



**TALAŞLI İMALATTAKİ TİTREŞİMİN KESİCİ TAKIM ÖMRÜNE
ETKİLERİNİN ANALİZİ**

İbrahim DEMİR

**DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

EYLÜL 2023

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

İbrahim DEMİR

15/09/2023

TALAŞLI İMALATTAKİ TİTREŞİMİN KESİCİ TAKIM ÖMRÜNE ETKİLERİNİN ANALİZİ

(Doktora Tezi)

İbrahim DEMİR

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Eylül 2023

ÖZET

Bu çalışmada talaşlı imalattaki titreşimin kesici takım ömrüne etkisi incelenmiştir. Takım ömrü için yan yüzey aşınmasının temel ölçüt olarak kullanılmasından dolayı titreşim ile yan yüzey aşınması arasında doğrusal olmayan bir bağıntı önerilmiştir. İlgili bağıntıyı da içeren tek serbestlik dereceli sistem için matematik model oluşturulmuştur. Takım ömrüne, kararsız bölgedeki çalışmanın olumsuz etkisi bilinmektedir. Sistemi kararsızlığa sürükleyen etkenlerden biri de takım bağlama uzunluğudur. Takım tutucu için Euler-Bernoulli kiriş teorisine dayanan enine titreşim modeli kurulmuştur. Kritik kararlı kesme bölgesinde, iş parçası dönme hızına göre takım bağlama uzunluğunu belirleyebilecek matematiksel bir fonksiyon bu model aracılığıyla önerilmiştir. Matematik modellerin çözümü için Diferansiyel Dönüşüm Metodu (DTM) kullanılmıştır. Tek serbestlik dereceli sistem Matlab dde23, Simulink ve Simscape Multibody, kiriş sistemi ise Matlab ddesd ve Simscape Multibody programlarında ayrıca modellenmiştir. Farklı kesme derinlikleri, iş parçası hızları ve bağlama uzunlukları için çözümler yapılmıştır. Bu çalışmada oluşturulan tek serbestlik dereceli model, önceki çalışmalarda kullanılan işlem sönüm etkili modelle benzer fiziksel sonuçlar vermiştir. Oluşturulan matematik model sayesinde kesici takımın yan yüzeyindeki aşınmanın, titreşim etkisiyle değişim eğilimi belirlenebilmiştir. Genliğin artması titreşim etkili yan yüzey aşınmasını artırmaktadır. Dolayısıyla da takım ömrü kısalmaktadır. Tek serbestlik dereceli modelde büyük q değerleri daha büyük genlik oluşmasına neden olmaktadır. Ancak titreşim etkili yan yüzey aşınma uzunluğu daha küçük kalmaktadır. Kritik kararlı kesme bölgesinde çalışırken genliğin azalması için bağlama uzunluğu artırılmalı veya azaltılmamalıdır. Genliğin, bağlama uzunluğunu değiştirerek kontrol altına alınması takım ömrünü korumaya yönelik bir adımdır. İş parçasının dönme hızıyla, takım tutucu uzunluğunun tırlama kararlılığına etkisi ayarlanabilmektedir.

Bilim Kodu : 91420

Anahtar Kelimeler : Titreşim, tırlama, kesici takım, yan yüzey aşınması, diferansiyel dönüşüm yöntemi, gecikmeli diferansiyel denklem

Sayfa Adedi : 95

Danışman : Prof. Dr. Nizami AKTÜRK

İkinci Danışman : Doç. Dr. Mustafa Mehmet Fatih KARAHAN

ANALYSIS OF VIBRATION EFFECTS ON TOOL LIFE IN MACHINING

(Ph. D. Thesis)

İbrahim DEMİR

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

September 2023

ABSTRACT

In this study, the effect of vibration on cutting tool life has been investigated in machining. Since the flank wear is used as the main criterion for tool life, a nonlinear relationship between vibration and flank wear has been proposed. A mathematical model has been built for the single degree of freedom system, including the relevant relation. It is known that working in the unstable region has a negative effect on tool life. One of the factors that drives the system to instability is the tool holder length. A transverse vibration model based on Euler-Bernoulli beam theory has been established for the tool holder. In the critical stable cutting region, a mathematical function that can determine the tool holder length with respect to the spindle speed is proposed through this model. Differential Transformation Method (DTM) was used for the solution of the mathematical models. The single degree of freedom system was modeled in Matlab dde23, Simulink and Simscape Multibody, and the beam system was modeled in Matlab ddesd and Simscape Multibody. Analyzes have been made for different cutting depths, spindle speeds and overhang lengths. The single degree of freedom model formed in this study gave similar physical results to the model with process damping effect used in the previous studies. Owing to the mathematical model created, the tendency in the change of the flank wear with the vibration effect could be determined. The increase in amplitude increases the flank wear. Therefore, the cutting tool life is shortened. In the single degree of freedom model, large q values cause greater amplitude. However, the vibration effected flank wear length remains smaller. The tool holder length should be increased or decreased to decrease the amplitude when operating in the critical stable cutting region. Controlling the amplitude with changing the tool holder length is intended to preserve tool life. The effect of the tool holder length on the chatter stability can be adjusted by changing the spindle speed of the workpiece.

Science Code : 91420

Key Words : Vibration, chatter, cutting tool, flank wear, differential transformation method, delayed differential equation

Page Number : 95

Supervisor : Prof. Dr. Nizami AKTÜRK

Co-Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Mustafa Mehmet Fatih KARAHAN

TEŞEKKÜR

Bu tezi hazırlamam sürecinde bağımsız çalışma yeteneği kazanmamı sağlayan ve desteklerini esirgemeyen danışmanlarım Prof. Dr. Nizami AKTÜRK'e ve Doç. Dr. Mustafa Mehmet Fatih KARAHAN'a, Tez İzleme Komitesi (TİK) toplantılarında şahsıma ve çalışmama değer vererek yorumlarını paylaşan komite üyeleri Prof. Dr. Mehmet Arif ADLI'ya ve Prof. Dr. Sadettin ORHAN'a, TİK toplantılarında çalışmamı dinlemek için değerli zamanını ayıran ve yol gösterici yorumlarını esirgemeyen Prof. Dr. Tuncay KARAÇAY'a, 2211-A Yurt İçi Genel Doktora Burs Programı kapsamında destekleyen Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumuna (TÜBİTAK), maddi ve manevi olarak her zaman destekleyen çok değerli aileme teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xiii
1. GİRİŞ.....	1
2. TAKIMIN TEK SERBESTLİK DERECELİ TİTREŞİM MODELİ	25
2.1. Temel Hareket Denklemi	25
2.2. Kesici Takımın Temel Hareket Denklemi	25
2.3. İşlem Sönüm Etkili Hareket Denklemi	26
2.4. Titreşim Etkili Serbest Yüzey Aşınmasını İçeren Hareket Denklemi	26
2.5. Diferansiyel Dönüşüm Metodu	28
2.5.1. Diferansiyel dönüşüm metodunun uygulanması.....	29
3. TAKIM TUTUCU TİTREŞİMİ İÇİN KİRİŞ MODELİ	39
3.1. Temel Hareket Denklemi	39
3.2. Normal Modların Ortogonalliği	42
3.3. Çözüm	44
3.4. Kararlılık	49
3.5. İşlem Sönüm Etkili Temel Hareket Denklemi	52
3.6. İşlem Sönüm Etkili Modelin Kararlılığı	52
4. TARTIŞMA.....	55
4.1. Tek Serbestlik Dereceli Model Benzetimi	55

	Sayfa
4.2. Takım Tutucunun Kiriş Modeli Benzetimi	64
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	79
KAYNAKLAR	81
EKLER.....	89
ÖZGEÇMİŞ.....	95



ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 4.1. Tek serbestlik dereceli sistem modeli için benzetim parametreleri (Altintas ve diğerleri, 2008; Altintas, 2012: 139)	55
Çizelge 4.2. Çeşitli dönüşüm fonksiyon sayıları için Simulink-DTM farkı	63
Çizelge 4.3. Çeşitli benzetim ve örnekleme zamanları için Simulink-DTM farkı	64
Çizelge 4.4. Çeşitli benzetim ve örnekleme zamanları için Simscape Multibody-DTM farkı	64
Çizelge 4.4. Kiriş modeli için benzetim parametreleri (Altintas ve diğerleri, 2008; Altintas, 2012: 138).....	65

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1. Dik ve eğik kesme geometrisi (Altintas, 2012: 5).....	2
Şekil 1.2. Dik kesme kuvvet diyagramı (Altintas, 2012: 7).....	2
Şekil 1.3. Tırlama titreşim modeli	5
Şekil 1.4. Tipik takım aşınma modeli	6
Şekil 1.5. Aşınma kaynaklı kuvvetler (Chinchankar ve Choudhury, 2016).....	6
Şekil 2.1. Serbest yüzey aşınma modeli.....	26
Şekil 2.2. Süreksizlik nedeniyle DTM sonucundaki farklılaşma (Demir ve diğerleri, 2021)	29
Şekil 3.1. Tornalama işlemi	39
Şekil 3.2. Takım tutucunun giriş modeli.....	39
Şekil 4.1. Farklı kesme derinlikleri için yer değişimi-zaman eğrisi ($q=1$, $n=3000$ d/d).....	56
Şekil 4.2. Farklı kesme derinlikleri için yan yüzey aşınma uzunluğu-zaman eğrisi ($q=1$, $n=3000$ d/d)	57
Şekil 4.3. Farklı iş parçası hızları için yer değişimi-zaman eğrisi ($q=1$, $b=0,4$ mm).....	57
Şekil 4.4. Farklı iş parçası hızları için yan yüzey aşınma uzunluğu-zaman eğrisi ($q=1$, $b=0,4$ mm).....	58
Şekil 4.5. Farklı iş parçası hızları için yer değişimi-zaman eğrisi ($q=1$, $b=0,4$ mm).....	59
Şekil 4.6. Farklı iş parçası hızları için yan yüzey aşınma uzunluğu-zaman eğrisi ($q=1$, $b=0,4$ mm).....	59
Şekil 4.7. Farklı modeller için yer değişimi-zaman eğrisi ($q=1$, $b=0,4$ mm, $n=3000$ d/d)	60
Şekil 4.8. Farklı q değerleri için yer değişimi-zaman eğrisi ($b=0,3784$ mm, $n=3000$ d/d)	61
Şekil 4.9. Farklı modeller için yer değişimi-zaman eğrisi ($b=0,3784$ mm, $n=3000$ d/d)	61
Şekil 4.10. Farklı modeller için yer değişimi-zaman eğrisi ($b=0,3784$ mm, $n=3000$ d/d)	62
Şekil 4.11. Farklı modeller için yer değişimi-zaman eğrisi ($b=0,3784$ mm, $n=3000$ d/d)	62

Şekil	Sayfa
Şekil 4.12. Farklı çözüm yöntemleri için yer değişimi-zaman eğrisi ($q=1$, $b=0,4$ mm, $n=3000$ d/d).....	63
Şekil 4.13. Farklı kesme derinlikleri için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi ($L=238$ mm, $n=3000$ d/d)	65
Şekil 4.14. İş parçasının farklı hızları için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi ($L=238$ mm, $b=0,5$ mm).....	66
Şekil 4.15. İş parçasının farklı hızları için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi ($L=238$ mm, $b=0,5$ mm).....	66
Şekil 4.16. Farklı bağlama uzunlukları için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi ($n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm).....	67
Şekil 4.17. Farklı kesme derinlikleri için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi (İşlem sönümlü model, $L=238$ mm, $n=3000$ d/d)	68
Şekil 4.18. İş parçasının farklı hızları için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi (İşlem sönümlü model, $L=238$ mm, $b=0,5$ mm)	68
Şekil 4.19. İş parçasının farklı hızları için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi (İşlem sönümlü model, $L=238$ mm, $b=0,5$ mm)	69
Şekil 4.20. Farklı bağlama uzunlukları için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi zaman eğrisi (İşlem sönümlü model, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm)	69
Şekil 4.21. İşlem sönümlü ve işlem sönümsüz modellerin karşılaştırılması ($L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm)	70
Şekil 4.22. Farklı çözüm yöntemlerinin karşılaştırılması ($L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm).....	71
Şekil 4.23. Farklı çözüm yöntemlerinin karşılaştırılması ($L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm).....	72
Şekil 4.24. Kesme kuvvetinin farklı uygulama şekillerine göre yer değişiminin karşılaştırılması ($L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm, Simscape Multibody)	72
Şekil 4.25. Farklı çözüm yöntemlerinin karşılaştırılması (İşlem sönümlü model, $L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm).....	73
Şekil 4.26. Üç boyutlu takım tutucu titreşimi ($L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm).....	73
Şekil 4.27. Üç boyutlu takım tutucu titreşimi (İşlem sönümlü model, $C_i=1,1 \times 10^6$ N/mm, $L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm)	74
Şekil 4.28. Farklı bağlama uzunlukları için kararlılık eğrileri (SLD).....	75
Şekil 4.29. Farklı kesme derinlikleri için kararlılık eğrileri (SLD)	75

Şekil	Sayfa
Şekil 4.30. Farklı bağlama uzunlukları için kararlılık eğrileri (SLD) (İşlem sönümlü model)	76
Şekil 4.31. Farklı kesme derinlikleri için kararlılık eğrileri (SLD) (İşlem sönümlü model)	77
Şekil 4.32. İşlem sönümlü ve işlem sönümsüz modellerin kararlılık eğrilerinin karşılaştırılması ($L=238$ mm)	78
Şekil 4.33. İşlem sönümlü ve işlem sönümsüz modellerin kararlılık eğrilerinin karşılaştırılması ($b=0,4$ mm)	78



SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler

Açıklamalar

x, y, z	Koordinat eksenleri
γ	Talaş açısı
α	Boşluk açısı
θ	Kayma açısı
β	Ortalama sürtünme açısı
h_0	Talaş kalınlığı, m
F_c	Esas kesme kuvveti, N
F_s	Bileşke kuvvetin kayma düzlemindeki izdüşümü, N
F_x	x doğrultusunda takıma etkiyen kuvvet, N
F_y	y doğrultusunda takıma etkiyen kuvvet, N
A_s	Kayma düzlemi alanı, m ²
b	Kesme derinliği, m
L_s	Kayma düzlemi uzunluğu, m
τ	Kayma gerilmesi, N/m ²
K_x	Teğetsel yöndeki kesme parametresi, N/m ²
K_y	İlerleme yönündeki kesme parametresi, N/m ²
T	İş parçası çevrim süresi, s
VB	Yan yüzey aşınma uzunluğu, m
N_f	Serbest yüzeyde oluşan normal kuvvet, N
HB	Brinell sertlik değeri
d_w	Kesme derinliği, m
h_f	Serbest yüzey temas genişliği, m
κ_r	Kesme kenarı açısı
t	Zaman, s
$f(t)$	t 'ye bağlı fonksiyon
$F(k)$	$f(t)$ 'nin dönüşüm fonksiyonu

Simgeler**Açıklamalar**

$y(t)$	Kesici takımın yer değişimi, m
$y(t-T)$	Kesici takımın bir önceki devirdeki yer değişimi, m
ω_n	Kesici takımın doğal frekansı, rad/s
ξ	Boyutsuz sönüm oranı
k	Takım direngenliği, N/m
VB_d	Dinamik etki altındaki yan yüzey aşınma uzunluğu, m
$G\Delta$	Eksilen parça uzunluğu, m
p	Malzeme özelliği
K_I	Özgül kesme sabiti, N/m ²
y_o	Kesici takımın başlangıç konumu, m
v_o	Kesici takımın başlangıç hızı, m/s
VB_{do}	Başlangıç yan yüzey aşınması, m
T_o	Örnekleme zamanı, s
$Y(k)$	$y(t)$ 'nin DTM fonksiyonu
$W(k)$	Aşınmanın DTM fonksiyonu
N	DTM fonksiyon sayısı
η	Takım tutucunun yapısal sönüm katsayısı, Ns/m ²
I	Takım tutucunun kesit atalet momenti, m ⁴
E	Takım tutucunun elastisite modülü, N/m ²
ρ	Takım tutucunun yoğunluğu, kg/m ³
A	Takım tutucunun kesiti, m ²
K	Özgül kesme basıncı, N/m ²
L_1	Yayıllı yükün sol uca olan başlangıç mesafesi, m
L	Takım tutucu uzunluğu, m
H	Heaviside fonksiyonu
$y(x,t)$	Takım tutucu deplasmanı, m
$f(x)$	Şekil fonksiyonu
$z(t)$	Zaman fonksiyonu
$Z(h)$	Zaman fonksiyonu için DTM fonksiyonu
$G(h)$	$T-T_o$ kadar önceki dönüşüm fonksiyonu
w	Başlangıçtaki yayılı yük, N/m

Simgeler**Açıklamalar**

n	İş parçası devri, d/d
m	Kütle, kg
c	Sönüm katsayısı, Ns/m
C_i	Hıza bağlı kesme kuvvet katsayısı, N/m
$\emptyset R$	İş parçası çapı, m

Kısaltmalar**Açıklamalar**

ANOVA	Analysis of Variance
DDE23	Matlab® fonksiyonu
DDESD	Matlab® fonksiyonu
DTM	Differential Transformation Method
FEA	Finite Element Analysis
FEM	Finite Element Method
MLP	Multi Layer Perceptron
SLD	Stability Lobe Diagram
TMD	Tuned Mass Damper

1. GİRİŞ

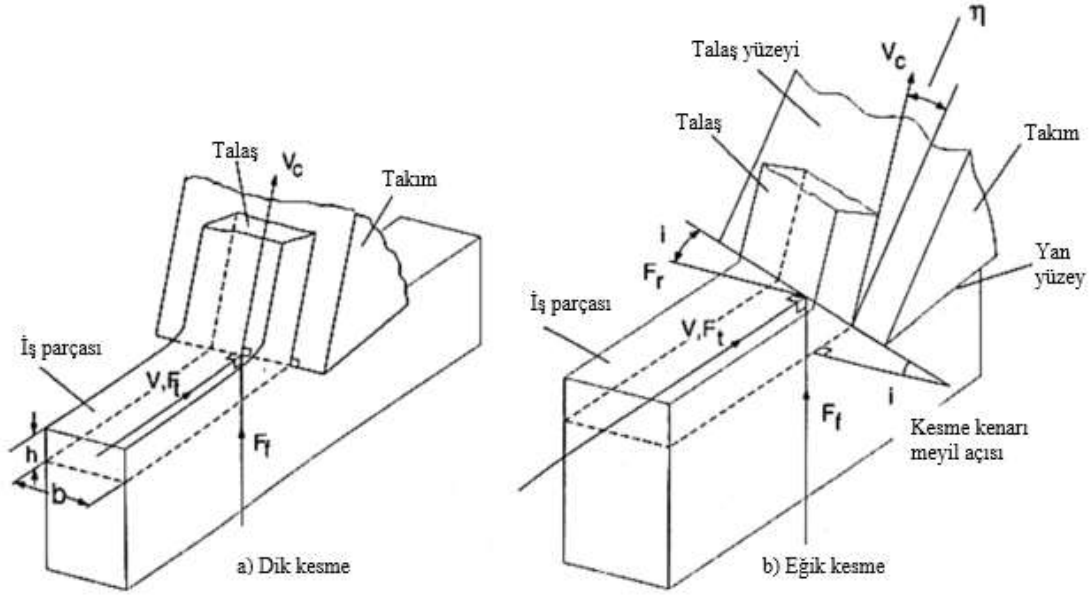
Titreşim, hareketin bir veya daha fazla yön değiştirdiği salınımlardır. Yön değiştirmelerin sıklığı ve yön değiştirmeler arasındaki aralığın büyüklüğü oldukça önemlidir. Olumsuz etkilerinin canlılar üzerinde yarattığı zarar genellikle istenmeyen bir hareket olarak algılanmasına neden olmaktadır. Sistemi, yapısal dayanımının izin verdiği aralığın dışına çıkaracak şekilde, belirli frekans ve genlik ile zorlayan titreşim hareketi istenmez. Ancak çoğu zaman sistem dayanımı için herhangi bir sorun çıkarmasa dahi rahatlık, enerji tüketimi, ömür, üretim kalitesi gibi nedenlerden dolayı titreşim istenmez. Örneğin motorlardaki dengesizliklerin neden olduğu titreşim kesinlikle istenmemektedir. Bu çalışmada titreşim kaynaklı üretim hataları ele alındığından titreşimin istendiği ve faydalı titreşim ilgi alanımızın dışında kalmıştır.

Talaşlı imalat

Talaşlı imalat, istenilen ürünü elde etmek amacıyla bir parçadan (iş parçası) bir alet (kesici takım) yardımıyla malzeme eksilterek (talaş kaldırma) yapılan bir üretim yöntemidir. Talaş kaldırma işlemi iş parçası ile takımın temaslı bağıl (izafi) hareketi neticesinde gerçekleşmektedir. Tornalama, frezeleme, delik delme, vargelleme, planyalama, taşlama gibi değişik yöntemlerle talaşlı imalat yapılmaktadır.

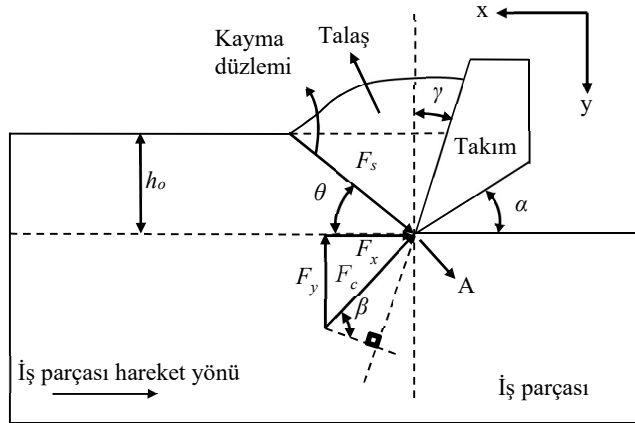
Talaşlı kesme mekaniğinin temelleri

Talaşlı imalatla Şekil 1.1’de verildiği gibi eğik kesme ve dik kesme olmak üzere iki tür metal kesme modeli bulunmaktadır. Şekil 1.2’de verilen dik kesmede takımın esas kesme kenarı (takımın uç noktası olan A noktasından sayfa düzlemine dik kenar) iş parçasının hareket yönü ile (kesme yönü, kesme hız yönü) dik açı yapmaktadır. Eğik kesmede ise bu açı, doksan dereceden küçük olup meyil açısı olarak adlandırılmaktadır. γ , talaş açısını, α , boşluk açısını, θ , kayma açısını, β , ortalama sürtünme açısını, h_0 , talaş kalınlığını, F_c ise esas kesme kuvvetini göstermektedir.



Şekil 1.1. Dik ve eğik kesme geometrisi (Altintas, 2012: 5)

Bugüne kadar yapılmış araştırmalar incelendiğinde mekanik titreşimin talaşlı imalattaki etkileri için oldukça karmaşık modeller gerektiği görülmektedir. Fakat yapılan çalışmaların çoğu en temel kesme modeli olan Şekil 1.2’de gösterilen titreşimsiz (mükemmel) model üzerinden yürütülmektedir.



Şekil 1.2. Dik kesme kuvvet diyagramı (Altintas, 2012: 7)

Şekil 1.2’deki gibi takım kesme kenarının keskin (yuvarlatma olmayan) olduğu ve işlenmiş yüzey ile takım arasında herhangi bir kuvvet oluşmadığı kabul edilmiştir. Takım ucuna etkiyen bileşke kuvvet F_c olarak gösterilsin. Bileşke kuvvetin kayma düzlemindeki izdüşümü F_s ise şu şekildedir.

$$F_s = F_c \cos(\theta + \beta - \gamma) \quad (1.1)$$

x ve y doğrultusundaki takıma etkiyen kuvvet aşağıdaki gibidir.

$$F_x = F_c \cos(\beta - \gamma) \quad (1.2)$$

$$F_y = F_c \sin(\beta - \gamma) \quad (1.3)$$

F_s 'nin tespiti için en temel gerilme-kuvvet denklemi kullanılmıştır. Kayma düzlemi boyunca kayma gerilmesinin düzgün dağılımlı ve sabit olduğu kabul edilmiştir. Kayma düzlemi alanı A_s , kesme derinliği b , kayma düzlemi uzunluğu L_s ve kayma gerilmesi τ şeklinde tanımlanır. Kayma düzleminde oluşan kuvvet Eş. 1.4'de ifade edilmiştir.

$$F_s = \tau A_s \quad (1.4)$$

Kayma düzlemi alanı ise şu şekildedir.

$$A_s = bL_s \quad (1.5)$$

L_s ile talaş kalınlığı olan h_0 arasında aşağıdaki gibi geometrik bir ilişki yazılabilir.

$$L_s = \frac{h_0}{\sin(\theta)} \quad (1.6)$$

Önce Eş. 1.6, Eş. 1.5'de daha sonra elde edilen eşitlik de Eş. 1.4'de yerine yazılırsa Eş. 1.7 elde edilir.

$$F_s = \tau b \frac{h_0}{\sin(\theta)} \quad (1.7)$$

Eş. 1.2'deki F_c , Eş. 1.1'de yerine yazılır. Bulunan yeni eşitlik Eş. 1.7'ye eşit olup F_x eşitliği aşağıdaki şekildedir.

$$F_x = bh_0 \tau \frac{\cos(\beta - \gamma)}{\sin(\theta) \cos(\theta + \beta - \gamma)} \quad (1.8)$$

Benzer şekilde y doğrultusundaki kuvvet aşağıdaki gibidir.

$$F_y = bh_0 \tau \frac{\sin(\beta - \gamma)}{\sin(\theta) \cos(\theta + \beta - \gamma)} \quad (1.9)$$

Eş. 1.8'den teğetsel yöndeki kesme parametresi ve Eş. 1.9'dan ilerleme yönündeki kesme parametresi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$K_x = \tau \frac{\cos(\beta - \gamma)}{\sin(\theta) \cos(\theta + \beta - \gamma)} \quad (1.10)$$

$$K_y = \tau \frac{\sin(\beta - \gamma)}{\sin(\theta) \cos(\theta + \beta - \gamma)} \quad (1.11)$$

Kuvvet ifadeleri de aşağıdaki gibi gösterilir.

$$F_x = bh_0 K_x \quad (1.12)$$

$$F_y = bh_0 K_y \quad (1.13)$$

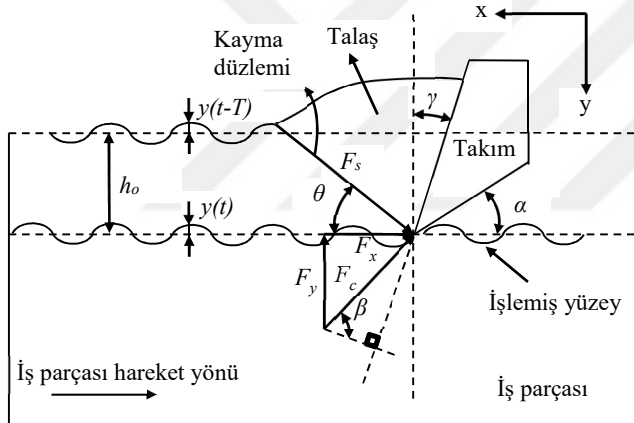
Talaşlı imalat ve titreşim

Üretimin her alanında olduğu gibi talaşlı imalat da mekanik titreşimlerle karşılaşmak kaçınılmazdır. Metal kesme işleminde takım, takım tutucu, iş parçası ve tezgâhın direngenliğinin az olmasından dolayı üç farklı tipte mekanik titreşim meydana gelmektedir. Bunlar serbest, zorlanmış ve kendiliğinden tahrikli (tırlama) titreşimlerdir. Serbest titreşimler bir şok girdisinden kaynaklanır. Zorlanmış titreşimler dişli, yataklar gibi elemanların montajındaki dengesizliklerden kaynaklanır. Kendiliğinden tahrikli titreşimler ise takım ve iş parçası arasındaki kuvvetli bağıl titreşimden kaynaklanmaktadır (Tobias, 1965: 143-338).

Daha karmaşık bir yapısı olan kendiliğinden tahrikli titreşimler birincil ve ikincil tırlama olarak sınıflandırılır. Birincil tırlama takım-iş parçası arasındaki sürtünmeden, ısı etkilerden veya mod bağlaşımından kaynaklanır. İkincil tırlama ise iş parçası üzerinde dalgalı yüzey oluşumundan kaynaklanır. Yenileyici (ikincil) tırlama, takım yapısının en baskın modunun frekansında meydana gelir. Bu mod bir önceki işlenmiş dalgalı yüzeyden dolayı takım iş parçası arasında bağıl harekete sebep olur (Wiercigroch ve Budak, 2001).

Talaşlı işlemede titreşimin temelleri

Talaşlı imalattaki en temel titreşim denklemleri oluşturulurken titreşimsiz kesme modelinden yararlanılmaktadır. Şekil 1.3’de sadece y doğrultusunda gerçekleşen basit bir tırlama titreşim hareketi gösterilmiştir.



Şekil 1.3. Tırlama titreşim modeli

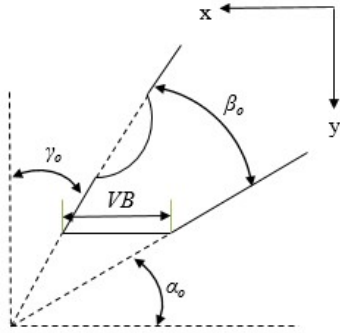
Bu modelde, Tobias’ın dinamik şartlar altında açılardaki değişimi ele aldığı modeldeki gibi titreşim hareketinden dolayı açılarda bir değişiklik olabilecektir (Tobias, 1965: 143-338). Kolaylık sağlaması yönünden takımın yan yüzeyinin iş parçasının işlenmiş yüzeyi ile temas etmediği, değişen bir K parametresinin ya da sabit bir K parametresinin olduğu ve dinamik talaş kalınlığı varsayımıyla Eş. 1.13 aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$F_y = bK_y [h_0 + y(t) - y(t-T)] \quad (1.14)$$

Parantez içindeki ifade dinamik talaş kalınlığını göstermektedir. Söz konusu talaş kalınlığı, takım ucunun bulunduğu konum ve bir önceki devirdeki konum arasındaki malzeme kalınlığı olarak alınır.

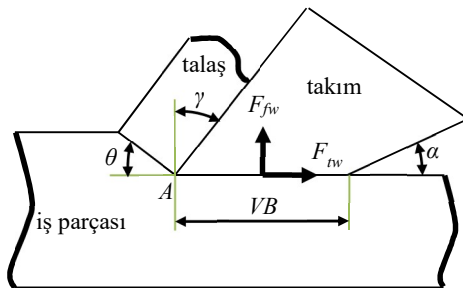
Kesici takım aşınmasının temelleri

Kesici takım aşınması, adhesiv aşınma (kayma düzlemi deformasyonu), abrasiv aşınma (sert parçacıklar), difüzyon aşınması (yüksek sıcaklıklarda), kırılma aşınması (yorulma kaynaklı) şeklinde özetlenebilir (Dimla, 2000).



Şekil 1.4. Tipik takım aşınma modeli

Literatürde kabul edilen yaygın takım aşınma modeli Şekil 1.4’de gösterilmiştir. Burada γ_o , talaş açısı, β_o , takım uç açısı, α_o , boşluk açısıdır ve VB ise serbest (yan) yüzey aşınma uzunluğudur.



Şekil 1.5. Aşınma kaynaklı kuvvetler (Chinchanikar ve Choudhury, 2016)

Şekil 1.5’de görüldüğü gibi aşınma bölgesinde oluşan kayma ve normal gerilmeler, kesme derinliği sabit alındığında, Waldorf ve diğer bazı araştırmacıların kabul ettiği üzere aşınma uzunluğu VB ’ye bağlıdır (Chinchanikar ve Choudhury, 2016; Karpat ve Özel, 2006;

Waldorf, 1996). Waldorf, VB 'nin küçük değerlerinde (elastik değişimin olduğu bölgelerde) bu gerilmelerin polinomsal şekilde olduğunu ileri sürmektedir. Farklı etkenlerin dâhili ile bu polinomsal yapı değişebilmektedir. Astakhov (2004) ise esas kesme kenarının serbest yüzeyinde oluşan normal kuvveti aşağıdaki gibi tanımlamıştır.

$$N_f \approx \frac{HB}{3} \frac{d_w}{\sin \kappa_r} h_f \quad (1.15)$$

Burada HB , Brinell sertliği, d_w , kesme derinliği, h_f , serbest yüzey temas genişliği, κ_r ise dik kesme işleminde değeri 90° olan kesme kenarı açısıdır.

Aşınma yüzeyinde oluşan kuvvet kadar aşınma miktarının anlaşılması da önemlidir. Normal iki yüzey arasındaki aşınma oranları, belirli bir süre için aşınan parçanın ağırlık kaybı hesaplanarak tespit edilebilmektedir (Chowdhury, Khalil, Nuruzzaman ve Rahaman, 2011).

Matematik modelin çözümü

Günümüzde mühendislik problemlerinin çözümü için oluşturulan matematiksel modellerin analitik olarak çözülmesi oldukça zordur. Bundan dolayı çeşitli yarı analitik ve sayısal yöntemler oldukça değerlidir. Bu tez çalışmasında hareket denklemlerinin çözümü için Diferansiyel Dönüşüm Yöntemi kullanılmıştır.

Diferansiyel dönüşüm yönteminin temelleri

Taylor serisi tabanlı olan diferansiyel dönüşüm metodunda, $f(t)$ fonksiyonunun dönüşmüş fonksiyonu $F(k)$, ve ters dönüşüm eşitliği aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$F(k) = \frac{1}{k!} \left[\frac{d^k f(t)}{dt^k} \right]_{t=t_0} \quad f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} F(k) (t-t_0)^k \quad (1.16)$$

En yaygın kullanılan temel DTM teoremleri şu şekildedir (Arikoglu ve Ozkol, 2006a; Zhou, 1986).

$$x(t) = \frac{d^m f(t)}{dt^m} \quad X(k) = \frac{(k+m)! F(k+m)}{k!} \quad (1.17)$$

$$x(t) = f(t)g(t) \quad X(k) = \sum_{l=0}^k F(l)G(k-l) \quad (1.18)$$

$$f(t) = g(t+a) \quad F(k) = \sum_{h_1=k}^N \binom{h_1}{k} a^{h_1-k} G(h_1) \quad (1.19)$$

Talaşlı işleme ile ilgili yapılmış çalışmalar

Tırlamanın bitirilen yüzey üzerine, işlem doğruluğuna ve takım ömrüne kötü etkisi bulunmaktadır (Tobias, 1965:143-338). Tırlama aynı zamanda, ilk kez bilimsel olarak Taylor'un belirttiği gibi işlem üretkenliğini sınırlandırmaktadır (Taylor, 1907).

Altintas ve Budak (1995) talaş kalınlığındaki yenilemeye, zaman değişkenli yönsel faktörlü ve tezgâh yapısı ile etkileşimli dinamik frezelemenin formülasyonuna dayanan bir yöntemle, frezeleme işlemindeki tırlamanın kararlılığını çalışmışlardır. Dinamik frezeleme işlem modeli, zamana bağlı değişen kuvvet katsayılarının Fourier serisine açılımı göz önünde bulundurularak üretilmiştir. Dinamik frezelemenin öz değeri baskın yapısal mod etrafında bir tırlama frekansının seçilmesiyle analitik olarak hesaplanmıştır. Eksenel kesme derinliği her zaman gerçel bir sayıdır. Tırlamanın gerçekleşmediği eksenel kesme derinlikleri ve dönme hızları, takım-iş parçası temas yüzeyinde yapının transfer fonksiyonlarının bir fonksiyonu olarak analitik olarak formüle edilmiştir.

Budak ve Altintas (1998) frezeleme işleminde, tekli frekans hesabıyla dinamik cevaba yönelik kararlılık eğrileri için analitik bir çözüm önermişlerdir. Frezeleme takımı ve iş parçası çok serbestlik dereceli yapılar olarak modellenmiştir. Kesme bölgesindeki dinamik etkileşim, eksenel yöndeki takım ve iş parçası dinamiğindeki değişkenlikler hesaba katılarak modellenmiştir. Bu analitik modelin tahminleri deneysel sonuçlarla ve zaman tanım bölgesi benzetimlerle doğrulanmıştır. Analitik tekli frekans çözümleri çoklu frekans çözümlerine benzer sonuç vermiştir. Analitik çözümlü kararlılık eğrileri (SLD) oldukça uzun zaman tanım bölgesi benzetimlere gerekliliği ortadan kaldırmıştır.

Rao ve Shin (1999) tornalama işlemi için üç boyutlu kapsamlı bir dinamik kesme kuvvet modeli sunmuşlardır. Dinamik kuvvet tahmini, takım ve iş parçasının öbekleşmiş titreşim modeline bağlı olan mekanik kuvvet modeli ile yapılmıştır. Anlık besleme ve kesme derinliğini belirlemek için takım ve iş parçası arasındaki bağıl yer değiştirme kullanılmıştır. Mekanik modele dâhil edilecek olan anlık kuvvet katsayıları belirlenmiştir. Geliştirilen dinamik kuvvet modeli, tornalama işlemindeki büyük kesme derinlikleri için kararlılık sınırını başarılı bir şekilde tahmin etmeyi sağlamıştır. Bu aynı zamanda kesme derinliğinin, takım burun yarıçapına yakın olduğu bitirme tornalama işleminde meydana gelen tırlama durumu için de geçerli olmuştur. Radyal ve eksenel titreşimler arasındaki çapraz bağlaşımın (cross coupling) modellenmesiyle ve işlemin doğrusal olmayan etkenlerinin hesaba katılmasıyla kararlı-kararsız tırlama tahmini yapılabilmektedir. Bilgisayar çözümleri ile deneysel çözümler uyum sağlamıştır.

Altintas ve Engin (2001) uçlu kesici geometrisinin genelleştirilmiş bir modelini çalışmışlardır. Helisel oyuk veya rastgele uçlar boyunca olan kesme kenarı matematiksel olarak modellenmiştir. Kesme kenarı boyunca her bir noktadaki talaş yükü, iş parçası ve kesici takımın yapısal dinamik şekil değişimleri ve frezeleme işleminin rijid cisim kinematiği birleştirilerek tanımlanmıştır. Kesme kenarının bir noktasındaki kesme basıncının üç bileşeni birleştirilmiş, mekanik yaklaşımlar kullanılarak değerlendirilmiştir. İşlemden geçen kesme kenarı boyunca, basınç tümleştirmeyle kesme kuvvetleri, titreşimler, tork, güç ve boyutsal yüzey hataları tahmin edilmiştir. Geometrik değişkenlikler gibi uçlar arasındaki farklılıklar matematik modele dâhil edilmiştir. Bu model parametrik tasarıma ve değişik şekillere izin vermektedir. Buradaki matematik model deneylerle desteklenmiştir. Önerilen yaklaşım endüstride kullanılan değişik frezeleme işlemlerinin tasarımına ve analizine izin vermektedir.

Altintas ve Weck (2004) dinamik kesme ve taşlama işleminin matematik modelini, değişik işlemler için tırlama kararlılık tahminlerini, çevrimdışı (off-line) ve çevrimiçi (on-line) tırlama önleme tekniklerini gözden geçirmişlerdir. Frekans tanım bölgesi ve zaman tanım bölgesi çalışmalar yaygın bir şekilde laboratuvar ve endüstri ortamında başarılı bir biçimde uygulanmıştır. Frekans ve zaman tanım bölgesi benzetimler, kesme işleminin en iyi şekilde planlanması ve takım tasarımının düzeltilmesi için etkili bir araçtır. En temel tırlama titreşim modellerinin kullanılmasıyla metal kesme ve taşlama işlemleri çalışılmıştır. Tek boyutlu ve zamandan bağımsız olan, tek noktalı talaşlı işleme işlemleri için dik tırlama

kararlılık kanununun ve eğrilerinin (SLD) temelleri çalışılmıştır. Frekans tanım bölgesindeki çözümü zorlaştıran doğrusal olmayan etkenler de tartışılmıştır.

Neşeli ve Yıldız (2007) sabit uç yarıçapı, talaş derinliği ve takım sarkma miktarı gibi etmenler göz önünde bulundurularak yapılan silindirik tornalama işlemlerinde, takım geometrisinin, tırlama ve buna bağlı olarak yüzey pürüzlülüğü üzerindeki etkilerini deneysel olarak incelemişlerdir. İş parçası üzerinde oluşan yüzey pürüzlülüğünün, işleme sırasında meydana gelen tırlama titreşimi şiddetiyle orantılı olduğu tespit edilmiştir. Belirli sabit bir yaklaşma açısında, talaş açısının küçültülmesiyle pürüzlülük artış göstermiştir. Yaklaşma açısı artırılarak, aynı değişken talaş açıları ile yapılan deneylerde yüzey pürüzlülüğü daha fazla artış göstermiştir.

Roukema ve Altintas (2007a) eksenel, yanal ve çevresel yönlerde yenileyici titreşimler için bir model önermişlerdir. Bu model kılavuz deliklerin delinmesini, takım bileme hatalarını ve hizasızlıkları kapsamaktadır. Üç boyutlu kesme kuvvet tahmini yapılmış ve deneysel olarak doğrulanmıştır. Savrulma titreşimlerin çözümlenmesi, dip ve duvar yüzeylerinde yüzey oluşumu açıklanmıştır. Delme işlemindeki savrulma titreşimlerin fiziği tartışılmıştır. Önerilen model kullanılarak yaygın görülen savrulma titreşimi kaynaklı delik profil oluşumu ve kesme kuvvetleri araştırılmıştır. Önerilen model aynı zamanda savrulma tırlama ve bileşik savrulma ve çevresel-eksenel titreşimleri tahmin etmek için kullanılmıştır. Takım bileme hatalarına bağlı delik boyutu başarılı şekilde tahmin edilmiştir. Savrulma, çevresel-eksenel titreşimler ve kuvvetler arasındaki etkileşim benzetim yapılarak deneysel olarak da çalışılmıştır. Benzetim kuvvetleri deneysel kesme kuvvetleri ile benzerlik göstermiştir.

Roukema ve Altintas (2007b) dinamik delme işlemi için tüm esneklikleri hesaba katan küresel kararlılık çözümü ortaya koymuşlardır. Yenileyici talaş yükü üzerine savrulma, çevresel ve eksenel titreşimlerin etkisi incelenmiştir. Delme işleminin dinamiği dört kümeli gecikmeli diferansiyel denklemlerle formüle edilmiştir. Kritik radyal kesme derinliği ve mil hızları, delme sisteminin kararlılığını tanımlayan karakteristik denklemin öz değerlerinden bulunmuştur. Savrulma, çevresel ve eksenel titreşimleri hesaba katan bu yöntem, zaman tanım bölgesi benzetim sonuçları ile iyi bir uyum sağlamıştır. Deneyler delme işleminde, çevresel-eksenel tırlamanın baskın ve savrulma tırlamanın baskın olmadığını göstermiştir.

Miguélez, Rubio, Loya ve Fernández-Sáez (2010) tırlama etkisini bastırmak için pasif dinamik titreşim yutuculu delik işlemede kullanılan takım tutucunun hareketini çalışmışlardır. Takım tutucu ankastre Euler-Bernoulli kirişi olarak modellenmiştir. Sönümleyici parametrelerine ve takım tutucu karakteristiğine bağlı olarak iki serbestlik dereceli model için kararlılık çözümlemesi yapılmıştır. Kullanılan titreşim yutucu yöntemi endüstrideki delik işlemeye başarılı şekilde uygulanmıştır.

Turkes, Orak, Neseli ve Yaldiz (2011) tırlama titreşiminin analitik olarak tahmininde, dik kesme yapan bir serbestlik dereceli tornalama modelini ele almışlardır. Kesme işleminin modellenmesi yönlendirilmiş transfer fonksiyonu ve τ ayrışma yöntemiyle yapılmıştır. Sistem kararlılığı, yönlendirilmiş transfer fonksiyonu (oriented transfer function, OTF) ve τ ayrışma tekniğinin Nyquist ölçütüne uygulanması şeklinde araştırılmıştır. Her iki hesap yönteminden elde edilen sonuçlar modal test ve kesme testiyle elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada açıklanan her iki hesaplama formunda, tahmini tırlama frekansı beklendiği gibi sistemin modal analizi sonucunda bulunan doğal frekansından büyük çıkmıştır. Ancak kesme testi sonucuna göre gerçekte bu frekans değerinin, sistemin doğal frekansının altında olduğu saptanmıştır. Hesaplama formlarının her ikisinin de doğrusal bir yapıya sahip olması, bu sonuçları etkileyen bir faktör olarak gösterilmiştir. Tırlama frekansının tahmini için takım tutucunun bağlanma durumu oldukça önemlidir. Bu çalışmada işlem sönümü ve kesme sönümü, takım ucunun burun yarıçapı, takım ucunun keskinliği veya körelmesi, çapak gibi dinamik faktörler hesaba katılmamıştır. Ancak küçük sayılabilecek hata oranlarıyla tırlama frekans tahminleri anlamlı şekilde yapılmıştır.

Kaymakci, Kilic ve Altintas (2012) tornalama, frezeleme, delik büyütme ve delme işlemlerinin tahminine olanak sağlayan birleştirilmiş geometrik, kinematik ve mekanik bir model sunmuşlardır. Önce dik aç dönuşüm modeli kullanılarak talaş yüzeyindeki sürtünme ve normal kesme kuvvetleri modellenmiştir. Değişik kesme işlemlerinin (tornalama, delme, frezeleme) kuvvet tahmini tek bir genelleştirilmiş matematik modelde birleştirilmiştir. Malzeme ve uç geometrisine bağımlı sürtünme ve normal kuvvetler yaygın bir referans eksen takımına dönüştürülmüştür. Çoklu metal kesme işlemleri için kuvvet tahmin yeteneğinin, bu tek birleştirilmiş model üzerinde yapılabildiği ve benzetime elverişli olduğu gösterilmiştir.

Siddhpura ve Paurobally (2012) tornalama işlemi için tırlama titreşim araştırmalarına odaklandığı çalışmada, takım ömrü üzerine tırlama titreşimlerinin etkisini veren analitik bir modele ihtiyaç olduğu sonucuna varmışlardır. G. M. S. Ahmed, H. Ahmed ve Samad (2013) tornalama işlemi için farklı kesme derinliklerinin, farklı bağlama uzunluklarının, farklı kesme hızlarının hesaba katıldığı bir dizi deney gerçekleştirmişlerdir. İşlenmiş yüzeyin pürüzlülüğüne ve kesici takımın ömrüne yönelik tespitlerde bulunmuşlardır. Takım bağlama uzunluğu arttıkça yüzey pürüzlülüğünün arttığını, bağlama uzunluğunun artmasının kesici takım deplasmanının artmasına neden olduğunu belirtmişlerdir.

Khalili ve Danesh (2013) tarafından takım bağlama ve yaygın kullanılan işaret (titreşim) özellikleri arasındaki ilişki çalışılmıştır. Artan takım bağlama uzunluğu ile birlikte titreşim işaretlerinin seviyesi artmaktadır. Takım aşınması için de benzer sonuçlar ortaya çıkmıştır. Li, Song, Hou, Li ve Wen (2013) iş parçasını giriş olarak modelleyip kesme işleminin tırlama analizi konusunda çalışmışlardır. İş parçasının uzunluğunun, yarıçapının, kesici takım sönümünün ve katılığının analitik model üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Zhang ve Guo (2015) tarafından tornalama işlemi için bir mekanistik kesme kuvvet modeli geliştirilmiştir. Kesme kuvvetlerini daha doğru tahmin etmek için kesme kenarı ayrıklaştırılmıştır. Kesme kenarının her bir ayırık bölümü için talaş yükü hesaplanmıştır. Takım köşe yarıçapı ve değişken ilerleme yönleri hesaba katılarak etkili takım açıları yaklaşımı geliştirilmiştir. İş parçasının akma kayma gerilmesi kullanılarak talaş dağılımı, sürtünme açısı, etkili takım açıları, kesme kuvvetleri ve kuvvet yoğunluğu tahmin edilmiştir. Takım kenarındaki kuvvet yoğunluğunun dağılımından kuvvet/güç, takım aşınma/ömür, kesme parametreleri eniyilemesinin tahmini hakkında bilgi elde edilmiştir.

Campocasso, Costes, Fromentin, Bissey-Breton ve Poulachon (2015) kesme kuvvet bilgisi talaşlı imalatla büyük önem arz ettiği için kenar ayrıklaştırma modeli kurmuşlardır. Ana amacı dönüşümleri adım adım ayırmak olan bu çalışma, homojen matris temelinde geometrik bir model sunmaktadır. Bulunan geometrik sonuçlardan, kesici takımların ömür beklentisinin artırılması için tasarımda yararlı olabileceği düşüncesine varılmıştır.

Kilic ve Altintas (2016a) kuvvet, tork, güç, titreşimler, yüzey konum hataları ve tırlama kararlılığını, genelleştirilmiş geometrik modeller kullanarak tahmin etmek için tüm metal kesme işlemlerinin birleştirilmiş modeli üzerinde çalışmışlardır. Kesme kenarları, ayırık elemanların montajlanması şeklinde temsil edilmekte olup kesme kuvvet dağılımı için dik

kesmeden eğik kesmeye dönüşüm kullanılmıştır. Eğer takım-iş parçası dinamiği öbeleştirilmişse genelleştirilmiş sistemin hareket denklemi tek nokta için yazılır fakat takım-iş parçası dinamiği öbeklenmemiş (sürekli) ise hareket denklemi takım-iş parçası temas alanı için elde edilir.

Kilic ve Altintas (2016b) kesme kuvvetlerinin, titreşimlerin ve boyutsal yüzey hatalarının genelleştirilmiş tahmininde kullanılan, katı ve ayarlanabilir uçlu takımların, birleştirilmiş geometrik bir modelini önermektedirler. Bu geometrik model, genelleştirilmiş kesme işlem modellerinde kullanılmak üzere oluşturulmuştur. Kesme kenarı üzerinde tanımlanan diferansiyel kesme elemanının, çeşitli dönme matrisleri ile işlemi sonucunda farklı kesme takım tasarımları elde edilebilmektedir. Talaşlı imalatta değişik kesme işlemleri için çok fazla takım geometrisi mevcuttur. Kesme işlem durumunu tahmin etmek için kesme kenarı boyunca talaş dağılımının modellenmesi gerekmektedir. Katı takımlar ve ayarlanabilir uçlu takımlar için kesme kenarı kesiti boyunca tanjant vektörleri kullanılarak talaş yüzeyi geometrisi tanımlanmıştır. Katı takım geometrisi yarıçap, açısal konum ve kesme kenarı boyunca helis açısı uygulanarak modellenmiştir. Ayarlanabilir kesiciler uç geometrisiyle başlanarak modellenmiştir. Daha sonra uç son yönelim ve konumu veren takım tutucuya yerleştirilmiştir. Geliştirilen bu geometrik model, takım performansını tahmin etmek ve işlem için takımın uygunluğuna karar vermek üzere tasarımcıya yardımcı olmaktadır. Bu genelleştirilmiş geometrik model, tüm metal kesme operasyonlarının mekaniğine ve dinamiğine benzetim yapmak için tasarlanmıştır.

Ozturk, Comak ve Budak (2016) tornalamanın farklı uygulama alanında kararlılık çalışması yapmışlardır. Önce tek bir takım tutuculu iki farklı takımın doğrudan dinamik bağlaşımının var olmasıyla, daha sonra farklı takım tutucularında çalışan iki takımın, iş parçası üzerinden dinamik etkileşiminin var olmasıyla kararlılık analizleri yapılmıştır. Geliştirilen bu modelin, yüksek üretkenlik amacıyla işlem parametrelerinin en iyi kümesini seçmek için kullanılabileceği tavsiye edilmiştir. Dinamik olarak benzer takımların ikili tutucuda kullanılması düşük kararlılığa neden olmuştur. Farklı dinamik özellikli takım tutucular kullanılarak paralel tornalamanın kararlılığı aşamalı olarak artırılabilir.

Beri ve Stepan (2018) teğetsel kuvvetin hesaba katılmasıyla tornalama işleminin kararlılığının değişimi irdelenmiştir. Ram ve Saravanamurugan (2018) tornalama işlemindeki yenilenebilir tırlamanın viskoelastik malzeme kullanımı ile kontrol altına

alınmasına odaklanmışlardır. Oluşturulan kararlılık eğrileri ile ayarlı kütle sönümleyişinin kullanımının kesme derinliğini artırmaya yardımcı olduğu anlaşılmıştır. Sofuoğlu, Çakır, Gürgen, Orak ve Kuşhan (2018) farklı kesme hızları ve bağlama uzunlukları ile yüzey pürüzlülüğünü ölçmüşlerdir. Kesme hızı, işleme tekniği ve bağlama uzunluğu, kesme derinliğini, yüzey pürüzlülüğünü ve kesici takım sıcaklığını etkilemektedir.

Liu, Liu, Song ve Wang (2019) tarafından tırlama frekansına bağımlı sönümleyicili takım tutucunun dinamik davranışı incelenmiştir. Yüksek kesme derinliklerinde tırlama bastırılmıştır. Tang, Akbari, Pouya ve Pashaki (2019) tırlamayı bastırmak için piezoelektrik yama uygulamışlardır. Piezoelektrik yamalar kararlılık bölgesinde ve titreşim genliğini azaltmada oldukça etkili olmuştur. Wu, Song, Liu ve Wang (2019) yayılı kesme kuvveti modeli ile tornalama işleminin kararlılığını incelemişlerdir. Kesme kuvveti takımın talaş yüzeyinde yayılı kuvvet şeklinde modellenmiştir.

Gök, Orak ve Sofuoğlu (2020) tırlama titreşimi üzerine kesici takım malzemesinin etkisini araştırmışlardır. Bağlama uzunluğunun azalması kararlı kesme derinliğinin artmasına olanak sağlar. Allenov, Borisovna, Ghorbani ve Kashyzadeh (2022) takım bağlama uzunluğunun ve kesme derinliğinin titreşim üzerine olan eş zamanlı etkisini incelemişlerdir. Bağlama uzunluğu ve kesme derinliği arttıkça kesici takım yer değişimi de artmaktadır. Bağlama uzunluğunun artması en yüksek titreşim genliğinin artmasına neden olmaktadır. Aynı zamanda kararsız dinamik sistem nedeniyle yüzey pürüzlülüğü de artar.

Ganeshkumar ve diğerleri (2022) kesme derinliğine, kesme hızına, ilerleme miktarına ve kesme kuvvetlerine bağlı regresyon denklemleri oluşturmuşlardır. Titreşim genliği kesme hızı ve derinliği ile güçlü şekilde etkilenmektedir. Tripathi, Das ve Sahil (2022) tırlama titreşimini azaltmak için sonlu elemanlar yöntemi ile tek noktalı takım tutucuyu modellemişlerdir. Hintze, Hinrichs, Rosenthal, Schleinkofer ve Venturini (2023) analitik ve sayısal model tabanlı ayarlı kütle sönümleyici (TMD) tasarlamışlardır. Özellikle yüzey bitirme işlemlerinde TMD kullanılması dinamik kararlılıkla ilgili işlem eniyilemesi için yüksek potansiyel oluşturmaktadır. Talaşlı işlemede büyük bağlama uzunlukları dinamik kararlılık konusunda sorunlar çıkarmaktadır.

Kesici takım aşınması ile ilgili yapılmış çalışmalar

Kesici takımın hasara uğrayarak (aşınarak) ömrünü doldurması kötü işlenmiş yüzeyle, artan titreşimlerle, artan kesme kuvvetleriyle, enerji tüketiminin artmasıyla vb. sonuçlanır. Bundan dolayı takım ömrünü belirlemek ve takım hasarını tahmin etmek zorunludur (Naidu ve Asati, 2014).

Takım aşınmasının talaşlı imalat ekonomisi üzerine büyük etkisi vardır. Takım aşınmasının tahmini talaşlı işlemenin karmaşıklığı yüzünden çok zordur. Takım aşınması talaş ile takım arasındaki ve takım ile iş parçası arasındaki bağlı hareketler nedeniyle oluşur (Li, 2012).

Tırlama olarak adlandırılan kesici takımın şiddetli titreşimi metallerin talaşlı imalat yöntemleri ile işlenmesinde olumsuz bir etkiye neden olmaktadır (Taskesen ve Ercan, 2005). Tırlama titreşiminin kesici takım aşınması üzerinde etkisi bulunmaktadır (Li, 2012).

Lim (1995) kesici takım aşınmasını tespit etmeye çalışmıştır. Kesme şartlarının titreşim işaretleri (sinyal) üzerine etkisini araştırmıştır. Kesme parametreleri aracılığıyla takım ömrünü belirlemeyi denemiştir. Kesme hızının artması takım ömrünü kısaltmıştır. Kesme hızının artmasıyla birlikte titreşim genliği de artmıştır. Chiou ve Liang (1998) tırlama kararlılığı için iki tane kuvvet ele almışlardır. Bunlardan biri, iş parçasının işlenmiş yüzeyi ile kesici takımın yan yüzeyinin teması sonucu oluşan kuvvet, diğer ise kesme kenarında oluşan kesme kuvvetidir. Analitik çıktıları doğrulamak için deneysel analiz de yapmışlardır.

Nosyreva ve Molinari (1998) dik kesme şartları kabulüyle doğrusal olmayan bir kesme modeli üzerinde çalışmışlardır. Ortalama sürtünme katsayısı üzerine kesme hızının etkileri hesaba katılmıştır. Sürtünme, kazma kuvveti, kesme hızı gibi farklı parametrelerin doğrusal ve doğrusal olmayan kararlılık üzerine etkileri araştırılmıştır.

Dimla ve Lister (2000a) kestirimci bakım aracılığıyla takımdaki aşınmayla bağlantısı olan faktörleri ölçmüşlerdir. Kesme hızı ve ilerleme oranındaki artış sonucu statik kuvvet ve takım aşınması yükselmiştir. Genellikle düşük ilerleme oranlarında, aşınmanın artmasıyla birlikte dinamik kuvvette bir yükselme eğilimi gözlenmiş ancak aşınmanın daha da artmasıyla bu yükselme kendini dalgalı bir hale bırakmıştır. Genellikle, düşük ilerleme oranlarında kesme yapılırken, kesme zamanı arttıkça aşınmanın artmasıyla kesme

kuvvetinde çok az bir düşüş gerçekleşmiştir. Takımda aynı anda meydana gelen farklı aşınma modları algılayıcı işaretlerini etkilemiştir. Sonuçlar statik kesme kuvvetinin büyüklüğünün, kesme şartlarına bağlı olduğunu göstermiştir. Düşey yöndeki kuvvetlerin ve titreşim işaretlerinin aşınma üzerinde hassas olduğu tespit edilmiştir. Statik kuvvetin kesme koşullarının değişimine çok hassas olduğu, dinamik kuvvetin ise aşınmanın izlenmesi için uygun olduğu anlaşılmıştır.

Dimla ve Lister (2000b) çok katmanlı algılayıcı (MLP) sinir ağı yapısı kullanarak aşınma üzerine çalışmışlardır. Burada çalışılan aşınma kriteri, sadece serbest yüzey aşınmasına hassas olmayan, aynı zamanda takım malzemesine de hassaslık gösteren bir ağa öncülük etmiştir. Takım aşınma durumlarına karşın MLP sinir ağlarının sınıflandırma yeteneğini test etmek ve alıştırmak yapmak için serbest yüzey ve uç aşınma uzunluğuna karşılık gelen aşınma çizgi değeri ölçülmüş ve kullanılmıştır. Genetik algoritmanın uygulanması sayesinde, en iyi ağ çıkışını üreten değişkenler üzerine korelasyon analizi yapılmıştır.

Choudhury ve Kishore (2000) kesme derinliği, kuvvet oranı, iş parçası çapı ve kesme hızı ile alakalı deneysel bulgulara dayalı, kesici takımın serbest yüzey aşınmasına yönelik model geliştirmişlerdir. İlgili parametrelerin (kesme derinliği, kuvvet oranı, iş parçası çapı ve kesme hızı) artması serbest yüzey aşınmasında da artışa neden olmuştur. Tornalama işleminde, kesici takım aşınması ile titreşim işaretleri (sinyal) arasında bağlantı kurulan analitik bir kestirimci bakım sistemi tavsiye edilmiştir.

Dimla (2002) tornalama işlemi için titreşim işaretleri ile takım aşınmasını ilişkilendirecek analitik bir kestirimci bakım sistemi önermiştir. Zaman ve frekans tanım bölgesinde, deneysel verilere dayalı analiz gerçekleştirilmiştir. Clancy ve Shin (2002) yüzey tornalama işlemi için üç boyutlu mekanistik, frekans tanım bölgesi tırlama modeli sunmuşlardır. Kesme kuvvetleri ve titreşim işaretlerinden yararlanılarak kararlılık sınırları belirlenmiştir. Bu modelde işleme esnasında oluşan kuvvet, kayma kuvveti, aşınma kuvveti ve sönüm kuvveti olarak üçe ayrılmıştır.

Warminski, Litak, Cartmell, Khanin ve Wiercigroch (2003) çoklu zaman ölçekli perturbasyon yöntemine ve en önemli rezonans dışı durum için kapalı form çözümlere dayanan, dik kesme mekaniği temelli yaklaşık çözümler içeren, doğrusal olmayan adi

diferansiyel denklemlerle sonuçlanan model üzerinde çalışmışlardır. Rezonans dışı tırlama titreşimi şartlarının ne yönde değiştiğini göstermek için analiz gerçekleştirmişlerdir.

Choudhury ve Srinivas (2004) kesme hızının, ilerlemenin, kesme genişliğinin aşınmaya bağlı normal kuvvet değişiminin, aşınma katsayısının, kesici takım sertliğinin ve difüzyon katsayısının fonksiyonu olan güvenilir bir aşınma modelini geliştirmeyi hedeflemişlerdir. Geliştirilen teori deneysel olarak da irdelenmiştir. Teori, hacimsel aşınma oranına dayanmaktadır. Artan kesme hızıyla birlikte serbest yüzey aşınması artmıştır. Yüksek hızlarda aşınma hızı artmıştır. Serbest yüzey aşınması, ilerleme miktarı ve kesme derinliği ile hemen hemen doğrusal olarak artmaktadır. İlerleme miktarının etkisi kesme derinliğine göre daha fazla olmuştur. Difüzyon katsayısının artması aşınmayı artırmıştır. Kesme hızının ve difüzyon katsayısının aşınma üzerine etkisi oldukça yüksek gerçekleşmiştir.

Astakhov (2004) amacı takım aşınmasının değerlendirilmesi için farklı metrikleri karşılaştırmak olan çalışmada, en uygun kesme hızının fiziksel arka planını açıklamaya çalışmıştır. Astakhov bu çalışmada boyutsal aşınma oranı, bağıl yüzey aşınması, özgül boyutsal takım ömrü gibi yaklaşımlar kullanarak takım ömrünü aşınma ile ilişkilendirmiştir.

Yen, Söhner, Lilly ve Altan (2004) iş parçası, takım malzeme özellikleri ve ara yüzey şartları ile ilişkilendirilmiş aşamalı takım aşınma şeklinin tahminine sonlu elemanlar yöntemi (FEM) ile odaklanmışlardır. Khamel, Ouelaa ve Bouacha (2012) işlem değişkenlerinin (kesme hızı, kesme derinliği, ilerleme miktarı) takım ömrü, yüzey pürüzlülüğü ve kesme kuvvetleri üzerine etkisini incelemişlerdir. Kullanışlı takım ömrünün kabul edildiği 0,3mm'lik serbest yüzey aşınma uzunluğu için kesme kuvvetleri ve yüzey pürüzlülüğü ölçülmüştür. Varyans analizi (ANOVA) ile işlem değişkenlerinin birleşik etkisi araştırılmıştır. İşlem değişkenleri ile performans karakteristikleri arasındaki ilişki RSM (response surface methodology) ile modellenmiştir.

Serra, Ouahabi ve Rmili (2012) tornalama işleminde toplanan titreşim işaretlerinin analizine dayanarak, kesici takım aşınmasının değerlendirilmesi için bir strateji önermişlerdir. Kesici takımın serbest yüzey aşınmasına ilişkin takım ömrü eğrisi üç bölgeden oluşmaktadır. Bu çalışma söz konusu bölgelerin geçişini otomatik olarak tespit etmek amaçlı gerçekleşmiştir. Zanger ve Schulze (2013) hem deneysel hem de sonlu

elemanlar yöntemi kullanarak takım aşınması üzerine araştırma yapmışlardır. Takım aşınması işlem parametreleri ve takım geometrisi tarafından etkilenmektedir. Bu amaçla eniyileme işlemi takım aşınma analizleri ile desteklenmiştir. Nouri, Fussell, Ziniti ve Linder (2015) frezelemedeki kesme işlemi esnasında, takım aşınmasını izlemek için, kesme şartlarından bağımsız olarak aşınma ile alakalı kuvvet katsayılarının gerçek zamanlı gözlenmesine dayalı bir yöntem tanımlamışlardır.

Taşkesen (2003) iş parçasının bitirilmiş yüzeyi ile kesici takımın yan yüzeyinin teması neticesinde oluşan, doğrusal olmayan sönümlemeye sebep olan kazma kuvvetinin de düşünülmesiyle tek ve çok serbestlik dereceli teorik tırlama analizleri yapmıştır.

Orhan, Er, Camuşcu ve Aslan (2007) takım aşınmasının titreşim ile bağlantısını frezeleme işlemi için araştırmışlardır. Kesici takımın aşınmasıyla titreşim genliğinde artışın meydana geldiğini deneysel olarak gözlemlemişlerdir. Rao, Murthy ve Rao (2014) deneysel çıktıları yapay sinir ağı yöntemiyle işleyerek kesici takımdaki aşınmayı, titreşimi ve iş parçasının işlenmiş yüzeyindeki pürüzlülüğü araştırmışlardır. Prasad ve Babu (2017) bazı matematiksel yöntemleri kullanarak, kesici takım aşınması ile titreşim arasındaki bağlantıya dayanan ampirik ifadeler sunmuşlardır.

Chiou, Chung ve Liang (1995) Coriolis ivmesinin ve kesici takım aşınmasının talaşlı imalattaki kararlılık analizinde nasıl ele alınacağını irdelemişlerdir. Zorlayıcı fonksiyon; temas kuvveti, coriolis kuvveti ve kesme kuvvetinden meydana gelmektedir. Altıntaş, Eynian ve Onozuka (2008) tarafından deneysel verilere dayalı değişken kesme katsayıları ifade edilmiştir. Belirli miktarda aşınmış kesici takımla yapılan deneyler yeni kesici takımla karşılaştırıldığında daha kararlı sonuçlar gözlenmiştir. Dinamik kesme katsayılarının sadece titreşim frekansına, kesme hızına ve malzeme özelliklerine bağlı olmadığı, aynı zamanda kesici takım aşınmasına da bağlı olduğu sonucuna varılmıştır.

Kayhan ve Budak (2009) tırlama titreşimlerinin takım ömrüne olan etkilerini anlamak için deneysel çalışma yapmışlardır. Takım tutucunun dinamik katılımının azalması titreşim genliğini artırmıştır. Tırlama titreşimlerine maruz kalan kesici takımın ömrünün azaldığı sonucuna varmışlardır. Hajikolaie, Moradi, Vossoughi ve Movahhedy (2010) tırlama titreşimini bastırmak için aşınmış takımın da göz önüne alındığı aktif ve pasif kontrol

stratejisi üzerinde çalışmışlardır. Takım aşınması işlem sönümü olarak bilinen pozitif bir sönüm oluşturmaktadır. Aşınmış takım daha kararlı bir davranış göstermiştir.

Siddhpura ve Paurobally (2013) keskin takımın ve belirli miktar aşınmış takımın tornalama işlemindeki kararlılığını karşılaştırmak için kuramsal ve deneysel olarak çalışmalar yürütmüşlerdir. Aşınmış takım ile elde edilen kararlılık sınırı keskin takım ile elde edilen kararlılık sınırında daha yüksek çıkmıştır. Tırlama titreşimlerinin kesici takım ömrünü oldukça azalttığı gözlemlenmiştir. Palmai (2013) doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerden oluşan matematiksel bir model sunmuştur. Bu model, sıcaklığın kesme parametrelerine ve yan yüzey aşınmasına olan etkisini içermektedir.

Ghorbani, Kopilov, Polushin ve Rogov (2018) tarafından titreşimin takım aşınmasına olan etkisi için, koordinatlardaki faz kaymasının hesaba katılmasıyla bir fiziksel model önerilmiştir. Kataoka ve Shamoto (2019) frekans ve genlik kontrollü basit periyodik titreşim üreten alet geliştirmişlerdir. Kesme esnasında titreşimin yan yüzey aşınması üzerindeki etkisi deneysel olarak incelenmiştir. Sabit kesme hızında serbest yüzey aşınması titreşim hızının artışıyla artmıştır.

Diferansiyel dönüşüm yöntemi ile ilgili yapılmış çalışmalar

Diferansiyel dönüşüm metodu (Differential Transform Method, DTM), Taylor serisi tabanlı olarak ilk defa Zhou (1986) tarafından kullanılmıştır. Jang, Chen ve Liy (2000) DTM için uyarlanabilir grid boyut mekanizması kurmuşlardır. Abdel ve Hassan (2002) öz değerleri, öz fonksiyonları elde etmek ve kısmi diferansiyel denklemleri çözmek için DTM'yi önermişlerdir. Üç boyutlu diferansiyel dönüşüm metodu ve bazı temel teoremler Ayaz (2004) tarafından sunulmuştur. Kurnaz ve Oturanç (2005) DTM çözümlerinin doğruluğunu artırmak için değişken grid boyutunu çalışmışlardır.

Literatürde ayrıca integre-diferansiyel denklemleri çözmek için DTM teoremleri tanıtılmış, DTM kullanılarak fark denklemlerine çözüm üretilmiş, diferansiyel-fark denklemlerinin çözümü için DTM ile ilgili teoremler sunulmuş ve DTM'nin integre-diferansiyel ve integral denklem sistemlerine uygulaması yapılmıştır (Arikoglu ve Ozkol, 2005, 2006a, 2006b, 2008).

Momani ve Ertürk (2008) doğrusal olmayan salınımlı sistem çözümünün doğruluğunu iyileştirmek için uyarlanmış DTM tasarlamışlardır. El-Shaded (2008) tarafından doğrusal olmayan salınımlı sistemler için farklı bir DTM tekniği çalışılmıştır. Karakoç ve Bereketoğlu (2009) gecikmeli diferansiyel denklemlerin çözümü için DTM kullanmışlardır. Kuo ve Lo (2009) fiziksel bir sistemin cevabını bulmak için DTM kullanmışlardır. Chen ve Chen (2009) DTM'yi doğrusal olmayan fiziksel bir sistemin çözümüne uyarlamışlardır. Bir diferansiyel denklem sistemi için Laplace dönüşüm yöntemi ile diferansiyel dönüşüm metodu Thongmoon ve Pusjuso (2010) tarafından karşılaştırılmıştır.

Mirzaee (2011) DTM'yi doğrusal ve doğrusal olmayan gecikmeli diferansiyel denklemlerin çözümüne yönelik uygulamıştır. Süngü ve Demir (2012) doğrusal ve doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin çözümü için DTM ile Adomian ayrıştırma yöntemini karşılaştırmışlardır. Rassal diferansiyel denklemleri çözmek için rassal DTM, Villafuerte ve Chen-Charpentier (2012) tarafından geliştirilmiştir.

Gokdogan, Merdan ve Yıldırım (2012) gecikmeli diferansiyel denklemler için DTM ile elde edilen sayısal sonuçları analitik çözüm ile karşılaştırmışlardır. Doğrusal olmayan diferansiyel ve orantılı gecikmeli integre-diferansiyel denklemlerin çözümü için DTM ile alakalı teoremler Šmarda, Diblík ve Khan (2013) tarafından sunulmuştur. Bozdoğan ve Ozturk (2014) ortotropik bir kiriş modelinin serbest titreşim analizini araştırmak için diferansiyel dönüşüm metodunu uygulamışlardır. Tabatabaei ve Gunerhan (2014) DTM aracılığıyla Duffing denklemlerini çözmüşlerdir. Bozdoğan ve Aydın (2016) sürekli sistem olarak modellenmiş multistory yapısının kararlılık analizinde DTM kullanmışlardır.

Benhammouda ve Leal (2016) DTM'den yararlanarak doğrusal olmayan gecikmeli diferansiyel denklemler için analitik bir çözüm teklif etmişlerdir. Rebenda ve Šmarda (2017) tarafından çoklu gecikmeli işlevsel diferansiyel denklemlerin çözümü için DTM yaklaşımı sunulmuştur. Hatami, Ganji ve Sheikholeslami (2017) DTM'nin çeşitli fiziksel problemlere uygulanmasını açıklamışlardır. Demir, Karahan ve Aktürk (2021) kendiliğinden tahrikli kesici takım titreşimi için matematik model önermişlerdir. Matematiksel çözüm için diferansiyel dönüşüm yöntemi kullanmışlardır.

Kesici ucun serbest (yan) yüzeyindeki aşınma miktarı, kesici takım ömrü için belirleyici etkenlerdendir. Takım aşınması neticesinde de takım dinamiğinde ve işleme kalitesinde değişiklikler meydana gelmektedir. Takım dinamiğindeki değişiklikler titreşim olarak gözlemlenmektedir. Kesme işlemindeki tırlama titreşiminin kendiliğinden tahrikli doğası gereği titreşim ve aşınma birbirini etkilemektedir.

Bu tezin amacı serbest yüzeydeki aşınmanın tırlama titreşimine göre değişimini belirlemektir. Bunun için titreşim hızına göre doğrusal veya doğrusal olmayan şekilde değişen aşınma uzunluğu bağıntısı oluşturulmuştur. Kesici takımın serbest yüzeyi ile iş parçasının işlenmiş yüzeyi arasındaki temas sonucunda meydana gelen kuvvet, söz konusu aşınma uzunluğuna bağlı olarak tek serbestlik dereceli modelin hareket denkleminde eklenmiştir.

Önceki çalışmalar incelendiğinde kesici takım aşınmasına yönelik deneysel veya belirli bir sabit aşınma miktarına sahip takımla yapılan teorik ve deneysel araştırmaların olduğu görülmektedir. Bu tezdeki matematik modelde aşınma uzunluğu sabit değildir. Böylece benzetim esnasında kesici uç aşınması sabit kalmayıp gerçek uygulamada olduğu gibi artacaktır. Doğrudan titreşime bağlı olan aşınma miktarı, kesme parametreleri değiştirilerek kontrol altına alınabilecektir. Böylece takım ömrü de korunmuş olacaktır.

Bazı kesme işlemlerinde kesici uç uzun takım tutuculara bağlanabilir. Kesici ucun bağlama uzunluğu talaşlı işlemenin mekaniğine, dolayısıyla da işlem sonucuna etki etmektedir.

Bu tezin bir diğer amacı da takım tutucu için Euler-Bernoulli kiriş teorisine dayanan enine kiriş titreşim modeli oluşturmaktır. Bunun için literatürdeki tek serbestlik dereceli tırlama modellerinde kullanılan zorlama kuvveti yayılı yüke dönüştürülerek hareket denkleminde yer almıştır. İşlem sönüm etkisinin hesaba katıldığı zorlama kuvveti de yayılı yüke dönüştürülerek ayrıca araştırılmıştır. Bunlara ek olarak kritik kararlı çalışma bölgesinde takım tutucu uzunluğunu (takım bağlama uzunluğu) belirleyebilecek matematiksel bir fonksiyon oluşturma işlemi hedeflenmiştir.

Takım tutucu titreşimine yönelik önceki teorik çalışmalarda zorlama kuvveti, yayılı yük yerine tekil yük olarak etki ettirilmektedir. Daha önce yapılmış deneysel çalışmalarda farklı takım bağlama uzunlukları için titreşim genliği incelenmiştir. Literatürde işlem sönüm

etkisi de tek serbestlik dereceli modellerde teorik ve deneysel olarak çalışılmıştır. Önceki çalışmalarda kararlılık çözümlemesi genellikle kesme derinliğinin iş parçası hızına göre değişimini tespit edecek şekilde yapılmaktadır. Bu tezdeki matematik modelde zorlama kuvveti yayılı yük olarak etki ettirilmiştir. Böylece yayılı yük genişliği değiştirilerek kesme derinliği farklı değerler alabilmektedir. Bu tezde bu yaklaşıma ek olarak kesme derinliği sabit alınıp takım tutucu uzunluğunun iş parçası hızına göre değişimini hesaplayabilmek için kararlılık çözümlemesi yapılmıştır. Kesme derinliği ve bağlama uzunluğu takım tutucu için kurulan matematik model üzerinde doğrudan değiştirilerek tırlama deplasman değişimi gözlemlenebilecektir. Takım bağlama uzunluğu ve iş parçası hızı birbirlerine göre değiştirilerek kesme işleminin kararlı bölgede gerçekleşmesi sağlanacaktır.

Bu tezin ikinci bölümünde kesici takım için tek serbestlik dereceli tırlama titreşim modeli oluşturulmuştur. Diferansiyel dönüşüm metodu burada sunulan matematiksel modele uygulanmıştır. Söz konusu matematiksel model, gecikmeli diferansiyel denklemden oluşmaktadır. Çözüm için matris formunda dönüştürülmüş denklem sistemleri kurulmuştur. Doğrusal olmayan terimlerin dönüştürülmüş fonksiyonlarının neden olduğu zorluk, gecikme ve örnekleme zamanları kadar önce bulunmuş dönüşüm fonksiyonlarının kullanılmasıyla aşılmıştır.

Üçüncü bölümde takım tutucu için enine titreşim yapan bir Euler-Bernoulli kiriş modeli oluşturulmuştur. Bu modeldeki kirişin bir ucunun ankastre bağlı, diğer ucunun serbest olduğu kabul edilmiştir. Kesme kuvveti, kesme derinliği kadar yayılı yük olarak serbest uçtan itibaren etki etmektedir. Farklı iş parçası hızları, kesme derinlikleri ve takım bağlama uzunlukları için takım tutucunun dinamik hareketi çözümlenmiştir. Kesme derinliği için ve bağlama uzunluğu için kararlılık işlemleri yapılmıştır. İşlemler hem aşınmamış kesici uçlu takım tutucu için hem de işlem sönüm etkili takım için yapılmıştır. Oluşturulan matematik modelin çözümünde çok ölçekli (adımlı) DTM kullanılmıştır. Çözüm işlemleri ilk üç mod için yapılmıştır. Ancak sistemin birinci mod frekansına yakın şekilde zorlanmasından dolayı benzetim işlemleri için birinci mod çözümü yapılmıştır.

Dördüncü bölümde farklı kesme parametreleri için benzetim işlemi yapılmıştır. Tek serbestlik dereceli model için deplasman-zaman ve dinamik yan yüzey aşınma uzunluğu-zaman değişimleri şekilsel olarak sunulmuştur. Yarı analitik bir yöntem olan diferansiyel dönüşüm metodu (DTM) ile elde edilen sonuçlar, Runge-Kutta tabanlı Simulink®'ten ve

dde23 (Matlab®) fonksiyonundan elde edilen sayısal sonuçlar ile karşılaştırılmıştır ve sonuçların uyum sağladığı görülmüştür. Yine bu bölümde kiriş modeli için serbest uç deplasmanı-zaman, üç boyutlu kiriş-zaman, kesme derinliği-iş parçası hızı ve takım tutucu uzunluğu-iş parçası hızı değişimleri verilmiştir. Matematiksel sonuç karşılaştırma işlemi Matlab® ddesd fonksiyonu ile yapılmıştır. Tek serbestlik dereceli sistem ve kiriş sistemi Simscape Multibody (Matlab®) programında ayrıntıları Ek 2’de yer aldığı gibi ayrıca modellenmiştir. Simscape Multibody sonuçları DTM, Simulink, dde23 ve ddesd sonuçları ile tutarlılık göstermiştir. Hem tek serbestlik dereceli modelin hem de kiriş modelinin fiziksel sonuçlarındaki değişim meyili daha önce yapılmış kuramsal ve deneysel çalışmaların sonuçları ile benzerlik göstermiştir.

Beşinci bölümde ise sonuç ve önerilere yer verilmiştir.



2. TAKIMIN TEK SERBESTLİK DERECELİ TİTREŞİM MODELİ

Kesici takım ömür analizlerinin temel dayanağı takımın malzeme kaybederek (aşınarak) işlem kalitesinin düşmesidir. Genelde belirli aşınma tiplerinde belirli aşınma miktarlarına göre takıma ömür biçilmektedir.

2.1. Temel Hareket Denklemi

Kütle, yay ve sönüm elemanından oluşan en temel tek serbestlik dereceli titreşim modelinin hareket denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_n\dot{y}(t) + \omega_n^2 y(t) = \frac{\omega_n^2}{k} F \quad (2.1)$$

2.2. Kesici Takımın Temel Hareket Denklemi

Kesici takım titreşiminin kütle, yay ve sönüm elemanından oluşacak şekilde modellenmesi esnasında, Eş. 1.14'deki zorlama kuvvetinden, sabit ilerleme miktarına karşılık gelen talaş kalınlığı, statik etki olmasından dolayı çıkarılarak zorlayıcı kuvvet Eş. 2.2'deki gibi elde edilir.

$$F_y = -bK_y [y(t) - y(t-T)] \quad (2.2)$$

Değişken talaş kalınlığı neticesinde, dinamik yüklere maruz kalan, aşınmamış kesici takımın tek serbestlik dereceli titreşim modeli için (Bkz. Şekil 1.2) kullanılan hareket denkleminin en yaygın ifadesi Eş. 2.3'deki gibidir (Altintas, 2012: 132).

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_n\dot{y}(t) + \omega_n^2 y(t) = -b\frac{\omega_n^2}{k} K_y [y(t) - y(t-T)] \quad (2.3)$$

Burada $y(t)$, kesici takımın kesme hızına dik yöndeki yer değişimini, $y(t-T)$, kesici takımın bir önceki devirdeki yer değişimini, b , kesme derinliğini, ω_n , kesici takımın doğal

frekansını, ζ , boyutsuz sönüm oranını, k , takım direngenliğini, K_y , kesme sabitini, T , iş parçası çevrim süresini simgelemektedir.

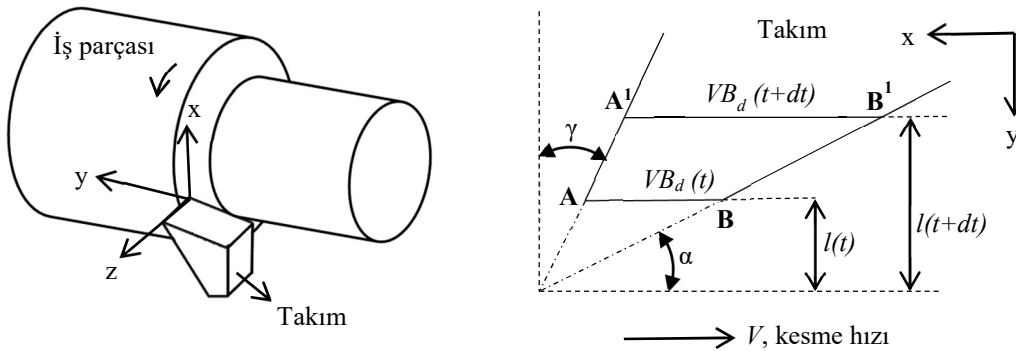
2.3. İşlem Sönüm Etkili Hareket Denklemi

İşlenmiş dalgalı yüzey ile kesici takımın yan yüzeyinin temas ettiği durumlarda işlem sönümü denilen durum ortaya çıkmaktadır. Hız etkili işlem sönümü hareket denkleminde aşağıdaki gibi eklenmektedir (Altintas ve diğerleri, 2008). Burada C_i hız etkili kesme kuvvet katsayısını, V ise kesme hızını belirtmektedir. Eş. 2.3 ve 2.4 bu tezde önerilen hareket denklemi ile karşılaştırma amaçlı kullanılacaktır.

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_n\dot{y}(t) + \omega_n^2 y(t) = -b \frac{\omega_n^2}{k} K_y [y(t) - y(t-T)] - b \frac{\omega_n^2}{k} \frac{C_i}{V} \dot{y}(t) \quad (2.4)$$

2.4. Titreşim Etkili Serbest Yüzey Aşınmasını İçeren Hareket Denklemi

Takım ömrü aşınma ile alakalıdır. Kesici takımın serbest (yan) yüzeyindeki aşınmanın artmasıyla birlikte takımın geometrisinde ve dinamiğinde değişiklikler olmaktadır. Dolayısıyla değişen takım geometrisini yukarıda bulunan kuvvet ifadelerine ilişkilendirmek gerekir. Tüm kesme parametrelerinin işlem süresince sabit kaldığı kabul edilir. Şekil 2.1’de görüleceği gibi kesici takımın serbest yüzeyinin kesme hızına paralel ve ilerleme yönüne dik olarak aşındığı varsayılır.



Şekil 2.1. Serbest yüzey aşınma modeli

Şekil 2.1’den görüldüğü üzere serbest yüzeyin aşınmış uzunluğu olan **AB** kenarı $VB_d(t)$ olarak gösterilir. Aşınma miktarı yükseldikçe **AB** kenarı malzeme kaybından dolayı

uzunluğu $VB_d(t+dt)$ olan $\mathbf{A}^1\mathbf{B}^1$ kenarına dönüşecektir. VB_d ve eksilen parça uzunluğu $G\Delta$ talaş ve boşluk açılarına da bağlı olarak aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$VB_d(t+dt) - VB_d(t) = [l(t+dt) - l(t)] \left(\frac{1}{\tan(\alpha)} - \tan(\gamma) \right) = [l(t+dt) - l(t)] z_1 \quad (2.5)$$

Burada,

$$z_1 = \frac{1}{\tan(\alpha)} - \tan(\gamma) \text{ 'dir.}$$

$$G\Delta(t) = [l(t+dt) - l(t)] \left(\frac{1}{\tan(\alpha)} + \tan(\gamma) \right) = [l(t+dt) - l(t)] z_2 \quad (2.6)$$

Burada,

$$z_2 = \frac{1}{\tan(\alpha)} + \tan(\gamma) \text{ 'dir.}$$

Burada α , γ , l sırasıyla serbest açısı, talaş açısı ve takımın aşınması sonucu serbest yüzeyin aşınma olmadan önceki keskin takım ucundan kesme hızı doğrultusuna dik olan uzaklığıdır. Kesme hızı ile serbest yüzey aşınması ve iki malzeme arasındaki bağıl hız ile aşınma miktarı arasındaki bağlantı için yapılmış deneysel çalışmalarda, aşınma oranı ile kesme hızı arasında hemen hemen doğrusal bir değişim olduğu gözlemlenmiştir (Chowdhury ve Khalil, 2011; Maekawa ve diğerleri, 1989; Zanger ve Schulze, 2013). Kayıp malzeme uzunluğu $G\Delta$ ile titreşim hızı arasında Eş. 2.7'deki gibi bir bağıntı kabul edilmektedir.

$$\frac{G\Delta(t)}{dt} = \left[\frac{l(t+dt) - l(t)}{dt} \right] z_2 = p \left(\frac{dy(t)}{dt} \right)^q \quad (2.7)$$

Burada, p ve q 'nin malzeme özelliklerine göre değişen sabitler olduğu kabul edilmiştir. Serbest yüzeyin sadece titreşim hızının pozitif olduğu durumlarda işlenmiş yüzeyle temasta olacağı düşünülür. Eş. 2.7, Eş. 2.5'de yerine yazılır ve aşağıdaki eşitlik bulunur (Demir ve diğerleri, 2021). Titreşim hızının önündeki $(z_1/z_2)p$ katsayısının yaklaşık tespiti ekte yer almaktadır.

$$VB_d(t+dt) = VB_d(t) + [l(t+dt) - l(t)]z_1 = VB_d(t) + \frac{z_1}{z_2} p dt \left(\frac{dy(t)}{dt} \right)^q \quad (2.8)$$

Kesici takımın aşınması sonucu takımın serbest yüzeyinde bir temas kuvveti meydana gelir. Kesme derinliği b 'nin sabit kaldığı kabul edilerek y doğrultusundaki söz konusu temas kuvveti Eş.1.15'dekine benzer şekilde $b(HB/3)VB_d$ 'dir (Astakhov, 2004). Burada HB , iş parçasının Brinell sertlik değeridir. Önerilen bu temas kuvveti Eş. 2.3'e eklenerek Eş. 2.9 bulunur (Demir ve diğerleri, 2021).

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_n\dot{y}(t) + \omega_n^2 y(t) = -b \frac{\omega_n^2}{k} \left[K_1 [y(t) - y(t-T)] + \frac{HB}{3} VB_d(t) \right] \quad (2.9)$$

Eş. 2.8'in ve 2.9'un daha sade bir görünüm kazanması için $a_1 = 2\xi\omega_n$, $a_2 = \omega_n^2$, $a_3 = b \frac{\omega_n^2}{k} K_1$, $a_4 = b \frac{\omega_n^2}{k} \frac{HB}{3}$, $a_5 = \frac{z_1}{z_2} p$ gibi kısaltmalar kullanılır.

Yapılan bu işlemlerin ardından Eş. 2.10 ve 2.11 gibi iki ana eşitlik şu şekilde ortaya çıkar.

$$\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_2 y(t) = -a_3 [y(t) - y(t-T)] - a_4 VB_d(t) \quad (2.10)$$

$$VB_d(t+dt) = VB_d(t) + a_5 dt \left(\frac{dy(t)}{dt} \right)^q \quad (2.11)$$

Başlangıç şartları olarak Eş. 2.12 kullanılır.

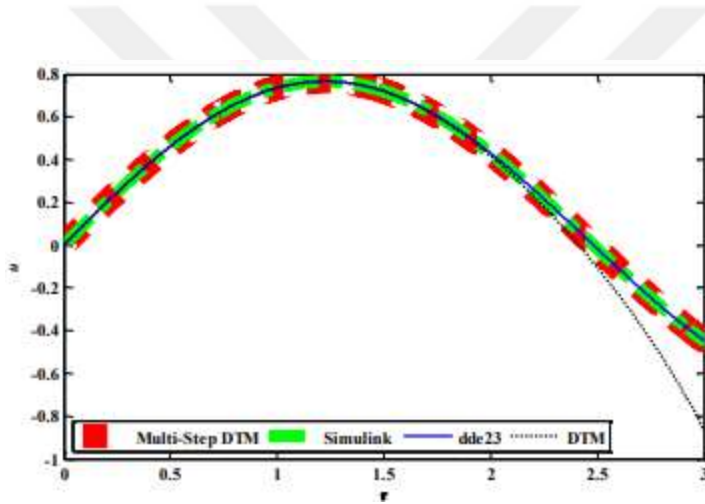
$$y(0) = y_o, \quad \dot{y}(0) = v_o, \quad VB_d(0) = VB_{do} \quad (2.12)$$

2.5. Diferansiyel Dönüşüm Metodu

İlk defa (Zhou, 1986) tarafından elektrik devrelerinin çözümüne yönelik uygulanmış olan Diferansiyel dönüşüm metodunun (DTM) temelinde, Taylor serisindeki türev ifadelerinin türev işlemi yapmadan bulunabilmesi yatmaktadır.

Çok adımlı diferansiyel dönüşüm metodu yüksek doğruluk verdiği için fiziksel uygulamalarda kullanılmaktadır (Hatami ve diğerleri, 2017). Bu tezde, belirli bir t zamanındaki fonksiyon değerini elde etmek için tek bir t_0 değeri ve buna bağlı dönüşüm fonksiyonu kullanmak yerine, $t - t_0 = T_0$ adım aralığı sabit tutularak, her bir adımda farklı t_0 değerleri ve farklı dönüşüm fonksiyonları Eş. 2.13'deki gibi kullanılmıştır (Demir ve diğerleri, 2021). Böylece Şekil 2.2'de gösterildiği gibi süreksizlik durumunda normal DTM'de oluşacak hata giderilmiş olur.

$$F_{t_0}(k) = \frac{1}{k!} \left[\frac{d^k f(t)}{dt^k} \right]_{t=t_0} \quad f(t_{t_0+T_0}) = \sum_{k=0}^{\infty} F_{t_0}(k) T_0^k \quad (2.13)$$



Şekil 2.2. Süreksizlik nedeniyle DTM sonucundaki farklılaşma (Demir ve diğerleri, 2021)

2.5.1. Diferansiyel dönüşüm metodunun uygulanması

2.10 ve 2.11 nolu eşitlikler, q 'nın 1, 2 ve 3'e eşit olduğu durumlar için ele alınmıştır. DTM'nin uygulanmasına yönelik matematiksel işlemler Eş. 2.14-Eş. 2.47 arasında yer almaktadır (Demir ve diğerleri, 2021).

Durum 1

$q=1$ durumu için Eş. 2.10 şeklen aynı kalmakla birlikte Eş. 2.11 aşağıdaki hali alır. dt terimi de benzetim örnekleme zamanı olan T_0 'ya eşit alınır.

$$VB_d(t) = VB_d(t - T_0) + a_5 dt \left(\frac{dy(t - T_0)}{dt} \right)^q \quad (2.14)$$

Birinci bölümde tanıtılan (Arikoglu ve Ozkol, 2006a; Zhou, 1986) temel dönüşümlerden yararlanılarak Eş. 2.10 şu şekilde dönüştürülmüştür.

$$\frac{(k+2)!Y(k+2)}{k!} + a_1 \frac{(k+1)!Y(k+1)}{k!} + (a_2 + a_3)Y(k) - a_3Y(k)_{t_0-T} + a_4W(k) = 0 \quad (2.15)$$

Söz konusu dönüştürülmüş fonksiyonlar her bir adımda yenilenmektedir. Bu dönüştürülmüş eşitlikteki t_0-T alt indis değeri T kadar önceki dönüştürülmüş fonksiyonu ifade etmek için kullanılmıştır. Son eşitlik aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$(k+2)(k+1)Y(k+2) + a_1(k+1)Y(k+1) + (a_2 + a_3)Y(k) - a_3Y(k)_{t_0-T} + a_4W(k) = 0 \quad (2.16)$$

Temel dönüşümler Eş. 2.14'e de uygulanır ve Eş. 2.17 bulunur.

$$W(k) = \sum_{h_1=k}^N \binom{h_1}{k} (-T_0)^{h_1-k} W(h_1) + a_5 T_0 (k+1) \sum_{h_1=k+1}^{N+2} \binom{h_1}{k+1} (-T_0)^{h_1-k-1} Y(h_1) \quad (2.17)$$

Bu eşitliğin sol tarafındaki terim, her bir k değerinde sadeleşeceği için Eş. 2.17, Eş. 2.18 gibi ifade edilir.

$$0 = \sum_{h_1=k+1}^N \binom{h_1}{k} (-T_0)^{h_1-k} W(h_1) + a_5 T_0 (k+1) \sum_{h_1=k+1}^{N+2} \binom{h_1}{k+1} (-T_0)^{h_1-k-1} Y(h_1) \quad (2.18)$$

Eş. 2.16'daki dönüştürülmüş fonksiyonları bulmak için k 'nin 0'dan N 'ye kadar değiştirilmesiyle elde edilen denklem sistemi aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\begin{pmatrix}
(2)(1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
a_1(2) & (3)(2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\
(a_2+a_3) & a_1(3) & (4)(3) & 0 & 0 & 0 \\
0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\
\vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & (a_2+a_3) & a_1(N+1) & (N+2)(N+1)
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
Y(2) \\
Y(3) \\
Y(4) \\
Y(5) \\
\vdots \\
Y(N+2)
\end{pmatrix}
+
\begin{pmatrix}
a_1(1)Y(1) + (a_2+a_3)Y(0) - a_3Y(0)_{t_0-T} + a_4W(0) \\
(a_2+a_3)Y(1) - a_3Y(1)_{t_0-T} \\
-a_3Y(2)_{t_0-T} \\
-a_3Y(3)_{t_0-T} \\
\vdots \\
-a_3Y(N)_{t_0-T}
\end{pmatrix}
+
a_4
\begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
\vdots & \ddots & \ddots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
W(1) \\
W(2) \\
\vdots \\
\vdots \\
W(N)
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
0 \\
0 \\
\vdots \\
\vdots \\
0
\end{pmatrix}
\quad (2.19)$$

Eş. 2.18'deki dönüştürülmüş fonksiyonları bulmak için k 'nin 0'dan $N-1$ 'e kadar değiştirilmesiyle elde edilen denklem sistemi aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\begin{aligned}
& a_5 T_0 \begin{pmatrix} (1) \binom{2}{1} (-T_0)^1 & \cdots & \cdots & \cdots & (1) \binom{N+2}{1} (-T_0)^{N+1} \\ (2) \binom{2}{2} (-T_0)^0 & \cdots & \cdots & \cdots & (2) \binom{N+2}{2} (-T_0)^N \\ 0 & \ddots & \cdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & (N) \binom{N}{N} (-T_0)^0 & \cdots & (N) \binom{N+2}{N} (-T_0)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y(2) \\ Y(3) \\ \vdots \\ \vdots \\ Y(N+1) \\ Y(N+2) \end{pmatrix} + \\
& \begin{pmatrix} \binom{1}{0} (-T_0)^1 & \binom{2}{0} (-T_0)^2 & \cdots & \binom{N}{0} (-T_0)^N \\ 0 & \binom{2}{1} (-T_0)^1 & \cdots & \binom{N}{1} (-T_0)^{N-1} \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \binom{N}{N-1} (-T_0)^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W(1) \\ W(2) \\ \vdots \\ W(N-1) \\ W(N) \end{pmatrix} + \\
& \begin{pmatrix} a_5 T_0 (1) \binom{1}{1} (-T_0)^0 Y(1) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.20)
\end{aligned}$$

Bu son iki matris formundaki denklem sistemi şu şekilde yazılır.

$$A_1 Y + A_2 + A_3 W = 0 \quad (2.21)$$

$$A_4 W + A_5 Y + A_6 = 0 \quad (2.22)$$

Bu son iki denklemden Y ve W aşağıdaki gibi çekilir.

$$Y = \left[A_1 - A_3 (A_4^{-1} A_5) \right]^{-1} \left[-A_2 + A_3 (A_4^{-1} A_6) \right] \quad (2.23)$$

$$W = -A_4^{-1} (A_5 Y + A_6) \quad (2.24)$$

Burada dikkat edilmesi gereken husus Y ve W vektörlerinin içinde $Y(0)$, $Y(1)$, $W(0)$ katsayılarının olmamasıdır. Çünkü bunlar her bir adımdaki ilk değerleri belirtmektedir.

Durum 2

$q=2$ durumu için Eş. 2.10 şeklen aynı kalmaktadır. Eş. 2.14'deki $\dot{y}(t-T_0)^q$ ifadesinin dönüştürülmüş fonksiyonunun belirlenmesi için bazı matematiksel işlemler yapmak gereklidir. DTM uygulanacak fonksiyon $f(t) = \dot{y}(t-T_0)^2$ olsun. Dönüştürülmüş fonksiyonu bulmak için adım adım uygulanacak olan matematiksel işlemler şöyledir.

$y(t-T_0)$ fonksiyonunun dönüştürülmüş fonksiyonu:

$$Y_1(k) = \sum_{h_1=k}^N \binom{h_1}{k} (-T_0)^{h_1-k} Y(h_1) \quad (2.25)$$

$\dot{y}(t-T_0)$ fonksiyonunun dönüştürülmüş fonksiyonu:

$$Y_2(k) = (k+1)Y_1(k+1) \quad (2.26)$$

Eş. 2.25 ve 2.26'dan $Y_2(l)$ ve $Y_2(k-l)$ aşağıdaki gibi bulunur.

$$Y_2(l) = (l+1) \sum_{h_1=l+1}^N \binom{h_1}{l+1} (-T_0)^{h_1-l-1} Y(h_1) \quad (2.27)$$

$$Y_2(k-l) = (k-l+1) \sum_{h_2=k-l+1}^N \binom{h_2}{k-l+1} (-T_0)^{h_2-k+l-1} Y(h_2) \quad (2.28)$$

$f(t)$ fonksiyonunun dönüştürülmüş fonksiyonu teorem gereği $F(k) = \sum_{l=0}^k Y_2(l)Y_2(k-l)$

'dir. Eş. 2.27 ve 2.28'den yararlanılarak $F(k)$ şu şekilde bulunur.

$$F(k) = \sum_{l=0}^k \sum_{h_1=l+1}^N \sum_{h_2=k-l+1}^N (l+1)(k-l+1) \binom{h_1}{l+1} \binom{h_2}{k-l+1} (-T_0)^{h_1+h_2-k-2} Y(h_1)Y(h_2) \quad (2.29)$$

Bu işlemler sonucu, Eş. 2.29 kullanılarak Eş. 2.14'e DTM uygulanırsa aşağıdaki dönüştürülmüş eşitlik bulunur.

$$0 = \sum_{h_1=k+1}^N \binom{h_1}{k} (-T_0)^{h_1-k} W(h_1) + a_5 T_0 \sum_{l=0}^k \sum_{h_1=l+1}^N \sum_{h_2=k-l+1}^N (l+1)(k-l+1) \binom{h_1}{l+1} \binom{h_2}{k-l+1} (-T_0)^{h_1+h_2-k-2} Y(h_1)Y(h_2) \quad (2.30)$$

q 'nın 2 olmasından dolayı bu son eşitlik, Eş. 2.18'den oldukça farklı bir duruma (doğrusal olmayan) dönüştü. Birinci çözümde elde edilen denklem sistemini $q=2$ çözümü için elde etmek oldukça zordur. Bunun yerine $f(t) = \dot{y}(t-T_0)^2$ için bir önceki örnekleme zamanındaki dönüştürülmüş fonksiyon kullanılabilir.

$f(t) = \dot{y}(t-T_0)\dot{y}(t-T_0)$ fonksiyonunun dönüştürülmüş hali aşağıdaki gibidir.

$$F(k) = \sum_{l=0}^k (l+1)(k-l+1) Y_{t-T_0}(l+1) Y_{t-T_0}(k-l+1) \quad (2.31)$$

Böylece Eş. 2.30 şu şekilde dönüştürülür.

$$0 = \sum_{h_1=k+1}^N \binom{h_1}{k} (-T_0)^{h_1-k} W(h_1) + a_5 T_0 \sum_{l=0}^k (l+1)(k-l+1) Y_{t-T_0}(l+1) Y_{t-T_0}(k-l+1) \quad (2.32)$$

Y_{t-T_0} fonksiyonları bir önceki adımda bulunduğu için Eş. 2.32'de bilinmeyen doğrusal olmayan terimler bulunmamaktadır. Böylece Eş. 2.32 için aşağıdaki gibi doğrusal denklem sistemi oluşturabilir.

$$\begin{pmatrix} \binom{1}{0}(-T_0)^1 & \binom{2}{0}(-T_0)^2 & \cdots & \binom{N}{0}(-T_0)^N \\ 0 & \binom{2}{1}(-T_0)^1 & \cdots & \binom{N}{1}(-T_0)^{N-1} \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \binom{N}{N-1}(-T_0)^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W(1) \\ W(2) \\ \vdots \\ W(N-1) \\ W(N) \end{pmatrix} + a_5 T_0 \begin{pmatrix} F(0) \\ F(1) \\ \vdots \\ F(N-2) \\ F(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Birinci çözümdeki Eş. 2.22'nin yerini Eş. 2.34 almaktadır.

$$A_4 W + a_5 T_0 F = 0 \quad (2.34)$$

Eş. 2.34'deki W vektörü Eş. 2.21'de yerine yazılarak Y ve W bulunur.

$$Y = -A_1^{-1} A_2 + a_5 T_0 A_1^{-1} \left[A_3 \left(A_4^{-1} F \right) \right] \quad (2.35)$$

$$W = -a_5 T_0 A_4^{-1} F \quad (2.36)$$

Durum 3

q 'nın 3'e eşit olmasının inceleneceği bu durumda $q=2$ çözümündeki yaklaşım tekrarlanır.

DTM uygulanacak fonksiyon $f(t) = \dot{y}(t - T_0)^3$ olsun.

$y(t - T_0)$ fonksiyonunun dönüştürülmüş fonksiyonu:

$$Y_1(k) = \sum_{h_1=k}^N \binom{h_1}{k} (-T_0)^{h_1-k} Y(h_1) \quad (2.37)$$

$\dot{y}(t - T_0)$ fonksiyonunun dönüştürülmüş fonksiyonu:

$$Y_2(k) = (k+1) Y_1(k+1) \quad (2.38)$$

$h(t) = \dot{y}(t - T_0)^2$ fonksiyonunun dönüştürülmüş fonksiyonu:

$$H(k) = \sum_{l=0}^k Y_2(l) Y_2(k-l) \quad (2.39)$$

$f(t) = \dot{y}(t - T_0)^3$ fonksiyonu $f(t) = h(t) \dot{y}(t - T_0)$ şeklinde ifade edilebilir.

$f(t) = h(t) \dot{y}(t - T_0)$ fonksiyonunun dönüştürülmüş fonksiyonu:

$$F(k) = \sum_{l=0}^k H(l) Y_2(k-l) \quad (2.40)$$

Eş. 2.39'daki $H(k)$ Eş. 2.40'da yerine yazılır.

$$F(k) = \sum_{l=0}^k \sum_{m=0}^l Y_2(m) Y_2(l-m) Y_2(k-l) \quad (2.41)$$

Eş. 2.37 ve 2.38 kullanılarak Eş. 2.38'deki $Y_2(k)$ Eş. 2.41'da kullanılmak üzere aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$Y_2(m) = (m+1) \sum_{h_1=m+1}^N \binom{h_1}{m+1} (-T_0)^{h_1-m-1} Y(h_1) \quad (2.42)$$

$$Y_2(k-l) = (k-l+1) \sum_{h_2=k-l+1}^N \binom{h_2}{k-l+1} (-T_0)^{h_2-k+l-1} Y(h_2) \quad (2.43)$$

$f(t) = \dot{y}(t - T_0)^3$ 'ün dönüştürülmüş fonksiyonu şu şekilde bulunur.

$$\begin{aligned} F(k) &= \sum_{l=0}^k \sum_{m=0}^l \sum_{h_1=m+1}^N \sum_{h_2=l-m+1}^N \sum_{h_3=k-l+1}^N (m+1)(l-m+1)(k-l+1) \\ &\times \binom{h_1}{m+1} \binom{h_2}{l-m+1} \binom{h_3}{k-l+1} (-T_0)^{h_1+h_2+h_3-k-3} Y(h_1) Y(h_2) Y(h_3) \end{aligned} \quad (2.44)$$

İkinci çözümde karşılaşılan aynı sorundan (doğrusal olmayan terimler) dolayı burada da T_0 kadar önceki dönüştürülmüş fonksiyonlar kullanılacaktır. Bunun için işlemler şu sırada yapılır.

$f(t) = \dot{y}(t-T_0)\dot{y}(t-T_0)\dot{y}(t-T_0)$ fonksiyonunun dönüştürülmüş hali Eş. 2.45'deki gibidir.

$$F(k) = \sum_{l=0}^k \sum_{m=0}^l (m+1)(l-m+1)(k-l+1) Y_{t-T_0}(m+1) Y_{t-T_0}(l-m+1) Y_{t-T_0}(k-l+1) \quad (2.45)$$

Eş. 2.14 $q=3$ için şu şekilde ifade edilir.

$$0 = \sum_{h_1=k+1}^N \binom{h_1}{k} (-T_0)^{h_1-k} W(h_1) + a_5 T_0 \sum_{l=0}^k \sum_{m=0}^l (m+1)(l-m+1)(k-l+1) Y_{t-T_0}(m+1) Y_{t-T_0}(l-m+1) Y_{t-T_0}(k-l+1) \quad (2.46)$$

Eş. 2.46'nın doğrusal denklem sistemi bir önceki çözümle aşağıdaki gibi şeklen aynıdır.

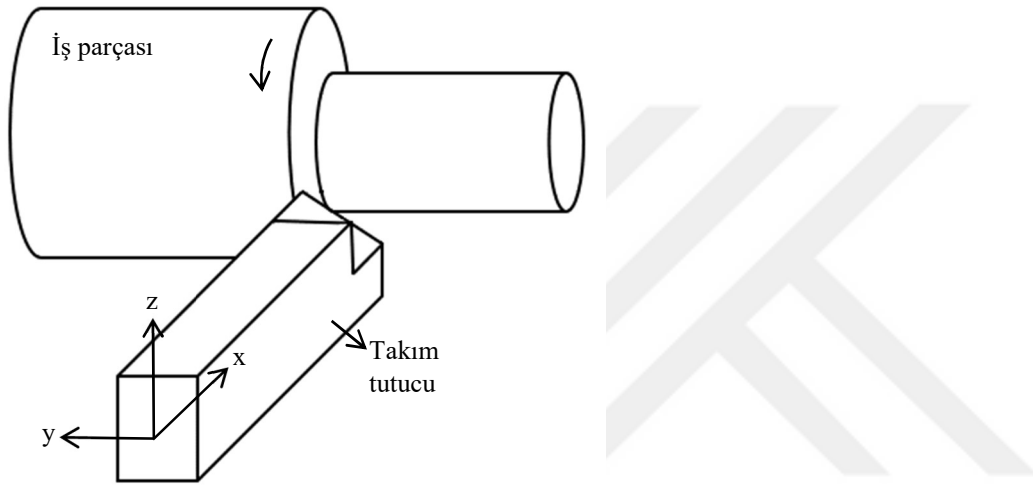
$$A_4 W + a_5 T_0 F = 0 \quad (2.47)$$

Buraya kadar tek serbestlik dereceli modelin matematik denklemleri oluşturulmuştur. Eş. 2.10'un çözümü için Eş. 2.10 ve 2.11, Matlab Simulink® programı ve Matlab® dde23 fonksiyonu ile doğrudan modellenmiştir. Eş. 2.10'a yönelik bir diğer çözüm yöntemi olan Diferansiyel Dönüşüm Metodu, Matlab® programında Eş. 2.23, 2.24, 2.36 ve 2.47 için ayrıca modellenmiştir. Bunlara ek olarak tek serbestlik dereceli sistemin Simscape Multibody modellemesi de yapılmıştır.



3. TAKIM TUTUCU TİTREŞİMİ İÇİN KİRİŞ MODELİ

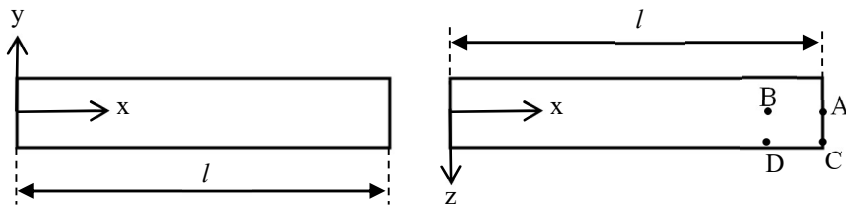
Bölüm 2’de kesici takım titreşimi için kütle, yay ve sönüm elemanından oluşan tek serbestlik dereceli model kullanıldı. Bazı durumlarda kesme işleminin yapılabilmesi için kesici uç uzun bir takım tutucuya bağlanabilmektedir. Bu gibi durumlarda bağlantı uzunluğunun titreşim üzerine etkisi olabilmektedir. Şekil 3.1’de tornalama işlemi için bir model resmedilmiştir.



Şekil 3.1. Tornalama işlemi

3.1. Temel Hareket Denklemi

Kesme işlemi esnasında iş parçası ile kesici uç arasında bir kuvvet oluşmaktadır. Bu kuvvetin dinamik kısmının bileşenlerinden biri Şekil 3.1’de gösterilen koordinat sistemindeki y eksenine doğrudur. Bu kuvvet yayılı yük olarak kabul edilecektir. Söz konusu kuvvet, takım tutucuya xy düzleminde değişken bir esneme hareketi yaptırmaktadır. Şekil 3.2’de takım tutucunun basit kiriş modeli verilmiştir.



Şekil 3.2. Takım tutucunun kiriş modeli

Şekil 3.2’de takım tutucunun sağ tarafı kesici ucun bulunduğu yeri, sol tarafı ise takım tutucunun katere bağlandığı yeri göstermektedir. Bu kiriş modelinde sol ucun katere ankastre bağlı, sağ ucun ise serbest olduğu varsayılacaktır. Takım tutucu üzerine sağ serbest uçtan sola doğru (AB arası) kesme derinliği kadar genişlikte yayılı yük etki etmektedir. Bu yayılı yük dinamik talaş kalınlığı nedeniyle oluşmaktadır. Euler–Bernoulli kiriş teorisine dayanan ve yapısal sönüm etkisinin hesaba katıldığı serbest titreşim denklemi Eş. 3.1’deki gibidir.

$$\eta I \frac{\partial^5 y(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.1)$$

Burada η yapısal sönüm katsayısı, I kesit atalet momenti, E elastisite modülü, ρ yoğunluk ve A kesit olarak ifade edilmiştir. Dış kuvvetin eklenmesi ile elde edilen eşitlik ise şu şekildedir.

$$\eta I \frac{\partial^5 y(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = -K [y(x,t) - y(x,t-T)] H(x-L_1) \quad (3.2)$$

Bu son eşitlikte K özgül kesme basıncını, T iş parçası çevrim süresini, L_1 yayılı yükün sol uca olan başlangıç mesafesini, H ise Heaviside fonksiyonunu belirtmektedir. Sınır şartları şu şekildedir.

Birinci sınır şartı:

$$y(0,t) = 0 \quad (3.3)$$

İkinci sınır şartı:

$$\left. \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (3.4)$$

Üçüncü sınır şartı:

$$EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \bigg|_{x=L} = 0 \quad (3.5)$$

Dördüncü sınır şartı:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] \bigg|_{x=L} = 0 \quad (3.6)$$

Mod şekillerinin bulunması için serbest titreşim denklemi Eş. 3.1'in çözümü konuma ve zamana bağlı iki farklı fonksiyonun çarpımı olarak aşağıdaki gibidir.

$$y(x,t) = f(x)z(t) \quad (3.7)$$

Eş. 3.7'nin türevleri Eş. 3.1'de yerine yazılırsa Eş. 3.8 bulunur.

$$\eta I f^{iv}(x) \dot{z}(t) + EI f^{iv}(x) z(t) + \rho A f(x) \ddot{z}(t) = 0 \quad (3.8)$$

Değişkenleri aynı olan terimler aşağıdaki gibi ayrılır.

$$\frac{f^{iv}(x)}{f(x)} = - \frac{\rho A \ddot{z}(t)}{\eta I \dot{z}(t) + EI z(t)} = \beta^4 \quad (3.9)$$

Eş. 3.9'dan biri zamana diğeri konuma bağlı iki ayrı adi diferansiyel denklem elde edilir.

$$f^{iv}(x) - \beta^4 f(x) = 0 \quad (3.10)$$

$$\ddot{z}(t) + \beta^4 \frac{\eta I}{\rho A} \dot{z}(t) + \beta^4 \frac{EI}{\rho A} z(t) = 0 \quad (3.11)$$

Eş. 3.10'un çözümü şu şekildedir.

$$f(x) = C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x) + C_3 \cosh(\beta x) + C_4 \sinh(\beta x) \quad (3.12)$$

Sınır şartlarından şekil fonksiyonuyla ilgili şu ifadeler bulunur.

$$f(0)=0, \quad f'(0)=0, \quad f''(L)=0, \quad f'''(L)=0 \quad (3.13)$$

Eş. 3.12 yukarıdaki eşitlikler kullanılarak düzenlenir.

$$f(x) = C_1 \left[\cos(\beta x) - \cosh(\beta x) + \frac{\cos(\beta L) + \cosh(\beta L)}{\sin(\beta L) + \sinh(\beta L)} \{ \sinh(\beta x) - \sin(\beta x) \} \right] \quad (3.14)$$

Eş. 3.12 ve Eş. 3.13'den aynı zamanda aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -\cos(\beta L) & -\sin(\beta L) & \cosh(\beta L) & \sinh(\beta L) \\ \sin(\beta L) & -\cos(\beta L) & \sinh(\beta L) & \cosh(\beta L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Yukarıdaki eşitliğin sağlanabilmesi için katsayılar matrisinin determinantının sıfır olması gerekir. Determinant işlemi sonucu elde edilen karakteristik denklem aşağıda verilmiştir.

$$\cos(\beta L) \cosh(\beta L) + 1 = 0 \quad (3.16)$$

3.2. Normal Modların Ortogonalliği

Eş. 3.10'daki şekil fonksiyonu için ortogonalleştirme işlemi yapılır. İlgili eşitlik farklı n ve m modları için aşağıdaki gibi yazılır.

$$f_n^{iv}(x) - \beta_n^4 f_n(x) = 0 \quad (3.17)$$

$$f_m^{iv}(x) - \beta_m^4 f_m(x) = 0 \quad (3.18)$$

Yukarıdaki eşitlikler f_m ve f_n ile çarpılır. Daha sonra giriş boyunca integral alınır.

$$\int_0^L f_n^{IV} f_m dx - \beta_n^4 \int_0^L f_n f_m dx = 0 \quad (3.19)$$

$$\int_0^L f_m^{IV} f_n dx - \beta_m^4 \int_0^L f_m f_n dx = 0 \quad (3.20)$$

Son iki eşitlik sol taraftaki integraller düzenlenerek yeniden yazılır.

$$f_n^{III} f_m \Big|_0^L - \int_0^L f_n^{III} f_m' dx - \beta_n^4 \int_0^L f_n f_m dx = 0 \quad (3.21)$$

$$f_m^{III} f_n \Big|_0^L - \int_0^L f_m^{III} f_n' dx - \beta_m^4 \int_0^L f_m f_n dx = 0 \quad (3.22)$$

Sol taraftaki integraller için aynı işlem tekrarlanır.

$$f_n^{III} f_m \Big|_0^L - f_n^{II} f_m' \Big|_0^L + \int_0^L f_n^{II} f_m'' dx - \beta_n^4 \int_0^L f_n f_m dx = 0 \quad (3.23)$$

$$f_m^{III} f_n \Big|_0^L - f_m^{II} f_n' \Big|_0^L + \int_0^L f_m^{II} f_n'' dx - \beta_m^4 \int_0^L f_m f_n dx = 0 \quad (3.24)$$

Sınır şartları kullanılırsa son iki eşitlik aşağıdaki gibi yazılır.

$$\int_0^L f_n^{II} f_m'' dx - \beta_n^4 \int_0^L f_n f_m dx = 0 \quad (3.25)$$

$$\int_0^L f_m^{II} f_n'' dx - \beta_m^4 \int_0^L f_m f_n dx = 0 \quad (3.26)$$

Eş. 3.25, -1 ile çarpılıp Eş. 3.26 ile toplanır.

$$(\beta_n^4 - \beta_m^4) \int_0^L f_m f_n dx = 0 \quad (3.27)$$

n ve m farklı değerler olduğu için normalizasyon bağıntısı olarak Eş. 3.28 yazılır.

$$\int_0^L f_m f_n dx = 0 \quad (3.28)$$

Ortogonalleştirme işlemi sonucu ise aşağıdaki gibidir.

$$\int_0^L f_m^2 dx = 1 \quad (3.29)$$

3.3. Çözüm

Eş. 3.7 aşağıdaki gibi yeniden yazılır.

$$y(x, t) \approx \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) z_n(t) \quad (3.30)$$

Yukarıdaki eşitlik Eş. 3.2'de yerine yazılır.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\eta I f_n^{IV}(x) \dot{z}_n(t) + E I f_n^{IV}(x) z_n(t) + \rho A f_n(x) \ddot{z}_n(t) \right] = \\ -K \sum_{n=1}^{\infty} \left[f_n(x) z_n(t) - f_n(x) z_n(t-T) \right] H(x-L_1) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Eş. 3.31'in, m modlu özfonksiyon ile çarpıldıktan sonra giriş boyunca integrali alınır.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left\{ \eta I \dot{z}_n(t) + EI z_n(t) \right\} \int_0^L f_n^{iv}(x) f_m(x) dx + \rho A \ddot{z}_n(t) \int_0^L f_n(x) f_m(x) dx \right] =$$

$$-K \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left\{ z_n(t) - z_n(t-T) \right\} \int_{L_1}^L f_n(x) f_m(x) dx \right] \quad (3.32)$$

Eş. 3.19 son eşitlikte yazılıp düzenleme yapılır.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\rho A \ddot{z}_n(t) + \eta I \beta_n^4 \dot{z}_n(t) + EI \beta_n^4 z_n(t) \right] \int_0^L f_n f_m dx =$$

$$-K \sum_{n=1}^{\infty} \left[z_n(t) - z_n(t-T) \right] \int_{L_1}^L f_n f_m dx \quad (3.33)$$

Yukarıdaki eşitliğin sol tarafı n ve m aynı olursa sıfırdan farklıdır.

$$\left[\rho A \ddot{z}_m(t) + \eta I \beta_m^4 \dot{z}_m(t) + EI \beta_m^4 z_m(t) \right] \int_0^L f_m^2 dx = -K \sum_{n=1}^{\infty} \left[z_n(t) - z_n(t-T) \right] \int_{L_1}^L f_n f_m dx \quad (3.34)$$

Eş. 3.34'de soldaki integralin değeri Eş. 3.29 gereği 1'e eşittir. Eşitlik ρA 'ya bölünür.

$$\ddot{z}_m(t) + \frac{\eta I}{\rho A} \beta_m^4 \dot{z}_m(t) + \frac{EI}{\rho A} \beta_m^4 z_m(t) = -\frac{K}{\rho A} \sum_{n=1}^{\infty} \left[z_n(t) - z_n(t-T) \right] \int_{L_1}^L f_n f_m dx \quad (3.35)$$

Eş. 3.35'de daha sade bir görünüm elde etmek için aşağıdaki terimlerden yararlanılır.

$$2\xi\omega_m = \frac{\eta I}{\rho A} \beta_m^4 \quad \omega_m^2 = \frac{EI}{\rho A} \beta_m^4 \quad K_1 = \frac{K}{\rho A} \quad P_{nm} = \int_{L_1}^L f_n f_m dx \quad (3.36)$$

Eş. 3.35 aşağıdaki gibi yazılır.

$$\ddot{z}_m(t) + 2\xi\omega_m \dot{z}_m(t) + \omega_m^2 z_m(t) = -K_1 \sum_{n=1}^{\infty} \left[z_n(t) - z_n(t-T) \right] P_{nm} \quad (3.37)$$

Eş. 3.37 ilk 3 mod için matris biçiminde şu şekildedir.

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} \ddot{z}_1(t) \\ \ddot{z}_2(t) \\ \ddot{z}_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\xi\omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 2\xi\omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2\xi\omega_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{pmatrix} = \\
& -K_1 \begin{pmatrix} P_{11} & P_{21} & P_{31} \\ P_{12} & P_{22} & P_{32} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1(t) - z_1(t-T) \\ z_2(t) - z_2(t-T) \\ z_3(t) - z_3(t-T) \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Yukarıdaki eşitlik aşağıdaki gibi yazılır. Koyu renkler vektör ve matrisleri ifade etmektedir.

$$\ddot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{z}}(t) + \boldsymbol{\omega}^2 \mathbf{z}(t) = -\mathbf{R}[\mathbf{z}(t) - \mathbf{z}(t-T)] \tag{3.39}$$

Eş. 3.37'ye çok ölçekli DTM uygulanır.

$$\begin{aligned}
& \sum_{h=0}^{\infty} (h+2)(h+1)Z_m(h+2)T_o^h + 2\xi\omega_m \sum_{h=0}^{\infty} (h+1)Z_m(h+1)T_o^h + \omega_m^2 \sum_{h=0}^{\infty} Z_m(h)T_o^h = \\
& -K_1 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sum_{h=0}^{\infty} Z_n(h)T_o^h - \sum_{h=0}^{\infty} G_n(h)T_o^h \right] P_{nm}
\end{aligned} \tag{3.40}$$

G_n , $T-T_0$ kadar önceki dönüşüm fonksiyonunu belirtmektedir. T_o sadeleşmesi yapılır.

$$\begin{aligned}
& (h+2)(h+1)Z_m(h+2) + 2\xi\omega_m(h+1)Z_m(h+1) + \omega_m^2 Z_m(h) = \\
& -K_1 \sum_{n=1}^{\infty} [Z_n(h) - G_n(h)] P_{nm}
\end{aligned} \tag{3.41}$$

İlk 3 mod için dönüşüm fonksiyon eşitliği şu şekildedir.

$$\begin{aligned}
& (h+2)(h+1)Z_m(h+2) + 2\xi\omega_m(h+1)Z_m(h+1) + \omega_m^2 Z_m(h) = \\
& -K_1 [Z_1(h) - G_1(h)] P_{1m} - K_1 [Z_2(h) - G_2(h)] P_{2m} - K_1 [Z_3(h) - G_3(h)] P_{3m}
\end{aligned} \tag{3.42}$$

Matris biçiminde düzenlenir.

$$\begin{aligned}
& (h+2)(h+1) \begin{pmatrix} Z_1(h+2) \\ Z_2(h+2) \\ Z_3(h+2) \end{pmatrix} + (h+1) \begin{pmatrix} 2\xi\omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 2\xi\omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2\xi\omega_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(h+1) \\ Z_2(h+1) \\ Z_3(h+1) \end{pmatrix} + \\
& \begin{pmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(h) \\ Z_2(h) \\ Z_3(h) \end{pmatrix} = -K_1 \begin{pmatrix} P_{11} & P_{21} & P_{31} \\ P_{12} & P_{22} & P_{32} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(h) - G_1(h) \\ Z_2(h) - G_2(h) \\ Z_3(h) - G_3(h) \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.43}$$

Koyu renkler vektör ve matrisleri ifade etmek üzere son eşitlik sade bir görünümle Eş. 3.44'de yeniden yazılır.

$$(h+2)(h+1)\mathbf{Z}(h+2) + (h+1)\mathbf{DZ}(h+1) + \boldsymbol{\omega}^2\mathbf{Z}(h) = -\mathbf{R}[\mathbf{Z}(h) - \mathbf{G}(h)] \tag{3.44}$$

$\mathbf{Z}(h+2)$ terimi yalnız bırakılarak aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}(h+2) = & -\frac{1}{(h+2)}\mathbf{DZ}(h+1) - \frac{1}{(h+2)(h+1)}(\boldsymbol{\omega}^2 + \mathbf{R})\mathbf{Z}(h) + \\
& \frac{1}{(h+2)(h+1)}\mathbf{RG}(h)
\end{aligned} \tag{3.45}$$

Eş. 3.45 tek mod için şu şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}
Z_1(h+2) = & -\frac{1}{(h+2)}2\xi\omega_1 Z_1(h+1) - \frac{1}{(h+2)(h+1)}(\omega_1^2 + K_1 P_{11})Z_1(h) \\
& + \frac{1}{(h+2)(h+1)}K_1 P_{11} G_1(h)
\end{aligned} \tag{3.46}$$

$Z(h)$ fonksiyonu $Z(0)$, $Z(1)$ ve $G(h)$ fonksiyonlarına bağlı olarak şu şekilde ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
Z(h) = & \left[\frac{1}{h!} \sum_{i=0}^{0.5(h-2)-0.25[1+(-1)^h]} \binom{h-i-2}{i} (-2\xi\omega_1)^{h-2i-2} (-\omega_1^2 - K_1 P_{11})^{i+1} \right] Z(0) + \\
& \left[\frac{1}{h!} \sum_{i=0}^{0.5(h-1)-0.25[1+(-1)^h]} \binom{h-i-1}{i} (-2\xi\omega_1)^{h-2i-1} (-\omega_1^2 - K_1 P_{11})^i \right] Z(1) + \\
& K_1 P_{11} \frac{1}{h!} \sum_{j=1}^{h-1} \left\{ \left[\sum_{i=0}^{0.5(j-1)-0.25[1+(-1)^j]} \binom{j-i-1}{i} (-2\xi\omega_1)^{j-2i-1} (-\omega_1^2 - K_1 P_{11})^i \right] * \right. \\
& \left. (h-j-1)! G(h-j-1) \right\}
\end{aligned} \tag{3.47}$$

Eş. 3.45'deki $\mathbf{Z}$ vektörlerinden ters dönüşüm yapılarak zamana bağlı z fonksiyonları bulunur. f şekil fonksiyonları da vektör biçiminde yazılır.

$$z(t + T_o) = \sum_{h=0}^{\infty} \mathbf{Z}(h) T_o^h \tag{3.48}$$

$$\mathbf{f}(x) = (\mathbf{f}_1(x) \quad \mathbf{f}_2(x) \quad \mathbf{f}_3(x) \quad \mathbf{f}_n(x)) \tag{3.49}$$

Eş. 3.30 kullanılarak da y deplasman fonksiyonu elde edilir.

$$y(x, t + T_o) \approx \mathbf{f} \mathbf{z} \tag{3.50}$$

$\mathbf{Z}(0)$ ve $\mathbf{Z}(1)$ için başlangıç şartları kullanılır.

$$y(x, 0) \approx \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) z_n(0) \tag{3.51}$$

Yukarıdaki eşitliğin her iki tarafı şekil fonksiyonu ile çarpılıp kiriş boyunca integral işlemi uygulanır.

$$\int_0^L f_m(x) y(x, 0) dx = \int_0^L \sum_{n=1}^{\infty} f_m(x) f_n(x) z_n(0) dx \tag{3.52}$$

Son eşitlik düzenlenirse zaman fonksiyonunun ilk değerleri bulunur.

$$z_m(0) = Z_m(0) = \int_0^L f_m(x) y(x, 0) dx \quad (3.53)$$

$y(x, 0)$ başlangıç değeri için aşağıdaki fonksiyon kullanılır.

$$y(x, 0) = \frac{w}{EI} \left[-\frac{(L^2 - L_1^2)}{4} x^2 + \frac{(L - L_1)}{6} x^3 - \frac{\langle x - L_1 \rangle^4}{24} \right] \quad (3.54)$$

Burada w başlangıçtaki yayılı yükü belirtmektedir. Başlangıçtaki hız değeri sıfır alınır.

3.4. Kararlılık

Tırlama kararlılık tahmini için çalışmalarda kullanılan en yaygın analitik işlemler, kesme derinliğinin iş parçasının dönme hızına göre değişimini veren kararlılık eğrileri (SLD, Stability Lobe Diagram), Nyquist eğrileri (kontrol teorisine dayanan tırlama kararlılık tahmin analizi) ve sonlu elemanlar (FEM/FEA) yöntemlerinden oluşmaktadır.

Bu tezde önerilen matematiksel modelin birinci modu için yenilenebilir tırlama kararlılık analizi incelenmiştir. Eş. 3.37 birinci mod için aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$\ddot{z}(t) + 2\xi\omega_n \dot{z}(t) + \omega_n^2 z(t) = -K_1 P_{11} [z(t) - z(t - T)] \quad (3.55)$$

Yukarıdaki eşitliğe Laplace dönüşümü uygulanır.

$$[s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2] Z(s) = -K_1 P_{11} [1 - e^{-sT}] Z(s) \quad (3.56)$$

s yerine $i\omega$ yazılarak frekans tanım bölgesine dönüşüm gerçekleştirilir.

$$\omega_n^2 - \omega^2 + i2\xi\omega_n \omega = -K_1 P_{11} (1 - \cos \omega T + i \sin \omega T) \quad (3.57)$$

Gerçel ve sanal kısımlar aşağıdaki gibi ayrılır.

$$\omega_n^2 - \omega^2 = P_{11} (K_1 \cos \omega T - K_1) \quad (3.58)$$

$$-2\xi\omega_n\omega = P_{11} K_1 \sin \omega T \quad (3.59)$$

Son iki eşitlikteki ωT çarpımı θ olarak kabul edilir. Daha sade bir görünüm için aşağıdaki ifadelerden yararlanılır.

$$K_1 (\cos \theta - 1) = a(\theta) \quad K_1 \sin \theta = b(\theta) \quad (3.60)$$

Eş. 3.59'daki P_{11} Eş. 3.58'de yerine yazıldıktan sonra ω frekans denklemi aşağıdaki gibi bulunur.

$$\omega = \xi\omega_n \frac{a(\theta)}{b(\theta)} \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 \left(\frac{a(\theta)}{b(\theta)} \right)^2 + 1} \quad (3.61)$$

Son eşitlik kullanılarak Eş. 3.58'in ve 3.59'un fiziksel sınırlamalarına uygun şekilde seçilen θ değerlerine bağlı olarak ω frekansı bulunur. Eş. 3.36'daki P_{11} eşitliğinin integral sınırları arasındaki fark kesme derinliğidir. Eş. 3.59'daki P_{11} ile Eş. 3.36 eşitlenerek kesme derinliği bulunur.

$$P_{11} = \frac{-2\xi\omega_n\omega}{b(\theta)} = \int_{L_1}^L f_{11}^2 dx \quad (3.62)$$

İş parçasının devri ise şu şekilde bulunur.

$$n = 60 \frac{\omega}{\theta} \quad (3.63)$$

Buraya kadar yapılan kararlılık işlemleri takım tutucu uzunluğunun sabit, kesme derinliğinin değişken olduğu durumlar içindir. Kesme derinliğinin sabit, takım tutucu

uzunluğunun değişken olması durumunda yapılacak işlemler şöyledir. Eş. 3.16'daki βL , p olsun. İlk önce p bulunur. Böylece β , L 'ye bağlı olacaktır. Eş. 3.61'deki β 'ya bağlı ifadeler de artık L 'ye bağlı olacak şekilde Eş. 3.36 yardımıyla yazılır.

$$\omega = 0.5 \frac{\eta I}{\rho A} \frac{p^4}{L^4} \frac{a(\theta)}{b(\theta)} \pm \sqrt{0.25 \left(\frac{\eta I}{\rho A} \right)^2 \frac{p^8}{L^8} \left(\frac{a(\theta)}{b(\theta)} \right)^2 + \frac{EI}{\rho A} \frac{p^4}{L^4}} \quad (3.64)$$

Eş. 3.59'daki P_{11} L 'ye bağlı olarak düzenlenir

$$P_{11} = -\frac{\eta I}{\rho A} \frac{p^4}{L^4} \frac{\omega}{b(\theta)} \quad (3.65)$$

P_{11} Eş. 3.14'den yararlanılarak L 'ye bağlı olacak şekilde yeniden yazılır.

$$P_{11} = C^2 \int_{L-b}^L \left[\cos\left(\frac{p}{L}x\right) - \cosh\left(\frac{p}{L}x\right) + \frac{\cos(p) + \cosh(p)}{\sin(p) + \sinh(p)} \left\{ \sinh\left(\frac{p}{L}x\right) - \sin\left(\frac{p}{L}x\right) \right\} \right]^2 dx \quad (3.66)$$

Yukarıdaki eşitliğin normalize edilmiş hali de şöyledir.

$$1 = C^2 \int_0^L \left[\cos\left(\frac{p}{L}x\right) - \cosh\left(\frac{p}{L}x\right) + \frac{\cos(p) + \cosh(p)}{\sin(p) + \sinh(p)} \left\{ \sinh\left(\frac{p}{L}x\right) - \sin\left(\frac{p}{L}x\right) \right\} \right]^2 dx \quad (3.67)$$

Eş. 3.67'deki C terimi 3.66'da yerine yazılır. Eş. 3.65 ile Eş. 3.66 eşitlenerek aşağıdaki g fonksiyonu elde edilir. Bu fonksiyondan farklı devirler için L uzunluğunun değişimi bulunur.

$$g = \frac{\int_{L-b}^L \left[\cos\left(\frac{p}{L}x\right) - \cosh\left(\frac{p}{L}x\right) + \frac{\cos(p) + \cosh(p)}{\sin(p) + \sinh(p)} \left\{ \sinh\left(\frac{p}{L}x\right) - \sin\left(\frac{p}{L}x\right) \right\} \right]^2 dx}{\int_0^L \left[\cos\left(\frac{p}{L}x\right) - \cosh\left(\frac{p}{L}x\right) + \frac{\cos(p) + \cosh(p)}{\sin(p) + \sinh(p)} \left\{ \sinh\left(\frac{p}{L}x\right) - \sin\left(\frac{p}{L}x\right) \right\} \right]^2 dx} + \frac{\eta I}{\rho A} \frac{p^4}{L^4} \frac{\omega}{b(\theta)} = 0 \quad (3.68)$$

3.5. İşlem Sönüm Etkili Temel Hareket Denklemi

Eş. 3.2'ye işlem sönüm etkisinin eklenmesiyle temel hareket denklemi yeniden yazılır.

$$\eta I \frac{\partial^5 y(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = -K[y(x,t) - y(x,t-T)]H(x-L_1) - \frac{C_i}{V} \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} H(x-L_1) \quad (3.69)$$

Sade görünüm için önceki modele ek olarak aşağıdaki terim kullanılır.

$$K_2 = \frac{C_i}{\rho A V} \quad (3.70)$$

Eş. 3.3'den Eş. 3.37'ye kadar yapılan işlemler benzer şekilde tekrar edilerek Eş. 3.71 bulunur.

$$\ddot{z}_m(t) + 2\xi\omega_m \dot{z}_m(t) + \omega_m^2 z_m(t) = -\sum_{n=1}^{\infty} [K_1 z_n(t) - K_1 z_n(t-T) + K_2 \dot{z}_n(t)] P_{nm} \quad (3.71)$$

3.6. İşlem Sönüm Etkili Modelin Kararlılığı

Birinci mod kararlılık analizi için Eş. 3.71'ye Laplace dönüşümü uygulanır. Bölüm 3.4'deki işlemlerin aynısı burada da gerçekleştirilir. Eş. 3.60'dan farklı olarak aşağıdaki eşitlikler dikkate alınır.

$$K_1 (\cos \theta - 1) = a(\theta) \quad K_1 \sin \theta + K_3 \theta = b(\theta) \quad (3.72)$$

Bu bölümde takım tutucunun kiriş modelinin matematik denklemleri oluşturulmuştur. Eş. 3.2'nin çözümüne yönelik DTM birinci mod için, Matlab® programında modellenmiştir. Karşılaştırma çözümü için Matlab® fonksiyonu olan DDESD kullanılmıştır. İşlem sönüm etkili modele ait Eş. 3.71 için de Matlab® DDESD fonksiyonu ile benzetim gerçekleştirilmiştir. Bunlara ek olarak bu bölümdeki kiriş modeli için Simscape Multibody programında esnek kiriş bloğu kullanılarak modelleme yapılmıştır. Kesme derinliğinin ve takım bağlama uzunluğunun değişimini veren kararlılık analizleri bu bölümdeki her iki model için de yapılmıştır.





4. TARTIŞMA

4.1. Tek Serbestlik Dereceli Model Benzetimi

Diferansiyel Dönüşüm Metodu kullanılarak Eş. 2.10'un ve 2.11'in çözümü için oluşturulan Eş. 2.23, 2.24, 2.36 ve 2.47 Matlab® programında modellenmiştir. Sonuçların karşılaştırılması amacıyla Eş. 2.10 ve 2.11 için Matlab®/Simulink blok diyagramları oluşturulmuştur. Gecikmeli diferansiyel denklemleri çözmeye yönelik kullanılan dde23 Matlab® fonksiyonunu içeren ayrıca bir program yazılmıştır. Bunlara ek olarak Simscape Multibody (Matlab®) programında model oluşturulmuştur. Brinell sertlik değeri için 150, a_s parametresi için $1,25 \times 10^{-7}$ değeri ve q parametresi için ise 1, 2 ve 3 değerleri kabul edilmiştir. Diğer benzetim değerleri Çizelge 4.1'de yer almaktadır.

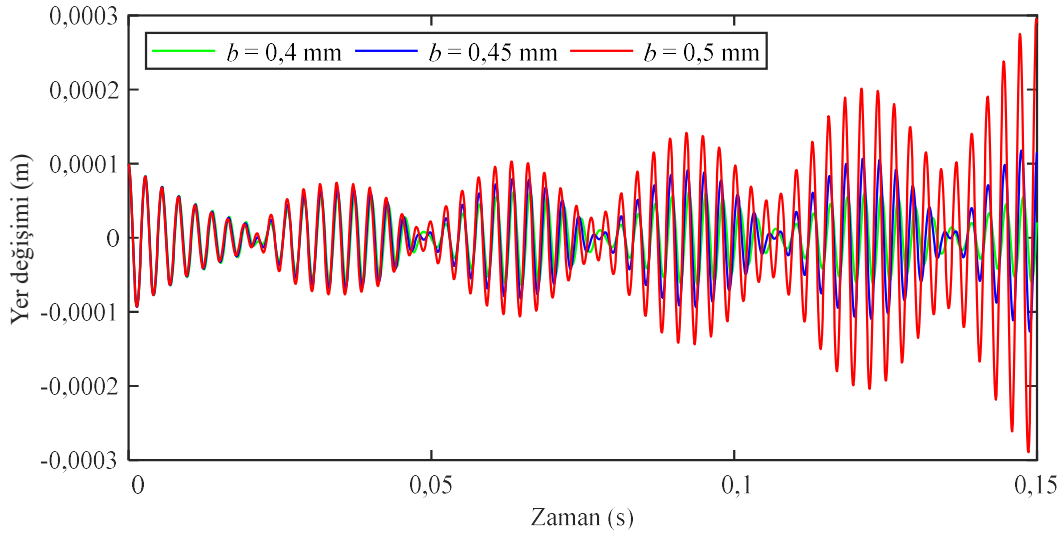
Çizelge 4.1. Tek serbestlik dereceli sistem modeli için benzetim parametreleri (Altintas ve diğerleri, 2008; Altintas, 2012: 139)

$m=1,742 \text{ kg}$	$c=176,8 \text{ Ns/m}$	$k=7,92 \times 10^6 \text{ N/m}$
$K=2585 \times 10^6 \text{ N/m}^2$	$C_i=4,5856 \times 10^6 \text{ N/m}$	$VB_{do}=0,08 \text{ mm}$

Şekil 4.1'de farklı kesme derinlikleri için zamana karşı yer değişimi eğrisi verilmiştir. İş parçası hızının 3000 d/d, kesme derinliğinin sırasıyla 0,4 mm, 0,45 mm ve 0,5 mm olduğu durumlar incelenmiştir.

Başlangıç anından ilk devir tamamlanana kadar geçen sürede, kesici ucun titreşimi sıfır olduğu için sistem sönümlü serbest titreşim hareketi yapmaktadır. İlk devir tamamlandıktan sonra dinamik talaş kalınlığının etkisiyle kesici takımın dinamik yer değişimi artmaya başlamaktadır. Daha sonra tekrar azalıp artarak genlik modülasyonu şeklinde deplasman artmaya devam etmektedir. Kesme derinliğinin artması genlik modülasyonunda minimum genliği yükseltmektedir.

Şekil 4.1'den görüldüğü üzere kritik kararlı çalışma koşullarına yakın bölgede iş parçasının sabit dönme hızında kesme derinliğinin artması kesici uç genliğinin artmasına neden olarak sistemi kararsızlığa sürüklemektedir. Kesme derinliğinin artması dinamik talaş kalınlığının oluşturduğu kuvvetin büyüklüğünü artırmaktadır.

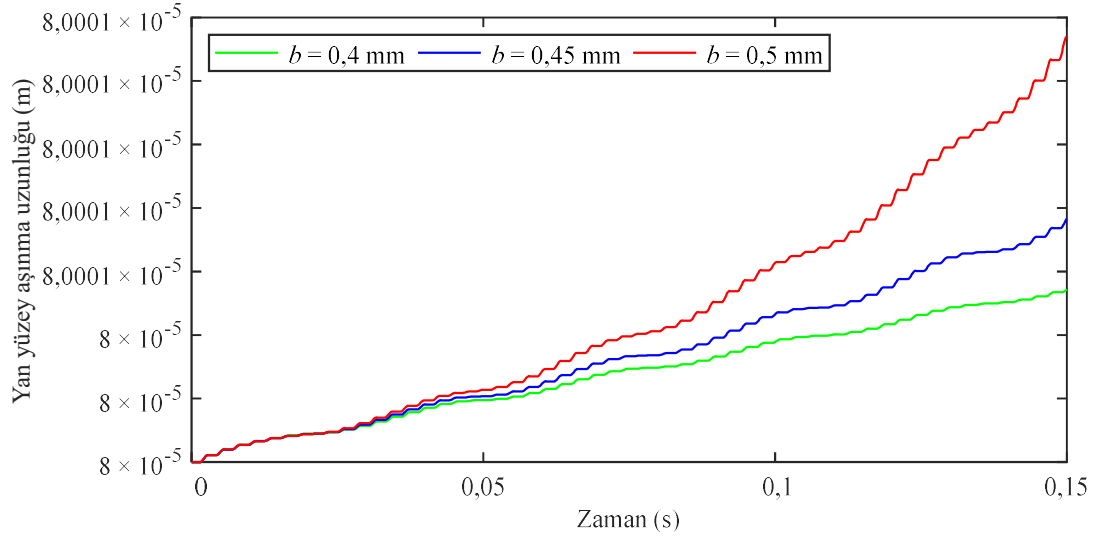


Şekil 4.1. Farklı kesme derinlikleri için yer değişimi-zaman eğrisi ($q=1$, $n=3000$ d/d)

Titreşim etkisiyle yan yüzey aşınma uzunluğunun zamana karşı değişimi farklı kesme derinlikleri için Şekil 4.2’de gösterilmiştir. Dönme hızının 3000 d/d ve kesme derinliğinin 0,4, 0,45 ve 0,5 mm olduğu kesme işlemi irdelenmiştir. Kritik kararlı çalışma koşullarına yakın bölgede iş parçasının sabit dönme hızında kesme derinliğinin artması dinamik yan yüzey aşınma uzunluğunun artmasına sebep olmaktadır. Benzer sonuç deneysel olarak Choudhury ve Kishore (2000) tarafından da belirtilmiştir. Choudhury ve Srinivas (2004) kesme derinliğinin artışıyla aşınma miktarının arttığını hem teorik hem de deneysel olarak açıklamışlardır.

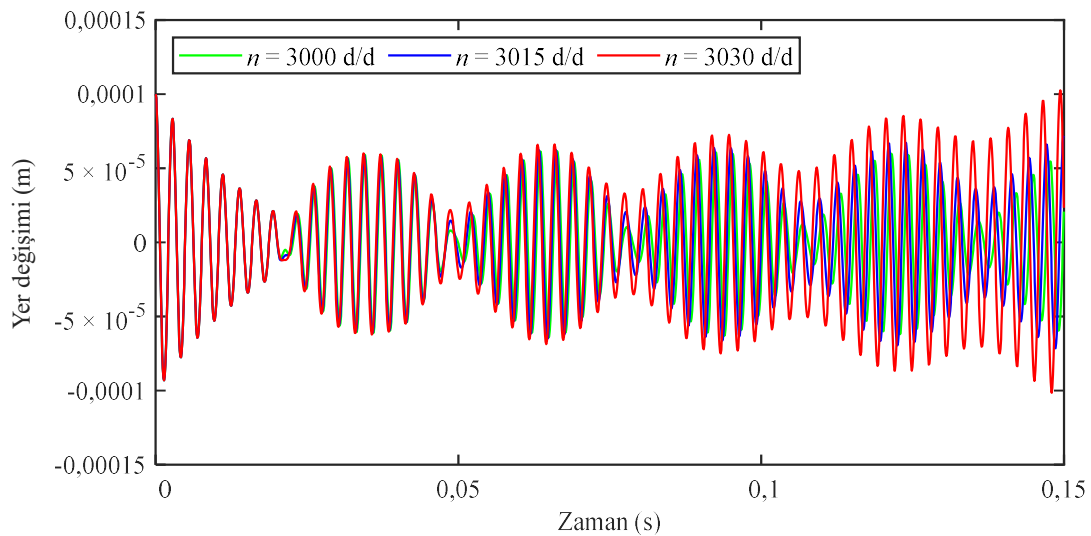
Daha büyük genlik, kesici ucun daha fazla temas etmesi demektir. Aynı dönme hızında daha fazla yol daha yüksek titreşim hızında gerçekleşeceği için daha fazla aşınma ortaya çıkar.

Titreşim hızının eksi olduğu anlarda kesici takım yan yüzeyi ile iş parçasının işlenmiş yüzeyi arasında temas olmadığı için dinamik aşınma miktarının sabit kaldığı yatay çizgiler oluşmaktadır. Artan kesme derinliği, kesme hızı sabit olmasına rağmen deplasmanı artırdığı için titreşim hızını da artırmaktadır. Artan titreşim hızıyla da yan yüzey aşınması artmıştır. Bu sonuç daha önce yapılmış çalışmanın sonucu ile örtüşmektedir (Ganeshkumar ve Shamoto, 2019).



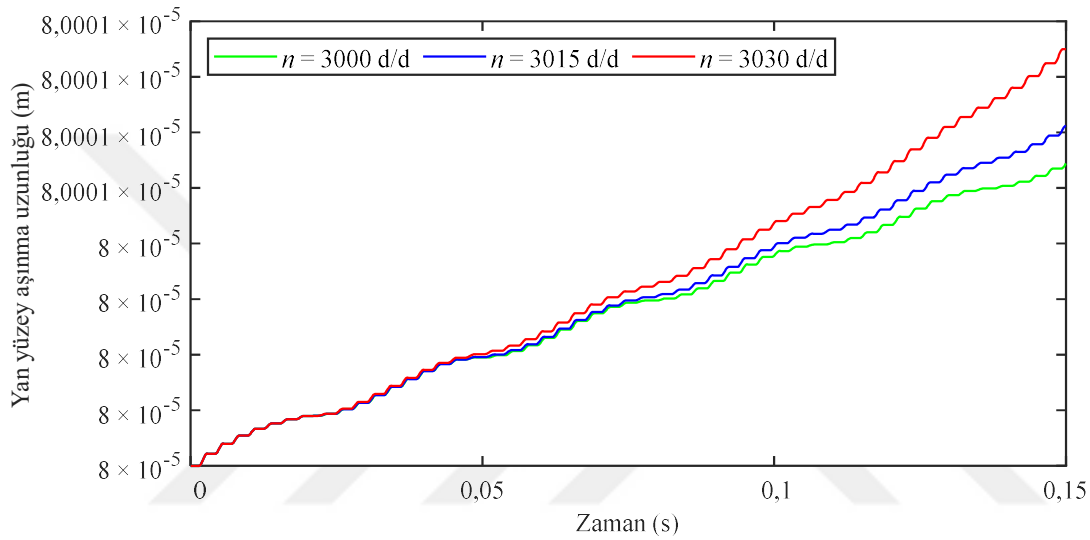
Şekil 4.2. Farklı kesme derinlikleri için yan yüzey aşınma uzunluğu-zaman eğrisi ($q=1$, $n=3000d/d$)

Kesici ucun zamana karşı yer değişimi iş parçasının farklı dönme hızları için Şekil 4.3’de yer almaktadır. Benzetim işlemi için 0,4 mm’lik kesme derinliği ve 3000, 3015 ve 3030 d/d’lik iş parçası hızları seçilmiştir. Kritik kararlı çalışma koşullarına yakın bölgede, sabit kesme derinliği için iş parçasının artan hızıyla kesici uç genliğinin arttığı gözlemlenmiştir. Daha önce yapılmış çalışmalarda da kesme hızının (iş parçasının hızı) artışı titreşim genliğini artırmaktadır (Ganeshkumar ve diğerleri, 2022; Lim, 1995).



Şekil 4.3. Farklı iş parçası hızları için yer değişimi-zaman eğrisi ($q=1$, $b=0,4$ mm)

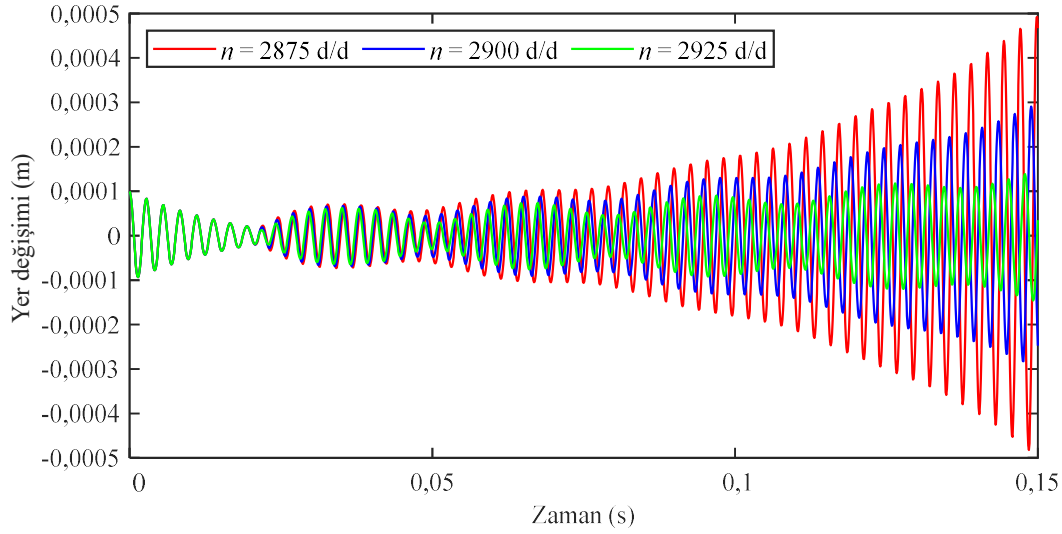
Şekil 4.4’de iş parçasının farklı hızları için yan yüzey aşınma uzunluğunun zamanla değişimi resmedilmiştir. Sabit 0,4 mm’lik kesme derinliği için, artan iş parçası hızı ile dinamik etki altındaki yan yüzey aşınma miktarı da artmaktadır. Benzer sonuç Dimla ve Lister (2000a) tarafından deneysel olarak gözlemlenmiştir. Choudhury ve Kishore’nin (2000) deneysel bulgulara göre yaptığı çalışmada da kesme hızının artışı aşınma miktarında artışla sonuçlanmaktadır. Choudhury ve Srinivas’ın (2004) hacimsel aşınma oranına dayanan çalışmalarına göre de artan kesme hızıyla birlikte serbest yüzey aşınması artmıştır.



Şekil 4.4. Farklı iş parçası hızları için yan yüzey aşınma uzunluğu-zaman eğrisi ($q=1$, $b=0,4$ mm)

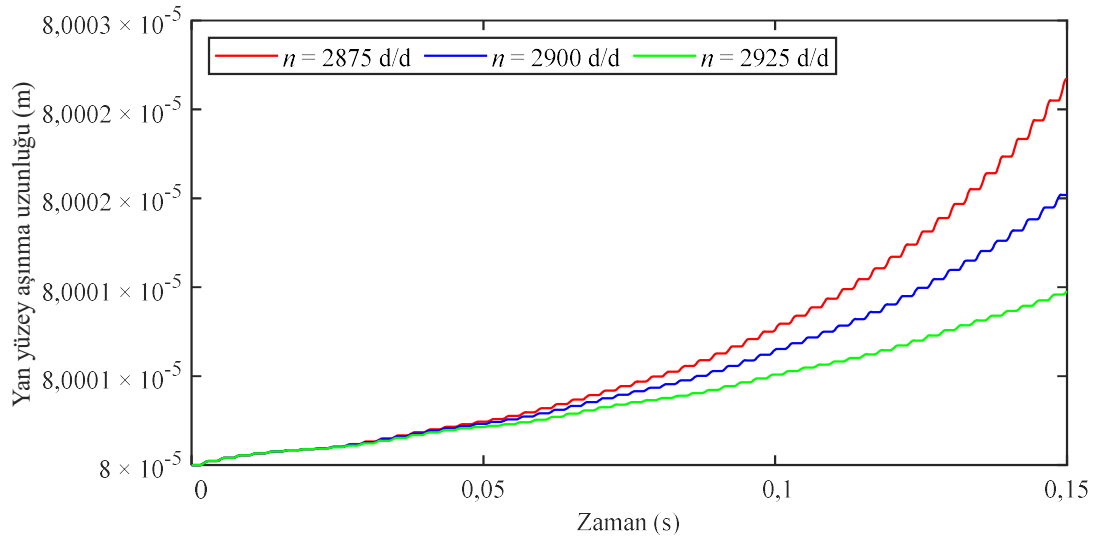
İş parçasının dönme hızının artması kesici ucun genliğinin artmasına neden olur (Bkz. Şekil 4.3). Bu ifadenin her zaman doğru olmadığı Şekil 4.5’den anlaşılmaktadır. Burada 0,4 mm’lik sabit kesme derinliği için 2875, 2900 ve 2925 d/d’lik iş parçası dönme hızları incelenmiştir. Bu örnekte artan dönme hızı kesici uç genliğinin azalmasını sağlamıştır. Bunun sebebi kesme işlemi dinamiğinin kendiliğinden tahrikli, gecikmeli bir zorlamaya sahip olmasıdır. İş parçasının dönme hızlarındaki değişim farklı dinamik talaş kalınlığının oluşmasına neden olmaktadır. Böylece de dönme hızıyla ilintili olarak daha büyük ya da daha küçük zorlamalar oluşmaktadır.

Burada iş parçasının frekansı kesici takımın doğal frekansının altındadır. Seçilen iş parçası dönme hızı (frekans olarak) kesici takım doğal frekansının alt katlarına yakın olduğunda sistem genliğinde artış meydana gelmektedir.



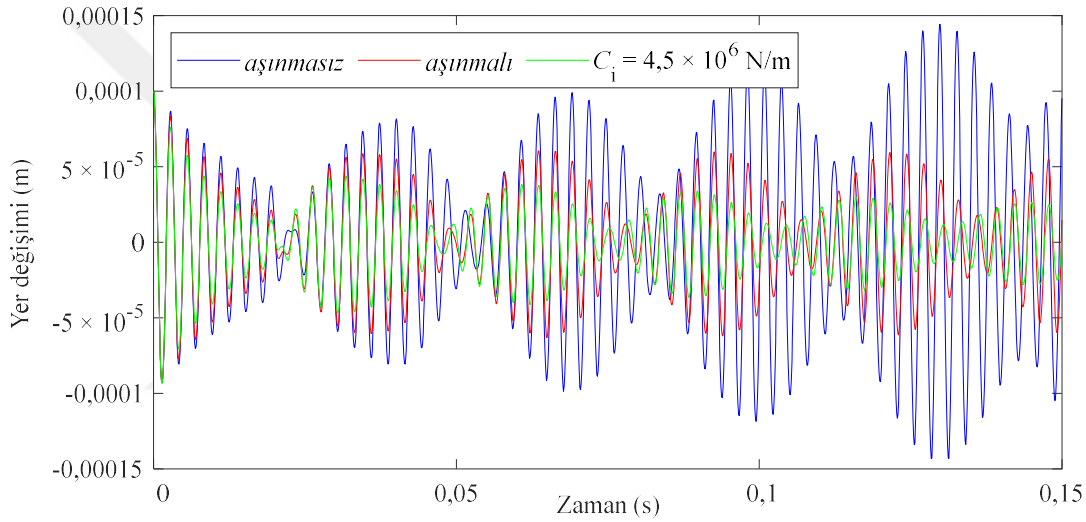
Şekil 4.5. Farklı iş parçası hızları için yer değişimi-zaman eğrisi ($q=1$, $b=0,4$ mm)

Dönme hızının artması ile dinamik yan yüzey aşınma miktarı artmaktadır (Bkz. Şekil 4.4). Şekil 4.6'dan bunun genel bir ifade olamayacağı anlaşılmaktadır. Şekil 4.6 incelendiğinde düşük dönme hızlı kesme işlemindeki dinamik aşınma miktarının yüksek dönme hızlı işlemdekinden daha büyük olduğu anlaşılmaktadır. Bunun nedeni olarak iş parçasının frekansı (dönme hareketindeki frekans) ile kesici ucun tırlama titreşim frekansı arasındaki farktan kaynaklanan faz farkının dinamik talaş kalınlığı, yani zorlama kuvveti üzerine olan etkisi görülebilir.



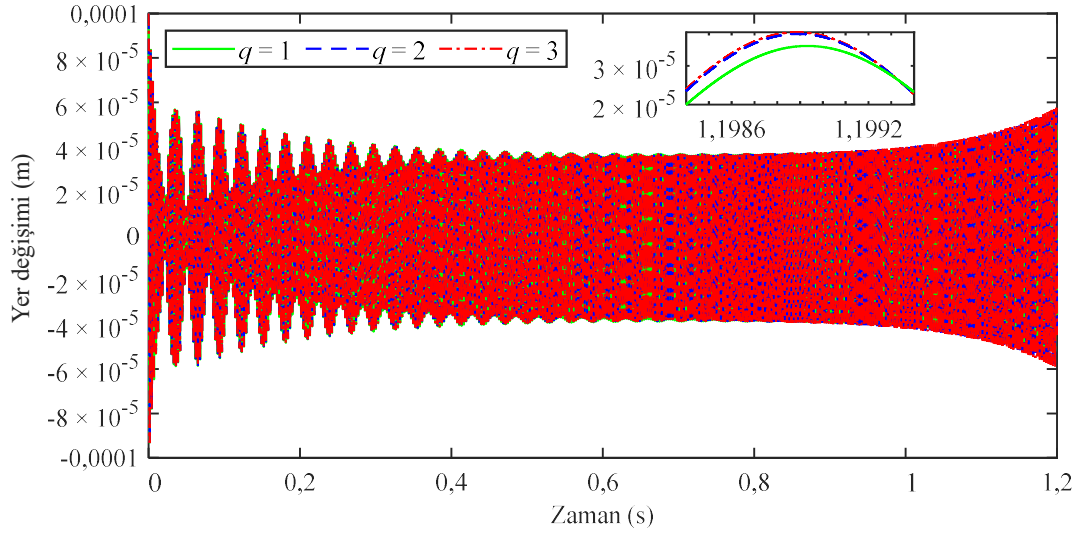
Şekil 4.6. Farklı iş parçası hızları için yan yüzey aşınma uzunluğu-zaman eğrisi ($q=1$, $b=0,4$ mm)

Kesme işlemi için literatürde yaygın kullanılan kendiliğinden tahrikli titreşim modeli (mavi, aşınmamış kesici uç), işlem sönüm etkili model (yeşil, aşınmış kesici uç) ve bu tezde kullanılan aşınmalı model (kırmızı) Şekil 4.7’de karşılaştırılmıştır. Literatürdeki aşınmasız modelde kesme işlemine bağlı bir sönüm ve aşınma söz konusu olmadığı için daha yüksek genlikler oluşmaktadır (Altintas, 2012: 139). Aşınmalı modelde dinamik etki kaynaklı yan yüzey aşınması, genliği bir miktar düşürmektedir. Aşınma etkilerinin hesaba katıldığı durumlarda kararlı duruma geçme eğilimi daha fazladır. Çünkü kesici takımın yan yüzey aşınması sistemde fazladan bir sönüm etkisi yaratmaktadır. Literatürdeki işlem sönüm etkili modelde ise genlik diğer modellere göre daha düşük kalmaktadır (Altintas, 2012: 139).



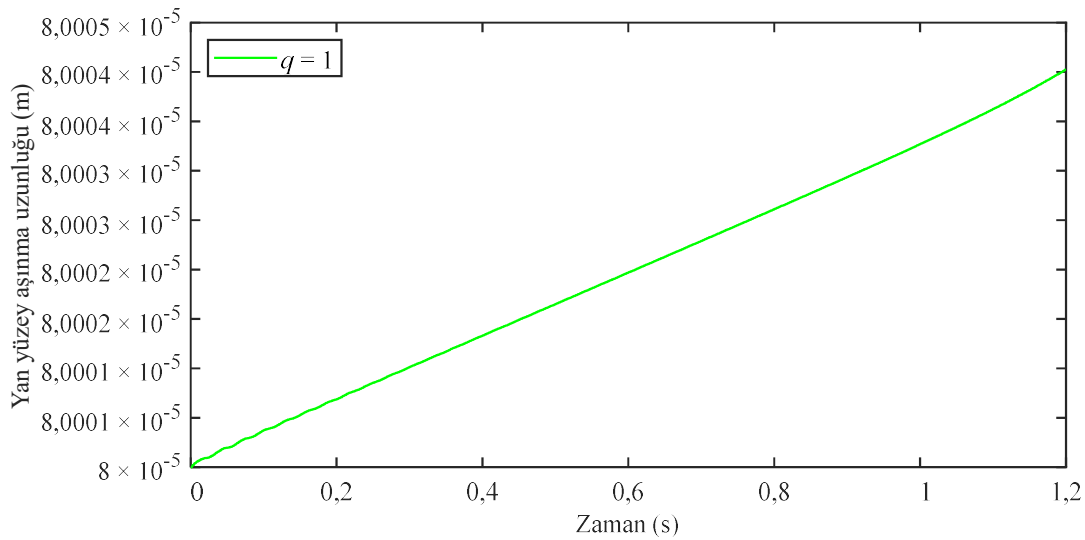
Şekil 4.7. Farklı modeller için yer değişimi-zaman eğrisi ($q=1$, $b=0,4$ mm, $n=3000$ d/d)

Şekil 4.8’de q ’nun 1 (yeşil), 2 (mavi) ve 3 (kırmızı) değerleri için yer değişimi-zaman eğrileri yer almaktadır. Kısa benzetim sürelerinde q ’nun etkisinin net görülmesindeki zorluk ve 0,4 mm’lik kesme derinliğinin ilerleyen zamanlarda sistemi kararsızlığa sürüklemesi nedeniyle kesme derinliği 0,3784 mm ve benzetim süresi 1,2 s olarak seçilmiştir. Titreşim hızının büyüklüğünün 1’den küçük olması q ’nun 2 ve 3 değerleri için daha düşük titreşim etkili yan yüzey aşınma uzunluğuna sebep olmaktadır. Bu da sistemde daha düşük sönüm etkisi oluşturmaktadır. Bundan dolayı da q ’nun 2 ve 3 değerleri için genlik daha büyük çıkmaktadır. q ’nun 3 değeri için olan genlik, 2 değerinkine göre bir miktar daha büyük olmaktadır. Büyük q değerleri ile yapılan benzetimler daha büyük genlik değerleri ile sonuçlanmaktadır.

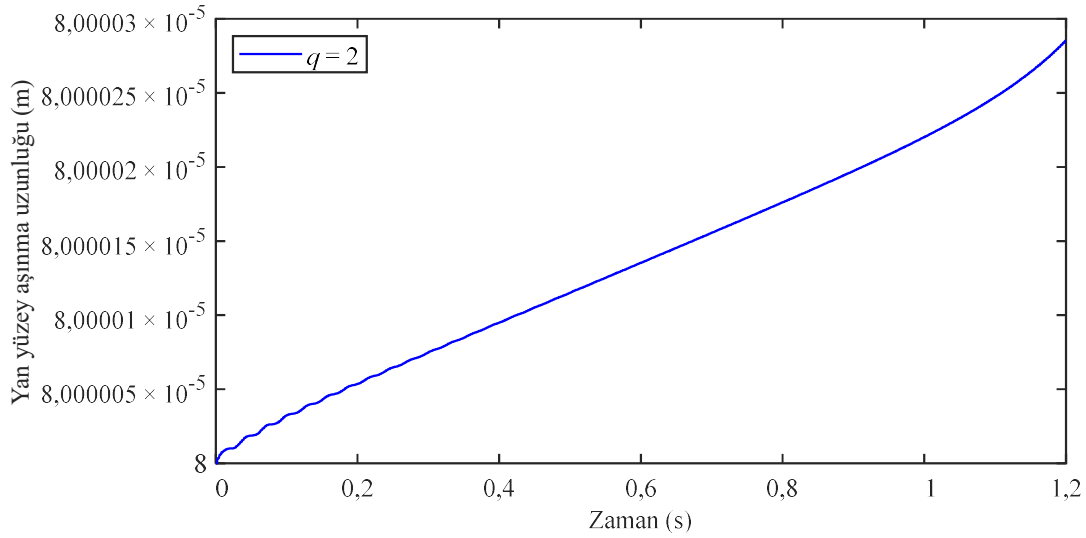


Şekil 4.8. Farklı q değerleri için yer değişimi-zaman eğrisi ($b=0,3784$ mm, $n=3000$ d/d)

Şekil 4.9, 4.10 ve 4.11’de q ’nun 1, 2 ve 3 değerleri için titreşim etkili yan yüzey aşınma uzunluğunun zamana karşı değişimi verilmiştir. Yukarıda nedeni açıklandığı gibi büyük q değerleri, daha düşük titreşim etkili yan yüzey aşınma miktarına sebep olmuştur. Ancak titreşim hızı 1’den büyük değerlere ulaştığında büyük q değerleri anlık olarak daha fazla malzeme kaybına neden olmaya başlayacaktır. Bir süre sonra büyük q değerleri için yapılan benzetim işleminde toplam titreşim etkili yan yüzey aşınma değeri daha büyük olacaktır. Bu sonuçlar ışığında bu çalışmadaki q parametresi, kararlı ve kararsız bölgede farklı titreşim etkili yan yüzey aşınma davranışları sergiletmektedir. Bu çalışmadaki q parametresinin kararlı bölgede kullanılması daha sağlıklı olacaktır.

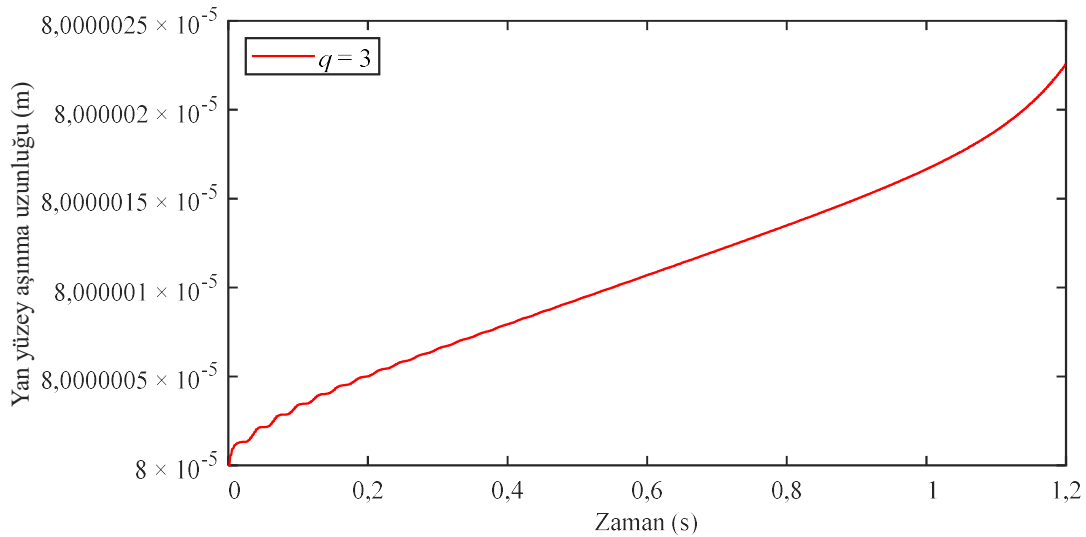


Şekil 4.9. Farklı modeller için yer değişimi-zaman eğrisi ($b=0,3784$ mm, $n=3000$ d/d)



Şekil 4.10. Farklı modeller için yer değişimi-zaman eğrisi ($b=0,3784$ mm, $n=3000$ d/d)

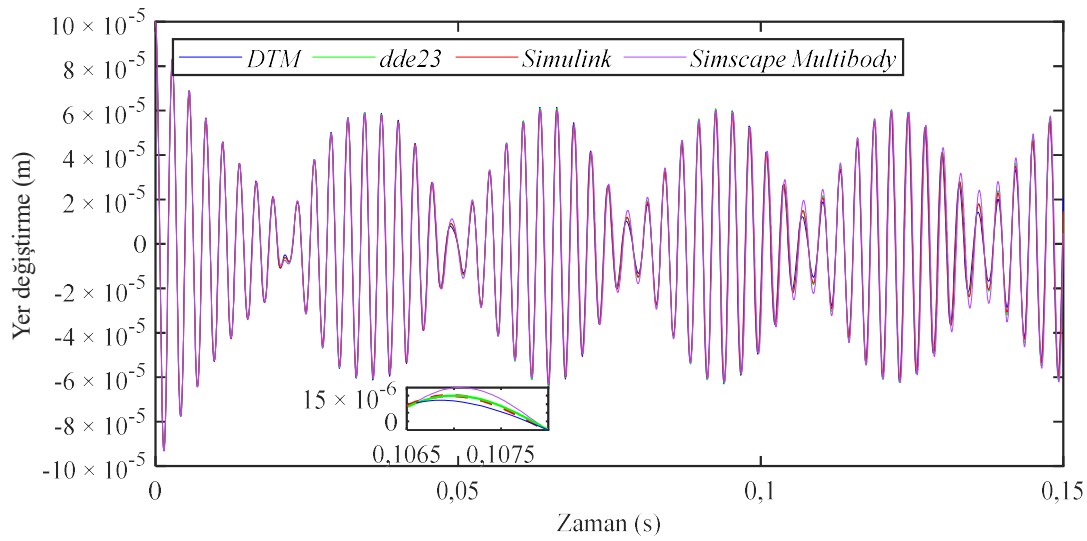
Şekil 4.9, 4.10 ve 4.11’de benzetimin ilk zamanlarındaki modülasyon da görülmektedir. Bu durum, eğrilerin belli aralıklarla yaklaşık 0,2 s’ye kadar yataya yakın bir hal almasından anlaşılmaktadır. Modülasyonda en büyük genlik (maximum amplitude) ve en düşük genlik (minimum amplitude) arasındaki zamanda şekillerdeki eğriler görece olarak yataya yakın olmaktadır. Şekil 4.2’deki gibi titreşim hızının eksi olduğu durumlardaki yataylığı görmek için daha fazla yakınlaştırma yapmak gerekmektedir.



Şekil 4.11. Farklı modeller için yer değişimi-zaman eğrisi ($b=0,3784$ mm, $n=3000$ d/d)

Bu tezde kullanılan aşınmalı modele ait farklı çözüm yöntemlerinin karşılaştırması Şekil 4.12’de verilmiştir. Dört farklı yöntem de birbirlerine kabul edilebilir yakınlıkta sonuç üretmiştir. dde23 ve Runge-Kutta tabanlı Simulink’ten elde edilen eğriler arasındaki fark

diğerlerine göre daha azdır. Hareket denklemlerindeki süreksizliklerin varlığı normal DTM'yi kullanmayı engellemiştir. Dönüşüm fonksiyon sayısını artırmak süreksizliğin ortaya çıkardığı hatayı yok etmek için yeterli değildir. Bundan dolayı çok adımlı DTM kullanılmıştır. Çok adımlı DTM yöntemi kullanıldığı için de deplasman için dönüşüm fonksiyon sayısı işlem süresini kısaltmak için 8 olarak alınmıştır. Sayısal yöntemler ile yarı analitik bir yöntem olan DTM çözümleri uyum içindedir. Simscape Multibody (ode23t çözümleyici) sonucu da diğer üç çözüm modeline yakındır.



Şekil 4.12. Farklı çözüm yöntemleri için yer değişimi-zaman eğrisi ($q=1$, $b=0,4$ mm, $n=3000$ d/d)

Simulink ve DTM çözümleriyle elde edilen deplasman değerlerinin 0,2. saniyedeki farkları, çeşitli dönüşüm fonksiyon sayıları için Çizelge 4.2’de sıralanmıştır. Kesme derinliği 0,4 mm ve iş parçası döneme hızı 3000 d/d olarak seçilmiştir. Örnekleme zamanı 10^{-4} s olarak alınmıştır. Deplasman fonksiyonunun dönüşüm fonksiyon sayısı N parametresinden üç fazladır. Bunun nedeni Bölüm 2’deki matris işlemlerinin yapılabilmesindeki matrisler için boyutsal gerekliliktir. Buradaki N ’nin 5 değeri, deplasman fonksiyonunun 8 tane dönüşüm fonksiyonundan oluştuğu anlamına gelmektedir. Dönüşüm fonksiyon sayısının artması farkı azaltmaktadır.

Çizelge 4.2. Çeşitli dönüşüm fonksiyon sayıları için Simulink-DTM farkı

$N=2$	$N=3$	$N=4$	$N=5$
% -11,18	% -10,17	% -9,44	% -9,43

Sabit örnekleme zamanında benzetim zamanı arttıkça Simulink ve DTM çözümleriyle elde edilen deplasman değerleri arasındaki fark da artmaktadır. Sabit benzetim zamanında ise örnekleme zamanı küçüldükçe deplasman farkı da azalmaktadır. Çeşitli örnekleme ve benzetim zamanları için Simulink ve DTM ile elde edilen deplasman değerleri arasındaki farklar Çizelge 4.3’de özetlenmiştir.

Çizelge 4.3. Çeşitli benzetim ve örnekleme zamanları için Simulink-DTM farkı

	$y(0,2)$	$y(0,5)$	$y(0,8)$
$T_0=10^{-4}$	% -9,43	% -43,48	% -34,73
$T_0=10^{-5}$	% -2,09	% -6,75	% 73,10
$T_0=10^{-6}$	% -0,17	% -0,62	% 6,38

Çeşitli örnekleme ve benzetim zamanları için Simscape Multibody ve DTM ile elde edilen deplasman değerleri arasındaki farklar Çizelge 4.4’de yer almaktadır. Simscape Multibody ile DTM arasındaki fark Simulink’e göre daha azdır.

Çizelge 4.4. Çeşitli benzetim ve örnekleme zamanları için Simscape Multibody-DTM farkı

	$y(0,2)$	$y(0,5)$	$y(0,8)$
$T_0=10^{-5}$	% -0,12	% 2,96	% -61,24
$T_0=10^{-6}$	% -0,14	% -0,52	% 1,28

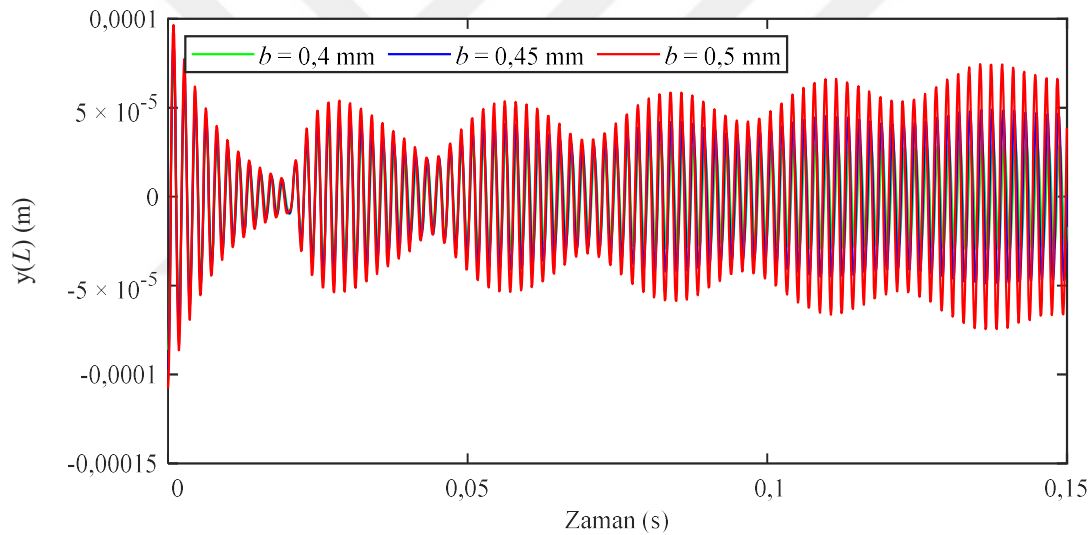
4.2. Takım Tutucunun Kiriş Modeli Benzetimi

Üçüncü bölümde oluşturulan takım tutucunun enine kiriş titreşimi modeline ait denklemler olan Eş. 3.2 ve Eş. 3.71 için Matlab® programı yardımıyla çözümler yapılmıştır. DTM kullanılarak elde edilen eşitlikler ‘m file’ dosyasında yazılarak çözüm gerçekleştirilmiştir. Karşılaştırma için ise hareket denklemi ‘m file’ dosyasında DDESD fonksiyonu kullanılarak modellenmiştir. Bunlara ek olarak Simscape Multibody (Matlab®) programında bir kiriş modeli oluşturulmuştur. Benzetim parametreleri olarak $E=200$ GPa, $\rho=7800$ kg/m³, $A=1259,25$ mm² ve yapısal sönüm katsayısı olarak $\eta=4,4753 \times 10^6$ Ns/m² değerleri seçilmiştir. Diğer parametreler için Çizelge 4.4’deki değerler kullanılmıştır.

Çizelge 4.4. Kiriş modeli için benzetim parametreleri (Altintas ve diğerleri, 2008; Altintas, 2012: 138)

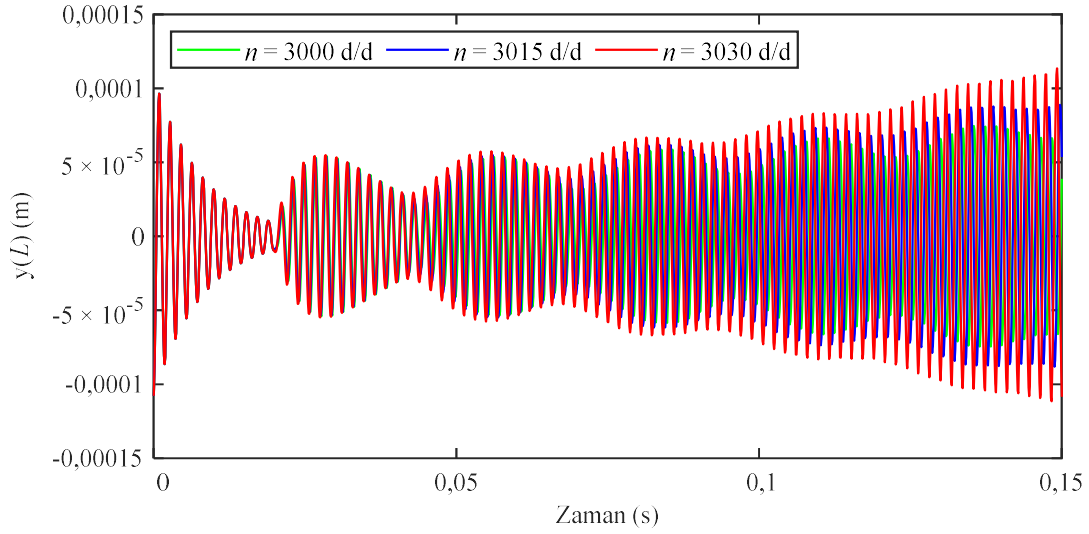
$m=0,561 \text{ kg}$	$c=145 \text{ Ns/m}$	$k=6,48 \times 10^6 \text{ N/m}$
$K=1384 \times 10^6 \text{ N/m}^2$	$C_i=1,1 \times 10^6 \text{ N/m}$	$\emptyset R=35 \text{ mm}$

Şekil 4.13’de takım tutucunun serbest ucunun zamana karşı yer değişimi eğrisi verilmiştir. İş parçası hızının 3000 d/d, bağlama uzunluğunun 238 mm, kesme derinliğinin sırasıyla 0,4, 0,45 ve 0,5 mm olduğu durumlar incelenmiştir. Kritik kararlı çalışma koşullarına yakın bölgede sabit bağlama uzunluğunda ve sabit dönme hızında kesme derinliği arttıkça takım tutucunun uç noktasının (kesici uç) genliği artmaktadır. Allenov ve diğerleri (2022) tarafından yapılan çalışmada benzer sonuçlar ortaya koyulmuştur.



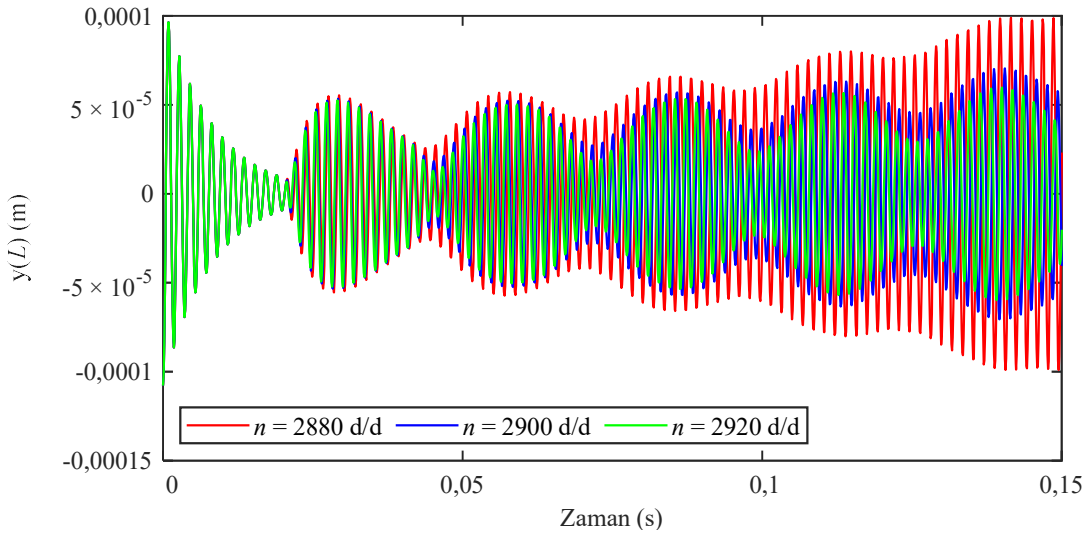
Şekil 4.13. Farklı kesme derinlikleri için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi ($L=238 \text{ mm}$, $n=3000 \text{ d/d}$)

Şekil 4.14’de iş parçasının farklı dönme hızları için takım tutucunun uç noktasının zamana karşı yer değişimi eğrisi yer almaktadır. Benzetim işlemi için 238 mm’lik bağlama uzunluğu, 0,5 mm’lik kesme derinliği, iş parçası dönme hızı olarak ise 3000, 3015 ve 3030 d/d seçilmiştir. Kararlılık sınırı çevresinde sabit bağlama uzunluğu ve kesme derinliği için iş parçasının artan hızıyla takım tutucunun uç noktasının (kesici uç) genliğinin arttığı belirlenmiştir.



Şekil 4.14. İş parçasının farklı hızları için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi ($L=238$ mm, $b=0,5$ mm)

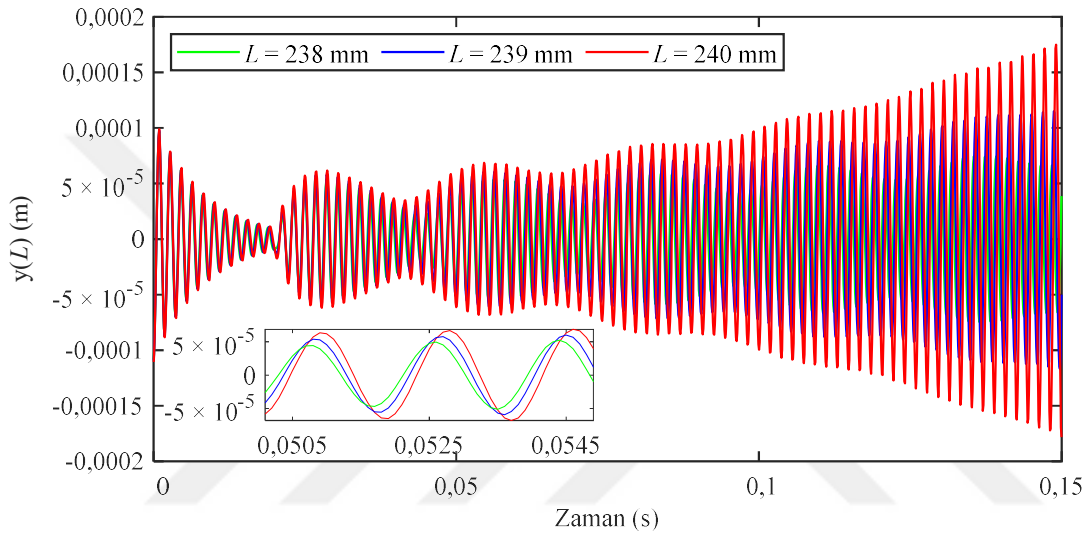
İş parçasının dönme hızının belirli aralıklarda artması, kesici ucun genliğini artırırken, belli aralıklarda artması ise kesici ucun genliğini azaltmaktadır (Bkz. Şekil 4.3, 4.5, 4.14). Bu ifade artan dönme hızlarına rağmen azalan kesici uç genliğinin gösterildiği Şekil 4.15 ile desteklenmiştir.



Şekil 4.15. İş parçasının farklı hızları için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi ($L=238$ mm, $b=0,5$ mm)

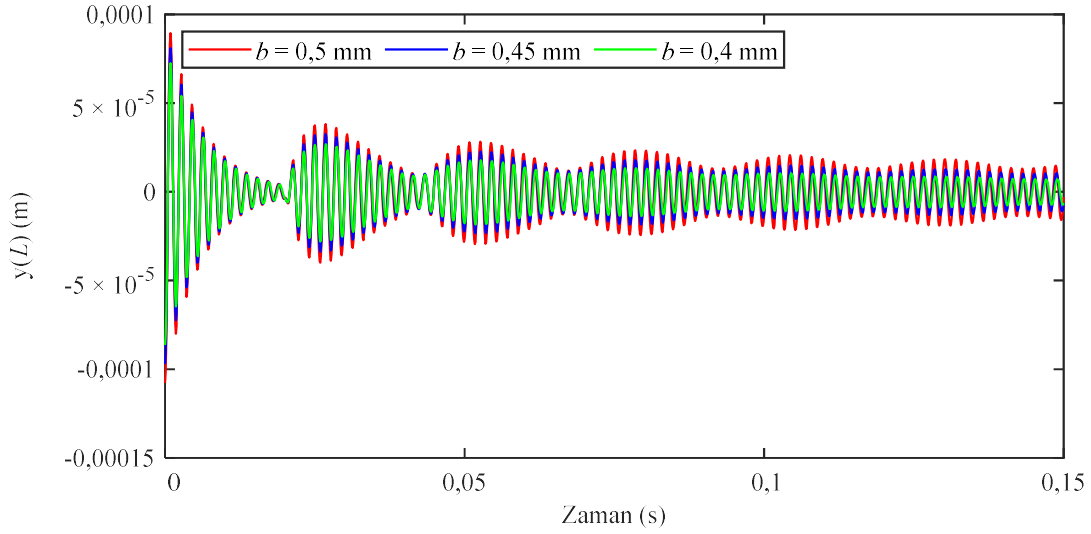
3000 d/d'lik dönme hızı, 0,5 mm'lik kesme derinliği ve farklı bağlama uzunlukları için takım ucunun yer değişiminin zamana karşı değişimi Şekil 4.16'daki gibidir. Bağlama uzunluğunun artması kesici ucun genliğinin artmasına neden olmaktadır. Bu sonuç daha

önce yapılmış deneysel çalışmalar (Ahmed ve diğerleri, 2013; Allenov ve diğerleri, 2022; Khalili ve Danesh, 2013; Kiyak ve diğerleri, 2010; Saravanamurugan ve diğerleri, 2021; Sofuoğlu ve diğerleri, 2018) ile benzerlik göstermektedir. Takım bağlama uzunluğunun artması takım tutucunun esnekliğinin artmasına neden olmaktadır. Kesici uç ile iş parçası arasında oluşan kuvvetin takım tutucunun ankastre bağlantı noktasına olan uzaklığının artması takım tutucunun daha kolay yer değiştirmesine olanak sağlamaktadır. Artan esneklik kısa takım ömrüne sebep olmaktadır (Kayhan ve diğerleri, 2009).



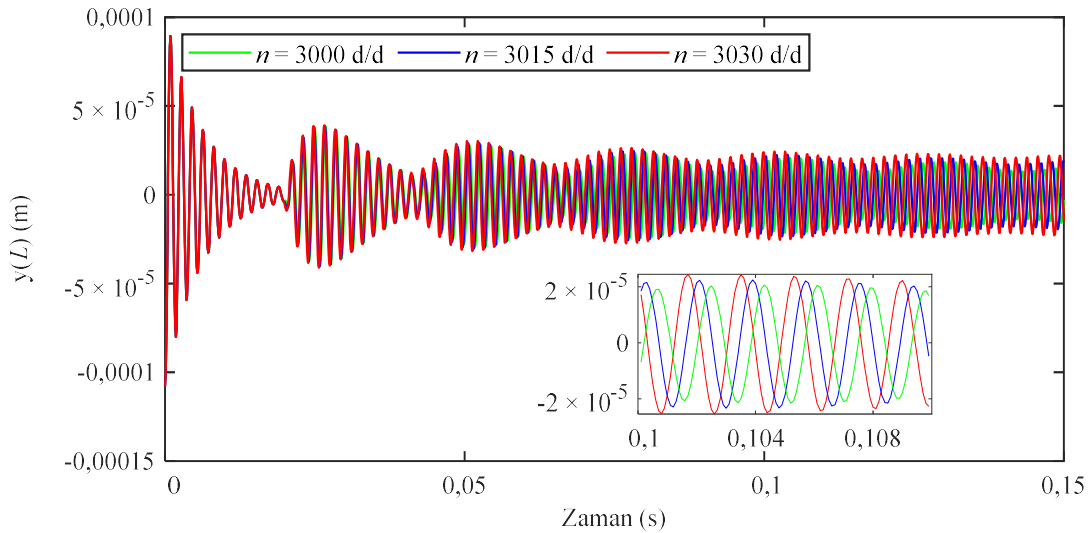
Şekil 4.16. Farklı bağlama uzunlukları için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi ($n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm)

İşlem sönüm etkili modelde hareket denklemindeki zorlayıcı fonksiyona, kesici uçtaki aşınma nedeniyle işlem sönüm terimi eklenir. Kesici ucun yan yüzeyinin, işlenmiş yüzey ile teması sonucu oluşan bu terimin içinde yer alan, hıza bağımlı kesme kuvvet katsayısı $C_i=1,1 \times 10^6$ N/m olarak alınmıştır. Şekil 4.17’de farklı kesme derinlikleri için takım tutucunun uç noktasının zamana karşı yer değişimi eğrisi verilmiştir. İş parçası hızı 3000 d/d, kesici uç bağlama uzunluğu 238 mm, kesme derinliği ise 0,4, 0,45 ve 0,5 mm olarak seçilmiştir. Kesme derinliğindeki artış genlik artışına neden olmaktadır.



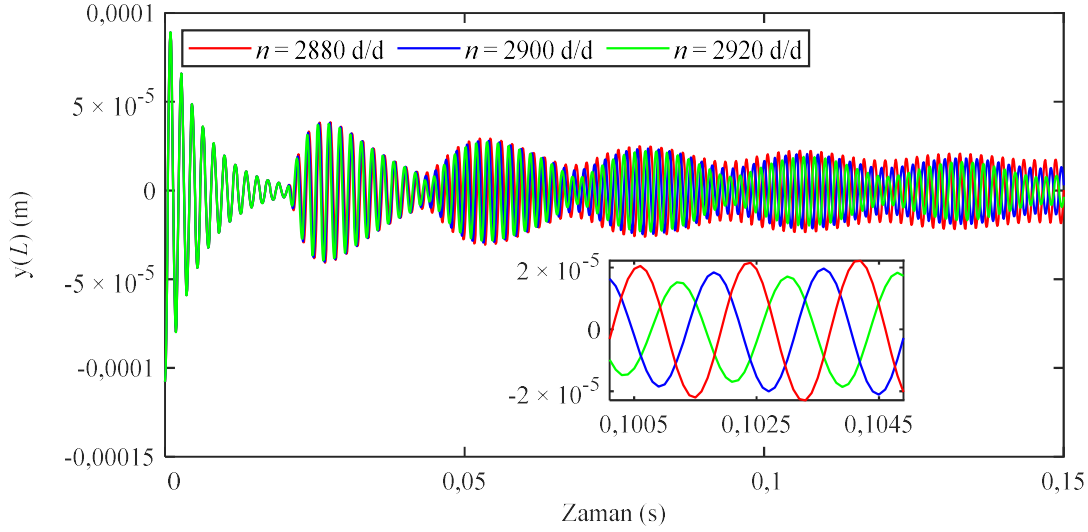
Şekil 4.17. Farklı kesme derinlikleri için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi (İşlem sönümlü model, $L=238$ mm, $n=3000$ d/d)

Şekil 4.18’de işlem sönüm etkili modele yönelik, farklı dönme hızları için takım tutucunun uç noktasının zamana karşı yer değişimi eğrisi yer almaktadır. Benzetim için 238 mm’lik bağlama uzunluğu, 0,5 mm’lik kesme derinliği, dönme hızı olarak ise 3000, 3015 ve 3030 d/d seçilmiştir. Artan hızla birlikte genliğin de arttığı tespit edilmiştir.



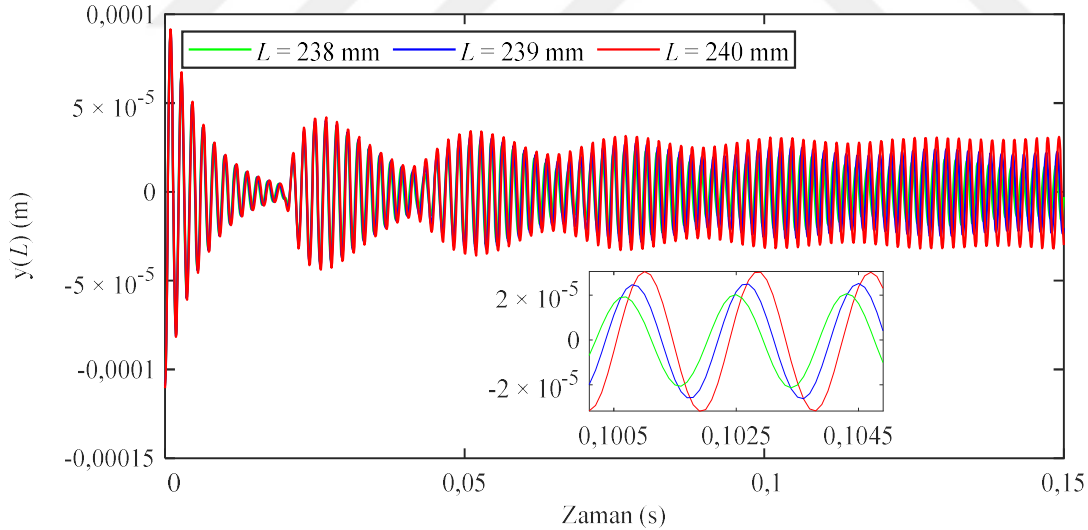
Şekil 4.18. İş parçasının farklı hızları için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi (İşlem sönümlü model, $L=238$ mm, $b=0,5$ mm)

Bağlama uzunluğu 238 mm, kesme derinliği 0,5 mm ve iş parçası hızı 2880, 2900, 2920 d/d seçilerek işlem sönümlü model için çözüm Şekil 4.19’da verilmiştir. Daha önce olduğu gibi artan dönme hızı genlikte azalmaya yol açmıştır (Bkz. Şekil 4.3, 4.5, 4.14, 4.15, 4.18).



Şekil 4.19. İş parçasının farklı hızları için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi-zaman eğrisi (İşlem sönümlü model, $L=238$ mm, $b=0,5$ mm)

Şekil 4.20’de aşınmış takımın hesaba katıldığı (işlem sönümlü) kiriş modeline yönelik farklı bağlama uzunluklarının etkisi irdelenmiştir. Bağlama uzunluğunun artması genlikte de artışa sebep olmuştur.

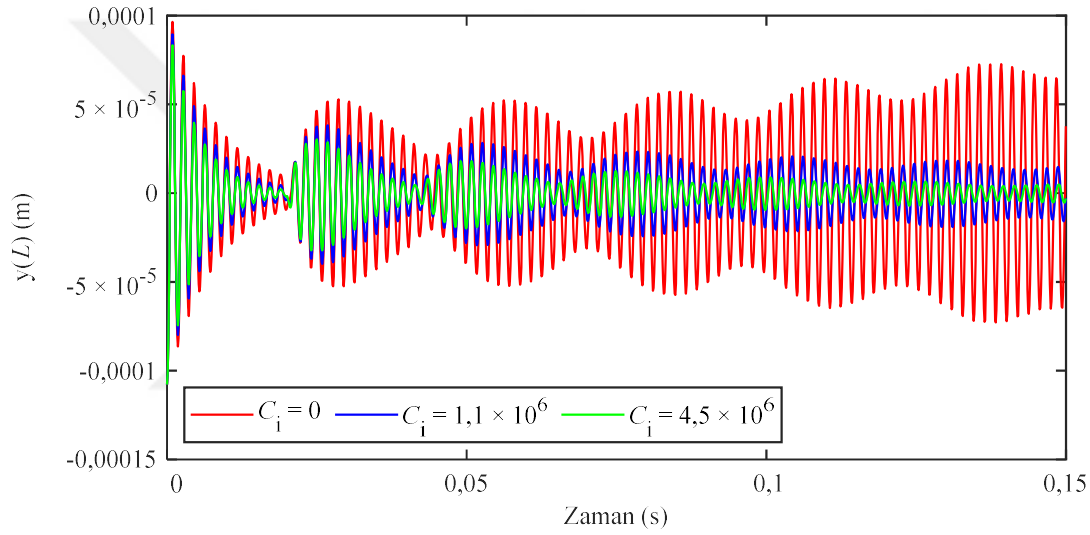


Şekil 4.20. Farklı bağlama uzunlukları için takım tutucunun uç noktasının yer değişimi zaman eğrisi (İşlem sönümlü model, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm)

Şekil 4.21’de keskin uçlu, az aşınmış ve biraz daha fazla aşınmış kiriş modeli karşılaştırılmıştır. Hız, bağlama uzunlukları ve kesme derinlikleri sabit tutulmuştur. Üç farklı hız bağımlı kesme kuvvet katsayısı, C_i seçilmiştir. C_i ’nin sıfıra eşit olması işlem sönüm etkisinin hesaba katılmadığı keskin uçlu modeli temsil etmektedir. Diğer durumlar ise artan aşınma miktarı ile doğru orantılı artan değerleri karşılamaktadır. İşlem sönüm

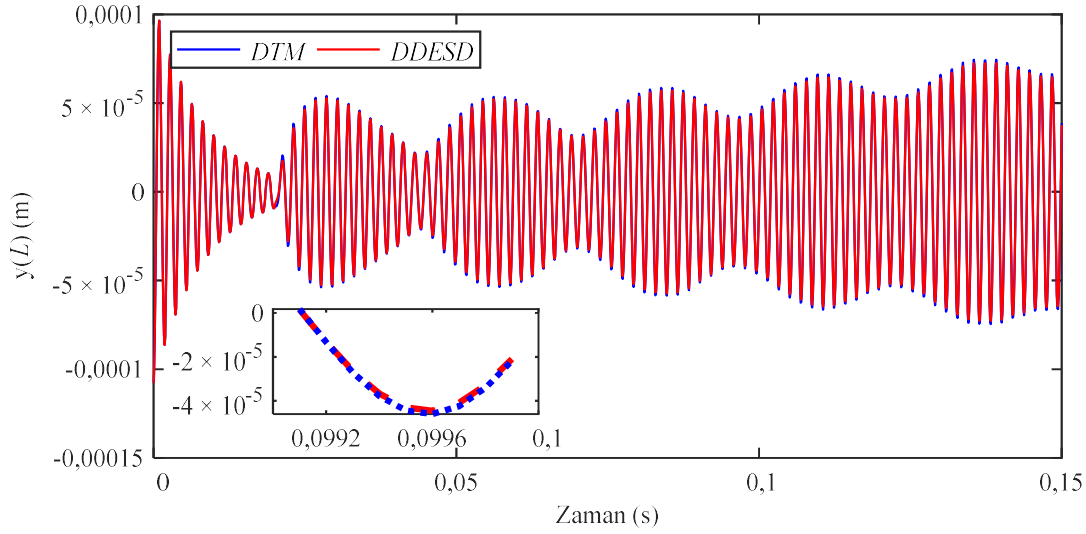
etkisinin hesaba katılması yer değişimini azaltmaktadır. Bir miktar daha fazla yan yüzey aşınmasının olduğu durumda işlem sönüm etkisinin daha fazla olması genliği daha fazla azaltmaktadır. Hajikolaie ve diğerleri (2010) tarafından yapılan çalışmada da belirtildiği gibi takım aşınması işlem sönümü olarak bilinen pozitif bir sönüm oluşturmaktadır. Aşınmış takım daha kararlı bir davranış göstermiştir.

Yan yüzey aşınmasının artması genlik modülasyonundaki en düşük (minimum) genliği daha erkene çekmektedir. Bunun nedeni işlem sönümü etkisiyle enerjinin daha fazla kullanılmasıdır.



Şekil 4.21. İşlem sönümlü ve işlem sönümsüz modellerin karşılaştırılması ($L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm)

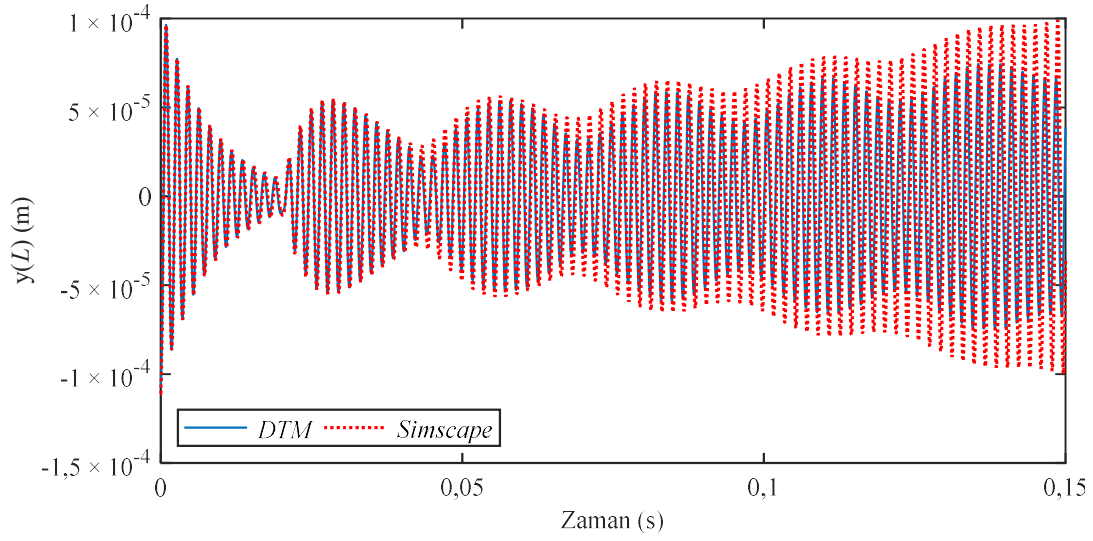
Keskin uçlu kesici takım için önerilen takım tutucu titreşimi modelinin çözüm yöntemleri Şekil 4.22’de karşılaştırılmıştır. DTM ve Matlab® programına ait gecikmeli diferansiyel denklem çözme komutu olan ddesd sırasıyla mavi ve kırmızı renk ile gösterilmiştir. Çok adımlı DTM kullanılması sayesinde sonuçlar arasındaki fark kabul edilebilir seviyededir. Yön değişimlerinin olduğu kısımlarda DTM bir miktar daha büyük değerler vermektedir.



Şekil 4.22. Farklı çözüm yöntemlerinin karşılaştırılması ($L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm)

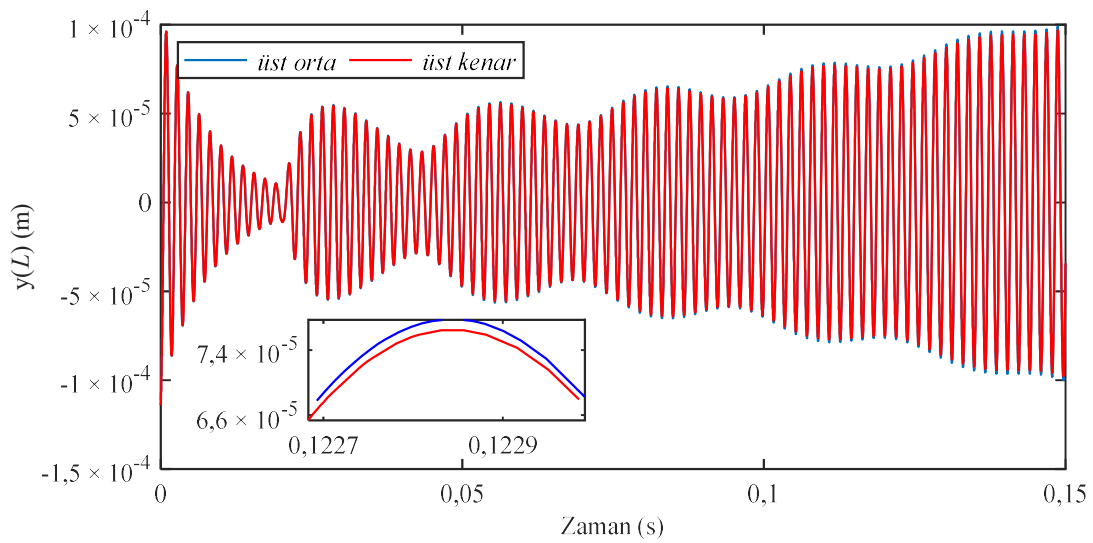
Simscape Multibody modelinde esnek kiriş blok parametrelerindeki sönüm değerleri için Rayleigh sönüm modeli kullanılmıştır. Kütle orantılı sönüm katsayısı sıfır alındı. DTM ve ddesd için kullanılan boyutsuz sönüm oranı kullanılarak katılık orantılı sönüm katsayısı hesaplanarak çözümlemelerde kullanıldı. Ayırık eleman sayısı olarak 20 değeri alındı. Yayıllı yük için doğrudan kullanılabilecek bir blok bulunmamaktadır. Bundan dolayı yayılı yük etkiye hattı boyunca (Şekil 3.2'deki AB aralığı) eşit aralıklı 11 noktaya tekil kuvvetler uygulanmıştır. Rampa fanksiyonu kullanılarak kiriş kararlı bir şekilde başlangıç şartlarını sağlayacak konuma getirildi. Daha sonra asıl çözümleme gerçekleştirildi.

Üçüncü bölümdeki kiriş modeli için DTM kullanılarak elde edilen tek mod çözüm sonucu ile Simscape Multibody programında esnek kiriş bloğu kullanılarak oluşturulan modelin sonucu Şekil 4.23'de karşılaştırılmıştır. Deplasman büyüklüğünde bir miktar fark olmasına rağmen kirişin her iki modelde de aynı hareketi yaptığı anlaşılmaktadır. DTM için tek modun hesaba katılması, Simscape Multibody modelinde çözümleyicinin (daessc, otomatik değişken adım aralığı) farklı olması gibi nedenler şekildeki deplasman farkını kabul edilebilir kılmıştır.



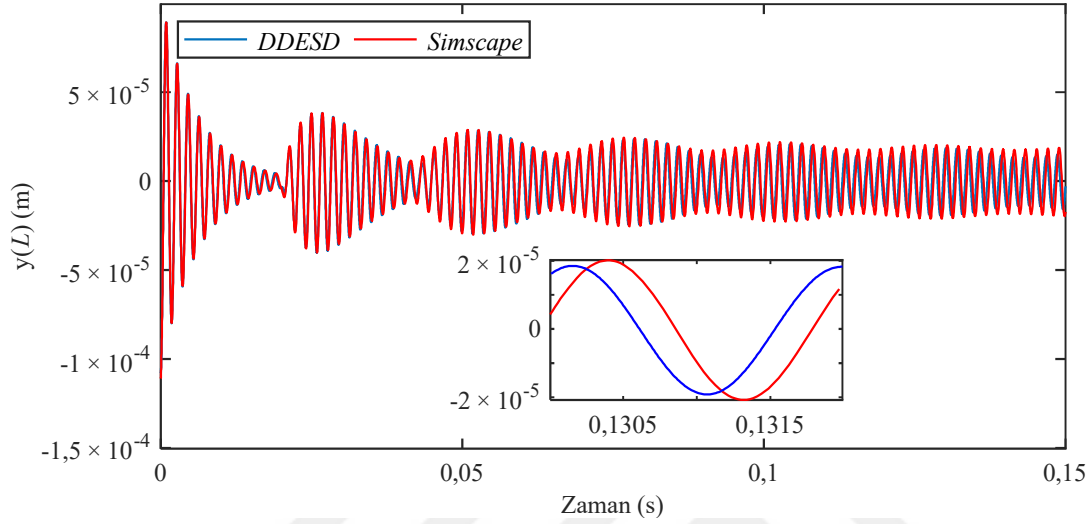
Şekil 4.23. Farklı çözüm yöntemlerinin karşılaştırılması ($L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm)

Şekil 3.2’de gösterildiği gibi kesme kuvveti AB aralığında etki edecek şekilde çözümleme yapılmıştı. Ancak kesme kuvvetinin Şekil 3.2’deki gibi CD aralığında etki etmesi, esas kesme kenarının takım tutucunun kenarına yakın olmasından dolayı daha gerçekçi olacaktır. Bu sebeple Simscape Multibody programında yayılı yükün AB aralığında (üst orta, mavi) ve CD aralığında (üst kenar, kırmızı) etki ettiği durumlar için deplasman eğrileri Şekil 4.24’de verilmiştir. Kenardan etki eden yayılı yükün neden olduğu deplasman değeri daha küçük kalmıştır.



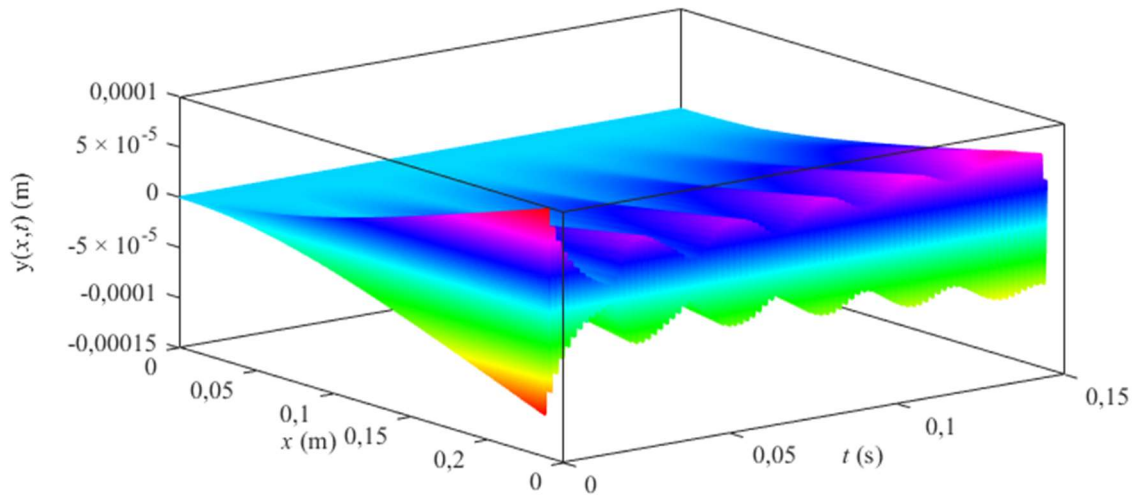
Şekil 4.24. Kesme kuvvetinin farklı uygulama şekillerine göre yer değişiminin karşılaştırılması ($L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm, Simscape Multibody)

Üçüncü bölümdeki giriş için oluşturulan işlem sönümlü modelin ddesd çözümleri ile Simscape Multibody programında oluşturulan işlem sönümlü modelin çözümleri Şekil 4.25’de yer almaktadır. İki çözüm modeli de benzer hareket yapmaktadır. Buradaki deplasman farkı Şekil 4.23’dekine göre daha azdır.



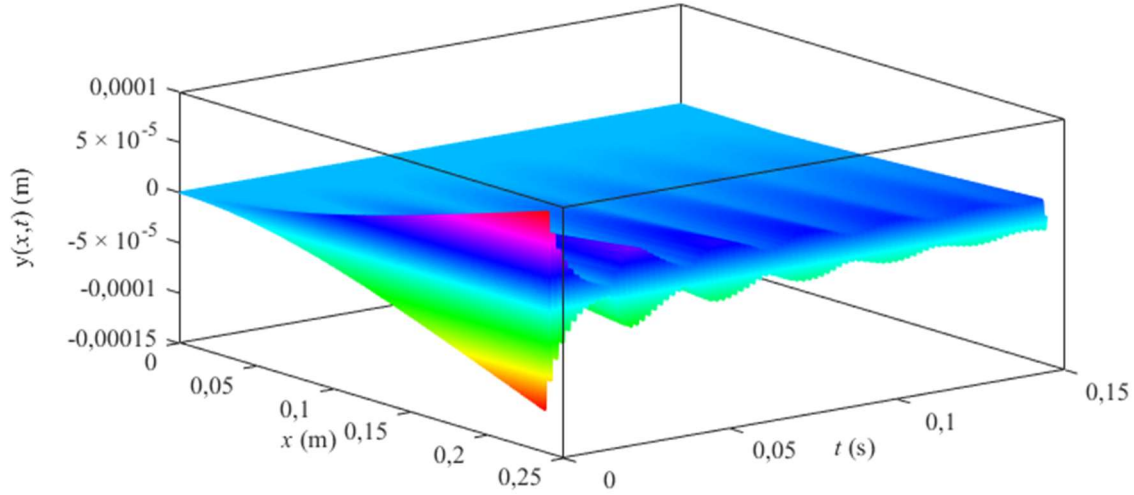
Şekil 4.25. Farklı çözüm yöntemlerinin karşılaştırılması (İşlem sönümlü model, $L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm)

Keskin uçlu takım için takım tutucu titreşimi üç boyutlu olarak Şekil 4.26’da yer almaktadır. Takım tutucunun ankastre bağlı olduğu kısmı sabit kalmaktadır. Kesici ucun olduğu uç kısım ise zamanla artan genlikte titreşim hareketi yapmaktadır (Bkz. Şekil 4.23).



Şekil 4.26. Üç boyutlu takım tutucu titreşimi ($L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm)

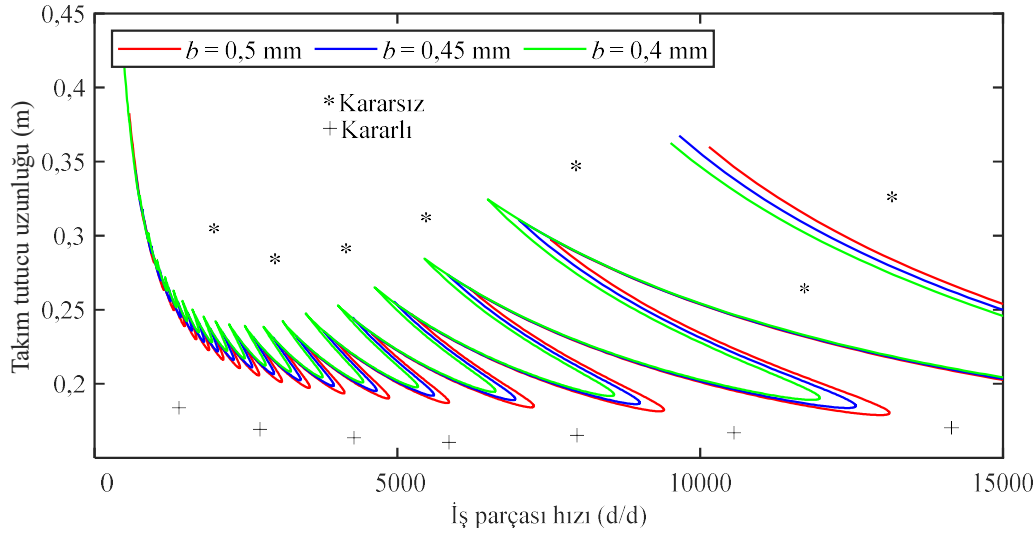
Şekil 4.27’de ise işlem sönümlü modele ait takım tutucu titreşimi üç boyutlu olarak verilmiştir. Yan yüzey aşınmasının neden olduğu sönüm genlikte azalmaya sebep olmaktadır.



Şekil 4.27. Üç boyutlu takım tutucu titreşimi (İşlem sönümlü model, $C_f=1,1 \times 10^6$ N/mm, $L=238$ mm, $n=3000$ d/d, $b=0,5$ mm)

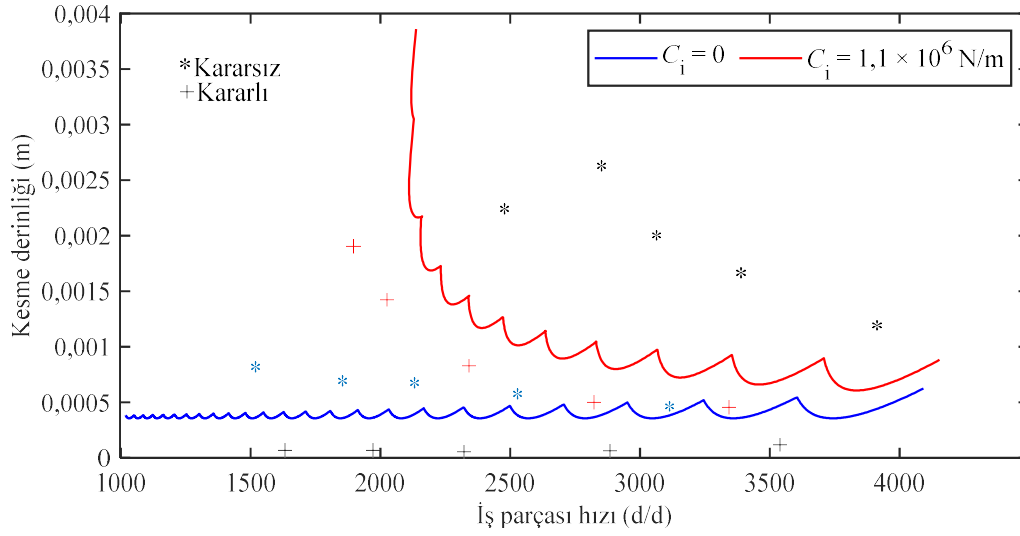
Kiriş modeline yönelik kararlılık eğrileri Şekil 4.28-4.33 arasında sunulmuştur. Keskin uçlu takım modelinde, farklı bağlama uzunlukları için kesme derinliğinin değişimini veren kararlılık eğrileri Şekil 4.28’de yer almaktadır. Eğrilerin altında kalan alan kararlı, üstünde kalan alan ise kararsız bölgeyi temsil etmektedir. Devir hızı azaldıkça kararlı bir kesme işlemi için kesme derinliği azalmaktadır.

Aynı devir bölgesinde bağlama uzunluğunun artışı kararlılık için kesme derinliğinin artışı kısıtlamaktadır. Bir diğer ifadeyle bağlama uzunluğu arttıkça kesme derinliği sınırı aşağıya ve hızın azaldığı yöne doğru çekilmektedir. Bu tespit daha önce yapılmış çalışmaların sonuçlarıyla uyum sağlamaktadır (Gok ve diğerleri, 2020; Hintze ve diğerleri, 2023). Daha önce bulunan sonuca göre de bağlama uzunluğunun artması genliği artırmaktaydı (Bkz. Şekil 4.16). Sistem, iş parçasının dönme hızıyla zorlandığı için bağlama uzunluğunun artması kararlılık için zorlama frekansını düşürmektedir. Şekil 4.28 bu bağlamda lob lob incelendiğinde bağlama uzunluğunun artışı her bir lob için rezonans aralığının azalan yönde ötelenmesine neden olmaktadır.



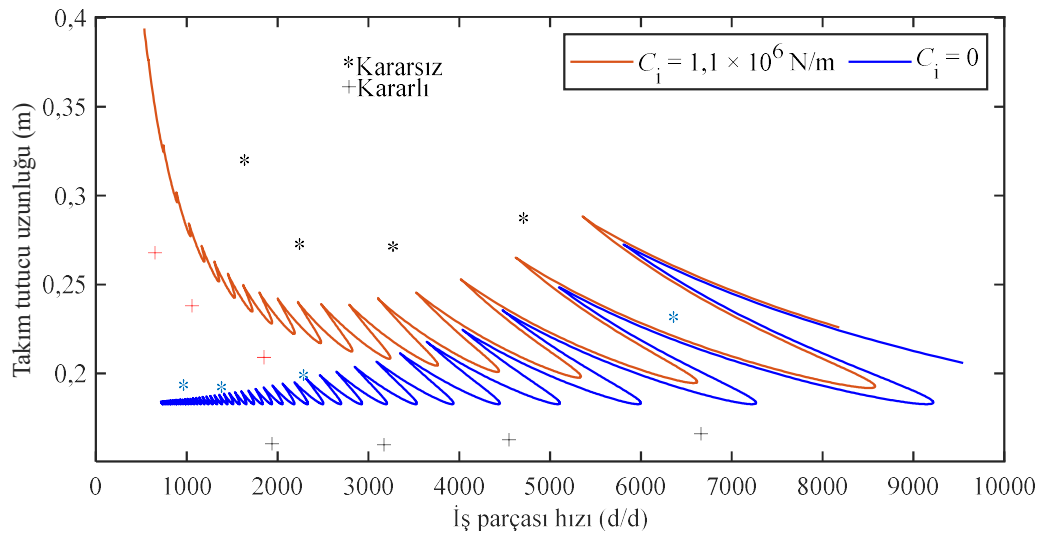
Şekil 4.31. Farklı kesme derinlikleri için kararlılık eğrileri (SLD) (İşlem sönümlü model)

Keskin uçlu takım ile yan yüzeyi aşınmış takımın kararlılık eğrilerinin karşılaştırılması Şekil 4.32 ve 4.33’de yer almaktadır. Şekil 4.32’de iş parçası hızına göre kesme derinliğinin değişimi verilmiştir. Yan yüzey aşınması kesme derinliği için kararlılık sınırını yükseltmektedir. Yüksek hızlarda az gibi görünen bu kazanım hız azaldıkça etkisini artırmaktadır. Altintas ve diğerleri (2008) ile Siddhpura ve diğerleri (2013) tarafından yapılan deneysel çalışmalarda olduğu gibi belirli bir miktar aşınmış kesici takım, yeni (keskin) kesici takıma göre kararlılık sınırını yükseltmiştir. Ram ve diğerleri (2018) tarafından sönümleyicili sistem için oluşturulmuş kararlılık eğrileri temel alınır, Şekil 4.32’den, bir miktar yan yüzey aşınmasının sönüm etkisi gösterdiği çıkarımı yapılabilir. Tek serbestlik dereceli model incelendiğinde de aynı sonuca ulaşılabilmektedir (Bkz. Şekil 4.7).



Şekil 4.32. İşlem sönümlü ve işlem sönümsüz modellerin kararlılık eğrilerinin karşılaştırılması ($L=238 \text{ mm}$)

İşlem sönümlü ve işlem sönümsüz model için, takım tutucu uzunluğuna yönelik kararlılık eğrilerinin karşılaştırması Şekil 4.33'de yer almaktadır. İşlem sönümlü modelde yan yüzeydeki aşınma, bağlama uzunluğunun artırılmasına izin vermektedir. Aşınmış takımla (işlem sönümlü model) kesme işleminde, dönme hızının azalması daha büyük bağlama uzunluklarına olanak sağlamaktadır. Dönme hızı arttıkça işlem sönüm etkisi göz ardı edilebilecek seviyeye yaklaşmaktadır. Bu sonuç Şekil 4.32 ve Şekil 4.33'den anlaşılmaktadır. Clancy ve diğerleri (2002) tarafından yapılan çalışmayla da benzerlik göstermektedir.



Şekil 4.33. İşlem sönümlü ve işlem sönümsüz modellerin kararlılık eğrilerinin karşılaştırılması ($b=0,4 \text{ mm}$)

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada talaşlı imalatda kullanılan bir kesici takımın titreşimleri incelenmiştir. Öncelikle kesici takımın tek serbestlik dereceli titreşim modeli kurulmuştur. Takım ömrü için belirleyici ölçüt aşınmadır. Bundan dolayı önceki deneysel çalışmalara dayanarak titreşim ile yan yüzey aşınması arasında doğrusal olmayan bir bağıntı üretilmiştir. Daha sonra söz konusu bağıntı tek serbestlik dereceli modele eklenerek bir matematik model oluşturulmuştur.

Önceki çalışmaların ve bu tezde oluşturulan tek serbestlik dereceli modelin sonuçlarına göre kararsız kesme işlemi aşınmayı artırarak takım ömrünü azaltmaktadır. Bundan dolayı takım bağlama uzunluğunun, kararlılık üzerine etkisi olacağı düşünülerek takım tutucunun Euler-Bernoulli kiriş teorisine dayanan enine titreşim modeli kurulmuştur. Bu model kullanılarak kritik kararlı çalışma bölgesinde takım tutucu uzunluğunu (takım bağlama uzunluğu) iş parçası hızına göre belirleyebilecek matematiksel bir fonksiyon oluşturulmuştur.

Hem tek serbestlik dereceli modelin hem de kiriş modelinin çözümü için Diferansiyel Dönüşüm Metodu (DTM) kullanılmıştır. Tek serbestlik dereceli modelin sayısal sonuçlarını karşılaştırmak için Matlab dde23, Simulink ve Simscape Multibody, kiriş modelinin sonuçlarını karşılaştırmak için ise Matlab ddesd ve Simscape Multibody programlarında modelleme yapılmıştır.

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar özet olarak şu şekildedir.

- Oluşturulan matematik model sayesinde kesici takımın yan yüzeyindeki aşınmanın, titreşim etkisiyle değişimi belirlenebilmiştir.
- Genliğin artması titreşim etkili yan yüzey aşınmasını artırmaktadır. Dolayısıyla da takım ömrü kısalmaktadır. Sonuç dördüncü bölümde de belirtildiği gibi önceki deneysel çalışmalarla tutarlıdır. Kararsız işlemi önlemek için kesme derinliği azaltılabilir.
- Tirlama kaynaklı yan yüzey aşınmasını (toplam yan yüzey aşınmasını kapsamıyor) azaltarak takım ömrünü korumak için iş parçası hızı belli aralıklar içinde artırılıp azaltılabilir.

- Bu çalışmada oluşturulan tek serbestlik dereceli model önceki çalışmalarda kullanılan işlem sönüm etkili modele yakın sonuçlar vermiştir.
- Tek serbestlik dereceli modelde büyük q değerleri daha büyük genlik oluşmasına neden olmaktadır. Ancak titreşim etkili yan yüzey aşınma uzunluğu daha küçük kalmaktadır.
- Sabit örnekleme zamanında ve sabit dönüşüm fonksiyon sayısında benzetim zamanının artması hata miktarını artırmaktadır. Örnekleme zamanının azaltılması, dönüşüm fonksiyon sayısının artırılmasından daha etkilidir.
- Kritik kararlı kesme bölgesinde çalışırken genliğin azalması için bağlama uzunluğu artırılmalı veya azaltılmamalıdır. Bağlama uzunluğu ile kontrol altına alınan genlik takım ömrünü korumaya yönelik bir adımdır. Bağlama uzunluğunun artması neticesindeki esneklik her zaman olumsuz etki yapmamaktadır.
- Tırlama kararlılığında takım tutucu uzunluğunun etkisi iş parçasının dönme hızıyla ayarlanabilmektedir. Kararsız işlemeye sebep olan bağlama uzunluğu değiştirilmeden iş parçasının farklı frekansları ile kararlılık sağlama işlemi, genliği azaltacağı için takımın aşınmasına dolayısıyla da ömrüne olumlu etki etmektedir. Sonuç önceki araştırmalarla tutarlılık göstermektedir.
- Kritik çalışma bölgelerinde bağlama uzunluğu arttıkça kararlı kesme işlemi için kesme derinliği azaltılmalıdır. Kesme derinliğinin artması kararlı çalışma için daha kısa bağlama uzunlukları gerektirmektedir.
- İşlem sönüm etkili giriş modelinde hız azaldıkça kesme derinliği ve takım bağlama uzunluğu sınırı yükselmektedir. İşlem sönüm etkili kesme işleminde iş parçasının frekansı düşükçe daha büyük bağlama uzunlukları ile kararlı kesme yapılabilir.

İleri araştırmalar için öneriler şu şekildedir.

- Büyük bağlama uzunluğu ile çalışılması gereken durumlarda, kararlı kesme işlemini sağlayan bir kontrol sistemi tasarlamak.
- Büyük bağlama uzunluğu ile çalışılması gereken durumlarda, kararlı kesme işlemini sağlamak için iş parçası frekansının hangi yönde değişmesi gerektiğine karar verecek bir sistem tasarlamak.

KAYNAKLAR

- Abdel, I. H., and Hassan, H. (2002). Different applications for the differential transformation in the differential equations. *Applied Mathematics and Computation*, 129, 183-201.
- Ahmed, G. M. S., Ahmed, H., and Samad, S. S. (2013). Experimental Investigation of Effect of Tool Length on Surface Roughness during Turning Operation and its Optimization. *Journal of Mechanical and Civil Engineering*, 7 (2), 73-80.
- Allenov, D. G., Borisovna, K. D., Ghorbani, S., and Kashyzadeh, K. R. (2022). Simultaneous effects of cutting depth and tool overhang on the vibration behavior of cutting tool and high cycle fatigue behavior of product: experimental research on the turning machine. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 122, 2361-2378.
- Altintas, Y., and Budak, E. (1995). Analytical prediction of stability lobes in milling. *Annals of the CIRP*, 44(1), 357-362.
- Altintas, Y., and Engin, S. (2001). Generalised modeling of mechanics and dynamics of milling cutters. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 50(1), 25-30.
- Altintas, Y., and Weck, M. (2004). Chatter stability of metal cutting and grinding. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 53(2), 619-642.
- Altintas, Y., Eynian, M., and Onozuka, H. (2008). Identification of dynamic cutting force coefficients and chatter stability with process damping. *CIRP Annals*, 57(1), 371-374.
- Altintas, Y. (2012). *Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, And CNC Design*. (Second edition). New York: Cambridge University Press, 4-190.
- Arikoglu, A., and Ozkol, I. (2005). Solution of boundary value problems for integro-differential equations by using differential transform method. *Applied Mathematics and Computation*, 168, 1145-1158.
- Arikoglu, A., and Ozkol, I. (2006a). Solution of difference equations by using differential transform method. *Applied Mathematics and Computation*, 176, 1216-1228.
- Arikoglu, A., and Ozkol, I. (2006b). Solution of differential-difference equations by using differential transformation method. *Applied Mathematics and Computation*, 181, 153-162.
- Arikoglu, A., and Ozkol, I. (2008). Solutions of integral and integro-differential equation systems by using differential transform method. *Computers and Mathematics with Applications*, 56, 2411-2417.
- Astakhov, V. P. (2004). The assessment of cutting tool wear. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 44, 637-647.

- Ayaz, F. (2004). Solutions of the system of differential equations by differential transform method. *Applied Mathematics and Computation*, 147, 547-567.
- Benhammouda, B., and Leal, H. V. (2016). A new multi-step technique with differential transform method for analytical solution of some nonlinear variable delay differential equations. *SpringerPlus*, 5:1723.
- Beri, B., and Stepan, G. (2018). Stability of turning process with tool subjected to compression. *Procedia CIRP*, 77, 179-182.
- Bozdogan, K. B., and Ozturk, D. (2014). Free vibration analysis of the tube-in-tube tall buildings with the differential transform method. *Advances in Structural Engineering*, 17, 1271-1279.
- Bozdogan, K. B., and Aydin, S. (2016). Lateral stability analysis of multistory buildings using the differential transform method. *Structural Engineering and Mechanics*, 57, 861-876.
- Budak, E., and Altintas, Y. (1998). Analytical prediction of chatter stability in milling—Part I: General formulation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 120(1), 22-30.
- Campocasso, S., Costes, J.-P., Fromentin, G., Bissey-Breton, S., and Poulachon, G. (2015). A generalised geometrical model of turning operations for cutting force modelling using edge discretisation. *Applied Mathematical Modelling*, 39(21), 6612-6630.
- Chen, S.-S., and Chen, C.-K. (2009). Application of the differential transformation method to the free vibrations of strongly non-linear oscillators. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 10, 881-888.
- Chinchani, S., and Choudhury, S. K. (2016). Cutting force modeling considering tool wear effect during turning of hardened AISI 4340 alloy steel using multi-layer TiCN/Al₂O₃/TiN-coated carbide tool. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 83, 1749-1762.
- Chiou, Y. S., Chung, E. S., and Liang, S. Y. (1995). Analysis of tool wear effect on chatter stability in turning. *International Journal of Mechanical Sciences*, 37(4), 391-404.
- Chiou, R. Y., and Liang, S. Y. (1998). Chatter stability of a slender cutting tool in turning with tool wear effect. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 38(4), 315-327.
- Choudhury, S. K., and Kishore, K. K. (2000). Tool wear measurement in turning using force ratio. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 40, 899-909.
- Choudhury, S. K., and Srinivas, P. (2004). Tool wear prediction in turning. *Journal of Materials Processing Technology*, 153-154, 276-280.

- Chowdhury, M. A., Khalil, M. K., Nuruzzaman, D. M., and Rahaman, M. L. (2011). The effect of sliding speed and normal load on friction and wear property of aluminum. *International Journal of Mechanical & Mechatronics Engineering*, 11(1), 53–57.
- Clancy, B. E., and Shin, Y. C. (2002). A comprehensive chatter prediction model for face turning operation including tool wear effect. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 42(9), 1035-1044.
- Demir, İ., Karahan, F. M. M., and Aktürk, N. (2021). Application of Differential Transformation Method for Nonlinear Cutting Tool Vibration. *Gazi University Journal of Science PART A: Engineering And Innovation*, 8(1), 109-122.
- Dimla, D. E., and Lister, P. M. (2000a). On-line metal cutting tool condition monitoring. 1: force and vibration analyses. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 40, 739-768.
- Dimla, D. E., and Lister, P. M. (2000b). On-line metal cutting tool condition monitoring. 2: tool-state classification using multi-layer perceptron neural networks. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 40, 769-781.
- Dimla, D. E. (2000). Sensor signals for tool-wear monitoring in metal cutting operations-a review of methods. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 40, 1073-1098.
- Dimla, D. E. (2002). The correlation of vibration signal features to cutting tool wear in a metal turning operation. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 19(10), 705–713.
- El-Shahed, M. (2008). Application of differential transformation method to non-linear oscillatory systems. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 13, 1714-1720.
- Ganeshkumar, S., Singh, B. K., Kumar, S. D., Gokulkumar, S., Sharma, S., Mausam, K., Li, C., Zhang, Y., and Eldin, E. M. T. (2022). Study of Wear, Stress and Vibration Characteristics of Silicon Carbide Tool Inserts and Nano Multi-Layered Titanium Nitride-Coated Cutting Tool Inserts in Turning of SS304 Steels. *Materials*, 15(7994), 1-13.
- Ghorbani, S., Kopilov, V. V., Polushin, N. I., and Rogov, V. A. (2018). Experimental and analytical research on relationship between tool life and vibration in cutting process. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 18, 844–862.
- Gok, F., Orak, S., and Sofuoglu, M. A. (2020). The effect of cutting tool material on chatter vibrations and statistical optimization in turning operations. *Soft Computing*, 24, 17319-17331.
- Gokdogan, A., Merdan, M., and Yildirim, A. (2012). Differential transformation method for solving a neutral functional-differential equation with proportional delays. *Caspian Journal of Mathematical Sciences*, 1 (1), 31-37.

- Hajikolaee, K. H., Moradi, H., Vossoughi, G., and Movahhedy, M. R. (2010). Spindle speed variation and adaptive force regulation to suppress regenerative chatter in the turning process. *Journal of Manufacturing Processes*, 12, 106–115.
- Hatami, M., Ganji, D. D., and Sheikholeslami, M. (2017). *Differential Transformation Method For Mechanical Engineering Problems*. London: Elsevier Academic Press, 1-54.
- Hintze, W., Hinrichs, M., Rosenthal, O., Schleinkofer, U., and Venturini, R. (2023). Model based design of tuned mass dampers for boring bars of small diameter. *Procedia CIRP*, 117, 193-198.
- Jang, M-J., Chen, C-L., and Liy, Y-C. (2000). On solving the initial-value problems using the differential transformation method. *Applied Mathematics and Computation*, 115, 145-160.
- Karakoç, F., and Bereketoğlu H. (2009). Solutions of delay differential equations by using differential transform method. *International Journal of Computer Mathematics*, 86 (5), 914-923.
- Karpat, Y., and Özel, T. (2006). Predictive analytical and thermal modelling of orthogonal cutting process- part2: Effect of tool flank wear on tool forces, stresses, and temperature distributions. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 128, 445-453.
- Kataoka, R., and Shamoto, E. (2019). Influence of vibration in cutting on tool flank wear: Fundamental study by conducting a cutting experiment with forced vibration in the depth-of-cut direction. *Precision Engineering*, 55, 322–329.
- Kayhan, M., and Budak, E. (2009). An experimental investigation of chatter effects on tool life. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part B Journal of Engineering Manufacture*, 223(11), 1455–1463.
- Kaymakci, M., Kilic, Z. M., and Altintas, Y. (2012). Unified cutting force model for turning, boring, drilling and milling operations. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 54-55, 34-45.
- Khalili, K., and Danesh, M. (2013). Investigation of overhang effect on cutting tool vibration for tool condition monitoring. *Journal of Measurements in Engineering*, 1(4), 171-177.
- Khamel, S., Ouelaa, N., and Bouacha, K. (2012). Analysis and prediction of tool wear, surface roughness and cutting forces in hard turning with CBN tool. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 26(11), 3605-3616.
- Kilic, Z. M., and Altintas, Y. (2016a). Generalised mechanics and dynamics of metal cutting operations for unified simulations. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 104, 1-13.

- Kilic, Z. M., and Altintas, Y. (2016b). Generalized modeling of cutting tool geometries for unified process simulation. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 104, 14-25.
- Kiyak, M., Kaner, B., Sahin, I., Aldemir, B., and Cakir, O. (2010). The dependence of tool overhang on surface quality and tool wear in the turning process. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 51, 431-438.
- Kuo, B-L., and Lo, C-Y. (2009). Application of the differential transformation method to the solution of a damped system with high nonlinearity. *Nonlinear Analysis*, 70, 1732-1737.
- Kurnaz, A., and Oturanç, G. (2005). The differential transform approximation for the system of ordinary differential equations. *International Journal of Computer Mathematics*, 82 (6), 709-719.
- Li, B. (2012). A review of tool wear estimation using theoretical analysis and numerical simulation technologies. *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, 35, 143-151.
- Li, H., Song, G., Hou, J., Li, S., and Wen, B. (2013). A stability analysis of turning process considering the workpiece as a Timoshenko beam. *Journal Of Vibroengineering*, 15(4), 1927-1939.
- Lim, G. H. (1995). Tool-wear monitoring in machine turning. *Journal of Materials Processing Technology*, 51, 25-36.
- Liu, Y., Liu, Z., Song, Q., and Wang, B. (2019). Analysis and implementation of chatter frequency dependent constrained layer damping tool holder for stability improvement in turning process. *Journal of Materials Processing Technology*, 266, 687-695.
- Maekawa, K., Kitagawa, T., Shirakashi, T., and Usui, E. (1989). Analytical prediction of flank wear of carbide tools in turning plain carbon steels. II: prediction of flank wear. *Bulletin of the Japan Society of Precision Engineering*, 23(2), 126–133.
- Miguélez, M. H., Rubio, L., Loya, J. A., and Fernández-Sáez, J. (2010). Improvement of chatter stability in boring operations with passive vibration absorbers. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52, 1376-1384.
- Mirzaee, F. (2011). Differential transform method for solving linear and nonlinear systems of ordinary differential equations. *Applied Mathematical Sciences*, 5 (70), 3465-3472.
- Momani, S., and Ertürk, V. S. (2008). Solutions of non-linear oscillators by the modified differential transform method. *Computers and Mathematics with Applications*, 55, 833-842.
- Naidu, A., and Asati, S. (2014). Cutting tool life determination using vibration based signals and innovative approach-a review. *International Journal of Engineering Research & Technology*, 3(1), 3191-3199.

- Neseli, S., and Yaldiz, S. (2007). Tornalamada yaklaşma açısı ve talaş açısına bağlı tırlama titreşimlerinin yüzey pürüzlülüğüne etkileri. *Politeknik Dergisi*, 10(4), 383-389.
- Nosyreva, E. P., and Molinari, A. (1998). Analysis of nonlinear vibrations in metal cutting. *International Journal of Mechanical Sciences*, 40(8), 735-748.
- Nouri, M., Fussell, B. K., Ziniti, B. L., and Linder, E. (2015). Real-time tool wear monitoring in milling using a cutting condition independent method. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 89, 1-13.
- Orhan, S., Er, A. O., Camuşcu, N., and Aslan, E. (2007). Tool wear evaluation by vibration analysis during end milling of AISI D3 cold work tool steel with 35 HRC hardness. *NDT & E International*, 40(2), 121-126.
- Ozturk, E., Comak, A., and Budak, E. (2016). Tuning of tool dynamics for increased stability of parallel (simultaneous) turning processes. *Journal of Sound and Vibration*, 360, 17-30.
- Pálmai, Z. (2013). Proposal for a new theoretical model of the cutting tool's flank wear. *Wear*, 303(1-2), 437-445.
- Prasad, B. S., and Babu, M. P. (2017). Correlation between vibration amplitude and tool wear in turning: Numerical and experimental analysis. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 20(1), 197-211.
- Ram H. V. G., and Saravanamurugan, S. (2018, 16–18 August). *Regenerative chatter control in turning process using constrained viscoelastic vibration absorber*. Paper presented at the IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Bengaluru, India.
- Rao, B. C., and Shin, Y. C. (1999). A comprehensive dynamic cutting force model for chatter prediction in turning. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 39(10), 1631-1654.
- Rao, K. V., Murthy, B. S. N., and Rao, N. M. (2014). Prediction of cutting tool wear, surface roughness and vibration of work piece in boring of AISI 316 steel with artificial neural network. *Measurement*, 51, 63-70.
- Rebenda, J., and Šmarda, Z. (2017). Differential transformation approach for solving functional differential equations with multiple delays. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 48, 246-257.
- Roukema, J. C., and Altintas, Y. (2007a). Generalized modeling of drilling vibrations. Part I: Time domain model of drilling kinematics, dynamics and hole formation. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 47(9), 1455-1473.
- Roukema, J. C., and Altintas, Y. (2007b). Generalized modeling of drilling vibrations. Part II: Chatter stability in frequency domain. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 47(9), 1474-1485.

- Saravanamurugan, S., Sundar, B. S., Pranav, R. S., and Shanmugasundaram, A. (2021). Optimization of cutting tool geometry and machining parameters in turning process. *Materials Today: Proceedings*, 38, 3351-3357.
- Serra, R., Ouahabi, A., and Rmili, W. (2012, July). *Tool wear criterion based on cutting tool vibration*. Paper presented at the XVIIIth symposium Vibrations, Shocks and Noise, Clamart.
- Siddhpura, M., and Paurobally, R. (2012). A review of chatter vibration research in turning. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 61, 27-47.
- Siddhpura, M., and Paurobally, R. (2013). Chatter stability and tool wear predictions in the presence of chatter vibrations for orthogonal turning process. *Australian Journal of Mechanical Engineering*, 11(2), 67-82.
- Sofuoğlu, M. A., Çakır, F. H., Gürgen, S., Orak, S., and Kuşhan, M. C. (2018). Experimental investigation of machining characteristics and chatter stability for Hastelloy-X with ultrasonic and hot turning. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 95, 83-97.
- Süngü, I. Ç., and Demir, H. (2012). Solutions of the system of differential equations by differential transform/finite difference method. *e-Journal of New World Sciences Academy*, 7 (2), 66-73.
- Šmarda, Z., Diblík, J., and Khan, Y. (2013). Extension of the differential transformation method to nonlinear differential and integro-differential equations with proportional delays. *Advances in Difference Equations*, 69.
- Tabatabaei, K., and Gunerhan, E. (2014). Numerical solution of duffing equation by the differential transform method. *Applied Mathematics & Information Sciences Letters An International Journal*, 2 (1), 1-6.
- Tang, B., Akbari, H., Pouya, M., and Pashaki, P. V. (2019). Application of piezoelectric patches for chatter suppression in machining processes. *Measurement*, 138, 225-231.
- Taskesen, A., and Ercan, Y. (2005). Computer aided nonlinear analysis of machine tool vibrations and a developed computer software. *Mathematical and Computational Applications*, 10(3), 377-385.
- Taşkesen, A. (2003). *Dik kesme işlemi esnasında takım tezgâhı titreşimlerinin ve kararlılığının teorik olarak analizi*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 52-106.
- Taylor, F. W. (1907). On the Art of Cutting Metals. *Transactions of ASME*, 28.
- Thongmoon, and M., Pusjuso, S. (2010). The numerical solutions of differential transform method and the Laplace transform method for a system of differential equations. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 4, 425-431.
- Tobias, S. A. (1965). *Machine-Tool Vibration*. London: Blackie and Son Limited, 143-338.

- Tripathi, A., Das, P., and Sahil, T. A. (2022). Diminution of chatter vibration in single point cutting tool holder using finite element analysis (FEA). *Materials Today: Proceedings*, 62, 3665-3669.
- Turkes, E., Orak, S., Neseli, S., and Yaldiz, S. (2011). Linear analysis of chatter vibration and stability for orthogonal cutting in turning. *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, 29(2), 163-169.
- Villafuerte, L., and Chen-Charpentier, B. M. (2012). A random differential transform method: Theory and applications. *Applied Mathematics Letters*, 25, 1490-1494.
- Waldorf, D. J. (1996). *Shearing, Ploughing and Wear in Orthogonal Machining*, Ph.D. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Warminski, J., Litak, G., Cartmell, M. P., Khanin, R., and Wiercigroch, M. (2003). Approximate analytical solutions for primary chatter in the non-linear metal cutting model. *Journal of Sound and Vibration*, 259(4), 917-933.
- Wiercigroch, M., and Budak, E. (2001). Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting. *Philosophical transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 359, 663-693.
- Wu, Y., Song, Q., Liu, Z., and Wang, B. (2019). Stability of turning process with a distributed cutting force model. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 102, 1215-1225.
- Yen, Y-C., Söhner, J., Lilly, B., and Altan, T. (2004). Estimation of tool wear in orthogonal cutting using the finite element analysis. *Journal of Materials Processing Technology*, 146(1), 82-91.
- Zhang, G., and Guo, C. (2015). Modeling of cutting force distribution on tool edge in turning process. *Procedia Manufacturing*, 1, 454-465.
- Zhou, J. K., (1986). *Differential Transformation and its Application for Electrical Circuit*. Wuhan, China: Huazhong University Press, 1986.
- Zanger, F., and Schulze, V. (2013). Investigations on mechanisms of tool wear in machining of Ti-6Al-4V using FEM simulation. *Procedia CIRP*, 8, 158-163.



EKLER

EK-1. Bölüm 2'deki $(z_1/z_2)p$ katsayının yaklaşık olarak tespit edilmesi

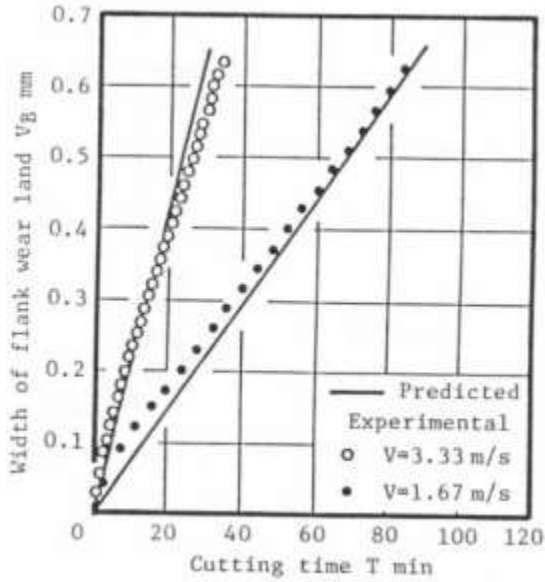
Eş. 2.7 aşağıdaki gibi tekrar yazılır.

$$VB_d(t+dt) = VB_d(t) + [l(t+dt) - l(t)]z_1 = VB_d(t) + \frac{z_1}{z_2} p dt \left(\frac{dy(t)}{dt} \right)^q \quad (1.1)$$

Aşınma ile hızın doğrusal değiştiği kabul edilerek yukarıdaki eşitlik daha sade görünümle şu şekilde ifade edilir.

$$\frac{dVB_d(t)}{dt} = a_s \frac{dy(t)}{dt} \quad (1.2)$$

Deneysel çalışmaya dayalı yan yüzey aşınmasının kesme zamanı ile değişim eğrisi Şekil 1.1'de verilmiştir.



Şekil 1.1 Yan yüzey aşınma uzunluğunun zamana göre değişimi (Maekawa ve diğerleri, 1989)

3,33 m/s'lik kesme hızı için aşınma hızı

$$\frac{dV_B}{dt} = \frac{0,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{1200 \text{ s}} \quad (1.3)$$

EK-1. (devam) Bölüm 2'deki $(z_1/z_2)p$ katsayının yaklaşık olarak tespit edilmesi

1,67 m/s'lik kesme hızı için aşınma hızı,

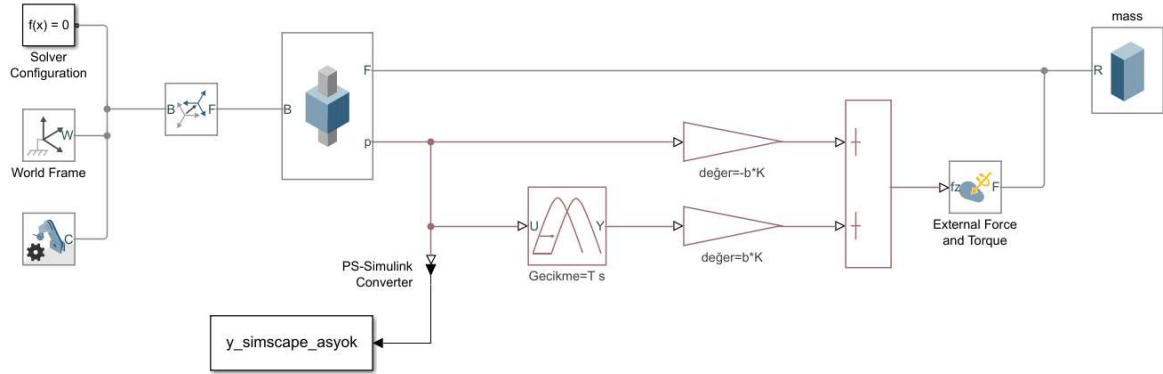
$$\frac{dV_B}{dt} = \frac{0,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2400 \text{ s}} \quad (1.4)$$

Aşınma hızının kesme hızıyla doğrusal değiştiği kabul edilmektedir (Chowdhury ve diğerleri, 2011). Bundan dolayı Eş. 1.3 ve 1.4 arasında aşağıdaki bağıntı kurulur.

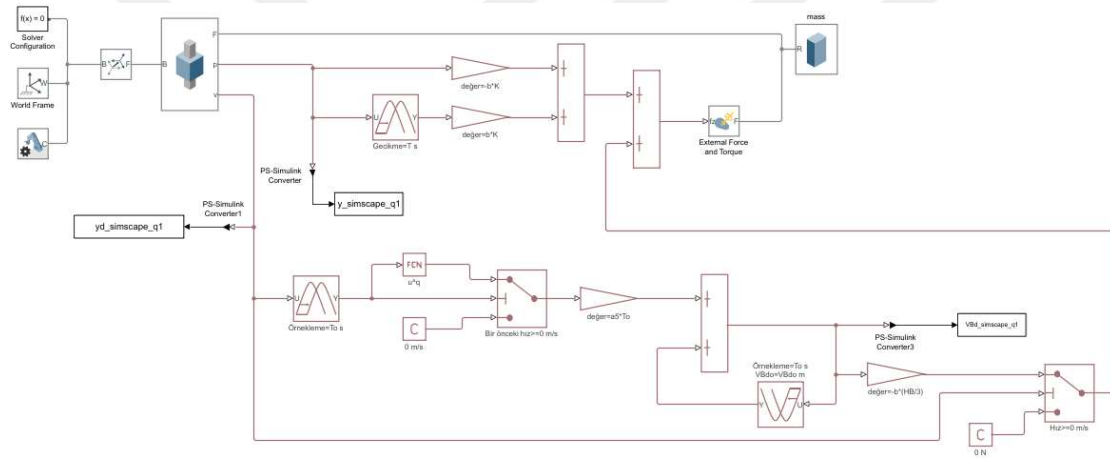
$$\left(\frac{dV_B}{dt} \right)_2 - \left(\frac{dV_B}{dt} \right)_1 = (V_2 - V_1) a_s \quad (1.5)$$

Eş. 1.3, Eş. 1.4 ve kesme hızları yukarıdaki eşitlikte yazılarak a_s değeri yaklaşık olarak bulunur.

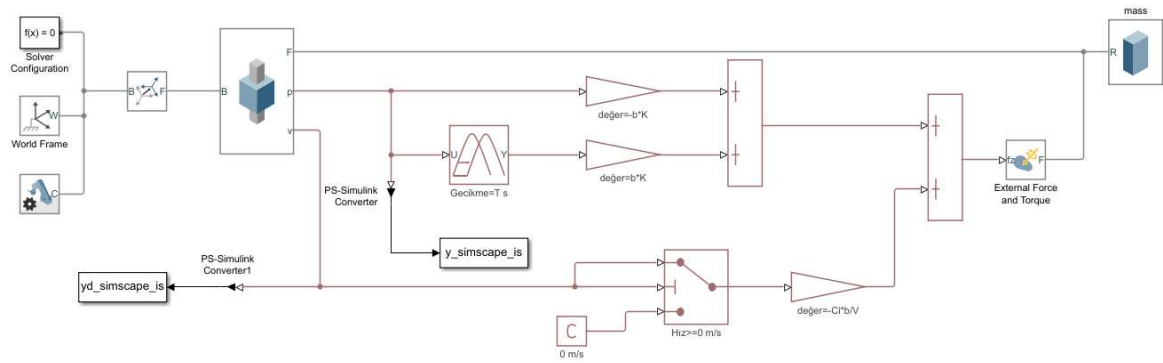
EK-2. Simscape Multibody Modellemesi



Şekil 2.1 Tek serbestlik dereceli model (Aşınmasız ve işlem sönüm etkisiz)

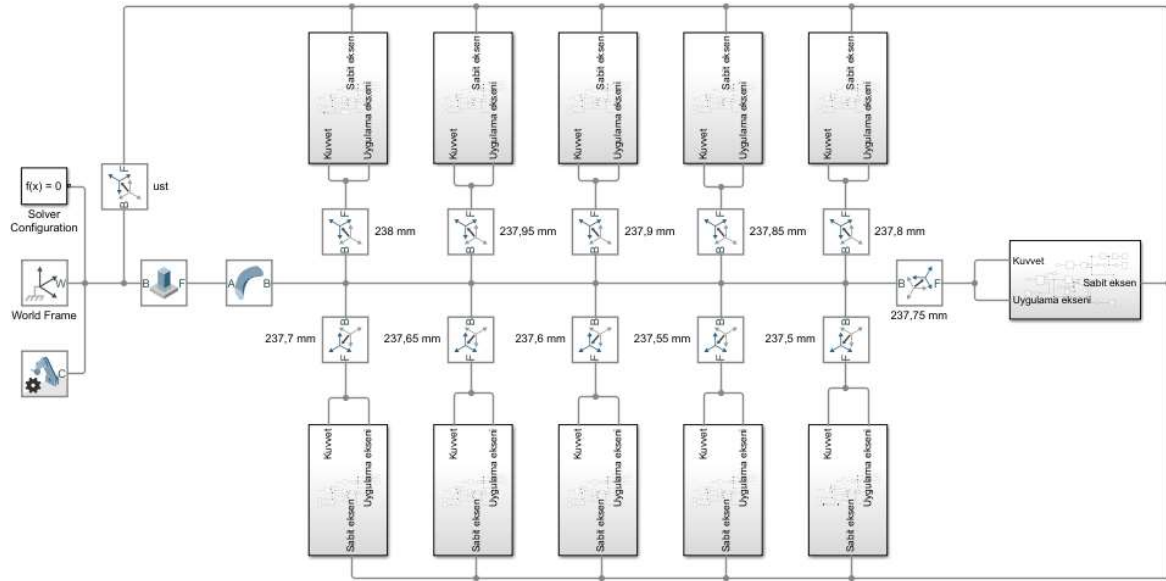


Şekil 2.2 Tek serbestlik dereceli model (Aşınmalı)

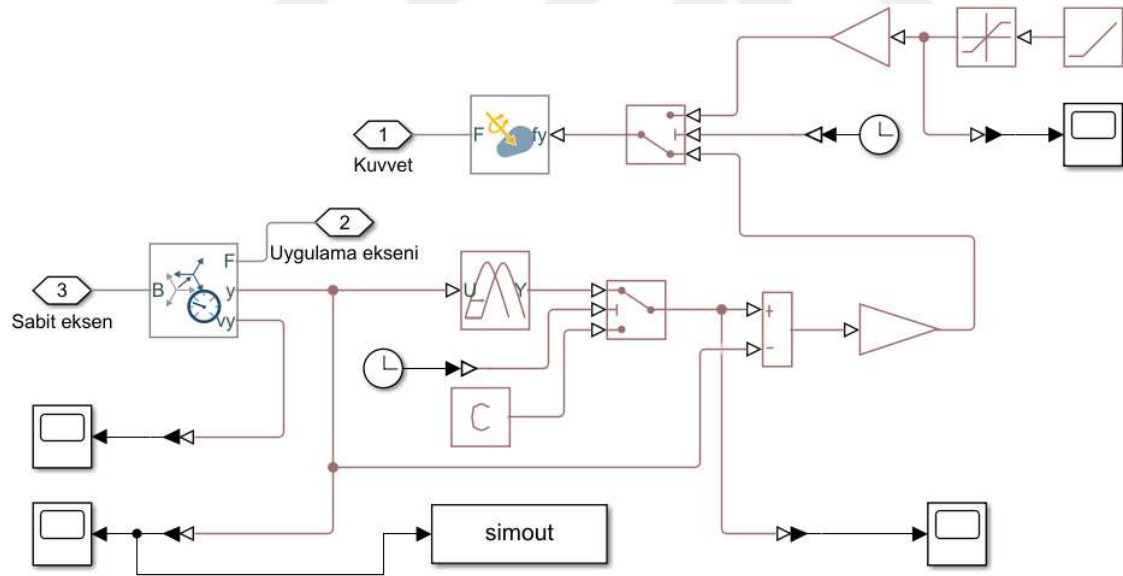


Şekil 2.3 Tek serbestlik dereceli model (İşlem sönüm etkili)

EK-2. (devam) Simscape Multibody Modellemesi

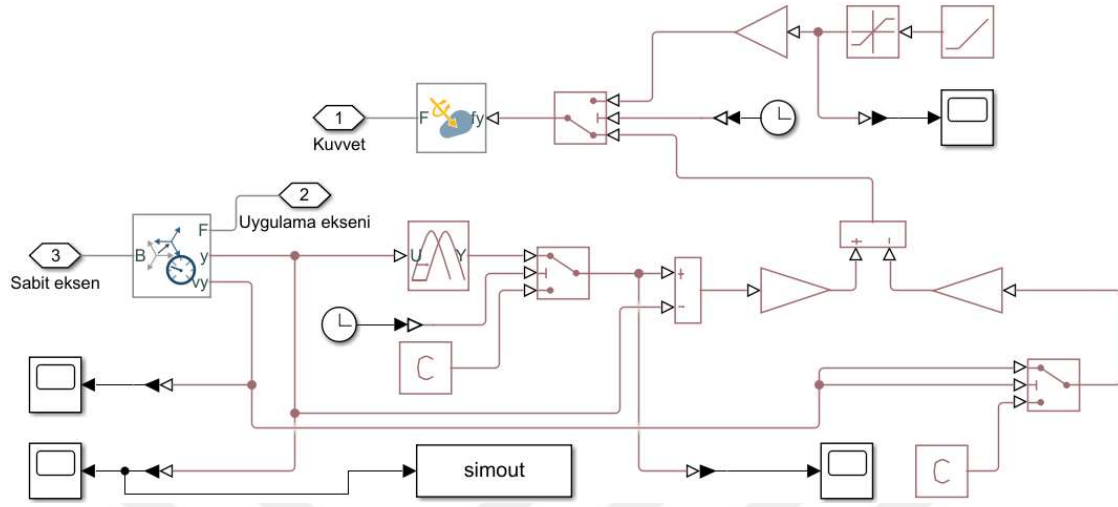


Şekil 2.4 Kiriş modeli



Şekil 2.5 Kiriş modeli alt sistem

EK-2. (devam) Simscape Multibody Modellemesi



Şekil 2.6 Kiriş modeli alt sistem (İşlem sönüm etkili)



Gazili olmak ayrıcalıktır