik zamanda yapılması kolaylık sağlamaktadır.

İki girişli iki çıkışlı sistemler için kontrolör tasarım prosedürü şu şekilde verilebilir: İlk olarak, sistem ayrıştırma matrisi yardımıyla tek giriş tek çıkış ilk alt sisteme ayrıştırılır. Bu sistemlerin tasarlanması amaçlanan kontrolörler ile kapalı çevrimdeki performans kriterleri belirlenerek ayrik düzlemdeki baskın kutup çiftinin yerleri bulunur. Daha sonra, kontrolörün gecikme parametresi  $h$ , pozitif bir tam sayı olarak seçilir ve kontrolör parametreleri  $K_p$  cinsinden elde edilir. Uygun bir baskınlık faktörü ile değiştirilmiş Nyquist grafiği yardımıyla  $K_p$  parametresinin değer aralığı bulunur. Elde edilen bu aralıktan bir  $K_p$  seçilir ve ayrik PIR kontrolör parametreleri elde edilir. Daha sonra, tezin önceki bölümlerinde verilen ayrik PI-PR kontrolör yapısının avantajları göz önüne alınarak, kontrolör ayrik PI-PR yapısına dönüştürülürerek tasarım süreci tamamlanmış olur. Ek olarak, kontrol edilecek olan alt sistemlerin ayrik zaman düzleminde baskın bölgede sıfırları olabilir, bu da kapalı çevrim sistemin geçici hal yanıtında yüksek aşım ve yerleşme zamanına neden olabilir ve istenilen performans kriterleri karşılanamayabilir. Diğer taraftan, sistemin baskın bölgedeki sıfırının geçici hal yanıtındaki olumsuz etkisi bir ön filtre yardımıyla ortadan kaldırılabilir. Daha sonra, önerilen kontrolör yapısı zaman gecikmesine sahip iki farklı iki girişli iki

çıkışlı sistem kullanılarak anlatılmış ve bir örnekte literatürdeki diğer kontrolörler ile karşılaştırılmıştır.

### 5.1 İki Girişli İki Çıkışlı Sistemlerin Ayırık Zaman Alanında Tanımı

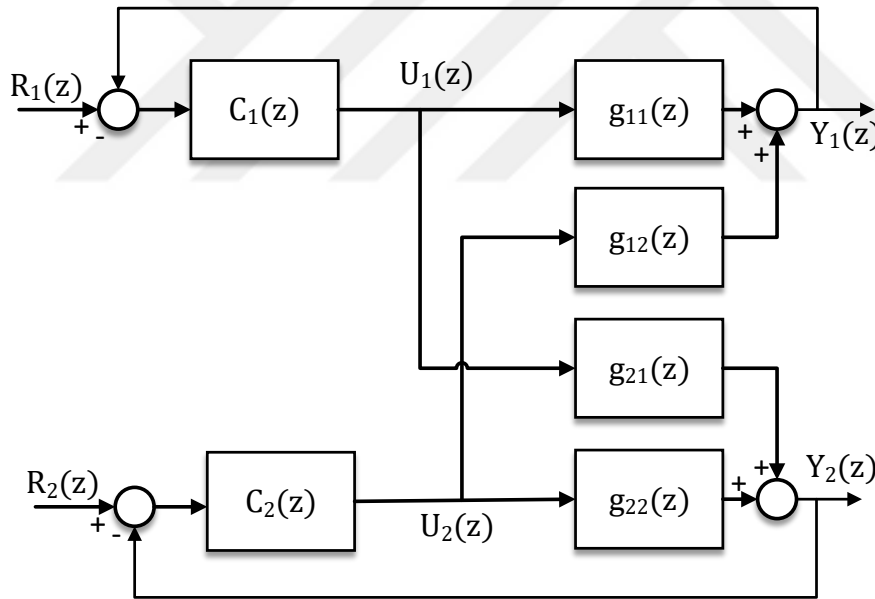
İki girişli iki çıkışlı sistemler sürekli zamanda aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s)e^{-L_{11}s} & g_{12}(s)e^{-L_{12}s} \\ g_{21}(s)e^{-L_{21}s} & g_{22}(s)e^{-L_{22}s} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Denklem 5.1'de verilen iki girişli iki çıkışlı sistemlerin ayırık zaman düzlemindeki ifadesi ise

$$G(z) = \begin{bmatrix} g_{11}(z) & g_{12}(z) \\ g_{21}(z) & g_{22}(z) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

gibidir. Ayrıca, iki girişli iki çıkışlı sistemin ayırık zamanda kontrol yapısı Şekil 5.1'de verilmiştir.



Şekil 5.1 : İki girişli iki çıkışlı sistemin kontrol yapısı.

Kapalı çevrimde sistem çıkışlarının referanslar ile olan ilişkileri

$$Y_1(z) = T_{11}(z)R_1(z) + T_{12}(z)R_2(z) \quad (5.3)$$

$$Y_2(z) = T_{21}(z)R_1(z) + T_{22}(z)R_2(z) \quad (5.4)$$

şeklinindedir. Burada, kapalı çevrim transfer fonksiyonları

$$\Delta(z) = (1 + C_1(z)g_{11}(z))(C_2(z)g_{22}(z)) - C_1(z)C_2(z)g_{12}(z)g_{21}(z) \quad (5.5)$$

$$T_{11}(z) = \frac{C_1(z)g_{11}(z) + C_1(z)C_2(z)(g_{11}(z)g_{22}(z) - g_{12}(z)g_{21}(z))}{\Delta(z)} \quad (5.6)$$

$$T_{12}(z) = \frac{C_2(z)g_{12}(z)}{\Delta(z)} \quad (5.7)$$

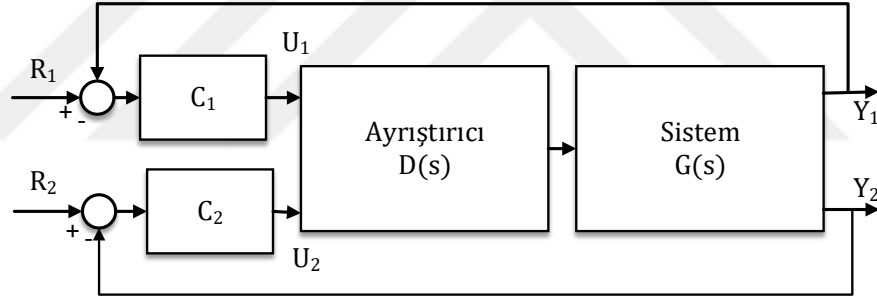
$$T_{21}(z) = \frac{C_1(z)g_{21}(z)}{\Delta(z)} \quad (5.8)$$

$$T_{22}(z) = \frac{C_2(z)g_{22}(z) + C_1(z)C_2(z)(g_{11}(z)g_{22}(z) - g_{12}(z)g_{21}(z))}{\Delta(z)} \quad (5.9)$$

gibidir.

## 5.2 İki Girişli İki Çıkışlı Sistemlerin Ayrıştırılması

İki girişli iki çıkışlı geribeslemeli bir sistemin bir ayrıştırıcı ile kontrol yapısı Şekil 5.2'de gösterilmiştir.



Şekil 5.2 : Kapalı çevrim sistemin ayrıştırıcı ile blok diyagramı.

Denklem 5.1'de verilen sistem ( $G(s)$ ) bir ayrıştırıcı matris ( $D(z)$ ) aracılığıyla ayrıştırılabilir. Ayrıştırıcı matris aşağıdaki iki durum dikkate alınarak tasarlanır.

**Durum 1:**  $G(s)$ 'in köşegen olmayan elemanlarında sağ yarı düzlemde kutup ve köşegen elemanlarında sağ yarı düzlemde sıfır yoksa, ayrıştırıcı matris

$$D(s) = \begin{bmatrix} v_1(s) & d_{12}(s)v_2(s) \\ d_{21}(s)v_1(s) & v_2(s) \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

şeklinde yazıldığında, matrisin parametreleri

$$v_1(s) = \begin{cases} 1 & L_{21} \geq L_{22} \\ e^{(L_{21}-L_{22})s} & L_{21} < L_{22} \end{cases} \quad (5.11)$$

$$v_2(s) = \begin{cases} 1 & L_{12} \geq L_{11} \\ e^{(L_{12}-L_{11})s} & L_{12} < L_{11} \end{cases} \quad (5.12)$$

$$d_{12}(s) = -\frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)}e^{(L_{12}-L_{11})s} \quad (5.13)$$

$$d_{21}(s) = -\frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)}e^{(L_{21}-L_{22})s} \quad (5.14)$$

olarak verilir.

**Durum 2:**  $G(s)$ 'in köşegen elemanlarında sağ yarı düzlemde kutup ve köşegen olmayan elemanlarında sağ yarı düzlemde sıfır yoksa, ayrıştırıcı matris

$$D(s) = \begin{bmatrix} d_{11}(s)v_3(s) & v_3(s) \\ v_4(s) & d_{22}(s)v_4(s) \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

şeklinde yazıldığında, matrisin parametreleri

$$v_3(s) = \begin{cases} 1 & L_{22} \geq L_{21} \\ e^{(L_{22}-L_{21})s} & L_{22} < L_{21} \end{cases} \quad (5.16)$$

$$v_4(s) = \begin{cases} 1 & L_{11} \geq L_{12} \\ e^{(L_{11}-L_{12})s} & L_{11} < L_{12} \end{cases} \quad (5.17)$$

$$d_{11}(s) = -\frac{g_{22}(s)}{g_{21}(s)}e^{(L_{22}-L_{21})s} \quad (5.18)$$

$$d_{22}(s) = -\frac{g_{11}(s)}{g_{12}(s)}e^{(L_{11}-L_{12})s} \quad (5.19)$$

olarak verilir.

Daha sonra, sistem ve ayrıştırıcı matris ile köşegen matris ( $H(s)$ ) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$H(s) = G(s)D(s) = \begin{bmatrix} h_{11}(s) & h_{12}(s) \\ h_{21}(s) & h_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

$H(s)$ 'in köşegen olmayan elemanları ( $h_{12}(s)$  ve  $h_{21}(s)$ ) sıfır iken, köşegen elemanları ( $h_{11}(s)$  ve  $h_{22}(s)$ ) merkezi olmayan  $C_1$  ve  $C_2$  kontrolörleri ile kontrol edilir.

Sistemin ayrıştırılması ile elde edilen kontrol edilecek köşegen elemanları çoklu zaman gecikmesine sahip sistemler olabilirler. Garantili baskın kutup atama yöntemi bu şekildeki tek giriş tek çıkış sistemlere uygulanamaz. Bu sebepten,  $h_{11}(s)$  ve  $h_{22}(s)$ 'nin seçilen bir örnekleme zamanı ile ayrık zaman düzlemine aktarılması önerilir. Sistemlerin ayrık zamandaki transfer fonksiyonları için tezin daha önceki bölümlerinde verilen ayrık zamanda baskın kutup atama yöntemi ile PID ve PIR kontrolörler rahatlıkla tasarlanabilir.

PIR kontrolörün PID'ye karşı avantajları olduğundan daha önce bahsedilmişti, bu sebepten köşegen elemanların kontrolü için PIR kontrolör kullanılması önerilmektedir.

### 5.2.1 Örnek 5.1:

İki giriş iki çıkışa sahip bir sistemin sürekli zamandaki transfer fonksiyon matrisi aşağıda verilmiştir.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{-2.2}{7s+1}e^{-s} & \frac{1.3}{7s+1}e^{-0.3s} \\ \frac{-2.8}{9.5s+1}e^{-1.8s} & \frac{4.3}{9.2s+1}e^{-0.35s} \end{bmatrix}$$

Sistemin kontrol döngüleri arasındaki etkileşim ayrıştırma yöntemi ile kesilebilir. Bunun için, ilk olarak  $G(s)$ 'in elemanları aşağıdaki şekilde yazılır.

$$g_{11}(s) = \frac{-2.2}{7s+1}, g_{12}(s) = \frac{1.3}{7s+1}, g_{21}(s) = \frac{-2.8}{9.5s+1}, g_{22}(s) = \frac{4.3}{9.2s+1}$$

ve

$$L_{11} = 1, L_{12} = 0.3, L_{21} = 1.8, L_{22} = 0.35$$

Ayrıştırma yöntemindeki iki durum da bu sistem için uygulanabileceğine göre, ilk durum seçilebilir. Ayrıştırma matrisinin elemanları

$$v_1(s) = 1, v_2(s) = e^{-0.7s}, d_{12}(s) = 0.59091e^{-0.7s}, d_{21}(s) = \frac{0.65116(9.2s+1)}{9.5s+1}e^{-1.45s}$$

olarak hesaplanır. Böylece,  $D(s)$  matrisi elde edilmiş olur.

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0.59091 \\ \frac{0.65116(9.2s+1)}{9.5s+1}e^{-1.45s} & e^{-0.7s} \end{bmatrix}$$

Hesaplanan ayrıştırma matrisi ile sistem aşağıdaki şekilde ayrıştırılabilir.

$$H(s) = G(s)D(s) = \begin{bmatrix} h_{11}(s) & 0 \\ 0 & h_{22}(s) \end{bmatrix}$$

Burada, köşegen elemanları

$$h_{11}(s) = \frac{0.84651(9.2s+1)}{(7s+1)(9.5s+1)}e^{-1.75s} - \frac{2.2}{7s+1}e^{-s}$$

$$h_{22}(s) = \frac{4.3}{9.2s+1}e^{-1.05s} - \frac{1.65455}{9.5s+1}e^{-1.8s}$$

şeklindedir. Görüldüğü üzere,  $h_{11}(s)$  ve  $h_{22}(s)$  çoklu zaman gecikmesine sahip sistemlerdir. Yukarıda bahsedildiği gibi, bu sistemler için seçilen bir örnekleme zamanı ile ayrık zaman düzleminde kontrolörler tasarlanması çok daha avantajlıdır. Birinci köşegen elemanı için örnekleme zamanı  $t_s = 1$  saniye ile ayrık zamandaki transfer fonksiyon elde edilir.

$$h_{11}(z) = \frac{-0.002z^{11} - 0.27z^{10} + 0.439z^9 - 0.11z^8 - 0.077z^7 + 0.014z^6 + 0.004z^5}{\Delta} + \frac{-0.0003z^4 - 0.00002z^3 + 1.37 \times 10^{-6}z^2 + 7.63 \times 10^{-17}z + 8.49 \times 10^{-18}}{\Delta}$$

Burada,  $h_{11}(z)$ 'nin paydası,

$$\Delta = z^3(z^9 - 2.09z^8 + 0.92z^7 + 0.453z^6 - 0.23z^5 - 0.06z^4 + 0.007z^3 + 0.001z^2 - 0.0001z + 4.07 \times 10^{-6})$$

şeklindedir. Kapalı çevrim sistemde performans kriterleri 0.1% aşım ve 20 saniye yerleşme zamanı olarak istenmiştir. Bu kriterlere karşı gelen ayrık zaman düzlemindeki baskın kutuplar aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$z_{1,2} = \sigma_z + j\omega_z = 0.81535 \pm j0.07437$$

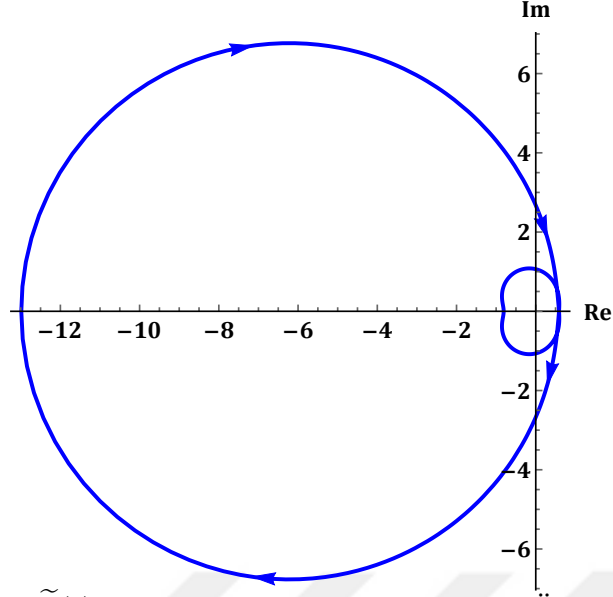
Baskın kutuplar kullanılarak ve ayrık PIR kontrolörün gecikme parametresi  $h = 1$  seçilerek, diğer kontrolör parametreleri  $K_i$  ve  $K_r$ ,  $K_p$  cinsinden bulunur.

$$K_i = 0.04126K_p - 0.14891$$

$$K_r = 0.66096K_p + 0.69798$$

Daha sonra, kapalı çevrim karakteristik denklemi 3.15'de gösterildiği gibi yeniden düzenlenir.

Kapalı çevrim baskın kutupların mutlak değeri  $r = 0.81873$  olarak hesaplanır ve baskınlık faktörü  $m = 3$  olarak belirlenirse, geriye kalan kutupların  $r^m = 0.54881$  yarıçaplı çemberin içinde konumlanmaları beklenir. Gerekli hesaplamalar yapıldığında,  $\tilde{G}(z) = \bar{G}(0.54881z)$ 'nin dört kutbunun baskın bölgede olduğu ( $P = 4$ ) görülmektedir. Bu nedenle, saat yönünün tersinde iki çevrim olması gerekmektedir. Şekil 5.3'de gösterilen  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği incelendiğinde eğrinin istenilen sayıda çevrim yapmadığı görülmektedir. Diğer bir deyişle, amaçlanan performans kriterleri ve baskınlık faktörü için kalan kapalı çevrim kutuplarının tümünü yarıçapı  $r^m = 0.54881$  olan çemberin içine yerleştirmek mümkün değildir. Fakat, Nyquist eğrisi incelendiğinde, çevrim olmayan bir aralık olduğu görülebilir, yani baskın bölgede iki adet daha kutup kalmış olur.  $N = 0$  için,  $K_p$ 'nin değer aralığı aşağıdaki gibidir.



**Şekil 5.3 :**  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 5.1-h<sub>11</sub>).

$$K_p \in \left( \frac{-1}{p_1}, \frac{-1}{p_2} \right) = \left( \frac{-1}{0.58702}, \frac{-1}{-12.9866} \right) = (-1.70352, 0.077)$$

Seçilen  $K_p$  aralığından  $K_p = 0.05$  alındığında, kapalı çevrim sistemin kutup ve sıfırları

kutuplar:  $z_1 = -0.54108$ ,  $z_{2,3} = -0.25353 \pm j4.99496 \times 10^{-7}$ ,  $z_4 = -0.06915$ ,  
 $z_{5,6} = -6.42541 \times 10^{-11} \pm j2.48585 \times 10^{-6}$ ,  $z_{7,8} = 0.07171 \pm j1.99526 \times 10^{-6}$ ,  
 $z_{9,10} = 0.33074 \pm j0.19457$ ,  $z_{11,12} = 0.81535 \pm j0.07437$ ,  $z_{13} = 0.86688$ ,  $z_{14} =$   
 $0.90301$

sıfırlar:  $z_1 = -137.559$ ,  $z_2 = -8.54258$ ,  $z_{3,4} = -0.25353 \pm j4.99522 \times 10^{-7}$ ,  
 $z_5 = -0.07093$ ,  $z_{6,7} = -6.42541 \times 10^{-11} \pm j2.48585 \times 10^{-6}$ ,  $z_{8,9} = 0.071714 \pm$   
 $j1.99526 \times 10^{-6}$ ,  $z_{10} = 0.27396$ ,  $z_{11} = 0.8411$ ,  $z_{12} = 0.86688$ ,  $z_{13} = 0.90217$  olarak  
bulunur. Görüldüğü üzere, baskın bölgede kalan  $z_{13} = 0.86688$  kutbu ile sistemin  
sıfırı  $z_{12} = 0.86688$  ayrık düzlemde üst üste konumlanmaktadır, yani birbirlerini yok  
ederler. Diğer taraftan, baskın bölgede kalan  $z_{14} = 0.90301$  kutbu PI-PR kontrolör  
sıfırıyla etkisiz hale getirilebilir. Bunun için, kalan reel kutbun birim çemberin içinde  
olması gerektiği unutulmamalıdır.

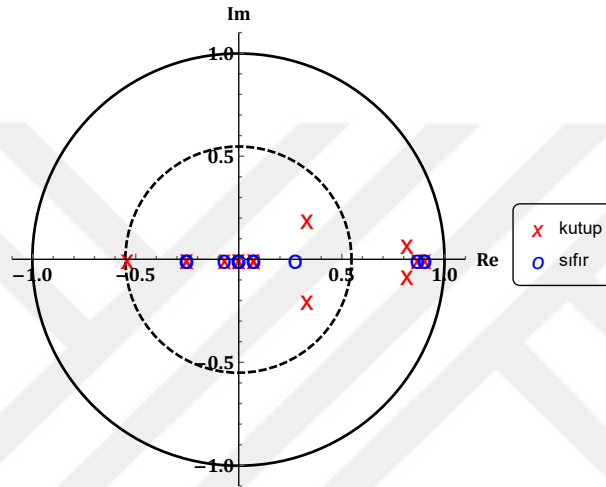
$K_p = 0.05$  seçilirse, PIR kontrolöre ilişkin  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri sırasıyla -0.14685  
ve 0.69586 olarak bulunur ve ayrık PIR kontrolör tasarımı tamamlanmış olur. Daha  
sonra, ayrık PI-PR kontrolörün kalan parametreleri belirlenir. Baskın bölgedeki kalan  
reel kutbun PI-PR kontrolörün sıfırıyla etkisiz hale getirilmesi için  $K_{pi}$  parametresinin  
-1.36723 olarak seçilmesi gerekir. Ayrık PI-PR kontrolörün diğer bir parametresi

olan  $K_{pr}$ 'nin ise 1.41723 olduğu bulunur. Sonuç olarak, ayrık PI ve PR kontrolörler aşağıdaki gibi yazılır.

$$C_{PI}(z) = \frac{-1.51408z + 1.36723}{z - 1}$$

$$C_{PR}(z) = \frac{1.41723z - 0.69586}{z}$$

Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim sistemin kutup ve sıfırlarının dağılımı Şekil 5.4'deki gibidir. Şekil 5.4'den görüldüğü üzere, kapalı çevrim sistemin



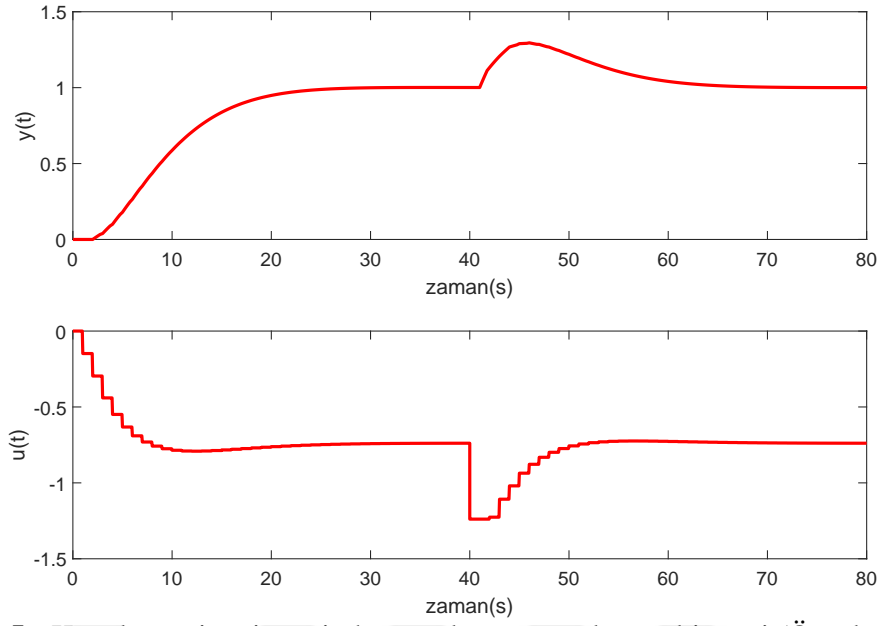
Şekil 5.4 : Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 5.1- $h_{11}$ ).

baskın kutupların dışında kalan tüm kutuplar belirlenen yarıçaplı çemberin içerisinde kalmaktadır. Diğer taraftan, sistemin sıfırlarından biri ( $z_{13} = 0.90217$ ) baskın bölgede konumlanmaktadır. Bu da, sistemin geçici hal yanıtında yüksek miktarda aşım ve yerleşme zamanına sebep olmaktadır. Geçici haldeki istenmeyen yanıtı engellemek için, ön filtre kullanılabilir.

$h_{11}$  için, kapalı çevrim sistemin tasarlanan ayrık PI-PR kontrolör ve ön filtre ile basamak yanıtı ve kontrol işareti Şekil 5.5'de verilmiştir. Tasarlanan kontrolörün bozucu bastırma performansını da görmek için 40. saniyede -0.5 genlikli bir basamak bozucusu uygulanmıştır. Benzetim ortamında bulunan basamak yanıtına göre, kapalı çevrimde sistem 0.1% aşım ile 23.44 saniyede oturmaktadır.

İkinci köşegen elemanı da  $t_s = 1$  saniye ile ayrık zaman düzlemine aktarılır.

$$h_{22}(z) = \frac{0.00832z^4 + 0.42516z^3 - 0.47731z^2 + 0.08804z + 0.00238}{z^5 - 1.67862z^4 + 0.57596z^3 + 0.1293z^2 - 0.01561z + 0.0003}$$



**Şekil 5.5 :** Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 5.1- $h_{11}$ ).

Kapalı çevrim sistemin geçici hal yanıtında 0.1% aşım ve 17 saniye yerleşme zamanı istenmiştir. Bu performans kriterlerine göre ayırık düzlemdeki baskın kutup çifti bulunur.

$$z_{1,2} = \sigma_z + j\omega_z = 0.78582 \pm j0.08441$$

Daha sonra,  $h = 1$  için, ayırık PIR kontrolör parametre seti  $K_p$  cinsinden

$$K_i = 0.05597K_p + 0.10968$$

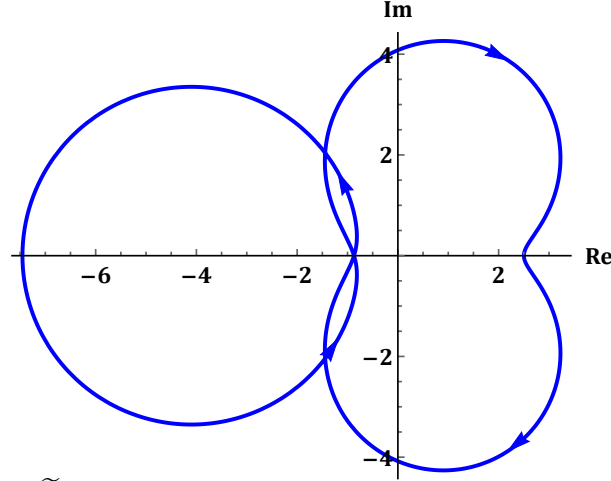
$$K_r = 0.65959K_p - 0.54884$$

şeklinde hesaplanır ve kapalı çevrim sistemin karakteristik denklemi yeniden düzenlenerek  $h_{11}(z)$ 'deki prosedür tekrarlanır.  $m = 3$  için,  $\tilde{G}(z)$ 'nin baskın bölgede dört kutbu olduğu ( $P = 4$ ) görülmektedir. Bu nedenle, saat yönünün tersinde iki çevrim ( $N = -2$ ) gerekmektedir. Şekil 5.6'de verilen Nyquist grafiğinde  $N = -2$  için bölge yoktur. Fakat, saat yönünün tersinde çevrime sahip bir bölge vardır. Bu bölge için,  $K_p$  kazaç aralığı aşağıdaki gibidir.

$$K_p \in \left( \frac{-1}{-7.454}, \frac{-1}{-0.8711} \right) = (0.13514, 1.14798)$$

$K_p = 1$  seçildiğinde, kapalı çevrim sistemin kutup ve sıfırları

kutuplar:  $z_1 = -0.02511$ ,  $z_{2,3} = 0.06755 \pm j0.41667$ ,  $z_4 = 0.10446$ ,  $z_{5,6} = 0.78582 \pm j0.08441$ ,  $z_7 = 0.9022$



**Şekil 5.6 :**  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 5.1- $h_{22}$ ).

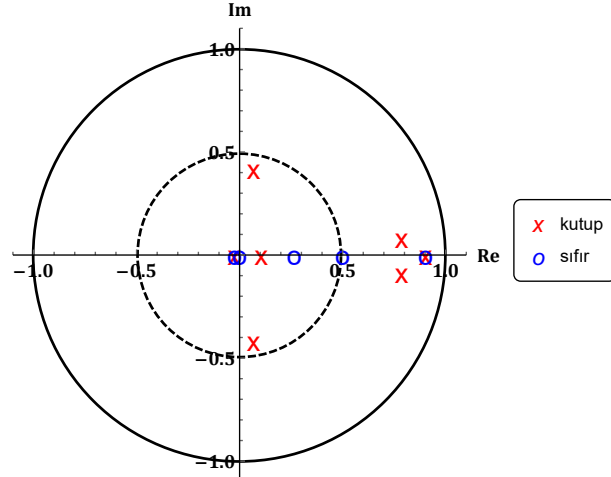
sıfırlar:  $z_1 = -0.02386$ ,  $z_2 = 0.11314$ ,  $z_3 = 0.26581$ ,  $z_4 = 0.83976$ ,  $z_5 = 0.90219$ ,  $z_6 = 49.9799$

olarak bulunur. Kapalı çevrim sistemin baskın bölgede kalan  $z_7 = 0.9022$  kutbu ile sıfırı  $z_5 = 0.90219$  ayrık düzlemde üst üste konumlanarak birbirlerini etkisiz hale getirirler. Sonuç olarak, ayrık PIR kontrolörün parametreleri  $K_i = 0.16565$  ve  $K_r = 0.11075$  şeklinde elde edilir. Fakat, kontrolörden gelen  $z_4 = 0.83976$  sıfır baskın bölgede konumlandığından dolayı, geçici hal yanıtında sıkıntılara sebep olabilir. Bu sebepten, PI-PR kontrol yapısında kontrolörün sıfırının yeri istenildiği gibi belirlenebildiğinden, ayrık PIR yapısından ayrık PI-PR yapısına geçiş yapılabilir. Kontrolörün sıfırının yeri ayrık düzlemde 0.5 noktasında seçilirse, kontrolörün  $K_{pi}$  parametresi 0.16565 olarak bulunur. Buradan da, ayrık PI-PR kontrolör aşağıdaki gibi elde edilir.

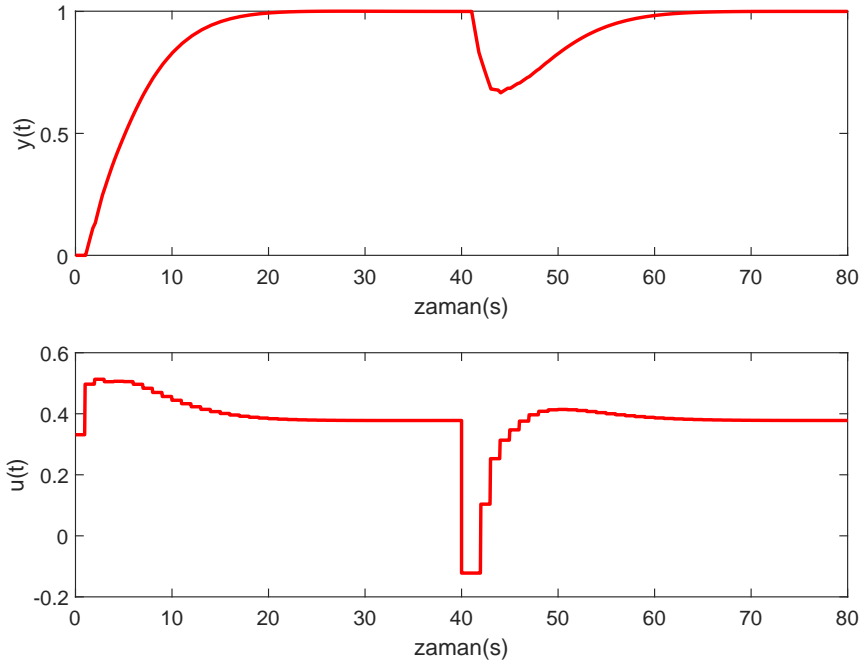
$$C_{PI}(z) = \frac{0.83435z - 0.11075}{z - 1}$$

$$C_{PR}(z) = \frac{0.3313z - 0.16565}{z}$$

Tasarlanan kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı Şekil 5.7'de gösterilmiştir. Görüldüğü üzere, kapalı çevrim sistemin tüm kutupları istenilen şekilde konumlanmıştır.  $h_{22}$  için, kapalı çevrim sistemin tasarlanan ayrık PI-PR kontrolör ile basamak yanıtı ve kontrol işareti Şekil 5.8'de verilmiştir. Tasarlanan kontrolörün bozucu bastırma performansını da görmek için 40. saniyede -0.5 genlikli bir basamak bozucusu uygulanmıştır. Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtına göre, yerleşme zamanının 17.2 saniye olduğu ve sistemin 0.1% aşım yaptığı görülmektedir.



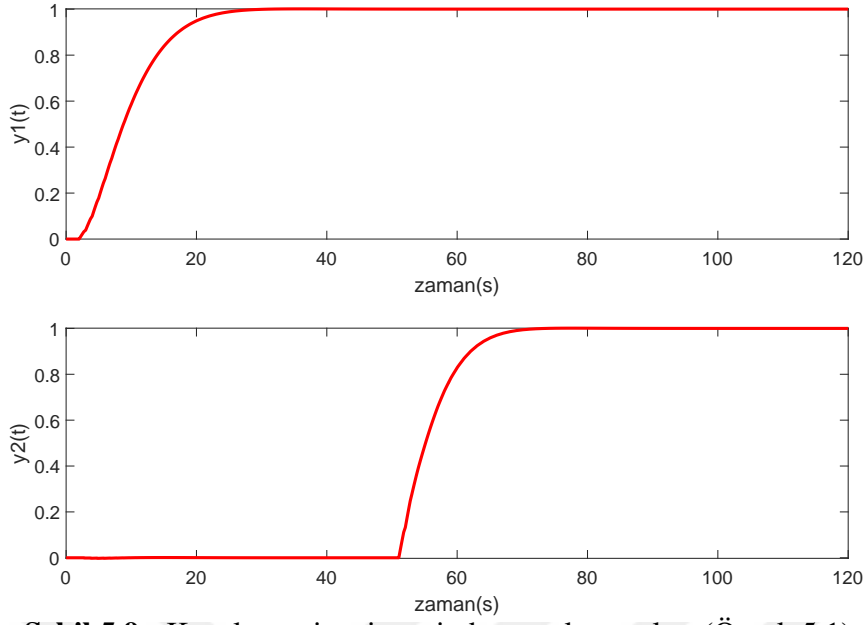
**Şekil 5.7 :** Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 5.1- $h_{22}$ ).



**Şekil 5.8 :** Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 5.1- $h_{22}$ ).

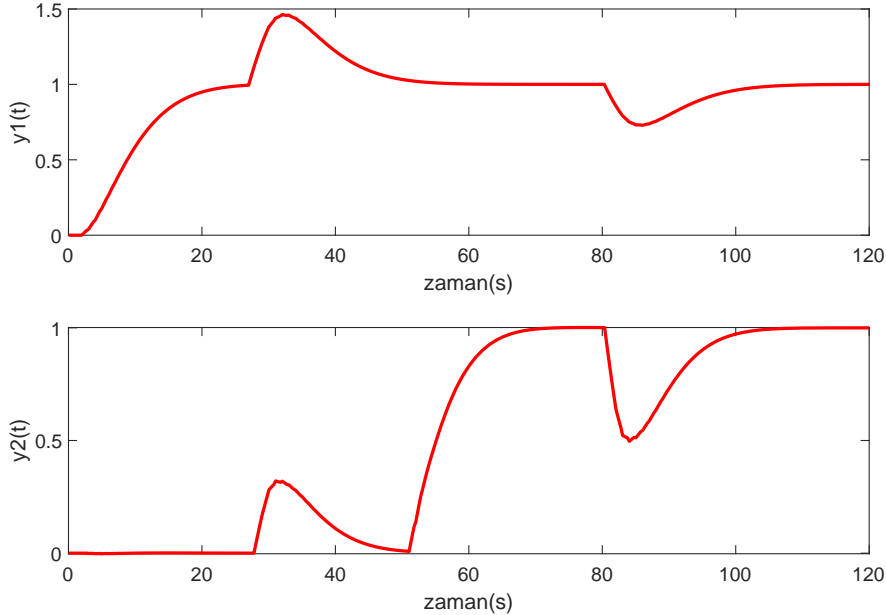
Köşegen elemanların tasarlanan ayrık PI-PR kontrolörler ile ayrı ayrı kapalı çevrim yanıtları incelendikten sonra, bu kontrolörler verilen iki giriş iki çıkışlı sisteme ayrıştırma matrisi yardımıyla uygulanarak kapalı çevrim sistem yanıtları bulunabilir. İki girişli iki çıkışlı kapalı çevrim sistemin tasarlanan ayrık PI-PR kontrolörler ile basamak yanıtları Şekil 5.9’de verilmiştir. Sistemin çıkışlarını daha detaylı inceleyebilmek için,  $t = 0$ . saniyede birinci giriş ve  $t = 50$ . saniyede ikinci giriş sisteme uygulanmıştır.

Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı incelendiğinde, tasarlanan kontrolörlerden birincisi 0.1% aşım ve 23.39 saniye yerleşme zamanı, ikincisi ise 0.1% aşım ve 17.2



**Şekil 5.9** : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları (Örnek 5.1).

saniye yerleşme zamanı sağlamaktadır. Elde edilen sonuçlar da istenilen performans kriterlerini sağlamaktadır. Daha sonra, tasarlanan kontrolörlerin bozucu bastırma performanslarını da incelemek için 26. saniyede birinci çevrime, 80. saniyede ikinci çevrime -0.5 genlikli basamak bozucuları uygulanmıştır. Uygulanan basamak bozucular ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları Şekil 5.10'de verilmiştir. Kapalı



**Şekil 5.10** : Kapalı çevrim sistemin bozucular ile basamak yanıtları (Örnek 5.1).

çevrim sisteme uygulanan bozucular ile elde edilen sistem yanıtlarına göre, önerilen kontrolör yapısının bozucu bastırma performansının yeterli olduğu görülmektedir.

### 5.2.2 Örnek 5.2:

İki girişli iki çıkışlı bir sistemin sürekli zamandaki transfer fonksiyon matrisi aşağıdaki gibidir.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{22.89}{4.572s+1}e^{-0.2s} & \frac{-11.4}{1.807s+1}e^{-0.4s} \\ \frac{4.689}{2.174s+1}e^{-0.2s} & \frac{5.8}{1.801s+1}e^{-0.4s} \end{bmatrix}$$

$2 \times 2$ 'lik sistemin kontrol döngüleri arasındaki etkileşim ayrıştırma kontrol yaklaşımı ile kesilebilir. Ayrıştırma yöntemindeki iki durum da bu sistem için uygulanabileceğine göre, ilk durum seçilebilir. Ayrıştırma matrisinin elemanları hesaplanarak,  $2 \times 2$ 'lik matris elde edilir.

$$D(s) = \begin{bmatrix} e^{-0.2s} & \frac{0.49803(4.572s+1)}{1.807s+1}e^{-0.2s} \\ \frac{-0.80845(1.801s+1)}{2.174s+1} & 1 \end{bmatrix}$$

Daha sonra, sistem elde edilen matris  $D(s)$  ile ayrıştırılır.

$$H(s) = G(s)D(s) = \begin{bmatrix} h_{11}(s) & 0 \\ 0 & h_{22}(s) \end{bmatrix}$$

Burada, köşegen elemanları

$$h_{11}(s) = \frac{9.21631(1.801s+1)}{(1.807s+1)(2.174s+1)}e^{-0.4s} + \frac{22.89}{4.572s+1}e^{-0.4s}$$

$$h_{22}(s) = \frac{2.33528(4.572s+1)}{(1.807s+1)(2.174s+1)}e^{-0.4s} + \frac{5.8}{1.801s+1}e^{-0.4s}$$

şeklindedir.

İlk olarak, köşegen elemanlarından  $h_{11}(s)$ 'in, örnekleme zamanı  $t_s = 0.05$  saniye alınarak ayrık zamandaki transfer fonksiyonu yazılır.

$$h_{11}(z) = \frac{0.45783z^2 - 0.89521z + 0.4376}{z^8(z^3 - 2.9391z^2 + 2.87936z - 0.94025)}$$

Bu köşegen elemanı için kapalı çevrimde istenilen performans kriterleri 0.1% aşım ve 2.9 saniye yerleşme zamanı olarak hedeflenmiştir. Bu isteklere karşı düşen baskın kutup çifti seçilen örnekleme zamanı ile birlikte ayrık zaman düzleminde,

$$z_{1,2} = \sigma_z + j\omega_z = 0.9329 \pm j0.02927$$

olarak hesaplanır. Ayrık PIR kontrolörün gecikme parametresi  $h = 1$  seçildiğinde, Denklem 3.13 ve 3.14 kullanılarak, ayrık PIR kontrolöre ilişkin  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri

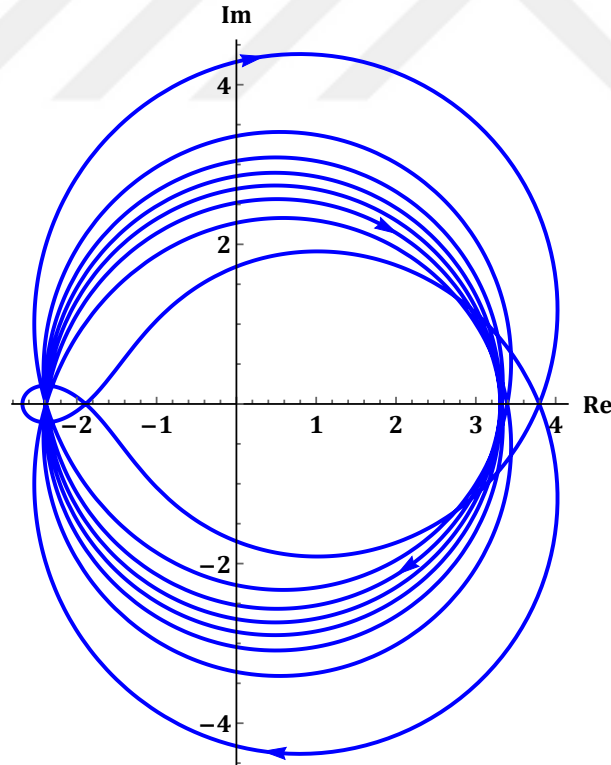
$K_p$ 'ye bağı olarak bulunur.

$$K_i = 0.00539K_p + 0.00311$$

$$K_r = 0.87585K_p - 0.09934$$

Daha sonra,  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri kapalı çevrim sistemin karakteristik denkleminde yerine konulur ve denklem sadece  $K_p$ 'ye bağı olarak yazılmış olur. Karakteristik denklem yeniden düzenlenerek, Denklem 3.15'deki şekilde transfer fonksiyon  $\bar{G}(z)$  elde edilir.

Ayrık düzlemdeki baskın kutup çiftinin mutlak değeri  $r = 0.93336$  iken, amaçlanan baskınlık faktörü  $m = 3$  seçilirse, kalan kapalı çevrim kutuplarının  $r^m = 0.93336^3 = 0.8131$  yarıçaplı çemberin içinde olmaları beklenir. Bunun için,  $\tilde{G}(z)$ 'nin baskın bölgedeki kutup sayısına ve değiştirilmiş Nyquist eğrisine bakılır.  $\tilde{G}(z)$ 'nin baskın bölgedeki kutup sayısı  $P = 5$  olarak bulunur. Ayrıca,  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği Şekil 5.11'deki gibidir.



Şekil 5.11 :  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 5.2-h<sub>11</sub>).

Gerekli çevrim ( $N = -3$ ) için, 5.11'deki Nyquist grafiğinde bir aralık yoktur, yani istenilen performans kriterlerine ve/veya baskınlık faktörüne göre kalan kutupların tümü istenilen yarıçaplı çemberin içine yerleştirilemez. Diğer taraftan, Nyquist

grafiğinde saat yönünün tersinde çevrime sahip bir bölge vardır. Bunun anlamı, kapalı çevrim sistemin baskın bölgedeki bir kutbu uzağa yerleştirilebilir ve baskın bölgede performans kriterlerine göre seçilen baskın kutup çiftinin dışında iki adet reel kutup kalır. Nyquist grafiğindeki  $N = -1$  için,  $K_p$ 'nin değer aralığı

$$K_p \in \left( \frac{-1}{p_1}, \frac{-1}{p_2} \right) = \left( \frac{-1}{-2.68112}, \frac{-1}{-2.38859} \right) = (0.37298, 0.41866)$$

olarak elde edilir. Seçilen aralıktan  $K_p = 0.4$  seçildiğinde, kapalı çevrim sistemin kutup ve sıfırları aşağıdaki gibi bulunur.

kutuplar:  $z_1 = -0.80826$ ,  $z_{2,3} = -0.61422 \pm j0.52536$ ,  $z_{4,5} = -0.1229 \pm j0.79885$ ,  
 $z_{6,7} = 0.43597 \pm j0.68057$ ,  $z_{8,9} = 0.76447 \pm j0.03551$ ,  $z_{10,11} = 0.9329 \pm j0.02927$ ,  
 $z_{12} = 0.97266$ ,  $z_{13} = 0.98226$

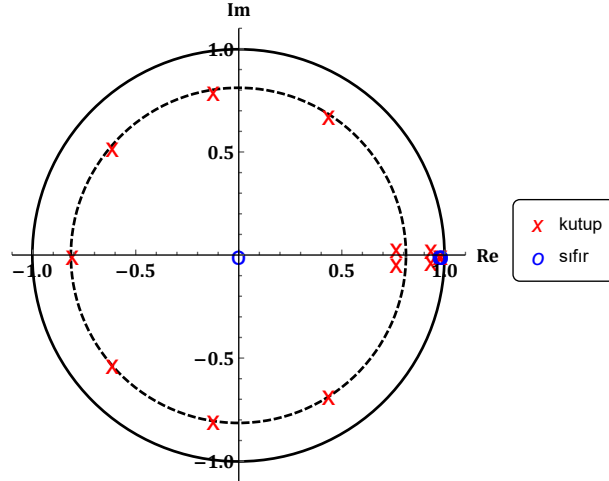
sıfırlar:  $z_1 = 0.64271$ ,  $z_2 = 0.96366$ ,  $z_3 = 0.97265$ ,  $z_4 = 0.9827$

Görüldüğü üzere, baskın bölgede kalan  $z_{12} = 0.97266$  kutbu ile sistemin sıfırı  $z_3 = 0.97265$  ayrık düzlemde üst üste konumlanmaktadır, yani birbirlerini yok ederler. Diğer taraftan, baskın bölgede kalan  $z_{13} = 0.98226$  kutbu PI-PR kontrol yapısı kullanılarak, kontrolörün sıfırı ile yok edilebilir. Baskın bölgedeki reel kutup ayrık PI-PR kontrolör sıfırıyla yok edilmesi için  $K_{pi}$  parametresi 0.29139 olarak seçilir.  $K_{pi}$  seçiminden sonra, kontrolörün diğer bir parametresi  $K_{pr} = 0.10861$  bulunur ve kontrolörün tasarımı tamamlanmış olur. Tasarlanan ayrık PI-PR kontrolör aşağıdaki gibidir.

$$C_{PI}(z) = \frac{0.29665z - 0.29139}{z - 1}$$

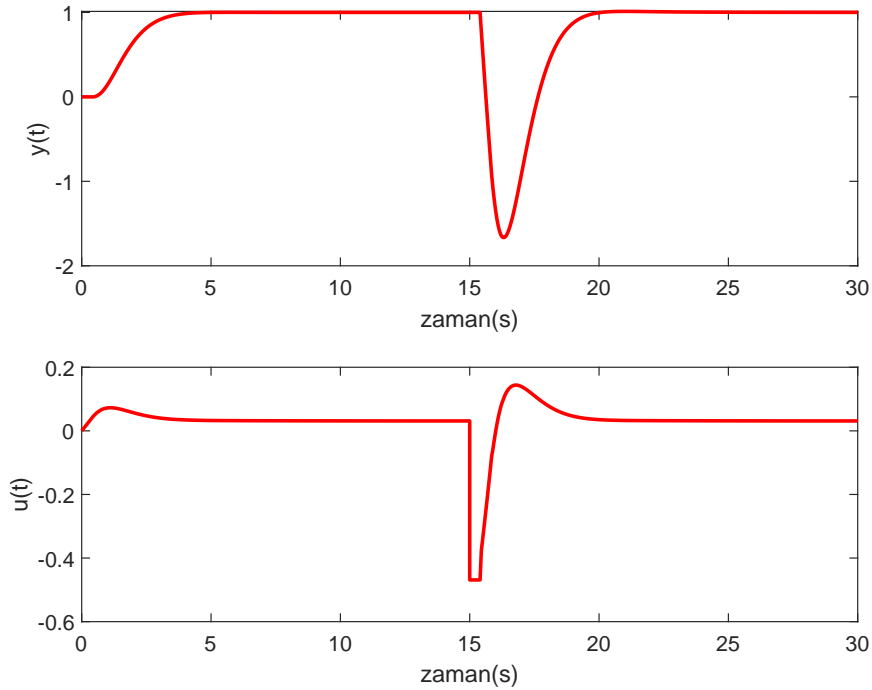
$$C_{PR}(z) = \frac{0.10861z - 0.251}{z}$$

Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim sistemin ayrık düzlemdeki kutup ve sıfırlarının dağılımı Şekil 5.12'de gösterilmiştir. Şekil 5.12'den görüldüğü üzere, kapalı çevrim baskın kutupların dışında kalan tüm kutuplar belirlenen yarıçaplı çemberin içerisinde kalmaktadır. Diğer taraftan, sistemin sıfırlarından biri baskın bölgede konumlanmaktadır. Bu da, sistemin geçici hal yanıtında yüksek miktarda aşım ve yerleşme zamanına sebep olmaktadır. Geçici haldeki istenmeyen yanıtın önüne geçebilmek için, ön filtre kullanılabilir.  $h_{11}$  için, kapalı çevrim sistemin tasarlanan ayrık PI-PR kontrolör ve ön filtre ile basamak yanıtı ve kontrol işareti Şekil 5.13'de



**Şekil 5.12** : Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 5.2- $h_{11}$ ).

verilmiştir. Tasarlanan kontrolörün bozucu bastırma performansını da görmek için 15. saniyede -0.5 genlikli bir basamak bozucusu uygulanmıştır.



**Şekil 5.13** : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 5.2- $h_{11}$ ).

Benzetim ortamında elde edilen basamak yanıtına göre, kapalı çevrimde sistem 0.09% aşım ile 3.84 saniyede oturmaktadır.

Daha sonra, köşegen elemanlarından ikincisi ( $h_{22}$ ) için aynı prosedür uygulanarak kontrolör tasarlanır. İlk olarak, sistemin transfer fonksiyonu  $t_s = 0.05$  saniye ile ayrık

zaman düzlemindeki ifadesi elde edilir.

$$h_{22}(z) = \frac{0.29203z^2 - 0.57102z + 0.27913}{z^8(z^3 - 2.92259z^2 + 2.84717z - 0.92457)}$$

Sistemin kapalı çevrimdeki performans kriterleri 0.1% aşım ve 2.7 saniye yerleşme zamanı olarak belirlendiğinde, ayrık düzlemdeki baskın kutup çifti

$$z_{1,2} = \sigma_z + j\omega_z = 0.92808 \pm j0.03128$$

şeklinde bulunur. Ayrık PIR kontrolörün gecikme parametresi  $h = 1$  için, kontrolöre ilişkin  $K_i$  ve  $K_r$  parametreleri  $K_p$  cinsinden aşağıdaki gibi elde edilir.

$$K_i = 0.0061K_p + 0.00619$$

$$K_r = 0.86764K_p - 0.1427$$

Böylece, karakteristik denklem sadece  $K_p$ 'ye bağlı olarak yazılarak düzenlenir ve yeni transfer fonksiyon  $\tilde{G}(z)$  elde edilir. Ayrık düzlemdeki baskın kutup çiftinin mutlak değeri  $r = 0.9286$  ve baskınlık faktörü  $m = 3$  için,  $\tilde{G}(z) = \tilde{G}(0.80074z)$  hesaplanır ve baskın bölgedeki kutup sayısı  $P = 5$  olarak bulunur. Baskın kutup atamayı garantilemek için, Şekil 5.14'de verilen  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiğinde saat yönünün tersinde üç çevrim olmalıdır. Nyquist grafiğinde  $N = -3$  için bölge yoktur, yani istenilen performans kriterlerine ve/veya baskınlık faktörüne göre kalan kutupların tümü istenilen yarıçaplı çemberin içine yerleştirilemez. Fakat, saat yönünün tersinde çevrime sahip bir bölge vardır. Yani, kapalı çevrim sistemin baskın bölgedeki bir kutbu uzağa yerleştirilebilir ve baskın bölgede performans kriterlerine göre seçilen baskın kutup çiftinin dışında iki adet reel kutup kalır. Nyquist grafiğindeki  $N = -1$  için,  $K_p$ 'nin değer aralığı aşağıdaki gibidir.

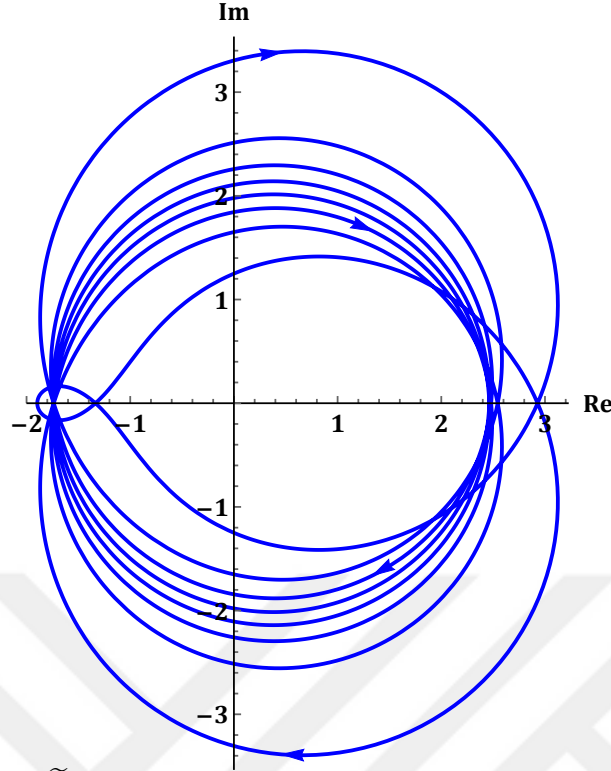
$$K_p \in \left( \frac{-1}{-1.74035}, \frac{-1}{-1.89644} \right) = (0.5273, 0.5746)$$

Seçilen aralıktan  $K_p = 0.55$  seçildiğinde, kapalı çevrim sistemin kutup ve sıfırları

kutuplar:  $z_1 = -0.79612$ ,  $z_{2,3} = -0.6048 \pm j0.5177$ ,  $z_{4,5} = -0.12036 \pm j0.78697$ ,  
 $z_{6,7} = 0.4307 \pm j66958$ ,  $z_8 = 0.72246$ ,  $z_9 = 0.77314$ ,  $z_{10,11} = 0.92808 \pm j0.03128$ ,  
 $z_{12} = 0.97264$ ,  $z_{13} = 0.98324$

sıfırlar:  $z_1 = 0.62632$ ,  $z_2 = 0.95456$ ,  $z_3 = 0.97264$ ,  $z_4 = 0.9827$

şeklinde elde edilir. Kapalı çevrim sistemin baskın bölgede kalan  $z_{12} = 0.97264$  kutbu



**Şekil 5.14** :  $\tilde{G}(z)$ 'nin değiştirilmiş Nyquist grafiği (Örnek 5.2- $h_{22}$ ).

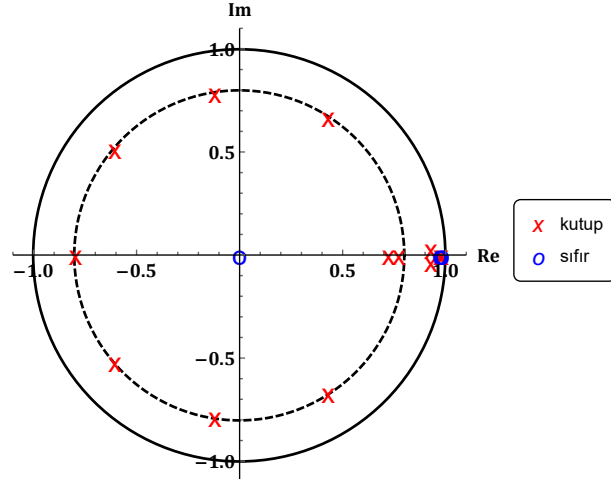
ile sıfırı  $z_3 = 0.97264$  ayırık düzlemde üst üste konumlanmaktadır, yani birbirlerini yok ederler. Diğer yandan, baskın bölgede kalan  $z_{13} = 0.98324$  kutbu PI-PR kontrol yapısı kullanılarak, kontrolörün sıfırı ile yok edilebilir. Bunun için, ayırık PI-PR kontrolörün  $K_{pi}$  parametresi 0.55741 seçilir. Kontrolörün diğer parametreleri de belirlendikten sonra, ayırık PI-PR kontrolör tasarımı tamamlanmış olur.

$$C_{PI}(z) = \frac{0.80485z - 1.41905}{z - 1}$$

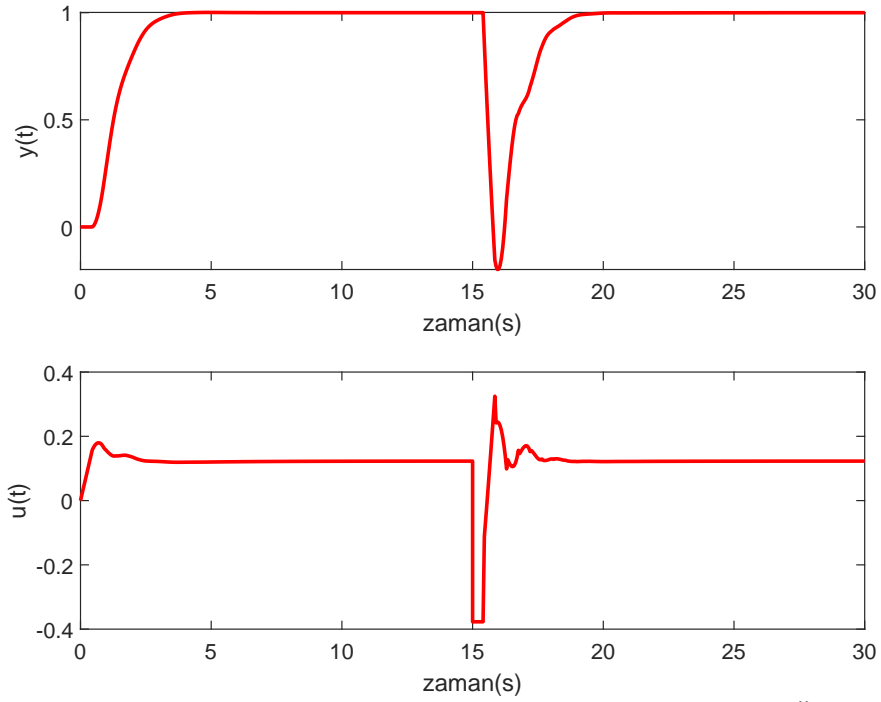
$$C_{PR}(z) = \frac{1.01239z - 0.99515}{z}$$

Tasarlanan ayırık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı Şekil 5.15'de gösterilmiştir. Görüldüğü üzere, kapalı çevrim baskın kutupların dışında kalan tüm kutuplar belirlenen yarıçaplı çemberin içerisinde kalmaktadır. Diğer taraftan, sistemin sıfırlarından biri ( $z_4 = 0.9827$ ) baskın bölgede konumlanmaktadır. Bu da, sistemin geçici hal yanıtında yüksek miktarda aşım ve yerleşme zamanına sebep olmaktadır. Bunun önüne geçebilmek için,  $h_{11}$ 'de olduğu gibi ön filtre kullanılabilir.

$h_{22}$  için, kapalı çevrim sistemin tasarlanan ayırık PI-PR kontrolör ve ön filtre ile basamak yanıtı ve kontrol işareti Şekil 5.16'de verilmiştir. Tasarlanan kontrolörün bozucu bastırma performansını da görmek için 15. saniyede -0.5 genlikli bir basamak bozucusu uygulanmıştır.



**Şekil 5.15** : Ayrık PI-PR kontrolör ile kapalı çevrim kutup ve sıfırlarının dağılımı (Örnek 5.2-h<sub>22</sub>).



**Şekil 5.16** : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı ve kontrol işareti (Örnek 5.2-h<sub>22</sub>).

Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı incelendiğinde, yerleşme zamanının 3.23 saniye olduğu ve sistemin 0.12% aşım yaptığı söylenebilir.

Köşegen elemanların tasarlanan ayrık PI-PR kontrolörler ile ayrı ayrı kapalı çevrim yanıtlarına bakıldıktan sonra, bu kontrolörler verilen iki giriş iki çıkışlı sisteme ayrıştırma matrisi yardımıyla uygulanabilir.

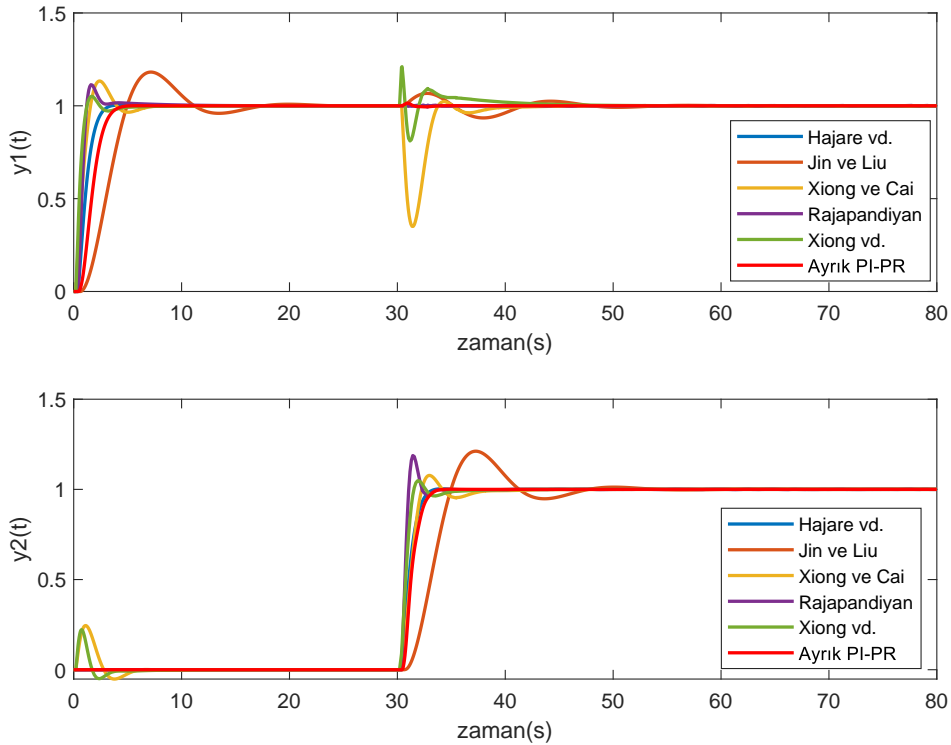
Önerilen yöntem ile tasarlanan kontrolörler literatürde mevcut olan başka kontrolörler ile kıyaslanarak basamak yanıtları ve kontrol işaretleri incelenmiştir. Literatürdeki

çalışmalar sonucu verilen sistem için tasarlanan kontrolörler Çizelge 5.1’de verilmiştir.

**Çizelge 5.1** : Kontrolör parametreleri (Örnek 5.1).

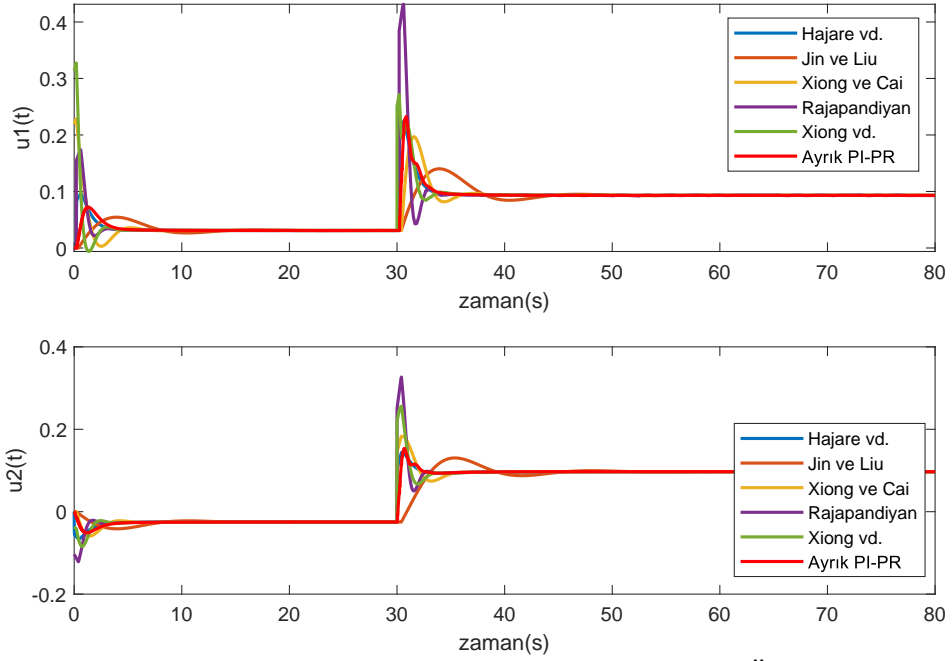
Yöntem	Kontrolör 11	Kontrolör 22
Hajare vd. [71]	$0.0248 + \frac{0.0044}{s} + 0.0257s$	$0.0248 + \frac{0.0044}{s} + 0.0257s$
Jin ve L. [72]	$0.0098 + \frac{0.0022}{s}$	$0.0098 + \frac{0.0022}{s}$
Xiong ve C. [82]	$0.219 + \frac{0.0479}{s}$	$0.1703 + \frac{0.0946}{s}$
Rajap. vd. [83]	$0.1544 + \frac{0.0544122}{s}$	$0.2751 + \frac{0.197459}{s}$
Xiong vd. [84]	$0.3137 + \frac{0.0686}{s}$	$0.2439 + \frac{0.1354}{s}$
	$(K_{12} = 0.2203 + \frac{0.1013}{s},$	$K_{21} = -0.0369 + \frac{-0.0204}{s})$

İki girişli iki çıkışlı kapalı çevrim sistemin tasarlanan ayırık PI-PR ve diğer kontrolörler ile basamak yanıtları ve kontrol işaretleri Şekil 5.17 ve 5.18’de verilmiştir. Sistemin çıkışlarını daha detaylı görebilmek için,  $t = 0.$  saniyede birinci giriş ve  $t = 30.$  saniyede ikinci giriş sisteme uygulanmıştır.



**Şekil 5.17** : Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları (Örnek 5.2).

Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtı incelendiğinde, tasarlanan kontrolörlerden birincisi 0.04% aşım ve 2%’lik dilime göre 3.87 saniye yerleşme zamanı, ikincisi ise 0.1% aşım ve 3.24 saniye yerleşme zamanı sağlamaktadır. Böylelikle, istenilen performans kriterleri büyük ölçüde sağlanmaktadır. Yerleşme zamanındaki küçük



Şekil 5.18 : Kapalı çevrim sistemin kontrol işaretleri (Örnek 5.2).

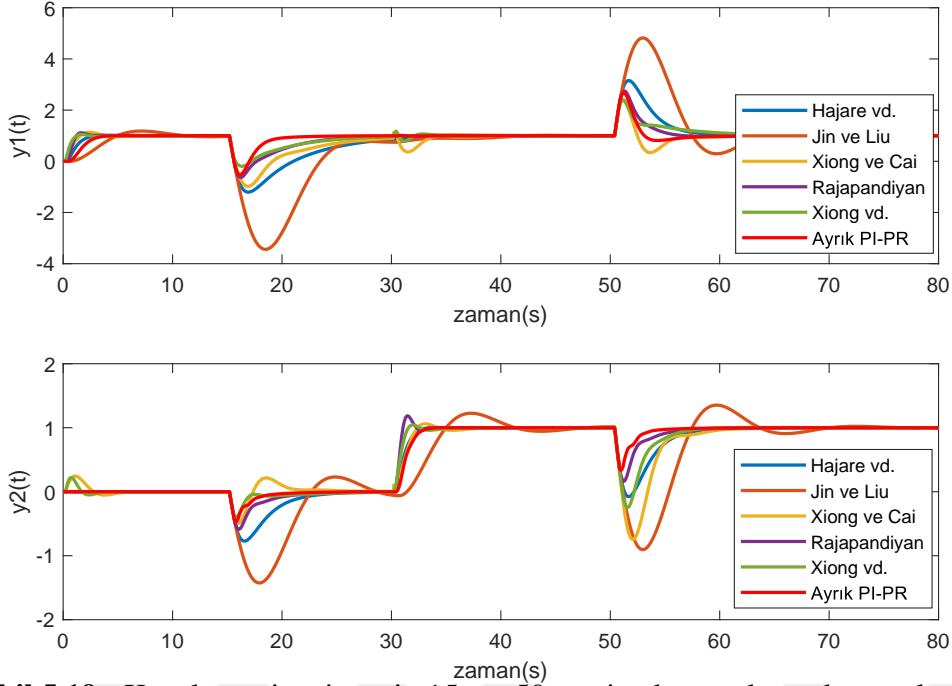
farkın sebebi aşısız bir sistem tasarlanmak istenmesinden kaynaklanmaktadır. Kapalı çevrim sistemin önerilen kontrolörler ile bazı performans özellikleri Çizelge 5.2’de verilmiştir.

Çizelge 5.2 : Kapalı çevrim sistemin performans özellikleri (Geçici hal yanıtı & kontrol işareti ) (Örnek 5.2).

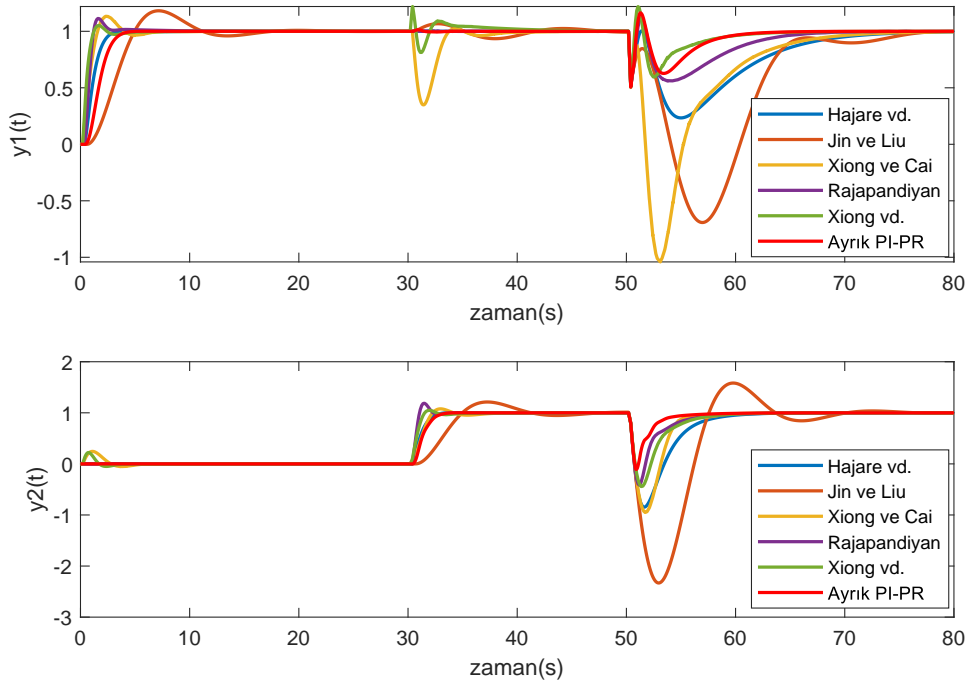
	yer. z.(s)	aşım(%)	$\ u(t)\ _2$	$\ u(t)\ _\infty$	ISE
Hajare vd. (1)	2.84	0.33	0.72	0.22	0.87
Hajare vd. (2)	2.85	0.29	0.71	0.14	0.87
Jin ve L. (1)	15.78	18.16	0.7	0.14	2.49
Jin ve L. (2)	16.33	21.17	0.7	0.13	2.61
Xio. ve C. (1)	6.1	13.35	0.73	0.23	1.14
Xio. ve C. (2)	7.12	7.74	0.72	0.18	1.04
Rajap. vd. (1)	3.89	5.06	0.77	0.43	0.64
Rajap. vd. (2)	4.46	4.98	0.74	0.33	0.62
Xiong vd. (1)	2.6	11.35	0.75	0.33	0.47
Xiong vd. (2)	3.13	19.06	0.73	0.26	0.65
A. PI-PR (1)	3.87	0.04	0.72	0.23	0.23
A. PI-PR (2)	3.24	0.1	0.71	0.15	0.34

Çizelge 5.2’de görüldüğü gibi, önerilen yöntem ile diğerlerine kıyasla aşısız bir tasarım yapmak mümkündür. Yerleşme zamanlarına bakıldığında, [71]’de önerilen kontrolör ile sistem daha hızlı oturmaktadır, fakat bu tezde önerilen kontrolör yapısına göre aşımı daha fazladır. Ayrıca, önerilen kontrolör ile integral karesel hatada (ISE) daha iyi performans sağlanmaktadır.

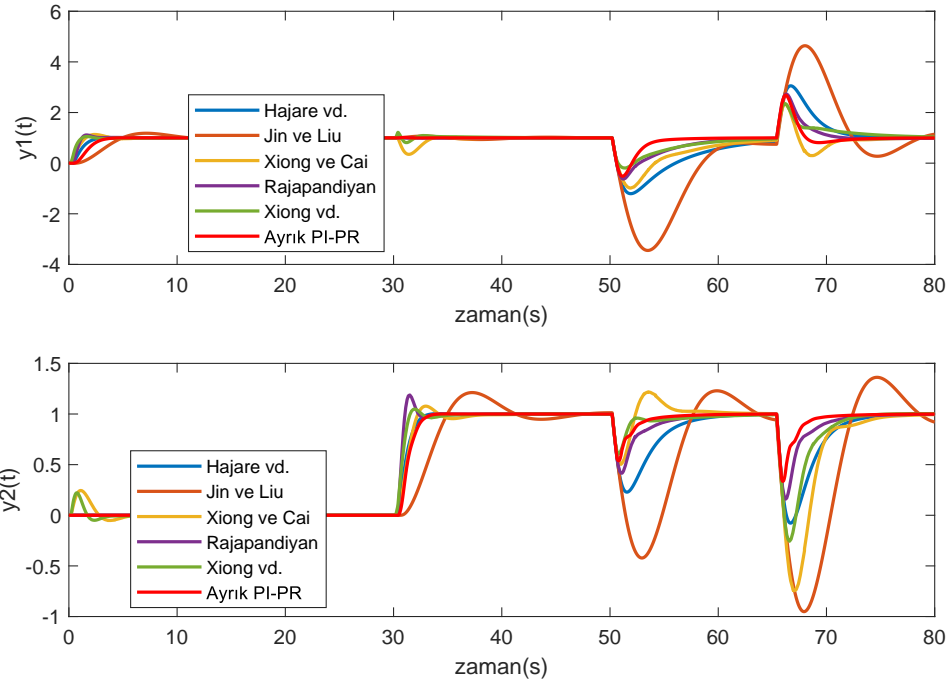
Daha sonra, tasarlanan kontrolörlerin bozucu bastırma performanslarını da incelemek için sisteme farklı zamanlarda uygulanan -0.5 genlikli basamak bozucuları uygulanmıştır. Uygulanan basamak bozucular ile kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları sırasıyla Şekil 5.19, 5.20 ve 5.21’de verilmiştir.



**Şekil 5.19** : Kapalı çevrim sistemin 15. ve 50. saniyede uygulanan bozucular ile basamak yanıtları (Örnek 5.2).



**Şekil 5.20** : Kapalı çevrim sistemin 50. saniyede uygulanan bozucular ile basamak yanıtları (Örnek 5.2).



**Şekil 5.21** : Kapalı çevrim sistemin 50. ve 65. saniyede uygulanan bozucular ile basamak yanıtları (Örnek 5.2).

İlk olarak 15. saniyede birinci çevrime, 50. saniyede ikinci çevrime bozucu verilmiştir. Daha sonra, 50. saniyede iki çevrime de aynı anda uygulanmıştır. Son olarak, 50. saniyede birinci çevrime, 65. saniyede ikinci çevrime bozucu verilerek kapalı çevrim sistem yanıtları incelenmiştir. Bozucular ile elde edilen üç farklı sistem yanıtlarına bakıldığında, önerilen kontrolör yapısının bozucu bastırma performansının verilen bütün olasılıklar için çok daha iyi olduğu görülmektedir.

Bu tez kapsamında önerilen ayrıık PI-PR kontrolör yapısı ile, yukarıda verilen örnek sistemlerin kapalı çevrimdeki yanıtları üzerinden görüldüğü gibi iki girişli iki çıkışlı sistemlerde de baskın kutup atama garanti altına alınabilmektedir. Bununla birlikte, sisteme uygulanan bozuculara karşı da etkili bir performans göstermektedir. Diğer taraftan, tek girişli tek çıkışlı sistemlerde olduğu gibi, baskın olmayan kutupları istenilen performans kriterleri ve/veya  $m$  değeri için her zaman baskın kutuplardan uzağa yerleştirilemeyebilir. Bu durumda, farklı performans kriterleri ve/veya  $m$  değeri için tasarım prosedürü tekrarlanmalıdır.



## 6. SONUÇ

Bu tezde, ayrık zamanlı iki farklı kontrolör ile baskın kutup atama yöntemi önerilmiştir. İlk olarak, ayrık zamanda alanında, baskın kutupları atayan PID kontrolör için parametre setinin bulunması anlatılmış, gerekli denklemler verilmiştir. Baskın kutup atamayı garanti altına alan, yani kalan kutupların ayrık düzlemde nerede konumlanacağını belirleyen parametre alt kümesi değiştirilmiş Nyquist grafiği yaklaşımı ile bulunmuştur. Verilen tasarım yöntemi, zaman gecikmesine sahip sistemler üzerinden gösterilmiştir.

Baskın kutup atama yöntemi ile tasarlanan kontrolörün sıfırları baskın bölgede veya kararsızlık bölgesinde konumlanabilir. Bu durum da, kapalı çevrim sistemin geçici hal yanıtında olumsuz etkilere sebep olur. Ayrıca, bazen kapalı çevrim sistemin kontrol işaretinin birden çok büyümesi (türev tekmesi) durumu ortaya çıkabilir. Kontrolörün sıfırlarının olumsuz etkilerinden ve türev tekmesinden kurtulmak için PI-PD kontrolör yapısı önerilmiştir. Ayrık PID kontrolör tasarımından sonra, bu yapıya nasıl geçileceği anlatılmış ve bu yapıdaki kontrolör ile iki farklı örnek için baskın kutup atama yapılmıştır.

Tezin üçüncü bölümünde, PID kontrolöre alternatif olarak PIR kontrolör önerilmiştir. PIR kontrolörde, türev terimi yerine gecikmeli oransal terim yer almaktadır. Böylece, ölçüm gürültüsü azaltılabilirken aynı zamanda, bozucu bastırma performansı ve sürekli hal hatası giderme özelliği korunmuş olur. Hem türev parametresinden kaçınmak hem de ayrık zaman alanının avantajlarından yararlanmak için, ayrık zamanlı PIR kontrolör ile baskın kutup atama önerilmiştir. İkinci bölümde olduğu gibi, belirlenen baskın kutuplar aracılığıyla, kontrolör parametre kümesini elde etmek için denklemler verilmiştir. Buradaki bir farklılık, ayrık PIR kontrolörün gecikme parametresinin pozitif bir tam sayı olarak önceden belirlenmesidir. Daha sonra, kalan kutuplar, baskın kutup atamayı garanti altına alacak şekilde değiştirilmiş Nyquist grafiği ile belirlenen yarıçaplı çemberin içine atanır. Bu kontrolör tasarımı, zaman gecikmesine sahip ikinci ve yüksek mertebeden sistemler kullanılarak anlatılmıştır. Bu örnekler

ile, ayrıık PIR kontrolörün ayrıık PID'ye kıyasla bir başka avantajı daha gösterilmiştir. Kullanılan bütün sistemlerde ayrıık PIR kontrolör ile daha geniş bir parametre seti elde edilmektedir. Ek olarak, bu örnek sistemler üzerinden, PIR kontrolörün gecikme parametresinin farklı değerleri için bulunan parametre setindeki farklılıklar incelenmiştir. Gecikme parametresinin değeri arttıkça, elde edilen kazanç aralığının azaldığı görülmüştür.

PIR kontrolörde de, gecikme parametresine bağılı olarak sıfır sayısı dağıışmekte ve baskın kutup atamada kontrolör sıfırlarının yerleri belirlenememektir. PI-PD yapısının avantajları da düşünülerek, ayrıık PIR kontrolörün de bu şekilde bir yapıda kullanılabilceğı anlatılarak yeni bir kontrol yapısı olan PI-PR önerilmiştir. Bu yapı ile kontrolörün sıfırının yerinin istenildiğı gibi belirlenebileceğı ve kontrol işaretindeki türev tekmesinin önüne geçilebileceğı gösterilmiştir. Önerilen PI-PR kontrolör zaman gecikmesine sahip birinci, ikinci ve üçüncü mertebeden sistemler kullanılarak literatürdeki bazı kontrolör tasarım yöntemleri ile karşılaştırılmış ve başarısı gösterilmiştir.

Baskın kutup atama yönteminde, baskın kutupların yerleri kesin olarak belirlenmesi ile geriye kalan kutuplar istenildiğı kadar uzağı atanamayabilir. Bu gibi durumlarda, baskın kutupları belirli noktalar yerine bir bölgenin içine yerleştirilmesi mantıklı bir yaklaşım olmaktadır. Tezin dördüncü bölümünde, ayrıık zamanlı PID ve PIR kontrolörler kullanılarak baskın kutup bölgesi atama probleminin çözümüne odaklanılmış ve gerekli adımlar anlatılmıştır. Baskın kutupların bölgesi, yarıçapları verilen çemberler ve kapalı çevrim sistemin istenilen sönümlleme oranı eğrisi ile belirlenmiştir. Ayrıık zaman düzlemindeki sönümlleme oranı eğrisinin denklemi çok karmaşık olduğundan, verilen yarıçaplı çemberler arasında kalan eğri için bir kosinüs denklemi uydurulmuştur. Böylece, kutupların atanacağı bölgenin bulunması kolaylaşmıştır. Ayrıca, baskın olmayan kutupların da yer alacağı bölge yarıçapı verilen çember ile belirlenerek baskın kutup atama garanti altına alınmış olmaktadır.

Önerilen tasarım yöntemlerinin, baskın kutup çiftinin istenen noktalara ve geriye kalan kapalı çevrim sistem kutuplarının baskın kutuplardan  $m$  kat uzağı yerleştirilmesine dayandığını belirtmek gerekir. Ancak, seçilen performans kriterleri ve amaçlanan baskınlık faktörü için kalan kutupları istenildiğı gibi yerleştirmek her zaman mümkün olmamaktadır. Bu nedenle, ortaya çıkan kontrolör parametre setinin boş küme olduğu

durumda, verilen tasarım süreci, boş küme olmayan bir kontrolör parametre seti elde edilene kadar farklı  $m$  değeri ve / veya performans kriterleri için tekrarlanmalıdır.

Tezde önerilen ayrık zamanlı PIR kontrolör ile baskın kutup atama yöntemi iki girişli iki çıkışlı sistemler için de uygulanabilir. Ancak, bu sistemler için doğrudan tasarım zordur. Bu sebeple,  $2 \times 2$ 'lik sistem tezin beşinci bölümünde verilen bir ayrıştırma matrisi ve merkezi olmayan ayrık PIR kontrolör ile kontrol edilebilir. Diğer bir deyişle, ayrıştırılma sonucu elde tek girişli tek çıkışlı iki alt sistem için ayrı ayrı kontrolör tasarımları yapılmış, daha sonra bu kontrolörler sisteme uygulanmıştır. Örneklerde kullanılan sistemlerde, ayrık PI-PR yapısının avantajından faydalanmak için PIR yapısından ayrık PI-PR kontrolör yapısına geçilmiştir. Ayrıca, elde edilen alt sistemlerin sıfırlarının baskın bölgede olduğu durumlarda kapalı çevrim sistemin geçici hal yanıtının olumsuz yönde etkilenmemesi için ön filtre kullanılması önerilmiştir. Önerilen kontrolör yapısı zaman gecikmesine sahip iki farklı iki girişli iki çıkışlı sistem kullanılarak anlatılmış ve bir örnekte literatürdeki diğer kontrolörler ile karşılaştırılmıştır.

Gelecek çalışma olarak, PI-PR kontrolör tasarım yöntemi ile sürekli zamanda baskın kutup atama yönteminin uygulanmasını düşünmek mümkündür, çünkü PI-PR kontrolörün bir zaman gecikme parametresine sahip olması ve zaman gecikmesinden sonsuz kutuplar gelmesi nedeniyle sürekli zamanı uygulamak daha zordur. Diğer taraftan, Nyquist grafiği üzerinde belirsizlikle ilgili bazı çalışmalar literatürde mevcuttur [85]. Bu çalışmaların önerilen yöntemle birleştirilmesi düşünülebilir. Ek olarak, belirsizlik konusu, çeşitli sağlam kontrol yöntemleri uygulanarak ileride yapılacak çalışmalarda detaylı bir şekilde incelenebilir. Sonuç olarak, önerilen PI-PR kontrolör yöntemi tezin üçüncü bölümünde verilen örnekler görüldüğü gibi zaten sağlam bir kontrolör tasarımı sunmaktadır.



## KAYNAKLAR

- [1] **Åström, K.J. ve Murray, R.M.** (2010). *Feedback systems: an introduction for scientists and engineers*, Princeton university press.
- [2] **Ackermann, J.** (2012). *Robust control: Systems with uncertain physical parameters*, Springer Science & Business Media.
- [3] **Persson, P. ve Åström, K.J.** (1992). Dominant pole design-a unified view of PID controller tuning, *IFAC Proceedings Volumes*, 25(14), 377–382.
- [4] **Åström, K.J. ve Hägglund, T.** (1995). *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*, cilt 2, Instrument society of America Research Triangle Park, NC.
- [5] **Halder, K., Das, S. ve Gupta, A.** (2020). Time Delay Handling in Dominant Pole Placement with PID Controllers to Obtain Stability Regions using Random Sampling, *International Journal of Control*, (just-accepted), 1–30.
- [6] **Wang, H., Han, Q.L., Liu, J. ve He, D.** (2020). Discrete-time filter proportional–integral–derivative controller design for linear time-invariant systems, *Automatica*, 116, 108918.
- [7] **Das, S., Halder, K. ve Gupta, A.** (2019). Delay Handling Method in Dominant Pole Placement Based PID Controller Design, *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 16(2), 980–991.
- [8] **Fišer, J. ve Zítek, P.** (2019). PID Controller Tuning via Dominant Pole Placement in Comparison with Ziegler-Nichols Tuning, *IFAC-PapersOnLine*, 52(18), 43–48.
- [9] **Dincel, E., Mutlu, İ., Schrödel, F. ve Söylemez, M.T.** (2018). Further results on dominant pole placement via stability mapping approach, *IFAC-PapersOnLine*, 51(4), 918–923.
- [10] **Fišer, J., Zítek, P. ve Vyhliđal, T.** (2017). Dominant four-pole placement in filtered PID control loop with delay, *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 6501–6506.
- [11] **Das, S., Halder, K. ve Gupta, A.** (2018). Performance analysis of robust stable PID controllers using dominant pole placement for SOPTD process models, *Knowledge-Based Systems*, 146, 12–43.
- [12] **Srivastava, S., Misra, A. ve Sarkar, A.** (2019). Analysis & Design of Robust PID Controller with Dominant Pole Placement Approach, *2019 6th International Conference on Signal Processing and Integrated Networks (SPIN)*, IEEE, s.908–914.

- [13] **Tang, W., Wang, Q.G., Ye, Z. ve Zhang, Z.** (2007). PID tuning for dominant poles and phase margin, *Asian Journal of Control*, 9(4), 466–469.
- [14] **Wang, Q.G., Zhang, Z., Astrom, K.J. ve Chek, L.S.** (2009). Guaranteed Dominant Pole Placement with PID Controllers, *Journal of Process Control*, 19(2), 349–352.
- [15] **Zítek, P., Fišer, J. ve Vyhlídal, T.** (2013). Dominant three pole placement in PID control loop with delay, *2013 9th Asian Control Conference (ASCC)*, IEEE, s.1–6.
- [16] **Li, Y., Sheng, A. ve Qi, Q.** (2011). Further results on guaranteed dominant pole placement with PID controllers, *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference*, IEEE, s.3756–3760.
- [17] **Šekara, T.B. ve Rapaić, M.R.** (2015). A revision of root locus method with applications, *Journal of Process Control*, 34, 26–34.
- [18] **Ogata, K.** ve diğeri (1995). *Discrete-time control systems*, cilt 2, Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ.
- [19] **Dincel, E. ve Söylemez, M.T.** (2014). Guaranteed Dominant Pole Placement with Discrete-PID Controllers: a Modified Nyquist Plot Approach, *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3), 3122–3127.
- [20] **Ang, K.H., Chong, G. ve Li, Y.** (2005). PID control system analysis, design, and technology, *IEEE transactions on control systems technology*, 13(4), 559–576.
- [21] **O’Dwyer, A.** (2009). *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*, Imperial college press.
- [22] **Nise, N.S.** (2007). *Control Systems Engineering, (with CD)*, John Wiley & Sons.
- [23] **Ribeiro, J.M., Santos, M.F., Carmo, M. ve Silva, M.** (2017). Comparison of PID controller tuning methods: analytical/classical techniques versus optimization algorithms, *2017 18th international Carpathian control conference (ICCC)*, IEEE, s.533–538.
- [24] **Bharat, S., Ganguly, A., Chatterjee, R., Basak, B., Sheet, D.K. ve Ganguly, A.** (2019). A Review on Tuning Methods for PID Controller, *Asian Journal For Convergence In Technology (AJCT)*.
- [25] **Bucz, Š. ve Kozáková, A.** (2018). Advanced methods of PID controller tuning for specified performance, *PID Control for Industrial Processes*, 73–119.
- [26] **Üstoğlu, İ. ve Söylemez, M.T.** (2007). Feasibility conditions on PID controller synthesis using dominant pole assignment, *2007 European Control Conference (ECC)*, IEEE, s.483–489.
- [27] **Cominos, P. ve Munro, N.** (2002). PID controllers: recent tuning methods and design to specification, *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 149(1), 46–53.

- [28] **Shinskey, F.G.** (1979). *Process control systems*, McGraw-Hill, Inc.
- [29] **Dincel, E. ve Söylemez, M.T.** (2018). Digital PI-PD Controller Design for Arbitrary Order Systems: Dominant Pole Placement Approach, *ISA Transactions*, 79, 189–201.
- [30] **Onat, C.** (2019). A New Design Method for PI–PD Control of Unstable Processes with Dead Time, *ISA Transactions*, 84, 69–81.
- [31] **De Keyser, R., Muresan, C.I. ve Ionescu, C.M.** (2016). A Novel Auto-Tuning Method for Fractional Order PI/PD Controllers, *ISA Transactions*, 62, 268–275.
- [32] **Dash, P., Saikia, L.C. ve Sinha, N.** (2016). Flower Pollination Algorithm Optimized PI-PD Cascade Controller in Automatic Generation Control of a Multi-Area Power System, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 82, 19–28.
- [33] **Uniyal, J., Joshi, M. ve Juneja, P.K.** (2016). Set Point Tracking Capability and Comparative Response of PI-PD Controller with PI, PD and PID Controller, *2016 International Conference on Advances in Computing, Communication, & Automation (ICACCA)(Spring)*, IEEE, s.1–6.
- [34] **Singh, V.K. ve Padhy, P.** (2018). A New Approach to PI-PD Controller Design Using Modified Relay Feedback, *2018 International Conference on Power Energy, Environment and Intelligent Control (PEEIC)*, IEEE, s.349–353.
- [35] **Peker, F. ve Kaya, I.** (2017). Identification and Real Time Control of an Inverted Pendulum Using PI-PD Controller, *2017 21st International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, IEEE, s.771–776.
- [36] **Peram, M., Mishra, S., Vemulapaty, M., Verma, B. ve Padhy, P.K.** (2018). Optimal PI-PD and I-PD Controller Design Using Cuckoo Search Algorithm, *2018 5th International Conference on Signal Processing and Integrated Networks (SPIN)*, IEEE, s.643–646.
- [37] **Åström, K.J. ve Hägglund, T.** (2001). The Future of PID Control, *Control Engineering Practice*, 9(11), 1163–1175.
- [38] **Kharitonov, V.L., Niculescu, S.I., Moreno, J. ve Michiels, W.** (2005). Static Output Feedback Stabilization: Necessary Conditions for Multiple Delay Controllers, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(1), 82–86.
- [39] **Niculescu, S.I. ve Michiels, W.** (2004). Stabilizing a Chain of Integrators Using Multiple Delays, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 49(5), 802–807.
- [40] **Suh, I. ve Bien, Z.** (1979). Proportional Minus Delay Controller, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24(2), 370–372.
- [41] **Suh, H. ve Bien, Z.** (1980). Use of Time-Delay actions in the Controller Design, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 25(3), 600–603.

- [42] **Swisher, G.M. ve Tenqchen, S.** (1988). Design of Proportional-Minus-Delay Action Feedback Controllers for Second-and Third-Order Systems, *1988 American Control Conference*, IEEE, s.254–260.
- [43] **Galip Ulsoy, A.** (2015). Time-Delayed Control of SISO Systems for Improved Stability Margins, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 137(4).
- [44] **Abdallah, C., Dorato, P., Benites-Read, J. ve Byrne, R.** (1993). Delayed positive feedback can stabilize oscillatory systems, *1993 American Control Conference*, IEEE, s.3106–3107.
- [45] **Ramirez, A., Mondié, S., Garrido, R. ve Sipahi, R.** (2015). Design of Proportional-Integral-Retarded (PIR) Controllers for Second-Order LTI Systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 61(6), 1688–1693.
- [46] **CHEN, Y.H.** (1987). New Type of Controller: the Proportional Integral Minus Delay Controller, *International Journal of Systems Science*, 18(11), 2033–2041.
- [47] **Ramírez, A., Mondié, S. ve Garrido, R.** (2013). Proportional Integral Retarded Control of Second Order Linear Systems, *52nd IEEE Conference on Decision and Control*, IEEE, s.2239–2244.
- [48] **Villafuerte, R., Mondié, S. ve Garrido, R.** (2012). Tuning of Proportional Retarded Controllers: Theory and Experiments, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 21(3), 983–990.
- [49] **Ramirez, A., Garrido, R. ve Mondié, S.** (2013). Integral retarded velocity control of DC servomotors, *IFAC Proceedings Volumes*, 46(3), 558–563.
- [50] **Ramírez, A., Garrido, R. ve Mondié, S.** (2015). Velocity Control of Servo Systems Using an Integral Retarded Algorithm, *ISA Transactions*, 58, 357–366.
- [51] **Uspensky, J.V.** (1948). *Theory of equations*, Tata McGraw-Hill Education.
- [52] **Delice, I.I. ve Sipahi, R.** (2011). Delay-independent stability test for systems with multiple time-delays, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(4), 963–972.
- [53] **López, K., Mondié, S. ve Garrido, R.** (2018). A Tuning Procedure for the Cascade Proportional Integral Retarded Controller, *IFAC-PapersOnLine*, 51(14), 61–65.
- [54] **Koh, M., Ramírez, A. ve Sipahi, R.** (2018). Single-Delay Proportional-Retarded (PR) Protocols for Fast Consensus in a Multi-Agent System, *IFAC-PapersOnLine*, 51(14), 31–36.
- [55] **López, K., Garrido, R. ve Mondié, S.** (2017). Position Control of Servodrives Using a Cascade Proportional Integral Retarded Controller, *2017 4th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, IEEE, s.0120–0125.

- [56] **Ramírez, A. ve Sipahi, R.** (2018). Fast Consensus Against Noise in a Large-Scale Multi-Agent System with Distributed Proportional-Retarded (PR) Controllers, *2018 Annual American Control Conference (ACC)*, IEEE, s.3666–3671.
- [57] **Dincel, E. ve Söylemez, M.T.** (2016). Limitations on dominant pole pair selection with continuous PI and PID controllers, *2016 International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, IEEE, s.741–745.
- [58] **Kang, H.I.** (2010). Design of dominant pole region assignment with PID controllers, *2010 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*, cilt 2, IEEE, s.19–22.
- [59] **Dincel, E. ve Söylemez, M.T.** (2017). Dominant pole region assignment with continuous PI and PID controllers, *2017 10th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)*, IEEE, s.836–841.
- [60] **Liu, T., Zhang, W. ve Gu, D.** (2005). Analytical multiloop PI/PID controller design for two-by-two processes with time delays, *Industrial & engineering chemistry research*, 44(6), 1832–1841.
- [61] **Hu, Z., Li, D., Wang, J. ve Xue, F.** (2011). Analytical Design of PID Decoupling Control for TITO Processes with Time Delays., *JCP*, 6(6), 1064–1070.
- [62] **Seborg, D.E., Mellichamp, D.A., Edgar, T.F. ve Doyle III, F.J.** (2010). *Process dynamics and control*, John Wiley & Sons.
- [63] **Lengare, M., Chile, R. ve Waghmare, L.M.** (2012). Design of decentralized controllers for MIMO processes, *Computers & Electrical Engineering*, 38(1), 140–147.
- [64] **Hajare, V. ve Patre, B.** (2015). Decentralized PID controller for TITO systems using characteristic ratio assignment with an experimental application, *ISA transactions*, 59, 385–397.
- [65] **Maghade, D. ve Patre, B.** (2012). Decentralized PI/PID controllers based on gain and phase margin specifications for TITO processes, *ISA transactions*, 51(4), 550–558.
- [66] **Noeding, M., Martensen, J., Lemke, N., Tegethoff, W. ve Koehler, J.** (2018). Selection of decoupling control methods suited for automated design for uncertain TITO processes, *2018 IEEE 14th International Conference on Control and Automation (ICCA)*, IEEE, s.498–505.
- [67] **Wutthithanyawat, C. ve Wangnippamto, S.** (2018). Design of Decentralized PID Controller with Coefficient Diagram Method Based on Inverted Decoupling for TITO System, *2018 International Electrical Engineering Congress (iEECON)*, IEEE, s.1–4.
- [68] **Nordfeldt, P. ve Hägglund, T.** (2006). Decoupler and PID controller design of TITO systems, *journal of process control*, 16(9), 923–936.

- [69] **Park, B.E., Sung, S.W. ve Lee, I.B.** (2017). Design of centralized PID controllers for TITO processes, *2017 6th International Symposium on Advanced Control of Industrial Processes (AdCONIP)*, IEEE, s.523–528.
- [70] **Lakshmanaprabu, S., Elhoseny, M. ve Shankar, K.** (2019). Optimal tuning of decentralized fractional order PID controllers for TITO process using equivalent transfer function, *Cognitive Systems Research*, 58, 292–303.
- [71] **Hajare, V., Patre, B., Khandekar, A. ve Malwatkar, G.** (2017). Decentralized PID controller design for TITO processes with experimental validation, *International Journal of Dynamics and Control*, 5(3), 583–595.
- [72] **Jin, Q. ve Liu, Q.** (2014). Decoupling proportional–integral–derivative controller design for multivariable processes with time delays, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 53(2), 765–777.
- [73] **Mokadam, H.R., Patre, B.M. ve Maghade, D.K.** (2013). Tuning of multivariable PI/PID controllers for TITO processes using dominant pole placement approach, *International Journal of Automation and Control*, 7(1-2), 21–41.
- [74] **Maghade, D. ve Patre, B.** (2014). Pole placement by PID controllers to achieve time domain specifications for TITO systems, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 36(4), 506–522.
- [75] **Söylemez, M.T., Munro, N. ve Baki, H.** (2003). Fast calculation of stabilizing PID controllers, *Automatica*, 39(1), 121–126.
- [76] **Srivastava, S. ve Pandit, V.** (2016). A PIPID Controller for Time Delay Systems with Desired Closed Loop Time Response and Guaranteed Gain and Phase Margins, *Journal of Process Control*, 37, 70–77.
- [77] **Trivedi, R., Verma, B., Sharma, S. ve Padhy, P.K.** (2018). Maximum Sensitivity Based PI  $\lambda$  Controller for FOPDT Processes, *2018 International Conference on Power Energy, Environment and Intelligent Control (PEEIC)*, IEEE, s.585–588.
- [78] **Trivedi, R. ve Padhy, P.K.** (2019). Fractional Order Automatic Tuning of PI $\lambda$ D Controller for Stable Processes, *ISA Transactions*.
- [79] **Jeng, J.C., Huang, H.P. ve Lin, F.Y.** (2006). Modified Relay Feedback Approach for Controller Tuning Based on Assessment of Gain and Phase Margins, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 45(12), 4043–4051.
- [80] **Padhy, P.K. ve Majhi, S.** (2009). Improved Automatic Tuning of PID Controller for Stable Processes, *ISA Transactions*, 48(4), 423–427.
- [81] **Chen, Y., Hu, C. ve Moore, K.L.** (2003). Relay Feedback Tuning of Robust PID Controllers with Iso-Damping Property, *42nd IEEE International Conference on Decision and Control (IEEE Cat. No. 03CH37475)*, cilt 3, IEEE, s.2180–2185.

- [82] **Xiong, Q. ve Cai, W.J.** (2006). Effective transfer function method for decentralized control system design of multi-input multi-output processes, *Journal of Process Control*, 16(8), 773–784.
- [83] **Rajapandiyam, C. ve Chidambaram, M.** (2012). Controller design for MIMO processes based on simple decoupled equivalent transfer functions and simplified decoupler, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 51(38), 12398–12410.
- [84] **Xiong, Q., Cai, W.J. ve He, M.J.** (2007). Equivalent transfer function method for PI/PID controller design of MIMO processes, *Journal of Process Control*, 17(8), 665–673.
- [85] **Bayhan, N. ve Söylemez, M.T.** (2009). Calculation of robust stabilizing PI controllers for systems with unstructured uncertainty, *2009 European Control Conference (ECC)*, IEEE, s.561–566.



## ÖZGEÇMİŞ

**Ad Soyad:** Ayşe Duman Mammadov

**Doğum Tarihi ve Yeri:** Konya, 30 Ocak 1994

**E-Posta:** dumana@itu.edu.tr



### ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans:** 2017, İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi, Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği

### MESLEKİ DENEYİMLER:

- 2018-2020 yılları arasında Yıldız Teknik Üniversitesi'nde Araştırma Görevlisi olarak çalıştı.
- 2020 yılından itibaren İstanbul Teknik Üniversitesi'nde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.