

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇİZGELERDE BASKIN KÜMEYİ BULMAK İÇİN MALATYA MERKEZİLİK
DEĞERLERİNİ KULLANAN YENİ BİR YÖNTEM ÖNERİSİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ŞEYDA KARCI

Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi FATİH OKUMUŞ

ARALIK 2023

T.C
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇİZGELERDE BASKIN KÜMEYİ BULMAK İÇİN MALATYA MERKEZİLİK
DEĞERLERİNİ KULLANAN YENİ BİR YÖNTEM ÖNERİSİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ŞEYDA KARCI
(Enstitü No)

Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi FATİH OKUMUŞ

ARALIK 2023

**İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ**

**ÇİZGELERDE BASKIN KÜMEYİ BULMAK İÇİN MALATYA
MERKEZİLİK DEĞERLERİNİ KULLANAN YENİ BİR YÖNTEM ÖNERİSİ**

**Tezi Hazırlayan: ŞEYDA KARCI
Yüksek Lisans Tezi**



TEŞEKKÜR VE ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasının her aşamasında yardım, öneri, bilgi, tecrübe ve desteklerini esirgemedi beni her konuda yönlendiren danışman hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi FATİH OKUMUŞ'a,

Çalışmalarında ayrıca tüm hayatım boyunca olduğu gibi bu çalışmalarım süresince benden her türlü desteklerini esirgemeyen aileme teşekkür ederim.



ONUR SÖZÜ

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum “Çizgelerde Baskın Kümeyi Bulmak İçin Malatya Merkezilik Değerlerini Kullanan Yeni Bir Yöntem Önerisi” başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığına ve yararlandığım bütün kaynakların hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Şeyda KARCI



İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR VE ÖNSÖZ.....	i
ONUR SÖZÜ	ii
İÇİNDEKİLER	iii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	iv
TABLolar DİZİNİ.....	v
ÖZET	vi
ABSTRACT.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
2. BASİT ÇİZGELERDE BASKIN KÜME.....	5
3. ÖNERİLEN YÖNTEM: MALATYA BASKIN KÜME ALGORİTMASI.....	10
3.1. Birinci Malatya Merkezilik Algoritması	11
3.2. İkinci Malatya Merkezilik Algoritması	13
3.3 Önerilen Yöntem: Malatya Baskın Küme Algoritması.....	15
4. UYGULAMA SONUÇLARI.....	20
5. SONUÇLAR.....	31
KAYNAKLAR	332
ÖZGEÇMİŞ	34

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Basit çizge ve baskın kümesi.....	5
Şekil 2.2. Basit çizge ve minimum baskın kümesi.....	6
Şekil 2.3. Basit çizge ve minimum bağlı baskın kümesi.....	6
Şekil 2.4. Basit çizge ve minimum bağımsız baskın kümesi.....	6
Şekil 2.5. Bir basit çizge.....	7
Şekil 2.6. Şekil 2.5'te verilen çizgenin yeni hali.....	7
Şekil 2.7. Şekil 2.5'te verilen çizgenin minimum baskın kümesi.....	7
Şekil 2.8. Basit çizge ve düğüm derecesinin minimum baskın kümeye olan etkisi.....	8
Şekil 3.1. Birinci Malatya Merkezilik değerinin etki alanı.....	13
Şekil 3.2. Birinci Malatya Merkezilik değerinin etki alanı.....	14
Şekil 4.1 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge okunabilirlik için aynı çizgenin okunabilir görüntüsü.....	20
Şekil 4.2 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.....	21
Şekil 4.3 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.....	22
Şekil 4.4 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.....	22
Şekil 4.5 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.....	23
Şekil 4.6 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.....	24
Şekil 4.7 : Altıncı adım sonunda seçilen düğüm ve komşuları.....	24
Şekil 4.8 : Yedinci adım sonunda seçilen düğüm ve komşuları.....	24
Şekil 4.9 : Sekizinci adım sonunda seçilen düğüm ve komşuları.....	25
Şekil 4.10 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge okunabilirlik için aynı çizgenin okunabilir görüntüsü.....	25
Şekil 4.11 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.....	26
Şekil 4.12 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.....	27
Şekil 4.13 : Üçüncü adım sonunda seçilen düğüm ve komşuları.....	27
Şekil 4.14 : Dördüncü adım sonunda seçilen düğüm ve komşuları.....	28

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 4.1 : İlk adımda hesaplanan merkezilik değerleri.	20
Tablo 4.2 : İkinci adımda hesaplanan merkezilik değerleri.....	21
Tablo 4.3 : Üçüncü adımda hesaplanan merkezilik değerleri.	22
Tablo 4.4 : Dördüncü adımda hesaplanan merkezilik değerleri.	22
Tablo 4.5 : Beşinci adımda hesaplanan merkezilik değerleri.....	23
Tablo 4.6 : Muz ağacı için ilk adım merkezilik değerleri.	25
Tablo 4.7 : Muz ağacı için ikinci adım merkezilik değerleri.....	267
Tablo 4.8 : Muz ağacı için üçüncü adım merkezilik değerleri.	27
Tablo 4.9: Büyük çizgeler için yapılan uygulama sonuçları.....	28
Tablo 4.10: Büyük çizgeler için yapılan uygulama sonuçları.....	29



ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ÇİZGELERDE BASKIN KÜMEYİ BULMAK İÇİN MALATYA MERKEZİLİK DEĞERLERİNİ KULLANAN YENİ BİR YÖNTEM ÖNERİSİ

ŞEYDA KARCI

İnönü Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı

34+VII sayfa

2023

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi FATİH OKUMUŞ

Baskın küme problemi (dominating set problem), çizge teorisinde üzerinde oldukça çalışılan bir problem olup karmaşıklık olarak NP-Tam problemler grubuna girmektedir. Bundan dolayı günümüze kadar bu problemin çözümü için yapılan çalışmalar üç grupta toplanabilir. Sezgisel yöntemler, tam yöntemler ve yaklaşık yöntemler şeklinde gruplandırılabilirler. Sezgisel yöntemler sağlam olmayan her zaman aynı çizge için aynı sonucu veremeyen yöntemlerdir ve bu yöntemler olasılık tabanlı olup karmaşıklık analizleri çoğunlukla yapılmaz. İkinci grupta yer alan tam yöntemlerde ise, çözüm olabilecek bütün durumlar denenir ve ondan sonra çözüm ortaya konulur. Bu yöntemler çalışabildikleri çizgeler için minimum çözümü garanti ederler fakat zaman veya uzay karmaşıklıkları üstel olan yöntemlerdir. Son grupta yer alan yöntemler ise, minimum çözüm iddiaları olmayan yaklaşık çözüm noktasında da kesin iddiaları olmayan yöntemlerdir.

Bu tez çalışmasında Malatya Merkezilik kavramının ikincisinin çizge teorisi problemlerinden olan Baskın Küme probleminin çözümü için kullanılabileceği iddiası ortaya konuldu. Malatya Merkezilik yönteminin kullanılması önerilecek yöntemin zaman ve uzay karmaşıklıklarının polinomsal olmasını sağlayacaktır. Aynı zamanda önerilen yöntemin bazı çizge grupları için minimum çözümü elde ettiği ortaya konuldu ve geriye kalan çizgelerde ise, minimum çözüme çok yakın sonuçlar elde edebildiği ortaya konulmuştur (minimum çözümden bir fazla düğümlü çözüm bulması gibi).

Tez çalışmasında İkinci Malatya Merkezilik kavramı kullanıldı ve bu yöntemin ilk kullanıldığı tez çalışması oldu. İkinci Malatya Merkezilik kavramının baskın küme probleminin çözümü için kullanılabileceği yorumlarla gösterildikten sonra önerilen yöntemin kodlamaları gerçekleştirildi ve sonuçlar kodlaması gerçekleştirilen yöntemden elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Çizge Teorisi, baskın küme, Malatya merkezilik

ABSTRACT

Master Thesis

A NEW METHOD PROPOSED USING MALATYA CENTRALITY VALUES TO FIND THE DOMINATING SET IN GRAPHS

ŞEYDA KARCI

Inonu University
Graduate School of Nature and Applied Sciences
Department of Computer Engineering

34+VII sayfa

2023

Supervisor: Dr. Öğr. Üyesi FATİH OKUMUŞ

The dominating set problem is a widely studied problem in graph theory and falls into the group of NP-Complete problems in terms of complexity. Therefore, the studies carried out to date to solve this problem can be grouped into three groups. They can be grouped as heuristic methods, exact methods, and approximate methods. The heuristic methods are methods that are not robust and cannot always give the same result for the same graph, and these methods are probability*based and complexity analyses are often not performed. In the exact methods, all feasible solutions are tried and then the solution is presented. These methods guarantee a minimum solution for the graphs they work with, but their time or space complexity is exponential. The methods in the last group are methods that do not have minimum solution claims, nor do they make definitive claims about the approximate solution.

The concept of Second Malatya Centrality was used in the this thesis study, and it was the first thesis study in which this method was used. After showing with comments that the Second Malatya Centrality concept can be used to solve the dominating set problem, the implementation of the proposed method was carried out and the results were obtained from the implementation.

In this thesis, it is claimed that the Second Malatya Centrality concept can be used to solve the Dominating Set Problem, which is one of the graph theory problems. It will ensure that the proposed method which is based on the Second Malatya Centrality concept, the time and space complexities of the proposed method are polynomial. It was revealed that the proposed method obtained the minimum solution for some graph groups, and in the remaining graphs, it was revealed that it could obtain results very close to the minimum solution (such as finding a solution with one more node than the minimum solution).

Keywords: Graph theory, Dominating set, Malatya centrality

1. GİRİŞ

Çizge (graph), karmaşık problemlerin modellenmesi ve çözülmesi için kullanılan popüler ve topoloji alanında bir matematiksel modeldir. Çizgenin kullanılması gün geçtikçe artmaktadır, çünkü herhangi bir problem mühendislik ve bilimsel problemlerin çizge ile modellenmesi ve çözülmesi oldukça kullanışlıdır. Çizge bir matematiğin topoloji dalındaki modelleme aracı olduğundan, doğrudan çizge üzerinde tanımlanmış problemler tanımlanmıştır. Bunlar:

- a) Bağlılık
- b) İki Parçalılık
- c) Ağaç
- d) En Kısa Yollar
- e) Minimum Ağırlıklı Açılım Ağacı
- f) Minimum-Kesme Maksimum-Akış
- g) Minimum Düğüm Kapsama
- h) Mükemmel Eşleştirme
- i) Düğüm Renklendirme
- j) Ayrıt Renklendirme
- k) Maksimum Bağımsız Küme
- l) Maksimum Hizip
- m) Minimum Baskın (Hakim-Başat) Küme
- n) Çizge İzomorfizm

şeklinde. Bu problemlerin çözümleri uygulandıkları alanlara göre anlam değiştirebilmektedir ve aynı zamanda ilgili problem bu yolla çözülmüş olmaktadır. Bu tez çalışmasında minimum baskın (hakim, başat) kümeyi bulma üzerine çalışmalar yapılmıştır. Baskın küme ile ilgili (Shen ve Li, 2010) çalışmasında daha detaylı bilgilere ulaşılabilir.

Tanım 1.1: $G=(V,E)$ bir çizge olmak üzere V kümesi düğümler kümesini ve E ise ayrıtlar kümesini temsil etmektedir. $D \subseteq V$ ve $\forall v \in V$ için $v \in D$ veya $v \in V \setminus D$ ve $v \in N(D)$ ise D kümesine **baskın küme** denir.

Baskın küme çizgenin geriye kalan düğümlerin hepsini kendi komşuluğunda barındıran kümedir.

Tanım 1.2: $G=(V,E)$ bir çizge olmak üzere V kümesi düğümler kümesini ve E ise ayrıtlar kümesini temsil etmektedir. $D \subseteq V$ ve $\forall v \in V$ için $v \in D$ veya $v \in V \setminus D$ ve $v \in N(D)$ ise D kümesine **baskın küme** denir ve D kümesinden daha az elemana sahip ve **baskın küme** özelliğine sahip küme yoksa, D kümesine **minimum baskın küme** denir.

Aynı zamanda Minimum Baskın Küme problemi çizge teorisinde NP-Zor problem olarak tanımlanmaktadır. NP-Zor problemin tanımı Tanım 1.3 ve Tanım 1.4'te verilmiştir.

Tanım 1.3: A bir problem olmak üzere A problemi için verilen çözüm polinom zamanlı bir algoritma ile test edilebiliyorsa, bu probleme **NP-Tam problem** denir.

Tanım 1.4: A bir NP-Tam problem olmak üzere A problemi B problemine polinom zamanlı bir algoritma ile indirgenebiliyorsa, B problemine **NP-Zor problem** denir.

Minimum baskın küme problemi NP-Zor problem olup günümüze kadar polinom zamanlı çözüm yöntemi geliştirebilmiş değildir.

Bu tez çalışmasındaki çalışmanın gerekçesini vermeden önce literatürde yapılan çalışmaların bir kısmının kısaca verilmesi gerekmektedir.

Fomin ve arkadaşları Minimum Baskın Küme probleminin NP-Zor bir problem olduğunu ve önerilen tam çözüm bulan yöntemlerin zaman karmaşıklığı üstel artan bir bağıntı olmaktadır (Fomin v.d., 2004). Minimum baskın küme problem çözümü gerçek dünya problemlerine uygulanabilmektedir, örneğin, bağlı kablolu ağlarda yönlendirme arama için yaklaşım yönteminde minimum baskın küme yaklaşımı kullanılmıştır (Wang v.d., 2012). Başka bir çalışmada ise, yaklaşım amacıyla kaba seçim algoritmasının performansı $\ln \delta + 2$ (Ruan v.d., 2004) şeklindedir. Minimum Baskın Küme probleminin çözüm için kullanılan yöntem, Hopfield ağlarında başarılı sonuçlar elde etmek, maksimum hizip bulmak, maksimum bağımsız kümeyi bulmakta kullanılmaktadır (Xu v.d., 2004). Kaba seçim algoritması yaklaşımı yanında meta-sezgisel yöntemler kullanılmış ve turnuva seçimi kullanan genetik algoritma kullanılmıştır (Ho v.d., 2006). Diğer bir sezgisel yöntem olan karınca koloni optimizasyon algoritması kullanıldı (Ho v.d., 2006) ve iki aşamalı karınca koloni optimizasyon algoritması

kullanılmıştır (Jovanovic ve Tuba, 2013). Klasik kaba seçim algoritma yaklaşımı ve karma sezgisel tabanlı algoritmalarından daha başarılı olduğu iddia edilen sıra tabanlı rastgele yerel arama algoritması geliştirilmiştir ve bu algoritma Barabsi-Albert modeli birim disk çizgesi, ölçeksiz çizge ve iki sosyal ağ örneğine uygulanmış ve başarılı sonuçlar elde edildiği vurgulanmıştır (Chalupa, 2018). Kaba seçim algoritması kullanılarak minimum baskın küme problemin çözümü kablosuz ağlara uyarlanmış ve yapılan çalışmaların sonuçları 2005'te yayınlanmıştır (Yingshu v.d., 2005).

$G=(V,E)$ bir basit çizge ve $|V|=n$ olmak üzere minimum baskın küme problemi için tam çözümü elde eden yöntemlerin zaman karmaşıklığı $\Omega(2^n)$ şeklinde olur ve zaman karmaşıklığı $O(1.81^n)$ olan algoritma geliştirilmiştir (Grandoni, 2006). Diğer bir çalışmada ise, çizgenin T ağacı için lineer bir algoritma önerilmiştir ve iki-parçalı (bipartite) çizgelerde minimum baskın küme probleminin NP-Zor olduğu gösterilmeye çalışılmıştır (Grinstead ve Slater, 1990). Minimum baskın küme problemi NP-Zor bir problem olup optimum çözüm bulan algoritmaların zaman karmaşıklıkları üstel olmaktadır. Bundan dolayı yaklaşım yöntemi, sezgisel yöntemler ve kaba seçim algoritması kullanılmaya çalışılmıştır. Kaba seçim algoritması felsefesini kullanan ve optimum veya optimuma yakın çözüm bulan ve karmaşıklığı $O(n^3)$ olan algoritma önerilmiştir (Campan v.d., 2015). Bir başka çalışmada zaman karmaşıklığı polinom olan ve bağlı çizgeler için çalışan algoritma önerilmiştir (Guha ve Khuller, 1998). Goddarda ve Henning problem olarak bağımsız baskın kümeyi elde etme üzerine çalışmalar yapmışlardır (Goddard and Henning, 2013). Baskın kümeyi bulmak amacıyla ölç ve yönet veya ölç ve indirge prensibini kullanan çalışmalar bulunmaktadır ve bunlardan bir tanesi de (Rooij ve Bodlaender, 2011) şeklindedir.

Minimum baskın küme probleminin farklı türleri bulunmaktadır: bağımsız baskın küme, toplam baskınlık, bağlı baskın küme, duble bağlı baskın küme, ölçülü baskınlık (restrained domination), güçlü baskınlık ve zayıf baskınlık şeklindedir (Jwair ve abdlhusein, 2022). Birim disk çizgesi için minimum baskın kümeyi bulmayı öneren çalışmalar yapılmıştır ve algoritmanın zaman karmaşıklığı $(n^2 \lg n)$ şeklindedir (Purohit ve Sharma, 2010). Minimum baskın kümenin etkili çözen yöntem azlığı ile beraber bu problemin uygulanma alanları geniştir, sosyal ağlar, taşıma, telekomünikasyon, savunma sanayisi, sağlık sistemleri v.b. (Truta v.d., 2018; Cao v.d., 2014; Balasundaram ve Butenko, 2006; Shen ve Li, 2010).

Verilen çizgenin özel bir açılım ağacı olan Kmax ağacının tanımı yapılmış, bu ağacı inşa etmenin algoritması verilmiş ve daha sonra bu ağaç kullanılarak elde edilen temel kesme kümeleri kullanılarak her düğümün bir etki değeri hesaplandıktan sonra minimum baskın

kümeyi bulma üzerine çalışma yapılmıştır (Karci, 2020). Karci tarafından geliştirilen yöntem ile bilimsel makalelerde yazarlar arasındaki ilişkinin ortaya çıkarılması için çalışmalar yapılmıştır (Öztemiz ve Karci, 2020).

Günümüze kadar minimum baskın kümeyi elde etmek amacıyla çok sayıda çalışmalar yapılmış olmakla beraber hala bu alanda etkili yöntem eksikliği bulunmaktadır.

Yapılan çalışmalar kısaca üç ana gruba ayrılabilirler:

- a) Sezgisel yöntem kullananlar
- b) Kaba seçim algoritmasını kullanan yöntemler
- c) Tam çözüm bulan yöntemler (zaman karmaşıklıkları veya uzay karmaşıklıkları üstel olmaktadır)

Bu çalışmalardan tam çözüm bulan yöntemler genellikle özel çizgeler için geliştirilen yöntemler olup her basit çizgeye uygulanabilen yöntemler değildir. Karci (Karci, 2020) tarafından önerilen yöntem kaba seçim algoritması mantığını kullanmaktadır, fakat uygulanması basit olmayan bir yöntemdir. Özellikle Kmax ağacını inşa eden ve temel kesme kümelerini elde eden algoritmaların uygulanması basit değildir.

Bu tez çalışmasında basit çizgelerde minimum baskın kümeyi bulan etkili ve basit bir yöntem üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Yöntemin kendisi kodlanmış ve çok sayıda basit çizge üzerinde uygulamalar yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar, yöntemin etkili bir yöntem olduğunu ve yöntemin zaman ve uzay karmaşıklığı polinom olan bir yöntemdir.

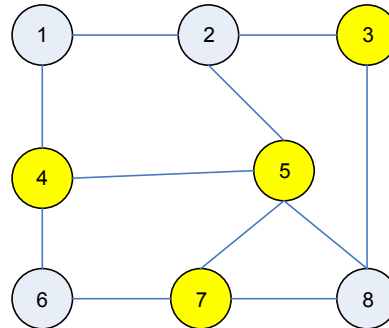
2. BASİT ÇİZGELERDE BASKIN KÜME

$G=(V,E)$ bir basit çizge (paralel ve döngü ayırt içermeyen) olmak üzere G çizgesi üzerinde baskın küme kavramı açıklanabilir. Bir de baskın küme türleri bulunmaktadır. Bunlar sırası ile Tanım 2.1 ve Tanım 2.2 verilmiştir ve bu tez çalışmasında bu iki kümeyi tespit eden çalışmalar yapılmıştır.

Tanım 2.1. $G=(V,E)$ bir çizge olmak üzere V kümesi düğümler kümesini ve E ise ayrıtlar kümesini temsil etmektedir. $D \subseteq V$ ve $\forall v \in V$ için $v \in D$ veya $v \in V \setminus D$ ve $v \in N(D)$ ise D kümesine baskın küme denir ve D kümesinden daha az elemana sahip ve baskın küme özelliğine sahip küme yoksa, D kümesine **minimum baskın küme** denir. $G_1=(D,E_1)$ çizgesi G çizgesinin alt çizgesi olmak üzere eğer $E_1=\emptyset$ ise, D kümesine **minimum bağımsız baskın küme** denir.

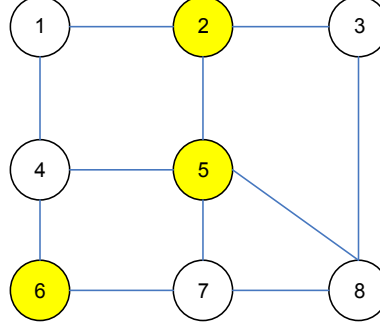
Tanım 2.2. $G=(V,E)$ bir çizge olmak üzere V kümesi düğümler kümesini ve E ise ayrıtlar kümesini temsil etmektedir. $D \subseteq V$ ve $\forall v \in V$ için $v \in D$ veya $v \in V \setminus D$ ve $v \in N(D)$ ise D kümesine baskın küme denir ve D kümesinden daha az elemana sahip ve baskın küme özelliğine sahip küme yoksa, D kümesine **minimum baskın küme** denir. D kümesinin bir bağlı alt çizge ise, D kümesi **minimum baskın küme** denir.

İlk olarak baskın küme, minimum baskın küme, minimum bağımsız baskın küme ve minimum bağlı baskın küme örnekleri çizgeler üzerinde gösterilmiştir. Şekil 2.1’de verilen $G=(V,E)$ çizgesi için $V=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ ve $E=\{(1,2), (1,4), (2,3), (2,5), (3,8), (4,5), (4,6), (5,7), (5,8), (6,7), (7,8)\}$ şeklindedir. Bu çizge için $D=\{3,4,5,7\}$ şeklinde verilmiştir ve bu D kümesi baskın kümedir, fakat minimum baskın küme değildir.



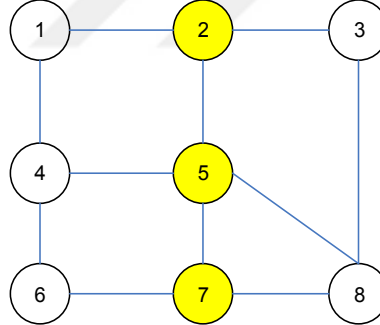
Şekil 2.1. Basit çizge ve baskın kümesi.

Şekil 2.1’de verilen çizgenin minimum baskın kümesi Şekil 2.2’de verilmiştir. $G=(V,E)$ çizgesi için $V=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ ve $E=\{(1,2), (1,4), (2,3), (2,5), (3,8), (4,5), (4,6), (5,7), (5,8), (6,7), (7,8)\}$ şeklindedir. Bu çizge için $D=\{2,5,6\}$ şeklinde verilmiştir ve bu D kümesi minimum baskın kümedir.

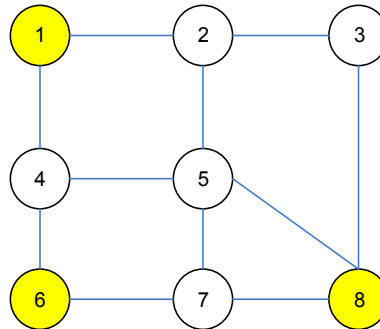


Şekil 2.2. Basit çizge ve minimum baskın kümesi.

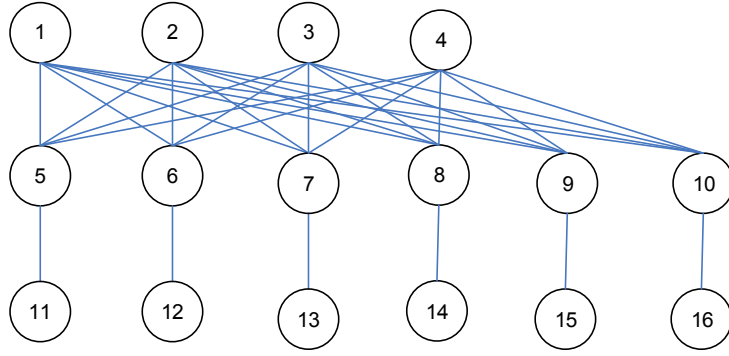
Verilen çizgenin minimum bağlı baskın kümesi Şekil 2.3’te görülmektedir. $G=(V,E)$ çizgesi için $V=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ ve $E=\{(1,2), (1,4), (2,3), (2,5), (3,8), (4,5), (4,6), (5,7), (5,8), (6,7), (7,8)\}$ verilmiştir. $D=\{2,5,7\}$ kümesi minimum bağlı baskın kümeyi temsil etmektedir. D kümesi bir bağlı alt çizgedir. Şekil 2.4’te ise, aynı çizgenin minimum bağımsız baskın küme görülmektedir. D kümesinin düğümleri arasında komşuluk söz konusu değildir.



Şekil 2.3. Basit çizge ve minimum bağlı baskın kümesi.

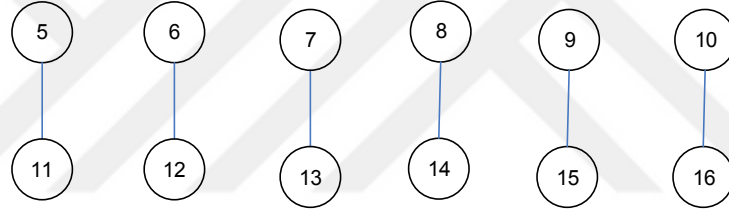


Şekil 2.4. Basit çizge ve minimum bağımsız baskın kümesi.

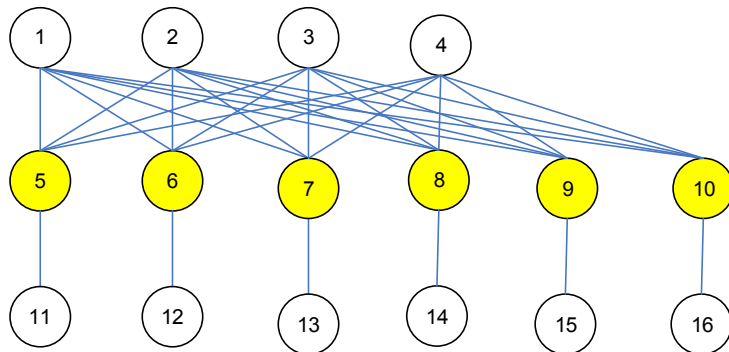


Şekil 2.5. Bir basit çizge.

Şekil 2.5'te düğüm derecesi kaba seçim algoritması için kriter olarak seçildiğinde baskın kümeye seçilecek düğümler ilk olarak ilk sırada yer alan 1, 2, 3 ve 4 nolu düğümler olacaktır, çünkü bu düğümlerin düğüm dereceleri 6 şeklindedir ve en büyük derecelerdir. Bu durumda $D=\{1,2,3,4\}$ şeklini alır ve bu düğümler çıkarıldıktan sonra geriye kalan çizgenin yapısı Şekil 2.6'da görüldüğü gibi olur. Bu durumda 6 adet daha düğümün D kümesine eklenmesi gerekiyor ve D kümesinin eleman sayısı 10 olur.



Şekil 2.6. Şekil 2.5'te verilen çizgenin yeni hali.



Şekil 2.7. Şekil 2.5'te verilen çizgenin minimum baskın kümesi.

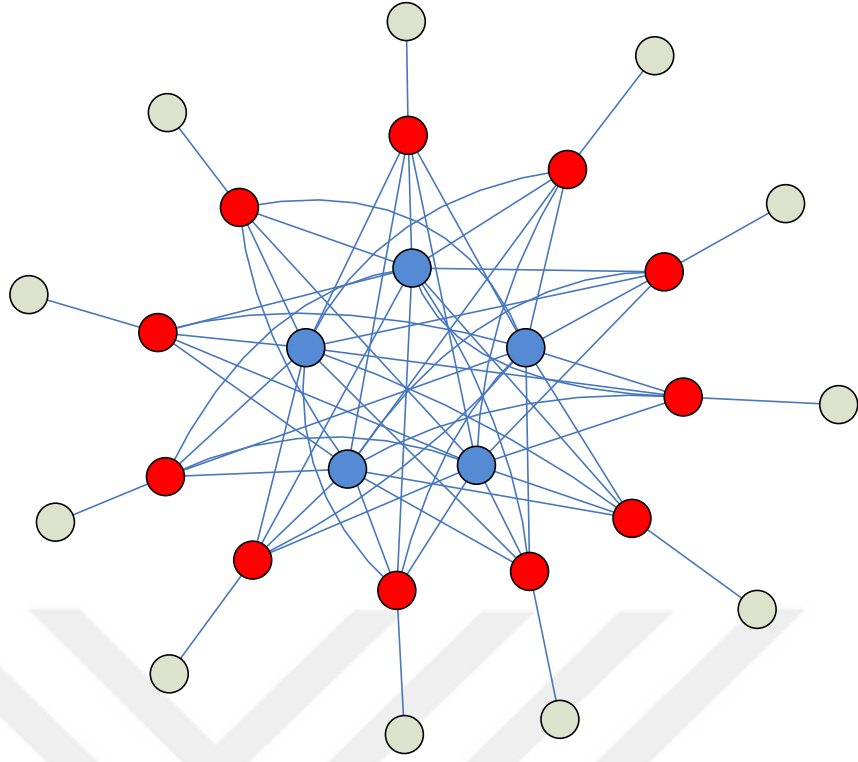
Şekil 2.7'de Şekil 2.5'te verilen çizgenin minimum baskın kümesini göstermektedir. Orta sıradaki düğümler çizgenin minimum baskın kümesini oluşturmaktadır. Bu tür çizgeler

düğüm derecesinin kaba seçim algoritmasında değerlendirme ölçüsü olarak kullanmanın doğru olmayacağını göstermektedir.

Verilen çizgede baskın kümeyi bulmak için başka bir yaklaşım da rastgele bir düğüm seçilir ve bu düğüm ile komşuları çizgeden silinir. Ondan sonra kalan düğümlerden bir tanesi rastgele seçilir ve ondan sonra seçilen düğüm ile komşuları çizgeden silinir. İzole kalan düğümlerin hepsi doğrudan baskın kümeye eklenir. Şekil 2.1’de verilen çizge için rastgele 5 nolu düğüm seçildiğinde kendisi ve komşuları çizgeden silindiğinde 1, 3 ve 6 nolu düğümler izole düğüm olurlar. Bunlarda baskın kümeye eklendiğinde baskın kümenin eleman sayısı 4’e çıkar. Diğer taraftan biliniyor ki bu çizgenin minimum baskın kümesi 3 düğümlü bir kümedir.

Çizgelerde düğüm derecesi bir değerlendirme ölçüsü olarak kullanılabilir, fakat minimum baskın küme probleminde tek başına anlamlı sonuçlar vermemektedir. Şekil 2.8’de gösterilen çizge için de düğüm derecesi çözüme ulaştırmayacaktır.

Şekil 2.8’de verilen çizgede düğüm derecesine göre minimum baskın küme tespit edilmeye çalışıldığında mavi düğümlerin dereceleri 11 olduğundan ilk olarak mavi düğümler baskın kümeye dahil edilirler. Ondan sonra kırmızı-gri düğüm ikililerinden birer tanesi baskın kümeye eklenir. Bu şekilde elde edilen baskın kümenin eleman sayısı 16 olacaktır ve bu çizge için bu küme minimum baskın küme olmayacaktır. Düğüm dereceleri 6 olmasına rağmen kırmızı renkli düğümler minimum baskın kümeyi oluşturmaktadır, çünkü bu 11 tane düğüm seçildiğinde geriye kalan (mavi ve gri düğümler) düğümler bunlardan en az bir tanesine komşulukları vardır.



Şekil 2.8. Basit çizge ve düğüm derecesinin minimum baskın kümeye olan etkisi.

3. ÖNERİLEN YÖNTEM: MALATYA BASKIN KÜME ALGORİTMASI

Çizgelerde minimum baskın (hakim, başat : dominating) kümeyi bulmak için bugüne kadar bütün basit çizgelerde çalışan ve sağlam olan bir yöntem önerilmemiştir. Bu tez çalışmasında önerilen yöntem, bütün basit çizge türlerinde çalışan ve sağlam olan bir yöntem olacaktır. Çoğunlukla optimum sonuç bulmaktadır ve bazı durumlarda optimal (optimum çözüme yakın) çözüm elde etme ihtimalinin olacağı değerlendirilmektedir ve yapılan uygulamalarda böyle bir sonuca ulaşılmamıştır. Önerilen yöntemin analitik ispatı henüz yapılmadığından çok düşük de olsa, böyle bir durum olabileceği değerlendirilmiştir.

Son yıllarda çizgelerin NP-Tam olan problemleri üzerinde yeni çalışmalar ve yöntemler önerilmiştir. Karci (Karci, 2020) verilen çizgenin özel bir açılım ağacı olan Kmax ağacını inşa etmek için algoritma önermiş ve bu ağaç kullanılarak temel kesme kümeleri elde edilmektedir. Ondan sonra temel kesme kümeleri kullanılarak her düğümün bir etki değeri hesaplanmaktadır. Bu etki değerleri kullanılarak bir düğüm baskın kümeye seçilmektedir. Ondan sonra çizge güncellenmektedir ve tekrar etki değerleri hesaplanmaktadır. Bu işlem bütün düğümlerin ya baskın kümeye eklenmesi ya da komşular kümesine ekleninceye kadar devam etmektedir.

Öztemiz ve Karci (Öztemiz ve Karci, 2020) çalışmalarında verilen çizgenin Kmax ağacını elde ettikten sonra temel kesme kümelerini elde etmektedirler. Bu temel kesme kümeleri kullanılarak düğümlerin etki değerleri hesaplanmaktadır ve bu algoritma bilimsel makalelerdeki en etkin yazarları belirlemek amacıyla kullanılmıştır ve diğer bir deyişle bu çalışmada elde edilen sonuçlar bir nevi baskın kümeye yakın bir küme olmaktadır.

Karci ve arkadaşları (Karci ve diğerleri, 2022) verilen çizgenin düğümlerini birbirine göre gücünü ortaya koymak amacıyla yeni bir algoritma önermişlerdir ve düğüm dereceleri kullanılarak düğümlerin bir merkezilik değeri hesaplanmaktadır ve bu algoritmaya **Malatya Merkezilik Algoritması** ismini vermişlerdir. Ondan sonra bu algoritmayı minimum düğüm-kapsama problemine uygulamışlardır.

Yakut ve arkadaşları (Yakut ve d., 2023a; Yakut ve d., 2023b) **Malatya Merkezilik Algoritmasını** maksimum bağımsız kümeyi elde etmeye uygulamışlardır ve Maksimum bağımsız küme algoritmasını önermişlerdir ve bu algoritmaya **Malatya Maksimum Bağımsız Küme** ismini vermişlerdir. Aynı zamanda aynı yazar grubu Malatya Merkezilik Algoritmasını

kullanarak minimum düğüm kapsama problemini çözmek amacıyla bir algoritma önermişlerdir ve bu algoritmaya **Malatya Düğüm Kapsama Algoritması** ismini vermişlerdir.

Karci ve arkadaşları (Karci ve d., 20233) Malatya Merkezilik Algoritmasını kullanarak iki aşamalı bir algoritma geliştirmişlerdir ve bu algoritmayı Minimum Baskın Kümeyi bulmak amacıyla geliştirmişlerdir. Bu algoritma aynı zamanda bu tez çalışmasının temel taşıını oluşturmaktadır.

Malatya Merkezilik Algoritmasının temel olarak kullanıldığı ve tez çalışmasının temelini teşkil eden algoritmayı vermeden önce Malatya Merkezilik Algoritmasının detaylı bir şekilde verilmesine ihtiyaç vardır.

3.1. Birinci Malatya Merkezilik Algoritması

Malatya Merkezilik Algoritması, verilen çizgenin düğümlerinin birbirine göre gücünü hesaplayan ve elde edilen değere Malatya Merkezilik Değeri ismi verilen düğüm değerlerini kullanmaktadır. Bu amaçla temel teşkil eden bir prensip kullanılmaktadır.

Prensip 1: *Bir varlığın gücü, içinde bulunduğu toplumdaki komşularının gücüne göre sahip olduğu bağıl güç olarak verilebilir.*

Bu prensipten yola çıkarak verilen çizgenin düğümlerinin güçleri hesaplanabilir ve bu amaçla Tanım 3.1 verilmiştir. Bu tanımda her düğümün merkezilik değeri hesaplandıktan sonra elde edilen değerin aktif derecenin düğüm derecesine oranı ile çarpılmasından oluşmaktadır. İlk etapta bir düğümün aktif düğüm derecesi ile düğüm derecesi birbirine eşittir ve bundan dolayı oran bire eşit olacaktır. Aktif düğüm derecesi bir düğümün beyaz düğüm olan komşu sayısıdır (daha ileriki bölümlerde ne olduğu açıklanacaktır).

Tanım 3.1: $G=(V,E)$ bir basit çizge olduğu kabul edilsin ve $V_N(u)$ kümesi $u \in V$ kümesinin komşu düğümler kümesi olmak üzere

$$\Psi_1(u) = \sum_{u \in V, v_i \in V_N(u)} \frac{d(u)}{d(v_i)} \frac{d_a(u)}{d(v)} \quad (3.1)$$

bağıntısında elde edilen Ψ_1 değerine u düğümünün birinci Malatya Merkezilik değeri denir.

Tanım 3.1’de verilen bağıntı ile her düğümün merkezilik değeri hesaplanır ve bu değer Prensip 1 mantığına dayanmaktadır. Bu yolla bir düğümün komşularına göre güçlerinin hesaplanmasını ortaya çıkarmaktadır (bir düğümün komşularına göre gücünün hesaplanması ilgili düğümün derecesi ile ters orantılıdır).

Birinci Malatya Merkezilik değeri kullanılarak verilen çizgede Maksimum Bağımsız Küme, Minimum Düğüm Kapsama problemleri için çözüm bulan algoritmalar

oluşturulabilmektedir. Verilen çizge için Birinci Malatya Merkezilik değeri Algoritma 3.1 ile hesaplanabilmektedir ve Algoritma 3.1 birinci Malatya Merkezilik değerini hesaplama adımları kabaca verilmiştir. Birinci Malatya Merkezilik değerlerini hesaplayan algoritmanın zahiri kodu (pseudo-code) Algoritma 3.2’de verilmiştir.

Algoritma 3.1 ve Algoritma 3.2 verilen çizgenin bütün düğümlerinin birbirine göre olan gücünü hesaplayan işlem adımlarından meydana gelmektedir. Düğümlerin birbirine göre olan gücünden sözedilince, düğümlerin bu gücüne mutlak güç değil bağıl güç ismi verilmiştir.

Tanım 3.2: $G=(V,E)$ bir basit çizge olduğu kabul edilsin ve $V_N(u)$ kümesi $u \in V$ kümesinin komşu düğümler kümesi olmak üzere

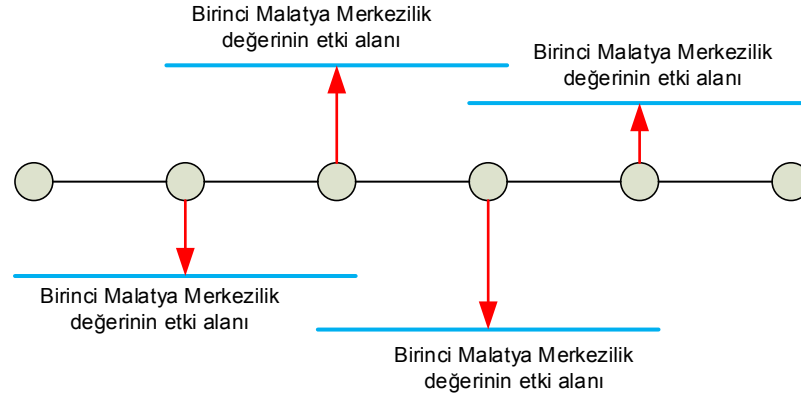
$$\mathbb{G}_{1B}(u) = \sum_{u \in V, v_i \in V_N(u)} \frac{d(u)}{d(v_i)} \quad (3.2)$$

bağıntısında elde edilen $\mathbb{G}_{1B}$ değerine u düğümünün birinci Malatya Merkezilik değeri diğer bir deyişle u düğümünün birinci Bağıl Gücü (u düğümünün Birinci Malatya Gücü) denir.

Birinci Malatya Gücü ile birinci Malatya merkezilik değeri aynı anlama gelmektedir, fakat güç olarak tasvir edildiği zaman düğümler arasındaki kıyasın yapılmasını anlaşılır hale getirmektedir.

Algoritma 3.1: BirinciMalatyaMerkezilik(G, Ψ_1)
Giriş: G çizgesinin bitişiklik (komşuluk) matrisi A ve $G = (V, E)$ Çıkış: $\Psi_1 // \Psi_1$ düğüm sayısı boyutunda bir dizi 1. Birinci Malatya Merkezilik değerlerinin dizisinin elemanlarını sıfırla 2. Denklem 3.1’i kullanarak Birinci Malatya Merkezilik değerlerini hesapla. 3. Ψ_1 dizisini çıkış olarak ver.

Algoritma 3.2: BirinciMalatyaMerkezilik(A, Ψ_1)
Giriş: G çizgesinin bitişiklik (komşuluk) matrisi A ve $G = (V, E)$ Çıkış: $\Psi_1 // \Psi_1$ düğüm sayısı boyutunda bir dizi 1. $i \leftarrow 1, \dots, V$ 2. $\Psi_1(v_i) = \sum_{v_j \in N(v_i)} \frac{d(v_i)}{d(v_j)} \frac{d_a(v_i)}{d(v_i)}$ 3. Sonuç=Ψ_1



Şekil 3.1. Birinci Malatya Merkezilik değerinin etki alanı

3.2. İkinci Malatya Merkezilik Algoritması

Bir önceki bölümde çizgeki düğümlerin Birinci Malatya Merkezilik değerinin nasıl hesaplandığı detaylı olarak verilmiştir. Bu değeri hesaplamanın mantığı, bir düğümün derecesi ilgili düğümün komşularının derecelerine göre kıyaslanabileceği mantığına dayanmaktadır. Birinci Malatya Merkezilik değeri bir düğümün komşularına göre olan durumunu ortaya koymaktadır. Elde edilen değeri ilgili düğümün bağlı gücü ismi de verildi.

Birinci Malatya merkezilik mantığına benzer ikinci aşama merkezilik değeri hesaplanabilir, çünkü baskın kümede bir düğümün sadece kendi komşularına göre değil komşuların komşuları da işin içine girmektedir. Bu mantıkla yola çıkıldığında ikinci prensip ortaya konulabilmektedir.

Prensip 2: Bir varlığın bağlı gücü, içinde bulunduğu toplumdaki komşularının bağlı gücüne göre sahip olduğu bağlı güç olarak verilebilir.

Bu prensipten yola çıkarak verilen çizgenin düğümlerinin güçleri hesaplanabilir ve bu amaçla Tanım 3.3 verilmiştir.

Tanım 3.3: $G=(V,E)$ bir basit çizge olduğu kabul edilsin ve $V_N(u)$ kümesi $u \in V$ kümesinin komşu düğümler kümesi olmak üzere

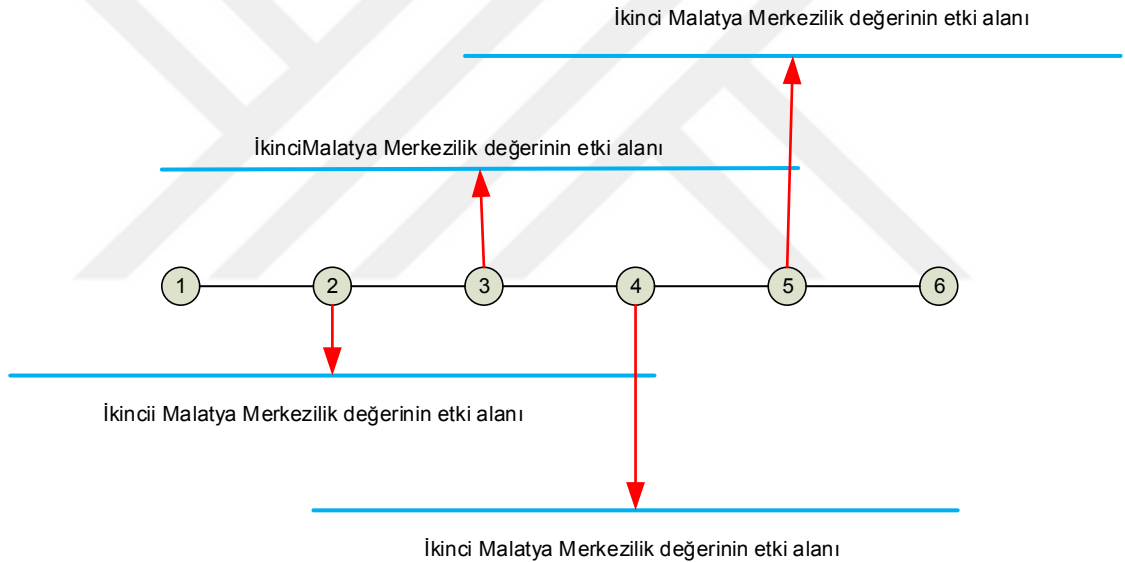
$$\Psi_2(u) = \sum_{u \in V, v_i \in V_N(u)} \frac{\Psi_1(u)}{\Psi_1(v_i)} \frac{1}{d(u)} \frac{d_a(u)}{d(u)} \quad (3.3)$$

bağıntısında elde edilen Ψ_2 değerine u düğümünün ikinci Malatya Merkezilik değeri denir.

Tanım 3.3'te verilen bağıntı ile her düğümün merkezilik değeri hesaplanır ve bu değer Prensip 2 mantığına dayanmaktadır. Bu yolla bir düğümün komşularına göre bağlı güçlerinin

hesaplanmasını ortaya çıkarmaktadır ($d(u)$ ifadesi u düğümünün o anki derecesini ve $d_a(u)$ ise u düğümünün aktif derecesini ifade etmektedir ve aktif derece ilgili düğümün beyaz komşu sayısını vermektedir. Başlangıçta bütün düğümler beyaz düğüm olarak ifade edilir ve bir düğüm baskın kümeye seçilince o düğümün komşuları ise gri düğüm olarak işaretlenir).

İkinci Malatya Merkezilik değeri kullanılarak verilen çizgede Baskın Küme hesaplanması amaçlanmaktadır. Bundan dolayı iki aşamalı merkezilik değeri veya bağıl güç hesaplanmıştır. İkinci Malatya Merkezilik değerinin etki alanı Şekil 3.2’de verilmiştir. Bu tezin amacı verilen çizgede Baskın (Hakim) küme hesaplamak olduğundan hesaplanacak bağıl gücün etki alanının minimum Şekil 3.2’de verildiği gibi olması gerekir. Örnek olarak 2 nolu düğüm baskın kümeye alınınca 3 nolu düğüm bu düğüme komşu olduğundan baskın kümeye alınmaz. Baskın kümenin eleman sayısının minimum olması için 4 nolu düğüm alınmaz ve 5 nolu düğüm baskın kümeye alınabilir.



Şekil 3.2. Birinci Malatya Merkezilik değerinin etki alanı.

Tanım 3.4: $G=(V,E)$ bir basit çizge olduğu kabul edilsin ve $V_N(u)$ kümesi $u \in V$ kümesinin komşu düğümler kümesi olmak üzere

$$\mathbb{G}_{2B}(u) = \sum_{u \in V, v_i \in V_N(u)} \frac{\Psi_1(u)}{\Psi_1(v_i)} \frac{1}{d(u)} \frac{d_a(u)}{d(u)} \quad (3.4)$$

bağıntısında elde edilen $\mathbb{G}_{2B}$ değerine u düğümünün ikinci Malatya Merkezilik değeri diğer bir deyişle u düğümünün ikinci Bağıl Gücü (u düğümünün İkinci Malatya Gücü) denir.

Algoritma 3.3: İkinci Malatya Merkezilik(A, Ψ_1, Ψ_2)

Giriş: G çizgesinin bitişiklik (komşuluk) matrisi A ve $G = (V, E)$

Çıkış: $\Psi_2 // \Psi_2$ düğüm sayısı boyutunda bir dizi

- a) Birinci Malatya Merkezilik (Ψ_1) dizisini sıfırla.
- b) İkinci Malatya Merkezilik (Ψ_2) dizisini sıfırla.
- c) Bütün düğümlerin Birinci Malatya Merkezilik değerlerini hesapla.
- d) Birinci Malatya Merkezilik değerlerini kullanarak İkinci Malatya Merkezilik değerlerini hesapla.
- e) İkinci Malatya merkezilik değerlerini çıkış olarak ver.

Algoritma 3.4: İkinci Malatya Merkezilik(A, Ψ_1, Ψ_2)

Giriş: G çizgesinin bitişiklik (komşuluk) matrisi A ve $G = (V, E)$

Çıkış: $\Psi_2 // \Psi_2$ düğüm sayısı boyutunda bir dizi

1. BirinciMalatyaMerkezilik(A, Ψ_1)
2. $i \leftarrow 1, \dots, |V|$
3. $\Psi_2(v_i) = \sum_{v_j \in N(v_i)} \frac{\Psi_1(v_i)}{\Psi_1(v_j)} \cdot \frac{1}{d(v_i)} \cdot \frac{d_a(v_i)}{d(v_i)}$
4. Sonuç= Ψ_2

Verilen çizge için İkinci Malatya Merkezilik değeri Algoritma 3.3 ile hesaplanabilmektedir ve Algoritma 3.3 ikinci Malatya Merkezilik değerini hesaplama adımları kabaca verilmiştir. İkinci Malatya Merkezilik değerlerini hesaplayan algoritmanın zahiri kodu (pseudo-code) Algoritma 3.4’de verilmiştir.

Algoritma 3.3 ve Algoritma 3.4 verilen çizgenin bütün düğümlerinin birbirine göre olan gücünü hesaplayan işlem adımlarından meydana gelmektedir. Düğümlerin birbirine göre olan gücünden söz edilince, düğümlerin bu gücüne mutlak güç değil bağıl güç ismi verilmiştir.

İkinci Malatya Gücü ile İkinci Malatya merkezilik değeri aynı anlama gelmektedir, fakat güç olarak tasvir edildiği zaman düğümler arasındaki kıyasın yapılmasını anlaşılır hale getirmektedir.

3.3 Önerilen Yöntem: Malatya Baskın Küme Algoritması

Bu tez çalışmasında Malatya Baskın Küme Algoritması, ikinci Malatya Merkezilik değeri üzerine inşa edilmiştir. Bu algoritmayı açıklamadan önce çizgenin ayrıtları (kenarları) bir metin dosyasında yer alacaktır ve dosyanın yapısında her satırda bir tane kenar olacaktır. $\langle \text{Düğüm1} \rangle, \langle \text{Düğüm2} \rangle$ şeklinde bir yapıdan meydana gelecektir ve örnek olarak 1,2 ifadesi 1 nolu düğüm ile 2 nolu düğüm arasında kenar olduğunu göstermektedir. Metin dosyasının her

satırında bir taner kenar olacaktır ve bu dosyayı girdi olarak alan GetAdjacencyMatrix(yol) fonksiyonu ilgili çizgenin komşuluk (bitişiklik) matrisini sonuç olarak vermektedir. Bu fonksiyonun Matlab kodu Algoritma 3.5'te görülmektedir. Bu bölümde verilen kodların doğrudan çalışması için küçük değişikliklere ihtiyaç duyulabilir.

Algoritma 3.5: GetAdjacencyMatrix (Yol)
<pre> dosyaAdi = path; %Okunacak dosyanın adını ve yolu dosya = fopen(dosyaAdi, 'r'); % Düğüm ve kenar bilgilerini saklamak için boş bir hücre dizisi oluşturun dugumler = {}; kenarlar = {}; % Dosyadan satır-satır okuma while ~feof(dosya) satir = fgetl(dosya); % Virgül kullanarak satırı parçalayın parcalar = strsplit(satir, ','); % İlk parça düğümü temsil eder dugum1 = parcalar{1}; % İkinci parça da diğer düğümü temsil eder dugum2 = parcalar{2}; % Düğümleri saklayın if ~ismember(dugum1, dugumler) dugumler{end+1} = dugum1; end if ~ismember(dugum2, dugumler) dugumler{end+1} = dugum2; end % Kenarı saklayın kenarlar{end+1} = [dugum1, ',', dugum2]; end % Dosyayı kapat fclose(dosya); % Düğüm sayısını ve kenar sayısını hesaplayın nDugumler = length(dugumler); nKenarlar = length(kenarlar); % Bitişiklik matrisini oluşturun matrix = zeros(nDugumler); % Kenarları bitişiklik matrisine ekleyin for i = 1:nKenarlar parcalar2 = strsplit(kenarlar{i}, ','); dugum1 = str2num(parcalar2{1}); dugum2 = str2num(parcalar2{2}); % Bitişiklik matrisini güncelleyin matrix(dugum1, dugum2) = 1; matrix(dugum2, dugum1) = 1; </pre>

Algoritma 3.6'da görülen fonksiyon verilen çizgenin hem düğüm derecelerini ve hem de aktif düğüm derecelerini hesaplayan bir fonksiyondur.

Algoritma 3.7'de verilen fonksiyon ise, işlemler sonucunda düğüm derecesi sıfıra düşmüş (izole düğüm durumuna gelmiş) ve düğümün rengi hala beyaz ise, bu düğüm baskın kümeye eklenir ve bu işlem bu fonksiyon tarafından gerçekleştirilmektedir.

Algoritma 3.6: Derece(A,D,DA,DugumRengi)
<pre> [D,DA]=Degrees(A,D,DA,DugumRengi) [m,n]=size(A); D=zeros(1,n); DA=zeros(1,n); for i=1:n for j=1:n if (A(i,j)==1) D(i)=D(i)+1; if (A(i,j)==1) && (DugumRengi(j)==0) DA(i)=DA(i)+1; </pre>

Algoritma 3.7: DugumEkle(D,VD,DugumRengi)
<pre> [VD,DugumRengi]=DugumEkle(D,VD,DugumRengi) [m,n]=size(D); for i=1:n if (D(i)==0) && (DugumRengi(i)==0) VD{i}=i; DugumRengi(i)=2; </pre>

Algoritma 3.8’de yöntemin Birinci Malatya Merkezilik değerini hesaplayan fonksiyon görülmektedir ve Algoritma 3.9’da ise, İkinci Malatya Merkezilik değerini hesaplayan fonksiyon görülmektedir.

Algoritma 3.8: BirinciMalatyaMerkezilik(A,D,DA,MalatyaMerkez1)
<pre> [MalatyaMerkez1]= BirinciMalatyaMerkezilik(A,D,DA,MalatyaMerkez1) [m,n]=size(A); MalatyaMerkez1=zeros(1,n); for i=1:n for j=1:n if (A(i,j)==1) MalatyaMerkez1(i)=MalatyaMerkez1(i)+D(i)/D(j); MalatyaMerkez1=MalatyaMerkez1.*DA; for i=1:n if D(i)~=0 MalatyaMerkez1(i)=MalatyaMerkez1(i)/D(i); </pre>

Algoritma 3.9: İkinciMalatyaMerkezilik(A,D,DA,MalatyaMerkez1,MalatyaMerkez2)
<pre> [MalatyaMerkez2]=İkinciMalatyaMerkezilik(A,D,DA,MalatyaMerkez1,MalatyaMerkez2) [m,n]=size(A); MalatyaMerkez2=zeros(1,n); for i=1:n if (D(i)>0) for j=1:n if ((A(i,j)==1) && (i~=j)) && (D(j)~=0) MalatyaMerkez2(i)=MalatyaMerkez2(i)+MalatyaMerkez1(i)/MalatyaMerkez1(j); MalatyaMerkez2=MalatyaMerkez2.*DA; for i=1:n if D(i)~=0 MalatyaMerkez2(i)=MalatyaMerkez2(i)/(D(i)^2); </pre>

Algoritma 3.10’da ise çizgenin düğümleri arasında hangisinin baskın kümeye seçilmesi gerektiğini belirleyen bir fonksiyondur. Bu fonksiyonun temel çalışma prensibi bir beyaz düğüm maksimum ikinci Malatya Merkezilik değerine sahipse, bu düğüm seçilir. Eğer maksimum ikinci Malatya Merkezilik değeri bir gri düğüme ait ise, bu düğümün kapsayacağı düğüm sayısı kendi içinde maksimum değere sahip beyaz düğümün kapsayacağı düğüm sayısından fazla ise, bu durumda gri düğüm seçilir.

Algoritma 3.10: MaxMalatya2Dugum(A,MalatyaMerkez2,DugumRengi,index)
<pre> [index]=MaxMalatya2Dugum(A,MalatyaMerkez2,DugumRengi,index) [m,n]=size(MalatyaMerkez2); GriMax=1; BeyazMax=1; GriKomsu=0; BeyazKomsu=0; for i=2:n if (DugumRengi(i)==1) && (MalatyaMerkez2(i)>MalatyaMerkez2(GriMax)) GriMax=i; if (DugumRengi(i)==0) && (MalatyaMerkez2(i)>MalatyaMerkez2(BeyazMax)) BeyazMax=i; for i=1:n if (A(GriMax,i)==1) && (DugumRengi(i)==0) GriKomsu=GriKomsu+1; if (A(BeyazMax,i)==1) && (DugumRengi(i)==0) BeyazKomsu=BeyazKomsu+1; if (GriKomsu>BeyazKomsu) && (MalatyaMerkez2(GriMax)>MalatyaMerkez2(BeyazMax)) index=GriMax; else index=BeyazMax; </pre>

Algoritma 3.11 ve Algoritma 3.12 ise, baskın kümeye düğüm arama ve seçme işlemlerini yapmaktadırlar.

Algoritma 3.11: DugumSecme(A,D,DA,DugumRengi,MalatyaMerkez2,V,VD,VN)
<pre> [A,D,DA,DugumRengi,V,VD,VN]=DugumSecme(A,D,DA,DugumRengi,MalatyaMerkez2,V,VD,VN) [m,n]=size(A); index=0; index=MaxMalatya2Dugum(A,MalatyaMerkez2,DugumRengi,index); VD{index}=index; for i=1:n if (A(index,i)==1) DugumRengi(i)=1; DA(i)=DA(i)-1; [A,D,DA,DugumRengi]=DugumSilme(A,D,DA,DugumRengi,index); [A,D,DA,DugumRengi]=DugumArama(A,D,DA,DugumRengi); </pre>

Algoritma 3.12: DugumArama(A,D,DA,DugumRengi)
<pre> [A,D,DA,DugumRengi]=DugumArama(A,D,DA,DugumRengi) [m,n]=size(DugumRengi); for i=1:n if (DugumRengi(i)==1) DA(i)=0; for j=1:n </pre>

```

        if (A(i,j)==1) && (DugumRengi(j)==0)
            DA(i)=DA(i)+1;
        if (DA(i)<2)
            D(i)=0;
            DA(i)=0;
            DugumRengi(i)=3;
            for k=1:n
                if A(i,k)==1
                    A(i,k)=0;
                    A(k,i)=0;

```

Algoritma 3.13'te baskın kümeyi inşa eden algoritmanın (fonksiyonun) kodları görülmektedir.

Algoritma 3.13: BaskınKume

```

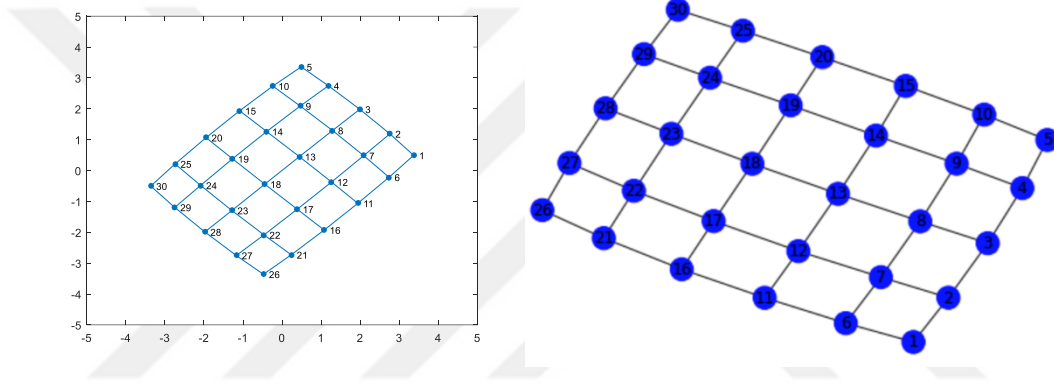
A=GetAdjacencyMatrix('Grid5x6.txt');
[m,n]=size(A);
VD={}; VN={}; V={};
for i=1:n
    V{i}=i;
end
D=zeros(1,n);
DA=zeros(1,n);
MalatyaMerkez1=zeros(1,n);
MalatyaMerkez2=zeros(1,n);
DugumRengi=zeros(1,n);
D=Degrees(A,D,DA,DugumRengi);
DA=D;
% Gri=1, kapsanmış düğümler ve beyaz=0 kapsanmamış düğümler
BitimDurumu=1;
while BitimDurumu==1
    G=graph(A);
    plot(G);
    MalatyaMerkez1=BirinciMalatyaMerkezilik(A,D,DA,MalatyaMerkez1);
    MalatyaMerkez2=IkinciMalatyaMerkezilik(A,D,DA,MalatyaMerkez1,MalatyaMerkez2);
    [A,D,DA,DugumRengi,V,VD,VN]=DugumSecme(A,D,DA,DugumRengi,MalatyaMerkez2,V,VD,VN);
    [D,DA]=Degrees(A,D,DA,DugumRengi);
    [VD,DugumRengi]=DugumEkle(D,VD,DugumRengi);
    BitimDurumu=Bitim(A,DugumRengi,BitimDurumu);

```

4. UYGULAMA SONUÇLARI

Bu tez çalışmasında önerilen yöntemin örnek çizgeler üzerinde elde etmiş olduğu sonuçlar adım-adım gösterilecektir. Bu amaçla kullanılacak çizgelerin ilk olarak şekli verilecektir ve daha sonra her adımda elde etmiş olduğu sonuçlar verilecektir.

Örnek 1: Bu adımda boyutlar 5x6 olan ızgara (grid; mesh) çizgesi üzerinde sonuçlar gösterilecektir. Çizgenin orijinal şekli Şekil 4.1’de görülmektedir.



Şekil 4.1 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge okunabilirlik için aynı çizgenin okunabilir görüntüsü.

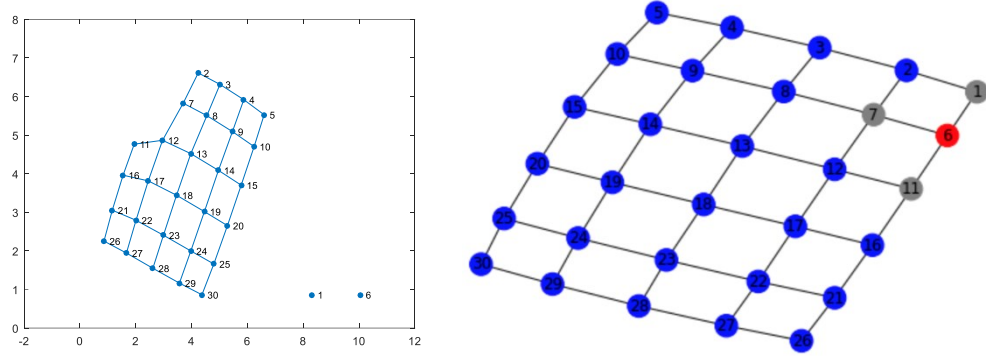
Şekil 4.1’de verilen çizge üzerinde algoritma çalıştırıldığında elde edilen Merkezilik değerleri Tablo 4.1’de verilmiştir.

Tablo 4.1 : İlk adımda hesaplanan merkezilik değerleri.

Düğüm no	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ψ_1	1.33	3.25	2.75	3.25	1.33	3.25	4.67	4.33	4.67	3.25	2.75	4.33	4	4.33	2.75
Ψ_2	0.41	1.44	0.77	1.44	0.41	1.44	1.26	1.13	1.26	1.44	0.83	1.15	0.94	1.15	0.83
Düğüm no	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Ψ_1	2.75	4.33	4	4.33	2.75	3.25	4.67	4.33	4.67	3.25	1.33	3.25	2.75	3.25	1.33
Ψ_2	0.83	1.15	0.94	1.15	0.83	1.44	1.26	1.13	1.26	1.44	0.41	1.44	0.78	1.44	0.41

Tablo 4.1’de verilen merkezilik değerlerine göre seçilme potansiyeli olan düğümler 2,4,6,10,21,25,27 ve 29 şeklindedir. Yöntem bu adımda 6 nolu düğümü seçti ve çizgeden çıkardı. Çıkarma işlemi bittikten sonra 1 nolu düğüm hem gri düğüm durumuna geldi ve hem de aktif derecesi 1’e düştü. Bundan dolayı bu düğüm de çizgeden çıkarıldı (yöntem tarafından).

Bu durum Şekil 4.2’de görülmektedir (Sol tarafta verilen çizge programın çıktısı ve sağ tarafta verilen çizge değişimin orijinal çizge üzerindeki gösterimidir).



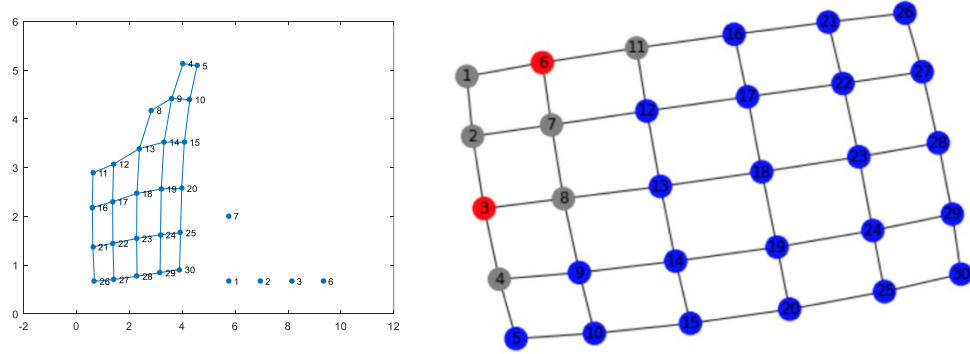
Şekil 4.2 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.

Tablo 4.2 : İkinci adımda hesaplanan merkezilik değerleri.

Düğüm no	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ψ_1	0	0.67	3.25	3.25	1.33	0	3	3.50	4.67	3.25	1.17	2.67	4	4.33	2.75
Ψ_2	0	0.11	2.27	1.38	0.41	0	2.16	0.73	1.32	1.44	0.49	0.56	1.14	1.15	0.83
Düğüm no	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Ψ_1	2.17	4.33	4	4.33	2.75	3.25	4.67	4.33	4.67	3.25	1.33	3.25	2.75	3.25	1.33
Ψ_2	0.67	1.41	0.94	1.15	0.83	1.55	1.26	1.13	1.26	1.44	0.41	1.44	0.78	1.44	0.41

Tablo 4.2’de verilen sonuçlara göre 3 nolu düğüm maksimum merkezilik değere sahip olduğundan seçilen düğüm 3 olacaktır ve bu düğümünden dolayı durumu griye dönen düğümler ise, 2, 4 ve 8 nolu düğümler olacaktır. Bu işlemin sonucu Şekil 4.3’te verilmiştir.

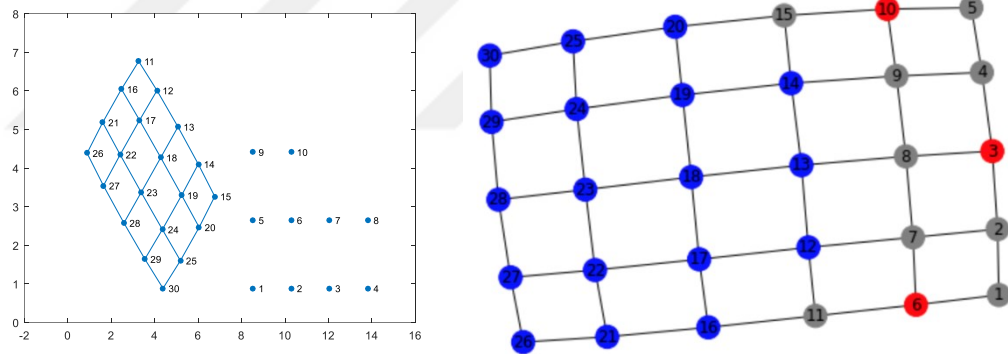
Tablo 4.3’te görüleceği gibi maksimum ikinci merkezilik değerine sahip olan düğüm 10 nolu düğümdür ve seçilecek olan düğüm 10 nolu düğümdür. Bu düğümün seçilmesi akabinde gri renge dönen düğümler ise, 5, 9 ve 15 nolu düğümler olacaklardır. 10 nolu düğümün seçilmesi sonucu Şekil 4.4’te görülmektedir.



Şekil 4.3 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.

Tablo 4.3 : Üçüncü adımda hesaplanan merkezilik değerleri.

Düğüm no	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ψ_1	0	0	0	1.50	0.83	0	0	1	3.17	3.25	1.33	2	4	4.33	2.75
Ψ_2	0	0	0	1.14	0.20	0	0	0.28	0.87	2.04	0.64	0.54	1.48	1.26	0.83
Düğüm no	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Ψ_1	2.17	4.67	4	4.33	2.75	3.25	4.67	4.33	4.67	3.25	1.33	3.25	2.75	3.25	1.33
Ψ_2	0.61	1.66	0.93	1.15	0.83	1.55	1.24	1.13	1.26	1.44	0.41	1.44	0.78	1.44	0.41



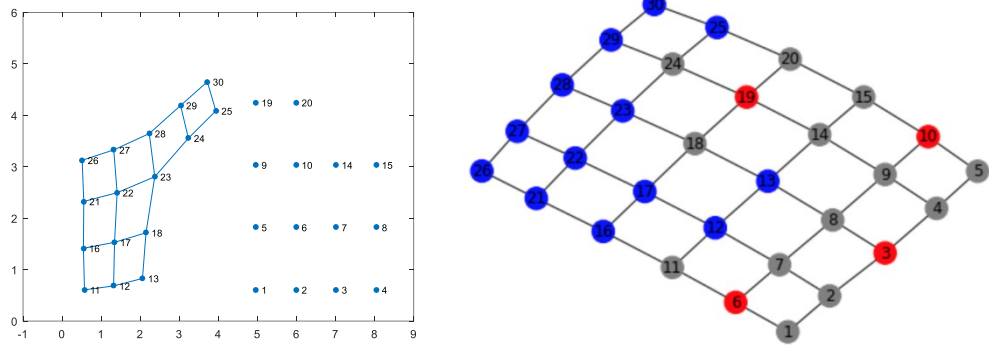
Şekil 4.4 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.

Tablo 4.4 : Dördüncü adımda hesaplanan merkezilik değerleri.

Düğüm no	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ψ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.33	2.17	2.75	2.17	1.33
Ψ_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.62	0.64	1.06	0.64	0.62
Düğüm no	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Ψ_1	2.17	4.67	4.33	4.67	2.17	3.25	4.67	4.33	4.67	3.25	1.33	3.25	2.75	3.25	1.33
Ψ_2	0.61	1.60	1.11	1.60	0.61	1.55	1.24	1.11	1.24	1.55	0.41	1.44	0.78	1.44	0.41

Tablo 4.4'te görüleceği gibi maksimum ikinci merkezilik değerine sahip olan düğümler 17 ve 19 nolu düğümlerdir ve yöntem 19 nolu düğümü seçmiştir. Bu düğümün seçilmesi

akabinde gri renge dönen düğümler ise, 14, 18, 20 ve 24 nolu düğümler olacaklardır. 19 nolu düğümün seçilmesi sonucu Şekil 4.5'te görülmektedir.



Şekil 4.5 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.

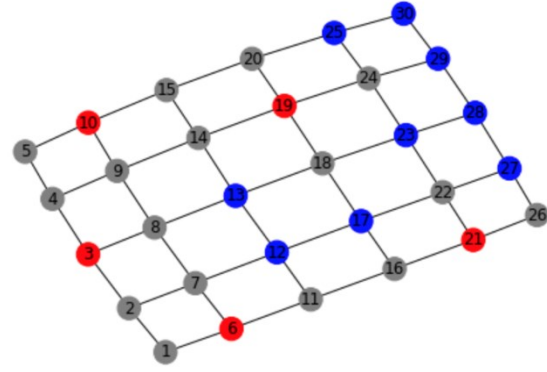
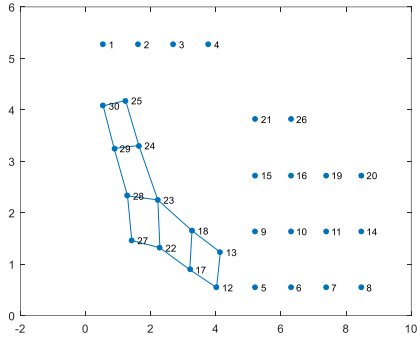
Tablo 4.5 : Beşinci adımda hesaplanan merkezilik değerleri.

Düğüm no	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ψ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.33	2.50	0.67	0	0
Ψ_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.58	1.40	0.12	0	0
Düğüm no	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Ψ_1	2.17	3.75	3	0	0	3.25	4.67	2.50	3.25	0.83	1.33	3.25	2.75	2.33	1.67
Ψ_2	0.64	1.00	2.17	0	0	1.55	1.50	0.38	2.20	0.19	0.41	1.44	1.04	0.66	1.36

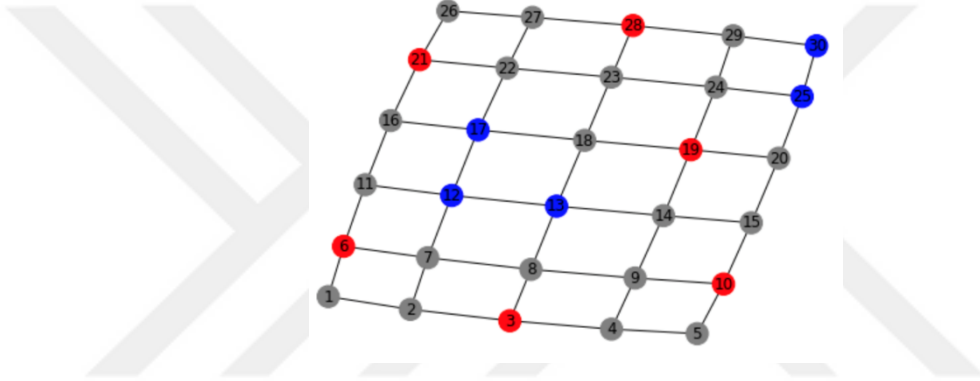
Tablo 4.5'te görüleceği gibi maksimum ikinci merkezilik değerine sahip olan düğümler 24 nolu düğümdür ve bu düğüm gri bir düğümdür. Beyaz olup maksimum merkezilik değere sahip olan düğüm ise, 21 nolu düğümdür. 24 nolu düğüm 21 nolu düğümden daha fazla katkı sunmadığından 21 nolu düğüm seçilmiştir. Bu düğümün seçilmesi akabinde gri renge dönen düğümler ise, 16, 22 ve 26 nolu düğümler olacaklardır. 21 nolu düğümün seçilmesi sonucu Şekil 4.6'da görülmektedir.

Çizgenin geriye kalan kısmı üzerinde yöntemin vermiş olduğu sonuçlar:

Altıncı adım: Seçilen düğüm=28 ve gri komşuları=23, 27 ve 29 sonuç çizgesi Şekil 4.7'de görülmektedir.

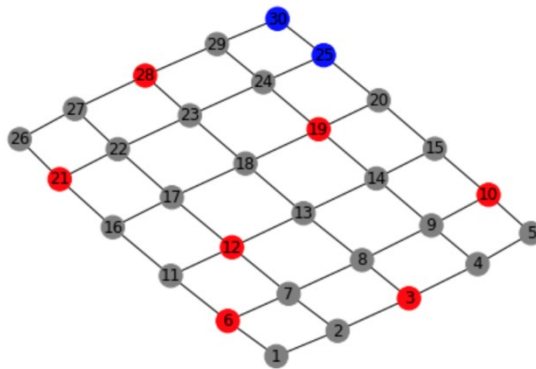


Şekil 4.6 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.



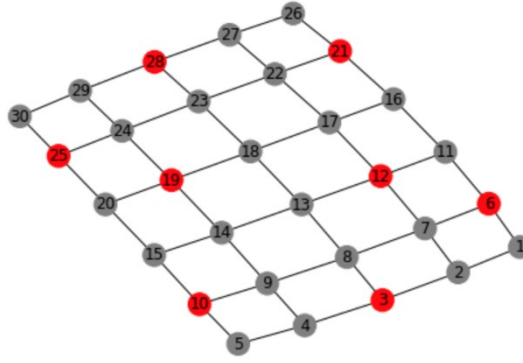
Şekil 4.7 : Altıncı adım sonunda seçilen düğüm ve komşuları.

Yedinci adım: Seçilen düğüm=12 ve gri komşuları=7, 11, 13 ve 17 sonuç çizgesi Şekil 4.8’de görülmektedir.



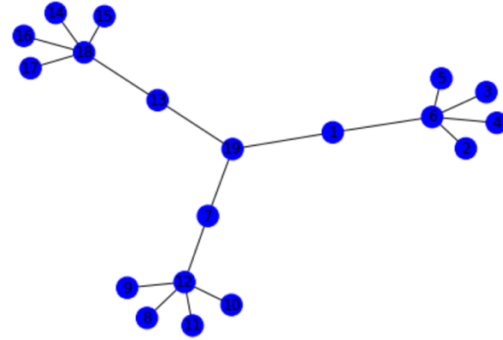
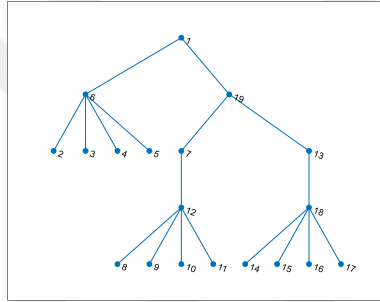
Şekil 4.8 : Yedinci adım sonunda seçilen düğüm ve komşuları.

Son olarak seçilen düğüm 25 nolu düğüm olup gri komşuları 20, 24 ve 30 şeklindedir ve çizgenin son şekli (baskın küme ve kapsanan düğümler) Şekil 4.9’da görülmektedir.



Şekil 4.9 : Sekizinci adım sonunda seçilen düğüm ve komşuları.

Örnek 2 : Bu adımda muz ağacı çizgesi üzerinde sonuçlar gösterilecektir. Çizgenin orijinal şekli Şekil 4.10’da görülmektedir.

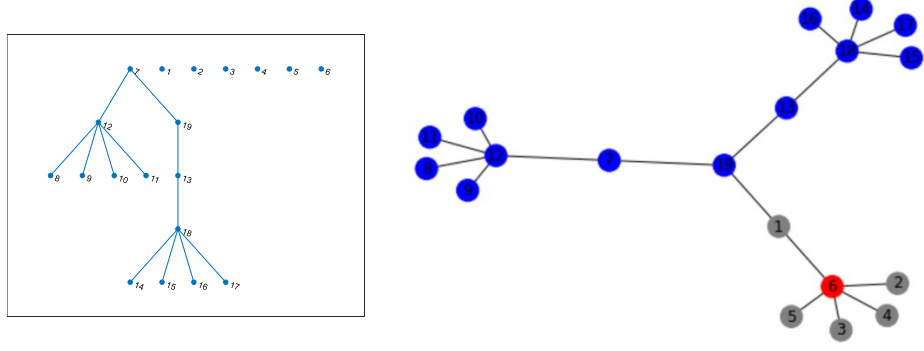


Şekil 4.10 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge okunabilirlik için aynı çizgenin okunabilir görüntüsü.

Tablo 4.6 : Muz ağacı için ilk adım merkezilik değerleri.

Düğüm no	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Ψ_1	1.07	0.2	0.2	0.2	0.2	22.5	1.07	0.2	0.2	0.2	
Ψ_2	0.14	0.009	0.009	0.009	0.009	94.22	0.14	0.009	0.009	0.009	
Düğüm no	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
Ψ_1	0.2	22.5	1.07	0.2	0.2	0.2	0.2	22.5	4.5		
Ψ_2	0.009	94.22	0.14	0.009	0.009	0.009	0.009	94.22	4.22		

Şekil 4.11’de verilen çizge üzerinde algoritma çalıştırıldığında elde edilen Merkezilik değerleri Tablo 4.6’da verilmiştir. Merkezilik değerlerine göre 6 nolu düğüm seçilir ve 1, 2, 3, 4 ve 5 nolu düğümler komşu düğümler olup bu düğümlerde aktif dereceden dolayı çizgeden çıkarılabilir.

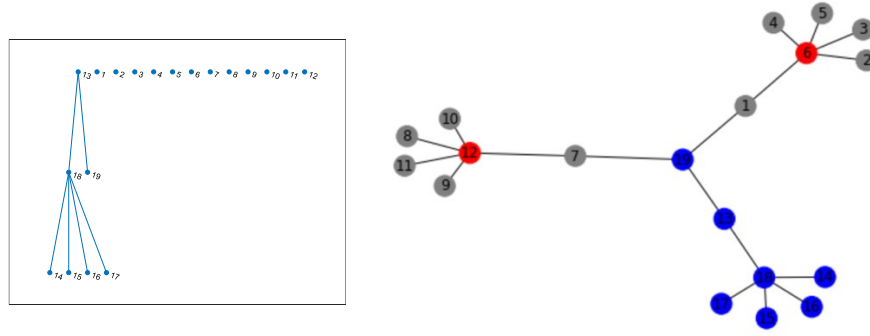


Şekil 4.11 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.

Tablo 4.7 : Muz ağacı için ikinci adım merkezilik değerleri.

Düğüm no	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Ψ_1	0	0	0	0	0	0	1.4	0.2	0.2	0.2	
Ψ_2	0	0	0	0	0	0	0.38	0.009	0.009	0.009	
Düğüm no	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
Ψ_1	0.2	22.5	1.4	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	22.5		
Ψ_2	0.009	93.21	0.38	0.009	0.009	0.009	0.009	93.21	1.43		

Tablo 4.7’de verilen merkezilik değerlerine göre seçilme potansiyeli olan düğümler 12 ve 18 nolu düğümlerdir. 12 nolu düğüm seçildikten sonra 7, 8, 9, 10 ve 11 nolu düğümler komşu düğümler olup gri listesine eklenen düğümlerdir. Aktif derecelerine göre hepsi çizgeden silinmektedirler (Şekil 4.12). Tablo 4.8’de üçüncü adımın merkezilik değerleri görülmektedir ve bu değerlere göre seçilmesi gereken düğüm 18 nolu düğümdür. Bu düğüm seçildikten sonra 13, 14, 15, 16 ve 17 nolu düğümler gri düğümler olup çizgeden çıkarılırlar. Bunun sonucunda 19 nolu düğüm beyaz düğüm olup izole düğüm durumuna gelir. Bu düğümde baskın kümeye eklenmektedir ve Şekil 4.13 elde edilen sonuç çizgesini göstermektedir.

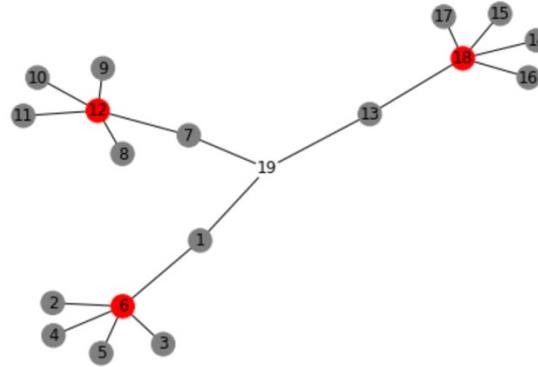


Şekil 4.12 : Sol tarafta yer alan çizge program çıktısı olup sağ taraftaki çizge aynı çizge üzerinde seçilen düğüm ve komşuları.

Tablo 4.8 : Muz ağacı için üçüncü adım merkezilik değerleri.

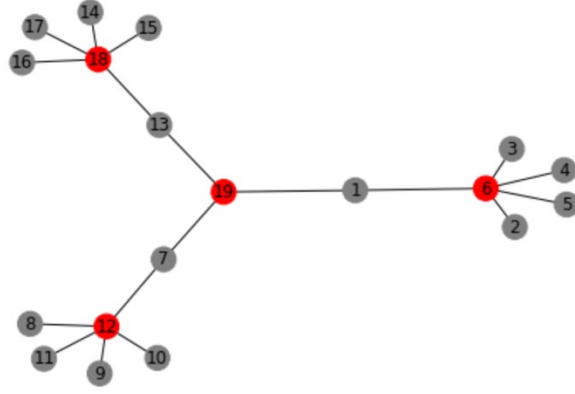
Düğüm no	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Ψ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Ψ_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Düğüm no	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
Ψ_1	0	0	2.4	0.2	0.2	0.2	0.2	22.5	0.5		
Ψ_2	0	0	2.45	0.009	0.009	0.009	0.009	91.88	0.21		

5.



Şekil 4.13 : Üçüncü adım sonunda seçilen düğüm ve komşuları.

Sadece 19 nolu düğüm tek başına kalır (beyaz düğüm) ve bu düğümde baskın kümeye eklenir.



Şekil 4.14 : Dördüncü adım sonunda seçilen düğüm ve komşuları.

Büyük çizgeler için yapılan uygulamalar Tablo 4.9, Tablo 4.10 ve Tablo 4.11’de verilmiştir. Bu çalışmalar işlemcisi Intel Core i5-6300U, 2.50 GHz, 8 GB RAM olan bir bilgisayar üzerinde çalışmalar gerçekleştirilmiştir (Tablo 4.9, Tablo 4.10, Tablo 4.11).

İlk sırada yer alan ve bu çalışma için rastgele üretilen çizgenin 70 düğümü ve 133 ayrıtı bulunmaktadır. Yapılan uygulama ile çizgenin minimum baskın kümesinin eleman sayısının 16 olduğu görülmüştür ve bu değer optimum bir değerdir. İşlem zamanı da 0.151 saniye olarak gerçekleşmiştir. İkinci çizge olan dsjc500_1 düğüm sayısı 500 ve ayrıtı sayısı ise 12458 şeklindedir. Önerilen algoritma bu çizge için baskın kümeyi 23 elemanlı bir küme ve süresi ise 0.319 şeklindedir (Tablo 4.9).

Tablo 4.9: Büyük çizgeler için yapılan uygulama sonuçları.

Veri Kümesi	Çizge İsmi	Düğüm Sayısı	Ayrıtı Sayısı	Baskın Küme	Zaman (Saniye)
Yerel üretilen çizge	Rastgele çizge	70	133	$V_D = \{1, 7, 10, 16, 23, 26, 32, 36, 37, 39, 44, 47, 52, 56, 65, 67\}$	0.151
https://cedric.cnam.fr/~porumbed/graphs/dsjc500.1.col (Johnson et al, 1991).	dsjc500_1	500	12458	$V_D = \{32, 40, 55, 56, 70, 101, 150, 160, 164, 201, 204, 205, 211, 247, 256, 295, 312, 332, 337, 349, 390, 405, 494\}$	0.319
https://cedric.cnam.fr/~porumbed/graphs/flat1000_50_0.col	flat1000_50_0	1000	245000	$V_D = \{266, 326, 357, 672, 704, 969\}$	1.175
https://cedric.cnam.fr/~porumbed/graphs/latin_square.col	latin_square	900	307350	$V_D = \{1, 721\}$	0.467

Üçüncü çizge ise, flat1000_50_0 çizgesi olup bu çizgenin 1000 düğümü ve 245000 ayrıtı bulunmaktadır. Önerilen algoritma bu çizge için 6 elemanlı bir baskın küme bulmuştur ve bu işlem için geçen zaman 1.175 saniye şeklindedir. IBM ILOG CPLEX Optimization Studio

program bu çizge için 11 satten daha fazla çalıştığı halde çözüm bulamamıştır ve en sonunda bellek hatası ile işlem kesilmiştir (Tablo 4.9). Bu çizgede maksimum derece 520 ve minimum derece ise, 459 şeklindedir.

Diğer bir çizge olan latin_square 900 düğümü ve 307350 tane ayrıtı olan çizgedir. Önerilen algoritma bu çizge için 2 elemanlı bir baskın küme bulmuş olup bu küme minimum baskın kümedir. Önerilen algoritma bu çizge için toplam 0.467 saniye zaman harcamıştır (Tablo 4.9).

Tablo 4.10'da düğüm sayısı 100'den fazla olan çizgeler üzerine yapılan işlem sonuçları görülmektedir. dsjc250_5 çizgesi 250 düğüm ve 31336 tane ayrıtı içermektedir. Önerilen algoritma bu çizge için 5 elemanlı bir baskın küme bulmuştur ve işlem zamanı olarak da 0.195 saniye harcamıştır (Tablo 4.10).

Tablo 4.10: Büyük çizgeler için yapılan uygulama sonuçları.

Veri Kümesi	Çizge İsmi	Düğüm Sayısı	Ayrıtı Sayısı	Baskın Küme	Zaman (Saniye)
https://cedric.cnam.fr/~porumbed/graphs/dsjc250.5.col (Johnson et al, 1991).	dsjc250_5	250	31336	$V_D = \{1, 62, 87, 118, 189\}$	0.195
https://cedric.cnam.fr/~porumbed/graphs/r1000.5.col	R1000_5	1000	238267	$V_D = \{13, 241, 374, 483, 602\}$	1.041
https://cedric.cnam.fr/~porumbed/graphs/dsjc1000.1.col (Johnson et al, 1991).	dsjc1000_1	1000	49629	$V_D = \{12, 22, 65, 120, 166, 184, 207, 253, 317, 382, 387, 394, 523, 531, 565, 618, 627, 638, 651, 676, 741, 768, 793, 813, 855, 870, 950\}$	1.919
https://cedric.cnam.fr/~porumbed/graphs/C2000.5.col	C2000_5	2000	999836	$V_D = \{17, 545, 552, 636, 826, 1023, 1324\}$	4.745
https://cedric.cnam.fr/~porumbed/graphs/flat1000_60_0.col	flat1000_60_0	1000	245830	$V_D = \{41, 60, 475, 747, 748, 966\}$	1.204
https://cedric.cnam.fr/~porumbed/graphs/flat1000_76_0.col	flat1000_76_0	1000	246708	$V_D = \{171, 467, 508, 531, 550, 595\}$	1.125

Tablo 4.10 görülen R1000_5 çizgesinin 1000 tane düğümü ve 238267 tane ayrıtı bulunmaktadır. Önerilen algoritma bu çizge için 5 elemanlı bir baskın küme bulmuştur ve işlem süresi

ise 1.041 saniye kullanmıştır (Tablo 4.10). Bu çizgede maksimum derece 781 ve minimum derece ise, 193 şeklindedir. Bu çizgede maksimum derece 781 ve minimum derece ise, 193 şeklindedir.

Tablo 4.10 görülen dsjc1000_1 çizgesinin 1000 tane düğümü ve 49629 tane ayrıtı bulunmaktadır. Önerilen algoritma bu çizge için 27 elemanlı bir baskın küme bulmuştur ve işlem süresi ise 1.919 saniye kullanmıştır (Tablo 4.10).

Tablo 4.10 görülen C2000_5 çizgesinin 2000 tane düğümü ve 999836 tane ayrıtı bulunmaktadır. Önerilen algoritma bu çizge için 7 elemanlı bir baskın küme bulmuştur ve işlem süresi ise 4.745 saniye kullanmıştır (Tablo 4.10). Bu çizgede maksimum derece 1074 ve minimum derece ise, 919 şeklindedir.

Tablo 4.10 görülen flat1000_60_0 çizgesinin 1000 tane düğümü ve 245830 tane ayrıtı bulunmaktadır. Önerilen algoritma bu çizge için 7 elemanlı bir baskın küme bulmuştur ve işlem süresi ise 1.204 saniye kullanmıştır (Tablo 4.10). Bu çizgede maksimum derece 524 ve minimum derece ise, 457 şeklindedir.

Tablo 4.11 görülen flat1000_76_0 çizgesinin 1000 tane düğümü ve 246708 tane ayrıtı bulunmaktadır. Önerilen algoritma bu çizge için 6 elemanlı bir baskın küme bulmuştur ve işlem süresi ise 1.125 saniye kullanmıştır (Tablo 4.10). Bu çizgede maksimum derece 532 ve minimum derece ise, 455 şeklindedir.

5.SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında çizgelerde NP-Zor olan Baskın Küme problemini çözmek amacıyla literatür araştırması yapılmıştır. Bugüne kadar yapılan çalışmaların üç ana başlıkta toplanabileceği belirlenmiştir. Bunlar;

- a) Sezgisel yöntemler: Bu yöntemler optimum çözümü garanti edemezler ve çoğu zaman aynı çizge için aynı çözümü de garanti edemezler. Diğer bir deyişle sağlam yöntemler değildir.
- b) Tam yöntemler: Bu yöntemler çözüme adaya olabilecek bütün ihtimalleri denerler ve belirli sınırlar arasında kalmak koşulu ile optimum çözümü verirler. Fakat bu yöntemlerin ya zaman karmaşıklığı ya uzay karmaşıklığı ya da her ikisi üstel bağıntılarla ancak sınırlanabilmektedir.
- c) Yaklaşık yöntemler: Bu yöntemler hiçbir çizge türü için optimum çözüm garanti etmezler. Bu yöntemlerle çözüm bulunur ve çözümün optimum çözümden ne kadar uzak olduğu konusu ile ilgilenmezler.

Bu tez çalışmasında belirli çizgeler için optimum çözüm üreten, her zaman sağlam olan ve zaman ve uzay karmaşıklığı polinomsal olan bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntem Malatya Merkezilik kavramına dayanmaktadır.

Malatya Merkezilik kavramı, çizgenin düğüm sayının bir polinomu olarak ifade edilebilmektedir. Birinci Malatya merkezilik kavramından yola çıkılarak İkinci Malatya Merkezilik değeri hesaplanmaktadır ve her aşamada verilen çizgenin Komşuluk matrisi kullanılmaktadır ve önerilen algoritmalar da iteratif algoritmalarlardır. Bundan dolayı algoritmaların hepsinin zaman ve uzay karmaşıklıkları polinomsal olacaktır.

Önerilen yöntem ile yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçlar optimum veya optimuma yakın sonuçlar elde edilmiştir. Bundan dolayı önerilen yöntem hem sağlam bir yöntem olup hem de karmaşıklık açısından polinomsal bir yöntemdir.

KAYNAKLAR

- Balasundaram, B., Butenko, S.,** (2006) “Graph Domination, Coloring and Cliques in Telecommunications”, Handbook of Optimization in Telecommunications, pp. 865–890.
- Cao, H., Wu, W., Chen, Y.,** (2014) “A navigation route based minimum dominating set algorithm in VANETs”, International Conference on Smart Computing Workshops, pp. 71–76.
- Campan, A., Truta, T.M., Beckerich, M.,** (2015) “Fast dominating set algorithms for social networks”, CEUR Workshop Proceedings, 1353, pp. 55–62.
- Chalupa, D.,** (2018) “An order-based algorithm for minimum dominating set with application in graph mining”, Information Sciences, Volume 426, pp. 101–116.
- Fomin, F., Kratsch, V. D., Woeginger, G.J.,** (2004) “Exact (Exponential) Algorithms for the Dominating Set Problem”, Graph-Theoretic Concepts in Computer Science vol 3353, pp. 245–256.
- Grandoni, F.,** (2006) “A note on the complexity of minimum dominating set”, Journal of Discrete Algorithms, 4(2), pp. 209–214.
- Grinstead, D. L. and Slater, P. J.,** (1990) “On minimum dominating sets with minimum intersection”, Discrete Mathematics, 86(1-3), pp. 239–254.
- Goddard, W., Henning, M.A.,** (2013) ”Independent domination in graphs: A survey and recent results”, Discrete Mathematics, Vol:313, pp:839-854.
- Guha, S., Khuller, S.,** (1998) “Approximation Algorithms for Connected Dominating Sets”, Algorithmica, 20, pp.374–387.
- Ho, K.C., Singh, Y. P., Ewe, H.T.,** (2006) “An Enhanced Ant Colony Optimization Metaheuristic for The Minimum Dominating Set Problem”, Applied Artificial Intelligence, pp. 881–903.
- Jovanovic, R., Tuba, M.,** (2013) “Ant Colony Optimization Algorithm with Pheromone Correction Strategy for the Minimum Connected Dominating Set Problem”, Computer Science and Information Systems, 10(1), pp. 133–149.
- Jwair, Z., Abdhusein, M.,** (2022) “Some dominating results of the topological graph”, International Journal of Nonlinear Analysis and Applications, pp. 1-9.
- Karci, A.,** (2020), “New Algorithms for Minimum Dominating Set in Any Graphs”, Journal of Computer Science, Vol:5, pp. 62–70.
- Karci, A., Yakut, S., Öztemiz, F.,** (2022) “A New Approach Based on Centrality Value in Solving the Minimum Vertex Cover Problem: Malatya Centrality Algorithm”, Journal of Computer Science, Vol:7, pp:81-88.
- Karci, Ş., Okumuş, F., Karci, A.,** (2023) “Calculating the Centrality Values According to the Strengths of Entities Relative to Their Neighbours and Designing a New Algorithm for the solution of the Minimal Dominating Set Problem”, Journal of Computer Science, vol:8, pp:5056.
- Öztemiz, F., Karci, A.,** (2020), “Akademik yazarların yayınları arasındaki ilişkinin sosyal ağ benzerlik yöntemleri ile tespit edilmesi”, Uludağ University Journal of the Faculty of Engineering, vol:25, pp:591-608.
- Purohit, G., N., Sharma, U.,** (2010) “Constructing Minimum Connected Dominating Set: Algorithmic approach”, International journal on applications of graph theory in wireless ad hoc networks and sensor networks (GRAPH-HOC), 2(3), pp. 59-66.
- Ruan, L., Du, H., Jia, X., Wu, W., Li, Y., Ko, K.,** (2004) “A greedy approximation for minimum connected dominating sets”, Theoretical Computer Science, 329(1-3), pp. 325–330.

- Shen, C. and Li, T.,** (2010) “Multi-document summarization via the minimum dominating set”, In Proceedings of the 23rd International Conference on Computational Linguistics, (COLING '10), Association for Computational Linguistics USA, pp. 984–992.
- Truta, T. M., Campan, A., Beckerich, M.,** (2018) “Efficient Approximation Algorithms for Minimum Dominating Sets in Social Networks”, International Journal of Service Science, Management, Engineering and Technology (IJSSMET), 9(2), pp. 1–32.
- van Rooij, J.M.M., Bodlaender, H.L.,** (2011) “Exact algorithms for dominating set”, Discrete Applied Mathematics, Vol:159, pp:2147-2164.
- Wang, N., Dai, J., Li D. and Li, M.,**(2012) “An approximation algorithm for connected dominating set in wireless ad hoc network”, (ICISCE 2012). pp. 1–5.
- Xu, X., Tang, Z., Sun, W., Chen, X., Li, Y., Xia, G., Bi, X., Zong, Z.,** (2004) “An algorithm for the minimum dominating set problem based on a new energy function”, SICE 2004 Annual Conference, pp.924– 926.
- Yakut, S., Öztemiz, F., Karci, A.,** (2023a) “A New Approach Based on Centrality Value in Solving the Maximum Independent Set Problem: Malatya Centrality Algorithm”, Journal of Computer Science, Vol:8, pp: 16-23.
- Yakut, S., Öztemiz, F., Karci, A.,** (2023b) “A New Robust Approach to Solve Minimum Vertex Cover Problem: Malatya Vertex-Cover Algorithm”, Journal of Supercomputing, <https://doi.org/10.1007/s11227-023-05397-8>.
- Yingshu, L., My, T., Thai, Feng, W., Chih-Wei, Y., Peng-Jun. W., Ding-Zhu, Du.,** (2005) “On greedy construction of connected dominating sets in wireless networks”, Wireless Communications And Mobile Computing, (5): pp. 927–932.

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : ŞEYDA KARCI

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2020, İnönü Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Biyomedikal Mühendisliği
- **Yüksek Lisans** : İnönü Üniversitesi, Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Programı

MESLEKİ DENEYİM:

- 2022-... Marmara Üniversitesinde Arş. Gör. olarak çalışmaktadır.

YÜKSEK LİSANS TEZİNDEN TÜRETİLEN ÇALIŞMALAR

- **Karci, Ş., Okumuş, F., Karci, A. (2023).** Calculating the Centrality Values According to the Strengths of Entities Relative to their Neighbours and Designing a New Algorithm for the Solution of the Minimal Dominating Set Problem. Journal of Computer Science, 2023.
- **Karci, Ş., Okumuş, F.** Malatya Dominating Set Algorithm: A New Malatya Centrality Based Algorithm for Determining the Minimum Dominating Set in Any Simple Graphs. (Tamamlandı, gönderilecek)