

**T.C.**  
**Fırat Üniversitesi**  
**Eğitim Bilimleri Enstitüsü**  
**Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı**



**ORTAOKUL 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DNR**  
**TABANLI ÖĞRETİME GÖRE TAMSAYILAR**  
**KONUSUNUN İNCELENMESİ**

**Yüksek Lisans Tezi**

**Nisa Özlem YETİM**

**Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Mustafa AYDOĞDU**

**Elazığ, 2024**

**T.C.**  
**Fırat Üniversitesi**  
**Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü**  
**Yüksek Lisans Tezi**

**O N A Y**

**KABUL VE ONAY**

**Tez Başlığı: Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Dnır Tabanlı Öğretime Göre**  
**Tamsayılar Konusunun İncelenmesi**

**Tez Yazarı: Nisa Özlem YETİM**

**İlk Teslim Tarihi: 18.01.2024**

**Savunma Tarihi: 29.01.2024**

Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına göre hazırlanan bu tez, Eğitim Bilimleri Enstitüsünün Yönetim Kurulunun 18/01/2024 tarih ve 2024-03/4 sayılı kararı ile oluşturulan jüri üyeleri tarafından değerlendirilmiş ve akademik dinleyicilere açık olarak yapılan tez savunma sınavı sonucunda oy birliği/oy çokluğu ile kabul edilmiştir.

Danışman: Dr. Öğr.Üyesi Mustafa AYDOĞDU .....

Jüri Başkanı: Dr.Öğr. Üyesi Zuhâl GÜN ŞAHİN .....

Üye : Doç. Dr. Tayfun TUTAK .....

Bu tez, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun .../.../ 20.... tarih ve ... sayılı kararıyla tescillenmiştir.

Prof. Dr. Ahmet TEKİN

Enstitü Müdürü

## BEYANNAME

Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Dr. Öğr. Üyesi. Mustafa AYDOĞDU danışmanlığında hazırlamış olduğum " **Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin DNR Tabanlı Öğretime Göre Tamsayılar Konusunun İncelenmesi** " adlı yüksek lisans tezimin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

Nisa Özlem YETİM

../../2024

## ÖN SÖZ

Bu tez çalışmasında, **Ortaokul 7. Sınıf Tamsayılar Konusunun DNR Tabanlı Öğretim ile İşlenmesinin Öğrenci Başarısına Etkisi** araştırılmıştır.

Bu çalışma konusunun belirlenmesinde, planlanmasında, araştırılmasında, yürütülmesinde ve hazırlanma sürecinde ilgi ve desteğini esirgemeyen, bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım kıymetli hocam ve danışmanım Dr. Öğretim Üyesi Mustafa AYDOĞDU' ya ve bu süreçte bana yol gösteren, destek olan Doç. Dr. Tayfun TUTAK hocama çok teşekkür ederim. Ayrıca, çalışmamı tamamlarken beni samimiyetle dinleyen, ihtiyaç duyduğum her an yanımda olan eşime ve aileme teşekkür ederim.

Ve son olarak bütün çalışmalarım boyunca süreci benimle yaşamak zorunda kalan, onun değerli zamanından çalarak kendi çalışmalarına harcadığım kızım Zeynep Ada'ya manevi desteği için teşekkür ediyorum.

Nisa Özlem YETİM

Elazığ, 2024

## **ÖZ**

### **Yüksek Lisans Tezi**

### **Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin DNR Tabanlı Öğretime Göre Tamsayılar**

### **Konusunun İncelenmesi**

**Nisa Özlem YETİM**

Yüksek Lisans Tezi

Fırat Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Elazığ, 2024, Sayfa: XII + 75

Bu araştırmanın amacı, matematik dersinin “Tamsayılar” konusunun DNR Tabanlı Öğretim ile işlenmesinin 7. Sınıf öğrencilerinin akademik başarısına olan etkisini incelemektir. Araştırmanın evrenini 2020–2021 Eğitim-Öğretim yılında Elazığ/Merkez ilçesinde öğrenim gören ortaokul 7. sınıf öğrencileri oluşturmuştur. Çalışmada öğrenciler kontrol ve deney olmak üzere iki gruba ayrılmıştır. Kontrol grubundaki öğrencilere geleneksel yöntemlerle, deney grubundaki öğrencilere ise DNR tabanlı öğretim yöntemi kullanılarak tamsayılar konusu anlatılmıştır. Çalışmaya başlamadan önce her iki gruba öntest uygulanmıştır. Çalışma sonrasında da yine aynı şekilde öğrencilerin başarı durumlarını belirlemek için sontest uygulanmıştır. Çalışma sonucunda geleneksel yöntemlerle tam sayılar konusu anlatılan öğrencilerin olduğu kontrol grubunda öntest ve sontest puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür. Bu da mevcut öğretime uygun olacak şekilde işlenen dersin öğrencilerin başarısında anlamlı bir iyileşme sağlamadığını göstermektedir. Deney grubundaki öğrencilerin öntest ve sontest başarı puanları karşılaştırıldığında sontest başarı puanları lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu tespit edilmiştir. Bu sonuç dikkate alındığında DNR tabanlı öğretim yönteminin öğrencilerin başarısında anlamlı bir iyileşme sağladığı söylenebilir. Yine çalışma sonucunda kontrol ve deney grubundaki öğrenciler arasında öntest başarı puanları açısından anlamlı bir fark olmadığı, buna karşın DNR tabanlı yaklaşımla tam sayılar konusunun anlatıldığı deney grubundaki öğrencilerin sontest başarı puanlarının geleneksel yöntemlerle tam sayılar konusunun anlatıldığı kontrol grubuna kıyasla anlamlı şekilde yüksek olduğu görüldü.

**Anahtar Kelimeler:** Matematik Eğitimi, DNR Tabanlı Öğretim, Tam Sayılar

## **ABSTRACT**

### **Master's Thesis**

## **EXAMINING THE SUBJECT OF INTEGERS ACCORDING TO DNR-BASED EDUCATION OF SECONDARY SCHOOL 7<sup>th</sup> GRADE STUDENTS**

**Nisa Özlem YETİM**

Fırat University

Institute of Educational Sciences

Department of Mathematics and Science

Division of Mathematics Education

Elazığ, 2024, Page: XII+75

The aim of this research is to examine the effect of DNR-based teaching on the academic success of 7th Grade students in the mathematics course "Integers". The universe of the research consisted of 7th grade students studying in Elazığ/Merkez in the 2020-2021 academic year. In the study, students were divided into two groups as control and experiment. The subject of integers was explained to the students in the control group using traditional methods and to the students in the experimental group using the DNR-based teaching method. Before starting the study, a pretest was applied to both groups. After the study, the posttest was applied to determine the success status of the students in the same way. As a result of the study, it was seen that there was no significant difference between the pretest and posttest mean scores in the control group of the students who were taught the subject of integers using traditional methods. This shows that the course taught in accordance with the current teaching did not provide a significant improvement in the success of the students. When the pretest and posttest success scores of the students in the experimental group were compared, it was seen that the posttest success scores were favorably significant. Considering this result, it can be said that the DNR-based teaching method provides a significant improvement in the success of the students. Moreover, as a result of the study, it was seen that there was no significant difference between the students in the control and experimental groups in terms of pretest success scores, however, the posttest achievement scores of the students in the experimental group in which the subject of integers was taught with the DNR-based approach was significantly higher than the control group in which the subject of integers was taught using traditional methods.

**Keywords:** Mathematics Teaching, DNR Based Teaching, Integers

## İÇİNDEKİLER

|                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----|
| KABUL VE ONAY .....                                                         | i   |
| BEYANNAME .....                                                             | ii  |
| ÖN SÖZ .....                                                                | iii |
| ÖZ.....                                                                     | iv  |
| ABSTRACT.....                                                               | v   |
| İÇİNDEKİLER .....                                                           | vi  |
| TABLolar LİSTESİ .....                                                      | ix  |
| ŞEKİLLER LİSTESİ .....                                                      | x   |
| KISALTMALAR LİSTESİ.....                                                    | xi  |
| EKLER LİSTESİ .....                                                         | xii |
| BİRİNCİ BÖLÜM .....                                                         | 1   |
| I. GİRİŞ.....                                                               | 1   |
| 1.1. Problem Durumu.....                                                    | 1   |
| 1.2. Araştırmanın Amacı.....                                                | 3   |
| 1.3. Araştırmanın Önemi .....                                               | 3   |
| 1.4. Sayıtlılar.....                                                        | 4   |
| 1.5. Sınırlılıklar .....                                                    | 5   |
| 1.6. Tanımlar.....                                                          | 5   |
| İKİNCİ BÖLÜM.....                                                           | 7   |
| II. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....                            | 7   |
| 2.1. DNR Tabanlı Öğretim .....                                              | 7   |
| 2.1.1. Tanım .....                                                          | 7   |
| 2.1.2. DNR'nin İlkeleri .....                                               | 8   |
| 2.1.2.1. İkilik (Duality) İlkesi .....                                      | 9   |
| 2.1.2.2. Gereklilik (Necessity) İlkesi .....                                | 9   |
| 2.1.2.3. Tekrarlı Akıl Yürütme / Muhakeme (Repeated-Reasoning) İlkesi ..... | 10  |
| 2.1.3. DNR'nin Öncülleri .....                                              | 11  |
| 2.1.4. DNR Kavramları.....                                                  | 16  |
| 2.1.4.1. Zihinsel Eylemler.....                                             | 18  |
| 2.1.4.2. Anlama ve Düşünme Yolları .....                                    | 19  |
| 2.1.4.2.1. Anlama Yolları .....                                             | 20  |

|                                                              |           |
|--------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.1.4.2.2. Düşünme Yolları.....                              | 23        |
| 2.1.5. DNR Tabanlı Öğretimde İspat Şemaları.....             | 24        |
| 2.1.5.1. Dışsal İspat Şemaları .....                         | 27        |
| 2.1.5.1.1. Otoriter ispat şeması .....                       | 27        |
| 2.1.5.1.2. Alışkanlık edinilmiş ispat şeması .....           | 28        |
| 2.1.5.1.3. Sembolik ispat şeması.....                        | 28        |
| 2.1.5.2. Deneysel ispat şeması .....                         | 28        |
| 2.1.5.2.1. Temel örnekler ispat şeması .....                 | 29        |
| 2.1.5.2.2. Algısal ispat şeması .....                        | 29        |
| 2.1.5.3. Analitik ispat şemaları .....                       | 29        |
| 2.1.5.3.1. Dönüşümsel ispat şeması .....                     | 29        |
| 2.1.5.3.2. Aksiyomatik ispat şeması .....                    | 30        |
| 2.1.6. Harel'in DNR'sinin Öğrenme Kuramlarıyla İlişkisi..... | 31        |
| 2.1.6.1. Öğrenmeye İlişkin Bilişsel Kuramsal Perspektif..... | 31        |
| 2.1.6.2. Öğrenmeye Sosyal Teorik Bakış Açısı.....            | 33        |
| 2.2. Matematik Öğrenimini Oluşturan Unsurlar .....           | 36        |
| <b>ÜÇÜNCÜ BÖLÜM.....</b>                                     | <b>39</b> |
| <b>III. YÖNTEM.....</b>                                      | <b>39</b> |
| 3.1. Araştırmanın Modeli.....                                | 39        |
| 3.2. Araştırmanın Evreni ve Örneklemi.....                   | 39        |
| 3.3. Veri Toplama Araçları .....                             | 39        |
| 3.3.1. Matematik Başarı Testi.....                           | 39        |
| 3.4. Çalışma Süreci .....                                    | 40        |
| 3.5. Verilerin Analizi .....                                 | 40        |
| <b>DÖRDÜNCÜ BÖLÜM.....</b>                                   | <b>41</b> |
| <b>IV. BULGULAR .....</b>                                    | <b>41</b> |
| 4.1. Grup İçi Karşılaştırmalar .....                         | 42        |
| 4.1.1. Kontrol Grubuna Yönelik Karşılaştırmalar .....        | 42        |
| 4.1.2. Deney Grubuna Yönelik Karşılaştırmalar .....          | 46        |
| 4.2. Gruplar Arası Karşılaştırmalar.....                     | 49        |

|                                             |           |
|---------------------------------------------|-----------|
| <b>BEŞİNCİ BÖLÜM.....</b>                   | <b>55</b> |
| <b>V. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER .....</b> | <b>55</b> |
| <b>KAYNAKÇA.....</b>                        | <b>58</b> |
| <b>EKLER LİSTESİ.....</b>                   | <b>67</b> |
| <b>İZİN BELGELERİ .....</b>                 | <b>69</b> |
| <b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>                       | <b>75</b> |



## TABLÖLAR LİSTESİ

|                 |                                                                                                           |    |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Tablo 1</b>  | Normallik analizi sonuçları.....                                                                          | 41 |
| <b>Tablo 2</b>  | Deney ve Kontrol grubu öğrenciler ön-test başarı testi maddelerin güçlük analizi.....                     | 42 |
| <b>Tablo 3</b>  | Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış sayıları.....                                      | 42 |
| <b>Tablo 4</b>  | Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest not ortalamaları.....                                              | 43 |
| <b>Tablo 5</b>  | Kontrol grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış sayıları .....                                    | 44 |
| <b>Tablo 6</b>  | Kontrol grubundaki öğrencilerin sontest not ortalamaları .....                                            | 45 |
| <b>Tablo 7</b>  | Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest-sontest not ortalamalarının karşılaştırılması .....                | 45 |
| <b>Tablo 8</b>  | Deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış sayıları.....                                        | 46 |
| <b>Tablo 9</b>  | Deney grubundaki öğrencilerin öntest not ortalamaları.....                                                | 47 |
| <b>Tablo 10</b> | Deney grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış sayıları .....                                      | 47 |
| <b>Tablo 11</b> | Kontrol grubundaki öğrencilerin sontest not ortalamaları .....                                            | 48 |
| <b>Tablo 12</b> | Deney grubundaki öğrencilerin öntest-sontest not ortalamalarının karşılaştırılması .....                  | 49 |
| <b>Tablo 13</b> | Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayıları.....                       | 50 |
| <b>Tablo 14</b> | Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayılarının karşılaştırılması ..... | 51 |
| <b>Tablo 15</b> | Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest puanlarının karşılaştırılması .....                       | 51 |
| <b>Tablo 16</b> | Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış cevap sayıları.....                      | 52 |
| <b>Tablo 17</b> | Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayılarının karşılaştırılması ..... | 53 |
| <b>Tablo 18</b> | Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin sontest puanlarının karşılaştırılması .....                      | 53 |

## ŞEKİLLER LİSTESİ

|                 |                                                                                      |    |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Şekil 1</b>  | DNR'nin basit yapısı.....                                                            | 8  |
| <b>Şekil 2</b>  | DNR'nin öncüllerin eklenmesiyle ortaya çıkan yapısı (Demir, 2019) .....              | 16 |
| <b>Şekil 3</b>  | Üçlü yapı; zihinsel eylem, anlama şekli, düşünme yolu .....                          | 17 |
| <b>Şekil 4</b>  | Üçlü yapı, kanıtlama, kanıt, kanıt şemaları.....                                     | 18 |
| <b>Şekil 5</b>  | Matematiği Oluşturan Öğeler (Harel, 2008a) .....                                     | 20 |
| <b>Şekil 6</b>  | Genel olarak DNR yapısı .....                                                        | 24 |
| <b>Şekil 7</b>  | İspat şemalarının özeti .....                                                        | 31 |
| <b>Şekil 8</b>  | Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış sayıları.....                 | 43 |
| <b>Şekil 9</b>  | Kontrol grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış sayıları .....               | 44 |
| <b>Şekil 10</b> | Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest-sontest puanları .....                        | 45 |
| <b>Şekil 11</b> | Deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış sayıları.....                   | 46 |
| <b>Şekil 12</b> | Deney grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış sayıları .....                 | 48 |
| <b>Şekil 13</b> | Deney grubundaki öğrencilerin öntest-sontest puanları .....                          | 49 |
| <b>Şekil 14</b> | Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayıları.....  | 50 |
| <b>Şekil 15</b> | Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış cevap sayıları..... | 52 |
| <b>Şekil 16</b> | Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin sontest puanları .....                      | 54 |

## KISALTMALAR LİSTESİ

**DG** : Deney grubu

**DNR** : Duality (etkileşim), Necessity (gereklilik) ve Repeated reasoning (muhakeme)

**MEB** : Milli Eğitim Bakanlığı

**KG** : Kontrol Grubu



## EKLER LİSTESİ

|                                             |    |
|---------------------------------------------|----|
| <b>Ek 1:</b> Başarı Testi.....              | 67 |
| <b>Ek 2:</b> Etik Kurul Kararı .....        | 69 |
| <b>Ek 3:</b> Araştırma İzin Belgeleri ..... | 70 |
| <b>Ek 4:</b> Orijinallik Raporu.....        | 72 |



# BİRİNCİ BÖLÜM

## I. GİRİŞ

### 1.1. Problem Durumu

Öğrenme biçimi ve süreci oldukça uzun yıllardır araştırılan ve tartışılan konular arasında yer almaktadır. Öğrenme sürecine yönelik olarak farklı teoriler ortaya atılmış olup bu teorilerden faydalanılarak hazırlanan ve uygulanan bir müfredat çok daha etkin öğrenmeyi sağlamakta, öğretici konumunda olanların da sürecin işleyişiyle ilgili daha net fikirlere edinmelerini ve her geçen gün de daha iyi bir öğrenim sürecine katkıda bulunmalarına imkan tanıyacaktır (Kennedy ve ark., 2008). Dolayısıyla farklı teorilerin olumlu ve güçlü yanlarını alan, böylelikle öğretimi çeşitlendiren, sınıflarda etkin kullanımını sağlayan anlayışa gerek duyulmaktadır.

Son dönemlerde anlamlı bilginin öğretilmesi ve kavramsal anlayışın geliştirilebilmesi amacıyla sınıf etkinliklerinin değerlendirilmesi gereksinimi eğitim araştırmacıları ile temel bilim öğretmenleri arasında geniş çapta kabul görmüştür. Bu inanç, her bilgiyi öğrenmeyi değilde, durumun mantığını anlayarak farkındalığın artırılması gerektiğine işaret eder. Bu tür çıkarımların temel nedeni, öğrencilerin kendilerini yeterince açıklama fırsatı bulamamaları ve öğrencilerin anlama biçimleri göz ardı edilerek işlenen öğretim programı, anlatım ve uygulama yöntemi arasındaki farklılıklardır (Krall ve ark., 2009).

Kuşkusuz akademik ilerleme ve yayınların tek başına öğrenci problemlerini, eğitim politikasını, toplumsal ihtiyacı, okul kültürünü ve öğretmen bilgisini çözmek için yeterli olmadığını söylemek mümkündür. Bununla birlikte, DNR, öğrencilere öğrenmeleri gerekenleri nasıl iletecekleri açısından durumu pedagojik ve psikolojik olarak ele alan nispeten geniş bir perspektif tanımlar. Kapsamı belli olan matematik alanı yada sınıf seviyesi ile sınırlı kalmamaktadır. Bunun tersine genel anlamda matematiği öğrenmeyi ve öğretmeyi kapsar (Harel, 2008).

Dünya genelinde olduğu gibi ülkemizde de yapılan araştırmalar ile öne sürülen yeni kuramlar çerçevesinde matematik eğitimi tekrar gözden geçirilmektedir (Demir, 2019). Bu bağlamda 2005'te yenilenmiş olan ilköğretim matematik programında ezbercilikten uzak anlamlı bir şekilde öğrenmeyi sağlayacak olan kazanımlar belirlenmiştir. Fakat

öğrencilerin matematiği nasıl ve hangi düzeyde öğrendiklerinin belirlenmesine yönelik gerçekleştirilen çalışmalarda derslerin geleneksel yaklaşım ile anlatılmaya devam edilmesinin öğrencilerin çoğu konuda kavramlara karşı çok yönlü bir bakış açısı geliştiremedikleri, muhakeme yapma ve problem çözme konularında yetersiz kaldıkları, arzu edilen anlama ve düşünme yollarını da tam manasıyla geliştiremedikleri bildirilmiştir (Yeşildere ve Türnüklü, 2007; Uğurel ve Moralı, 2010; Özer ve Arıkan, 2002; Ören, 2007; İskenderoğlu, 2003; Çoşkun, 2009; Çakmak, 2014; Arslan, 2007). Öğrencilerin yaşadıkları bu zorlukların en çok görüldüğü konulardan birisi de tamsayılardır (Erdem ve ark., 2015).

Günümüzde tam sayılar konusunun işlenmesi, öğrencilere aktarılması da önemli bir husustur. Çünkü tam sayılar matematiğin temel taşlarından biri diyebiliriz. Öğrencilerin günlük hayatta sıklıkla karşılaştıkları tam sayılar konusu çeşitli araştırmalarda incelenmiş ve öğrencilerin zorluk yaşadığı görülmüştür (Barut ve Ünüvar, 2020; Berkant ve Yaren, 2020; Işık ve Şanlı, 2020; Olkun ve Sarı, 2021). Tam sayıları kavramayan, anlamayan, anlamlandıramayan öğrenciler diğer konularda da zorluk yaşamaktadırlar (Erdem ve ark., 2015). Bu zorluğun üstesinden gelmek için öğretmen merkezli sunuş yönteminin baskın olduğu öğrenme ortamlarının yerine öğrenci merkezli öğrenme yöntemlerinin etkin olduğunu gösteren çalışmalar mevcuttur (Barut ve Ünüvar, 2020; Berkant ve Yaren, 2020; Işık ve Şanlı, 2020; Altıparmak ve Özdoğan, 2010).

Eğitimcilerin üzerinde durdukları, düşündükleri ve çalışmalar gerçekleştirdikleri en önemli konuların başında öğrenmenin nasıl gerçekleştiği konusu yer almaktadır. Bu durum farklı kuramlar ile açıklanmaya çalışılmıştır. Öğrenme olayı tek bir kuram ile açıklanamayacak kadar kompleks zihinsel bir süreçtir (Ofıaz, 2016). Konuyla ilgili bazı kuramların öğrenme-öğretmeye ilişkin açıklamalarını göz önünde bulundurup uygulamak öğrenmenin daha etkin bir şekilde gerçekleşmesine katkıda bulunur. Bunun yanı sıra öğretmene de bu süreci ne şekilde destekleyeceğine dair önemli fikirler sunmaktadır (Kennedy ve ark., 2008). Bu bağlamda kuramlara ilişkin fikirlerin göz önünde bulundurularak bunların öğrencilerin en fazla zorlandıkları ders olan matematik dersi için sınıflarda nasıl daha etkili kullanılabileceği düşüncesini baz alan kuramlara gerek duyulmaktadır. DNR tabanlı öğretim matematik öğrenimi ve öğretimine ilişkin

temel sorunların anlaşılıp bunların giderilmesi amacıyla oluşturulmuş olan kavramsal bir çerçeve şeklinde değerlendirilebilir (Harel, 2010). Harel (1998) matematik konularının okullarda nasıl öğretilmesi gerektiği düşüncesinden hareketle DNR tabanlı yaklaşımı önermiştir. DNR kavramlar, temel ilkeler ve öncüllerden meydana gelen bir yapıdır.

DNR tabanlı öğretimin etkinliğine yönelik pek çok çalışma yapılmıştır. Fakat öğrencilerin matematik dersinde öğrenmekte en çok zorluk çektikleri konulardan birisi olan tamsayılar konusunun öğretimindeki etkisine yönelik herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu araştırmanın problem cümlesi “DNR tabanlı öğretimin ortaokul 7. sınıfta Tam Sayılar konusunun öğretiminde öğrenci başarısı üzerine etkisi var mıdır?” olarak belirlenmiştir.

## **1.2. Araştırmanın Amacı**

Bu araştırmanın amacı, matematik dersinin “Tamsayılar” konusunun DNR Tabanlı Öğretiminin 7. Sınıf öğrencilerinin akademik başarısına olan etkisini incelemektir.

## **1.3. Araştırmanın Önemi**

Öğrenciler okula başladıkları zaman hatta okula başlamadan günlük hayatlarında sayıları kullanmaya başlamışlardır. Ortaokul 6. Sınıfa geldiklerinde tamsayılarla karşılaşır. Öğrenciler tamsayılar konusunu işlerken anlamlandırma kısmında zorluk yaşamaktadırlar. Tamsayılarla işlemler konusu, sayılar ve işlemler öğrenme alanı içerisinde önemli bir yere sahiptir (Dereli, 2008). Birçok matematik konusunun temelini tamsayılar temsil etmektedir. Matematik yapısal olarak sarmal bir sistemdir. Bu yüzden tamsayılar konusunun zamanında anlamlı bir şekilde öğrenilmesi önem arz etmektedir.

DNR tabanlı öğretim yaklaşımı belli matematiksel alan veya sınıf düzeyiyle sınırlı bir yaklaşım olmayıp genel matematik öğrenimini ve öğretimini ele alan bir yaklaşımdır (Harel, 2008a,b, 2021). DNR'nin özünde anlama ve düşünme yolları bulunmaktadır. Bu yollar arasında gelişimsel bir bağlılık söz konusu olup bu da öğrencilerin mevcut düşünme yollarının ortaya koymuş oldukları anlama yolları üzerinde etkili olduğunu ifade edilebilir. Ya da tam tersine öğrencilerde belli anlama yollarının geliştirilmesinin matematikte istenilen düşünme yollarının geliştirilmesine katkı sağlayabileceği şeklinde

ifade edilebilir (Demir, 2019). Diğer bir ifadeyle öğrencilerin düşünme yolları önemli oranda matematiksel fikirler ile bağlantı kurma, problem çözme ve matematiksel iddiaları doğrulama süreçlerindeki deneyimler ile şekillenmektedir. Öte yandan öğrencilerin sahip olduğu düşünme yolları onların matematiksel davranışlarında açığa çıkmakta olan anlama yolları üzerinde etkilidir (Harel, 2020, 2021). Bu bağlamda anlama yolları düşünme yollarının ortaya çıkarılmasında referans bir nokta olarak kullanılabilir (Harel, 2021).

Sonuç itibarıyla öğrencilerin belli bir konuyla ilişkin sahip oldukları anlama ve düşünme yollarını ortaya çıkarmak öğretim açısından uygun bilişsel hedeflerin belirlenmesine yardımcı olabilir. Böylelikle öğrencilerde doğru anlama ve düşünme yollarının geliştirilmesinde katkı sağlayabilecek bir öğretim de planlanabilir. Alan yazın incelendiğinde DNR tabanlı öğretime göre öğrencilerin matematik ile ilgili mevcut anlama ve düşünme yollarını inceleyen araştırma sayısının yetersiz olduğu görülmektedir. DNR'nin istenilen anlama ve düşünme yollarının gelişimine etkisini inceleyen araştırmanında sayısının oldukça yetersiz olduğu görülmektedir (Şengül ve Güner, 2013). Konu üzerine yapılan çalışmaların bazılarında öğrencilerin genel itibarıyla matematik ile ilgili yetersiz anlama ve düşünme yollarına sahip oldukları bildirilmiştir (Lim, 2006; Şengül ve Güner, 2013). Bazılarında da DNR tabanlı öğretimin istenilen anlama ve düşünme yollarının gelişiminde pozitif etkiye sahip olduğu bildirilmiştir (Harel ve Sowder, 1998; Lim, 2007).

DNR tabanlı öğretim üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde tamsayılar konusuyla yapılan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Matematiğin temel konularından olan tamsayıların DNR tabanlı öğretim yöntemiyle çalışılması önem arz etmektedir.

#### **1.4. Sayıtlar**

1. Araştırma kapsamında kullanılan başarı testini deneklerin içtenlikle cevapladıkları,
2. Araştırmadaki deney ve kontrol gruplarında kontrol edilemeyecek olan farklı değişkenlerin iki grubu da kapsadığı,
3. Araştırmadaki deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin öğrenmeye karşı ilgilerinin eşdeğer durumda olduğu,

4. Deney ve kontrol gruplarındaki öğrenciler, 7. sınıf öğrencilerini kapsayacak nitelikte olduğu varsayılmıştır.

### 1.5. Sınırlılıklar

Bu araştırma;

1. Ortaokul 7. sınıf müfredatı Tamsayılar öğrenme alanı, kazanımları ve davranışlarıyla,
2. MEB 'in Tamsayılar konusu için belirlediği ders süresi ile,
3. Bu araştırma yapılan literatür çalışması ile ulaşılabilen kaynaklar ile,
4. 2020–2021 eğitim-öğretim yılı ile sınırlandırılmıştır.

### 1.6. Tanımlar

Bu bölümde araştırmada sıkça kullanılacak olan çeşitli kavramlar kısaca tanımlanmıştır.

**Eğitim:** Ferdin, kendi yaşantısı boyunca, kasıtlı ve istendik yönde davranış değiştirme sürecidir (Ertürk, 1982).

**Öğretim:** Öğrenmeyi kolaylaştırılacak olan etkinlikleri planlama, düzenleme, gerekli olan araç-gereçleri temin etme ve rehberlik yapma faaliyetidir (Oğuzkan, 1981).

**Matematik Öğretimi:** Kişiyi günlük hayatında kullanabileceği matematik bilgi ve becerilerinin kazandırılarak herhangi bir probleme ilişkin muhtemel çözüm yollarının öğretilmesi ve farklı problemlerde uygulayabilmeyi ele alan düşünce biçiminin kazandırılmasıdır (Altun, 2008).

**DNR Tabanlı Öğretim:** Matematik öğretimi ve öğrenimine ilişkin temel sorunların anlaşılmasına ve bunların giderilmesine yönelik geliştirilmiş olan kavramsal bir çerçevedir (Harel, 2010). İngilizce Duality (İkilik; D), Necessity (Gereklilik; N) ve Repeat Reasoning (Tekrarlı Düşünme; R) kelimelerinin baş harflerinin birleşiminden oluşmaktadır.

**Başarı Testi:** Öğrencilerin amaçlar ile tutarlı davranışlarının yoklanması için program amaçları çerçevesinde geleneksel test teorisi bağlamında hazırlanıp uygulanmakta olan ölçme yöntemidir (EARGED, 1995).

**Deney Grubu:** Matematik dersini DNR tabanlı öğretim yöntemi ile işleyen öğrenci grubudur.

**Kontrol Grubu:** Geleneksel yöntemle(konu anlatım, soru-cevap yöntemiyle vb.) Matematik dersini işleyen öğrenci grubudur.



## İKİNCİ BÖLÜM

### II. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

#### 2.1. DNR Tabanlı Öğretim

##### 2.1.1. Tanım

Çok sayıda matematik eğitimcisi, öğretmeni, müfredat geliştiricisi ve öğrenme-öğretme faaliyetleri ile ilgilenmekte olan araştırmacıların zihinlerindeki en önemli sorular “okullarda öğretilmesi gereken matematik nedir?” ve “matematik nasıl öğretilmelidir?” soruları olmuştur. Bu sorulara yanıt verebilmek için yapılan çalışmalar neticesinde ortaya çıkan yönergelerden biri DNR tabanlı öğretim olmuştur. DNR tabanlı öğretim yaklaşımı öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarıyla kavramsal bilgileri aşamalı bir biçimde geliştirebilmelerine katkı sağlayan teorik bir yaklaşımdır (Harel, 2001a; Cantimer ve Şengül, 2021).

Harel tarafından geliştirilmiş olan DNR tabanlı öğretim öğrencilerin düşünme yolları ile anlama tarzlarının ne şekilde belirlenip geliştirebileceği konularına ışık tutan, öğrenciler tarafından kavramsal ve psikolojik bilimden edinilen bilgileri etkili öğretme ürün ve pratiklerine aktarılmasını sağlamaktadır (Maskiewicz, 2006).

İlk, orta ve yükseköğretimde tüm düzeylerdeki matematik öğretmenleri ve öğrencileri ile gerçekleştirilen uzun çalışmalar neticesinde DNR geliştirilmiştir. Geliştirilmiş olan DNR öncelikli olarak öğrencilerde matematiksel düşünme yollarının ve anlama şekillerinin tanımlanıp geliştirilmesinde kullanılmıştır (Harel, 2008a).

DNR tabanlı öğretim yaklaşımı öğrencilerin kavramsal bilgi geliştirmelerini problem çözme sayesinde geliştiren kuramsal bir çerçeve olarak nitelendirilebilir. Problemlerin seçilmesi, dikkatli bir şekilde gelişimi ve gidişatı kavramsal bilginin gelişiminin temel hususlarıdır (Duffy, 2006).

Uygun problem durumlarının oluşturulabilmesine öncelikle öğrencilerin anlama şekillerinin belirlenerek başlanması gerekir. Bu bilgi öğrencilerde düşünme yollarının oluşturulabilmesi için geliştirilecek olan öğretim deneyimlerinin düzenlenebilmesine imkan tanır (Maskiewicz, 2006). Problemin çözümü için öğrenci tarafından bilimsel bir yol gösterilmez ise daha sonra kabul görecektir olan düşünme yollarının oluşturulmasına

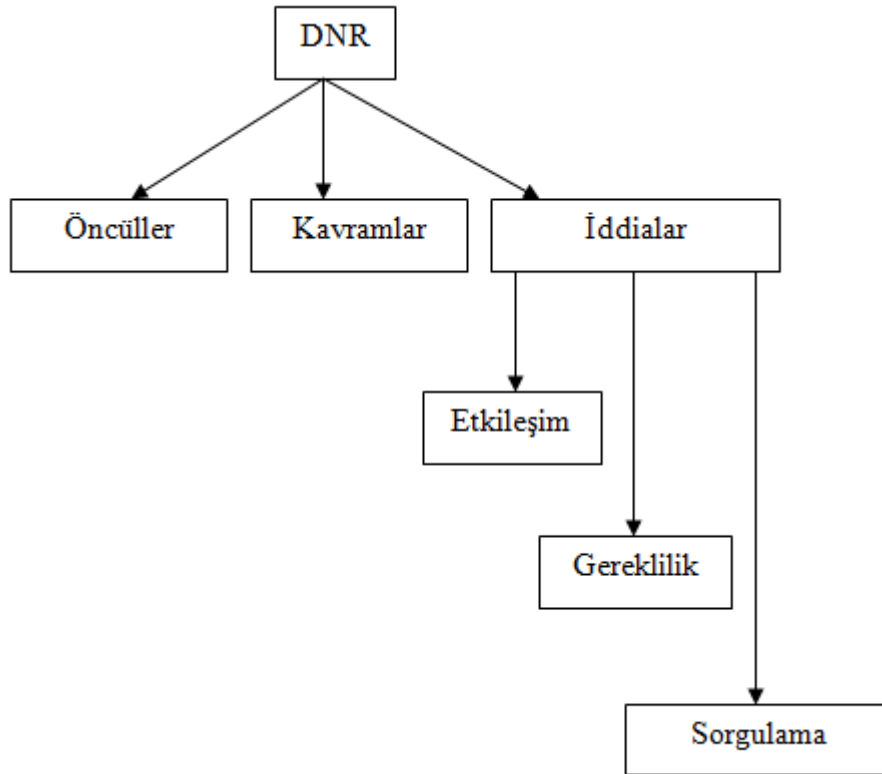
neden olacak temel konulara yönelik anlama şekilleri de geliştiremezler (Maskiewicz, 2006).

### 2.1.2. DNR'nin İlkeleri

Harel'in (1998; 2001) matematikte DNR'ye dayalı öğretimi, öğrencinin görüşlerini öğrencinin içeriği anlama biçimiyle birleştiren bir öğretim ilkesidir. DNR, sistemin üç temel ilkesinin kısaltmasıdır: İkilik (Duality), Gereklilik (Necessity) ve Tekrarlanan akıl yürütme (Repeated-reasoning). DNR öğretim ilkeleri, öğretim eylemlerinin öğrencilerin matematik alanındaki öğrenmeleri üzerindeki etkileri hakkında ampirik çıkarımlardır.

#### Şekil 1

*DNR'nin basit yapısı*



### 2.1.2.1. İkilik (Duality) İlkesi

Harel (1998), matematiksel muhakemeyi etkileyen iki bilgi kategorisi tanımlar: “düşünme yolları” ve “anlama yolları”. “Anlama yolları”, yorumlamalar, çözümler ve gerekçelendirmeler gibi bir birey tarafından gerçekleştirilen zihinsel bir eylemin belirli bir ürünü olarak tanımlanır. Bir kişinin zihinsel eylemlerinin özellikleri, onun “düşünme yolları”dır ve problem çözme yaklaşımlarını, ispat şemalarını ve matematik hakkındaki inançlarını içerir. Düşünme yolları, kişinin anlama yollarını yönetir (Harel, 1998, 2001).

Kişinin anlama ve düşünme yolları arasında gelişimsel bir karşılıklı bağımlılık vardır: "düşünme yollarındaki bir değişiklik, anlama yollarında bir değişikliği beraberinde getirir ve bunun tersi de geçerlidir" (Harel 2008b). Harel (2001) bunu İkilik İlkesi olarak adlandırdı. Harel'e göre, öğrencilerin ürettikleri ile zihinsel eylemlerinin karakteri arasında -anlama biçimleri ve düşünme biçimleri arasında- karşılıklılık vardır ve bilişsel öğretim hedeflerinin geliştirilmesinde her iki bilgi türü de dikkate alınmalıdır.

### 2.1.2.2. Gereklilik (Necessity) İlkesi

Bu ilke, öğrencilerin gerçek bir ihtiyaç gördüklerinde (entelektüel, sosyal veya ekonomik olması gerekmez) öğrenme olasılıklarının daha yüksek olduğunu belirtir. Harel (2008b), "Entelektüel ihtiyaç terimi", "öğrenciler içsel bir sorunla karşılaştıklarında - anladıkları ve takdir ettikleri bir sorunla - içsel olarak kendini gösteren bir davranışa atıfta bulunur" şeklinde açıklamaktadır. Bu ilke, Piaget'in denge teorisine dayanmaktadır. Öğrencilerin var olan bilgileri yeni bilgilerle tezat oluşturarak yeni bilgilerin edinimini kolaylaştırır. Gereklilik ilkesine göre, “problem çözmek sadece bir amaç değil, aynı zamanda matematik öğrenmenin tek yoludur” (Harel, 2008b).

Harel'e (1998; 2001) göre, mevcut bilgimizle bağdaşmayan veya çözülemeyecek bir sorun sunan bir durumla karşılaştığımızda entelektüel bir ihtiyaç ortaya çıkar. Öğrencilerin mevcut bilgileri, durumları nasıl yorumladıklarını etkiler. Mevcut bilgi, yeni bilgi ile zıtlık sağlar ve böylece yeni bilginin edinilmesini kolaylaştırır. Bu nedenle, öğretim ortamları öğrencilerin mevcut bilgileriyle yüzleşmeleri ve bu bilgileri bozmaları için fırsatlar sağlamalıdır. Herhangi bir çatışma olmazsa, öğrenci yeni bilgiyi takdir edemez ve öğrenme gerçekleşmez. Bu noktadan itibaren öğrencilerde çatışma

yaratan durumları “problemli durumlar” olarak anılacaktır. Matematikte problem durumları, entelektüel zorunluluk yaratmaya çalışmak için kullanılır. Harel'e göre öğrenciler, arzulanan anlama ve düşünme yollarını ancak öğrenciye özgü sorunları çözerek oluştururlar (Harel, 2021). İçsel problemler öğrencinin anladığı ve takdir ettiği problemlerdir. DNR tabanlı öğretimde, kavramlar ve fikirler her zaman sorunları çözme ihtiyacından doğar. Bu ihtiyacı oluşturabilecek düşünsel uyaranların belirlenmesi, öğrencilerin var olan düşünme ve anlama biçimlerinin derinlemesine araştırılmasını gerektirmektedir (Harel, 2020). Gereklilik ilkesi ile diğer bilişsel temelli öğretim yaklaşımları arasında önemli bir ayrım vardır: gereklilik ilkesi, öğrenmenin öğrencilerin bilimsel fikirleri keşfetmesi gerektiğini değil, bir çatışmayı çözme ihtiyacından kaynaklandığını varsayar (Subaşı ve Özay, 2020). Bir öğrencide bilişsel dengesizlik bir problem durumu yarattığında, dengeyi yeniden kuran bilgi veya bilginin keşfedilmesi gerekmez. Ancak bilgi için neyin en uygun olduğuna bağlı olarak uygulamalı etkinlik yoluyla okunabilir, anlatılabilir veya deneyimlenebilir (Harel, 2020, 2021).

### **2.1.2.3. Tekrarlı Akıl Yürütme / Muhakeme (Repeated-Reasoning) İlkesi**

Tekrarlayan Akıl Yürütme ilkesi, öğrencilerin belirli düşünme biçimlerini ve anlama biçimlerini içselleştirmeleri için akıl yürütmeleri gerektiğini varsayar (Harel, 1998; 2001). Tekrarlı Akıl Yürütme ilkesi, öğrencilerin ikilik ve gereklilik ilkelerini uygulayarak öğrendiklerini içselleştirmelerini amaçladığı için diğer iki ilkeyi tamamlar.

İçselleştirme, bir fikri veya kavramı belirli bir bağlamda yeniden sunma becerisini ifade eder. İçselleştirme, o kavramın daha fazla soyutlanması anlamına gelir; bir öğrenci bir kavramı içselleştirdiğinde, bu kavramı yeni bir durumda akıl yürütebilir ve uygulayabilir. Bu durumda akıl yürütme, rutin sorunları yanıtlama tatbikatıyla çelişir. Harel ve Sowder (2005), öğrencilere rutin problemler ve onları çözmek için prosedürler sunmak yerine, alternatif bir yaklaşımın, öğrencilere problemler sağlayarak matematiksel (veya bilimsel) kavramların çözüm sürecinde ortaya çıkmasını sağlamak olduğunu öne sürmektedir. Tekrarlanan Akıl Yürütme ilkesi, ancak öğrencilerin akıl yürütme ve çözümler oluşturma konusunda çeşitli fırsatlara sahip olduktan sonra öğretmenin kavram tanımını sağlaması gerektiğini öne sürer (Bakar ve ark., 2019). Öğrencilerin çözümleri romandan şemaya geçtikçe, öğrenciler matematiksel düşünme-matematik verimliliği geliştirmelerine yardımcı olarak sorunları çözmek için ürettikleri

prosedürleri soyutlamaya ve genelleştirmeye başlarlar (Subaşı ve Özay, 2020; Harel, 2021).

Matematik ve fen bilimlerindeki çoğu öğretim yaklaşımı, doğrudan çözüm prosedürünü öğretmekle muhakeme sürecini engellediği için öğrencilerin verimli düşünme yolları geliştirme fırsatlarını sınırlar. Algoritmalar, öğrencilere kendi başlarına akıl yürütme ve uygulama fırsatı verilmeden önce açık bir şekilde öğretildiğinde, matematikte verimliliği temsil etmez (Mujib ve Firmansyah, 2022). Harel'e (2020) göre, öğrencileri muhakeme etmekten mahrum bırakan öğretim, matematik müfredatında kullanılmamalıdır çünkü bu, düşünme yollarını geliştirdiğimiz durumlarda muhakeme yoluyla olur.

### **2.1.3. DNR'nin Öncülleri**

DNR'nin altında yatan varsayımları açıkça belirtmek için büyük çaba sarf edilmiştir. DNR öncülleri olarak adlandırılan bu varsayımlar, DNR formüle edilmeden önce apriori olarak tasarlanmamıştır. Bunun yerine DNR iddiaları üzerine düşünme ve gerekçelendirmelerin araştırılması sürecinde ortaya çıkmıştır (Cantimer ve Şengül, 2021).

Toplu olarak, bu öncüller DNR'nin matematik felsefesinin ve matematiğin öğrenilmesi ve öğretilmesinin temelini oluşturur (Harel, 2020, 2021).

DNR'nin sekiz öncülü söz konusu olup bunlar 4 kategoride incelenmiştir. (Demir, 2019)

#### **1. Matematik**

- **Matematik:** Matematik bilgisi, tarih boyunca kurumsallaşmış tüm anlama ve düşünme biçimlerinden oluşur.

#### **2. Öğrenme**

- **Epistemofili:** İnsanlar - tüm insanlar - şaşkın olma arzusu geliştirme ve yarattıkları bulmacaları çözebilmek adına zihinsel eylemlerde bulunmayı öğrenme kapasitesine sahip olup bu kapasitede bireysel farklılıklar, mevcut olsa da yeterli deneyimle değiştirilemeyen doğuştan gelen kapasiteleri yansıtmaz.

- **Bilmek:** Bilmek, (geçici) bir dengeye yönelik, özümseme ve uyum sağlama arasındaki sürekli gerilim yoluyla ilerleyen gelişimsel bir süreçtir.
- **Bilme-Bilgi Bağlantısı:** İnsanların bildiği herhangi bir bilgi parçası, sorunlu bir durumu çözmelerinin bir sonucudur.
- **Durum Bağımlılığı:** Öğrenme, bağlama bağlıdır.

### 3. Öğretme

- **Öğretme:** Matematik öğrenmek kendiliğinden olmaz. Bir kişinin uzman rehberliği altında veya daha yetenekli akranlarıyla işbirliği içinde yapabilecekleri ile rehberlik olmadan yapabilecekleri arasında her zaman bir fark olacaktır.

### 4. Ontoloji

- **Öznellik:** İnsanların yaptıklarını iddia ettikleri herhangi bir gözlem, zihinsel yapılarının çevrelerine atfettiklerinden kaynaklanmaktadır.
- **Bağılılık:** İnsanların eylemleri, dünya görüşleri tarafından yönlendirilir ve yönetilir ve tersine, dünya görüşleri eylemleri tarafından oluşturulur (Harel, 2020, 2021; Demir, 2019).

Bu öncüller bilinen teorilerden alınmıştır ya da onlara dayanmaktadır. Kısaca söylemek gerekirse epistemofili öncülü Aristoteles'e dayanmakta olan bir öncül olup (Lawson-Tancred, 1998) uyum kavramı Piaget'in Denge Teorisi'nin özünü teşkil eder (Piaget, 1985). Öğrenme-bilgi bağlantısı öncülü de Piaget'ten alınmış olup Brousseau'nun (1997) "her bilgi parçası için ona uygun mana veren temel bir durum söz konusudur" şeklindeki iddiası birbiriyle örtüşmektedir.

Durum bağılılığı öncülü bilgi edinmenin öğrenmenin uygun bağlama yerleştirilmesi ile ilişkili olduğunu ileri sürmekte olan Modern Bilişsel Teoriler ile örtüşmektedir (Demir, 2019).

Öğretme öncülü Vygotsky (1978) tarafından ileri sürülen "yakınsak gelişim alanı" fikrinden alınmıştır.

Öznellik ve bağıllık öncülleri Piaget'in "Yapısalcılık Teorisi" ile "Bilgiyi İşleme Teorisi"ne dayanmaktadır (Von Glasersfeld, 1983; Chiesi ve ark., 1979; Davis, 1984).

DNR'de matematik öğretimi ve öğreniminin kavramsal çerçevesini yukarıda belirtilen öncüllerin neden gerekli olduğuna yönelik soru teşkil etmektedir. DNR'nin bu bağlamda farklı rollere sahip olan matematikçiler, öğretmenler, okul yöneticileri ile kavramsal gelişiminde farklı düzeydeki öğrenciler ile alakalı gerçekleri görmeye ihtiyaçları söz konusudur. DNR ayrıca öğretilmesi amaçlanan bilginin doğası üzerine bu bilginin öğreniminin ve öğretiminin doğasına yönelik bir bakış açısına gerek duymaktadır. İki ontoloji öncülü olan "öznellik" ve "bağıllık" öncülleri eylemler ile ilgili yorumlara, öğrenciler ve öğretmenlerin görüşlerine yönelik öncüllerdir. Bu öncüller ile açıklanmakta olan ontolojik durumların matematik eğitimi üzerindeki etkileri yeni olmayıp daha önce pek çok araştırmacı tarafından bunların matematik eğitimindeki etkileri ortaya konmuştur (Steffe ve ark., 1988; Steffe ve Thompson, 2000; Confrey, 1990; Dubinsky, 1991). Bu araştırmalar neticesinde matematik programı ve öğretime dair önemli önerileri aşağıdaki gibidir:

- Öğrencilerin gerçekleri gözlemciler olarak bizim anlattıklarımız değil onların gerçek deneyimleridir
- Öğrencilerin deneyimleriyle ilgili gözlemlerimiz tanımlanırken esasen yalnızca ne gözlemlediğimize dair kavramları tanımlamakta olan bir model sunulmuş olunur
- Bu modellerin pedagojik açıdan etkili olması için öğrencilerin gördüğümüz, işittiğimiz eylemlerinin yanı sıra bunların muhtemel nedenlerini de kapsamaları gerekmektedir.

Matematik bilgisinin doğasıyla ilgili olan matematik öncülü öğretilmesi amaçlanmakta olan bilgi ve öğretimsel hedefler bu disiplini meydana getiren anlama ve düşünme yollarıyla formüle edilmektedir. Diğer öğrenme öncüllerinin her birisi öğrenmenin farklı bir yönüyle ilgilenir. Bunlardan epistemofili öncülü bilgi düzeyini ifade etmekte olup insanların bilme istek ve arzuları ile alakalıdır. İnsanların yalnızca fiziksel ve zihinsel çevrelerini meydana getirmek ve etkilemek adına problem çözmeye istekli olmalarını sağlamakla kalmaz, düşüncelerini de sağlamaktadır. Bu öncül aynı

zamanda insanlara düşünmeleri, problem oluşturmaları ve çözmelerine yönelik fırsat verilmesi halinde tüm insanların öğrenebileceğini ileri sürmektedir. Bu bağlamda öğrenme eğiliminin kalıtsal olduğunu ileri sürmekte iken kişisel farklılıkların uygun deneyimler ile değişmeyen temel kalıtsal yeterlilikleri yansıttığına ilişkin görüşü kabul etmez (Brownell, 1946; Davis, 1992; Hiebert, 1997; Bakar ve ark., 2019; Demir, 2019; Harel, 2020, 2021).

Bir başka öncül olan bilme öncülü ise bilme mekanizmasıyla ilişkilidir. Diğer bir ifadeyle bilme bir özümseme ve uyumsama süreci olup uyumsama aşamasındaki Başarsızlık zihni ile çevresi arasında denge kurma çabasında olan zihinsel bir sistemin ortaya çıkmasına neden olur. Bu öncül özü itibarıyla problem çözmeyi öğrenme açısından yegâne araç olarak görmekte olan çok sayıda araştırmacının düşüncelerinin özünü teşkil etmektedir (Brownell, 1946; Davis, 1992; Hiebert, 1997; Thompson, 1985).

Durum Bağımlılığı Öncülü, öğrenmenin bağlamsallaştırılmasıyla ilgilidir. Önerme, öğrenmenin tamamen bağlama bağlı olduğunu iddia etmez - bazı akademisyenlerin (Lave, 1988) öne sürdüğü gibi, bir bağlamda edinilen bilgi başka bir bağlama aktarılamaz. Örneğin, soyutlamanın çok az işe yaradığını ima eden bu iddia, Anderson ve arkadaşları (1996) tarafından inandırıcı bir şekilde savunulduğu gibi, açıkça doğru değildir. Bunun yerine, Durum Bağımlılığı Öncülü, belirli bir alana ait düşünme biçimlerinin en iyi o alanın bağlamında ve içeriğinde öğrenildiğini savunur. Örneğin kişinin süreçleri kavramsal varlıklar, zihinsel sistemin doğrudan bir şekilde akıl yürütebileceği nesneler olarak yeniden kavramsallaştırdığı düşünme biçimi olan şeyleştirme ele alalım (Greeno, 1980).

İnsanlar, bebeklik döneminden başlayarak yaşamları boyunca fiziksel ve sosyal çevreleriyle etkileşim yoluyla kavramsal varlıklar oluştururlar. "Doku" ve "renk" ve "arkadaşlık" ve "adalet" gibi algısal ve sosyal kavramlar hakkında doğrudan çaba göstermeden doğrudan akıl yürütürler. Bununla birlikte, şeyleştirmenin kişinin günlük yaşamında uygulanma kolaylığı, diğer alanlarda, özellikle matematikte başarılı bir şekilde uygulanmasını garanti etmez (Brownell, 1946; Davis, 1992; Hiebert, 1997; Bakar ve ark., 2019; Demir, 2019; Harel, 2020, 2021).

Matematikte süreçleri kavramsal varlıklara dönüştürmenin zor olduğu iyi bir şekilde belgelenmiştir. Örneğin, fonksiyon kavramını bir eşleme sürecinden bir nesneye, örneğin bir grubun veya vektör uzayının bir elemanı olarak yeniden kavramsallaştırmak, üniversite öğrencileri için bile zordur (Dubinsky, 1991; Sfard, 1991); Kesir kavramını çarpımsal bir ilişkiden tek bir sayıya yeniden kavramsallaştırmak orta sınıf öğrencileri için zordur (Behr ve ark., 1984); ve bir sayı adına sayma sürecini yeniden kavramsallaştırmak, birinci sınıf öğrencileri için önemsiz olmaktan çok uzaktır (Steffe, ve ark., 1983).

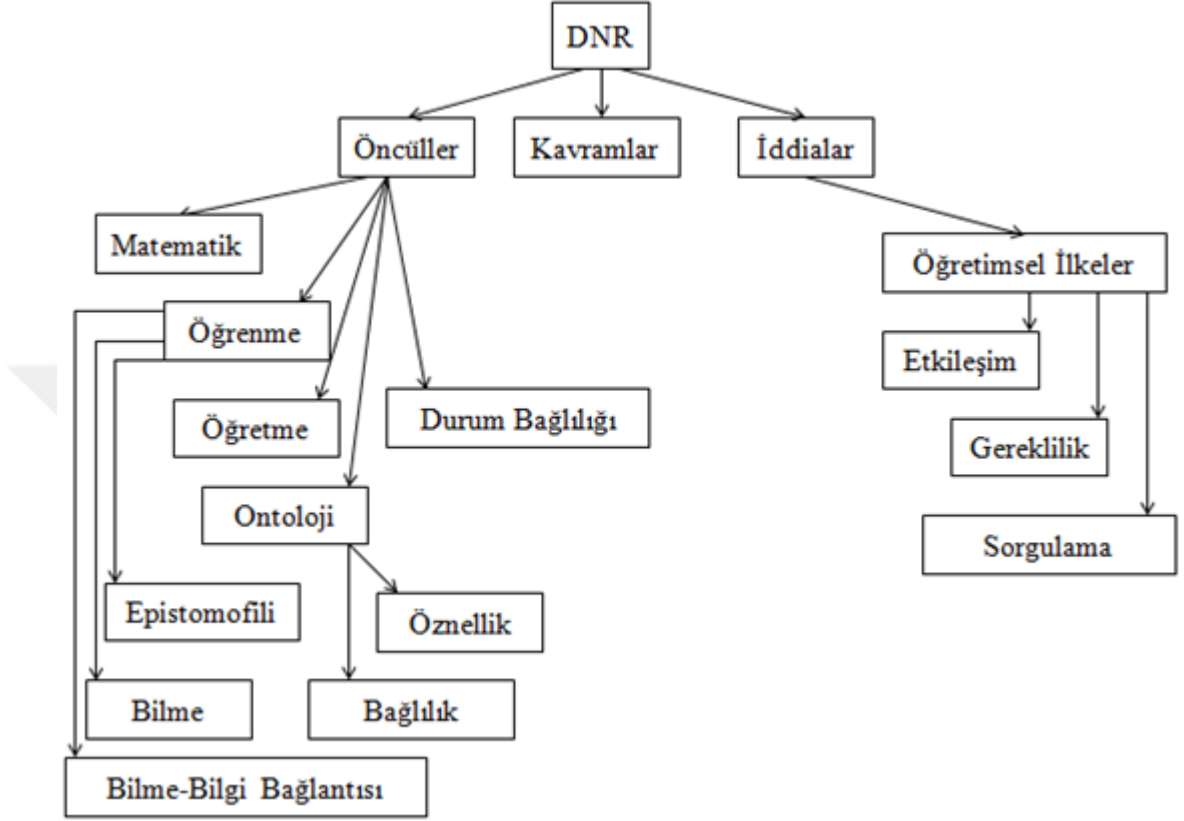
Durum bağımlılığı, matematiğin alt disiplinlerinde bile mevcuttur, çünkü her bir matematiksel içerik alanı benzersiz bir dizi düşünme yolu (ve anlama yolu) ile karakterize edilir. Örneğin, kombinatoriği karakterize eden düşünme biçimleri kümesi, topolojiyi karakterize edenden farklıdır. Aynı alan içinde bile, diyelim ki Öklid geometrisi, örneğin düzlem geometriyi karakterize eden düşünme biçimleri, uzamsal geometriyi karakterize edenlerle aynı değildir (Brownell, 1946; Davis, 1992; Hiebert, 1997; Lerman, 2000; Bakar ve ark., 2019; Demir, 2019; Harel, 2020, 2021)

Son olarak, Öğretme Öncülü, matematik bilgisinin öğrenilmesini kolaylaştırmak için uzman rehberliğinin vazgeçilmez olduğunu ileri sürer. Bu öncül, DNR gibi yapılandırmacı bir bakış açısına yönelik bir çerçevede özellikle gereklidir, çünkü kişilerin kendi öğrenmelerinden sorumlu oldukları veya öğrenmenin ilerleyebileceği gibi bir bakış açısıyla (yanlış) çıkarım yapılarak uzman rehberliğinin öğrenmedeki rolü en aza indirilebilir (Lerman, 2000). Öğretme öncülü bu iddiayı reddeder ve Vygotsky'den sonra, bilimsel bilgi -bizim durumumuzda matematik- elde etmede uzman rehberliğinin öğrenmeyi kolaylaştırmak için vazgeçilmez olduğu konusunda ısrar etmektedir. Öğretme Öncülü, doğal olarak, bir uzmanın öğrenmeyi sağlayabilecek etkili öğretim uygulamalarının doğasına sahip olması gerektiğini ileri sürmektedir (Demir, 2019; Bakar ve ark., 2019; Harel, 2021).

Yukarıdaki açıklamalardan hareketle matematiği öğrenme ve öğretmeyle ilgili 4 öncül ile bunların alt gruplarının ilave edilmesi ile ortaya çıkan DNR yapısı Şekil 2'deki gibidir.

## Şekil 2

*DNR'nin öncüllerin eklenmesiyle ortaya çıkan yapısı (Demir, 2019)*



### 2.1.4. DNR Kavramları

DNR’de üç temel kavram söz konusu olup bunlar aşağıdaki gibidir:

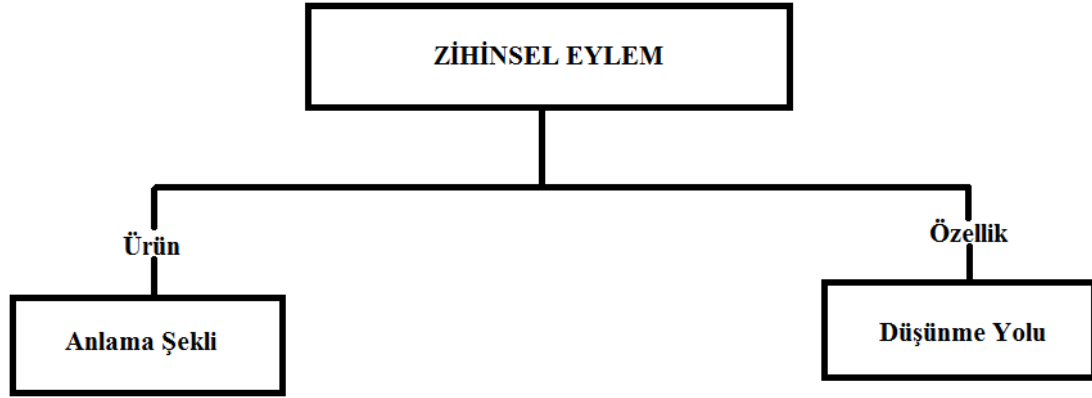
- Zihinsel eylem
- Anlama şekilleri
- Düşünme yolları

Yaptığımız fiziki aktiviteler gibi zihnimiz ile de bazı faaliyetler gerçekleştirmekteyiz. Harel (1998) tarafından insan zihninde gerçekleştirilen faaliyetler için “zihinsel eylem” terimi kullanılmaktadır. Yorumlama, açıklama, ilişkilendirme, sınıflama, kanıtlama, çözümleme vb her birisi zihinsel bir aktivite olup benzer fiziki eylemlerden ayırt edilmelidirler.

Örnek vermek gerekirse araştırma eylemi karşılaştığımız bir bireyin adını hatırlamaya çabalarken belleğimizi bu doğrultuda çalıştırmamız halinde zihinsel bir eylem olmakta iken kaybedilen bir nesnenin bulunmaya çalışılması durumunda ise fiziksel bir eylem olmaktadır. DNR öğrencilerin sadece zihinsel eylemlerinin neler olduğunu ya da bunların nasıl kullandıkları ile ilgilenmekle kalmaz, bunların yanı sıra kullanılmakta olan zihinsel eyleme bağlı olarak ortaya çıkan ürün ve bu zihinsel eylemlerin özellikleriyle de ilgilenmektedir. Burada belirtilen ürün ve özellik iki önemli yapıdır (Harel, 2020). Şekil 3’te bu ilişki görülmektedir.

### Şekil 3

*Üçlü yapı; zihinsel eylem, anlama şekli, düşünme yolu*

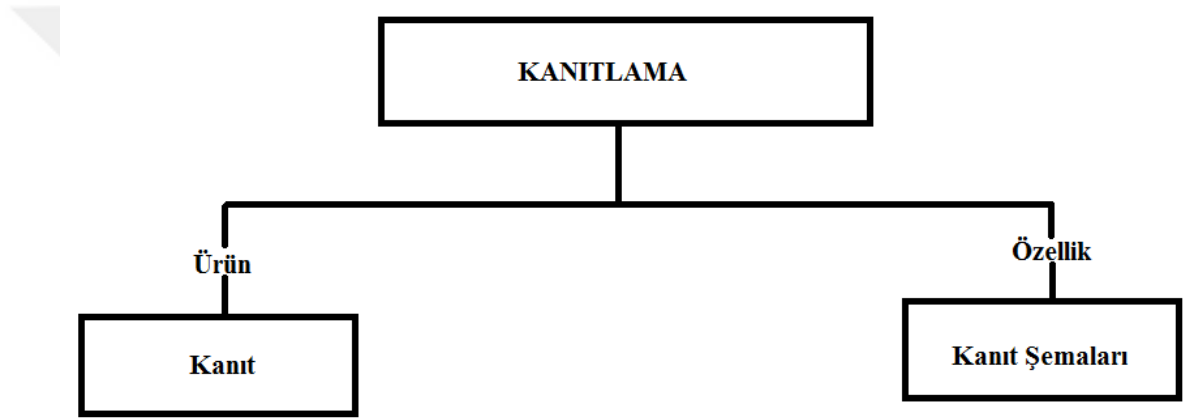


Bir önceki örnek ile izah etmek gerekirse bir kişinin adını hatırlamaya çalışırken beyin zihinsel eylem olarak araştırma eylemini kullanmakta olup bunun neticesinde de hatırlanmaya çalışılan isim bulunacak ya da bulunamayacaktır. Sonuç olarak da ortaya bir ürün çıkmış olacaktır. Bu ürün araştırma eylemi neticesinde hatırlanan “isim” olacaktır. Benzer şekilde beyin bu ismi hatırlamaya çalışırken bazı süreçleri de işin içine dahil edecektir. Geçmiş deneyimlerin o isim ile ilgili manalardan faydalanarak bulmaya çalışacaktır. Diğer bir ifadeyle araştırmalar neticesinde hafızayı ürüne getiren tüm yollar zihinsel eylemin özelliğini belirlemektedir. Bu nedenle araştırma eylemi neticesinde ortaya çıkan ürün kişinin anlama şeklini ifade etmekte iken eylemin özelliği ise düşünme yolunu ifade etmektedir (Harel, 2008, 2020, 2021; Demir, 2019).

DNR matematik eğimi alanında ortaya çıktığında matematikle ilgili bir örnek ile Şekil 4’teki açıklanması daha betimleyici olabilir. Zihinsel eylemi kapsayan fiilin kanıtlama olduğu kabul edildiğinde verilen problemin çözümünde ortaya çıkmakta olan sonuç (ürün) kanıt iken sonuca ulaşabilmek adına kullanılmakta olan tüm çözüm yolları da kanıt şemaları olacaktır. Buradan da anlaşılacağı üzere kanıtlar anlama şekillerine, kanıtlama şemaları ise düşünme yollarına tekabül eder (Harel, 2008, 2020, 2021; Mujib ve Firmansyah, 2022).

#### Şekil 4

*Üçlü yapı, kanıtlama, kanıt, kanıt şemaları*



##### 2.1.4.1. Zihinsel Eylemler

Zihinsel eylemler denildiğinde problem çözme, arama, uygulama, öngörme, sınıflandırma, genelleme, açıklama, anlamlandırma, varsayım ve yorumlama gibi eylemler ifade edilmektedir (Harel, 2007: 155).

Harel ve Sowder’a (1998:234) göre ispat etme bireyin yahut bir grubun herhangi bir iddianın doğruluğuna ilişkin kuşkularını ortadan kaldırmak adına kullandıkları zihinsel eylemdir. İspatla etme kalıcı ve belirleyici iki eylemden biri ya da bunların kombinasyonu ile başlatılmaktadır. Belirleme bir kişinin iddianın gerçekliği ile ilgili kendi kuşkularını ortadan kaldırabilmek adına kullandıkları eylem iken ikna etmek ise kişinin başkalarının iddianın gerçeği ile ilgili kuşkularının giderilmesinde uygulanan eylemdir (Bakar ve ark., 2019). Dolayısıyla ispat kişinin kendi tepsinde üretmiş olduğu

veya başkalarını bir savın doğru olduğuna ikna edebilmek için oluşturduğu özel argümanlar iken ispat şeması ise bireyin ortaya koyduğu ispatların ortak bilişsel bir özelliği anlamına gelir (Harel, 2021).

İnsanlar akıl yürütürken problem çözme, araştırma, sınıflandırma, tahmin, uygulama, genelleme, kanıtlama, sonuç çıkarma, varsayma ve yorumlama gibi birçok zihinsel eylemi gerçekleştirirler. Tüm bu eylemler matematik yapmak ve öğrenmek için önemli olmakla birlikte, matematiğe özgü olmayıp, bununla beraber gündelik yaşamın bir parçası olarak karışımıza çıkmaktadır (Bakar ve ark., 2019). Zihinsel eylemler, insan bilişinin temel unsurlarıdır ve farklı alanlarda uzman belirli zihinsel eylemleri gerçekleştirme derecesi farklılık gösterebilir. Örnek vermek gerekirse bir ressamın bir marangoza göre çok daha çok soyutlama yapıyor olması, bir kimyagerin matematikçiye göre daha çok modelleme yapıyor olması ya da matematikçinin bir piyaniste göre daha çok doğrulama ve varsayımda bulunması yapması mümkün olabilmektedir. Ancak bu uzmanların arasındaki daha dikkat çekici ve önemli fark ise onların yapmış olduğu zihinsel eylemlerin özellikleridir (Demir, 2019). Bir matematikçi, fizikçi biyolog ya da kimyager uzmanlık alanlarının her bir aşamasında sorun çözme eylemini gerçekleştirmektedirler. Dolayısıyla uzmanlıklarına göre yaygın sorunlara benzer çözüm önerileri üretmektedirler (Demir, 2019, Harel, 2008, 2020, 2021). Bununla beraber problem çözme esnasındaki zihinsel eylemlerin doğası da diğerlerinden farklılık arz edebilir ki bu sebepten ötürü de insanların entelektüel faaliyetlerinin tanımlanması ve analiz edilebilmesi için zihinsel eylemlerinin göz önünde bulundurulması gerekir.

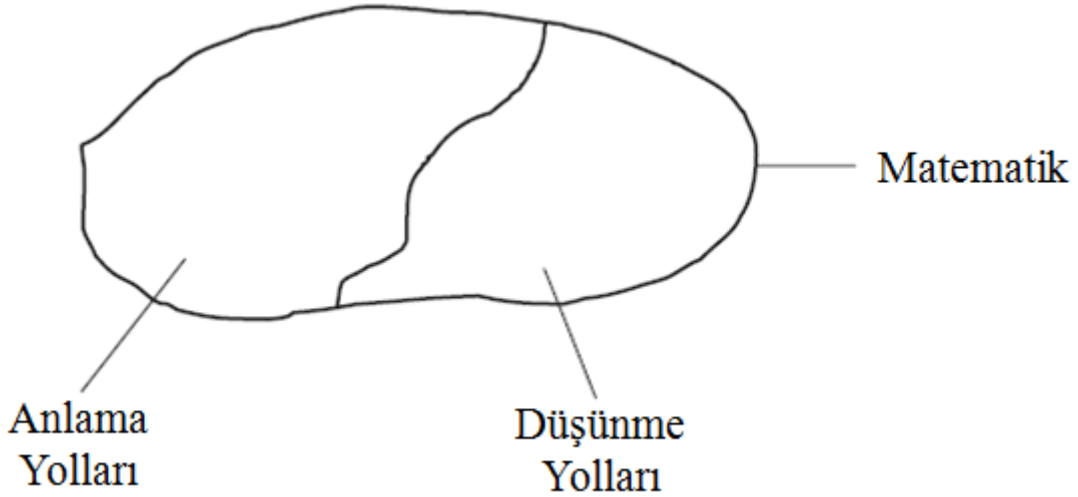
#### **2.1.4.2. Anlama ve Düşünme Yolları**

Matematiği oluşturan öğeler arasında anlama ve düşünme yolları son derece önemlidir. Matematiğin uygulayıcısı konumunda olan matematikçiler matematiği belli özellikler ile (düşünme yolları) zihinsel eylemler gerçekleştirerek ve belli yapıları (anlama yolları) üreterek deneyimlemektedirler (Demir, 2019). Bu sebepten ötürü de DNR'ye göre matematik iki bilgi kümesinden oluşan bir disiplindir. Bunlardan ilki belli aksiyomlar, tanımlar, teoremler, ispatlar, problemler ve çözümlerini içermekte olan bir yapı olup bu alt küme matematiğin tarihi süresince kurumsallaşan tüm anlama yollarını içerir (Harel, 2020, 2021). İkinci küme ise ürünleri birinci kümeyi meydana getirmekte olan zihinsel eylemlerin özellikleri olan tüm düşünme yollarından meydana gelmektedir

(Harel, 2008a). Matematiği meydana getirmekte olan bu kümeler Şekil 5'te görülmektedir.

### Şekil 5

*Matematiği Oluşturan Öğeler (Harel, 2008a)*



Zihinsel eylemler bireylerin ifadeleri ve davranışlarını gözlemleyerek incelenebilir. Bireyin ifadeleri ve davranışları, bireyin gerçekleştirdiği zihinsel eylemin bilişsel ürünleri olabilmektedir ki böylesi bir bilişsel ürün bireyin zihinsel eylemiyle ilişkili olan anlama yoludur. Bireyin zihinsel bir eylem ile ilişkili olan anlama yolu pek çok defa gözlemlenirse bu zihinsel eylemin belli bilişsel özellikleri ortaya çıkarılabilmektedir. Böylesi bir özellik bu zihinsel eylem ile ilişkili olan düşünme yoluna işaret etmektedir (Harel, 2008).

#### **2.1.4.2.1. Anlama Yolları**

Anlama yolları bireyin matematik ile ilgilenirken yapmış olduğu belirli matematiksel eylemleri ifade etmektedir. Bunlar kişinin;

- Bir kavrama, kavramlar arasındaki ilişkiye, ifadelere yahut probleme vermiş olduğu belli bir mana
- Bir problem için ortaya koymuş olduğu belli bir çözüm yahut
- Bir iddia oluşturmak ya da bunu çürütmek amacıyla sunmuş olduğu belli bir ispattır (Harel, 2008).

### ***Anlama Yolları Kategori 1: Belirli Bir Anlam***

Kişinin herhangi bir terim veya sembol ile alakalı yapmış olduğu yorumlar ile kavram veya sembol ile ilgili anlama yollarıdır. Zira tüm bunlar kişinin yorumlama eyleminin belli bilişsel ürünleridir (Harel, 2008a). Örneğin, öğrencilerin 2/3'ünün kendilerine verilen sembolü yorumlama şekilleri onların bu sembol ile ilgili anlama yolları olup bunlar öğrencilerin anlam çıkardıkları bağlama bağlı olarak farklılık arz edebileceği gibi yanlış veya doğru da olabilmektedir (Demir, 2019; Harel, 2021).

Kişinin bir kavram yahut sembol ile ilgili yapmış olduğu yorumlar o kişinin ilgili kavram veya sembol ile alakalı anlama yollarını ifade eder. Zira bunlar bireyin yorumlama faaliyetinin belli bilişsel ürünler olarak karşımıza çıkmaktadır. Örnek verecek olursak, öğrencilerin 1/2'yi yorum katma biçimleri onların bu sembollerle ilgili anlama yöntemlerini ifade etmekte olup bu anlama yolları da öğrencilerin anlam çıkardıkları bağlama göre farklılık arz edebileceği gibi doğru yahut yanlış da olabilmektedir (Harel, 2008a, Demir, 2019; Harel, 2020).

### ***Anlama Yolları Kategori 2: Belirli Bir Çözüm***

Kişinin bir probleme yönelik sunmuş olduğu çözüm (doğru veya yanlış) bir anlama yöntemidir. Zira bu çözüm, problem çözme eyleminin bilişsel bir ürünüdür (Harel, 2008a).

Aşağıda 8. Sınıf öğrencilerine sorulan “bir havuzu iki musluktan biri 20, diğeri 30 saatte doldurmaktadır. Her iki musluk birlikte açıldığı zaman havuz kaç saatte dolar” şeklindeki problem için öğrenciler tarafından verilen cevaplar arasından seçilen örnekler aşağıdaki gibidir:

#### **Çözüm 1:**

Havuz aşağıdaki gibi 5 eşit parçaya bölünür.

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 6 | 6 | 4 | 4 | 4 |
|---|---|---|---|---|

Birinci musluk havuzun bir bölmesini 4, ikinci musluk ise 6 saatte doldurur. Bu nedenle birinci musluk 12 saatte havuzun  $\frac{3}{5}$ 'ini, ikinci musluk da kalan  $\frac{2}{5}$ 'ini dolduracaktır.

**Çözüm 2:** İki musluk birlikte açıldığında havuz 50 saatte dolar

**Çözüm 3:** İki musluk birlikte açıldığında havuz 10 saatte dolar

**Çözüm 4:** İki musluğun havuzu X saatte doldurduğunu kabul edelim. Birinci musluk 1 saatte havuzun  $\frac{1}{20}$ 'sini, ikinci musluk  $\frac{1}{30}$ 'unu dolduracaktır. Birinci musluk X saatte havuzun  $\frac{x}{20}$ 'sini, ikinci musluk  $\frac{x}{30}$ 'unu dolduracaktır. Bu sebepten ötürü de  $\frac{x}{20} + \frac{x}{30} = 1$  olmalıdır. Öğrenci kurduğu bu denklemi çözmek suretiyle problemin cevabını 12 olarak hesaplamıştır.

Yukarıda verilen çözümler Harel'in (2008b) öğretmenlerin bilgi temellerini geliştirmeyi hedefleyen DNR tabanlı etkinliklerin birinde öğretmenlere sunulmuş ve öğretmenlerden bu çözümleri değerlendirmeleri istenmiştir. Öğretmenler ile yapılan böylesi etkinliklerde çoğunlukla şu şekilde bir yol takip edilir: Öncelikli olarak öğretmenlere bir problem sunulur. Bu problemle ilgili öğretmenler bireysel veya küçük gruplar ile çalışırlar (Demir, 2019). Sonrasında grup temsilcileri tarafından grubun çözümleri sınıfa sunulur. Öğretmenler çözüme yönelik yaklaşımlarını ve karşı karşıya kaldıkları güçlükleri derinlemesine düşünüp tartışırlar. Sınıftaki tartışmalarda farklı çözümlerin benzer ve farklı yönleri tartışılır. Problem ile ilgili anlama ve düşünme yolları açık bir şekilde ortaya konur. Öğrencilerin problem ya da çözümünde karşı karşıya kalabilecekleri muhtemel güçlükler ile bunların kaynağı tartışılır. Sonrasında ise öğrenciler çözümleri inceler ve karşı karşıya kaldıkları zorluklarla ilgili muhtemel öğretimsel uygulamaların ne şekilde olması gerektiği tartışılmaktadır (Harel, 2008a,b; Harel, 2021, Demir, 2019).

Öğretmenler yukarıdaki problemle ilgili verilmiş olan 4 çözümünü de tartışmışlar ve her bir çözümün farklı bir anlama ve düşünme yolunu temsil ettiğine kanaat getirmişlerdir (Harel, 2008b). Örneğin öğretmenler Çözüm 2'deki anlama yolunun problem geçmekte olan "birlikte" kelimesinden ötürü "anahtar bir kelime arama" düşünme yolundan etkilenmiş olabileceğini ifade etmişlerdir. Çözüm 3'te ise doğru olmasa bile öğretmenler havuzun her iki musluk tarafından doldurulabilmesi için

gerekli olan sürenin bir musluk tarafından doldurulması için gerekli olan süreden daha az olabileceğini ileri sürmekte olan öğrencilerin niteliksel bir kavrayış göstermiş olabileceklerini düşünmüşlerdir (Harel, 2008b). Yalnızca bir öğrencinin önerdiği Çözüm 1 ise öğretmenlerin bilhassa dikkatini çekmiş olup bu çözüm önerisi için öğretmenlerin tartışmaları “şekil çizme”, “tahmin ve kontrol etme”, “verilen nicelikler ile ilgili ilişkiler kurma” gibi öğrencilerin problem çözmelerini etkileyebilecek olası bitişik düşünme yollarına yoğunlaşmıştır (Harel, 2008b).

Sonuç itibarıyla belirtilen bu tarz etkinliklerde öğretmenler öğrencilerin problemi çözmede kullandıkları yaklaşımın o öğrencilerin problem ifadelerini ne şekilde açıkladığı ve yorumladığı ile ilişkili olduğu fark edilmiştir.

### ***Anlama Yolları Kategori 3: Belirli Bir İspat***

İspat, kişinin bir iddianın doğruluğunu anlamak veya diğerlerini bu iddianın doğru olduğuna ikna etmek için ürettiği düşüncedir.

#### ***2.1.4.2.2. Düşünme Yolları***

DNR tabanlı yaklaşımda anlama yolu kavramı bireyin belli matematiksel durumlar için başvurmuş olduğu muhakemeyi ifade etmekte iken düşünme yolu ise anlama yollarını şekillendiren şeyin ne olduğunu işaret etmektedir. Bu sebepten ötürü de belli bir duruma has olmayıp pek çok duruma yönelik muhakemeyi ifade etmektedir (Harel, 2001). Diğer bir ifadeyle düşünme yolları anlama yollarının bilişsel bir özelliğidir ve böylesi bir özellik zihinsel bir eylemin bilişsel ürünlerinden anlama yollarının gözlemlenmesi sonucunda anlaşılabilir. Örnek vermek gerekirse, bir öğrencinin matematiksel davranışlarını gözlemlemekte olan bir öğretmen öğrencinin matematik sembollerine yönelik yorumunun karakteristik açıdan sayısal gösterimlerden yoksun ve değişme olduğu yahut diğer kavramlar ile bağlantılı ve esnek olduğu şeklinde çıkarımlarda bulunabilir. Aynı şekilde öğretmen bir öğrencinin matematiksel iddialara dair doğrulamasının tipik olarak deneysel ispat yahut tümdengelim kurallarına dayandığı şeklinde bir sonuca da ulaşabilir (Harel, 2008b).

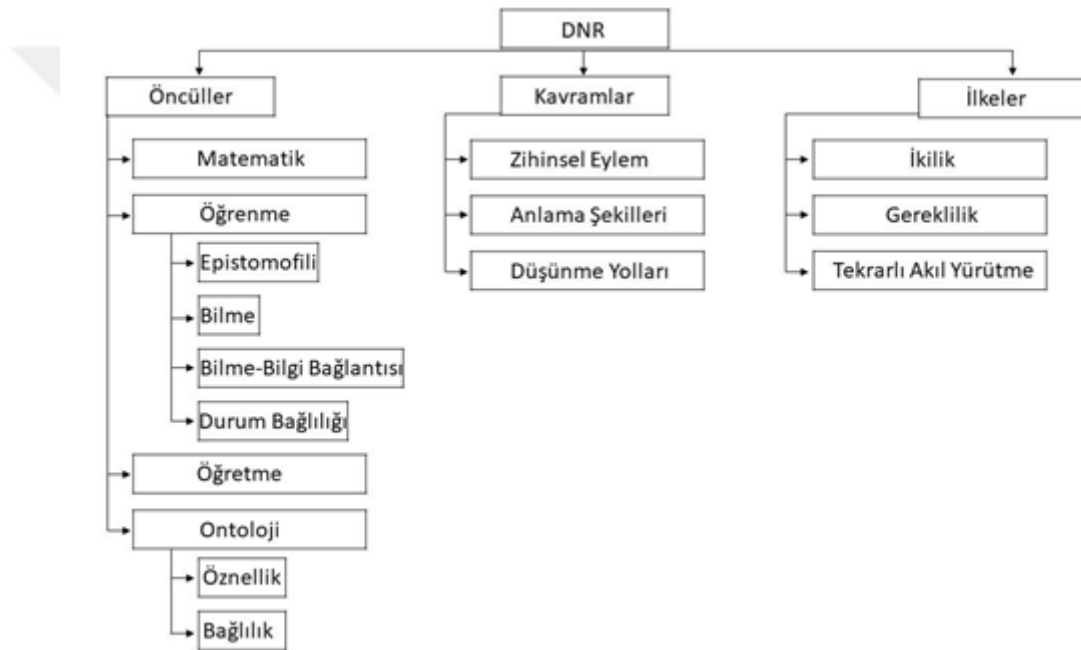
Metodolojik açıdan öğrencinin kullanmakta olduğu düşünme yolu analiz edilirken bunun ilişkili olduğu zihinsel eylemin belirlenmesi son derece önem arz etmektedir (Harel, 2021). Düşünme yollarının sınıflandırılması bu eylemin ne olabileceğine yönelik

temel bir kaynak olabilir (Harel, 2020). Dolayısıyla düşünme yolları bilginin birbiri ile ilişkili üç kategorisini içermekte olup bunlar matematikle ilgili problem çözme yaklaşımları, inançlar ve ispat şemalarıdır (Harel, 2008b).

Yukarıdaki açıklamalardan hareketle DNR öncüllerden, kavramlardan ve ilkelere meydana gelen teorik bir çerçeve olarak düşünebiliriz. Genel olarak DNR'yi Şekil 6'da ki gibi gösterebiliriz.

### Şekil 6

*Genel olarak DNR yapısı*



#### 2.1.5. DNR Tabanlı Öğretimde İspat Şemaları

İspatlama, matematiğin anlaşılması ve uygulanması sürecinde önemli bir role sahiptir. İspat, matematiği kendisi yapan bileşenlerin en önemli kısmını oluşturur (Padula, 2006). Garnier ve Taylor (1997) ispatı, yeterli delil sunarak bir yargının veya bir sonucun doğruluğunu/yanlışlığını dayatma çabası olarak tanımlarken, Hanna (2000) ispatın bir durumun doğruluğunu/yanlışlığını göstermekle kalmayıp aynı zamanda açıklamasını da ifade eder. Harel ve Sowder'a (2007) göre ispatlama, bir iddianın doğruluğuna yönelik bir toplumun veya bireyin şüphelerini ortadan kaldırmak için yapılan zihinsel bir eylemdir.

Matematiksel düşünme yeteneğinin geliştirilmesi, matematiksel bilginin gelişiminin ve inşasının kavranması, olgunun düzeyinin ve kullanımının algılanması süreçlerinde ispat ve ispatlama merkezi bir öneme sahiptir. İspat, matematik ve matematik eğitiminin temellerini oluşturan en önemli kavramlardan biri olarak kabul edilmektedir (Ball ve ark. 2002; Knuth, 2002; Lee, 2002; Padraig ve McLoughlin, 2002; Uğurel ve Moralı, 2010).

Ross (1998) ispata ilişkin eğitsel değerlerin kuramsal çerçeveden daha çok dikkate alınması gerektiğini savunmaktadır. Mantıksal düşünme yollarını kazanmanın, ispatın evrimini ve bilginin inşasını farklı bir şekilde geliştireceğini iddia ediyor. Dolayısıyla öğrencilerin muhakeme yeteneği geliştirilmeyecekse, matematik sadece basit işlemleri takip etmek ve örnekleri kavramsallaştırmadan taklit etmek anlamına gelir. Bu nedenle matematik eğitiminin temel amacı, öğrencilere anlamlı çözüm yolları üretmeyi öğretmek, uygun genelleme, analiz ve sentezden oluşan kavramsallaştırma ve mantıksal düşünme becerilerini desteklemektir (Dobos, Ocsko ve Vasarhelyi, 2001). Bu amaçlar ispatın önemini göstermektedir çünkü ispatlama bu yeteneklerin üretilmesi sürecinde önemli bir rol oynamaktadır (Terzi, Ünal ve Gürbüz, 2012).

İspatın artan önemi, farklı yaş gruplarından öğrencilerin ispat yapma süreçlerini, bu süreçlerdeki düşünme şemalarını ve ispata yaklaşımlarındaki değişiklikleri anlamaya yönelik birçok araştırmayı beraberinde getirmiştir. Ancak bu çalışmaların sonuçları, tüm eğitim kademelerindeki (ilk, orta ve yükseköğretim) öğrencilerin zorluk ve ispat aşamalarını sevmedikleri bir davranış olduğunu göstermektedir (Özer ve Arıkan, 2002; Almedia, 2003; Jones, 2000; de Villiers, 1990). ;Raman, 2003 vd. Moralı, Uğurel, Tümnüklü ve Yeşildere, 2006).

Genel olarak öğrencilerin ispat stratejileri yetersizdir (Weber, 2001) ve ispat sürecinde yaşadıklarını anlamsız bulmaktadırlar (Galindo, 1998 akt. İskenderoğlu, 2010). Bu nedenle, öğrencilerin çoğu derslerden geçmek için ispatı anlamak yerine ezberlemeyi tercih etmektedirler (Condradie ve Firth, 2000). Öğrenciler lisans eğitiminden önce ispatla yeterince karşılaşmadıkları (Knapp, 2005; Altun, Aşkar ve Sarı, 2007), ispatın içselleştirilmesi ve geliştirilmesi için uygun ortamlara katılmadıkları için ispata karşı olumsuz bir bakış açısı geliştirirler.

Almeida (2000), öğretmenlerin ispata ilişkin algı ve deneyimlerinin öğrencileri ispat yeteneğini geliştirme sürecinde etkilediğini iddia etmiştir. Öğretmenler, öğrencilere bu becerileri kazandırmak için öğrencilere öğrettikleri bilgilerin temellerini ve öğrencilerin kafalarındaki olası soruların cevaplarını bilmelidirler. Bu nedenle öğretmenlerin kendi kavramsallaştırmalarını ve sorgulamalarını yapmaları beklenmektedir. Bu nedenle matematik öğretmen adaylarının ispat konusunda donanımlı olacak şekilde yetiştirilmesi gerekmektedir (Güler ve Dikici, 2012).

Mantıksal düşünme becerisini geliştirmek ve ispatla ilgili sorunları önlemek için ispat, öğrencilerin seviye ve becerilerine uygun olarak erken yaşlardan itibaren programlarına entegre edilmelidir. İspat ilköğretimde sınırlı bir yere sahip olsa da ispatla ilgili deneyimlerin başlangıç noktası olduğundan matematik öğretmen adaylarının ispata bakış açıları ve ispat yapabilme yetenekleri daha çok tartışılır hale gelmiştir (Martin ve Harel, 1989).

Teori, kural ya da probleme ilişkin ispatlar, bilginin başlangıç noktasını anlama, ilişkileri kavrama ve sonucu analiz etme süreçlerinde etkin rol oynar. Sebep-sonuç ilişkisini görselleştirerek temelleri ve kavramları anlamak, ezberleme eğilimini azaltabilir. Bu nedenle, ispata vurgu yapılması gerekiyordu. Hart'a (1994) göre, ispat sürecindeki hataların nedenlerini gerçekleştirmek için öğrencilerin düşünme süreçleri ile ilgili bilimsel araştırmalar yapılmalıdır (Weber, 2001).

Harel (2008) zihinsel eylemi, düşünme yollarını, anlama yollarını ve ayrıca bunlar arasındaki ilişkiyi vurgulayan bir teori geliştirmiştir. DNR olarak adlandırılan teori, İkilik, Gerekliklik ve Tekrarlanan Akıl Yürütme kavramlarını birleştirir. Bu kavramlar, öğretim ilkelerinin düşünme ve anlama biçimleri, öğrencilerin zihinsel gereklilikleri ve bilgiyi içselleştirmeleri arasındaki ilişkiyi temel alması gerektiği anlamına gelir. Matematik, hem düşünme yollarından hem de anlama biçimlerinden oluşan bir küme olarak kabul edilir. Harel ve Sowder'a (1998) göre matematik öğretim programı sadece anlama biçimleri açısından ele alınmamalı, düşünme biçimlerini de içermelidir. Bu eksikliği göz önünde bulundurarak ispatlama sırasında çözüm düzeylerini sınıflandıran düşünme süreçleri üzerine nedenleri sorgulayarak bir çalışma yürütmüşlerdir. İspatı üç ispat şeması altında gruplandırıdılar; harici, ampirik ve analitik. İspat şemaları, nasıl ikna edildiğini ve bir kişinin başkalarını nasıl ikna ettiğini gösterir. Öte yandan, matematiksel

durumlar sırasında öğrencilerin düşünme tepkilerini gösterdikleri için de önemlidirler. Her bir ispat şeması kategorisi, öğrencilerin ispat sürecindeki davranışlarına göre tasarlanır ve öğrencilerin zihinsel becerilerini gösterir (Harel ve Sowder, 1998). Üç ispat şeması aşağıda açıklanmıştır.

#### **2.1.5.1. Dışsal İspat Şemaları**

Bu şemaları kullanan öğrenciler, bilgilerinin doğruluğunu kitaplara, kurallara ya da öğretmene, aile gibi diğer kişilere atfederler (Flores, 2006; Flores, 2002). Bu şemada öğrenciler, akıl yürütme yerine daha önce öğrendikleri argümanlarla destekleyerek bilgilerini onaylarlar. Bu şemalar aynı zamanda sembollerin anlamlarını anlamadan ve algoritmik yapılanmaların nedenlerini kavramadan meydana gelen ispatlardan oluşmaktadır (Harel ve Sowder, 1998).

Dışsal ispat şemaları çoğunlukla;

- Bir uzman ya da kitap gibi otorite bir figüre
- Argümanların görüntüsüne
- Öğrencinin perspektifinden sembol gösteriminin gerçekte bir ilişkisinin olup olmadığına dayanır.

Bu bağlamda dışsal ispat şemaları 3 alt ispat şemasına ayrılmakta olup bunlar “sembolik ispat şeması”, “alışkanlık edinilmiş ispat şeması” ve “otoriter ispat şeması” şeklindedir.

##### **2.1.5.1.1. Otoriter ispat şeması**

Öğrencilerin eylemlerini ve çözümlerinin bir gerekçeye dayandırmakta iken otoriter olarak kabul edilen bir figürün onayının aranmasıyla varlığının tespit edilmesi mümkün olabilmektedir. Doğrulama figürü bir uzman, arkadaş ya da kitap olabilmektedir. Tek kaynağın referans alınması problemin bu şemadaki problemin kaynağını oluşturmaktadır. Hataya düşülen yahut tartışılan durumlarda kitaba başvurulmak istenmekte ya da konunun ilgili bölümünün hatırlanmadığı söylenmektedir (Harel ve Sowder, 1998).

#### **2.1.5.1.2. Alışkanlık edinilmiş ispat şeması**

Meydana gelmiş olan argümanın görüntüsü ve biçimi öğrenciyi argümanın gerçekliğinden daha fazla etki ettiği hallerde bu ispat şeması niteliklerini gösterdiği belirtilmektedir (Martin ve Harel, 1989). Eşitlikleri sadece gördüğü örneklerle göre yorumlayabilen ve yeni örneklerle arasında mantıksal bir bağ oluşturamayan öğrenciler alışkanlık edinilmiş ispat şemasına dair nitelikler gösterirler. Sowder ve Harel (1989) alışkanlık edinilmiş ispat şemasının varlığını işaret etmekte olan davranışlarda bulunan öğrencilerin ispatları doğru bile olsa gerekli olan matematiksel gösterim ile mantıksal çıkarıma sahip olmadıklarından ötürü önermelerinin geçerli ispat olması halinde şüphe duyabileceklerini ifade etmişlerdir.

#### **2.1.5.1.3. Sembolik ispat şeması**

Sembollerin manalarından ayrı tutularak ve problem içindeki temsilleriyle ilişkilendirilmeksizin değerlendirilen durumlarda bu ispat şemasından söz edilir. Diğer bir ifadeyle buradaki zihinsel eylem kaynağı dışarıdadır (Harel ve Sowder, 1998). Bu durumun avantajlı yanlarının yanı sıra dezavantajlı yanları da söz konusudur. Örneğin doğrusal bir denklemde tüm basamakların gerçekteki temsiliyle zaman kaybedilmeden problemin çözümü ele alınabilir. Analitik ispat şemasının alt elemanlarından dönüşümsel ispat şemasının kullanımıyla sıkı ilişki içerisinde.

#### **2.1.5.2. Deneysel ispat şeması**

Bu şemaları kullanan öğrenciler doğrulama sürecinde ifadelere sayı değerleri vermektedir. Benzer örnekler kullanmakta ve bazı durumları sezgileri ile açıklamayı tercih etmektedirler (Harel ve Sowder, 1998).

Deneysel ispat şemasına ilişkin özellikler sergileyen öğrenciler durumları güçlendirirken elle tutulur kanıtlar veya duygusal deneyimlerden yardım almak suretiyle ispat oluna gitmektedirler. Veya koşulu geçersiz kılmaktadırlar (Harel ve Sowder, 1998).

Deneysel ispat şemaları;

- Örnek üzerinden gerçekleştirilen ölçümler ile elde edilmiş olan ispatlar denklemlerde gerçek sayıların kullanılmasına

- Algılamaya dayanmaktadır (Harel ve Sowder, 1998).

Deneysel ispat şemasının “temel örnekler ispat şeması” ve “algısal ispat şeması” olmak üzere iki alt ispat şeması söz konusudur.

#### **2.1.5.2.1. Temel örnekler ispat şeması**

Argüman savunulurken ispat yahut ikna etmek için bir ya da daha çok sayıda örnekten faydalanılan durumlarda bu ispat şemasına ilişkin özelliklerden söz edilir. Bu ispat şemasının sağlamış olduğu avantaj öğrencilerin varsayımsal matematiğin örneklerle dayandığını ve gerçek ile ilgisini kurabildiklerini göstermesidir (Harel ve Sowder, 1998).

#### **2.1.5.2.2. Algısal ispat şeması**

Algısal ispat şemasının varlığında argümanın doğruluğu yahut yanlışlığına ilişkin sezgisel gerekçeler sunulabilmekte iken bu duruma dair kuvvetli bir dayanak bulunması oldukça zordur (Tall ve Ramos-Mejia, 2006). Bu ispat şemasında çizim kullanmanın oldukça yaygın olduğu görülmekte olup bilhassa geometri problemlerinde çizimler yolu ile ispat desteklenmeye çalışılır (Harel ve Sowder, 1998).

#### **2.1.5.3. Analitik ispat şemaları**

Bu şemalar varsayımları mantıksal çıkarımlarla doğrular ve aynı zamanda akıl yürütmeyi de içerir (Flores, 2002). Bu muhakemeler, deneme yanılma yöntemi veya örneklerden ziyade güçlü matematiksel ifade yeteneğine dayanmaktadır. Bu şemalara sahip öğrenciler çeşitli stratejiler kullanır; genellemeler yapar ve matematiksel ilişkilere yarar sağlar (Flores, 2002; Flores, 2006). Harel ve Sowder'a (1998) göre analitik ispat şemaları ispatın en üst seviyesini oluşturmaktadır.

Analitik ispat şeması dönüşümsel ve aksiyomatik ispat şeması şeklinde iki alt şemadan meydana gelmektedir.

##### **2.1.5.3.1. Dönüşümsel ispat şeması**

Dönüşümsel ispat şemalarının 3 temel özelliği söz konusu olup bunlar genellik, operasyonel düşünce ve mantıksal çıkarımdır. Bunlardan genellik özelliği herkes için argümanın kabulünü ve bunun herhangi bir istisnasının ve izole vakaların kabul

edilemeyeceğini ifade etmektedir (Demir, 2019). Bireysel hedefler ve temel hedef belirlendiğinde ispat aşamasında çıkarımların muhtemel sonuçlarını öngörmeye başladığı zaman operasyonel düşünceden söz edilebilir. Kişi matematiksel ispatın sonucunda mantıksal çıkarım kurallarına dayanması gerektiğinin farkında vardığında mantıksal çıkarım devreye girer (Harel, 2008a). Matematiksel ispatlar mantıksal çıkarım kurallarına dayansa bu kuralların tek başına kullanıldığı durumlar oldukça enderdir. Tümevarımsal ve hepten gitmeli akıl yürütme ispat sürecinin elzem parçalarıdır. Argümanların kanıtlanmasının yanı sıra hipotezler üretilirken görüntülerin bir bilgi halinden diğer bilgi durumuna dönüştürülebilmesinde zihinde işlemler uygulanmaktadır (Harel, 2021). Uygulanmakta olan bu dönüşümler ve elemanlar ilgili matematiksel gerçekliğin parçalarıdır (Harel, 2008a; Harel, 2021).

Dönüşümsel ispat şemaları bilinen fiziki gerçekliğin idealleştirilmiş halini temsil eder. Analitik süreçlerin neticesinde ortaya çıkmakta olan bu şemalar aşağıdaki 3 sınırlamadan en az birini içerir (Harel, 2008a):

1. Argümanın içeriğinin sınırlandırılması
2. Tartışmanın gerekçesinin genelliğinin sınırlandırılması
3. Gerekçelerin sınırlandırılması

#### **2.1.5.3.2. Aksiyomatik ispat şeması**

Aksiyomatik ispat şemaları bir önceki ispat şemalarını tanımlamakta olan 3 özelliğin yanı sıra birkaç farklı özelliği söz konusudur. Aksiyomatik ispat şeması herhangi bir kanıtlama sürecinin aksiyomlardan başlaması gerektiğini kabul eden bir dönüşüm ispat şeması olarak tanımlanabilir. Bununla birlikte çok fazla kompleks durumlar söz konusudur. Matematikte sonuçlar önceden elde edilmiş sonuçlar üzerinden mantıksal çıkarımlar ile elde edilir. Aksiyomatik ispat şemasının kendine özgü bir düzeni olmakla birlikte varsayımlar, referansı bulunmayan terimler, kuramlar ve tanımlara sahiptir (Harel ve Sowder, 1998). Öğrenciler aksiyomatik ispat şeması özelliklerini sergiledikleri zaman tanımı bulunmayan terim ve aksiyomlar olduğunun farkındadırlar. Bu süreç içerisinde rahatlıkla işlem yapabilme becerisini de gösterirler (Harel ve Sowder, 1998).

Yukarıdaki açıklamalardan hareketle ispat şemalarını Şekil 7’de ki gibi özetleyebiliriz.

### Şekil 7

*İspat şemalarının özeti*



#### 2.1.6. Harel'in DNR'sinin Öğrenme Kuramlarıyla İlişkisi

Yukarıdaki bölümlerde de belirtildiği gibi, biyolojik düşüncenin gelişimini destekleyen öğretim yaklaşımları, öğrencilerin psikoloji ve bilişsel bilim alanlarından nasıl öğrendiklerine dair kanıta dayalı bilgilere dayandırılmalıdır. Harel'in DNR'sinin (1998; 2001) hem bilişsel hem de sosyal öğrenme teorilerini bütünleştirdiği ileri sürülmektedir.. Aşağıda, matematikte DNR'ye dayalı öğretimin öğrenme ve öğretme ilkelerine dahil edildikleri için bu iki teorinin özelliklerini kısaca özetlenmiştir.

##### 2.1.6.1. Öğrenmeye İlişkin Bilişsel Kuramsal Perspektif

Yapılandırmacılık, son 30 yılda eğitim araştırmalarında yaygın olarak kullanılan ve çeşitli farklı anlamlar sunan bir terimdir. Bu nedenle, yapılandırmacılık terimine ilişkin yorumu ve kullanımı tanımlayarak başlamak gerekiyor. Yapılandırmacılık, öğrencilerin var olan fikirlerinin üretken rolüne ve deneyimledikleri gerçekliği yorumlamalarına odaklanan, öğrencilerin nasıl öğrendiği hakkında bir teoridir (Cobb, 1990; Smith, diSessa ve Rochelle, 1993; Steffe, 1991; Steffe ve Thompson, 2000; von Glasersfeld, 1995). Piagetin köklerinden kaynaklanan bu bakış açısına göre öğrenme, yeni bir kavramsal yapı oluşturulduğunda veya mevcut bir yapı yeniden düzenlendiğinde veya

daha önce inşa edilmiş yapılara uymayan bir deneyimi açıklamak için değiştirildiğinde bilişsel yapıların veya uyumun yeniden düzenlenmesidir (Steffe, 1991; Steffe ve Thompson, 2000; von Glasersfeld, 1995).

Bu bakış açısından biliş, "amacı uygulanabilir kavramsal yapıların inşası olan bir uyum aracı" olarak görülür (von Glasersfeld, 1995: 59). Yeni bir durumla karşı karşıya kaldığında, bir öğrenci bilişsel dengeyi korumak için yeni bilgiyi ya özümser ya da uyum sağlar (Demir, 2019). Deneyim, öğrenenin mevcut bilişsel yapısı içinde açıklanabilir veya anlaşılabilirse, öğrenen kendi bilişsel yapısını özümseme özelliğini sürdürür (Harel, 2021). Bununla birlikte, deneyim öğrencinin bilişsel yapısıyla çelişiyorsa, bu dengesizliğe (tedirginliğe) neden olur. Bilişsel dengeyi koruma arzusu, öğrenciyi mevcut bilişsel yapısını yeniden düzenlemeye veya yeni bir düzenleme oluşturmaya iter (Chinn ve Brewer, 1993; Hammer, 1994; Minstrell, 2001; Posner, Strike, Hewson ve Gertzog, 1982; Smith, diSessa ve Roschelle, 1993; von Glasersfeld, 1995; Harel, 2021).

Bu bakış açısından öğrenme, bilişsel dengeyi sürdürme ihtiyacından kaynaklandığından, birçok araştırmacı, öğretimin, karmaşık ve kademeli bilişsel değişim sürecinin gerçekleşebilmesi için bilişsel çatışma için deneyimsel bir temel sağlaması gerektiğini öne sürmektedir (Chinn ve Brewer, 1993; Hammer, 1994; Minstrell, 2001; Posner, Strike, Hewson ve Gertzog, 1982; Smith, diSessa ve Roschelle, 1993).

Bu varsayım, eğer bir öğrencinin bilişsel yapısı bir deneyimi (anormal bilgi için) açıklayamıyorsa, o zaman öğrencinin muhtemelen kendi bilişsel yapısını değiştireceğini varsayar. Bununla birlikte, bu bilişsel değişimi etkilemek için, öğrenen bilgiyi mevcut bilgiyle zıt olarak görmelidir.

Öğrenme ve biliş hakkındaki yapılandırmacı kuramsal varsayımlar, öğrenenleri aktif bilgi oluşturucular olarak görmeyi ve öğrenmeyi doğası gereği temelde yorumlayıcı olarak görmeyi içerir. Matematikte DNR'ye dayalı öğretim, bu öğrenen ve öğrenme görüşüne karşılık gelir. Harel'in DNR'sinde öğretmenin rolü, öğretimin bilişsel dengesizliğe yol açabilmesi ve öğrencinin bilimsel olarak kabul edilen anlayışla daha yakından uyumlu bir bilişsel yapı geliştirmesi için bir fırsat sunabilmesi için

öğrencilerin ilk fikirlerinin bir modelini oluşturmaya çalışmaktır (Chinn ve Brewer, 1993; Hammer, 1994; Minstrell, 2001; Posner, Strike, Hewson ve Gertzog, 1982; Smith, diSessa ve Roschelle, 1993, Harel, 2008a, 2021).

#### **2.1.6.2. Öğrenmeye Sosyal Teorik Bakış Açısı**

Sosyal bir bakış açısından eğitim araştırmacıları, öğrenme ve anlamamanın doğası gereği sosyal ve kültürel faaliyetler olduğuna inanırlar (Brown, Collins ve Duguid, 1989; Cobb ve Yackel, 1996; Gilbert ve Yerrick, 2001; John-Steiner ve Mahn, 1996). Biliş ve öğrenme, geniş bir sosyal kurumda, kültürel bir ortamda veya kişiler arası etkileşimler yoluyla incelenebilir. Bu ortamların her birinde, sosyal bağlam ile bireyin bilgi inşası arasındaki ilişki hakkında teorileştirmenin çeşitli yolları vardır (Brown, Collins ve Duguid, 1989; Cobb ve Yackel, 1996; Gilbert ve Yerrick, 2001; John-Steiner ve Mahn, 1996). Bu bölümde, bu sosyal öğrenme bakış açılarından üçü olan sosyokültürel bakış açısı, ortaya çıkan bakış açısı ve sosyal yapılandırmacılık arasındaki farklara kısaca değinilmiştir.

**Vygotsky'nin Sosyokültürel Perspektifi:** Sosyokültürel perspektiften bakıldığında, eğitim ve öğrenim daha geniş bir sosyal ve kültürel yapı içinde konumlanmış olarak görülmektedir. Vygotsky, her insan zihninin benzersiz olduğuna ve “sosyal, tarihi, kültürel ve maddi süreçlerden” etkilendiğine inanıyordu (John-Steiner ve Mahn, 1996:196).

Bu açıdan bakıldığında, topluluk ve bireysel süreçler arasındaki bağlantı doğrudandır. Fikirler, düşünceler ve bilgi önce sosyal düzlemde ortaya çıkar ve daha sonra psikolojik düzlemde içselleştirilir (Cobb ve Yackel, 1996; John-Steiner ve Mahn, 1996). Vygotsky (1978: 197), "Herhangi bir yüksek zihinsel işlev, içsel olmadan önce dışsal ve toplumsaldı" diyordu. Vygotsky, bireysel ve toplumsal süreçler arasındaki çelişkiyi anlamlandırmak için diyalektiği kullanmıştır: birey, toplumsalı inşa eder ve aynı zamanda toplumsal tarafından da inşa edilir (Confrey, 1994; John-Steiner ve Mahn, 1996). Sosyokültürel araştırma, bu “bilginin birlikte inşa edilmesinin” (sosyal anlamlar ve bireysel anlamlar) nasıl içselleştirildiğine odaklanır.

Sosyokültürel teorisyenler için işbirliği, içselleştirmeyi kolaylaştırmak için temel bir bileşendir çünkü düşünce ve konuşma iç içe geçmiştir (Confrey, 1994; John-Steiner

ve Mahn, 1996; Lemke, 2001). Dil ve düşünce, sosyal bağlama bağlı olarak sürekli değişen içsel süreçlerdir. Mevcut insanlar, durum ve daha önce söylenen sözler kişinin konuşma kararını ve kullandığı sözcükleri etkiler (Sfard ve Kieran, 2001). Tüm bu faktörler, bireyin hangi düşünceleri ürettiğini etkiler.

**Ortaya Çıkan Perspektif:** Cobb ve Yackel'e (1996) göre, öğrenciler bilgilerini bir sınıf topluluğuna katılma bağlamında yapılandırır. Bu açıdan bakıldığında, matematiksel uygulamalar (sosyokültürel açıdan) ile bireysel kavramlar (psikolojik açıdan) arasında düşünümse bir ilişki vardır. Burada topluluk ve bireysel süreçler arasındaki bağlantı dolaylıdır. Cobb ve Yackel (1996), komünal sınıf uygulamalarına ilişkin etkileşimci bakış açısını, bireysel aktiviteye ilişkin psikolojik yapılandırmacı bakış açısıyla koordine etmek için, bir sınıf ortamında sosyal normları, sosyomatematiksel normları ve matematiksel uygulamayı analiz eden bir çerçeveye geliştirdi.

Sosyomatematiksel normlar, matematiksel aktiviteye özgü normlardır ve matematiğin kavramsal anlayışını inşa ederken gelişen bu eylem ve fikirleri içerir. Örneğin, "farklı matematiksel çözümler, sofistike bir matematiksel çözüm, etkili bir matematiksel çözüm ve kabul edilebilir bir matematiksel açıklama olarak sayılanların" tümü sosyo-matematiksel normlardır (Cobb ve Yackel, 1996: 178).

Bu yapıyı fen eğitimine uygularken, gelişebilecek bir sosyobilimsel norm, açıklamaların gözlemlenenlere ve sonuçların kanıtlara ve mantıksal argümanlara dayandığı şekilde verileri analiz etme yeteneğidir. Bu sosyobilimsel normun gelişimi, mümkün olduğunda, öğretmenin gözlemsel kanıtların öğretmen yerine fikirlerin doğrulayıcısı olarak görülmesine izin vermesini gerektirir (Cobb ve Yackel, 1996; Harel, 2020,2021).

**Sosyal yapılandırmacılık:** Sosyal yapılandırmacılık açısından, durum veya bağlamın öğrencinin oluşturduğu zihinsel modelleri sağladığı veya sınırladığı görülür. Öğrenen, belirli bir ortamda bir birey olarak incelenir ve bireyin zihinsel süreçleri sosyal ortamla bağlantılıdır. Sosyal yapılandırmacı bir bakış açısından, "kişilerarası etkileşim kalıpları ve sınıf rutinleri ve normları dikkatlice incelenir" (Confrey, 1993: 41). Brousseau (1997), bilginin iletişiminden kaynaklanan olguları belirlemek için

öğretim durumlarının incelenmesini didaktik araştırma olarak tanımlar. Bu tür çalışmalardan Brousseau (1997), matematik sınıfında bilginin aktarımı nedeniyle ortaya çıkan karmaşık Dinamikleri tanımlamak için didaktik durumlar teorisini geliştirdi.

Bu teori, öğrenmenin hem bireysel hem de sosyal bir etkinlik olduğu ve didaktik durumlarda bilginin iletişimi için sınıfta bir mikro bilimsel topluluğun geliştirilmesinin gerekli olduğu perspektifine dayanmaktadır. Brousseau (1997), öğrencilerin bilgilerini yapılandırıldığını kabul etse de, öğretimin öğrencilerin kavramlarının sosyalleşmesini garanti etmesi gerektiğine de inanmaktadır.

Brousseau (1997:31), bu sosyalleşme sürecinde, öğretmen ve öğrencinin kimin "yönetim sorumluluğuna" sahip olacağını ve bir şekilde diğer kişiye karşı kimin sorumlu olacağını belirlediği bir karşılıklı yükümlülük sisteminin oluştuğunu açıklar. Öğretmen ve öğrenciler sınıfta birlikte etkileşime girdikçe, beklentilerin müzakeresi gerçekleşir. Bu müzakere, öğretmen ve öğrenciler arasında bir "eğitim sözleşmesi" oluşturan bir ilişki ile sonuçlanır.

**Sosyokültürel Perspektifler ve Harel'in DNR'si:** Yukarıda açıklanan öğrenmeyle ilgili üç sosyal bakış açısının her birinde ortak olan, “öğrenciler ve sosyal organizasyonların birbirleriyle yinelenen ilişki içinde var oldukları” öncülüdür (Beach, 1999:104). Öğrenciler, bir kavramın bir temsilini geliştirerek başlamaz ve ardından bağlamsal etkileri dikkate alır. Bunun yerine çevre, öğrencinin bilişsel olarak kavramları nasıl temsil ettiğini ve sorunları nasıl çözdüğünü etkiler. Harel'in DNR'sinde (1998; 2001), problem durumu, öğretmen ve öğrencilerin beklentileri ile birlikte öğrenmeyi etkiler. Bu şekilde, sınıf topluluğu bilimsel etkinliği kısıtlar. Sonuç olarak, entelektüel ihtiyaç yaratma potansiyeline sahip problem durumları tasarlanırken öğretim ortamında oluşturulan sosyal normlar göz önünde bulundurulmalıdır (Harel, 1998, 2001, 2020, 2021).

Hem bilişsel açıdan hem de sosyal açıdan, öğrencinin imajı aktif bir anlam oluşturunucudur. Ancak, bu bakış açılarının her biri için öğrenci sonuç hedefleriyle ilişkilendirilebilecek öğretim uygulamalarının ayrıntılı bir görüntüsü o kadar net değildir. Araştırmada, öğretmenlerin öğrenci öğreniminin yapılandırmacı epistemolojisine paralel bir öğretim uygulaması tasarımları gerektiğine dair baskın bir

inanç vardır (Posner, Strike, Hewson ve Gertzog, 1982; Strike ve Posner, 1985). Yine de, öğrenmenin sosyal yönleriyle ilgili teoriler de dikkate alınmalıdır çünkü bunlar, bağlam ve kişiler arası etkileşimlerin bir sonucu olarak öğrenci öğrenimindeki farklılıkları açıklamaya yardımcı olur. Harel'in matematikte DNR'ye dayalı öğretimi (1998, 2001), öğrencilerin bilgiyi bu iki açıdan yapılandırmasını destekleyen bir öğretim çerçevesi ihtiyacını karşılar. Öğrenmeyi hem bireysel hem de sosyal inşa süreci olarak görmek, öğrencilerin öğrenmesini anlamak için kavramsal bir çerçeve sağlar. Bilişsel ve sosyal bakış açılarının bu koordinasyonu en iyi şekilde “sosyal yapılandırmacılık” terimiyle yakalanır (Simon, 1995).

## **2.2. Matematik Öğrenimini Oluşturan Unsurlar**

Bir kişinin öğrenmeye bakış açısı, davranışçılık, bilgi işleme ve yapılandırmacılık gibi akademik temelli bir teori veya gayri resmi deneyim tarafından şekillendirilebilir. DNR'de, matematik öğreniminin tanımı DNR öncüllerinden kaynaklanmaktadır. Öğrenme-Bilgi Bağlantısı Önermesinden, problem çözmenin öğrenmenin tek yolu olduğu sonucu çıkar. Kişi problemleri bir durumla karşılaştığında, zorunlu olarak dengesizlik evreleri yaşar ve genellikle denge evreleri tarafından ara verilir. Dengesizlik veya tedirginlik, bir engelle karşılaştığında ortaya çıkan bir durumdur. Bilişsel etkisi, "özneyi mevcut durumunun ötesine geçmeye ve yeni yönlerle doğru ilerlemeye zorlamasıdır" (Piaget, 1985: 10). Denge, kişinin böyle bir engeli ortadan kaldırmada başarılı olduğunu algıladığı bir durumdur. Piaget'nin terimleriyle, kişinin bakış açısını değiştirdiği (uyum) ve sonuç olarak sorunun çözümüne yönelik yeni fikirleri entegre edebildiği (asimilasyon) bir durumdur. Ama pertürbasyonu oluşturan nedir? Çalışmamız ile daha alakalı olarak, matematiksel uygulamada pertürbasyonu oluşturan nedir? DNR tedirginliği iki tür insan ihtiyacı açısından tanımlamakda olup bunlar entelektüel ihtiyaç ve psikolojik ihtiyaç şeklindedir DNR'nin öğrenme tanımı, bu nedenle, bu iki ihtiyacı birleştirir ve Öznellik Önermesi ile tutarlı olarak, öğrenme süreci sırasında halihazırda tutulan ve yeni üretilen bilgiyi de içerir. Ayrıca, ilginç matematik öğrenimiyle sınırlı olduğundan, bu bilgi Matematik Öncülü tarafından anlama yolları ve düşünme biçimleri açısından tanımlanır. Bu nedenle, DNR'nin öğrenme tanımı şöyledir (Harel, 2001, 2008a,b, 2021):

“Öğrenme, (a) bu aşamaları teşvik eden veya bunlardan kaynaklanan entelektüel ve psikolojik ihtiyaçlar ve (b) bu aşamalar sırasında kullanılan ve yeni inşa edilen anlama yolları veya düşünme yolları tarafından ortaya çıkan dengesizlik-denge aşamalarının bir sürekliliğidir”.

Harel (2008b) ve Paper I, anlama yolu ve düşünme biçimi olmak üzere iki kavramı uzun uzadıya tartışmaktadır. Bu bölümde, bu tanımda yer entelektüel ihtiyaç ve psikolojik ihtiyaç kavramları hakkında açıklamalara yer verilmiştir. K, bir bireyin veya topluluğun sahip olduğu bir bilgi parçası olsun. Bilme-Bilgi Bağlantısı Önermesine göre, K'nin ortaya çıktığı sorunlu bir durum S vardır. Öznellik Önermesine göre öznel, yani bir bireyin şu anki durumuyla bağdaşmayan veya onun tarafından çözülemeyecek bir problem sunan bir durumla karşılaşmasından kaynaklanan tedirgin edici bir durumdur. K'nin inşasından önceki böyle sorunlu bir durum S, bireyin entelektüel ihtiyacı olarak adlandırılır: S, yeni bir bilgi parçası öğrenerek dengeye ulaşma ihtiyacıdır. Tedirginlik halleri mutlaka bilgi inşasına yol açmaz - kişi yetersizlik veya motivasyon eksikliği nedeniyle bir dengesizlik durumunda kalabilir (Harel, 2008a, b).

Ancak burada, bir pertürbasyonel durumun S'nin K'nin inşasına yol açtığı bir durumdan bahsediyoruz. Bu durumda, eğer birey K'nin S'yi nasıl çözdüğünü de görürse, o zaman bireyin K'nin yaratılışı için epistemolojik bir gerekçeye sahip olduğunu söyleriz. Bu nedenle, epistemolojik gerekçelendirmeler, bilginin doğuşuyla, öğrencinin gözünde onun doğuşunun algılanan sebepleriyle ilgilidir (Harel, 2008b).

Entelektüel ihtiyaç ve motivasyon arasında genellikle bir karışıklık vardır. İkisi ilişkilidir, ancak temelde farklıdır. Entelektüel ihtiyaç epistemolojiye aitken, motivasyon psikolojiye aittir (Harel, 2020). Entelektüel ihtiyaç, disiplin bilgisinin, insanlar tarafından bu şekilde algılanan sorunlu durumlara girişerek insanların mevcut bilgisinden doğmasıyla ilgilidir. Motivasyon ise insanların arzu, irade, ilgi, kendi kaderini tayin etme ve benzeri şeylerle ilgilidir. Aslında, kişi kendini bir soruna kaptırmadan önce, sorunla ilgilenmeyi arzu etmeli ya da en azından buna istekli olmalıdır ve kişi bir kez sorunla uğraştıktan sonra, genellikle bağlılığı sürdürmek için sebat ve sebat gerekir (Demir, 2019). Bu özellikler, başlangıçta bir sorunla ilgilenmeye ve onun çözümünü aramaya yönelik psikolojik ihtiyaçların, motivasyonel dürtülerin

dışavurumlarıdır. Bu ihtiyaçların varlığı, insanların problemleri çözmeyi arzuladıklarını ve çözmek için problemler aradıklarını iddia eden Epistemophilia Önermesinden ima edilir - pasif bir şekilde dengesizliği beklemezler (Harel, 2008b).

Bu nedenle psikolojik ihtiyaçlar, genel olarak öğrenmeyi etkinleştiren ve artıran - veya alternatif olarak durduran ve engelleyen - koşulları ele alan motivasyon alanına aittir. Buna karşılık, entelektüel ihtiyaçlar, belirli bir disiplinin epistemolojisini, şu anda sahip oldukları bilgidен bir birey veya toplumla ifade eder (Demir, 2019; Harel, 2021). Elbette insan davranışları olarak iki ihtiyaç kategorisi birbiriyle ilişkilidir; aslında birbirlerini tamamlarlar: Bir yandan, bir disiplinin bilgisi her zaman o disipline özgü sorunlu durumlardan kaynaklanır ve disiplini inceleyen birey veya toplum tarafından böyle anlaşılır. Öte yandan, uygun fiziksel, duygusal ve sosyal ortamlarda, insanlar bu sorunlu durumlara girmeye ve çözümlerini aramaya devam etmeye hazırdır (Harel, 2008a,b; Demir, 2019; Harel, 2021).

Matematik eğitimindeki araştırmalar, çeşitli matematiksel kavramların ve fikirlerin öğrenme yörüngeleri için yararlı modeller sunmuştur. Ancak DNR'de olduğu gibi, psikolojik ihtiyaçlar ana odak noktası olmamıştır. Bu tür modellerin örnekleri şunları içerir: Fischebein'in (1985) çarpma ve bölme kavramları için sezgisel modelleri; Orantılılık kavramı için Tournaire'in (1986) modeli; Dubinsky'nin işlev kavramı için eylem-süreç-nesne-şema modeli (Dubinsky ve McDonald, 2001); Schoenfeld'in (1992) matematiksel düşünme modeli. Bununla birlikte, öğrenme tanımımızın geniş kapsamına göre, bu modeller büyük ölçüde kısımdır. Bu, dengesizlik-denge aşamalarını, bunların kullanılmış veya sonuçta ortaya çıkan anlama ve düşünme biçimlerini ve çeşitli aşamalardan kaynaklanan ve onları teşvik eden entelektüel ve psikolojik ihtiyaçları içeren modellerin oluşturulmasındaki muazzam ampirik ve teorik zorluklardan dolayı beklenmektedir (Dubinsky ve McDonald, 2001; Demir, 2019, Harel, 2021).

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### III. YÖNTEM

#### 3.1. Araştırmanın Modeli

DNR tabanlı öğretim yaklaşım ile öğretimin öğrencilerin tamsayılar konusundaki başarıları üzerindeki etkisinin belirlenmesi amacıyla yapılmış olan bu çalışmada nicel araştırma yöntemlerinden ön-test, son-test kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanılmıştır. Eğitim araştırmalarında deneysel yöntem yerine yarı deneysel yöntem tercih edilir.

Kullandığımız modele göre yansız atama ile deney grubu ve kontrol grubu oluşturulur. Her iki gruba da çalışma öncesi ve sonrası ölçmeler yapılır. Çalışma öncesi yapılan ölçme öntest, çalışma sonrası yapılan ölçme sontest olarak adlandırılır. Öntestler çalışma öncesi grupların benzerlik derecesinin belirlenmesine olanak verir. Sontestler ise yapılan çalışmanın sonuçlarını yorumlanmasına olanak verir.

#### 3.2. Araştırmanın Evreni ve Örneklemi

Araştırmanın evrenini 2020–2021 Eğitim-Öğretim yılında Elazığ/Merkez de öğrenim gören ortaokul 7. Sınıf öğrencileri oluşturmuştur. Bu çalışmada basit rastgele örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Araştırmacının görev yaptığı Elazığ ili Merkez ilçesinde bulunan tek okuldan 7. Sınıflardaki iki farklı şubede bulunan öğrencilerden kontrol ve deney grubu oluşturulmuştur. İki şubenin seçiminde, sınıfların matematik başarı düzeylerinin birbirine yakın olması göz önünde bulundurulmuştur.

#### 3.3. Veri Toplama Araçları

Veri toplamak amacıyla 7. sınıf tam sayılar öğrenme alanından kazanımlara uygun olarak hazırlanmış ön test ve son test matematik başarı testi uygulanmıştır. Ön test ve son testte kullanılan matematik başarı testinde ki sorular MEB'in hazırlayıp, uyguladığı sınav sorularından oluşmaktadır. Bu testler çalışma yapılan 20 öğrenciye uygulanmıştır.

##### 3.3.1. Matematik Başarı Testi

Başarı testi, Milli Eğitim Bakanlığı tarafından yapılan bursluluk sınavlarındaki sorulardan konu ile ilgili sorulardan seçilerek oluşturulan 12 çoktan seçmeli soru

şeklinde oluşturulmuştur. Testin ilk hali çalışma grubu dışında seçilen 50 öğrenciye uygulanmıştır. Uygulama sonucunda öğrencilerin sıkıntı yaşadıkları 2 soru araştırmacı tarafından testten çıkarılmıştır. Böylelikle başarı testi 10 soru olarak son halini almıştır.

### **3.4. Çalışma Süreci**

Çalışma yapılan öğrenciler rastgele seçilerek veli onay mektubu onaylanan 20 öğrenci ile çalışmaya başlanılmıştır. Bu öğrencilerin 10 tanesini kontrol grubu, diğer 10 tanesini deney grubu olacak şekilde ayrılmıştır. Derslere başlamadan önce her iki gruba da 10 soruluk ön test uygulandı. Kontrol grubuna mevcut öğretime uygun olacak şekilde 4 hafta boyunca tam sayılar konusu işlendi. Araştırmada dersler, mevcut öğretim programı uygulanan kontrol grubu ile DNR tabanlı öğretim yaklaşımı uygulanan deney grubunda araştırmacı tarafından işlenmiştir. 10 kişilik deney grubu kendi arasında gruplandırıldı. Öğretmen yönlendirmesinde öğrencilerin merkezde olduğu konuyu onların anlattığı 4 haftalık ders işleme süreci gerçekleştirildi. Öğrencileri doğru bilgiye yönlendirmek, bilgiyi anlamlandırmaları için gruplar arasında, öğretmenlerle kendi arasında soru cevap yaparak dersleri işlemiştir. Evlerinde de konuyu düşünecekleri, öğrendikleri bilgileri anlamlandırmaları açısından çalışmalara devam ettiler. Tamsayılar konusu 4 hafta boyunca bu şekilde işlenerek süreç bitirildi. 4 haftalık öğrenme süreci bittikten sonra hem deney grubuna hem de kontrol grubuna 10 soruluk son test uygulandı.

### **3.5. Verilerin Analizi**

Çalışmadan elde edilen veriler İstatistiksel Analize Yönelik Bilgisayar Programı olan SPSS 21 paket programı kullanılarak analiz edildi. Elde edilen sonuçlar tablo ve şekiller halinde bulgular kısmında sunulmuştur.

## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

### IV. BULGULAR

Bu araştırmanın amacı, matematik dersinin “Tamsayılar” konusunun DNR Tabanlı Öğretiminin 7. Sınıf öğrencilerinin akademik başarısına olan etkisini incelemektir. Bu çalışma matematikteki farklı yöntemler kullanmanın, matematiği ilgi çekici hale getirebileceğini, öğrencilerin kullanılan yöntem ile derse karşı olan tutumlarının değişip değişmeyeceğinin, bu değişimin akademik başarıya etkisini incelemek açısından önemlidir.

Yapılan çalışmanın normallik analizi deney ve kontrol grubu öğrencilerinin öntest ve sontest sonuçları Kolmogorov Smirnov ve Shapiro-Wilk testleri ile yapıldı. Yapılan testin sonucu aşağıda Tablo 1 de verilmiştir.

**Tablo 1**

*Normallik analizi sonuçları*

|              | Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup> |    |       | Shapiro-Wilk |    |      |
|--------------|---------------------------------|----|-------|--------------|----|------|
|              | Statistic                       | df | Sig.  | Statistic    | df | Sig. |
| KG ÖT BAŞARI | ,146                            | 11 | ,100* | ,916         | 11 | ,165 |
| DG ÖT BAŞARI | ,157                            | 11 | ,100* | ,931         | 11 | ,187 |
| KG ST BAŞARI | ,199                            | 11 | ,113  | ,887         | 11 | ,060 |
| DG ST BAŞARI | ,145                            | 11 | ,100* | ,943         | 11 | ,225 |

\*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

KG: Kontrol grubu; DG: Deney grubu; ÖT: Ön test; ST: Son test

Tablo 1 e bakıldığında iki farklı test sonucuna göre yapılan çalışmanın sonucunun verilerinin normal dağılımlı olduğu söylenebilir. Öğrencilere uygulanan başarı testinin güçlük analizinde  $P_j = (\text{doğru cevap sayısı} / \text{öğrenci sayısı})$  formülü kullanılmıştır. Madde güçlük analizinde 0-0,35 zor, 35-75 normal 75-100 kolay olarak tanımlanmıştır. Deney ve Kontrol grubu öğrenciler ön-test başarı testi maddelerin güçlük analizi sonuçları aşağıda Tablo 2’de verilmiştir.

**Tablo 2**

*Deney ve Kontrol grubu öğrenciler ön-test başarı testi maddelerin güçlük analizi*

| Soru No  | KG ÖNTEST |       | DG ÖNTEST |       | KONTROL | DENEY |
|----------|-----------|-------|-----------|-------|---------|-------|
|          | YANLIŞ    | DOĞRU | YANLIŞ    | DOĞRU | Pj*     | Pj*   |
| 1        | 4         | 6     | 3         | 7     | 0,55    | 0,64  |
| 2        | 4         | 6     | 3         | 7     | 0,55    | 0,64  |
| 3        | 5         | 5     | 3         | 7     | 0,45    | 0,64  |
| 4        | 7         | 3     | 7         | 3     | 0,27    | 0,27  |
| 5        | 8         | 2     | 6         | 4     | 0,18    | 0,36  |
| 6        | 5         | 5     | 6         | 4     | 0,45    | 0,36  |
| 7        | 4         | 6     | 5         | 5     | 0,55    | 0,45  |
| 8        | 7         | 3     | 9         | 1     | 0,27    | 0,18  |
| 9        | 6         | 4     | 8         | 2     | 0,36    | 0,27  |
| 10       | 4         | 6     | 4         | 6     | 0,55    | 0,45  |
| Ortalama | 5,4       | 4,6   | 5,4       | 4,70  | 0,42    | 0,43  |

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin başarı testi sonuçlarına göre kontrol grubundaki öğrencilerin 10 soruluk testin ortalama 4.6'sını, deney grubundaki öğrencilerin ise 4.7'sini doğru cevapladıkları görülmüştür. Başarı testindeki soruların madde güçlük analizinde kontrol grubu için  $P_j=0,42$ , deney grubu 0,43 olarak hesaplanmış olup bu değerler başarı testinin zorluk düzeyinin normal olduğunu göstermektedir. Madde güçlük analizinde sonucu kontrol ve deney grubu öğrencilerinin aynı oranda zorlandıkları görülmüştür.

#### 4.1. Grup İçi Karşılaştırmalar

##### 4.1.1. Kontrol Grubuna Yönelik Karşılaştırmalar

Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış sayıları aşağıda Tablo 3 ve Şekil 8 de verilmiştir.

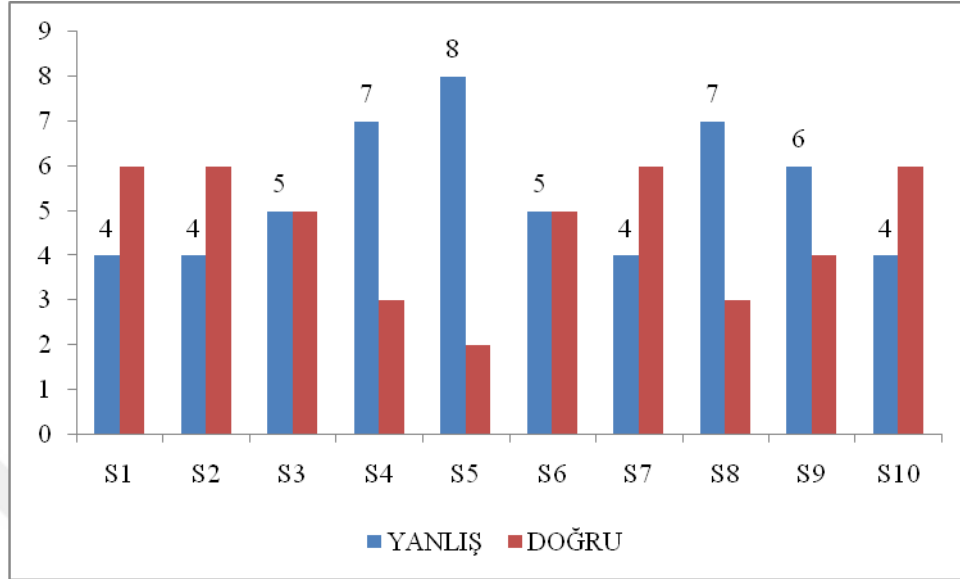
**Tablo 3**

*Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış sayıları*

| Soru No | ÖNTEST       |         |
|---------|--------------|---------|
|         | YANLIŞ (n/%) | DOĞRU   |
| 1       | 4 (%40)      | 6 (%60) |
| 2       | 4 (%40)      | 6 (%60) |
| 3       | 5 (%50)      | 5 (%50) |
| 4       | 7 (%70)      | 3 (%30) |
| 5       | 8 (%80)      | 2 (%20) |
| 6       | 5 (%50)      | 5 (%50) |
| 7       | 4 (%40)      | 6 (%60) |
| 8       | 7 (%70)      | 3 (%30) |
| 9       | 6 (%60)      | 4 (%40) |
| 10      | 4 (%40)      | 6 (%60) |

## Şekil 8

*Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış sayıları*



Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayıları incelendiğinde en fazla yanlışın 8 yanlış ile 5. soruda, en fazla doğrunun ise 6'şar doğru ile 1., 2., 7. ve 10. sorularda olduğu görülmüştür. Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest not ortalamaları aşağıda Tablo 4 te verilmiştir.

**Tablo 4**

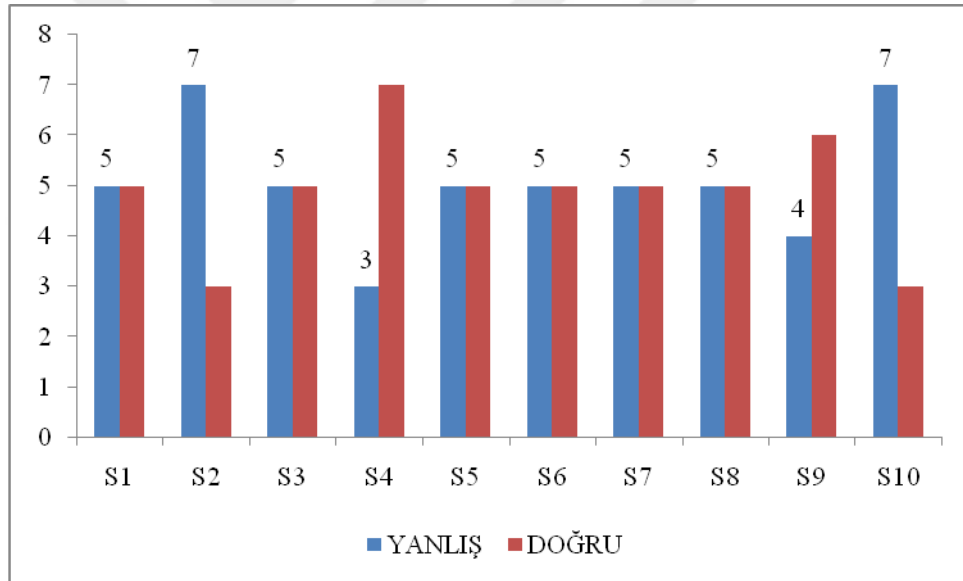
*Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest not ortalamaları*

|        | N  | Min.  | Maks  | Ort.  | Ss (±) |
|--------|----|-------|-------|-------|--------|
| Öntest | 10 | 40,00 | 50,00 | 46,00 | 5,16   |

Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest notları 40-50 arasında değişmekte olup ortalama not ise  $46.00 \pm 5.16$  olarak hesaplanmıştır. Kontrol grubundaki öğrencilerin söntest doğru ve yanlış sayıları aşağıda Tablo 5 ve Şekil 9 da verilmiştir.

**Tablo 5***Kontrol grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış sayıları*

| Soru No | SONTEST |         |
|---------|---------|---------|
|         | YANLIŞ  | DOĞRU   |
| 1       | 5 (%50) | 5 (%50) |
| 2       | 7 (%70) | 3 (%30) |
| 3       | 5 (%50) | 5 (%50) |
| 4       | 3 (%30) | 7 (%70) |
| 5       | 5 (%50) | 5 (%50) |
| 6       | 5 (%50) | 5 (%50) |
| 7       | 5 (%50) | 5 (%50) |
| 8       | 5 (%50) | 5 (%50) |
| 9       | 4 (%40) | 6 (%60) |
| 10      | 7 (%70) | 3 (%30) |

**Şekil 9***Kontrol grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış sayıları*

Kontrol grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış cevap sayıları incelendiğinde en fazla yanlışın 7 yanlış ile 10. soruda, en fazla doğrunun ise 7 doğru ile 4. soruda olduğu görülmüştür. Kontrol grubundaki öğrencilerin sontest not ortalamaları aşağıda Tablo 6 da verilmiştir.

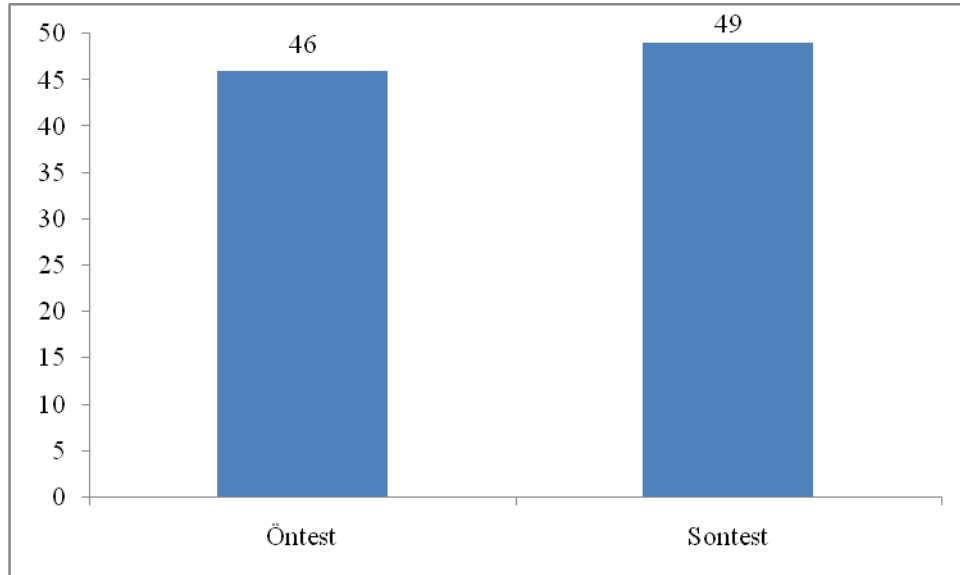
**Tablo 6***Kontrol grubundaki öğrencilerin sontest not ortalamaları*

|         | N  | Min.  | Maks  | Ort.  | Ss (±) |
|---------|----|-------|-------|-------|--------|
| Sontest | 10 | 30,00 | 60,00 | 49,00 | 11,97  |

Kontrol grubundaki öğrencilerin sontest notları 30-60 arasında değişmekte olup ortalama not ise  $49.00 \pm 11.97$  olarak hesaplanmıştır. Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest-sontest not ortalamalarının karşılaştırılması aşağıda Tablo 7 ve Şekil 10 da verilmiştir.

**Tablo 7***Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest-sontest not ortalamalarının karşılaştırılması*

|         | N  | Ort.  | Ss (±) | Min.  | Maks. | Z     | p    |
|---------|----|-------|--------|-------|-------|-------|------|
| Öntest  | 10 | 46,00 | 5,16   | 40,00 | 50,00 | -.905 | .366 |
| Sontest | 10 | 49,00 | 11,97  | 30,00 | 60,00 |       |      |

**Şekil 10***Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest-sontest puanları*

Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest ve sontest puan ortalamaları arasında farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi

neticesinde öntest ve sontest ortalama puanları arasındaki farkın anlamlı düzeyde olmadığı görülmüştür ( $p>0.05$ ). Bu sonuç dikkate alındığında mevcut öğretime uygun olacak şekilde işlenen dersin öğrencilerin başarısında anlamlı bir iyileşme sağlamadığı söylenebilir.

#### 4.1.2. Deney Grubuna Yönelik Karşılaştırmalar

Deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış sayıları aşağıda Tablo 8 ve Şekil 11 de verilmiştir.

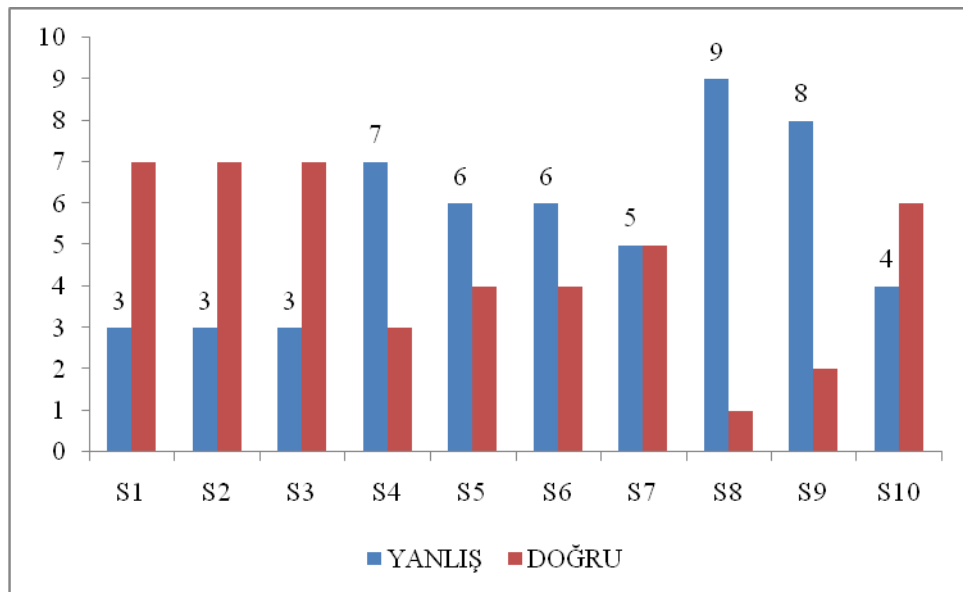
**Tablo 8**

*Deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış sayıları*

| Soru No | ÖNTEST       |         |
|---------|--------------|---------|
|         | YANLIŞ (n/%) | DOĞRU   |
| 1       | 3 (%30)      | 7 (%70) |
| 2       | 3 (%30)      | 7 (%70) |
| 3       | 3 (%30)      | 7 (%70) |
| 4       | 7 (%70)      | 3 (%30) |
| 5       | 6 (%60)      | 4 (%40) |
| 6       | 6 (%60)      | 4 (%40) |
| 7       | 5 (%50)      | 5 (%50) |
| 8       | 9 (%90)      | 1 (%10) |
| 9       | 8 (%80)      | 2 (%20) |
| 10      | 4 (%40)      | 6 (%60) |

**Şekil 11**

*Deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış sayıları*



Deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayıları incelendiğinde en fazla yanlışın 9 yanlış ile 8. soruda, en fazla doğrunun ise 7'şer doğru ile 1., 2. ve 3. sorularda olduğu görülmüştür. Deney grubundaki öğrencilerin öntest notları aşağıda Tablo 9 da verilmiştir.

**Tablo 9**

*Deney grubundaki öğrencilerin öntest not ortalamaları*

|        | N  | Min.  | Maks  | Ort.  | Ss ( $\pm$ ) |
|--------|----|-------|-------|-------|--------------|
| Öntest | 10 | 40,00 | 50,00 | 46,00 | 5,16         |

Deney grubundaki öğrencilerin öntest notları 40-50 arasında değişmekte olup ortalama not ise  $46.00 \pm 5.16$  olarak hesaplanmıştır. Deney grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış cevap sayıları aşağıda Tablo 10 ve Şekil 12 de verilmiştir.

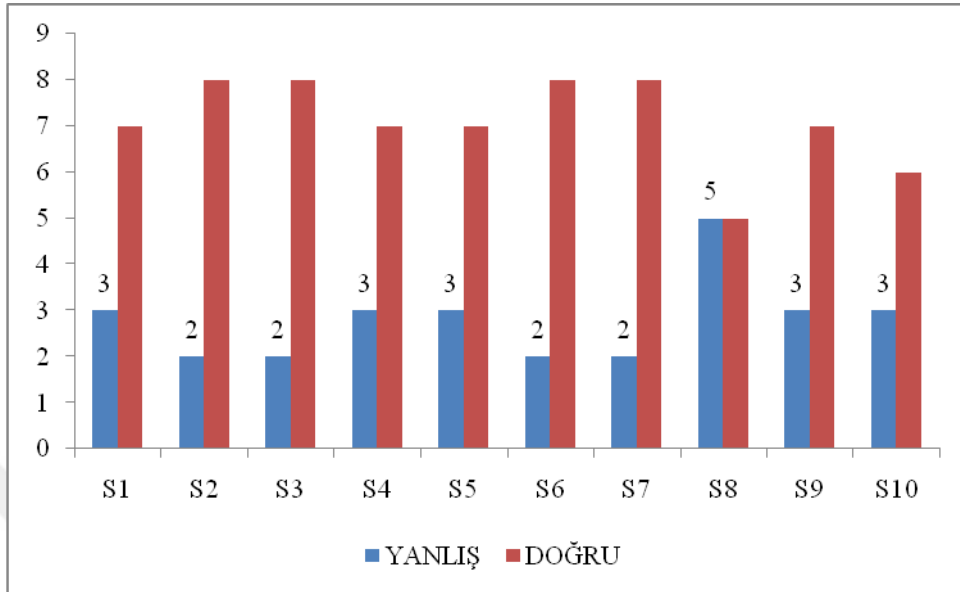
**Tablo 10**

*Deney grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış sayıları*

| Soru No | SONTEST |         |
|---------|---------|---------|
|         | YANLIŞ  | DOĞRU   |
| 1       | 3 (%30) | 7 (%70) |
| 2       | 2 (%20) | 8 (%80) |
| 3       | 2 (%20) | 8 (%80) |
| 4       | 3 (%30) | 7 (%70) |
| 5       | 3 (%30) | 7 (%70) |
| 6       | 2 (%20) | 8 (%80) |
| 7       | 2 (%20) | 8 (%80) |
| 8       | 5 (%50) | 5 (%50) |
| 9       | 3 (%30) | 7 (%70) |
| 10      | 3 (%30) | 7 (%70) |

## Şekil 12

*Deney grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış sayıları*



Deney grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış cevap sayıları incelendiğinde en fazla yanlışın 5 yanlış ile 8. soruda, en fazla doğrunun ise 8'er doğru ile 2., 3., 6. ve 7. sorularda olduğu görülmüştür. Yine sontest sonuçları incelendiğinde 8. soru hariç diğer tüm sorularda doğru cevap veren öğrenci sayısının yanlış cevap veren öğrenci sayısından daha yüksek olduğu görülmektedir. Deney grubundaki öğrencilerin sontest notları aşağıda Tablo 11'de verilmiştir.

**Tablo 11**

*Kontrol grubundaki öğrencilerin sontest not ortalamaları*

|         | N  | Min.  | Maks  | Ort.  | Ss (±) |
|---------|----|-------|-------|-------|--------|
| Sontest | 10 | 60,00 | 80,00 | 72,00 | 7,88   |

Deney grubundaki öğrencilerin sontest notları 60-80 arasında değişmekte olup ortalama not ise  $72.00 \pm 7.88$  olarak hesaplanmıştır. Deney grubundaki öğrencilerin öntest-sontest not ortalamalarının karşılaştırılması aşağıda Tablo 12 ve Şekil 13 te verilmiştir.

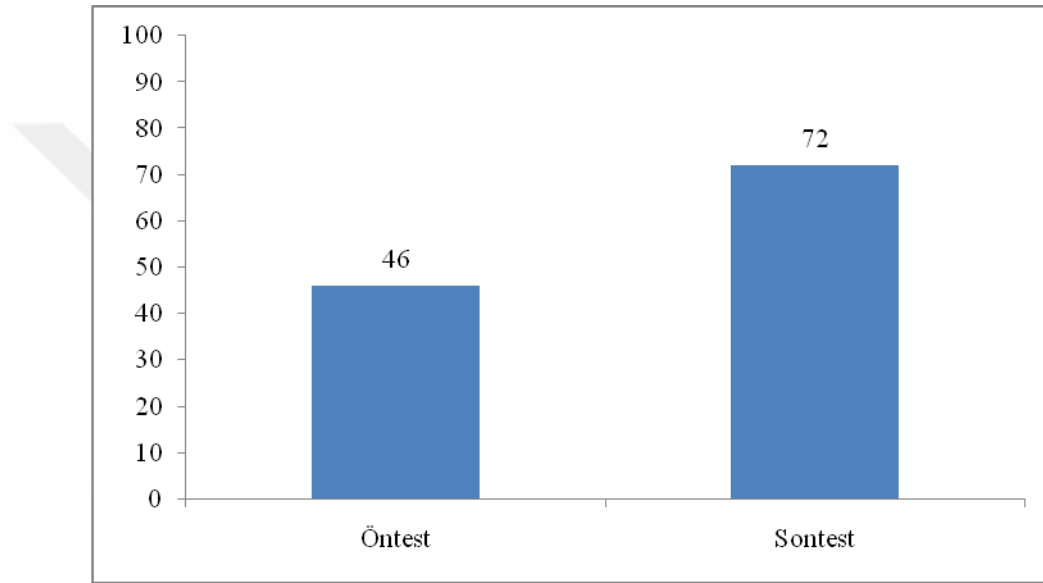
**Tablo 12**

*Deney grubundaki öğrencilerin öntest-sontest not ortalamalarının karşılaştırılması*

|         | N  | Ort.  | Ss ( $\pm$ ) | Min.  | Maks. | Z      | p    |
|---------|----|-------|--------------|-------|-------|--------|------|
| Öntest  | 10 | 46,00 | 5,16         | 40,00 | 50,00 | -2.831 | .005 |
| Sontest | 10 | 72,00 | 7,88         | 60,00 | 80,00 |        |      |

**Şekil 13**

*Deney grubundaki öğrencilerin öntest-sontest puanları*



DNR tabanlı öğretim tekniğinin uygulandığı deney grubundaki öğrencilerin öntest ve sontest puan ortalamaları arasında farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testi neticesinde sontest puanlarının öntest puanlarına kıyasla anlamlı şekilde yüksek olduğu görüldü ( $p < 0.05$ ). Bu sonuç dikkate alındığında DNR tabanlı öğretim yönteminin öğrencilerin başarısında anlamlı bir iyileşme sağladığı söylenebilir.

#### **4.2. Gruplar Arası Karşılaştırmalar**

Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayıları aşağıda Tablo 13 ve Şekil 14 te verilmiştir.

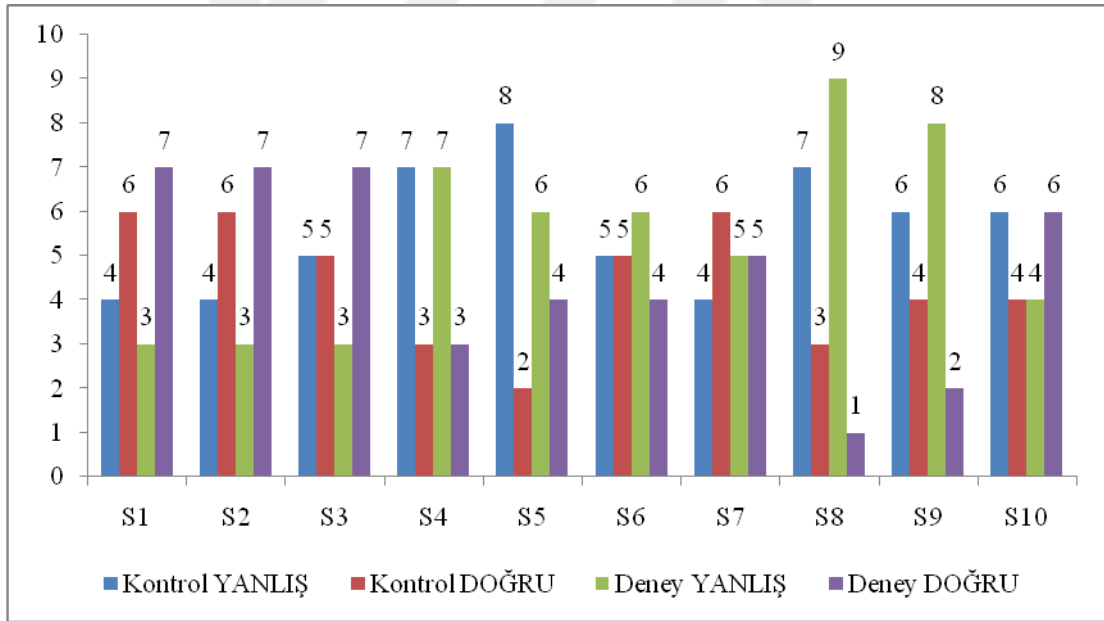
**Tablo 13**

*Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayıları*

| Soru No | KONTROL      |         | DENEY        |             |
|---------|--------------|---------|--------------|-------------|
|         | ÖNTEST       |         | ÖNTEST       |             |
|         | YANLIŞ (n/%) | DOĞRU   | YANLIŞ (n/%) | DOĞRU (n/%) |
| 1       | 4 (%40)      | 6 (%60) | 3 (%30)      | 7 (%70)     |
| 2       | 4 (%40)      | 6 (%60) | 3 (%30)      | 7 (%70)     |
| 3       | 5 (%50)      | 5 (%50) | 3 (%30)      | 7 (%70)     |
| 4       | 7 (%70)      | 3 (%30) | 7 (%70)      | 3 (%30)     |
| 5       | 8 (%80)      | 2 (%20) | 6 (%60)      | 4 (%40)     |
| 6       | 5 (%50)      | 5 (%50) | 6 (%60)      | 4 (%40)     |
| 7       | 4 (%40)      | 6 (%60) | 5 (%50)      | 5 (%50)     |
| 8       | 7 (%70)      | 3 (%30) | 9 (%90)      | 1 (%10)     |
| 9       | 6 (%60)      | 4 (%40) | 8 (%80)      | 2 (%20)     |
| 10      | 4 (%40)      | 6 (%60) | 4 (%40)      | 6 (%60)     |

**Şekil 14**

*Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayıları*



Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayıları Tablo 13'te görülmektedir. Buna göre kontrol grubundaki öğrenciler en fazla yanlış 5. soruda, deney grubundakiler ise 8. soruda yapmıştır. Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayılarının karşılaştırılması aşağıda Tablo 14 te verilmiştir.

**Tablo 14**

*Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayılarının karşılaştırılması*

| Soru No | KONTROL |      |       |      | DENEY  |      |       |      | $\chi^2$ | p     |
|---------|---------|------|-------|------|--------|------|-------|------|----------|-------|
|         | ÖNTEST  |      |       |      | ÖNTEST |      |       |      |          |       |
|         | YANLIŞ  |      | DOĞRU |      | YANLIŞ |      | DOĞRU |      |          |       |
|         | n       | %    | n     | %    | n      | %    | n     | %    |          |       |
| 1       | 4       | 57.1 | 6     | 46.2 | 3      | 42.9 | 7     | 53.8 | .220     | .639  |
| 2       | 4       | 57.1 | 6     | 46.2 | 3      | 42.9 | 7     | 53.8 | .220     | .639  |
| 3       | 5       | 62.5 | 5     | 41.7 | 3      | 37.5 | 7     | 58.3 | .833     | .361  |
| 4       | 7       | 50.0 | 3     | 50.0 | 7      | 50.0 | 3     | 50.0 | .000     | 1.000 |
| 5       | 8       | 57.1 | 2     | 33.3 | 6      | 42.9 | 4     | 66.7 | .952     | .329  |
| 6       | 5       | 45.5 | 5     | 55.6 | 6      | 54.5 | 4     | 44.4 | .202     | .653  |
| 7       | 4       | 44.4 | 6     | 54.5 | 5      | 55.6 | 5     | 45.5 | .202     | .653  |
| 8       | 7       | 43.8 | 3     | 75.0 | 9      | 56.3 | 1     | 25.0 | 1.250    | .264  |
| 9       | 6       | 42.9 | 4     | 66.7 | 8      | 57.1 | 2     | 33.3 | .952     | .329  |
| 10      | 4       | 50.0 | 6     | 50.0 | 4      | 50.5 | 6     | 50.0 | .000     | 1.000 |

Kontrol ve deney grubu arasında öntestte her bir soruya verilen doğru ve yanlış cevaplar açısından farklılık olup olmadığını belirlemek için yaptığımız ki-kare analizi neticesinde öntest doğru ve yanlış cevap verme durumu bakımından gruplar arasında anlamlı fark olmadığı ( $p>0.05$ ) görüldü. Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest puanlarının karşılaştırılması aşağıda Tablo 15 te verilmiştir.

**Tablo 15**

*Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest puanlarının karşılaştırılması*

|        | Grup    | N  | Ort.  | Ss ( $\pm$ ) | t    | p     |
|--------|---------|----|-------|--------------|------|-------|
| Öntest | Kontrol | 10 | 46,00 | 5,16         | .000 | 1.000 |
|        | Deney   | 10 | 46,00 | 5,16         |      |       |

Kontrol ve deney grubundaki öğrenciler arasında öntest başarı puanları açısından farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan t testi neticesinde her iki grupta da öntest başarı puanlarının aynı olduğu ve gruplar arasında anlamlı fark olmadığı görülmüştür ( $p>0.05$ ). Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin söntest doğru ve yanlış cevap sayıları aşağıda Tablo 16 ve Şekil 15 te verilmiştir.

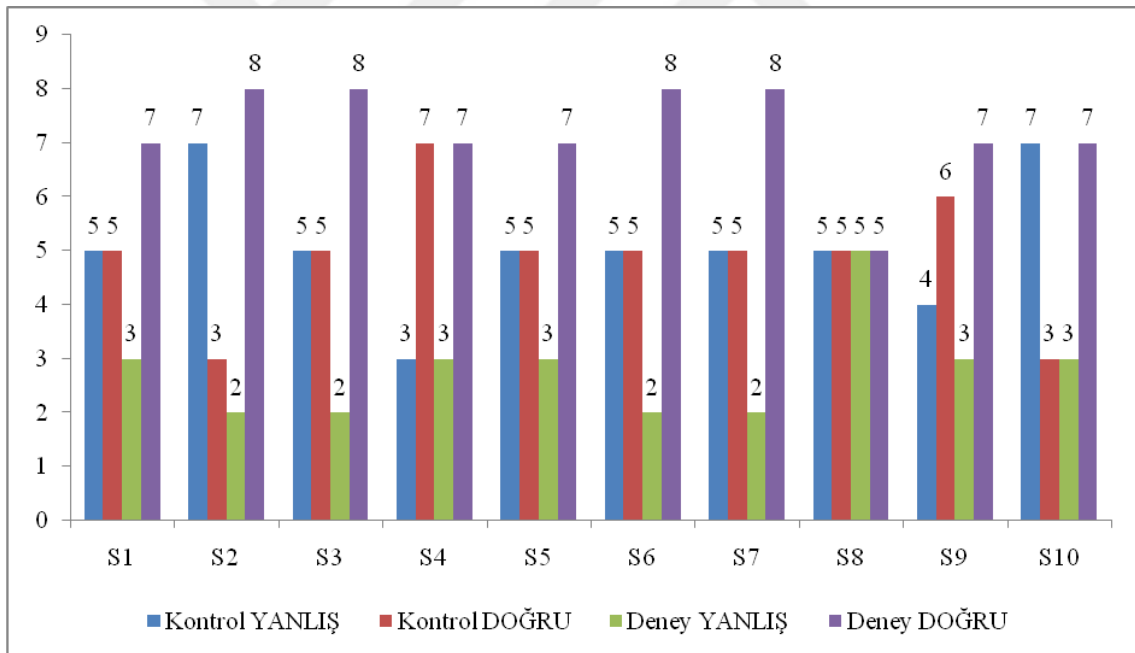
**Tablo 16**

*Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış cevap sayıları*

| Soru No | KONTROL      |         | DENEY        |             |
|---------|--------------|---------|--------------|-------------|
|         | SONTEST      |         | SONTEST      |             |
|         | YANLIŞ (n/%) | DOĞRU   | YANLIŞ (n/%) | DOĞRU (n/%) |
| 1       | 5 (%50)      | 5 (%50) | 3 (%30)      | 7 (%70)     |
| 2       | 7 (%70)      | 3 (%30) | 2 (%20)      | 8 (%80)     |
| 3       | 5 (%50)      | 5 (%50) | 2 (%20)      | 8 (%80)     |
| 4       | 3 (%30)      | 7 (%70) | 3 (%30)      | 7 (%70)     |
| 5       | 5 (%50)      | 5 (%50) | 3 (%30)      | 7 (%70)     |
| 6       | 5 (%50)      | 5 (%50) | 2 (%20)      | 8 (%80)     |
| 7       | 5 (%50)      | 5 (%50) | 2 (%20)      | 8 (%80)     |
| 8       | 5 (%50)      | 5 (%50) | 5 (%50)      | 5 (%50)     |
| 9       | 4 (%40)      | 6 (%60) | 3 (%30)      | 7 (%70)     |
| 10      | 7 (%70)      | 3 (%30) | 3 (%30)      | 7 (%70)     |

**Şekil 15**

*Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış cevap sayıları*



Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin sontest doğru ve yanlış cevap sayıları Tablo 16’da görülmektedir. Buna göre kontrol grubundaki öğrenciler en fazla yanlış 10. soruda, deney grubundakiler ise 8. soruda yapmıştır. Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayılarının karşılaştırılması aşağıda Tablo 17 de verilmiştir.

**Tablo 17**

*Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin öntest doğru ve yanlış cevap sayılarının karşılaştırılması*

| Soru No | KONTROL |      |       |      | DENEY  |      |       |      | $\chi^2$ | p           |
|---------|---------|------|-------|------|--------|------|-------|------|----------|-------------|
|         | ÖNTEST  |      |       |      | ÖNTEST |      |       |      |          |             |
|         | YANLIŞ  |      | DOĞRU |      | YANLIŞ |      | DOĞRU |      |          |             |
|         | n       | %    | n     | %    | n      | %    | n     | %    |          |             |
| 1       | 5       | 62.5 | 5     | 41.7 | 3      | 37.5 | 7     | 58.3 | .833     | .361        |
| 2       | 7       | 77.8 | 3     | 27.3 | 2      | 22.2 | 8     | 72.7 | 5.051    | <b>.025</b> |
| 3       | 5       | 71.4 | 5     | 38.5 | 2      | 28.6 | 8     | 61.5 | 1.978    | .160        |
| 4       | 3       | 50.0 | 7     | 50.0 | 3      | 50.0 | 7     | 50.0 | .000     | 1.000       |
| 5       | 5       | 62.5 | 5     | 41.7 | 3      | 37.5 | 7     | 58.3 | .833     | .361        |
| 6       | 5       | 71.4 | 5     | 38.5 | 2      | 28.6 | 8     | 61.5 | 1.978    | .160        |
| 7       | 5       | 71.4 | 5     | 38.5 | 2      | 28.6 | 8     | 61.5 | 1.978    | .160        |
| 8       | 5       | 50.0 | 5     | 50.5 | 5      | 50.0 | 5     | 50.5 | .000     | 1.000       |
| 9       | 4       | 57.1 | 6     | 46.2 | 3      | 42.9 | 7     | 53.8 | .220     | .639        |
| 10      | 7       | 70.0 | 3     | 30.0 | 3      | 30.0 | 7     | 70.0 | 3.200    | .074        |

Kontrol ve deney grubu arasında sontestte her bir soruya verilen doğru ve yanlış cevaplar açısından farklılık olup olmadığını belirlemek için yaptığımız ki-kare analizi neticesinde 2. soruya verilen doğru ve yanlış cevaplar açısından kontrol ve deney grubu arasında anlamlı fark olduğu, deney grubunda 2. soruya doğru yanıt veren öğrenci sayısının kontrol grubundakilerden anlamlı şekilde yüksek olduğu görülmüştür ( $p < 0.05$ ). Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin sontest puanlarının karşılaştırılması aşağıda Tablo 18 ve Şekil 16 da verilmiştir.

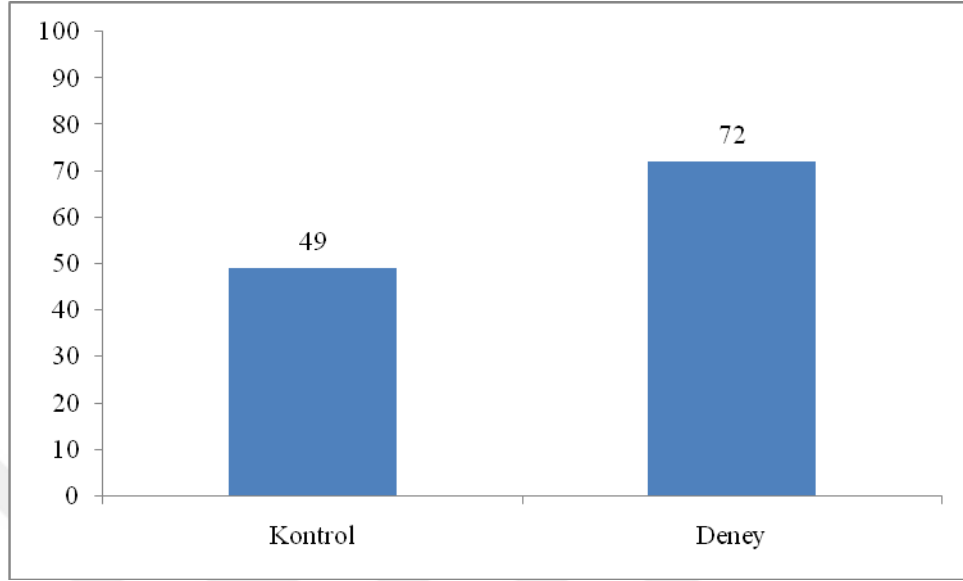
**Tablo 18**

*Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin sontest puanlarının karşılaştırılması*

|         | Grup    | N  | Ort.  | Ss ( $\pm$ ) | t      | p    |
|---------|---------|----|-------|--------------|--------|------|
| Sontest | Kontrol | 10 | 49,00 | 11,97        | -5.073 | .000 |
|         | Deney   | 10 | 72,00 | 7,88         |        |      |

### Şekil 16

*Kontrol ve deney grubundaki öğrencilerin sınav puanları*



Kontrol ve deney grubundaki öğrenciler arasında sınav başarı puanları açısından farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan t testi neticesinde DNR tabanlı öğretim tekniğinin kullanıldığı deney grubundaki öğrencilerin sınav başarı puanlarının kontrol grubundaki öğrencilere kıyasla anlamlı şekilde yüksek olduğu görülmüştür ( $p < 0.001$ ).

## BEŞİNCİ BÖLÜM

### V. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

DNR tabanlı öğretim yaklaşımı belli matematiksel alan veya sınıf düzeyiyle sınırlı bir yaklaşım olmayıp genel matematik öğrenimini ve öğretimini ele alan bir yaklaşımdır. DNR'nin özünde anlama ve düşünme yolları bulunmaktadır. Bu yollar arasında gelişimsel bir bağlılık söz konusu olup bu da öğrencilerin mevcut düşünme yollarının ortaya koymuş oldukları anlama yolları üzerinde etkili olduğunu ifade edilebilir. Ya da tam tersine öğrencilerde belli anlama yollarının geliştirilmesinin matematikte istenilen düşünme yollarının geliştirilmesine katkı sağlayabileceği şeklinde ifade edilebilir. Diğer bir ifadeyle öğrencilerin düşünme yolları önemli oranda matematiksel fikirler ile bağlantı kurma, problem çözme ve matematiksel iddiaları doğrulama süreçlerindeki deneyimler ile şekillenmektedir. Öte yandan öğrencilerin sahip olduğu düşünme yolları onların matematiksel davranışlarında açığa çıkmakta olan anlama yolları üzerinde etkilidir. Bu bağlamda anlama yolları düşünme yollarının ortaya çıkarılmasında referans bir nokta olarak kullanılabilir.

Harel (1998) matematik konularının okullarda nasıl öğretilmesi gerektiği düşüncesinden hareketle DNR tabanlı yaklaşımı önermiştir. DNR kavramlar, temel ilkeler ve öncüllerden meydana gelen bir yapıdır.

Bu araştırmanın amacı, matematik dersinin “Tamsayılar” konusunun DNR Tabanlı Öğretiminin 7. Sınıf öğrencilerinin akademik başarısına olan etkisini incelemektir. Bu çalışma matematikteki farklı yöntemler kullanmanın, matematiği ilgi çekici hale getirebileceğini, öğrencilerin kullanılan yöntem ile derse karşı olan tutumlarının değişip değişmeyeceğinin, bu değişimin akademik başarıya etkisini incelemek açısından önemlidir.

Çalışma sonucunda elde edilen bulgulara bakıldığında deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin öntes sonuçlarına göre benzer düzeyde oldukları görülmüştür. Çalışma sonucunda kontrol grubundaki öğrencilerin öntest notları ve not ortalamasının, sontest notları ve not ortalamalarının kıyaslanmasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olmadığı tespit edilmiştir. Mevcut öğretime uygun şekilde işlenen tam sayılar konusu öğrencilerin akademik başarısında anlamlı bir iyileşme sağlamadığını göstermektedir.

Öğrencilerin matematiği ne şekilde ve hangi düzeyde öğrendiklerinin belirlenmesine yönelik gerçekleştirilen çalışmalar derslerin geleneksel yaklaşımlar kullanılarak işlenmeye devam edilmesi sonucunda öğrencilerin pek çok konuda kavramlara çok yönlü bir bakış açısı geliştiremediklerini, muhakeme yapma becerilerinde iyileşme olmadığını ve problem çözme konusunda yetersiz kaldıklarını göstermektedir (Arslan, 2007; Çakmak, 2014; Coşkun, 2009; İskenderoğlu, 2003; Ören, 2007; Özer ve Arıkan, 2002; Uğurel ve Morali, 2010; Yeşildere ve Türnüklü, 2007; Yıldız ve Şengül, 2017). Yapılan bu çalışmaların sonucu bizim çalışmamızın sonucuyla benzerlik göstermektedir.

Çalışma sonucunda deney grubundaki öğrencilerin öntest notları ve not ortalamasının, sontest notları ve not ortalamalarının karşılaştırılmasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu aşıkardır. DNR Tabanlı Öğretimin tam sayılar konusunda öğrencilerin başarısına anlamlı bir iyileşme sağladığı söylenebilir. Çalışmadan elde edilen sonuçlarla benzer şekilde Subaşı ve Özay (2017), Subaşı (2017), Oflaz(2017), Yıldız ve Şengül (2017), Yıldız (2016), Demir (2019) tarafından yapılan çalışmalarda da DNR tabanlı öğretim sonrasında öğrencilerin başarılarında artış olduğu bildirilmiştir. Bu sonuç dikkate alındığında DNR tabanlı öğretim yönteminin öğrencilerin başarısında anlamlı bir iyileşme sağladığı söylenebilir.

Hem DNR tabanlı öğretim hem de tamsayılar konusundaki çalışmalar ayrı ayrı incelendiğinde geleneksel yöntemle başarıda anlamlı bir değişim görülmemiştir. Şahal (2016) tarafından yapılan tamsayılar çalışmasında problem kurma yaklaşımının öğrencilerin tamsayılar konusundaki akademik başarılarına olumlu yönde etkisinin olduğu bildirmiştir. Dereli (2008) tarafından yapılan çalışmasında tamsayılar konusunun karikatürle öğretiminin geleneksel yönteme göre öğrenci akademik başarısında daha etkili olduğu sonucuna varmıştır. Akyüz (2019) tarafından yapılan çalışmasında tamsayılar konusunun çoklu temsillerden oluşan etkinliklerinin öğrenci akademik başarısını arttırdığı sonucuna ulaşmıştır.

Çalışmadan elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir:

- Kontrol grubundaki öğrencilerin öntest notları ve not ortalamaları ile sontest notları ve not ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir

fark olmadığı görülmüştür. Bu da mevcut öğretime uygun olacak şekilde işlenen tamsayılar konusunun öğrenci başarısında anlamlı bir iyileşme sağlamadığını göstermektedir.

- Deney grubundaki öğrencilerin öntest notları ve not ortalamaları ile sontest notları ve not ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı şekilde fark olduğu görülmüştür. Bu sonuca göre ise DNR tabanlı öğretim yönteminin öğrenci akademik başarısında anlamlı bir iyileşme sağladığı söylenebilir.
- Kontrol ve deney grubundaki öğrenciler arasında öntest başarı puanları açısından anlamlı bir fark olmadığı, buna karşın DNR tabanlı yaklaşımla tam sayılar konusunun anlatıldığı deney grubundaki öğrencilerin sontest başarı puanlarının geleneksel yöntemlerle tam sayılar konusunun anlatıldığı kontrol grubuna kıyasla anlamlı şekilde yüksek olduğu görüldü.

Çalışmadan elde edilen sonuçlar dikkate alınarak aşağıdaki önerilerde bulunulmuştur:

- Matematik dersi tamsayılar konusunda kullanılan DNR tabanlı öğretimin istenilen yönde sonuç vermesi sebebiyle, DNR tabanlı öğretimin başka ders veya başka konularda çalışmalar yapılabilir.
- Ortaokul 7. Sınıf öğrencilerinde yapılan çalışmanın sonuçlarına bakılarak DNR tabanlı öğretimin farklı kademelerde de yapılabilir.
- Yapılan literatür taramasında az sayıda DNR tabanlı öğretimle ilgili çalışmalar bulunmuştur. Yapılan çalışma sonucunda DNR tabanlı öğretimle ilgili olumlu sonuçlar alındığından dolayı bu konuyla ilgili daha fazla çalışmalar yapılabilir.

## KAYNAKÇA

- Altıparmak, K. ve Özdoğan, E. (2010). Negatif sayılar kavramının öğretimi üzerine bir çalışma. *Uluslararası Bilim ve Teknolojide Matematik Eğitimi Dergisi*, 41 (1), 31-47.
- Altun, M., (2008). İlköğretim İkinci Kademe Matematik Öğretimi. Bursa: Aktüel.
- Anderson, J. R., Reder, L. M., & Simon, H. A. (1996). Situated learning and education. *Educational Researcher*, 25(4), 5–11.
- Arslan, Ç. (2007). *İlköğretim Öğrencilerinde Muhakeme Etme ve İspatlama Düşüncesinin Gelişimi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Bacanlı, H. (2009). *Eğitim Psikolojisi*. Ankara: Asal Yayınları.
- Beach, K. (1999). Consequential transitions: A sociocultural expedition beyond transfer in education. In A. Iran- Nejad & P.D. Pearson (Eds.), *Review of research in education*, 24, (pp. 101
- Behr, M. J., Wachsmuth, I., & Post, T. R. (1984). Tasks to assess children's perception of the size of a fraction. In A. Bell, B. Low, & J. Kilpatrick (Eds.), *Theory, research and practice in mathematical education. Working group reports and collected papers from the 5th International Congress on Mathematical Education*, Adelaide (pp. 179–181). Nottingham, UK: Shell Centre for Mathematical Education, Nottingham University.
- Berkant, H. G. ve Yaren, R. (2020). Altıncı sınıf tam sayılar konusunda uygulanan gerçekçi matematik eğitiminin öğrencilerin matematik motivasyonlarına etkisi. *Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 17(2), 543-571. <https://doi.org/10.33437/ksusbd.555770>.
- Brousseau, G. (1997). *Epistemological obstacles, problems and didactical engineering. In Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer.
- Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, 18, 32-41.
- Brownell, W. A. (1946). Introduction: Purpose and scope of the yearbook. The forty-fifth yearbook of the National Society for the Study of Education, Part I, the measurement of understanding, (pp. 1–6). University of Chicago, Chicago

- Cantimer, G. G., & Şengül, S. (2021). 8. Sınıf Öğrencilerinin Dnr Tabanlı Öğretime Yönelik Görüşleri: Problem Çözme Ve Problem Kurma Bağlamında. *Asya Studies*, 5(16), 31-49.
- Chinn, C. A., & Brewer, W. F. (1993). The role of anomalous data in knowledge acquisition: A theoretical framework and implications for science instruction. *Review of Educational Research*, 63, 1-49.
- Cobb, P. (1990). A constructivist perspective on information-processing theories of mathematical activity. *International Journal of Educational Research*, 14, 67-92.
- Cobb, P. & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31 (3/4), 175-190.
- Confrey, J. (1990). What constructivism implies for teaching. In R. B. Davis, C. A. Maher, & N. Noddings (Eds.), *Constructivist views of the teaching and learning of mathematics* (Journal for Research in Mathematics Education, Monograph No. 4, pp. 107–122). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Confrey, J. (1994). A theory of intellectual development: Part 1. For the Learning of Mathematics, 14 (3), 2-8.
- Cooper, R. (1991). *The role of mathematical transformations and practice in mathematical development. In L. Steffe (Ed.), Epistemological Foundations of Mathematical Experience*. New York: Springer-Verlag.
- Çoşkun, F. (2009). *Ortaöğretim Öğrencilerinin Van Hiele Geometri Anlama Seviyeleri ile İspat Yazma Becerilerinin İlişkisi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon
- Davis, R. B. (1984). *Learning mathematics: The cognitive science approach to mathematics education*. New Jersey: Ablex Publishing
- Davis, R. B. (1992). Understanding’’ Understanding. *Journal of Mathematical Behavior*, 11(3), 225–242
- Demir, G. ( 2019). *10. Sınıf Öğrencilerinin DNR Sistemine Göre Düşünme Ve Anlama Yollarının Çember Bağlamında İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Bilecik: Şeyh Edebali Üniversitesi.
- Doğan, A. (2013). *Metacognition and Metacognition Based Teaching*. Middle

- Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In Tall D. (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 95–123). Boston: Kluwer
- Duffy, A. M. (2006). Students' ways of understanding aromaticity and electrophilic aromatic substitution reactions. Unpublished doctorate dissertation. University of California, San Diego, California.
- Erdem, E., Başbüyük, K., Gökkurt, B., Şahin, Ö. ve Soylu, Y. (2015). Tam Sayılar Konusunun Öğretiminde Yaşanan Zorluklar ve Çözüm Önerileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 97-117.
- Ertürk, S. (1982). Eğitimde program geliştirme (4. Baskı), Ankara: Metaksan etkisi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara
- Gilbert, A. & Yerrick, R. (2001). Same school, separate worlds: A sociocultural study of identity, resistance, and negotiation in a rural, lower track science classroom. *Journal of Research in Science Teaching*, 38 (5), 574-598.
- Greeno, J. (1980). Conceptual entities. In D. Gentner, & A. Stevens (Eds.), *Mental models* (pp. 227–252). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates
- Güner, P. (2012). *Matematik Öğretmen Adaylarının İspat Yapma Süreçlerinde DNR Tabanlı Öğretime Göre Anlama Ve Düşünme Yollarının İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul: Marmara Üniversitesi
- Hammer, D. (1994). Epistemological beliefs in introductory physics. *Cognition and Instruction* 12 (2), 151-183.
- Harel, G. & Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 805-842). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Harel, G. (2001). Pupa's two complementary products: Taxonomy of students' existing prof schemes and DNR based instruction, *La lettre de la Preuve*, Automne, Retrieved August 7, 2008, from <http://www.lettredelapreuve.it/Resumes/Harel/Harel01.pdf>.
- Harel, G. (2001). *The development of mathematical induction as a proof scheme: a model for DNR-based instruction*. S. C. Zaskis

- Harel, G. (2007). *The DNR System as a Conceptual Framework for Curriculum Development and Instruction*.
- Harel, G. (2007). The DNR System as a Conceptual Framework for Curriculum Development and Instruction. R. Lesh, J. Kaput, & E. Hamilton içinde, *Foundation for the Future in Mathematics Education* (s. 155-177). Erlbaum
- Harel, G. (2008). *A DNR Perspective on Mathematics Curriculum and Instruction. Part II: With Reference to Teacher's Knowledge Base*. ZDM Mathematics Education(40), 893-907.
- Harel, G. (2008). *DNR Perspective on Mathematics Curriculum and Instruction. Part I: Focus on Proving*. ZDM Mathematics Education(40), 487-500.
- Harel, G. (2008a). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction: Focus on proving, part I. ZDM. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 40, 487–500. doi:10.1007/s11858-008-0104-1.
- Harel, G. (2008b). What is mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question. In R. B. Gold & R. Simons (Eds.), *Proof and other dilemmas: Mathematics and philosophy*. Washington: Mathematical American Association.
- Harel, G. (2013). *Intellectual need*. In *Vital directions for mathematics education research* (pp. 119-151). Springer, New York, NY.
- Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results From Exploratory Studies. A. Schoenfeld, J. Kaput, & E. Dubinsky içinde, *Research in Collegiate Mathematics Education III* (s. 234-283). Providence: RI, American Mathematical Society.
- Harel, G., Rabin, J., Stevens, L., & Fuller, E. (2008). *Conic sections: a DNR approach. Supplementary modules for pre-service mathematics teachers*. University of California, San Diego.
- Hiebert, J. (1997). Aiming research toward understanding: lessons we can learn from children. In A. Sierpinda & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: a search for identity: An ICMI study* (pp. 141–152). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum
- Işık, C. ve Şanlı, K. K. (2020). Tam sayıların öğretim sürecinin öğretmenlerin model kullanımları üzerinden analizi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(29), 81-108. DOI: 10.35675/befdergi.519552.
- İskenderoğlu, A.T.(2003). *Farklı Sınıf Düzeylerindeki Öğrencilerin Matematik Problemlerini Kanıtlama Süreçleri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- John-Steiner, V., & Mahn, H. (1996). Sociocultural approaches to learning and development: A Vygotskian framework. *Educational Psychologist*, 31 (3/4),191-206.
- Kennedy, L. M., Tipps, S., & Johnson, A. (2008). *Guiding children's learning of mathematics*. Belmont: Thomson Wadsworth.
- Kennedy, L. M., Tipps, S., & Johnson, A. (2008). *Guiding children's learning of mathematics*. Belmont: Thomson Wadsworth.
- Krall, R. M., Lot, K. H., & Wymer, C. L. (2009). In-service elementary and middle school teachers' conceptions of photosynthesis and respiration. *Journal of Science Teacher Education*, 20, 41-55
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. New York: Cambridge University Press
- Lawson-Tancred, H. T. (1998). *Aristotle: The Metaphysics*. Harmondsworth: Penguin.
- Lawson-Tancred, H. T. (1998). *Aristotle: The Metaphysics*. Harmondsworth:Penguin.
- Learning and Teaching Number Theory* (pp. Ablex Publishing Corporation (s. 185-212). Ablex Publishing Corporation.
- Lemke, J. L. (2001). Articulating communities: Sociocultural perspectives on science education. *Journal of Research in Science Education*, 38 (3), 296-316.
- Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. In J. Boaler (Ed.), *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning* (19–44). Westport, CT: Ablex.

- Martin, G., & Harel, G. (1989). Proof frames of preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 41-51.
- Maskiewicz, A. L. (2006). Rethinking biology instruction: the application of dnr-based instruction to the learning and teaching of biology. Unpublished doctorate dissertation, University of California, San Diego, California
- Minstrell, J. (2001). Facets of students' thinking: Designing to cross the gap from research to standards-based practice. In K. Crowley, C. Schunn, & T. Okada (Eds.), *Designing for science: Implications from everyday, classroom, and professional settings* (pp. 415-444). Mahwah, NJ: Erlbaum
- Odabaşı-Çimer, S. ve Ursavaş, N. (2012). *Student teachers' ways of thinking and ways of understanding digestion and the digestive system in biology*. *International Education Studies*, 5(3). <http://dx.doi.org/10.5539/ies.v5n3p1>.
- Oflaz, G. (2015). *DNR tabanlı öğretim hakkında öğrenci görüşleri*. *International Journal of Innovative Research in Education*
- Oflaz, G. (2016). *Matematik Eğitiminde Bir Model: DNR Tabanlı Öğretim*. Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi
- Oflaz, G. (2017). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Genelleme Süreçlerine İlişkin Düşünme Ve Anlama Yollarının Belirlenmesi: DNR Tabanlı Bir Öğretim Deneyi*. Doktora Tezi, Ankara: Gazi Üniversitesi.
- Oflaz, G., Bulut, N. & Akcakin, V. (2016). *Pre-service classroom teachers' proof schemes in geometry: a case study of three pre-service teachers*. *Eurasian Journal of Educational Research*, 63, 133-152.
- Oğuzkan, Ferhan. (1981). *Eğitim Terimleri Sözlüğü*, Türk Dil Kurumu Yayınları, Ankara.
- Olkun, S. ve Sarı, M. H. (2021). Öğrencilerin üçlü kodlama modelinde sunulan sayısal büyüklükleri sayı doğrusunda tahminleri. *Yaşadıkça Eğitim*, 35(2), 420- 440.
- Ören, D. (2007). *An Investigation of 10th Grade Students' Proof Schemes in Geometry with Respect to Their Cognitive Styles and Gender*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara
- Özer, Ö. ve A. Arıkan (2002). Lise matematik derslerinde öğrencilerin ispat yapabilme düzeyleri. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 2, 1083-10989

- Piaget, J. (1978). *Behaviour and evolution*. New York: Pantheon Books.
- Piaget, J. (1985). The equilibration of cognitive structures: the central problem of intellectual development. Chicago: University of Chicago Press.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). *The child's' conception of space*. New York: W. W. Norton ve Company.
- Posner, G.J., Strike, K.A., Hewson, P.W., & Gertzog, W.A. (1982). Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change. *Science Education*, 66 (2), 211-227.
- Senemoğlu, N. (2005). *Gelişim öğrenme ve öğretim*. Ankara: Gazi.
- Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26 (2), 114-145.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1-36
- Sfard, A., & Kieran, C. (2001). Cognition as communication; Rethinking learning-by talking through multi-faceted analysis of student' mathematical interactions. *Mind, Culture, and Activity*, 8 (1), 42-76.
- Smith, J.P., diSessa, A., & Roschelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *Journal of the Learning Sciences*, 3 (2), 115-163
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). *Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Steffe, L. P., von Glasersfeld, E., Richards, J., & Cobb, P. (1983). *Children's counting types: philosophy, theory, and application*. New York: Praeger.
- Strike, K.A., & Posner, G.J. (1985). A conceptual change view of learning and understanding. In L.H.T. West & A.L. Pines (Eds.), *Cognitive structure and conceptual change*, New York, NY: Academic Press.
- Subaşı, M. (2017). *Üstün Yetenekli Ortaokul Öğrencilerinin Bağışıklık Sistemi Konusunu Öğrenmelerinde EGS Tabanlı Öğretimin Etkisi*. Doktora Tezi, Erzurum: Atatürk Üniversitesi.

- Subaşı, M., & Özay Köse, E. (2017). *The Effect Of DNR Based Instruction on Gifted Students' Scientific Ways of Understanding and Ways of Thinking*. Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science & Mathematics Education, 11(2).
- Tall, D., & Ramos-Mejia, J. P. (2006). *The Long-Term Cognitive Development of Different Types of Reasoning and Proof, Conference on Explanation and Proof in Mathematics: Philosophical and Educational Perspectives*. Germany: Universitat Duisburg- Essen.
- Thompson, P. W. (1985). Experience, problem solving, and learning mathematics: considerations in developing. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates
- Uğurel, I. ve Moralı, S. (2010). Bir ortaöğretim matematik dersindeki ispat yapma etkinliğine yönelik sınıf içi tartışma sürecine öğrenci söylemleri çerçevesinde yakından bakış. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 135-154
- Ursavaş, N. (2014). *EGS (DNR) tabanlı öğretim yönergesi kullanılarak öğretmen adaylarının sahip oldukları biyolojik anlam şekilleri ve düşünme yollarının geliştirilmesi*. Yayımlanmamış Doktora tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Ursavaş, N., & Çimer, S. O. (2015). *Biyoloj Eğitiminde Yeni Bir Yaklaşım: EGS Tabanlı Öğretim. Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 11(1), 261-290.
- Ünüvar, E. ve Barut, S (2020). Tam Sayıların Öğretiminde Karikatürlerle Zenginleştirilmiş Eğitsel Matematik Hikâyelerinin Kullanılmasının Öğrencilerin Akademik Başarısına Etkisi. *Academy Journal of Educational Sciences*, 4(1), 45-52.
- von Glasersfeld, E. (1983). Learning as constructive activity. *Proceedings of the 5th Annual Meeting of the North American Group of Psychology in Mathematics Education*, 41–101.
- von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. Bristol, PA: The Falmer Press.

- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes* (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman, Eds. & Trans.): Cambridge: Harvard University Press.(Original work published 1934).
- Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University, Cambridge.
- Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. (2007). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 40(1), 181-213
- Yıldız, F. & Şengül, S. (2017). *DNR Tabanlı Öğretimin 8. Sınıf Öğrencilerinin Anlama Ve Düşünme Yollarına Etkisinin İncelenmesi*. International Journal of Social Science Doi number:<http://dx.doi.org/10.9761/JASSS6959>
- Yıldız, F. (2016). *DNR Tabanlı Öğretimin 8. Sınıf Öğrencilerinin Anlama Ve Düşünme Yollarına Etkisinin İncelenmesi*. Doktora Tezi, İstanbul: Marmara Üniversitesi.

## EKLER LİSTESİ

### Ek 1: Başarı Testi

Ad Soyad:

Sonular

1)

$(-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$  ifadesi aşağıdaki-  
lerden hangisine eşittir?

- A)  $4 \cdot (-6)$  B)  $6 \cdot (-4)$   
C)  $(-4)^6$  D)  $(-6)^4$

2)

Tanılayıcı dallandırılmış ağaç diyagramında  
ifade doğru ise D yönündeki ok, yanlış ise Y  
yönündeki ok takip edilir.



Tanılayıcı dallandırılmış ağaç diyagramı  
ifadelerin doğru ve yanlışlığına göre takip  
edildiğinde son adımdaki üslü ifadenin de-  
ğeri aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

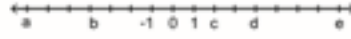
- A) -125 B) -25 C) 16 D) 81

3)

$a$  bir pozitif tam sayı olduğuna göre aşağı-  
dakilerden hangisi bir negatif tam sayıdır?

- A)  $a^2$  B)  $-(-a)$  C)  $a^3$  D)  $-a^3$

4)



Yukarıdaki sayı doğrusunda  $a, b, c, d, e$  birer  
tam sayıya karşılık gelmektedir.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $a + e = 1$  B)  $-b + d = 8$   
C)  $b - e = -12$  D)  $-c - a = -9$

5)

$(-2)(-2)(-2)(-3)(-3)$  ifadesi, aşağıdaki-  
lerden hangisi ile çarpıldığında sonuç  
 $6^3$  e eşit olur?

- A) -6 B) -3 C) 3 D) 6

6)

$(-7) + 5 + (-3)$  işlemi yapılırken, aşağıdaki-  
lerden hangisinde hata yapılmamıştır?

A)  $(-7) + 5 + (-3) = (-7) + (-2) = -9$

B)  $(-7) + 5 + (-3) = (-12) + (-3) = -9$

C)  $(-7) + 5 + (-3) = (-7) + (-2) = -5$

D)  $(-7) + 5 + (-3) = (-2) + (-3) = -5$

7)

$\frac{(-2)^2 - (-2)^2}{-2 - 2^2}$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2      B)  $-\frac{2}{3}$       C)  $\frac{4}{3}$       D) 6

8)

a ve b birer tam sayı olmak üzere,  $|a+3| = 15$  ve  $|b-5| = 12$  dir. Buna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

- A)  $a + b$  nin en büyük değeri 29 dur.  
B)  $a + b$  nin en küçük değeri -11 dir.  
C)  $a - b$  nin en büyük değeri 19 dur.  
D)  $a - b$  nin en küçük değeri -35 tir.

9)

Aşağıdaki tabloda Elazığ ilinin dört günlük hava sıcaklık değerleri verilmiştir. Tabloya göre, gece ve gündüz sıcaklıklar farkı hangi gün en fazladır?

Tablo: Elazığ'ın Dört Günlük Hava Sıcaklık Değerleri (°C)

| Zaman \ Günler | Günler    |      |          |          |
|----------------|-----------|------|----------|----------|
|                | Pazartesi | Salı | Çarşamba | Perşembe |
| Gece           | -9        | -5   | +1       | -2       |
| Gündüz         | -4        | +3   | +8       | +4       |

- A) Pazartesi      B) Salı  
C) Çarşamba      D) Perşembe

10)

$$12 + \square = 3$$

$$\triangle - 15 = \square$$

$$3 \cdot \star = \triangle$$

Yukarıda verilen eşitliklere göre  $\star$  yerine aşağıdaki sayılardan hangisi gelmelidir?

- A) -5      B) -2      C) 2      D) 8

## İZİN BELGELERİ

### Ek 2: Etik Kurul Kararı

#### ETİK KURUL KARARI

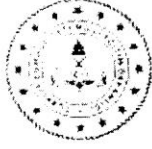
| TOPLANTI TARİHİ | TOPLANTI SAYISI | KARAR NO | ÇALIŞMACILARIN ADI SOYADI                                                                    |
|-----------------|-----------------|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| 20.11.2020      | 24              | 22       | Sorumlu Araştırmacı : Dr.Öğr.Üyesi Mustafa AYDOĞDU<br>Yardımcı Araştırmacı: Nisa Özlem YETİM |

#### KARAR

**“Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin DNR Tabanlı Öğretime Göre Tamsayılar Konusunun İncelenmesi”** konulu çalışma etik kurulumuzda görüşülmüş olup; çalışmanın etik kurallara uygun olduğuna oybirliğiyle karar verilmiştir.

|                                                                            |      |                                      |      |
|----------------------------------------------------------------------------|------|--------------------------------------|------|
| Prof. Dr. Mehmet Nuri GÖMLEKSİZ<br>(Başkan)                                |      |                                      |      |
| Prof. Dr. Sebahattin DEVECİOĞLU<br>(Üye)                                   | İmza | Doç. Dr. Rıfat BİLGİN<br>(Üye)       | İmza |
| Prof. Dr. Süleyman İLHAN<br>(Üye)                                          | İmza | Doç.Dr. Haki PEŞMAN<br>(Üye)         | İmza |
| Doç. Dr. İrfan EMRE<br>(Üye)                                               | İmza | Doç.Dr. Yunus Emre KARAKAYA<br>(Üye) | İmza |
| Doç. Dr. Taner YILDIRIM<br>(Üye)                                           | İmza | Dr. Öğr. Üyesi Serkan BİÇER<br>(Üye) | İmza |
| Doç.Dr. Erkan Turan DEMİREL<br>(Üye)                                       | İmza | Dr.Öğr. Üyesi Ayşe Ülkü KAN<br>(Üye) | İmza |
| Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurul Sekreteri: Pınar ARSLAN |      |                                      | İmza |

### Ek 3: Araştırma İzin Belgeleri



T.C.  
ELAZIĞ VALİLİĞİ  
Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 79137285-605.01-E.18458625  
Konu : Araştırma İzni

25.12.2020

#### VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a)MEB'e Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri 2020/2 sayılı Genelgesi, 2007/1084 sayılı Yönergesi.  
b)Fırat Üniversitesi Rektörlüğü Genel Sekreterliğinin 07/12/2020 tarih ve 427816 sayılı yazısı.

Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı yüksek lisans öğrencisi Nisa Özlem YETİM'in, "Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin DNR Tabanlı Öğretime Göre Tamsayılar Konusunun İncelenmesi" konulu yüksek lisans tez çalışmasına veri oluşturmak amacıyla yapacağı Başarı Testi uygulama çalışmasının Müdürlüğümüze bağlı merkez İstiklal Ortaokulunda öğrenim gören öğrencilere yönelik uygulama izin isteği, ilgi (b) yazı ile bildirilmiştir.

Konu ile ilgili olarak ilgi (a) genelge ve yönerge çerçevesinde Müdürlüğümüz bünyesinde oluşturulmuş Bilimsel Araştırma İzin Değerlendirme Komisyonu 25/12/2020 tarihinde Müdürlüğümüz Strateji Geliştirme Şubesi Ar-Ge Biriminde toplanarak başvuru hakkında gerekli incelemeyi yapmıştır. Söz konusu başarı testi uygulama çalışmasının Müdürlüğümüze bağlı merkez İstiklal Ortaokulunda öğrenim gören öğrencilere yönelik gönüllülük esasına dayalı olarak, okul idaresinde izni doğrultusunda, çalışmaların eğitim öğretimi aksatmayacak şekilde, **02 Ocak 2021 - 15 Haziran 2021** tarihleri arasında uygulamaya dahil edilen konularla sınırlı kalma şartıyla, yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Cemil ÇİFTÇİ  
Müdür a.  
Şube Müdürü

OLUR  
25.12.2020  
Feyzi GÜRTÜRK  
Vali a.  
Milli Eğitim Müdürü

Cumhuriyet Mah. Lokman Hekim Sok. No:8/2 23100 /ELAZIĞ  
Elektronik Ağ: <http://elazig.meb.gov.tr>  
e-posta: [elazigmem@meb.gov.tr](mailto:elazigmem@meb.gov.tr)

Ayrıntılı bilgi için: A.AKARSU  
Tel : (0 424) 238 50 24  
Faks : (0 424) 233 36 70



Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evrak.sorgu.meb.gov.tr> adresinden 5ca9-6d05-38e4-884d-8410 kodu ile teyit edilebilir.

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Evrak Tarih ve Sayısı: 30/12/2020-433157



T.C.  
FIRAT ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ  
Genel Sekreterlik

Sayı : E-11611387-100-  
Konu : Araştırma İzni (Nisa Özlem YETİM)

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜNE

Elazığ Valiliği Milli Eğitim Müdürlüğü'nün, "Araştırma İzni-Nisa Özlem YETİM" konulu 25.12.2020 tarih ve E.18480768 sayılı yazısı ekte gönderilmiştir.

Bilgileriniz ile gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Soner ÖZGEN  
Rektör Yardımcısı

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu : BE8AKKEPS Pin Kodu : 80432

Belge Takip Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/firat-universitesi-ebys>

Adres: Firat Üniversitesi Rektörlüğü 23119 ELAZIĞ/TÜRKİYE

Bilgi için: Tuba KAYALI

Telefon: 0 (424) 237 00 00 Faks: 0 424 2122717

Unvanı: Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni

Elektronik Ağ: <http://www.firat.edu.tr>

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.



T.C.  
ELAZIĞ VALİLİĞİ  
Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 79137285-605.01-E.18480768  
Konu : Araştırma İzni

25.12.2020

FIRAT ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE  
(Genel Sekreterlik)

ELAZIĞ

İlgi :a) 07/12/2020 tarih ve 427816 sayılı yazınız,

b) Valilik Makamının 25/12/2020 tarih ve 79137285-605.01-E.18458625 sayılı onayı.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı yüksek lisans öğrencisi Nisa Özlem YETİM'in. "Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin DNR Tabanlı Öğretime Göre Tam Sayılar Konusunun İncelenmesi" konulu yüksek lisans başarı testi tez çalışmasına veri toplamak için izin isteği ilgi (a) yazınız ile bildirilmiştir.

Söz konusu başarı testi çalışmasının, Müdürlüğümüze bağlı merkez İstiklal Ortaokulunda öğrenim gören öğrencilere yönelik uygulanabilmesi için Valilik Makamından alınan ilgi (b) onay ve uygulanacak başarı testleri ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinize arz ederim.

Feyzi GÜRTÜRK  
Milli Eğitim Müdürü

Ek:

- 1- Makam Onayı (1 sayfa)
- 2- Başarı Testi (3 sayfa)

ELAZIĞ VALİLİĞİ  
MILLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ  
28.12.2020

Cumhuriyet Mah. Lokman Hekim Sok. No:8/2 23100/ELAZIĞ  
Elektronik Ağ: <http://elazig.meb.gov.tr>  
e-posta: [elazigmem@meb.gov.tr](mailto:elazigmem@meb.gov.tr)

Ayrıntılı bilgi için: Ahmet AKARSU  
Tel : (0 424) 238 50 24  
Faks : (0 424) 233 36 70



Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 8f6e-e919-3604-ba97-b61b kodu ile teyit edilebilir.

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.



T.C.  
FIRAT ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Sayı : E-48668769-044-  
Konu : Anketler-Nisa Özlem YETİM

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALINA

Danışmanlığını Dr. Öğr. Üyesi Mustafa AYDOĞDU'nun yaptığı Ana Bilim Dalınız yüksek lisans öğrencisi Nisa Özlem YETİM hakkındaki Üniversitemiz Rektörlüğü'nün 30.12.2020 tarih ve 433157 sayılı anket izni konulu yazısı ekte sunulmuştur.

Söz konusu iznin öğrenciye ve danışmanına bildirilmesi hususunda gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Ahmet TEKİN  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Ek: Yazı (3 sayfa)

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu : BESNKK1H3 Pin Kodu : 75702

Belge Takip Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/firat-universitesi-ebys>

Adres: Firat Üniversitesi Rektörlüğü 23119 ELAZIĞ/TÜRKİYE

Bilgi için: Abdullah Müfit Açıkse

Telefon: 0 (424) 237 00 00 Faks: 0 424 2122717

Unvanı: Sürekli İşçi (696)

Elektronik Ağ: <http://www.firat.edu.tr>

Tel No: 4954

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

## Ek 4: Orijinallik Raporu



T.C.  
FIRAT ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
**LİSANSÜSTÜ TEZ BENZERLİK RAPORU**

FORM  
20

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                |                                                                                        |                                                            |      |                                                             |      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|------|-------------------------------------------------------------|------|
| <b>I - ÖĞRENCİ BİLGİLERİ</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                |                                                                                        |                                                            |      |                                                             |      |
| Adı ve Soyadı                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Nisa Özlem YETİM                                                                                                               | Öğrenci No: 222403104                                                                  |                                                            |      |                                                             |      |
| Bilim Dalı                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Matematik Eğitimi                                                                                                              |                                                                                        |                                                            |      |                                                             |      |
| Programı                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <input checked="" type="checkbox"/> Yüksek Lisans <input type="checkbox"/> Doktora <input type="checkbox"/> Bütünleşik Doktora |                                                                                        |                                                            |      |                                                             |      |
| <b>II - TEZ BİLGİLERİ</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                |                                                                                        |                                                            |      |                                                             |      |
| Tez Başlığı<br>(Enstitü Tescilli)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | ORTAOKUL 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DNR TABANLI ÖĞRETİME GÖRE<br>TAMSAYILAR KONUSUNUN İNCELENMESİ                                 |                                                                                        |                                                            |      |                                                             |      |
| Danışman                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Dr. Öğr. Üyesi Mustafa AYDOĞDU                                                                                                 |                                                                                        |                                                            |      |                                                             |      |
| II. Danışman                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                |                                                                                        |                                                            |      |                                                             |      |
| <b>III - ENSTİTÜ BENZERLİK RAPORU</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                |                                                                                        |                                                            |      |                                                             |      |
| <p>Yukarıda bilgileri verilen öğrencimizin tezi, CD ortamında MSWORD ve PDF formatında vermiş olduğu kopyaları kullanılarak aşağıda belirtilen filtreler uygulanmak suretiyle TURNİTİN intihal tespit programında analiz edilmiştir:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Kaynaklar bölümü hariç</li><li>2. Özet ve Abstract dâhil, diğer ön bölümler hariç</li><li>3. Alıntılar dâhil</li><li>4. Benzerlik oranı %1 ve üzeri ise dâhil</li></ol> <p>İntihal tespit programının üretmiş olduğu rapora göre ilgili tezin benzerlik oranı</p> <table border="1"><tr><td>Tez savunma sınavından önce<br/>taranan sayfa sayısı ( 58 )</td><td>% 13</td></tr><tr><td>Tez Savunma Sınavından sonra<br/>taranan sayfa sayısı ( 61 )</td><td>% 18</td></tr></table> <p>değerlerine sahip olup Enstitümüzce uygulanan kabul edilebilir üst sınır %25'dir.</p> |                                                                                                                                |                                                                                        | Tez savunma sınavından önce<br>taranan sayfa sayısı ( 58 ) | % 13 | Tez Savunma Sınavından sonra<br>taranan sayfa sayısı ( 61 ) | % 18 |
| Tez savunma sınavından önce<br>taranan sayfa sayısı ( 58 )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | % 13                                                                                                                           |                                                                                        |                                                            |      |                                                             |      |
| Tez Savunma Sınavından sonra<br>taranan sayfa sayısı ( 61 )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | % 18                                                                                                                           |                                                                                        |                                                            |      |                                                             |      |
| Kontrol Personeli<br><br>Esengül KILIÇ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Tez, veri tabanına saklanmıştır. <input checked="" type="checkbox"/><br>Saklanmamıştır. <input type="checkbox"/>               | 20/02/2024                                                                             |                                                            |      |                                                             |      |
| Sınav Jüri Üyesi<br><br>(Unvanı, Adı ve Soyadı)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | <b>Düşünce:</b>                                                                                                                | İmza                                                                                   |                                                            |      |                                                             |      |
| <b>AÇIKLAMA</b><br>1. Form öğrenci tarafından bilgisayar ortamında doldurulur ve üst yazı ekinde savunma sınavı jüri üyelerine gönderilir.<br>2. Her bir jüri üyesi bu raporu dikkate alarak Tez Bireysel Değerlendirme Formu'nda ve bu formda ilgili alanları doldurmalıdır.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                |                                                                                        |                                                            |      |                                                             |      |
| Firat Üniversitesi,<br>Eğitim Bilimleri Enstitüsü,<br>23119 - Elazığ / TÜRKİYE                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <a href="http://ebe.firat.edu.tr/">http://ebe.firat.edu.tr/</a>                                                                | Telefon : +90 424 237 0086<br>Fax: +90 424 237 0087<br>e-posta: egtbilens@firat.edu.tr |                                                            |      |                                                             |      |

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı

Doğum Yeri ve

Tarihi

### Eğitim Durumu

Lisans Öğrenimi : Fırat Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik  
Öğretmenliği 2011-2015

Yüksek Lisans : Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi  
Öğrenimi 2018-

### İş Deneyimi

Stajlar

Çalıştığı Kurumlar

### İletişim

Telefon

E-Posta Adresi