T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İKTİSAT ANABİLİM DALI
İKTİSAT PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

TÜRKİYE SÜPER LİG MAÇLARININ OYUN TEORİSİ YAKLAŞIMIYLA ANALİZİ

Denizcan TERCAN

Danışman
Dr. Öğr. Üyesi A. Elif AY YALÇINKAYA

2024

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İKTİSAT ANABİLİM DALI
İKTİSAT PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

TÜRKİYE SÜPER LİG MAÇLARININ OYUN TEORİSİ YAKLAŞIMIYLA ANALİZİ

Denizcan TERCAN

Danışman
Dr. Öğr. Üyesi A. Elif AY YALÇINKAYA

İZMİR-2024

TEZ ONAY SAYFASI

YEMİN METNİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "Türkiye Süper Lig Maçlarının Oyun Teorisi Yaklaşımıyla Analizi" adlı çalışmanın, tarafımdan, akademik kurallara ve etik değerlere uygun olarak yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

24.01.2024

Denizcan TERCAN

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

Türkiye Süper Lig Maçlarının Oyun Teorisi Yaklaşımıyla Analizi

Denizcan TERCAN

Dokuz Eylül Üniversitesi

Sosyal Bilimler Enstitüsü

İktisat Anabilim Dalı

İktisat Programı

Oyun teorisi; karşılıklı etkileşim altında olan karar vericilerin bulunduğu durumları analiz etmek amacıyla kullanılan matematiksel bir araçtır. Ekonomi, biyoloji, siyaset bilimi ve psikoloji gibi farklı disiplinlerin ilgi alanı içerisinde yer alan birçok konunun analizinde oyun teorik bakış açısından sıklıkla yararlanılmaktadır. Bu temelde bu çalışmanın iki amacı bulunmaktadır. Bu amaçlardan ilki; oyun teorik analizin futbol alanında kullanışlı bir araç olup olmadığının test edilmesidir. Bir diğer amaç ise Türkiye'deki futbol kulüplerinin karar alma süreçlerinin verimliliğinin artırılmasını değerlendirmektir. Öyle ki; günümüzde çok büyük bir endüstri haline gelen futbolda kulüplerin rasyonel stratejiler geliştirememeleri, ülke kaynaklarının verimsiz kullanımı gibi birçok farklı sorunun ortaya çıkmasına neden olmaktadır.

Çalışma üç farklı uygulamadan oluşmaktadır. İlk kısımda Süper Lig karşılaşmaları oyun teorik analizin temel konseptlerinden bir tanesi olan tam bilgi altında eş anlı oyunlar olarak modellenmiştir. Analiz sonucunda Fenerbahçe, Beşiktaş, Galatasaray ve Trabzonspor'dan oluşan büyük takımların "ofansif", Anadolu takımlarının ise "defansif" stratejiyi tercih ettiği durumun oyunun baskın strateji dengesi olduğu tespit edilmiştir. Takımların birbirleriyle oynadıkları karşılaşmalarda söz konusu stratejileri tercih ederek daha yüksek fayda elde edebilecekleri sonucuna ulaşılmıştır. İkinci kısımda Süper Lig karşılaşmalarında kullanılan penaltı atışları tam bilgi altında oynanan sıfır toplamlı oyunlar olarak modellenmiştir. Oluşturulan modelden hareketle oyuncular ve kaleciler için sağ ve sol stratejilerinin karma stratejiler dahilinde

tercih edilme sıklıklarına yönelik tahminde bulunulmuştur. Son kısımda ise futbol takımları kaleci, defans, orta saha ve hücum hattından oluşan koalisyonlar olarak modellenmiş ve ilgili mevkilerden herhangi birinin oyuna olan katkısının diğerlerinden daha yüksek puan getirisi sağlayıp sağlamadığı test edilmiştir. En yüksek değere sahip mevkinin orta saha olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Söz konusu üç uygulamadan elde edilen bulgulardan hareketle oyun teorik analizin futbolda gerek saha içi gerekse de saha dışı karar alma süreçlerinde doğru stratejilerin geliştirilmesinde oldukça kullanışlı bir araç olarak görülmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Oyun Teorisi, Futbol, Nash Dengesi, Karma Strateji, Shapley Değeri.

ABSTRACT

Master's Thesis

Analysis of Turkish Super League Matches with a Game Theory Approach

Denizcan TERCAN

Dokuz Eylül University

Graduate School of Social Sciences

Department of Economy

Economy Program

Game theory is a mathematical tool used to analyze situations in which decision makers interact with each other. Game theoretical perspectives are frequently used in the analysis of many topics of interest in different disciplines such as economics, biology, political science and psychology. In this respectt, this study has two objectives. The first of these aims is to test whether game theoretical analysis is a useful tool in the field of football. Another objective is to evaluate increasing the efficiency of the decision-making processes of football clubs in Turkey. Because the inability of clubs to develop rational strategies in football, which has become a very large industry today, causes many different problems such as inefficient use of national resources.

The study consists of three different applications. In the first part, Super League matches are modeled as simultaneous games under complete information, which is one of the basic concepts of game theoretic analysis. As a result of the analysis, it was determined that the dominant strategy equilibrium of the game is the one in which the big teams consisting of Fenerbahçe, Beşiktaş, Galatasaray and Trabzonspor, prefer "offensive" strategy and the Anatolian teams prefer "defensive" strategy. It is concluded that teams can obtain higher benefits by preferring these strategies in the matches they play with each other. In the second part, penalty shootouts used in Super League matches are modeled as games played under complete information. Based on the model, predictions were made for the frequency of preference of right and left strategies for players and goalkeepers within mixed strategies. The fact that the obtained results differ from

the real-life values by as little as +- 2% supports the idea that game theoretical analysis methods are a useful tool in explaining the events on the football field. Finally, football teams are modeled as coalitions of goalkeeper, defense, midfield and offense and it is tested whether the contribution of any of the positions to the game yields higher point returns than the others. It was concluded that the position with the highest value is the midfield position.

Based on the findings obtained from these three applications, it was concluded that game theoretical analysis should be seen as a very useful tool in developing the right strategies in both on-field and off-field decision-making processes in football.

Keywords: Game Theory, Football, Nash Equilibrium, Mixed Strategies, Shapley Value.

TÜRKİYE SÜPER LİG MAÇLARININ OYUN TEORİSİ YAKLAŞIMIYLA ANALİZİ

İÇİNDEKİLER

İKİNCİ BÖLÜM

SIFIR TOPLAMLI OYUNLAR

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
KOALİSYON OYUNLARI

KISALTMALAR

BRF	En İyi Tepki Fonksiyonu
ESS	Evrimsel İstikrarlı Strateji
IFAB	Uluslararası Futbol Birliği Kurulu
KAP	Kamuyu Aydınlatma Platformu
MLB	Amerika Ulusal Beyzbol Ligi
TDK	Türk Dil Kurumu
UEFA	Avrupa Futbol Federasyonları Birliği

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

GİRİŞ

Ekolig 2021-2022 Sezonu Futbol Ekonomisi Raporu'na göre Avrupa futbol piyasasının hacmi 30,6 milyar Avro'ya ulaşmıştır. Covid-19 pandemisinden önce 2018-2019 futbol sezonunda 28,9 milyar Avro olan söz konusu rakamın pandemiyle birlikte 25,2 milyar Avro seviyesine gerilemesine rağmen 2021-2022 sezonunda en yüksek düzeyine ulaşması futbol ekonomisinin büyüklüğünü açık bir şekilde göstermektedir. Öyle ki aynı rapora göre, 2021-2022 sezonunda Avrupa futbol pazarının hacmi önceki yıla oranla yaklaşık %11 büyürken, Avrupa İstatistik Ofisi verilerine göre 2022 yılı üçüncü çeyreğinde Avro Bölgesi'nin tamamının büyüme hızı yalnızca %2,1'dir. Ayrıca ilgili futbol sezonunda Avrupa futbol organizasyonlarının başında olan Avrupa Futbol Federasyonları Birliği'nin (UEFA'nın) 5,72 milyar Avro kar elde ettiği görülmektedir. Söz konusu rakamlar, Avrupa futbol piyasasının büyüklüğünü gözler önüne sermektedir.

Futbol ekonomisinin hacminin bu denli büyümesi futbol kulüplerinin endüstri içerisinde rekabet eden şirketler gibi hareket etmelerine neden olmaktadır. Kulüpler tıpkı saha içerisinde olduğu gibi başlıca gelir kaynakları olan yayın gelirlerini, maç günü gelirlerini ve sponsorluk gelirlerini artırmak için de stratejiler geliştirmek zorundadır. Aksi takdirde rekabette rakiplerinin gerisinde kalma riskiyle karşı karşıya kalmaktadırlar.

Avrupa futbol ekonomisinin büyüklüğünün yarısından fazlasını oluşturan 5 büyük lig (İngiltere, Almanya, İtalya, İspanya ve Fransa) takımlarının diğer ülke takımlarına uluslararası turnuvalarda kurdukları üstünlük, ekonomik gücün sportif rekabet açısından ne kadar önemli olduğunun en açık göstergelerinden bir tanesidir. Öyle ki, Avrupa futbolunun bir numaralı organizasyonu olan UEFA Şampiyonlar Ligi'nde son 20 yıl içerisinde bu ülke takımları haricinde şampiyonluk kazanan son takım 2003-2004 sezonunda yaşadığı şampiyonlukla Portekiz temsilcisi Porto'dur. Geriye kalan sezonların tamamında Şampiyonlar Ligi şampiyonluğu yaşayan ekipler en zengin 5 ligin yüksek bütçeli takımlarıdır.

Süper Lig ekipleri açısından bakıldığında ise özellikle son yıllarda döviz kurlarında yaşanan belirsizliklerin ve yukarı yönlü ani hareketlerin Türk kulüplerini ekonomik anlamda çıkmaza sürüklediği görülmektedir. Kulüplerin, Kamuyu

Aydınlatma Platformu'na (KAP'a) gönderdiği finansal durum raporlarına göre, 31 Ağustos 2023 tarihi itibariyle Galatasaray toplam 9,59 milyar TL borç ile en yüksek borca sahip olan takım konumundayken, Fenerbahçe 8,63 milyar TL ile ikinci, Beşiktaş 7,05 milyar TL ile üçüncü ve Trabzonspor 4,66 milyar TL ile dördüncü sırada yer almaktadır. Türk futbolunun 4 büyük kulübünün söz konusu toplam 29,93 milyar TL'lik borcuna karşılık alacaklar toplamı ise yalnızca 12,45 milyar TL olarak görünmektedir (Karakuş: 2023, 11 Ekim). Görüldüğü üzere borçları alacaklarının iki katını aşmış olan Türk kulüpleri ekonomik olarak oldukça kötü durumdadır. Sahip olunan bu aşırı borcun sürdürülebilirliğinin sağlanmasında en önemli unsurlardan bir tanesi, uluslararası turnuvalardan sağlanan gelirlerdir. Ancak son yıllarda Türk kulüplerinin gösterdikleri başarısız performanslar, Avrupa kupalarına katılan takım sayısını ve özellikle Şampiyonlar Ligi gelirlerini olumsuz yönde etkilemiştir. Özetle, yüksek miktarda borca sahip Türk kulüplerinin; söz konusu borçlarını sportif başarıyla elde edilen gelirlerle de finanse edememeleri ekonomik olarak sürdürülemez yapılara sahip olmalarına neden olmaktadır.

Yaşanan bu gelişmelerin futbol kulüplerini ekonomik açıdan başarılı stratejiler geliştirmeye zorlaması ekonomi biliminin, futbolu daha yakından incelemesine neden olmuştur. Birçok bilim insanı, futbolu farklı perspektiflerden ele alarak çalışmalar ortaya koymuştur. Özellikle, stratejik karar alma temeli üzerine inşa edilen ve ekonomi disiplini içerisinde de önemli bir yere sahip olan oyun teorisi alanında futbola yönelik yapılan çalışmalar oldukça çeşitli ve dikkat çekicidir.

Üç ana bölümden oluşan bu tez çalışmasında, daha önce farklı futbol ülkelerine ait veriler kullanılarak oyun teorik analiz yöntemiyle gerçekleştirilen çalışmalara benzer şekilde, Süper Lig karşılaşmalarına oyun teorisi bakış açısıyla yaklaşılmaktadır. Bu bağlamda aşağıda kısaca bahsedilen üç farklı uygulama gerçekleştirilmiş ve kurulan modeller sonucunda elde edilen bulgulardan hareketle kulüplerin karar alma süreçlerine ilişkin öneriler getirilmiştir.

Birinci bölümde; oyun teorisi literatürüne yönelik genel bir çerçeve çizildikten sonra; Süper Lig'de daha önce şampiyonluk yaşamış ve ligin 4 büyükleri olarak nitelendirilen Fenerbahçe, Galatasaray, Beşiktaş ve Trabzonspor'un oynadıkları karşılaşmalardaki saha içi strateji seçimlerine yönelik bir değerlendirme yapılmaktadır. Tam bilgi altında eş anlı bir oyun modeli oluşturularak hem söz konusu

4 büyük takım hem de rakipleri için ofansif ya da defansif oyun stratejilerinden herhangi birinin takımlara daha yüksek fayda sağlayıp sağlamadığı ve Nash dengesinin varlığı araştırılmaktadır. Ulaşılan sonuç dahilinde kulüplerin puan maksimizasyonu güdüsüyle geliştirecekleri saha içi stratejilerin çeşitli gelir kalemlerine olan muhtemel etkileri tartışılmaktadır.

İkinci bölümde, daha önce farklı ülkeler için yapılan bir çalışma Süper Lig verileri kullanılarak ilk kez Türk futboluna uyarlanmıştır. Başta Ignacio Palacios Huerta olmak üzere birçok araştırmacı penaltı atışlarını sıfır toplamlı oyunlar olarak modelleyerek karma strateji Nash dengesinin varlığını araştırmıştır. Bu kısımda da Süper Lig karşılaşmalarında kullanılan penaltı atışlarından oluşturulan veri seti analiz edilerek karma stratejiler incelenmiştir. Modelden elde edilen bulgular gerçek hayat verileriyle karşılaştırılarak modelin tahmin gücü ve Nash dengesi analizinin uygulanabilirliği hakkında değerlendirme yapılmıştır.

Üçüncü bölümde ise hem saha içi hem de saha dışı için kulüplere yol göstermesi amaçlanan bir uygulama yer almaktadır. Bu uygulamada 2021-2022 sezonunda Süper Lig'de oynanan karşılaşmalar incelenerek futbol takımları birer koalisyon olarak modellenmiştir. Koalisyon oyunlarının çözümünde kullanılan Shapley değerleri hesaplanarak bir futbol takımını oluşturan dört ana mevkiden (kaleci, defans, orta saha ve hücum mevkilerinden) herhangi birinin takımların başarısında diğer mevkilere oranla daha yüksek bir katkı sağlayıp sağlamadığı araştırılmıştır. Bulunan sonuç dahilinde kulüplerin transfer bütçelerini ayarlarken herhangi bir mevkiye daha yüksek yatırım yaparak elde ettikleri başarıyı artırıp artıramayacakları hakkında bir öneri geliştirilmiştir.

Özetle, yukarıda kısaca tanıtılan üç farklı uygulamadan oluşan bu tez çalışması; oyun teorik araçlar yardımıyla kurgulanan modeller sayesinde saha içinde ve saha dışında takımların daha rasyonel stratejiler oluşturmasına katkı sağlayarak hem sportif başarının artırılmasına hem de ekonomik sürdürülebilirliğin sağlanmasına katkı sağlamayı hedeflemektedir.

BİRİNCİ BÖLÜM
OYUN TEORİSİNİN TEMEL KAVRAMLARI VE TAM BİLGİ ALTINDA EŞ ANLI OYNANAN OYUNLAR

1.1. OYUN TEORİSİ

Oyun teorisi, etkileşim halinde olan karar vericilerin yer aldığı durumları anlamamıza yardımcı olmak üzere tasarlanmış analitik araçlar bütünüdür. Teorinin altında yatan temel varsayımlar, karar vericilerin iyi tanımlanmış dışsal hedefler peşinde koştukları (rasyonel oldukları) ve diğer karar vericilerin davranışları hakkındaki bilgi veya beklentilerini dikkate alarak hareket ettikleridir (Osborne ve Rubinstein, 1994: 2).

Oyun teorisi matematiksel yöntemler kullanarak çeşitli taraflar arasındaki rekabet ve iş birliği durumlarını incelemektedir. Günümüzde, başta ekonomi olmak üzere birçok farklı disiplinden (siyaset bilimi, uluslararası ilişkiler, psikoloji vb. disiplinlerden) araştırmacılar; savaş stratejilerinden iktisadi rekabete, rekabetçi durumlarda hayvanların davranışlarından siyasi oylama sistemlerine kadar uzanan geniş bir yelpazede oyun teorik analizden faydalanarak çalışmalar yürütmektedir (Peters, 2015: 1).

1.2. OYUN TEORİSİNİN KISA TARİHİ

Oyun teorisi, bilimsel bir araç olarak 20. yüzyılda kullanılmaya başlanmış olsa da oyun teorik düşünme biçimleri çok daha eski zamanlardan bu yana varlığını sürdürmektedir. Öyle ki, oyun teorik bakış açısına İncil'de ve Talmud'da dahi rastlamak mümkündür (Peters, 2015: 1). Örneğin, Babillilerin toplumsal yaşamlarını düzenleyen kuralları içeren Talmud'da evlilik sözleşmesi problemine getirilen çözümün aslında evlilik sözleşmesi probleminin işbirlikçi bir oyun olarak modellenmesinden elde edilen çözümler olduğu, Aumann ve Maschler tarafından 1985 yılında ortaya konulmuştur (Şahin ve Eren, 2012: 266).

Savaşın, iki oyuncu arasında sıfır toplamlı bir oyun olarak algılanması da oyun teorik bakış açısının çok daha eski dönemlerdeki varlığına işaret etmektedir. Yaklaşık olarak 3. yüzyılda yazılmış olan Sun Tzu'nun "*Savaş Sanatı*" adlı klasik eseri bu durumun en önemli örneğidir. Strateji ve çatışma üzerine odaklanan ilk yazılı eser olan Savaş Sanatı, antik Çin'de savaşın yürütülmesine ve diplomasiye odaklanan bir çalışmadır. Çeşitli krallıklar arasındaki uzun süreli çatışma döneminde yazılmış olan kitapta; liderlerin strateji ve taktik konusundaki becerilerinden yararlanılmıştır. Bu beceriler arasında planlama, yanıltma ve manevra da yer almaktadır (Niou ve Ordeshook, 2015:2).

Stratejik biçimli oyunlar alanındaki ilk önemli katkı ise, Alman matematikçi Zermelo tarafından 1912 yılında yapılmıştır. Zermelo'nun "Satranç Oyununun Teorisine Küme Teorisi Uygulaması Üzerine" isimli makalesi iki oyunculu ve tam bilgi altında oynanan oyunların, oyunculardan biri için garantili bir kazanma stratejisi veya her iki oyuncu için garantili bir beraberlik stratejisi içerdiğini kanıtlamayı başarmıştır. Ancak Zermelo'nun teoremi satranç gibi sıfır toplamlı masa oyunlarına uygulanabilir olsa da tarafların optimal stratejilerinin bulunmasını sağlayamamaktadır (Colman, 1982: 11).

E. Borel, 1921-1927 yılları arasında yayımladığı dört çalışmasında stratejik oyunlar üzerine yoğunlaşmıştır. Bu çalışmaların birinde Borel, iki kişilik oyunlar için minimaks çözümünü bulmuştur. Bu çözüm, oyuncuların en kötü senaryoya hazırlıklı olmalarını ve bu durumda en az kaybı yaşamalarını amaçlamaktadır. Borel ayrıca, bu çözümün uygulanması için "karma stratejiler" adını verdiği bir kavramı da tanımlamıştır. Karma stratejiler, oyuncuların farklı stratejileri belirli bir olasılık dağılımına göre kullanmalarını ifade etmektedir (Aktan ve Bahçe, 2013:101).

Oyun teorisi literatüründeki en önemli kilometre taşı ise von Neumann'un 1928 yılında yayımladığı "Oyunlar Teorisi (Theory of Games)" adlı makalesidir. John von Neumann, söz konusu makalede sıfır toplamlı oyunlar için "minimaks teoremini" kanıtlamıştır. Bu çalışma, von Neumann ve Morgenstern'in (1944/1947) "Oyun Teorisi ve Ekonomik Davranış (Game Theory and Economic Behaviour)" kitabı için de bir temel oluşturmuş ve oyun teorisinin başlangıç noktası olarak kabul edilmiştir. Söz konusu kitapta yazarlar, von Neumann'un sıfır toplamlı oyunlar üzerine yaptığı çalışmayı genişletmiş ve iş birliğine dayalı oyunların (koalisyon oyunlarının) temelini atmışlardır (Peters, 2015: 2).

1950 ve 1953 yılları arası oyun teorisi alanının öncü isimlerinden olan John Nash'in çalışmalarının yükseldiği dönemdir. Nash bu dönemde yayımladığı "N Kişili Oyunlarda Denge Noktası" ve "İşbirliksiz Oyunlar" isimli çalışmalarıyla kendi adıyla özdeşleşmiş "Nash dengesi" kavramını ortaya koymuştur. Nash ayrıca, işbirlikçi oyunların analizi için kullanılan "Nash-Pareto çözümü" kavramını da ortaya koymuştur. Bu çözüm, oyuncuların toplam kazançlarını maksimize eden bir stratejik denge noktası tanımlamaktadır. Nash'in oyun teorisi alanına yaptığı katkılar bugün hala önemli bir yer tutmaktadır.

T. C. Schelling, 1960 yılında yayımlanan "Anlaşmazlığın Stratejisi" adlı çalışmasıyla, "odak noktası (focal point)" yaklaşımını geliştirmiştir. Schelling, insanların birbirleriyle iletişim kurmadan önce bile, ortak bir çözüm üzerinde anlaşabileceği bir nokta seçebildiklerini gözlemlemiştir. Bu nokta, oyun teorisinde "odak noktası" olarak adlandırılmıştır. Odak noktası yaklaşımı, birden fazla Nash dengesi içeren oyunlarda, hangi dengenin gerçekleşeceği sorusuna yanıt aramaktadır (Schelling,1960:57).

J. M. Smith'in 1972'de yayınlanan çalışması, evrimsel durağan strateji kavramını ortaya atmıştır. Bu kavram, doğal seçilim sürecinde belirli stratejilerin belirgin bir şekilde yerleştiği noktayı ifade etmektedir. Evrimsel durağan strateji, ekonomi ve biyoloji literatüründe sıkça kullanılan bir kavram haline gelmiştir (Canbolat,2016:45).

1982 yılında D. Kreps ve R. Wilson, eksik bilgi varsayımı altında oyunları ele alarak "ardışık denge (sequential equilibria) " kavramını geliştirmişlerdir. Bu kavram, bir oyunda belirli bir stratejinin her turda en iyi seçenek olduğu bir denge noktasını ifade etmektedir (Kreps ve Wilson, 1982:257).

Tüm bu çalışmalarla birlikte oyun teorisi, başta ekonomi olmak üzere birçok farklı disiplin için önemli bir araç haline gelmiştir. Öyle ki 1994 yılında J. F. Nash, J. C. Harsanyi ve R. Selten işbirliksiz oyunlar teorisindeki denge analizlerine öncülük ettikleri için; 2005 yılında ise, R. J. Aumann ve T. C. Schelling oyun teorisi analizinde anlaşmazlıkların ve iş birliğinin anlaşılmasına katkılarından dolayı ekonomi bilimi alanında Nobel ödülüne layık görülmüşlerdir (Pekkaya ve Gümüş, 2020:2).

1.3. OYUN TEORİSİNDE TEMEL KAVRAMLAR

Oyun teorisi yöntemi kullanılarak yapılmış bir çalışmayı kavrayabilmek için öncelikle oyun teorisi literatüründeki temel kavramları ve söz konusu literatür içerisinde taşıdıkları anlamları iyice özümsemek gerekmektedir. Bu nedenle, çalışmanın bu bölümünde öncelikle oyun, oyuncu, strateji, oyuncular için kazançlar ve oyun matrisi gibi en temel kavramlar tanıtılmaktadır.

1.3.1. Oyun

Oyun kavramı, Türk Dili Kurumu (TDK) tarafından "insanın vaktini hoş geçirmesine, oyalanmasına yarayan, genellikle belli kuralları olan eğlence" şeklinde tanımlanmaktadır. Ancak, oyun teorik analizde kullanılan stratejik biçimli oyunlar bu tanımdan farklı olarak en az iki oyuncu, her oyuncu için bir strateji kümesi ve her oyuncu için söz konusu strateji kümesine yönelik fayda ve tercihleri içeren modeller olarak tanımlanmaktadır. n oyunculu stratejik bir oyun matematiksel notasyon kullanılarak "$G = \{\{N\}, \{S\}, \{U\}\}$" şeklinde gösterilmektedir. Bu gösterimde N, oyuncu sayısını; S, oyuncuların sahip oldukları strateji kümesini ve U, oyuncuların kazanç/fayda fonksiyonlarını ifade etmektedir (Osborne, 2000: 11).

1.3.1.1. Oyunların Sınıflandırılması

Oyun teorisi literatüründe oyunlar genellikle oyuncuların sahip oldukları bilgi seviyesi ve oyunun zamansallığı olmak üzere iki ana kriter üzerinden sınıflandırılmaktadır. Oyuncuların bilgi seviyesi; stratejik bir oyunda tarafların, birbirlerinin hamleleri sonucunda oluşabilecek muhtemel durumları tam olarak öngörebilecek bütün bilgiye sahip olup olmadıklarına göre değişmektedir. Bütün oyuncular tüm olası durumlar için ortaya çıkacak sonuçları öngörebilecek bilgi seviyesine sahipse bu oyunlara tam bilgi altında oynanan oyunlar denilmektedir. Ancak, oyunculardan en az bir tanesi gerek rakibi gerekse de oyunun oynandığı koşullar gibi, oyunun sonucunu doğrudan etkileyecek unsurlar hakkında yeterli bilgiye sahip değilse, bu tarz oyunlara eksik bilgi altında oynanan oyunlar denilmektedir (Liang ve Xiao, 2012:473).

Zamansallık açısından incelendiğinde ise oyunlar eş anlı oyunlar ve dinamik oyunlar olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Bu ayrım yapılırken önemli olan oyuncuların hamlelerini aynı anda mı yoksa sırayla mı yapıyor olduklarıdır. Eğer bir oyundaki herhangi bir oyuncu rakibinin hamlesini önceden gözlemleyemiyorsa; yani bütün oyuncular hamlelerini aynı anda yapıyorlarsa bu oyunlara eş anlı oyunlar deniliyorken, oyuncuların hamlelerini belirli bir sırayla yaptıkları oyunlara dinamik oyunlar denilmektedir. Eş anlı oyunlar genellikle oyun matrisi kullanılarak görselleştirilirken, dinamik oyunlar oyun ağacı kullanılarak modellenmektedir.

Aşağıdaki tablo, bilgi seviyesi ve zamansallık yönünden oyunların sınıflandırılışını özet halinde göstermektedir.

Tablo 1: Oyunların Sınıflandırılması

Bilgi Seviyesi/Zamansallık	**Eş Anlı**	**Dinamik**
Tam Bilgi	Tam Bilgi Altında Eş Anlı Oyunlar	Tam Bilgi Altında Dinamik Oyunlar
Eksik Bilgi	Eksik Bilgi Altında Eş Anlı Oyunlar	Eksik Bilgi Altında Dinamik Oyunlar

Kaynak: Yılmaz, 2016: 4.

1.3.2. Oyuncu

Herhangi bir oyun içerisinde sahip olduğu bilgi, oluşturduğu strateji ve elde etmeyi düşündüğü/istediği kazanç seviyesi doğrultusunda karar veren bireyler oyuncular olarak tanımlanmaktadır. Her oyuncunun amacı, yapacağı tercihler doğrultusunda kendi faydasını maksimize etmektir (Rasmusen, 2006: 12). Oyuncular modellenen duruma göre çok geniş bir aralıkta yer alabilirler. Örneğin, bir politika yapım süreci modellenirken oyunculardan bir tanesi olarak devlet kurumları ele alınırken, başka bir zaman akşam yemeği için dışarıya çıkma planı yapan bir çift kendi içlerinde oyuncular olarak ele alınabilmektedir. Ancak, daha önce Osborne'un tanımında da belirtildiği üzere oyun teorik bir model içerisinde her oyuncunun mutlaka sahip olması gereken üç şey bulunmaktadır. Bunlar; strateji kümesi, bilgi kümesi ve fayda/kazanç fonksiyonudur.

1.3.3. Strateji

Türk Dil Kurumu, strateji kelimesinin dilimizdeki karşılığı olarak izlem kelimesini kullanmaktadır. İzlem kelimesinin strateji kelimesini karşılayan anlamı ise "önceden belirlenen bir amaca ulaşmak için tutulan yol" şeklindedir. Bu kullanım, oyuncular tarafından amaca ulaşmak için art arda yapılan hamlelerin bütününü oyuncunun stratejisi olarak değerlendirmemiz gerektiğini düşündürmektedir. Ancak, söz konusu çalışmada oyuncuların stratejileri denildiğinde oyun içerisindeki karar anlarında oyuncuların attıkları adımlar kastedilmektedir. Örneğin, bir ülke merkez bankasının politika yapım sürecinin incelendiği bir oyunda oyunculardan biri olarak yer alan merkez bankasının elinde faiz artırmak, faiz oranını sabit tutmak ya da faiz oranını azaltmak şeklinde üç seçenek olduğunu varsayalım. Bu seçenekler söz konusu modelde merkez bankasının sahip olduğu strateji kümesi içerisinde yer alan stratejiler olarak değerlendirilmektedir. Örnekte de yer aldığı üzere her oyuncunun oyun içerisinde sahip olduğu stratejilerin tamamını gösteren bir strateji kümesi (S_i) bulunmaktadır. n sayıda stratejiye sahip herhangi bir i oyuncusu için strateji kümesinin gösterimi "$\mathrm{S_i} = \{\mathrm{s_1}, \mathrm{s_2}, \dots\dots, \mathrm{s_n}\}$" şeklindedir. Strateji kümesi içerisinde yer alan $\mathrm{s_i}$ ise i oyuncusunun sahip olduğu stratejilerden her birini temsil etmektedir (Tadelis,2013:46).

Strateji kavramı açıklanırken belirtilmesi gereken son kısım ise pür strateji ve karma strateji arasındaki ayrımdır. Pür stratejiler; oynanması bir olasılığa bağlı olmadan kesinlikle oynanan stratejileri ifade ederken; karma stratejiler ise belirli bir olasılığa göre oynanan stratejileri ifade etmektedir (Yılmaz, 2016: 9).

1.3.4. Tercihler ve Kazanç/Fayda Fonksiyonları

Tercihler; oyuncuların sahip oldukları stratejiler arasındaki seçimlerini ifade etmektedir. Oyuncuların sahip oldukları stratejiler arasından hangisini tercih ettiklerinin ya da stratejiler arasında kayıtsız kaldıklarının bilindiği varsayılmaktadır. Oyuncuların her tercihi rakip oyuncuların tercihlerine de bağlı olarak bir reel sayılar kümesinde karşılık bulmaktadır. Ordinal olarak birbirleriyle kıyaslanabilen bu değerler oyunculara ait kazanç fonksiyonunu oluşturmaktadır. Her i oyuncusu için kazanç fonksiyonu "u_i" ile ifade edilmektedir. Bir oyuncu, muhtemel stratejilere bağlı olarak kendisinin ve rakibinin kazanç fonksiyonunu ne kadar doğru tahmin edebilirse elde ettiği kazancını arttırmakta o denli başarılı olacaktır (Osborne ve Rubinstein, 1994: 13).

1.3.5. Oyun Matrisi

Oyun teorisi literatüründe, eş anlı oyunların gösteriminde genellikle oyun matrisi olarak adlandırılan gösterim yöntemi kullanılmaktadır. Matrislerin büyüklüğü oyuncuların sahip oldukları strateji sayısına göre belirlenmektedir. Örneğin 2 oyunculu ve her oyuncunun 2 stratejiye sahip olduğu bir oyunun oyun matrisiyle gösterimi aşağıda yer almaktadır:

Tablo 2: Oyun Matrisi

		Oyuncu 2	
		A	**B**
Oyuncu 1	**A**	(u^1_{AA}, u^2_{AA})	(u^1_{AB}, u^2_{AB})
	B	(u^1_{BA}, u^2_{BA})	(u^1_{BB}, u^2_{BB})

Kaynak: Kasthurirathna ve Piraveenan,2015:8.

Oyun matrisini oluşturan hücrelerin her birinde oyuncuların söz konusu strateji bileşimi sonucunda elde ettikleri kazanç düzeyleri yer almaktadır. Örneğin $u^1{}_{AA}$ her iki oyuncu da A stratejisini tercih ettiğinde birinci oyuncunun elde edeceği kazanç düzeyini ifade ederken, u^2_{AA} ise aynı strateji tercihleri doğrultusunda ikinci oyuncunun elde edeceği kazanç düzeyini ifade etmektedir.

1.3.6 Stratejik Baskınlık

Oyuncular, stratejiler, kazanç fonksiyonları ve oyunun kuralları belirlendikten sonra oyuncuların verili durumdaki davranışları öngörülmeye çalışılarak oyunun hangi denge noktasında sonuçlanacağını incelemek gerekmektedir. Bunun için ilk olarak stratejik baskınlık kavramı incelenmelidir. Oyun teorisi literatürünün temel varsayımları arasında yer alan rasyonel oyuncular varsayımından hareketle bir oyuncunun alternatif stratejiler arasında seçim yaparken her zaman kendisi için en yüksek kazancı sağlayan stratejiyi tercih edeceği varsayılmaktadır.

Oyunculardan herhangi biri için sahip olduğu stratejilerden bir tanesi diğer stratejilere göre daha yüksek kazanç sağlıyorsa söz konusu strateji baskın strateji olarak adlandırılmaktadır. Baskın stratejiler ise kesin baskın stratejiler ve zayıf baskın stratejiler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Eğer bir strateji, rakip oyuncunun stratejisine bağlı olmadan oyuncunun sahip olduğu tüm alternatif stratejilere göre daha yüksek kazanç sağlıyorsa kesin baskın strateji olarak adlandırılırken; en az bir durumda diğer stratejilerden daha yüksek kazanç sağlayıp diğer durumlarda ise en az alternatif stratejiler kadar kazanç sağlıyorsa zayıf baskın strateji olarak tanımlanmaktadır (Yılmaz, 2016: 9). Örneğin, s_i ve s_i' olmak üzere iki farklı stratejiye sahip herhangi bir i oyuncusu için s_i stratejisi s_i' stratejisine göre her durumda daha yüksek kazanç sağlıyorsa bu strateji "kesin baskın strateji" olarak adlandırılırken, s_i yalnızca bir durumda daha iyi sonuç verirken diğer durumlarda en az s_i' kadar kazanç sağlıyorsa "zayıf baskın strateji" olarak adlandırılmaktadır (Tadelis, 2013: 61).

- $u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s_i', s_{-i}),\ s_i, s_i' \in S_i$ ve $s_{-i} \in S_{-i}$ $\quad s_i \succ s_i'$ (kesin baskın strateji)
- $u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i', s_{-i}),\ s_i, s_i' \in S_i$ ve $s_{-i} \in S_{-i}$ $\quad s_i \succcurlyeq s_i'$ (zayıf baskın strateji)

1.3.7 Nash Dengesi

Ünlü matematikçi ve oyun teorisi literatürünün öncü isimlerinden John Nash tarafından geliştirilen ve onunla aynı adı taşıyan Nash Dengesi kavramı oyun teorik modellerin çözümünde en sık başvurulan yöntemler arasında yer almaktadır. Oyuncuların karşılıklı öngörüleri doğrultusunda rakiplerinin stratejilerine karşılık olarak kendileri için en iyi tepkiyi verdikleri strateji profili Nash Dengesi olarak kabul edilmektedir. Daha açık şekilde Nash Dengesi, oyuncuların karşılıklı olarak optimal tercihlerde bulunduğu denge noktası olarak ifade edilmektedir (Karabacak, 2021: 54).

Stratejik biçimli bir oyunda eğer; $u_i(s_i{}^*, \forall s_{-i}) \geq u_i(s_i, \forall s_{-i})$ ve $u_{-i}(\forall s_i, s_{-i}{}^*) \geq u_i(\forall s_i, s_{-i})$ ise $(s_i{}^*, s_{-i}{}^*)$ strateji profili Nash dengesi olarak kabul edilmektedir. Nash dengesi durumunda taraflar tek başlarına strateji değiştirerek daha yüksek kazanç sağlayabilecekleri başka bir denge noktasına ulaşamadıkları için, söz konusu denge kararlı ve istikrarlı bir denge profilidir (Tadelis, 2013: 90).

1.4. TAM BİLGİ ALTINDA EŞ ANLI OYUNLAR

Tam bilgi varsayımı; oyuncuların tüm eylemlerinin, ortaya çıkması muhtemel tüm olası sonuçların, strateji kombinasyonlarının sonuçlar üzerindeki etkilerinin ve her oyuncunun olası sonuçlar arasında yaptığı tercihlerin; tüm oyuncuların ortak bilgisi dahilinde olduğunu ifade etmektedir (Tadelis, 2013: 45). Eş anlılık varsayımıyla ise oyuncuların kararlarını birbirlerinden bağımsız ve habersiz olarak aldıkları kabul edilmektedir. Eş anlı oyunlarda oyuncular, birbirlerinin hamlelerini kendi hamlelerini hayata geçirmeden önce gözlemleyememektedir.

Tam bilgi ve eş anlılık varsayımlarının tanımlarından hareketle oyun teorisi literatüründeki temel oyun türleri arasında yer alan tam bilgi altında eş anlı oyunlar; oyuncuların bilgi kümeleri arasında bir asimetrinin bulunmadığı, oyuncuların oyunla ilgili tüm bilgiye sahip olduğu ve oyuncuların hamlelerini eş zamanlı olarak gerçekleştirdiği oyun türü olarak tanımlanmaktadır (Liang ve Xiao, 2012:473).

1.4.1. Tam Bilgili Eş Anlı Oynanan Oyun Örneği: Mahkûmlar İkilemi

Oyun teorisi literatüründe en bilinen oyun örneklerinden biri mahkûmlar ikilemi oyunudur. Mahkûmlar ikilemi oyunu, tam bilgi altında ve eş anlı olarak oynanmaktadır. Bu oyunda, cinayet şüphelisi olarak iki kişinin yakalanmış olduğu, ancak, polislerin elinde sadece hafif bir hırsızlık suçlamasına yetecek kadar delil bulunduğu varsayılmaktadır. Bu nedenle, şüphelileri cinayet suçundan tutuklamak isteyen polislerin en az bir şüpheliden itiraf alması gerekmektedir. Bu amaç doğrultusunda polisler, şüphelileri birbirleriyle iş birliği yapmalarını engellemek amacıyla ayrı odalarda sorgulamakta ve onlara suçlarını itiraf ettikleri takdirde daha az hapis cezası alacakları bir teklifte bulunmaktadırlar. Polisler tarafından şüphelilere sunulan anlaşmanın şartları (Osborne, 2000:11);

- iki şüpheli de sessiz kalırsa 2'şer yıl hapis cezası,
- iki şüpheliden bir tanesi itiraf ederken diğeri sessiz kalırsa, itiraf eden için 1 yıl, sessiz kalan için 5 yıl hapis cezası ya da
- her iki şüpheli de itiraf ederse ikisi için de 4'er yıl hapis cezası şeklindedir.

Yukarıdaki şartlar sunulduğunda birbirleriyle iletişim halinde olmayan ve her zaman için kendi faydalarını maksimize etmeye çalışan rasyonel oyuncular olan şüphelilerin ikisinin de itiraf et stratejisini tercih edeceği düşünülmektedir. Bu durumu daha iyi anlayabilmek için mahkûmlar ikilemini oyun teorik bir model olarak ele almak gerekmektedir.

Oyun teorik bir modelin var olabilmesi için birbirlerinin kararlarından etkilenen oyuncuların, her oyuncunun sahip olduğu stratejileri gösteren strateji kümelerinin ve yine her oyuncunun oyun sonucunda elde edebileceği muhtemel kazançları içeren kazanç fonksiyonlarının bulunması gerektiği bilinmektedir. Buna göre Mahkûmlar İkilemi örneğinde, oyuncular Şüpheli 1 ve Şüpheli 2; stratejiler itiraf et ya da sessiz kal; kazançlar ise her durumda ortaya çıkan hapis cezası miktarları olarak belirlenmektedir. Tüm bu bileşenler oyun matrisi yöntemiyle aşağıdaki şekilde gösterilmektedir (Osborne, 2000: 12).

Tablo 3: Mahkûmlar İkilemi

		Şüpheli 2	
		İtiraf Et	**Sessiz Kal**
Şüpheli 1	**İtiraf Et**	(-4,-4)	(-1,-5)
	Sessiz Kal	(-5,-1)	(-2,-2)

Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

Her oyuncunun sahip olduğu stratejiler ve olası strateji bileşimleri sonucunda tarafların karşı karşıya kalacakları hapis cezası süreleri, oyun matrisinde yer almaktadır. Hücrelerde yer alan değerlerin negatif olması tarafların hapis cezasını olumsuz bir olgu olarak değerlendirmesinden kaynaklanmaktadır.

Her iki oyuncunun da oluşması muhtemel dört durum arasındaki tercihleri aşağıdaki gibi ortaya çıkmaktadır (Osborne, 2000: 13):

$$\mathrm{u}_{1,2}(\mathrm{itiraf}, \mathrm{sessiz}) > \mathrm{u}_{1,2}(\mathrm{sessiz}, \mathrm{sessiz}) > \mathrm{u}_{1,2}(\mathrm{itiraf}, \mathrm{itiraf}) > \mathrm{u}_{1,2}(\mathrm{sessiz}, \mathrm{itiraf})$$

Her iki oyuncu için de en yüksek faydayı sağlayan seçenek; rakibi sessiz kalırken kendisinin itirafta bulunduğu strateji profilidir. Ayrıca yukarıdaki tercih sıralaması dikkatle incelendiğinde “itiraf et” stratejisinin, rakibin stratejisi veriyken, her durumda “sessiz kal” stratejisinden daha yüksek fayda sağladığı görülmektedir. Bu da demek oluyor ki mahkûmlar ikilemi oyununda; “itiraf et” stratejisi iki oyuncu için de kesin baskın stratejidir. Bu nedenle birbirlerinin tercihlerinden habersiz şekilde hareket edecek olan her iki oyuncu da sahip oldukları kesin baskın stratejiyi tercih ederek bireysel faydalarını maksimize etmeye çalışacaktır. Ancak, “itiraf-itiraf” strateji profilinde oluşan Nash dengesi her iki oyuncu için de muhtemel dört olasılık içerisinde üçüncü sırada tercih edilmektedir. Oyuncular kendileri için en iyi sonucu elde etmek amacıyla hareket etseler de bu amaca ulaşamamaktadır. Bu durum oyunun bir ikilem olarak adlandırılmasının temel sebebidir. Yine de oyunun oynandığı koşullar ve modele ait varsayımlar değişmediği sürece her iki oyuncu da denge gerçekleşmişken tek başlarına stratejilerini değiştirmeyi tercih etmeyecektir. Çünkü rakip oyuncu “itiraf et” stratejisini tercih ederken diğer oyuncunun “sessiz kal” stratejisine yönelmesi, alacağı hapis cezası miktarını artırmaktadır. Her iki oyuncunun stratejisi de rakibin stratejisine verilmiş en optimal tepki olduğu için "itiraf-itiraf" denge profili kararlı bir baskın strateji Nash dengesidir (Tadelis, 2013: 53).

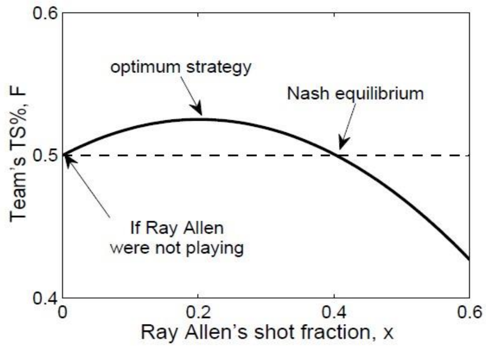
1.5. SPORDA OYUN TEORİSİ UYGULAMALARI

Oyun teorik analiz yöntemi, doğası gereği rekabeti içerisinde barındıran spor alanında yapılan çalışmalarda sıklıkla başvurulan bir araç haline gelmiştir. Özellikle futbol ve basketbol gibi, finansal büyüklüğün günden güne arttığı takım sporlarında gerek saha dışı yönetimsel kararlarda gerekse de saha içine yönelik taktiksel üretim süreçlerinde yapılacak hataların maliyetinin giderek artması, stratejik karar almanın öneminin ve bu süreçlere yönelik akademik ilginin artmasına neden olmaktadır. Çalışmanın bu kısmında oyun teorik analiz yöntemlerinin farklı spor dalları için saha içi ve saha dışı kararların analizinde nasıl kullanıldığına yönelik örneklere yer verilmektedir. İlk olarak basketbolla ilgili oyun teorik analizin kullanıldığı uygulamalardan bahsedildikten sonra voleybol, beyzbol ve tenis gibi spor dallarında yapılmış çalışmalara değinilmektedir.

Basketbol alanında oyun teorik yaklaşım kullanılarak yapılan bir uygulama Brian Skinner'in 2010 yılında yayımladığı "*The Price of Anarchy in Basketball*" isimli makalesinde işlenmektedir. Skinner, çalışmasında basketbol takımlarının hücum setlerini birer ağ akışı olarak modellemiş ve süreci bir optimizasyon problemi olarak ele almıştır. Oluşturulan modelde hücum seti içerisinde her oyuncunun topu eline aldığı anda bir karar noktası haline geldiği ve şut kullanmak ile takım arkadaşına pas atarak akışı sürdürmek arasında bir tercih yaptığı varsayılmaktadır. Bu sayede, basketbol takımlarının hücum setlerinde kullanılan şutların oyuncular arasında takımın faydasını maksimum kılacak şekilde optimal bir dağılımının olup olmadığı test edilmektedir. Skinner, oyuncuların şut başarı yüzdelerinden hareketle oluşturduğu beceri eğrileri üzerinden yaptığı analizinde; beş oyuncudan oluşan bir takımın birbirlerinin beceri eğrilerinden haberdar olduğu varsayımı altında en makul stratejinin, oyuncuların atış-başarı yüzdelerinin eşitlendiği noktaya ulaşmak olduğunu göstermiştir. Skinner'e göre eğer herhangi bir A oyuncusu B oyuncusundan daha yüksek bir yüzde ile şut atıyorsa sürekli olarak bütün hücumların onun atışıyla sonlanması takımın başarı yüzdesini olumsuz etkileyecektir (Skinner, 2010:7).

Aşağıda Skinner tarafından yapılmış çalışmada Ray Allen için oluşturulmuş verimlilik eğrisi yer almaktadır.

Şekil 1: Ray Allen Verimlilik Eğrisi



Kaynak: Skinner, 2010: 10

Yukarıdaki şekilde dikey eksende takımın toplam şutlardaki başarı yüzdesi yer alırken yatay eksende Ray Allen'ın şut kullanma sıklığı yer almaktadır. Skinner oluşturduğu söz konusu eğriden hareketle takım için ilgili sezonda Nash dengesinin şutların ortalama %40'nın Ray Allen tarafından, geri kalanının ise takımın diğer oyuncuları tarafından kullanıldığı noktada gerçekleştiğini göstermektedir. Ancak bu noktada takımın toplam şutlardaki başarı yüzdesi, Ray Allen'ın olmadığı maçlardaki başarı yüzdesiyle neredeyse aynı değeri almaktadır. Eğriden anlaşılacağı üzere, en yüksek başarı yüzdesinin elde edildiği optimal strateji, Ray Allen'ın toplam şutların yaklaşık %20'sini kullandığı ve oyuncular arasında daha eşit bir dağılımın oluştuğu noktadır. Bu analiz hücum setlerinin sürekli olarak en iyi şut kullanan oyuncunun elinde sonlanması gerektiği anlayışının aslında makul bir strateji olmadığını göstermektedir. Bunun yerine en iyi şutörler ve diğer oyuncuların şut yükü arasında bir denge kurulmalı ve rakip savunmanın ilgisinin tek bir oyuncu üzerinde yoğunlaşmasının önüne geçilmelidir (Skinner, 2010: 12).

Bilgisayar bilimleri alanında çalışmalar yapan Aditya Singh, Skinner'in çalışmasından hareketle benzer bir analiz geliştirmiştir. Singh 2023 yılında yayımladığı çalışmasında ABD Ulusal Basketbol Ligi (NBA) takımlarından Washington Wizards takımının 2022-2023 sezonunda oynadığı karşılaşmalardan elde ettiği istatistikler ile oluşturduğu veri setini kullanmıştır. Singh; Washington Wizards takımı oyuncularını, maçlara düzenli olarak (en az 30 maç) ilk beşte başlayan oyuncular ve ilk beşte başlamasalar dahi düzenli olarak süre alan oyuncular olmak üzere iki gruba ayırmıştır. Yapılan analiz sonucunda, kullanılan şutların özellikle belirli oyuncularda yoğunlaştığı stratejilere dayalı hücum setlerinin, şutların oyuncular arasında daha eşit dağıldığı stratejilere oranla daha başarılı olduğuna yönelik anlamlı bir sonuç elde edilememiştir. Özetle, Singh tarafından yapılan çalışmada da tıpkı Skinner'de olduğu gibi basketbol takımları için hücum setlerini sürekli olarak takımın en iyi şutörlerinin şutlarıyla sonlandırma tercihinin, sanılanın aksine optimal bir strateji olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Her iki çalışmada da şutların oyuncular arasında daha dengeli dağılması gerektiği vurgulanmaktadır.

Lee ve Chin 2003 yılında yayımladıkları "Strategies to serve or receive the service in volleyball" isimli makalelerinde bir voleybol maçının karar setinde yazı/tura atışını kazanan takımlar için ilk hücumda servis atma ya da servis karşılama seçeneklerinin hangi koşullar altında daha iyi olduğunu incelemektedir. Başlangıçta sahanın hangi tarafında olunduğunun bir öneminin olmadığı varsayılırken daha sonra bu etki de modele dahil edilerek daha genel bir çözüme ulaşılmaktadır. Öncelikle voleybol oyununun kuralları gereği, minimum iki puan farkla n puana kadar oynanan tek bir voleybol seti modellenmektedir. Model, A ve B adı verilen iki takımdan oluşurken A takımı ilk önce servis atan takım olarak kabul edilmektedir. Modelde yer alan p değeri, ilk servisi atan A takımının ralliyi kazanma olasılığını gösterirken; q değeri ise B takımının servis karşılayan taraf olduğu bir ralliyi kazanma olasılığını göstermektedir ($0 < p < 1$ ve $0 < q < 1$). Çalışmada son olarak her rallinin birbirinden bağımsız olduğu varsayılmaktadır. Buna göre bütün değişkenlerin dahil edildiği genel modelde A takımının kurayı kazandığı durumda önünde dört farklı seçenek bulunmaktadır. Bu seçenekler sahanın sağ ya da sol bölgesinde oynamak veya servis atan ya da karşılayan taraf olmak şeklindedir. Eğer A takımı saha bölgeleri arasında bir seçim yaparsa B takımı A takımının tercih etmediği bölgede mücadele etmek durumunda kalırken, ilk hücum için servis atan ya da karşılayan taraf olmak arasında bir seçim yapacaktır. Yazarlar tüm olası durumlar için takımların seti kazanma olasılıklarına dair değerleri hesapladıktan sonra ilk tercihi yapan takımın sahanın doğru bölgesini seçmesinin, kazanma olasılığını yaklaşık 0,54 değerinde artırdığı sonucuna ulaşmıştır. Buna göre karar setinde ilk seçimi yapacak olan takımlar için optimal strateji sahanın doğru bölgesini seçebilmektir. Eğer ilk tercihi yapan takım optimal stratejiyi tercih ederse diğer takımlar için optimal strateji ilk hücumda servisi karşılayan takım olmaktır (Lee ve Chin, 2003: 67).

Hirotsu ve Ito, 2007 yılında yaptıkları çalışmayla oyun teorisi kullanarak voleybol taktiklerini analiz etmek için bir yöntem önermişlerdir. Yazarlar yaptıkları çalışmada; hücum eden takımın ön tarafı ile savunmadaki takımın blok hattı arasında gerçekleşen sekansa odaklanmaktadır. Bunun nedeni; söz konusu aksiyon esnasında taraflardan yalnızca bir tanesinin başarılı olma ihtimalinin bulunmasıdır. Dolayısıyla yazarlar voleybol oyununa ait bu aksiyonu sıfır toplamlı bir oyun olarak modellemişlerdir. Yazarlar ilk olarak, hücum dizilişlerinin ve blok dizilişlerinin modellerini kategorize etmişlerdir. Buna göre; hücum eden takımların ileri oyuncularını 3 farklı formasyon (Pattern III, Pattern XI ve Pattern IV) ve her formasyon için topa vurulabilecek muhtemel 3 pozisyon (Right, Center ve Left) olmak üzere 9 ayrı seçenekle kullanabileceklerini kabul etmişlerdir. Savunma yapan takımların blok formasyonları ise "spread", "bunch" ve "dedicate" olmak üzere üç çeşit olarak sınıflandırılmıştır. Söz konusu stratejiler oyun matrisine aktarıldığında 9x3 boyutlu bir matris ortaya çıkmaktadır.

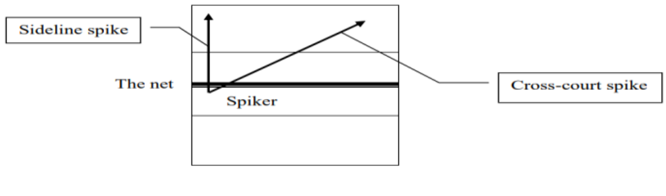
9x3 boyutlu oyun matrisi oluşturulduktan sonra yazarlar oyunu çözmek üzere Visual Basic programlama kodu ile oyun analiz sistemini geliştirmiştir. Elde edilen çözüm; başarılı blokların oranı ile minimaks stratejilerini vermektedir. Oyunun teorik altyapısı bu şekilde oluşturulduktan sonra yazarlar 2004 yılında düzenlenen üniversitelerarası kadın voleybol liginden alınan verileri kullanarak analizlerinin gerçek hayattaki geçerliliğini test etmişlerdir. Bunun için; ilgili sezonda ligi kazanan takımın sekiz karşılaşmada rakip takım hücumlarına karşı blok dizilişleri analiz edilmiştir.

"Pattern IX" ve "dedicate" eşleşmeleri veri miktarı yeterli olmadığı için yazarlar tarafından hesaplamaya dahil edilmemiştir. Yapılan analiz sonucunda oyunun değeri 0,29 olarak hesaplanmıştır. Hücum eden takımlar için karma stratejiler ise 0,68 ile (Pattern III, C) ve 0,32 ile (Pattern III, L) olarak belirlenmiştir. Ancak, gerçekte en çok karşılaşılan durum hücum eden takımların (Pattern III, R) stratejisiyle hücum ettiği durumdur. Bu nedenle, oyunun hesaplanan değeri 0,29 olmasına rağmen, şampiyon takımın başarılı blok oranı çok daha yüksektir. Eğer rakip takımlar yukarıda olasılık değerleriyle belirtilen karma stratejilerini kullanmış olsalardı, savunmadaki takımın (ligi lider tamamlayan takımın) başarılı blok oranını 0,29’a kadar düşürebilirlerdi. Başka bir deyişle, rakip takımlar bu karma stratejiyi ve oyunun değerini bilselerdi, başarılı hücum oranlarını artırabilirlerdi. Yazarlar elde ettikleri söz konusu sonuçtan hareketle oyun teorik modellerle yapılacak analizler doğrultusunda hareket eden takımların avantaj sağlayabilecekleri yorumunda bulunmuşlardır (Hirotsu ve Ito, 2007: 50).

Mottley(1954), spor stratejileri geliştirmede bilimsel yöntemlerin uygulanmasının takımların performansını önemli ölçüde artırabileceğini ileri sürmüştür. Bu önermeden hareketle Lin, 2014 yılındaki çalışmasında, oyuncuların oyun öncesinde kullanabilecekleri bir voleybol stratejisi oluşturmak ve oyun sırasında stratejide yer alan yönergeleri uyarlamak için oyun teorik bir analiz geliştirmiştir. Tıpkı Hırotsu ve Ito’nun çalışmasında olduğu gibi Lin de smaçörler ve blokçuların karşı karşıya geldikleri sekansı sıfır toplamlı oyunlar olarak ele almıştır.

Voleybolda savunmadaki takımlar, bir smaçöre karşı savunma yapmak için bir veya iki blokçu kullanabilir. Takımlar orta seviye maçlarda genellikle her smaçöre karşı savunma yapmak için yalnızca bir blokçu kullanırken, daha rekabetçi maçlarda bir smaçöre karşı iki blokçu kullanır. İki blokçu kullanmak; bloğun rakip hücumcuları engelleme olasılığını artırırken, aynı zamanda rakibin smaç atma stratejisinin yanlış tahmin edilmesi sonucunda oluşacak riskleri de artırmaktadır. Bu bilgilerden hareketle voleybol maçının seviyesine göre, maç sırasında bir smaçöre karşı bir blokçu veya bir smaçöre karşı iki blokçu olmak üzere iki senaryo ortaya çıkabileceği varsayılmaktadır. Lin, çalışmasında bu iki senaryo için ayrı ayrı analizde bulunmuştur.

Şekil 2: 1 Smaçör -1 Blokçu Oyunu için Smaçörün Stratejileri



Kaynak**:** Lin, 2014: 765.

Yukarıdaki şekil, 1 smaçör ve 1 blokçunun karşı karşıya geldiği durumlarda strateji seçimlerini göstermektedir. Smaçör yan çizgiye (sideline) ya da çapraza (cross-court) doğru vuruş yapmayı tercih edebilir. Savunmacı ise smaçörün bu hamlelerden hangisini tercih edeceğine yönelik inancı doğrultusunda iki hamleden birini savunmaya yönelik hamle geliştirmektedir. Taraflar tercih ettikleri stratejiler doğrultusunda a, b, c ve d olmak üzere olası kazanç değerleri elde etmektedir. Söz konusu modelde bir takımın kazancı diğer takımın kaybıdır, yani her strateji kombinasyonunun getirisi, puan kazanmanın göreceli avantajına atıfta bulunur. Smaçör, savunma bloğunu geçerek atak yapmayı başarırsa hücum puanı kazanırken; blokçu smaçörün başarılı olmasını engellerse savunma puanı kazanır. Kazanç değişkeni, bir takımın göreceli avantajıdır; başka bir deyişle, karşılaşma sonucunda her iki tarafın puan kazanma olasılıkları arasındaki farktır. Örneğin, smaç yapma başarı oranı %75 ve bloklama başarı oranı %25 ise hücuma göre göreceli avantaj 0,5 (=%75-%25) olurken savunmaya göre göreceli avantaj -0,5 (=%25-%75) olacaktır. Negatif getiri, puan kazanma olasılığında göreceli bir dezavantaj anlamına gelir. Bu nedenle, a, b, c ve d'nin tümü 0'dan 1'e kadar değişen pozitif sayılardır. Bu göreceli avantaj formatının kullanılması, hesaplamaları ve analizi basitleştirir ve voleybolun sıfır toplamlı oyun karakteristiğini yansıtır. Aşağıda ilgili modelin kazanç matrisi yer almaktadır.

Tablo 4: Smaçör ve Blokçu Oyununun Kazanç Matrisi

		Defans (Blok)	
		Sideline (D_s)	**Crosscourt (D_C)**
Hücum (Smaçör)	**Sideline (O_s)**	$-a, a$	$b, -b$
	Crosscourt (O_c)	$c, -c$	$-d, d$

Kaynak: Lin, 2014:766.

Smaçöre karşı blokçu senaryosunun karşılaşma sonucunu etkileyen üç önemli belirleyicisi vardır. Bunlar; smaçörün hücum oyunu, blokçunun bu oyuna ilişkin tahmini ve her iki oyuncu arasındaki beceri farkıdır. Antrenörün her iki oyuncu arasındaki beceri farklılıklarına ilişkin öznel yargısı, oyundaki kazanç matrisini belirler. Voleybol oyununu analiz ederken ilk öncelik, her iki takım için de tek bir genel strateji sağlayan pür strateji Nash dengesini belirlemektir. Kazanç matrisine göre, istikrarlı bir denge mevcut değildir. Çünkü eğer smaçör yan çizgiden smaç yapmayı seçerse, blokçu da $a > -b$ olduğundan yan çizgiden blok yapmayı seçmelidir. Ancak, blokçu yan çizgiden blok yaparsa, smaçör $c > -a$ olduğundan yan çizgiye smaç yerine çapraza smaç yapmayı seçmelidir. Dolayısıyla, $d > -c$ olduğu için blokçunun yan çizgiden bloklamadan çapraz sahadan bloklamaya geçmesi ve smaçörün de yan çizgiden smaçlamaya geri dönmesi gerekir. Görüldüğü üzere dört hücreden hiçbiri her iki oyuncunun da çıkarlarını aynı anda karşılayamaz. Bu nedenle oyunda pür strateji Nash dengesi bulunmamaktadır. Lin oluşturduğu modelde pür strateji bulunmaması nedeniyle bu aşamada karma strateji Nash dengesini keşfetmeye çalışmıştır.

Tablo 5: Karma Stratejilere Göre Smaçör ve Blokçu Oyununun Kazanç Matrisi

		Defans (Blok)	
		Sideline (D_s)	**Crosscourt (Dc)**
Hücum (Smaçör)	**Sideline (O_s)**	$-0{,}2\ ,0{,}2$ (%40), (%60)	$0{,}6\ ,-0{,}6$ (%80), (%20)
	Crosscourt (O_c)	$0{,}7, -0{,}7$ (%85), (%15)	$-0{,}4, 0{,}4$ (%30), (%70)

Kaynak: Lin, 2014:767.

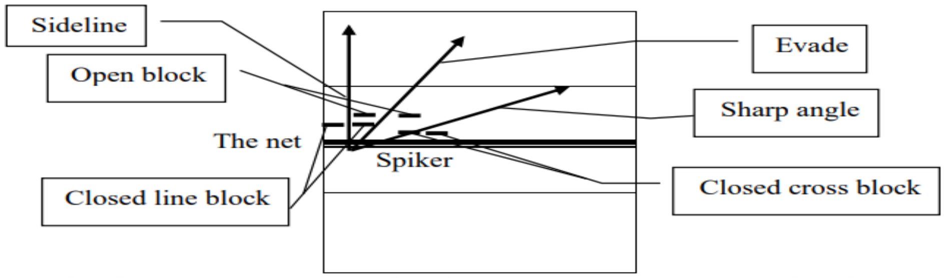
Karma strateji dengesinin hesaplanmasında, optimum olasılık dağılımları bir smaçöre karşı bir blokçu durumu için formüle edildikten sonra gerçek verilerden hareketle oyunun kazanç matrisi yukarıdaki gibi oluşturulmuştur. Karma strateji dengesi kullanılarak elde edilen sonuç olasılıkları aşağıdaki gibi sıralanmaktadır:

$$\mathrm{D_S} = \%52{,}6, \qquad \mathrm{D_C} = \%47{,}4, \qquad \mathrm{O_S} = \%57{,}9, \qquad \mathrm{O_C} = \%42{,}1$$

Karma strateji dengesi yoluyla her iki tarafın kazançlarını maksimize edecek sonuçlar; kenar çizgisine smaç vurmanın, smaçörün oyun sırasında gerçekleştirdiği hamlelerin %57,9'unu oluşturması gerektiğini, kenar çizgisini engellemenin ise blokçunun oyun sırasında gerçekleştirdiği hamlelerin %52,6'sını oluşturması gerektiğini göstermektedir.

Çalışmada ele alınan diğer senaryo olan bir smaçör ve iki blokçudan oluşan modelde tarafların sahip oldukları stratejiler aşağıdaki şekilde yer almaktadır.

Şekil 3: 1 Smaçör-2 Blokçu Oyunu İçin Smaçör Stratejileri



Kaynak**:** Lin, 2014:769.

Her iki tarafın da üçer stratejiye sahip olduğu durumda da ilk senaryodaki varsayımlardan hareketle yeni oyun matrisi aşağıdaki gibi oluşturulmuştur. Matriste satır oyuncusu, hücum eden smaçörken, sütun oyuncusu iki voleybolcudan oluşan savunma bloğudur.

Tablo 6: Bir Smaçör ve İki Blokçu Oyunun Kazanç Matris

		Defans (Blok)		
		Closed Sideline Block (D_l)	**Open Block (D_o)**	**Closed Cross Court Block (D_C)**
Hücum (Smaçör)	**Sideline (O_l)**	-0,7, 0,7 (%15), (%85)	-0,2 ,0,2 (%40), (%60)	0,7, -0,7 (%85), (%15)
	Evade (O_e)	-0,2, 0,2 (%40), (%60)	0,8, -0,8 (%90), (%10)	-0,2, 0,2 (%40), (%60)
	Sharp Angle (O_a)	0,8, -0,8 (%90), (%10)	-0,2, 0,2 (%40), (%60)	-0,8, 0,8 (%10), (%90)

Kaynak: Lin, 2014: 769.

Yeni durumda karma strateji dengesinin sonuçları aşağıdaki gibi listelenmiştir:

$$\mathrm{D_l} = \%41{,}7, \quad \mathrm{D_o} = \%16{,}7, \quad \mathrm{D_c} = \%41{,}7,$$

$$\mathrm{O_l} = \%44{,}4, \quad \mathrm{O_e} = \%16{,}7, \quad \mathrm{O_a} = \%38{,}9.$$

Hücum smaçörü için en uygun strateji, hücumların %44,4'ünde yan çizgiden smaç vurmak, %16,7'sinde bloğun üzerine vurmak ve %38,9'unda ise keskin bir açıyla çapraza smaç vurmaktır. Blokçular için en uygun strateji ise, hücumların %41,7'sinde yan çizgiyi kapatmak, %16,7'sinde açık blok yapmak ve %41,7'sinde çapraz sahayı kapatmaktır (Lin, 2014: 771). Bu çalışmalardan anlaşıldığı üzere oyun teorik analiz voleybol takımlarına etkili bir strateji geliştirme şansı tanımaktadır. Etkili bir voleybol stratejisi geliştirmek takımların başarısını artırmada önemli bir fayda sağlayacaktır. Voleybol oyuncuları, oyun öncesinde yüksek performans sergileyebilmek için modelden elde edilen stratejik öngörüleri takip edebilir ve oyun sırasında durum değişikliklerine göre uygun ayarlamalar yapabilir. Sonuçlar oyun teorisinin voleybol antrenörlerine ve oyuncularına müsabaka boyunca oyun planlarını uygulama konusunda etkili talimat sağlayabileceğini göstermektedir. Voleybol maçında her iki tarafın kazanç sürecini maksimuma çıkararak türetilen stratejik formül, voleybol takımlarının hem hücum hem de savunma oyuncuları için en yüksek faydayı sağlama imkânı sunmaktadır.

Spor dalları arasında oyun teorik analize en sık başvurulan alanlardan bir diğeri de beyzboldur. Beyzbolda özellikle taktik seçim süreçlerinin modellenmesinde oyun teorik analiz yöntemleri sıkça kullanılmaktadır. Bu alanda yapılan çalışmalardan bir tanesi Jesse Weinstein-Gould tarafından yapılan "Keeping the Hitter Off Balance: Mixed Strategies in Baseball" başlıklı makaledir. Çalışmada atıcılar ve vurucular olmak üzere iki oyuncudan oluşan sıfır toplamlı ve eş anlı olarak oynanan bir oyun modellenmektedir. Rasyonel oyuncular olan atıcılar ve vurucular muhtemel stratejiler arasından karşılıklı olarak birbirlerinin hamlelerine göre en optimal tepkiyi vermeyi hedeflemektedir. Bunun için atıcılar seçecekleri stratejiyi kendileri belirlerken vurucular atıcıların hangi stratejiyi tercih edebileceklerine dair tahminleri doğrultusunda hamle yapmaktadır. İlgili çalışmada söz konusu varsayımlar dahilinde taraflar için karma strateji Nash dengesinin varlığı test edilmektedir. Yapılan analiz sonucunda veri setinde yer alan 813 çiftten 796'sında (%98'inde) oyuncuların tahmin edilen karma stratejiler doğrultusunda hareket etikleri sonucuna ulaşılmıştır (Weinstein-Gold, 2009: 2).

Beyzbol alanında 2016 yılında yapılmış bir diğer çalışmada da beyzbol karşılaşmasının sonucunun önceden tahmin edilebilir olup olmadığı sorusunun cevabı aranmaktadır. Çalışmada bir beyzbol karşılaşması rakip türleri ve kazanç yapıları hakkında eksik bilgi altında birden fazla 'atıcı-vurucu' etkileşiminden oluşan bir tekrarlı oyun olarak ele alınmaktadır. Denge sonucunu tartışırken, rastgelelik faktörü dikkate alınmaktadır. Bir vurucu ya da atıcı, rakibinin hamlesine mümkün olan en iyi yanıtı seçebilir ancak stratejisi istenmeyen bir şekilde sonuçlanabilir (örneğin, bir vurucu iyi bir vuruş yapsa da vuruş dışarıda kalabilir). Bu nedenle genel olarak, beyzbol sonuçlarının rastgele ortaya çıktığı kabul edilmektedir. Ancak, bu rastgeleliği hesaba katarak, bir denge sonucu tahmin etmek mümkündür. Esas olarak, hem vurucu hem de atıcı oyuncular sayı elde etmek için bir minmaks oyunu oynamaktadır. Bu doğrultuda, olasılık dağılımı göz önüne alındığında vurucu oyuncuların stratejik olarak beklenen kazançlarını maksimize etmek için hareket ettikleri görülürken, atıcıların bu değeri minimize etmeyi amaçladıkları görülmektedir. Bu varsayımlar ışığında bir beyzbol oyunu, 'atıcı-vurucu' bileşen oyunlarının sonlu bir tekrarı olarak temsil edilebilir ve bu da denge patikasının genelleştirilmesine olanak tanır. Elde edilen denge patikası dahilinde gerçek verilerden hareketle karşılaşmaların sonuçlarının öngörülebileceği; ilgili çalışmanın temel bulgusudur (Lee, 2006: 86).

Goldstein ve Young'ın 1996 yılında yayımladıkları makalelerinde Evrimsel İstikrarlı Strateji (Evolutionary Stability Strategy - ESS)" teorisinin geçerliliği, Major League Baseball (MLB) oyuncularının el kullanım kompozisyonu üzerinde oyun teorisi kullanılarak test edilmiştir. Bir ESS, popülasyonun tüm üyeleri tarafından benimsendiğinde ve hiçbir alternatif onun ortalama getirisinden daha yüksek fayda sağlamadığında ortaya çıkmaktadır (Maynard Smith ve Price, 1973). Yani bir bireyin stratejisi rakipleri tarafından benimsenen stratejiler tarafından belirlenmektedir. ESS, çeşitli saf tepki alternatiflerinin bir popülasyonda sabitlenmeyi başardığı karma veya bileşim stratejilerinden de oluşabilir (Vincent ve Brown, 1988). Yazarlar bunun için atıcıların atışı kullanmak ve vurucuların atışı karşılamak için hangi ellerini kullandıklarına dair verilerden yararlanmıştır. Söz konusu veri seti 1876 ile 1985 yılları arasında oynamış MLB oyuncularını kapsamaktadır. Bu da 3.284 kişilik bir örneklemi, yani oyun tarihindeki tüm oyuncuların yaklaşık %24'ünü oluşturmaktadır. Bir oyuncunun soyadı A, H, J, K, L veya M harfleriyle başlıyorsa örnekleme dahil edilmiştir (bu harfler rastgele bir şekilde seçilmiştir). Bu şekilde 1.455 atıcı ve 1.829 vurucudan oluşan bir örneklem elde edilmiştir. Daha sonra, kararlı durum yanlılık seviyelerini tahmin etmek için, ESS denklemleri sol-sağ ve atıcı-vurucu karşılaşmaları için vuruş performanslarının bir ödeme matrisinden türetilmiştir. Denklemler, solak atıcıların popülasyonun yaklaşık %31'inde stabilize olacağı bir atıcı-vurucu dengesini başarılı bir şekilde tahmin etmiştir. Vurucular için tahminler %27 solak, %11 her iki eliyle vuran ve %63 sağ elini kullanan şeklindedir ve %3 hata payıyla doğru çıkmıştır. Kazanç matrisindeki keyfi olmayan ortak kazanç birimi değerlerine dayanan bu başarılı tahminler ESS'nin geçerliliğini desteklemektedir. Dolayısıyla, vurucuların ve atıcıların solaklığının MLB'nin tarihi boyunca karma bir strateji olarak evrimleşeceğini ve bu stratejilerin denge seviyelerinin doğru bir şekilde tahmin edilebileceğini göstererek rekabetçi etkileşimlerin incelenmesinde ESS yaklaşımının geçerliliği için güçlü bir destek sağlamaktadır (Goldstein ve Young, 1996: 168).

Tenis alanında yapılan çalışmalarda serviste risk alma tercihlerini daha sık analiz etme eğilimi vardır. Bu, servisin oynanacak ilk atış olması ve dolayısıyla rallideki önceki atışları dikkate almak zorunda kalmayarak analizi basitleştirmesi nedeniyle makul görünmektedir. Barnett ve diğerleri (2008) oyuncuların iki hızlı servis atmayı tercih edebilecekleri durumu; saha yüzeyinin türünü ve her iki oyuncunun servis atma ve karşılama yeteneklerini dikkate alarak analiz etmiştir. Pollard ve diğerleri (2009) ise, oyuncuların maç boyunca servis stratejilerini değiştirme olasılığına izin vererek bu modeli genişletmiştir. Oyuncuların servislerinde sürekli bir risk miktarının mevcut olduğu gerçeğinin göz önünde bulundurulması, daha yüksek riskli bir birinci servis ve daha düşük riskli bir ikinci servis stratejisinin çoğu pratik durumda optimal olduğunu ortaya koymuştur (Pollard ve diğerleri, 2007). Bu iki çalışma, servis atan oyuncunun tek karar verici olduğu ve bu nedenle optimal stratejinin kesin olarak tek bir strateji olacağı durumu analiz etmektedir (örneğin bir oyuncu hem birinci hem de ikinci servislerde her zaman yüksek riskli tipik bir ilk servis atmalıdır vb.). Barnett ve diğerleri tarafından 2011 yılında yapılan çalışmada ise servis karşılayanın düşük ya da yüksek riskli bir ikinci servis bekleyip beklemediği de dikkate alınarak serviste risk alma stratejisi analiz edilmektedir. Bu durumda servis kullanan oyuncu için en uygun stratejinin örneğin servislerin %20'sinde yüksek riskli bir ilk servis ve %80'inde düşük riskli bir ikinci servis atmak şeklinde bir karma strateji olabileceği düşünülmektedir. Bu oyun teorisi senaryosu, söz konusu çalışmada Rafael Nadal ve Andy Roddick'in birbirleriyle oynadıkları karşılaşmalara ait gerçek zaman verilerinden hareketle analiz edilmektedir. Ayrıca yine bu çalışmada model, servis anındaki skorları da içerecek şekilde genişletilmiş ve servis atan oyuncunun daha önemli puanlarda daha fazla risk almasının faydalı olup olmayacağı değerlendirilmiştir. İlgili çalışmadan alınan aşağıdaki tablo söz konusu iki oyuncu için farklı zeminlerde; yüksek riskli ve düşük riskli servislerden puan alma olasılıklarını göstermektedir.

Tablo 7: Roddick ve Nadal'ın Yüksek ve Düşük Riskli Servislerden Puan Alma Olasılıkları

	RODDICK			**NADAL**		
İstatistik	**Çim**	**Sert**	**Toprak**	**Çim**	**Sert**	**Toprak**
d_{lijs}	0,512	0,551	0,458	0,582	0,571	0,608
d_{hijs}	0,535	0,528	0,364	0,510	0,495	0,546
Karşılaşma	37	99	17	24	72	72

Kaynak: Barnett vd., 2011: 16.

Tabloda yer alan d_{hijs} değerleri oyuncuların yüksek riskli servislerden puan alma olasılıklarını gösterirken, d_{lijs} düşük riskli servislerden puan alma olasılıklarını göstermektedir. Buna göre rasyonel oyuncular oldukları kabul edilen Nadal ve Roddick için aşağıdaki iki strateji daha makul görünmektedir:

- Nadal çim zeminde düşük riskli servisleri tercih etmelidir,
- Roddick çim zeminde daha yüsek riskli servisleri tercih etmelidir.

Servis karşılayanın düşük ya da yüksek riskli bir ikinci servis bekleyip beklemediği de hesaba katıldığında yukarıdaki veriler ışığında genişletilen oyunun kazanç matrisi yazarlar tarafından aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

Tablo 8: Roddick ve Nadal İçin Kazanç Matrisi

		NADAL	
		Düşük Riskli Servis Beklemek	**Yüksek Riskli Servis Beklemek**
RODDICK	**Düşük Riskli Servis**	0,53	0,57
	Yüksek Riskli Servis	0,55	0,51

Kaynak: Barnett vd., 2011:16.

Bu iki kişilik sıfır toplamlı oyunu çözmek için standart oyun teorisi teknikleri kullanıldığında Roddick için %50 düşük riskli servis ve %50 yüksek riskli servis; Nadal içinse %75 düşük riskli servis ve %25 yüksek riskli servis şeklinde karma stratejiler ortaya çıkmaktadır. Her iki oyuncunun da bu karma stratejileri benimsediği oyunun sonucu, Roddick'in ikinci serviste puanların %54'ünü kazanacağı şekildedir. Eğer oyunculardan biri bu stratejilerden saparsa, diğer oyuncu stratejisini buna göre değiştirerek avantaj sağlayabilir. Örneğin, Roddick stratejisini %80 düşük riskli servis ve %20 yüksek riskli servis olarak değiştirirse, Nadal %100 düşük riskli servis bekleme stratejisini seçebilir ve Roddick ikinci serviste $0{,}53 \cdot 0{,}8 + 0{,}55 \cdot 0{,}2 = \%53{,}4$ puan kazanabilir (Barnett vd., 2011: 16).

Ravi vd. "Using Game Theory To Maximize The Chance of Victory In Two-Player Sports" isimli çalışmalarında iki oyunculu spor dallarında oyuncuların rakiplerini derinlemesine incelemelerine ve kazanma şanslarını en üst düzeye çıkarmak için stratejik bir plan hazırlamalarına yardımcı olabilecek bir araç geliştirmek için oyun teorik yaklaşımın kullanılabileceğini önermektedir. Gerçek dünyada doğrudan uygulanabilir bir çözüm önermek amacıyla yazarlar araştırma alanı olarak badminton sporunu seçmişlerdir. Badminton, iki oyuncunun biri sayı alıncaya kadar dönüşümlü olarak aşırtma vuruş yaptığı bir raket sporudur. İlgili çalışmada yazarlar tarafından iki model ortaya konulmuştur. Her iki modelde de bir oyuncu için öneri ve tavsiyeler sağlamak amacıyla girdi olarak rakibin ve söz konusu oyuncunun geçmiş karşılaşmalarına ait veriler kullanılmaktadır. "Tavsiye modeli" olarak adlandırılan ilk model, oyuncunun ve rakibin kariyerleri boyunca yaptıkları çeşitli atışları dikkate almaktadır. Bu modelin esas amacının, oyuncuların rakibin oynadığı farklı atışları anlamasına yardımcı olmak ve puan kazanma şansının maksimum olması için oynayabileceği olası en iyi atışlar hakkında bilgi edinmek olduğu, yazarlar tarafından açıkça ifade edilmiştir. Simülasyon modeli olarak adlandırılan ikinci model ise tavsiye sisteminin bir uzantısıdır ancak kullanıldığında maçın geçmişini de dikkate alır. Bu modelde oyuncular için en iyi atışları belirlemek üzere bir ödül sistemi kullanılmaktadır. Bu model sayesinde oyuncular rakiplerine karşı maç pratiği kazanarak gerçek maça çıkmadan önce maç durumunu simüle edebilirler. Oyun teorik bakış açısıyla değerlendirildiğinde söz konusu iki model; en iyi tepki stratejisi kavramını kullanarak rakibin olası atışlarının her biri için oyunculara yapmaları gereken en iyi atışları öneren bir öneri aracı işlevi görmektedir. Söz konusu modelleri oluşturabilmek için dünyanın en iyi ve en istikrarlı performans gösteren iki badminton oyuncusu olarak kabul edilen Lin Dan ve Lee Chong Wei arasında 2011-2019 yılları arasında oynanan karşılaşmalara ait istatistikleri içeren veri seti yazarlar tarafından oluşturulmuştur. Veriler manuel olarak toplanmış ve kapsamlı bir modelleme için atış bazında, kazanılan puanlar ve setler açısından sonuçlarıyla birlikte açıklanmıştır. Toplanan verilerden hareketle badminton oyunu dahilindeki çeşitli senaryolar için en iyi tepki fonksiyonlarını oluşturan yazarlar geliştirdikleri algoritma sayesinde badminton oyuncularının fayda maksimizasyonuna ulaşabilmeleri için oyun teorisi yaklaşımının kullanışlı bir araç olduğuna yönelik çıkarımda bulunmuşlardır (Ravi vd., 2021: 6).

Farklı spor dallarına ait yukarıdaki örnek çalışmaları ele aldıktan sonra şimdi de saha dışı kararlara yönelik oyun teorisi uygulamasının yer aldığı bir çalışmaya değinilebilir. “An Economic Model of Player Trade in Professional Sports: A Game Theoretic Approach” başlıklı makalesinde Haugen, bir spor ligindeki rekabetçi denge sorununu ele almaktadır. Çalışmada konuyla ilgili standart literatürün aksine, marjinal olarak farklı iki takım arasındaki ticareti tahmin etmek için basit bir oyun teorisi yaklaşımı kullanılmıştır. Kurulan oyun teorik model aşağıdaki varsayımlara dayandırılmıştır (Haugen, 2006: 310):

1) Modelde iki takım bulunmaktadır. İki takım gelecekte bir (veya birkaç) maça çıkacaktır ve birer oyuncularını sabit bir fiyattan satışa çıkarmışlardır,
2) Takımlar marjinal olarak birbirlerinden farklıdır; Takım 1'in Takım 2'den biraz daha iyi olduğu varsayılmaktadır. Matematiksel olarak bu, oyun

sonuçları üzerindeki olasılık dağılımının $[p+\varepsilon,\ p-\varepsilon, 1-2p]$ ile tanımlanabileceği anlamına gelmektedir; burada $\varepsilon > 0$ küçük bir sayıdır,

3) Satışa sunulan oyuncular eşit derecede iyidir; dolayısıyla teklif edilen fiyat eşit olmalıdır, bu fiyat c olarak simgelenmektedir,
4) Her takım için oyuncuyu satın almak (B) ya da almamak (NB) şeklinde iki tercih bulunmaktadır,
5) Satın alma kararlarının eş zamanlı olarak verildiği ve her iki ekibin de var olan tüm bilgileri bildiği ve kabul ettiği varsayılmaktadır,
6) Ayrıca beklenen puan skorunun takımlar için birincil performans hedefi olduğu ve takımlardan birinin satın alıp diğerinin almadığı bir sonucun ortaya çıkması halinde bu beklenen puan skorunun $\alpha > 0$ parametresi kadar artacağı veya azalacağı varsayılmıştır. Buna ek olarak, α'nın her iki takımın toplam beklenen puanına kıyasla küçük olduğu varsayılmaktadır. Ayrıca (galibiyet için 3, beraberlik için 1, mağlubiyet için 0) puan şeması varsayılmıştır,
7) Oyun gücünü ekonomik değerlere veya nakit akışına dönüştüren bir gelir fonksiyonunun $R(beklenen\ puan)$ varlığı varsayılmaktadır.
8) Kazançlar şu şekilde tanımlanır: "$Kazanç = Nakit\ akışı + R(beklenen\ puan)$"
9) $R''(\quad) > 0$ veya $R''(\quad) < 0$'dır.

Bu varsayımlardan hareketle söz konusu oyunun kazanç matrisi aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

Tablo 9: Alım-Satım Oyunu için Kazanç Matrisi

		Takım 2	
		B	**NB**
Takım 1	**B**	$R(p-3\varepsilon+1)$ $R(p+3\varepsilon+1)$	$c+R(p-3\varepsilon+1-\alpha)$ $-c+R(p+3\varepsilon+1+\alpha)$
	NB	$-c+R(p-3\varepsilon+1+\alpha)$ $c+R(p+3\varepsilon+1-\alpha)$	$R(p-3\varepsilon+1)$ $R(p+3\varepsilon+1)$

Kaynak: Haugen, 2006: 311.

Yukarıdaki matriste Takım 1 satır oyuncusuyken Takım 2 sütun oyuncusudur. Hücrelerde yer alan değerlerin nasıl hesaplandığına ilişkin süreç Takım 2'nin sağ üst hücredeki kazancı olan, $\mathrm{c} + \mathrm{R}(\mathrm{p} - 3\varepsilon + 1 - \alpha)$ ifadesinin elde edilişi üzerinden aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir (Haugen, 2006: 310) :

> *Takım 1'in satın alma (B) ve Takım 2'nin satın almama (NB) tercihleri, Takım 2'nin oyuncuyu Takım 1'e c fiyatından sattığını gösterir. Sonuç olarak, Takım 2'nin kazancına* c *kadar bir nakit akışı unsuru eklenir. Buna ek olarak, bir oyuncunun kaybı nedeniyle* α *kadar beklenen puan kaybederler ve toplam beklenen puan "*$3(p - \varepsilon) + 1 \times (1 - 2p) - \alpha = p - 3\varepsilon + 1 - \alpha$*" olur. Sonuç olarak, toplam kazanç (varsayım 8'e göre) "*$c + R(p - 3\varepsilon + 1\alpha)$*" olur. Matrisin diğer elemanları da benzer şekilde hesaplanmıştır.*

Matris incelendiğinde, oyuncuların fiyatı olan c değeri sabit gibi görünebilir. Ancak, oyuncu fiyatı (c), oyuncunun satışı sonrasında takımın yaşayacağı oyun gücündeki kaybı da yansıtmalıdır. Net getiri kaybına yol açacak şekilde bir oyuncuyu satan herhangi bir takım, gelir fonksiyonunda bir fayda artışı yaşanmadan bunu yapmakla rasyonel davranmamış olur. Bu nedenle, c ve $R()$ birbirlerine bağlı olmalıdır. Bu bağımlılığı bulmak için, her iki takımın da eşit derecede iyi olduğunu varsaymak kullanışlı olacaktır. Biçimsel olarak bu, $\varepsilon = 0$ anlamına gelir. Ardından c'yi $R(\,)$'nin bir fonksiyonu olarak belirlemek için basit bir arbitraj argümanı uygulanabilir. Takım 2'nin, B stratejisini seçtiğini varsayalım. Bu durumda Takım 1, B stratejisini seçerek $R(p + 1)$ ya da NB stratejisini seçerek $c + R(p + 1 - \alpha)$ kazanç elde edebilir. Burada önemli olan nokta açıktır: c fiyatı, yukarıda da belirtildiği gibi, oyun gücündeki kaybı yansıtmalıdır; aksi takdirde Takım 2'nin böyle olmayan bir fiyatı kabul etmesi rasyonel bir tercih olarak kabul edilemez. Sonuç olarak;

$\mathrm{R}(\mathrm{p} + 1) = \mathrm{c} + \mathrm{R}(\mathrm{p} + 1 - \alpha)$ ve $\mathrm{R}(\mathrm{p} + 1) = -\mathrm{c} + \mathrm{R}(\mathrm{p} + 1 + \alpha)$

eşitliklerinden hareketle c değeri "$\mathrm{c} = [\mathrm{R}(\mathrm{p} + 1 - \alpha) - \mathrm{R}(\mathrm{p} + 1 + \alpha)]/2$" şeklinde elde edilmelidir. İlgili oyun matrisi ve c ifadesine konulan söz konusu kısıt ile tasarlanan oyun çözüldüğünde oyuncu ticaretini oluşturan farklı pür strateji Nash dengelerinin var olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Bu Nash dengeleri yalnızca gelir fonksiyonunun şekli tarafından belirlenir. Dışbükey bir gelir fonksiyonu artan rekabetçi dengesizlik sağlarken, içbükey bir gelir fonksiyonu bunun tam tersini ima eder (Haugen, 2006: 312). Çalışmada yazar tarafından $\varepsilon = 0$ varsayımının kaldırıldığı ve daha fazla oyuncunun yer aldığı durumlar da ele alınarak tartışma genişletilmiş olsa da yukarıda elde edilen sonucun aksi bir sonuç elde edilmemiştir.

Görüldüğü üzere farklı spor dallarında oyun teorisi temelli birçok uygulama yer almaktadır. Özellikle pür ve karma stratejilere dayalı analizler takım sporlarında ya da bireysel sporlarda karar alıcıların rasyonel stratejiler geliştirebilmesini sağlama potansiyeline sahip iki temel kavram olarak dikkat çekmektedir. Elbette bu tez çalışmasının ana inceleme alanı olan futbolda da oyun teorik analiz yönteminden yararlanılarak yapılmış birçok çalışma mevcuttur. Bu çalışmalar, ilerleyen bölümlerde geliştirilen uygulamalarla olan ilişkileri doğrultusunda ilgili kısımlarda ele alınmaktadır.

1.6. DÖRT BÜYÜK TAKIM VE ANADOLU TAKIMLARI ARASINDAKİ KARŞILAŞMALARIN TAM BİLGİ ALTINDA OYNANAN OYUNLAR ŞEKLİNDE MODELLENMESİ

Türkiye futbol kamuoyunda (medya, taraftar vb.) Süper Lig'de daha önce şampiyonluk yaşamış ve ligin dört büyükleri olarak adlandırılan takımların (Fenerbahçe, Beşiktaş, Trabzonspor ve Galatasaray) Anadolu takımlarıyla oynadıkları maçlarda ofansif bir oyun tarzı benimsemesi gerektiğine inanılırken, Anadolu takımlarının ise söz konusu ekiplerle oynanan karşılaşmalarda defansif bir oyun anlayışı benimsemeleri gerektiği düşünülmektedir. Özellikle, Anadolu takımlarını çalıştıran teknik direktörlerin dört büyükler karşısında bu yaygın inanıştan hareketle daha defansif ve kaybetmemeye odaklı bir oyun oynamaları bu durumu açık bir şekilde gözler önüne sermektedir.

Çalışmanın bu kısmında, söz konusu anlayışın ne kadar doğru olduğu, son dört sezonda oynanan karşılaşmalar incelenerek test edilmektedir. Önceki kısımlarda bahsedildiği gibi farklı spor dallarında da sıklıkla kullanılan oyun teorik bakış açısıyla; futbol karşılaşmaları oyun teorik bir model olarak ele alınmakta ve taraflar için (dört büyükler ve Anadolu takımları için) her zaman daha yüksek faydayı sağlayan bir baskın stratejinin varlığı araştırılmaktadır. Uygulamaya geçmeden önce literatürde yer alan benzer çalışmalar ve elde edilen sonuçlar incelenmektedir.

1.6.1. Futbolda Taktiksel Seçimlerle İlgili Oyun Teorisi Literatürü

Futbol takımlarını yöneten teknik direktörlerin verdikleri en önemli kararlardan bir tanesi, takımlarını hangi stratejiyle sahaya çıkaracaklarıdır. Teknik direktörler sezon boyunca karşılaştıkları rakiplere göre oyun stratejilerini değiştirebilecekleri gibi, oluşturdukları ana plana sadık kalma yoluna da gidebilmektedir. Ancak hangi yöntemi tercih ederlerse etsinler stratejilerinden elde edecekleri fayda, rakiplerinin strateji tercihleriyle doğrudan ilişkilidir. Bu nedenle, karşılıklı etkileşime dayalı durumlarda karar vericilerin davranışlarını incelemekte kullanılan oyun teorik analiz, teknik direktörlerin oyun stratejilerinin belirlenme sürecini modellemek için de oldukça kullanışlıdır. Bu kısımda, oyun teorisi kavramlarıyla teknik direktörlerin strateji seçim süreçlerini açıklamak ve farklı futbol takımları için optimal oyun stratejisini elde etmek amacıyla yapılan çalışmalara değinilmektedir.

Teknik direktörlerin takımlarını hangi dizilişle sahaya süreceklerine yönelik kararlar oyun stratejilerinde önemli bir yer kaplamaktadır. Bu nedenle, Hirotsu ve Wright (2006), futbol takımlarının oyun öncesinde ve oyun esnasında karşılıklı olarak yaptıkları diziliş değişikliklerinin maçı kazanma olasılıkları üzerindeki etkisini ölçmeyi amaçlamışlardır. Bunun için futbol karşılaşmalarını, bir oyuncunun kaybının diğerinin kazancına eşit olduğu iki oyunculu sıfır toplamlı bir oyun olarak modellemişlerdir. Dizilişe dair taktiksel kararların gerçekten de oyunu kazanma olasılığını etkileyebileceği sonucunu elde eden yazarlar Japonya profesyonel futbol ligine ait verilerden yararlanarak söz konusu sonucun geçerliliğini test etmişlerdir. Yapılan analiz sonucunda doğru taktik dizilişin, takımların kazanma olasılığı açısından önemli bir fark yarattığı görülmüştür (Hirotsu ve Wright, 2006: 17).

Haugen tarafından 2010 yılında yapılan çalışmada futbol maçlarındaki stratejik tercihleri analiz etmek için basit bir oyun teorisi çerçevesi önerilmektedir. Bu çerçeve, özel stratejiler uygulayarak uluslararası rekabet performansına ulaşan Norveç gibi futbol ülkelerinin yükselişini ve düşüşünü açıklamak için kullanılmaktadır. Haugen çalışmasında, iki takımlı ve her takımın iki stratejiye sahip olduğu oyun teorik bir model geliştirmiştir. Modelin oyuncuları olarak Norveç milli takımı ile daha yüksek profilli bir milli takım olan Brezilya milli takımı seçilmiştir. Norveç için oluşturulan strateji kümesi N ve A stratejilerinden oluşmaktadır ($\mathrm{S}^{\mathrm{Norveç}} = \{\mathrm{N}, \mathrm{A}\}$). N olarak tanımlanan strateji uzun toplar ve hızlı hücumlara dayalı ve Norveç milli takımının sıklıkla tercih ettiği oyun stratejisidir. A stratejisi ise orta saha oyuncularının daha çok kullanıldığı tipik bir Avrupalı oyun stratejisidir. Brezilya için tanımlanan strateji kümesi ise N ve B stratejilerinden oluşmaktadır ($\mathrm{S}^{\mathrm{Brezilya}} = \{\mathrm{N}, \mathrm{B}\}$). N stratejisi Norveç milli takımına ait strateji kümesinde yer alan stratejiyle aynıyken, B stratejisi Brezilya gibi yüksek profilli takımların daha çok tercih ettiği ve N stratejisinin tamamen karşıtı bir oyun anlayışını temsil etmektedir. Takımların ilgili stratejilerden elde etmeyi bekledikleri kazançlar hesaplanırken karşılaşma sonuçları dikkate alınmaktadır. Örneğin her iki takımın da N stratejisini tercih ettiği durumda maçların %40'ını Norveç'in %20'sini Brezilya'nın kazandığı ve geri kalan mücadelelerin ise beraberlikle sonuçlandığı (%40) kabul edildiğinde, elde edilen olasılık değerlerine futbol karşılaşma kurallarından hareketle 3, 1 ve 0 katsayıları verilmiştir. Buna göre her iki takımın da N stratejisini tercih ettiği durumda örneğin Norveç takımının elde edeceği kazanç fonksiyonu: "$3 \cdot 0{,}40 + 0 \cdot 0{,}20 + 1 \cdot 0{,}40$" şeklinde oluşturulmuştur. Tüm strateji bileşimleri için takımlara ait kazanç fonksiyonları aynı şekilde elde edildikten sonra kazanç matrisi aşağıdaki gibi ortaya çıkmıştır.

Tablo 10: Norveç ve Brezilya Arasındaki Oyun Matrisi

		Brezilya	
		B	**N**
Norveç	**N**	$(1{,}6, 1{,}3)$	$(1{,}6, 1)$
	A	$(1{,}1, 1{,}7)$	$(1{,}33, 1{,}33)$

Kaynak: Haugen, 2010: 16.

Tablo 10 incelendiğinde oyunun baskın strateji Nash dengesinin (N, B) strateji profili olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Bu sonuç, Norveç gibi takımların daha güçlü rakiplerle karşılaştıklarında kendi oyun tarzlarını korumaları gerektiği sonucunu ortaya çıkarmıştır. Çalışmanın ilerleyen kısımlarında Haugen bu kez Brezilya gibi yüksek profilli takımlar yerine Belarus gibi, Norveç milli takımından daha düşük takımlarla olan karşılaşmaları incelemiştir. Yukarıdaki model oluşturma süreciyle aynı şekilde oluşturulan yeni oyunda bu kez Belarus vb. takımların Norveç'in oyun tarzını taklit etmesiyle oluşan (N, N) strateji profili yeni Nash dengesi olarak ortaya çıkmıştır. Haugen tarafından yapılan bu çalışma futbol takımlarının oyun stratejisi seçim sürecinin oyun teorik analiz yöntemleri kullanılarak daha verimli hale getirilebileceğini ve rakip takımların tercihleri de dikkate alınarak strateji geliştirmenin daha sağlıklı olacağını göstermektedir.

Gambarellis' ve Goossens, rakipler tarafından benimsenen stratejilerin her bir kombinasyonu için kazanma olasılıklarına ilişkin tahminler verildiğinde, takımlar için bir stratejik tavsiye ile sonuçlanan oyun teorik bir model geliştirmiştir. Oluşturulan modelde her bir takımın ofansif (O) ve defansif (D) olmak üzere iki ayrı stratejik seçeneği olduğu varsayılmaktadır. A ve B olarak isimlendirilen takımların kazanma olasılıkları α ve β ile sembolize edilmektedir. Örneğin her iki takımın da defansif bir strateji tercih ettiği durumda takımların kazanma olasılıkları α_{DD} ve β_{DD} şeklindedir $(\alpha_{DD} + \beta_{DD} \leq 1)$. İlgili strateji bileşiminde karşılaşmanın beraberlikle sonuçlanma olasılığı ise $(1 - \alpha_{DD} - \beta_{DD})$'ye karşılık gelmektedir. Aynı şekilde,

- α_{OO} ve β_{OO} her iki takım da ofansif bir yaklaşımla,
- α_{OD} ve β_{OD} A takımının defansif B takımının ofansif yaklaşımla ve
- α_{OD} ve β_{OD} A takımının ofansif ve B takımının defansif yaklaşımla

sahaya çıktığı durumda takımların kazanma olasılıklarını ifade etmektedir.

A takımının i stratejisini ve B takımının j stratejisini $(i, j \in \{O, D\})$ benimsediği her durum için A (B) takımının beklenen getirisi a_{ij} (b_{ij}) olarak tanımlanmaktadır. Kazançlar, bir galibiyetin p puan ve beraberliğin q puan kazandırdığı hipotezine dayalı olarak aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$a_{ij} = p \cdot \alpha_{ij} + q \cdot (1 - \alpha_{ij} - \beta_{ij}) = q + (p - q) \cdot \alpha_{ij} - q \cdot \beta_{ij}$$

$$b_{ij} = p \cdot \beta_{ij} + q \cdot (1 - \alpha_{ij} - \beta_{ij}) = q + (p - q) \cdot \beta_{ij} - q \cdot \alpha_{ij}$$

Normal biçimli değişken toplamlı bir oyun bu şekilde tanımlandıktan sonra ilk olarak, herhangi bir takımın baskın stratejiye sahip olup olmadığı araştırılmaktadır. Eğer pür stratejiler dahilinde oyunun çözümü elde edilemiyorsa takımların sahip oldukları stratejilerin A takımı için $(q(A_D), q(A_O))$ ve B takımı için $(q(B_D), q(B_O))$ olasılık değerleriyle oynandığı varsayımı yapılmaktadır. Bu yöntem oyunun karma stratejiler dahilinde çözülebilmesini sağlamaktadır. Bu durumda takımların beklenen kazançları aşağıdaki şekilde elde edilmektedir.

$$p^A = q(A_D)\cdot q(B_D)\cdot a_{DD} + q(A_D)\cdot q(B_O)\cdot a_{DO} + q(A_O)\cdot q(B_D)\cdot a_{OD} + q(A_O)\cdot q(B_O)\cdot a_{OO}$$

$$p^B = q(A_D)\cdot q(B_D)\cdot b_{DD} + q(A_D)\cdot q(B_O)\cdot b_{DO} + q(A_O)\cdot q(B_D)\cdot b_{OD} + q(A_O)\cdot q(B_O)\cdot b_{OO}$$

Çalışmada oyun teorik bir model olarak bu şekilde inşa edildikten sonra, İtalya ve Kosta Rika milli takımları arasında 2014 Dünya Kupası'nda oynanan karşılaşmaya ait verilerden yararlanarak modelin işleyişi test edilmektedir. Bunun için, strateji tavsiyesinin otomatik olarak hesaplanması amacıyla bir algoritma geliştiren yazarlar çeşitli bahis şirketlerinin ilgili maç için belirledikleri oranları kullanmaktadır. Sonuç olarak, İtalya ve Kosta Rika arasında oynanan karşılaşma için strateji seçimlerine göre aşağıdaki kazanç matrisi elde edilmiştir.

Tablo 11: İtalya- Kosta Rika Kazanç Matrisi

		Kosta Rika	
		Defansif	**Ofansif**
İtalya	**Defansif**	$(2{,}02, 0{,}64)$	$(2{,}47, 0{,}34)$
	Ofansif	$(2{,}07, 0{,}84)$	$(2{,}12, 0{,}74)$

Kaynak: Gambarellis' ve Goossens, 2019: 266.

Kazanç matrisinde görüldüğü üzere eğer İtalya savunma yaklaşımını seçerse Kosta Rika takımının seçimine bağlı olarak 2,02 veya 2,47 puan elde etmektedir. Diğer taraftan, İtalya hücum yaklaşımını seçerse, sırasıyla 2,07 veya 2,12 puan elde edebilir. Dolayısıyla, İtalya takımının hiçbir durumda baskın bir seçeneği yoktur. Kosta Rika açısından bakıldığında bu takım için defansif yaklaşım kesinlikle tercih edilebilir, çünkü İtalya ne yaparsa yapsın defansif strateji ofansif yaklaşımdan daha yüksek bir beklenen getiri sağlar (İtalya savunma yaklaşımını seçerse $0{,}64 \geq 0{,}34$ ve hücum etmeyi seçerse $0{,}84 \geq 0{,}74$). Sonuç itibariyle, oyunun çözümü Kosta Rika için defansif, İtalya için ise ofansif stratejinin tercih edilmesidir (Gambarellis' ve Goossens, 2019: 266).

Bu çalışmalar futbol takımlarının strateji seçim süreçlerinin oyun teorik modeller olarak ele alınabileceğini açıkça göstermektedir. Bu tez çalışmasında da özellikle Haugen ve Gambarellis've Gossens tarafından kullanılan yöntemlere benzer bir model geliştirilerek Türkiye'deki futbol takımlarının strateji seçimlerinin rasyonalitesi değerlendirilmektedir.

1.6.2. Yöntem ve Veri Seti

Bu uygulamada, önceki çalışmalarda farklı ülke örneklerinde olduğu gibi, Süper Lig karşılaşmaları tam bilgi altında oynanan eş anlı oyunlar şeklinde modellenerek takımların ofansif ya da defansif stratejiler arasında yaptıkları seçimler değerlendirilmektedir. Model oluşturulurken Süper Lig'de 2018-2019 ve 2021-2022 sezonları arasında oynanan ve tarafların stratejilerinin belirgin bir şekilde gözlemlenebildiği, 4 büyük takım ve Anadolu takımları arasında oynanan 318 karşılaşmaya ait istatistikleri içeren veri setinden yararlanılmaktadır. Söz konusu veri seti, karşılaşmalardaki saha içi aksiyonlar olarak pas, şut, orta, gol pozisyonu ve gol beklentisinin sayısal değerlerini içermektedir. İlgili veri setinden hareketle oluşturulan modelde Nash dengesinin varlığı araştırılmaktadır. Ardından elde edilen bulgular gerçek değerlerle karşılaştırılarak; oyun teorik yaklaşımın ilgili karşılaşmalarda ne kadar sağlıklı sonuçlar verdiği değerlendirilmektedir.

1.6.3. Modelin Kurulması

Stratejik biçimli bir oyunun varlığından söz edilebilmesi için birbirlerinin aldığı kararlardan etkilenen oyuncuların, oyunculara ait stratejileri içeren strateji kümelerinin ve kazanç fonksiyonlarının olması gerektiği bilinmektedir. Ayrıca stratejik biçimli bir oyuna yönelik sağlıklı bir değerlendirmenin yapılabilmesi için modelin belirli varsayımlara dayandırılması gerekmektedir. Bu bağlamda, Süper Lig karşılaşmalarının tam bilgi altında oynanan eş anlı oyunlar şeklinde modellendiği stratejik biçimli oyun aşağıdaki varsayımlara dayanmaktadır:

- Modelde "Anadolu Takımı" ve "Büyük Takım" olmak üzere iki adet oyuncu bulunmaktadır.
- Her oyuncu "ofansif ya da defansif oyun" şeklinde iki stratejiye sahiptir.
- Oyuncular stratejilerini eş zamanlı olarak belirlemekte ve birbirlerinin kararlarını oyun başlamadan önce gözlemleyememektedir.

- Her oyuncu rasyoneldir ve puan maksimizasyonuna yönelmektedir.
- Her iki takım da birbirlerinin maç sonucuna ilişkin belirsizlik değerlendirmesi konusunda hemfikirdir.
- Her iki takımın da galip gelme olasılığı eşittir.

1.6.4. Oyuncular

Modelde iki adet oyuncu bulunmaktadır. Süper Lig ekipleri iki grup olarak ayrılmış ve modelin oyuncuları olarak tanımlanmıştır. Fenerbahçe, Galatasaray, Beşiktaş ve Trabzonspor "Büyük Takım" olarak incelenirken son 4 sezonda Süper Lig'de yer alan diğer ekipler ise "Anadolu Takımı" olarak modelde yer almaktadır. Büyükler grubu "B" olarak sembolize edilirken, Anadolu Takımları ise "A" olarak sembolize edilmektedir.

1.6.5. Stratejilerin Belirlenmesi

Modelde yer alan oyuncuların strateji kümeleri aşağıdaki gibidir:

$$S_B = \{\text{Ofansif}(O), \quad \text{Defansif}\,(D)\}$$
$$S_A = \{\text{Ofansif}(O), \quad \text{Defansif}\,(D)\}$$

Her iki oyuncu da iki adet stratejiye sahiptir. Söz konusu stratejiler "ofansif (O) oynamak" ve "defansif (D) oynamak" şeklindedir. Oyunun oluşturulması aşamasında veri seti içerisinde yer alan karşılaşmalarda tarafların hangi stratejiyi tercih ettikleri belirlenmektedir. Ancak, futbol oldukça karmaşık bir oyun olduğu için bu işlem oldukça zorlayıcı olmaktadır. Bunun nedeni bazı karşılaşmalarda tarafların kesin olarak ofansif ya da kesin olarak defansif oynadıklarını söylemenin oldukça zor olmasıdır. Bu nedenle, model oluşturulurken tarafların oyun anlayışlarının belirgin bir şekilde anlaşıldığı karşılaşmalar dikkate alınmıştır. Son 4 sezon içerisinde büyük takımlar ve Anadolu takımları arasında yaklaşık 450 karşılaşma oynanmışken bu karşılaşmaların 318 tanesinde tarafların oyun anlayışları belirgin bir şekilde gözlemlenebilmektedir.

Tarafların oyun stratejilerinin belirlenmesi Büyük takımlar ve Anadolu takımları arasında oynanan söz konusu 318 karşılaşmada ortaya çıkan değerler karşılaştırılarak yapılmıştır. Bir takımın herhangi bir karşılaşmada yakaladığı gol pozisyonu sayısı, şut sayısı, orta sayısı ve rakip ceza sahasına giriş sayısı gibi hücuma yönelik istatistiklerden en az 3 tanesi lig ortalamasının üzerindeyse söz konusu takımın ilgili maçta ofansif stratejiyi tercih ettiği beklenmektedir. Ancak, bu beklenti aynı zamanda ilgili maçlarda takımlara ait beklenen gol istatistiği ve topla oynama yüzdesi ile örtüşüyorsa doğru kabul edilmektedir. Aynı şekilde, bir takım herhangi bir karşılaşmada söz konusu istatistiklerde lig ortalamasının altında kalıyorsa defansif oyun anlayışına sahip olduğu kabul edilmektedir.

Aşağıdaki veri seti içerisinde yer alan karşılaşmalardan bir tanesi için takımların stratejik kararlarının belirlenme süreci gösterilmektedir.

Tablo 12: 2019-2020 Sezonunda Oynanan Fenerbahçe-Gaziantep FK Karşılaşması

	Pozisyon	**Şut**	**Orta**	**RCSG**	**Topla Oynama (%)**	**xG**	**Karar**
Büyük (FB)	10	19	10	29	%71	4,4	Ofansif
Anadolu (Gaziantep FK)	2	4	2	4	%29	0,3	Defansif
Lig Ortalaması (Takım)	5,42	11,62	13,38	14,53	%50	1,42	-

Kaynak: Veri setinden hareketle yazar tarafından oluşturulmuştur.

Yukarıdaki tablo, 2018-2019 sezonunda Fenerbahçe ile Gaziantep Futbol Kulübü arasında oynanan karşılaşmaya ait istatistikleri ve ilgili istatistikler için genel ortalamaları içermektedir. Buna göre, Fenerbahçe orta sayısı dışındaki hücum istatistiklerinin tamamında lig ortalamasının oldukça üzerinde yer almaktadır. Süper Lig'de bir takım maç başına ortalama 5 gol pozisyonu yakalarken Fenerbahçe söz konusu karşılaşmada 10 gol pozisyonu yakalamış ve 29 kez rakip ceza sahasına girmiştir. Açılan orta sayısında lig ortalamasının altında kalmış olsa da diğer istatistikler ışığında Fenerbahçe'nin söz konusu karşılaşmada ofansif bir stratejiye sahip olduğu rahatlıkla söylenebilir. Öyle ki, Fenerbahçe bir takımın karşılaşma içerisinde yaşanan aksiyonlar sonucu kaç gol atmasının beklenebileceğini öngören beklenen gol istatistiğinde de ilgili karşılaşmada oldukça yüksek bir değere sahiptir ($4{,}4\ xG$).

Aynı değerlendirme karşılaşmanın diğer tarafı olan Gaziantep FK için de yapıldığında ilgili istatistiklerin tamamında ortalamanın oldukça altında kaldığı görülmektedir. Bu nedenle, Gaziantep FK'nin söz konusu karşılaşmada daha defansif bir strateji tercih ettiği söylenebilir.

1.6.6. Kazançların Hesaplanması

318 karşılaşma için tarafların stratejileri belirlendikten sonra dört olası durum ortaya çıkmaktadır. Bu dört durum aşağıdaki gibidir:

- Her iki takımın da ofansif stratejiyi tercih etmesi.
- Her iki takımın da defansif stratejiyi tercih etmesi.
- Büyük takımın ofansif, Anadolu takımının defansif stratejiyi tercih etmesi.
- Büyük takımın defansif, Anadolu takımının ofansif stratejiyi tercih etmesi.

Oyuncuların muhtemel durumlarda elde etmeyi bekledikleri kazançların hesaplanmasında Haugen'in önceki bölümde ele alınan çalışmasında (2010) kullandığı yöntem izlenerek karşılaşmaların sonuçlarından ve tarafların elde ettikleri puanlardan faydalanılmaktadır. Bilindiği üzere, bir futbol karşılaşmasında kazanan taraf 3 puan elde ederken karşılaşmanın beraberlikle sonuçlandığı durumda taraflar 1'er puanla sahadan ayrılmaktadır. Kaybeden taraf ise karşılaşmadan puansız ayrılmaktadır. Buradan hareketle, tarafların kazançlarını belirlerken 4 olası strateji bileşimi için maçların nasıl sonuçlandığı incelenmektedir. Sonuçlar aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 13: Olası Strateji Bileşimleri İçin Karşılaşma Sayıları

Stratejiler		**Karşılaşma Sayısı**			
Büyük	**Anadolu**	**Büyük Takımın Kazandığı**	**Beraberlikle Sonuçlanan**	**Anadolu Takımının Kazandığı**	**TOPLAM**
Ofansif	Ofansif	37	15	10	62
Ofansif	Defansif	107	38	41	186
Defansif	Ofansif	25	13	11	49
Defansif	Defansif	3	8	10	21

Kaynak: Veri setinden hareketle yazar tarafından oluşturulmuştur.

Tarafların kazanç fonksiyonlarının oluşturulabilmesi için her strateji bileşimine ait büyük takımın galip gelme olasılığı (P_{BA}), karşılaşmanın beraberlikle sonuçlanma olasılığı (P_{BER}) ve Anadolu takımının galip gelme olasılığı (P_{AB}) belirlenmelidir. Örneğin, her iki oyuncunun da ofansif stratejiyi tercih ettiği durum ele alındığında 62 karşılaşmanın 37 tanesinde Büyük takım, 10 tanesinde Anadolu takımı galip gelirken 15 karşılaşma ise beraberlikle sonuçlanmıştır. Bu verilerden hareketle P_{BA} ,P_{BER} ve P_{AB} değerleri (ofansif, ofansif) strateji bileşimi için aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\mathbf{P_{BA}} = \frac{\text{Büyük Takımın Kazandığı Karşılaşma Sayısı}}{\text{Toplam Karşılaşma Sayısı}} = \frac{37}{62} = 0{,}60$$

$$\mathbf{P_{BER}} = \frac{\text{Berabere Biten Karşılaşma Sayısı}}{\text{Toplam Karşılaşma Sayısı}} = \frac{15}{62} = 0{,}24$$

$$\mathbf{P_{AB}} = \frac{\text{Anadolu Takımının Kazandığı Karşılaşma Sayısı}}{\text{Toplam Karşılaşma Sayısı}} = \frac{10}{62} = 0{,}16$$

Tüm olası strateji bileşimlerine ait P_{BA}, P_{BER} ve P_{AB} değerleri de aynı şekilde hesaplandıktan sonra aşağıdaki tablo ortaya çıkmaktadır.

Tablo 14: Strateji Bileşimleri İçin Olasılık Değerleri

Büyük Takım	**Anadolu Takımı**	$\mathbf{P_{BA}}$	$\mathbf{P_{BER}}$	$\mathbf{P_{AB}}$
Ofansif	Ofansif	0,60	0,24	0,16
Ofansif	Defansif	0,58	0,20	0,22
Defansif	Ofansif	0,51	0,27	0,22
Defansif	Defansif	0,15	0,38	0,47

Kaynak: Veri setinden hareketle yazar tarafından oluşturulmuştur.

Tüm strateji bileşimleri için olasılık değerleri belirlendikten sonra takımların elde etmeyi bekledikleri kazançlar her iki takıma ait aşağıdaki kazanç fonksiyonları esas alınarak hesaplanmaktadır.

$$\mathrm{U_B}(\mathrm{s_B}, \mathrm{s_A}) = 3 \cdot \mathrm{P_{BA}} + 1 \cdot \mathrm{P_{BER}} + 0 \cdot \mathrm{P_{AB}}$$
$$\mathrm{U_A}(\mathrm{s_B}, \mathrm{s_A}) = 0 \cdot \mathrm{P_{BA}} + 1 \cdot \mathrm{P_{BER}} + 3 \cdot \mathrm{P_{AB}}$$

Yukarıda yer alan fayda fonksiyonları oluşturulurken strateji bileşimleri için ortaya çıkması muhtemel olasılık değerleri ve söz konusu durumlarda ilgili takımın elde edeceği puan dikkate alınmaktadır. Örneğin, büyük takımın fayda fonksiyonunda (U_B); karşılaşmanın büyük takım lehine sonuçlanma olasılığı olan P_{BA}'nın katsayısı bir futbol karşılaşmasında kazanan takımın elde edeceği 3 puandan hareketle 3 olarak belirlenmiştir. Aynı şekilde diğer olası durumlar için de 1 (beraberlik) ve 0 (mağlubiyet) katsayıları kullanılmaktadır. Anadolu takımı için de aynı yönteme başvurulmuş ve buna göre (ofansif, ofansif) strateji bileşimi için oyuncuların elde etmeyi bekleyecekleri kazanç düzeyleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$\mathrm{U_B}(\mathrm{Ofansif}, \mathrm{Ofansif}) = 3 \cdot \mathrm{P_{BA}} + 1 \cdot \mathrm{P_{BER}} + 0 \cdot \mathrm{P_{AB}}$$
$$= 3 \cdot 0{,}60 + 1 \cdot 0{,}24 + 0 \cdot 0{,}16 = 1{,}8 + 0{,}24 + 0 = 2{,}04$$
$$\mathrm{U_A}(\mathrm{Ofansif}, \mathrm{Ofansif}) = 0 \cdot \mathrm{P_{BA}} + 1 \cdot \mathrm{P_{BER}} + 3 \cdot \mathrm{P_{AB}}$$
$$= 0 \cdot 0{,}60 + 1 \cdot 0{,}24 + 3 \cdot 0{,}16 = 0 + 0{,}24 + 0{,}48 = 0{,}72$$

Her iki takım da ofansif stratejiyi tercih ettiğinde Büyük takım 2,04 puan elde ederken, Anadolu takımı 0,72 puan elde etmektedir. Tüm olası durumlar için tarafların elde edecekleri kazançlar aynı şekilde hesaplandığında sonuçlar aşağıda yer alan tablodaki gibidir.

Tablo 15: Strateji Bileşimleri İçin Kazanç Değerleri

Büyük Takımın Stratejisi (s_B)	**Anadolu Takımının Stratejisi (s_A)**	**U_B**	**U_A**
Defansif	Defansif	0,83	1,79
Defansif	Ofansif	1,8	0,93
Ofansif	Defansif	1,94	0,86
Ofansif	Ofansif	2,04	0,72

Kaynak: Veri setinden hareketle yazar tarafından oluşturulmuştur.

1.6.7. Oyun Matrisi

Oyuncular, stratejiler ve kazançlar belirlendikten sonra 2 oyunculu ve her oyuncunun 2 stratejiye sahip olduğu, tam bilgi altında eş anlı olarak oynanan oyunun oyun matrisi aşağıdaki gibi oluşmaktadır.

Tablo 16: Uygulama Oyun Matrisi

		Anadolu Takımı	
		Ofansif	**Defansif**
Büyük Takım	**Ofansif**	(2,04 / 0,72)	(1,94 / 0,86)
	Defansif	(1,8 / 0,93)	(0,83 / 1,79)

Kaynak: Veri setinden hareketle yazar tarafından oluşturulmuştur.

2x2 boyutundaki matriste Büyük takım satır oyuncusu, Anadolu takımı ise sütun oyuncusu konumundadır. Bu doğrultuda, hücrelerde yer alan ve takımların kazanç düzeylerini gösteren değerlerden ilk sırada yer alanlar Büyük takıma (satır oyuncusuna) aitken, ikinci sırada yer alan değerler ise Anadolu takımına (sütun oyuncusuna) aittir.

1.6.8. Oyunun Çözümü ve Nash Dengesi

Dengenin saptanabilmesi için öncelikle oyuncuların her koşulda kendilerine daha yüksek kazanç sağlayan bir baskın stratejiye sahip olup olmadıkları araştırılmalıdır. Bu inceleme aşağıdaki gibi yapılmaktadır.

<u>Büyük Takım:</u>

$$U_B(\text{Ofansif}, \text{Ofansif}) > U_B(\text{Defansif}, \text{Ofansif}) \rightarrow 2{,}04 > 1{,}8$$

$$U_B(\text{Ofansif}, \text{Defansif}) > U_B(\text{Defansif}, \text{Defansif}) \rightarrow 1{,}94 > 0{,}83$$

Anadolu takımının ofansif stratejiyi tercih etmesi veri kabul edildiğinde Büyük takım; defansif oynayarak 1,8 puan elde ederken ofansif oynayarak 2,04 puan elde etmektedir. Anadolu takımının defansif strateji tercih ettiği düşünüldüğünde ise Büyük takım ofansif oynayarak 1,94 puan elde ederken defansif oynayarak 0,83 puan elde etmektedir. Açıkça görülmektedir ki, Anadolu takımı hangi stratejiyi benimserse benimsesin Büyük takım için ofansif strateji her zaman defansif stratejiye göre daha yüksek kazanç sağlamaktadır. Bu nedenle, ofansif strateji büyük takım için "kesin baskın strateji" olarak değerlendirilmektedir.

$$U_B(S_{B(O)}, S_{A(O,D)}) > U_B(S_{B(D)}, S_{A(O,D)})$$

<u>Anadolu Takımı:</u>

$$U_A(\text{Ofansif}, \text{Defansif}) > U_A(\text{Ofansif}, \text{Ofansif}) \rightarrow 0{,}86 > 0{,}72$$

$$U_A(\text{Defansif}, \text{Defansif}) > U_A(\text{Defansif}, \text{Ofansif}) \rightarrow 1{,}79 > 0{,}93$$

Büyük takımın ofansif stratejiyi tercih ettiği veri kabul edildiğinde Anadolu takımı; defansif strateji seçtiğinde 0,86, ofansif stratejiyi seçtiğinde ise 0,72 puan elde etmektedir. Büyük takımın savunmaya dayalı defansif bir strateji tercih ettiği düşünüldüğünde ise, Anadolu takımı ofansif oynayarak 0,93 puan elde ederken defansif oynayarak 1,79 puan elde etmektedir. Görüldüğü üzere, Büyük takım hangi stratejiyi benimserse benimsesin Anadolu takımı için defansif strateji her durumda ofansif stratejiye oranla daha yüksek kazanç sağlamaktadır. Bu nedenle, defansif strateji Anadolu takımı için "kesin baskın strateji" olarak değerlendirilmektedir.

$$U_A(S_{B(O,D)}, S_{A(D)}) > U_B(S_{B(O,D)}, S_{A(O)})$$

Görüldüğü üzere; büyük takım için ofansif strateji kesin baskın strateji konumundayken, Anadolu takımı için defansif strateji kesin baskın strateji konumundadır. Bu nedenle, söz konusu oyunda denge (ofansif, defansif) strateji bileşiminde gerçekleşmiş olacaktır. Söz konusu strateji bileşiminde Büyük takım 1,94 puan elde ederken Anadolu takımı 0,86 puan elde etmektedir. Bu denge; "kararlı bir baskın strateji Nash dengesi" olarak tanımlanmaktadır. Çünkü denge gerçekleştiğinde; oyunculardan herhangi biri için tek başına stratejisini değiştirmek daha kazançlı olmayacaktır. Bu nedenle hiçbir oyuncu, rakibinin stratejisi değişmediği sürece kendi stratejisinden vazgeçmeyecektir.

1.6.9. Analiz

Büyük takımlar ve Anadolu takımları arasında oynanan Süper Lig karşılaşmalarını tam bilgi altında eş anlı oynanan bir oyun olarak modellediğimizde, ortaya çıkan denge strateji bileşimi (ofansif, defansif) olarak belirlenmiştir. Buna göre, Süper Lig karşılaşmalarında Büyük takımlar olarak adlandırılan Fenerbahçe, Beşiktaş, Galatasaray ve Trabzonspor, Anadolu takımlarıyla oynadıkları karşılaşmalarda ofansif bir oyun anlayışı sergileyerek daha yüksek puan elde ederken; Anadolu takımları söz konuşu karşılaşmalarda defansif stratejiyle daha başarılı olmaktadır. Söz konusu dengenin veri seti içerisinde kaç defa gerçekleştiğini görmek Nash dengesinin gerçek hayattaki durumları öngörmek için ne kadar kullanışlı olduğu hakkında bilgi sahibi olmak için de oldukça önemlidir. İlgili veri setinde yer alan karşılaşmalarda tarafların strateji seçimleri aşağıdaki tablodaki gibi gerçekleşmiştir.

Tablo 17: Veri Setindeki Karşılaşmalar

S_B	S_A	**Karşılaşma Sayısı**
Ofansif	Defansif	186
Ofansif	Ofansif	62
Defansif	Ofansif	49
Defansif	Defansif	21
TOPLAM		**318**

Kaynak: Veri setinden hareketle yazar tarafından oluşturulmuştur.

Tablo incelendiğinde, değerlendirmeye alınan 318 Süper Lig karşılaşmasının %58,4'üne denk gelen 186'sında, modelde öngörüldüğü gibi Büyük takımların ofansif stratejiyi, Anadolu takımlarının ise defansif stratejiyi tercih ettiği görülmüştür. Bu durum, kurulan model sonucunda elde edilen bulguların gerçek hayatla oldukça benzer sonuçlar ortaya koyduğunu göstermektedir. Takımlar oynadıkları karşılaşmaların büyük çoğunluğunda modelin öngördüğü gibi davranmışlardır. Bu sonuç büyük takımlar ile Anadolu takımları arasında oynanan karşılaşmalarda büyük takımların ofansif oynayarak Anadolu takımlarının ise defansif oynayarak daha yüksek başarı elde edeceklerine yönelik kamuoyu algısının basit oyun teorik yaklaşımla yapılan analizin sonucuyla örtüştüğünü göstermektedir.

Kurulan oyun teorik modelde rasyonel karar alıcılar olan futbol kulüplerinin puan maksimizasyonu güdüsüyle hareket ederek saha içi strateji seçimlerini nasıl yapmaları gerektiğine yönelik bir analiz gerçekleştirilmiştir. Bu noktada tartışılması gereken bir diğer konu; kulüplerin bu davranışlarının, elde ettikleri gelirler üzerindeki etkisidir. Bu bağlamda sorulması gereken soru; kulüplerin puan maksimizasyonuna yönelmesinin gelirleri üzerinde pozitif bir etkisinin olup olmadığıdır. Bunun için öncelikle kulüplerin gelir kalemleri belirlenmelidir. Ekolig 2021-2022 Sezonu Futbol Ekonomisi Raporu incelendiğinde kulüplerin başlıca gelir kalemlerinin; Uluslararası Turnuva Gelirleri (UEFA Gelirleri), Yayın Gelirleri, Maç Günü Gelirleri ve Sponsorluk Gelirleri olduğu görülmektedir.

Uluslararası turnuva gelirleri Türkiye'deki kulüpler için UEFA turnuvalarına katılımla elde edilen gelirleri içermektedir. Bu gelir kalemi içerisinde yer alan en önemli alt gelir kalemleri; yayın gelirleri ve turnuvaya katılım payıdır. UEFA turnuvalarında gösterilen performansa dayalı yapılan ödemeler de bu gelir kalemi içerisinde yer almaktadır. Özellikle döviz borcu bu denli yüksek olan Türk kulüplerinin finansal sürdürülebilirlikleri için bu gelirler çok önemlidir.

Yayın gelirleri kalemi, Süper Lig karşılaşmalarının yayın haklarından elde edilen gelirleri içermektedir. Belirli kurallar dahilinde (önceki sezon şampiyonluk sayıları vb. ölçütlerle) yayıncı kuruluş tarafından yapılan ödemeler bu kalemi oluşturmaktadır.

Maç günü gelirleri kalemi, kulüplerin oynadıkları karşılaşmalarda satılan biletlerden ve maç gününde stadyum çevresinde bulunan lisanslı ürünlerin satıldığı mağazalarda yapılan alışverişlerden elde ettikleri gelirleri içeren kalemdir.

Son olarak sponsorluk gelirlerinden oluşan gelir kalemi ise kulüplerin başta forma ve isim sponsorlukları olmak üzere çeşitli hakların satışından elde ettikleri gelirleri içermektedir.

Kulüplerin başlıca gelirleri yukarıdaki dört kalemin doğrusal fonksiyonu şeklinde aşağıdaki şekilde formüle edilebilir:

$$\mathrm{R} = \mathrm{f}(\text{UEFA Gelirleri, Yayın Gelirleri, Maç Günü Gelirleri, Sponsorluk Gelirleri, Diğer})$$

Yukarıda yer alan gelir kalemleri ile takımların topladıkları puanlar arasındaki ilişki puan maksimizasyonunun gelirler üzerindeki etkisini anlamak için önemli bir göstergedir. Uluslararası turnuva gelirleri takımların elde ettikleri başarıyla doğrudan ilişkisi olan gelir kalemidir. Sezon sonunda oluşan puan tablosuna göre ilk sıralarda yer alan takımlar uluslararası turnuvalara katılma hakkı elde ederler. Avrupa kulüpleri için uluslararası alanda en prestijli turnuva Şampiyonlar Ligi'dir. Liglerinde en yüksek puanı toplayan takımlar ülkenin sahip oldukları kontenjan doğrultusunda Şampiyonlar Ligi'ne katılma hakkı elde etmektedir. Bu tez çalışmasında incelenen dönem içerisinde ligi iki defa en yüksek puanı toplayarak şampiyonlukla tamamlayan Galatasaray 60 milyon Avro'nun üzerinde uluslararası turnuva geliri (UEFA geliri) elde etmiştir. Aynı dönem içerisinde sürekli olarak ligin üst sıraları için mücadele etmeye başlayan ve tarihinin ilk lig şampiyonluğunu kazanan Başakşehir Futbol Kulübü ise 40 milyon Avro'nun üzerinde bir uluslararası turnuva gelirini kasasına koymuştur. Görüldüğü üzere takımlar ne kadar fazla puan toplayabilirlerse uluslararası turnuvalara katılma şansları o denli yükselmekte ve bu organizasyonlardan yüklü miktarlarda gelir elde etmektedirler.

Süper Lig'de yayın gelirleri takımlar arasında belirli kriterlere göre paylaştırılmaktadır. Buna göre 2021-2022 sezonunda toplam yayın gelirinin %37'si ligde mücadele eden 20 takım arasında eşit olarak paylaştırılmıştır. İlgili sezonda her kulüp bu kalemden yaklaşık 45 milyon TL gelir elde etmiştir. Yayın gelirinin %46'sı ise takımların başarısına göre (galibiyet ve beraberlik sayılarına göre) pay edilmektedir. Alınan her galibiyet 2,97 milyon TL iken beraberlik durumunda bu miktar takımlar arasında bölüşülmektedir. Yayın gelirinin %6'sı ise ligi ilk 6 sırada bitiren takımlara dağıtılmaktadır. Buna göre söz konusu sezonda bu kalem dahilinde ligin ilk 6 sırasını oluşturan Trabzonspor 46, Fenerbahçe 38, Konyaspor 29, Başakşehir 20, Alanyaspor 9 ve Beşiktaş 5 milyon TL kazanmıştır. Yayın gelirinin kalan %11'i ise Süper Lig'de daha önce şampiyonluk yaşayan takımlar arasında paylaştırılmaktadır. 2021-2022 sezonunda kulüpler şampiyonluk başına 4,16 milyon TL gelir elde etmiştir (Ekolig, 2022: 47). Görüldüğü üzere; toplam yayın gelirinin %52'si doğrudan ilgili sezonda takımların elde ettiği başarıya bağlı olarak (daha yüksek puan daha yüksek yayın geliri), %11'i ise geçmiş sezonlarda elde edilen başarıya bağlı olarak dağıtılmaktadır. Buna göre puan maksimizasyonuna yönelen takımların yayın gelirinden aldıkları payı da artırmayı başardıkları rahatlıkla görülmektedir.

Maç günü gelirleri kalemi ise takımların özellikle bilet ve lisanslı ürün satışından elde ettikleri gelirleri içermektedir. Takımların tribünlere çektikleri seyirci sayısı bu gelir kaleminin artmasında en büyük etkendir. Takımların sahip oldukları taraftar sayıları oynadıkları karşılaşmaları takip eden biletli seyirci sayısını doğrudan etkilemektedir. Ayrıca takımların gösterdikleri başarılı performans da taraftarların tribüne gitmesine olumlu yönde katkı sağlamaktadır. Örneğin Trabzonspor 38 yıl aradan sonra şampiyon olduğu 2021-2022 sezonunda %70,5 stadyum doluluk oranıyla en fazla seyirciyi tribüne çeken takım olmuştur. Diğer kulüplere göre daha fazla taraftara ve daha büyük stadyumlara sahip olan İstanbul'un üç büyük takımı genellikle daha yüksek seyirci önünde oynarken Trabzonspor ligde gösterdiği başarılı performans sayesinde ilgili sezonda bu takımların üzerinde seyirciyi tribüne çekmeyi başarmıştır. Elbette bilet fiyatları ve lisanslı ürün fiyatları gibi etkenler de maç günü gelirleri üzerinde önemli bir etki gösterse de kulüplerin biletli seyirci sayısını artırarak maç günü gelirlerini artırabileceği rahatlıkla söylenebilir. Trabzonspor örneğinde görüldüğü üzere kulüplerin seyirci sayısını artırabilmeleri ise sahada alacakları olumlu sonuçlarla doğrudan ilişkilidir.

Son olarak sponsorluk gelirleri kalemi incelendiğinde bu kalemin de takımların saha içi performanslarıyla doğrudan ilişkili olduğu görülmektedir. Elbette sponsorluk ilişkileri yerel ya da ulusal çapta çok farklı dinamiklere (şehir temsili, sermaye gruplarıyla olan ilişkiler, siyaset vb. dinamiklere) sahip olsa da saha içerisinde elde edilen başarı takımların sponsorlar tarafından tercih edilebilirliğini artırmaktadır. Özellikle uluslararası turnuvalara katılım gösterme başarısını yakalayan takımlar sponsorluk gelirleri açısından oldukça avantajlı olmaktadır. Türkiye'deki 4 büyük takım, sponsorluk gelirlerinin çok büyük bir oranını, sahip oldukları marka değeri nedeniyle ellerinde bulunduruyor olsalar da başta Başakşehir Futbol Kulübü olmak üzere Konyaspor, Sivasspor ve Alanyaspor gibi son yıllarda Süper Lig'de başarı yakalamış takımların sponsorluk gelirlerindeki artış, sportif başarının kulüplerin gelir kalemleri üzerindeki olumlu etkisini göstermektedir. Öyle ki Konyaspor 2021-2022 sezonunda en çok sponsoru olan takım unvanını almıştır.

Toparlamak gerekirse takımların puan maksimizasyonunu sağlayacak şekilde oyun teorik modelin öngördüğü strateji seçimlerini yapmaları farklı gelir kalemleri üzerinde yukarıda belirtilen kanallar sayesinde (performansa dayalı ödemeler ve taraftar sayısı artışı vb.) olumlu etki yaratarak kulüplerin toplam gelirlerini artırmalarını sağlayacaktır. Bu sayede kulüpler daha güçlü ekonomik yapılar haline gelerek varlıklarını sürdürebileceklerdir. Kulüplerin istatistiksel verilerden hareketle rakip davranışlarını da dikkate alarak saha içi stratejilerini oyun teorik bakış açısıyla geliştirmeleri; yalnızca sportif başarıyı değil, aynı zamanda ekonomik başarıyı da beraberinde getirecektir.

İKİNCİ BÖLÜM
SIFIR TOPLAMLI OYUNLAR

Bir oyuncunun kazancının diğer oyuncunun kaybına eşit olduğu ve oyuncuların karşılıklı çıkarlarının birbiriyle tamamen zıt olduğu oyunlar, oyun teorisi literatüründe sıfır toplamlı oyunlar olarak tanımlanmaktadır. Sıfır toplamlı oyunlar, sabit toplamlı oyunlara örnek oluşturmakla birlikte söz konusu oyunlarda toplam fayda her zaman sıfıra eşittir. Gerçek hayatta taraflar arasındaki çıkar çatışmasının ve rekabetin üst düzeyde olduğu birçok durum sıfır toplamlı oyun olarak modellenebilmektedir. Savaşlar, ticaret rekabetleri ve kaynakların sınırlı olduğu durumlarda yapılan paylaşım pazarlıkları gibi durumlar sıklıkla karşı karşıya kalınan sıfır toplamlı oyun örnekleridir. Çalışmanın bu kısmında; iki oyunculu ve eş anlı olarak oynanan sıfır toplamlı oyunlara genel bir bakış yapıldıktan sonra, uygulama olarak Süper Lig karşılaşmalarında kullanılan penaltı atışları sıfır toplamlı oyunlar olarak incelenmektedir. Penaltı atışlarından hareketle oyun teorik yaklaşımın gerçek hayatta karşılaşılan denge durumlarını açıklamaktaki başarısı test edilmektedir.

2.1. İKİ OYUNCULU SIFIR TOPLAMLI OYUNLAR

Olası tüm durumlar için oyuncuların karşılıklı kazançlar toplamının sıfıra eşit olduğu oyunlar sıfır toplamlı oyunlar olarak adlandırılmaktadır. Bu durum, kazanan oyuncuların kazançlarının kaybeden oyuncuların kayıpları tarafından ödendiği anlamına gelmektedir. Sıfır toplamlı iki oyunculu oyunlar için oyunun matris gösterimi ikinci oyuncunun kazançlarına yer verilmeyerek daha basit hale getirilebilmektedir. Bunun nedeni, ikinci oyuncunun kazancının birinci oyuncunun kazancının negatifine eşit olmasıdır. Aşağıda sıfır toplamlı bir oyun olarak modellenen taş-kağıt-makas oyununa ait oyun matrisi yer almaktadır (Prisner,2014:5).

Tablo 18: İki Kişili Sıfır Toplamlı Oyun Matrisi (Taş-Kağıt-Makas)

		Oyuncu 2		
		Taş	**Makas**	**Kağıt**
Oyuncu 1	**Taş**	0	1	-1
	Makas	-1	0	1
	Kağıt	1	-1	0

Kaynak:Prisner,2014:5.

Tablo 18'de yer alan tüm hücrelerdeki değerler Oyuncu 1'in ilgili strateji bileşiminden elde ettiği kazanç miktarlarını ifade etmektedir. İkinci oyuncunun kazanç miktarları hücrelerdeki değerlerin -1'le çarpılmasıyla elde edilebileceği için bu miktarlara daha önce de belirtildiği üzere tabloda ayrıca yer verilmemiştir. Görüldüğü üzere taş-kağıt-makas oyunu taraflardan bir tanesinin galip geldiği ya da oyunun beraberlikle sonuçlandığı farklı durumlar içerse de her durumda tarafların toplam kazanç miktarları sıfıra eşittir (Prisner,2014:5).

Genel olarak ifade etmek gerekirse; rekabetçi bir oyunda herhangi bir (a_1, a_2) strateji profili için $u_1(a_1, a_2) + u_2(a_1, a_2) = 0$ koşulunu sağlayan kazanç fonksiyonlarının geçerli olduğu oyun "sıfır toplamlı oyun" olarak kabul edilmektedir. (Osborne, 2000:366)

2.1.1. Karma Stratejiler

Herhangi bir i oyuncusunun karma stratejisi, oyuncunun pür strateji seçimleri üzerindeki bir olasılık dağılımıdır ve karma stratejiler $\sigma_i \epsilon \Delta(S_i)$ şeklinde ifade edilmektedir. Eğer s_i stratejisi i oyuncusunun pür stratejileri arasında yer alıyorsa ve i oyuncusu σ_i karma stratejisini oynuyorsa; söz konusu oyuncunun s_i pür stratejisini oynama olasılığı $\sigma_i(s_i)$ olarak ifade edilmektedir. Bu nedenle karma strateji, σ_i, i oyuncusunun pür strateji uzayından $[0,1]$ aralığına tanımlanmış bir fonksiyon olarak ($\sigma_i : S_i \rightarrow [0,1]$) görülmektedir. Karma stratejilere dayalı analize, ancak oyunun pür stratejiler dahilinde bir çözümü elde edilemediğinde başvurulmaktadır. Karma stratejilerin, oyuncuların pür strateji uzayı üzerinde dağıtılmış olasılık değerleri olması sebebiyle, i oyuncusuna ait tüm karma stratejilerin toplamı (yani pür stratejilerin oynanma olasılıklarının toplamı, $\Sigma s_i \epsilon \sigma_i(s_i) = 1)$ 1'e eşit olmalıdır. Karma stratejiler; pür stratejilerin aksine herhangi bir s_i stratejisinin 1'den küçük bir olasılıkla oynanacağını gösterdiği için (eğer 1'e eşit olsaydı pür strateji olurdu), söz konusu strateji tercih edildiğinde oyuncunun elde edeceği fayda düzeyinden bahsedilirken "beklenen fayda" kavramı kullanılmaktadır. Herhangi bir i oyuncusunun σi karma stratejisini oynamaktan beklediği kazanç $Eu_i(\sigma_i)$ şeklinde sembolize edilmektedir (Yılmaz, 2016: 89).

Oyuncuların birbirlerinin stratejilerine karşılıklı olarak en iyi tepkileri verdikleri denge durumunun oyun teorisi literatüründe Nash dengesi olarak tanımlandığı bilinmektedir. Buna göre; $u_i(\sigma_i^*, \forall\sigma_{-i}) \geq u_i(\forall\sigma_i, \forall\sigma_{-i})$ ve $u_{-i}(\forall\sigma_i, \sigma_{-i}^*) \geq u_{-i}(\forall\sigma_i, \forall\sigma_{-i})$ ise $(\sigma_i^*, \sigma_{-i}^*)$ strateji profili karma strateji Nash dengesini ifade etmektedir (Tadelis, 2013: 107).

2.1.2. Eşleşen Paralar Oyunu ve Karma Strateji Nash Dengesi

Eşleşen paralar oyunu; iki oyuncunun eş zamanlı olarak bir madeni paranın iki yüzünden bir tanesini (yazı veya tura) seçtikleri ve bu seçimler doğrultusunda kurallar dahilinde oyunun kazananını belirledikleri stratejik biçimli bir oyundur. Buna göre; eğer iki oyuncu da aynı yüzü seçerse oyunu birinci oyuncu kazanır ve ikinci oyuncu birinci oyuncuya 1 TL ödeme yapar, eğer iki oyuncu da farklı yüzleri seçerse oyunu ikinci oyuncu kazanır ve birinci oyuncu ikinci oyuncuya 1 TL ödeme yapar. Görüldüğü üzere, eşleşen paralar oyunu oyunculardan birinin kazancının diğer tarafın kaybına eşit olduğu ve iki tarafın da eş zamanlı olarak oyundan kazançlı çıkamadığı sıfır toplamlı oyunlar için klasik bir örnek konumundadır. Eşleşen paralar oyununun oyun matrisi aşağıdaki gibidir (Tadelis, 2013: 108):

Tablo 19: Eşleşen Paralar Oyunu

		Oyuncu 1	
		Yazı	**Tura**
Oyuncu 2	**Yazı**	$(+1, -1)$	$(-1, +1)$
	Tura	$(-1, +1)$	$(+1, -1)$

Kaynak: Osborne ve Rubinstein, 1994: 17.

Eşleşen paralar oyununun (yazı, yazı) noktasında sonuçlandığını varsayalım. Böyle bir durumda ikinci oyuncu stratejisini değiştirerek daha fazla kazanç sağlayacağını bildiği için bu noktada kalmak istemeyecektir. Oyunun söz konusu bütün sonuçlarında tıpkı (yazı, yazı) strateji profilinde olduğu gibi iki oyuncudan bir tanesi bu tarz bir değişikliğe gitmek isteyeceği için (birinci oyuncu olası bütün durumlarda rakibinin stratejisini taklit etmeye çalışırken, ikinci oyuncu rakibinin stratejisinin aksi yönde hareket etmeye çalışacaktır), eşleşen paralar oyununda pür stratejiler dahilinde bir Nash dengesinin varlığından söz edilememektedir (Osborne ve Rubinstein, 1994: 2).

Bu tarz oyunlarda dengeyi keşfedebilmek ve öngörülerde bulunabilmek için karma stratejiler ve beklenen kazanç kavramlarına başvurmak gerekmektedir. Bunun için, oyuncuların sahip oldukları stratejileri belirli olasılık oranları dahilinde tercih edecekleri varsayılmaktadır. Buna göre her iki oyuncunun sahip olduğu stratejilerin olasılık dağılımı; birinci oyuncu için ikinci oyuncunun yazı stratejisini tercih etme olasılığı q, tura stratejisini tercih etme olasılığı $(1-q)$; ikinci oyuncu için birinci oyuncunun yazı stratejisini tercih etme olasılığı p, tura stratejisini tercih etme olasılığı $(1-p)$ şeklindedir.

Her oyuncu strateji kümesi içerisinde yer alan herhangi bir stratejiden elde etmeyi beklediği kazancı hesaplarken rakibinin hangi olasılıkla hangi stratejiyi tercih edeceğine yönelik sahip olduğu inancı dikkate alacaktır. Buna göre, her iki oyuncunun yazı ya da tura stratejisini tercih etmekten beklediği kazançlar aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır (Osborne, 2000:109):

Birinci oyuncu için;

- Yazı stratejisinden beklenen kazanç: $\mathrm{q} \cdot 1 + (1-\mathrm{q}) \cdot (-1) = \mathbf{2q-1}$
- Tura stratejisinden beklenen kazanç: $\mathrm{q} \cdot (-1) + (1-\mathrm{q}) \cdot 1 = \mathbf{1-2q}$

İkinci oyuncu için;

- Yazı stratejisinden beklenen kazanç: $\mathrm{p} \cdot (-1) + (1-\mathrm{p}) \cdot 1 = \mathbf{1-2p}$
- Tura stratejisinden beklenen kazanç: $\mathrm{p} \cdot 1 + (1-\mathrm{p}) \cdot (-1) = \mathbf{2p-1}$

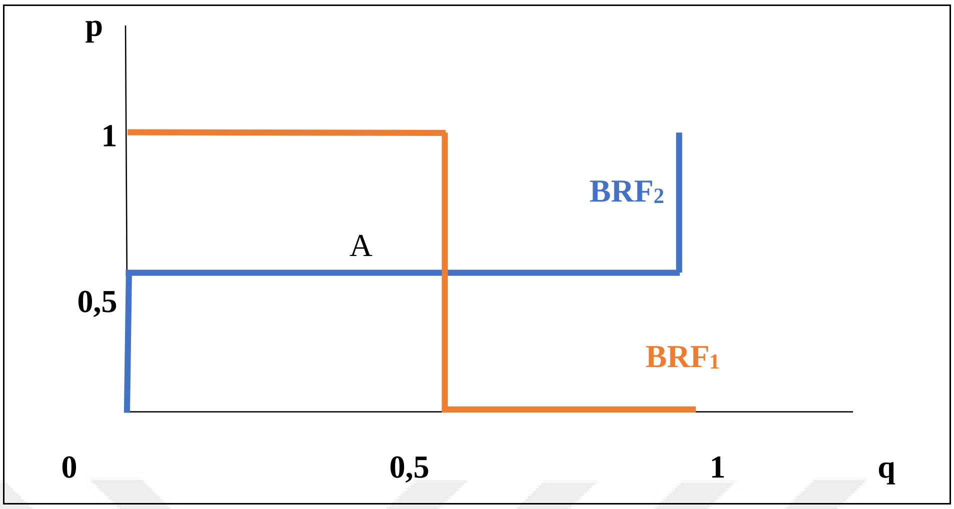
Rasyonel oyuncuların stratejiler arasında seçim yaparken kendilerine daha yüksek kazanç sağlayan stratejiyi tercih edecekleri varsayımı, oyun teorisinin temel hareket noktalarından bir tanesidir. Oyuncular yazı ya da tura stratejilerinden herhangi birinden daha yüksek kazanç elde edebileceklerine inandıkları anda o stratejiyi tercih etmektedirler. Ancak, bu durumu ortaya çıkaran, rakiplerinin hangi olasılıkla hangi stratejiyi tercih edeceğine yönelik inançlarıdır. Örneğimizdeki her iki oyuncunun beklenen kazanç fonksiyonlarında yer alan p ve q değerleri rakiplerinin tercihlerine yönelik atfettikleri olasılık değerlerini temsil etmektedir. Söz konusu p ve q olasılık değerleri için eşik değerler q için $2\mathrm{q} - 1 = 1 - 2\mathrm{q}$ eşitliğinden hareketle $\mathrm{q} = 0{,}5$ olarak elde edilirken aynı şekilde p için de $1 - 2\mathrm{p} = 2\mathrm{p} - 1$ eşitliğinden hareketle $\mathrm{p} = 0{,}5$ olarak hesaplanmıştır.

Görüldüğü üzere her iki değişken için de eşik değer 0,5 olarak hesaplanmaktadır. Çünkü her iki oyuncu da p ve q olasılık değerleri 0,5 olduğunda stratejiler arasında kayıtsız kalmaktayken değerler 0,5'in altına ya da üstüne doğru hareket ettikçe iki stratejiden birini tercih etmektedir. Bu nedenle, oyunun karma stratejilere göre çözümü $(p = 0{,}5, q = 0{,}5)$ strateji profilinde ortaya çıkmaktadır (Osborne, 2000:109).

Oyuncuların tercihlerinin geometrik olarak gösterimi ise en iyi tepki fonksiyonu eğrileri (Best Response Function, BRF) kullanılarak yapılmaktadır. Eşleşen paralar oyunundaki oyuncuların en iyi tepki fonksiyonu eğrileri aşağıda yer alan grafikteki gibidir. Oyunculara ait en iyi tepki fonksiyonu eğrilerinin (BRF_1 ve BRF_2) kesiştiği A noktası $(p = q = 0{,}5)$ daha önce de belirtildiği üzere; eşleşen paralar oyununa ait karma strateji Nash dengesini ifade etmektedir. Oyunculara ait en iyi tepki fonksiyonları ise aşağıda yer almaktadır (Osborne, 2000: 109).

$$BRF_1 = \begin{cases} p = 1 & eğer\ q < 0{,}5 \\ 0 < p < 1 & eğer\ q = 0{,}5 \\ p = 0 & eğer\ q > 0{,}5 \end{cases} \quad \text{ve} \quad BRF_2 = \begin{cases} q = 1 & eğer\ p < 0{,}5 \\ 0 < q < 1 & eğer\ p = 0{,}5 \\ q = 0 & eğer\ p > 0{,}5 \end{cases}$$

Şekil 4: Eşleşen Paralar Oyununda Karma Strateji Dengesi



Kaynak: Osborne, 2000: 109.

Eşleşen paralar oyunu, oyunculardan bir tanesinin kendi eylemini diğer oyuncunun eylemiyle eşleştirmek istediği, diğerinin ise bu eşleşmeden kaçınmak istediği durumlara örnek oluşturmaktadır. Bu durum futboldaki penaltı atışlarını akla getirmektedir. Penaltı vuruşları sırasında kaleciler, penaltıyı kullanan oyuncunun topa vuracağı yöne doğru zıplamak isterken, kullanıcı ise kalecinin zıplamayı seçtiği yönün tersine doğru topa vurmak ister. Aynı yöne gittiklerinde kalecinin başarılı olma olasılığı artarken, farklı yönlere gidildiğinde tam tersi olur. Görüldüğü üzere, bu tam olarak eşleşen paralar oyununun yapısıyla aynıdır (Tadelis, 2013: 111).

2.2. UYGULAMA: SIFIR TOPLAMLI OYUN OLARAK SÜPER LİG KARŞILAŞMALARINDA KULLANILAN PENALTI ATIŞLARININ İNCELENMESİ

Futbolda, kendi ceza sahası içinde rakibine faul yapan veya topa elle müdahale eden oyuncunun takımı aleyhine verilen serbest atış cezasına penaltı adı verilmektedir. Penaltı atışı, ceza sahası ortasında ve kaleye on bir metre uzaklıkta bulunan penaltı noktasından gerçekleştirilmektedir. Penaltı anında penaltı kazanan takımın atışı kullanacak oyuncusu ile aleyhine penaltı verilen takımın kalecisi karşı karşıya gelmektedir.

Uluslararası Futbol Birliği Kurulu (International Football Association Board - IFAB) tarafından hazırlanan kural kitapçığına göre bir penaltı atışı aşağıdaki kurallar dahilinde kullanılmaktadır (IFAB,2023):

- Top penaltı noktasında sabit durmalıdır ve kale direkleri, üst direk ve kale ağları hareket halinde olmamalıdır,
- Penaltı vuruşunu kullanacak oyuncu açık bir şekilde belirlenmelidir. Savunan takımın kalecisi, topun vurulduğu ana kadar, yüzü vuruşu yapacak oyuncuya dönük olacak şekilde kale çizgisinde yer almalı ve kale direklerine, üst direğe ya da ağlara dokunmamalıdır,
- Vuruşu yapan oyuncu ve kaleci dışındaki tüm oyuncular penaltı noktasından en az 9,15 metre mesafede penaltı noktasının gerisinde ve ceza alanı dışında olmalıdır,
- Penaltı vuruşunu kullanan oyuncu, topu ileriye doğru vurmalıdır; top ileriye doğru hareket ettiği sürece topa topukla vurulabilir. Topa vurulduğu anda savunma yapan kalecinin bir ayağının en azından bir kısmı kale çizgisine temas etmelidir ya da kale çizgisi ile aynı hizada (havada) olmalıdır,
- Topa vurulduğunda ve top açık bir şekilde hareket ettiğinde top oyundadır. Vuruşu yapan oyuncu, top başka bir oyuncuya dokunana kadar topla tekrar oynayamaz,
- Penaltı vuruşu, topun hareketi durduğunda, top oyun dışı olduğunda veya hakem herhangi bir ihlal nedeniyle oyunu durdurduğunda tamamlanır.

Söz konusu kurallar dahilinde gerçekleştirilen penaltı atışları bir futbol karşılaşmasının sonucunu doğrudan etkileyen önemli bir faktördür. Öyle ki gerek lig karşılaşmalarında gerekse de eleme usulü gerçekleştirilen turnuva karşılaşmalarında penaltılar takımların ve turnuvaların kaderini belirlemektedir.

Penaltı atışı kuralı ilk olarak 1891 yılında “futbolun beşiği” olarak adlandırılan İngiltere’de oynanan bir Federasyon Kupası karşılaşması sonucunda ortaya çıkmıştır (Orta, 2020: 499). Jack Hendry isimli futbolcunun Federasyon Kupası çeyrek final karşılaşmasında kaleye yönelen topu eliyle çıkarması ceza sahası içerisinde yapılan bu tarz kural dışı hareketlerin cezalandırılması gereğini doğurmuştur. Böylelikle kendi ceza sahası içerisinde kaleci dışındaki oyuncuların topa elle temas etmeleri ya da kaleci dahil tüm takımdan herhangi bir oyuncunun rakip takım oyuncusuna kendi ceza sahası içerisinde faul yapması penaltı atışıyla cezalandırılmaya başlamıştır.

Penaltı atışlarının futbol tarihinin yazılmasında başrollerden bir tanesi haline gelmesi ise seri penaltı atışlarının ortaya çıkmasıyla gerçekleşmiştir. 1968 Avrupa Futbol Şampiyonası'nda oynanan İtalya-Sovyetler Birliği karşılaşmasının beraberlikle sonuçlanması sonucunda turnuvaya devam edecek takım yazı-tura atışıyla belirlenmiştir. Yapılan yazı-tura atışı sonucunda İtalya milli takımı finale çıkan taraf olmuştur. Aynı İtalya, finalde dönemin güçlü ekiplerinden Yugoslavya'yı, 1-1'lik beraberlikle sona eren ilk karşılaşmadan yalnızca 2 gün sonra oynanan ikinci maçta 2-0 mağlup ederek kupaya uzanan taraf olmuştur. Finale çıkan takımın yazı-tura atışıyla belirlenmesi ve finalde yine beraberlikle biten karşılaşmanın ardından yalnızca 2 gün sonra ikinci bir karşılaşmanın oynanmak zorunda olması, söz konusu yöntemi futbol kamuoyu açısından tartışmalı hale getirmiştir.

1968 Avrupa Şampiyonası'ndan 4 ay sonra düzenlenen Olimpiyat Oyunları'nda İsrail takımının yine kura sonucunda elenmesi IFAB'ın bu konu üzerine ciddi bir şekilde eğilmesine neden olmuştur. IFAB tarafından 27 Haziran 1970'te alınan kararla, eleme usulü gerçekleştirilen turnuva karşılaşmalarının beraberlikle sonuçlanması halinde turnuvaya devam edecek takımların seri penaltı atışları sonucunda belirlenmesine karar verilmiştir.

Seri penaltı atışları, beraberlikle sonuçlanan eleme karşılaşmalarının ardından takımlar tarafından belirlenen beş oyuncunun sırayla penaltı atışı kullanması yöntemiyle eşitliğin bozulmasının amaçlandığı uygulamaya verilen isimdir. Eğer karşılıklı belirlenen beş futbolcunun yaptığı atışlar sonucunda da eşitlik bozulmazsa diğer oyuncular sırayla penaltı atışı kullanmaya devam etmektedir. Bu süreç, taraflar arasındaki eşitlik bozuluncaya kadar sürmektedir.

Seri penaltı atışı uygulaması ilk defa 30 Eylül 1970'de o dönem Kupa Galipleri Kupası adıyla gerçekleştirilen turnuvada Honved ve Aberdeen arasında oynanan karşılaşmada hayata geçirilmiştir. Honved, Aberdeen'i seri penaltı atışları sonucunda mağlup ederek bir üst tura yükselmiştir. Kulüp futbolunun en yüksek ligi olan Şampiyonlar Ligi'nde (o dönemdeki adıyla Şampiyon Kulüpler Kupası) ilk seri penaltı atışı uygulaması ise 4 Kasım 1970'de Everton ve Borussia Mönchengladbach arasında oynanan karşılaşmada gerçekleştirilmiştir. Bu karşılaşmada, Everton seri penaltı atışları sonucunda yoluna devam eden taraf olmuştur.

Seri penaltı atışı uygulamasının hayata geçmesiyle birlikte futbol tarihindeki birçok önemli anda penaltı atışlarının etkisine rastlamak mümkündür. En yakın örnek 2022 Dünya Kupası'nın Arjantin ve Fransa arasında oynanan final karşılaşmasıdır. Birçok futbol otoritesine göre Dünya futbol tarihinin en iyi futbolcusu olarak görülen Lionel Messi, kariyerindeki en büyük eksik olan Dünya Kupası'na ülkesi Arjantin ile normal süresi ve uzatmaları beraberlikle sonuçlanan karşılaşmanın ardından Fransa milli takımını seri penaltı atışları sonucunda 4-2 mağlup ederek ulaşmayı başarmıştır.

Dünya Kupası tarihinde seri penaltı atışları sonucunda kupanın sahibini bulduğu tek örnek 2022 Dünya Kupası değildir. 1994 ve 2006 Dünya Kupaları'nda da kupanın sahibi olan ülkeler seri penaltı atışları sonucunda belirlenmiştir. 1994 yılında Brezilya ve 2006 yılında İtalya seri penaltı atışları sonucunda dünyanın en büyüğü unvanını elde eden ülkeler olmuştur. Dünya Kupası tarihinde final karşılaşmaları dahil grup maçları sonrasında gerçekleşen eleme turlarında oynanan 35 karşılaşmada seri penaltı atışlarına gidilmiş ve yoluna devam eden takımlar bu şekilde belirlenmiştir.

Milli takımlar düzeyinde gerçekleştirilen kıtasal turnuvalarda da birçok kez seri penaltı atışları turnuvaların kaderini belirleyen etken konumuna gelmiştir. Koronavirüs pandemisi nedeniyle 2020 yılı yerine 2021 yılında düzenlenen Avrupa Futbol Şampiyonası'nın kazananının da seri penaltı atışlarıyla belirlenmiş olması bu durumun en güncel örneğidir. Finalin ev sahibi olan İngiltere, milli takım düzeyinde uzun yıllardır sürdürdüğü kupa hasretini kendi taraftarları önünde bu turnuvada sonlandırmak amacıyla sahaya çıkmış olsa da normal süresi 1-1 beraberlikle biten karşılaşmanın ardından İtalya seri penaltı atışları sonucunda kupanın sahibi taraf olmuştur. İngiltere milli takımının teknik direktörü Gareth Southgate için penaltı atışları sonucunda yaşanan bu mağlubiyet çok daha dramatiktir. Çünkü, 1996 Avrupa Şampiyonası yarı finalinde futbolcu olarak sahada yer alan Southgate, normal süresi beraberlikle sonuçlanan karşılaşmanın ardından gerçekleştirilen seri penaltı atışlarında kaçırdığı penaltıyla takımının turnuvaya veda etmesine neden olmuştur. Yıllar sonra teknik direktör olarak mücadele ettiği şampiyonada takımının kendi seyircisi önünde kupayı penaltı atışları sonucunda kaybetmiş olması futbol tarihinin en trajik olayları arasında yer almaktadır.

Kulüpler bazında gerçekleştirilen turnuvaların en büyüğü olan Şampiyonlar Ligi'nde de birçok defa penaltı atışları önemli rol oynamıştır. Kupayı kazanan takım tam 11 defa seri penaltı atışları sonucunda belirlenmiştir. Birçoklarına göre Şampiyonlar Ligi tarihinin en unutulmaz finalleri arasında birinci sırada yer alan ve İstanbul Atatürk Olimpiyat Stadı'nda Liverpool ve Milan arasında oynanan final karşılaşmasının galibi de seri penaltı atışları sonucunda belirlenmiştir. Karşılaşmanın ilk yarısı İtalyan ekibi Milan'ın 3-0'lık üstünlüğüyle sonuçlanmasına rağmen İngiltere temsilcisi Liverpool tarihi bir geri dönüşe imza atarak ikinci devrede bulduğu üç golle karşılaşmayı uzatmalara taşımayı başarmıştır. Uzatma dakikalarında da taraflar arasındaki eşitlik bozulmamış ve seri penaltı atışlarına geçilmiştir. Seri penaltı atışlarını 3-2 kazanan Liverpool tarihindeki beşinci Şampiyonlar Ligi şampiyonluğuna ulaşmıştır.

Şampiyonlar Ligi finalleri ve penaltılar arasındaki özel ilişki bununla da sınırlı kalmamıştır. 2008 yılında İngiltere'nin iki köklü temsilcisi Chelsea ve Manchester United arasında oynanan final karşılaşması penaltı atışları üzerine yapılan bilimsel çalışmalar açısından ilgi çekici bir hikâyeye sahiptir. Dönemin Chelsea teknik direktörü Avram Grant ile penaltı atışları üzerine çalışmalar yapan ekonomist Ignacio Palacios Huerta'nın ortak bir arkadaşlarınca tanıştırılması Grant'ın Huerta'dan finalin seri penaltılara kalması halinde ne yapabilecekleri hakkında bir rapor hazırlamasını istemesine neden olmuştur. Bu doğrultuda, 1995 yılından o güne kadar kullanılan penaltı atışlarının video kayıtlarını inceleyen Huerta'nın raporunda başlıca aşağıdaki maddeler yer almaktadır:

- Manchester United kalecisi Van Der Sar, penaltıyı kullanan oyuncunun doğal köşesine yönlenmeyi tercih etmektedir. Doğal köşe sağ ayağını kullanan oyuncunun sol tarafı (kalecinin sağı), sol ayağını kullanan oyuncunun ise sağ tarafıdır (kalecinin solu),
- Van Der sar, 1-1,5 m yükseklikteki penaltıları kurtarmaya daha yatkındır,
- Cristiano Ronaldo topa koşarken durursa, %85 ihtimalle kalecinin sağına doğru atış yapacaktır. Ronaldo kalecinin yerinden oynaması için son ana kadar beklemekte ve buna göre atacağı köşeyi değiştirebilmektedir. Kalecinin daha önce hareketlendiği bütün penaltılarda Ronaldo gol atmayı başarmıştır,
- İlk penaltıyı kullanan takımın penaltı atışları sonucunda galip gelme olasılığı %60'tır.

Eldeki verilerden hareketle ilk beş penaltı vuruşunu gerçekleştiren Chelsea oyuncularından sağ ayaklı olanlar kendi doğal köşelerinin aksine sağ köşeye (kalecinin solu) doğru penaltı atışını kullanmış ve bu atışlardan 3 tanesi başarılı olmuştur. İngiliz savunma oyuncusu John Terry'nin kullandığı penaltı ise stratejik olarak doğru tercih olmasına rağmen şansının yaver gitmemesi sonucunda direkten dönmüştür. Chelsea'nin ilk beş penaltıcısı arasında yer alan tek sol ayaklı oyuncu olan Ashley Cole ise takımın stratejisine sadık kalmayarak tıpkı arkadaşları gibi kendi sağına (kalecinin soluna) ve doğal yönüne doğru penaltıyı kullanmıştır. Kullandığı penaltı atışı gol olmuş olsa da İngiliz oyuncu yaptığı tercihle finalin kaderine doğrudan etki etmiştir.

Manchester United'ın da ilk beş penaltısından dördü gol olmuş (Cristiano Ronaldo'nun üçüncü maddedeki stratejisini bilen kaleci Petr Cech onun kullandığı penaltıyı kurtardığı için) ve ilk beş penaltıda eşitlik bozulmadığı için altıncı penaltılarla devam edilmiştir.

Chelsea oyuncularının ilk beş penaltının tamamını kendilerine göre sağ tarafa kullanmasının ardından altıncı penaltı için topun başına gelen sağ ayaklı oyuncu Malouda da kendi doğal yönünün aksi olan sağ tarafa (kalecinin soluna) doğru atışı kullanmıştır. Böylece, Manchester United tarafı Chelsea oyuncularının stratejisinin bütün penaltıları kendilerine göre sağ tarafa kullanmak olduğunu düşünmeye başlamıştır.

Manchester United adına yedinci penaltıyı kullanan Ryan Giggs durumu 6-5'e getirmiş ve sıra Chelsea'nin yedinci penaltı atışını kullanmak üzere Nicolas Anelka'ya gelmiştir. Bütün Chelsea'li oyuncuların bilinçli şekilde kendi sağ taraflarına doğru penaltıyı kullandıklarını düşünen United kalecisi Van Der Sar; penaltı atışı öncesinde Anelka'ya kalenin kendisine göre solunu (Anelka'ya göre sağını) işaret ederek ilgi çekici bir hamle gerçekleştirmiştir. Bu durum karşısında tereddüt yaşayan Anelka doğal köşenin aksine vurma stratejisinden vazgeçmiş ve kendi doğal köşesine doğru (kendisine göre sol kaleciye göre sağ) yaklaşık 1-1,5 metre yükseklikte bir vuruş gerçekleştirmiştir. Van der Sar ise raporun ilk maddesinde belirtildiği üzere penaltıyı kullanan oyuncunun doğal köşesine ve 1-1,5 metre yüksekliğe doğru yapılan penaltı vuruşlarını kurtarmakta başarılı bir kaleci olarak penaltı atışının gol olmasına engel olmuştur. Bu kurtarış, Manchester United'ın 2008 Şampiyonlar Ligi şampiyonluğuna ulaşmasını sağlarken aynı zamanda penaltı atışlarına yönelik stratejik yaklaşımın önemini de ortaya koymuştur.

Türk futbolunda da gerek kulüpler gerekse de milli takımlar düzeyinde yaşanan birçok tarihi karşılaşmada penaltı atışları oldukça önemli bir yere sahiptir. Kulüpler bazında Türk futbolunun Avrupa'daki en önemli başarılarından olan Galatasaray'ın 2000 yılı UEFA Kupası şampiyonluğu ve Fenerbahçe'nin 2008 yılı Şampiyonlar Ligi çeyrek finaline ulaşması seri penaltı atışları sonucunda gerçekleşmiştir.

Milli takımlar bazında ülke futbolunun en önemli başarıları arasında yer alan 2008 Avrupa Şampiyonası'nın en unutulmaz karşılaşmalarından bir tanesi Türkiye ile Hırvatistan arasında oynanan çeyrek final karşılaşmasıdır. Uzatma dakikalarının son dakikasında gelen golle seri penaltı atışlarına giden karşılaşma Türkiye'nin yarı finale ulaşmasıyla sonuçlanmıştır.

Görüldüğü üzere futbol tarihinin yazıldığı birçok kritik anda önemli bir yere sahip olan penaltı atışları futbolun en heyecanlı ve eğlenceli öğelerinden bir tanesidir. Penaltı atışları sonucunda ortaya çıkması muhtemel iki sonuç bulunmaktadır. Atışı kullanan oyuncunun ve kalecinin hamleleri doğrultusunda penaltı atışları ya golle sonuçlanmakta ya da skor değişmemektedir. Doğal olarak penaltı atışı esnasında hem kalecinin hem de atışı kullanan oyuncunun aynı anda kazanma ihtimali bulunmamaktadır.

2.2.1.Modelin Oluşturulması

Penaltı atışlarının; çıkarları tamamen çatışan ve karşılıklı hamleleri doğrultusunda birbirlerinin kazançlarını etkileyen taraflar içermesi oyun teorisi literatüründe sıfır toplamlı oyunlar olarak değerlendirilmelerine neden olmaktadır. Ayrıca, oyuncuların birbirlerinin hamlelerini önceden gözlemleyemiyor oluşu oyunun eş anlı olarak oynanan bir oyun olduğunu da göstermektedir.

Penaltı oyununun taraflarının Chelsea takımının 2008 Şampiyonlar Ligi finalinde uyguladığı gibi rakip oyuncuların geçmişte kullandıkları penaltılar hakkında sahip oldukları bilgi sayesinde bir avantaj elde etme şansı bulunmaktadır. Ancak, her penaltı atışı daha önce kullanılan penaltılardan bağımsız bir olay olduğu için taraflardan herhangi biri oyuna ait bilgi kümesi açısından avantajlı ya da dezavantajlı bir konuma sahip değildir. Her oyuncunun oyun tamamlandığında oluşabilecek muhtemel sonuçlar hakkında rakibiyle aynı düzeyde ve tam olarak bilgi sahibi olduğu varsayılmaktadır.

Tüm bunlardan hareketle bir penaltı atışı oyunu; tam bilgi altında eş anlı olarak oynanan sıfır toplamlı bir oyun olarak modellenmektedir.

2.2.2. Literatür

Oyun teorik analiz yöntemlerinin gerçek hayat verileri kullanılarak ampirik olarak test edilmesinde penaltı atışları oldukça sık kullanılan bir araç olarak görülmektedir. Futbolda penaltı vuruşuna olan akademik ilgi, Chiappori, Levitt ve Groseclose'un 2002 yılında yayımladıkları makalelerinden bu yana hızla artmıştır. Bu çalışma, penaltı atışı sırasında vurucuların ve kalecilerin strateji seçimlerini sıfır toplamlı bir oyun modeli geliştirerek incelemektedir. Geliştirilen teorik modelde, atışı kullanan oyuncular L (sola vurmak), C (ortaya vurmak) ve R (sağa vurmak) olarak gösterilen üç strateji arasında tercih yapmaktadır. Benzer şekilde kaleciler de yine L, C ve R ile gösterilen üç stratejiden birini seçmektedir. Kaleciler için bu stratejiler sırasıyla vurucunun soluna atlamak (kalecinin sağı), merkezde kalmak ve vurucunun sağına atlamak (kalecinin solu) şeklindedir. Modelde aşağıdaki varsayımlar yapılmaktadır (Chiappori vd.,2002: 1143).

- Vuruşu yapan kişinin doğal ayağı ile yapılan vuruşlar daha etkilidir. Bu nedenle, L seçildiğinde sağ ayaklı atıcıların vuruşlarının gol olma olasılığı daha yüksektir,
- Her iki oyuncu da C'yi seçerse gol asla atılamaz,
- Eğer vurucu L'yi ve kaleci de L'yi seçerse, gol olma olasılığı pozitiftir; ancak kalecinin R'yi seçme olasılığından daha küçüktür,
- Eğer kaleci L'yi seçerse, gol atanın C'yi seçmesi durumunda gol atma olasılığı R'yi seçmesi durumunda olduğundan daha düşüktür,
- Önceki iki maddede belirtilenlere benzer ilişkiler, topa vuran ya da kalecinin R'yi seçmesi durumunda olasılıklar arasında da geçerlidir.

Söz konusu oyunun pür stratejiler dahilinde bir denge çözümü bulunmamaktadır. Örneğin, sağ ayaklı bir vurucu daha güçlü olduğu tarafa vurmak için her zaman L'yi seçerse, kaleciye her zaman L'yi seçmesi için imkân tanımış olacaktır. Ancak bu durumda, vurucunun da tercihini değiştirerek L yerine R'yi seçmesi kendisi için daha faydalı olacaktır. Bu nedenle oyunda, her iki oyuncunun da seçimlerini rastgele yaptığı ve muhtemel durumlarda penaltının gole dönüştürülme olasılıklarına bağlı olarak ortaya çıkan bir karma strateji dengesi bulunmaktadır. Dengede, her iki oyuncu için de L, C veya R stratejilerinin beklenen getirileri eşittir. Bu farksızlık özelliği, karma strateji dengelerinin standart bir özelliğidir. Aksi takdirde oyuncular tercihlerini sürekli olarak daha yüksek fayda sağlayan stratejiden yana kullanırdı. Tüm bunlardan hareketle oluşturulan model dahilinde aşağıdaki önermeler test edilebilir hale gelmektedir (Chiappori vd., 2002: 1142):

i. Sağ ayaklı vurucu L'yi (doğal tarafını) R'den daha sık seçer,
ii. Kaleci L'yi R'den daha sık seçer,
iii. Kaleci L'yi sağ ayaklı golcüden daha sık seçer,
iv. Vurucu C'yi kaleciden daha sık seçer.

Yapılan varsayımlar dahilinde söz konusu önermelerin geçerli olmaması kayıtsızlık özelliğinin varlığını tehlikeye atmaktadır. Örneğin (i) durumunda, eğer sağ ayaklı golcü L ve R'yi eşit olasılıkla seçerse kaleci L ve R arasında kayıtsız kalmayacaktır, çünkü R'yi seçerek (golcünün zayıf tarafına atlayarak) daha yüksek başarı elde edecektir. Diğer önermeler için de benzer sonuçlar geçerlidir.

Chiappori, Levitt ve Groseclose, Fransa ve İtalya liglerinin en üst kademelerinden 459 penaltı vuruşunu içeren video kasetlerinden derlenen verileri kullanarak bu önermeleri ampirik incelemeye tabi tutmaktadır. Ancak bu analiz bir toplama sorununa tabidir. Yukarıda tanımlanan ilişkilerin her bir bireysel vurucu ve kaleci arasında oynanan oyun için geçerli olması gerekirken, heterojen bir oyuncu topluluğu üzerinden derlenen verilerde toplam düzeyde geçerli olmayabilir. Örneğin, X oyuncusu model tarafından öngörülen rastgeleleştirme stratejisine aykırı olarak kaleci Y'ye karşı penaltı kullanırken her zaman L'yi ; kaleci Z ' ye karşı ise her zaman R'yi seçiyorsa X'in vuruşlarına ilişkin toplu veriler rastgele görünmesine rağmen her iki kaleciye karşı seçimleri söz konusu durumda tamamen deterministiktir. Bu toplulaştırma sorununun yarattığı zorluklara rağmen çalışmada modelin ana önermeleri ile tutarlı görünen sonuçlar elde edilmiştir. Kayıtsızlık özelliğine uygun olarak, başarılı vuruşların ve önlenen gollerin oranları hem vurucuların hem de kalecilerin kullanabileceği üç strateji için de benzerdir ve (i) ile (iv) arasındaki önermelerin tümü desteklenmektedir. Hem golcüler hem de kaleciler L'yi R'den daha sık seçerken ((i) ve (ii)) bu fark kalecilerde çok daha yüksektir ((iii)). Ayrıca golcüler C'yi kalecilerden daha sık seçmektedir ((iv)) (Chiappori vd.,2002: 1146).

Chiappori, Levitt ve Groseclose, ayrıca rastgeleleştirme hipotezine uygun olarak, veri setindeki her bir oyuncunun genel seçim oranlarını kontrol ettikten sonra, bireysel olarak oyuncuların (atıcı ve kaleci) bir önceki vuruş için seçtikleri stratejinin, bir sonraki vuruş için seçilen stratejiyi öngörmediğini bulmuşlardır. Çoğu futbolcu oyun teorisinin inceliklerinden ve teknik özelliklerinden habersiz olsa da, sezgisel olarak ya da iyi bir koçluk sayesinde, teorisyenler tarafından önerilen stratejilere yakın optimum stratejiler dahilinde hareket etmektedir.

Palacios-Huerta (2003), çeşitli Avrupa ülkelerinden 1417 penaltı vuruşunun TV görüntülerinden elde edilen daha geniş bir veri seti kullanarak oyuncuların ve kalecilerin davranışlarını incelemiştir. Daha büyük veri seti, Chiappori, Levitt ve Groseclose çalışmasında mevcut olandan daha fazla oyuncu ve kaleci gözleminin tekrarlanmasına ve birbirini takip eden vuruşlarda bireysel oyuncuların strateji seçiminde seri korelasyon veya süreklilik olmadığı yönündeki boş hipotezin daha güçlü bir şekilde test edilmesine olanak tanımaktadır.

Palacios-Huerta, tarafından yapılan söz konusu çalışmada bireysel teorinin oyuncuların seçimlerini rastgele yapmaları gerektiğini öne sürdüğü diğer bazı durumlarda, negatif seri korelasyonun ampirik kanıtları ortaya konulmuştur. Örneğin tenis oyuncularının gözlemlenen ilk servis seçimleri, rastgeleleştirme ile tutarlı olamayacak kadar sık değişme eğilimindedir (ardışık servislerde değişen seçimler) (Walker ve Wooders, 2001). Buna karşın, penaltı vuruşları söz konusu olduğunda, Palacios-Huerta tıpkı Chiappori, Levitt ve Groseclose da olduğu gibi seri korelasyon olmadığına dair boş hipotezi reddedemez. Sonuç olarak bu çalışmada da karma strateji dengesinin kayıtsızlık özelliği ile tutarlı kanıtlar bulunmaktadır ve hem atışı kullanan oyuncuların hem de kalecilerin başarı oranları her stratejik seçim için benzerdir (Huerta,2003:410).

Penaltı atışları üzerine yapılan diğer bir ampirik araştırmada, Bar-Eli vd. (2007) çeşitli Avrupa liglerinin TV görüntülerinden elde edilen 286 penaltıya ilişkin verileri analiz etmiştir. Yazarlar söz konusu atışların 18 tanesinde kalecilerin merkezde kal stratejisini seçtiğini ve 6 defa gole engel olduklarını gözlemlemiştir. Bu yüzde 33'lük başarı oranına dayanarak yazarlar kalecilerin daha sık merkezde kalmaları gerektiğini öne sürmektedir. Kalecilerin bu stratejiyi diğer iki stratejiye oranla daha az tercih ediyor olmaları söz konusu çalışmada kalecilerin eylemde bulunuyor görünme arzusuyla (iki köşeden bir tanesine atlama) açıklanmaktadır. Kalecilerin hareketsizlik gibi nötr bir eylemi seçme konusundaki isteksizlikleri optimal olmayan bir davranışta bulunmalarına neden olmaktadır (Bar-Eli vd., 2007: 622).

Dohmen (2008) Alman Bundesliga'sının başlangıcından 2004 sezonuna kadar en üst kademesinde kullanılan 3619 penaltı atışına ilişkin verileri kullanarak, atışı kullanan oyuncuların yüksek veya geniş atış yapması nedeniyle başarılı olamayan penaltıların oranlarının; atışın maç sonucu için önemine veya ev sahibi takımın durumuna duyarlı olup olmadığını incelemiştir. Penaltı atışı kullanan oyuncuların kendi sahalarında oynarken deplasmanda oynadıklarından daha sık yüksek veya geniş vuruş yaptıkları bulunmuştur (Dohmen, 2008: 652).

Kuss, Kluttig ve Stoll (2007), 835 penaltıdan oluşan daha küçük bir Bundesliga veri setini kullanarak, penaltıyı atan oyuncunun penaltının verilmesine neden olan faulün mağduru olan oyuncu olduğu penaltıların gole çevrilme oranı ile faule maruz kalmayan oyuncular tarafından kullanılan penaltıların gole çevrilme oranları arasında farklılıklar olup olmadığını araştırmıştır. İlgili çalışmada penaltıların gole çevrilme oranlarında önemli bir fark olduğuna dair kanıt bulunamamıştır. Jordet ve diğerleri (2007) penaltı kaçırma sayısının vuruşun önemiyle birlikte arttığını belirtirken, Jordet, Hartman ve Sigmundstad (2009) penaltı atarken genellikle kaleci tarafından geciktirilen vurucuların penaltı kaçırma olasılığının daha yüksek olduğunu bulmuştur. Bauman, Friehe ve Wedow (2010) ise bir vurucunun genel yeteneğinin başarı oranının güvenilir bir göstergesi olduğu sonucuna ulaşmıştır. (Dobson ve Goddard, 2011:112).

McGarry ve Franks (2000) bazı turnuvalarda berabere biten maçların sonunda kazananları belirlemek için düzenlenen seri penaltı atışlarında en uygun vurucu seçimini incelemiştir. Seri penaltı atışlarında her takımın en az beş penaltı hakkı vardır ve kurallar gereği her bir atış farklı bir oyuncu tarafından kullanılmaktadır. Beşer vuruştan sonra skorlar eşitse, atışlar bir kazanan çıkana kadar devam eder. McGarry ve Franks tarafından yapılan analizde maç sonucunun belirlenmesinde; seri penaltı atışları içerisinde sonlara doğru yapılan vuruşların, önceki vuruşlara göre daha büyük ağırlığa sahip olduğu tespit edilmiştir. Bu sonuçtan hareketle yazarlar, sonlara doğru yapılan vuruşların takımın en iyi penaltıcıları tarafından kullanılması gerektiğini önermektedir (Dobson ve Goddard, 2011:111).

Sonuç olarak literatürde penaltı atışlarını farklı yönlerden ele alan birçok çalışma bulunmaktadır. Çalışmalardan elde edilen bulgular futbol takımları için penaltı atış stratejilerinin rasyonelleştirilme sürecine katkı sağlama potansiyeline sahiptir. Bu çalışmada Chiappori vd. ve Palacios-Huerta tarafından yapılan çalışmalardaki yöntem model alınarak Süper Lig karşılaşmalarına ait veri setinden yararlanılmaktadır.

2.2.3. Oyunun Teorik Altyapısı

Penaltı atışları sıfır toplamlı bir oyun olarak modellendiğinde söz konusu oyunda kaleci ve atışı kullanan oyuncu olmak üzere iki adet oyuncu bulunmaktadır. Bu doğrultuda, iki oyunculu oyunun oyuncu kümesi "$\mathrm{N} = \{\mathrm{Kaleci\ (G), Oyuncu\ (P)}\}$" şeklinde oluşmaktadır. Oyuncular için kullanılan G ve P sembolleri terimlerin İngilizce karşılığı olan "Goalkeeper (kaleci)" ve "Player (oyuncu)" kelimelerinin baş harfleridir. Oyunculara ait strateji kümeleri ise sağ (R) ve sol (L) olmak üzere iki adet stratejiden oluşmaktadır ($\mathrm{S_G} = \{\mathrm{Sağ\ (R)\ , Sol\ (L)}\}$, $\mathrm{S_P} = \{\mathrm{Sağ\ (R), Sol\ (L)}\}$).

Oyuncuların strateji kümeleri içerisinde yer alan sağ ve sol stratejileri yönler açısından bir karışıklık olmaması adına kalecinin konumuna göre sınıflandırılmıştır. Örneğin, bir futbolcunun yaptığı atış sırasında tercih ettiği köşe olarak sağ köşe belirtilmişse oyuncu kendisine göre sol tarafa ancak kaleciye göre sağ köşeye vuruş yapmayı tercih etmiş demektir. Penaltı atışı esnasında oyuncular ve kaleciler orta stratejisini de seçme imkanına sahip olsalar da çok az tercih edilmesi nedeniyle orta stratejisinin seçildiği penaltı atışları incelemenin dışında bırakılmıştır.

Oyuncular ve oyuncuların sahip olduğu her bir stratejiyi içeren strateji kümeleri belirlendikten sonra oyunun matris yöntemiyle gösterimi Huerta'da da olduğu haliyle aşağıdaki gibi ortaya çıkmaktadır.

Tablo 20: Penaltı Oyunu Matrisi

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="2">Kaleci</td></tr>
<tr><td>Sol (L)</td><td>Sağ ($(1-L)=R$)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Oyuncu</td><td>Sol (L)</td><td>$\Pi_{L,L}$</td><td>$\Pi_{L,R}$</td></tr>
<tr><td>Sağ ($(1-L)=R$)</td><td>$\Pi_{R,L}$</td><td>$\Pi_{R,R}$</td></tr>
</table>

Kaynak**:** Huerta,2021: 3.

Penaltı atışı oyunu için oluşturulan yukarıdaki kazanç matrisinde her bir hücrede olası strateji bileşimi için penaltı atışının gol olma olasılığı yer almaktadır. Bu değerler penaltı oyununda tarafların oyun sonundaki beklenen kazançları olarak düşünülmektedir. Penaltıyı kullanan her oyuncu söz konusu değerin en üst düzeye çıkmasını isterken bütün kaleciler ise değeri olabildiğince minimize etmeyi amaçlamaktadır. Tam bilgi altında eş anlı olarak oynanan sıfır toplamlı penaltı vuruşu oyunu aşağıdaki şartlar sağlandığında tek bir karma strateji Nash dengesine sahip olmaktadır (Huerta ,2021:3) :

$\Pi_{R,L} > \Pi_{L,L} < \Pi_{L,R}$

$\Pi_{L,R} > \Pi_{R,R} < \Pi_{R,L}$

Penaltı vuruşu oyununda; zıt yönlerde yapılan tercihlerde penaltının gol olma olasılığı benzer tercihler yapıldığı durumlara oranla daha yüksekse ve oyuncular için herhangi bir strateji diğer stratejiden kesin olarak daha yüksek kazanç sağlamıyorsa, denge oyunu her oyuncunun karma bir strateji kullanmasını gerektirir. Bu durumda denge, vuruşu yapanların ve kalecilerin başarı olasılıklarının test edilebilmesini sağlar. Aşağıda yer alan denklemler penaltı atışını kullanan oyuncunun sağ veya sol stratejisini tercih etmesi halinde penaltının başarılı olma olasılıklarını (penaltıdan elde etmeyi beklediği kazançları; $Pr|P_R$ ve $Pr|P_L$) göstermektedir.

$Pr|P_L = G_L \cdot \Pi_{L,L} + (1 - G_L) \cdot \Pi_{L,R}$

$Pr|P_R = G_L \cdot \Pi_{R,L} + (1 - G_L) \cdot \Pi_{R,R}$

Her iki denklemde de yer alan G_l değeri ; kalecinin, sola doğru hamle yapma olasılığıdır ve önceki kısımda bahsedilen çalışmalarda da olduğu gibi karma strateji dengesinin farksızlık özelliği gereği atışı kullanan oyuncunun sahip olduğu her iki strateji için de beklenen kazançları birbirine eşitleyecek şekilde seçilmelidir ($Pr|P_R$ =

$Pr|P_L$). G_L değerinin her iki denklemde de yer alması; atışı kullanan oyuncunun beklenen kazancının rakip oyuncu olan kalecinin davranışına da bağlı olduğunu göstermektedir. Bu durum stratejik oyunlarda tarafların birbirlerinin hamlelerinden karşılıklı olarak etkilendikleri varsayımıyla örtüşmektedir.

$$P_r|G_L = P_L \cdot (1-\Pi_{L,L}) + (1 - P_L) \cdot (1- \Pi_{R,L})$$

$$Pr|G_R = P_L \cdot (1-\Pi_{L,R}) + (1 - P_L) \cdot (1-\Pi_{R,R})$$

Benzer şekilde, vuruşu yapan oyuncunun sol stratejisini seçme olasılığı olan P_L de kalecinin sahip olduğu iki strateji için penaltı atışından beklenen kazançlarını ($P_r|G_L$ kalecinin sol stratejisinden beklenen kazancı ve $Pr|G_R$ ise kalecinin sağ stratejisinde beklenen kazancı) eşitleyecek şekilde seçilmelidir ($Pr|G_R$=$Pr|G_L$). Görüldüğü üzere kalecilerin beklenen kazançları da tıpkı atışı kullanan oyuncularda olduğu gibi rakiplerinin davranışlarından etkilenmektedir.

Her iki oyuncu için de stratejilerden beklenen kazançları eşitleyen olasılık değerleri oyunun karma stratejiler dahilinde çözümünü ifade etmektedir. Aksi takdirde taraflar için stratejilerden bir tanesi diğer stratejiden daha yüksek beklenen kazanç ifade edeceği için oyunun çözümünün karma stratejilere göre değil pür strateji dengesi aranarak sağlanması gerekirdi.

2.2.4. Veri Setinin İncelenmesi

2015-2016 Süper Lig sezonundan bu yana oynanan karşılaşmaların özet videoları Süper Lig karşılaşmalarının yayıncı kuruluşu olan BeinSports'un internet adresinde yer almaktadır. Söz konusu maç özeti videoları tek tek taranarak dönem içerisinde kullanılmış olan 642 adet penaltıyı içeren veri seti oluşturulmuştur. İlgili veri seti içerisinde; penaltının kullanıldığı dakika, penaltıyı kullanan oyuncunun adı ve kullandığı ayağı, oyuncuların ve kalecilerin tercih ettiği yönler, penaltı atışı öncesindeki skor ve penaltının nasıl sonuçlandığına ait bilgiler yer almaktadır. Veri seti incelendiğinde başlıca aşağıdaki bulgulara ulaşılmaktadır:

- Süper Lig'de kullanılan bir penaltının başarı oranı %84,58'dir. Sağ ayaklı oyuncular için başarı oranı %85,89 iken sol ayaklı bir oyuncunun kullandığı penaltı vuruşunun başarı oranı %82,09'dur,

- Penaltıları kullanan oyuncular 336 (%52,33) defa kalecinin sağına doğru atışı kullanmayı tercih ederken 306 (%47,66) kez kalecinin soluna doğru penaltı atışını kullanmayı tercih etmişlerdir,
- Kaleciler ilgili veri setinde yer alan penaltı atışlarının 334 (52,04)’ünde kendi sağlarına doğru hareketlenirken, 308 (%47,96) atışta ise kendi sollarına doğru hareketlenmeyi tercih etmektedir,
- Kalecilerin sağına doğru yapılan atışların başarı oranı %84,25 iken kalecilerin soluna doğru yapılan atışların başarı oranı ise %85,31’dir.

Penaltıların başarı oranlarına bakıldığında gol olma oranının en düşük olduğu durumlar beklenildiği üzere topun ve kalecinin aynı yönlere hareket ettiği durumlardır. Hem topun hem de kalecinin sağa doğru gittiği durumlarda bir penaltının başarılı olma olasılığı %71,43 iken kaleci ve oyuncunun aynı anda sol stratejisini tercih ettiği durumda söz konusu oran %69,17’dir.

2.2.5.Analiz

Veri setinden elde edilen bulgular ışığında öncelikle penaltı atışı oyununun önceki bölümde belirtilen şartı sağlayıp sağlamadığı araştırılmaktadır. Oyuncuların sağ ve sol stratejilerine göre oluşması muhtemel dört durum için penaltı vuruşunun başarılı olma olasılıkları aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 21: Penaltı Atışlarının Başarı Oranları

Oyuncu	Kaleci	Toplam	Başarılı	Başarı Oranı (%)
Sol	Sol	133	92	69,173
Sol	Sağ	173	166	95,953
Sağ	Sol	175	170	97,143
Sağ	Sağ	161	115	71,428
TOPLAM		**642**	**543**	**84,58**

Kaynak: Veri setinden hareketle yazar tarafından hazırlanmıştır.

Tablo incelendiğinde penaltı atışı oyununun $\mathbf{\Pi_{R,L}} > \mathbf{\Pi_{R,R}} < \mathbf{\Pi_{L,R}}$ ve $\mathbf{\Pi_{L,R}} > \mathbf{\Pi_{L,L}} < \mathbf{\Pi_{R,L}}$ şartlarını sağlamaktayken oyuncular için herhangi bir stratejinin mutlak olarak diğer stratejiye üstünlük kuramadığı görülmektedir. Bu doğrultuda, söz konusu oyunda oyuncuların karma stratejilere göre tercih yapacakları kabul edilmektedir.

Tablo 22: Penaltı Başarı Oranlarına Göre Oyun Matrisi

		Kaleci	
		Sol ($\boldsymbol{L}$)	**Sağ (($\boldsymbol{1-L}$) = $\boldsymbol{R}$)**
Oyuncu	**Sol ($\boldsymbol{L}$)**	%69,17	%95,95
	Sağ (($\boldsymbol{1-L}$) = $\boldsymbol{R}$)	%97,14	%71,43

Kaynak: Veri setinden hareketle yazar tarafından hazırlanmıştır.

Oyun matrisinden hareketle penaltı atışını kullanan oyuncunun sahip olduğu iki strateji için beklenen kazançları gösteren denklemler aşağıdaki gibi oluşturulmaktadır.

$$\mathrm{Pr}\,|\mathrm{PL} = \mathrm{GL}\cdot \Pi\mathrm{L,L} + (1-\mathrm{GL})\cdot \Pi\mathrm{L,R}$$
$$= \mathrm{GL}\,.\,0{,}6917 + (1-\mathrm{GL})\,.\,0{,}9595$$
$$\mathrm{Pr}|\mathrm{PR} = \mathrm{GL}\cdot \Pi\mathrm{R,L} + (1-\mathrm{GL})\cdot \Pi\mathrm{R,R}$$
$$= \mathrm{GL}\,.\,0{,}9714 + (1-\mathrm{GL})\,.\,0{,}7143$$

Oyuncunun her iki stratejiden elde etmeyi beklediği kazançları eşitleyen ve oyuncunun iki strateji arasında kayıtsız olmasını sağlayan G_L değeri ise aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\mathrm{Pr}|\mathrm{PL} = \mathrm{Pr}|\mathrm{PR}$$
$$\mathrm{GL}\,.\,0{,}6917 + (1-\mathrm{GL})\,.\,0{,}9595 = \mathrm{GL}\,.\,0{,}9714 + (1-\mathrm{GL})\,.\,0{,}7143$$
$$0{,}9595 - 0{,}2678\mathrm{GL} = 0{,}7143 + 0{,}2571\mathrm{GL}$$
$$\mathbf{GL = 0{,}467 \text{ ve } 1 - GL = GR = 0{,}533}$$

Penaltı atışı oyununun diğer tarafı olan kaleci için de her iki stratejiye ait beklenen kazanç değerlerine ait denklemler aşağıdaki gibidir. Görüldüğü üzere kaleci için de iki stratejiden elde etmeyi beklediği kazançlar rakip oyuncunun stratejiler arasındaki tercihlerinin olasılık dağılımına bağlı olarak değişmektedir.

$$\mathrm{Pr}|\mathrm{GL} = \mathrm{PL}\cdot(1-\Pi\mathrm{L,L}) + (1-\mathrm{PL})\cdot(1-\Pi\mathrm{R,L})$$
$$= \mathrm{PL}\,.0{,}3083 + (1-\mathrm{PL})\,.\,0{,}0286$$
$$\mathrm{Pr}\,|\mathrm{GR} = \mathrm{PL}\cdot(1-\Pi\mathrm{L,R}) + (1-\mathrm{PL})\cdot(1-\Pi\mathrm{R,L})$$

$$= PL.0{,}0405 + (1 - PL).0{,}2857$$

Yukarıdaki iki denklemi birbirine eşitleyen ve dolayısıyla kalecinin stratejiler arasında kayıtsız kalmasını sağlayan P_L değeri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$Pr|GL = Pr|GR$$

$$PL.0{,}3083 + (1 - PL).0{,}0286 = PL.0{,}0405 + (1 - PL).0{,}2857$$

$$0{,}0286 + 0{,}2797\,PL = 0{,}2857 - 0{,}2452\,PL$$

$$PL = 0{,}4898 \text{ ve } 1 - PL = PR = 0{,}5102$$

Elde edilen G_L, G_R (1-G_L) , P_L ve P_R (1-P_L) değerleri karma stratejilere göre tarafların ilgili stratejileri seçme olasılıklarına dair Nash öngörüleridir. Aşağıdaki tablo, söz konusu değerlere ait karma strateji Nash öngörülerinin ve gerçekte ortaya çıkan değerlerin karşılaştırılması için oluşturulmuştur.

Tablo 23: Nash Öngörüleri ve Gerçek Değerler

	G_L	$1 - G_L$	P_L	$1 - P_L$
NASH	0,467	0,533	0,4898	0,5102
GERÇEK	0,4797	0,5203	0,4766	0,5234

Kaynak: Yazar tarafından hazırlanmıştır.

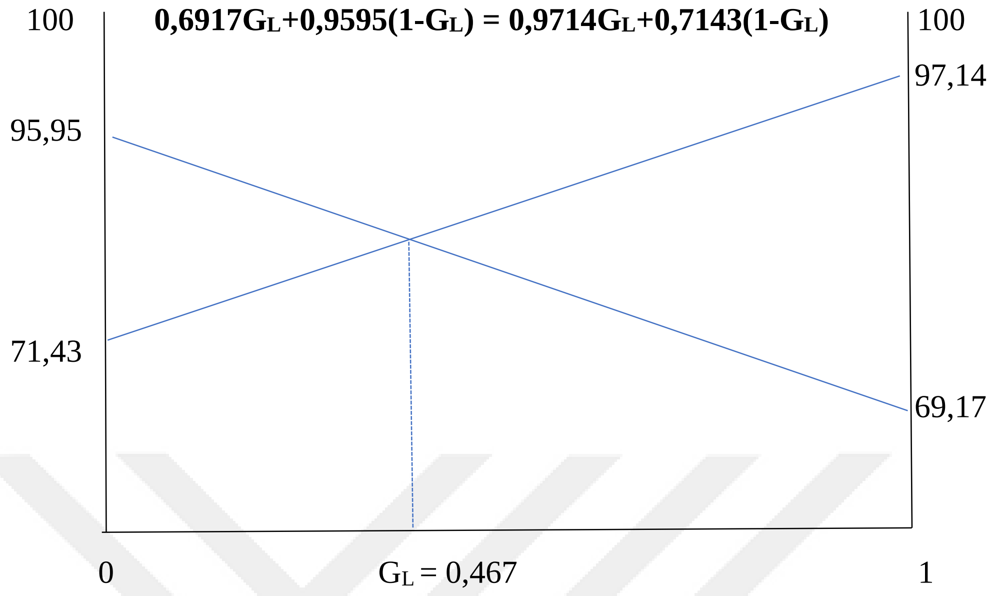
Süper Lig'de son yıllarda atılan 642 penaltı atışından hareketle oluşturulan modelin sonucunda elde edilen bulgular ve gerçek veriler arasındaki ilişki incelendiğinde aşağıdaki yorumlar yapılabilir:

- Modelin öngörülerine göre bir kalecinin penaltı atışı esnasında kendi soluna doğru hareketlenmesinin görülme sıklığı yaklaşık %46,7 iken bu oranın gerçek hayattaki karşılığı %47,97'dir.
- Modelin öngörülerine göre penaltı atışını kullanan bir oyuncunun topu kalecinin soluna doğru göndermeyi tercih ettiği penaltı atışlarının görülme olasılığı yaklaşık %48,98 iken bu oranın gerçek hayattaki karşılığı %47,66'dır.

Bu değerlerden hareketle; oluşturulan modelin kalecilerin ve penaltı atışını kullanan oyuncuların davranışları hakkında neredeyse hatasız öngörülere sahip olduğu görülmektedir.

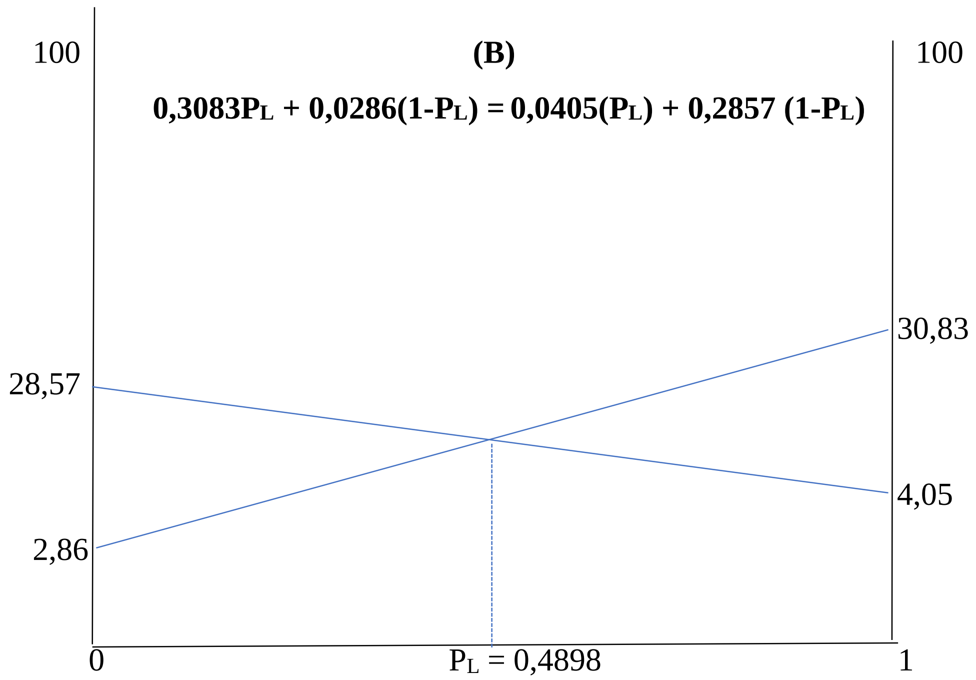
Şekil 5: Oyuncular İçin Beklenen Kazanç Denklemlerinin Doğruları

(A)



Kaynak: Yazar tarafından hazırlanmıştır.

Şekil 6: Kaleciler için bekelenen kazanç doğruları



Kaynak: Yazar tarafından hazırlanmıştır.

Yukarıda yer alan iki grafik ise hem oyuncular hem de kaleciler için beklenen kazanç denklemlerinin doğrularını (bir diğer adıyla tepki fonksiyonlarını) içermektedir. Her oyuncu için beklenen kazançların geometrik yerlerini gösteren tepki fonksiyonlarının kesiştiği noktalarda farklı stratejilerden beklenen kazanç değerleri birbirine eşittir. Söz konusu eşitliği sağlayan, beklenen kazanç fonksiyonu denklemleri oluşturulurken de görüldüğü üzere rakip oyuncuların stratejiler arasındaki seçimlerine ait olasılık dağılımlarıdır. Kesişim noktalarından yatay eksene doğru inildiğinde oyuncular için beklenen kazançları eşitleyen ve kayıtsızlığı sağlayan eşik değerleri elde edilmektedir. Oyunun karma strateji dengesi bu olasılık değerleri bileşiminde ortaya çıkmaktadır

Sonuç olarak, Süper Lig verileri kullanılarak tıpkı Chiappori vd. ve Huerta'da da olduğu üzere penaltı atışlarının sıfır toplamlı bir oyun olarak modellendiği bu uygulamayla; penaltı atışlarında tarafların, herhangi bir baskın stratejiye sahip olmamaları nedeniyle stratejiler arasında kayıtsız oldukları ve modelin karma stratejiler dahilinde elde edilen çözümüyle oldukça yakın değerlerde tercihler yaptıkları sonucu elde edilmiştir. Nash dengesinin gerçek hayatta ortaya çıkan doğal durumları tahmin etme gücünün bu denli yüksek olması, oyun teorik araçlar kullanılarak yapılan analizlerin; futboldaki farklı durumları açıklamak ve alınan kararların rasyonalitesini artırmak amacıyla oldukça faydalı olabileceğini göstermektedir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
KOALİSYON OYUNLARI

Koalisyon oyunları, oyuncu gruplarının davranışlarına odaklanan, etkileşimli karar vericilerin bir modelidir. Stratejik oyun modellerinin aksine koalisyon oyunları; bireysel oyuncularla değil, oyuncu gruplarıyla bir dizi eylemi ilişkilendirir. Her oyuncu grubuna "koalisyon", tüm oyuncuların oluşturduğu koalisyona da "büyük koalisyon" adı verilmektedir. Bir koalisyon oyunu; bir grup oyuncu, her koalisyon için bir dizi eylem ve her oyuncu için, üyesi olduğu koalisyonların tüm eylemlerine ilişkin tercihlerden oluşmaktadır (Osborne, 2000: 235). Koalisyon oyunları temel olarak aşağıda yer alan iki temel soruya cevap aramaktadır:

1. Hangi koalisyon daha yüksek fayda sağlamaktadır?
2. Koalisyonun elde ettiği fayda; üyeler arasında nasıl dağıtılmalıdır?

Bu sorular birçok farklı disiplinin ilgi alanına girebilecek şekilde uyarlanabilmektedir. Örneğin, ilgili sorular sorularak siyaset bilimi alanında yapılacak bir çalışmayla siyasi partiler arasında yapılan seçim ittifaklarının avantajları ya da dezavantajları hakkında bir model oluşturulabilir. Aynı şekilde, iktisat biliminin inceleme alanı içerisinde yer alan firma davranışları da koalisyon oyunları bağlamında değerlendirilebilmektedir.

Koalisyon oyunları, oyuncuların hedeflerine ulaşmak için iş birliği yapabilecekleri durumları model alır. Her oyuncu grubunun bir koalisyon kurabileceği ve kendilerine belirli miktarda fayda sağlayacak bağlayıcı bir anlaşma yapabilecekleri varsayılmaktadır. Bir koalisyonun iş birliği yoluyla üretebileceği maksimum miktara "koalisyonun değeri" denilmektedir (Solan ve Zamir, 2013: 659).

Faydanın oyuncular arasında transfer edilebildiği bir koalisyon oyunu, $\mathrm{G} = (\mathrm{N}, \mathrm{v})$ şeklinde sembolize edilmektedir. N, $\mathrm{n} \geq 1$ ve $\forall \mathrm{n} \epsilon \mathrm{N}$ olmak üzere n oyuncunun tamamını içeren büyük koalisyonu ifade etmektedir ($\mathrm{N} = \{1,2,3, \ldots, \mathrm{n}\}$). v ise koalisyonun değerini ifade eden fonksiyonu belirtmektedir. $\mathrm{v}(\mathrm{N})$; büyük N koalisyonunun değerini ifade derken $\mathrm{v}(\mathrm{C})$, büyük koalisyonun birer alt kümesi olan her bir C koalisyonunun değerini ifade etmektedir. $\mathrm{v}: 2^{\mathrm{N}} \rightarrow \mathrm{R}$, her bir $C \subseteq N$ koalisyonuyla gerçek değerli bir getiri $\mathrm{v}(\mathrm{C})$'yi ilişkilendirmektedir. Koalisyon üyeleri koalisyon sonucu elde edilen faydayı kendi aralarında dağıtabilmektedir. Herhangi bir koalisyonun kurulmadığı durumda ise değer fonksiyonunun sıfıra eşit olduğu ($v(\emptyset) = 0$) varsayılmaktadır (Brown ve Shoham, 2008: 69).

3.1. KOALİSYON OYUNLARININ TÜRLERİ

Bu bölümde başlıca koalisyon oyunu türleri arasında yer alan süper toplamlı oyun, toplamlı oyun, sabit toplamlı oyun ve basit oyun kısaca tanıtılmaktadır.

3.1.1 Süper Toplamlı Oyun ve Toplamlı Oyun

C ve T olmak üzere iki ayrı alt koalisyonu içerisinde barındıran ($C, T \subseteq N$) bir koalisyon oyunu ($G = (N, v)$) eğer; $C \cap T = \emptyset$ ve $v(C \cup T) > v(C) + v(T)$ özelliklerini taşıyorsa "süper toplamlı oyun" olarak sınıflandırılmaktadır. Bir koalisyon oyunu içerisinde yer alan farklı alt koalisyonların ayrı ayrı elde ettikleri değerlerin toplamı, birlikte oluşturacakları koalisyonun elde edeceği değerden küçükse söz konusu oyun "süper toplamlı oyun" olarak tanımlanmaktadır. Süper toplamlı oyunlar, bütün oyuncuların birlikte hareket etmelerinin kendileri için en yüksek getiriyi sağlayacağı durumları modellemek için kullanılmaktadır. Alt koalisyonların değerlerinin toplamı, oyuncuların birlikte oluşturacakları koalisyonun değerine eşit ($v(C \cup T) = v(C) + v(T)$) olduğunda ise bu tarz oyunlara "toplamlı oyun" ismi verilmektedir (Brown ve Shoham, 2008: 70).

3.1.2 Sabit Toplamlı Koalisyon Oyunları

$G = (N, v)$ şeklindeki bir koalisyon oyununda $C \subseteq N$ ve $v(C) + v(N \backslash C) = v(N)$ ise söz konusu oyunlar "sabit toplamlı koalisyon oyunları"dır. Bu tarz oyunlarda; yukarıda matematiksel notasyon yardımıyla da açıklandığı üzere herhangi bir C alt koalisyonunun sağladığı değer ile C koalisyonu olmadan kurulacak büyük koalisyonun sağlayacağı değer toplandığında; C alt koalisyonunun da dahil olduğu büyük koalisyonun değerine ulaşılmaktadır. Toplamlı oyunların ve sıfır toplamlı koalisyon oyunlarının yukarıda yapılan tanımlarından hareketle her toplamlı oyunun aynı zamanda bir sabit toplamlı koalisyon oyunu olduğu görülmektedir (Brown ve Shoham, 2008: 71).

3.1.3 Basit Koalisyon Oyunu

$G = (N, v)$ şeklindeki bir koalisyon oyununda $C \subset N$, $v(C) \in \{0, 1\}$ ise söz konusu oyun "basit koalisyon oyunu" olarak tanımlanmaktadır. Basit koalisyon oyunlarında, koalisyonların değerleri sıfır ya da bir (kazanç ya da kayıp) olarak belirlenmektedir. Bu tarz oyunlara örnek olarak $\%50 + 1$ oyun gerekli olduğu seçim yarışları gösterilebilir. Seçilmek için gerekli olan çoğunluğu elde edebilmek için ihtiyaç duyulan şartı sağlayan koalisyonlar oyununun kazananı olurken, sağlayamayanlar ise kaybeden taraf olmaktadır (Brown ve Shoham, 2008: 71).

3.2. KOALİSYON OYUNLARININ ANALİZİ

Koalisyon oyunları perspektifinden üzerinde en çok çalışılan oyunların süper toplamlı oyunlar olması; büyük koalisyonun, tüm koalisyon yapıları arasında en yüksek getiriyi sağlayan koalisyon yapısı olarak incelenmesi gerekliliğini beraberinde getirmektedir. Dolayısıyla, koalisyon oyunları teorisindeki en temel sorulardan bir tanesi, büyük koalisyonun getirisinin katılımcılar arasında nasıl bölüşüleceğidir. Koalisyon oyunlarındaki söz konusu sorunun çözümü adına geliştirilen konseptlere geçmeden önce aşağıda gerekli bazı kavram ve terimlerin kullanımına yönelik açıklamalar yapılmaktadır.

İlk olarak, $\psi : N \times (R^2)^N \rightarrow R^{|N|}$ ifadesinin (N, v) koalisyon oyunundan bir reel değerler vektörüne $|N|$ eşleşmeyi gösterdiği bilinmelidir. $|N|$ reel değerler vektörü yerine $x \in R|N|$ olarak tanımlanan x ifadesi kısaca kullanılabilir. Buradan hareketle, x_i; herhangi bir i oyuncusunun ($i \epsilon N$) büyük koalisyondan aldığı payı göstermektedir. $\psi_i(N, v)$ ise (N, v) koalisyon oyununda yer alan herhangi bir i oyuncusuna ait gerçek değerleri ifade etmektedir. (N, v) koalisyon oyunu bu bağlamda incelendiğinde $\psi(N, v)$ yerine kısaca x ifadesi kullanılabilmektedir. Bu açıklamalardan hareketle aşağıda bazı kavramlara ait tanımlara yer verilmektedir. Uygulanabilir getiri kümesi (feasible payoff set), (N, v) koalisyon oyununda büyük koalisyonun değerinden daha fazlasını dağıtmayan tüm kazanç vektörlerini içeren kümeye verilen isimdir. Buna göre uygulanabilir getiri seti, $\{x \in R^N | \sum_{i \in N} x_i \leq v(N)\}$ şeklinde tanımlanmaktadır. “Ön atama kümesi (pre imputation set)”**,** (N, v) koalisyon oyununda, büyük koalisyondan elde edilen değeri oyuncular arasında en verimli şekilde dağıtan uygulanabilir kazançlar kümesi olarak tanımlanmaktadır. Ön atama setine göre yapılan dağıtımın sonucunda, bütün oyuncuların büyük koalisyonun değerinden aldığı payların toplamı; büyük koalisyondan elde edilen değere eşit olmak zorundadır ($x \in R^{|N|} |\sum i \in N, x_i = v(N)$). Uygulanabilir getiri kümesi, büyük koalisyondan elde edilen değerin bir kısmının oyunculara pay edilmediği dağıtım vektörlerini içeriyor olsa da ön atama kümesinde böyle bir durum söz konusu olmamaktadır. “Atama kümesi (imputation set)”, her oyuncuya, büyük koalisyon kurulduktan sonra oluşacak değerden; koalisyona dahil olmayıp kendi başına hareket ettiğinde alabileceği kadar payın garanti olarak verildiği dağıtım vektörlerini içeren kümeye verilen isimdir. Buna göre ,“$\{x \in P | \forall i \in N, x_i \geq v(i)\}$” şeklinde yapılan dağılımlara ait vektörler, atama kümesi içerisinde yer almaktadır (Brown ve Shoham, 2008: 72).

3.2.1 Shapley Değeri

Bir koalisyon sonucunda elde edilen değerin, oyuncular arasındaki dağılımının en doğru şekli, “adaletli” bir dağılımın yapılmış olmasıdır. Bir dağılımın adaletli olduğunu gösteren üç ana aksiyom aşağıdaki gibidir.

“Simetri aksiyomu”, bütün koalisyonlara aynı miktarda katkı sağlayan oyuncuların koalisyon sonucunda elde edilen değerden eşit pay almaları gerektiğini belirtmektedir. Buna göre, i ve j oyuncuları için $v(C \cup \{i\}) = v(C \cup \{j\})$ şartı sağlanıyorsa (hem i hem de j öncesinde dahil olmadıkları C koalisyonuna dahil olduklarında koalisyonun değeri aynı oranda artıyorsa) söz konusu oyuncuların koalisyondan aldıkları pay eşit olmalıdır ($x_i = x_j$). “Kukla oyuncu aksiyomuna” göre, eğer bir i oyuncusunun dahil olduğu koalisyona katkısı, koalisyona katılmadan kendi başına elde edebileceği değere eşitse söz konusu oyuncu kukla oyuncu olarak kabul edilmektedir ($v(C \cup \{i\}) - v(C) = v(\{i\})$). Böyle bir durumda söz konusu aksiyoma göre kukla oyuncunun koalisyondan aldığı payın; tek başına hareket ettiğinde elde edeceği değere eşit olması gerekmektedir ($x_i = v(i)$). “Toplama aksiyomuna” göre ise aynı oyuncu kümesini içeren iki farklı değer fonksiyonu v_1 ve v_2 tarafından tanımlanan iki farklı koalisyon oyunu probleminin; her koalisyon C'nin $v_1(C) + v_2(C)$'lik bir kazanç elde ettiği tek bir oyun olarak yeniden şekillendirilmesi gerektiği kabul edilmektedir. Oyuncuların alacakları payın ise iki ayrı oyun altında o koalisyon için elde edecekleri değerlerin toplamına eşit olması gerektiği belirtilmektedir (Osborne ve Rubinstein, 1994: 290).

Bu üç aksiyom veri kabul edildiğinde, oyuncular arasındaki paylaşımın adaletli olmasını sağlayan bir ön atama kümesinin var olduğu yönünde güçlü bir sonuca ulaşılmaktadır. Bu eşsiz dağılımı sağlayan değer Shapley değeri olarak tanımlanmaktadır. Adaletli bir paylaşımın yapılabilmesi için her oyuncuya, oluşacak büyük koalisyonun değerinden ödenecek pay; oyuncuların koalisyona katkısını gösteren Shapley değeri esas alınarak ödenmelidir. (N, v) gibi bir koalisyon oyununda herhangi bir i oyuncusu için Shapley değeri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır (Brown ve Shoham, 2008: 72):

$$\Phi_i(N, v) = 1/N! \ \Sigma_{C \subseteq N \setminus \{i\}} \ |C|!(|N|-|C| - 1)![v(C \cup \{i\}) - v(C)]$$

$v(C \cup \{i\}) - v(C)$ ifadesi i oyuncusunun C koalisyonuna olan katkısını göstermektedir. Bu değer, i oyuncusu eklenmeden önceki C koalisyonunun oluşturulabileceği farklı şekilleri ifade eden $|C|!$ ve i oyuncusu eklendikten sonra kalan oyuncuların eklenmesiyle oluşturulabilecek farklı sıralamaları ifade eden $(|N| - |C| - 1)!$ değeriyle çarpılmaktadır. Tüm senaryolardaki marjinal katkılar toplandıktan sonra elde edilen toplam değerin senaryo sayısına bölünmesiyle Shapley değeri elde edilmektedir. Shapley değeri sayesinde, büyük koalisyonun boş koalisyondan inşa edilebileceği tüm farklı sekansların ortalaması alınarak; her i oyuncusunun “ortalama marjinal katkıları” hesaplanmaktadır.

3.2.2. Çekirdek

Shapley değeri, büyük koalisyondan elde edilen değeri üyeler arasında bölüştürmenin adil bir yolunu tanımlamıştır. Ancak, bazı durumlarda daha küçük koalisyonlar, toplamda daha düşük değere yol açsalar dahi oyuncuların aldıkları pay daha yüksek olabileceği için oyuncular açısından daha cazip görünebilmektedir. Bu nedenle oyuncular, kazancı bölüşme şekli göz önüne alındığında büyük koalisyonu kurmak yerine bu gibi durumlarda daha küçük koalisyonlar kurmayı tercih edebilirler. Bu tarz durumların analizinde "çekirdek (core)" kavramı kullanılmaktadır. Çekirdek, hiçbir oyuncu grubunun koalisyondan ayrılamamasını ve kendisini daha iyi duruma getirecek farklı bir eylemde bulunamamasını gerektirir (Osborne ve Rubinstein,1994:257). Çekirdek kavramı, rekabetçi oyunlarda tarafların karşılıklı daha iyi bir hamle yapma teşviki olmayan Nash dengesi kavramıyla benzemektedir.

Büyük koalisyonun hareket kümesi içerisinde yer alan (a_N) şeklindeki bir hareket kümesi, eğer oyuncularına sağladığı toplam kazanç $x_C(a_N)$, oyuncuların oluşturabilecekleri farklı C koalisyonlarının her birinden sağlayacakları değerden $(v(C))$ büyük veya eşitse çekirdek kümesi içerisinde yer almaktadır $(x_C(a_N) \geq v(C), \forall C)$.

3.3. SÜPER LİG TAKIMLARI İÇİN MEVKİ PERFORMANSLARININ SHAPLEY DEĞERİ YARDIMIYLA ANALİZİ

Türkiye futbol kamuoyunda bir takımın başarıya ulaşması için öncelikle "atanının ve tutanının" iyi olması gerektiği yönünde yaygın bir inanış bulunmaktadır. Bu ön kabul, kalecilerin ve hücum oyuncularının performanslarının, takımların başarısında diğer mevkilere oranla çok daha fazla önem arz ettiği sonucunu beraberinde getirmektedir. Çalışmanın bu kısmında 2021-2022 Türkiye Süper Lig karşılaşmaları incelenerek söz konusu anlayışın geçerliliği test edilmektedir. Bunun için, bir futbol takımı; dört ana mevkiden (kaleci, defans, orta saha ve hücum) oluşan bir koalisyon olarak kabul edilmektedir. Koalisyonun parçaları olan mevkilerin, koalisyona olan katkılarını ölçmek amacıyla her mevki için ayrı ayrı Shapley değerleri hesaplanmakta ve karşılaştırılmaktadır. Bu süreç aşağıda adım adım geliştirilmektedir. Uygulamaya geçmeden önce ilk olarak koalisyon oyunları ve Shapley çözümü ile ilgili spor alanında yapılan bazı çalışmalara değinilmektedir.

3.3.1. Literatür

Futbol, basketbol ve voleybol gibi takım sporları birden fazla karar vericinin birlikte hareket ederek toplam kazançlarını maksimize etmeye çalıştıkları yapılar olarak görülmektedir. Bu yönüyle ilgili spor dallarında var olan birçok durum önceki kısımda yer alan koalisyon oyunları (ya da işbirlikçi oyunlar) araçları kullanılarak analiz edilebilmektedir. Bu kısımda futbol ve basketbol dallarında Shapley çözümü kullanılarak yapılan bazı çalışmalara yer verilmektedir.

Hiller, 2015 yılında yayımlanan çalışmasında, 2012-2013 sezonunda Bundesliga (Alman futbol ligi) takımlarındaki oyuncuların performansını analiz etmek için işbirlikçi oyunları ve Shapley değerini kullanmıştır. Her kulüp için en önemli üç oyuncuyu spor editörleri tarafından belirlenen oyuncu ratinglerini kullanarak tespit eden yazar, bunların Shapley getirilerini hesaplamıştır. Örneğin Borussia Mönchengladbach'ta ilgili sezondaki en iyi oyuncunun Shapley değeri 6,05689'dur. Buna karşılık, Greuther Fürth'teki en iyi oyuncunun Shapley kazancı 0,0225'tir. Daha sonra her takım için sahip olunan oyuncuların Shapley getirilerinin varyansı hesaplanarak takımların homojeniteleri belirlenmiştir. En yüksek varyans değeri Borussia Mönchengladbach (15,712207) için bulunurken, en düşük varyans 1899 Hoffenheim (0,000042) için hesaplanmıştır. Sezon tamamlandıktan sonra oluşan sıralamayla homojenlik arasında güçlü bir bağlantı olmadığı sonucuna ulaşan yazar bu konuda birkaç sezon boyunca daha fazla araştırma yapılması gerektiğini belirtmektedir (Hiller,2015:328).

Bergantinos ve Ternero (2019), spor ligi etkinliklerinin yayınından elde edilen gelirlerin katılımcı takımlar arasında paylaşılması problemini incelemektedir. Yazarlar belirledikleri iki kural (eşit paylaşım ya da kabul et ve böl) için doğrudan, aksiyomatik ve oyun teorik temeller sağlamaktadır. Eşit paylaşım kuralıyla her bir oyunun yayınından elde edilen gelirin oyuna katılan takımlar arasında eşit olarak paylaştırıldığı kabul edilirken, kabul et ve böl kuralıyla ise her takım kendi taraftar kitlesinden elde ettiği geliri aldıktan sonra kalan hasılatın eşit olarak paylaştırıldığı ifade edilmektedir. Her karşılaşmayı iki oyunculu bir koalisyon olarak ele alan yazarlar karşılaşmadan elde edilen gelirin takımlar arasında yukarıdaki iki kural dahilinde paylaşıldığında ortaya çıkan sonuçları İspanya Futbol Ligi La Liga'da 2016-2017 sezonu verilerini kullanarak amprik olarak test etmişlerdir. Tahmin edileceği üzere kabul et ve böl kuralı büyük takımların daha çok arzu edeceği bir durumken eşit paylaşım kuralı nispeten dezavantajlı takımların lehinedir (yine de büyük takımlar çok daha yüksek gelir elde etmektedir). Söz konusu iki kural alt sınırlar ve performans ölçütleri ile birleştirildiğinde ise ortaya çıkan hibrid şemaların, İspanya Ulusal

Profesyonel Futbol Ligi Birliği tarafından uygulanmakta olan mevcut paylaşıma yakın sonuçlar verdiği sonucuna ulaşılmıştır (Bergantinos ve Ternero, 2019:12).

Diğer profesyonel takım sporlarında olduğu gibi basketbolda da veri analitiği giderek daha fazla benimsenmekte ve son yıllarda bilgisayar bilimi, uygulamalı matematik, istatistik, yönetim bilimi ve ekonomi gibi birçok akademik alana sızmaktadır. Çevrimiçi platformların büyük miktarda verinin canlı akışını mümkün kıldığı büyük beri çağında, profesyonel takımların yöneticileri ve çalışanları, takımlarının ve tek tek oyuncularının performansını izlemek için yararlı bilgiler elde etme ihtiyacıyla giderek daha sık karşılaşmaktadır. Bir basketbol takımının aynı amaçla iş birliği yapan oyunculardan oluşan bir ağ olarak görülebileceği varsayılarak Metulini ve Gnecco tarafından yayımlanan makalede (2023) takımlarının hedefine ulaşması için oyuncuların ortalama marjinal katkılarını ölçmeyi amaçlayan metodolojik bir strateji geliştirilmiştir. Her oyuncunun ortalama marjinal faydası Shapley değerinin genelleştirilmiş (hem ağırlıklandırılmamış hem de ağırlıklandırılmış) bir versiyonu aracılığıyla hesaplanmıştır. Genelleştirilmiş karakteristik fonksiyon, oyunu kazanma olasılığı cinsinden ifade edilmiş ve bu da lojistik regresyon stratejisi kullanılarak tahmin edilmiştir. Bu çalışmayla, endüstri standardı olanların avantajlarının çoğunu bir araya getiren (ve dezavantajlarından kaçınan) ve kadro yönetimine izin veren bir yaklaşım geliştirilerek oyuncunun katkısı için bir ölçü bulmak amaçlanmıştır. Özetle, genelleştirilmiş Shapley değeri, her bir oyuncunun önemini, onu daha büyük bir takımın üyesi olan bir birey olarak görerek değerlendirir ve bu amaca diğer endüstri standardı ölçümlerden daha yapılandırılmış bir şekilde ulaşır. Aslında, oyuncuya özgü bir niceliği (takımdaki önemi) değerlendirmek için, önerilen yaklaşım çok adımlı bir yöntem izleyerek takım düzeyindeki özellikleri bir başlangıç noktası olarak kullanır. İlk olarak, altta yatan bir makine öğrenimi modeli (ilgili çalışmada lojistik regresyon), bir dizilişle ilişkili çeşitli özelliklere dayalı olarak kazanma olasılığını tahmin etmek için eğitilir. Bu şekilde, bu ilk adımda bireyin değil tüm dizilimin performansı ele alınmaktadır. Bu özelliklerin yüksek bir tahmin kabiliyetine sahip olduğunu belirtmek gerekir. Son adımda, birkaç dizilişin ortalamasını alarak, her oyuncunun önemine ilişkin bir tahmin elde edilmektedir. Genel olarak bu çalışma; yöneticilere, antrenörlere ve personele takım ve oyuncularla ilgili stratejilerini planlamalarında yardımcı olmayı hedeflemektedir.

Bunu yaparken de oyun teorik analizin temel konseptlerinden olan işbirlikçi oyunlar ve Shapley çözümünün yanı sıra makine öğrenmesinden yararlanılmaktadır (Metulini ve Gnecco,2023:461).

Görüldüğü üzere Shapley çözümü koalisyon oyunlarına ait modellerin analizinde en sık kullanılan yöntemlerden bir tanesi olsa da spor alanında yapılan çalışmalarda karma stratejiler ya da pür stratejiler kadar yaygın olarak kullanılmamaktadır. Ancak yine de takımlar arasındaki gelir paylaşımı, doğru dizilişin tespiti ve optimal oyuncu seçimi gibi konularda Shapley çözümünden yararlanılarak hazırlanan çalışmalar bulunmaktadır. Bu tez çalışmasında da Süper Lig takımları için herhangi bir mevkinin performansının yüksek olmasının diğer mevkilere oranla daha fazla getirisi olup olmadığı mevkilere ait Shapley değerleri elde edilerek incelenmektedir.

3.3.2. Veri Setinin Oluşturulması ve Değerlendirmesi

Bir futbol karşılaşması tamamlandıktan sonra; sahada yer alan her futbolcu ilgili karşılaşmada gösterdiği performansa göre bir rating puanı elde etmektedir. Medya kuruluşları, futbolcuların saha içindeki başarılı ve başarısız aksiyonlarını dikkate alarak en fazla 10 puan olmak üzere her futbolcu için bir rating puanı belirlemektedir. Bu sayede, tüm futbolseverler bir futbolcunun herhangi bir karşılaşmadaki performansını yorumlayabilme ve farklı oyuncular arasında kıyas yapabilme şansına sahip olmaktadır.

Bu çalışmada, sofascore.com internet adresinde yer alan rating puanları dikkate alınarak 2021-2022 futbol sezonunda Süper Lig'de oynanmış 380 karşılaşma için mevkilerin ortalama ratinglerini içeren bir veri seti oluşturulmuştur.

Veri seti oluşturulurken takımların saha içi dizilişleri dikkate alınarak dört ana mevkideki oyuncuların toplam rating puanları; ilgili mevkide yer alan oyuncu sayısına bölünerek her mevki için ortalama bir rating puanı elde edilmiştir. Bu rating puanları, ilgili mevkinin karşılaşmalar içerisinde takımların oyununa olan etkisini ölçmek amacıyla kullanılmaktadır. Aşağıda veri seti içerisinden rastgele seçilmiş bir örnek üzerinden mevkilerin ortalama ratinglerinin nasıl hesaplandığı gösterilmektedir. 2021-2022 sezonunun 29. haftasında Kayserispor ve Konyaspor, Kayseri'de karşı karşıya gelmiştir. Bu karşılaşmada takımların ilk 11 oyuncularının maç sonu ratingleri ve takımların başlangıç dizilişleri aşağıdaki gibidir.

Tablo 24: Kayserispor ve Konyaspor Oyuncularının Karşılaşma Ratingleri

Kayserispor (4-4-2)		
Mevki	**Oyuncunun Adı**	**Sofascore Rating Puanı (r)**
Kaleci	Bilal Bayezit	6,8
Defans	Onur Bulut	6,6
Defans	Uğur Demirok	6,8
Defans	Majid Hosseini	7
Defans	Lionel Carole	6,1
Orta Saha	Carlos Mane	6,8
Orta Saha	Joseph Attamah	6,2
Orta Saha	Abdülkadir Parmak	6,8
Orta Saha	Migel Cardoso	7
Hücum	Mustafa Pektemek	7
Hücum	Mario Gavranovic	7,4
Konyaspor (4-2-3-1)		
Mevki	**Oyuncunun Adı**	**Sofascore Rating Puanı (r)**
Kaleci	Ibrahim Sehic	6,3
Defans	Guilherme	7,3
Defans	Abdülerim Bardakçı	6,3
Defans	Adil Demirbağ	6,9
Defans	Nejc Skubic	6,9
Orta Saha	Amir Hadziahmetovic	7,7
Orta Saha	Soner Dikmen	6,6
Orta Saha	Zymer Bytyqi	7,3
Orta Saha	Amar Rahmanovic	6,2
Orta Saha	Amilton	6,6
Hücum	Sokol Cikalleshi	8,1

Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur.

Ev sahibi Kayserispor 4-4-2 dizilişiyle karşılaşmaya başlarken misafir takım Konyaspor ise 4-2-3-1 dizilişini tercih etmiştir. Dizilişler; takımların sahaya çıkan 11 oyuncuyu mevkiler arasında nasıl bölüştürdüğünü göstermektedir. Örneğin, Kayserispor 4-4-2 dizilişini tercih ederek 4 defans oyuncusu, 4 orta saha oyuncusu ve 2 hücum oyuncusuyla mücadeleye başlamıştır. Konyaspor ise tıpkı rakibi gibi 4 defans oyuncusuyla mücadele ederken orta saha ve hücum mevkilerinde ise sırasıyla 5 (2+3) ve 1 oyuncuyla mücadele etmeyi tercih etmiştir. Futbol oyun kuralları gereği her takımın 1 kaleciyle oyun alanı içerisinde yer alması gerektiği için kaleci sayısını gösteren 1 rakamı dizilişler yazılırken ayrıca belirtilmemektedir.

Buna göre, Kayserispor ve Konyaspor için ilgili karşılaşmada mevkilerin ortalama ratingleri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

Tablo 25: İlgili Karşılaşmada Mevkilerin Ratingleri

Kayserispor		Konyaspor	
Mevki	**Ortalama ((Σ$_{i\epsilon M}$ r$_i$)/N)**	**Mevki**	**Ortalama ((Σ$_{i\epsilon M}$ r$_i$)/N)**
Kaleci	$6{,}8/1 = 6{,}8$	Kaleci	$6{,}3/1 = 6{,}3$
Defans	$(6{,}6 + 6{,}8 + 7 + 6{,}1)/4 = 6{,}63$	Defans	$(7{,}3 + 6{,}3 + 6{,}9 + 6{,}9)/4 = 6{,}85$
Orta Saha	$(6{,}8 + 6{,}2 + 6{,}8 + 7)/4 = 6{,}77$	Orta Saha	$(7{,}7 + 6{,}6 + 7{,}3 + 6{,}2 + 6{,}6)/5 = 6{,}88$
Hücum	$(7 + 7{,}4)/2 = 7{,}2$	Hücum	$8{,}1/1 = 8{,}1$

Kaynak**:** Yazar tarafından hazırlanmıştır.

M her mevkideki toplam oyuncu sayısı iken; i, her mevkideki herhangi bir i oyuncusunu ifade etmektedir (iϵM). r_i ise her i oyuncusuna ait ilgili karşılaşmadaki Sofascore rating puanıdır. Buna göre; (Σ$_{i\epsilon M}$ r_i)/M her mevki için ilgili karşılaşmadaki ortalama ratingi (r_M) ifade etmektedir. 2021-2022 sezonunun 29.haftasında oynanan bu karşılaşmada Kayserispor için mevkilerin ortalama ratingleri kaleciden hücum hattına doğru sırayla; 6,8, 6,63, 6,77 ve 7,2 iken Konyaspor için aynı sırayla 6,3, 6,85 , 6,88 ve 8,1 şeklindedir. Değerlendirmeye alınan sezonda Süper Lig'de yer alan her takım için (20 takım); 38 hafta boyunca oynanan bütün karşılaşmalardaki mevkilerin ortalama ratingleri bu şekilde hesaplanarak veri seti oluşturulmuştur. Aşağıdaki tablo 2021-2022 sezonunda her mevki için hesaplanan ortalama rating değerlerini göstermektedir.

Tablo 26:2021-2022 Sezonu İçin Mevkilerin Ortalama Rating Değerleri

Mevki	Sezon Ortalaması
Kaleci	6,89
Defans	6,86
Orta Saha	6,91
Hücum	6,97

Kaynak: Yazar tarafından hazırlanmıştır.

Tablodan da anlaşılacağı üzere, 2021-2022 sezonunda hücum oyuncuları 6,97 ortalama ile en yüksek ratinge sahipken, defans oyuncuları 6,86 ortalama ile en düşük ortalamaya sahip mevki olarak dikkat çekmektedir. Kaleci ve orta saha mevkilerinin lig ortalaması ise sırasıyla 6,89 ve 6,91'dir. Bu değerler, mevkilerin karşılaşmalardaki başarılarını kıyaslayabilmek için referans değerler olarak kabul edilmektedir. 29. Haftada oynanan Kayserispor – Konyaspor karşılaşmasına bu değerler ışığında yeniden bakıldığında aşağıdaki sonuçlara ulaşılmaktadır:

- Her iki takım kalecisi de lig ortalamasının altında bir performans sergilemiştir,
- Kayserispor defans hattı lig ortalamasının altında bir performans sergilerken, Konyaspor defans hattı ise yine lig ortalamasının altında ancak ortalamaya çok yakın bir performans sergilemiştir,
- Her iki takım orta saha hattı da lig ortalamasının altında performans sergilemiştir,
- Her iki takımın hücum hattı da lig ortalamasının üzerinde bir performans sergilemiştir.

Bu kıyas, tüm karşılaşmalar için yapılarak her takım için değerlendirmeye alınan mevkilerin performansları belirlenmiştir. Eğer bir mevkinin veri seti içerisinde yer alan bir karşılaşmadaki ortalama ratingi, lig ortalamasının üzerinde yer alıyorsa ilgili karşılaşmada o mevkinin takımı adına "iyi" bir performans sergilediği kabul edilmektedir. Aksi takdirde ise, ilgili mevkinin "vasat" bir performans gösterdiği varsayılmaktadır.

3.3.2. Koalisyon Oyunu Modelinin Kurulması

Koalisyon oyunlarının, oyuncu gruplarının davranışlarına odaklanan, etkileşimli karar vericilerin bir modeli olduğu bilinmektedir. Bu bağlamda; her futbol takımı da bir grup oyuncudan oluşan bir koalisyon olarak modellenebilmektedir. Bu çalışmada, futbolda mevkilerin performanslarının takımların başarısına olan etkisinin ölçülmesi amaçlandığı için koalisyonu oluşturan parçalar da tek tek 11 oyuncu yerine 4 ana mevki olarak kabul edilmektedir. Buna göre, (N, v) şeklinde oluşturulan bir koalisyon oyununda "$\mathrm{N} = \{\mathrm{Kaleci,\ Defans,\ Orta\ Saha, Hücum}\}$" şeklindedir. Bir futbol takımı bu dört ana parçadan oluşan bir bütün olduğu için herhangi bir mevkinin olmadığı bir koalisyon yapısı gerçek hayatla örtüşmemektedir. Ancak, bu sorunu aşmak ve mevkilerin oluşan koalisyona olan katkısını ölçmek için farklı bir düşünme tarzı geliştirilmektedir. Önceki adımda mevkilerin performansını ölçmek için kullanılan ortalama ratingler bu aşamada önemli bir rol oynamaktadır. Öyle ki bu çalışmada, mevkilerin herhangi bir karşılaşmada gösterdikleri performans lig ortalamasının üzerinde ise söz konusu mevkinin koalisyona dahil olduğu varsayılmaktadır. Ortalamanın altında performans gösteren mevki ya da mevkiler ise oluşan koalisyona katılmamış olarak kabul edilmektedir. Bu doğrultuda, Kayserispor ve Konyaspor arasında oynanan karşılaşmada her iki takımda da sadece hücum oyuncularının ortalamanın üzerinde bir performans sergilemesi iki takım için de oluşturulan koalisyonların yalnızca hücum oyuncularından oluşan $\{H\}$ koalisyonu şeklinde ortaya çıkmasına neden olmaktadır.

Koalisyonların biçimlerine karar verildikten sonra koalisyonların değerleri ise puan ortalamalarından hareketle hesaplanmaktadır. Oluşabilecek muhtemel koalisyonlarda takımların elde ettikleri puanların toplamı, veri seti içerisindeki ilgili koalisyon sayısına bölünerek söz konusu koalisyon biçiminin değeri elde edilmektedir. Örneğin, bütün mevkilerin iyi performans göstermesiyle oluşan ve futbol takımları tarafından en çok arzulanan koalisyon biçimi olan $\{K, D, O, H\}$ şeklindeki büyük koalisyonla veri seti içerisinde 75 defa karşılaşılmış ve bu koalisyonu sağlayan takımlar karşılaşma başına 2,72 puan elde etmiştir. Dolayısıyla, bu koalisyonun değeri $v(K, D, O, H) = 2{,}72$'dir.

Bir futbol takımı için hiç arzulanmayan durum ise bütün mevkilerin lig ortalamasının altında bir performans sergilediği koalisyon biçimidir ($N = \emptyset$). Bu durum boş kümeyle temsil ediliyor olmasına rağmen elbette takımlar sahaya çıkmış ve karşılaşmalar sonucunda belirli puanlar elde etmişlerdir. Veri setinden hareketle söz konusu koalisyonun değeri $v(\emptyset) = 0{,}14$ olarak hesaplanmıştır.

En yüksek değeri sağlayan $\{K, D, O, H\}$ ve en düşük değeri sağlayan $\{\emptyset\}$ dahil olmak üzere toplamda $2^4 = 16$ farklı koalisyon bulunmaktadır. Bu koalisyonlar, en uç iki ihtimal haricinde; sadece tek oyuncudan oluşan koalisyonlar, ikişer oyuncudan oluşan koalisyonlar ve üçer oyuncudan oluşan koalisyonlar olmak üzere 16 adettir ve her koalisyon birbirinden farklı bir değere sahiptir. Aşağıdaki tablo söz konusu 16 koalisyonun değerlerini göstermektedir.

Tablo 27: Oluşması Muhtemel 16 Koalisyonun Değerleri

Kaleci	Defans	Orta Saha	Hücum	Ortalama Puan
İyi	İyi	İyi	İyi	2,72
İyi	Vasat	İyi	İyi	2,52
İyi	İyi	İyi	Vasat	2,39
Vasat	İyi	İyi	İyi	2,21
İyi	İyi	Vasat	İyi	1,97
Vasat	Vasat	İyi	İyi	1,75
İyi	Vasat	İyi	Vasat	1,66
Vasat	İyi	İyi	Vasat	1,61
İyi	İyi	Vasat	Vasat	1,33
Vasat	İyi	Vasat	İyi	1,18
İyi	Vasat	Vasat	İyi	0,95
Vasat	Vasat	İyi	Vasat	1,022
Vasat	İyi	Vasat	Vasat	1
Vasat	Vasat	Vasat	İyi	0,85
İyi	Vasat	Vasat	Vasat	0,35
Vasat	Vasat	Vasat	Vasat	0,14

Kaynak: Veri setinden hareketle yazar tarafından hazırlanmıştır.

Tabloda eğer bir mevkinin performansı iyi olarak belirlendiyse ilgili mevkinin koalisyona katıldığı varsayımı bilinmektedir. Örneğin, kaleci, orta saha ve hücum mevkilerinin iyi performans gösterdiği; defans hattının ise vasat bir performans gösterdiği durumda oluşan koalisyon $\{K, O, H\}$ koalisyonudur. Bu koalisyonun değeri, mevkilerin bu şekilde performans gösterdiği karşılaşmalarda takımların elde ettiği ortalama puan olan 2,52'dir ($\mathrm{v}(\mathrm{K}, \mathrm{O}, \mathrm{H}) = 2{,}52$). Bu örnekteki üç mevkinin farklı sıralamalarla oluşturduğu koalisyonların değerleri de birbirine eşittir. Tüm koalisyon biçimleri için bu eşitlik geçerlidir.

$$\mathrm{v}(\mathrm{K}, \mathrm{O}, \mathrm{H}) = \mathrm{v}(\mathrm{K}, \mathrm{H}, \mathrm{O}) = \mathrm{v}(\mathrm{O}, \mathrm{H}, \mathrm{K}) = \mathrm{v}(\mathrm{O}, \mathrm{K}, \mathrm{H}) = \mathrm{v}(\mathrm{H}, \mathrm{K}, \mathrm{O}) = \mathrm{v}(\mathrm{H}, \mathrm{O}, \mathrm{K})$$

Mevkiler için Shapley değerlerini hesaplamadan önce hangi mevkinin oyuna olan katkısının daha yüksek puan getirisi olduğunu anlamak için bir ön fikir oluşturması amacıyla sadece tek mevkiden oluşan $\{K\}$, $\{D\}$, $\{O\}$ ve $\{H\}$ koalisyonlarının değerleri karşılaştırılmaktadır. Söz konusu değerler aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 28: Tek Oyunculu Koalisyonların Değerleri

Koalisyon	**v(.)**
{K}	0,35
{D}	1
{O}	1,022
{H}	0,85

Kaynak: Veri setinden hareketle yazar tarafından hazırlanmıştır.

Yukarıdaki tabloya göre tek mevkinin ortalamanın üzerinde performans gösterdiği koalisyon biçimlerinden elde edilen değerlerin büyükten küçüğe sıralaması aşağıdaki gibidir:

$$\mathrm{v}(\mathrm{O}) > \mathrm{v}(\mathrm{D}) > \mathrm{v}(\mathrm{H}) > \mathrm{v}(\mathrm{K})$$

Buna göre sadece tek bir mevkinin ortalamanın üzerinde performans göstermesiyle oluşan koalisyonlar arasında takımlara en yüksek faydayı sağlayan durum orta saha oyuncularının ortalamanın üzerinde performans sergilediği koalisyondur. En az arzu edilen tek oyunculu koalisyon ise sadece kalecilerin iyi performans sergilediği biçim olan $\{K\}$'dir. Her mevkinin $N = \{\emptyset\}$ koalisyonuna olan marjinal katkıları ise tek oyunculu koalisyonların her birinin değerinden boş koalisyonun değerinin çıkarılmasıyla aşağıdaki tablodaki gibi hesaplanmaktadır.

Tablo 29: Tek Oyunculu Koalisyonların Marjinal Katkıları

Mevki	$\mathbf{v}(\{\emptyset\} \cup \{\mathbf{i}\}) - \mathbf{v}(\emptyset))$
Kaleci	0,35 – 0,14 =0,21
Defans	1 – 0,14 = 0,86
Orta Saha	1,022 – 0,14 =0,882
Hücum	0,85 – 0,14 = 0,71

Kaynak**:** Veri setinden hareketle yazar tarafından hazırlanmıştır.

Tüm mevkilerin ortalamanın altında performans gösterdiği $\{\emptyset\}$ koalisyonuna sadece tek bir mevki ortalamanın üzerinde bir performans sergileyerek eklendiğinde en yüksek marjinal katkıyı orta saha mevkisi sağlamaktadır. Orta saha mevkisinin marjinal katkısı “$\mathrm{v}(\{\emptyset\} \cup \{\mathrm{O}\}) - \mathrm{v}(\emptyset)$” formülünden hareketle 0,882 olarak hesaplanmıştır. Daha açık bir ifadeyle; bütün mevkiler ortalamanın altında bir performans gösterirken orta saha hattı ortalamanın üzerine çıktığında bir futbol takımı yaklaşık 0,882 puan daha fazla elde etmektedir. Bu değer, diğer üç mevkinin marjinal katkılarının üzerindedir.

3.3.3 Shapley Değerleri

Shapley değeri sayesinde, büyük koalisyonun boş koalisyondan inşa edilebileceği tüm farklı senaryoların ortalaması alınarak; her i oyuncusunun "ortalama marjinal katkılarının" hesaplandığı bilinmektedir. Süper Lig karşılaşmalarının modellendiği bu uygulamada da yukarıda tanıtılan koalisyon biçimleri kullanılarak bir futbol takımı için en istenmeyen durum olan tüm mevkilerin ortalamanın altında performans sergilediği “$\{\emptyset\}$” koalisyonundan; en arzulanan durum olan ve tüm mevkilerin ortalamanın üzerinde bir performans sergilediği $\{K, D, O, H\}$ koalisyonuna ulaşılabilecek tüm senaryolar dikkate alınarak her mevki için Shapley değerleri hesaplanmaktadır.

Büyük koalisyonun adım adım inşa süreci bir futbol karşılaşması için oldukça olağan bir süreçtir. Öyle ki, karşılaşmanın ilk dakikalarında genellikle bütün oyuncular ortalama bir performansla oyuna başlamaktadır. Her başarılı aksiyon sonucunda oyuncuların ve dolayısıyla mevkilerin ratingleri artarken; başarısız aksiyonlar sonucunda ise rating puanları azalmaktadır. Söz konusu süreci daha anlaşılabilir kılmak adına; iki farklı senaryo ve ilgili senaryolar için mevkilerin ortalama marjinal katkılarının hesaplanma şekli aşağıda yer almaktadır

Tablo 30 : İki Örnek Senaryo İçin Büyük Koalisyonun Oluşum Süreci

	1.Aşama	2.Aşama	3.Aşama	4.Aşama	5.Aşama
Senaryo 1	$\{\emptyset\}$	$\{K\}$	$\{K, D\}$	$\{K, D, O\}$	$\{K, D, O, H\}$
Senaryo 2	$\{\emptyset\}$	$\{D\}$	$\{D, H\}$	$\{D, H, O\}$	$\{D, H, O, K\}$

Kaynak: Yazar tarafından hazırlanmıştır.

Senaryo 1'de ilk aşamada bütün oyuncular ortalamanın altında bir performans sergilerken daha sonra sırasıyla kaleci, defans hattı, orta saha hattı ve hücum hattı performanslarını ortalamanın üzerine çıkartarak takımlar için en yüksek değeri yaratan büyük koalisyonu oluşturmaktadır. İkinci senaryoda ise ilk olarak defans hattı performansını ortalamanın üzerine taşıdıktan sonra sırayla hücum hattı, orta saha hattı ve kaleci performansını yukarıya taşımıştır. Mevkilerin örnekte yer alan iki senaryodaki marjinal katkıları; koalisyona katıldıkları aşamada ortaya çıkan değerden, ilgili mevkinin koalisyona katıldığı aşamadan bir önceki adımda ortaya çıkan değerin çıkarılmasıyla elde edilmektedir.

Tablo 31 : İki Örnek Senaryo İçin Mevkilerin Marjinal Katkıları

Mevki	Senaryo 1	Senaryo 2
Kaleci	$\mathrm{v(K)} - \mathrm{v}(\emptyset) = 0{,}21$	$\mathrm{v(D, H, O, K)} - \mathrm{v(D, H, O)} = 0{,}51$
Defans	$\mathrm{v(K, D)} - \mathrm{v(K)} = 0{,}98$	$\mathrm{v(D)} - \mathrm{v}(\emptyset) = 0{,}86$
Orta Saha	$\mathrm{v(K, D, O)} - \mathrm{v(K, D)} = 1{,}06$	$\mathrm{v(D, H, O)} - \mathrm{v(D, H)} = 1{,}03$
Hücum	$\mathrm{v(K, D, O, H)} - \mathrm{v(K, D, O)} = 0{,}33$	$\mathrm{v(D, H)} - \mathrm{v(D)} = 0{,}18$

Kaynak: Yazar tarafından hazırlanmıştır.

Yukarıdaki tablo her iki senaryo için mevkilerin marjinal katkılarını göstermektedir. Eğer sadece bu iki senaryo olsaydı mevkiler için Shapley değerleri;

her iki senaryodaki marjinal katkıların toplanarak ikiye bölünmesiyle elde edilecekti. Ancak, boş koalisyondan dört mevkinin de iyi performans gösterdiği büyük koalisyona ulaşılabilen 24 farklı senaryo ($N! = 4!$) bulunmaktadır. Bu nedenle mevkilere ait Shapley değerlerinin elde edilebilmesi için mevkilerin her senaryoda koalisyona katıldıkları (performanslarını ortalamanın üzerine çıkardıkları) andaki marjinal katkılarının bulunması gerekmektedir. Söz konusu değerler aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 32: Muhtemel Tüm Senaryolar İçin Mevkilerin Marjinal Katkıları

	Kaleci (K)	**Defans Hattı (D)**	**Orta Saha Hattı (O)**	**Hücum Hattı (H)**
1	0,21	0,73	1,31	0,33
2	0,21	0,98	1,06	0,33
3	0,21	1,02	0,75	0,6
4	0,21	0,98	0,75	0,64
5	0,21	0,2	1,31	0,86
6	0,21	0,2	1,57	0,6
7	0,33	0,86	1,06	0,33
8	0,33	0,86	0,75	0,64
9	0,78	0,86	0,61	0,33
10	0,51	0,86	0,61	0,6
11	0,79	0,86	0,75	0,18
12	0,51	0,86	1,03	0,18
13	0,78	0,588	0,882	0,33
14	0,51	0,588	0,882	0,6
15	0,638	0,73	0,882	0,33
16	0,638	0,2	0,882	0,86
17	0,77	0,2	0,882	0,728
18	0,51	0,46	0,882	0,728
19	0,51	0,33	1,03	0,71
20	0,79	0,33	0,75	0,71
21	0,51	0,46	0,9	0,71
22	0,77	0,2	0,9	0,71
23	0,1	1,02	0,75	0,71
24	0,1	0,2	1,57	0,71
Shapley (Φ_i)	**0,464**	**0,607**	**0,948**	**0,560**

Kaynak: Yazar tarafından hazırlanmıştır.

Tabloda her mevki için yer alan 24 değerin ortalaması; mevkilerin “ortalama marjinal katkılarını (Shapley değerlerini)” ifade etmektedir. Buna göre, her mevkinin Shapley değeri (Φ_i) aşağıdaki gibidir:

$$\Phi_{\mathrm{K}} = \sum_{\mathrm{K}=1,\ldots,24} \mathrm{K}/24 = 0{,}464$$

$$\Phi_{\mathrm{D}} = \sum_{\mathrm{D}=1,\ldots,24} \mathrm{D}/24 = 0{,}607$$

$$\Phi_{\mathrm{O}} = \sum_{\mathrm{O}=1,\ldots,24} \mathrm{O}/24 = 0{,}948$$

$$\Phi_{\mathrm{H}} = \sum_{\mathrm{H}=1,\ldots,24} \mathrm{H}/24 = 0{,}560$$

Φ_{K}, Φ_{D}, Φ_{O} ve Φ_{H} ifadeleri sırasıyla kaleci, defans, orta saha ve hücum mevkilerinin Shapley değerlerini göstermektedir. Söz konusu Shapley değerlerinin sıralaması ise aşağıdaki gibidir:

$$\Phi_{\mathrm{O}} > \Phi_{\mathrm{D}} > \Phi_{\mathrm{H}} > \Phi_{\mathrm{K}}$$

Görüldüğü üzere, mevkiler için elde edilen Shapley değerleri karşılaştırıldığında en yüksek değer orta saha mevkisine aittir.

3.3.4. Analiz

2021-2022 Süper Lig futbol sezonu karşılaşmaları incelenerek her mevki için hesaplanan Shapley değerlerinden hareketle; orta saha mevkisinin performansının takımların başarısında diğer mevkilerden daha büyük bir etkiye sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ulaşılan sonucun geçerliliğini değerlendirmek adına ilgili sezonda ortaya çıkan sıralamaya ve her takım için mevkilerin ortalama ratinglerine aşağıdaki tabloda yer verilmiştir.

2021-2022 sezonunu en yakın rakibinden 8 puan önde şampiyon olarak tamamlayan Trabzonspor’un orta saha hattının ortalama ratingi, ligdeki diğer takımların orta saha hatlarından oldukça yüksektir. Elbette şampiyon takımın oyuncularının performansının diğer takım oyuncularından daha fazla olması beklenebilecek bir sonuçtur. Ancak, defans ve hücum hatları değerlerine bakıldığında

Trabzonspor'dan daha yüksek ratinge sahip takımlar olduğu görülmektedir. Kaleci mevkisinde ise Trabzonspor orta saha hattında olduğu gibi yine en iyi performansı gösteren oyunculara sahip olsa da bu oyuncuların performansının diğer takım oyuncularıyla arasındaki fark orta saha mevkisindeki fark kadar yüksek değildir. Özetle, sezonu şampiyon olarak tamamlayan Trabzonspor'u ligde yer alan diğer takımlardan ayıran noktanın orta saha hattının gösterdiği yüksek performans olduğu açıkça görülmektedir.

Tablo 33: 2021/2022 Sezonunda Takımlara Göre Mevkilerin Ortalama Ratingleri

Sıra	Takım	Kaleci	Defans	Orta Saha	Hücum	Puan
1	Trabzonspor	7,105	6,943	7,205	7,065	81
2	Fenerbahçe	6,944	6,957	7,054	7,096	73
3	Konyaspor	7,102	7,075	6,978	6,977	68
4	Başakşehir	6,973	6,992	7,027	6,789	65
5	Alanyaspor	6,810	6,894	6,995	6,843	64
6	Beşiktaş	6,778	6,908	6,956	6,985	59
7	Antalyaspor	6,787	6,896	6,888	7,056	59
8	Karagümrük	7,073	6,861	6,874	6,884	57
9	ADS	7,058	6,908	6,912	7,190	55
10	Sivasspor	6,734	6,923	6,871	7,009	54
11	Kasımpaşa	6,766	6,806	6,905	7,336	53
12	Hatayspor	6,895	6,786	6,925	7,019	53
13	Galatasaray	6,834	6,862	6,862	6,955	52
14	Kayserispor	6,9	6,821	6,895	6,826	47
15	Gaziantep FK	6,876	6,845	6,899	6,921	46
16	Giresunspor	6,929	6,866	6,867	6,984	45
17	Ç. Rizespor	6,794	6,787	6,790	6,776	36
18	Altay SK	6,950	6,721	6,783	6,810	34
19	Göztepe	6,497	6,684	6,746	6,883	28
20	Y. Malatyaspor	6,981	6,691	6,752	6,889	20

Kaynak: SofaScore verilerinden hareketle yazar tarafından hazırlanmıştır.

Son üç sırada yer alan ve 2021-2022 sezonunda Süper Lig'e veda eden Altay, Göztepe ve Yeni Malatyaspor takımlarının performansları incelendiğinde ise söz konusu üç takımın orta sahalarının ligde en kötü performansı gösteren orta saha hatları olduğu görülmektedir. Lige veda eden her üç takım da bazı mevkilerde ligde kalmayı başaran takımlardan daha yüksek performans sergileyen oyunculara sahip olsalar da bu üç takımın orta saha hattı diğer takımlardan herhangi birine üstünlük sağlayamamıştır. Hem şampiyonluk yarışında hem de kümede kalma yarışında orta saha mevkilerinin performanslarının bu denli keskin bir şekilde ayrışması Shapley değerleri incelenerek yapılan analizi destekler niteliktedir.

Bir futbol takımını oluşturan söz konusu dört ana mevkinin performansının takımların puan maksimizasyonu hedefine olan katkılarını değerlendirmek amacıyla Shapley değerlerinin karşılaştırılması neticesinde yapılan analizden elde edilen sonuçların sağlamasının yapılabilmesi için ekonometrik analizin temel araçlarından biri olan doğrusal regresyon analizine başvurulmaktadır. Bir doğrusal regresyon modeli genel haliyle aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir (Gujarati, 2011:2):

$$Y_{\text{i}} = B_1 + B_2X_{2\text{i}} + B_3X_{3\text{i}} + \ldots\ldots + B_kX_{ki} + u_i$$

Modelde yer alan Y değişkeni bağımlı değişken veya regresand olarak bilinirken; X değişkenleri açıklayıcı değişkenler, tahmin ediciler, ortak değişkenler veya regresanlar olarak bilinmektedir. u ise stokastik hata terimini ifade etmektedir. Regresyon modeli tahmin edilerek açıklayıcı değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkisinin yönü ve gücü hakkında çıkarsamalarda bulunulmaktadır (Gujarati, 2011:2). Bu bağlamda, takımların elde ettikleri puanın bağımlı değişken ve ilgili sezonda oynanan karşılaşmalarda mevkilerin ortalama ratinglerinin açıklayıcı değişkenler olduğu aşağıdaki gibi bir çoklu regresyon modeli oluşturulmuştur.

$$\text{Puan} = b_0 + b_1\text{Kaleci} + b_2\text{Defans} + b_3\text{OrtaSaha} + b_4\text{Hücum}$$

b_1, b_2, b_3 ve b_4 değerleri mevkilerin karşılaşma sonrasında elde ettiği ortalama ratinglerin takımların ilgili karşılaşmada kazandıkları puan üzerindeki etkisinin yönünü ve büyüklüğünü gösteren katsayılardır. 2021/2022 sezonunda Süper Lig'de oynanan 380 karşılaşmadan elde edilen verilerden hareketle yukarıdaki modelde yer alan ilgili katsayılar tahmin edildiğinde aşağıdaki tabloda yer alan sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 34: Regresyon Modelinin Tahmini

Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.
1	(Constant)	-22,210	,923		-24,053	,000
	Kaleci	,250	,055	,137	4,563	,000
	Defans	1,240	,120	,326	10,350	,000
	OrtaSaha	1,392	,116	,341	11,945	,000
	Hücum	,536	,063	,229	8,562	,000

Kaynak: Yazar tarafından hazırlanmıştır.

Tablodan hareketle elde edilen regresyon denklemi aşağıdaki gibi ortaya çıkmıştır.

Puan = -22,21 + 0,25Kaleci +1,24Defans + 1,39OrtaSaha + 0,54Hücum

Tahmin edilen katsayılar incelendiğinde her mevkinin karşılaşmada elde ettiği ortalama rating değeri ile puan arasında pozitif yönlü bir ilişkinin var olduğu (rating değerleri arttıkça elde edilen puanın da arttığı) görülmektedir. Bunun nedeni, tahmin edilen katsayı değerlerinin tamamının sıfırdan büyük olmasıdır. Katsayılar birbirleri ile kıyaslandığında ise tıpkı Shapley değerlerinde olduğu gibi puan üzerindeki en büyük etkinin orta saha oyuncularının performansı sonucunda elde edildiği görülmektedir. Orta saha mevkisinin ortalama ratingi 1 birim yükseldiğinde takımların elde etmeyi beklediği puan getirisi 1,39 artmaktadır (b_3 =1,39). Yapılan analiz sonucunda orta saha mevkisinin ardından en yüksek etkiyi yaratan mevkinin defans mevkisi (b_2=1,24) olduğu görülürken defans mevkisini sırasıyla hücum (b_4 = 0,54) ve kaleci (b_1 = 0,25) mevkileri takip etmektedir. Bu sıralama Shapley değerleri karşılaştırıldığında ortaya çıkan sıralamayla da birebir örtüşmektedir. Bu sonuç Shapley değerleri yardımıyla yapılan analizin tahmin edilen regresyon denklemi yardımıyla da desteklendiğini göstermektedir. Tablonun son sütunu incelendiğinde ise %95 güven seviyesinde yapılan analiz sonucunda elde edilen katsayıların istatistiki olarak anlamlı olduğu (0 < 0,05) ve dolayısıyla yapılan söz konusu yorumların da geçerli olduğu görülmektedir.

Sonuç olarak; orta saha mevkisinin, takımların elde ettikleri başarıya katkısının diğer mevkilere oranla daha yüksek olması; kısıtlı bütçeyle transfer harcaması yapan kulüplerin, sahip oldukları bütçeyi mevkiler arasında paylaştırırken kaliteli orta saha oyuncusu transferi için daha yüksek bir pay ayırarak daha başarılı bir sonuç elde edebileceklerini işaret etmektedir. Bu sonuç, bir koalisyon oyununda koalisyondan elde edilen değerin oyuncular arasında adaletli bir şekilde dağılımının sağlanması için oyunculara ortalama marjinal katkılarını ifade eden Shapley değerine göre ödeme yapılması gerektiği varsayımıyla da örtüşmektedir. Öyle ki, bu sayede dört ana mevki arasında Shapley değeri en yüksek mevki olan orta saha mevkisine yapılan harcamalar takımların transfer bütçesi içinde daha yüksek bir paya sahip olacaktır. Doğal olarak iyi oyunculardan kurulacak bir orta saha hattı da takımların puan maksimizasyonunda önemli bir rol oynayacaktır. Bu sayede sportif gelirlerini artırabilecek olan kulüpler ekonomik açıdan da başarılı ve istikrarlı bir görünüme sahip olacaktır.

SONUÇ

Kimilerine göre sadece bir oyun, kimilerine göre ise bir oyundan çok daha fazlası olan futbolu oyun teorik bakış açısıyla incelemek adına hazırlanan bu tez çalışmasının temel amacı iki boyut üzerine inşa edilmektedir. Bunlar oyun teorik araçların futbol karşılaşmaları için uygulanabilirliğinin araştırılması ve kurgulanan modeller sayesinde saha içinde ve saha dışında takımların rasyonel stratejiler oluşturarak daha sağlıklı ekonomik yapılara dönüşmesine katkı sağlanmasıdır.

Bu bağlamda, ülkemizde profesyonel futbolun en üst aşaması olan Türkiye Süper Lig karşılaşmalarına ait istatistikleri içeren veri setleri hazırlanarak üç farklı uygulama geliştirilmiştir. Bu sayede, hem yukarıda yer alan amaç gerçekleştirilmeye çalışılmış hem de ülkemizde futbol üzerine yapılan oyun teorik analize dayalı akademik çalışma eksikliği göz önüne alınarak bir yenilik yaratılması hedeflenmiştir.

Süper Lig karşılaşmalarının tam bilgi altında eş anlı oyunlar olarak modellendiği birinci kısım çalışmanın amacının her iki boyutu için de ayrı ayrı değerlendirilmelidir. Elbette her model gerek ulaşılabilir veri seti hacmi gerekse de dayandığı varsayımlar gereği gerçek hayatla tamamen örtüşmüyor olsa da basit oyun teorik analiz doğrultusunda yapılan bu çalışma futbolda temel kararlar arasında yer alan strateji seçimi için tutarlı bir sonuç ortaya çıkarmaktadır. Modelin değerlendirilmesinin yapıldığı kısımda da belirtildiği üzere oyunun denge çözümü daha yüksek bütçelerle kurulan büyük takımların ofansif bir strateji, daha düşük bütçeli takımların ise defansif bir strateji tercih ederek puan maksimizasyonunu sağlayabileceklerini işaret etmektedir. Ulaşılan bu sonuç, futbol takımlarının saha içi kararlarını daha rasyonel stratejiler oluşturarak alabilmelerine katkı sağlarken aynı zamanda elde edilen Nash dengesinin strateji profilleri arasında en sık tekrar eden denge profili olması ise oyun teorik analizin futbol oyununu açıklama yeteneğini ve uygulanabilirliğini göstermektedir. Ayrıca puan maksimizasyonuna yönelen takımlar farklı gelir kalemlerinde ortaya çıkacak pozitif etkiler sayesinde toplam gelirlerini de artırarak ekonomik yapılarını güçlendirmeyi başarabilecektir. Sportif ve ekonomik başarı özellikle takım sporlarında karşılıklı olarak birbirini besleyen süreçler olduğu için her iki alanda da oluşturulacak sağlıklı stratejiler ortaya çıkacak faydanın katlanarak büyümesine yol açacaktır.

İkinci bölümde oyun teorisi literatüründe futbol üzerine yapılan uygulamalar arasında en sık karşılaşılan penaltı atışı ve karma strateji dengesi üzerine çalışmaların Süper Lig'e yönelik uygulamasına yer verilmiştir. Bu uygulama için, Süper Lig'de atılmış penaltıları içeren veri seti hazırlandıktan sonra oyunun teorik altyapısı oluşturulmuş ve karma stratejiler dahilinde denge çözümüne ulaşılmıştır. Modelin, oyuncuların strateji tercihlerine yönelik öngörülerinin gerçek hayattaki tercihlere oldukça yakın olması tıpkı ilk uygulamada olduğu gibi oyun teorik analizin doğal durumları tahmin etme gücünü göstermektedir. Söz konusu değerlendirme her ne kadar başarılı bir sonuç üretse de veri seti içerisinde yer alan gözlem sayısı artırılarak ya da farklı ülke verileri incelenerek yapılacak çalışmalarla; elde edilen bulguların geçerliliği ve analizin gücü test edilebilir. Bu sayede, oyun teorik analizin farklı disiplinlerde ya da uygulama sahalarında analitik bir araç olarak kullanılabilirliğinin önü açılabilir.

Üçüncü bölümde ise yine Süper Lig karşılaşmalarından hareketle oluşturulan veri setinden yararlanılarak futbol takımları dört ana mevkiden oluşan birer koalisyon olarak modellenmiş ve mevkilere ait Shapley değerleri hesaplanarak orta saha mevkisinin oyuna katkısının diğer mevkilere oranla daha yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen sonucun geçerliliği karşılaşma verilerinin toplandığı 2021-2022 sezonu sonunda oluşan başarı sıralaması incelenerek değerlendirilmiştir. Yapılan değerlendirme sonucuyla modelden elde edilen bulguların örtüşüyor olması, tıpkı diğer iki uygulamada olduğu gibi oyun teorisi literatürünün farklı bir parçası olan koalisyon oyunları analizinin de futbolla ilgili tutarlı sonuçlar elde etmek için kullanışlı bir araç olduğunu göstermektedir. Bulunan sonuç doğrultusunda kadro planlaması ve oyun anlayışı gibi saha içi ve saha dışı stratejiler için de fayda sağlayabilecek öneriler geliştirilmiştir. Eğer futbol kulüpleri kısıtlı kaynaklarını öncelikli olarak kendilerine daha yüksek fayda sağlayacak mevkilere yönlendirdikleri bir transfer stratejisi uygularlarsa özellikle verimsiz oyuncu transferinden kaynaklanan borçlarının azalması gibi olumlu gelişmeler sayesinde ekonomik sürdürülebilirliği sağlamakta çok daha başarılı olacaklardır.

Oyun teorik analiz bu tez çalışmasında yukarıda da belirtildiği üzere üç farklı şekilde futbola yönelik değerlendirmeler yapabilmek amacıyla kullanılmıştır. Her üç uygulamada da oyun teorik analizin futboldaki bazı doğal durumları açıklayabilmek ve rasyonel stratejiler geliştirebilmek için oldukça kullanışlı bir araç olduğu görülmektedir. Kulüpler arasındaki transfer rekabetleri, kulüplerin davranışlarını yönlendirmek amacıyla federasyonlar tarafından getirilen regülasyonlar ve kulüpler ile futbolcular arasındaki sözleşme görüşmeleri gibi birçok farklı durum da geliştirilecek uygulamalarla oyun teorik bakış açısıyla değerlendirilebilme potansiyeline sahiptir. Bu sayede futbol oyununun tüm paydaşlarının karar alma süreçleri rasyonalize edilebilir ve hatalı stratejilerden doğan ekonomik kayıpların ortadan kaldırılması sağlanabilir. Örneğin, özellikle ülkemizdeki futbol kulüplerinin yüksek döviz talep ederek kurdukları başarısız kadroların ekonomik açıdan yarattığı olumsuz etkiler; kaynakların daha rasyonel kullanılmasını teşvik edecek mekanizmaların tasarımına ve verimli stratejilerin geliştirilmesine yönelik oyun teorik çalışmalar sonucunda ortadan kaldırılabilir.

Sonuç olarak; futbol her ne kadar popülerliği ve sahip olduğu büyük ekonomi ile spor dalları arasında farklı bir konuma sahip olsa da tüm spor dalları karşılıklı etkileşim ve rekabete dayalı doğaları gereği tıpkı futbol gibi oyun teorik analiz araçlarıyla incelenebilir ve bu sayede, aynı zamanda ekonomik birimler olan spor kulüplerinin daha rasyonel adımlar atması sağlanarak toplumsal fayda elde edilmesine katkıda bulunulabilir.

KAYNAKÇA

Aktan, C.C. ve Bahçe, A.B.(2013). Kamu Tercihi Perspektifinden Oyun Teorisi. *Hukuk ve İktisat Araştırmaları Dergisi*. 5(2): 93-117.

Aumann, R.J. ve Maschler M. (1985). Game Theoretic Analysis of a Bankruptcy Problem From The Talmud. *Journal of Economic Theory*. 36:195–213.

Badia, L. ve Marchioro, T. (2022). *Game Theory: A Handbook of Problems and Exercıses.* Bologna: Società Editrice Esculapio.

Bar-Eli, M., Azar, O. H., Ritov, I., Keidar-Levin, I. ve Schein, G. (2007). Action Bias Among Elite Soccer Goalkeepers. *Journal of Economic Psychology*. 28(5):606–621.

Barnett, T., Meyer, D. ve Pollard, G. (2008). Applying Match Statistics to Increase Serving Performance. *J Med Science Tennis*. 13(2):24-27.

Barnett, T., Zeleznikow, J. ve MacMahon, C.(2010). Using Game Theory to Optimize Performance in a Best-of-N Set Match. *Journal of Quantitative Analysis in Sports.* 6(2):1-8.

Barnett, T., Reid,M., O'Shaughnessy, D., ve McMurtrie,D. (2011). Game Theoretic Solutions to Tennis Serving Strategies. *ITF Coaching and Sport Science* Review.56 (19): 15 – 17.

Beal, R. , Chalkiadakis, G., Norman, T.J. ve Ramchurn, S.D.(2020). Optimising Game Tactics for Football. AAMAS'20, Auckland, New Zealand.

Bergantinos, G. ve Ternero, J.D. (2019). Sharing the Revenues from Broadcasting Sport Events. *Institute for Operations Research and the Management Sciences.*66(6): 1-15.

Brown, K. L. ve Shoham, Y. (2008). *Essentials of Game Theory: A Concise, Multidisciplinary Introduction*. San Rafael: Morgan & Claypool Press.

Canbolat, E. (2016). Stratejik Yönetim Düşüncesine Yeni Bir Bakış Açısı: Evrimsel Oyun Kuramı. *Yönetim Araştırmaları Dergisi.* 13 (1-2) : 40-67.

Chiappori, P.A., Levitt, S. ve Groseclose, T. (2002). Testing Mixed-Strategy Equilibria When Players Are Heterogeneous: The Case of Penalty Kicks in Soccer. *American Economic Review*. 92(4):1138-1151.

Colman, A. (1982). *Game Theory and Experimental Games: The Study of Strategic Interaction.* Oxford: Pergamon Press.

Dobson,S. ve Goddard,J.(2011).*The Economics of Football (İkinci Basım).* Cambridge: Cambridge University Press.

Dohmen, T. J. (2008). Do Professionals Choke Under Pressure?. *Journal of Economic Behaviour and Organization.* 65:636–653.

Gambarelli, G., Gambarelli, D. ve Goossens, D.(2019). Offensive or Defensive Play in Soccer: A Game Theoretical Approach. *Journal of Quantitative Analysis in Sports*. 15(4):261-269.

Goldstein, S.R. ve Young, C.A. (1996). Evolutionary Stable Strategy of Handedness in Major League Baseball. *Journal of Comparative Psychology.* 110(2): 164-169.

Gujarati,D.(2011). *Econometrics by Example*. New York: Palgrave Macmillan.

Hartman, E. ve Sigmundstad, E. (2009). Temporal Links To Performing Under Pressure İn İnternational Soccer Penalty Shootouts. *Psychology of Sport and Exercise*. 10: 621–627.

Haugen, K. (2006). An Economic Model of Player Trade in Professional Sports: A Game Theoretic Approach. *Journal of Sports Economıcs,* 7 (3): 309–318.

Haugen, K.K.(2010). The Norwegian Soccer Wonder: A Game Theoretic Approach. *Scandinavian Sport Studies Forum*.1(1): 1–26.

Haugen, K.K. ve Solberg, H. A. (2010). The Financial Crisis in European Football-A Game Theoretic Approach. *European Sport Management Quarterly*, 10(5): 553-567.

Hiller, T. (2015). The Importance of Players In Teams Of The German Bundesliga In The Season 2012/2013 : A Cooperative Game Theory Approach. *Applied Economics Letters*. 22(4): 324–329.

Hirotsu, N. ve Wright, M.B. (2006). Modeling Tactical Changes of Formation in Association Football as a Zero-Sum Game. *Journal of Quantitative Analysis in Sports*.2(2):1-20.

Hirotsu, N. ve Ito, M. (2007). A Method For Analyzıng Tactıcs In The Phase Of Receptıon Attack In Volleyball Usıng Game Theory. *Proceedings of the International Symposium on Computer Science in Sport (ss.44-50).* Calgary, Alberta, Canada June 3 – 6, 2007.

Huerta, I. P.(2003). Professionals Play Minimax. *Review of Economic Studies*. 70:395-415.

Huerta, I. P. (2014). *Beatiful Game Theory : How Soccer Can Help Economics.* Princeton: Princeton University Press.

Huerta, I. P.(7 Mayıs 2021). Maradona Plays Minmax. SSRN: https://ssrn.com/abstract=3841354, 12.06.2023.

IFAB.(1 Temmuz 2023).Futbol Oyun Kuralları Kitabı. *Türkiye Futbol Federasyonu*. https://www.tff.org/Resources/TFF/Documents/MHK/2023-2024/oyun-kurallari.pdf, (04 Ocak 2023).

Jordet, G., Hartman, E., Visscher, C., ve Lemmink, K. (2007). Kicks From The Penalty Mark In Soccer: The Roles of Stress, Skill, And Fatigue For Kick Outcomes. *Journal of Sports Sciences*. 25: 121–129.

Karabacak, H. (2021). *Oyun Teorisi: Strateji Analizi İçin Yönetsel Bir Araç.* Ankara: Siyasal Kitabevi.

Karakuş, E. (11 Ekim 2023). Dört Büyüklerin Toplam Borcu 29,93 Milyar Liraya Ulaştı. *Anadolu Ajansı.* https://www.aa.com.tr/tr/futbol/dort-buyuklerin-toplam-borcu-29-93-milyar-liraya-ulasti/3015600, 12.06.2023.

Kasthurirathna,D. ve Piraveenan,M.(2015). Emergence Of Scale-Free Characteristics in Socio-Ecological Systems With Bounded Rationality.*Scientific Reports*.5(1):1-46.

Kreps, D. M., ve R. B. Wilson (1982), "Reputation and Imperfect Information", *Journal of Economic Theory*. 27: 253–279.

Kuss, O., Kluttig, A. ve Stoll, O. (2007). The Fouled Player Should Not Take The Penalty Himself: An Empirical İnvestigation of An Old German Football Myth. *Journal of Sports Sciences*.25: 963–967.

Lee, K-S.(2016). Equilibrium Outcome Path and Predictability in Baseball Games. *Journal of International Trade & Commerce*. 12(2): 73-88.

Lee, K.T. ve Chin, S.T. (2004). Strategies To Serve Or Receive The Service In Volleyball. *Mathematical Methods of Operations Research.* 59:53–67.

Liang, X. ve Xıao, Y. (2013). Game Theory for Network Security.*IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 15(1): 472-486.

Lin, K. (2014). Applying Game Theory to Volleyball Strategy. *International Journal of Performance Analysis in Sport*. 14(3): 761-774.

McGarry, T. ve Franks, I. M. (2000). On Winning The Penalty Shoot-Out In Soccer. *Journal of Sports Sciences*. 18: 401–409.

Metulini, N. ve Gnecco, G. (2023). Measuring Players' İmportance In Basketball Using The Generalized Shapley Value. *Annals of Operations Research 2023*. 325:441–465.

Moschini, G. (2004). Nash Equilibrium in Strictly Competitive Games: Live Play in Soccer. *Economics Letters. 85*: 365 – 371.

Mottley, C. M. (1954). The Application of Operations-Research Method To Athletic Games. *Journal of the Operations Research Society of America*. 2(3): 335-338.

Nash, J. F. (1951), "Non-Cooperative Games", *Annals of Mathematics 54*. 286–295.

Nash, J. F. (1950). Equilibrium Points in N-Person Games. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 36, 48–49.

Niou, E.M.S. ve Ordeshook P.C. (2015). *Strategy and Politics : An Introduction To Game Theory*. New York: Routledge.

Oğan, A.A. ve Aykar, A. (14 Aralık 2022) *Ekolig:2021-2022 Sezonu Futbol Ekonomisi Raporu.* https://www.aktifbank.com.tr/hakkimizda/basin-odasi/ekolig (22 Ekim 2023).

Orta, L. (2020). Futbolun Değişimi ve Dönüşümü: 1863 – 2020. *The Journal of Social Science*. 4(8):497-510.

Osborne, M.J. (2000). *An Introduction to Game Theory*. Oxford: Oxford University Press.

Osborne, M. J. ve Rubinstein, A. (1994). *A Course in Game Theory*. Cambridge: The MIT Press.

Pekkaya,M. ve Gümüş,F.(2020). Oyun Teorisi Yaklaşımı ile Portföy Optimizasyonu Üzerine Literatür Değerlendirmesi. *Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi.* ICAFR 2020 Özel Sayısı:1-19.

Peters, H. (2015). *Game Theory: A Multi-leveled Approach (2nd ed.).* Berlin: Springer.

Pollard, G.N. ve Pollard, G.H. (2007). Optimal Risk Taking On First And Second Serves. In Proceedings of Tennis Science & Technology 3, S. Miller and J. Capel-Davies eds., London: International Tennis Federation, 273-280.

Pollard, G.N., Pollard, G.H., Barnett, T. ve Zeleznikow, J. (2009). Applying Tennis Match Statistics to Increase Serving Performance During A Match In Progress. *Journal of Medicine and Science in Tennis*. 14(3): 16-19.

Prisner, E. (2014).*Game Theory: Through Examples.* Washington,DC:The Mathematical Association of America.

Rasmusen, E. (2006). *Games and Informatıon: An Introduction to Game Theory (4thed.)*. New Jersey: Wiley-Blackwell.

Ravi, A., Gokhale, A. ve Nagwekar, A. (2021). Using Game Theory To Maximize The Chance Of Victory In Two-Player Sports. Department of Electrical and Computer Engineering University of Waterloo, Waterloo, CANADA.

Sarkar, S. (2018). Paradox Of Crosses In Association Football (Soccer) – A Game-Theoretic Explanation. *Journal of Quantitative Analysis in Sports.* 14(1): 25–36.

Schelling, T. C. (1960). *The Strategy of Conflict*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Sindik, J. ve Vidak, N. (2007). Application of Game Theory In Describing Efficacy of Decision Making In Sportsman's Tactical Performance In Team Sports. *Interdisciplinary Description of Complex Systems*. 6(1): 53-66.

Singh, A. (2023). Optimizing Performance in Basketball: A Game-Theoretic Approach to Shot Percentage Distribution in a Team. *Journal Electrical Electron Eng*. 2(4): 374-379.

Skinner, B. (2010). The Price of Anarchy in Basketball. *Journal of Quantitative Analysis in Sports*. 6 (1): 1-16.

Solan, E. ve Zamir, S. (2013). *Game Theory*. Çev. Ziv Hellman. New York: Cambridge University Press.

Şahin, S. ve Eren, E. (2012). Oyun Teorisinin Gelişimi ve Günümüz İktisat Paradigmasının Oluşumuna Etkileri. *Hukuk ve İktisat Araştırmaları Dergisi*. 4(1): 265-274.

Tadelis, S. (2013). *Game Theory : An Introduction*. Princeton: Princeton University Press.

Von Neumann, J. ve Morgenstern, O.(1944). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton, NJ: Princeton University Press,

Wesson, J. (2020). *The Science of Soccer (2nd edition).* Florida: CRC Press.

Weinstein-Gould, J. (2009). Keeping the Hitter Off Balance: Mixed Strategies in Baseball. *Journal of Quantitative Analysis in Sports*. 5(2):1-18.

Yılmaz, E. (2016). *Oyun Teorisi (3. Basım).* İstanbul: Literatür Yayıncılık.