



T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü



ADİL TURNUVA TASARIMI ÜZERİNE HESAPLAMALI BİR ÇALIŞMA

Doktora Tezi

Can ATILGAN

Uluslararası Bilgisayar Anabilim Dalı

İZMİR
2021

T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü

Adil Turnuva Tasarımı Üzerine Hesaplamalı Bir Çalışma

Can ATILGAN

Danışman: Prof. Dr. Mehmet Emin DALKILIÇ

Uluslararası Bilgisayar Anabilim Dalı
Bilgi Teknolojileri

İzmir
2021

Can ATILGAN tarafından DOKTORA tezi olarak sunulan “Adil Turnuva Tasarımı Üzerine Hesaplamalı Bir Çalışma” başlıklı bu çalışma EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile EÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi’nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 04/01/2021 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:

İmza

Jüri Başkanı : Prof.Dr. Mehmet Emin DALKILIÇ

.....

Raportör Üye: Prof.Dr. Cem EVRENDİLEK

.....

Üye : Prof.Dr. Yalçın ÇEBİ

.....

Üye : Doç.Dr. Geylani KARDAŞ

.....

Üye : Dr.Öğr.Üyesi İlker KOCABAŞ

.....

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Doktora Tezi olarak sunduğum “Adil Turnuva Tasarımı Üzerine Hesaplamalı Bir Çalışma” başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

28 / 12 / 2020

Can ATILGAN

ÖZET
ADİL TURNUVA TASARIMI ÜZERİNE
HESAPLAMALI BİR ÇALIŞMA

Atılğan, Can

Doktora Tezi, Uluslararası Bilgisayar Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Mehmet Emin Dalkılıç

Ocak 2021, 110 sayfa

Turnuvaların, yarışmanın olduğu her alanda uygulaması vardır. En iyi bilinen turnuvalar olan spor turnuvalarında devasa miktarda para söz konusudur ve bu turnuvalar dünyanın her köşesinden insanın ilgisini çekmektedir. Fakat, aynı spor dalında bile turnuva düzenleri büyük farklılık göstermektedir. Bu da, turnuva tasarımı konusunun çelişkili olduğunu işaret eder. Özellikle, bir yarışmacının veya taraftarın, şu veya bu sebeple turnuvanın adaleti hakkında yakındığını duymak gayet olağandır. Bu tez çalışması, adil turnuva tasarlama problemini iki yönden ele almaktadır. Önce, turnuva düzenleyicilerin bir turnuvanın adil olup olmamağına karar verebilmesi amacıyla, yarışmacıların rakipleri arasındaki tercihlerine dayanan bir adalet kriteri verilmiştir. Önerilen kritere göre bir turnuva tasarlama problemi, bir dizi farklı karar ve optimizasyon problemi olarak tanımlanmıştır. Bu problemlerin çözümleri araştırılmış ve verilen kriteri sağlayan bir turnuva tasarlamının, çoğu zaman mümkün olmadığı görülmüştür. Bu durumun çözümlenmesi için kriterin nasıl gevşetilebileceği ve tercihlerin nasıl kısıtlanabileceği tartışılmıştır. Daha kapsayıcı bir yaklaşımla, belirli turnuva formatlarını ve değişkenlerini adaletin yanında, maliyet, kestirim gücü ve kalite gibi çeşitli kriterlere göre değerlendiren ve birbirleriyle kıyaslayan bir değerlendirme sistemi çerçevesi sunulmuştur. Bazı yaygın turnuva formatları, tanımlanan çerçevede geliştirilen bir sistemde, hem bazı gerçek turnuva verileriyle, hem de 1024 yarışmacıya kadar yapay verilerle kıyaslanmış, ve sonuçlar tartışılmıştır.

Anahtar sözcükler: Turnuva tasarımı, Turnuva adaleti, Kararlı eşleme, Eleme turnuvası, Seribaşı eşlemesi, Simülasyon, Karar verme



ABSTRACT

A COMPUTATIONAL STUDY ON FAIR TOURNAMENT DESIGN

Atılğan, Can

PhD in International Computer Institute

Supervisor: Prof. Dr. Mehmet Emin Dalkılıç

January 2021, 110 pages

Tournaments find application in any field involving competition. The best known tournaments are in sports contests, which might involve a great amount of money and attract many people around the world. However, designs of tournaments greatly vary even within the same sport branch, implying a serious controversy. In particular, it is completely usual to hear a competitor or fan complain about fairness of a tournament for one reason or another. This study investigates the problem of designing a fair tournament in two ways. First, a fairness criterion depending on competitors' preferences among their opponents is defined, so that the designers can decide whether a particular tournament design is fair in that sense. The problem of designing a tournament with respect to the given criterion is expressed as a few different decision and optimization problems. By studying the solutions of these problems, it is concluded that there is no possible tournament design that fully satisfy the criterion in most cases. Discussions on how relaxing the fairness criterion or dictating certain rules on competitor preferences could resolve the situation. In a more inclusive approach, an evaluation system framework is proposed to assess and compare certain tournament formats and variables by means of a variety of criteria such as cost, predictive power and quality, as well as fairness. Some common tournament formats are evaluated using an evaluation system developed in the framework, with some real tournament data, as well as synthetic ones up to 1024 competitors, and the results are discussed.

Keywords: Tournament design, Tournament fairness, Stable matching, Knockout tournament, Seeding, Simulation, Decision making



ÖNSÖZ

Bu tezde, turnuva düzenlerinin adaletinin nasıl sayısal olarak ölçülebileceği ve adil turnuvaların hesaplamalı yöntemlerle nasıl tasarlanabileceği araştırılmıştır. Literatürdeki kararlı eşlemelerden (ing. stable matchings) hareketle, yarışmacı tercihlerine dayalı bir adalet kriteri önerilmiştir. Odağı bu kriter olan, bir dizi adil turnuva tasarımı problemi tanımlanmış ve çözümleri araştırılmıştır. Bu çözüm araştırmaları ışığında, bahsedilen anlamda adil bir turnuva tasarlamının çoğu durumda mümkün olmadığı tespit edilmiştir. Kriterin, mutlaka bir çözümün bulunacak şekilde gevşetilmesi veya yaklaşık olarak sağlanması konuları, tez içerisinde tartışılarak bazı önerilerde bulunulmuştur. 8 yarışmacılı eleme turnuvaları için, tüm farklı seribaşı eşlemeleri taranarak, farklı tercih profillerine göre adalet kriterine ne kadar uygun oldukları incelenmiştir. Bu incelemeler, bazı sıradışı eşlemelerin yarışmacı tercihlerine göre adil olduğunu göstermiştir. İkinci ve daha kapsayıcı bir çalışmada, literatürde daha önce tartışılan kriterlerle beraber önerilen yeni kriterler, bir arada dikkate alınarak turnuva formatları arasında değerlendirme yapacak bir sistem geliştirilmiştir. Bu sistemin sonuçları, gerçek ve yapay yarışma verileriyle gerçekleştirilen bir dizi simülasyon ile toplanarak, nasıl çalıştığı tasvir edilmiş, örnek uygulama sonuçları detaylı olarak yorumlanmıştır. Önerilen kriterlerin, elde edilen mevcut sonuçlar ışığında gelecek çalışmalar için bir basamak oluşturabileceği düşünülmektedir. Ayrıca, geliştirilen turnuva değerlendirme sistemi, turnuva düzenleyicilerin adaletin de dahil olduğu pek çok kriteri aynı anda değerlendirerek karar vermesinde faydalı olacağı düşünülmektedir.

İZMİR

28/12/2020

Can ATILGAN



İÇİNDEKİLERSayfa

İÇ KAPAK	ii
KABUL ONAY SAYFASI	iii
ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI.....	v
ÖZET	vii
ABSTRACT	ix
ÖNSÖZ	xi
İÇİNDEKİLER	xiii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xvii
TABLolar DİZİNİ.....	xx
1 GİRİŞ.....	1
2 ALTYAPI	4
2.1 Yaygın Turnuva Formatları	4
2.2 Turnuvaların Formal İfadesi	6
2.3 Karşılıklı Kazanma Olasılıklarının Modellenmesi	8
2.4 Geçmiş Çalışmalar	11
3 TURNUVALARDA YARIŞMACI TERCİHİNE DAYALI ADALET	16
3.1 Kararlı Eşleme Problemleri	16
3.2 Turnuvaların Kararlılığı: Bazı Yeni Problemler	17

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

3.2.1 Tek Eleme Formatı	17
3.2.2 Kararlılık Kriteri	18
3.2.3 Kararlı Turnuva Problemleri.....	19
3.3 Kararlı Turnuva Problemlerinin Çözülmesi	21
3.4 Kararlılık Kriterinin Uygulanabilirliği	24
4 ELEME TURNUVALARINDA SERİBAŞI EŞLEMELERİNİN	
KARARLILIĞI.....	27
4.1 Seribaşı Eşlemelerinin Sayımlanması	27
4.2 Seribaşı Eşlemelerinin Tercih Profillerine Göre Kararlılık İncelemesi.....	31
5 TURNUVA FORMATLARININ DEĞERLENDİRİLMESİ VE	
KIYASLANMASI.....	37
5.1 Turnuva Değerlendirme Sistemi Çerçevesi	37
5.2. Bir Turnuva Değerlendirme Sistemi.....	38
5.2.1. Turnuva Formatları.....	38
5.2.2. Kriterler.....	47
5.2.3 Puanlama Alt Sistemi	58
5.3 Örnek TDS Uygulamaları.....	59

İÇİNDEKİLER (devam)Sayfa

5.3.1 Uygulamalarda Kriter Seçimi ve Sonuç Yorumlama Metodolojisi.....	60
5.3.2 NBA Verileriyle Uygulama.....	61
5.3.3 TFF Süper Lig Verileriyle Uygulama.....	73
5.3.4 Yapay Verilerle Uygulama.....	85
5.3.5 Simülasyon Ortamına ait Detaylar, Duyarlılık ve Geçerlilik Testleri	93
5.4 Tartışma	98
6 SONUÇ.....	100
KAYNAKLAR DİZİNİ.....	101
TEŞEKKÜR	109
ÖZGEÇMİŞ.....	110
EKLER	



ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 “2019 Davis Cup” Tenis Turnuvasının grup aşaması	6
2.2 “2019 Davis Cup” Tenis Turnuvasının eleme aşaması	6
3.1 Tek eleme turnuvasını temsil eden bir ikili ağaç.....	18
3.2 TT-KTP ile kararlı fıkstürlerin ilişkisi	22
4.1 Gürültüsüz tercih profilinin karakteristik özellikleri.....	34
4.2 Düşük gürültülü tercih profilinin karakteristik özellikleri.....	34
4.3 Yüksek gürültülü tercih profilinin karakteristik özellikleri.....	34
5.1 Tek eleme formatı.....	39
5.2 Çift eleme formatı.....	41
5.3 Grup aşaması ardından tek eleme formatı	43
5.4 Tekrar eden grup aşamaları formatı	46
5.5 NBA normal sezonu ve play-off aşamasında ortalama kazanma olasılıkları	63
5.6 Play-off aşamasının gerçek ama kısmi kazanma olasılıklarıyla modellenen kazanma olasılıklarının ortalamaları.....	65
5.7 TFF Süper Lig puan ortalamaları	75
5.8 Normal dağılımın olasılık yoğunluk ve kümülatif dağılım fonksiyonları	86

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
5.9 Lognormal dağılımın olasılık yoğunluk ve kümülatif dağılım fonksiyonları	87
5.10 16 yarışmacılı yapay verilerde güç profilleri.....	88
5.11 128 yarışmacılı yapay verilerde güç profilleri.....	88
5.12 1024 yarışmacılı yapay verilerde güç profilleri.....	88
5.13 Zayıf yoğun güç profilinde kazanma olasılıkları.....	89
5.14 Orta yoğun güç profilinde kazanma olasılıkları	89
5.15 Güçlü yoğun güç profilinde kazanma olasılıkları.....	89
5.16 Grup fikstürlerini oluşturmak için kullanılan daire yöntemi	95
5.17 16 yarışmacı için duyarlılık testlerinin sonuçları	96
5.18 128 yarışmacı için duyarlılık testlerinin sonuçları.....	96
5.19 1024 yarışmacı için duyarlılık testlerinin sonuçları	97
5.20 Simülasyonların çalışma zamanları	97



TABLOLAR DİZİNİ

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
3.1 KTP örneği	20
3.2 ÇT-KTP için çözümün var olması olasılıkları.....	25
4.1 Gürültüsüz tercih profili için kararlılık sonuçları.	35
4.2 Düşük gürültülü tercih profili için kararlılık sonuçları.....	35
4.3 Yüksek gürültülü tercih profili için kararlılık sonuçları.	36
5.1 NBA normal sezon verileri.....	62
5.2 NBA play-off aşaması verileri.....	64
5.3 NBA play-off aşaması için modellenen kazanma olasılıkları matrisi	64
5.4 NBA uygulamasının ham kriter değerleri.....	66
5.5 NBA uygulamasının ortalama kriter değerleri	68
5.6 NBA uygulamasının çıktıları.....	69
5.7 Yalnızca standart eşleme için NBA uygulamasının çıktıları.....	70
5.8 NBA uygulamasının çeşitli kriter ağırlıklarına göre çıktıları	72
5.9 NBA uygulamasında turnuva tasarımlarının ortalama puanları	73
5.10 TFF Süper Lig verileri.....	75
5.11 TFF Süper Lig kazanma olasılıkları	76
5.12 TFF uygulamasında ham kriter değerleri	77

TABLOLAR DİZİNİ (devam)

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
5.13 TFF uygulamasında ortalama kriter değerleri	79
5.14 TFF uygulamasının çıktıları	79
5.15 Yalnızca standart eşleme için TFF uygulamasının çıktıları.....	81
5.16 TFF uygulamasının çeşitli kriter ağırlıklarına göre çıktıları.....	83
5.17 TFF uygulamasında turnuva tasarımlarının ortalama puanları	84
5.18 Yapay veri uygulamasının çıktıları	91
5.19 Yapay veri uygulamasında turnuva tasarımlarının ortalama puanları	92
5.20 Deterministik kazanma olasılığında, turnuva tasarımlarının ortalama puanları.	92



1 GİRİŞ

Turnuva, çok yaygın ve önemli bir sosyal etkileşim şeklidir. Çok genel bir ifadeyle, bir turnuva, rekabet halindeki bir grup katılımcının belirli başarı ölçütlerine göre kısmi veya tam sıralanmaları için izlenecek yolu tanımlar. Kavramsal bir yaklaşıma göre turnuvalar, katılanlara çeşitli düzeylerde mevki ve itibar sağlayan, zaman sınırlı yarışmalardır (Thompson et al., 2015). Öte yandan, turnuva denilince akla doğal olarak, FIFA (Uluslararası Futbol Federasyonları Birliği) Dünya Kupası, NBA (Amerikan Ulusal Basketbol Federasyonu) Ligi veya Fransa Açık Tenis Turnuvası gibi sportif yarışmalar gelir. Günümüzde bu gibi büyük turnuvalarda, her yıl on binlerce canlı seyirci, milyonlarca televizyon seyircisi ve dünya genelinde çok büyük ekonomik harcama ve kazanç söz konusudur. Aslında, yalnızca spor organizasyonlarında değil, rekabetin ve yarışmanın olduğu her durumda bir turnuva düşünülebilir. İş görüşmesi süreçleri, patent ve ihale yarışları, rant/yatırım arayışları gibi farklı sosyal ve ticari düzenler de turnuvalarla modellenebilirler (Loury, 1979; Tullock, 1980; Rosen, 1986).

Turnuva düzenlemek için kullanılan formatların çeşitliliği oldukça fazla olsa da, turnuvaların büyük çoğunluğu eleme ve grup (round-robin) formatları gibi iyi bilinen formatlar veya bu formatların beraber kullanıldığı karma varyasyonları şeklinde düzenlenir. Her bir format da, başlangıç koşulları, eşitliklerin çözülme yöntemleri, ilerleyen aşamalarındaki eşleme yöntemleri gibi değişkenlere sahiptir. Turnuva düzenleyicilerinin bir format seçmeleri ve bu formata ait değişkenleri belirlemeleri gerekir. Bu seçimin hem turnuvanın sonuçlarını, hem de yarışmacı ve seyircilerin memnuniyetini doğrudan etkileyeceği açıktır. Gerçek hayatta bu seçimlerin, hesaplanabilir ölçütlerden ziyade, önceki turnuvalardan gelen alışkanlıkların etkisiyle ve, sosyal ve ekonomik kaygılarla yapıldıkları söylenebilir. Turnuvaların önemi göz önüne alındığında, bu seçim yönteminin özensiz olduğunu düşünmek doğaldır. Öte yandan, bir turnuva düzeninin bir başkasından neden ve ne kadar daha iyi olduğunu sayısal olarak belirlemenin net bir yolu olduğu da söylenemez. Dahası, turnuva düzenleyicilerinin yarışmaya ait ön bilgiye ne kadar erişebildiği, yer ve zaman imkanları, ekonomik şartlar, müsabakaların seyircilere ulaştırılma gereksinimleri, yarışmacılar arasındaki karşılaşmaların sonuçlarının tahmin edilebilirliği gibi birçok kısıtlayıcı durum, bu seçimi oldukça karmaşıktır.

Araştırmacılar, turnuva düzenlerini teorik ve hesaplamalı yaklaşımlarla değerlendirmiş, eleştirmiş ve öneriler sunmuştur. Öte yandan, çalışmaların büyük

bir çoğunluğunda yarışmacı sayısı 8'i aşmamış, özel bir yarışma -örneğin tek bir spor dalındaki tek bir turnuva- ele alınmış, yarışmacılar hakkındaki tek bilginin rank sıralamasının olduğu gibi çok kısıtlayıcı kabuller yapılmıştır. Kontrol değişkeni veya amaç fonksiyonu olarak, en güçlü yarışmacının turnuvayı kazanma olasılığı gibi çok spesifik özellikler seçilmiştir. Amacın çeşitlendirildiği çalışmalarda ise, turnuvanın format veya düzeninin etkisi değil, fıkstür veya yarışma ve değerlendirme kuralları gibi özelliklerin etkileri incelenmiştir. Bu özet tasvir, tez çalışmasının motivasyonunu ve katkısını açıklamayı kolaylaştırmak için yapılmıştır. İlgili geçmiş çalışmalar ve tartışma Bölüm 2'de verilmiştir. Aynı bölümde, teze altyapı oluşturmak üzere yaygın turnuva formatları, turnuvaların formal ifadesi ve karşılıklı kazanma modelleri sunulmuştur.

Bu tez çalışmasında, diğer kriterlere oranla nadir ele alınan adaletin, neredeyse hiç hesaba katılmayan yarışmacı tercihleri üzerinden değerlendirilebilmesi için bir kriter ve bir dizi problem tanımlanmıştır. Bu problemler, iyi bilinen kararlı eşleme problemlerinin eleme turnuvalarına genişletilmesi olarak özetlenebilir. Kararlı eşleme problemlerinin mevcut çözüm algoritmalarından faydalanılarak, önerilen yeni problemler için de çözüm algoritmaları geliştirilmiştir. Bölüm 3, yarışmacı tercihleri ve turnuva adaleti üzerine bir tartışmayla başlamaktadır. Devamında, klasik kararlı eşleme problemleri, turnuvalarda adalet ölçümünde kullanılmak üzere bir kararlılık kriteri ve bu kriterle göre turnuva tasarlanabilmesi için önerilen yeni problemler tanımlanmıştır. Problemlerin çözümü için bazı algoritmalar önerilmiş ve bunların analizleri sunulmuştur. Son olarak, önerilen kriterin turnuvalara uygulanabilirliği üzerine bir tartışma verilmiş ve önerilerde bulunulmuştur.

Eleme turnuvalarının ilk turu, turnuvanın tüm akışını tayin eder: bir yarışmacının ilk turda bulunduğu yere bakılarak, sonraki turlardaki tüm muhtemel rakipleri belirlenebilir. Bu ilk tur seçimi, seribaşı eşlemesi (ing. seeding) olarak anılır. Tanımlanan problemler ve çözüm arayışları sonucunda, "tam olarak" kararlı bir turnuva bulunması ihtimalinin çok düşük olduğu gözlemlendiğinden, eleme turnuvası için tüm seribaşı eşlemeleri uzayı çeşitli yarışmacı tercihi profilleri altında taranarak turnuvaların hangi durumlarda ne kadar kararlı oldukları incelenmiştir. Mevcut literatürde detaylı bir çalışmayla karşılaşılmadığı için, öncelikle seribaşı eşlemelerinin sayılması (ing. counting) ve sayımlanması (ing. enumeration) üzerine çalışılmıştır. Olası seribaşı eşlemelerinin sayısı çok hızlı arttığından, yalnızca 8 yarışmacılı tek eleme turnuvaları için tüm seribaşı eşlemesi ve bunlara bağlı turnuva ilerleme senaryolarının kararlılıkları incelenmiştir. Bölüm

4'te, seribaşı eşlemelerinin sayılması üzerine bir tartışma ve bir sayımlama algoritması sunulmuş, ardından, sayımlanan eşleme uzayının yarışmacı tercihlerine bağlı kararlılık sonuçları verilmiştir.

Bölüm 5'te, turnuva formatlarının sayısal olarak değerlendirilebilmeleri ve kıyaslanabilmeleri için daha kapsamlı bir yaklaşım ele alınmaktadır. Turnuva düzenleri değerlendirilirken yarışmacı tercihlerine dayalı adalet kriterinin yanında, karşılaşmalar arasında rekabet ve güç seviyesinin kıyaslanmasına dayalı bazı nicel kriterler de adaletin ölçümü için önerilmiştir. Bir turnuva formatı seçilirken ve o formata ait değişkenler belirlenirken yalnızca adaletin dikkate alınması, teorik olarak ilgiye değer bir yaklaşım olsa da, pratikte karşılığı olacağı öngörülmemiştir. Bu nedenle, adalet kriterlerinin yanında, bazıları yeni, bazıları ise geçmiş çalışmalardan uyarlanan bir dizi hesaplanabilir nicel kriter önerilmiştir. Böylesi kriterlere dayalı bir turnuva değerlendirme sistemi çerçevesi tanımlanmış ve bu çerçevede örnek bir sistem geliştirilerek çeşitli gerçek ve yapay verilerle uygulamalar yapılmıştır. Uygulamalarda 4 farklı turnuva formatı ve her bir format için 4 farklı seribaşı eşlemesi değerlendirilmiştir. Kriterlerin değerlerini hesaplamak için, gerçek ve yapay verilerden elde edilen yarışmacı gücü ve kazanma olasılıkları ile Monte-Carlo simülasyonları gerçekleştirilmiştir. Gerçek verilerle geliştirilen uygulamalar, NBA Basketbol Ligi ve Türkiye Futbol Federasyonu Süper Lig turnuvalarının 10 senelik verileri üzerinde gerçekleştirilmiştir. Yapay olarak üretilen 3 farklı güç dağılımı ve kazanma olasılığı modelinin her biriyle, 16, 128 ve 1024 yarışmacı büyüklüğündeki turnuvalar için de önerilen sistem uygulanmıştır. Bölüm boyunca, elde edilen sonuçlar ve sistemin kullanım senaryoları tartışılmış, en sonunda ise simülasyon ortamının detayları, duyarlılık ve geçerlilik analizleri verilmiştir.

Bölüm 6, çalışmaların genel değerlendirmesinin yapıldığı, tezin sonuç bölümüdür.

2 ALTYAPI

2.1 Yaygın Turnuva Formatları

FIFA Dünya Kupası gibi kürenin her köşesinden insanların yarıştığı uluslararası turnuvalardan, arkadaş arasında oynanan tavla turnuvalarına kadar akla gelen hemen her turnuva 2 temel formattan birine veya onların bir karmasına uygun düzenlenir. Bu formatlardan biri eleme formatı, diğeri grup (veya round-robin) formatıdır. Görece nadir de olsa, bu formatlara uymayan bazı turnuva düzenlerinin kullanıldığı pekçok yarışma vardır. Bu yaygın olmayan formatlar, muhtemelen, yarışmanın doğasına daha uygun olmaları veya bazı çevresel kısıtlamalar nedeniyle benimsenmiştir. Bu tez çalışmasında ele alınan formatlar, yeterince geniş bir uygulama alanını kapsadıkları düşünüldüğünden, yaygın turnuva formatları ile sınırlandırılmıştır.

Eleme formatı, çok basit ve çabuk sonuçlanan bir turnuva düzenidir. Popülerliğini de bu özelliklerine borçlu olduğu söylenebilir. Genelde eleme turnuvası denince, tek bir maçı kaybeden yarışmacının turnuvadan derhal elendiği, kazananın ise bir sonraki tura yükseldiği tek eleme turnuvası akla gelir. Öte yandan eleme formatındaki turnuvalar, bir yarışmacının kaç defa kaybettikten sonra eleneceğine göre farklılaştırılabilir. Yarışmacıların tamamına veya bir kısmına, elenmeden önce bir kez kaybetme şansı veren turnuvalar, çift eleme formatındadır. Bu turnuvalar, üst ve alt ya da kazananlar ve kaybedenler braketini diye anılan, üst braketteki yarışmacıların yenildiğinde alt braketeye düştüğü ancak elenmediği, alt brakettekilerin ise ilk mağlubiyetlerinde elendiği iki koldan ilerler.

Grup formatında, yarışmacılar ayrı gruplara ayrılır ve bir grup içindeki her yarışmacı, gruptaki diğer tüm yarışmacılarla en az bir kez maç yapar. Bu format round-robin formatı olarak da isimlendirilebilir, ancak anlamsal olarak her bir grubun kendi içinde bir round-robin alt turnuvası oynadığını söylemek daha doğru olur. Grup formatının en yalın uygulaması, tek bir grubun olduğu ve tüm yarışmacıların birbirleriyle eşit sayıda maç yaptığı, tam bir round-robin turnuvasıdır. Böyle bir turnuvada hiç bir yarışmacı elenmez ve her yarışmacı sonuca eşit miktarda katkı sağlar. Tüm turnuva boyunca tam yarışmacı katılımı sağlıyor olması, bu formatın başlıca tercih edilme nedenidir denebilir. Eğer bir yarışmacı, diğer yarışmacıların her biriyle tam 1 kez karşılaşıyorsa, o turnuva bir tek round-robin turnuvası ve art arda iki kez tek round-robin turnuvası oynanıyorsa, çift round-robin turnuvası olarak anılır. Ulusal spor ligleri, umumiyetle bir çift round-robin turnuvası formatında oynanır.

Grup içindeki sıralamanın belirlenmesi için galibiyet sayıları kullanılabileceği gibi, maç başına bir puanlama sistemi de tasarlanabilir. Grup formatı da, tanımına ters düşmeyecek şekilde farklı varyasyonlarda uygulanabilir. Örneğin, NBA ulusal basketbol liginin grup formatında oynanan normal sezonunda (ing. regular season), bir takım diğer tüm takımlarla maç yapar; ancak eşit sayıda maç yapmaz. Bir yarışmacı çiftinin kaç defa maç yapacağını, takımların temsil ettiği bölgelerin coğrafi konumlarına göre belirlenen gruplar tayin eder.

En az, bu iki formattan birinde düzenlenen turnuvalar kadar, ikisinin bir kombinasyonu ile düzenlenen turnuvalar da yaygındır. Böyle turnuvalarda, genel olarak, grup formatında oynanan ilk aşamanın ardından eleme formatında ikinci bir aşama oynanır. Katılımcı sayısı, düzenlenmek istenen turnuva için çok fazla olduğunda, bir veya daha fazla ön eleme aşaması uygulanarak ana yarışmada yer almak üzere uygun sayıda yarışmacı seçilir. Yine bu ön eleme aşamaları da, eleme veya grup formatında oynatılabilmektedir.

Yarışmaya bağlı olarak, bir maç tek bir oyun anlamına gelmeyebilir. Hatta, bir oyun da birden fazla alt parçadan oluşuyor olabilir. Örneğin NBA Play-off turnuvasında, tek bir maç için takımlardan birinin toplam 4 oyun kazanması gerekir. Günlük kullanımda, bu oyunların her biri de sıklıkla maç olarak anılmaktadır. Ancak bu tez boyunca maç dendiğinde, birbirleriyle eşleşen iki yarışmacıdan biri galip olana kadar süren yarışma süreci kastedilmektedir.

Şekil 2.1 ve 2.2’de, ülke takımlarının yarıştığı, 1900 yılından beri düzenlenen bir tenis turnuvası olan Davis Kupası’nın 2019 yılı sonuçları görülmektedir (Wikipedia, 2020a). Turnuvanın ilk aşaması üç takımlı grup formatında oynanmış, her bir gruptaki takımlar birbirleriyle birer maç yapmıştır. Grupların birincileri ve en iyi 2 ikinci sonraki aşamada tek eleme formatında karşılaşmıştır. En iyi ikinciler, bir oyun içinde kazanılan set sayılarının toplamalarına göre belirlenmiştir. Turnuva boyunca her bir maçın sonucu, 3 oyun üzerinden belirlenmiştir.

Group	Winners					Runners-up					Third				
	Nation	T	M	S	Nation	T	M	S	Nation	T	M	S			
A	 Serbia	2–0	5–1	10–2	 France	1–1	3–3	6–7	 Japan	0–2	1–5	3–10			
B	 Spain	2–0	5–1	11–2	 Russia	1–1	4–2	8–6	 Croatia	0–2	0–6	1–12			
C	 Germany	2–0	5–1	11–4	 Argentina	1–1	3–3	8–6	 Chile	0–2	1–5	2–11			
D	 Australia	2–0	5–1	10–3	 Belgium	1–1	3–3	7–7	 Colombia	0–2	1–5	4–11			
E	 Great Britain	2–0	4–2	10–3	 Kazakhstan	1–1	3–3	7–7	 Netherlands	0–2	2–4	5–10			
F	 Canada	2–0	4–2	9–5	 United States	1–1	3–3	7–8	 Italy	0–2	2–4	7–10			

	Group A	SRB	FRA	JPN
1	 Serbia		2-1	3-0
2	 France	1-2		2-1
3	 Japan	0-3	1-2	

	Group B	ESP	RUS	CRO
1	 Spain		2-1	3-0
2	 Russia	1-2		3-0
3	 Croatia	0-3	0-3	

	Group C	GER	ARG	CHI
1	 Germany		3-0	2-1
2	 Argentina	0-3		3-0
3	 Chile	1-2	0-3	

	Group D	AUS	BEL	COL
1	 Australia		2-1	3-0
2	 Belgium	1-2		2-1
3	 Colombia	0-3	1-2	

	Group E	GBR	KAZ	NED
1	 Great Britain		2-1	2-1
2	 Kazakhstan	1-2		2-1
3	 Netherlands	1-2	1-2	

	Group F	CAN	USA	ITA
1	 Canada		2-1	2-1
2	 United States	1-2		2-1
3	 Italy	1-2	1-2	

Şekil 2.1 “2019 Davis Cup” Tenis Turnuvasının grup aşaması (Wikipedia, 2020a).



Şekil 2.2 “2019 Davis Cup” Tenis Turnuvasının eleme aşaması (Wikipedia, 2020a).

2.2 Turnuvaların Formal İfadesi

Tez boyunca kullanılmak üzere, turnuvaların formal olarak ifade edilmesinde temel oluşturacak bazı tanımlar bu bölümde verilmiştir.

Yarışmacılar: Turnuvaya katılan yarışmacıların temsili için herhangi bir küme kullanılabilir. Öte yandan, hem spor turnuvalarında, hem de bilimsel literatürde umumiyetle n adet yarışmacı için 1’den n ’e kadar olan tamsayılar yarışmacı temsilcisi olarak kullanılmaktadır. Eğer yarışmacılara dair geçmiş karşılaşma bilgilerine göre bir sıralama yapılabiliyorsa, bilinen en güçlü (yani önceden en yüksek performansı gösteren) yarışmacı 1 ile temsil edilir ve kesin bir sıralamaya göre güçlüden güçsüze doğru tamsayılar birer yarışmacıyı temsil eder. Bu şekilde yarışmacıyı temsil eden sayı, o yarışmacının rankı olarak da anılır.

Formal olarak, yarışmacılar kümesi $C = \{1, 2, \dots, n\}$ şeklinde gösterilebilir. Tez boyunca, aksi belirtilmediği takdirde, yarışmacı sayısı n ile, yarışmacılar da n 'den büyük olmayan pozitif tamsayılar ile temsil edilmiştir.

Maç: İki yarışmacının birebir eşleştiği ve sonucunda birinin galip, diğerinin de mağlup olarak belirleneceği oyun veya oyunlar dizisi maç olarak adlandırılır. Tabii ki, beraberliğin de olabileceği yarışmalar mevcuttur. Beraberlik durumu olsa da, turnuvanın ilerleyebilmesi ve sonlanabilmesi için, sonuçta bazı yarışmacılar galip konumda olacaktır. Beraberlik durumunu modellemek, beraberlik durumunun kritik önemde görüldüğü uygulamalarda iyi bir seçenek olabilir. Ancak bu tezde, halihazırda gözlenmesi gereken çok fazla özellik olduğu ve örnek uygulamaların amacına katkıda bulunmayacağı düşünülerek beraberlik durumu gözardı edilmiştir. Formal olarak, bir maç 2 yarışmacılı bir sırasız küme ile temsil edilebilir: $c_1, c_2 \in C$ olmak üzere $m = \{c_1, c_2\}$.

Tur: Kendi elemanları birbirinden ayrık (bağımsız), yani saha veya zaman gereksinimleri ile kısıtlanmadığı sürece aynı anda oynanabilecek maçlardan oluşan bir kümedir. Dolayısıyla, bir turda aynı yarışmacı yalnızca tek bir maçta yer alabilir. Bir turdaki maçlar tamamlandığında, bir veya daha fazla yarışmacı elenebileceği gibi, hiçbir yarışmacı elenmiyor da olabilir. Turnuvalarda, önceki turlardaki yarışmacıların pozisyonları sonraki turlardaki maçların belirlenmesinde önem arz ediyor olabilir. Aksi de doğru olabilecek olsa da tüm durumları kapsayabilmek için, bir tur formal olarak bir sıralı maçlar kümesi olarak temsil edilmiştir: $t = (m_1, m_2, \dots, m_k)$, $k \leq \frac{n}{2}, k \in \mathbb{Z}$. Bir t turundaki yarışmacıların kümesi de $y_t = \bigcup_{m \in t} \bigcup_{c \in m} \{c\}$ ile tanımlıdır.

Turnuva: Turnuva artarda gelen turlardan oluşur ve son turun ardından tek bir yarışmacı kazanan olarak belirlenir. Turlar arasında sıralama turnuva için belirleyici olabileceği gibi, tamamen önemsiz de olabilir. Örneğin, tek eleme turnuvalarında her tur arasında bir sıralama söz konusu iken, tam round-robin türü turnuvalarda hiçbir turun turnuvanın yapısı açısından önemi yoktur. Ancak, gerçekte tüm turlar arasında, turnuvanın yapısını etkilemese de zaman açısından bir sıralama mutlaka söz konusudur. Formal olarak bir turnuva, turların bir sıralı kümesi olarak temsil edilebilir: $T = (t_1, t_2, \dots, t_k)$, $k \geq 1, k \in \mathbb{Z}$.

Bir yarışmacı belirli bir turdan sonra hiçbir turda oynamıyorsa, *elenmiştir*. Yani, c yarışmacısı için $c \in y_{t_i}$ ve $c \notin \bigcup_{j=i+1}^{|T|} y_{t_j}$ ise, c yarışmacısı i . turda elenmiş demektir.

Seribaşı eşlemesi: Muhtemelen mekan, zaman ve pazarlama gibi kaygılarla, turnuva ilerlerken tamamen rastgele eşleşmelerin kullanımına rastlanmamaktadır. Bu nedenle, turnuvaların tamamen deterministik bir yapısı olduğunun kabulü, gayet doğaldır. Bu durumda, bir turnuvanın ilk tur veya aşamasındaki maçlar ve bunların sıralaması, turnuvanın geri kalanındaki olası maçları da belirler. Bir seribaşı eşlemesi, $c_i \in C$ olmak üzere yarışmacıların sıralı bir kümesi ile temsil edilebilir: $s = (c_1, c_2, \dots, c_n)$. Örnek olarak, bir tek eleme turnuvasındaki seribaşı eşlemesi, yarışmacıların ikili turnuva ağacının yapraklarına yerleştirilme sırasıdır.

Bazı turnuvalarda, örneğin Grand Slam isimli büyük tenis turnuvalarında, yarışmacıların yalnızca önceki turnuvalarda görece yüksek puan toplayan bir kısmı seribaşı olarak adlandırılır. Diğer yarışmacıların hepsi, birbirlerinden farksız biçimde son sırada olarak kabul edilerek eşleme yapılır. Bu durumda, onların seribaşı eşlemesine dahil olmadığı, yani $|s| < n$ olabileceği düşünülebilir. Ancak, tezde seribaşı eşlemesi yalnızca yukarıda tanımlandığı anlamıyla kullanılmış, tüm yarışmacıların seribaşı eşlemesinde yer alacağı kabul edilmiştir.

Yarışmacı gücü: Bir yarışmacının, turnuva süresince göstereceği performansın bir ölçütü olan yarışmacı gücü, bir $str: C \rightarrow \mathbb{Z}^+$ fonksiyonuyla tanımlanır. Yarışmacı gücü, iki şekilde yorumlanabilir: Turnuva düzenleyicinin önceden sahip olduğu, yarışmacı hakkında başarı kestirimi veya yarışmacının gerçekteki başarı potansiyelidir. Genelde düzenleyiciler, bu kestirimlere dayalı olarak yarışmacıları sıralarlar, yani ranklarını belirlerler. Bu kestirim gerçek güçlerle örtüşebileceği gibi, mevcut turnuvada güç dengeleri değişmiş olabilir ya da düzenleyici, böyle bir kestirimi yapacak bilgiye sahip olmayabilir. Tezde, aksi belirtilmedikçe, yarışmacı ranklarının güçlere göre belirlendiği ve kestirimle gerçek performansın uyumlu olduğu yorumu geçerlidir.

2.3 Karşılıklı Kazanma Olasılıklarının Modellenmesi

Turnuvalara ait özellikler sayısal olarak incelenirken, yarışmanın nasıl ilerleyeceğini kestirmek için yarışmacıların birbirlerine karşı kazanma olasılıklarının modellenmesi gerekir. Genel olarak, $i, j \in C$ olmak üzere yarışmacı i 'nin, yarışmacı j karşısında galip gelme olasılığı $wp_{i,j} = \Pr(i \text{ yener } j' \text{yi})$ ile ifade edilir ve $0 \leq wp_{i,j} \leq 1$, $wp_{i,j} + wp_{j,i} = 1$ özelliklerini sağlar. Bu karşılıklı kazanma olasılıklarının oluşturduğu matris de $WP_{n \times n}$ ile gösterilir. Özellikle seribaşı eşlemeleri çalışmalarında, hemen her zaman, kazanma olasılıkları modelinin başka özellikleri de sağladığı kabul edilmiştir. Yalnızca genel kazanma olasılığı modelinin ele alındığı bir çalışma Vu ve Shoham (2011) tarafından

gerçekleştirilmiştir. Belirlenen karşılıklı kazanma olasılıklarının anlamlı bir sınıflandırması, stokastik geçişliliği ne seviyede sağladığı ile yapılabilir. Stokastik geçişliliğin aksiyomatik tanımı Fishburn (1973) tarafından yapılmış ve ikili karşılaştırmaların söz konusu olduğu çalışmalarda sıklıkla kullanılmıştır. Ryan (2018), ikili karşılaştırmaların stokastik geçişlilik ve bununla bağlantılı ölçeklenebilirlik özellikleri üzerine güncel bir araştırma sunmuştur. Bu çalışmalardaki çeşitli tanımlar, tez boyunca uygulamalarında kullanılmak üzere uyarlanarak aşağıdaki tanımlar verilmiştir. Kullanılacak karşılıklı kazanma olasılıkları, bu tanımlara uyup uymadıklarına göre sınıflandırılarak yarışmacılara ait verilerin dağılımı ve seçilen model hakkında ayırt edici bilgi sahibi olunabilir.

Her $i, j, k \in C$ için karşılıklı kazanma olasılıkları,

- $wp_{ij} \geq \frac{1}{2}$ ve $wp_{jk} \geq \frac{1}{2}$ iken $wp_{ik} \geq \frac{1}{2}$ ise *zayıf stokastik geçişlilik*,

- $wp_{ij} \geq \frac{1}{2}$ ve $wp_{jk} \geq \frac{1}{2}$ iken $wp_{ik} \geq \max\{wp_{ij}, wp_{jk}\}$ ise *güçlü stokastik geçişlilik*,

- $wp_{ij} = f(str(i), str(j))$, $f: \mathbb{Z}^2 \rightarrow [0,1]$ olacak şekilde, ilk değişkene göre artan bir fonksiyon tanımlanabiliyorsa, *ölçeklenebilir stokastik geçişlilik* özelliğini sağlar.

Bu özellik literatürde doğrusal geçişlilik olarak da anılmaktadır. Güçlü stokastik geçişli bir karşılıklı kazanma olasılığı matrisi zayıf stokastik geçişliliği de sağlarken, ölçeklenebilir stokastik geçişli bir kazanma olasılığı matrisi de güçlü stokastik geçişliliği sağlar. Özellikle eleme turnuvalarının ele alındığı bazı çalışmalarda zayıf stokastik geçişliliği sağlayan modeller kullanılmışken (David, 1959; Searls, 1963), güçlü stokastik geçişliliği sağlayan modellerin daha geniş bir araştırma alanı sağladığı söylenebilir (Glenn, 1960; Schwenk, 2000; Vu and Shoham, 2011; Karpov, 2016; Dagaev and Suzdaltsev, 2018).

Yarışmacı rankına, yani temsil eden sayıya bağlı olarak kullanılabilen temel bir model, Jackson (1993) tarafından önerilen, önce Marchand (2002) tarafından eleme turnuvalarının incelenmesinde ve yakın zamanda bir hentbol turnuvası simülasyonu için Csato (2019) tarafından kullanılan, aşağıdaki gibi tanımlı genel kuyaslama modelidir.

$$wp_{ij} = \frac{1}{1 + \left(\frac{i + \beta}{j + \beta}\right)^\alpha}$$

Burada $\alpha, \beta \geq 0$ olmak üzere bu parametreleri kullanarak rankların kazanma olasılığına olan etkisi ayarlanabilir. α değerini artırmak, rankı yüksek, yani kendini temsil eden sayı düşük olan yarışmacının kazanma olasılığını artırır. β ise her iki yarışmacının da temsil değerini artırarak rankın etkisini azaltır. Her $i, j \in C$ için $i > j$ iken $str(i) \geq str(j)$ ise, ölçeklenebilir geçişliliği sağlar.

Yarışmacı güçlerine bağlı olarak kullanılabilecek ve özellikle spor turnuvaları üzerine yapılan yöneylem çalışmalarında sıklıkla karşılaşılan bir model de, Bradley ve Terry (1952) tarafından önerilen karşılaştırma modelidir. Spor turnuvaları üzerinde yapılan sayısız çalışmada kullanılan bu model, Bradley-Terry modeli olarak anılır ve çeşitli varyasyon ve genelleştirilmeleri önerilmiştir (Koehler and Ridpath, 1982; Rosen, 1986; Hwang et. al., 1991). Modelin, uygulamalarda ve tez içerisinde kullanılan, $\alpha > 0$ olmak üzere bir kontrol parametresine bağlı biçimde modifiye edilmiş hali aşağıda verilmiştir.

$$wp_{ij} = \frac{str(i)^\alpha}{str(i)^\alpha + str(j)^\alpha}$$

Burada, kontrol parametresi $\alpha = 1$ olduğunda ifade orijinal Bradley-Terry modeline denk olurken $0 > \alpha > 1$ için güçler arasındaki farkın kazanma olasılığına etkisi azalır ve $\alpha > 1$ için artar.

Bunlar dışında, çeşitli istatistiksel dağılımlar ve lojistik regresyon yöntemleri kullanılarak, daha sofistike modeller türetilir. Dahası, uygulama özelinde, ev sahipliği avantajı, turnuva içinde değişkenlik gösterme özellikleri, yarışmacıların mevcut performans durumu gibi birçok bilgi kullanılarak çok daha isabetli kazanma modelleri geliştirilebilir. Örneğin, beraberlik ihtimali olan, ulusal liglerde her hafta maç oynanandığı için fikstürün uzun dönem performansa görece yüksek etkisinin olduğu ve düşük skorlu olması nedeniyle, skoru belirlemenin de önemli olduğu futbol maçları için, bu gibi durumları da hesaba alan modeller önerilmiştir (Dyte and Clarke, 2000; Goossens et. al., 2012).

Dikkate değer bir durum da, kazanma olasılıklarının turnuva sırasında veya art arda turnuvalar arasında dinamik olarak güncellenip güncellenmediğidir. Kısa dönem kestirimleri için, bu özellik sonuçları ciddi olarak etkileyebilecek olsa da,

statik kazanma olasılıklarını kullanmanın yeterince uzun simülasyonların ortalamasında iyi bir yaklaşıma varacağı akla yatkındır (McGarry and Schutz, 1997). Bu nedenle, tüm örnek uygulamalarda statik kazanma olasılıkları kullanılmıştır.

Doğal olarak kullanılabilecek bir diğer yöntem de, yarışmacıların geçmişte oynadığı maç sonuçlarının ortalamaları ile doğrudan *WP* matrisini oluşturmaktır. Burada yine, maçların oynanma zamanları ve yerlerine göre ağırlıklı ortalamalar da kullanılabilir.

2.4 Geçmiş Çalışmalar

Turnuva tasarımı üzerine hesaplamalı çalışmaların önemli bir kısmı, turnuva fikstürlerinin belirli kısıtlara uygun veya amaç fonksiyonlarını optimize edecek şekilde oluşturulmasını amaçlar. Burada fikstür oluşturma, en genel anlamda maçların ve turların sıralanması olabileceği gibi, maçların mekan ve tarihlerinin belirlenmesi de ele alınabilir. Bu alandaki araştırmalarda, oldukça geniş bir problem ve model uzayı taranmış, ayrıştırma, tamsayılı-doğrusal programlama, kısıt programlama, sezgisel ve metasezgisel algoritmalar gibi çok çeşitli yöntemlerle çözümler önerilmiştir (Kendall et. al., 2010). Grup formatındaki turnuvalarda -özellikle de tam round-robin turnuvalarında- yarışma kuralları dışında kontrol edilebilecek tek değişkenin fikstür olması, araştırmaların bu alana yoğunlaşmasını açıklayabilir.

Spor fikstürleri üzerindeki çalışmaların bir bölümünde, açıkça bir adalet tanımı yapılmamış olsa da, turnuvanın adil düzenlenmesi gözetilmiş, fikstürlerin belirli yarışmacılara avantaj sağlamasının önlenmesine çalışılmıştır. Bu bağlamda belirlenen en belirgin amaç, fikstürdeki kırılma (ing. break) sayısını minimize etmektir. Bir çift round-robin turnuvası fikstüründe, bir yarışmacının ardışık iki maçından birini evinde diğerini deplasmanda oynaması istenir. Bu örüntünün bozulduğu, yani yarışmacının arka arkaya evinde veya deplasmanda oynadığı her maç çiftine bir kırılma denir. Kırılma minimizasyonu konusunda öncü sayılabilecek çalışmalar De Werra (1980, 1982) tarafından yapılmış, takip eden bir dizi çalışmada problemin teorik özellikleri ve çözüm yöntemleri araştırılmıştır (Trick, 2001; Regin, 2001; Elf et. al., 2003; Post and Woeginger, 2006; Rasmussen and Trick, 2007; Briskorn, 2008).

Maçların oynanabileceği mekanlar arasında çok uzun ve değişken mesafeler olduğu durumlarda fikstürün bu açıdan yarışmacılar arasında bir denge sağlayacak

şekilde seçilmesini amaçlayan optimizasyon çalışmaları, Easton vd. (2001) tarafından tanımlanan Gezgin Turnuva Problemi (ing. Traveling Tournament Problem) ile başlamıştır denebilir. Bahsedilen dengeyi sağlamak, böylesi turnuvalarda adalet kavramını doğrudan destekleyecektir. Bu konuda öne çıkan diğer çalışmalarda, orijinal problemin formülasyonu iyileştirilmiş (Trick, 2003, 2005), bazı varyasyonlar önerilmiş (Ribeiro and Urrutia, 2007; Melo et. al., 2009), problemin zorluğu analiz edilmiş (Bhattacharya, 2009; Thielen and Westphal, 2011), problemlerin tam ve yaklaşık çözümleri araştırılmıştır (Easton et. al., 2003; Rasmussen and Trick, 2006; Urrutia et. al. 2007; Trick, 2010; Uthus et. al., 2012; Khelifa and Boughaci, 2015, 2019).

Maçlar arasında geçen sürenin kısıtlı olduğu ancak toplam turnuva süresinin uzun olduğu yarışmalarda, yarışmacıların her bir maça harcayacağı eforu dengelemesi, turnuvadaki başarısında belirleyici olacaktır. Turnuva fikstürü, bu durumu bir yarışmacı için daha zor veya kolay hale getirebilir. Bir yarışmacının, daha güçlü bir rakibe karşı daha çok efor sarfettiği kabul edilirse, zorlu bir maçın ardından onayacağı maça, o maçtaki rakibine de bağlı olarak, performansı azalacaktır. Dahası, turnuva tam bir round-robin formatında değilse (örneğin yarışmacı sayısı tekse), yarışmacılar bazı turlarda maç yapmayacağı için, bu dinlenmenin ardından oynayacakları maça kendisi için avantajlı, rakibi için dezavantajlı bir durum oluşur. Bu durum literatürde devretme etkisi (ing. carry-over effect) olarak adlandırılmıştır. Bu etki azaldıkça veya yarışmacılar arasında dengelendikçe, turnuva da daha adil olacaktır. Devretme etkisinin bir tanımı ve yarışmacı sayısının 2'nin tam kuvvetleri olduğu turnuvalar için problemin alt sınırına erişen fikstür üreten bir algoritma Russel (1980) tarafından verilmiştir. Anderson (1999), cebirsel yapılardan yararlanarak diğer yarışmacı sayıları için de iyi sonuçlar elde eden bir yöntem önermiştir. Sonraki çalışmalarda, Russel'in önerdiği yöntemin 2'nin tam kuvveti olmayan bazı yarışmacı sayıları için de optimal sonucu üretebileceği gösterilmiş (Henz et. al., 2004) ve alt-optimal çözümler üreten bazı sezgisel yöntemler önerilmiştir (Miyashiro and Matsui, 2006; Guedes and Ribeiro, 2009; Günneç and Demir, 2019). Öte yandan Goossens ve Spieksma (2009), en azından takım sporlarında, böyle bir etki olmadığını savunmuştur.

Eleme turnuvalarında, düzenleyicilerin kontrolündeki değişken seribaşı eşlemeleridir. Bu eşleme, turnuvanın ilk tur maçlarını belirlediği ve sonraki her turdaki maçlar d, bir önceki turun sonuçlarına göre belirlendiği için, seribaşı

eşlemesi tüm turnuvayı doğrudan etkiler. Bu açıdan, seribaşı eşlemesinin eleme turnuvalarının fikstürü niteliğinde olduğu söylenebilir.

Eleme turnuvaları için “iyi” bir seribaşı eşlemesi arayışı, doğal olarak, iyi tanımına bağlıdır. Bu konudaki çalışmalarda iyi tanımlarının hepsinin, turnuvanın ne kadar adil olduğuna dair bir fikir verdiği söylenebilir. Bazıları ise, doğrudan turnuvanın adaletini sağlamayı amaçlamıştır. Seribaşı eşlemesi üzerine çalışmalarda, iki yaklaşım kullanıldığı söylenmiştir: aksiyomatik ve niteliksel (Vu and Shoham, 2011; Dagaev and Suzdaltsev, 2018).

Aksiyomatik yaklaşımda, iyi bir seribaşı eşlemesinin sağlaması gereken kriterler önerilerek bunlara uyan seribaşı eşlemeleri aranır. Hwang (1982), seribaşı eşlemesinin yarışmacıları yüksek rank elde etmeye teşvik etmesi gerektiğini öne sürerek, bir monotonluk kriteri tanımlamıştır. Bu kritere göre, bir yarışmacının turnuvayı kazanma olasılığı kendinden düşük ranklı bir yarışmacıdan daha düşük olmamalıdır. Çok kullanılan seribaşı eşlemelerinin, kimi durumlarda bu kriteri sağlamadığı gösterilmiştir (Hwang, 1982; Baumann et. al., 2010). Benzer bir çalışmada Schwenk (2000), biri monotonluk kriterine denk olan üç kriter tanımlamıştır. Gecikmiş karşılaşma (ing. delayed confrontation) kriterine göre, turnuvanın herhangi bir turundaki yarışmacı sayısı k veya daha az olana kadar, ilk k sıradaki iki yarışmacı maç yapmamalıdır. En az iltimas (ing. favoritism minimized) kriterine göre ise, fikstür herhangi bir ranka diğerlerinden farklı bir ilerleme şansı vermemelidir. Aynı çalışmada, bu kriterlerin ancak rastgeleleştirilmiş eşleme prosedürleriyle sağlanabileceği gösterilmiş ve böyle bir prosedür önerilmiştir. Adaletin doğrudan amaç belirlendiği diğer bir çalışmada, yine, daha güçlü yarışmacıların turnuvada ilerleme ihtimalinin daha güçsüz yarışmacılardan az olmaması gerektiği kabul edilmiştir (Prince et. al., 2013). Bradley-Terry kazanma olasılığı modelinin kullanıldığı çalışmada, bazı yaygın seribaşı eşlemelerinin kimi yarışmacı gücü profillerinde, tanımlanan anlamda adil olmadığı gösterilmiştir. Ek olarak, 8 ve 16 yarışmacılı eleme turnuvalarında adil seribaşı eşlemeleri üretmek için bir yöntem de önerilmiştir. Tanımlanan bu kriterler doğrudan adaleti sağlamaya yönelik gibi görünse de, zaten geçmiş performansıyla düşük rank elde ettikleri için güçsüz oldukları öngörülen yarışmacılar için turnuvanın rankları orantısında zor olmasını garantilemeye çalışırlar. Bu açıdan, adil bir turnuvadan ziyade güçlü yarışmacıları öne çıkaran bir turnuva amaçlandığı da pekala söylenebilir.

Aksiyomatik yaklaşımla doğrudan “adil” seribaşı eşlemelerinin arandığı bir çalışmada (Vu and Shoham, 2011), bu amaç doğrultusunda mertebeyi koruma (ing. order preservation) ve kıskançlık barındırmama (ing. envy-freeness) kriterleri sunulmuştur. Çalışmadaki anahtar bir tanıma göre, iki yarışmacıdan birinin diğer tüm yarışmacıları yenme ihtimali öteki bir yarışmacıdan yüksekse, o yarışmacı ötekini domine eder. Sunulan kriterlere göre, bir seribaşı eşlemesinde, domine eden bir yarışmacının turnuvayı kazanma olasılığı domine ettiği yarışmacıdan yüksekse, eşleme mertebeyi korur. Domine eden yarışmacı, domine ettiği yarışmacıyla yer değiştirdiğinde, turnuvayı kazanma olasılığı azalmıyorsa, eşleme kıskançlık barındırmaz. Önceki kriterlerin aksine rankları değil, yarışmacı çiftlerinin karşılıklı durumları değerlendirdikleri için, kriterler gerçekten de adalet kavramına daha uygundur. Fakat araştırmacılar, stokastik geçişliliği sağlayan kazanma olasılıkları için kıskançlık barındırmama kriterine, genel kazanma olasılığı modelinde de mertebeyi koruma kriterine uygun bir seribaşı eşlemesi olamayacağını da gösterdiklerinden, kriterlerin pratik bir sonuç vadetmediği söylenebilir.

Niteliksel yaklaşımda, belirli bir sayısal değeri optimize eden seribaşı eşlemeleri aranır. Çalışmaların bir kısmında, iyi bir seribaşı eşlemesinin en yüksek ranklı yarışmacının kazanma olasılığını artırması gerektiği kabul edilmiş ve bu ne kadar iyi sağlanabilirse, turnuvanın kestirim gücünün (ing. predictive power) o kadar yüksek olacağı şeklinde yorumlanmıştır. Horen ve Riezman (1985) çalışmalarında, gevşek kabullerle (1,4,2,3) eşlemesinin yarışmacı 1’e en yüksek kazanma olasılığını sağladığını göstermiş, ancak 8 yarışmacı için kazanma olasılığı modeline göre farklı seribaşı eşlemelerinin optimal olabileceğini belirtmiştir. Aynı zamanda, kestirim gücünü ölçen alternatif ölçütler olarak, en yüksek iki ranklı yarışmacının finalde karşılaşma olasılığı ve kazanan yarışmacının beklenen güç değerini ele almıştır. Belirli dağılımlarla üretilen karşılıklı kazanma olasılıkları için, 8 yarışmacı için tek optimal seribaşı eşlemesinin (1,8,6,7,2,3,4,5) olduğu Ryvkin (2009) tarafından bulunmuş, turnuva oynanırken kazanma olasılıklarını geçici olarak değiştiren bir “gürültü” parametresinin bazı değerlerinde, seribaşı eşlemesinin yarışmacıların turnuvayı kazanma şanslarını büyük oranda değiştirebildiği gösterilmiştir (Ryvkin and Ortmann, 2008). Dagaev ve Suzdaltsev (2018), bir maçtaki rekabeti yarışmacı ranklarının farkıyla, kaliteyi de rankların toplamıyla ölçmüş, bu iki değer doğrusal bir kombinasyonuyla hesaplanan değeri optimize eden seribaşı eşlemelerini araştırmıştır. Bu değer de, seyircinin memnuniyetini temsil ettiği kabul edilmiştir. Çalışmaları sonucunda, önerilen hesaplama yöntemleri gevşetilmediği takdirde, maçların ortalama rekabet ve kalite değerlerinin her biri için tek bir optimal seribaşı eşlemesi olduğunu göstermişlerdir.

Yalnız küçük turnuvalar üzerinde yapılan diğer çalışmaların aksine, bu çalışmada elde edilen sonuçlar yarışmacı sayısı ne olursa olsun geçerlidir.

Niteliksel yaklaşımlarda tanımlanan hesaplanabilir kriterler, bazı gerçek turnuvaları ve turnuva formatlarını değerlendirmek amacıyla gerçekleştirilmiş istatistik ve simülasyon çalışmalarında değerlendirme ölçütü olarak kullanılmıştır (McGarry and Schutz, 1997; Annis and Wu, 2006; Scarf et. al. 2009; Scarf and Yusof, 2011; Yusof et. al., 2016; Csato, 2019). Bu çalışmalar, kontrol değişkenlerinin turnuva formatları olmaları ve bir simülasyon şablonu sunmaları sebebiyle, tezdeki çalışmaların bir kısmına temel oluşturmuşlardır.

Son olarak, mevcut ekonomi literatürünün turnuva tasarımına olan yaklaşımı da ilgi çekicidir (Rosen, 1986; Groh et. al., 2012; Stracke et al., 2015). Bu alandaki çalışmalarda, oyun teorisi modellerinden faydalanılarak yarışmacıların maksimum efor göstermesini sağlamaya odaklanılmıştır. Bu bağlamda, karşılıklı kazanma modeli de yarışmacıların efor harcama stratejilerine bağlı belirlenmiştir. Bir yarışmacının efor gösterme motivasyonunun, turnvadaki performansına göre kazanacağı ödül olduğu kabul edilerek, bu eforu maksimize edecek ödül dağıtma yöntemleri incelenmiştir. Görünüşe göre, bu tez çalışması da dahil olmak üzere, alan dışındaki çalışmalarda yarışmacıların maksimum efor göstereceği zımnen kabul edilmiştir.

3 TURNUVALARDA YARIŞMACI TERCİHLERİNE DAYALI ADALET

Bu bölümde, yarışmacıların karşılaşmayı tercih edeceği rakipleri arasında bir tercih sıralaması yapabildiği bir turnuva için, yeni bir adalet kriteri önerilmiştir. Kritere uygun turnuvalar tasarlama yöntemi olarak, tek eleme turnuvaları üzerinde yarışmacılardan tercih toplama yönetimine göre farklılık gösteren, kararlı turnuva problemleri tanımlanmıştır. Problemlerin çözüm yöntemleri araştırılmış ve çözümler üzerinde bazı sınırlar verilmiştir. Son olarak, kriterin diğer formatlar için nasıl uyarlanabileceği ve problemlerin zorluğunu azaltmak için nasıl gevşetilebileceği tartışılmıştır.

Bahsedilen anlamda yarışmacı tercihlerinin turnuva tasarımı için kullanıldığı tek çalışma, bildiğimiz kadarıyla, Guajardo ve Jornsten (2017) tarafından sunulmuştur. Çalışmada, bir round-robin turnuvasında her yarışmacıdan, diğer yarışmacılardan hangisiyle, ne zaman (hangi sırada) oynamak istediğine dair birer tercih listesi alındığı varsayılmıştır. Bu tercihlere göre hiçbir yarışmacı ikilisinin her ikisi birden, birbirleriyle oynayacakları maçı belirlenen fikstürden daha önce oynamak istemiyorsa, o fikstürde kararlı bir turnuva oynandığı söylenmiştir.

3.1 Kararlı Eşleme Problemleri

Önerilen yeni kriter ve problemler, son yarım yüzyılda araştırmacılardan büyük ilgi görmüş ve çok çeşitli gerçek hayat senaryolarında yararlanılmış olan kararlı eşlemelerle (ing. stable matchings) yakından bağlantılıdır. Bu çalışma alanını doğuran ve yazarlarına Nobel Ekonomi Ödülü kazandıran yayında (Gale and Shapley, 1962), evlenmek isteyen eşit sayıda kadın ve erkeğin eş adayları arasında tam ve kesin bir tercihi olduğu kabul edilmiş, bu insanların izdivaçları bozulmayacak şekilde evlendirilmeleri için bir kriter ortaya konmuştur. Buna göre, başkalarıyla evli bir kadın ve erkek kendi eşleri yerine birbirlerini tercih ediyorsa, evlilikleri bozulur. Hiçbir evliliğin bozulmayacağı bir eşleme bulunması problemi, Kararlı Evlilik Problemi (ing. Stable Marriage Problem) olarak adlandırılmıştır. Aynı çalışmada, belirlenen şartlar altında mutlaka en az 1 kararlı eşleme olduğu gösterilmiş ve bu eşlemelerden birini bulmak için polinom zamanlı, basit bir algoritma önerilmiştir.

Evlilik probleminin aksine, bir turnuvanın yarışmacıları arasında cinsiyet ayrımı yoktur. Bu durumu modelleyen kararlı eşleme problemi, Kararlı Oda Arkadaşları Problemidir (KOP) ((ing. Stable Roommates Problem). Yani bir

kişinin, cinsiyet ayrımı olmaksızın tüm potansiyel oda arkadaşları arasında kesin bir tercihi olduğu kabul edilir. Orijinal problemin bir genelleştirilmesi olarak Knuth (1976) tarafından ortaya atılmıştır. Eş adaylarının aksine, oda arkadaşları arasında her zaman kararlı bir eşleme yoktur. Irving (1985), oda arkadaşları arasında bir kararlı eşleme varsa, böyle bir eşleme bulan polinom zamanlı bir algoritma önermiştir.

Turnuva tasarlama problemiyle en çok örtüşen kararlı eşleme probleminin Kararlı Fikstürler Problemi (ing. Stable Fixtures Problem) olduğu söylenebilir. “Fikstür”de yer alacak katılımcılar, önceki problemlerin aksine, tek bir eşlemeden daha fazla eşlemede yer alabilirler. Her katılımcının tercih listeleri yanında, en fazla kaç eşlemede yer alması istendiği de problemin bir girdisidir. Katılımcının yer alabileceği maksimum eşleme sayısı, onun kapasitesi olarak adlandırılır. Oda arkadaşları probleminin, bir kararlı fikstürler probleminin her katılımcının kapasitesinin 1 olduğu özel bir hali olduğu dikkate değerdir. Bu problemi tanıtan Irving ve Scott (2007), oda arkadaşları probleminin çözüm algoritmasından türettikleri, polinom zamanlı bir çözüm algoritması da önermiştir. Benzer şekilde, her zaman kararlı bir fikstür bulunamaz.

3.2 Turnuvaların Kararlılığı: Bazı Yeni Problemler

Kriter ve problemlerin tanımları turnuvanın tek eleme formatında oynandığı kabulüyle yapıldığı için, takip eden alt bölümlerin ilkinde tek eleme formatının detayları verilmiştir. Sonraki bölümlerde önce kararlılık kriteri tanımlanmış, sonra da bu kritere uygun turnuva tasarlama aracı olarak bazı problemler önerilmiştir.

3.2.1 Tek eleme formatı

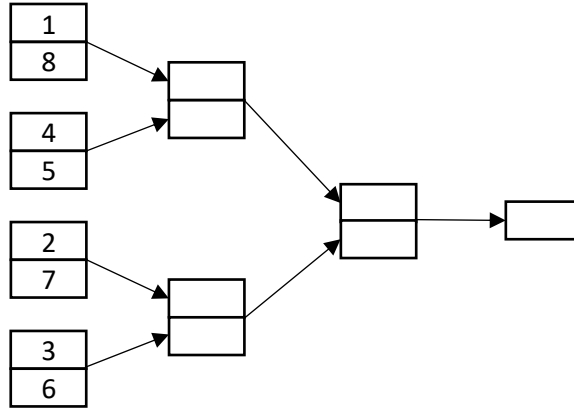
Tek eleme turnuvasının her turunda, henüz elenmemiş tüm yarışmacılar tek bir maç yaparlar ve kaybedenler elenir. Ancak tek sayıda yarışmacı olduğunda, yarışmacılardan biri o turda oynayamayacağı için doğrudan sonraki tura geçer. Bu olay genel olarak “bay geçmek” şeklinde ifade edilir. Dolayısıyla çift sayıda yarışmacı varsa, ardışık iki turdan küçük indisli olan büyük indislinin, yani önceki tur sonrakinin 2 katı kadar yarışmacıya sahiptir ve turnuva tek bir maç oluşturulabilecek olan son tura kadar böylece devam eder.

Tüm turlarda çift sayıda yarışmacı olabilmesi için, başlangıçta 2’nin bir tam kuvveti kadar yarışmacı olmalıdır. Gerçekte de, tek eleme turnuvaları çoğunlukla bu şartı sağlayacak şekilde düzenlenmektedir. Tezdeki uygulamalarında da n daima 2’nin bir tam kuvveti olarak seçilmiş olmasına karşın, burada tüm durumlara uygun

bir anlatım yapılmıştır. Seçilen yarışmacı sayısı $n \geq 2$ olmak üzere, tur sayısı $|T_{se}| = \lceil \log_2 n \rceil$ 'dir. Bir tek eleme turnuvası şöyle temsil edilebilir: $T_{se} = (t_1, t_2, \dots, t_{\lceil \log_2 n \rceil})$. İlk tur, seribaşı eşlemesine göre belirlenir. $s = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ seribaşı eşlemesi için ilk tur $t_1 = (m_j^{t_1} \mid m_j^{t_1} = \{c_{2j-1}, c_{2j}\}, j = 1, 2, \dots, \lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$ ile tanımlıdır. Sonraki turların maçları, $2 \leq i \leq \lceil \log_2 n \rceil$ ve $m_j^{t_i}$ maçını kazanan yarışmacı $w_j^{t_i}$ olmak üzere $t_i = (m_j^{t_i} \mid m_j^{t_i} = \{w_{2j-1}^{t_{i-1}}, w_{2j}^{t_{i-1}}\}, j = 1, 2, \dots, \lfloor \frac{|t_{i-1}|}{2} \rfloor)$ şeklinde belirlenir. Bu ifade, tek sayıda yarışmacının kaldığı, yani önceki turda maç yapmayan bir yarışmacı olduğu durumlarda eksik kalacaktır. Ancak önceki turda maç yapmayan yarışmacı o turda oynanmamış olan son bir ilave maçın galibi olarak kabul edildiğinde, ifade yine doğru olur.

Örneğin, $c = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $s = (1, 8, 4, 5, 3, 6, 2, 7)$ seçilmiş ve düşük sayıyla temsil edilen yarışmacı yüksek sayıyla temsil edilen yarışmacıya karşı daima kazanıyor olsun. O halde turnuva $T_{se} = (t_1, t_2, t_3)$ için $t_1 = (\{1, 8\}, \{4, 5\}, \{3, 6\}, \{2, 7\})$, $t_2 = (\{1, 4\}, \{2, 3\})$, $t_3 = (\{1, 2\})$ ve kazanan yarışmacı 1 olur.

Şekil 3.1'de, örnekteki seribaşı eşlemesi ile oynanan bir tek eleme turnuvasını gösteren bir ikili ağaç görülmektedir.



Şekil 3.1 Tek eleme turnuvasını temsil eden bir ikili ağaç.

3.2.2 Kararlılık Kriteri

Tek eleme turnuvasının her turunda, henüz elenmemiş tüm yarışmacılar tek bir maç yaparlar ve kaybedenler elenir. Ancak tek sayıda yarışmacı olduğunda, yarışmacılardan biri o turda oynayamayacağı için doğrudan sonraki tura geçer. Bu

olay genel olarak “bay geçmek” şeklinde ifade edilir. Dolayısıyla çift sayıda yarışmacı varsa, ardışık iki turdan küçük indisli olan büyük indislinin, yani önceki tur sonrakinin 2 katı kadar yarışmacıya sahiptir ve turnuva tek bir maç oluşturulabilecek olan son tura kadar sürer.

Bir T tek eleme turnuvası, o turnuvanın herhangi bir turu t ve s turnuvanın seribaşı eşlemesi olmak üzere, her bir yarışmacının herhangi bir turdaki tam ve kesin tercihleri biliniyor olsun. Yani, her turda her bir yarışmacıya ait, o yarışmacının oynamayı daha çok istediği yarışmacılar daha önde olacak şekilde sıralı ve tam bir tercih listesi P_i^t girdi olarak verilsin. Yarışmacı i t turunda j 'dense h ile oynamayı tercih ediyorsa, h i 'nin o turdaki tercihleri arasında j 'nin önündedir ve bu durum $h <_i^t j$ ile ifade edilir. Örneğin, 16 yarışmacılı bir turnuvanın 3. turundaki yarışmacılar 1,2,3 ve 4'ten yarışmacı 2'nin tercih listesi $P_2^{t_3} = (3,4,1)$ ise $3 <_2^{t_3} 4 <_2^{t_3} 1$ yazılır.

Engelleyen Çift: i, j, h, p herhangi 4 farklı yarışmacı olmak üzere $\{i, j\}, \{h, p\} \in t$ için $h <_i^t j$ ve $i <_h^t p$ ise, $\{i, h\}$ bir engelleyen çifttir. Yani, i ve h yarışmacılarının her ikisi de, t turunda kendi rakiplerindense birbirleriyle oynamak istediği için, bu yarışmacı çifti o turun kararlılığını engeller. Diğer bir deyişle, engelleyen çiftin olmadığı bir tur kararlıdır.

Kararlı Turnuva Kriteri: Bir turnuvanın tüm turları kararlıysa, o turnuva kararlıdır denir.

Kararlı bir turnuvada, hiçbir yarışmacı oynadığı maçlara haklı bir itirazda bulunamayacaktır. Bu açıdan, kararlılık kriterini sağlayan bir turnuvanın yarışmacı tercihleri açısından adil olduğu söylenebilir.

3.2.3 Kararlı Turnuva Problemleri

Bir kararlı turnuva tasarlama aracı olarak önerilen ilk problemin tanımı şöyledir.

Çok Tercihli Kararlı Turnuva Problemi: Yarışmacılar her turda, o tura kadar elenmemiş yarışmacılar arasında birer tercih listesi P_i^t sunarlar. Tüm turların, ilgili tercihlere göre engelleyen çift olmadan düzenlenmesi problemine Çok Tercihli Kararlı Turnuva Problemi (ÇT-KTP) denir.

Tablo 3.1’de, 4 yarışmacı için bir KTP örneği verilmiştir. Sonraki turda tek bir maç oynanacağı için, kararsız olması mümkün değildir.

Tablo 3.1 KTP örneği

Tercihler	Kararlı Eşleme	Kararsız Eşleme
$P_1^{t_1} = (3,4,2)$	$\{1,4\}, \{2,3\}$	$\{1,3\}, \{2,4\}$
$P_2^{t_1} = (3,4,1)$		
$P_3^{t_1} = (2,4,1)$		
$P_4^{t_1} = (3,2,1)$		

ÇT-KTP, yarışmacı tercihlerinin tüm turnuva boyunca dikkate alınması yönünden iyi görünse de, gerçek turnuvalarda rastlanmayan ve uygulanması zor koşulların sağlanmasını gerektirir. Öncelikle, bu problem yoluyla düzenlenmek istenen bir turnuva, deterministik yapıda olamaz. Çünkü, turlar oynandıkça sunulan yeni tercih listelerine göre, o tur başında bir eşleştirme yapılmasını gerekir. Dolayısıyla, turnuva takvimi önceden belirlenemez ve seribaşı eşlemesi de anlamsız hale gelir. Yarışmacılardan her turda bir tercih listesi istenmesi, yarışmacıları turnuvanın asıl yarışmasından bağımsız olarak bir tercih stratejisi geliştirmeye sevk edecektir. Turnuvaların, yarışmacıların ilgili yarışma türündeki başarılarının ölçüldüğü bir organizasyon olduğu düşünülürse, bu durum turnuvanın asıl amacıyla çelişir. Dahası, iki veya daha fazla yarışmacının beraber faydalanacakları bir tercih stratejisi yürütmesi de beklenebilir. Eğer düzenleyiciler bu durumu önlemek için bir yöntem geliştirmezse, turnuvanın yarışmacılara ve seyircilere aktardığı adalet algısı artmak yerine azalabilir. Bunun önüne geçmek için güvenli bir yöntem geliştirilmesi ise, turnuva düzenleme işine yeni bir zorluk katmanı ekleyecektir.

Bahsedilen dezavantajlardan arındırılmış başka bir problem aşağıda tanımlanmıştır.

Tek Tercihli Kararlı Turnuva Problemi: Yarışmacılar yalnızca turnuva başında birer tercih listesi P_i sunarlar ($\forall t \in T, P_i^t = P_i$). Seribaşı eşlemesinin, olası tüm turların hiçbirinde engelleyen çift olmayacak şekilde seçilmesi problemine Tek Tercihli Kararlı Turnuva Problemi (TT-KTP) denir.

TT-KTP, en basit tercih toplama yöntemini sağlar. Problemin kendisi ise çok zordur: Yarışmacı sayısı n 2’nin bir tam kuvveti olmak üzere, $\log_2 n$ tur ve herbir

farklı seribaşı eşlemesi için 2^{n-1} farklı oynanma senaryosu vardır. Bu senaryoların hiçbirinde engelleyen çift olmamalıdır ancak bunu sağlamak için yalnızca ilk turdaki $\frac{n}{2}$ maça müdahale etme imkanı vardır.

Literatürdeki sınıflandırmaya göre bu karar problemleri, aksiyomatik turnuva tasarımı yaklaşımlarıdır. Niteliksel yaklaşımla ele alınmak istenirse, problemlerin optimizasyon versiyonlarının tanımlanması ve çözülmesi gerekir.

Çok Tercihli Olabildiğince Kararlı Turnuva Problemi: Yarışmacılar her turda, o tura kadar elenmemiş yarışmacılar arasında birer tercih listesi P_i^t sunarlar. Tüm turların, ilgili tercihlere göre toplam engelleyen çift sayısı en küçük olacak şekilde düzenlenmesi problemine Çok Tercihli Olabildiğince Kararlı Turnuva Problemi (ÇT-OKTP) denir.

Tek Tercihli Olabildiğince Kararlı Turnuva Problemi: Yarışmacılar yalnızca turnuva başında birer tercih listesi P_i sunarlar ($\forall t \in T, P_i^t = P_i$). Seribaşı eşlemesinin, olası tüm turlarında toplam engelleyen çift sayısı en küçük olacak şekilde seçilmesi problemine Tek Tercihli Olabildiğince Kararlı Turnuva Problemi (TT-OKTP) denir.

Bu iki problemin turnuva tasarlama açısından özellikleri ve birbirleri arasındaki ilişki, karar versiyonlarından farksızdır.

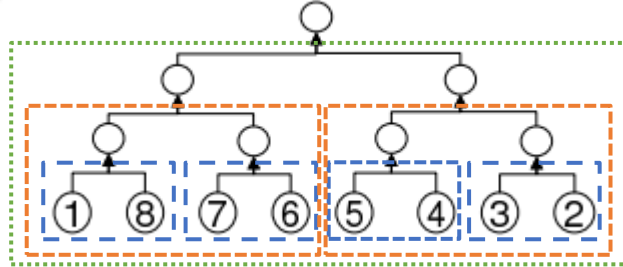
3.3 Kararlı Turnuva Problemlerinin Çözülmesi

ÇT-KTP dinamik, yani turnuva ilerledikçe şekillenen bir problem olduğu için, her turda ayrı ayrı çözüm aranması gerekir. Her bir tur için kararlı eşleme bulma, tanım gereği bir Kararlı Oda Arkadaşları Problemidir. Dolayısıyla, Irving (1985) tarafından geliştirilen $O(n^2)$ zamanlı çözüm algoritması her turda toplanan yeni tercih listeleri için kullanılarak ÇT-KTP de çözülebilir. Tur sayısı $\log_2 n$ olduğuna göre, toplam hesaplama yükü de $O(n^2 \log n)$ ile sınırlıdır.

TT-KTP de mevcut kararlı eşleme problemi algoritmalarından biri kullanılarak çözülebilir. Ancak bu çözüm yöntemi ÇT-KTP’de olduğu kadar basit değildir. TT-KTP çözümü için kullanılacak algoritma, Kararlı Fikstürler Probleminin (KFP) çözümü için önerilen algoritmadır (Scott and Irving, 2007). KFP’de yarışmacılar tek bir eşlemede değil, önceden belirli “kapasiteleri” kadar eşleme yer almalıdır. Yani, bir yarışmacı i için kapasite a_i ise, o yarışmacının a_i veya daha az adet karşılaşmada yer aldığı bir kararlı eşleme bulunması problemidir.

Tüm kapasiteler 1, yani $a_i = 1, i = 1, 2, \dots, n$ ise, KFP kararlı oda arkadaşları problemine dönüşür. Dolayısıyla, n yarışmacının kapasiteleri 1 olarak seçilerek çözüm algoritması kullanılırsa, ilk turun kararlı olduğu bir eşleme elde edilecektir. ÇT-KTP'nin çözüm algoritması, tüm yarışmacıların kapasitesi aynı a değeri olmak üzere, kapasite değeri bir yarışmacının k . tura kadar oynaması muhtemel eşlemelerin sayısı seçilerek ($a = 2^k - 1$) elde edilecek bir KFP çözümüyle, o tura kadar kararlı bir eşleme bulunabileceği gözlemine dayanmaktadır.

Bir KFP çözümünün turnuvada geçerli bir eşleme olması için, bazı ilave kısıtları da sağlıyor olması gerekir. KFP'ye göre bir yarışmacı, kapasiteden daha az sayıda yarışmacıyla eşleniyor olabilir. Bu durumda fikstür “tam” değildir denir. Deterministik bir eleme turnuvasında ise, her yarışmacının aynı tura kadar oynaması muhtemel maçların sayıları eşittir. Aynı zamanda turnuvanın ikili ağaç yapısının korunabilmesi için, fikstürdeki eşlemeler geçişli olmalıdır. Şekil 3.2, TT-KTP'nin kararlı fikstürlerle modellenmesini görselleştirmek için verilmiştir. Her bir kutucuk özel bir kararlı fikstürü temsil eder. Fikstür, kapsadığı turlardaki tüm olası eşlemeleri içermeli, diğer fikstürlerden ayırık olmalı ve yarışmacıları eşit boyutta 2 ayırık gruba bölecek şekilde eşlemelidir.



Şekil 3.2 TT-KTP ile kararlı fikstürlerin ilişkisi.

Bir KFP çözümüyle bulunan bir kararlı fikstürün, TT-KTP çözümünde kullanılabilmesi için gerekli tanımlar aşağıda verilmiştir.

Kararlı Tam Fikstür: Bir kararlı fikstürde, her bir yarışmacı kapasitesine eşit sayıda eşlemede yer alıyorsa, o fikstür tamdır.

Kararlı Geçişli Fikstür: Bir kararlı fikstürde, eşleme bağıntısı geçişliyse, yani herhangi i, j, k için $\{i, j\}$ ve $\{j, k\}$ eşlemeleri varken $\{i, k\}$ eşlemesi de varsa, o fikstür geçişlidir.

Kararlı Grup: Bir kararlı fikstür, tam, geçişli ve tüm yarışmacıların kapasitesi aynı a olmak üzere $a + 1$ n 'i tam bölüyorsa, fikstürde birbirleriyle eşleşen yarışmacıların kümesi G bir kararlı gruptur. Diğer bir deyişle, yarışmacılar $\frac{n}{a+1}$ adet kararlı gruba ayrılmıştır.

Yarışmacıların iki eşit gruba ayrılıp birincilerinin final maçı oynadığı bir turnuva düşünelim. Bu durumda $a = \frac{n}{2} - 1$ olmak üzere kararlı gruplar belirlenerek, kararlı bir turnuva oynanabilir. İki gruba ayırma işlemi, eleme turnuvasında yarışmacıların turnuva ağacının sağ ve sol yarısına dağıtılması olarak düşünülebilir. Bu ayırma işlemi bir seribaşı eşleşmesi olmasa da, 2 gruptaki herhangi bir yarışmacı kendi grubunda kiminle eşleşirse eşleşsin, diğer gruptan bir yarışmacıyla engelleyen çift oluşturmaz. O halde gruplar arasında kararlılık sağlanmış olur. Tüm gruplar, yarışmacı sayısı 2'ye düşünceye kadar kendi içlerinde kararlı alt gruplara ayrılabilirse, sonda oluşan 2 yarışmacılı gruplar bir seribaşı eşleşmesine karşılık gelir.

Bir yarışmacılar kümesi C ve tüm yarışmacıların tercih listelerinin kümesi P için $KG(C, P)$ algoritması, çağrıldığında tüm kararlı grup çiftlerinden oluşan, sıralı bir $R = (\{G_1, G_2\}_i \mid i = 1, 2, \dots, g)$ kümesi, yoksa boş küme döndürüyor olsun. Bunna göre, TT-KTP çözümü için önerilen algoritma aşağıdadır.

Algoritma 3.1 - TT-KTP çözümü

Girdi: Yarışmacı sayısı n ve tercih listeleri kümesi P

```

1   $R^1 \leftarrow \{KG(G, P)\}, G = \{1, 2, \dots, n\};$  // ilk ayrışmadaki tüm kararlı grup çözümleri kümesi
2  For  $k \leftarrow 1$  to  $\log_2 n - 1$  do
3     $R^{k+1} \leftarrow \emptyset;$  // sonraki ayrışma için kararlı grup çözümleri kümesi
4    Foreach  $R \in R^k$  do // mevcut çözüm kümesindeki tüm çözümler
5       $D \leftarrow \emptyset;$ 
6      Foreach  $\{G_1, G_2\}_i \in R$  do // bir çözümdeki tüm grup çiftleri
7         $D_1 \leftarrow KG(G_1, P); D_2 \leftarrow KG(G_2, P);$ 
        // çözümdeki grup çiftlerinden herhangi birinin kararlı bir alt grubu yoksa, o
        // çözüm kararlı bir turnuva üretemeyeceği için, alt gruplar da çözümden çıkarılır.
8        If  $R_1 \neq \emptyset \wedge R_2 \neq \emptyset$  then
9           $D \leftarrow \emptyset;$ 
10         Break;
11       Else
12          $D \leftarrow D \cup D_1 \cup D_2;$ 
13       End If
14     End Foreach
15      $R^{k+1} \leftarrow R^{k+1} \cup D;$ 
16   End Foreach
17 End For
18 Output  $G^{\log_2 n};$ 
19 End.

```

KFP çözüm algoritmasını $KG(G, P)$ algoritmasına dönüştürmek için önce, tüm yarışmacıların kapasiteleri $\frac{|G|}{2} - 1$ olacak şekilde sabitlenmelidir. Algoritmanın durdurma kriteri değiştirilerek, varsa diğer kararlı fikstürlerin de üretilmesi gerekir. Scott ve Irving (2007), algoritmayı önerdikleri çalışmalarında bunun nasıl mümkün olduğuna değinmişlerdir. Daha sonra, oluşan fikstürün bir kararlı grup olma özelliğini taşıyıp taşımadığı, verilen tanımlara uygun olarak sınanmalı ve kararlı olan tüm grup çiftlerinin kümesi çıktıya verilmelidir. Algoritma 3.1, tüm olası kararlı grupları taradığı için, kararlı turnuva kriterini sağlayan tüm seribaşı eşlemelerini üretir.

Bir problemdeki kararlı fikstür sayısı f , kararlı grup sayısı g ($g \leq f$) olsun. Orijinal KFP çözüm algoritması, n yarışmacı için $O(n^2)$ zamanda çalışır. Dolayısıyla bir $KG(G, P)$ çağrısı, $O(f|G|^2)$ zaman alır. Her tur için yapılan çağrıda, ayrık gruplardaki elemanların (yarışmacıların) toplam sayısı yine n 'dir. Farklı çağrılardaki fikstür sayılarından en büyüğü f_{max} olsun. O halde her bir turdaki grupların belirlenmesi için toplam $O(f_{max}|G|^2)$ zaman gerekir. $k - 1$ tur için çalıştırıldığından, zaman karmaşıklığı $O(f_{max}|G|^2k)$ olur. Her farklı kararlı grup çözümü için algoritma kaldığı yerden tekrar devam eder. Yine, farklı çağrılardaki grup sayılarından en büyüğü g_{max} olsun. O halde toplam karmaşıklık $O(g_{max}f_{max}|G|^2k)$ olacaktır. $|G| \leq n$, $k = \log_2 n$ ve takip eden alt bölümde tartışılan sebeplerle g ve f sayıları n 'den ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu için, algoritma $O(n^2 \log n)$ zaman alır denebilir.

Olabildiğince Kararlı Turnuva Problemleri, Neredeyse Kararlı Eşlemeler (ing. Almost Stable Matchings) ile yakından ilişkilidir. KOP'un optimizasyon versiyonu olan problemin amaç fonksiyonu, engelleyen çift sayısının minimize edilmesidir ve NP-zor sınıfında olduğu bilinmektedir (Abraham et al. 2007). Turnuvalarda, birbirbirine bağımlı birçok eşlemenin söz konusu olduğu düşünüldüğünde en az eşleme problemi kadar zor olduğu sezgisel olarak söylenebilir. Bu problemler için çözüm yöntemleri tez çalışmasında irdelenmemiş, açık bir araştırma konusu olarak bırakılmıştır.

3.4 Kararlılık Kriterinin Uygulanabilirliği

Tek eleme formatı için tanımlanan problemlerin önerilen çözüm yöntemleri C dilinde programlanarak rastgele tercih listeleriyle çalıştırıldığında, turnuvanın kararlılığını sağlayan bir seribaşı eşlemesi bulunması ihtimalinin düşük olduğu gözlenmiştir.

Rastgele tercih listeleri için bir kararlı oda arkadaşları eşlemesi bulma olasılığının gevşek üst sınırı, problemin boyutundan bağımsız olarak $\frac{\sqrt{e}}{2} \cong 0,82$ 'dir ve simülasyon bulgularına göre, problem boyutu büyüdükçe bu olasılık hızla düşmektedir (Pittel ve Irving, 1994). n yarışmacılı bir ÇT-KTP çözümü için, $\log_2 n - 1$ turdaki eşlemelerin tamamının kararlı olması gerektiğine göre, kararlı bir turnuva düzenlenebilme olasılığı $U = \left(\frac{\sqrt{e}}{2}\right)^{\log_2 n - 1}$ ile üstten sınırlıdır. Artan yarışmacı sayısına göre bu teorik üst limitin ve düzgün rastgele dağılımla oluşturulan tercih listeleriyle 1000'er kez yapılan denemeler sonucu elde edilen olasılıkların (D) yaklaşık değerleri, tablo 3.2'de verilmiştir.

Tablo 3.2 ÇT-KTP için çözümün var olması olasılıkları

n	U	D
4	0,82	0,69
16	0,56	0,32
128	0,31	0,08
1024	0,18	0,01

Doğal olarak, TT-KTP için bu olasılık çok daha düşüktür. Öyle ki rastgele tercih listeleriyle yapılan denemelerde $n = 8$ için bu olasılık yaklaşık 0,001 ölçülmüş, $n = 16$ için ise hiçbir örnekte çözüm bulunamamıştır.

Önerilen adalet kriterini dikkate almak isteyen bir turnuva düzenleyici, kararlı bir çözüm olmadığında ne yapmalıdır? Bu sorunun cevabı, pekala Olabildiğince Kararlı Turnuva Problemleri (OKTP) çözümlerinde olabilir. Tam kararlı olmasa da, en azından eşleme bulamama sorunu olmadığından turnuva her halukarda tasarlanabilir. Ancak çözüm optimalden uzaklaştıkça, kriter adalet algısını güçlendirmek yerine zayıflatmaya başlayabilir. Kabul edilebilir sınırlarda bir yaklaşım algoritması geliştirilemediği sürece, turnuva düzenleyicinin bu riski alması makul değildir. Eğer, belirli format veya seribaşı eşlemeleri arasında bir seçim yapmak isteniyorsa, kararlık engelleyen çiftler sayılarak ölçülebilir.

Bir başka seçenek, tercih listelerinin düzenlenmesi olabilir. Çözüm bulununcaya kadar yarışmacılardan farklı tercih listeleri istemek, çözüm bulma olasılığının düşüklüğü nedeniyle gerçekçi bir yaklaşım değildir. Tercih imkanları kısıtlanarak, yani tercih uzayı daraltılarak olasılık artırılabilir ve en azından tekrar tercih toplama sayısı azaltılabilir. Örneğin, kararlı evlenme probleminde olduğu

gibi yarışmacılar 2 ayrı gruba ayrılarak, yalnızca diğer gruptaki yarışmacılar arasında bir tercih yapması istenebilir. Bu durumda ÇT-KTP için mutlaka bir çözüm olacaktır. Ama yeni bir problem de, bu iki ayrı grubun nasıl oluşturulacağıdır. Gerçek turnuvalarda sık kullanılan torba (ing. pot) sistemi, oldukça akla yatkın bir adaydır. Geleneksel olarak torbalar, benzer ranklı yarışmacılar birarada olacak şekilde oluşturulur. İkiye ayrılmaları gerektiğine göre, yüksek ranklı yarışmacılar bir torbada, düşük ranklı yarışmacılar diğer torbada olacak şekilde torbalar belirlenebilir. Yüksek ranklı yarışmacıların birbirleriyle karşılaşmasını engelleyeceği için, böylesi bir ayırım araştırmacıların gözde kriteri kestirim gücünü de olumlu yönde etkileyecektir. Yine de, detemistik bir turnuva tasarımından vazgeçilmediği sürece ÇT-KTP özelinde sağlanan katkı anlamsızdır. TT-KTP’de yarışmacılar torbalara ayrılrsa da, ilerleyen turlarda torbadaki yarışmacı sayılarının dengesi bozulabileceği ve tercih listeleri eksik kalabileceği için, bunun yaşandığı durumlarda problem kararlı turnuva tanımıyla uyumsuz bir hal alacaktır.

Torba sistemini, yarışmacıların tercihlerini kısıtlamadan uygulayan, daha gevşek bir kararlılık tanımı yapılabilir.

Torba Engelleven Çift: i, j, h herhangi 3 yarışmacı ve bir yarışmacının ait olduğu torba $b(i)$ olmak üzere, bir $\{i, j\}$ herhangi bir turdaki bir maç ve $\{i, h\}$ bir engelleyen çift olsun. Ancak $b(j) = b(h)$ ise, $\{i, h\}$ bir torba engelleyen çifttir.

Kararlılık kriterini grup formatında uygulamak için, doğrudan, verilen kararlı grup tanımı kullanılabilir. Bir grup belirlendikten sonra o grupta oynanacak maçlara -oynanma sıraları hariç- müdahale etme imkanı olmadığı için, çok tercihli problem ile modellenemez. Yalnızca grup formatının kararlılığı incelenecekse, kararlı grup tanımını kullanmanın bir sakıncası görünmemektedir. Turnuva düzenleyici bir eleme formatıyla grup formatı arasında toplam engelleyen çift sayısına göre kıyaslama yapmak istediğinde ise, kararlı grup tanımı bariz bir dezavantaj yaratır, çünkü aynı anda kıyaslanan eşlemelerin sayısı tek elemeye göre çok fazladır. Bu nedenle, tüm gruplarda rank sıralaması gözetilerek, aynı torbadaki yarışmacılar aynı turda maç yapacak şekilde ayarlanarak, eleme turnuvasıymışçasına turlar ayrı ayrı ele alınabilir. Ancak, aynı gruptaki yarışmacılar grup aşaması bitmeden birbirleriyle oynayacakları için, aynı gruptaki yarışmacıların oluşturacağı engelleyen çiftler sayılmamalıdır. Bu durumda da, eleme turnuvasında sayılan bazı çiftler gruplarda sayılmayacağı için, grup formatı avantaj sağlayacaktır. Formatlar arasında kriter ölçümünde dengeyi sağlamak için, toplam engelleyen çift sayısı karşılaştırılan yarışmacı çiftlerine bölünerek, ortalama değerler kıyaslanabilir.

4 ELEME TURNUVALARINDA SERİBAŞI EŞLEMELERİNİN KARARLILIĞI

Bu bölümde, tüm seribaşı eşlemeleri ve turnuva ilerleme senaryoları, çeşitli tercih profilleri altında taranarak kararlılık kriterlerine göre incelenmiştir. Seribaşı eşlemelerinin sayımlanması, nasıl yapılacağıının kestirilmesi açısından bir zorluk ihtiva etmese de ilginç ve zorlu bir kombinasyonel problemdir. Literatürde, açıkça bir algoritma sunulmamıştır. Bu bölümde, önce seribaşı eşlemelerinin sayılması üzerine bir tartışma ve bir sayımlama algoritması verilmiş (Atılgan and Dalkılıç, 2019), ardından kararlılık kriterlerinin seribaşı eşlemesi ve tercih profillerine göre yapılan incelemeleri sunulmuştur.

4.1 Seribaşı Eşlemelerinin Sayımlanması

Yarışmacı sayısı n 2'nin bir tam kuvveti ve tur sayısı $k = \log_2 n$ olan bir tek eleme turnuvasının tüm farklı seribaşı eşlemelerinin sayısı daha önce Groh vd. (2012) ve Karpov (2016) tarafından şöyle verilmiştir:

$$NS(k) = \frac{2^k!}{2^{(2^k)-1}}$$

Bu sayının nasıl elde edildiği üzerine bir açıklama, tartışma veya referansa ise rastlanmamıştır.

$k = 1$ için, turnuvada yalnız 1 maç vardır ve maçtaki yarışmacıların sırası önemsiz olduğundan, $NS(1) = 1$ 'dir.

$k = 2$ için, ilk turda 2 maç oynanır. Tek maçın oynanacağı ikinci tur, yani final maçı, ilk turdaki maçların sıralamasından etkilenmez. Örneğin, $(1,2,3,4)$ seribaşı eşlemesi $(\{1,2\}, \{3,4\})$ veya $(\{3,4\}, \{1,2\})$ ile de gösterilebilir. Ne de olsa final maçı, $\{1,2\}$ maçının galibiyle, $\{3,4\}$ maçının galibi arasında oynanacaktır. Öte yandan, $\{\{1,2\}, \{3,4\}\}$ kümesi, 4 yarışmacı için tek farklı maçlar kümesi değildir.

n yarışmacı için farklı maç kümelerinin sayısı, yani, n yarışmacıdan kaç farklı şekilde $\frac{n}{2}$ adet ayırık çift oluşturulabileceği

$$NM(n) = (n-1)!! = \prod_{i=1}^{\frac{n}{2}} (2i-1)$$

ile hesaplanabilir. Sloane (2001), bu formülün çok çeşitli yorum ve özelliklerinin tartışıldığı bir çevrimiçi ansiklopedi sağlamıştır.

Sonuçta, 4 yarışmacı için $(\{1,2\}, \{3,4\})$, $(\{1,3\}, \{2,4\})$ ve $(\{1,4\}, \{2,3\})$ şeklinde 3 farklı seribaşı eşlemesi vardır.

$k = 3$ için 8 yarışmacı vardır ve tüm farklı maç kümelerinin sayısı $NM(8) = 105$ 'dir. Bu kez, ilk turdaki maçların sırası, kendi de 4 yarışmacılı bir turnuva olan ikinci turu etkiler. İkinci tur, $k = 2$ durumundan farksızdır ve 3 farklı şekilde oynanabilir. Dolayısıyla, ilk turdaki maçlar nasıl sıralanırsa sıralansın, ancak 3 farklı biricik (ing. unique) turnuva senaryosu üretilebilir. Bu da, 8 yarışmacı için $105 \cdot 3 = 315$ farklı seribaşı eşlemesi var demektir.

Bu gözlem $k \geq 2$ genel durumu için geçerlidir. Bir turdaki maçların farklı sıralanış biçimlerinin sayısı, bir sonraki turdaki farklı eşlemelerin sayısına eşittir. k turu olan bir eleme turnuvası için farklı seribaşı eşlemeleri, aşağıdaki özyineleme ile sayılabilir.

$$NS(k) = \begin{cases} 1, & k = 1 \\ NM(2^k) \cdot NS(k - 1), & k \geq 2 \end{cases}$$

Bu özyinelemenin kapalı formülü aşağıda verilmiştir.

$$NS(k) = \prod_{i=1}^k NM(2^i) = \prod_{i=1}^k (2^i - 1)!!.$$

Aşağıda, bu formülün literatürde verilen kısa formüle eşit olduğu gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
\prod_{i=1}^k (2^i - 1)!! &= \prod_{i=1}^{k-1} (2^i - 1)!! \cdot \prod_{i=1}^{2^{k-1}} (2i - 1) \\
&= \prod_{i=1}^{k-1} (2^i - 1)!! \cdot \frac{2^k!}{\prod_{i=1}^{2^{k-1}} (2i)} = \prod_{i=1}^{k-1} (2^i - 1)!! \cdot \frac{2^k!}{2^{k-1}! \cdot 2^{2^{k-1}}} \\
&= \prod_{i=1}^{k-2} (2^i - 1)!! \cdot \frac{2^k!}{2^{k-1}! \cdot 2^{2^{k-1}}} \cdot \frac{2^{k-1}!}{2^{k-2}! \cdot 2^{2^{k-2}}} \\
&= \prod_{i=1}^{k-3} (2^i - 1)!! \cdot \frac{2^k!}{2^{k-1}! \cdot 2^{2^{k-1}}} \cdot \frac{2^{k-1}!}{2^{k-2}! \cdot 2^{2^{k-2}}} \cdot \frac{2^{k-2}!}{2^{k-3}! \cdot 2^{2^{k-3}}} \\
&= \dots \\
&= \prod_{i=1}^1 (2^i - 1)!! \cdot \frac{2^k!}{2^1! \cdot \prod_{j=1}^{k-1} (2^{2^j})} = \frac{2^k!}{2^{\sum_{j=0}^{k-1} (2^j)}} = \frac{2^k!}{2^{(2^k)-1}} \blacksquare
\end{aligned}$$

Seribaşı eşlemelerinin sayımlanması için, öncelikle ayırık maç kümelerinin sayımlanması gerekmektedir. Öncelikle, n yarışmacı için, sıranın önemsiz olduğu bu maç kümelerini sayımlayan bir algoritma önerilmiştir.

Algoritma 4.1 – Maç kümelerinin sayımlanması

Girdi: Yarışmacı sayısı n

- 1 $M' \leftarrow \emptyset$; // boş bir maç kümeleri kümesi (koleksiyonu)
- 2 **Call** Matches($\emptyset$); // sonraki ayrışma için kararlı grup
- 3 **Output** M' ; // Matches prosedürü tarafından doldurulan farklı maç kümelerinin kümesi
- 4 **End.**

Procedure Matches(M)

If $|M| = N/2$ **then**

$M' \leftarrow M' \cup \{M\}$;

Else

Yeni bir maç oluştur $m: \{m.left, m.right\}$;

$m.left \leftarrow \min\{i \in \mathbb{Z}^+ | \forall m \in M, i \notin m\}$;

For $i \leftarrow m.left + 1$ **to** N **do**

If $\forall m \in M, i \notin m$ **then**

$m.right \leftarrow i$;

Yeni bir maç kümesi oluştur $M_1 \leftarrow M \cup \{m\}$;

Call Matches(M_1);

End If

End For

End If

End Procedure

Matches prosedürüne yapılan her bir çağrıda, boş bir maçlar kümesine yeni bir maç (yarışmacı çifti) eklenir. Farklı maçların sayısı $(n - 1)!!$ olduğundan, toplam yapılan çağrı sayısı $\binom{n}{2} (n - 1)!!$ 'dir. Tek bir prosedür çağrısı, $M_1 \leftarrow M \cup \{m\}$ ataması ve " $\forall m \in M, i \notin m$ " ifadeleri sebebiyle $O(n)$ zaman alır. Toplamda, Algoritma 4.1'in zaman karmaşıklığı $O(n^2 \cdot (n - 1)!!) \subseteq O(n!)$ olur.

Algoritma 4.1 kullanılarak üretilen her bir maç kümesini, farklı turnuva ağaçları oluşturacak şekilde sıralayarak tüm seribaşı eşlemelerini sayımlayan algoritma da aşağıda sunulmuştur.

Algoritma 4.2 – Seribaşı eşlemelerinin sayımlanması

Girdi: Tur sayısı k

- 1 $n = 2^k$ için Algoritma 4.1'i çalıştırarak M' kümesini üret;
- 2 $S' \leftarrow \emptyset$; // boş bir seribaş eşlemeleri kümesi (koleksiyonu)
- 3 **Call** Matches($\emptyset$) // sonraki ayrışma için kararlı grup
- 4 $\forall M \in M'$: **Call** Seeding($S, M, 1, 2^{n-1}$), $S[1..2^{n-1}]$ bir seribaşı eşlemesini temsil eden boş bir dizisi
- 5 **Output** S' ; // *Seedings prosedürü tarafından doldurulan farklı seribaşı eşlemeleri kümesi*
- 6 **End.**

Procedure Seedings(S, M, l, r)

If $M = \emptyset$ **then**

$S' \leftarrow S' \cup \{S\}$;

Else

If $S[l]$ is empty **then**

Bir maç seç $m: \{m.left, m.right\} \in M$,

öyle ki $\forall m_i \in M, m.left \leq m_i.left$;

$S[l] \leftarrow m$;

$M \leftarrow M \setminus \{m\}$;

Call Seedings($S, M, 1, 2^{n-1}$);

Else

If $r - l > 0$ **then**

Call Seedings($S, M, l, l + \lfloor (r - l)/2 \rfloor$);

Call Seedings($S, M, l + \lfloor (r - l)/2 \rfloor + 1, r$);

End If

End If

End If

End Procedure

Seedings prosedürü bir tam seribaşı eşlemesi (sıralı maçlar kümesi) oluşturulurken, başlangıçta boş olan seribaşı dizisine $\frac{n}{2}$ adet maç eklenir. Tüm dizi

boşsa, bir maçı yerleştirmek için tek bir prosedür çağrısı yeterli olur. En kötü durumda ise, ağacın en sağındaki (dizide en büyük indisli) maç hariç diğerleri eklenmiştir. Her çağrıda dizi boyutu yarılandığı, diğer bir deyişle ağacın bir alt dalına inildiği için, bu en kötü durumda tüm ağaç dolaşılana kadar maç diziye eklenemeyecektir. Tüm turnuva ağacının dolaşılması için $2^k - 1 = n - 1$ çağrı yapılması gerekir. Sonuçta, tek bir biricik seribaşı eşlemesi için $\binom{n}{2} (n - 1) \in O(2^{2k})$ 'dan az çağrı yapılması gerekir. $NS(k)$ tane farklı seribaşı eşlemesi olduğu ve tüm karşılaşma kümelerinin elde edilmesi için öncelikle Algoritma 4.1'in çalıştırılması gerektiği için, Algoritma 4.2'nin tur sayısı cinsinden zaman karmaşıklığı $O(k! + 2^{2k} \cdot NS(k)) \equiv O(2^{k!})$ sınıfındandır.

4.2 Seribaşı Eşlemelerinin Tercih Profillerine Göre Kararlılık İncelemesi

Bu bölümde anlatılan çalışmadaki amaç, tek eleme formatında 8 yarışmacıyla düzenlenen bir turnuvada, yarışmacıların değişen tercih profillerine göre her bir seribaşı eşlemesinin kararlık davranışlarının incelenmesidir. Farklı seribaşı eşlemelerinin sayısı faktöriyel mertebesinde büyüdüğü için, sayımlanmaları büyük turnuvalar için gerçekleştirilebilir değildir. 8 yarışmacı için bu sayı 315 iken, 16 yarışmacı için 638.512.875'dir. Sabit bir seribaşı eşlemesi için olası tüm ilerleme senaryolarının -bundan kasıt her maç için iki ihtimalin de değerlendirilmesidir- sayısı da 2^{n-1} olduğundan, 8 yarışmacılı tek eleme turnuvasında tek bir tercih profili için 40320 farklı ilerleme senaryosu söz konusudur. Ancak, bir turdaki yarışmacı sayısı 4'ün altına indiğinde, yani yarı finalden sonra engelleyen çift olması mümkün olmadığından, çalışmada yalnızca ilk turun sonundaki 16 farklı senaryo incelenmiştir. Toplamda her bir tercih profili için, 5040 farklı ilerleme senaryosundaki engelleyen ve torba engelleyen çiftler sayılarak, senaryoları doğuran seribaşı eşlemelerinin kararlılığı ölçülmüştür. Ayrıca, tamamen rastgele tercihler altında neredeyse hiçbir çözüm bulunamayan TT-KTP'nin belirli yapıdaki tercih stratejileri altındaki davranışı gözlenmiştir.

Turnuvayı kazanmayı hedefleyen pragmatik bir yarışmacının tercih listesinde, yarışmacılar ranklarına göre azalan sırada (güçsüzden güçlüye doğru) olacaktır. Turnuvada ilerleme amacı veya umudu olmayan bir yarışmacının tercih sıralaması, bunun tam tersi dahi olabilir. Fakat böyle bir yarışmacı olma ihtimali, yarışmacıların maksimum eforu gösterdiği kabülüyle çeliştiği için gözardı edilebilir.

Tüm yarışmacılar pragmatik yaklaşıp bile, bazı sebeplerle bu sıralama değışebilir. Gerçek turnuvalardaki gözlem, bazı yarışmacıların belirli rakiplere karşı ranklarıyla bağımsız olarak iyi performans gösterdiği, yani o rakibine ters geldiğidir. Veriler desteklemese bile, yarışmacı kendini bazı rakiplerine karşı daha şanslı hissediyor da olabilir.

Tercih listelerinde beklenenden farklılık oluşabilecek olmasının bir sebebi de, yarışmacıların birbirlerinin gücü hakkında iyi bir kestirimi olmaması olabilir. Bu sebeplerle yarışmacılar, beklendiği gibi tamamen pragmatik davranışlar bile tercihleri belirli bir rastgelelik ihtiva edecektir. Bu bir gürültü olarak da tanımlanabilir. Tercih profilleri belirlenirken, yarışmacıların normal koşullarda daima ranklara göre sıralı bir tercih yapacağı kabul edilmiş, yarışmacıların birbirlerine karşı kazanma olasılıklarına bağı, farklı gürültü seviyelerinde tercih listeleri oluşturulmuştur.

Çalışmanın amacı seribaşı eşlemelerinin kararlılığını incelemek olduğundan, seribaşı eşlemelerinde olduğu gibi yarışmacı çiftleri arasındaki kıyas doğrudan rank ile yapılmıştır.

Bu amaçla, Bölüm 2.3’de tanıtılan, aşağıdaki kazanma olasılığı modeli kullanılmıştır.

$$wp_{ij} = \frac{1}{1 + \left(\frac{i + \beta}{j + \beta}\right)^\alpha}$$

$1 \leq i, j \leq n$ ve $\alpha, \beta \geq 0$ olmak üzere wp_{ij} , yarışmacı i ’nin, j ’yi yenme olasılığını belirtir.

Bu kazanma olasılıkları yarışmacılar arasındaki maçların sonuçlarını değil, yarışmacıların tercihlerini dikte eden, birbirleri hakkındaki kestirimlerini modellemektedir. Buna göre, i ’nin tam sıralı tercih listesi $P_i[1, \dots, n - 1]$ içinde, j ’nin r . sırada yer alma olasılığı, aşağıdaki formül ile hesaplanmıştır.

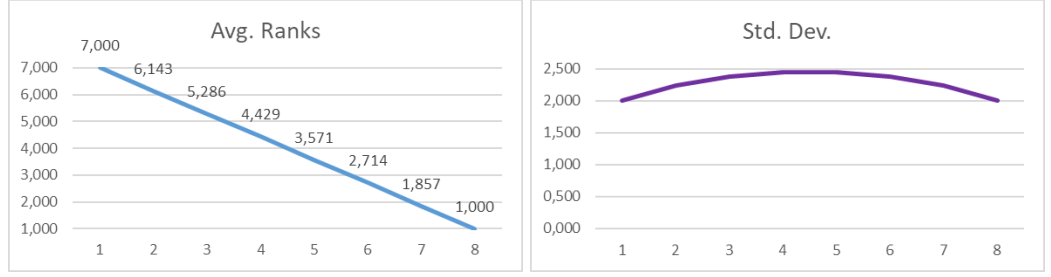
$$\Pr(P_i[r] = j) = \begin{cases} 0, & j \in P_i[1, \dots, r - 1] \\ (wp_{ij})^\gamma / \sum_{k \notin P_i[1, \dots, r-1]} (wp_{ik})^\gamma, & j \notin P_i[1, \dots, r - 1] \end{cases}$$

Burada, $1 \leq t, k \leq n - 1$ indisleri yarışmacıların tercihleri arasındaki sıralamayı, $\gamma \geq 0$ ise kazanma olasılığının yarışmacının tercihleri üzerindeki etki düzeyini belirtmektedir. Tercihler, bir çeşit kura veya rulet tekerleği düzeninde bu formül kullanılarak belirlenmiştir. Başta tüm yarışmacılar arasından, kazanma olasılıklarıyla oranlı bir olasılıkla seçilmek üzere tüm yarışmacılar tercih havuzundadır. Liste oluşturulmaya $r = 1$ başlangıç durumundan başlanarak, ardışık tercihler sırayla yapılmış, listeye alınan yarışmacılar tercih havuzundan çıkarılmıştır. γ parametresi pozitif yönde arttıkça, bir yarışmacının tercihleri “doğal tercih sıralaması”na yaklaşır ve tersi de doğrudur.

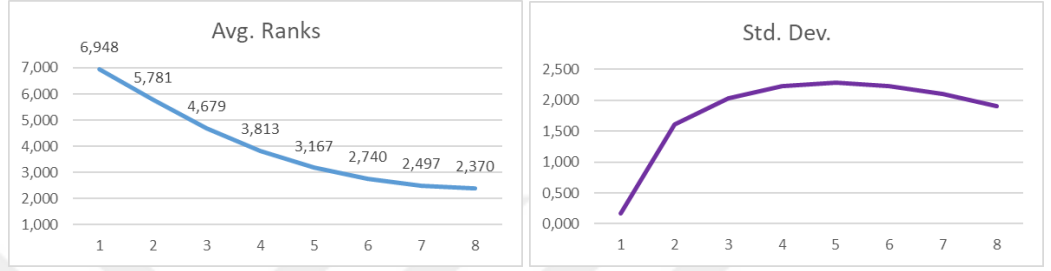
Uygulamalarda, kazanma ve tercih modelleri için 3 ondalık basamak duyarlılığı hedeflenerek, $0.001 \leq (wp_{ij})^\gamma \leq 0.999$ olacak şekilde programlanmış ve olasılıklar tekdüze dağılımdan seçilmiştir.

Program kodu GCC (7.5.0) ile derlenerek, üzerinde Linux – Ubuntu (18.04) işletim sistemi çalışan, 4.2 GHz saat hızında bir Intel I7 işlemcisi ve 16 GB DDR4 belleği olan bir bilgisayarda koşturulmuştur. Rastgele sayılar GSL (2.6) kütüphanesi fonksiyonlarından yararlanılarak üretilmiştir. Program yeterince hızlı çalıştığı için, gürültünün simüle edildiği tercih profilleri için 3 basamak duyarlılığı fazlasıyla sağlayacak şekilde, 10^7 kez simülasyon koşulmuş ve kararlı olduğu saptanan turnuva çıktıları incelenerek simülasyonun doğruluğu sınanmıştır.

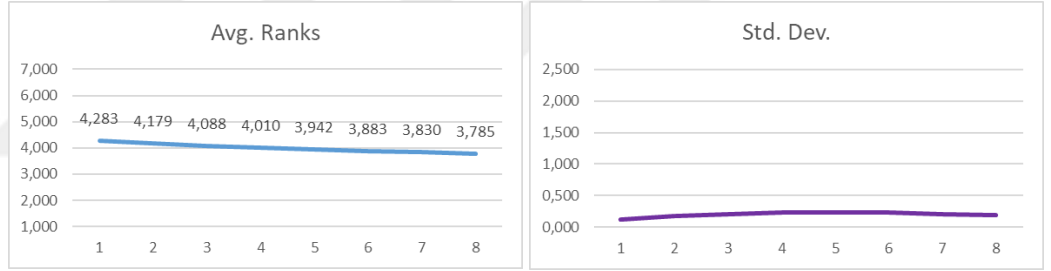
Üretilen tercih profilleri ve sonuçların, gürültüyle orantılı olarak değiştiği gözlenmiştir. Şekil 4.1, Şekil 4.2 ve Şekil 4.3, 3 durumu temsil eden tercih profillerinin karakteristiklerini göstermektedir. Bunlar profiller sırasıyla, gürültüsüz (doğal sıralamada), düşük gürültülü ($\alpha = 3, \beta = 0, \gamma = 3$) ve yüksek gürültülü ($\alpha = 1, \beta = 8, \gamma = 1$) tercih profilleridir. Grafiklerin hepsinde, yatay ekseninde yarışmacılar yer almaktadır. Soldaki grafiklerin dikey ekseninde ise o yarışmacıların, diğer yarışmacıların tercih listelerindeki konumlarının ortalaması, sağdaki grafiklerin dikey ekseninde ise yarışmacıların tercih listelerinin standart sapma değerleri yer almaktadır.



Şekil 4.1 Gürültüsüz tercih profilinin karakteristik özellikleri.



Şekil 4.2 Düşük gürültülü tercih profilinin karakteristik özellikleri.



Şekil 4.3 Yüksek gürültülü tercih profilinin karakteristik özellikleri.

Tüm tercih profilleri için ortak gözlem (1,2,3,4,5,6,7,8) seribaşı eşleşmesinin en kararlı eşleme olduğudur. En yaygın eşleme olan (1,8,4,5,3,6,2,7) ise, ortalamanın biraz altında kararlılığa sahip olmuştur. Tablo 4.1, Tablo 4.2 ve Tablo 4.3'te, özel olarak bu 2 seribaşı eşleşmesine ve aynı maç kümesine karşılık gelen diğer seribaşlarına ait sonuçlar ile, referans olarak tüm sonuçların ortalama, standart sapma, maksimum ve minimum değerleri verilmiştir. Soldan 2. ve 3. sütunlarda ilk ve ikinci turdaki ortalama engelleyen eşleme sayıları verilmiştir. En sağ sütunda, tüm koşumlardan kaçında turnuvanın tamamen kararlı olduğu, onun yanındaki sütunda ise turnuvanın ilerleyiş senaryolarının kararlı olma olasılığı yer almaktadır.

Gürültüsüz, yani doğal tercih profili deterministik olduğu için, Tablo 4.1'de verilen sonuçlar tek bir koşuma aittir. Doğal tercihlere göre, hem turnuvanın hem

de herhangi bir ilerleme senaryosunun kararlı olduğu tek eşleme (1,2,3,4,5,6,7,8)'dir.

Tablo 4.1 Gürültüsüz tercih profili için kararlılık sonuçları.

seeding	total bp in r1	total bp in r2	total stable plays	total stable tours
({1, 2} {3, 4} {5, 6} {7, 8})	0	0	1	1
({1, 2} {5, 6} {3, 4} {7, 8})	0	16	0	0
({1, 2} {7, 8} {3, 4} {5, 6})	0	32	0	0
({1, 8} {4, 5} {3, 6} {2, 7})	12	24	0	0
({1, 8} {2, 7} {3, 6} {4, 5})	12	8	0	0
({1, 8} {3, 6} {4, 5} {2, 7})	12	16	0	0
avg.	6,000	16,000	0,003	0,003
std.dev.	2,582	9,054	0,056	0,056
max.	12	32	1	1
min.	0	0	0	0

Düşük gürültülü tercih profilinde seribaşı eşlemeleri turnuvarının kararlılığını dikkate değer şekilde farklılaştırmaktadır. (1,8,4,5,3,6,2,7) eşlemesi ise ortalamanın altında bir kararlılığa sahip olmuştur. Bu durumda, çok popüler eşlemenin, yarışmacı tercihleri açısından çok da adil olmadığı söylenebilir.

Tablo 4.2 Düşük gürültülü tercih profili için kararlılık sonuçları.

seeding	avg. bp in r1	avg. bp in r2	avg. stable plays	total stable tours
({1, 2} {3, 4} {5, 6} {7, 8})	2,508	0,388	0,072	101902
({1, 2} {5, 6} {3, 4} {7, 8})	2,508	1,220	0,014	27
({1, 2} {7, 8} {3, 4} {5, 6})	2,508	1,410	0,007	2
({1, 8} {4, 5} {3, 6} {2, 7})	6,746	1,083	0,000	0
({1, 8} {2, 7} {3, 6} {4, 5})	6,746	0,953	0,000	0
({1, 8} {3, 6} {4, 5} {2, 7})	6,746	0,985	0,000	0
avg.	6,035	1,006	0,002	1272,654
std.dev.	1,569	0,210	0,007	8839,310
max.	8,369	1,410	0,072	101902
min.	2,508	0,346	0,000	0

Yüksek gürültü olduğunda, seribaşı eşlemeleri arasındaki kararlılık farkı anlamsız sayılabilecek kadar azdır. Buna rağmen ortalama engelleyen çift sayısının hem az gürültülü, hem de gürültüsüz ortamla hemen hemen aynı olması, kayda değer bir sonuçtur.

Tablo 4.3 Yüksek gürültülü tercih profili için kararlılık sonuçları.

seeding	avg. bp in r1	avg. bp in r2	avg. stable plays	total stable tours
({1, 2} {3, 4} {5, 6} {7, 8})	5,904	0,983	0,005	156
({1, 2} {5, 6} {3, 4} {7, 8})	5,904	1,005	0,004	116
({1, 2} {7, 8} {3, 4} {5, 6})	5,904	1,012	0,004	115
({1, 8} {4, 5} {3, 6} {2, 7})	6,030	1,001	0,004	97
({1, 8} {2, 7} {3, 6} {4, 5})	6,030	0,998	0,004	131
({1, 8} {3, 6} {4, 5} {2, 7})	6,030	1,001	0,004	125
avg.	6,000	1,000	0,004	115,765
std.dev.	0,045	0,006	0,000	13,533
max.	6,076	1,012	0,005	157
min.	5,904	0,980	0,004	87

Bu hesaplamalı çalışma da, kararlı bir turnuva bulma şansının çok düşük olduğu çıkarımını desteklemektedir.

5 TURNUVA FORMATLARININ DEĞERLENDİRİLMESİ VE KİYASLANMASI İÇİN BİR SİSTEM

Bir turnuva tasarımı, belirli bir adalet kriterine göre kusursuz dahi olsa, turnuva düzenleyiciyi yalnız bu yönüyle ikna etmesi olası değildir. Daha genel anlamda, hiçbir aksiyomatik veya niteliksel kriter karar vermede tek başına yeterli olmayacaktır. Bu bölümde, belirlenen bir veya daha fazla turnuva formatın, istenen kriterlere göre sayısal olarak değerlendirilmeleri ve birbirleriyle kıyaslanabilmeleri için bir sistem çerçevesi önerilmiş, bu çerçeveye örnek bir sistem sunulmuş, ve bir dizi gerçek ve yapay veri ile örnek uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Sunulan sistem için, geçmiş çalışmalardaki bazı kriterler uyarlanmış ve bazı yeni kriterler de önerilmiştir. Yarışmacı tercihlerine dayalı kararlık kriteri de, diğer bazı adalet kriterleriyle birlikte sisteme dahil edilmiştir.

5.1 Turnuva Değerlendirme Sistemi Çerçevesi

Turnuva değerlendirme sistemi (TDS) formal olarak bir $\Delta = (F, K, P)$ üçlüsü ile tanımlanabilir.

F : Değerlendirilecek turnuva formatlarının kümesi.

K : Belirlenen kriterler kümesi.

$P = (Q, S, A)$ üçlüsüyle tanımlı bir puanlama alt sistemi.

$Q = Q_{|F| \times |K|}$: Her bir turnuva formatının her bir kritere göre sayısal değerini içeren ölçüm matrisi. (ing. Quantitative-measure matrix)

$S: Q \rightarrow Q' \subseteq \mathbb{R}^{|F|} \times \mathbb{R}^{|K|}$: Ölçüm değerlerini ölçekleyen fonksiyon. (ing. Scaling function)

$A: Q' \rightarrow X \subseteq \mathbb{R}^{|F|}$: Ölçekli değerleri toplama fonksiyonu. (ing. Aggregate function)

Anlamsal bir gereksinim olmasa da, kendilerine bağlı tanımları ve hesaplamaları kolaylaştırması için F ve K 'nın sıralı kümeler olduğu kabul edilmiştir. Buna göre, Q matrisinin bir elemanı q_{ij} , i . formatın j . kritere göre hesaplanan sayısal değeridir. S fonksiyonu, sabit veya kullanıcı tarafından belirlenmek üzere parametre bağımlı olarak Q 'daki her bir değeri ölçeklenmiş bir değere dönüştürür. S fonksiyonu kullanılarak oluşturulan Q' ölçeklenmiş değerler matrisinin her bir satırı, yani her bir formata ait puanlar, A toplama fonksiyonu ile gerçel bir sayıya dönüştürülür. Sonuçta oluşacak $(x_1, x_2, \dots, x_{|F|})$ vektörünün her bir elemanı, ilgili formatın nihai değerlendirme puanıdır. $x_i > x_j$ ise, ölçülen kriterlere göre i . format j . formattan daha iyidir denir.

Kriterlere ait değerler hesaplanırken, yarışmacıları temsil eden C kümesinin yanında, her yarışmacı için bir temsil puanına ihtiyaç vardır. Hem kriterlerde belirleyici rol oynayabilecek, hem de gerçek uygulamalarda önceki veriler veya uzman görüşleriyle kestirilebilecek bir değer olan yarışmacıların gücü, yarışmacıları temsil eden puan olarak kullanılmıştır. Bu güç değeri formal ifade tanımına uygun olarak $str: C \rightarrow \mathbb{Z}^+$ fonksiyonuyla, yani bir $c \in C$ için $str(c) \geq 1$ olacak şekilde hesaplanmıştır.

Alt bölümlerde, bir turnuva sistemi örneği oluşturmak için gerekli girdi ve yöntemlerin seçilmesi üzerine tartışma ve öneriler verilmiştir.

5.2 Bir Turnuva Değerlendirme Sistemi

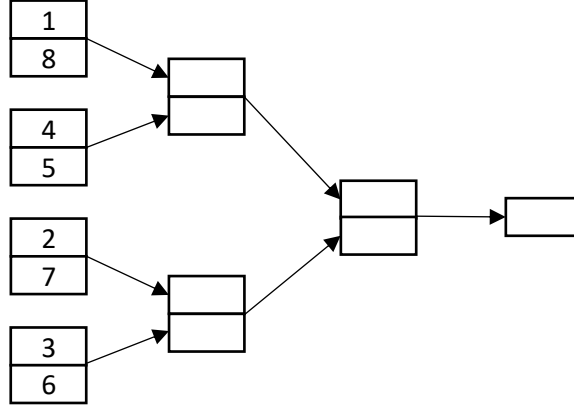
5.2.1 Turnuva formatları

Bazıları önceki bölümlerde verilmiş olsa da sistem girdi tanımlarının bütünlüğünü korumak amacıyla, belirlenen formatlar ve seribaşı eşlemeleri aşağıda açıklanmıştır.

Tek eleme (se): Seçilen yarışmacı sayısı $n = 2^k$, $k \geq 1$, $k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, tur sayısı şu eşitlikle bulunabilir: $|T_{se}| = \log_2 n$ 'dir ve şöyle temsil edilebilir: $T_{se} = (t_1, t_2, \dots, t_{\log_2 n})$. İlk tur, seribaşı eşlemesine göre belirlenir. $s = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ seribaşı eşlemesi için ilk tur $t_1 = (m_j^{t_1} \mid m_j^{t_1} = \{c_{2j-1}, c_{2j}\}, j = 1, 2, \dots, \frac{n}{2})$, şeklinde tanımlanır. Sonraki turların maçları, $2 \leq i \leq \log_2 n$ ve $m_j^{t_i}$ maçını kazanan yarışmacı $w_j^{t_i}$ olmak üzere $t_i = (m_j^{t_i} \mid m_j^{t_i} = \{w_{2j-1}^{t_{i-1}}, w_{2j}^{t_{i-1}}\}, j = 1, 2, \dots, \frac{|t_{i-1}|}{2})$ şeklinde belirlenir.

Örneğin, $c = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $s = (1, 8, 4, 5, 3, 6, 2, 7)$ seçilmiş ve düşük sayıyla temsil edilen yarışmacı yüksek sayıyla temsil edilen yarışmacıya karşı daima kazanıyor olsun. O halde turnuva $T_{se} = (t_1, t_2, t_3)$ için $t_1 = (\{1, 8\}, \{4, 5\}, \{3, 6\}, \{2, 7\})$, $t_2 = (\{1, 4\}, \{2, 3\})$, $t_3 = (\{1, 2\})$ ve kazanan yarışmacı 1 olur.

Şekil 5.1'de, örnekteki seribaşı eşlemesi ile oynanan bir tek eleme turnuvası görselleştirilmiştir. Devamlı çizgiler kazanan yarışmacıların sonraki tura geçişini temsil etmektedir.



Şekil 5.1 Tek eleme formatı.

Çift eleme (de): Popüler spor turnuvalarında rastlanmayan bir turnuva formatı olan çift eleme, yüksek başarı potansiyeline sahip olduğu düşünülerek bu tez kapsamında incelenmek istenmiştir. Tek eleme aksine, çift elemelerde maç yapmayan oyuncuların nasıl ele alınacağı, yani bay geçme durumunun detayları bariz değildir. Gerçekte az rastlanan bir format olması ve incelenen örneklerin tamamında yarışmacı sayılarının 2'nin tam kuvveti seçilmesi sebebiyle, burada da aksi durumlar ele alınmamıştır. Yani, yarışmacı sayısı $n = 2^k, k \geq 1, k \in \mathbb{Z}$ şartıyla seçilir.

Çift eleme turnuvalarında yarışmacılar iki brakete (*ing.* bracket) ayrılır. Kazananlar ve kaybedenler ya da üst ve alt braketler olarak adlandırılan bu gruplarda üstte yer alan yarışmacılar bir maç kaybettiklerinde elenmez, sonraki turdan itibaren alt brakete düşerler. Alt brakettekiler ise tek elemelerde olduğu gibi ilk kayıplarında elenirler. Bazı gerçek turnuva örneklerinde yarışmacılar, turnuvaya önceden bu iki brakete ayrılmış olarak başlarlar. Öte yandan, böylesi bir düzende iki braket için ayrı seribaşı eşlemesi yapılması gerekir ve turnuva ismine kısmen tezat oluşturacak şekilde bazı yarışmacılar tek maçta elenirler. Bu sebeple tezde, ilk turda tüm yarışmacılar üst brakete olacak ve ikinci turda üst ve alt braketlere ayrılacak şekilde tasarlanmıştır.

İlk tur, tek elemeye aynı şekilde seribaşı eşlemesine bağlı olarak oluşur. Yani, $s = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ seribaşı eşlemesi için ilk tur $t_1 = (m_j^{t_1} \mid m_j^{t_1} = \{c_{2j-1}, c_{2j}\}, j = 1, 2, \dots, \frac{n}{2})$, şeklinde tanımlanır. Sonraki turda, $m_j^{t_i}$ maçının galibi $w_j^{t_i}$ ve kaybedeni $l_j^{t_i}$ olmak üzere kaybedenler ve kazananlar kendi aralarında şöyle eşleşir:

$$t_2 = \left(m_j^{t_2} \mid m_j^{t_2} = \begin{cases} \{w_{2j-1}^{t_1}, w_{2j}^{t_1}\}, j \leq \frac{|t_1|}{2} \\ \{l_{2j-1}^{t_1}, l_{2j}^{t_1}\}, j > \frac{|t_1|}{2} \end{cases}, j = 1, 2, \dots, |t_1| \right). \text{ İlk turda elenen}$$

olmadığı için $|t_2| = |t_1|$ 'dir. İkinci tur sonunda alt braketten kaybeden yarışmacılar elenirken, alt braketin kazananları ile üst braketin kaybedenleri üçüncü turun alt braketinde eşleşirler ve üçüncü turda yalnızca alt braket maçları oynanır. Bu sebeple $|t_3| = \frac{|t_2|}{2}$ 'dir. Dördüncü turda, ikinci turda üst braketin kazananları kendi aralarında üst braket oluştururken, üçüncü turun kazananları da alt braketten eşleşir. Turnuvanın geri kalanında, tek sıradaki turlar ve çift sıradaki turlar sırasıyla üçüncü ve dördüncü turlardaki gibi oluşturulurlar. Alt ve üst braketlerde birer yarışmacının kaldığı son turda ise, doğal olarak bu iki yarışmacı final maçını oynar. Her iki turda bir, turnuvadaki yarışmacı sayısı yarıya indiğinden T turnuvasının tur sayısı $|T| = 2\log_2 n$ 'dir. Formal olarak, üçüncü turdan itibaren

$$\text{tek sıradaki turlar, yani } i \in \left\{ 2k - 1 \mid 2 \leq k \leq \frac{|T|}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\} \text{ için}$$

$$t_i = \left(m_j^{t_i} \mid m_j^{t_i} = \left\{ l_j^{t_{i-1}}, w_{\frac{|t_{i-1}|}{2} + j}^{t_{i-1}} \right\}, j = 1, 2, \dots, \frac{|t_{i-1}|}{2} \right) \text{ ile tanımlıdır. Benzer}$$

şekilde, ikinci ve son tur hariç çift sıradaki turlar, yani $i \in \left\{ 2k \mid 2 \leq k \leq \frac{|T|}{2} - 1, k \in \mathbb{Z} \right\}$ için

$$t_i = \left(m_j^{t_i} \mid m_j^{t_i} = \begin{cases} \{w_{2j-1}^{t_{i-2}}, w_{2j}^{t_{i-2}}\}, j \leq \frac{|t_{i-1}|}{2} \\ \{w_{2j-1}^{t_{i-1}}, w_{2j}^{t_{i-1}}\}, j > \frac{|t_{i-1}|}{2} \end{cases}, j = 1, 2, \dots, |t_{i-1}| \right) \text{ ile tanımlıdır.}$$

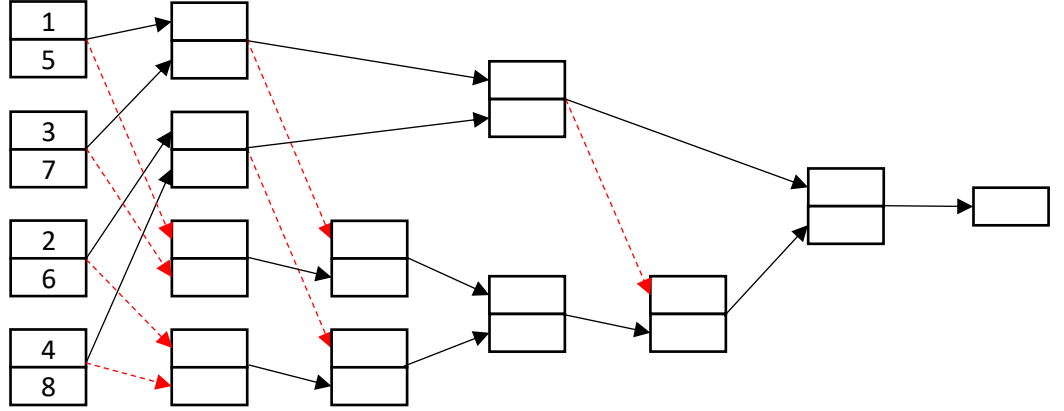
Son olarak final turu $t_{|T|} = \left(m_1^{t_{|T|}} \mid m_1^{t_{|T|}} = \{w_1^{t_{|T|-1}}, w_2^{t_{|T|-1}}\} \right)$ şeklinde belirlenir.

Örneğin, $c = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $s = (1, 5, 3, 7, 2, 6, 4, 8)$ seçilmiş ve düşük sayıyla temsil edilen yarışmacı yüksek sayıyla temsil edilen yarışmacıya karşı daima kazanıyor olsun. O halde turnuva $T_{de} = (t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6)$ için $t_1 = (\{1, 5\}, \{3, 7\}, \{2, 6\}, \{4, 8\})$;

$$t_2 = \left(\overbrace{\{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}}^{\text{üst}}, \underbrace{\{5, 6\}, \{7, 8\}}_{\text{alt}} \right), \quad t_3 = \left(\underbrace{\{2, 5\}, \{4, 7\}}_{\text{alt}} \right), \quad t_4 = \left(\overbrace{\{1, 3\}}^{\text{üst}}, \underbrace{\{2, 4\}}_{\text{alt}} \right),$$

$$t_5 = \left(\underbrace{\{3, 2\}}_{\text{alt}} \right), \quad t_6 = (\{1, 2\}) \text{ ve kazanan yarışmacı 1 olur.}$$

Şekil 5.2'de, örnekteki seribaşı eşlemesi ile oynanan bir çift eleme turnuvası görselleştirilmiştir. Devamlı çizgiler kazanan yarışmacıların, kesikli çizgiler kaybeden yarışmacıların sonraki tura geçişini temsil etmektedir.



Şekil 5.2 Çift eleme formatı

Grup aşaması ardından tek eleme (g_se): Oldukça popüler olan bir diğer turnuva formatı da grup veya round-robin formatı olarak bilinir. En çok bilineni ise, tüm yarışmacıların tek bir grupta olduğu bir tam round-robin turnuvasıdır. Basketbol ve futbol gibi popüler sporların ulusal liglerinde hemen hemen her zaman böyle bir tekil grup formatı kullanılmaktadır. Öte yandan, uluslararası turnuvalarda grup formatının kullanımı umumiyetle, turnuvanın yalnızca bazı aşamalarında ve birden fazla sayıda grup şeklinde gerçekleştirilmektedir. Toplamda tek bir grubun olduğu formatlarda her yarışmacı diğer tüm yarışmacılarla maç yaptığı için, olabilecek en kapsamlı formattır. Ancak maksimum zaman ve mekan kullanımı, yani maliyet gerektirir. Bu sebeple ulusal ligler 1 yıl boyunca devam eder. Bu tez kapsamında, uluslararası liglere benzer şekilde, gruplar yalnızca turnuvanın belirli aşamalarında kullanılmıştır.

Grup aşaması ardından tek eleme formatında, yarışmacıların tamamı eşit sayıda ayrık alt kümelere, yani gruplara bölünerek ilk aşama maçları round-robin şeklinde belirlenir. Grup sayısı g ve yarışmacı sayısı n kullanıcı tarafından, $n \bmod g = 0$ ve $n > g \geq 2$ olmak şartıyla seçilebilir. Dolayısıyla bu formatta n sayısı asal olmamalıdır. Grup sayısı ve buna bağlı olarak bir gruptaki yarışmacı sayısı değişebilir, ancak her gruptan yükselen yarışmacı sayısı kesinlikle 2 olacak şekilde tasarlanmıştır. Grup aşamasında, her yarışmacı tüm diğer yarışmacıyla 1 maç yapar. Gruplar birbirlerinden ayrık olduklarından, bir tur içerisinde tüm gruplardaki maçlar aynı anda oynanabilir.

Gerçek organizasyonlarda genellikle, gruplar ve fikstürleri, muhtemelen, yarışmaya sürpriz faktörü eklemek, ve yarışmacı ve seyircilerde rastgelelik yoluyla bir adalet duygusu uyandırmak gibi sebeplerle deterministik yöntemler yerine kura

çekilerek belirlenir. Bu çalışmada, formatların ve seribaşı eşlemelerinin kıyaslanabilmesi için, gruplar seribaşı eşlemeleri kullanılarak deterministik şekilde belirlenmiştir. Bir gruptaki yarışmacıların sayısı g olmak üzere, grup aşamasında $g - 1$ tur oynanır. Gruplar da seribaşı eşlemesine göre belirlenir. $s = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ seribaşı eşlemesi için k . grup $G_k = \{c_{(k-1)g+1}, c_{(k-1)g+2}, \dots, c_{(k-1)g+g}\}$, $k \geq 1$ kümesiyle gösterilebilir. Bir grupta her yarışmacı diğer tüm yarışmacılarla oynayacağı için, yarışmacıların grup içindeki sıralaması ve grup aşamasındaki maçların hangi turda oynanacağı, turnuvanın yapısını değiştirmez. Ancak, TDS için kriter değerlendirmelerinde olduğu gibi, turnuvanın oynanış şekline bağımsız sebeplerle grup içi sıralama önem arz edebilir. Bu durumda bu tanım özelleştirilebilir. Ayrıca, grup aşamasında hangi turlarda hangi maçların oynanacağı, yani grup fikstrünün oluşturulması da ayrı bir kombinasyonel problem ihtiva etmektedir. Buna dair tartışma ve uygulamalarda kullanılan yöntem, Bölüm 5.3.5’de verilmiştir. Sıralamalar önemsiz olduğunda, grup aşamasında oynanacak maçlar şöyle ifade edilebilir: $\cup_{i=1}^{g-1} t_i = \cup_{i=1}^{n-1} \cup_{j=i}^n \{c_i, c_j\}$.

Grup aşamasında oynanan maçlar sonucunda, yarışmacılar aldıkları galibiyet sayılarına göre grup içinde sıralanır. Eşitlik durumlarının çözülmesi tamamen uygulamaya bağlıdır. Gerçekte, maçların skorlarına veya yarışmacıların karşılıklı kazanma durumlarına göre çözümleme yapılmaktadır. Nadiren, ilave maçlar da oynanabilir. Yine de, eşitlik durumlarının çözülmesi için fazladan maç oynanabileceği hesaplamalarda ihmal edilmiştir.

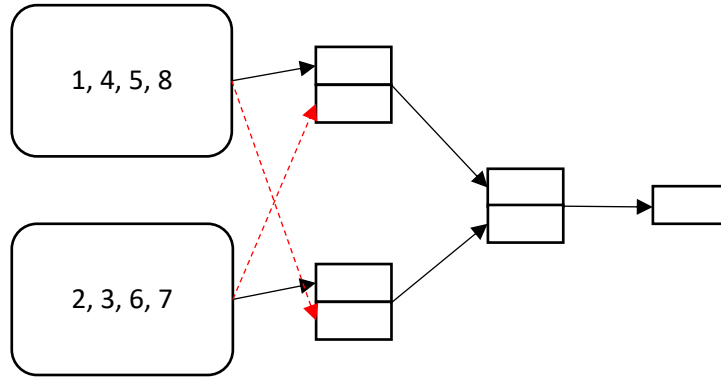
İkinci aşama olan tek eleme ilk turu g . turdur ve sonraki turlar tek eleme bölümünde tanıtıldığı gibi düzenlenir. Herbir gruptan 2 yarışmacı yükseldiğine göre, ikinci aşamaya yükselen yarışmacı sayısı $2(n/g)$ ’dir. Grup aşamasından yükselen yarışmacıların nasıl eşleştirileceği uygulamaya göre farklılık gösterebilir. Burada, ardışık iki gruptan yükselenler arasında bir grubun birincisiyle diğerinin ikincisi eşleşecek şekilde yapılmıştır. q_1^i, q_2^i , sırasıyla i . grupta 1. ve 2. olarak bir sonraki aşamaya geçen yarışmacılar olmak üzere, grup aşamasından sonra tek eleme aşamasında oynanacak ilk tur

$t_g =$
 $\left(m_j^{t_g} \mid m_j^{t_g} = \begin{cases} \{q_1^j, q_2^{j+1}\}, & j \bmod 2 = 1 \\ \{q_1^j, q_2^{j-1}\}, & j \bmod 2 = 0 \end{cases} = \{q_1^j, q_2^{j+2(j \bmod 2)-1}\}, j = 1, 2, \dots, g \right)$ ile tanımlanır. Sonraki turların maçları, $m_j^{t_i}$ maçının galibi $w_j^{t_i}$ ve $g + 1 \leq i \leq g - 1 + \left\lceil \log_2 2 \left(\frac{n}{g} \right) \right\rceil$ olmak üzere, $t_i = \left(m_j^{t_i} \mid m_j^{t_i} = \{w_{2j-1}^{t_{i-1}}, w_{2j}^{t_{i-1}}\}, j = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{t_{i-1}}{2} \right\rfloor \right)$, şeklinde belirlenir. Grup

aşaması ardından tek eleme turnuvası
 $T_{g_se} = (t_1, t_2, \dots, t_{g-1}, t_g, t_{g+1}, \dots, t_{g-1+\lceil \log_2 2\left(\frac{n}{g}\right) \rceil})$ şeklinde gösterilebilir.

Örneğin, $c = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $s = (1,8,4,5,3,6,2,7)$, $g = 4$ seçilmiş ve düşük sayıyla temsil edilen yarışmacı yüksek sayıyla temsil edilen yarışmacıya karşı daima kazanıyor olsun. O halde turnuva $T_{g_se} = (t_1, t_2, t_3, t_4, t_5)$ için ilk aşamadaki gruplar $G_1 = \{1,8,4,5\}$, $G_2 = \{3,6,2,7\}$ ve bu aşamadaki geçerli bir düzenlemeye göre $t_1 = (\{1,8\}, \{4,5\}, \{3,6\}, \{2,7\})$, $t_2 = (\{1,4\}, \{8,5\}, \{3,2\}, \{6,7\})$, $t_3 = (\{1,5\}, \{8,4\}, \{3,7\}, \{6,2\})$ olur. Bu 3 turun sırası değiştirildiğinde de turnuva düzeni bozulmaz. Sonraki aşamada $t_4 = (\{1,3\}, \{2,4\})$ ve $t_5 = (\{1,2\})$ olur. Kazanan yarışmacı da 1'dir.

Şekil 5.3'te, örnekteki seribaşı eşlemesi ile oynanan bir grup aşaması ardından tek eleme turnuvası görselleştirilmiştir. Gruplar oval köşeli kutularla gösterilmiştir ve devamlı çizgiler grubundan 1. çıkan yarışmacıların sonraki aşamaya ve eleme aşamasında kazanan yarışmacıların sonraki tura geçişini, kesikli çizgiler grubundan 2. çıkan yarışmacıların sonraki aşamaya geçişini temsil etmektedir.



Şekil 5.3 Grup aşaması ardından tek eleme formatı

Tekrar eden grup aşamaları (g_re): Turnuvayı kazananı belirleyecek son grup aşamasına kadar tüm aşamaların grup usulü olarak düzenlendiği turnuva formatıdır. Genel durumda, gruptan yükselen yarışmacı sayısı değişken olabilecek olsa da, tez uygulamalarında her zaman 2 yükselen yarışmacı olacak şekilde sabitlenmiştir. Gruptaki yarışmacı sayısı, parametrik olarak kullanıcı tarafından belirlenebilir. Tercihen, her aşamada ve tüm gruplarda yarışmacı sayısı bu parametre değerine eşit olmalıdır. Bunun mümkün olmadığı durumlarda, yani bir aşamadaki yarışmacı sayısı c ve seçilen grup büyüklüğü parametresi g için

$c \bmod g \neq 0$ ise, eleme turnuvalarındaki gibi bay geçilebilir ya da gruplar mümkün olduğunca eşit sayıda yarışmacı olacka şekilde tamamlanabilir.

İlk seçenekte, son aşama hariç her aşamadaki tur sayısı $g - 1$ olur anca toplam tur ve aşama sayısı, yarışmacı sayısı ile her zaman aynı yöne artıp azalmayacaktır. Örneğin, $n = 25, g = 8$ için aşama sayısı 2 olacaktır. İlk aşamada 3 grup oluşacak ve her gruptan 2 yarışmacı yükseleceği için 6 yarışmacı sonraki aşamada yer alacaktır. İlk aşamada oynamayan yarışmacı ile birlikte sonraki ve son aşamada 7 yarışmacılı bir grup oluşarak turnuva toplam 2 aşamada ve 13 turda sonlanacaktır. Ancak, $n = 15, g = 8$ için İlk aşamada 1 grup oluşup 2 yarışmacı yükselir. Sonraki aşamada bu 2 yarışmacı ve bay geçen 7 yarışmacı tek bir gruba sığmayacağından, ikinci aşamada da yalnızca 1 grup oluşur ve bu gruptan yükselen 2 yarışmacı ve bay geçen yarışmacı 3'lü bir grupta son aşamayı oynarlar. Bu durumda toplam 3 aşama ve 16 tur oynanır. Sonuçta $g = 8$ seçildiğinde, $n = 25$ 'ten 15'e düştüğünde, beklenenin aksine tur ve aşama sayısı artar. İkinci seçenekte herhangi iki grup arasındaki yarışmacı sayısının farkı en fazla 1 olacaktır, ancak bir aşamadaki tur sayısı basitçe $g - 1$ olarak belirlenemez. Yalnızca, bu tur sayısı k için $g - 1 \leq k \leq 2g - 2$ yazılabilir. Bu karmaşık durumları önlemek ve en az 2 aşama olmasını sağlamak için bu turnuva formatında, girilen g parametresinin $g \geq 4, g \in \mathbb{Z}$ ve yarışmacı sayısının $n = \left(\frac{g}{2}\right)^k, k \geq 0, k \in \mathbb{Z}$ seçilmesi şartı konmuştur. Bu durumda aşama sayısı $a = k + 1 = \log_{\frac{g}{2}} \frac{n}{g} + 1$ olur.

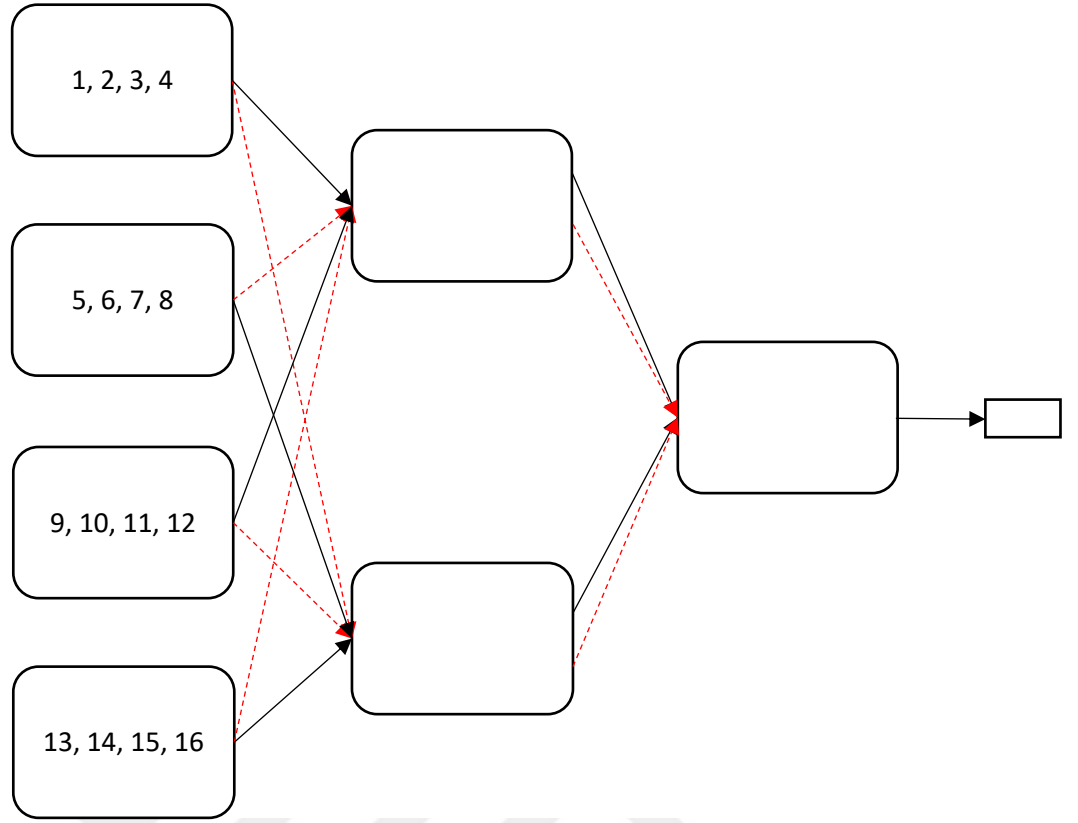
İlk aşama gruplarında, g _se formatındaki gibi $s = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ seribaşı eşlemesinde, $k \geq 1, k \in \mathbb{Z}$ için k . grup $G_k^1 = \{c_{(k-1)g+1}, c_{(k-1)g+2}, \dots, c_{(k-1)g+g}\}$ kümesiyle tanımlanır. Genel durumda, ardışık g gruptan yükselen yarışmacılar bir sonraki aşamadaki 2 ardışık grubu oluştururlar ve tek bir gruptan oluşan son aşama hariç, yarışmacılar bir önceki aşamada aynı grupta olan iki yarışmacı bir sonraki aşamada aynı grupta olmayacak şekilde dağıtılır. Toplam aşama sayısı a olsun. O halde, $a > i > 1, a, i \in \mathbb{Z}$ için i . aşamadaki k . grup, q_1^j, q_2^j sırasıyla $i - 1$. turun j . grubundan 1. ve 2. olarak yükselen yarışmacılar olmak üzere

$$G_k^i = \left\{ q_r^j \mid q_r^j = \begin{cases} q_{((j-1) \bmod 2)+1}^{(k-1)g+j}, & k \bmod 2 = 1 \\ q_{(j \bmod 2)+1}^{(k-2)g+j}, & k \bmod 2 = 0 \end{cases} = q_{((j - (k \bmod 2)) \bmod 2)+1}^{(k-2+(k \bmod 2))g+j}, j = 1, 2, \dots, g \right\}$$

şeklinde tanımlanabilir. Son aşamada tek bir grup vardır. Bu grup da $G_1^a = \cup \{q_1^j, q_2^j\}, j = 1, 2, \dots, g$ ile tanımlanır ve bu grubu 1. tamamlayan yarışmacı turnuvanın kazananı olur.

Örneğin, $c = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16\}$,
 $s = (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16)$, $g = 4$ seçilmiş ve düşük sayıyla temsil edilen yarışmacı yüksek sayıyla temsil edilen yarışmacıya karşı daima kazanıyor olsun. O halde turnuva $T_{g_re} = (t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9)$ için ilk aşamadaki gruplar $G_1^1 = \{1,2,3,4\}$, $G_2^1 = \{5,6,7,8\}$, $G_3^1 = \{9,10,11,12\}$, $G_4^1 = \{13,14,15,16\}$ ve bu aşamadaki geçerli bir düzenlemeye göre $t_1 = (\{1,2\}, \{3,4\}, \{5,6\}, \{7,8\}, \{9,10\}, \{11,12\}, \{13,14\}, \{15,16\})$,
 $t_2 = (\{1,3\}, \{2,4\}, \{5,7\}, \{6,8\}, \{9,11\}, \{10,12\}, \{13,15\}, \{14,16\})$,
 $t_3 = (\{1,4\}, \{3,2\}, \{5,8\}, \{7,9\}, \{9,12\}, \{11,11\}, \{13,16\}, \{14,15\})$ olur. İkinci aşamadaki gruplar $G_1^2 = \{1,6,9,14\}$, $G_2^2 = \{2,5,10,13\}$ ve bu aşamadaki geçerli bir düzenlemeye göre $t_4 = (\{1,6\}, \{9,14\}, \{2,5\}, \{10,13\})$,
 $t_5 = (\{1,9\}, \{6,14\}, \{2,10\}, \{5,13\})$, $t_6 = (\{1,14\}, \{6,9\}, \{2,13\}, \{5,10\})$ olur. Son aşamadaki grup $G_1^3 = \{1,2,6,5\}$ ve yine bu aşamadaki geçerli bir düzenlemeye göre $t_7 = (\{1,2\}, \{6,5\})$, $t_8 = (\{1,6\}, \{2,5\})$, $t_9 = (\{1,5\}, \{6,2\})$ olur. Her aşamada, turların sırasının değişmesi turnuva düzenini bozmaz. Kazanan yarışmacı, yine, 1 olur.

Aşağıdaki grafikte, örnekteki seribaşı eşlemesi ile oynanan bir tekrar eden grup aşamaları turnuvası görselleştirilmiştir. Yine, gruplar oval köşeli kutularla gösterilmiştir ve devamlı çizgiler grubundan 1. çıkan yarışmacıların sonraki aşamaya geçişini, kesikli çizgiler grubundan 2. çıkan yarışmacıların sonraki aşamaya geçişini temsil etmektedir.



Şekil 5.4 Tekrar eden grup aşamaları formatı

Bu 4 turnuva formatının her biri için aynı olacak şekilde bir dizi seribaşı eşleme yöntemi belirlenmiştir:

Standart seribaşı eşlemesi (std): Standart seribaşı eşlemesinin en yaygın kullanılan seribaşı eşlemesi olduğu söylenebilir. Belirli kriterleri sağlayan yegane seribaşı eşlemesi olduğu Dagaev ve Suzdaltsev (2018) tarafından gösterilmiştir. Ardışık tamsayılardan oluşan bir yarışmacı kümesindeki yarışmacılar, n 2'nin bir tam kuvveti ve $b = 2^i, i = 1, 2, \dots, (\log_2 n) - 1$ olmak üzere ardışık b 'lilerin yarışmacı rank toplamaları eşit olacak şekilde dizilir. Örneğin, $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ için $s_{std} = (1, 8, 4, 5, 2, 7, 3, 6)$ 'dir. Ardışık b 'lilerin, $(b + 1)$ 'liler bozulmadan birbirleriyle yer değiştirmesi eşlemeyi değiştirmez. Aynı eşleme alternatif olarak, yalnızca bazı tekli ardışıklar yer değiştirdiğinde $(8, 1, 4, 5, 7, 2, 6, 3)$ veya bazı ikililer ve dörtlüler yer değiştirdiğinde $(2, 7, 3, 6, 4, 5, 1, 8)$ şeklinde de yazılabilir.

Eş aralıklı seribaşı eşlemesi (eqgap): Yaygın olmasa da zaman zaman kullanılan eş aralıklı seribaşı eşlemesinde, ardışık tamsayılardan oluşan bir yarışmacı kümesindeki yarışmacılar, n 2'nin bir tam kuvveti ve $b = 2^i, i = 1, 2, \dots, (\log_2 n) - 1$ olmak üzere ardışık b 'lilerdeki $b - 1$ yarışmacının rank

toplamlarının mutlak farkları eşit olacak şekilde dizilir. Bu seribaşı eşlemesini, akademik anlamda ilk olarak Karpov (2016) incelemiş ve bazı kriterleri aynı anda sağlayan tek seribaşı eşlemesi olduğunu göstermiştir. Örneğin, $C = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ için $s_{eqgap} = (1,5,3,7,2,6,4,8)$ 'dir. Yine, ardışık b 'lilerin, $(b + 1)$ 'liler bozulmadan birbirleriyle yer değiştirmesi eşlemeyi değiştirmez. Aynı eşleme alternatif olarak, yalnızca bazı tekli ardışıklar yer değiştirdiğinde $(5,1,3,7,6,2,8,4)$ veya bazı ikililer ve dörtlüler yer değiştirdiğinde $(2,6,4,8,3,7,1,5)$ şeklinde de yazılabilir.

Yakın seribaşı eşlemesi (close): Yakın seribaşı eşlemesi, gerçek turnuvalarda rastlanmayan ancak bazı araştırmacıların daha önce bahsettiği bir eşlemedir. Belirli kriterleri sağlayan yegane seribaşı eşlemesi olduğunu, yine, Dagaev ve Suzdaltsev (2018) göstermiştir. Bu eşlemede, ardışık tamsayılardan oluşan bir yarışmacı kümesindeki yarışmacılar, $n/2$ 'nin bir tam kuvveti olmak üzere, küçükten büyüğe doğru dizilir. Burada, ardışık ikililerin farkları daima 1 olur. Örneğin, $C = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ için $s_{close} = (1,2,3,4,5,6,7,8)$ 'dir.

Rastgele seribaşı eşlemesi (random): Yarışmacıların rastgele olarak dizildiği eşlemedir. Rastgele eşleme, yarışmacıların güç veya sıralamalarına dair bir öncül bilgi olmadığı durumu da temsil eder.

Sonuçta, belirtilen 4 turnuva formatının her biri için 4 seribaşı eşlemesi olmak üzere sistemde değerlendirilmek üzere toplam 16 farklı turnuva tasarımı belirlenmiştir.

5.2.2 Kriterler

Birçok geçmiş çalışma incelendikten sonra aşağıdaki kriterler belirlenmiştir. Bir TDS uygulamasında, bu kriterlerin tamamı veya bir kısmı burada önerildiği gibi kullanılabileceği gibi, farklı kriterler eklenebilir veya kriterlerin hesaplanma yöntemleri değiştirilebilir. Ancak, tüm kriterler sayısal olarak hesaplanabilir olmalıdır. Tez kapsamında belirlenen kriterler ve hesaplama yöntemleri, aşağıda açıklanmıştır.

Sıralama belirsizliği (uncertainty): Birbirleri arasında sıralama bilgisi olmayan yarışmacı çiftlerinin sayılmasıyla hesaplanır. Turnuva başında yarışmacılar arasındaki güncel güç veya başarı farkının belirsiz olduğu düşünülürse, önceki çalışmalarda ele alınmamış bu kriterin, bir turnuvanın belirsizliği ne kadar ortadan kaldırdığını ölçtüğü söylenebilir. Eleme formatlarında,

aynı turda elenen yarışmacılar arasında bir sıralama yoktur. Dolayısıyla, i . turda elenen yarışmacı sayısı e_i ise o turdaki sıralama kriteri değeri $\frac{e_i(e_i-1)}{2}$ olur. Eleme turnuvası veya aşaması boyunca tur sayısı u ise sıralama kriterinin toplam değeri $\sum_{i=1}^u \frac{e_i(e_i-1)}{2}$ olur.

Grup formatında, aşama veya turnuva sonunda bir grup içindeki sıralamanın diğer gruptan bağımsız olup olmadığının tercihi, sıralama belirsizliğinin hesaplanma şeklini etkileyecektir. Örneğin, bir grubu 3. tamamlayarak elenen yarışmacının başka bir grubun 4. sıradaki yarışmacısından turnuvayı daha önde bitirdiği kabul edilirse, bu iki yarışmacı arasında sıralama belirsizliği yoktur. Eğer gruplar arasındaki sıralamanın bağımsız olduğu kabul edilirse, bu iki yarışmacı arasındaki sıralama da belirsiz olur. Her iki kabul de, düzenlenmek istenen turnuvanın özelliğine göre daha doğru olabilir. Bu çalışmada, bir yarışmacının kendi grubundaki sırasının diğer gruplarda da geçerli olduğu kabul edilmiştir. Yani, bir grubu i . sırada tamamlayan bir yarışmacı, herhangi bir grubu j . sırada bitirmiş bir yarışmacıdan, $j > i$ için daha üst ve $j < i$ için daha alt sırada bitirmiş sayılır. O halde, bu yarışmacının yalnızca diğer grupları i . sırada bitirmiş yarışmacılarla arasında bir sıralama yoktur. Bu durumda, grup içinde yarışmacı sayısı g ve grup sayısı h olan bir grup aşaması için sıralama belirsizliği kriterinin toplam değeri, her grupta elenen yarışmacı sayısı $g - 2$ olduğundan $(g - 2) \frac{h(h-1)}{2}$ şeklinde hesaplanır.

Örneğin, 8 yarışmacılı bir turnuva tek eleme formatıyla oynanıyorsa ilk turda 4, ikinci turda 2 ve 3. turda 1 yarışmacı elendiği için sıralama belirsizliği $\frac{4*3}{2} + \frac{2*1}{2} + \frac{1*0}{2} = 7$ 'dir. Çift eleme turnuvasında, 2. ve 3. turda 2'şer yarışmacı, 4. ve 5. turlarda da 1'er yarışmacı elendiği için toplam değer $2 \frac{2*1}{2} + 2 \frac{1*0}{2} = 2$ 'dir. Gruptaki yarışmacı sayısı $g = 4$ ise, yine 8 yarışmacılı bir grup aşamasında kriterin değeri $(4 - 2) \frac{(2*1)}{2} = 2$ olur.

Kazananın gücü (winner strength / predictive power): Bu kriter, Bölüm 2.4'te bahsedildiği gibi, geçmiş araştırmalarda bir turnuvanın en çok incelenen ve kullanılan özelliklerinden biridir denebilir. Bir turnuvanın bir grup yarışmacı içinden en iyisini seçmek için düzenlendiği bakış açısıyla, bir turnuva formatının başarısı, bu en iyi yarışmacıyı ne kadar iyi seçebildiğiyle doğru orantılıdır. Kestirim gücü ismiyle anılan bu özellik basitçe, turnuvayı kazan takımın güç değerine eşittir. Eğer aynı turnuva formatı için birden çok turnuva verisi varsa, doğal olarak bu verilerin ortalaması alınır. Sonuçta T turnuvasının kazan yarışmacı w_T ve bir

yarışmacı c 'nin gücü $str(c)$ fonksiyonu ile hesaplanıyor ise, bu kriterin değeri de $str(w_T)$ olur.

Yanlış yükselme (false qualification): Bir turnuva düzenlemedeki ana amacın, kazananın gücünden daha genel bir bakış açısıyla turnuvaya katılan yarışmacılar arasında bir başarı sıralaması yapmak olduğu söylenebilir. Bir turnuva formatının bu sıralamayı yapmadaki başarısını ölçecek bir kriter ihtiyacı aşîkardır. Formatın sıralama başarısını ölçmesi yönüyle, sıralama belirsizliği kriterinin tamamlayıcısı olarak da düşünölebilir. Bu kriter, bildiğimiz kadarıyla, daha önce önerilmemiştir.

Bu kriterde her bir tur sonunda, varsa, yükselen yarışmacıların güçleri toplamıyla, yarışmacıların güç değerlerine göre aslında yükselmiş olması gereken yarışmacıların güçleri toplamı arasındaki farkların ortalamaları hesaplanır. Bu değer, herhangi bir turda elenen yarışmacıların güçleri toplamının, güçlerine göre elenmiş olması gereken yarışmacıların güçleri toplamı arasındaki farkların ortalamasıyla aynıdır.

Kaç farklı turda eleme olduğu bu kriteri doğrudan etkileyecektir. Çünkü, erken turlarda yanlış yükselen (veya yanlış elenen) yarışmacılar, daha sonraki turların yanlış yükselme değerlerini de etkileyebilir. Bu sebeple, ortalama değer hesaplanırken kazanan yarışmacının da en sonda elendiğı kabul edilerek toplam değer, eleme olan tur sayısı ve yarışmacı sayısına bölünür. Örneğın, tek eleme formatında her turun ve çift eleme formatında ilk tur hariç her turun sonunda eleme olurken, bir grup aşamasında yalnızca sonuncu turun ardından yarışmacılar elenir.

Bir T turnuvasının yarışmacılar kümesi C 'nin yarışmacı güçlerine göre azalan sırada, şöyle sıralanmış olsun: $C' = (1, 2, \dots, n)$. $i \geq 1 \geq n$ olmak üzere, t_i turundaki yarışmacıların kümesi y_{t_i} ile gösterilsin ve $y_{t_0} = C$ olsun. O halde, t_i turu sonunda yükselen yarışmacıların kümesi $A_{t_i} = \{a_{t_i} \mid a_{t_i} \in \cup_{j=i+1}^n y_{t_j}\} \supseteq C$ şeklinde tanımlı iken, o tura ait yanlış yükselme kriteri değeri $f_{\text{equal}}(t_i) = \sum_{j=1}^{|A_{t_i}|} str(j) - \sum_{a_{t_i} \in A_{t_i}} str(a_{t_i})$ ile hesaplanır. Burada, $A_{t_i} = y_{t_{i+1}}$ eşitliğinin çift eleme formatı için yanlış, diğer formatlar için ise doğru olduğu dikkate değerdir. Turnuvanın yanlış yükselme kriterinin değeri de, eleme yaşanan turların kümesi $E = \{t_i \mid |A_{t_{i-1}}| > |A_{t_i}|\} \supseteq T$ olmak üzere, kazanan yarışmacı da dahil edilerek $\frac{\sum_{t_i \in E} f_{\text{equal}}(t_i) + (str(1) - str(w_T))}{n(|E|+1)}$ şeklinde hesaplanır.

Örneğin, 8 yarışmacılı bir turnuvada yarışmacı i 'nin gücü $str(i) = 9 - i$ şeklinde hesaplanıyor, yakın seribaşı eşlemesi ile oynanıyor ve tüm maçları daha güçlü olan yarışmacı daima kazanıyor olsun. Tek eleme turnuvası T_{se} 'nin turları $t_1 = (\{1,2\}, \{3,4\}, \{5,6\}, \{7,8\})$, $t_2 = (\{1,3\}, \{5,7\})$, $t_3 = (\{1,5\})$ ve $w_{T_{se}} = 1$ olurken tüm turlarda eleme gerçekleşir. O halde, turların kriter değerleri $f_{fqual}(t_1) = (8 + 7 + 6 + 5) - (8 + 5 + 3 + 2) = 7$, $f_{fqual}(t_2) = (8 + 7) - (8 + 3) = 4$, $(str(1) - str(w_{T_{se}})) = 8 - 8 = 0$ ve toplam değer de $\frac{7+4}{8*3} \cong 0,46$ olur. Çift eleme turnuvası T_{de} 'nin turları da $t_1 = (\{1,2\}, \{3,4\}, \{5,6\}, \{7,8\})$, $t_2 = \left(\overbrace{\{1,3\}, \{5,7\}}^{\text{üst}}, \underbrace{\{2,4\}, \{6,8\}}_{\text{alt}} \right)$, $t_3 = \left(\underbrace{\{2,3\}, \{6,7\}}_{\text{alt}} \right)$, $t_4 = \left(\overbrace{\{1,5\}}^{\text{üst}}, \underbrace{\{2,6\}}_{\text{alt}} \right)$, $t_5 = \left(\underbrace{\{5,2\}}_{\text{alt}} \right)$, $t_6 = (\{1,2\})$ ve $w_{T_{de}} = 1$ olurken, ilk tur hariç turlarda eleme gerçekleşir. O halde, turların kriter değerleri $f_{fqual}(t_2) = (8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3) - (8 + 4 + 7 + 5 + 3 + 2) = 3$, $f_{fqual}(t_3) = (8 + 7 + 6 + 5) - (8 + 4 + 7 + 3) = 4$, $f_{fqual}(t_4) = (8 + 7 + 6) - (8 + 4 + 7) = 2$, $f_{fqual}(t_5) = (8 + 7) - (8 + 7) = 0$, $(str(1) - str(w_{T_{de}})) = 8 - 8 = 0$ ve toplam değer de $\frac{3+4+2}{8*5} = 0,225$ olur. Aynı koşullarda ve $g = 4$ olan bir grup aşamasında ise, gruplar $G_1 = \{1,2,3,4\}$ ve $G_2 = \{5,6,7,8\}$ şeklinde oluşurken yalnızca aşamanın son turu t_r 'de elenme yaşanır. Bu aşamadan yükselen yarışmacılar kümesi $A_{t_r} = \{1,2,5,6\}$ 'dir ve yanlış yükselme değeri $f_{fqual}(t_r) = (8 + 7 + 6 + 5) - (8 + 7 + 4 + 3) = 4$ olur.

Maç sayısı / maliyet 1 (cost 1): Turnuva düzenleme maliyeti belki de, uygulamaya göre en çok değişkenlik gösterecek kriterdir. Yarışmacı, seyirciler, görevliler, kullanılacak mekanlar, ulaşım, yayın vb. gibi birçok değişkene bağlı olabilecek maliyeti ölçmek için, kapsamlı olabilecek bir kriter önermek zordur denebilir. Yine de, hem basit hem de doğrudan veya dolaylı olarak maliyeti etkileyen iki özellik, turnuvadaki toplam maç sayısı ve toplam tur sayısıdır denebilir.

Bir turnuvada ne kadar çok maç oynanırsa, değişken olsa da orantılı olarak giderler de artacaktır. Hem mekan ve saha, hem de süre de maç sayısından doğrudan etkilenir. Dolayısıyla, maliyet kriterlerinden biri, yalnızca turnuvadaki toplam maç sayısı olarak belirlenmiştir.

Yarışmacı sayısı n olan tek eleme usulü turnuvalarında, her maç sonunda 1 yarışmacı eleneceği ve sonuçta 1 kazanan olacağı için. Çift eleme turnuvalarında

da, benzer şekilde 2 maç sonunda 1 yarışmacı eleneceğinden maç sayısı $2(n - 1)$ 'dir.

Bir grup aşamasında, bir grup içindeki yarışmacı sayısı g için o gruptaki maç sayısı $\frac{g(g-1)}{2}$ ve aşamadaki grup sayısı $\frac{n}{g}$ 'dir. Yalnızca ilk aşamada grup formatı uygulanıyorsa, bu aşamadaki toplam maç sayısı da $\frac{n}{g} \left(\frac{g(g-1)}{2} \right) = \frac{n(g-1)}{2}$ olur. Her gruptan 2 yarışmacı yükseldiği için, bir sonraki aşama $\frac{n}{\frac{g}{2}} = \frac{2n}{g}$ yarışmacıyla başlar.

Dolayısıyla, önceki bölümde bahsedilen kısıtlara uygun seçilen n ve g değerleri için bir grup aşaması ardından tek eleme (g_se) turnuvasında toplam $\frac{n(g-1)}{2} + \frac{2n}{g} - 1$ maç oynanır.

Tekrar eden grup aşamalarında (g_re), ilk aşamada yine $\frac{n(g-1)}{2}$ maç oynanır ve bir sonraki aşamaya $\frac{2n}{g}$ yarışmacı yükselir. İkinci aşamadaki yarışmacılar da g büyüklüğündeki gruplara ayrıldıklarından grup sayısı $\frac{\frac{2n}{g}}{g} = \frac{2n}{g^2}$ ve o aşamadaki maç sayısı $\frac{2n}{g^2} \left(\frac{g(g-1)}{2} \right)$ 'dir. Genel durumda da, i . aşamadaki maç sayısı $\frac{2^{i-1}n}{g^i} \left(\frac{g(g-1)}{2} \right) = \frac{2^{i-2}n(g-1)}{g^{i-1}}$ olur. Önceki bölümde bahsedildiği gibi, aşama sayısı $a = \log_2 \left(\frac{n}{g} \right) + 1$ için bir tekrar eden grup aşamaları turnuvasındaki (g_re) toplam maç sayısı $\sum_{i=1}^a \frac{2^{i-2}n(g-1)}{g^{i-1}}$ ile hesaplanabilir.

Örneğin, 8 yarışmacılı bir tek eleme turnuvasının maç sayısı $8 - 1 = 7$, çift eleme turnuvasının maç sayısı $2(8 - 1) = 14$, $g = 4$ için grup aşaması ardından tek eleme turnuvasının maç sayısı $\frac{8(4-1)}{2} + \frac{2*8}{4} - 1 = 15$ ve tekrar eden grup aşamaları için aşama sayısı $a = \log_2 \frac{8}{4} + 1 = 2$, maç sayısı da $\frac{2^{1-2}8(4-1)}{4^{1-1}} + \frac{2^{2-2}8(4-1)}{4^{2-1}} = 12 + 6 = 18$ 'dir.

Tur sayısı / maliyet 2 (cost 2): Bir turdaki maçlar birbirlerinden bağımsız olarak oynanabileceği ve bir sonraki turdaki maçların da önceki tur bitmeden oynanamayacağı için, tur sayısının en azından zaman olarak turnuva maliyetini ölçtüğü söylenebilir. Bu sebeple, ikinci maliyet kriter olarak turnuvadaki toplam tur sayısı belirlenmiştir.

Yarışmacı sayısı n olan bir turnuva için, her turda oynayan yarışmacıların yarısı eleneceğinden tur sayısı $\lceil \log_2 n \rceil$ 'dir. Çift eleme turnuvalarında ise, n 2'nin

bir tam kuvveti seçildiği ve her iki turda bir, turnuvadaki yarışmacı sayısı yarıya indiği için tur sayısı $2\log_2 n$ 'dir

Bir grup aşamasında, bir gruptaki her yarışmacı gruptaki diğer tüm yarışmacılarla her turda birer maç yapacağından, gruptaki yarışmacı sayısı g için tur sayısı $g - 1$ 'dir. Yine, eleme aşamasına $\frac{2n}{g}$ yarışmacı yükseldiği için, bir grup aşaması ardından tek eleme (g_se) turnuvasında toplam $g + \lceil \log_2 n \rceil - 2$ tur vardır.

Tekrar eden grup aşamalarında (g_re), turnuva boyunca grup büyüklüğü değişmediği için, her aşamada $g - 1$ tur oynanır ve yine önceki bölümde bahsedildiği gibi, kriterlere uygun n , g değerleri ve aşama sayısı $a = \log_{\frac{n}{2}} \frac{n}{g} + 1$ için bir tekrar eden grup aşamaları turnuvasındaki (g_re) toplam tur sayısı $a(g - 1)$ ile hesaplanabilir.

Örneğin, 8 yarışmacılı bir tek eleme turnuvasının tur sayısı $\lceil \log_2 8 \rceil = 3$, çift eleme turnuvasının tur sayısı $2\log_2 8 = 6$, $g = 4$ için grup aşaması ardından tek eleme turnuvasının tur sayısı $4 + \lceil \log_2 8 \rceil - 2 = 5$ ve tekrar eden grup aşamaları için aşama sayısı yine $a = \log_{\frac{8}{4}} \frac{8}{4} + 1 = 2$, tur sayısı da $2(4 - 1) = 6$ 'dır.

Güç farkı (contest level): Bir turnuvanın tüm maçlarındaki yarışmacı güçlerinin farklarının ortalaması alınarak hesaplanır. Dagaev ve Suzdaltsev (2018), çalışmalarında bu kriteri, yarışmacı ranklarının farkını ölçecek şekilde kullanmışlardır. Birbirlerine yakın güçteki yarışmacıların oynadığı maçlarda, çekişme ve seyir zevki daha yüksek olacaktır ve tabii ki tam tersi de doğrudur. Bu kriter, ortalamada bir maçtaki çekişme düzeyini ölçer. Yarışmacı i 'nin gücü $str(i)$ ile hesaplanıyorsa, $m = \{i, j\}$ maçındaki güç farkı $f_{dif}(m) = |str(i) - str(j)|$ şeklinde hesaplanır. Dolayısıyla, turnuva T 'nin güç farkı kriterinin değeri, $\frac{\sum_{t \in T} \sum_{m \in t} f_{dif}(m)}{\sum_{t \in T} |t|}$ olur.

Örneğin, 4 yarışmacılı bir turnuvada yarışmacı i 'nin gücü $str(i) = 5 - i$ şeklinde hesaplanıyor, standart seribaşı eşlemesi ile oynanıyor ve tüm maçları daha güçlü olan yarışmacı daima kazanıyor olsun. Tek eleme turnuvası T_{se} 'nin turları $t_1 = (\{1,4\}, \{2,3\})$, $t_2 = (\{1,2\})$ olurken güç farkı değeri $\frac{(|4-1|+|3-2|)+|4-3|}{3} \cong 1,67$ 'dir. Çift teleme turnuvası T_{de} 'nin turları da $t_1 = (\{1,4\}, \{2,3\})$, $t_2 = \left(\overbrace{\{1,2\}}^{\text{üst}}, \underbrace{\{4,3\}}_{\text{alt}} \right)$, $t_3 = \left(\underbrace{\{2,3\}}_{\text{alt}} \right)$, $t_4 = (\{1,2\})$ olurken güç farkı değeri $\frac{(|4-1|+|3-2|)+(|4-3|+|1-2|)+|3-2|+|4-3|}{6} \cong 1,33$ 'dür. Aynı koşullarda ve

$g = 4$ olan bir grup aşamasında ise oluşan tek grup $G_1 = \{1,2,3,4\}$ 'dir ve bu aşamada oynanan turlar $t_1 = (\{1,2\}, \{3,4\})$, $t_2 = (\{1,3\}, \{2,4\})$, $t_3 = (\{1,4\}, \{2,3\})$ olurken, T_{g_se} grup ardından tek eleme için eleme aşamasındaki tek tur $t_4 = (\{1,2\})$ 'dir. Güç farkı değeri de, $\frac{(|4-3|+|2-1|)+(|4-2|+|3-1|)+(|4-1|+|3-2|)+|4-3|}{7} \cong 1,43$ olur. Tekrar eden grup formatında ise yalnızca 1 grup aşaması oynanır ve güç farkı değeri, $\frac{(|4-3|+|2-1|)+(|4-2|+|3-1|)+(|4-1|+|3-2|)}{6} = 1,5$ 'dur.

Güç toplamı (strength level): Bir turnuvanın tüm maçlarındaki yarışmacı güçlerinin toplamının ortalaması alınarak hesaplanır. Güçleri görece yüksek yarışmacıların oynadığı maçlarda, oyun kalitesinin ve seyir zevkinin daha yüksek olduğu söylenebilir ve tabii ki tam tersi de doğrudur. Dagaev ve Suzdaltsev (2018), çalışmalarında yarışmacı ranklarının toplamı şeklinde kullandığı bu kriter, ortalamada bir maçtaki toplam güç seviyesi düzeyini ölçer. Yarışmacı i 'nin gücü $str(i)$ ile hesaplanıyorsa, $m = \{i, j\}$ maçındaki güç toplamı $f_{sum}(m) = str(i) + str(j)$ şeklinde hesaplanır. Dolayısıyla, turnuva T 'nin güç toplamı kriterinin değeri, $\frac{\sum_{t \in T} \sum_{m \in t} f_{sum}(m)}{\sum_{t \in T} |t|}$ olur.

Örneğin, 4 yarışmacılı bir turnuvada yarışmacı i 'nin gücü $str(i) = 5 - i$ şeklinde hesaplanıyor, standart seribaşı eşlemesi ile oynanıyor ve tüm maçları daha güçlü olan yarışmacı daima kazanıyor olsun. Tek eleme turnuvası T_{se} 'nin turları $t_1 = (\{1,4\}, \{2,3\})$, $t_2 = (\{1,2\})$ olurken güç toplamı değeri $\frac{((4+1)+(3+2))+((4+3))}{3} \cong 5,67$ 'dir. Çift teleme turnuvası T_{de} 'nin turları da $t_1 = (\{1,4\}, \{2,3\})$, $t_2 = \left(\begin{smallmatrix} \text{üst} \\ \{1,2\} \end{smallmatrix}, \begin{smallmatrix} \text{alt} \\ \{4,3\} \end{smallmatrix} \right)$, $t_3 = \left(\begin{smallmatrix} \text{alt} \\ \{2,3\} \end{smallmatrix} \right)$, $t_4 = (\{1,2\})$ olurken güç toplamı değeri $\frac{((4+1)+(3+2))+((4+3)+(1+2))+((3+2)+(4+3))}{6} \cong 5,33$ 'dür. Aynı koşullarda ve $g = 4$ olan bir grup aşamasında ise oluşan tek grup $G_1 = \{1,2,3,4\}$ 'dir ve bu aşamada oynanan turlar $t_1 = (\{1,2\}, \{3,4\})$, $t_2 = (\{1,3\}, \{2,4\})$, $t_3 = (\{1,4\}, \{2,3\})$ olurken, T_{g_se} grup ardından tek eleme için eleme aşamasındaki tek tur $t_4 = (\{1,2\})$ 'dir. Güç toplamı değeri de, $\frac{((4+3)+(2+1))+((4+2)+(3+1))+((4+1)+(3+2))+((4+3))}{7} \cong 5,29$ olur. Tekrar eden grup formatında ise yalnızca 1 grup aşaması oynanır ve güç toplamı değeri, $\frac{((4+3)+(2+1))+((4+2)+(3+1))+((4+1)+(3+2))}{6} = 5$ 'dir.

Farkların farkı (contest balance): Bir turnuvanın tüm turlarında, o turdaki maçların güç farkları arasındaki farkların ortalaması alınarak hesaplanır. Maç içindeki güç farkının o maçtaki çekişme seviyesini ölçtüğü düşünüldüğünde, bu

farkların farkının o tur içindeki maçlar arasındaki çekişme dengesini ölçtüğü ve daha önce kullanılmamış bir adalet kriteri olduğu söylenebilir. Aynı zamanda çekişmenin diğer maçlara göre düşük, yani maç içindeki güç farkının görece yüksek olduğu bir maç, güçsüz olan yarışmacı için zor veya ‘talihsiz’ bir eşlemedir denebilir. Bu yanıyla, turnuva için adalet kriterlerinden biri olduğu da söylenebilir.

Tek eleme turnuvası T_{se} ’nin herhangi bir turu $t = (m_i)$, için farkların farkı kriterinin değeri $f^{T_{se}}_{difofdif}(t) = f_{difofdif}(t) = \frac{(\sum_{i=1}^{|t|-1} \sum_{j=i+1}^{|t|} |f_{dif}(m_i) - f_{dif}(m_j)|)}{\max\{\frac{|t|(|t|-1)}{2}, 1\}}$ ile hesaplanır. Bu formüldeki bölen, o tur içindeki maçlar arasındaki karşılaştırma sayısıdır. Turnuva formatları değerlendirilirken, turların ve tur içindeki maçların sayıları ayrı kriterlerde ele alınmaktadır. Bu kriterde tur ve maç sayıları etkisini yok etmek için, toplam değer tur içinde karşılaştırma sayılarına bölünür. Ayrıca, tek maçın olduğu turların değerlendirmeye katılıp katılmaması gerektiği de tartışmaya açıktır ve turnuva düzenleyici tarafından değerlendirilebilir. Burada, tek maçın oynandığı turlardam maçlar arasında bir denge sorunu olmadığı ve bunun da turnuva formatının lehine bir durum olduğu düşünülerek hesaplamaya dahil edilmiştir.

Çift eleme turnuvasında, alt braketteki yarışmacılar bir maç kaybetmiş oldukları için bu brakete düşmüşlerdir. Bu sebeple, alt braketteki maçları üst braketle karşılaştırmak adil olmaz. Dolayısıyla, T_{de} ’nin herhangi bir turu $t_i = (m_j)$ ve çift sıradaki turlarda $t_i^{üst} = (m_j \mid 1 \geq j \geq \lfloor \frac{|t_i|}{2} \rfloor)$, $t_i^{alt} = (m_j \mid \lfloor \frac{|t_i|}{2} \rfloor + 1 \geq j \geq |t_i|)$ için kriter değeri $f^{T_{de}}_{difofdif}(t_i) = \begin{cases} f_{difofdif}(t_i^{üst}) + f_{difofdif}(t_i^{alt}), & i \bmod 2 = 0 \\ f_{difofdif}(t_i), & i \bmod 2 = 1 \end{cases}$ ile hesaplanır. Bir T tek eleme veya çift eleme turnuvası için farkların farkı kriterinin değeri de $\frac{\sum_{i=1}^{|T|} f^{T}_{difofdif}(t_i)}{|T|}$ olur.

Grup formatında ise grup maçları arasında farkların farkını hesaplamak anlamlı olmaz. Bir aşamada aynı grup içindeki tüm yarışmacılar zaten birbirleriyle oynayacaklarından, grup içindeki maçların birbirleri arasında dengesizlik olduğu söylenemez. Burada, grup içi maçların fark değerlerinin toplamaları arasındaki farkların ölçülmesi önerilmiştir. Yani bir turdaki maçlar değil, bir aşamadaki gruplar arasında farkların farkı kriteri hesaplanır. Grup içinde yarışmacı sayısı g ve grup sayısı h olan bir grup aşamasında, k . grup $G_k = \{c_1, c_2, \dots, c_g\}$ için grup içi farklar toplamı $f_{ingroupdif}(G_k) = \sum_{i=1}^{g-1} \sum_{j=i+1}^g f_{dif}(\{c_i, c_j\})$ ve grup formatında oynanan bir r . aşama için farkların farkı değeri de

$f_{\text{groupdifdif}}^G(r) = \frac{\sum_{j=1}^{h-1} \sum_{k=j+1}^h |f_{\text{ingroupdif}}(G_j) - f_{\text{ingroupdif}}(G_k)|}{\max\{\frac{h(h-1)}{2}, 1\}}$ olur. Tek maçlı turların değerlendirmeye katıldığı gibi, burada da tek gruplu aşamalar değerlendirmeye dahildir. O halde, bir grup aşaması ardından tek eleme turnuvası T_{g_se} için farkların farkı $\frac{f_{\text{groupdifdif}}^G(1) + \sum_{i=g}^{|T_{g_se}|} f_{\text{difdif}}(t_i)}{|T_{g_se}|}$ ve bir tekrar eden grup aşamaları turnuvası T_{g_re} için toplam aşama sayısı a olmak üzere farkların farkı $\frac{\sum_{i=1}^a f_{\text{groupdifdif}}^G(i)}{|T_{g_re}|}$ şeklinde hesaplanır.

Örneğin, 8 yarışmacılı bir turnuvada yarışmacı i 'nin gücü $str(i) = 9 - i$ şeklinde hesaplanıyor, standart seribaşı eşlemesi ile oynanıyor ve tüm maçları daha güçlü olan yarışmacı daima kazanıyor olsun. Tek eleme turnuvası T_{se} 'nin turları $t_1 = (\{1,8\}, \{4,5\}, \{2,7\}, \{3,6\})$, $t_2 = (\{1,4\}, \{2,3\})$, $t_3 = (\{1,2\})$ olurken turların kriter değerleri

$$f_{\text{difdif}}(t_1) = \frac{|8-1|-|5-4|+|8-1|-|7-2|+|8-1|-|6-3|+|5-4|-|7-2|+|5-4|-|6-3|+|7-2|-|6-3|}{6} \cong 3,33, \quad f_{\text{difdif}}(t_2) = \frac{|8-5|-|7-6|}{1} = 2, \quad f_{\text{difdif}}(t_3) = 0 \quad \text{ve toplam değer de } \frac{3,33+2+0}{3} \cong 1,78 \text{ olur.}$$

Çift eleme turnuvası T_{de} 'nin turları $t_1 = (\{1,8\}, \{4,5\}, \{2,7\}, \{3,6\})$, $t_2 = \left(\begin{array}{c} \text{üst} \\ \{1,4\}, \{2,3\} \\ \text{alt} \end{array}, \begin{array}{c} \{8,5\}, \{7,6\} \end{array} \right)$, $t_3 = \left(\begin{array}{c} \{4,5\}, \{3,6\} \\ \text{alt} \end{array} \right)$, $t_4 = \left(\begin{array}{c} \text{üst} \\ \{1,2\} \\ \text{alt} \end{array}, \begin{array}{c} \{4,3\} \end{array} \right)$, $t_5 = \left(\begin{array}{c} \{2,3\} \\ \text{alt} \end{array} \right)$, $t_6 = (\{1,2\})$ olurken turların kriter değerleri

$$f_{\text{difdif}}(t_1) = \frac{|8-1|-|5-4|+|8-1|-|7-2|+|8-1|-|6-3|+|5-4|-|7-2|+|5-4|-|6-3|+|7-2|-|6-3|}{6} \cong 3,33, \quad f_{\text{difdif}}(t_2) = \frac{(|8-5|-|7-6|)}{1} + \frac{(|1-4|-|2-3|)}{1} = 4, \quad f_{\text{difdif}}(t_3) = \frac{|5-4|-|6-3|}{1} = 2, \quad f_{\text{difdif}}(t_4) = 0 + 0 = 0, \quad f_{\text{difdif}}(t_5) = f_{\text{difdif}}(t_6) = 0 \text{ ve toplam değer de } \frac{3,33+4+2+0+0+0}{6} \cong 1,55 \text{ olur.}$$

Aynı koşullarda, $g = 4$ olan grup aşamalı turnuvalarda, ilk grup aşamasında $G_1 = \{1,4,5,8\}$ ve $G_2 = \{2,3,6,7\}$ grupları yer alır. Bu grupların, grup içi farklar toplamı değerleri

$$f_{\text{ingroupdif}}(G_1) = |8-5| + |8-4| + |8-1| + |5-4| + |5-1| + |4-1| = 22, \quad f_{\text{ingroupdif}}(G_2) = |7-6| + |7-3| + |7-2| + |6-3| + |6-2| + |3-2| = 18 \text{ olurken aşamanın kriter değeri } f_{\text{groupdifdif}}^G(1) = \frac{22-18}{1} = 4 \text{ 'dür. } T_{g_se} \text{ grup ardından tek eleme için eleme aşamasındaki turlar } t_4 = (\{1,3\}, \{2,4\}) \text{ ve}$$

$t_5 = (\{1,2\})$ olur ve turnuvanın toplam kriter değeri $\frac{4 + \frac{||8-6|-|7-5||}{5} + 0}{5} = 0,8$ olur. T_{g_re} formatının ilk aşaması da $f_{groupdifofdif}^G(1) = 4$ olur ve sonraki aşamada tek bir grup oluşacağı için $f_{groupdifofdif}^G(2) = 0$ olacaktır. Toplam kriter değeri de $\frac{4+0}{6} \cong 0,66$ olur.

Toplamların farkı (contest balance): Bir turnuvanın tüm turlarında, o turdaki maçların güç toplamaları arasındaki farkların ortalaması alınarak hesaplanır. Maç içindeki güç toplamının o maçtaki güç ve kalite seviyesini ölçtüğü düşünüldüğünde, bu toplamların farkının o tur içindeki maçlar arasındaki güç ve kalite dengesini ölçen, daha önce ele alınmamış bir kriterdir. Eğer bir maçtaki güç seviyesi diğer maçlara göre yüksek ise, bu maçtaki yarışmacılar için o maçın görece zor veya ‘talihsiz’ bir eşleme olduğu söylenebilir. Dolayısıyla bu kriterin de, turnuva için adalet kriterlerinden biri olduğu söylenebilir.

Tek eleme turnuvası T_{se} ’nin herhangi bir turu $t = (m_i)$ için toplamların farkı kriterinin değeri $f_{difofsum}^{T_{se}}(t) = f_{difofsum}(t) = \frac{(\sum_{i=1}^{|t|-1} \sum_{j=i+1}^{|t|} |f_{sum}(m_i) - f_{sum}(m_j)|)}{\max\{\frac{|t|(|t|-1)}{2}, 1\}}$ ile hesaplanır. Bu formüldeki bölen yine, maç sayılarının etkisini yok etmek için kullanılan, o tur içindeki maçlar arasındaki karşılaştırma sayısıdır ve tek maçın olduğu turlar da değerlendirmeye dahil edilmiştir. Çift eleme turnuvasında da farkların farkına benzer şekilde, her braket kendi içinde değerlendirilir. T_{de} ’nin herhangi bir turu $t_i = (m_j)$ ve çift sıradaki turlarda braketler dikkate alınarak ilgili tur $t_i^{üst} = (m_j \mid 1 \geq j \geq \lfloor \frac{|t_i|}{2} \rfloor)$, $t_i^{alt} = (m_j \mid \lfloor \frac{|t_i|}{2} \rfloor + 1 \geq j \geq |t_i|)$ şeklinde ayrıştırılarak, kriter değeri $f_{difofsum}^{T_{de}}(t_i) = \begin{cases} f_{difofsum}(t_i^{üst}) + f_{difofsum}(t_i^{alt}), & i \bmod 2 = 0 \\ f_{difofsum}(t_i), & i \bmod 2 = 1 \end{cases}$ ile hesaplanır. Bir T tek eleme veya çift eleme turnuvası için toplamların farkı kriterinin değeri de $\frac{\sum_{i=1}^{|T|} f_{difofsum}^T(t_i)}{|T|}$ olur.

Grup formatında da yine farkların farkı kriterinde olduğu gibi, grup içi maçların güç toplamaları değerleri toplamaları arasındaki fark ölçülür. Yani bir turdaki maçlar değil, bir aşamadaki gruplar arasında toplamların farkı kriteri hesaplanır ve yine, tek gruplu aşamalar değerlendirmeye dahildir. Grup içinde yarışmacı sayısı g ve grup sayısı h olan bir grup aşamasında, k . grup olan $G_k = \{c_1, c_2, \dots, c_g\}$ için grup içi toplamlar toplamı $f_{ingroupsum}(G_k) = \sum_{i=1}^{g-1} \sum_{j=i+1}^g f_{sum}(\{c_i, c_j\}) = 3 \sum_{i=1}^g str(c_i)$ ve grup formatında oynanan bir r . aşama için toplamların farkı değeri de

$f_{\text{groupdifofsum}}^G(r) = \frac{\sum_{j=1}^{h-1} \sum_{k=j+1}^h |f_{\text{ingroupsum}}(G_j) - f_{\text{ingroupsum}}(G_k)|}{\max\{\frac{h(h-1)}{2}, 1\}}$ olur. Sonuçta, bir grup aşaması ardından tek eleme turnuvası T_{g_se} için toplamların farkı $\frac{f_{\text{groupdifofsum}}^G(1) + \sum_{i=g}^{|T_{g_se}|} f_{\text{difofsum}}(t_i)}{|T_{g_se}|}$ ve bir tekrar eden grup aşamaları turnuvası T_{g_re} için toplam aşama sayısı a olmak üzere farkların farkı $\frac{\sum_{i=1}^a f_{\text{groupdifofsum}}^G(i)}{|T_{g_re}|}$ şeklinde hesaplanır.

Örneğin, 8 yarışmacılı bir turnuvada yarışmacı i 'nin gücü $str(i) = 9 - i$ şeklinde hesaplanıyor, standart seribaşı eşlemesi ile oynanıyor ve tüm maçları daha güçlü olan yarışmacı daima kazanıyor olsun. Tek eleme turnuvası T_{se} 'nin turları $t_1 = (\{1,8\}, \{4,5\}, \{2,7\}, \{3,6\})$, $t_2 = (\{1,4\}, \{2,3\})$, $t_3 = (\{1,2\})$ olurken turların kriter değerleri

$$f_{\text{difofsum}}(t_1) = \frac{|(8+1)-(5+4)| + |(8+1)-(7+2)| + |(8+1)-(6+3)| + |(5+4)-(7+2)| + |(5+4)-(6+3)| + |(7+2)-(6+3)|}{6} = 0,$$

$$f_{\text{difofsum}}(t_2) = \frac{|(8+5)-(7+6)|}{1} = 0, f_{\text{difofsum}}(t_3) = 0 \text{ ve toplam değer de } 0 \text{ olur.}$$

Çift eleme turnuvası T_{de} 'nin turları $t_1 = (\{1,8\}, \{4,5\}, \{2,7\}, \{3,6\})$, $t_2 = \left(\overbrace{\{1,4\}, \{2,3\}}^{\text{üst}}, \underbrace{\{8,5\}, \{7,6\}}_{\text{alt}} \right)$, $t_3 = \left(\underbrace{\{4,5\}, \{3,6\}}_{\text{alt}} \right)$, $t_4 = \left(\overbrace{\{1,2\}}^{\text{üst}}, \underbrace{\{4,3\}}_{\text{alt}} \right)$, $t_5 = \left(\underbrace{\{2,3\}}_{\text{alt}} \right)$, $t_6 = (\{1,2\})$ olurken turların kriter değerleri

$$f_{\text{difofsum}}(t_1) = \frac{|(8+1)-(5+4)| + |(8+1)-(7+2)| + |(8+1)-(6+3)| + |(5+4)-(7+2)| + |(5+4)-(6+3)| + |(7+2)-(6+3)|}{6} = 0,$$

$$f_{\text{difofsum}}(t_2) = \frac{|(8+5)-(7+6)|}{1} + \frac{|(1+4)-(2+3)|}{1} = 0, f_{\text{difofsum}}(t_3) = \frac{|(5+4)-(6+3)|}{1} = 0,$$

$$f_{\text{difofsum}}(t_4) = 0 + 0 = 0, f_{\text{difofsum}}(t_5) = f_{\text{difofsum}}(t_6) = 0 \text{ ve toplam değer de } 0 \text{ olur.}$$

Aynı koşullarda, $g = 4$ olan grup aşamalı turnuvalarda, ilk grup aşamasında $G_1 = \{1,4,5,8\}$ ve $G_2 = \{2,3,6,7\}$ grupları yer alır. Bu grupların, grup içi farklar toplamı değerleri $f_{\text{ingroupsum}}(G_1) = 3(8 + 5 + 4 + 1) = 54$, $f_{\text{ingroupsum}}(G_2) = 3(7 + 6 + 3 + 2) = 54$ olurken aşamanın kriter değeri $f_{\text{groupdifofsum}}^G(1) = 0$ 'dır. T_{g_se} grup ardından tek eleme için eleme aşamasındaki turlar $t_4 = (\{1,3\}, \{2,4\})$ ve $t_5 = (\{1,2\})$ olur ve turnuvanın toplam kriter değeri $\frac{0 + \frac{|(8+6)-(7+5)|}{1} + 0}{5} = 0,4$ olur. T_{g_re} formatının ilk aşaması da $f_{\text{groupdifofsum}}^G(1) = 0$ olur ve sonraki aşamada tek bir grup oluşacağı için $f_{\text{groupdifofsum}}^G(2) = 0$ olacaktır. Toplam kriter değeri de 0'dır.

Torba engelleyen çiftler (consent): Tur başına, ortalama torba engelleyen çift sayısıdır ve tez boyunca tartışıldığı gibi yarışmacı odaklı adaleti ölçmeyi amaçlar. Torba engelleyen çift, Bölüm 3.4'te tanımlanmıştır. Yarışmacı tercihlerinin tamamen rasyonel olduğu, yani tüm listelerin güçsüz yarışmacıdan güçlü yarışmacıya doğru sıralandığı kabul edilmiş ve torba sayısı 3 seçilmiştir.

Bir T turnuvasının herhangi bir turu t 'de torba engelleyen çift sayı pbp için o turun kriter değeri $f_{\text{pot-bp}}(t) = \frac{pbp}{|T|(|T|-1)}$ 'dir. Çift eleme turnuvasında ise her braket kendi içinde değerlendirilir. Bir turun kriter değeri $f_{\text{pot-bp}}(t_i) = \begin{cases} f_{\text{pot-bp}}(t_i^{\text{üst}}) + f_{\text{pot-bp}}(t_i^{\text{alt}}), & i \bmod 2 = 0 \\ f_{\text{pot-bp}}(t_i), & i \bmod 2 = 1 \end{cases}$ ile hesaplanır. Tüm turnuvalar için toplam kriter değeri $\frac{\sum_{i=1}^{|T|} f_{\text{pot-bp}}(t_i)}{|T|}$ 'dir. Grup aşamalarında turlar belirlenirken, yine Bölüm 3.4'te savunulan nedenlerle, tüm gruplarda kendi içlerinde sıralamalara göre aynı sabit fikstür kullanılmış ve grup içindeki maçlar arasında torba engelleyen çift aranmamıştır.

Sistem çerçevesine göre hangi kriterlerin seçileceği ve hesaplama yöntemi, sistemin uygulanacağı turnuvaya rahatlıkla uyarlanabilir.

5.2.3 Puanlama alt sistemi

Kriterlere göre puanlama yapabilmek için, öncelikle yarışmacıları temsil edecek birer rank veya güç değeri belirlenmelidir. Tipik olarak, yarışmacıların geçmiş verilerinden bir rank veya güç değeri elde edilebilir. Eğer yarışmacılara ait geçmiş veriler erişilemez durumdaysa, bazı genel istatistiksel dağılımlar kullanılabilir. Uygulamalar kısmında, bazı örnek güç dağılımları önerilmiştir.

Belirlenen yarışmacı güçleri kullanılarak, önceki bölümde kriterler için önerilen veya benzer yöntemlerle her turnuva formatı ve kriter için ayrı ayrı değerler hesaplanıp Q matrisi elde edilir. Bu puanların belirlenmesi de, doğrudan uygulamaya ve kullanıcının amacına bağlı olacaktır ancak olabildiğince kapsamlı ve basit bir grup kriter önceki bölümde anlatılmıştır.

Ölçekleme fonksiyonu, kriterler arasında farklı değer aralıklarına sahip olacak olan sayısal değerleri beraber değerlendirilmek üzere dönüştürmeye yarar. Min-max normalizasyonu gibi basit bir dönüşüm olabileceği gibi, kullanıcıya parametrik olarak ölçekleme imkanı da verilebilir. Uygulamalarda, değerleri $[l, u]$ aralığına ölçekleyerek kullanıcıya iki yönlü kontrol imkanı sağlayan parametrik bir

fonksiyon kullanılmıştır. Dikkat edilmesi gereken bir husus da kriter değeri daha büyük olduğunda mı, yoksa daha küçük olduğunda mı o turnuva formatına yüksek puan verileceğidir. İki istisna hariç önerilen kriterlerin hepsinde, küçük kriter değeri turnuvanın daha iyi olduğuna işaret eder. Yalnızca, kazananın gücü ve güç toplamı kriterlerinin daha büyük değerleri, turnuvanın daha yüksek puan almasını gerektirir. Kriterler kümesinin k . elemanının herhangi bir turnuva formatı için hesaplanan değeri ile sistemdeki puanı doğru orantılı ise $\lambda_k = 0$, ters orantılı ise $\lambda_k = 1$ olsun. Bir turnuva değerlendirme sistemi $\Delta = (F, K, P)$, puanlama alt sistemi $P = (Q, S, A)$, $q_{i,j} \in Q_{|F| \times |K|}$ ve $q_{i_{\max}} = \max_{j=1,2,\dots,|K|} q_{i,j}$, $q_{i_{\min}} = \min_{j=1,2,\dots,|K|} q_{i,j}$ olmak üzere önerilen ölçekleme fonksiyonu, kullanıcı tarafından j . kriter için belirlenen u_j ve l_j , $l_j \leq u_j$ parametrelerine göre $S(q_{i,j}) = q'_{i,j} = \left| \lambda_j - \frac{q_{i,j} - q_{i_{\min}}}{q_{i_{\max}} - q_{i_{\min}}} \right| (u_j - l_j) + l_j$ ile tanımlıdır. Kullanıcı, parametre seçerken u_j değerini artırarak j . kriter için hesaplanacak puanı büyütmüş, yani o kriterin diğer kriterlere göre önemini artırmış olur. Tabii ki bu değeri azalttığında da o kriterin önemini azaltır. Aynı kriter için formatlar arası puan farkı da, $(u_j - l_j)$ değeriyle ayarlanabilir. Dolayısıyla, l_j değeri artırıldığında j . kriter için turnuva formatları arasındaki puan farkı küçülür ve azaltıldığında büyür. Böylece kullanıcı, hem turnuva formatından bağımsız olarak kriterler arasında, hem de herhangi bir kriter için turnuva formatları arasında değerlendirmeye basitçe müdahale etme imkanına sahip olacaktır.

Son olarak toparlama fonksiyonu, bir turnuva formatı için hesaplanan tüm ölçeklenmiş kriter değerlerini tek bir değere dönüştürerek turnuva formatlarının doğrudan kıyaslanabilmesini sağlayan son işlemi de gerçekleştirir. Önerilen örnek sistemde toparlanama fonksiyonu olarak basitçe aritmetik ortalama kullanılmıştır. Yani, toparlama fonksiyonu $\vec{q}'_i = (q'_{i,1}, q'_{i,2}, \dots, q'_{i,|K|})$ ve $i = 1, 2, \dots, |F|$ olmak üzere, $A(\vec{q}'_i) = x_i = \frac{\sum_{j=1}^{|K|} q'_{i,j}}{|K|}$ ile tanımlıdır.

Bu değerlendirme sistemi, bir açıdan, bir önerme sistemi (ing. recommender system) veya karar destek sistemi (ing. decision support system) olarak düşünülebilir. Bu bağlamda, Q matrisi elde edildikten sonra çeşitli yöntemler ile değerlendirme yapılabilir. Bu tez kapsamında, sistemin amacı, genel işleyişinin tasviri ve elde edilecek sayısal sonuçların değerlendirilmesi öncelendiğinden, yalın ve etkin bir yöntem kullanılarak uygulamalar gerçekleştirilmiştir.

5.3 Örnek TDS Uygulamaları

Turnuva değerlendirme sisteminin işleyişini anlatmak ve bahsedilen turnuva formatı ve kriterlere göre sonuçları değerlendirmek için üç farklı örnek uygulama

yapılmıştır. Bunlardan ikisi, gerçek ve popüler spor turnuvalarının verileriyle, üçüncüsü ise çeşitli yarışmacı sayıları ve güç profilleri için üretilen bir dizi yapay veriyle gerçekleştirilmiştir. Özellikle üçüncü çalışmada, 1024 adet yarışmacıya ulaşan çok turnuvalar simüle edilerek, geçmiş çalışmalara göre çok daha büyük turnuvalar için formatların kıyaslaması yapılabilmektedir.

TDS'nin uygulanabilmesi için, öncelikle uygulanacak turnuvanın yarışmacılarına ait temsil puanlarının, yani yarışmacı güçlerinin belirlenmesi gerekir. Her uygulama için bu değerlerin nasıl belirlendiği, ayrı ayrı açıklanmıştır.

Eğer, tek bir geçmiş turnuvaya ait kriter değerleri hesaplanmak istenirse, o turnuva boyunca gerçekleşen aşama ve turlara ait gerçek bilgi kullanılabilir. Ancak, çeşitli turnuva formatları için böylesi gerçek kriter değerlerinin hesaplanabilmesi, o turnuvanın tüm bu formatlarda en az bir kez oynanmış olmasını gerektirir. Ayrıca, tek bir formatın yalnızca bir ya da birkaç kez oynanmış verilerine dayanarak hesaplama yapıldığında yanıltıcı sonuçların elde edilmesi neredeyse kaçınılmazdır. Bu sebeple, yarışmacılar arasında mümkün olduğunca iyi bir karşılıklı kazanma olasılıkları elde edilerek, bu olasılıklar ile farklı formatlar için Monte-Carlo simülasyonları gerçekleştirilmiştir. Bu simülasyonlarda elde edilen kriter değerleri ile TDS uygulanmış ve sonuçlar toplanıp yorumlanmıştır. Takip eden alt bölümlerin ilkinde, uygulamada kullanılan kriterler belirtilmiş ve sonuçlarda kullanılabilmek üzere bu kriterlerin nasıl gruplandırıldıkları anlatılmıştır. Diğer bölümlerde de sırasıyla, Amerikan Ulusal Basketbol Ligi'ne (NBA), Türkiye Futbol Federasyonunun düzenlediği en üst seviye organizasyona (TFF Süper Lig) ve çeşitli güç profilleri ve boyutlarda üretilmiş yapay turnuvalara ait veriler kullanılarak gerçekleştirilmiş uygulamalar anlatılmıştır. En son bölümde, simülasyonların geliştirime detayları ve, genel sağlamlık (ing. robustness) ve duyarlılık (ing. sensitivity) testleri verilmiştir.

5.3.1 Uygulamalarda kriter seçimi ve sonuç yorumlama metodolojisi

Uygulamalarda, önceki bölümde önerilen kriterlerden hemen hemen tamamı kullanılmıştır. Formal olarak, seçilen kriterlerin kümesi $K = \{k_{ms}, k_{ts}, k_{sb}, k_{yy}, k_{gf}, k_{gt}, k_{ff}, k_{tf}, k_{teç}\}$ için, k_{ms} maç sayısını, k_{ts} tur sayısını, k_{sb} sıralama belirsizliğini, k_{yy} yanlış yükselmeyi, k_{gf} güçlerin farkını, k_{gt} güçlerin toplamını, k_{ff} farkların farkını, k_{tf} toplamların farkını ve $k_{teç}$ torba engelleyen çiftlerin sayısını temsil etmektedir. Uygulamalarda yanlış yükselme kriteri turnuvanın kestirim gücünü ölçmek amacıyla kullanıldığı için, kazananın gücü kriteri k_{kg} dahil edilmemiştir. Engelleyen çiftler $k_{eç}$ yerine de, torba

engelleyen çiftlerin sayısı kullanılarak özellikle büyük turnuvalarda bu farkın azaltılması düşünülmüştür.

Turnuva formatlarının farklı beklentilere göre düzenlenecek turnuvalarda nasıl performans göstereceğini gözlemek için, ölçekleme fonksiyonunun çeşitli parametre değerleriyle sonuçlar elde edilmiştir. Tüm durumlarda, $[l_k, u_k]$ ölçekleme parametrelerinde alt sınırı $l_k = 0$ seçilmiştir. u_k için ise $u_k = 2, u_k = 5$ sırasıyla *yüksek* ve *düşük* önem dereceleri olarak belirlenmiştir. Her iki durumu tüm 9 kriter için değerlendirmek 2^9 farklı durumun incelenmesini gerektirir. Bunun yerine, önce kriterler tek başlarına değerlendirilmiştir. Devamında, kriterler 4 farklı kriter alt kümesine ayrılmıştır. Bu alt kümeler, maliyet kriterleri $K_{\text{maliyet}} = \{k_{\text{ms}}, k_{\text{ts}}\}$, kestirim kriterleri $K_{\text{kestirim}} = \{k_{\text{sb}}, k_{\text{yy}}\}$, kalite kriterleri $K_{\text{kalite}} = \{k_{\text{gt}}, k_{\text{gf}}\}$ ve adalet kriterleri $K_{\text{adalet}} = \{k_{\text{ff}}, k_{\text{tf}}, k_{\text{teç}}\}$ şeklinde belirlenmiş ve her bir kriter alt kümesi için yüksek ve düşük önem derecelerine göre turnuva formatları değerlendirilmiştir.

5.3.2 NBA verileriyle uygulama

Amerikan Ulusal Basketbol Ligi ya da yaygın kısaltmasıyla NBA, dünyada en çok ilgi gören sporlardan biri olan basketbolun en üst düzey organizasyonudur denebilir. Birçokları için NBA, uluslararası turnuvalardan daha rekabetçidir. Dahası, her sene gerçekleştirildiği ve uluslararası turnuvalara göre çok daha fazla maç oynandığı için, daha güncel ve nitelikli veri sağlar. Bu uygulama için NBA liginde 2009 – 2019 yılları arasında oynanan maç verileri toplanmıştır. Burada her sezon, sonuçlandığı yıl ile anılmıştır. 2012 sezonunda ekonomik sebeplerle lig bir süre askıya alındığı, yani lokavt (ing. lockout) uygulandığı ve maç sayısı düşük olduğu için, o sezon atlanarak 10 senelik veriler toplanmıştır.

NBA ligi aslında 2 aşamadan oluşur. İlk aşamada, round-robin benzeri bir turnuva formatı uygulanmaktadır. Her takım birbiriyle en az 2 kez olmak üzere, bölge ve konferanslarına göre birbirleriyle farklı sayılarda maç oynayarak normal sezon (ing. regular season) olarak bilinen ilk aşamayı tamamlarlar. Her iki konferanstan 8'er, toplamda 16 takım ilk aşamayı geçerek tek eleme usulü oynanan play-off aşamasına geçer. Play-off aşamasında da, iki konferansın takımları kendi aralarında 8'li birer tek eleme turnuvası oynadıktan sonra her iki konferansın kazananı son bir maçında finalde karşılaşır. Her bir maç da “en iyi 4” (ing. best of 4/ bo4) diye adlandırılan, en fazla 7 oyundan oluşan ve 4 oyun kazananın maçı da kazandığı bir düzende oynanır. Bir maçta veya oyunda, beraberlik durumu yoktur. Play-off aşamasında uygulanan seribaşı eşlemesi, standart eşleme olan

(1,8,4,5,2,7,3,6) eşlemesidir. Örnek uygulamada, NBA play-off aşaması için belirlenen turnuva formatları arasında kıyaslama yapılması amaçlanmıştır.

NBA örnek uygulamasında, turnuvanın geleneksel özelliğine uygun olarak, format ne olursa olsun play-off maçlarının konferans içinde oynanacağı kabul edilmiştir. Gerçekte, iki konferansın takımları arasında karakteristik farkı olduğu söylenebilir. Örneğin, kimi yıllarda batı konferansı takımları, doğu konferansı takımlarından ortalamada çok daha başarılı olmuş, ancak doğuda tek bir takım diğer tüm takımlara göre daha iyi performans göstererek üstüste şampiyonluklar kazanmıştır. Yine de, uzun vadede bu iki konferans arasındaki farkın ihmal edilebilir düzeyde az olacağı kabul edilebilir.

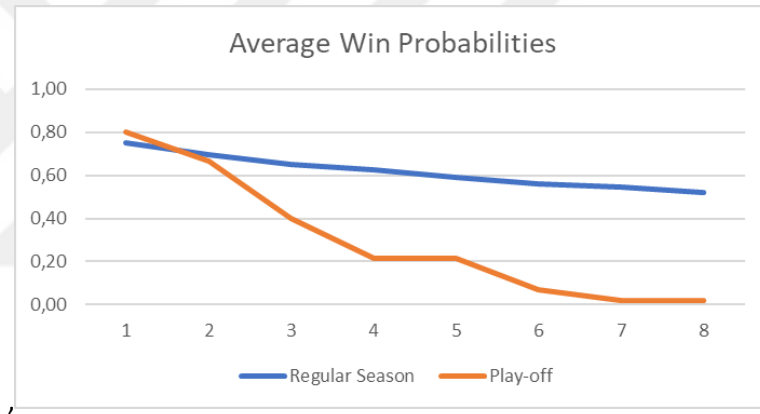
Toplam 10 sezonluk veriler, konferans farkı gözetmeden 8'li play-off oynanacağı düşünülerek toplanmıştır. Her sezonda, takımdan bağımsız olarak, bir sezonu kendi konferansı içinde *i*. sırada tamamlayan takım, yarışmacı *i* olarak değerlendirilmiştir. Takım güçleri, kendi konferansında ilk 8'e giren takımların normal sezonda kazanma yüzdelerinin 10 sezonluk ortalaması alınarak elde edilmiştir. Bir takım normal sezonda 82 maç oynadığı ve her sezon için 2 konferansın verileri ayrı ayrı toplanıp beraber değerlendirildiğinden, simülasyondaki bir yarışmacının gücü 164 maçlık verilerden elde edilmiştir.

Tablo 5.1'de, yarışmacıların kazanma sayılarının ve olasılıklarının olduğu veriler toplu halde görülmektedir. Yarışmacı güçleri, tanımına uygun şekilde, tablonun en sağ sütununda görünen kazanma olasılıklarının 100 ile çarpılmasıyla elde edilen tamsayılardan oluşmaktadır.

Tablo 5.1 NBA normal sezonu verileri

season	2019		2018		2017		2016		2015		2014		2013		2011		2010		2009			
conf.	E	W	E	W	E	W	E	W	E	W	E	W	E	W	E	W	E	W	E	W		
rank																					avg win	win pr.
1	60	57	59	65	53	67	57	73	60	67	56	62	66	60	62	61	61	57	66	65	61,7	0,75
2	58	54	55	58	51	61	56	67	53	56	54	59	54	58	58	57	59	55	62	54	56,95	0,69
3	51	53	52	49	51	55	48	55	50	56	48	57	49	57	56	57	53	54	59	54	53,2	0,65
4	49	53	50	48	49	51	48	53	49	55	48	54	49	56	52	55	50	53	47	54	51,15	0,62
5	48	50	48	48	43	51	48	44	46	55	44	54	45	56	44	50	47	53	43	53	48,5	0,59
6	42	49	44	48	42	47	48	42	41	51	44	51	44	47	42	48	46	50	41	50	45,85	0,56
7	42	48	44	47	42	43	45	42	40	50	43	50	41	45	41	46	44	50	41	49	44,65	0,54
8	41	41	43	47	41	41	44	41	38	45	38	49	38	45	37	46	41	50	39	48	42,65	0,52

Kazanma olasılıklarında ise normal sezon maçları dikkate alınmamıştır. Çünkü, normal sezondaki karşılıklı veriler ile play-off verileri büyük farklılık göstermektedir. Örneğin, tüm verilerin ortalamasına göre 8. yarışmacı 1. yarışmacıya karşı normal sezonda %14 kazanma olasılığına sahipken, play-off aşamasında bu olasılık yalnızca %5 olmuştur. 8. yarışmacı normal sezonda maçların ortalama %52'sini kazanırken, play-off aşamasında yalnızca %4.7'sini kazanmaktadır. Çünkü, 8. yarışmacı 1. ile oynadığı 20 play-off maçından yalnızca 1 tanesini kazanmış ve sonraki turda 4. Yarışmacıya mağlup olmuştur. Bu fark doğal olarak, play-off aşamasındaki bir maçın en az 4 oyun üzerinden oynanmasıyla ortaya çıkmaktadır. Ancak turnuva formatları karşılaştırılırken amaç play-off için değerlendirme yapmak olduğundan ve bu maçların da yine en iyi 4 oyun üzerinden oynanacağı varsayımıyla, kazanma olasılıkları play-off verilerinden elde edilmiştir. Şekil 5.5'te, yarışmacıların her iki aşamadaki ortalama kazanma olasılıkları yer almaktadır.



Şekil 5.5 NBA normal sezonu ve play-off aşamasında ortalama kazanma olasılıkları

Tablo 5.2'de de, yarışmacıların play-off aşamasında karşılıklı kazanma sayıları ve olasılıkları görülmektedir. Düşük ranklı yarışmacılar nadiren üst turlara çıkabildikleri için, bazı yarışmacı çiftleri arasında çok az veri bulunurken, bazıları arasında ise hiç maç verisi bulunmamaktadır. Bu sebeple, mevcut verilerle uyumluluk gösteren bir kazanma olasılığı modeli kullanılmıştır.

Tablo 5.2 NBA play-off aşaması verileri

# of wins	1	2	3	4	5	6	7	8	wins	games	win pr.
1		6	4	5	11			19	45	55	0,82
2	5		10		1	4	19		39	53	0,74
3	1	5		1		16	1		24	42	0,57
4	2	2			8			1	13	31	0,42
5	1			12					13	33	0,39
6			4						4	24	0,17
7		1							1	21	0,05
8	1								1	21	0,05

Belirlenen yarışmacı güçlerinden, Bradley-Terry modeli kullanılarak karşılıklı kazanma olasılıkları farklı α parametreleriyle hesaplanmış, elde edilen ortalama kazanma olasılıkları gerçek verilerle kıyaslanmıştır. $\alpha = 1$ için toplam fark 1,8 iken, $\alpha = 7$ değerinde toplam fark 0,8 olana kadar parametre değerindeki 1'lik artış, toplam farkı en az 1 azaltmıştır. $\alpha = 8$ için ise toplam fark ancak yüzdelik dilimde bir azalma sağladığından nihai model için $\alpha = 7$ seçilmiştir. Bu model, yarışmacı güçleri ile kazanma olasılıkları arasında artan bir fonksiyon sağladığı için, ölçeklenebilir stokastik geçişliliği sağlar.

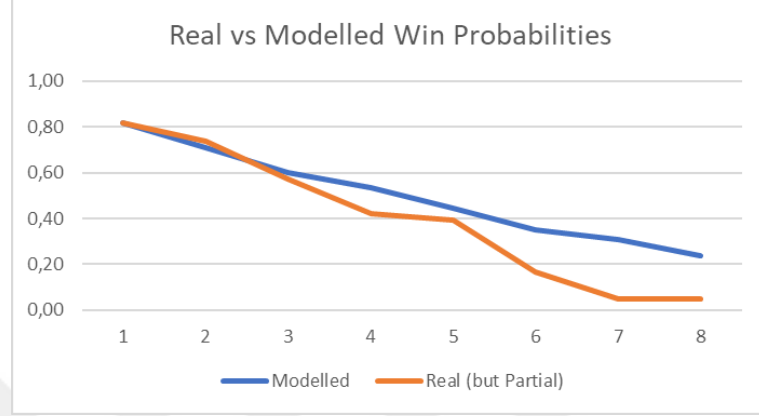
Tablo 5.3'te, model ile elde edilen karşılıklı kazanma olasılıkları görülmektedir. Tanımlarda verildiği gibi tabloda da, satırlar i ve sütunlar j ile indislenmiş olmak üzere $wp_{i,j} = \Pr(i \text{ yener } j'yi)$ 'dir.

Tablo 5.3 NBA play-off aşaması için modellenen kazanma olasılıkları mantrisi

rank	1	2	3	4	5	6	7	8	
strength	0,75	0,69	0,65	0,62	0,59	0,56	0,54	0,52	
	1	2	3	4	5	6	7	8	avg.
1	0,50	0,64	0,74	0,79	0,84	0,89	0,91	0,93	0,82
2	0,36	0,50	0,62	0,68	0,75	0,82	0,85	0,88	0,71
3	0,26	0,38	0,50	0,57	0,66	0,74	0,77	0,82	0,60
4	0,21	0,32	0,43	0,50	0,59	0,68	0,72	0,78	0,53
5	0,16	0,25	0,34	0,41	0,50	0,60	0,64	0,71	0,44
6	0,11	0,18	0,26	0,32	0,40	0,50	0,55	0,62	0,35
7	0,09	0,15	0,23	0,28	0,36	0,45	0,50	0,58	0,31
8	0,07	0,12	0,18	0,22	0,29	0,38	0,42	0,50	0,24
avg.	0,82	0,71	0,60	0,53	0,44	0,35	0,31	0,24	0,50

Şekil 5.6'da ise, gerçek ama kısmi verilere göre ortalama kazanma olasılıkları ile Bradley-Terry ile modellenmiş kazanma olasılıklarının bir karşılaştırması vardır. Düşük ranklı yarışmacıların ortalama kazanma olasılıkları, gerçek verilerde

modele göre oldukça düşük görünmektedir. Bunun sebebi, gerçek verilerin büyük kısmında, düşük ranklı yarışmacıların birbirleriyle değil yüksek ranklı yarışmacılarla oynamış olmasıdır. Birbirlerine karşı kazanma olasılıkları görece daha yüksek olacağından, modelde de ortalama kazanma olasılıklarının gerçeğe göre yüksek olması normaldir.



Şekil 5.6 Play-off aşamasının gerçek ama kısmi kazanma olasılıklarıyla, modellenen kazanma olasılıklarının ortalamaları

Grup aşaması olan formatlar için grup sayısı $g = 4$ seçilmiş ve simülasyonlar koşularak olasılıksal olarak hesaplanması gereken tüm kriterler için sonuçlar toplanmıştır. Maç sayısı, tur sayısı ve sıralama belirsizliği kriterleri için, simülasyon koşulmasına gerek yoktur. Simülasyonlar sonucunda elde edilen ham değerler 5.4'te verilmiştir.

Tablo 5.4 NBA uygulamasının ham kriter değerleri

format	se				de			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
false qual	18,04	22,26	47,53	28,51	25,86	29,57	64,26	35,75
dif	78,87	78,22	42,05	67,97	135,39	137,36	98,91	128,17
sum*	893,19	889,60	866,17	883,56	1763,28	1762,00	1739,43	1757,83
dif of difs	18,33	8,79	6,94	13,54	30,60	17,88	14,43	25,79
dif of sums	10,44	22,04	46,58	26,28	22,49	39,93	95,59	49,69
blocking pairs	3,51	2,04	0,00	2,00	6,55	4,22	0,00	3,94
pot bp	1,50	1,16	0,00	1,07	2,65	2,17	0,00	2,21
winner str*	70,77	70,14	68,30	69,93	71,45	71,13	70,33	71,09

format	g4_se				g4_re			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
false qual	18,66	18,94	32,16	20,98	17,41	17,93	32,52	20,52
dif	153,43	153,62	103,57	143,76	181,51	181,81	133,48	172,56
sum*	1876,63	1876,33	1863,42	1874,31	2267,48	2266,23	2231,60	2260,36
dif of difs	22,89	19,25	28,36	30,93	18,00	12,00	20,00	23,89
dif of sums	24,76	53,15	157,62	65,84	12,00	42,00	150,00	54,81
blocking pairs	4,87	4,12	1,54	4,14	4,00	3,00	0,00	2,97
pot bp	2,29	2,08	0,97	2,11	2,00	1,75	0,00	1,68
winner str*	70,71	70,73	70,42	70,71	71,41	71,34	70,93	71,27

Tablo 5.5'te, sabit kriter değerleri ve kriterlerin ilgili maç veya tur sayısına göre ortalamaları alınmış son değerleri görülmektedir. Yıldız (*) ile işaretli kriterler için daha büyük değerler, diğer kriterler içinse daha küçük değerler daha iyidir. Her kriter için en iyi değer altı çizilmiştir.

Maç sayısı k_{ms} ve tur sayısı k_{ts} kriterlerinde, doğal olarak, tek eleme turnuvası öne çıkmaktadır. Bu formatta, kendine en yakın format olan çift eleme turu kadar maç ve tur oynanmaktadır.

Standart seribaşı eşlemesi ile çift eleme formatı, yanlış yükselme k_{yy} ve sıralama belirsizliği k_{sb} için en düşük, kazananın gücü k_{kg} için yüksek değere sahiptir. Yani, kestirim gücünün en yüksek olduğu format-seribaşı çiftidir. Özellikle, yarışmacı güçleri bilinmediğinde, yani rastgele seribaşı eşlemelerinde çift eleme formatının en az grup formatları kadar iyi bir kestirim sağladığı dikkate değerdir. Öte yandan, tekrar eden grup aşamaları formatının yanlış yükselme değerleri yüksek olmasına karşın kazananın gücü değerleri de yüksektir. Bu nedenle, kazananı yüksek kestirimle belirlemesine rağmen sürprizlere daha açık bir turnuva formatı olduğu söylenebilir.

Güç farkı k_{gf} değerlerinin, yine doğal olarak yakın seribaşı eşlemelerinde diğer eşlemelere göre oldukça düşük olduğu, diğer seribaşı eşlemeleri arasında ise çift eleme formatının öne çıktığı görülmektedir. Tüm formatların güç toplam k_{gt} değerleri birbirlerine oldukça yakın olmakla birlikte, en yüksek iki değer tek eleme formatının standart ve eş aralık eşlemelerinde gözlenmiştir.

Farkların farkı k_{ff} ve toplamların farkı k_{tf} için g_re formatı en iyi değerlere sahiptir. Tüm formatlarda, farkların farkı için eş aralık, toplamların farkı içinse standart seribaşı eşlemesi daha iyi sonuç vermiştir.

Beklendiği gibi, engelleyen çift $k_{eç}$ ve torba engelleyen çift $k_{teç}$ değerlerinin formatlar arasındaki sıralaması birbirleriyle aynı olmuştur. Yakın eşleme, önceki bölümün bulgularına uygun olarak, diğer seribaşı eşlemelerinden çok daha iyi sonuç vermiş ve g4_se hariç tüm formatlarda 0 ölçülmüştür. Yani bu formatların yakın seribaşı eşlemesi kullanıldığında, turnuvaların yarışmacı tercihlerine göre kararlı olacağı söylenebilir.

Tablo 5.5 NBA uygulamasının ortalama kriter değerleri

	format	se				de					
scope	seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random	max	min
tour	match count	<u>7</u>	<u>7</u>	<u>7</u>	<u>7</u>	14	14	14	14	18	7
	round count	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	6	6	6	6	6	3
tour	order uncrt	7	7	7	7	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	7	2
per player	false qual	0,75	0,93	1,98	1,19	<u>0,65</u>	0,74	1,61	0,89	2,03	0,65
per match	dif	11,27	11,17	<u>6,01</u>	9,71	9,67	9,81	7,07	9,16	11,27	6,01
per match	sum*	<u>127,60</u>	127,09	123,74	126,22	125,95	125,86	124,25	125,56	127,60	123,74
per round	dif of difs	6,11	2,93	2,31	4,51	5,10	2,98	2,41	4,30	6,19	2,00
per round	dif of sums	3,48	7,35	15,53	8,76	3,75	6,66	15,93	8,28	31,52	2,00
per round	blocking pairs	1,17	0,68	<u>0,00</u>	0,67	1,09	0,70	<u>0,00</u>	0,66	1,17	0,00
per round	pot bp	0,50	0,39	<u>0,00</u>	0,36	0,44	0,36	<u>0,00</u>	0,37	0,50	0,00
tour	winner str*	70,77	70,14	68,30	69,93	<u>71,45</u>	71,13	70,33	71,09	71,45	68,30
	format	g4_se				g4_re					
scope	seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random	max	min
tour	match count	15	15	15	15	18	18	18	18	18	7
	round count	5	5	5	5	6	6	6	6	6	3
tour	order uncrt	5	5	5	5	4	4	4	4	7	2
per player	false qual	0,78	0,79	1,34	0,87	1,09	1,12	2,03	1,28	2,03	0,65
per match	dif	10,23	10,24	6,90	9,58	10,08	10,10	7,42	9,59	11,27	6,01
per match	sum*	125,11	125,09	124,23	124,95	125,97	125,90	123,98	125,58	127,60	123,74
per round	dif of difs	4,58	3,85	5,67	6,19	3,00	<u>2,00</u>	3,33	3,98	6,19	2,00
per round	dif of sums	4,95	10,63	31,52	13,17	<u>2,00</u>	7,00	25,00	9,14	31,52	2,00
per round	blocking pairs	0,97	0,82	0,31	0,83	0,67	0,50	0,00	0,50	1,17	0,00
per round	pot bp	0,46	0,42	0,19	0,42	0,33	0,29	0,00	0,28	0,50	0,00
tour	winner str*	70,71	70,73	70,42	70,71	71,41	71,34	70,93	71,27	71,45	68,30

Tablo 5.6’da, tüm kriterler ve turnuva formatları için ölçekleme aralığı [0,1] seçildiğinde oluşan nihai TDS puanları görülmektedir. En alttan 2. satırda formatların aldığı toplam puanlar, en altta ise bu toplam puanların min-max normalizasyonu uygulandığındaki değerleri yer almaktadır.

Seçilen tüm kriterler beraber ve eşit parametrelerle değerlendirildiğinde, eleme turnuvaları grup aşaması olan turnuvalardan genel olarak daha iyi puanlar almıştır. İki eleme turnuvasın arasından tek eleme turnuvası ise, çift elemenden daha iyi sonuçlara sahiptir. Eleme turnuvaları için seribaşı eşlemelerinden en yüksek puanı yakın eşleme alırken, eş aralık eşlemesi standart eşlemenden daha yüksek puan almıştır.

Tekrar eden grup aşamaları formatı -ki bu uygulamada 2 aşamadan oluşmaktadır-, grup ardından tek eleme formatından genelde daha iyi sonuçlar almış ve en yüksek puanı eş aralık eşlemesinde elde etmiştir.

Her ne kadar NBA play-off aşaması için olası bir durum değilse de, yarışmacı güçlerinin önceden kestirilemediği durumlarda, yani rastgele seribaşı eşlemeleri için en iyi turnuva formatı yine tek eleme olmuştur.

Tablo 5.6 NBA uygulamasının çıktıları

format	se				de			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
match count	1,00	1,00	1,00	1,00	0,36	0,36	0,36	0,36
round count	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
order uncrt	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00
false qual	0,92	0,80	0,04	0,61	1,00	0,93	0,31	0,82
dif	0,00	0,02	1,00	0,30	0,30	0,28	0,80	0,40
sum	1,00	0,87	0,00	0,64	0,57	0,55	0,13	0,47
dif of difs	0,02	0,78	0,93	0,40	0,26	0,77	0,90	0,45
dif of sums	0,95	0,82	0,54	0,77	0,94	0,84	0,53	0,79
pot bp	0,00	0,23	1,00	0,29	0,12	0,28	1,00	0,26
TOTAL	4,89	5,51	5,50	5,01	4,56	5,01	5,03	4,56
NORMALIZED	0,73	1,00	1,00	0,78	0,59	0,78	0,80	0,59
	g4_se				g4_re			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
match count	0,27	0,27	0,27	0,27	0,00	0,00	0,00	0,00
round count	0,33	0,33	0,33	0,33	0,00	0,00	0,00	0,00
order uncrt	0,40	0,40	0,40	0,40	0,60	0,60	0,60	0,60
false qual	0,91	0,90	0,50	0,84	0,68	0,66	0,00	0,54
dif	0,20	0,20	0,83	0,32	0,22	0,22	0,73	0,32
sum	0,35	0,35	0,13	0,31	0,58	0,56	0,06	0,48
dif of difs	0,38	0,56	0,12	0,00	0,76	1,00	0,68	0,53
dif of sums	0,90	0,71	0,00	0,62	1,00	0,83	0,22	0,76
pot bp	0,08	0,17	0,61	0,16	0,33	0,42	1,00	0,44
TOTAL	3,83	3,88	3,20	3,25	4,18	4,29	3,30	3,66
NORMALIZED	0,28	0,30	0,00	0,03	0,43	0,47	0,04	0,20

Tablo 5.7’de, yalnızca en yaygın kullanılan eşleme olan standart seribaşı eşlemesi, [0,1] ölçekleme parametreleriyle değerlendirilerek elde edilen TDS puanları verilmiştir. Bu durumda, grup ardından tek eleme diğer tüm formatlardan oldukça düşük puan almıştır. Çift eleme formatı az farkla da olsa en yüksek puanı almış ve hemen ardından tekrar eden gruplar formatı gelmiştir.

Tablo 5.7 Yalnızca standart eşleme için NBA uygulamasının çıktıları

	se	de	g4_se	g4_re
seeding	std			
match count	1,00	0,36	0,27	0,00
round count	1,00	0,00	0,33	0,00
order uncrt	0,00	1,00	0,40	0,60
false qual	0,76	1,00	0,70	0,00
dif	0,00	1,00	0,65	0,74
sum	1,00	0,34	0,00	0,35
dif of difs	0,00	0,32	0,49	1,00
dif of sums	0,50	0,41	0,00	1,00
pot bp	0,00	0,35	0,25	1,00
TOTAL	4,26	4,78	3,10	4,69
NORMALIZED	0,69	1,00	0,00	0,94

Turnuva formatları son olarak, bölüm 5.3.1’de anlatıldığı gibi, 4 kriter alt grubunun tüm farklı önem seviyelerinde, yani 15 farklı durum için değerlendirilmiştir. Tüm alt kümelerin düşük ve yüksek önemde olduğu iki durumda son puanlar aynı olduğu için, yalnız hepsinin düşük olduğu durum kullanılmıştır. Son olarak, maliyet kısıtının olmadığı bir durum da ayrıca ele alınmıştır. Takip eden iki tabloda bu değerlendirmelerin sonuçları verilmiştir.

Tablo 5.8’in en soldaki sütununda, sırasıyla $K_{\text{maliyet}} = \{k_{\text{ms}}, k_{\text{ts}}\}$ maliyet kriterlerinin, $K_{\text{kestirim}} = \{k_{\text{sb}}, k_{\text{yy}}\}$ kestirim kriterlerinin, $K_{\text{kalite}} = \{k_{\text{gt}}, k_{\text{gf}}\}$ kalite kriterlerinin ve $K_{\text{adalet}} = \{k_{\text{ff}}, k_{\text{tf}}, k_{\text{teç}}\}$ adalet kriterlerinin yüksek ya da düşük olduğu “L” ve “H” harfleriyle belirtilmiştir. İlgili alt kümedeki kriterler için, tablodaki karşılığı L ise ölçekleme parametreleri [0,2], karşılığı H ise [0,5] seçilmiştir. Farklı alt küme önemlerine ait değerlerin verildiği satırlardaki altı çizili değerler, bulundukları sütünlardaki en yüksek değerlerdir. Son satırda, maliyet kriterlerinin dikkate alınmadığı puanlama yer almaktadır. Onun üstündeki iki satırda, her format ve seribaşı eşlemesi için, sırasıyla ortalama ve standart sapma değerleri görülmektedir. Ortalama ve standart sapmaya, en son satırdaki değerler dahil edilmemiştir. Bu satırların en iyi değerlerinin de altı çizilmiştir.

Kriter alt kümelerinin farklı durumlarını yansıtan 15 ölçümün 9’unda, yakın seribaşı eşlemesinin kullanıldığı eleme turnuvaları en yüksek puanı almıştır. Maliyet kriterlerinin düşük, kestirim kriterlerinin yüksek olduğu 4 durumda çift eleme formatı daha yüksek puan alırken, diğer durumlarda tek eleme formatı daha yüksek puan almıştır. Eş aralık eşlemesinin yakın eşlemeden önemli farkla daha yüksek puan aldığı durumlarda, kestirim kriterleri yüksek, adalet kriterleri

düşüktür. Maliyet kriterlerinin değerlendirme dışı bırakıldığı puanları gösteren son satırda, çift eleme turnuvasının en iyi sonuçları elde ettiği, tekrar eden gruplar formatının ise tek elemenin önüne geçtiği görülmektedir.

Grup ardından tek eleme formatı genel olarak en düşük performansı göstermiştir. İlginç bir sonuç, grup aşaması olan iki turnuva formatında yakın ve rastgele seribaşı eşlemelerinin standart ve eş aralık eşlemelerinden oldukça düşük puan almış olmasıdır.

Tekrar eden gruplar formatı, grup ardından tek eleme formatından ortalamada tüm seribaşı eşlemeleri için daha yüksek puan almıştır. Ayrıca, bu grup formatının standart ve eş aralık seribaşı eşlemeleri için, kestirim ve adalet kriter alt kümelerinin yüksek ve maliyet alt kümesinin düşük olduğu durumlarda, görece yüksek puan aldığı dikkat çekicidir.

Tablo 5.8 NBA uygulamasının çeşitli kriter ağırlıklarına göre çıktıları

format	se				de			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
L, L, L, L	0,73	<u>1,00</u>	<u>1,00</u>	0,78	0,59	0,78	0,80	0,59
L, L, L, H	0,42	0,80	<u>1,00</u>	0,59	0,46	0,72	0,89	0,51
L, L, H, L	0,78	0,94	<u>1,00</u>	0,79	0,59	0,73	0,79	0,59
L, L, H, H	0,46	0,79	<u>1,00</u>	0,61	0,46	0,69	0,88	0,52
L, H, L, L	0,56	0,68	0,37	0,46	0,91	<u>1,00</u>	0,75	0,83
L, H, L, H	0,41	0,74	0,71	0,48	0,76	<u>1,00</u>	0,98	0,77
L, H, H, L	0,64	0,70	0,45	0,52	0,93	<u>1,00</u>	0,80	0,86
L, H, H, H	0,43	0,74	0,74	0,49	0,76	<u>1,00</u>	<u>1,00</u>	0,76
H, L, L, L	0,88	<u>1,00</u>	<u>1,00</u>	0,90	0,35	0,43	0,44	0,35
H, L, L, H	0,59	0,86	<u>1,00</u>	0,71	0,27	0,45	0,57	0,31
H, L, H, L	0,89	0,97	<u>1,00</u>	0,89	0,35	0,42	0,45	0,35
H, L, H, H	0,61	0,85	<u>1,00</u>	0,72	0,28	0,45	0,58	0,32
H, H, L, L	0,92	<u>1,00</u>	0,79	0,86	0,71	0,77	0,61	0,66
H, H, L, H	0,71	<u>1,00</u>	0,97	0,77	0,60	0,80	0,79	0,60
H, H, H, L	0,96	<u>1,00</u>	0,83	0,88	0,71	0,76	0,63	0,67
avg.	0,67	<u>0,87</u>	0,86	0,70	0,58	0,73	0,73	0,58
std. dev.	0,17	0,12	0,24	0,15	0,19	0,19	0,16	0,16
0, L, L, L	0,15	0,44	0,44	0,20	0,77	0,99	<u>1,00</u>	0,77
format	g4_se				g4_re			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
L, L, L, L	0,28	0,30	0,00	0,03	0,43	0,47	0,04	0,20
L, L, L, H	0,32	0,35	0,00	0,02	0,62	0,68	0,38	0,40
L, L, H, L	0,16	0,18	0,15	0,00	0,42	0,45	0,10	0,23
L, L, H, H	0,25	0,28	0,07	0,00	0,59	0,65	0,37	0,39
L, H, L, L	0,43	0,44	0,09	0,25	0,51	0,53	0,00	0,32
L, H, L, H	0,43	0,46	0,00	0,12	0,71	0,77	0,28	0,45
L, H, H, L	0,33	0,33	0,16	0,18	0,51	0,52	0,00	0,31
L, H, H, H	0,32	0,35	0,00	0,03	0,68	0,73	0,23	0,42
H, L, L, L	0,28	0,29	0,16	0,17	0,17	0,19	0,00	0,07
H, L, L, H	0,23	0,25	0,00	0,02	0,30	0,35	0,13	0,15
H, L, H, L	0,20	0,20	0,19	0,11	0,16	0,18	0,00	0,07
H, L, H, H	0,18	0,20	0,05	0,00	0,30	0,34	0,14	0,16
H, H, L, L	0,45	0,46	0,23	0,33	0,35	0,36	0,00	0,21
H, H, L, H	0,37	0,40	0,00	0,11	0,46	0,51	0,08	0,24
H, H, H, L	0,38	0,38	0,27	0,28	0,34	0,35	0,00	0,21
avg.	0,31	0,32	0,09	0,11	0,44	0,47	0,12	0,25
std. dev.	<u>0,08</u>	<u>0,08</u>	<u>0,08</u>	0,09	0,15	0,17	0,15	0,12
0, L, L, L	0,31	0,33	0,00	0,03	0,76	0,82	0,34	0,52

Tablo 5.9’da, tüm turnuva formatlarının farklı seribaşı eşlemelerindeki puanlarının ortalamaları ve standart sapmaları ile, tüm seribaşı eşlemelerinin farklı

formatlardaki puanlarının ortalamaları ve standart sapmaları verilmiştir. Eleme formatlarının ortalamadaki üstünlüğü burada da açıkça görülmektedir. Maç ve tur sayıları, yani maliyet kriterleri, 8 yarışmacının olduğu bu değerlendirmede çift eleme formatının tek elemeye göre büyük dezavantaja sahip olmasına yol açmıştır.

Ortalamada en iyi seribaşı eşlemesi eş aralık eşlemesi olmuştur. Standart seribaşı eşlemesi, en düşük standart sapmaya sahiptir. Bu nedenle, parametre değişikliğine en az duyarlı eşleme olduğu söylenebilir. Seribaşı eşlemelerinin ortalama puanlarının standart sapma değerleri, formatlarınkilerle göre yüksek çıkmıştır. Buna istisna olarak standart seribaşı eşlemesi gösterilebilir. Yani, standart eşleme hariç bir seribaşı eşlemesinin farklı formatlardaki performansı yüksek değişkenlik gösterirken, bir formatın farklı seribaşı eşlemeleriyle gösterdiği performans düşük değişkenlik göstermiştir.

Tablo 5.9 NBA uygulamasında turnuva tasarımlarının ortalama puanları

	se	de	g_se	g_re	std	eq gap	close	random
avg.	<u>0,77</u>	0,66	0,21	0,32	0,50	<u>0,60</u>	0,45	0,41
std. dev.	0,09	0,12	0,10	<u>0,06</u>	<u>0,16</u>	0,25	0,40	0,27

Sonuçta bu örnek uygulamaya göre, birçok durumda NBA play-off aşamasına en uygun format mevcut tek eleme formatıdır. Bu da, gerçekte neden bu formatın tercih edildiğine bir gerekçe olabilir. Ancak, gerçekte olduğu gibi yalnızca standart eşleme uygulanmak isteniyorsa veya formatların süre ve saha ihtiyaçları gözardı edilebilirse, çift eleme turnuvasının daha iyi olduğu sonucu çıkmıştır. Turnuva boyunca, turlar ve maçlar arasındaki denge ve yarışmacıların tercihleri ön plana alındığında ise, yakın seribaşı eşlemesi alternatifsiz görünmektedir.

5.3.3 TFF Süper Lig verileriyle uygulama

Dünya genelinde olduğu gibi Türkiye çapında da en çok ilgi gören sporun futbol olduğu rahatlıkla söylenebilir. Türkiye’de gerçekleştirilen en üst düzey futbol organizasyonu da TFF Süper Lig’dir. Yine, her yıl gerçekleştirilmesi ve daha fazla maç oynanması sebebiyle, birkaç yılda bir düzenlenen uluslararası turnuvalardan daha güncel ve nitelikli veri sağlar. Bu uygulama için TFF Süper Lig’de 2009–2019 yılları arasında oynanan maç verileri toplanmıştır. Yine, her sezon sonuçlandığı yıl ile anılmıştır. 2010 sezonunda takımlardan biri ceza aldığı ve eksik maç oynadığı için, o sezon atlanarak 10 senelik veriler toplanmıştır.

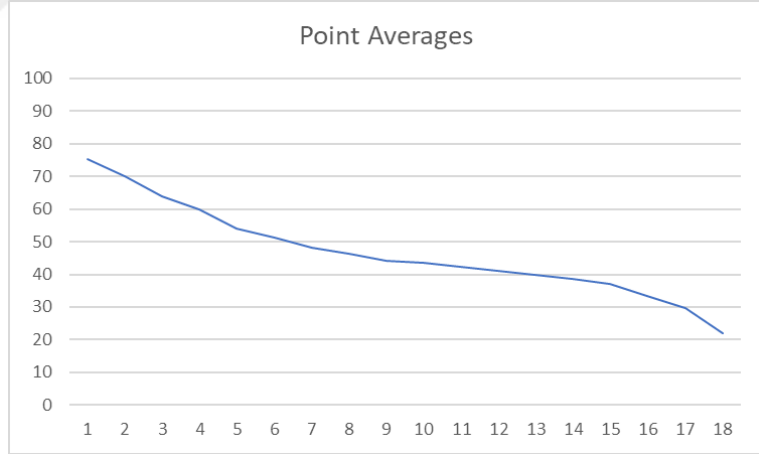
TFF Süper Lig’de 18 takım yer alır ve 1 sezonu 2 yarıdan meydana gelir. Sezonun her bir yarısında bir tam round-robin turnuvası oynanır. Dolayısıyla, her takım diğer tüm takımlarla 2’şer maç yapar. Bu 2 maçtan birini kendi sahasında, diğerini ise deplasmanda oynar. Basketbolun aksine futbolda maçlar 3 ihtimallidir. Yani, takımlar berabere de kalabilirler. Bir takım bir maçı kazandığında 3 puan, kaybettiğinde 0 puan ve berabere kaldığında 1 puan alır. Sezon sonunda takımlar toplam puanlarına göre sıralanırlar. Puan eşitliklerinde sıralamayı tamamlamak için, eşit puanlı takımların birbirlerine karşı oynadıkları maçların sonuçları ve sezon boyunca attıkları ve yedikleri gol sayıları kullanılır.

Bu örnek uygulamada da, gerçek takımdan bağımsız olarak, bir sezonu i . sırada tamamlayan takım, yarışmacı i olarak değerlendirilmiştir. Yarışmacı güçleri için kazanma sayıları veya yüzdeleri değil, takımların topladıkları ortalama puan kullanılmıştır. Böylece, organizasyonun puanlama sisteminde yaptığı gibi, kazanmaya daha büyük önem atfedilerek beraberliğin etkisi uygulamada dikkate alınmıştır. Öte yandan, karşılıklı kazanma olasılıkları oluşturulurken beraberlik ihtimali doğrudan modellenmemiştir. Çünkü, TDS ile karşılaştırılan formatların üçünde, bir maç ardından eleme söz konusu olduğundan o maçlarda beraberlik olmaması gerekir. Çeşitli futbol turnuvalarında, böylesi durumlarda beraberliği çözümlmek için maç süresi uzatılıp yine de beraberlik bozulmazsa karşılıklı penaltı atışlarına gidilebildiği gibi, doğrudan penaltı atışlarına gidilebilir veya uzatmalarda tek bir gol atan takım kazanmış sayılabilir. Ev sahibi ve deplasman olmak üzere 2 oyun üzerinden oynanan maçlarda, deplasmanda daha fazla gol atan kazanmış sayılabilmektedir. Futbol maçları için beraberlik dahil kazanma olasılıklarının modellenmesi, başlı başına araştırma konusudur (Dixon and Coles, 1997; Scarf and Yusof, 2011). Maçlardaki beraberlik durumunu ve çözümlenmesini kazanma modeline dahil etmenin, çok sayıda tekrar ile elde edilen simülasyon sonuçlarına etkisinin ihmal edilebilir olduğu kabul edilmiştir.

Tablo 5.11’de, yarışmacıların topladığı puanlar ve ortalamaları görünmektedir. Şekil 5.7 ise, puan ortalamalarının grafiğidir. Yarışmacı güçleri, 10 sezonluk puan ortalamasının tam sayıya yuvarlanması ile belirlenmiştir.

Tablo 5.10 TFF Süper Lig verileri

season	2019	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	2011	2009	
rank											avg. points
1	69	75	77	79	77	74	71	77	82	71	75,2
2	67	72	73	74	74	65	61	68	82	66	70,2
3	65	72	64	66	69	62	58	56	61	65	63,8
4	63	71	64	59	59	53	55	55	59	61	59,9
5	47	55	58	52	57	53	52	50	54	61	53,9
6	46	49	51	51	57	51	50	50	51	58	51,4
7	45	49	48	50	47	50	47	50	47	50	48,3
8	44	46	46	46	46	46	46	49	46	47	46,2
9	44	44	43	45	40	45	46	49	44	42	44,2
10	41	43	43	45	40	44	46	48	43	41	43,4
11	41	42	43	44	39	42	45	44	42	40	42,2
12	41	40	40	40	38	42	44	44	42	40	41,1
13	40	39	38	37	37	42	43	42	41	39	39,8
14	39	38	38	36	36	37	42	42	40	38	38,6
15	38	36	38	34	36	37	40	39	35	38	37,1
16	37	33	36	31	28	34	36	36	26	38	33,5
17	35	33	26	30	27	31	29	32	24	29	29,6
18	27	12	25	21	27	29	22	11	23	22	21,9



Şekil 5.7 TFF Süper Lig puan ortalamaları

Her yarışmacı çifti arasında tam ve aynı sayıda maç verisi olduğu için, bir kıyaslama modeli değil, doğrudan kazanma olasılıklarının ortalaması kullanılmıştır. Uygulamada maçların berabere bitmeyeceği kabul edilmiş olsa da, gerçek maçlardaki beraberlikleri tamamen yok saymak, maçları sıklıkla berabere biten yarışmacı çiftleri için hesaplanan olasılıkları güvenilmez yapabilir. Örneğin, iki yarışmacı arasında oynanan 10 maçtan 7 tanesi beraberlikle ve 2'si bir takımın,

1'i diğer takımın galibiyetiyle sonuçlanmış olsun. Böylesi bir durumda, bir takımın diğerinden 2 kat fazla kazanma olasılığı olduğunu kabul etmektense, iki takımın yaklaşık aynı kazanma olasılığına sahip olduğunu düşünmek daha doğru olacaktır. Bu sebeple, toplanan verilerde bir yarışmacı çifti arasındaki beraberlik sayısının yarısı, o karşılaşmadaki yarışmacıların galibiyet sayısına eklenmiş ve bu kazanma sayılarına göre karşılıklı kazanma olasılıkları hesaplanmıştır. Her yarışmacı çifti için, 10 sezon boyunca oynan 20 maçın yarısı takımlardan birinin, yarısı da ötekinin sahasında oynandığı için ortalama sayıların yansız olduğu söylenebilir.

Tablo 5.11'de, yarışmacıların karşılıklı kazanma sayıları ve olasılıkları görülmektedir. Bu tabloda, yine, satırlar i ve sütunlar j ile indislenmiş olmak üzere $wp_{i,j} = \Pr(i \text{ yener } j'yi)$ 'dir. Bu kazanma olasılığı matrisi, örneğin $wp_{5,6} = 0,58 > \frac{1}{2}$ ve $wp_{6,10} = 0,56 > \frac{1}{2}$ iken $wp_{5,10} = 0,47 < \frac{1}{2}$ olduğundan hiçbir stokastik geçişliliği sağlamaz. Eşit ortalama kazanma olasılığına sahip yarışmacılardan daha az berabere kalanın daha üst sırada olduğu ve birinci yarışmacının diğer yarışmacılardan ciddi oranda az berabere kaldığı dikkate değerdir. Ayrıca, toplamda berabere kalma oranı %26'dır ve $\frac{1}{3}$ 'ten düşük olduğu düşünüldüğünde, kazanmaya yüksek puan veren sistemin takımları teşvik etme konusunda belirli bir başarı gösterdiği söylenebilir.

Tablo 5.11 TFF Süper Lig kazanma olasılıkları

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	avg.
0,00	0,56	0,61	0,53	0,61	0,69	0,75	0,67	0,89	0,72	0,81	0,81	0,89	0,94	0,89	0,92	0,86	0,86	0,76
0,44	0,00	0,72	0,75	0,64	0,58	0,75	0,83	0,67	0,78	0,61	0,58	0,83	0,89	0,75	0,75	0,83	0,94	0,73
0,39	0,28	0,00	0,47	0,61	0,64	0,64	0,75	0,58	0,81	0,72	0,69	0,81	0,83	0,72	0,81	0,69	0,92	0,67
0,47	0,25	0,53	0,00	0,61	0,50	0,64	0,61	0,50	0,58	0,69	0,78	0,67	0,78	0,83	0,58	0,86	0,86	0,63
0,39	0,36	0,39	0,39	0,00	0,58	0,56	0,69	0,69	0,47	0,50	0,47	0,72	0,67	0,72	0,61	0,61	0,78	0,57
0,31	0,42	0,36	0,50	0,42	0,00	0,64	0,47	0,58	0,56	0,56	0,67	0,53	0,67	0,64	0,72	0,69	0,69	0,55
0,25	0,25	0,36	0,36	0,44	0,36	0,00	0,53	0,69	0,36	0,39	0,61	0,64	0,69	0,50	0,78	0,64	0,92	0,52
0,33	0,17	0,25	0,39	0,31	0,53	0,47	0,00	0,50	0,56	0,64	0,64	0,56	0,50	0,50	0,75	0,75	0,75	0,50
0,11	0,33	0,42	0,50	0,31	0,42	0,31	0,50	0,00	0,53	0,67	0,50	0,47	0,58	0,42	0,58	0,78	0,64	0,47
0,28	0,22	0,19	0,42	0,53	0,44	0,64	0,44	0,47	0,00	0,47	0,53	0,28	0,47	0,61	0,61	0,58	0,72	0,47
0,19	0,39	0,28	0,31	0,50	0,44	0,61	0,36	0,33	0,53	0,00	0,50	0,53	0,47	0,36	0,61	0,67	0,78	0,46
0,19	0,42	0,31	0,22	0,53	0,33	0,39	0,36	0,50	0,47	0,50	0,00	0,61	0,36	0,58	0,61	0,61	0,56	0,44
0,11	0,17	0,19	0,33	0,28	0,47	0,36	0,44	0,53	0,72	0,47	0,39	0,00	0,56	0,64	0,47	0,64	0,64	0,44
0,06	0,11	0,17	0,22	0,33	0,33	0,31	0,50	0,42	0,53	0,53	0,64	0,44	0,00	0,64	0,50	0,67	0,78	0,42
0,11	0,25	0,28	0,17	0,28	0,36	0,50	0,50	0,58	0,39	0,64	0,42	0,36	0,36	0,00	0,56	0,53	0,58	0,40
0,08	0,25	0,19	0,42	0,39	0,28	0,22	0,25	0,42	0,39	0,39	0,42	0,50	0,50	0,44	0,00	0,50	0,67	0,37
0,14	0,17	0,31	0,14	0,39	0,31	0,36	0,25	0,22	0,42	0,33	0,39	0,36	0,33	0,47	0,50	0,00	0,72	0,34
0,14	0,06	0,08	0,14	0,22	0,31	0,08	0,25	0,36	0,28	0,22	0,44	0,36	0,22	0,42	0,33	0,28	0,00	0,25

TFF Süper Lig’de 18 takım yer almaktadır ancak bu yarışmacı sayısı, turnuva formatları için belirlenen şartlardan bazılarına uymamaktadır. Bunlardan en kısıtlayıcısı, tekrar eden grup aşamaları formatı için belirlenen $n = \left(\frac{g}{2}\right)^k$ $k \geq 0, k \in \mathbb{Z}$ şartıdır. Yine gruptaki yarışmacı sayısı $g = 4$ seçildiğinde, 18’e en yakın ve kısıtlara uygun n değeri 16’dır. Bu durumda tekrar eden grup aşamaları turnuvasında 3 aşama oynanacaktır. Yarışmacıların güç ve kazanma olasılığı dağılımlarını mümkün olduğunca koruyarak yarışmacı sayısını 16’ya indirebilmek için, simülasyonun her bir koşulunda, ilk 9 ve son 9 yarışmacıdan birer tanesi rastgele olarak yarışmacı kümesinden çıkarılmıştır. Tamamen rastgele 2 yarışmacı seçilmemesinin nedeni, puan ortalaması (yani yarışmacı gücü) grafiğinde görüldüğü gibi, çok yüksek veya çok düşük ranklı yarışmacıların aynı anda değerlendirilme dışı bırakılması durumunda dağılımın ciddi derecede değişecek olmasıdır.

Simülasyonlar sonucunda elde edilen ham değerler Tablo 5.12’de verilmiştir.

Tablo 5.12 TFF uygulaması ham kriter değerleri

format	se				de			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
false qual	107,60	136,43	210,22	141,54	178,36	200,8	305,14	219,45
dif	284,66	278,61	107,19	240,65	507,34	516,19	264,16	464,56
sum*	1508,75	1481,95	1412,70	1476,32	2961,55	2944,44	2840,50	2934,68
dif of difs	44,15	30,56	21,31	39,14	89,31	75,95	53,71	88,63
dif of sums	42,27	62,18	109,15	68,5	107,73	138,15	261,67	153,63
blocking pairs	3,43	2,84	1,01	2,74	7,39	6,60	2,34	6,29
pot bp	1,55	1,29	0,31	1,20	3,34	3,00	0,75	2,83
winner str*	62,66	60,64	56,09	61,15	64,51	63,03	59,67	63,52
format	g4_se				g4_re			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
false qual	106,18	114,54	193,91	120,17	93,66	103,95	181,5	109,65
dif	549,27	546,92	240,44	490,14	736,9	733,3	386,94	670,98
sum*	3002,54	2994,67	2919,81	2989,14	4193,21	4168,24	3977,41	4152,24
dif of difs	71,78	35,53	48,83	73,56	75,87	43,67	77,43	89,24
dif of sums	47,59	112,82	290,87	139,45	59,13	145,75	460,78	191,74
blocking pairs	5,08	4,76	1,80	4,54	6,14	5,74	1,91	5,41
pot bp	2,35	2,19	0,53	2,03	2,91	2,74	0,63	2,53
winner str*	62,98	62,48	57,97	62,38	65,05	64,57	61,37	64,57

Tablo 5.13’te, sabit kriter değerleri ve kriterlerin ilgili maç veya tur sayısına göre ortalamaları alınmış son değerleri, yani Q matrisi görülmektedir. Yıldız (*) ile

işaretili kriterler için daha büyük değerler, diğer kriterler içinse daha küçük değerler daha iyidir. Her kriter için en iyi değerin altı çizilmiştir.

Yine beklendiği gibi, maç sayısı k_{ms} ve tur sayısı k_{ts} kriterlerinde tek eleme turnuvası öne çıkmaktadır. NBA uygulamasında da olduğu gibi, standart seribaşı eşlemesi ile çift eleme formatı, yanlış yükselme k_{yy} ve sıralama belirsizliği k_{sb} için en düşük, kazananın gücü k_{kg} içinse tekrar eden grup aşamalarının ardından en yüksek değere sahiptir. Genel olarak çift elemenin turnuva boyunca yüksek kestirim gücüne sahip olduğu söylenebilir. Yarışmacı güçleri bilinmediğinde, tekrar eden grup aşamaları hariç tüm formatlar kazananı belirlemede başarılı olmuştur. Öte yandan, NBA uygulamasının aksine burada, grup ardından tek eleme turnuvasının yanlış yükselme değeri hiç de yüksek değildir ve dolayısıyla sürprizlere pek de açık görünmemektedir. Tekrar eden grup aşamaları sürpriz faktörüne sahip olup yine de kazananı iyi belirleme konusunda görece başarılı görünmektedir.

Güç farkı k_{gf} değerlerinin, yine doğal olarak yakın seribaşı eşlemelerinde diğer eşlemelere göre oldukça düşük olduğu, diğer seribaşı eşlemeleri arasında ise tek eleme hariç tüm formatların birbirine yakın ama çift eleme formatının en iyi değerlere sahip olduğu görülmektedir. Güç toplamı kriterinin k_{gt} değerleri her formatta yakındır ancak seribaşı eşlemeleri arasından standart seribaşının, formatlar arasından da tek elemenin diğerlerinden biraz daha yüksek değerleri vardır.

NBA uygulamasıyla aynı şekilde, farkların farkı k_{ff} ve toplamların farkı k_{tf} için g_re formatı en iyi değerlere sahiptir. Tüm formatlarda, farkların farkı için eş aralık, toplamların farkı içinse standart seribaşı eşlemesi daha iyi sonuç vermiştir.

Engelleyen çift $k_{eç}$ ve torba engelleyen çift $k_{teç}$ sonuçları yine beklentiyle uyumludur. Bu iki kriterin değerlerinin formatlar arasındaki sıralaması birbirleriyle aynıdır ve yakın eşleme diğer seribaşı eşlemelerinden çok daha iyi sonuç vermiştir. Ancak, NBA uygulamasının aksine 0 değeri ölçülmemiş yani kararlı turnuva sağlayan bir format gözlenmemiştir.

Tablo 5.13 TFF uygulaması ortalama kriter değerleri

	format	se				de					
scope	seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random	max	min
tour	match count	<u>15</u>	<u>15</u>	<u>15</u>	<u>15</u>	30	30	30	30	42	15
	round count	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	8	8	8	8	9	4
tour	order uncr	35	35	35	35	<u>14</u>	<u>14</u>	<u>14</u>	<u>14</u>	35	14
per player	false qual	1,68	2,13	3,28	2,21	<u>1,59</u>	1,79	2,72	1,96	3,78	1,59
per match	dif	18,98	18,57	<u>7,15</u>	16,04	16,91	17,21	8,81	15,49	18,98	7,15
per match	sum*	<u>100,58</u>	98,80	94,18	98,42	98,72	98,15	94,68	97,82	100,58	94,18
per round	dif of difs	11,04	7,64	5,33	9,79	11,16	9,49	6,71	11,08	12,26	4,85
per round	dif of sums	10,57	15,55	27,29	17,13	13,47	17,27	32,71	19,20	51,20	6,57
per round	blocking pairs	0,86	0,71	0,25	0,69	0,92	0,83	0,29	0,79	0,92	0,21
per round	pot bp	0,39	0,32	0,08	0,30	0,42	0,38	0,09	0,35	0,42	0,07
tour	winner str*	62,66	60,64	56,09	61,15	64,51	63,03	59,67	63,52	65,05	56,09
	format	g4_se				g4_re					
scope	seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random	max	min
tour	match count	31	31	31	31	42	42	42	42	42	15
	round count	6	6	6	6	9	9	9	9	9	4
tour	order uncr	31	31	31	31	28	28	28	28	35	14
per player	false qual	1,66	1,79	3,03	1,88	1,95	2,17	3,78	2,28	3,78	1,59
per match	dif	17,72	17,64	7,76	15,81	17,55	17,46	9,21	15,98	18,98	7,15
per match	sum*	96,86	96,60	94,19	96,42	99,84	99,24	94,70	98,86	100,58	94,18
per round	dif of difs	11,96	5,92	8,14	12,26	8,43	<u>4,85</u>	8,60	9,92	12,26	4,85
per round	dif of sums	7,93	18,80	48,48	23,24	<u>6,57</u>	16,19	51,20	21,30	51,20	6,57
per round	blocking pairs	0,85	0,79	0,30	0,76	0,68	0,64	<u>0,21</u>	0,60	0,92	0,21
per round	pot bp	0,39	0,37	0,09	0,34	0,32	0,30	<u>0,07</u>	0,28	0,42	0,07
tour	winner str*	62,98	62,48	57,97	62,38	<u>65,05</u>	64,57	61,37	64,57	65,05	56,09

Tablo 5.14'te, tüm kriterler ve turnuva formatları için ölçekleme aralığı [0,1] seçildiğinde oluşan nihai TDS puanları, yani S matrisi ve $\vec{x}$ çıktı vektörü görülmektedir. En alttan 2. satırda formatların aldığı toplam puanlar, en altta ise bu toplam puanların min-max normalizasyonu uygulandığındaki değerleri yer almaktadır.

Seçilen tüm kriterler beraber ve eşit parametrelerle değerlendirildiğinde, eleme turnuvaları grup aşaması olan turnuvalardan genel olarak daha iyi puanlar almıştır. İki eleme turnuvası arasından tek eleme turnuvası ise, çift elemenden daha iyi sonuçlara sahiptir. Eleme turnuvaları için seribaşı eşlemelerinden en yüksek puanı yakın eşleme alırken, eş aralık eşlemesi standart eşlemenden daha yüksek puan almıştır.s

Tekrar eden grup aşamaları formatı, NBA örnek uygulamasının tersine, grup ardından tek eleme formatından genelde daha kötü sonuçlar almış ve bu iki formatta da en yüksek puan eş aralık eşlemesinde elde etmiştir.

TFF Süper Lig için yeni bir format denenmek istenirse, geçmiş senelerden bir seribaşı sıralaması yapılabilir. Yine de bir seribaşı sıralaması olmadığı, yani rastgele seribaşı eşlemeleri için en iyi turnuva formatı yine açık farkla tek eleme olmuştur.

Tablo 5.14 TFF uygulamasının çıktıları

format	se				de			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
match count	1,00	1,00	1,00	1,00	0,44	0,44	0,44	0,44
round count	1,00	1,00	1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20
order uncrt	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00
false qual	0,96	0,75	0,23	0,72	1,00	0,91	0,48	0,83
dif	0,00	0,03	1,00	0,25	0,17	0,15	0,86	0,30
sum	1,00	0,72	0,00	0,66	0,71	0,62	0,08	0,57
dif of difs	0,17	0,62	0,94	0,33	0,15	0,37	0,75	0,16
dif of sums	0,91	0,80	0,54	0,76	0,85	0,76	0,41	0,72
pot bp	0,09	0,27	0,98	0,34	0,00	0,12	0,93	0,18
TOTAL	5,12	5,20	5,68	5,06	4,52	4,58	5,16	4,40
NORMALIZED	0,81	0,84	1,00	0,79	0,61	0,63	0,82	0,57
	g4_se				g4_re			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
match count	0,41	0,41	0,41	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00
round count	0,60	0,60	0,60	0,60	0,00	0,00	0,00	0,00
order uncrt	0,19	0,19	0,19	0,19	0,33	0,33	0,33	0,33
false qual	0,97	0,91	0,34	0,87	0,84	0,74	0,00	0,68
dif	0,11	0,11	0,95	0,27	0,12	0,13	0,83	0,25
sum	0,42	0,38	0,00	0,35	0,88	0,79	0,08	0,73
dif of difs	0,04	0,86	0,56	0,00	0,52	1,00	0,49	0,32
dif of sums	0,97	0,73	0,06	0,63	1,00	0,78	0,00	0,67
pot bp	0,07	0,15	0,95	0,23	0,27	0,33	1,00	0,39
TOTAL	3,78	4,33	4,06	3,54	3,96	4,10	2,73	3,38
NORMALIZED	0,35	0,54	0,45	0,27	0,42	0,46	0,00	0,22

Tablo 5.15’da, yalnızca en yaygın kullanılan eşleme olan standart seribaşı eşlemesi değerlendirilerek elde edilen TDS puanları verilmiştir. Bu durumda, grup ardından tek eleme diğer tüm formatlardan oldukça düşük puan alırken, tek eleme

ve tekrar eden grup formatları birbirlerine yakın puanlar almıştır. Çift eleme formatı da orta başarıda bir format olarak görünmektedir.

Tablo 5.15 Yalnızca standart eşleme için TFF uygulamasının çıktıları

	se	de	g4_se	g4_re
seeding	std			
match count	1,00	0,44	0,41	0,00
round count	1,00	0,20	0,60	0,00
order uncrt	0,00	1,00	0,19	0,33
false qual	0,75	1,00	0,81	0,00
dif	0,00	1,00	0,61	0,69
sum	1,00	0,50	0,00	0,80
dif of difs	0,26	0,23	0,00	1,00
dif of sums	0,42	0,00	0,80	1,00
pot bp	0,32	0,00	0,27	1,00
TOTAL	4,75	4,37	3,70	4,83
NORMALIZED	0,94	0,60	0,00	<u>1,00</u>

Turnuva formatları son olarak, 4 kriter alt grubunun tüm farklı önem seviyelerinde, yani 15 farklı durum için değerlendirilmiştir. Tüm alt kümelerin düşük ve yüksek önemde olduğu iki durumda son puanlar aynı olduğu için, yalnız hepsinin düşük olduğu durum kullanılmıştır. En sonda, maliyet kısıtının olmadığı bir durum da ayrıca ele alınmıştır. Tablo 5.16’da bu değerlendirmelerin sonuçları verilmiştir.

Aşağıdaki tablonun en soldaki sütununda, sırasıyla $K_{\text{maliyet}} = \{k_{\text{ms}}, k_{\text{ts}}\}$ maliyet kriterlerinin, $K_{\text{kestirim}} = \{k_{\text{sb}}, k_{\text{yy}}\}$ kestirim kriterlerinin, $K_{\text{kalite}} = \{k_{\text{gt}}, k_{\text{gf}}\}$ kalite kriterlerinin ve $K_{\text{adalet}} = \{k_{\text{ff}}, k_{\text{tf}}, k_{\text{kaç}}\}$ adalet kriterlerinin yüksek ya da düşük olduğu “L” ve “H” harfleriyle belirtilmiştir. İlgili alt kümedeki kriterler için, tablodaki karşılığı L ise ölçekleme parametreleri [0,2], karşılığı H ise [0,5] seçilmiştir. Farklı alt küme önemlerine ait değerlerin verildiği satırlardaki altı çizili değerler, bulundukları sütünlardaki en yüksek değerlerdir. Son satırda, maliyet kriterlerinin dikkate alınmadığı puanlama yer almaktadır. Onun üstündeki iki satırda, her format ve seribaşı eşlemesi için, sırasıyla ortalama ve standart sapma değerleri görülmektedir. Ortalama ve standart sapmaya, en son satırdaki değerler dahil edilmemiştir. Bu satırların en iyi değerlerinin de altı çizilmiştir.

Kriter alt kümelerinin farklı durumlarını yansıtan 15 ölçümün 9’unda, yakın seribaşı eşlemesinin kullanıldığı eleme turnuvaları en yüksek puanı almıştır.

Maliyet kriterlerinin düşük, kestirim kriterlerinin yüksek olduğu 4 durumda çift eleme formatı daha yüksek puan alırken, diğer durumlarda tek eleme formatı daha yüksek puan almıştır. Kestirim kriterlerinin yüksek, adalet kriterlerinin düşük olduğu durumlarda, standart ve yakın seribaşı eşlemeleri az farklı yakın eşlemeden daha yüksek puan alırken, diğer tüm durumlarda bağımsız olarak, yakın seribaşı eşlemesi en yüksek puanları toplamıştır. Maliyet kriterlerinin değerlendirme dışı bırakıldığı puanları gösteren son satırda, çift eleme turnuvasının, yine büyük farklarla en iyi puanları aldığı görülmektedir. Yine bu durumda, tekrar eden grupların tek elemeyi standart ve eş aralık seribaşı eşlemelerinde geride bıraktığı dikkat çekicidir.

Grup aşamalı formatlar, genel olarak en düşük performansı göstermiştir. NBA örnek uygulamasında grup ardından eleme turunda yaşanan durum, bu uygulamada tekrar eden grup formatında yaşanmıştır: Yakın ve rastgele seribaşı eşlemeleri, standart ve eş aralık eşlemelerinden oldukça düşük puan almıştır, ve diğer birçok durumda başarı gösteren yakın eşleme burada başarısız olmuştur.

Grup ardından tek eleme formatı, eş aralık ve yakın seribaşı eşlemelerinde tekrar eden grup formatından daha yüksek puan almış ancak standart eşlemede tekrar eden gruplar öne geçmiştir. Kestirim alt kümesinin yüksek değerlerinin, grup aşamalı formatların başarısını önemli oranda artırdığı göze çarptıkça, kestirim ve maliyet kriterinin beraber yüksek olduğu durumlarda en yüksek ortalama puanı almışlardır. Yine grup aşamalı 2 formatta, az farkla da olsa en iyi seribaşı eşlemesinin eş aralık eşlemesi olduğu gözlenmiştir.

Tablo 5.16 TFF uygulamasının çeşitli kriter ağırlıklarına göre çıktıları

format	se				de			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
L, L, L, L	0,81	0,84	<u>1,00</u>	0,79	0,61	0,63	0,82	0,57
L, L, L, H	0,45	0,65	<u>1,00</u>	0,53	0,26	0,36	0,77	0,26
L, L, H, L	0,82	0,73	<u>1,00</u>	0,76	0,57	0,53	0,80	0,52
L, L, H, H	0,51	0,61	<u>1,00</u>	0,56	0,31	0,37	0,78	0,30
L, H, L, L	0,78	0,72	0,65	0,68	<u>1,00</u>	0,98	0,97	0,91
L, H, L, H	0,56	0,67	0,83	0,56	0,70	0,76	<u>1,00</u>	0,65
L, H, H, L	0,82	0,68	0,69	0,68	<u>1,00</u>	0,94	0,99	0,91
L, H, H, H	0,58	0,62	0,85	0,55	0,69	0,71	<u>1,00</u>	0,63
H, L, L, L	0,91	0,92	<u>1,00</u>	0,90	0,46	0,47	0,57	0,44
H, L, L, H	0,66	0,78	<u>1,00</u>	0,71	0,27	0,33	0,58	0,27
H, L, H, L	0,91	0,86	<u>1,00</u>	0,88	0,45	0,43	0,57	0,42
H, L, H, H	0,67	0,74	<u>1,00</u>	0,70	0,26	0,30	0,58	0,26
H, H, L, L	<u>1,00</u>	0,96	0,91	0,93	0,83	0,82	0,81	0,77
H, H, L, H	0,81	0,89	<u>1,00</u>	0,81	0,62	0,67	0,83	0,59
H, H, H, L	<u>1,00</u>	0,91	0,92	0,91	0,81	0,77	0,80	0,75
avg.	0,75	0,77	<u>0,92</u>	0,73	0,59	0,60	0,79	0,55
std. dev.	0,16	0,10	0,13	0,12	0,25	0,22	0,14	0,22
0, L, L, L	0,30	0,34	0,58	0,27	0,68	0,71	<u>1,00</u>	0,62
format	g4_se				g4_re			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
L, L, L, L	0,35	0,54	0,45	0,27	0,42	0,46	0,00	0,22
L, L, L, H	0,13	0,47	0,35	0,00	0,40	0,54	0,03	0,14
L, L, H, L	0,15	0,32	0,45	0,12	0,45	0,45	0,00	0,25
L, L, H, H	0,09	0,38	0,41	0,00	0,47	0,57	0,11	0,23
L, H, L, L	0,53	0,64	0,38	0,44	0,58	0,58	0,00	0,39
L, H, L, H	0,33	0,61	0,34	0,19	0,58	0,67	0,00	0,30
L, H, H, L	0,40	0,50	0,40	0,34	0,62	0,59	0,00	0,42
L, H, H, H	0,21	0,49	0,35	0,10	0,60	0,67	0,00	0,32
H, L, L, L	0,43	0,52	0,48	0,39	0,21	0,23	0,00	0,11
H, L, L, H	0,26	0,47	0,40	0,18	0,23	0,31	0,00	0,06
H, L, H, L	0,33	0,41	0,48	0,31	0,23	0,23	0,00	0,13
H, L, H, H	0,18	0,38	0,40	0,12	0,24	0,31	0,00	0,08
H, H, L, L	0,60	0,67	0,50	0,54	0,39	0,39	0,00	0,26
H, H, L, H	0,44	0,64	0,45	0,34	0,41	0,47	0,00	0,21
H, H, H, L	0,50	0,56	0,49	0,46	0,41	0,39	0,00	0,28
avg.	0,33	0,51	0,42	0,25	0,41	0,46	0,01	0,23
std. dev.	0,14	0,10	0,05	0,16	0,12	0,13	<u>0,04</u>	0,10
0, L, L, L	0,12	0,40	0,26	0,00	0,72	0,79	0,10	0,43

Tablo 5.17’de, tüm turnuva formatlarının farklı seribaşı eşlemelerindeki puanlarının ortalamaları ve standart sapmaları ile, tüm seribaşı eşlemelerinin farklı

formatlardaki puanlarının ortalamaları ve standart sapmaları verilmiştir. Eleme formatlarının ortalamadaki üstünlüğü bu tabloda da görülmektedir.

Maç ve tur sayılarının, yani maliyet kriterlerinin, hem 8 yarışmacının olduğu NBA uygulamasıyla 16 yarışmacılı bu uygulamada, formatlara çok benzer şekilde etki ettiği anlaşılmaktadır. Maliyet kriterlerinin değerlendirme dışı bırakıldığı puanları gösteren son satırda, çift eleme turnuvası ve tekrar eden grup formatlarının, tek elemenin önüne geçtiği görülmektedir. Yine bu durumda, tekrar eden grupların yakın eşleme haricindeki eşlemelerde en yüksek puanı aldığı dikkat çekicidir.

Ortalamada en iyi seribaşı eşlemesi bu kez eş aralık seribaşı eşlemesi olmuştur. Eş aralık seribaşı eşlemesi aynı zamanda en düşük standart sapmaya sahiptir, ancak standart eşlemenin sapma değeri de ona yakındır. Bu nedenle, parametre değişikliğine görece az duyarlı eşlemelerdir denebilir.

Seribaşı eşlemelerinin ortalama puanlarının standart sapma değerleri, formatlara göre yüksek çıkmıştır. Yani, bir seribaşı eşlemesinin farklı formatlardaki performansı yüksek değişkenlik gösterirken, bir formatın farklı seribaşı eşlemeleriyle gösterdiği performans düşük değişkenlik göstermiştir.

Tablo 5.17 TFF uygulamasında turnuva tasarımlarının ortalama puanları

	se	de	g_se	g_re	std	eq gap	close	random
avg.	<u>0,79</u>	0,63	0,38	0,28	0,52	<u>0,59</u>	0,54	0,44
std. dev.	<u>0,08</u>	0,12	0,13	<u>0,08</u>	0,19	<u>0,14</u>	0,41	0,24

Sonuçta bu örnek uygulamaya göre, birçok kabul altında TFF Süper Lig'in mevcut formatına en iyi alternatif tek eleme formatıdır. Bu durum, rastgele seribaşı eşlemesi için de en yüksek ortalama puanlamaya tek eleme formatının sahip olması sebebiyle, sezon boyunca daha az maçın oynandığı ve kısmi seribaşı listesinin kullanıldığı "Türkiye Kupası" gibi bazı yan organizasyonlarda tek eleme formatının kullanılıyor olmasını onaylıyor denebilir. Öte yandan, herhangi bir sebeple lig daha kısa sürede oynatılmak istenirse ve çift eleme düzenleyecek kaynak varsa, çift eleme turnuvası tek elemenden daha iyi bir tercih olacaktır. Yine, turnuva boyunca, turlar ve maçlar arasındaki denge ve yarışmacıların tercihleri ön plana alındığında, yakın seribaşı eşlemesi en iyi eşleşme alternatifi olmuştur.

5.3.4 Yapay verilerle uygulama

Sonuçta bu örnek uygulamaya göre, birçok kabul altında TFF Süper Lig'in mevcut formatına en iyi alternatif tek eleme formatıdır. Bu durum, rastgele seribaşı eşlemesi için de en yüksek ortalama puanlamaya tek eleme formatının sahip olması sebebiyle, sezon boyunca daha az maçın oynandığı ve kısmi seribaşı listesinin kullanıldığı “Türkiye Kupası” gibi bazı yan organizasyonlarda tek eleme formatının kullanılıyor olmasını onaylıyor denebilir. Öte yandan, herhangi bir sebeple ligdaha kısa sürede oynatılmak istenirse ve çift eleme düzenleyecek kaynak varsa, çift eleme turnuvası tek elemenden daha iyi bir tercih olacaktır. Yine, turnuva boyunca, turlar ve maçlar arasındaki denge ve yarışmacıların tercihleri ön plana alındığında, yakın seribaşı eşlemesi en iyi eşleşme alternatifi olmuştur.

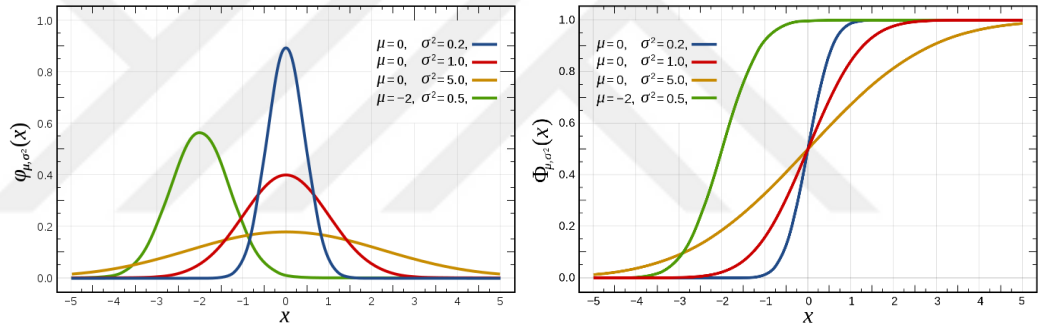
Son örnek uygulamada, bir dizi farklı sayıda ve güç dağılımında yapay olarak üretilmiş turnuva verileri için TDS ile sonuçlar elde edilmiştir.

Benzer çalışmaların çalışmaların hemen hemen tamamında 32 veya az yarışmacılı turnuvalar ele alınmıştır (Scarf et al., 2009; Scarf and Yusof, 2011; Yusof et. al., 2016; Csato, 2019). Bunun sebeplerinden biri, gerçek turnuvaların büyük çoğunluğunun az sayıda yarışmacıyla oynanması olabilir. Ancak kesin bir sebebi, turnuvalar için hesaplanmak istenen sayısal değerlerin veya incelenmek istenen farklı durumların sayısının bilgisayar desteği olmadan gerçekleştirilmesinin mümkün olmamasıdır. Bilgisayar yardımıyla yapılan hesaplamalı çalışmalar içinse, 32 yarışmacılı ve daha büyük turnuvalar için çok tekrarlı simülasyonlar yapmanın veya olası farklı senaryoları incelemenin maliyeti aşırı büyük olmuştur. Öte yandan, gelişen dünyada artan nüfus ve kimi yarışmaların elektronik ortamda gerçekleştirilmesi ile, yarışmacılarının yüzlerle ve hatta binlerle ifade edilebilecek sayılara ulaştığı turnuvalar olağan dışı olmaktan çıkıyor olduğu söylenebilir. Bu nedenle, hem geleneksel yarışmaların, hem günümüz yarışmalarının, hem de geleceğin muhtemel yarışmalarının tercih edeceği turnuva formatları için bir değerlendirme sunabilmek için 3 farklı büyüklükte yarışmalar tasarlanmıştır. Küçük, orta ve büyük olarak anılacak bu büyüklükler, sırasıyla, 16, 128 ve 1024 yarışmacı olarak belirlenmiştir.

Örnek uygulamanın geniş bir değerlendirme yapmaya imkan sağlaması amacıyla, düşük, orta ve yüksek güçteki yarışmacıların sayıca yoğun olduğu 3 farklı yarışmacı profili oluşturulmuştur. Bu profilleri oluşturmak için, bazı istatistiksel dağılımlar yardımıyla yarışmacı güçleri üretilmiştir. Çok iyi bilinen ve verilerin nasıl dağıldığının bilinmediği durumlarda gerçek dağılıma ortalamada en iyi

yakınsayan dağılım olan normal dağılım, bu uygulamada da orta güçteki yarışmacıların yoğun olduğu profilin, diğer bir deyişle orta-yoğun güç profilinin oluşturulmasında kullanılmıştır. Benzer düşünceyle, zayıf-yoğun güç profilinin oluşturulması için, veri kümesindeki değerlerin doğal logaritmalarının normal dağıldığı lognormal dağılım ve güçlü-yoğun güç profili için ters lognormal dağılım kullanılmıştır. Kullanılan dağılımların, gerçekte yarışmacı güçlerini ne kadar iyi temsil edebileceği, hangi alternatif dağılımların ve parametre seçimlerinin daha başarılı olabileceği ilgi çekici bir araştırma konusu olacaktır. Öte yandan bu TDS uygulamasında, istenen profilleri tutarlı biçimde sağlayabilmesi yeterli görülmüştür.

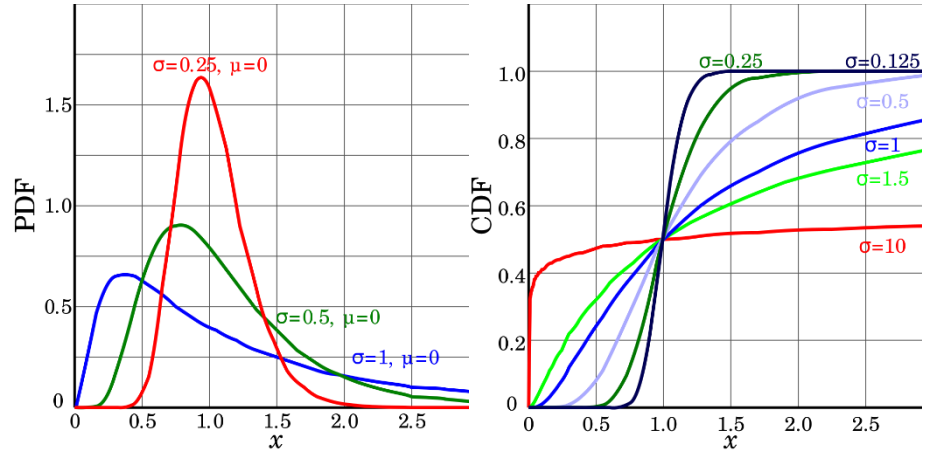
Şekil 5.8'in sol tarafındaki grafikte, farklı ortalama μ ve standart sapma σ değerleri için normal dağılmış X rassal değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu $PDF_{\text{normal}} = \varphi$ 'deki değerleri, sağ tarafında da kümülatif dağılım fonksiyonu $CDF_{\text{normal}} = \Phi$ 'deki değerleri görülmektedir.



Şekil 5.8 Normal dağılımın olasılık yoğunluk ve kümülatif dağılım fonksiyonları (Wikipedia, 2020b)

Grafikleri kısaca yorumlamak gerekirse, ilgili ortalama ve standart sapma değerleri için X rassal değişkeninin x değerini alma olasılığı $\varphi(x)$, en az x değerini alma olasılığı ise $\Phi(x)$ ile hesaplanır.

Şekil 5.9'un sol tarafında, farklı $Y = \ln X$ 'in ortalama μ ve standart sapma σ değerleri için lognormal dağılmış X rassal değişkeninin $PDF_{\text{lognormal}}$ olasılık yoğunluk fonksiyonundaki, sağ tarafında da $CDF_{\text{lognormal}}$ kümülatif dağılım fonksiyonundaki değerleri görülmektedir.



Şekil 5.9 Lognormal dağılımın olasılık yoğunluk ve kümülatif dağılım fonksiyonları (Wikipedia, 2020c)

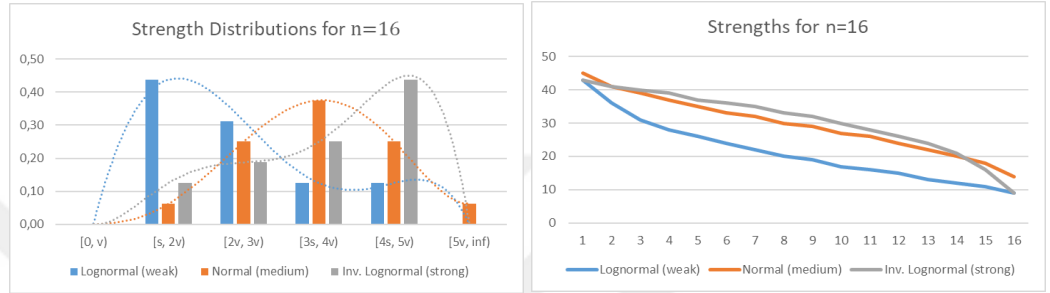
Kümülatif dağılım fonksiyonunun, yarışmacı güçlerinin üretilme yöntemiyle arasındaki ilişkiye ışık tutabilecek bir yorumu, fonksiyonun dağılımına uygun bir kümedeki verilerin, tamamına oranla $\Phi(x)$ 'inin x 'ten küçük değerli olduğudur. Üstelik, kümülatif dağılım fonksiyonu artan bir fonksiyondur ve $(0,1)$ aralığında değerler alır. Bu nedenlerle, yarışmacı güçleri üretilirken istenen profile uygun dağılımın kümülatif yoğunluk fonksiyonları kullanılmıştır.

Yarışmacı sayısı hızla artarken, ortalama yarışmacı gücünün ve yarışmacılar arasındaki güç farkının değişmemesi, beklenir bir durum değildir. Bu nedenle, zayıf-yoğun ve güçlü-yoğun profillerin, artan yarışmacı sayısına bağlı olarak fakat dağılım yöntemini değiştirmeden ortalama ve standart sapma değerlerinin artırılması amaçlanmıştır. Bunun için 3 güç profilinin ortalama ve standart sapma değerlerinin küçük boyutlu, yani 16 yarışmacılı turnuvada neredeyse aynı olacağı, ancak boyutun arttığı turnuvalarda zayıf-yoğun ve güçlü-yoğun profillerde yarışmacılar arası ayrımın büyüyeceği şekilde parametreler seçilmiştir. Bu seçim, deneme yanılma yoluyla gözlem yaparak gerçekleştirilmiştir. Diğer taraftan orta-yoğun profile, yani normal dağılımdaki yarışmacıların güçleri üretilirken bu istatistiki değerlerde güç üretme yöntemine bağlı bir değişiklik olmaması sağlanarak, turnuva büyüklüğünün tek başına etkisi gözlenmiştir.

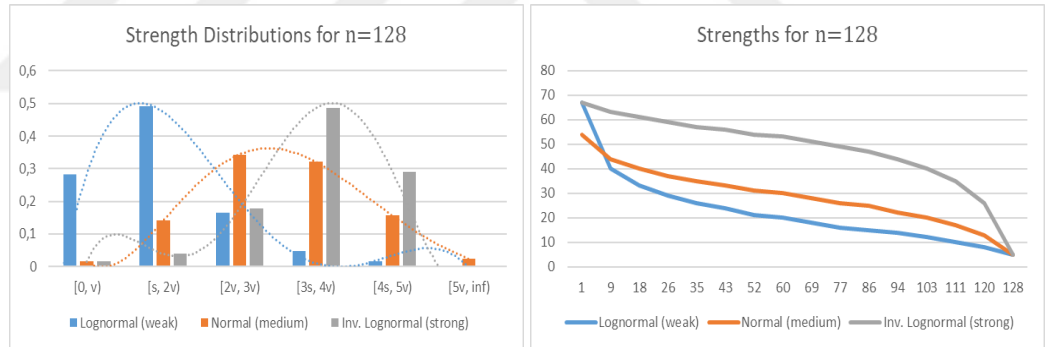
Yarışmacı kümesi $C = (1, 2, \dots, n)$ ve yarışmacı i 'nin gücü $str(i)$ olsun. Zayıf-yoğun güç profili için yarışmacı gücü fonksiyonu $str(i) = 20 \left(CDF_{\lognormal}^{-1} \left(\frac{i}{n+1} \right) \right)$ ve güçlü-yoğun güç profil için $str(i) = 20 \left(CDF_{\lognormal}^{-1} \left(1 - \frac{i}{n+1} \right) \right)$ şeklinde hesaplanmıştır. Bu iki güç

profilinde CDF parametreleri $\mu = 0$ ve $\sigma = \frac{1}{2}$ 'dir. Orta-yoğun güç profilinde ise $\mu = 3$ ve $\sigma = 1$ parametreleri kullanılmak üzere yarışmacı gücü $str(i) = 10 \left(CDF_{\text{normal}}^{-1} \left(\frac{i}{n+1} \right) \right)$ ile hesaplanmıştır.

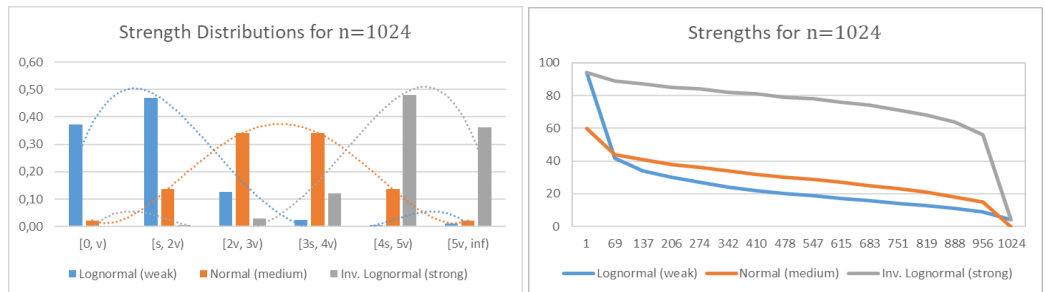
Şekil 5.10, Şekil 5.11 ve Şekil 5.12'de, sırasıyla, 16, 128 ve 1024 yarışmacılı turnuvalara ait yarışmacı güçleri görselleştirilmiştir. Soldaki grafiklerde yatay eksendeki ölçüm aralıklarında v varyansı ifade etmekte ve grafik sütunları her bir profilde o aralığa düşen yarışmacı sayısını göstermektedir.



Şekil 5.10 16 yarışmacılı yapay verilerde güç profilleri

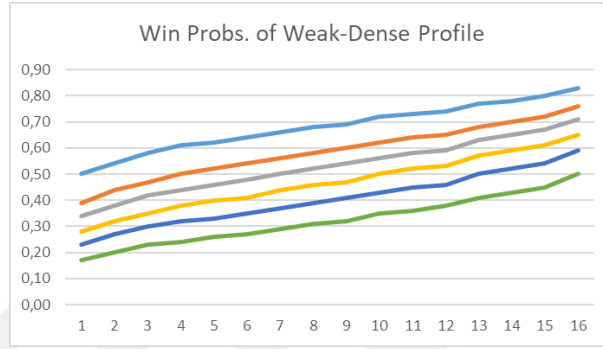


Şekil 5.11 128 yarışmacılı yapay verilerde güç profilleri

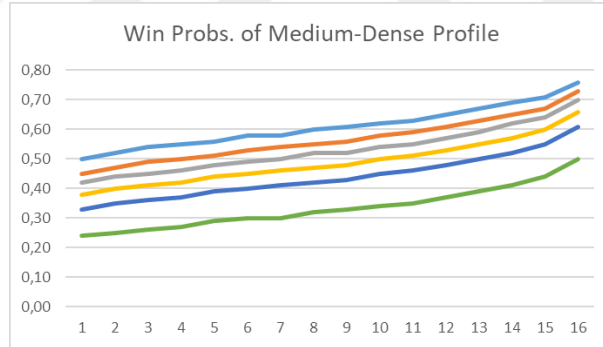


Şekil 5.12 1024 yarışmacılı yapay verilerde güç profilleri

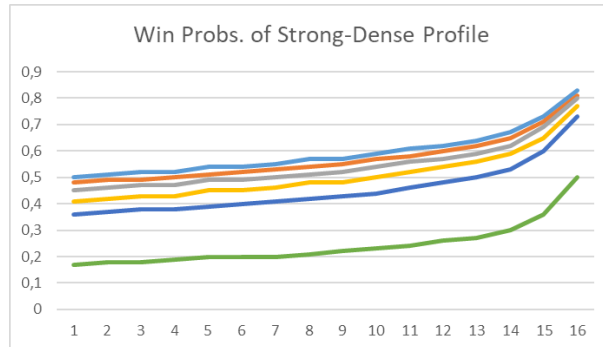
Karşılıklı kazanma olasılıkları hesaplanırken de, jenerik bir değerlendirme sağlamak için standart Bradley-Terry modeli ile, yani $\alpha = 1$ seçilerek hesaplanmıştır. Şekil 5.13, Şekil 5.14 ve Şekil 5.15'te, sırasıyla, zayıf, orta ve güçlü yoğun profiller için hesaplanan kazanma olasılıklarının özet görüntüleri verilmiştir. Grafiklerin hepsi 16 yarışmacılı turnuva için hesaplanan 1,4,7,10,13 ve 16. yarışmacıların diğer yarışmacılara karşı olasılıklarını göstermektedir. Model, ölçeklenebilir stokastik geçişliliği sağladığından, grafikler diğer yarışmacı ve turnuvalar hakkında da bilgi vermektedir.



Şekil 5.13 Zayıf yoğun güç profilinde kazanma olasılıkları



Şekil 5.14 Orta yoğun güç profilinde kazanma olasılıkları



Şekil 5.15 Güçlü yoğun güç profilinde kazanma olasılıkları

Farklı büyüklükteki turnuvalarda, tekrar eden grup formatında grup sayıları, aşama sayısı 3 olacak şekilde seçilmiştir. 16 yarışmacılı uygulamalarda $g = 4$, 128 yarışmacılı uygulamalarda $g = 8$ ve 1024 yarışmacılı uygulamalarda $g = 16$ 'dır.

Bu örnek uygulama, aslında 9 farklı uygulamadan oluştuğu ve çok fazla sayısal sonuç elde edildiği için, önceki uygulamalardaki gibi tüm durumlardaki sonuçlar değerlendirilmemiştir. Yalnızca tüm parametrelerin eşit değerde olduğu durumda farklı yarışmacı kümeleri ve turnuva boyutlarındaki sonuçları değerlendirilmiştir. Kriter alt kümelerinin tüm durumlarında ve her bir kriter tek başına ele alındığında elde edilen sonuçlara ait tablo ve grafiklere, ekler bölümündeki bağlantıdan ulaşılabilir.

Tablo 5.18'de her bir turnuva formatının, tüm farklı yarışmacı sayısı ve profilleri için, kriter ölçekleme parametrelerinin tümünün $[0,1]$ seçildiği durumda topladığı normalize puanların ortalamaları verilmiştir. En sol sütunda, o satıra ait yarışmacı sayısı ve güç profili bilgisi yer almaktadır. W zayıf, M orta ve S güçlü yoğun profilleri temsil etmektedir.

Ortalamada en yüksek puanı çift eleme usulü ve yakın seribaşı eşlemesinin seçildiği format alırken, 16 yarışmacıdan büyük her turnuva için de en iyi format olmuştur. Küçük boyutlu turnuvalarda ve yakın eşleme hariç tüm seribaşı eşlemelerinde tek eleme turnuvasının en yüksek puanları aldığı görülmektedir. Genelde, eleme formatlarının birçok farklı durumda, seçilen kriterlere ve ölçekleme yöntemlerine göre, grup aşaması olan formatlardan açıkça daha iyi olduğu ve yine adalet kriterlerinde başarının önemli ölçüde seribaşı eşlemesinin performansı ile belirlendiği teyit edilmiştir. Eşlemeler arasında, yine, yakın seribaşı eşleşmesi büyük farkla öndedir. Öte yandan, genel puanlamadaki düşük performansının aksine, tekrar eden grup formatı görece adil bir turnuva formatıdır.

Tablo 5.18 Yapay veri uygulamasının çıktıları

format	se				de			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
16, W	0,66	0,80	1,00	0,70	0,47	0,56	0,81	0,45
16, M	0,54	0,72	1,00	0,57	0,28	0,40	0,80	0,26
16, S	0,70	0,83	1,00	0,72	0,45	0,53	0,79	0,43
128, W	0,74	0,72	0,99	0,67	0,54	0,52	1,00	0,47
128, M	0,63	0,60	0,93	0,55	0,41	0,39	1,00	0,33
128, S	0,68	0,66	0,92	0,64	0,48	0,46	1,00	0,45
1024, W	0,78	0,72	0,85	0,69	0,72	0,68	1,00	0,66
1024, M	0,72	0,64	0,83	0,61	0,67	0,61	1,00	0,60
1024, S	0,66	0,61	0,82	0,61	0,62	0,60	1,00	0,60
avg.	0,68	0,70	0,92	0,64	0,52	0,53	0,93	0,47
std. dev.	0,07	0,07	0,07	0,06	0,13	0,09	0,09	0,12
format	g_se				g_re			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
16, W	0,46	0,50	0,56	0,33	0,44	0,44	0,00	0,22
16, M	0,30	0,49	0,63	0,18	0,18	0,29	0,03	0,00
16, S	0,41	0,43	0,54	0,26	0,35	0,34	0,00	0,16
128, W	0,52	0,49	0,63	0,25	0,52	0,47	0,00	0,21
128, M	0,43	0,51	0,66	0,14	0,31	0,35	0,00	0,08
128, S	0,41	0,37	0,66	0,13	0,27	0,25	0,00	0,09
1024, W	0,32	0,26	0,54	0,00	0,38	0,31	0,00	0,08
1024, M	0,31	0,36	0,61	0,00	0,26	0,28	0,12	0,08
1024, S	0,29	0,23	0,64	0,00	0,22	0,20	0,16	0,07
avg.	0,38	0,41	0,61	0,14	0,33	0,33	0,03	0,11
std. dev.	0,08	0,10	0,05	0,12	0,10	0,08	0,06	0,07

Tablo 5.19’da, tüm turnuva formatlarının farklı seribaşı eşlemelerindeki puanlarının ortalamaları ve standart sapmaları ile, tüm seribaşı eşlemelerinin farklı formatlardaki puanlarının ortalamaları ve standart sapmaları verilmiştir. Eleme formatlarının ortalamadaki üstünlüğü, bu uygulamada da öne çıkmıştır.

Genelde, eleme formatlarını ve özellikle de tek elemeyi öne çıkaran kriterlerin maliyet kriterleri olduğu açıktır. Aynı zamanda, diğer kriterlerde de rakip formatlara en azından yakın puanlar alarak son puanlamada çoğu kez en iyi gösterdiği söylenebilir.

Ortalamada en iyi seribaşı eşlemesi bu kez eş aralık seribaşı eşlemesi olmuştur. Eş aralık seribaşı eşlemesi aynı zamanda en düşük standart sapmaya

sahiptir, ancak standart eşlemenin sapma değeri de ona yakındır. Bu nedenle, parametre değişikliğine görece az duyarlı eşlemelerdir denebilir.

Seribaşı eşlemelerinin ortalama puanlarının standart sapma değerleri, formatlara göre yüksek çıkmıştır. Yani, bir seribaşı eşlemesinin farklı formatlardaki performansı yüksek değişkenlik gösterirken, bir formatın farklı seribaşı eşlemeleriyle gösterdiği performans düşük değişkenlik göstermiştir.

Tablo 5.19 Yapay veri uygulamasında turnuva tasarımlarının ortalama puanları

	se	de	g_se	g_re	std	eq gap	close	random
avg.	<u>0,74</u>	0,61	0,39	0,20	0,48	0,49	<u>0,62</u>	0,34
std. dev.	<u>0,11</u>	0,19	0,16	0,13	0,14	0,14	0,37	0,22

Genel değerlendirmede en göze çarpan durum, standart ve eş aralık seribaşı eşlemeleri kullanıldığında, formatlar arasındaki puan farkının azaldığıdır. Özellikle güç değerlerinin aralığının ve standart sapmalarının diğer profillere göre daha düşük olduğu orta-yoğun profilde, bu eşlemelerin tüm formatlardaki puanları oldukça yakındır. Ancak, uygulamanın temel kontrol değişkenlerinden biri olan güç profillerinin puanlara olan etkisi ortalamada düşük olmuştur. Yine de, formatların bazı güç profillerinde diğerlerinde elde ettiğinden daha iyi sonuçlar elde ettiği gözlenmiştir. Burada, yalnızca yarışmacı güçlerinin değil, kazanma olasılıkları modellerinin de çeşitlendiği uygulamalar yapılması, dikkate değer farklar gözlenmesine yol açabilir. Böylesi bir kıyaslamanın ön incelemesi yapılmak istenirse, NBA uygulamasındaki gibi kazanma olasılıkları arasındaki sıralamanın oldukça açık, yani olasılık farklarının çok yüksek olduğu ve TFF uygulamasındaki çan eğrisine benzer bir dağılımı olmasına karşın stokastik geçişliliği sağlamayan kazanma olasılıklarının sonuçları incelenebilir.

Kazanma olasılıklarının etkisini gözlemek için bir diğer referans, güçlü yarışmacının daima kazandığı deterministik kazanma matrisi ($WP_{ij} = 1, i > j$) kullanılarak elde edilebilir. Böyle bir uygulama, yine tüm kriterler $[0,1]$ ölçekleme parametreleriyle incelenerek gerçekleştirilmiştir. Yarışmacıların güç puanları, normal dağılımın geneli daha iyi temsil ettiği düşünülerek, orta-yoğun güç profilinde seçilmiştir. Tablo 5.20’de de, bu uygulamanın sonuçları sunulmuştur. Tablonun en sol sütununda o turnuvadaki yarışmacı sayıları yer almaktadır. Dikkat çekici bir sonuç, yakın eşlemenin diğer uygulamaların aksine yakın seribaşı eşlemesinin ortalamada en iyi olmadığı; bu rolünü eş aralık eşlemesine kaptırmış olmasıdır.

Tablo 5.20 Deterministik kazanma olasılığında, turnuva tasarımlarının ortalama puanları

format	se				de			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
16	0,50	<u>1,00</u>	0,70	0,68	0,47	<u>1,00</u>	0,69	0,70
128	0,77	<u>1,00</u>	0,67	0,86	0,76	<u>1,00</u>	0,70	0,81
1024	0,84	0,94	0,60	0,80	0,90	<u>1,00</u>	0,68	0,86
avg.	0,71	0,98	0,66	0,78	0,71	<u>1,00</u>	0,69	0,79
std. dev.	0,15	0,03	0,04	0,08	0,18	<u>0,00</u>	0,01	0,07
format	g_se				g_re			
seeding	std	eq gap	close	random	std	eq gap	close	random
16	0,20	0,40	0,37	0,06	0,34	0,52	0,00	0,27
128	0,29	0,37	0,44	0,02	0,44	0,46	0,00	0,27
1024	0,24	0,29	0,41	0,00	0,35	0,35	0,07	0,10
avg.	0,24	0,35	0,41	0,03	0,38	0,44	0,02	0,22
std. dev.	0,03	0,05	0,03	0,02	0,04	0,07	0,03	0,08

Uygulamanın diğer kontrol değişkeninin, yani aynı format için farklı yarışmacı sayılarının, puanları kayda değer büyüklükte değiştirdiği ve formatlar arasındaki puan farkını etkilediği görülmektedir. Ancak, formatlar arası sıralamayı değiştirdiği yalnızca bir durum olmuştur. Bu yegane sıralama değişikliği, 1024 yarışmacı ve orta-yoğun güç profili olan turnuvada, eş aralık eşlemesi için, grup ardından eleme formatı ile tekrar eden grup formatları arasındadır. Buna rağmen, aynı format içindeki puan değişimleri incelendiğinde bazı formatların bazı turnuva büyüklüklerinde ve buna bağlı güç dağılımlarında daha başarılı olduğu tespit edilebilir. Örneğin, çift eleme formatı büyük turnuvalarda ortalama puanlarını artırmış; grup ardından eleme formatı orta büyüklükteki turnuvalarda, diğer büyüklükteki turnuvalardan daha başarılı olabilmektedir.

5.3.5 Simülasyon Ortamına ait Detaylar, Duyarlılık ve Geçerlilik Testleri

Turnuva Değerlendirme Sistemi uygulamalarında, belirlenen her format ve seribaşı eşlemesi çifti için, yarışmacıların kazanma olasılıklarına bağlı sayısal kriter değerlerinin, yani Q matrisinin hesaplanması için Monte-Carlo simülasyonları gerçekleştirilmiştir. Simülasyonlar uygulanırken, Scarf vd. (2009), Scarf ve Yusof (2011) ve Csato (2019) tarafından gerçekleştirilen benzer turnuva simülasyon çalışmaları büyük ölçüde takip edilmiştir. Bu bölümde, simülasyon ortamına dair teknik detaylardan bahsedilmiş, duyarlılık ve geçerliliğinin nasıl sınındığı anlatılmıştır.

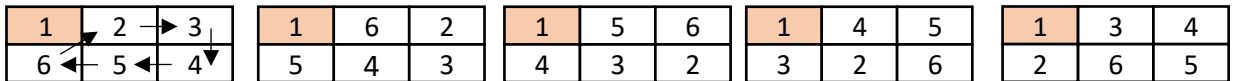
Uygulama için belirlenen karşılıklı kazanma olasılığı matrisleri, her format için ve tüm simülasyon koşulları boyunca aynı ve sabit kalmıştır. Herhangi bir maçın kazananı, $[0,1]$ aralığında tekdüze (ing. uniform) dağılımlı rastgele bir sayı üretilip ilgili çiftin matristeki olasılık değeriyle kıyaslanarak belirlenmiştir. Bir koşulda, her bir format-seribaşı eşleşmesi çiftinin her bir kriteri için ham, yani ilgili kriter için maç sayısına veya tur sayısına bölünmemiş değerleri biriktirilmiş ve en sonda koşul sayısına bölünerek ortalamaları çıktı olarak alınmıştır. Sonuçta, kriter değerlerindeki farklar yalnızca seçilen format ve seribaşı eşleşmesinden kaynaklanmaktadır.

Simülasyonlarda yarışmacı, format ve kriter sayılarının yüksek olması sebebiyle hesaplama yükü oldukça fazladır. Hedeflenen duyarlılığa makul zamanlarda ulaşabilmek için, jenerik simülasyon yazılımları veya yüksek seviye yazılım dilleri kullanılmamış, simülasyonlar C dilinde programlanmıştır. Program kodu GCC (7.5.0) ile derlenerek, üzerinde Linux – Ubuntu (18.04) işletim sistemi çalışan, 4.2 GHz saat hızında bir Intel I7 işlemcisi ve 16 GB DDR4 belleği olan bir bilgisayarda koşturulmuştur. Derleyicinin optimizasyon parametrelerinin, çalışma zamanlarında dikkate değer bir değişim sağlamadığı gözlenmiştir. Programda, fonksiyonlar gruplandırılarak kütüphanelere ayrılmış, ileride geliştirilmeye ve genişletilmeye uygun şekilde yazılmasına gayret edilmiştir. Yalnızca, rastgele sayı üretimi ve dağılım fonksiyonları için 3. parti bir bilimsel hesaplama kütüphanesi olan GSL (2.6) kullanılmıştır. Benzer şekilde turnuva simülasyonlarının gerçekleştirildiği, referans alınan çalışmalarda, yarışmacı sayısı ve kontrol değerlerinin çok daha küçük olduğu dikkate alındığında, geliştirilen simülasyon programının araştırmacılar için kullanışlı olabileceği düşünülmektedir. Yazılımın kaynak kodu, tüm simülasyon sonuçlarının yer aldığı tablolarla beraber eklerdeki bağlantıda paylaşılmıştır.

Formatların verilen formal tanımlarına göre, uygulama geliştirilirken karar verilmesi gereken 2 konu vardır. Bunlardan biri, grup aşamalarında eşit sayıda galibiyet sayısındaki yarışmacıların nasıl sıralanacağıdır. Simülasyonlarda bu durumun çözümlenmesi için, eşit sayıda galibiyeti olan yarışmacıların kendi aralarında maç yaptıkları bir prosedür uygulanmıştır. En az galibiyetin olduğu eşitlikten başlanarak maçlar oynanır ve kazanan yarışmacının galibiyet sayısı artırılır. Bu işlem, eşit sayıda galibiyet kalmayınca kadar devam eder. Eğer ikiden fazla yarışmacının galibiyet sayısı eşitse, önce daha yüksek ranklı olanlar maç yapar. En az galibiyetli eşitliğin çözümlenmesi için oynanan maçta kaybeden yarışmacı tekrar eşitlik durumuna düşemeyeceği için, bu maç sonucunda eşit

sayıdaki yarışmacıların sayısı mutlaka azalır ve prosedürün sonunda da tüm yarışmacılar kesin sıralı olur.

Uygulamada karar verilecek 2. konu ise, grup fikstürlerinin nasıl oluşturulacağıdır. Engelleyen çift kriterlerinin değerlerinin tanımlarına uygun biçimde hesaplanabilmesi için, tüm gruptaki yarışmacılar ranklarına (veya güçlerine) göre sıralanmalı ve o aşamadaki herhangi bir turda, bir gruptaki maç o grupta hangi sıradaki yarışmacı çiftinden oluşuyorsa, diğer gruplarda da aynı sıradaki yarışmacı çiftlerinden oluşmalıdır. Bu sebeple, grup fikstürlerinin deterministik bir prosedürle belirlenmesi gerekir. Bu amaçla, gerçekteki gibi kura prosedürü, rastgelelik olmadan belirli bir sırayla çekilecek şekilde kullanılabilir. Fakat kuralarda, ilk turlarda oynanacak maçlar sonraki turların da oluşumunu etkilemektedir. İlk turda kurada çekilen bir maç, ilerideki bir muhtemelen maçın çekilmesini engelleyebilir. Örneğin, 6 yarışmacılı bir grubun ilk turu $(\{1,2\}, \{3,4\}, \{5,6\})$ olsun. Bu maçlar kura havuzundan çıkartılarak sonraki tur kurası çekildiğinde, ilk maç $\{1,3\}$ ve ikinci maç $\{2,4\}$ gelirse, o turun geri kalan tek maçı daha önce oynandığı için kura geçersiz olur. Bunun yerine, yarışmacılardan birinin sabitlenerek, diğerlerinin dairesel olarak kaydırıldığı, daire yöntemi (ing. circle method) olarak anılan bir prosedür kullanılmıştır (Wikipedia, 2020d). Bu prosedür, Şekil 5.16'da, 6 yarışmacı için görselleştirilmiştir. Her bir turda, üst sıradaki yarışmacılar tam altlarındaki yarışmacılarla maç yaparlar. Sonraki turda, yarışmacı 1 sabit kalacak şekilde yarışmacılar dairesel olarak yer değiştirirler. Gruptaki yarışmacı sayısı g için, $g - 1$ tur sonunda baştaki maçlar tekrar eder. Simülasyon programında, bu prosedür kullanılarak $(1, 2, \dots, g)$ yarışmacı kümesi için sabit bir fikstür oluşturulmuştur. Bir simülasyonun tüm koşumlarında bu sabit fikstür kullanılmış, yarışmacıların grup içindeki sıraları fikstürdeki sıralamayla eşleşecek şekilde grup aşamaları oynatılmıştır.

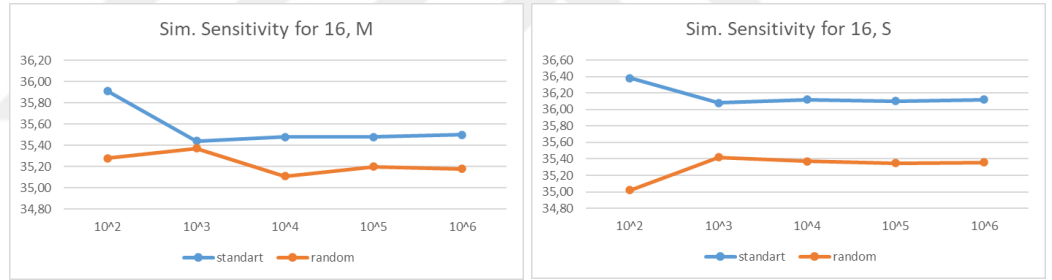


Şekil 5.16 Grup fikstürlerini oluşturmak için kullanılan daire yöntemi

Hesaplanacak tüm değerlerin en az bir ondalık basamak duyarlılığına sahip olması hedeflenmiştir. Buna binaen, simülasyon koşum sayılarının duyarlılığını sınamak için, bir dizi farklı parametre ile test koşumları yapılarak kazanan yarışmacının ortalama güç değerlerindeki değişim kaydedilmiştir. Şekil 5.17, Şekil 5.18 ve Şekil 5.19'da, farklı test gruplarına ait simülasyonların artan koşum

sayılarındaki sonuçları görülmektedir. Yatay referans çizgileri, değerlerdeki 0,2'lik değişimleri göstermektedir. Test grupları, örnek uygulamadaki yapay verilerden çeşitli farklı parametrelere sahip olanları seçilerek oluşturulmuştur. Grafiklerin üst metinlerde, sırasıyla yarışmacı sayısı ve güç profili bilgileri yer almaktadır. Yine, S güçlü, M orta yoğun güç profillerini temsil etmektedir. Orta yoğun profildeki testler tekrar eden grup aşlamaları formatında, güçlü yoğun profildeki testler ise tek eleme formatında gerçekleştirilmiştir. Her iki profil ve format için de standart ve rastgele seribaşı eşlemeleri ayrı iki test grubu olarak belirlenmiştir. Toplamda 3 farklı yarışmacı sayısı, 2 farklı güç profili ve tur formatı, ve 2 farklı seribaşı eşlemesi ile 12 farklı test grubunda duyarlılık incelenmiştir. Grafiklerin yatay eksenlerinde koşum sayıları, dikey eksenlerinde kazananın ortalama güç değerleri yer almaktadır.

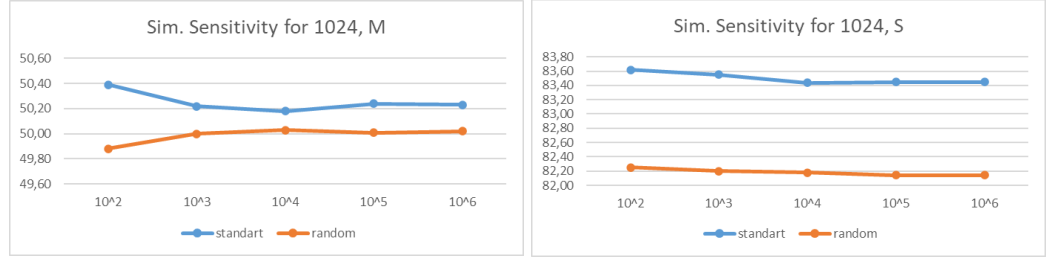
Test sonuçlarına göre kontrol değerinin, 10^4 – 10^5 koşum aralığında beklenen hassasiyet düzeyinde dengelendiği görülmektedir. Yarışmacı sayısı arttıkça dengeye görece erken ulaşıldığı ve güçlü-yoğun profildeki testlerin orta-yoğun profildekilerden biraz daha önce dengelendiği gözlenmiştir.



Şekil 5.17 16 yarışmacı için duyarlılık testlerinin sonuçları

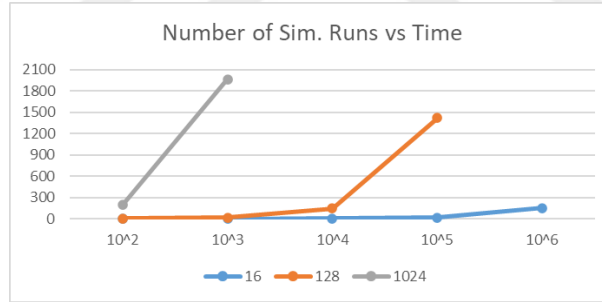


Şekil 5.18 128 yarışmacı için duyarlılık testlerinin sonuçları



Şekil 5.19 1024 yarışmacı için duyarlılık testlerinin sonuçları

Şekil 5.20’de, yapay verilerle tüm kriter değerlerinin hesaplandığı koşumlarda kaydedilen çalışma zamanları verilmiştir. Yatay eksen de koşum sayıları, dikey eksen de saniye cinsinden ortalama çalışma zamanları yer almaktadır. Aynı boyuttaki 3 farklı güç profili için kaydedilen zamanların ortalamaları alınarak elde edilen sonuçlar birlikte gösterilmiştir. Her bir simülasyonun çalışma süresi 1 saat ile sınırlandırılmıştır. Gerçekleştirilen tüm TDS uygulamalarında simülasyonlar, 16 ve daha az yarışmacı için 10⁶, 128 yarışmacı için 10⁵ ve 1024 yarışmacı için 10³ kez koşulmuştur. 128 ve 1024 yarışmacı için koşum sayılarını artırmanın duyarlılığa katkısı çok düşük, zamana etkisi ise çok büyük olduğundan, daha çok koşum yapılmamıştır.



Şekil 5.20 Simülasyonların çalışma zamanları

Simülasyonların doğruluğu ve geçerliliği birkaç yolla sınanmıştır. Önce, kontrol edilebilir büyüklükteki girdiler için, bir maçtaki güçlü yarışmacının daima kazandığı deterministik kazanma matrisi ($WP_{ij} = 1, i > j$) ve eşit kazanma olasılığı matrisi ($WP_{ij} = 0,5$) ile simülasyonlar koşularak çıktılar beklenen sonuçlarla kıyaslanmıştır. Deterministik kazanma matrisindeki değerler kontrollü olarak değiştirilmiş ve yine çıktılar beklentilerle kıyaslanmıştır. Son olarak, yarışmacı sayıları ve güçleri hesaplanan değerler programlama dilinin temel veri tiplerinde desteklediği değer aralıklarında kalacak şekilde artırılarak, kriter değerleri ve formatlar arasındaki oranın korunup korunmadığı sınanmıştır.

5.4 Tartışma

Önerilen kriterlerin bazıları, turnuva boyunca oynanan turların ve maçların arasındaki dengeyi ölçerek, bazıları da, önceki araştırmalarda ele alınmadık biçimde yarışmacıların doğal tercihlerini değerlendirerek doğrudan adalet değerlendirmesine katkıda bulunurlar. Bazı kriterlerin ise, ortalama maç kalitesini veya turnuvanın kestirim gücünü ölçerek dolaylı olarak adalet değerlendirmesine etki ettiği söylenebilir. Ayrıca, uygulamalarda derinlemesine incelenmemiş olsa da, önerilen kriterlerin birbirlerine bağlı değerlendirmeleri yapılarak, yani kriter puanları arasında ilave fonksiyonlar eklenerek de bazı sonuçlar elde edilebilir. Örneğin, yanlış yükselmenin yüksek olması turnuvanın kestirim gücünün düşüklüğünü gösterdiği gibi, daha düşük güçlü yarışmacıların daha iyi bir turnuva geçirme olasılıklarının arttığına da işaret eder. Tahmin edilebilirliğin turnuvanın heyecanını veya güvenilirliğini azalttığını düşünen, ancak yine de en iyi yarışmacıyı seçmeyi isteyen bir turnuvanın düzenleyicileri, aynı anda yanlış yükselme puanının düşük (yani, yanlış yükselmenin görece fazla yaşandığı), kazananın gücünün ise yüksek olduğu turnuva formatlarına avantajlı olacak şekilde puanlama alt sistemini modifiye edebilirler.

Sistem yeni kriter tanımlarına veya mevcut kriterlerin hesaplama yöntemlerinin değiştirilmesine açıktır. Yalnızca adaletin öncelendiği şekilde bir turnuva düzenlemek gerçekçilikten uzak görüldüğü için, turnuvaya özel diğer şartları değerlendirirken adalet ölçütünü dikkate alabilecek böylesi bir sistemin, turnuva formatları arasında seçim yapmak veya geçmiş veriler ile analiz yapmak açısından faydalı olabileceği düşünülmektedir.

Gerçek bir kullanım senaryosunda, formatlar için hesaplanan nicel değerlerin değerlendirilmesi, kıyaslanması ve sonucunda da karar verilmesi için tek seçenek, tabii ki, burada önerilen puanlama alt sistemi değildir. Kriterlerin ağırlıklarının belirlenmesi ve hesaplamalı yöntemlerle karar verme konuları, başlı başına geniş araştırma alanlarıdır (Bohanec, 2009, Bernasconi et. al., 2009). Bu konudaki araştırmalardan hareketle, önerilen TDS modeline uygun yöntemlerin türetilmesi, fayda sağlamaya açık bir çalışma konusudur.

Bu çalışma kapsamında TDS ile ilgili ele alınmayan en önemli konu, sonuçların gerçek değerlendirmelerle ne kadar uyum gösterdiği. Diğer bir deyişle, uygulanan sistemlerin gerçekte ne kadar başarılı olacağı sınıanamamıştır. Bu çalışmanın oldukça uzun sürede ve turnuva düzenleyen profesyoneller ve uzmanlarla işbirliği yapılarak gerçekleştirilebileceği öngörülmektedir. En öncelikli

gelecek çalıřmanın bu olabileceęi dūřūnūlmektedir. Dahası, bu çalıřmada statik olarak tanımlanan sistem, geri bildirimlerle iyileřtirilebilir ve belki de sūrekli olarak gūncellenecek, dinamik bir sistem geliřtirilebilir.



6 SONUÇ

Bu tez çalışmasında, hesaplanabilir ölçütlere göre adil bir turnuva tasarlamının yolu araştırılmıştır. Özel olarak, şu soruların cevapları aranmıştır:

- Bir turnuvanın sağladığı adalet algısı, yarışmacıların rakipleri arasındaki tercihleri dikkate alınarak belirlenebilir ve desteklenebilir mi? Bu anlamda adil bir turnuva nasıl olmalıdır?
- Belirli bir turnuva formatının, yarışmacı tercihlerine dayalı adaletin de dahil olduğu adalet, kestirim gücü, maliyet ve kalite gibi çeşitli özellikleri sayısal olarak nasıl ölçülebilir? Bu sayısal değerler, belirli turnuva formatları ve parametreleri arasında bir tercih yapmak için nasıl kullanılabilir?

Yarışmacı tercihlerine göre adil bir turnuvanın, turnuva boyunca yarışmacılar arasında *kararlı* eşlemeler yapması gerektiğini söyleyen bir kriter önerilmiştir. Bu adalet kriterini sağlamanın çok zor ve hatta bazen imkansız olduğu, teorik ve hesaplamalı analizler ile ortaya konmuştur. Öte yandan, tamamen kararlı bir turnuva düzenlenemeyecek de olsa, bazı turnuva tasarımlarının diğerlerinden bu anlamda daha iyi olduğu gösterilmiştir. Özellikle, sıradışı bir seribaşı eşlemesi olan yakın eşlemenin (örn. 8 yarışmacı için (1,2,3,4,5,6,7,8)) kararlılık kriterine en uygun eşleme olması ilginç bir sonuçtur.

Turnuva düzenleyicinin yalnızca adalet kriterlerini göz önünde bulundurması beklenemez. Turnuva düzenlemek, ekonomik, sosyolojik, coğrafi vb. birçok farklı değişkenin ve kısıtın olduğu bir karar verme sürecini gerektirir. Bu anlamda, daha önce literatürde önerilmiş kriterlerin, onların bazı varyasyonlarının ve yeni bazı hesaplanabilir kriterlerin bir arada değerlendirilebildiği bir değerlendirme sistemi çerçevesi önerilmiştir. Bu çerçevede örnek bir sistem geliştirilerek, NBA Play-off ve TFF Süper Lig gibi önemli spor turnuvaları üzerinde uygulanmıştır.

Uygulama sonuçlarına göre, geliştirilen sistemin anlamlı çıktılar üretebildiği ve turnuva formatları arasında, akla yatkın bir kıyaslama sunduğu söylenebilir. Böylesi bir sistemin sonuçlarını inceleyen turnuva düzenleyicilerinin, daha önce bir takım kriterleri dikkate alarak düzenledikleri turnuvalarda adalet ve diğer kriterleri ne derece etkilediklerini gözlemlmeleri de sağlanabilir. Belki de, düzenleyiciler bu sonuçlara göre kriter önceliklerini gözden geçirmek isteyebilirler.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Anderson, I.**, 1999, Balancing carry-over effects in tournaments, In: F. Holroyd, K. Quinn, C. Rowley, and B. Webb, ed., *Combinatorial Designs and Their Applications*, CRC Research Notes in Mathematics, 1-16pp.
- Annis, D. H. and Wu, S .S.**, 2006, A Comparison of Potential Playoff Systems for NCAA I-A Football, *The American Statistician*, 60(2), 151-157pp.
- Atılgan, C., and Dalkılıç, M. E.**, 2020, Enumerating Possible Seedings in a Knockout Tournament, *5th International Conference on Computer Science and Engineering*, DOI:10.1109/UBMK50275.2020.9219510
- Baumann, R., Matheson, V.A. and Howe., C.A.**, 2010, Anomalies in Tournament Design: The Madness of March Madness, *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, 6(2), Article 4.
- Bhattacharyya, R.**, 2009, A Note on Complexity of Traveling Tournament Problem,
http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2009/12/2480.html,
 (Erişim tarihi: 24 Aralık 2020)
- Bradley, R. A. and Terry, M. E.**, 1952, Rank Analysis of Incomplete Block Designs: I. The Method of Paired Comparisons, *Biometrika*, 39(3/4), 324-345pp.
- Briskorn, D.**, 2008, Feasibility of home-away-pattern sets for roundrobin tournaments, *Operations Research Letters*, 36, 283–284pp.
- Csato, L.**, 2019, A simulation comparison of tournament designs for the World Men's Handball Championships, *Intl. Trans. in Op. Res.*, DOI: 10.1111/itor.12691, 1-25pp.
- Dagaev, D. and Suzdaltsev, A.**, 2018, Competitive intensity and quality maximizing seedings in knock-out tournaments, *Journal of Combinatorial Optimization*, 35, 170-188pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- David, H. A.**, 1959, Tournaments and Paired Comparisons, *Biometrika*, 46(1/2), 139-149pp.
- De Werra D.**, 1980, Geography, games, and graphs, *Discrete Applied Mathematics*, 2, 327-337pp.
- De Werra D.**, 1982, Minimizing irregularities in sports schedules using graph theory, *Discrete Applied Mathematics*, 4, 217-226pp.
- Dyte, D. and Clarke, S. R.**, 2000 A ratings based Poisson model for World Cup soccer simulation, *Journal of the Operational Research Society*, 51, 993-998pp.
- Easton, K., Nemhauser, G., and Trick, M. A.**, 2001, The travelling tournament problem: description and benchmarks, In: Walsh T, ed. Principles and practice of constraint programming, Lecture notes in computer science, Berlin: Springer; 580-585pp.
- Easton, K., Nemhauser, G. L. and Trick M.A.**, 2003, Solving the travelling tournament problem: a combined integer programming and constraint programming approach, In: Burke E, de Causmaecker P, ed, The 4th international conference on the practice and theory of automated timetabling, Lecture notes in computer science, 2740, 100-109pp.
- Elf, M., Junger, M. and Rinaldi, G.**, 2003, Minimizing breaks by maximizing cuts, *Operations Research Letters*, 36, 343–349pp.
- Fishburn, P. G.**, 1973, The Theory of Social Choice, Princeton University Press, 278p.
- Gale, D. and Shapley, L. S.**, 1962, College Admissions and the Stability of Marriage, *The American Mathematical Monthly*, 69(1), 9-15pp.
- Glenn, W. A.**, 1960, A Comparison of the Effectiveness of Tournaments, *Biometrika*, 47(3/4), 253-262pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Gooosens, D., and Spieksma F. C. R,** 2009, The Carryover Effect Does Not Influence Football Results, *Journal of Sports Economics*, 13(3), 288-305pp.
- Gooosens, D., Belien, J. and Spieksma F. C. R,** 2012, Comparing league formats with respect to match importance in Belgian football, *Annals of Operations Research*, 194(1), 223-240pp.
- Groh, C., Moldovanu, B. Sela, A. and Sunde, U.,** 2012, Optimal seedings in elimination tournaments, *Economic Theory*, 49, 59-80pp.
- Guajardo, M. and Jörnsten, K.,** 2017, The Stable Tournament Problem: Matching sports schedules with preferences, *Operations Research Letters*, 45(5), 461-466pp.
- Guedes, A. and Ribeiro, C. C.** 2009, A hybrid heuristic for minimizing weighted carry-over effects in round robin tournaments, *Proceedings of the 4th Multidisciplinary International Conference on Scheduling Theory and Applications*, Dublin, 115-129pp.
- Günneç, D. and Demir E.,** 2019, Fair-fixture: minimizing carry-over effects in football leagues, *Journal of Industrial and Management Optimization*, 15(4), 1565-1577pp.
- Henz, M., Müller, T. and Thiel, S.,** 2004, Global constraints for round robin tournament scheduling, *European Journal of Operational Research*, 153, 92–101pp.
- Horen, J. and Riezman, R.,** 1985, Comparing Draws for Single Elimination Tournaments, *Operations Research*, 33(2), 249-262pp.
- Hwang, F. K.,** 1982, New Concepts in Seeding Knockout Tournaments, *The American Mathematical Monthly*, 89(4), 235-239pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Hwang, F. K., Zong-zhen, L. and Yao, Y. C.,** 1991, Knockout tournament with diluted Bradley-Terry preference schemes, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 28(1), 99-106pp.
- Irving, R. W.,** 1985, An efficient algorithm for the "stable roommates" problem, *Journal of Algorithms*, 6(4), 577-595pp.
- Irving, R. W. and Scott, S.,** 2007, The stable fixtures problem—A many-to-many extension of stable roommates, *Discrete Applied Mathematics*, 155(16), 2118-2129pp.
- Jackson, D. A.,** 1993, Independent trials are a model for disaster, *Applied Statistics*, 42(1), 211-220pp.
- Karpov, A.,** 2016, A new knockout tournament seeding method and its axiomatic justification, *Operations Research Letters*, 44(6), 706-711pp.
- Kendall, G., Knust, S., Ribeiro, C. C. and Urrutia, S.,** 2010, Scheduling in sports: An annotated bibliography, *Computers & Operations Research*, 37, 1-19pp.
- Khelifa, M. and Boughaci, D.,** 2015, A variable neighborhood search method for solving the traveling tournaments problem, *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 47, 157-164pp.
- Khelifa, M. and Boughaci, D.,** 2019, A Cooperative Local Search Method for Solving the Traveling Tournament Problem, *Computing and Informatics*, 37(6), 1386-1410pp
- Koehler, K. J. and Ridpath, H.,** 1982, An application of a biased version of the Bradley-Terry-Luce model to professional basketball results, *Journal of Mathematical Psychology*, 25(3), 187-205pp.
- Loury, G. C.,** 1979, Market structure and innovation, *The Quarterly Journal of Economics*, 93(3), 395-410 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Marchand, E.**, 2002, On the comparison between standard and random knockout tournaments, *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)*, 51(2), 169-178pp.
- McGarry, T. and Schutz, R. W.**, 1997, Efficacy of Traditional Sport Tournament Structures, *The Journal of the Operational Research Society*, 48(1), 65-74pp.
- Melo, R. A. , Urrutia, S. and Ribeiro, C. C.**, 2009, The traveling tournament problem with predefined venues, *Journal of Scheduling*, 12, 607-622pp.
- Miyashiro, R. and Matsui, T.**, 2006, Minimizing the carry-over effects value in a round robin tournament, *Proceedings of the 6th international conference on the practice and theory of automated timetabling, Brno*, 460-463pp.
- Pittel, B. G. and Irving, R. W.**, 1994, An Upper Bound for the Solvability Probability of a Random Stable Roommates Instance, *Random Structures and Algorithms*, 5(3), 465-486pp.
- Post, G. and Woeginger, G.**, 2006, Sports tournaments, home-away assignments, and the break minimization problem, *Discrete Optimization*, 3, 165-173pp.
- Prince, M., Smith, J.C. and Geunes, J.**, 2013, Designing fair 8- and 16-team knockout tournaments, *IMA Journal of Management Mathematics*, 24(3), 321–336pp.
- Rasmussen, R. V. and Trick, M. A.**, 2006, The timetable constrained distance minimization problem, In: Beck J, Smith B. ed. Integration of AI and OR techniques in constraint programming for combinatorial optimization problems. Lecture notes in computer science, 3990, 167-181pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Rasmussen, R. V. and Trick, M. A.**, 2007, A Benders approach for the constrained minimum break problem, *European Journal of Operational Research*, 177, 198-213pp.
- Regin, J-C.**, 2001, Minimization of the number of breaks in sports scheduling problems using constraint programming, In: Freuder E, Wallace R, ed. Constraint programming large scale discrete optimization. DIMACS series in discrete mathematics and theoretical computer science, 57, 115-130pp.
- Ribeiro, C. C. and Urrutia. S.**, 2007, Heuristics for the mirrored traveling tournament problem, *European Journal of Operational Research*, 179, 775-787pp.
- Rosen, S.**, 1986, Prizes and Incentives in Elimination Tournaments, *The American Economic Review*, 76(4), 701-715pp.
- Russell, K. G.**, 1980, Balancing carry-over effects in round robin tournaments, *Biometrika*, 67, 127-131pp.
- Ryan, M.**, 2018, Uncertainty and binary stochastic choice, *Economic Theory* 65, 629-662pp.
- Ryvkin, D. and Ortmann, A.**, 2008, The Predictive Power of Three Prominent Tournament Formats, *Management Science*, 54(3), 492-504pp.
- Ryvkin, D.**, 2009, Tournaments of Weakly Heterogeneous Players, *Journal of Public Economic Theory*, 11(5), 819-855pp.
- Scarf, P.A., Yusof, M. M. and Bilbao, M.**, 2009, A numerical study of designs for sporting contests, *European Journal of Operational Research*, 198(1), 190-198pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Scarf, P.A. and Yusof, M. M.**, 2011, A numerical study of tournament structure and seeding policy for the soccer World Cup Finals, *Statistica Neerlandica*, 65(1), 43-57pp.
- Schwenk, A.J.**, 2000, What is the correct way to seed a knockout tournament?, *The American Mathematical Monthly*, 107(2), 140-150pp.
- Searls, D. T.**, 1963, On the Probability of Winning with Different Tournament Procedures, *Journal of the American Statistical Association*, 58(304), 1064-1081pp.
- Sloane, N. J. A.**, The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, <https://oeis.org/A001147>, (Erişim tarihi: 24 Aralık 2020)
- Stracke R., Höchtl, W., Kerschbamer, R and Sunde, U**, 2015, Incentives and Selection in Promotion Contests: Is It Possible to Kill Two Birds with One Stone? *Managerial and Decision Economics*, 36(5), 275-285pp.
- Thielen, C. and Westphal, S.**, 2011, Complexity of traveling tournament problem, *Theoretical Computer Science*, 412(4-5), 345-351pp.
- Thompson, A., Stringfellow, L., Maclean, M., MacLaren, A. and O’Gorman, K.**, 2015, Puppets of necessity? Celebritisation in structured reality television, *Journal of Marketing Management*, 31(5-6), 478-501 pp.
- Trick, M. A.**, 2003, Integer and constraint programming approaches for round robin tournament scheduling, In: E. Burke and P. de Causmaecker, ed., Practice and Theory of Automated Timetabling IV, Lecture Notes in Computer Science, 2740, 63-77pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Trick., M. A.,** 2005, Formulations and reformulations in integer programming, In: R. Bartak and M. Milano, ed., *Integration of AI and OR Techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimization Problems*, Lecture Notes in Computer Science, 3524, 833-836pp.
- Trick, M. A.,** 2010, “Challenge traveling tournament instances”, <http://mat.tepper.cmu.edu/TOURN/>, (Erişim tarihi: 24 Aralık 2020)
- Tullock, G.,** 1980, *Toward a Theory of the Rent-seeking Society*, Texas A&M University Press, 367p.
- Vu, T. and Y. Shoham,** 2011, Fair seeding in knockout tournaments, *ACM Trans. Intell. Syst. Technol.* 3(1), Article 9.
- Wikipedia,** “2019 Davis Cup”, https://en.wikipedia.org/wiki/2019_Davis_Cup, (Erişim tarihi: 24 Aralık 2020a)
- Wikipedia,** “Normal Distribution”, https://en.wikipedia.org/wiki/Normal_distribution (Erişim tarihi: 24 Aralık 2020b)
- Wikipedia,** “Log-normal Distribution”, https://en.wikipedia.org/wiki/Log-normal_distribution (Erişim tarihi: 24 Aralık 2020c)
- Yusof, M. M, Khalid, R., Sulaiman, T., Hamid, M. S. A., Mansor., R, and Rosli, N. C.,** 2016, E-compare of Soccer Tournament Structures, *International Review of Management and Marketing*, 6(S8) 294-298pp.

TEŞEKKÜR

Tez danışmanım Prof. Dr. Mehmet Emin Dalkılıç'a, öncelikle bana bu tez çalışmasını gerçekleştirme imkanı sağladığı için, teşekkürü borç bilirim. Tez çalışmamın akademik değerini yükseltmek için sunduğu önemli katkıların yanında, takıldığım birçok engeli aşmamı sağlayan tüm destekleri için, ayrıca teşekkür ederim.

Doktora çalışmamda beni maddi olarak destekleyen TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı (BİDEB)'na teşekkürlerimi sunarım.

Hiedemeyeceğim dostlarıma, üzerimde herhangi bir vesileyle emeği olan, Ege Üniversitesi Uluslararası Bilgisayar ve Matematik bölümlerindeki hocalarıma ve okul arkadaşlarıma, Dokuz Eylül Üniversitesi Bilgisayar Bilimleri Bölümü'ndeki hocalarıma ve çalışma arkadaşlarıma içten teşekkürler.

Babama, kendi yaşadığı zorluklara rağmen bana destek olmaya çalıştığı ve benimle gurur duyduğunu sık sık hatırlattığı için, bu satırları okuyamayacak olsa da, teşekkür ederim.

Anneme, beni büyük bir coşkuyla ama koşulsuz sevdiği için minnettarım. Ben, bu tez ile ilgili çalışmalar başta olmak üzere birçok uğraşa dalmışken, benden yalnızca iyi olduğumu duymayı beklediği, ama ona ihtiyacım olduğunda da yanımda bitiverdiği için, kendimi çok şanslı hissediyorum. Bu tezi, ona adıyorum.

ÖZGEÇMİŞ

Can Atılgan, 1988 yılının Ağustos ayında, İzmir’de dünyaya gelmiştir. İlk okuldan lisansüstü eğitimine kadar tüm öğrencilik hayatı, doğduğu şehirde geçmiştir. 2014 yılında Ege Üniversitesi’nin Matematik Lisans programından, 2016’da yine Matematik Yüksek Lisansından mezun olduktan sonra, aynı yıl Uluslararası Bilgisayar Enstitüsünde Doktora Eğitimine başlamıştır.

2016 yılının başından beri Dokuz Eylül Üniversitesi Bilgisayar Bilimleri Bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.



EKLER

Ek 1: Toplu simülasyon sonuçlarının ve kaynak kodlarının paylaşıldığı bulut bağlantısı.



Ek 1: Toplu simülasyon sonuçlarının ve kaynak kodlarının paylaşıldığı bulut bağlantısı.

https://drive.google.com/drive/folders/1AOjDCJNsg-y7wg0mC9DC1lkP_Z3WjuQ5

