



T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

MATEMATİKSEL MODELLEME PROBLEMLERİNDE YAPI
İSKELESİ ARACI OLARAK ÇÖZÜM PLANLARININ
KULLANIMI

BÜŞRA ÖZTÜRK

İzmir
2024

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

MATEMATİKSEL MODELLEME PROBLEMLERİNDE YAPI
İSKELESİ ARACI OLARAK ÇÖZÜM PLANLARININ
KULLANIMI

Büşra ÖZTÜRK

DANIŞMAN
Doç. Dr. Ayşe TEKİN DEDE

İzmir

2024

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum “Matematiksel Modelleme Problemlerinde Yapı İskelesi Aracı Olarak Çözüm Planlarının Kullanımı” adlı çalışmanın içerdiği fikri izinsiz başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında ve bölümlerinin yazımında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Dokuz Eylül Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve *intihal içermediğini* beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

22/01/2024

Büşra ÖZTÜRK



DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU



Tarih: 26/01/2024

Tez Başlığı:

Matematiksel Modelleme Problemlerinde Yapı İskelesi Aracı Olarak Çözüm Planlarının Kullanımı

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 167 sayfalık kısmına ilişkin, 26/01/2024 tarihinde **tez danışmanım tarafından** Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (Turnitin-Tez İntihal Analiz Programı) aşağıda belirtilen **filtreleme tiplerinden biri** (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin **benzerlik oranı % 14 tür**.

- <http://www.kutuphane.deu.edu.tr/tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/> adresindeki Tez İntihal Analiz Programı

Kullanım Kılavuzunu okudum ☒

Filtreleme Tipi 1(Maksimum %15) ☒

Filtreleme Tipi 2(Maksimum %30) ☐

☒ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, ☒ Kaynakça hariç, ☒ Alıntılar dâhil, ☒ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.	☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, ☐ Kaynakça dâhil, ☐ Alıntılar dâhil.
EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. ☒	
EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd İçinde. ☒	

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : Büşra ÖZTÜRK
Öğrenci No :
Anabilim Dalı : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Programı : İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı
Statüsü : Yüksek Lisans ☒ Doktora ☐

ÖĞRENCİ

DANIŞMAN

Büşra ÖZTÜRK

Doç. Dr. Ayşe TEKİN DEDE

26/01/2024

26/01/2024

Açıklamalar

- 1: Bu formu teslim etmeden önce sizden istenen bilgileri uygun kutucuğu (□) işaretleyerek doldurunuz.
- 2: Kullanıcı şifre vb. konusunda sorun yaşanması durumunda Üniversitemiz Merkez Kütüphanesinde bulunan Turnitin yetkilisine başvurunuz.
- 3: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu" formu tezin ciltlenmiş ve elektronik nüshalarının içerisinde ekler kısmında yer alır.
- 4: Tez savunmasında düzeltme alınması durumunda bu form güncellenerek yeniden hazırlanır.
- 5: Turnitin-Tez İntihal Analiz Programına yükleme yapılırken Dosya Başlığı (document title) olarak **tez başlığının tamamı**, Yazar Adı (author's first name) olarak **öğrencinin adı**, Yazar Soyadı (author's last name) olarak **öğrencinin soyadı** bilgisini yazınız.

TEŞEKKÜR

Öncelikle tez danışmanlığımı üstlenerek beni onurlandıran ve bu çalışmaya yönlendiren, tüm süreç boyunca sorduğum her soruya sabırla cevap veren, çalışmanın en iyi şekilde gerçekleştirilebilmesi için yol gösterip sürekli beni motive eden ve cesaretlendiren, yoğun geçen vaktine rağmen bana zaman ayıran ve hem akademik bilgisi hem de tecrübelerinden faydalanma şansı bulduğum, öğrencisi olmaktan büyük gurur duyduğum, çok kıymetli danışman hocam sayın Doç. Dr. Ayşe TEKİN DEDE'ye en derin saygılarımla teşekkürü bir borç bilir, şükranlarımı sunarım.

Yüksek lisans tez jürimde olmayı kabul eden ve değerli görüşlerini benimle paylaşan hocalarım Prof. Dr. Süha YILMAZ ve Dr. Öğr. Üyesi Deniz ÖZEN ÜNAL hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmamın katılımcıları olan çalışma boyunca benimle heyecanla ilerleyen, deneyim kazanan, gelişen, öğrenen canım öğrencilerime, bu çalışmanın gizli kahramanlarına ayrı ayrı teşekkür ederim. Sizleri seviyorum.

Hayatımın her anında her anlamda yanımda olan, desteklerini arkamda hissettiğim, beni bugünlere getiren ve haklarını asla ödeyemeyeceğim canım annem Nazlı ÖZTÜRK ve canım babam Recep ÖZTÜRK'e ayrıca canım kardeşim Berika ÖZTÜRK'e sonsuz teşekkür ederim.

Son olarak her koşulda, her durumda, her zaman yanımda olan, motivasyonumu her kaybettiğimde beni yapabileceğime inandıran, her zaman olduğu gibi bu süreçte de beni yalnız bırakmayan yol arkadaşım Aydın KAPAN'a çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	x
ABSTRACT.....	xii
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.2. Amaç ve Önem.....	4
1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri	5
1.4. Sınırlılıklar	6
1.5. Varsayımlar	6
1.6. Tanımlar	6
BÖLÜM II.....	8
KURAMSAL ÇERÇEVE / KAVRAMSAL ÇERÇEVE / İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	8
2.1. Matematik ve Matematik Eğitimi	8
2.2. Matematiksel Model ve Matematiksel Modelleme.....	9
2.3. Matematiksel Modelleme Perspektifleri	10
2.3.1. Bilişsel Modelleme Perspektifi	12
2.4. Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	14
2.5. Matematiksel Modelleme Problemlerinde Bir Yapı İskelesi Aracı Olarak Çözüm Planı Kullanımı.....	15
2.5.1. Yapı İskelesi (Scaffolding)	15
2.5.2. Çözüm Planı (Solution Plan)	16

2.6. Literatür Taraması	18
2.6.1. Matematiksel Modelleme Yeterlikleri Konusunda Yapılan Çalışmalar	18
2.6.2. Matematiksel Modelleme Sürecinde Bir Yapı iskelesi Aracı Olarak	
Çözüm Planı Kullanımını Araştıran Çalışmalar	22
BÖLÜM III	25
YÖNTEM.....	25
3.1. Araştırmanın Modeli / Deseni	25
3.2. Katılımcılar	26
3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları	28
3.3.1. Uzman Görüşü	29
3.3.2. Pilot Çalışma.....	31
3.3.3. Asıl Uygulama	33
3.4. Verilerin Analizi.....	36
3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği.....	40
3.6. Araştırmacının Rolü	41
BÖLÜM IV	43
BULGULAR.....	43
4.1. “Probleme özgü çözüm planı verildiğinde öğrencilerin modelleme	
yeterlikleri nasıl bir gelişim göstermektedir?” Alt Problemine İlişkin Elde Edilen	
Bulgular.....	43
4.1.1. “Okul Bahçesinde Satranç Zeminini” problemine ilişkin elde edilen	
bulgular..	43
4.1.1.1. Grup 1’ e ait bulgular	43
4.1.1.2. Grup 2’ ye ait bulgular	48
4.1.1.3. Grup 3’ e ait bulgular	50
4.1.1.4. Grup 4’ e ait bulgular	54

4.1.2. “Tül Sineklik” problemine ilişkin elde edilen bulgular	58
4.1.2.1. Grup 1’ e ait bulgular	58
4.1.2.2. Grup 2’ ye ait bulgular	63
4.1.2.3. Grup 3’ e ait bulgular	68
4.1.2.4. Grup 4’ e ait bulgular	73
4.2. “Probleminden bağımsız çözüm planı verildiğinde öğrencilerin modelleme yeterlikleri nasıl bir gelişim göstermektedir?” Alt Problemine İlişkin Elde Edilen Bulgular.....	77
4.2.1. “Konforlu Yurt Yaşamı” problemine ilişkin elde edilen bulgular.....	77
4.2.1.1. Grup 1’ e ait bulgular	77
4.2.1.2. Grup 2’ ye ait bulgular	82
4.2.1.3. Grup 3’ e ait bulgular	86
4.2.1.4. Grup 4’ e ait bulgular	90
4.2.2. “Miras Paylaşımı” problemine ilişkin elde edilen bulgular.....	95
4.2.2.1. Grup 1’ e ait bulgular	95
4.2.2.2. Grup 2’ ye ait bulgular	100
4.2.2.3. Grup 3’ e ait bulgular	106
4.2.2.4. Grup 4’ e ait bulgular	111
BÖLÜM V	117
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER.....	117
5.1. Tartışma.....	117
5.2. Sonuç ve Öneriler.....	121
KAYNAKÇA.....	123
EK 1. ÖZGEÇMİŞ	131
EK 2. Uygulama İzinleri	132

EK 3. Okul Bahçesinde Satranç Zemini Problemi ve Probleme Özgü Çözüm Planı	133
EK 4. Tül Sineklik Problemi ve Probleme Özgü Çözüm Planı	135
EK 5. Konforlu Yurt Yaşamı Problemi ve Problemden Bağımsız Çözüm Planı.	137
EK 6. Miras Paylaşımı Problemi ve Problemden Bağımsız Çözüm Planı.....	139
EK 7. ETİK İZİN	141
EK 8. ÖLÇME ARAÇLARININ UYGULANMA İZİNLERİ.....	142



TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1 Matematiksel Modelleme Perspektifleri.....	10
Tablo 2 Katılımcıların 2021-2022 Eğitim Öğretim Yılı Matematik Dersi Not Ortalamaları.....	26
Tablo 3 Katılımcıların Matematik Dersindeki Akademik Durumları.....	27
Tablo 4 Çalışmada Kullanılan Veri Toplama Araçları	28
Tablo 5 Çalışmadaki Oturum Süreleri	28
Tablo 6 Pilot Uygulama Süreci	32
Tablo 7 Asıl Uygulama İçin Oluşturulan Gruplar ve Takma İsimleri	34
Tablo 8 Tümdengelimci Analizde Kullanılan Yeterliklere Ait Göstergeler.....	37
Tablo 9 Modelleme Becerileri Değerlendirme Rubriği (Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2014)	38
Tablo 10 Okul Bahçesinde Satranç Zemini Probleminde Grup 1'in Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	47
Tablo 11 Okul Bahçesinde Satranç Zemini Probleminde Grup 2'nin Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	50
Tablo 12 Okul Bahçesinde Satranç Zemini Probleminde Grup 3'ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	54
Tablo 13 Okul Bahçesinde Satranç Zemini Probleminde Grup 4'ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	57
Tablo 14 Grupların Okul Bahçesinde Satranç Zemini Probleminden Aldıkları Puanlar	57
Tablo 15 Tül Sineklik Probleminde Grup 1'in Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	63
Tablo 16 Tül Sineklik Probleminde Grup 2'nin Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	68
Tablo 17 Tül Sineklik Probleminde Grup 3'ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	72
Tablo 18 Tül Sineklik Probleminde Grup 4'ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	77
Tablo 19 Grupların Tül Sineklik Probleminden Aldıkları Puanlar.....	77

Tablo 20 Konforlu Yurt Yaşamı Probleminde Grup 1'in Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	82
Tablo 21 Konforlu Yurt Yaşamı Probleminde Grup 2'nin Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	86
Tablo 22 Konforlu Yurt Yaşamı Probleminde Grup 3'ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	90
Tablo 23 Konforlu Yurt Yaşamı Probleminde Grup 4'ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	95
Tablo 24 Grupların Konforlu Yurt Yaşamı Probleminden Aldıkları Puanlar	95
Tablo 25 Miras Paylaşımı Probleminde Grup 1'in Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	100
Tablo 26 Miras Paylaşımı Probleminde Grup 2'nin Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	106
Tablo 27 Miras Paylaşımı Probleminde Grup 3'ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	111
Tablo 28 Miras Paylaşımı Probleminde Grup 4'ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri	115
Tablo 29 Grupların Miras Paylaşımı Probleminden Aldıkları Puanlar.....	116

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1 Gerçek dünya ve matematik arasındaki çift yönlü geçiş (Borromeo Ferri, 2018)	10
Şekil 2 Bilişsel Modelleme Perspektifine Göre Modelleme Döngüsü (Borromeo Ferri, 2006)	12
Şekil 3 Çözüm Planı (Solution Plan) (Blum ve Leiß, 2007a)	17
Şekil 4 Satranç zemini probleminin ilk hali ve uzman görüşü alınarak düzenlenmiş son hali	30
Şekil 5 Tül Sineklik Probleminin uzman görüşü alınarak düzenlenmiş hali	31
Şekil 6 Pilot çalışmanın yapıldığı ortamın temsili resmi	32
Şekil 7 Pilot uygulama öncesi Tül Sineklik probleminin probleme özgü çözüm planındaki madde	33
Şekil 8 Pilot uygulama sonrası Tül Sineklik Probleminin probleme özgü çözüm planına eklenen madde	33
Şekil 9 Çalışmanın yapıldığı ortamın temsili resmi	34
Şekil 10 Bahçede çözüm sürecine devam eden Grup 1'in video kaydından bir kesit	35
Şekil 11 Grup 1'in bahçedeki ölçümleri	44
Şekil 12 Grup 1'in boya miktarı ve fiyatına ilişkin varsayımları	44
Şekil 13 Grup 1'in hatalı çözümü	45
Şekil 14 Grup 1'in varsayımına dayalı çözümü	46
Şekil 15 Grup 3'ün bahçede yaptıkları ölçüm	52
Şekil 16 Grup 3'ün karenin kenar uzunluğuna ilişkin yazısı	52
Şekil 17 Grup 4'ün bahçede ölçümleri	55
Şekil 18 Grup 1'in pencereye ilişkin çizimi	60
Şekil 19 Grup 2'nin temsili pencere çizimi	64
Şekil 20 Grup 2'nin yorumlama yeterliğine ilişkin sorulara verdiği yanıtlar	67
Şekil 21 Grup 3'ün sineklik ve cırt bant masrafına ilişkin ifadesi	71
Şekil 22 Grup 4'ün yorumlama yeterliğine ilişkin yazılı yanıtları	75
Şekil 23 grup 1'in yurt odası yerleşim düzeni çizimi	80
Şekil 24 Grup 2'nin hatalı matematiksel modeli	83
Şekil 25 grup 2'nin yurt odası yerleşim düzeni çizimi	84
Şekil 26 Grup 3'ün yurt odası yerleşim düzeni çizimi	88

Şekil 27 Grup 4'ün başlangıçta oluşturduğu hatalı matematiksel model	92
Şekil 28 Grup 4'ün yurt odası yerleşim düzeni çizimi	93
Şekil 29 Grup 1'in alanlara ait çözüm kâğıdı	98
Şekil 30 Grup 2'nin alanlara ait çözüm kâğıdı	103
Şekil 31 Grup 2'nin alanlara ait çözüm kâğıdının devamı	104
Şekil 32 Grup 2'nin alanları paylaştırmak için göz önünde bulundurduğu matematiksel değerler.....	104
Şekil 33 Grup 2'nin alanları paylaşırma sonucu	105
Şekil 34 Grup 3'ün tarlaların şekillerini çizimi	107
Şekil 35 Grup 3'ün çözüm kâğıdı	109
Şekil 36 Grup 3'ün alanları paylaştırmaya ilişkin işlemleri	110
Şekil 37 Grup 4'ün alanlara ait çözüm kâğıdı	114
Şekil 38 Grup 4'ün çözüm planına göre yorumlama yeterliğine ilişkin sorulara verdiği yanıt.....	115

ÖZET

MATEMATİKSEL MODELLEME PROBLEMLERİNDE YAPI İSKELESİ ARACI OLARAK ÇÖZÜM PLANLARININ KULLANIMI

Bu araştırmada 7. sınıf matematik dersinde öğrencilerin farklı matematiksel modelleme problemleri üzerinde çalışırken bir yapı iskelesi aracı olarak çözüm planı kullanıldığında matematiksel modelleme yeterliklerinin düzeyini belirlemek amaçlanmıştır. Araştırma özel durum çalışması olup 2022-2023 eğitim-öğretim yılının birinci döneminde Güney Doğu Anadolu Bölgesi'nde bir devlet ortaokulunda yürütülmüştür. Araştırmanın katılımcılarını amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilen on iki yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Öğrenciler akademik başarı düzeylerine göre kendi içlerinde heterojen yapıda olacak şekilde dört gruba ayrılmış ve araştırma bu dört grup ile dört hafta boyunca toplam altı saat sürmüştür. Öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde çözüm planı kullandıklarındaki matematiksel modelleme yeterliklerini incelemek amacıyla yapılan bu araştırmada, araştırmacının geliştirdiği “Okul Bahçesinde Satranç Zemini”, “Tül Sineklik” ve literatürden seçilmiş “Konforlu Yurt Yaşamı” (Özdemir ve Şahal, 2021) ve “Miras Paylaşımı” (Çavuş Erdem, 2018) adlı dört matematiksel modelleme problemi uygulanmıştır. Araştırmacı “Okul Bahçesinde Satranç Zemini” ile “Tül Sineklik” adlı problemlere özgü çözüm planları geliştirmiş diğer iki problem için literatürde kullanılan çözüm planını (Blum ve Leiss, 2007a) kullanmıştır. Öğrenciler her bir modelleme probleminin üzerinde yaklaşık 90 dakika (iki ders saati) çalışmıştır. Araştırmada veri toplama araçları olarak video ve ses kayıtları ile matematiksel modelleme problemlerinin olduğu çözüm kağıtları kullanılmıştır. Araştırmanın verileri her bir grubun her bir modelleme probleminin çözümüne ilişkin ses ve video kayıt transkriptlerinden ve çözüm kağıtlarından oluşmaktadır. Veriler analiz edilirken çalışmanın kuramsal çerçevesi olan bilişsel perspektif altında modelleme döngüsü (Borromeo Ferri, 2006) göz önünde bulundurulmuştur. Öğrencilerin çözümlerini derinlemesine incelemek için transkript metinleri ve çözüm kağıtları problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama yeterlikleri açısından değerlendirilerek tümdengelimci analize (Yıldırım ve Şimşek, 2021) tabi tutulmuştur. Bununla birlikte aynı veriler tekrar incelenmiş ve grupların her bir probleme ilişkin modelleme yeterlik düzeylerini belirleyebilmek amacıyla Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği (Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2014) kullanılarak veriler yeniden analiz edilmiştir.

Araştırmanın sonuçlarında öğrencilerin problemi anlamlandırmada genellikle sorun yaşamadıkları, verilenleri ve istenenleri aralarında tartışarak belirleyebildikleri, gerçekçi varsayımlar kurmada zorlandıkları ve dolayısıyla gerçek modeli matematiksel modele dönüştürmede güçlük çektikleri, hatalı matematiksel model oluşturan grupların matematiksel olarak çözümlerini tamamlamada zorlandıkları, doğru matematiksel model kuran grupların ise doğru matematiksel çözümlere ulaştıkları görülmüştür. Probleme özgü ve problemden bağımsız çözüm planları aracılığı ile öğrencilerin matematiksel çözümlerini gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildikleri, doğrulama yaklaşımında bulundukları ve belirlenen hataları çoğu zaman düzeltebildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmada genel olarak çözüm planı kullanımının öğrencilerin modelleme yeterliklerini destekledikleri sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmada elde edilen sonuçlar doğrultusunda farklı sınıf düzeyi ve farklı akademik başarı düzeyine sahip öğrencilerin modelleme yeterliklerinin incelenmesi ve çözüm planı kullanımının modelleme uygulamalarına entegre edilmesi önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme, Matematiksel modelleme yeterlikleri, Yapı iskelesi, Çözüm planı.

ABSTRACT

USING SOLUTION PLANS AS THE SCAFFOLDING TOOL IN MATHEMATICAL MODELING PROBLEMS

It was aimed to determine the level of students' mathematical modeling competencies when using a solution plan as a scaffolding tool while working on different mathematical modeling problems in the 7th grade mathematics course in this study. The research is a special case study and was conducted in a public secondary school in the South East Anatolia Region in the first semester of the 2022-2023 academic year. The participants of the study consisted of twelve seventh grade students selected by purposive sampling method. The students were divided into four heterogeneous groups according to their academic achievement levels and the research lasted for a total of six hours for four weeks with these four groups. In this study, which was conducted to examine students' mathematical modeling competencies when they used a solution plan in the mathematical modeling process, four mathematical modeling problems, namely "Chess Floor in the Schoolyard" and "Tulle Fly Screen" developed by the researcher, and "Comfortable Dormitory Life" (Özdemir ve Şahal, 2021) and "Sharing Inheritance" (Çavuş Erdem, 2018) selected from the literature were applied. The researcher developed solution plans specific to the problems named "Chess Floor in the School Garden" and "Tulle Fly Screen" and gave the solution plan (Blum ve Leiss, 2007a) used in the literature for the other two problems. Students worked on each modeling problem for approximately 90 minutes (two class hours). Video and audio recordings and solution sheets with mathematical modeling problems were used as data collection tools. The data of the study consisted of audio and video recording transcripts and solution sheets of each group regarding the solution of each modeling problem. While analyzing the data, the modeling cycle under the cognitive perspective (Borromeo Ferri, 2006), which is the theoretical framework of the study, was taken into consideration. In order to examine the students' solutions in depth, the transcripts and solution papers were subjected to deductive analysis (Yıldırım & Şimşek, 2021) by evaluating them in terms of the competencies of understanding, simplifying, mathematizing, working mathematically, interpreting, and validating. However, the same data were re-examined and re-analyzed using the Modeling Competencies Assessment Rubric (Tekin Dede & Bukova Güzel, 2014) to determine the modeling competency levels of the groups for each problem.

The results of the study showed that the students generally did not have problems in understanding the problem, they were able to determine what was given and what was required by discussing among themselves, they had difficulty in establishing realistic assumptions and thus had difficulty in transforming the real model into a mathematical model, the groups that constructed incorrect mathematical models had difficulty in completing their solutions mathematically, while the groups that constructed correct mathematical models reached correct mathematical solutions. It was concluded that through problem-specific and problem-independent solution plans, students were able to interpret their mathematical solutions in the context of real life, to have a validation approach and to correct the identified errors most of the time. In general, it was concluded that the use of solution plans supported students' modeling competencies. In line with the results obtained in the study, it is recommended to examine the modeling competencies of students with different grade levels and different academic achievement levels and to integrate the use of solution plans into modeling practices.

Keywords: Mathematical modeling, Mathematical modeling competencies, Scaffolding, Solution plan.

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Geçmişten günümüze matematik günlük yaşamın çeşitli alanlarında karşımıza çıkmaktadır. MÖ. 3000’li yıllardan itibaren Mısır’da ve Mezopotamya’da karşılaşılan matematik, bize matematiğin günlük yaşamda kullanımı hakkında örnekler sunmaktadır. Örneğin bu dönemlerden kalma kil tablet ve papirüslerden matematiği kullanarak arazi parçalarının yüz ölçümlerini buldukları, yapı işleri ile ilgili hacim hesapları yaptıkları ve alışveriş kayıtlarını tuttukları görülmektedir (“Bilim ve Ütopya”, 2019). Dolayısıyla günlük yaşantılarımız düşünüldüğünde matematiğin gerçek hayatta bazen doğrudan bazen dolaylı olarak karşımıza çıkması nedeniyle, matematik günlük yaşam sorunlarının çözülmesinde en büyük yardımcı kaynak olmuştur. Günümüz çağında da bu ihtiyaca yönelik geliştirmeler yapılmıştır. Örneğin matematik günümüz eğitim sisteminin en önemli parçalarından biri olmuştur. Bununla birlikte matematik, sınıfta anlatılan bir ders olmanın dışında gerçek yaşamdan ayrı düşünülemez. Öğrenciler gerçek yaşam bağlamında oluşturulan problemler ile ne kadar çok karşılaşırsa günlük hayattaki problem çözme becerilerini ve matematiğe olan bakış açısını o kadar geliştirecektir. Pollak (1969) günlük hayatta karşımıza çıkan domates yetiştirme, kütüphaneyi bir odaya yerleştirme, farklı sayıdaki insanlara yemek yapma ya da evin bir odasını boyamak için ne kadar boyaya ihtiyaç olduğunu belirleme gibi durumlarda matematik hesaplamaları yapılması gerektiğini belirtmiş ve okullarda matematik uygulamalarına yer verilmesinin şart olduğunu dile getirmiştir (akt. Uysal, 2021). Bu nedenle matematik eğitiminin genel amaçlarından biri öğrencileri gerçek yaşama hazırlamak olmalıdır. Ancak geleneksel matematik uygulamaları gerçek yaşam durumlarını yeteri kadar içermemektedir. Dolayısıyla sürekli değişen ve gelişen günümüz çağına yetişebilmek ve çağın gerekliliklerini yerine getirebilmek için eğitim sistemimizin de çağa uygun düzenlenmesi gerekmektedir. Bu yüzden matematik derslerini tasarlarlarken gerçek yaşam problemlerine yer verilmesi önemli görülmektedir (Bukova-Güzel vd., 2016, s.3). Ayrıca Blum ve Leiß (2007b) gerçek yaşam problemlerinin önemini; okulda matematiğin öğrenilmesinin, gerçek hayattaki problemlerin çözümünde gerekli olan bilgi, beceri ve yeterlikleri kazandırmayı amaçladığını söyleyerek vurgulamışlardır. Bu gereklilikler nedeniyle ilkokul ve ortaokul matematik eğitimi müfredatında da gerçek hayat problemlerine vurgu artmaktadır. Örneğin 2018 yılı Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) matematik dersi öğretim programında neredeyse her kazanımın başlığında

gerçek/günlük/gündelik yaşam ifadeleri vurgulanmaktadır (MEB, 2018). Buna rağmen uygulanan öğretim yöntemleri matematiğin günlük yaşama entegresinde yeterli olmamaktadır.

Öğrenciler matematik dersinde öğrendiği bilgileri günlük yaşamda kullanmada zorlanmaktadır. Matematik dersi öğretim programında öğretmenlere rehberlik etme, öğrenme ortamında yol gösterme rolleri verilmişken, öğrencilerin de bilgiye araştırma yaparak ulaşması dolayısıyla üretici olması amaçlanmıştır. Dolayısıyla öğrenciler öğrenme ortamında aktif rol almalıdır. Öğrencilerin öğrenme ortamında aktif rol almasının bir yolu da günlük yaşamdan uygulamaları içeren matematiksel modelleme problemleridir. Öğrenciler matematiksel modelleme problemleri sayesinde matematiği günlük hayatta kullanabilmektedir (Çiltaş, 2011). Literatürde matematiksel modellemenin birden fazla tanımı bulunmaktadır. Berry ve Houston'a (1995) göre matematiksel modelleme, gerçek hayatta karşılaşılan bir problem durumunun çözümünün matematiksel olarak ifade edilip, duruma uygun matematiksel modeller yardımıyla çözüme ulaştırılıp, elde edilen sonuçların gerçek yaşama dönüştürülmesini amaçlayan karmaşık ve döngüsel bir süreçtir. En basit anlamıyla Borromeo Ferri (2018) matematiksel modellemeyi gerçek dünya ile matematik arasında çift yönlü bir geçiş olarak tanımlamıştır. Yapılan tanımlarda da görüldüğü gibi matematiksel modelleme matematik ve gerçek yaşamın ilişkisini ortaya koyan problemlerin uygulamasını içermektedir. Bu bağlamda matematiksel modelleme problemleri, öğrencilerin günlük yaşamlarında karşılaşılabilecekleri problem durumlarında matematikten yararlanabilme düzeylerini arttırabilmektedir (Doruk ve Umay, 2011).

Öğrencilerin matematiksel modelleme problemleri üzerinde çalışabilmeleri için modelleme yeterliklerini sergileyebilmeleri gerekmektedir. Bazı araştırmacılara göre modelleme yeterlikleri, modelleme sürecini, bireyin gönüllülüğü esas alınarak amacına uygun olacak şekilde gerçekleştirmek için gerekli olan beceriler ve yetenekler olarak tanımlanmaktadır (Kaiser ve Maaß, 2007; Kaiser ve Schwarz, 2006; Maaß, 2006). Bir başka tanımda ise modelleme yeterlikleri en temel anlamda gerçek yaşam problemlerini modelleyebilme olarak ifade edilmiştir (Kaiser ve Maaß, 2007).

Tanımlardan da yola çıkılacak olursa matematiksel modelleme süreci karmaşık bir yapıya sahiptir. Matematiksel modelleme ile ilk defa karşılaşan öğrencilerin bu karmaşık süreçte modelleme yeterliklerini tam olarak sergileyebilmeleri oldukça zordur. Bu nedenle öğrenciler matematiksel modelleme problemlerinin uygulanması esnasında desteğe ihtiyaç duyarlar ve bu süreçte öğretmenin gerekli desteklerde bulunması önemlidir. Söz konusu desteklerden bir tanesi yapı iskelesi (scaffolding) kullanımıdır. Vygotsky (1978) yapı iskelesini, öğrenenlerin gerçekleştiremedikleri herhangi bir işi yetişkinlerin ya da akranlarının

rehberliği ile tamamlayabilmeleri, onların desteği ile iskelet kurabilmeleri olarak açıklar. Smith ve diğerleri (2013) ise yapı iskelesini öğrencilerin kendi başlarına tamamlayamayacakları bir görevi yerine getirmelerine yardımcı olan ve öğrencileri aşamalı olarak tamamlayabilecekleri bir yeterli durumuna getirmeyi amaçlayan öğretmenin geçici bir desteği olarak tanımlamaktadır. Öğretmenlerin öğrencilere bilinenden bilinmeyene doğru rehberlik etmesi de iskelet kurma olarak tanımlanabilir (Ünveren Kapanadze, 2019). Vygotsky, iskelet kurma terimini, Yakınsal Gelişim Alanı ile kavramsallaştırmıştır. Yakınsal gelişim alanı, yetişkinlerin gözetimi altında ya da daha iyi kapasiteye sahip akranlar ile iş birliği yoluyla geliştirilen problem çözme tekniğidir (Vygotsky, 1978, akt. Ünveren Kapanadze, 2019). Yapılan tanımlar doğrultusunda karmaşık görülen matematiksel modelleme sürecinin, öğretmenin sürecin bir parçası olup rehberlik etmesiyle baş edilebilir bir hale gelebileceği düşünülmektedir. Söz konusu yapı iskelesinin uygulamalarından biri de çözüm planı (solution plan) kullanımıdır.

Çözüm planı kullanımı literatürde modelleme döngüsü paralelinde bir ilerlemeyi gerektirmektedir. Matematiksel modelleme literatürü incelendiğinde ise çeşitli modelleme döngülerinin oluşturulmuş olduğu görülmektedir. Bu döngüler matematiksel modelleme ile yeni tanışmış öğrenciler için oldukça karmaşıktır. Bu döngülerin basitleştirilmiş bir hali olarak da görülebilecek dört basamaklı çözüm planı, öğrenciler için süreci daha anlaşılır hale getirebilmektedir. Borromeo Ferri (2018) öğrencilerin, dört adımlı döngülerin matematiksel modelleme sürecini anlamalarına yardımcı olmak açısından daha iyi bir genel bakış sağladığını söylemiştir. Bununla birlikte çözüm planı öğrencilere çözüm sürecinde bilişsel bir yapı sunacak şekilde tasarlanmış bir yapı iskelesidir. Ayrıca Blum ve Leiß (2007a) öğrencilerin bilişsel modelleme yeterliklerinin ayrıntılı bir şekilde ele alındığı DISUM projesinde, öğrencilerin modelleme problemleri sırasında çözüm planı kullanımının sonuçlarını araştırmış ve çözüm planı ile çalışan grubun modelleme yeterliklerinin daha çok geliştiği sonucuna ulaşmıştır. Blum'a (2011) göre çözüm planı, öğrenciler tarafından kullanılması gereken bir şema olarak değil, çözüm süreci sırasında ortaya çıkabilecek zorlukları ortadan kaldırmak için yardımcı bir araç olarak tasarlanmıştır. Modelleme alanında yapı iskelesi olarak çözüm planının kullanıldığı çalışmalar incelendiğinde (Beckshulte, 2020; Durandt ve Lautenbach, 2020; Schukajlow vd., 2015) çözüm planı kullanımı sayesinde modelleme yeterliklerinin sergilenmesi anlamında olumlu sonuçlara ulaşıldığı görülmektedir. Çözüm planının modelleme sürecindeki bir başka etkisi ise, çözüm sürecinde öğrencilerin zorluklarını tespit etmeye ve öğretmen tarafından sağlanan uyarlanabilir desteği geliştirmeye yardımcı olmasıdır (Schukajlow, vd., 2015). Öğrencilerin modelleme sürecindeki

çalışmalarına olumlu etkisinin olduğu sınırlı birkaç çalışma ile ortaya konmuş çözüm planı kullanımı etkilerinin kapsamlı bir şekilde incelenmesi konusunda ihtiyaç olduğu görülmektedir. Literatürdeki ilgili çalışmalarda kullanılan çözüm planlarının hepsi DISUM projesindeki çözüm planı yapısının benzeri olarak karşımıza çıkmaktadır. Söz konusu projede kullanılan farklı bir şekilde, verilen bir modelleme problemine özgü geliştirilebilecek bir çözüm planının öğrencilerin modelleme yeterliklerine etkisinin ne olabileceği konusunda herhangi bir çalışma bulunmamaktadır. Bu kapsamda bu tez çalışmasında probleme özgü olan ve olmayan çözüm planı kullanımının öğrencilerin modelleme yeterliklerine etkisinin belirlenmesi hedeflenmektedir. Bu bağlamda bu çalışmanın amacı 7. sınıf matematik dersinde öğrencilerin matematiksel modelleme problemleri üzerinde çalışırken bir yapı iskelesi aracı olarak çözüm planı kullanıldığında modelleme yeterliklerinin düzeyini belirlemektir.

1.2. Amaç ve Önem

Matematiksel modelleme gerçek yaşam problemi ile başlayan, bu problemten yapılan çıkarımların matematikselleştirilerek analiz edildiği, çözümün gerçek yaşam durumuna göre yorumlandığı ve bu basamakların tekrar düzenlenebildiği bir süreçtir (Lesh ve Doerr, 2003). Öğrencilerin matematiksel modelleme yapabilmeleri için modelleme yeterliklerini sergileyebilmeleri gerekmektedir (Tekin Dede, 2015). Ayrıca öğrencilerin matematiksel modellemede uzmanlaşması için modelleme yeterliklerinin sergilenmesinin önemine de vurgu yapılmaktadır (Stillmann vd., 2007). Modelleme yeterliklerinin sergilenmesi adına modelleme literatüründe birçok farklı çalışma görmek mümkündür (örneğin Biccadd, 2010; Blomhøj ve Jensen, 2003; Ludwig ve Xu, 2010; Tekin Dede, 2015; vb.). Literatürde öğrencilerin modelleme yeterliklerinin sergilenmesinin önemi vurgulanmakla birlikte bunu sağlamak için farklı yaklaşımlar önerilmektedir. Bu yaklaşımlardan bir tanesi modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinde bir yapı iskelesi aracı olarak çözüm planlarının kullanımınıdır.

Literatür incelendiğinde modelleme sürecinde çözüm planı yaklaşımının kullanıldığı çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir (Beckshulte, 2020; Durandt ve Lautenbach, 2020; Hankeln ve Greefrath, 2020; Nuryadi ve Hartono, 2021; Schukajlow vd., 2015; Siller vd., 2023, Zöttl vd. 2010). Söz konusu çalışmalar şu şekilde özetlenebilir: Zötl ve arkadaşları (2010) bir çevrim içi öğrenme ortamında 8. Sınıf öğrencileri ile sezgisel çalışılmış örnekler (heuristic worked examples) kullanarak matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmek için çalışmıştır. Bu çalışmada henüz çözüm planı adı verilmemiş olsa da modelleme döngüsünün üç basamağa indirgenmiş hali kullanılmıştır ve istatistiksel anlamda olumlu sonuçlara ulaşılmıştır. Schukajlow ve arkadaşları (2015) yapı iskelesi olarak çözüm planının, alt yeterlikleri de dahil olmak üzere öğrencilerin modelleme yeterliğinin gelişimini

desteklediği sonucuna ulaşmışlardır. Durandt ve Lautenbach (2020) çalışmasında matematiksel modellemede deneyimsiz öğretmen adaylarının bir çözüm planı aracılığıyla matematiksel modelleme üzerinde çalışmalarını sağlamışlardır. Çalışmanın sonucunda katılımcıların çözüm planı aracılığı ile modelleme uygulamaları üzerinde çalışmaları sonucunda modelleme döngüsünün temel aşamalarında başarılı bir şekilde hareket edebildikleri sonucuna varılmıştır. Beckshulte (2020) ise çalışmasında beş aşamalı bir çözüm planı geliştirmiş ve bu çözüm planının 9. sınıf öğrencilerinin modelleme yeterliklerinin gelişimi üzerinde olumlu bir etkiye sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Hankeln ve Greefrath (2020) de çalışmasında çözüm planı ve dinamik geometri yazılımı olmak üzere iki farklı araç kullanmışlardır. Çok sayıda sınıfta, 9. sınıf öğrencilerinin modelleme görevleri üzerinde ya iki araçtan biriyle ya da geleneksel yöntemle çalıştıkları bir uygulama yapmışlardır. Gruplar arasında çok fark kaydedememiş olsalar da çözüm planı kullanan grupların sadeleştirme yeterliğinin oldukça arttığını gözlemlemişlerdir. Nuryadi ve Hartono (2021) ise 32 tane 8. sınıf öğrencisi ile matematiksel modelleme sürecinde yapı iskelesi olarak dört basamaklı çözüm planı kullanımının etkisini araştırmıştır. Yapılan bu betimsel çalışmanın sonucunda matematiksel modelleme problemleri için iskele olarak çözüm planı kullanımının, öğrencilerin modelleme problemlerini çözmelerine yardımcı olduğu sonucuna varılmıştır. Siller ve arkadaşları (2023) üçü uzman beşi aday olan sekiz öğretmenin çözüm planı ile desteklenmiş STEM bağlamında oluşturulmuş matematiksel modelleme problemlerini uyguladığı derslerini incelemiştir. Dersler dokuzuncu sınıf öğrencileri ile uygulanmış olup çalışmanın sonucunda çözüm planının hem modelleme için motive edici olduğu hem de matematiksel modelleme ortamlarında etkili olduğu sonucuna varılmıştır.

Söz konusu çalışmalara benzer olarak bu tez çalışmasında öğrencilerin modelleme yeterliklerinin belirlenebilmesi için yapı iskelesi aracı olarak çözüm planlarından yararlanılmıştır. Bununla birlikte bazı çözüm planları literatürdekilerin aksine probleme özgü olarak geliştirilmiştir. Böylelikle çalışmadaki probleme özgü ve problemenden bağımsız yapıdaki çözüm planlarının kullanımıyla literatürdeki ilgili çalışmalara katkı konulacağı ve özellikle probleme özgü çözüm planı kullanımı ile literatüre yeni bir bakış sunulacağı düşünülmektedir. Bununla birlikte tez çalışmasında geliştirilmiş olan modelleme problemleri ile probleme özgü çözüm planlarının gelecek çalışmalarda hem matematik eğitimi araştırmacıları hem de derslerinde modelleme uygulaması yapmak isteyen matematik öğretmenleri için yol gösterici olacağı da düşünülmektedir.

1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri

Tez çalışmasının problem cümlesi aşağıda verilmiştir:

Modelleme problemlerinin uygulanma sürecinde bir yapı iskelesi aracı olarak çözüm planı kullanıldığında 7. Sınıf öğrencilerinin modelleme yeterliklerinin düzeyi ne olmaktadır?

Söz konusu problem cümlesine dayalı olarak tez çalışmasının alt problemleri de şu şekildedir:

- Probleme özgü çözüm planı verildiğinde öğrencilerin modelleme yeterlikleri ne düzeydedir?
- Problemden bağımsız çözüm planı verildiğinde öğrencilerin modelleme yeterlikleri ne düzeydedir?

1.4. Sınırlılıklar

- Bu araştırmanın katılımcı grubu 2022-2023 eğitim öğretim yılında Güney Doğu Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan 12 yedinci sınıf öğrencisiyle sınırlıdır.
- Bu araştırmanın verileri, araştırmacı tarafından geliştirilen ya da literatürden seçilen dört matematiksel modelleme problemi üzerinde çalışan öğrencilerin video kayıtları ve çözüm kağıtları ile sınırlıdır.
- Bu çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemlerinin içeriği ölçme ve cebir konu alanıyla sınırlıdır.

1.5. Varsayımlar

Bu araştırma aşağıdaki varsayımlara dayalı olarak gerçekleşmiştir:

- Çalışmanın yapıldığı sürede katılımcı öğrencilerin gönüllü katılım sağladıkları, veri toplama araçlarını samimi ve içtenlikle cevapladıkları düşünülmektedir.

1.6. Tanımlar

Model: Karmaşık yapıları oluşturma, tanımlama ve açıklama sürecinde ele alınan işlemler, ilişkiler ve kurallar gibi farklı yapıları içine alan zihindeki kavramsal sistemlerin zihinde farklı sembollerle dış dünyaya aktarılması olarak tanımlamaktadırlar (Lesh ve Doerr, 2003).

Modelleme: Yaşamdan bir nesnenin veya bir durumun modelini oluşturma süreci olarak tanımlanabilir (Erbaş vd., 2014).

Matematiksel Model: Matematiksel modelleme problemini çözmek için ortaya çıkan matematiksel yapıları, işlemleri ve ilişkileri açıklayan kavramsal sistemler ile problem

durumunu çözen modele ulaşmak için yapılan öngörüler, varsayımlar ve yönlendirmelerin hepsi matematiksel model olarak tanımlanmaktadır (Lesh ve Harel, 2003).

Matematiksel Modelleme: Gerçek yaşam problemlerinin modeller aracılığıyla matematik dünyasına aktarıldığı, burada çözümlendiği ve daha sonra çözümün kontrol edilip tekrar gerçek yaşam bağlamında yorumlandığı döngüsel bir süreçtir (Crouch ve Haines, 2007).

Modelleme Yeterlikleri: Modelleme yeterlikleri, modelleme sürecini, bireyin gönüllülüğü esas alınarak amacına uygun olacak şekilde gerçekleştirmek için gerekli olan beceriler ve yeteneklerdir (Kaiser ve Maaß, 2007; Kaiser ve Schwarz, 2006; Maaß, 2006).

Yapı İskelesi: Yapı iskelesi, öğrenenin kendi başına tamamen yönetemeyeceği bir görevi başarmasına imkân veren bir yardımdır ve böylesine görevleri en nihayetinde kendi başlarına tamamlamalarına imkân sağlayacak yeterlik durumuna onları daha yakın hale getirme niyetindedir (Norman, 1992).

Çözüm Planı: Çözüm planı bir modelleme görevinin işlenmesi için uygun bir yapıya sahip bir çalışma sayfası olarak tanımlanabilir (Greefrath ve Hankeln, 2020)

BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE / KAVRAMSAL ÇERÇEVE / İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Matematik ve Matematik Eğitimi

İnsanlık tarihinin en eski bilimlerinden biri olan matematiği tek bir tanıma sığdırmak mümkün olmamıştır. Matematik en temel anlamıyla “Sayı Bilimi” olarak tanımlanmaktadır. Fakat matematik sadece sayılardan ibaret değildir. Tarih boyunca matematik günlük yaşantımızı kolaylaştıran en büyük araçlardan biri olmuştur. Matematiğin nerede başladığı tam olarak bilinmese de eski kaynaklardan görüldüğü üzere Mısır ve Mezopotamya’da başladığı düşünülmektedir. Her yıl Nil Nehri’nin taşması nedeniyle tarım arazilerinin sınırlarını kaybeden Mısırlılar tarlalarının sınırlarını tekrar belirlemek için matematiğe ihtiyaç duymuşlardır. Mezopotamya’da yerleşik hayata geçilmesinin ardından bu dönemde de zanaat düzeyinde matematikten yararlanılmıştır. Asma bahçeleri, sulama kanalları, gökyüzü araştırmaları gibi matematik gerektiren işlemler bu dönemde gerçekleşmiştir. Matematiğin ilk kullanım alanlarında da görüldüğü üzere günlük yaşam sorunlarının çözülmesinin en önemli etkenlerinden biri de matematik kullanmaktır. Günümüz dünyasında da farkında olmadan çoğu zaman matematik kullanılmaktadır. Gerek alışveriş yaparken (karşılaştırma, sayma ve işlem), gerek yemek yaparken (oran, ölçü), gerek dikiş nakış (sayılar ve işlemler) gibi ev işlerinde gerekse meslek hayatında her şekilde kullanılmaktadır (Aydoğan, 2023). Dolayısıyla matematik bilmek insanlara günlük yaşam sorunlarını çözebilmeleri için farklı yollar ve uygun çözüm stratejileri kazandırmaktadır. Matematik bilmenin bu denli önemli olduğu günümüz çağında da eğitim öğretim programları bu ihtiyaca yönelik hazırlanmaktadır. Matematik dersi öğretim programı içerisindeki matematiksel yetkinlik de bu ihtiyacı karşılamaya yönelik belirlenmiştir. Matematiksel yetkinlik, günlük karşılaşılan bir dizi problemi çözmek için matematiksel düşünme tarzını geliştirme ve uygulamadır (MEB, 2018, s.6). Matematik eğitiminde günlük hayat problemleri benimsenmeden önce formül, aşamalar ve yöntemlerin kullanıldığı geleneksel yollarla çözülen *rutin problemler* kullanılıyorken yeni eğitim öğretim anlayışında rutin problemlerin yanında üst düzey bilişsel becerileri, akıl yürütme, yaratıcı düşünme, veriler arasındaki ilişkiyi görme ve organize etme gibi becerileri gerektiren *rutin olmayan problemler* de benimsenmiştir (Dost vd., 2019).

Öğretim programının yanı sıra ülkemizde sınav sistemleri de toplumun ihtiyaçlarına yönelik güncellenmektedir. Ülkemizde temel eğitimden ortaöğretime geçiş için uygulanan

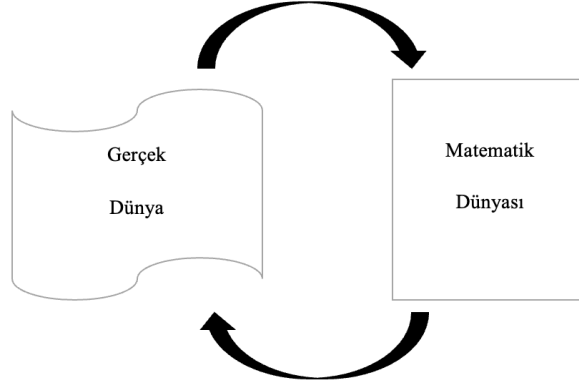
sınavların yapısı 2016-2017 eğitim öğretim yılında Liselere Giriş Sınavı (LGS) ile değişmiştir. Bu sınav sistemi içerisinde öğrencileri düşünmeye yönelten, yorumlama ve akıl yürütme becerilerini geliştiren beceri temelli soruları barındırmaktadır. Beceri temelli sorular bilgiyi ölçmenin yanında gerçek yaşam becerilerinin de kullanıldığı rutin olmayan problemlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin gerçek yaşam durumları ile baş başa kalmasını sağlayan bu rutin olmayan problemlerin, temelinde günlük yaşam problemleri yatan matematiksel modelleme problemleri ile desteklenmesi matematik eğitimi için oldukça önemlidir.

2.2. Matematiksel Model ve Matematiksel Modelleme

Matematiksel model ve matematiksel modellemeyi anlayabilmemiz için öncelikle model ve modelleme kavramlarını kavramamız gerekmektedir. Model ve modelleme kavramları her ne kadar benzer görünse de ilgili literatürde aradaki farklar nettir. Çiltaş (2011) modeli; matematiksel kavramlar, ilişkiler ve semboller kullanılarak günlük durumları ortaya koyan zihinsel resimler olarak tanımlamıştır. Modelleme ise karşılaşılan problemle ilgili olayları yorumlama, tanımlama, açıklama veya oluşturma sürecinde problem durumlarını zihinde düzenleme, oluşturma ve organize edip bir örüntü bulma, zihinde farklı şekiller, şekiller kullanma ve model oluşturma sürecidir (Lesh ve Doerr, 2003). Model ve modelleme kavramları arasındaki farklılık, süreç ve ürün kavramları arasındaki farklılığa benzetilerek bir problem durumunda modelleme sonucu ortaya çıkan ürün, model olarak tanımlanmaktadır (Sriraman, 2006). Başka bir deyişle zihinsel bir süreç olan modellemenin çıktısı model olarak tanımlanmaktadır.

Matematiksel model, gerçek hayatta karşılaşılan problem durumunun matematiksel olarak ifade edilebilmesi için oluşturulan fonksiyon, denklem, grafik gibi yapıların tamamıdır (Kertil, 2008). Matematiksel modelleme ise gerçek yaşam problemi ile başlayan, bu problemten yapılan çıkarımların matematikselleştirilerek analiz edildiği, çözümün gerçek yaşam durumuna göre yorumlandığı ve bu basamakların tekrar düzenlenebildiği bir süreçtir (Lesh ve Doerr, 2003). Gravemeijer (2002) matematiksel modellemeyi gerçek yaşam durumlarının işleyişini ve yapısını anlamlandırabilmek için, gerçek yaşam durumlarının matematiğe aktarılacak matematiğin sembolik diliyle ifade edilme süreci olarak tanımlamaktadır. Borromeo Ferri (2018) matematiksel modellemeyi gerçek dünya ile matematik arasında çift yönlü bir geçiş olarak tanımlamıştır (bkz. Şekil 1).

Şekil 1 Gerçek dünya ve matematik arasındaki çift yönlü geçiş (Borromeo Ferri, 2018)



Literatürde yapılan tanımlardan yola çıkarak en genel anlamlarıyla matematiksel modellemenin bilişsel bir süreç olduğu ve matematiksel modelin bu sürecin ürünü olduğu sonucuna varılmaktadır.

2.3. Matematiksel Modelleme Perspektifleri

Günümüz dünyasının ihtiyaçlarına karşılık verebilen bireyler yetiştirmek eğitimin temel amaçlarından biri olmuştur. Dolayısıyla günlük hayatta karşılaşılan problemlerin çözümü için gerekli olan matematiksel modelleme de eğitim sisteminin bir parçası haline gelmiştir. Bu bağlamda araştırmacılar matematiksel modelleme yapabilen bireyler yetiştirmek için süreci ve bu süreçte geçilen basamakları belirlemeye çalışmışlardır. Modelleme ile ilgili yapılan araştırmalara bakıldığında araştırmacıların farklı felsefi yaklaşımları olduğu görülmektedir. Araştırmacıların benimsedikleri bu farklı felsefi yaklaşımlar matematiksel modelleme eğitimine de farklı modelleme perspektifleri sunmuştur. Matematiksel modelleme eğitimine yönelik ortaya çıkan bu farklı perspektiflerin, matematiksel modellemenin kuramsal çerçevesinin sağlamlaşmasına katkı sağladığı düşünülmektedir (Bukova-Güzel vd., 2016, s.12). Tablo 1’de bu farklı perspektifler altı başlıkta toplanmıştır.

Tablo 1 Matematiksel Modelleme Perspektifleri

Perspektif	Amaç
Gerçekçi/Uygulamalı Modelleme	Gerçek yaşam problemlerine çözüm bulabilen bireyler yetiştirme
Epistemolojik/Teorik Modelleme	Gerçek yaşam problemlerinden matematiksel teorileri ortaya çıkarmak
Eğitimsel Modelleme	Öğrenme süreçlerini tasarlama ve modelleme kavramlarını tanıtmak

Bağlamsal Modelleme	Modelleme sürecinde ortaya çıkan zorlukları kaldırma
Sosyo-Eleştirel Modelleme	Gerçek yaşam durumlarını eleştirel bir gözle ele alma
Bilişsel Modelleme	Modelleme sürecinde ortaya çıkan bilişsel yapıları belirleme

Gerçekçi/Uygulamalı modelleme yaklaşımında matematiksel modelleme ile gerçek hayat durumlarında matematiğin kullanımı amaçlanmaktadır. Bu amaca uygun bireylerin yetiştirilmesi gerçekçi/uygulamalı modelleme için son derece önemlidir. *Epistemolojik/Teorik modelleme* yaklaşımında gerçek hayat durumlarının yanında matematiksel teoriler ortaya çıkarmak amaçlanmaktadır. Hayatın her anında var olan durumların arasında keşfedilmemiş matematiksel teoriler bulunmaktadır. Bu matematiksel teoriler matematiğin gelişimi için oldukça önemlidir. Bu modelleme türündeki en büyük amaç da bu teorileri matematiğin gelişimi için keşfetmektir. *Eğitimsel modelleme* yaklaşımında matematiksel modelleme ile oluşturulan öğrenme ortamlarında öğrencilere kavramların tanıtılması amaçlanmaktadır. *Bağlamsal modelleme* yaklaşımında öğrencilere daha önce tecrübe etmiş oldukları gerçek hayat durumlarından oluşturulmuş modelleme problemleri sunulmaktadır ve bu süreçte öğrencilerin matematiksel kavramları daha anlamlı bir şekilde kavrayabilmeleri amaçlanmaktadır. *Sosyo-Eleştirel modelleme* yaklaşımında matematik öğretimi ile öğrencilerin yaşadığı topluma ve kültürel yapıya özgü sosyal problemleri eleştirel bir bakış açısıyla çözebilmeleri amaçlanmaktadır. *Bilişsel modelleme* yaklaşımında öğrencilerin modelleme sürecinde bilişsel aşamalarının keşfedilmesi amaçlanmaktadır. Bu süreçte öğrencilerin zihinlerinde yaşanan zorlukların modelleme döngüsünün hangi aşamasından kaynaklandığı analiz edilmektedir (Borromeo-Ferri, 2018, s. 20). Bu sayede öğretmenler öğrencilerin hangi bilişsel süreçlerde zorlandıklarını açığa çıkararak etkili bir öğretim gerçekleştirebilmektedir (Bukova-Güzel vd., 2016).

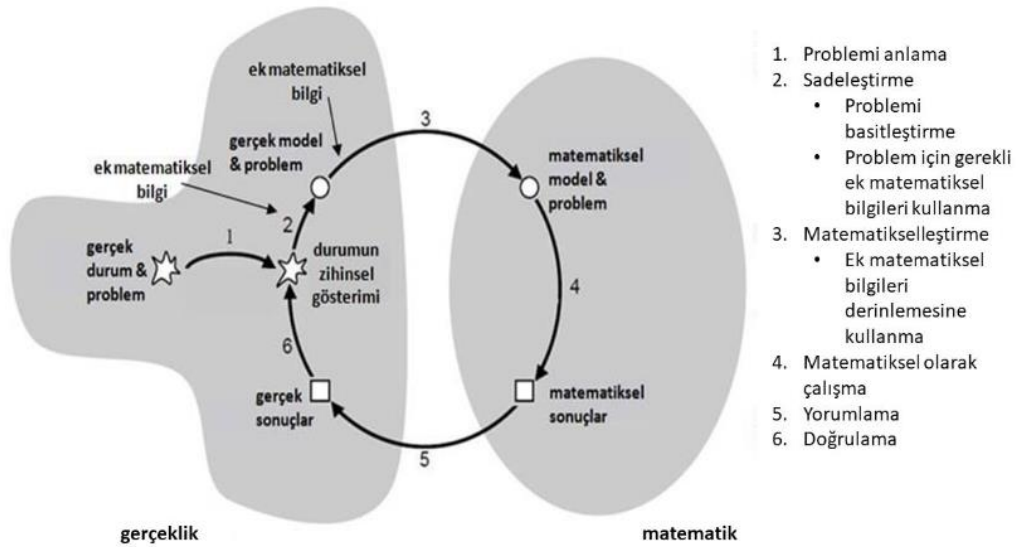
Öğrencilerin matematiksel modellemeyi öğrenebilmeleri için modelleme problemlerini çözerken hangi aşamalarda zorluk yaşadıklarını belirlemek ve bu aşamalarda nasıl düşündüklerini öğrenmek amacıyla söz konusu tez çalışmasında bilişsel modelleme perspektifinden yararlanılmıştır. Böylelikle gerçek hayat durumlarını içeren matematiksel modelleme problemlerinin çözümünde öğrencilerin zihinlerinde oluşan yapıları ve nerelerde zorlandıklarını belirlemek mümkün olmuştur. Bilişsel modelleme perspektifini ayrıntılı bir şekilde ele alan Borromeo Ferri'nin (2006) bilişsel modelleme döngüsü, bu çalışmada kuramsal çerçeve olarak benimsenmiştir. Bu döngünün durumun zihinsel gösterimi vurgusuyla bilişsel süreçlere odaklandığı bilinmektedir. Dolayısıyla bu döngünün hem

araştırmacıya tespit ve geri bildirim imkânı vermesi hem de öğrencilere çözüm sürecinde rehberlik etmesi açısından uygun olduğu düşünülmüştür.

2.3.1. Bilişsel Modelleme Perspektifi

Bu çalışmanın kuramsal çerçevesi olarak benimsenen Borromeo Ferri (2006) tarafından Blum ve Leiß 'in (2005) modelleme döngüsünden uyarlanarak geliştirilen “Bilişsel Modelleme Perspektifi” modelleme problemleri üzerinde çalışan öğrencilerin bilişsel süreçlerine odaklanmaktadır (Ural, 2018). Bu perspektifin, öğrencilerin modelleme sürecinde yaşadığı bireysel engellerin belirlenmesinde ve yaşadıkları engelleri aşmalarına yardımcı olacak eğitimsel önlemlerin alınmasında yarar sağlayacağı düşünülmektedir (Blomhøj, 2009). Borromeo Ferri (2006) oluşturduğu modelleme sürecini problemi anlama, problemi sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama olmak üzere 6 aşamada açıklamaktadır. Borromeo Ferri'ye (2006) göre bilişsel modelleme döngüsü Şekil 2’de verilmiştir.

Şekil 2 Bilişsel Modelleme Perspektifine Göre Modelleme Döngüsü (Borromeo Ferri, 2006)



Bilişsel modelleme perspektifine göre modelleme döngüsünde gerçekleşen adımlar aşağıda ayrıntılı bir şekilde açıklanmaktadır (Borromeo Ferri, 2018, s. 15–17):

Gerçek Durum: Gerçek hayattan alınan soruna gerçek durum denir.

Durumun Zihinsel Temsili: Verilen gerçek problem sebebiyle bireyin zihnindeki çağrışımlardır. Dolayısıyla zihinsel temsil bireyseldir ve iki bölümden oluşur. Birincisi bireyin çözüm sürecinde kendi gerçek yaşam deneyimlerinden yola çıkarak düşündükleri, ikincisi ise probleminden ne anladığıdır.

Gerçek Model: Zihinsel resmin sadeleştirilerek yapılandırılmasıdır. Çözüm için matematiğin kullanılmasını kolaylaştırmak için gerçek durumun sadeleştirilmesi önemlidir.

Ekstra Matematiksel Bilgi: Matematiksel modelleme problemlerinde çözüm için gerekli çoğu bilgi hazır olarak verilmemektedir. Dolayısıyla ekstra matematiksel bilgiye ihtiyaç duyulmaktadır. Gerçek model ve matematiksel model oluşturma aşamalarında ekstra matematiksel bilginin kullanılması gerekmektedir.

Matematiksel Model: Matematiksel modelleme problemlerinin çözümünde gerçek model ve matematik kullanılarak oluşturulan modeldir. Gerçek bir problemin çözümüne ulaşmak için birden fazla matematiksel model kurulabilir.

Matematiksel Sonuçlar: Kullanılan matematiksel modellerin çözülmesi ile birlikte ulaşılan sonuçlardır.

Gerçek Sonuçlar: Geleneksel problemlerin aksine matematiksel modelleme problemleri matematiksel sonuçlar elde edildiğinde sona ermez. Elde edilen matematiksel sonuçların gerçek yaşam bağlamında doğrulanması gerekmektedir. Doğrulama sonucunda elde edilen gerçek sonuçlar, gerçek modelle ve başlangıçta yapılan varsayımlarla karşılaştırılmalıdır.

Borromeo Ferri'ye (2006) göre matematiksel modelleme sürecinde beklenen bilişsel davranışlar aşağıda ayrıntılı bir şekilde açıklanmaktadır:

1- Problemi Anlama: Matematiksel modelleme problemlerinin ilk aşaması problemi anlamaktır. Bu aşamada öğrencilerin kendilerine verilen gerçek durumu tam olarak anlamlandırmaları, verilenleri ve istenenleri belirleyip aralarında ilişki kurmaları beklenmektedir.

2- Sadeleştirme: Bu aşamada öğrencilerin problemin çözümü için gerekli ve gereksiz değişkenleri belirlemesi ve gerçek yaşam deneyimlerinden yararlanarak varsayımlarda

bulunması beklenmektedir. Sadeleştirme aşamasında öğrencilerin ekstra matematiksel bilgiler kullanması beklenir.

3- Matematikselleştirme: Bu aşama problemin çözümü için sözel olarak oluşturulan varsayımların matematik diliyle ifade edildiği aşamadır. Bu aşamada öğrencilerden düşündükleri matematiksel ifadeleri matematiksel model olarak ortaya koyması beklenmektedir. Bu basamakta ekstra matematiksel bilgiye ciddi bir şekilde ihtiyaç duyulur.

4- Matematiksel Olarak Çalışma: Bu aşamada öğrencilerin çözüm için oluşturduğu doğru matematiksel modelleri çözerek doğru matematiksel çözüme ulaşmaları beklenmektedir. Bu basamakta öğrencilerin bireysel olarak matematiksel becerileri kullanması gerekir.

5- Yorumlama: Elde edilen sonuçların gerçek yaşam ile tutarlı olup olmadığının kontrol edilmesi gereken aşamadır.

6- Doğrulama: Bu aşamada yorumlanan modelin gerçek hayatta kullanışlılığının değerlendirilmesi, hataların belirlenmesi ve tespit edilen hataların gerektiğinde düzeltilmesi beklenmektedir.

2.4. Bilişsel Modelleme Yeterlikleri

Blomhøj ve Jensen (2003), matematiksel modelleme yeterliğini matematiksel modellemenin tüm aşamalarını bireyin istekli ve kendine özgü bir anlayışla gerçekleştirmesi olarak tanımlamaktadırlar. Maaß (2006) ise matematiksel modelleme yeterliğinin yetenek ve becerilerle birlikte bu beceri ve yetenekleri eyleme geçirme konusundaki istekleri de içerdiğini ifade etmektedir. Bilişsel modelleme döngüsü basamakları bilişsel bir ilerleme gerektirdiğinden, modelleme basamaklarına paralel olarak bilişsel modelleme yeterliklerinden söz edilebilir. Bu kapsamda bir önceki bölümde verilen Borromeo Ferri'nin (2006) modelleme döngüsünün aşamaları doğrultusunda bilişsel modelleme yeterlikleri şu şekilde sıralanır:

1. Problemi anlama
2. Sadeleştirme
3. Matematikselleştirme
4. Matematiksel olarak çalışma
5. Yorumlama
6. Doğrulama

Öğrenciler bir matematiksel modelleme problemi üzerinde çalışırken öncelikle verilen gerçek durumu anlamaya çalışırlar. Problemde çözüm için gerekli gereksiz bilgileri ayıklarlar

ve problemi sadeleştirirler. Problemi sadeleştirme aşamasında gerçek yaşam deneyimlerinden yararlanarak gerçekçi varsayımlarda bulunurlar. Kurdukları gerçekçi varsayımlardan yararlanarak problemin gerçek modelini oluştururlar. Bu aşamadan sonra öğrencilerin matematikselleştirme becerilerini kullanarak gerçek modeli matematiksel modele dönüştürmesi gerekir. Matematiksel bilgi ve beceriler kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller üzerinde matematiksel olarak çalışarak problemin matematiksel çözümüne ulaşılır. Öğrencilerin ulaştıkları matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayarak çözümün tutarlı olup olmadığını değerlendirmesi gerekir. Yorumlanan modelin gerçek hayatta kullanılabilirliği değerlendirilmeli ve sonuçta veya süreçte belirlenen hataların düzeltilmesi gerekmektedir. Bu bağlamda bu çalışmada modelleme problemleri sürecindeki becerileri Borromeo Ferri'nin 2006 yılında ortaya koyduğu yukarıda açıklanan başlıklar altında detaylı bir şekilde değerlendirilmiştir.

2.5. Matematiksel Modelleme Problemlerinde Bir Yapı İskelesi Aracı Olarak Çözüm Planı Kullanımı

2.5.1. Yapı İskelesi (Scaffolding)

Öğrencilerin matematiksel modelleme yapabilmeleri için modelleme yeterliklerini kullanmaları gerektiği (Tekin Dede, 2015) düşünüldüğünde öncelikle öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi gerekliliği (Stillmann vd., 2007) ön plana çıkmaktadır. Modelleme yeterliklerinin gelişimde öğrenciler desteğe ihtiyaç duyarlar. Söz konusu desteklerden biri de yapı iskelesi (scaffolding) kullanmadır. En temel anlamda iskelet kurma, çocuk ve gençlerin öğrenme ve gelişimleri adına bir tür destek olarak tanımlanmaktadır (Rasmussen, 2001). Yapı iskelesi, öğrencinin kendi başına tamamen yönetemeyeceği bir görevi başarmasına imkân veren bir yardımdır ve öğrencilerin bu görevleri kendi başlarına tamamlamalarına imkân sağlayacak yeterlik durumuna gelmelerine destek olmaktadır (Norman, 1992). Yapı iskelesini anlamlandırabilmek için bu kavramın ortaya çıkışında önemli olan Vygotsky'nin yakınsal gelişim alanı kavramını tanımlamak gerekmektedir. Vygotsky (1978) yakınsal gelişim alanını, öğrencinin bağımsız bir şekilde problem çözme yeteneği olarak belirlenen mevcut gelişimsel seviyesi ile yetişkinlerin rehberliği altında ya da daha tecrübeli akranlarıyla iş birliği yoluyla belirlenen problem çözme yeteneği olarak potansiyel gelişim alanı arasındaki farkı açıklamak için geliştirmiştir. Vygotsky yakınsal gelişim alanı kavramı ile eğitim ortamında rehberliğin önemine vurgu yapmaktadır. Yakınsal gelişim alanından hareketle Vygotsky (1978) öğrencilerin zorlandıkları anlarda bir yetişkin ya da akranlarının rehberliği sayesinde zorlukları aşabilmeleri gerektiğini, bir başka deyişle yetişkin

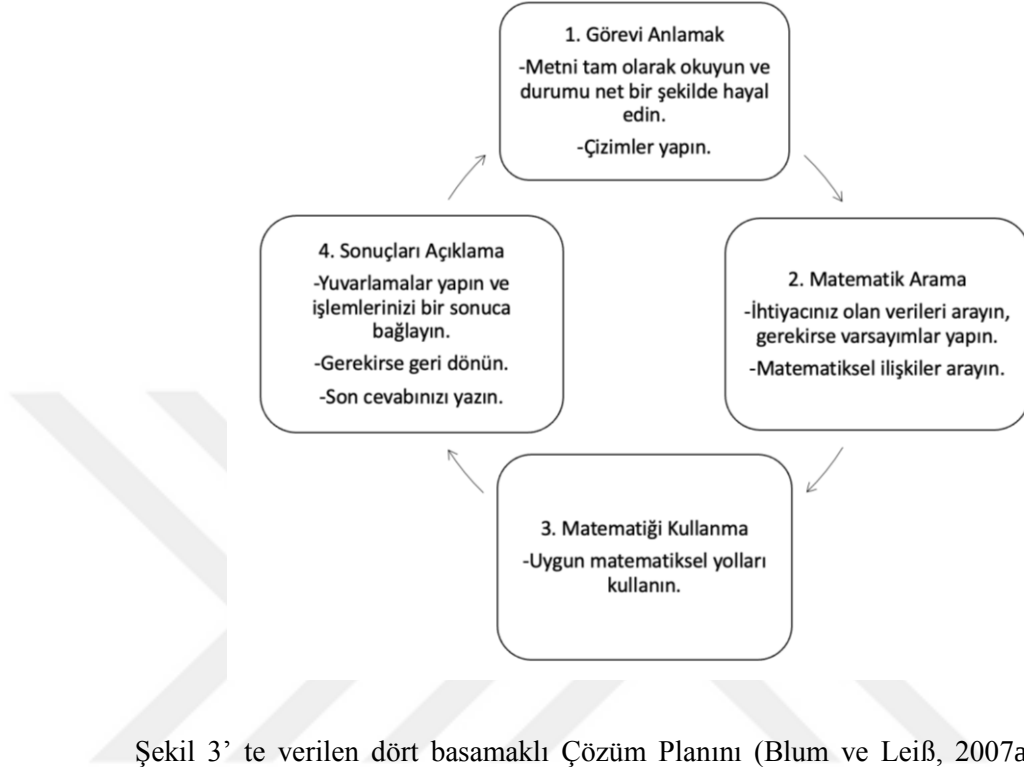
ya da akranların öğrenciye iskele kurabilmeleri gerektiğini ifade etmektedir. Böylelikle yapı iskelesi yaklaşımı ön plana çıkmaktadır. Yapı iskelesi tanımını ilk defa Bruner (1975) anne çocuk arasındaki etkileşimi tanımlama amacıyla kullanmıştır. Sonrasındaki tanımlarda öğrenci ve öğretmen veya öğrenci ve daha bilgili akran arasındaki etkileşimi tanımlamada da kullanıldığı görülmektedir. Yapı iskelesinin temel amacı bireye uygun zamanlarda müdahale edip yapılan müdahalenin kalıcı etkilerinin olmasıdır. Öğretmenlerin yapı iskelesi kullanmalarındaki en önemli amaç öğrencilerin sadece görevleri yerine getirmesine yardımcı olmak değil aynı zamanda bu deneyimlerden öğrencilerin kalıcı öğrenmeler oluşturmalarını sağlamaktır (Reiser, 2004). Bu kalıcı öğrenmelerin sağlanması için en etkili yapı iskelesi yöntemi desteğin aşama aşama azaltılmasıdır (Carnine vd., 1993).

Özetle yapı iskelesi kavramı, bir çocuğun başlangıçta bir yetişkin veya daha bilgili akranından yardım alarak bir problemi çözmesine, sonrasında ise bu yardımın zamanla azalarak bitmesi sonucunda çocuğun yardım almadan kendi gayretleriyle bir problemi çözmesine, bir hedefe ulaşmasına ve yeni yetenekler kazanmasına imkân sağlayan bir süreçtir.

2.5.2. Çözüm Planı (Solution Plan)

Matematiksel modelleme problemlerinde bir yapı iskelesi aracı olarak çözüm planlarından yararlanılabilir. Literatürde araştırmacılar tarafından oluşturulmuş çeşitli modelleme döngüleri bulunmaktadır. Bu modelleme döngüleri modelleme sürecini ve basamaklarını içermektedir. Fakat modelleme ile ilk defa karşılaşmış bireyler için oldukça karmaşık olduğu açıktır. Bu döngülerin basitleştirilmiş bir hali olarak da görülebilecek olan çözüm planı, öğrenciler için süreci daha anlaşılır hale getirebilmektedir. Borromeo Ferri (2018) dört basamaklı döngülerin öğrenciler için daha anlaşılır olduğunu söylemiştir. Bu çalışmada da Blum ve Leiß' in (2007a) DISUM projesi kapsamında geliştirdiği dört basamaklı çözüm planı (bkz. Şekil 3) kullanılmıştır.

Şekil 3 Çözüm Planı (Solution Plan) (Blum ve Leiß, 2007a)



Şekil 3’ te verilen dört basamaklı Çözüm Planını (Blum ve Leiß, 2007a) Bilişsel Modelleme Perspektifine Göre Modelleme Döngüsü (Borromeo Ferri, 2006) ile karşılaştırmak gerekirse dört basamaklı çözüm planının ilk basamağı olan *Görevi Anlamak* bilişsel perspektif altındaki modelleme döngüsünün *Problemi Anlama* basamağına denk gelmektedir. Burada öğrencinin problemi anlaması için izleyeceği yollar detaylı bir şekilde ifade edilmektedir. *Matematik Arama* aşaması *Sadeleştirme* ve *Matematikselleştirme* aşamalarını içermektedir. Bu aşamada öğrencilerin gerçekçi varsayımlar oluşturarak önce gerçek model oluşturmaları sonrasında ise matematiksel bilgilerini kullanarak matematiksel model oluşturmaları beklenmektedir. Üçüncü aşama olan *Matematiği Kullanma* aşaması *Matematiksel Olarak Çalışma* aşamasının detaylandırılmış halidir. Bu aşamada öğrencilerin matematiksel modellerini matematiksel çözümler kullanarak sonuca ulaştırmaları beklenmektedir. Çözüm planının son aşaması olan *Sonuçları Açıklama* aşaması bilişsel perspektif altında modelleme döngüsünün son iki aşaması olan *Yorumlama* ve *Doğrulama* aşamalarına denk gelmektedir. Burada öğrencilerin elde ettikleri matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlamaları ve sonuçlarını kontrol etmeleri beklenmektedir. Bu aşamada eğer sonuçların gerçek yaşam bağlamında hatalı olduğunu düşünüyorlarsa ya da hatalı matematiksel işlemler yapmışlarsa geri dönüşler yapmaları konusunda uyarı bulunmaktadır. Matematiksel

modelleme süreci döngüsel olduğu için dört basamaklı çözüm planı da döngüsel bir süreçtir. Aksi durumlarda geri dönüşleri içermektedir.

Sonuç olarak öğrenciler çözüm planını matematiksel modelleme sürecinde kullanmaları durumunda ortaya çıkabilecek zorluklarda destek alabileceklerdir. Bu çalışmada da uygulanan dört matematiksel modelleme probleminin son ikisinde öğrencilere modelleme sürecinde bilişsel yapılarına destek olması amacıyla Şekil 3'te verilen çözüm planı verilmiştir. İlk iki problemde ise bahsedilen çözüm planının probleme özgü hali geliştirilmiş ve öğrencilere destek amaçlı sunulmuştur. Probleme özgü çözüm planı Şekil 3'te verilen çözüm planına göre daha detaylı olacak şekilde tasarlanmıştır. Bunun sebebi ise matematiksel modelleme ile ilk defa karşılaşan öğrencilere söz konusu desteğin daha yoğun bir şekilde verilmesi ve bununla birlikte öğrencilerin sürece daha çabuk uyum sağlaması beklentisindendir. İlk iki uygulamada probleme özgü çözüm planı sunulurken son iki uygulamada Şekil 3'teki çözüm planı sunulmasının sebebi ise yapı iskelesi bölümünde değinildiği gibi kalıcı öğrenmelerin sağlanması için desteğin aşama aşama azaltılması (Carnine vd., 1993) isteğindendir.

2.6. Literatür Taraması

Bu bölümde tez çalışması kapsamında gerçekleştirilen literatür taramasına yer verilmektedir. Matematiksel modelleme alanındaki çalışmalar oldukça çok sayıda olmakla birlikte bu bölümde sadece doğrudan tezin amacı ile ilgili olan modelleme yeterlikleri ve modelleme sürecinde bir yapı iskelesi aracı olarak çözüm planı kullanımını ele alan başlıca çalışmalar açıklanmaktadır.

2.6.1. Matematiksel Modelleme Yeterlikleri Konusunda Yapılan Çalışmalar

Maaß (2005) çalışmasında 8. Sınıf matematik derslerinde modelleme problemlerinin kullanılmasını ve öğrencilerin modelleme yeterliklerinin gelişimini incelemiştir. Çalışmanın verilerini altı adet modelleme probleminin çözümleri, öğrencilerin modellemeye ilişkin oluşturdukları kavram haritaları ve öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmeler oluşturmuştur. Araştırmacı öğrencilerin modelleme yeterliklerini değerlendirmek için Blum ve Kaiser'in (1997) modelleme yeterlikleri listesini kullanmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin uygulanan modelleme problemleri sayesinde modelleme yeterliklerini geliştirdiği görülmüş ve ortaokul derslerine matematiksel modellemenin dahil edilebileceği sonucuna varılmıştır.

Korkmaz (2010) çalışmasında 37 ilköğretim matematik öğretmenliği ve 33 sınıf öğretmenliği bölümünde okuyan olmak üzere toplam 70 öğretmen adayına matematiksel modelleme bakış açısını tanıtmış, uygulama öncesinde ve sonrasındaki görüşlerinin ve tutumlarının değişip değişmediğini araştırmış ve matematiksel modelleme yeterliklerini incelemiştir. Çalışmada Modeller ve Modelleme Anketi, Matematik Tutum Ölçeği, Isınma Problemleri ve açık uçlu problemlerden oluşan iki ayrı problem uygulanmıştır. Çalışma sonunda aynı anket ve tutum ölçeği ikinci kez uygulanmış ve ayrıca 22 öğretmen adayıyla da bireysel görüşmeler yapılmıştır. Çalışmadan elde edilen nitel veriler puanlama anahtarları yardımıyla, nicel veriler ise SPSS 12.0 paket programı kullanılarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonunda öğretmen adaylarının uygulama öncesi ve sonrasında modeller ve modelleme görüşlerinde ve matematik dersine karşı tutumlarında olumlu gelişim gözlenmiştir. Bununla birlikte, sınıf öğretmeni ve ilköğretim matematik öğretmeni adayları arasında matematiksel modelleme yeterlikleri bakımından istatistiksel olarak anlamlı bir fark gözlenmemiştir.

Aydın Güç (2015) çalışmasında bütüncül matematiksel modelleme yaklaşımıyla düzenlenen öğrenme ortamının öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerine etkisini incelemiştir. Çalışmasını iki farklı üniversitede öğrenim gören öğretmen adaylarıyla gerçekleştirmiştir. Gruplardan yalnızca biri tasarlanan öğrenme ortamına alınmıştır. Buna göre üniversitelerin birinde bütüncül yaklaşıma göre tasarlanan matematiksel modellemeye yönelik ders ile öğretmen adayları modelleme yaparken, diğer üniversitede ise öğretmen adaylarına matematiksel modellemeye yönelik herhangi bir eğitim verilmemiştir. Tasarlanan öğrenme ortamındaki öğretmen adaylarının alt yeterliklerini bütüncül yaklaşımla oluşturulan analitik puanlama anahtarıyla incelemiş ve diğer üniversitedeki grupla kıyaslamıştır. Bulgular bütüncül yaklaşımla oluşturulan öğrenme ortamlarının öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerinin ortaya çıkmasında etkili olduğunu göstermektedir.

Tekin Dede (2015) çalışmasında yirmi üç 6. sınıf öğrencisiyle öğrencilerinin bilişsel modelleme yeterliklerini geliştirmek amacıyla eylem araştırması yapmıştır. Öğrencilere on iki eylem planı sunulmuştur. Çalışmanın verileri öğrencilerin çözüm kâğıtlarından, çözümlerin sunumunda alınan video kayıtlarından, gözlem notlarından ve görüşme sorularından oluşmaktadır. Öğrencilerin çözümlerini değerlendirmede Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği (Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2014) kullanılmıştır. Çalışmanın sonucuna bakıldığında öğrencilerin tüm bilişsel modelleme yeterliklerinde gelişme gösterdiği görülmüştür.

İnan (2018) çalışmasında matematiksel modelleme problemleri ile çalışan altı 7. sınıf öğrencisinin matematiksel modelleme süreçlerini incelemiştir. Matematik uygulamaları dersinde gerçekleştirmiş olduğu bu nitel durum çalışmasının katılımcıları seçilmiş olan odak gruplardaki altı öğrenci oluşturmuştur. Literatürden seçilmiş olan “Hava Durumu Problemi, Araba Problemi ve Çim Biçme Problemi” adlı üç modelleme problemi uygulanmıştır. Her bir uygulama sürecinin ardından araştırmacı tarafından iki grupta ayrı ayrı odak grup görüşmesi yapılmıştır. Bu çalışmanın verilerini öğrenci çözümlerinin ses kayıtları, modelleme problemleri çözüm kâğıtları, odak grup görüşmeleri ve gözlem notları oluşturmaktadır. Bu çalışmanın sonucunda uygulanan üç modelleme probleminde, iki gruptaki öğrencilerin de doğrusal olmayan döngüsel bir süreçten geçerek kendi matematiksel fikirlerini geliştirdiklerini ve gerçek yaşam problem durumlarını modellediklerini ortaya koyulmuştur.

Ozulu (2021) çalışmasında 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterlikleri ve bu yeterliklerin değişimini incelemiştir. Araştırmacı çalışmasını bir devlet okulunda 7. sınıf ve 8. sınıfta okuyan 8 öğrenci ile gerçekleştirmiştir. Bireysel ve odak grup görüşmeleri aracılığıyla öğrencilerin ilgi alanları belirlenerek oluşturulan yedi adet model oluşturma etkinliği öğrencilere uygulanmıştır. Çalışmanın verilerini çalışma kâğıtları, video kayıtları, gözlem notları ve grup rapor formları oluşturmaktadır. Çalışma sonucunda öğrencilerin problemleri matematiksel olarak ifade etmelerine rağmen model oluşturmadaıkları gözlemlenmiştir. Buna rağmen öğrencilerin yorumlama yeterliklerinin giderek arttığı ve en üst seviyeye çıktığı, doğrulama yeterliklerinin en fazla orta seviyeye ulaşabildiği görülmüştür. Sonuç olarak en zor geliştirilen yeterliklerin doğrulama ve raporlaştırma olduğu belirlenmiştir.

Bulut ve Türker (2022) çalışmasında üslü ifadeler konusunda bir matematiksel modelleme etkinliği tasarlamışlar ve bu etkinlik aracılığı ile ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Söz konusu matematiksel modelleme etkinliği otuz beş ortaokul öğrencisine uygulanmıştır. Öğrencilerden süreçteki çözümlerini nedenleri ile birlikte ifade etmeleri istenmiş ve elde edilen verilen betimsel analiz ile analiz edilmiştir. Analiz edilen veriler bilişsel perspektif çerçevesinde oluşturulan bir rubrik aracılığıyla değerlendirilerek öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerinin düzeyleri belirlenmiştir. Çalışma sonucunda modelleme basamaklarında genellikle başarılı olan öğrencilerin yorumlama ve doğrulama basamaklarında düşük performans gösterdikleri sonucuna varılmıştır.

Duran (2022) çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin iki modelleme problemi ile modelleme becerilerini değerlendirmeyi amaçlamıştır. Araştırmada sosyo-ekonomik yönden gelişmemiş bir köy okulunda okuyan on altı 7. sınıf öğrencisiyle birlikte çalışmış ve nitel araştırma desenlerinden özel durum çalışmasını kullanmıştır. Araştırmanın verilerini sınıf içi gözlem notları, öğrenci çalışma kağıtları, öğrenciler ile yapılan görüşmeler, video kayıt ve transkriptleri oluşturmuştur. Verilerin analizinde araştırmacı tarafından ortaya konulan ve matematiksel modelleme döngü basamaklarını içeren bir şablon kullanılmıştır. Verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Sonuç olarak gündelik yaşam problemlerinin direkt esas alındığı bu çalışmada matematiksel modelleme becerilerinin ortaya çıkması ve geliştirilmesi açısından anlamlı gelişimler gözlenmiştir.

Kaya ve Keşan (2022) çalışmasında altmış üç ilköğretim matematik öğretmeni adayının matematiksel modelleme süreçlerini incelemiştir. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak problem çözüm kağıtları ve gözlem notları kullanılmıştır. Verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının problemi anlama, matematiksel model oluşturma ve problemi çözmek için matematiksel işlem yapma basamaklarında sorun yaşamadıkları fakat gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama ve sonuçların geçerliğini doğrulamada sorunlar yaşadıkları belirlenmiştir.

Canbazoğlu ve Tarım (2023) çalışmasında ilkokul 3. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerinin çözümü sürecindeki bilişsel matematiksel modelleme yeterliklerini belirlenmeyi amaçlamışlardır. Araştırma deseni olarak nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması seçilmiştir. Araştırmanın veri toplama aracı göreve dayalı mülakat olmuştur. Öğrencilerin bilişsel matematiksel modelleme yeterlikleri, Blum ve Borromeo Ferri'nin (2009) çalışmasındaki modelleme süreci kullanılarak analiz edilmiştir. Çalışma sonucunda, ilkokul üçüncü sınıf öğrencilerinin özellikle problemi anlama, sadeleştirme, yorumlama ve doğrulama yeterliklerini sergilemede güçlükler yaşadıkları belirlenmiştir.

Uzun ve diğerleri (2023) çalışmasında altmış sekiz 5. Sınıf öğrencisinin Matematik Köyü'ne Gidiyoruz etkinliği ile matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlenmesini amaçlamışlardır. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni benimsenmiştir. Araştırmanın verileri araştırmacılar tarafından geliştirilen Matematik Köyü'ne Gidiyoruz etkinliği ve Modelleme Etkinliği Görüş Formu aracılığı ile toplanmıştır. Araştırmada elde edilen veriler betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Araştırma

sonucunda üç düzey üzerinde değerlendirilen matematiksel modelleme yeterliklerinin genellikle Düzey 1 ve Düzey 2 seviinde olduğu gözlemlenmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin çoğunluğu görüş formunda modelleme etkinliklerinden keyif aldıkları sonucuna ulaşılmıştır.

2.6.2. Matematiksel Modelleme Sürecinde Bir Yapı iskelesi Aracı Olarak Çözüm Planı Kullanımını Araştıran Çalışmalar

Zöttl ve arkadaşları (2010) çalışmasında 316 8. sınıf öğrencisi ile çalışmıştır. Söz konusu çalışmada KOMMA adı verilen proje kapsamında oluşturulan çevrim içi bir öğrenme ortamında 8. sınıf öğrencilerinin geometri ve istatistik alanındaki kavrayışlarını geliştirmeleri amaçlanmıştır. Oluşturulan bu öğrenme ortamında modelleme ile daha önce hiç karşılaşmamış öğrenciler ile çalışıldığı için modelleme döngüsü ve uyarlanmış versiyonu hakkında tanıtım oturumu gerçekleştirilmiştir. Söz konusu uyarlanmış versiyon, her ne kadar çözüm planı olarak isimlendirilmese de uzun ve karmaşık olan modelleme döngüsünün üç basamağa indirgenmiş versiyonudur. Söz konusu basamaklar şu şekildedir: 1. Görevi anlama, 2. Hesaplama, 3. Sonucun Açıklanması. Sonrasında dört ünite boyunca dört modelleme problemi öğrencilere verilmiş olup çalışma sonlandırılmıştır. Problemlerle öğrenmenin modelleme yeterliğini geliştirmenin etkili bir yolu olup olmadığını test etmek için ön test, son test ve takip testi yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Yapılan tüm testlerde modelleme yeterliğine ilişkin istatistiksel olarak anlamlı farklılıklar bulunmuştur. Sonuç olarak geliştirilen öğrenme ortamındaki problemler ile öğrenmenin öğrencilerin modelleme yeterliklerini geliştirdiği görülmüştür ve ilk defa modelleme problemleri üzerinde çalışan öğrencilerin ilk beceri edinimlerini desteklemek için uygun bir yöntem olduğu sonucuna varılmıştır.

Schukajlow ve arkadaşları (2015) DISUM araştırma projesi kapsamında yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmeye yönelik çözüm planı adı verilen iskele aracını kullanmışlardır. Söz konusu çalışmada modelleme problemleri üzerinde çalışırken çözüm planı ile desteklenen öğrencilerin, çözüm planı ile desteklenmeyen öğrencilere göre modelleme yeterlikleri bakımından daha iyi performans gösterip göstermedikleri araştırılmıştır. Çalışma kapsamında 9. Sınıf öğrencilerinden üç grup deney, üç grup da kontrol grubunu oluşturmuştur. Çalışma sonucunda çözüm planı ile desteklenen öğrencilerin çözüm planı ile desteklenmeyen öğrencilere göre modelleme yeterliklerini daha fazla sergilediği sonucuna varılmıştır.

Beckshulte'un (2020) çalışmasında modelleme problemleri sırasında öğrencileri desteklemek için beş adımdan oluşan çözüm planının öğrencilerin modelleme yeterliklerinin

gelişimi üzerindeki etkisi tartışılmıştır. Söz konusu çalışmanın araştırma soruları kapsamında çözüm planının alt modelleme yeterliklerine etkisi ve modelleme yeterliklerinin geliştirilmesinin sürdürülebilirliği araştırılmıştır. Çalışmanın katılımcıları 9. Sınıf öğrencileri olmuştur ve öğrencilerin sınıflarının 14'ü deney grubunu 15'i kontrol grubunu oluşturmuştur. Çalışma kapsamında ön test, son test ve takip testi uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda çözüm planı ile çalışan grubun alt yeterlik olarak yorumlama yeterliğinde olumlu yönde artış gözlemlenmiştir. Fakat diğer yeterlikler açısından anlamlı bir fark görülememiştir. Çalışmanın son alt problemi kapsamında bu yeterliklerin gelişiminin sürdürülebilirliği uzun vadede çözüm planı kullanımı ile gerçekleştirilebileceği sonucuna varılmıştır.

Durant ve Lautenbach (2020) çalışmasında matematiksel modellemede deneyimsiz öğretmen adayları ile çalışmış ve bu öğretmen adaylarının modelleme problemleri üzerinde çalışırken bir üst bilişsel araç olarak çözüm planı kullanımları esnasındaki modelleme yeterliklerinin gelişimini araştırmıştır. Çalışmada kullanılan çözüm planının aşamaları şu şekildedir: 1. Görevi Anlamak, 2. Matematik aramak, 3. Matematiği Kullanmak, 4. Sonuçları Açıklamak. Çalışmanın verileri içerik analizi ile analiz edilmiş ve çalışma sonucunda 1

Hankeln ve Greefrath (2020) çalışmasında çözüm planı ve GeoGebra olmak üzere iki farklı aracın matematiksel modelleme becerileri üzerine etkisini araştırmıştır. Çalışmaya 44 farklı sınıfta okuyan 9. Sınıf öğrencileri katılmıştır. Bu öğrenciler üç gruba ayrılmıştır: 14 sınıf (283 kişi) matematiksel modelleme sürecinde çözüm planı ile desteklenmiş, 15 sınıfta (323 kişi) matematiksel modelleme sürecinde Geogebra isimli dinamik geometri yazılımı kullanmış ve son olarak da 15 sınıf (315 kişi) yani kontrol grubu modelleme sürecinde hiçbir destek almamıştır. Çalışmanın amacı bu üç gruptaki modelleme becerilerinin gelişimini karşılaştırmaktır. Bu amaç kapsamında öğrencilere ön test, son test ve takip testi uygulanmıştır. Sonuç olarak iki aracın da öğrencilerin modelleme yeterliklerinin gelişimine az da olsa etkisi olduğu ortaya çıkmıştır. Çözüm planı kapsamındaki sonuçlarda ise, çözüm planı kullanan gruptaki öğrencilerin sadeleştirme, yorumlama ve doğrulama yeterliklerini geliştirebildikleri görülmüş ve çözüm planı kullanımının daha sürdürülebilir bir öğrenmeye yol açtığı sonucuna varılmıştır.

Nuryadi ve Hartono (2021) 32 tane 8. sınıf öğrencisi ile modelleme sürecinde bir iskele aracı olarak çözüm planı kullandığı nitel bir yaklaşıma sahip betimsel bir çalışma yürütmüşler ve çözüm planının rolünü incelemişlerdir. Çalışma kapsamında öğrencilere matematiksel modelleme sürecinde dört basamaklı çözüm planı sürece destek olması adına verilmiştir. Dört basamaklı çözüm planının aşamaları şu şekildedir: 1. Görevi Anlamak, 2.

Matematik aramak, 3. Matematiği Kullanmak, 4. Sonuçları Açıklamak. Çalışmanın verilerini gözlem notları ve ğrenci çalışma kağıtları oluşturmaktadır. Çalışma sonucunda çözüm planının öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini çözmelerini desteklemek için bir iskele olarak kullanılabileceği sonucuna varılmıştır.

Siller ve arkadaşları (2023) beşi aday,  uzman olan sekiz ğretmen ile çoklu vaka çalışması tasarımını benimsedikleri çalışmasında öğretmenlerin matematiksel modelleme uygulaması yaptığı dersleri incelemişlerdir. Öğretmenler derslerini dokuzuncu sınıf öğrencileriyle yürütmüşlerdir. Matematiksel modelleme dersleri yapılmadan önce öğretmenlere matematiksel modelleme ve yapı iskelesi kullanma eğitimi verilmiştir. STEM uygulamalarını içeren matematiksel modelleme problemlerinde öğretmenlerin çözüm planı adımlarının her birinde öğrencilere iskele sağlamayı önemli bulduğu sonucuna varılmıştır. Gerçekleşen dersler sonucunda etkili modelleme öğretiminin uygun iskele ile gerçekleşebileceği görülmüştür.

BÖLÜM III

YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Deseni

Bu araştırmada matematiksel modelleme problemlerinde çözüm planı kullanan öğrencilerin çözüm süreçlerini izlemek ve matematiksel modelleme yeterliklerini açıklamak amacıyla nitel araştırma paradigması benimsenmiştir. Yıldırım ve Şimşek (2008) nitel araştırmayı, gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama tekniklerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma olarak tanımlamıştır (s. 39). Bu kapsamda öğrencilerin matematiksel modelleme probleminde çözüm planı kullanımları sürecindeki yaklaşımlarının derinlemesine araştırılması ve çözüm planı kullanımının özel bir durum olması nedeniyle bu çalışmada nitel araştırma desenlerinden biri olan özel durum çalışması deseni benimsenmiştir.

Özel durum çalışması bir olayın veya durumun kendi bulunduğu çerçeve dahilinde araştırıldığı, sınırların net olmadığı ve birden fazla veri kaynağının var olduğu durumlarda kullanılan araştırma yöntemidir (Yin, 2008). Hancock ve Algozzine'e (2006) göre özel durum çalışması kendi doğal şartlarında meydana gelen olayları zaman ve mekân kısıtlaması dahilinde, çeşitli veri toplama araçları kullanarak zengin bir şekilde betimlemeye çalışan ve derin temellere oturtulmuş çalışmalar olarak tanımlanmıştır. Hitchcock ve Hughes'a (1995) göre durum çalışmasına ait özellikler aşağıda verilmiştir:

- Durumdaki olaylar zengin ve detaylı şekilde tanımlanır.
- Durumdaki olaylar kronolojik olarak incelenir.
- Olayların analizinde içsel tartışma oluşturulur.
- Olaylardaki belirli kişi veya gruplara odaklanılır.
- Durumlardaki belirgin olaylara odaklanılır.

Durum çalışması, mevcut durumu açıklayan ya da değişimi etkileyen faktörler arasındaki bağlantıyı derinlemesine inceleyen, süreç içerisindeki gelişimi takip eden ve gösteren bir yaklaşımdır (Best ve Kahn, 2017). Bu çalışmada da matematiksel modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan öğrencilerin bu süreçte nasıl ilerledikleri, neler yaşadıkları, çözüm sürecindeki düşünceleri ve çözüm planı kullanımındaki süreçlerinin derinlemesine incelenmesi ve matematiksel modelleme sürecindeki modelleme yeterliklerinin değişimi ve

düzeyi araştırılmak istenmektedir. Dolayısıyla bu değişim ve düzeyleri betimsel bir şekilde inceleyebilmek için araştırmada özel durum çalışması tercih edilmiştir.

3.2. Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını, 2022-2023 eğitim öğretim yılının güz döneminde öğrenim gören Güney Doğu Anadolu Bölgesi'nde bulunan bir ilin nüfus açısından orta ölçekli bir ilçesinin alt sosyo-ekonomik durumundaki bir köyünde bulunan bir devlet ortaokulunda öğrenim gören altı kız ve altı erkek olmak üzere toplam on iki yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmacı bu ortaokulda matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır.

Araştırmanın çalışma grubu seçilirken bilgilerin detaylı ve derinlemesine incelenmesini sağlamak için amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışma ile 7. sınıf öğrencilerinin modelleme yeterliklerinin düzeyinin detaylı bir şekilde incelenmesi amaçlandığından söz konusu uygulama okulunun seçilmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden birisi olan kolay ulaşılabılır örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Araştırmada kolay ulaşılabılır örnekleme yönteminin kullanılmasının temel sebebi, araştırmacı ve uygulayıcı olan öğretmenin çalışma grubunun bulunduğu okulda matematik öğretmeni olarak görev yapmasıdır. Kolay ulaşılabılır örneklemede erişilmesi kolay olan çalışma grubu seçilmektedir. Ayrıca bu yöntem, araştırmacıya daha az maliyet ile aynı zamanda hız ve pratiklik kazandırmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Çalışma grubunu oluşturan tüm öğrencilerin gönüllülük esasına uygun olarak çalışmaya katılmaları sağlanmıştır. Araştırmacı katılımcı öğrencilerin aynı zamanda matematik öğretmeni olduğundan öğrencilerin matematik dersi akademik seviyelerini iyi bilmektedir. Çalışmanın yapılmış olduğu okulun genel akademik seviyesi bölge şartları da dikkate alındığında çok yüksek değildir. Öğrencilerin 2021-2022 eğitim öğretim yılında matematik dersi not ortalamaları Tablo 2'de verilmektedir.

Tablo 2 Katılımcıların 2021-2022 Eğitim Öğretim Yılı Matematik Dersi Not Ortalamaları

2021-2022 Eğitim Öğretim Yılı Matematik Dersi Not Ortalamaları	Katılımcılar
60-80	Ö1, Ö5, Ö7, Ö10
40-60	Ö3, Ö4, Ö9, Ö11
0-40	Ö2, Ö6, Ö8, Ö12

Dolayısıyla Tablo 2 dikkate alınarak öğrenciler araştırmacı tarafından akademik seviyeleri başarılı, orta düzeyde başarılı ve daha az başarılı olmak üzere üç eşit gruba ayrılmış (bkz. Tablo 3) ve çalışmaya katılan 12 öğrenciye takma isimler verilmiştir.

Tablo 3 Katılımcıların Matematik Dersindeki Akademik Durumları

Akademik Durum	Katılımcılar
Başarılı	Ö1, Ö5, Ö7, Ö10
Orta düzeyde başarılı	Ö3, Ö4, Ö9, Ö11
Daha az başarılı	Ö2, Ö6, Ö8, Ö12

Akademik olarak başarılı olan öğrenciler (Ö1, Ö5, Ö7, Ö10) matematik dersine ilgili ve matematik dersi konu ve kavramlarına kısmen hakimdir. Akademik olarak başarılı olan bu öğrencilerden Ö1, Ö5 ve Ö7 grup çalışmasına yatkın ve arkadaşlarıyla iletişimi yüksek öğrencilerdir. Ayrıca bu öğrenciler grup çalışmasında lider pozisyonunda olmaktadır. Ö10 ise grup çalışmalarında sessiz kalmakta ve bireysel çözümler yapma eğiliminde olmaktadır.

Akademik başarısı orta düzeyde olan öğrenciler (Ö3, Ö4, Ö9, Ö11) matematik dersine ilgili olsalar da matematik dersi başarıları yeterli değildir. Bu öğrencilerden Ö3, Ö9 ve Ö11 grup çalışmalarında oldukça aktif ve arkadaşlarıyla paylaşımı yüksek olan öğrencilerdendir. Fakat Ö4 grup çalışmalarında fikirlerini belirtmekten kaçınmaktadır.

Akademik olarak daha az başarılı öğrenciler (Ö2, Ö6, Ö8, Ö12) ise matematik dersinde ilgili ve çabalı olmalarına rağmen akademik olarak çok az bilgiye sahiptirler. Dolayısıyla matematik dersi başarıları düşüktür. Bu öğrencilerden Ö8 hariç diğerleri grup çalışmasında söz sahibi olmaktan kaçınmaktadır. Ö8 ise grup çalışmasında söz sahibi ve yönlendirici hareketler sergilemesine rağmen bu yönlendirmeler çoğu zaman yanıltıcı olmaktadır.

Araştırmacı tarafından seçilen bu on iki öğrenci akademik başarıları bakımından heterojen 4 gruba ayrılmıştır. Bu gruplar Grup 1 (Ö1, Ö2, Ö3), Grup 2 (Ö4, Ö5, Ö6), Grup 3 (Ö7, Ö8, Ö9) ve Grup 4 (Ö10, Ö11, Ö12) olmak üzere adlandırılmıştır.

Araştırma matematik ders saatinde söz konusu ortaokula ait bir sınıfta gerçekleştirilmiştir. Uygulamalar sırasında öğrencilerin düşüncelerini kayıt altına alma amacıyla ses ve video kaydı gerçekleştirilmiştir.

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları

Nitel araştırma deseni benimsenen çalışmalarda bir durumun, olayın veya olgunun derinlemesine incelenmesi amaçlandığından veri çeşitliliğinin sağlanması oldukça önemlidir. Dolayısıyla nitel çalışmalarda verilerin birden fazla yöntemle toplanması sağlanmalıdır. Nitel çalışmalarda veriler toplanırken yaygın olarak gözlem, görüşme ve doküman incelemesi yöntemleri kullanılmaktadır (Karataş, 2015). Söz konusu araştırmanın pilot uygulaması aşamasında sadece öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerinin olduğu problem kağıtları asıl uygulamada ise öğrencilerin çözüm sürecindeki düşüncelerinin detaylı incelenmesi amacıyla uygulama sürecinde video ve ses kayıtları alınmış ve öğrencilere matematiksel modelleme problemlerinin olduğu problem kağıtları verilmiştir. Dolayısıyla araştırmanın verilerini öğrencilerin çözüm süreçlerine ilişkin ses ve video kayıt transkriptleri ile öğrencilerden toplanan problem çözüm kağıtları oluşturmaktadır.

Tablo 4 Çalışmada Kullanılan Veri Toplama Araçları

Aşamalar	Veri Toplama Araçları
1. Pilot Uygulama	Dört adet matematiksel modelleme problemi, öğrenci çözüm kağıtları, gözlem notları
2. Asıl Uygulama	Dört adet matematiksel modelleme problemi, öğrenci çözüm kağıtları, video kayıtları, ses kayıtları

Veri toplama süreci çözüm planı aracı kullanılarak matematiksel modelleme problemlerinin uygulandığı dört oturum şeklinde planlanmıştır. Her oturumda bir matematiksel modelleme problemi uygulanmıştır. Her bir oturumun süresi Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5 Çalışmadaki Oturum Süreleri

Oturumlar	Oturum-1	Oturum-2	Oturum-3	Oturum-4
Süre	1:24:04	1:27:24	1:17:18	1:20:26

Uygulamada kullanılan problemlerin birincisi (bkz. Ek 3) ve ikincisi (bkz. Ek 4) araştırmacı tarafından geliştirilmiş, üçüncü (bkz. Ek 5) ve dördüncü (bkz. Ek 6) problemler ise literatürden alınmış olup kullanım izinleri ilgili araştırmacılardan alınmıştır. Araştırmacının geliştirmiş olduğu problemlerin yanında araştırmacı bu problemlere özgü çözüm planları da geliştirmiştir. Geliştirilen ve literatürden seçilen bu problemlerin geometri temelli olmasına dikkat edilmiş ve bu sayede konu kısıtlamasına gidilmeye çalışılmıştır. Konu kısıtlamasındaki temel amaç öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerinde çözüm planı kullanımının durumlarının konu bazlı sürdürülebilirliğini takip edebilmektir. Araştırmada problemler uygulanmadan önce, geliştirilen problemler için uzman görüşü alınmış ve pilot uygulama yapılmıştır. Bu doğrultuda gerekli düzenlemeler yapılarak problemler hazır hale gelmiştir.

3.3.1. Uzman Görüşü

Problemler tasarlandıktan sonra araştırmacı tarafından matematiksel modelleme problemleri ile ilgili matematik eğitimi alanında çalışan bir öğretim üyesinden uzman görüşü alınmıştır. Uzman görüşüne göre ilk problem içeriği destekleyen fotoğrafların yetersiz olması nedeniyle düzenlenmiştir. Örneğin ilk problemde okul bahçesinin gerçek fotoğraflarına yer verilmesi gerektiği uzman yardımıyla fark edilip problem bu doğrultuda güncellenmiştir (bkz. Şekil 4).

Şekil 4 Satranç zemini probleminin ilk hali ve uzman görüşü alınarak düzenlenmiş son hali

PROBLEM-1
OKUL BAHÇESİNDE SATRANÇ ZEMİNİ PROBLEMİ



Deniz Ortaokulu bahçesine basketbol sahasını çok fazla engellemeyecek şekilde resimdeki gibi bir satranç zemini yapılması planlanmaktadır. Siz bu zemini en az maliyetle nasıl yapardınız?

OKUL BAHÇESİNDE SATRANÇ ZEMİNİ PROBLEMİ



Deniz Ortaokulu bahçesine fotoğrafı verilen kısma basketbol sahasını çok fazla engellemeyecek şekilde aşağıda verilen resimlerdeki gibi bir satranç zemini yapılması planlanmaktadır. Bu zemini yaptığınızda maliyeti ne olacaktır? Hesaplayınız.



İkinci problemde ise verilen fiyat bilgilerinin alındığı tarih probleme eklenmiş ve daha sonra problemi kullanabilecek araştırmacılar için gerçeklik oluşturulmaya çalışılmıştır (bkz. Şekil 5).

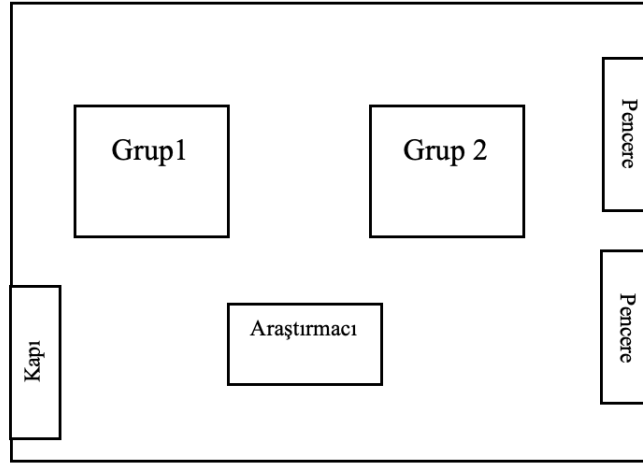
Şekil 5 Tül Sineklik Probleminin uzman görüşü alınarak düzenlenmiş hali

MARKA	EBAT	FİYAT	KAMPANYA
ACY STORE TÜL SİNEKLİK 	100X150 cm	26,01 TL*	Her ürün alımında 4 m cırt bant hediye
DİGERUI TÜL SİNEKLİK 	100X120 cm	19,50 TL*	Her 200 TL alışverişe 10 TL indirim
NOYAN GROUP CİRT BANT 	5 m	19,90 TL*	

*Ekim 2022 tarihindeki güncel fiyatlardır.

3.3.2. Pilot Çalışma

Uzman görüşü alındıktan sonra yapılacak çalışmanın şekillendirilebilmesi amacıyla pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma aynı devlet okulunda okuyan altı 8. sınıf öğrencisi ile yapılmıştır. Bu grubun seçilme nedeni asıl uygulamanın yapılacağı grup ile sosyo-kültürel ve akademik başarı açısından benzerliğidir. Pilot uygulamada altı öğrenci iki gruba ayrılmış ve her grup farklı matematiksel modelleme problemi çözmüştür. Öğrenciler belirlenen gruplar doğrultusunda Şekil 6'daki gibi oturmuştur.



Şekil 6 Pilot çalışmanın yapıldığı ortamın temsili resmi

Uygulama iki oturum şeklinde gerçekleşmiş ve dört matematiksel modelleme problemi uygulanmıştır (bkz. Tablo 6).

Tablo 6 Pilot Uygulama Süreci

Oturumlar	Gruplar	Problemler
1.Oturum	Grup 1	Okul bahçesinde satranç zemini problemi
	Grup 2	Tül sineklik problemi
2.Oturum	Grup 1	Konforlu yurt yaşamı problemi
	Grup 2	Miras paylaşımı problemi

Pilot uygulama sonucunda okul bahçesinde satranç zemini probleminde grupların bahçeye ölçüm için çıkmak istemeleri sonucunda her grubun sırayla bahçeye çıkmasına karar verilmiştir. Bahçede ölçüm için çok zaman harcadıkları ve düşünme süreçlerinin çoğunun bu zaman diliminde olması nedeniyle ses kayıt cihazlarının öğrencilerle birlikte bahçeye götürülmesine ve uygulamayı yapan araştırmacının da bahçede bulunup video kaydı almasına karar verilmiştir. Bu esnada diğer grupların sınıfta çözüm süreçlerine devam etmesi nedeniyle bu grupların kontrolü için sınıfta bir gözlemci bulundurulmasına karar verilmiştir. Gözlemci aynı okulda görev yapan öğretmenlerden biri olarak belirlenmiştir. Pilot uygulamadan edinilen deneyimler sonucunda probleme özgü çözüm planının bilişsel modelleme yeterliklerinden yorumlama ve doğrulama içeren son basamağının öğrenciler için yeterince açık olmadığı fark edilmiştir. Başlangıçta son basamaktaki sorulardan ilki aşağıdaki gibidir:

a. Sizce belirlediğiniz alan uygun oldu mu?

Sonrasında yukarıda verilen soru aşağıdaki gibi güncellenmiştir:

- a. Sizce belirlediğiniz alan daha küçük olabilir miydi? Daha küçük olsa ne olurdu?
- b. Sizce belirlediğiniz alan daha büyük olabilir miydi? Daha büyük olsa ne olurdu?

Tül sineklik probleminde ise pilot uygulama öncesi yapılması tahmin edilen çözümde probleme özgü çözüm planının ikinci aşamasının üçüncü maddesinde (bkz. Şekil 7) oran kullanmaları için verilen bilgi öğrenciler tarafından anlaşılmamıştır. Öğrenciler bu maddeyi kullanmak zorunda olduklarını düşündükleri için durum ile alakasız çözümler yapmaya çalışmışlardır. Bu doğrultuda bu maddenin kaldırılmasına karar verilmiştir.

-Büyük ölçülerle uğraşmak yerine not ettiğiniz uzunlukların
hepsini aynı saviye bölerek kağıt üzerinde çizim yapınız.

Şekil 7 Pilot uygulama öncesi Tül Sineklik probleminin probleme özgü çözüm planındaki madde

Ayrıca pilot uygulama esnasında öğrencilerin problemde verilen tül sineklikleri nasıl kullanacaklarını hayal edememeleri nedeniyle probleme özgü çözüm planına yeni bir madde eklenmesine karar verilmiştir (bkz. Şekil 8).

-Sineklik boyutlarını dikey ya da yatay olarak
kullanabilirsiniz.

Şekil 8 Pilot uygulama sonrası Tül Sineklik Probleminin probleme özgü çözüm planına eklenen madde

Son olarak pilot uygulama esnasında Miras Paylaşımı Probleminde öğrencilerin tarlaların geometrik şekillerini belirleyebildikleri falan bu geometrik şekillerin bazılarının alanlarını hatırlayamadıkları gözlemlenmiştir. Dolayısıyla asıl uygulama için öğrencilerin zorlanmaları anında verilecek formül kâğıdı hazırlanmasına karar verilmiştir.

3.3.3. Asıl Uygulama

Pilot uygulama aşamasında öğrencilerin modelleme yeterliklerini sergilemelerine fırsat verecek nitelikte oldukları tespit edilen dört adet matematiksel modelleme problemi üzerinde ortaokul öğrencilerinin çalışmalarını sağlayarak çözüm planı aracılığı ile modelleme

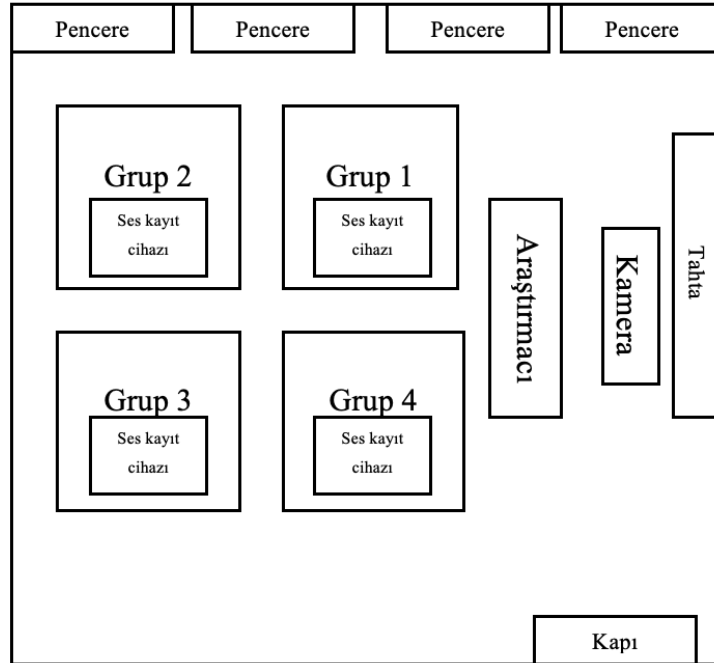
yeterliklerindeki düzeyin değerlendirilmesi amacıyla asıl uygulama aşamasına geçilmiştir. Asıl uygulama 30.12.2022 ve 18.01.2023 tarihleri arasında dört haftalık bir süreçte tamamlanmıştır. Tüm uygulamalar kırk dakikalık iki ders saati süresinde gerçekleşmiştir. Yapılan bu çalışma esnasında öğrenci çalışma kağıtları, ses ve video kayıtları toplanmış ve bilgisayar ortamında saklanmıştır.

Asıl uygulamada gruplar arasındaki dengeyi sağlamak adına grup üyelerinin akademik başarıları heterojen olacak şekilde öğrenciler dört gruba ayrılmıştır. Gruplar oluşturulduktan sonra araştırmacı tarafından gruplara takma isim verilmiştir. Bu grup ve takma isimler Tablo 7’de gösterilmektedir.

Tablo 7 Asıl Uygulama İçin Oluşturulan Gruplar ve Takma İsimleri

Gruplar	Takma İsimler
Grup 1	Ö1, Ö2, Ö3
Grup 2	Ö4, Ö5, Ö6
Grup 3	Ö7, Ö8, Ö9
Grup 4	Ö10, Ö11, Ö12

Öğrenciler belirlenen gruplar doğrultusunda çalışma esnasında Şekil 9’daki gibi oturmuşlardır.



Şekil 9 Çalışmanın yapıldığı ortamın temsili resmi

Çalışmada öğrencilere bireysel değil de grup adına kağıtlar verilmiş ve uygulama sonucunda bu çözüm kağıtları toplanmıştır. Süreçte araştırmacı gruplara ziyaretlerde bulunmuş, öğrencilere sadece soru sorarak rehber olmaya çalışmıştır. Öğrencilerin modelleme sürecinde diledikleri gibi standart ölçme araçları (cetvel, metre vb.) veya standart olmayan ölçme araçları (kariş, adım vb.) kullanmalarına izin verilmiştir. Araştırmacı gruplara birer problem kâğıdı birer de probleme özgü çözüm planı kâğıdı verdikten sonra video ve ses kaydını başlatmıştır. Öğrenciler problemi ve probleme özgü çözüm planını inceledikten sonra çözüm sürecine başlamıştır. Gruplar çözüm sürecinde gerektiği yerlerde araştırmacının rehberliği ile matematiksel modelleme süreçlerini tamamlamışlardır.

Diğer uygulamalardan farklı olarak araştırmanın ilk uygulaması olan okul bahçesinde satranç zemini problemi için gruplar bahçeye çıkıp ölçüm yapmak istemiştir. Bu süreçte araştırmacı grupları sırayla bahçeye indirmiştir. Araştırmacı bahçeye çıkan gruba eşlik etmiş ve sınıfta kalan diğer gruplar için aynı okulda görev yapan görsel sanatlar öğretmeni sınıfta gözlemci rolünü üstlenmiştir. Bahçeye çıkan grup için ses ve video kaydı devam etmiştir (bkz. Şekil 10).



Şekil 10 Bahçede çözüm sürecine devam eden Grup 1'in video kaydından bir kesit

Gruplar sırayla bahçeye çıkıp ölçümlerini tamamladıktan sonra araştırmacı da sınıfa dönüp uygulama sürecinde gruplara rehber olmaya devam etmiştir. Uygulama tüm grupların çözüm süreçlerini tamamlamasıyla son bulmuştur.

Bir diğerk uygulama olan araştırmanın ikinci problemi tül sineklik problemi için de öğrenciler sınıf dışına çıkıp okulda bulunan pencere sayılarını saymak istemiştir. Bu süreçte de ses kayıt cihazlarını veri kaybı olmaması adına yanlarında taşımışlardır.

İstisna olarak verilen durumlar dışında tüm uygulamaların süreçleri aynı şekilde gerçekleşip tamamlanmıştır.

3.4. Verilerin Analizi

Matematiksel modelleme problemlerinde çözüm planı kullanımında matematiksel modelleme yeterliklerinin düzeyinin incelenmesini hedefleyen bu özel durum çalışmasının veri toplama araçlarından biri olan problem çözüm kağıtları Borromeo Ferri'nin (2006) modelleme döngüsünün aşamaları doğrultusunda belirlenen bilişsel modelleme yeterliklerine göre analiz edilmiştir. Ses ve video transkriptleri ise Modelleme Becerileri Değerlendirme Rubriği (Tekin Dede & Bukova Güzel, 2014) kullanılarak değerlendirilmiştir.

Yıldırım ve Şimşek (2021) daha önceden oluşturulmuş kavramsal bir çerçevenin veri analizine rehberlik etmesini tümdengelimci (deductive) analiz olarak tanımlamıştır. Tümdengelimci analiz nitel veri analizinde araştırmacıya var olan yapıya göre ayrıntılı bir yol sunmaktadır.

Araştırmada toplanan verilerin düzenlenmesine geçilmeden önce öğrenciler ile gerçekleştirilen uygulamaların video ve ses kayıtları birebir yazıya aktarılmıştır. Böylece video ve ses kayıtları baştan sona transkript edilerek bu ham veriler araştırmanın amacına uygun olacak şekilde anlamlı hale getirilmiştir. Creswell'e (2013) göre bir durum çalışmasında analiz, durumun ve ortamın detaylı bir biçimde betimlenmesine bağlıdır. Tümdengelimci analizde veriler önceden belirlenmiş olan temalara göre sınıflandırılarak bu verilere ilişkin bulgular özetlenmekte ve araştırmacı tarafından yorumlanmaktadır. Bu bağlamda bu çalışmada modelleme çalışmalarına katılan yedinci sınıf öğrencilerinin modelleme yeterliklerinin ortaya konmasına ilişkin amaç doğrultusunda ses ve video transkriptleri ile problem çözüm kâğıtları öncelikle tümdengelimci analize tabi tutularak modelleme yeterliklerine göre analiz edilmiştir. Yıldırım ve Şimşek'e (2021) göre tümdengelimci analiz dört aşamadan oluşmaktadır:

- **Analiz için bir çerçeve oluşturma:** Araştırmanın temelini oluşturan bir kuramsal çerçeve olduğu durumlarda veri analizi için bir kod ve tema listesi oluşturulur. Veri analizinde halihazırda bir yapı oluşturulması veri kaybının ve yanlış veri düzenlemesinin önüne geçmektedir.

- **Verilerin kodlanması:** İlk aşamada oluşturulan kod ve tema listesine göre elde edilen veriler incelenir ve kodlanır.
- **Bulguların tanımlanması:** Kodlanan veriler betimlenir ve doğrudan alıntılarla desteklenir.
- **Bulguların yorumlanması:** Kod ve temalar bağlı yapılan betimlemelerden yola çıkılarak bulgular yorumlanır ve bazı çıkarımlarda bulunulur.

Bu çalışmada tümdengelimci analizin ilk aşamasına ilişkin araştırmanın kavramsal çerçevesi oluşturulmuş ve elde edilen verilerin hangi kod ve temalar altında düzenleneceği belirlenmiştir. Bu bağlamda çalışmada modelleme süreci Borromeo Ferri'nin (2006) bilişsel modelleme perspektifine göre gerçekleştirilmiş ve öğrencilerin modelleme yeterlikleri problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama aşamalarına göre değerlendirilmiştir. Söz konusu değerlendirmeler yapılırken Tablo 8'de verilen göstergeler bağlamında veriler incelenmiştir.

Tablo 8 Tümdengelimci Analizde Kullanılan Yeterliklere Ait Göstergeler

	Okul Bahçesinde Satranç Zemin Problem	Tül Sineklik Problemi	Konforlu Yaşam Problemi	Yurt Paylaşımı Problemi
Problemi anlama	Problemde verilenler ve istenenleri belirleme			
Sadeleştirme	Satranç zeminin kenar uzunluklarını ve gerekli boya miktarını belirleme	Okul pencerelerinin kenar uzunluklarını ve toplam pencere sayısını belirleme	Mobilya zeminlerinin geometrik şeklini belirleme ve kullanışlılığına göre mobilyaların yerlerine karar verme	Tarlaların geometrik şekillerini belirleme ve bu geometrik şekillerin kenar uzunluklarını belirleme
Matematikselleştirme	Satranç zeminin matematiksel modelini çizme	Satın alınacak sineklik miktarını belirleyecek şekilde bir yerleşim planı oluşturma	Mobilyaları yurt odasına yerleştirmek için matematiksel modeller oluşturma	Tarlaların alanlarını hesaplamaya yarayacak matematiksel modelleri kurma
Mat.sel Ol. Çalışma	Satranç zemini için yeterli boya miktarını ve toplam maliyetini hesaplama	Seçilen sineklik türüne göre toplam maliyeti ve israf miktarını hesaplama	Nihai matematiksel modeli nihai çözüme ulaştırma	Tarlaların alanlarını hesaplama ve üç kardeşe paylaşırma
Yorumlama	Zeminin büyüklüğünü ve	Toplam maliyeti ve israf	Oluşturulan yerleşim	Tarlaların paylaşımındaki

	maliyeti gerçek yaşam bağlamında yorumlama	miktarını gerçek yaşam bağlamında yorumlama	düzenini konforlu yaşam açısından yorumlama	sonucu adaletli olma açısından yorumlama
Doğrulama	Çözüm sürecini ve nihai çözümü kontrol etme			

Tümdengelimci analizin ikinci aşaması kapsamında video ve ses kayıtları, problem çözüm kağıtları incelenerek ulaşılan veriler ait oldukları modelleme yeterliklerine göre detaylı bir şekilde yorumlanmıştır. Video ve ses kayıtları, problem çözüm kağıtları ile toplanan veriler öğrencilerin modelleme yeterliklerini ortaya koyma amacıyla sayısal olarak Modelleme Becerileri Değerlendirme Rubriği (Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2014) kullanılarak puanlandırılmıştır. Modelleme Becerileri Değerlendirme Rubriği modelleme problemleri üzerinde çalışan öğrencilerin modelleme problemleri üzerinde çalışırken gösterdikleri çözüm yaklaşımlarını bilişsel modelleme yeterlikleri bağlamında değerlendirilmek için geliştirilmiş bir analitik puanlama rubriğidir (Tekin Dede, 2015). Modelleme Becerileri Değerlendirme Rubriği'nin boyutları söz konusu tez çalışmasının benimsediği modelleme yeterlikleri bağlamında paralellik göstermektedir. Problemi anlama boyutu için beş düzey, sadeleştirme boyutu için dört düzey, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma ve yorumlama boyutları için beş düzey ve doğrulama boyutu için de yedi düzey tanımlanmaktadır. Modelleme Becerileri Değerlendirme Rubriği'nin her bir boyut ve düzeyinin ayrıntılı açıklamaları Tablo 9'da verilmektedir.

Tablo 9 Modelleme Becerileri Değerlendirme Rubriği (Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2014)

	Düzyerler Puanlar	Tanımlama
Problemi Anlama	Düzyer 1 0 puan	Problemi anlamadığı gösteren ifadeler yer verme, verilenleri ve istenenleri belirleyememe ve aralarında ilişki kurmama/yanlış ilişki kurma.
	Düzyer 2 1 puan	Problemi bir ölçüde anladığını gösteren ifadeler yer verme, verilenleri ve istenenleri bir ölçüde belirleme ancak aralarında ilişki kurmama/yanlış ilişki kurma.
	Düzyer 3 2 puan	Problemin tam olarak anlamlandırıldığını gösteren ifadeler yer verme, verilenleri ve istenenleri belirleme aralarında ilişki kurmama/yanlış ilişki kurma.
	Düzyer 4 3 puan	Problemin tam olarak anlamlandırıldığını gösteren ifadeler yer verme, ancak verilenleri ve istenenleri belirlerken önemsiz hatalar yapma buna rağmen aralarında ilişki kurma.
	Düzyer 5 4 puan	Problemin tam olarak anlamlandırıldığını gösteren ifadeler yer verme, verilenleri ve istenenleri belirleme ve aralarında uygun ilişki kurma.
	Düzyer 1 0 puan	Problemi sadeleştirmeme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirlememe ve yanlış varsayımlarda bulunma.
	Düzyer 2 1 puan	Problemi bir ölçüde sadeleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri bir ölçüde belirleme ancak yanlış varsayımlarda bulunma.

Sadeleştirme	Düzyey 3 2 puan	Problemi sadeleştirme, gerekli/gereksiz değışkenleri belirleme ve bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunma.
	Düzyey 4 3 puan	Problemi sadeleştirme, gerekli/gereksiz değışkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma.
Matematiksel Olarak Çalışma	Düzyey 1 0 puan	Matematiksel model oluşturmama veya yanlış model/ler oluşturma.
	Düzyey 2 1 puan	Bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlar doğrultusunda eksik/hatalı matematiksel model/ler oluşturma.
	Düzyey 3 2 puan	Bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlara dayalı doğru matematiksel model/ler oluşturma.
	Düzyey 4 3 puan	Gerçekçi varsayımlar doğrultusunda eksik/hatalı matematiksel model/ler oluşturma ve birbiriyle ilişkilendirme.
	Düzyey 5 4 puan	Gerçekçi varsayımlara göre gerekli matematiksel model/leri doğru bir şekilde oluşturma, model/modelleri açıklama ve birbiriyle ilişkilendirme.
Matematiksel Olarak Çalışma	Düzyey 1 0 puan	Matematiksel çözüm sunmama, oluşturulan matematiksel modelleri yanlış çözmeye veya yanlış matematiksel modeli çözmeye çalışma.
	Düzyey 2 1 puan	Eksik/hatalı oluşturulan matematiksel modellerin çözümünde hatalar/eksiklikler içermeye.
	Düzyey 3 2 puan	Eksik/hatalı oluşturulan matematiksel modelleri doğru çözmeye.
	Düzyey 4 3 puan	Doğru oluşturulan matematiksel modellerin çözümünde hatalar/eksiklikler içermeye.
	Düzyey 5 4 puan	Doğru oluşturulan matematiksel model/leri kullanarak doğru matematiksel çözüme ulaşma.
Yorumlama	Düzyey 1 0 puan	Elde edilen matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında yanlış yorumlama veya hiç yorumlamama.
	Düzyey 2 1 puan	Hatalar içeren/Eksik matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik yorumlama.
	Düzyey 3 2 puan	Hatalar içeren/Eksik matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru bir şekilde yorumlama.
	Düzyey 4 3 puan	Elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik bir şekilde yorumlama.
	Düzyey 5 4 puan	Elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru bir şekilde yorumlama.
Doğrulama	Düzyey 1 0 puan	Doğrulama yaklaşımında bulunmama veya yanlış doğrulama yapma.
	Düzyey 2 1 puan	Kısmen/Bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunma, hatalar belirlenmesine rağmen bu hataları düzeltmeme.
	Düzyey 3 2 puan	Kısmen/Bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunma, belirlenen hataları bir ölçüde düzeltme.
	Düzyey 4 3 puan	Kısmen/Bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunma, belirlenen hataları düzeltme.
	Düzyey 5 4 puan	Doğrulama yaklaşımında bulunma, hatalar belirlenmesine rağmen bu hataları düzeltmeme.
	Düzyey 6 5 puan	Doğrulama yaklaşımında bulunma, belirlenen hataları bir ölçüde düzeltme.
	Düzyey 7 6 puan	Doğrulama yaklaşımında bulunma, belirlenen hataları düzeltme.

Modelleme Becerileri Değerlendirme Rubriği ile analiz gerçekleştirilirken grupların video ve ses transkriptleri ile problem çözüm kağıtları incelenmiştir. İncelemeler gerçekleştirilirken her bir boyutun varlığı incelenmiş ve düzeyleri belirlenmiştir. Tüm gruplar için benzer aşamalardan geçildikten sonra grubun söz konusu modelleme probleminde bilişsel modelleme yeterlikleri bağlamında aldığı toplam puan hesaplanmıştır. Araştırmacının elde ettiği değerlendirme ve puanlamalar danışman öğretim elemanının fikirleriyle desteklenmiş ve ortak bir karara varılmıştır.

Tümdengelimci analizin üçüncü aşamasında düzenlenen veriler gerekli yerlerde grupların modelleme süresince gerçekleştirmiş oldukları diyaloglardan alınan birebir alıntılar ve çalışma esnasında alınan video kayıtlarından alınan fotoğraflarla desteklenerek sunulmuştur. Yapılan tümdengelimci analizin son aşamasında bulgular araştırmacı tarafından birbirleriyle ilişkilendirilerek ortaya çıkan sonuçlar yorumlanmıştır.

3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Geçerlik ve güvenirlilik yapılan bir çalışmadan elde edilen sonuçların inandırıcılığında kullanılan en yaygın iki ölçüttür (Başkale, 2016). Nitel araştırma desenlerinden durum çalışmasında üç veya daha fazla veri kaynağından elde edilen bilginin aynı sonucu işaret etmesinin güvenirliliği arttırdığı belirtilmektedir (Yin, 2017). Bu çalışmada da elde edilen veriler farklı veri kaynaklarıyla desteklenmiştir. Araştırmanın güvenirliliğini artırmak için araştırma boyunca danışman öğretim elemanının fikirlerine başvurulup değerlendirmeler yapılmıştır. Her bir uygulama ayrı ayrı analiz edilip karşılaştırılmıştır. Araştırma sonunda elde edilen bulgular, yorumlar ve önerilerin diğer veriler ile uygunluğunun incelenebilmesi adına kaynakça, veri araçları ve kuramsal çerçeve detaylı bir biçimde açıklanmıştır. Ayrıca güvenirliliğin sağlanmasının bir başka yolu ise araştırmacının, araştırmanın yapıldığı ortamda uzun süre bulunup çalışma yapan grubu tanınmasıdır (Başkale, 2016). Bu çalışmada da araştırmacı aynı zamanda sınıfın öğretmeni olduğu için zaten katılımcılarla etkileşim halindedir.

Bu araştırmanın dış geçerliği için; katılımcı grubu, veri toplama araçları, veri analizi ve araştırma süreci detaylı bir şekilde anlatılmıştır. Araştırmada görüşme ve video kaydı ile veriler toplanıp katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Nitel çalışmalarda dış geçerliği sağlamanın yöntemlerinden birisi de ayrıntılı betimlemedir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Merriam'a (2012) göre ayrıntılı betimleme; ortamın ve katılımcıların tanımlanması kadar katılımcı görüşmelerinden, araştırmacı notlarından ve dokümanlardan yapılan alıntılar

biçiminde sunulan uygun kanıtlarla desteklenen bulguların detaylı tanımlanması anlamına gelmektedir. Gerçekleştirilen bu çalışmada dış geçerliği arttırmak için araştırma sürecinin her bir aşaması detaylı bir şekilde bilgilendirilmiş ve çalışma bulguları gerekli durumlarda doğrudan alıntılarla veya fotoğraflarla da desteklenmiştir.

Araştırmanın iç geçerliğini artırma amaçlı araştırmacı tarafından geliştirilen matematiksel modelleme problemleri bir uzmana danışılarak güncellenmiştir. Araştırmanın çeşitli aşamalarına ilişkin bir uzmanın önerilerinden yararlanmak çalışmanın iç geçerliğini arttırmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2005).

3.6. Araştırmacının Rolü

Bu çalışmada araştırmacı aynı zamanda araştırmanın yapıldığı devlet okulunda matematik öğretmenidir. Araştırmacı yaklaşık 2 yıldır bu ortaokulda 5-8. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin matematik derslerini yürütmektedir. Araştırmacı daha önce lisans eğitimi sürecinde matematiksel modelleme etkinlikleri ile tanıştığı bir ders almıştır. Araştırmacı söz konusu derste öğrendiği bilgiler, lisansüstü dersleri sırasında edindiği bilgiler ve alan yazın okumaları eşliğinde asıl uygulamanın planını oluşturmuş ve bu plana göre uygulamayı yapmıştır. Bu bağlamda araştırmacı öğrencilerin matematiksel modelleme problemleriyle tanışmaları, matematiksel modelleme problemlerinin temel kaynağı olan günlük yaşam problemlerine çözüm bulmalarını istemiştir. Ayrıca araştırmacı öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinin farklılığı ile tanıştıklarında bu süreçte bir destek aradıklarını fark etmiş ve probleme özgü çözüm planları geliştirmiştir. Bu çözüm planları aracılığıyla ilk defa matematiksel modelleme ile tanışan öğrencilerin tahmin edilenden daha az zorluk yaşamalarını hedeflemiştir. Matematiksel modelleme problemlerinin uygulama sürecinde en büyük destekçinin çözüm planları olmasının yanında araştırmacı da süreçte öğrencilere azami ölçüde rehberlik etmiştir. Ayrıca araştırmacı öğrencilere grup çalışması ile kendi fikirlerini daha rahat ifade edebilmeleri ve tartışma oluşturabilmeleri için ortam oluşturmuştur. Öğrencilere kendi fikirlerini ifade ederken saygı içerisinde konuşmaları gerektiğini vurgulamıştır. Öğrencilerin fikirlerini ortaya çıkarmaya çalışan araştırmacı uygulama süreci boyunca grup üyelerine “Bu sizin için uygun mu?”, “Acaba gerçekte öyle mi?”, “Bu odada yaşamaktan mutlu olur musunuz?”, “Bu sonuca nasıl ulaştınız?” gibi sorular sormuştur. Bu bağlamda, öğrencilerin kendi bilgi ve deneyimlerini hem araştırmacıyla hem de diğer grup üyeleri ile paylaşmaları hedeflenmiştir. Bu çalışmanın uygulama sürecinde matematiksel modelleme problemlerine destek amacıyla çözüm planı kullanılması araştırmacının modelleme uygulamaları sırasında matematiksel modelleme yeterliklerinin sergilenmesine

yönelik yönlendirmelerinin yoğun olmamasına yardımcı olmuştur. Araştırmacı pilot uygulama sonrası edindiği tecrübe ile matematiksel bilgi eksikliklerinin asıl uygulama sürecinde karşısına çıkmaması adına öğrencilere Miras Paylaşımı probleminde formül kâğıdı oluşturmuş ve formül kağıdını uygulama sürecine dahil etmiştir. Dolayısıyla araştırmacı süreçte sadece öğrencilerin matematiksel bilgi eksikliği sebebiyle matematiksel modelleme yeterliklerinin sergilenemediği noktalarda matematiksel bilgi desteğinde bulunmuştur. Dolayısıyla çözüm planları matematiksel modelleme uygulamalarında araştırmacının rolünü de hafifletmiştir.



BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölüm asıl uygulama süresince toplanan verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgulardan ve bu bulgulara dayanan değerlendirmelerden oluşmaktadır.

İlk olarak araştırmanın alt problemlerinden birisi olan “Probleme özgü çözüm planı verildiğinde öğrencilerin modelleme yeterlikleri ne düzeydedir?” sorusunun cevabına ilişkin önce “Okul Bahçesinde Satranç Zeminini” ardından da “Tül Sineklik Problemi” olarak isimlendirilen matematiksel modelleme problemlerinin sırasıyla Grup 1, Grup 2, Grup 3 ve Grup 4 bağlamında bulgularına yer verilmiştir. Sonrasında araştırmanın ikinci alt problemi olan “Problemden bağımsız çözüm planı verildiğinde öğrencilerin modelleme yeterlikleri ne düzeydedir?” sorusunun cevabına ilişkin önce “Konforlu Yurt Yaşamı” ardından da “Miras Paylaşımı” olarak isimlendirilen matematiksel modelleme problemlerinin sırasıyla Grup 1, Grup 2, Grup 3 ve Grup 4 bağlamında bulgularına yer verilmiştir. Bu anlamda öğrencilerin gerçekleştirmiş oldukları çalışmalardan elde edilen bulgular; her modelleme problemi için sırasıyla problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama aşamaları içerisinde incelenerek ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur. Ayrıca her bir aşamanın sonunda grup üyelerinin ilgili aşamaya ilişkin sergilemiş oldukları yeterlik düzeyleri ile ilgili elde edilen analiz sonuçları hakkında tablo üzerinde bilgi verilmiştir.

4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

4.1.1. “Okul Bahçesinde Satranç Zeminini” problemine ilişkin bulgular

4.1.1.1. Grup 1’e ait bulgular

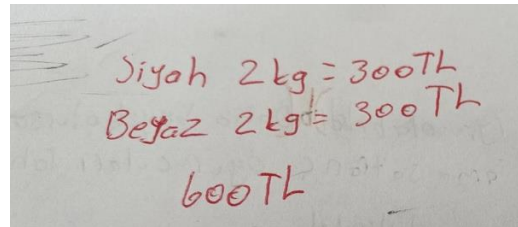
Grup 1’deki öğrenciler problemle karşılaştığında ilk başta problemi ve probleme özgü çözüm planını okumuş ve kâğıt üzerinde satranç zeminini nereye yapacaklarını tartışmışlardır. Bu tartışmalar esnasında basketbol sahasını engellemeleri gerektiğini de vurgulamışlardır. Daha sonra bahçeye inip ölçüm yapmışlardır (bkz. Şekil 11).



Şekil 11 Grup 1'in bahçedeki ölçümleri

Öğrencilerin problemi anlama yeterliğini sergilemede herhangi bir sorun yaşamaması sebebiyle problemi anlama yeterliği 4 tam puan olarak değerlendirilmiştir. Ardından öğrenciler problemin çözümüne geçmişlerdir.

Öğrenciler probleme özgü çözüm planını takip edip kendilerine lazım olan boya miktarını tartırmaya başlamışlar ve her bir renk için 2 kg boya kullanacaklarını düşünmüşlerdir (bkz. Şekil 12). Söz konusu düşüncelerini herhangi bir gerçek yaşam deneyimi ya da araştırmasına dayandırmamaları sebebiyle hatalı varsayımlarda bulunmuşlardır.



Şekil 12 Grup 1'in boya miktarı ve fiyatına ilişkin varsayımları

“Ö1: 64'ü 32'ye bölelim tamam.

Ö1: Tamam 2 kilo boya. Her bir kare için 2 kilo. Siyahlar için 2 kilo yeter, beyazlar için 2 kilo.”

Yukarıda verilen diyalogda öğrenciler kullanacakları boya miktarına problemden bağımsız bir varsayımla karar vermeye çalışmışlardır. Dolayısıyla bu diyalogda sadeleştirme yeterliğiyle ilgili eksiklikleri olduğu görülmüştür. Daha sonra kullanacakları boya miktarını görsel sanatlar öğretmenine danışarak bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlara ulaşmışlardır. Varsayımlarının bir ölçüde kabul edilebilir olması kendi oluşturdukları matematiksel modele uymasa da boya miktarını gerçekçi olarak değerlendirmelerinden kaynaklanmıştır. Aşağıda bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarına ilişkin diyalogları verilmiştir:

“Görsel sanatlar öğretmeni: 4 m mi? Ne kadar büyüklükte yapacaksınız ona göre boya söyleyeceğim?”

Ö1: Hocam bunu biraz daha çok yapacağız.

Görsel sanatlar öğretmeni: O zaman dışarıya beyaz mı daha çok taşıyacak, siyah mı?

Ö1: Beyaz.

Görsel sanatlar öğretmeni: O zaman 900 gram siyah, beyaz da 1100 gram.”

Tüm bu değerlendirmeler sonucunda Grup 1’in sadeleştirme yeterliği, bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunmaları sebebiyle 3 üzerinden 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Öğrenciler matematiksel model kurma aşamasında satranç üzerindeki karelerin kenar uzunluklarını göz önünde bulundurmaya başlamışlardır. Öğrencilerden biri her bir karenin boyutunu kullanacakları alana bağlı olarak belirlemek yerine 64 tane kare olacağı için her bir karenin bir kenarının da 64 cm olması gerektiğine ilişkin aşağıdaki gibi hatalı bir yargıya varmış ve daha sonra bu yargıyı düzeltmemişlerdir.

“Ö1: 64 kutu kare olacağı için bir kutu 64 cm.”

Bu sebeple öğrenciler bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarını hatalı bir matematiksel model ile ilişkilendirdikleri için Grup 1’in matematikselleştirme yeterliğine ilişkin değerlendirme sonucu 4 üzerinden 1 puan olmuştur.

Öğrenciler sadeleştirme aşamasında daha önce verilen boya miktarını belirleme diyalogunda hatalı varsayımda bulundukları için hatalı varsayımlarını kullanarak hatalı matematiksel model oluşturmuşlardır ve bu hatalı matematiksel model üzerinden doğru matematiksel işlemler yapmışlardır. Aşağıda söz konusu model çözümüne ilişkin diyalogları verilmiştir:

“Ö1: Öğretmen az önce siyah boyanın mı, beyaz boyanın mı fiyatını söyledi?”

Ö2: Siyahın. 150 TL.

Ö1: 2 kilo siyah 300 TL.

Ö2: Toplam 600 TL.”

Problemin ilerleyen aşamalarında öğrenciler matematiksel olarak çalıştıkları esnada çevre ile alanı karıştırmışlardır (bkz. Şekil 13). Dolayısıyla çözüm esnasında hatalar oluşmuştur.

Şekil 13 Grup 1’in hatalı çözümü

Kenar uzunlukları = 512 toplam = 2.048
uzunluk

“Ö1: Bizim toplam kaç alanımız var? Kenarların hepsi ne kadar alanmış?

Ö3: 20 m 48 cm.

Ö1: Tamam.

Ö3: Tamam alanı bulduk.”

Öğrenciler matematiksel olarak çalıştıkları son aşamada ise sadeleştirme aşamasında kullanacakları boya miktarı ile ilgili aldıkları doğru bilgiler ile doğru matematiksel model oluşturduktan sonra hatalı işlem yapmışlardır (bkz. Şekil 14)

Şekil 14 Grup 1'in varsayımına dayalı çözümü

$$\begin{aligned} \text{Beyaz} &= 160 \text{ TL} = 1100 \text{ g} \\ \text{Siyah} &= 160 \text{ TL} = 900 \text{ g} \\ \text{Toplam} &= 300 \text{ TL} \end{aligned}$$

“Ö1: Hocam beyaz dışarıya taşacak 1100 gram. Siyah da 900 gram. 900 gram 140 TL.

Araştırmacı: Tamam, devam edin.

Ö3: Bir kilo 150 değil mi?

Ö1: 1100 gram 160 olabilir. 900' den 100 gram düştü ya 1 kilodan 100 gram düştü kaldı 140 TL. 1100 için de 160 TL.

Ö3: Bunların toplamı 300 TL ediyor.”

Burada öğrenciler oran orantı konusunda eksiklik yaşamışlar ve 1100 gram boya ve 900 gram boyanın fiyatlarını hatalı bulmuşlardır. Dolayısıyla tüm matematiksel olarak çalışma yaklaşımları ele alındığında söz konusu yeterli 4 puan üzerinden 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1 hatalar içeren matematiksel çözümlerini probleme özgü çözüm planının son aşamasında verilen sorular aracılığıyla gerçek yaşam bağlamında doğru bir şekilde yorumlamıştır. Yorumlamaya ilişkin öğrenci tartışmaları aşağıda verilmiştir.

“Ö1: Sizce belirlediğiniz alan daha küçük olabilir miydi? Daha küçük olsa ne olurdu? Yazalım.

Ö3: Daha küçük olursa rahat oynayamazlar.

Ö2: Öyle değil Ö3.

Ö1: Daha küçük olsaydı iyi olabilirdi. Basketbol oyuncularını daha rahat oynardı. Ama daha büyük olsa...

Ö3: Bir dakika bir dakika. Eğer daha küçük olsaydı satranç oyuncularını rahat oynayamazdı ama basketbol oyuncularını rahat oynardı.”

Dolayısıyla yorumlama yeterliğine ilişkin değerlendirmede 2 puan almışlardır.

Son olarak Grup 1'in doğrulama yaklaşımlarını incelediğimizde bazı noktalarda hataları belirlemeye çalıştıkları görülmüştür. Örneğin aşağıdaki tartışmalarda da görüldüğü gibi öğrenciler çözümlerinde bir sorun olduğunu hissetmişlerdir.

“Ö2: Bir yerde sorun var? Biz bence bir yeri okumadık.”

“Ö2: Hocam biz aşağı gidip alan ölçebilir miyiz? Yanlış bir şeyler yaptık.”

“Ö1: Bence 4. Grup geldikten sonra gidelim resimle karşılaştıralım.”

Yukarıdaki ifadelerden Grup 1'in sorunları belirlemeye çalıştığı görülmüştür. Fakat grup elemanları bu çabalarını devam ettirememişlerdir dolayısıyla kısmi doğrulama yaklaşımında bulunmuşlardır. Ayrıca öğrenciler belirlenen hataları düzeltme konusunda da eksiklik yaşamışlardır. Dolayısıyla doğrulama yeterliğine ilişkin değerlendirmede 2 puan almışlardır. Bu eksikliği araştırmacı doğrulamaya yöneltici ifadeleriyle aşağıdaki gibi gidermeye çalışmıştır.

“Araştırmacı: Sizin için uygun olduğunu düşünüyorsunuz. Ölçülerinizin de bir zararı olmadığına hemfikir misiniz? Ölçülerinizi aldınız, kaç kaç metre olduğuna karar verdiniz. Dolayısıyla aşamaları bir kontrol edin, atladığınız bir yer var mı yok mu bir bakın isterseniz.”

Grup 1'in matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde, problemi tam olarak anlayabildiği fakat bazı noktalarda çözümlerine uymayan varsayımları gerçekçi olarak değerlendiği görülmüştür. Grup 1'in varsayımlarının bir ölçüde kabul edilebilir olmasından dolayı başlangıçta hatalı matematiksel model kurmuş sonrasında matematiksel modelini düzeltmiş olsa da bu modeli hatalı matematiksel yaklaşımlar ile çözmüştür. Grup 1 yorumlama yeterliğini probleme özgü çözüm planı aracılığı ile göstermiş ve çözümü yorumlayabilmiştir. Çözüm sürecinde Grup 1'in doğrulama yeterliği ise çoğu zaman araştırmacı yönlendirmesi ile görülmüştür. Grup 1'in Okul Bahçesinde Satranç Zimini Problemi çözümündeki çözüm yaklaşımları genel olarak değerlendirildiğinde, modelleme yeterliklerinin düzeyi Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10 Okul Bahçesinde Satranç Zimini Probleminde Grup 1'in Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	Grup 1'in Puanı
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	2
Matematikselleştirme	1
Matematiksel Olarak Çalışma	2
Yorumlama	2

Doğrulama	2
TOPLAM	13

4.1.1.2. Grup 2'ye ait bulgular

Grup 2 problemi okuduğunda verilenler ve istenenleri tam olarak belirleyebildiği için öğrencilerin problemi anlamada sorun yaşamadığı görülmüş ve problemi anlama yeterliği 4 tam puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 2'nin sadeleştirme aşamasında problemi sadeleştirebildiği, gerekli gereksiz değişkenleri belirleyebildiği fakat bazı varsayımlarının gerçekçi olmadığı görülmüştür. Aşağıda verilen diyalogda görüldüğü gibi öğrenciler çözüm için gerekli boya miktarına karar verirken gerçek yaşam deneyimlerine başvurmamışlardır.

“Ö6: Bize kaç kilo gerekiyor? Bize 10 kilo yeter bence.

Ö5: 3 kg yeter.

Ö4: 3 kilo beyaz, 3 kilo siyah.

Ö6: Beyazı daha çok yapmamız gerekiyor.”

Öğrenciler kendilerine lazım olacak boya miktarını herhangi bir araştırma yapmadan ya da kendi deneyimlerini kullanmadan gerçekçi olmayan varsayımlarıyla belirlemişlerdir. Daha sonra öğrenciler kendilerine lazım olacak boya miktarını görsel sanatlar öğretmeninden öğrenmişlerdir. Öğretmen den öğrendikleri sayesinde probleme gerçekçi varsayımlarla aşağıdaki gibi devam etmişlerdir.

“Ö5: Hocam kenar uzunluklarımız 397. Siyah boya ne kadar gider?

Görsel Sanatlar Öğretmeni: 900 gram gider.

Ö4: 1 kutu için mi?

Görsel Sanatlar Öğretmeni: 1 kutu için değil. Tüm alan için. 900 gram beyaz, 900 gram siyah.”

Böylelikle öğrencilerin bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulundukları düşünülmüş ve grubun sadeleştirme yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 2 gerçekçi varsayımlar oluşturmalarına rağmen bu varsayımlara dayalı olarak başta hatalı matematiksel modeller oluşturmuştur. Daha sonra aşağıda verilen diyalogda görüldüğü gibi araştırmacının doğrulamaya yönlendirmesi ile matematiksel modellerini düzeltmişlerdir. Dolayısıyla başlangıçta hatalı matematiksel modeller kurmalarına rağmen sonrasında modellerini düzelttikleri için matematikselleştirme yeterliğinden 4 tam puan almışlardır.

“Araştırmacı: Bir şey sorabilir miyim? Neden 8 ile çarptın? Anlamadım.

Ö5: Her bir kare 900 gram.

Araştırmacı: Öyle mi dedi görsel sanatlar öğretmeniniz?

Ö5: Hepsi olsa yetmez bence.

Araştırmacı: Bir şey soracağım toplamda 8 tane kare nerede var?

Ö5: Hocam burada kenarda.

Araştırmacı: Toplama baksanız daha iyi değil mi? Yarısi siyah yarısi beyaz.[Öğrenciler araştırmacının yönlendirmesi üzerine tekrar görsel sanatlar öğretmenlerinin yanına giderler]

Ö5: Hocam 1 kutusu mu? Hepsi mi?

Görsel Sanatlar Öğretmeni: hepsi 900 gram. Siyah 900 gram, beyaz 1100 gram.

Ö6: Yani toplamda 2 kilo.

Görsel Sanatlar Öğretmeni: Evet.”

Grup 2 matematikselleştirme aşamasında başlangıçta hatalı matematiksel modeller kurup hatalı çözümler yapmıştır. Fakat yukarıda da görüldüğü gibi araştırmacının yönlendirmeleriyle doğrulama yaparak matematiksel modellerini düzeltebilmişler ve nihai sonuca doğru matematiksel çözümlerle ulaşmışlardır. Dolayısıyla matematiksel olarak çalışma aşamasından tam puan almışlardır.

Grup 2 hem elde ettikleri doğru matematiksel çözümlerini gerçek yaşam bağlamında aşağıdaki gibi doğru bir şekilde yorumlamış hem de nihai sonuca varmadan önce matematiksel modellerini inşa ederken yorumlama yapmıştır.

“Ö6: Bence biz boya için çok para harcıyoruz. Küçültmemiz lazım bence.”

...

“Ö5: Sizce belirlediğiniz alan daha küçük olabilir miydi, eğer daha küçük olsaydı ne olurdu?

Ö5: Alanı küçültüp daha az boya kullanırdık.

Ö5: Sizce belirlediğiniz alan daha büyük olabilir miydi, daha büyük olsa ne olurdu?

Ö4: Boyayı daha fazla kullanırdık. Alan daha büyük olurdu.”

Öğrencilerin söz konusu yorumlama yaklaşımları çözüm planını takip etmeleri sebebiyle gerçekleşmiştir. Dolayısıyla Grup 2'nin yorumlama yeterliği 4 puan olarak değerlendirilmiştir. Son olarak Grup 2'nin doğrulama yaklaşımını matematiksel olarak çalışırken kısmen gösterdikleri ve belirleyebildikleri hataları düzelttikleri aşağıdaki ifadelerinden görülmüştür.

“Ö6:150'yi 5 ile çarpmamız lazım. 750 TL oluyor. 1500 TL olmuyor.”

Bunun dışında matematikselleştirme aşamasında verilen örnekteki gibi araştırmacının yönlendirmelerine ihtiyaç duymuşlardır ve bu yönlendirmeler aracılığıyla hatalarını bir ölçüde düzeltmişlerdir. Dolayısıyla doğrulama yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 2'nin matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde problemi tam olarak anlamlandırdığı fakat problemin çözümü için kurduğu varsayımların gerçekçi olmadığı görülmüştür. Bu yüzden de Grup 2'nin varsayımları bir ölçüde kabul edilebilir olarak belirlenmiştir. Sonrasında Grup 2 gerçekçi varsayımlar kurmuş ve başlangıçta hatalı matematiksel modeller oluşturarak problemin çözümüne devam etmiştir. Araştırmacının yönlendirmesi ile matematiksel modellerini düzeltmiş ve matematiksel olarak çalışırken hata yapmamışlardır. Grup 2 probleme özgü çözüm planı aracılığı ile çözüm sürecinde yorumlama yapabilmıştır. Probleme özgü çözüm planının yanı sıra araştırmacı yönlendirmesine ihtiyaç duyan Grup 2 doğrulama yeterliğini de çoğu zaman araştırmacı yönlendirmesi ile göstermiştir. Grup 2'nin Okul Bahçesinde Satranç Zemini Problemi çözümündeki çözüm yaklaşımları genel olarak değerlendirildiğinde, modelleme yeterliklerinin düzeyi Tablo 11'de verilmiştir.

Tablo 11 Okul Bahçesinde Satranç Zemini Probleminde Grup 2'nin Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 2'nin Puanı
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	2
Matematikselleştirme	4
Matematiksel Olarak Çalışma	4
Yorumlama	4
Doğrulama	2
TOPLAM	20

4.1.1.3. Grup 3'e ait bulgular

Grup 3 problemi anlama konusunda sorun yaşamamıştır ve verilenleri ve istenenleri aşağıda da ifade ettikleri gibi rahatça belirleyebilmiştir.

“Ö7: Evet arkadaşlar şimdi bu bahçemiz. Burada bir satranç sahası yapacağız.

Ö8: Satranç sahası için ilk önce alanı belirlemeliyiz. Nereyi ölçeceğimizi belirlemeliyiz. Bu taraf olsun bu köşe olsun. “

Yukarıda verilen diyalogda da görüldüğü gibi problemi anlama aşamasında eksiklik yaşamadıkları için bu aşamadan 4 tam puan almışlardır.

Grup 3'ün sadeleştirme yaklaşımları incelendiğinde sadeleştirme yaptıkları görülmüştür fakat çözüm sürecinin çoğunda bulundukları varsayımların gerçeklikten uzak olduğu fark edilmiştir. Sürecin sonlarına doğru varsayımları bir ölçüde kabul edilebilir düzeye gelmiştir. Örneğin problemin başında kendilerine gerekli olan boya miktarını ve boya fiyatını araştırma yapmadan aşağıdaki gibi rastgele belirlemişlerdir.

“Ö8: Ne kadar boya?
 Ö7: 1 kova... 2 kova 2.
 Ö9: 1 kova siyah, 1 kova beyaz.
 Ö7: boyanın fiyatını araştırın.
 Ö9: 1 kova 300 TL.
 Ö8: 300 TL bir kova.”

Yine kendilerine lazım olan boya miktarını belirlerken gerçekçi olmayan varsayımlarla sadeleştirme yapmaya devam etmişlerdir.

“Ö9: Bir kutu boya o alana nasıl yetsin iki kutu olması lazım. Kaç kare ise o kadar kova almamız lazım. Bir kareye bir kova.
 ...
 Ö8: Bence toplamda sekiz kova. Dört kova siyah, dört kova beyaz yeter.”

Verilen diyaloglara bakıldığında öğrencilerin problemi bir ölçüde sadeleştirebildikleri ve sadeleştirme sırasında bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulundukları görülmüştür. Dolayısıyla Grup 3’ün sadeleştirme yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3 bir ölçüde kabul edilebilir varsayımları sonucu hatalı matematiksel modeller oluşturmuştur. Varsayımları gerçeklikten uzak olduğu için oluşturdukları matematiksel modelin de matematiksel dayanağı olmamıştır. Öğrenciler zeminin büyüklüğüne aşağıdaki gibi rastgele karar vermeye çalışmışlardır.

“Ö9: Tamam. Bak satrancın ne kadar şeyi var.
 Ö8: Büyük olmalı. İşte bu kadar olmalı.
 Ö9: Her bir kare 1 buçuk m olsun.
 Ö7: Her bir kare 1 m olacak.
 Ö9: Tamam 1 m.”

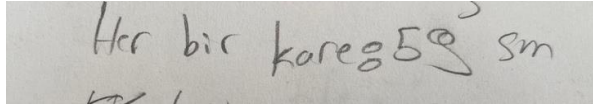
Öğrencilerin diyaloglarında da görüldüğü gibi başlangıçta zeminin büyüklüğü gerçeklikten uzak bir şekilde rastgele belirlenmiştir. Sonrasında ise öğrenciler varsayımlarını doğrulamaları için bahçeye ölçüm yapmaya inmişlerdir. Bahçeye indiklerinde ölçüm yaparken araştırmacının da yönlendirmesiyle planlarında değişiklik yapmışlar ve satranç zemininin konumunu ve boyutunu değiştirmişlerdir (bkz. Şekil 15).

Şekil 15 Grup 3'ün bahçede yaptıkları ölçüm



Öğrenciler sınıfa döndüklerinde her bir karenin kenar uzunluğunun 1 m olmasının çok fazla bir alan olacağını düşündükleri için matematiksel bir dayanakları olmadan her bir satranç karesinin kenar uzunluğunu şekilde 59 cm almaya karar vermişlerdir (bkz. Şekil 16).

Şekil 16 Grup 3'ün karenin kenar uzunluğuna ilişkin yazısı



Dolayısıyla Grup 3'ün matematikselleştirme yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Matematiksel olarak çalışma aşamasına geldiğimizde öğrencilerin oluşturdukları yanlış matematiksel modelleri çözmeye çalıştıkları ve çözüm esnasında da hatalı çözümler yaptıkları görülmüştür. Gerçeklikten uzak bir şekilde belirledikleri satranç zemininin her bir karesinin kenar uzunluklarını kullanarak alan hesaplaması yapmak isteyip aşağıdaki gibi çevre hesaplaması yapmışlardır.

“Ö7: 59 çarpı 4 her bir alan 236 cm.”

Grup 3'ün matematiksel çözüm sunamadığı ve yanlış matematiksel modeli yanlış bir şekilde çözmeye çalıştığı görüldüğü için Grup 3'ün matematiksel olarak çalışma yeterliği 0 puan olarak değerlendirilmiştir.

Öğrenciler yorumlama aşamasında hatalar içeren matematiksel çözümlerini probleme özgü çözüm planı sayesinde eksik de olsa gerçek yaşam bağlamında aşağıdaki gibi yorumlamaya çalışmışlardır.

“Ö7: Sizce belirlediğiniz alan daha küçük olabilir miydi? Olabilir.

Ö9: Olamaz. Satrancın bir kenarında 8 kutu var daha küçük olamaz.

Ö7: Para maliyeti daha az olurdu.

Ö7: Sizce belirlediğiniz alan daha büyük olabilir miydi? 1 m olurdu hesaplaması daha kolay olurdu. Daha kolay işlem yapabiliydik.”

Yukarıda verilen diyalogda da görüldüğü gibi Grup 3 oluşturduğu hatalı matematiksel çözümü bir ölçüde yorumlayabildiği için bu aşamada yorumlama yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Doğrulama aşamasında ise Grup 3’ün kısmen doğrulama yaklaşımında bulunduğu fakat genel olarak araştırmacının yönlendirmesi ile doğrulamaya yöneldikleri görülmüştür. Araştırmacının doğrulamaya yönlendirdiği kısımlarda öğrenciler kısmen de olsa doğrulama yaklaşımı göstermişlerdir. Aşağıda araştırmacının doğrulamaya yönlendirici diyaloglarına yer verilmiştir.

“Araştırmacı: Buraya mı yapmaya karar verdiniz.

Herkes: Evet.

Araştırmacı: Burada basketbol oynanıyor ama.

Ö7: 5 m uzakta olacak ama.

Araştırmacı: Basketbol sahası burası ama ya. Tabi yine sizin fikriniz saygı duyuyorum.

Ö8: O zaman hocam buradan buraya yapalım. Bu tarafa alalım. Basketbol sahasını engelliyoruz.”

Grup 3 doğrulama yaklaşımını araştırmacı yönlendirmesi ile bir ölçüde göstermiş ve yine araştırmacı müdahalesi sonucunda belirlenen hataları bir ölçüde düzelterek varsayımlarını revize etmiştir. Fakat revize ettikleri varsayımları geri dönüp çözümlerine yansıtmamışlardır. Dolayısıyla Grup 3’ün doğrulama yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3’ün matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde problemi tam olarak anladığı fakat hatalı varsayımlarda bulunduğu görülmüştür. Problemi matematikselleştirirken gerçeklikten uzak hatalı matematiksel modeller kurduğu ve bu hatalı matematiksel modelleri çözerken de hatalı çözümler yaptığı görülmüştür. Sonrasında ise Grup 3’ün probleme özgü çözüm planı aracılığıyla az da olsa yorumlama yapabildiği belirlenmiştir. Yorumlama yeterliğini probleme özgü çözüm planı aracılığıyla gösterdikleri gibi doğrulama yeterliğini de araştırmacının yönlendirmesi ile az da olsa göstermişlerdir. Grup 3’ün Okul

Bahçesinde Satranç Zemini Problemi çözümündeki çözüm yaklaşımları genel olarak değerlendirildiğinde, modelleme yeterliklerinin düzeyi Tablo 12’de verilmiştir.

Tablo 12 Okul Bahçesinde Satranç Zemini Probleminde Grup 3’ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 3’ün Puanı
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	2
Matematikselleştirme	1
Matematiksel Olarak Çalışma	0
Yorumlama	1
Doğrulama	2
TOPLAM	10

4.1.1.4. Grup 4’e ait bulgular

Grup 4 öncelikle problemi ve probleme özgü çözüm planını incelemiştir. Verilenleri ve istenilenleri aşağıdaki gibi tartışmıştır.

“Ö12: Ö11 ilk önce burasını bulacağız. Biz aşağıya indiğimizde buranın ölçümünü bulacağız.

Ö10: Hepsini demiyor zaten. Basketbol potasına kadar diyor.”

Grup 4’ün problemi anlama konusunda sorun yaşamadığı görülmüştür. Dolayısıyla Grup 4 problemi anlama yeterliğinden tam puan almıştır.

Grup 4 bahçeye çıkıp ölçüm yapana kadar problemin çözümü için kendilerine gerekli olan ya da gereksiz olan değişkenleri aralarında tartışarak belirlemeye çalışmıştır. Bu belirlemeyi yaparken gerçek yaşam ile ilişkilendirme yapmadan uzunlukları göz önünde bulundurmaya çalışarak aşağıdaki gibi bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunmuşlardır.

“Ö11: 4 metre... 3 metre olsun, 3 metre.”

“Ö11: Diyelim 8 metre olsun. 4 metre olsun. Burası yarım metre.”

Daha sonra zeminde bir karenin bir kenar uzunluğunun 65 cm olması gerektiğine yönelik yine bir ölçüde kabul edilebilir varsayımları ele almışlardır.

“Ö11: Tamam ölçtük. 65 cm. 8 çarpı 65 cm 5 metre 75 cm yapar.”

Yukarıdaki açıklamalarda bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlara dayalı olarak oluşturdukları matematiksel modelin çözümünde işlem hatası yaparak doğru sonuca

ulaşamadıkları görülmüştür. Daha sonra öğrenciler ölçüm yaparak bu varsayımlarını gerçekçi varsayımlara dönüştürdükleri için sadeleştirme aşaması için yapılan değerlendirmeden 3 puan almışlardır.

Grup 4 problemi matematikselleştirme konusunda sorun yaşamamıştır. Bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarını içeren gerçek modellerini matematiksel modele doğru bir şekilde aşağıdaki gibi dönüştürebilmişlerdir.

“Ö12: *Burası siyah olsun burası da beyaz olsun.*

Ö10: *8 8. Bu taraf 8, bu taraf 8. O zaman burayı ölçeceğiz. Hepsini ölçeceğiz.*

Ö12: *Aşağı gittiğimizde buranın karelerini ölçeceğiz.”*

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi zeminin çizimini yaparken kare sayısına ve çözüm için gerekli işlemlerin ne olduğuna doğru karar vermişlerdir. Dolayısıyla matematikselleştirme yeterlikleri 4 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 4 birden fazla matematiksel model oluşturmuş ve kendileri için en uygun modele karar vermeyi başarmıştır. Örneğin yukarıda sadeleştirme aşamasında ifade edildiği gibi ilk başta her bir karenin kenar uzunluklarının 65 cm olması gerektiğini planlamışlardır. Hatalı çözüm yapmaları sonucu satranç zemininin bir kenar uzunluğunun 575 cm olması gerektiğine karar vermişlerdir. Bu kısma dayanarak matematiksel olarak çalışma yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Daha sonra bahçeye inip ölçüm yapmaya başladıklarında (bkz. Şekil 17) 575 cm gibi bir uzunluğun sorunun istenilenlerine uygun olmadığını fark etmişler ve bu aşamada araştırmacının da desteği ile aşağıda verilen diyaloglarda görüldüğü gibi yorumlama yapmışlardır.

Şekil 17 Grup 4'ün bahçede ölçümleri



“Araştırmacı: *Şimdi 575 cm’den 500 cm’ye geçtiniz.*

Ö11: *Evet.*

Araştırmacı: Peki, neden?

Ö11: Hocam çok uzun oldu.

Araştırmacı: Çok büyük oldu. Sanırsam kalenin alanına geçti.

Ö11: Evet.

Araştırmacı: O yüzden vazgeçtiniz. ”

Karar verilen 500 cm uzunluğu 8 eş parçaya bölme gibi matematiksel eksiklikler yaşadıkları için 500 cm’den de vazgeçmişlerdir.

“Ö11: Hocam 4 metre yapacağız.

Araştırmacı: Değiştirmek istiyorsanız değiştirebilirsiniz. 4 metre yaparsanız bir kutunun kenar uzunluğu kaç cm olacak?

Herkes: 50 cm.

Araştırmacı: Bu sizin için daha uygun mu diye düşünüyorsunuz?

Ö11: Evet.

Araştırmacı: mesela 5 metre sizin için alana sığıyordu değil mi?

Herkes: Evet.

Araştırmacı: O zaman 4 metre de sıkıntı yaratmaz diye düşünüyorsunuz.

Herkes: Evet. ”

Son olarak yukarıda verilen diyaloglarda görüldüğü gibi 4 m uzunluğa araştırmacının yönlendirmesiyle yorumlama yaparak karar vermişlerdir. Dolayısıyla Grup 4 başlangıçta eksik matematiksel çözümlerini gerçek yaşam bağlamında doğru bir şekilde yorumlamıştır. Daha sonra ise elde ettikleri hatalı matematiksel çözümlerini probleme özgü çözüm planının son aşamasında verilen sorular aracılığıyla gerçek yaşam bağlamında aşağıdaki gibi doğru bir şekilde yorumlamıştır.

“Ö12: Sizce belirlediğiniz alan daha küçük olsaydı ne olurdu?

Ö11: Çok küçük olduğu için daha rahat Satranç oynayamazdık.

Ö10: Sizce belirlediğiniz alan daha büyük olabilir miydi?

Ö12: Daha büyük olsaydı...

Ö10: Çok boya masrafı olurdu.

Ö12: Ama daha rahat oynardık. ”

Yorumlama aşaması için tüm durumlar göz önüne alındığında Grup 4’ün hatalar ve eksiklikler içeren matematiksel çözümlerini yorumlamaları çözüm sürecinde daha belirgin olduğu için yorumlama yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 4 bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunmuştur ve belirledikleri hataları düzeltebilmiştir. Örneğin aşağıdaki diyalogda 5 m uzunluğun fazla olduğu 4 m uzunluğun ancak yettiği bilgisini doğruladıkları ve hatayı düzeltebildikleri görülmüştür.

“Ö11: 4 metre yapabiliriz!

Ö12: 5 metre yeter.

Ö11: 4 metre olsun. Her kutuyu 50 cm yapabiliriz.

Ö12: Yok ya.

Ö10: 5 metre güzeldi.

Ö11: 4 metre ancak oluyor.”

Yine aşağıdaki cümlede de matematiksel çözüm sürecindeki hatalarını fark etmeleri ve bu hatayı düzeltmeleri doğrulama yaklaşımında bulunduklarını göstermiştir.

“Ö11: Hayır 300 TL değil, bu 170 TL idi. 320 TL yapar.”

Tüm bu diyaloglar göz önünde bulundurulduğunda Grup 4’ün doğrulama yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 4’ün matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde problemi tam olarak anlamlandırdığı fakat başlangıçta bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunduğu görülmüştür. Matematikselleştirme aşamasında kendileri için en uygun modele karar veren Grup 4 matematiksel modelin çözümünde hatalar yapmıştır. Grup 4 satranç zeminin büyüklüğüne karar verirken araştırmacının yönlendirmesi ile yorumlama yeterliğini göstermiştir. Ayrıca probleme özgü çözüm planı aracılığı ile matematiksel çözümlerini yorumladıkları görülmüştür. Grup 4’ün doğrulama yeterliği değerlendirildiğinde ise çözüm sürecinde bir ölçüde doğrulama yaptığı ve doğrulama sonucu belirlediği hataları düzeltebildiği görülmüştür. Grup 4’ün Okul Bahçesinde Satranç Zemini Problemi çözümündeki çözüm yaklaşımları genel olarak değerlendirildiğinde, modelleme yeterliklerinin düzeyi Tablo 13’te verilmiştir.

Tablo 13 Okul Bahçesinde Satranç Zemini Probleminde Grup 4’ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 4’ün Puanı
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	3
Matematikselleştirme	4
Matematiksel Olarak Çalışma	3
Yorumlama	2
Doğrulama	3
TOPLAM	19

Tüm grupların Satranç Zemini problemi çözümleri incelendiğinde modelleme yeterliklerine ilişkin değerlendirme Tablo 14’te verilmiştir.

Tablo 14 Grupların Okul Bahçesinde Satranç Zemini Probleminden Aldıkları Puanlar

Problem i anlama (.../4)	Sadeleştirm e (.../3)	Mat.sel l eştirme (.../4)	Mat.se l OL. Çal. (.../4)	Yorumlam a (.../4)	Doğrulam a (.../6)	TOPLA M (.../25)
-----------------------------	--------------------------	------------------------------	------------------------------	-----------------------	-----------------------	---------------------

Gru p 1	4	2	1	2	2	2	13
Gru p 2	4	2	4	4	4	2	20
Gru p 3	4	2	1	0	1	2	10
Gru p 4	4	3	4	3	2	3	19

4.1.2. “Tül Sineklik” problemine ilişkin elde edilen bulgular

4.1.2.1. Grup 1’e ait bulgular

Grup 1’in problemi anlama süreci genel anlamda değerlendirildiğinde tül sineklik problemini tam olarak anladığı, fakat verilen ve istenilenleri belirlerken önemsiz hatalar yaptığı görülmüştür. Örneğin aşağıda verilen diyalogda görüldüğü gibi maliyetin en düşük olmasına dikkat edecekleri kısımda kullanacakları sineklik miktarına ya da artan parçalara dikkat etmeksizin verilen iki tül sineklik arasından en ucuz olanını hemen seçmeye çalışmıştır.

“Ö1: Ama demişti ki en az maliyetli, en düşük maliyetli sinekliği seçmeye çalış. En düşük maliyetli bu bakın.

Ö3: En düşük bu.

Ö1: En düşük buysa bunu seçeriz.”

Problemi anlama yeterliğinde bir başka eksiklikleri ise çözüm için kendilerine lazım olmayacak bir bilgiyi kullanmaya çalışmaları olmuştur. Örneğin sinekliklerin rengi problemin çözümü için önemsizdir fakat öğrenciler aşağıdaki diyalogda da görüldüğü gibi sinekliklerin ne renk olacağına karar vermeye çalışmışlardır.

“Ö2: Siyah mı beyaz mı alacağız? Pencere beyaz olduğu için beyaz daha güzel olurdu.

Ö3: Ama siyah var.”

Tüm bu sonuçlar değerlendirildiğinde Grup 1’in problemi anlama yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1 problemi sadeleştirebilmiş, gerekli gereksiz değişkenleri belirleyebilmiş fakat bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunmuştur. Örneğin öğrenciler sinekliklere karar verirken herhangi bir araştırma yapmadan ve gerçek yaşam deneyimlerine dayandırmadan fiyatı en düşük sinekliği seçmeye çalışmışlardır. Ya da henüz pencere ölçümü yapmamışken aşağıdaki diyalogda görüldüğü gibi büyük olan sinekliğin daha rahat yapıştırılabileceğini düşünüp büyük olanı almayı düşünmüşlerdir.

“Ö2: Bence bu daha iyi 150 cm diyor.

Ö3: *Bakın burada 150 cm 26 TL 120 cm 19 TL.*

Fakat bunun yanı sıra problemin çözümü için gerekli bilgileri toplamada sorun yaşamayıp gerekli araştırmaları yapmışlardır. Örneğin aşağıda verilen diyaloglarda görüldüğü gibi kendilerine lazım olan pencere sayısı ve pencere boyutları gibi bilgileri dikkatli bir şekilde belirleyebilmişlerdir.

“Ö1: *Kütüphanede ne kadar var?*

Ö3: *2 tane var.*

Ö1: *Kaç tane sınıf var. 4. 16. 16 18. Erkek ve kız tuvaletleri 20 tane.*

Ö2: *2 tane.*

Ö1: *Nasıl 2 tane? Sizin kız tuvaletinde 2 tane mi var?*

Ö2: *1 tane.*

Ö1: *Tamam 1. Tamam 20. Orası 21. 24. Bilişim odasında?*

Ö3: *4 tane.*

Ö1: *Üst katta 28 bitti. Bekleyin ben çizim yapacağım.*

Ö1: *Üst katta 28 pencere var.”*

Öğrenciler aşağıdaki diyalogda görüldüğü gibi farklı pencere boyutları olduğuna dikkat etmişler, fakat aşağıdaki gibi araştırmacının yönlendirmesiyle bu pencerelerin kullanılmadığını öğrendiklerinde bu pencereleri ihmal etmişlerdir.

“Ö1: *Hepsi aynı değil mi Ö2? Merdivendekiler küçük olabilir. Hocam?*

Ö1: *Merdiven pencereleri küçük değil mi?*

Araştırmacı: *Ama o pencereler hiç açılmıyor. Ölçüm için de zor olur. İhmal edebilirsiniz.*

Ö3: *Azaltalım o zaman.”*

Böylelikle öğrencilerin bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulundukları düşünülmüş ve grubun sadeleştirme yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1 bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarına dayalı çoğu zaman eksik ve hatalı matematiksel modeller oluşturmuştur. Örneğin ilk başta pencere ölçümlerini alıp çizim yapmışlardır. Aşağıda Grup 1'in pencerenin kenar uzunluklarını ölçerkenki diyaloglarına yer verilmiştir:

“Ö2: *Kenarlar kaç?*

Ö1: *96.*

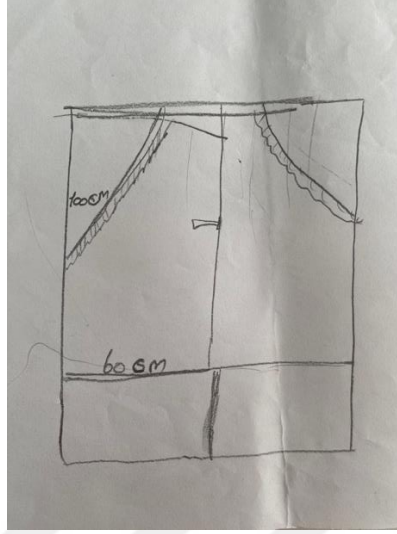
Ö2: *Kenarlar 96 yaz.*

Ö1: *Bu da 62.*

Ö2: *Alt kenar 62.*

Ö2: *Alt kenar 62, diğerleri 96 yaz cm yaz.”*

Daha sonra aşağıdaki diyalogda verildiği gibi Grup 1 doğrulama yeterliği gösterip pencere ölçülerini yuvarlama yaparak güncellemiş ve yeniden çizim yapmıştır (bkz. Şekil 18).



Şekil 18 Grup 1'in pencereye ilişkin çizimi

“Ö1: 1 m.

Ö2: Sen 100 cm yaz.

Ö1: 60 cm.

Ö1: Evet 1 kenar kaç?

Ö3: 100 cm. Alt kenar 60 cm.”

Grup 1 belirlediği kenar uzunluklarını kendilerine verilmiş sineklik modellerine uygun olarak matematikselleştirememiştir. En düşük fiyatlı sinekliğe hatalı varsayımlar yoluyla karar verdikten sonra bu sinekliğin ölçtükleri pencere boyutuna uymadığına da yine matematiksel olarak hatalı bir yaklaşımla karar vermeye çalışmışlardır.

“Ö1: Hocam bu olmuyor ki. Bize kenarı 100 lazım.

Araştırmacı: Size uygun olanı seçmeniz lazım.

Ö2: En düşük diyor hocam. En düşük de bu.”

Tüm bunlar değerlendirildiğinde Grup 1'in matematikselleştirme yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Matematiksel olarak çalışırken eksik ve hatalı modeller oluşturan Grup 1 bu modellerin çözümünde de hatalar yapmıştır. Örneğin aşağıda verilen diyalogda görüldüğü gibi buldukları toplam pencere sayısına göre lazım olacak cırt bant miktarına karar verirken pencerenin her bir kenarını ayrı ayrı değerlendirmiş ve tüm pencerelerin bir kenarlarının uzunluğunu toplamıştır.

“Ö2: Sen 100 ile 94 ü çarpıyorsun değil mi? 9400.

Ö1. 9 m bütün okulun pencere kenar uzunlukları.

Ö1: Altları 5 m. “

Araştırmacı bu aşamada aşağıdaki diyaloglarda görüldüğü gibi öğrencilere matematiksel olarak çalışmalarını için yönlendirmede bulunmuştur.

“Araştırmacı: Ne yaptınız siz bakalım?

Ö3: Biz alt kısımlarına koyacak mıyız?

Araştırmacı: Pencerenin tüm kenarlarına cırt bant koymanız lazım.

Ö1: Evet hocam bütün okulun pencerelerinin alt kısmı 5m. Uzun kenarları bütün okulun 9m.

Araştırmacı: Kaç tane pencere saydınız?

Ö1: 94.

Araştırmacı: 94 pencereniz var. Peki bir pencere uzunluklarınız neler? Çizim yaptınız mı?

Ö1: 100'e 60.

Araştırmacı: Bakın 94 tane pencerenin alt üst kenarları 60 60. Hepsini hesaplamak yerine birinin çevresini hesaplayıp 94 ile çarparsanız daha iyi değil mi?

Ö1: Evet.

Araştırmacı: 320 cm yapıyor bir çevreniz. Doğru mu? 3m 20 cm 'yi pencere sayısı ile çarpın daha iyi.”

Araştırmacının yönlendirmesinin ardından öğrenciler kendilerine lazım olan cırt bant miktarını yuvarlayarak 30000 cm olması gerektiğine karar vermişlerdir. Fakat aşağıda verilen diyalogda görüldüğü gibi 30000 cm'nin 30 m olduğunu düşündükleri için buradan sonra da hatalı matematiksel modeller üzerinde çalışmaya devam etmişlerdir.

“Ö2: Hocam 320 ile 94 ü çarptık.

Araştırmacı: Tamam yani yuvarlama yapın. 30000 civarı mı buldunuz. Tamam öyle deyin.

Ö1: Tamam 30 m o zamansa.”

Ayrıca problemin çözümü için gerekli olan satın alınacak sineklik adetine karar vermede de öğrenciler hatalı modeller kurmuşlardır. Yine bu aşamada araştırmacı aşağıda verilen konuşmadaki gibi öğrencileri matematiksel olarak çalışmaya yönlendirmek zorunda kalmıştır.

“Araştırmacı: Şimdi arkadaşlar bu sizin pencereniz. 100 cm 'ye 60cm. Sineklikler sizin ölçülerinize göre daha büyük değil mi? Acaba bu sinekliği bir cama bir tane mi kullansam, ama böyle bir tane kullanırsam kalan olabilir. Acaba 2 tane sığar mı diye düşünmeniz lazım.”

Öğrenciler araştırmacının yönlendirmesiyle buldukları matematiksel modeli hatalı bir şekilde çözmeye çalışmışlardır. Örneğin aşağıdaki diyalogda görüldüğü gibi her bir sineklikten 2 pencere yapabileceklerine karar verdikten sonra kendilerine lazım olan sineklik miktarını pencere sayısını 2'ye bölerek bulmak yerine 2 ile çarparak bulmaya çalışmışlardır.

“Ö2: 94 tane pencere var.

Ö3: 94 ile 2'yi çarp.

Ö2: 188.

Ö1: 188 tane almamız gerekiyor.”

Tüm bu hatalı modeller ve çözümler değerlendirildiğinde Grup 1'in matematiksel olarak çalışma yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1 probleme özgü çözüm planı sayesinde yorumlama girişiminde bulunmuştur. Öğrencilerden biri aşağıda verilen diyalogda görüldüğü gibi artan parçaların birleştirilerek başka pencereler için kullanılabileceğini düşünmüştür. Fakat sonrasında Grup 1 artan parça miktarı ve boyutlarını hesaplamamıştır.

“Ö3: Fazla kalanları da yapıştırabiliriz israf olmasın diye.

Ö2: Doğru söylüyor bak böyle kalıyor ya bir tane daha olur.”

Ayrıca öğrenciler hatalar ve eksiklikler içeren matematiksel çözümlerini gerçek yaşam bağlamında da eksik yorumlamışlardır. Aşağıda verilen diyalogda görüldüğü gibi probleme özgü çözüm planının son aşamasında verilen soruları modelleme sürecinin üstünden geçmeden üstünkörü yorumlamışlardır.

“Ö1: Seçtiğiniz tül sineklik en az israf olan tül sineklik mi?

Ö3: Olabilir.

Araştırmacı: Artan parçanız var mı?

Ö1: Evet.

Ö2: Sizce daha az israf olan bir sineklik boyutu seçebilir miydiniz? Hayır.”

Dolayısıyla Grup 1’in yorumlama yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1’ in matematiksel modelleme sürecinde doğrulama yeterliği incelendiğinde bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunduğu ayrıca belirlenen hataları bir ölçüde düzeltebildiği görülmüştür. Örneğin aşağıdaki konuşmalarda verildiği gibi öğrenciler toplam pencere sayısını tekrar sayıp kontrol etmişlerdir ya da pencere uzunluklarını tekrar ölçmüşlerdir.

“Ö2: (Pencereleri tekrar sayar) Evet 32 tane pencere var.

Ö3: Dur ben de sayayım. 16 18 20 23 27 30 tam tamına 30.”

Bununla birlikte matematiksel modellerini çözerken bazı çözümlerde doğrulama yaklaşımında bulunarak hataları fark etseler de aşağıdaki diyalogda olduğu gibi bu hatalarını düzeltmemişlerdir.

“Ö2: 34 34 daha 68. 29 ekle. 94.

Ö3: Ö1 toplama yanlış.”

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi toplama işleminde hata yapmışlardır. Öğrencilerden birinin uyarmasına rağmen bu hatanın düzeltilmesi çabasına girilmemiştir. Tüm bu durumlar değerlendirildiğinde Grup 1’in doğrulama yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1 matematiksel işlem yapma becerileri konusunda birbirine güvenmediği için hatalı çözümlerde birbirlerini uyarmalarına rağmen doğrulama yapmak istememiş ve bu yüzden uyumsuz bir çalışma sergilemiştir. Grup 1 için matematiksel modelleme sürecinin tüm yeterlikleri değerlendirildiğinde problemi anlamada eksiklikler yaşadığı, problemin istediğini tam olarak anlamlandıramadığı, gerçek yaşamdan bağımsız varsayımlarda bulunduğu, elde

ettikleri varsayımlarla eksik ve hatalı matematiksel modeller kurduğu, eksik matematiksel modellerinin çözüm sürecinde hatalar yaptığı görülmüştür. Yapılan bazı işlem hataları üzerinden doğrulama yeterliğini göstermiş olsalar da grup üyelerinin uyumsuz çalışması yüzünden Grup 1 işlem hatalarını tam olarak düzeltememiştir. Probleme özgü çözüm planında öğrencilerin yorumlamaya yönlendirilmesi için sorular bulunmasına rağmen öğrenciler bu soruları detaylı cevaplayamamıştır. Dolayısıyla probleme özgü çözüm planı sayesinde yorumlama yeterliğini az da olsa göstermiş olsalar da yeterli olmadığı görülmüştür. Tüm bunlarla birlikte araştırmacının sıklıkla yönlendirme yapmak zorunda kalması da öğrencilerin modelleme yeterlikleri bağlamındaki çözüm yaklaşımlarını destekleyememiştir. Sonuç olarak Grup 1'in modelleme yeterlikleri toplam 10 puan olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 15).

Tablo 15 Tül Sineklik Probleminde Grup 1'in Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 1'in Puanı
Problemi Anlama	3
Sadeleştirme	2
Matematikselleştirme	1
Matematiksel Olarak Çalışma	1
Yorumlama	1
Doğrulama	2
TOPLAM	10

4.1.2.2. Grup 2'ye ait bulgular

Grup 2'nin çözüm yaklaşımı genel olarak değerlendirildiğinde, problemi tam olarak anlamlandırabilmiş, verilen ve istenilenleri belirleyebilmiştir. Dolayısıyla Grup 2'nin problemi anlama yeterliği 4 tam puan olarak değerlendirilmiştir. Aşağıda problemi anlama yeterliğine ilişkin Grup 2'nin diyaloglarına yer verilmiştir.

“Ö5: En düşük [ücretli] sinekliği seçmeye çalışın. En düşük [ücretli] hangisi? Bu. 19 TL 50 kuruş, bu 26 TL, bu 19 TL. Her 200 TL alışveriş 10 TL indirim. “

“Ö5: Cırt bant hediye diyor bak. Her ürün alımında. “

Sadeleştirme aşamasında öğrenciler aşağıda görüldüğü gibi problemin çözümü için gerekli pencere ölçüleri bilgilerini edinmek için ölçüm yapmışlardır.

“Ö5: 88.

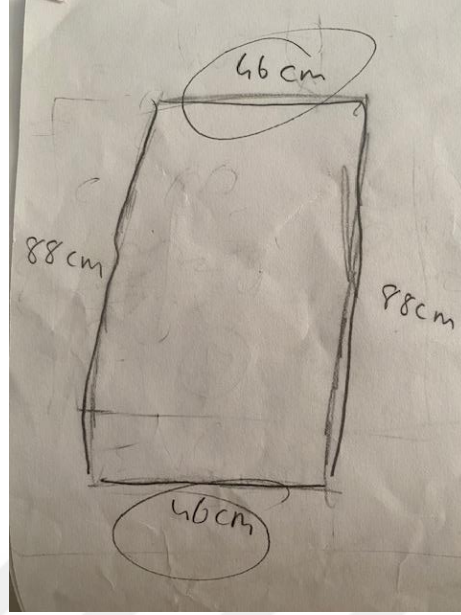
Ö6: Bir tarafı 88. Bu 46.

Ö5: Alt taraf 46.

Ö6: Zaten o taraf da 46 olacak.

Ö5: 46 88. “

Grup 2 bu ölçümün çizimini Şekil 19'daki gibi yapmıştır.



Şekil 19 Grup 2'nin temsili pencere çizimi

Grup 2 pencere sayılarını sayarken aşağıda görüldüğü gibi kendilerine lazım olan pencereleri belirlemek için araştırmacıdan yardım almıştır.

“Ö5: Hocam lojmanı sayacak mıydık?”

Araştırmacı: Lojman okulumuza dahil değil.”

Pencerelerin sayısı ve hangilerinin sineklik ile kaplanması gerektiği gibi varsayımları gerçekçi olsa da öğrenciler kendilerine uygun tül sinekliği belirleme kısmında gerçekçi varsayımlarda bulunamamışlardır. Örneğin gerçek yaşam ile ilişkilendirmeden kendilerine sunulan iki sineklik çeşidinden fiyat olarak en ucuzunu seçmeye çalışmışlardır. Bu aşamada aşağıda verilen diyalogdaki gibi araştırmacı gerçekçi varsayımlara dayalı sadeleştirme yapmaları için öğrencileri yönlendirmiştir.

“Ö5: Hocam biz bunu seçtik. Çünkü en düşük maliyetli olan o.

Araştırmacı: Sizi anlıyorum ama bence aceleci davranıyorsunuz. Aradaki detayları işlemleri atlayıp sorunun sonuna gelmişsiniz ama daha size lazım olan bilgileri toplamadınız. Acaba hangi sineklik size uygun, cırt bant ne kadar alman lazım bilmiyorsunuz.”

Araştırmacının yukarıda verilen yönlendirmesi üzerine öğrenciler tül sineklik seçiminde kampanyalar başlığına dikkat etmiş ve aşağıdaki gibi cırt bant hediye kampanyalı sinekliği herhangi bir şekilde gerçek modelleriyle ilişkilendirmeden ve gerçek yaşam bağlamında değerlendirmeden seçmişlerdir.

“Ö5: Cırt bant hediye diyor bak. Her ürün alımında.

Ö5: Biz bunu seçeceğiz. Bizimki bu.”

Tül sineklik ve cırt bant seçimindeki varsayımları gerçek yaşamdan uzaklaşması sebebiyle genel olarak Grup 2'nin sadeleştirme yeterliği bir ölçüde kabul edilebilir olarak 2 puan ile değerlendirilmiştir.

Grup 2'nin matematikselleştirme yeterliği bağlamında çözüm yaklaşımları incelendiğinde öğrenciler aşağıdaki diyalogdaki gibi pencerelerin matematiksel şekil olarak dikdörtgene benzediğini ilk aşamada fark etmeyip çizimlerini kare olarak yapmışlardır.

“Ö5: Bir kare çiz. Hepsinin kenarına 53 yaz.”

Daha sonra aşağıdaki diyalogda görüldüğü gibi araştırmacının yönlendirmesiyle Grup 2 matematiksel modellerini değiştirmiş ve tekrar ölçüm yapmıştır.

“Araştırmacı: Ölçümlerinizi neler?”

Ö5: 53 cm.

Araştırmacı: Kare mi olduğunu düşünüyorsunuz? Sizce bu cam kare mi?

Ö6: Hayır.”

Grup 2 yine araştırmacının aşağıda verilen yönlendirmesiyle kullanacağı sinekliği seçerken matematiksel olarak dikkat etmesi gereken noktaların farkına varmıştır.

“Araştırmacı: Şimdi arkadaşlar bu sineklik bir ürün değil mi? Bir ürün açılınca dikdörtgen şeklinde olur. Kısa kenarı 100 cm uzun kenarı 150 cm olur. Yani alan olarak değerlendirmelisiniz. Bu sineklikten acaba kaç pencere yapılır. 1 mi 2 mi? Ve iki sineklik var ikisinin ölçüleri farklı. Ucuz yapmanız lazım ama aynı zamanda artan parçanın az olması lazım.”

Sonuç olarak yukarıdaki örneklerde de görüldüğü gibi, Grup 2 bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarına dayalı olarak hatalı modeller oluşturduğu için matematikselleştirme yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Öğrenciler matematiksel olarak çalışırken hatalı matematiksel modeller kurmuşlar ve bu hatalı matematiksel modelleri yine hatalı bir şekilde çözmeye çalışmışlardır. Örneğin ilk başta çözüm için gerekli olan pencere ve sineklik kenar uzunluklarına dikkat etmeyip alan hesabı yapmaya çalışmışlar ve bu hesaplamaları yaparken aşağıdaki gibi hatalar yapmışlardır.

“Ö5: 88'i 44 ile çarpalım.

Ö4: 3m 872 cm.”

“Ö5: 100 ü 150 ile çarptım. 6000 cm. “

Yukarıdaki ilk diyalogda görüldüğü gibi öğrenciler buldukları sonucu hatalı bir şekilde m ve cm cinsinden yazmışlar, ikinci diyalogda da çarpma işleminde hata yapmışlardır. Daha sonra yine aşağıdaki gibi araştırmacının yönlendirmesiyle matematiksel model ve çözümlerini düzeltmeye çalışmışlardır.

“Araştırmacı: 1 tane yeter mi? Alana girince her şey karışmış sizin. Bu sizin pencereniz değil mi? Ölçüleri 46 ya 88. Sineklik geldi daha büyük değil mi? 150 ye 100. Acaba bu sinekliği 2 ye kessem bu pencereye olur mu? 3’e kessem sığar mı? 150’yi 3’e bölsen 50 50 olur. Sığar mı sizinkisi?”

Ö5: Sığmaz.

Araştırmacı: Nasıl sığmaz? Sizinkisi 48 cm değil mi? Bundan 1 tane alsanız 3 pencereyi bitirebiliyorsunuz.”

...

“Ö5: 88’i 3’e bölün... Yani bundan 29 tane almalıyım. 29’u 26 ile çarpın.

Ö6: 754.”

Öğrenciler alacakları sineklikten üç pencereye sineklik takabileceklerini düşündükleri için üçe bölme işlemi yapmak istemiş fakat burada pencere sayısını değil de pencerenin uzun kenar uzunluğu olan 88 cm’yi üçe bölerek alacakları sineklik miktarı hesapladıkları için hatalı bir çözüm sunduktan sonra kullanacakları cırt bant miktarını belirlerken de aşağıdaki gibi eksik çözümler yapmışlardır.

“Araştırmacı: Tamam siz bundan 29 tane alıyorsunuz. Peki cırt banda kaç m ihtiyacınız var?”

Ö5: Hocam her alımda 4 m hediye olduğu için 29’u 4 ile çarptık 116 m.

Araştırmacı: Tamam yetiyor mu? Hesapladınız mı?”

Ö6: Onu hesaplamadık bence.

Araştırmacı: Yetmezse ne yapacaksınız? Onu buradan tamamlamanız lazım. Onu hesaplayın bence.

Ö6: Hocam her pencereye ne kadar cırt bant gidiyor?”

Araştırmacı: Siz ölçeceksiniz onu. Siz biliyorsunuz. 48’e 88 değil mi? Çevre hesaplasan bir pencere için lazım olan cırt bandı bulursunuz.”

Sonrasında Grup 2 araştırmacının yönlendirmesinin ardından çevre hesabı yapmaya karar vermiştir. Fakat bir pencerenin çevresinin 134 cm olduğuna karar verip bir pencere üzerinden yorum yapmıştır. Öğrenciler aşağıdaki gibi birimlere dikkat etmeksizin ellerindeki 116 m cırt bandın 134 cm çevreye yetersiz olduğunu düşünmüşlerdir.

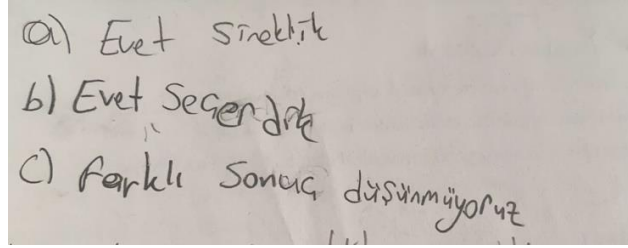
“Ö5: Ama cırt bant yetmiyor. Bize 134 lazım elimizde 116 var.

Ö6: Bize 18 tane lazım.”

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi Grup 2’nin matematiksel çözümleri hatalar içermiştir. Matematiksel çözümlerindeki hatalar matematiksel sonucun da hatalı olmasına yol açmıştır. Dolayısıyla Grup 2’nin matematiksel olarak çalışma yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 2 hatalar içeren matematiksel çözümlerini gerçek yaşam bağlamında eksik yorumlamıştır. Aşağıda verilen diyalogda ve Şekil 20’de görüldüğü gibi öğrenciler probleme özgü çözüm planından yorumlama aşamasında yeterince yararlanmamıştır.

“Ö5: Sizce seçtiğiniz tül sineklik en az israf olan tül sineklik mi? Evet. Sizce daha az maliyetli ve daha az israf olan bir sineklik seçebilir miydiniz? Evet seçerdik.”



Şekil 20 Grup 2'nin yorumlama yeterliğine ilişkin sorulara verdiği yanıtlar

Bunun dışında öğrenciler çözüm sürecinde pencere sayılarında değişikliğe gittikleri süreçte ellerindeki sineklik miktarının yeterli olmadığını düşünerek aşağıdaki gibi yorumlama yapmışlardır.

“Ö5: Penceremizi azaltacağız.

Ö6: Neden?

Ö5: Çünkü yetmiyor. Penceremizi azaltalım 90 tane yapalım. Ya da 88 tane pencere olsun.”

Fakat bu değişikliği yaparken de gerçek yaşam bağlamında doğru bir şekilde yorumlama yapamamışlardır. Dolayısıyla Grup 2'nin yorumlama yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Yukarıda verilen diyalogda Grup 2 pencere sayılarında değişikliğe gitmeye karar verdikten sonra varsayımlarını doğrulayıp düzeltmeye karar vermiştir. Fakat bu doğrulama işlemi ile birlikte revize ettikleri varsayımları da hatalı olmuştur. Bir başka doğrulama örneği aşağıdaki diyalogdaki gibi matematiksel işlemlerinde görülmüştür. Bu doğrulama sırasında ise matematiksel hatalarını düzeltebildikleri belirlenmiştir.

“Ö5: 88'i 3'e bölün... Yani bundan 29 tane almalıyım. 29'u 26 ile çarpın.

Ö6: 754.

Ö5: 745. A seninki doğru 755 Ö6.

Ö6: 9 kere 6 54.

Ö5: Tamam 754. Ö6'nunki doğru.”

Yine çözüm sürecinde aşağıdaki gibi bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulundukları kısımlar da görülmüştür.

“Ö6: Evet zaten hediye veriyorlar. Ama yetecek mi onu bilmiyoruz.”

“Ö6: 134 yani ekstra almamız gerekiyor. Değil mi? Bizim 116.

Ö5: Yetmiyor ki. Yani biz bundan almak zorundayız.”

“Ö5: Evet hocam çünkü bunun cırt bandı 116 bize 134 gerekiyor.”

Verilen diyaloglarda doğrulama yaklaşımında bulunmaya çalışsalar da doğru sonuçlara ulaşamadıkları görülmüştür. Çünkü yukarıdaki bölümlerde de belirttiğimiz gibi bu diyaloglarda 134 cm ile 116 m'yi karşılaştırma gibi bir hata yapmışlar ve bu hataya dayalı

olarak cırt bant tercihlerini değiştirmişlerdir. Tüm bu durumlar göz önünde bulundurulduğunda Grup 2'nin doğrulama yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 2'nin matematiksel modelleme yeterlikleri genel olarak değerlendirildiğinde problemi tam olarak anlayabildiği, sonrasında probleme özgü çözüm planının aşamalarını takip ederek problemin çözümü için gerekli bilgileri topladığı görülmüştür. Öğrenciler problemin çözümünde izleyeceği sırayı probleme özgü çözüm planı aracılığıyla takip ettikleri için araştırmacıdan bu konuda yardım almamışlardır. Sonrasında çözüm sürecinde Grup 2 problemin çözümü için gerekli bilgileri toplarken gerçek yaşamdan uzak varsayımlarda bulunduğu için matematiksel modellerinin de hatalı olduğu görülmüştür. Matematiksel olarak çalıştıkları sırada ise çeşitli matematiksel hatalar yapmışlar ve çoğu zaman hatalı çözüme ulaşmışlardır. Grup 2 probleme özgü çözüm planı aracılığıyla problemde sorgulamaları gereken noktaların farkına varmış fakat yeterince yorumlayamamıştır. Doğrulama yeterliğini ise çoğu zaman araştırmacının desteği sayesinde gösterebilmiştir. Dolayısıyla Grup 2'nin modelleme yeterlikleri toplam 11 puan olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 16).

Tablo 16 Tül Sineklik Probleminde Grup 2'nin Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 2'nin Puanı
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	2
Matematikselleştirme	1
Matematiksel Olarak Çalışma	1
Yorumlama	1
Doğrulama	2
TOPLAM	11

4.1.2.3. Grup 3'e ait bulgular

Grup 3'ün çözüm yaklaşımları genel olarak değerlendirildiğinde problemi tam olarak anlamlandırabilmiş fakat verilen ve istenilenleri belirlerken önemsiz hatalar yaptıkları belirlenmiştir. Başlangıçta problemin kendilerinden istediklerini aşağıdaki gibi net bir şekilde anlamıştır.

“Ö7: Hocam bu okulun tüm pencerelerini tek tek gezip ölçeceğiz mi? Hocam ama her biri aynı boyutta.”

Daha sonra ise problem tüm okulun pencerelerine sineklik yapılmasını isterken Grup 3 sadece kendi sınıflarına yapmaya karar vermiştir. Bu noktada araştırmacı Grup 3'ü aşağıdaki gibi problemi doğru anlamaya yönlendirmiştir.

“Ö9: Başka sınıf bizim umurumuzda değil biz sadece bu sınıfı yapacağız hocam. Araştırmacı: Hayır bütün okulu yapmalısınız.”

Verilenleri ve istenilenleri belirlerken hata yapmış olmalarına rağmen sonrasında araştırmacının desteği ile problemi anlamaları ve hatalarını düzeltmeleri nedeniyle Grup 3'ün problemi anlama yeterliği 4 tam puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3 problemi sadeleştirebilmiş, gerekli gereksiz değişkenleri belirleyebilmiştir. Örneğin kendilerine lazım olan pencere sayısını bulurken sadeleştirmeyi tam olarak yapabilmişlerdir. Aşağıdaki gibi kendileri için gerekli farklı pencere boyutlarına dikkat etmişlerdir.

“Ö8: Ebatlar farklı oluyor ama bazı pencerelerin. Yandakiler farklı. Tuvaletlerinki çok farklı. Hepsi küçük kareler.”

“Ö8: Tuvaletlerin küçük mü hocam?”

Fakat pencerelere uygun sineklik adetine karar verirken bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunmuşlardır. Çünkü kendilerine verilen bir sineklikten kaç pencerenin kaplanabileceğine aşağıdaki gibi gerçek yaşam deneyimlerinden yararlanmadan karar vermeye çalışmışlardır.

“Ö8: Her pencereye bir tane bence.”

“Ö8: İşte ben diyorum 80 tane yeter hocam.”

“Ö7: Hocam 41 tane alalım hepsini ikiye bölelim.”

Dolayısıyla Grup 3'ün sadeleştirme yapabildiği fakat bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunduğu görülmüş ve sadeleştirme yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3 matematikselleştirme aşamasında pencere sayılarını belirlerken doğru modeller oluşturmuş olsa da sineklik boyutlarını incelerken bir ölçüde kabul edilebilir varsayımları doğrultusunda eksik matematiksel modeller oluşturmuştur. Bu noktada araştırmacı aşağıdaki gibi matematiksel olarak çalışmaya yönlendirirken öğrenciler tül sinekliği matematiksel olarak nasıl parçalayabileceklerini karar verirken gerçeklikten uzaklaşmışlardır.

“Araştırmacı: İsteddiği şey şu mesela 100' e 150'lik bir sinekliğim var değil mi? İster bunu dikey olarak kullanın ister yatay olarak kullanın. Siz ne kadar sığdırabiliyorsanız kendi pencerenizden.”

Ö8: Dikey olmalı bence.”

Dolayısıyla Grup 3'ün hem varsayımlarının bir ölçüde kabul edilebilir olmasından hem de matematiksel modellerinde eksiklikler olmasından ötürü matematikselleştirme yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Öğrenciler matematiksel olarak çalışma aşamasında araştırmacının yönlendirmesine ihtiyaç duymuşlardır. Araştırmacı her ne kadar tercih etmese de öğrencilerin modelleme sürecinde çalışmalarının devamlılığını sağlamak için kullanabilecekleri matematiksel modele örnek vermiş fakat öğrenciler bu hazır modeli çözerken hatalar yapmıştır.

“Araştırmacı: Ölçülere dikkat ederseniz pencerelerinizden büyük zaten. Hayal edin. Bu ölçüleri kâğıda çizebilecek kadar ne kadar küçültürsünüz? 100’e 150 değil de daha küçük ve aynı miktarı koruyacak ne yapabilirsiniz?”

Ö9: Hocam bu tarafı 8...

Araştırmacı: Bak bu tarafı bir kesir gibi düşünün 100’e 150 mesela. Kesirlerin değerinin değişmemesi için aynı şeye bölüyorduk ya da çarpıyorduk değil mi?

Ö7: Evet hocam.

Araştırmacı: Aynı şeye sadeleştirebiliriz. Mesela 10’a bölsek 10’a 15 olmaz mı? Siz bu küçük ölçülerle küçük kağıtlarla model oluşturabilirsiniz. “

“Ö9: Üst 15 çiziyoruz.

Ö8: Ö7 uzunluğu söylemedik.

Ö7: 15 işte.

Ö9: O değil kalınlığı diyorum. 20 olsun.

Ö7: Ne 20 si? 10 olacak. Karar verdik ya.

Ö8: Ya 15 biraz küçük değil mi Ö7?”

Daha sonra araştırmacı bu modelin çözülemediğini fark edince, farklı bir yol deneyerek öğrencilerin tüm pencerelere yeterli olacak sineklik miktarına ulaşmaları için aşağıdaki gibi bir yönlendirmede bulunmuştur.

“Araştırmacı: Bu ürün size rulo olarak geliyor kenar uzunlukları 100’e 120. Ben bir tane alınca acaba 1 pencereye yeter mi? Acaba 2 pencereye yeter mi? Bunları karşılaştırıp hesaplamanız lazım.”

...

“Araştırmacı: Sinekliğin ölçüleri camınızdan büyük doğru mu? Bu camı buraya yaptırsam 62 62 daha 124. Buraya sığar mı?

Ö7: Evet.

Araştırmacı: Yani 124 150’lik yere sığar. Buna göre hesap yapın.

...

Araştırmacı: O zaman bundan 1 tane alırsanız 2 tane halledersiniz 10 tane alırsanız 20 pencere, 40 tane alırsanız 80 pencere.

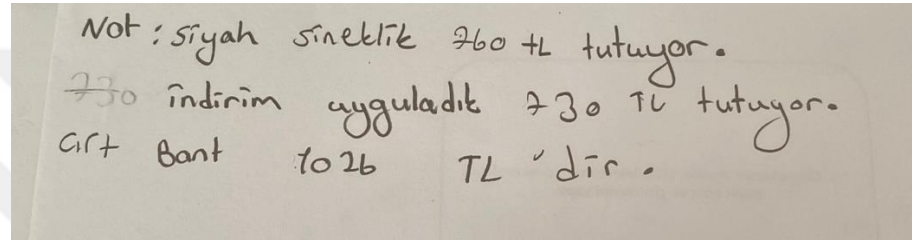
Ö8: Tamam 40 tane alıyoruz.”

Bunun üzerine öğrenciler matematiksel olarak bir dayanakları olmadan 41 tane sineklik alıp her bir sinekliği ikiye bölmeyi düşünmüşlerdir. Bu aşamada da araştırmacı matematiksel olarak doğru bir işlem yapıp yapmadıklarını sorgulamaları için yönlendirmede bulunmuştur. Matematiksel olarak bir çözüme ulaşamadıkları için araştırmacı yine yönlendirmede bulunmuş ve Grup 3 her sineklikten iki pencereye tül sineklik takabilmek için ölçülerinde yuvarlamaya gitmiştir ve pencerenin uzun kenarını 100 cm olarak değiştirmiştir. Bunun sonucunda 40 adet 19 TL olan sineklikten almayı düşünmüşlerdir. Tül sinekliğin

toplam maliyetini de 760 TL bulmuşlardır. Araştırmacı bu noktada seçtikleri sinekliği kampanyasına dikkat etmeleri gerektiğini aşağıdaki gibi vurgulamıştır.

“Araştırmacı: Tamam. İndirimi uyguladınız mı? Her 200 TL’ye 10 TL indirim var. 760’ın içinde kaç tane 200 TL varsa o kadar 10 TL indirim var.”

Bunun üzerine Grup 3 tül sineklik maliyetini 730 TL olarak güncellemiştir. Daha sonra öğrenciler cırt bant için tüm pencerelerin çevresini hesaplamışlardır. Soruda verilen cırt bant 5’er metrelik olduğu için bu uzunluğu 5’e bölüp toplam 54 tane cırt bant almaya karar vermişlerdir. Cırt bandın toplam maliyetini 1026 TL olarak hesaplamışlardır (bkz. Şekil 21).



Not: siyah sineklik 760 TL tutuyor.
730 indirim uyguladık 730 TL tutuyor.
Cırt bant 1026 TL'dir.

Şekil 21 Grup 3’ün sineklik ve cırt bant masrafına ilişkin ifadesi

Grup 3 aynı şekilde cırt bant miktarına karar verirken de araştırmacının yönlendirmesine ihtiyaç duymuştur. Grup 3 matematiksel olarak çalışma aşamasında araştırmacının yönlendirmeleri olmadan hareket edememiş, araştırmacının sunduğu matematiksel modeller dışında model kuramamış ve araştırmacının sunduğu matematiksel modelleri de çoğu zaman yanlış çözmüştür. Dolayısıyla matematiksel olarak çalışma yeterliği 0 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3’ün yorumlama yaklaşımları değerlendirildiğinde sineklik takılacak pencerelere karar verirken aşağıdaki gibi yorumlama yaptıkları görülmüştür.

“Ö9: Tenis odasına ve müdür odasına takmayalım.

Ö7: Tuvaletlere de takmayacağız zaten açılmıyor.”

Daha sonra ise kendilerine lazım olan sineklik miktarına gerçek dışı varsayımlarla karar vermişler ve araştırmacı öğrencileri aşağıdaki gibi yorumlamaya yönlendirmiştir.

“Araştırma: 81 pencerenin hepsine alalım geri kalan kalırsa kalsın mı diyorsunuz? İsraf çok olursa bilemem ama.”

Problemin sonunda ise elde ettikleri hatalı çözümü probleme özgü çözüm planı sayesinde gerçek yaşam bağlamında eksik de olsa aşağıdaki gibi yorumlamışlardır.

“Ö7: Sizce seçtiğiniz tül sineklik en az israf olan tül sineklik mi? Hayır.

Ö8: Bence de hayır.

Ö7: Sizce daha az maliyetli ve daha az israf olan bir sineklik seçebilir miydiniz?

Ö9: Hayır seçemedik.

Ö8: Hayır.”

Yorumlama aşamasında verilen diyaloglar incelendiğinde araştırmacının yönlendirmesiyle elde ettikleri eksik ve hatalı matematiksel çözümlerini gerçek yaşam bağlamında da yetersiz yorumladıkları için Grup 3'ün yorumlama yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3'ün problem boyunca doğrulama yaklaşımında bulunduğu tek bir yer görülmüştür. Öğrenciler problemin başında tahminen belirledikleri pencere sayılarını teyit etmek için saymaya gitmek istemişlerdir.

“Ö9: Önde 60 arkada 60 120. Hocam çünkü geçen gün saydım.

Ö8: Hocam biz yine de sayalım.”

Yukarıda verilen diyalog dışında Grup 3 doğrulama yeterliği sergileyememiş ve yukarıdaki diyalogun da yetersiz olmasından ötürü Grup 3'ün doğrulama yeterliği 0 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3'ün matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde problemi anlamada eksiklikler yaşadığı, varsayımlarının çoğu zaman gerçek yaşam deneyimlerinden uzak olduğu görülmüştür. Öğrenciler matematikselleştirme aşamasında her ne kadar probleme özgü çözüm planından yararlanmış olsalar da eksik matematiksel modeller oluşturmuştur. Matematiksel olarak çalışma aşamasında çoğu zaman araştırmacının yönlendirmesine ihtiyaç duyan Grup 3, buna rağmen matematiksel çözümlerinde hatalar yapmıştır. Probleme özgü çözüm planı her ne kadar yorumlamaya yönlendirici olsa da Grup 3'ün yorumlama yeterliği yetersiz bulunmuştur. Problemin çözüm sürecinde yönlendirmelerle ilerleyen Grup 3, hatalar içeren çözümlerini de doğrulamaya ihtiyaç duymamıştır. Grup 3'ün modelleme süreci değerlendirildiğinde problemin çözümü için hangi adımları izleyeceğini probleme özgü çözüm planı aracılığıyla takip edebilse de neredeyse her bir adımda araştırmacının yönlendirmesiyle hareket edebilmiştir. Dolayısıyla Grup 3'ün modelleme yeterlikleri 7 puan olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 17).

Tablo 17 Tül Sineklik Probleminde Grup 3'ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 3'ün Puanı
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	2
Matematikseleştirme	1
Matematiksel Olarak Çalışma	0
Yorumlama	1
Doğrulama	0

TOPLAM
8

4.1.2.4. Grup 4'e ait bulgular

Grup 4'ün problem çözüm süreci genel olarak ele alındığında, öğrencilerin problemi tam olarak anlamlandırdıkları ancak verilenleri ve istenilenleri belirlerken önemsiz hatalar yaptıkları görülmüştür. Bu hatalarını araştırmacının yönlendirmesi ile aşağıdaki gibi düzeltilmişlerdir.

“Ö11: Hocam bunu almasak olur mu?

Araştırmacı: Neyi almasak? Cırt bantı mı?

Ö11: Evet.

Araştırmacı: Cırt bant almazsan sinekliği nasıl yapıştıracaksın?”

Cırt bandın problemdeki gerekliliğini araştırmacı sayesinde kavramış olmaları sayesinde problemi anlama yeterlikleri 4 tam puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 4 problemin başlangıcında çözüm için gerekli bilgileri ayıklayabilmiştir. Grup 4 gerçek yaşam deneyimlerini kullanarak çözüm için gerekli pencere sayısını araştırıp öğrenmiş, çözüme dahil edecekleri pencereleri gruplandırmış ve pencere ölçülerini alabilmiştir.

“Ö10: Bir sınıfta 4 tane var.”

“Ö11: Bu küçükleri sayacak mıyız?”

“Ö11: 99 tane pencere var.”

Yukarıda verilen diyalogda görüldüğü gibi öğrenciler araştırmaları sonucu elde ettikleri 99 adet pencereyi daha sonra araştırmacının yönlendirmesiyle aşağıdaki gibi yorumlama yaparak 100'e yuvarlamışlardır.

“Ö11: Hocam 99 tane pencere var.

Ö10: 100?

Araştırmacı: Biz fazladan bir tane daha yaptık, biri yırtılırsa kullanırız dersiniz 100'e yuvarlayabilirsiniz.

Ö11: O zaman biz 100 diyelim.”

Fakat Grup 4 alacağı sineklik adetini belirlerken aşağıdaki gibi bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunmuşlardır ve buna göre sayıyı belirlemişlerdir. Varsayımlarının bir ölçüde kabul edilebilir olmasının sebebi belirledikleri miktarın matematiksel olarak yeterli olması ancak artan parçaların fazla olmasındandır.

“Ö11: 2 kez alsak 3 cam çıkar.

Araştırmacı: 2 üründen 3 cam çıkar diyorsunuz. Yani bir taneden bir buçuk cam hallediyorsunuz değil mi?

Ö11: Evet.”

Sadeleştirme aşaması için verilen diyaloglar değerlendirildiğinde öğrencilerin gerekli gereksiz değişkenleri belirleyebildikleri fakat bazı varsayımlarının bir ölçüde kabul edilebilir olduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla Grup 4'ün sadeleştirme yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 4 problemi matematikselleştirirken genellikle hatalı matematiksel modeller oluşturmuştur. Bu aşamada araştırmacı aşağıdaki gibi yönlendirmelerde bulunmuştur.

“Araştırmacı: Şöyle düşünebilirsiniz bu kâğıt sizin pencereniz olsun. Kısa kenarı 60 cm uzun kenarı 100 cm. Bir de sineklik hayal edin. Kısa kenarı 100 uzun kenarı 150 olan. Bunun çizimini de yapıp orantılayabilirsiniz. Daha sonra düşünün bu sineklik çiziminin içine kaç tane pencere çizimi sığar diye.”

Daha sonra öğrenciler bu yönlendirme üzerinden model oluşturmaya ve bu model üzerinden problemi matematikselleştirmeye çalışmışlardır. Probleme özgü çözüm planı aracılığıyla da aşağıdaki gibi problemi matematikselleştirmeye yönlendirilmişlerdir.

“Ö12: Sineklik boyutlarını dikey ya da yatay olarak kullanabilirsiniz.”

Ayrıca sadeleştirme basamağında verilen diyaloglarda olduğu gibi bir tül sineklikten kaç pencereye tül sineklik takılabilir sorusunu yanıtlayabilmek için zihinlerinde geometrik olarak bir yerleştirme yaptıkları görülmüştür. Dolayısıyla burada da matematiksel model oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür. Fakat sadeleştirme aşamasında bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarla matematiksel modelleri oluşturmuşlardır. Tüm bunlar düşünüldüğünde Grup 4'ün bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlar doğrultusunda eksik matematiksel modeller oluşturduğu görülmüş ve matematikselleştirme yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 4 oluşturduğu eksik matematiksel modelleri çözerken hatalar yapmıştır. Aşağıdaki gibi bir adet tül sineklik alıp bir buçuk cama tül sineklik yapmaları matematiksel olarak hatalı olmasa da problemde istenilenler açısından yetersizdir. Çünkü bir üründen kendi cam ölçülerine göre iki cama tül sineklik yapabilirlerdi ve böylece israfa dikkat etmiş olurlardı.

“Araştırmacı: 30 tane alsak diyorsunuz. 30 ile bir buçuğu çarpsanız kaç yapar? 45 cam yapar. Siz 45 cam mı saydınız?

Ö11: 90.

Ö10: 45 daha lazım.

Ö11: 60 tane alsak 90 yapar. 67 tane hesapladım. 67 tane. Hocam hesapladım 67 kez bundan alacağız.”

Yukarıda verilen diyalogda olduğu gibi öğrenciler alacakları tül sineklik sayısına matematiksel olarak çalışarak karar vermişlerdir. Başlangıçta kaç camın eksik kaldığı ve 60

üründen 90 cama sineklik yapılacağı kısımları matematiksel olarak doğru işlemlerle elde edilmiş olsa da 67 ürün alımı problemin çözümü için anlamlı olmamıştır. Öğrenciler sonraki işlemlerinde de aşağıdaki gibi matematiksel hatalar yapmışlardır.

“Ö10: 67 çarpı 26.

Ö11: Küsurat 1 kuruş değil mi? 67 kuruş koysak 67 kuruş.

Ö10: Toplayacağız?

Ö11: 1382 TL 67 kuruş.”

Yukarıda verilen diyalogda çarpma işleminin hatalı yapıldığı görülmektedir. Daha sonra ise öğrenciler cırt bant hesaplamaları yaparken bir camın çevre hesaplamasını yapmışlar ve her alımda verilen 4 m hediye cırt bantın 1 cama yeteceğine karar vermişlerdir. Fakat burada cırt bantın israf olan kısmına dikkat etmemişlerdir.

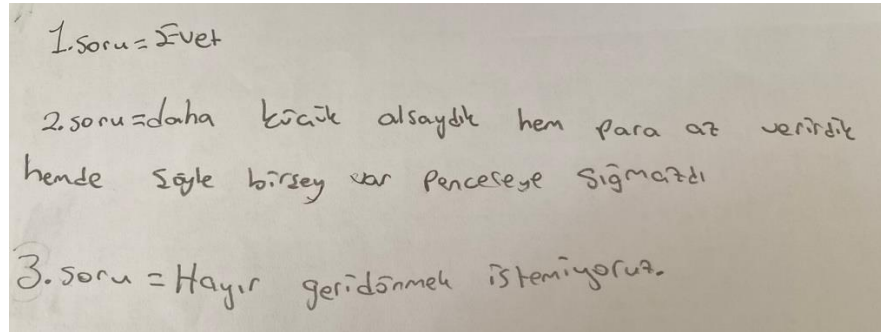
“Ö11: 3 m 20 cm. 4 m hediye var.

Ö12: Tamam O zaman burası 60 burası da 60. Buralar da 100.

Ö11: 1 cam gider. Her 4 metreden 1 cam gider. 67 tane cam. 80 cm kalır.”

Grup 4 hem eksik matematiksel modeller oluşturmuş hem de bu modelleri çözerken eksiklikler ve hatalar yaptığı için matematiksel olarak çalışma yeterliğinden 1 puan almıştır.

Grup 4 eksiklikler içeren matematiksel çözümlerini gerçek yaşam bağlamında da eksik yorumlamıştır (bkz. Şekil 22).



Şekil 22 Grup 4'ün yorumlama yeterliğine ilişkin yazılı yanıtları

Öğrenciler yorumlama yaklaşımlarını Şekil 22’de ve aşağıda verildiği gibi probleme özgü çözüm planı aracılığıyla gerçekleştirmişlerdir. Fakat ifadelerine bakıldığında doğrudan sorulara yanıt verdikleri gerçek yaşam bağlamında ayrıntılı bir yorumlama yapmadıkları görülmüştür. Dolayısıyla Grup 4’ün yorumlama yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

“Ö12: Sizce seçtiğiniz sineklik en az israf olan sineklik mi?

Ö11: Evet.

Ö12: Sizce daha az maliyet ve daha az israf olan bir sineklik boyutu seçebilir miydiniz? Hayır. Eğer çok büyük alsaydık o zaman fazlası çöpe giderdi. Eğer çok küçük alsaydık para az verirdik ama pencereye sığmazdı.”

Grup 4 için doğrulama aşaması genellikle araştırmacı yönlendirmesiyle az da olsa sağlanmıştır. Aşağıda verilen diyalogda olduğu gibi farklı boyutta pencerelerin olabileceğine dair sorgulama için araştırmacı tarafından doğrulamaya yönlendirme yapılmıştır.

“Araştırmacı: Ne yaptınız bakalım? Pencereleri saydınız ölçtünüz. Farklı boyutta pencereniz var mı? Hepsi aynı boyutta mı?”

Ayrıca aşağıda verilen diyaloglarda olduğu gibi varsayımlarını ve matematiksel çözümlerini kontrol etmeleri için araştırmacı tarafından doğrulamaya yönlendirme yapılmıştır.

*“Ö11: Hocam bunu 2 kez alsak 3 cama yeter.
Araştırmacı: 3 cama yeter? Bilmiyorum size kalmış.
Ö11: Evet hocam 3 cama yeter.
Ö10: Tamam yaz çiz.
Ö11: 2 cama yeter.”*

*...
“Araştırmacı: Neden 100’ü 6’ya bölüyorsunuz.
Ö11: Hocam genişliği 100 olduğu için kaç pencere yaparız diye.
Araştırmacı: Niye 6?
Ö11: Hocam genişliği 60 cm ya.”*

Grup 4’ün çoğu zaman araştırmacı yönlendirmesi ile doğrulama girişiminde bulunması ve belirlenen hataları bir ölçüde düzeltmesinden dolayı doğrulama yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 4’ün matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde gerçek yaşam deneyimlerini kullandığı, problemin çözüm sürecinde probleme özgü çözüm planını takip ettiği görülmüştür. Gerçek yaşam deneyimleri ile pencere sayısına karar veren Grup 4’ün tül sineklik adetini belirlerken bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunduğu görülmüştür. Grup 4 matematiksel model oluşturma sürecinde zihinde matematiksel modeller kurmuş ve bu matematiksel modelleri kurarken probleme özgü çözüm planının yönlendirmelerinden faydalanmıştır. Fakat kurduğu matematiksel modellerin eksik olduğu görülmüş ve eksik matematiksel modelleri çözerken hatalar yapmıştır. Grup 4’ün çözüm sürecini ve çözümü yorumlamayı probleme özgü çözüm planı aracılığı ile eksik de olsa yaptığı görülmüştür. Doğrulamayı ise çözüm sürecinde araştırmacının yönlendirmesi ile yaptığı görülmüştür. Dolayısıyla Grup 4’ün modelleme yeterlikleri toplam 10 puan ile değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 18).

Tablo 18 Tül Sineklik Probleminde Grup 4'ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 4'ün Puanı
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	2
Matematikselleştirme	1
Matematiksel Olarak Çalışma	1
Yorumlama	1
Doğrulama	2
TOPLAM	11

Tüm grupların Tül Sineklik problemi çözümleri incelendiğinde modelleme yeterliklerine ilişkin değerlendirme Tablo 19'da verilmiştir.

Tablo 19 Grupların Tül Sineklik Probleminden Aldıkları Puanlar

	Problem i anlama (.../4)	Sadeleştirme (.../3)	Mat.sel l eştirme (.../4)	Mat.se l Ol. Çal. (.../4)	Yorumlama (.../4)	Doğrulama (.../6)	TOPLA M (.../25)
Gru p 1	3	2	1	1	1	2	10
Gru p 2	4	2	1	1	1	2	11
Gru p 3	4	2	1	0	1	0	8
Gru p 4	4	2	1	1	1	2	11

4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

4.2.1. “Konforlu Yurt Yaşamı” problemine ilişkin bulgular

4.2.1.1. Grup 1’e ait bulgular

Gruplar problemi ve çözüm planını inceleyerek matematiksel modelleme sürecine başlamıştır. Bu noktada araştırmacı tüm gruplar için ilk iki problemde verilen probleme özgü çözüm planı ile bu problemde verilen çözüm planı arasındaki farklara aşağıdaki gibi dikkat çekmiştir.

“Araştırmacı: Evet arkadaşlar yönergeyi incelediniz mi? Geçen haftaki yönergelerden farklı mı? Fark şu geçen iki uygulamada daha detaylıydı ama bu sefer daha genel cümleler var çok detay yok.”

Grup 1’in problemi anlama süreci genel olarak değerlendirildiğinde, öğrenciler problemi anlamada bir sorun yaşamamış ve problemde verilenler ile istenenleri net olarak

anlamlandırabilmiştir. Dolayısıyla Grup 1'in problemi anlama yeterliği 4 tam puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1 problemi sadeleştirebilmiş, gerekli gereksiz değişkenleri belirleyebilmiş fakat gerçek yaşam bağlamında bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunmuştur. Örneğin öğrenciler eşyaların yerleşimleri ile ilgili tartışmalar yapmışlar ve eşyaların yerlerine ilişkin varsayımlarda bulunmuşlardır. Fakat bazen varsayımlarını aşağıdaki gibi eşyaların ve odanın ölçülerini gerçek yaşamla bağlantı kurmadan oluşturmuşlardır.

“Ö1: Bir yatak uzunluğu 200 cm, 90 cm. Diğer yatak da öyle olsa... Ama rahat gezebileceğimiz bir yer olsun. Rahat gezebilmeleri için her yatak ayrı bir yerde olmalı. Bence bir yatak burada olsun, bir yatak burada, bir yatak burada.

Ö2: Malzemeler sığmaz ama.

Ö1: Sığmaz.

Ö2: Sığar.”

Yukarıda verilen diyalogda öğrenciler problem için gerekli rahat gezebilme detayını düşündükleri için gerçek yaşamı göz önünde bulundurdıkları görülmüştür. Fakat eşyaların yerleştirilmesi konusu ele alındığındaysa, sadece mobilyaları verilen bir alana sığdırmaya odaklandıkları fakat yan yana yerleşimlerinin kullanışlı olup olmayacağını düşünmedikleri anlaşılmıştır. Bir başka diyalogda ise kapının önüne dolap gelmemesi gerektiğini düşünmeleri sebebiyle varsayım oluştururken gerçekliği göz önünde bulundurdıkları düşünülmüştür.

“Ö2: Ama burada olmaz kapı var. Buzdolabının orada ne işi var. Çekmece olabilir ama.”

Dolayısıyla genel olarak Grup 1'in varsayımları incelendiğinde tam anlamıyla gerçekçi olmadıkları belirlenmiştir. Bir başka deyişle öğrenciler problemi sadeleştirebilmiş, gerekli gereksiz değişkenleri belirleyebilmiş fakat bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunduğu için Grup 1'in sadeleştirme yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Sadeleştirme aşamasında verilen örneklerde olduğu gibi öğrenciler tahmini yerleşimlerini matematiksel olarak düzenlemeye başlamaları için aşağıdaki gibi araştırmacı tarafından matematikselleştirmeye yönlendirilmişlerdir.

“Araştırmacı: Peki ölçüleriniz sığıyor mu oraya önemli olan o. Burası 5 buçuk m değil mi?”

Daha sonra ise matematiksel ölçülere dikkat ederek eşyaları nasıl yerleştireceklerine ilişkin varsayımlarını kullanmışlar ve matematiksel modellerini buna göre oluşturmuşlardır.

“Ö1: 3 m kaç cm? Bakın bir yatağın uzunluğu 2 m. Yatak demek ki böyle. Burada böyle bir alan kalıyor.”

...

“Ö1: Bakın her alan bu kadar. 90 cm 90 cm 90 cm. Mini buzdolabı burada olsun.”

“Ö1: Dur buldum. Çalışma masalarının şu ikisi birbirine yapışık olsa daha çok alanımız olur. Oraya bir gardirop yerleştiririz.

...

Ö1: Olmuyor.

Ö3: Buldum. Buraya bir tane gardirop çalışma masası daha güzel olur.

Ö1: Bu komodinleri de yapıştıralım.”

Öğrenciler bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarına dayalı doğru matematiksel modeller oluşturdukları için Grup 1’in matematikselleştirme yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1 doğru oluşturduğu matematiksel modelleri kullanarak doğru matematiksel çözüme ulaşabilmiştir. Örneğin öğrenciler yurt odası için matematiksel ölçüler dahilinde birden fazla model oluşturmuşlardır. Bu modelleri oluştururken matematiksel olarak doğru çalışmışlar ve problemin çözümü için gerekli olmayan modelleri iptal etmişlerdir. Kendileri için en uygun modeli matematiksel olarak çalışarak bulmuşlardır. Aşağıda öğrencilerin matematiksel çözüm yaparkenki diyaloglarına yer verilmiştir.

“Ö3: Yatak 90 cm değil mi? Burası 2 metre. Ben buldum. Eğer buraya bir tane yatak koyarsak buraya da bir tane çalışma masası olur. 1 buçuk m.”

“Ö1: Diyelim ki, Şeyda’nın çalışma masası 1 buçuk m. Bakın buraya kadar olur. “

“Ö3: 3 m yapıyor. Yatak kaçtı? 90 90 90. 180. 480 cm. Burası tamam.”

Grup 1’in oluşturduğu yerleşim düzeni Şekil 23’te verilmiştir.



Şekil 23 grup 1'in yurt odası yerleşim düzeni çizimi

Grup 1 doğru matematiksel modeller kullanarak doğru matematiksel çözüme ulaştığı için matematiksel olarak çalışma yeterliği 4 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1 odanın yerleşim düzeninin sıkışıklık yaratacağı noktalarda aşağıdaki gibi yorumlama yapmıştır.

“Ö3: [Yatakları] Sıkıştırırsak rahat olmazlar.

Ö1: Gardiropoları sıkıştıracağız.”

Fakat yukarıdaki diyalog dışında elde ettikleri doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında neredeyse hiç yorumlamadıkları görülmüştür. Dolayısıyla Grup 1'in yorumlama yeterliği 0 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1'in doğrulama yeterlikleri incelendiğinde araştırmacının öğrencileri problemi matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışabilmeleri için aşağıda verilen diyaloglarda görüldüğü gibi doğrulamaya yönlendirdiği görülmüştür.

“Araştırmacı: 2 m şurası 2 m şurası 4 metre. 1 buçuk m boşluk çok olmuş. Başka şeyler sığdırabilirsiniz.”

“Araştırmacı: Burası 5 buçuk m. Çalışma masası 105 yatak 90. 90 ile 105'i topladı. 195 cm yaklaşık 2 metre. Demek ki burası 2 m burası 2 m burası da 2m. Doğru mu?

Ö1: Evet hocam.

Araştırmacı: 6 metre. 5 buçukluk yere sığar mı?

Ö1: Hayır hocam.”

...

“Araştırmacı: Hiç ölçüleri dikkate almıyorsunuz. Yatağın dörtte biri gardırop ama siz yarısından fazlasına çizmişsiniz.”

...

“Araştırmacı: Bakalım hesaplar tutuyor mu? Bakalım. Yataklar arası kaç cm.

Ö1: 10 olsun.

Araştırmacı: Tamam 1 m 1 m 1 m 3 metre. Çalışma masası ile mini buzdolabı buraya sığacak mı? Buradan buraya 2 metre gitti. Geriye ne kadar kaldı? 146. Çalışma masası 105 buzdolabı 47. Toplayalım 152. Peki 146'lık yere 152'lik eşya sığar mı?

Ö1: Hayır.”

Yukarıda verilen yönlendirmeler sonucunda öğrenciler hatalarını aşağıda verilen diyaloglarda görüldüğü gibi düzeltmişlerdir.

“Ö1: Bakın şurada bir buzdolabı olsa çalışma masası bunu engelliyor.”

...

“Ö1: 346.

Ö3: Sığmıyor.

Ö1: Sığar.

Ö3: Evet sığar.”

...

“Araştırmacı: Ne yaptınız bakalım? Çalışma masası burada. Gardırop tamam. Buzdolabı tamam. Sığar mı? Sığar tamam. Bu buraya sığmıyor.

Ö3: Buraya alalım.

Araştırmacı: Evet pencere önüne alabilirsiniz.

Ö1: Evet buraya alalım.”

Grup 1 doğrulama yeterliğini çoğu zaman araştırmacının yönlendirmesi ile gösterdiği için bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunduğu kabul edilmiştir. Fakat öğrencilerin belirlenen hataları düzelttikleri de görülmüştür. Dolayısıyla Grup 1'in doğrulama yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1'in matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde problemi tam olarak anlamlandırdığı fakat sadeleştirme aşamasında bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunduğu görülmüştür. Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma aşamasında ise her ne kadar araştırmacı yönlendirmede bulunmuş olsa da doğru matematiksel model oluşturup doğru çözüme ulaşmışlardır. Bu süreçte yine araştırmacının yönlendirmesi ile doğrulama yaptıkları görülsede Grup 4 yorumlama yeterliğini hiç gösterememiştir. Sonuç olarak Grup 1'in modelleme yeterlikleri toplam 15 puan olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 20).

Tablo 20 Konforlu Yurt Yaşamı Probleminde Grup 1'in Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 1'in Puanı
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	2
Matematikselleştirme	2
Matematiksel Olarak Çalışma	4
Yorumlama	0
Doğrulama	3
TOPLAM	15

4.2.1.2. Grup 2'ye ait bulgular

Grup 2 problemi ve çözüm planını inceleyerek matematiksel modelleme sürecine başlamıştır. Grup 2 problemi tam olarak anlayabilmiş verilenleri ve istenilenleri aşağıda görüldüğü gibi belirleyebilmiştir.

“Ö5: 3 yatak 3 gardırop. Hocam bir gelebilir misiniz? Hocam bu ne?

Araştırmacı: Buzdolabı.

Ö6: Sadece buzdolabı 1 tane.”

Dolayısıyla Grup 2'nin problemi anlama yeterliği 4 puan olarak değerlendirilmiştir.

Sadeleştirme aşamasında Grup 2 ilk olarak problemde verilen eşyaların kenar uzunluklarını aşağıdaki gibi incelemiştir.

“Ö5: Hangisi daha büyük? Yatak mı komodün mü?”

“Ö6: Buzdolabı ne kadar? 47 cm.”

Grup 2 gerçek yaşam deneyimlerinden yararlanarak yerleşim düzeni ile ilgili aşağıdaki gibi varsayımlarda bulunmuştur.

“Ö5: Dolap arkada olsun mu?”

“Ö5: Buraları yatak yaptı Ö6, çekmeceleri yanına koydu.”

“Ö5: Aslında buzdolabını buraya koyalım.

Ö6: Olabilir aslında.”

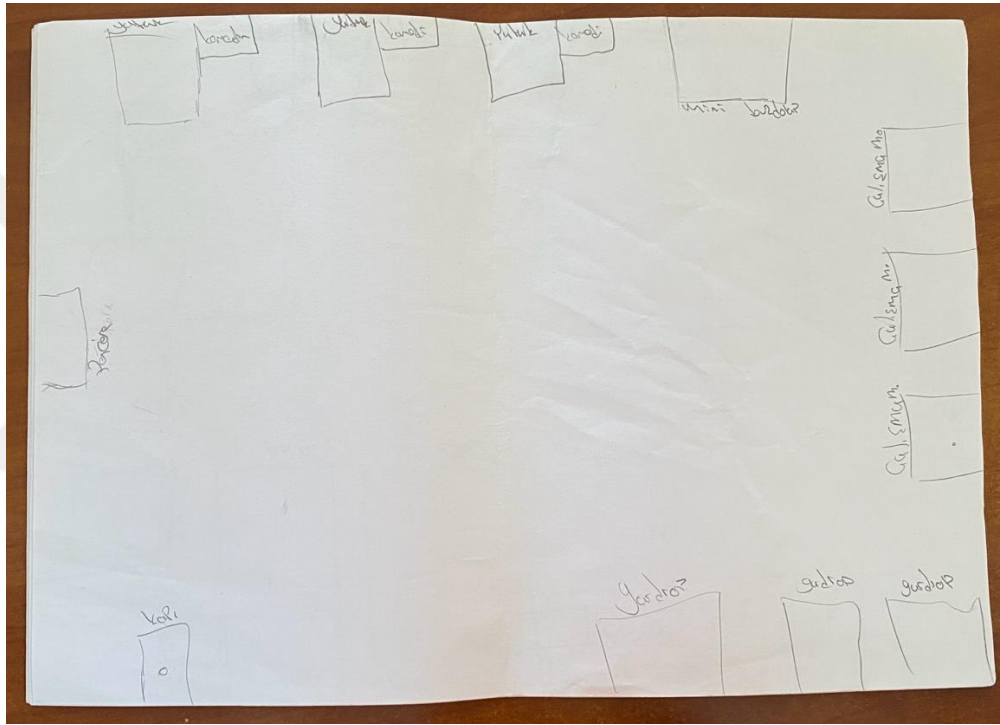
Dolayısıyla Grup 2 problemi sadeleştirebildiği, gerekli gereksiz değişkenleri belirleyebildiği ve gerçekçi varsayımlarda bulunduğu için Grup 2'nin sadeleştirme yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Matematikselleştirme aşamasında Grup 2 odanın yerleşim düzeni hakkında aşağıda verildiği gibi tartışarak matematiksel modeller oluşturmaya çalışmıştır.

“Ö6: Bunu biraz daha mı buraya yapıştırsak acaba?”

“Ö6: Bence mini buzdolabını buraya koyalım.”

Fakat Grup 2 başlangıçta matematiksel modellerini oluştururken eşyaların boyutlarını odanın alanı ile ilişkilendirmeden Şekil 24’te verildiği gibi rastgele yerleştirmeye çalışmıştır.

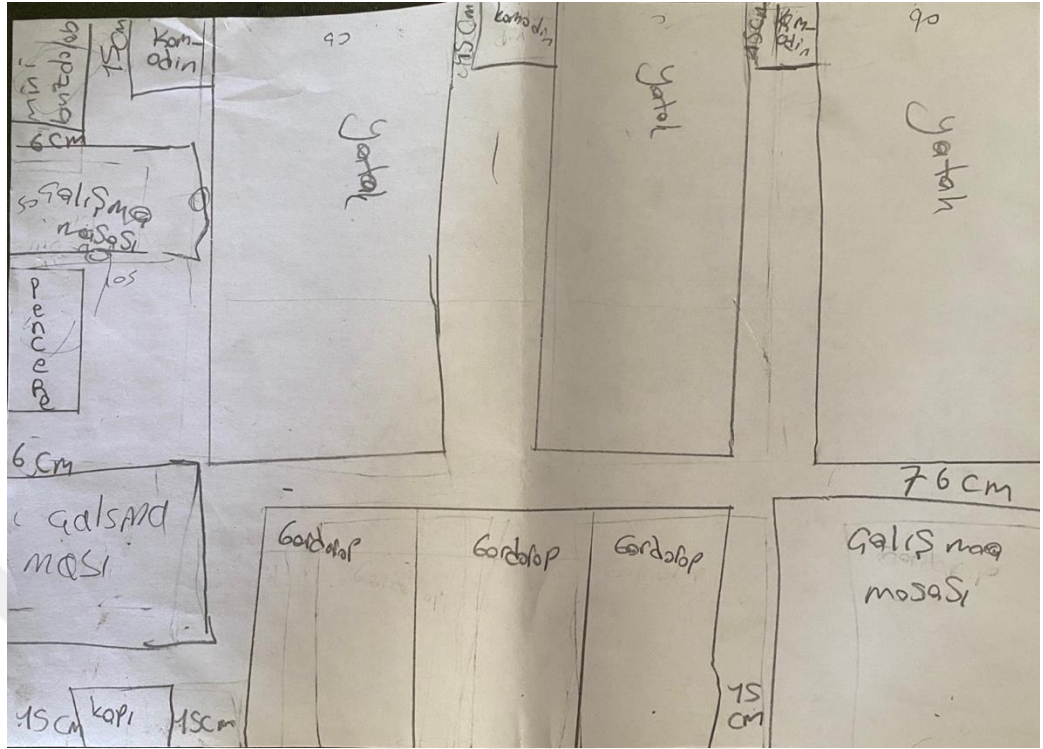


Şekil 24 Grup 2'nin hatalı matematiksel modeli

Hatalı matematiksel model oluşturan Grup 2 gerçekçi varsayımları göz önünde bulundurabilmeleri için araştırmacı tarafından aşağıdaki gibi yönlendirilmiştir.

“Araştırmacı: Şimdi biraz ölçülere dikkat etmemiz gerekiyor. Oda bu uzunluğuna bunlar sığar mı onu düşünmeniz lazım. Size göre tam sığmış görünüyor. Acaba gerçekten öyle mi?”

Araştırmacının yönlendirmesi ardından gerçekçi varsayımlara dayanarak matematiksel modellerini düzelterken Grup 2, Şekil 25’teki matematiksel modeli oluşturmuştur.



Şekil 25 grup 2'nin yurt odası yerleşim düzeni çizimi

Araştırmacının yönlendirmesi ile de olsa doğru matematiksel modeller oluşturan Grup 2'nin matematikselleştirme yeterliği 4 puan olarak değerlendirilmiştir.

Matematiksel modellerini kuran Grup 2 matematiksel olarak çalışırken aşağıdaki gibi odanın büyüklüğünü dikkate alarak eşyaları yerleştirmeye çalışmıştır.

“Ö5: Yetiyor yetiyor, 420 cm.”

...

“Ö5: 264 ü 47 ile tolasam. 313. Yetiyor.”

...

“Ö5: 88 88 88. 264. 264 ile 105'i tolasam. 369.”

...

“Ö5: Şimdi 5 buçuk m 550 cm. Arada ne kadar var? 411'i 550'den çıkaralım. 139. 139'u 3'e bölsem. 46. 46 46 46.

Ö6: Her birine 46 mı veriyoruz?

Ö5: Evet.”

Bu süreçte araştırmacı ölçülere dikkat etmeleri için aşağıdaki gibi yönlendirmelerde de bulunmuştur.

“Araştırmacı: 411 cm 5 buçuk metreye sığar mı? Sığar. Geri kalanları buralara dağıtabilirsiniz. Hesaplayıp dağıtabilirsiniz.”

Araştırmacının yönlendirmesiyle doğru matematiksel çözümlere (bkz. Şekil 25) ulaşan Grup 2'nin matematiksel olarak çalışma yeterliği 4 puan olarak değerlendirilmiştir.

Eşyaları yurt odasına yerleştirme aşamasında yerleşim düzeninin konforu etkilememesi adına Grup 2 aşağıda verilen diyaloglarda görüldüğü gibi yorumlama yapmıştır.

“Ö6: Ama nasıl rahat gezecekler?”

Ö5: Aman gezmesinler.”

...

“Ö5: Ay pencere kapı yapmadık. Sonra bunlar nerede derler.

Ö6: Doğru, nereden nefes alacağız?”

Yukarıdaki ifadelerinde yorumlama yaklaşımında bulundukları görülse de nihai çözümlerini bu yorumlara göre revize etmedikleri ve sonuç olarak gerçek yaşam bağlamında bir ölçüde yorumlama yaptıkları görülmüştür. Dolayısıyla Grup 2'nin yorumlama yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 2 çözüm sürecinde aşağıdaki gibi varsayımlarının üzerinden geçerek yani yerleşim yaparken yerleştirilen eşyaları kontrol ederek doğrulama yapmıştır.

“Ö5: 3 yatak yaptık, 3 gardırop yaptık, çalışma masası yaptık, 3 komodin yaptık, 1 buzdolabı yaptık, kapıyı yaptık.”

Ayrıca Grup 2 matematiksel olarak çalışma aşamasında eşyaların odaya doğru yerleştirilebilmesi adına aşağıda verilen diyaloglardaki gibi doğrulama yapmıştır.

“Ö6: Ama diğerleri nasıl sığacak?”

“Ö5: 264 ü 47 ile toptasam. 313. Yetiyor.”

Yukarıdaki ifadeler dışında Grup 2 doğrulama yapmadığı için Grup 2'nin bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunduğu kabul edilmiştir. Bununla birlikte Grup 2 belirlenen hataları düzeltebilmiştir. Dolayısıyla Grup 2'nin doğrulama yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 2'nin matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde problemi tam olarak anladığı ve problemi tam olarak sadeleştirebildiği görülmüştür. Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma aşamasında araştırmacının yönlendirmeleri olmuş olsa da Grup 2 doğru matematiksel model oluşturmuş ve matematiksel modeli doğru çözmüştür. Matematiksel model oluşturma ve matematiksel modeli çözenin ardından Grup 2 nihai çözümünü yorumlamamış ve matematiksel modelleme sürecinde bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunmuştur. Sonuç olarak Grup 2'nin modelleme yeterlikleri toplam 21 puan olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 21).

Tablo 21 Konforlu Yurt Yaşamı Probleminde Grup 2'nin Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 2'nin Puanı
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	3
Matematikselleştirme	4
Matematiksel Olarak Çalışma	4
Yorumlama	3
Doğrulama	3
TOPLAM	21

4.2.1.3. Grup 3'e ait bulgular

Grup 3 matematiksel modelleme sürecine problemi ve çözüm planını okuyarak başlamıştır. Grup 3 problemi tam anlamak için araştırmacıya aşağıda verilenler diyaloglarda görüldüğü gibi sorular yöneltmiş ve problemi tam olarak anlamlandıramamıştır.

“Ö7: Hocam 3 oda değil mi?”

...

“Ö8: Komodin ne hocam?”

Araştırmacı: Çekmeceli, yatağın yanında olur.

Ö8: Anladım hocam.”

Araştırmacının yukarıdaki gibi yönlendirmeleri ile Grup 3 problemi tam olarak anlamlandırmış fakat aşağıda verildiği gibi öğrenciler bazı eşyaların 3 tane olmasının gereksiz olduğunu düşünmüşler ve önemsiz ilişkiler kurmuşlardır.

“Ö7: Her birinden 3 tane var.

Ö9: Ama bundan 3 tane, bundan da 3 tane çok fazla.

Ö7: Fazla yer gider.”

Dolayısıyla Grup 3'ün problemi anlama yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3 çözüm planını okumuş ve çözüm planının dördüncü aşamasındaki yuvarlamalar yapın yönlendirmesini yanlış anlamış ve problemin başında yurt odasının kenar uzunluklarını aşağıdaki gibi yuvarlama yapmaya çalışmıştır.

“Ö8: 46.

Ö7: Biz bunu 40 yapalım direkt, yuvarlayalım.”

Araştırmacı yukarıda verilen diyalogun ardından Grup 3'ü aşağıdaki gibi yönlendirip doğrulama yapmalarını sağlamış ve Grup 3 hatalı sadeleştirmeyi düzeltmiştir.

“Araştırmacı: Hayır odanın boyutunu yuvarlamayın.

Ö7: Yuvarlayalım hocam.

Araştırmacı: Ama belki o 6 cm'ye ihtiyacınız olabilir.”

Grup 3 sadeleştirme aşamasında keyfi olarak yani matematiksel ölçülere dikkat etmeden yerleştirme varsayımlarında bulunmuştur. Aşağıda Grup 3'ün mobilyaları yerleştirmeye ilişkin varsayımlarının yer aldığı diyaloglar verilmiştir.

“Ö9: Sen yatağı hep böyle mi yapacaksın?

Ö7: Evet yatay olarak.

Ö9: Niye böyle düz yapmıyoruz?”

“Ö9: Dolaplar da burada olsun”.

...

“Ö8: Dolabı gerekirse buraya koyarız.

Ö7: Şimdi yatağı eylelim yatakları yerleştirdik.

Ö8: İkili dolabı yerleştirelim şimdi.”

“Ö8: Çalışma masalarından birini buraya birini buraya koysak?”

“Ö9: Komodinlerden birini buraya koysak?”

“Ö7: Gardırobı da buraya koyalım.

Ö8: Buraya”

“Ö7: 3 yatak da yan yana böyle yapalım.”

Grup 3 matematiksel ölçülere dikkat etmeden varsayımlarını belirlerken varsayımlarının gerçekçi olmasına da aşağıdaki gibi dikkat etmiştir.

“Ö8: Kapıyı engellemesin Ö7.”

“Ö8: Dışardan açılsın yer kaplamasın.”

Söz konusu diyaloglar göz önünde bulundurulduğunda Grup 3'ün problemi sadeleştirebildiği ve gerçekçi varsayımlarda bulunması sebebiyle sadeleştirme yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3 matematiksel ölçülere dikkat etmeden gerçekçi varsayımlarda bulunduktan sonra aşağıda verildiği gibi problemde verilen eşyaların ölçülerini dikkate alarak matematiksel model oluşturmaya başlamıştır.

“Ö7: Evet aslında öyle 2 metrelik bir alan kaplayacak bu yatak. 1 metre eğer bu katarsa 90 cm ne kadar olur acaba? Burada olmalı bence 90 cm. Bir yatağımızı yerleştirmeyi başardık.”

“Ö7: Dur önce bir buzdolabını yerleştirelim. Bu kapıysa buzdolabı da burada olsun.

Ö9: Böyle iki çekmeceli olanı koyalım.

Ö8: Ö7 buzdolabı tam bir buçuk metreyi kaplıyor.”

...

“Ö9: Komodin? 3 tane oraya sığabilir.

Ö7: Evet komodinleri buraya sığdırabiliriz.

Ö9: Tamam, aralarında bu kadar mesafe olsun.”

Dolayısıyla Grup 3 gerçekçi varsayımlara dayalı doğru matematiksel model oluşturduğu için Grup 3'ün matematikselleştirme yeterliği 4 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3 matematiksel modellerini oluştururken aşağıdaki gibi matematiksel çözümler yapmıştır.

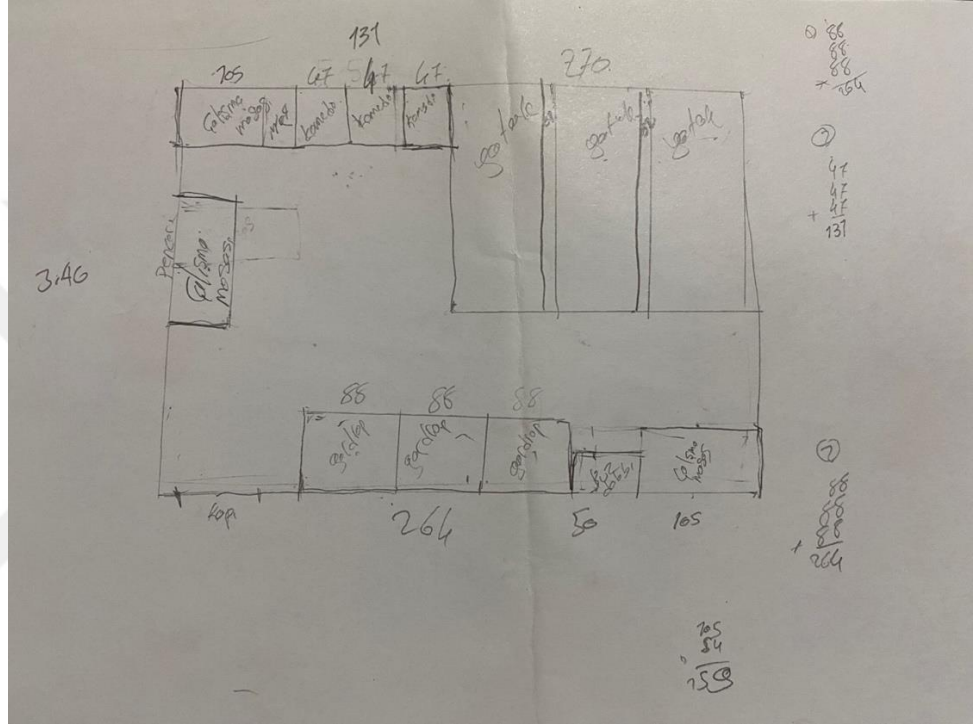
“Ö7: 1 m alan kaplıyor. 1 metremiz bu kadarsa...”

Ö9: 2 tane de burası.

Ö7: 1 tane de buraya yerleştirelim.”

“Ö7: Geriye kaldı bu. Gardiropları yerleştirdik. Gardirop ne kadar? 88. 88 88 88 topla. 264 cm. 2m 64 cm yer kaplıyor.”

Grup 3 doğru matematiksel çözümlerin ardından Şekil 26’da verilen yerleşim düzenini oluşturmuştur.



Şekil 26 Grup 3'ün yurt odası yerleşim düzeni çizimi

Grup 3 doğru matematiksel modeli kullanarak doğru matematiksel çözüme ulaştığı için Grup 3'ün matematiksel olarak çalışma yeterliği 4 puan olarak değerlendirilmiştir.

Oluşturdukları matematiksel modeli çözerken Grup 3 çözümlerini aşağıda verilen diyaloglarda görüldüğü gibi gerçek yaşam bağlamında yorumlamıştır.

“Ö9: O çocuk nasıl inecek aşağı?”

Ö8: Burada biraz boşluk bırakacaktık ikisini buraya yerleştirecektik, yanlış yaptınız hatalar yapıyorsunuz.”

“Ö9: Çok küçük burada nasıl yaşayacaklar?”

Ö8: Bir kişi olsa neyse üç kişi zorlanır.”

“Ö7: Çalışma masasını buraya koyarsak burada oturan çalışamaz.”

“Ö9: Ö7 arka arkaya böyle olmaz.

Ö8: Hapis yaptık biz burada ya.

Ö9: Biri burada otursun biri burada.

Ö8: Yataktan inip çıkmak zorundalar, hocam Ö7 hapis yapıyor.

Ö9: Hocam böyle arka arkaya güzel değil diyorum. Böyle yan çevirsek iki tane buraya koysak daha iyi.”

Ayrıca Grup 3 çözüm esnasında yorumlama yaptığı gibi nihai çözüme ulaştığında da aşağıdaki gibi yorumlama yapmıştır.

“Ö8: İşte bitirdik Ö7. Ama yürüme alanı sanki biraz küçük. Bir şey olmaz ama ya. Düşünsene gerçek bir yurda gidiyoruz aynı böyle yerleştiriyoruz.”

Grup 3 nihai çözümü yorumlarken araştırmacı da aşağıdaki gibi yorumlamaya yönlendirici öneride bulunmuştur.

“Araştırmacı: Bu odada yaşamaktan mutlu olur musunuz?

Ö7: Evet hocam.

Araştırmacı: Ben mesela komodinin yatağımın yanında olsun isterdim. Telefonumu kitabımı koyarım diye.

Ö9: Evet hocam. Ortasında olurdu.

Ö8: Buradan inip koyarım hoca, ne olacak?

Ö7: Öyle yaptık olmadı hocam.”

Sonuç olarak Grup 3’ün yorumlama yeterliği değerlendirildiğinde elde ettikleri doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında da doğru yorumladıkları görüldüğü için Grup 3’ün yorumlama yeterliği 4 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3’ün doğrulama yeterliği incelendiğinde başlangıçta çözüm planında verilen yuvarlama yapın yönlendirmesini yanlış uyguladıkları noktada araştırmacının aşağıdaki gibi doğrulamaya yönlendirdiği görülmüştür.

“Araştırmacı: Hayır odanın boyutunu yuvarlamayın.

Ö7: Yuvarlayalım hocam.

Araştırmacı: Ama belki o 6 cm’ye ihtiyacınız olabilir.”

Sonrasında ise araştırmacı Grup 3’e matematiksel model oluşturma aşamasında yine aşağıdaki gibi doğrulamaya yönlendirici ifadelerde bulunmuştur.

“Araştırmacı: Ama bir şey diyeceğim kapı var.

Ö9: Tamam hocam.

Araştırmacı: Pencerenin önüne bir şey koyabiliriz ama kapının önüne koyamayız.”

“Araştırmacı: Buzdolabı 90 cm mi?

Ö7: Hayır 50 cm.

Araştırmacı: Neden yatakla aynı büyüklükte çizdin.

Ö7: Evet burada olması lazım.”

“Araştırmacı: Şu yatakların toplamı ne kadar?

Ö8: 270 cm.

Araştırmacı: 270 cm yatağa gitmiş. Acaba yanına 274 cm sığar mı?”

“Ö7: Hocam hesapladık. Biraz fazla oldu gibi. 5 m 6 cm.

Araştırmacı: Tamam zaten beş buçuktu. Ama sizin biraz boşluğunuz kalmasına rağmen çizmemişsiniz. O kalan boşluğu da çizimde göstermelisiniz. Yatakların arasını açabilirsiniz.”

Araştırmacının matematiksel modeli doğrulamaya yönlendirmeleri ardından Grup 3 doğrulama yaklaşımında bulunmuş ve belirlenen hataları düzeltmiştir. Ayrıca Grup 3 araştırmacının yönlendirmesi olmadan matematiksel modelin çözümünü aşağıdaki gibi doğrulamıştır.

“Ö7: Çalışma masası 105’e 50 cm. Komodin 47’ye 50 cm. Yatak 90 90 90, 270 cm. Şimdi 105 375. Dur toplayalım. 47 47 47 toplanırsa 131 cm. 4 m etti. Birazcık alan fazla kalmış. Biraz fazla yerleştirmişiz.”

Dolayısıyla yukarıda verilen tüm diyaloglar incelendiğinde Grup 3’ün doğrulama yaklaşımında bulunduğu ve belirlenen hataları düzelttiği görülmüştür. Sonuç olarak Grup 3’ün doğrulama yeterliği 6 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3’ün matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde problemi anlamada araştırmacının yönlendirmesine ihtiyaç duyduğu fakat sadeleştirme aşamasında gerçekçi varsayımlarda bulunduğu görülmüştür. Matematikselleştirme aşamasında doğru matematiksel model oluşturan Grup 3, oluşturduğu matematiksel modeli de doğru çözüme ulaştırmıştır. Grup 3’ün hem çözüm sürecinde hem de nihai çözümde yorumlama yeterliğini tam olarak gösterdiği ve yine çözüm sürecinde doğrulama yapıp hatalarını düzelttiği görülmüştür. Sonuç olarak Grup 3’ün modelleme yeterlikleri toplam 24 puan olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 22).

Tablo 22 Konforlu Yurt Yaşamı Probleminde Grup 3’ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 3’ün Puanı
Problemi Anlama	3
Sadeleştirme	3
Matematikselleştirme	4
Matematiksel Olarak Çalışma	4
Yorumlama	4
Doğrulama	6
TOPLAM	24

4.2.1.4. Grup 4’e ait bulgular

Grup 4 problemi ve çözüm planını incelemiş ve problemi tam olarak anladığını gösteren aşağıdaki ifadelerde bulunmuştur.

“Ö10: Yurtta 3 kişilik oda diyor. Yani 3 kişi.”

“Ö12: Biz bunların hepsini buraya sığdıracağız.”

“Ö12: Bak burası 20 cm burası 90 cm. Bunların kenarı da 3,46 cm.”

Dolayısıyla Grup 4 problemi tam olarak anlamlandırabilmiş ve Grup 4’ün problemi anlama yeterliği 4 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 4 problemi anladıktan sonra yerleşim düzeni ile ilgili aşağıdaki gibi gerçekçi varsayımlarda bulunmuştur.

“Ö10: Burası kapı, burası pencere. 3 tane yatak buraya olur mu?”

“Ö11: Yatak burada olacak dolap burada olacak.”

“Ö12: İlk önce yataktan başlayalım. Yatağı buraya sığdıralım.”

“Ö12: Yatakları buraya yerleştirelim. Bu yatak burada olsun

Ö10: Burada çalışma masası olsun.”

“Ö12: Burası da gardırop olsun tamam.

Ö10: Çalışma masası 3 tane yapacağız ha.

Ö12: 3 tane buzdolabı, 3 tane gardırop.

Ö10: Dur dur. 3 tane değil. 3 tane gardırop 3 tane çalışma masası.

Ö12: 3 tane yatak, 3 tane çalışma masası, 3 tane gardırop, 3 tane komodin. Bak bir adet mini buzdolabı.”

“Ö10: Tamam 3 tane komodini yerleştir.

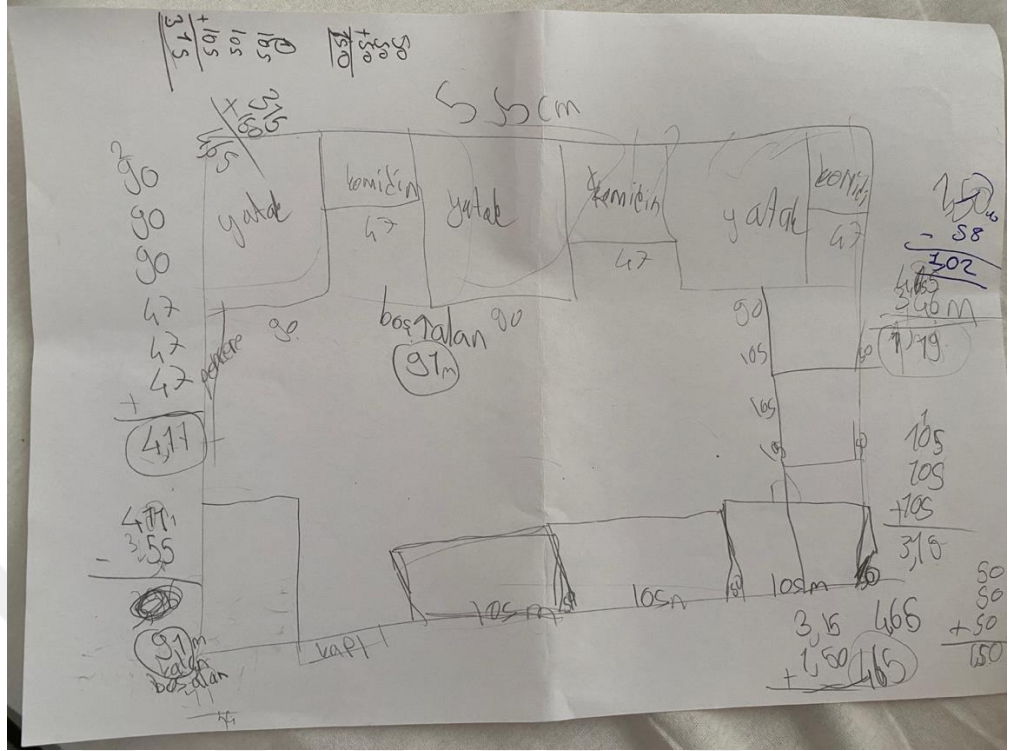
Ö12: 3 komodin de buraya. Buraya da çalışma masası koyalım.”

Yukarıda verilen diyaloglar incelendiğinde Grup 4’ün mobilyaların boyutlarına göre doğru bir şekilde yerleştirebildiği ve bu esnada gerçekliği dikkate almaları sebebiyle problemi sadeleştirebildiği ve gerçekçi varsayımlarda bulunduğu görülmüştür. Dolayısıyla Grup 4’ün sadeleştirme yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Sonrasında Grup 4 çözüm planından yararlanıp aşağıdaki gibi problemde verilen yurt odasının alanına ve eşyaların ölçülerine dikkat ederek model oluşturmaya başlamıştır.

“Ö10: Bu santimetreden 3 yatağı çıkaracağız.”

Fakat matematikselleştirme aşamasında problemde verilen ölçülere yeterince dikkat etmedikleri için başlangıçta hatalı matematiksel model oluşturmuşlardır (bkz. Şekil 27) ve araştırmacı bu noktada aşağıdaki gibi yönlendirmede bulunmuştur.



Şekil 27 Grup 4'ün başlangıçta oluşturduğu hatalı matematiksel model

“Ö11: Evet. O da buraya tamam. Hocam yaptık bitti.

Araştırmacı: Nasıl bitti? Bakalım. Yatak komodin, yatak komodin, yatak komodin. Peki bir şey soracağım. Şimdi burası neredeyse 3 buçuk m. Doğru mu? Sizin yatağınızın uzunluğu ne kadar?

Ö11: 200 cm.

Araştırmacı: 200 cm kaç m?

Ö11: 2 m.

Araştırmacı: Peki 2 m uzunluk bu kadar bir alanı mı kaplar? 3 buçuğun yarısından fazla 2 m eder.

Ö11: 3 buçuksa daha bu tarafa gelmesi gerekiyor.

Araştırmacı: Aynen daha büyültmen gerekiyor. Böyle olursa minik minik çizerim bitiririm. Öyle olur mu?

Ö11: Böyle oldu.”

Araştırmacının yukarıdaki yönlendirmesinden sonra Grup 4 matematiksel modeli aşağıdaki gibi matematiksel olarak çalışarak düzeltmeye başlamıştır.

“Ö10: 3 tane 90 cm. Komodin 47 cm. Bak yaptım bu 5 m demiş ya böyle yapınca 4 m 11 cm oluyor.”

...

“Ö10: Bak 4 m 11 cm değil mi? 5 m 5 cm'den çıkarttım 91 cm kaldı.”

...

“Ö12: Tamam 105 105 105 burası 315 cm yapıyor.”

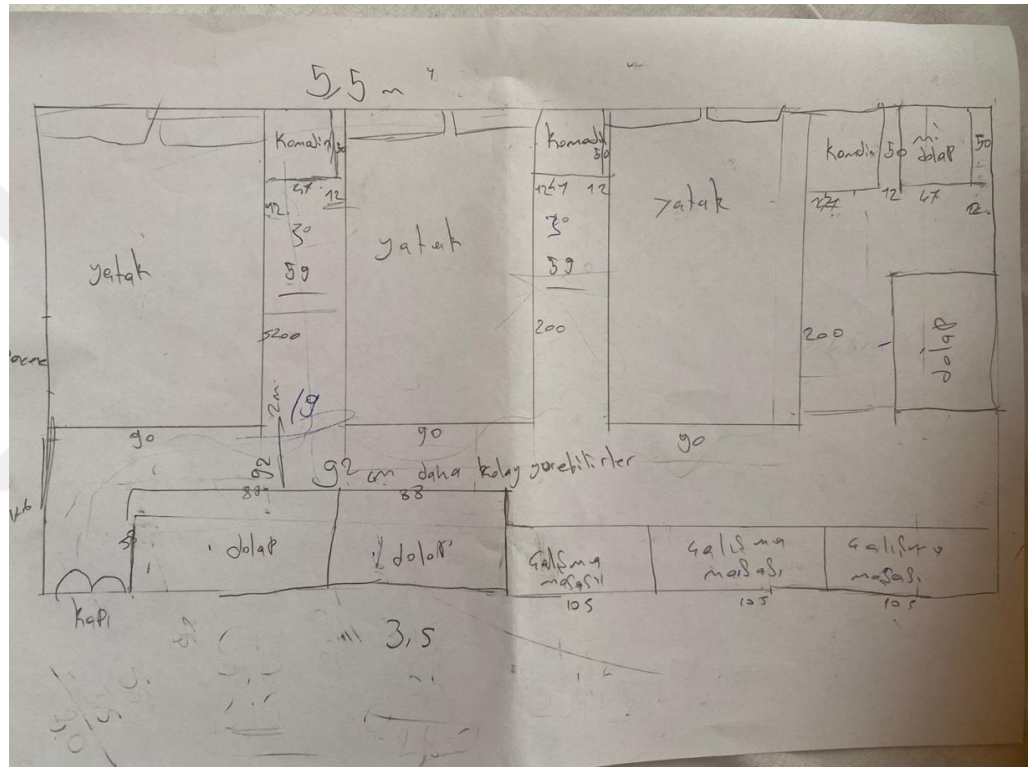
...

“Ö10: Topladık hepsi 4 m 65 cm. 4m 65 cm'den 3 m 46 cm'yi çıkarttık. 1m 19 cm kaldı.”

...
 “Ö11: Ortası neresi? Bakalım. 27 cm ise ortası 13,5 cm. Her biri 1 m. 3 tane 3 m oluyor. 5 cm 15 cm buraya kadar.”

...
 “Ö11: 1 m buraya kadar 58 cm buraya kadar. Çıkartalım. Bir buçuk metreden 58 cm çıkart. 92 cm kalır.”

Dolayısıyla yukarıda verilen diyaloglar incelendiğinde Grup 4 araştırmacının yönlendirmesi ile doğru matematiksel modeli (bkz. Şekil 28) oluşturmuş ve oluşturulan doğru matematiksel modelin çözümlerini de doğru yapmıştır.



Şekil 28 Grup 4'ün yurt odası yerleşim düzeni çizimi

Grup 4'ün matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma yeterlikleri 4 tam puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 4'ün yorumlama yeterliği incelendiğinde yeterince yorumlama yapmadığı görülmüştür. Grup 4'ün sadece matematiksel çözüm aşamasında eşyaların yerleşimi hakkında aşağıdaki gibi yorumlama yaptığı görülmüştür.

“Ö11: Buraya sığmaz mı? Sığar sığar.

Ö11: 40 40 80 cm. 87 cm sığar. Tamam sığar.”

“Ö11: 1 buçuk m kalmıştı.

Ö10: Buradan geçiyorlar komodine gidiyorlar. Tamam yer var.”

“Ö12: 92 cm daha rahat yürüyebilirler.”

Grup 4'ün nihai çözümü yorumlaması ise araştırmacının aşağıdaki gibi yönlendirmesi sonucunda olmuştur.

“Araştırmacı: Bence buzdolabı biraz uzak kalmış. Labirentten geçmen lazım gibi. Bir de bu kapıdan girince dolaplar daha geniş alan kaplamış çalışma masaları olsa daha da daha ferah olabilirdi.

Ö11: Çalışma alanı geniş olsun hocam belki koltukları da vardır.”

Dolayısıyla Grup 4'ün elde ettikleri matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik yorumladığı görülmüştür ve Grup 4'ün yorumlama yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Araştırmacı Grup 4'ün ilk başta oluşturduğu matematiksel modeli doğrulamaları için aşağıdaki gibi yönlendirmelerde bulunmuştur.

“Araştırmacı: 105 105 105 3 m gitti geriye kaldı 2,5 m bir de kapı var. Gardırop mu sığdıracaksın? Kaç cm? 88 cm. 88 cm buraya sığar mı?

Ö11: Evet sığar hocam.”

“Araştırmacı: 4,05 değil ki 4 m 50 cm. Dikkat edin.

Ö11: 1m 39 cm kalıyor hocam.

Araştırmacı: 47 cm bu kadar çizmişsiniz ama 1 m 39 cm bu kadar mı olur sizce?”

Araştırmacının yukarıdaki yönlendirmelerinin ardından Grup 4 matematiksel modelini aşağıda verilen diyalogda görüldüğü gibi doğrulama yapıp düzeltmeye gitmiştir.

“Ö12: Ö11 orayı sil biraz genişletelim.”

Dolayısıyla Grup 4'ün bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunduğu fakat belirlenen hataları düzelttiği görülmüştür ve Grup 4'ün doğrulama yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 4'ün matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde problemi tam olarak anlamlandırdığı ve problemi tam olarak sadeleştirebildiği görülmüştür. Problemi matematikselleştirme sürecinde her ne kadar araştırmacının yönlendirmesi olmuş olsa da Grup 4 doğru matematiksel model oluşturmuş ve oluşturduğu matematiksel modeli doğru çözmüştür. Çözüm sürecinde yorumlama yapan Grup 4, nihai çözümü araştırmacı yönlendirmesi ile yapmıştır. Araştırmacının yönlendirmesi ile hatalı matematiksel modelini düzelten Grup 4, yine bu aşamada da araştırmacının yönlendirmesi ile doğrulama yapmış ve hatalarını düzeltmiştir. Bu noktada Grup 4'ün doğrulama yeterliği kısmen görülmüştür. Sonuç olarak Grup 4'ün modelleme yeterlikleri toplam 21 puan olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 23).

Tablo 23 Konforlu Yurt Yaşamı Probleminde Grup 4'ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 4'ün Puanı
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	3
Matematikselleştirme	4
Matematiksel Olarak Çalışma	4
Yorumlama	3
Doğrulama	3
TOPLAM	21

Tüm grupların Konforlu Yurt Yaşamı problemi çözümleri incelendiğinde modelleme yeterliklerine ilişkin değerlendirme Tablo 24'te verilmiştir.

Tablo 24 Grupların Konforlu Yurt Yaşamı Probleminden Aldıkları Puanlar

	Problem i anlama (.../4)	Sadeleştirm e (.../3)	Mat.sel l eştirme (.../4)	Mat.se l OL. Çal. (.../4)	Yorumlam a (.../4)	Doğrulama (.../6)	TOPLA M (.../25)
Gru p 1	4	2	2	4	0	3	15
Gru p 2	4	3	4	4	3	3	21
Gru p 3	3	3	4	4	4	6	24
Gru p 4	4	3	4	4	3	3	21

4.2.2. “Miras Paylaşımı” problemine ilişkin elde edilen bulgular

4.2.2.1. Grup 1'e ait bulgular

Grup 1 problemi aralarında tartışarak ve araştırmacının da yönlendirmesiyle tam olarak anlayabilmiş, verilenleri ve istenilenleri belirleyebilmiştir. Grup 1'in tarla paylaşımına ilişkin aşağıdaki ifadelerinden de problemi rahatça anlamlandırabildiği görülmüştür.

“Ö1: 2 tarla 2 tarla toplayacağız. Birbirine yakın olsun.”

Dolayısıyla Grup 1'in problemi anlama aşamasında eksiklik yaşamadığı görülmüş ve Grup 1'in problemi anlama yeterliği 4 tam puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1'in sadeleştirme yeterlikleri incelendiğinde probleme uygun varsayımlarda bulunabildiği görülmüştür. Problemin başında öğrenciler çözüm için kendilerine lazım olan

değişkenleri henüz belirlemeden ölçüm yapmışlardır ve bu aşamada aşağıdaki gibi sadeleştirme yaptıkları görülmüştür.

“Ö1: Bu 2 cm mi?
 Ö2: 1 cm de olabilir.
 Ö1: 2 cm burada. 5 burada. Yok 4 cm çıkıyor.
 Ö3: Bak uzunluğu 5 burası da 2.”

Fakat bu sadeleştirme işlemini yaparken öğrenciler gerekli gereksiz değişkenleri belirlemede zorlanmışlardır. Örneğin problemin çözümü için kendilerine tarlaların alan bilgileri lazımken tarlaların çevre bilgilerine ulaşmaya çalışmışlardır. Grup 1’in sadeleştirme yeterliği ile ilgili açıklamalarının görüldüğü başka bir kısım ise tarlaların şekillerini belirledikleri kısımdır. Burada aşağıdaki diyalogdaki gibi öğrencilerin varsayımlarını belirlemeye çalıştıkları görülmüştür.

“Araştırmacı: Öğrendiniz mi o şekillerin ne olduğunu? Bak mesela bu ne?
 Ö2: Üçgen.
 Araştırmacı: Bu ne?
 Ö1: Yamuk.”

Tüm bunlar düşünüldüğünde Grup 1’in problemi sadeleştirebildiği, gerekli gereksiz değişkenleri de bir ölçüde belirleyebildiği ve öğrencilerin çözüm için gerekli olmayan çevre bilgisine ulaşmaya çalıştıkları görüldüğü için bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunduğu görülmüş dolayısıyla Grup 1’in sadeleştirme yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1 tarlaların hangi dörtgene benzediğine karar verme aşamasında varsayımlar oluşturmuş ve varsayımlarına ilişkin gerekli olan alan hesabı formüllerini belirleyebilmiştir. Öğrenciler matematiksel modelleri oluştururken iki farklı fikir üzerinde tartışmışlardır. Bu fikirler alanı bulmak için toplama işlemi mi yoksa çarpma işlemi mi yapacakları üzerinedir. Bu tartışma araştırmacının aşağıdaki gibi yönlendirmesi sonucunda doğrulama yapılarak sonuçlanmıştır.

“Ö1: Şunun alanına bakalım. Çarpıyoruz. Şununla şunu çarpalım.
 Ö3: Neden? Toplamıyor muyuz?
 Ö1: Alanı bulmak için çarpıyoruz.
 Ö3: Topluyoruz ya.”
 “Ö1: Hocam? Toplayacak mıyız? Çarpacak mıyız?
 Araştırmacı: Çevre toplanır, alan çarpılır.”

Öğrenciler araştırmacının yönlendirmesiyle doğrulama yaptıktan sonra aşağıda verilen diyalogda görüldüğü gibi matematiksel modellerini inşa etmeye başlamışlardır.

“Ö1: Dikdörtgene bakalım. Kenarlarını çarpacağız.”

“Ö1: Sıra geldi paralelkenara. Taban uzunluğu çarpı yükseklik.”

Görüldüğü üzere Grup 1 bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarını kullanarak doğru matematiksel modeller oluşturabilmiştir. Dolayısıyla Grup 1’in matematikselleştirme yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Matematiksel olarak çalışma aşamasında da araştırmacının öğrencilere yönlendirmesi olmuştur. Öğrencilerin verilen geometrik şekillerin alan formüllerini hatırlamamaları sebebiyle araştırmacı gruplara geometrik şekillerin alanlarını gösteren bir kâğıt vermiştir. Araştırmacının söz konusu yönlendirmesi, her ne kadar tercih etmediği bir durum olsa da öğrencilerin modelleme sürecinde çalışmalarını devam ettirebilmeleri için önemli olmuştur. Bu kâğıt aracılığıyla öğrenciler matematiksel modellerini çözerken aşağıdaki gibi hata yapmaktan uzaklaşmışlardır.

“Ö1: Bu tam 1. Bunun kenarı 1 cm. Burası 2,1. Ama biz 2 diyelim yuvarlama yapalım. Çarptık 2 çıktı. Demek ki alan 2.”

Fakat öğrencilerin zaman zaman işlem hataları yaptığı da görülmüştür. Örneğin yamuğun alanını bulurken alt taban ile üst tabanı toplamak yerine sadece alt tabanı kullanmışlardır. Daha sonra ise 2’ye bölme işlemini aşağıdaki gibi hatalı sonuçlandırmışlardır.

“Ö1: 2,4. Yükseklikle çarpacağım.

Ö1: Yükseklik 1,2. Çarpıyorum.

Ö2: 2,4 değil ki.

Ö1: 2,4. Buraya neden 2,4 yazmışım. 2,3 olacak. Yanlış yazmışım.

Ö2: Bu 2,76.

Ö1: Bunu 2,76 bulduk.

Ö2: 2 ye böleceğiz.

Ö2: 1,4 Ö1.

Ö3: Hangisi?

Ö2: Yamuk.”

...

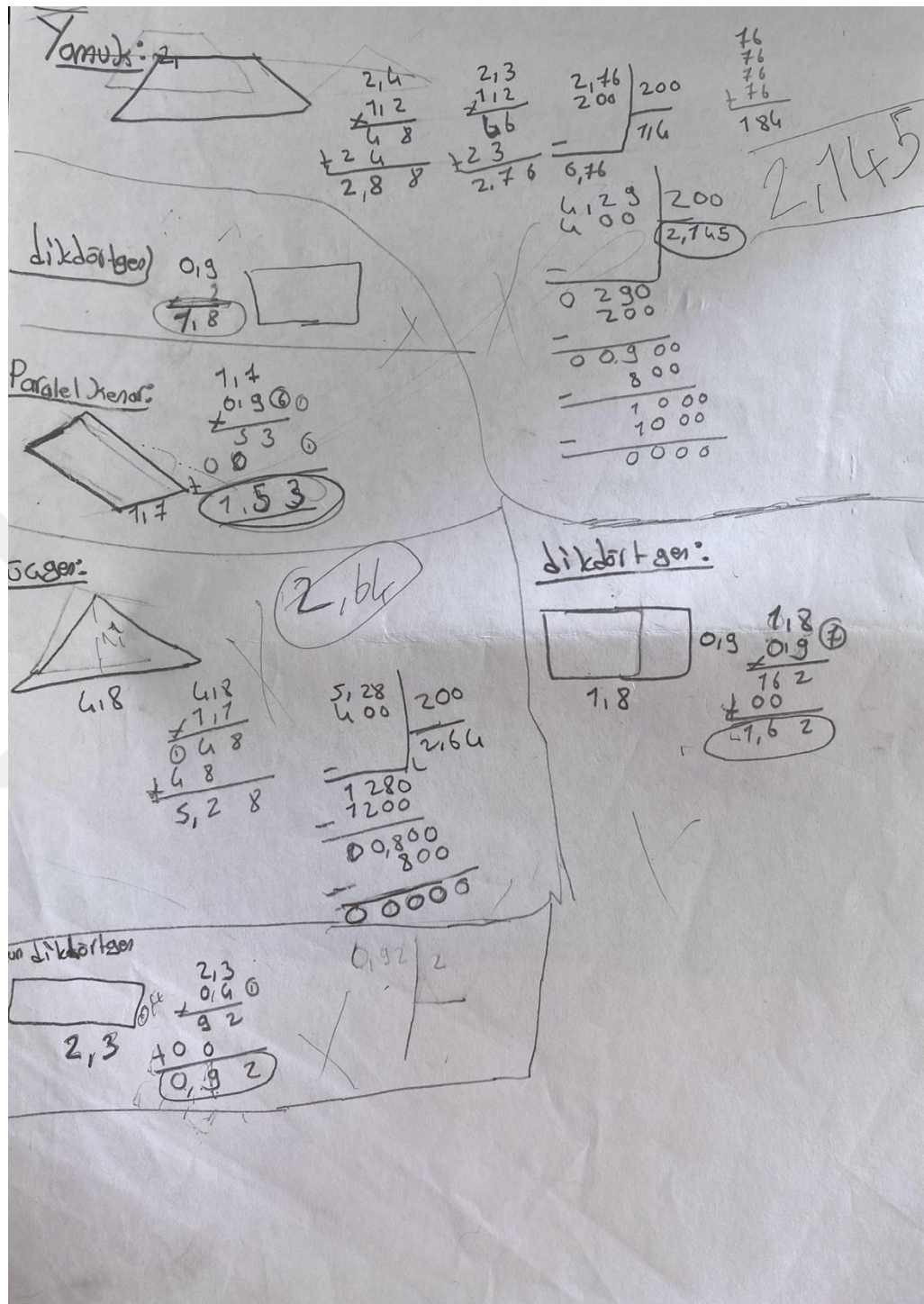
“Araştırmacı: Ama bak neyi yanlış yapmışsınız. Alt taban ile üst tabanı toplamamışsınız.

Ö1: Böyle mi hocam?

Araştırmacı: Evet toplayınca 3,3 yapacak orası. Şimdi tekrar yapmanız lazım.”

Bu süreçte aynı zamanda doğrulama yaptıkları da görülmüştür. Yukarıda verilen ilk diyalogda yamuğun alt taban uzunluğu tartışma yaratmış ve doğrulama yapılarak sonuca bağlanmıştır. İkinci diyalogda da araştırmacının doğrulamaya yönlendirdiği görülmüştür.

Sonrasında öğrenciler geometrik şekillerin alanlarını hesaplamayı tamamlamışlardır. Şekil 29’da Grup 1’in tarlaların alanlarıyla ilgili çözüm kâğıdı yer almaktadır.



Şekil 29 Grup 1'in alanlara ait çözüm kâğıdı

Tarlaların alanlarını hesaplayan öğrenciler tarlaları 2'şer 2'şer paylaşırma konusunda da aşağıdaki gibi birden fazla çözüm yapmışlardır.

“Ö1: 2 tarla 2 tarla toplayacağız. Birbirine yakın olsun.

Ö2: Yamuk ile dikdörtgeni al.

Ö1: Yamuk kaç?

Ö2: 2,145.

Ö1: En küçüğünü yapalım.

Ö3: 1,8.

Ö1: 0,92. ”

“Ö1: Hangisini yaptık?

Ö2: Yamuk ve uzun dikdörtgen.

Ö1: Bu bir kardeşinki olsun.

Ö2: 1,8 ile 2,62'yi yapalım.”

Grup 1 tarla paylaştırmada sonuç olarak tarlalarına kendi verdikleri isimlerden yola çıkarak yamuk ile paralelkenar tarlayı birinci kardeşe, üçgen ile uzun dikdörtgen tarlayı ikinci kardeşe ve iki dikdörtgen tarlayı da son kardeşe vermeye karar vermiştir.

Matematiksel olarak çalışma aşamasında öğrencilerin bazen matematiksel modellerini çözerken hatalı ya da eksik çözümler yaptığı görülmüş ve bu hatalar araştırmacının doğrulamaya yönlendirilmesiyle düzeltilmeye çalışılmıştır. Fakat bütün çözümlerin düzeltilmediği görülmüştür. Dolayısıyla doğru oluşturulan matematiksel modellerin çözümünde eksiklikler olduğu için Grup 1'in matematiksel olarak çalışma yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1'in yorumlama yeterlikleri incelendiğinde sadece tarlaları paylaşırken aşağıdaki gibi yorumlamaya başvurduğu görülmüştür.

“Ö1: Daha büyük oldu. Uzun kenar ile üçgeni yapalım. Eşitsizlik oluyor.”

“Ö3: Bu çok büyük oldu.

Araştırmacı: Yakın mı tarlalarınız?

Ö3: Bu çok büyük değil mi?”

Dolayısıyla elde edilen hatalar içeren matematiksel çözümün gerçek yaşam bağlamında da eksik yorumlandığı belirlenmiştir. Bu yüzden Grup 1'in yorumlama yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Doğrulama aşamasında ise yukarıda verilen aşamalardaki örneklerde olduğu gibi bazen matematiksel modellerine ilişkin fikirlerini doğruladıkları bazen de matematiksel olarak çalışma esnasında matematiksel işlemlerini doğruladıkları görülmüştür. Ama bu doğrulamaların çoğu zaman araştırmacı yönlendirmesi ile olduğu da görülmüştür. Dolayısıyla Grup 1'in kısmen doğrulama yaklaşımında bulunduğu ayrıca doğrulama sonucu belirlenen hataları bir ölçüde düzelttikleri görülmüştür. Bundan dolayı Grup 1'in doğrulama yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 1'in matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde problemi tam olarak anlamlandırdığı fakat problemin çözümü için gerekli değişkenleri bir ölçüde belirleyebildiği görülmüştür. Sonrasında ise öğrenciler araştırmacının da yönlendirmesi ile doğru matematiksel modeller oluşturmuşlardır. Öğrenciler oluşturdukları matematiksel modelleri çözerken araştırmacı yönlendirmede bulunmuş olsa da çözümlerini eksik tamamlamışlardır. Problemin çoğu aşamasında araştırmacının yönlendirmesiyle de olsa doğrulama yeterliğini gösteren Grup 1, daha önceki problemlerde probleme özgü çözüm planı aracılığı ile gösterdiği yorumlama yeterliğini bu problemde yeterince gösterememiştir. Ayrıca tüm bu süreçte Grup 1'in çözüm planından yararlanmadığı görülmüştür. Dolayısıyla Grup 1'in Miras Paylaşımı probleminin modelleme yeterlikleri için toplam puanı 15 olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 25).

Tablo 25 Miras Paylaşımı Probleminde Grup 1'in Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 1'in Puanı
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	2
Matematikselleştirme	2
Matematiksel Olarak Çalışma	3
Yorumlama	1
Doğrulama	3
TOPLAM	15

4.2.2.2. Grup 2'ye ait bulgular

Grup 2'nin problemi anlama aşamasında güçlük çektiği, problemi bir ölçüde anladıklarını gösteren ifadeler kullandığı görülmüştür. Örneğin problemin istediklerini henüz belirlememişken yanlış ilişki kurarak tarlaları aşağıdaki gibi hızlı bir şekilde dağıtmaya karar vermişlerdir.

“Ö5: Her bir kardeşe 2 tane diyor. Bu 1. Kardeşe bu 2. Kardeşe bu da 3. Kardeşe olsun.”

Daha sonra da tüm tarlaların alanlarını bulup, hepsini toplayıp 3'e bölme gibi hatalı bir ilişki kurmuşlardır. Bu aşamada araştırmacının problemi doğru anlamaya yönelik aşağıdaki gibi yönlendirmesi olmuştur.

*“Ö5: Sonra hepsini toplayıp üçe böleceğim.
Araştırmacı: Hayır tarlaları niye birleştiriyorsunuz. 2'şer 2'şer grup yapıp paylaşacaksınız.”*

Dolayısıyla Grup 2'nin problemi bir ölçüde anladığı, verilenleri ve istenilenleri bir ölçüde belirleyebildiği görülmüştür. Fakat bu aşamada araştırmacının yönlendirmesi ile problemi anlamlandırabildikleri görülmüştür. Dolayısıyla Grup 2'nin problemi anlama yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 2'nin problemi bir ölçüde sadeleştirebildiği görülmüştür. Öğrenciler problemi sadeleştirirken varsayımlarını ve lazım olan değişkenleri belirlemede aşağıdaki gibi zorlanmışlardır.

“Ö5: Hocam 731 m burada yazmış.
Araştırmacı: Neresi 731 m?
Ö5: Yükseklik.
Araştırmacı: Yerden yüksekliğe ihtiyacın var mı?
Ö5: Hayır.”

Yukarıda verilen diyalogda olduğu gibi Ö5 problemin çözümü için gerekli olmayan yükseklik bilgisini kullanmak istemiştir fakat araştırmacının yönlendirmesiyle gereksiz bir değişken olduğu kanısına varmıştır. Yine aşağıda verilen örnekte görüldüğü gibi öğrencilerin 2 boyutlu şekillerle çalışmasına rağmen bir tarlayı 3 boyutlu bir cisme benzetmesi hatalı bir sadeleştirme yaptığını göstermiştir. Ö5 araştırmacının aşağıdaki gibi yönlendirmesiyle hatalı bir varsayımda bulunduğunu fark etmiştir.

“Ö5: Hocam bu ne? Koni koni. Bu koniye benziyor.
Araştırmacı: Koni nerede?
Ö5: Bu koni şekli değil mi?
Araştırmacı: Koni nasıl bir şekil biliyor musun? Koni 3 boyutlu. Alan 3 boyutlu değil. Koni dondurma külahına benzer. Tarla dondurma külahı şeklinde olabilir mi?”

Aşağıdaki diyalogda ise Ö5 dörtgen şeklindeki tarlanın üçgen olduğunu düşünmüştür. Yine araştırmacının yönlendirmesi ile hatalı varsayımını düzeltmiştir.

“Ö5: Hocam bu üçgen mi?
Araştırmacı: Üçgenin 3 kenarı vardır. Bunun 3 kenarı mı var? 4 kenarı var.”

Grup 2 diğer tarlaların hangi geometrik şekle benzediği konusunda da aşağıdaki gibi varsayımlarda bulunmuş ve problemin istenilenlerini bir ölçüde belirleyebilmiştir.

“Ö5: Nerede dikdörtgen var?
Ö5: Hocam bu da dikdörtgen değil mi?”

Tüm bu diyaloglar incelendiğinde Grup 2'nin problemi bir ölçüde sadeleştirebildiği gerekli gereksiz değişkenleri bir ölçüde belirleyebildiği görülmüştür. Dolayısıyla Grup 2'nin sadeleştirme yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Araştırmacının yönlendirmesi ile yanlış varsayımlarını bir ölçüde kabul edilebilir duruma getiren Grup 2, matematikselleştirme aşamasında da eksik matematiksel modeller kurmuştur. Öğrenciler belirledikleri şekiller ile ne yapacaklarını bilseler de aşağıdaki ifadelerde de görüldüğü gibi matematiksel modelleri inşa edememiştir.

“Araştırmacı: Peki neden çizim yapıyorsunuz? Sonra ne yapacaksınız?”

Ö5: Alanları bulacağız.

Araştırmacı: Neyin alanı?

Ö5: Tarlaların.

Araştırmacı: Nasıl bulacaksın?

Ö5: Hocam burası 2 burası 4 ise 4 kere 2 8.

Araştırmacı: Bu dikdörtgen mi sence?

Ö5: Hayır.

Araştırmacı: Bu üçgen tamam. Üçgenin alanını bulmayı biliyor muyuz? Biraz düşünün bakalım.”

Daha sonra ise öğrenciler alan hesabı için kullanabilecekleri formülleri hatırlamadığı için araştırmacı kendilerine bir formül kâğıdı vermiştir. Böylece öğrenciler varsayımlarına göre belirledikleri tarla şekillerinin alanları için lazım olan uzunluk verilerini belirlemeye çalışmışlardır. Bu aşamada matematiksel model oluşturmaya aşağıdaki gibi başlamışlardır.

“Ö5: a ile b toplamı... c hangisi?”

Ö5: Tabanı 2.

Araştırmacı: Bu ne? Hangi şekil dediniz buna?

Ö5: Yamuk.”

Tüm diyaloglar incelendiğinde Grup 2’nin bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlar doğrultusunda ve araştırmacının verdiği formül kâğıdı aracılığıyla matematiksel modellerini düzelttikleri görülmüştür. Matematiksel modellerini düzelten Grup 2’nin matematikselleştirme yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

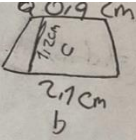
Matematiksel olarak çalışma aşamasında Grup 2 doğru modeller ile çözüme devam ederken çözüm esnasında bir takım işlem hataları sonucunda hatalı çözümler yapmıştır. Bu işlem hatalarını aşağıdaki gibi araştırmacının yönlendirmeleri ile düzeltebilmişlerdir.

“Araştırmacı: Üçgenin altı 4,5 cm, yükseklik 1cm. Ama siz 4,5 ile 0,1’i çarpmışsınız. 1 cm’yi çarpmanız lazımdı. Burayı düzeltirsiniz.”

“Araştırmacı: Diğer dikdörtgen kenar uzunlukları hatalı 1 yerine yine 0,1 yazmışsınız. Paralelkenar yüksekliği dik olmalı yanlış olmuş. Alt taban 2,7 yazmışsınız ama değil. Bunu bir daha yapın. Tekrar çarpın.”

Çözümlerini düzelten Grup 2 tarlaların alanlarını hesaplamayı tamamlamış ve her birini not almıştır. Şekil 30 ve Şekil 31’de Grup 2’nin çözüm kâğıdına yer verilmiştir.

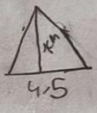
$\text{Yamuk} = \frac{(a+b) \cdot c}{2} = \boxed{1,8} \checkmark$



$$\begin{array}{r} 2,1 \\ \times 0,9 \text{ (1)} \\ \hline 1,89 \\ \hline 136 \\ \hline 3,60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,60 \overline{) 200} \\ \underline{200} \\ 1600 \\ \underline{1600} \\ 0000 \end{array}$$

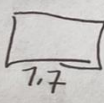
$\text{Üçgen} = \frac{4,5}{2} = \boxed{2,25}$



$$\begin{array}{r} 4,5 \\ \times 1 \\ \hline 4,5 \end{array}$$

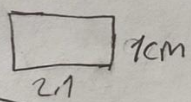
$$\begin{array}{r} 4,5 \overline{) 2} \\ \underline{45} \\ 05 \\ \underline{45} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 00 \end{array}$$

$\text{dikdörtgen} = \boxed{1,36} \checkmark$



$$\begin{array}{r} 1,7 \\ \times 0,8 \text{ (5)} \\ \hline 136 \\ \hline 1360 \end{array}$$

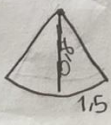
$\text{dikdörtgen} = \boxed{2,1}$



$$\begin{array}{r} 2,1 \\ \times 1 \\ \hline 2,1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ + 225 \\ \hline 345 \end{array}$$

$\text{Paralel kenar} = \boxed{1,20}$



$$\begin{array}{r} 1,5 \text{ (4)} \\ \times 0,8 \\ \hline 120 \\ \hline 1200 \end{array}$$

Şekil 30 Grup 2'nin alanlara ait çözüm kâğıdı

dikdörtgen = $\boxed{2.5} \times 0.5$

$\boxed{7.25}$

$\begin{array}{r} 0.5 \\ \times 2.5 \\ \hline 25 \\ 10 \\ \hline 1.25 \end{array}$ ② ①

$\begin{array}{r} 1.36 \\ - 2.10 \\ \hline 1.25 \end{array}$

Şekil 31 Grup 2'nin alanlara ait çözüm kağıdının devamı

Grup 2 tarlaların alanlarını hesapladıktan sonra 3 kardeş arasında tarlaları paylaşmak için birden fazla deneme yapmıştır ve sonuç olarak birbirine en yakın paylaştıklarını düşündükleri durumda çözümü sonlandırmışlardır. Şekil 32 ve Şekil 33'te Grup 2'nin tarlaları paylaşma denemelerinin ve paylaşma sonucunun yer aldığı çözüm kağıtları verilmiştir.

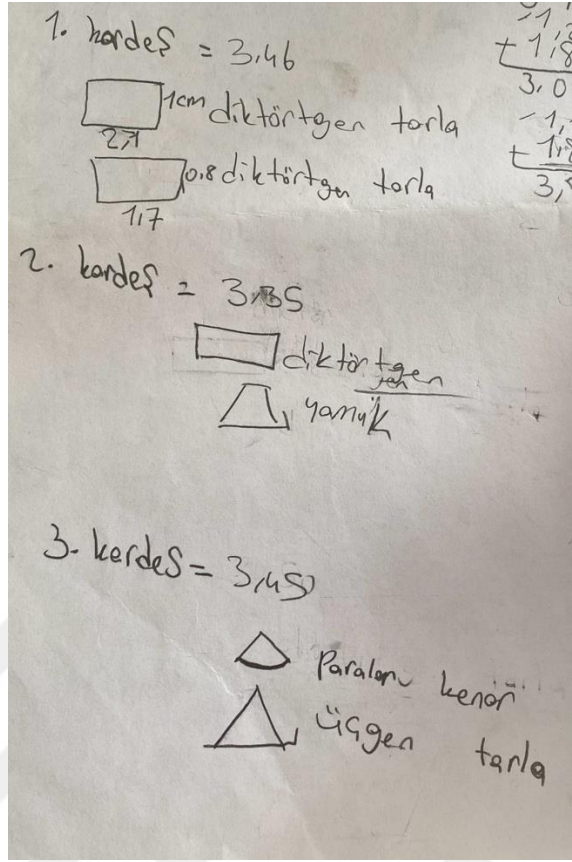
$\begin{array}{r} 4105 \\ 3.16 \\ \hline 3100 \end{array}$

$\begin{array}{r} 3.05 \\ 3.46 \\ \hline 3.50 \end{array}$

$\begin{array}{r} 2.66 \\ 3.45 \\ \hline 4.35 \end{array}$

$\begin{array}{r} 3.30 \\ 3.35 \\ \hline 2.61 \end{array}$

Şekil 32 Grup 2'nin alanları paylaşmak için göz önünde bulundurduğu matematiksel değerler



Şekil 33 Grup 2'nin alanları paylaşırma sonucu

Sonuç olarak Grup 2'nin doğru matematiksel modelleri çözerken hatalar yapması nedeniyle matematiksel olarak çalışma yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 2'nin hatalar içeren matematiksel çözümlerini gerçek yaşam bağlamında hiç yorumlamadıkları görülmüştür. Dolayısıyla Grup 2'nin yorumlama yeterliği 0 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 2'nin kısmen doğrulama yaklaşımında bulunduğu yerler görülmüştür. Örneğin tarlaların ölçümleri alınırken bazı ölçümleri kendi aralarında tartışıp doğrulamışlar ve aşağıda verildiği gibi tarlaların kenar uzunluklarına ilişkin varsayımlarını düzeltmişlerdir.

“Ö5: 0,9 bu dikdörtgen. Belki 1 cm'dir. Emin olamadım.
 Ö6: 1 cm değil bence.
 Ö5: 1 cm.”

Daha sonra ise tarlaların 2'şer 2'şer paylaşımı noktasında paylaşımın hakkaniyetli olması adına matematiksel olarak çalışmalarını üzerinde doğrulama yapıp aşağıdaki gibi düzeltme yapmışlardır.

“Ö6: Yamukla paralelkenar ona gidiyor.

Ö5: 345 yakın bir tane.

Ö6: 350.

Ö5: Onu yapmışım. 15 var arasında bunların 10 var. O zaman 3,35.

Araştırmacı: Ne yaptınız?

Ö5: Bu 1,45 olduğu için üçgenle yer değiştirdik.”

Sonuç olarak yapılan doğrulama yaklaşımlarının yetersiz olduğu kanısına varılmış fakat kısmen de olsa yapılan doğrulamalar ile belirlenen hataların düzeltildiği görülmüştür. Dolayısıyla Grup 2’nin doğrulama yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 2’nin matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde problemi anlamada güçlük çektikleri, problemi sadeleştirirken hatalı varsayımlarda bulunduğu görülmüştür. Ayrıca matematiksel modellerini oluştururken eksik modeller oluşturduğu ve bu modeller üzerinde çalışırken hatalı çözümler yaptığı görülmüştür. Grup 2 modelleme sürecinde yorumlama yaklaşımı sergileyememiş ve doğrulama yaptığı kısımlar da yetersiz bulunmuştur. Ayrıca tüm bu süreçte Grup 1’in çözüm planından yararlanmadığı görülmüştür. Sonuç olarak Grup 2’nin modelleme yeterlikleri toplam 9 puan olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 26).

Tablo 26 Miras Paylaşımı Probleminde Grup 2’nin Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 2’nin Puanı
Problemi Anlama	3
Sadeleştirme	3
Matematikselleştirme	2
Matematiksel Olarak Çalışma	3
Yorumlama	0
Doğrulama	3
TOPLAM	12

4.2.2.3. Grup 3’e ait bulgular

Grup 3 problemi anlama konusunda aşağıda verilen örneklerde görüldüğü gibi sorun yaşamamıştır ve verilenleri ve istenenleri rahatça belirleyebilmiştir. Dolayısıyla Grup 3 problemi anlama yeterliğinden tam puan almıştır.

“Ö7: Hocam burası bizim köy mü?

Ö9: Adıyaman köyü.”

“Ö7: 2 tarla onun 2 tarla onun 2 tarla benim?

Araştırmacı: Evet.”

Grup 3'ün çözüm süreci genel olarak değerlendirildiğinde problemi sadeleştirebildikleri görülmüştür. Çözüm için gerekli gereksiz değişkenleri yani tarlaların şekilleri ve tarlaların kâğıt üzerindeki kenar uzunluklarını aşağıda verilen diyaloglarda ve Şekil 34'te görüldüğü gibi belirlemeye çalışmışlardır.

“Ö7: Hocam üçgen bir tarla var.”

“Ö7: Hocam bu tarla buradan mı?”

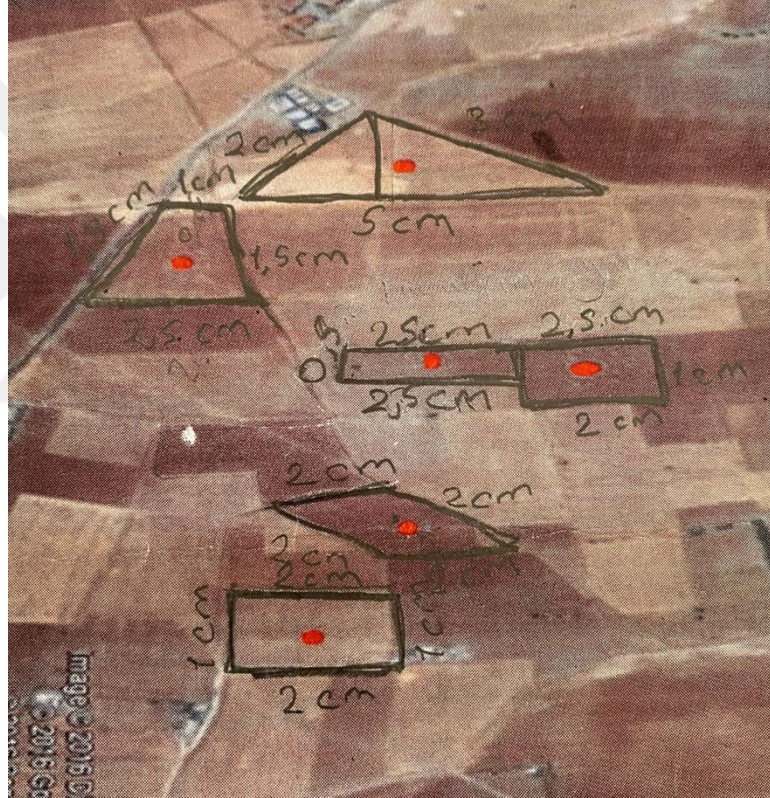
Araştırmacı: Evet.”

“Araştırmacı: Bunlar nasıl şekiller?”

Ö8: Üçgen kare dikdörtgen.”

“Ö7: kare hangisi?”

Ö8: Kare bu. Bu da dikdörtgen.”



Şekil 34 Grup 3'ün tarlaların şekillerini çizimi

Dolayısıyla Grup 3 problemi sadeleştirebilmiş ve gerçek yaşam deneyimlerine dayalı varsayımlarda bulunduğu için Grup 3'ün sadeleştirme yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3'ün matematikselleştirme yeterlikleri değerlendirildiğinde öğrenciler araştırmacının da aşağıdaki gibi yönlendirmesi ile problemi matematikselleştirmeye başlamışlardır.

“Araştırmacı: Neden ölçüyorsunuz?”

Ö7: Büyüklüklerine bakacağız.

Araştırmacı: Peki dönüm matematikte bizim için ne ifade ediyor?”

Ö7: Alan.

Araştırmacı: Peki bunlar nasıl şekiller?”

Ö8: Üçgen kare dikdörtgen.

Araştırmacı: Peki bunların alanlarını nasıl buluyoruz?”

Ö8: Hocam çarpacağız.”

Matematiksel modeller oluşturmaya başlayan Grup 3 alan hesaplaması yapmak için alan formüllerini hatırlayamamış ve araştırmacı bu noktada formül kâğıdı vererek öğrencilerin problemi matematikselleştirmesine destekte bulunmuştur. Grup 3 formül kâğıdı aracılığı ile tarlaların kâğıt üzerindeki kenar uzunluklarını nasıl kullanacaklarına aşağıda verilen diyaloglardaki gibi karar vermiştir.

“Ö7: a ve b kenarlarının uzunluğu çarpımı.”

...

“Ö7: Taban uzunluğu çarpı yükseklik. a çarpı h.”

Araştırmacının desteği ile de olsa Grup 3 matematiksel modellerini doğru bir şekilde oluşturduğu için matematikselleştirme yeterliği 4 puan olarak değerlendirilmiştir.

Matematiksel olarak çalışma aşamasında Grup 3 kâğıt üzerinde sınırlarını belirginleştirdiği tarlaların kenar uzunluklarını aşağıdaki diyaloglarda görüldüğü gibi ölçmüştür.

“Ö8: 2,3.

Ö9: Burası 5. Burası 7.

Ö7: 1,2.

Ö8: Aynı olması gerekmiyor mu?

Ö7: Hayır Ö8 bu kare değil.

Ö9: Bunun burasını ne buldun?

Ö7: Tam 5.”

“Ö9: 1 cm bak.

Ö7: 4 buçuk.

Ö9: Ne 4 buçuğu? Benimkilerin hepsi doğru bak.

Ö7: Hocam üçgenin alanını buldum.

Ö9: Üçgenin altı 5.

Ö8: 2,5.”

Grup 3 ölçüm yaptıktan sonra tarlaların alanlarını aşağıda verilen diyaloglarda görüldüğü gibi hesaplamıştır.

“Ö7: 9 7 daha 16. Elde var 1... C nerede? C de burası. 26'yı 2 ye bölersek 13.

Ö7: Dikdörtgen bu. İki kenar uzunluğunun çarpımı. Bu 9 ise 1,8. 9 kere 8 72. Elde var 7. 9 kere 1 9.”

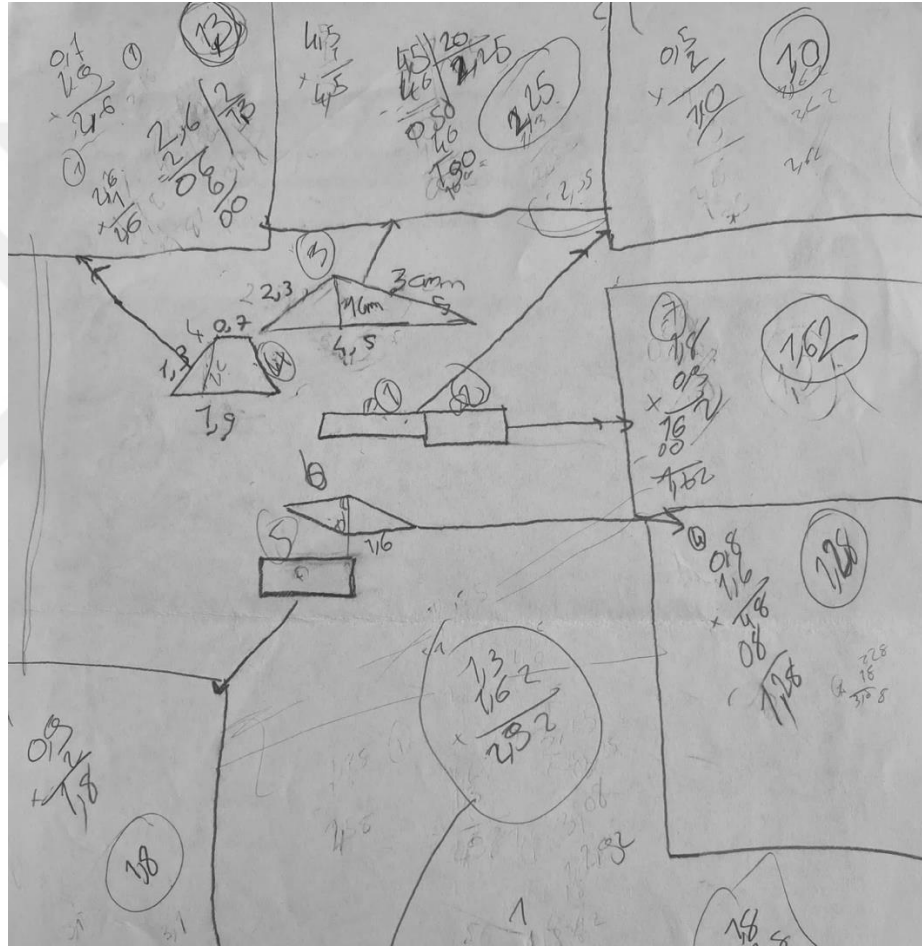
“Ö7: Taban uzunluğu çarpı yükseklik. A çarpı h. Hangileriydi bu? 1,5 mu? 1,6 bu. Çarpacak mıyız? 0,8 çarpı 1,8...”

Ö7: 6 kere 8?
Ö9: 48.”

Ayrıca Grup 3 tarlaların alanlarını belirlerken sık sık çözüm planını takip etmiştir. Aşağıda Grup 3’ün çözüm planını takip ettiği diyaloga yer verilmiştir.

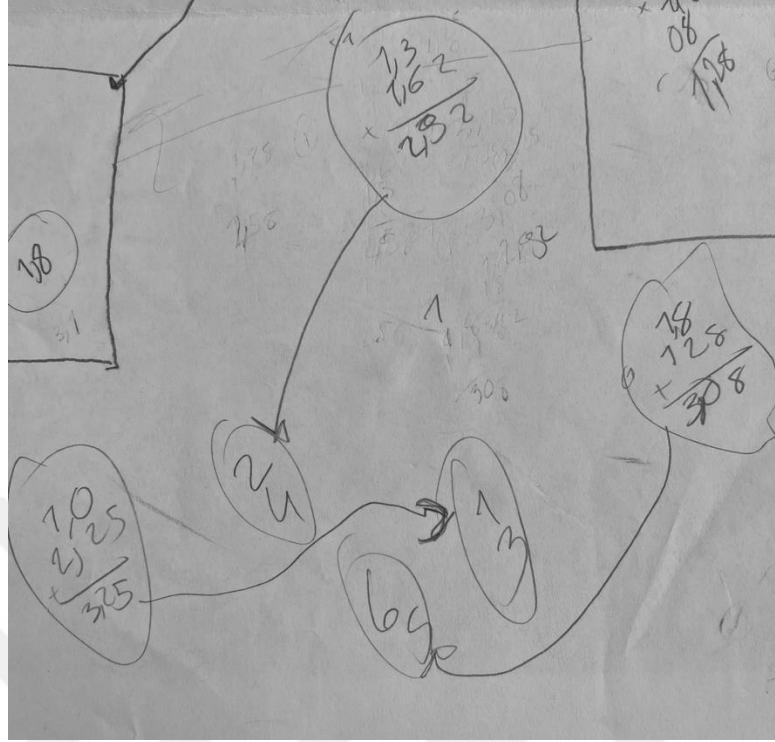
“Ö8: Bir yönergeye bakalım.”

Tarlaların alanlarını belirleyen Grup 3’ün çözüm kâğıdı Şekil 35 ‘de verilmiştir.



Şekil 35 Grup 3'ün çözüm kâğıdı

Grup 3 tarlaların alanlarını belirledikten sonra tarlaları üç kardeşe yakın bir şekilde paylaşmak için denemeler yapmış ve denemelerini bir matematiksel sonuca bağlamıştır (bkz. Şekil 36). Bu sonuca göre numaralandırdıkları 1(dikdörtgen) ve 3.(üçgen) tarlayı ilk kardeşe, 2(dikdörtgen) ve 4.(yamuk) tarlayı ikinci kardeşe, 5(dikdörtgen) ve 6.(paralelkenar) tarlayı da son kardeşe vermeye karar vermişlerdir.



Şekil 36 Grup 3'ün alanları paylaştırmaya ilişkin işlemleri

Dolayısıyla Grup 3 doğru matematiksel modelleri çözerken de doğru matematiksel çözümlere ulaştığı için matematiksel olarak çalışma yeterliği 4 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3 yorumlama yeterliğini problemin sonunda tarlaları üç kardeşe eşit paylaştırmaya çalışırken göstermiştir. Aşağıda Grup 3'ün tarlaları paylaşırma diyaloglarına yer verilmiştir.

“Ö7: 2,55 nasıl oluyor? Bunla bunu toplarsak 2,62. Bu 2,55 oluyor. Hocam eşit olmuyor.”

“Ö9: Bu adam bu ikisini mi aldı?”

Ö7: Bu az kaldı.

Ö8: Bir şey olmaz.”

Grup 3 yukarıda verilen diyaloglar dışında yorumlama yeterliğini göstermediği için problemi gerçek yaşam bağlamında eksik yorumlamıştır. Dolayısıyla Grup 3'ün yorumlama yeterliği 3 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3 tarlaların 3 kardeşe paylaşılması aşamasında matematiksel çözümlerinin doğrulamasını ve düzeltmesini yapmıştır. Fakat bu aşamada matematiksel işlemlerini doğrulamaları için araştırmacı aşağıdaki gibi yönlendirmede bulunmuştur.

“Araştırmacı: Bununla bunu toplarsak 2,55 mi yapar?”

Ö7: 3,55 hocam.

Araştırmacı: *Tamam bununla bunu topladınız 2,65. Bu 3,55 bu 2,65. Çok fark var.*

Yukarıda verilen yönlendirmeden sonra öğrencilerin hatalarını bir ölçüde düzelttiği görülmüştür. Dolayısıyla kısmen doğrulama yaklaşımında bulunan Grup 3 belirlenen hataları da bir ölçüde düzelttiği için Grup 3'ün doğrulama yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 3'ün matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde problemi tam olarak anladıkları ve problemi sadeleştirebildikleri görülmüştür. Matematiksel model oluşturma sürecinde araştırmacının yönlendirmeleri olmuş olsa da Grup 3 doğru matematiksel modeller oluşturmuştur. Grup 3 oluşturduğu doğru matematiksel modelleri çözerken de doğru matematiksel çözümler yapmıştır. Ayrıca matematiksel çözümleri esnasında doğrulama yeterliğini de bir ölçüde de olsa göstermiştir. Fakat Grup 3 problemi gerçek yaşam bağlamında eksik yorumlamıştır. Dolayısıyla Grup 3'ün matematiksel modelleme süreci toplam 20 puan olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 27).

Tablo 27 Miras Paylaşımı Probleminde Grup 3'ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 3'ün Puanı
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	3
Matematikselleştirme	4
Matematiksel Olarak Çalışma	4
Yorumlama	3
Doğrulama	2
TOPLAM	20

4.2.2.4. Grup 4'e ait bulgular

Grup 4 problemi anlama konusunda aşağıda verilen diyaloglarda görüldüğü gibi genel olarak sorun yaşamamıştır ve verilenleri ve istenenleri rahatça belirleyebilmiştir.

Ö10: *Hocam bu tarlaların hepsi mi? Kırmızılar mı?*

Ö10: *Her kardeş 2 tarla alacak diyor.*

Ö12: *1 kişi 2 tarla mı alacak?*

Ö10: *Evet. 2 4 6 tam yetiyor.*

Fakat bazı noktalarda Grup 4 aşağıda verildiği gibi araştırmacının yönlendirmesine ihtiyaç duymuştur.

Ö10: *Nereyi ölçeceğiz tam olarak?*

Ö11: *3 kişi değil mi hocam?*

Araştırmacı: Evet. Ne yapacaksınız?

Ö11: 3 kişiye paylaştıracamız hocam. Bu bunun olsun.”

“Araştırmacı: Hayır öyle değil. 2 tarla seçiyorsun birine, 2 tarla seçiyorsun birine veriyorsun.”

Grup 4 araştırmacının yönlendirmelerine ihtiyaç duymuş olsa da problemi anlamada sorun yaşamamıştır ve problemi anlama yeterliğinden 4 tam puan almıştır.

Grup 4 problemin çözümü için istenilenleri belirleme gibi bir adım izlememiştir. Gerçekçi varsayımlar kurmaya çalışmamıştır. Sadece tarlaların kâğıt üzerindeki sınırlarını belirlerken aşağıda verildiği gibi araştırmacıdan yardım istemiştir.

“Ö10: Hocam bu hepsi mi?

Araştırmacı: Hayır şöyle parçalanmış.”

Grup 4’ün başlangıçta problemi yeterince sadeleştiremediği ve gerekli gereksiz değişkenleri belirleyemediği görülmüştür. Sonrasında ise araştırmacının yönlendirmeleri ile varsayımlarını bir ölçüde kabul edilebilir hale getiren Grup 4’ün sadeleştirme yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 4 başlangıçta çözüm için gerekli olmayan varsayımlar ile çalışmıştır. Örneğin aşağıda verilen diyalogda olduğu gibi öğrenciler gerçekçi varsayımlara dayanmadan soruda verilen tarlalara dönüm olarak büyüklük vermişlerdir ve bu aşamada hatalı matematikselleştirme yapmışlardır.

“Ö11: Buradan buraya kadar 5. Bu 7 dönüm.

Ö10: Bir taraf 2 ise bu taraf 3.

Ö11: Bu 7 dönüm, bu 3 dönüm.”

Yukarıda verilen diyalog sonucunda araştırmacı gerçekçi varsayımlar kurmaları için öğrencileri alan bilgisini kullanmaya yönlendirmiştir. Öğrenciler sonrasında tarlaların kâğıt üzerindeki sınırlarını ve tarlaların benzediği şekilleri aşağıdaki gibi belirlemişlerdir.

“Ö10: Bir tanesi üçgen.

Ö11: Bu kare.

Ö10: Bu paralelkenar değil mi?”

Kâğıt üzerindeki sınırları belirleyen öğrenciler araştırmacının dağıttığı formül kâğıdı aracılığıyla alan formüllerini incelemiş ve hangi tarlanın alanını hangi formülle belirleyeceklerine aşağıda verilen diyalogdaki gibi karar vermişlerdir.

“Ö12: Bu da yamuk.

Ö12: $a b c$. Üst taban, alt taban, yükseklik.”

Grup 4 hatalı varsayımlarını bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlara dönüştürmüş olsa da matematiksel modeller oluşturmada eksiklikler yaşamıştır. Dolayısıyla Grup 4'ün matematikselleştirme yeterliği 1 puan olarak değerlendirilmiştir.

Matematiksel olarak çalışma aşamasında Grup 4 başlangıçta tarlaların alanlarını belirlemeye çalışmış fakat araştırmacının yönlendirmesi ile tarlaların kâğıt üzerindeki alanlarını hesaplamaya aşağıda verilen diyaloglardaki gibi devam etmiştir.

“Ö10: Burası 92.

Ö11: Uzun kenarı 2,5.

Ö10: Burası 0,4 değil mi?

Ö11: 0,5. Uzunluğu 2,5.”

“Ö10: Bu paralelkenar değil mi? Çarpacağız. 9 10 13.

Ö12: 135 in içinde 135 kaç defa var?

Ö10: 1.”

...

“Ö12: 1,25 ile 0,9 çarpalım. 0,95. 0,95 bölü 2.

Ö12: Dikdörtgeni bulalım. Bu iki kenarı istiyor. 1 kere 2? 2.

Ö10: Bu da 2. Dikdörtgen.”

Matematiksel olarak çalışırken Grup 4 çoğu zaman işlem hatası yapmıştır ve araştırmacı aşağıda verildiği gibi düzeltmelerde bulunmuştur.

“Araştırmacı: Ne durumdasınız? Ben sizin işlemlerinizi kontrol edeyim. Paralelkenarın burası nasıl 2,5 oldu? 0,9 falan bence. Bir daha ölçün lütfen. Yamuğun alt tabanı 1,1 mi? Olmaz bu da.”

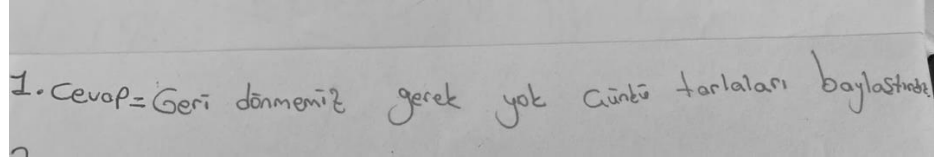
...

“Araştırmacı: Ne yaptınız? Buraya 2 mi dediniz? Burayı düzeltmeniz lazım ama daha işlem bitmemiş.

Ö10: 0,9 ile 2'yi mi toplayacağız?

Araştırmacı: Evet. Sonra yükseklik ile çarpıp 2 ye bölmeniz lazım.

Araştırmacı: 3,19 nereden geldi? 2,9 ile 1,1'i çarpacaksınız. Bu nereden geldi? 3,19.



Şekil 38 Grup 4'ün çözüm planına göre yorumlama yeterliğine ilişkin sorulara verdiği yanıt

Grup 4'ün doğrulama yaklaşımları incelendiğinde sadece tarlaları üç kardeşe paylaştırırken aşağıdaki gibi doğrulama yaptığı görülmüştür.

“Ö11: Olmadı olmadı. Eşit olmadı.”

“Ö11: Aynı olacak ama aynı olacak.

Ö10: Nasıl aynı?

Ö11: 2 dikdörtgen var. Her biri bir kişi.”

Kısmen doğrulama yaklaşımında bulunan Grup 4 belirlenen hataları da bir ölçüde düzeltmiştir. Dolayısıyla Grup 4'ün doğrulama yeterliği 2 puan olarak değerlendirilmiştir.

Grup 4'ün matematiksel modelleme süreci genel olarak değerlendirildiğinde problemi tam olarak anladıkları görülmüştür. Fakat Grup 4 problemi sadeleştirmede eksiklik yaşamıştır. Problemin çözümü için gerekli gereksiz değişkenleri ayıramamış ve gerçekçi varsayımlarda bulunmamıştır. Öğrenciler matematiksel model oluştururken ise araştırmacının desteğine başvurmuş olmalarına rağmen eksik matematiksel modeller oluşturmuşlardır. Grup 4 eksik matematiksel modellerini işlem hataları yaparak çözmeye devam etmiş ve çözümlerini sonuca bağlamamıştır. Süreç boyunca yorumlama yeterliğini göstermemiş Grup 4, doğrulama yeterliğini de bir ölçüde göstermiştir. Dolayısıyla Grup 4'ün matematiksel modelleme süreci toplam 8 puan olarak değerlendirilmiştir (bkz. Tablo 28).

Tablo 28 Miras Paylaşımı Probleminde Grup 4'ün Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri

Bilişsel Modelleme Yeterlikleri	GRUP 4'ün Puanı
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	0
Matematikselleştirme	1
Matematiksel Olarak Çalışma	1
Yorumlama	0
Doğrulama	2
TOPLAM	8

Tüm grupların Miras Paylaşımı Problemi çözümleri incelendiğinde modelleme yeterliklerine ilişkin değerlendirme Tablo 29 'da verilmiştir.

Tablo 29 Grupların Miras Paylaşımı Probleminden Aldıkları Puanlar

	Problem i anlama (.../4)	Sadeleştirm e (.../3)	Mat.sel l eştirme (.../4)	Mat.se l Ol. Çal. (.../4)	Yorumlam a (.../4)	Doğrulam a (.../6)	TOPLA M (.../25)
Gru p 1	4	2	2	3	1	3	15
Gru p 2	3	3	2	3	0	3	12
Gru p 3	4	3	4	4	3	2	20
Gru p 4	4	0	1	1	0	2	8

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Tartışma

Bu araştırmanın amacı matematiksel modelleme problemlerinde bir yapı iskelesi aracı olarak çözüm planı kullanımı ile 7. Sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerinin düzeyinin belirlenmesi olmuştur. Araştırmada kullanılan modelleme yeterlikleri Borremeo Ferri'nin (2006) bilişsel modelleme perspektifi altında modelleme döngüsünün aşamaları çerçevesinde tanımlanmış yeterliklerdir. Araştırmada “Probleme özgü çözüm planı verildiğinde öğrencilerin modelleme yeterlikleri ne düzeydedir?” ve “Probleminden bağımsız çözüm planı verildiğinde öğrencilerin modelleme yeterlikleri ne düzeydedir?” alt problemlerine cevap aranmıştır. Bu amaçla “Okul Bahçesinde Satranç Zemini” ve “Tül Sineklik” matematiksel modelleme problemleri geliştirilmiş ve “Konforlu Yurt Yaşamı” ve “Miras Paylaşımı” matematiksel modelleme problemleri literatürden seçilmiştir.

Genel olarak öğrencilerin modelleme yeterlikleri ele alındığında dört matematiksel modelleme problemi uygulamasında da öğrencilerin modelleme yeterliklerini belirli düzeylerde sergileyebildikleri tespit edilmiştir. Bundan dolayı öğrencilerin genel itibari ile tüm yeterlikler bağlamında belirli bir düzeyde oldukları söylenebilir.

Problemlerin uygulanma sürecinde grupların modelleme yeterlikleri özel olarak ele alındığında, hemen hemen tüm grupların problemi anlama yeterliği konusunda sorun yaşamadıkları görülmüştür. Gruplarda problemi anlama yeterliğinin Düzey 4 veya Düzey 5'te olduğu görülmüştür. Grupların problemi anlama yeterliği değerlendirme sonucunun Düzey 5 olmasının temel nedeninin, öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerinin çözümünde ilk olarak problem durumunu okuyarak anlamaya çalışmaları olduğu söylenebilir. Ayrıca problemi anlama noktasında “Tül Sineklik” probleminde Grup 1'in Düzey 4 olarak değerlendirilen problemi anlama yeterliği araştırmacının uygulama esnasında diğer gruplara yönlendirmede bulunurken bu grup için yönlendirmede bulunmayı gözden kaçırmamasından kaynaklanabilir. “Konforlu Yurt Yaşamı” probleminde Grup 3'ün ve “Miras Paylaşımı” probleminde Grup 2'nin problemi anlama yeterliğinin değerlendirme sonucunun Düzey 4 olmasının sebebi ise söz konusu grupların araştırmacının yönlendirmesini tam olarak anlayamamış olmalarından kaynaklanabilir. Bu çalışmanın odak noktası olan çözüm planı kullanımına değinilecek olursa, çözüm planının problemi anlama yeterliğinde oldukça katkı sağladığı görülmüştür. Öğrenciler probleme özgü ve probleminden bağımsız çözüm planlarının

ilk basamağı olan “Görevi Anlama” basamağından yararlanarak problemi anlamlandırabilmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin problemi anlamlandırmada sorun yaşamadıkları, verilenleri ve istenenleri aralarında tartışarak belirleyebildikleri görülmüştür. Kant (2011), Şahin ve Eraslan (2016), Ulu (2017) ve İnan’ın (2018) çalışmalarında varılan problemi anlama aşamasına ayrılan sürenin en az olması ve öğrencilerin problem durumunu içselleştirmemesi sonucunun aksine bu çalışmada öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde en başarılı oldukları aşamanın problemi anlama aşaması olduğu söylenebilir. Yavuz Mumcu ve Baki (2017) de lise öğrencileri ile yapmış olduğu çalışmada öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerinden problemi anlama aşamasını en etkili şekilde tamamladıkları sonucuna varmıştır.

Uygulama sürecinde grupların oluşturdukları varsayımlar bir başka deyişle sadeleştirme yeterlikleri ele alındığında, Grup 4’ün “Miras Paylaşımı” probleminin uygulamasında sadeleştirme yeterliği düzeyi (Düzey 1) hariç diğer problemlerde grupların sadeleştirme yeterliklerinin Düzey 3 veya Düzey 4 olduğu görülmüştür. Bununla birlikte öğrencilerin problemi sadeleştirebildikleri, problemin yanında verilen çözüm planları yardımıyla gerekli gereksiz değişkenleri belirleyebildikleri fakat zaman zaman gerçekçi varsayımlarda bulunmakta zorlandıkları sonucuna varılmıştır. Öğrenciler problemi anladıktan sonra nasıl işe koyulacaklarını belirlemede zorluk yaşadıkları noktada çözüm planlarının ikinci aşaması büyük bir yol gösterici olmuştur. Bu sayede gerçek model oluşturabilmişlerdir. Öğrenciler daha önce matematiksel modelleme problemleriyle tanışmamış olduğu için problemleri geleneksel matematik problemleri gibi algılamışlardır. Dolayısıyla problemi yeterli varsayımlar üretmeden çözme eğiliminde oldukları görülmüştür. Maaß (2006) ve Kaiser (2007) matematiksel modelleme problemlerine alışkın olmayan öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerinde gerçekçi varsayımlar kurmanın önemini çok fazla dikkate almadıklarını ifade etmişlerdir. Bu bağlamda uygulama sürecinde öğrencilerin oluşturdukları varsayımların bir kısmının bir ölçüde kabul edilebilir olması bu düşüncüyü desteklemektedir.

Öğrenciler matematikselleştirme basamağında matematiksel model kurmakta “Konforlu Yurt Yaşamı” problemi haricinde genellikle zorlanmışlardır. Matematikselleştirme basamağı değerlendirme sonucuna göre en çok zorlanılan problemin “Tül Sineklik” problemi olduğu görülmüştür. Tüm gruplar söz konusu problemde Düzey 2’de kalmıştır. Öğrencilerin oluşturdukları varsayımları gerçek yaşam bağlamında tam anlamıyla değerlendiremedikleri, neyi neden yaptıklarını açıklamadıkları ve aralarında matematiksel ilişkiler kuramadıkları

gözlemlenmiştir. Bunun sebebi olarak öğrencilerin geleneksel matematik problemlerine alışmış olmalarından dolayı gerçek yaşam durumunu matematiksel modele dönüştürmekte zorluk çektikleri düşünülmektedir. Problemleri uygulamaya devam ettikçe öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerinin yapısına alıştığı ve “Konforlu Yurt Yaşamı”, “Miras Paylaşımı” problemlerinde varsayımlarını kullanarak matematiksel model oluşturup matematikselleştirme yeterliklerinin düzeyini arttırdığı görülmüştür. Bu sonuç, Biccard’ın (2010) haftalar ilerledikçe modelleme sürecinde öğrencilerin ilerleme hızı ve etkinliği artmaktadır sonucuyla örtüşmektedir. Çözüm planlarının yapısını kavrayıp uygulamaya geçmede yine söz konusu problemlerde daha belirgin olarak görülmüştür. Bununla birlikte öğrencilerin matematikselleştirme yeterliğinde zorlanmasının başka bir sebebi de matematiksel kavramlar ve bilgiler konusundaki eksiklikleri olmuştur. Öğrenciler özellikle orantısal akıl yürütme konusunda zorlanmışlardır.

Matematiksel olarak çalışma aşamasında “Konforlu Yurt Yaşamı” probleminde grupların matematiksel modellerini doğru matematiksel çözüme ulaştırdıkları görülmüştür. Bu nedenle söz konusu problemde tüm grupların matematiksel olarak çalışma yeterliği Düzey 5 olarak değerlendirilmiştir. “Okul Bahçesinde Satranç Zemini” probleminde Grup 3, “Miras Paylaşımı” probleminde Grup 4 haricinde söz konusu problemlerde diğer gruplar matematiksel modellerini çoğu zaman doğru çözümlere ulaştırmışlardır. Söz konusu gruplar ve “Tül Sineklik” probleminde tüm grupların matematiksel olarak çalışma yeterliklerinin Düzey 1 veya Düzey 2’de kalmasının temel nedenin matematikselleştirme aşamasında hatalı matematiksel modeller oluşturmuş olmalarından dolayı olduğu düşünülmektedir. Ayrıca grupların “Tül Sineklik” probleminin probleme özgü çözüm planında yer alan ikinci ve üçüncü aşamalarından tam olarak yararlanmamışlardır. Dolayısıyla öğrenciler bu problemde gereksiz ve hatalı çizimler yapmışlardır. Hıdıroğlu ve Özkan Hıdıroğlu (2017) ile Baştürk (2021) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin problemlerin çözümü için gereksiz ve hatalı çizimler yaptıklarını belirtmişlerdir. Bu çalışmada da söz konusu sonuç örtüşmektedir. Bununla birlikte öğrencilerin matematiksel olarak çalışma yeterliği bağlamında yaşadığı bir başka zorluk da çözümü matematiksel olarak ifade ettikten sonra birimleri belirleyememeleri veya gerektiği yerlerde birimler arası dönüşümleri doğru bir şekilde gerçekleştirememeleri olmuştur.

Öğrencilerin yorumlama yaklaşımları incelendiğinde “Konforlu Yurt Yaşamı” probleminde Grup 1’in, “Miras Paylaşımı” probleminde Grup 4’ün hiç yorumlama yapmadıkları görülmüştür. Fakat diğer problemler ve gruplar değerlendirildiğinde yorumlama yeterliğinin Düzey 5’e kadar çıktığı görülmektedir. Öğrencilerin matematiksel modelleme

probleminin çözüm esnasında ve nihai çözüme ulaştıktan sonra probleme özgü ve problemden bağımsız çözüm planı aracılığıyla yorumlama yeterliklerini gösterdikleri görülmüştür. Yorumlama yeterliğini göstermeyen söz konusu gruplar matematiksel modelleme problemlerinin çözüm esnasında grup içi tartışmalar yaşamış olduğundan problemin çözümünü gerçek yaşam bağlamında değerlendirmeden bir sonuca bağlamak istemişlerdir. Çalışmanın ilk iki uygulamasında araştırmacı probleme özgü çözüm planı geliştirdiği için öğrenciler söz konusu çözüm planının son aşamasında yer alan sorular aracılığıyla problemi yorumlayabilmiştir. Hatta öğrenciler yanlış veya eksik bir çözüm yapmış olsalar da probleme özgü çözüm planı sayesinde bu çözümlerini yorumlamaya çalışmışlardır. Çalışmanın son iki probleminde ise problemden bağımsız çözüm planlarında yorumlama yeterliği için çok açık verilmiş sorular olmasa da öğrencilerin ilk iki matematiksel modelleme probleminden alışkanlık kazandığı düşünülmekte ve eksik de olsa problemi yorumladıkları görülmüştür. Literatürdeki çalışmalarda farklı düzeydeki öğrencilerin modelleme sürecinin yorumlama basamağında zorluk yaşadıkları ifade edilmektedir (Blum, 2011; Tekin Dede ve Yılmaz, 2013; Maaß, 2006; Sekerak, 2010). Bu çalışmada literatürden farklı olarak öğrencilerin yorumlama yeterliklerini sergileyebilmelerinin başlıca nedeninin çözüm planı kullanımı olduğu düşünülmektedir.

Son olarak öğrencilerin doğrulama yeterlikleri incelendiğinde ise “Tül Sineklik” problemi uygulamasında Grup 3 haricinde diğer problem ve gruplarda doğrulama yeterliklerini gösterdikleri görülmüştür. “Konforlu Yurt Yaşamı” probleminde Grup 3’ün doğrulama yeterliği Düzey 7 olarak değerlendirilmiştir. Doğrulama yeterliği adına yapılan diğer değerlendirmelerde grupların Düzey 3 ve Düzey 4 seviyelerinde doğrulama yeterliği sergilediği görülmüştür. Bu noktada matematiksel modelleme sürecinin ve çözüm planlarının döngüsel bir süreç ve geri dönülebilir olması doğrulama yeterliğini göstermede etkili olduğu düşünülmektedir. Söz konusu durum da tıpkı yorumlama yeterliğinde olduğu gibi doğrulama yeterliği konusunda da öğrencilerin zorlandıklarını gösteren çalışmalardan (Blum, 2011; Tekin Dede ve Yılmaz, 2013; Maaß, 2006; Sekerak, 2010) farklı bir sonuç olmuştur.

Bu çalışmanın yorumlama ve doğrulama yeterliği değerlendirme sonuçlarının aksine Çoksöyler (2020), çalışmasında öğrencilerin çözüm sürecinde yorumlama ve doğrulama basamaklarını ihmal ettikleri sonucuna ulaşmıştır. Blum ve Leiß (2007b) de aynı şekilde araştırmalarının sonucunda öğrencilerin doğrulama basamağını göz ardı ettiklerini belirtmiştir. Gündüzalp (2019) de araştırmasında öğrencilerin matematiksel modelleme içeren durumları yorumlamakta zorlandıkları sonucuna ulaşmıştır. İnan (2018) da öğrencilerin matematiksel

işlemlere yoğunlaşarak neyi neden yaptıklarını açıklamada yetersiz kaldıklarını, çözüm sürecini tamamlayan öğrencilerin matematiksel modellerini kontrol etmediklerini ve gerçek yaşamla ilişkilendirerek yorumlamadıklarını belirtmiştir. Duran, Doruk ve Kaplan (2016) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının modelleme süreçlerini ortaya çıkarmayı amaçlayan araştırmalarında da öğretmen adaylarının sonucu yorumlama ve doğrulama basamaklarında yetersiz kaldıkları sonucuna ulaşmıştır.

Söz konusu çalışmalardan farklı olarak bu tez çalışmasında öğrencilere matematiksel modelleme sürecinde destek sağlayacak probleme özgü ve problemten bağımsız çözüm planlarının verilmesi ile öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde yorumlama ve doğrulama yeterliklerini gösterebildikleri düşünülmektedir. Bu sonuca benzer olarak Beckshulte (2020) modelleme problemleri sırasında çözüm planı kullandığı çalışmasında yorumlama yeterliğinde olumlu yönde artış gözlemlemiştir. Ayrıca Hankeln ve Greefrath (2020) da matematiksel modelleme problemlerinde bir destek aracı olarak çözüm planı kullandıkları çalışmada çözüm planı kullanan öğrencilerin sadeleştirme, yorumlama ve doğrulama yeterliklerini geliştirebildikleri sonucuna varmışlardır. Dolayısıyla öğrencilerin probleme özgü veya problemten bağımsız çözüm planları aracılığıyla matematiksel modelleme sürecinde yorumlama ve doğrulama yeterliklerini gösterebilecekleri düşünülmektedir.

5.2. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışma sonucunda daha önce matematiksel modelleme problemleriyle karşılaşmayan öğrencilerin uygulamalar devam ettikçe modelleme problemlerine daha çok alıştıkları görülmüştür. Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel modelleme sürecine alışabilmesi için uzun süren farklı matematiksel modelleme uygulamalarının yapılması önerilmektedir. Ortaokul ders programında, matematik derslerinde modelleme problemleri uygulamaları planlı bir öğretim kapsamında sürdürülebilir. Bu sebeple bu çalışma, matematik öğretmenlerine matematik derslerinde daha düzenli olarak matematiksel modelleme uygulamalarına yer vermesini önermektedir.

Farklı başarı düzeylerine sahip olan öğrencilerin grup halinde çalışmalarının sağlandığı bu çalışmada başarı düzeyi daha düşük olan öğrencilerin zaman zaman diğer arkadaşlarına göre daha çok sürecin içerisine katılarak çeşitli varsayımlarda bulundukları, problemin çözülmesi noktasında farklı matematiksel fikirleri öne sürdükleri gözlenmiştir. Dolayısıyla matematiksel modelleme uygulamalarında grup çalışmalarına başarı düzeyi farklı olan

öğrencilerin katılması önerilmektedir. Özellikle başarı düzeyi düşük öğrencilerin modelleme sürecinde başarılı olabilecekleri görüldüğü için bu öğrencilerin matematiksel modelleme uygulamalarına dahil edilmesi önerilmektedir.

Bu çalışma bir devlet okulunun 7. sınıfında öğrenim gören 12 öğrenci ile sınırlıdır. Farklı sınıf düzeylerinde de öğrencilerin seviyelerine uygun şekilde hazırlanan matematiksel modelleme problemleriyle ulaşılan matematiksel modelleme basamakları ve matematiksel modelleme düzeylerinin incelenmesi önerilmektedir.

Bu çalışma sonuçları Güney Doğu Anadolu Bölgesi'nde bir devlet ortaokuluyla sınırlıdır. Farklı bölge ve farklı okullardaki öğrenciler ile matematiksel modelleme problemlerinde çözüm planı kullanımı üzerine çalışma yapılması önerilmektedir.

Bu çalışmada araştırmacı pilot uygulama ile asıl uygulama sürecini aksatacak noktaları görmüş ve bu noktada önlem almıştır. Dolayısıyla öğrencilerle matematiksel modelleme uygulamaları yapacak araştırmacılara pilot uygulama yapmaları önerilmektedir.

Bu çalışmanın bir diğer önemli sonucu da matematiksel modelleme problemlerinde çözüm planı kullanan öğrencilerin yorumlama ve doğrulama yeterliklerini sergilemelerine destek olmasıdır. Dolayısıyla öğrencileriyle matematiksel modelleme çalışması yapan öğretmenlere uygulama sürecinde özel olarak yorumlama ve doğrulama yeterliklerini genel olarak da tüm modelleme yeterliklerini ortaya çıkarabilme açısından çözüm planı desteğini kullanmaları önerilmektedir.

Çalışma kapsamında matematiksel modelleme problemlerinin ve probleme özgü çözüm planlarının tasarlanması ve geliştirilmesi sürecinin oldukça zahmetli ve zor olduğu deneyimlenmiştir. Ancak modelleme problemlerinin günlük yaşamla ilişkilendirme anlamında öğrencilerin ilgi alanları ile bağlantılı olması oldukça önemlidir. Dolayısıyla benzer çalışmalarda her ne kadar zahmetli ve zaman alıcı olsa da araştırmacılara literatürdeki hazır modelleme problemlerini kullanmalarından ziyade ilgili çalışma grubunun dikkatini çekecek özelliklere sahip güncel modelleme problemlerini ve bu problemlere özgü çözüm planları tasarlayıp geliştirmeleri önerilmektedir.

KAYNAKÇA

- Aydın Güç, F. (2015). Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi. (Yayınlanmış doktora tezi), Karadeniz Teknik Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Aydoğan, M. (2023). *Ortaokul ilk ve son sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi, On Dokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.
- Başkale, H. (2016) "Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi", *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*,9(1), 23-28.
- Baştürk, V. (2021) "Altıncı sınıf öğrencilerinin cebirsel problemleri matematiksel modellemeyi kullanarak çözme becerilerinin incelenmesi", Yüksek Lisans Tezi, *Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Bursa.
- Beckschulte, C. (2020). Mathematical Modelling with a Solution Plan: An Intervention Study About the Development of Grade 9 Students' Modelling Competencies. In *Mathematical Modelling Education and Sense-making* (pp. 129-138). Springer, Cham.
- Berry, J. S. & Houston, S. K. (1995). "Mathematical modelling". Bristol: J. W. Arrowsmith.
- Best, J. W. ve Kahn, J. V. (2017). Eğitimde araştırma yöntemleri (O. Köksal, Çev.). Eğitim Yayınevi.
- Biccard, P. (2010). *An investigation into the development of mathematical modelling competencies of grade 7 learners* (Doctoral dissertation, Stellenbosch: University of Stellenbosch).
- Bilim ve ütopya (2019, 10 Haziran). Erişim adresi: <https://bilimveutopya.com.tr/matematik-nerede-ne-zaman-ve-nasil-dogdu>
- Blomhøj, M. and Jensen, T. H. (2003) "Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning", *Teaching Mathematics and its Applications*,22(3), 123-139.
- Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling. In M. Blomhøj & S. Carreira (Ed.), *Mathematical applications*

and modelling in the teaching and learning of mathematics: Vol. 461. Proceedings From Topic Study Group 21 at the 11th International Congress on Mathematical (pp.1-17).

https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_42

- Blum, W., & Leiss, D. (2007a). Investigating quality mathematics teaching. The DISUM projekt. In C. Bergsten, & B. Grevholm (Eds.), *Developing and researching quality in mathematics teaching and learning* (pp. 3–16). Linköping: SMDF
- Blum, W. & Leiss, D. (2007b). How Do Students And Teachers Deal With Modelling Problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Ed.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics*, 222-231. Chichester: Hollywood.
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 15–30). Dordrecht: Springer.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and Empirical Differentiations of Phases in the Modelling Process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38 (2), 86-95.
- Bukova Güzel, E., Tekin Dede, A., Hıdıroğlu, Ç. N., Kula Ünver, S. ve Özeltun Çelik, A. (2016). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme*. Ankara: Pegem Akademi.
- Bulut, D. B., & Türker, M. Ortaokul Öğrencilerinin Üslû İfadeler Konusunda Modelleme Yeterliklerinin İncelenmesi: Sarmal Kitaplık Problemi. *Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(2), 39-56.
- Canbazoglu, H. B., & Tarım, K. (2023). İlkokul Dönemi Öğrencilerinin Bilişsel Matematiksel Modelleme Yeterlikleri. *SDU International Journal of Educational Studies*, 10(1), 1-21.
- Carnine, D., Dixon, R. & Kameenui, E. J. 1993. Using scaffolding to teach writing. *Educational Leadership*, 51(3), 100-101.
- Creswell, J. W. (2013) Nitel Araştırma Yöntemleri, M. Bütün ve S. B. Demir (Eds.), *Siyasal Kitabevi*, Ankara, 125-142.
- Crouch, R., & Haines, C. (2007). “Mathematical modelling and applications: Ability and competence frameworks”. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp.417-424). New York: NY: Springer.

- Çavuş Erdem, Z. (2018). Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenim sürecinin alan ölçme konusu bağlamında incelenmesi. Yayınlanmış doktora tezi, Adıyaman Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.
- Çiltaş, A. (2011). Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmenleri adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Çoksöyler, A. (2020). Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Problemlerini çözüm Süreçlerinin İncelenmesi. *Yüksek Lisans Tezi*, Eskişehir Osman Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Eskişehir, 188 s.
- Doruk, B. K., & Umay, A. (2011). Matematiğin Günlük Yaşama Transfer Etmede Matematiksel Modellemenin Etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41(41): 124-135.
- Duran, M., Doruk, M. ve Kaplan, A. (2016). Matematik öğretmenleri adaylarının matematiksel modelleme süreçleri: Kaplumbağa paradoksu örneği. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 5(4), 55-71.
- Duran, M., (2022). Yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzincan.
- Durandt, R., & Lautenbach, G. (2020). Strategic support to students' competency development in the mathematical modelling process: A qualitative study. *Perspectives in Education*, 38(1), 211-223.
- Erbaş, A.K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., ve Baş, S. (2014). “Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar”. Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 14(4), 1-21.
- Ferri, R. B. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer International Publishing. Garfunkel, S., Montgomery, M., Bliss, K., Fowler, K., Galluzzo, B., Giordano, F., Godbold, L., Gould, H., Levy, R., Libertini, J., Long, M., Malkevitch, J., Pollak, H., Teague, D., van der Kooij, H., & Zbiek, R. (2016). *GAIMME: Guidelines for assessment & instruction in mathematical modeling education*. Philadelphia: SIAM. <http://www.siam.org/reports/gaimme.php>

- Greefrath, G., & Hankeln, C. (2020). Mathematische Modellierungskompetenz fördern durch Lösungsplan oder Dynamische Geometrie-Software? Empirische Ergebnisse aus dem LIMo-Projekt. *J Math Didakt* 42, 367–394.
- Gündüzalp, M. (2019). 11.sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Yüksek Lisans Tezi*, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı İstanbul, 130 s.
- Hancock, R.D. & Algozzine, B. (2006). *Doing case study research*. New York: Teachers College Press.
- Hıdıroğlu, Ç. N. ve Özkan Hıdıroğlu, Y. (2017) "Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modellemede oluşturdukları gerçek yaşam problem durumu modelleri", *İlköğretim Online*,16(4), 1702-1731.
- Hitchcock, G. ve Hughes D. (1995), *Research And The Teacher: A Qualitative Introduction To School-Based Research*.
- İnan, M., (2018). 7. Sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi. (Yayımlanmış yüksek lisans tezi), Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tokat.
- Kaiser, G. & Maaß, K. (2007). “Modelling in lower secondary mathematics classroom-problems and opportunities”. In W.Blum, P.L. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study* (pp 99-108). Springer: New York.
- Kaiser, G. & Schwarz, B. (2007). “Mathematical Modelling in School-Experiences From A Project Integrating School and University”. In Working Group 13: Modelling and Applications: CERME 2007, 2180-2198.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling Education, Engineering And Economics* (pp. 110-119). Chichester: Horwood.
- Kant, S. (2011) "İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçleri ve karşılaşılan güçlükler", Yüksek Lisans Tezi, *On dokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Samsun.

- Karataş, Z. (2015) "Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri", *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, 1(1), 62-80.
- Kaya, D., & Keşan, C. (2022). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modelleme Süreçleri: Su İsrafi Örneği. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(3), 1068-1097. <https://doi.org/10.33711/yyuefd.1177845>
- Kertil, M. (2008). Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi (Yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Korkmaz, E. (2010). İlköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri ve matematiksel modelleme yeterlikleri. (Yayımlanmış doktora tezi), Balıkesir Üniversitesi/Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Lesh, R. & Doerr, H. (2003). "Foundation of a models and modeling perspective on mathematics teaching and learning". In R. A. Lesh, & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving* (pp. 9–34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R. & Harel G. (2003). "Problem solving, modeling, and local conceptual development". *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2), pp.157-189.
- Ludwig, M., & Xu, B. (2010). A comparative study of modelling competencies among Chinese and German students. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 77-97.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38 (2), 113-142.
- Maaß, K. (2005). Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes- results of an empirical study. *Teaching Mathematics and its Applications*, 2/3, 1-16. *Mathematik*, 38 (2), 113-142.
- MEB. (2018). *T.C. Milli eğitim bakanlığı matematik dersi öğretim programı ilköğretim ve ortaokul (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Merriam, S. B. (2013) *Nitel Araştırma Desen ve Uygulama İçin Bir Rehber*, S. Turan (Ed.), *Nobel Akademik Yayıncılık*, Ankara, 96-125.

- Norman, K. (1992). *Thinking voices: the work of the national oracy project*. London: Hodder & Stoughton.
- Ozulu, Y. E., (2021). Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerinin incelenmesi. (Yayımlanmış yüksek lisans tezi), Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzincan.
- Özdemir, A. Ş, Şahal, M. (2021). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme ve ortaokul öğrencileri için çözümlü problemler, Efeakademi Yayınları, İstanbul.
- Pollak, H. O. (1969). "How can we teach applications of mathematics?". *Educational studies in mathematics*, 2(2), 393-404.
- Rasmussen, J. (2001). The Importance of Communication in Teaching: a Systems-Theory Approach to the Scaffolding Metaphor. *Curriculum Studies*, 33 (5), 569-582.
- Reiser, B. J. (2004). Scaffolding complex learning: The mechanisms of structuring and problematizing student work. *The Journal of the Learning sciences*, 13(3), 273-304.
- Schukajlow, S., Kolter, J., & Blum, W. (2015). Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. *ZDM*, 47(7), 1241-1254.
- Sekerak, J. (2010). Phases of mathematical modelling and competence of high school students. *The Teaching of Mathematics*, 13(2), 105-112.
- Smit, J., van Eerde, H. A. A., & Bakker, A. (2013). A conceptualization of whole-class scaffolding. *British Educational Research Journal*, 39(5), 817-834.
- Sriraman, B. (2006). Conceptualizing the model-eliciting perspective of mathematical problem solving. M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the fourth congress of the european society for research in mathematics education (CERME 4)* içinde (s. 1686-1695). Spain: FUNDEMI IQS, Universitat Ramon Llull.
- Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. *Mathematics: Essential research, essential practice*, 2, 688-697.
- Şahin, N. ve Eraslan, A. (2016a) "İlkokul öğrencilerinin modelleme süreçleri: Suç problemi", *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 41(183), 47-67.

- Tekin Dede, A. (2015). *Matematik derslerinde öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi: Bir eylem araştırması*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Tekin Dede, A. ve Bukova Güzel, E. (2014) "Model oluşturma etkinlikleri: Kuramsal yapısı ve bir örneği", *Öndokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(1), 95-111.
- Tekin Dede, A., & Yılmaz, S. (2013). Examination of primary mathematics student teachers' modelling competencies. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 4(3), 185-206.
- Ulu, M. (2017) "İlkokul 4. Sınıf öğrencilerinin modelleme süreçlerinin incelenmesine yönelik bir odak grup çalışması: Alış-veriş problemi", *International Periodical for the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic*, 12(3), 815- 844.
- Ural, A. (2018). *Matematiksel modelleme eğitimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Uzun, H., Ergene, Ö., & Masal, E. (2023). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi: Matematik Köyü'ne gidiyoruz etkinliği. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 6(2), 494-521. <https://doi.org/10.33400/kuje.1316782>
- Ünveren Kapanadze, D. (2019). Vygotsky'nin Sosyo-Kültürel ve Bilişsel Gelişim Teorisi Bağlamında Türkçe Öğretiminin Değerlendirilmesi. *SDÜ Fen Edebiyat Fakültesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 47, 181-195.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society*. Cambridge Mass: Harvard University Press.
- Yavuz Mumcu, H. ve Baki, A. (2017) "Matematiği kullanma aktivitelerinde lise öğrencilerinin matematiksel modelleme becerilerinin yorumlanması", *Öndokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 36(1), 7-33.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005) Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri, *Seçkin Yayıncılık*, Ankara, 5, 145-164.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008) Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri, *Seçkin Yayıncılık*, Ankara, 6, 123-152.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013) Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri, *Seçkin Yayıncılık*, Ankara, 9, 96-116.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (Güncellenmiş 12. baskı. ed.). Seçkin.

- Yin,R.K. (2008). Case study research:Design and Methods (4th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Yin, R. K. (2017). *Durum alışması araştırması uygulamaları* (İ. Günbayı, Çev.). Ankara: Nobel.
- Yüksel, N. S., Kaya, Y. S., Urhan, S., & Şefik, Ö. (2019). *Matematik eğitiminde modelleme etkinlikleri*. (Ş. Dost, Ed.) (1st ed.). Ankara: Pegem Akademi. s.10-70.



EKLER

EK 1. ÖZGEÇMİŞ

ÖĞRENCİNİN AKADEMİK ÖZGEÇMİŞİ

Kişisel Bilgiler			
Adı ve Soyadı	Büşra ÖZTÜRK		
E-postası/Web Sayfası			
Bildiği Yabancı Diller			
Uzmanlık Alanı			
Öğrenim Bilgileri			
	Üniversite	Bölüm	Yıl
Lisans	Yıldız Teknik Üniversitesi	İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2020
Tez Başlığı	Matematiksel Modelleme Problemlerinde Yapı İskelesi Aracı Olarak Çözüm Planlarının Kullanımı		
Tez Danışmanı	Doç. Dr. Ayşe TEKİN DEDE		
Akademik Eserler			
(Makale, kitap, kitap bölümü, bildiri, poster, sergi, konser vb. eserlerden kaynakça yazım kurallarına göre en fazla 10 eser yazılmalıdır.) Tezden üretilen yayınlar * ile işaretlenmelidir.			
Alanıyla İlgili Bilimsel Kuruluşlara Üyelikler			
Alanıyla İlgili Aldığı Ödüller			

EK 2. Uygulama İzinleri



T.C.
ŞANLIURFA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-47377298-44-66418415
Konu : Araştırma , Uygulama ve Anket İzni
(Büşra ÖZTÜRK)

21.12.2022

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi: 25/07/2022 tarih ve 54074680 sayılı Valilik Makam Onayı.

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Büşra ÖZTÜRK'ün tutanakta belirtilen konu ile ilgili Araştırma izni hakkındaki Bila tarih ve 449114 sayılı yazısı, ilgi sayılı Valilik Makam Onayı ile oluşturulan komisyon tarafından incelenmiştir. İlgilinin çalışmasının Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 21/01/2020 tarih ve 2020/2 sayılı genelgede belirtilen hususlar çerçevesinde uygulanabileceği ekte gönderilen komisyon tutanağı ile onaylanmıştır. Denetimleri ilgili okul, ilçe milli eğitim müdürlükleri tarafından gerçekleştirilmek üzere derslerin aksatılmaması kaydıyla, araştırmanın ayrıca öğrenci, veli ve/veya öğretmenlerden alınacak izin ve gönüllük esasları çerçevesinde 2021-2022 Eğitim Öğretim yılı sonuna kadar tutanakta belirtilen Akçakale İlçemizde bulunan Resmi Deniz Ortaokulu 7. Sınıf Öğrencilerine yönelik Covid-19 tedbirleri kapsamında Araştırma, Uygulama ve Anket çalışması yapılması hususunda ;

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Fevzi KURT
Vali a
Millî Eğitim Müdürü

EK:

1-Komisyon Tutanağı (1 sayfa)
2-Anket (7 Sayfa)

Gereği:

Akçakale İlçe Kaymaklığına (İlçe MEM)

Bilgi:
Dokuz Eylül Üniversitesi Rektörlüğü
(Hukuk Müşavirliği)

Sayın: (Büşra ÖZTÜRK)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Ertuğrulgazi Mah. Osmangazi Sokak No:14 Haliliye/ŞANLIURFA

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Bilgi için: M.E.YAĞLI Şef

Telefon No : 0312 222 22 22

Unvan : Şef

E-Posta : info@sanliurfameb.gov.tr

İnternet Adresi: sanliurfameb.gov.tr

Faks:412 22 22 22

Kep Adresi : info@sanliurfameb.gov.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 3b64-ea65-3857-8240-de5e kodu ile teyit edilebilir.

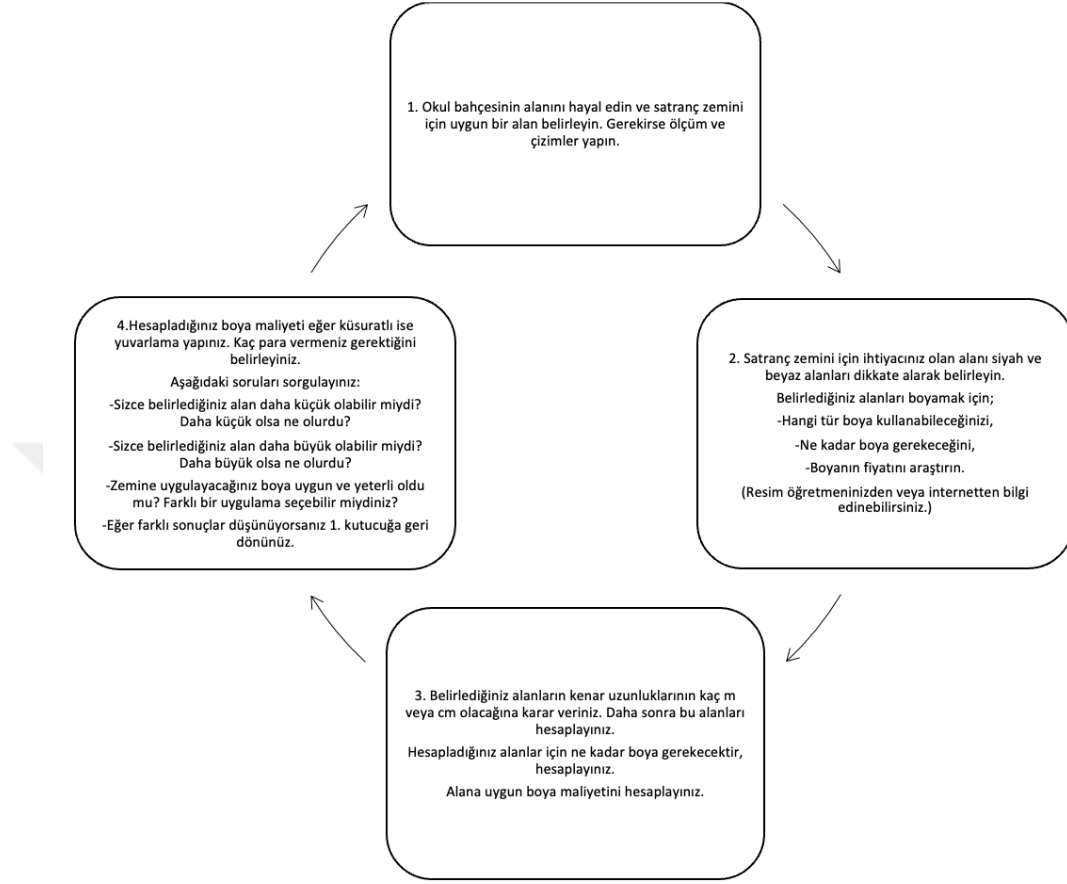
EK 3. Okul Bahçesinde Satranç Zemini Problemi ve Probleme Özgü Çözüm Planı

OKUL BAHÇESİNDE SATRANÇ ZEMİNİ



Deniz Ortaokulu bahçesine fotoğrafı verilen kısma basketbol sahasını çok fazla engellemeyecek şekilde aşağıda verilen resimlerdeki gibi bir satranç zemini yapılması planlanmaktadır. Bu zemini yaptığınızda maliyeti ne olacaktır? Hesaplayınız.





EK 4. Tül Sineklik Problemi ve Probleme Özgü Çözüm Planı

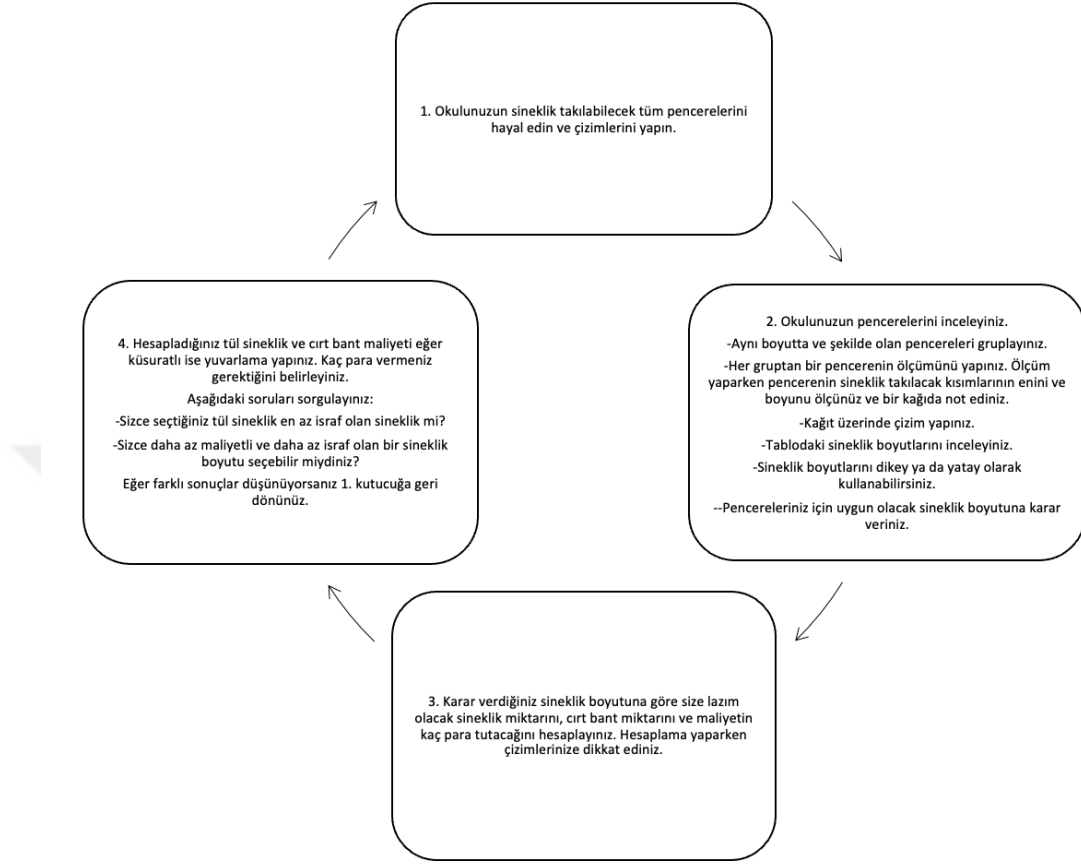
TÜL SİNEKLİK

Okulunuzun içine giren sinek ve kuşları önlemek için tüm pencerelere sineklik yapılması planlanmaktadır. Seçilebilecek sineklik boyutları ve fiyatları aşağıda listelenmiştir. Bu modellerden bir tanesini seçip ve size lazım olacak cırt bant miktarına karar verip toplam maliyeti hesaplamanız gerekmektedir. Fakat bu hesaplamayı yaparken şunlara dikkat etmelisiniz:

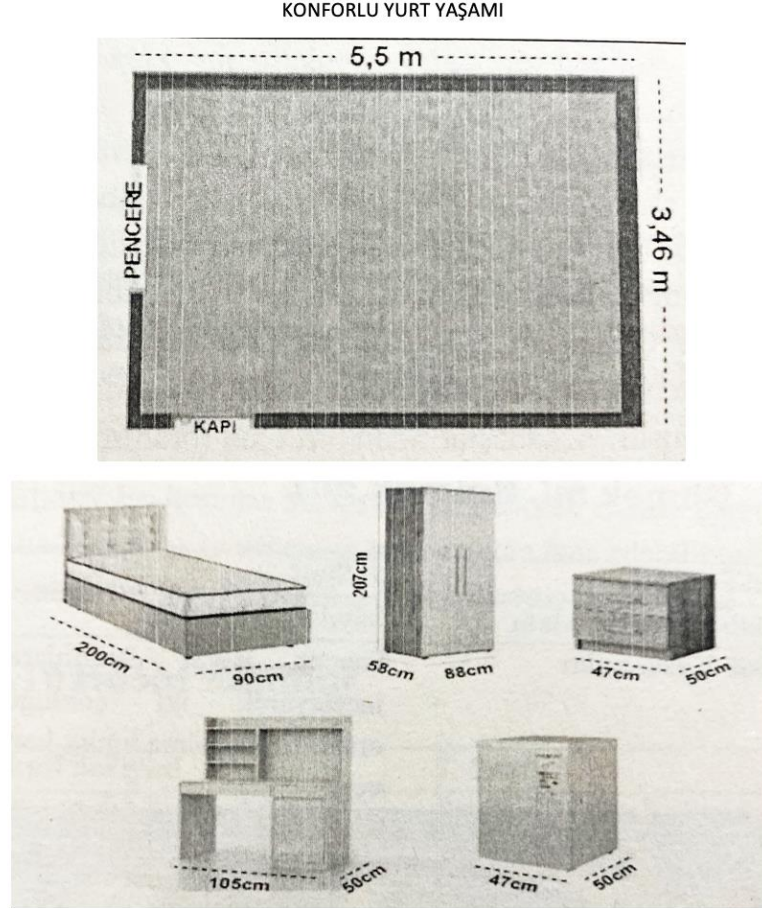
- a) En düşük maliyetli sinekliği seçmeye çalışın,
- b) Seçtiğiniz sinekliğin artan parçalarının fazla olmamasına dikkat ediniz.

MARKA	EBAT	FİYAT	KAMPANYA
ACY STORE TÜL SİNEKLİK 	100X150 cm	26,01 TL*	Her ürün alımında 4 m cırt bant hediye
DİGERUI TÜL SİNEKLİK 	100X120 cm	19,50 TL*	Her 200 TL alışverişe 10 TL indirim
NOYAN GROUP CIRT BANT 	5 m	19,90 TL*	

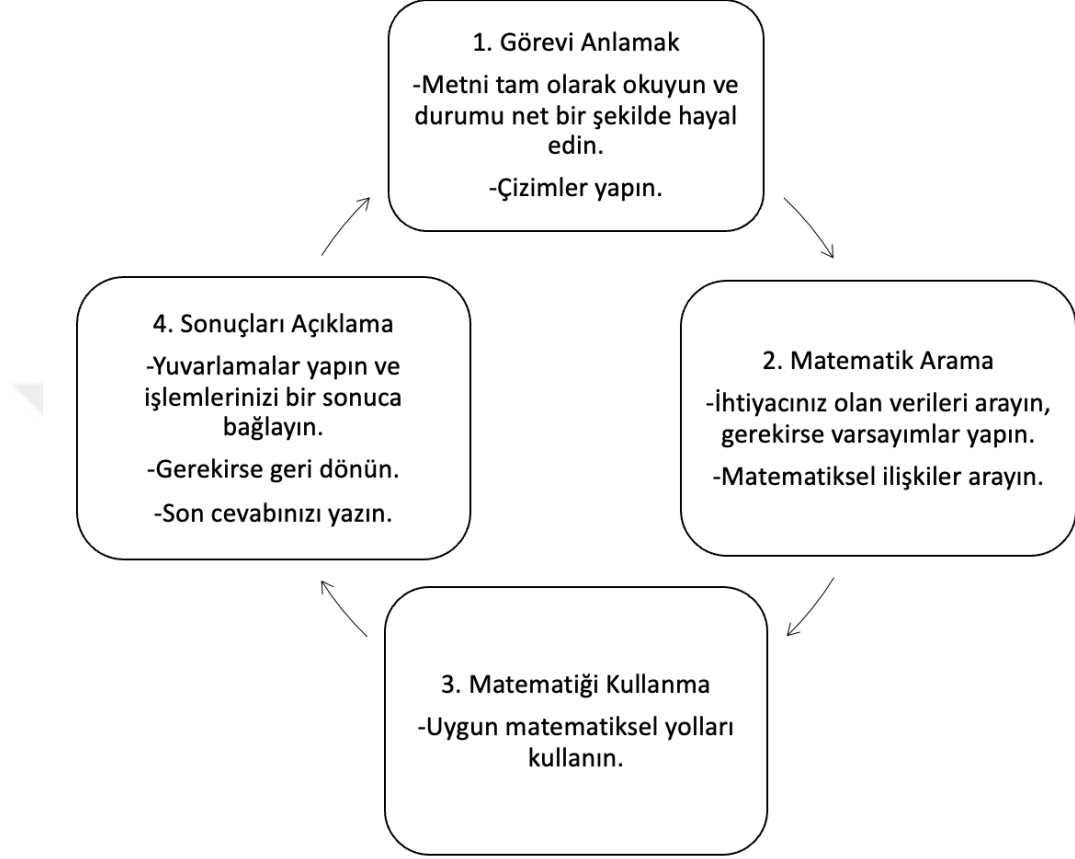
*Ekim 2022 tarihindeki güncel fiyatlardır.



EK 5. Konforlu Yurt Yaşamı Problemi ve Problemden Bağımsız Çözüm Planı



Üniversiteye yeni başlayan Şeyda, Beyza ve Burcu bir yurtla anlaşılmışlardır. Yurttaki üç kişilik odalara ait plan resimde görüldüğü gibidir. Bu üç kişilik odalarda resimdeki gibi standart eşyalar yer almaktadır. Odalarda kalan her bir öğrenciye ait olmak üzere 3 yatak, 3 gardırop, 3 çalışma masası ve 3 komodinin bulunmaktadır. Her odada ortak olarak kullanılan 1 adet mini buzdolabı da yer almaktadır. Yurt yönetimi eşyaları odaya yerleştirme konusunda öğrencilere serbestlik tanımıştır. Aralarında tartışan Şeyda, Beyza ve Burcu odada serbestçe hareket edebilecekleri alanın olabildiğince geniş olması gerektiği konusunda fikir birliğine varmışlardır. Bunun için eşyaları nasıl yerleştirmeleri konusunda düşünmeye başlamışlardır. Arkadaşlarımız, daha fazla boş alan kalması için bu eşyaları nasıl yerleştirmeliler? Bu konuda onlara yardımcı olmak için bir model geliştirerek onları ikna edebilir misiniz?



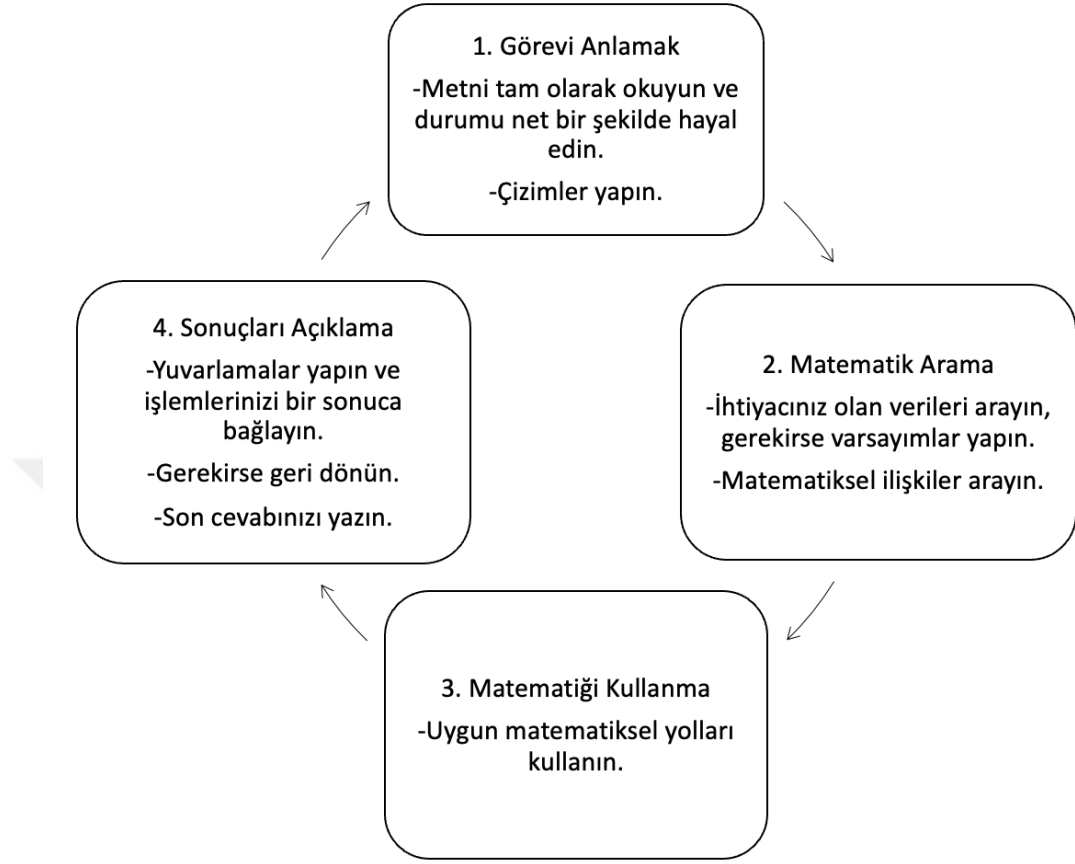
EK 6. Miras Paylaşımı Problemi ve Problemden Bağımsız Çözüm Planı

MİRAS PAYLAŞIMI

Adıyaman’ da yaşayan Ali Kemal, 2 kardeşiyle birlikte, babalarından miras kalan tarlaları adaletli bir şekilde bölüşmek istemektedir. Miras kalan 6 tarla bulunmaktadır, tarlaların büyüklükleri farklıdır her kardeş 2 tarla alacaktır. Paylaşımın olabildiğince adaletli yapılması gerekmektedir. Tarlaların uydu görüntüleri aşağıda verilmiştir. Tarlaları 3 kardeşe paylaştırınız. Paylaşımı nasıl yaptığınızı ayrıntılı bir biçimde açıklayınız.

****Paylaştırmamız gereken tarlalar kırmızı dairelerle gösterilmiştir.**





EK 7. ETİK İZİN



T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
HUKUK MÜŞAVİRLİĞİ

Sayı : E-87347630-659-448952

08.12.2022

Konu : Etik Kurul İzni- Büşra ÖZTÜRK

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 01.12.2022 tarihli 441656 sayılı yazınız.

İlgide kayıtlı yazınız ile bildirilen başvuru, Üniversitemiz Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etik Kurulunun 06/12/2022 tarihli toplantısında değerlendirilmiş ve toplantıda alınan 3 sayılı karar ile; Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı öğrencisi Büşra ÖZTÜRK'ün, " *Matematiksel Modelleme Problemlerinde Yapı İskelesi Aracı Olarak Çözüm Planlarının Kullanımı*" başlıklı çalışmasının etik açıdan uygun olduğuna karar verilmiş olup, alınan karar Makamımızca onaylanmıştır.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof.Dr. Nükhet HOTAR
Rektör

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Doğrulama Kodu: 9EE99DAF-3406-48C0-9E0D-B2C7695B79DE Doğrulama Adresi: <https://turkiye.gov.tr/dokuz-eyul-universitesi-ebys>
Adres: Kültür Mahallesi, Cumhuriyet Blv No:144, 35220 Konak/İzmir Bilgi için:Pelin ALTIN
KEP Adresi : dokuzeyuluniversitesi@hs01.kep.tr Memur



EK 8. ÖLÇME ARAÇLARININ UYGULANMA İZİNLERİ

..../..../2022

ARAŞTIRMA İNCELEME VE DEĞERLENDİRME KOMİSYONU TOPLANTI TUTANAĞI

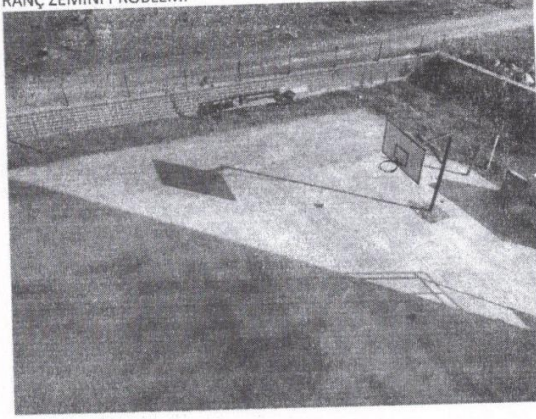
Valilik Makamının 25/07/2022 tarih ve 54074680 sayılı ofuruna istinaden oluşturulan komisyonumuz toplanarak; Dokuz Eylül Üniversitesi bila tarih ve 449114 sayılı yazısına istinaden, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Büşra ÖZTÜRK' ün, uygulayacağı **"Matematiksel Modelleme Problemlerinde Yapı İskelesi Aracı Olarak Çözüm Planlarının Kullanımı"** adlı Araştırma Proje çalışması ve müdürlüğümüzce mühürlenmiş ekteki uygulama ölçeklerinin; Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21/01/2020 tarih ve 2020/2 sayılı genelgede belirtilen hususlar çerçevesinde, Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Milli Eğitim Temel Kanunu ile Türk Milli Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak yürürlükte olan tüm yasal düzenlemelerde belirtilen ilke, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek şekilde, denetimleri ilgili okul, İlçe Milli Eğitim Müdürlükleri tarafından gerçekleştirilmek üzere, derslerin aksatılmaması kaydıyla, araştırmanın ayrıca öğrenci, veli ve/veya öğretmenlerden alınacak izin ve gönüllülük esasları çerçevesinde 2022/2023 eğitim-öğretim yılı sonuna kadar Akçakale, ilçemizdeki Resmi Deniz Ortaokulu 7. Sınıf Öğrencilerine yönelik Araştırma, Anket ve Uygulama ve talebi komisyonumuzca uygun görülmüştür.

Ömer BOZBEY
Komisyon Başkanı

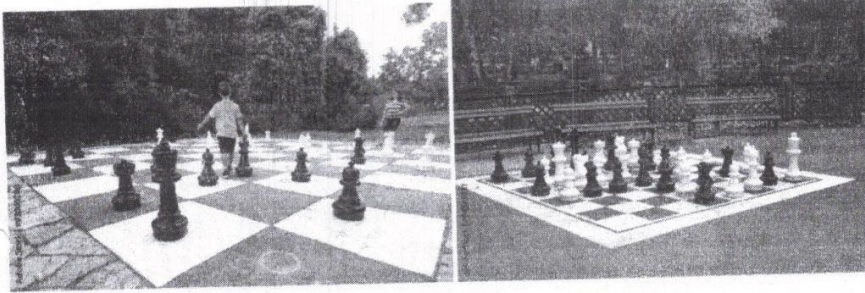
Necati TÜRK
Üye

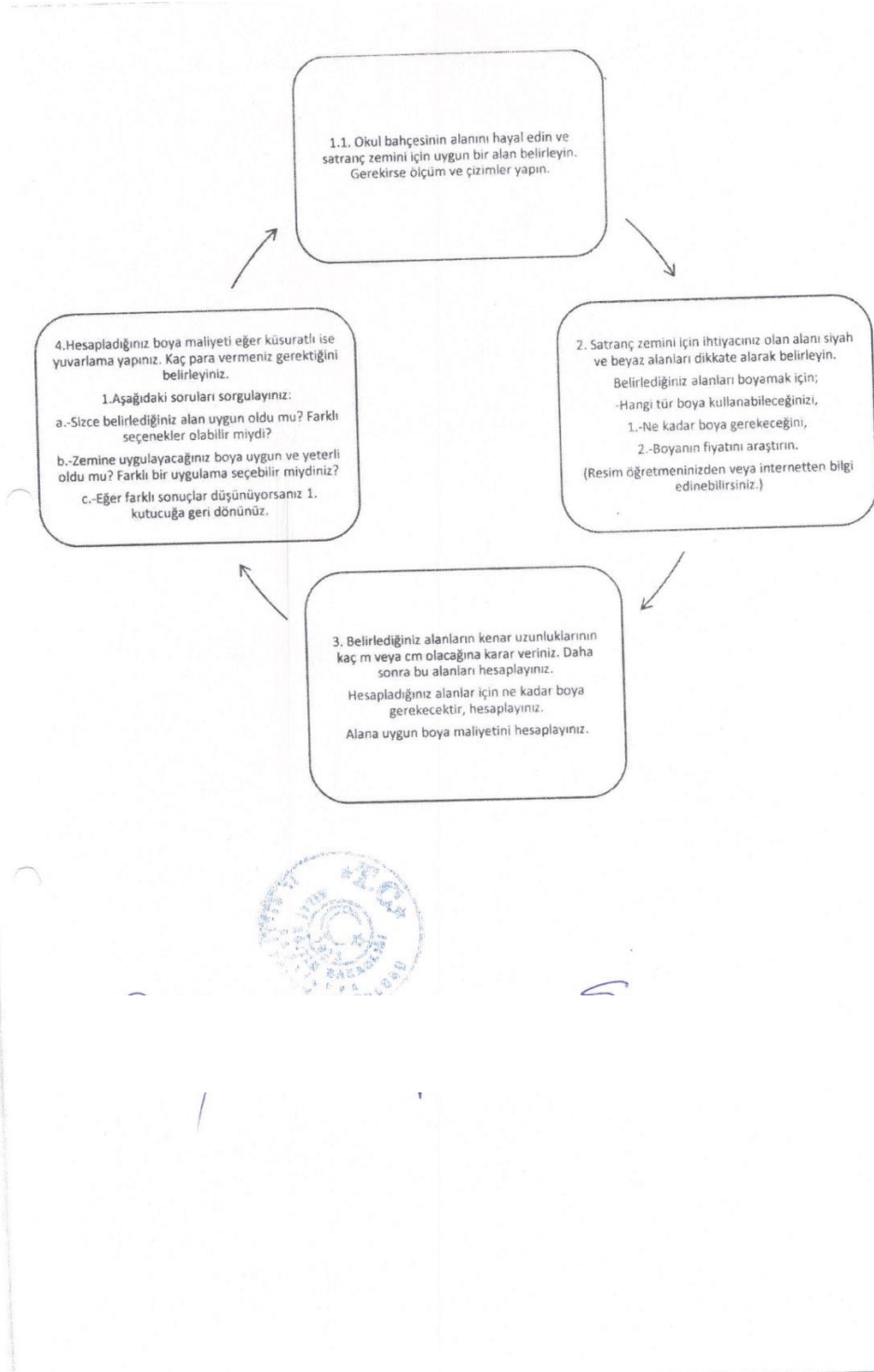
Muhammed Sedat GÜZEL
Üye

OKUL BAHÇESİNDE SATRAH ZEMİNİ PROBLEMİ



Deniz Ortaokulu bahçesine fotoğrafı verilen kısma basketbol sahasını çok fazla engellemeyecek şekilde aşağıda verilen resimlerdeki gibi bir satrah zemini yapılması planlanmaktadır. Bu zemini yaptırmızda maliyeti ne olacaktır? Hesaplayınız.

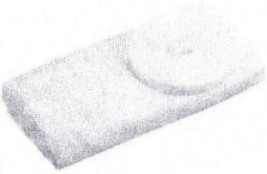




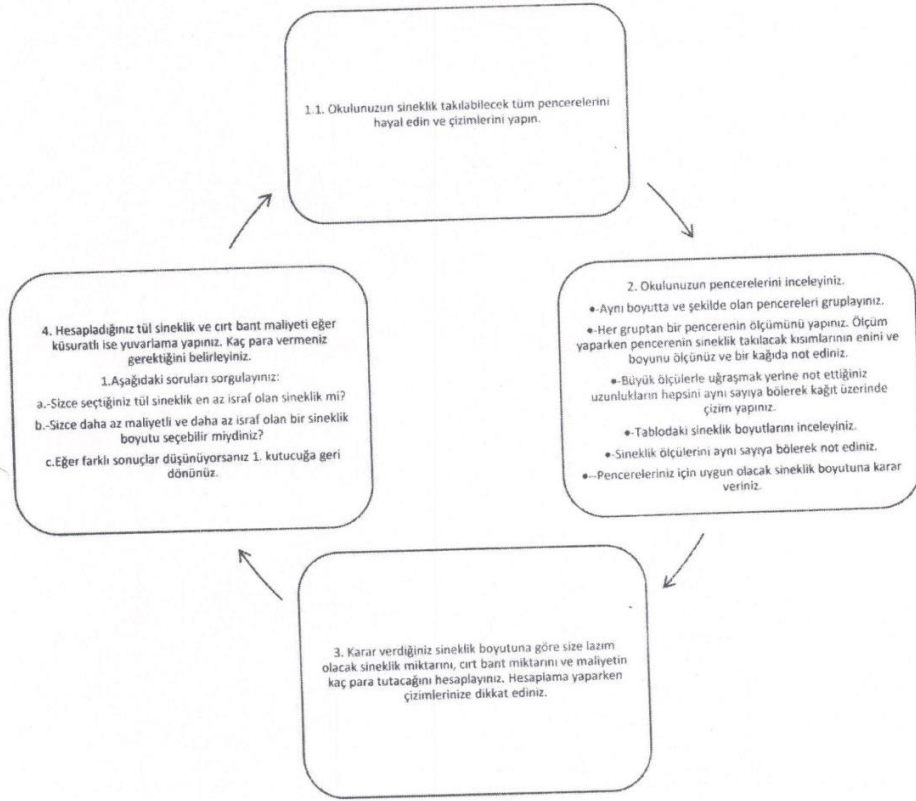
TÜL SİNEKLİK PROBLEMİ

Okulunuzun içine giren sinek ve kuşları önlemek için tüm pencerelere sineklik yapılması planlanmaktadır. Seçilebilecek sineklik boyutları ve fiyatları aşağıda listelenmiştir. Bu modellerden bir tanesini seçip ve size lazım olacak cırt bant miktarına karar verip toplam maliyeti hesaplamanız gerekmektedir. Fakat bu hesaplamayı yaparken şunlara dikkat etmelisiniz:

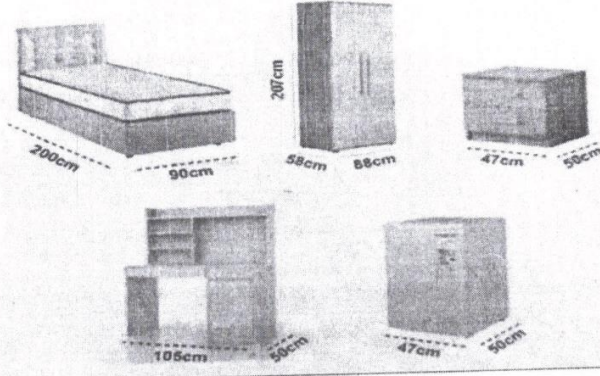
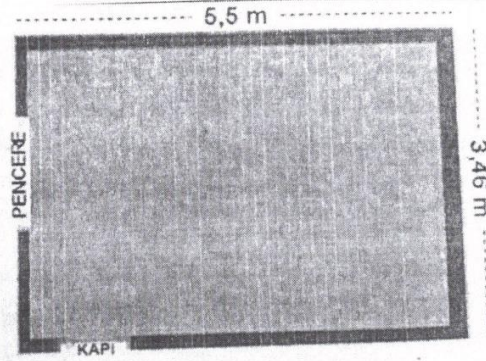
- En düşük maliyetli sinekliği seçmeye çalışın,
- Seçtiğiniz sinekliğin artan parçalarının fazla olmamasına dikkat ediniz.

MARKA	EBAT	FİYAT	KAMPANYA
ACY STORE TÜL SİNEKLİK 	100X150 cm	26,01 TL*	Her ürün alımında 4 m cırt bant hediye
DİGERUI TÜL SİNEKLİK 	100X120 cm	19,50 TL*	Her 200 TL alışverişe 10 tl indirim
NOYAN GROUP CIRT BANT 	5 m	19,90 TL*	

*Ekim 2022 tarihindeki güncel fiyatlardır.



KONFORLU YURT YAŞAMI



Üniversiteye yeni başlayan Şeyda, Beyza ve Burcu bir yurtla tanışmışlardır. Yurttaki üç kişilik odalara ait plan resimde görüldüğü gibidir. Bu üç kişilik odalarda resimdeki gibi standart eşyalar yer almaktadır. Odalarda kalan her bir öğrenciye ait olmak üzere 3 yatak, 3 gardirop, 3 çalışma masası ve 3 komodin bulunmaktadır. Her odada ortak olarak kullanılan 1 adet mini buzdolabı da yer almaktadır. Yurt yönetimi eşyaları odaya yerleştirme konusunda öğrencilere serbestlik tanımıştır. Aralarında tartışan Şeyda, Beyza ve Burcu odada serbestçe hareket edebilecekleri alanın olabildiğince geniş olması gerektiği konusunda fikir birliğine varmışlardır. Bunun için eşyaları nasıl yerleştirmeleri konusunda düşünmeye başlamışlardır. Arkadaşlarımız, daha fazla boş alan kalması için bu eşyaları nasıl yerleştirmeliler? Bu konuda onlara yardımcı olmak için bir model geliştirerek onları ikna edebilir misiniz?



MİRAS PAYLAŞIMI

Adıyaman' da yaşayan Ali Kemal, 2 kardeşiyle birlikte, babalarından miras kalan tarlaları adaletli bir şekilde bölüşmek istemektedir. Miras kalan 6 tarla bulunmaktadır, tarlaların büyüklükleri farklıdır her kardeş 2 tarla alacaktır. Paylaşımın olabildiğince adaletli yapılması gerekmektedir. Tarlaların uydu görüntüleri aşağıda verilmiştir. Tarlaları 3 kardeşe paylaştırınız. Paylaşımı nasıl yaptığınızı ayrıntılı bir biçimde açıklayınız.

****Paylaştırmamız gereken tarlalar kırmızı dairelerle gösterilmiştir.**



