



T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

FONKSİYON GRAFİKLERİNE YÖNELİK TGAD'YE DAYALI
TEKNOLOJİ DESTEKLİ ÖĞRENME ORTAMININ TASARLANMASI,
UYGULANMASI VE GRAFİK OKURYAZARLIK BECERİLERİNE
ETKİSİNİN İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

Mehmet İhsan YURTYAPAN

0000-0001-9788-7725

BURSA

2023



T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

FONKSİYON GRAFİKLERİNE YÖNELİK TGAD'YE DAYALI
TEKNOLOJİ DESTEKLİ ÖĞRENME ORTAMININ TASARLANMASI,
UYGULANMASI VE GRAFİK OKURYAZARLIK BECERİLERİNE
ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Mehmet İhsan YURTYAPAN

0000-0001-9788-7725

Danışman

Prof.Dr. Gül KALELİ YILMAZ

BURSA

2023

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim.

Mehmet İhsan YURTYAPAN

26/09/2023





EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
DOKTORA BENZERLİK YAZILIM RAPORU

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 26/09/2023

Tez Başlığı / Konusu: Fonksiyon Grafiklerine Yönelik TGAD'ye Dayalı Teknoloji Destekli Öğrenme Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Grafik Okuryazarlık Becerilerine Etkisinin İncelenmesi

Yukarıda başlığı gösterilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç, Tartışma ve Öneriler kısımlarından oluşan toplam 350 sayfalık kısmına ilişkin, 02/09/2023 tarihinde şahsım tarafından Turnitin adlı benzerlik tespit programından (Turnitin)* aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 7'dir.

Uygulanan filtrelemeler:

- 1- Kaynakça hariç
- 2- Alıntılar hariç/dahil
- 3- 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir benzerlik içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Tarih ve İmza

Adı Soyadı: Mehmet İhsan YURTYAPAN

Öğrenci No: 811852010

Anabilim Dalı: Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi

Programı: Matematik Eğitimi

Statüsü: Y.Lisans Doktora

Danışman

Prof.Dr. Gül KALELİ YILMAZ

26/09/2023

YÖNERGEYE UYGUNLUK ONAYI

“Fonksiyon Grafiklerine Yönelik TGAD’ye Dayalı Teknoloji Destekli Öğrenme Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Grafik Okuryazarlık Becerilerine Etkisinin İncelenmesi” adlı doktora tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan

Mehmet İhsan YURTYAPAN

Danışman

Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ



Matematik ve Fen Eğitimi ABD Başkanı

Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı'nda 811852010 numara ile kayıtlı Mehmet İhsan YURTYAPAN'ın hazırladığı "Fonksiyon Grafiklerine Yönelik TGAD'ye Dayalı Teknoloji Destekli Öğrenme Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Grafik Okuryazarlık Becerilerine Etkisinin İncelenmesi" konulu doktora çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, 26/09/2023 günü 14:00-16:00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin/çalışmasının (başarılı/başarısız) olduğuna (oybirliği/oy çokluğu) ile karar verilmiştir.

Sınav Komisyonu Başkanı
Prof. Dr. İlhan KARATAŞ
Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi

Üye
Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye
Doç. Dr. Salih BİRİŞÇİ
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye
Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN
Bursa Uludağ Üniversitesi

Üye
Doç. Dr. Burçin GÖKKURT ÖZDEMİR
Bartın Üniversitesi

ÖNSÖZ

Küçük bir çocukken, matematik öğretmeni olan annemin bir öğrencisi ona gelerek eğitim dersleri hakkında ne yapabileceğini sormuştu. Bu ânı hâlâ dün gibi hatırlarım. Ben de annemi neşelendirmek ve biraz da ona şaka yapmak istediğimde, elime bir kitap alırdım, karşısına geçer, "Eğitim dersleri hakkında ne yapabilirim hocam?" diye sık sık sorardım. Annemin yüzündeki gülümseme ve hoşnut ifade hoşuma giderdi. O keyif aldıkça ben de bu soruyu defalarca sormaya devam ederdim. Tabii, bazen bunu biraz fazla kaçırarak onu biraz sıkır hâle getirirdim. Ama aslında bunun sadece masum ve eğlenceli bir espri olduğunu biliyorduk. Çocukluk işte... Anlaşılan bu soruyu 40 defa sormuşum ki mesele buralara kadar geldi. Şaka bir yana iyi ki buralara kadar geldi. Eğitime ve matematik eğitimine gönül vermiş birbirinden değerli hocalarımla tanışma fırsatı elde ederek çocukluğumda o espriyle sorduğum "Matematik eğitimi hakkında ne yapabilirim hocam?" sorusuna kıymetli hocalarımla bilgileri, kendi bakış açımı ve tecrübemle harmanlayarak bir çözüm üretme fırsatı elde edebildim. Ne mutla bana...

Tezimde bilimsellikten taviz vermeden sahada çalışan bir öğretmen olmanın getirdiği hassasiyetle bir öğretmenin tezi açıp okuduğunda "Ben bunu sınıfımda kullanabilirim." hissini oluşturmak amacıyla anlaşılır bir dil kullanarak ve alternatif bir bakış açısı sunmak için hareket ettiğimi belirtmek isterim. Umarım faydalı olur...

Doktora eğitim sürecim boyunca kıymetli bilgi ve tecrübelerinden yarar sağladığım, öğrencisi olmanın bir ayrıcalık ve mutluluk kaynağı olduğunu hissettiğim, engellerle karşılaştığımda pes etmek yerine daha da güçlenmem için bana destek veren ve yardımını esirgemeyen, matematik eğitimine bakışından etkilendiğim, çalışmalarımın her aşamasında sunduğu değerli eleştiriler ve önerilerle beni ileri taşıyan, bana ve diğer öğrencilerine çalışmanın anlamını yaşatarak gösteren, sabır ve hoşgörüsünü eksik etmeden bugüne gelmemde büyük katkıda bulunan, pek kıymetli hocam ve tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ' a en derin teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarımda emeği olan ve doktora tezimin geliştirilmesinde pek kıymetli fikirleriyle bana yol gösteren Sayın Prof. Dr. İlhan KARATAŞ hocama çok teşekkür ederim.

Hem doktora ders sürecinde öğrencisi olma fırsatı elde ederek matematik eğitimine bakış açımı zenginleştirdiğim, hem de tezimin hazırlık aşamasında değerli bilgilerinden istifade ettiğim, Sayın Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN hocama saygılarımı sunarım.

Çalışmamı titizlikle inceleyerek değerli vaktini ayıran, kıymetli önerileriyle tezimin içeriğini daha da olgulaştırmamı sağlayan sayın Doç. Dr. Salih BİRİŞÇİ hocama içtenlikle

teşekkürlerimi sunarım.

Öğrencisi olma fırsatı elde edememe rağmen bugünlere gelinceye kadar benden desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, yapıcı görüş ve önerileriyle her zaman yanımda olan bir anlamda fahri öğrencisi olma fırsatı elde ettiğim Sayın Doç. Dr. Burçin GÖKKURT ÖZDEMİR hocama saygılarımı sunarım.

Bana değerli zamanlarını ayırarak çalışmama gönüllü olarak katılan ve görüşlerini benimle paylaşan Bursa Uludağ Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünün değerli öğretmen adaylarına teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Öğrenim hayatım boyunca yaşadığım tüm sıkıntılarda maddi, manevi bana hep yardımcı olan, beni bugünlere getiren, büyüten, her anlamda destekleyen canım aileme teşekkürlerimi ve şükranlarımı sunarım.

Hayatın türlü zorlukları içerisinde onlarla konuştuğum zaman rahatladığım, moral ve enerji depolamama yardımcı olan her zaman kendimi yakın hissettiğim kuzenim Abdulkadir YURTYAPAN ve değerli eşi Begüm YURTYAPAN'a sonsuz teşekkür ederim. İyi ki varsınız.

Son olarak canım yengeciğim Safiye YURTYAPAN. Üzerimde emeği olan o güzel insan. Hayatın türlü hengâmesi içinde belirli bir süre ayrı kaldık. Aslında tezimi bitirdiğimi ve teşekkür bölümünde sana teşekkür ettiğimi okumayı planlıyordum. Eminim ki mutlu olurdun. Mutluluğumu seninle paylaşacaktım. Ancak öyle olmadı. Canım yengeciğim her zaman bana değer verdiğin için sana sonsuz teşekkür ederim. Mekânın cennet olsun...

Değer verenlere, yol gösterenlere, kıymet bilenlere.....

Bu tez çalışması, Kurtuluş Savaşı'nın dönüm noktası olan Kütahya-Eskişehir Muharabesinin en bunalımlı günlerinde dahi eğitimi ihmal etmeyip 1. Maarif Kongresini gerçekleştiren, Cumhuriyeti ilan eder etmez muallimler birliğini kurarak "Öğretmenler, yeni nesil sizlerin eseri olacaktır." devamında pek de bilmediğimiz "Eserinizin kıymeti yaptığınız fedakârlığın derecesi ile orantılı olacaktır." ifadelerini kullanan, ömrünün son yıllarında dahi bu ülkenin evlatları matematiği daha iyi anlayabilsin diye "Geometri" isimli kitabı yazarak matematiksel terimleri Türkçeleştirmek suretiyle sadeleştiren Başöğretmen Atam Mustafa Kemal Atatürk'e ve vatan uğruna canını feda etmiş aziz şehitlerimize bu topraklarda büyüyüp yetişmiş bir matematik öğretmenin Cumhuriyetimizin 100. yılında naçizane bir armağandır. En derin saygılarımla...

ÖZET

Yazar	Mehmet İhsan YURTYAPAN
Üniversite	Bursa Uludağ Üniversitesi
Ana Bilim Dalı	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Bilim Dalı	Matematik Eğitimi
Tezin Niteliği	Doktora Tezi
Sayfa Sayısı	XXII+418
Mezuniyet Tarihi	.../.../....
Tez	Fonksiyon Grafiklerine Yönelik TGAD'ye Dayalı Teknoloji Destekli Öğrenme Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Grafik Okuryazarlık Becerilerine Etkisinin İncelenmesi
Danışmanı	Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ

FONKSİYON GRAFİKLERİNE YÖNELİK TGAD'YE DAYALI TEKNOLOJİ DESTEKLİ ÖĞRENME ORTAMININ TASARLANMASI, UYGULANMASI VE GRAFİK OKURYAZARLIK BECERİLERİNE ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Bu araştırma, fonksiyon grafiklerine yönelik Tahmin, Gözlem, Açıklama ve Değerlendirme [TGAD] öğretim yöntemine dayalı teknoloji destekli bir öğrenme ortamı tasarlanması, uygulanması ve ilköğretim matematik öğretmen adaylarının grafik okuryazarlık becerilerine etkisinin incelenmesi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Özel durum çalışması yönteminin kullanıldığı araştırmanın çalışma grubunu bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören 38 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Tasarlanan öğrenme ortamı, haftada üç saat olmak üzere toplam dokuz haftada yürütülmüştür. Araştırmada veriler, açık uçlu sorulardan oluşan Fonksiyon Grafik Okuryazarlık Testi [FGOYT], yarı yapılandırılmış görüşme formu ve teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen çalışma yapraklarından elde edilmiştir. FGOYT ve çalışma yapraklarından elde edilen verilerin analizinde betimsel analiz kullanılmıştır. Yarı

yapılandırılmış görüşme formundan elde edilen verilerin analizi ise NVİVO 9.0 bilgisayar programından faydalanılarak içerik analiziyle gerçekleştirilmiştir.

Verilerin analizi sonucunda TGAD'ye yönelik uygulamalardan önce öğretmen adaylarının araştırmada ele alınan bütün fonksiyon konularında grafik okuma-yorumlama ve çizme bağlamında eksik bilgilere ve kavram yanlışlarına sahip oldukları tespit edilmiştir. TGAD'ye dayalı tasarlanan teknoloji destekli uygulamalardan sonra ise öğretmen adaylarının grafik okuma-yorumlama ve çizme becerileri olumlu yönde gelişmiştir. Öğretmen adaylarının görüşlerine yönelik bulgular incelendiğinde de olumlu görüşlerin çoğunlukta olduğu, öğretmen adaylarının tasarlanan öğrenme ortamını ve GeoGebra uygulamalarını beğendikleri, meslek hayatlarında bu araştırma kapsamında öğrendikleri bilgileri kullanmak istedikleri sonuçları elde edilmiştir.

Araştırmanın sonuçlarına dayanarak fonksiyon grafiklerine yönelik grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesinde TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğrenme ortamlarının oluşturulması önerilmektedir. Ayrıca bazı eğitim fakültelerinde seçmeli ders olan Grafik Okuryazarlığı dersinin tüm eğitim fakültelerinin matematik bölümlerinde zorunlu ders olarak okutulması ve farklı öğretim uygulamaları ile grafik okuryazarlık becerilerinin artırılması, bu alandaki eksikliklerin giderilmesi açısından faydalı olacaktır.

Anahtar sözcükler: Fonksiyon, Grafik Okuryazarlığı, GeoGebra, Tahmin-Gözlem-Açıklama (TGA), Tahmin-Gözlem-Açıklama-Değerlendirme (TGAD)

ABSTRACT

Author	Mehmet İhsan YURTYAPAN
University	Bursa Uludag University
Field	Mathematics and Science Education
Branch	Mathematics Education
Degree Awarded	PhD Thesis
PageNumber	XXII + 418
DegreeDate	.../.../....
Thesis	Design and Implementation of a Technology Supported Learning Environment Based on POEE for Function Graphics and Investigation of Its Effect on Graphic Literacy Skills
Supervisor	Prof. Dr. Gül KALELİ YILMAZ

DESIGN AND IMPLEMENTATION OF A TECHNOLOGY SUPPORTED LEARNING ENVIRONMENT BASED ON POEE FOR FUNCTION GRAPHICS AND INVESTIGATION OF ITS EFFECT ON GRAPHIC LITERACY SKILLS

This research was conducted to design and implement a technology-supported learning environment based on the Prediction, Observation, Explanation and Evaluation [POEE] teaching method for function graphs and to examine its effect on the graphic literacy skills of pre-service primary school mathematics teachers. The study group of the research, in which the case study method was used, consists of 38 pre-service teachers studying in the primary mathematics teaching department of a state university. The designed learning environment was carried out for a total of nine weeks, three hours a week. The data in the study were obtained from the Function Chart Literacy Test [FCLT] consisting of open-ended questions, a semi-structured interview form, and worksheets developed according to the technology-supported POEE teaching method. Descriptive analysis was used to analyze the data obtained from FCLT and worksheets. The analysis of the data obtained from the semi-

structured interview form was carried out by content analysis using the NVIVO 9.0 computer program.

As a result of the analysis of the data, it was determined that pre-service teachers had incomplete knowledge and misconceptions in the context of reading, interpreting and drawing graphics on all function subjects discussed in the research, before the applications for POEE. After the technology-supported applications designed based on POEE, the graph reading- interpreting and drawing skills of the pre-service teachers improved positively. When the findings regarding the opinions of the pre-service teachers were examined, it was concluded that the positive opinions were in the majority, the teacher candidates liked the designed learning environment and GeoGebra applications, and they wanted to use the information they learned within the scope of this research in their professional lives.

Based on the results of the research, it is recommended to create technology-supported learning environments based on POEE in developing graphic literacy skills for function graphs. In addition, teaching the Graphic Literacy course, which is an elective course in some education faculties, as a compulsory course in the mathematics departments of all education faculties and increasing graphic literacy skills with different teaching practices will be beneficial in eliminating the deficiencies in this field.

Keywords: Function, Graphics Literacy, GeoGebra, Prediction-Observation-Explanation (POE), Prediction-Observation-Explanation-Evaluation (POEE)

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK	i
BENZERLİK YAZILIM RAPORU	ii
YÖNERGEYE UYGUNLUK ONAYI.....	iii
ÖNSÖZ.....	v
ÖZET.....	vii
ABSTRACT	ix
İÇİNDEKİLER.....	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xvi
TABLolar LİSTESİ	xix
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xxii

BİRİNCİ BÖLÜM (GİRİŞ)

1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi.....	4
1.3. Araştırma Problemleri	8
1.3.1. Araştırmanın Alt Problemleri	9
1.4. Araştırmanın Varsayımları	9
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	9
1.6. Tanımlar.....	9

İKİNCİ BÖLÜM (KAVRAMSAL ÇERÇEVE)

2.1. Grafik Okuryazarlığı.....	11
2.1.1. Grafik Okuryazarlık Becerilerinin Öğretimi.....	14
2.2. Matematik Öğretiminde Teknoloji Destekli Öğretim Ortamları ve Uygulamaları	15
2.2.1. GeoGebra	17
2.2.2. Matematik Öğretiminde GeoGebra'nın Rolü	17
2.2.3. Fonksiyon Grafiklerinin Öğretimine Yönelik Teknoloji Destekli Uygulamalar	18
2.3. Tahmin- Gözlem- Açıklama (TGA) Öğretim Yöntemi.....	20
2.3.1. Tahmin-Gözlem-Açıklama (TGA)'nın Öğretim Ortamlarında Kullanılması.....	21
2.3.1.1. Tahmin Aşaması.	22
2.3.1.2. Gözlem Aşaması.	23
2.3.1.3. Açıklama Aşaması	24
2.3.1.4. Değerlendirme Aşaması.....	27
2.3.2. Tahmin-Gözlem-Açıklama-Değerlendirme (TGAD)'nin Uygulanması.	28

2.4. Konu ile İlgili Yapılan Araştırmalar.....	29
2.4.1. Fonksiyonlarla İlgili Yapılan Çalışmalar.....	30
2.4.2. Matematik Öğretiminde TGA Öğretim Yöntemine Yönelik Çalışmalar:	46
2.4.3. Matematik Öğretiminde Teknoloji Destekli TGA Öğretim Yöntemine Yönelik Çalışmalar.....	49
2.5. Alanyazın Taraması Sonucu.....	52

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

(YÖNTEM)

3.1. Araştırmanın Modeli.....	57
3.2. Araştırmanın Tasarımı ve Süreci.....	58
3.2.1. TGAD'ye Dayalı Öğretim Ortamının Tasarlanması.....	62
3.3. Pilot Uygulama.....	62
3.4. Asıl Çalışma.....	66
3.5. Çalışma Grubu.....	67
3.6. Öğretim Süreci.....	68
3.7. Veri Toplama Araçları.....	76
3.7.1. Fonksiyon Grafikleri Okuryazarlık Testi (FGOYT).....	76
3.7.2. Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Yöntemine Göre Geliştirilen Çalışma Yaprakları.....	79
3.7.3. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu.....	84
3.8. Verilerin Analizi.....	84
3.8.1. Fonksiyon Grafikleri Okuryazarlık Testinden (FGOYT) Elde Edilen Verilerin Analizi.....	84
3.8.2. Teknoloji Destekli Öğretim Yöntemine Göre Geliştirilen Çalışma Yaprığından Elde Edilen Verilerin Analizi.....	86
3.8.3. Görüşme Formundan Elde Edilen Verilerin Analizi:	87

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

(BULGULAR)

4.1. Fonksiyon Kavramı Konusundaki Grafik Okuryazarlık Becerilerine Yönelik Bulgular.....	88
4.1.1. Fonksiyon Kavramına Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Ön Test Bulguları	88
4.1.2. Fonksiyon Kavramına Yönelik Grafik Çizme Ön Test Bulguları	94
4.1.3. Fonksiyon Kavramına Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Sürecine Ait Bulgular.....	96
4.1.3.1. Tahmin Aşaması	97
4.1.3.2. Gözlem Aşaması	98

4.1.3.3. Açıklama Aşaması	115
4.1.3.4. Değerlendirme Aşaması	117
4.1.4. Fonksiyon Kavramı Konusuna Yönelik TGAD Öğretim Yöntemi ile Yürütülen Ders Hakkındaki Öğretmen Adaylarının Görüşlerine Ait Bulgular	123
4.1.5. Fonksiyon Kavramına Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Son Test Bulguları..	127
4.1.6. Fonksiyon Kavramına Yönelik Grafik Çizme Son Test Bulguları	134
4.2. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusundaki Grafik Okuryazarlık Becerilerine Yönelik Bulgular	138
4.2.1. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Ön Test Bulguları.....	138
4.2.2. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusuna Yönelik Grafik Çizme Becerisi Ön Test Bulguları.....	143
4.2.3. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Sürecine Ait Bulgular	145
4.2.3.1. Tahmin Aşaması.	146
4.2.3.2. Gözlem Aşaması	148
4.2.3.3. Açıklama Aşaması	159
4.2.3.4. Değerlendirme Aşaması.....	161
4.2.4. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusuna Yönelik TGAD Öğretim Yöntemi ile Yürütülen Ders Hakkındaki Öğretmen Adaylarının Görüşlerine Ait Bulgular	173
4.2.5. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Son Test Bulguları	178
4.2.6. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusuna Yönelik Grafik Çizme Son Test Bulguları.....	184
4.3. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusundaki Grafik Okuryazarlık Becerilerine Yönelik Bulgular	188
4.3.1. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Ön Test Bulguları.....	188
4.3.2. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Çizme Becerisi Ön Test Bulguları.....	193
4.3.3. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Sürecine Ait Bulgular.	195
4.3.3.1. Tahmin Aşaması.	196
4.3.3.2. Gözlem Aşaması.	198
4.3.3.3. Açıklama Aşaması	205
4.3.3.4. Değerlendirme Aşaması.....	208
4.3.4. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusuna Yönelik TGAD Öğretim Yöntemi ile Yürütülen Ders Hakkındaki Öğretmen Adaylarının Görüşlerine Ait Bulgular	213

4.3.5. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Son Test Bulguları	217
4.3.6. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Çizme Son Test Bulguları.....	225
4.4. Ters Fonksiyon Konusundaki Grafik Okuryazarlık Becerilerine Yönelik Bulgular ...	230
4.4.1. Ters Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Ön Test Bulguları.....	230
4.4.2. Ters Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Çizme Ön Test Bulguları.....	232
4.4.3. Ters Fonksiyon Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Sürecine Ait Bulgular.....	234
4.4.3.1. Tahmin Aşaması	235
4.4.3.2. Gözlem aşaması.	237
4.4.3.3. Açıklama Aşaması.	241
4.4.3.4. Değerlendirme Aşaması.....	244
4.4.4. Öğretmen Adaylarının Ters Fonksiyon Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Yöntemiyle Yürütülen Derse Yönelik Görüşleri.....	248
4.4.5. Ters Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Son Test Bulguları.....	253
4.4.6. Ters Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Çizme Son Test Bulguları	256
4.5. Tek ve Çift Fonksiyon Konusundaki Grafik Okuryazarlık Becerilerine Yönelik Bulgular	260
4.5.1. Tek ve Çift Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Ön Test Bulguları.....	260
4.5.2. Tek ve Çift Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Çizme Ön Test Bulguları.....	265
4.5.3. Tek ve Çift Fonksiyon Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Sürecine Ait Bulgular.....	267
4.5.3.1. Tahmin Aşaması	268
4.5.3.2. Gözlem Aşaması	270
4.5.3.3. Açıklama Aşaması	276
4.5.3.4. Değerlendirme Aşaması.....	278
4.5.4. Öğretmen Adaylarının Tek ve Çift Fonksiyon Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Yöntemiyle Yürütülen Derse Yönelik Görüşleri.	283
4.5.5. Tek ve Çift Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Son Test Bulguları.....	288
4.5.6. Tek ve Çift Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Çizme Son Test Bulguları	294

BEŞİNCİ BÖLÜM
(TARİŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER)

5.1. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Grafik Okuma-Yorumlama Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma	299
5.1.1. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Fonksiyon Kavramı Konusunda Grafik Okuma- Yorumlama Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma.	299
5.1.2. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Tanım Görüntü Kümesi Konusunda Grafik Okuma- Yorumlama Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma	308
5.1.3. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Birebir ve Örten Fonksiyon Konusunda Grafik Okuma-Yorumlama Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma..	316
5.1.4. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Ters Fonksiyon Konusunda Grafik Okuma- Yorumlama Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma.....	319
5.1.5. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Tek ve Çift Fonksiyon Konusunda Grafik Okuma-Yorumlama Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma	323
5.2. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Grafik Çizme Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma	327
5.2.1. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Fonksiyon Kavramı Konusunda Grafik Çizme Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma	327
5.2.2. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Tanım Görüntü Kümesi Konusunda Grafik Çizme Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma	334
5.2.3. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Birebir ve Örten Fonksiyon Konusunda Grafik Çizme Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma.....	340
5.2.4. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Ters Fonksiyon Konusunda Grafik Çizme Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma.....	345
5.2.5. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Tek ve Çift Fonksiyon Konusunda Grafik Çizme Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma	352
5.3. Sonuçlar	356
5.4. Öneriler.....	359
5.4.1. Araştırmanın Sonuçlarına Bağlı Olarak Geliştirilen Öneriler.....	359
5.4.2. Araştırmacılara Yönelik Öneriler.....	361
KAYNAKÇA	366
EKLER	390
ÖZ GEÇMİŞ	417

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil.....	Sayfa
1. Grafik okuryazarlık becerileri	13
2. TGA'nın döngüsel yapısı	25
3. Entegre hipotetik-TGA (Tahmin et-Gözle-Açıkla) döngüsü.....	26
4. Tahmin-Gözlem- Açıklama- Değerlendirme (TGAD) döngüsü	28
5. TGAD öğretim yöntemine göre öğretim ortamının tasarlanması ve uygulamalar ile ilgili izlenen yol	59
6. Teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin öğretmen adaylarına tanıtımından bir görüntü	64
7. TGAD öğretim yönteminin tanıtımına ilişkin slayt.....	68
8. GeoGebra'ya giriş arayüzü	69
9. Öğretmen adaylarının GeoGebra'ya giriş yaptıkları andan bir görüntü.....	70
10. Tahmin aşamasında öğretmen adayının ekranına gelen örnek bir soru.....	70
11. Gözlem aşamasında GeoGebra yazılımının kullanımını gösteren ekran görüntüsü	71
12. Gözlem aşamasında verilen GeoGebra uygulaması etkinliğinin tamamlanmış hali	72
13. Öğretmen adaylarının gözlemlerini ve düşüncelerini yazmalarını gereken "Düşüncem değişti/ değişmedi" bölümü	72
14. Açıklama aşamasında sınıf içi tartışmaların yapıldığı bir andan görüntü	73
15. Açıklama aşamasında çözülecek grafik çizme örnek soruların olduğu GeoGebra ekranı.....	74
16. Açıklama aşamasında çözülecek grafik çizme örnek sorularından biri.....	74
17. Değerlendirme aşamasında hatalı çizimlerin sunulduğu bir andan görüntü	75
18. Değerlendirme aşamasında gönüllü bir öğretmen adayının grafik çizdiği bir andan görüntü.....	75
19. Fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yorumlama becerisi ön test sorusu	89
20. Ö ₁₉ 'un fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yorumlama sorusuna verdiği doğru cevaplar.....	90
21. Ö ₁₃ 'nin fonksiyon kavramı grafik okuma- yorumlama sorusuna yönelik kısmen doğru çözümleri.....	91
22. Ö ₃₃ 'ün fonksiyon kavramı grafik okuma- yorumlama sorusuna yönelik yanlış çözümleri	92
23. Ö ₃₈ 'in fonksiyon kavramı grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik yanlış çözümleri.....	93
24. Ö ₂₁ 'in fonksiyon kavramı grafik çizme sorusuna verdiği cevap	94
25. Ö ₁₆ 'nın fonksiyon kavramı grafik çizme sorusuna verdiği cevap	95
26. Ö ₂₃ 'ün fonksiyon kavramı grafik çizme sorusuna verdiği cevap	96
27. Tahmin aşamasında öğretmen adaylarının grafikleri inceledikleri bir an	97
28. Açıklama aşamasında öğretmen rehberliğinde gözlem aşaması etkinlikleri yapılırken bir görüntü	115
29. Değerlendirme aşamasındaki 1. soruya Ö ₃₈ öğretmen adayının yaptığı çizim ve açıklama	118
30. Değerlendirme aşamasındaki 2. soruya Ö ₃₈ öğretmen adayının yaptığı çizim ve açıklama	119
31. Değerlendirme aşamasındaki 3. soruya Ö ₁₈ 'in yaptığı hatalı çizim	119
32. Değerlendirme aşamasındaki 3. soruya Ö ₃₈ 'in yaptığı hatalı çizim	120
33. Değerlendirme aşamasında fonksiyon kavramı grafik çizme ödevlerinde yapılan hatalarının incelemesi için hazırlanan sunumdan bir görüntü	122
34. Ödevlerde verilen grafik çizme sorularını gönüllü öğretmen adayları çizerken bir görüntü	123
35. Fonksiyon kavramı konusuna yönelik TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen ders hakkındaki öğretmen adaylarının olumlu görüşlerine ait model.....	124
36. Fonksiyon kavramı konusuna yönelik TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen ders hakkındaki öğretmen adaylarının olumsuz görüşlerine ait model	126
37. Tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik okuma yorumlama sorusu	139
38. Ö ₁₀ 'un tanım ve görüntü kümesi grafik okuma yorumlama sorusuna yönelik çözümleri	140
39. Ö ₁₇ 'nin tanım ve görüntü kümesi grafik okuma- yorumlama sorusuna yönelik çözümleri.....	141
40. Ö ₃₈ 'in tanım ve görüntü kümesi grafik okuma- yorumlama sorusuna yönelik çözümleri.....	142
41. Ö ₇ 'nin tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna verdiği cevap	144
42. Ö ₂₃ 'ün tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna verdiği cevap	144
43. Ö ₅ 'in tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna verdiği cevap	145
44. Tahmin aşamasında öğretmen adaylarının tanım görüntü kümesi konusuna yönelik grafik sorularını GeoGebra üzerinden cevapladıkları andan bir görüntü.....	147
45. Gözlem aşamasında öğretmen adayının tanım görüntü kümesi konusundaki grafikleri GeoGebra'da incelediği andan bir görüntü.....	149
46. Açıklama aşamasında öğretmen rehberliğinde gözlem aşaması etkinlikleri yapılırken bir görüntü.	159
47. Açıklama aşamasında tanım, görüntü ve değer kümesine yönelik tahtaya yazılan bilgiler	161

48. Değerlendirme aşamasındaki grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya Ö ₂₇ 'nin yanlış çözümü.....	169
49. Değerlendirme aşamasındaki grafik çizmeye yönelik sorulan 4. soruya Ö ₂₇ 'nin yanlış çözümü.....	171
50. Değerlendirme aşamasında tanım ve görüntü kümesi grafik çizme ödevlerinde yapılan hatalarının incelemesi için hazırlanan sunumdan bir görüntü	172
51. Öğretmen adayının tanım görüntü kümesi konusuna yönelik grafik çizimi yaparken bir görüntü	172
52. Tanım görüntü kümesi konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumlu düşüncelere ait model.....	173
53. Tanım görüntü kümesi konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumsuz düşüncelere ait model.....	176
54. Ö ₄ öğretmen adayının tanım, görüntü ve değer kümesi açıklaması	181
55. Ö ₅ 'in birebir örten fonksiyon konusu grafik çizme sorusuna yönelik çözümü	194
56. Ö ₆ 'nın birebir örten fonksiyon konusu grafik çizme sorusuna yönelik çözümü	194
57. Ö ₇ 'nin birebir ve örten fonksiyon konusu grafik çizme sorusuna yönelik çözümü.....	195
58. Tahmin aşamasında öğretmen adaylarının birebir örten fonksiyon konusuna yönelik grafik sorularını GeoGebra üzerinden cevapladıkları andan bir görüntü.....	196
59. Gözlem aşamasında öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusundaki grafikleri GeoGebra'da incelediği andan bir görüntü.....	198
60. Açıklama aşamasında öğretmen rehberliğinde gözlem aşaması etkinliklerinin yaparken bir görüntü.....	205
61. Açıklama aşamasında birebir ve örten fonksiyona yönelik tahtaya yazılan bilgiler	207
62. Değerlendirme aşamasında birebir ve örten konusu grafik çizme ödevlerinde yapılan hatalarının incelemesi için hazırlanan sunumdan bir görüntü	212
63. Öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizimi yaparken bir görüntü.....	212
64. Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumlu düşüncelere ait model.....	213
65. Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumsuz düşüncelere ait model.....	216
66. Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama sorusu.....	230
67. Ö ₅ 'nin ters fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümü	231
68. Ö ₃₃ 'ün ters fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümü	232
69. Ö ₂₂ 'nin ters fonksiyon grafik çizme sorusuna yönelik çözümü.....	233
70. Ö ₂₈ 'in ters fonksiyon grafik çizme sorusuna yönelik çözümü.....	233
71. Ö ₂₇ 'ün ters fonksiyon grafik çizme sorusuna yönelik çözümü.....	234
72. Tahmin aşamasında öğretmen adaylarının ters fonksiyon konusuna yönelik grafik sorularını GeoGebra üzerinden cevaplarlarken bir görüntü.....	236
73. Gözlem aşamasında öğretmen adayının ters fonksiyon konusundaki grafikleri GeoGebra'da incelerken bir görüntü	238
74. Ö ₂₄ 'ün değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 1. soruya verdiği cevap	245
75. Ö ₆ 'nın değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 1. soruya verdiği cevap.....	245
76. Ö ₁₉ 'un değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 2. soruya verdiği cevap	246
77. Ö ₂₄ 'ün değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya verdiği cevap	246
78. Ö ₁₇ 'nin değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya verdiği cevap	247
79. Öğretmen adayının ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizimini yaparken bir görüntü.....	248
80. Ters fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumlu düşüncelere ait model	249
81. Ters fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumsuz düşüncelere ait model	252
82. Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusu	265
83. Ö ₅ 'in tek ve çift fonksiyon grafik çizme sorusuna yönelik çözümü.....	266
84. Ö ₁ 'in tek ve çift fonksiyon grafik çizme sorusuna yönelik çözümü.....	266
85. Ö ₂₉ 'un tek ve çift fonksiyon grafik çizme sorusuna yönelik çözümü.....	267
86. Tahmin aşamasında öğretmen adayının ters fonksiyon konusuna yönelik grafik sorularını GeoGebra üzerinden cevaplarlarken bir görüntü.....	269
87. Gözlem aşamasında adayın tek ve çift fonksiyon konusundaki grafikleri incelediği bir an.....	271
88. Açıklama aşamasında tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik tahtaya yazılan bilgiler	277
89. Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan sorular	279
90. Ö ₂ 'nin değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 1. soruya verdiği cevap.....	280

91. \ddot{O}_2 'nin değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 2. soruya verdiği cevap.....	280
92. \ddot{O}_{34} 'ün değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 2. soruya verdiği cevap	281
93. \ddot{O}_{34} 'ün değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya verdiği cevap	281
94. \ddot{O}_{37} 'nin değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya verdiği cevap	282
95. Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizimi yapan öğretmen adayı	283
96. Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütölen dersle ilgili olumlu düşöncelere ait model	284
97. Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütölen dersle ilgili olumsuz düşöncelere ait model	287



TABLULAR LİSTESİ

<i>Tablo</i>	<i>Sayfa</i>
1. Pilot çalışmaya katılan öğretmen adaylarının öğrenim gördüğü sınıf düzeylerine göre dağılımı	63
2. Pilot çalışma süreci	64
3. Tez çalışması kapsamında ele alınan konular	76
4. FGOYT’de yer alan soruların konu ve kazanımlara göre dağılımı	78
5. Çalışma yapraklarının konu ve kazanımlara göre dağılımı	80
6. Çalışma yaprağı 1’in teknoloji destekli TGAD öğretim sürecinde kullanımına yönelik içerikten örnek bir kesit	82
7. FGOYT’nin analizine ilişkin örnekler	85
8. Fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma- yorumlama ön test bulguları	89
9. Fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme ön test bulguları	94
10. Fonksiyon kavramı konusuna yönelik öğretim sürecini incelemek amacıyla seçilen öğretmen adayları	96
11. Tahmin aşamasında yapılan sınıf içi tartışmada geçen bir konuşma	98
12. Tahmin aşamasındaki 1. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	99
13. Tahmin aşamasındaki 2. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	101
14. Tahmin aşamasındaki 3. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	103
15. Tahmin aşamasındaki 4. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	105
16. Tahmin aşamasındaki 5. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	106
17. Tahmin aşamasındaki 6. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	108
18. Tahmin aşamasındaki 7. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	110
19. Tahmin aşamasındaki 8. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	112
20. Tahmin aşamasındaki 9. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	114
21. Açıklama aşamasında 6. grafiğin fonksiyon belirtme durumuna yönelik gerçekleşen sınıf içi konuşma ..	116
22. Değerlendirme aşamasındaki 4. soruya yönelik Ö ₅ , Ö ₁₈ ve Ö ₃₈ öğretmen adaylarının yanlış çizimleri	121
23. Fonksiyon kavramı konusuna yönelik TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen ders hakkındaki öğretmen adaylarının olumlu görüşlerinin dağılımı	124
24. Fonksiyon kavramı konusuna yönelik TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen ders hakkındaki öğretmen adaylarının olumsuz görüşlerinin dağılımı	126
25. Fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma- yorumlama ön test- son test bulguları	127
26. Ö ₃ ’ün fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar	129
27. Ö ₅ ’in fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar	131
28. Ö ₁₈ ’in fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar ...	132
29. Ö ₃₈ ’in fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar ...	133
30. Fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme ön test- son test bulguları	134
31. Ö ₁₆ ’nın fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme sorusuna yönelik ön ve son test bulguları	135
32. Ö ₃₈ ’in fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme sorusuna yönelik ön ve son test bulguları	136
33. Ö ₁₈ ’in fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme sorusuna yönelik ön ve son test bulguları	137
34. Tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik okuma yorumlama ön test bulguları	139
35. Tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları	143
36. Tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik öğretim sürecini incelemek amacıyla seçilen öğretmen adayları	146
37. Tahmin aşamasında yapılan sınıf içi tartışmada geçen bir konuşma	148
38. Tahmin aşamasındaki 1. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	149
39. Tahmin aşamasındaki 2. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	152
40. Tahmin aşamasındaki 3. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	153
41. Tahmin aşamasındaki 4. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	154
42. Tahmin aşamasındaki 5. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	157
43. Açıklama aşamasında 1. grafiğin tanım görüntü kümesine yönelik gerçekleşen sınıf içi konuşma	160
44. Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 1. soruya verilen kısmen doğru cevaplar	163
45. Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 2. soruya verilen kısmen doğru cevaplar	165
46. Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya verilen kısmen doğru cevaplar	168
47. Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 4. soruya verilen kısmen doğru cevaplar	170
48. Tanım görüntü kümesi konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumlu görüşlerinin dağılımı	174

49. Tanım görüntü kümesi konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumsuz görüşlerinin dağılımı	176
50. Tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik okuma- yorumlama ön test- son test bulguları.....	178
51. Ö ₃₈ 'in tanım görüntü kümesi grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları	179
52. Ö ₄ 'ün tanım görüntü kümesi grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları	180
53. Ö ₈ 'in tanım ve görüntü kümesi grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları	182
54. Ö ₂₄ 'ün tanım görüntü kümesi grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları.....	183
55. Tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik çizme ön ve son test bulguları.....	184
56. Ö ₄ 'ün tanım görüntü kümesi grafik çizme ön ve son test bulguları.	185
57. Ö ₈ 'in tanım görüntü kümesi grafik çizme ön ve son test bulguları	185
58. Ö ₁₇ 'nin tanım görüntü kümesi grafik çizme ön ve son test bulguları	186
59. Ö ₂₀ 'nin tanım görüntü kümesi grafik çizme ön ve son test bulguları	186
60. Ö ₂₇ 'nin tanım görüntü kümesi grafik çizme ön ve son test bulguları	187
61. Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama sorusu	188
62. Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama ön test bulguları	188
63. Ö ₄ 'ün birebir ve örten fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümleri	189
64. Ö ₂₁ 'in birebir ve örten fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümleri.....	191
65. Ö ₃₈ 'in birebir ve örten fonksiyon konusu grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümleri	192
66. Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları	193
67. Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik öğretim sürecini incelemek amacıyla seçilen öğretmen adayları.....	196
68. Tahmin aşamasında yapılan sınıf içi tartışmada geçen bir konuşma.....	197
69. Tahmin aşamasındaki 1. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	198
70. Tahmin aşamasındaki 2. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	199
71. Tahmin aşamasındaki 3. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	201
72. Tahmin aşamasındaki 4. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	202
73. Tahmin aşamasındaki 5. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	204
74. Açıklama aşamasında 5. grafiğin birebir ve örten fonksiyon olma durumuna yönelik gerçekleşen sınıf içi konuşma	206
75. Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 1. soruya verilen kısmen doğru cevaplar.....	209
76. Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 2. soruya verilen kısmen doğru cevaplar.....	210
77. Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya verilen kısmen doğru cevaplar.....	211
78. Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumlu görüşlerinin dağılımı	214
79. Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumsuz görüşlerinin dağılımı	216
80. Birebir ve örten fonksiyon konusu grafik okuma yorumlama ön test son test bulguları	217
81. Ö ₉ 'ün birebir örten fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları	218
82. Ö ₃₇ 'nin birebir örten fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları	219
83. Ö ₃₄ 'ün birebir örten fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları	220
84. Ö ₃₃ 'ün birebir örten fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları	222
85. Ö ₃₈ 'in birebir örten fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları	224
86. Birebir örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön ve son test bulguları	225
87. Ö ₁ 'in birebir örten fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları	226
88. Ö ₂ 'nin birebir örten fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları	227
89. Ö ₁₃ 'ün birebir örten fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları	228
90. Ö ₁₅ 'in birebir örten fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları	229
91. Ö ₂₆ 'nın birebir örten fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları	229
92. Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama ön test bulguları	231
93. Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları	232
94. Ters fonksiyon konusuna yönelik öğretim sürecini incelemek amacıyla seçilen öğretmen adayları	235
95. Tahmin aşamasında yapılan sınıf içi tartışmada geçen bir konuşma.....	237
96. Tahmin aşamasındaki ters fonksiyon konusuna yönelik 1. grafik sorusu	238
97. Tahmin aşamasındaki ters fonksiyon konusuna yönelik 2. grafik sorusu	240
98. Tahmin aşamasındaki ters fonksiyon konusuna yönelik 3. grafik sorusu	241
99. Açıklama aşamasında ters fonksiyon 3. grafik sorusuna yönelik gerçekleşen sınıf içi konuşma	242

100. Açıklama aşamasında fonksiyon grafiğinin tersini çizerken yapılan somut bir uygulama	243
101. Ters fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumlu görüşlerinin dağılımı	250
102. Ters fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumsuz görüşlerinin dağılımı	252
103. Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları	253
104. Ö ₁₁ 'in ters fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları	254
105. Ö ₂₆ 'nın ters fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları	254
106. Ö ₁₅ 'in ters fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları	255
107. Ö ₃₇ 'nin ters fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları	255
108. Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön ve son test bulguları	256
109. Ö ₂ 'nin ters fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları	257
110. Ö ₆ 'nın ters fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları	257
111. Ö ₁₇ 'nin ters fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları	258
112. Ö ₁₉ 'ün ters fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları	259
113. Ö ₂₄ 'ün ters fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları	259
114. Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama sorusu.....	260
115. Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama ön test bulguları	261
116. Ö ₁₀ 'ün tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümleri	262
117. Ö ₃ 'ün tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümleri.....	263
118. Ö ₃₈ 'in tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümleri	264
119. Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları.....	265
120. Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik öğretim sürecini incelemek amacıyla seçilen öğretmen adayları	268
121. Tahmin aşamasında yapılan sınıf içi tartışmada geçen bir konuşma.....	270
122. Tahmin aşamasındaki 1. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	271
123. Tahmin aşamasındaki 2. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	273
124. Tahmin aşamasındaki 3. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	274
125. Tahmin aşamasındaki 4. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	275
126. Tahmin aşamasındaki 5. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları	275
127. Tek ve çift fonksiyon grafik sorusuna yönelik gerçekleşen sınıf içi konuşma	276
128. Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumlu görüşlerinin dağılımı	285
129. Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumsuz görüşlerinin dağılımı	288
130. Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama ön test ve son test bulguları	289
131. Ö ₂ 'nin tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar	290
132. Ö ₆ 'nın tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar	291
133. Ö ₇ 'nin tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar	292
134. Ö ₃₄ 'ün tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar	294
135. Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme öntest ve son test bulguları	295
136. Ö ₂ 'nin tek ve çift fonksiyon grafik çizme soruna yönelik ön ve son test bulguları	296
137. Ö ₇ 'nin tek ve çift fonksiyon grafik çizme soruna yönelik ön ve son test bulguları	296
138. Ö ₁₀ 'ün tek ve çift fonksiyon grafik çizme soruna yönelik ön ve son test bulguları.....	297
139. Ö ₃₄ 'ün tek ve çift fonksiyon grafik çizme soruna yönelik ön ve son test bulguları.....	298

KISALTMALAR LİSTESİ

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics)

PISA: Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (The Programme for International Student Assessment)

TIMSS: Uluslararası Matematik ve Fen Çalışmasındaki Eğilimler (Trends in International Mathematics and Science Study)

TGA: Tahmin-Gözlem-Açıklama

TGAD: Tahmin-Gözlem-Açıklama



1. BÖLÜM

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

İnsanın sınırları aşma güdüsünün bir sonucu olan sorgulama ve öğrenme faaliyetleri zaman içerisinde sistematikleşerek matematik bilimini meydana getirmiştir. Dolayısıyla matematik, insanın hayatı anlama, kolaylaştırma ve keşfetme sürecinde elde ettiği birikimler arasında yer almaktadır. Bu birikim insan zihninde yaşamsal unsurların şekillendirilmesiyle anlam bulmaktadır. Böylece birey, süreci deneyimleyip kendi süzgecinden geçirerek bilgiyi soyutlamaktadır. Soyutlanmış yapı artık bir yönüyle yaşamla ilişkili olmakla birlikte bir yönüyle de kendi içerisinde anlamsal bir bütünlük ifade etmektedir. İnsanın zihninde oluşturduğu bu karmaşık sistematik düzen, temsiller sayesinde gerçekleşmektedir (Deniz, 2019). Temsil, genel anlamda bireylerin içsel kavramsallaştırmalarının dışsal somutlukları olarak tanımlanmaktadır (Lesh vd., 1987). Bireylerin bilişsel yapılandırılmalarını ifade etmek için içsel temsil kullanılırken somut bir yapıya dönüşmesi için ise dışsal temsillere ihtiyaç duyulmaktadır. Goldin ve Kaput (1996) dışsal temsillerin gözlemlenebilir olduğunu ve bu temsillerin anlamlarının bireylerin içsel temsillerindeki yorumlara bağlı olduğunu ifade etmektedir. İnsan zihninde bilişsel olarak yapılandırılmış soyut matematiksel fikirlere ulaşabilmek ancak bu fikirlerin temsilleri sayesinde olmaktadır (National Research Council, & Mathematics Learning Study Committee, 2001). Bu nedenle matematik öğretiminde harfler, semboller, simgeler, işaretler ve cebirsel ifadeler vb. daha pek çok temsil çeşidi yer almaktadır. İlkokuldan üniversiteye kadar her seviyedeki matematik öğretim programında sıkça kullanılan görsel temsillerden bir tanesi de grafiklerdir.

Grafikler soyut düşüncelerin ve karmaşık verilerin görselleştirilerek sunulmasını sağlar (Özgün Koca, 2008). Bu bakımdan çok fazla soyut kavram barındıran derslerden biri olan matematikte grafiklerin yeri ve önemi çok büyüktür. Değişkenler arasındaki ilişkilerin açıklanmasından, istatistiksel bilgilerin sunumuna, denklem ve eşitsizlik konularından, ileri düzey cebir konularının neredeyse tamamında grafikler sıklıkla kullanılmaktadır. Ayrıca grafikler problem çözme sürecinde sergilenen düşüncelerin kâğıda aktararak görsel bir boyut kazanmasına da olanak sağlar. Grafikler bu özelliğiyle bireylerin bilişsel iletişim kurmasına imkân verir. Nitekim Kaput'a (1995) göre grafiklerle öğrenciler eldeki problemler hakkında daha etkin düşünebilir, arkadaşlarıyla daha kolay iletişim kurup bilgi ve düşünce eksenli tartışmalar yapabilir. Dolayısıyla grafiklerin etkin kullanımı öğrencilerin kavramsal bilgi edinmelerini kolaylaştırmanın yanı sıra uzamsal düşünebilme ve problem çözme yeteneklerinin gelişimine katkı sağladığı söylenebilir (Bayazıt, 2011). Aynı zamanda

grafiklerin disiplinler arası ve disiplinler üstü bir işlevi de bulunmaktadır. Fen bilimlerinde hız zaman değişimini ve bakteri sayısının artışı temsil eden grafikler bu gösterimlere verilebilecek en tipik örneklerdendir. Dolayısıyla, bireylerin grafik okuma ve yorumlamadaki bilgi ve becerilerinin matematiğin yanı sıra birçok ders (Fizik, kimya, biyoloji, coğrafya, vb.) başarılarında da önemli bir etken olduğu söylenebilir. Ayrıca istatistik, ekonomi gibi toplum bilimlerinde de grafikler sıklıkla kullanılmaktadır. Özellikle basında yer alan sosyal ve ekonomik konulara yönelik kamuoyunu bilgilendirmek amacıyla yapılmış araştırmaların sonuçlarını analiz ederken grafiklerden yararlanılmaktadır. Dolayısıyla bireylerin güncel hayatta karşılaştıkları grafikleri yorumlayıp doğru sonuçlara ulaşabilmeleri ve bilinçli birer toplum üyesi olarak yaşamlarını sürdürebilmeleri için grafikler konusunda yeterli düzeyde bilgi sahibi olmaları bir ihtiyaç haline gelmiştir (Yalçın ve Duran, 2022).

Alanyazın incelendiğinde gerek fen gerekse matematik eğitimi alanında grafik ile ilgili yapılan çalışmalar hemen hemen her öğretim seviyesindeki bireylerin grafik konusunda öğrenme zorlukları ve kavram yanlışlarının olduğunu göstermektedir (Aydın ve Tarakçı, 2018; Bursal ve Yetiş, 2020; Kaleli Yılmaz ve Yurtyapan, 2021; Karal Eyüboğlu, 2020; Kertil vd., 2019; Kılıç vd., 2012; Moore vd., 2019; Ulusoy, 2020; Van de Walle vd., 2019; Yurtyapan ve Kaleli Yılmaz, 2022). Ayrıca ulusal ve uluslararası düzeyde yapılan PISA [Programme for International Student Assessment] ve TIMSS [Trends in International Mathematics and Science Study] sınavlarında, öğrencilerin fen ve matematik başarılarının düşük olmasının sebeplerinden birinin de grafik okuma ve yorumlamadaki eksiklikler olduğuna dikkat çekilmektedir (Altun vd., 2012; Bursal ve Yetiş, 2020; Kabael ve Barak, 2016). Bu bağlamda, Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018a, 2018b) tarafından ortaokul matematik ve fen bilimleri ile MEB (2018c) lise matematik dersi öğretim programlarında, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini grafiklerle etkili bir şekilde ifade etmelerinin önemi vurgulanmıştır. Gelecek nesillerin grafik okuryazarlığı konusunda yeterli becerilere sahip olabilmeleri için, matematik öğretmeni adaylarının etkili bir şekilde eğitilmeleri gereklidir. Özellikle ortaokul seviyesinde öğrencilere grafiklerle ilgili temel bilgilerin öğretildiği düşünüldüğünde, bu yaş grubuna eğitim verecek ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının hem alan bilgisine hem de öğretim becerilerine sahip olmaları büyük önem arz etmektedir.

Grafiklerin öğretimi için önemli bir görselleştirme aracı olarak teknolojiden sıklıkla faydalanılmaktadır (Kul, 2020; Sevgi ve Soylu, 2022). Ancak yapılan çalışmalarda teknolojik uygulamaların çoğunlukla öğretim yöntemleri ile bütünleştirilemediği, adeta geleneksel öğretim yöntemlerinden biri olan anlatım yönteminde bir araç olarak ya da derslerde pekiştirme yapmak amacıyla kullanıldığı görülmektedir. (Bauer & Kenton, 2005; Bozkurt,

2022; Kaleli Yılmaz, 2012; Kul, 2020). Oysa günümüzdeki ortaokul öğretim programında araştırmacı ve sorgulayıcı yaklaşım temel alınmaktadır (MEB, 2018b). Bu nedenle ortaokullarda hizmet verecek olan ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının bu yaklaşım çerçevesinde yetiştirilmesi gerekmez. Yüksek Öğretim Kurumu [YÖK] (2018) ilköğretim matematik öğretmenliği yetiştirme programı incelendiğinde alan eğitimine yönelik seçmeli bir ders olan Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi dersinin amaçlarında teknolojinin önemine, Bilgisayar Cebiri Sistemleri [BCS] ve Dinamik Geometri Sistemleri [DGS] gibi yazılımların kullanımına, bu yazılımlar aracılığı ile etkileşimli etkinlikler üretme ve uygulamaya değinildiği görülmektedir. Ancak bu ders kapsamında öğretmen adayları her ne kadar teknolojik yazılımlarla çeşitli matematik konularına yönelik öğretim etkinlikleri üretme ve uygulama anlamında yetiştirilse de ürettikleri etkinlikleri araştırmacı ve sorgulamaya dayalı yaklaşımla nasıl bütünleştirip uygulamaları gerektiği noktasında eksik kaldıkları düşünülmektedir. Bu bakımdan öğretmen adaylarının teknolojiye dayalı yapılan derslerinde öğrendikleri yazılım ve uygulamaların araştırmacı ve sorgulayıcı yaklaşım çerçevesindeki keşfetmeye dayalı öğretim yöntemleriyle nasıl bütünleştirileceğini öğrenmeleri öğretim bilgilerini geliştirmeleri açısından önemlidir. Ayrıca YÖK'ün (2018) ilköğretim matematik öğretmenliği yetiştirme programı incelendiğinde grafik öğretimine yönelik bir ders olmadığı ancak grafiklerle ilgili bazı kavramların öğretiminde İstatistik ve Olasılık öğretimi dersinde yer aldığı görülmektedir. Grafiklerle ilgili konu alanı bilgisi ise Analiz 1 ve Analiz 2 gibi derslerdeki bazı konularda alt başlıklar halinde verilmektedir. Dolayısıyla bu tez çalışması kapsamında öğretmen adaylarının grafik okuryazarlık becerilerinin ve grafik öğretim bilgilerinin geliştirilmesi için alan eğitimine yönelik seçmeli bir ders olan Grafik Okuryazarlığı dersine ihtiyaç duyulmuştur. Grafik okuryazarlığı dersinde grafiklerin öğretimi için grafik okuryazarlık becerileri dikkate alınarak çeşitli öğretim araçlarıyla öğretim etkinliklerinin hazırlanması ve bu etkinliklerin öğrenci merkezli güncel öğretim yöntemleriyle nasıl bütünleştirerek uygulanabileceğinin öğretmen adaylarına gösterilmesi amaçlanmaktadır. Grafik gibi görsel temsillerin etkili öğretimi için sıklıkla tercih edilen öğretim araçlarından birisi teknoloji destekli matematik öğretim uygulamalarıdır (Kaleli Yılmaz, 2012). Bu çalışmada grafiklerin öğretimine yönelik teknolojik olarak etkinlik geliştirmek için GeoGebra kullanılmıştır. GeoGebra, her kademede kullanılabilir geometri, cebir ve analizi tek bir arayüzde toplayabilen, yaygın olarak kullanılabilen Java tabanlı sanal bir dinamik yazılımdır (Dikovic, 2009b; Hohenwarter, 2006; Hohenwarter & Lavicza, 2007; Preiner, 2008). Grafik öğretimine uygun, kullanımı kolay olması ve öğretmen adaylarının diğer teknolojik araçlara göre nispeten kullanmaya daha alışık olmalarından dolayı bu çalışmada GeoGebra tercih

edilmiştir. GeoGebra, öğretmen adaylarının değişkenleri istediği şekilde kontrol ederek gözlem yapabileceği dinamik bir sanal laboratuvar ortamıdır. Dolayısıyla GeoGebra'nın bütünleştirileceği öğretim yönteminin keşfetmeye dayalı bir laboratuvar ortamı olması büyük önem arz etmektedir. Bu yöntemlerden birisi fen eğitiminde sıklıkla kullanılan Tahmin-Gözlem-Açıklama [TGA] öğretim yöntemidir. TGA öğretim yöntemi temelde tahmin, gözlem ve açıklama olarak üç aşamadan oluşmaktadır. Ancak bu öğretim yönteminin esnek bir yapısı vardır. Yani farklı öğretim uygulamaları ve kavram değişim teknikleriyle zenginleştirilebilir. Nitekim TGA ile ilgili yapılan bazı çalışmalarda bu durum görülmektedir (Barut ve Sert Çıbık, 2022; Yurtyapan ve Kandemir, 2022). Bu çalışma kapsamında TGA'nın özellikle gözlem aşamasının öğrencinin bir keşfetme süreci yaşaması için teknolojinin entegre edilmesine uygun olması, tahmin aşamasından sonra gözlem aşaması ile hatalarını görmelerine olanak tanınması ve yapılandırmacı bir bakış açısı çerçevesinde öğretmen müdahalesini en aza indirmesi nedeniyle öğretim yöntemi olarak kullanılmıştır. Ayrıca TGA'nın bu esnek yapısı göz önünde bulundurularak ve önemli bir ihtiyaç olduğu düşünülerek dersin pekiştirilmesi ve bilgilerin genelleştirilmesi amaçlı ek bir aşama olarak TGA'ya değerlendirme aşaması eklenmiş ve araştırma kapsamında Tahmin-Gözlem-Açıklama-Değerlendirme [TGAD] öğretim yöntemi şeklinde uygulanmıştır.

Grafikler disiplinler arası kullanılabilen bir görsel temsil olduğu için gerek matematikte gerekse diğer alanlarda yapılan çalışmaların önemli bir bölümünün istatistiğe yönelik (daire grafiği, sütun grafiği, frekans, yüzde, standart sapma vb.) olduğu görülmektedir (Krande ve Akpınar, 2020; Talaslıoğlu ve Şahin 2018; Yalçın ve Duran, 2022). Bu çalışmada TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğrenme ortamı oluşturulurken alanyazındaki diğer çalışmalardan farklı olarak konular, bazı temel fonksiyon grafiklerinden seçilmiştir. Nitekim ilgili alanyazın incelendiğinde fonksiyon grafikleri ile ilgili pek çok kavram yanılgısı mevcuttur ve öğrenilmesi zor bir konu olduğu belirtilmektedir (Baştürk, 2010; Egin, 2010; Karataş ve Güven, 2004). Sonuç olarak bahsi geçen sebeplerden dolayı bu çalışmada fonksiyon grafiklerinin öğretimi için teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi kullanılmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Günümüzde artan bilgiye ulaşma ihtiyacını karşılayabilmek için eğitimciler farklı öğretim yöntem ve tekniklerini denemektedirler. 2005 yılından itibaren de ilköğretim matematik öğretim programında öğrenci merkezli öğretim yöntem ve tekniklerinin kullanılması gerektiği vurgulanmaktadır (MEB, 2005). Teknolojinin öğrencilere bireysel öğrenme ortamları sunması ve süreç içinde öğrencilerin kendi hızlarında ilerleyebilmesine imkân tanınması öğretim programında ifade edilen öğrenci merkezli öğretim yöntem ve

teknikleri için en iyi alternatiflerden birisidir (Elvan ve Mutlutaş, 2020). Teknolojinin öğretimde kullanılmasının sağladığı bütün bu faydaların yanı sıra Covid 19 pandemi sürecinde birçok ülkede olduğu gibi ülkemizde de eğitim alanında teknoloji kullanımının vazgeçilmez bir ihtiyaç olduğu ortaya çıkmıştır (Yaşdal ve Tulunay Ateş, 2022). Bu durum gelecekteki günlerde de her öğretim seviyesinde gerek teknolojik araç gereçlerden gerekse teknoloji destekli öğretim uygulamalarından faydalanılacağını göstermektedir. Nitekim MEB (2018b) ortaokul matematik öğretim programı incelendiğinde pek çok matematik konusunun öğretiminde teknolojik uygulamaların kullanılması gerektiğini belirten kazanımlar yer almaktadır. Teknoloji eğitim ve öğretimin ayrılmaz bir parçası haline gelmişken ilerleyen yıllarda ortaokullarda hizmet verecek olan ilköğretim matematik öğretmen adaylarının teknolojik bilgi anlamında donanımlı olarak yetiştirilmesi gerekmektedir. Öğretmen adaylarına verilecek bu bilgi, teknolojik araçları kullanabilme becerisinin ötesinde teknolojinin matematik pedagojisi ile bütünleştirilerek kullanılması şartına bağlıdır (Erdoğan, 2010; Öksüz vd., 2009). Teknolojinin matematik pedagojisi ile bütünleştirilmesi dayalı olan bilgi türü teknolojik pedagojik alan bilgisi olarak adlandırılmaktadır (Mishra & Koehler, 2006). YÖK (2018) İlköğretim matematik öğretmenliği ders içerikleri incelendiğinde derslerin alan eğitimi, mesleki bilgi ve genel kültür şeklinde gruplandırıldığı, teknolojik bilgiye yönelik genel kültür kapsamında temel ders olarak Bilişim Teknolojileri dersinin verildiği görülmektedir. Ancak bu dersin içeriği incelendiğinde teknolojinin öğretimde nasıl kullanılması gerektiğine dair yeterli açıklama bulunmamaktadır. Öte yandan alan eğitimine yönelik dersler incelendiğinde seçmeli ders olarak teknoloji destekli matematik öğretimine yönelik dersler verildiği görülmektedir. Ancak öğretmen adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgilerinin gelişimini hedef alan, geliştirilen etkinliklerin çeşitli öğretim yöntem ve teknikleri ile nasıl bütünleştirilmesi gerektiğinin öğretimini amaçlayan dersler eklenmesinin faydalı olacağı ön görüldüğünden bu çalışmanın önemli olduğu düşünülmektedir. Bu çalışma kapsamında öğretmen adaylarının grafik okuma, yorumlama ve çizme becerilerinin geliştirilmesi için teknoloji destekli alternatif bir öğrenme ortamı sunulmuştur.

Tasarlanan teknoloji destekli öğrenme ortamının hedefi grafik okuma, yorumlama ve çizme becerilerinin geliştirilmesi olarak belirlenmiştir. Bu seçimin pek çok sebebi bulunmaktadır. Grafikler disiplinler arası kullanılabilen bir görsel temsil olduğu için çok küçük yaşlarda öğrencilerin grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi gerekmektedir. Nitekim MEB (2018b) ortaokul matematik öğretim programında “Veri İşleme” öğrenme alanı çerçevesinde grafiklerle ilgili pek çok kazanım yer almaktadır. Bu anlamda öğretmen adaylarının eğitim sürecinde de grafik okuryazarlık becerilerine büyük yer verilmesi

gerekmektedir. Ancak YÖK (2018) ilköğretim matematik öğretmeni yetiştirme lisans programı incelendiğinde grafiklerin öğretimine yönelik daha fazla derse ihtiyaç olduğu söylenebilir. Nitekim alanyazında da belirtildiği gibi grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi önemli ve zor bir iştir (Özmen vd., 2020; Yalçın ve Duran, 2022). Ayrıca her yaş grubunda bu konuda pek çok kavram yanılgısı olduğu belirtilmektedir (Akgün, 2010; Bayazıt, 2011; Bolch & Jacobe, 2019; Curcio, 1987; Rounan, 2002; Uyanık, 2022). Bu bağlamda ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının grafiklerle ilgili konu alanı bilgilerinin incelenmesi ve geliştirilmesi için bu çalışma kapsamında alan eğitimine yönelik seçmeli Grafik Okuryazarlığı dersi verilmiştir. Tez kapsamında geliştirilen teknoloji destekli öğrenme ortamının hedefinde grafik okuryazarlığı becerilerinin olmasının bir diğer nedeni ise teknoloji destekli materyaller ile grafiklerin öğretiminin uyumlu olduğunun düşünülmesidir.

Nitekim grafikler birden fazla soyut ve karmaşık veri setinin görselleştirilerek sunulmasını sağlayan araçlardır. Pek çok soyut olay ve kavramların görselleştirilerek öğretimi teknoloji kullanımı (simülasyon, animasyon, öğrenme nesnesi, vb.) ile sağlanmaktadır. Dolayısıyla grafik becerilerinin öğretimi için grafiğe konu olan problem durumlarının anlaşılması için teknolojinin görsellik unsurunun kullanılmasının öğretmen adayları açısından dikkat çekeceği düşünülmektedir. İlgili literatürde teknoloji destekli öğretim uygulamalarının genellikle geometri konularının öğretiminde kullanılması da geometrinin görsellik unsurunu barındırmasından dolayıdır (Baltacı vd., 2015; Dikovic, 2009a). Bu bağlamda ilköğretim matematik öğretmeni adaylarına teknoloji destekli öğrenme ortamı sunulmasının disiplinler ötesi bir beceri olan grafik okuryazarlığının geliştirilmesi için faydalı olacağı düşünülmektedir.

Grafiklerle ilgili alanyazın incelendiğinde çalışmaların çoğunun temel istatistik kavramlarına yönelik olduğu görülmektedir (Özmen, 2015; Şahin, 2019; Tortop, 2011). Ancak öğretmen adaylarının fonksiyon konusunu öğrenmekte zorlandıkları ve pek çok kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür (Arar, 2019; Karataş ve Güven, 2004; Parhizgar vd., 2021). Bu nedenle tez kapsamında geliştirilen teknoloji destekli öğrenme ortamlarının bu kavram yanılgılarını giderebileceği ve öğrenmeyi kolaylaştıracağı düşünüldüğünden konu olarak fonksiyon grafikleri tercih edilmiştir. Ayrıca YÖK (2018) ilköğretim matematik öğretmenliği ders içeriklerinde fonksiyon grafiklerine yer verilmiş olsa da bu çalışma kapsamında seçmeli bir ders olarak tamamen grafiklere yönelik olarak açılan grafik okuryazarlığı dersi kapsamında bu konuya yer verilmesinin kavram yanılgıları ve bilgi eksiklerinin giderilmesi bakımından önemli bir fırsat sunduğu düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının fonksiyonlar konusundaki grafik okuryazarlık becerilerine yönelik teknolojik öğretim içerikleri araştırmacı tarafından GeoGebra dinamik yazılımı ile geliştirilmiştir. Teknolojik öğretim içerikleri geliştirilirken GeoGebra yazılımının tercih edilmesinin pek çok sebebi vardır. Ancak bu sebeplerden en önemlileri grafik öğretimine uygun olduğunun düşünülmesi, kullanımının kolay olması ve öğretmen adaylarının GeoGebra'yı diğer teknolojik araçlara nispeten kullanmaya daha alışıktır. Araştırmacı tarafından GeoGebra uygulamaları geliştirilirken fonksiyon grafiklerine yönelik alanyazın incelenerek kavram yanılgıları ve bilgi eksiklikleri tespit edilmiştir. Bu anlamda fonksiyon grafiklerine yönelik araştırmacı tarafından geliştirilen GeoGebra uygulamalarının çalışmanın özgün olmasına katkı sağladığı düşünülmektedir. Ayrıca çalışma kapsamında geliştirilen GeoGebra uygulamalarının nasıl geliştirildiğine yönelik ayrıntılı bilgilere yer verilmesinin, bu alanda çalışan araştırmacılara, öğretmen ve öğretmen adaylarına örnek olacağı düşünülmektedir.

GeoGebra, değişkenleri istenilen şekilde sürgü vasıtasıyla kontrol edilerek gözlem yapılmasına imkân veren dinamik bir sanal laboratuvar ortamıdır (Dikovic, 2009b; Hohenwarter, 2006). Bu anlamda GeoGebra'nın öğretmen adaylarına deney ve gözlem yapma fırsatı veren bir teknolojik uygulama olduğunu söylemek mümkündür. Bu nedenle grafiklere yönelik geliştirilen GeoGebra uygulamalarının, öğreneni merkeze alan keşfetmeye dayalı bir laboratuvar yaklaşımı çerçevesindeki TGA öğretim yöntemi ile bütünleştirilmesi uygun görülmüştür. Özellikle TGA öğretim yöntemindeki "Gözlem" aşamasının öğreneni merkeze alması, deney ve gözlem yapmaya imkân vermesinin GeoGebra'nın özellikleri ile uyumlu olduğu düşünülmektedir. Ayrıca TGA'nın her aşamasında farklı bir becerinin ele alınması, öğretmen adaylarının fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma- yorumlama ve çizme becerilerinin geliştirilmesi amacına uygun olduğu söylenebilir. İlgili alanyazında TGA'nın üç aşamalı olarak uygulandığı pek çok çalışma olsa da (Güleriş vd., 2020; Harman ve Yenikalaycı, 2022) farklı öğretim teknikleri ile birlikte kullanıldığı çalışmalar da mevcuttur (Barut ve Sert Çıbık, 2022; Yurtyapan ve Kandemir, 2022). Bu nedenle TGA'nın esnek bir yapısı olduğu söylenebilir. Bu çalışmada dersin pekiştirilip bilgilerin genelleştirilmesi için ek olarak "Değerlendirme" aşamasına ihtiyaç duyulmuştur. Değerlendirme aşamasında öğretmen adaylarına grafik çizmeye yönelik ders dışı ödevlendirmeler yapılmıştır. Burada grafik çizme, okuma ve yorumlamayı içerisine alan üst bir beceri olduğu için öğretmen adaylarına ayrı bir zaman tanıyarak dersteki bilgilerinin kontrolünü yapmalarının sağlanması amaçlanmıştır. Daha sonra ödevlerde yapılan hatalara yönelik bir değerlendirme dersi yapılmıştır. TGA'nın esnek yapısı göz önüne alınarak, bu aşamanın eklenmesinin gerekli olduğu düşünüldüğünden

çalışmada öğretim uygulamasının teknoloji destekli TGAD şeklinde olmasına karar verilmiştir.

TGA ile ilgili çalışmalar incelendiğinde çoğunun fen eğitimine yönelik olduğu (Barut ve Sert Çıbık, 2022; Harman ve Yenikalaycı, 2022; Yurtyapan ve Kandemir, 2022), matematik eğitimini konu alan ulusal alanyazında sınırlı sayıda çalışmanın olduğu görülmüştür (Baltacı ve Yıldız, 2018; Elmas Baydar, 2023). Elmas Baydar (2023) tarafından yapılan çalışma bilgisayar destekli TGA stratejisinin normal dağılım ve örnekleme dağılımı konularının öğrenilmesine etkisinin incelendiği yarı deneysel bir çalışmadır. Elmas Baydar'ın (2023) çalışmasının detayları incelendiğinde grafiklerle ilgili sıklıkla çalışılan istatistik konusunun ele alındığı görülmüştür. Öte yandan Baltacı ve Yıldız (2018) tarafından yapılan çalışmada ise geometrik yer problemlerinin yazılım destekli çözümünde TGA stratejisinin kullanımı incelenerek etkin bir araç olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ancak Elmas Baydar (2023) ile Baltacı ve Yıldız (2018) tarafından yapılan her iki çalışmanın konu alanında grafik okuryazarlık becerilerine değinilmediği ve TGA'nın üç aşamalı şekilde kullanıldığı, bilginin kavramsallaştırılması ve öğretimin pekiştirilmesine yönelik bir aşama olmadığı görülmektedir. Dolayısıyla çalışmanın konu olarak fonksiyon grafiklerine yönelik olması, bu grafiklerin öğretiminde teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin kullanılması ve araştırmanın özel durum çalışması yöntemi ile yürütülmesi bakımından özgün olduğu düşünülmektedir. Belirtilen farklılıklardan dolayı bu tez çalışmasının ilgili alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca bu tez çalışması kapsamında geliştirilen teknolojik uygulamaların TGAD öğretim yöntemi ile nasıl bütünleştirildiğini gerek bu alanda çalışan öğretmen ve araştırmacıların gerekse öğretmen adaylarının görmesinin teknolojik pedagojik alan bilgilerinin gelişimine katkı sağlayacağı ve örnek bir uygulama olacağı öngörülmektedir. İlgili alanyazından elde edilen bulgular ışığında sonuç olarak bu çalışmanın amacı fonksiyon grafiklerine yönelik tahmin, gözlem, açıklama ve değerlendirmeye dayalı teknoloji destekli bir öğrenme ortamı tasarlanması, uygulanması ve ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının grafik okuryazarlık becerilerine etkisinin incelenmesi olarak belirlenmiştir.

1.3. Araştırma Problemleri

Çalışmanın amacı doğrultusunda araştırmanın problemi aşağıda sunulmaktadır.

“Fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik geliştirilen TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğrenme ortamının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının grafik okuryazarlık becerilerine etkisi nasıldır?”

1.3.1. Araştırmanın Alt Problemleri: Belirlenen amaç ve problem çerçevesinde alt problemler aşağıda sunulmaktadır. Fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik geliştirilen TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğrenme ortamının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının;

1. Fonksiyon kavramı (olup/olmama) konusundaki grafik okuryazarlık becerilerine etkisi nasıldır?
2. Tanım ve değer kümesi konusundaki grafik okuryazarlık becerilerine etkisi nasıldır?
3. Birebir ve örten fonksiyon konusundaki grafik okuryazarlık becerilerine etkisi nasıldır?
4. Ters fonksiyon konusundaki grafik okuryazarlık becerilerine etkisi nasıldır?
5. Tek ve çift fonksiyon konusundaki grafik okuryazarlık becerilerine etkisi nasıldır?

1.4. Araştırmanın Varsayımları

1. Çalışma grubundaki öğretmen adayları veri toplama araçlarına içtenlikle yanıt verdikleri varsayılmıştır.
2. Çalışma grubundaki öğretmen adaylarının kontrol altına alınamayan çevresel faktörlerden eşit şekilde etkilendikleri varsayılmıştır.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Çalışmanın kapsamı grafiklerde fonksiyon kavramı, tanım ve değer kümesi, birebir ve örten fonksiyon, ters fonksiyon, tek ve çift fonksiyon konuları ile sınırlıdır.
2. Öğretim sürecinde internet problemi nedeniyle yaşanan teknik aksaklıklar öğretmen adaylarının mobil interneti kullanımlarıyla giderilmeye çalışılmıştır.
3. Çalışmada teknolojik uygulamalar GeoGebra'da hazırlanan etkinliklerle sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Grafik Okuryazarlığı: Bir grafikteki verileri ve değişkenleri doğru şekilde okuyabilme, anlayabilme, bilimsel olarak yorumlayabilme, eldeki verilere uygun grafik çizibilme ve bir grafiği farklı bir grafik türüne dönüştürebilmedir (Bursal, 2019).

TGA: 1979 yılında Champagne, Klopfer ve Anderson tarafından fizik öğrencilerinin düşünme becerilerini araştırmak için 'Gösteri, Gözlem, Açıklama' şeklinde geliştirilen, daha sonra Gunstone ve White (1981) tarafından 'Tahmin, Gözlem, Açıklama' olarak düzenlenen son yıllarda fen eğitimindeki laboratuvar çalışmalarında sıklıkla kullanılan bir yöntemdir (Güleşir vd., 2020).

TGAD: Tahmin-Gözlem-Açıklama öğretim yöntemine Değerlendirme aşamasının eklenmesi ile oluşan öğretim yöntemidir.

GeoGebra: Markus Hohenwarter tarafından 2001 yılında geliştirilen, daha sonra uluslararası bir grubun çeşitli düzenlemeler yaparak katkı sağladığı ilköğretimden yükseköğretime kadar her kademede kullanılacak geometri, cebir ve analizi tek bir ara yüze taşıyan açık kaynak kodlu dinamik bir matematik yazılımıdır (Hohenwarter & Lavicza, 2007; Preiner 2008).

Dinamik Matematik Yazılımı: Matematiksel kavramların grafik, tablo, denklem ve çeşitli temsillerini görme, modelleme yapma, şekillerin sürüklenebilmesi, değiştirilebilmesine imkân veren ve bu değişiklikler sırasında değişen ve değişmeyen özelliklerin keşfedilmesini sağlayan yazılımlardır (Güven, 2002; Köse, 2008; Sarihan Musan, 2012; Toker, 2008).



2. BÖLÜM

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Çalışmanın daha iyi anlaşılabilmesi için kavramsal çerçeve, araştırma kapsamında tasarlanan “Teknoloji Destekli Tahmin-Gözlem-Açıklama-Değerlendirme (TGAD) Öğretim Yöntemi” ve bu öğretim yöntemi ile geliştirilmesi hedeflenen “Grafik Okuryazarlığı” ile ilgili kavramlar, alt kavramlar ve kuramsal bilgiler alanyazın ile ilişkilendirilerek sunulmuştur. Ayrıca bu bölümde araştırmanın konusu ile ilgili yapılan araştırmalar ve alanyazın taramasının sonucuna yer verilmiştir.

2.1. Grafik Okuryazarlığı

Grafikler karmaşık sayısal verilerin ve bilgilerin toplu olarak sunulmasına imkân tanıyan görsel temsillerdir (Şahin vd., 2007). Bu temsiller veriler arasındaki ilişkileri göstermenin yanı sıra, verilerin noktasal, bütünsel değerlendirilmesinde ve yorumlanmasında kolaylık sağlarlar (Beichner, 1994; McKenzie & Padilla, 1984; Seferoğlu, 2014). Ayrıca grafikler birçok disiplinde kullanıldığı için disiplinler arası ve disiplinler üstü yönü de bulunmaktadır. Dolayısıyla grafiklerin herkesin hayatında yer alması, anlaşılmasını ve becerilerinin araştırılması önemli kılmaktadır. Ancak grafikler bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi ve süreci daha net görebilmek amacıyla hazırlanmasına rağmen grafiklerin üzerinde bilgi yoğunluğunun fazla olması bireylerin grafikleri anlamasını da zorlaştırmaktadır. Grafiklerin anlaşılmasına yönelik becerilere genel olarak grafik okuryazarlık becerileri denilmektedir. Literatür incelendiğinde araştırmacıların grafik okuryazarlık becerilerini farklı açılardan değerlendirdikleri görülmektedir.

Kwon (2002) grafik okuryazarlığını yorumlama, modelleme ve dönüştürme becerileri olmak üzere üç bölüme ayırmıştır. Becerilerin içeriklerine bakıldığında yorumlamanın grafikteki verilenlerin sözel olarak açıklanması, modellemenin gerçek durumlara ait verilerin grafiklerle ifade edilebilmesi ve dönüştürmenin ise bir duruma yönelik farklı grafiklerin çizilmesi ve yorumlanması şeklinde değerlendirdiği görülmektedir (Kwon, 2002). Gan ve diğerleri (2010) tarafından grafik okuryazarlığı, grafik oluşturma, hazırlama, sunma, okuma ve yorumlama becerilerini içermektedir. Bursal (2019) ise grafik okuryazarlığını bir grafikte yer alan verilerin ve değişkenlerin doğru okunabilmesi, anlaşılması, bilimsel olarak yorumlanması, verilerden hareketle grafiğin çizilebilmesi ve bir grafiğin farklı bir grafik türüne dönüştürülebilmesi şeklinde daha ayrıntılı olarak alt başlıklara ayırdığı görülmektedir. Friel ve Bright (1995) grafik okuryazarlığını aşamalı olarak verileri okuma, veriler arası ilişkiyi okuyabilme, verilerin ötesini okuyabilme olmak üzere üç düzeyde isimlendirmiştir. Yalçın ve Duran (2022) da grafik okuryazarlığına hiyerarşik bir yapıda yaklaşarak temel

olarak grafikleri okuma-anlama, daha sonra yorumlama ve en son olarak dönüşüm yapabilme becerilerini kapsadığı belirtilmiştir. Literatür incelendiğinde, grafik okuryazarlığının genel olarak okuma, yorumlama ve çizme becerileri altında değerlendirildiği söylenebilir (Fry, 1981; Sofo, 1985). Dolayısıyla, bu çalışmada grafik okuryazarlık becerilerini grafik okuma, yorumlama ve çizme alt başlıkları altında incelemenin uygun olduğu düşünülmüştür.

Grafik okuma ve yorumlama becerisi bir noktanın x ve y koordinatlarını belirleme, iç ve dış değerleri hesaplama, değişkenler arasındaki ilişkileri tanımlama ve farklı grafikler arasında ilişki kurma şeklinde becerilerden oluştuğu ifade edilmektedir (Padilla vd., 1986). Leinhardt ve diğerleri (1990) de grafik yorumlama becerisi için genellikle öğrencilerin bir grafiği okumaları ve anlamlandırmaları veya ondan anlam çıkarmaları gerektiğini belirtmektedir. Dolayısıyla grafik okuma becerisinin grafik yorumlama becerisi için gerekli ve ön şart bir beceri olduğu söylenebilir. Çünkü bir kişi grafik üzerindeki verileri okuyabilir ancak grafik hakkında yorum yapamayabilir. Dolayısıyla grafik yorumlama için okumanın haricinde ekstra özelliklerin bulunması gerekmektedir. Bu kapsamda grafik yorumlama becerisi verilen bir grafikteki verileri okuma değişkenler arası ilişkileri ortaya koyabilme ve grafiği anlamayı içerisine alan temel bir beceridir (Gültekin, 2009). İlgili alanyazın çerçevesinde değerlendirildiğinde grafik okuma ve yorumlama becerilerinin birbirine sıkı bir şekilde bağlı olduğu söylenebilir. Bu nedenle araştırmada grafik okuma ve yorumlama becerileri birlikte incelenmiştir.

Grafik çizim yeteneği; verilerden hareketle eksenlerin belirlenmesi, eksenlere isim verme, eksenleri bölme, veri çiftlerinin yerleştirilmesi, noktaların oluşturulması ve noktaların birleştirilmesi gibi belirli becerilerin kullanılmasıyla verilerin grafik formatında sunma yeteneği olarak tanımlanabilir (Leinhardt vd., 1990; Temiz ve Tan, 2009). Grafikler, deneylerden elde edilen veriler arasındaki ilişkilerin daha açık görülmesi için iki boyutlu olarak görselleştirilir ve ölçekli çizimler olarak sıkça kullanılır, böylece yapılmayan denemelerin tahmin edilmesinde veya hesaplamalarda yardımcı olur. Ancak grafik çizimi, grafik okuma ve yorumlamadan daha zorlu bir süreçtir. Çünkü grafik okuma ve yorumlama, hazır sunulan bir temsilin anlamlandırılmasını içerirken, çizim ise yeni bir temsilin oluşturulmasını gerektirir (Leinhardt vd., 1990). Dolayısıyla diğer grafik becerilerine ek olarak grafik çizme becerisi bünyesinde bir inşa etme sürecini barındırır. Bu bağlamda grafiğin oluşturulması için gerekli olan tüm becerilerin birlikte işe koşulması şarttır. Bu durum bireyi karmaşık bir sürece sürüklemekte ve bireyin üst düzey düşünme becerilerine sahip olmasını gerektirmektedir. Ayrıca grafik çiziminde yer alan eksenlerin, ölçeklerin ve birimlerin belirlenmesi aynı zamanda grafiği okuma ve yorumlamanın da bir parçasıdır. Bu

bağlamda, grafik okuryazarlık becerilerini ayrı ayrı incelemenin yanı sıra, bu beceriler arasındaki ilişkiyi anlamak da büyük önem taşımaktadır

Grafik okuryazarlığı becerileri arasındaki ilişkiyi daha iyi anlamak adına metaforik olarak “halat” örneğini verebiliriz. Araştırmacı tarafından tasarlanan grafik okuryazarlık becerilerine yönelik Şekil 1’deki halat metaforu oluşturulurken Curcio (1987), Friel ve Bright (1995), Fry (1981) ve Bursal’ın (2019) çalışmalarında yer alan grafik okuryazarlık tanımlarından faydalanılmıştır. Şekil 1’deki görsel ise Lords Commissioners of the Admiralty’den (1943) alınarak düzenlenmiştir.

Şekil 1

Grafik okuryazarlık becerileri



Grafik okuma, yorumlama ve çizme becerileri, bir halatın üç ipliğini oluşturan iç içe geçmiş Şekil 1’deki sarmal yapıya benzetilebilir. Bu beceriler birbirleriyle sıkı bir şekilde bağlantılıdır ve birinin eksikliği diğerlerinin etkinliğini azaltabilir (Yayla ve Özsevgeç, 2015). Grafik okuma becerisi, halatın ilk ipliğini oluşturur. Bu beceri, grafiklerin genel özelliklerini anlamayı ve yerel özelliklere odaklanmayı içerir (Hotmanoğlu, 2014). İkinci ip, grafik yorumlama becerisidir. Grafik yorumlama, grafiklerin anlamını çözümlmeyi ve onları daha geniş bir bağlamda değerlendirmeyi içermektedir (Aydın ve Tarakçı, 2018). Üçüncü ip ise grafik çizme becerisidir. Bu beceri ise verileri görsel bir biçimde sunmayı ve grafiklerin başlangıç noktasını belirlemeyi, eksenleri ölçeklendirmeyi ve değerleri birleştirmeyi içerir (Aydın ve Tarakçı, 2018). Şekil 1’de verilen grafik okuryazarlığına ait üç beceri bir araya geldiğinde, bilimsel verilerin anlaşılması ve yorumlanması için güçlü bir ‘halat’ oluştururlar. Ancak, bu becerilerin her birinin geliştirilmesi önemlidir. Çünkü birinin zayıflığı, halatın genel dayanıklılığını azaltabilir. Grafik okuryazarlık becerilerinin verilen tanımları incelendiğinde bu becerilerin arasında sıkı sarmal bir ilişkinin olmasının yanı sıra hiyerarşik bir ilişkinin de olduğu söylenebilir. Bu bağlamda grafik okuryazarlık becerilerinin iç içe

geçen yapısı nedeniyle ilgili alanyazınında özellikle grafik okuma ve yorumlama becerilerinin birlikte ele alındığı çalışmalar görülmektedir (Aydan ve Dönel Akgül, 2021; Coştu vd., 2017). Dolayısıyla bu çalışmada grafik okuma ve yorumlama becerileri birlikte grafik çizme ise ayrı ele alınmıştır.

2.1.1. Grafik Okuryazarlık Becerilerinin Öğretimi: MEB (2018b; 2018c) tarafından hazırlanan ilkököl, ortaokul ve lise seviyesindeki matematik öğretim programında grafik okuryazarlığı becerilerine ve bu becerilerinin geliştirilmesine yer verilmektedir. Ancak uluslararası PISA ve TIMSS sınavlarında ülkemizdeki öğrencilerin fen ve matematik başarısının düşüklüğü grafik okuryazarlık becerilerindeki eksikliklerden kaynaklandığı çeşitli çalışmalarda belirtilmiştir (Altun vd., 2012; Kabael ve Barak, 2016). Bu anlamda eksikliğin giderilebilmesi için gelecek nesillerin yetiştirilmesinden sorumlu öğretmen adaylarının grafiklere yönelik gerek konu alanı bilgisi olarak gerekse grafik öğretim bilgisinin geliştirilmesi büyük önem arz etmektedir. Ancak YÖK (2018) ilköğretim matematik öğretmenliği yetiştirme programı incelendiğinde grafik öğretime yönelik derslere ihtiyaç olduğu görülmektedir. Dolayısıyla bu çalışma kapsamında öğretmen adaylarının grafik okuryazarlık becerilerinin ve grafik öğretim bilgilerinin geliştirilmesi için alan eğitimine yönelik seçmeli bir ders olan grafik okuryazarlığı dersine ihtiyaç duyulmuştur.

Grafik okuryazarlığı dersinde grafiklerin öğretimi için grafik okuryazarlık becerileri dikkate alınarak çeşitli öğretim araçlarıyla öğretim etkinliklerinin hazırlanması ve bu etkinliklerin öğrenci merkezli güncel öğretim yöntemleriyle nasıl bütünleştirerek uygulanabileceğini öğretmen adaylarına gösterilmesi amaçlanmıştır. Etkili bir grafik öğretimi için ilgili alanyazında çeşitli öneriler sunulmaktadır. Gonzalez ve diğerleri (2011) ile Shah ve Hoeffner (2002) tarafından yapılan çalışmalarda bu önerilerden bazıları şu şekildedir:

- ❖ Öğrencilerin grafik çizerken veya grafik okurken yaşayacağı zorluklara dikkat çekilmesi (Bruno & Espinel, 2009; Shaughnessy, 2007),
- ❖ Öğretmenlerin üst bilişsel öğrenme ortamları hazırlaması ve bu ortamlara yön vererek rehberlik görevini üstlenmesi (Kramarski, 2004),
- ❖ Öğrencilerin grafiksel gösterimler oluşturmasını sağlama (Carver vd., 2016),
- ❖ Grafiklerin hangi durumları ifade edip, hangi durumları edemediğine yönelik uygulamalar yapma (Carver vd., 2016),
- ❖ Grafik okumayı üst düzey bilişsel bir okuma becerisi olarak geliştirme,
- ❖ Farklı temsiller arasında dönüşüm yapılmasına imkân verme.

Grafiklerin öğretiminde bahsi geçen önerilerin önemli olduğu belirtilmektedir. Dolayısıyla bu çalışmada fonksiyon grafiklerinin öğretiminin planlanmasında, etkinliklerin

geliştirmesinde ve uygulama süreçlerinde bahsedilen öneriler dikkate alınmıştır. Grafik okuryazarlığına yönelik alanyazında birçok çalışma bulunmaktadır (Abdullayeva, 2021; Bornstein, 2020; Kaleli Yılmaz ve Yurtyapan, 2021; Yurtyapan ve Kaleli Yılmaz, 2022). İlgili çalışmaların içerisinde teknoloji ile yapılan çalışmalar, grafik okuryazarlık becerilerini arttırdığı vurgulanmıştır (Akkoç, 2006; Abdullayeva, 2021; Bornstein, 2020). Bu çalışmalarda ve alan yazındaki diğer araştırmalarda genel olarak GeoGebra, Cabri Geometry, Geometer's Sketchpad, Mathematica, Maple, Matlab veya Mathcad gibi yazılımların kullanıldığı görülmektedir (Karaarslan vd., 2013). Aşağıda da teknoloji destekli uygulamalar detaylı bir şekilde anlatılmaktadır.

2.2. Matematik Öğretiminde Teknoloji Destekli Öğretim Ortamları ve Uygulamaları

Matematik öğretiminde teknolojinin kullanılması 1980'li yılların başından itibaren matematik derslerinde hesap makinelerinin kullanılmaya başlanarak, ilerleyen yıllarda ise grafik hesap makinelerinin kullanımı ile devam etmiştir (Karaarslan vd., 2013.) Ancak teknolojinin gelişimine bağlı olarak günümüzde matematik eğitiminde teknolojinin kullanımı 1980'li yıllara göre farklı bir boyut kazanarak bir ihtiyaç haline gelmiştir. Nitekim MEB (2018b) ortaokul matematik öğretim programında da “Geometri ve Ölçme” ve “Veri İşleme” gibi pek çok öğrenme alanındaki kazanımların öğretiminde teknolojik uygulamaları kullanarak öğrenme ortamlarının oluşturulmasının önemine dikkat çekilmektedir. Bu nedenle ilköğretim matematik öğretmen adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgisi bakımından donanımlı olmaları büyük önem taşımaktadır. Teknolojiden faydalanarak gerçekleştirilebilecek olan etkili bir öğretimin temeli olan teknoloji pedagojik alan bilgisi; alan bilgisi (öğrenilecek olan konu alanı bilgisi), pedagojik bilgi (öğrenme ve öğretme yöntemleri, stratejileri, süreçleri) ve teknoloji bilgisi (bilgisayar, yazılım, internet, video, tahta, kitap gibi araçların kullanım bilgisi) bileşenlerinden oluşan bir bilgi türü olarak açıklanmaktadır (Abbitt, 2011). Ancak YÖK (2018) ilköğretim matematik öğretmenliği ders içerikleri incelendiğinde teknolojik bilgiye yönelik genel kültür kapsamında temel ders olarak Bilişim Teknolojileri dersinin verildiği görülmektedir. Bilişim Teknolojileri dersinin verilmesi öğretmen adaylarının eğitiminde önemli faydalar sağlasa da yeterli değildir. Bu anlamda ilerleyen yıllarda ortaokullarda hizmet verecek öğretmen adaylarının teknolojiyi matematik öğretim etkinlikleri ile nasıl bütünleştirilmesi ve uygulaması gerektiğine dair ilköğretim matematik öğretmenliği yetiştirme programında teknolojik ve pedagojik amaçları olan temel derslere ihtiyaç vardır (YÖK, 2018). Nitekim YÖK (2018) İlköğretim matematik öğretmenliği programı incelendiğinde teknoloji ile ilgili bir diğer ders ise seçmeli olarak verildiği ve “Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi” dersi olduğu görülmektedir. Bu ders kapsamında

öğretmen adayları Bilgisayar Cebiri Sistemleri (BCS) ve Dinamik Geometri Sistemleri (DGS) gibi yazılımları tanımakta, kullanımını ve etkileşimli etkinlikler üretebilmeyi öğrenmektedirler. Bu durum öğretmen adaylarının teknolojik alan bilgilerinin gelişmesine katkı sağlamaktadır. Ancak öğretmen adaylarının öğrendikleri teknolojik uygulamaları hangi öğretim yöntem ve teknikler ile nasıl bütünleştirmesi gerektiğine yönelik teknolojik pedagojik alan bilgileri eksik kalmaktadır (Aydın vd., 2008; Bozkurt, 2022).

“Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi” dersi kapsamında matematik öğretiminde kullanılan pek çok yazılım (GeoGebra, Cabri Geometry, Geometer’s Sketchpad, Mathematica, Maple, Matlab, Mathcad vb.) bulunmaktadır. Matematik öğretimine yönelik çok fazla yazılım olduğu için “Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi” dersi kapsamında bu yazılımların her biri hakkında detaylı bilgiler verilememekte ve genel hatları ile tanıtılmaktadır. Bu anlamda öğretmen adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgileri eksik olmasının sebeplerinden birinin de matematik öğretiminde çok fazla yazılım olması ve bu yazılımların kullanımı, etkinlik üretimi ve uygulama şekli hakkındaki bilgilerin seçmeli bir ders olan “Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi” dersinde verilmesinden kaynaklandığı söylenebilir. Bu durumun giderilmesi için “Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi” dersinde genellikle matematik eğitiminde en sık kullanılan yazılımlar olan GeoGebra, Cabri Geometry, Geometer’s Sketchpad daha yoğunlukla tanıtılmaktadır. Öğretmen adaylarının grafik okuryazarlık becerilerin geliştirilmesi amacıyla seçmeli “Grafik Okuryazarlığı” dersinde gerçekleştirilen bu çalışmada teknoloji destekli öğretim uygulamalarına ihtiyaç duyulmuştur. Nitekim grafiklerle ilgili pek çok çalışma incelendiğinde teknoloji destekli öğretim yöntemi benimsenerek olumlu sonuçlara ulaşıldığı görülmüştür (Canevi, 2019; Erduran, 2020; Kul, 2020). Bu çalışmada öğretmen adaylarının gerek grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi için gerekse teknolojik pedagojik alan bilgilerini geliştirmeleri bakımından örnek bir uygulama görmeleri açısından öğretim ortamı “Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi” dersinde kullanmayı öğrendikleri GeoGebra yazılımını kullanılarak tasarlanmıştır.

2.2.1. GeoGebra: Markus Hohenwarter'ın 2001 yılında yüksek lisans tezinde geliştirdiği bir yazılım olan GeoGebra, ilerleyen yıllarda uluslararası bir grup tarafından geometri, cebir ve analizi tek bir ara yüzde taşıyacak şekilde açık kaynak kodlu dinamik bir matematik yazılım geliştirilmiştir (Hohenwarter & Lavicza, 2007; Kutluca ve Zengin, 2011; Preiner 2008). GeoGebra yazılımı Java tabanlı sanal bir yazılım olarak geliştirildiği için kullanım açısından geniş çaplı bir platformda çalışmaktadır (Dikovic, 2009b; Hohenwarter, 2006). GeoGebra denklem ve koordinatları direkt girebilme, fonksiyonları cebirsel tanımlama gibi sembolik ve görselleştirme özelliği bakımından BCS, geometrik kavramları barındırıp bu kavramlar arasında dinamik ilişkileri gösterebilmesi bakımından DGY olarak da tanımlanmaktadır (Kutluca ve Zengin, 2011). BCS ve DGY olarak her iki özelliği taşıması GeoGebra'nın en önemli özelliğini oluşturmaktadır (Antohe, 2009; Dikovic, 2009b; Hohenwarter & Jones, 2007). Bu bağlamda matematik öğretiminde GeoGebra'nın kullanımının önemli olduğu düşünülmektedir.

2.2.2. Matematik Öğretiminde GeoGebra'nın Rolü: GeoGebra'nın BCS ve DGY özelliklerini bir arada bulundurması, matematik öğretiminde Geometri ve Cebir arasındaki ilişkinin sağlanması bakımından önemli bir avantaj sağlar (Hohenwarter & Jones, 2007). Bu durum GeoGebra'yı, matematik öğretimi programlarında kullanımı sıklıkla tavsiye edilen bir araç haline getirmiştir (MEB, 2018b; MEB, 2018c).

Dikovic (2009b) tarafından GeoGebra'nın matematik öğretimindeki rolü ve kullanımının avantajları şu şekilde özetlenebilir;

- ❖ GeoGebra'nın basit ve kullanışlı bir ara yüzü sahip olması, birçok dile çevrilmiş menüler, komutlar ve yardım içerikleri sunması nedeniyle grafik hesap makinesilerine göre kullanımı daha kolay bir yazılımdır.
- ❖ Matematik projelerinin, çoklu temsillerin deneyim ve keşfetme yoluyla öğrenciler tarafından öğrenilmesine katkı sağlar.
- ❖ Ara yüzünün uyarlanabilir olması, öğrencilerin kendi çalışma sayfalarını kişiselleştirerek özelleştirebilmesine imkân tanır.
- ❖ GeoGebra, öğrencilerin matematiksel öğrenme deneyimini daha anlamlı hale getirmek amacıyla geliştirilmiştir. Öğrenciler, nesnelerin konumunu değiştirerek veya sürgü kullanarak istedikleri değişiklikleri yapabilirler. Bu değişikliklerin bağımlı nesnelere üzerinde nasıl etki yarattığını gözlemleyebilirler. Dinamik ortamda elde edilen bu deneyimler, öğrencilere problem çözme yeteneklerini geliştirebilme imkanı vermektedir.

- ❖ Öğretmenin görevi, sadece matematiksel bilgiyi öğrencilere aktarmak değil, aynı zamanda kendi zihinsel yapılarını geliştirecek ortamlar yaratmaktır. Bu bağlamda, GeoGebra işbirlikçi öğrenme için önemli fırsatlar sunmaktadır.
- ❖ Cebir girişi, kullanıcılara komut satırını kullanarak yeni nesnelere oluşturma veya mevcut nesnelere düzenleme imkânı sunar. Bunun yanı sıra, bu çalışma sayfaları web ortamında rahatlıkla paylaşılabilir.
- ❖ GeoGebra, öğretmenlere teknolojiyi sınıfta kullanabilme ve etkileşimli ortamlarda matematik öğretimi yapabilmelerine olanak tanır.
- ❖ Açık kaynak kodlu bir yazılım olan GeoGebra www.geogebra.org resmi sitesinden ücretsiz bir şekilde indirilebilmektedir

Matematik öğretiminde sağladığı avantajlar, BCS ve DGS özelliklerini bir arada bulundurması göz önüne alındığında fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik TGAD'a dayalı teknoloji destekli bir ortamının tasarlandığı bu çalışmada öğretim uygulamalarının geliştirilmesinde GeoGebra'nın kullanılması uygun görülmüştür.

2.2.3. Fonksiyon Grafiklerinin Öğretimine Yönelik Teknoloji Destekli

Uygulamalar: Fonksiyonların kümeler, kartezyen çarpım, bağıntı vb. konularıyla olan ilişkisi, pek çok temsil (sözel, cebirsel ve grafiksel temsiller) ile gösterilebilmesi gibi özellikleri düşünüldüğünde gerek kavramsal olarak gerekse konu alanı bakımından kapsamlı bir yapısı olduğunu söylemek mümkündür. Ayrıca fonksiyonlar konusu çoklu temsiller arası geçiş yapmayı gerektiren soyut yapısı nedeniyle öğrenilmesi zor bir konudur (Bayazıt, 2010; Çiçek, 2020). İlköğretim matematik öğretmenliği lisans programında farklı fonksiyon türlerine yönelik konular Analiz I ve II, Soyut Matematik, gibi derslerde yer almaktadır (YÖK, 2018). Ancak bu derslerin içeriğinde fonksiyonların haricinde başka konuların da olması, fonksiyonlar konusuna ayrılacak zamanı önemli ölçüde etkilemektedir. Özellikle grafik becerilerinin okuma, yorumlama ve çizme boyutlarının olduğu ve bu becerileri geliştirmeye yönelik öğretim yapılması gerektiği göz önüne alındığında bu derslerdeki zamanın yeterli olamayacağı düşünülmektedir. Yürütülen bu çalışma kapsamında açılan grafik okuryazarlığı dersinde öğretmen adaylarının bahsi geçen derslerde (Analiz I ve II, Soyut Matematik) öğrendikleri bilgileri tekrar etmeleri, eksiklerini gidermeleri özellikle fonksiyonların grafiksel temsillerine ayrı bir zaman ayırmaları bakımından önemli fırsatlar sağlayacağı düşünüldüğünden fonksiyonlar konusunun ele alınması uygun görülmüştür.

Fonksiyonlarla ilgili kavram yanılgıları ya da öğrenilmesinde sıkıntı yaşanan bölümler incelendiğinde özellikle sembolik temsiller ile grafiksel temsiller arasındaki ilişkinin kurulmasında zorlanıldığı ve buna yönelik çoklu temsiller birlikte ele alınarak öğretimin

yapılması gerektiği pek çok çalışmada belirtilmektedir (Egin, 2010; Zachariades vd., 2002). Baştürk (2010) tarafından 9. sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerindeki performanslarını ortaya koymak amacıyla yapılan çalışmada öğrencilerin fonksiyon kavramının cebirsel temsillerinde daha başarılıyken sözel ve grafiksel temsillerinde aynı başarıyı göstermedikleri belirtilmiştir. Fonksiyon kavramının sözel, cebirsel ve grafik temsiline lise öğrencileri ve öğretmen adayları tarafından nasıl algılandığını incelemek için Karataş ve Güven (2004) tarafından yapılan çalışmada ise öğrenci ve öğretmen adaylarının fonksiyonların sözel, cebirsel ve grafiksel gösterimleri arasında ilişki kuramadıkları belirlenmiştir. Bu anlamda fonksiyonlar konusunun soyut yapısını somut hale getirmede özellikle grafiksel temsillerin öğretiminde teknoloji destekli öğretim önemli bir alternatif olarak düşünülebilir. Nitekim Egin'in (2010) 12. sınıf öğrencileri ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının grafik okuma ve oluşturma becerilerini fonksiyonel anlamda incelediği çalışmasında grafik okuma ve oluşturmada, özellikle temsiller arası geçişte problemler yaşadıkları belirlenerek bu durumun giderilmesi için de ortaöğretim matematik öğretim programında fonksiyonların temsiller arası dönüşüm etkinliklerine ağırlık vermesi ve bu etkinliklerin teknolojiyle desteklenmesi gerektiğine dikkat çekilmektedir. Ancak ilgili alanyazın incelendiğinde fonksiyonlarda çoklu temsiller arası geçişin öğretiminde teknolojinin kullanımına yönelik farklı sonuçlar elde edilen çalışmalar mevcuttur (Nagel, 1994; O'callaghan, 1998). O'callaghan'ın (1998) fonksiyonları modellemeye yönelik yaptığı çalışmada Fey tarafından 1992 yılında bilgisayar destekli bir öğrenme aracı olarak geliştirilen CIA (Computer-Intensive-Algebra) metodunun kullanıldığı ve bu bilgisayar destekli öğrenme aracının fonksiyonların modellenmesinde, farklı formlara dönüştürülmesinde ve sözel olarak ifade edilmesinde etkili olduğu görülmüştür. Ancak Nagel (1994) tarafından yapılan çalışmada ise fonksiyonlardaki çoklu temsiller arasındaki geçişlerin öğretiminde teknoloji kullanımının etkili bir yol olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca son yıllarda yapılan bazı ulusal çalışmalarda fonksiyon grafiklerinin öğretiminde teknoloji kullanımının olumlu sonuçlar verdiği de görülmektedir (Canevi, 2019; Erduran, 2020; Kul, 2020). Erduran (2020) tarafından fonksiyon kavramının öğretiminde teknolojiyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamının öğrenci başarısına etkisini incelemek amacıyla deney grubundaki 9. sınıf öğrencilerine “Fonksiyon kavramı”, “Tanım-değer kümesi”, “Fonksiyon gösterimi”, “Bir fonksiyonun grafiği” ve “Fonksiyonun grafiğini tanımlama” konularına yönelik bilgisayar yazılımı ve grafik hesap makinesi ile desteklenerek çalışma yapraklarıyla öğretim yapılmıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin akademik başarılarında deney grubu lehine farklılık olduğu ve teknoloji ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamında kullanılan bilgisayar yazılımı, grafik

hesap makinesi ve çalışma yapraklarına yönelik görüşlerinin olumlu olduğu görülmüştür (Erduran, 2020). İlgili alanyazındaki birbirinden farklı sonuçlar fonksiyon grafiklerinin öğretiminde teknoloji kullanımına yönelik yapılacak yeni çalışmaları önemli kılmaktadır. Dolayısıyla fonksiyon grafiklerinin teknoloji destekli öğretimine yönelik yapılan bu tez çalışmasının ilgili alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Araştırmalarda farklı sonuçların ortaya çıkmasında hangi teknolojik aracın tercih edildiği, ne şekilde kullanıldığı ve öğretim yöntem ve tekniklerle nasıl bütünleştirildiği gibi pek çok faktör etkili olabilir. Yürütülen bu çalışmada fonksiyon grafiklerinin öğretimde teknolojik araç olarak GeoGebra kullanılmıştır. GeoGebra kullanılmasının pek çok sebebi vardır. En önemli sebebi GeoGebra'nın öğrenen merkezli planlanan öğretim için öğretmen adaylarının önceden “Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi” dersinden aşına oldukları bir teknolojik araç olmasıdır. Diğer önemli bir sebep ise ilgili alanyazında fonksiyonların öğretiminde GeoGebra kullanılırken anlatım yöntemi içerisinde pekiştirme amaçlı kullanıldığı görülmektedir (Kul, 2020). Dolayısıyla GeoGebra'nın öğrenen merkezli bir öğretim yöntemiyle bütünleştirilerek öğretmen adaylarına fonksiyon grafiklerinin öğretiminde kullanılmasının gerek öğretmen, öğretmen adayları ve bu alanda çalışan araştırmalara örnek olması bakımından önemli olduğu gerekse yapılan bu öğretimin fonksiyon grafikleri konusunun öğretiminde fayda sağlayacağı düşünülmektedir. Bu nedenle yürütülen bu çalışmada GeoGebra uygulaması TGAD öğretim yöntemi ile bütünleştirilerek kullanılmıştır.

2.3. Tahmin- Gözlem- Açıklama (TGA) Öğretim Yöntemi

Günümüzde öğretim ortamlarında pek çok şekilde kullanılan TGA temelini, bir hipotezin ifade edildiği ve bu hipotezin neden doğru olabileceğine ilişkin argümanların ortaya konulduğu, ilgili verilerin toplanarak sonuçların tartışılıp sorgulandığı klasik araştırmaya (buluşa) dayalı laboratuvar yaklaşımından alır (Çelik, 2018). TGA yöntemi, Pittsburgh Üniversitesinde başlangıçta “Gösteri-Gözlem-Açıklama” (GGA) [DOE (Demonstrate-Observe-Explanation)] olarak adlandırılan bir tekniğin geliştirilmiş şeklidir (Atasoy, 2004; Kearney, 2002, 2004; Ross & Munby, 1991; Yaman, 2012). TGA öğretim yöntemi, öğrencilere belirli bir konu veya deney hakkında gerekçeli tahminler yapma, ardından ilgili konuyu veya deneyi gözlemlene ve yaptıkları tahminlerle gözlemleri birlikte açıklama temeline dayanan üç aşamalı bir öğretim yöntemidir. TGA ilk olarak 1979 yılında Champagne ve arkadaşları tarafından fizik öğrenimi gören öğrencilerin, düşünme becerilerini incelemek amacıyla “Gösteri-Gözlem-Açıklama” (GGA) şeklinde tasarlanarak kullanılmıştır (Güngör ve Özkan, 2017). Daha sonra bu yöntem Gunstone ve White (1981) tarafından yürütülen bir başka çalışmada “Tahmin-Gözlem-Açıklama” (TGA) olarak değiştirilerek bugünkü şeklini

almıştır. İlgili alanyazında TGA'dan bazı çalışmalarda TGA stratejisi olarak bahsedildiği görülse de (Elmas Baydar, 2023; Hsu vd., 2011; İpek vd., 2010), yaygın olarak teknik veya yöntem olduğu belirtilmektedir (Bilen, 2009; Ergül vd., 2020; Nalkıran ve Karamustafaoğlu, 2020; Yaman, 2012). Alanyazında bu şekilde ifade edilmesi nedeninin TGA'nın öğretim ortamlarından kullanımına ve yapılan çalışmalarının amacına bağlı olduğu düşünülmektedir. Bu durum TGA'nın öğrenme ortamlarında kullanımı başlığı altında daha detaylı açıklanmıştır. Ancak yukarıda gelişim sürecinde de belirtildiği gibi TGA bir laboratuvar yöntemi olarak tasarlanmıştır. Dolayısıyla bu çalışmada öğretim ortamı tasarlanırken TGA öğretim yöntemi olarak ele alınıp öğretim etkinlikleri geliştirilmiştir.

2.3.1. Tahmin-Gözlem-Açıklama (TGA)'nın Öğretim Ortamlarında Kullanılması: İlgili alanyazın incelendiğinde TGA'nın öğretim ortamlarında farklı amaçlarla kullanıldığı görülmüştür. Özellikle laboratuvar derslerinde çalışma yaprakları TGA'ya göre tasarlanarak öğretim amaçlı kullanılmaktadır (Güngör ve Özkan, 2017; Yurtyapan, 2018). Ayrıca çalışmalarda öğretim süreci tamamlandıktan sonra araştırmacılar TGA çalışma yapraklarını değerlendirebilir. Bu bakımdan TGA, sadece dersin etkili bir şekilde öğrenilmesine yardımcı olmakla kalmayıp aynı zamanda öğrencilerin değerlendirilmesi için alternatif bir değerlendirme yöntemidir (Güleşir vd., 2020; Güven, 2011; Kozcu Çakır vd., 2017). Öğretim ortamları tasarlanırken TGA tek başına ya da kavram öğretimindeki bazı yöntem ve tekniklerle birlikte de kullanılabilir. Özyılmaz Akamca ve Hamurcu (2009), TGA'yı analogiler ve kavram karikatürleriyle, Barut (2020) kavram ağları, Yurtyapan (2018) ise kavram karikatürleri, Tao ve Gunstone (1999) simülasyonlarla, Yaşar ve Baran (2020) oyunlarla birlikte kullanmayı tercih etmişlerdir. Ayrıca yapılan çalışmalarda kavram yanlışlarının belirlenmesinde ve bu yanlışların giderilmesinde etkili olan bir kavramsal değişim stratejisi olarak TGA'dan bahsedilmektedir (İpek vd., 2010; Küçüközer, 2008). Bu çalışmadaki TGA etkinlikleri ise ilköğretim matematik öğretmeni adayların fonksiyon grafikleriyle ilgili bazı kavramların öğretimi ve grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesine yönelik hazırlanmıştır.

TGA öğretim yöntemiyle laboratuvarlarda veya alanda yapılacak etkinliklerde öğrencilere öğrendiklerini uygulama fırsatının verilmesi amaçlanmıştır (White & Gunstone, 1992). Yöntem aynı zamanda; sınıf içerisinde sunulacak olay, gösteri, deney ya da laboratuvar etkinliklerine yönelik öğrencilerin tahminde bulunmaları (nedeniyle birlikte), olayı gözlemlenmeleri ve süreç başındaki tahminleri ile gözlemlerini beraberce açıklamaları sürecine dayanmaktadır (Kearney & Treagust, 2001; White & Gunstone, 1992). Dolayısıyla TGA'nın gözlem aşaması, öğrencilerin tahmin aşamasındaki duruma yönelik deneyler yapmasını

gerektirmektedir. Ancak bazı soyut kavramların öğretiminde öğrencilerin somut deneyler yapması her zaman mümkün olmayabilir. Bu bakımdan TGA öğretim yöntemi bilgisayar tabanlı bir ortama uygulanabilir. Nitekim ilgili alanyazında TGA'nın teknolojik öğrenme ortamlarında kullanılarak olumlu sonuçlar alındığını gösteren pek çok çalışma bulunmaktadır (Elmas Baydar, 2023; Hsu vd., 2011; Tao & Gunstone, 1999). Dolayısıyla fonksiyon grafiklerinin soyut yapısı göz önüne alındığında fonksiyon grafiklerinin öğretimi yoluyla grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesine yönelik yapılan bu çalışmada öğretim ortamı ve TGA öğretim uygulamaları teknolojiden faydalanılarak tasarlanmıştır.

Ayas ve diğerleri (1997) tarafından ilgili alan yazındaki pek çok çalışmada TGA öğretim yönteminden beklenen etkilerin belirlenmesinde, sürecin yönetiminde ve ortaya çıkan sonuçların açıklanması aşamalarında sorunlar yaşandığı ifade edilmektedir. Bu durum TGA öğretim yönteminin aşamalarının özellikleri ve uygulanma şeklinin araştırmacılar tarafından iyi anlaşılmasından kaynaklanabilir. Dolayısıyla öğretim ortamlarında TGA'nın etkili olabilmesi için nasıl uygulanması gerektiği ve bu aşamaların özelliklerinin bilinmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Bu kapsamda TGA öğretim yönteminin aşamaları ayrıntılı bir şekilde aşağıda açıklanmaktadır.

2.3.1.1. Tahmin Aşaması: Tahmin aşaması, öğrencilerin konuya dikkatinin çekilmesi gereken bir aşamadır (Sağirekmekçi, 2016). Bu aşamada öğretmen tarafından geliştirilen etkinliğe (deney, gösteri) yönelik öğrencilerden tahmin geliştirmeleri ve tahminlerinin gerekçelerini açıklamaları beklenmektedir. Tahminde bulunmak aynı zamanda öğrencinin fikirlerinin alınması açısından "benim fikirlerim önemli" düşüncesini harekete geçirmektedir. Böylece öğrenci öğrenmenin sorumluluğunu alarak sürece dahil olmaktadır. Bu durum öğrencilerin fikir ve inanışları arasından konuyla ilgili olanları seçme ve karar verme yeteneğini geliştirmektedir (Gunstone, 1995). Tahmin aşaması için geliştirilen etkinlikte deney yapılabileceği gibi açık uçlu sorular üzerinden de etkinlik yürütülebilir (White & Gunstone, 1992). Nitekim Liew ve Treagust (1998) çalışmalarında tahmin için açık uçlu soruların yöneltmesinin daha uygun olduğunu belirtmişlerdir. Çünkü tahmin sürecinde olaya yönelik seçeneklerin sunulması halinde öğrencilerin zihin dünyalarında oluşan tahminler kısıtlanabilir. Bu kapsamda kullanılacak soruların, öğrencilerin tahmin ve gözlemlerini sınırlandırarak, yönlendirecek şekilde kısa cevaplı olmamasına özen gösterilmesi gerektiği önerilmektedir (Liew & Treagust, 1998; Yurtyapan, 2018). Dolayısıyla bu çalışma kapsamında geliştirilen etkinlerde tahmin aşamasında fonksiyon grafiklerini okumayorumlamaya yönelik açık uçlu sorular yöneltilerek verdikleri cevapların gerekçelerini açıklamaları istenmiştir. Buradaki amaç öğretmen adaylarının bilgilerini açığa çıkarmak için

motive etmektedir. Tahmin aşaması öğretilmesi hedeflenen kavrama yönelik öğrencilerin ön bilgilerinin nasıl, ne düzeyde olduğu ve varsa kavram yanlışlarının tespiti açısından da önem arz etmektedir (Driver, 1983; Searle, 1995). Bu aşama sayesinde öğrenci konuya yönelik varsa bilgilerindeki eksiklerle yüz yüze kalarak cevaplarının doğru olup olmadığı kontrol etmek amacıyla ikinci aşama olan gözlem aşamasına istekli bir şekilde geçmesi hedeflenmektedir.

2.3.1.2. Gözlem Aşaması: Gözlem aşamasında, tahmin aşamasında gerçekleştirilen etkinlikte geçen olayla ilgili öğrencilerden deneyler yaparak süreci aktif bir şekilde gözlemlenmeleri istenmektedir. İki aşama bu yönüyle birbirlerine sıkı bir şekilde bağlıdır. Dolayısıyla geliştirilen etkinlikteki deneyin öğrenci tarafından hem açık bir şekilde gözlemlenebilecek yapıda ve hem de öğrencinin zihnindeki çelişki oluşturabilecek özellikte olması önem arz etmektedir (Tao & Gunstone, 1997; White & Gunstone, 1992). Gözlem aşaması bu yönüyle öğrencilere tahminlerini kontrol etme ve çıkarımda bulunma imkânı sağlamaktadır. Ayrıca öğrencilerin gözlemlerini sözel ve sayısal anlamda yazarak ifade etmeleri ve gerekirse deneyi tekrar etmeleri istenebilir (Köseoğlu vd., 2002). Bu sayede öğrenciler tahmin ve gözlemlerini karşılaştırmakta, düşüncelerindeki değişimi kağıda aktararak bilimsel bir sürecin nasıl gözlemlenmesi gerektiği hakkında bir alışkanlık edinmeleri sağlanmaktadır. Gözlem aşaması bu yönüyle öğrencinin kendi kendine öğrenmesini sağlayan en kritik aşamalardan biridir (Yaman, 2012). Matematiğin çoğu konusunda soyut kavramların öğretimi söz konusu olduğu için gerçek ortamda deneylerin ve gözlemlerin yapılması mümkün ve pek verimli olmamaktadır. Bu durumu gidermek için araştırmanın gözlem aşamasında fonksiyon grafiklerine yönelik GeoGebra dinamik yazılımı kullanılarak teknoloji destekli bir yaklaşım izlenmiştir. Nitekim ilgili alanyazındaki matematikteki pek çok soyut kavramın öğretimi konu alan çalışmada gözlem aşamasında teknolojik uygulamalardan faydalanılmıştır (Baltacı ve Yıldız, 2018; Elmas Baydar, 2023). Ayrıca her bireyin öğrenme hızının farklı olduğu düşünüldüğünde GeoGebra'nın öğretmen adaylarına sınırsız deneme yapma imkânı vermesinin keşfederek öğrenme açısından önemli katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Gözlem aşaması keşfederek öğrenmeyi ön planda tutmasına rağmen bu durum öğrencilerin her zaman doğru gözlemler yapacağı anlamına da gelmemektedir. Çünkü yapılan çalışmalarda öğrencilerin incelenen duruma yönelik ön bilgilerinin, tahminlerini, gerekçelerini, beklentilerini ve gözlemlerini etkilediği tespit edilmiştir (Kearney, 2004; Liew & Treagust, 1998; White & Gunstone, 1992). Dolayısıyla öğrencilerin yaptıkları gözlemlerden elde ettikleri sonuçları sınıfla paylaşmaları, fikirlerini ifade etmek ve

düşüncelerinde varsa eksik noktaları görmek açısından bir gereklilik oluşturmaktadır. Bu nedenle gözlem aşamasından sonra diğer bir aşama olan açıklama aşamasına geçilmektedir.

2.3.1.3. Açıklama Aşaması: Bu aşamada öğrencilerden tahmin ve gözlemleri arasında fark olup olmadığına ilişkin bilgi vermeleri ve eğer fark varsa bunun nedenlerini kendi cümleleri ile açıklamaları beklenir (Kearney, 2004). Ayrıca bu aşamada öğrencilerden sınıfta sözel olarak tahmin ve gözlemlerini ifade etmeleri varsa eksik ya da çelişkili durumları tartışmaları beklenir ve böylece çelişkilerin giderilmesi sağlanmalıdır (Yurtyapan, 2018). Öğrencilerin süreç içerisinde geliştirdikleri açıklamaları sınıf içerisinde tartışmaları, kavramları kendilerince yapılandırmaları, fikirlerini savunmaları ve gerekçelendirmeleri açısından önemlidir. Ayrıca sınıf içerisinde tartışma, öğrenciye karşı tarafın fikrini dinleyerek anlamaya çalışma, katıldığı ve katılmadığı noktaları ifade etme ve bu yolla düşüncelerini sunma imkanı vermektedir. Böylece öğrencinin sadece kendi düşüncesinin değil, arkadaşlarının düşüncelerinin de önemli olduğu hissetmesine, duyuşsal açıdan empatik bir bakış açısı benimsemesine katkı sağlanabilir. Nitekim ilgili alanyazında TGA'nın duyuşsal özellikler üzerinde olumlu yansımalar oluşturduğunu gösteren pek çok çalışma bulunmaktadır (Akarsu, 2018; Harman ve Yenikalaycı, 2022). Öğrenciler açıklama aşamasında tahmin ve gözlemlerini karşılaştırarak not aldıkları ve bu düşüncelerini sınıf ortamında tartıştıkları için bu aşamayı zor bulurlar (Kearney, 2002, 2004; Kудay ve Çetinkaya, 2021). Bu noktada öğretmene önemli görevler düşmektedir. Öğretmenin sürecin verimliliğini sağlamak adına bu aşamada yapılandırmacı bir bakış açısı çerçevesinde öğrencilere rehberlik etmesi önemlidir. Öğretmen varılacak sonuca yönelik direkt açıklamalarda bulunmamalı daha çok öğrencilere alternatif fikirler ve yorumlar geliştirmesi için onlara yol göstermesi ve teşvik edici olması gerekmektedir (Köse vd., 2003; White & Gunstone, 1992). Bunun için öğretmenler çeşitli sorular sorarak öğrencilerle diyaloga geçebilir. Yapılan araştırmalar bireylerin düşüncelerini sözel olarak ifade etmelerini sağlayan didaktik konuşmaların öğrenmeye olumlu yönde katkı sağladığını göstermektedir (Egin, 2010). Ayrıca bu aşamanın mülakatlar ile desteklenmesi öğrenci anlamaları hakkında daha ayrıntılı bilgilerin tespit edilmesini sağlar (Liew & Treagust, 1998). Bu çalışmada geliştirilen etkinliklerde açıklama aşamasında öğrencilerle birlikte tahmin ve gözlemlerin neler olduğuna yönelik sınıf içi tartışmalar yapılmıştır. Sınıf içinde açıklamaların paylaşılması ve tartışılması, öğrencilere farklı bakış açılarını düşünme imkanı sunar, yeni düşüncelerin önemini anlamalarına yardımcı olur ve bu taze fikirleri çeşitli durumlarda uygulama şansı verir. Genellikle, birçok açıklama eşit derecede geçerlidir ve bu açıklamalar yeni soruların doğmasına yol açabilir (Baird & Northfield, 1992). Dolayısıyla bu durum açıklama aşamasından sonra yeni tahminlerin yapılmasına ve TGA'nın bir döngü

şekilde işlenmesine neden olmaktadır. TGA'nın nasıl işlediğini gösteren döngüsel yapı Şekil 2'de verilmiştir.

Şekil 2

TGA'nın döngüsel yapısı



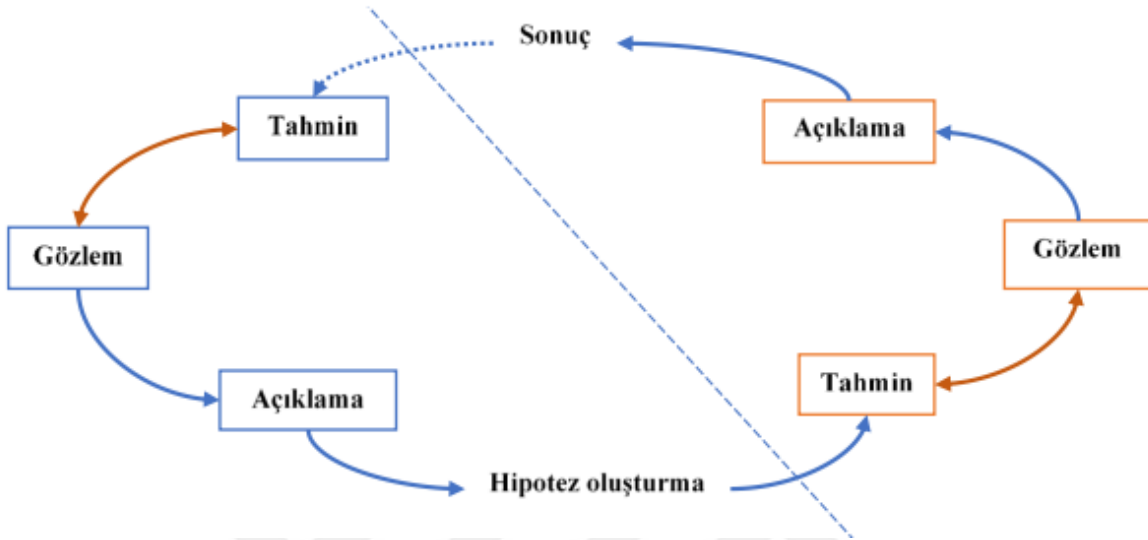
Kaynak: Elmas Baydar, 2023.

Şekil 2'de görüldüğü üzere açıklama aşaması sonunda ortaya çıkabilecek yeni sorular sürecin tekrar başa dönmesini sağlayabilir. Bu noktada öğretmen, öğrencileri bilimsel kaynaklara ulaşmalarını sağlamak için çeşitli yönlendirmeler yapabilir. Özellikle ele alınan kuramsal nitelikteki konu ya da kavramlarda açıklama aşamasından sonra farklı müdahalelerde bulunulabilir. Betimsel kavramlar doğrudan ölçüm ve gözlemlere dayanırken, kuramsal kavramlar, dolaylı verilerden faydalanarak gözlemlenen olguların açıklanması temeline dayanmaktadır (Lawson, 1995; Lawson vd., 2000). Fen ve matematik kavramlarının pek çoğu doğrudan gözlemlenemeyen kuramsal soyut kavramlardır. Bu nedenle kuramsal kavramların öğretiminde TGA'nın kullanımında açıklama aşamasından sonra farklı aşamaların entegre edilebileceği ya da yöntemin derinleştirilerek kullanılabilirliği araştırmacılar tarafından belirtilmektedir (Ergül vd., 2020; Hilario, 2015). Hilario (2015) tarafından açıklama aşamasından sonra araştırma-inceleme aşamasının entegre edilebileceği

ifade edilmektedir. Ergül ve diğerleri (2020) tarafından yapılan çalışmada ise TGA döngüsü derinleştirilerek Şekil 3'teki gibi kullanılmıştır.

Şekil 3

Entegre hipotetik-TGA (Tahmin et-Gözle-Açıkla) döngüsü



Kaynak: Ergül vd.,2020.

Şekil 3'te görüldüğü üzere açıklama aşamasından sonra elde edilen bilgilerden her zaman doğru sonuçlara gitmek sınıf bazında mümkün olmayabilir. Bu nedenle bilginin kurumsallaştırılması için açıklama aşamasından sonra ek aşamalara ihtiyaç duyulmaktadır. Nitekim fen ve matematik alanında yapılan TGA ile ilgili pek çok çalışmada yönteme farklı aşamalar entegre edilerek kullanıldığı görülmektedir (Coştu, 2021; Coştu vd. 2012; Hilario, 2015; Rani, 2021; Sani & Anggryani Sinaga, 2012; Sırış, 2022; Tahir vd., 2020). Bu bağlamda öğretim yönteminin araştırmacıların bakış açısına göre yorumlanarak kullanılmaya açık olduğu söylenebilir. İlgili çalışmalarda yöntemin bu şekilde farklı kullanımlarının öğretimde olumlu sonuçlar ortaya çıkardığı görülmüştür (Coştu, 2021; Rani, 2021; Sani & Anggryani Sinaga, 2012; Sırış, 2022; Tahir vd., 2020). Bu çalışmalar incelendiğinde fen bilgisi eğitimi alanında yapılan bir çalışmada yönteme tartışma aşaması eklenerek yöntemin Tahmin Et-Açıkla-Gözle-Tartış-Açıkla [TAGTaA] (Coştu, 2021; Sırış, 2022), fizik eğitiminde yapılan bir çalışmada ise yazma aşaması eklenerek Tahmin- Gözlem- Açıklama- Yazma [TGAY] (Sani & Anggryani Sinaga, 2012) şeklinde kullanıldığı görülmektedir. Fizik eğitiminde yapılan bir diğer araştırmada ise yönteme animasyon aşaması eklenerek [TGAA] (Tahir vd., 2020), matematik eğitiminde yönteme Deteylandırma, Yazma ve Değerlendirme aşamaları eklenerek [TGADYD] (Rani, 2021) kullanıldığı görülmektedir. Dolayısıyla

TGA'nın esnek ve işlevsel bir yapıya sahip olduğu söylenebileceği gibi araştırmacıların yönteme ek aşama ekleme ihtiyacı da hissettikleri görülmektedir.

Bu çalışmada konu olarak içerisinde pek çok kuramsal soyut kavramın bulunduğu fonksiyon grafikleri ele alındığı için ek bir aşamaya ihtiyaç duyulmuştur. Ayrıca çalışmada fonksiyon konusuna yönelik grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi amaçlandığından TGA öğretim yönteminin her aşamasında ayrı bir becerinin geliştirilmesi hedeflenmiştir. Grafik okuma ve yorumlama nispeten daha kolay ve temel bir beceri olduğundan tahmin ve gözlem aşamasına yerleştirilmiştir. Grafik çizme becerisi ise grafik okuma ve yorumlamayı kapsayan daha üst düzey bir beceridir. Bu nedenle öğretim sürecinin son aşaması olan açıklama aşamasına yerleştirilmesi uygun görülmüştür. Ancak grafik çizme becerisinin kapsamlı yapısı ve üst düzey bir beceri olması göz önüne alındığında açıklama aşamasında grafik çizmeye yönelik öğretmen adaylarıyla birlikte yapılan etkinlikler ve örnekler yeterli olmayabilir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının grafik çizmeye yönelik kendi performanslarını ortaya koyabilecekleri ek bir aşamaya ihtiyaç duyulmuştur. Yönteme aşama ekleme ihtiyacının altında konunun yapısı, araştırmacının öğrenmeye bakışı, öğrencinin ihtiyaçları, öğretimin değerlendirilmesi gibi birçok durum olabileceği söylenebilir. Nitekim kavram karikatürü destekli TGA öğretim yönteminin kullanıldığı Yurtyapan (2018) tarafından gerçekleştirilen çalışmada öğretim süreci sonunda konu ile ilgili değerlendirme soruları sorulduğu, bu sorulara verilen cevapların sadece yapılan öğretimi değerlendirmek adına kullanıldığı görülmektedir. Ancak öğretim sonrasında öğretimin değerlendirilmesinin yanı sıra öğrenciye dönüt vermenin de önemli olduğu yadsınamaz bir gerçektir. Bu sayede öğrenciler değerlendirme sorularına verdikleri cevaplarda doğru, eksik ya da yanlış noktaları fark ederek cevaplarını düzeltme fırsatı bulabilir. Böylece öğretimin kalitesinin arttırılacağı düşünülmektedir. Bu nedenle TGA öğretim yöntemine Değerlendirme aşaması eklenerek TGAD şeklinde geliştirilmiştir.

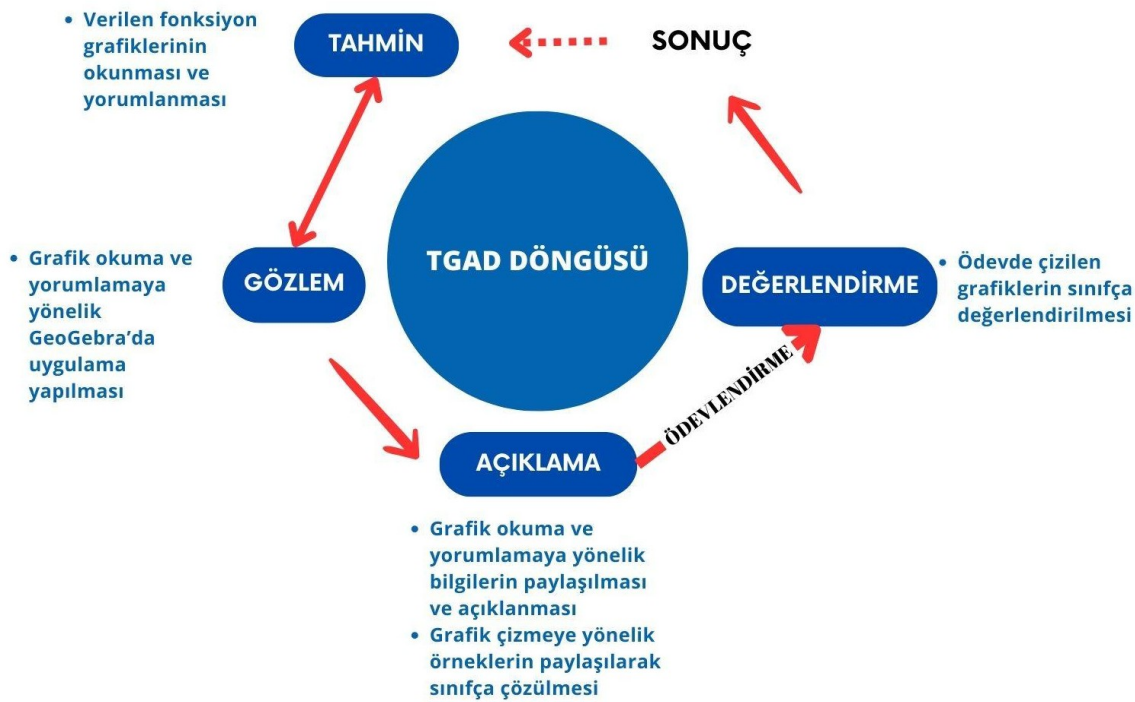
2.3.1.4. Değerlendirme Aşaması: Değerlendirme aşaması öğrencilerin TGA öğretim süreci sonunda öğrendikleri bilgileri bireysel olarak uygulayabilecekleri bir aşamadır. Dolayısıyla bu aşamada öğrencilere ürüne dönük görevler (Proje, araştırma ve ders dışı ödevlendirme vb.) verilmelidir. Öğrencilere verilen görevler sınıf içi ya da ders dışı uygulamalar olabilir. Bu görevler öğrenciler tarafından yapıldıktan sonra sınıf ortamında paylaşılarak yapılan hataların değerlendirilmesi yapılır. Dolayısıyla bu aşama öğrencilerin hem TGA öğretim sürecinden elde ettiği bilgiyi uygulayarak dönüt aldığı hem de arkadaşlarının bilgilerini değerlendirerek yapılabilecek farklı hataları gördüğü bir aşama olduğu için her yönüyle değerlendirme yaptığı bir aşamadır. Değerlendirme aşamasında

ödevlerde yapılan hatalar sınıf tarafından doğrudan görülemiyorsa bu hataların neler olabileceğine yönelik tahminler alınır. Daha sonra yapılan tahminlerin gözlemlenmesi ve son olarak tartışmalar yoluyla açıklanması sağlanır. Dolayısıyla TGAD'nin döngüsel bir yapısı olduğu için bilginin kurumsallaştıramadığı durumlarda süreç devam eder. Bu çalışmada fonksiyon grafiklerinin öğretimine ve grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan TGAD'a dayalı teknoloji destekli öğretim ortamında TGAD'nin nasıl uygulandığı aşağıda detaylı olarak açıklanmıştır.

2.3.2. Tahmin-Gözlem-Açıklama-Değerlendirme (TGAD)'nin Uygulanması: Bu çalışmada TGAD'nin uygulanmasına yönelik diyagram Şekil 4'te verilmiştir.

Şekil 4

Tahmin-Gözlem- Açıklama- Değerlendirme (TGAD) döngüsü



Çalışmada fonksiyon konusuna yönelik grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi amaçlandığından TGAD öğretim yönteminin her aşamasında ayrı bir becerinin yer aldığı Şekil 4'te görülmektedir. Tahmin aşamasında öğrencilerden verilen fonksiyon grafiklerini okumaları ve yorumlamaları, ardından yaptıkları tahminleri yazılı olarak kaydetmeleri istenmiştir. Daha sonra tahminlerini kısaca paylaşmaları istenir. Yapılan paylaşım sonrasında gözlem aşamasına geçilir. Gözlem aşamasında, tahmin aşamasında verilen her grafiğe yönelik GeoGebra uygulamaları bulunmaktadır. Bu uygulamaları yaparak gözlemlerini ve tahmin aşamasındaki düşüncelerinin değişip değişmediğine yönelik bir bölümü doldurarak açıklamalarını yazılı olarak kaydetmeleri istenir. Açıklama aşamasında ise öğrencilerle

birlikte tahminler ve gözlemlerin neler olduğuna yönelik sınıf içi tartışmalar yapılır. Tahminler ve gözlemler arasındaki çelişkili durumları gidermek için öğretmen öğrencilerle birlikte GeoGebra yazılımı kullanarak gözlemler ve iskele sorular aracılığıyla didaktik konuşmalar gerçekleştirir. Böylece öğretmen grafik okuma yorumlamaya yönelik bilginin genelleştirilmesini sağlamayı amaçlamaktadır. Ek olarak bu aşamada grafik çizme becerisini geliştirebilmek için konu ile ilgili temel bilgiler vererek bazı grafiklerin çizimine yönelik öğrencilerle birlikte gerek GeoGebra yazılımını kullanarak gerekse sınıf tahtasını kullanmak suretiyle örnekler çözülmüştür. Değerlendirme aşamasında öğretmen adaylarına grafik çizmeye yönelik ders dışı ödevlendirmeler yapılarak onlara verilen sürede yaptıkları ödevleri teslim etmeleri istenmiştir. Burada amaç öğretmen adaylarına daha önceki aşamalarda grafik okuma ve yorumlamaya dair öğrendikleri bilgileri uygulamaya koyarak kendi performanslarını ortaya çıkarabilecekleri ayrı bir zaman tanımaktır. Daha sonra dersi yürüten araştırmacı tarafından bu ödevler kontrol edilerek yapılan hatalar sınıflandırılır ve etik kurallar çerçevesinde öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar sınıfta paylaşılarak hataların neler olduğuna yönelik sınıf içi tartışmalar gerçekleştirilir. Bu aşama öğretmen adaylarının ders dışı bir zamanda tahmin, gözlem ve açıklama aşamasında öğrendikleri bilgileri, grafik çizmeye yönelik yaptıkları hatalarla yüzleştiği ve didaktik konuşmalarla doğrularını öğrendiği bir aşama olduğu için gerek kendini gerekse öğretim sürecini değerlendirdiği bir aşamadır. Bu nedenle “Değerlendirme” aşaması olarak isimlendirilmiştir. Sonuç olarak grafik okuryazarlığına yönelik bütünsel olarak bir öğrenme gerçekleştirmek ve bilginin öğretmen adayları tarafından kavramsallaştırılması ve içselleştirilmesini sağlamak için Değerlendirme aşamasının eklenmesinin önemli ve uygun olduğu düşünülmüştür.

2.4. Konu ile İlgili Yapılan Araştırmalar

Çalışmada TGAD’ye dayalı teknoloji destekli öğretim ortamının tasarlanması, öğretimin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının fonksiyon grafiklerine yönelik grafik okuryazarlık becerilerine etkisi ve öğretim sürecini yansıtmak amaçlanmaktadır. Dolayısıyla bu bölümde araştırma probleminin oluşturulmasında ve çözülmesinde sunulan önerilerle katkı sağlayan konu ile ilgili yapılan çalışmalar bulunmaktadır. Alanyazın taraması yapılırken çalışmalar “Fonksiyonlarla İlgili Yapılan Çalışmalar”, “Matematik Öğretiminde TGA Öğretim Yöntemine Yönelik Çalışmalar” ve “Matematik Öğretiminde Teknoloji Destekli TGA Öğretim Yöntemine Yönelik Çalışmalar” olarak üç başlık çerçevesinde incelenmiştir.

2.4.1. Fonksiyonlarla İlgili Yapılan Çalışmalar: Akkoç (2006) çalışmasında David Tall'un Graphic Calculus orijinal yazılımından Türkçe'ye çevirmiş ve Türkçe sürümü oluşturmuştur. Çalışmasında, fonksiyon dönüşümleri, trigonometrik grafikler ve türev konularının grafik analiz yaklaşımı ile öğretimine örnekler verilmiştir. Çalışmasının sonucunda bilgisayarın matematik öğretiminde kullanılmasının sağladığı avantajlardan ve dezavantajlardan bahsetmiştir. Buna göre bilgisayarın bilgiyi hızlı ve düzgün şekilde görsel ve dinamik olarak ürettiğini, dolayısıyla öğrencilerin karmaşık kavramları görselleştirmesine yardımcı olduğunu, kişinin zihninde var olan düşünceleri ekranda görerek somutlaştırdığını ve öğrencinin bilgisayar etkileşimi sayesinde ekrandaki çıktıları gözlemleyerek tahminde bulunmasına imkân sağladığını belirtmiştir.

Tekin ve diğerleri (2009) tarafından yapılan çalışmada ortaöğretim öğrencilerinin çeşitli fonksiyon grafiklerini çizibilme becerileri incelenmiştir. Bu çalışmada, 10. sınıf öğrencilerinin doğrusal, parabolik, logaritmik, trigonometrik ve üstel fonksiyonların cebirsel ifadelerini grafikleştirme yetenekleri belirlenmiş ve Anadolu Lisesi, Fen Lisesi, Anadolu Öğretmen Lisesi ve Yabancı Dil Ağırlıklı Lise öğrencileri arasında karşılaştırma yapılmıştır. Toplamda 100 öğrenci bu araştırmaya katılmıştır. Çalışmada, nitel araştırma yöntemlerinden özel durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilere bahsi geçen grafikleri çizmeleri gereken beş açık uçlu sorudan oluşan bir test uygulanmıştır. Veriler, öğrenci cevapları önceden hazırlanan cevap anahtarı çerçevesinde değerlendirilmiştir. Sonrasında öğrencilerin grafik çizimleri doğru, kısmen doğru, yanlış veya boş olarak sınıflandırılmış ve frekansları ile yüzdeleri hesaplanmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin en başarılı olduğu grafiklerin doğrusal fonksiyonlar olduğu ve Fen Lisesi, Anadolu Lisesi ve Anadolu Öğretmen Lisesi öğrencilerinin tamamının doğru çizim yaptığı belirlenmiştir. İkinci dereceden fonksiyon grafiklerini çizmede ise Fen Lisesi öğrencilerinin diğer okullara göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Diğer lise türlerindeki öğrencilerin ise ikinci dereceden fonksiyon grafiklerini çoğunlukla yanlış cevapladığı saptanmıştır. Yanlış çizim yapan öğrenciler, ikinci dereceden fonksiyonların grafiğini çizer gibi davranmışlardır. Öğrencilerin çoğunun logaritmik ve üstel fonksiyonların grafiklerini çizemedikleri tespit edilmiştir. Trigonometrik grafiklerin çiziminde ise Fen Lisesi ve Anadolu Lisesi öğrencilerinin oldukça iyi performans gösterdiği görülmüştür. Diğer lise türlerindeki öğrencilerin ise tamamına yakınının bu grafikleri çizemediği gözlemlenmiştir. Bu sonuçlar, öğrencilerin açı değerlerini grafiğe aktarmada eksiklikleri olduğunu göstermektedir. Genel olarak, veri tablosunu doğru bir şekilde oluşturabilen öğrencilerin grafikleri de doğru bir şekilde çizdikleri tespit edilmiştir. Bu bağlamda, öğrencilerin kendi veri tablolarını oluşturabilme becerilerine yönelik çeşitli

fonksiyon grafiklerini çizme etkinliklerine matematik derslerinde daha fazla yer verilmesi önerilmiştir.

Egin (2010) tarafından yapılan yüksek lisans tez çalışmasında öğrencilerin fonksiyonel anlamda var olan grafik okuma ve oluşturma becerilerinin didaktik antlaşma ve çoklu temsiller teorileri yardımıyla incelenmesi amaçlanmaktadır. Çalışma nitel araştırma yöntemlerinden özel durum ile yürütülmüştür. Araştırmada nitel veri toplama araçları kullanılmıştır. Çalışma grubu 12. sınıfta öğrenim gören 120 lise öğrencisi ve ortaöğretim matematik öğretmenliği programının bölümünün beşinci sınıfında okuyan 30 matematik öğretmeni adayından oluşmaktadır. Öncelikle öğrencilerin grafikleri okuma ve oluşturma becerilerini anlamaya yönelik anket yapılarak verilen cevaplar kategorilere ayrılmıştır. Daha sonra her bir kategoride bulunan bir ya da iki öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Son olarak aynı anket öğretmen adaylarına uygulanmış ve öğretmen adaylarının konuyla ilgili yaklaşımları incelenmiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin grafik okuma ve yorumlama etkinliklerinde değişkenler üzerinde değişiklikler yapıldığında sıkıntı yaşadıkları tespit edilmiştir.

Yavuz ve Kepceoğlu (2010) çalışmalarında öğrencilerin fonksiyonlarda işlemler konusuna grafikler üzerinden yaklaşımlarını tespit etmeyi amaçlamışlardır. Çalışma grubu 65 lise son sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden özel durum ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak beş sorudan oluşan bir anket kullanılmıştır. Bu kapsamda sorulara verilen cevaplar çoklu temsiller ve didaktik antlaşması kavramları yardımıyla analiz edilmiş ve öğrencilerin grafik okuma ve oluşturma becerileri ile ilgili kestirimlerde bulunulmuştur. Veriler içerik analizi yöntemiyle çözümlenmiştir. Verilerin analizinden elde edilen en önemli sonuç, cebirsel işlemleri yapmada çok iyi durumda olan öğrencilerin aynı başarıyı grafiklerle ilgili işlemlerde gösteremedikleri görülmüştür. Ayrıca kavramsal anlamının yetersizliği nedeniyle birçok öğrenci grafiklere fonksiyon kavramından bağımsız bir yaklaşımda bulunarak soruyu yanıtlamaya çalışmıştır. Bu durum temsil geçişliliğinin yeterli olmadığı göstermekte ve didaktik antlaşması kavramının önemini ortaya çıkarmaktadır. Eğer devamlı olarak antlaşma çerçevesinde yani öğrencilerin beklentileri yönünde sorular kullanılırsa, öğrenciler belki soruları doğru cevaplayacaklardır. Fakat onların gerçekte neyi, ne kadar öğrendiğini kontrol etme şansı elde edilemeyecektir. Bu nedenle öğretmenlerin öğretimde bu çalışmada kullanılan soru tipine benzer, müfredata uygun ancak öğrencilerin beklentileri dışında ve farklı bir bakış açısı gerektiren soru tipleri kullanarak öğretmen-öğrenci ve bilgi-öğrenci arasındaki mevcut antlaşmaların bozulması araştırmacılar tarafından önerilmektedir. Bu sayede öğrenciler rutinin dışına çıkıldığı için kavramlar

hakkında bilgilerini ve düşünme süreçleri tekrar sorgulama imkânı elde edeceklerdir. Öğretmenlerde öğrencilerdeki eksik ve yanlış öğrenmeleri gözleme ve bunlara karşı önlemler alma fırsatı elde edecekleri belirtilmiştir.

Baştürk (2010), araştırmasında dokuzuncu sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerinin kullanımını gerektiren sorulardaki performanslarını belirlemeyi amaçlamıştır. Üç farklı lisenin dokuzuncu sınıfında öğrenim gören 229 öğrencinin katıldığı çalışmada verileri toplamak için açık uçlu yedi sorudan oluşturulan yazılı bir anket kullanılmıştır. Verilen cevaplar analiz edildikten sonra genel ve alt kategorilere göre düzenlenmiş ve işlenmesi için kavramsal bir yapı oluşturularak her bir kategorinin hangi sıklıkla tekrar ettiği (frekansı) bulunmuştur. Araştırmada öğrencilerin fonksiyonların cebirsel temsilde grafiksel ve sözel temsillerine kıyasla daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca grafiksel temsilin kullanımını gerektiren soruya ise hiçbir öğrencinin doğru cevap veremediği görülmüştür. Dolayısıyla öğrencilerin temsiller arasındaki geçişlerde önemli sıkıntılar yaşadıkları gözlemlenmiştir. Bu nedenle araştırmacı öğretmenlere kavramsal öğrenmelerinin daha nitelikli olabilmesi adına, kavramlar öğretilirken kavramların farklı temsillerine yer verilmesinin ve derslerinde temsiller arasında geçişler yapılmasına imkân tanıyan etkinlikler kullanmalarını önermektedir. Araştırmacılar için fonksiyon haricindeki başka kavramlarda da öğrencilerin çoklu temsillerdeki performanslarının incelenmesini ve çalışma kapsamında öğretmenlerin ders anlatımlarının da gözlenmesini önerisinde bulunmaktadır.

Hatırsarı ve Çetinkaya'nın (2010) çalışmasında, öğrencilerin doğrusal ve sabit fonksiyon kavramı ile bunların grafiksel gösterimi algılarının incelenmesi amaçlanmaktadır. Araştırmanın örneklemini endüstri meslek lisesi onuncu sınıfta öğrenim gören 130 öğrenci oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak gerçek yaşam durumu problemi ve öğrenci mülakatları kullanılmıştır. Çalışma, nitel araştırma olup verilerin analizinde içerik analiz yöntemi uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda meslek lisesi öğrencilerinin fonksiyonun tanım ve değer kümesi, sıralı ikililer, doğrusal ve sabit fonksiyon kavramı ile bunların grafiksel gösterimini tanıma noktasında temel güçlüklerinin olduğunu tespit edilmiştir. Öğrencilerin bahsi geçen güçlüklerini aşması için öğrenim gördükleri meslek alanına yönelik problem durumlarının kullanılması ve derslerde grafik çizilebilen hesap makinesi veya bilgisayar yazılımları gibi uygun teknolojilerden istifade edilmesi önerilmektedir.

Mahir (2010), çalışmasında Matematik I-II derslerini alan öğrencilerin bir fonksiyonun grafiğini yorumlama yeterliliklerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğrencilerin matematik dersindeki başarı derecelerine göre, her biri yaklaşık

olarak aynı seviyede olan iki gruba ayrılmıştır. Birinci grup 51, ikinci grup ise 52 öğrenciden oluşturulmuştur. Gruplardan birine gerçek hayattaki olaylarla ilgili, diğer gruba ise saf matematik fonksiyon grafiklerini yorumlamaya yönelik problemler yöneltilmiştir. Daha sonra her gruptaki öğrencilerin cevaplarına ve yazılı açıklamalarına göre doğru ve yanlış cevaplar şeklinde iki kategoriye ayrılmıştır. Bulgular gerçek hayatla ilişkili grafiklerin yorumlamasına yönelik grupta diğer gruba göre doğru cevap veren öğrenci sayısının daha fazla olduğu göstermiştir. Araştırmacı öğrencilerin gerçek yaşam olayları ile ilişkili fonksiyon grafiğini yorumlamada başarılı oldukları sonucuna ulaşmıştır.

Thomas ve diğerleri (2010) tarafından yapılan çalışmada doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonların grafik ile cebirsel temsilleri arasında geçiş yaparken öğrencilerin beyinlerindeki aktiviteleri gözlemleyebilmek amacıyla fonksiyonel manyetik rezonans görüntüleme cihazı kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemi on üniversite öğrencisinden oluşmaktadır. Fonksiyonlar aynı formatta (grafikten grafiğe, cebirden cebire) ya da farklı formatlarda (grafikten cebire, cebirden grafiğe; çapraz format) öğrencilere verilmiştir. Öğrencilerden peş peşe sunulan iki fonksiyon formatını incelemeleri ve sonrasında aynı fonksiyonu gösterip göstermediklerini açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin kullandıkları stratejiyle ilgili deneysel anketlerden hem nicel hem de nitel veriler toplanarak veriler analiz edilmiştir. Bulgular incelendiğinde öğrenciler açısından çapraz format koşullarının (grafikten cebire, cebirden grafiğe), aynı format koşullarından (grafikten grafiğe, cebirden cebire) doğru cevaplama bakımından önemli ölçüde daha zor olduğu tespit edilmiştir. Diğer taraftan farklı çeviri yönlerine (cebirden grafiğe ve grafikten cebire) yönelik beyin aktivitesinde veya davranış performansında çok az fark belirlenmiştir. Ancak araştırmada grafikten cebirsel formata dönüşümün ters yöne olan çeviriden daha zor olduğu tespit edilmiştir.

Baki ve diğerleri (2010) tarafından yapılan “Bir Sorunun Söyledikleri: Fonksiyonlar ve Grafikleri Konusunda Bir Özel Durum Çalışması” adlı araştırmada sınıf öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin fonksiyonlar konusundaki öğrenmelerini incelemek amaçlanmıştır. Bu kapsamda sınıf öğretmeni adaylarının Temel Matematik II ders içeriğindeki denklem ve fonksiyon kavramlarıyla ilgili yaygın yanlışlar araştırılmıştır. 350 öğretmen adayından 200’ünün cevap kâğıtlarında “ $f(x) = -2x^2 - 12x - 14$ ” fonksiyonunun tepe noktasını bulunuz ve grafiğini çiziniz. ” sorusuna verilen cevaplar içerisinde dikkat çekici yanlışlar belirlenerek incelenmiştir. Verilerin nitel analiz ile sınıflandırılması sonucu öğrencilerin; fonksiyonlar ve denklem kavramı, tepe noktasını bulma, koordinat sistemi ve grafik çizme konularında kavram yanılgısı olabilecek yanlışlar tespit edilmiştir. Öğrenciler fonksiyonlarda işlem yaparken belirli bir noktadan sonra ifadeyi bir denkleme dönüştürdükleri veya bir

denklemler gibi hareket ettikleri görülmüştür. İşlemsel boyutta hesaplanan verilerin grafiğe aktarılmadığı ve grafiğin çizilemediği tespit edilmiştir. Bu nedenle grafik çizimiyle ilgili öğrencilerin çizim yapmalarını sağlayıcı çalışma yaprakları ve bilgisayar destekli öğrenme ortamlarının oluşturulması önerilmektedir.

Bayazıt (2011), çalışmasında, fen bilgisi ve sınıf öğretmeni adaylarının grafik konusundaki bilgi düzeylerini araştırmıştır. Bu kapsamda güncel yaşam durumlarının yanı sıra fonksiyon ve denklem gibi matematiksel kavramlarının temsilinde kullanılan grafikleri öğrencilerin grafik okuma ve yorumlamada görsel, nicel ve nitel bilgi türlerinden hangisine sahip olduklarını ortaya çıkarmayı amaçlanmıştır. Araştırmaya 20 Sınıf ve 20 Fen Bilgisi öğretmenliği programında öğrenim gören toplam 40 öğretmen adayı katılmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden örnek olay kullanılmıştır. Verileri toplamak için yazılı sınav tekniği kullanılmış ve öğrencilere toplam sekiz tane açık uçlu soru yöneltilmiştir. Veriler içerik analizi metodu ile analiz edilerek sorulara verilen cevaplar içerisinde aynı temaya sahip olanlar yanlış görsel algı, doğru nicel algı, yanlış nicel algı, doğru nitel algı ve yanlış nitel algı şeklinde genel kategoriler altında toplanmıştır. Çalışmada öğretmen adaylarının önemli bir kısmı güncel yaşam durumları içeren grafikleri yorumlamada daha başarılı oldukları görülmüştür. Ayrıca bahsi geçen grafikleri yorumlarken öğretmen adaylarının nitel yaklaşımları kullandıkları tespit edilmiştir. Öğretmen adayları fonksiyon ve denklem grafikleri konusunda ise nitel bilgilere yeterli seviyede sahip olmadıkları görülmüştür. Bu durumun nedeni olarak bağlamsal yönü olan grafiklerin yaşamla ilişkilendirilmesi ve tecrübe edilmesine imkân vermesi nedeniyle global düzeyde anlaşılmasını kolaylaştırdığı ifade edilmektedir. Araştırmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında öğretmen adaylarının grafikleri anlama ve yorumlamada görsel algı düzeyinin ötesine geçtikleri ve önemli bir kısmının bu konuda nicel bilgilere sahip olduğu görülmektedir. Ancak bu düzeydeki öğretmen adaylarının cebirsel ve grafiksel gösterimleri birbirine dönüştürme ve grafiklerin ölçeklendirmesi noktasında sıkıntılar yaşadıkları, bazı öğretmen adaylarının da yükseklik-eğim yanlışlığına düştükleri de tespit edilmiştir. Araştırmacı mevcut durumdaki bu eksikliklerin giderilmesi için grafikte değer okumak ve cebirsel olarak verilen denklem veya fonksiyon grafiklerini noktasal yaklaşımlarla çizmek gibi nicel bilgi ve becerilerin gelişimini hedefleyen etkinliklerin yeterli olmayacağını vurgulamaktadır. Özellikle üniversite düzeyindeki öğrencilerin nitel bilgiler geliştirebilmeleri için grafiklerin genel yapısını ve gelişimini anlamayı ve temsil ettikleri fonksiyonel ilişkileri global düzeyde yorumlamaya olanak tanıyan yaşamla ilişkisi olan bağlamsal etkinliklerin kullanılması önerilmektedir. Ayrıca grafik hesap makineleri ve

etkileşimli bilgisayar programları gibi öğretim teknolojilerinden de yararlanılabileceğini ifade edilmektedir.

Zengin (2011) yüksek lisans tez çalışmasında trigonometrik fonksiyonlar ile bu fonksiyonların grafiklerinin öğretiminde, GeoGebra kullanımının 10. Sınıf lise öğrencilerinin akademik başarılarına ve matematik dersine yönelik tutumlarına etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Bu kapsamda araştırmada nicel araştırma yöntemi içerisinde yer alan ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel bir desen kullanmıştır. Deney grubu 25 ve kontrol grubu 26 olmak üzere toplam 51 öğrenciden oluşmaktadır. Deney grubunda GeoGebra ile desteklenen bir öğretim tekniğiyle dersler işlenirken, kontrol grubuna ise yapılandırmacı yaklaşım çerçevesinde bir öğretim yöntem benimsenmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak; trigonometri hazır bulunuşluk testi, trigonometrik fonksiyonlar ve trigonometrik fonksiyonların grafikleri başarı testi ve matematiğe yönelik tutum ölçeği kullanılmıştır. Elde edilen bulgular SPSS 15.0 paket programıyla istatistiksel analize tabi tutulmuştur. Hazır bulunuşluk testinde gruplar arasındaki karşılaştırmalarda bağımsız t-testi kullanılmıştır. Tutum ölçeği ve başarı testinde deney ve kontrol gruplarının kendi içlerinde karşılaştırılmaları için bağımlı t-testi, gruplar arasındaki karşılaştırmalar içinse bağımsız t-testi kullanılmıştır. Uygulama sonrası elde edilen verilere bakıldığında, kontrol grubunda yapılandırmacı öğrenme kuramı çerçevesinde ders işlenmesinin başarı testi ön test ve son test sonuçlarında anlamlı farklılık oluşturduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla yapılandırmacı öğrenme kuramı ışığında işlenen dersler öğrenci başarısını arttırmada etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Benzer şekilde deney grubunda da GeoGebra ile bilgisayar destekli eğitimin başarı testleri ön son test sonuçlarına anlamlı farklılık olarak yansıdığı görülmektedir. Deney ve kontrol gruplarının son test sonuçları karşılaştırıldığında ise GeoGebra kullanılarak bilgisayar destekli öğretim yöntemiyle derslerin işlendiği deney grubu öğrencileri, yapılandırmacı öğrenme kuramı kapsamında derslerin işlendiği kontrol grubu öğrencilerinden istatistiksel olarak anlamlı derecede daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Trigonometrik fonksiyonlar ve grafiklerinin öğretiminde GeoGebra kullanımının akademik başarıya etkisi istatistik olarak daha anlamlıyken, matematik dersiyse alakalı tutumlara etkisi yönüyle anlamlı bir farklılığın bulunmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmacılar için öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal davranışlarının öğrenme ortamındaki durumu nitel veriler kullanılarak da incelenebileceği önerilmektedir.

Pehlivan (2013), tarafından yapılan yüksek lisans tez çalışmasında matematik öğretmeni adaylarının fonksiyonlarda grafik gösteriminden model gösterime geçişlerde geliştirilen düşünme süreçlerinin incelenmesini amaçlanmaktadır. Bu amaçla çalışmada

açıklayıcı araştırma deseni kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcıları son sınıfta öğretim gören dört öğretmen adayından oluşmaktadır. Veriler yarı yapılandırılmış görüşme formu ve video kayıt aracılığıyla elde edilmiştir. Araştırmacı bazı katılımcıların model gösterimine geçiş esnasında grafiğin şekliyle grafiğin davranışı arasında karmaşa yaşadıkları belirlenmiştir. Araştırmacı bu durum oluşmasında öğretmen adaylarının matematiksel model gösterime yönelik kısıtlı bilgilerinden kaynaklandığı ifade edilmektedir. Araştırmanın sonuçları incelendiğinde öğretmen adaylarının fonksiyon kavramına yönelik kavramsal bilgilerinde eksikliklerin olduğu, bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki değişimi anlamlandırma ve yorumlama noktasında sıkıntılı bulduğu tespit edilmiştir.

Gök ve arkadaşları (2013) tarafından yapılan çalışmada, 12. sınıf öğrencilerinin ikinci dereceden polinom fonksiyonların grafiklerini çizerken kullandıkları teknikleri ve grafik çiziminde karşılaştıkları zorlukların incelenmesi amaçlanmaktadır. Veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen ikinci dereceden polinom fonksiyonların grafik çizimlerini içeren beş adet soru hazırlanmıştır. Araştırma, 12. sınıfta öğrenim gören 38 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Hazırlanan sorular öğrencilere yazılı olarak yöneltilmiştir. Öğrencilerin cevapları hatalar ve kullandıkları çizim teknikleri yönünden incelenerek en sık yapılan hatalar ve başvurulan teknikler tespit edilmeye çalışılmıştır. Araştırma sonunda, 12.sınıf öğrencilerinin ikinci dereceden polinom fonksiyonların grafik çiziminde en çok değer verme tekniğini kullandıkları tespit edilmiştir. Grafik çizimiyle ilgili en sık görülen öğrenci hatasının parabol grafiğinin doğrusal olarak çizilmesidir. Derslerde fonksiyonların grafik çiziminde farklı tekniklere yer verilmesinin öğrencilerin grafik temsili bilgilerini güçlendireceği önerisinde bulunulmuştur.

Hatıсарu ve Erbaş (2013), endüstri meslek lisesi öğrencilerinin fonksiyon kavramını anlama düzeylerinin yanı sıra liste yöntemi, grafik ve denklem temsillerle verilen bağıntılar içerisinde fonksiyon olup olmama durumlarını belirlemedeki başarılarını incelemişlerdir. Araştırmanın örneklemini 130 onuncu sınıf öğrencisi oluşturmaktadır Veriler iki bölümden oluşan bir test ve seçilen on öğrenciyle yapılan görüşmeler aracılığıyla derlenmiştir. Testin birinci bölümünde küme eşlemesiyle tanımlanmış bir fonksiyon ve bu fonksiyonla ilgili sorular; ikinci bölümde ise bazıları fonksiyon olan, bazılarıysa fonksiyon olmayan denklem, liste ve grafik temsilleriyle verilmiş bağıntılardan oluşmaktadır. Veriler içerik analizine tabi tutulmuştur. Bulgular incelendiğinde endüstri meslek lisesi öğrencilerinin genellikle fonksiyonu “işlev/özellik” olarak tanımladıklarını tespit edilmiştir. Liste yöntemi, grafik veya denklem şeklinde verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığına karar vermede fonksiyonun matematiksel tanımını işlevsel kullanamadıklarını belirlenmiştir. Fonksiyonun tanım, değer ve

görüntü kümelerini bulma konusunda güçlüklerin yaşandığı sonucuna ulaşılmıştır. Öğretim programı doğrultusunda hazırlanan ders kitaplarında Venn şeması ve liste yöntemiyle verilen bağıntıların ek olarak grafik, cebirsel ifadeler, değişim tablosu ve sözel ifade temsillerinin de kullanılması ve bu temsiller arasındaki ilişkilerin kuvvetlendirilmesi gerektiği önerisi sunulmuştur.

Erdoğan (2016), fonksiyon kavramına grafik odaklı bir yaklaşımda karşılaşılan zorlukları belirleyerek bu yaklaşımın başarılı olabilmesi için öğretim programlarında ne tür değişikliklerin yapılması gerektiğini ve matematik derslerinde ne tür faktörlerin dikkate alınması gerektiğini incelemiştir. Araştırma ilköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıfta öğrenim gören Genel Matematik dersi kapsamında gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın örneklemi 49 öğretmen adayından oluşmaktadır. Araştırmada söz konusu dersin başlangıcında fonksiyonların grafiksel özelliklerine yönelik sorulara verilen yazılı cevaplarla öğretimin sonunda sorulan sorulara verilen yazılı cevaplar analiz edilerek karşılaştırılmıştır. Bulgular incelendiğinde öğretim öncesi sorulan soruların hiçbirisinde öğretmen adaylarının grafiksel bir çözüm aramadıkları ve cevaplarının büyük kısmının cebirsel yöntemler üzerinden yapıldığı tespit edilmiştir. Öğretim sonrası sorulan sorularda ise öğretmen adaylarının çoğunluğu grafik temelli yöntemleri kullanmamış, grafik temelli yöntemlerin açıkça istendiği durumlarda ise bu yöntemleri yanlış veya eksik kullanmıştır. Bu sonuçlar, grafiksel yaklaşımın gerektirdiği zengin ve iç içe matematiksel kavram kümesi, cebirsel dil ve sembolizmin grafiksel yaklaşımdaki önemi, grafiksel ve cebirsel düşüncenin tarihsel ve epistemolojik kökenleri bağlamında yorumlanmıştır.

Özgen ve diğerleri (2017) tarafından yapılan çalışmada, lise öğrencilerinin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerilerinin tespit edilmesi amaçlanmıştır. Araştırma, 10. sınıf seviyesindeki 48 öğrenciden oluşan bir örnekleme sahip olup, nitel araştırma yöntemlerinden özel durum deseni kullanılarak yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak beş açık uçlu sorudan oluşan bir test kullanılmış ve elde edilen veriler betimsel analize tabi tutulmuştur. Çalışma sonuçlarına göre, öğrencilerin büyük bir kısmının temel trigonometrik fonksiyonlar olan $\sin(x)$ ve $\cos(x)$ grafiklerini çizmede başarılı oldukları belirlenmiştir. Ancak, bazı öğrencilerin $\sin(3x)$, $\arctan(x)$ ve $\operatorname{cosec}(x)$ gibi diğer fonksiyonların grafiklerini çizmede başarısız oldukları gözlemlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların periyotlarını belirlemede güçlük çektikleri ve doğru belirleyenlerin bir kısmının bu periyodu grafiksel olarak göstermekte zorlandığı saptanmıştır. Çalışmadaki diğer bulgular ise öğrencilerin trigonometrik ifadeleri bir fonksiyon olarak algılamada zorlandıkları ve trigonometrik fonksiyonların grafiklerini oluştururken doğrusal

bir fonksiyon grafiği gibi çizdikleri şeklindedir. Bu durum, öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların grafiksel ilişkilendirmeyi yeterince kullanamadıklarını göstermektedir. Araştırmada sonuç olarak, öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların grafik çizimlerinde grafiksel ilişkilendirme becerilerini yeterince kullanamadığını ortaya koymuştur. Öğretmenlerin trigonometrik fonksiyonların daha iyi anlaşılması için çeşitli temsillerin kullanılması gerektiği ve özellikle grafiksel ilişkilendirmeyi diğer temsillerle birlikte eş zamanlı olarak vererek öğrencilerin anlayışını artırmak için çaba göstermeleri önerilmiştir.

Özaltun Çelik ve Bukova Güzel (2017) tarafından nitel bir durum çalışmasıyla yürütölen bu araştırmada öğrencinin ikinci dereceden bir fonksiyonu analiz ederken ve grafiğini çizerken zihnindeki kavramları ve bunların altında yatan nedenleri ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Veriler toplanırken 11. sınıfta öğrenim gören Özgür ile klinik görüşme yapılmış ve görüşme kamera ile kaydedilmiştir. Klinik görüşmenin başında öğrenci var olan bilgisini hatırlamaya çalışmış ancak başarılı olamamıştır. Öğrenci verilen ikinci dereceden fonksiyonun doğrusal bir fonksiyon olduğunu ifade etmiş, grafiğinin bir parabol olduğunu ve parabolün yukarı veya aşağı doğru açıldığını düşünmesine rağmen, cebirsel gösterimi grafik gösterimle ilişkilendirmemiştir. Öğrenci görüşme ilerledikçe, kavramı ve özelliklerini düşünmeye başlamış araştırmacının görüşme sırasında sorduğu sorularla, yanlış anlaşıldığını fark etmiştir. Öğrenci daha sonra doğrusal fonksiyon ile ikinci dereceden fonksiyon arasındaki farkı anlayarak simetri eksenini ve bunun ikinci dereceden fonksiyon için önemini ortaya çıkarmıştır. Araştırmacılar ikinci dereceden fonksiyonların öğretiminde bu düşüncelerin yansıması ve kavramla ilgili görevlerin kavramsal öğrenme için önemli olduğunu belirtmişlerdir.

Olsson (2018) çalışmasında doğrusal fonksiyonlarda öğrencilerin akıl yürütmelerinin bilgisayar yazılımı olan GeoGebra tarafından oluşturulan geri bildirimleri kullanmalarına nasıl katkıda bulunduğunun incelenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin akıl yürütme yolları ve GeoGebra'dan gelen geri bildirimleri kullanma yolları, problem çözümedeki başarılarıyla ilişkisi de incelenmiştir. Katılımcılar 16-17 yaşlarında 16 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırma didaktik durum teorisi çerçevesinde sosyal bir bağlamda etkileşim yoluyla bilginin geliştirilmesi kapsamında yürütölmüştür. Araştırmanın sonuçları, görevi başarıyla çözen öğrencilerin yaratıcı akıl yürütme ile meşgul olduklarını ve geri bildirim yoğun bir şekilde kullandıklarını göstermiştir. Çalışmada GeoGebra'dan gelen geri bildirim yorumlanmasının, görevi çözümede başarı için çok önemli olduğunu ve GeoGebra'daki faaliyetlerin sonucuna ilişkin tahminin, yazılımdan gelen geri bildirim verimli bir şekilde kullanmak için önemli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Görevde başarılı olan öğrencilerin

kendilerinin GeoGebra'nın desteğiyle, adım adım yönergeler olmaksızın gerekli temsilleri oluşturma ve kurallara ilişkin sonuçlar çıkarma yeteneğine sahip olduklarını göstermektedir. Çalışmada görevi çözemeyen öğrenciler de olduğu belirtilmektedir. Araştırmacı öğretmen ve/veya ders kitabı öğrencilere bir çözüm yöntemi sunarsa, muhtemelen görevi başarıyla çözecekleri ifade edilmektedir. Ancak bu durumda büyük ihtimalle akıl yürütmeleri taklitçiliğe dönüşecek, yani çözüm yöntemini matematiğe dayalı bir gerekçelendirmeden uyarlayıp uygulayacakları belirtilmektedir. Bu nedenle çalışmanın sonuçlarına göre, öğretmenlerin öğrencileri GeoGebra'daki etkinliklerin sonuçlarını tahmin etmek için teşvik etmesi gerektiği ve öğretmenlerin görevin nasıl çözüleceğini açıklamak yerine, öğrencilerden çözüm yöntemlerini ve çözümlerini gerekçelendirmelerini istemeleri önerilmektedir.

Rodriguez (2018) tarafından grafik hesap makinelerinin cebir dersinde yer alan fonksiyon ve dönüşümlerinin öğrencilerin başarısına, memnuniyetine ve öğrenme motivasyonuna etkisi incelenmiştir. Bu kapsamda yarı deneysel bir çalışma tasarlanmıştır. Çalışmanın örneklemini grafik hesap makinesinin kullanıldığı deney grubu (N = 33) ve kullanılmadığı kontrol grubunu (N = 42) olmak üzere toplam 75 üniversite öğrencisinden oluşmaktadır. Araştırmacı veri toplama aracı olarak dersle ilgili memnuniyetlerini ve öğrenme motivasyonunu ölçmek için bu öğrencilerin 0-100 arasındaki final notlarının yanı sıra iki anket maddesine verdikleri yanıtları kullanmıştır. Verilerin analizi için üç bağımsız t testi kullanmıştır. Araştırmacı ayrıca karma bir model ANOVA gerçekleştirdi. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre grafik hesap makinelerinin kullanımının öğrencilerin üniversite cebirindeki fonksiyonlar ve dönüşümlerini anlamada deney grubu lehine anlamlı bir farklılık oluşturmadığı, ancak, öğrencilerin grafik hesap makinelerine ilişkin algılarını iyileştirdiği tespit edilmiştir. Çalışma kapsamında araştırmacılara üniversite öğrencilerinde teknoloji kullanımının matematiksel fonksiyonları anlama ve görselleştirmede fayda sağlayıp sağlamadığının yönelik daha detaylı araştırılması gerektiği önerisinde bulunulmuştur.

David ve diğerleri (2018) tarafından yapılan çalışmada, üniversite öğrencilerinin gerçek değerli fonksiyonların grafikleri düşünme özelliklerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu kapsamda öğrenciler fonksiyon grafiğinin çıktılarını, bir grafik üzerindeki noktaları ve bir bütün olarak bir grafiği nasıl yorumladıkları araştırılmıştır. Çalışmanın katılımcıları ara değer teoremini kapsayan derslerden herhangi birini alan dokuz lisans öğrencisinden oluşmaktadır. Araştırmanın verileri klinik mülakatlar ve video kayıt aracılığıyla toplanmıştır. Öğrencilerin grafiklere yönelik yorumları kodlanarak kategorize edilmiştir. Analiz sonucunda öğrencilerin grafiklere yönelik düşüncelerinde değer düşünme ve konum düşünme odaklı hareket ettikleri tespit edilmiştir. Yani bazı öğrenciler noktaları girdi ve çıktı değeri çiftleri olarak yorumlamış

ve etiketlemiş, diğerleri ise noktaları uzaydaki konumlar olarak yorumlamış ve çıktı notasyonu ile etiketlemişlerdir. Araştırmacılar değer odaklı düşünmenin, bu çalışmada öğrencilerin ara değer teoremi ve benzeri ifadeleri doğru bir şekilde değerlendirmelerine destek olduğunu belirtmektedirler. Bununla birlikte, geometrik ortamlardaki diyagramlar gibi diğer bağlamlarda, konum düşüncesinin tercih edilebileceği ifade edilmektedir. Ek olarak, parametrik eğrilerin grafikleri gibi diğer bağlamlar, aynı görüntünün çeşitli yönlerini yorumlamak için hem konum hem de değer düşünmeyi gerektirebileceği düşünülmektedir. Öğrencileri bu iki düşünme şeklini geliştirebilmeleri için, eğitmenler ve müfredat geliştiricileri, öğrencilere her iki yolu da düşünmelerine katkı sağlayan ve bu ayrımı açığa çıkarmalarına olanak tanıyan durumları sunmaları önerilmektedir.

Ubah ve Bansilal (2018) çalışmasında grafik temsille ifade edilen ikinci dereceden fonksiyonları sembolik bir denklem türetmek için matematik öğretmeni adaylarının kullandıkları yöntemlerin incelenmesi amaçlamıştır. Bu kapsamda araştırma bir durum çalışması olarak tasarlanmıştır. Çalışmanın katılımcıları 42 matematik öğretmeni adayından oluşmaktadır. Örneklemin belirlenmesinde amaçlı örneklem seçim yöntemi kullanılarak 6 öğretmen adayıyla mülakat yapılmıştır. Veriler ikinci dereceden fonksiyonlar ve parabol hakkındaki bilgilerini ve anlayışlarını sorgulamayı amaçlayan bir göreve verilen yazılı yanıtlarından ve yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilmiştir. Veriler daha sonra içerik analize tabii tutulmuştur. Bulgular incelendiğinde, 25 katılımcının bir parabolün denklemini bir yöntemle belirleyebildiği, 11 kişinin ise iki farklı yöntemi kullanabildiği belirlenmiştir. Öğretmen adayları tarafından seçilen en yaygın yöntemin denklemin kesişme biçimine dayalı olan olduğu görülmüştür. Bazı katılımcılar, ikinci dereceden bir fonksiyonun denklem olarak ifade edilebileceği ancak denkleme türetmek için başarısız formlar oluşturulduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının çoğu, genel denklemin ikinci dereceden bir işlevi doğru bir şekilde temsil eden bir biçimde ifade edemediği belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının büyük bir kısmı, iki yöntem kullanarak ikinci dereceden bir fonksiyonun denklemini bulmakta zorlandığı tespit edilmiştir. Bu bulgular ışığında araştırmacı çalışmasında öğretmen adaylarının öğretilmeleri gereken okul düzeyindeki kavramlar hakkında sağlam bir anlayış geliştiremedikleri sonucuna ulaşmıştır. Çalışma, öğretmen eğitim programlarının bir parçası olarak okul düzeyindeki içeriğin pedagojik içerik bilgisini geliştirmeye yardımcı olmak için öğretmen adaylarına daha yapılandırılmış fırsatlar sağlanmasını önermektedir.

Wilkie (2019) çalışmasında öğrencilerin ikinci dereceden fonksiyonları anlamlandırmaları için genellemelerini, grafiklerini ve şekilsel büyüme modellerini incelemeyi amaçlamaktadır. Çalışmanın katılımcıları Avustralya'da ortaöğretimde (7. - 12.

Sınıf) öğrenim gören toplam 12 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmada çeşitli kapalı ve açık ikinci dereceden örüntü görevleri deneyimlenerek, farklı yıl seviyelerindeki temsiller arasındaki ikinci dereceden fonksiyonlara yönelik sezgiler incelenmiştir. Bu kapsamda öğrencilerle bireysel görüşmeler yapılmıştır. Bulgular incelendiğinde öğrencilerin kesikli değişkenleri grafiksel olarak temsil etmekte zorlandıkları tespit edilmiştir. Çalışmada öğrencilerin kendi şekillerini oluşturmalarının ikinci dereceden büyümenin doğasını görselleştirmelerine katkı sağladığı belirlenmiştir. Araştırmacı bu nedenle şekilsel büyüme modellerini incelemenin öğrencilerin ikinci dereceden fonksiyonlar hakkında bilgi edinmelerine yardımcı olabileceğini ifade etmektedir. Araştırmacı aynı zamanda genellikle ders kitaplarında bulunmayan temsiller arası geçişleri önermektedir. Yani bir modelin grafiğinden değerler tablosuna geçmek suretiyle eşleşen şekilsel bir büyüme modeli oluşturarak ardından genellemeye ulaşılmasının uygun olacağını ifade etmektedir. Ayrıca öğrencilerin ikinci dereceden çarpanlara ayırma ve dönüşümler gibi kavramları öğrenmelerini desteklemek ve görsel bağlamın potansiyelini incelemek için öğrencilerin farklı ikinci dereceden denklem formları için büyüyen kalıp yapısının araştırılmasının da değerli olacağı belirtilmektedir.

Çekmez'in (2019) çalışmasında bir parametrik eğrinin grafiği ile bileşen fonksiyonlarının türevleri arasındaki ilişkiyi öğretmek için tasarlanan öğretim dizisinin etkililiği incelenmiştir. Öğretim dizisinde GeoGebra yazılımı ve düşünce-eşleş-paylaş yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemi 19 matematik öğretmeni adayından oluşmaktadır. Veriler katılımcıların eğitimin içeriğine ilişkin anlayışlarını değerlendirmek amacıyla ön ve son test olarak iki karşılaştırılabilir test ile elde edilmiştir. Verilerin analizinde öğretmen adaylarının iki testteki performansları arasında fark olup olmadığını tespit etmek için test puanları üzerinde eşleştirilmiş örneklem t testi yapılmıştır. Araştırmanın bulguları incelendiğinde son test lehine anlamlı farklılığın olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin ön ve son testlerdeki performansları arasındaki önemli fark göz önüne alındığında, GeoGebra yazılımı ve düşün-eşleştir-paylaş tekniğiyle oluşturulan öğretim dizisinin öğrenme çıktılarında performansı iyileştirdiği ve etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Canevi (2019) çalışmasında fonksiyonlar ve fonksiyon grafikleri, analitik geometri ve doğru denklemleri alt öğrenme alanlarına yönelik GeoGebra destekli öğretimin öğrencilerin başarılarına ve tutumlarına etkisini incelemiştir. Araştırmada ön test son test kontrol grubu yarı deneysel desen kullanılmıştır. Deney grubunda GeoGebra yazılımı yardımıyla, kontrol grubunda ise geleneksel öğretim altı hafta sürmüştür. Veri toplama aracı olarak başarı testi ve matematiğe yönelik tutum ölçeğiyle kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda deney grubu lehine

anamlı bir fark çıktığı tespit edilmiştir. Araştırmada GeoGebra destekli öğretimin öğrenci başarısını daha çok arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Matematik öğrenmeye yönelik tutumlar incelendiğinde ise deney grubu öğrencilerinin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirdiği tespit edilmiştir.

Kobak Demir ve Gür (2019) tarafından yapılan çalışmada yapılandırmacı yaklaşım çerçevesinde teknoloji destekli bir öğrenme ortamında parabol kavramının soyutlama sürecinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma kapsamında soyutlama modeli olarak RBC+C (Recognizing (Tanıma), Building With (Kullanma), Constructing (Oluşturma), Consolidation (Pekiştirme)) kullanılmıştır. Çalışma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasıyla yürütülmüştür. Örneklem seçiminde kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu kapsamda bir öğretmen ve 20 öğrencisi çalışma grubu olarak belirlenmiştir. Veri toplama aracı olarak yapılandırılmamış gözlem, öğrenci ürünlerinden ve klinik mülakatlardan faydalanılmıştır. Elde edilen veriler betimsel analiz tekniğiyle incelenmiştir. Çalışmanın sonuçları incelendiğinde yapılandırmacı yaklaşım çerçevesinde teknoloji destekli öğrenme ortamının öğrencilerde parabol kavramına yönelik bilginin oluşturulması, pekiştirilmesi ve katkı sağladığı belirlenmiştir. Aynı zamanda teknolojinin öğrencilerin parabole yönelik farklı temsil biçimleri arasındaki farkı kendilerinin ulaşmasına olanak sağladığı görülmüştür. Uygulama sürecinde öğretmen tarafından ön bilgilerin hatırlatılması öğrencilerde yeni bilginin oluşumuna katkı sağladığı tespit edilmiştir. Ön bilgilerin eksik olduğu durumlarda ise öğretmen veya akran desteğinin dahi bilginin inşasında yetersiz kaldığı gözlemlenmiştir.

Birgin ve Acar (2020) çalışmalarında GeoGebra yazılımı kullanılarak bilgisayar destekli işbirlikli öğrenmenin 11. sınıf öğrencilerinin üstel ve logaritmik fonksiyonlardaki başarısına etkisi incelenmiştir. Çalışma yarı deneysel yöntem ile yürütülmüş olup deney grubu 18 kontrol grubu ise 17 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmada deney grubu için GeoGebra yazılımı kullanılarak bilgisayar destekli işbirlikli öğrenmeye dayalı etkinlikler ile, kontrol grubunda ise ders kitabına dayalı doğrudan öğretim yoluyla eğitim gerçekleştirilmiştir. GeoGebra yazılımı kullanılarak geliştirilen bilgisayar destekli işbirlikli öğrenmeye dayalı materyalde öğrencilere bilgiyi doğrudan vermek yerine, bilgiye keşif yoluyla ulaşmalarını sağlamak için ipuçları verilmiştir. Bu süreçte üstel ve logaritmik fonksiyonlar ve bunların grafiklerinin bilgi ve özelliklerinin keşfedilmesi ve bilgisayar destekli işbirlikli öğrenmeye dayalı materyalindeki direktiflerin netleştirilmesi amaçlanmıştır. Çalışmanın uygulama aşamasında, öğrenciler GeoGebra öğrenme ortamında akranları ile birlikte çalışma sayfalarını doldurarak gözlemlerini ve deneyimlerini tartışmaya teşvik edilmişlerdir. Araştırmada veriler, araştırmacılar tarafından geliştirilen ve çoktan seçmeli 20 maddeden oluşan matematik başarı

testi ile toplanmıştır. Her iki gruba da ön test ve son test olarak matematik başarı testi uygulanmıştır. Veriler SPSS-17.0 paket programı ile t-testi ve ANCOVA kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonuçları incelendiğinde GeoGebra yazılımının kullanıldığı bilgisayar destekli işbirlikli öğrenme ortamının öğrencilerin üstel ve logaritmik fonksiyonlardaki başarıları üzerinde ders kitabı temelli doğrudan öğretime göre anlamlı bir artış oluşturduğu tespit edilmiştir. Araştırmacılara, ilerideki çalışmalarda farklı matematik konularının öğretimi için dinamik matematik yazılımlarının kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim materyallerinin geliştirilmesini önermektedir. Bu materyallerin eğitimciler ve öğretmenlerle paylaşılması, ayrıca GeoGebra yazılımının öz yeterlik, kalıcılık, tutum ve kaygı gibi farklı değişkenler üzerindeki etkileri ile öğrencilerin öğrenme ortamına ilişkin görüşlerinin detaylı bir şekilde araştırılması tavsiye edilmektedir.

Bornstein (2020), “Trigonometrik Fonksiyonların Teknolojiyle Dönüşümlerini Öğretmek” adlı çalışmasında TrigReps adlı bir MATLAB programının öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların dönüşümlerini öğrenmelerine nasıl yardımcı olduğunun incelenmeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda nitel bir vaka çalışması yürütülmüştür. Çalışmada, trigonometrik problemleri çözmek için TrigReps kullanan üç öğrencinin yazılı ve sesli verileri incelenmiştir. Araştırmada öğrencilerin grup çalışmaları yazıya dökülmüş içerik analizine tabi tutularak kodlanmıştır. İlk kodlar, öğrencilere hangi temsillerin verildiğini, hangi temsilleri kullandıklarını, trigonometrik fonksiyonların oran veya birim çember tanımlarını kullanıp kullanmadıklarını, yanlış olup olmadıklarını ve kullandıkları belirli stratejileri içermektedir. Araştırmada grubun fonksiyon dönüşümü için yedi öğrenme hedefinden en az beşini öğrendiği belirlenmiştir. Çarpımsal dönüşümlerin ve toplamsal dönüşümlerin, parantez içindeki ve dışındaki dönüşümlerin etkilerini anladıkları görülmüştür. TrigReps'i kullandıktan sonra öğrencilerin grafiksel dönüşümlerin davranışına ilişkin verimli gözlemler yaptıkları tespit edilmiştir. TrigReps tarafından sağlanan temsiller, öğrencilerin cebirsel gösterimde yaptıkları değişiklikler ile grafik gösterimde ortaya çıkan değişiklikler arasında bağlantı kurmalarına yardımcı olduğu görülmüştür. Araştırmacı bu bulgular ışığında TrigReps'in, sorgulama ve düşünmeyi teşvik eden sınıf etkinlikleri ile birlikte kullanıldığında trigonometrik işlevlerin dönüşümlerini öğretmek için yararlı bir araç olabileceğini sonucuna ulaşmıştır. Çalışmada öneri olarak TrigReps'e ses temsiliinin dahil edilmesinin, öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların grafiksel dönüşümlerini nasıl öğrendiklerine, nasıl etkilediğine yönelik çalışmaların yapılabileceği ifade edilmektedir.

Erduran (2020) çalışmasında, fonksiyon kavramının öğretimi için teknolojiyle desteklenmiş öğrenme ortamının öğrenci başarısına etkisi ve oluşturulan öğrenme ortamına

yönelik öğrencilerin görüşlerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma nicel araştırma yöntemlerinden yarı deneysel model kullanılarak yürütülmüştür. Çalışmanın örneklemini deney grubunda 32, kontrol grubunda 32 olmak üzere toplam 64 lise birinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Araştırmanın amaçları doğrultusunda deney grubuna geliştirilen bilgisayar yazılımı ve grafik hesap makinesi destekli hazırlanan çalışma yapraklarıyla, kontrol grubunda ise geleneksel yöntemlerle öğretim yapılmıştır. Veriler fonksiyonlara yönelik hazırlanan başarı testi ve öğretim uygulamasından sonra öğrencilerin düşüncelerini incelemek amacıyla hazırlanan yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılarak elde edilmiştir. Nicel verilerin analizinde ortalama, frekans dağılımı, varyans analizi, t-testi ve Shaffe testi kullanılmıştır. Nitel veriler ise içerik analiziyle incelenmiştir. Bulgular incelendiğinde fonksiyonun tanım ve değer kümelerini kavrama ve belirleyebilmeye yönelik hazırlanan sorularda gruplar arasında anlamlı bir farklılık belirlenmiştir. Araştırmacı bu farkın fonksiyonun tanım ve değer kümesinin gösteriminde grafiksel ve cebirsel temsil biçimlerini bir arada kullanmadan ileri geldiğini düşünülmektedir. Öğrencilerin grafiği verilen bir fonksiyonun bazı özelliklerini grafikten okunması ile ilgili öğrenme ve becerileri ne ölçüde kazandığını belirlemeye yönelik sorularda başarı farklılıkları yönünden deney grubu lehine anlamlı bir farklılık tespit edilmiştir. Çalışmada “Grafik temsil biçiminden cebirsel temsil biçimine geçiş sağlanmış mıdır?” alt problemi kapsamında hazırlanan grafik ve cebirsel temsil biçimleri ve geçişleri ile ilgili sorulara verilen cevaplar başarı farklılıkları açısından incelendiğinde deney grubu lehine anlamlı bir farklılık elde edilmiştir. Araştırmacı bu noktadan hareketle teknoloji ile zenginleştirilmiş materyallerle yapılan öğretim uygulamalarının grafik temsil biçimlerine yeterli düzeyde yer verilmesi ve bu yönde çalışılmasına imkân tanınmasının deney grubu açısından olumlu çıktılar elde edilmesine imkân sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca geliştirilen çalışma yapraklarının grafik hesap makineleri ile kullanımı öğrencilerin fonksiyonunun grafik ve cebirsel temsil biçimlerine geçiş sürecini de kolaylaştırdığı belirlenmiştir. Öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde deney grubunda uygulanan dersler hemen hemen tümünün tarafından zevkli bulunduğu, bilgisayar ve grafik hesap makinesinin kullanımının öğretimde etkili olduğu ifadeleri açıklamalarına yansımıştır.

Misrom ve arkadaşlarının (2020) yaptığı çalışmada fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik GeoGebra kullanılarak uygulanan tümevarımsal akıl yürütme stratejilerinin öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerine etkisinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Ayrıca, Fonksiyon Grafikleri II dersi için üst düzey düşünme becerileri ile öğrencilerin tümevarımlı akıl yürütmeleri arasındaki ilişki incelenmiştir. Çalışmada nicel araştırma yöntemlerinden ön-son test tasarımıyla yarı deneysel desen kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini 94 öğrenciden

oluşmaktadır. Çalışmada deney grubu 1 (GeoGebra kullanarak tümevarımsal akıl yürütme yoluyla öğrenme), deney grubu 2 (tümevarımsal akıl yürütme yoluyla öğrenme) ve kontrol grubu (geleneksel öğrenme) olmak üzere üç grup oluşturulmuştur. Veriler fonksiyon grafiklerine yönelik hazırlanan test aracılığıyla toplanmıştır. Öğretim esnasında, Araştırmacılar üst düzey düşünme becerisini arttırmak amacıyla Deney Grubu 1 ve Deney Grubu 2'ye tümevarımlı bir akıl yürütmeye yönelik öğrenme stratejisi sunmak için etkinlikler geliştirmişlerdir. Etkinlikler tümevarımlı akıl yürütme adımları olan uygulama, analiz, değerlendirme, yaratma (oluşturma) aşamalarına dayanılarak hazırlanmış fonksiyon grafiği sorularından oluşmaktadır. Araştırmada çok değişkenli varyans analizi kullanılarak, öğrencilerin uygulama, analiz, değerlendirme ve oluşturma becerilerini içeren genel üst düzey düşünme beceri seviyesinin bu strateji ile geliştirilebileceği bulunmuştur. Bulgular incelendiğinde GeoGebra kullanılarak tümevarımlı akıl yürütme yoluyla öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin geliştirilebileceği belirlenmiştir. Çalışma ayrıca, GeoGebra kullanan tümevarımlı bir akıl yürütme stratejisi yoluyla kavramların öğrenilmesinin öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin gelişimi için uyurabileceğini ve geliştirebileceğini göstermektedir. Deney 2 grubunda da öğrenciler bu strateji ile öğrenmeyi deneyimledikten sonra üst düzey düşünme becerileri ile tümevarımlı akıl yürütme arasında pozitif bir ilişki olduğu belirlenmiştir. Araştırmacılar bu durumu tümevarımsal akıl yürütme stratejisinin üst düzey düşünme becerilerini arttırması öğrencilerin matematiği keşfetmeye teşvik edebilmesine bağlamaktadırlar.

Kul (2020) yüksek lisans tez çalışmasında “Fonksiyon Dönüşümleri” konusunun öğretiminde dinamik matematik yazılımı GeoGebra kullanımının 11. sınıf öğrencilerinin akademik başarıları, bilgilerinin kalıcılığı ve motivasyonlarına nasıl etki ettiğinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Çalışma nicel araştırma yöntemleri içerisinde yer alan ön test son test kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanılarak yapılmıştır. Araştırmanın örnekleme deney grubu 21, kontrol grubu 24 olmak üzere toplam 45 öğrenciden oluşmaktadır. Çalışma amacı doğrultusunda deney grubuyla GeoGebra destekli hazırlanan materyaller ve çalışma yapıları kullanılarak, kontrol grubunda ise MEB'in hazırladığı yıllık plan çerçevesinde öğretim yapılmıştır. Veriler Matematik Öğrenmeye Yönelik Motivasyon Ölçeği ve Fonksiyon Dönüşümleri Başarı Testi kullanılarak elde edilmiştir. Araştırmanın verilerin analizi için bağımlı ve bağımsız örneklem t testi, Mann Whitney U testi ve Wilcoxon Sıralı İşaretler testi kullanılmıştır. Araştırmada akademik başarı, bilgilerin kalıcılığı ve motivasyon puanlarına yönelik deney grubu lehine anlamlı farklılık çıktığı tespit edilmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuç incelendiğinde fonksiyon dönüşümleri konusunun öğretimine yönelik geliştirilen

GeoGebra destekli etkinlikler ve materyallerin kullanımının öğrencilerde ölçülmesi hedeflenen akademik başarı, matematiğe yönelik motivasyon ve bilgilerin kalıcılığı dikkate değer derecede arttırdığı belirlenmiştir.

Abdullayeva'nın (2021) çalışmasında matematik derslerinde kullanılan Graph 4.4 yazılımının özellikleri tanıtılmakta ve bu yazılımın fonksiyonların grafiklerinin öğretiminde kullanılması sonucunda öğrencilerin fonksiyon grafiklerini oluşturma ve yorumlama becerilerindeki gelişimi incelenmiştir. Araştırma deneysel bir çalışma olarak tasarlanmıştır. Örnekleme, deney grubu 24, kontrol grubu 22 olmak üzere 46 ortaokul 8. sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Deney grubunda fonksiyonlar konusu Graph 4.4 yazılımı kullanılarak işlenmiştir. Uygulamanın sonunda her iki gruba cevaplamaları için grafik oluşturmaya ve yorumlamaya yönelik 2 soru soruldu. Öğrenci cevapları doğru, kısmen doğru ve yanlış olmak üzere üç kategoriye ayrılarak analiz edilmiştir. Yapılan karşılaştırmada deney grubu ortalamalarının kontrol grubu ortalamalarına kıyasla daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Sonuç olarak Graph 4.4 yazılımının öğrencilerin grafik becerilerini geliştirdiği tespit edilmiştir. Çalışmada öğrencilerin fonksiyon grafikleri ve çözümleri ile ilgili öğrenmelerini teknolojik anlamda desteklemek amacıyla ortaokul matematik derslerinde Graph yazılımının kullanımını önerisi sunulmuştur.

2.4.2. Matematik Öğretiminde TGA Öğretim Yöntemine Yönelik Çalışmalar:

Sumartini (2017) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin iletişim becerilerini geliştirmek için TGA öğretim modeli ile yapılan matematik öğretiminin uygulanma sürecini anlatılmaktadır. Araştırma iki döngüden oluşan ve her döngüsü planlama, eylem uygulama, gözlem ve yansıtma olmak üzere dört aşamadan oluşan sınıf eylem araştırması ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak matematiksel iletişim beceri testi kullanılarak birinci ve ikinci döngüdeki matematiksel iletişim becerileri karşılaştırılmıştır. Araştırmanın birinci döngüsünde matematiksel iletişim becerileri düşük olan öğrencilerin oranı %23,25 olarak bulunmuştur. Araştırmacı gözlemlerine dayanarak bu bulgunun nedenini öğrencilerin TGA modeliyle öğrenmeye hala alışamamalarına bağlamaktadır. İkinci sonra matematiksel iletişim becerisinden yoksun öğrenci oranının %7 olduğu ve öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinde %4 oranında bir artış gerçekleştiği belirlenmiştir. Dolayısıyla TGA öğrenme modelinin öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini geliştirmede olumlu rol oynadığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca bu sonuca ulaşılmasında TGA'nın aşamalarının öğrenmenin iyileştirilmesinde önemli katkılar sağladığı ifade edilmiştir.

Kurino (2019) tarafından yapılan çalışmada ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin matematik dersindeki bilişsel yeteneklerini geliştirmek amacıyla TGA öğretim yöntemi

kullanılmıştır. Araştırma sınıf eylem araştırması yöntemi ile yürütüldüğü için iki döngüden oluşmaktadır. Çalışmanın sonuçlarına göre birinci döngüden sonra öğrencilerin başlangıç durumuna göre bilişsel yeteneklerinde bir artış olduğu görülmüştür. Birinci döngü sonunda yapılan testleri ise öğrencilerin %32'sinin tamamlayabildiği, %68'nin ise tamamlayamadığı tespit edilmiştir. İkinci döngü sonunda ise öğrencilerin bilişsel yetenek seviyelerinin birinci döngüye göre %16 oranında artış gösterdiği tespit edilmiştir. Ayrıca araştırmacı, öğrencilerin birbirleriyle ve öğretmenlerle etkileşimlerinin daha olumlu olduğu ve öğrenci bilişsel yeteneğinin, eğitim sürecinde gerçekleşen etkinliklerin akışıyla doğrudan ilişkili olduğunu ifade etmiştir. Bu bağlamda tahmin et-gözlemle-açıkla yönteminin, öğrencilerin matematik dersindeki bilişsel yeteneklerini geliştirmek için etkili bir yöntem olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Setyadi ve diğerleri (2019) çalışmasında, öğrencilerin matematiksel problem çözme becerileri üzerinde TGA stratejisinin açık uçlu sorularla desteklenmesinin etkisini araştırmıştır. Bu yarı deneysel çalışmada, bir lisenin üç farklı sınıfından ikisi deney grubu ve biri kontrol grubu olarak rastgele seçilmiştir. Deney grubundaki bir sınıfta açık uçlu sorularla desteklenen TGA stratejisine uygun bir öğrenme ortamı oluşturulurken, diğer deney grubunda sadece TGA stratejisine uygun bir öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Kontrol grubu, geleneksel yöntemlerle devam etmiştir. Çalışmada matematiksel problem çözme beceri testi kullanılarak veriler toplanmış, elde edilen veriler tek yönlü ANOVA ile analiz edilmiş ve önceden planlanmamış karşılaştırmalar için Scheffe testi kullanılarak analiz edilmiştir. Analiz sonuçlarına göre, açık uçlu sorularla desteklenen TGA stratejisinin uygulandığı deney grubundaki öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerinin, sadece TGA stratejisi uygulanan diğer deney grubu öğrencileri ve geleneksel öğrenme modeli kullanılan kontrol grubundaki öğrencilerden daha iyi olduğu görülmüştür. TGA stratejisi uygulanan deney grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerinin de kontrol grubundaki öğrencilerden daha üstün olduğu belirtilmiştir. Ayrıca, TGA stratejisinin öğrencilerin matematiksel becerilerini iyileştirmede etkili olduğu, TGA stratejisi ile birlikte açık uçlu soruların kullanılmasının bu etkiyi artırdığı ve öğrencilerin ön bilgilerini kullanarak problemlere çözüm bulma ve çözümlerini argümanlarla açıklama konusunda daha başarılı oldukları vurgulanmıştır.

Rosalifah (2019) çalışmasında TGA ve rehberli keşif öğrenme modellerinin öğrencilerin zekâ düzeyleri, matematik öğrenme çıktıları üzerindeki etkisinin deneysel olarak incelenmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda TGA ve rehberli keşif öğrenme modellerinin matematik öğrenme çıktıları üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Ayrıca öğrencilerin zekâ

düzeylerinin, matematik öğrenme çıktıları üzerindeki etkisi ve matematik öğrenme çıktıları ile ilgili öğrenme modelleri ile öğrencilerin zekası arasındaki etkileşim de incelenmiştir. Çalışma yarı deneysel bir araştırma yöntemiyle yürütülmüştür. Örneklem 256 öğrenciden oluşmaktadır. Öğrenciler rastgele küme örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Çalışma kapsamında 1. Deney grubunda TGA, 2. Deney grubunda rehberli keşif, kontrol grubunda ise geleneksel öğretim yöntemi benimsenmiştir. Veriler test ve dökümantasyon yöntemleriyle toplanmıştır. Verilerin analizi için eşit olmayan hücrelerle çift yönlü varyans analizi yapılmıştır. TGA ve rehberli keşif öğrenme modellerinin matematik öğrenme üzerindeki etkisinde bir fark olduğu tespit edilmiştir. Rehberli keşif ve geleneksel öğrenme modelleri arasında matematik öğrenme çıktıları üzerinde bir fark olmadığı belirlenmiştir. TGA ve geleneksel öğrenme modellerinin matematik öğrenme çıktıları üzerindeki etkisinde farklılıklar olduğu görülmüştür. Çalışmada TGA öğrenme modelinin rehberli keşif ve geleneksel öğrenme modellerinden daha iyi matematik öğrenme çıktılarına sahip olduğu, rehberli keşif ve geleneksel öğrenme modellerinin aynı öğrenme çıktılarına sahip olduğunu sonucuna ulaşılmıştır.

Gau ve Yang (2019) tarafından yapılan çalışmada, mobil öğrenme ortamıyla işbirlikçi TGA tabanlı bir öğrenme sistemi geliştirilerek ilkökul öğrencilerinin matematik öğrenme performanslarına etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma yarı deneysel desen, eşdeğer olmayan ön test-son test ve kontrol gruplu şekilde yürütülmüştür. Çalışmanın amaçlı örnekleme yöntemi ile iki sınıftan deney grubu 21, kontrol grubu 20 olmak üzere toplam 41 beşinci sınıf öğrencisini seçilerek oluşturulmuştur. Deney ve kontrol grubunda farklı öğretmenlerin etkisinden kaçınmak için iki gruba aynı öğretmen tarafından eğitim verilmiştir. Veri toplama aracı olarak ön test, son test ve kalıcılık testi kullanılan çalışmada veri analizi ANCOVA ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonucunda iki grup arasında anlamlı bir fark tespit edilememiştir. Deney gruplarının yüksek, orta ve düşük ön bilgili öğrencilerinin, kontrol grubundan daha iyi puanlara sahip olduğu belirlenmiştir. İşbirlikçi TGA öğrenme yaklaşımının, öğrencilerin matematik bilgilerini akranlarıyla tartışmalarına ve paylaşımlarına yardımcı olduğu belirlenmiştir. Ancak, tüm öğrencilerin aktif katılımını teşvik etmek ve her öğrencinin aktif olarak tartıştığından emin olmak için öğretim elemanlarının tartışma sürecine daha fazla dikkat etmeleri önerilmektedir.

Mania ve diğerleri (2021) tarafından yürütülen araştırma-geliştirme çalışması, öğrencilerin matematiksel eleştirel düşünme becerilerini geliştirmeye odaklanmıştır. Çalışmada ayrıca etno-matematik tabanlı TGA stratejisi ile öğrenci çalışma yapılarının kalitesinin geliştirilmesi ve değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Çalışma, analiz, tasarım,

geliştirme ve değerlendirme aşamalarını içeren ADDIE (Analysis (Analiz), Design (Tasarım), Development (Geliştirme), Implementation (Uygulama) ve Evaluation (Değerlendirme)) geliştirme modeli çerçevesinde tasarlanmıştır. Katılımcılar, Endonezya'da bir ortaokulda sekizinci sınıfa devam eden 26 öğrenciden oluşmaktadır. Çalışmada geliştirilen öğrenci çalışma yapraklarında, öğrencilerin yaşadıkları ortamla bağ kurmalarını desteklemek için geometrik ve matematiksel kavramlara yönelik etnik unsurların kullanıldığı ve TGA stratejisinin aşamalarını dikkate alan bir yapıda tasarlanmıştır. Veri toplama araçları olarak uzman doğrulama, öğrenci çalışma yaprakları gözlem tutanağı (öğrenci ve öğretmenlerin anketlere verdikleri yanıtların uygulanabilirliğini ölçmek için), öğrenci etkinlikleri, sınıf yönetimi ve test öğrenme çıktıları olmak üzere üç bölümden oluşan gözlem kâğıtları kullanılmıştır. Öğrenci çalışma yaprakları, ADDIE aşamalarına göre geliştirilmiş ve sınıfta uygulanmadan önce geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları yapılmıştır, bu çalışmalar neticesinde öğrenci çalışma yaprakları birkaç kez revize edilmiştir. Araştırmacılar, öğrenci çalışma yapraklarının son halinin sınıfta uygulandığını ve başlangıçta bazı öğrencilerin zorlandığını, ancak çalışmanın ilerleyen zamanlarında öğrencilerin çoğunlukla çalışma yapraklarındaki görevleri anlamakta zorlanmadan başarıyla tamamladıklarını gözlemlemişlerdir. Öğrenci çalışma yapraklarının TGA'ya göre tasarlanmasının, öğrencilerin tahminlerini doğrulama isteğini artırdığı ve gözlem aşamasında daha ilgili ve motive oldukları gözlenmiştir. Çalışma, yapılan denemeler ve veri analizleri sonucunda, etno-matematik temelli TGA öğrenme modeline uygun tasarlanan öğrenci çalışma yapraklarının, öğrencilerin matematiksel eleştirel becerilerini geliştirmede geçerlik, uygulanabilirlik ve etkililik kriterlerini karşıladığı sonucuna varılabileceği şeklinde değerlendirilmiştir.

Rani (2021) tarafından yapılan çalışmada, “Tahmin, Gözlem, Açıklama, Detaylandırma, Yazma ve Değerlendirme” (Prediction, Observation, Explanation, Elaboration, Write, Evaluation [POE2WE]) öğrenme modelinin öğrencilerin problem çözme ve matematiksel muhakeme yeteneklerini geliştirme üzerindeki etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmada yarı deneysel yöntem kullanılmıştır. Örneklem rastgele küme örnekleme yöntemi kullanılarak seçilmiştir. Veriler testler aracılığıyla toplanmış olup verilerin analizi çok değişkenli varyans analizi ile gerçekleştirilmiştir. Bulgular incelendiğinde problem çözme yetenekleri ve matematiksel muhakeme değeri 0,05'ten az olduğu belirlenmiştir. Araştırmada POE2WE öğrenme modelinin öğrencilerin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme becerilerinde bir artışa neden olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

2.4.3. Matematik Öğretiminde Teknoloji Destekli TGA Öğretim Yöntemine Yönelik Çalışmalar: Urban-Woldron (2015) çalışmasında, gerçek dünya uygulamaları

bağlamında bilgisayar tabanlı hareket dedektörleri kullanarak matematiksel kavramlara daha gerçekçi bir bağlamda erişimi sağlamak amacıyla öğrenme deneyimleri sunmuştur. Çalışmada, doğrusal, ikinci dereceden, üstel ve sinüs fonksiyonlarını tanıtmak için basit veri günlükleriyle birlikte altı aktivite yer almaktadır. Aktiviteler uygulanırken öğrenciler tahmin gözlem açıklama öğretim yöntemi kullanılmıştır. Öğrenciler, gerçek zamanlı olarak grafiği çizilen fiziksel verileri toplayarak bunları manipüle etmek ve analiz etmek için hareket sensörlerini kullanmışlardır. Veriler hemen anlaşılabilir bir grafik biçiminde sunulduğundan, öğrencilerin fiziksel dünyayı gözlemleyerek matematiksel bilgi oluşturarak öğrenmelerinde aktif rol almalarını sağladığı gözlemlenmiştir. Öğrenciler deneysel çalışmalarını yürütürken TGA formatı kullanarak, hareketle ilgili etkinlikler aracılığıyla eğimi ve mesafe-zaman grafiklerini çizerek eğitim hakkında bilgi edinmişlerdir. Ayrıca, değişim oranı olarak görülen eğimin anlamını araştırmak, öğrencilere, çok sayıda matematiksel temsil içeren kinematik grafikleri okuma, anlama ve yorumlama yetkinlikleri kazandırmıştır. Çalışmada sonuç olarak, öğrencilerin, kalıpları analiz etmek ve farklı hareket temsilleri arasındaki ilişkileri keşfetmek için tablo, grafik ve sembolik temsiller arasında verimli bir şekilde hareket etme yetisine sahip oldukları gözlemlenmiştir. Araştırmacı matematik öğretmenlerinin hareket sensörlerini sınıflarına nasıl entegre edebileceklerini keşfetmek için daha fazla çalışmanın yapılması gerektiği önerisinde bulunmuştur.

Baltacı ve Yıldız (2018) tarafından yapılan çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik yer problemlerini GeoGebra dinamik matematik yazılımıyla çözümleri esnasında TGA stratejisinin nasıl işlediği incelenmiştir. Çalışma nitel araştırma yöntemlerinden özel durum deseniyle yürütülmüştür. Araştırmanın katılımcıları altı ilköğretim matematik öğretmeni adayından oluşmaktadır. Katılımcılar belirlenirken amaçlı örneklem yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme kullanılmıştır. Veriler çalışma yapıları ve mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Verilerin analizinde nitel veri analiz tekniklerinden içerik analizi kullanılmıştır. Bulgular incelendiğinde öğretmen adaylarının çoğunun yanlış tahminlerde buldukları tespit edilmiştir. Gözlem aşamasında ise öğretmen adayları GeoGebra yazılımıyla oluşturulan geometrik yerleri gözlemleyerek tahminlerini düzeltmeye çalıştıkları ve hepsinin tahminlerini doğru cevapla değiştirdikleri belirlenmiştir. Çalışmada araştırmacıların geometrik yer problemlerinin GeoGebra yazılımı destekli çözümleri esnasında TGA stratejisinin kullanımının, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarına istenilen geometrik yerleri göstermede etkin bir araç olduğu sonucuna ulaştıkları görülmektedir.

Koparan (2019) tarafından yapılan bir çalışmada, olasılık öğretiminde oyun ve simülasyon kullanımının etkileri ve öğretmen adaylarının bu yaklaşıma ilişkin görüşleri özel bir durum çalışmasıyla araştırılmıştır. Bu çalışma, öğretmen adaylarına olasılıklı durumları içeren oyunlar sunmayı, oyunlara yönelik tahminlerini yapmalarını, az sayıda deneme için oyunları gözlemlmelerini ve çok sayıda deneme için simülasyonları kullanarak deneysel olasılık hesaplamaları yapmayı ve teorik çözümlerin anlaşılmasına yardımcı olan ilişkiler ve modeller sunacak bir öğrenme ortamı tasarlamayı ve değerlendirmeyi amaçlamıştır. Örneklemin, bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören 60 öğretmen adayından oluştuğu bu çalışmada, veri toplama aracı olarak çalışma yaprakları ile desteklenen oyunlar, sınıf içi gözlemler, dinamik yazılım ile oluşturulan simülasyon kesitleri ve öğretmen adaylarının görüşlerini belirlemeye yönelik değerlendirme formu kullanılmıştır. Çalışmada, sınıf içinde olasılık konusu ile ilgili altı adet oyun temelli etkinlik, simülasyonla desteklenmiş TGA stratejisiyle tasarlanıp uygulanmıştır. Araştırmanın verileri analiz edildiğinde, bazı öğretmen adaylarının çalışma yapraklarında oyun oynamadan önce yaptıkları tahminler ile oyun oynadıktan sonraki düşüncelerinin farklılaştığı ve oyunlardan sonra daha doğru cevaplar verdikleri gözlemlenmiştir. Araştırmacı, "TGA aşamalarına göre tasarlanan oyun temelli etkinliklerin öğrencilerin olasılık kavramını daha iyi anlamalarına katkı sağladığını" ifade etmiştir. Oyun ve simülasyonların, öğretmen adaylarının olasılık bilgileri ile gerçek hayat durumu arasında köprüler kurmada ve matematiksel bilginin anlaşılmasında önemli bir rol oynadığı belirtilmiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının sınıf içi etkinliklere ilişkin görüşlerinin alındığı ve tasarlanan öğrenme ortamına yönelik olumlu düşüncelerinin olduğu sonuçlarına ulaşılmıştır.

Elmas Baydar (2023) doktora tezinde istatistik öğretiminin doğasına uygun olduğunu düşünerek TGA stratejisinin, bilgisayar teknolojileriyle desteklendiği bir öğrenme ortamının (BiDeTGA), normal dağılım ve örnekleme dağılımı konularının öğrenilmesine etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmaya, bir devlet üniversitesinin iktisat ve işletme bölümlerinde okuyan öğrenciler katılmışlardır. Bu kapsamda çalışmada 40 öğrenci içeren iktisat bölümü deney grubu ve 61 öğrenci içeren işletme bölümü kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Deney grubunda, BiDeTGA stratejisi uygun tasarlanan etkinliklerle dersler yürütülmüşken, kontrol grubunda daha önceki yıllarda kullanılan uygulamalara benzer yöntemler devam ettirilmiştir. Veriler, araştırmacı tarafından geliştirilen ön ve son testlerle toplanmıştır. Ayrıca deney grubundan seçilen öğrencilerle yapılan klinik mülakatlar, BiDeTGA stratejisine uygun öğrenme ortamında kullanılan çalışma yaprakları ve araştırmacının tuttuğu alan notları da veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Uygulanan testler, geliştirilen kategorik puanlama cetveline

göre değerlendirilmiş ve bağımsız örneklem t-testi ve kovaryans analizi gibi istatistiksel analizler yapılmıştır. Nitel veriler ise betimsel analiz yöntemiyle değerlendirilmiştir. Araştırmadan elde edilen bulgular, BiDeTGA stratejisi uygun tasarlanan öğrenme ortamının, öğrencilerin normal dağılım ve örnekleme dağılımı konularındaki akademik başarılarında deney grubu lehine anlamlı bir farklılık oluşturduğunu göstermiştir. Elde edilen sonuçlar, BiDeTGA stratejisinin kullanıldığı öğrenme ortamında yapılan çalışmaların, öğrencilerin normal dağılım ve örnekleme dağılımı kavramlarını daha etkili bir şekilde öğrenmelerine yardımcı olduğunu ortaya çıkarmıştır. Ayrıca, tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin normal dağılım eğrisi ve normal dağılım parametreleri arasındaki ilişkiyi, neden standart normal dağılım dönüşümü yapıldığını ve örneklem büyüklüğü arttıkça örnekleme dağılımında meydana gelecek değişimleri anlamalarında ve sebeplerini açıklayabilmelerinde etkili olduğu görülmüştür. Bu çalışma sonuçlarına göre, normal dağılım ve örnekleme dağılımı kavramlarının öğretiminde BiDeTGA stratejisinin yanı sıra diğer çıkarımsal istatistik kavramlarını öğretirken etkileşimli ve dinamik öğrenme ortamları oluşturulması önerilmektedir. Ayrıca, teknolojinin etkin kullanıldığı ve bilişsel çatışmayı destekleyen sorular ve etkinliklerle öğrencilerin kavramları daha derinlemesine öğrenmelerine katkı sağlayacağı belirtilmiştir.

2.5. Alanyazın Taraması Sonucu

Fonksiyon ve fonksiyon grafikleri ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde çoğunun kavram yanlışlarını belirlemeye yönelik olduğu görülmüştür (Baştürk, 2010; Bayazıt, 2011; David vd., 2018; Erdoğan, 2016; Hatisaru ve Çetinkaya, 2010; Hatisaru ve Erbaş, 2013; Mahir, 2010; Özaltun Çelik ve Bukova Güzel, 2017; Özkaya ve İşleyen, 2012; Pehlivan, 2013; Thomas vd., 2010; Ubah & Bansilal, 2018; Wilkie, 2019). Ancak ilgili alanyazın incelendiğinde fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik yapılan çalışmaların nispeten sınırlı sayıda olduğu görülmüştür (Birgin ve Acar, 2020; Bornstein, 2020; Çekmez, 2019; Erduran, 2020; Misrom vd., 2020; Olsson, 2018). Fonksiyon grafiklerine yönelik hataları ya da kavram yanlışlarının belirlenmesine yönelik yapılan pek çok çalışmada görsel olarak somutlamayı kolaylaştırdığı için bu konuda teknoloji destekli öğretimin yapılması gerektiği belirtilmiştir (Akkoç, 2006; Baki vd., 2010). Teknoloji destekli öğretimin yapıldığı çalışmaların bazılarında fonksiyon grafiklerinin öğretimine katkı sağladığı sonucuna ulaşılırken (O'callaghan, 1998), bazı çalışmalar ise etkili bir öğretim yöntemi olmadığını belirtmektedir (Nagel, 1994; Rodriguez, 2018).

Çalışmalarda farklı sonuçların elde edilmesinde hangi teknolojik aracın tercih edildiği, ne şekilde kullanıldığı ve öğretim yöntem ve tekniklerle nasıl bütünleştirildiği gibi pek çok

faktör etkili olabilir. Ancak son yıllarda teknoloji destekli öğretimin fonksiyon grafiklerini öğrenmeye katkı sağlandığını gösteren çalışmaların daha fazla olduğu söylenebilir (Abdullayeva, 2021; Canevi, 2019; Erduran, 2020; Kobak Demir ve Gür, 2019; Kul, 2020; Zengin, 2011). Bu çalışmalarda teknoloji destekli öğretimin etkili tek başına kullanılmaması gerektiği, öğrenenin merkezde olduğu öğretim yöntemleri ile bütünleştirilmesi gerektiği ve yapılandırmacı öğrenme çerçevesinde kullanılması gerektiği belirtilmektedir (Zengin, 2011). Bu bağlamda fonksiyonlar ile ilgili yapılan çalışmalarda verilen araştırmaların sonuçları fonksiyon grafiklerinin öğretime yönelik teknoloji destekli bir öğrenenin merkezde olduğu bir öğrenme ortamının tasarlanmasının ve bu öğrenme ortamında uygulanacak etkinlikler ve ölçme araçlarının geliştirilmesi gerektiğini göstermiştir. Alanyazından elde edilen bilgilerden yola çıkarak bu çalışmada öğretmen adaylarının teknolojik olarak kullanmaya aşina olduğu GeoGebra dinamik yazılımı öğrenci merkezli keşfetmeye dayalı bir laboratuvar yöntemi olan TGA öğretim yöntemi ile bütünleştirilerek öğretim ortamı tasarlanmıştır. Araştırmada fonksiyonlar konusuna yönelik grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi hedeflendiğinden TGA öğretim yönteminin her aşaması ayrı beceriye yönelik olarak tasarlanmıştır. Grafik okuma ve yorumlama nispeten daha kolay ve temel bir beceri olduğundan tahmin ve gözlem aşamasında, grafik çizme becerisi ise grafik okuma ve yorumlamayı kapsayan daha üst düzey bir beceri olduğundan öğretim sürecinin son aşaması olan açıklama aşamasına yerleştirilmiştir. Ancak grafik çizme becerisinin kapsamlı yapısı ve üst düzey bir beceri olması göz önüne alındığında açıklama aşamasında grafik çizmeye yönelik öğretmen adaylarıyla birlikte yapılan etkinlikler ve örnekler hatalarını görmeleri açısından yeterli olmayabilir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının grafik çizmeye yönelik kendi performanslarını ortaya koyabilecekleri ek bir aşamaya ihtiyaç duyulmuştur. Bu nedenle TGA öğretim yöntemine Değerlendirme aşaması eklenerek TGAD şeklinde geliştirilmiştir. Nitekim ilgili literatürde de TGA öğretime ekstra aşamaların eklediği çalışmalar mevcuttur (Rani, 2021). Sonuç olarak araştırmada öğretim ortamı teknoloji destekli TGAD'nin aşamalarına göre tasarlanarak uygulanmıştır. Tasarlanan teknoloji destekli TGAD öğrenme ortamı, etkinlikler ve ölçme araçlarının fonksiyon grafiklerine yönelik öğretmen adaylarının grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi bakımından araştırma sonuçları ilgili alanyazınına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca bu çalışmada tasarlanan teknoloji destekli öğrenme ortamı, etkinlikler ve ölçme araçlarının ilgili alanda çalışan öğretmen, öğretmen adayları ve araştırmacılara örnek olması açısından fayda sağlayabilir.

Fonksiyonlarla ilgili yapılan araştırmalar, fonksiyon grafiklerine yönelik öğrenme ortamını tasarlanması ve bu ortamda kullanılacak etkinlikler ile ölçme araçlarının

geliştirilmesi noktasında önemli katkılar sağlamıştır. Dolayısıyla bu çalışmada fonksiyon grafiklerine yönelik öğrenme ortamı, kullanılacak etkinlikler ve ölçme araçları tasarlanırken alanyazındaki kaynaklardan nasıl faydalandığı aşağıda özetlenmiştir.

Ders kitaplarında genellikle fonksiyon grafikleri, fonksiyon çeşitlerine göre (üstel, logaritmik, trigonometrik vb.) sunulmaktadır. Fonksiyon grafiklerinin öğretime ve grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesine yönelik öğretimin tasarlandığı bu çalışmada ders kitaplarındaki konu başlıklarının kullanılması grafiklerin şekilsel öğrenilmesine yol açabilir. Bu durum belirli grafiklerin tanınması açısından olumlu olsa da öğretmen adayları için tasarlanan öğretimde gerekli görülmemiştir. Ayrıca şekilsel öğrenmeler sorgulamaların önüne geçerek aşırı genelleme türündeki kavram yanılgılarına neden olabilir. Nitekim ilgili alanyazındaki çalışmalar fonksiyonlarla ilgili kavramsal durumların grafiklere aktarılamadığını belirtmektedir (Hatısarı ve Erbaş, 2013). Alanyazından elde edilen bulgulardan yola çıkarak yürütülen bu çalışmada fonksiyon grafiklerinde kavramsal durumlara odaklanılarak konular fonksiyon kavramı (olup/olmama), tanım- görüntü, birebir-örten, ters fonksiyon, tek ve çift fonksiyon olarak belirlenmiştir. Çalışmada, fonksiyon grafiklerindeki bu kavramsal durumlar ele alınırken, grafik okuma, yorumlama ve çizme becerilerini incelemek amacıyla öğretmen adaylarına çeşitli grafikler sunulmuş ve alanyazında sıkça yapılan hatalı grafik türleri belirlenmeye çalışılmıştır. Bu bağlamda etkinlik geliştirirken ve soru hazırlanırken izlenen yol aşağıda kısaca özetlenmiştir.

Fonksiyon grafikleri ile ilgili yapılan çalışmalar, logaritmik, üstel ve bazı trigonometrik ($arctan(x)$, $cosec(x)$, $sin(3x)$ vb.) fonksiyonların grafiklerini çizmede öğrencilerin zorlandıklarını göstermektedir (Özgen vd., 2017; Tekin vd, 2009). Dolayısıyla araştırma kapsamında tasarlanan öğretimin açıklama aşamasında daha çok bu grafiklerin çizilmesine yönelik örnek sorular öğretmen adayları ile birlikte çözülmüş, değerlendirme aşamasında ise bu grafiklerin çizilmesine yönelik ödevler verilmiştir.

Fonksiyonlarla ilgili yapılan pek çok çalışmada kavramsal anlamının yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Egin, 2010; Pehlivan, 2013; Yavuz ve Kepceoğlu, 2010). Bu sonuç temsiller arası geçişin ne kadar önemli olduğunu göstermektedir. Bu durumu gidermek için didaktik antlaşmalar dışında öğrenciyi şaşırtıcı, kavram yanılgısını hissettirici ve sorgulamaya yöneltici soruların sorulması gerektiği belirtilmektedir (Egin, 2010; Yavuz ve Kepceoğlu, 2010). İlgili alanyazından elde edilen bilgiler ışığında bu tez çalışması kapsamında geliştirilen öğretimin açıklama ve değerlendirme aşamasında ders sürecinde öğrenilen bilgilerin kavramsallaştırılması için öğretmen adayları ile didaktik konuşmalar gerçekleştirilmiş, zaman zaman iskele sorular yöneltilecek bilgiyi keşfetmelerine yardımcı olunmuştur.

Gök ve diğeri (2013) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin ikinci dereceden fonksiyon grafiklerini çizerken değer verdikleri için parabol grafiklerini doğrusal çizme eğilimi içerisinde oldukları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin nicel düşünmeye yatkın olduklarının bir göstergesidir. Nitekim grafiklerle ilgili yapılan pek çok çalışmada öğrencilerin noktasal (nicel) düşünmeye daha alışık oldukları bütünsel (nitel) düşünmekte zorlandıkları belirtilmektedir. Bu durumun giderilmesi için öğretimde nitel düşünmeyi geliştirici sorular ve etkinliklere yer verilmesi gerektiği önerilmektedir (Bayazıt, 2010). Dolayısıyla ilgili alanyazından elde edilen bilgiler dikkate alınarak bu tez çalışmasında tasarlanan etkinliklerdeki ve ölçme araçlarında değer vererek çözebilecekleri sorulardan çok bir grafikten başka bir grafiğe geçiş yapmalarını gerektiren nitel düşünme becerilerine yönelik sorular verilmiştir.

Genel olarak yapılan alanyazın incelendiğinde fonksiyon grafiklerinin öğretiminde ya da grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesinde TGA öğretim yönteminin kullanıldığı herhangi bir çalışmaya rastlanamamıştır. Bu nedenle ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının fonksiyon grafiklerine yönelik grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi için TGA öğretim yöntemi, TGAD şeklinde ve teknoloji ile zenginleştirilerek kullanılmıştır. Fonksiyon grafiklerine yönelik grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi için TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğretim ortamının tasarlanması bakımından çalışmanın özgün olduğu düşünülmektedir. Ayrıca tasarlanan TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğretimin uygulanması sonucu çalışmadan elde edilen sonuçların ilgili alan yazınına katkı sağlayacaktır. Çalışma kapsamında geliştirilen etkinlikler ise öğretmen, öğretmen adayları ve ilgili alanda çalışan araştırmacılara örnek bir uygulama olabilir.

3. BÖLÜM

YÖNTEM

Bu bölümde; araştırmanın modeli, araştırmanın tasarımı ve süreci, pilot, uygulama, asıl çalışma, çalışma grubu, öğretim süreci, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, ve verilerin analizi ile ilgili ayrıntılı bilgiler sunulmaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik geliştirilen TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğretim ortamının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının grafik okuryazarlık becerilerine etkisini yansıtmak amacıyla yapılan bu çalışma nitel araştırma yöntemlerinden özel durum yöntemi ile yürütülmüştür. Nitel araştırma yöntemi, katılımcıların deneyimlerine odaklanarak araştırmacının araştırılacak konuyu doğal ortamında incelenmesine ve katılımcıların zihin yapılarındaki anlamları belirlemeye yönelik bir yaklaşımdır (Denzin & Lincoln, 1998; Strauss & Corbin, 1998). Özel durum çalışması da nitel araştırma yöntemlerinin bu özelliklerini taşıyan bir yöntemdir. Bu yöntem, araştırılan konunun belirli bir yönünü detaylı bir şekilde incelemeye olanak tanır (Çepni, 2010; Merriam, 1998; Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada fonksiyon grafiklerine yönelik tahmin, gözlem, açıklama ve değerlendirmeye dayalı teknoloji destekli bir öğrenme ortamı tasarlanması ve uygulanması gerçekleştirilmiştir. Çalışmada tasarlanan öğretim ortamının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının grafik okuma, yorumlama ve çizme boyutlarında grafik okuryazarlık becerilerine etkisinin detaylı olarak incelenmesi ve öğretim sürecinin yansıtılması amaçlandığından araştırmada özel durum yöntemi tercih edilmiştir. Özel durum yöntemini diğer araştırma yöntemlerinden ayıran en önemli unsur eğitimin çeşitli konularını anlamak için özellikle "Nasıl?" ve "Niçin?" sorularına cevap arandığında tercih edilen bir yöntem olmasıdır (Yin, 1984). Bu soruların cevabının bulunması için özel durum çalışması yöntemi nitel ve nicel verilerin bir arada toplanmasına imkân vermektedir (Kaleli Yılmaz, 2012). Böylece araştırmanın amacına uygun olarak ilgili durumun detaylı bir şekilde anlaşılması ve zengin verilerin toplanması sağlanarak, verilerin birbirleriyle olan ilişkileri sebep-sonuç bağlamında açıklanmaktadır (Cohen vd., 1998). Araştırma kapsamında belirlenen zorlukların giderilmesi için TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğretim ortamı tasarlanarak öğretmen adaylarının grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesine yönelik bir öğretim yapılmıştır. Araştırmanın ikinci kısmında yapılan TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğretiminin öğretmen adaylarının grafik okuma, yorumlama ve çizme becerilerine etkisinin nasıl olduğunun ve öğretimle ilgili öğretmen adaylarının görüşlerinin incelenerek değerlendirilmesi amaçlandığından çalışma değerlendireci özel durum desenine uygun olarak yürütülmüştür. Merriam'e (1998) göre

incelenen olgunun farklı boyutlarının değerlendirilerek okuyucuya sunulması amacıyla yapılan çalışmalarda değerlendirmeci durum çalışması kullanılmalıdır. Değerlendirmeci durum çalışmalarının diğer durum çalışmalarından farklılığı eğitim alanında herhangi bir olgunun ya da boyutun değerlendirilerek okuyucuya bir yargı sunmasıdır (Ozan Leymun vd.,2017). Bu çalışmada da TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğretim ortamı tasarlanarak ilköğretim matematik öğretmen adaylarının grafik okuryazarlık becerilerini grafik okuma, yorumlama ve çizme bağlamında nasıl etkilediği, yapılan uygulama çerçevesinde elde edilen verilerin değerlendirmesi yapılarak çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Bu nedenle çalışma değerlendirmeci durum desenine uygun olarak yürütülmüştür.

3.2. Araştırmanın Tasarımı ve Süreci

Araştırma sürecinde teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre öğretim ortamının tasarlanması ve uygulamalar ile ilgili takip edilen yol Şekil 5'te verilen akış diyagramında sunulmaktadır.

Şekil 5

KGAD öğretım yöntemine göre öğretım ortamının tasarlanması ve uygulamalar ile ilgili izlenen yol



Araştırmanın ilk aşamasında araştırma problemlerini oluşturmak için alanyazın taraması yapılmıştır. Yapılan alanyazın taraması sonucunda grafik okuryazarlığı ile yaşanabilecek sorunlar ve öneriler, temel fonksiyon kavramları ve fonksiyon grafiklerinin öğretiminde karşılaşılan problemler, TGA öğretim yöntemi, teknoloji destekli TGA, grafik öğretiminde kullanılan dinamik yazılımlar ve ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programındaki temel fonksiyon kavramları, grafikleri ve matematik öğretiminde teknoloji kullanımı ile ilgili verilen derslerin içerikleri hakkında bilgi edinilmiştir.

Alanyazın incelenerek öğrencilerin öğrenmekte zorlandıkları temel fonksiyon kavramları ve grafikler, yaşanan kavram yanlışları ve grafik okuryazarlık becerileri dikkate alınarak öğretimi hedeflenen konu ve kavramlar belirlenmiştir. Bu doğrultuda, grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi hedeflenen öğretim konuları ve kavramları seçilmiştir. Belirlenen konu ve kavramların öğretimine yönelik grafik okuryazarlık becerileri dikkate alınarak kazanımlar oluşturulmuştur. Kazanımlar oluşturulurken grafik okuma ve yorumlama becerisi birlikte, grafik çizme becerisi ise üst düzey bir beceri olduğundan ayrı bir beceri olarak ele alınmıştır. Dolayısıyla her bir konunun öğretimine ilişkin biri grafik okuma ve yorumlama diğeri grafik çizme becerisine ait toplamda iki kazanım yazılmıştır. TGAD öğretim yönteminin aşamalarının özellikleri göz önüne alındığında uzman görüşleri doğrultusunda Tahmin ve Gözlem aşamasında nispeten daha temel bir beceri olan grafik okuma ve yorumlama, Açıklama ve Değerlendirme aşamasında ise daha üst düzey bir beceri olan grafik çizme becerilerine yönelik kazanımların öğretimi uygun görülmüştür. Öncelikle belirlenen konularda öğrencilerin öğrenmekte zorlandıkları kavramlar, grafikler ve sahip oldukları kavram yanlışları dikkate alınarak çalışma yaprakları ve gözlem aşamasında yer alan GeoGebra etkinlikleri oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının bilgiyi kendilerinin keşfetmelerini sağlamak ve kendilerini ifade etmelerini sağlamak amacıyla teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine yönelik hazırlanan çalışma yapraklarının her aşamasında gerek grafiklere yönelik gerekse sürece yönelik açık uçlu sorular bulunmaktadır.

Özel durum yöntemiyle yürütülen bu çalışmada teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının fonksiyon konusuna yönelik grafik okuryazarlık becerisine etkisini yansıtmak amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğretmen adaylarının öğretim öncesi ve sonrası grafik okuryazarlık becerilerini karşılaştırmak için fonksiyon grafiklerine yönelik yarı yapılandırılmış açık uçlu sorular hazırlanarak ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Fonksiyon grafiklerine yönelik hazırlanan yarı yapılandırılmış açık uçlu testin içeriğinde alanyazın taraması sonucu belirlenen sıklıkla kavram yanlışlığı yaşanan, öğrenilmesi zor olan “Fonksiyon”, “Tanım-Görüntü kümesi/aralığı”, “Birebir- örten

fonksiyon”, “Ters fonksiyon” ve “ Tek-çift fonksiyon” kavram ve konularına yönelik grafik okuma-yorumlama ve grafik çizme soruları yer almaktadır. Hazırlanan soruların bazıları alt sorulardan oluşmaktadır. Yarı yapılandırılmış açık uçlu sorulardan oluşan test hazırlandıktan sonra kapsam ve görünüş geçerliğine sağlamak için matematik eğitimi alanında uzman üç öğretim üyesi ve iki ortaöğretim matematik öğretmeninden görüş alınmıştır. Alınan görüşler doğrultusunda on soru üst düzey olduğu için bunların testten çıkarılmasına karar verilmiştir.

Araştırmanın ikinci aşamasında pilot çalışma yer almaktadır. Pilot çalışmanın amacı teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre tasarlanan öğrenme ortamının kullanılabilirliğini görmek ve varsa eksiklerin giderilmesidir. Ayrıca tez çalışmasının amacı doğrultusunda teknoloji destekli TGAD öğretim ortamının etkisini yansıtmak için geliştirilen yarı yapılandırılmış açık uçlu sorular ön test, son test şeklinde, öğretmen adayı görüşme formu ise her konunun öğretimi sonrasında uygulanmıştır. Böylece araştırmacı tarafından geliştirilen öğretim etkinliklerinin eksik noktalarının giderilmesi, geliştirilmesi, veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenilirliği, araştırmacının bu süreç içerisinde asıl uygulama için deneyim kazanması pilot çalışma ile sağlanmıştır. Aynı zamanda araştırmacının çalıştığı alanın sınırlılıklarını görmesi, öğretim etkinliğinin yapısı (etkinlik için geliştirilen dijital materyalin iyileştirilmesi, öğretimin ne kadar sürede verileceği, etkinlik ders dağılımının nasıl yapılacağı vb.) görüşme sorularına son şeklinin verilmesi açısından da pilot çalışma önemlidir. Pilot çalışma 2022-2023 akademik yılı güz döneminde dokuz haftalık bir sürede gerçekleştirilmiştir.

Pilot çalışma sonrasında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre tasarlanan öğrenme ortamının etkililiğini belirlemek için hazırlanan çalışma yapıları, yarı yapılandırılmış açık uçlu sorular ve öğretmen adayı görüşme formunun eksiklikleri belirlenerek gerekli düzeltmeler yapılmıştır. TGAD öğretim yönteminin gözlem aşamasında kullanılan GeoGebra dinamik yazılımı ile geliştirilen etkinliklerde öğrencilerin anlayamadığı ya da şekilsel olarak görmekte zorlandıkları grafikler belirlenmiştir. Asıl uygulamada sorun oluşturulabilecek bu durumlar gerekli şekilde düzeltilmiştir. Pilot çalışma esnasında araştırmacının öğrenme ortamında yaptığı gözlemler sonucunda tespit edilen sorunlar ve bu sorunlara getirilen çözümler pilot çalışma başlığı altında daha detaylı olarak sunulmaktadır.

Pilot çalışma sonrasında yapılan düzenlemelerin ardından araştırmanın üçüncü aşaması olarak asıl çalışma yapılmıştır. Asıl çalışma 2022-2023 akademik yılı güz döneminde dokuz haftalık bir süre boyunca gerçekleştirilmiştir. Asıl çalışmaya başlamadan önce teknoloji destekli TGAD öğretim sürecinin aşamalarında öğretmen adaylarının neler yapması gerektiği ve GeoGebra dinamik yazılımının kullanımı anlatılmıştır. Ayrıca asıl uygulama öncesinde

öğretmen adaylarının fonksiyon grafiklerine yönelik okuryazarlık becerilerini belirlemek amacıyla yarı yapılandırılmış açık uçlu sorular, ön test olarak yapılmıştır. Ek olarak uygulama sürecinde zaman zaman sınıf içerisinde geçen diyaloglar video-ses kaydına alınmıştır. Her konunun öğretiminden sonra öğretmen adaylarının dersle ilgili görüşlerini almak amacıyla yarı yapılandırılmış görüşme formu uygulanmıştır. Bütün konuların öğretiminin tamamlanması sonrasında teknoloji destekli TGAD öğretim öncesi ve sonrası öğretmen adaylarının grafik okuryazarlık becerilerinin karşılaştırılması için fonksiyon grafiklerine yönelik yarı yapılandırılmış açık uçlu sorular son test olarak uygulanmıştır.

Araştırmanın son aşamasında, asıl uygulamadan elde edilen veriler analiz edilip değerlendirilmiştir. Çalışmada araştırmacı tarafından geliştirilen ön test, son test ve çalışma yapraklarından elde edilen veriler çeşitli kriterler doğrultusunda “Doğru”, “Kısmen doğru”, “Yanlış” ve “Boş” şeklinde kategorize edilerek analiz edilmiştir. Yarı yapılandırılmış öğretmen aday görüşme formundan elde edilen veriler ise NVIVO 9.0 nitel veri analiz programı ile analiz edilerek model ve tablolar haline getirilmiştir.

3.2.1. TGAD’ye Dayalı Öğretim Ortamının Tasarlanması: TGAD öğretim ortamı tasarlanırken öğretmen adaylarının her aşamada teknolojiyi kullanmalarına özen gösterilmiştir. Bu amaçla GeoGebra dinamik yazılımından faydalanılmıştır. Öğretmen adayları her aşamada kendilerine verilen şifrelerle GeoGebra’ya giriş yaparak etkinlikleri bu platformda görmektedirler. Değerlendirme aşamasında ise kendilerine verilen ödevleri Google Classroom’a yüklemişlerdir. Tasarlanan öğretim ortamının hedefinde fonksiyon grafiklerine yönelik grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi bulunmaktadır. Bu nedenle her aşamada ayrı bir grafik okuryazarlık becerisinin geliştirilmesini hedefleyen kazanımlar yerleştirilmiştir. Bu kazanımlar Tablo 5’te belirtilmiştir. Kazanımlar belirlendikten sonra öğretim sürecinde kullanılmak üzere TGAD’ye yönelik çalışma yaprakları oluşturulmuştur. Çalışma yapraklarından örnek kesitler “Ekler” bölümündeki ders planlarında yer almaktadır.

Teknoloji Destekli Öğretim ortamının tasarımı ve uygulanması “2.3.2. TGAD’nin Uygulanması”, asıl çalışma sürecinde yapılanlar ise “3.6. Öğretim Süreci” başlığı altında ayrıntılı bir şekilde verilmiştir.

3.3. Pilot Uygulama

Bu çalışmada, araştırmacının oluşturduğu öğretim etkinliklerinin işlevselliği açısından kontrol etmek, varsa eksik noktaların giderilmesi, geliştirilmesi, fonksiyon grafiklerine yönelik yarı yapılandırılmış açık uçlu soruların ve öğretmen aday görüşme formunun kullanılabilirliğinin görülmesi ve araştırmacının bu süreç içerisinde asıl uygulama için deneyim kazanması amacıyla pilot çalışma yapılmasına gerek duyulmuştur. Alanyazın incelendiğinde

ülkemizde ve yurt dışında fonksiyon grafiklerine yönelik teknoloji destekli bir öğrenme ortamı geliştirerek ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının grafik okuryazarlığı becerilerini araştırmaya yönelik sınırlı sayıda araştırma olduğu görülmektedir. Bu açılarından bakıldığında tezin amaca hizmet etmesi bakımından pilot çalışma uygulanmasının önemli bir aşama olduğu düşünülmektedir.

Araştırmanın pilot çalışması asıl çalışma grubundan ayrı olarak, 2022-2023 eğitim-öğretim yılı güz döneminde bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören 18 öğretmen adayıyla, 9 hafta süresince yürütülmüştür. Bu çalışma seçmeli grafik okuryazarlığı dersi kapsamında fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik olarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın etik ilkeleri gereği, öğretmen adaylarının araştırmaya katılıp katılmaması noktasında gönüllük ilkesine uygun hareket edilmiştir. Pilot çalışmaya katılan öğretmen adaylarının öğrenim gördüğü sınıf düzeylerine göre dağılım Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1

Pilot çalışmaya katılan öğretmen adaylarının öğrenim gördüğü sınıf düzeylerine göre dağılımı

Öğretmen Adayı Kodları	Sınıf Düzeyi
PÖ ₁ , PÖ ₂ , PÖ ₃ , PÖ ₄ , PÖ ₅ , PÖ ₆ , PÖ ₇ , PÖ ₈ , PÖ ₉	3. sınıf
PÖ ₁₀ , PÖ ₁₁ , PÖ ₁₂ , PÖ ₁₃ , PÖ ₁₄ , PÖ ₁₅ , PÖ ₁₆ , PÖ ₁₇ , PÖ ₁₈	4. sınıf

Tablo 1’de görüldüğü üzere dersin seçmeli olması nedeniyle öğretmen adaylarının üçüncü ve dördüncü sınıf düzeylerinde oldukları görülmektedir. Pilot çalışma kapsamında ilk hafta öğretmen adaylarına gözlem aşamasında kullanacakları GeoGebra dinamik geometri yazılımı hakkında temel bilgiler verilmiştir. GeoGebra üzerinden derse girişin nasıl yapıldığı, sürgülerin nasıl kullanılacağı, öğretmen adaylarının çözümlerini GeoGebra ders üzerine nasıl yazacakları gibi teknik noktalarda bilgilendirmeler yapılmıştır. Böylece gözlem aşamasında öğretmen adaylarının yazılımı kullanırken herhangi bir zorluk çekmemeleri, görüşlerini teknolojik ortama kolaylıkla aktarmaları ve araştırmanın amaca hizmet etmesi sağlanmıştır. Daha sonra tez kapsamında fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik teknoloji destekli bir öğretim için kullanılacak olan TGA öğretim yöntemiyle ilgili literatür bilgisinin yanı sıra araştırmacı tarafından yöntemle entegre edilen Değerlendirme aşaması ve diğer aşamalar hakkında Şekil 6’da görüldüğü gibi içeriksel tanıtım çalışmaları yapılmıştır.

Şekil 6

Teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin öğretmen adaylarına tanıtımından bir görüntü



Böylece öğretmen adaylarının önceden bilmedikleri ve öğretim süreci içerisinde deneyimleyecekleri tekniği içselleştirmeleri amaçlanmıştır. Bu kapsamda pilot çalışma süreci Tablo 2'de gösterilmiştir.

Tablo 2

Pilot çalışma süreci

Haftalar	Ders Saati	Konular
1. Hafta	3 ders saati	GeoGebra ve TGAD hakkında temel bilgilerin verilmesi
2. Hafta	3 ders saati	Fonksiyon Kavramı
3. Hafta	3 ders saati	Tanım- Görüntü Kümesi
4. Hafta	3 ders saati	Birebir- Örten Fonksiyon
5. Hafta	3 ders saati	Fonksiyon Kavramı ve Tanım-Görüntü Kümesi konularında yapılan hataların değerlendirilmesine yönelik ders
6. Hafta	3 ders saati	Ters Fonksiyon
7. Hafta	3 ders saati	Birebir- Örten Fonksiyon ve Ters Fonksiyon konularında yapılan hataların değerlendirilmesine yönelik ders
8. Hafta	3 ders saati	Tek ve Çift Fonksiyon
9. Hafta	3 ders saati	Tek ve Çift Fonksiyon Konusunda yapılan hataların değerlendirilmesine yönelik ders

Tablo 2'de görüldüğü üzere ilk hafta öğretmen adaylarına GeoGebra ve TGAD ile ilgili bilgilendirme yapılmıştır. Çalışmada öğretmen adayları GeoGebra'da etkinlik tasarlamayacakları için bu bilgilendirme sadece temel düzeyde olup GeoGebra ders sayfasına giriş yapılması, GeoGebra uygulamasında sürgüler ve düğmelerinin kullanılması hakkında

kısa bir bilgilendirme şeklindedir. Tablo 2’de görüldüğü gibi fonksiyon grafikleri ile ilgili öğretimi planlanan temelde beş konu olmasına rağmen pilot çalışma süreci dokuz hafta sürmüştür. Bu durumun nedeni ilk hafta GeoGebra ve TGAD hakkında temel bilgilerin verilmesinin yanı sıra pilot çalışma esnasında dersi yürüten araştırmacı tarafından ihtiyaç görülmesi üzerine bazı eklemeler yapılmasıdır. Nitekim ihtiyaç dahilinde bu eklemelerin yapılması pilot çalışmanın doğasına aykırı olmamakla birlikte asıl uygulamayı geliştiren bir durumdur. Yapılan eklemelerin nedenleri aşağıda detaylı olarak sunulmuştur.

Pilot çalışma sürecinde araştırmacının gözlemleri ve öğretmen adaylarının her dersin sonunda derse yönelik görüşleri çerçevesinde etkinliklerin eksikleri veya iyileştirilmesi gereken noktaları belirlenmiştir.

1. Fonksiyon olup olmama etkinliğinde bazı fonksiyon grafiklerinin öğretmen adaylarına kolay geldiği ve grafik sayısının ders süresinin uzamasına neden olduğu gözlemlenmiştir. Bu nedenle araştırmacı pilot çalışmadan yola çıkılarak öğretmen adayları tarafından hata yapılan grafiklere ağırlık verilerek etkinliğe son şekli verilmiştir.
2. Etkinliklerde hatalı veya eksik noktaları olan fonksiyon grafiklerinde düzeltmeler yapılmıştır. Çünkü pilot çalışmada öğretmen adaylarının grafiği şekilsel olarak değerlendirerek okuma ve yorumlama açısından ilgili soruların amaca hizmet etmediği görülmüştür. Bu durumu gidermek için tahmin aşamasında verilen bazı grafiklere cebirsel ifadeleri eklenmiştir. Böylece grafikleri cebirsel ifadeleri ile birlikte düşünmeleri amaçlanmıştır.
3. Araştırmacı tarafından pilot uygulamadan hareketle asıl uygulamada öğretmen adaylarının hatalı çözümlerine dikkat çekmek ve problem yaşanan noktalara yönelik süreci sorgulamaları adına açıklama aşamasında sınıfa etkinlik bazında bazı spesifik sorular yöneltilmesinin uygun olacağına karar verilmiştir. Pilot çalışma bu soruların tespitine katkı sağlamıştır.
4. Öğretmen adayları tarafından teknolojik ortamda grafiklerin incelenmesi gerektiğinden pilot çalışma sürecinde etkinliklerin bazı noktalarında karşılaşılan problemler (sürgülerin ayarlanması, grafiklerin ekran üzerine sığdırılması vs) düzeltilmiştir.
5. Üniversitenin internet ağında yaşanan bazı sıkıntıların etkinliklerin uygulanmasını olumsuz yönde etkilediği görülmüştür. Etkinliklerin internet tüketimi azdır. Bu nedenle sorunun giderilebilmesi için öğretmen adaylarının kendi mobil internetlerinin kullanılması yoluna gidilmiştir.

6. Dersin tahmin ve gözlem aşamalarında öğretmen adaylarından cevaplarını teknolojik ortama yazmaları istenmiştir. Ancak bazı matematik sembollerinin GeoGebra üzerinden yazılmasının zor ve zaman açısından uğraştırıcı olduğu gözlemlenmiştir. Bu nedenle öğretmen adaylarının dersin her aşaması için cevaplarını öncelikle kâğıda yazmaları daha sonra tanımlanan Google Classroom üzerinden teknolojik ortama yüklemelerinin daha uygun olacağı sonucuna ulaşılmıştır. Böylelikle dersin süre açısından verimliliği sağlanmakla birlikte araştırmacı için verilerin düzenli bir şekilde dosyalanması da sağlanmıştır.
7. Araştırmacı tarafından öğretim sürecinde bazı öğretmen adaylarının aşamalarda yer alan soruları hızlı bir şekilde cevapladıkları, bazı öğretmen adaylarının ise soruları cevaplarken gereğinden fazla süre harcadıkları gözlemlenmiştir. Bu durum sınıfta düzeni ve dersin verimliliğini olumsuz yönde etkilemiştir. Hatta cevapları birbirlerinden alma yoluna gittikleri gözlemlenmiştir. Bu kapsamda dersin dört aşamadan oluşması nedeniyle süreyi verimli kullanabilmek adına her aşama için belirli bir süre verilmesinin daha uygun olacağı öğretmen adayları tarafından da dile getirilmiştir. Bu nedenle her aşama için bir süre sınırlandırılmasına gidilmiştir.
8. Öğretim sürecinin değerlendirme aşaması öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerini geliştirmeye yönelik hazırlanmıştır. Bu aşamada öğretmen adayları tarafından çizilen grafikler ve açıklamalar incelendiğinde ciddi problemlerin yaşandığı gözlemlenmiştir. Bu nedenle öğretim sürecinde her konu sonunda grafik çiziminde yapılan hatalar dersi eklenmiştir. Böylece öğretmen adaylarının grafik çiziminde yaptıkları hataları fark etmeleri, çizimlerini tekrar incelemeleri ve doğru çizimi yapmaları beklenmektedir.

3.4. Asıl Çalışma

Asıl çalışma 2022-2023 akademik yılı güz döneminde Türkiye'deki bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören, pilot çalışma grubuna dahil olmayan 38 öğretmen adayıyla, 9 hafta süresince seçmeli grafik okuryazarlığı dersinde yürütülmüştür. Pilot çalışma sonucundaki düzeltmeler yapıldıktan sonra asıl çalışma, pilot çalışmada anlatıldığı şekilde gerçekleştirilmiştir. Ayrıca asıl çalışma öncesinde ve sonrasında fonksiyon grafiklerine yönelik yarı yapılandırılmış açık uçlu sorular ön test ve son test olarak uygulanmıştır.

3.5. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubu, Türkiye'nin batısında yer alan bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıfta öğrenim gören, pilot çalışma grubuna dahil olmayan 38 öğretmen adayından oluşmaktadır. Araştırmada, öğretmen adaylarının fonksiyon grafiklerine yönelik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi için tasarlanan TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğretim ortamının etkisinin nasıl olduğunu değerlendirmek hedeflendiğinden, amaçlı örneklem yöntemlerinden ölçüt örneklem yöntemi kullanılmıştır. Nitel araştırmalarda amaçlı örnekleme yöntemi, araştırmacının spesifik bir konu üzerinde yoğunlaşmasını ve derinlemesine araştırma yapmayı ve araştırma sorularına cevap bulmayı amaçlamaktadır (Patton, 1990/2014; Tarhan, 2015). Bu bakımdan çalışma grubunun belirlenmesinde kullanılan amaçlı örnekleme yönteminin araştırmanın modeli ile uyumlu olduğu düşünülmektedir. Nitekim özel durum çalışması yöntemi ile yürütülen bu tez çalışmasının odağında bulunan durumlar “Ne?”, “Nasıl?”, “Niçin?” soruları çerçevesinde detaylı bir şekilde araştırıldığından amaçlı örnekleme yöntemi tercih edilmiştir. Amaçlı örnekleme yöntemleri içerisinde yer alan ölçüt örneklem yöntemi ise, araştırmacının belirlediği ölçütlere uygun olarak çalışma grubunu belirlemek için kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Dolayısıyla yöntem, araştırmada incelenecek durumun özelliklerini dikkate alarak örneklem seçimi yapma esnekliği sağlamaktadır. Bu nedenle çalışma grubunu belirlerken kullanılan ilk ölçüt öğretmen adaylarının temel fonksiyon kavramlarına ve grafiklerine yönelik ortalama bir bilgiye sahip olmaları açısından Matematiğin Temelleri, Analiz 1, Analiz 2 ve Soyut Matematik derslerini almalarıdır. Öte yandan bu çalışmada keşfetmeye dayalı bir öğretim yöntemi olan TGAD ve dinamik yazılımlar tasarlanmış olup öğretim sürecini daha iyi yansıtmak amacıyla yapılan öğretim hakkında öğretmen adaylarının görüşleri alınmıştır. Uygulanan öğretim ile ilgili öğretmen adaylarının görüşlerini daha iyi ifade edebilmeleri için öğretim sürecinde kullanılan teknoloji ve matematik öğretimine yönelik güncel öğretim yaklaşımları, stratejiler, modeller, yöntem, teknik ve öğretim planlaması ile ilgili fikir sahibi olmaları gereklidir. Bu nedenle çalışma grubunu belirlerken kullanılan diğer ölçüt ise öğretmen adaylarının Öğretim Teknolojileri ve Öğretim İlke ve Yöntemleri derslerini almış olmalarıdır. Burada çalışma grubunu belirlerken öğretmen adaylarının GeoGebra bilgi düzeyleri bir ölçüt olarak kabul edilmemiştir. Çünkü çalışmada öğretmen adayları GeoGebra'da etkinlik tasarlamayacaklardır. Sadece tasarlanan etkinlikleri ve TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğretim ortamını kullanacaklardır. Bunun içinde ilk hafta temel düzeyde gerekli bilgilendirmeler yapılmıştır. Dolayısıyla araştırmada belirlenen bütün bu ölçütleri karşıladıkları için çalışma grubu üçüncü sınıf öğretmen adaylarından

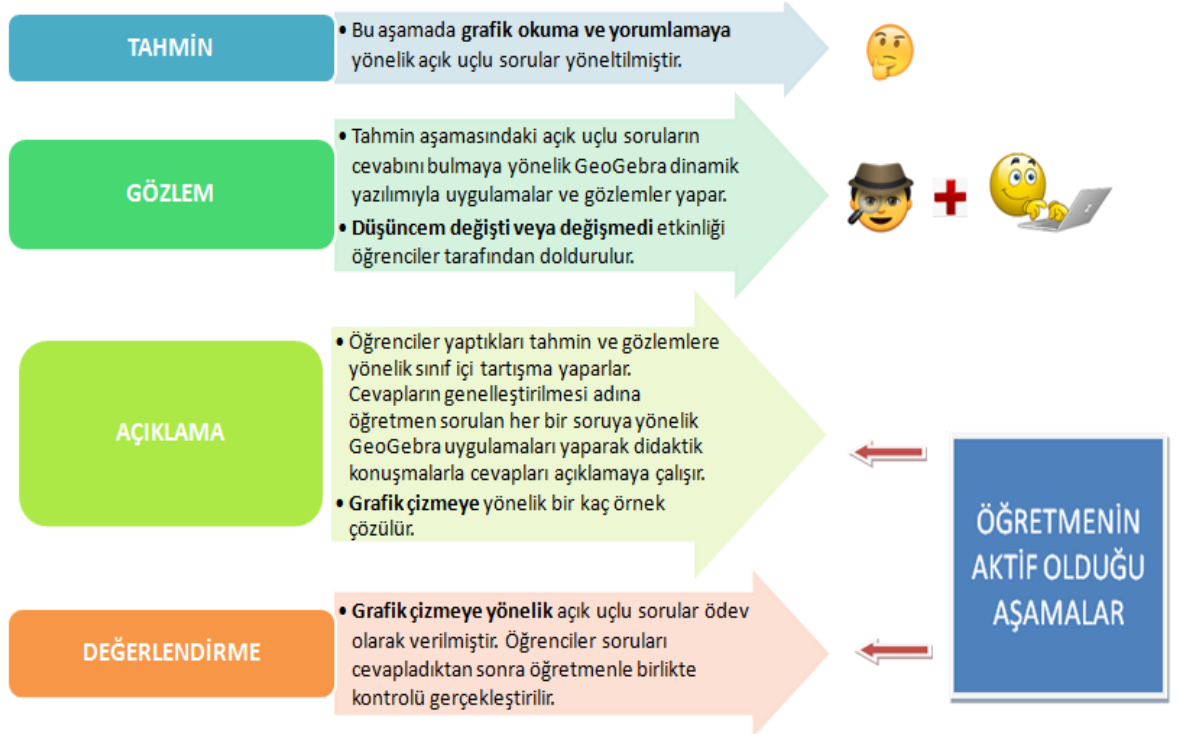
oluşmaktadır. Bu kapsamda araştırmaya katılan öğretmen adayları $\ddot{O}_1, \ddot{O}_2, \dots, \ddot{O}_{38}$ şeklinde kodlanmış ve bundan sonraki süreçte bu kısaltmalar kullanılmıştır.

3.6. Öğretim Süreci

Bu tez çalışması kapsamında tasarlanan öğretim, ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf güz yarıyılı döneminde haftada üç ders saati olarak verilen seçmeli “Grafik Okuryazarlığı” dersinde yürütülmüştür. Teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre tasarlanan derste, her öğretmen adayı bir taşınabilir bilgisayar, tablet ya da cep telefonu kullandıkları için bilgisayar laboratuvarı gibi özel bir ortama ihtiyaç duyulmamıştır. Bu nedenle dersler normal sınıf ortamında araştırmacı tarafından yürütülmüştür. Ancak çok sık olmasa da zaman zaman internet bağlantısı kaynaklı teknik sıkıntılar yaşanmıştır. Bu tür durumlarda öğretmen adayları kısa süreli olarak mobil internetlerini kullanmışlardır. Öğretime başlamadan önce fonksiyon grafiklerine yönelik grafik okuryazarlık becerilerinin belirlenmesi için öğretmen adaylarına FGOYT (Fonksiyon Grafikleri Okuryazarlık Testi) ön testi uygulanmıştır. Daha sonra TGAD öğretim yöntemi ve yöntem çerçevesinde hazırlanan çalışma yapraklarının genel hatları, nasıl doldurulması gerektiği ve GeoGebra dinamik yazılımı PowerPoint sunusu ile kısaca tanıtılmıştır. TGAD'nin tanıtımına ilişkin slayt Şekil 7'de sunulmuştur.

Şekil 7

TGAD öğretim yönteminin tanıtımına ilişkin slayt



Şekil 7’deki teknoloji ile desteklenmiş TGAD öğretim yönteminin tanıtımı yapıldıktan sonra farklı bir matematik konusuna yönelik örnek bir uygulama yapılarak tanıtım tamamlanmıştır. Teknoloji ile desteklenmiş TGAD öğretim yönteminin uygulanması ve çalışma grubundaki öğretim süreci kısaca aşağıda özetlenmiştir.

Tahmin aşamasında öğretmen adaylarına ilgili kazanım çerçevesinde bir durum sunulmuş ve bu durumla ilgili tahmin soruları yöneltilmiştir. Tahmin soruları, adayların mevcut bilgilerini kullanarak yeni durumlar ve kavramlar hakkında düşünmelerine olanak tanır. Aşama, öğrencilerin kendi bilgilerini aktif bir şekilde kullanarak ilgili kavramları anlamaya yönelik bilgilerini sınamayı amaçlamaktadır. Bu kapsamda öğretimin ilk aşaması olan tahmin aşamasında öğretmen adaylarına grafik okuma ve yorumlamaya yönelik grafikler ve bu grafiklerle ilgili açık uçlu sorular yer almaktadır. Öğretmen adaylarından bu sorularda istenen durumları kendi bilgileri çerçevesinde tahmin etmelerini ve tahminlerinin gerekçelerini yazmaları istenmiştir. Adayların tahmin aşamasındaki sorulara kolay ulaşabilmesi için bilgisayar veya cep telefonlarını kullanarak GeoGebra ders üzerinden kendilerine verilen linke (<https://www.geogebra.org/classroom>) tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girerek soruları cevaplamaları istenmiştir. Şifreyi girmeleri gereken GeoGebra arayüzü Şekil 8’de sunulmuştur.

Şekil 8

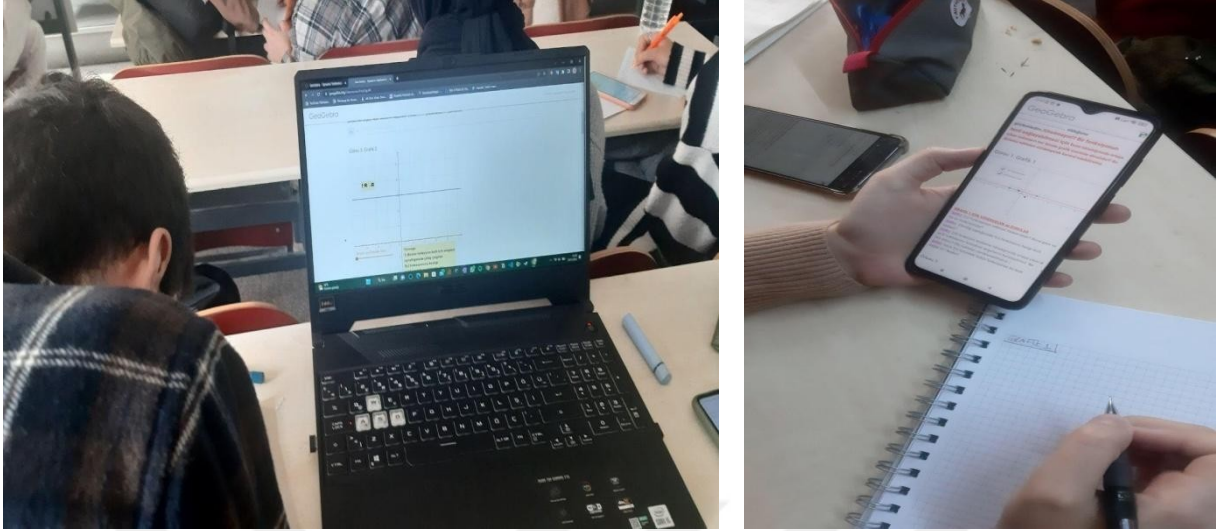
GeoGebra'ya giriş arayüzü



Şekil 8’de verilen ekrana her öğretmen adayı şifrelerini girdikten sonra karşlarına tahmin aşamasında yer alan grafikler ve bu grafiklere yönelik grafik okuma ve yorumlamaya açık uçlu soruları gelmektedir. Öğretmen adayların bilgisayar veya cep telefonları üzerinden GeoGebra'ya giriş yaptıkları bir andan görüntü Şekil 9’ da sunulmaktadır.

Şekil 9

Öğretmen adaylarının GeoGebra'ya giriş yaptıkları andan bir görüntü

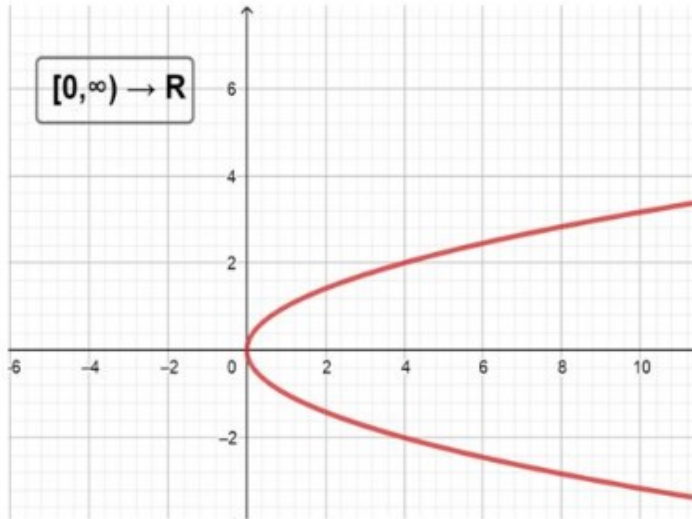


Şekil 9'da görüldüğü gibi öğretmen adayları sisteme giriş yaptıklarında tahmin aşamasında cevaplamaları gereken sorularla karşılaşmaktadırlar. Şekil 10'da ise tahmin aşamasında öğretmen adayının ekranına gelen örnek bir soru yer almaktadır.

Şekil 10

Tahmin aşamasında öğretmen adayının ekranına gelen örnek bir soru

TAHMİN



Grafik 1

Yukarıdaki bağıntı grafiği, verilen aralıkta fonksiyon belirtir mi? Cevabınızı gerekçenizi belirterek açıklayınız.

Ab π

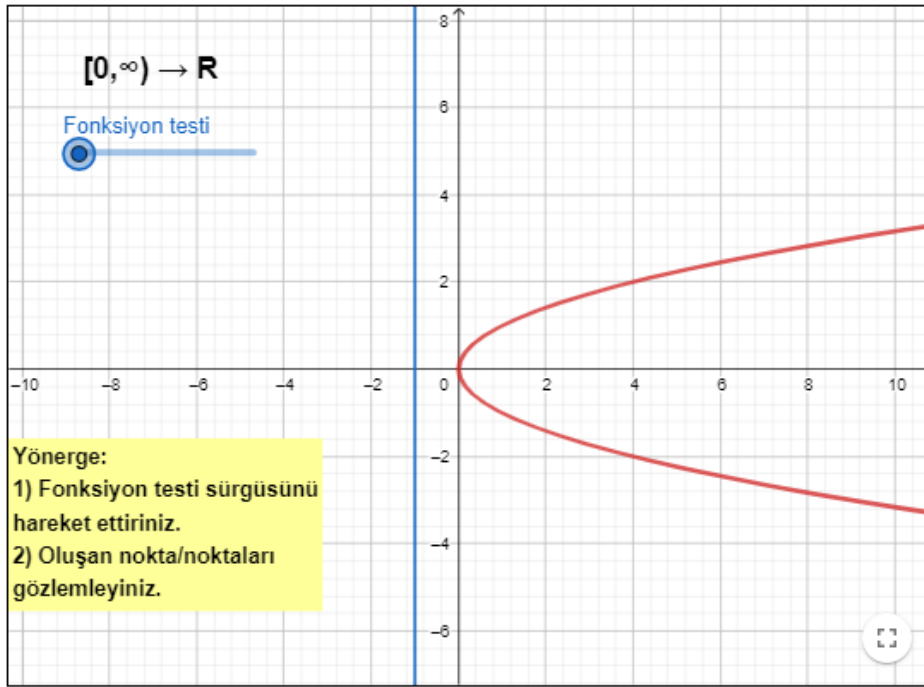
Cevabınızı buraya yazınız...

Tahmin aşamasındaki bütün grafiklere yönelik cevaplama işlemleri bittikten sonra bu aşamadaki sorulara verilen cevaplarla ilgili sınıf içi tartışma yapılır. Burada amaç öğretmen adaylarının kendi cevaplarının dışında bir soruya verilen farklı cevapları ve yaklaşımları görmelerini sağlamaktır. Daha sonra dersin ikinci aşaması olan gözlem aşamasına geçilir. Bunun için öğretmen adaylarına yeni bir ders şifresi verilir ve giriş yapmaları istenir. Gözlem aşamasında, öğretmen adaylarından tahmin aşamasındaki soruyla ilgili GeoGebra üzerinde deneyler yapmaları ve süreci aktif bir şekilde gözlemlenmeleri istenmiştir. İki aşama bu yönüyle birbirlerine sıkı bir şekilde bağlıdır. Dolayısıyla geliştirilen etkinlikteki deneyin öğrenci tarafından açık bir şekilde gözlemlenebilecek yapıda ve öğrencinin zihnindeki çelişkileri aydınlayabilecek özellikte olması önem arz etmektedir. Gözlem aşaması bu yönüyle öğrencilere tahminlerini kontrol etme ve çıkarımda bulunma imkânı sağlamaktadır. Ayrıca öğrencilerin gözlemlerini sözel ve sayısal anlamda yazarak ifade etmeleri ve gerekirse deneyi tekrar etmeleri istenebilir. Şekil 11’de GeoGebra yazılımının gözlem aşamasında nasıl kullanıldığını gösteren ekran görüntüsüne yer verilmiştir.

Şekil 11

Gözlem aşamasında GeoGebra yazılımının kullanımını gösteren ekran görüntüsü

Grafik 1



Grafik 1'e yönelik Açıklama ve Yaptığınız Gözlemler

(Tahmindeki düşüncem değişti veya düşüncem değişmedi. Çünkü.....gözlemledim.....fark ettim)

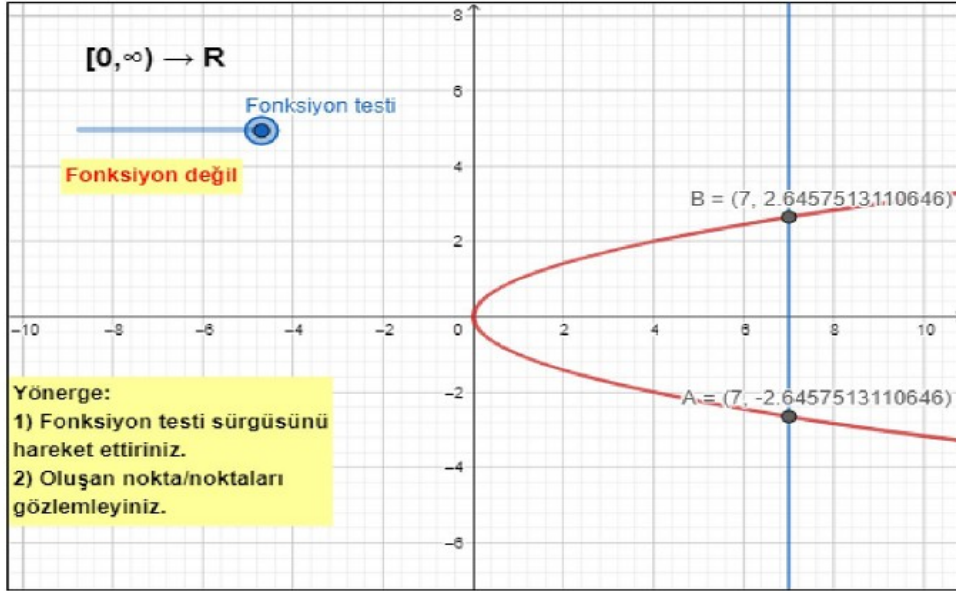
Aa π Cevabınızı buraya yazınız...

Öğretmen adaylarından Şekil 11’de verilen yönerge doğrultusunda sürgüyü hareket ettirmeleri ve gözlem yapmaları istenmiştir. Gözlem aşamasındaki GeoGebra uygulaması etkinliğinin öğretmen adayları tarafından tamamlanmış hali Şekil 12’de gösterilmektedir.

Şekil 12

Gözlem aşamasında verilen GeoGebra uygulaması etkinliğinin tamamlanmış hali

Grafik 1



Grafik 1’e yönelik Açıklama ve Yaptığınız Gözlemler

(Tahmindeki düşüncem değişti veya düşüncem değişmedi. Çünkü.....gözlemledim.....fark ettim)

A	
f_x	

Şekil 12’de gösterildiği gibi örnek olarak verilen GeoGebra uygulamasını yaptıktan sonra öğretmen adaylarından uygulamadaki gözlemlerini ve bu grafiğe ait tahmin aşamasındaki düşüncesinin değişip değişmediğine yönelik açıklamalarını Şekil 13’te verilen “Düşüncem değişti/ değişmedi” bölümüne yazmaları istenir.

Şekil 13

Öğretmen adaylarının gözlemlerini ve düşüncelerini yazmalarını gereken “Düşüncem değişti/ değişmedi” bölümü

Grafik 1’e yönelik Açıklama ve Yaptığınız Gözlemler	
(Tahmindeki düşüncem değişti veya düşüncem değişmedi. Çünkü.....gözlemledim.....fark ettim)	
Aa	Cevabınızı buraya yazınız...
π	

Tahmin aşamasında verilen bütün grafikler için yukarıda anlatılan bütün uygulamalar yapıldıktan sonra gözlem aşaması tamamlanır.

Açıklama aşamasında ise her bir grafik için öğretmen adaylarının gözlem aşamasında yazdıkları düşünce ve gözlemleri sınıf arkadaşları ile paylaşmaları istenir. Böylece öğretmen adaylarının arkadaşlarının düşüncelerini aktif bir şekilde dinlemeleri, hatalarını fark etmelerinin sağlanması amaçlanmaktadır. Öğretmen adaylarının gözlem aşamasında yaptıkları uygulamalar ve açıklama aşamasında yapılan sınıf içi tartışmalara rağmen bazı grafiklere yönelik çeşitli fikir ayrılıkları olabilir. Bu tip durumların giderilmesi için öğretimin yürütücüsü olan öğretmenin rolü büyük öneme sahiptir. Öğretmen adaylarının her bir grafik için yaptıkları fikir paylaşımından sonra sınıfça genel bir kanıya varılması için öğretmen, gözlem aşamasındaki uygulamaları aşama aşama öğretmen adaylarıyla birlikte tekrar yaparak didaktik konuşmalar gerçekleştirilir. Bu uygulamaları yaparken fikir ayrılıklarının yaşandığı yerleri tespit etmek, hataları buldurmaya ya da grafiği doğru yorumlayabilmek için keşfetmeye yönelik bazı sorular öğretmen adaylarına sorulabilir. Açıklama aşamasında dersi yürüten araştırmacı ve öğretmen adaylarıyla birlikte yapılan sınıf içi tartışmaların ve didaktik konuşmaların yapıldığı bir an Şekil 14’te sunulmuştur.

Şekil 14

Açıklama aşamasında sınıf içi tartışmaların yapıldığı bir andan görüntü



Şekil 14’teki gibi her bir grafiğin öğretmen adayları ile birlikte incelenmesinden sonra alt problemlerde hedeflenen fonksiyon grafiklerine yönelik genel çıkarımlar yapılarak grafiğin okunması ve yorumlanmasına yönelik olan öğretim tamamlanır. Açıklama aşaması her ne kadar daha çok sınıf içi tartışmaların olduğu sözel bir bölüm olsa da bu bölümde çalışma yaprağında grafik çizmeye yönelik açık uçlu birkaç örnek soru bulunmaktadır. Bu örnek soruları her bir öğrencinin öncelikle kendisinin görmesi ve çizmesi için yine GeoGebra şifresi

ile giriş yapmaları istenir. Verilen şifre ile giriş yaptıklarında öğretmen adaylarının karşısına gelen ekrandaki dosya linkine tıklayarak soruyu görebilecekleri belirtilir. Öğretmen adaylarının şifre ile giriş yaptıklarında karşısına gelen ekran Şekil 15'te sunulmuştur.

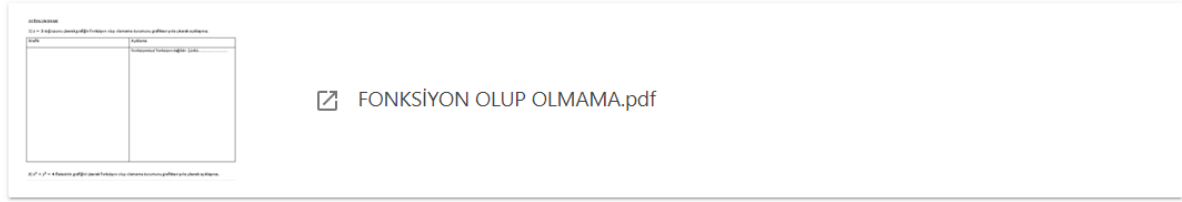
Şekil 15

Açıklama aşamasında çözülecek grafik çizme örnek soruların olduğu GeoGebra ekranı

FONKSİYON OLUP OLMAMA

Aşağıda verilen ekteki dosyada sorular yer almaktadır. Bu soruları yanıtlayınız.

FONKSİYON OLUP OLMAMA



Öğretmen adaylarının Şekil 15'teki ekranda linke tıkladıklarında karşısına gelecek grafik çizme sorularından biri Şekil 16'da gösterilmiştir.

Şekil 16

Açıklama aşamasında çözülecek grafik çizme örnek sorularından biri

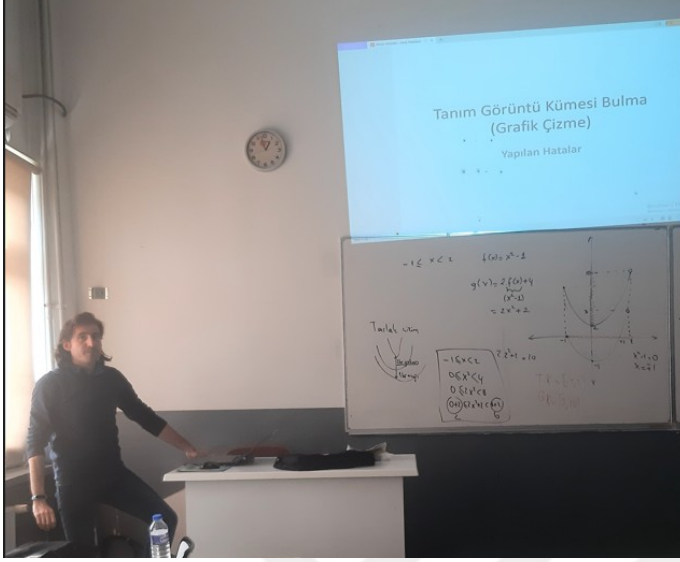
1) $R^+ \rightarrow R$ olacak şekilde $y = \log_5 x$ ifadesinin grafiğini çizerek fonksiyon olup olamama durumunu grafikten yola çıkarak açıklayınız.

Şekil 16'da verilen soru ve diğer örnek sorular önce öğretmen adayları tarafından çözülür daha sonra dersi yürüten araştırmacı ile birlikte gerek GeoGebra kullanılarak gerekse sınıf tahtası kullanılarak açıklanır. Ancak grafik çizme becerisi üst düzey bir beceri olduğu için açıklama aşamasında verilen grafik çizme örnek soruları bu becerinin kazanımı için yeterli gelmeyecektir. Ayrıca Tahmin ve Gözlem aşamalarında öğrendikleri yeni bilgileri bireysel olarak uygulamalarına imkân verilmelidir. Bu nedenle tez çalışması kapsamında ek bir aşama olarak değerlendirme aşamasına ihtiyaç duyulmuştur. Değerlendirme aşamasında grafik çizme sorularının bulunduğu bir çalışma yaprağı verilerek ders dışı ödevlendirme yapılmıştır. Öğretmen adaylarından ödevleri tanınan süre zarfında yapıp Google Classroom'a yükleyerek teslim etmeleri istenmiştir. Daha sonra teslim edilen ödevlerdeki hatalı grafik çizimleri araştırmacı tarafından sınıflandırılarak bu kapsamda yapılan hataları değerlendirme dersleri yapılmıştır. Hataların değerlendirilmesine yönelik yapılan derslerde öğretmen adayları tarafından yapılan ödevlerdeki çizimler etik kurallar çerçevesinde isim verilmeksizin

Şekil 17'deki gibi slaytlar halinde sunulurken, hataların nerelerde olduğu öğretmen adaylarına sunulmuştur.

Şekil 17

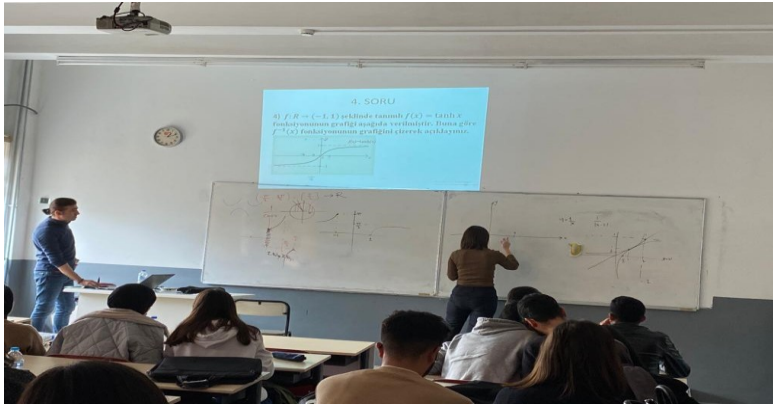
Değerlendirme aşamasında hatalı çizimlerin sunulduğu bir andan görüntü



Daha sonra dersi yürüten araştırmacı veya gönüllü öğretmen adaylarının katılımıyla Şekil 18'de olduğu gibi doğru grafik çizimleri yapıp grafikler incelenerek cevapların doğruluğu GeoGebra'da kontrol edilmiştir.

Şekil 18

Değerlendirme aşamasında gönüllü bir öğretmen adayının grafik çizdiği bir andan görüntü



Bu anlamda gerek öğretmen adaylarına ders dışı süre tanınarak grafik okuma ve yorumlamayı kapsayan grafik çizme becerisine yönelik sorularla kendilerini gerekse yapılan farklı hata çeşitlerini sınıf ortamında görmeleri açısından değerlendirmeler yapıldığı için bu aşamaya değerlendirme aşaması denmiştir. Değerlendirme aşamasındaki derste yapılan hatalar doğrudan bulunamadığı takdirde öğretmen adaylarının tahminleri alınarak GeoGebra'da uygulamalar ve açıklamalar yapıldığı için TGAD öğretim süreci dögüsel

olarak gerçekleştirilmektedir. Grafik çizmenin pekiştirilmesine yönelik yapılan öğretimden sonra değerlendirme aşaması tamamlanır.

3.7. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veriler, yarı yapılandırılmış açık uçlu sorulardan oluşan Fonksiyon Grafik Okuryazarlık Testi (FGOYT), yarı yapılandırılmış görüşme formundan elde edilmiştir. Ayrıca öğretim sürecinde kullanılan çalışma yapıları da veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Araştırmada birden fazla veri toplama aracı kullanılarak veri çeşitlemesi sağlanmak istenmektedir. Veri çeşitlemesi, farklı yollarla elde edilen verilerin birbirlerini teyit etmesine ve ulaşılan sonuçların geçerliliğini ve güvenilirliğini arttırmasını sağlayan bir tekniktir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu nedenle araştırmadan elde edilecek verilerin güvenilirliğinin ve geçerliğinin arttırılması için yarı yapılandırılmış açık uçlu sorulardan oluşan FGOYT, yarı yapılandırılmış görüşme formu ve teknoloji destekli öğretim yöntemine göre geliştirilen çalışma yapıları bir arada kullanılmıştır. Aşağıda her bir veri toplama aracı ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

3.7.1. Fonksiyon Grafikleri Okuryazarlık Testi (FGOYT): Bu çalışmanın amacı doğrultusunda ilgili ulusal alanyazın incelendiğinde fonksiyon grafiklerine yönelik grafik okuryazarlık testine rastlanamamıştır. Bu nedenle araştırmacı tarafından FGOYT geliştirilmiştir. FGOYT hazırlanırken araştırmacının amacına uygun olarak gerek Analiz I ve Analiz II dersini veren üç öğretim üyesinden görüşler alınarak gerekse fonksiyonlara yönelik temel kavramlar ve fonksiyon grafiklerinin yer aldığı YÖK (2018) ders içerikleri, ilgili alanyazında öğrenilmekte zorluk çekilen fonksiyon kavramları ve grafikleri, kavram yanlışları incelenerek konular belirlenmiştir. Bu konular Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3

Tez çalışması kapsamında ele alınan konular

Konu Sırası	Konu Başlığı
1. Konu	Fonksiyon Kavramı
2. Konu	Tanım ve Görüntü Kümesi
3. Konu	Birebir ve Örten Fonksiyon
4. Konu	Ters Fonksiyon
5. Konu	Tek ve Çift Fonksiyon

Belirlenen konulara ait kazanımlar ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programındaki YÖK (2018) ders içeriklerinde olmadığından araştırmacı tarafından grafik okuryazarlık alt becerilerini ve konuları dikkate alarak kazanımlar yazılmıştır. Fonksiyon grafiklerine yönelik grafik okuryazarlık becerilerini belirlemek amacıyla geliştirilen testin yarı

yapılandırılmış açık uçlu sorulardan oluşmasına karar verilmiştir. Çoktan seçmeli testlerde şans faktörünün olması nedeniyle grafik çizme becerisi gibi üst düzey becerilerin bu testlerle objektif bir şekilde ölçülemeyeceği düşünülmektedir. Ayrıca çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının grafik okuryazarlık becerilerini belirlemek ve bu becerilerin gelişiminin nasıl değiştiğini göstermek amaçlandığı için açık uçlu soruların kullanımının uygun olacağı düşünülmüştür. Nitekim grafik okuma-yorumlama ve grafik çizme becerilerine yönelik sorulan sorularda, öğretmen adaylarının cevapları kendi cümleleri ile ifade etmeleri hem daha kolay hem de araştırmacıya daha zengin veri sunması açısından faydalı olmaktadır. Sorular kazanımlara uygun olarak her grafik okuryazarlık becerisine göre soru olacak şekilde ilgili alanyazındaki kavram yanlışları ve öğrenilmesi zor fonksiyon grafikleri dikkate alınarak araştırmacı tarafından yazılmıştır. Özellikle grafik çizme becerisine yönelik sorular yazılırken öğretmen adaylarının sadece nicel düşünme becerileri ile çözebilecekleri sorular yerine nitel düşünme becerilerini ölçmeye yönelik sorular sorulmasına özen gösterilmiştir. İlgili alanyazında öğrencilerin grafik çizerken sıklıkla cebirsel ifadede değer vererek ve noktaları birleştirerek grafik çizme eğiliminde olduğu (nicel düşünme) belirtilmektedir (Bayazıt, 2011; Yurtyapan ve Kaleli Yılmaz, 2022). Bayazıt'a (2011) göre bu durumu gidermek için derslerde, sınavlar ve ders kitaplarındaki sorularda bir grafikten başka bir grafiğin çizimine ulaşma, grafiği bir bütün olarak düşünebilme gibi becerileri (nitel düşünme) ölçen sorulara yer verilmesi gerektiği belirtilmektedir. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının grafik okuryazarlık becerilerinin gelişimini yansıtmak amacıyla bu çalışma kapsamında geliştirilen FGOYT'de bu tür soruların olması gerektiği düşünüldüğünden grafik çizmeye yönelik sorular nitel düşünme becerilerini ölçmeye yönelik yazılmıştır. FGOYT hazırlanırken sırasıyla şu aşamalar takip edilmiştir. Öncelikle ilgili literatür detaylı bir şekilde taranmış, öğretim sürecinde ele alınacak kazanımlar belirlenmiştir. Sonrasında kazanımlara uygun olarak geniş bir soru havuzu oluşturulmuştur. Bu soru havuzundan kapsam geçerliliği sağlanacak şekilde belirlenen kazanımlara yönelik 20 adet açık uçlu soru hazırlanmıştır. Hazırlanan soruların kazanımlara uygunluğunun değerlendirilmesi, kapsam ve yapı geçerliğinin kontrol edilmesi için matematik eğitimi alanında uzman olan ve grafikler üzerine çalışmaları bulunan üç öğretim üyesi ile iki ortaöğretim matematik öğretmenin görüşleri alınmıştır. Uzman görüşlerinin önerileri doğrultusunda soruların daha iyi anlaşılabilmesi için bazı sorularda gerek şekilsel gerekse sözel düzenlemeler yapılmıştır. Ardından hazırlanan 20 soruluk açık uçlu grafik okuryazarlık testi, Türkiye'deki bir devlet üniversitesinde Matematik Eğitimi alanında yüksek öğrenim gören 15 öğretmene ve ilköğretim matematik bölümü dördüncü sınıfta öğrenim gören 15 öğretmen adayına uygulanmıştır. Hem öğretmenlere hem öğretmen

adaylarına testin uygulanmasındaki amaç soruların anlaşılabilirliğinin farklı bakış açıları ile test edilmek istenmesidir. Testi cevaplandırılmaları için 40 dakika süre verilmiştir. Test uygulanan kişilerin fonksiyon grafiklerine yönelik alan bilgilerini içeren Analiz I ve Analiz II derslerini lisans öğrenimleri sırasında almış olmalarına dikkat edilmiştir. Hazırlanan 20 soruluk grafik okuryazarlık testinin uygulanmasının ardından elde edilen veriler analiz edilmiştir. Verilerin analizi sonucu grafik okuryazarlık becerilerine göre kazanım dağılımını etkilemeyen, cevaplanma oranı az olan ve anlaşılamayan 10 açık uçlu soru testten çıkarılmıştır. Toplam olarak temelde 10 açık uçlu sorudan oluşan FGOYT elde edilmiştir. Bu testin bazı soruları alt sorulardan oluşmaktadır. FGOYT'nin 10 soruluk halinin kazanımlara göre dağılımı ve değerlendirilmesinin yapılması için üç öğretim üyesi, iki ortaöğretim matematik öğretmeninden tekrar uzman görüşü alınmıştır. Alınan görüşler sonrasında temelde 10 sorudan oluşan FGOYT kullanıma hazır hale gelmiştir. Testte yer alan soruların konu bazında ölçmeyi hedeflediği kazanımlara göre dağılımı Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4

FGOYT'de yer alan soruların konu ve kazanımlara göre dağılımı

Konu	Soru	Kazanımlar
Fonksiyon Kavramı	1	Bir bağıntı grafiğini okuma ve yorumlama yoluyla fonksiyon olup olmadığını keşfeder (belirler).
	2	Cebirsel ifadesi verilen bir grafiği çizerek fonksiyon olup olmadığını gerekçeleri ile açıklar.
Tanım ve Görüntü Kümesi	3	Fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü aralığını ifade eder.
	4	Cebirsel ifadesi verilen bir fonksiyonun grafiğini çizerek tanım ve görüntü aralığını gösterir.
Birebir ve Örten Fonksiyon	5	Bir fonksiyon grafiğini okuma ve yorumlama yoluyla birebir-örten olup olmama durumunu açıklar.
	6	Cebirsel ifadesi verilen bir fonksiyonun grafiğini çizerek birebir-örten fonksiyon olup olmadığını gerekçeleri ile açıklar.
Ters Fonksiyon	7	Bir fonksiyon grafiğini yorumlayarak tersindeki değerleri bulur.
	8	Bir fonksiyonun tersinin grafiğini, $y = x$ doğrusuna göre simetriğini alarak çizer.
Tek ve Çift Fonksiyon	9	Bir fonksiyon grafiğini okuma ve yorumlama yoluyla simetri durumuna göre tek ya da çift fonksiyon olup olmama durumunu belirler.
	10	Simetri durumunu dikkate alarak tek-çift fonksiyon grafikleri çizer.

3.7.2. Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Yöntemine Göre Geliştirilen Çalışma

Yaprakları: Yürütülen bu tez çalışmasında fonksiyon grafiklerinin öğretimine ve öğretmen adaylarının grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre beş adet çalışma yaprağı geliştirilmiştir. Çalışma yaprağı geliştirilirken TGAD öğretim yönteminin her aşamasına uygun kazanımlar belirlenmiştir. Bu aşamalara yönelik belirlenen kazanımları yoklayıcı gerekçeli açıklama gerektiren açık uçlu sorular kullanılmıştır. Burada fonksiyon grafiklerinin öğretimi ve grafik okuryazarlık becerilerinin gelişimi hedeflendiğinden öğretim sürecinde kullanılacak çalışma yaprağındaki açık uçlu soruların, grafik okuryazarlık testindeki sorularla benzer kazanımları ölçmesine özen gösterilmiştir. Çalışma yapraklarından örnek kesitler ve nasıl kullanılacağı "Ekler" bölümünde sunulan ders planlarında yer almaktadır. "Ekler" bölümünde yer alan ders planlarının ve geliştirilen çalışma yapraklarının konu ve kazanım dağılımı Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5*Çalışma yapraklarının konu ve kazanımlara göre dağılımı*

Çalışma Yaprakları	Konu	Kazanımlar
Çalışma Yapağı 1 (Ek-1)	Fonksiyon Kavramı	Kazanım 1: Bir bağıntı grafiğini okuma ve yorumlama yoluyla fonksiyon olup olmadığını keşfeder (belirler.) (Tahmin ve Gözlem aşaması) Kazanım 2: Cebirsel ifadesi verilen bir grafiği çizerek fonksiyon olup olmadığını gerekçeleri ile açıklar. (Açıklama ve Değerlendirme aşaması)
Çalışma Yapağı 2 (Ek-2)	Tanım ve Görüntü Kümesi	Kazanım 1: Fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümesini ifade eder. (Tahmin ve Gözlem aşaması) Kazanım 2: Cebirsel ifadesi verilen bir fonksiyonun grafiğini çizerek tanım ve görüntü kümesini gösterir. (Açıklama ve Değerlendirme aşaması)
Çalışma Yapağı 3 (Ek-3)	Birebir ve Örtün Fonksiyon	Kazanım 1: Bir fonksiyon grafiğini okuma ve yorumlama yoluyla birebir-örtün olup olmama durumunu açıklar. (Tahmin ve Gözlem aşaması) Kazanım 2: Cebirsel ifadesi verilen bir fonksiyonun grafiğini çizerek birebir-örtün fonksiyon olup olmadığını gerekçeleri ile açıklar. (Açıklama ve Değerlendirme aşaması)
Çalışma Yapağı 4 (Ek-4)	Ters Fonksiyon	Kazanım 1: Bir fonksiyon grafiğini yorumlayarak tersindeki değerleri bulur. (Tahmin ve Gözlem aşaması) Kazanım 2: Bir fonksiyonun tersinin grafiğini doğrusuna göre simetriğini alarak çizer. (Açıklama ve Değerlendirme aşaması)
Çalışma Yapağı 5 (Ek-5)	Tek ve Çift Fonksiyon	Kazanım 1: Bir fonksiyon grafiğini okuma ve yorumlama yoluyla simetri durumuna göre tek ya da çift fonksiyon olup olmama durumunu belirler (Tahmin ve Gözlem aşaması) Kazanım 2: Simetri durumunu dikkate alarak tek/ çift fonksiyon grafikleri çizer (Açıklama ve Değerlendirme aşaması)

Tablo 5’te görüldüğü üzere çalışma yapraklarının tahmin ve gözlem aşamasında grafik okuma ve yorumlamaya yönelik kazanımlar, açıklama ve değerlendirme aşamasında ise grafik çizmeye yönelik kazanımların öğretimi hedeflenmiştir. Gözlem aşaması öğrencinin GeoGebra yazılımı üzerinde bireysel deneyimler yaşadığı bir aşama olduğu için bu aşamanın okuma ve yorumlama becerileri açısından çok yönlü bir aşama olduğunu söylemek mümkündür.

Bu çalışma kapsamında geliştirilen çalışma yapraklarının nasıl uygulandığını daha iyi ifade etmek adına fonksiyon kavramının (olup/olmama) öğretimine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre tasarlanan Çalışma yaprağı 1’den örnek bir kesit aşağıda sunulmuştur.



Tablo 6

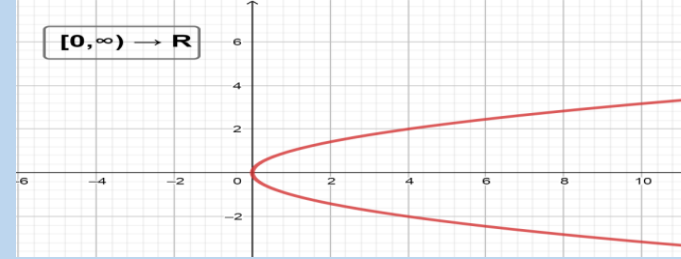
Çalışma yaprağı 1'in teknoloji destekli TGAD öğretim sürecinde kullanımına yönelik içerikten örnek bir kesit

Aşamalar

İçerik Örnekleri

Tahmin

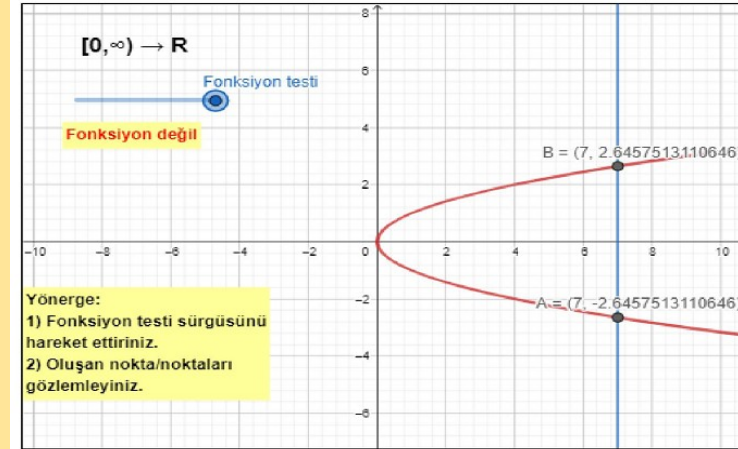
Bu aşamada alanyazında sıklıkla kavram yanılgısı yaşanan bazı grafikler verilmiştir. Bu bağıntı grafiklerinin verilen aralıkta fonksiyon belirtip belirtmediğini gerekçeleri ile birlikte tahmin etmeleri istenmiştir. Verilen grafiklere bir örnek yanda sunulmuştur.



Gözlem

Gözlem aşamasında, öğretmen adayları GeoGebra uygulamasındaki sürgü aracılığıyla gözlem yaparak tahmin aşamasında sorulan sorulara cevaplar bulmaya çalışırlar ve uygulamanın altında yer alan “**Düşüncem değişti/ değişmedi**” bölümünü doldururlar. Yanda gözlem aşamasından bir kesit yer almaktadır.

Grafik 1



Grafik 1'e yönelik Açıklama ve Yaptığınız Gözlemler

(Tahmindeki düşüncem değişti veya düşüncem değişmedi. Çünkü.....gözlemedim.....fark ettim)

A
f_x

Açıklama

Açıklama aşamasında ise her bir grafik için öğretmen adaylarının gözlem aşamasında yazdıkları bu düşünce ve gözlemleri sınıf arkadaşları ile paylaşmaları istenir. Bu bölüm tahmin ve gözlemlerini karşılaştırarak sorguladıkları bir bölümdür. Ayrıca bu aşamada grafik çizmeye yönelik örnek sorular verilerek önce onların deftere çizmeleri daha sonra tahtada ve GeoGebra'da birlikte çizimi sağlanarak açıklama aşaması tamamlanır.

1) $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olacak şekilde $y = \log_5 x$ ifadesinin grafiğini çizerek fonksiyon olup olamama durumunu grafikten yola çıkarak açıklayınız.

Değerlendirme

Bu aşamada öğretmen adaylarına grafik çizmeye yönelik ders dışı ödevlendirme yapılır. Ödevlerin bireysel yapılmasını sağlamak için Google Classroom üzerinden kısıtlı bir süre tanımlanarak verilmiştir. Ödevlerden örnek bir soru yanda yer almaktadır. Ödev teslim süresi tamamlandığından öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar etik kurallar çerçevesinde ayrı bir derste sınıf ortamında tartışılarak hataların görülmesi ve yorumlanması sağlanır.

2) $x^2 + y^2 = 4$ ifadesinin grafiğini çizerek fonksiyon olup olmama durumunu grafikten yola çıkarak açıklayınız.

Grafik	Açıklama
	Fonksiyondur/ Fonksiyon değildir. Çünkü

3.7.3. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu: TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğretim ortamının fonksiyon grafiklerine yönelik grafik okuryazarlık becerilerine etkisinin incelendiği bu tez çalışmasında yapılan öğretime yönelik öğretmen adaylarının görüşlerini almak için açık uçlu sorulardan oluşan yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme, araştırmacının önceden belirlenen soruları sormasına ek olarak, görüşme sırasında katılımcının verdiği cevaplara göre uygun alt soruları sorma esnekliği sağlar. Bu esnekliğinden dolayı yarı yapılandırılmış görüşme tekniği eğitim bilimleri alanındaki araştırmalara daha uygun bir araştırma tekniğidir (Türnüklü, 2000). Çalışmanın doğası gereği öğretmen adaylarının verdikleri cevaplara göre ek sorulara ihtiyaç duyulduğundan yarı yapılandırılmış görüşme tekniği tercih edilmiştir. Görüşmeler her konunun öğretiminden sonra gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmelerde öğretmen adaylarına bu derste “Ne öğrendiniz?”, “Neleri beğendiniz?”, “Neleri beğenmediniz?” ve “Önerileriniz nelerdir?” şeklinde sorular yöneltilerek o ders hakkındaki görüşleri alınmıştır.

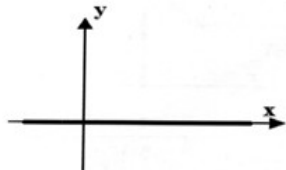

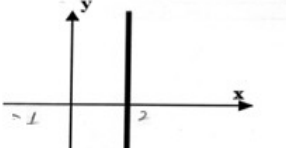
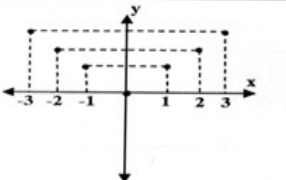


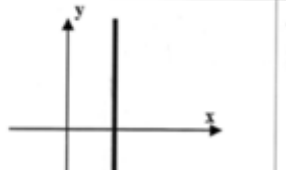
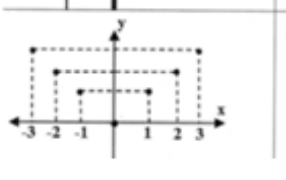
3.8. Verilerin Analizi

Araştırmadan elde edilen veriler üç aşamada analiz edilmiştir. İlk aşamada ön test ve son test uygulamalarından elde edilen veriler analiz edilmiştir. İkinci aşamada öğretim sürecinde kullanılan teknoloji destekli öğretim yöntemine göre geliştirilen çalışma yapraklarından elde edilen nitel veriler analiz edilmiştir. Üçüncü aşamada görüşme formundan elde edilen nitel verilerin analizi yapılmıştır. Elde edilen verilerin analizi ile ilgili detaylı bilgiler aşağıdaki bölümlerde açıklanmıştır.

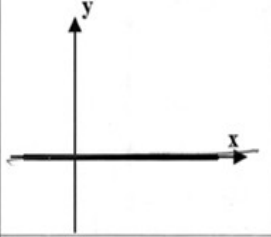
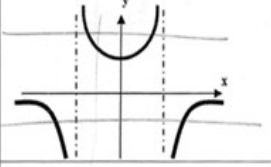
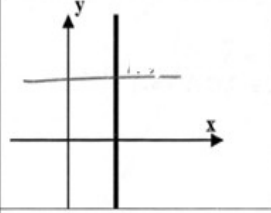
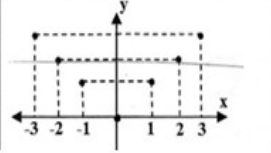
3.8.1. Fonksiyon Grafikleri Okuryazarlık Testinden (FGOYT) Elde Edilen Verilerin Analizi: FGOYT karşılaştırma yapmak amacıyla öğretmen adaylarına ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Ön test ve son testteki sorular aynıdır. FGOYT'deki bazı sorular alt sorulardan oluşmakta ve gerekçeli olarak açıklanması istenen açık uçlu sorulardır. FGOYT'de grafik çizmeye yönelik çözüme dayalı sorular yer almaktadır. Grafik çizmeye yönelik çok farklı bakış açıları ve her cevabın değerli olduğu düşünüldüğünden dereceli bir puanlama anahtarı kullanılmamıştır. FGOYT'den elde edilen veriler analiz edilirken gerekçeli doğru cevap “Doğru”, cevap doğru ancak gerekçe belirtilmemiş ya da gerekçede eksik bilgiler varsa “Kısmen Doğru”, cevap hatalı ise “Yanlış” ve boş bırakılması durumunda “Boş” olarak kategorize edilmiştir. Ancak her soru alt sorulardan oluştuğu için ve öğretmen adayları genellikle soruları yanıtsız bırakmadığından “Boş” kategorisi pek kullanılmamıştır. Ayrıca bazı sorularda bir soru birden fazla alt sorudan oluşmaktadır. Bu alt sorulardan bazıları doğru cevaplanmış, bazıları yanlış ya da eksik cevaplar verilmiş ise bu soru "Kısmen Doğru" olarak kabul edilmiştir. FGOYT'nin analizine ilişkin örnekler Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7

FGOYT'nin analizine ilişkin örnekler

Kategoriler	Öğretmen adaylarının örnek cevapları	
Doğru (Bütün grafiklere doğru cevap ve doğru gerekçe verilmiştir)		$x \in \mathbb{R}$ $y = 0$ Tanım karesel tam reel sayılardır. Çözüm karesel re "0" dir. Tanım karesel de çözümler karesel de verilen analizlerdir. Sabit fonksiyonlar
		Tanım karesel tam reel sayılarda fonksiyon geçeri değildir. bu yüzden fonksiyon değildir.
		Fonksiyon değildir. Tanım karesel tam reel sayılarda bir değeri vardır. Bkz $x=1$ 'nin y'de değeri yok.
		Tam sayılar karesel tam reel sayılarda olabilir ama reel sayılar fonksiyon değildir çözümler tam reel sayılar fonksiyon değildir. Bkz $x=1$ 'nin y'de değeri yok.
Kısmen Doğru (Bu cevap kategorisi iki farklı durumda geçerlidir. Bunlar; 1) Doğru cevap verilip gerekçe gösterilmezse. 2) Dört grafikten en az birine doğru cevap verilmiş ve doğru gerekçe gösterilmiş, diğer grafiklerde hatalar varsa bu kategoride kodlanmıştır. Örneğin burada ilk grafikte doğru cevap ve doğru gerekçe var. Ancak diğer grafiklerde hatalar mevcut bu nedenle kısmen doğru kategorisinde analiz edilmiştir.)		Her bir x değeri ^{yanlış} bir y değeriyle eşleşir. fonksiyon grafiğidir $y=0$ grafiği.
		Parabol fonksiyon grafiği verilmiş 2 tane asimptot var fonksiyon analizi konusuna. Bu da bir fonksiyon grafiği.
		fonksiyon değil x'in her değeri için sabit bir değeriye gitmiş.
		Bu da bir fonksiyon Mutlak değer fonksiyonu Ama grafik mi biliyorum. dabilir.

Yanlış (Bütün grafiklerde yanlış cevabın yanlış gerekçe ile verilmesi durumunda bu kategori kullanılmıştır.)

	x-eksenine paralel bir doğru cisimliğinde tek noktada kesiştiğinden fonksiyondur.
	" " " fonksiyondur.
	x eksenine paralel doğru cisimliğinde birden çok noktada keser fonksiyon değil.
	fonksiyondur.

Boş (Bütün grafiklerin cevapsız bırakılması durumunda kullanılmıştır.)

Bu çalışmada bir soru pek çok alt sorudan oluştuğu için bu kategori oluşmamıştır. Bütün öğretmen adayları bir soruda en az bir grafiği doğru ya da yanlış cevaplamışlardır.

3.8.2. Teknoloji Destekli Öğretim Yöntemine Göre Geliştirilen Çalışma

Yaprağından Elde Edilen Verilerin Analizi: Teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre beş çalışma yaprağı geliştirilmiştir. TGAD öğretim yönteminin aşamalarına uygun olarak hazırlanan çalışma yaprakları dört aşamadan oluşmakta ve aşamaların çoğunda grafiklere yönelik gerekçeleriyle açıklanması istenen açık uçlu sorular bulunmaktadır. Çalışma yapraklarında yer alan sorular öğretmen adaylarını konu ya da kavramı öğrenmeye yöneltici sorular olması nedeniyle sorular nitel olarak analiz edilmiştir. Sorular analiz edilirken ön test ve son testte olduğu gibi gerekçeleri ile birlikte cevap doğru ise "Doğru", cevap doğru ancak gerekçe belirtilmemiş ise "Kısmen Doğru", cevap hatalı ise "Yanlış" ve boş bırakılması durumunda "Boş" olarak kategorize edilmiştir. Çalışma yaprağından elde edilen veriler öğretim sürecinin yansıtılmasında kullanılmıştır. Teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen çalışma yaprağından elde edilen verilerin analizi Tablo 7'dekine benzer şekilde analiz edilmiştir.

3.8.3. Görüşme Formundan Elde Edilen Verilerin Analizi: Görüşme formu her konunun öğretiminden sonra o konuyla ilgili yürütülen ders hakkında gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler yazılı olarak uygulanmıştır. Bu görüşmelerden elde edilen veriler içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. İçerik analizi yöntemi daha çok gözleme dayalı alınan notlardan çok metinlerin (mülakat dökümleri, günlükler ve dokümanlar) analizinde kullanılır (Patton, 1990/2014). Ayrıca içerik analizi bir araştırmadaki verilerin temelindeki kavramları ayrıntılı bir şekilde incelenmek ve kavramlar arasındaki ilişkilerin ortaya çıkarılması amacıyla kullanılabilir (Miles vd., 2014). Dolayısıyla yürütülen bu tez çalışmasında yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. İçerik analizi yöntemi uygulanarak veriler analiz edilirken NVIVO 9.0 bilgisayar programından faydalanılmıştır. Bu nitel veri analiz programı ile öğretmen adaylarının her birinin sorulara verdikleri cevaplar kodlanmıştır. Yapılan kodlamalar, temalar ve alt temalar haline getirilerek NVIVO 9.0 nitel veri analiz programı yardımıyla modeller ve tablolar oluşturularak sunulmuştur. Verilerin güvenilirliği artırmak için aradan yaklaşık bir ay geçtikten sonra araştırmacı tarafından veriler tekrar kodlanmıştır. Miles ve Huberman'ın (1994) [$\text{Görüş birliği} / (\text{Görüş birliği} + \text{Görüş ayrılığı}) \times 100$] formülü kullanılarak; kodlamalar arasında %93 uyum olduğu görülmüştür. Uyum sağlanamayan kodlarda tez danışmanının da görüşü alınarak ortak bir karara varılmıştır.

4. BÖLÜM BULGULAR

Bu bölümde grafik okuryazarlık (okuma-yorumlama ve çizme) becerilerinin gelişimi için tasarlanan TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğrenme ortamının etkilerine yönelik bulgular araştırmanın alt problemleri bağlamında sunulmuştur. Veri toplama araçları bölümünde açıklandığı gibi ön test ve son testte, her bir konu alanında (Fonksiyon kavramı (olup/ olmama), tanım-görüntü kümesi, birebir- örten fonksiyon, ters fonksiyon, tek ve çift fonksiyon) grafik okuma ve yorumlama için bir soru (seçenekleri de mevcut), grafik çizme için de ayrı bir soru sorulmuştur. Bu bağlamda bulgular sunulurken her bir konu alanında öncelikle grafik okuma-yorumlamaya ve çizmeye yönelik sorulara ait ön test bulguları ayrı ayrı sunulmuştur. Daha sonra, her bir konunun öğretimi için yürütülen teknoloji destekli TGAD öğretim sürecine ait bulgulara yer verilmiştir. Araştırmadaki her bir konunun öğretimi yapıldıktan sonra o konuya yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen ders hakkında öğretmen adaylarının görüşlerine başvurulmuştur. Bu nedenle öğretim sürecindeki bulgulardan sonra ilgili konuya yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen ders hakkındaki öğretmen adaylarının görüşlerine ait bulgulara yer verilmiştir. Ardından her bir konu alanında grafik okuma-yorumlamaya ve grafik çizmeye yönelik sorulara ait son test bulguları ayrı ayrı sunulmuştur.

4.1. Fonksiyon Kavramı Konusundaki Grafik Okuryazarlık Becerilerine Yönelik Bulgular

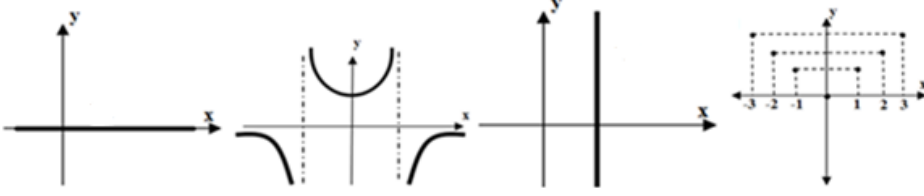
Araştırmanın birinci alt problemi “Fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik geliştirilen teknoloji destekli TGAD'ye dayalı öğrenme ortamının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının; fonksiyon kavramı (olup/olmama) konusundaki grafik okuryazarlık becerilerine etkisi nasıldır?” şeklinde belirlenmiştir. Bu bağlamda fonksiyon kavramı (olup/olmama) grafik okuryazarlık becerilerine yönelik ön test soruları ve öğretim sürecinden elde edilen bulgular alt başlıklar halinde aşağıda sunulmaktadır.

4.1.1. Fonksiyon Kavramına Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Ön Test Bulguları: Öğretmen adaylarının fonksiyon kavramına (olup/olmama) yönelik grafik okuma-yorumlama becerisini incelemek amacıyla hazırlanan soru Şekil 19'da yer almaktadır.

Şekil 19

Fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yorumlama becerisi ön test sorusu

1) Grafikleri verilen aşağıdaki bağıntıların $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 'ye fonksiyon olup/olmadığını gerekçenizle birlikte açıklayınız.



Şekil 19'daki fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma ve yorumlama becerisini incelemek için hazırlanan sorunun analizinden elde edilen ön test bulguları Tablo 8'de sunulmuştur.

Tablo 8

Fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma- yorumlama ön test bulguları

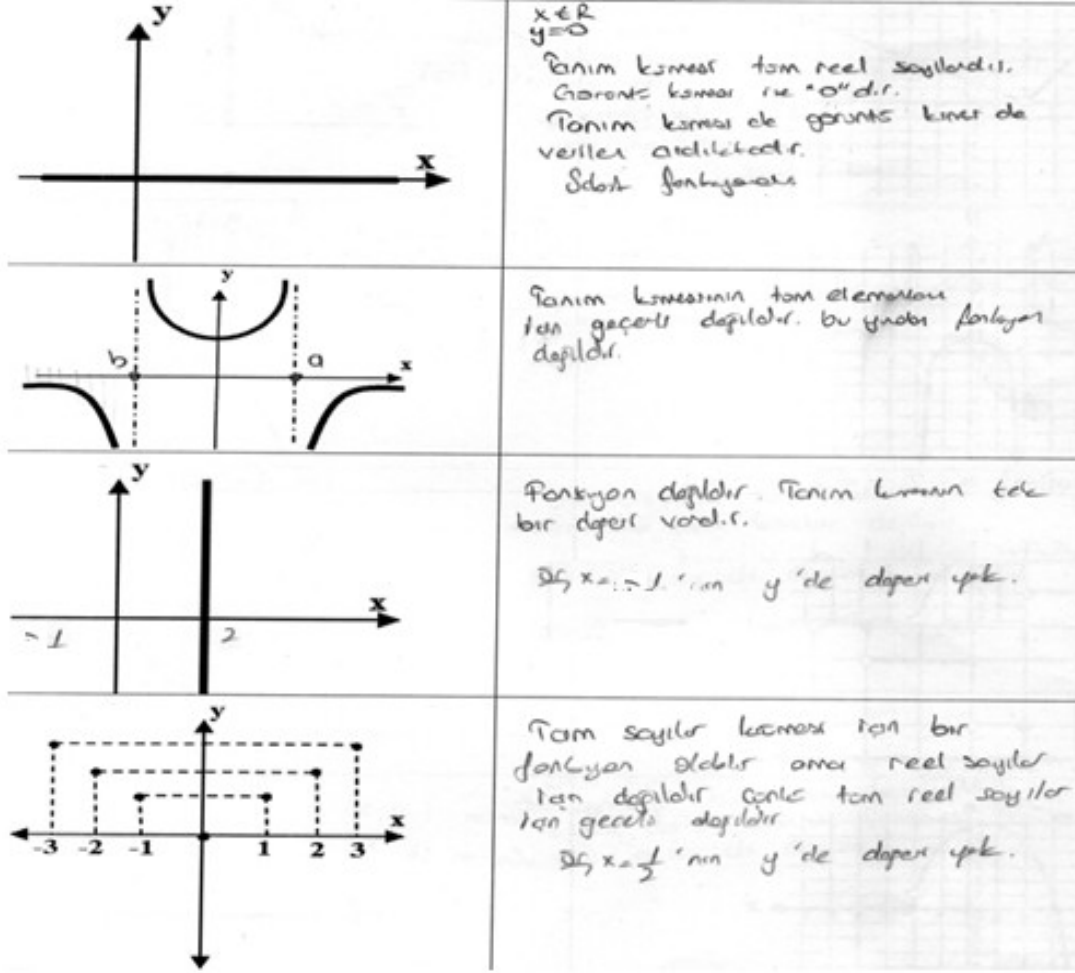
Kategoriler	Ö _A Kodlar	f	%
Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₅ , Ö ₁₀ , Ö ₁₇ , Ö ₁₉	6	15.79
Kısmen Doğru	Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₈ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇	30	78.95
Yanlış	Ö ₃₃ , Ö ₃₈	2	5.26

Tablo 8 incelendiğinde fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunu öğretmen adaylarının çoğunun kısmen doğru ($f = 30$) cevapladıkları görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının ilgili sorunun bazı alt sorularında eksik veya hatalı çözüm yaptıklarını göstermektedir. Bulgular incelendiğinde öğretmen adaylarının az bir kısmın ilgili soruya doğru ($f = 6$) ve yanlış ($f = 2$) verdiği belirlenmiştir. Dolayısıyla çok az sayıdaki öğretmen adayı bu sorununun alt sorularının tamamına doğru ya da tamamına yanlış cevap vermiştir.

Fonksiyon kavramına (olup/olmama) yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunun tamamını doğru cevaplayan öğretmen adaylarından Ö₁₉' un yazılı açıklamaları incelendiğinde, fonksiyon kavramının tanımına hakim olduğu ve bu soruyu detaylı açıkladığı görülmektedir. Ö₁₉ öğretmen adayının bu soruyla ilgili yaptığı açıklamalar ve çözümler Şekil 20'de sunulmuştur.

Şekil 20

Ö₁₉'un fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yorumlama sorusuna verdiği doğru cevaplar



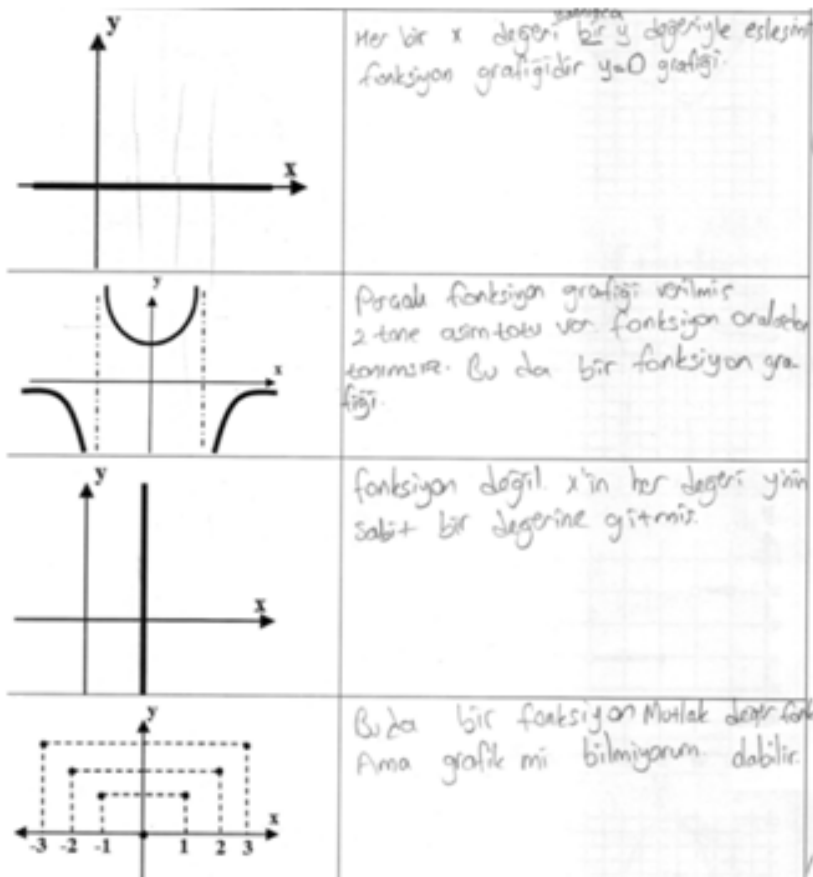
Şekil 20'de soruyu doğru yapan Ö₁₉'un çözümleri incelendiğinde ilk grafiğin bir fonksiyon olduğu bunun için dikey çizgi kontrolünü yaparak tanım kümesini grafik üzerinde incelediği görülmektedir. İkinci grafikte üzerinde işaretlediği iki noktaya karşılık gelecek değerler bulunmadığından grafiğin bir fonksiyon grafiği olmadığı belirtilmiştir. Üçüncü grafik ile x ekseninin kesiştiği noktaya tahmini olarak 2 değeri yazılarak, tanım kümesindeki -1 'in karşılığının olmadığı, yani tanım kümesinde eşlenmeyenler elemanlar olduğu için grafiğin fonksiyon olamayacağı ifade edilmiştir. Dördüncü grafikte ise verilen tanım kümesi (reel sayılar) ile grafiğin tanım kümesinin örtüşmediği için fonksiyon olamayacağını nokta bazlı örnekler verilerek açıklandığı görülmektedir. Dolayısıyla Ö₁₉'un grafiklerin fonksiyon olup olmama durumunu değerlendirirken, soru kökünde verilen tanım aralığını dikkate alarak grafikleri değerlendirdiği anlaşılmaktadır. Bu durum öğretmen adayının ilgili sorularda,

fonksiyon olma/olmama durumuna yönelik kavramsal bilgisini, grafiği okuma ve sözel açıklamalarıyla yorumlama bağlamında grafik üzerine transfer edebildiğini göstermektedir.

Fonksiyon kavramına (olup/olmama) yönelik grafik okuma-yorumlama becerisini incelemek için hazırlanan sorunun dört alt sorusuna verilen cevaplar incelendiğinde öğretmen adaylarının bir kısmının bazı sorularda doğru bazılarında ise eksik veya hatalı çözüm yaptıkları belirlenmiştir. Bu durum araştırmacı tarafından kısmen doğru şekilde kodlanmıştır. Kısmen doğru olarak kodlanan yanıtlardan dikkat çekici bazı çözümler Şekil 21'de sunulmuştur.

Şekil 21

Ö₁₃'nin fonksiyon kavramı grafik okuma- yorumlama sorusuna yönelik kısmen doğru çözümleri



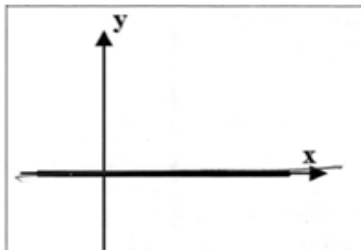
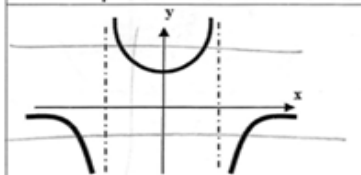
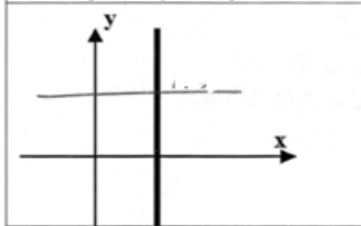
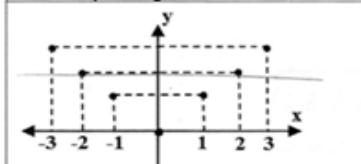
Şekil 21 incelendiğinde birinci grafiğe yönelik okuma ve yorumlamada başarılı olduğu görülmektedir. Ö₁₃ öğretmen adayı ikinci grafikte ise asimptotları fark ederek fonksiyonun o noktalarda tanımsız olduğunu ifade etmektedir. Ancak adayın grafiğin bir fonksiyon olabilmesi için tanım kümesini bir bütün halinde okuyup yorumlayamadığı bu nedenle yanlış bir sonuca vardığı görülmektedir. Ö₁₃'ün üçüncü grafiğe doğru bir cevap yazmasına rağmen açıklamasında x' in her değerinin sabit bir değere gittiğini ifade ederek

grafiğe yönelik yanlış açıklamalarda bulunmuştur. Oysa verilen grafikte tek bir x değerinin y ekseninde birbirinden farklı görüntülerinin olduğu görülmektedir. Dolayısıyla \ddot{O}_{13} 'ün üçüncü grafiği doğru okuyamadığı söylenebilir. Dördüncü grafikte öğretmen adayı verilen grafiğin bir mutlak değer fonksiyonu olduğunu ancak grafik olup olmadığını bilmediğini belirttiği ve yanlış cevap verdiği görülmektedir. Bu durum öğretmen adayı tarafından mutlak değer fonksiyon grafiğinin sadece şekilsel olarak öğrenildiği şeklinde yorumlanabilir. Diğer bir dikkat çekici bulgu ise öğretmen adayı dördüncü grafiği değerlendirirken verilen şekilde noktalar birleştirilmediğinden grafik belirtip belirtmediğine “bilmiyorum” cevabını vermesidir. Dördüncü grafik incelendiğinde diğer grafiklerden farklı olarak tanım ve görüntü kümesinin tamsayılardan oluştuğu görülmektedir. Dolayısıyla \ddot{O}_{13} 'ün bu grafikleri okuma ve yorumlama noktasında eksikleri olduğu söylenebilir.

Fonksiyon kavramı (olup/olmama) durumuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusuna verdiği cevapların tamamı yanlış olan öğretmen adaylarından biri olan \ddot{O}_{33} 'ün çözümleri aşağıda sunulmaktadır.

Şekil 22

\ddot{O}_{33} 'ün fonksiyon kavramı grafik okuma- yorumlama sorusuna yönelik yanlış çözümleri

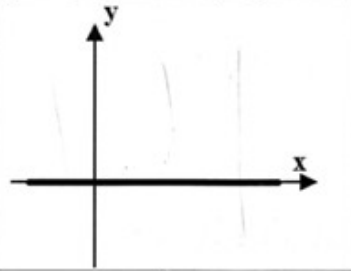
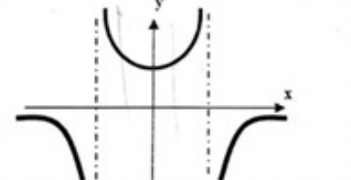
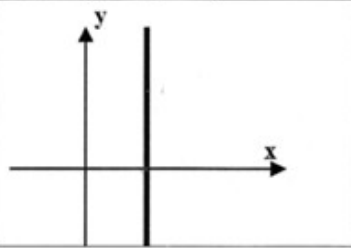
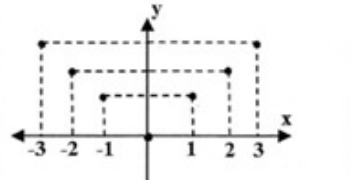
	<p>x-eksenine paralel bir doğru çizildiğinde tek noktada kesiştiğinden fonksiyondur.</p>
	<p>fonksiyondur.</p>
	<p>x eksenine paralel doğru çizildiğinde de bir noktada keser fonksiyon değildir.</p>
	<p>fonksiyondur.</p>

Ö₃₃'ün çözümleri incelendiğinde fonksiyon kavramına (olup/olmama) yönelik hazırlanan grafik okuma yorumlama sorularının tamamını hatalı cevapladığı görülmektedir. Öğretmen adayının çözümleri incelendiğinde grafiğin fonksiyon olma durumunu incelerken bütün cevaplarında x eksenine paralel bir doğru çizerek inceleme yaptığı görülmektedir. Bu durum Ö₃₃'ün fonksiyon kavramına yönelik bilgi eksiklerinin grafik okuma ve yorumlamaya olumsuz yönde yansımalarının bir göstergesi olarak değerlendirilebilir.

Fonksiyon kavramına (olup/olmama) yönelik grafik okuma-yorumlama sorularına verdiği cevapların hepsi yanlış olan bir diğer öğretmen adayı olan Ö₃₈'in çözümleri Şekil 23'te sunulmaktadır.

Şekil 23

Ö₃₈'in fonksiyon kavramı grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik yanlış çözümleri

	Her y noktasına karşılık tek bir x noktası olmadığı için $f(x)$ bir fonksiyon değildir.
	Her y noktasına karşılık tek bir x noktası olduğu için fonksiyondur.
	Her y noktasına karşılık tek bir x noktası olduğu için $f(x)$ fonksiyondur.
	

Ö₃₈'in cevapları incelendiğinde grafikleri incelerken dikey doğru çizmesine rağmen fonksiyon olma şartı olarak y noktasına karşılık grafik üzerinde tek bir x noktasının olması gerektiğini iddia ettiği görülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayının eylem ve söyleminin birbiriyle çelişkili olduğu dikkat çekmektedir. Bu durum Ö₃₈'in fonksiyon kavramına yönelik bilgi eksiklerinin grafik okuma ve yorumlama olumsuz yönde yansımalarının bir göstergesi olarak değerlendirilebilir.

4.1.2. Fonksiyon Kavramına Yönelik Grafik Çizme Ön Test Bulguları:

Öğretmen adaylarının fonksiyon kavramına (olup/olmama) yönelik grafik çizme becerisini incelemek amacıyla hazırlanan soru aşağıda yer almaktadır.

"2) $x^2 + y^2 = 1$ cebirsel ifadesinin grafiğini çiziniz. Çizdiğiniz grafiğin bir fonksiyon olup olmadığını gerekçenizi belirterek açıklayınız."

Fonksiyon kavramı (olup/olmama) grafik çizme becerisini incelemeye yönelik hazırlanan yukarıdaki soruda cebirsel ifadesi verilen denklemin öğretmen adayları tarafından grafiğinin çizilip, fonksiyon olup/olmama durumunu incelemeleri istenmektedir. Fonksiyon olup olmama durumuna yönelik grafik çizme beceri ön test bulguları Tablo 9'da sunulmaktadır.

Tablo 9

Fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme ön test bulguları

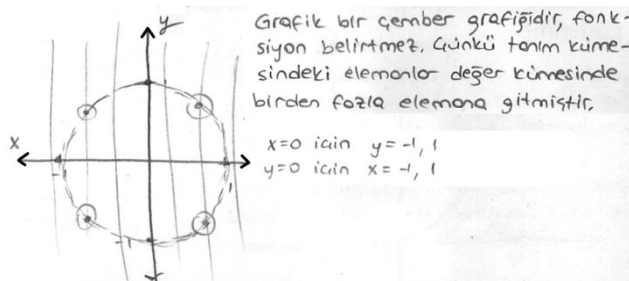
Kategoriler	Ö _A Kodlar	f	%
Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₇ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₃₀ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅	24	63.16
Kısmen Doğru	Ö ₁₀ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₂ , Ö ₂₉ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₇	11	28.95
Yanlış	Ö ₂₃ , Ö ₃₆ , Ö ₃₈	3	7.89

Tablo 9 incelediğinde fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme sorusunu öğretmen adaylarının çoğunun doğru ($f = 24$), diğerlerinin ise kısmen doğru ($f = 11$) ve yanlış ($f = 3$) cevapladığı görülmektedir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının önemli bir kısmının sorunun doğru çözümüne ulaştığı söylenebilir.

Doğru cevaplayan öğretmen adaylarından Ö₂₁'in fonksiyon kavramı (olup/olmama) grafik çizme sorusuna yönelik çözümünü Şekil 24'te verilmiştir.

Şekil 24

Ö₂₁'in fonksiyon kavramı grafik çizme sorusuna verdiği cevap



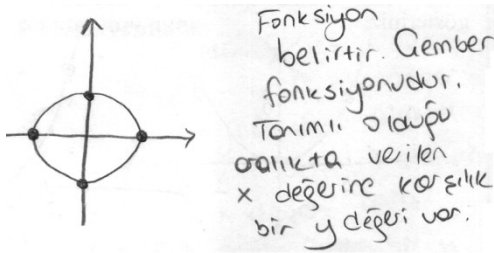
Şekil 24 incelendiğinde Ö₂₁'in fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme sorusunda öncelikle cebirsel ifadenin grafik çizimini doğru bir şekilde yaptığı daha sonra da dikey doğru testi ile çizdiği grafiğin fonksiyon olup olmama durumunu değerlendirerek grafiğin fonksiyon

olamayacağını sözel açıklamalarla desteklediği görülmektedir. Öğretmen adayının ilgili soru bağlamında değerlendirecek olursak \ddot{O}_{21} 'in cebirsel yapıyı grafiksel temsile dönüşümünde başarılı olduğu, daha sonra da fonksiyon olma durumuna yönelik kavramsal bilgisini sözel temsile dönüştürebildiği görülmektedir.

Fonksiyon kavramına (olup/olmama) yönelik grafik çizme becerisini incelemek için hazırlanan soruda öğretmen adaylarının çizimlerinde veya sözel açıklamalarında eksiklikler araştırmacı tarafından kısmen doğru olarak değerlendirilmiştir. Bu duruma dikkat çekici bir örnek olarak \ddot{O}_{16} 'nın cevabı Şekil 25'te verilmiştir.

Şekil 25

\ddot{O}_{16} 'nın fonksiyon kavramı grafik çizme sorusuna verdiği cevap



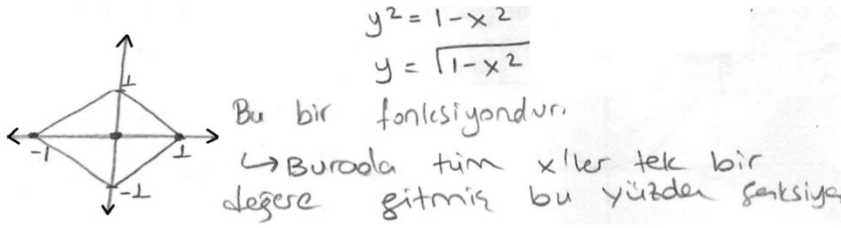
Şekil 25 incelendiğinde \ddot{O}_{16} 'nın verilen cebirsel ifadenin bir çember belirttiğini bildiği görülmektedir. Ancak çember grafiğini şekilsel olarak çizmiştir. Nitekim öğretmen adayının çiziminde işaretlediği noktadaki değerleri yazmadığı görülmektedir. Bu durum \ddot{O}_{16} 'nın bir çember grafiğini aşama aşama çözümleyerek nasıl çözülmesi gerektiğini tam anlamıyla bilmediği izlenimini vermektedir.

Ayrıca öğretmen adayının ifadelerine bakıldığında çizdiği grafiğin bir çember fonksiyonu belirttiğini iddia ettiği görülmektedir. İddiasına gerekçe olarak grafiğin tanımlı olduğu aralıkta verilen x değerine karşılık bir y değerinin bulunması gerekliliğini ifade etmektedir. Bu gerekçe öğretmen adayının fonksiyon olma şartını kısmen bildiğini göstermektedir. Yani öğretmen adayı bir grafiği incelerken kullandığı kriter doğru olmasına rağmen grafiği değerlendirirken yanlış bir sonuca ulaşmıştır. Dolayısıyla \ddot{O}_{16} 'nın çizdiği grafiğin fonksiyon olup olmama durumunu araştırırken değerlendirmesinde süreçsel düşünmemesi ve dikey doğru testini kullanmaması hata yapmasının temel nedenleri olarak söylenebilir.

Fonksiyon kavramına (olup/olmama) yönelik grafik çizme sorusunu yanlış cevaplayan \ddot{O}_{23} 'ün yaptığı hatalı çizim aşağıda sunulmaktadır.

Şekil 26

Ö₂₃'ün fonksiyon kavramı grafik çizme sorusuna verdiği cevap



Şekil 26 incelendiğinde Ö₂₃'ün çember denkleminin grafiğini yanlış çizdiği ve grafiğin fonksiyon olup olmama durumunu “fonksiyondur” şeklinde değerlendirerek yanlış açıklamalarda bulunduğu görülmektedir. İlgili soru bazında düşünüldüğünde Ö₂₃'ün fonksiyon kavramına (olup/olmama) yönelik grafik çizme becerisinde eksikler olduğu söylenebilir.

4.1.3. Fonksiyon Kavramına Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Sürecine Ait Bulgular: Teknoloji destekli TGAD öğretim sürecinde öğretmen adaylarının grafiklerin fonksiyon olup olmama durumlarını dikkatli bir şekilde incelemelerine katkı sağlamak amacıyla GeoGebra dinamik yazılımında dikey doğru testi geliştirilmiştir. Dikey doğru testi sayesinde öğretmen adaylarının grafiğin fonksiyon olup olmama durumlarını kolaylıkla incelemesi, hata yaptıkları noktaları fark etmesi ve grafiğe yönelik okuma-yorumlama becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Bu bölümde fonksiyon kavramı grafik okuryazarlık becerilerini geliştirmek amacıyla hazırlanan TGAD'ye dayalı teknoloji destekli öğrenme ortamından bahsedilerek öğretim sürecinden yansımaları yer verilmiştir. Öğretim sürecini yansıtırken örneklemden seçilen öğretmen adaylarının çalışma yapraklarına ilişkin veriler sunulmuştur. Öğretmen adayları belirlenirken ön testte fonksiyon olup olmama durumuna yönelik hazırlanan grafik okuma ve yorumlama sorusuna verdikleri yanıtlar dikkate alınarak her kategoriden öğretmen adayı seçilmiştir. Böylece bu soru bazında farklı seviyelerde olan öğretmen adaylarının öğretim sürecinin farklı açılardan yansıtılması amaçlanmaktadır.

Tablo 10

Fonksiyon kavramı konusuna yönelik öğretim sürecini incelemek amacıyla seçilen öğretmen adayları

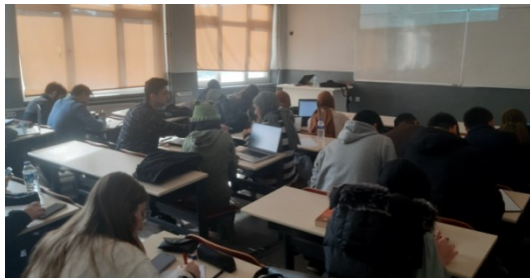
Ön Test Kategorileri	Ö _A Kodları
Doğru	Ö ₅
Kısmen Doğru	Ö ₃ , Ö ₁₈
Yanlış	Ö ₃₈

Fonksiyon kavramı konusunun öğretim süreci yansıtılırken Tablo 10'da yer alan dört öğretmen adayından elde edilen veriler incelenmiştir. Ancak incelenen dört öğretmen adayının hepsinin doğru cevap verdiği durumlarda öğretim sürecini objektif bir şekilde yansıtmak için sınıfta hata yapan başka öğretmen adayları varsa onların cevaplarına da yer verilmiştir. Böylece fonksiyon kavramı grafik okuma ve yorumlama ön test sorusuna göre farklı kategorilerde olan öğretmen adaylarının öğretim sürecindeki durumlarının yansıtılması amaçlanmaktadır. Bu bağlamda fonksiyon kavramına yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen grafik okuryazarlık dersinin aşamaları ve elde edilen bulgular yansıtılarak öğretim süreci detaylı bir şekilde incelenmiştir.

4.1.3.1. Tahmin Aşaması: Tahmin aşamasında öğretmen adaylarının grafik okuma-yorumlama becerilerine yönelik hazırlanan sorular öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Bu aşamada, öğretmen adaylarından verilen linke (<https://www.geogebra.org/classroom>) tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenmiştir. Tahmin aşamasında öğretmen adaylarından ekranlarındaki dokuz farklı grafiğin fonksiyon olup olmama durumlarını gerekçeleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir. Bunun için öğretmen adaylarına 15 dakika süre verilmiştir.

Şekil 27

Tahmin aşamasında öğretmen adaylarının grafikleri inceledikleri bir an



Şekil 27'de görüldüğü tahmin aşamasında öğretmen adayları bilgisayar veya cep telefonlarını kullanarak sorular üzerinde bireysel olarak düşünmektedirler. 15 dakikalık çalışma süresi sonunda, öğretmen adaylarının görüşleri alınmaya başlanır. Bu süreçte her ifade tartışılmaya çalışılır. Görüş ayrılıkları olduğunda öğretmen adaylarının birbirlerini ikna etmeleri için bilimsel anlamda kanıt ve gerekçelerini paylaşmaları konusunda teşvik edilir. Bu aşamada amaç bütün öğretmen adaylarının görüşlerinin gerekçelerini sunarak tartışmaya katılmalarını sağlamaktır. Böylece her öğretmen adayı savunduğu görüşün doğru mu yanlış mı olduğunu merak ederek bir sonraki aşamada yapılacak etkinliğe motive olacaktır. Öğretmen bu aşamada moderatör rolünde hareket etmelidir. Cevabı söylemek yerine karmaşıklığın yaşandığı noktaları ifade ederek öğretmen adaylarının zihninde soru işareti

oluşturarak kavramsal anlamda dengesizliği ve merakı tetiklemelidir. Gözlem aşamasına geçmeden önce bir grafiğe yönelik sınıfta yaşanan dikkat çekici bir diyalog aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 11

Tahmin aşamasında yapılan sınıf içi tartışmada geçen bir konuşma

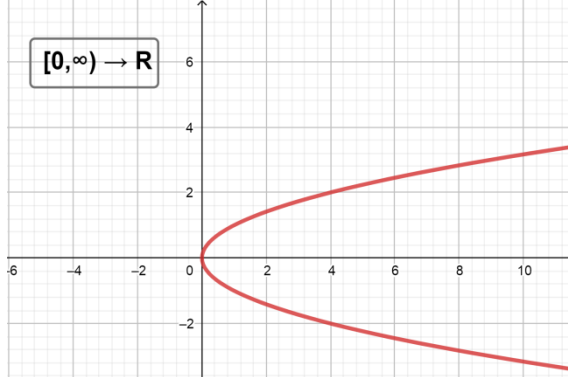
Grafik	Sınıfta Geçen Konuşma
	<p>Araştırmacı: “Evet arkadaşlar bu grafiğin fonksiyon olup olmama durumu hakkında ne düşünüyorsunuz?”</p> <p>Ö₃: “Fonksiyon Bence”</p> <p>A: “Neden?”</p> <p>Ö₃: “Çünkü grafik mutlak değer fonksiyon grafiğidir.”</p> <p>A: “Yani değil mi arkadaşlar bu grafik mutlak değer fonksiyon grafiği V gibi”</p> <p>Ö₅: “Hayır bence değil. Çünkü aradaki değerler yok”</p> <p>A: “Hımm artık hangi düşüncenin doğru olduğuna gözlem aşamasında karar verirsiniz”</p>

Tablo 11’de görüldüğü üzere öğretmen derste hatalı öğretmen adayının fikrini öne çıkararak sanki doğruymuş gibi desteklemektedir. Burada öğretmen adayları üzerinde bu söylenenler “Acaba doğru olabilir mi?” soru işaretini uyandırarak bir dengesizlik durumu oluşturmak hedeflenmiştir. Böylelikle hem sınıf içi konuşmaların artırılması hem de gözlem aşamasında bahsedilen noktalar hakkında merak uyandırılarak daha iyi bir gözlemin yapılması amaçlanmıştır.

4.1.3.2. Gözlem Aşaması: Öğretmen adaylarının tahmin aşamasında grafiklerin fonksiyon olup olmama durumlarına yönelik cevaplarını kontrol etmeleri amacıyla, gözlem aşaması GeoGebra yazılımında hazırlanan etkinlikle gerçekleştirilmiştir. Bu etkinlik sayesinde öğretmen adayları aynı grafikleri dinamik bir ortamda daha yakından inceleyerek tahmin aşamasındaki düşüncelerinin değişip değişmediğini açıklamaları sağlanmıştır. Bu kapsamda gözlem aşamasından elde edilen bulgular öğretmen adaylarının tahmin aşamasındaki cevaplarıyla birlikte sunulmuştur.

Tablo 12

Tahmin aşamasındaki 1. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₃ , Ö ₅ , Ö ₁₈ , Ö ₃₈
	Kısmen Doğru	----
	Yanlış	----

Tablo 12’de cevapları incelenen dört öğretmen adayının tamamının tahmin aşamasındaki soruyu doğru cevapladığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının doğru yanıtları aşağıda sunulmaktadır.

Ö₃ : “Fonksiyon değildir. Çünkü tanım kümesindeki her x değeri (sıfır hariç) iki farklı y değeri almaktadır.”

Ö₅ : “Fonksiyon değildir. Dikey doğru testi yapınca 2 noktada kesiyor.”

Ö₁₈ : “Fonksiyon değildir. Çünkü tanım kümesindeki sayılar birden çok değerle eşleşmiş. Fonksiyon olma şartlarını sağlamıyor.”

Ö₃₈ : “Fonksiyon değildir. Çünkü her x noktası bir y noktasını kesmiyor. Örneğin $f(4) = 2$ ve $f(4) = -2$ olduğundan dolayı.”

Fonksiyon kavramına yönelik okuma yorumlama sorusunu ön testte doğru cevaplayan Ö₅’in grafiği dikey doğru testi yaparak süreçsel olarak değerlendirdiği görülmektedir. Dolayısıyla Ö₅ öğretmen adayı dikey doğru testi ile grafiğin her yerini pratik bir şekilde tarayarak cevap verdiği için Ö₅’in grafik okuma-yorumlama becerilerinin diğer öğretmen adaylarına göre pratiklik açısından daha gelişmiş olduğu anlaşılmaktadır. Öte yandan ön testteki soruyu kısmen doğru (Ö₃, Ö₁₈) ve yanlış (Ö₃₈) yapan öğretmen adayları ise grafiği noktasal olarak ele almışlardır ve belirli nokta örnekleriyle sınırlı kalmaları dikkat çekmektedir. Bu durum fonksiyon olup olmama bakımından ön testteki grafikleri doğru okuyup yorumlayan öğretmen adaylarının grafiklere daha çok süreçsel ve nitel yaklaşımda bulduklarının bir göstergesi olarak yorumlanabilir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla seçilen öğretmen adaylarının tamamı bu soruyu doğru cevaplırsalar da sınıfın genelinin cevapları incelendiğinde bir öğretmen adayı (Ö₂₂) söz konusu soruyu tahmin aşamasında yanlış cevaplamıştır. Dolayısıyla bu soru bağlamında

Ö₂₂'nin yanlış yanıtını ve yorumunu incelemenin faydalı olacağı düşünülerek aşağıda sunulmuştur.

Ö₂₂: “ $y^2 = x$ fonksiyon koşulları sağlanıyor.”

Ö₂₂ öğretmen adayı grafiği incelerken sadece cebirsel açıdan değerlendirip yazdığı ifadenin bir fonksiyon belirttiğini açıklayarak yanlış bir sonuca ulaşmıştır. Dolayısıyla öğretmen adayının grafiğin cebirsel ifadesine direkt ulaşması sadece şekilsel düşündüğünün bir kanıtı olarak söylenebilir. Öğretmen adayının grafiğe yönelik cebirsel düşüncesi doğru olsa bile grafiğin tanım kümesine yönelik herhangi bir noktasal veya süreçsel bir inceleme yapmadığı anlaşılmaktadır. Ayrıca grafiğin fonksiyon olma kurallarına yönelik detaylı bir açıklama yapmamaktadır. Nitekim Ö₂₂ öğretmen adayının ön testte, fonksiyon kavramına yönelik soruyu kısmen doğru cevapladığı göz önünde bulundurulduğunda, bu öğretmen adayının grafikleri fonksiyon olup olmadığına dair okuma ve yorumlama becerilerinde eksiklikler olduğu söylenebilir. Bu durum, grafiklerin nasıl incelenmesi gerektiği konusunda da yetersizlikleri olduğunun bir göstergesi olabilir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksiklikleri gidermek ve fonksiyon olma kurallarının öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlik sayesinde öğretmen adaylarının fonksiyon testi yapmaları sağlamıştır.

Öğretmen adaylarının yaptıkları gözlemler sonucunda tahmin aşamasındaki düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarına dair açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

Ö₃: “Düşüncem değişmedi çünkü her x değeri iki farklı değer alıyor.”

Ö₅: “Değişmedi, yaptığım yorumun doğru olduğunu fark ettim.”

Ö₁₈: “Düşüncem değişmedi. Çünkü bu grafiğin bir fonksiyon belirtmediğini fark etmiştim.”

Ö₃₈: “Düşüncem değişmedi. Çünkü sürgüyü hareket ettirdiğimde her x noktası tek bir y noktasını kesmiyor.”

Açıklamalar incelendiğinde soruya tahmin aşamasında doğru cevap veren öğretmen adaylarının gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda cevaplarının doğruluğu gözlemledikleri ifadelerine yansımaktadır.

Tahmin aşamasında öğretmen adayları grafikleri doğru cevaplıyor olsalar bile, GeoGebra yazılımında hazırlanan etkinlik sayesinde aynı grafikleri daha detaylı inceleme fırsatı bulmuşlardır. Dinamik bir ortamda grafikleri daha yakından inceleyerek fonksiyon kavramına dair noktasal ve süreçsel bağlamda grafiğe yönelik daha derinlemesine bir anlayışa sahip olabilme fırsatı elde etmişlerdir. Ayrıca, gözlem aşamasıyla birlikte öğretmen adaylarının grafik okuma ve yorumlama becerilerinin güçlendirilmesi hedeflenmiştir. Nitekim

çalışma grubunda yer almayı tahmini yanlış olan Ö₂₂'nin gözlem aşaması sayesinde düşüncesinde olumlu yönde değişim açıklamalarına şu şekilde yansımaktadır:

Ö₂₂: “Düşüncem değişti çünkü birden fazla değer almış.”

Ö₂₂'nin açıklaması incelendiğinde tahmin aşamasında grafiğin fonksiyon olmasına yönelik düşüncesinin değiştiğini, gözlem aşamasında grafiğin birden fazla y değeri aldığını fark ederek açıklamıştır. Bu farkındalık, grafiği sadece cebirsel açıdan değerlendiren öğretmen adayının tahmin aşamasındaki düşüncesinin değişmesini sağlamıştır. Dolayısıyla geliştirilen gözlem aşaması etkinliğin amaca hizmet ettiğini, öğretmen adaylarının 1. Grafiğin fonksiyon olup olmama durumuna yönelik grafik okuma ve yorumlama becerisini ve kendilerini doğrulama imkânı verdiği söylenebilir.

Tablo 13

Tahmin aşamasındaki 2. grafik yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₃ , Ö ₅
	Kısmen Doğru	-----
	Yanlış	Ö ₁₈ , Ö ₃₈

Tablo 13'te cevapları incelenen dört öğretmen adayının tahmin aşamasındaki soruyu ikisinin (Ö₃, Ö₅) doğru ve ikisinin (Ö₁₈, Ö₃₈) de yanlış cevapladığı görülmektedir. Doğru cevap veren öğretmen adaylarının yanıtları aşağıda sunulmaktadır.

Ö₃: “Fonksiyon değildir. Çünkü tanım kümesi R küme olmasına rağmen -2 ve 2 değerlerinin değer kümesinde karşılığı yoktur. Bu da tanım kümesinde boşta eleman kalması demektir.”

Ö₅: “Değildir. Tanım kümesinde -2 ve 2 'nin bir görüntüsü yok.”

Doğru cevap veren öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde grafik üzerinde yer alan asimptot doğrularına dikkat ederek -2 ve 2 değerlerinin değer kümesinde karşılığı olmadığını vurguladıkları görülmektedir.

Soruya yanlış cevaplayan iki öğretmen adayının grafiğe ilişkin yaptığı açıklamaları ise şu şekildedir:

Ö₁₈ :“Fonksiyondur. Çünkü tanım kümesinde açıkta eleman yok. Şartları sağlıyor. Grafiğe dikey çizgiler attığımızda grafiği yalnız bir noktada kesiyor.”

Ö₃₈ :“Fonksiyondur. Çünkü her x noktası bir y noktasını kesiyor”

Ö₁₈'in açıklamalarına bakıldığında öğretmen adayının grafiğin fonksiyon olma durumunu dikey çizgilerle incelediği, tanım kümesini dikkate alarak karar verdiği ifadelerine yansımaktadır. Yani öğretmen adayı grafiği ilgili bağlamda nasıl incelediğini doğru bir şekilde ifade etmektedir. Ancak Ö₁₈ ve Ö₃₈'in grafikle ilgili asimptot geçen noktalara yönelik bir değerlendirmede bulunmadığı görülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayları tanım kümesinin içerisinde yer alan asimptot noktalarının görüntüsünün olduğunu düşünmektedirler. Bu bakımdan adayların, fonksiyon olma durumuna yönelik teorik bilgisini grafik üzerine aktaramadığı söylenebilir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksiklikleri gidermek ve fonksiyon olma kurallarının öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlik öğretmen adaylarının fonksiyon testi yapmalarını sağlamıştır. Soruya tahmin aşamasında doğru cevap veren öğretmen adayları gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda cevaplarının doğru olduğunu gözlemlemişlerdir. Yanlış cevap veren Ö₁₈ ve Ö₃₈'in gözlem aşaması sayesinde düşüncesinde olumlu yönde değişim açıklamalarına şu şekilde yansımaktadır.

Ö₁₈: “Düşüncem değişti. Çünkü grafiğin fonksiyon olmadığını fark ettim. Tanım kümesindeki -2 ve 2 değerlerinin asimptot olduğunu ve değer kümesinde bir görüntüsünün olmadığını gözlemledim.”

Ö₃₈: “Düşüncem değişti.”

Ö₁₈ tahmin aşamasındaki açıklamalarından farklı olarak gözlem aşamasında grafikte asimptot geçen noktaları fark ettiği ve bu noktaların değer kümesinde görüntüsünün bulunmaması nedeniyle tanım kümesinden de çıkarılması gerektiğini doğru bir şekilde ifade ettiği görülmektedir. Ö₃₈ öğretmen adayı da tahmin aşamasındaki düşüncesinin gözlem aşamasındaki yaptığı etkinlik sayesinde değişimini ifade etse de Ö₁₈ kadar detaylı bir anlatımda bulunmamıştır. Bu durum 2. grafiğin fonksiyon olup olmama durumuna yönelik gözlem aşaması için geliştirilen etkinliğin bu öğretmen adaylarında bir farkındalık oluşturduğunu gösteren bir bulgudur. Nitekim fonksiyon kavranma yönelik grafik okuma ve yorumlama ön test sorusuna verdiği cevap incelendiğinde ilgili soruyu Ö₁₈'in kısmen doğru, Ö₃₈'in ise yanlış yanıtladığı dikkate alınırsa etkinliğin öğretmen adaylarında bir düşünce değişikliği yaratması farkındalığın geliştirdiğini göstermektedir.

Tablo 14

Tahmin aşamasındaki 3. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₃ , Ö ₅ , Ö ₁₈ , Ö ₃₈
	Kısmen Doğru	-----
	Yanlış	-----

Tablo 14'te cevapları incelenen dört öğretmen adayının tamamının tahmin aşamasındaki soruyu doğru cevapladığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının doğru yanıtları aşağıda sunulmaktadır.

Ö₃: “Fonksiyondur. $x = 0$ değeri için değer kümesinde bir eleman yok lakin 0 değeri zaten R kümesinden çıkarılmıştır. Bu da tanım kümesinde boşta eleman kalmasını önlemiştir.”

Ö₅: “Fonksiyondur. Tanım kümesindeki tüm elemanların görüntüsü vardır..”

Ö₁₈: “Fonksiyondur. Çünkü tanım kümesindeki her elemanın görüntüsü yalnız bir tanedir.”

Ö₃₈: “Fonksiyondur. Çünkü her x noktası bir y noktasını kesiyor ve tanımına uygun bir şekilde 0 noktasını kesmiyor.”

Ö₃'ün cevabı incelendiğinde öğretmen adayının asimptot noktasına dikkat ettiği ve grafiğin fonksiyon olabilmesi için tanım kümesinde bu noktanın neden bulunmaması gerektiğini ayrıntılı bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Diğer öğretmen adaylarının da yanıtları da birbirine benzer niteliktedir. Bu durum fonksiyon olup olmama bağlamında öğretmen adaylarının 3. grafiği doğru bir şekilde okuyup yorumladıklarını göstermektedir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla seçilen öğretmen adaylarının tamamı bu soruyu doğru cevaplasalar da sınıfın genelinin cevapları incelendiğinde bir öğretmen adayının (Ö₄) da yaptığı açıklama yanlış ve dikkat çekici bir bulgu olduğundan bu soru bağlamında yanıtının sunulmasının faydalı olduğu düşünülerek aşağıda verilmiştir.

Ö₄: “*f* fonksiyon değildir. Çünkü tanım ve görüntü kümesi sadece asimptotları belirtiyor.”

Ö₄'ün açıklaması incelendiğinde grafikteki asimptotları fark etmiştir. Ancak tanım ve görüntü kümesinin sadece asimptot noktalarından oluştuğunu iddia ederek verilen grafiğin fonksiyon belirtmediğini ifade etmektedir. Bu durum öğretmen adayının soruda verilen tanım ve görüntü kümesini okumada hata yaptığını göstermektedir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksiklikleri gidermek ve fonksiyon olma kurallarının öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlik sayesinde öğretmen adaylarının fonksiyon testi yapmaları sağlamıştır.

Öğretmen adaylarının yaptıkları gözlemler sonucunda tahmin aşamasındaki düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarına dair açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

Ö₃: “*Düşüncem değişmedi. Çünkü 0 kümede yok.*”

Ö₅: “*Değişmedi, yaptığım yorumun doğru olduğunu fark ettim.*”

Ö₁₈: “*Düşüncem değişmedi. Çünkü grafiğin bir fonksiyon belirttiğini gözlemlemiştim.*”

Ö₃₈: “*Düşüncem değişmedi. Çünkü 0 tanım ve değer kümesinden çıkarılmıştır ve grafikte ona göre çizilmiştir.*”

Açıklamalar incelendiğinde soruya tahmin aşamasında doğru cevap veren öğretmen adaylarının gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda cevaplarının doğruluğunu gözlemledikleri ifadelerine yansımaktadır.

Tahmin aşamasında öğretmen adayları grafikleri doğru cevaplıyor olsalar bile, GeoGebra yazılımında hazırlanan etkinlik sayesinde aynı grafikleri daha detaylı inceleme fırsatı bulmuşlardır. Dinamik bir ortamda grafikleri daha yakından inceleyerek fonksiyon kavramına dair noktasal ve süreçsel bağlamda grafiğe yönelik daha derinlemesine bir anlayışa sahip olabilme fırsatı elde etmişlerdir. Ayrıca, gözlem aşamasıyla birlikte öğretmen adaylarının grafik okuma ve yorumlama becerilerinin güçlendirilmesi hedeflenmiştir. Nitekim çalışma grubunda yer almayıp tahmini yanlış olan Ö₄'ün gözlem aşaması sayesinde düşüncesinde olumlu yönde değişim açıklamalarına şu şekilde yansımaktadır:

Ö₄: “*Düşüncem değişti. Çünkü ilk başta reel sayılardan sıfırın yani asimptot noktalarının çıktığını göremedim. Fark edemedim. Ama tekrar bakınca fonksiyon şartlarını sağladığını gördüm.*”

Ö₄'ün açıklaması incelendiğinde tahmin aşamasındaki tanım ve görüntü kümesini okuma ve yorumlamadaki yaptığı dikkat hatasını fark ettiği görülmektedir. Dolayısıyla 3.grafik bağlamında gözlem aşaması için geliştirilen etkinliğin okuma ve yorumlamadaki yapılabilecek basit hataları fark etmede de fayda sağladığı söylenebilir.

Tablo 15

Tahmin aşamasındaki 4. Grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₅ , Ö ₁₈
	Kısmen Doğru	-----
	Yanlış	Ö ₃ , Ö ₃₈

Tablo 15’te fonksiyon olma durumuna yönelik grafik okuma ve yorumlama sorusuna yönelik cevaplar incelendiğinde dört öğretmen adayından ikisinin (Ö₅, Ö₁₈) soruyu doğru, ikisinin (Ö₃, Ö₃₈) ise yanlış cevapladığı görülmektedir. Doğru cevap veren Ö₅ ve Ö₁₈ öğretmen adaylarının yanıtları aşağıda sunulmaktadır.

Ö₅: “Fonksiyon değildir. 3’ün 2 tane değeri var.”

Ö₁₈: “Fonksiyon değildir. Çünkü tanım kümesindeki her elemanın görüntüsü yalnızca bir tane değil. $f(3) = 1$ ve $f(3) = 2$ olduğundan yani tanım kümesindeki 3 değer kümesinden iki değerle eşleştiğinden fonksiyon değildir.”

Doğru cevabı veren öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde grafik üzerindeki açık ve kapalı noktaları inceledikleri ve $x = 3$ noktasında fonksiyonun iki farklı görüntüsü olduğunu belirtmişlerdir. Bu durumun grafik olma şartlarına ters düştüğüne dikkat çekerek soruyu doğru yanıtladıkları görülmektedir.

Soruyu yanlış cevaplayan Ö₃ ve Ö₃₈ öğretmen adaylarının grafiğe ilişkin yaptığı açıklamalar ise şu şekildedir:

Ö₃: “Fonksiyondur. Tanım kümesinde boşta eleman yoktur ve tanım kümesinde her eleman değer kümesinde bir elemana gitmektedir.”

Ö₃₈: “Fonksiyondur.”

Ö₃’ün açıklamalarına bakıldığında öğretmen adayının grafiğin fonksiyon olma durumunu incelerken tanım kümesindeki her elemanın değer görüntüsünün olması gerektiği ve tanım kümesinde boşta eleman kalmaması gerektiğine dikkat çekmektedir. Ö₃ öğretmen adayının verdiği bu bilgi doğru olsa da bir grafik fonksiyon olması için yeterli değildir. Verilen bu bilgiye ek olarak bir grafiğin tanım kümesindeki her elemanın sadece bir görüntüsü olmalıdır. Bu bakımdan Ö₃ öğretmen adayının fonksiyon olma şartlarını grafikleri okuma ve yorumlama eksik kullandığı dikkat çekici bir bulgudur. Nitekim Ö₃ öğretmen

adayının ön testte, fonksiyon kavramına yönelik soruyu kısmen doğru cevapladığı göz önünde bulundurulduğunda, bu öğretmen adayının grafikleri fonksiyon olup olmadığına dair okuma ve yorumlama becerilerinde eksiklikler olduğunu destekler niteliktedir. Öte yandan Ö₃₈ öğretmen adayı herhangi bir gerekçe göstermeden yanlış bir yanıt vermiştir. Ö₃₈ öğretmen adayı hatalı yanıtının sebebini açıklamadığı için bu soruya ilişkin yaptığı hatanın kaynağı değerlendirilememiştir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksiklikleri gidermek ve fonksiyon olma kurallarının öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlik öğretmen adaylarının fonksiyon testi yapmalarını sağlamıştır. Soruya tahmin aşamasında doğru cevap veren öğretmen adayları gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda cevaplarının doğru olduğunu gözlemlemişlerdir. Yanlış cevap veren Ö₃ ve Ö₃₈'in gözlem aşaması sayesinde düşüncesinde olumlu yönde değişim açıklamalarına şu şekilde yansımaktadır.

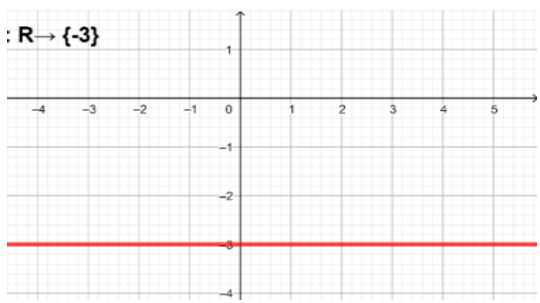
Ö₃: “ $x = 3$ değerinin iki farklı y değerine gittiğini görmemişim.”

Ö₃₈: “Düşüncem değişti. Çünkü gözlemlerken 3 noktasının 2 değere gittiğini fark etmemiştim.”

Ö₃ ve Ö₃₈ açıklamaları incelendiğinde gözlem aşamasında yaptıkları etkinlikle 4. Grafikte $x = 3$ noktasının iki farklı görüntüsü olduğunu fark ettiklerini belirlemişlerdir. Bu durum 4. Grafiğin fonksiyon olup olmama durumuna yönelik gözlem aşaması için geliştirilen etkinliğin bu öğretmen adaylarında bir farkındalık oluşturduğunu ve hatalarını giderdiğini gösteren bir bulgudur. Nitekim fonksiyon kavranma yönelik grafik okuma ve yorumlama ön test sorusuna verdiği cevap incelendiğinde ilgili soruyu Ö₃'ün kısmen doğru, Ö₃₈'in ise yanlış yanıtladığı dikkate alınırsa etkinliğin öğretmen adaylarında bir farkındalık geliştirdiğini ve amacına hizmet ettiği söylenebilir.

Tablo 16

Tahmin aşamasındaki 5. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₃ , Ö ₅ , Ö ₁₈ , Ö ₃₈
	Kısmen Doğru	-----
	Yanlış	-----

Tablo 16’da cevapları incelenen dört öğretmen adayının tamamının tahmin aşamasındaki soruyu doğru cevapladığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının doğru yanıtları aşağıda sunulmaktadır.

Ö₃ : “*Fonksiyon. Hatta sabit bir fonksiyondur.*”

Ö₅ : “*Fonksiyondur. Tanım kümesindeki tüm elemanların görüntüsü vardır.*”

Ö₁₈ : “*Fonksiyondur. Çünkü tanım kümesinde açıkta eleman yoktur ve her elemanın yalnızca bir görüntüsü vardır.*”

Ö₃₈ : “*Fonksiyondur. Çünkü her x elemanının bir y değeri var*”

Belirlenen öğretmen adaylarının cevapları incelendiğinde 5. grafiğin fonksiyon olma kurallarını sağladıklarını, özellikle Ö₃ öğretmen adayı verilen grafiğin sabit fonksiyon olduğunu ifade etmişlerdir. Bu durum fonksiyon olup olmama bağlamında belirlenen öğretmen adaylarının 5. grafiği doğru bir şekilde okuyup yorumladıklarını göstermektedir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla seçilen öğretmen adaylarının tamamı bu soruyu doğru cevaplasalar da sınıfın genelinin cevapları incelendiğinde bir öğretmen adayının (Ö₁₂) yaptığı açıklama yanlış ve dikkat çekici bir bulgu olduğundan bu soru bağlamında yanıtının sunulmasının faydalı olduğu düşünülerek aşağıda verilmiştir.

Ö₁₂ : “*Fonksiyon değildir. $x = 0$ için $y = -3$ olamadığından değildir.*”

Ö₁₂’nin grafiğin $x = 0$ noktası için $y = -3$ değerini alamadığı düşünerek fonksiyon olamayacağını ifade ettiği görülmektedir. Ancak Ö₁₂ öğretmen adayı $x = 0$ noktasının görüntüsünü de yazmamıştır. Bu durum öğretmen adayının tanım kümesindeki $x = 0$ noktasının görüntüsünün olmadığını düşündüğü için grafiğin fonksiyon olmadığını belirttiği şeklinde yorumlanabilir. Dolayısıyla Ö₁₂ öğretmen adayının fonksiyon olma şartlarını bildiği ancak sabit fonksiyon grafiğini okumada hata yaptığı söylenebilir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksiklikleri gidermek ve fonksiyon olma kurallarının öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlik sayesinde öğretmen adaylarının fonksiyon testi yapmaları sağlamıştır.

Öğretmen adaylarının yaptıkları gözlemler sonucunda tahmin aşamasındaki düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarına dair açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

Ö₃ : “*Düşüncem değişmedi. Sabit fonksiyon demiştim zaten.*”

Ö₅ : “*Değişmedi, yaptığım yorumun doğru olduğunu fark ettim.*”

Ö₁₈ : “*Düşüncem değişmedi. Çünkü bunun bir fonksiyon olduğuna inanıyordum.*”

Ö₃₈ : “*Fikrim değişmedi. Çünkü her x elemanı tek bir y elemanını kesiyor.*”

Açıklamalar incelendiğinde soruya tahmin aşamasında doğru cevap veren öğretmen adaylarının gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda cevaplarının doğruluğu gözlemledikleri ifadelerine yansımaktadır.

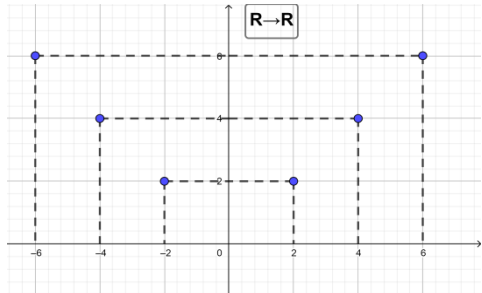
Tahmin aşamasında öğretmen adayları grafikleri doğru cevaplıyor olsalar bile, GeoGebra yazılımında hazırlanan etkinlik sayesinde aynı grafikleri daha detaylı inceleme fırsatı bulmuşlardır. Dinamik bir ortamda grafikleri daha yakından inceleyerek fonksiyon kavramına dair noktasal ve süreçsel bağlamda grafiğe yönelik daha derinlemesine bir anlayışa sahip olabilme fırsatı elde etmişlerdir. Ayrıca, gözlem aşamasıyla birlikte öğretmen adaylarının grafik okuma ve yorumlama becerilerinin güçlendirilmesi hedeflenmiştir. Nitekim çalışma grubunda yer almayıp tahmini yanlış olan Ö₁₂'nin gözlem aşaması sayesinde düşüncesinde olumlu yönde değişim açıklamalarına şu şekilde yansımaktadır:

Ö₁₂: “Düşüncem değişti. Fonksiyondur, çünkü her x değeri $y = -3$ 'e gidiyor .”

Ö₁₂'nin açıklaması incelendiğinde 5. grafiğin fonksiyon olmasına yönelik tahmin aşamasındaki düşüncesinin değiştiğini, grafiğin tanım kümesindeki bütün değerlerin görüntüsünün -3 olduğunu fark ettiği görülmektedir. Dolayısıyla 5.grafik bağlamında gözlem aşaması için geliştirilen etkinliğin sabit fonksiyon grafiklerini okuma ve yorumlamadaki yapılabilecek hataları fark etmede de fayda sağladığı söylenebilir.

Tablo 17

Tahmin aşamasındaki 6. grafik yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₅ , Ö ₁₈
	Kısmen Doğru	-----
	Yanlış	Ö ₃
	Boş	Ö ₃₈

Tablo 17'de fonksiyon olma durumuna yönelik grafik okuma ve yorumlama sorusuna yönelik cevaplar incelendiğinde dört öğretmen adayından ikisinin (Ö₅, Ö₁₈) soruyu doğru, birinin (Ö₃) yanlış cevapladığı, diğer bir öğretmen adayının ise (Ö₃₈) boş bıraktığı görülmektedir. Doğru cevap veren Ö₅ ve Ö₁₈ öğretmen adaylarının yanıtları aşağıda sunulmaktadır.

Ö₅: “Değildir. Tanım kümesinde açıkta kalan elemanlar vardır.”

Ö₁₈: “Fonksiyon değildir. Çünkü tanım kümesinde açıkta elemanlar kalmış. Sadece $-6, -4, -2, 2, 4, 6$ için değer kümesinde görüntüler var.”

Doğru cevabı veren öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde tanım kümesindeki bazı elemanların görüntüleri olmadığını ifade etmişlerdir. Bu durumun grafik olma şartlarına ters düştüğüne dikkat çekerek soruyu doğru yanıtladıkları görülmektedir.

Soruyu yanlış cevaplayan Ö₃ öğretmen adayının grafiğe ilişkin yaptığı açıklamalar ise şu şekildedir:

Ö₃: “Fonksiyondur. Hatta $y=|x|$ fonksiyonudur. Her x değeri bir y değerine gitmiştir.

Ö₃'ün açıklamalarına bakıldığında öğretmen adayının grafiğin fonksiyon olma durumunu incelerken herhangi bir çözümlenme yapmadan doğrudan grafiğin şekline bakarak cebirsel ifadesini tahmin ettiği ve mutlak değer fonksiyonu olarak ifade ettiği görülmektedir. Tahmin ettiği cebirsel ifadeden yola çıkarak her x değerinin bir görüntüsünün olduğunu belirterek hatalı bir yanıt vermiştir. Bu durum Ö₃ öğretmen adayının bu grafiği incelerken şekilsel düşünerek hareket ettiğini göstermektedir. Yani öğretmen adayının bu noktaları gördüğünde zihninde noktalar arasını doğrusal bir şekilde birleştirerek grafiğin bir mutlak değer fonksiyon grafiği olduğu düşüncesi uyanmaktadır. Böylece Ö₃ grafiği okuyup yorumlarken cebirsel bir çıkarım yaptığı da görülmektedir. Benzer bir düşünceye sahip bazı öğretmen adayları da ilgili grafiği sınıfta yorumlarken $y = ax^2$, parabol grafiği şeklinde yorumlandığı araştırmacı tarafından gözlemlenmiştir. Bu bulgular çerçevesinde fonksiyon olup olmamaya yönelik yapılan bu tip hataların temelinde öğretmen adaylarının grafiğe bakış açılarının noktadan bütüne tek yönlü ve şekilsel boyutta kaldığı söylenebilir. Bu bakımdan Ö₃ öğretmen adayının ön testte, fonksiyon kavramına yönelik soruyu kısmen doğru cevapladığı göz önünde bulundurulduğunda, bu öğretmen adayının grafikleri fonksiyon olup olmadığına dair okuma ve yorumlama becerilerinde eksiklikler olduğunu destekler niteliktedir.

Öte yandan Ö₃₈ öğretmen adayı ise 6. grafik için herhangi bir yanıt vermeden boş bırakmıştır. Ö₃₈ öğretmen adayının ön testte, fonksiyon kavramına yönelik soruyu yanlış cevapladığı göz önünde bulundurulduğunda öğretim öncesinde bu öğretmen adayının grafik okuma yorumlamada bilgi eksiklerinin olduğu için soruyu yanıtsız bıraktığını söylemek mümkündür.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksiklikleri gidermek ve fonksiyon olma kurallarının öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlik öğretmen adaylarının fonksiyon testi yapmalarını sağlamıştır. Soruya tahmin aşamasında doğru cevap veren öğretmen adayları (Ö₅, Ö₁₈) gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda cevaplarının doğru olduğunu gözlemlenmişlerdir. Yanlış cevap veren Ö₃ ve soruyu boş bırakan Ö₃₈'in gözlem aşaması sayesinde düşüncesinde olumlu yönde değişim açıklamalarına şu şekilde yansımaktadır.

Ö₃ :“Düşüncem değişti. Tanım kümesi \mathbb{R} olup boşta eleman kalmaktadır. $[-6,6]$ arasında değer alır sadece.”

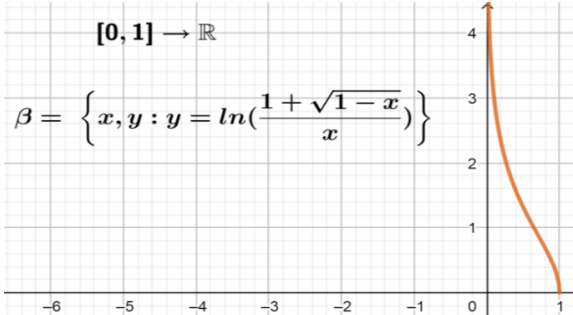
Ö₃₈: “Düşüncem değişti.”

Ö₃ ve Ö₃₈'ün açıklamaları incelendiğinde 6. grafiğin fonksiyon olmasına yönelik tahmin aşamasındaki düşüncesinin değiştiğini belirtmişlerdir. Özellikle Ö₃'ün tahmin aşamasındaki bakış açısından farklı olarak soruda verilen tanım kümesini dikkate alarak inceleme yaptığı görülmektedir. Bu olumlu bir gelişme olarak karşımıza çıkmaktadır. Böylelikle öğretmen adayı grafiğin fonksiyon olmadığını fark etmiştir. Dolayısıyla 6.Grafik bağlamında gözlem aşaması için geliştirilen etkinliğin sabit fonksiyon grafiklerini okuma ve yorumlamadaki yapılabilecek hataları fark etmede de fayda sağladığı söylenebilir. Ancak Ö₃ öğretmen adayı grafiğin tanım kümesini $[-6,6]$ aralığında tespit ederek hatalı bir küme aralığı belirlediği görülmektedir. Bu durum öğretmen adayının belirli noktalardan oluşan grafiklerin tanım ve görüntü kümesini okuma ve yorumlamada eksiklikler yaşadığının bir göstergesidir. İlgili soru özelinde öğretmen adayının düşüncesinde değişime neden olmasında rağmen tanım kümesini yanlış okuma ve yorumlama bazı grafiklerde fonksiyon olma durumuna yönelik grafik okuma ve yorumlamayı da olumsuz yönde etkileyebilir. Bu nedenle yapılan hata üzerine açıklama aşamasında sınıfça konuşulması önem arz etmektedir. Öğretim sürecinde gözlem aşamasından sonra açıklama aşamasının var oluşu sebebi gözlemlerde eksik kalınan noktaların giderilmesi, yapılan hata türlerinin öğretmen adayları tarafından fark edilmesi, grafik üzerinde daha toparlayıcı ve derin bir bakış açısı geliştirmek amacıyla süreç içerisinde yer almaktadır.

Grafiği ve cebirsel ifadesi verilen bağıntının belirtilen aralıkta fonksiyon olup olmadığı yönelik soru ve öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri cevaplar Tablo 18'de yer almaktadır.

Tablo 18

Tahmin aşamasındaki 7. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
$[0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ $\beta = \left\{ x, y : y = \ln\left(\frac{1 + \sqrt{1-x}}{x}\right) \right\}$ 	Doğru	Ö ₃ , Ö ₅
	Kısmen Doğru	-----
	Yanlış	Ö ₁₈ , Ö ₃₈

Fonksiyon olma durumuna yönelik Tablo 18'deki grafik okuma ve yorumlama sorusuna yönelik cevaplar incelendiğinde dört öğretmen adayından ikisinin (\ddot{O}_3 , \ddot{O}_5) soruyu doğru, ikisinin de (\ddot{O}_{18} , \ddot{O}_{38}) yanlış cevapladığı görülmektedir. Doğru cevap veren \ddot{O}_3 ve \ddot{O}_5 öğretmen adaylarının yanıtları aşağıda sunulmaktadır.

\ddot{O}_3 : “Fonksiyon değildir. Çünkü $x=0$ değeri boşta kalmaktadır.”

\ddot{O}_5 : “Tanım kümesinde 0 var fakat 0 için tanımsızdır. Fonksiyon olmaz.”

Doğru cevabı veren \ddot{O}_3 ve \ddot{O}_5 öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde tanım kümesindeki $x = 0$ noktasının görüntüsünün olmadığını ifade etmişlerdir. Bu durumun grafik olma şartlarına ters düştüğüne dikkat çekerek soruyu doğru yanıtladıkları görülmektedir.

Yanlış cevap veren \ddot{O}_{18} ve \ddot{O}_{38} öğretmen adaylarının ilgili grafiğe ilişkin tahmin aşamasındaki açıklamaları ise şu şekildedir:

\ddot{O}_{18} : “Fonksiyondur. Çünkü tanım kümesinde açıkta eleman yok ve her elemanın yalnızca bir görüntüsü var.”

\ddot{O}_{38} : “Fonksiyondur. Çünkü tanıma uygun bir şekilde çizilmiştir.”

Yanlış cevap veren \ddot{O}_{18} ve \ddot{O}_{38} öğretmen adayları tanım kümesindeki her elemanın bir görüntüsünün olduğunu düşündükleri için verilen grafiğin fonksiyon belirttiğini ifade etmişlerdir. Ancak tanım aralığına dahil olan $x = 0$ değerinin görüntüsü bulunmamaktadır. Bu durumu fark etmeleri için grafiğin cebirsel ifadesi verilmiştir. Dolayısıyla \ddot{O}_{18} ve \ddot{O}_{38} 'in kararlarını verirken $x = 0$ noktasına dikkat etmedikleri ve kendilerine sunulan cebirsel ifadeyi kullanamadıkları görülmektedir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksiklikleri gidermek ve fonksiyon olma kurallarının öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlik öğretmen adaylarının fonksiyon testi yapmalarını sağlamıştır. Soruya tahmin aşamasında doğru cevap veren öğretmen adayları gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda cevaplarının doğru olduğunu gözlemlemişlerdir. Yanlış cevap veren \ddot{O}_{18} ve \ddot{O}_{38} 'in gözlem aşaması sayesinde düşüncesinde olumlu yönde değişim açıklamalarına şu şekilde yansımaktadır.

\ddot{O}_{18} : “Düşüncem değişti. Çünkü $\ln 0$ tanımsız.”

\ddot{O}_{38} : “Düşüncem değişti. Çünkü 0 asimptottur ve tanım kümesine dahil edilmiştir.”

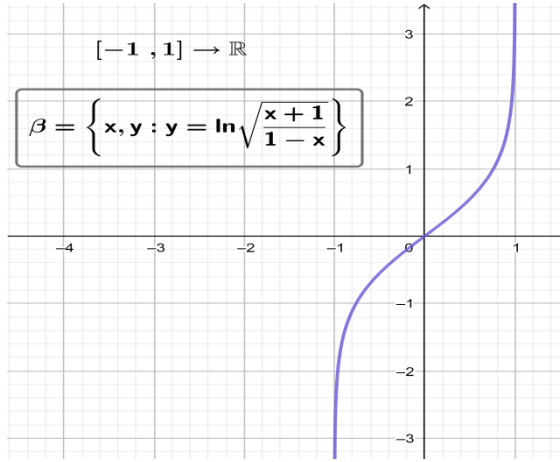
Öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde grafiğe yönelik tahmin aşamasındaki düşüncelerinde grafiğin fonksiyon olmadığına dair olumlu yönde bir değişim gerçekleştiği görülmektedir. Dolayısıyla grafiğin fonksiyon olup olmama durumuna yönelik gözlem aşaması için geliştirilen etkinliğin bu öğretmen adaylarında bir farkındalık oluşturduğunu ve hatalarını giderdiğini gösteren bir bulgudur. Nitekim fonksiyon kavranma

yönelik grafik okuma ve yorumlama ön test sorusuna verdiği cevap incelendiğinde ilgili soruyu Ö₁₈'in kısmen doğru, Ö₃₈'in ise yanlış yanıtladığı dikkate alınırsa 7. grafik özelinde etkinliğin ilgili öğretmen adaylarında bir farkındalık geliştirdiği ve amaca hizmet ettiği söylenebilir.

Grafiği ve cebirsel ifadesi verilen bağıntının belirtilen aralıkta fonksiyon olup olmadığı yönelik soru ve öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri cevaplar Tablo 19'da yer almaktadır.

Tablo 19

Tahmin aşamasındaki 8. grafik için öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
 <p> $[-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ $\beta = \left\{ x, y : y = \ln \sqrt{\frac{x+1}{1-x}} \right\}$ </p>	<p>Doğru</p> <p>Kısmen Doğru</p> <p>Yanlış</p>	<p>Ö₃, Ö₅</p> <p>-----</p> <p>Ö₁₈, Ö₃₈</p>

Tablo 19'da fonksiyon olma durumuna yönelik grafik okuma ve yorumlama sorusuna yönelik cevaplar incelendiğinde dört öğretmen adayından ikisinin (Ö₃, Ö₅) soruyu doğru, ikisinin de (Ö₁₈, Ö₃₈) yanlış cevapladığı görülmektedir. Doğru cevap veren Ö₃ ve Ö₅ öğretmen adaylarının yanıtları aşağıda sunulmaktadır.

Ö₃ : “Fonksiyon değildir. Çünkü -1 ve 1 değerleri tanım kümesinde olup açıkta kalmaktadır.”

Ö₅ : “Tanım kümesinde 1 var. Fakat 1 için tanımsızdır. Fonksiyon olmaz.”

Doğru cevabı veren Ö₃ ve Ö₅ öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde tanım kümesindeki bazı noktaların görüntüsünün olmadığını ifade etmişlerdir. Bu durumun grafik olma şartlarına ters düştüğüne dikkat çekerek soruyu doğru yanıtladıkları görülmektedir.

Yanlış cevap veren Ö₁₈ ve Ö₃₈ öğretmen adaylarının ilgili grafiğe ilişkin tahmin aşamasındaki açıklamaları ise şu şekildedir:

Ö₁₈: “Fonksiyondur. Tanım kümesindeki her elemanın değer kümesinde yalnız bir görüntüsü var.”

Ö₃₈: “Fonksiyondur. Çünkü tanım kümesinde boşta eleman yoktur.”

Yanlış cevap veren \ddot{O}_{18} ve \ddot{O}_{38} öğretmen adayları tanım kümesindeki her elemanın bir görüntüsünün olduğunu düşündükleri için verilen grafiğin fonksiyon belirttiğini ifade etmişlerdir. Ancak tanım aralığına dahil olan $x = 1$ ve $x = -1$ değerinin görüntüsü bulunmamaktadır. Bu durumu fark etmeleri için grafiğin cebirsel ifadesi verilmiştir. Dolayısıyla \ddot{O}_{18} ve \ddot{O}_{38} 'in kararlarını verirken 7. grafikte olduğu gibi 8. grafikte de kendilerine sunulan cebirsel ifadeyi kullanamadıkları görülmektedir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksiklikleri gidermek ve fonksiyon olma kurallarının öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlik öğretmen adaylarının fonksiyon testi yapmalarını sağlamıştır. Soruya tahmin aşamasında doğru cevap veren öğretmen adayları gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda cevaplarının doğru olduğunu gözlemlemişlerdir. Yanlış cevap veren \ddot{O}_{18} ve \ddot{O}_{38} 'in gözlem aşaması sayesinde düşüncesinde olumlu yönde değişim açıklamalarına şu şekilde yansımaktadır.

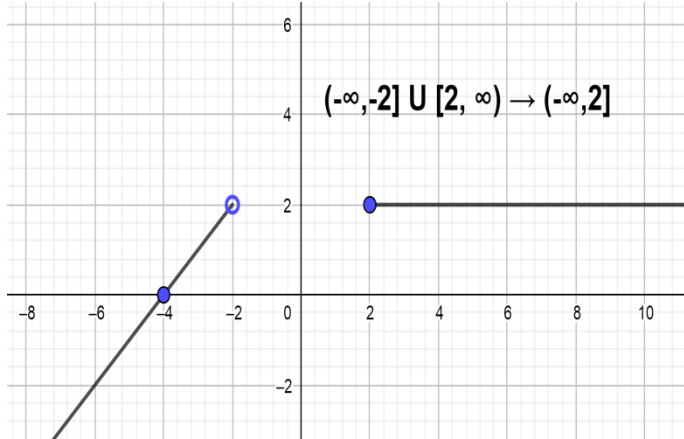
\ddot{O}_{18} : “*Düşüncem değişti. Çünkü bu bir fonksiyon değilmiş.*”

\ddot{O}_{38} : “*Düşüncem değişmedi. Çünkü asimptot olan -1 ve 1 tanım kümesine dahil edilmiştir.*”

\ddot{O}_{18} ve \ddot{O}_{38} 'ün açıklamaları incelendiğinde 8. grafiğin fonksiyon olmasına yönelik \ddot{O}_{18} öğretmen adayı tahmin aşamasındaki düşüncesinin değiştiğini belirtmişlerdir. Ancak detaylı açıklama yapmadığı görülmektedir. Öte yandan \ddot{O}_{38} öğretmen adayı düşüncesinin değişmediğini belirtse de yaptığı GeoGebra uygulaması sayesinde grafiğin $x = -1$ ve $x = 1$ noktalarına asimptot çizdiği fark etmiştir. Ancak bu noktalar tanım kümesine dahil edildiği için \ddot{O}_{38} öğretmen adayı bu grafiği hala fonksiyon olarak düşünmektedir. Oysa verilen grafik $x = -1$ ve $x = 1$ noktalarında asimptot çizdiği için tanım kümesine dahil olan bu noktalarda görüntü yoktur. Dolayısıyla \ddot{O}_{38} öğretmen adayının tanım kümesine dahil olan asimptot noktalarında görüntüsünün olmadığı grafikten okuyup yorumlayamadığı söylenebilir. Yapılan bu hatanın temelinde asimptot kavramına yönelik öğretmen adayında bilgi eksikliği olduğu söylenebilir. İlgili soru özelinde \ddot{O}_{38} öğretmen adayının düşüncesinde değişime neden olmamasına rağmen gözlem asimptotu fark etmesi yapılan uygulamanın olumlu gelişmeler sağladığını gösterebilir. Nitekim fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma ve yorumlama ön test sorusuna verdiği cevap incelendiğinde ilgili soruyu \ddot{O}_{18} 'in kısmen doğru, \ddot{O}_{38} 'in ise yanlış yanıtladığı dikkate alınırsa 8. grafik özelinde etkinliğin ilgili öğretmen adaylarında bir farkındalık geliştirdiği ve amaca hizmet ettiği söylenebilir. Ayrıca yapılan hata üzerine açıklama aşamasında sınıfça konuşulması önem arz etmektedir.

Tablo 20

Tahmin aşamasındaki 9. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₃ , Ö ₅ , Ö ₁₈
	Kısmen Doğru	----
	Yanlış	Ö ₃₈

Tablo 20'de cevapları incelenen öğretmen adaylarının üçünün (Ö₃, Ö₅, Ö₁₈) tahmin aşamasındaki soruyu doğru, diğerinin (Ö₃₈) ise yanlış cevapladığı görülmektedir. Doğru cevap veren Ö₃, Ö₅ ve Ö₁₈ öğretmen adaylarının yanıtları aşağıda sunulmaktadır.

Ö₃ : “Fonksiyon değildir. Çünkü $x = -2$ değeri tanım kümesinde olup boşta kalmaktadır.”

Ö₅ : “Değildir. -2 nin değer kümesinde karşılığı yoktur.”

Ö₁₈ : “Fonksiyon değildir. Tanım kümesindeki -2 değerinin değer kümesinde görüntüsü yok. Yani tanım kümesinde eşleşmeyen eleman kalmış.”

Doğru cevabı veren Ö₃, Ö₅ ve Ö₁₈ öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde tanım kümesindeki -2 noktasının görüntüsünün olmadığını ifade etmişlerdir. Bu durumun grafik olma şartlarına ters düştüğüne dikkat çekerek soruyu doğru yanıtladıkları görülmektedir

Yanlış cevap veren Ö₃₈ öğretmen adayının ilgili grafiğe ilişkin tahmin aşamasındaki açıklamaları ise şu şekildedir:

Ö₃₈ : “Fonksiyondur. Çünkü tanım kümesinde açıkta eleman kalmamış ve her elemanın tek bir değeri var.”

Yanlış cevap veren Ö₃₈ öğretmen adayının tanım kümesindeki her elemanın bir görüntüsünün olduğunu düşündüğü için verilen grafiğin fonksiyon belirttiğini ifade etmiştir. Ancak tanım aralığına dahil olan $x = -2$ değerinin görüntüsü bulunmamaktadır. Dolayısıyla Ö₃₈ öğretmen adayı fonksiyon olma şartlarını bilse de bu bilgileri ilgili grafiğe aktaramamıştır. Bu durum Ö₃₈ Öğretmen adayının grafik okuma ve yorumlamada eksiklerinin olduğunu gösterebilir. Nitekim Ö₃₈ öğretmen adayının ön testte, fonksiyon kavramına yönelik soruyu

yanlış cevapladığı göz önünde bulundurulduğunda, bu öğretmen adayının grafikleri fonksiyon olup olmadığına dair okuma ve yorumlama becerilerinde eksiklikler olduğunu destekler niteliktedir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksiklikleri gidermek ve fonksiyon olma kurallarının öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlik öğretmen adaylarının fonksiyon testi yapmalarını sağlamıştır. Soruya tahmin aşamasında doğru cevap veren öğretmen adayları gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda cevaplarının doğru olduğunu gözlemlemişlerdir. Yanlış cevap veren Ö₃₈'in gözlem aşaması sayesinde düşüncesinde olumlu yönde değişim açıklamalarına şu şekilde yansımaktadır.

Ö₃₈: “*Düşüncem değişti. $x = -2$ 'nin görüntüsü yoktur.*”

Ö₃₈'in açıklamaları incelendiğinde 9. grafiğin fonksiyon olmasına yönelik tahmin aşamasındaki düşüncesinin değiştiğini belirtmişlerdir. Dolayısıyla 9.Grafik bağlamında gözlem aşaması için geliştirilen etkinliğin okuma ve yorumlamadaki yapılabilecek basit hataları fark etmede de fayda sağladığı söylenebilir.

4.1.3.3. Açıklama Aşaması: Açıklama aşaması önceki aşamaları kapsayan, öğretmenin daha aktif olduğu ve bireysel bilgiyi sınıf bilgisi haline dönüştürerek bilginin genelleşmesini sağladığı bir aşamadır. Öncelikle grafiklerin fonksiyon olup olmama durumunun sırayla incelenmesi ve herkes tarafından görülmesi için gözlem aşamasında kullanılan etkinlik Şekil 28'deki gibi tahtaya yansıtılır. Burada amaç öğretmen kontrolünde grafiklerin tekrardan incelenmesini sağlamaktır.

Şekil 28

Açıklama aşamasında öğretmen rehberliğinde gözlem aşaması etkinlikleri yapılırken bir görüntü



Şekil 28'deki etkinlikler öğretmen tarafından yapılmadan önce öğretmen adaylarının fikirleri alınır. Tahmin ve gözlemdaki düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarını sınıf ortamında paylaşmaları istenir. Bu süreç gönüllü ve söz almak isteyen öğretmen

adaylarıyla gerçekleştirilir. 6.grafiğe yönelik düşünce değişimini paylaşmak isteyen bir öğretmen adayının sınıf içi konuşması aşağıda verilmiştir.

Tablo 21

Açıklama aşamasında 6. grafiğin fonksiyon belirtme durumuna yönelik gerçekleşen sınıf içi konuşma

Grafik	Sınıf İçi Konuşmalar
	<p>A: “Evet arkadaşlar. Bu grafikte ilgili fonksiyon olup olmadığına yönelik tahmin ve gözlem aşamasındaki düşüncelerinde değişim yaşayan arkadaşımız var mı?”</p> <p>Ö₃ “Benim düşüncem değişmişti hocam.”</p> <p>A: “Nasıl düşünmüştük hocam.”</p> <p>Ö₃ “Hocam tahmin aşamasında bu grafiğe mutlak değer fonksiyon grafiği demiştim. Şimdi hatamı anladım. Bu grafik fonksiyon değil.”</p> <p>A: “Bu grafikte ilgili başka hatasını fark eden var mı?”</p> <p>Ö₃₃ “Bende parabol grafiği demiştim. Onun için fonksiyon demiştim. Hatamı fark ettim.”</p>

Tablo 21 incelendiğinde öğretmen adayının düşüncesindeki değişimi ayrıntılı bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Açıklama aşamasında yapılan bu paylaşım birbirine benzer ya da aynı hatayı yapan öğretmen adaylarının yanlış yaptıkları yeri anlamaları bakımından önemlidir. Her grafik tahtaya yansıtılarak öğretmen rehberliğinde gözlem aşaması etkinliği yukarıda anlatıldığı gibi sınıfla birlikte yapıldıktan sonra fonksiyon olup olmama durumuna yönelik kritik bilgiler ve genellemeler yapılarak bireysel bilgi sınıf bilgisi haline dönüştürerek bilginin genelleşmesini sağlar. Bu süreçte öğretmen rehberliğinde sınıfta yaşanan konuşmalar aşağıda verilmiştir.

A: “Evet arkadaşlar. O zaman bir grafiğin fonksiyon olması için nelere dikkat etmeliyiz onları konuşalım ve not edelim.”

Ö₃: “Tanım kümesinde boşta eleman kalmamalı”

A: “Evet Başka”

Ö₅ “Tanım kümesindeki bir eleman iki yere gidemez”

A: “Bunun için hangi testi kullandık”

Ö₃₈: “Dikey doğru testi”

A: “Peki sadece grafiğe bakarak fonksiyon olup olmama durumuna karar verebilir miyiz?”

Ö₁₀: “Hayır. Aynı zamanda verilen tanım kümesiyle grafiğin tanım kümesi örtüşüyor mu ona da bakmamız lazım.”

A: “O zaman bir grafiğin fonksiyon olma durumuna karar verirken verilen tanım kümesine grafiğin tanım kümesine ve varsa cebirini bir arada değerlendirerek karar vermeliyiz.”

Yukarıdaki konuşmalar incelendiğinde öğretmen bilgi verici konumdan ziyade kritik soruları sorarak konuyla ilgili genellemelere öğretmen adaylarının kendilerinin varmalarını sağlamaya çalışmıştır. Bu sayede fonksiyon olup olmamaya yönelik önemli grafik okuma ve yorumlama bilgilerinin sınıfta paylaşımı yapılır. Daha sonra öğretmen adaylarına tanım, değer kümesi ve cebirsel ifadesi verilen bir bağıntının grafiğinin nasıl çizildiğini ve fonksiyon belirtip belirtmediğine yönelik sorular yöneltilir. Gönüllü olan öğretmen adaylarının cevaplarını sınıfla paylaşmaları sağlanır. Yapılan sınıf paylaşımından sonra öğretmen gerek GeoGebra’den gerekse tahtaya, sorudaki grafiği aşama aşama çizerek fonksiyon belirtip belirtmediğini açıklar. Burada amaç öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerinin geliştirilmesini sağlamaktır. Grafik çizmeye yönelik yapılan öğretimden sonra açıklama aşaması tamamlanmıştır.

4.1.3.4. Değerlendirme Aşaması: Ön test bulguları incelendiğinde temel grafik çizimlerinde öğretmen adaylarının sıklıkla hata yaptıkları gözlemlenmiştir. Grafik çizme becerisi okuma ve yorumlama becerilerini içerisine aldığı gibi bu becerilerden farklı olarak bir inşa sürecini gerektirir. Bu nedenlerden dolayı öğretim tekniğinde bir değerlendirme aşamasına ihtiyaç duyulmuştur. Değerlendirme aşamasında öğretmen adaylarının derste yapılan grafik çizme becerilerinin pekişmesi için ders dışı ödevlendirme yapılmıştır. Daha sonra ödevler dersi yürüten araştırmacı tarafından incelenerek öğretmen adaylarının yaptıkları hatalı çizimler etik kurallar gözetilerek sunum halinde yansıtılmıştır. Bu hatalı çizimlerle ilgili sınıfça tartışma yapılmıştır. İhtiyaç duyulduğunda bazı grafiklerin çiziminin daha net anlaşılması için zaman zaman GeoGebra dinamik yazılımından faydalanılmıştır. Değerlendirme aşaması için yapılan ödevlendirmede aşağıda verilen cebirsel ifadelerin grafiklerini çizmeleri ve fonksiyon olup olmama durumlarını değerlendirmeleri istenmiştir.

"1) $x = 3$ cebirsel ifadesinin grafiğini çiziniz. Çizdiğiniz grafiğin bir fonksiyon olup olmadığını gerekçenizi belirterek açıklayınız."

"2) $x^2 + y^2 = 4$ cebirsel ifadesinin grafiğini çiziniz. Çizdiğiniz grafiğin bir fonksiyon olup olmadığını gerekçenizi belirterek açıklayınız."

"3) $R \rightarrow (0, \infty)$ olacak şekilde $y = 3^{x+1}$ ifadesinin grafiğini çiziniz. Çizdiğiniz grafiğin bir fonksiyon olup olmadığını gerekçenizi belirterek açıklayınız."

"4) $[0, +\infty) \rightarrow R$ olacak şekilde $y = \log_2 x$ ifadesinin grafiğini çiziniz. Çizdiğiniz grafiğin bir fonksiyon olup olmadığını belirterek açıklayınız."

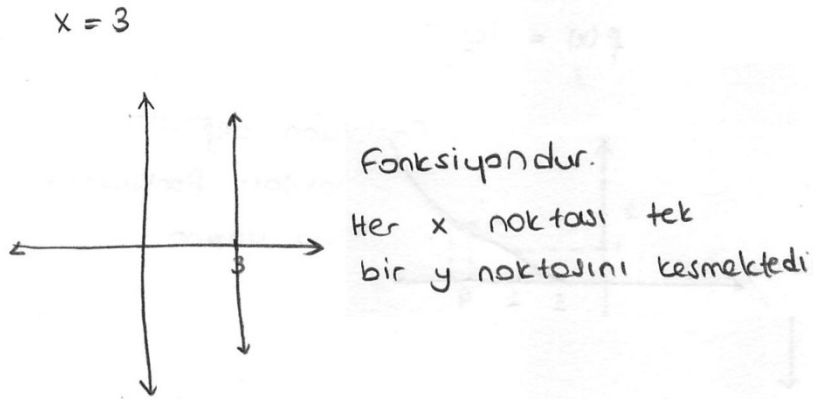
Yukarıdaki sorular incelendiğinde temel düzeydeki bazı grafiklerin çizimine yönelik öğretmen adaylarının ödevlendirildikleri görülmektedir. Pekiştirme amaçlı verilen bu ödevdeki sorular ön test ve tahmin aşamasındaki grafiklerle benzerdir.

Öğretim sürecini yansıtmak için belirlenen öğretmen adaylarının (\ddot{O}_3 , \ddot{O}_5 , \ddot{O}_{18} ve \ddot{O}_{38}) grafik çizme ödevlerine yönelik bulgular ise aşağıda sunulmuştur.

Değerlendirme aşamasındaki 1. soruda cebirsel ifadenin grafiğini öğretmen adaylarının hepsi (\ddot{O}_3 , \ddot{O}_5 , \ddot{O}_{18} ve \ddot{O}_{38}) doğru çizmiştir. Ancak \ddot{O}_{38} çizdiği grafiği fonksiyon olup olmama durumunu yanlış değerlendirmiştir. \ddot{O}_{38} öğretmen adayının yaptığı çizim ve açıklama aşağıda sunulmuştur.

Şekil 29

Değerlendirme aşamasındaki 1. soruya \ddot{O}_{38} öğretmen adayının yaptığı çizim ve açıklama

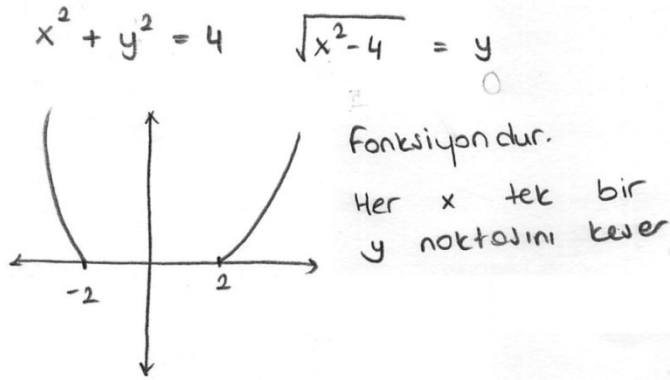


\ddot{O}_{38} öğretmen adayı verilen grafiği doğru çizmiştir. Ancak çizdiği grafikte her x noktasının bir y noktasını kestiği için grafiğin fonksiyon olduğunu ifade ederek hatalı bir yanıt vermiştir. Oysa $x = 3$ doğrusunda tam tersi bir durum yani sadece bir x noktasını ($x = 3$ noktasını) birden fazla y değeri kesmektedir. Ayrıca bu öğretmen adayının herhangi bir analitik çözümleme yapmadan direkt grafiği çizdiği görülmektedir. Bu durum öğretmen adayının $x = 3$ doğrusunu şekilsel olarak bildiğini düşündürmektedir. Ayrıca \ddot{O}_{38} öğretmen adayının açıklamasında grafiği okuma ve yorumlama anlamında da hatalı ifadeler yer almaktadır. Grafik çizme, okuma ve yorumlamayı da içerisine alan bir beceri olduğundan için \ddot{O}_{38} öğretmen adayının grafik çizme becerilerinde eksikler olduğu bu eksiklerin okuma ve yorumlama becerilerindeki eksiklerden de kaynaklanabileceğini söylemek mümkündür. Nitekim \ddot{O}_{38} öğretmen adayını ön testteki fonksiyon kavramına yönelik gerek grafik okuma yorumlama gerekse grafik çizme sorusunu da yanlış cevaplama da elde bu bulguyu ve yapılan yorumu destekler niteliktedir.

Yarıçapı 2 olan çemberin grafiğini çizmeleri istenilen 2. Soruda belirlenen öğretmen adaylarından üçü (Ö₃, Ö₅ ve Ö₁₈) grafiği doğru çizdikleri ve fonksiyon olma durumuna yönelik yorumlarının doğru olduğu, bir öğretmen adayının (Ö₃₈) ise yanlış çizdiği belirlenmiştir. Ö₃₈ öğretmen adayının yaptığı çizim ve açıklama aşağıda sunulmuştur.

Şekil 30

Değerlendirme aşamasındaki 2. soruya Ö₃₈ öğretmen adayının yaptığı çizim ve açıklama

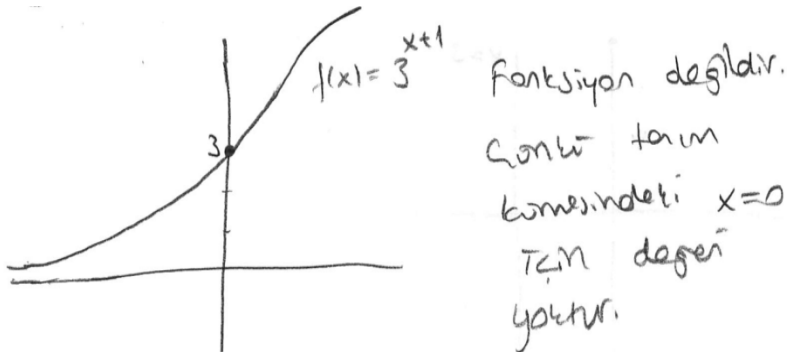


Ö₃₈ öğretmen adayının Şekil 30'daki hatalı çizimi incelendiğinde $x^2 + y^2 = 4$ ifadesinin bir çember belirttiğini bilmediği görülmektedir. Nitekim ön testte sorulan fonksiyon kavramına yönelik sorulan grafik çizme sorununun bir çember grafiği olduğu ve bu soruyu da yapamaması elde edilen bu bulguyu destekler niteliktedir.

Üstel denklem içerikli hazırlanan 3. Soruda belirli bir tanım ve değer aralığında grafiğin çizilmesi ve fonksiyon olup olmadığına yönelik bir değerlendirme yapılması istenmiştir. İlgili soruyu Ö₃ ve Ö₅ öğretmen adaylarının doğru, Ö₁₈ ve Ö₃₈ öğretmen adayının yanlış çizdiği belirlenmiştir. Ö₁₈ öğretmen adayının yaptığı yanlış çizim ve değerlendirmeler Şekil 31'de sunulmuştur.

Şekil 31

Değerlendirme aşamasındaki 3. soruya Ö₁₈'in yaptığı hatalı çizim



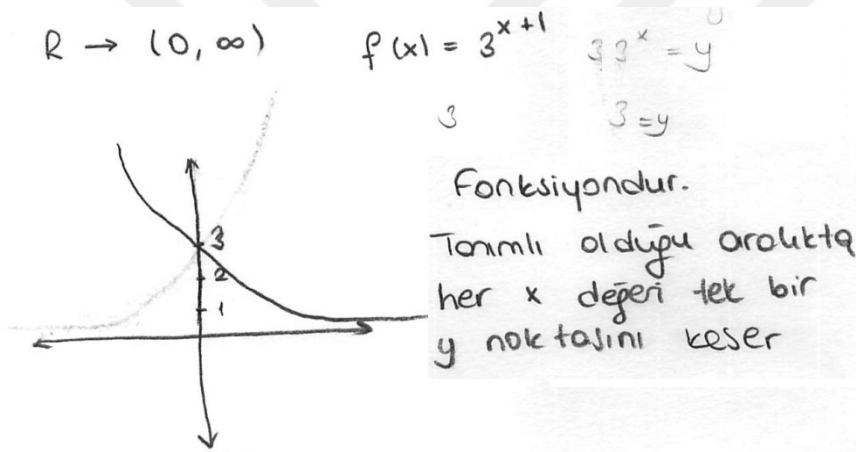
Şekil 31 incelendiğinde Ö₁₈'in üstel grafiği yanlış çizdiği grafiğin fonksiyon olup olmadığına dair ise yanlış açıklamada bulunduğu görülmektedir. Öğretmen adayının hatalı

çizimine bakıldığında grafiği üstel grafik şeklinde çizmediği görülmektedir. \ddot{O}_{18} noktasal yaklaşım sergilemeden grafiği çizdiği görülmektedir. Dolayısıyla \ddot{O}_{18} bütünsel bir yaklaşımla grafiği çizmiştir. Ancak üstel fonksiyon grafiğini zihninde yanlış şemalandırdığı için bu bütünsel yaklaşımı doğru sergileyemediği söylenebilir. Grafiğin fonksiyon olup olmama durumuna yönelik değerlendirmesinde tanım kümesinde $x = 0$ için değer bulunmadığını iddia ettiği görülmektedir. Ancak $x = 0$ iken $y = 3$ olduğu aşikârdır. Bu durum \ddot{O}_{18} 'nın grafiğin fonksiyon olup olmama durumuna yönelik değerlendirmesinde hata yaptığının bir göstergesidir.

Diğer bir hatalı çizim olan \ddot{O}_{38} öğretmen adayının hatalı çizimi ise Şekil 32'de sunulmuştur.

Şekil 32

Değerlendirme aşamasındaki 3. soruya \ddot{O}_{38} 'in yaptığı hatalı çizim



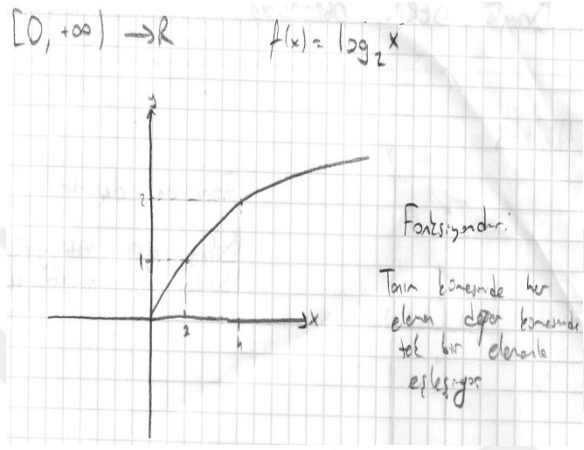
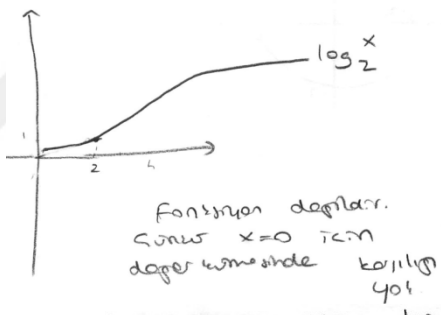
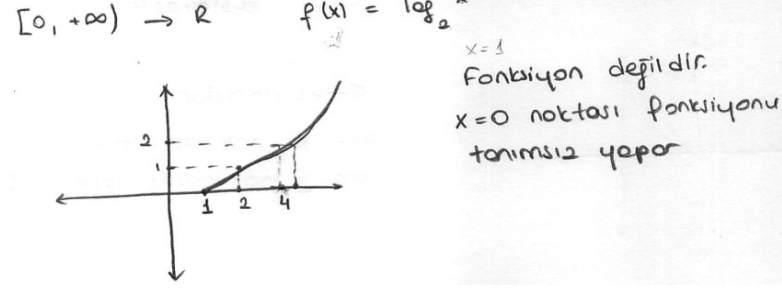
\ddot{O}_{38} öğretmen adayı tarafından yapılan Şekil 32'deki hatalı çizim, şekilsel açıdan üstel bir ifadenin grafiğine benzese de x ekseninin yanlış tarafından çizilen hatalı bir grafik çizimdir. \ddot{O}_{38} öğretmen adayı grafiği çizerken noktasal yaklaşımla grafiğin y eksenini kestiği noktayı hesaplamıştır. Ancak x ekseninin hangi tarafından çizeceğine karar veremediği Şekil 32'de görülmektedir. Bu durum \ddot{O}_{38} öğretmen adayının noktasal yaklaşımla grafik çizerken hata yaptığını göstermektedir. Nitekim tanım kümesi \mathbb{R} sayılardan oluştuğunda x noktalarına değer verirken negatif değerlerden başlanmalıdır. Bu nedenle x ekseninin negatif tarafından başlanarak çizim yapılmalıdır. Dolayısıyla \ddot{O}_{38} öğretmen adayı x ekseninin pozitif tarafından başlayarak bu tarz bir hata yaptığı söylenebilir. \ddot{O}_{38} öğretmen adayının çizdiği grafik doğru grafikten yön olarak farklı ve noktasal yaklaşımında hatalar yaptığı için çizdiği grafiğin fonksiyon olma durumunu okuma ve yorumlamada yanlış açıklamalar yaptığı görülmektedir.

Değerlendirme aşamasındaki 4. soruda belirli bir tanım ve değer aralığındaki logaritma grafiğinin çizilmesi ve fonksiyon olup olmadığına yönelik bir değerlendirme

yapılması istenmiştir. İlgili soruyu belirlenen öğretmen adaylarından biri (Ö₃) doğru, diğerleri ise (Ö₅, Ö₁₈ ve Ö₃₈) yanlış çizmişlerdir. Ö₅, Ö₁₈ ve Ö₃₈ öğretmen adaylarının yanlış çizimleri Tablo 22'de verilmiştir.

Tablo 22

Değerlendirme aşamasındaki 4. soruya yönelik Ö₅, Ö₁₈ ve Ö₃₈ öğretmen adaylarının yanlış çizimleri

Ö _A Kodları	Yanlış Çizimler
Ö ₅	
Ö ₁₈	
Ö ₃₈	

Tablo 22'deki Ö₅ öğretmen adayının yaptığı çizim incelendiğinde logaritma grafiğini önce şekilsel olarak çizdiği daha sonra grafik üzerine $x = 2$ için $y = 1$, $x = 4$ için $y = 2$ noktalarını işaretlediği görülmektedir. Bu durum Ö₅ Öğretmen adayının logaritma grafiğini çizerken önce nitel bir bakış açısı ile bütünsel olarak yaklaştığını daha sonra noktasal yaklaşımda bulunduğunu göstermektedir. Nitekim Ö₅ öğretmen adayı çizimini $x = 0$ noktasından başlayarak y 'nin aldığı değerleri bulup bu noktaları birleştirerek yapsaydı Ö₁₈ ve Ö₃₈ öğretmen adaylarının çizimlerine benzer bir grafik elde edebilirdi. Dolayısıyla grafik

çiziminde nitel becerilerin kullanımının noktasal beceriler kadar önemli olduğunu söylenebilir. Ö₅ öğretmen adayının çiziminin bir kısmı logaritma grafiğine benzese de noktasal becerilerini doğru kullanmadığı için gerek grafik çiziminde gerekse fonksiyon olma durumuna yönelik yorumlarda ciddi hatalar bulunmaktadır. Ö₅ öğretmen adayı $x = 2$ noktasından başlayarak değer verip $y = 1$ noktası ile eşleştirmiştir. Ayrıca tanım kümesine $x = 0$ noktasının dahil olduğunu gördüğü için grafiği orijinden başlatmıştır. Oysa $x = 0$ noktasına değer verildiğinde $\log_2 0$ tanımsızdır ve fonksiyon belirtmez. Dolayısıyla Ö₅ öğretmen adayı noktasal becerilerini yanlış kullandığı için çizdiği grafik hatalı olmuştur ve bu grafiği inceleyerek tanım kümesindeki her elemanın değer kümesindeki tek bir elemanla eşleştiğini belirterek fonksiyon olduğunu iddia ederek hatalı bir yanıt vermiştir. Öte yandan Ö₁₈ ve Ö₃₈'in logaritma grafiğini çizerken çizdikleri kısımda noktasal boyutta düşündükleri, grafiğin şekil olarak logaritma grafiğinden çok uzak olduğu Tablo 22'deki çizimlerden görülmektedir. Ancak Ö₁₈ ve Ö₃₈ grafik çiziminde noktasal düşündükleri için ve bu beceriyi de Ö₅ öğretmen adayına göre daha doğru kullandıkları için tanım kümesine dahil olan $x = 0$ noktasında grafiğin tanımsız olduğunu belirterek fonksiyon olmadığını doğru şekilde ifade edebilmişlerdir. Elde edilen bütün bulgulardan hareketle grafik çiziminin okuma ve yorumlama becerilerini içerisine alan üst düzey bir beceri olduğu, nicel (noktasal) ve nitel (bütünsel) becerilerinin birlikte kullanımını gerektirdiği söylenebilir.

Yukarıda bahsedildiği üzere öğretmen adaylarının grafik çiziminde çeşitli hatalar yaptıkları görülmektedir. Bu nedenle öğretmen adaylarının grafik çizme ödevinde verdikleri cevaplardaki hatalarını görmeleri amacıyla değerlendirme dersleri yapılmıştır. Araştırmacı tarafından ödevler incelenerek öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar derlenmiştir ve bir Powerpoint sunumu hazırlanmıştır. Daha sonra grafik çizimi ve fonksiyon olup olmamaya yönelik yapılan bu hataları sınıfta incelemek için slayt Şekil 33'teki gibi yansıtılmıştır.

Şekil 33

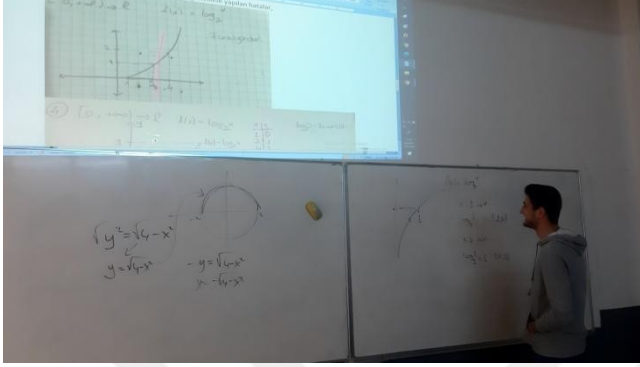
Değerlendirme aşamasında fonksiyon kavramı grafik çizme ödevlerinde yapılan hatalarının incelemesi için hazırlanan sunumdan bir görüntü



Şekil 33'te gösterilen değerlendirme aşaması dersinde ödevlerde yapılan hataları göstermeden önce her grafiğin doğru çizimi öğretmen veya gönüllü öğretmen adayları tarafından Şekil 34'teki gibi tahtada çizilmiştir.

Şekil 34

Ödevlerde verilen grafik çizme sorularını gönüllü öğretmen adayları çizerken bir görüntü



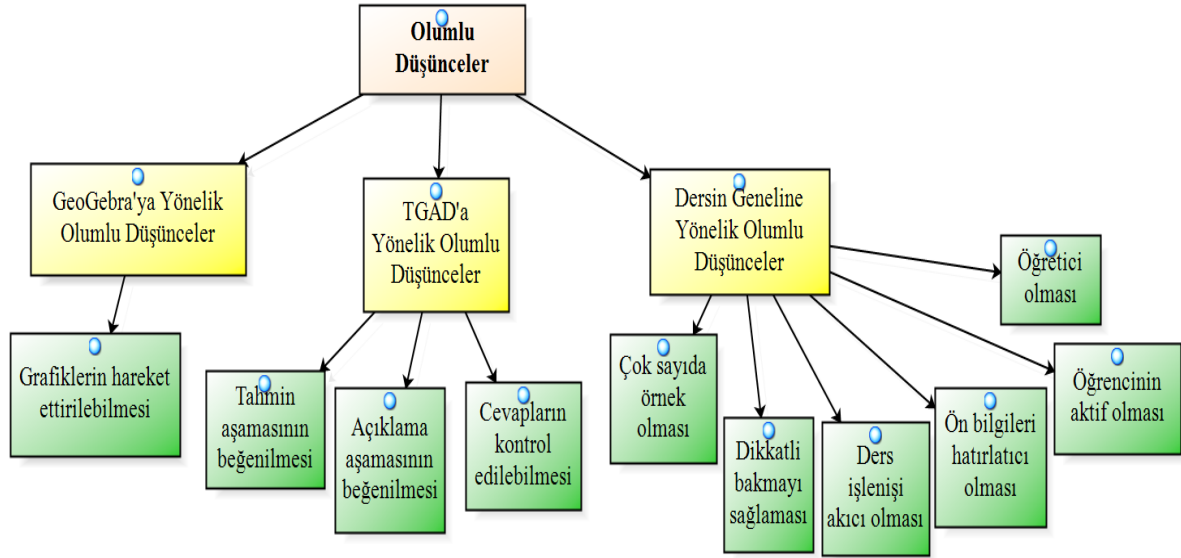
Şekil 34'te görüldüğü üzere doğru çözümler yapıldıktan sonra öğretmen adaylarının çizim ve açıklamada yaptıkları hatalar isim belirtilmeden incelenmiş ve bunun üzerine sınıf içi konuşmalar yapılmıştır. Sınıf içi konuşmalarda hatanın nerede olduğu öğretmen adaylarına sorulmuştur. Bu sayede öğretmen adaylarının grafik çizimi ve fonksiyon olup olmamaya yönelik ödevde yaptıkları hataları fark etmeleri ve ne gibi hatalar oluşabileceğini görmeleri sağlanmıştır. Slayt bitiminde öğretmen adaylarının ödevde verdikleri cevapları inceleyip hatalarını açıklamaları ve düzeltmeleri istenmiştir.

4.1.4. Fonksiyon Kavramı Konusuna Yönelik TGAD Öğretim Yöntemi ile Yürütülen Ders Hakkındaki Öğretmen Adaylarının Görüşlerine Ait Bulgular: Grafiklerin fonksiyon olup olmama durumuna yönelik grafik okuryazarlık (okuma-yorumlama ve çizme) becerilerinin incelenmesi amacıyla geliştirilen Teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı dersle ilgili öğretmen adaylarının genel düşünceleri alınmıştır. Öğretim süreci sonunda ders hakkındaki genel düşünceler olumlu, olumsuz başlıkları altında toplanmıştır.

Öğretmen adaylarının derse yönelik olumlu düşünceleri ait model Şekil 35'te sunulmuştur.

Şekil 35

Fonksiyon kavramı konusuna yönelik TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen ders hakkındaki öğretmen adaylarının olumlu görüşlerine ait model



Şekil 35'teki öğretmen adaylarının derse ilişkin olumlu düşünceleri gösteren model incelendiğinde birbirinden farklı 10 düşüncenin ortaya çıktığı görülmektedir. Bu düşüncelerin sayısını ve hangi öğretmen adayları tarafından tercih edildiğini gösteren bulgular ise Tablo 23'te verilmiştir.

Tablo 23

Fonksiyon kavramı konusuna yönelik TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen ders hakkındaki öğretmen adaylarının olumlu görüşlerinin dağılımı

Görüşler	Ö _A Kodları	f
Grafiklerin hareket ettirilebilmesi	Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₁₂ , Ö ₁₅ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₃₇	11
Cevapların kontrol edilebilmesi	Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₉ , Ö ₁₁ , Ö ₁₄ , Ö ₁₈	6
Öğrencinin aktif olması	Ö ₃ , Ö ₅ , Ö ₂₁ , Ö ₃₇	4
Öğretici olması	Ö ₁₆ , Ö ₁₈ , Ö ₂₀ , Ö ₂₈	4
Ders işlenişi akıcı olması	Ö ₁₄ , Ö ₃₀ , Ö ₃₈	3
Çok sayıda örnek olması	Ö ₆ , Ö ₂₂ , Ö ₂₇	3
Dikkatli bakmayı sağlaması	Ö ₃ , Ö ₃₃	2
Ön bilgileri hatırlatıcı olması	Ö ₃ , Ö ₂₁	2
Açıklama aşamasının beğenilmesi	Ö ₃₇	1
Tahmin aşamasının beğenilmesi	Ö ₃₈	1

Tablo 23 incelendiğinde öğretmen adayları tarafından olumlu düşüncelerin en fazla “Grafiklerin hareket ettirilebilmesi” görüşü altında yer aldığı görülmektedir. Bu düşüncüyü belirten öğretmen adaylarından bazılarının ifadeleri şu şekildedir:

Ö₃: “Onun dışında dinamik bir yazılım kullanmamız benim hoşuma gidiyor.”

Ö₁₂: “Grafığı istediğimiz gibi hareket ettirebildiğimizden öğrencinin anlamasına fayda sağlar.”

Ö₂₆: “Grafikleri hareket ettirerek görmek daha iyi anlamamı sağlıyor.”

Ö₃₇: “Hocanın dersin işlenişinde gözlem kısmının uygulamasını beğendim. Çünkü kendimiz keşfetmemizi sağladı.”

Öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde daha çok grafikleri hareket ettiren dinamik yapı üzerinden görüşlerini açıkladıkları görülmektedir. Ayrıca bu uygulamanın keşfetmelerini sağladığı ve hoşlarına gittiği öğretmen adayları tarafından ifade edilmiştir. Grafikleri hareket ettirme eylemi gözlem aşamasında yer almaktadır. Elde edilen bu bulgu öğretmen adayları tarafından en beğenilen aşamanın gözlem aşaması olduğu şeklinde yorumlanabilir.

Tablo 23'te öğretmen adayları tarafından olumlu düşünce olarak en fazla ifade edilen bir diğer görüş ise “Cevapların kontrol edilebilmesi” olduğu görülmektedir. Bu görüşü belirten öğretmen adaylarından bazılarının ifadeleri şu şekildedir.

Ö₉: “Çözdüğümüz soruların doğruluğunu hep beraber test edip görmemizi faydalı buluyorum.”

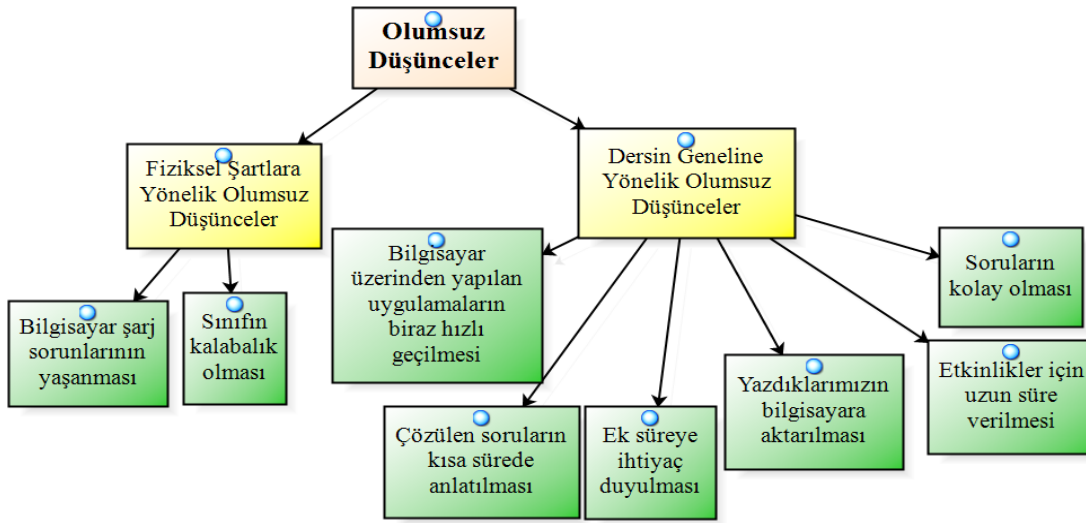
Ö₁₄: “Verdiğimiz cevapları sonrasında kendimiz test etmemiz de yanlışlarımızı görmek adına güzel oldu.”

Öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde grafiklerin fonksiyon olup olmama durumuna yönelik verdikleri cevaplarının doğruluğunu kontrol etmelerinin faydalı bir özellik olduğu açıklanmıştır. Cevapları kontrol etme eylemi de grafikleri hareket ettirme eylemi gibi dersin gözlem aşamasında yer almaktadır. Bu kapsamda gözlem aşamasının öğretmen adaylarının derse yönelik düşüncelerinin olumlu yönde olmasına önemli derecede katkı sağladığı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının derse yönelik düşünceleri incelendiğinde olumsuz görüşleri de mevcuttur. Öğretmen adaylarının derse yönelik olumsuz düşüncelerine ait model Şekil 36'da sunulmuştur.

Şekil 36

Fonksiyon kavramı konusuna yönelik TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen ders hakkındaki öğretmen adaylarının olumsuz görüşlerine ait model



Şekil 36'daki öğretmen adaylarının derse ilişkin olumsuz düşünceleri gösteren model incelendiğinde birbirinden farklı 8 düşüncenin ortaya çıktığı görülmektedir. Bu düşüncelerin sayısını ve hangi öğretmen adayları tarafından tercih edildiğini gösteren bulgular ise Tablo 24'te verilmiştir.

Tablo 24

Fonksiyon kavramı konusuna yönelik TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen ders hakkındaki öğretmen adaylarının olumsuz görüşlerini gösteren tablo

Görüşler	Ö _A Kodları	f
Ek süreye ihtiyaç duyulması	Ö ₉ , Ö ₁₁ , Ö ₁₄ , Ö ₁₇ , Ö ₂₁	5
Yazdıklarımızın bilgisayara aktarılması	Ö ₁₁ , Ö ₂₀ , Ö ₂₂	3
Sınıfın kalabalık olması	Ö ₁₈ , Ö ₂₆	2
Bilgisayar üzerinden yapılan uygulamaların biraz hızlı geçilmesi	Ö ₁₅	1
Çözülen soruların kısa sürede anlatılması	Ö ₃₃	1
Bilgisayar şarj sorunlarının yaşanması	Ö ₂₆	1
Etkinlikler için uzun süre verilmesi	Ö ₂₈	1
Soruların kolay olması	Ö ₄	1

Tablo 24 incelendiğinde öğretmen adayları tarafından olumsuz düşüncelerin en fazla “Ek süreye ihtiyaç duyulması” başlığı altında yer aldığı görülmektedir. Bu düşüncüyü belirten bazı öğretmen adaylarından ifadeleri şu şekildedir.

Ö₁₄: “Sadece süre konusunda biraz sıkıntı yaşadım birkaç soruya cevap veremedim ilk aşamada süre biraz daha fazla olabilirdi.”

Ö₂₁ : “Etkinlikleri yapmak için bize verilen süre kısaydı”

Öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde sürenin etkinlik için yeterli olmadığı yönünde açıklama yaptıkları görülmektedir. Aynı zamanda ikinci olarak en çok olumsuz düşüncelerin “Yazdıklarımızın bilgisayara aktarılması” kodu altında yer aldığı görülmektedir. Öğretmen adayları kendilerine verilen soruları çözmek için defterlerine işlem yapmışlardır. Daha sonra sonuçlarını bilgisayar ortamına aktardıkları için bazı öğretmen adayları zaman kaybı yaşamışlardır. Bu durum zamanın yeterli olmamasında etkili olabilir. Nitekim bu yönde görüş beyan eden öğretmen adaylarının açıklamaları aşağıda yer almaktadır.

Ö₁₁ : “Soruları hem deftere hem de GeoGebra ya yazarken zaman kaybı yaşadım. “

Ö₂₀ : “Yazma işleminin iki defa gerçekleştirilmesi bazı soruları zamanında cevaplayamama neden oldu.”

Geleneksel yaklaşımdan farklı bir yaklaşımla hazırlanan teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi kapsamında uygulanan etkinliklere bazı öğretmen adaylarının ilk konuya hemen adapte olamamaları zaman yetersizliği cevabı vermelerine neden olabilir.

4.1.5. Fonksiyon Kavramına Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Son Test

Bulguları: Fonksiyon kavramı (olup/ olmama) konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama son test bulguları, ön test bulgularıyla birlikte karşılaştırmalı olarak Tablo 25'te sunulmaktadır.

Tablo 25

Fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma- yorumlama ön test- son test bulguları

Testler	Kategoriler	Ö _A kodlar	f	%
Ön test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₅ , Ö ₁₀ , Ö ₁₇ , Ö ₁₉	6	15.79
	Kısmen Doğru	Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₈ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇	30	78.95
	Yanlış	Ö ₃₃ , Ö ₃₈	2	5.26
Son test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₈ , Ö ₃₀ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈	30	78.95
	Kısmen Doğru	Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₂₄ , Ö ₂₇ , Ö ₂₉ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₆	8	21.05
	Yanlış	---	0	0

Tablo 25'te verilen fonksiyon kavramı grafik okuma-yorumlama sorusu ön test ve son test verileri incelendiğinde ilgili soruyu doğru cevaplayanların sayısının son test lehine ciddi bir artış gösterdiği görülmektedir. Tablo 25'e daha ayrıntılı bakıldığında ön testte ilgili soruyu kısmen doğru cevaplayan 22 öğretmen adayının son testte ise soruya doğru cevap kategorisine geçiş yapmaları dikkat çekmektedir. Ayrıca ön testte 2 öğretmen adayı fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunu yanlış yaparken bu adayların doğru cevap kategorisine geçmesiyle son testte soruyu yanlış yapan adayın kalmadığı görülmektedir. Elde edilen bulgular ışığında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı fonksiyon olup olmama durumuna yönelik dersin son test lehine olumlu bir değişim sağladığı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yorumlama becerilerinde teknoloji destekli TGAD öğretim öncesi ve sonrası yaşanan değişiklikleri daha detaylı aktarabilmek için bazı öğretmen adaylarının ilgili soruya ön test ve son testte verdikleri cevaplar değerlendirilmiştir. Bu kapsamda öğretim sürecini yansıtmak amacıyla seçilen Ö₃, Ö₅, Ö₁₈, Ö₃₈ öğretmen adaylarının bazılarının ön ve son test cevaplarında farklı kategorilerde oldukları Tablo 25'te görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından Ö₃'ün fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yorumlama sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 26'da sunulmaktadır.

Tablo 26

Ö₃'ün fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yorumu sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar

1)Grafikleri verilen aşağıdaki bağıntıların $R \rightarrow R$ 'ye fonksiyon olup /olmadığını gerekçenizle birlikte açıklayınız.

Grafikler	Ön Test Cevapları	Son Test Cevapları
	fonksiyondur. Her x değeri için $y=0$ dir. Hatta sabit fonksiyondur.	Düsey çizgi testini yaptığımızda $f(x)$ 'i 4 noktada kesiyor. Bu da tanım kümesindeki elemanın yalnızca bir tane y değerine gittiğini gösterir. Bu yüzden fonksiyondur.
	fonksiyondur. asimptotlar tanım kümesine dahil değil 0 y'üzerinden tanım kümesinde boşta eleman kalmasın Ve her x değeri sadece 1 tane y değerine giden.	Asimptotları R 'den çıkarılmadığı için Tanım kümesinde boşta eleman kalır. Bu yüzden fonksiyon olmaz.
	fonksiyon değil. Tanım kümesinde boşta eleman kalıyor.	Fonksiyon olabilmesi için iki şartımız vardı. Tanım kümesinde boşta eleman kalmayacak ve tanım kümesindeki her eleman yalnızca 1 y değerine sahip olacaktı. Ama burada ki $f(x)$ 'e bakalım. Sabit bir x değerinin birden fazla y değerini aldığını görüyoruz. Şartı uymadığı için fonksiyon değil.
	fonksiyondur. Tanım kümesinde eşikte eleman yok. Ve her x değeri sadece 1 tane y değerine almıştır.	Tanım kümesi = $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ Tanım kümesinde boşta eleman kalmıyor grafiğe bakıldığında. Ve tanım kümesindeki her hansi bir elemanın sadece 1 tane görüntüsü var. Bu şartları sağladığı için fonksiyondur.

Tablo 26 incelendiğinde Ö₃'ün ön testte 1 ve 3. grafiklere doğru, 2 ve 4. grafiklere ise yanlış cevap verdiği görülmektedir. İlgili soru bağlamında ön test bulgusu genel olarak değerlendirildiğinde adayın fonksiyon kavramı grafik okuma ve yorumlama sorusuna kısmen doğru cevap verdiği söylenebilir. Adayın ön testte yaptığı hatalar incelendiğinde 2. Grafiğin asimptot noktalarının tanım kümesine dahil olmaması nedeniyle tanım kümesinde boşta eleman kalmadığını iddia ettiği görülmektedir. Bu durum adayın sadece grafiğin tanım kümesine odaklandığını soru kökünde verilen tanım kümesini grafikte ilişkilendirmediğini

göstermektedir. Benzer bir durum 4. Grafiğe verilen cevapta da görülmektedir. Aday bu grafikte de tanım kümesini sadece grafiğe bakarak belirlemiştir. Dolayısıyla aday tanım kümesindeki bir elemanın değer kümesinde iki yere gitmeme durumunun fonksiyon olma şartı için yeterli olduğunu düşünmektedir. Bu bakış açısı doğru olmasına rağmen eksiktir. Çünkü soru kökünde verilen tanım kümesiyle grafiğin karşılaştırılmasının yapılarak tanım kümesinde boşta eleman olup olmadığının kontrolü yapılmalıdır. Adayın hatalı cevap verdiği grafikler bağlamında değerlendirildiğinde fonksiyon olma şartlarını okuma ve yorumlama açısından grafiğe aktaramadığı söylenebilir.

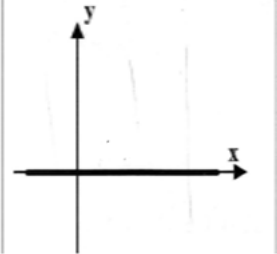
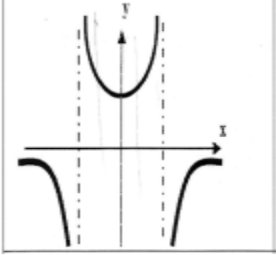
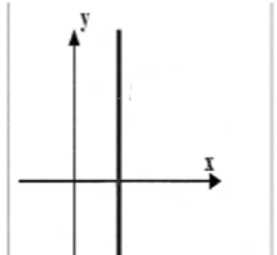
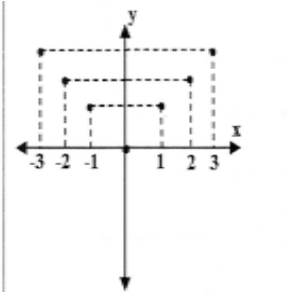
Öğretim sonrası uygulanan son test bulguları incelendiğinde ise adayın 1., 2. ve 3. grafiklere doğru 4. grafiğe yanlış cevap verdiği görülmektedir. Bu bulgudan hareketle adayın fonksiyon kavramı grafik okuma ve yorumlama sorusuna son testte kısmen doğru cevap verdiği söylenebilir. Ancak adayın ön ve son testte kısmen doğru cevap vermesine rağmen ön testle kıyaslandığında son testte doğru cevaplarında bir artış olduğu görülmektedir. Çünkü Ö₃ ön testte 2. grafikte yaptığı hatayı son testte düzelterek asimptot değerlerini soru kökündeki tanım kümesiyle kıyaslayarak fonksiyon olma şartlarından tanım kümesinde boşta eleman olup olmama durumunu doğru bir şekilde incelediği görülmektedir. Dolayısıyla teknoloji destekli öğretim sürecinin Ö₃'ün ilgili soru bağlamında fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinde son test lehine olumlu bir değişim gerçekleştirdiği söylenebilir.

Öğretim sürecini incelemek amacıyla belirlediğimiz diğer bir öğretmen adayı Ö₅'in fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 27'de sunulmaktadır.

Tablo 27

Ö₅'in fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yorumla sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar

1) Grafikleri verilen aşağıdaki bağıntıların $R \rightarrow R$ 'ye fonksiyon olup /olmadığını gerekçenizle birlikte açıklayınız.

Grafikler	Ön Test Cevapları	Son Test Cevapları
	Fonksiyondur. Dikay dörpü testi yaptımında Tanım kümesinde acıkta eleman kalmıyor ve her elemanı bir görsente kümesinde esi vardır.	Fonksiyondur. Tanım kümesinde acıkta eleman yoktur. Tanım kümesindeki her eleman tek bir elemanı eşleşmiştir.
	Değildir. Tanım kümesinde acıkta eleman kalıyor. Asimptotlar olığı söz-yor.	Fonksiyon değildir. Asimptot noktalarında tanımlı değildir. Tanım kümesinde acıkta elemanlar vardır.
	Değildir. Tanım kümesinde acıkta eleman mevcut.	Fonksiyon değildir. Tanım kümesinde acıkta kalan elemanlar vardır. x_0 için birden fazla görsente de mevcut, bu da fonksiyon şartını bozar.
	Değildir. Tanım kümesinde acıkta eleman var. Rasyonel değerlerin bir kondisyonu yok.	Fonksiyon değildir. Tanım kümesinde acıkta kalan elemanlar vardır.

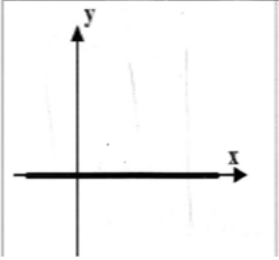
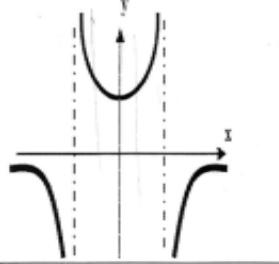
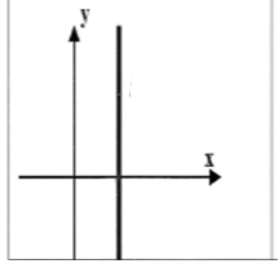
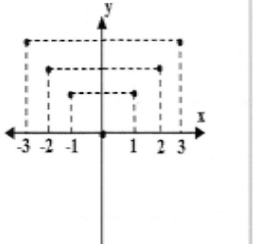
Ö₅'in ön ve son testte verdiği cevaplar incelendiğinde fonksiyon kavramına yönelik okuma ve yorumlama sorusunun tamamını doğru cevapladığı görülmektedir. Ancak adayın ön testte kıyasla son testte cevaplarını gerekçeleriyle birlikte sunarken daha ayrıntılı ve açıklayıcı ifadeler kullanmaktadır. Bu bulgular ışığında teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin kullanıldığı sürecin Ö₅'in ilgili soru bağlamında fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

Öğretim sürecini incelemek amacıyla belirlediğimiz diğer bir öğretmen adayı Ö₁₈'in fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 28'de sunulmaktadır.

Tablo 28

Ö₁₈'in fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar

1) Grafikleri verilen aşağıdaki bağıntıların $R \rightarrow R$ 'ye fonksiyon olup /olmadığını gerekçenizle birlikte açıklayınız.

Grafikler	Ön Test Cevapları	Son Test Cevapları
	Fonksiyondur. Tanım kümesindeki her x değerinin yalnızca bir değeri vardır. Bunu grafiğe dikey çizgiler olarak gösterdim.	Fonksiyondur. Çünkü, tanım kümesinde aslında eleman kalmamış. Dikey doğru testi başarılı.
	Fonksiyondur. Tanım kümesinde her bir x değeri yalnızca bir değere eşleşir. Dikey olarak diğer çizgiler. Grafiğe yalnızca bir noktaya eşleşir.	Fonksiyon değildir. Çünkü: tanım kümesinde 2 tane değer için karşılık yoktur. (asimptotlar)
	Fonksiyon değildir. Çünkü tanım kümesindeki bir sayı değer kümesindeki birçok değere eşleşmiştir.	Fonksiyon değildir. Çünkü; tanım kümesinde eşleşme yer çok fazla eleman var. Dikey doğru testi: Sağlamıyor. Bir x değeri birden çok y ile eşleşmiştir.
	Fonksiyon değildir. Çünkü tanım kümesindeki bazı elemanlar eşleşmemiştir.	Fonksiyon değildir. Çünkü; tanım kümesinde eşleşmeyen elemanlar var. Sadece $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ in karşılığı var.

Ö₁₈'in ön test 1., 3. ve 4. grafiğe doğru, 2. grafiğe yanlış cevap verdiği görülmektedir. İlgili soru bağlamında ön test bulgusu genel olarak değerlendirildiğinde adayın fonksiyon kavramı grafik okuma ve yorumlama sorusuna kısmen doğru cevap verdiği söylenebilir. Adayın ön testte yaptığı hatalar incelendiğinde 2. grafiğe dikey doğru testi yapıldığında tanım kümesindeki her bir değer için yalnızca bir değere eşleştiğini ifade ettiği görülmektedir. Bu

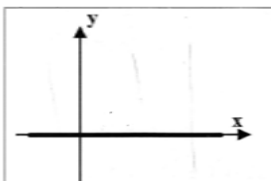
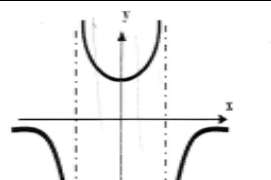
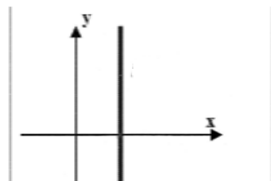
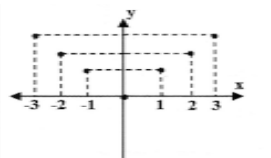
durum adayın sadece grafiğin tanım kümesine odaklandığını soru kökünde verilen tanım kümesini grafikte ilişkilendirmediğini göstermektedir. Dolayısıyla adayın bir grafiğin fonksiyon olabilmesi için tanım kümesinde boşta eleman kalmaması gerektiği kuralını grafiğe aktaramamıştır. Öğretim sonrası uygulanan son test bulguları incelendiğinde ise adayın soruların tamamına doğru cevap verdiği görülmektedir. Aday böylelikle ön testte 2. grafikte yaptığı hatayı düzelterek grafiğin fonksiyon olabilmesi için tanım kümesinde boşta eleman kalmaması gerektiği kuralını grafiğe aktararak son testte doğru bir okuma ve yorumlama yapmıştır. Dolayısıyla teknoloji destekli öğretim sürecinin Ö₁₈'in ilgili soru bağlamında fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinde son test lehine olumlu bir değişim gerçekleştirdiği söylenebilir.

Öğretim sürecini incelemek amacıyla belirlediğimiz diğer bir öğretmen adayı Ö₃₈'in fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 29'da sunulmaktadır.

Tablo 29

Ö₃₈'in fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar

1) $R \rightarrow R$ 'ye tanımlanan aşağıdaki bağıntı grafiklerinin fonksiyon olup olmadığını gerekçenizle birlikte açıklayınız.

Grafikler	Ön Test Cevapları	Son Test Cevapları
	Her y noktasına karşılık tek bir x noktası olmadığı için f(x) bir fonksiyon değildir	Fonksiyondur. Çünkü, Tanım kümesinde aucta eleman kalmamıştır. Tanım kümesindeki her elemanın tek değeri vardır.
	Her y noktasına karşılık tek bir x noktası olduğu için fonksiyondur.	Fonksiyon değildir. Çünkü, Asimptot noktalar vardır. Asimptot noktaları tanım kümesinden çıkarılmadığı için tanım kümesinde aucta eleman kalmıştır.
	Her y noktasına karşılık tek bir x noktası olduğu için f(x) fonksiyondur.	Fonksiyon değildir. Çünkü, Tanım kümesinde aucta eleman kalmıştır.
		Fonksiyon değildir. Çünkü Grafik noktasaldır. Bu yüzden tanım kümesinde aucta eleman kalmıştır.

Tablo 29 incelendiğinde Ö₃₈ ön testte bir grafiğe açıklama yazmadığı diğerlerini de yanlış cevapladığı görülmektedir. İlgili soru bağlamında ön test bulgusu genel olarak değerlendirildiğinde adayın fonksiyon kavramı grafik okuma ve yorumlama sorusuna kısmen doğru cevap verdiği söylenebilir. Adayın ön testte yaptığı hatalar incelendiğinde fonksiyon olma kurallarına hakim olmadığı ve bu kuralları grafik üzerine aktaramadığı görülmektedir. Bu bulgudan hareketle adayın fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma ve yorumlama becerisinde ciddi eksiklikler olduğu söylenebilir.

Öğretim sonrası uygulanan son test bulguları incelendiğinde ise adayın grafiklerin tamamına doğru okuyup yorumladığı görülmektedir. Aday aynı zamanda yanlış cevaplarını doğruya çevirmenin yanı sıra ön testte boş bıraktığı grafiği başarılı bir şekilde cevaplamıştır. Bu bulgulardan hareketle adayın ön testte yanlış kategorisinden son testte doğru kategorisine geçiş yaptığı görülmektedir. Dolayısıyla teknoloji destekli öğretim sürecinin Ö₃₈'in ilgili soru bağlamında fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinde son test lehine olumlu bir değişim gerçekleştirdiği söylenebilir.

4.1.6. Fonksiyon Kavramına Yönelik Grafik Çizme Son Test Bulguları:

Fonksiyon kavramına (olup/olmama) yönelik grafik çizme son test bulguları, ön test bulgularıyla birlikte karşılaştırmalı olarak Tablo 30'da sunulmaktadır.

Tablo 30

Fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme ön test- son test bulguları

Testler	Kategoriler	Ö _A kodlar	f	%
Ön test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₇ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₃₀ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅	24	63. 16
	Kısmen Doğru	Ö ₁₀ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₂ , Ö ₂₉ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₇	11	28. 95
	Yanlış	Ö ₂₃ , Ö ₃₆ , Ö ₃₈	3	7. 89
Son test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈	37	97. 37
	Kısmen Doğru	Ö ₁₆	1	2. 63
	Yanlış	-	0	0

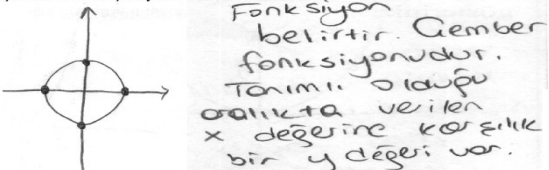
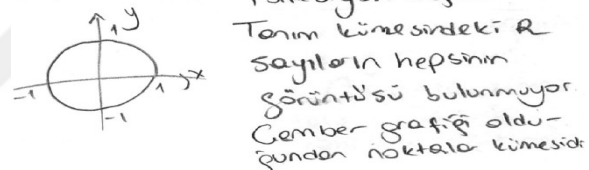
Tablo 30'daki ön test bulguları incelediğinde fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme sorusuna 11 öğretmen adayının kısmen doğru, 3 öğretmen adayının ise yanlış cevapladığı görülmektedir. Ön testte kısmen doğru cevap veren adayların önemli bir kısmının, yanlış cevap verenlerin ise tamamının son testte ilgili soruya doğru kategorisinde cevap

verdikleri görülmektedir. Dolayısıyla fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme sorusunu yanlış yaparken bu adayların doğru cevap kategorisine geçmesiyle son testte soruyu yanlış yapan adayın kalmadığı görülmektedir. Elde edilen bulgular ışığında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı fonksiyon kavramına yönelik dersin son test lehine olumlu bir değişim sağladığı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme becerilerinde teknoloji destekli TGAD öğretim öncesi ve sonrası yaşanan değişiklikleri daha detaylı aktarabilmek için bazı öğretmen adaylarının ilgili soruya ön test ve son testte verdikleri cevaplar değerlendirilmiştir. Bu kapsamda öğretim sürecini yansıtmak amacıyla seçilen Ö₁₆, Ö₁₈ ve Ö₃₈ öğretmen adaylarının bazılarının ön ve son test cevaplarında farklı kategorilerde oldukları Tablo 30’da görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından Ö₁₆’nın fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 31’de sunulmaktadır.

Tablo 31

Ö₁₆’nin fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme sorusuna yönelik ön ve son test bulguları

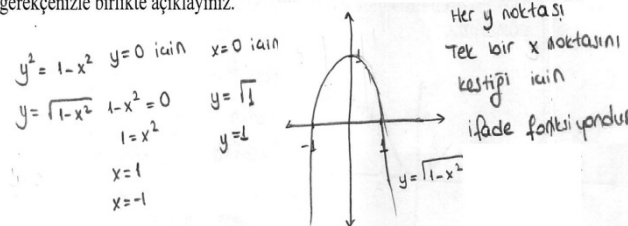
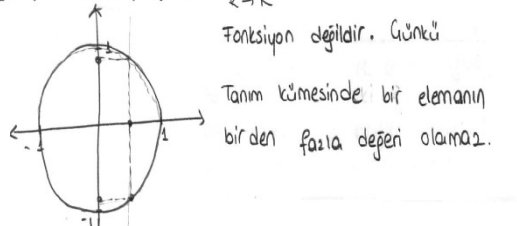
Ön Test Cevap	Son Test Cevap
<p>2) $x^2 + y^2 = 1$ cebirsel ifadesinin grafiğini çiziniz. Grafiğin bir fonksiyon olup olmadığı gerekçenizle birlikte açıklayınız.</p> 	<p>2) $x^2 + y^2 = 1$ cebirsel ifadesinin grafiğini çiziniz. Grafiğin bir fonksiyon olup olmadığı gerekçenizle birlikte açıklayınız.</p> 

Ö₁₆ öğretmen adayının Tablo 31'deki ön test grafik çizimi incelendiğinde çember grafiğini sadece şekilsel açıdan çizdiği kritik noktaları çizimine taşımadığı, bu nedenle eksik bir çizim yaptığı görülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayının yaptığı çizim kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Ayrıca ön testteki çizdiği grafiği okuyup yorumlayarak bir çember fonksiyonu ve tanımlı olduğu aralıkta verilen x değerine karşılık bir y değeri olduğunu iddia etmektedir. Soruda görüldüğü üzere herhangi bir x değeri verilmemiştir. Bu durum öğretmen adayının grafiği noktasal yorumladığına işaret etmektedir. Ayrıca öğretmen adayı fonksiyon belirtmesine yönelik gerekçesini açıklarken fonksiyonun kuramsal tanımında kullanılan “Tanım kümesindeki her elemanın bir görüntüsü olmalıdır.” şeklindeki bilgide önemli bir ayrıntı olan “her” kelimesini eksik yazdığı ya da bilmediği görülmektedir. Ek olarak çizdiği grafiği yorumlarken fonksiyon olmanın ikinci şartı olan “Tanım kümesindeki her bir elemanın sadece bir görüntüsü olmalıdır.” kuramsal bilgisini kullanmamaktadır. Bu nedenle Ö₁₆ öğretmen adayının ön bilgilerinde fonksiyon belirtme durumuna yönelik kuramsal ya da kavramsal bilgi eksikleri olduğu için fonksiyon çizmeye yönelik öntest bulgularında kısmen

doğru kategorisinde yer almıştır. Öte yandan Ö₁₆ öğretmen adayının aynı soruya yönelik son testte yaptığı grafik çizimi incelendiğinde kritik noktaları belirlemeye yönelik eksikliğini giderdiği, çizdiği grafiğin bir fonksiyon grafiği olmadığı farkına vardığı görülmektedir. Ayrıca fonksiyon olma şartlarından bir olan “Tanım kümesindeki her elemanın bir görüntüsü olmalıdır.” kuramsal bilgisini öğrendiği, bu durum çizdiği grafiğe yönelik yaptığı yorumlardan anlaşılmaktadır. Ancak çember grafiğinin neden fonksiyon olmadığını belirten ve bu grafik için esas sebeplerden biri olan “Tanım kümesindeki her bir elemanın sadece bir görüntüsü olmalıdır.” kuramsal bilgisini çizdiği grafiği yorumlarken kullanamamıştır. Bu durum öğretmen adayının cevabının eksik olmasına ve son testte de bu konuya yönelik grafik çizme bulgularında kısmen doğru kategorisinde kalmasına neden olmuştur. Dolayısıyla Ö₁₆ öğretmen adayının kuramsal ve kavramsal bilgilerindeki eksiklerin grafik okuma ve yorumlama becerisinde eksikler oluşmasına neden olduğu, okuma ve yorumlamadaki bu eksiklerin de grafik çizme becerisine hatalar ve eksikler olarak yansıtıldığı söylenebilir. Ö₁₆ öğretmen adayının fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme bakımından ön testte de son testte de kısmen doğru kategorisinde kalsa da son testte yaptığı detaylı çizim ve çizdiği grafiği yorumlarken gösterdiği gelişim göz önünde bulundurulduğunda yapılan teknoloji destekli TGAD öğretimin amaca hizmet ettiği söylenebilir.

Tablo 32

Ö₃₈'in fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme sorusuna yönelik ön ve son test bulguları


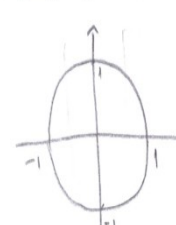
Ön Test Cevap	Son Test Cevap
<p>2) $x^2 + y^2 = 1$ cebirsel ifadesinin grafiğini çiziniz. Grafiğin bir fonksiyon olup olmadığı gerekçenizle birlikte açıklayınız.</p>  <p>Her y noktası Tek bir x noktasını kestiği için ifade fonksiyondur.</p>	<p>2) $x^2 + y^2 = 1$ cebirsel ifadesinin grafiğini çiziniz. Grafiğin bir fonksiyon olup olmadığı gerekçenizle birlikte açıklayınız.</p>  <p>$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ Fonksiyon değildir. Çünkü Tanım kümesinde bir elemanın birden fazla değeri olamaz.</p>

Ö₃₈ öğretmen adayının ön testte çizdiği grafik incelendiğinde çiziminin yanlış olduğu Tablo 32'de görülmektedir. Ö₃₈ öğretmen adayı grafik çizerken verilen cebirsel ifadede y değerini yalnız bırakmak için karekök almıştır. Ancak burada y ifadesi mutlak değer ile karekök dışarısına çıkması gerekirken öğretmen adayı y değerini direkt olarak karekök dışarısına çıkarmış, devamında ise noktasal düşünerek grafiğini oluşturmuştur. Öğretmen adayının yaptığı hatalı cebirsel çözümleme grafiği x eksenine göre altta kalan kısmını çizmemesiyle birlikte hatalı bir grafik çizimine neden olmuştur. Dolayısıyla grafik çizerken cebirsel çözümler yapmak ve tek tek değer vermek zaman zaman işlem hatalarına

yapılmasına, özellikle de cebirsel çözümlerde gözden kaçırılan noktaların grafiğin tamamen hatalı çizilmesine neden olduğu söylenebilir. Ayrıca bu tip noktasal düşünme grafik çizme açısından gerek zaman olarak gerekse çok fazla işlem gerektirmesi bakımından pratik bir yol değildir. Bu bakımdan Ö₃₈ öğretmen adayının ön testte noktasal düşünme odaklı hareket etmesi grafik çiziminde bütünsel düşünmesini engelleyerek grafik çiziminde hata yapmasına neden olduğu söylenebilir. Ayrıca öğretmen adayının grafik çiziminin hatalı olması adayın grafik okuma ve yorumlamadan elde ettiği çıkarımlarında yanlış olmasına neden olmuştur. Bu bakımdan grafik çizme becerisinin grafik okuma ve yorumlama alt boyutlarıyla ilişkili olduğunu söylemek mümkündür. Adayın son testte çizdiği grafik incelendiğinde grafik çizimini herhangi bir cebirsel çözümlere ya da değer verme işlemi yapmadan bütünsel olarak doğru çizdiği, fonksiyon belirtme durumunu dikey doğru testi ile inceleyerek grafiğin fonksiyon olmama nedenini doğru bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Bu durum ve Ö₃₈ öğretmen adayının fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme bakımından ön testte yanlış kategorisinden son testte doğru kategorisine geçerek gösterdiği gelişim göz önünde bulundurulduğunda yapılan teknoloji destekli TGAD öğretimin amaca hizmet ettiği söylenebilir.

Tablo 33

Ö₁₈'in fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme sorusuna yönelik ön ve son test bulguları

Ön Test Cevap	Son Test Cevap
<p>2) $x^2 + y^2 = 1$ cebirsel ifadesinin grafiğini çiziniz. Grafiğin bir fonksiyon olup olmadığı gerekçenizle birlikte açıklayınız.</p>  <p>Fonksiyon değildir. Tanım kümesindeki bazı sayıların birden çok değeri var.</p>	<p>2) $x^2 + y^2 = 1$ cebirsel ifadesinin grafiğini çiziniz. Grafiğin bir fonksiyon belirtip belirtmediğini gerekçenizle birlikte açıklayınız.</p>  <p>Fonksiyon değildir. Aynı tanım kümesindeki bazı değerler, değer kümesinde iki elemanla elelenmiştir. Dikey doğru testi seçmiyor.</p>

Ö₁₈ öğretmen adayının ön testte çizdiği Tablo 33'te sunulan grafik incelendiğinde grafiğin x ekseninde kalan kısmının kesikli çizgiler ile göstermesi dikkat çekicidir. Öğretmen adayının kesikli çizgileri kullanması grafiği yarım bir çember olarak hayal ettiğini düşündürmektedir. Ancak grafik ile ilgili yaptığı yorumlar incelendiğinde “tanım kümesindeki bazı sayıların birden çok değeri var.” şeklindeki ifadesi, dikey doğru testi ile bu durumu incelemesi ve bu bağlamda “Fonksiyon değildir.” cevabını vermesi göz önüne alındığında öğretmen adayının bu grafiği bir çember grafiği olarak düşündüğü ortadadır. Burada hatanın grafiklerde kesikli çizgi kullanımının ne anlama geldiğine yönelik bir bilgi eksikliğinden ya

da grafiği nokta noktaçizmesinden kaynaklı olduğu düşünölmektedir. Bu nedenle Ö₁₈ öğretmen adayının fonksiyon kavramına yönelik ön testte sorulan bu grafik çizme sorusuna yapılan çizim kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Öte yandan son testte çizdiği grafik incelendiğinde grafik çizimini değer verme işlemi yapmadan bütönsel olarak bütün kritik noktaları grafik üzerinde göstererek doğru çizdiği, fonksiyon belirtme durumunu dikey doğru testi ile inceleyerek grafiğin fonksiyon olmama nedenini doğru bir şekilde açıkladığı görölmektedir. Ö₁₈ öğretmen adayının fonksiyon kavramına yönelik grafik çizme bakımından ön testte kısmen doğru kategorisinden son testte doğru kategorisine geçerek gösterdiği gelişim göz önünde bulundurulduğunda yapılan teknoloji destekli TGAD öğretimin amaca hizmet ettiği söylenebilir.

4.2. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusundaki Grafik Okuryazarlık Becerilerine Yönelik Bulgular

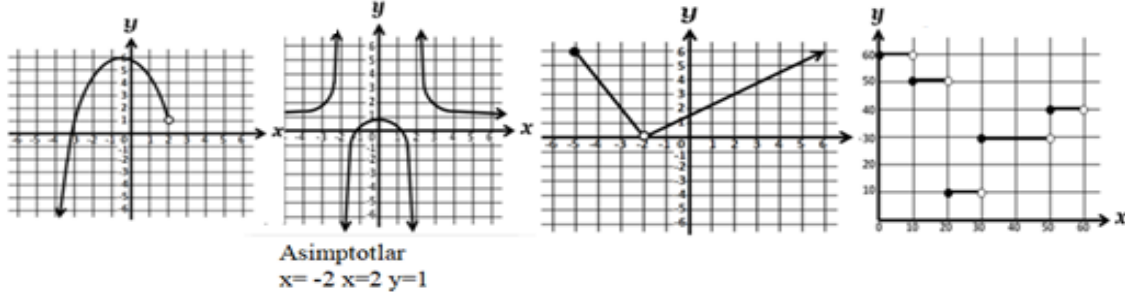
Araştırmanın ikinci alt problemi “Fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik geliştirilen teknoloji destekli TGAD öğrenme ortamının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının; tanım ve görüntü kümesi konusundaki grafik okuryazarlık becerilerine etkisi nasıldır?”şeklinde belirlenmiştir. Belirlenen bu alt probleme yönelik ön test, son test ve fonksiyon grafiklerinde tanım ve görüntü kümesi konusunun teknoloji destekli TGAD yöntemiyle öğretimi sürecinden elde edilen bulgular alt başlıklar halinde aşağıda sunulmaktadır.

4.2.1. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Ön Test Bulguları: Öğretmen adaylarının tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama becerilerini incelemek amacıyla hazırlanan soru şekil 37’de yer almaktadır.

Şekil 37

Tanım ve görüntü kümesi konusunayönelik grafik okuma yorumlama sorusu

Aşağıda verilen fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümelerini gerekçenizle birlikte yazınız.



Şekil 37'de yer alan grafiklerin tanım ve görüntü kümelerine yönelik grafik okuma-yorumlama becerisini incelemek için hazırlanan sorunun, dört alt sorudan oluştuğu görülmektedir. Veri analizi bölümünde açıklanan bakış açısına göre veriler analiz edilmiş ve sorulara yönelik bulgular Tablo 34'te sunulmuştur.

Tablo 34

Tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik okuma yorumlama ön test bulguları

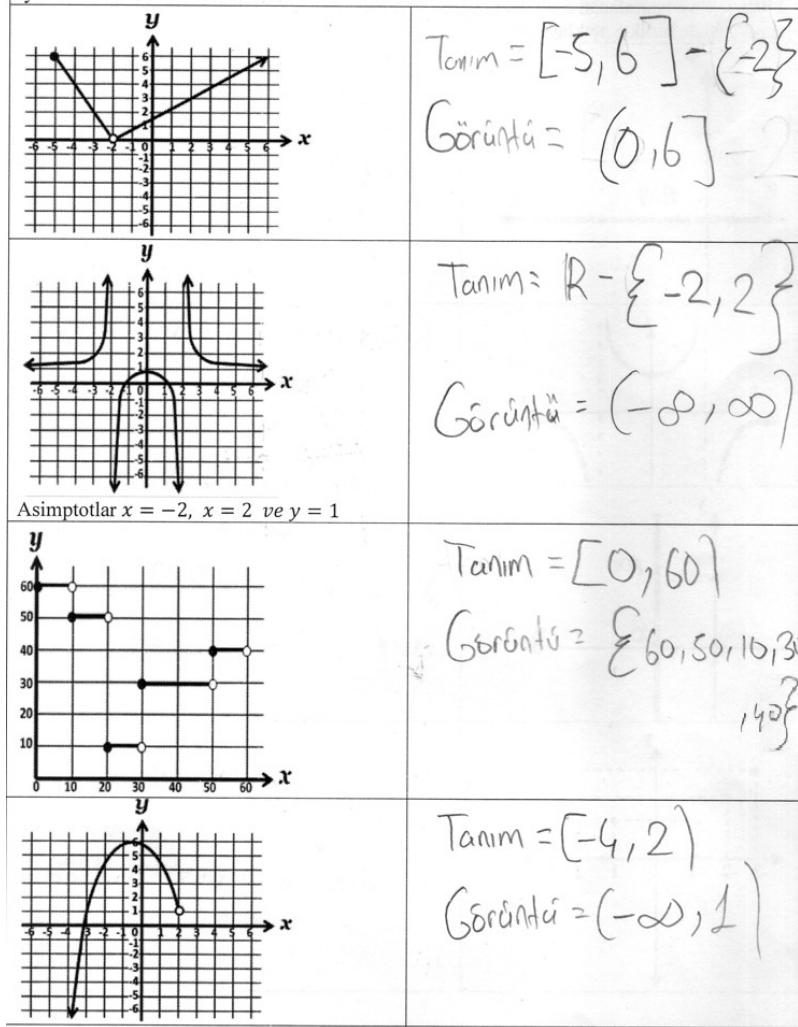
Kategoriler	Ö _A Kodlar	f	%
Doğru	-	0	0
Kısmen Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₇	33	86.84
Yanlış	Ö ₁₂ , Ö ₁₆ , Ö ₂₄ , Ö ₃₆ , Ö ₃₈	5	13.16

Tablo 34 incelendiğinde tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunu öğretmen adaylarının önemli bir kısmının kısmen doğru cevapladıkları görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının ilgili sorunun bazı alt sorularında eksik veya hatalı çözüm yaptıklarını göstermektedir. Bulgular incelendiğinde öğretmen adaylarının hiçbirinin soruların tamamına doğru cevap veremediği, 5 öğretmen adayının ise soruların hepsini yanlış cevapladığı belirlenmiştir.

Tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma-yorumlama becerisini incelemek için hazırlanan sorunun dört alt sorusuna verilen cevaplar incelendiğinde öğretmen adaylarının önemli bir bölümü, bu dört alt sorunun bir kısmına doğru bir kısmında ise eksik veya hatalı çözüm yaptıkları belirlenmiştir. Bu durum araştırmacı tarafından kısmen doğru şeklinde kodlanmıştır. Kısmen doğru olarak kodlanan yanıtlardan dikkat çekici bazı çözümler aşağıda sunulmuştur.

Şekil 38

Ö₁₀'un tanım ve görüntü kümesi grafik okuma yorumlama sorusuna yönelik çözümleri



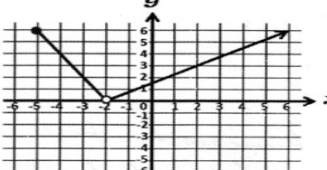
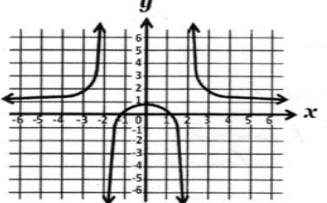
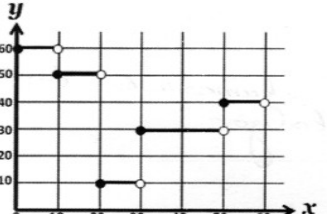
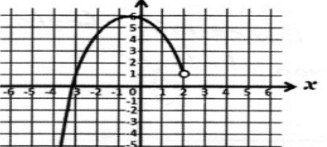
Şekil 38 incelendiğinde, Ö₁₀'un 1. grafikte tanım ve görüntü kümesini okuma ve yorumlamada hata yaptığı görülmektedir. Tanım kümesini belirlerken yaptığı hataya baktığımızda, öğretmen adayının grafiği 6 noktasında sınırlandırdığı anlaşılmaktadır. Ancak grafik incelendiğinde tanım kümesinin 6 noktasında sınırlanmadığı ve sonsuza kadar devam ettiği görülmektedir. Bu nedenle, öğretmen adayının grafiğin ışın olarak gösterilen kısmını doğru parçası olarak algıladığı ve 6 noktasını bir üst sınır olarak belirlediği için tanım kümesini belirlerken hata yaptığı söylenebilir. Öğretmen adayının görüntü kümesini belirlerken de aynı hata türünü yaptığı görülmektedir. Grafiğin görüntü kümesini incelediğimizde, üst sınırın sonsuza kadar devam etmesine rağmen Ö₁₀'un üst sınır olarak 6 noktasını belirlemesi, tanım kümesini belirlerken yapılan hata türüyle örtüşmektedir. Öğretmen adayı 2. grafikte, x ekseninden geçen asimptot doğrularına dikkat ederek tanım kümesini doğru bir şekilde belirlemiştir. Ancak Ö₁₀'un görüntü kümesini belirlerken y ekseninden geçen asimptot doğrusuna dikkat etmeyerek $y = 1$ noktasını aralığa dahil etmesi

grafiki okuma ve yorumlama açısından hata yaptığını göstermektedir. \ddot{O}_{10} , 3. grafikte tanım kümesini doğru belirlemiş ve görüntü kümesinin noktalardan oluştuğunu fark etmiştir. Ancak, görüntü kümesini yazarken değerleri sırayla yazmadığı ve her iki çözümü yaparken gerekçelerini açıklamadığı görülmektedir. Öğretmen adayı 4. grafiğin tanım kümesini belirlerken ise -4'ü alt sınır şeklinde yazarak yanlış yapmıştır. Bu hatanın nedeni olarak, öğretmen adayının grafiğin ok ile gösterilen kısmını dikkate almaması gösterilebilir. Oysa grafik ok ile devam ettiği için alt sınır bulunmamaktadır. Bu nedenle -4 yerine $-\infty$ yazılmalıdır. Öğretmen adayı, 4. grafiğin görüntü kümesini belirlerken üst sınırı 1 yazarak hata yapmıştır. bu hatanın nedeni tanım kümesinde üst sınır olarak yazdığı 2 değerine aşırı odaklanarak bu noktaya karşılık gelen y değerinin 1 olmasından kaynaklanmaktadır. Oysa grafiğin y eksenini bütünsel olarak incelendiğinde görüntü kümesi $(-\infty, 6]$ şeklinde olduğu görülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayı aşırı odaklanma ve noktasal düşünmeden kaynaklı böyle bir hata yaptığı söylenebilir.

Kısmen doğru cevap veren bir diğer öğretmen adayı \ddot{O}_{17} 'nin tanım ve görüntü kümesi grafik okuma-yorumlamasına yönelik kısmen doğru çözümleri Şekil 39'da sunulmaktadır.

Şekil 39

\ddot{O}_{17} 'nin tanım ve görüntü kümesi grafik okuma- yorumlama sorusuna yönelik çözümleri

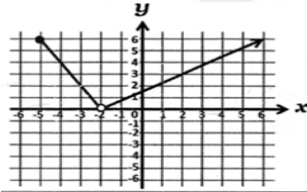
	$T = [-5, -2) \cup (-2, +\infty)$ $G = (0, +\infty)$
 <p>Asimptotlar $x = -2$, $x = 2$ ve $y = 1$</p>	$T = (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$ $G = \mathbb{R}$
	$T = [0, 60)$ $G = [10, 60]$
	$T = (-\infty, 2)$ $G = (-\infty, 6]$

Şekil 39 incelendiğinde, Ö₁₇'nin 1. ve 4. grafiklerin tanım ve görüntü kümesini doğru bir şekilde yazdığı ancak çözümlerini sözel açıklamalarla desteklemediği görülmektedir. Öğretmen adayı 2. grafikte ise tanım kümesini doğru, görüntü kümesini ise yanlış bulmuştur. Ö₁₇'nin görüntü kümesinin tüm reel sayılardan oluştuğunu belirtmesi $y = 1$ asimptot doğrusunu dikkate almadığını göstermektedir. Dolayısıyla öğretmen adayı 2. grafiğin tanım kümesini yazarken x ekseninden geçen asimptot doğrularını dikkate alırken, görüntü kümesini yazarken ise y ekseninden geçen asimptot doğrularını dikkate almadığı görülmektedir. Öğretmen adayı, 3. grafiğin tanım kümesini doğru ancak görüntü kümesini ise yanlış belirlemiştir. Ö₁₇'nin görüntü kümesini belirlerken yaptığı hatanın sebebi incelendiğinde, öğretmen adayının kümenin belirli bir aralıktan oluştuğunu düşünmesidir. Ancak, grafik parçalı bir fonksiyon grafiği olduğu için görüntü kümesinin noktalardan oluşması gerekmektedir. Bu nedenle, öğretmen adayının görüntü kümesini aralık halinde düşünmesi hatalı bir sonuç elde etmesine neden olmuştur.

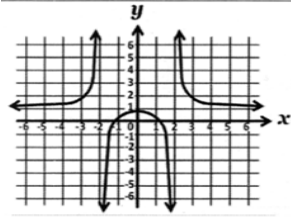
Soruların tamamına yanlış cevap veren Ö₃₈'in tanım ve görüntü kümesi grafik okuma-yorumlamasorusuna yönelik hatalı çözümleri aşağıda sunulmaktadır.

Şekil 40

Ö₃₈'in tanım ve görüntü kümesi grafik okuma- yorumlama sorusuna yönelik çözümleri

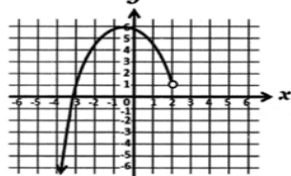
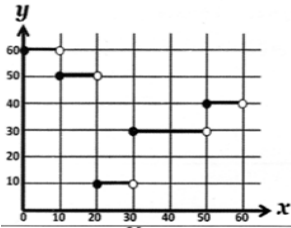


Değer kümesi $\rightarrow [-1, +\infty) \notin [-2]$
Tanım kümesi $\rightarrow [0, \infty)$



$(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty) \rightarrow$ Değer
Tanım kümesi $\rightarrow (-\infty, +\infty) \notin [-1]$

Asimptotlar $x = -2, x = 2$ ve $y = 1$



Değer kümesi $\rightarrow (-\infty, 2)$
Tanım kümesi $\rightarrow [6, -\infty)$

Şekil 40 incelendiğinde, \ddot{O}_{38} 'in çözümlerinin bazı grafikleri rakamsal anlamda kısmen doğru okumasına rağmen tanım ve görüntü kümelerini birbirlerinin yerine yazması nedeniyle tüm sorulara yanlış cevap verdiği görülmektedir. Bu durum, öğretmen adayının tanım kümesini incelerken y eksenine, görüntü kümesini incelerken ise x eksenine odaklanarak karar verdiğini göstermektedir. Ayrıca görüntü kümesi ve değer kümesi kavramlarını birbirinin yerine kullandığı görülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayının, tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma ve yorumlamada başarısız olduğu anlaşılmaktadır.

4.2.2. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusuna Yönelik Grafik Çizme Becerisi Ön Test Bulguları: Öğretmen adaylarının tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik fonksiyon grafiği çizme becerilerini incelemek amacıyla hazırlanan soru aşağıda yer almaktadır.

“ $f: (-2,2] \rightarrow [0,4]$ aralığında tanımlanan cebirsel ifadesi $f(x) = x^2$ olan fonksiyon verilmiştir. Buna göre 2. $f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çizerek, tanım ve görüntü kümesinin aralığını yazınız.”

Yukarıdaki soruda, tanım, görüntü aralığı ve cebirsel ifadesi verilen bir fonksiyon grafiğinin çizimine yönelik becerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Soru, grafik çiziminde noktasal düşünme yönteminin yanı sıra fonksiyon grafiklerinin dönüşümleri kullanılarak da çözülebilecek tarzda hazırlanmıştır. Soruda aynı zamanda öğretmen adaylarından fonksiyon grafiğini çizdikten sonra tanım ve görüntü aralıklarını da yazmaları istenmiştir. Bu kapsamda tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları Tablo 35'te sunulmaktadır.

Tablo 35

Tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları

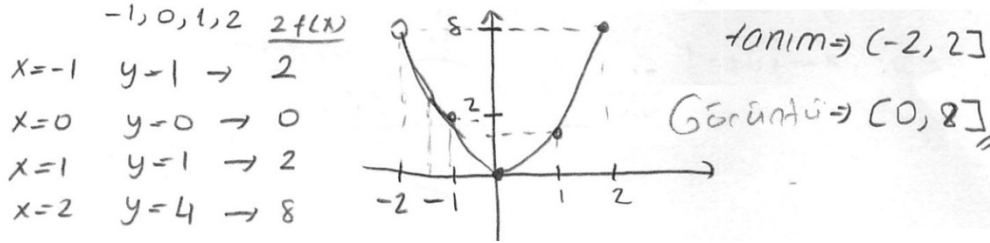
Kategoriler	\ddot{O}_A Kodlar	f	%
Doğru	$\ddot{O}_2, \ddot{O}_3, \ddot{O}_4, \ddot{O}_6, \ddot{O}_7, \ddot{O}_{10}, \ddot{O}_{14}, \ddot{O}_{16}, \ddot{O}_{31}$	9	23. 68
Kısmen Doğru	$\ddot{O}_1, \ddot{O}_8, \ddot{O}_9, \ddot{O}_{11}, \ddot{O}_{12}, \ddot{O}_{13}, \ddot{O}_{15}, \ddot{O}_{20}, \ddot{O}_{21}, \ddot{O}_{23}, \ddot{O}_{28}, \ddot{O}_{29}, \ddot{O}_{37}$	13	34. 21
Yanlış	$\ddot{O}_5, \ddot{O}_{17}, \ddot{O}_{18}, \ddot{O}_{19}, \ddot{O}_{22}, \ddot{O}_{24}, \ddot{O}_{25}, \ddot{O}_{26}, \ddot{O}_{27}, \ddot{O}_{30}, \ddot{O}_{32}, \ddot{O}_{33}, \ddot{O}_{34}, \ddot{O}_{35}, \ddot{O}_{36}, \ddot{O}_{38}$	16	42. 11

Tablo 35 incelediğinde tanım ve görüntü kümesine yönelik hazırlanan grafik çizme sorusunu doğru ($f = 9$) yapan öğretmen adayı sayısının, kısmen doğru ($f = 13$) ve yanlış ($f = 16$) yapan öğretmen adayı sayısından daha az olduğu görülmektedir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının önemli bir kısmının soruyu yanlış çözdüğü ve istenilen fonksiyon grafiğini çizmedikleri belirlenmiştir.

Tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusunu doğru cevaplayan öğretmen adaylarından Ö₇'nin çözümü aşağıda sunulmaktadır.

Şekil 41

Ö₇'nin tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna verdiği cevap

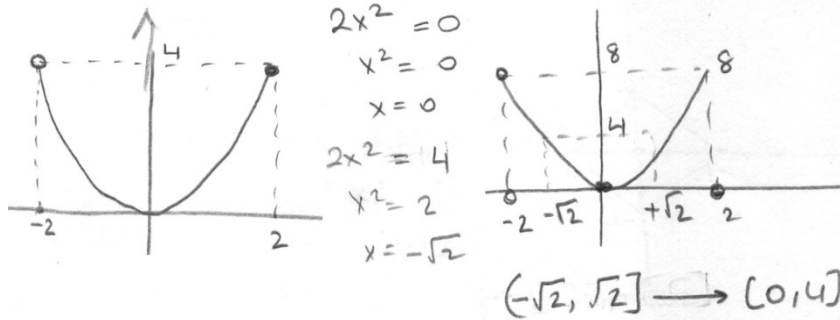


Şekil 41 incelendiğinde, öğretmen adayının grafik çiziminde başarılı olduğu ve çizdiği grafiğin tanım ve görüntü kümesini doğru bir şekilde belirleyebildiği görülmektedir. Ö₇'nin grafik çizerken tercih ettiği çözüm yoluna bakıldığında öğretmen adayının noktasal düşünerek grafiği çizmeyi tercih ettiği anlaşılmaktadır.

Tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme becerisini incelemek için hazırlanan soruda öğretmen adaylarının çizimlerinde ya da sözel açıklamalarında eksiklikler olması durumunda araştırmacı tarafından kısmen doğru olarak değerlendirilmiştir. Bu duruma dikkat çekici bir örnek olarak Ö₂₃'ün cevabı Şekil 42'de verilmiştir.

Şekil 42

Ö₂₃'ün tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna verdiği cevap

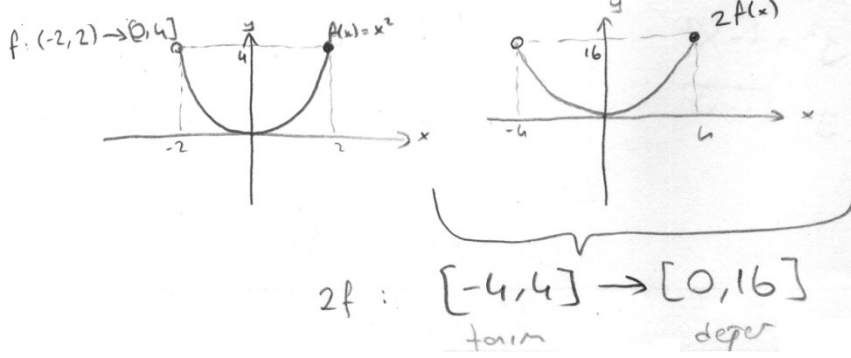


Şekil 42 incelendiğinde öğretmen adayının grafiği doğru bir şekilde çizdiği görülmektedir. Ö₂₃ grafiği doğru bir şekilde çizmesine rağmen grafiğin tanım ve görüntü kümesini yazarken hata yapmıştır. Öğretmen adayının grafik üzerindeki tanım ve görüntü kümesini yazarken yaptığı hata ayrıntılı bir şekilde incelendiğinden $f(x) = x^2$ ve $2 \cdot f(x)$ grafiğinin görüntü kümelerinin aynı olması gerektiği yanılığına düştüğü görülmektedir. Bu durum aynı zamanda çizilmesi istenen grafiğin tanım kümesinin tespitinde de hata yapılmasına neden olmuştur. Dolayısıyla tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusunda öğretmen adayının hata yapmasının altında yatan neden grafiklerin değer kümelerinin eşit olduğunu düşünmesidir.

Tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusunu yanlış cevaplayan Ö₅'in grafiği çizerken hatalı çizim yaptığı çözümü Şekil 43'te sunulmaktadır.

Şekil 43

Ö₅'in tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna verdiği cevap



Şekil 43, öğretmen adayının $2 \cdot f(x)$ grafiğini çizerken hata yaptığını göstermektedir. Hata, $f(x)=x^2$ fonksiyonundan $2 \cdot f(x) = 2 \cdot (x)^2$ fonksiyonuna geçiş yaparken cebirsel ifadenin iki katının alınmasının tanım kümesine de yansımaları gerektiği düşüncesinden kaynaklanmaktadır. Oysa $f(x)$ 'in tanım kümesiyle $2 \cdot f(x)$ 'in tanım kümesi aynı olmalıdır. Tanım kümesinin yanlış belirlenmesi haliyle görüntü kümesini de olumsuz yönde etkilemektedir. Bu durum da grafiğin yanlış çizilmesine neden olmuştur. Sonuç olarak öğretmen adayının grafiği çizerken tanım kümesini genişletme hatası yaptığı söylenebilir.

Grafiğin tanım ve görüntü kümesinin yazımıyla ilgili olarak öğretmen adayının matematik sembollerini hatalı kullanması bir diğer dikkat çekici bulgudur. Şekil 43 incelendiğinde, Ö₅'in grafiği çizerken -4 değerini tanım kümesine dahil etmediği fakat sembolik yazımda ise dahil ettiği görülmektedir. Bu durum, öğretmen adayının çizdiği grafiği yanlış okuyup yorumladığının ve matematik sembollerini yanlış kullandığının bir göstergesi olarak değerlendirilebilir.

4.2.3. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Sürecine Ait Bulgular: Tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuryazarlık (okuma- yorumlama ve çizme) sorularından elde edilen ön test bulgularından yola çıkarak öğretim süreci dizayn edilmiştir. Bu kapsamda teknoloji destekli öğretim sürecinde öğretmen adaylarının fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümelerini dikkatli bir şekilde incelemelerine katkı sağlamak amacıyla dinamik ortamda sürgü geliştirilmiştir. Sürgü sayesinde öğretmen adaylarının fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümelerini işaretleyerek grafiği kolaylıkla incelemesi, hata yaptıkları noktaları fark etmesi ve grafiğe yönelik okuma-yorumlama becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Bu bölümde tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuryazarlık becerilerini geliştirmek amacıyla hazırlanan teknoloji destekli TGAD öğretim sürecinden bahsedilerek öğretim sürecinden yansımalar sunulmaktadır. Öğretim sürecini yansıtırken örneklemeden seçilen öğretmen adaylarının çalışma kağıtları ve günlüklerine ilişkin veriler paylaşılmıştır. Ön testte tanım görüntü kümesine yönelik hazırlanan grafik okuma ve yorumlama sorusuna verilen yanıtlar dikkate alınarak her kategoriden öğretmen adayı seçilmesine özen gösterilmiştir. Tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma yorumlama öğretim sürecinin anlatımı için belirlenen öğretmen adayları Tablo 36’da sunulmuştur.

Tablo 36

Tanım ve görüntü kümesine yönelik öğretim sürecini incelemek amacıyla seçilen öğretmen adayları

Ön Test Kategorileri	Ö _A Kodları
Doğru	---
Kısmen Doğru	Ö ₄ , Ö ₈
Yanlış	Ö ₁₆ , Ö ₃₈

Ön testte tanım görüntü kümesine yönelik hazırlanan grafik okuma ve yorumlama sorusuna doğru cevap veren öğretmen adayı olmaması nedeniyle Tablo 36’da doğru kategorisinde öğretmen adayı bulunmamaktadır. Bu nedenle öğretim süreci yansıtılırken Tablo 36’da yer alan dört öğretmen adayından elde edilen veriler incelenmiştir. Böylece bu soru bazında farklı seviyelerde olan öğretmen adaylarının öğretim sürecindeki durumlarının yansıtılması amaçlanmaktadır. Bu kapsamda tanım ve görüntü kümesi/aralığına yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen grafik okuryazarlık dersinin aşamaları ve elde edilen bulgular yansıtılarak öğretim süreci detaylı bir şekilde incelenmiştir.

4.2.3.1. Tahmin Aşaması: Tahmin aşamasında, öğretmen adaylarından kendilerine verilen linke (<https://www.geogebra.org/classroom>) tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi ilgili bölüme girmeleri istenmiştir. Ardından öğretmen adaylarından ekranlarındaki beş farklı grafiğin tanım ve görüntü kümelerini bularak gerekçeleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir. Bu aşamada öğretmen adaylarına farklı fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümesini tespit etmeye yönelik soruları çözmeleri için 15 dakika süre verilmiştir.

Şekil 44

Tahmin aşamasında öğretmen adaylarının tahmin görüntü kümesi konusuna yönelik grafik sorularını GeoGebra üzerinden cevapladıkları andan bir görüntü



Şekil 44'te görüldüğü gibi tahmin aşamasında öğretmen adaylarından bilgisayar veya cep telefonlarından verilen linke şifre ile girerek, ekrandaki soruları bireysel olarak düşünerek cevaplarını gerekçeleriyle birlikte kağıda yazmaları istenmiştir. 15 dakikalık çalışma süresi sonunda, öğretmen adaylarının görüşleri alınmıştır. Bu süreçte her ifade tartışılmaya çalışılmıştır. Görüş ayrılıkları olduğunda öğretmen adaylarının birbirlerini ikna etmeleri için bilimsel anlamda kanıt ve gerekçelerini paylaşmaları konusunda teşvik edilmiştir. Bu aşamada amaç bütün öğretmen adaylarının görüşlerini gerekçeleri ile sunarak tartışmaya katılmalarını sağlamaktır. Böylece her öğretmen adayı savunduğu görüşün doğru mu yanlış mı olduğunu merak ederek bir sonraki aşamada yapılacak etkinliğe motive olacaktır. Öğretmen bu aşamada moderatör rolünde hareket etmiştir. Cevabı söylemek yerine öğretmen adaylarının zihninde soru işareti oluşturarak kavramsal anlamda dengesizliği ve merakı tetiklemeye çalışmıştır.

Gözlem aşamasına geçmeden önce bir grafiğe yönelik sınıfta yaşanan dikkat çekici bir diyalog aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 37

Tahmin aşamasında yapılan sınıf içi tartışmada geçen bir konuşma

Grafik	Sınıfta Geçen Konuşma
	<p>A: “Bu grafiğin tanım kümesi hakkında ne dersiniz?”</p> <p>Ö₄: “0’da başlıyor 5’te bitiyor. Bu nedenle ben $[0,5]$ aralığında dedim.”</p> <p>A: “Peki görüntü kümesi hakkında ne dersiniz?”</p> <p>Ö₃₈: “Ben $[2,5]$ aralığında dedim.”</p> <p>Ö₅: “Bence 2 dahil değil o nedenle $(2,5]$ yazdım.”</p> <p>A: “Yani tanım kümesinde olduğu gibi aralık şeklinde diyorsunuz 2’de başlıyor 5’te bitiyor.”</p> <p>Ö₈: “Hayır bence görüntü kümesi noktalardan oluşuyor aralık şeklinde yazılamaz. Çünkü grafikteki parçalar sabit fonksiyon”</p> <p>A: “Hımm artık hangi düşüncenin doğru olduğuna gözlem aşamasında karar verirsiniz”</p>

Tablo 37’de görüldüğü üzere öğretmen derste hatalı öğretmen adayının fikrini öne çıkararak sanki doğruymuş gibi desteklemektedir. Burada öğretmen adayları üzerinde bu söylenenler “Acaba doğru olabilir mi?” düşüncesini uyandırarak bir dengesizlik durumu oluşturmak hedeflenmiştir. Böylelikle hem sınıf içi konuşmaların arttırılması hem de gözlem aşamasında bahsedilen noktalar hakkında merak uyandırılarak daha iyi bir gözlemin yapılması amaçlanmıştır.

4.2.3.2. Gözlem Aşaması: Öğretmen adaylarının tahmin aşamasında fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümelerinin tespitine yönelik verdikleri yanıtları kontrol etmeleri amacıyla, gözlem aşaması GeoGebra yazılımında hazırlanan etkinliklerle gerçekleştirilmiştir. Şekil 45’te öğretmen adayının gözlem aşamasında GeoGebra’da geliştirilen etkinliği kullanarak bilgisayar ile inceleme yaptığı bir an sunulmuştur.

Şekil 45

Gözlem aşamasında öğretmen adayının tanım görüntü kümesi konusundaki grafikleri GeoGebra'da incelediği andan bir görüntü



Bu etkinlikler sayesinde öğretmen adaylarının aynı grafikleri dinamik bir ortamda daha yakından inceleyerek tahmin aşamasındaki düşüncelerinin değişip değişmediğini açıklamaları sağlanmıştır. Bu kapsamda gözlem aşamasından elde edilen bulgular öğretmen adaylarının tahmin aşamasındaki cevaplarıyla birlikte sunulmuştur.

Tablo 38

Tahmin aşamasındaki 1. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₈
	Kısmen Doğru	Ö ₄ , Ö ₃₈
	Yanlış	Ö ₁₆

Tablo 38 incelendiğinde 1. grafiğin tanım ve görüntü kümesini okuma ve yorumlama sorusuna yönelik cevaplar incelendiğinde dört öğretmen adayından, birinin doğru (Ö₈), ikisinin kısmen doğru (Ö₄, Ö₃₈) ve birinin de yanlış (Ö₁₆) yanıt verdiği görülmektedir.

Soruya doğru cevap veren \ddot{O}_8 kodlu öğretmen adayının grafiğın tanım ve görüntü kümesine yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

\ddot{O}_8 : Tanım kümesi: $[0,5]$ Görüntü kümesi: $\{4,5,3,2\}$

\ddot{O}_8 'in çözümü incelendiğinde tanım ve görüntü kümesini yazarken sembol ve sınırları doğru bir şekilde kullandığı görülmektedir. Ancak görüntü kümesini yazarken grafiği inceleme şekline bağlı olarak rakamları sıralamadan yazdığı görülmektedir. Kümelerde değişme özelliği olduğu için bu yazım şekli doğru olarak kabul edilmektedir.

Soruya kısmen doğru cevap veren iki öğretmen adayının grafiğın tanım ve görüntü kümesine yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

\ddot{O}_4 : Tanım kümesi: $[0,5]$ Görüntü kümesi: $\{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}$

\ddot{O}_{38} : Tanım kümesi: $[0,5]$ Görüntü kümesi: $[2,5]$

Öğretmen adayları grafiğın tanım kümesini tespit ederken doğru, görüntü kümesini tespit ederken ise yanlış cevap vermişlerdir. Adayların görüntü kümesini yazarken yaptıkları hatalara bakıldığında \ddot{O}_{38} 'in kümeyi bir aralık olarak yazdığı, \ddot{O}_5 'in ise kümeyi ayrı ayrı kümeler şeklinde ifade ettiği görülmektedir. Dolayısıyla \ddot{O}_5 'in görüntü kümesini belirli noktalardan oluştuğunu fark ettiği ancak yazım hatası yaptığı söylenebilir. \ddot{O}_{38} 'in görüntü kümesini yazarken yaptığı hatayı ayrıntılı bir şekilde incelediğimizde diğer öğretmen adayından farklı olarak 2 ile 5 arasındaki değerlerin tamamını kümeye dahil ettiği görülmektedir. Dolayısıyla \ddot{O}_{38} 'in hatası \ddot{O}_5 öğretmen adayına göre daha önemli bir hata olarak değerlendirilebilir. Grafiğın görüntü kümesinin noktalardan oluşması nedeniyle cevabın $\{2,3,4,5\}$ şeklinde yazılması gerekmektedir. Bu bulgudan hareketle parçalı doğrusal bir grafiğın görüntü kümesini tespit ederken \ddot{O}_{38} 'in başlangıç ve bitiş noktalarını aralık şeklinde yazma hatası yaptığı söylenebilir.

Tanım ve görüntü kümesini yanlış belirleyen \ddot{O}_{16} öğretmen adayının cevapları ise şu şekildedir:

\ddot{O}_{16} : "Tanım kümesi: $[0,5]$ – $\{1,2,3\}$ Görüntü kümesi: $[2,5]$ "

\ddot{O}_{16} 'nın cevapları incelendiğinde tanım kümesini belirlerken 1, 2 ve 3 değerlerini çıkardığı, görüntü kümesinde ise kümeyi aralık şeklinde yazması nedeniyle yanlış yaptığı görülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayı her iki kümeyi de yanlış belirlemiştir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksiklikleri gidermek ve grafiğın tanım ve görüntü kümesinin öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlikte tanım ve görüntü kümesinin gözlemlenmesi amacıyla sürgü yerleştirilmiştir. Etkinlikte yer alan sürgü en son düzeye ilerletildikçe tanım ve görüntü kümesini boyamak suretiyle doğru cevap hakkında öğretmen adaylarının süreci

gözlemlerini sağlamaktadır. Bu sayede öğretmen adayları cevaplarını bilgisayar ortamında kontrol ederek düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarını inceleme fırsatı elde etmişlerdir. Soruya tahmin aşamasında kısmen doğru cevap veren öğretmen adayları, gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda aşağıdaki açıklamaları yapmışlardır.

Ö₄: *“Görüntü kümesini daha güzel yazabilirdim.”*

Ö₃₈: *“Görüntü kümesini yazarken aralık olarak yazdım. Değer olarak yazmalıymışım.”*

Ö₄, kendi çözümünü yazarken daha iyi yazabileceğini ifade etmiş, yani çözümünde bir eksiklik veya hata olduğunu fark ettiği söylenebilir. Ö₃₈ ise görüntü kümesini aralık olarak yazmasının hatalı olduğunu fark ettiği ve doğrusunun değer olarak yazılması gerektiğini ifade ettiği görülmektedir. Nitekim tanım görüntü kümesine yönelik grafik okuma ve yorumlama ön test sorusuna verdiği cevap incelendiğinde ilgili soruyu Ö₃₈'in yanlış cevapladığı dikkate alınırsa etkinliğin bir düşünce değişikliği yaratması öğretmen adayında bir farkındalığın geliştirdiğini gösteren bir bulgudur.

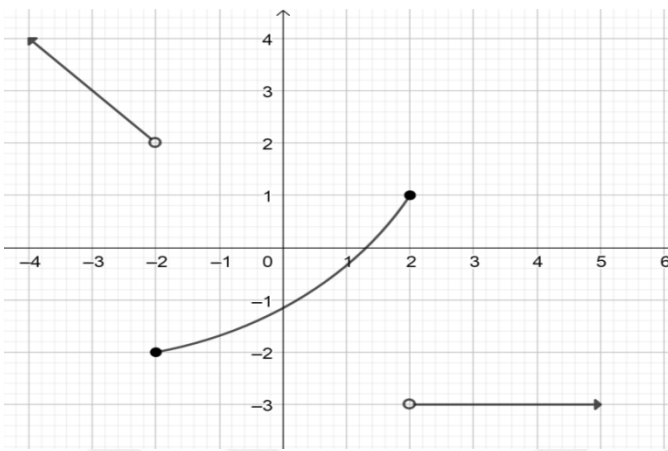
Tanım ve görüntü kümesini yanlış belirleyen öğretmen adayının gözlem aşamasında yaptığı açıklamalar ise şu şekildedir.

Ö₁₆: *“Tahmin aşamasındaki düşüncem değişmedi. Çünkü tanım ve görüntü kümesini doğru tahmin etmişim.”*

Öğretmen adayının cevabı incelendiğinde tahmin aşamasında hata yapmasına rağmen gözlem aşamasında düşüncesinin değişmediğini belirtmiştir. Bu durum gözlem aşamasından sonra açıklama aşamasında öğretmen adaylarının GeoGebra uygulamalarında neler gözlemlediğinin teker teker öğretmen rehberliğinde yapılarak tartışılmasının gerekliliğini ve önemini ortaya koymaktadır. Dolayısıyla yaptıkları hataları basit görmeleri veya dikkat etmemeleri nedeniyle kendilerini eleştirmeyen öğretmen adayları için açıklama aşamasında yapılan tartışmalarla hata farkındalıklarının arttırılması amaçlanmıştır.

Tablo 39

Tahmin aşamasındaki 2. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₈
	Kısmen Doğru	Ö ₄ , Ö ₁₆ , Ö ₃₈
	Yanlış	—

Tablo 39'da 2. grafiğin tanım ve görüntü kümesini okuma ve yorumlama sorusuna yönelik cevaplar incelendiğinde dört öğretmen adayından, birinin doğru (Ö₈) ve üçünün de kısmen doğru (Ö₄, Ö₁₆, Ö₃₈) yanıt verdiği görülmektedir.

Soruya doğru cevap veren Ö₈ kodlu öğretmen adayının grafiğin tanım ve görüntü kümesine yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Ö₈: "Tanım kümesi: $(-\infty, \infty)$, Görüntü kümesi: $\{-3\} \cup [-2, 1] \cup (2, \infty)$ "

Ö₈'in çözümü incelendiğinde tanım ve görüntü kümesini yazarken sembol ve sınırları doğru bir şekilde kullandığı görülmektedir.

Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının grafiğin tanım ve görüntü kümesini belirlemeye yönelik yanıtları ise şu şekildedir:

Ö₄: "Tanım kümesi: $(-\infty, \infty)$, Görüntü kümesi: $(-\infty, -3) \cup [-2, 1) \cup (2, \infty)$ "

Ö₁₆: "Tanım kümesi: $(-\infty, \infty)$, Görüntü kümesi: $(-\infty, -3) \cup (-3, 2) \cup (2, \infty)$ "

Ö₃₈: "Tanım kümesi: $(-\infty, \infty)$, Görüntü kümesi: $[-3, \infty)$ "

Öğretmen adaylarının cevaplarına göre fonksiyon grafiğinin tanım kümesini doğru, görüntü kümesini ise yanlış tespit ettikleri görülmektedir. 2. grafik bir parçalı fonksiyon grafiğidir. Bu grafiğin $x > 2$ olduğu bölüm sabit fonksiyon belirtmektedir. Dolayısıyla bu bölümün görüntü kümesi tamsayıdan oluşmaktadır ve $\{-3\}$ şeklinde yazılmalıdır. Ö₄, Ö₁₆, Ö₃₈ öğretmen adayları bu bölümün görüntü kümesini aralık şeklinde yazmışlardır. Bu durum bahsi geçen öğretmen adaylarının sabit fonksiyonun görüntü kümesini okuma ve yorumlama becerilerinde eksiklikler olduğunu göstermektedir.

Soruya tahmin aşamasında kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda aşağıdaki açıklamaları yapmışlardır.

Ö₄: "Görüntü kümesini $(-\infty, -3)$ yazdım ve hatamı fark ettim. Düşüncem değişti."

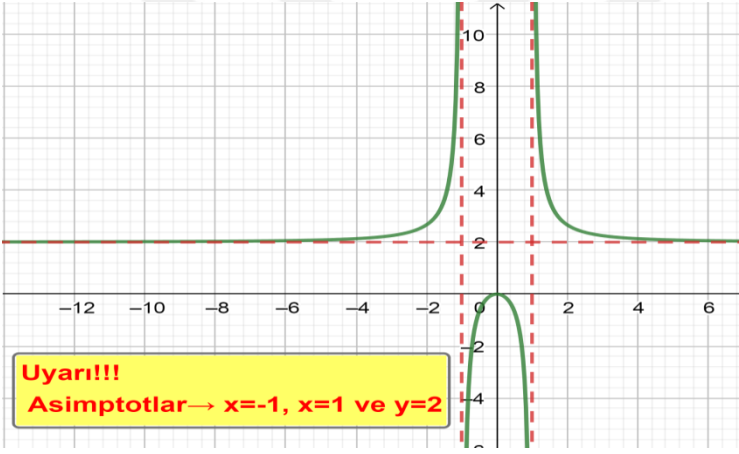
Ö₁₆: "Tahmin aşamasında düşüncem değişti. Çünkü görüntü kümesinin aldığı değerleri aralık olarak belirtmişim, tanımsız olan noktaları."

Ö₃₈: "Görüntü kümesini yazarken $[-3, \infty)$ yazarak dahil olmayan bazı aralıkları aldığımı fark ettim"

Yukarıdaki ifadeler incelendiğinde tahmin aşamasında kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının gözlem aşaması sayesinde görüntü kümesinde yaptıkları hatayı tespit etmeleri düşüncelerinde olumlu yönde bir değişim yaşamalarına ve yanlışlarını fark etmelerine katkı sağlamıştır.

Tablo 40

Tahmin aşamasındaki 3. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₃₈
	Kısmen Doğru	Ö ₄ , Ö ₈ , Ö ₁₆
	Yanlış	---

Tablo 40'da 3. grafiğin tanım ve görüntü kümesini okuma ve yorumlama sorusuna yönelik cevaplar incelendiğinde dört öğretmen adayından, birinin doğru (Ö₃₈) ve üçünün de kısmen doğru (Ö₄, Ö₈, Ö₁₆) yanıt verdiği görülmektedir.

Soruya doğru cevap veren öğretmen adayının grafiğin tanım ve görüntü kümesine yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Ö₃₈: "Tanım kümesi: $(-\infty, \infty) - \{-1, 1\}$ Görüntü kümesi: $(-\infty, \infty) - (0, 2]$ "

Adayın cevabı incelendiğinde grafiğin tanım ve görüntü kümesini doğru bir şekilde belirlediği görülmektedir.

Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının grafiğin tanım ve görüntü kümesine yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Ö₈: "Tanım kümesi: $R - \{-1, 1\}$ Görüntü kümesi: $R - \{2\}$ "

Ö₄ ve Ö₁₆: "Tanım kümesi: $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$ Görüntü kümesi: $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$ "

Öğretmen adaylarının cevapları incelendiğinde fonksiyon grafiğinin tanım kümesini doğru, görüntü kümesini ise yanlış tespit etmişlerdir. Görüntü kümesini tespit ederken yaptıkları hatalara bakıldığında, asimptot doğrusunu görüntü kümesinde çıkarırken hata yapmasından kaynaklandığı görülmektedir.

Soruya tahmin aşamasında kısmen doğru cevap veren öğretmen adayları gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda aşağıdaki açıklamaları yapmışlardır.

Ö₄: “Görüntü kümesinde $(0,2]$ yazmadım. Hatamı net bir şekilde gördüm.”

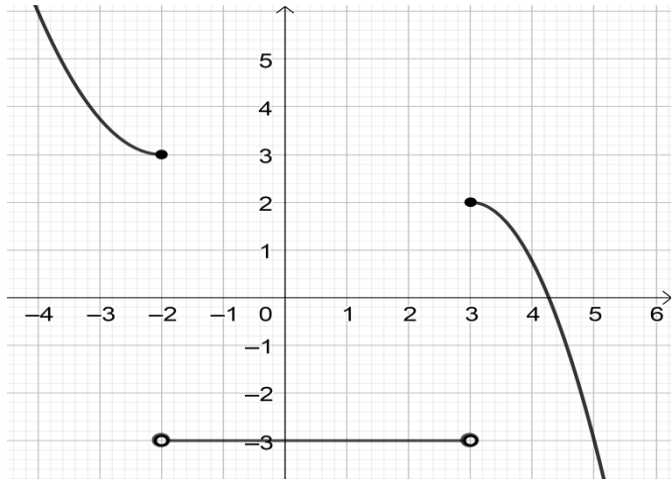
Ö₈: “Görüntü kümesinde dahil olmayan aralığı dikkatsizliğimden kaynaklı olarak fark etmemişim. Hatamı anladım.”

Ö₁₆: “Tahmin aşamasındaki düşüncem değişti. Çünkü görüntü kümesinin $y = 0$ için tanımsız olduğunu anladım.”

Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının gözlem aşaması sayesinde düşüncelerinde oluşan olumlu yönde değişim açıklamalarına yansımıştır. Öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde tahmin aşamasında görüntü kümesinin tespitinde yaptıkları hatayı gözlem aşamasında yapılan etkinlikle fark ettikleri görülmüştür. Bu durum gözlem aşamasında 3. grafik için tanım ve görüntü kümesini incelemeye yönelik geliştirilen etkinliğin amaca hizmet ettiğini göstermektedir. Aynı zamanda etkinliğin adayların doğrulama becerilerinin gelişmesine de katkı sağladığı söylenebilir.

Tablo 41

Tahmin aşamasındaki 4. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₄
	Kısmen Doğru	Ö ₈ , Ö ₃₈
	Yanlış	Ö ₁₆

Tablo 41'de 4. grafiğin tanım ve görüntü kümesini okuma ve yorumlama sorusuna yönelik cevaplar incelendiğinde dört öğretmen adayından, birinin doğru (Ö₄), ikisinin kısmen doğru (Ö₈, Ö₃₈) ve bir kişinin de yanlış (Ö₁₆) yanıt verdiği görülmektedir.

Soruya doğru cevap veren öğretmen adayının grafiğin tanım ve görüntü kümesine yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Ö₄ : "Tanım kümesi: $(-\infty, \infty)$, Görüntü kümesi: $(-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$ "

Adayın cevabı incelendiğinde grafiğin tanım ve görüntü kümesini doğru bir şekilde belirlediği görülmektedir.

Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının grafiğin tanım ve görüntü kümesine yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Ö₈ : "Tanım kümesi: $(-\infty, \infty)$, Görüntü kümesi: $(\infty, 3] \cup [2, -\infty)$ "

Ö₃₈ : "Tanım kümesi: $(-\infty, \infty)$, Görüntü kümesi: $(-\infty, \infty)$ "

Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde fonksiyon grafiğinin tanım kümesini doğru, görüntü kümesini ise yanlış tespit ettikleri görülmektedir. 4. grafiğin görüntü kümesi $R - (2,3)$ ya da $(-\infty, 2] \cup [3, \infty)$ kısa ve uzun gösterim olarak iki farklı şekilde yazılabilir. Ö₈ öğretmen adayı uzun gösterimi tercih etmiştir. Ancak uzun gösterimi yazarken yazım hatası yaparak 2'yi $-\infty$ 'dan daha önce, 3'de ∞ 'dan daha sonra yazmıştır. Bu durumun bir dikkat hatası ya da yazım hatası olarak yorumlanabileceği düşünülmektedir. Öte yandan Ö₃₈ kodlu öğretmen adayının Ö₈'e göre daha yüzeysel bir yanıt verdiği sadece fonksiyonun görüntü kümesinin alt ve üst sınırlarını doğru ifade ettiği ancak görüntü kümesine dahil olmayan yerleri tespit edemediği görülmektedir. Bu bakımdan Ö₈ öğretmen adayının Ö₃₈ öğretmen adayına göre 4. grafiğin görüntü kümesini okuma ve yorumlama becerisinin daha iyi olduğu söylenebilir.

Soruya tahmin aşamasında yanlış cevap veren öğretmen adayının cevabı ise şu şekildedir.

Ö₁₆ : "Tanım kümesi: $(-\infty, -2) \cup (-2,3) \cup (3, \infty)$, Görüntü kümesi: $(-\infty, \infty)$ "

Öğretmen adayının cevapları incelendiğinde fonksiyon grafiğinin tanım ve görüntü kümesini yanlış tespit ettiği görülmektedir. Tanım kümesini yazarken yaptığı hata incelendiğinde -2 ve 3 değerlerinin kümeye dahil edilmemesi gerektiğini düşünmektedir. Ancak grafik incelendiğinde bu değerlerin tanım kümesinin içerisinde olduğu açıktır. Görüntü kümesini yazarken yaptığı hata incelendiğinde $(2,3)$ aralığındaki değerleri kümeye dahil etmesi nedeniyle yanlış bir cevap yazdığı görülmektedir.

Soruya tahmin aşamasında doğru cevap veren öğretmen adayı, gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda aşağıdaki açıklamayı yapmıştır.

Ö₄: “*Düşüncem değişmedi ama daha düzgün bir şekilde yazabilirdim.*”

Öğretmen adayının açıklamaları incelendiğinde düşüncesinin doğruluğunu gözlem aşamasında kontrol ettiği görülmektedir. Ö₄ ayrıca gözlem aşaması sayesinde tanım kümesinin farklı bir şekilde de yazılabileceğini fark etmiştir. Bu bulgudan hareketle, soruyu doğru cevaplayan aday için gözlem aşamasının, cevaplarını kontrol etmenin yanı sıra farklı çözümleri fark etmesine de katkı sağladığı söylenebilir.

Soruya tahmin aşamasında kısmen doğru cevap veren öğretmen adayları gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda aşağıdaki açıklamaları yapmışlardır.

Ö₈: “*Tanım kümesi doğru ancak görüntü kümesi için daha kısa yazımı öğrendim.*”

Ö₃₈: “*Görüntü kümesini yazarken dahil olmayan aralıkları aldığımı fark ettim.*”

Ö₃₈'in gözlem aşaması sayesinde görüntü kümesine fazladan dâhil ettiği aralıkların olduğunu fark ettiği görülmektedir. Ö₈'in açıklaması incelendiğinde ise gözlem aşamasında tanım kümesini doğru yazdığını fark ettiği, görüntü kümesini yazarken yaptığı hataları ise göremediği onun yerine daha kısa bir yazımı öğrendiğini ifade ettiği görülmektedir. Yani Ö₈ öğretmen adayının görüntü kümesine yönelik düşüncesinde bir değişim gerçekleşmemiştir. Bu durum gözlem aşamasından sonra açıklama aşamasında öğretmen adaylarının GeoGebra uygulamalarında neler gözlemlediğinin teker teker öğretmen rehberliğinde yapılarak tartışılmasının gerekliliğini ve önemini ortaya koymaktadır. Dolayısıyla yaptıkları hataları basit görmeleri veya dikkat etmemeleri nedeniyle kendilerini eleştirmeyen öğretmen adayları için açıklama aşamasında yapılan tartışmalarla hata farkındalıklarının artırılması amaçlanmıştır.

Tanım ve görüntü kümesini yanlış belirleyen öğretmen adayının gözlem aşamasında yaptığı açıklamalar ise şu şekildedir.

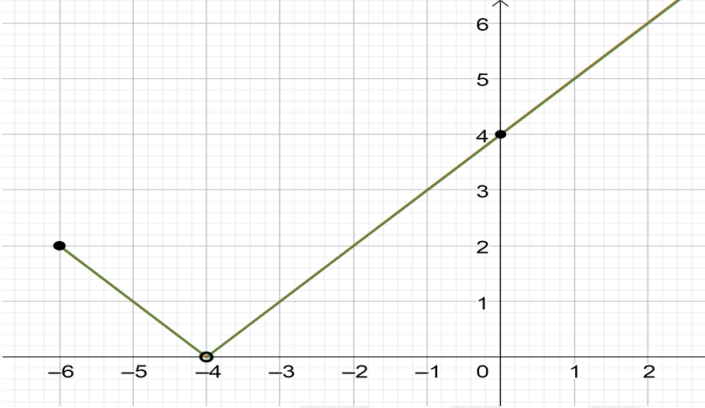
Ö₁₆: “*Tanım ve görüntü kümesini ters yazdığımı fark ettim.*”

Ö₁₆ öğretmen adayının yazdığı tanım kümesinin kısa gösterimi $R - \{-3, 2\}$ şeklindedir. Görüntü kümesini ise $(-\infty, \infty)$ olarak ifade etmektedir. Ö₁₆ öğretmen adayının gözlem aşamasındaki açıklamasına göre görüntü kümesi yerine yazdığı ifadeyi tanım kümesine yazması gerektiğini fark etmiştir. Bu bölümde Ö₁₆ öğretmen adayının yaptığı ilk hatayı doğru ifade ettiği söylenebilir. Ancak tanım kümesine yazdığı ifadenin kısa gösterimi olan $R - \{-3, 2\}$ ifadesi 4. grafiğin görüntü kümesi değildir. 4. grafiğin görüntü kümesi $R - (2, 3)$ şeklindedir. Dolayısıyla Ö₁₆ öğretmen adayı burada yaptığı sembol ve işaret hatalarını fark edememiştir. Bu bölümdeki hatayı fark edememesi yazdığı tanım kümesi

ifadesinin çok uzun olması ve onun kısa gösterimi üzerinde daha detaylı düşünmemesinden kaynaklanabilir. Bu noktada gözlem aşamasından sonra açıklama aşamasında öğretmen adaylarının GeoGebra uygulamalarında neler gözlemlediğine yönelik yapılacak fikir paylaşımları ve tartışmaların faydalı olacağı düşünülmektedir.

Tablo 42

Tahmin aşamasındaki 5. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₄ , Ö ₈
	Kısmen Doğru	Ö ₁₆ , Ö ₃₈
	Yanlış	---

Tablo 42'de 5. grafiğin tanım ve görüntü kümesini okuma ve yorumlama sorusuna yönelik cevaplar incelendiğinde dört öğretmen adayından, ikisinin doğru (Ö₄, Ö₈), ikisinin de kısmen doğru (Ö₁₆, Ö₃₈) yanıt verdiği görülmektedir.

Soruya doğru cevap veren öğretmen adaylarının grafiğin tanım ve görüntü kümesine yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Ö₄: "Tanım kümesi: $[-6, -4) \cup (-4, \infty)$, Görüntü kümesi: $(0, \infty)$

Ö₈: "Tanım kümesi: $[-6, \infty) - \{-4\}$, Görüntü kümesi: $(0, \infty)$

Öğretmen adaylarının cevapları incelendiğinde grafiğin görüntü kümesini aynı, tanım kümesini ise farklı gösterimlerle doğru bir şekilde yazdıkları görülmektedir.

Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının grafiğin tanım ve görüntü kümesine yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Ö₁₆: "Tanım kümesi: $[-5, \infty) - \{1\}$, Görüntü kümesi: $(0, \infty)$

Ö₃₈: "Tanım kümesi: $[-6, \infty)$, Görüntü kümesi: $(0, \infty)$

Öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde grafiğin görüntü kümesini doğru, tanım kümesini ise yanlış belirledikleri görülmektedir. Ö₁₆ tanım kümesini yazarken yaptığı hata incelendiğinde alt sınır değeri -5 dahil olacak şekilde yazdığı görülmektedir. Ancak alt sınır değer -6 dahil olacak şekilde yazılmalıdır. Ö₁₆ aynı zamanda tanım kümesinde 1 değerinin olmaması gerektiği düşünülmektedir. Ancak grafik incelendiğinde -4 değerinin içi

boş olması nedeniyle tanım kümesinden çıkarılması gerekmektedir. Dolayısıyla \ddot{O}_{16} sınır değerleri ve bazı kritik değerleri okuma ve yorumlama bağlamında önemli bir hata yapmıştır. \ddot{O}_{38} 'in tanım kümesini yazarken yaptığı hata incelendiğinde ise alt sınırı doğru başlattığı fakat -4 değerini kümeye dahil ettiği görülmektedir. Bu nedenle \ddot{O}_{38} 'in kritik değeri okuma ve yorumlama bağlamında hata yaptığı söylenebilir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksiklikleri gidermek ve grafiğin tanım ve görüntü kümesinin öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlikte tanım ve görüntü kümesinin gözlemlenmesi amacıyla sürgü yerleştirilmiştir. Etkinlikte yer alan sürgü en son düzeye ilerletildikçe tanım ve görüntü kümesini boyamak suretiyle doğru cevap hakkında öğretmen adaylarının süreci gözlemlenmelerini sağlamaktadır. Bu sayede öğretmen adayları cevaplarını bilgisayar ortamında kontrol ederek düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarını inceleme fırsatı elde etmişlerdir.

Soruya tahmin aşamasında doğru cevap veren öğretmen adayları gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda aşağıdaki açıklamaları yapmışlardır.

\ddot{O}_4 : *“Düşüncem değişmedi ama farklı bir şekilde yazabilirdim.”*

\ddot{O}_8 : *“Sonuçlarım doğru.”*

Öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde düşüncelerinin doğruluğunu gözlem aşamasında kontrol ettikleri görülmektedir. \ddot{O}_4 , ayrıca gözlem aşaması sayesinde tanım kümesinin farklı bir şekilde de yazılabileceğini fark etmiştir. Bu bulgudan hareketle, soruyu doğru cevaplayan adaylar için gözlem aşamasının, cevaplarını kontrol etmenin yanı sıra farklı çözümleri fark etmelerine de katkı sağladığı söylenebilir.

Soruya tahmin aşamasında kısmen doğru cevap veren öğretmen adayları gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda aşağıdaki açıklamaları yapmışlardır.

\ddot{O}_{16} : *“ -6 için tanımlı olduğunu görememişim, -4 değerini 1 olarak görmüşüm yanlışlıkla, düşüncelerimi anladım.”*

\ddot{O}_{38} : *“Tanım kümesiyle ilgili fikrim değişti. Çünkü $\{-4\}$ noktasını dahil etmemem gerekirdi.”*

Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde gözlem aşaması sayesinde düşüncelerinde olumlu yönde değişim görülmüştür. Böylece \ddot{O}_{16} ve \ddot{O}_{38} tahmin aşamasında görüntü kümesinin tespitinde yaptıkları hataları gözlem aşamasında yapılan etkinlikte fark etmişlerdir. Bu durum gözlem aşamasında 5. grafik için tanım ve görüntü kümesini incelemeye yönelik geliştirilen etkinliğin amaca hizmet ettiğini göstermektedir. Aynı zamanda etkinliğin adayların cevaplarının doğruluğunu kontrol

etmelerine katkı sağlaması nedeniyle doğrulama yetilerinin gelişmesine de katkı sağladığı söylenebilir.

4.2.3.3. Açıklama Aşaması: Açıklama aşaması önceki aşamaları kapsayan, öğretmenin daha aktif olduğu ve bireysel bilgiyi sınıf bilgisi haline dönüştürerek bilginin genelleşmesini sağladığı bir aşamadır. Öncelikle fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümelerinin sırayla incelenmesi ve herkes tarafından görülmesi için gözlem aşamasında kullanılan etkinlik Şekil 46'daki gibi tahtaya yansıtılır. Burada amaç öğretmen kontrolünde grafiklerin tekrardan incelenmesini sağlamaktır.

Şekil 46

Açıklama aşamasında öğretmen rehberliğinde gözlem aşaması etkinlikleri yapılırken bir görüntü



Daha sonra Şekil 46'daki etkinlikler öğretmen tarafından yapılmadan önce öğretmen adaylarının fikirleri alınır. Tahmin ve gözlemdeki düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarını sınıf ortamında paylaşımları istenir. Bu süreç gönüllü ve söz almak isteyen öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilir. 1. grafiğe yönelik düşünce değişimini paylaşmak isteyen bir öğretmen adayının sınıf içi konuşması Tablo 43'te verilmiştir.

Tablo 43

Açıklama aşamasında 1. grafiğin tanım görüntü kümesine yönelik gerçekleşen sınıf içi konuşma

Grafik	Sınıf İçi Konuşmalar
	<p>A: “Evet arkadaşlar bu grafikte ilgili düşüncesi değişen var mı?”</p> <p>Ö₃₈: “Evet hocam benim, görüntü kümesini aralık olarak belirlemiştim.”</p> <p>A: “Cevaba ne demiştin”</p> <p>Ö₃₈: “Aralık şeklinde yazmıştım $[2,5]$ aralığında.”</p> <p>A: “Neyi fark ettin”</p> <p>Ö₃₈: “Görüntü kümesinin noktalardan oluştuğunu fark ettim. $\{2,3,4,5\}$”</p>

Tablo 43 incelendiğinde öğretmen adayının düşüncesindeki değişimi ayrıntılı bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Açıklama aşamasında yapılan bu paylaşım birbirine benzer ya da aynı hatayı yapan öğretmen adaylarının yanlış yaptıkları yeri anlamaları bakımından önemlidir. Her grafik tahtaya yansıtılarak öğretmen rehberliğinde gözlem aşaması etkinliği yukarıda anlatıldığı gibi sınıfla birlikte yapıldıktan sonra tanım ve görüntü kümesine yönelik kritik bilgiler ve genellemeler yapılarak bireysel bilgi sınıf bilgisi haline dönüştürerek bilginin genelleşmesini sağlar. Bu süreçte öğretmen rehberliğinde sınıfta yaşanan konuşmalar aşağıda verilmiştir.

A: “Evet arkadaşlar. O zaman bir fonksiyon grafiğinin tanım kümesi için nereye bakmalıyız?”

Ö₅: “Tanım kümesi için x eksenine bakmalıyız”

A: “Görüntü kümesi için”

Ö₁₂: “y eksenine”

A: “Peki grafiğin değer kümesi için hangi eksene bakmalıyız”

Ö₂₅: “Yine y eksenine”

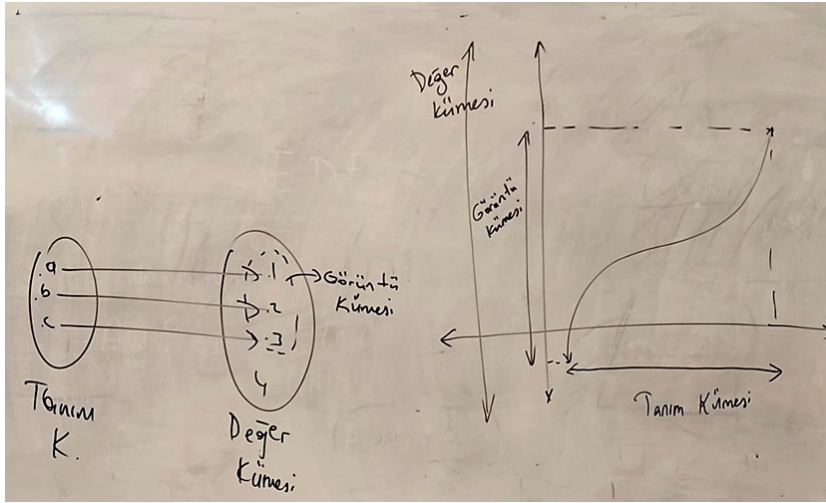
A: “O zaman görüntü kümesiyle değer kümesinin arasında nasıl bir fark vardır”

Ö₃₀: “Görüntü kümesi grafiğin y eksenindeki değerleridir.

A: Evet arkadaşlar fonksiyon grafiğinin değer kümesi görüntü kümesiyle aynı da olabilir görüntü kümesinden daha geniş de olabilir.”

Şekil 47

Açıklama aşamasında tanım, görüntü ve değer kümesine yönelik tahtaya yazılan bilgiler



Tablo 43'teki konuşmalar incelendiğinde öğretmen bilgi verici konumdan ziyade kritik soruları sorarak konuyla ilgili genellemelere öğretmen adaylarının kendilerinin varmalarını sağlamaya çalışmıştır. Bu sayede fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümelerini okuma ve yorumlama bilgilerinin sınıfta paylaşımı yapılmıştır. Daha sonra öğretmen adaylarına bir fonksiyonun tanım, görüntü kümesi ve cebirsel ifadesi verilmiştir. Verilen bu fonksiyondan elde edilen bir başka fonksiyonun grafiğinin çizimini yapmaya, tanım ve görüntü kümesini tespit etmeye yönelik örnek sorular yöneltilmiştir. Gönüllü olan öğretmen adaylarının cevaplarını sınıfta paylaşmaları sağlanmıştır. Yapılan sınıf paylaşımından sonra öğretmen gerek GeoGebra'dan gerekse tahtaya, sorudaki grafiği aşama aşama çizerek fonksiyon grafiğinin tanım görüntü kümesini açıklar. Burada amaç öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerinin geliştirilmesini sağlamaktır. Grafik çizmeye yönelik yapılan öğretimden sonra açıklama aşaması tamamlanmıştır.

4.2.3.4. Değerlendirme Aşaması: Ön test bulguları incelendiğinde temel grafik çizimlerinde öğretmen adaylarının sıklıkla hata yaptıkları gözlemlenmiştir. Grafik çizme becerisi okuma ve yorumlama becerilerini içerisine aldığı gibi bu becerilerden farklı olarak bir inşa sürecini gerektirir. Bu nedenlerden dolayı öğretim tekniğinde bir değerlendirme aşamasına ihtiyaç duyulmuştur. Değerlendirme aşamasında öğretmen adaylarının derste yapılan grafik çizme becerilerinin pekişmesi için ders dışı ödevlendirme yapılmıştır. Daha sonra ödevler dersi yürüten araştırmacı tarafından incelenerek öğretmen adaylarının yaptıkları hatalı çizimler etik kurallar gözetilerek sunum halinde yansıtılmıştır. Bu hatalı çizimlerle ilgili sınıfça tartışma yapılmıştır. İhtiyaç duyulduğunda bazı grafiklerin çiziminin daha net anlaşılması için zaman zaman GeoGebra dinamik yazılımından faydalanılmıştır.

Değerlendirme aşaması için yapılan ödevlendirmede aşağıda verilen cebirsel ifadelerin grafiklerini çizmeleri ve tanım ve görüntü kümelerini bulmaları istenmiştir.

1) $f(x)$ fonksiyonu $-1 \leq x < 2$ aralığında tanımlanan cebirsel ifadesi $f(x) = x^2 - 1$ olan bir fonksiyondur. $g(x) = 2 \cdot f(x) + 4$ ise $g(x)$ fonksiyonunun grafiğini çizerek, tanım ve görüntü aralığını gösteriniz.

2) $f(x)$ fonksiyonu $-5 \leq x \leq 2$ aralığında tanımlanan cebirsel ifadesi $f(x) = |x + 3| + 1$ olan bir fonksiyondur. $g(x) = -f(x) - 1$ ise $g(x)$ fonksiyonunun grafiğini çizerek, tanım ve görüntü aralığını gösteriniz.

3) $f(x)$ fonksiyonu $0 < x \leq 8$ aralığında tanımlanan cebirsel ifadesi $f(x) = \log_2 x$ olan bir fonksiyondur. $g(x) = 4 \cdot f(x)$ ise $g(x)$ fonksiyonunun grafiğini çizerek, tanım ve görüntü aralığını gösteriniz.

4) $f(x)$ fonksiyonu $-1 \leq x \leq 2$ aralığında tanımlanan cebirsel ifadesi $f(x) = 2^{x+1}$ olan bir fonksiyondur. $g(x) = -f(x) + 1$ ise $g(x)$ fonksiyonunun grafiğini çizerek, tanım ve görüntü aralığını gösteriniz.

Yukarıdaki sorular incelendiğinde temel düzeydeki bazı grafiklerin çizimine yönelik öğretmen adaylarının ödevlendirildikleri görülmektedir. Pekiştirme amaçlı verilen bu ödevdeki sorular ön test ve tahmin aşamasındaki grafiklerle benzerdir.

Grafik okuma-yorumlamanın ön test sonuçlarına göre farklı kategorilerde olan öğretmen adaylarının grafik çizmede benzer cevap verdikleri görülmüştür. Bu nedenle değerlendirme aşaması sunulurken benzer cevap veren adaylar çıkarılmıştır. Değerlendirme aşaması sunulurken grafik çizme ön test sonuçlarından hareketle verilerin çeşitliliğinin sağlanması için farklı kategorilerden adayların seçilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Dolayısıyla Ö₄, Ö₈, Ö₁₇, Ö₂₀ ve Ö₂₇'in verileri üzerinden öğretim sürecinin yansıtılmasına karar verilmiştir.

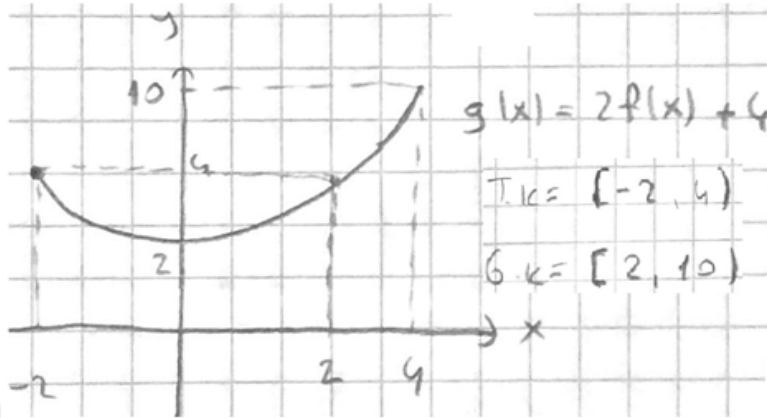
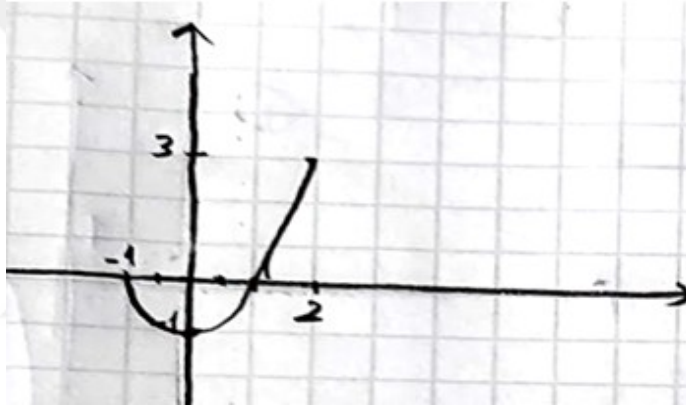
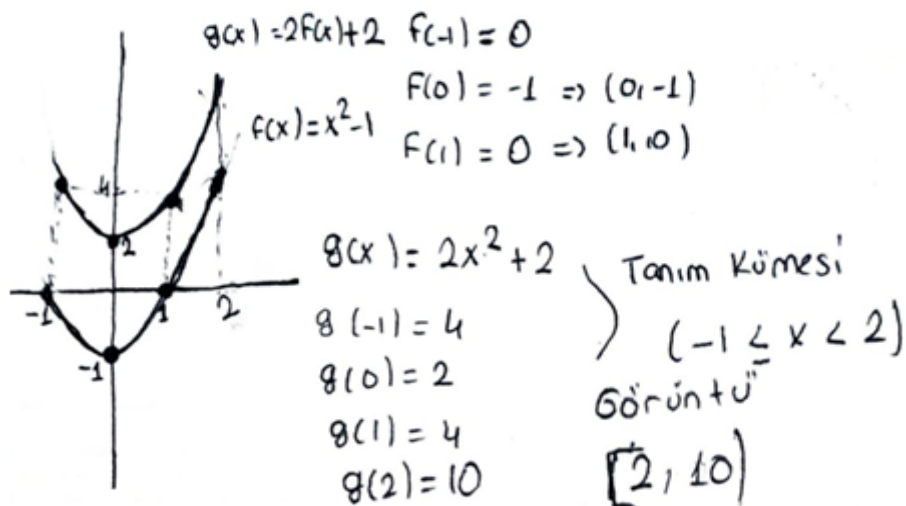
1. soruda ikinci dereceden cebirsel ifadesi verilen $f(x)$ fonksiyonundan yola çıkılarak $g(x)$ 'in grafiğinin çizilmesi, tanım ve görüntü kümesinin doğru bir şekilde yazılması istenmiştir. İlgili soruyu belirlenen öğretmen adaylarından ikisi (Ö₄, Ö₈) doğru, diğerleri ise (Ö₁₇, Ö₂₀ ve Ö₂₇) kısmen doğru cevap vermişlerdir. Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının çözümleri Tablo 44'te sunulmuştur.

Tablo 44

Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 1. soruya verilen kısmen doğru cevaplar

Ö_A Kodları

Kısmen Doğru Çizimler

Ö₁₇Ö₂₀Ö₂₇

Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının çözümleri incelendiğinde grafik çiziminde ya da grafiğin tanım-görüntü kümesini belirlemede farklı yanlışlar yaptıkları görülmektedir. Ö₁₇'nin çözümü incelendiğinde $g(x)$ fonksiyonunun grafiğinin önemli bir kısmını doğru çizdiği ancak grafiği çizerken kritik bir nokta olarak tanım kümesinde yer

almamasına rağmen $x = 2$ noktasını dahil ettiği görülmektedir. Dolayısıyla bu bağlamda adayın kritik noktalara yönelik grafik çiziminde eksikler olduğu söylenebilir. \ddot{O}_{17} 'nin çizdiği grafiğin tanım ve görüntü kümesine yönelik değerlendirmesine bakıldığında görüntü kümesini doğru, tanım kümesini ise yanlış belirlediği görülmektedir. Adayın tanım kümesini belirlerken yaptığı hatayı incelediğimizde soruda $g(x)$ fonksiyonunun cebirsel ifadesinin $f(x)$ fonksiyonuna bağlı olmasından yola çıkılarak fonksiyonun tanım kümesinde iki katlık bir genişleme yapılmıştır. Bu bulgudan hareketle öğretmen adayı cebirsel ifadedeki değişimin başlangıçta verilen tanım kümesini değiştirdiğini düşünerek hatalı bir sonuca ulaşmıştır.

\ddot{O}_{20} 'nin çözümünü incelendiğinde sadece $f(x)$ grafiğini çizdiği $g(x)$ grafiğinde ise cebirsel olarak geçiş yapamaması nedeniyle çizim yapmadığı görülmektedir. Adayın çizdiği $f(x)$ grafiği incelendiğinde soruda verilen tanım aralığındaki kritik noktayı ($x = 2$) grafiğe dahil ettiği görülmektedir. Ancak $x = 2$ noktası tanım kümesine dahil değildir. Bu bulgudan hareketle \ddot{O}_{20} 'nin tanımlı olan aralığa yönelik grafik çizme bilgisinde eksiklikler olduğu söylenebilir.

\ddot{O}_{27} 'nin çözümü incelendiğinde adayın $f(x)$ grafiğinden $g(x)$ grafiğine geçiş yapabildiği bu geçiş sonrasında tanım kümesinin değişmediğini doğru bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Ancak adayın çizdiği $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyon grafiklerini incelendiğinde adayın belirlenen tanım aralığındaki kritik değeri ($x = 2$) çizerken grafiklere dahil ettiği görülmektedir. Soruda verilen tanım kümesi $-1 \leq x < 2$ aralığında olduğu için $x = 2$ değerinin grafikte dahil olmayacak şekilde çizilmesi gerekmektedir. Bu bulgudan hareketle \ddot{O}_{27} 'nin tanımlı olan aralığa yönelik grafik çizme bilgisinde eksiklikler olduğu söylenebilir.

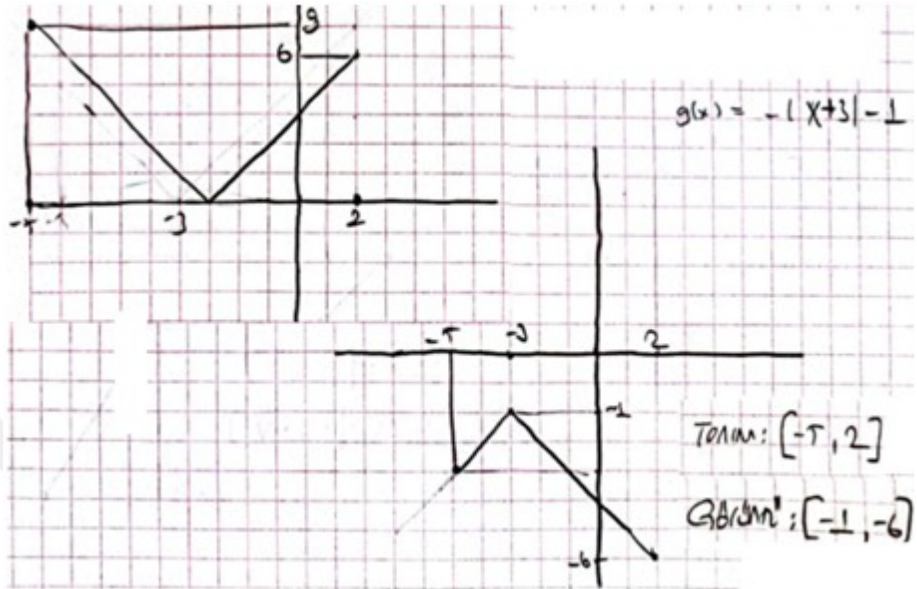
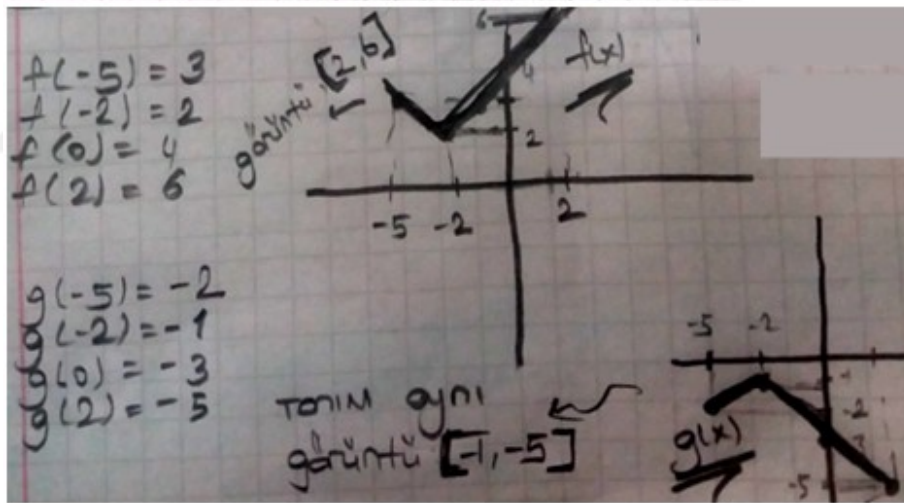
2. soruda cebirsel ifadesi bir mutlak değer fonksiyonu olan $f(x)$ 'den yola çıkarak $g(x)$ fonksiyonunun grafiğinin çizilmesi ve tanım-görüntü kümesinin doğru bir şekilde yazılması istenmiştir. İlgili soruda belirlenen öğretmen adaylarından biri doğru (\ddot{O}_{27}), diğerleri ise kısmen doğru ($\ddot{O}_4, \ddot{O}_8, \ddot{O}_{17}, \ddot{O}_{20}$) cevap vermişlerdir. Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının çözümleri Tablo 45'te sunulmuştur.

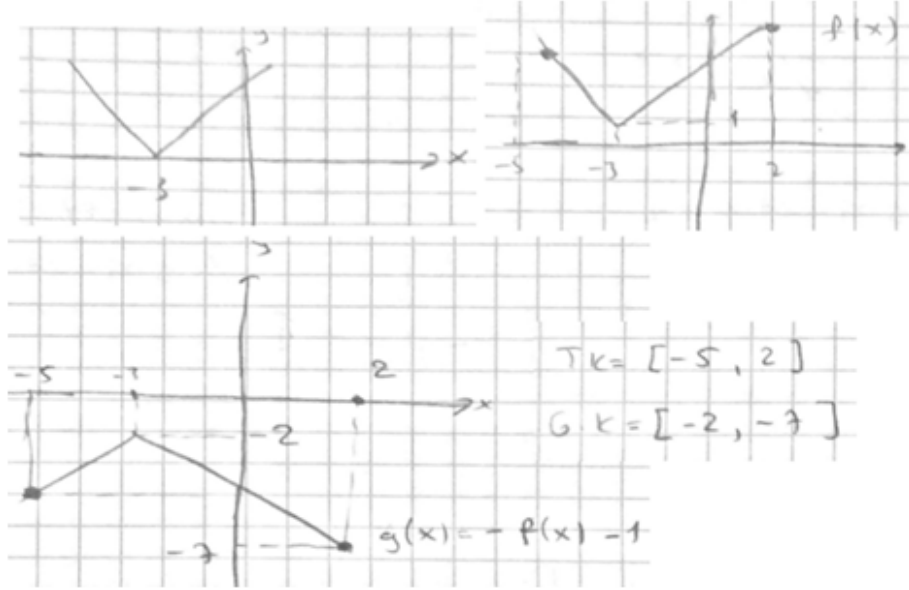
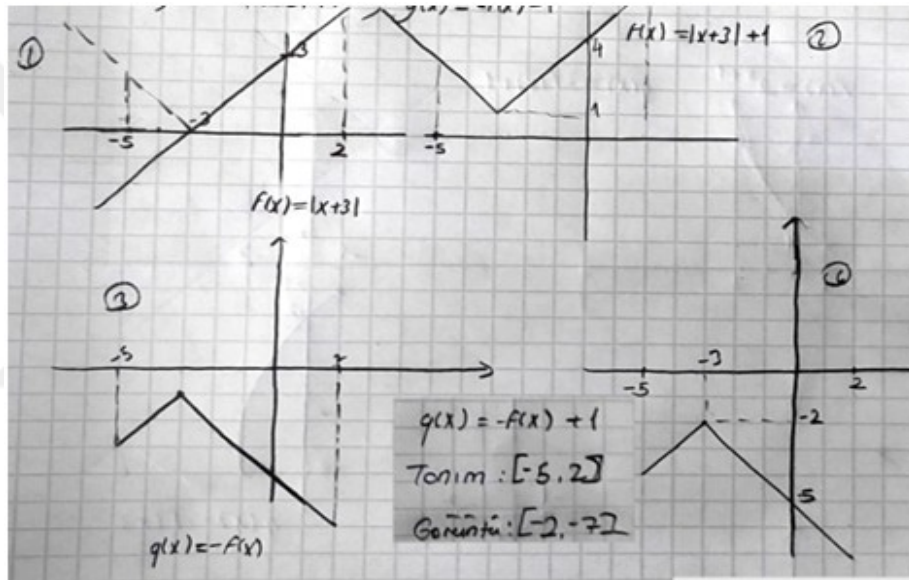
Tablo 45

Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 2. soruya verilen kısmen doğru cevaplar

Ö_A Kodları

Kısmen Doğru Çizimler

Ö₄Ö₈

Ö₁₇Ö₂₀

Ö₈ öğretmen adayı $g(x)$ fonksiyonunun $f(x)$ 'in dönüştürülmüş hali olduğunu fark ederek $f(x)$ grafiği ile $g(x)$ grafiğinin tanım kümesinin aynı olacağını düşünmüştür. Bu bölüme kadar doğrudur. Daha sonra $g(x)$ fonksiyonunun grafiğini çizerken sadece $f(x)$ 'in kritik değerlerinin $g(x)$ 'deki görüntülerini kullanarak noktasal bir çizim yapmıştır. Ancak noktasal çizim yaparken $f(x)$ 'in kritik noktası olan $x = -3$ noktasında hata yaptığı için bu durum $g(x)$ fonksiyonunun hatalı çizilmesine neden olmuştur. Bu hata nedeniyle $g(x)$ görüntü kümesini de yanlış belirlediği görülmektedir.

Ö₁₇ ve Ö₂₀ öğretmen adaylarının $f(x)$ ve $g(x)$ 'in grafiklerini çizerken aşamalı olarak nitel bir yaklaşımla doğru çizimler yaptıkları görülmektedir. Adaylar aynı zamanda $g(x)$ 'in tanım kümesini başarılı bir şekilde belirlememişlerdir. Ancak $g(x)$ 'in görüntü kümesini yazarken yanlış yaptıkları görülmektedir. Görüntü kümesini yazarken yaptıkları yanlış incelendiğinde aralığın sınır değerlerinin yerlerinin yazımında hata yapmışlardır. Bu bulgudan

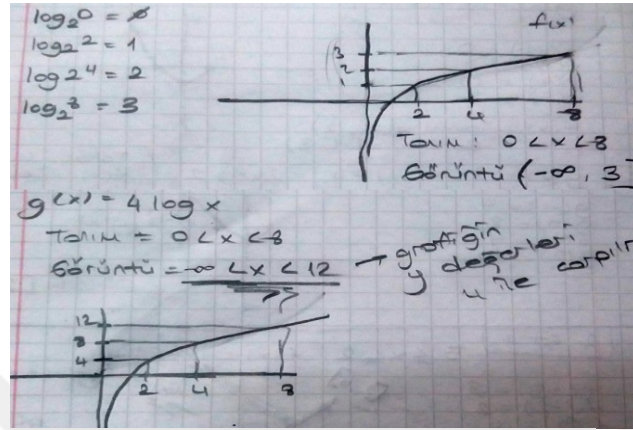
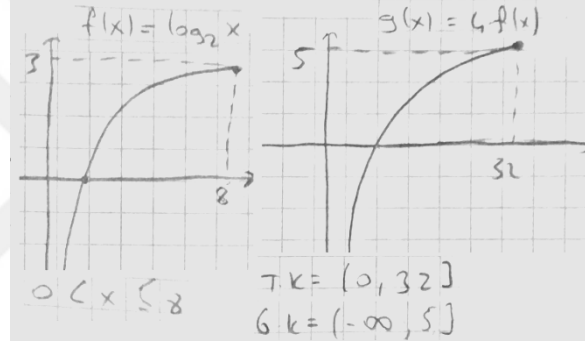
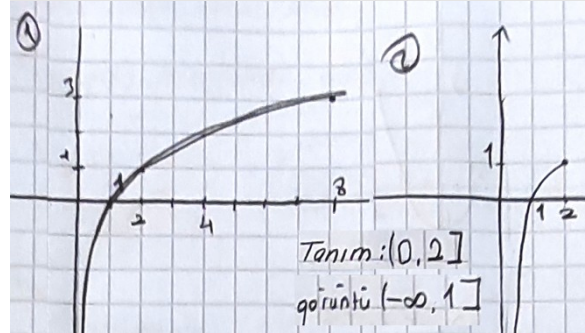
hareketle adayların çizdikleri grafiğin görüntü kümesini okuma ve yorumlama bağlamında hata yaptıkları söylenebilir.

Ö₄, $f(x)$ 'in ile $g(x)$ grafiklerinin tanım kümelerinin aynı olacağını doğru tespit etmiş ve bu bilgisini çizdiği grafiklere aktarmıştır. Ancak aday, $f(x)$ 'in ve $g(x)$ 'in grafiklerini çizerken kritik noktalarda hatalar yapmıştır. $f(x)$ 'in grafiğini çizerken yaptığı hata incelendiğinde adayın $x = -3$ noktasında yanlış bir çizim yaptığı görülmektedir. Benzer şekilde aday, $g(x)$ grafiğini çizerken de $x = -3$ noktasında hata yapmıştır. Dolayısıyla bu hatalar adayın $g(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini yanlış belirlemesine neden olmuştur. Bu bulgulardan hareketle adayın ikinci sorudaki mutlak değer fonksiyon grafik çizim becerilerindeki eksikliklerin, grafiğin görüntü kümesinin doğru bir şekilde okunma yorumlanmasına da olumsuz yönde yansıdığı söylenebilir.

3. soruda cebirsel ifadesi bir logaritma fonksiyonu olan $f(x)$ 'den yola çıkarak $g(x)$ fonksiyonunun grafiğinin çizilmesi ve tanım-görüntü kümesinin doğru bir şekilde yazılması istenmiştir. İlgili soruya, belirlenen öğretmen adaylarında biri doğru (Ö₄), diğerleri ise kısmen doğru (Ö₈, Ö₁₇, Ö₂₀, Ö₂₇) cevap vermişlerdir. Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının çözümleri Tablo 46'da sunulmuştur.

Tablo 46

Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya verilen kısmen doğru cevaplar

Ö_A Kodları**Kısmen Doğru Çizimler**Ö₈Ö₁₇Ö₂₀

Ö₈'in çözümü incelendiğinde $f(x)$ grafiğini doğru, $g(x)$ grafiğini ise yanlış çizdiği görülmüştür. Adayın $g(x)$ grafiğini çizerken yaptığı hata incelendiğinde belirlenen tanım ve görüntü aralığının dışına çıktığı görülmektedir. Aday aynı zamanda $g(x)$ grafiğinin tanım ve görüntü kümesini yanlış belirlemiştir. Tanım kümesini belirlerken yaptığı hata incelendiğinde adayın $f(x)$ ile $g(x)$ 'in tanım kümelerinin aynı olması gerektiğini bildiği ancak $f(x)$ 'in tanım kümesini dikkatsizlik nedeniyle eksik yazmasının $g(x)$ 'in tanım kümesini belirlemesine de olumsuz yansıdığı görülmektedir. Adayın $g(x)$ 'in görüntü kümesini yazarken yaptığı hata incelendiğinde ise matematik sembollerini yanlış kullanarak aralığı

yazdığı görülmektedir. Bu bulgulardan hareketle adayın üçüncü sorudaki logaritma fonksiyon grafiğini çizme, okuma- yorumlama becerilerinde eksiklikler olduğu söylenebilir.

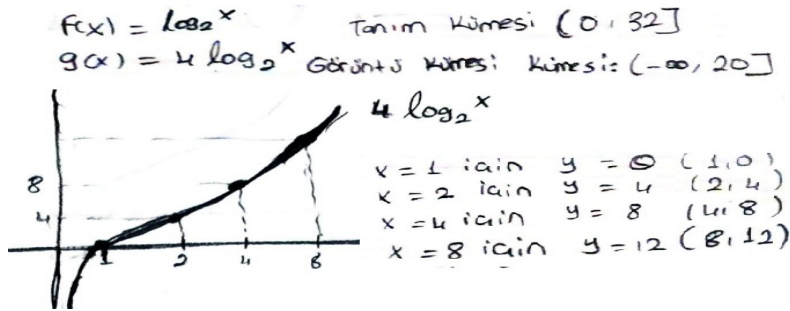
Ö₁₇'in çözümü incelendiğinde $f(x)$ grafiğinin x eksenini kesen noktayı yazmadığı bu nedenle grafiği eksik çizdiği söylenebilir. Adayın çizdiği $g(x)$ grafiğinde ise grafiğin tanım ve görüntü kümesini hatalı belirlediği görülmektedir. Öğretmen adayının yaptığı hata incelendiğinde $f(x)$ grafiğinin tanım kümesini genişleterek $g(x)$ grafiğinin tanım kümesine ulaşmasının grafik çiziminde hata yapmasına neden olduğu görülmektedir. Bu bulgulardan hareketle adayın üçüncü sorudaki logaritma fonksiyon grafiğini çizme, okuma- yorumlama becerilerinde eksiklikler olduğu söylenebilir.

Ö₂₀'in çözümü incelendiğinde $f(x)$ grafiğini doğru çizdiği $g(x)$ grafiğinin çiziminde ise tanım ve görüntü kümesini yanlış belirlemesi nedeniyle hata yaptığı görülmektedir. Öğretmen adayının yaptığı hata incelendiğinde $f(x)$ grafiğinin tanım kümesini sadeleştirerek (4'e bölerek) $g(x)$ grafiğinin tanım kümesine ulaşmasının grafik çiziminde hata yapmasına neden olduğu görülmektedir. Bu bulgulardan hareketle adayın üçüncü sorudaki logaritma fonksiyon grafiğini çizme, okuma- yorumlama becerilerinde eksiklikler olduğu söylenebilir.

Yanlış cevap veren öğretmen adayının (Ö₂₇) çözümü ise aşağıda sunulmaktadır.

Şekil 48

Değerlendirme aşamasındaki grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya Ö₂₇'nin yanlış çözümü



Ö₂₇'nin çözümü incelendiğinde grafiği çizerken noktasal bir yaklaşım benimsediği ancak çizdiği grafiğin logaritma fonksiyon grafiğine uygun bir tarzda çizilmediği görülmektedir. Adayın aynı zamanda $g(x)$ in tanım ve görüntü kümesini de yanlış belirlediği görülmektedir. Ö₂₀'nin $g(x)$ 'in tanım kümesinde yaptığı hata incelendiğinde $f(x)$ grafiğinin cebirsel ifadesindeki 4 katlık değişimin tanım kümesini etkileyeceğini düşündüğü görülmektedir. Bu bulgulardan hareketle adayın grafiği çizme, okuma-yorumlama becerilerinde eksiklikler olduğu söylenebilir.

4. soruda cebirsel ifadesi bir üstel fonksiyon olan $f(x)$ 'den yola çıkarak $g(x)$ fonksiyonunun grafiğinin çizilmesi ve tanım-görüntü kümesinin doğru bir şekilde yazılması istenmiştir. İlgili soruya belirlenen öğretmen adaylarından dördü kısmen doğru (Ö₄, Ö₈, Ö₁₇,

Ö₂₀) bir kişi ise yanlış cevap (Ö₂₇) vermiştir. Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının çözümleri ise Tablo 47'de sunulmuştur.

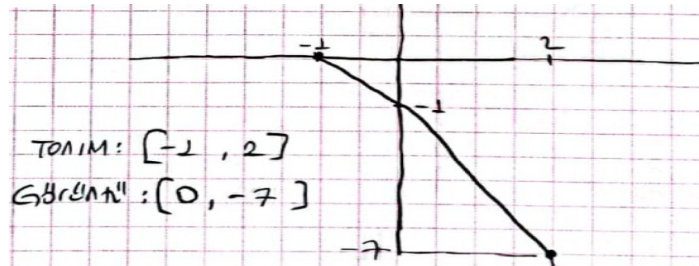
Tablo 47

Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 4. soruya verilen kısmen doğru cevaplar

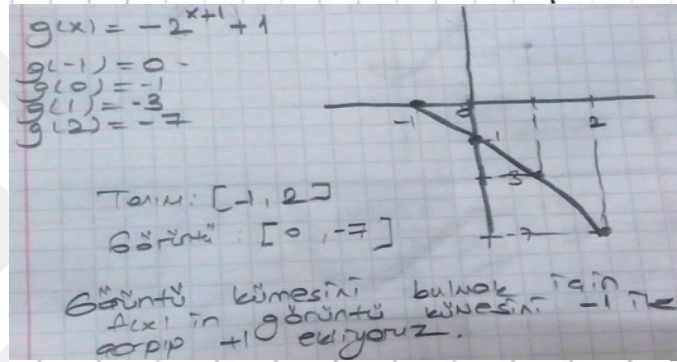
Ö_A Kodları

Kısmen Doğru Çizimler

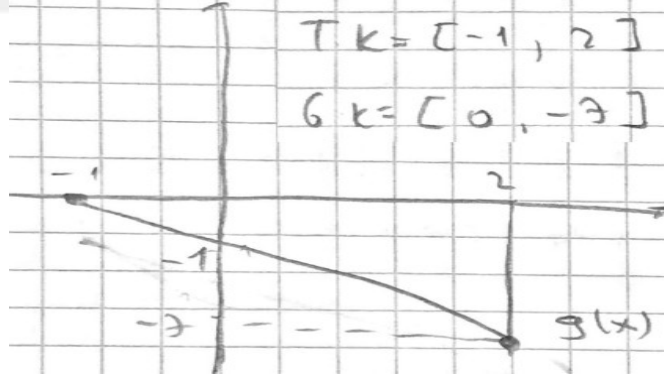
Ö₄



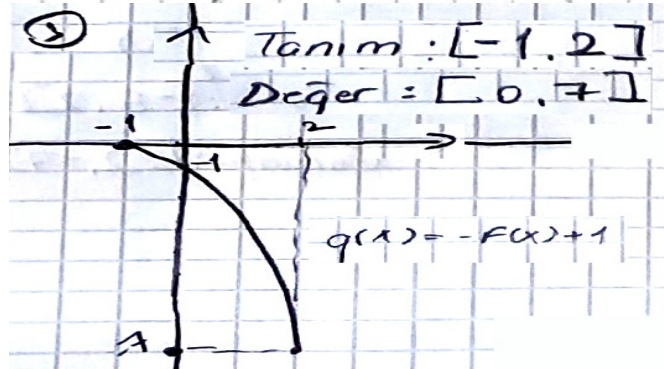
Ö₈



Ö₁₇



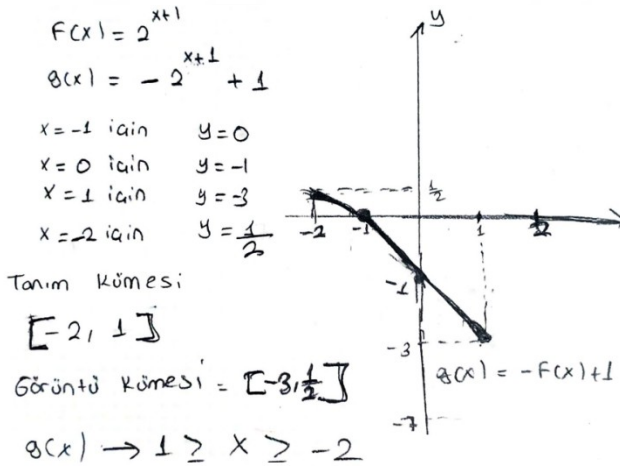
Ö₂₀



Adayların çözümleri incelendiğinde $g(x)$ fonksiyonunun grafiğini doğru çizdikleri ve grafiğin tanım kümesini başarılı bir şekilde belirledikleri görülmektedir. Ancak adaylar çizdikleri grafiğin görüntü kümesini yanlış yazmışlardır. Öğretmen adaylarının görüntü kümesini yazarken yaptıkları hatalar incelendiğinde Ö₄, Ö₈, Ö₁₇'nin sınır değerlerin yerlerinin yanlış yazılmasından kaynaklı, Ö₂₀'nin ise dikkatsizlikten dolayı kümenin üst sınırını hatalı yazdığı görülmektedir. Yapılan bu hatalar yazım yanlışları olarak değerlendirilebilir. Bu bulgulardan hareketle adayların dördüncü sorudaki üstel fonksiyongrafiğinin çiziminde başarılı oldukları ancak çizdikleri grafiği okuma ve yorumlamada eksiklikler yaşadıkları söylenebilir. 4. soruyu yanlış cevaplayan Ö₂₇'nin çözümü ise Şekil 49'da sunulmaktadır.

Şekil 49

Değerlendirme aşamasındaki grafik çizmeye yönelik sorulan 4. soruya Ö₂₇'nin yanlış çözümü



Adayın çözümü incelendiğinde $g(x)$ 'in grafiğini çizerken tamamen noktasal düşünmesi nedeniyle noktaları doğrusal bir şekilde birleştirerek çizim yaptığı görülmektedir. Aynı zamanda öğretmen adayı $g(x)$ fonksiyonunun belirlenen tanım aralığının dışında noktalar belirleyerek üstel bir fonksiyon grafiğine uygun olmayan bir çizim yapmıştır. Bu bulgular adayın 4.soruda verilen üstel fonksiyon grafik çiziminde başarısız olduğunu göstermektedir. Aday aynı zamanda grafiğin tanım ve görüntü kümesini yanlış belirlemiştir. $f(x)$ 'in tanım kümesi ile $g(x)$ 'in tanım kümelerinin aynı olması gerektiğini fark edemediği görülmektedir. Bu bulgulardan hareketle adayın dördüncü sorudaki üstel fonksiyongrafiğini okuma ve yorumlamada başarısız olduğu söylenebilir.

Yukarıda bahsedildiği üzere öğretmen adaylarının grafik çizimi ve çizdikleri grafiğin tanım görüntü kümelerinin yazımında çeşitli hatalar yaptıkları görülmektedir. Bu nedenle öğretmen adaylarının grafik çizme ödevinde verdikleri cevaplardaki hatalarını görmeleri amacıyla değerlendirme dersleri yapılmıştır. Araştırmacı tarafından ödevler incelenerek öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar derlenmiştir ve bir Powerpoint sunumu hazırlanmıştır.

Daha sonra grafik çizimi ve çizilen grafiğin tanım-görüntü kümesinin yazılmasında yapılan bu hataları sınıfta incelemek için slayt Şekil 50'deki gibi yansıtılmıştır.

Şekil 50

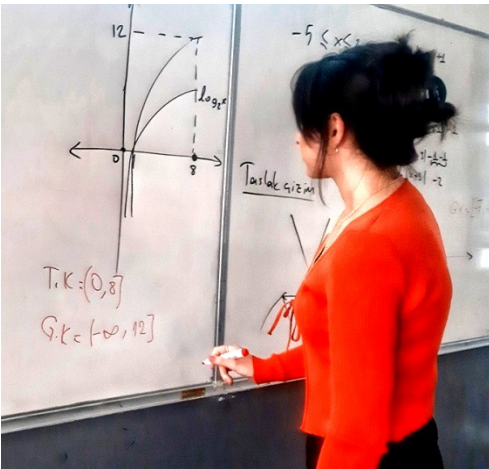
Değerlendirme aşamasında tanım ve görüntü kümesi grafik çizme ödevlerinde yapılan hatalarının incelemesi için hazırlanan sunumdan bir görüntü



Şekil 50'de gösterilen değerlendirme aşaması dersinde ödevlerde yapılan hataları göstermeden önce her grafiğin doğru çizimi öğretmen veya gönüllü öğretmen adayları tarafından Şekil 51'deki gibi tahtada çizilmiştir.

Şekil 51

Öğretmen adayının tanım görüntü kümesi konusuna yönelik grafik çizimi yaparken bir görüntü



Şekil 51'de görüldüğü üzere doğru çözümler yapıldıktan sonra öğretmen adaylarının çizim ve açıklamada yaptıkları hatalar isim belirtilmeden incelenmiş ve bunun üzerine sınıf

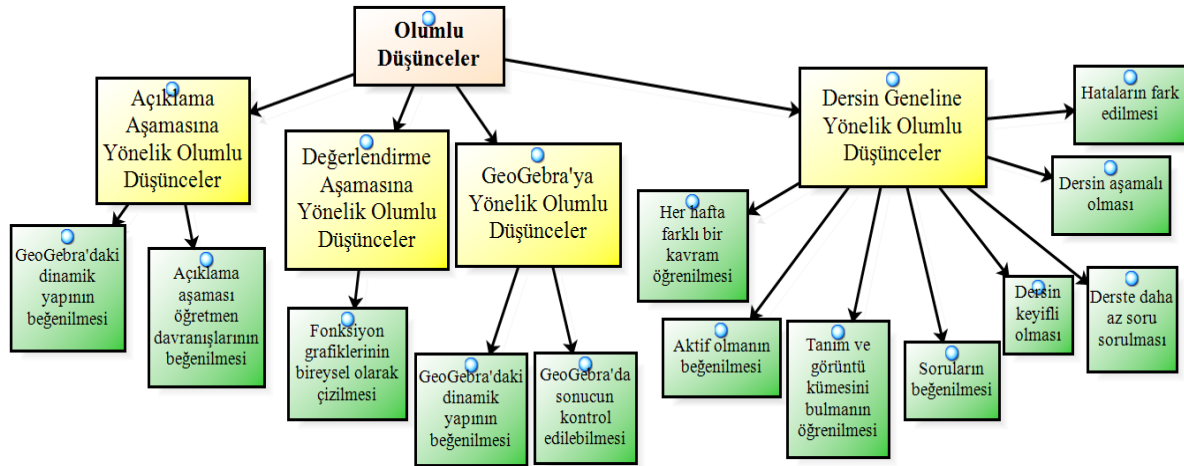
İçerik konuşmalar yapılmıştır. Sınıf içi konuşmalarda hatanın nerede olduğu öğretmen adaylarına sorulmuştur. Bu sayede öğretmen adaylarının tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme ödevinde yaptıkları hataları fark etmeleri ve ne gibi hatalar oluşabileceğini görmeleri sağlanmıştır. Slayt bitiminde öğretmen adaylarının ödevde verdikleri cevapları inceleyip hatalarını açıklamaları ve düzeltmeleri istenmiştir.

4.2.4. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusuna Yönelik TGAD Öğretim Yöntemi ile Yürütülen Ders Hakkındaki Öğretmen Adaylarının Görüşlerine Ait Bulgular: Tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik okuryazarlık becerilerinin incelenmesi amacıyla geliştirilen teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı dersle ilgili öğretmen adaylarının genel düşünceleri alınmıştır. Öğretim süreci sonunda ders hakkındaki genel düşünceler olumlu, olumsuz başlıkları altında toplanmıştır.

Öğretmen adaylarının tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre yürütülen dersle ilgili olumlu düşüncelerine ait model Şekil 52'de sunulmuştur.

Şekil 52

Tanım görüntü kümesi konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumlu düşüncelere ait model



Şekil 52'de öğretmen adaylarının derse ilişkin olumlu düşüncelerini yansıtan model incelendiğinde, açıklama aşaması, değerlendirme aşaması, dersin geneli ve GeoGebra'ya yönelik olmak üzere dört başlıkta toplanmıştır. Şekil 52 incelendiğinde adaylarda 13 farklı olumlu düşüncenin olduğu ve düşünce çeşitliliğinin en fazla dersin geneli hakkında olumlu düşünceler başlığı altında yer aldığı görülmektedir. Bu düşüncelerin sayısını ve hangi

öğretmen adayları tarafından tercih edildiğini gösteren bulgular gösteren bulgular ise Tablo 48'de sunulmaktadır.

Tablo 48

Tanım görüntü kümesi konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumlu görüşlerin dağılımı

Görüşler	Ö _A Kodları	f
Hataların fark edilmesi	Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₃₁ , Ö ₃₈	13
GeoGebra'daki dinamik yapının beğenilmesi	Ö ₂ , Ö ₆ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₅ , Ö ₂₂ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₃₁	11
Dersin aşamalı olması	Ö ₇ , Ö ₁₀ , Ö ₁₈ , Ö ₂₂ , Ö ₃₂ , Ö ₃₈	6
Aktif olmanın beğenilmesi	Ö ₃ , Ö ₁₁ , Ö ₂₀ , Ö ₂₃ , Ö ₂₆	5
Soruların beğenilmesi	Ö ₃ , Ö ₅ , Ö ₂₁ , Ö ₃₇	4
Açıklama aşaması öğretmen davranışlarının beğenilmesi	Ö ₃ , Ö ₂₂ , Ö ₂₆	3
Her hafta farklı bir kavram öğrenilmesi	Ö ₃	2
Grafiklerin dinamik bir şekilde açıklamasının beğenilmesi	Ö ₁₆ , Ö ₃₇	2
Fonksiyon grafiklerinin bireysel olarak çizilmesi	Ö ₄ , Ö ₂₁	2
Tanım ve görüntü kümesini bulmanın öğrenilmesi	Ö ₃₀ , Ö ₃₄	2
Derste daha az soru sorulması	Ö ₁ , Ö ₄	1
Dersin keyifli olması	Ö ₃₀	1
GeoGebra'da sonucun kontrol edilebilmesi	Ö ₂₄	1

Tablo 48 incelendiğinde öğretmen adayları tarafından olumlu düşüncelerin en fazla “*Hataların fark edilmesi*” görüşü altında yer aldığı görülmektedir. Bu düşüncüyü belirten öğretmen adaylarından bazılarının ifadeleri şu şekildedir:

Ö₁₀ : “*Aşama aşama gidiyor oluşumuz güzel. Öğrenmeyi kolaylaştırıyor. Hatalarımızı görüyoruz.*”

Ö₁₁ : “*Soruların cevaplarını uygulamalı olarak GeoGebra' da inceledik. Hatalarımızı gördük.*”

Ö₁₃ : “*Tanım görüntü kümelerini daha iyi kavramamızı sağladı. Öğretimde de kullanabileceğimiz güzel grafikler ve sürgüler gördük. Tanımsız olan noktalara ve de asimptotlara göre bazı hatalar yaptım grafiklerde ama hepsini anladım.*”

Ö₃₈ : “*Dersin aşamalı olmasını beğendim. Yanlışlarımızı ve eksiklerimizi gördüğümüz bir ders oldu.*”

Öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde Ö_{10} ve Ö_{38} öğrenme sürecinde aşamalı bir yaklaşımın önemli olduğunu vurgulamışlardır. Bu sayede öğretmen adayları, hatalarını fark ederek daha iyi öğrenme imkânına sahip olmaktadır. Ayrıca diğer adayların da ifadelerinden anlaşıldığı üzere uygulamalı öğrenme yöntemleri, öğrenmeyi kolaylaştırmaktadır ve konuların daha iyi anlaşılmasını sağlamaktadır. Dolayısıyla GeoGebra gibi yazılım araçlarını kullanarak tanım ve görüntü kümeleri konusunu uygulamalı olarak incelemeleri, konunun daha iyi anlaşılmasına yardımcı olmaktadır. Özellikle teknolojik ortamdaki grafikler ve sürgüler gibi görsel araçlar, öğretmen adaylarının matematiksel kavramları daha iyi kavramalarını sağlamaktadır. Sürgü, grafiklerin tanım ve görüntü kümelerinde yapılan hataların (tanımsız olan noktalar ve asimptotların fark edilmesi) düzeltilmesinde ve konuların daha iyi öğrenilmesinde yardımcı olmaktadır. Bu bulgulardan hareketle, öğretmen adaylarının yaptıkları hataları fark etmelerini aşamalı öğrenme, uygulamalı öğrenme ve görsel araçlar kullanarak öğrenme gibi unsurların kullanılmasıyla ilişkilendirerek açıkladıkları görülmektedir.

Tablo 48 incelendiğinde öğretmen adayları tarafından en fazla ifade edilen olumlu düşüncelerden bir diğerinin “GeoGebra'nın dinamik yapısının beğenilmesi” olduğu görülmektedir. Bu düşünceyi belirten öğretmen adaylarından bazılarının ifadeleri şu şekildedir:

Ö_5 : “GeoGebra' da fonksiyonları incelerken her nokta üzerinde ayrı ayrı durabildiğimiz için kümeleri yazarken hata payı bırakmıyor.”

Ö_{26} : “Derste fikirlerimizi kâğıda yazıp ardından sürgüyü kullanarak bunu kontrol etmeyi sevdim. Böylece tanım ve görüntü kümelerini daha rahat ifade edebiliriz. Dinamik bir şekilde canlandırılması da ayrıca güzel.”

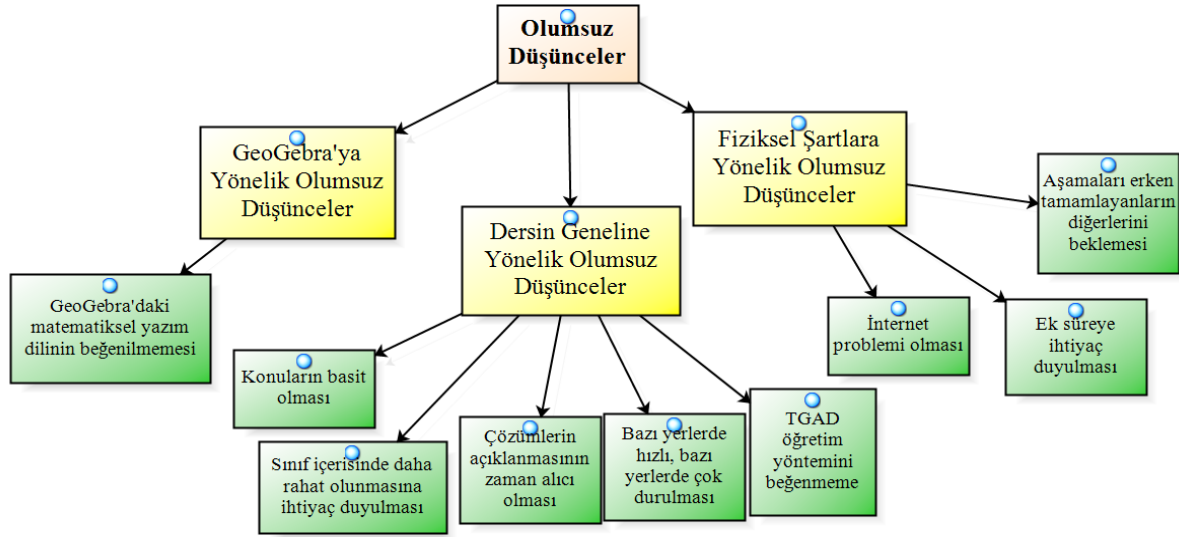
Ö_{27} : “GeoGebra sayesinde grafiklerin gözümüzde canlanması açısından daha etkilidir. Nerede hata yaptığımızı kolayca görmüş oluyoruz.”

Öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde daha çok grafikleri hareket ettiren dinamik yapı üzerinden görüşlerini açıkladıkları görülmektedir. Ayrıca bu uygulamanın cevaplarını kontrol etmeyi ve hatalarını kolaylıkla görmelerini sağladığı öğretmen adayları tarafından ifade edilmiştir. Öğretim sürecine bakıldığında grafikleri hareket ettirme eylemi gözlem aşamasında yer almaktadır. Elde edilen bu bulgudan hareketle öğretmen adayları tarafından en beğenilen aşamanın gözlem aşaması olduğu söylenebilir.

Öğretmen adaylarının derse yönelik görüşleri incelendiğinde olumsuz düşünceleri de mevcuttur. Öğretmen adaylarının derse yönelik olumsuz düşüncelerine ait model Şekil 53'te sunulmuştur.

Şekil 53

Tanım görüntü kümesi konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumsuz düşüncelere ait model



Şekil 53'te öğretmen adaylarının derse ilişkin olumsuz düşüncelerini yansıtan model incelendiğinde, fiziksel şartlar, dersin geneli ve GeoGebra'ya yönelik olmak üzere üç başlıkta altında yer almaktadır. Şekil 53 incelendiğinde adaylarda dokuz farklı olumsuz düşüncenin olduğu ve düşünce çeşitliliğinin en fazla dersin geneli başlığı altında toplandığı görülmektedir. Bu düşüncelerin sayısını ve hangi öğretmen adayları tarafından tercih edildiğini gösteren bulgular Tablo 49'da sunulmaktadır.

Tablo 49

Tanım görüntü kümesi konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumsuz görüşlerinin dağılımı

Görüşler	Öğretmen adayları	f
Beğenilmeyen herhangi bir şeyin olmaması	Ö ₁ , Ö ₃ , Ö ₆ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₅ , Ö ₁₇ , Ö ₂₁ , Ö ₂₃ , Ö ₂₅ , Ö ₂₇ , Ö ₃₂ , Ö ₃₈	13
GeoGebra'daki matematiksel yazım dilinin beğenilmemesi	Ö ₂ , Ö ₂₄	2
İnternet problemi olması	Ö ₁₃ , Ö ₂₄	2
Bazı yerlerde hızlı, bazı yerlerde çok durulması	Ö ₁₀	1
Çözümlerin açıklanmasının zaman alıcı olması	Ö ₁₆	1
Konuların basit olması	Ö ₂₀	1
Sınıf içerisinde daha rahat olunmasına ihtiyaç duyulması	Ö ₃₇	1
TGAD öğretim yöntemini beğenmeme	Ö ₃₃	1
Ek süreye ihtiyaç duyulması	Ö ₂₂	1
Aşamaları erken tamamlayanların diğerlerini beklemesi	Ö ₇	1

Tablo 49 incelendiğinde öğretmen adayları tarafından olumsuz düşüncelerin en fazla “*Beğenilmeyen herhangi bir şeyin olmaması*” başlığı altında toplandığı görülmektedir. Bu düşünceyi belirten öğretmen adaylarından bazılarının ifadeleri şu şekildedir:

Ö₁ : “*Sevmediğim bir nokta olmadı.*”

Ö₁₇ : “*Sevmediğim bir şey yoktu. Genel olarak ders güzel geçti.*”

Öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde adayların dersle ilgili olumlu düşünce içerisinde oldukları görülmektedir. Adaylar, dersin genel olarak iyi geçtiğini ifade etmektedirler. Özellikle Ö₁₇ ifadesinde, dersle ilgili herhangi bir olumsuz nokta yaşamadığı ve dersin genel olarak olumlu geçtiği belirtilmektedir. Bu bulgulardan hareketle olumlu geri bildirimler, öğretmenin ve ders materyallerinin adaylar tarafından beğenildiğine ve öğrenme sürecine katkı sağladığına işaret ettiği söylenebilir.

Tablo 49 incelendiğinde öğretmen adayları tarafından olumsuz düşüncelerin en fazla ifade edilen bir diğer görüş ise “*GeoGebra'daki matematiksel yazım dilinin beğenilmemesi*” ve “*İnternet problemi olması*” olduğu görülmektedir. Bu düşünceleri belirten öğretmen adaylarının ifadeleri şu şekildedir:

Ö₂ : “*Matematiksel sembolleri sisteme yazarken sorun yaşayabiliyorum. Acemilikten kaynaklı değilse dezavantajı denilebilir.*”

Ö₁₃ : “*Maalesef bazen internet yüzünden teknik aksaklıklar yaşayabiliyorum.*”

Ö₂₄ : “*GeoGebra'nın matematiksel dili tam kullanmamıza imkân tanımaması ve kendi yaşadığım internet problemim.*”

Ö₂ ve Ö₂₄ ifadelerinde GeoGebra'ya teknolojik ortamında matematiksel sembollerin yazımı konusunda sıkıntı yaşamışlardır. Bu durum, öğretmen adaylarının GeoGebra'yı etkin şekilde kullanamamalarından kaynaklanabilir. Dolayısıyla derste zamanın verimli kullanılmasında olumsuz etki oluşturabilir. Ancak sınıf genelinde sadece iki öğretmen adayının bu aksaklığı belirtmesi ve adayların ifadelerinden anlaşılacağı bu aksaklıkların bireysel boyutta kaldığı söylenebilir.

Ö₁₃ ve Ö₂₄ ifadeleri incelendiğinde, öğretim sürecinde internet bağlantısı konusunda bazı zorluklar yaşadıkları görülmektedir. Adayların internet bağlantılarındaki sorunlar, derslerin sekteye uğramasına ve eğitim kalitesinin düşmesine neden olabilir. Bu durum teknolojik öğretim süreçlerinin bir dezavantajı olarak söylenebilir. Dolayısıyla adayların öğretim süreci başında bağlantılarını kontrol edilmesi önemlidir. Ancak sınıf genelinde sadece iki öğretmen adayının bu aksaklığı belirtmesi ve adayların ifadelerinden anlaşılacağı bu aksaklıkların bireysel boyutta kaldığı söylenebilir.

4.2.5. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Son Test Bulguları: Tanım ve görüntü kümesine yönelik son test bulguları ön test bulgularıyla birlikte karşılaştırmalı olarak Tablo 50'de sunulmaktadır.

Tablo 50

Tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik okuma- yorumlama ön test- son test bulguları

Testler	Kategoriler	Ö _A Kodları	f	%
	Doğru	--	0	0
Ön test	Kısmen	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₇ ,	33	86.84
		Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ ,		
	Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₇			
	Yanlış	Ö ₁₂ , Ö ₁₆ , Ö ₂₄ , Ö ₃₆ , Ö ₃₈	5	13.16
Son test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₅ , Ö ₈ , Ö ₁₄ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₄ , Ö ₃₀ , Ö ₃₄	11	28.95
	Kısmen	Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₅ , Ö ₁₈ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ ,	27	71.05
	Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈			
	Yanlış	-----	0	0

Tablo 50 incelendiğinde tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunu ön test ve son test verileri karşılaştırıldığında doğru cevaplayanların sayısı son test lehine ciddi bir artış göstermiştir. Ön testte soruyu doğru çözen aday bulunmazken son testte 11 adayın soruya doğru cevap verdiği görülmektedir. Ayrıca ön testte dört öğretmen adayı tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunu yanlış yaparken son testte bu adayların kısmen ve doğru kategorisine geçtiği, ilgili soruyu yanlış yapan aday kalmadığı fark edilmektedir. Elde edilen bu bulgulardan hareketle teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı tanım ve görüntü kümesine yönelik dersin grafik okuma ve yorumlama bağlamında son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

Tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma-yorumlama becerilerinde teknoloji destekli TGAD öğretim öncesi ve sonrası yaşanan değişiklikleri daha detaylı aktarabilmek için bazı öğretmen adaylarının ilgili soruya ön test ve son testte verdikleri cevapları değerlendirilecektir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlenen Ö₄, Ö₈, Ö₁₆, Ö₃₈ Öğretmen adaylarının bazılarının ön ve son test cevaplarında farklı kategorilerde oldukları Tablo 50'de görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından Ö₃₈'in tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma-yorumlama sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 51'de sunulmaktadır.

Tablo 51

Ö₃₈'in tanım görüntü kümesi grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları

Aşağıdaki verilen fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

Grafikler	Ön Test Cevapları	Son Test Cevapları
	<p>Değer kümesi $\rightarrow [-5, +\infty) \setminus \{-2\}$</p> <p>Tanım kümesi $\rightarrow [0, \infty)$</p>	<p>Tanım kümesi $\rightarrow [-5, \infty) - \{-2\}$</p> <p>Görüntü kümesi $\rightarrow [0, \infty)$</p> <p>*Tanım kümesine $\{-2\}$ dahil değildir. Çünkü, grafikte iki boş olarak gösterilmiştir. Görüntü kümesinde $\{0\}$ dahil değildir. $\{-2\}$ tanımlı olmadığı için.</p>
<p>Asimptotlar $x = -2, x = 2$ ve $y = 1$</p>	<p>$(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty) \rightarrow$ Değer</p> <p>Tanım kümesi $\rightarrow (-\infty, +\infty) \setminus \{-1\}$</p>	<p>Tanım kümesi $\rightarrow (-\infty, \infty) - \{-2, 2\}$</p> <p>Görüntü kümesi $\rightarrow (-\infty, \infty) - \{1\}$</p> <p>Grafikte asimptot noktaları vardır. Asimptot noktaları tanım ve değer kümesine dahil edilmez.</p>
		<p>Tanım kümesi $\rightarrow [0, 60)$</p> <p>Görüntü kümesi $\rightarrow [10, 60]$</p> <p>Tanım kümesine $\{60\}$ dahil değildir. Grafikte iki boş olarak gösterilmiştir. 0 yünden tanımlı değildir.</p>
	<p>Değer kümesi $\rightarrow (-\infty, 2)$</p> <p>Tanım kümesi $\rightarrow [b, -\infty)$</p>	<p>Tanım kümesi $\rightarrow (-\infty, 2)$</p> <p>Görüntü kümesi $\rightarrow (-\infty, b]$</p> <p>Grafik $\{2\}$ noktasında tanımlı olmadığı için tanım kümesine dahil edilmez.</p>

Adayın cevapları incelendiğinde ön testte 1, 2 ve 4. Soruya yanlış, son testte ise aynı sorulara doğru cevap verdiği görülmektedir. Aday aynı zamanda 3. Soruyu ön testte boş bırakırken son testte ilgili soruyu kısmen doğru cevapladığı görülmektedir. 3. Soruda adayın kısmen doğru cevabı incelendiğinde görüntü kümesini noktalar şeklinde yazması gerekirken aralık şeklinde yazdığı görülmektedir. Bu bağlamda adayın, parçalı sabit fonksiyon grafiklerinin görüntü kümesini tespit ederken hala bazı problemler yaşadığı söylenebilir. Ancak adayın ilgili sorular bağlamında tanım ve görüntü kümesine yönelik okuma ve yorumlama genel durumu değerlendirildiğinde ön testte yanlış kategorisinden son testte kısmen doğru kategorisine yükseldiği görülmektedir. Dolayısıyla teknoloji destekli öğretim sürecinin Ö₃₈ için tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma ve yorumlama bağlamında son test lehine olumlu katkıları olduğu söylenebilir. Ayrıca bu öğretmen adayının

öğretim sürecindeki tahmin aşamasında bazı grafiklerde hatalar yaptığı göz önünde bulundurulduğunda teknoloji destekli TGAD öğretiminin tanım görüntü kümesine yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerine olumlu yönde katkı sağladığı görülmektedir

Öte yandan Ö₄ öğretmen adayının tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma-yorumlama sorusuna ön testte kısmen doğru cevap verirken, son testte de kısmen doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için Ö₄ öğretmen adayının tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma-yorumlama sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 52'de sunulmaktadır.

Tablo 52

Ö₄'ün tanım görüntü kümesi grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları

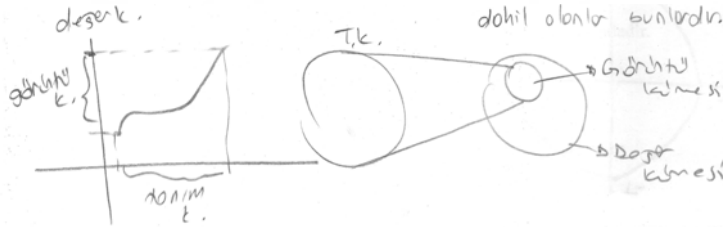
Aşağıdaki verilen fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

Grafikler	Ön Test Cevapları	Son Test Cevapları
	<p>Tanım: $[-5, +\infty)$ Değer: $(-2, +\infty)$</p> <p>Tanım kümesi x eksenini kapsar -5 noktası dahil olduğundan kapalı ve $+\infty$ a doğru işin gittiğinden $[-5, +\infty)$ Değer kümesi y eksenini kapsar. -2 dahil olmayıp yukarı doğru sürekli artar.</p>	<p>Tk: $[-5, \infty) \rightarrow -5$ dahil soru pa grafiği. Gk: $(0, \infty) \rightarrow 0$ dahil değil soru pa grafiği. Görüntü kümesi y ekseninde Bifonksiyon değerlerinin aralığıdır. Tanım kümesi x ekseninde Bifonksiyon tanımlı/belirli noktalarını gösterir.</p>
<p>Asimptotlar $x = -2$, $x = 2$ ve $y = 1$</p>	<p>Tanım: $(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$ Değer: $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$</p> <p>Tanım kümesinde x değerlerini sıfırlama aralıklı yazılır ancak asimptot noktalarında x noktasının karşılığı olmadığında yazılmaz. Aynı şekilde y ekseninde de geçerli. $y = 1$ noktasında her hangi bir değer olmadığından</p>	<p>Tk: $(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$ Gk: $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$</p> <p>$\rightarrow$ Görüntü kümesinde, y ekseninde dahil olmayan değerleri gösterim ve deşer aralığı yazılır. \rightarrow Tanım k. , x ekseninde dahil olmayan noktaları gösterim, ve TANIM aralığını yazılır.</p>
	<p>Tanım: $[0, 60)$ Değer:</p> <p>Farklı bir fonksiyon olduğunda dahil olup olmadığına göre aralıkları yazarız. Değer için de küme nokta belirtir.</p>	<p>Tk: $[0, 60)$</p> <p>\hookrightarrow Basamak şeklinde olduğu bu aralıklı her nokta grafikte tanımlıdır. Gk: $\{10, 30, 50, 60\}$ \hookrightarrow y ekseninde yalnızca bu noktalar belirlerdir.</p>
	<p>Tanım: $(-\infty, 2)$ Değer: $(-\infty, 6]$</p> <p>Parabol fonksiyonu olduğundan Değer kümesi sınır verilmediyse tepe noktası dahil ve $-\infty$ veya $+\infty$ a doğru gider. Tanım kümesi için de 2 dahil değil ve fonksiyon limiti göre doğru soru pa grafiği.</p>	<p>Tk: $(-\infty, 2)$</p> <p>\hookrightarrow Bu aralıklı her nokta grafikte tanımlı ve deşerler. Gk: $(-\infty, 6]$</p> <p>\hookrightarrow y ekseninde yalnızca bu noktalar belirlerdir.</p>

Tablo 52 incelendiğinde Ö₄ öğretme adayı ön testte 1. ve 3. grafiklerde hata yapsa da son testte bu hataların bazılarını düzeltmiştir. Örneğin ön testte 1. Grafiğin tanım ve görüntü kümesini hatalı yazmıştır. Ancak aday son testte tanım kümesindeki hatasını fark edemese de görüntü kümesindeki hatasını düzeltmiştir. 3. grafikte ise tanım kümesini ön ve son testte doğru yazmıştır. Ancak görüntü kümesini ön testte yazamazken son testte doğru bir şekilde yazdığı görülmektedir. Ö₄ öğretmen adayında bir başka dikkat çeken durum ise ön testte görüntü kümesine yerine sürekli değer kümesi ifadesi kullandığı görülmektedir. Ancak son testte hatalı olan bu durumu düzelterek görüntü ve değer kümesi arasındaki ilişkiyi son testteki sorunun alt kısmına Şekil 54'deki gibi açıkladığı görülmektedir.

Şekil 54

Ö₄ öğretmen adayının tanım, görüntü ve değer kümesi açıklaması



Ö₄ öğretme adayı tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma-yorum sorusuna ön testte ve son testte kısmen doğru kategorisinde olsa da Tablo 52'deki ve Şekil 54'teki veriler incelendiğinde son test cevaplarında daha doğruya yakın ve detaylı açıklamalar yaptığı görülmektedir. Dolayısıyla bu durum teknoloji destekli TGAD öğretiminin Ö₄ öğretme adayının tanım görüntü kümesine yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerine olumlu yönde katkı sağladığını göstermektedir.

Ö₈ öğretme adayının tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma-yorumlama sorusuna ön testte kısmen doğru cevap verirken ve son testte doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için Ö₈ öğretme adayının tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma-yorum sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 53'te sunulmaktadır.

Tablo 53

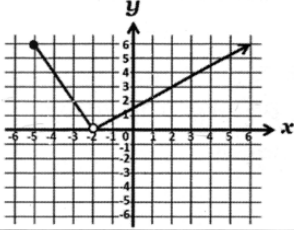
Ö₈'in tanım ve görüntü kümesi grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları

Aşağıdaki verilen fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

Grafikler

Ön Test Cevapları

Son Test Cevapları



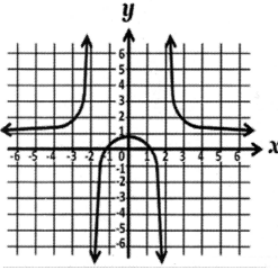
$$\text{Tanım} = [-5, +\infty) - \{-2\}$$

$$\text{Değer} = (0, +\infty)$$

$$\text{Tanım} = [-5, +\infty) - \{-2\}$$

$$\text{Görüntü} = (0, +\infty)$$

*-2 eşleşmediği için tanım kümesinden çıkardık



Asimptotlar $x = -2$, $x = 2$ ve $y = 1$

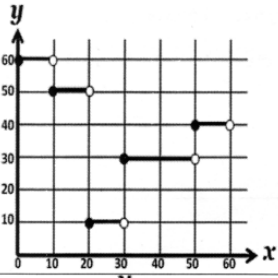
$$\text{Tanım} = \mathbb{R} - \{-2\} - \{2\}$$

$$\text{Değer} = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$\text{Tanım} = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$$

$$\text{Görüntü} = (-\infty, +\infty) - \{1\}$$

Sadece -2 ve 2 eşleşmesi 0 yüzden tanım kümesinden çıkardık



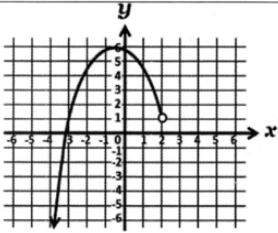
$$\text{Tanım} = [0, 60)$$

$$\text{Değer} = \{10, 30, 40, 50\}$$

$$\text{Tanım} = [0, 60)$$

$$\text{Görüntü} = \{60, 50, 40, 30, 20, 10\}$$

Sadece bu elementlerle eşleşme var



$$\text{Tanım} = (2, -4)$$

$$\text{Değer} = (-\infty, 6]$$

$$\text{Tanım} = (-\infty, 2)$$

$$\text{Görüntü} = (-\infty, 6]$$

Görüntü kümesinin alabileceği max değer

Tablo 53 incelendiğinde Ö₈ öğretme adayı ön ve son testte 1. Grafiğin tanım ve görüntü kümesini doğru yazdığı ilaveten son testte cevabının gerekçesini açıkladığı görülmektedir. 2. grafikte ise aday ön testte tanım kümesini sembolik anlamda hatalı yazdığı son testte bu hatasını düzelttiği görülmektedir. 3. grafik incelendiğinde adayın ön testte görüntü kümesini yazamadığı son testte ise sıralı olmasa dahi grafiğin görüntü noktalarını yazabildiği görülmektedir. 4. grafiğe bakıldığında adayın ön ve son testte tanım görüntü kümelerini doğru yazdığı ilaveten son testte cevabının gerekçesini açıkladığı görülmektedir. Dolayısıyla teknoloji destekli öğretim sürecinin Ö₈ için tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma ve yorumlama bağlamında son test lehine olumlu katkıları olduğu söylenebilir.

Ayrıca bu öğretmen adayının öğretim sürecindeki tahmin aşamasında bazı grafiklerde hatalar yaptığı göz önünde bulundurulduğunda teknoloji destekli TGAD öğretiminin tanım görüntü kümesine yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerine olumlu yönde katkı sağladığını göstermektedir.

Tablo 54

Ö₂₄'ün tanım görüntü kümesi grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları

Aşağıdaki verilen fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

Grafikler	Ön Test Cevapları	Son Test Cevapları
	$T.K. = \{[-5, \infty) - \{-2\}\}$ $D.K. = \{0, \infty\}$	$T.K. = [-5, \infty) - \{-2\}$ <p>↳ x değerlerine bakılır -2 dahil olmadığı için kollar çıkarılır.</p> $G.K. = (0, \infty)$ <p>↳ y değerlerine bakılır. Görüntü 0 olan bir eleman olmadığı için 0 normal parantezle gösterilir.</p>
<p>Asimptotlar $x = -2$, $x = 2$ ve $y = 1$</p>	$T.K. = \{(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)\}$ $D.K. = \{(0, 1) \cup (1, \infty)\}$	$T.K. = (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)$ <p>-2 ve 2 asimptotlardır ve bu değerler fonksiyon tanım seti yapacağı için T.K.'den çıkarılır.</p> $G.K. = (0, 1) \cup (1, \infty)$ <p>Tanım kümesinde görüntüsü 1 olan eleman olmadığı için G.K.'ne 1 dahil edilmez.</p>
	$T.K. = \{[0, 60)\}$ $D.K. = \{[0, 60]\}$	$T.K. = [0, 60)$ <p>x değerlerine bakıldığında yarıdan sonraki her değerin görüntüsü var.</p> $G.K. = \{10, 30, 40, 50, 60\}$ <p>Tanım kümesindeki elemanların görüntüsü yarıdan sonraki değerlerdir.</p>
	$T.K. = \{(-\infty, 2)\}$	$T.K. = (-\infty, 2)$ <p>x değerlerine bakılır ve dahil olmadığı için 2'ye normal parantez kayar.</p> $G.K. = [-\infty, 6)$ <p>Tanım kümesindeki elemanların G.K. karşılıklarına bakılır y eksenindeki.</p>

Tablo 54 incelendiğinde, Ö₂₄'ün ön testte bütün grafiklerin tanım ve görüntü kümesini yazarken yanlış sembol kullanması nedeniyle tüm sorulara hatalı cevap verdiği tespit edilmiştir. Ayrıca, ikinci grafikte değer kümesini yazarken sıralama hatası yapmış, üçüncü grafikte görüntü kümesini aralık şeklinde ifade etmiş ve dördüncü grafikte ise görüntü kümesini belirleyememiştir. Ancak, öğretim süreci sonunda uygulanan son test cevapları

incelendiğinde, Ö₂₄'ün yapmış olduğu tüm hataları düzelttiği ve soruların tamamına doğru cevap verdiği, hatta cevaplarını gerekçeleriyle birlikte yazdığı görülmüştür. Bu bulgulara ışığında, teknoloji destekli öğretim sürecinin Ö₂₄'ün tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinde son test lehine olumlu bir katkısı olduğu söylenebilir. Ayrıca, öğretmen adayının öğretim sürecinin tahmin aşamasında bazı grafiklerde hatalar yapması ve teknolojinin yardımıyla gözlem aşamasında bu hatalarını düzeltmesi, teknoloji destekli TGAD öğretiminin tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinin son test lehine olumlu sonuçlanmasına katkı sağladığı düşünülmektedir.

4.2.6. Tanım ve Görüntü Kümesi Konusuna Yönelik Grafik Çizme Son Test Bulguları: Tanım ve görüntü kümesine yönelik son test bulguları ön test bulgularıyla birlikte karşılaştırmalı olarak Tablo 55'te sunulmaktadır.

Tablo 55

Tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik çizme ön ve son test bulguları

Testler	Kategoriler	Ö _A Kodları	f	%
Ön test	Doğru	Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₁₀ , Ö ₁₄ , Ö ₁₆ , Ö ₃₁	9	23.68
	Kısmen Doğru	Ö ₁ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₅ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₃ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₇	13	34.21
	Yanlış	Ö ₅ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₂ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₃₀ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₈	16	42.11
Son test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₄ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₂ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₁ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₈	27	71.05
	Kısmen Doğru	Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₅ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₇ , Ö ₃₀ , Ö ₃₂ , Ö ₃₇	11	28.95
	Yanlış	-----	0	0

Tablo 55 incelendiğinde ön testte ilgili soruyu 9 kişi doğru çözerken son testte bu sayının 27'ye yükseldiği görülmektedir. Bu bağlamda tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusunun ön ve son test verileri karşılaştırıldığında ilgili soruyu doğru cevaplayanların sayısının son test lehine ciddi bir artış gösterdiği söylenebilir. Tablo 55'te görüldüğü üzere ön testte 16 öğretmen adayı tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusunu yanlış yaparken son testte bu adayların kısmen ve doğru kategorilerine geçmesi sonucunda ilgili soruyu yanlış yapan aday kalmadığı görülmektedir. Elde edilen bu bulgulardan hareketle teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme dersinin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

Tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme becerilerinde teknoloji destekli TGAD öğretim öncesi ve sonrası yaşanan değişiklikleri daha detaylı aktarabilmek için bazı

öğretmen adaylarının ilgili soruya ön test ve son testte verdikleri cevapları değerlendirilmiştir. Bu kapsamda öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlenen Ö₄, Ö₈, Ö₁₇, Ö₂₀, Ö₂₇ öğretmen adaylarının bazılarının ön ve son test cevaplarında farklı kategorilerde oldukları Tablo 55'te görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından Ö₄'ün tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 56'da sunulmaktadır.

Tablo 56

Ö₄'ün tanım görüntü kümesi grafik çizme ön ve son test bulguları.

Ön Test Cevabı	Son Test Cevabı

Tablo 56 incelendiğinde Ö₄'ün ön ve son testte grafiği doğru çizbildiği ve çizdiği grafiğin tanım görüntü kümelerini de başarı bir şekilde yazabildiği görülmektedir. Bu bulgudan hareketle Ö₄'ün ilgili soru bağlamında tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme becerisinin iyi düzeyde olduğu söylenebilir.

Ö₈ öğretmen adayının tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna ön testte kısmen doğru cevap verirken son testte doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için Ö₈ öğretmen adayının tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 57'de sunulmaktadır.

Tablo 57

Ö₈'in tanım görüntü kümesi grafik çizme ön ve son test bulguları

Ön Test Cevabı	Son Test Cevabı

Tablo 57 incelendiğinde Ö₈'nin ön test cevabında tanım kümesini grafiğe yansıtırken hatalı bir çizim yaparak sınır değerleri dikkat etmediği görülmektedir. Adayın öğretim sonrası uygulanan son testteki cevabına bakıldığında bu hatasını düzelterek grafik çizimini doğru bir şekilde yaptığı görülmektedir.

Ö₁₇ öğretmen adayının tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna ön testte yanlış, son testte ise doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için Ö₁₇'nin tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 58'de sunulmaktadır.

Tablo 58

Ö₁₇'nin tanım görüntü kümesi grafik çizme ön ve son test bulguları

Ön Test Cevabı	Son Test Cevabı

Adayın ön testte tanım kümesini belirlerken yaptığı hatayı incelediğimizde soruda $2 \cdot f(x)$ fonksiyonunun cebirsel ifadesi $f(x)$ fonksiyonuna bağlı olmasından yola çıkarak fonksiyonun tanım kümesinde iki katlık bir genişleme yaparak çizim yaptığı görülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayı cebirsel ifadedeki değişimin başlangıçta verilen tanım kümesini değiştirdiğini düşünerek yanlış bir sonuca ulaşmıştır. Adayın öğretim sonrası uygulanan son testteki cevabına bakıldığında bu hatasını düzelterek grafik çizimini doğru bir şekilde yaptığı görülmektedir. Elde edilen bu bulgulardan hareketle teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme dersinin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla seçilen bir diğer öğretmen adayı olan Ö₂₀ ise tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna ön ve son testte kısmen doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için Ö₂₀'nin ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 59'da sunulmaktadır.

Tablo 59

Ö₂₀'nin tanım görüntü kümesi grafik çizme ön ve son test bulguları

Ön Test Cevabı	Son Test Cevabı

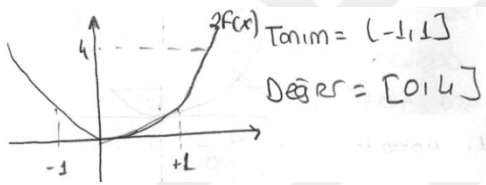
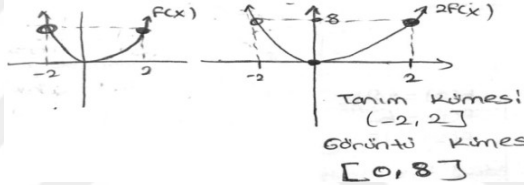
Öğretmen adayının ön testte verdiği cevap incelendiğinde, grafiğin önemli bir kısmını doğru çizdiği ancak tanım ve görüntü kümelerini yazmadığı görülmüştür. Bu bağlamda grafik okuma ve yorumlama açısından tanım ve görüntü kümelerine yönelik eksikliklerinin olduğu

söylenbilir. Öğretmen adayının son testteki cevabına bakıldığında ise grafiğin tanım kümesinin sadece alt sınırını çizime aktarmadığı, ancak grafiğin tanım ve değer kümelerini doğru bir şekilde yazabildiği görülmektedir. İlgili soru bağlamında öğretmen adayının ön ve son testteki cevapları karşılaştırıldığında, grafik çizme becerisi açısından kısmen de olsa son test çözümü lehine bir ilerleme kaydettiği söylenbilir. Elde edilen bu bulgulardan hareketle teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme dersinin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenbilir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla seçilen bir diğer öğretmen adayı Ö₂₇ tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna ön testte yanlış, son testte ise kısmen doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için Ö₂₇'nin ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 60'da sunulmaktadır.

Tablo 60

Ö₂₇'nin tanım görüntü kümesi grafik çizme ön ve son test bulguları

Ön Test Cevabı	Son Test Cevabı
	

Ö₂₇'nin ön testteki hatası incelendiğinde, $2.f(x)$ fonksiyonunun cebirsel ifadesinin $f(x)$ fonksiyonuna bağlı olduğunu göz önüne alarak, $f(x)$ fonksiyonunun tanım kümesini ikiye bölmek suretiyle $2.f(x)$ fonksiyonunun tanım kümesini yazdığı görülmektedir.

Dolayısıyla aday cebirsel ifadedeki değişim tanım kümesini değiştirmede için yanlış bir sonuç elde etmiştir. Ö₂₇ aynı zamanda grafiği çizerken belirlediği tanım ve görüntü kümelerini çizimine aktarmadığı ve belirlediği sınırların dışına çıkarak çizim yaptığı görülmektedir. Bu bulgulardan hareketle aday, hem çizimde hem de tanım-görüntü kümelerini belirlemede başarılı olamamıştır. Ancak, öğretim sonrası uygulanan son testteki cevabına bakıldığında grafiğin tanım ve görüntü kümesini belirlemeye yönelik hatasını düzelterek doğru çözüm yaptığı ve sınır değerleri grafiğe aktardığı fakat çizerken sınır değerlerin dışına çıktığı görülmektedir. İlgili soru bağlamında öğretmen adayının ön ve son testteki cevapları karşılaştırıldığında, grafik çizme becerisi açısından kısmen de olsa son test çözümü lehine bir ilerleme kaydettiği söylenbilir. Elde edilen bu bulgulardan hareketle teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme dersinin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenbilir.

4.3. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusundaki Grafik Okuryazarlık Becerilerine Yönelik Bulgular

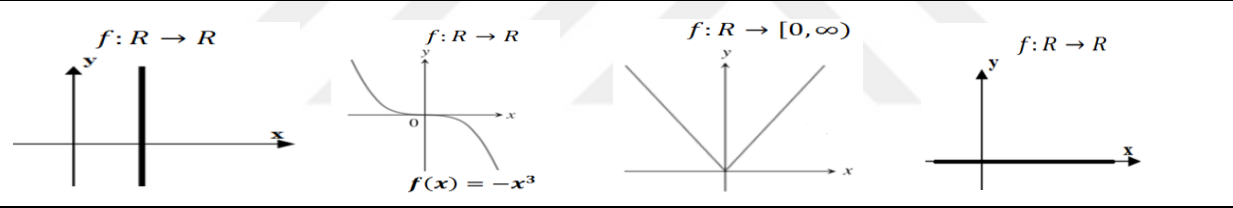
Araştırmanın üçüncü alt problemi “Fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik geliştirilen teknoloji destekli TGAD (Tahmin-Gözlem-Açıklama-Değerlendirme) uygulamalarının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının; birebir-örten fonksiyon konusundaki grafik okuryazarlık becerilerine etkisi nasıldır?” şeklinde belirlenmiştir. Belirlenen bu alt probleme yönelik ön test, son testten ve fonksiyon grafiklerinde birebir ve örten fonksiyon konusunun teknoloji destekli TGAD yöntemiyle öğretimi sürecinden elde edilen bulgular alt başlıklar halinde aşağıda sunulmaktadır.

4.3.1. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Ön Test Bulguları: Öğretmen adaylarının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama becerisini incelemek amacıyla için hazırlanan soru Tablo 61'de yer almaktadır.

Tablo 61

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama sorusu

Aşağıdaki grafiklerin birebir ve örten fonksiyon olup olmadığını gerekçenizle birlikte açıklayınız.



Tablo 61'de birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama becerisini incelemek için hazırlanan sorunun, dört alt sorudan oluştuğu görülmektedir. Veri analizi bölümünde açıklanan bakış açısına göre veriler analiz edilmiş ve her bir alt sorunun fonksiyon olup olmama durumuna yönelik bulgular Tablo 62'de sunulmuştur.

Tablo 62

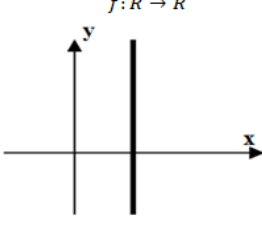
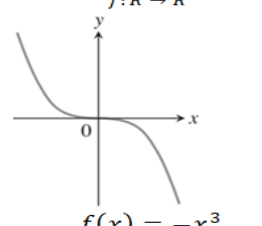
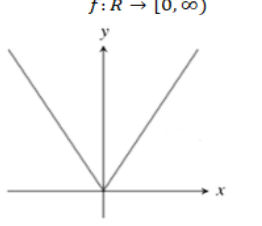
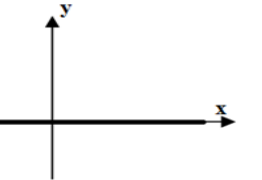
Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama ön test bulguları

Kategoriler	Ö _A Kodlar	f	%
Doğru	Ö ₅ , Ö ₉ , Ö ₁₈	3	7.90
Kısmen Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆	33	86.84
Yanlış	Ö ₃₇ , Ö ₃₈	2	5.26

Tablo 62 incelendiğinde birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunu öğretmen adaylarının önemli bir kısmının kısmen doğru ($f = 33$) cevapladıkları görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının ilgili sorunun bazı alt sorularında eksik veya hatalı çözüm yaptıklarını göstermektedir. Bulgular incelendiğinde öğretmen adaylarının sadece üçünün soruların tamamına doğru cevap verdiği, iki öğretmen adayının ise soruların hepsini yanlış cevapladığı belirlenmiştir. Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama becerisini incelemek için hazırlanan sorunun dört alt sorusuna verilen cevaplar incelendiğinde öğretmen adaylarının önemli bir kısmının bazı sorularda doğru bazılarında ise eksik veya hatalı çözüm yaptıkları belirlenmiştir. Bu durum araştırmacı tarafından kısmen doğru şeklinde kodlanmıştır. Kısmen doğru olarak kodlanan yanıtlardan dikkat çekici bazı hatalı ya da eksik çözümler Tablo 63'te aşağıda sunulmuştur.

Tablo 63

Ö₄'ün birebir ve örten fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümleri

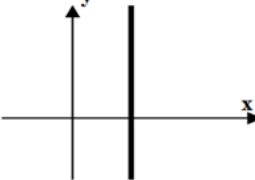
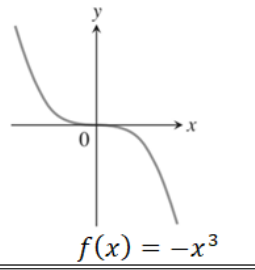
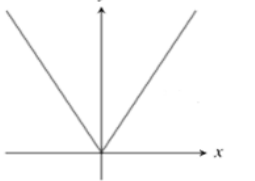
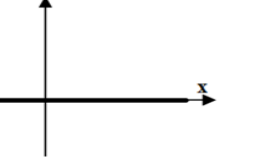
Grafikler	Ön Test Cevapları
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> 	<p>Fonksiyon $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olduğunda x eksenini ise sadece bir noktayı sastladığında diten desil. Birebir desilbir, x noktasında birden fazla deger mevcut.</p>
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> 	<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olduğundan ve Tanım ve deger $\in \mathbb{R}$ olduğundan diten dir. Bir x degerine sahip bir tane y olduğundan birebirdir.</p>
<p>$f(x) = -x^3$</p> <p>$f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$</p> 	<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$ olduğundan ve Tanım ve deger $\in [0, \infty)$ olduğundan diten dir. Bir x degerine sahip bir tane y olduğundan birebirdir.</p>
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> 	<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olduğundan ve deger konusunu sastlamadığında diten desil. Bir x degerine sahip bir tane y olduğundan birebirdir.</p>

Ö₄ öğretmen adayının Tablo 63'teki birinci grafiğe ait çözümünü incelendiğinde hatalı bir yanıt verdiği görülmektedir. Çözümüne göre bu hatanın yapılmasının iki nedeni olabileceği düşünülmektedir. İlk neden öğretmen adayının verilen grafiği inceleyerek fonksiyon olduğunu iddia etmesidir. Böyle bir durumda Ö₄ öğretmen adayının fonksiyon olup olmama durumuna yönelik grafik okuma ve yorumlamada yaşadığı eksikliğin birebirlik ve örtenlik sorularındaki cevaplarına da yansıdığı söylenebilir. Yapılan hatanın diğer bir nedeni ise birebir ve örtenlik ile ilgili grafik okuma yorumlama yapmadan önce mutlaka grafiğin fonksiyon belirtip belirtmediğinin kontrol edilmesi gerektiğinin bilinmemesi olabilir. Nitekim Ö₄ öğretmen adayının çözümünde “Fonksiyon $R \rightarrow R$ olduğundan” ifadesini yazması, yani herhangi bir kontrol yapmadan grafiği direkt fonksiyon kabul ederek yorumlamaya başladığı görülmektedir. Bu durum Ö₄ öğretmen adayının birebir ve örtenlik açısından grafik okuma-yorumlama yapılmadan önce fonksiyon olma durumunu kontrol etmesi gerektiği bilgisini bilmediğini düşündürmektedir. Çünkü birebir ve örten olma durumları fonksiyon türleri arasında yer almaktadır. Dolayısıyla fonksiyon olma durumu birebir ve örtenlik için bir ön şart niteliğindedir. Aday ikinci ve üçüncü grafiğin örtenliğini değerlendirirken “Tanım ve değer kümesini sağladığından” ifadesini kullanmaktadır. Adayın bu ifadesinden anlaşıldığı üzere grafiğin üst kısmında verilen tanım ve değer kümesinin grafiği sağlamasıyla ilişki olduğunu düşünmektedir. Ancak örtenlik için verilen değer kümesi ile grafiğin görüntü kümesinin örtüşmesi gerekmektedir. Bu bulgudan hareketle aday, ikinci ve üçüncü grafiğin örtenliğine yönelik her ne kadar “örtendir” ifadesini kullanarak doğru bir cevap verse de grafiklerin örtenlik durumuna yönelik yorumlamalarında eksikler bulunduğu söylenebilir. Benzer bir durum dördüncü grafiğin örtenlik durumu için de geçerlidir. Adayın ikinci, üçüncü ve dördüncü grafiklerin birebir olma durumlarına yönelik grafikleri yorumlarken “bir x değerine sahip bir tane y değeri olması” ifadesini kullandığı görülmektedir. Bu bakış açısıyla yaklaşan Ö₄, üçüncü ve dördüncü soruda hatalı cevap vermiştir. Çünkü bir grafiğin birebir fonksiyon olabilmesi için fonksiyonun tanım kümesindeki her bir x değerinin değer kümesindeki farklı bir y değeriyle eşleşmelidir. Ayrıca öğretmen adayı birebirlik ve örtenlik durumunu incelerken yatay doğru testini kullanmadığı da dikkati çekmektedir. Bu bağlamda adayın birebirlik kavramına yönelik hatalı açıklamalarının ilgili sorularda birebir olma durumuna yönelik okuma ve yorumlamada eksik kaldığını göstermektedir.

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunu kısmen doğru cevaplayan Ö₂₁'in çözümleri Tablo 64'te sunulmaktadır.

Tablo 64

Ö₂₁'in birebir ve örten fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümleri

Grafikler	Ön Test Cevapları
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> 	<p>1-1 X örten X Grafik fonksiyon belirtmez,</p>
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p>  <p>$f(x) = -x^3$</p> <p>$f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$</p>	<p>1-1 X örten ✓</p> <p>1-1 olabilmesi için tanım kümesindeki her bir elemanın değer kümesindeki karşılığı kendisi olmalıdır ancak bu fonksiyonda böyle bir durum mevcut değildir.</p> <p>Örten olabilmesi için de değer kümesindeki tüm elemanların tanım kümesindeki tüm elemanlarla eşleşmesi gerekmektedir ve yandaki fonksiyonda bu durum mevcuttur.</p>
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> 	<p>1-1 X örten ✓</p> <p>Tanım kümesindeki \mathbb{R}'lerin değer kümesinde eşleri olmadığından 1-1 değildir.</p> <p>Tanım kümesindeki tüm elemanlar değer kümesindeki tüm elemanlarla eşleşmiştir.</p>
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> 	<p>1-1 X örten X</p> <p>Yandaki fonksiyon sabittir, yani tanım kümesindeki tüm elemanlar değer kümesinde tek bir elemana gitmiştir. Bu durumda 1-1'lik ve örtenlik özelliklerinin hiçbirini sağlamamaktadır.</p>

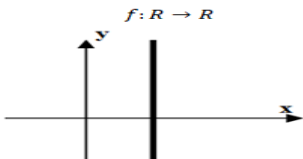
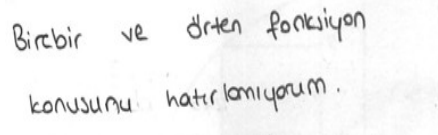
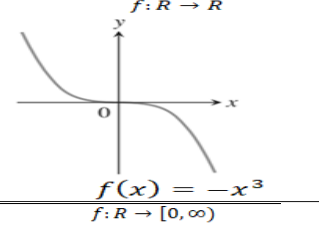
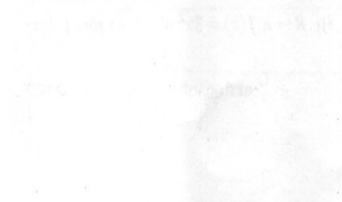
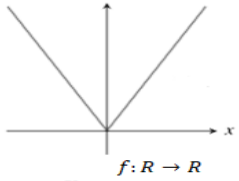
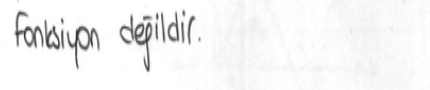
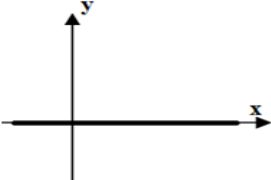
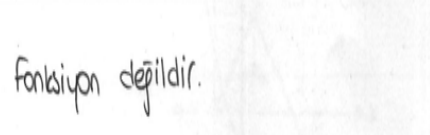
Birinci grafik incelendiğinde adayın grafiği öncelikle fonksiyon olup olmama durumuna yönelik doğru yorumladığı, daha sonra da birebir ve örtenlik açısından grafiği başarılı bir şekilde değerlendirdiği görülmektedir. Öğretmen adayının diğer grafiklere yönelik yanıtlar incelendiğinde İkinci grafikte birebirlik durumunu hatalı değerlendirdiği ve tanım kümesindeki her elemanın değer kümesindeki karşılığı kendisi olmadığı için birebir olamayacağını iddia ederek yanlış bir cevap vermektedir. Bu durum öğretmen adayının birebirlik kavramını “birebir” kelimesine odaklanarak düşündüğü şeklinde yorumlanabilir. Ayrıca öğretmen adayı tanım kümesindeki her elemanın görüntüsünün kendisine eşit olup olmadığını dikey doğru testi ile kontrol etmektedir. Dolayısıyla adayın birebir fonksiyona yönelik ön bilgilerinde hatalar olduğu için grafiği okuma yorumlama bağlamında eksiklerinin oluştuğunu düşündürmektedir. Öte yandan ikinci grafiğin örten olma durumuna yönelik cevabının ve açıklamasının doğru olduğu görülmektedir. Üçüncü grafikte ise öğretmen adayı fonksiyonun birebir olmadığını doğru bilse de birebirliğe yönelik hatalı yorumlamalarda

bulunduğu görülmektedir. Dolayısıyla bu durum birebirlik durumuna yönelik adayın ön bilgilerinde eksiklikler olduğunu ve bu durumun grafikleri okuma ve yorumlamaya olumsuz yansıdığını destekler niteliktedir. Üçüncü grafiğin örtenlik durumuna ise doğru yanıt verdiği görülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayının örtenlik kavramına ilişkin ön bilgilerinin doğru olduğu için bu durumun grafik okuma ve yorumlamaya olumlu şekilde yansıdığı söylenebilir. Öte yandan Ö₂₁ öğretmen adayı dördüncü grafiğe “Birebir ve örten değildir.” cevabını vererek doğru bir yanıt vermiştir. Ancak açıklamalarında birebirlik durumunu tam anlamıyla bilmediği dikkati çekmektedir. Nitekim fonksiyonun birebir ve örten olmamasını açıklarken grafiğin sabit fonksiyon belirttiği için birebir ve örten olmadığını belirtmesi bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca Ö₂₁ öğretmen adayının “Sabit fonksiyon birebir değildir.” kalıplaşmış bilgisinden yola çıkarak bu soruya doğru yanıt verdiği söylenebilir. Dolayısıyla Ö₂₁ öğretmen adayının birebir olma durumuna yönelik grafik okuma ve yorumlamada eksik olduğu söylenebilir.

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunun bir kısmını yanlış cevaplayan ve boş bırakan Ö₃₈'in çözümleri Tablo 65'te sunulmaktadır.

Tablo 65

Ö₃₈'in birebir ve örten fonksiyon konusu grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümleri

Grafikler	Ön Test Cevapları
	
	
	
	

Tablo 65 incelendiğinde, Ö₃₈'in birinci grafiği birebirlik ve örtenlik açısından değerlendirmede açıklamalarına yansımaktadır. Bu nedenle aday ikinci ve üçüncü soruyu da boş bırakmıştır. Ö₃₈ dördüncü grafiği ise sadece fonksiyon olup olmama durumu açısından yanlış bir okuma ve yorumlama yaptığı, grafiğin birebirlik ve örtenlik değerlendirmesinde bulunmadığı görülmektedir. Bu bulgulardan hareketle adayın fonksiyon olup olmama durumuna yönelik grafik okuma ve yorumlamada yaşadığı eksikliğin birebirlik ve örtenlik sorularındaki cevaplarına da yansıdığı görülmektedir.

4.3.2. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Çizme Becerisi Ön

Test Bulguları: Öğretmen adaylarının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerilerini incelemek amacıyla hazırlanan soru aşağıda yer almaktadır.

“ $h: [0, \infty) \rightarrow R, h(x) = 4x^2 + 2$ fonksiyonunun birebir örten olup olmadığını grafiğini çizerek açıklayınız.”

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerisini incelemeye yönelik hazırlanan yukarıdaki soruda cebirsel ifadesi verilen denklemin öğretmen adayları tarafından grafiğinin çizmeleri istenmektedir. Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme beceri ön test bulguları Tablo 66'da sunulmaktadır.

Tablo 66

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları

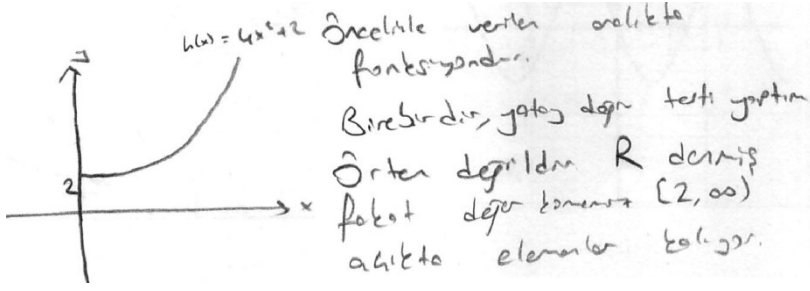
Kategoriler	Ö _A Kodları	<i>f</i>	%
Doğru	Ö ₁ , Ö ₃ , Ö ₅ , Ö ₇ , Ö ₁₇	5	13.16
Kısmen Doğru	Ö ₂ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₄ , Ö ₃₀ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄	20	52.63
Yanlış	Ö ₈ , Ö ₁₃ , Ö ₂₃ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₁ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈	13	34.21

Tablo 66 incelediğinde öğretmen adaylarının büyük bir bölümünün birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik hazırlanan grafik çizme sorusunu kısmen doğru ($f = 20$) ya da yanlış ($f = 13$), çok az bir kısmının ise doğru ($f = 5$) çözdüğü görülmektedir.

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusunu doğru cevaplayan öğretmen adaylarından Ö₅'in çözümü aşağıda sunulmaktadır.

Şekil 55

Ö₅'in birebir örten fonksiyon konusu grafik çizme sorusuna yönelik çözümü

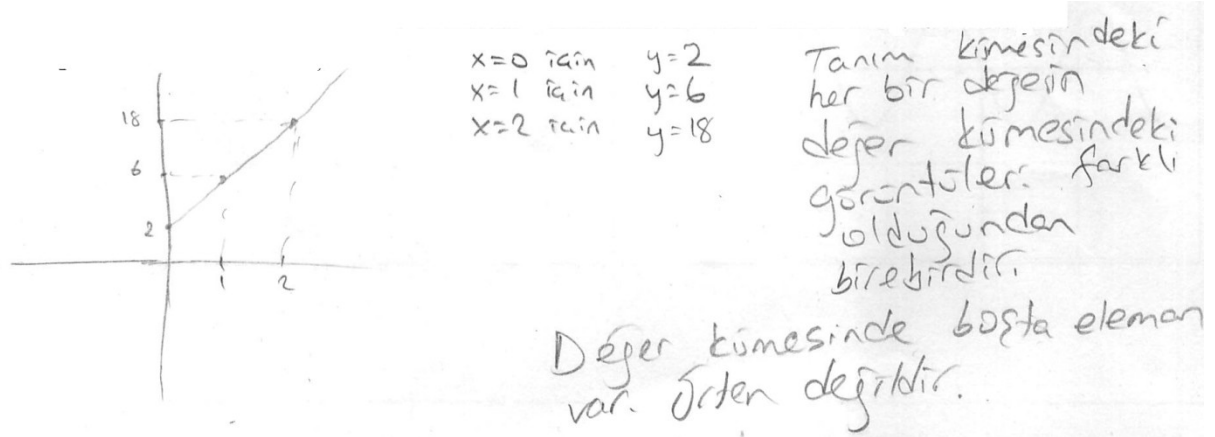


Şekil 55 incelendiğinde adayın grafiği verilen tanım değer aralığında doğru bir şekilde çizdiği görülmektedir. Aday daha sonra çizdiği grafiğin birebir olma durumunu yatay doğru testi ile, örten olmama durumunu ise değer kümesindeki açıkta elemanların kalması nedeniyle görüntü kümesiyle ilişkilendirerek başarılı bir şekilde cevap verdiği görülmektedir. Bu bulgulardan hareketle adayın birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerisinin ilgili soru bağlamında iyi olduğu söylenebilir.

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerisini incelemek için hazırlanan soruda öğretmen adaylarının çizimlerinde ve sözel açıklamalarında eksik veya hatalı çözümler araştırmacı tarafından kısmen doğru olarak değerlendirilmiştir. Bu duruma dikkat çekici bir örnek olarak Ö₆'nın cevabı Şekil 56'da verilmiştir.

Şekil 56

Ö₆'nın birebir örten fonksiyon konusu grafik çizme sorusuna yönelik çözümü



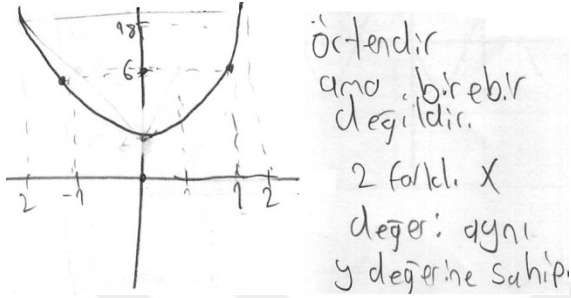
Şekil 56 incelendiğinde adayın grafiği çizerken soruda verilen tanım ve değer kümesine dikkat ettiği ve noktasal düşündüğü görülmektedir. Adayın bu bağlamda grafik çiziminde doğru hamleler yapsa da sadece noktasal düşündüğü, süreçsel düşünmediği için noktaları yanlış birleştirerek doğrusal bir grafik çizerek hatalı bir çizim yapmıştır. Ö₆'nın çizdiği grafiğin birebir ve örtenlik durumuna yönelik açıklamaları incelendiğinde ise doğru yorumlar yaptığı görülmektedir. Bu bulgulardan hareketle adayın birebir ve örten fonksiyon

konusunayönelik grafik çizme becerisinin ilgili soru bağlamında eksiklikler olduğu söylenebilir.

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusunu yanlış cevaplayan Ö₇'nin çözümü ise Şekil 57'de sunulmaktadır.

Şekil 57

Ö₇'nin birebir ve örten fonksiyon konusu grafik çizme sorusuna yönelik çözümü



Şekil 57 incelendiğinde adayın soruda verilen tanım ve değer aralığında çizmeyerek grafiği hatalı çizdiği görülmektedir. Adayın çizdiği grafik hatalı olması nedeniyle birebirlik durumuna yönelik okuma ve yorumlaması da yanlıştır. Ayrıca Ö₇ öğretmen adayının çizdiği grafik üzerinden düşündüğümüzde dahi Ö₇ “İki farklı x değeri aynı y değerine sahip” şeklinde doğru bir ifade kullanmasına rağmen “Birebir değildir.” ve “Örtendir.” cevabı vererek hatalı bir açıklama yapmıştır. Bu bulgulardan hareketle adayın birebir ve örten fonksiyon konusunayönelik grafik çizme becerisinin ilgili soru bağlamında eksik olduğu söylenebilir.

4.3.3. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD

Öğretim Sürecine Ait Bulgular: Teknoloji destekli TGAD öğretim sürecinde öğretmen adaylarının grafiklerin birebir ve örtenlik durumunu dikkatli bir şekilde incelemelerine katkı sağlamak amacıyla dinamik ortamda sürgü geliştirilmiştir. Sürgü sayesinde grafiklerin tanım ve görüntü kümeleri işaretlenerek kolaylıkla incelenmesi, adayların hata yaptıkları noktaları fark etmesi ve grafiğe yönelik okuma-yorumlama becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Etkinlikler geliştirilirken ön testte öğretmen adaylarının hata yaptıkları grafiklere benzer grafiklerde kullanılarak süreç tasarlanmıştır.

Bu bölümde birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuryazarlık becerilerini geliştirmek amacıyla hazırlanan teknoloji destekli TGAD öğretim sürecinden bahsedilerek öğretim sürecinden yansımalar sunulmaktadır. Öğretim sürecini yansıtırken örneklemeden seçilen öğretmen adaylarının çalışma yapılarına ilişkin veriler paylaşılmaktadır. Öğretmen adayları belirlenirken ön testte tanım görüntü kümesine yönelik

hazırlanan grafik okuma ve yorumlama sorusuna verdikleri yanıtlar dikkate alınarak her kategoriden öğretmen adayı seçilmesine özen gösterilerek Tablo 67 oluşturulmuştur.

Tablo 67

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik öğretim sürecini incelemek amacıyla seçilen öğretmen adayları

Ön Test Kategorileri	Ö _A Kodları
Doğru	Ö ₉
Kısmen Doğru	Ö ₃₃ , Ö ₃₄
Yanlış	Ö ₃₇ , Ö ₃₈

Öğretim süreci yansıtılırken Tablo 67'de yer alan beş öğretmen adayından elde edilen veriler incelenmiştir. Böylece birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama ön test sorusuna göre farklı kategorilerde olan öğretmen adaylarının öğretim sürecindeki durumlarının yansıtılması amaçlanmaktadır. Bu kapsamda birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen grafik okuryazarlık dersinin aşamaları ve elde edilen bulgular yansıtılarak öğretim süreci detaylı bir şekilde incelenmiştir.

4.3.3.1. Tahmin Aşaması: Tahmin aşaması öğretmen adaylarının grafik okuma-yorumlamaya becerilerine yönelik sorular hazırlanmıştır. Bu aşamada, öğretmen adaylarından <https://www.geogebra.org/classroom> linkine tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenmiştir. Tahmin aşamasında öğretmen adaylarından ekranlarındaki beş farklı grafiğin tanım ve görüntü kümelerini bularak gerekçeleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının farklı grafiklerin birebir ve örtenlik durumuna yönelik soruları çözmeleri için 15 dakika süre verilmiştir. Şekil 58'de öğretmen adaylarının tahmin aşamasında GeoGebra üzerinden soruları cevaplandırırken bir görüntü sunulmuştur.

Şekil 58

Tahmin aşamasında öğretmen adaylarının birebir örten fonksiyon konusuna yönelik grafik sorularını GeoGebra üzerinden cevapladıkları andan bir görüntü



Şekil 58’de görüldüğü gibi tahmin aşamasında öğretmen adayları bilgisayar veya cep telefonlarını kullanarak tahmin aşamasındaki sorular üzerinde bireysel olarak düşünerek cevaplarını gerekçeleriyle birlikte kağıda yazmaları istenmiştir. 15 dakikalık çalışma süresi sonunda, öğretmen adaylarının görüşleri alınmaya başlanır. Bu süreçte her ifade tartışılmaya çalışılır. Görüş ayrılıkları olduğunda öğrencilerin birbirlerini ikna etmeleri için bilimsel anlamda kanıt ve gerekçelerini paylaşmaları konusunda teşvik edilmiştir. Bu aşamada amaç bütün öğrencilerin görüşlerini gerekçelerini sunarak tartışmaya katılmalarını sağlamaktır. Böylece her öğrenci savunduğu görüşün doğru mu yanlış mı olduğunu merak ederek bir sonraki aşamada yapılacak etkinliğe motive olacaktır. Öğretmen bu aşamada moderatör rolünde hareket etmektedir. Cevabı söylemek yerine öğrencilerin takıldığı noktalarda tartışmayı ve karmaşıklığın yaşandığı noktaları öğrenci gibi ifade ederek öğretmen adaylarının zihninde soru işareti oluşturarak kavramsal anlamda dengesizliği ve merakı tetiklemeye çalışılmıştır. Gözlem aşamasına geçmeden önce bir grafiğin birebir örten olma durumuna yönelik yapılan sınıf içi tartışmada geçen dikkat çekici bir aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 68

Tahmin aşamasında yapılan sınıf içi tartışmada geçen bir konuşma

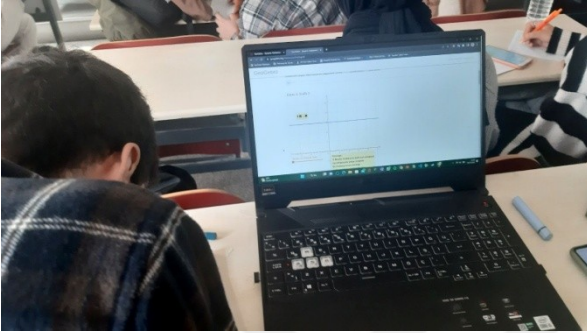
Grafik	Sınıfta Geçen Konuşma
	<p>A: “ Bu fonksiyon grafiğinin birebir örtenliği hakkında ne düşünüyorsunuz? ”</p> <p>Ö₃₃: “Örten ama birebir değildir. Çünkü bir x değerine karşılık iki değer var.”</p> <p>A: “ Birebir olması için bir x değerine karşılık bir y değeri olmalıydı diyorsun. Başka ”</p> <p>Ö₃₇: “Bence birebirde değil örten de değil?”</p> <p>A: “Ama y değerleri örtülmüş” (Sessizlik)</p> <p>A: ”Artık hangi düşüncenin doğru olduğuna gözlem aşamasında karar verirsiniz”</p>

Tablo 68’de görüldüğü üzere öğretmen derste hatalı öğrencinin fikrini öne çıkararak sanki doğruymuş gibi desteklemektedir. Burada öğretmen adayları üzerinde bu söylenenler “Acaba doğru olabilir mi?” soru işaretini uyandırarak bir dengesizlik durumu oluşturmak hedeflenmiştir. Böylece hem sınıf içi konuşmaların arttırılması hem de gözlem aşamasında bahsedilen noktalar hakkında merak uyandırılarak daha iyi bir gözlemin yapılması amaçlanmıştır.

4.3.3.2. Gözlem Aşaması: Öğretmen adaylarının tahmin aşamasında grafiklerin birebir ve örtenlik durumuna yönelik verdikleri yanıtları kontrol etmeleri amacıyla, gözlem aşaması GeoGebra yazılımında hazırlanan etkinliklerle gerçekleştirilmiştir. Şekil 59'da öğretmen adayının gözlem aşamasında kullanılmak için GeoGebra' da geliştirilen etkinliği kullanarak cep telefonu ile inceleme yaparken bir görüntü verilmiştir.

Şekil 59

Gözlem aşamasında öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusundaki grafikleri GeoGebra'da incelediği andan bir görüntü



Bu etkinlikler sayesinde öğretmen adayları aynı grafikleri dinamik bir ortamda daha yakından inceleyerek tahmin aşamasındaki düşüncelerinin değişip değişmediğini açıklamaları sağlanmıştır. Bu kapsamda gözlem aşamasından elde edilen bulgular öğretmen adaylarının tahmin aşamasındaki cevaplarıyla birlikte sunulmuştur.

Tablo 69

Tahmin aşamasındaki 1. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₉ , Ö ₃₄ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈
	Kısmen Doğru	Ö ₃₃
	Yanlış	---

Tablo 69 incelendiğinde 1. grafiğin birebir ve örtenlik durumuna yönelik okuma ve yorumlama sorusuna dört öğretmen adayının doğru, birinin ise kısmen doğru yanıt verdiği görülmektedir.

Kısmen doğru cevap veren öğretmen adayının grafiğin birebir ve örtenlik durumuna yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Ö₃₃: “Birebir ve örten değil. $R \rightarrow [0, \infty)$ olduğundan”

Ö₃₃ grafiğin birebirlik durumunu doğru, örtenlik durumunu ise yanlış cevapladığı görülmektedir. Aday düşüncesinin gerekçesini şekil üzerinde verilen tanım ve değer kümesine dayandırdığını ifade etmesine rağmen grafiğin örten olma durumunu başarılı bir şekilde inceleyemediği görülmektedir. Bu bulgudan hareketle adayın grafiğin örten fonksiyon olma durumuna dair yanlış bir okuma ve yorumlama yaptığı söylenebilir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksikliğin giderilmesi ve grafiğin birebir ve örtenlik durumunun öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlikte tanım ve görüntü kümesinin gözlemlenmesi amacıyla sürgü yerleştirilmiştir. Etkinlikte yer alan sürgü en son düzeye ilerletildikçe tanım ve görüntü kümesini boyamak suretiyle grafiğin birebirlik ve örtenlik durumuna yönelik doğru cevap hakkında öğretmen adaylarının süreci gözlemlenmelerini sağlamaktadır. Bu sayede öğretmen adayları cevaplarını bilgisayar ortamında kontrol ederek düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarını inceleme fırsatı elde etmişlerdir.

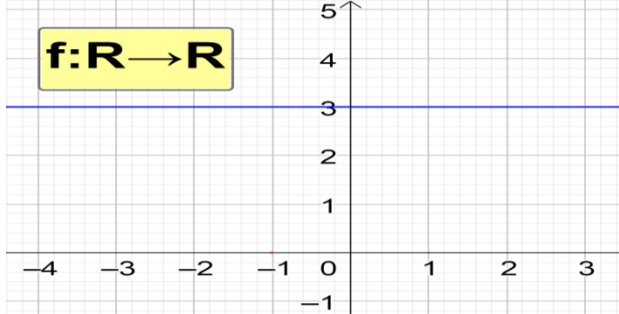
Soruya tahmin aşamasında kısmen doğru cevap veren öğretmen adayının gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda aşağıdaki açıklamaları yapmıştır.

Ö₃₃: “Örtenmiş. Çünkü değer kümesindeki elemanları kapsıyor.”

Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının gözlem aşaması sayesinde düşüncelerinde olumlu yönde değişim açıklamalarına yansımıştır. Öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde tahmin aşamasında örten olma durumuna yönelik yaptığı hatayı gözlem aşamasında gerçekleştirilen etkinlikle fark ettiği görülmektedir. Bu durum gözlem aşamasında grafiğin birebirlik ve örtenlik durumunu incelemek için geliştirilen etkinliğin amaca hizmet ettiğini göstermektedir.

Tablo 70

Tahmin aşamasındaki 2. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₉ , Ö ₃₃ , Ö ₃₇ , Ö ₃₄
	Kısmen Doğru	Ö ₃₈
	Yanlış	---

Tablo 70 incelendiğinde grafiğin birebir ve örtenlik durumuna yönelik okuma ve yorumlama sorusuna dört öğretmen adayının doğru, bir kişinin ise kısmen doğru cevap verdiği görülmektedir.

Soruya kısmen doğru cevap veren öğretmen adayının grafiğin birebir ve örtenlik durumuna yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Ö₃₈: “*Fonksiyon birebir değil. Çünkü tanım kümesindeki tüm elemanların görüntüsü aynı. Fonksiyon örtendir. Çünkü değer kümesinde açıkta eleman kalmıyor.*”

Ö₃₈ öğretmen adayı tanım kümesindeki tüm elemanların görüntülerinin sabit olması nedeniyle grafiğin birebir olmadığını ifade ederek doğru bir açıklamada bulunmuştur. Bu bulgudan hareketle adayın birebir fonksiyon olma durumuna dair ilgili grafik bağlamında başarılı bir okuma ve yorumlama yaptığı söylenebilir. Adayın grafiğin örtenliğine yönelik açıklamaları incelendiğinde ise değer kümesinde açıkta eleman kalmadığını iddia ederek grafiğin örten olduğunu ifade etmektedir. Ancak değer kümesiyle grafiğin görüntü kümesinin örtüşmediği açıkta elemanların kaldığı görülmektedir. Bu bulgudan hareketle adayın örten fonksiyon olma durumuna dair ilgili sabit fonksiyon grafiği bağlamında yanlış bir okuma ve yorumlama yaptığı söylenebilir. Ö₃₈ öğretmen adayı grafiğin birebir olma durumunu doğru örtenlik durumunu ise yanlış okuyup yorumladığı için cevabı kısmen doğru olarak değerlendirilmiştir.

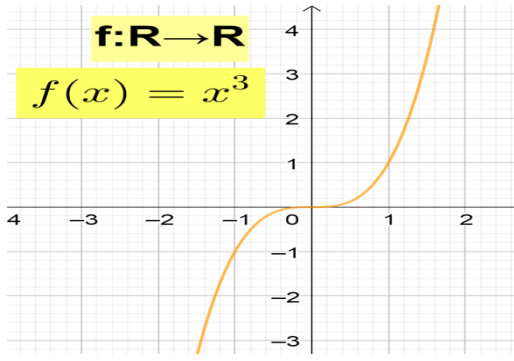
Soruya tahmin aşamasında kısmen doğru cevap veren öğretmen adayının gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda aşağıdaki açıklamaları yapmıştır.

Ö₃₈: “*Düşüncem değişti. Çünkü fonksiyonda değer kümesinde açıkta eleman kalıyor. Fonksiyon örten değildir.*”

Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının gözlem aşaması sayesinde düşüncelerinde olumlu yönde değişim açıklamalarına yansımıştır. Öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde tahmin aşamasında örten olma durumuna yönelik yaptığı hatayı gözlem aşamasında gerçekleştirilen etkinlikle fark ettiği görülmektedir. Bu durum gözlem aşamasında grafiğin birebirlik ve örtenlik durumunu incelemek için geliştirilen etkinliğin amaca hizmet ettiğini göstermektedir.

Tablo 71

Tahmin aşamasındaki 3. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
 <p>$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = x^3$</p>	Doğru	Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₈
	Kısmen Doğru	Ö ₉ , Ö ₃₇
	Yanlış	---

Tablo 71 incelendiğinde grafiğin birebir ve örtenlik durumuna yönelik okuma ve yorumlama sorusuna üç öğretmen adayının doğru, ikisinin ise kısmen doğru cevap verdiği görülmektedir.

Soruya kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının grafiğin birebir ve örtenlik durumuna yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Ö₉: "Birebir değildir. $y = 0$ için birden fazla x değeri vardır, örtendir çünkü değer kümesinde eşlenmemiş eleman yoktur."

Ö₃₇: "Birebir değil, x 'in farklı değerleri için $y=0$ alır; örtendir, çünkü her y değeri için bir x değeri vardır."

Kısmen doğru cevap veren adayların açıklamaları incelendiğinde grafiğin örtenlik durumuna yönelik doğru, birebirlik durumuna yönelik ise yanlış açıklama yaptıkları görülmektedir. Adayların birebirlik durumuna yönelik yaptıkları hata incelendiğinde $y = 0$ için grafiğin birden fazla x değeri aldığını iddia ettikleri görülmektedir. Ancak grafiğin cebirsel ifadesinin $y = x^3$ olduğu bilindiğine göre adayların ifade ettiği gibi böyle bir durumun olmadığı $y = 0$ için sadece $x = 0$ değerinin bulunduğu görülmektedir. Bu bulgudan hareketle adayın örten fonksiyon olma durumuna dair ilgili grafik bağlamında yanlış bir okuma ve yorumlama yaptığı söylenebilir.

Soruya tahmin aşamasında kısmen doğru cevap veren öğretmen adayının gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda aşağıdaki açıklamaları yapmıştır.

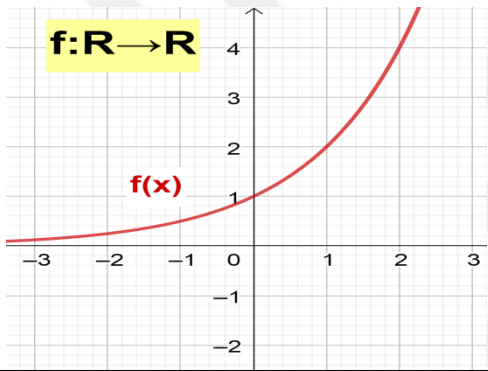
Ö₉: "Düşüncem değişti birebirdir. Ben $y = 0$ için farklı x değerleri var olarak görmüştüm. Grafiğin görüntüsünden kaynaklı bir hata yapmışım."

Ö₃₇: " Birebir değil demiştim ama birebirmiş. Her y değeri için bir x değeri var örtenlik doğru."

Ö₉'un açıklaması incelendiğinde grafiği sadece şekilsel açıdan okuyup yorumladığı için hata yaptığını ifade etmiştir. Dolayısıyla adayın yaptığı hataya yönelik bu doğru eleştirisinin hatanın kaynağını fark etmesi açısından önemli olduğu söylenebilir. Öte yandan Ö₃₇ öğretmen adayı ise birebirlik durumuna yönelik yaptığı hatayı fark ettiği ve doğru bir açıklama yaptığı görülmektedir. Dolayısıyla kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının gözlem aşaması sayesinde düşüncelerinde olumlu yönde değişim açıklamalarına yansımıştır. Bu bulgular ışığında gözlem aşamasında grafiğin birebirlik ve örtenlik durumunu incelemek için geliştirilen etkinliğin amaca hizmet ettiği söylenebilir.

Tablo 72

Tahmin aşamasındaki 4. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₉ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈
	Kısmen Doğru	----
	Yanlış	----

Cevapları incelenen dört öğretmen adayının tamamının tahmin aşamasındaki grafiğin birebir ve örtenlik durumuna yönelik okuma ve yorumlama sorusunu doğru cevapladığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının doğru yanıtları aşağıda sunulmaktadır.

Ö₉: "Birebirdir, çünkü farklı x değerleri farklı y değerleri ile eşleşmiştir. Örten değildir, çünkü değer kümesinde eşlenmeyen elemanlar vardır."

Ö₃₃: "Birebir, ancak örten değil. Negatif reel sayılar açıkta kalıyor."

Ö₃₄: "Birebir ama örten değil, çünkü y eksi değerler alamaz."

Ö₃₇: "Birebir ve örten her x değeri için farklı bir y değeri bulunmaktadır."

Ö₃₈: "Fonksiyon birebirdir, tanım kümesindeki her elemanın görüntüsü farklıdır. Fonksiyon örten değildir, çünkü değer kümesinde açıkta eleman kalıyor. Değer kümesi reel pozitif olsaydı örten olurdu."

Doğru cevap veren öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde, birebirlik ve örtenlik kavramlarının grafikle ilişkisini kurabildikleri görülmektedir. Ayrıca adayların, örtenlik durumunda fonksiyonun değer kümesindeki tüm elemanların görüntüleri alındığında, açıkta eleman kalmaması gerektiği konusunda bilinçli oldukları gözlemlenmektedir. Bu

bulgudan hareketle öğretmen adaylarının birebir ve örten fonksiyon olma durumuna dair ilgili grafik bağlamında doğru bir okuma ve yorumlama yaptıkları söylenebilir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla seçilen öğretmen adaylarının tamamı bu soruyu doğru cevaplarsa da sınıfın genelinin cevapları incelendiğinde bazı öğretmen adaylarının soruyu yanlış cevapladığı görülmüştür. Dolayısıyla bu soru bağlamında dikkat çekici bir bulgu olarak Ö₁₆'nın yanlış yanıtını ve yorumunu incelemenin faydalı olacağı düşünüülerek aşağıda sunulmuştur.

Ö₁₆ :*“Tanım kümesindeki her bir x değerine karşılık bir y değeri olduğundan örtendir.”*

Tahmin aşamasında yanlış cevap veren Ö₁₆'nın açıklaması incelendiğinde, adayın örtenliğin tanım kümesindeki her x değeri için farklı bir y değeri olması anlamına geldiğini düşündüğü görülmektedir. Ancak bu durum birebirliğin koşuludur. Dolayısıyla aday birebirlik ve örtenlik karmaşası yaşamaktadır. Bu bulgudan hareketle adayın birebir ve örten fonksiyon olma durumuna dair ilgili grafik bağlamında yanlış bir okuma ve yorumlama yaptığı söylenebilir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlenen öğretmen adaylarının gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda cevaplarının doğruluğu gözlemledikleri *“Düşüncem değişmedi. Doğru yapmışım.”* şeklinde açıklama yaptıkları görülmüştür.

Tahmini yanlış olan Ö₁₆'nın gözlem aşaması sayesinde tahmin aşamasındaki düşüncesinin değiştiği açıklamalarına şu şekilde yansımaktadır:

Ö₁₆ : *“Düşüncem değişti çünkü fonksiyon x eksenini kesmediği için örten olma özelliğini kaybeder.”*

Adayın ifadesinden anlaşıldığı üzere gözlem aşaması sayesinde tahmin aşamasındaki düşüncesinde olumlu yönde bir değişim yaşadığı görülmektedir. Bu durum, aynı zamanda Ö₁₆'nın gözlem yapabilme ve yanlışlarını düzeltme becerisine de sahip olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla gözlem aşamasında grafiğin birebirlik ve örtenlik durumunu incelemek için geliştirilen etkinliğin amaca hizmet ettiği söylenebilir.

Tablo 73

Tahmin aşamasındaki 5. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₉ , Ö ₃₄ , Ö ₃₈
	Kısmen Doğru	Ö ₃₃ , Ö ₃₇
	Yanlış	---

Tablo 73 incelendiğinde grafiğin birebir ve örtenlik durumuna yönelik okuma ve yorumlama sorusuna üç öğretmen adayının doğru, ikisinin ise kısmen doğru cevap verdiği görülmektedir.

Soruya kısmen doğru cevap veren öğretmen adayının grafiğin birebir ve örtenlik durumuna yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Ö₉:“Fonksiyon değildir. Çünkü x değerlerinin birden fazla y değerleri vardır.”

Ö₃₄:“Hiçbiri fonksiyon değildir.”

Ö₃₈:“Grafik bir fonksiyon değildir.”

Öğretmen adaylarının açıklamaları, bir grafiğin birebir veya örten olabilmesi için öncelikle grafiğin fonksiyon olma şartlarına uygun olması gerektiğini bildiklerini göstermektedir.

Bu bağlamda adayların fonksiyon olup olmama durumuna yönelik grafiği doğru okuyup yorumladıkları söylenebilir. Adaylar grafiğin birebir ve örten olma durumuna yönelik herhangi bir açıklamada bulunmamışlardır. Bu bulgudan hareketle adayların birebirlik ve örtenliğin bir fonksiyon türü olduklarını bildikleri, bunun için öncelikle grafiğin fonksiyon olup olmama durumunu araştırdıkları grafiğin fonksiyon olmadığını tespit ettikten sonra birebir ve örtenliğe yönelik herhangi bir açıklamada bulunma ihtiyacı hissetmedikleri söylenebilir.

Soruya kısmen doğru cevap veren öğretmen adayının grafiğin birebir ve örtenlik durumuna yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Ö₃₃:“Örten ama birebir değil”

Ö₃₇:“Birebir ve örten değil.”

Ö₃₇'nin cevabı her ne kadar doğru olsa bile düşüncesinin gerekçelerini açıklamaması adayın grafiğin fonksiyon olup olmama durumuna yönelik herhangi bir incelemede bulunmadığının bir göstergesi olarak söylenebilir. Bu bağlamda aday eksik bir cevap vermiştir.

Ö₃₃ ise grafiğin birebir olmadığını ancak örten olduğunu iddia ettiği görülmektedir. Verilen cevaptan anlaşıldığı üzere grafiğin fonksiyon olup olmama durumuna yönelik adayın herhangi bir incelemede bulunmadan bu kanaate vardığı açıktır. Çünkü fonksiyon olma şartını göz ardı ettiğimizde grafiğin örten olduğu ancak birebir olmadığı görülmektedir. Dolayısıyla aday grafiğin birebir ve örtenlik durumunu okuma ve yorumlamaya aşırı odaklanmaktadır.

İlgili grafik bağlamında fonksiyon kavramı ile birebirlik ve örtenliğe yönelik grafik okuma ve yorumlamanın birbirine bağlı olduğu söylenebilir. Bu bulgular ışığında adayın grafiğin örten fonksiyon olma durumuna yönelik yanlış bir okuma yaptığı ve bütünü kaçırarak aşırı odaklandığı söylenebilir.

4.3.3.3. Açıklama Aşaması: Açıklama aşaması önceki aşamaları kapsayan, öğretmenin daha aktif olduğu ve bireysel bilgiyi sınıf bilgisi haline dönüştürerek bilginin genelleşmesini sağladığı bir aşamadır. Öncelikle grafiklerin birebir ve örten fonksiyon olma durumlarının sırayla incelenmesi ve herkes tarafından görülmesi için gözlem aşamasında kullanılan etkinlik Şekil 60'daki gibi tahtaya yansıtılır. Burada amaç öğretmen kontrolünde grafiklerin tekrardan incelenmesini sağlamaktır.

Şekil 60

Açıklama aşamasında öğretmen rehberliğinde gözlem aşaması etkinliklerinin yaparken bir görüntü

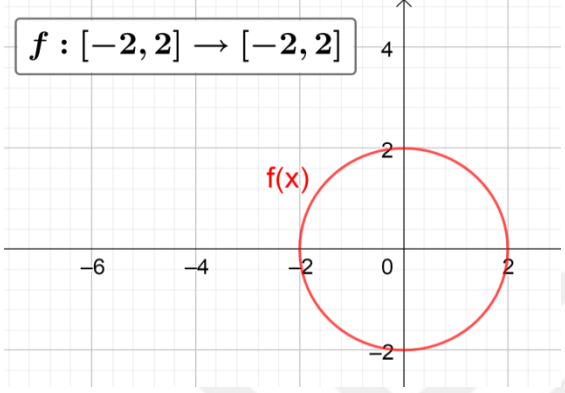


Daha sonra Şekil 60'daki etkinlikler öğretmen tarafından yapılmadan önce öğretmen adaylarının fikirleri alınır. Tahmin ve gözlemdeki düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarını sınıf ortamında paylaşımları istenir. Bu süreç gönüllü ve söz almak isteyen

öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilir. 5. Grafiğe yönelik düşünce değişimini paylaşmak isteyen bir öğretmen adayının sınıf içi konuşması aşağıda verilmiştir.

Tablo 74

Açıklama aşamasında 5. grafiğin birebir ve örten fonksiyon olma durumuna yönelik gerçekleşen sınıf içi konuşma

Grafik	Sınıf İçi Konuşmalar
	<p>A: “Evet arkadaşlar bu grafikte ilgili düşüncesi değişen var mı?”</p> <p>Ö₃₃: “Evet hocam benim.”</p> <p>A: “Cevaba ne demiştin tahmin aşamasında”</p> <p>Ö₃₃: “Örten ama birebir değil demiştim.”</p> <p>A: “Neyi fark ettin”</p> <p>Ö₃₃: “Örten fonksiyon olmadığını fark ettim. Çünkü grafik fonksiyon değil.”</p>

Tablo 74 incelendiğinde öğretmen adayının düşüncesindeki değişimi ayrıntılı bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Açıklama aşamasında yapılan bu paylaşım birbirine benzer ya da aynı hatayı yapan öğretmen adaylarının yanlış yaptıkları yeri anlamaları bakımından önemlidir. Her grafik tahtaya yansıtılarak öğretmen rehberliğinde gözlem aşaması etkinliği yukarıda anlatıldığı gibi sınıfla birlikte yapıldıktan sonra birebir ve örten fonksiyon durumuna yönelik kritik bilgiler ve genellemeler yapılarak bireysel bilgi sınıf bilgisi haline dönüştürerek bilginin genelleşmesini sağlar. Bu süreçte öğretmen rehberliğinde sınıfta yaşanan konuşmalar aşağıda verilmiştir.

A: “Evet arkadaşlar. O zaman bir fonksiyonun birebir fonksiyon olması için hangi testi yapıyoruz? GeoGebra uygulamasında yaptığınız test ?”

Ö₅: “Yatay doğru testi”

A: “Bu neyi test ediyor?”

Ö₅: “Yatay doğru grafiği iki noktada keserse grafik birebir olmaz.”

A: “Örtenlik için grafikte nereye bakıyoruz.”

Ö₃₃: “Görüntü kümesine bakıyoruz.”

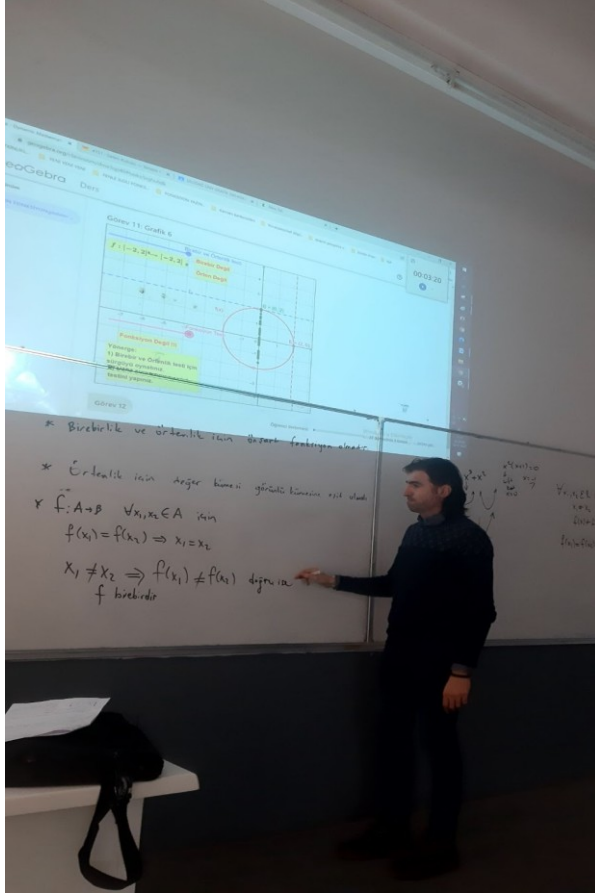
A: “O zaman şöyle diyebiliriz grafiğin görüntü kümesi ile fonksiyonun tanımlandığı aralık için verilen değer kümesi örtüşmelidir. Ama birebirlik ve örtenlikten önce neye bakmalıyız mutlaka?”

Ö₃₃: “Verilen grafik bir fonksiyon grafiği midir ona bakmalıyız”

A: Evet arkadaşlar bir grafik fonksiyon değilse birebir ve örten olma durumuna bakılmaz çünkü birebir ve örtenlik bir fonksiyon türüdür. Öncelikle fonksiyon testi yapmalıyız”

Şekil 61

Açıklama aşamasında birebir ve örten fonksiyona yönelik tahtaya yazılan bilgiler



Yukarıdaki konuşmalar ve Şekil 61'de anlaşıldığı üzere öğretmen bilgi verici konumdan ziyade kritik soruları sorarak konuyla ilgili genellemelere öğretmen adaylarının kendilerinin varmalarını sağlamaya çalışmıştır. Bu sayede fonksiyon grafiklerinin birebirlik ve örtenlik durumuna yönelik okuma ve yorumlama bilgilerinin sınıfta paylaşımı yapılarak önemli bilgiler tahtaya yazılmıştır. Daha sonra öğretmen adaylarına tanım, değer kümesi ve cebirsel ifadesi verilen bir kaç fonksiyon grafiğinin nasıl çizildiği ve birebir örten olma durumunun incelenmesine yönelik sorular yöneltilir. Gönüllü olan öğretmen adaylarının cevaplarını sınıfla paylaşmaları sağlanır. Yapılan sınıf paylaşımından sonra öğretmen gerek GeoGebra'dan gerekse tahtaya, sorudaki grafiği aşama aşama çizerek birebir ve örten fonksiyon olma durumunu açıklar. Burada amaç öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerinin geliştirilmesinin yanı sıra grafiklerin birebir ve örten fonksiyon olma

durumlarını da incelemelerini sağlamaktır. Grafik çizmeye yönelik yapılan öğretimden sonra açıklama aşaması tamamlanmıştır.

4.3.3.4. Değerlendirme Aşaması: Ön test bulguları incelendiğinde temel grafik çizimlerinde öğretmen adaylarının sıklıkla hata yaptıkları gözlemlenmiştir. Grafik çizme becerisi okuma ve yorumlama becerilerini içerisine aldığı gibi bu becerilerden farklı olarak bir inşa sürecini gerektirir. Bu nedenlerden dolayı öğretim tekniğinde bir değerlendirme aşamasına ihtiyaç duyulmuştur. Değerlendirme aşamasında öğretmen adaylarının derste yapılan grafik çizme becerilerinin pekişmesi için ders dışı ödevlendirme yapılmıştır. Daha sonra ödevler dersi yürüten araştırmacı tarafından incelenerek öğretmen adaylarının yaptıkları hatalı çizimler etik kurallar gözetilerek sunum halinde yansıtılmıştır. Bu hatalı çizimlerle ilgili sınıfça tartışma yapılmıştır. İhtiyaç duyulduğunda bazı grafiklerin çiziminin daha net anlaşılması için zaman zaman GeoGebra dinamik yazılımından faydalanılmıştır. Değerlendirme aşaması için yapılan ödevlendirmede aşağıda verilen cebirsel ifadelerin grafiklerini çizmeleri ve tanım ve görüntü kümelerini bulmaları istenmiştir.

1) $f: [-\pi, \pi] \rightarrow [0,1]$ şeklinde tanımlı $f(x) = |\cos(x)|$ fonksiyonunun birebir ve örten olup olmadığını grafiğini çizerek açıklayınız.

2) $f: [3, \infty) \rightarrow R$ şeklinde tanımlı $f(x) = \sqrt{x-3}$ fonksiyonunun birebir ve örten olup olmadığını grafiğini çizerek açıklayınız.

3) $f: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{-1, -2, -4, -8\}$ şeklinde tanımlı $f(x) = -(2)^x$ fonksiyonunun birebir ve örten olup olmadığını grafiğini çizerek açıklayınız.

Yukarıdaki sorular incelendiğinde temel düzeydeki bazı grafiklerin çizimine yönelik öğretmen adaylarının ödevlendirildikleri görülmektedir. Pekiştirme amaçlı verilen bu ödevdeki sorular ön test ve tahmin aşamasındaki grafiklerle benzerdir.

Grafik okuma-yorumlamanın ön test sonuçlarına göre farklı kategorilerde olan öğretmen adayları grafik çizmede benzer cevap verdikleri görülmüştür. Bu nedenle değerlendirme aşaması sunulurken benzer cevap veren adaylar çıkarılmıştır. Değerlendirme aşaması sunulurken grafik çizme ön test sonuçlarından hareketle verilerin çeşitliliğinin sağlanması için farklı kategorilerden adayların seçilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Dolayısıyla Ö₁, Ö₂, Ö₁₃, Ö₁₅ ve Ö₂₆'nın verileri üzerinden öğretim sürecinin yansıtılmasına karar verilmiştir.

1. soruda mutlak değerli trigonometrik $f(x)$ fonksiyonunun verilen tanım değer aralığında grafiğinin çizilerek birebir ve örten fonksiyon olma durumunun incelenmesi istenmiştir. İlgili soruyu belirlenen öğretmen adaylarından ikisi (Ö₁₃, Ö₂₆) doğru, diğerleri ise

(Ö₁, Ö₂ ve Ö₁₅) kısmen doğru cevap vermişlerdir. Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının çözümleri Tablo75'te sunulmuştur.

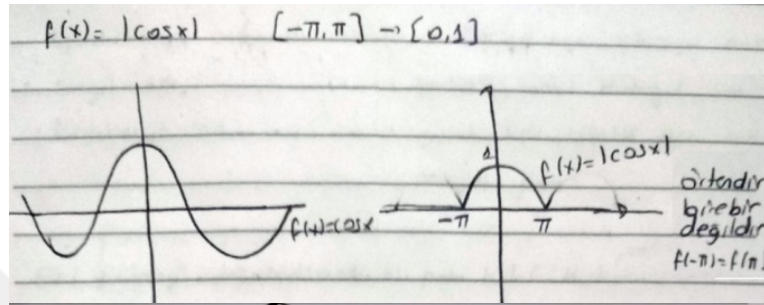
Tablo 75

Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 1. soruya verilen kısmen doğru cevaplar

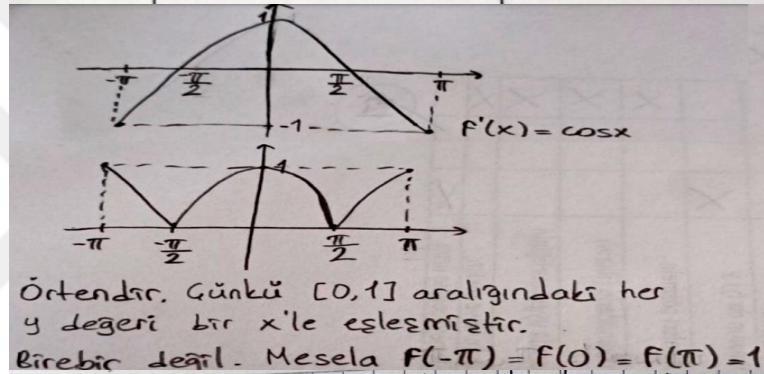
Ö_A Kodları

Kısmen Doğru Cevaplar

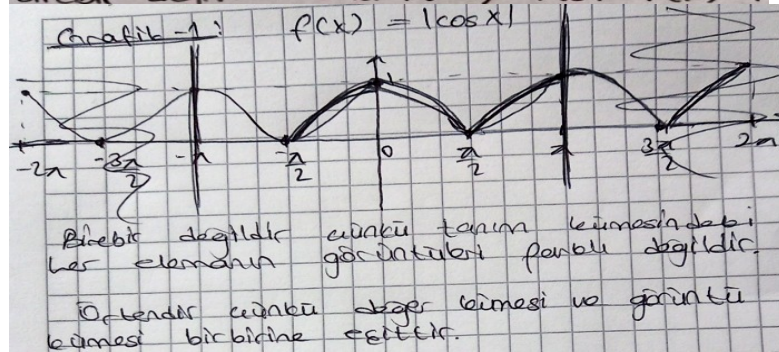
Ö₁



Ö₂



Ö₁₅



Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının çözümleri incelendiğinde, $f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çizerken bazı noktalarda hata yaptıkları, fonksiyonun birebirlik ve örtenlik durumunu ise doğru bir şekilde belirledikleri görülmüştür. Adayların çizimleri incelendiğinde Ö₁ in çizim yaparken öncelikle taslak olacak şekilde $\cos(x)$ grafiğini çizmesi doğru bir hamledir. Ancak adayın ikinci aşamada grafiğin kritik noktaları yanlış belirlediği görülmektedir. Adayın taslak çizimle başlaması başarılı, ancak noktasal çizimde yanlış yapması hatanın oluşmasına neden olduğu söylenebilir. Ö₂'nin çizimi incelendiğinde $\cos(x)$ grafiğinin kritik noktalarını doğru belirlediği ancak süreçsel olarak grafiği hatalı çizdiği ve bu hatanın da $|\cos(x)|$ grafiğine olumsuz bir şekilde yansıdığı görülmektedir. Bu bağlamda

adayın grafiğın nitel çizimi açısından eksikleri olduğu söylenebilir. Ö₁₅'in çizdiği grafik incelendiğinde adayın taslak bir çizim yapmadan $\cos(x)$ grafiğini çizdiği görülmektedir. Aday grafik çiziminde noktaları doğru tespit etmesine rağmen grafiği süreçsel (nitel) açıdan yanlış çizdiği görülmektedir. Bu bağlamda adayların grafik çizmede eksiklikleri olduğu söylenebilir.

2. soruda köklü bir ifade olan $f(x)$ fonksiyonunun verilen tanım değer aralığında grafiğinin çizilerek birebir ve örten fonksiyon olma durumunun incelenmesi istenmiştir. İlgili soruyu belirlenen öğretmen adaylarından ikisi (Ö₂, Ö₁₃, Ö₁₅) doğru, diğerleri ise (Ö₁, Ö₂₆) kısmen doğru cevap vermişlerdir. Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının çözümleri Tablo 76'da sunulmuştur.

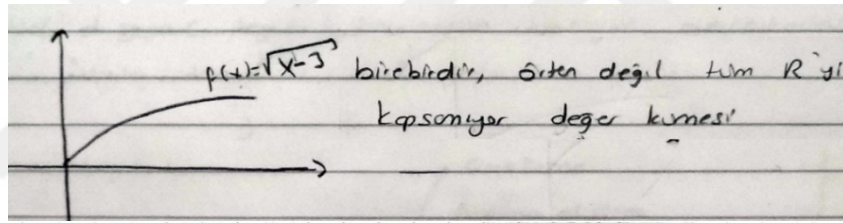
Tablo 76

Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 2. soruya verilen kısmen doğru cevaplar

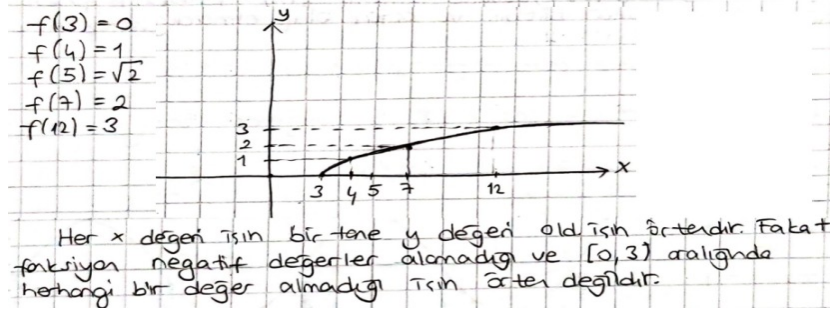
Ö_A Kodları

Kısmen Doğru Cevaplar

Ö₁



Ö₂



Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının cevapları incelendiğinde, Ö₁'in grafik çizimine sadece süreçsel açıdan yaklaştığı ve noktasal düşünmediği anlaşılmaktadır. Bu nedenle, grafik çiziminde kritik nokta hataları yapılmıştır. Öte yandan, Ö₂ grafiği başarılı bir şekilde çizmiş ve grafiğın örten olmadığına dair doğru açıklamalarda bulunmuştur. Ancak, fonksiyon grafiğinin birebirliğine yönelik herhangi bir değerlendirme yapmamıştır. Dolayısıyla adayın birebir fonksiyon durumuna yönelik grafik okuma ve yorumlama eksiklikleri olduğu söylenebilir.

3. soruda üstel bir fonksiyon olan $f(x)$ fonksiyonunun verilen tanım değer aralığında grafiğinin çizilerek birebir ve örten fonksiyon olma durumunun incelenmesi istenmiştir.

İlgili soruyu belirlenen öğretmen adaylarından ikisi (\ddot{O}_1 , \ddot{O}_2 , \ddot{O}_{13}) doğru, diğeri ise (\ddot{O}_{15} , \ddot{O}_{26}) kısmen doğru cevap vermişlerdir. Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının çözümleri Tablo 77'de sunulmuştur.

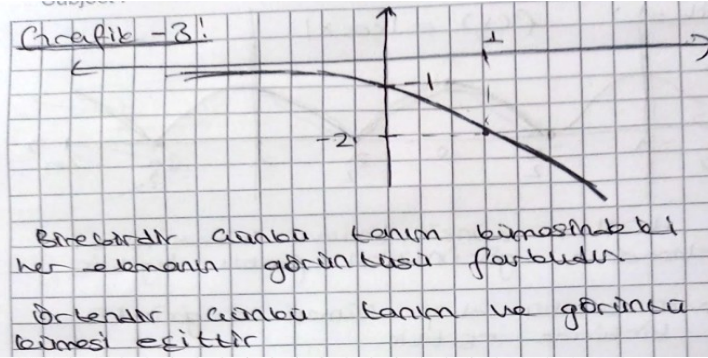
Tablo 77

Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya verilen kısmen doğru cevaplar

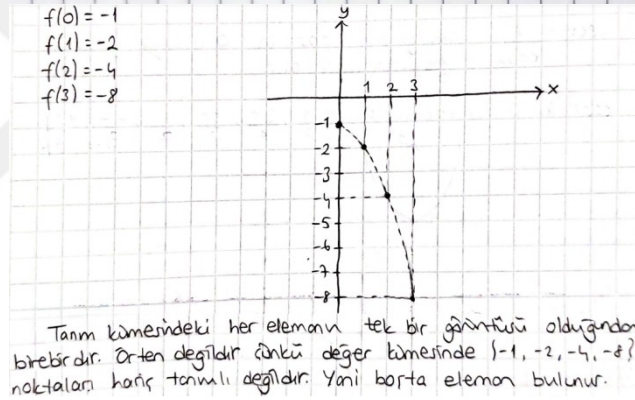
\ddot{O}_A Kodları

Kısmen Doğru Cevaplar

\ddot{O}_{15}



\ddot{O}_{26}



Kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının cevapları incelendiğinde, \ddot{O}_{15} 'in grafiği belirli noktalar şeklinde çizmeyerek hata yaptığı görülmektedir. Adayın çizimde hata yapmasının temelinde tanım ve değer kümesine dikkat etmemesi yatmaktadır.

Ancak bu hatalara rağmen, \ddot{O}_{15} grafiğin birebir ve örten fonksiyon olma durumunu doğru bir şekilde açıkladıkları tespit edilmiştir.

\ddot{O}_{26} 'nın ise grafik çizimini ve birebirlik durumunu doğru yaparken örtenliği ise yanlış açıklamıştır. Adayın grafiğin örtenlik durumuna yönelik hatalı açıklaması incelendiğinde değer kümesindeki belirli noktalar haricinde tanımlı olmaması nedeniyle örten olamayacağını ifade ederek yanlış bir cevap vermiştir. Bu bulgular ışığında \ddot{O}_{26} 'nın grafiğin örtenlik durumuna yönelik grafik okuma ve yorumlamada başarılı olmadığı söylenebilir.

Yukarıda bahsedildiği üzere öğretmen adaylarının grafik çizimi ve çizdikleri grafiğin birebirlik ve örtenlik durumlarını okuma ve yorumlamada çeşitli hatalar yaptıkları

görülmektedir. Bu nedenle öğretmen adaylarının grafik çizme ödevinde verdikleri cevaplardaki hatalarını görmeleri amacıyla hata dersleri yapılmıştır. Araştırmacı tarafından ödevler incelenerek öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar derlenmiştir ve bir Powerpoint sunumu hazırlanmıştır. Daha sonra grafik çizimi ve çizilen grafiğin tanım-görüntü kümesinin yazılmasında yapılan bu hataları sınıfta incelemek için slayt Şekil 62'deki gibi yansıtılmıştır.

Şekil 62

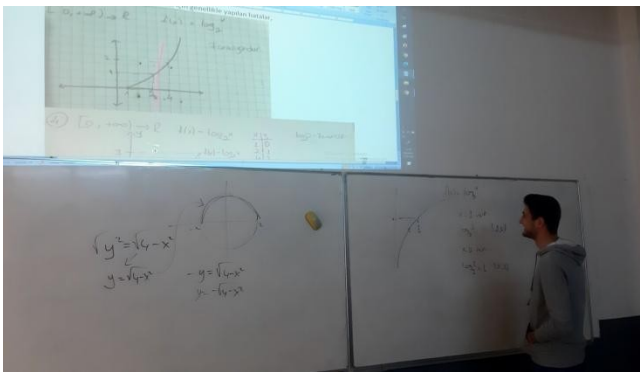
Değerlendirme aşamasında birebir ve örten konusu grafik çizme ödevlerinde yapılan hatalarının incelemesi için hazırlanan sunumdan bir görüntü



Şekil 62 gösterilen değerlendirme dersinde yapılan hataları göstermeden önce her grafiğin doğru çizimi öğretmen veya gönüllü öğretmen adayları tarafından Şekil 63'teki gibi tahtada çizilmiştir.

Şekil 63

Öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizimi yaparken bir görüntü



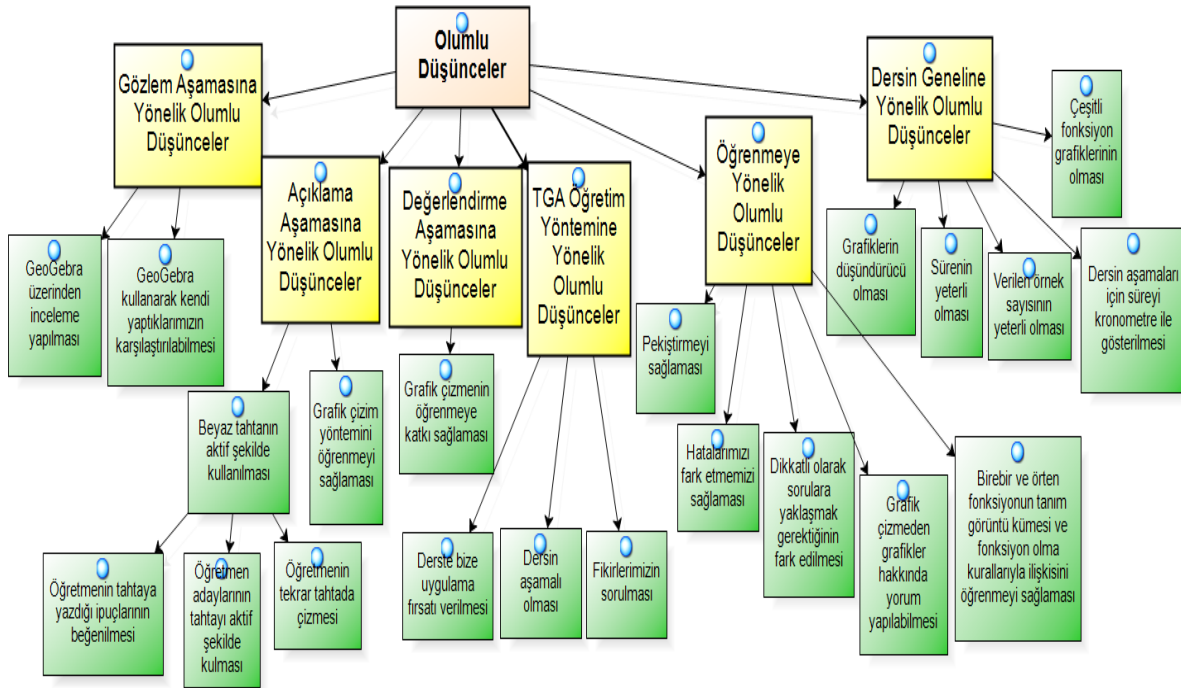
Şekil 63'te görüldüğü üzere doğru çözümler yapıldıktan sonra öğretmen adaylarının çizim ve açıklamada yaptıkları hatalar isim belirtilmeden incelenmiş ve bunun üzerine sınıf içi konuşmalar yapılmıştır. Sınıf içi konuşmalarda hatanın nerede olduğu öğretmen adaylarına sorulmuştur. Bu sayede öğretmen adaylarının birebir ve örtenlik durumuna yönelik grafik çizime ödevinde yaptıkları hataları fark etmeleri ve ne gibi hatalar oluşabileceğini görmeleri sağlanmıştır. Slayt bitiminde öğretmen adaylarının ödevde verdikleri cevapları inceleyip hatalarını açıklamaları ve düzeltmeleri istenmiştir.

4.3.4. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusuna Yönelik TGAD Öğretim Yöntemi ile Yürütülen Ders Hakkındaki Öğretmen Adaylarının Görüşlerine Ait Bulgular: Öğretmen adaylarının birebir ve örten fonksiyonu konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama becerilerinin incelenmesi amacıyla geliştirilen Teknoloji destekli TGAD öğretim tekniğine dayalı dersle ilgili öğretmen adaylarının genel düşünceleri alınmıştır. Öğretim süreci sonunda ders hakkındaki genel düşünceler olumlu, olumsuz başlıkları altında toplanmıştır.

Öğretmen adaylarının derse yönelik olumlu düşüncelerine ait model Şekil 64'te sunulmuştur.

Şekil 64

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumlu düşüncelere ait model



Şekil 64 incelendiğinde öğretmen adaylarının olumlu düşünceleri altı farklı başlıkta toplandığı görülmektedir. Bu başlıklar altında adayların görüşleri yer almaktadır. Öğretmen adaylarının düşünce çeşitliliğinin en fazla dersin geneli, açıklama aşamasına ve öğrenmeye

yönelik olumlu düşünceler başlıkları altında yer aldığı görülmektedir. Bu düşüncelerin sayısını ve hangi öğretmen adayları tarafından tercih edildiğini gösteren bulgular ise Tablo 78'de sunulmaktadır.

Tablo 78

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumlu görüşlerinin dağılımı

Görüşler	Ö _A Kodlar	f
GeoGebra üzerinden inceleme yapılması	Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₂₀ , Ö ₃₄ , Ö ₃₇	7
Dersin aşamalı olması	Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₈ , Ö ₃₇ , Ö ₄ , Ö ₇	6
Grafiklerin düşündürücü olması	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₂₁ , Ö ₂₃ , Ö ₂₇	5
Hatalarımızı fark etmemizi sağlaması	Ö ₁₀ , Ö ₂₂ , Ö ₂₆ , Ö ₉	4
Grafik çizim yöntemini öğrenmeyi sağlaması	Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₈	3
Sürenin yeterli olması	Ö ₁₄ , Ö ₂₁ , Ö ₂₅	3
Verilen örnek sayısının yeterli olması	Ö ₂₁ , Ö ₅	2
Öğretmenin tekrar tahtada çizmesi	Ö ₃₈ , Ö ₇	2
Dersin aşamaları için süreyi kronometre ile gösterilmesi	Ö ₄	1
Çeşitli fonksiyon grafiklerinin olması	Ö ₁₆	1
GeoGebra kullanarak kendi yaptıklarımızın karşılaştırılabilmesi	Ö ₃₁	1
Fikirlerimizin sorulması	Ö ₃₄	1
Derste bize uygulama fırsatı verilmesi	Ö ₃₇	1
Grafik çizmenin öğrenmeye katkı sağlaması	Ö ₂₆	1
Öğretmen adayının tahtayı aktif şekilde kullanması	Ö ₁₁	1
Öğretmenin tahtaya yazdığı ipuçlarının beğenilmesi	Ö ₂₅	1
Pekiştirmeyi sağlaması	Ö ₆	1
Birebir ve örten fonksiyonun tanım görüntü kümesi ve fonksiyon olma kurallarıyla ilişkisini öğrenmeyi sağlaması	Ö ₃₆	1
Grafik çizmeden grafikler hakkında yorum yapılabilmesi	Ö ₂₄	1
Dikkatli olarak sorulara yaklaşmak gerektiğinin fark edilmesi	Ö ₃₃	1

Tablo 78 incelendiğinde öğretmen adayları tarafından olumlu düşüncelerin en fazla gözlem aşamasına yönelik olumlu düşünceler başlığında bulunan “*GeoGebra üzerinden inceleme yapılması*” görüşü altında yer aldığı görülmektedir. Bu düşünceyi belirten öğretmen adaylarından bazılarının ifadeleri şu şekildedir:

Ö₁₆: “*GeoGebra' daki fonksiyonların birebir ve örten olup olmadığını bir tuşa basıp kaydırıp kolaylıkla öğrenebilmeyi sevdim.*”

Ö₂₀: “*Fonksiyonların grafiklerini GeoGebra' da incelemek daha verimli bir ders durumu sağlıyor.*”

Ö₃₇: “*GeoGebra üzerinden uygulamalı olarak neden örten ve birebir olduğunun gösterilmesi güzel.*”

Ö₁₂: “*Grafik üzerinde birebirliği gözlemleyebiliyor olmayı beğendim.*”

Öğretmen adaylarının, GeoGebranın fonksiyon grafiklerinin birebir ve örten olup olmadığını uygulamalı olarak gözlemleyebilme fırsatı sağlaması öğrenme sürecini daha anlaşılır ve keyifli hale getirmesine yönelik memnuniyetlerini dile getirmişlerdir. Bu ifadeler, öğretim teknolojilerinin matematik öğretimindeki önemini ve öğretmen adaylarının öğrenme sürecinde teknolojik araçların nasıl kullanılabileceği hakkında bilgi vermektedir.

Tablo 78 incelendiğinde öğretmen adayları tarafından olumlu düşüncelerin en fazla ifade edilen bir diğer görüşün TGAD öğretim yöntemine yönelik olumlu düşünceler başlığında bulunan “*Dersin aşamalı olması*” görüşü altında yer aldığı görülmektedir. Bu düşünceyi belirten öğretmen adaylarından bazılarının ifadeleri şu şekildedir

Ö₁₈: “*Derste aşamalı şekilde ilerlenmesi hoşuma gitti. Öncelikle tahmin aşamasının yapılıp bizim fikirlerimizin alınması, ardından gözlem aşamasıyla yanlışlarımızı tespit etmemiz birebir ve örtenlik konusunun pekişmesini sağladı. Bu tahmin ve gözlem aşamalarının hem bizim yanlışlarımızı görmemiz hem de dersin bir plan dahilinde gitmesi açısından çok katkı sağladığını düşünüyorum. Daha sonra değerlendirme aşaması da bizim ne kadar öğrendiğimizin ölçülmesi ve konuyu pekiştirmemiz için etkili bir aşamaydı. Dersin genel olarak bu şekilde yürütülmesi hoşuma gitti.*”

Ö₁₀: “*Aşama aşama ilerlememiz güzel çünkü Hatalarımızı kendimiz fark ediyor ve bu da öğrenmeyi daha kalıcı hale getiriyor.*”

Ö₁₁: “*Aşamalı bir şekilde ilerledik tahmin Gözlem ve değerlendirme aşamalarının ayrı ayrı olmasını beğendim.*”

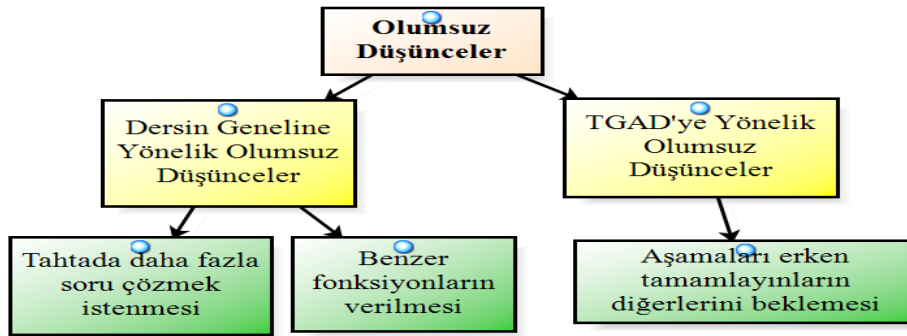
Öğretmen adaylarının ifadelerin anlaşıldığı üzere, dersin aşamalı bir şekilde ilerlemesini ve öğrenme sürecinin tahmin, gözlem ve değerlendirme aşamalarından oluşmasını olumlu bulduklarını görülmektedir. Bu yöntem sayesinde adaylar, birebir ve

örtelik konularında kendi fikirlerini belirleyebildikleri, yanlışlarını tespit edebildikleri ve bu şekilde öğrenmeyi daha kalıcı hale getirebildikleri ifade edilmektedir. Aşamaların ayrı olması Tahmin, gözlem aşamasında hataların görülmesi ve değerlendirme aşaması da öğrendiklerini ölçme ve konuyu pekiştirme açısından etkili olduğunu ortaya koymaktadır. Bu şekilde yapılan derslerin öğrencilerin öğrenme sürecine katkı sağladığı düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının derse yönelik görüşleri incelendiğinde olumsuz düşünceleri de mevcuttur. Adayların derse yönelik olumsuz düşüncelerine ait model Şekil 65'te sunulmuştur.

Şekil 65

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumsuz düşüncelere ait model



Şekil 65 incelendiğinde öğretmen adaylarının olumsuz düşünceleri “Dersin geneline yönelik olumsuz düşünceler” ve “TGAD'ye yönelik olumsuz düşünceler” olmak üzere iki farklı başlıkta toplandığı görülmektedir. Derse yönelik olumsuz görüşler başlığı altında ise adayların üç farklı olumsuz görüşleri yer almaktadır. Bu düşüncelerin sayısını ve hangi öğretmen adayları tarafından tercih edildiğini gösteren bulgular ise Tablo 79'da sunulmaktadır.

Tablo 79

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumsuz görüşlerinin dağılımı

Görüşler	Ö _A Kodlar	f
Beğenilmeyen herhangi bir şeyin olmaması	Ö ₁ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₃ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₃ , Ö ₂₅ , Ö ₂₇ , Ö ₃₁ , Ö ₃₄ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈ , Ö ₅	16
Aşamaları erken tamamlayanların diğerlerini beklemesi	Ö ₂₄	1
Tahtada daha fazla soru çözmek istenmesi	Ö ₄	1
Benzer fonksiyonların verilmesi	Ö ₁₈	1

Tablo 79 incelendiğinde olumsuz görüşlerini ifade eden adayların önemli bir kısmının beğenmedikleri bir noktanın olmadığını ifade ettikleri görülmektedir. Bu bağlamda birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuryazarlık dersinin öğretmen adayları açısından olumlu değerlendirildiği söylenebilir. Adaylar tarafından dile getirilen diğer olumsuz düşüncelerin ise birer öğretmen adayı tarafından ifade edildiği görülmektedir. Dolayısıyla bu görüşlerin bireysel boyutta kaldığı söylenebilir.

4.3.5. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Son Test Bulguları: Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama sorusu son test bulguları ön test bulgularıyla birlikte karşılaştırmalı olarak Tablo 80'de sunulmaktadır.

Tablo 80

Birebir ve örten fonksiyon konusu grafik okuma yorumlama ön test son test bulguları

Testler	Kategoriler	Ö _A Kodlar	f	%
Ön test	Doğru	Ö ₅ , Ö ₉ , Ö ₁₈	3	7.9
	Kısmen Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆	33	86.84
	Yanlış	Ö ₃₇ , Ö ₃₈	2	5.26
Son test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₇ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₂ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₂ , Ö ₂₇ , Ö ₃₁ , Ö ₃₃ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₈	20	52.63
	Kısmen Doğru	Ö ₃ , Ö ₆ , Ö ₈ , Ö ₁₁ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₂₁ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₂ , Ö ₃₄ , Ö ₃₇	18	47.37
	Yanlış	----	0	0

Tablo 80 incelendiğinde ön testte ilgili soruyu üç kişi doğru çözerken son testte bu sayının 20'ye yükseldiği görülmektedir. Bu bağlamda birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunun ön ve son test verileri karşılaştırıldığında ilgili soruyu doğru cevaplayanların sayısının son test lehine ciddi bir artış gösterdiği söylenebilir. Tablo 80'de görüldüğü üzere ön testte iki öğretmen adayı birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama sorusunu yanlış yaparken son testte bu adayların birinin kısmen diğerinin ise doğru kategorilerine geçmesi sonucunda ilgili soruyu yanlış yapan aday kalmadığı görülmektedir. Elde edilen bu bulgulardan hareketle teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik dersin grafik okuma ve yorumlama bağlamında son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

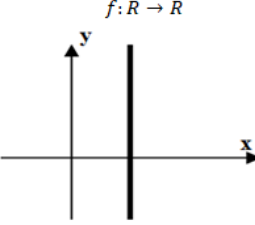
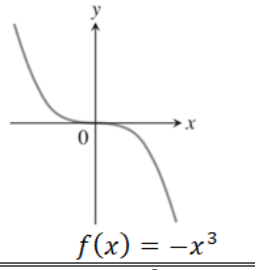
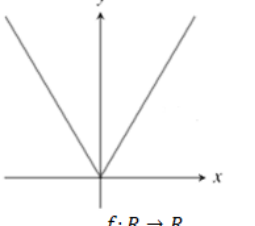
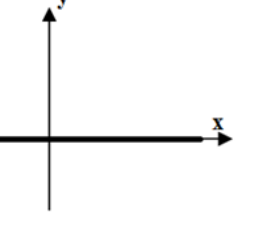
Öğretmen adaylarının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumuna becerilerinde teknoloji destekli TGAD öğretim öncesi ve sonrası yaşanan değişiklikleri daha detaylı aktarabilmek için bazı öğretmen adaylarının ilgili soruya ön test ve son testte verdikleri cevaplar değerlendirilecektir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlenen Ö₉, Ö₃₃, Ö₃₄, Ö₃₇, Ö₃₈ öğretmen adaylarının bazılarının ön ve son test cevaplarında farklı kategorilerde oldukları Tablo 80'de görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından Ö₉'un birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumuna sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 81'de sunulmaktadır.

Tablo 81

Ö₉'un birebir örten fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları

Aşağıdaki grafiklerin birebir ve örten fonksiyon olup olmadığını gerekçenizle birlikte açıklayınız.

Grafikler	Ön Test Cevapları	Son Test Cevapları
 <p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p>	<p>Fonksiyon değildir. Birebir ve örten olmaz. x değeri için birden fazla y değeri var.</p>	<p>Tanım kümesinde eşleşmeyen x elemanları olduğu için, eşlesen x de birden fazla y değerine gittiği için bu fonksiyon değildir. Bu yüzden birebir ve örtenliğine bakılmaz.</p>
 <p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> <p>$f(x) = -x^3$</p>	<p>Her y değerinin tek bir x karşılığı vardır. Bu yüzden birebirdir. Tanım ve değer kümesinde başka eleman yoktur. Örtendir.</p>	<p>1) Birebirdir. Çünkü tanım kümesindeki her x farklı bir y ile eşleşmiştir. (x eksenine paralel doğrular çizilince görülür)</p> <p>2) Örtendir. Çünkü y tüm \mathbb{R} kümesindeki elemanları alabilir. Değer kümesi, görüntü kümesine eşittir. \mathbb{R}'de boş eleman olmaz.</p>
 <p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p>	<p>Her y değerinin iki tane x karşılığı vardır. Birebir değildir. Tanımlanan tanım ve değer kümesinde başka eleman yok. Örtendir.</p>	<p>1) Birebir değildir. Çünkü tanım kümesinde iki farklı değer aynı y değerini almıştır. (x eksenine paralel doğrular çizildiğinde grafiği iki yerde kesiyor)</p> <p>2) Örtendir. Çünkü $[0, \infty)$ değer aralığında y değerinin almayacağı bir değer yoktur. (Görüntü kümesi değer kümesine eşit)</p>
 <p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p>	<p>y değerinin birden fazla x karşılığı vardır. Birebir değil. Değer kümesi \mathbb{R} olarak tanımlanmıştır. Fakat '0' dışındaki elemanlar aralıkta kalmıştır. Örtten değil.</p>	<p>1) Birebir değildir. Çünkü tüm x değerleri aynı y değerine gitmiştir. x' eksenini üzerinden doğru çizilirse sonsuz kesişim noktası olur.</p> <p>2) Örtten değildir. Çünkü y sadece '0' değerini almıştır. \mathbb{R}'de boşta elemanlar kalmıştır. Görüntü kümesi değer kümesine eşit değildir.</p>

Ö₉'un ön ve son testte verdiği cevaplar incelendiğinde grafiklerin birebir ve örten fonksiyon olma durumlarının tamamını doğru açıkladığı görülmektedir. Adayın açıklamaları

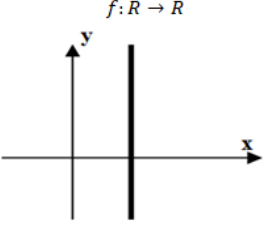
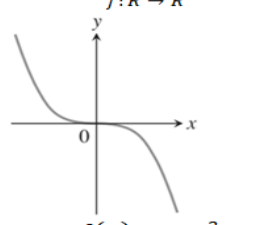
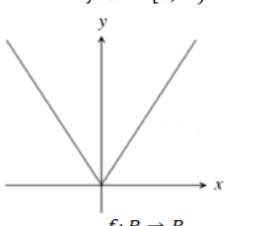
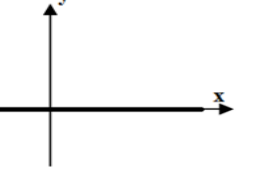
incelendiğinde ön teste kıyasla daha ayrıntılı ve açıklayıcı ifadeler kullandığı görülmektedir. Bu bulgular ışığında teknoloji destekli TGAD öğretiminin Ö₉ öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerine olumlu yönde katkı sağladığını söylenebilir.

Ö₃₇ öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumuna sorusuna ön testte yanlış, son testte ise kısmen doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için Ö₃₇'nin birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumuna sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 82'de sunulmaktadır.

Tablo 82

Ö₃₇'nin birebir örten fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları

Aşağıdaki grafiklerin birebir ve örten fonksiyon olup olmadığını gerekçenizle birlikte açıklayınız.

Grafikler	Ön Test Cevapları	Son Test Cevapları
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 		<p>1-1 değil çünkü tanım kümesindeki her eleman değer kümesinde farklı bir elemanla eşleşmemiş</p> <p>Örten çünkü değer kümesinde boşta eleman yok</p>
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  <p>$f(x) = -x^3$</p>		<p>1-1 dir çünkü tanım kümesindeki her eleman değer kümesindeki farklı bir elemanla eşleşmiş</p> <p>Örten dir çünkü değer kümesinde boşta eleman kalmamış</p>
$f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$ 		<p>1-1 değil çünkü tanım kümesindeki her eleman değer kümesinde farklı bir elemanla eşleşmemiş</p> <p>Örten dir çünkü değer kümesinde boşta eleman kalmamış</p>
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 	Birebir.	<p>1-1 değil çünkü tanım kümesindeki her eleman değer kümesindeki aynı elemanla eşleşmiş</p> <p>Örten değildir çünkü değer kümesinde boşta eleman kalmamış</p>

Ö₃₇ adayının ön testteki cevaplarına bakıldığında, sadece 4. grafiğe cevap verdiği, diğer grafikleri ise boş bıraktığı görülmüştür. Ayrıca adayın, cevabının yanlış olduğu ve diğer grafiklerin birebirlik ve örtenlik durumu hakkındaysa herhangi bir fikrinin olmadığı tespit edilmiştir. Ön test bağlamında adayın birebir ve örtenliğe dair grafik okuma ve yorumlama

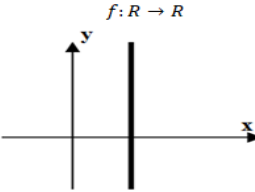
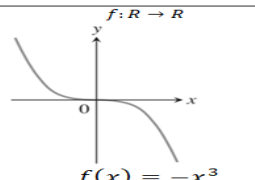
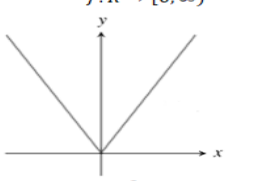
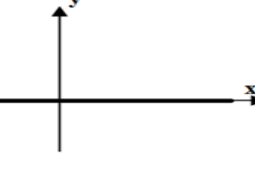
becerisinde ilgili grafikler kapsamında ciddi eksiklikler olduğu söylenebilir. Ancak, öğretim süreci sonunda uygulanan son test cevapları incelendiğinde, Ö₃₇'nin ön testte yaptığı hatayı düzelttiği, boş bıraktığı soruların tamamına doğru cevap verdiği, hatta cevaplarını gerekçeleriyle birlikte yazdığı görülmüştür. Bu bulgular ışığında, teknoloji destekli öğretim sürecinin Ö₃₇'nin birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinde son test lehine olumlu bir katkısı olduğu söylenebilir. Ayrıca, öğretmen adayının öğretim sürecinin tahmin aşamasında bazı grafiklerde hatalar yapması ve teknolojinin yardımıyla gözlem aşamasında bu hatalarını düzeltmesi, teknoloji destekli TGAD öğretiminin birebir ve örtenlik durumuna yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinin son test lehine olumlu sonuçlanmasına katkı sağladığı düşünülmektedir.

Öte yandan Ö₃₄ öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusuna ön ve son testte kısmen doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için Ö₃₄'ün tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma-yorumlama sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 83'te sunulmaktadır.

Tablo 83

Ö₃₄'ün birebir örten fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları

Aşağıdaki grafiklerin birebir ve örten fonksiyon olup olmadığını gerekçenizle birlikte açıklayınız.

Grafikler	Ön Test Cevapları	Son Test Cevapları
	Fonksiyon değildir. Çünkü t.k için birden fazla değer vardır.	Fonksiyon değildir. Çünkü x değerleri birden fazla y değeri ile eşleşiyor. Bu tanımlanmış bir fonksiyon değildir.
	Birebir ve örterdir. T.k'de her eleman farklı bir karşılığı vardır.	Yatay doğru testi uygulandığında tek noktada kesiyor. Bu nedenle birebirdir. (Yani her x değeri farklı bir y değ. ile eşleşiyor) Örterdir. Çünkü değer kümesinde boşta eleman kalmıyor.
	Birebir ve örten değildir. Çünkü bazı elemanların karşılığı aynıdır.	Birebir değildir. Çünkü her x değeri farklı bir y değeri ile eşleşmiyor. Örterdir. Çünkü görüntü kümesinde boşta eleman kalmıyor.
	Örterdir ama birebir değildir. T.k'deki elemanların karşılığı aynıdır.	Birebir değildir. Çünkü her x değeri aynı y değeri ile eşleşiyor. Örten değildir. Çünkü değer kümesi sadece 0'dır. R-koş değerlerinin tamam kümesinde bir karşılığı yoktur.

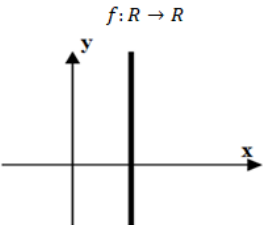
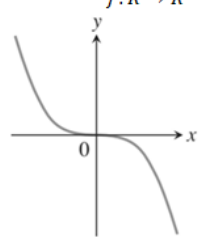
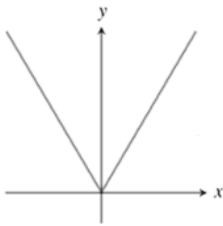
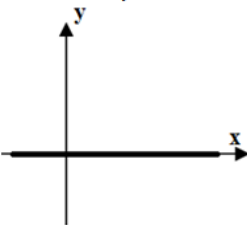
Ö₃₄ ön test cevapları incelendiğinde 1. Grafiğin tanım ve görüntü kümesine yönelik herhangi bir açıklama yapmadığı sadece grafiği fonksiyon olup olmama açısından okuyup yorumlamıştır. 2 grafiği doğru cevaplmasına rağmen cevabının gerekçesini ayrıntılı bir şekilde açıklamamıştır. Aday 3 ve 4. grafiğin birebirlik durumu doğru, örtenliğini ise yanlış yanıtlamıştır. Ayrıca Ö₃₄ 2. grafikte olduğu gibi cevaplarının gerekçelerini ayrıntılı bir şekilde sunmamıştır. Bu bulgulardan hareketle ön test bağlamında adayın birebir ve örtenliğe dair grafik okuma ve yorumlama becerisinde ilgili grafikler kapsamında eksiklikler olduğu söylenebilir. Öğretim süreci sonunda uygulanan son test cevapları incelendiğinde, adayın 2,3 ve 4. grafiklerin birebir ve örten fonksiyon olma durumlarını gerekçeleriyle birlikte doğru bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Aday 1. grafiğin fonksiyon olup olmama durumunu doğru açıkladığı ancak grafiğin birebir ve örtenlik durumuna yönelik ise herhangi bir açıklamada bulunmadığı görülmüştür. Ö₃₄ öğretmen adayı birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön test ve son test cevapları kısmen doğru kategorisinde olsa da Tablo 82'deki veriler incelendiğinde adayın son test cevaplarında daha doğruya yakın ve detaylı açıklamalar yaptığı görülmektedir. Dolayısıyla bu durum teknoloji destekli TGAD öğretiminin Ö₃₄ öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerine olumlu yönde katkı sağladığını göstermektedir.

Öte yandan Ö₃₃ öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön testte kısmen doğru cevap verirken ve son testte ise soruların tamamına doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için Ö₃₇'ün birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 84'te sunulmaktadır.

Tablo 84

Ö₃₃'ün birebir örten fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları

Aşağıdaki grafiklerin birebir ve örten fonksiyon olup olmadığını gerekçenizle birlikte açıklayınız.

Grafikler	Ön Test Cevapları	Son Test Cevapları
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> 	<p>-R de ağıllta eleman kalır örten değil. Birebir de değil.</p>	<p>İlk olarak grafiğin fonksiyon olup olmadığına bakalım. Güçlüğüm dikey doğru grafiği sonsuz noktada kestiğinden fonksiyon değildir. Fonksiyon olmadığından birebir ve örtenliğine bakılmaz.</p>
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p>  <p>$f(x) = -x^3$</p>	<p>Birebir ve örten dir.</p>	<p>→ Bu grafik fonksiyon belirtir (Dikey doğru) → Birebir olup olmadığını anlamak için testi Yatay doğru testi uyguluyoruz. Güçlüğüm yatay doğrular fonk tek noktada kestiğinden "Birebirdir." → Bu fonksiyon $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$'ye tanımlanmış ve Değer kümesi de \mathbb{R} olduğundan ağıllta eleman kalmaz. ÖRTEK → Grafik fonksiyon belirtir. → Yatay doğru testi ⇒ Birebirdir. → Değer kümesi ve $[0, \infty)$ aralığıdır. Örten dir.</p>
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$</p> 	<p>Birebirdir Örten değil.</p>	<p>→ fonksiyondur. → yatay doğru testi ⇒ grafiği sonsuz noktada keser Birebir değil Örten değil sadece $y=0$ var Düye kural \mathbb{R} ağıllta eleman kalıyor Örten değil</p>
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> 	<p>Birebir değil.</p>	<p>→ fonksiyondur. → yatay doğru testi ⇒ grafiği sonsuz noktada keser Birebir değil Örten değil sadece $y=0$ var Düye kural \mathbb{R} ağıllta eleman kalıyor Örten değil</p>

Ö₃₃ ön test cevabında 1. Grafiğin fonksiyon olup olmama durumunu değerlendirmeden grafiğin birebir ve örtenlik durumunu değerlendirmiştir. Bu bulgudan hareketle adayın birebir ve örtenliğin bir fonksiyon türü olduğunu bilmediği söylenebilir. Öğretim sonrası uygulanan son testte adayın bu hatayı yapmadığı öncelikle grafiğin fonksiyon olup olmama durumunu incelediği daha sonra birebir ve örtenliğe yönelik grafik okuma ve yorumlama yaptığı görülmektedir. Bu bulgudan hareketle adayın fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma ve yorumlamanın birebir ve örtenliğe yönelik grafik okuma ve yorumlama için ön koşul olduğunu öğrendiği söylenebilir. Aday ön testte 2. Grafiğin birebir ve örtenlik durumuna dair doğru bir cevap verse de cevabının gerekçelerini yazmadığı öğretim sonrası uygulanan son testte ise cevabının gerekçelerini ayrıntılı bir şekilde açıkladığı görülmektedir. 3. Grafiğin ön

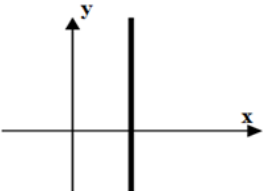
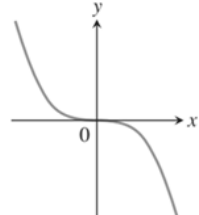
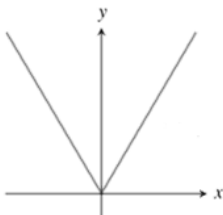
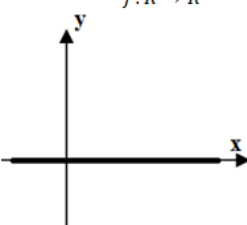
test bulguları incelendiğinde adayın birebirliğe yönelik doğru, örtenlik açısından ise yanlış cevap verdiği ve cevaplarının gerekçelerini sunmadığı görülmektedir. Ancak aday öğretim sonrası uygulanan son testte 3. Grafiğe yönelik hatalarını düzelterek düşüncelerinin gerekçelerini doğru olarak sunmuştur. 4.grafiğin ön test bulguları incelendiğinde adayın grafiğin birebir olmadığını ifade ettiği ancak gerekçelerini sunmamanın yanı sıra grafiğin örtenlik durumuna dair herhangi bir grafik okuma ve yorumlama yapmadığı görülmektedir. Ancak aday öğretim sonrası uygulanan son testte 4. Grafiğe yönelik hatalarını düzelterek düşüncelerinin gerekçelerini yazarak doğru cevaba ulaşmıştır. Adayın son testte verdiği cevaplara genel olarak baktığımızda öncelikle grafiğin fonksiyon olup olmama durumuna yönelik grafik okuma ve yorumlama yaptığı, daha sonra birebir fonksiyon durumunu incelemek için yatay doğru testi ve örtenlik için değer kümesine incelemesi gerektiğini ifade ettiği görülmektedir. Bu açıklamalara adayın ön test cevaplarında rastlanılmamaktadır. Bu bulgular ışığında, teknoloji destekli öğretim sürecinin Ö₃₃'ün ilgili sorular bağlamında birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinde son test lehine olumlu bir katkısı olduğu söylenebilir.

Öte yandan Ö₃₈öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorum sorusuna ön testte yanlış, son testte ise doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için Ö₃₈'in tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma-yorum sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 85'te sunulmaktadır.

Tablo 85

Ö₃₈'in birebir örten fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları

Aşağıdaki grafiklerin birebir ve örten fonksiyon olup olmadığını gerekçenizle birlikte açıklayınız.

Grafikler	Ön Test Cevapları	Son Test Cevapları
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> 	<p>Birebir ve örten fonksiyon konusunu hatırlamıyorum.</p>	<p>Grafik fonksiyon değildir. Çünkü tanım kümesinde ağıta eleman kalmaktadır. Bundan dolayı birebirlik ve örtenlik aranmaz.</p>
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p>  <p>$f(x) = -x^3$</p>		<p>Fonksiyon birebir ve örterdir. Tanım kümesindeki elemanların görüntüleri farklı olduğu için birebirdir. Değer kümesinde ağıta eleman kalmadığı için örterdir.</p>
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$</p> 		<p>Fonksiyon örterdir. Değer kümesinde ağıta eleman kalmadığı için örterdir. Tanım kümesindeki elemanların değerleri aynı olan elemanlar olduğu için birebir değildir.</p>
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> 	<p>Fonksiyon değildir.</p>	<p>Fonksiyon birebir ve örten değildir. Değer kümesinde ağıta eleman kaldığı için örten değildir. Tanım kümesindeki elemanların görüntüsü aynı olduğu için birebir değildir.</p>

Adayın ön test bulguları incelendiğinde birebir ve örten fonksiyon konusunu hatırlayamadığını ve 4. grafik için fonksiyon olmadığını iddia ettiği görülmektedir. Ancak 4. grafiğin fonksiyon belirttiği açıktır. Bu bağlamda adayın birebir ve örten fonksiyon konusu ve fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma ve yorumlama bilgilerinde eksikler olduğu söylenebilir. Ancak, öğretim süreci sonunda uygulanan son test cevapları incelendiğinde, Ö₃₈'in yapmış olduğu tüm hataları düzelttiği ve soruların tamamına doğru cevap verdiği, hatta cevaplarını gerekçeleriyle birlikte yazdığı görülmüştür. Bu bulgulara ışığında, teknoloji destekli öğretim sürecinin Ö₃₈ ün birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinde son test lehine olumlu bir katkısı olduğu söylenebilir. Ayrıca, öğretmen adayının öğretim sürecinin tahmin aşamasında bazı grafiklerde hatalar yapması ve

teknolojinin yardımıyla gözlem aşamasında bu hatalarını düzeltmesi, teknoloji destekli TGAD öğretiminin birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinin son test lehine olumlu sonuçlanmasına katkı sağladığı da düşünülmektedir.

4.3.6. Birebir ve Örten Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Çizme Son Test Bulguları: Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme son test bulguları ön test bulgularıyla birlikte karşılaştırmalı olarak Tablo 86'da sunulmaktadır.

Tablo 86

Birebir örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön ve son test bulguları

Testler	Kategoriler	Ö _A kodlar	f	%
Ön test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₃ , Ö ₅ , Ö ₇ , Ö ₁₇	5	13.16
	Kısmen Doğru	Ö ₂ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₄ , Ö ₃₀ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄	20	52.63
	Yanlış	Ö ₈ , Ö ₁₃ , Ö ₂₃ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₁ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈	13	34.21
Son test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₇ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈	33	86.84
	Kısmen Doğru	Ö ₈ , Ö ₁₅ , Ö ₂₂ , Ö ₂₆ , Ö ₂₈	5	13.16
	Yanlış	-----	0	0

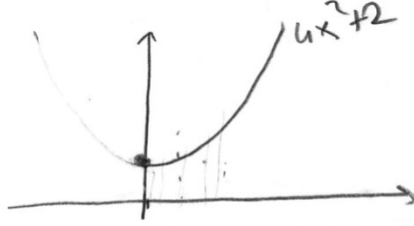
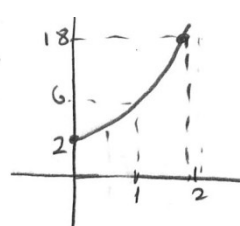
Tablo 86 incelendiğinde ön testte ilgili soruyu 5 kişi doğru çözerken son testte bu sayının 33'e yükseldiği görülmektedir. Bu bağlamda birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusunun ön ve son test verileri karşılaştırıldığında ilgili soruyu doğru cevaplayanların sayısının son test lehine ciddi bir artış gösterdiği söylenebilir. Tablo 86'da görüldüğü üzere ön testte 13 öğretmen adayı birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusunu yanlış yaparken son testte bu adayların kısmen veya doğru kategorilerine geçmesi sonucunda ilgili soruyu yanlış yapan aday kalmadığı görülmektedir. Elde edilen bu bulgulardan hareketle teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme dersinin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerilerinde teknoloji destekli TGAD öğretim öncesi ve sonrası yaşanan değişiklikleri daha detaylı aktarabilmek için bazı öğretmen adaylarının ilgili soruya ön test ve son testte verdikleri cevapları değerlendirilecektir. Bu kapsamda öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlenen Ö₁, Ö₂, Ö₁₃, Ö₁₅, Ö₂₆ öğretmen adaylarının ön ve son test cevaplarında farklı kategorilerde oldukları Tablo 86' da görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından Ö₁'in birebir ve örten fonksiyon

konusuna yönelik grafik çizme sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 87'de sunulmaktadır.

Tablo 87


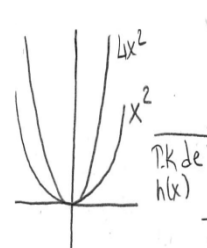
Ö₁'in birebir örten fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları

Ön Test Cevabı	Son Test Cevabı
 <p>birebir değildir. kısmen geç farklı x'ler farklı y değerleri sağlar. örten değil. Tüm R sayılar için değer fonksiyonunda eslemez</p>	 <p>Birebirdir. yatay doğru testi mi sağda her x farklı y ile eslemiş örten değildir. Grafiğin Gömük konusu (2,00) ancak değer k: R Gömük k ≠ Değer k</p>

Tablo 87 incelendiğinde Ö₁'in ön ve son testte grafiği doğru çizbildiği ve çizdiği grafiğin birebir ve örtenlik durumu başarı bir şekilde yazabildiği görülmektedir. Dolayısıyla adayın birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme cevaplarının ilgili soru bağlamında ön ve son testte doğru kategorisinde yer aldığı söylenebilir. Ancak adayın son test cevaplarında ön testten farklı olarak birebirlik için yatay doğru testi, örtenlik için ise değer ve görüntü kümelerinin eşit olması gerektiğini ayrıntılı bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Bu bağlamda adayın ön ve son test cevaplarının her ikisi de doğru kategorisinde yer alsa da son test cevaplarının ön testte kıyasla daha bilimsel ve teknik olduğu söylenebilir. Dolayısıyla teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme dersinin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

Ö₂ öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusuna ön testte kısmen doğru cevap verirken ve son testte doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için Ö₂'nin birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 88'de sunulmaktadır.

Tablo 88*Ö₂'nin birebir örten fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları*

Ön Test Cevabı	Son Test Cevabı
<p>birebir ve örtendir-</p> 	 <p>$h(x)=4x^2+2$ Birebir. (Yatay test) Her x farklı bir y ile eşleşmiş Örten değil çünkü G.K = $[2, \infty)$ yani T.K de boşta elemanlar var $(-\infty, 2)$ boşta.</p>

Adayın ön testte verdiği cevap incelendiğinde Grafiğin çizimi ve birebirlik durumu hakkında doğru cevap verdiği ancak örtenlik durumu hakkında Yanlış bir cevap verdiği görülmektedir. Aday aynı zamanda Düşüncelerinin gerekçelerine sunmamıştır. Bu bağlamda adayın Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinde eksiklikler olduğu söylenebilir. Ancak, öğretim süreci sonunda uygulanan son test cevapları incelendiğinde, Ö₂'ün yapmış olduğu tüm hataları düzelttiği ve soruların tamamına doğru cevap verdiği, hatta cevaplarını gerekçeleriyle birlikte yazdığı görülmüştür. Adayın son test cevaplarında ön testten farklı olarak birebirlik için yatay doğru testi, örtenlik için ise değer ve görüntü kümelerini karşılaştırdığı ve boşta eleman olması nedeniyle grafiğin örten olamayacağını ayrıntılı bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Aday aynı zamanda son test grafik çiziminde öncelikle bir taslak çizim yaptığı daha sonra noktasal düşündüğü görülmektedir. Adayın grafik çiziminde yaptığı bu eylemlere ön testte rastlanılmamaktadır. Bu bağlamda adayın grafik çiziminde de bir gelişmenin olduğu söylenebilir. Dolayısıyla teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme dersinin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

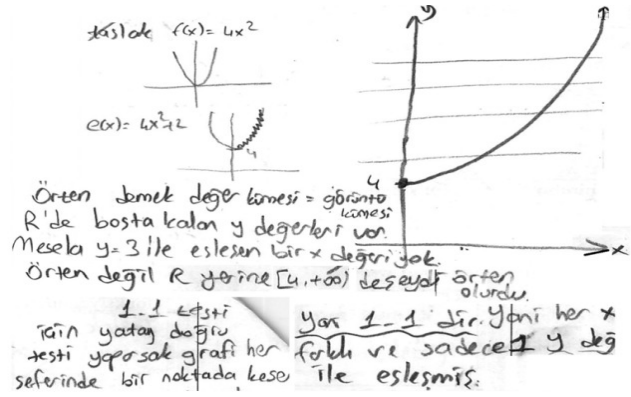
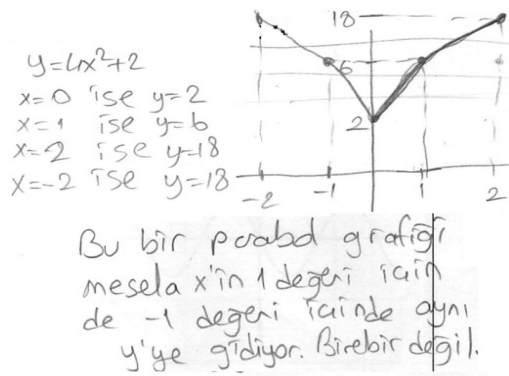
Ö₁₃ öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusuna ön testte yanlış ve son testte ise doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için adayın birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 89'da sunulmaktadır.

Tablo 89

Ö₁₃'ün birebir örten fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları

Ön Test Cevabı

Son Test Cevabı

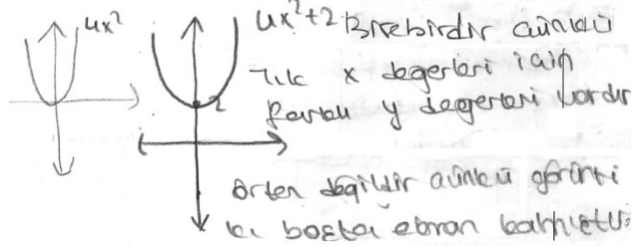
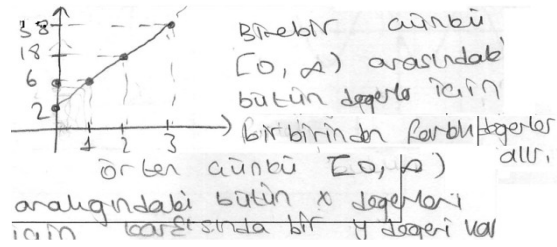


Adayın ön testte verdiği cevap incelendiğinde, parabol grafiği çizmek gerektiğini bilmesine rağmen, grafik hakkında sadece noktasal düşündüğü ve bütünsel düşünememesi nedeniyle noktaları doğru bir şekilde birleştiremeyerek yanlış bir çizim yapmıştır. Adayın çizdiği grafik yanlış olması nedeniyle grafiğin birebirliğine yönelik açıklamaları da hatalı olmuştur. Aday aynı zamanda grafiğin örtenliğine dair herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Bu bulgulara ışığında adayın birebir ve örten konusuna yönelik grafik çizme, okuma ve yorumlama becerilerinde ilgili soru bağlamında eksiklikler olduğu söylenebilir. Ancak, öğretim süreci sonunda uygulanan son test cevapları incelendiğinde, Ö₁₃'ün yapmış olduğu tüm hataları düzelttiği ve soruların tamamına doğru cevap verdiği, hatta cevaplarını gerekçeleriyle birlikte yazdığı görülmüştür. Adayın son test cevaplarında ön testten farklı olarak birebirlik için yatay doğru testi, örtenlik için ise değer ve görüntü kümelerini karşılaştırdığı ve boşta eleman olması nedeniyle grafiğin örten olamayacağını ayrıntılı bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Aday aynı zamanda son test grafik çiziminde öncelikle bir taslak çizim yaptığı daha sonra noktasal düşündüğü görülmektedir. Adayın grafik çiziminde yaptığı bu eylemlere ön testte rastlanılmamaktadır. Bu bulgulardan hareketle adayın grafik çiziminde ilgili soru bağlamında ciddi bir gelişmenin olduğu aşikârdır. Dolayısıyla teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme dersinin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

Ö₁₅ öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusuna ön ve son testte kısmen doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için adayın birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 90'da sunulmaktadır.

Tablo 90

Ö₁₅'in birebir örten fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları

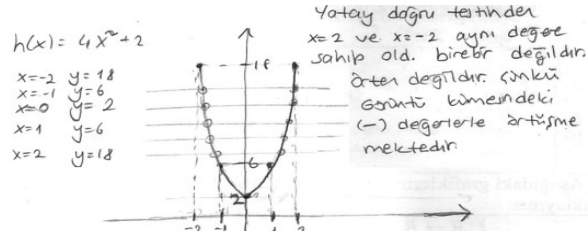
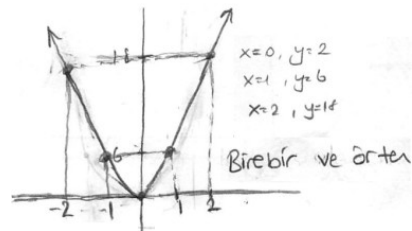
Ön Test Cevabı**Son Test Cevabı**

Adayın ön testte verdiği cevap incelendiğinde grafik çiziminde sadece noktasal düşündüğü ve ikinci dereceden bir fonksiyonun grafiğini doğrusal çizerek yanlış bir çizim yaptığı görülmektedir. Ayrıca birebirliğe yönelik yorumu doğru olsa da örtenliğe ilişkin değerlendirmesi yanlıştır. Dolayısıyla adayın öğretim öncesinde noktasal bir çizme anlayışı içerisinde olduğu söylenebilir. Son testte verilen cevap incelendiğinde ise bu durumun değişerek taslak çizim yapıldığı ve parabolik bir grafik çizilerek süreçsel anlamda daha doğru bir grafik çizilmiştir. Ancak adayın çizim yaparken tanım ve değer aralığına dikkat etmemesi dikkat çekici bir bulgudur. Bu bakımdan adayın çizimi ön testteki çizimine kıyasla doğru yakın olduğu söylenebilir. Ayrıca aday ön testteki örtenlik yorumlarındaki hatasını son testte düzelterek doğru açıklamalarda bulunmuştur. Dolayısıyla teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme dersinin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

Ö₂₆ öğretmen adayının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusuna ön testte yanlış ve son testte ise kısmen doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu durumu daha detaylı incelemek için adayın birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 91'de sunulmaktadır.

Tablo 91

Ö₂₆'nın birebir örten fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları

Ön Test Cevabı**Son Test Cevabı**

Adayın ön testte verdiği cevap incelendiğinde kritik noktaları doğru tespit etmesine rağmen grafik üzerinde hatalı göstermiştir. Aynı zaman ikinci dereceden fonksiyon belirten ifadenin grafiğini doğrusal çizmiştir. Bu bulgulardan hareketle adayın ön test grafik çiziminin yanlış olduğu söylenebilir. Bunun yanı sıra adayın ön testte çizdiği grafiğin birebir ve örtenlik durumuna yönelik okuma ve yorumlamalarının da hatalı olduğu görülmektedir. Dolayısıyla adayın birebir ve örten fonksiyon grafik çizme becerisinin ilgili soru bağlamında eksik olduğu söylenebilir. Ancak, öğretim süreci sonunda uygulanan son test cevapları incelendiğinde, Ö₂₆'ün grafik çizimini daha doğru yapmıştır. Adayın hatası ise tanım ve değer aralıklarına dikkat etmeden grafik çizmesidir. Ayrıca grafiğin örtenlik durumuna yönelik doğru açıklamalarda bulunmuştur. Ancak adayın son test cevaplarında birebirlik durumuna yönelik cevap yanlış olsa da bu durumu incelemek için yatay doğru testi yapması gerektiğini bildiği görülmektedir. Grafiğin örtenlik için ise değer ve görüntü kümelerini karşılaştırdığı ve boşta eleman olması nedeniyle grafiğin örten olamayacağını ayrıntılı bir şekilde doğru açıkladığı görülmektedir. Dolayısıyla teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme dersinin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

4.4. Ters Fonksiyon Konusundaki Grafik Okuryazarlık Becerilerine Yönelik Bulgular

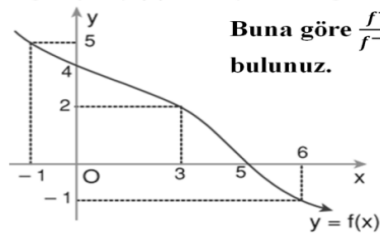
Araştırmanın dördüncü alt problemi “Fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik geliştirilen teknoloji destekli TGAD öğrenme ortamının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının; ters fonksiyon konusundaki grafik okuryazarlık becerilerine etkisi nasıldır?” şeklinde belirlenmiştir. Belirlenen bu alt probleme yönelik ön test, son testten ve fonksiyon grafiklerinde ters fonksiyon konusunun teknoloji destekli TGAD yöntemiyle öğretimi sürecinden elde edilen bulgular alt başlıklar halinde aşağıda sunulmaktadır.

4.4.1. Ters Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Ön Test Bulguları: Öğretmen adaylarının ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama becerisini incelemek amacıyla için hazırlanan soru aşağıda yer almaktadır.

Şekil 66

Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama sorusu

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre $\frac{f^{-1}(2)+f^{-1}(4)}{f^{-1}(-1)-f^{-1}(0)}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Şekil 66'daki ters fonksiyon sorusunda, grafik üzerindeki noktaların okunması ve yorumlanması istenmektedir. Veri analizi bölümünde açıklanan bakış açısına göre veriler analiz edilmiş ve ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama becerisine yönelik ön test bulguları Tablo 92'de sunulmuştur.

Tablo 92

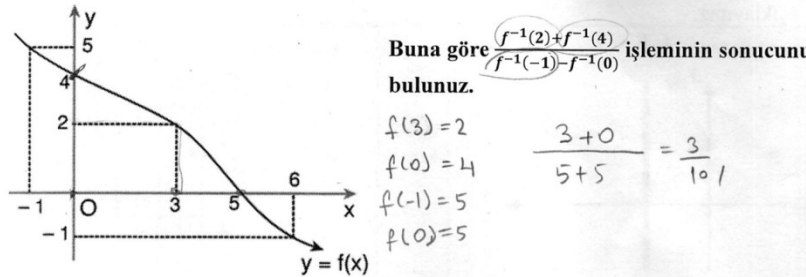
Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama ön test bulguları

Kategoriler	Ö _A Kodları	f
Doğru	Ö ₁ Ö ₃ Ö ₄ Ö ₆ Ö ₇ Ö ₈ Ö ₉ Ö ₁₀ Ö ₁₁ Ö ₁₂ Ö ₁₃ Ö ₁₄ Ö ₁₆ Ö ₁₇ Ö ₁₈ Ö ₁₉ Ö ₂₀ Ö ₂₁ Ö ₂₂ Ö ₂₄ Ö ₂₅ Ö ₂₆ Ö ₂₇ Ö ₂₈ Ö ₂₉ Ö ₃₀ Ö ₃₁ Ö ₃₂ Ö ₃₄ Ö ₃₅ Ö ₃₆ Ö ₃₈	32
Kısmen Doğru	Ö ₂ , Ö ₅ , Ö ₁₅ , Ö ₂₃ , Ö ₃₃ , Ö ₃₇	6
Yanlış	-----	0

Tablo 92 incelendiğinde ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunu öğretmen adaylarının önemli bir kısmının doğru cevap verdiği görülmektedir. Bu durum, ilgili soru bağlamında adayların ters fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma ve yorumlamada yeterli düzeyde olduklarını göstermektedir. Ancak bulgular incelendiğinde bazı öğretmen adaylarının hata yaptıkları ve kısmen doğru cevap verdikleri de görülmektedir. Kısmen doğru cevap veren adayların yanıtlardan dikkat çekici olanları aşağıda sunulmuştur.

Şekil 67

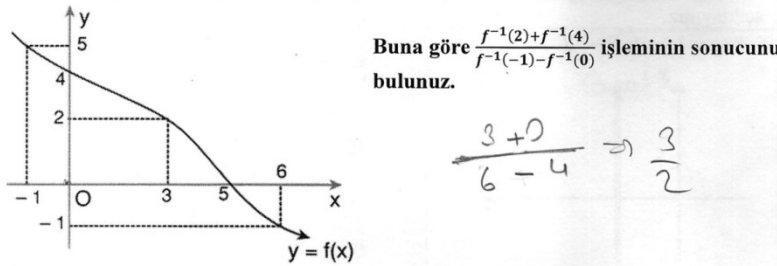
Ö₅'nin ters fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümü



Şekil 67 incelendiğinde adayın $f^{-1}(2)$ ve $f^{-1}(4)$ değerlerini doğru ancak $f^{-1}(-1)$ ve $f^{-1}(0)$ değerlerini ise yanlış yazdığı görülmektedir. Adayın yaptığı hata incelendiğinde $f(0) = 5$ değerini yanlış tespit ederken ve $f(6)$ 'nın değerini ise belirlememiştir. Ayrıca aday f^{-1} deki değerleri bulabilmek için f fonksiyonu grafiğinin y eksenine bakmadan hareket etmiştir. Nitekim $f^{-1}(-1)$ ve $f^{-1}(0)$ değerlerinde yaptığı hatalar bu durumu destekler niteliktedir. Dolayısıyla adayın $f(x)$ grafiğinden yola çıkarak ters fonksiyondaki bazı noktaların değerlerini okuma ve yorumlama bağlamında eksiklik yaşadığı söylenebilir. Benzer bir hata türünü Ö₃₃'ün de yaptığı görülmektedir.

Şekil 68

Ö₃₃'ün ters fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümü



Ö₃₃'ün çözümleri incelendiğinde adayın $f^{-1}(2)$ ve $f^{-1}(4)$ ve $f^{-1}(-1)$ değerlerini doğru ancak $f^{-1}(0)$ değerini ise yanlış yazdığı görülmektedir. Adayın yaptığı hataya bakıldığında $f^{-1}(0) = 4$ olduğunu iddia etmesi grafiğin (4,0) noktasından geçmesiyle mümkündür. Ancak grafik incelendiğinde grafiğin (4,0) noktasından geçmediği görülmektedir. Aday bu bağlamda $f^{-1}(x)$ 'deki değerleri bulabilmek için $f(x)$ fonksiyonu grafiğin y eksenine bakmadan hareket etmiştir. Dolayısıyla adayın $f(x)$ fonksiyon grafiğinden yola çıkarak ters fonksiyondaki bazı noktaların değerlerini okuma ve yorumlama bağlamında eksiklik yaşadığı söylenebilir.

4.4.2. Ters Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Çizme Ön Test Bulguları:

Öğretmen adaylarının ters fonksiyon konusuna yönelik fonksiyon grafiği çizme becerilerini incelemek amacıyla hazırlanan soru aşağıda yer almaktadır.

“ $f: R \rightarrow R, f(x) = 3x^2$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$ 'in grafiğini açıklayarak çiziniz.”

Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerisini incelemeye yönelik hazırlanan yukarıdaki soruda cebirsel ifadesi verilen denklemin öğretmen adayları tarafından grafiğinin çizmeleri istenmektedir. Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme beceri ön test bulguları Tablo 93'te sunulmaktadır.

Tablo 93

Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları

Kategoriler	Ö _A Kodları	f	%
Doğru	Ö ₁ , Ö ₄ , Ö ₂₂	3	7.89
Kısmen Doğru	Ö ₈ , Ö ₁₁ , Ö ₁₉ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₈	6	15.79
Yanlış	Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈	29	76.32

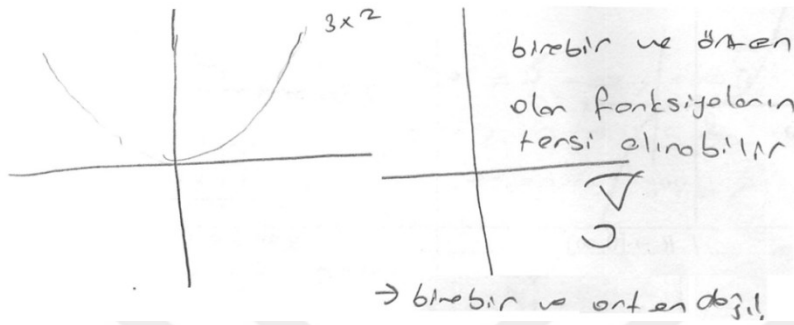
Tablo 93 incelendiğinde ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusunu 3 öğretmen adayının doğru, 6'sının kısmen, 28'inin ise yanlış cevapladığı görülmektedir. Bu

bağlamda öğretmen adaylarının önemli bir kısmının soruyu yanlış çözdüğü ve istenilen fonksiyon grafiğini çizmedikleri belirlenmiştir.

Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusunu doğru cevaplayan öğretmen adaylarından Ö₂₂'nin çözümü aşağıda sunulmaktadır.

Şekil 69

Ö₂₂'nin ters fonksiyon grafik çizme sorusuna yönelik çözümü

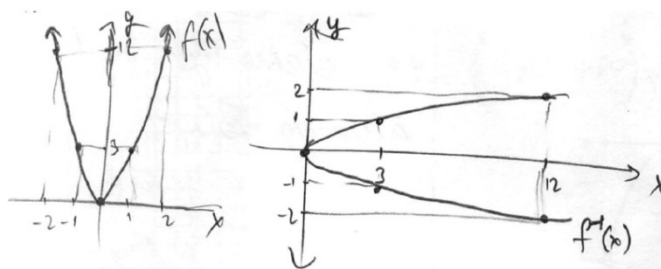


Adayın verdiği cevap incelendiğinde verilen fonksiyonun grafiğini çizdiği ancak grafiğin birebir ve örten fonksiyon belirtmediği için ters fonksiyon grafiğinin çizilemeyeceğini açık bir şekilde ifade ettiği görülmektedir. Dolayısıyla aday bu bağlamda tanım görüntü, birebir örtenlik ve fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma ve yorumlama bilgisinin ters fonksiyon grafik okuma ve yorumlama bilgisine olumlu yönde yansımaları doğru cevap verdiği söylenebilir.

Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusunu kısmen doğru cevaplayan öğretmen adaylarından Ö₂₈'in çözümü ise aşağıda sunulmaktadır.

Şekil 70

Ö₂₈'in ters fonksiyon grafik çizme sorusuna yönelik çözümü



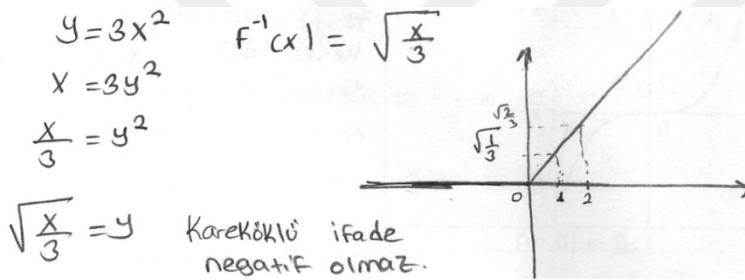
Şekil 70 incelendiğinde adayın $f(x)$ grafiğini doğru çizdiği görülmektedir. $f^{-1}(x)$ 'in grafiğini çizerken ise noktaların koordinat değerlerinin yer değiştirmesi gerektiğini düşünmektedir. Ancak çizdiği $f^{-1}(x)$ grafiğinin bir fonksiyon olup olmadığına dair herhangi bir değerlendirme yapmamaktadır. Aynı zamanda $f(x)$ grafiğinin birebir ve örtenlik durumu ile ters fonksiyon arasında herhangi bir bağlantı kurmamaktadır. Bu durum adayın $f^{-1}(x)$

grafliğini çiziminde hatalar yapmasına neden olmaktadır. Oysa aday mevcut çizimindeki y ekseninin altında kalan kısmı çizmeseydi, sadece y ekseninin üstünde kalan kısmı çizseydi ve tanım görüntü kümelerini bu şartlara uygun olacak şekilde belirtseydi yaptığı çizim doğru olabilirdi. Aday ters fonksiyon grafiğinin noktaların yerlerini değiştirerek çizilebileceği bilgisine sahip olduğu için ve yaptığı çizim belirli bir yere kadar doğru, ancak açıklamalar eksik olduğu için yapılan çizim kısmen doğru kabul edilmiştir. Sonuç olarak aday ters fonksiyon konusu ile birebir örtenlik ve fonksiyonu olup olmama durumlarını ilişkilendirememektedir. Bu bulgulardan hareketle adayın ilgili soru bağlamında ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerisinde eksiklikler olduğu söylenebilir.

Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusunu yanlış cevaplayan öğretmen adaylarından Ö₂₇'in çözümü aşağıda sunulmaktadır

Şekil 71

Ö₂₇'ün ters fonksiyon grafik çizme sorusuna yönelik çözümü



Şekil 71 incelendiğinde adayın $f^{-1}(x)$ grafiğini doğrusal çizdiği görülmektedir. bu durum adayın grafiği sadece noktasal açıdan düşünerek çizdiğinin nitel açıdan düşünmediğinin bir göstergesi olarak söylenebilir. Aday aynı zamanda $f^{-1}(x)$ grafiğinin çizilebilmesi için $f(x)$ 'in birebir ve örtenlikle ilgili durumunu ilişkilendirmediği görülmektedir. Bu sebeplerden dolayı aday grafiği yanlış çizmektedir. Bu bulgulardan hareketle adayın ilgili soru bağlamında ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerisinde eksiklikler olduğu söylenebilir.

4.4.3. Ters Fonksiyon Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Sürecine Ait Bulgular: Teknoloji destekli TGAD öğretim sürecinde öğretmen adaylarının grafiklerin birebir ve örtenlik durumunu dikkatli bir şekilde incelemelerine katkı sağlamak amacıyla dinamik ortamda sürgü geliştirilmiştir. Sürgü sayesinde grafiklerin tanım ve görüntü kümeleri işaretlenerek kolaylıkla incelenmesi, adayların hata yaptıkları noktaları fark etmesi ve grafiğe yönelik okuma-yorumlama becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Bu bölümde ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuryazarlık becerilerini geliştirmek amacıyla hazırlanan teknoloji destekli TGAD öğretim sürecinden bahsedilerek

öğretim sürecinden yansımalar sunulmaktadır. Öğretim sürecini yansıtırken örneklemeden seçilen öğretmen adaylarının çalışma kâğıtları ve günlüklerine ilişkin veriler paylaşılmaktadır. Öğretmen adayları belirlenirken ön testte tanım görüntü kümesine yönelik hazırlanan grafik okuma ve yorumlama sorusuna verdikleri yanıtlar dikkate alınarak her kategoriden öğretmen adayı seçilmesine özen gösterilerek Tablo 94’te oluşturulmuştur.

Tablo 94

Ters fonksiyon konusuna yönelik öğretim sürecini incelemek amacıyla seçilen öğretmen adayları

Ön Test Kategorileri	Ö_A Kodları
Doğru	Ö ₁₁ , Ö ₂₆
Kısmen Doğru	Ö ₁₅ , Ö ₃₇
Yanlış	---

Tablo 94 incelendiğinde ön testte ters fonksiyon konusuna yönelik hazırlanan grafik okuma ve yorumlama sorusuna yanlış cevap veren öğretmen adayı bulunmaması nedeniyle doğru kategorisinde aday yer almamaktadır. Bu nedenle öğretim süreci yansıtılırken Tablo93’de yer alan 4 öğretmen adayından elde edilen veriler incelenecektir. Böylece bu soru bazında farklı seviyelerde olan öğretmen adaylarının öğretim sürecindeki durumlarının yansıtılması amaçlanmaktadır. Bu kapsamda ters fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen grafik okuryazarlık dersinin aşamaları ve elde edilen bulgular yansıtılarak öğretim süreci detaylı bir şekilde incelenmiştir.

4.4.3.1. Tahmin Aşaması: Tahmin aşaması öğretmen adaylarının grafik okuma-yorumlamaya becerilerine yönelik sorular hazırlanmıştır. Bu aşamada, öğretmen adaylarından <https://www.geogebra.org/classroom> linkine tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenmiştir. Tahmin aşamasında öğretmen adaylarından ekranlarındaki beş farklı grafiğin ters fonksiyona yönelik grafik okuma ve yorumlama sorularını cevaplayarak gerekçeleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının farklı grafiklerin ters fonksiyon konusuna yönelik soruları çözmeleri için 15 dk süre verilmiştir. Şekil 72’de öğretmen adaylarının tahmin aşamasında GeoGebra üzerinden sorulara cevap verdikleri bir an sunulmuştur.

Şekil 72

Tahmin aşamasında öğretmen adaylarının ters fonksiyon konusuna yönelik grafik sorularını GeoGebra üzerinden cevaplarken bir görüntü



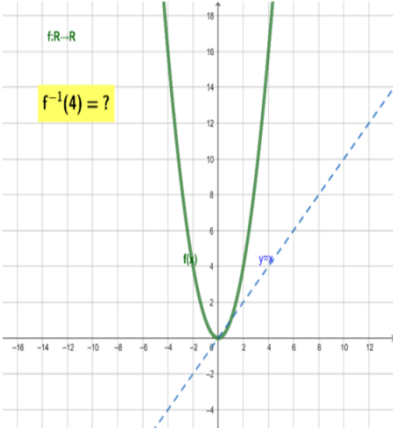
Şekil 72'de görüldüğü tahmin aşamasında öğretmen adayları bilgisayar veya cep telefonlarını kullanarak tahmin aşamasındaki sorular üzerinde bireysel olarak düşünmektedirler.

15 dakikalık çalışma süresi sonunda, öğretmen adaylarının görüşleri alınmaya başlanır. Bu süreçte her ifade tartışılmaya çalışılır. Görüş ayrılıkları olduğunda öğrencilerin birbirlerini ikna etmeleri için bilimsel anlamda kanıt ve gerekçelerini paylaşmaları konusunda teşvik edilir. Bu aşamada amaç bütün öğrencilerin görüşlerini gerekçelerini sunarak tartışmaya katılmalarını sağlamaktır. Böylece her öğrenci savunduğu görüşün doğru mu yanlış mı olduğunu merak ederek bir sonraki aşamada yapılacak etkinliğe motive olacaktır. Öğretmen bu aşamada moderatör rolünde hareket etmelidir. Cevabı söylemek yerine öğrencilerin takıldığı noktalarda tartışmayı ve karmaşıklığın yaşandığı noktaları öğrenci gibi ifade ederek öğretmen adaylarının zihninde soru işareti oluşturarak kavramsal anlamda dengesizliği ve merakı tetiklemelidir.

Gözlem aşamasına geçmeden önce yapılan sınıf içi tartışmada bir grafik ile ilgili ters fonksiyon konusunda yaşanan dikkat çekici bir diyalog aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 95

Tahmin aşamasında yapılan sınıf içi tartışmada geçen bir konuşma

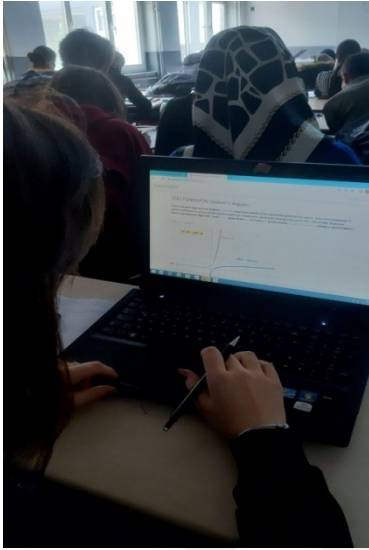
Grafik	Sınıfta Geçen Konuşma
	<p>A: “Cevabınız nedir?”</p> <p>Ö₃₇: “$f^{-1}(4) = -2$ ve 2 dir. Çünkü $y=4$ değeri nin iki değeri var.”</p> <p>A: “y değerine karşılık 2 ve -2 değerleri karşılık geliyor diyorsun. Başka?”</p> <p>Ö₁₅: “$f(x) = x^2$ grafiğidir. $f^{-1}(x) = \sqrt{x}f^{-1}(4) = 2$”</p> <p>A: “Karekök içerisinde -2 olamayacağı için sadece 2 olmalı mı diyorsun?”</p> <p>Ö₁: “Bence ikiside olmaz. $f^{-1}(4)$'ün görüntüsü yoktur. ”</p> <p>A: “Neden?”</p> <p>Ö₁: “$f(x)$ fonksiyonu birebir ve örten değildir.”</p> <p>A: “Yani bu olayın birebir ve örtenlikle ne alakası var ki grafiğe bakıyoruz cevap veriyoruz. ”</p> <p>Ö₁: “Çünkü $f^{-1}(x)$ fonksiyon olmaz.”</p> <p>A: “Humm artık hangi düşüncenin doğru olduğuna gözlem aşamasında karar verirsiniz”</p>

Tablo 95'te görüldüğü üzere öğretmen derste hatalı öğrencinin fikrini öne çıkararak sanki doğruymuş gibi desteklemektedir. Burada öğretmen adayları üzerinde bu söylenenler “Acaba doğru olabilir mi?” soru işaretini uyandırarak bir dengesizlik durumu oluşturmak hedeflenmiştir. Böylece hem sınıf içi konuşmaların artırılması hem de gözlem aşamasında bahsedilen noktalar hakkında merak uyandırılarak daha iyi bir gözlemin yapılması amaçlanmıştır.

4.4.3.2. Gözlem aşaması: Öğretmen adaylarının tahmin aşamasında ters fonksiyon grafiklerine yönelik verdikleri yanıtları kontrol etmeleri amacıyla, gözlem aşaması GeoGebra yazılımında hazırlanan etkinliklerle gerçekleştirilmiştir. Şekil 73'te öğretmen adayının gözlem aşamasında kullanılmak için GeoGebrada geliştirilen etkinliği kullanarak bilgisayar ile inceleme yaparken bir görüntü verilmiştir.

Şekil 73

Gözlem aşamasında öğretmen adayının ters fonksiyon konusundaki grafikleri GeoGebra'da incelerken bir görüntü



Bu etkinlikler sayesinde öğretmen adayları aynı grafikleri dinamik bir ortamda daha yakından inceleyerek tahmin aşamasındaki düşüncelerinin değişip değişmediğini açıklamaları sağlanmıştır. Bu kapsamda gözlem aşamasından elde edilen bulgular öğretmen adaylarının tahmin aşamasındaki cevaplarıyla birlikte sunulmuştur.

Tablo 96

Tahmin aşamasındaki ters fonksiyon konusuna yönelik 1. grafik sorusu

Grafik	Soru
	<p>“Yandaki şekilde tanım ve değer kümeleri verilen $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları gösterilmektedir. Buna göre $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.”</p>

Tablo 96'daki soruya öğretmen adaylarının tahmin aşamasında cevap vermeleri istenmiştir. Öğretim sürecini incelemek amacıyla belirlediğimiz dört öğretmen adayının tamamının soruya kısmen doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Adayların ilgili soruya verdikleri cevaplar aşağıda sunulmaktadır.

Ö₁₁ : “ $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları $y=x$ yani orijine göre birbirinin simetriğidir.”

Ö₂₆ : “ $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları orijine göre simetriktir.”

Ö₁₅ : “ $g(x)$ fonksiyonu $f(x)$ fonksiyonunun ters fonksiyonudur.”

Ö₃₇ : “Orijine göre simetrisi alınmış.”

Verilen cevaplar incelendiğinde öğretmen adaylarının fonksiyonların orijine göre birbirinin simetriği olduğunu ifade ettikleri görülmektedir. Ancak bu adaylar grafiklerin birbirlerinin ters fonksiyonu olduklarına dair herhangi bir açıklamada bulunmamışlardır. Ö₁₅ öğretmen adayı ise diğer öğretmen adaylarından farklı olarak iki grafiğin birbirinin ters fonksiyonu olduğunu fark ettiği ancak bu öğretmen adayının da grafiklerin simetri durumlarını ifade etmediği görülmektedir. Bu bağlamda adayların verdikleri cevapların kısmen doğru olduğu söylenebilir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksikliğin giderilmesi ve grafiğin ters fonksiyon durumunun öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlikte tanım ve görüntü kümesinin gözlemlenmesi amacıyla sürgü yerleştirilmiştir. Etkinlikte yer alan sürgü en son düzeye ilerletildikçe tanım ve görüntü kümesini boyamak suretiyle grafiğin ters fonksiyon olma durumuna dair doğru cevap hakkında öğretmen adaylarının süreci gözlemlenmelerini sağlamaktadır. Bu sayede öğretmen adayları cevaplarını bilgisayar ortamında kontrol ederek düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarını inceleme fırsatı elde etmişlerdir.

Soruya tahmin aşamasında kısmen doğru cevap veren öğretmen adayının gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda aşağıdaki açıklamaları yapmıştır.

Ö₃₇ : “ A ve A' noktalarının koordinatları (x,y) (y,x) şeklinde yani $y=x$ eksenine göre simetrik aynı zamanda $f(x)$ 'in ters fonksiyonu $g(x)$ fonksiyonu olduğunu fark ettim.”

Ö₂₆ : “ A ve A' noktalarının koordinatlarının Koordinat değerlerini ve oluşturdukları grafiklere baktığımda ters fonksiyon olduklarını gözlemledim. 1 açığortay doğrusuna göre ($y=x$) simetriktirler. Aynı zamanda orijine göre de simetriktirler.”

Ö₁₁ : “ $f(x)$ fonksiyonunun tanım kümesi ile $g(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesi $f(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesi ile $g(x)$ fonksiyonunun tanım kümesi birbirine eşit. Bu yüzden $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları birbirinin tersidir.”

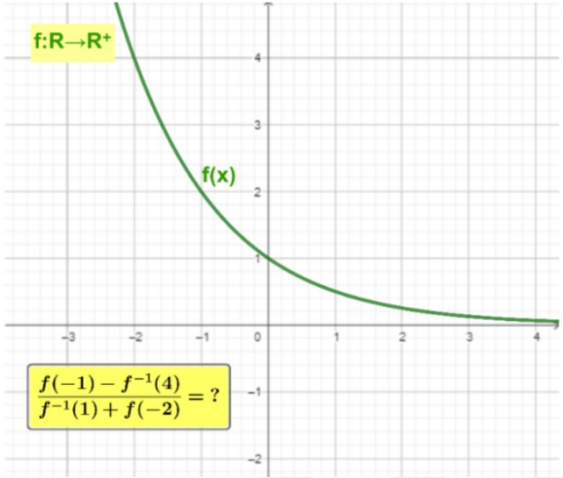
Ö₁₅ : “ A noktasının x ve y' sinin yer değiştirmesi ile A' noktası oluşmuştur. A ve A' noktalarının oluşturduğu grafikler birbirinin tersidir. Kontrol et butonuna tıkladığım zaman $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının birbirinin tersi olduğunu fark ettim.”

Adayların verdikleri cevaplar incelendiğinde gözlem aşamasında grafiği incelemeyi kolaylaştıran A ve A' noktaları, sürgü ve kontrol et kutusunun sayesinde $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının orijine göre simetrik ve birbirinin tersi olduklarını fark ettikleri

görülmektedir. Bu durum gözlem aşamasında grafiğin ters fonksiyon durumunu incelemek için geliştirilen etkinliğin amaca hizmet ettiğini göstermektedir. Sadece Ö₁₅ grafiklerin orjine göre simetrik olma durumlarını fark edemediği görülmektedir. Açıklama aşaması bu bağlamda adayın bu durumu fark etmesine katkı sağlamak amacıyla geliştirilmiştir.

Tablo 97

Tahmin aşamasındaki ters fonksiyon konusuna yönelik 2. grafik sorusu

Grafik	Soru
	<p>"Yandaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve bu fonksiyonla ilgili bir soru verilmiştir. Bu sorunun cevabını açıklayarak yazınız. Soruyu çözerken $f^{-1}(x)$ fonksiyonuna ait değerlere nasıl baktık yazalım."</p>

Tablo 97'de soruya öğretmen adaylarının tahmin aşamasında verdikleri cevap incelendiğinde öğretim sürecini incelemek amacıyla belirlediğimiz dört öğretmen adayının tamamının soruya doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Dolayısıyla adayların ters fonksiyon grafik okuma ve yorumlama becerilerinin ilgili soruyla bağlamında değerlendirildiğinde iyi olduğu söylenebilir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksikliğin giderilmesi ve grafiğin ters fonksiyon durumunun öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlikte tanım ve görüntü kümesinin gözlemlenmesi amacıyla sürgü yerleştirilmiştir. Etkinlikte yer alan sürgü en son düzeye ilerletildikçe tanım ve görüntü kümesini boyamak suretiyle grafiğin ters fonksiyon olma durumuna dair doğru cevap hakkında öğretmen adaylarının süreci gözlemlenmelerini sağlamaktadır. Bu sayede öğretmen adayları cevaplarını bilgisayar ortamında kontrol ederek düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarını inceleme fırsatı elde etmişlerdir.

Tablo 98

Tahmin aşamasındaki ters fonksiyon konusuna yönelik 3. grafik sorusu

Grafik	Soru
	<p>Şekilde $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$'ye tanımlı $f(x)$ fonksiyonunun grafiği gösterilmektedir. Buna göre $f^{-1}(x)$ fonksiyonunda $f^{-1}(4)=?$ değerini bulunuz. Tüm uygun cevapları seçin</p> <p>A <input type="checkbox"/> $f^{-1}(4)=2$</p> <p>B <input type="checkbox"/> $f^{-1}(4)=-2$</p> <p>C <input type="checkbox"/> $f^{-1}(4)=2$ ve -2</p> <p>D <input type="checkbox"/> $f^{-1}(4)=2$ ve ya -2</p> <p>E <input type="checkbox"/> $f^{-1}(4)$ görüntüsü yoktur.</p>

Tablo 98'deki soruya öğretmen adaylarının tahmin aşamasında verdikleri cevap incelendiğinde öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlediğimiz dört öğretmen adayının birinin soruya doğru (Ö₁₁), diğerlerinin ise yanlış (Ö₁₅, Ö₂₆, Ö₃₇) cevap verdiği belirlenmiştir. Adayların ilgili soruya verdikleri cevaplar aşağıda sunulmaktadır.

Ö₁₁ : “ $f^{-1}(4)$ ün görüntüsü yoktur. $f(x)$ fonksiyonu birebir ve örten değildir.”

Ö₃₇ : “ $f^{-1}(4) = -2$ ve 2 'dir. Çünkü $y = 4$ değeri alan $x = 2$ ve $x = -2$ değerleri vardır.”

Ö₁₅ : “ $f(x) = x^2$ grafiğidir. $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$. $f^{-1}(4) = 2$ ”

Ö₂₆ : “ $f^{-1}(4) = a$ olsun. $f(a) = 4$ ise a 'nın 2 ve -2 olduğunu görürüz.”

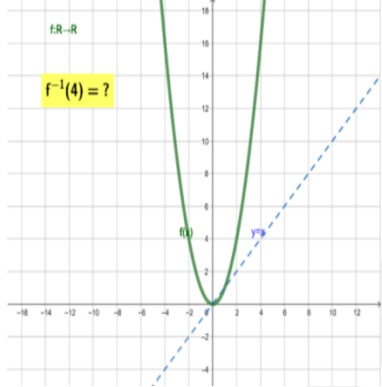
Doğru cevap veren Ö₁₁ 'in doğru cevabı incelendiğinde $f(x)$ fonksiyonu birebir ve örten olmaması nedeniyle $f^{-1}(4)$ 'ün görüntüsünün olamayacağını ifade etmiştir. Aday grafiği okuyup yorumlarken ters fonksiyon konusu ile birebir ve örtenliği ilişkilendirerek başarılı bir cevap vermiştir. Yanlış cevap veren diğer adayların cevapları incelendiğinde $f^{-1}(4)$ 'ün görüntüsünün 2 veya -2 olduğunu ifade etmişlerdir. Adaylar ters fonksiyon konusu ile birebir, örtenliği ve grafiğin tersinin fonksiyon olup olmama durumunu ilişkilendiremedikleri görülmektedir.

4.4.3.3. Açıklama Aşaması: Açıklama aşaması önceki aşamaları kapsayan, öğretmenin daha aktif olduğu ve bireysel bilgiyi sınıf bilgisi haline dönüştürerek bilginin genelleşmesini sağladığı bir aşamadır. Öncelikle grafiklerin tek ve çift fonksiyon olma durumlarının sırayla incelenmesi ve herkes tarafından görülmesi için gözlem aşamasında kullanılan etkinlikler tahtaya yansıtılır. Burada amaç öğretmen kontrolünde grafiklerin tekrardan incelenmesini sağlamaktır.

Daha sonra etkinlikler öğretmen tarafından yapılmadan önce öğretmen adaylarının fikirleri alınır. Tahmin ve gözlemdaki düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarını sınıf ortamında paylaşımları istenir. Bu süreç gönüllü ve söz almak isteyen öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilir. 3. Grafiğe yönelik düşünce değişimini paylaşmak isteyen bir öğretmen adayının sınıf içi konuşması aşağıda verilmiştir.

Tablo 99

Açıklama aşamasında ters fonksiyon 3. grafik sorusuna yönelik gerçekleşen sınıf içi konuşma

Grafik	Sınıf İçi Konuşmalar
	<p>A: "Evet arkadaşlar bu grafikte ilgili düşüncesi değişen var mı?"</p> <p>Ö₃₇: "Evet hocam benim."</p> <p>A: "Cevaba ne demiştin tahmin aşamasında"</p> <p>Ö₃₇: "$f^{-1}(4) = -2$ ve 2'dir. Çünkü $y=4$ değerinin iki değeri var."</p> <p>A: "Neyi fark ettin?"</p> <p>Ö₃₇: "Ters fonksiyon olmadığını çünkü $f(x)$ birebir ve örten değil."</p> <p>Ö₁₅: "Ben de $f(x) = x^2$ grafiğidir $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$ $f^{-1}(4) = 2$ demiştim. $f(x)$ in tersine fonksiyon tersine dikey doğru testi yaptığımızda fonksiyon olmadığını fark ettim."</p>

Tablo 99 incelendiğinde öğretmen adayının düşüncesindeki değişimi ayrıntılı bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Açıklama aşamasında yapılan bu paylaşım birbirine benzer ya da aynı hatayı yapan öğretmen adaylarının yanlış yaptıkları yeri anlamaları bakımından önemlidir. Her grafik tahtaya yansıtılarak öğretmen rehberliğinde gözlem aşaması etkinliği yukarıda anlatıldığı gibi sınıfla birlikte yapıldıktan sonra birebir ve örten fonksiyon durumuna yönelik kritik bilgiler ve genellemeler yapılarak bireysel bilgi sınıf bilgisi haline dönüştürerek bilginin genelleşmesini sağlar. Bu süreçte öğretmen rehberliğinde sınıfta yaşanan konuşmalar aşağıda verilmiştir.

A: "Evet arkadaşlar. O zaman bir fonksiyonun grafiğinin de ters fonksiyon olabilmesi için ne gereklidir?"

Ö₃₇: "Verilen tanım değer aralığında fonksiyonun birebir ve örten olması gerekir."

Ö₁₅: "Ayrıca fonksiyonun tersinde bir fonksiyon olabilmesi için fonksiyon testinden geçmeli"

A: "Demekki arkadaşlar tes fonksiyon konusu birebir, örten ve fonksiyon olup olmama konusuyla yakından ilişkili, hatta ön şart diyebiliriz."

A: "Çift fonksiyonların her durumda ters fonksiyon olamayacağını söyleyebilir miyiz?"

Ö₃₇: "Hayır. Çünkü tanım ve değer kümeleri önemli şartlar uygunsu olabilir "

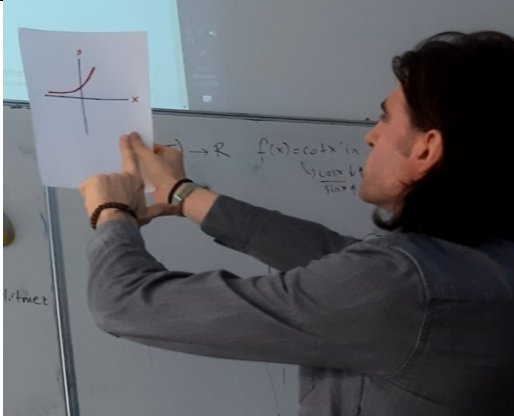
Yukarıdaki konuşmalardan anlaşıldığı üzere öğretmen bilgi verici konumdan ziyade kritik soruları sorarak konuyla ilgili genellemelere öğretmen adaylarının kendilerinin varmalarını sağlamaya çalışmıştır. Bu sayede ters fonksiyon konusuna yönelik okuma ve yorumlama bilgilerinin sınıfta paylaşımı yapılmıştır. Daha sonra öğretmen adaylarına tanım, değer kümesi ve cebirsel ifadesi verilen bir kaç fonksiyon grafiğinin tersinin çizilip fonksiyon olup olmadığının incelenmesine yönelik sorular yöneltilir. Gönüllü olan öğretmen adaylarının cevaplarını sınıfla paylaşmaları sağlanır. Yapılan sınıf paylaşımından sonra öğretmen gerek GeoGebra'dan gerekse tahtaya, sorudaki grafiği aşama aşama çizerek ters fonksiyon olma durumunu açıklar. Burada amaç öğretmen adaylarının ters fonksiyona yönelik grafik çizme becerilerinin geliştirilmesinin yanı sıra grafiklerin ters fonksiyon olup olmama durumlarını da incelemelerini sağlamaktır. Adaylara fonksiyon grafiğinin tersini çizerken somut bir uygulama olarak Tablo 100'deki anlatım yapılmıştır.

Tablo 100

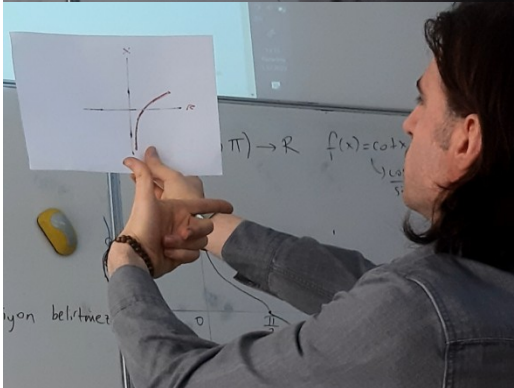
Açıklama aşamasında fonksiyon grafiğinin tersini çizerken yapılan somut bir uygulama

Görseller

Konuşmalar



"Evet arkadaşlar bir fonksiyonun tersini alırken x ve y değerleri yer değiştirir. Sol elimizin baş parmağı ile x eksenini, işaret parmağı ile de y eksenini sembolize edelim."



"Şimdi eksenlerin yerini değiştirelim yani tersini alıyoruz. O zaman x eksenini yani başparmağımı yukarı, y eksenini yani işaret parmağımı aşağıyı gösterdi. Elimizi bilekten çevirdiğimiz için bileğimiz $y=x$ 'i sembolize ediyor. Elimizi çevirdiğimiz gibi kağıda çevirelim. Kağıdı da aynı şekilde çevirirsek fonksiyon grafiğini tersini elde etmiş oluruz."

Tablo 100'deki anlatım sayesinde öğretmen adaylarının ters fonksiyon grafiğini çizerken somut bir deneyim elde etmeleri amaçlanmıştır. Grafik çizmeye yönelik yapılan öğretimden sonra açıklama aşaması tamamlanmıştır.

4.4.3.4. Değerlendirme Aşaması: Ön test bulguları incelendiğinde temel grafik çizimlerinde öğretmen adaylarının sıklıkla hata yaptıkları gözlemlenmiştir. Grafik çizme becerisi okuma ve yorumlama becerilerini içerisine aldığı gibi bu becerilerden farklı olarak bir inşa sürecini gerektirir. Bu nedenlerden dolayı öğretim tekniğinde bir değerlendirme aşamasına ihtiyaç duyulmuştur. Değerlendirme aşamasında öğretmen adaylarının derste yapılan grafik çizme becerilerinin pekişmesi için ders dışı ödevlendirme yapılmıştır. Daha sonra ödevler dersi yürüten araştırmacı tarafından incelenerek öğretmen adaylarının yaptıkları hatalı çizimler etik kurallar gözetilerek sunum halinde yansıtılmıştır. Bu hatalı çizimlerle ilgili sınıfça tartışma yapılmıştır. İhtiyaç duyulduğunda bazı grafiklerin çiziminin daha net anlaşılması için zaman zaman GeoGebra dinamik yazılımından faydalanılmıştır. Değerlendirme aşaması için yapılan ödevlendirmede aşağıda verilen cebirsel ifadelerin grafiklerini çizmeleri ve tanım ve görüntü kümelerini bulmaları istenmiştir.

1) $f: (-3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x + 3)$ şeklinde tanımlı $f(x)$

fonksiyonunun tersinin grafiğini çizerek açıklayınız.

2) $f: [0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \pi] \rightarrow (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ şeklinde tanımlı $f(x) = \sec(x)$

fonksiyonunun tersinin grafiğini çizerek açıklayınız.

3) $f: (-\infty, 2) \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere $f(x) = \frac{1}{|x-2|}$ şeklinde tanımlı $f(x)$ fonksiyonunun

tersinin grafiğini çizerek açıklayınız.

Yukarıdaki sorular incelendiğinde temel düzeydeki bazı grafiklerin çizimine yönelik öğretmen adaylarının ödevlendirildikleri görülmektedir. Pekiştirme amaçlı verilen bu ödevdeki sorular ön test ve tahmin aşamasındaki grafiklerle benzerdir.

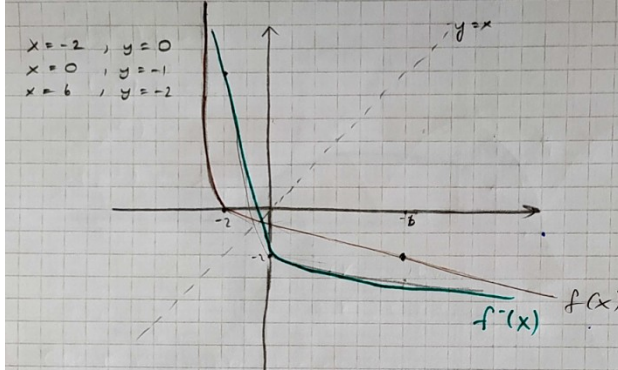
Grafik okuma-yorumlamanın ön test sonuçlarına göre farklı kategorilerde olan öğretmen adayları grafik çizmede benzer cevap verdikleri görülmüştür. Bu nedenle değerlendirme aşaması sunulurken benzer cevap veren adaylar çıkartılmıştır. Değerlendirme aşaması sunulurken grafik çizme ön test sonuçlarından hareketle verilerin çeşitliliğinin sağlanması için farklı kategorilerden adayların seçilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Dolayısıyla Ö₂, Ö₆, Ö₁₇, Ö₁₉ ve Ö₂₄'ün verileri üzerinden öğretim sürecinin yansıtılmasına karar verilmiştir.

1. soruda adaylardan logaritma fonksiyon grafiğinin tersinin grafiğini çizmeleri istenmiştir. İlgili soruyu belirlenen öğretmen adaylarından üçü (Ö₂, Ö₁₇, Ö₁₉) doğru, birer

kişide kısmen doğru (Ö₂₄) ve yanlış (Ö₆) cevap vermişlerdir. Kısmen doğru cevap veren Ö₂₄ öğretmen adayının çözümü Şekil 74'te sunulmuştur.

Şekil 74

Ö₂₄'ün değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 1. soruya verdiği cevap

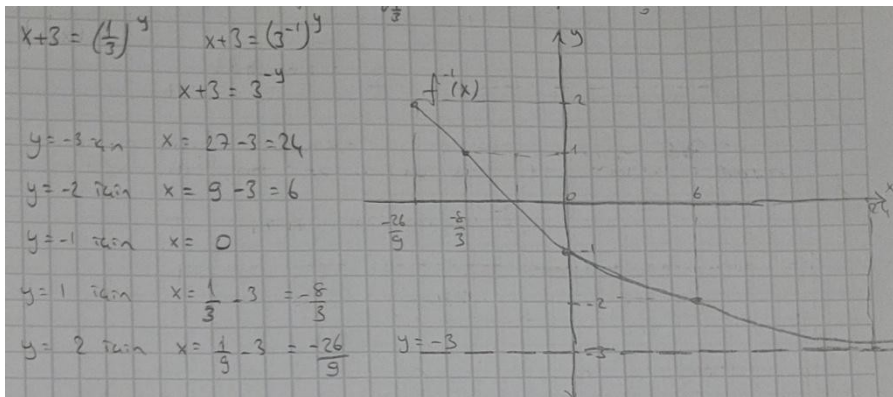


Kısmen doğru cevap veren Ö₂₄'ün çözümü incelendiğinde logaritmik fonksiyon grafiğinin tersinin $y=x$ eksenine göre simetrik olduğu bildiği görülmektedir. Aday ayrıca her iki grafiğin geçtiği kritik noktaları doğru tespit etmesine rağmen grafiklerin belirli kısımlarını doğrusal çizerek yanlış bir çizim yaptığı görülmektedir. Dolayısıyla aday grafikleri süreçsel ve bütünsel anlamda eksik çizmiştir. Adayın çizimde yaptığı doğru ve yanlış bölümler olması nedeniyle çizimi kısmen doğru olarak değerlendirilmiştir. Bu bulgular ışığında ilgili soru bağlamında adayın ters fonksiyon grafik çiziminde eksiklikler olduğu söylenebilir.

Yanlış cevap veren Ö₆ öğretmen adayının çözümü ise Şekil 75'te sunulmuştur.

Şekil 75

Ö₆'nın değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 1. soruya verdiği cevap



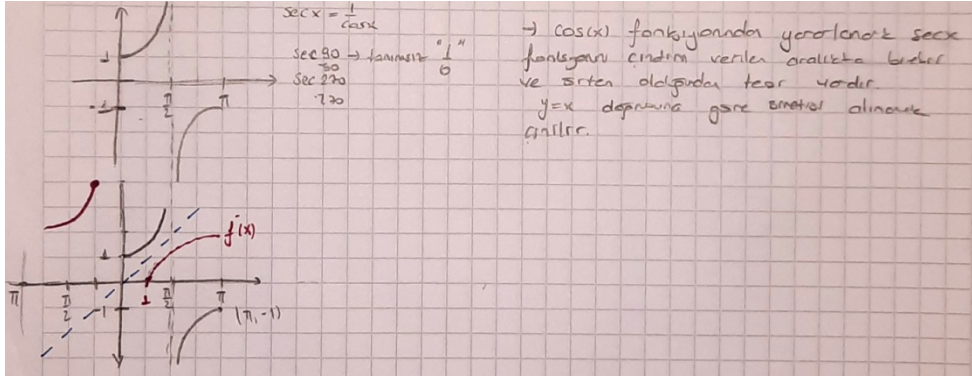
Yanlış cevap veren Ö₆'nın çözümü incelendiğinde grafiği sadece noktasal düşündüğü bunun için $y=x$ simetri eksenini kullanmadan bir çizim yaptığı görülmektedir. Yani grafiği süreçsel yaklaşmamaktadır. Adayın yaptığı hata incelendiğinde çizdiği grafiğin logaritma fonksiyonunun tersi olduğunu zannetmektedir. Yani aday aslında logaritma fonksiyonunun grafiğini çizmektedir ve fonksiyonun tersini aldığı sanmaktadır. Dolayısıyla adayın yaptığı

çizim yanlış olarak değerlendirilmiştir. Bu bulgular ışığında ilgili soru bağlamında adayın ters fonksiyon grafik çiziminde eksiklikler olduğu söylenebilir.

2. soruda trigonometrik fonksiyon grafiğinin tersinin grafiğini çizmeleri istenmiştir. İlgili soruyu belirlenen öğretmen adaylarından tamamı doğru cevaplamıştır. Bu öğretmen adaylarından Ö₁₉'un çözümü Şekil 76'da sunulmuştur.

Şekil 76

Ö₁₉'un değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 2. soruya verdiği cevap

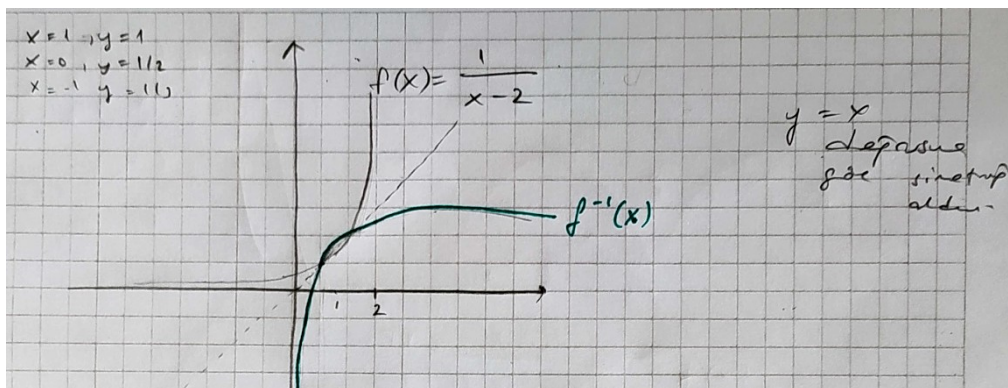


Adayın verdiği cevap incelendiğinde $\sec(x)$ grafiğinin $\cos(x)$ grafiğinden yola çıkarak çizdiği ve kritik noktaları doğru bularak çizimini tamamladığı görülmektedir. Aday daha sonra $\sec(x)$ grafiğinin birebir ve örten olduğunu tespit ederek tersinin grafiğini $y = x$ doğrusundan yola çıkacak çizmiştir. Bu bulgular ışığında ilgili soru bağlamında adayın ters fonksiyon grafik çiziminde başarılı olduğu söylenilebilir.

3. soruda adaylardan rasyonel mutlak değerli fonksiyon grafiğinin tersinin grafiğini çizmeleri istenmiştir. İlgili soruyu belirlenen öğretmen adaylarından üçünün (Ö₂, Ö₆, Ö₁₉) doğru, birer kişide kısmen doğru (Ö₂₄) ve yanlış (Ö₁₇) cevap vermişlerdir. Kısmen doğru cevap veren Ö₂₄ öğretmen adayının çözümü Şekil 77'de sunulmuştur.

Şekil 77

Ö₂₄'ün değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya verdiği cevap

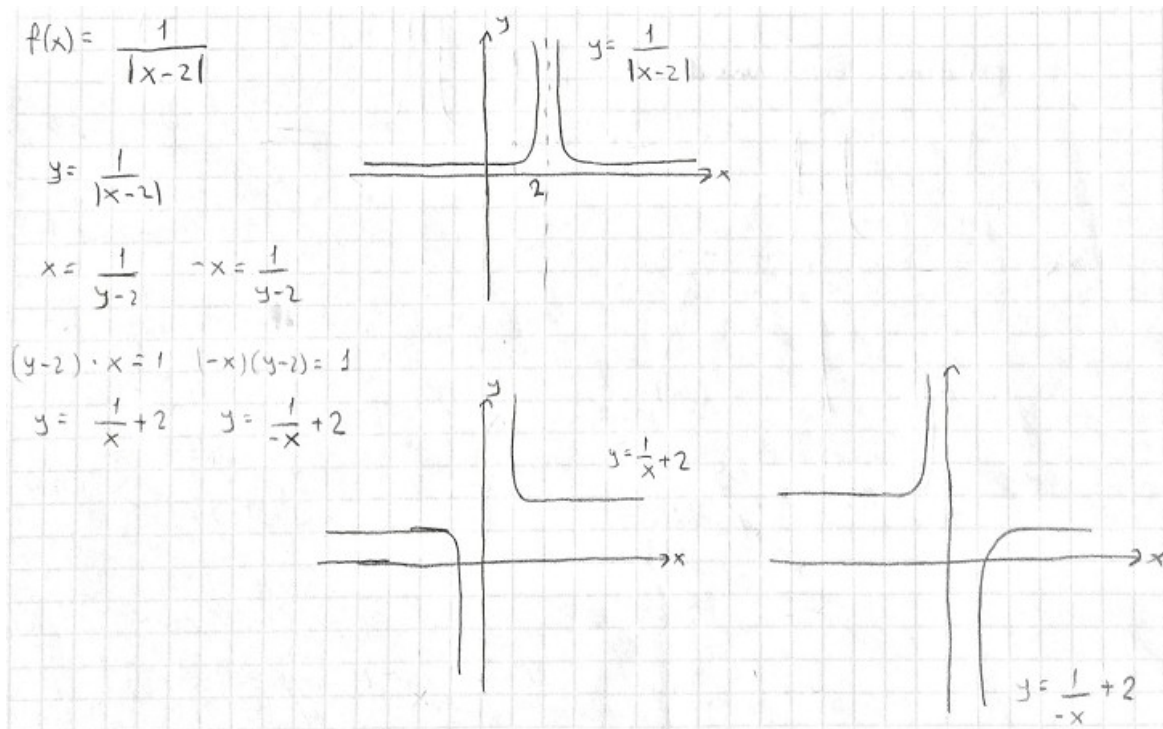


Kısmen doğru cevap veren Ö₂₄'ün çözümü incelendiğinde mutlak değerli fonksiyon grafiğini verilen tanım değer aralığında çizip $y=x$ doğrusuna göre simetriğini alarak fonksiyonun grafiğinin tersini çizdiği görülmektedir. Ancak aday fonksiyonun tersini çizerken asimptot doğrularını ve kritik noktaları çiziminde belirtmemiştir. Adayın çizimde yaptığı doğru ve yanlış bölümler olması nedeniyle çizimi kısmen doğru olarak değerlendirilmiştir. Bu bulgular ışığında ilgili soru bağlamında adayın ters fonksiyon grafik çiziminde eksiklikler olduğu söylenebilir.

Yanlış cevap veren Ö₁₇ öğretmen adayının çözümü ise Şekil 78'de sunulmuştur.

Şekil 78

Ö₁₇'nin değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya verdiği cevap



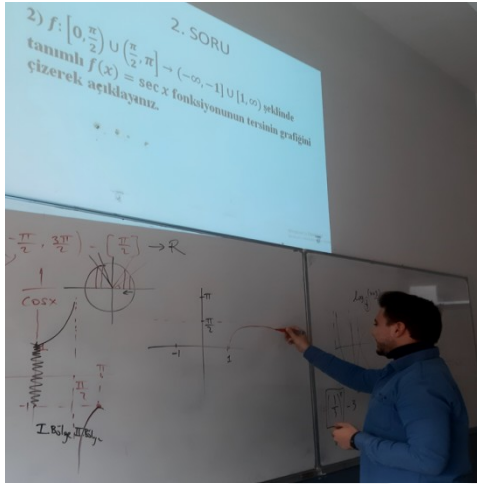
Ö₁₇'nin çözümü incelendiğinde mutlak değerli fonksiyon grafiğini verilen tanım değer aralığını dikkate alarak çizim yapmadığı görülmektedir. Ayrıca adayın fonksiyonun tersinin grafiğini yanlış çizdiği ve asimptot doğrularını da çizimine aktarmadığı görülmektedir. Bu bulgular ışığında ilgili soru bağlamında adayın ters fonksiyon grafik çiziminde eksiklikler olduğu söylenebilir.

Yukarıda bahsedildiği üzere öğretmen adaylarının grafik çizimi ve çizdikleri grafiği okuma ve yorumlamada bazı hatalar yaptıkları görülmektedir. Bu nedenle öğretmen adaylarının grafik çizme ödevinde verdikleri cevaplardaki hatalarını görmeleri amacıyla hata dersleri yapılmıştır. Araştırmacı tarafından ödevler incelenerek öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar derlenmiştir ve bir Powerpoint sunumu hazırlanmıştır. Daha sonra grafik

çizimi ve çizilen grafiğin tek ve çift fonksiyon olma durumunda yapılan hataları sınıfta incelemek için slayt tahtaya yansıtılmıştır. Değerlendirme dersinde ödevde yapılan hataları göstermeden önce her grafiğin doğru çizimi öğretmen veya gönüllü öğretmen adayları tarafından Şekil 79'daki gibi tahtada çizilmiştir.

Şekil 79

Öğretmen adayının ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizimini yaparken bir görüntü

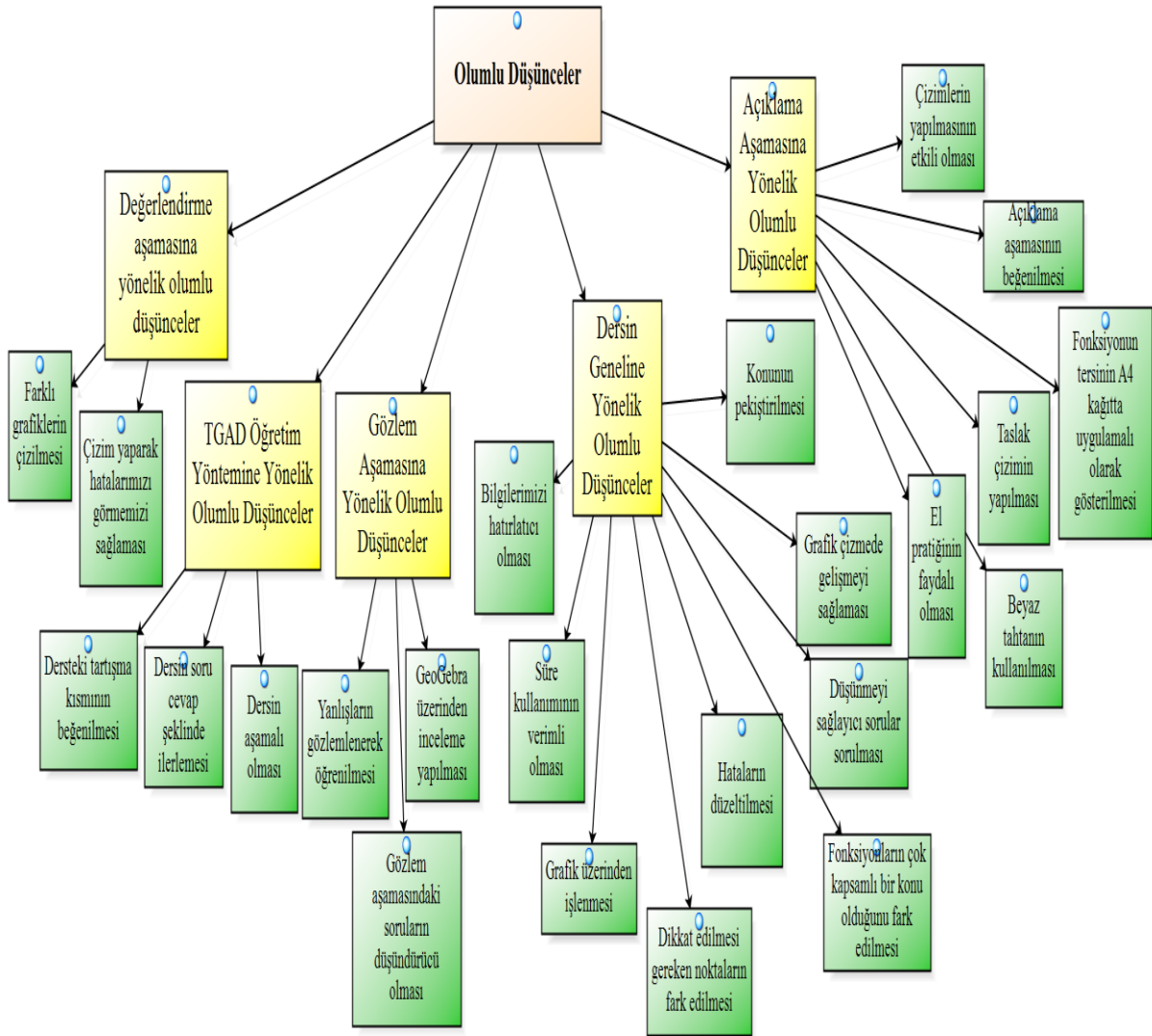


Şekil 79'da görüldüğü üzere doğru çözümler yapıldıktan sonra öğretmen adaylarının çizim ve açıklamada yaptıkları hatalar isim belirtilmeden incelenmiş ve bunun üzerine sınıf içi konuşmalar yapılmıştır. Sınıf içi konuşmalarda hatanın nerede olduğu öğretmen adaylarına sorulmuştur. Bu sayede öğretmen adaylarının ters fonksiyon durumuna yönelik grafik çizme ödevinde yaptıkları hataları fark etmeleri ve ne gibi hatalar oluşabileceğini görmeleri sağlanmıştır. Slayt bitiminde öğretmen adaylarının ödevde verdikleri cevapları inceleyip hatalarını açıklamaları ve düzeltmeleri istenmiştir.

4.4.4. Öğretmen Adaylarının Ters Fonksiyon Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Yöntemiyle Yürütülen Derse Yönelik Görüşleri: Öğretmen adaylarının ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuryazarlık becerilerinin incelenmesi amacıyla geliştirilen teknoloji destekli TGAD öğretim tekniğine dayalı dersle ilgili genel düşünceleri alınmıştır. Öğretim süreci sonunda ders hakkındaki genel düşünceler olumlu, olumsuz başlıkları altında toplanmıştır. Öğretmen adaylarının ters fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim tekniğine dayalı dersle ilgili olumlu düşüncelerine ait model Şekil 80'de sunulmuştur.

Şekil 80

Ters fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumlu düşüncelere ait model



Şekil 80 incelendiğinde öğretmen adaylarının olumlu düşünceleri 5 farklı başlıkta toplandığı görülmektedir. Bu başlıklar değerlendirme aşaması, TGAD öğretim yöntemi, dersin geneli açıklama aşaması ve gözlem aşaması şeklinde yer almaktadır. Öğretmen adaylarının düşünce çeşitliliğinin en fazla dersin geneline yönelik olumlu düşünceler başlıkları altında yer aldığı görülmektedir. Bu düşüncelerin sayısını ve hangi öğretmen adayları tarafından tercih edildiğini gösteren bulgular ise Tablo 101’de sunulmaktadır.

Tablo 101

Ters fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumlu görüşlerinin dağılımı

Görüşler	Ö _A Kodları	f
GeoGebra üzerinden inceleme yapılması	Ö ₂ , Ö ₅ , Ö ₁₂ , Ö ₁₇ , Ö ₂₄ , Ö ₃₁ , Ö ₃₄	7
Düşünmeyi sağlayıcı sorular sorulması	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₂₁ , Ö ₂₇ , Ö ₃₁ , Ö ₃₆	6
Bilgilerimizi hatırlatıcı olması	Ö ₄ , Ö ₉ , Ö ₂₁ , Ö ₂₈	4
El pratiğinin faydalı olması	Ö ₁₄ , Ö ₂₁ , Ö ₂₅	3
Farklı grafiklerin çizilmesi	Ö ₂ , Ö ₂₅ , Ö ₃₆	3
Dersin aşamalı olması	Ö ₇ , Ö ₁₀ , Ö ₁₈	3
Süre kullanımının verimli olması	Ö ₂ , Ö ₁₄ , Ö ₂₅	3
Çizim yaparak hatalarımızı görmemizi sağlaması	Ö ₁₃ , Ö ₂₀	2
Hataların düzeltilmesi	Ö ₂₁ , Ö ₂₈	2
Konunun pekiştirilmesi	Ö ₆ , Ö ₃₈	2
Gözlem aşamasındaki soruların düşündürücü olması	Ö ₅ , Ö ₁₁	2
Yanıtların gözlemlenerek öğrenilmesi	Ö ₁₀ , Ö ₃₁	2
Grafik çizmede gelişmeyi sağlaması	Ö ₁₁ , Ö ₁₈	2
Açıklama aşamasının beğenilmesi	Ö ₃₈	1
Çizimlerin yapılmasının etkili olması	Ö ₁₄	1
Beyaz tahtanın kullanılması	Ö ₁₁	1
Taslak çizim yapılması	Ö ₁₄	1
Dikkat edilmesi gereken noktaların fark edilmesi	Ö ₃₃	1
Fonksiyonların çok kapsamlı bir konu olduğunu fark edilmesi	Ö ₂₂	1
Grafik üzerinden işlenmesi	Ö ₂₆	1
Dersin soru cevap şeklinde ilerlemesi	Ö ₁	1
Dersteki tartışma kısmının beğenilmesi	Ö ₄	1
Fonksiyonun tersinin A4 kağıtta uygulamalı olarak gösterilmesi	Ö ₁₁	1

Tablo 101 incelendiğinde öğretmen adayları tarafından olumlu düşüncelerin en fazla gözlem aşamasına yönelik olumlu düşünceler başlığında bulunan “*GeoGebra üzerinden inceleme yapılması*” görüşü altında yer aldığı görülmektedir. Bu düşüncüyü belirten öğretmen adaylarından bazılarının ifadeleri şu şekildedir:

Ö₂: “*Fonksiyonlar ve terslerini GeoGebra’da aynı anda görebilmek karşılaştırabilmek güzeldi.*”

Ö₅: “*Dersin sonuna doğru GeoGebra üzerinden grafiği döndürerek tersini elde ettiğimiz bir örnek gösterildi. O çok hoşuma gitti.*”

Ö₁₂: “*GeoGebra’da birebir ve örten olmayan fonksiyonların tersinin olamayacağını gözlemleyebilmemi sevdim.*”

Ö₁₇: “*GeoGebra’ da birebir olmayan fonksiyonun tersinin de olamayacağını uygulamalı olarak görmeyi beğendim.*”

Öğretmen adaylarının, GeoGebra’nın fonksiyon grafiklerinin birebir ve örten olup olmadığında tersinin fonksiyon olamayacağını uygulamalı olarak gözlemleyebilme fırsatı sağlaması öğrenme sürecini daha anlaşılır ve keyifli hale getirmesine yönelik memnuniyetlerini dile getirmişlerdir. Bu ifadeler, öğretim teknolojilerinin matematik öğretimindeki önemini ve öğretmen adaylarının öğrenme sürecinde teknolojik araçların nasıl kullanılabileceği hakkında bilgi vermektedir.

Tablo 101 incelendiğinde öğretmen adayları tarafından olumlu düşüncelerin en fazla ifade edilen bir diğer görüşün TGAD öğretim yöntemine yönelik olumlu düşünceler başlığında bulunan “*Düşünmeyi sağlayıcı sorular sorulması*” görüşü altında yer aldığı görülmektedir. Bu düşüncüyü belirten öğretmen adaylarından bazılarının ifadeleri şu şekildedir

Ö₁: “*Dersin soru cevap şeklinde ilerlemesini, düşünmemizi sağlayıcı sorular seçilmesini beğendim.*”

Ö₂: “*Çizmemiz istenen fonksiyonların daha kompleks fonksiyonlar olması çizim yeteneğime katkı sağladı. Fonksiyonlar ve terslerini GeoGebra’ da aynı anda görebilmek karşılaştırabilmek güzeldi. Ters fonksiyon dersiyse birebir örtenlik, fonksiyon olma derslerini bağdaştıran örneklerin olması bana daha geniş bakış açıları kazandırdı.*”

Ö₂₁: “*...örnekler de özellikle zorlanılan fonksiyonlara alınmıştı ve bu sayede varsa hatalarımızı düzelttik yoksa da eski bilgilerimizi hatırlamış olduk. Bu yüzden dersin oldukça verimli geçtiğini düşünüyorum.*”

Adayların ifadeleri incelendiğinde ters fonksiyon grafikleri ile ilgili soruların zorluğu, adayların grafik okuryazarlık becerilerini test ettiği için önemli bir faktör olduğu görülmektedir. Ayrıca öğretmen adayları, bu tür soruların hatalarını düzeltmelerine ve fark etmelerine yardımcı olduğunu düşünmektedirler. Bu sayede adaylar, benzer hataları yapma olasılıklarını azaltarak daha doğru sonuçlar elde edebilirler. Sonuç olarak, adayların öğretimde ters fonksiyon grafik sorularının kullanımına yönelik memnuniyetleri derste kullanılan grafik sorularının amaca hizmet ettiğini göstermektedir.

Öğretmen adaylarının derse yönelik görüşleri incelendiğinde olumsuz düşünceleri de mevcuttur. Öğretmen adaylarının derse yönelik olumsuz düşüncelerine ait model Şekil 81’de sunulmuştur.

Şekil 81

Ters fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumsuz düşüncelere ait model



Şekil 81 incelendiğinde öğretmen adaylarının olumsuz düşünceleri “Grafik çiziminin olduğu aşamalara yönelik olumsuz düşünceler” başlığında toplandığı görülmektedir. Bu başlık altında adayların 2 farklı olumsuz görüşü yer almaktadır. Bu düşüncelerin sayısını ve hangi öğretmen adayları tarafından tercih edildiğini gösteren bulgular ise Tablo 102’de sunulmaktadır.

Tablo 102

Ters fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumsuz görüşlerinin dağılımı

Görüşler	Ö _A Kodları	f
Beğenilmeyen herhangi bir şeyin olmaması	Ö ₁ , Ö ₁₀ , Ö ₁₂ , Ö ₁₄ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₅ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₃₁ , Ö ₃₄ , Ö ₃₇ , Ö ₅ , Ö ₇	16
Ters fonksiyonun grafiklerini çizme konusunda daha fazla açıklamaya ihtiyaç duyulması	Ö ₉	1
Trigonometrik fonksiyon çizim örneklerinin sayısının artırılmasının istenmesi	Ö ₂₀	1

Tablo 102 incelendiğinde olumsuz görüşlerini ifade eden adayların önemli bir kısmının beğenmedikleri bir noktanın olmadığını ifade ettikleri görülmektedir. Bu bağlamda ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuryazarlık dersinin öğretmen adayları açısından olumlu değerlendirildiği söylenebilir. Adaylar tarafından dile getirilen diğer olumsuz

düşüncelerin ise birer öğretmen adayı tarafından ifade edildiği görülmektedir. Dolayısıyla bu görüşlerin bireysel boyutta kaldığı söylenebilir.

4.4.5. Ters Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Son Test

Bulguları: Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama sorusu son test bulguları ön test bulgularıyla birlikte karşılaştırmalı olarak Tablo 103'te sunulmaktadır.

Tablo 103

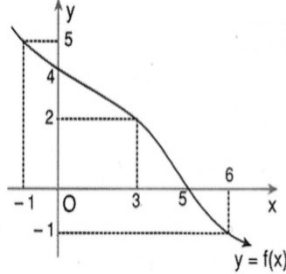
Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları

Testler	Kategoriler	Ö _A kodları	f	%
Ön test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₈	32	84.21
	Kısmen Doğru	Ö ₂ , Ö ₅ , Ö ₁₅ , Ö ₂₃ , Ö ₃₃ , Ö ₃₇	6	15.79
	Yanlış	-----	0	0
Son test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈	38	100
	Kısmen Doğru	-----	0	0
	Yanlış	-----	0	0

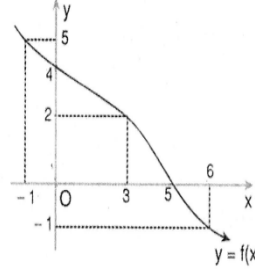
Tablo 103 incelendiğinde ön testte 6 öğretmen adayı ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunu kısmen doğru cevaplarırken son testte bu adayların tamamının soruyu doğru cevaplayanlar kategorisine geçtikleri görülmektedir. Ayrıca adaylar hem ön testte hem de son testte ilgili soruyu yanlış cevaplamamışlardır. Elde edilen bu bulgulardan hareketle teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı ters fonksiyon konusuna yönelik dersin grafik okuma ve yorumlama bağlamında son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama becerilerinde teknoloji destekli TGAD öğretim öncesi ve sonrası yaşanan değişiklikleri daha detaylı aktarabilmek için bazı öğretmen adaylarının ilgili soruya ön test ve son testte verdikleri cevapları değerlendirilecektir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlenen Ö₁₁, Ö₁₅, Ö₂₆, Ö₃₇ öğretmen adaylarının bazılarının ön ve son test cevaplarında farklı kategorilerde oldukları Tablo 103'te görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından Ö₁₁'in ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 104'te sunulmaktadır.

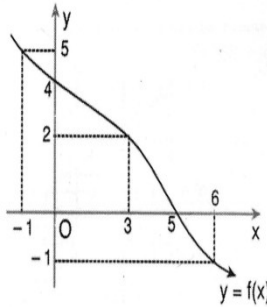
Tablo 104*Ö₁₁'in ters fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları***Ön Test Cevabı****Son Test Cevabı**Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre $\frac{f^{-1}(2)+f^{-1}(4)}{f^{-1}(-1)-f^{-1}(0)}$ işleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{3+0}{6-5} = \frac{3}{1} = 3$$

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre $\frac{f^{-1}(2)+f^{-1}(4)}{f^{-1}(-1)-f^{-1}(0)}$ işleminin sonucunu bulunuz.

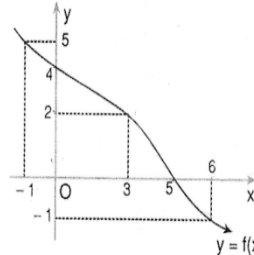
$$\frac{3+0}{6-5} = 3$$

Tablo 104 incelendiğinde Ö₁₁'in ön ve son testte grafiği doğru okuyup yorumlayarak ters fonksiyon sorusunu başarı bir şekilde cevapladığı görülmektedir. Dolayısıyla adayın ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama cevaplarının ilgili soru bağlamında ön ve son testte doğru kategorisinde yer aldığı söylenebilir. Benzer bir durum Ö₂₆ öğretmen adayında da görülmektedir.

Tablo 105*Ö₂₆'nın ters fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları***Ön Test Cevabı****Son Test Cevabı**Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$f(a)=2$ $f(b)=4$
Buna göre $\frac{f^{-1}(2)+f^{-1}(4)}{f^{-1}(-1)-f^{-1}(0)}$ işleminin sonucunu bulunuz. $f(a)=2 \rightarrow a=3$ $f(b)=4 \rightarrow b=0$

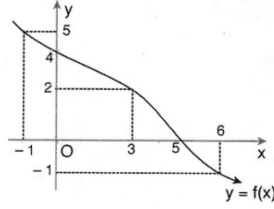
$$\frac{3+0}{6-5} = \frac{3}{1} = 3$$

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

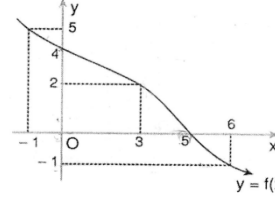
$f^{-1}(2)=a$ $f^{-1}(4)=b$
Buna göre $\frac{f^{-1}(2)+f^{-1}(4)}{f^{-1}(-1)-f^{-1}(0)}$ işleminin sonucunu bulunuz. $f(a)=2 \rightarrow a=3$ $f(b)=4 \rightarrow b=0$

$$\begin{aligned} f^{-1}(-1)=c & \quad f^{-1}(0)=d \\ f(c)=-1 \rightarrow c=6 & \quad f(d)=0 \rightarrow d=5 \\ & \quad = \frac{3+0}{6-5} = \frac{3}{1} = 3 \end{aligned}$$

Tablo 105 incelendiğinde Ö₂₆'nın ön ve son testte grafiği doğru okuyup yorumlayarak ters fonksiyon sorusunu başarı bir şekilde cevapladığı görülmektedir. Dolayısıyla adayın ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama cevaplarının ilgili soru bağlamında ön ve son testte doğru kategorisinde yer aldığı söylenebilir. Ancak Ö₁₅'in ön ve son test cevapları karşılaştırıldığında farklı bir durumla karşılaşılmaktadır.

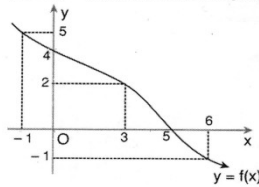
Tablo 106*Ö₁₅'in ters fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları***Ön Test Cevabı****Son Test Cevabı**Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre $\frac{f^{-1}(2)+f^{-1}(4)}{f^{-1}(-1)-f^{-1}(0)}$ işleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{3+0}{6-4} = \frac{3}{2}$$

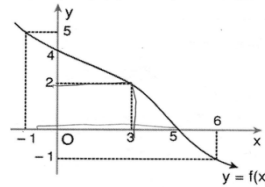
Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre $\frac{f^{-1}(2)+f^{-1}(4)}{f^{-1}(-1)-f^{-1}(0)}$ işleminin sonucunu bulunuz.

$$\begin{aligned} f^{-1}(2) &= 3 \\ f^{-1}(4) &= 0 \\ f^{-1}(-1) &= 6 \\ f^{-1}(0) &= 5 \end{aligned} \quad \frac{3+0}{6-5} = \frac{3}{1} = 3$$

Tablo 106 incelendiğinde Ö₃₃'ün ön test çözümlerinde $f^{-1}(2)$ ve $f^{-1}(4)$ ve $f^{-1}(-1)$ değerlerini doğru ancak $f^{-1}(0)$ değerini ise yanlış yazdığı görülmektedir. Adayın yaptığı hataya bakıldığında $f^{-1}(0) = 4$ olduğunu iddia etmesi grafiğin (4,0) noktasından geçmesiyle mümkündür. Ancak grafik incelendiğinde grafiğin (4,0) noktasından geçmediği görülmektedir. Aday bu bağlamda $f^{-1}(x)$ 'deki değerleri bulabilmek için $f(x)$ fonksiyonu grafiğin y eksenine bakmadan hareket etmiştir. Dolayısıyla adayın $f(x)$ fonksiyon grafiğinden yola çıkarak ters fonksiyondaki bazı noktaların değerlerini okuma ve yorumlama bağlamında eksiklik yaşadığı söylenebilir. Bu nedenle adayın ön testte verdiği cevap kısmen doğru olarak değerlendirilmiştir. Adayın son testte verdiği cevap incelendiğinde ön testte yaptığı hatasını düzelttiği ve doğru cevap verdiği görülmektedir. Dolayısıyla aday ilgili soruya ön testte kısmen doğru cevap verirken son testte doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Benzer bir durum Ö₂₆ adayında da görülmektedir. Öte yandan Ö₃₇'nin ön test ve son test cevapları Tablo 107'de verilmiştir.

Tablo 107*Ö₃₇'nin ters fonksiyon grafik okuma yorumlama ön ve son test bulguları***Ön Test Cevabı****Son Test Cevabı**Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre $\frac{f^{-1}(2)+f^{-1}(4)}{f^{-1}(-1)-f^{-1}(0)}$ işleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{3+0}{6-4} = \frac{3}{2}$$

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre $\frac{f^{-1}(2)+f^{-1}(4)}{f^{-1}(-1)-f^{-1}(0)}$ işleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{3+0}{6-5} = \frac{3}{1} = 3$$

Tablo 107 incelendiğinde Ö₃₇'nin ön test çözümlerinde Ö₃₃ ile aynı noktada hata yaptığı ve $f^{-1}(0)$ değerini yanlış yazdığı görülmektedir. Adayın bu nedenle cevabı kısmen doğru kategorisinde yer almıştır. Aday öğretim sonrası uygulanan son testteki cevabı incelendiğinde bu hatasını düzelterek soruya doğru cevap verdiği görülmektedir. Dolayısıyla aday ilgili soruya ön testte kısmen doğru cevap verirken son testte doğru cevap verdiği

belirlenmiştir. Bu bulgular ışığında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı ters fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama dersinin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

4.4.6. Ters Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Çizme Son Test Bulguları: Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme son test bulguları ön test bulgularıyla birlikte karşılaştırmalı olarak Tablo 108’de sunulmaktadır.

Tablo 108

Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön ve son test bulguları

Testler	Kategorileri	Ö _A Kodları	f	%
Ön test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₄ , Ö ₂₂	3	7.89
	Kısmen Doğru	Ö ₈ , Ö ₁₁ , Ö ₁₉ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₈	6	15.79
	Yanlış	Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ ,	29	76.32
		Ö ₁₈ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈		
Son test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₉ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₂₂ , Ö ₂₄ , Ö ₂₇ , Ö ₃₁ , Ö ₃₇	13	34.21
	Kısmen Doğru	Ö ₂ , Ö ₅ , Ö ₈ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₃ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₈	20	52.63
	Yanlış	Ö ₁₂ , Ö ₁₇ , Ö ₃₀ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃	5	13.16

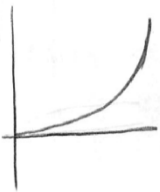
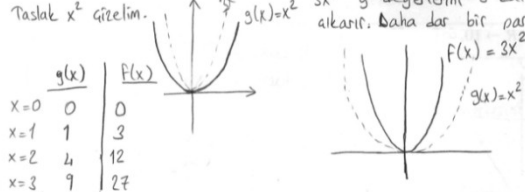
Tablo 108 incelendiğinde ön testte ilgili soruyu 3 kişi doğru çözerken son testte bu sayının 13’e yükseldiği görülmektedir. Bu bağlamda ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusunun ön ve son test verileri karşılaştırıldığında ilgili soruyu doğru cevaplayanların sayısının son test lehine ciddi bir artış gösterdiği söylenebilir. Tablo 108’de görüldüğü üzere ön testte 28 öğretmen adayı ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusunu yanlış yaparken son testte bu adayların önemli bir kısmının kısmen veya doğru kategorilerine geçtiği görülmektedir. Elde edilen bu bulgulardan hareketle teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme dersinin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir. Ön testte yanlış kategorisinde yer alan bazı öğretmen adayları ise son testte de aynı kategoride kaldıkları dikkat çekmektedir. Bu öğretmen adaylarının ters fonksiyon konusuna yönelik yaptıkları çalışmalar kontrol edildiğinde ders içi etkinlikleri ve ders dışı ödevleri tamamlamadıkları belirlenmiştir. Dolayısıyla bu öğretmen adaylarının tam anlamıyla gelişim sağlayarak farklı bir kategoriye geçiş yapamamaları belirtilen durumdan kaynaklanabilir.

Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerilerinde teknoloji destekli TGAD öğretim öncesi ve sonrası yaşanan değişiklikleri daha detaylı aktarabilmek için bazı öğretmen

adaylarının ilgili soruya ön test ve son testte verdikleri cevapları değerlendirilecektir. Bu kapsamda öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlenen Ö₂, Ö₆, Ö₁₇, Ö₁₉, Ö₂₄ öğretmen adaylarının bazılarının ön ve son test cevaplarında farklı kategorilerde oldukları Tablo 108'de görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından Ö₂'nin tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 109'da sunulmaktadır.

Tablo 109

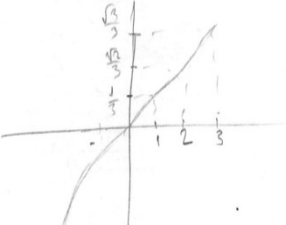
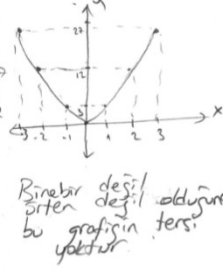
Ö₂'nin ters fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları

Ön Test Cevabı	Son Test Cevabı										
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$'in grafiğini çiziniz.</p> <p>$y = 3x^2 \quad f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{3}}$</p> <p>$\sqrt{\frac{y}{3}} = x$</p> 	<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$'in grafiğini açıklarak çiziniz.</p> <p>Taslak x^2 çizelim.</p> <table border="1"> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>$f(x)$</td> </tr> <tr> <td>$x=0$</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>$x=1$</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$x=2$</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>$x=3$</td> <td>27</td> </tr> </table> <p>$3x^2$ y değerlerini 3 katına alalım. Daha dar bir parabol.</p> <p>$f(x) = 3x^2$</p> <p>$g(x) = x^2$</p> 	$g(x)$	$f(x)$	$x=0$	0	$x=1$	3	$x=2$	12	$x=3$	27
$g(x)$	$f(x)$										
$x=0$	0										
$x=1$	3										
$x=2$	12										
$x=3$	27										

Adayın ön testte verdiği cevap incelendiğinde fonksiyonun belirlenen tanım ve görüntü aralığında tersinin grafiğinin çizilebileceğini düşündüğü görülmektedir. Ancak fonksiyonun belirlenen tanım ve değer aralığında birebir ve örten olmaması nedeniyle tersinin grafiğinin çizilemeyeceği açıktır. Aday bu anlamda ön testte ilgili soruyu yanlış cevaplamıştır. Adayın son testteki çizimleri incelendiğinde $y = x^2$ çiziminde noktasal düşünmesi ve oradan $y = 3x^2$ 'nin grafiğini çizmesi nedeniyle her ne kadar fonksiyon grafiğinin tersinin grafiğinin çizilip çizilemeyeceğine yönelik bir yorum yapamasa da çözümünde doğru noktalar bulunması nedeniyle Ö₂ ön testte kıyasla gelişim kaydettiği söylenebilir.

Tablo 110

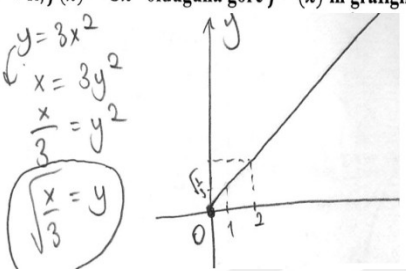
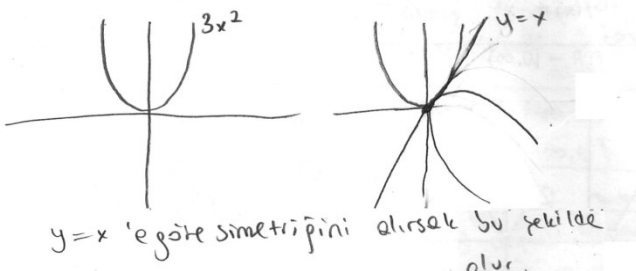
Ö₆'nin ters fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları

Ön Test Cevabı	Son Test Cevabı												
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$'in grafiğini çiziniz.</p> <p>$x = 3y^2 \quad y^2 = \frac{x}{3} \quad y = \sqrt{\frac{x}{3}} \quad f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{3}}$</p> 	<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$'in grafiğini açıklarak çiziniz.</p> <table border="1"> <tr> <td>$x=0$</td> <td>$f(0)=0$</td> </tr> <tr> <td>$x=1$</td> <td>$f(1)=3$</td> </tr> <tr> <td>$x=2$</td> <td>$f(2)=12$</td> </tr> <tr> <td>$x=3$</td> <td>$f(3)=27$</td> </tr> <tr> <td>$x=-1$</td> <td>$f(-1)=3$</td> </tr> <tr> <td>$x=-2$</td> <td>$f(-2)=12$</td> </tr> </table> <p>Ters fonksiyon için birebir ve örten olması gerekiyor.</p> <p>Tanım kümesindeki iki değer için görüntü aynı olduğundan birebir değildir. Görüntü kümesi ile değer kümesi aynı olduğundan örten değildir.</p> <p>Birebir değil, örten değil olduğundan bu grafiğin tersi yoktur.</p> 	$x=0$	$f(0)=0$	$x=1$	$f(1)=3$	$x=2$	$f(2)=12$	$x=3$	$f(3)=27$	$x=-1$	$f(-1)=3$	$x=-2$	$f(-2)=12$
$x=0$	$f(0)=0$												
$x=1$	$f(1)=3$												
$x=2$	$f(2)=12$												
$x=3$	$f(3)=27$												
$x=-1$	$f(-1)=3$												
$x=-2$	$f(-2)=12$												

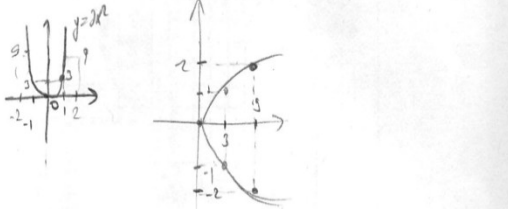
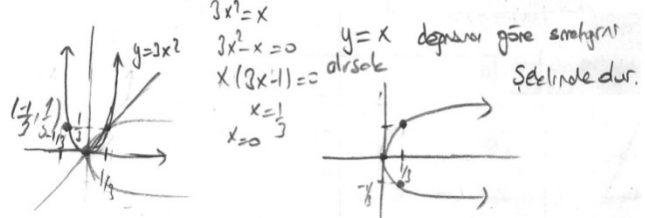
Adayın ön testte verdiği cevap incelendiğinde ters fonksiyonun grafiğinin çizilebileceğini düşünerek yanlış bir cevap verdiği görülmektedir. Ancak aday öğretim sonrası uygulanan son testte ilgili soruyu cevaplarırken fonksiyonun belirlenen tanım ve değer aralığında birebir ve örten olmaması nedeniyle ters fonksiyonun grafiğinin çizilemeyeceğini ayrıntılı bir şekilde açıklayarak doğru bir cevap verdiği görülmektedir. Dolayısıyla teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme dersinin Ö₆ için son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

Tablo 111

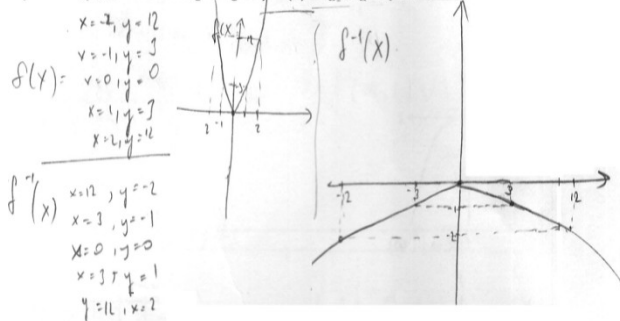
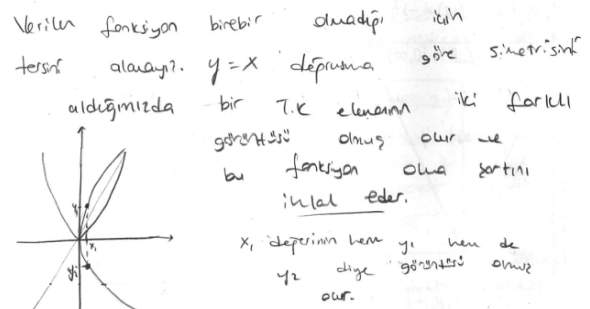
Ö₁₇'nin ters fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları

Ön Test Cevabı	Son Test Cevabı
<p>$f: R \rightarrow R, f(x) = 3x^2$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$'in grafiğini çiziniz.</p> 	<p>$f: R \rightarrow R, f(x) = 3x^2$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$'in grafiğini açıklayarak çiziniz.</p> 

Ö₁₇'nin ön testte verdiği cevap incelendiğinde ters fonksiyonun grafiğinin çizilebileceğini düşünerek doğrusal bir çizim yaparak yanlış bir cevap verdiği görülmektedir. Ancak fonksiyonun belirlenen tanım ve değer aralığında birebir ve örten olmaması nedeniyle tersinin grafiğinin çizilemeyeceği açıktır. Aday bu anlamda ön testte ilgili soruyu yanlış cevaplamıştır. Adayın son testte ters fonksiyonun grafiğinin çizilebileceğini düşünerek çizim yaptığı ancak ön testten farklı olarak çizimleri incelendiğinde $y = 3x^2$ 'nin grafiğini taslak şekilde çizdiği ve fonksiyonun tersinin grafiğinin $y = x$ 'e göre simetrik olması gerektiğini bildiği görülmektedir. Bu bağlamda adayın son testteki cevabının her ne kadar fonksiyon grafiğinin tersinin grafiğinin çizilip çizilemeyeceğine yönelik bir yorum yapamasa da çözümünde doğru noktalar bulunması nedeniyle Ö₁₇ ön testte kıyasla kısmen doğru denilebilecek bir cevap verdiği söylenebilir.

Tablo 112*Ö₁₉'ün ters fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları***Ön Test Cevabı** $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$ 'in grafiğini çiziniz.**Son Test Cevabı** $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$ 'in grafiğini açıklarak çiziniz.

Aday ön teste $y = 3x^2$ üzerinde belirlediği noktaları x ve y düzleminde yer değiştirerek ters fonksiyon grafiğini noktasal bir yaklaşımla çizmiştir. Ancak çizdiği grafiğin fonksiyon olup olmama durumunu incelememiştir. Adayın bu bağlamda verdiği cevap kısmen doğru kategorisinde olduğu söylenilebilir. Son testte ise grafik çizimini geliştirerek ters fonksiyon grafiği için $y = x$ doğrusuna göre simetri aldığı görülmektedir. Bu durum öğretmen olayının söz konusu grafiği çizimi için olumlu bir gelişme yaşandığını gösterse de fonksiyonun birebirlik ve örtenlik açısından veya çizdiği ters fonksiyon grafiğinin fonksiyon olup olamama durumunu değerlendirmedeği görülmektedir. Bu bağlamda ön ve son testte aday sorunun tam doğru cevabını veremediği için kısmen doğru kategorisinde kaldığı söylenilebilir.

Tablo 113*Ö₂₄'ün ters fonksiyon grafik çizme ön ve son test bulguları***Ön Test Cevabı** $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$ 'in grafiğini çiziniz.**Son Test Cevabı** $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$ 'in grafiğini açıklarak çiziniz.

Adayın ön testte verdiği cevap incelendiğinde noktasal düşünerek $f(x)$ grafiğini çizdiği ve fonksiyonun tersinin, $f(x)$ grafiğinin noktalarından yola çıkarak x ve y değerlerinin yerini değiştirerek tespit ettiği görülmektedir. Ancak adayın bu koordinatları doğru bir şekilde aktaramayarak yanlış çizim yaptığı görülmektedir. Ayrıca Ö₂₄ ön testte verdiği cevap incelendiğinde $f(x)$ grafiğini birebir ve örtenlik açısından incelemeyerek ters fonksiyonun

grafığının çizilebileceğini düşünerek yanlış bir cevap verdiği görülmektedir. Aday son testte ön testteki cevabından farklı olarak fonksiyonun tersinin grafığının $y = x$ 'e göre simetrik olması gerektiğini bildiği ve çizdiği grafığın birebir olmamasından dolayı fonksiyon olamayacağını açıkladığı görülmektedir. Bu bulgulardan hareketle adayın son testte verdiği cevabın doğru olduğu söylenebilir. Dolayısıyla teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme dersinin Ö₂₄ için son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

4.5. Tek ve Çift Fonksiyon Konusundaki Grafik Okuryazarlık Becerilerine Yönelik Bulgular

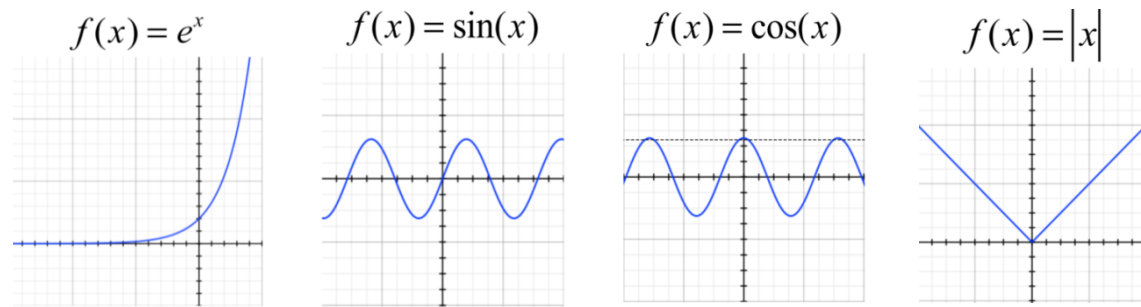
Araştırmanın beşinci alt problemi “Fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik geliştirilen teknoloji destekli TGAD öğrenme ortamının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının; tek ve çift fonksiyon konusundaki grafik okuryazarlık becerilerine etkisi nasıldır?” şeklinde belirlenmiştir. Belirlenen bu alt probleme yönelik ön test, son testten ve fonksiyon grafiklerinde tek ve çift fonksiyon konusunun teknoloji destekli TGAD yöntemiyle öğretimi sürecinden elde edilen bulgular alt başlıklar halinde aşağıda sunulmaktadır.

4.5.1. Tek ve Çift Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Ön Test Bulguları: Öğretmen adaylarının tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama becerisini incelemek amacıyla için hazırlanan soru aşağıda yer almaktadır.

Tablo 114

Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama sorusu

Aşağıdaki grafiklerin tek ve çift olma durumlarını gerekçeleriyle birlikte açıklayınız.



Tablo114'te yer alan grafikler tek ve çift fonksiyon olma durumuna yönelik grafik okuma-yorumlama becerisini incelemek için hazırlanan sorunun, dört alt sorudan oluştuğu görülmektedir. Veri analizi bölümünde açıklanan bakış açısına göre veriler analiz edilerek tek ve çift fonksiyon konusu grafik okuma-yorumlama becerisine yönelik ön test bulguları Tablo115'te sunulmuştur.

Tablo 115*Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama ön test bulguları*

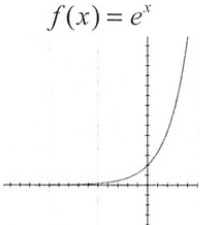
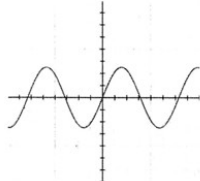
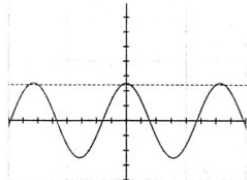
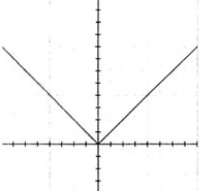
Kategoriler	Ö_A Kodları	f	%
Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₈ , Ö ₁₂ , Ö ₂₄	5	13.16
Kısmen Doğru	Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₉ , , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₆ , Ö ₃₈	29	76.31
Yanlış	Ö ₃₄ , Ö ₃₅ Ö ₂₈ , Ö ₃₇	4	10.53

Tablo 115 incelendiğinde tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunu öğretmen adaylarının önemli bir kısmının kısmen doğru cevapladıkları görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının ilgili sorunun bazı alt sorularında eksik veya hatalı çözüm yaptıklarını göstermektedir. Tablo 115 incelendiğinde öğretmen adaylarının sadece beşinin soruların tamamına doğru, beş öğretmen adayının ise yanlış cevapladığı belirlenmiştir.

Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma- yorumlama becerisini incelemek için hazırlanan sorunun dört alt sorusuna verilen cevaplar incelendiğinde öğretmen adaylarının önemli bir kısmının bazı sorularda doğru bazılarında ise eksik veya hatalı çözüm yaptıkları belirlenmiştir. Bu durum araştırmacı tarafından kısmen doğru şeklinde kodlanmıştır. Kısmen doğru olarak kodlanan yanıtlardan dikkat çekici bazı hatalı ya da eksik çözümler aşağıda sunulmuştur.

Tablo 116

Ö₁₀'ün tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümleri

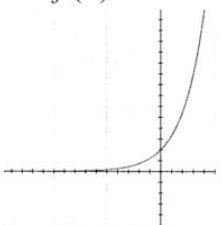
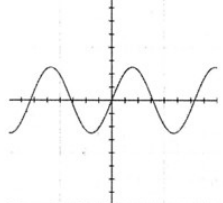
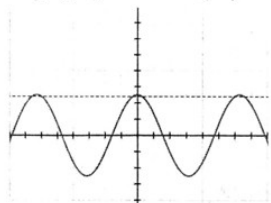
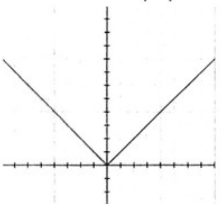
Grafik	Çözüm
$f(x) = e^x$ 	
$f(x) = \sin(x)$ 	Tek fonksiyondur orijine göre simetiktir
$f(x) = \cos(x)$ 	Tek fonksiyondur orijine göre simetiktir.
$f(x) = x $ 	Çift fonksiyondur. y ye göre simetiktir

Tablo 116 incelendiğinde Ö₁₀ ün 1. grafiğın tek ve çift fonksiyon olma durumuna yönelik herhangi bir cevap vermediği görülmektedir. Adayın 2 ve 3. grafiğın ise orijine göre simetrik olduğu için tek fonksiyon olduğunu iddia ettiği görülmektedir. Ancak 3. grafik incelendiğinde orijine göre simetrik olmadığı y eksenine göre simetrik olduğu görülmektedir. Bu bulgudan hareketle adayın orijine göre yansıma bilgisinde eksiklikler olduğu söylenebilir. Aday 4. grafiğın çift fonksiyon olduğunu ve y eksenine göre simetrik olduğunu doğru bir şekilde cevapladığı görülmektedir. Genel olarak değerlendirildiğinde adayın ilgili soru bağlamında tek fonksiyonun orijine çift fonksiyonun y eksenine simetrik olması gerektiğini bilmesine rağmen 1. Soruya cevap vermemesi ve 3.sorudaki grafiğın tek fonksiyon ve orijine göre simetrik olduğunu ifade etmesi yanlış ve eksik noktaları olarak söylenebilir. Bu bağlamda adayın tek ve çift fonksiyon grafik okuma ve yorumlama sorusuna kısmen doğru

bir yanıt verdiği söylenebilir. Kısmen doğru cevap veren bir diğer adayın cevapları ise aşağıda yer almaktadır.

Tablo 117

Ö₃'ün tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümleri

Grafik	Çözüm
$f(x) = e^x$ 	<p><u>tek fonksiyondur</u> Eğer $f(x) = f(-x)$ olursa çifttir. $f(x) = e^x$ $f(-x) = \frac{1}{e^x}$ } bunlar eşit değil</p>
$f(x) = \sin(x)$ 	<p>tek fonksiyondur. Çünkü $f(x) = \sin x$ $f(-x) = \sin(-x) = -\sin x$ } bunlar eşit değil</p>
$f(x) = \cos(x)$ 	<p>$f(x) = \cos x$ $f(-x) = \cos(-x) = \cos x$ } eşit oldu. ⇓ ○ zamanı çifttir</p>
$f(x) = x $ 	<p>$f(x) = x$ $f(-x) = -x = x$ } çift fonksiyondur. mesela $f(1) = 1$ $f(-1) = 1$ } eşit oldu.</p>

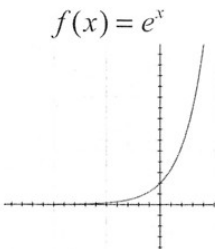
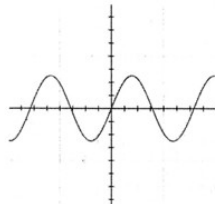
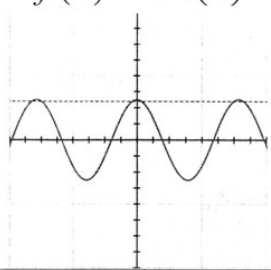
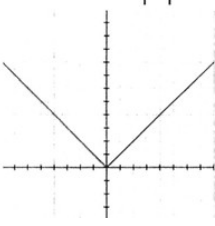
Ö₃'ün verdiği cevaplar incelendiğinde 1. Grafiğin tek ve çift olma durumunu grafik okuma ve yorumlama bağlamında değerlendirilen adayın cebirsel bir yaklaşım sergileyerek fonksiyonun çift olamayacağı için tek fonksiyon olduğu iddia ettiği görülmektedir. Ancak grafik incelendiğinde grafiğin ne tek ne de çift fonksiyon olmadığı görülmektedir. Bu bulgudan hareketle adayın bütün fonksiyon grafiklerinin ya tek ya da çift fonksiyon olması gerektiği yanılımasına düştüğü söylenebilir. Benzer bir durum 2. Grafiğe yönelik açıklamasında da görülmektedir. Aday bu grafiği değerlendirirken grafiği sadece çift fonksiyon olma şartına uymadığı için tek fonksiyon olarak değerlendirmektedir. Bu bulgudan hareketle adayın cevabı doğru olmasına rağmen grafiğin tek fonksiyon olma durumunu

değerlendirmedeği için adayın tek fonksiyon bilgisinde eksiklikler olduğu söylenebilir. Aday aynı zamanda grafiklere yönelik bir okuma ve yorumlama yapmadığı yani simetrik olma durumu açısından bir inceleme yapmadığı da görülmektedir. Bu bağlamda adayın tek ve çift fonksiyon olma durumu ile grafiğin simetriklik durumunu ilişkilendirmediği söylenebilir.

Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunun bir kısmını yanlış cevaplayan ve boş bırakan Ö₃₈'in çözümleri Tablo 118'de sunulmaktadır.

Tablo 118

Ö₃₈'in tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna yönelik çözümleri

Grafik	Çözüm
 <p>$f(x) = e^x$</p>	<p>$x = 0$ olduğunda çift fonksiyon $\sin(0) = 0$</p> <p>Hatırlamıyorum.</p> <p>Çift veya tek değildir.</p>
 <p>$f(x) = \sin(x)$</p>	
 <p>$f(x) = \cos(x)$</p>	
 <p>$f(x) = x$</p>	

Adayın verdiği cevaplar incelendiğinde 1. ile 3. grafiğe herhangi bir cevap veremediği, 2. grafiğe çift fonksiyon ve 4. grafiğe ise çift veya tek değil diyerek yanlış cevap verdiği görülmektedir. Bu bulgudan hareketle adayın tek ve çift fonksiyon grafik okuma bilgisinde eksiklikler olduğu söylenebilir.

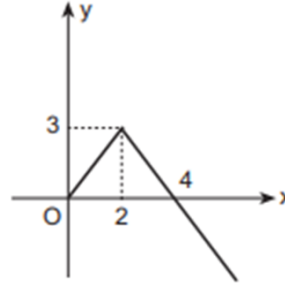
4.5.2. Tek ve Çift Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Çizme Ön Test

Bulguları: Öğretmen adaylarının tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerilerini incelemek amacıyla hazırlanan soru aşağıda yer almaktadır.

Şekil 82

Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizmesorusu

- 10) Yandaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $[0, +\infty)$ aralığındaki kısmı verilmiştir. Buna göre;
a) $f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız.
b) $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız



Tablo 119

Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları

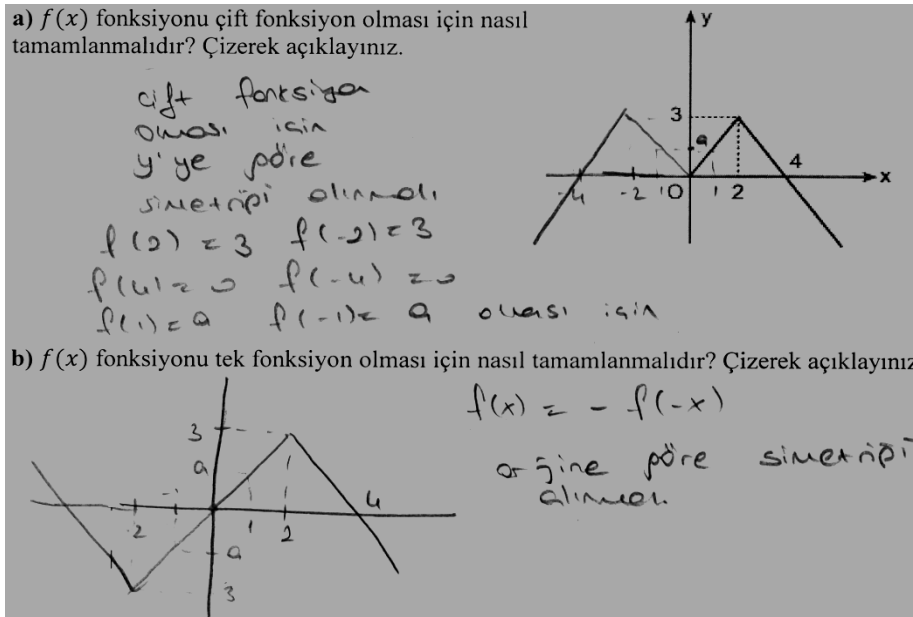
Kategoriler	Ö _A Kodları	f	%
Doğru	Ö ₂ , Ö ₅	2	5.26
Kısmen Doğru	Ö ₁ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₈ , Ö ₂₀ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇	17	44.74
Yanlış	Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₉ , Ö ₂₁ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈	19	50

Tablo 119 incelediğinde tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik hazırlanan grafik çizme sorusunu sadece 2 öğretmen adayının doğru, 17'sinin kısmen, 19'unun ise yanlış cevapladığı görülmektedir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının önemli bir kısmının soruyu kısmen veya yanlış çözdüğü belirlenmiştir.

Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusunu ön testte doğru cevaplayan öğretmen adaylarından Ö₅'in çözümü aşağıda sunulmaktadır.

Şekil 83

Ö₅'in tek ve çift fonksiyon grafik çizme sorusuna yönelik çözümü

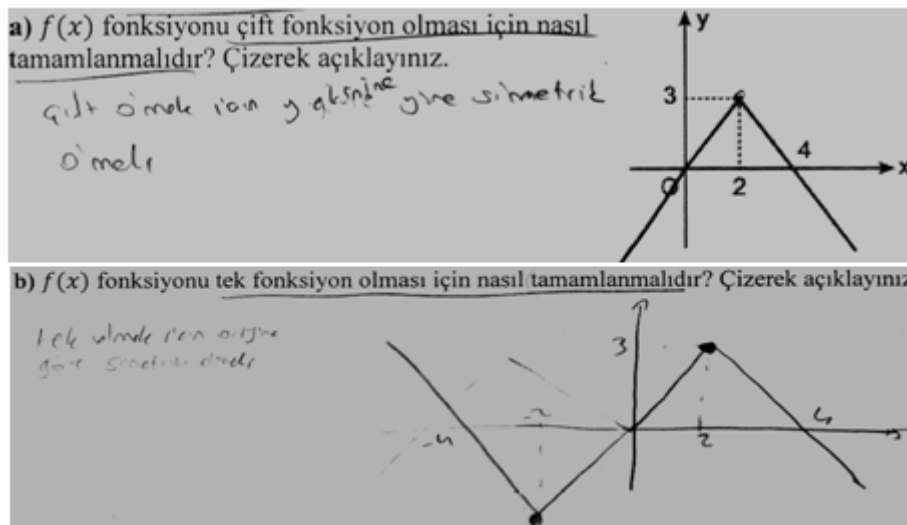


Ö₅ öğretmen adayının verdiği cevaplar incelendiğinde çift fonksiyon grafiğinin y eksenine, tek fonksiyon grafiğinin ise orijine göre simetrik olduğu bilgisine sahip olduğu görülmektedir. Dolayısıyla aday $f(x)$ grafiğinin kalan kısmını tek ve çift fonksiyon olacak şekilde doğru çizimler yaparak tamamlamıştır. Bu bulgular ışığında adayın ilgili soru bağlamında tek ve çift fonksiyon grafik çizme sorusuna doğru cevap verdiği söylenebilir.

Tek ve çift fonksiyon konusunayönelik grafik çizme sorusunu ön testte kısmen doğru cevaplayan öğretmen adaylarından Ö₁'in çözümü aşağıda sunulmaktadır.

Şekil 84

Ö₁'in tek ve çift fonksiyon grafik çizme sorusuna yönelik çözümü

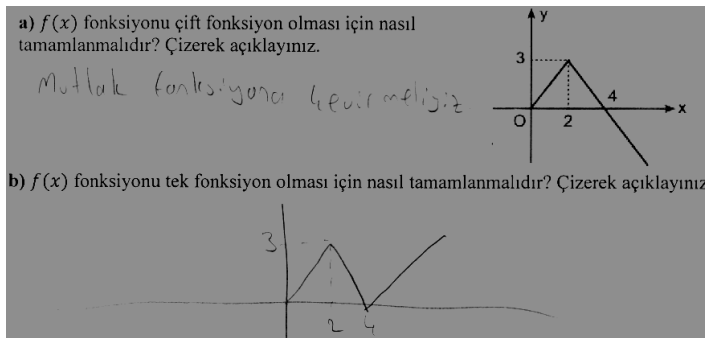


Adayın verdiği cevap incelendiğinde $f(x)$ 'in tek fonksiyon olması durumunda grafiğin orjine göre simetrik olması gerektiğini bildiği ve bu bilgisini grafik üzerine başarılı bir şekilde aktardığı görülmektedir. Ancak $f(x)$ 'in çift fonksiyon olması halinde y eksenine göre simetrik olması gerektiğini ifade etmesine rağmen bu bilgisini grafik çizimine aktaramadığı görülmektedir. Bu bulgular ışığında adayın ilgili soru bağlamında tek ve çift fonksiyon grafik çizme sorusuna kısmen doğru cevap verdiği söylenebilir.

Tek ve çift fonksiyon konusunayönelik grafik çizme sorusunu ön testte yanlış cevaplayan öğretmen adaylarından Ö₂₉'un çözümü ise aşağıda sunulmaktadır.

Şekil 85

Ö₂₉'un tek ve çift fonksiyon grafik çizme sorusuna yönelik çözümü



Adayın verdiği cevap incelendiğinde $f(x)$ tek veya çift fonksiyon olması halinde hangi eksene göre simetrik olması gerektiği bilgisine sahip olmadığı görülmektedir. Aday dolayısıyla grafik çizimlerinde $f(x)$ grafiğini doğru bir şekilde tamamlayamamıştır. Bu bulgular ışığında adayın ilgili soru bağlamında tek ve çift fonksiyon grafik çizme sorusuna yanlış cevap verdiği söylenebilir.

4.5.3. Tek ve Çift Fonksiyon Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Sürecine Ait Bulgular: Teknoloji destekli TGAD öğretim sürecinde öğretmen adaylarının grafiklerin tek ve çift fonksiyon durumunu dikkatli bir şekilde incelemelerine katkı sağlamak amacıyla dinamik ortamda sürgü geliştirilmiştir. Sürgü sayesinde grafiklerin tanım ve görüntü kümeleri işaretlenerek kolaylıkla incelenmesi, adayların hata yaptıkları noktaları fark etmesi ve grafiğe yönelik okuma-yorumlama becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Etkinlikler geliştirilirken ön testte öğretmen adaylarının hata yaptıkları grafiklere benzer grafiklerde kullanılarak süreç tasarlanmıştır.

Bu bölümde tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuryazarlık becerilerini geliştirmek amacıyla hazırlanan teknoloji destekli TGAD öğretim sürecinden bahsedilerek öğretim sürecinden yansımalar sunulmaktadır. Öğretim sürecini yansıtırken örneklerden seçilen öğretmen adaylarının çalışma kâğıtları ve günlüklerine ilişkin veriler paylaşılmaktadır.

Öğretmen adayları belirlenirken ön testte tanım görüntü kümesine yönelik hazırlanan grafik okuma ve yorumlama sorusuna verdikleri yanıtlar dikkate alınarak her kategoriden öğretmen adayı seçilmesine özen gösterilerek Tablo 120’de oluşturulmuştur.

Tablo 120

Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik öğretim sürecini incelemek amacıyla seçilen öğretmen adayları

Ön Test Kategorileri	Ö _A Kodları
Doğru	Ö ₂
Kısmen Doğru	Ö ₆ , Ö ₇
Yanlış	Ö ₃₄

Öğretim süreci yansıtılırken Tablo 120’de yer alan 5 öğretmen adayından elde edilen veriler incelenmiştir. Böylece tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama ön test sorusuna göre farklı kategorilerde olan öğretmen adaylarının öğretim sürecindeki durumlarının yansıtılması amaçlanmaktadır. Bu kapsamda tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen grafik okuryazarlık dersinin aşamaları ve elde edilen bulgular yansıtılarak öğretim süreci detaylı bir şekilde incelenmiştir.

4.5.3.1. Tahmin Aşaması: Tahmin aşaması öğretmen adaylarının grafik okuma-yorumlamaya becerilerine yönelik sorular hazırlanmıştır. Bu aşamada, öğretmen adaylarından <https://www.geogebra.org/classroom> linkine tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenmiştir. Tahmin aşamasında öğretmen adaylarından ekranlarındaki beş farklı grafiğin tek ve çift fonksiyon olma durumuna yönelik grafik okuma ve yorumlamaya sorularını cevaplayarak gerekçeleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının farklı grafiklerin tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik soruları çözmeleri için 15 dakika süre verilmiştir. Şekil 86’da bir öğretmen adaylarının tahmin aşamasında GeoGebra üzerinden sorulara cevap verdiği bir an sunulmuştur.

Şekil 86

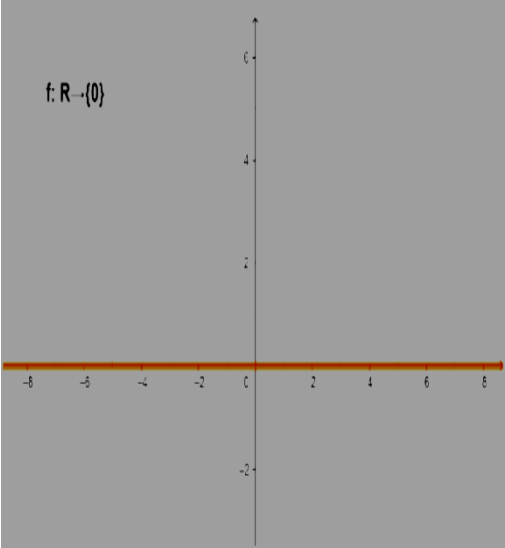
Tahmin aşamasında öğretmen adayının ters fonksiyon konusuna yönelik grafik sorularını GeoGebra üzerinden cevaplarken bir görüntü



Şekil 86'da görüldüğü gibi tahmin aşamasında öğretmen adayları bilgisayar veya cep telefonlarını kullanarak tahmin aşamasındaki sorular üzerinde bireysel olarak düşünerek cevaplarını gerekçeleriyle birlikte kağıda yazmaları istenmiştir. 15 dakikalık çalışma süresi sonunda, öğretmen adaylarının görüşleri alınmaya başlanır. Bu süreçte her ifade tartışılmaya çalışılır. Görüş ayrılıkları olduğunda öğrencilerin birbirlerini ikna etmeleri için bilimsel anlamda kanıt ve gerekçelerini paylaşmaları konusunda teşvik edilmiştir. Bu aşamada amaç bütün öğrencilerin görüşlerini gerekçelerini sunarak tartışmaya katılmalarını sağlamaktır. Böylece her öğrenci savunduğu görüşün doğru mu yanlış mı olduğunu merak ederek bir sonraki aşamada yapılacak etkinliğe motive olacaktır. Öğretmen bu aşamada moderatör rolünde hareket etmektedir. Cevabı söylemek yerine öğrencilerin takıldığı noktalarda tartışmayı ve karmaşıklığın yaşandığı noktaları öğrenci gibi ifade ederek öğretmen adaylarının zihninde soru işareti oluşturarak kavramsal anlamda dengesizliği ve merakı tetiklemeye çalışılmıştır. Gözlem aşamasına geçmeden önce bir grafiğe yönelik sınıfta yaşanan dikkat çekici bir diyalog aşağıda sunulmaktadır.

Tablo 121

Tahmin aşamasında yapılan sınıf içi tartışmada geçen bir konuşma

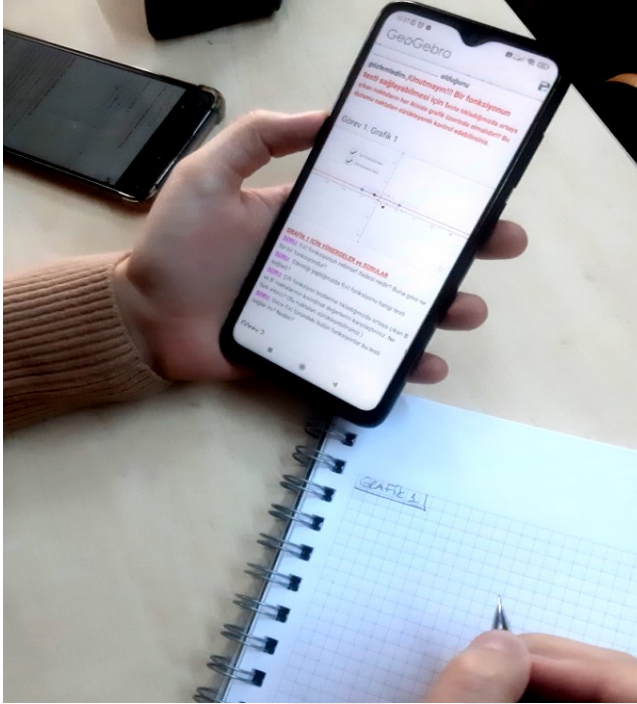
Grafik	Sınıfta Geçen Konuşma
	<p>A: “Bu grafik sizce tek fonksiyon mu çift mi yoksa hiçbiri mi nedir?”</p> <p>Ö₆: “Ben çift fonksiyon dedim”</p> <p>A: “Neden”</p> <p>Ö₆: “Çünkü y eksenine göre simetrik”</p> <p>A: “Hımm. O zaman bu fonksiyon sadece çift ”</p> <p>Ö₂: “Bence orijine göre simetrik olduğu için tekte olabilir.”</p> <p>A: “Nasıl yani bir fonksiyon hem tek hem çift olabilir mi? Artık düşüncelerinizin doğruluğuna gözlem aşamasında karar verirsiniz”</p>

Tablo 121'de görüldüğü üzere öğretmen derste öğretmen adaylarının bakış açılarını anlamak amacıyla adayların fikrini öne çıkararak sanki doğruymuş gibi desteklemektedir. Burada öğretmen adayları üzerinde bu söylenenler “Acaba doğru olabilir mi?” soru işaretini uyandırarak bir dengesizlik durumu oluşturmak hedeflenmiştir. Böylelikle hem sınıf içi konuşmaların artırılması hem de gözlem aşamasında bahsedilen noktalar hakkında merak uyandırılarak daha iyi bir gözlemin yapılması amaçlanmıştır.

4.5.3.2. Gözlem Aşaması: Öğretmen adaylarının tahmin aşamasında grafiklerin tek ve çift fonksiyon olma durumlarına yönelik verdikleri yanıtları kontrol etmeleri amacıyla, gözlem aşaması GeoGebra yazılımında hazırlanan etkinliklerle gerçekleştirilmiştir. Şekil 84'de öğretmen adayının gözlem aşamasında kullanılmak için GeoGebra'da geliştirilen etkinliği kullanarak cep telefonu ile inceleme yaparken bir görüntü sunulmuştur.

Şekil 87

Gözlem aşamasında adayın tek ve çift fonksiyon konusundaki grafikleri incelediği bir an



Bu etkinlikler sayesinde öğretmen adayları aynı grafikleri dinamik bir ortamda daha yakından inceleyerek tahmin aşamasındaki düşüncelerinin değişip değişmediğini açıklamaları sağlanmıştır. Bu kapsamda gözlem aşamasından elde edilen bulgular öğretmen adaylarının tahmin aşamasındaki cevaplarıyla birlikte sunulmuştur.

Tablo 122

Tahmin aşamasındaki 1. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₂ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₃₄
	Kısmen Doğru	----
	Yanlış	----

Tablo 122 incelendiğinde öğretim sürecini incelemek amacıyla belirlediğimiz dört öğretmen adayının tamamının soruya doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Bu bulgudan hareketle adayların ilgili grafiklerle ilgili tek ve çift fonksiyon grafik okuma yorumlama

becerisine sahip oldukları söylenebilir. Ancak öğretim sürecini yansıtmak amacıyla seçilen öğretmen adaylarının tamamı bu soruyu doğru cevaplasalar da sınıfın genelinin cevapları incelendiğinde bazı öğretmen adaylarının soruyu yanlış cevapladığı görülmüştür. Dolayısıyla bu soru bağlamında dikkat çekici bir bulgu olarak Ö₁₈ in yanlış yanıtını incelemenin faydalı olacağı düşünülerek aşağıda sunulmuştur.

Ö₁₈: “*Ne tek ne çift fonksiyon. Çünkü $f(x)$ fonksiyonu sabit fonksiyon.*”

Tahmin aşamasında yanlış cevap veren Ö₁₈'in açıklaması incelendiğinde, adayın $f(x) = 1$ grafiğinin sabit fonksiyon olduğunu bu nedenle çift veya tek fonksiyon olamayacağını iddia ettiği görülmektedir. Ancak $f(x) = 1$ fonksiyonunun hem sabit hem de çift fonksiyon olduğu görülmektedir. Bu bulgudan hareketle adayın tek ve çift fonksiyon olma durumuna dair ilgili grafik bağlamında yanlış bir okuma ve yorumlama yaptığı söylenilebilir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksikliklerin giderilmesi ve grafiğin birebir ve örtenlik durumunun öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlikte tanım ve görüntü kümesinin gözlemlenmesi amacıyla sürgü yerleştirilmiştir. Etkinlikte yer alan sürgü en son düzeye ilerletildikçe tanım ve görüntü kümesini boyamak suretiyle grafiğin birebirlik ve örtenlik durumuna yönelik doğru cevap hakkında öğretmen adaylarının süreci gözlemlenmelerini sağlamaktadır. Bu sayede öğretmen adayları cevaplarını bilgisayar ortamında kontrol ederek düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarını inceleme fırsatı elde etmişlerdir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlenen öğretmen adaylarının gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda cevaplarının doğruluğu gözlemledikleri “*Düşüncem değişmedi. Doğru yapmışım.*” şeklinde açıklama yaptıkları görülmüştür.

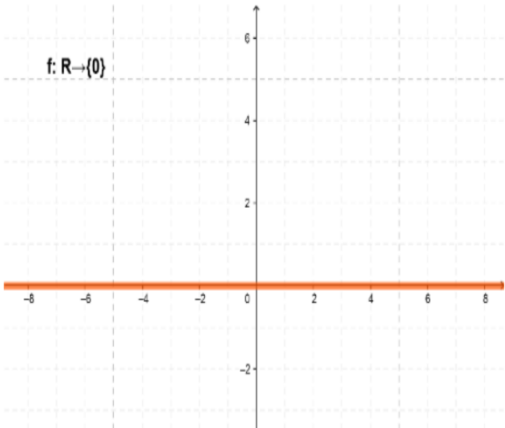
Tahmini yanlış olan Ö₁₈'nin gözlem aşaması sayesinde düşüncesinde olumlu yönde değişim açıklamalarına şu şekilde yansımaktadır.

Ö₁₈: “ *$f(x)=1$ sabit fonksiyondur. $f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyon testini sağladı. B ve B' noktalarının ordinatları aynıdır. Düşüncem değişti.*”

Adayın açıklamaları incelendiğinde $f(x) = 1$ fonksiyonunu sabit fonksiyon olmanın yanı sıra çift fonksiyon olduğu gözlemleriyle birlikte aktardığı ve düşüncesini olumlu yönde değiştiğini göstermektedir. Bu durum gözlem aşamasında grafiğin tek ve çift fonksiyon olma durumunu incelemek için geliştirilen etkinliğin amaca hizmet ettiğini göstermektedir.

Tablo 123

Tahmin aşamasındaki 2. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₂
	Kısmen Doğru	Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₃₄
	Yanlış	-----

Tablo 123 incelendiğinde 2. Grafiğin tek ve çift fonksiyon olma durumuna yönelik okuma ve yorumlama sorusuna bir öğretmen adayının doğru, diğer üçünün ise kısmen doğru cevap verdikleri görülmektedir. Kısmen doğru cevap veren öğretmen adayının grafiğin tek ve çift fonksiyon durumuna yönelik yanıtları aşağıda sunulmuştur.

Ö₆: “Çift fonksiyondur. Çünkü $f(-x)=f(x)=0$ dur.”

Ö₇: “Çifttir. Çünkü y eksenine göre simetriktir.”

Ö₃₄: “Çift fonksiyondur. Çünkü $f(-x)=f(x)=0$ dur. Hem de sabit fonksiyon olduğu için çifttir.”

Adayların açıklamaları incelendiğinde grafiğin çift fonksiyon oldukları bildikleri görülmektedir. Ancak ilgili grafiğe bakıldığında aynı zamanda tek fonksiyon olmasına rağmen aynı öğretmen adaylarının bu konuda bir değerlendirme yapmadıkları yani grafiğin tek fonksiyon olmadığını düşünmektedirler. Bu bulgudan hareketle adayların ilgili grafikte ilgili tek ve çift fonksiyon grafik okuma yorumlama açısından kısmen doğru bir cevap verdikleri söylenebilir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksikliğin giderilmesi ve grafiğin birebir ve örtenlik durumunun öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlikte tanım ve görüntü kümesinin gözlemlenmesi amacıyla sürgü yerleştirilmiştir. Etkinlikte yer alan sürgü en son düzeye ilerletildikçe tanım ve görüntü kümesini boyamak suretiyle grafiğin birebirlik ve örtenlik durumuna yönelik doğru cevap hakkında öğretmen adaylarının süreci gözlemlenmelerini sağlamaktadır. Bu sayede öğretmen adayları cevaplarını bilgisayar ortamında kontrol ederek düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarını inceleme fırsatı elde etmişlerdir.

Soruya tahmin aşamasında kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının gözlem aşamasındaki incelemeleri sonucunda aşağıdaki açıklamaları yaptıkları görülmüştür.

Ö₇: “Fikrim değişti. Hem tek hem çift. $y=0 -f(x)=f(-x)$ oldu. Ayrıca $f(x)=f(-x)$ oldu.”

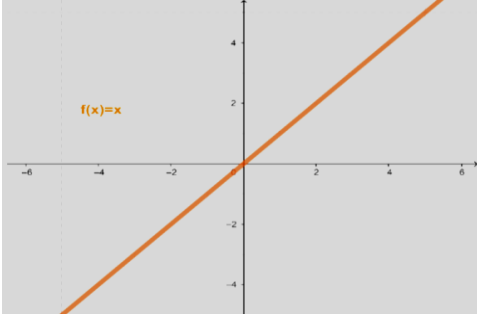
Ö₆: “ $f(x)=0$ hem teki hem çifti sağladı Hem x değerlerinde hem y değerlerinde değerler birbirinin eksisi oldu. 0 fonksiyonu olduğu için işaretler bizi ilgilendirmedir. O zaman tüm sabit fonksiyonlar sadece çift değildir.”

Ö₃₄: “Düşüncem değişmedi. Çünkü çift fonksiyon testini sağladı. Sabit fonksiyonlar çifttir.”

Adayların verdikleri cevaplardan incelendiğinde Ö₆ ve Ö₇'nin yaptıkları hataları anladıkları $f(x) = 0$ fonksiyonunun çift fonksiyon olmanın yanı sıra aynı zamanda tek olduğunu fark ettikleri görülmektedir. Ancak Ö₃₄ öğretmen $f(x) = 0$ fonksiyonunun tek fonksiyon olduğunu fark edemediği çift fonksiyon testini sağlaması nedeniyle sabit fonksiyonların daima çift fonksiyon olduğu yanlışlığını sürdürdüğü görülmektedir. Açıklama aşaması bu bağlamda adayın bu durumu fark etmesine katkı sağlamak amacıyla geliştirilmiştir.

Tablo 124

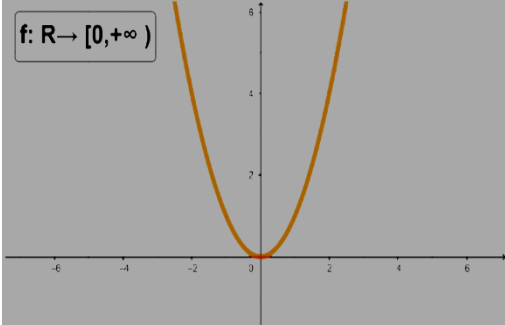
Tahmin aşamasındaki 3. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₂ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₃₄
	Kısmen Doğru	-----
	Yanlış	-----

Tablo 124 incelendiğinde 3. grafiğin tek ve çift fonksiyon olma durumuna yönelik okuma ve yorumlama sorusuna öğretim sürecini incelemek amacıyla belirlediğimiz dört öğretmen adayının tamamının doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Bu bulgudan hareketle adayların ilgili grafik ile ilgili tek ve çift fonksiyon grafik okuma yorumlama becerisine sahip oldukları söylenebilir.

Tablo 125

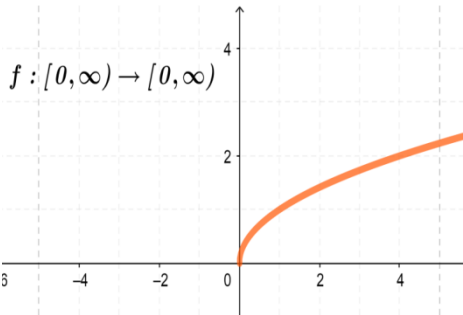
Tahmin aşamasındaki 4. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₂ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₃₄
	Kısmen Doğru	-----
	Yanlış	-----

Tablo 125 incelendiğinde 4. grafiğin tek ve çift fonksiyon olma durumuna yönelik okuma ve yorumlama sorusuna öğretim sürecini incelemek amacıyla belirlediğimiz dört öğretmen adayının tamamının doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Bu bulgudan hareketle adayların ilgili grafikle ilgili tek ve çift fonksiyon grafik okuma yorumlama becerisine sahip oldukları söylenebilir.

Tablo 126

Tahmin aşamasındaki 5. grafiğe yönelik öğretmen adaylarının cevapları

Tahmin Sorusu	Cevap Kategorileri	Ö _A Kodları
	Doğru	Ö ₂ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₃₄
	Kısmen Doğru	-----
	Yanlış	-----

Tablo 126 incelendiğinde 5. grafiğin tek ve çift fonksiyon olma durumuna yönelik okuma ve yorumlama sorusuna dört öğretmen adayının doğru, birinin ise boş bıraktığı görülmektedir. Boş bırakan Ö₃₄ ün açıklaması incelendiğinde “Emin değilim.” şeklinde bir değerlendirme yaptığı görülmektedir. Bu bulgudan hareketle Ö₃₄ ün ilgili grafiğe yönelik tek ve çift fonksiyon durumu grafik okuma-yorumlama bilgisinde eksiklikler olduğu söylenebilir.

Gözlem aşamasında, yukarıda bahsedilen eksikliğin giderilmesi ve grafiğin birebir ve örtenlik durumunun öğretimi için GeoGebra dinamik yazılımı aracılığı ile grafiğe yönelik geliştirilen etkinlikte tanım ve görüntü kümesinin gözlemlenmesi amacıyla sürgü yerleştirilmiştir. Etkinlikte yer alan sürgü en son düzeye ilerletildikçe tanım ve görüntü

kümesini boyamak suretiyle grafiğin birebirlik ve örtenlik durumuna yönelik doğru cevap hakkında öğretmen adaylarının süreci gözlemlenmelerini sağlamaktadır. Bu sayede öğretmen adayları cevaplarını bilgisayar ortamında kontrol ederek düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarını inceleme fırsatı elde etmişlerdir.

Ö₃₄ : “*Düşüncem değişti. Başta emin değildim ama fonksiyon testini uygulayınca çift veya tek fonksiyon olmadığını gözlemledim. O zaman x' in kuvveti çift veya tek değilse tek veya çift fonksiyon olamaz.*”

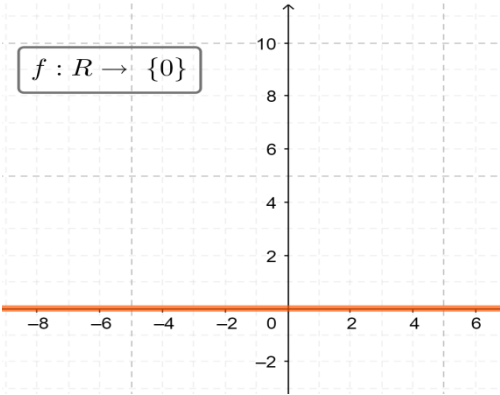
Adayın verdiği cevap incelendiğinde gözlem aşaması sayesinde düşüncesinde bir değişim yaşadığı, hatasını fark ettiği görülmektedir. Bu durum gözlem aşamasında grafiğin tek ve çift fonksiyon olma durumunu incelemek için geliştirilen etkinliğin amaca hizmet ettiğini göstermektedir.

4.5.3.3. Açıklama Aşaması: Açıklama aşaması önceki aşamaları kapsayan, öğretmenin daha aktif olduğu ve bireysel bilgiyi sınıf bilgisi haline dönüştürerek bilginin genelleşmesini sağladığı bir aşamadır. Öncelikle grafiklerin tek ve çift fonksiyon olma durumlarının sırayla incelenmesi ve herkes tarafından görülmesi için gözlem aşamasında kullanılan etkinlikler tahtaya yansıtılır. Burada amaç öğretmen kontrolünde grafiklerin tekrardan incelenmesini sağlamaktır.

Daha sonra tahtaya yansıtılan etkinlikler öğretmen tarafından yapılmadan önce öğretmen adaylarının fikirleri alınır. Tahmin ve gözlemdaki düşüncelerinde bir değişim yaşayıp yaşamadıklarını sınıf ortamında paylaşmaları istenir. Bu süreç gönüllü ve söz almak isteyen öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilir. 2. Grafiğe yönelik düşünce değişimini paylaşmak isteyen öğretmen adayının sınıf içi konuşması aşağıda verilmiştir.

Tablo 127

Tek ve çift fonksiyon grafik sorusuna yönelik gerçekleşen sınıf içi konuşma

Grafik	Sınıf İçi Konuşmalar
	<p>A: “Evet arkadaşlar bu grafikte ilgili düşüncesi değişen var mı?”</p> <p>Ö₆: “Evet hocam benim.”</p> <p>A: “Cevaba ne demiştin tahmin aşamasında”</p> <p>Ö₆: “Çift demiştim.”</p> <p>A: “Neyi fark ettin”</p> <p>Ö₆: “Grafiğin aynı zamanda orjine göre simetrik olduğunu gördüm .”</p>

Tablo 127 incelendiğinde öğretmen adayının düşüncesindeki değişimi ayrıntılı bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Açıklama aşamasında yapılan bu paylaşım birbirine benzer ya da aynı hatayı yapan öğretmen adaylarının yanlış yaptıkları yeri anlamaları bakımından önemlidir. Her grafik tahtaya yansıtılarak öğretmen rehberliğinde gözlem aşaması etkinliği yukarıda anlatıldığı gibi sınıfla birlikte yapıldıktan sonra tek ve çift fonksiyon durumuna yönelik kritik bilgiler ve genellemeler yapılarak bireysel bilgi sınıf bilgisi haline dönüştürerek bilginin genelleşmesini sağlar. Bu süreçte öğretmen rehberliğinde sınıfta yaşanan konuşmalar aşağıda verilmiştir.

A: “Evet arkadaşlar. Ne gibi çıkarımlar yaptık tek ve çift fonksiyonlar hakkında?”

Ö₆: “Bir fonksiyon mutlaka çift veya tek olmak zorunda değildir.”

A: “Başka”

Ö₂: “Sabit fonksiyon aynı zamanda tek ve çift fonksiyonda olabilir.”

A: “Örnek verin”

Ö₂: “ $f(x)=0$ hem sabit hem çift hem de tek”

A: “Sabit ve çift olan ama tek fonksiyon olmayan duruma bir örnek verin”

Ö₇: “ $f(x)=1$ ”

A: “Tek fonksiyonların grafiksel özelliği nedir?”

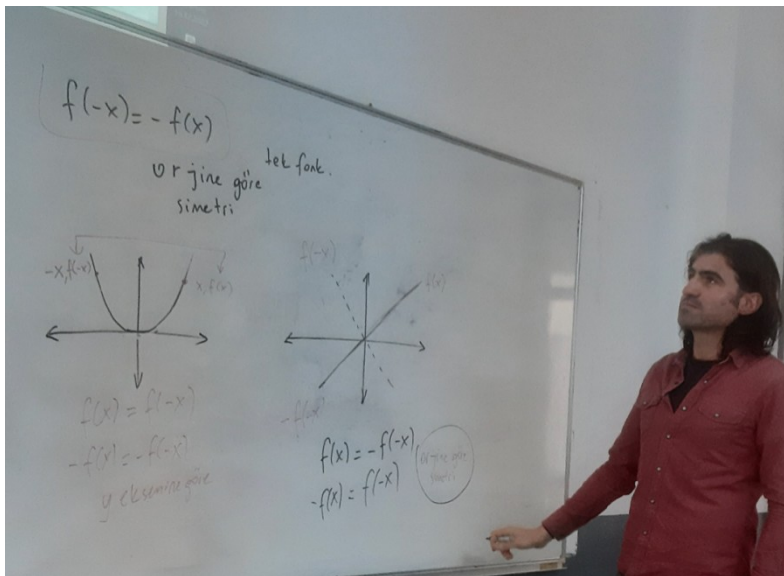
Ö₈: “Orjine göre simetriktir.”

A: “Çift fonksiyonların grafiksel özelliği nedir?”

Ö₁₂: “y eksenine göre simetriktir.”

Şekil 88

Açıklama aşamasında tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik tahtaya yazılan bilgiler



Yukarıdaki konuşmalar ve Şekil 88'de anlaşıldığı üzere öğretmen bilgi verici konumdan ziyade kritik soruları sorarak konuyla ilgili genellemelere öğretmen adaylarının kendilerinin varmalarını sağlamaya çalışmıştır. Bu sayede fonksiyon grafiklerinin tek ve çift olma durumuna yönelik okuma ve yorumlama bilgilerinin sınıfta paylaşımı yapılmıştır. Daha sonra öğretmen adaylarına tanım, değer kümesi ve cebirsel ifadesi verilen bir kaç fonksiyon grafiğinin nasıl çizildiği ve tek ve çift fonksiyon olma durumlarının incelenmesine yönelik sorular yöneltilir. Gönüllü olan öğretmen adaylarının cevaplarını sınıfla paylaşmaları sağlanır. Yapılan sınıf paylaşımından sonra öğretmen gerek GeoGebra'dan gerekse tahtaya, sorudaki grafiği aşama aşama çizerek tek ve çift fonksiyon olma durumunu açıklar. Burada amaç öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerinin geliştirilmesinin yanı sıra grafiklerin tek ve çift fonksiyon olma durumlarını da incelemelerini sağlamaktır. Grafik çizmeye yönelik yapılan öğretimden sonra açıklama aşaması tamamlanmıştır.

4.5.3.4. Değerlendirme Aşaması: Ön test bulguları incelendiğinde temel grafik çizimlerinde öğretmen adaylarının sıklıkla hata yaptıkları gözlemlenmiştir. Grafik çizme becerisi okuma ve yorumlama becerilerini içerisine aldığı gibi bu becerilerden farklı olarak bir inşa sürecini gerektirir. Bu nedenlerden dolayı öğretim tekniğinde bir değerlendirme aşamasına ihtiyaç duyulmuştur. Değerlendirme aşamasında öğretmen adaylarının derste yapılan grafik çizme becerilerinin pekişmesi için ders dışı ödevlendirme yapılmıştır. Daha sonra ödevler dersi yürüten araştırmacı tarafından incelenerek öğretmen adaylarının yaptıkları hatalı çizimler etik kurallar gözetilerek sunum halinde yansıtılmıştır. Bu hatalı çizimlerle ilgili sınıfça tartışma yapılmıştır. İhtiyaç duyulduğunda bazı grafiklerin çiziminin daha net anlaşılması için zaman zaman GeoGebra dinamik yazılımından faydalanılmıştır. Değerlendirme aşaması için yapılan ödevlendirmede aşağıda verilen cebirsel ifadelerin grafiklerini çizmeleri ve tek ve çift olma durumlarını incelemeleri istenmiştir.

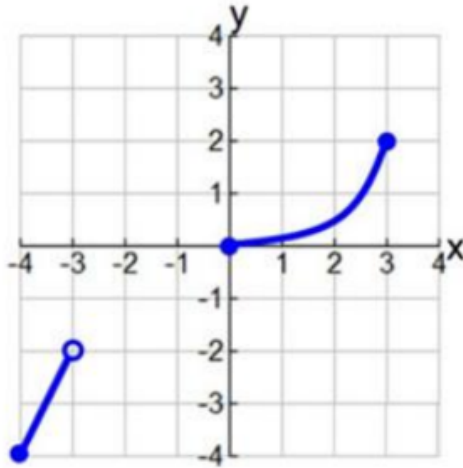
Şekil 89

Değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan sorular

1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ şeklinde tanımlanan $f(x) = (x + 1)^2 + 1$ fonksiyonunun grafiğini çizerek tek-çift olup olmama durumunu inceleyiniz.

2) $g: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$ şeklinde tanımlanan $g(x) = \arccos x$ fonksiyonunun grafiğini çizerek tek-çift olup olmama durumunu inceleyiniz.

3) Aşağıdaki grafik $[-4, 4]$ aralığında tanımlanan bir fonksiyonun bir parçasıdır.



a) Grafiğin çift olduğunu varsayarsak verilen aralıktaki grafiği çizerek açıklayınız.

b) Grafiğin tek olduğunu varsayarsak verilen aralıktaki grafiği çizerek açıklayınız.

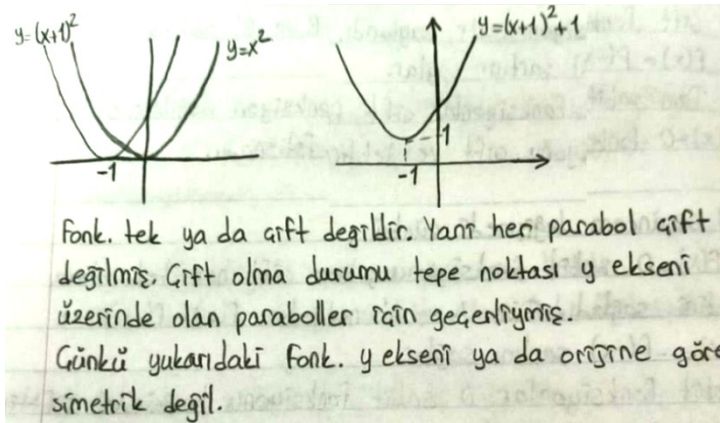
Şekil 89'daki sorular incelendiğinde temel düzeydeki bazı grafiklerin çizimine yönelik öğretmen adaylarının ödevlendirildikleri görülmektedir. Pekiştirme amaçlı verilen bu ödevdeki sorular ön test ve tahmin aşamasındaki grafiklerle benzerdir.

Grafik okuma-yorumlamanın ön test sonuçlarına göre farklı kategorilerde olan öğretmen adayları grafik çizmede benzer cevap verdikleri görülmüştür. Bu nedenle değerlendirme aşaması sunulurken benzer cevap veren adaylar çıkartılmıştır. Değerlendirme aşaması sunulurken grafik çizme ön test sonuçlarından hareketle verilerin çeşitliliğinin sağlanması için farklı kategorilerden adayların seçilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Dolayısıyla \ddot{O}_2 , \ddot{O}_7 , \ddot{O}_{34} 'ün verileri üzerinden öğretim sürecinin yansıtılmasına karar verilmiştir.

1. soruda adaylardan ikinci dereceden fonksiyonun grafiğini çizerek tek ve çift olma durumunu incelemeleri istenmiştir. İlgili soruyu belirlenen öğretmen adayların üçünün de doğru cevapladığı görülmüştür. Bu öğretmen adaylarından \ddot{O}_2 'nin çözümü Şekil 90'da sunulmuştur.

Şekil 90

Ö₂'nin değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 1. soruya verdiği cevap

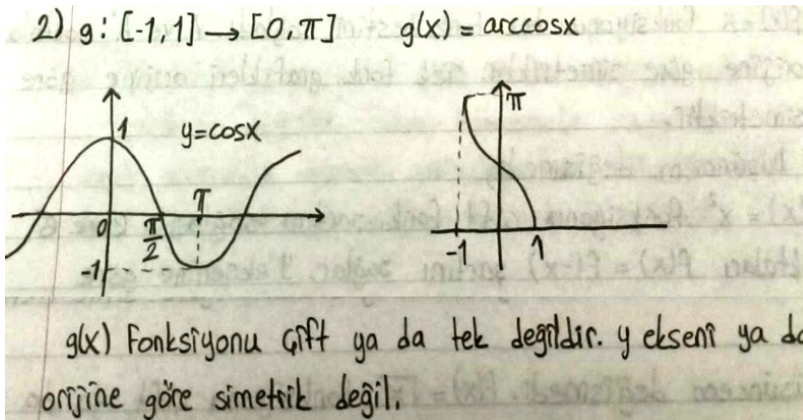


Adayın verdiği cevap incelendiğinde dikkat çekici bir bulgu olarak öğretim sürecinde parabol grafiklerinin tamamının çift fonksiyon olmadığını öğrendiği “Her parabol çift değildir. Çift olma durumu tepe noktası y ekseninde olan fonksiyonlar için geçerlidir” ifadelerinden anlaşılmaktadır. Bu bağlamda aday öğrendiği bilgiyi doğru bir şekilde soruya aktardığı ilgili soruyu doğru cevaplamıştır.

2. soruda adaylardan ters trigonometrik bir fonksiyonun grafiğini çizerek tek ve çift olma durumunu incelemeleri istenmiştir. İlgili soruyu adaylardan ikisinin doğru (Ö₂, Ö₇), birinin ise kısmen doğru (Ö₃₄) cevapladığı görülmüştür. Doğru cevap veren öğretmen adaylarından Ö₂'nin çözümü Şekil 91’de sunulmuştur.

Şekil 91

Ö₂'nin değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 2. soruya verdiği cevap

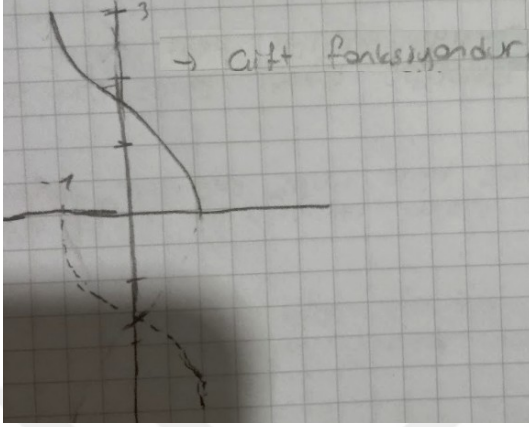


Adayın verdiği cevap incelendiğinde öncelikle $\cos(x)$ grafiğini daha sonra verilen tanım değer aralığına uygun bir şekilde tersini doğru bir şekilde çizdiği görülmektedir. Aday aynı zamanda çizdiği ters trigonometrik fonksiyonun tek ve çift fonksiyon olmama durumunu gerekçeleriyle birlikte açıklamaktadır. Bu bulgulardan hareketle adayın ilgili soru bağlamında grafik çizimi tek ve çift fonksiyon incelemesinde başarılı olduğu söylenebilir.

Soruya yanlış cevap veren Ö₃₄ öğretmen adayının çözümü ise Şekil 92'de sunulmuştur.

Şekil 92

Ö₃₄'ün değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 2. soruya verdiği cevap

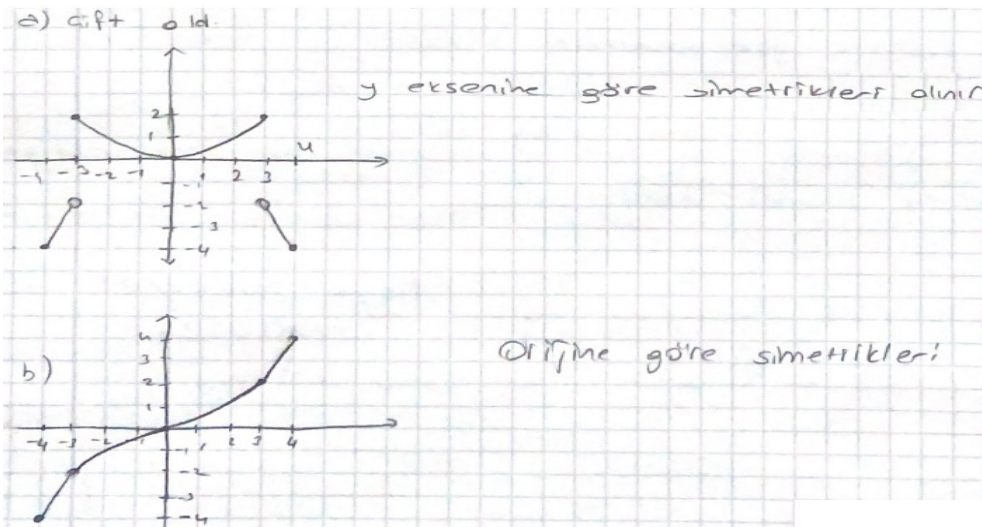


Adayın verdiği cevap incelendiğinde grafiği şekilsel olarak çizbildiği ancak grafiğin kritik noktalarını eksik yazdığı görülmektedir. Aday aynı zamanda çizdiği grafiğin çift fonksiyon olduğunu iddia etmektedir. Ancak fonksiyonun çift veya tek fonksiyon olmadığı açıktır. Bu bulgular ışığında grafiği sadece şekilsel açıdan doğru çizbildiği adayın kısmen doğru bir cevap verdiği söylenebilir.

3. soruda ise verilen grafiği tek ve çift fonksiyon olacak şekilde ayrı ayrı çizerek tamamlamaları istenmiştir. İlgili soruyu iki öğretmen adayının doğru, birinin ise yanlış cevapladığı görülmektedir. Doğru cevaplayan öğretmen adaylarından Ö₃₄ ün çözümü Şekil 93'te sunulmuştur.

Şekil 93

Ö₃₄'ün değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya verdiği cevap

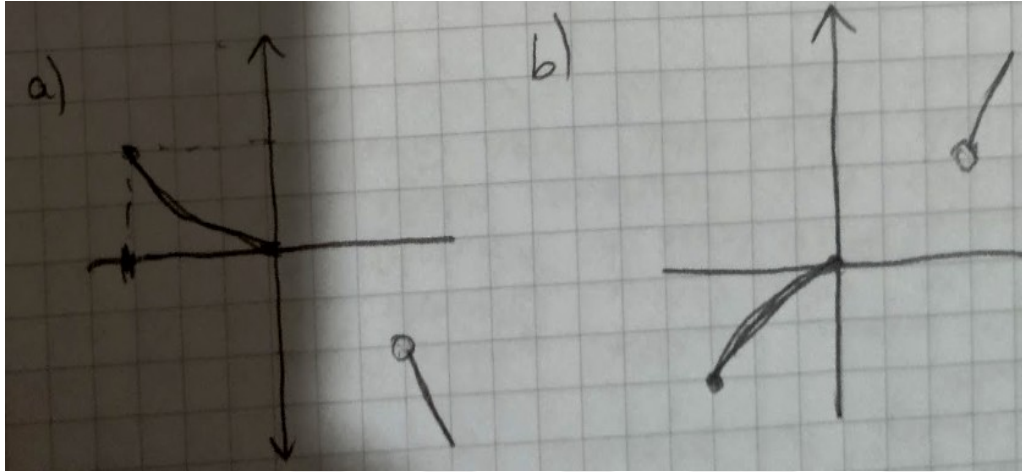


Adayın verdiği cevap incelendiğinde grafiği çift ve tek fonksiyon olma durumuna uygun bir şekilde ayrı ayrı tamamlayarak, gerekçeleriyle birlikte açıklayarak çizim yaptığı görülmektedir. Bu bulgulardan hareketle adayın ilgili soru bağlamında tek ve çift fonksiyon grafik çiziminde doğru cevap verdiği söylenebilir.

Yanlış cevap veren Ö₃₇ öğretmen adayının çözümü ise Şekil 94'te sunulmuştur.

Şekil 94

Ö₃₇'nin değerlendirme aşamasında grafik çizmeye yönelik sorulan 3. soruya verdiği cevap

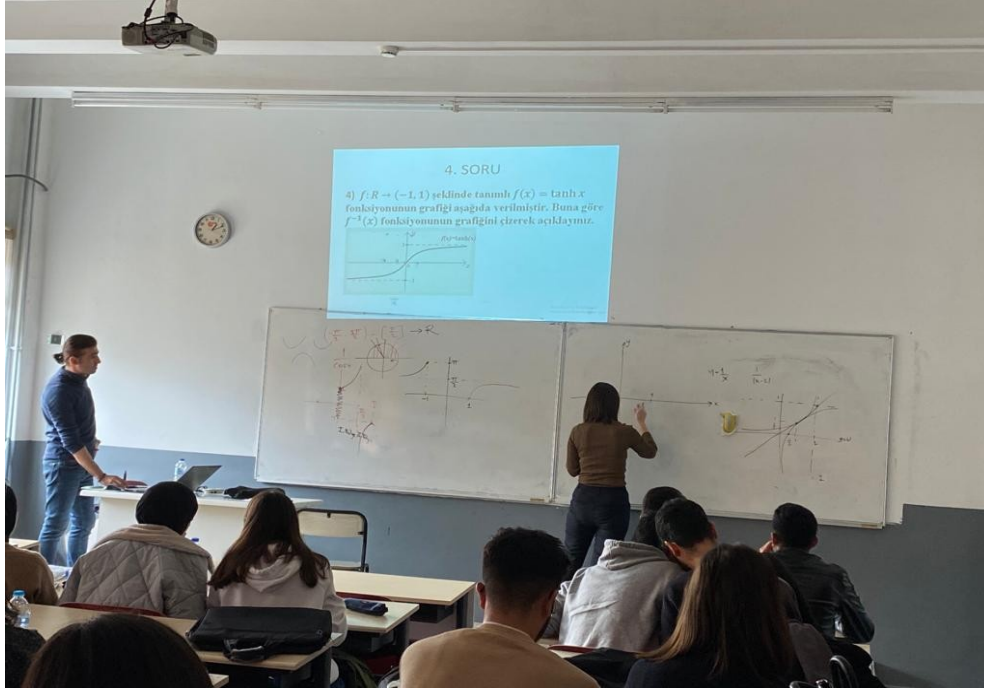


Adayın verilen grafiği çift fonksiyon olacak şekilde tamamlanması istenilen (a) şıkkındaki soruda grafiği y eksenine göre yansıttığı ancak çizim yaparken sadece yansıtılan kısmı çizdiği görülmektedir. Benzer bir hatayı tek fonksiyon olacak şekilde tamamlanması istenilen (b) şıkkında da grafiği öncelikle y eksenine daha sonrada x eksenine göre yansıttığı görülmektedir. Ancak b şıkkında da (a) şıkkında olduğu gibi verilen grafiğin sadece yansıtılan kısımlarını çizmiştir. Aday strateji bağlamında doğru bir yol izlemesine rağmen çizim hataları ve çizimdeki gerekçelerini açıklamaması yanlış çizimler yapmasına neden olmuştur. Bu bulgulardan hareketle adayın ilgili soru bağlamında tek ve çift fonksiyon grafik çiziminde yanlış cevap verdiği söylenebilir.

Yukarıda bahsedildiği üzere öğretmen adaylarının grafik çizimi ve çizdikleri grafiği okuma ve yorumlamada bazı hatalar yaptıkları görülmektedir. Bu nedenle öğretmen adaylarının grafik çizme ödevinde verdikleri cevaplardaki hatalarını görmeleri amacıyla hata dersleri yapılmıştır. Araştırmacı tarafından ödevler incelenerek öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar derlenmiştir ve bir Powerpoint sunumu hazırlanmıştır. Daha sonra grafik çizimi ve çizilen grafiğin tek ve çift fonksiyon olma durumunda yapılan hataları sınıfta incelemek için slayt tahtaya yansıtılmıştır. Değerlendirme dersinde ödevde yapılan hataları göstermeden önce her grafiğin doğru çizimi öğretmen veya gönüllü öğretmen adayları tarafından Şekil 95'teki gibi tahtada çizilmiştir.

Şekil 95

Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizimi yapan öğretmen adayı

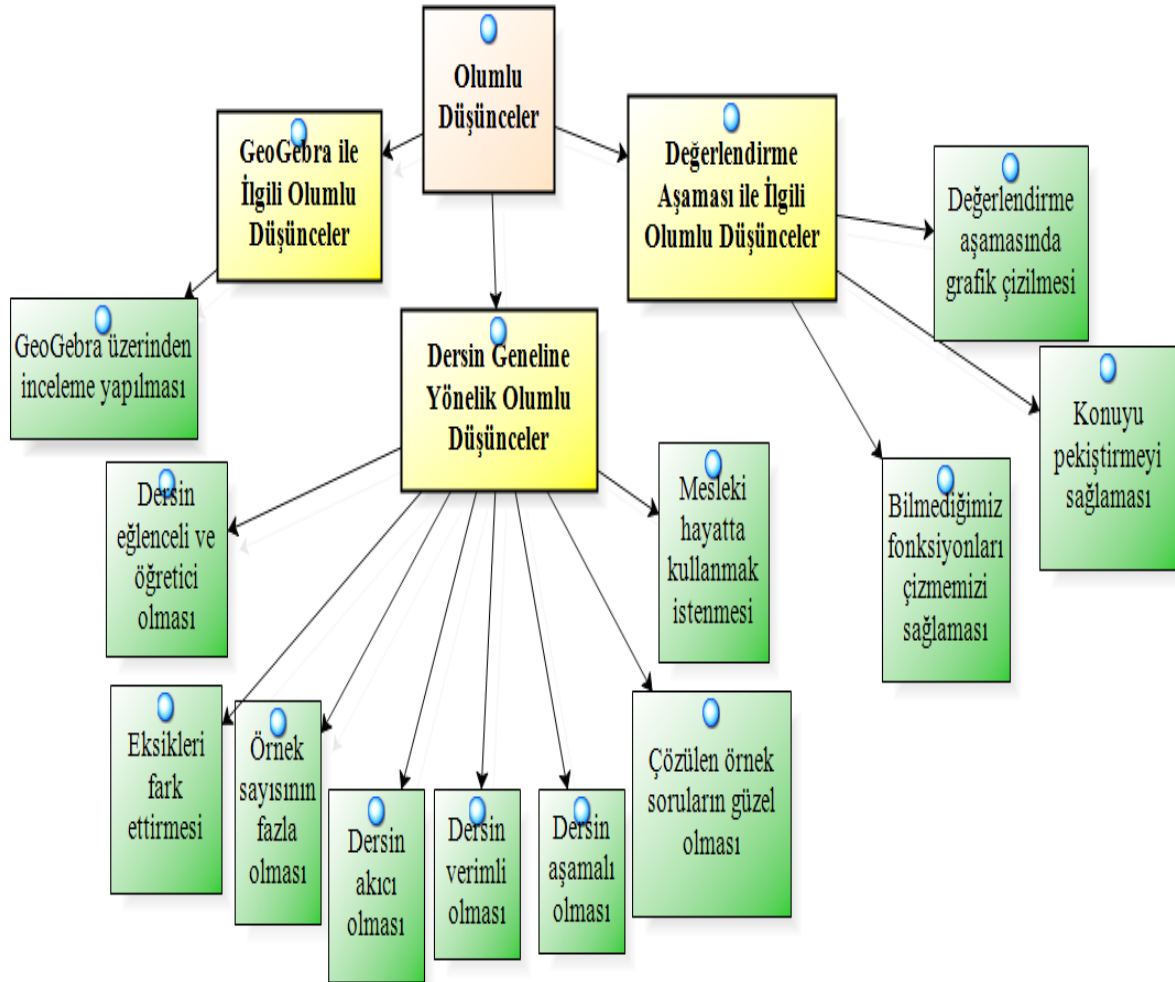


Şekil 95'te görüldüğü üzere doğru çözümler yapıldıktan sonra öğretmen adaylarının çizim ve açıklamada yaptıkları hatalar isim belirtilmeden incelenmiş ve bunun üzerine sınıf içi konuşmalar yapılmıştır. Sınıf içi konuşmalarda hatanın nerede olduğu öğretmen adaylarına sorulmuştur. Bu sayede öğretmen adaylarının ters fonksiyon durumuna yönelik grafik çizme ödevinde yaptıkları hataları fark etmeleri ve ne gibi hatalar oluşabileceğini görmeleri sağlanmıştır. Slayt bitiminde öğretmen adaylarının ödevde verdikleri cevapları inceleyip hatalarını açıklamaları ve düzeltmeleri istenmiştir.

4.5.4. Öğretmen Adaylarının Tek ve Çift Fonksiyon Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Öğretim Yöntemiyle Yürütülen Dersle Yönelik Görüşleri: Öğretmen adaylarının tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı dersle ilgili genel düşünceleri alınmıştır. Öğretim süreci sonunda ders hakkındaki genel düşünceler olumlu, olumsuz başlıkları altında toplanmıştır. Öğretmen adaylarının tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumlu düşüncelerine ait model Şekil 96'da sunulmuştur.

Şekil 96

Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumlu düşüncelere ait model



Şekil 96 incelendiğinde öğretmen adaylarının olumlu düşünceleri 3 farklı başlıkta toplandığı görülmektedir. Bu başlıklar GeoGebra ile ilgili, dersin geneline ve değerlendirme aşamasına yönelik olumlu düşünceler şeklinde yer almaktadır. Öğretmen adaylarının düşünce çeşitliliğinin en fazla dersin geneline yönelik olumlu düşünceler başlığı altında yer aldığı görülmektedir. Bu düşüncelerin sayısını ve hangi öğretmen adayları tarafından tercih edildiğini gösteren bulgular ise Tablo 128’de sunulmaktadır.

Tablo 128

Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumlu görüşlerinin dağılımı

Görüşler	Ö _A Kodları	f
Eksikleri fark ettirmesi	Ö ₅ , Ö ₉ , Ö ₁₂ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₆ , Ö ₃₁ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄	9
Dersin verimli olması	Ö ₅ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₃₃ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇	7
GeoGebra üzerinden inceleme yapılması	Ö ₁ , Ö ₅ , Ö ₂₀ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₃₁ , Ö ₃₄	7
Çözülen örnek soruların güzel olması	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₄ , Ö ₁₃ , Ö ₁₈ , Ö ₂₇	6
Dersin aşamalı olması	Ö ₁ , Ö ₇ , Ö ₁₀ , Ö ₁₈ , Ö ₃₇	5
Dersin eğlenceli ve öğretici olması	Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₈ , Ö ₂₁ , Ö ₃₃	5
Mesleki hayatta kullanmak istenmesi	Ö ₁₁ , Ö ₁₃	2
Örnek sayısının fazla olması	Ö ₄₉	1
Dersin akıcı olması	Ö ₁₂	1
Konuyu pekiştirmeyi sağlaması	Ö ₆	1
Değerlendirme aşamasında grafik çizilmesi	Ö ₅	1
Bilmediğimiz fonksiyonları çizmemizi sağlaması	Ö ₂₅	1

Tablo 128 incelendiğinde öğretmen adayları tarafından olumlu düşüncelerin en fazla dersin geneline yönelik olumlu düşünceler başlığında bulunan “Eksikleri fark ettirmesi” görüşü altında yer aldığı görülmektedir. Bu düşünceleri belirten öğretmen adaylarından bazılarının ifadeleri şu şekildedir:

Ö₃₃: “Tek ve çift fonksiyon grafiklerini yorumlarken uygulamamız gereken kuralları unuttuğumu fark etmişim onları hatırladım.”

Ö₃₄: “Yanlışlarımızın fark ettirilerek düzeltilmesini beğendim.”

Ö₉: “Hatırlamam gereken yerler varmış bunu fark ettim. Üzerinde durmamız iyi oldu.”

Açıklamalar incelendiğinde tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersin adayların yaptıkları hataları ve unuttukları noktaları hatırlatıcı özelliklere sahip olduğu görülmektedir. Bu bağlamda öğretimin öğretmen adaylarının tam olarak bildiklerini zannettikleri kavramlardaki boşlukları fark etmelerini sağlayarak öğrenmenin gerçekleşmesine katkı sağladığı söylenebilir.

Tablo 128 incelendiğinde öğretmen adayları tarafından olumlu düşünceler içerisinde ikinci olarak en fazla ifade edilen görüşlerin iki tane olduğu görülmektedir. Bunlar dersin geneline yönelik olumlu düşünceler başlığı altında yer alan “Dersin verimli olması” ve

GeoGebra ile ilgili olumlu düşünceler başlığı altında yer alan “*GeoGebra üzerinden inceleme yapılması*” şeklindedir. “*Dersin verimli olması*” görüşünü belirten adaylardan bazılarının düşünceleri şu şekildedir.

Ö₂₆: “*Bu ders benim için en verimli geçen derslerden biriydi. Tek ve çift fonksiyonları işledik. Verilen grafiklerin tek mi çift mi olduğunu inceledik. Genel olarak soruları doğru yapsam da önemli bir kaç noktayı öğrendim. Örneğin sabit fonksiyonları çift fonksiyon olduğunu öğrendim.*”

Ö₂₇: “*Verimli geçti. Çift ve tek fonksiyonları detaylıca inceledik. Derste güzel örnekler çözdük.*”

Adayların ifadeleri incelendiğinde dersin verimli geçmesini tek ve çift fonksiyonları detaylıca inceleyerek güzel örnekler çözmelerine bu sayede eksik kaldıkları noktaları öğrendiklerini ifade ettikleri görülmektedir. Bu bulgu ışığında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersin tek ve çift fonksiyon konusunun öğretimine katkı sağladığı söylenebilir. “*GeoGebra üzerinden inceleme yapılması*” görüşünü belirten adaylardan bazılarının düşünceleri şu şekildedir.

Ö₅: “*Bir fonksiyonun hem tek hem çift olabilmesinden bahsettik. Burada bir yanlışım vardı. Şimdi daha iyi anladım. GeoGebra üzerinden kontrol etmemiz ve bazı soruları cevaplamamız hem kontrolü hem de düşünmemizi sağlıyor. Bu yönden faydalı bir ders oldu.*”

Ö₃₁: “*Bugün derste tek ve çift fonksiyonları belirledik. Derste ilk olarak tahmin aşaması ile bazı fonksiyonların tekliğini veya çiftliğini inceledikten sonra gözlem aşamasıyla beraber GeoGebra ile teklik ve çiftliği y eksenine ve orijine göre simetri testine uygulayıp hatalarımızı gördüm. Derste GeoGebra kullanarak grafik çizip tekniğini çiftliğini bulmamız güzel oldu.*”

Ö₂₄: “*GeoGebra üzerinden fonksiyonların tek mi yoksa çift mi olduklarını inceleyebilmemiz güzeldi. Çünkü fonksiyon üzerinde bir noktanın eksenlere göre simetri aldığımızda görüntüsünü somut olarak görebilme imkanı tanıyordu.*”

Ö₂₄: “*GeoGebra'da fonksiyon testlerinin çift ve tek olarak ayrı ayrı verilmesi tek ve çift fonksiyonda simetrilerinin x ve y değerlerindeki işaret değişimini görmem kafamdaki ezbere görüntünün değişmesine yardımcı oldu.*”

Adayların açıklamaları incelendiğinde fonksiyonların teklik ve çiftlik durumuyla ilgili yaşadıkları yanlışları giderdikleri, bu noktada GeoGebra' nın öğrenme üzerine önemli katkılar sağladığını ifade ettikleri görülmektedir. TGAD ile öğretimde öncelikle gözlem aşamasında öğretmenin müdahalesi olmadan GeoGebra kullanılarak hatalarını fark etmeleri bu

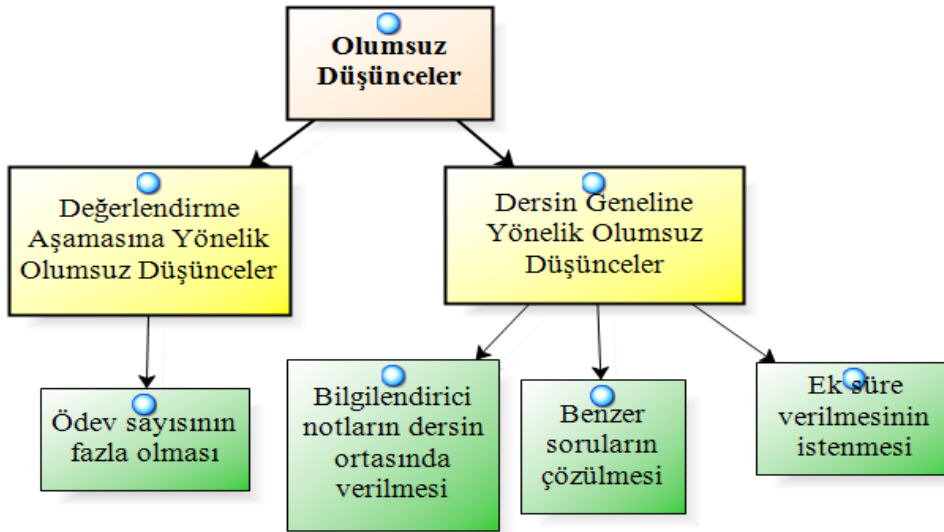
aşamanın verimli geçtiğinin bir göstergesi olarak söylenebilir. Adaylar aynı zamanda açıklama aşamasında ifade etmeseler de GeoGebra üzerinden öğretmenle birlikte yürütülen kontrollerin ve grafik çizimlerinin faydalı olduğunu belirttikleri görülmektedir. Bu bulgudan hareketle ifade edilen eylemlerin öğretmen rehberliğinde açıklama aşamasında yürütülmesi nedeniyle bu aşamanın da adayları açısından verimli geçtiği söylenebilir.

Tablo 128 incelendiğinde dikkat çekici bir diğer bulgu ise iki öğretmen adayının “*Mesleki hayatta kullanmak istenmesi*” şeklinde olumlu görüş ifade etmeleridir. Adaylara teknoloji destekli TGAD öğretim tekniğini meslek hayatınızda tercih edip etmeyeceklerine yönelik bir soru sorulmadan bu şekilde derse yönelik olumlu görüşler ifade etmeleri TGAD öğretiminin ne kadar dikkat çekici olduğunun bir göstergesi olarak söylenebilir.

Öğretmen adaylarının tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumsuz düşüncelerine ait model Şekil 97’de sunulmuştur.

Şekil 97

Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili olumsuz düşüncelere ait model



Şekil 97 incelendiğinde öğretmen adaylarının olumsuz düşünceleri 2 farklı başlıkta toplandığı görülmektedir. Bu başlıklar değerlendirme aşaması ve dersin geneline yönelik olumsuz düşünceler şeklinde yer almaktadır. Öğretmen adaylarının düşünce çeşitliliğinin en fazla dersin geneline yönelik olumsuz düşünceler başlığı altında yer aldığı görülmektedir. Bu düşüncelerin sayısını ve hangi öğretmen adayları tarafından tercih edildiğini gösteren bulgular ise Tablo 129’de sunulmaktadır.

Tablo 129

Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen dersle ilgili öğretmen adaylarının olumsuz görüşlerinin dağılımı

Görüşler	Ö _A Kodları	f
Beğenilmeyen herhangi birşeyin olmaması	Ö ₁ , Ö ₇ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₅ , Ö ₂₁ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₃₄ , Ö ₃₇ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆	14
Bilgilendirici notların dersin ortasında verilmesi	Ö ₁₁	1
Benzer soruların çözülmesi	Ö ₉	1
Ek süre verilmesinin istenmesi	Ö ₄	1
Ödev sayısının fazla olması	Ö ₃₃	1

Tablo 129 incelendiğinde olumsuz görüşlerini ifade eden adayların önemli bir kısmının beğenmedikleri bir noktanın olmadığını ifade ettikleri görülmektedir. Bu bağlamda tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuryazarlık dersinin öğretmen adayları açısından olumlu değerlendirildiği söylenebilir. Adaylar tarafından dile getirilen diğer olumsuz düşüncelerin ise birer öğretmen adayı tarafından ifade edildiği görülmektedir. Dolayısıyla bu görüşlerin bireysel boyutta kaldığı söylenebilir.

4.5.5. Tek ve Çift Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Okuma-Yorumlama Son Test Bulguları: Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama sorusu son test bulguları ön test bulgularıyla birlikte karşılaştırmalı olarak Tablo 130'da sunulmaktadır.

Tablo 130*Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma yorumlama ön test ve son test bulguları*

Testler	Kategoriler	Ö _A Kodları	f	%
Ön test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₈ , Ö ₁₂ , Ö ₂₄	5	13.16
	Kısmen Doğru	Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₆ , Ö ₃₈	29	76.31
	Yanlış	Ö ₂₈ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₇	4	10.53
Son test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈	36	94.74
	Kısmen Doğru	Ö ₆ , Ö ₃₀	2	5.26
	Yanlış	-----	0	0

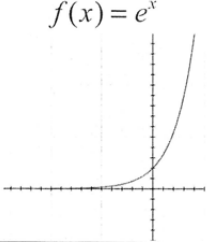
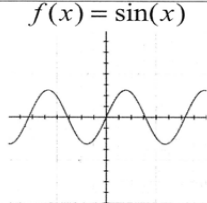
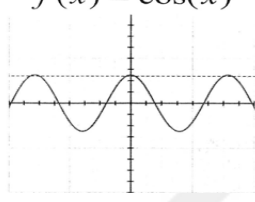
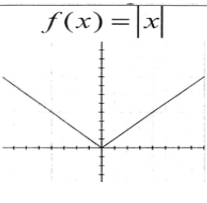
Tablo 130 incelendiğinde ön testte 26 öğretmen adayı tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunu kısmen doğru cevaplarırken son testte bu adayların önemli bir kısmının ($f = 24$) soruyu doğru cevaplayanlar kategorisine geçtikleri görülmektedir. Tablo 130'da görüldüğü üzere ön testte 5 öğretmen adayı tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama sorusunu yanlış yaparken son testte bu adayların birinin kısmen diğerlerinin ise doğru kategorilerine geçmesi sonucunda ilgili soruyu yanlış yapan aday olmadığı görülmektedir. Bu bağlamda tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusunun ön ve son test verileri karşılaştırıldığında ilgili soruyu doğru cevaplayanların sayısının son test lehine ciddi bir artış gösterdiği söylenebilir. Elde edilen bu bulgulardan hareketle teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı ters fonksiyon konusuna yönelik dersin grafik okuma ve yorumlama bağlamında son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumla becerilerinde teknoloji destekli TGAD öğretim öncesi ve sonrası yaşanan değişiklikleri daha detaylı aktarabilmek için bazı öğretmen adaylarının ilgili soruya ön test ve son testte verdikleri cevaplar değerlendirilecektir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlenen Ö₂, Ö₆, Ö₇, Ö₃₄ öğretmen adaylarının ön ve son test cevaplarında farklı kategorilerde oldukları Tablo 130'da görülmektedir. Bu öğretmen adaylarında Ö₂'nin tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumla sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 131'de sunulmaktadır.

Tablo 131

Ö₂'nin tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumuna sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar

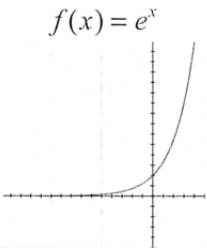
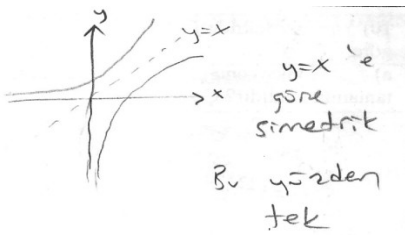
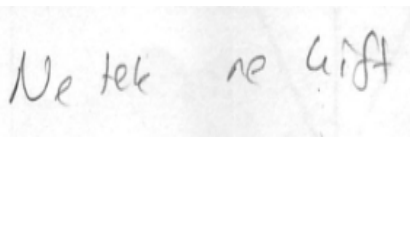
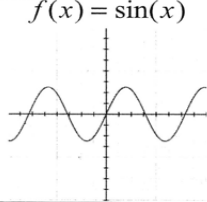
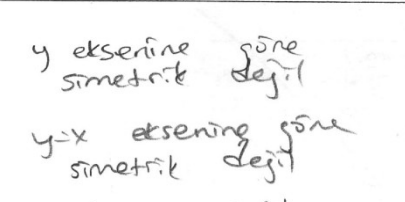
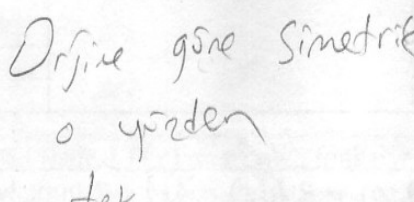
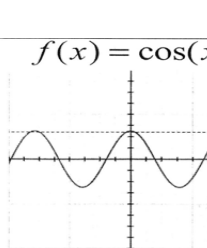
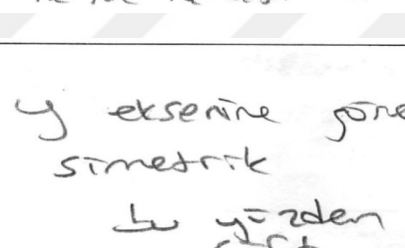
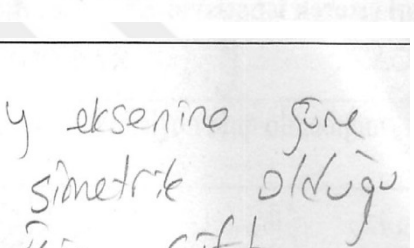
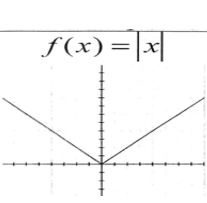
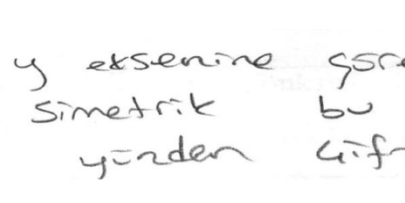
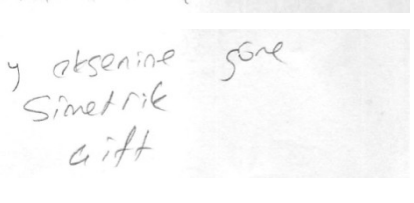
Grafikler	Ön Test Cevap	Son Test Cevap
 <p>$f(x) = e^x$</p>	<p>$F(x) = e^x$ $F(-x) = e^{-x}$</p> <p>$F(x) \neq F(-x)$ olduğundan çift değildir.</p> <p>$F(x) \neq -F(-x)$ " tek "</p> <p>Ne tek ne çift fonk.</p>	<p>Fonk. tek ya da çift değil.</p> <p>çift değil çünkü $F(x) \neq F(-x)$</p> <p>değil. (y eksenine göre simetrik değil.)</p> <p>tek değil; $F(x) = -F(-x)$ değil.</p> <p>(orijine göre simetrik değil.)</p>
 <p>$f(x) = \sin(x)$</p>	<p>$F(x) = \sin x$ $F(-x) = -\sin x$</p> <p>Tek fonk.</p>	<p>Tektir. Çünkü $y = x$ doğrusuna göre (orijine göre) simetrik.</p> <p>Yani $f(x) = -f(-x)$ şartını sağlıyor.</p> <p>$\sin x = -\sin(-x)$</p>
 <p>$f(x) = \cos(x)$</p>	<p>$F(x) = \cos x$</p> <p>$F(-x) = \cos x$</p> <p>$F(x) = F(-x)$ old. çift fonksiyondur.</p>	<p>Çifttir. Çünkü y eksenine göre simetrik. $F(x) = F(-x)$ olduğu görülür.</p> <p>$\cos x = \cos(-x)$</p>
 <p>$f(x) = x$</p>	<p>$F(x) = x$ $F(-x) = x$</p> <p>$F(x) = F(-x)$ old. çift fonk</p>	<p>Çifttir. y eksenine göre simetrik.</p> <p>$F(x) = F(-x)$</p> <p>$x = -x$</p>

Adayın ön testte verdiği cevaplar incelendiğinde sadece cebirsel açıdan düşünerek fonksiyonların tek ve çift olma durumuna yönelik doğru cevaplar verdiği görülmektedir. Öğretim sonrası uygulanan son test cevapları incelendiğinde ise çözümlerinde tek ve çift olma durumunu hem cebirsel hem de grafikleri simetriklik açısından okuyup yorumlamayarak inceleyerek doğru cevap vermiştir. Bu bulgulardan hareketle adayın ön ve son testte doğru cevap vermenin yanı sıra son testte tek ve çift fonksiyon grafik okuma ve yorumlama bilgisinde bir gelişimin olduğu söylenebilir. Dolayısıyla teknoloji destekli öğretim sürecinin Ö₂'nin ilgili sorul bağlamında tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinde son test lehine olumlu bir değişim gerçekleştirdiği söylenebilir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlenen bir diğer öğretmen adayı olan Ö₆'nın tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumu sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 132'de sunulmaktadır.

Tablo 132

Ö₆'nın tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumu sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar

Grafikler	Ön Test Cevap	Son Test Cevap
 <p>$f(x) = e^x$</p>	 <p>$y=x$'e göre simetrik Bu yüzden tek</p>	 <p>Ne tek ne çift</p>
 <p>$f(x) = \sin(x)$</p>	 <p>y eksenine göre simetrik değil $y=x$ eksenine göre simetrik değil ne tek ne çift</p>	 <p>Orjine göre simetrik o yüzden tek</p>
 <p>$f(x) = \cos(x)$</p>	 <p>y eksenine göre simetrik bu yüzden çift</p>	 <p>y eksenine göre simetrik olduğu için çift</p>
 <p>$f(x) = x$</p>	 <p>y eksenine göre simetrik bu yüzden çift</p>	 <p>y eksenine göre simetrik çift</p>

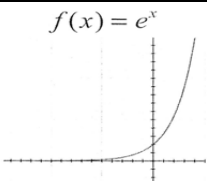
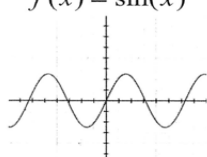
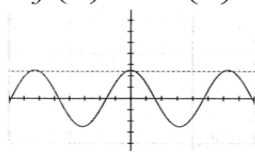
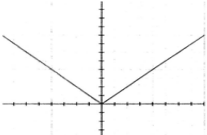
Adayın ön testte tek ve çift fonksiyon grafik okuma ve yorumlama sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde 1. ve 2. grafiğe yanlış, 3 ve 4. grafiğe ise doğru cevap verdiği görülmektedir. Adayın ön testte 1. ve 2. grafikte yaptığı hataları incelediğimizde 1. Grafiğin $y = x$ eksenine göre simetrik olması nedeniyle tek fonksiyon olduğunu iddia ettiği görülmektedir. Ancak grafiği yakından incelediğimizde fonksiyonun tek veya çift olmadığı görülmektedir. Aday tek fonksiyonların $y = x$ göre simetrik olması gerektiği bilgisine hakim olmasına rağmen bu bilgisini grafiği okuma ve yorumlama bağlamında soruya aktaramaması nedeniyle yanlış verdiği görülmektedir. 2. grafikte de benzer bir şekilde adayın tek ve çift fonksiyon kurallarını bilmesine rağmen fonksiyonun ne tek ne de çift olduğu iddia ettiği görülmektedir. Ancak grafiğin orjine göre simetrik olması nedeniyle tek fonksiyon olduğu

açıktır. Öğretmen adayının bazı grafiklere doğru bazı grafiklere ise yanlış cevap vermesi nedeniyle ön testte tek ve çift fonksiyon grafik okuma ve yorumlama sorusuna kısmen doğru cevap verdiği söylenebilir. Adayın öğretim sonrası uygulanan son testte verdiği cevaplar incelendiğinde 1. grafik için cevabının doğru olmasına rağmen gerekçesini yazmaması nedeniyle kısmen doğru, 2,3 ve 4.grafik içinse gerekçelerini yazarak doğru cevap verdiği görülmektedir. Öğretmen adayının son testteki cevaplarını genel olarak değerlendirdiğimizde adayın tek ve çift fonksiyon grafik okuma ve yorumlama sorusuna kısmen doğru bir cevap verdiği söylenebilir. Ancak adayın Son testte verdiği cevaplar ile ön testteki cevapları karşılaştırıldığında adayın doğru cevaplarında son test lehine bir artış gösterdiği açıktır. Dolayısıyla teknoloji destekli öğretim sürecinin Ö₆'nın ilgili soru bağlamında tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinde son test lehine olumlu bir değişim gerçekleştirdiği söylenebilir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlenen bir diğer öğretmen adayı olan Ö₇'nin tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yorumlama sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo 133'te sunulmaktadır.

Tablo 133

Ö₇'nin tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumlama sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar

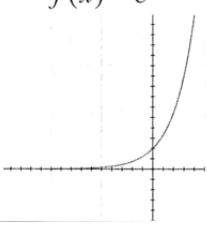

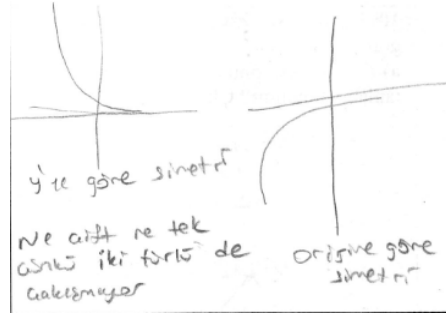
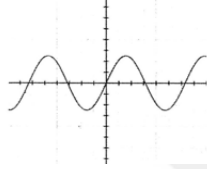
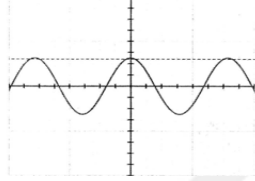
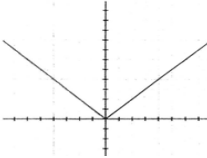
Grafikler	Ön Test Cevap	Son Test Cevap
$f(x) = e^x$ 	ne tek ne çift	Ne tek ne çift. Çünkü y eksenine göre de orijine göre de simetrik değil. $f(x) \neq f(-x)$ $f(x) \neq -f(-x)$
$f(x) = \sin(x)$ 	Tek fonksiyon. Orijine göre simetrik.	Tektir çünkü orijine göre simetrikdir. $f(x) = -f(-x)$ olur.
$f(x) = \cos(x)$ 	Çift fonksiyon. y eksenine göre simetrik.	Çifttir. Çünkü y eksenine göre simetrikdir. $f(x) = f(-x)$ olur.
$f(x) = x $ 	Çift fonksiyon. y eksenine göre simetrik.	Çifttir. Çünkü y eksenine göre simetrikdir. $f(x) = f(-x)$ 'tir.

Adayın ön testte tek ve çift fonksiyon grafik okuma ve yorumlama sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde 2., 3. ve 4. grafiklere doğru, 1. grafiğe gerekçesini yazmaması nedeniyle kısmen doğru cevap verdiği söylenebilir. Bu bağlamda ön test bulgusunu genel olarak değerlendirdiğimizde adayın tek ve çift fonksiyon grafik okuma ve yorumlama sorusuna Ö₇'nin kısmen doğru cevap verdiği söylenebilir. Adayın ön testte verdiği cevaplar incelendiğinde sadece grafikleri simetriklik açısından inceleyerek okuyup yorumlayarak fonksiyonların tek ve çift olma durumuna yönelik cevaplar verdiği görülmektedir. Öğretim sonrası uygulanan son test cevapları incelendiğinde ise çözümlerinde tek ve çift olma durumunu hem cebirsel hem de grafikleri simetriklik açısından okuyup yorumlamayarak bütün grafiklere doğru cevap vermiştir. Bu bulgular ışığında tek ve çift fonksiyon grafik okuma yorumlama sorusunu genel olarak değerlendirdiğimizde aday ön testte ilgili soruya kısmen doğru cevap verirken son testte doğru kategorisinde cevap verdiği söylenebilir. Dolayısıyla teknoloji destekli öğretim sürecinin Ö₇'nin ilgili soru bağlamında tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinde son test lehine olumlu bir değişim gerçekleştirdiği söylenebilir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlenen bir diğer öğretmen adayı olan Ö₃₄'ün tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo134'te sunulmaktadır.

Tablo 134

Ö₃₄'ün tek ve çift fonksiyon grafik okuma-yorumu sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar

Grafikler	Ön Test Cevap	Son Test Cevap
$f(x) = e^x$ 		
$f(x) = \sin(x)$ 	$x = 0$ olduğunda çift çıktı $\sin(0) = 0$	Tek fonksiyondur. Orijine göre simetrik olduğu için.
$f(x) = \cos(x)$ 	Hatırlamıyorum.	y eksenine göre simetrik olduğundan çift fonksiyondur.
$f(x) = x $ 	Çift veya tek değildir.	y'ye göre simetrik olduğundan çift fonksiyondur.

Adayın ön testte tek ve çift fonksiyon grafik okuma ve yorumlama sorusuna verdiği cevaplar incelendiğinde 1. Soruyu boş bıraktığı 3 soruyu hatırlamadığını belirttiği, 2 ve 4. Soruyu ise yanlış cevapladığı görülmektedir. Bu bulgulardan hareketle ön testte adayın tek ve çift fonksiyon grafik okuma ve yorumlama bilgisinde önemli eksiklikler olduğu söylenebilir. Öğretim sonrası uygulanan son test cevapları incelendiğinde ise adayın tüm grafiklere gerekçeleriyle birlikte doğru cevap verdiği görülmektedir. Dolayısıyla teknoloji destekli öğretim sürecinin Ö₃₄'ün ilgili soru bağlamında tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama becerilerinde son test lehine olumlu bir değişim gerçekleştirdiği söylenebilir.

4.5.6. Tek ve Çift Fonksiyon Konusuna Yönelik Grafik Çizme Son Test Bulguları: Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusu son test bulguları ön test bulgularıyla birlikte karşılaştırmalı olarak Tablo135'te sunulmaktadır.

Tablo 135*Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön test ve son test bulguları*

Testler	Kategoriler	Ö _A Kodları	f	%
Ön test	Doğru	Ö ₂ , Ö ₅	2	5.26
	Kısmen Doğru	Ö ₁ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₈ , Ö ₂₀ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇	17	44.74
	Yanlış	Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₉ , Ö ₂₁ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈	19	50
Son test	Doğru	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈	37	97.37
	Kısmen Doğru	Ö ₁₀	1	2.63
	Yanlış	-----	0	0

Tablo 135 incelendiğinde ön testte tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusunu doğru cevaplayan sadece 2 öğretmen adayı varken son testte bu sayının 37'ye yükseldiği görülmektedir. İlgili soruyu ön testte 19 öğretmen adayı yanlış yaparken son testte bu adayların birinin kısmen diğerlerinin tamamının doğru kategorilerine geçmesi sonucunda soruyu yanlış yapan adayın kalmadığı görülmektedir. Bu bağlamda tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme sorusunun ön ve son test verileri karşılaştırıldığında soruyu doğru cevaplayanların sayısının son test lehine ciddi bir artış gösterdiği söylenebilir. Elde edilen bu bulgulardan hareketle teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik dersin grafik çizme bağlamında son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerilerinde teknoloji destekli TGAD öğretim öncesi ve sonrası yaşanan değişiklikleri daha detaylı aktarabilmek için bazı öğretmen adaylarının ilgili soruya ön test ve son testte verdikleri cevaplar değerlendirilecektir.

Öğretim sürecini yansıtmak amacıyla belirlenen Ö₂, Ö₇, Ö₁₀, Ö₃₄ öğretmen adaylarının bazılarının ön ve son test cevaplarında farklı kategorilerde oldukları Tablo 135'te görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından Ö₂'nin tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma-yoruma sorusuna ön ve son testte verdiği cevaplar Tablo136'da sunulmaktadır.

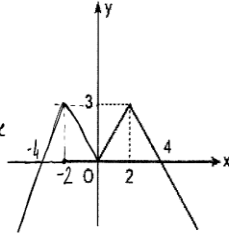
Tablo 136

Ö₂'nin tek ve çift fonksiyon grafik çizme soruna yönelik ön ve son test bulguları

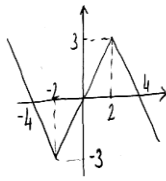
Ön Test Cevap

10) Yandaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $[0, +\infty)$ aralığındaki kısmı verilmiştir. Buna göre;
a) $f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız.

$f(x) = f(-x)$ olması için y eksenine göre simetiktir.



b) $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız



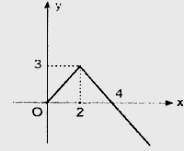
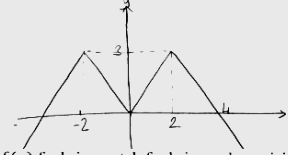
$f(x) = -f(-x) \Rightarrow y=x$ doğrusuna göre simetiktir.

Son Test Cevap

10) Yandaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $[0, +\infty)$ aralığındaki kısmı verilmiştir. Buna göre;

a) $f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız.

Çiftse $f(x) = f(-x)$ olmalı. Yani y eksenine göre simetliğini olacağız.

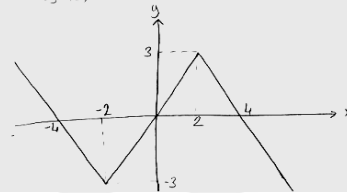


$$f(-2) = f(2) = 3$$

$$f(x) = f(-x)$$

b) $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız

Orijine göre simetrik olacağız. $f(x) = -f(-x)$ olmasını istiyoruz.



$$f(x) = -f(-x)$$

$$f(2) = -f(-2)$$

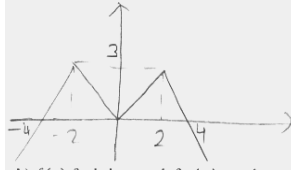
Tablo 136 incelendiğinde Ö₁₁'in ön ve son testte grafiği doğru okuyup yorumlayarak tek ve çift fonksiyona uygun bir şekilde grafiğin eksik kısmını başarılı bir şekilde çizerek açıkladığı görülmektedir. Dolayısıyla adayın tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama cevaplarının ilgili soru bağlamında ön ve son testte doğru kategorisinde yer aldığı söylenebilir.

Tablo 137

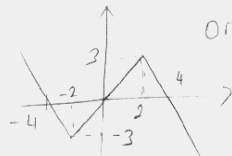
Ö₇'nin tek ve çift fonksiyon grafik çizme soruna yönelik ön ve son test bulguları

Ön Test Cevap

10) Yandaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $[0, +\infty)$ aralığındaki kısmı verilmiştir. Buna göre;
a) $f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız.



b) $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız



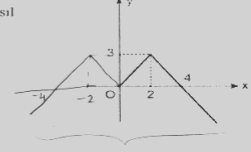
Orijine göre simetrik hâlde

Son Test Cevap

10) Yandaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $[0, +\infty)$ aralığındaki kısmı verilmiştir. Buna göre;

a) $f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız.

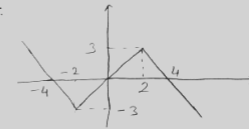
Çift fonksiyon olması için $f(x) = f(-x)$ olmalıdır. Yani y eksenine göre simetrik olmalıdır. Çizmeden o şekilde çizilir.



Çift hâli

b) $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız

Tek fonksiyon olması için $f(x) = -f(-x)$ olmalıdır. Yani grafik orijine göre simetrik olmalıdır. Bu yüzden aşağıdaki gibi çizilir:



Tablo 137 incelendiğinde Ö₇'nin ön testte tek ve çift fonksiyon grafiklerini doğru çizdiği ancak çift fonksiyon grafik çiziminin gerekçesini yazmadığı görülmektedir. Adayın bu bulgular ışığında ön testte tek ve çift fonksiyon grafik çizme sorusuna kısmen doğru cevap

verdiği söylenebilir. Aday son testteki çözümleri incelendiğinde ön testteki eksikliğini gidererek açıklamalarında daha çok ayrıntılı bilgi vererek grafik çizimlerini tamamlayarak doğru kategorisinde bir cevap verdiği görülmektedir. Dolayısıyla aday ilgili soruya ön testte kısmen doğru cevap verirken son testte doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Bu bulgular ışığında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik dersin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

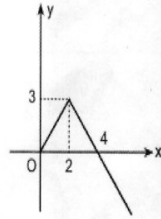
Tablo 138

Ö₁₀'un tek ve çift fonksiyon grafik çizme soruna yönelik ön ve son test bulguları

Ön Test Cevap

10) Yandaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $[0, +\infty)$ aralığındaki kısmı verilmiştir. Buna göre;
a) $f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız.

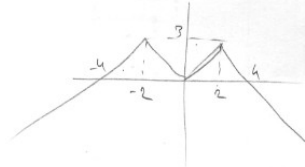
Hatırlamıyorum.



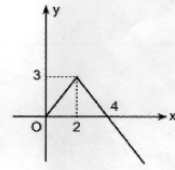
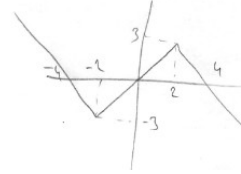
b) $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız

Son Test Cevap

10) Yandaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $[0, +\infty)$ aralığındaki kısmı verilmiştir. Buna göre;
a) $f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız.



b) $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız



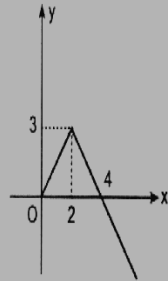
Tablo 138 incelendiğinde Ö₁₀'un ön testte tek ve çift fonksiyon grafiklerini çizemediği ve açıklamasında "*Hatırlamıyorum.*"ifadesini kullandığı görülmektedir. Adayın ilgili soru bağlamında tek ve çift fonksiyon grafik çizme cevabında doğru denilebilecek bir açıklama veya çizim olmaması cevabının yanlış kategorisinde olduğu söylenebilir. Aday son testteki çözümleri incelendiğinde ise grafikleri doğru çizdiği ve çizim gerekçelerini ayrıntılı bir şekilde açıklayarak doğru kategorisinde bir cevap verdiği görülmektedir. Dolayısıyla aday ilgili soruya ön testte cevaplayamazken son testte doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Bu bulgular ışığında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik dersin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

Tablo 139

Ö₃₄'ün tek ve çift fonksiyon grafik çizme soruna yönelik ön ve son test bulguları

Ön Test Cevap

10) Yandaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $[0, +\infty)$ aralığındaki kısmı verilmiştir. Buna göre;
a) $f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız.



Hatırlamıyorum

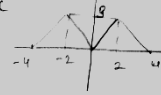
b) $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız

Son Test Cevap

10) Yandaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $[0, +\infty)$ aralığındaki kısmı verilmiştir. Buna göre;

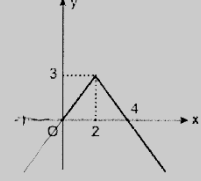
a) $f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız.

Çift fonksiyon olması için
Tanım kümesini $[-4, 4]$ aralığı
yaparsak

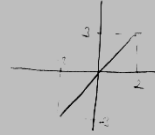


şeklinde
Görüntü kümesi $[0, 3]$

olur ve y eksenine göre simetrisi alındığında
yine kendisi olarak için çift fonksiyon olur



b) $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon olması için nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız



fonsiyon bu şekilde olur
yani tanım kümesi ve görüntü kümesi
 $[2, -2] \rightarrow [3, -3]$
şeklinde olup
bu fonksiyon orijine
göre simetrisi alındığında
yine kendisi olarak için
tek fonksiyon olur.

Tablo 139 incelendiğinde Ö₃₄'ün ön testte tek ve çift fonksiyon grafiklerini çizemediği ve açıklamasında "Hatırlamıyorum." ifadesini kullandığı görülmektedir. Adayın ilgili soru bağlamında tek ve çift fonksiyon grafik çizme cevabında doğru denilebilecek bir açıklama veya çizim olmaması bilgi eksikliği nedeniyle cevabının yanlış kategorisinde olduğu söylenebilir. Ö₃₄'ün son testteki açıklamaları incelendiğinde ise tek ve çift fonksiyon kurallarını öğrendiği ancak grafikleri bu bilgisini kısmen aktardığı görülmektedir. Öğretmen adayının kendince bir tanım görüntü kümesi aralığı belirleyerek çizim yapması grafikleri eksik çizmesine neden olması nedeniyle kısmen doğru kategorisinde bir cevap vermiştir. Dolayısıyla aday ilgili soruya ön testte cevaplayamazken son testte doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Bu bulgular ışığında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine dayalı tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik dersin son test lehine olumlu yönde katkı sağladığı söylenebilir.

5. BÖLÜM

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Araştırmanın bu kısmında fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik geliştirilen teknoloji destekli TGAD öğrenme ortamının ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının grafik okuryazarlık becerilerine etkisi değerlendirilmiştir. Yürütülen çalışmada öğretmen adaylarının grafik okuryazarlık becerileri, grafik okuma-yorumlama ve çizme olarak iki boyutta ele alınmıştır. Dolayısıyla araştırma kapsamında ele alınan fonksiyon grafikleri ile ilgili dikkat çekici bulgular grafik okuma ve yorumlama ve çizme bağlamında değerlendirilmiştir. Aynı zamanda bu ders kapsamında yapılan öğretim ile ilgili öğretmen adaylarının görüşlerine yer verilerek araştırmadan elde edilen bulgular ilgili alanyazına dayalı olarak tartışılmıştır.

5.1. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Grafik Okuma-YorumlamaBecerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının grafik okuma ve yorumlama becerilerine ait ön test bulguları incelendiğinde araştırma kapsamında ele alınan fonksiyon grafikleri ile ilgili pek çok kavram yanlışlığı ve bilgi eksikleri olduğu görülmüştür. Yürütülen bu çalışmada öğretim sürecine başlamadan yöneltilen tahmin aşamasındaki sorular, öğretmen adaylarının okuma ve yorumlama bağlamındaki ön bilgilerini ortaya çıkaracak şekilde tasarlanmıştır. Dolayısıyla araştırma kapsamında ele alınan fonksiyon grafiklerinde öğretmen adaylarının ön testte grafik okuma ve yorumlama bağlamında yaptığı hatalar ile tahmin aşamasındaki sorularda yaptığı hatalar benzerdir. Bu durum öğretim öncesinde öğretmen adaylarının grafik okuma ve yorumlama bağlamında eksiklerinin olduğunu destekler niteliktedir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının grafik okuma ve yorumlama bağlamında yaptıkları hatalar tartışılırken ön test ve tahmin aşamasındaki bulgular dikkate alınarak yorumlanmıştır.

5.1.1. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Fonksiyon Kavramı Konusunda Grafik Okuma- Yorumlama Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma:

Fonksiyon kavramı konusu kapsamında öğretmen adaylarından temsiller üzerinde grafik okuma yorumlama becerilerini kullanarak verilen grafiklerin fonksiyon belirtme durumunu incelemesi beklenmektedir. Bunun için gerek ön testte gerekse tahmin aşamasında çeşitli grafikler verilerek fonksiyon belirtme durumunu incelemeleri istemiştir. Fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma yorumlama becerileri ön test bulguları değerlendirildiğinde öğretmen adaylarının pek çoğunun ilgili soruyu kısmen doğru ya da çok az bir kısmının yanlış yaptığı, doğru yapan öğretmeni adayının ise çok az olduğu görülmektedir. Ayrıca çalışma kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik okuma yorumlama ön test bulguları kısmen

doğru ve yanlış cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında en fazla hata yapılan dördüncü konunun fonksiyon kavramı olduğu görülmüştür. Araştırmadan elde edilen bu bulgular ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının fonksiyon kavramına yönelik grafiklerinin okuma-yorumlama bağlamında öğretim öncesinde eksiklikler ve kavram yanlışlarına sahip olduğunu ve bu kavram yanlışları sonucu bazı öğretmen adaylarının bu konuyu öğrenmekte zorluklar yaşadığı şeklinde yorumlanabilir. Nitekim teknoloji destekli TGAD öğretimi sonrasında yapılan son testteki ilgili soruda kısmen doğru yapanların azalması, yanlış yapan öğretmen adayının kalmaması ve doğru yanıt verenlerin sayısının artması yapılan öğretimin olumlu olduğunu gösterse de kısmen doğru cevap verenlerin hala olması bu konuyu öğretmen adaylarının öğrenmekte zorluklar yaşadığını destekler niteliktedir.

Fonksiyon kavramına yönelik grafik okuma ve yorumlamada yapılan hataları ve nedenlerini analiz etmek için ön testte ve tahmin aşamasındaki yanıtlar incelendiğinde bazı hatalar dikkat eksikliğinden kaynaklanan basit hatalar olsa da bazılarının ise dikkat çekici olduğu söylenebilir. Öğretime başlamadan önceki ön bilgileri yansıtan ön test ve tahmin aşamasındaki bulguları birlikte ele alındığında öğretmen adaylarının hatalarının genel olarak fonksiyon kavramının kuramsal tanımındaki özellikleri grafiksel temsillere uygulayamamalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Fonksiyon kavramının iki temel özelliği vardır. Bunlardan ilki tanım kümesindeki her elemanın değer kümesinde bir ve yalnız bir elemana eşlenmesi, diğeri ise gelişigüzel eşleme yapabilme özelliğidir (Bayazıt ve Aksoy, 2015). Dolayısıyla bir grafiğin fonksiyon belirtmesi için tanım kümesindeki her elemanın sadece bir görüntüsü olmalı ve tanım kümesinde boşta eleman yani görüntüsü olmayan eleman kalmamalıdır. Gerek ön test bulguları gerekse tahmin aşamasındaki grafiklere verilen cevaplar incelendiğinde hata yapan öğretmen adaylarının çoğu grafiğe aşırı odaklanarak “*Her x yalnızca bir y değeriyle eşleşmeli*” şeklinde ve bu anlama gelen açıklamalar yaparak grafiği yorumladığı görülmekte ve kendilerine verilen tanım aralığı ile birlikte grafiği düşünmemektedir. Bu durum pek çok grafiğin fonksiyon belirtme durumunu incelerken öğretmen adaylarına hata yaptırmaktadır. Öğretmen adaylarının grafiği verilen tanım aralığı ile birlikte bir bütün halinde düşünmemelerinin pek çok sebebi olabilir. Bunlardan biri öğretmen adaylarının zihninde fonksiyon kavramının “Bir kümeden başka kümeyi eşleyen özel bağıntı” şeklindeki kavram imajı olabilir. Nitekim öğretmen adaylarının yaptığı açıklamalardan sadece eksenlerdeki değerlerin birbirini eşleme durumlarının kontrol ettikleri tespit edilmiştir. İlgili alan yazında fonksiyon kavramına yönelik pek çok tanımlama yapılsa da 1960'lardan itibaren ders kitaplarında ve öğretim programlarında yer alan yaklaşımlardan

birisi de fonksiyonun bir bağıntı olduğuna dikkat çeken 1939 yılında Bourbaki tarafından yapılan tanımdır (Bayazıt ve Aksoy, 2015; Uygur Kabael ve Tanışlı, 2010). Bourbaki'ye göre fonksiyon; boş olmayan iki küme arasında, her elemanı yalnızca bir elemana götüren bir eşlemedir (Markovits vd., 1986). Bourbaki'nin yaptığı bu tanım günümüz matematik kitaplarında okutulan fonksiyon düşüncesini içermektedir (Bayazıt ve Aksoy, 2015). Ancak Bayazıt ve Aksoy'a (2010) göre fonksiyon kavramının öğretiminde “Bir kümeden başka kümeyi eşleyen özel bağıntı” şeklinde verilen kuramsal tanım ya da bunun diyagram olarak öğrencilere gösterimi öğrencilerin fonksiyonu tanım ve değer kümelerinden ayrı tek bir matematiksel varlık olarak algılamasına neden olabilir. Dolayısıyla oluşabilecek bu algı gerek fonksiyon belirtme durumu ile ilgili gerekse fonksiyonlarla ilgili temel pek çok kavrama yönelik hatalar oluşturabilir. Fonksiyonlarla ilgili diğer bir düşünce tarzı ise Bourbaki tarafından yapılan fonksiyonun elemanlar arasında eşleme yapan bir bağıntı olduğu düşüncesini de kapsayan, girdileri çıktılara dönüştüren dinamik bir süreç olduğu yaklaşımıdır (Bayazıt ve Aksoy, 2015). Bu düşünce tarzı fonksiyon kavramının bilişsel temelini oluşturarak güncel matematik kaynaklarındaki pek çok olgu ve düşüncenin anlaşılması kolaylaştırmaktadır (Bayazıt ve Aksoy, 2015; DeMarois & Tall, 1999). Bu nedenle fonksiyon kavramı dinamik süreç yaklaşımı çerçevesinde öğretilmeli ve sadece işlemsel değil aynı zamanda çoklu temsillerin (cebirsel, grafiksel, tablosal vb.) ve temsiller arasındaki geçişlerin gösterimine uygun öğretim ortamları tasarlanmalıdır (Ural, 2006). Öğretmen adaylarının grafiği verilen tanım aralığı ile birlikte bir bütün halinde düşünememelerinin bir diğer nedeni ise grafiksel temsiller üzerinde başarısız olma endişesi ve bu endişenin oluşturduğu grafiğe aşırı odaklanma durumu olabilir. İlgili alanyazın incelendiğinde Özkaya ve İşleyen (2012) tarafından yapılan çalışmada öğretmen adaylarıyla fonksiyon grafiklerine yönelik yapılan görüşme esnasında grafikleri gördüklerinde korkuya kapıldıkları da araştırmacılar tarafından ifade edilmektedir. Bu nedenle Özkaya ve İşleyen (2012) çalışmalarında öğretmen adaylarının fonksiyon yapısını tamamen unutarak sadece grafiğe odaklandıklarını ve sorularda hata yaptıklarını belirtmektedir. Bayazıt (2010) tarafından yapılan bir başka çalışmada da öğrencilerin fonksiyonu bir bütün olarak algılayamayıp grafik üzerinde yoğunlaşması sonucu hata yaptıkları belirtilmektedir. Dolayısıyla yürütülen bu tez çalışmasında fonksiyon kavramında grafik okuma ve yorumlamaya yönelik ön test ve tahmin aşamasındaki hataların sebebinin genel olarak bu sebebe bağlı olduğu düşünülmektedir. Öte yandan öğretmen adaylarına verilen grafikler tek tek incelendiğinde bazı grafiklerde hataların yoğunlaştığı görülmüştür. Bu grafiklerde yapılan hatalar aşağıda kısaca özetlenmiştir.

Ön testte öğretmen adaylarına $a > 0$ olmak üzere $x = a$ grafiği verilerek $R \rightarrow R$ aralığında fonksiyon belirtme durumunun incelenmesi istenmiştir. Pek çok öğretmen adayı bu grafiği yorumlarken “Fonksiyon değildir.” şeklinde doğru yanıtlasa da gerekçesinin yanlış olduğu görülmüştür. Bu grafikte hata yapan öğretmen adaylarının çoğu gerekçe olarak “*Her x değeri yalnızca bir y değeriyle eşleşmiş.*” şeklindeki açıklamalar yapmıştır. Bu ifade doğru gibi görünse de verilen grafik mutlaka tanım ve görüntü kümesi ile birlikte düşünülüp değerlendirilmelidir. Öte yandan $x = a$ grafiğini yorumlamada hatalı bir gerekçedir. Çünkü bu grafikte sadece bir x değeri vardır. Bu değerde birbirinden farklı y değerleri ile eşleşmiştir. Dolayısıyla bu hatayı yapan öğretmen adaylarının fonksiyon kavramına ilişkin “Bir kümeden başka kümeyi eşleyen özel bağıntı” imajını bütün grafiklere genelleyebildikleri bu grafiğe yönelik yapılan yorumlardan anlaşılmaktadır. Ayrıca bu tip hata yapan bir öğretmen adayının kendisine sorulan diğer grafiklere verdiği cevaplar incelendiğinde de sürekli “*Her x değeri yalnızca bir y değeriyle eşleşmeli*” bilgisini kullanarak açıklamalar yapmıştır. Bu durum öğretmen adaylarının fonksiyon kavramı ile ilgili bahsedilen eşleşme imajına sahip olduklarını düşündürmektedir. “*Her x değeri yalnızca bir y değeriyle eşleşmeli*” bilgisi zaman zaman fayda sağlasa da görüldüğü $x = a$ gibi bazı grafiklerde işe yaramamaktadır. Özellikle grafiği, verilen tanım aralığından bağımsız düşünmek önemli bir sorun teşkil etmektedir. Bu durumu gidermek için teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre tasarlanan GeoGebra uygulamalarını hazırlarken $x = a$ grafiğine yer verilmesi de grafiği, verilen tanım aralığından bağımsız olarak düşündüğünde hataya düşebileceği grafiklere yer verilmiştir. Bu şekilde öğretmen adaylarına hatalarını ve hatalarının kaynağını fark etmeleri sağlanmıştır.

Bir başka hata yapılan grafik türü ise cebirsel ifadesi $\frac{ax+b}{cx+d}$ şeklindeki rasyonel ifadelerin grafikleridir. Rasyonel ifadelerin grafiklerinde x ve y eksenini kesen asimptotlar bulunmaktadır. Asimptotların x eksenini kestiği noktalar, fonksiyonu tanımsız yapmaktadır. Bu nedenle öğretmen adaylarına verilen rasyonel ifadelerin grafiklerinin fonksiyon belirtmesi için asimptotların x eksenini kestiği noktalar, tanım kümesinden çıkarılmalıdır. Dolayısıyla rasyonel ifadelerin grafiklerinin fonksiyon belirtme durumu incelenirken soruda verilen tanım aralığı ile grafik bir bütün olarak düşünülerek, tanım aralığından asimptot noktalarının çıkarılma durumunun kontrol edilmesi gerekir. Çalışmadaki asimptotlu grafikte tanım aralığı $R \rightarrow R$ şeklinde verilmiştir. Bu grafiklerde hata yapan öğretmen adaylarının çoğu asimptot noktalarına dikkat etmediği için “*Fonksiyondur. Çünkü tanım kümesinde açıkta eleman yok. Şartları sağlıyor. Grafiğe dikey çizgiler attığımızda grafiği yalnız bir noktada kesiyor.*” ya da “*Fonksiyondur. Çünkü her x noktası bir y noktasını kesiyor.*” şeklinde açıklamalar yaparak

hata yapmaktadırlar. Bu grafikte hata yapan başka bir öğretmen adayı ise “*Parçalı fonksiyon grafiği verilmiş. İki asimptot var. Fonksiyon oralarda tanımsız. Bu da bir fonksiyon grafiğidir.*” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde bu konuda yapılan hataların “Her x 'in sadece bir y ile eşlemesi” kavram imajından, grafiğe aşırı odaklanarak, fonksiyonu tanım ve değer kümesinden bağımsız olarak ele almalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Ayrıca özellikle rasyonel ifadelerin grafiğini parçalı fonksiyon olarak ifade etmeleri rasyonel fonksiyon grafiklerini okuma ve yorumlamada zorluk yaşadıklarının bir göstergesidir. Bu zorluğun da grafiksel temsil olarak verilen rasyonel fonksiyonlarda tanım kümesini belirlemede zorlanmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. İlgili alanyazın incelendiğinde Özkaya ve İşleyen'in (2012) çalışmasında da benzer şekilde öğretmen adaylarına asimptotlu grafikler verilerek tanım ve görüntü kümesi sorulduğunda sadece grafiklere odaklandıkları için x ekseninin tanım y ekseninin ise görüntü kümesi olduğunu söyleyerek şekilsel olarak doğru bir cevap verdikleri görülmüştür. Bu nedenle fonksiyon kavramının anlaşılması için önemli olan tanım kümesi kavramı ile ilgili eksiklerin giderilmesi için GeoGebra uygulamaları geliştirilirken asimptotlu grafikler verilerek tanım kümesinin öğretimi amaçlanmıştır. Bu grafiklere yanlış cevap veren öğretmen adaylarının düşünceleri yapılan öğretim sonrasında doğru cevabı verecek şekilde değişmiştir. Teknoloji destekli TGAD öğretiminden sonra verilen cevaplardan yola çıkarak öğretmen adaylarının bu tip grafiklerin fonksiyon belirtmesi için tanım kümesinin nasıl olması gerektiğini öğrendikleri düşünülmektedir. Nitekim bir sonraki konu olan tanım ve görüntü kümesinin belirlenmesi dersinde öğretmen adaylarının öğretim sürecinde rasyonel fonksiyonların tanım kümesini yazmada hiç bir sorun yaşamadıkları görülmüştür. Ayrıca diğer grafiklerin tanım kümesini yazarken görüntü kümesine göre daha başarılı oldukları da görülmüştür. Bu durum fonksiyon kavramının temelindeki tanım kümesi, görüntü kümesi ve değer kümesi gibi kavramların ilişkisel boyutta öğretilmesi gerektiği ve fonksiyon kavramına yönelik yapılan dersin bu bakımdan olumlu yansımaları olduğunun önemli göstergeleridir. Nitekim ilgili alan yazın incelendiğinde birçok çalışmada fonksiyonların anlaşılmasında tanım, değer ve görüntü kümesi kavramlarının çok önemli olduğunu gösteren birçok çalışma vardır (Özüdoğru, 2016; Wilson, 1991). Özüdoğru (2016) tarafından dokuzuncu sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramına ilişkin algılarını incelemek amacıyla yapılan çalışmada öğrencilerin fonksiyonu tanımlarken tanım, değer ve görüntü kümesi kavramlarına değinmedikleri ve kendilerine verilen bağıntı grafiklerinin fonksiyon belirtme durumunu sorgularken daha çok ezbere bildikleri bu eksik tanımla hatalı sonuca gittikleri belirtilmiştir. Dolayısıyla Özüdoğru (2016) tarafından yapılan çalışmanın sonuçları ve bu çalışmadan elde edilen bulgular birbirini

destekler niteliktedir. Öğretmen adayları tarafından hatalı yapılan bir diğer grafik türü ise noktalar halinde verilen ancak noktalar birleştirilmiş olarak düşünüldüğünde mutlak değer fonksiyonuna benzeyen bir grafikdir. Bu grafik ile ilgili hata yapan öğretmen adaylarının açıklamalarının “*Bu da bir fonksiyon. Mutlak değer fonksiyonu, ama grafik mi bilmiyorum. Olabilir.*” ya da “*Fonksiyondur. Hatta $y = |x|$ fonksiyonudur. Her x değeri bir y değerine gitmiştir.*” şeklinde açıklamalar yaptıkları görülmektedir. Fonksiyon grafiklerinin çizimi öğretilirken genellikle cebirsel ifadede x yerine değer vererek y değerleri bulunur. Daha sonra bu değerler koordinat sisteminde işaretlenir ve son olarak koordinat sistemindeki noktalar sırasıyla birleştirilir. Parçadan bütüne diyebileceğimiz bu yaklaşım grafiklerde nicel düşünme olarak adlandırılmaktadır (Bayazıt, 2011). Grafik çizimi bu şekilde öğrenildiğinde çok fazla işlem yapıldığı için bazı adımlar unutulabilmektedir. Örneğin x yerine değer verirken mutlaka tanım kümesinde olan değerler verilmelidir ya da grafiğin görüntü kümesinin reel sayılardan mı tam sayılardan mı oluştuğu kontrol edilmelidir. Öğretmen adaylarının kendilerine verilen grafikte birbirinden ayrı duran noktaları tanım ve değer kümesini kontrol etmeden birleştirme yoluna gitmesi ve bu grafiği mutlak değer grafiğine benzetmesi grafik çizerken kullanılan nicel (noktasal) düşünme yaklaşımından kaynaklanmaktadır. Öğretmen adayının grafik oluşması için noktaları doğrudan birleştireceğini düşünmesi ve gördüğü noktasal grafikte noktalar “V” harfine benzediği için “mutlak değer fonksiyonudur.” demesi aşırı genelleme yaptığının bir göstergesidir. Aşırı genelleme, belirli durumlarda uygulanması doğru sonuçlar veren bir kural, prensip ya da kavramın diğer durumlarda da doğru sonuç verecekmiş gibi düşünülerek ve bu tür durumlarda sürekli olarak kullanılmasıdır (Baki ve Aydın Güç, 2014). Bu bakımdan öğretmen adayının grafik oluşması için noktaların sürekli birleştirilmesi gerektiğini düşünmesi ve “V” harfine benzeyen grafikleri mutlak değer fonksiyonu olarak değerlendirmesi aşırı genelleme yaptığını düşündürmektedir. Dolayısıyla bu tip hataların oluşmaması için öğretimde kullanılan nicel yaklaşım, nitel yaklaşımla desteklenmelidir. Nitel yaklaşım ise, noktasal veya cebirsel yaklaşımlar sergilemeden grafiğin genel gelişimi üzerine düşünebilme, verilen bir fonksiyon grafiğini tek bir matematiksel obje gibi algılayıp yeni süreçlerde kullanabilme gibi pek çok beceriyi kapsamaktadır (Bayazıt, 2011). Çalışma kapsamında bu tür durumların giderilmesi için geliştirilen GeoGebra uygulamasında grafiklerin hem nokta nokta hem de bir bütün halinde incelenmesi için bir sürgü eklenmiştir. Sürgü ile öğretmen adaylarının dikey fonksiyon testi yaparak grafiğin seyrini bütün olarak incelenmesi sağlanmış. Aynı zamanda sürgü ilerledikçe dikey fonksiyon testinin grafiği kesen noktalarını da tek tek gözlemlemektedirler. Böylece grafiksel temsillerde fonksiyon belirtme durumunun nasıl incelenmesi gerektiğine yönelik sistemli bir bakış açısı geliştirilmeye

çalışılmıştır. Mutlak değer fonksiyonuna benzetilen grafiğe ilişkin tahmin aşamasında hata yapan öğretmen adayı gözlem aşamasında GeoGebra uygulamasında yaptığı gözlemden sonra düşüncesinin değiştiğini ve hatasını anladığına yönelik doğru açıklamalar yapmıştır. Bu da yürütülen çalışmanın bahsedilen hataların giderilmesinde etkili olduğunu ortaya koymaktadır. Öğretmen adaylarında dikkat çeken önemli bulgulardan birisi de grafiklerin fonksiyon olma durumlarını incelerken hangi durumlarda dikey doğru testi kullanılması gerektiği konusunda yeterli bilgiye sahip olmamalarıdır. Bu kapsamda araştırmada, fonksiyon kavramının öğretimine yönelik tasarlanan GeoGebra uygulamalarında dikey doğru testi kullanılmıştır. Ayrıca dersin çeşitli aşamalarında bu testi neden kullandığımıza ve bu test ile fonksiyon kavramının temelindeki hangi kavramları kontrol ettiğimize yönelik sorular sorularak tartışmalar yapılmıştır. Fonksiyon belirtme durumunun incelenmesi için GeoGebra’da geliştirilen sürgü sayesinde dikey doğru testinin kullanılmasının fonksiyon kavramının kuramsal tanımına ilişkin kısıtlı algıyı ve fonksiyon grafiklerini incelerken gösterilen noktasal yaklaşım açısından faydalı olduğu düşünülmektedir. Bilindiği gibi fonksiyon kavramı ile ilgili iki önemli özellik bulunmaktadır. Bunlardan ilki ve en temelini sıklıkla ders kitaplarında fonksiyon kavramının kuramsal tanımı olarak görülmektedir. Bu özellik “*Bir bağıntının fonksiyon belirtmesi için tanım kümesindeki her elemanın değer kümesinde bir ve yalnız bir elemanla eşlemesi gerekmektedir.*” şeklindedir (Bayazıt ve Aksoy, 2013). Bu tanıma dayanarak fonksiyon kavramı anlatılırken derslerde eşlemeyi göstermek için çoğunlukla küme diyagramı ya da cebirsel temsiller kullanılmaktadır. Bu durumun öğrencilerde fonksiyon kavramı ile ilgili “Bir kümeden başka bir kümeye eşleme” kavram imajını ve fonksiyonlara noktasal yaklaşım gösterme durumlarına neden olabileceği düşünülmektedir. Nitekim fonksiyonun ikinci ve geri planda kalan özelliğine göre fonksiyon kavramında tanım ve değer kümesi arasındaki eşleşmeler cebirsel ya da aritmetik bir kural çerçevesinde olmak zorunda değildir. Bu durum ilgili alanyazında “gelişigüzel eşleme özelliği” olarak ifade edilmektedir (Bayazıt ve Aksoy, 2013). Dolayısıyla fonksiyon kavramının öğretiminde eşlemeyi göstermek için sürekli diyagramların kullanılması ya da cebirsel temsillere değer vererek tanım, görüntüsü şeklinde bir yaklaşımın benimsenmesi fonksiyonlarla ilgili öğrencilerde kısıtlı bir algı oluşmasına neden olabilir. Öyleki bazı fonksiyonlar gelişigüzel eşleme yaptığı için cebirsel ifade ile temsil edilemez, ancak grafiksel temsille gösterilebilir (Bayazıt ve Aksoy, 2013). Dolayısıyla bu tip durumlarda grafiğin fonksiyon belirtme durumunu incelemek için nitel bir bakış açısına sahip olmak gerekir. Bu nedenle yürütülen tez çalışmasında geliştirilen GeoGebra’daki sürgü sayesinde verilen grafiklere dikey doğru testi yaparak öğretmen adaylarına süreçsel inceleme alışkanlığı yani nitel bir bakış açısı kazandırılmak istenmiştir.

Ayrıca öğretim sürecinde noktasal yaklaşıma yönlendirmemek için verilen grafiklerde mümkün olduğunca cebirsel ifadeler kullanılmamıştır.

Çalışmada fonksiyon kavramı ile ilgili öğretmen adayları tarafından yapılan hataların temelinde fonksiyon kavramı ilk defa verilirken yapılan bazı hataların sonucu olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin ilk defa dokuzuncu sınıfta tanıştıkları fonksiyon kavramı pek çok kavramla ilişkilidir ve bu nedenle fonksiyonla ilgili diğer sınıflarda ya da ileri seviyede verilecek konular da (integral, türev vb.) kümülatif ilerlemektedir. Öğrencilerin fonksiyon kavramını ilk öğrenirken yapılan öğretim sonucu oluşan kavram imajları ilerleyen yıllarda bu konu ile ilgili sorunlara yol açabilmektedir. Nitekim ilgili alanyazın incelendiğinde sadece öğretmen adaylarında değil farklı bölümlerde okuyan üniversite öğrencilerinde de fonksiyon kavramı ile ilgili benzer kavram yanlışları görülmektedir (Yavuz ve Hangül, 2014). Ayrıca bazı çalışmalarda lisede okuyan öğrencilerin fonksiyon kavramı ile ilgili sahip oldukları kavram yanlışlarının bu çalışmadaki öğretmen adaylarında tespit edilen kavram yanlışları ile benzer olması kavram yanlışlarının ilerleyen dönemlere taşındığını destekler niteliktedir (Vinner, 1983). Vinner (1983) tarafından yapılan çalışmada lise öğrencilerine “*Sizce fonksiyon nedir?*” sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerin verdikleri cevaplar dört farklı kategoride toplanmıştır. Ancak lise öğrencilerinin fonksiyon kavramına ilişkin yaptıkları tanımlar nitelikli bulunmamıştır. Bu kategorilerden ilki lise öğrencilerinin ders kitaplarındaki fonksiyonun küme teorisi (diyagramı) tanımını tekrar ettikleri ifadelerden (eksik veya tam anlaşılabilir olsa bile) oluşmaktadır. İkinci kategoride fonksiyonun bir eşleşme kuralı olduğu ifade edilmektedir. Üçüncü kategoride ise fonksiyonun cebirsel bir ifade, bir formül, bir denklem veya bir eşitlik olduğu belirtilmektedir. Dördüncü kategoride ise fonksiyonun grafik, “ $y = f(x)$ ” sembolü ve iki küme elemanlarının birbirine oklarla eşlendiği şematik ifadeler olarak gösterildiği durumlar bulunmaktadır. Vinner’ın (1983) çalışmasında fonksiyonun tanımlanmasına yönelik bütün bu kavram yanlışlarının birçoğunun, uygulanan teknoloji destekli TGAD öğretimi öncesinde öğretmen adaylarında da görülmesi günümüzde lise seviyesinde verilen fonksiyon kavramına yönelik öğretimde aynı eksiklerin devam ettiğini göstermektedir. Ancak fonksiyon kavramı konusunda yapılan TGAD öğretimi sonrasında yapılan son test bulgularında, ön testte görülen hatalara daha az rastlanmıştır. Bu durum teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin fonksiyon kavramı konusundaki grafik okuma ve yorumlamaya olumlu etkileri olduğunu göstermektedir. Öyleki son testte ilgili soruda hata yapan öğretmen adayı kalmamakla birlikte kısmen doğru yapan öğretmen adayının azaldığı görülmektedir. Ayrıca grafik okuma yorumlama bağlamında ön test ve son test bulguları doğru cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında diğer konulara göre doğru yapanların

sayısında en fazla artış gösteren ikinci konu fonksiyon kavramı konusudur. Dolayısıyla bu durum teknoloji destekli TGAD öğretimi ile yürütülen dersin fonksiyon kavramı konusunda öğretmen adaylarının grafik okuma yorumlama becerilerine olumlu etkileri olduğunu destekler niteliktedir.

Öğretim sürecini yansıtmak için ele alınan öğretmen adaylarının ilgili soruya verdikleri ön test ve son test cevapları karşılaştırıldığında son testte verilen grafiklere detaylı açıklamalar yaparak fonksiyon belirtme durumu bakımından daha doğru okuyup yorumlamaları da bu dersten elde ettikleri olumlu gelişimi göstermektedir. Fonksiyon kavramı konusunun öğretime yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders hakkında öğretmen adayları grafik okuma ve yorumlama ile ilgili pek çok farklı görüş belirtmişlerdir. Bu görüşlerin çoğu olumlu görüşlerdir.

Fonksiyon kavramı konusunun öğretime yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders hakkında öğretmen adayları grafik okuma ve yorumlama ile ilgili pek çok farklı görüş belirtmişlerdir. Bu görüşlerin çoğu olumlu görüşlerdir. Fonksiyon kavramı konusunun öğretime yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders ile ilgili en fazla ifade edilen “*Grafiklerin hareket ettirilebilmesi*” görüşüdür. Ayrıca “*Cevapların kontrol edilebilmesi.*”, “*Öğrencinin aktif olması.*” ve “*Öğretici olması.*” gibi diğer görüşler de dersin olumlu yansımaları olduğunu destekler niteliktedir. Öte yandan öğretmen adaylarına derse yönelik olumsuz görüşleri sorulduğunda olumsuz görüşlerin olumlu görüşlere göre az olması çalışma kapsamında geliştirilen öğrenme ortamının öğretmen adaylarına bilişsel ve duyuşsal olarak hitap etmesi açısından dikkat çekicidir. Ancak diğer fonksiyon konularına yönelik işlenen ders hakkındaki olumsuz görüşlere göre karşılaştırıldığında fonksiyon kavramına yönelik derste daha fazla olumsuz görüş bildirmişlerdir. Zamanla diğer konularda olumsuz görüş sayısı azaldığı için bu durumun öğretim sürecinin ilk konusu olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Olumsuz görüş olarak en fazla söylenen görüş ise “*Ek süreye ihtiyaç duyulması*” görüşüdür. Ancak öğretim süreci aşamalardan oluştuğu için her aşama ayrı ayrı planlanmış ve yapılan pilot çalışma ile her aşamaya uygun bir süre verilmiştir. Öğretmen adaylarına her aşama için tanınan süre zamanı kontrol etmeleri için bilgisayar ortamındaki kronometreden gösterilmiştir. Öğretmen adaylarından bazıları ise fiziksel şartlardan kaynaklı olumsuzlukları dile getirmişlerdir. Bu görüşler ders işlenen sınıfın teknolojik imkânları ve sınıfın kalabalık olmasına yöneliktir. Ayrıca üç öğretmen adayı “*Yazdıklarımızın bilgisayara aktarılması*” şeklinde bir olumsuz görüş bildirmişlerdir. Yazılanların bilgisayara aktarılmasını olumsuz bir durum olarak gören bir kısım öğretmen adaylarının teknoloji destekli öğretime alışkın olmadıkları söylenebilir.

Nitekim ilgili alanyazında öğrencilerin teknoloji destekli öğretime alışık olmadığını gösteren çalışmalar mevcuttur (Güveli, 2004; Tüzer Ünsal ve Akay, 2020). Ancak fonksiyon kavramı konusunda grafik okuma ve yorumlamaya yönelik sorulan soruya doğru cevap verenlerin sayısının son test lehine artış göstermesi, yapılan öğretim ile ilgili öğretmen adaylarının genel olarak olumlu görüşlere sahip olması yürütülen tez çalışması kapsamında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen dersin amaca hizmet ettiğini göstermektedir.

5.1.2. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Tanım Görüntü Kümesi Konusunda Grafik Okuma- Yorumlama Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma:

Tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik okuma yorumlama becerileri ön test bulguları değerlendirildiğinde öğretmen adaylarının pek çoğunun ilgili soruyu kısmen doğru ya da çok az bir kısmının yanlış yaptığı, doğru yapan öğretmen adayının ise olmadığı görülmektedir. Araştırmadan elde edilen bu bulgu ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının çoğunun fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümesini okuma ve yorumlama bağlamında öğretim öncesinde eksiklikleri olduğu ve pek çok hata yaptıklarını göstermektedir. Ayrıca çalışma kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik okuma yorumlama ön test bulguları kısmen doğru ve yanlış cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında en fazla hata yapılan konunun tanım görüntü kümesi olduğu görülmüştür. Bu durum adayların fonksiyon grafiklerinde tanım ve görüntü kümesini okuma ve yorumlamayı öğrenmekte zorluklar yaşadıkları şeklinde yorumlanabilir. Nitekim teknoloji destekli TGAD öğretimi sonrasında yapılan son testteki ilgili soruda kısmen doğru yapanların azalması, yanlış yapan öğretmen adayının kalmaması ve doğru yanıt verenlerin sayısının artması yapılan öğretimin olumlu olduğunu gösterse de kısmen doğru cevap verenlerin hala olması bu konuyu öğretmen adaylarının öğrenmekte zorluklar yaşadığını destekler niteliktedir.

Fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümesini okuma ve yorumlamaya yönelik yapılan hataları ve nedenlerini analiz etmek için ön testte ve tahmin aşamasındaki yanıtlar incelendiğinde bazı hatalar dikkat eksikliğinden kaynaklanan basit hatalar olsa da bazılarının ise dikkat çekici olduğunu söylenebilir. Öğretime başlamadan önceki ön bilgileri yansıtan ön test ve tahmin aşamasındaki bulgular birlikte ele alındığında öğretmen adaylarının genellikle tanım kümesini doğru yazdığı ancak görüntü kümesini yazmakta zorlandıkları ve bazı kavram yanlışlarına sahip oldukları da görülmüştür. Yapılan temel hatalardan birisi öğretmen adaylarının görüntü kümesi kavramı yerine değer kümesi kavramını kullanmalarıdır. Bu durum ilgili alanyazındaki çeşitli çalışmalarda da sıkça karşılaşılan “Görüntü kümesi ve değer kümesi arasındaki farkın anlaşılabilmesi” şeklinde ifade edilen bir kavram yanlışlığıdır (Cho, 2013; Özkaya ve İşleyen, 2012). Even (1993), fonksiyonu A ve B şeklinde verilen iki küme

olmak üzere, $A \times B$ kartezyen kümesinin özel bir şartı sağlayan bir alt kümesine, A kümesinden B kümesine bir f fonksiyonu olarak tanımlamıştır. Bu özel şart; A 'daki her eleman için B 'nin sadece bir b elemanı vardır öyle ki $(a, b) \in f$ dir. Burada, A 'ya f fonksiyonunun tanım kümesi ve B 'ye değer kümesi denir. Grafiksellemsellerde tanım, değer ve görüntü kümesinin tanımı Even (1993) tarafından yapılan tanım ele alınarak düşünöldüğünde cebirsel gösterimi $f(x) = y$ olan bir fonksiyonun grafiğı üzerindeki tüm noktaların x eksenii üzerindeki izdüşümleri tanım kümesini, y eksenii üzerindeki izdüşümleri de görüntü kümesini verir (Karakuyu, 2018). Değer kümesi y ekseninde bulunan değerlerden oluşur ve her zaman değer kümesi ile görüntü kümesi örtüşmeyebilir. Öğrencilerin görüntü ve değer kümesi arasındaki farkı anlayamamalarının temelinde gerek ders kitaplarında gerekse öğretmenler tarafından fonksiyon kavramı tanımlanırken sıklıkla bir kümedeki elemanların başka bir kümedeki elemanlarla eşlendiğı özel bağıntılar olarak gösteren temsillerin kullanılmasının etkili olduğu düşünölmektedir. Fonksiyon kavramının bu şekilde tanımlanması kuramsal olarak doğrudur. Ancak öğretim şekli olarak fonksiyon kavramını tanımlanırken gösterilen temsilde, öğrenciler zihinlerinde ilk kümeyi tanım kümesi diğerk kümeyi ise değer kümesi olarak şemalandırmakta ve bu tip temsillerde görüntü kümesinin farkını göstermeye yönelik herhangi bir unsur bulunmadığından görüntü kümesine ilişkin kavramsal zihinsel şema boş kalmaktadır. Öğrencilere tanım ve değer kümesindeki elemanların eşlenmesi sonucu tanım kümesindeki elemanların görüntülerinin oluşacağı bilgisi verildiğinde öğrenci görüntü kümesine ilişkin zihnindeki kavramsal boşluğu var olan bilgilerle doldurmaya (uyumsama) çalışacaktır. Bunun sonucunda “Görüntü kümesi ve değer kümesi aynı kavramdır.” şeklindeki kavram yanlışlığının oluşabilir. MEB'e bağılı ortaöğretim kurumlarındaki okutululan ders kitaplarında fonksiyon kavramı tanımlanırken genellikle venn şeması kullanılarak tanım, görüntü ve değer kümesi kavramları bu temsil üzerinde gösterilmektedir (Aydın ve Biberöğlü Abazaoğlü, 2019; Karakuyu, 2018). Ancak görüntü ve değer kümesi arasındaki farka grafiksellemseller üzerinde çok fazla değinilmemesi dikkat çekicidir. İlgili alan yazın incelendiğinde çeşitli çalışmalarda öğrencilerin fonksiyon kavramını açıklarken çoğunlukla kendilerine daha yakın gelen sözel ya da şema temsillerine başvurdukları ve bu durumun fonksiyon konusundaki kavramların öğretiminde çoklu temsillerin eksik kullanımından kaynaklandığı belirtilmektedir (Akkoç, 2006; Çelik ve Türkelli, 2018; Polat ve Şahiner, 2007 Yavuz ve Hangöl, 2014). Yavuz ve Hangöl'ün (2014) lisans öğrencilerinin fonksiyonlarda tanım, değer ve görüntü kümesi kavramlarına yönelik algılarını ve fonksiyon kavramının farklı temsillerini kullanım tercihlerini belirlemek amacıyla yaptığı çalışmada tanım, görüntü ve değer kümesi ile ilgili yanlış öğrenme ve bilgi eksikliğinden kaynaklı pek çok hata tespit edilmiştir. Ayrıca yapılan

çalışmada tanım, değer ve görüntü kümesi kavramlarını açıklarken lisans öğrencilerinin çoğunlukla sözel temsillere ve şema temsillerine başvurduklarını, en az grafiksel temsillerini kullandıkları belirlenerek bu durumun öğretimde yapılan hatalardan kaynaklandığı ifade edilmektedir (Yavuz ve Hangül, 2014). Polat ve Şahiner (2007) tarafından fonksiyon kavramına yönelik yapılan başka bir çalışmada da benzer şekilde tanım ve görüntü kümesi denildiğinde öğrencilerin direkt küme eşleme diyagramını kullandıkları belirtilmektedir. Akkoç (2006) öğrencilerin çoğunlukla küme eşleme diyagramını kullanmaları durumunu zihinlerindeki genel tanıma en yakın algı olması sebebine bağlamaktadır (Akkoç, 2006). Bayazıt ve Aksoy (2010) fonksiyonun bir kümeden başka kümeye eleman eşleyen özel bir bağıntı olarak ifade edilmesinin öğrencilerin fonksiyonu gerek tanım ve değer kümelerinden bağımsız başlı başına matematiksel varlık olarak düşünmesine gerekse tanım ve değer kümelerini fonksiyonun ayrılmaz parçaları olarak görmelerine neden olduğunu belirtmektedir. İlgili alanyazından elde edilen bilgiler ışığında bu durum görüntü kümesi ile ilgili bilişsel bir boşluğun oluşmasına neden olduğunu destekler niteliktedir. Dolayısıyla bu temsillerin gösteriminde görüntü kümesinin değer kümesinden farkını göstermeye yönelik örneklerle ve açıklamalara yer verilmelidir. Ayrıca öğretimde fonksiyon kavramını bir kümeden başka bir kümeye eşleyen özel bir bağıntı olarak gösteren bu temsillerin sürekli kullanılması öğrencilerde prototip öğrenmelere neden olabilir. Nitekim yürütülen bu çalışma kapsamında tanım ve görüntü kümesi kavramlarına ilişkin ön test bulguları incelenen bir öğretmen adayının verilen bazı grafikleri analiz ederek rakamsal olarak kısmen doğru okumalar yaptığı ancak tanım kümesine yazması gereken aralığı değer kümesi olarak, görüntü kümesi olarak yazması gereken aralığı ise tanım kümesi olarak ifade ettiği görülmüştür. Bu durum öğretmen adayının grafiksel temsiller üzerinde hangi eksenin tanım kümesi, hangi eksenin görüntü kümesi olduğunu bilmediği için köklü bir hata yapmasına neden olduğunu göstermektedir. Ayrıca görüntü ve değer kümesi kavramları arasındaki fark konusunda grafiksel temsiller üzerinde sorun yaşadığını göstermektedir. Öğretmen adayının grafiksel temsiller üzerinde bu şekilde başarısız olması ön öğrenmelerinde sürekli kümeden kümeye gösterilen temsillerin sıkça kullanılmasından kaynaklı bir prototip öğrenme oluşturduğunu düşündürmektedir. Nitekim öğretmen adayının bazı grafiklerdeki değerleri analiz ederek uygun matematiksel işaretler kullanması ve aralıkları rakamsal olarak kısmen doğru yazması ancak görüntü kümesini değer kümesi şeklinde ifade etmesi, x eksenine bakarak değer kümesi, y eksenine bakarak tanım kümesi yazması fonksiyon kavramının temelini oluşturan tanım görüntü ve değer kümesi kavramlarına ilişkin grafiksel temsillerde eksiklik olduğunun bir işareti olarak yorumlanabilir.

Alanyazın incelendiğinde bu kavramlarla ilgili yaşanan benzer kavram yanılgılarının olduğu, öğretimde yapılan bazı hatalardan ve bu hataları gidermeye yönelik önerilerden bahsedilmektedir (Akkoç, 2005; Bayazıt ve Aksoy, 2010; Cho, 2013; Özkaya ve İşleyen, 2012; Özüdoğru, 2016; Yavuz ve Hangül, 2014). Eisenberg'e (1991) göre fonksiyonların öğrenilmesini zorlaştıran en önemli faktör temsil sayısının fazla olmasıdır. Bu nedenle fonksiyon kavramının temelini oluşturan tanım, görüntü ve değer kümesi kavramları öğretilirken aralarındaki kavramsal ilişkilerin çoklu temsiller kullanılarak öğretimi ve öğrencilere bu kavramların özellikleri doğrudan verilmemelidir. Akkoç (2005) bu kavramların özellikleri hakkında düşünmeye yönlendirici örneklerin verilmesi gerektiğini belirtmektedir. Fonksiyonlarda tanım ve görüntü kümesine yönelik kavram yanılgılarının belirlenmesi amacıyla yapılan Özkaya ve İşleyen'in (2012) çalışmasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının tanım ve görüntü kümesini belirlemede cebirsel temsillerde grafiksel temsillere göre daha başarılı olduğunu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca çalışmada tanım ve görüntü kümesini geometriksel olarak belirlemede öğretmen adaylarının tanım ve görüntü kümesini grafiğin altında veya üstünde kalan alanı tarayarak yada grafiğin kendisini tarayarak göstermeleri bir kavram yanılgısı olarak belirlenmiştir (Özkaya ve İşleyen, 2012). Bu çalışma kapsamında fonksiyon grafiklerinde tanım ve görüntü kümesinin öğretime yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen GeoGebra uygulamasında, ilgili alan yazın taramasında belirlenen kavram yanılgıları ve nedenleri hakkındaki bilgiler dikkate alınmıştır. Elde edilen bilgiler ışığında tasarlanan GeoGebra uygulamasında tanım ve görüntü kümesini görmeleri için ayrı ayrı sürgüler yerleştirilmiştir. Öğretmen adayları tanım kümesi sürgüsünü çektiğinde x eksenini boyanmakta, görüntü kümesi sürgüsünü çektiğinde y eksenini boyanmaktadır. Burada amaç öğretmen adaylarına fonksiyonların grafiksel temsillerinde tanım ve görüntü kümelerini yazarken hangi eksene bakmaları gerektiğinin öğrenilmesidir. Sürgüler en son noktaya kadar çekildiğinde öğretmen adaylarının karşılıklarına tanım kümesini göster ya da görüntü kümesini göster şeklinde bir buton gelmektedir. Bu butona tıkladıklarında tanım kümesi ve görüntü kümesinin matematiksel gösterimi karşılıklarına gelmektedir. Burada amaç öğretmen adaylarının tahmin aşamasında yazdıkları kümeleri ve kullandıkları matematiksel işaretlerin uygunluğunu kontrol etmeleridir. Böylece grafiksel temsillerde tanım ve görüntü kümesinin belirlenmesinde gerek ilgili alanyazındaki gerekse yürütülen bu tez çalışmasındaki öğretmen adaylarının ön bilgilerindeki bilgi eksiklerinin giderilmesine yönelik öğretim tasarlanmıştır. Ayrıca çalışmada öğretmen adaylarında tespit edilen görüntü ve değer kümesinin birbirinden ayıramama durumunun giderilmesi için teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre yürütülen dersin açıklama aşamasında

görüntü ve değer kümesi kavramları ve aralarındaki ilişkinin ne olduğu ve bu durum grafiksel temsillerde nasıl gösterildiğine yönelik öğretmen adaylarını düşünmeye sevk edici iskele sorular yöneltilerek sınıf ortamında tartışılması sağlanmıştır.

Çalışma kapsamında ön test bulgularında tespit edilen bir diğer hata durumu ise ışın şeklinde verilen grafiklerde okun uç kısmının denk geldiği noktada grafiğin bittiğini düşünmesidir. Oysa ok sonsuzluğu temsil etmektedir (Doğan, 2015). Bu öğretmen adayları ışının okunun bulunduğu noktayı grafiğin bittiği nokta olarak düşündüklerinden tanım ve görüntü aralığını yazarken bu noktayı yazarak kapalı aralık işareti kullanmışlardır. Benzer bir kavram yanlışlığı durumu Cho (2013) tarafından yapılan çalışmada görülmüştür. Bu durumun giderilmesi için tasarlanan GeoGebra uygulamalarına Cho'nun (2013) çalışmasında kullanılan bu şekildeki bir grafik seçilip rakamları değiştirilerek kullanılmıştır. Böylece öğretmen adaylarının bu duruma ilişkin yanlışlıklarını görmeleri ve gidermelerine imkân sağlanmıştır.

Çalışmada öğretmen adaylarının özellikle bazı grafiklerde tanım ve görüntü kümesinin belirlenmesinde zorluklar yaşadığı görülmüştür. Bu grafiklerden birisi asimptotlu fonksiyon grafikleridir. Öğretmen adayları asimptotlu fonksiyon grafiklerinde özellikle görüntü kümesini belirlerken hata yapmışlardır. Ön testte verilen asimptotlu grafikte bazı öğretmen adayları tanım kümesini reel sayılardan asimptot geçen noktaları çıkararak $R - \{-2,2\}$ doğru bir şekilde yazmıştır. Grafik y ekseninde sonsuza gittiği için görüntü kümesine doğrudan R yazmıştır. Oysa grafikte y eksenini kesen bir asimptot bulunmakta ve asimptotun geçtiği nokta ile orijin arası fonksiyonun görüntü kümesine dahil değildir ve görüntü kümesi $R - (0,1]$ şeklinde yazılmalıdır. Öğretmen adaylarının y eksenini kesen asimptota dikkat etmeden grafik sonsuza gittiği için görüntü kümesini doğrudan R şeklinde ifade etmesi görüntü kümesindeki asimptotları dikkate almadığını düşündürmektedir. Çalışmada tespit edilen bu hata türüne ilgili alanyazındaki bazı çalışmalarda da rastlanmıştır (Cho, 2013; Özkaya ve İşleyen, 2012). Nitekim tahmin aşamasında verilen asimptotlu benzer fonksiyon grafiklerinde öğretim süreci incelenen dört öğretmen adayından üçü tanım kümesini doğru, görüntü kümesi ise hatalı yazarak kısmen doğru yapabilmişlerdir. Verilen grafikte $x = -1$, $x = 1$ ve $y = 2$ asimptotları bulunmaktadır. Öğretmen adayları tanım kümesini $R - \{-1,1\}$ ya da uzun olarak $(-\infty, -1) \cup (-1,1) \cup (1, \infty)$ halinde doğru olarak yazmışlardır. Ancak tanım kümesini $R - \{-1,1\}$ yazan öğretmen adayının görüntü kümesini $R - \{2\}$ şeklinde yazması, tanım kümesini $(-\infty, -1) \cup (-1,1) \cup (1, \infty)$ yazan diğer iki öğretmen adayının görüntü kümesini $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$ şeklinde yazması aşırı genellemeye gittiğinin bir işaretidir. Burada öğretmen adayı tanım kümesindeki asimptotu nasıl yazıyorsa görüntü

kümesinde de gördüğü asimptotu o şekilde yazmaktadır. Ancak $y = 2$ asimptotunun altında kalan kısım görüntü kümesine dahil değildir ve en sade haliyle $R - (0,2]$ şeklinde yazılmalıdır.

Öğretmen adaylarının asimptotun altında kalan fonksiyonun görüntü kümesine dahil olmayan aralığa dikkat etmeden tanım kümesini yazarken asimptot geçen noktayı belirtmekte, kullandığı küme işaretini görüntü kümesini yazarkende kullanması öntest bulgularında tespit edilen duruma benzer şekilde doğrudan bir genelleme yapıldığını göstermektedir. Bu nedenle asimptotlu fonksiyon grafiklerinde öğretmen adaylarının bazılarının görüntü kümesini yazarken aşırı genelleme tipinde bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Asimptotlu fonksiyon grafikleri cebirsel olarak $\frac{ax+b}{cx+d}$ şeklinde ifade edilen rasyonel fonksiyon grafikleridir. Özkaya ve İşleyen (2012) tarafından yapılan çalışmada öğretmen adaylarına cebirsel olarak rasyonel fonksiyon grafikleri verilerek tanım ve görüntü kümelerini bulmaları istenmiştir. Çalışmada öğretmen adaylarının paydayı sıfıra eşitleyerek fonksiyonu tanımsız yapan değeri bulup tanım kümesinden reel sayılardan bu değeri çıkararak doğru sonuca ulaşsa da görüntü kümesinin doğrudan reel sayılardan oluştuğunu ve bu durumun aşırı genelleme tipinde bir kavram yanılgısı olduğu yapılan mülakatlar sonucu belirlenmiştir (Özkaya ve İşleyen, 2012). Yürütülen bu çalışmada öğretmen adaylarında tespit edilen bu kavram yanılgısını gidermek için tasarlanan GeoGebra uygulamalarına Cho'nun (2013) çalışmasında kullanılan bir rasyonel fonksiyon grafiği seçilip rakamları değiştirilerek kullanılmıştır. Böylece öğretmen adaylarının bu duruma ilişkin yanılgılarını görmeleri ve gidermelerine fırsat verilmiştir. Bulgular incelendiğinde tanım ve görüntü kümesinin belirlenmesine yönelik çoğunlukla hata yapılan bir diğer grafik türünün ise parçalı fonksiyon grafikleri olduğu görülmüştür. Özellikle parçalı sabit fonksiyon grafiklerinde hatalar yapılmaktadır. Öğretim süreci incelenen dört öğretmen adayının üçü parçalı sabit bir fonksiyon grafiğinde tanım kümesini doğru yazarken görüntü kümesini hatalı yazarak tahmin aşamasında verilen soruyu kısmen doğru cevaplamışlardır. Tahmin aşamasında yapılan hataların benzerleri ön test bulgularında da yer almaktadır. Tahmin aşamasındaki cevapları incelenen hatalı üç öğretmen adayından ikisi parçalı sabit fonksiyonun görüntü kümesinin tamsayılardan oluştuğunu bu nedenle küme işareti ile verilmesi gerektiğini bilmektedir. Ancak bu öğretmen adaylarından biri grafiğin görüntü kümesini incelerken y eksenini pozitif tarafından yukarıdan aşağı incelediği için görüntü kümesini yazarken tamsayıları büyükten küçüğe doğru yazmıştır. Bu durum basit bir hata gibi görünse de grafik incelemede yapılan sistematik bir hatadır. Nitekim tahmin aşamasının dördüncü grafiğinde verilen farklı parçalı bir fonksiyon grafiğinde bu

sistemik hatanın bir sonucu olarak aynı öğretmen adayının $(-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$ şeklinde yazması gereken görüntü kümesini $(\infty, 3] \cup [2, -\infty)$ şeklinde yazmıştır. Öğretim için geliştirilen

GeoGebra uygulamalarındaki sürgünün küçükten büyüğe doğru eksenleri taramasının öğretmen adaylarına bir sistemik inceleme alışkanlığı kazandırdığı düşünülmektedir. Parçalı sabit fonksiyon grafiğinde hata yapan diğer bir öğretmen adayı ise görüntü kümesi için tespit ettiği tam sayıları ayrı ayrı küme işareti kullanarak yazmıştır. Bu durum öğretmen adayının matematiksel yazım dilini yanlış kullandığını göstermektedir. Ancak bu tip hatalar yapan iki öğretmen adayından biri gözlem aşamasından sonra düşüncelerini “*görüntü kümesini daha güzel yazabilirdim*” diğeri ise “*doğru yapmışım*” şeklinde ifade ettikleri görülmektedir. Yazılan düşüncelerden öğretmen adaylarının bu durumu fazla önemsemedikleri matematiksel bir hata olarak görmedikleri anlaşılmaktadır. Oysa bilimin sembolik dili olan matematiksel dilin doğru kullanılmasının önemi geleceğin nesillerini yetiştirecek öğretmen adaylarına hissettirilmesi açısından çok önemlidir. İlgili alan yazın incelendiğinde pek çok çalışmada matematik öğreniminde matematiksel dilin öneminden bahsedilmektedir (Barwell, 2008; Morgan, 2011). Barwell'e (2008) göre matematik öğrenme ve öğretmenin diğer disiplinlerden farklı olarak daha fazla dile dayalı bir süreç olup ve bu süreçte matematiksel iletişim becerisinin öğretmenler ve öğrenciler tarafından kazanımını önemlidir. Bu nedenle öğretim sürecinin açıklama aşamasında bu tip grafikleri incelerken yapılan sistemik hatalar ve matematiksel dilin kullanımının önemini hissettirilmesi açısından çeşitli sorular yöneltilerek sınıf içi tartışmalar yapılmıştır. Parçalı sabit fonksiyonun görüntü kümesini yazarken hata yapan bir diğer öğretmen adayı ise görüntü kümesini aynı tanım kümesi gibi doğrudan kapalı aralık şeklinde yazarak aşırı genelleme tipinde bir kavram yanlışına sahip olduğunu göstermiştir. Bu durumun geliştirilen GeoGebra uygulamasındaki sürgü sayesinde aşıldığı öğretmen adayının gözlem aşamasından sonra yazdığı “*Görüntü kümesini yazarken aralık olarak yazdım. Değer olarak yazmalıymışım.*” şeklindeki düşüncesinden anlaşılmaktadır. Öte yandan çalışma kapsamında fonksiyon grafiklerinde tanım ve görüntü grafiklerinin belirlenmesine yönelik yapılan öğretim süreci geliştirilirken doğrudan ve dolaylı olarak bu konuda yaşanan kavram yanlışlarını konu alanyazındaki çalışmalar incelemiştir. Ancak doğrudan bu konuda yaşanan kavram yanlışlarını konu alan çalışmaların az olduğu görülmüştür (Cho, 2013; Özkaya ve İşleyen, 2012). Bu nedenle çalışma kapsamında bu konunun öğretimi için geliştirilen pek çok GeoGebra uygulamasında Cho (2013) tez çalışmasında yer alan grafikler düzenlenerek faydalanılmıştır. Dolayısıyla ilgili alanyazında

tanım ve görüntü kümesinin çeşitli temsillerde belirlenmesi ve yaşanan zorlukların tespit edilmesinin incelemesi üzerine bir boşluk olduğu söylenebilir.

Yapılan teknoloji destekli TGAD öğretim süreci sonunda yapılan son test bulguları incelendiğinde tanım ve görüntü kümesi konusunda, öğretmen adaylarının son testte, ön testte yaptıkları hataları daha az tekrarladıkları görülmüştür. Bu durum teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin tanım ve görüntü kümesi konusundaki grafik okuma ve yorumlamaya olumlu etkileri olduğunu göstermektedir. Öyle ki son testte ilgili soruda hata yapan öğretmen adayı kalmamakla birlikte kısmen doğru yapan öğretmen adayının azaldığı görülmektedir. Dolayısıyla bu durum teknoloji destekli TGAD öğretimi ile yürütülen dersin tanım ve görüntü kümesi konusunda öğretmen adaylarının grafik okuma yorumlama becerilerine olumlu etkileri olduğunu destekler niteliktedir. Öğretim sürecini yansıtmak için ele alınan öğretmen adaylarının ilgili soruya verdikleri ön test ve son test cevapları karşılaştırıldığında son testte verilen grafiklerde detaylı açıklamalar yaparak, matematiksel dili daha düzgün kullanarak verilen grafiklerin tanım ve görüntü kümelerini daha doğru okuyup yorumlamaları da bu dersten elde ettikleri olumlu gelişimi göstermektedir. Tanım ve görüntü kümesi konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders hakkında öğretmen adayları grafik okuma ve yorumlama ile ilgili pek çok farklı görüş belirtmişlerdir. Bu görüşlerin çoğu olumlu görüşlerdir. Tanım ve görüntü kümesi konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders ile ilgili en fazla ifade edilen “*Hataların fark edilmesi.*” görüşüdür.

Ayrıca “*GeoGebra'daki dinamik yapının beğenilmesi.*”, “*Dersin aşamalı olması.*”, “*Aktif olmanın beğenilmesi*” ve “*Soruların beğenilmesi*” gibi diğer görüşler de dersin olumlu yansımaları olduğunu destekler niteliktedir. Öte yandan öğretmen adaylarının tanım ve görüntü kümesi dersine yönelik olumsuz görüşleri incelendiğinde olumsuz görüşlerin olumlu görüşlere göre az olması dikkat çekicidir. Ayrıca öğretmen adaylarına derse yönelik olumsuz görüşleri sorulduğunda çoğunlukla “*Olumsuz düşüncem yok.*” şeklinde yanıt verilmesi adaylar açısından beğenilmeyen herhangi bir şeyin olmaması, dersin olumlu geçtiğinin bir göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Olumsuz görüş olarak en fazla söylenen görüş ise “*GeoGebra'daki matematiksel yazım dilinin beğenilmemesi*” ve “*İnternet probleminin olması*” görüşüdür. Öğretmen adayları GeoGebra’da karşılarına gelen ekrana tanım ve görüntü kümesini yazarken bazı matematik sembolleri bulmakta zorlandıkları için bu şekilde bir eleştiri yazmışlardır. Bu durum ders esnasında dile getirildiği ve daha önceden yapılan pilot çalışmada da buna benzer durumlar ortaya çıktığı için öğretmen adaylarına cevaplarını kâğıda yazmalarının yeterli olacağı söylenmiştir. Bu anlamda GeoGebra’da matematik sembollerinin kullanımına yönelik

arayüz öğrencilerin daha kolay kullanacağı bir hale dönüştürülebilir. Bir diğer olumsuz görüş ise fiziksel şartlardan olan internet problemidir. Çalışmanın yürütüldüğü öğretim ortamında internete ulaşım sorunlu olduğu için öğretmen adayları kendi internetlerinden faydalanmışlardır. Bu nedenle öğretmen adaylarının bir kısmından böyle bir eleştiri gelmiştir. Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda tanım ve görüntü kümesi konusunda grafik okuma ve yorumlamaya yönelik sorulan soruya doğru cevap verenlerin sayısının son test lehine artış göstermesi, yapılan öğretim ile ilgili öğretmen adaylarının genel olarak olumlu görüşlere sahip olması yürütülen tez çalışması kapsamında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen dersin amaca hizmet ettiğini göstermektedir.

5.1.3. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Birebir ve Örten Fonksiyon Konusunda Grafik Okuma-Yorumlama Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik

Tartışma: Birebir ve örten fonksiyon grafiklerindeki okuma yorumlama becerilerine yönelik ön test bulguları değerlendirildiğinde öğretmen adaylarının pek çoğunun ilgili soruyu kısmen doğru, az bir kısmının yanlış yaptığı, çok az bir kısmının ise doğru yaptığı görülmektedir. Araştırmadan elde edilen bu bulgu ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının birebir örten fonksiyon grafiklerini okuma ve yorumlama bağlamında öğretim öncesinde bilgi eksiklikleri olduğunu ve pek çok hata yaptıklarını göstermektedir. Ayrıca çalışma kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik okuma yorumlama ön test bulguları kısmen doğru ve yanlış cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında en fazla hata yapılan ikinci konunun birebir ve örten fonksiyon olduğu görülmüştür. Bu durum adayların birebir örten fonksiyon grafiklerini okuma ve yorumlamayı öğrenmekte zorluklar yaşadıkları şeklinde yorumlanabilir. Nitekim teknoloji destekli TGAD öğretimi sonrasında yapılan son testteki ilgili soruda kısmen doğru yapanların azalması, yanlış yapan öğretmen adayının kalmaması ve doğru yanıt verenlerin sayısının artması yapılan öğretimin olumlu olduğunu gösterse de kısmen doğru cevap verenlerin hala olması bu konuyu öğretmen adaylarının öğrenmekte zorluklar yaşadığını destekler niteliktedir.

Birebir ve örten fonksiyon grafiklerini okuma ve yorumlamaya yönelik yapılan hataları ve nedenlerini analiz etmek için ön testte ve tahmin aşamasındaki yanıtlar incelendiğinde bazı hatalar dikkat eksikliğinden kaynaklanan basit hatalar olsa da bazılarının ise dikkat çekici olduğu söylenebilir. Öğretmen adayları tarafından birebir ve örten fonksiyon grafiklerini okuyup yorumlarken en fazla yapılan hatalardan biri grafiğin fonksiyon olup olmadığını incelemeyen birebir ve örtenlik ile ilgili yorum yapmalarıdır. Bu öğretmen adaylarının bir kısmının özellikle birebir olup olmama durumunu incelerken yatay doğru testi kullandığı, bir kısmının dikey doğru testi kullandığı, diğer bir kısmın ise bildiği hatalı ya da

yüzeysel tanım üzerinden verilen grafiği noktasal olarak okuyup yorumladığı görülmüştür. Birebirlik durumunun yatay doğru testi ile incelenmesi her ne kadar doğru bir bakış açısı olsa da aşamalılık bakımından çözüme yatay doğru testi ile başlanması her zaman doğru sonuçlar getirmez. Çünkü birebirlik durumu bir fonksiyon türüdür ve grafiğin birebir olması için öncelikle fonksiyon olması gerekir. Dolayısıyla bu ön şartı bilmeyen ya da unutan öğretmen adaylarının bazı grafiklerin birebirlik durumunu okurken ve yorumlarken hata yapmaları kaçınılmaz olmuştur. Özellikle öğretim sürecinin tahmin aşamasında verilen çember grafiğinin nasıl yorumlandığı ile ilgili öğretmen adayları ve araştırmacı arasında geçen konuşmalar yapılan bu yanlışı açıkça göstermiştir.

Birebir fonksiyon olma durumu bakımından grafik okuma ve yorumlamada yapılan hataların bir diğer kaynağının çalışma grubundaki öğretmen adaylarının birebir fonksiyona yönelik yaptığı tanımlardaki sahip oldukları kavram yanlışlarıdır. Bir öğretmen adayının birebir fonksiyon kavramını “birebir” kelimesi ile yanlış ilişkilendirerek *“tanım kümesindeki her elemanın değer kümesindeki karşılığı eşit olmalıdır.”* şeklinde tanımlaması ve dikey doğru testi yaparak incelemesi bu durumu destekler niteliktedir. Oysa dikey doğru testi grafiklerde fonksiyon olup olmama durumunu incelerken kullanılan bir testtir. Dolayısıyla bu öğretmen adayının birebir fonksiyonun tanımına yönelik kavram yanlışlarının olması grafiği birebirlik bakımından okuyup yorumlarken dikey doğru testi kullanmasına neden olmuştur. Ayrıca öğretmen adayının bu durumu dikey doğru testinin anlamını iyi analiz edemediği ve fonksiyon olma durumu ile birebirlik durumunu karıştırdığı yönünde de yorumlanabilir. Bu gibi hata durumları çalışma grubundaki öğretmen adaylarının fonksiyon kavramı ile birebir fonksiyon kavramları arasındaki ilişkiyi doğru kuramadıklarını göstermektedir. Nitekim ilgili alanyazında Güveli ve Güveli (2002) tarafından yapılan çalışmada da benzer şekilde lise birinci sınıf öğrencilerinin birebir ve örten olmayı, fonksiyonun tanımı olarak algılayıp kavram yanlışlığına düştükleri görülmüştür. Ayrıca yurt dışındaki çeşitli çalışmalarda da fonksiyonun, birebir fonksiyonmuş gibi algılanıp tanımlandığı da belirtilmektedir (Dubinsky & Harel, 1992; Elia & Spyrou, 2006; Vinner & Dreyfus, 1989). Birebir olma durumu, fonksiyonun özel bir şeklidir ve bu kavramlar birbiriyle yakından ilişkilidir. Yapılan bu çalışmada grafik okumave yorumlamaya ait fonksiyon kavramı konusuna yönelik ön test sorularına yanlış ve kısmen doğru cevap verenlerin sayısının birebir ve örten fonksiyon ön test sorularına yanlış ve kısmen doğru cevap verenlerin sayısına yakın olması bu durumu destekleyen dikkat çekici bir bulgu olarak düşünülmektedir. Bu iki kavram arasındaki ilişkinin sağlıklı şekilde kurulabilmesi için fonksiyon kavramının tanımının doğru öğrenilmesi gerekmektedir. Nitekim ilgili alanyazındaki pek çok çalışmada öğrencilerin fonksiyon

kavramını anlamada zorlandıklarına dikkat çekilmektedir (Elia & Spyrou, 2006; Vinner & Dreyfus, 1989). Akkoç (2004) tarafından yapılan bir çalışmada öğrencilerin çok az bir kısmının fonksiyonu düşünürken tanımsal özellikleri dikkate aldığı ifade edilmiş, bunun sebebinin öğretimde tanımsal özellikleri ortaya çıkaracak örneklere yer verilmemesi olarak gösterilmiştir. Aydın ve Köğce (2008) tarafından yapılan bir başka çalışmada ise öğrencilerin fonksiyonu tanımlarken birkaç cümle ile yüzeysel açıklamalarda bulduklarına dikkat çekilmektedir. Benzer şekilde yürütülen bu çalışmada da birebir ve örtenliğe yönelik grafik okuma ve yorumlamayı etkileyen bir diğer durumun öğretmen adayları tarafından yapılan hatalı yüzeysel tanımlamalar olduğu düşünülmektedir. Birebir fonksiyon tanımı olarak “*bir x değerine sahip bir tane y değeri olması*” şeklindeki yüzeysel tanım çoğunlukla yapılmakta iken; örten fonksiyonda çoğunlukla yüzeysel tanım olarak “*tanım ve değer sağladığından örtendir.*” yapılmıştır. Yapılan yüzeysel tanımlar öğretmen adayları tarafından kısa, öz ve doğru olarak görülse de eksik tanımlardır. Nitekim bazı öğretmen adayları tahmin aşamasında grafiğe birebir ve örtenliğe yönelik doğru cevap vermişlerdir. Ancak bu öğretmen adayları grafiğin neden birebir ya da örten olduğu açıklarken yüzeysel açıklama yaparak hata yapsa da kendi bakış açısına göre kısa ve öz açıkladığı için ve sadece birebir ve örtenliği doğru tahmin ettiği için gözlem aşamasında “*Düşüncem değişmedi*” şeklinde yazıp bu bölümü geçmişlerdir. Oysa birebir ve örten fonksiyonların kuramsal tanımlarındaki ve öğretmen adaylarının kendi tanımlarına eklemeleri gereken “tanım kümesi”, “değer kümesi”, “görüntü” ya da vurgulanması gereken “her”, “farklı” gibi ifadeler öğretmen adaylarının grafik okumave yorumlama yaparken hata yapmalarına neden olmaktadır. İlgili alanyazın incelendiğinde pek çok çalışmada öğrencilerin fonksiyonlarla ilgili tanımlamalar yaparken kuramsal tanımları yapamadığı, çoğunlukla yüzeysel tanımlamalar yaptıkları, bu durumun da çok çeşitli hatalara yol açabileceği belirtilmiştir (Akkoç, 2004; Aydın ve Köğce, 2008). Ancak öğretmen adaylarının önceden gereksiz olarak gördükleri bu kelimelerin önemini anladıkları dersin açıklama aşamasındaki yapılan konuşmalara yansımıştır.

Yapılan teknoloji destekli TGAD öğretimi süreci sonunda yapılan son test bulguları incelendiğinde birebir ve örten fonksiyon konusunda, öğretmen adaylarının son testte, ön testte yaptıkları hatları daha az tekrarladıkları görülmüştür. Bu durum teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin birebir ve örten fonksiyon konusundaki grafik okuma ve yorumlamaya olumlu etkileri olduğunu göstermektedir. Öyleki son testte ilgili soruda hata yapan öğretmen adayı kalmamakla birlikte kısmen doğru yapan öğretmen adayının azaldığı görülmektedir. Dolayısıyla bu durum teknoloji destekli TGAD öğretimi ile yürütülen dersin birebir ve örten fonksiyon konusunda öğretmen adaylarının grafik okuma yorumlama

becerilerine olumlu etkileri olduğunu destekler niteliktedir. Öğretmen adaylarının ilgili soruya verdikleri ön test ve son test cevapları karşılaştırıldığında son testte verilen grafiklerde detaylı açıklamalar ve tanımlamalar yaparak verilen grafikleri birebir ve örten olma bakımından daha doğru okuyup yorumlamaları da bu dersten elde ettikleri olumlu gelişimi göstermektedir. Birebir ve örten fonksiyon konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders hakkında öğretmen adayları grafik okuma ve yorumlama ile ilgili pek çok farklı görüş belirtmişlerdir. Bu görüşlerin çoğu olumlu görüşlerdir. Birebir ve örten fonksiyon konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders ile ilgili en fazla ifade edilen “*GeoGebra üzerinden inceleme yapılması*” görüşüdür.

Ayrıca “*Dersin aşamalı olması*”, “*Grafiklerin düşündürücü olması.*” ve “*Hatalarımızı fark etmemizi sağlaması.*” gibi diğer görüşler de dersin olumlu yansımaları olduğunu destekler niteliktedir. Öte yandan öğretmen adaylarının birebir ve örten fonksiyon dersine yönelik olumsuz görüşleri incelendiğinde olumsuz görüşlerin olumlu görüşlere göre az olması dikkat çekicidir. Ayrıca öğretmen adaylarına derse yönelik olumsuz görüşleri sorulduğunda çoğunlukla “*Beğenmediğim bir şey yok*” şeklinde yanıt verilmesi adaylar açısından dersin olumlu geçtiğinin bir göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Olumsuz görüş olarak söylenen diğer üç görüş ise “*Aşamaları erken tamamlayanların diğerlerini beklemesi*”, “*Tahtada daha fazla soru çözmek istenmesi.*” ve “*Benzer fonksiyonların verilmesi*” şeklindedir. Fonksiyon kavramı konusu ve tanım görüntü kümesi konusuna yönelik yürütülen ders hakkındaki öğretmen adaylarının olumsuz görüşlerinin sayısı ve çeşitliliği ile birebir ve örten fonksiyon dersine yönelik belirtilen olumsuz görüşler karşılaştırıldığında bu derse yönelik olumsuz düşünce sayısının azaldığı dikkat çekmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının zaman içerisinde teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine daha alıştığını göstermektedir. Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda birebir ve örten fonksiyon konusunda grafik okuma ve yorumlamaya yönelik sorulan soruya doğru cevap verenlerin sayısının son test lehine artış göstermesi, yapılan öğretim ile ilgili öğretmen adaylarının genel olarak olumlu görüşlere sahip olması yürütülen tez çalışması kapsamında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen dersin amaca hizmet ettiğini göstermektedir.

5.1.4. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Ters Fonksiyon Konusunda Grafik Okuma- Yorumlama Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma: Ters fonksiyon grafiklerindeki okuma ve yorumlamabecerilerine yönelik ön test bulguları değerlendirildiğinde öğretmen adaylarının pek çoğunun yöneltilen soruyu doğru yaptığı, çok az bir kısmının kısmen doğru yaptığı, yanlış yapan öğretmen adayının ise olmadığı

görülmektedir. Ayrıca çalışma kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik okuma yorumlama ön test bulguları kısmen doğru ve yanlış cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında en az hata yapılan konunun ters fonksiyon olduğu görülmüştür. Bu durum ön testteki sorunun öğretmen adaylarının noktasal düşünebileceği bir okuma ve yorumlama sorusu olmasından kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Nitekim bu çalışmanın bulgular bölümünde pek çok konuda öğretmen adaylarının noktasal düşünmeye daha yatkın olduğuna işaret edilmektedir. İlgili alanyazındaki çoğu çalışmada da benzer bir sonuç olarak grafik okuryazarlığında ya da öğretiminde daha çok noktasal düşünmeye yönelik bir öğretim tarzının benimsediği için öğrencilerde daha çok bu düşünme tarzının geliştiği belirtilmektedir (Egin, 2010; Katalenić vd., 2020). Ayrıca Bayazıt (2011) tarafından fen bilgisi ve sınıf öğretmeni adaylarının grafikler konusundaki bilgi düzeylerini araştırmak amacıyla yapılan çalışmada da noktasal bağlamda grafik okuma gibi nicel bilgiler gerektiren grafikleri yorumlama da öğretmen adaylarının daha başarılı oldukları görülmüştür.

Araştırma kapsamında ters fonksiyonun konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama sorusu $f(x)$ fonksiyonunun grafiğinden üzerinden $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu fonksiyondaki bazı noktaların görüntülerini bulmalarını gerektiren bir sorudur. Ancak ilgili soruyu kısmen doğru yapan öğretmen adaylarının cevaplarındaki hatalar incelendiğinde bazı kritik noktaların tersini doğru şekilde okuyup yorumlayamadıkları görülmektedir. Bu hatayı yapan öğretmen adayları öncelikle $f(x)$ fonksiyonunun grafiğinde gördüğü noktaların görüntülerini yazıyor, daha sonra bu noktalardaki x ve y değerlerinin yerlerini değiştirerek $f^{-1}(x)$ değerlerini bulmaya değerleri bulmaya çalışıyor. Ancak genellikle $f^{-1}(0)$ noktasını bulmada hata yapmaktadırlar. Bu değer bulunabilmesi için az da olsa $f(x)$ grafiği üzerinde ters düşünme yeteneğine, yani y eksenini “0” yapan değere bakabilme düşüncesine sahip olmak gerekir. Dolayısıyla bu tip noktaları okuyamayan öğretmen adaylarının ters fonksiyonda neden yer değiştirme işlemi yapıldığını ve bu durumun grafiğe nasıl yansıdığı anlamada zorluk çektikleri söylenebilir. Nitekim ilgili alanyazında elde edilen bu bulguyu destekleyen pek çok çalışma mevcuttur (Eisenberg, 1991; Engelke vd., 2005; Even, 1992). Eisenberg (1991) ve Even (1992) tarafından yapılan farklı çalışmalarda öğrencilerin ters fonksiyonun belirlenmesinde cebirsel işlemlerin tersten yapılması (x ve y değişkenlerinin yerlerinin değiştirilmesi) şeklinde bir algıya sahip oldukları, bunun sonucunda da grafiksel temsil ile verilen bir fonksiyonun ters fonksiyonunu bulamadıkları belirtilmektedir. Engelke ve diğerleri (2005) tarafından yapılan başka bir çalışmada ise öğrencilerin sahip olduğu cebirsel işlemlerin tersten yapılması algısının, cebirsel temsil ile verilen bir fonksiyonun tersinin değerini belirleyememesine neden olduğu ifade edilmektedir. Vidakovic (1996) ise

öğrencilerin fonksiyonun tersini bulurken x 'i yalnız bırakarak x yerine y ve y yerine x yazarak ters fonksiyonun kuralını bir rutin olarak gerçekleştirdiği ancak x ile y 'nin yerlerini neden değiştirdiklerini açıklayamadıkları belirtilmektedir. Dolayısıyla ters fonksiyona yönelik cebirsel olarak yaptıkları işlemleri kavramsal ya da kuramsal olarak açıklayamamalarının bazı durumlarda grafik okuma-yorumlamada sorunlar yaşamalarına neden olduğu söylenebilir.

Nitekim tez çalışması kapsamında tahmin aşamasının ilk sorusunda birbirinin tersi olan iki grafik verilip bu grafikler arasındaki ilişki sorulmuştur. Öğretim sürecini yansıtırken ele alınan öğretmen adaylarının hepsi *“Bu iki grafik hem $y = x$ doğrusuna göre simetriktir, hem de birbirinin tersi fonksiyon grafikleridir.”* şeklinde bu ilişkiyi tam olarak açıklayamamışlardır. Bunun yerine ya iki grafiğin $y = x$ doğrusuna göre simetrik olduğunu ya da birbirinin tersi olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca cevaplarını herhangi bir gerekçe göstermeksizin tek cümle halinde ifade etmişlerdir. Elde edilen bu bulgu öğretmen adaylarının cebirsel olarak yaptıkları işlemleri kavramsal ya da kuramsal olarak açıklayamamalarının bazı durumlarda grafik okuma-yorumlamada sorunlar yaşamalarına neden olduğunun bir göstergesi olarak değerlendirilebilir. Nitekim öğretmen adaylarının verdikleri cevapları gerekçelendirmemeleri de grafikleri noktasal incelediklerini işaret edebilir. Öğretmen adayları ters fonksiyonla ilgili rutin olarak yaptıkları x yerine y ve y yerine x koyma işlemlerinin neden yapıldığını kavramsal ya da kuramsal olarak ortaya koyabilselerdi ya da cevaplarının gerekçelerini cümlelerle ifade edebilselerdi ters fonksiyon ve simetri arasındaki ilişkiyi görmelerini sağlayabilirdi. Bu durumun giderilmesi için grafikler üzerinde ters düşünebilme yani simetri bilgisini geliştirmek gereklidir. Ters fonksiyonla ilgili bilinmesi gereken önemli bir diğer kuramsal bilgi ise *“Bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olabilmesi için o fonksiyonun birebir ve örten olması gereklidir.”* bilgisidir (Aydın ve Biberoglu Abazoglu, 2019). Bu kuramsal bilgi ile ilgili öğretmen adaylarının ön bilgilerinin ne durumda olduğunu anlamak için tahmin aşamasının üçüncü sorusunda birebir ve örten olmayan parabolik bir fonksiyon grafiği verilmiştir. Bu parabolik fonksiyonun grafiğinin tersindeki bir noktanın görüntüsü sorulmuştur. Öğretim süreci incelenen dört öğretmen adayının üçünün bu soruyu yanlış yanıtladığı görülmüştür. Yanlış yanıt veren öğretmen adaylarının ikisi grafik üzerinde noktasal düşünerek yer değiştirme yapmışlardır. Biri ise parabolün cebirsel ifadesini yazarak tersini almıştır. Yanlış yapan öğretmen adaylarının yaptıkları bu işlemlerden grafik üzerinde bütünsel düşünemedikleri, bir parabol grafiğinin tersi alınırken $y = x$ doğrusuna göre simetriği alındığında fonksiyon belirtmeyeceği gibi durumları analiz edemedikleri görülmektedir. Bu nedenle *“Bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olabilmesi için birebir ve örten olmalıdır.”* kuramsal bilgisine ulaşmakta sıkıntı

çekmektedirler. Bu soru aynı zamanda bir fonksiyonun grafiğinin tersi, $y = x$ doğrusuna göre simetri alınarak oluşturulduğunda elde edilen grafiğin fonksiyon olma durumunu kontrol etmenin gerekliliğini de göstermektedir. Dolayısıyla ilgili alanyazın ve yürütülen bu tez çalışması kapsamında ters fonksiyonla ilgili öğretmen adaylarının ön bilgilerinde tespit edilen kuramsal ya da kavramsal eksikleri yeni kavram yanlışlarına yol açmaksızın öğretim için kullanılan GeoGebra uygulamasının özellikle gerek noktasal gerekse grafiğin tamamına yönelik simetrik düşünme yeteneğine katkı sağlayacak şekilde tasarlanmasına özen gösterilmiştir. Ayrıca bir fonksiyonun tersinin grafiği düşünülerek yorumlama yapılacağı zaman aşama aşama düşünmek çok önemlidir. Bu nedenle geliştirilen GeoGebra uygulaması sistematik düşünmeyi öğretim için aşamalı bir şekilde tasarlanmıştır. Bu tasarımın aşamaları kısaca şu şekilde özetlenebilir. Öncelikle bir sürgü vasıtasıyla grafik üzerindeki bir nokta sürüklenerek $y = x$ doğrusuna göre noktasal simetrik bir grafik oluşturulmuştur. Daha sonra “kontrol et” butonu ile taslak olarak çizdikleri noktasal bu grafiğin simetri grafiği olup olmadığının bütünsel olarak kontrol edilmesi sağlanmıştır. Bu işlemi yaptıktan sonra bir fonksiyon testi sürgüsü ortaya çıkacaktır. Bu testi yaparak simetrik grafiğin fonksiyon olup olmadığını incelenmelidir. Yapılan bu inceleme sonunda oluşturulan grafiğin tersinin fonksiyon olup olmadığı anlaşılacaktır. Burada amaç $y = x$ doğrusuna göre simetri alınarak oluşturulan grafiklere hepsi ters fonksiyon grafiğidir algısını kırmaktır ve bu yolla çizilen grafiklerin fonksiyon belirtme durumunu kontrol etme alışkanlığı kazandırmaktır. Nitekim ters fonksiyon da bir fonksiyondur ve bu kavramsal bilgiyi öğretmen adaylarının farketmeleri sağlanmalıdır. Bu aşamadan sonra fonksiyon testi olan dikey doğru testinin $y = x$ doğrusuna göre simetriğini almalarını sağlayacak bir buton bulunmaktadır. Bu butona tıkladıklarında yatay bir doğru testi belirecektir. Bu testin önceki konulardan birebir ve örtenlik testi olduğunu bildikleri için burada öğretmen adaylarının ters fonksiyon, simetri ve birebir ve örtenlik kavramları arasında ilişki kurmaları beklenmektedir. Son olarak kendilerine verilen parabolik fonksiyon grafiğinin birebir ve örten olmadığını sürgüyü çekerek gözlemlenmeleri sağlanmıştır. Aşama aşama öğretmen adaylarına yaptırılan bu gözlemler ile bir fonksiyon grafiğinin tersini okuyup yorumlarken kavram yanlışlarına düşmeksizin doğru bir düşünme sistemi oluşturmak istenmiştir.

Yapılan teknoloji destekli TGAD öğretimi süreci sonunda yapılan son test bulguları incelendiğinde ters fonksiyon konusunda, son testte bütün öğretmen adayları doğru cevap vermiştir. Bu durum teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin ters fonksiyon konusundaki grafik okuma ve yorumlamaya olumlu etkileri olduğunu göstermektedir. Bütün öğretmen adaylarının son testte verilen $f(x)$ fonksiyon grafiğini doğru okuyup yorumlayarak

$f^{-1}(x)$ fonksiyonunda istenen noktaların görüntülerini bulup verilen işlemi doğru yapmaları bu dersten elde ettikleri olumlu gelişimi göstermektedir. Ters fonksiyon konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders hakkında öğretmen adayları grafik okuma ve yorumlama ile ilgili pek çok farklı görüş belirtmişlerdir. Bu görüşlerin çoğu olumlu görüşlerdir. Ters fonksiyon konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders ile ilgili en fazla ifade edilen “GeoGebra üzerinden inceleme yapılması.” görüşüdür. Ayrıca “Düşünmemizi sağlayıcı sorular olması.” ve “Bilgilerimizi hatırlatıcı olması.” gibi diğer görüşler de dersin olumlu yansımaları olduğunu destekler niteliktedir. Öte yandan öğretmen adaylarına ters fonksiyon dersine yönelik olumsuz görüşler incelendiğinde olumsuz görüşlerin olumlu görüşlere göre azdır. Ayrıca öğretmen adaylarına derse yönelik olumsuz görüşleri sorulduğunda çoğunlukla “Beğenmediğim bir şey yok” şeklinde yanıt verilmesi adaylar açısından dersin olumlu geçtiğinin bir göstergesi olarak yorumlanmıştır. Olumsuz görüş olarak söylenen diğer iki görüş ise grafik çizmeye yöneliktir. Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda ters fonksiyon konusunda grafik okuma ve yorumlamaya yönelik sorulan soruya doğru cevap verenlerin sayısının son test lehine artış göstermesi, yapılan öğretim ile ilgili öğretmen adaylarının genel olarak olumlu görüşlere sahip olması yürütülen tez çalışması kapsamında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen dersin amaca hizmet ettiğini göstermektedir.

5.1.5. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Tek ve Çift Fonksiyon Konusunda Grafik Okuma-Yorumlama Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma: Tek ve çift fonksiyon grafiklerindeki okuma ve yorumlama becerilerine yönelik ön test bulguları değerlendirildiğinde öğretmen adaylarının çoğunun ilgili soruyu kısmen doğru ya da yanlış yaptığı, çok az bir kısmının ise doğru yaptığı görülmektedir. Araştırmadan elde edilen bu bulgu çalışma grubundaki ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının tek ve çift fonksiyon grafiklerini okuma ve yorumlama bağlamında öğretim öncesinde bilgi eksikliklerinin olduğunu ve pek çok hata yaptıklarını göstermektedir. Ayrıca çalışma kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik okuma yorumlama ön test bulguları kısmen doğru ve yanlış cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında en fazla hata yapılan üçüncü konunun tek ve çift fonksiyon olduğu görülmüştür. Okuma ve yorumlama becerisini kullanarak verilen bir grafiğin tek ya da çift olduğunu belirlemek simetri bilgisine dayanmaktadır. Gerek ters fonksiyon gerekse tek ve çift fonksiyon konularında grafik okuma ve yorumlamada simetrik düşünebilme becerisini geliştirmeye yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre tasarlanan GeoGebra

uygulamalarının bu becerinin gelişmesinde önemli fayda sağladığı söylenebilir. Nitekim araştırma kapsamındaki konulara yönelik grafik okuma ve yorumlama son test bulguları incelendiğinde nispeten gerek ters fonksiyon gerekse tek ve çift fonksiyon grafiklerinin grafik okuma ve yorumlama bakımından en fazla ilerlemenin yaşadığı iki konu olduğu görülmektedir. Dolayısıyla yürütülen öğretimin amaca hizmet ettiği söylenebilir. Ancak her ne kadar teknoloji destekli TGAD öğretimi sonrasında yapılan son testteki ilgili soruda kısmen doğru yapanların azalması, yanlış yapan öğretmen adayının kalmaması ve doğru yanıt verenlerin sayısının artması yapılan öğretimin olumlu olduğunu gösterse de kısmen doğru cevap verenlerin hala olması bu konuda öğretmen adaylarının yaptığı hataların detaylı olarak incelenmesinin önemli olduğunu göstermektedir. Bu anlamda tek ve çift fonksiyon grafiklerini okuma ve yorumlamaya yönelik yapılan hataları ve nedenlerini analiz etmek için ön testte ve tahmin aşamasındaki yanıtlar incelendiğinde bazı hataların dikkat çekici olduğunu söylenebilir. Araştırma kapsamında tespit edilen bu dikkat çekici hatalar aşağıda kısaca açıklanmıştır.

Bazı öğretmen adaylarının okuma yorumlamaya yönelik ön test bulguları incelendiğinde “*Bir grafiğin tek olması için orijine göre simetrik olmalıdır.*” kuramsal bilgisini bilmesine rağmen orijine göre simetri alamadıkları için uygulamaya dönük hatalar yaptıkları görülmüştür. Nitekim ilgili alanyazında da öğrencilerin simetri eksenini dik veya yatay verildiğinde öğrencilerin zorluk yaşamadıkları fakat eğik verildiğinde yani orijine göre simetri ya da $y = x$ doğrusuna göre simetri alınması istendiğinde şeklin simetriğini bulmada zorlandıkları tespit edilmiştir (Hollebrands, 2004; Hoyles & Healy, 1997; Mhlolo & Schäfer, 2014; Panaoura vd., 2009; Xioustri, 2007). Bu durumun oluşmasında, simetri eksenini dikey ve yatay olarak verilen problemlerin öğrencilere daha çok verilmesinin etkili olduğu belirtilmektedir (Panaoura vd., 2009; Son & Sinclair, 2010; Xioustri, 2007). Ayrıca yürütülen tez çalışması kapsamında ters fonksiyon konusunda da çalışma grubundaki bazı öğretmen adaylarının simetri kavramı ve simetrik düşünme bağlamında eksikleri olduğu benzer şekilde tespit edilmiştir. Bu durum çalışma grubundaki öğretmen adaylarının simetri alma noktasında bilgi eksikleri olduğunu göstermektedir. Ön test bulgularında bir başka dikkat çekici durum ise tek ve çift fonksiyonları grafiksel olarak belirlemeye yönelik okuma yorumlama sorusuna öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun cebirsel kurala dayalı çözüm ararken (fonksiyonların cebirsel ifadelerini tanımlayarak, grafik üzerinde alınan noktaların görüntülerini inceleme), çok az bir kısmı grafiksel yaklaşımı kullanarak y eksenini ve orijine göre simetri durumunu incelemişlerdir. Öyle ki bazı öğretmen adayları çift fonksiyon kuralını cebirsel olarak yazarak noktasal inceleme yapmışlardır ve bazı fonksiyonlara “*Çift değilse tekdir.*” şeklinde yanıt

vermişlerdir. Bu düşüncenin temelinde “*Her fonksiyon tek ya da çift olmalıdır.*” şeklinde aşırı genelleme türünde bir kavram yanılgısı olduğunu söylenebilir. Öğretmen adaylarının tek ve çift fonksiyona yönelik grafik okuma ve yorumlama sorularına cebirsel ve noktasal olarak yaklaşımları sistematik olarak yanlış bir yaklaşım değildir. Ancak cebirsel olarak yazdıkları eşitsizlikleri anlamlarını kuramsal ya da kavramsal olarak bilmedikleri düşünülmektedir. Örneğin $f(-x) = f(x)$ çift fonksiyon kuralını bilen öğretmen adayları $f(x)$ ve $f(-x)$ grafiklerini düşünerek bu iki grafiğin y eksenine göre simetrik olduğu çıkarımını yapamamaktadır. Bu noktada öğretmen adayları grafiğin bu eşitliği sağlayıp sağlamadığını kontrol etmek için değer vererek noktasal düşünme eğilimine girmektedir. Bu noktada öğretmen adayları grafiğin bu eşitliği sağlayıp sağlamadığını kontrol etmek için değer vererek noktasal düşünme eğilimine girmektedir. Öte yandan cebirsel ifadelerden çeşitli çıkarımlara ulaşabildiğimiz durum ise daha bütünsel, grafiğin tamamını hayal edebildiğimiz nitel düşünce tarzıdır. Bu anlamda cebirsel ifadelerin anlamları, bu ifadelerde meydana gelen değişimlerin grafiklerinde ne tür dönüşümler oluşturabileceğine yönelik analitik düşünme becerisinin geliştirilmesinin grafik okuma ve yorumlama becerilerindeki eksiklerin giderilmesi adına önemlidir. Çalışmadaki başka bir kısım öğretmen adaylarının tek ve çift fonksiyona yönelik grafik okuma ve yorumlama ön test cevapları incelendiğinde ise herhangi bir gerekçe göstermeksizin “*tek*”, “*çifttir*” ya da “*hatırlamıyorum*” şeklinde yanıtların olduğu görülmektedir. Dolayısıyla bu bulgu da tek ve çift fonksiyona yönelik diğer bulgular ile birlikte öğretmen adaylarının öğretim öncesinde kavram yanılgılarının veya bilgi eksiklerinin olduğunu destekler niteliktedir. Öte yandan ön test bulgularındaki kavram yanılgıları ve bilgi eksiklerinin dışında dikkat çeken bir diğer hata durumu ise öğretim başlamadan önce tahmin aşamasında yöneltilen sorularda tespit edilen sabit fonksiyon grafiklerine yöneliktir. Tahmin aşamasında öğretmen adaylarına iki tip sabit fonksiyon verilmiştir. Bu fonksiyonlardan biri $f(x) = 1$ fonksiyonu diğeri ise $f(x) = 0$ fonksiyonudur. Öntest bulgularına göre tek ve çift fonksiyona yönelik grafik okuma ve yorumlama becerileri bakımından birbirinden farklı kategorilerde bulunan dört öğretmen adayının tamamı $f(x) = 1$ fonksiyonunun çift fonksiyon olduğunu doğru yanıtlamışlardır. Ancak aynı şekilde sabit bir fonksiyon olan $f(x) = 0$ fonksiyonuna üç öğretmen adayı çift fonksiyondur şeklinde yanıt vererek kısmen doğru yanıt vermiştir. Oysa bu grafik hem tek hem de çift fonksiyondur. Öğretmen adaylarının $f(x) = 1$ sabit fonksiyonuna gösterdikleri gerekçelerle bu fonksiyona da “*çifttir*” şeklinde yaklaşımları diğer durumları incelemeyen yapmalarından kaynaklanmaktadır.

Ayrıca kısmen doğru cevap veren öğretmen adaylarının ikisinin gerekçesini cebirsel ve noktasal yaklaşım göstererek açıklaması da tek ve çift fonksiyona yönelik grafik okuma ve

yorumlamada öğretmen adaylarının simetri bilgisini az kullandıklarını ve grafiklere daha çok nicel (noktasal) düzeyde yaklaştıklarını destekler niteliktedir. Dolayısıyla ilgili alanyazından ve yürütülen bu tez çalışması kapsamında tek ve çift fonksiyonlara yönelik öğretmen adaylarının ön bilgilerinde tespit edilen kuramsal ya da kavramsal eksikleri yeni kavram yanılgılarına yol açmaksızın öğretim için kullanılan GeoGebra uygulamasının özellikle gerek noktasal gerekse grafiğin tamamına yönelik simetrik düşünme yeteneğine katkı sağlayacak şekilde tasarlanmasına özen gösterilmiştir. Tasarlanan GeoGebra uygulamalarında tek fonksiyon testi ve çift fonksiyon testi olmak üzere iki buton bulunmaktadır. Öğretmen adaylarından bu butonlara ayrı ayrı tıklamaları ve tıkladıklarında beliren iki noktayı sürükleyerek uygulamaların alt kısmında verilen soruları cevaplamaları istenmiştir. Burada amaç uygulamalara yerleştirilen iskele sorularla tek ve çift fonksiyonların cebirsel ifadeleri ile simetri durumları arasındaki ilişkinin keşfedilmesini sağlamaktır. Ek olarak ön bilgilerde tespit edilen kavram yanılgıları üzerinde düşünceleri, bu yanılgıları hissetmeleri adına “*Sizce $f(x)$ türündeki fonksiyonlar için, tek ve çift fonksiyon olma açısından bir sonuç çıkarmak gerekirse ne söylenebilir? Açıklayınız.*” ya da “*Sizce $f(x)$ türündeki bütün fonksiyonlar bu testi sağlar mı? Neden?*” şeklinde sorulara da uygulamada yer verilmiştir. Öğretmen adaylarına yaptırılan bu uygulamalarla okuma yorumlama becerisini kullanarak bir fonksiyon grafiğinin tek ve çift olma durumunun doğru bir şekilde belirlenmesi ve bu becerilerin gelişmesi için grafiklere yönelik nitel bakış açısı kazandırılması istenmiştir.

Yapılan teknoloji destekli TGAD öğretimi süreci sonunda yapılan son test bulguları incelendiğinde tek ve çift fonksiyon konusunda, öğretmen adaylarının son testte, ön testte yaptıkları hataları daha az tekrarladıkları görülmüştür. Bu durum teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin tek ve çift fonksiyon konusundaki grafik okuma ve yorumlamaya olumlu etkileri olduğunu göstermektedir. Öyleki son testte ilgili soruda hata yapan öğretmen adayı kalmamakla birlikte kısmen doğru yapan öğretmen adayının azaldığı görülmektedir. Ayrıca tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik okuma ve yorumlama ön test ve son test bulguları doğru cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında ise diğer fonksiyon konularına göre grafik okuma ve yorumlamada en fazla artışın bu konuda olduğu görülmüştür. Dolayısıyla bu durum teknoloji destekli TGAD öğretimi ile yürütülen dersin tek ve çift fonksiyon konusunda öğretmen adaylarının grafik okuma ve yorumlama becerilerine olumlu etkileri olduğunu destekler niteliktedir. Öğretim sürecini yansıtmak için ele alınan öğretmen adaylarının ilgili soruya verdikleri ön test ve son test cevapları karşılaştırıldığında son testte daha detaylı açıklamalar yaparak, simetri bilgisini daha iyi uygulayarak ve nitel ve nicel düşünme becerilerini bir arada kullanarak verilen grafikleri tek ve çift fonksiyon olma

bakımından daha doğru okuyup yorumlamaları da bu dersten elde ettikleri olumlu gelişimi göstermektedir. Tek ve çift fonksiyon konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders hakkında öğretmen adayları grafik okuma ve yorumlama ile ilgili pek çok farklı görüş belirtmişlerdir. Bu görüşlerin çoğu olumlu görüşlerdir. Tek ve çift fonksiyon konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders ile ilgili en fazla ifade edilen “Eksikleri fark ettirmesi.” görüşüdür.

Ayrıca “*Dersin verimli olması.*” , “*GeoGebra üzerinden inceleme yapılması*”, “*Çözülen örnek soruların güzel olması.*”, “*Dersin aşamalı olması.*” ve “*Dersin eğlenceli ve öğretici olması*” gibi diğer görüşler de dersin olumlu yansımaları olduğunu destekler niteliktedir. Öte yandan öğretmen adaylarına tek ve çift fonksiyon dersine yönelik olumsuz görüşleri incelendiğinde olumsuz görüşlerin olumlu görüşlere göre az olması dikkat çekicidir. Ayrıca öğretmen adaylarına derse yönelik olumsuz görüşleri sorulduğunda çoğunlukla “*Sevmediğim bir şey yok.*” şeklinde yanıt verilmesi, beğenilmeyen herhangi birşeyin olmaması adaylar açısından dersin olumlu geçtiğinin bir göstergesi olarak yorumlanmıştır. Olumsuz görüş olarak söylenen diğer görüşler ise dersin geneline ilişkin olumsuz görüşlerdir. Bu görüşlere yönelik öğretmen adaylarının detaylı açıklamaları incelendiğinde daha çok açıklama ve değerlendirme aşamasında yapılanlarla ilişkili olduğu için bu görüşler grafik çizme bölümünde değerlendirilmiştir. Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda tek ve çift fonksiyon konusunda grafik okuma ve yorumlamaya yönelik sorulan soruya doğru cevap verenlerin sayısının son test lehine artış göstermesi, yapılan öğretim ile ilgili öğretmen adaylarının genel olarak olumlu görüşlere sahip olması yürütülen tez çalışması kapsamında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen dersin grafik okuma ve yorumlama bağlamında amacına ulaştığını göstermektedir.

5.2. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Grafik Çizme Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma

Öte yandan bu çalışma kapsamında teknoloji destekli TGAD öğretim uygulamaları ile yürütülen dersin açıklama ve değerlendirme aşamaları grafik çizme becerilerini geliştirmeye yönelik tasarlanmıştır. Değerlendirme aşaması öğretmen adaylarının grafik çizme bağlamında daha aktif olduğu ders dışı ödevlendirmelerin yapıldığı aşamadır. Bu nedenle öğretmen adaylarının grafik çizme bağlamında yaptıkları hatalar tartışılırken ön testten elde edilen bulgular ve değerlendirme aşamasındaki bulgular ile desteklenerek yorumlanmıştır.

5.2.1. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Fonksiyon Kavramı Konusunda Grafik Çizme Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma: Fonksiyon kavramı konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları incelendiğinde istenen grafiği çoğu

öğretmen adayının doğru çizdiği ancak kısmen doğru ya da yanlış çizen öğretmen adaylarının da olduğu görülmektedir. Araştırmadan elde edilen bu bulgu ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının çoğunun fonksiyon kavramı konusuna yönelik grafik çizme becerilerinde öğretim öncesinde eksiklikleri olduğunu ve hatalar yaptıklarını göstermektedir. Ayrıca çalışma kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik çizme ön test bulguları kısmen doğru ve yanlış cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında en az hata yapılan konunun fonksiyon kavramı olduğu görülmüştür. Teknoloji destekli TGAD öğretimi sonrasında yapılan son testteki ilgili soruda kısmen doğru yapanların azaldığı, yanlış yapan öğretmen adayının kalmadığı ve doğru yanıt verenlerin sayısının arttığı görülmüştür. Dolayısıyla öğretmen adayları fonksiyon kavramı konusu bağlamında grafik çizme becerilerinin büyük oranda geliştiği söylenebilir. Ancak öğretim öncesinde kısmen doğru ya da yanlış çizim yapan öğretmen adaylarının sayısı azımsanmayacak miktardadır. Ayrıca öğretim sürecinin değerlendirme aşamasında fonksiyon kavramı konusunda grafik çizmeye yönelik verilen ödevlerde de çeşitli hatalı çizimler olduğu görülmüştür. Bu durum ve yapılan teknoloji destekli öğretimin öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerine sağladığı katkıları yansıtmak adına fonksiyon kavramı konusunda grafik çizmeye yönelik hataların incelenmesini değerli kılmaktadır.

Fonksiyon kavramına yönelik grafik çizmede yapılan hataları ve nedenlerini analiz etmek için ön testteki yanıtlar ve değerlendirme aşamasındaki yapılan ödevler incelendiğinde bazı hatalar dikkat eksikliğinden kaynaklanan basit hatalar olsa da bazılarının ise dikkat çekici olduğu söylenebilir. Ön testte yapılan dikkat çekici hatalardan birisi cebirsel ifadesi verilerek öğretmen adaylarından çizilmesi beklenen çember grafiğine yöneliktir. Bu grafiğe ilişkin çoğunlukla yapılan hata durumu herhangi bir çözümlenme yapmadan eksenlerdeki kritik değerleri yazmadan çember grafiğinin şekilsel olarak çizilmesidir. Bu nedenle bu tip hata yapan öğretmen adaylarının çember grafiğinin cebirsel ifadesini ezberledikleri düşünülmektedir. Nitekim cebirsel ifade ile grafiksel temsil arasında ilişkisel boyutta bir öğrenme söz konusu olsaydı çemberin yarıçapından yola çıkarak eksenlere kritik değerler yazılabilirdi. Bu hatayı yapan öğretmen adaylarından birinin grafik okuma yorumlama becerilerini kullanarak grafiğin fonksiyon belirtme durumuna ilişkin yaptığı açıklama incelendiğinde tanımlı olduğu aralıkta verilen x değerine karşılık bir y değeri olduğu açıklamasını yaparak bu grafiğin bir çember fonksiyonu olduğunu belirtmiştir. Ayrıca grafiğin eksenleri kestiği noktaları ve orijini tek tek gelişigüzel işaretlemiştir. Yapılan açıklama ve şekil üzerindeki işaretlemeleri incelendiğinde öğretmen adayının grafiği noktasal olarak incelediği ancak yaptığı incelemenin sistematik olarak yanlış olduğu için grafiği yanlış okuyup yorumlamaktadır. Öğretmen adayı

tarafından verilen cebirsel ifadeye doğru bir noktasal yaklaşım sergilenebilseydi grafiğin eksenleri kesen noktaları belirlenerek daha doğru bir çizim elde edilebilirdi. Dolayısıyla yapılan hataların temelinde noktasal grafik çizme yaklaşımının doğru kullanılmaması ve buna bağlı olarak grafiğin yanlış okuyup yorumlanması bulunmaktadır. Bu durum zaman zaman verilen cebirsel ifadelerden yola çıkarak ezbere şekilsel grafik çizimleri yapılsa da aslında grafik çizme becerisinin daha detaylı bir beceri olduğunu ve tam anlamıyla doğru bir grafik çizimi yapabilmek için grafik okuma ve yorumlama gibi becerilerinin de gerekli olduğunu göstermektedir. İlgili alanyazın incelendiğinde yürütülen tez çalışmasında çember grafiği ile ilgili elde edilen bulguya benzer olarak Tall ve Bakar (1992) tarafından yapılan çalışmada da araştırmaya katılan üniversite öğrencilerinin %62'sinin $(x^2 + y^2 = 1)$ çember denklemini fonksiyon olarak kabul ettiği görülmektedir. Araştırmacılar bu durumun, bu tez çalışmasından farklı olarak bilgi eksikliğinden kaynaklandığı ve matematik eğitiminde çok değişkenli ile kapalı fonksiyon kavramlarının yanlış kullanılmasıyla ilişkilendirmişlerdir. Özdemir Erdoğan vd.'nin (2012) yaptığı çalışmada da bu durum denklem ve fonksiyonun birbirinden ayıramaması olarak ifade edilmektedir. Pek çok çalışmada grafiği okuyup yorumlayan bireyin matematiksel bilgi düzeyinin de grafik okumadaki başarısını etkilediği bilinmektedir (Capraro vd., 2005; Friel vd., 2001; Kieran, 1992). Dolayısıyla grafik okuma ve yorumlamadaki başarıda grafik çizmeyi etkilemektedir. Bayazıt'ın (2011) da çalışmasında belirttiği gibi öğrenciler grafik çizerken grafikler konusundaki bütün bilgi ve becerilerini kullanarak uygulama yaparlar. Bu nedenle Tairab ve Al-Naqbi (2004) tarafından grafik çizmenin, grafik okuma ve yorumlamadan daha zor bir uğraş olduğu ifade edilmektedir. Dolayısıyla gerek elde edilen bu bulgular ile gerekse ilgili alanyazından elde edilen bilgilerden yola çıkarak doğru grafik çizimi yapabilmek için grafik okuma ve yorumlama becerilerinin de gerekli olduğu söylenebilir.

Çember grafiği ile ilgili diğer hatalı bir çözümde de cebirsel ifade üzerinde işlemler yaparak noktasal bir yaklaşım sergilendiği görülmektedir. Bu yaklaşımı sergileyen öğretmen adayı grafiğin eksenleri kestiği noktaları doğru tespit etmiştir. Ancak grafik ile ilgili başka bir noktasal inceleme yapmadığı için ve grafiğin cebirsel ifadesinden bağımsız düşündüğü için hatalı bir çizim yaparak çember grafiğini, bir dörtgen grafiği olarak elde etmiştir. Burada yapılan hatanın temelinde cebirsel ifadeden bağımsız düşünme vardır. Çünkü grafiklerin cebirsel ifadeleri süreçsel olarak grafik hakkında bilgi verir. Grafiğin cebirsel ifadesinde yola çıkarak süreçsel olarak nasıl ilerlemesi gerektiğine yönelik yaklaşıma nitel yaklaşım denilmektedir. Bu nedenle grafiklerin çiziminde sadece noktasal yaklaşımın kullanılması yeterli olmamaktadır. Sadece noktasal becerilerin kullanıldığı durumlarda çoğunlukla

noktaları doğrusal olarak birleştirme yoluna gidilerek hatalı grafikler elde edilebilir. Nitekim ilgili alanyazın incelendiğinde öğrencilerin grafik çizmede sahip olduğu en yaygın kavram yanlışlarından birisi doğrusal grafik çizmeye eğilimli olmalarıdır (Leinhardt vd., 1990).

Ön testte çember grafiğine yönelik gerek grafik çizmede gerekse fonksiyon belirtme durumuna yönelik okuma yorumlamada yapılan hataların giderilmesi için açıklama aşamasında tanım görüntü kümesi ve cebirsel ifadesi verilen grafiklerin çiziminin nasıl yapılması gerektiği GeoGebra uygulaması kullanılarak anlatılmıştır. Bu aşamada öncelikle öğrencilere çizilmesi istenen cebirsel ifadeler verilmiş ve fonksiyon belirtme durumunu açıklamaları istenmiştir. Daha sonra sınıf içi tartışmalar ve Geogebra uygulaması ile doğru çizimler kontrol edilir. Bu yolla grafik çizerken nicel ve nitel düşünme becerilerinin bir arada kullanılabilme alışkanlığı kazandırılmak istenmiştir. Değerlendirme aşamasında gerek grafik çizme ile ilgili ders dışı bir zamanda yapabilecekleri ödevler verilmiştir ve öğretmen adayların yaptıkları çizimler ve hatalar araştırmacı tarafından incelenmiştir. Değerlendirme aşamasında öğretmen adaylarına verilen ödevlerde ön testte sorulan grafik çizme sorusuna benzer cebirsel ifadesi temel olarak $x^2 + y^2 = r^2$ şeklinde gösterilen bir soru verilmiş olup bu ifadenin grafiğini çizerek fonksiyon belirtme durumunu yorumlamaları istenmiştir. Bu ifade ön testte olduğu gibi bir çember grafiğidir. Ancak incelenen ödevlerde bazı öğretmen adaylarının ön testte olduğu gibi bu grafiği hatalı çizdikleri görülmüştür. Açıklama aşamasında bu grafiğe benzer pek çok grafiğin çizili sınıf ortamında tartışılmasına rağmen ders dışı ödevlendirmelerde bu grafiğe ilişkin çizim hatalarının devam etmesi grafik çizme becerisinin kolay olmayan, kapsamlı ve üst düzey bir beceri olduğunu göstermektedir.

Ayrıca TGA öğretim sürecinde öğrenilen bilgilerin tam anlamıyla kavramsallaştırılmadığı, bunun için öğrencilere bireysel fırsatlar sunulması gerektiğine işaret edilmektedir. Dolayısıyla bu tez çalışması kapsamında TGA öğretim yönteminde eklenen Değerlendirme aşamasının önemini ortaya koyduğu ve bu aşamaya ihtiyaç olduğunu göstermektedir. Nitekim TGA öğretim yöntemine farklı aşamalar eklendiği çalışmalarda mevcuttur (Rani, 2021). Ancak yürütülen tez çalışmasının grafik okuryazarlığına yönelik olduğu düşünüldüğünde eklenen aşamanın alanyazındaki çalışmalara eklenen aşamalardan farklılık gösterdiği ve özgün olduğunu söylemek mümkündür. Değerlendirme aşamasında çizilmesi istenen çember grafiğinde öğretmen adayları bu grafiği çizerken cebirsel çözümler yaparak noktasal yaklaşım sergiledikleri görülmüştür. Ancak yapılan cebirsel çözümlerlerde hatalar yapıldığı için grafiğin okunması ve yorumlanması da hatalı olmuştur. Dolayısıyla grafik çiziminde sadece işlemsel beceriler ve noktasal yaklaşım sergilemenin önemli hatalara neden olduğu söylenebilir. Grafikselleştirme noktasal yaklaşım göstermek

nicel düşünme becerisinin bir göstergesidir. Ancak sadece nicel düşünme becerilerini kullanarak grafik çizildiğinde çok fazla işlem yapıldığından bazen hatalar yapılabilir bu da sistematik olarak ilerleyerek grafik çizimini olumsuz etkileyebilir. Ayrıca parçadan bütüne doğru ilerleyen böyle bir yaklaşım grafik çizme açısından çok da pratik değildir. İlgili alanyazın incelendiğinde öğrencilerin grafiksel temsillerde genel olarak nicel düşünme alışkanlığı içerisinde olduğu ve bu alışkanlığın geleneksel eğitim anlayışının hâkim olduğu ders programlarından ve sınıftaki uygulamalarda daha çok nicel anlama gerektiren çizimlerin yaptırılmasından kaynaklandığı belirtilmektedir (Leinhardt, vd., 1990). Bu nedenle nitel düşünme becerileri geliştirilmelidir. Bunun için verilen ödevlerde öğrencilerin nitel düşünme becerilerini kullanmaları gereken sorular olmasına özen gösterilmiştir. Ayrıca ödevler toplandıktan sonra araştırmacı tarafından incelenen bu soruda yapılan hatalar etik kurallar çerçevesinde sınıfa sunulmuştur ve tartışma ortamı sağlanmıştır. Burada amaç doğru yapan öğretmen adaylarının grafiği nasıl çizdiğine yönelik akran paylaşımını sağlamaktır. Dolayısıyla bu soru bağlamında yapılan öğretim sonunda önemli bir ilerleme kaydedilmiştir. Bu durumu, son testte grafik çizmeye yönelik çember grafiği sorusunda yanlış cevap veren öğretmen adayının kalmaması ve kısmen doğru cevap verenlerin ise çok az olmasını göstermektedir.

Değerlendirme aşamasında verilen bir diğer grafik çizme ödevi ise $x = a$ şeklindeki cebirsel ifadenin grafiğidir. Bu grafikte genel olarak bütünsel bir bakış açısıyla doğru çizilmiştir. Ancak grafiğin fonksiyon belirtme durumunda hata yapılmıştır. Bu hatasında fonksiyon kavramı ile ilgili “*Her x noktasının tek bir y noktasının eşlemelidir.*” anlayışından kaynaklandığı görülmektedir. Yapılan açıklama doğru gibi görünse de eksik ve yanlış kelimelerle ifade edilmiştir. Ayrıca elde edilen grafik yapılan bu açıklamayı karşılamamaktadır. Bu anlamda okuma ve yorumlama bağlamında eksiklik olduğu görülmektedir. Değerlendirme aşamasında hataların tartışıldığı dersin bu eksikliği giderdiği düşünülmektedir. Nitekim bu grafiğe benzeyen başka bir grafik öğretmen adaylarına son testte okuma yorumlama sorusu olarak sorulmuştur ve yanlış yapan öğretmen adayının olmadığı görülmüştür. Dolayısıyla bu grafikte okuma yorumlamaya yönelik yaşanan sorunların azaldığı söylenebilir.

Değerlendirme aşamasında verilen başka bir grafik çizme ödevi ise a^x şeklindeki üstel ifadenin grafiğidir. Burada öğretmen adaylarının “fonksiyonun tanım ve görüntü kümesinden bağımsız matematiksel bir varlıktır.” kavram yanılığına düşmemeleri için diğer iki soruda tanım ve görüntü kümesi verilmemiş ancak bu soruda verilmiştir. Böylece öğretimde sunulan çeşitli örneklerle kalıplaşmış çıkarımlar yapmanın engellenmesi amaçlanmıştır. Yapılan

dikkat çekici iki hata vardır ilkinde öğretmen adayı nitel bir yaklaşımla cebirsel ifadenin üstel fonksiyon olduğunu bilerek ve eksenlerdeki kritik noktayı doğru işaretlemiştir. Ancak grafiği üstel fonksiyona benzese de grafiğin bir noktadan sonra düzleştiği görülmektedir. Oysa verilen üstel fonksiyon grafiğinin sürekli artan bir grafik olması gereklidir. Bu durum nitel düşünme becerilerinin tam anlamıyla kullanılmaması olarak yorumlanabilir. Ancak burada önemli nokta öğretmen adayının bu hatayı yapmaması için cebirsel ifadede değerler vererek nicel düşünme becerilerini kullanması yapılan bu hatanın önüne geçebilirdi. Buradan hareketle bu iki becerinin de grafik çiziminde önemli faydalar sağladığı hiçbirinin tek başına yeterli olmadığı görülmektedir. Diğer hatalı çizim yapan öğretmen adayı ise grafik çiziminde noktasal bir yaklaşım sergilemiştir. Ancak noktasal çizim yaparken tanım kümesine bakarak küçükten büyüğe doğru değer verilmelidir. Öğretmen adayı x 'e direkt pozitif değerler vererek başladığı için grafik x ekseninin pozitif tarafından başlamıştır. Oysa verilen aralık $R \rightarrow (0, \infty)$ olduğu için grafik x ekseninin negatif tarafından başlayarak ilerlemesi gerekmektedir. Dolayısıyla noktasal yaklaşım sergilerken yapılan bazı hatalar grafik çizimlerinde de hatalara neden olmaktadır.

Değerlendirme aşamasında verilen başka bir grafik çizme ödevi ise $\log_a x$ şeklindeki logaritmik ifadenin grafiğidir. Burada öğretmen adaylarının “*Fonksiyonun tanım ve görüntü kümesinden bağımsız matematiksel bir varlıktır.*” kavram yanılığına düşmemeleri için bu soruda tanım ve görüntü kümesi verilmiştir. Ayrıca soruda tanım aralığı ve cebirsel ifadenin birlikte verilmesi öğretmen adaylarının nicel ve nitel düşünme becerilerini kullanmak adına önemli bir fırsat sunmaktadır. Logaritma grafiğine yönelik yapılan ödevler incelendiğinde hataların temelinde iki yaklaşımı sunmak için üç hatalı çizim sunulmuştur. Hatalı çizim yapan öğretmen adayı grafiği çizerken öncelikle grafiğin cebirsel ifadesine ve tanım aralığına dikkat ederek nitel bir yaklaşımla grafiği doğru çizmektedir. Ancak grafiği yorumlarken yaptığı hata dikkat çekicidir. Çünkü grafik çizerken nicel düşünme becerilerini hiç kullanmadığı için verilen tanım aralığına dahil olan sıfır noktasında fonksiyonun tanımsız olduğunu farketmeden ve her tanım kümesindeki her eleman değer kümesindeki tek bir elemanla eşleşiyor şeklinde açıklama yaparak fonksiyon olduğunu belirtmektedir. Eğer nicel düşünme becerileri de kullanılsaydı verilen aralıkta bu grafiğin çizilemeyeceği çünkü bir fonksiyon belirtmediği ifade edilebilirdi. Öte yandan diğer iki hatalı çizimi yapan öğretmen adayları ise grafiğe noktasal yaklaşarak nicel düşünme becerilerini kullanmışlardır. Değer vererek grafikleri çizdikleri için ve cebirsel ifadeden grafiğin seyrinin nasıl olması gerektiğine yönelik bir çıkarım yapamamışlardır. Bu nedenle elde ettikleri grafikler yanlış olmuştur. Ancak nokta nokta değer verdikleri için tanım aralığına dahil olan sıfır noktasında fonksiyonun tanımsız

olduğunu fark ederek grafik okuma ve yorumlama noktasında her iki öğretmen adayı da doğru değerlendirme yapmıştır. Çalışma kapsamında elde edilen bu bulgunun grafik çiziminde gerek nicel gerekse nitel düşünme becerisini ne derece önemli olduğunu gösteren en çarpıcı bulgulardan biri olduğu düşünülmektedir.

Grafik çizerken bir sistematik yaklaşım alışkanlığı kazandırmak için gerek açıklama aşamasının gerekse yaklaşım olarak yapılan hatalara dikkat çekmek için grafik çizimine yönelik değerlendirme aşamasındaki hataların gösterilmesine yönelik ders önemli faydalar sağlamıştır. Bu durum öğretmen adaylarının yapılan ders hakkındaki görüşlerinde GeoGebra uygulamalarını beğenmeleri ve her aşamada cevaplarının kontrol edilmesi ve geri dönüt sağlanmasını öğrenme açısından faydalı buldukları ifade etmelerinden anlaşılmaktadır. Ayrıca yapılan teknoloji destekli TGAD öğretimi süreci sonunda yapılan son test bulguları incelendiğinde fonksiyon kavramı konusunda, öğretmen adaylarının son testte, ön testte yaptıkları hataları daha az tekrarladıkları görülmüştür. Bu durum teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin fonksiyon kavramı konusundaki grafik çizmeye olumlu etkileri olduğunu göstermektedir. Öyleki son testte ilgili soruda hata yapan öğretmen adayı kalmamakla birlikte kısmen doğru yapan öğretmen adayının azaldığı görülmektedir. Dolayısıyla bu durum teknoloji destekli TGAD öğretimi ile yürütülen dersin fonksiyon kavramı konusunda öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerine olumlu etkileri olduğunu destekler niteliktedir. Öğretim sürecini yansıtmak için ele alınan öğretmen adaylarının ilgili soruya verdikleri ön test ve son test cevapları karşılaştırıldığında son testte verilen grafiklerde detaylı açıklamalar yaparak, nitel ve nicel düşünme becerilerini birlikte kullanarak verilen grafikleri daha doğru çizmeleri de bu dersten elde ettikleri olumlu gelişimi göstermektedir. Fonksiyon kavramı konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders hakkında öğretmen adayları grafik çizme ile ilgili pek çok farklı görüş belirtmişlerdir. Bu görüşlerin çoğu olumlu görüşlerdir. Fonksiyon kavramı konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders ile ilgili en fazla ifade edilen “*Grafiklerin hareket ettirilebilmesi*” görüşüdür. “*Cevapların kontrol edilebilmesi.*”, “*Öğrencinin aktif olması.*”, “*Öğretici olması.*”, “*Çok sayıda örnek olması.*” ve “*Açıklama aşamasının beğenilmesi.*” gibi diğer görüşler de dersin olumlu yansımaları olduğunu destekler niteliktedir. Öte yandan öğretmen adaylarının fonksiyon kavramı dersine yönelik olumsuz görüşleri incelendiğinde olumsuz görüşlerin olumlu görüşlere göre az olması dikkat çekicidir. Ayrıca öğretmen adaylarına derse yönelik olumsuz görüşleri sorulduğunda grafik çizmeye yönelik herhangi bir olumsuz görüş belirtmemeleri grafik çizme açısından dersin olumlu geçtiğinin bir göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Araştırmadan elde edilen bulgular

doğrultusunda fonksiyon kavramı konusunda grafik çizmeye yönelik sorulan soruya doğru cevap verenlerin sayısının son test lehine artış göstermesi, yapılan öğretim ile ilgili öğretmen adaylarının genel olarak olumlu görüşlere sahip olması yürütülen tez çalışması kapsamında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen dersin amaca hizmet ettiğini göstermektedir.

5.2.2. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Tanım Görüntü Kümesi Konusunda Grafik Çizme Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma: Tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları incelendiğinde istenen grafiği çoğu öğretmen adaylarının kısmen doğru ya da yanlış çizdiği, ancak doğru çizen öğretmen adaylarının da olduğu görülmektedir. Araştırmadan elde edilen bu bulgu ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik çizme becerilerinde öğretim öncesinde eksiklikleri olduğunu ve pek çok hata yaptıklarını göstermektedir. Ayrıca çalışma kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik çizme ön test bulguları kısmen doğru ve yanlış cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında en fazla hata yapılan dördüncü konunun tanım ve görüntü kümesi olduğu görülmüştür. Bu durum adayların tanım, görüntü kümesi ve cebirsel ifadesi verilen fonksiyon grafiklerini çizme konusunda öğrenme zorlukları yaşadıkları şeklinde yorumlanabilir. Nitekim teknoloji destekli TGAD öğretimi sonrasında yapılan son testteki ilgili soruda kısmen doğru yapanların azalması, yanlış yapan öğretmen adayının kalmaması ve doğru yanıt verenlerin sayısının artması yapılan öğretimin olumlu olduğunu gösterse de kısmen doğru cevap verenlerin hala olması bu konuyu öğretmen adaylarının öğrenmekte zorluklar yaşadığını destekler niteliktedir. Ayrıca grafik okuma ve yorumlamada ön test bulgularına göre öğretmen adayları tarafından en fazla hata yapılan konu tanım ve görüntü kümesi konusudur. Araştırma kapsamında geliştirilen teknoloji destekli TGAD öğretim süreci tanım ve görüntü kümesini grafiksel temsillerden okuma ve yorumlama bağlamında önemli katkılar sağlasa da grafik okuma ve yorumlama son test bulguları incelendiğinde diğer konulara göre en fazla hata yapılan konunun yine tanım ve görüntü kümesi olduğu görülmüştür. Bu durum öğretmen adaylarının tanım ve görüntü kümesi ile ilgili köklü kavram yanlışlarına sahip olduklarını göstermektedir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının sahip olduğu kavram yanlışlarının grafik okuma ve yorumlama becerilerini olumsuz yönde etkilediği söylenebilir. Grafik okuma ve yorumlamada yaş ve ders ayrımı olmaksızın öğrencilerin başarılarını etkileyen faktörlerin belirlenmesi amacıyla Shah ve Hoeffner (2002) tarafından yapılan alan yazın taramasında üç faktörün ön plana çıktığı tespit etmiştir. Bunlar: a) Grafiklerin görsel özellikleri b) Öğrencilerin grafik okuma ve yorumlamadaki bilgileri ve c) Grafikteki verilerin içeriği ile

ilgili öğrencilerin bilgi düzeyleridir. Öte yandan Bayazıt (2011) öğrencilerin grafik çizerken sahip oldukları bütün bilgi ve becerileri uygulamaya koyduğu ve bu bağlamda grafik çizme becerisinin grafik okuma ve yorumlama becerisini de kapsayıcı üst düzey bir beceri olduğunu ifade etmektedir. Dolayısıyla yürütülen bu tez çalışmasında grafik okuma ve yorumlamada teknoloji destekli TGAD öğretimi öncesinde ve sonrasında diğer konulara göre en fazla hata yapılan konunun tanım ve görüntü kümesi konusudur. Ancak tanım ve görüntü kümesi konusuna yönelik grafik çizme ön test ve son test bulguları karşılaştırıldığında son testte kısmen doğru yapanların azalması, yanlış yapan öğretmen adayının kalmaması ve doğru yanıt verenlerin sayısının artması yapılan öğretimin olumlu olduğunu göstermektedir. Yapılan teknoloji destekli TGAD öğretiminin olumlu etkileri olsa da bu çalışmada öğretmen adaylarının tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizmede yaptıkları hataların incelenmesi ve bu hataların karakteristiğinin ortaya konması gerek ilgili yazınına gerekse çalışma kapsamında tasarlanan öğretimin etkilerini objektif bir şekilde yansıtmak anlamında önemli olduğu düşünülmektedir.

Tanım ve görüntü kümesine yönelik grafik çizmede yapılan hataları ve nedenlerini analiz etmek için ön testteki yanıtlar ve değerlendirme aşamasındaki yapılan ödevler incelendiğinde bazı hatalar dikkat eksikliğinden kaynaklanan basit hatalar olsa da bazılarının ise dikkat çekici olduğunu söylenebilir. Gerek ön testte ve son testteki sorular gerekse öğretim sürecindeki açıklama örnek sorular ve değerlendirme aşamasında verilen ödevler öğretmen adayların nitel ve nicel düşünme becerilerini bir arada kullanmalarını gerektiren sorulardır. Bu soruların grafik çizme becerilerini incelemeye ve öğretim sürecinde kullanılmasındaki amaç grafik çizmenin tek tip düşünme becerisi ile geliştirilebilecek bir beceri olmamasıdır. Nicel ve nitel yaklaşıma yönelik soru tiplerini örnekle açıklamak gerekirse öğrencilerden $f: R \rightarrow R$ $f(x) = x^2$ grafiğinin çizilmesi istediğinde öğrenciler x yerine değerler vererek y değerlerini bulurlar. Bulunan bu değerler analitik düzleme taşınarak birleştirildiğinde öğrenciler grafiği elde edeceklerdir. Bu öğrencilerin daha çok noktasal yani nicel düşünme becerilerinin kullandığı bir soru tipine örnektir. Ancak öğrencilere $f: R \rightarrow R$ $f(x) = x^2$ ifadesinin grafiği verilerek onlardan $f: R \rightarrow R$ $f(x)$ grafiğinin çizimi istediğinde bazı öğrenciler yine $f: R \rightarrow R$ $f(x) = 4x^2$ ifadesini elde ederek noktasal bir yaklaşım sergileyebilir. Ancak bazı öğrencilerde burada $f: R \rightarrow R$ $f(x) = x^2$ ifadesinin grafiği verildiği için grafiksel temsilden grafiksel temsile geçiş yaparak parabolün kollarının $f: R \rightarrow R$ $f(x) = x^2$ 'den daha dar olacağı yorumunu yaparak çizimi doğrudan yapabilir. Dolayısıyla bu örnekte görüldüğü gibi öğrencilerin hem noktasal düşünme becerilerini hem de öteleme, dönüştürme bilgilerini

kullanarak temsillerden temsillere geçiş becerilerini yoklayan bu tip soruların öğrencileri nitel düşünmeye yönlatici sorular olduğu söylenebilir. Yürütülen bu çalışmada grafik çizme anlamında öğretmen adaylarının çok yönlü gelişimi arzu edildiğinden nitel düşünmeye yönlatici sorular tercih edilmiştir. Yukarıda nitel düşünmeye yönlatici soru olarak grafiksel temsilden grafiksel temsile geçiş örneği verilse de bir sorunun nitel düşünme becerilerine yönelik olması için her zaman grafiksel temsilden grafiksel temsile geçiş şeklinde sorulması zorunlu değildir. Dolayısıyla yürütülen bu çalışmanın ön testinde öğretmen adaylarına $f: (-2,2] \rightarrow [0,4]$ aralığında tanımlanan cebirsel ifadesi $f(x) = x^2$ olan fonksiyon verilmiştir. Verilen bu bilgilerden yola çıkarak öğretmen adaylarından $2. f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çizmeleri, tanım ve görüntü aralığını yazmaları istenmiştir. Ön testte yapılan hatalar incelendiğinde öğretmen adaylarının noktasal bir yaklaşımla bazı hatalar olsa da genel anlamda $f(x) = x^2$ grafiğini doğru çiziyor, ancak $2. f(x)$ grafiğini çizerken noktasal düşünmeye devam ettikleri için tanım kümesini iki kat genişletme, görüntü kümesini 4 kat genişletme şeklindeki aşırı genelleme türünde hatalar yapılmaktadır. Oysa burada istenen grafikte fonksiyonun tanım kümesini oluşturan x değerleri değişmemiştir. Fonksiyon 2 kat genişletildiği için görüntü kümesi iki kat genişlemelidir. Yapılan bu hataların hepsinin temelinde tanım görüntü kümesine yönelik grafik okuma yorumlama becerilerinin eksik olması ve öğretmen adaylarının grafik çizerken gösterdikleri noktasal yaklaşımın sebep olduğu düşünülmektedir. Ön testteki bu soruya yönelik gerek grafik çizme hatalarının gerekse tanım ve görüntü kümesini belirlemeye yönelik yapılan hataların giderilmesi için teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre yürütülen dersin açıklama ve değerlendirme aşamasında benzer sorulara yer verilmiştir. Ön test çizimleri incelendiğinde öğretmen adayları çizdikleri $f(x) = x^2$ grafiğine bağlı olarak $2. f(x)$ grafiğini şekil olarak doğru çizmeler de tanım ve görüntüye yönelik okuma ve yorumlama hatalı yapıldığı için $2. f(x)$ grafiğinin son hali ve üzerindeki değerler yanlış olmuştur. Açıklama aşamasında özellikle hataların temelindeki bu durumu gidermek için benzer örnek soruların çizimi öğretmen adayları çizdikten sonra GeoGebra üzerinde yapılarak oluşan grafiklerin tanım ve görüntü kümelerinin incelenmesi sağlanmıştır. Burada amaç GeoGebra'nın dinamik yapısını kullanarak dönüşüm, öteleme gibi durumlara dikkat çekip nitel düşünme becerilerini harekete geçirmek ve okuma yorumlama becerilerini geliştirmektir. Değerlendirme aşamasında grafik çizme ile ilgili ders dışı bir zamanda yapabilecekleri ödevler verilmiştir ve öğretmen adaylarının yaptıkları çizimler ve hatalar araştırmacı tarafından incelenmiştir. Değerlendirme aşamasında öğretmen adaylarına verilen ödevlerde ön testte ve açıklama aşamasında sorulan grafik çizme sorularına benzer sorular verilmiş olup bu ifadenin grafiğini çizerek tanım ve görüntü kümelerini

bulmaları istenmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarına dört tane grafik çizme sorusu sorulmuştur. Öğretmen adaylarının tanım ve görüntü kümesine yönelik ödevlerinde yaptığı çizimler incelendiğinde genel olarak doğru olduğu, yapılan teknoloji destekli TGAD öğretimi ile ön testteki durumlarına nispeten olumlu yönde gelişim göstermişlerdir. Bu gelişimin olumlu yönde olduğu hatalı çizimlerden de anlaşılmaktadır. Çünkü öğretmen adaylarının çoğu kendilerinden istenen grafiklerde tamamen yanlış çizimler yapmadan belirli bir yere kadar doğru çizimler yapmışlardır. Ayrıca bazı öğretmen adaylarının hatalı çizimleri incelendiğinde aslında grafiği gelişmiş bir bakış açısı olan nitel yaklaşımla doğru çizdiği ancak noktasal yaklaşım sergilemesi gereken bölümde işlem hataları yaptıkları için tanım ve görüntü kümelerini belirlerken basit hatalar yaptıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının değerlendirme aşaması için verilen ödevlerinde yaptıkları çizimler incelendiğinde belirli fonksiyonları çizmekte zorlandıkları söylenemez. Ancak hatalı çizilen bütün grafiklerde yapılan hataların temelinde öğretmen adaylarının grafik çizerken noktasal (nicel) yaklaşımı tek başına kullanmaları yer almaktadır. Bu durumu kısaca özetlemek gerekirse grafik çizimine noktasal yaklaşım çok fazla işlem gerektirmektedir ve bu işlemler belirli bir sıraya göre yapılmalıdır. İşlemlerin sırasında ya da kendisinde yapılan hatalar grafik çiziminin de hatalı olmasına neden olmaktadır. Grafikler hatalı olarak ortaya çıktığında tanım ve görüntü kümesine ilişkin yapılan yorumlarda hatalı olmaktadır. Özellikle tanım kümesinde hata yapılmıştır. Tanım kümesinde yapılan hatanın ise noktasal düşünmeden kaynaklı aşırı genelleme türünde bir yanlgı olduğu söylenebilir. Çünkü 4. $f(x)$ grafiğini çizerek tanım kümesinin yazılması istendiğinde bu tip hatayı yapan öğretmen adayları kendilerine verilen $f(x)$ fonksiyonunun tanım kümesinin uç değerlerini doğrudan 4 ile genişleterek bulmaktadırlar. Bu durum aşırı genelleme şeklinde yapılan bir yanlgı olduğunu göstermektedir. Öte yandan grafik çiziminde sadece noktasal yaklaşım gösteren bazı öğretmen adayların parabol gibi ikinci dereceden fonksiyon grafiklerini genel olarak doğru çizse de logaritma ve üstel fonksiyon grafiklerinde noktaları birleştirirken hata yaptıkları görülmüştür. Burada öğretmen adayı ikinci dereceden fonksiyon grafiğini önceden taslak olarak bildiği için noktaları doğru birleştirmiştir. Ancak logaritma ve üstel fonksiyona yönelik zihninde taslak bir şema olmadığı için noktaları yanlış birleştirerek süreçsel olarak (nitel anlamda) bir hata yapmıştır. Bu durum bazı grafiklerin çiziminde noktasal bir yaklaşımla grafik çizerken bile zihindeki grafiksel temsilden başka bir grafiksel temsile geçiş yapabilmeyen ne kadar gerekli ve önemli olduğunu göstermektedir. Öğretmen adaylarına ödevlerindeki yaptıkları grafik çizim hatalarının temelinde yatan etkenlerin neler olduğu gösterebilmek amacıyla değerlendirme aşaması dersinde yapılan hatalar araştırmacı tarafından

önceden sınıflandırılmıştır. Her soru ve her hata türüne yönelik öğretmen adaylarının yapmış olduğu hatalı çizimler etik kurallar çerçevesinde örnek olarak tahtaya yansıtılarak sınıf içi tartışmalar ile grafikteki hatalar bulunmaya çalışılmıştır. Yapılan tartışmalardan sonra her grafiğin doğru çizimi GeoGebra’da yapılarak tanım ve görüntü kümesi incelemesi yapılarak öğretmen adaylarının hatalarını görmeleri ve derse yönelik sonuç çıkarmaları sağlanmıştır. Çalışmadaki ön test ve son test bulguları karşılaştırıldığında son testte kısmen doğru yapanların azalması, yanlış yapan öğretmen adayının kalmaması ve doğru yanıt verenlerin sayısının artması yapılan teknoloji destekli TGAD öğretimi sonrasında tanım ve görüntü kümesine yönelik öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerinde önemli bir ilerleme olduğunu göstermektedir. Tanım görüntü kümesine yönelik yapılan ders hakkındaki görüşlerinde en fazla “*Hataların fark edilmesi*” ifadesinin öğretmen adayları tarafından söylenmesi bu bulguyu destekler niteliktedir. Birbirinden farklı öğretmen adaylarının grafik çizme ön test ve son test bulguları karşılaştırılarak incelendiğinde nitel düşünme becerilerinin geliştiği ve istenen grafiği doğrudan çizebildikleri görülmüştür. Bu durumun oluşmasında öğretim sürecinde nitel düşünmeye yöneltici soruların kullanılmasının ve GeoGebra uygulamalarının etkisi olduğu düşünülmektedir. Nitekim teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders hakkındaki öğretmen adaylarının görüşleri incelendiğinde en fazla söylenen görüşlerden birinin “*GeoGebra'daki dinamik yapının beğenilmesi*” ifadesi olduğu görülmektedir. Ayrıca dört öğretmen adayı da “*Soruların beğenilmesi*” şeklinde yapılan öğretim ile ilgili görüşlerini ifade etmiştir. Nitekim ilgili alanyazındaki pek çok çalışmada da bu araştırmadaki bulgulara benzer GeoGebra'nın matematik öğretiminde önemli faydalar sağladığını gösteren sonuçlar elde edilmiştir (Koşum, 2022; Sevgi ve Soylu, 2022). Ayrıca öğretmen adaylarının görüşlerindeki GeoGebra ve öğretim sürecindeki sorularla ilgili bu düşünceleri, yapılan öğretim sonucunda grafik çizmede yaşanan ilerlemenin sebeplerini göstermektedir. GeoGebra fonksiyonları cebirsel tanımlayarak sembolik ve görselleştirme özelliği olduğu için Bilgisayar Cebir Sistemi olarak, nokta doğru ve konik kesitleri gibi kavramlar arasında dinamik ilişkiler sağladığı için Dinamik Geometri Yazılımı olarak tanımlanmaktadır (Kutluca ve Zengin, 2011). Matematik eğitiminde Geometri ve Cebir arasındaki ilişkiyi kurma bakımından GeoGebra'nın hem Bilgisayar Cebir Sistemi hem de Dinamik Geometri Yazılımı olması en temel ve en önemli özelliğidir (Antohe, 2009; Dikovic, 2009b; Hohenwarter & Jones, 2007) Bu bakımdan çoklu temsiller arasındaki geçişin öğretilerek nitel düşünme becerilerinin geliştirilmesinde GeoGebra yazılımının önemi yadsınamaz bir gerçektir. Teknolojik olarak GeoGebra uygulamaları ile TGAD öğretim yöntemine göre yürütülen tanım ve görüntü kümesine yönelik ders hakkında öğretmen

adaylarının görüşleri Kutluca ve Zengin (2011) tarafından yapılan çalışmanın sonuçları benzerlik taşımaktadır. Kutluca ve Zengin (2011) yaptığı çalışmada 10. sınıf öğrencileri ile ikinci dereceden fonksiyon grafiklerinin öğretimine yönelik GeoGebra uygulamaları ile etkinlikler yapılarak, öğrencilerin ders hakkındaki görüşleri incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin GeoGebra uygulamaları ile işlenen dersin daha öğretici, eğlenceli ve ilgi çekici olduğu, çalışma ortamındaki görsel ve dinamik öğelerin ise öğrenmede kalıcılığı arttırdığını ifade ettikleri görülmüştür. Bu bağlamda gerek yürütülen bu çalışmadan elde edilen bulgularla gerekse ilgili alan yazındaki bilgilerden faydalanarak GeoGebra uygulamasının cebirsel ve dinamik özelliğinin grafik çizmede nitel düşünme becerilerinin geliştirilmesinde önemli faydalar sağladığı söylemek mümkündür. Ayrıca bu çalışmada öğretmen adaylarının teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen tanım ve görüntü kümesi konusunda grafik çizme ile ilgili yapılan ders hakkında diğer olumlu görüşleri “*Açıklama aşaması öğretmen davranışlarını beğenilmesi.*”, “*Grafiklerin dinamik bir şekilde açıklanmasının beğenilmesi.*” ve “*Fonksiyon grafiklerinin bireysel olarak çizilmesi.*” şeklindedir. Dolayısıyla bu durum teknoloji destekli TGAD öğretimi ile yürütülen dersin tanım ve görüntü kümesi konusunda öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerine olumlu etkileri olduğunu destekler niteliktedir. Öğretim sürecini yansıtmak için ele alınan öğretmen adaylarının ilgili soruya verdikleri ön test ve son test cevapları karşılaştırıldığında son testte verilen grafiklerde detaylı açıklamalar yaparak, matematiksel dilin daha düzgün kullanarak verilen grafikleri tanım ve görüntü kümelerini daha doğru çizmeleri de bu dersten elde ettikleri olumlu gelişimi göstermektedir. Tanım ve görüntü kümesi konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen ders hakkında öğretmen adayları grafik çizme ile ilgili pek çok farklı görüş belirtmişlerdir. Bu görüşlerin çoğu olumlu görüşlerdir. Öte yandan öğretmen adaylarının tanım ve görüntü kümesi dersine yönelik olumsuz görüşleri incelendiğinde olumsuz görüşlerin olumlu görüşlere göre az olması dikkat çekicidir. Ayrıca öğretmen adaylarına derse yönelik olumsuz görüşleri sorulduğunda çoğunlukla “*Olumsuz düşüncem yok.*” şeklinde yanıt verilmesi adaylar açısından dersin olumlu geçtiğinin bir göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca öğretmen adayları grafik çizme ile ilgili derse yönelik herhangi bir olumsuz görüş belirtmemişlerdir. Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda tanım ve görüntü kümesi konusunda grafik çizmeye yönelik sorulan soruya doğru cevap verenlerin sayısının son test lehine artış göstermesi, yapılan öğretim ile ilgili öğretmen adaylarının genel olarak olumlu görüşlere sahip olması yürütülen tez çalışması kapsamında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen dersin grafik çizme bağlamında amacına ulaştığını göstermektedir.

5.2.3. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Birebir ve Örten Fonksiyon Konusunda Grafik Çizme Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma:

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları incelendiğinde istenen grafiği çoğu öğretmen adayının kısmen doğru ya da yanlış çizdiği, ancak doğru çizim yapan öğretmen adaylarının da olduğu görülmektedir. Araştırmadan elde edilen bu bulgu ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerilerinde öğretim öncesinde eksiklikleri olduğunu ve hatalar yaptıklarının göstermektedir. Ayrıca çalışma kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik çizme ön test bulguları kısmen doğru ve yanlış cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında en fazla hata yapılan üçüncü konunun birebir ve örten fonksiyon olduğu görülmüştür. Bu durum adayların birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafiklerini çizmede öğrenme zorlukları yaşadıkları şeklinde yorumlanabilir. Nitekim teknoloji destekli TGAD öğretimi sonrasında yapılan son testteki ilgili soruda kısmen doğru yapanların azalması, yanlış yapan öğretmen adayının kalmaması ve doğru yanıt verenlerin sayısının artması yapılan öğretimin olumlu olduğunu gösterse de kısmen doğru cevap verenlerin hala olması bu konuyu öğretmen adaylarının öğrenmekte zorluklar yaşadığını destekler niteliktedir. Ayrıca grafik okuma ve yorumlamada öntest bulgularına göre öğretmen adayları tarafından en fazla hata yapılan ikinci konu birebir ve örten fonksiyon konusudur. Araştırma kapsamında geliştirilen teknoloji destekli TGAD öğretim süreci birebir ve örten fonksiyon olma durumunu grafiksel temsillerden okuma ve yorumlama bağlamında önemli katkılar sağlasa da grafik okuma ve yorumlama son test bulguları incelendiğinde diğer konulara göre en fazla hata yapılan ikinci konunun yine birebir ve örten fonksiyon olduğu görülmüştür. Bu durum öğretmen adaylarının grafik okuma ve yorumlama bağlamında birebir ve örten fonksiyon ile ilgili köklü kavram yanlışlarına sahip olduklarını göstermektedir. Dolayısıyla yürütülen bu tez çalışmasında grafik okuma ve yorumlamada teknoloji destekli TGAD öğretim öncesi ve sonrasında diğer konulara göre en fazla hata yapılan ikinci konunun birebir ve örten fonksiyon konusu olması ve bu anlamda öğretmen adaylarının sahip olduğu köklü kavram yanlışlarının grafik çizme ön test ve son test bulgularına da yansıtıldığı düşünülmektedir. Ancak birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön test ve son test bulguları karşılaştırıldığında son testte kısmen doğru yapanların azalması, yanlış yapan öğretmen adayının kalmaması ve doğru yanıt verenlerin sayısının artması yapılan öğretimin olumlu olduğunu göstermektedir. Yapılan teknoloji destekli TGAD öğretiminin olumlu etkileri olsa da bu çalışmada öğretmen adayları tarafın birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizmede yapılan hataların incelenmesi ve bu hatalarının

karakteristiğinin ortaya konması gerek ilgili yazına gerekse çalışma kapsamında tasarlanan öğretimin etkilerini objektif bir şekilde yansıtmak anlamında önemli olduğu düşünülmektedir.

Birebir ve örten fonksiyon konusuna yönelik grafik çizmede yapılan hataları ve nedenlerini analiz etmek için ön testteki yanıtlar ve değerlendirme aşamasındaki yapılan ödevler incelendiğinde bazı hatalar dikkat eksikliğinden kaynaklanan basit hatalar olsa da bazılarının ise dikkat çekici olduğunu söylenebilir. Ayrıca ön testte yapılan çizimler incelendiğinde öğretmen adayların çoğunlukla grafik çizerken noktasal yaklaşım göstermektedirler. İlgili alanyazın incelendiğinde de öğrencilerin noktasal (nicel) yaklaşıma daha yatkın olduğu belirtilmektedir (Bayazıt, 2011). Ancak öğretmen adaylarının grafik çizmede çoğunlukla sadece noktasal (nicel düşünme) yaklaşım göstermeleri istenen bir durum olmamakla birlikte zaman zaman hata yapmalarına neden olmaktadır. Bu durumun giderilmesi için yürütülen tez çalışmasında gerek ön testte ve son test soruları gerekse öğretim sürecindeki açıklama örnek soruları ve değerlendirme aşaması ödevleri öğretmen adayların nitel ve nicel düşünme becerilerini bir arada kullanmalarını gerektirecek şekilde hazırlanmıştır. Örneğin $f(x) = x^2$ şeklinde verilen grafiğin parabol grafiği olduğunu bilen öğrenciler bu grafiğe doğrudan “*Birebir değildir. Çünkü tanım kümesindeki iki elemanın görüntüsü aynıdır.*” diyebilir. Bu açıklama doğru bir bakış açısı gibi görünse de grafiğe ya da cebirsel ifadeye aşırı yoğunlaşma söz konusudur. Bu ifadenin tanım ve değer kümesi $[0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ şeklinde olduğu takdirde grafiğin çizimi tamamen farklılaşacak ve birebir fonksiyon olacaktır. Dolayısıyla birebir örten fonksiyon konusunda grafik çizmeye yönelik öğretmen adaylarının grafiği tanım ve değer kümesi ile bir bütün halinde düşünmesini gerektirecek, nitel düşünme becerilerini aktifleştirmeye yönelik sorular yazılmasına özen gösterilmiştir.

Birebir ve örten fonksiyon konusunda grafik çizmeye yönelik ön testteki ve öğretim sürecinin değerlendirme aşamasında öğretmen adayları tarafından yapılan çizimler genel anlamda incelendiğinde grafikler farklı olsa da yapılan hata kaynaklarının aynı olması dikkat çekmektedir. Özellikle ön testte bu hata durumuna daha sıkça rastlanmıştır. Ön testte hatalı çizim yapan öğretmen adaylarının çizimleri incelendiğinde sadece noktasal yaklaşım gösterdikleri ve bu durumun birebir örten fonksiyonlarda bazen kısmi hatalara bazen de yanlışlara neden olduğu görülmüştür. Nitekim ön testte verilen $[0, +\infty) \rightarrow R, f(x) = 4x^2 + 2$ fonksiyonun noktasal yaklaşımla çizilmesi sonucu öğretmen adayları bazen tanım ve değer kümesine dikkat ederek nokta nokta grafiği düzgünce oluştursalar da noktaları birleştirirken doğrusal çizme eğilimi sergiledikleri görülmektedir. Oluşan grafiğin birebir ve örtenliğe yönelik yorumu ve grafikteki kritik noktalar doğru olduğu için verilen yanıt “Kısmen doğru”

olarak değerlendirilmiştir. Ancak çizilen grafikleri başlı başına değerlendirilirse, noktasal çizim sonucu öğretmen adayları fonksiyonu cebirden bağımsız düşünerek doğrusal çizimleri grafiğin hatalı çizildiğini ve nitel düşünme becerisinin kullanılmadığını göstermektedir. Öğrencilerin noktasal düşünmeye bağlı doğrusal çizim yapmaları ilgili alan yazında “Doğrusal grafik çizme eğilimi” olarak geçmektedir (Leinhardt vd, 1990).

Öğretmen adayının sadece noktasal yaklaşımla grafik çizmelerinin neden olduğu bir diğer hatalı durum ise $[0, +\infty) \rightarrow R$, $f(x) = 4x^2 + 2$ grafiğini tanım ve değer kümesine bakmadan parabol şeklinde çizimleri sonucu oluşmuştur. Bu hata sonucu çizilen grafiğin doğru grafik çizimiyle çok büyük farklılıkları olduğu için birebir ve örtlenliğe yönelik yorumlarda yanlış olmuştur. Her yönü ile hatalı bir yanıt ortaya çıktığı için de verilen cevap “yanlış” olarak kabul edilmiştir. Noktasal yaklaşım ile grafik çizmek sistematik bir süreçtir. Bu sürece tanım kümesindeki en küçük elemanın görüntüsünü bularak başlayıp adım adım ilerlemek gerekir. Daha sonra bulunan noktalar, cebirsel ifadeye dikkat edilerek birleştirilmelidir. Burada öğretmen adayı tanım ve değer kümesine dikkat etmeksizin değer verdiği için grafik parabol şeklinde ortaya çıkmıştır ve elde ettiği grafiği birebir ve örtlen olarak değerlendirmiştir. Dolayısıyla yapılan hatanın kaynağında noktasal yaklaşımın yanlış uygulanması olduğu söylenebilir. İlgili alan yazında bu durum “*Fonksiyonun tanım ve değer kümesinden bağımsız olarak matematiksel bir varlık olarak kabul edilmesi*” şeklinde geçmektedir (Bayazıt ve Aksoy, 2010). Özkaya ve İşleyen (2012) tarafından yapılan çalışmada öğretmen adaylarının fonksiyon grafiklerinden korktukları ve endişeye kapıldıkları için fonksiyonun yapısını unutarak grafiğe aşırı odaklandıkları için hata yaptıkları belirtilmektedir. Bu tez çalışmasında öğretim öncesinde öğretmen adayları grafik çizme becerileri sınırlı olduğu için grafiklere endişeyle bakmaları ve grafiği doğru çizmeye aşırı odaklanmalarına neden olmuş olabilir. Grafiğe aşırı odaklanma durumu öğretmen adaylarının fonksiyonun yapısındaki tanım ve değer kümelerini unutarak tek başına matematiksel bir varlık algısı oluşturabilir. Dolayısıyla noktasal yaklaşım ile grafik çizerken tanım ve değer kümesinden bağımsız değerlerin verilmesi grafik çiziminin hatalı olmasına neden olduğu düşünülmektedir.

Ön testten elde edilen bulgularda grafiklere sadece noktasal yaklaşım gösterilmesi ya da noktasal yaklaşımın hatalı kullanılması durumları grafiklerin hatalı çizilmesinde temel hata kaynaklarını oluşturmaktadır. Nitekim bu hata kaynakları çok sık olmasa da değerlendirme aşamasında yapılan ödevlerde ya da son test bulgularında da görülmektedir. Bu hata durumlarının azalmasının sebebi ise açıklama aşamasında yapılan grafik çizimine yönelik ders ile değerlendirme aşamasındaki grafik çizim hatalarının değerlendirilmesine yönelik

derstir. Birebir örten fonksiyona yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre yürütülen dersin açıklama aşamasında ön testte verilen soruya benzer olup cebirsel ifadesi farklı olan fonksiyonlar verilerek öğretmen adaylarının çizmesi sağlanmıştır. Dolayısıyla çizilen grafikler ile ilgili sınıf içi paylaşımları ve tartışmaları yapılmasının ardından dersi yürüten araştırmacı gerek GeoGebra’da gerekse tahtada grafiklerin doğru çizimlerini göstermiştir. Araştırmacı grafikleri çizerken öncelikle cebirsel ifadeye bakarak taslak çizim yapmanın önemini vurgulamıştır. Burada amaç öğretmen adaylarından bütünsel bir bakış açısı kazandırarak alışlagelen doğrudan gösterilen noktasal yaklaşımın önüne geçmektir. Böylece doğrusal grafik çizimi gibi hata durumlarını engel olunması amaçlanmıştır. Daha sonra ise araştırmacı taslak çizim üzerinde tanım ve değer kümesine yönelik noktasal düşünmenin nasıl uygulanması gerektiğini göstererek grafik çizimini tamamlamıştır. Burada amaç grafik çiziminde nitel ve nicel düşünme becerilerini bir arada kullanılmasının gerekliliğine dikkat çekmekle birlikte, noktasal yaklaşımın sistematik olarak doğru kullanımını göstermektir. Açıklama aşamasında bu yönde yapılan öğretimden sonra değerlendirme aşaması dersine yönelik verilen grafik çizme ödevleri incelendiğinde öğretmen adaylarının grafik çizimi hatalarında bir azalma görülmüştür.

Değerlendirme aşamasında cebirsel olarak farklı grafiklerin sorulmasına özen gösterilmiştir. Bunun için mutlak değerli trigonometrik bir fonksiyon, karekök ve üstel fonksiyon olmak üzere üç farklı grafik çiziminin yapılması istenmiştir. Ayrıca bazı grafiklerin şekilleri öğrencilerin zihninde hazır olarak bulunduğu için aşırı genellemeye giderek doğrudan “*birebirdir*” ya da “*örtendir*” şeklinde cevap vermemesi için tanım ve değer kümeleri farklılaştırılmıştır. Değerlendirme aşamasındaki ödevlerdeki hatalar incelendiğinde öğretmen adaylarının belirli bir cebirsel ifadeyi çizmekte daha çok zorlandığına yönelik bir bulgudan bahsedilemez. Ancak hataların kaynağının ön testteki bulgularda olduğu gibi sadece noktasal yaklaşımın ya da bu yaklaşımın yanlış kullanılmasından kaynaklandığı görülmüştür. Hataların değerlendirilmesine yönelik yapılan derste bu hata kaynaklarına öğretmen adaylarının kendi yaptığı çizimler sunularak dikkat çekilmeye çalışılmıştır. Burada dersi yürüten araştırmacı doğrudan müdahale etmemektedir. Örnek hatalı çizimleri öğretmen adayları sınıf içi tartışmalarla yorumlamaktadır. Grafiklerin doğruları ise tartışma esnasında ya gönüllü olan öğretmen adaylarının tahtaya çizmesi ile ya da GeoGebra’ da çizilerek kontrol edilmiştir. Birebir örten fonksiyon konusuna yönelik teknolojiyi destekli TGAD öğretim yöntemine göre yürütülen dersin açıklama ve değerlendirme aşamasında yapılan etkinlikler öğretmen adaylarının grafik çizme becerisine olumlu yansımalar olmuştur. Nitekim bu durum son test bulgularında doğru yapan öğretmen adaylarının artması, yanlış yapan öğretmen

adayının olmaması ve kısmen doğru yapanların azalmasından anlaşılmaktadır. Ayrıca grafik çizme bağlamında ön test ve sontest bulguları doğru cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında diğer konulara göre doğru yapanların sayısında en fazla artış gösteren ikinci konu birebir ve örten fonksiyon konusudur. Öğretim sürecini yansıtmak için ele alınan öğretmen adaylarının ilgili soruya verdikleri ön test ve son test cevapları karşılaştırıldığında son testte çizdikleri grafikleri yorumlarken süreçsel bir inceleme olan yatay doğru testinden bahsetmeleri çizim yaparken taslak çizim kullanmaları birebir örtenlik durumuna yönelik daha detaylı açıklamalar sunmaları bu dersten elde ettikleri gelişimi göstermektedir. Birebir öğretmen fonksiyon konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekte TGAD öğretim yöntemiyle yürüten ders hakkında öğretmen adayları beraber çizimi ile ilgili pek çok farklı görüş belirtmişlerdir. Bu görüşlerin çoğu olumlu görüşlerdir grafik çizimi ile ilgili en fazla ifade edilen “*Grafik çizim yöntemini öğrendim.*” görüşüdür.

Ayrıca “*Grafik çizimin öğrenmeye katkı sağlaması.*”, “*Grafiklerin düşündürücü olması*” gibi diğer görüşler de dersin olumlu yansımaları olduğunu destekler niteliktedir. Dersin geneline yönelik en fazla söylenen “*GeoGebra üzerinden inceleme yapılması*” ve “*Dersin aşamalı olması*” görüşleri de tasarlanan teknoloji destekli TGAD öğretiminin öğretmen adayları tarafından beğenildiğini göstermektedir. Öte yandan öğretmen adaylarına derse yönelik olumsuz görüşleri sorulduğunda çoğunlukla “*Beğenmediğim bir şey yok.*” şeklinde yanıt verilmesi adaylar açısından dersin olumlu geçtiğinin bir göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Üç öğretmen adayının ise öneri niteliğinde “*Tahtada daha fazla soru çözmek istenmesi.*”, “*Benzer fonksiyonların verilmesi*” ve “*Aşamaları erken tamamlayanların diğerlerini beklemesi.*” gibi görüşlerde bulunmuşlardır. Öğretmen adaylarının matematiğin geleneksel öğretim şeklinde yapılan tahtaya kalkıp soru çözmeye alışkın olmaları nedeniyle böyle bir öneri sunmuş olabileceği düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının çoğu teknoloji destekli öğretimi beğenseler de alışkın oldukları geleneksel yaklaşımı aramaları teknoloji destekli öğretime alışkın olmadıklarını göstermektedir. Nitekim ilgili alanyazında öğrencilerin teknoloji destekli öğretime alışık olmadığını gösteren pek çok çalışma mevcuttur (Güveli, 2004; Orçanlı ve Orçanlı, 2016). Tez çalışması kapsamında yürütülen öğretimde her aşamanın tamamlanmasının ardından sınıf içi tartışmalar yapıldığı için öğretmen adayları birbirlerini beklemek durumundadırlar. Bu durum akran öğrenmesinin getirdiği, bireysel öğrenmeyi tercih eden öğretmen adayları tarafından olumsuz bir durum olabilir. Ancak bu sürelerin çok uzamaması için her aşama için belirli bir süre araştırmacı tarafından belirlenerek öğretmen adaylarına da bu süre söylenmiştir. Bu durum ders ile ilgili olumlu görüş bildiren öğretmen adaylarının ifadelerine “*Dersin aşamaları için süreyi kronometre ile gösterilmesi.*”

şeklinde yansımıştır. Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda birebir ve örten fonksiyon konusunda grafik çizmeye yönelik sorulan soruya doğru cevap verenlerin sayısının son test lehine artış göstermesi, yapılan öğretim ile ilgili öğretmen adaylarının genel olarak olumlu görüşlere sahip olması yürütülen tez çalışması kapsamında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen dersin grafik çizme bağlamında amacına ulaştığını göstermektedir.

5.2.4. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Ters Fonksiyon Konusunda Grafik Çizme Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma: Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları incelendiğinde istenen grafiği çoğu öğretmen adaylarının yanlış ya da kısmen doğru çizdiği, doğru çizim yapan öğretmen adaylarının ise çok az olduğu görülmektedir. Araştırmadan elde edilen bu bulgu ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerilerinde öğretim öncesinde eksiklikleri olduğunu ve pek çok hata yaptıklarını göstermektedir. Ayrıca çalışma kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik çizme ön test bulguları kısmen doğru ve yanlış cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında en fazla hata yapılan ikinci konunun ters fonksiyon olduğu görülmüştür. Bu durum adayların ters fonksiyon konusuna yönelik grafiklerini çizmede öğrenme zorlukları yaşadıkları şeklinde yorumlanabilir. Nitekim teknoloji destekli TGAD öğretimi sonrasında yapılan son testteki ilgili soruda doğru ve kısmen doğru yapanların artması öğretimin olumlu olduğunu gösterse de kısmen doğru cevap verenlerin ve yanlış yapanların olması bu konuyu öğretmen adaylarının öğrenmekte zorluklar yaşadığını destekler niteliktedir. Grafik okuma ve yorumlamada ön test ve son test bulgularına göre öğretmen adayları tarafından en fazla doğru yanıt verilen hatta yanlış yapılmayan konu ters fonksiyon konusudur. Dolayısıyla öğretmen adayların ters fonksiyon konusunda grafik çizmede yaşadıkları zorluğun kaynağının bu konu ile ilgili grafik okuma yorumlama becerilerine bağlamak doğru olmaz. Grafik okuma ve yorumlamada ön test ve son test bulgularına göre öğretmen adayları tarafından en fazla hata yapılan konulardan biri tanım ve görüntü kümesi iken diğeri ise birebir örten fonksiyon konusu olması dikkat çekicidir. Bu durum öğretmen adaylarının grafik okuma ve yorumlama bağlamında tanım ve görüntü kümesi konusunda ve birebir ve örten fonksiyon ile ilgili köklü kavram yanlışlarına sahip olduklarını göstermektedir. Bu konular birbirine temel teşkil eden konulardır. Örneğin bir öğrenci grafiksel temsiller tanım ve görüntü kümesini belirlemede hata yapıyorsa, tanım ve görüntü arasındaki ilişkilere bakarak birebir ve örtenlik ile ilgili yorum yaparken büyük olasılıkla hata yapacaktır. Öte yandan bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olabilmesi için birebir ve örten olması gereklidir. Bu bağlamda ters fonksiyon konusunun birebir ve örten

fonksiyon konusu ile ilişkili olduğu söylemek mümkündür. Dolayısıyla yürütülen bu tez çalışmasında grafik okuma ve yorumlamada teknoloji destekli TGAD öğretim öncesi ve sonrası ele alınarak diğer konulara göre en fazla hata yapılan konular tanım ve görüntü kümesi ile birebir ve örten fonksiyon konusu olması ve bu anlamda öğretmen adaylarının sahip olduğu köklü kavram yanlışlarının ters fonksiyon konusunda grafik çizme ön test ve son test bulgularına da olumsuz olarak yansıdığı söylenebilir. Ayrıca grafik çizme ön test bulgularına göre en fazla hata yapılan iki konunun tek ve çift fonksiyon ile ters fonksiyon konusunun olması her iki konunun temelinde simetri alma bilgi ve becerisinin öğretim öncesinde yeteri kadar kullanılmamasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Ters fonksiyon konusunun öğretimini zorlaştıran bu duruma rağmen yapılan öğretimin öğretmen adaylarının bu konudaki grafik çizme becerilerine etkisini başlı başına değerlendirmek için ön test ve son test bulguları karşılaştırıldığında son testte doğru ve kısmen doğru yanıt verenlerin sayısının artması yapılan öğretimin olumlu olduğunu göstermektedir. Ters fonksiyon konusunda yapılan teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre yürütülen dersin olumlu etkileri olsa da son testte yanlış yanıt verenlerin olması ve kısmen doğru yanıtlayanların sayısının biraz fazla olması bu çalışmada öğretmen adayları tarafından ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizmede yapılan hataların incelenmesini değerli kılmaktadır. Ayrıca hatalarının karakteristiğinin ortaya konması gerek ilgili alanyazına katkı sağlaması açısından gerekse çalışma kapsamında tasarlanan öğretimin etkilerini objektif bir şekilde yansıtmak anlamında önemli olduğu düşünülmektedir.

Ters fonksiyon konusuna yönelik grafik çizmede yapılan hataları ve nedenlerini analiz etmek için ön testteki yanıtlar ve değerlendirme aşamasındaki yapılan ödevler incelendiğinde bazı hatalar dikkat eksikliğinden kaynaklanan basit hatalar olsa da bazılarının ise dikkat çekici olduğunu söylenebilir. Ayrıca ön testte yapılan çizimler incelendiğinde öğretmen adayların çoğunlukla grafik çizerken noktasal yaklaşım göstermektedirler. İlgili alan yazın incelendiğinde de öğrencilerin noktasal (nicel) yaklaşıma daha yatkın olduğu belirtilmektedir (Bayazıt, 2011). Ancak öğretmen adaylarının ters fonksiyon konusunda grafik çizerken sadece noktasal yaklaşım kullanmaları bazen hata yapmalarına neden olmaktadır. Grafik çizerken nitel düşünme becerilerinin kullanımının daha az işlem yapma, pratiklik ve grafiğin tamamını bir bütün olarak görme gibi pek çok avantajları vardır. Bayazıt'ın da (2011) belirttiği üzere nitel algı sergileyenler cebirsel ve aritmetik işlem yapmadan grafiklerin genel gelişimlerini doğru yorumlayabilirler. Buna bağlı olarak nitel yaklaşım öğretmen adayının grafiğe süreçsel anlamda bir bakış açısı kazandırdığı için kavramlar arası ilişkinin kurulabilmesini de kolaylaştırmaktadır. Çünkü ters fonksiyon konusu, fonksiyon kavramı,

tanım, görüntü ve değer kümesi kavramları ve birebir- örten fonksiyon konusu ile ilişkilidir. Bu nedenle yürütülen tez çalışmasında ters fonksiyon konusunda kavramlar arası ilişkileri keşfetmelerini sağlayacak ve nitel düşünme becerilerini kullanmaları gerektirecek sorular kullanılmasına özen gösterilmiştir. Ancak bu çalışmadan elde edilen bulgulardan yola çıkarak grafik okuryazarlığının gelişimi için sadece nitel düşünme becerisi yeterli değildir. Nicel düşünme becerisi ile desteklenmesi gerekir. Bu nedenle yürütülen tez çalışmasında gerek ön test ve son test soruları gerekse öğretim sürecindeki açıklama aşaması örnek soruları ve değerlendirme aşaması ödevlerindeki sorular nicel düşünme becerilerini kullanmalarına gerektirecek şekilde hazırlanmıştır.

Ters fonksiyon konusunda grafik çizmeye yönelik ön testteki ve değerlendirme aşamasında yapılan hatalar incelendiğinde birbirinden farklı grafiklerde hata yapıldığı görülmüştür. Bu anlamda öğretmen adaylarının en fazla belirli bir fonksiyonun tersini çizmekte zorlandıklarını söylemek doğru değildir. Ancak ön testte ve değerlendirme aşamasında çizilen grafiklerdeki hata kaynağının aynı olduğunu söylemek mümkündür. Bu hata kaynağı ise diğer konularda da olduğu gibi öğretmen adaylarının grafik çizerken noktasal (nicel) yaklaşım göstermeleridir. Öğretmen adaylarının ön testte $f: R \rightarrow R$ $f(x) = 3x^2$ şeklinde verilen fonksiyonun tersine yönelik yaptıkları çizimler incelendiğinde noktasal yaklaşıma bağlı olarak yapılan iki hata dikkat çekicidir. Bu hataların ilkinde öğretmen adayları $f(x) = 3x^2$ grafiği üzerindeki noktaları birleştirmek suretiyle düzgünce çizmiştir. Daha sonra fonksiyonun tersini çizerken $f(x)$ üzerinde gösterdiği x değerini y 'ye, y değerini ise x 'e taşıyarak noktasal olarak fonksiyonu tersini almıştır. Böyle bir çözüm tarzı doğru gibi görünse de bu durum öğretmen adaylarının bazı hataları yapmalarına neden olmaktadır. Burada öğretmen adayları $f(x)$ grafiğini doğru çizdikleri ve ters fonksiyonun cebirsel temsillerinde gösterilen x ve y değerlerinin yerlerini değiştirme işlemi düzgün yaptıkları için belirli bir yere kadar doğru çözümler yapmışlardır. Sorunun çözülmesinde bir izlenen yol ele alındığından öğretmen adaylarının cevabı “Kısmen doğru” olarak kabul edilmiştir. Ancak elde ettikleri grafiği okuyup yorumlayarak kontrol etmedikleri için tam olarak doğru denilebilecek bir sonuca ulaşamamıştır. Çünkü öğretmen adayları grafiğin tersini doğru çizmeye aşırı odaklandıkları için işlemlerin içerisinde boğularak elde ettiği grafiğin fonksiyon belirtme durumunu kontrol etmeyi unutmuşlardır. Nitekim ters fonksiyon bir fonksiyon türüdür ve fonksiyon olma şartlarını sağlamak durumundadır. Dolayısıyla öğretim sürecinde grafiği doğru çizmeye aşırı odaklanan öğretmen adayları için grafik çizmeyi hep aynı rutin ile yaptıkları ve doğrudan grafik çizmeye geçtikleri de söylenebilir. Ayrıca noktasal grafik çizme yaklaşımını benimseyen bu öğretmen adaylarının ön testte fonksiyon kavramı ile ters

fonksiyon arasındaki ilişkiyi kuramadıkları görülmüştür. Noktasal yaklaşıma bağlı olarak ön testte yapılan dikkat çekici bir diğer hata ise öğretmen adaylarının kendilerine verilen $f(x) = 3x^2$ ifadesinde x gördükleri yere y , y gördükleri yere x yazarak cebirsel çözümler yapmak suretiyle çizdikleri grafiklerde belirlenmiştir. Cebirsel çözümleri yaparken hata yaptıkları için $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x}{3}}$ şeklinde elde ederek yine noktasal yaklaşım ile hatalı grafikler çizmektedirler. Öyle ki bu çözümü yapan bazı öğretmen adayları grafik çizimi de sadece noktasal yaklaşımı benimsedikleri için $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x}{3}}$ ifadesinin grafiğini doğrusal olarak çizmişlerdir. Ortaya çıkan grafik ile doğru grafik çizimi arasında büyük farklılıklar olduğu için bu şekilde yanıtlar “yanlış” olarak değerlendirilmiştir. Bu durum noktasal grafik çizme alışkanlığının doğrusal grafik çizme hatasının tekrarlanmasına neden olduğunu göstermektedir. Nitekim grafiklerle ilgili pek çok çalışmada bu hata türüne sıkça rastlanmaktadır (Bayazıt, 2011; Dunham & Osborne, 1991; Gültekin, 2009; Leinhardt, vd., 1990; Yurtyapan ve Kaleli Yılmaz, 2021). Öğretmen adaylarının ters fonksiyon grafiğini çizerken doğrudan cebirsel işlemler yapmalarına yönelik elde edilen bulgu ters fonksiyon ile ilgili yapılan bazı çalışmaların sonuçları ile benzerlik göstermektedir. Vidakovic (1996) tarafından yapılan bir çalışmada öğrencilerin fonksiyonun tersini bulurken x 'i yalnız bırakarak x yerine y ve y yerine x yazarak ters fonksiyonun kuralını bir rutin olarak gerçekleştirdiği, ancak x ile y 'nin yerlerini neden değiştirdiğini açıklayamadıkları belirlenmiştir. Ayrıca farklı çalışmalarda öğrencilerin ters fonksiyonun belirlenmesini cebirsel işlemlerin tersten yapılması (x ve y değişkenlerinin yerlerinin değiştirilmesi) şeklinde algıladıkları, bunun sonucu olarak da grafiksel temsil ile verilen bir fonksiyonun ters fonksiyonunu bulamadıkları (Eisenberg, 1991; Even, 1992) ve sayısal temsil ile verilen fonksiyonun tersinin değerini de belirleyemedikleri (Engelke vd., 2005) ifade edilmektedir. Bununla birlikte Even (1992) tarafından yapılan çalışmada bazı öğrencilerin “*Her fonksiyonun tersi vardır ve cebirsel olarak verilmiş olan bir fonksiyonun tersi, ters işlem kuralı uygulanarak ve fonksiyon sürecindeki işlemsel zincir sondan başa doğru çözümlenerek elde edilebilir.*” şeklinde kavram yanılgılarına ya da kısıtlı anlayışlara sahip olduğu belirtilmektedir. Dolayısıyla ilgili alanyazından ve yürütülen tez çalışmasından elde edilen bulgular sonucunda ters fonksiyon konusunda grafik çizerken doğrudan rutin olarak yapılan cebirsel işlemlerin kullanılmasının çeşitli kavram yanılgılarına ve hataların yapılmasına neden olabileceğini söylemek mümkündür. Öte yandan ön testteki bu soruya ilişkin doğru çizimler incelendiğinde öğretmen adaylarının önce kendilerine verilen $f(x)$ grafiğini taslak olarak çizdikleri daha sonra bu $f(x)$

grafiğine dair okuma yorumlama yaparak $f(x)$ 'in birebir olmadığı için tersinin bir fonksiyon belirtmeyeceğini fark etmişlerdir. Bazı öğretmen adaylarının ise $f(x)$ 'in grafiğini hiç çizmeden “*Bu fonksiyon birebir değildir. Tersi yoktur.*” şeklinde açıklama yaptıkları görülmüştür. bu cevabı veren öğretmen adayı $f(x)$ grafiğini kafasında canlandırarak bir grafik okuma ve yorumlama yaptığı söylenebilir. Dolayısıyla araştırmadan elde edilen bu bulgular grafik okuma ve yorumlamanın grafik çizmeye temel teşkil eden önemli bir alt beceri olduğunu göstermektedir. Ayrıca grafik çizme sorusuna doğru cevaplamak için bazen başlangıçta bazen grafiği çizdikten sonra okuma ve yorumlama becerisinin kullanılması bulgusundan yola çıkarak bu becerinin grafik çizme becerisi ile iç içe geçtiğini ve grafik çizerken mutlaka kullanılması gereken bir beceri olduğunu söylemek mümkündür.

Doğru cevabı veren öğretmen adaylarının $f(x)$ grafiğini taslak olarak çizdikten sonra ya da herhangi bir çizim yapmadan bu fonksiyonu kafasında canlandırarak tersinin olmayacağını belirtmesi nitel düşünme becerilerini kullanarak süreçsel bir değerlendirme yaptığını göstermektedir. Nitekim bu öğretmen adaylarının ters fonksiyon ile birebir ve örtenlik kavramları arasında ilişki kurarak bu bilgiyi gerekçe olarak göstermesi nitel düşünme becerilerini kullanarak süreçler bir değerlendirme yaptığını destekler niteliktedir. Ancak öğretim sürecinde bu beceriyi kullanabilen üç öğretmen adayı bulunmaktadır. Bu nedenle yürütülen tez çalışmasında çizmeye yönelik öğretmen adaylarında nitel düşünmeye becerisini yaygınlaştırmak, gerekli kavramlar arası ilişkilerin keşfedilmesi ve birbirinden farklı grafiklerde gözlem yapılması amacıyla GeoGebra uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Cebirsel işlemler yapılmaksızın nitel bir yaklaşım ile bir fonksiyonun tersini çizilebilmesi için o fonksiyonun $y = x$ doğrusuna göre simetrisi alınması gerekir. Bunun için geliştirilen GeoGebra uygulamasına bir sürgü yerleştirilmiştir. Sürgü ilerletildiğinde $f(x)$ fonksiyonu üzerindeki noktaların $y = x$ doğrusuna simetriği olan noktalar belirerek grafik taslak olarak ortaya çıkmaktadır. Noktasal yaklaşım ile grafik çizen öğretmen adaylarının x ve y değerlerinin yerlerini değiştirme işlemi ile $y = x$ doğrusuna göre simetri alma işlemi aynı mantıktadır. Ancak GeoGebra uygulaması ile bir grafiğin $y = x$ doğrusuna göre simetriğini tek tek noktaları bulmadan bir sürgü ile oluşturulmasındaki amaç $f(x)$ ile simetri arasındaki görsel ilişkiye yönelik bir şekilsel algı oluşturmaktır. Bu şekilsel algı sürgü sayesinde oluşan taslak grafikte sağlanmak istenmiştir. Böylece geliştirilen GeoGebra uygulaması ile öğretmen adaylarına bir grafiğin $y = x$ doğrusuna göre simetriğinin çiziminin daha pratik bir yolla nasıl yapıldığını keşfetmeleri sağlanmıştır. Ancak $y = x$ doğrusuna göre simetri alınarak çizilen her grafiğe ters fonksiyon grafiği denilemez. Aksi takdirde ön test bulgularındaki gibi

hatalı grafikler ya da tahmin aşamasındaki öğretmen adaylarının yaptıkları hatalara benzer durumlar oluşabilir. Çünkü bir grafiğin tersinin de fonksiyon olabilmesi için birebir ve örten olması gereklidir. Ayrıca ters fonksiyonda bir fonksiyon türüdür ve fonksiyon olma kurallarını sağlamalıdır. Dolayısıyla ters fonksiyon grafiği çizerken mutlaka grafik okuma yorumlama becerisi kullanılmalıdır. Bu amaçla gözlem aşaması için geliştirilen GeoGebra uygulamasının alt bölümünde ters fonksiyon ile ilişkili olan fonksiyon, birebir ve örten fonksiyon kavramlarına yönelik sorular bulunmaktadır. Burada öğretmen adayları GeoGebra uygulaması ile $y = x$ doğrusuna göre simetri alınarak oluşturulan grafiği, verilen sorular doğrultusunda okuyup yorumlanmıştır. Böylece öğretmen adayları birebir ve örten olmayan fonksiyonların $y = x$ doğrusuna göre simetrisi alındığında fonksiyon olma şartlarını sağlayamayacağı için ters fonksiyon grafiğinin çizilemeyeceğini anlamlandırmaları amaçlanmıştır. Yürütülen bu test çalışmasının öğretim sürecinde tahmin ve gözlem aşamasında yapılanlar grafik okuma ve yorumlamaya yönelik olsa da bu aşamada aynı zamanda öğretmen adayları GeoGebra'daki sürgüler sayesinde ters fonksiyon grafiğinin nasıl çizilmesi gerektiğini adım adım gözlemlemişlerdir. Ancak grafik çizme üst düzey bir beceri olduğundan bu becerinin geliştirilmesi için açıklama aşamasında öğretmen adaylarına bazı örnek sorular verilerek ters fonksiyon grafiklerini çizmeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarının yaptıkları çizimler ve sınıf içi tartışmalar sonrasında dersi yürüten araştırmacı tarafından ters fonksiyon grafiği çizilirken yapılması gerekenler açıklanmıştır. Özellikle öğretmen adaylarının $y = x$ doğrusuna göre simetri alırken noktasal düşünmeden kaynaklı hatalara düşmemeleri için nitel yaklaşımı ile somut uygulamalar yaparak simetri çizimi nasıl yapmaları gerektiği gösterilmiştir. Yapılan bu somut uygulama ile öğretmen adayları öğretim sonrasında daha kolay simetri alabilmişlerdir. Bu durum gerek değerlendirme aşamasında yapılan ödevlerde simetri hatalarının azalmasından gerekse öğretmen adaylarının dersin açıklama aşaması hakkındaki görüşlerine olumlu yansımalarından anlaşılmaktadır. Grafik çizme becerisinin gelişimi için öğretim sürecindeki değerlendirme aşaması çok önemlidir. Çünkü bu beceri sadece gözlem yapmak ya da derste bir kaç örnek soru çözülerek geliştirilmesi mümkün olmayan üst düzey bir beceridir. Bu nedenle değerlendirme aşaması için öğretmen adaylarına zaman tanıyarak grafik çizmeye yönelik ders dışı ödevlendirmeler yapılmıştır. Yapılan ödevler araştırmacı tarafından incelendiğinde, grafik çizmeye yönelik önceden tespit edilen hataların ödevlerde daha az görülmüştür. Özellikle $y = x$ doğrusuna göre simetri alma konusunda genel anlamda olumlu gelişmeler yaşandığı tespit edilmiştir. Her ne kadar ödevlerde olumlu yönde gelişmeler olduğu gözlemlense de bazı hatalar da bulunmaktadır.

Öğretmen adaylarına ödevlerinde yaptıkları grafik çizim hatalarının temelinde yatan etkenlerin neler olduğunu gösterebilmek amacıyla ödevlerde yapılan hatalar araştırmacı tarafından önceden sınıflandırılmıştır. Her soru ve her hata türüne yönelik öğretmen adaylarının yapmış olduğu hatalı çizimler etik kurallar çerçevesinde örnek olarak tahtaya yansıtılarak sınıf içi tartışmalar ile grafikteki hatalar bulunmaya çalışılmıştır. Yapılan tartışmalardan sonra her grafiğin doğru çizimi GeoGebra’da yapılarak çizilen grafiğin fonksiyon belirtme durumu ya da verilen grafiğin birebir ve örten fonksiyon olma durumuna yönelik incelemeler yapılarak öğretmen adaylarının hatalarını görmeleri ve derse yönelik sonuç çıkarmaları sağlanmıştır.

Ters fonksiyon konusuna yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre yürütülen dersin açıklama ve değerlendirme aşamasında yapılan etkinliklerin genel anlamda öğretmen adaylarının grafik çizme becerisine olumlu yansımaları olmuştur. Nitekim bu durum son test bulgularında doğru yapan ve kısmen doğru yapan öğretmen adaylarının artması, yanlış yapan öğretmen adaylarının azalmasından anlaşılmaktadır. Öğretim sürecini yansıtmak için ele alınan öğretmen adaylarının ilgili soruya verdikleri ön test ve son test cevapları karşılaştırıldığında son testte çizdikleri grafikleri yorumlarken ters fonksiyon ile birebir ve örten fonksiyon, fonksiyon kavramı arasındaki ilişkileri ayrıntılı şekilde açıklamaları, $y = x$ doğrusuna göre simetri alarak çizim yapmaları, taslak çizim kullanmaları, yapılan cebirsel işlemlerin yanında nitel düşünme becerilerinin doğru kullanılması bu dersten elde ettikleri gelişimi göstermektedir. Ters fonksiyon konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürüten ders hakkında öğretmen adayları grafik çizimi ile ilgili pek çok farklı görüş belirtmişlerdir. Bu görüşlerin çoğu olumlu görüşlerdir grafik çizimi ile ilgili en fazla ifade edilen “*El pratiğinin faydalı olması*” görüşüdür. Ayrıca “*Farklı grafiklerin çizilmesi.*”, “*Çizim yaparak hatalarımızı görmemizi sağlaması.*” gibi diğer görüşler de dersin olumlu yansımaları olduğunu destekler niteliktedir. Dersin geneline yönelik en fazla söylenen “*GeoGebra üzerinden inceleme yapılması*” ve “*Dersin aşamalı olması*” görüşleri de tasarlanan teknoloji destekli TGAD öğretiminin öğretmen adayları tarafından beğenildiğini göstermektedir. Öte yandan öğretmen adaylarına derse yönelik olumsuz görüşleri sorulduğunda çoğunlukla “*Beğenmediğim bir şey yok.*” şeklinde yanıt verilmesi adaylar açısından dersin olumlu geçtiğinin bir göstergesi olarak değerlendirilmiştir. İki öğretmen adayının ise öneri niteliğinde “*Ters fonksiyonun grafiklerini çizme konusunda biraz daha fazla açıklama yapılabilirdi.*” ve “*Trigonometrik fonksiyon çizim örnekleri biraz daha fazla olabilirdi.*” gibi görüşlerde bulunmuşlardır. Öğretmen adaylarının grafik çizmeye ilişkin daha fazla açıklama ve daha farklı grafik örnekleri istemeleri bir kısım öğretmen adayının grafik

çizme konusunda endişeli oldukları ve bu becerisinin öğretmen adayları tarafından zor ve üst düzey bir beceri olarak algılandığı şeklinde yorumlanabilir. Nitekim ilgili alanyazında öğrencilerin grafik çizmeye yönelik kaygılı olduklarına gösteren pek çok çalışma bulunmaktadır (Özkaya ve İşleyen, 2012). Dolayısıyla yürütülen bu tez kapsamında gerek grafik çizmeye yönelik kaygı ve endişelerin giderilmesi için gerekse geliştirilmesi zor bir beceri olması sebebiyle TGA öğretim yöntemine değerlendirme aşaması eklenerek açıklama ve değerlendirme aşamaları grafik çizme becerisini geliştirme yönelik tasarlanmıştır. Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda ters fonksiyon konusunda grafik çizmeye yönelik sorulan soruya doğru cevap verenlerin sayısının son test lehine artış göstermesi, yapılan öğretim ile ilgili öğretmen adaylarının genel olarak olumlu görüşlere sahip olması yürütülen tez çalışması kapsamında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen dersin grafik çizme bağlamında amacına ulaştığını göstermektedir.

5.2.5. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Tek ve Çift Fonksiyon Konusunda Grafik Çizme Becerilerine Ait Bulgulara Yönelik Tartışma: Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön test bulguları incelendiğinde istenen grafiği çoğu öğretmen adaylarının yanlış ya da kısmen doğru çizdiği, ancak doğru çizim yapan öğretmen adaylarının da olduğu görülmektedir. Araştırmadan elde edilen bu bulgu ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme becerilerinde öğretim öncesinde eksiklikleri olduğu ve hatalar yaptıklarını göstermektedir. Ayrıca çalışma kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik çizme ön test bulguları kısmen doğru ve yanlış cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında en fazla hata yapılan konunun tek ve çift fonksiyon olduğu görülmüştür. Bu durum adayların öğretim öncesinde tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizmede eksikler ve kavram yanlışlarının sahip olduklarını destekler niteliktedir. Nitekim teknoloji destekli TGAD öğretimi sonrasında yapılan son testteki ilgili soruda kısmen doğru yapanların azalması yanlış yapan öğretmen adayının kalmaması ve doğru yanıt verenlerin sayısının artması yapılan öğretimin olumlu olduğunu gösterse de kısmen doğru cevap verenlerin hala olması bu konunun öğrenilmesinde bazı zorlukların olduğunu destekler niteliktedir. Ayrıca grafik çizme ön test bulgularına göre en fazla hata yapılan ikinci konunun ters fonksiyon konusunun olması dikkat çekici bir bulgudur. Ters fonksiyon konusunda öğretim öncesinde grafik çizmede yapılan hatalar incelendiğinde öğretmen adaylarının noktasal düşünerek x ve y değerlerinin yerini değiştirerek simetri almaları ve bu işlemi uygularken hata yaptıkları görülmüştür. Bu anlamda teknoloji destekli TGAD öğretimi öncesi öğretmen adaylarının simetri alma işleminde sıkıntılar yaşadıkları söylenebilir. Öte yandan tek ve çift fonksiyon konusunun

temelinde de simetri bilgisi yer almaktadır. Çünkü tek fonksiyonlar orijine göre çift fonksiyonlar y eksenine göre simetriktir. Dolayısıyla ters fonksiyon ile tek ve çift fonksiyon konusunun ilişkili olduğu simetri kavramına yönelik öğretmen adaylarının öğretim öncesinde bu bilgiyi uygulama noktasında sıkıntılar yaşaması öğretmen adayları tarafından ön testte en fazla hata yapılan iki konunun ters fonksiyon ile tek ve çift fonksiyon konusu olmasına neden olmuştur. Ancak tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön test ve son test bulguları karşılaştırıldığında son testte kısmen doğru yapanların azalması, yanlış yapan öğretmen adayının kalmaması ve doğru yanıt verenlerin sayısının artması yapılan öğretimin olumlu olduğunu göstermektedir. Öyleki tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizme ön test ve son test bulguları doğru cevap kategorileri ele alınarak karşılaştırıldığında diğer fonksiyon konularına göre grafik çizmede en fazla artışın bu konuda olduğu görülmüştür. Ancak yapılan teknoloji destekli TGAD öğretiminin olumlu etkileri olsa da bu çalışmada öğretmen adayları tarafından tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizmede yapılan hataların incelenmesi ve bu hatalarının karakteristiğinin ortaya konması gerek ilgili yazına gerekse çalışma kapsamında tasarlanan öğretimin etkilerini objektif bir şekilde yansıtmak anlamında önemli olduğu düşünülmektedir.

Tek ve çift fonksiyon konusuna yönelik grafik çizmede yapılan hataları ve nedenlerini analiz etmek için ön testteki yanıtlar ve değerlendirme aşamasındaki yapılan ödevler incelendiğinde birbirinden farklı grafiklerde hata yapıldığı görülmüştür. Bu anlamda öğretmen adaylarının özellikle tek fonksiyonları ya da çift fonksiyonları çizerken daha fazla zorlandıklarını söylemek doğru olmaz. Ancak ön testte ve değerlendirme aşamasında çizilen grafiklerdeki hata kaynağının aynı olduğunu söylemek mümkündür. Bu hata kaynağı ise ters fonksiyon konusunda da olduğu gibi öğretmen adaylarının grafik çizerken simetri alma işlemi uygulamada sıkıntılar yaşamasından kaynaklanmaktadır. $x = y$ doğrusuna göre simetri alma işlemi yaparken ters fonksiyon konusunun ön test bulgularında öğretmen adaylarının çoğunun tek tek x ve y değerlerinin yerlerini değiştirerek grafiklerini noktasal yaklaşımla oluşturdukları görülmüştür. Bu şekilde bir çizim tarzı benimseyen öğretmen adaylarından bazıları belirli bir yere kadar grafiği doğru çizmiştir. Ancak tek ve çift fonksiyon konusunda sorulan ön test sorusu grafiğin tek ya da çift olması için nasıl devam etmesi gerektiğini düşünmeye yönelik bir sorudur. Dolayısıyla bu soruda tek ya da çift fonksiyon olması için grafiğin tamamını süreçsel olarak değerlendirmek söz konusu olduğundan daha çok simetri bilgisini nitel düşünme becerileri ile birlikte kullanmak gerekmektedir. Ancak simetri işlemi yaparken noktasal yaklaşıma daha yatkın olmaktan kaynaklı ön testte bu soruyu “kısmen doğru” ya da “yanlış” cevaplayan pek çok öğretmen adayı tek fonksiyonların orijine, çift

fonksiyonların ise y eksenine simetrik olduğunu bilmelerine rağmen grafiği çizerken hata yapmışlardır. İlgili alanyazın incelendiğinde simetri alma işlemi yaparken pek çok öğrencinin zorlandığı ya da hatalar yaptığı belirtilmektedir (Bulf, 2010; Hoyles & Healy, 1997; Mhlolo & Schäfer, 2014). Özellikle pek çok çalışmada simetri eksenini yatay ya da dikey olduğunda öğrencilerin zorlanmadıklarını ancak $y = x$ doğrusu gibi eğik bir eksene göre simetri almada sıkıntı yaşadıkları belirtilmiştir (Hollebrands, 2004; Hoyles & Healy, 1997; Mhlolo & Schäfer, 2014; Panaoura vd., 2009; Xioustri, 2007). Bazı çalışmalarda yaşanan bu durumun sebebi olarak öğrencilere daha çok dikey ve yatay simetri eksenli örnek sorular verilmesi olarak gösterilmektedir (Panaoura vd., 2009; Son & Sinclair, 2010; Xioustri, 2007). Hoyles ve Healy (1997) tarafından yapılan çalışmada ise simetri eksenini eğik olduğunda öğrenciler uzaklığı bir doğruya en kısa ve dik olan mesafe şeklinde düşünemediklerinden simetri almada zorlandıkları belirtilmektedir. Öte yandan Edwards (2003) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin simetri kavramını geometrik şekillerin hareketi olarak ele aldıkları ancak fonksiyon olarak ele alırken bazı zorluklar yaşadıkları ifade edilmektedir. Edwards'ın (2003) çalışmasında simetrinin geometrik şekillerin dinamik hareketi olarak görülmesi durumu süreç (process) bakış açısı olarak adlandırılırken, düzlem üzerindeki tüm noktaların eşleşerek (mapping) fonksiyon olarak görülmesi ise nesne (object) bakış açısı olarak adlandırılmaktadır. Dolayısıyla fonksiyonlarda simetriye yönelik yaşanan bu sıkıntıların giderilmesi için öğrencilerde süreçsel bakış açısı geliştirilmelidir. Bu nedenle yürütülen bu tez çalışmasının öğretim sürecinde tek ve çift fonksiyon grafiklerinin çiziminde simetrinin alınmasına yönelik dinamik bir yazılım olan GeoGebra uygulamasından faydalanılmıştır. GeoGebra'da geliştirilen uygulamalara eklenen tek ve çift fonksiyon testleri ile verilen grafiklerin üzerinde beliren hareketli noktalarla grafiği süreçsel olarak değerlendirmek ve orijine (tek) ya da y eksenine (çift) göre simetrik olan fonksiyon grafiklerinin nasıl olması gerektiğine yönelik öğretmen adayların zihinlerde şekilsel bir algı oluşturulması amaçlanmıştır. Bu şekilsel algı sayesinde öğretmen adayları kendilerine verilen grafiklere nitel bir yaklaşım ile tek ya da çift olma durumuna göre simetri alma işlemini daha kolay yaparak grafikleri doğru çizebileceklerdir. Nitekim değerlendirme aşamasında yapılan ödevlerde ya da son test bulgularında simetriye yönelik yapılan hatalara çok sık rastlanmamıştır. Bu durum teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin tek ve çift fonksiyonların çiziminde olumlu etkileri olduğunu göstermektedir. Öyleki son testte ilgili soruda hata yapan öğretmen adayı kalmamakla birlikte kısmen doğru yapan bir öğretmen adayının olduğu görülmektedir. Ayrıca öğretim öncesinde grafik çizme bağlamında en fazla hata yapılan konunun tek ve çift fonksiyon olmasına rağmen öğretim sonrasında hata yapan öğretmen adayının kalmaması ve

doğru yapanların sayısında en fazla artışın bu konuda olması teknoloji destekli TGAD öğretimi ile grafik çizme becerisinde en fazla olumlu gelişimin bu konuda yaşanmasını sağladığı söylenebilir. Öğretim sürecini yansıtmak için ele alınan öğretmen adaylarının ilgili soruya verdikleri ön test ve son test cevapları karşılaştırıldığında son testte çizdikleri grafiklerde detaylı açıklamalara yer vererek daha doğru çizimler yapmaları da bu dersten elde ettikleri olumlu gelişimi göstermektedir. Tek ve çift fonksiyon konusunun öğretimine yönelik teknoloji destekte TGAD öğretim yöntemiyle yürüten ders hakkında öğretmen adayları grafik çizimi ile ilgili pek çok farklı görüş belirtmişlerdir. Bu görüşlerin çoğu olumlu görüşlerdir grafik çizimi ile ilgili en fazla ifade edilen “Eksikleri fark ettirmesi.” görüşüdür. Ayrıca “GeoGebra üzerinden inceleme yapılması.”, “Dersin aşamalı olması.” , “Mesleki hayatta kullanmak istenmesi.”, “Değerlendirme aşamasında grafik çizilmesi” gibi diğer görüşler de dersin olumlu yansımaları olduğunu destekler niteliktedir. Bu olumlu görüşlerin benzerleri diğer konularda da söylenmişti ancak öğretim sürecinin son konusu olan tek ve çift fonksiyon konusunda öğretmen adaylarına “İlerde bu yöntemi ya da teknolojik uygulamaları kullanmak ister misiniz?” şeklinde bir soru sorulmamasına rağmen dersin geneline yönelik “Mesleki hayatımda kullanmak isterim.” şeklinde görüş bildirmesi yürütülen bu tez çalışması ile amaçlanan öğretmen adayına öğretim bilgisine yönelik bir bakış açısı kazandırdığı göstermektedir. Öte yandan öğretmen adaylarına derse yönelik olumsuz görüşleri sorulduğunda çoğunlukla “Sevmediğim bir şey yok.” şeklinde yanıt verilmesi, beğenilmeyen herhangi birşeyin olmaması adaylar açısından dersin olumlu geçtiğinin bir göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Dört öğretmen adayının ise “Bilgilendirici notların dersin ortasında verilmesi.”, “Benzer soruların çözülmesi.”, “Ek süre verilmesinin istenmesi.” ve “Ödev sayısının fazla olması.” gibi görüşlerde bulunmuşlardır. Öğretmen adaylarının matematiğin geleneksel öğretiminde yapılan dersin başlangıcında bütün bilgilerin, notların verilmesine ve özellikle üniversitede her ders ödev verilmemesine alışkın olmaları nedeniyle böyle bir görüş bildirdiği düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının çoğu teknoloji destekli öğretimi beğenseler de alışkın oldukları geleneksel yaklaşımı aramaları teknoloji destekli ya da öğrenci merkezli öğretime alışkın olmadıklarını göstermektedir. Nitekim ilgili alanyazında öğrencilerin teknoloji destekli öğretime ya da öğrenci merkezli keşfetmeye dayalı öğretime alışık olmadığını gösteren pek çok çalışma mevcuttur (Güveli, 2004; Orçanlı ve Orçanlı, 2016). Tez çalışması kapsamında yürütülen öğretimde her aşamanın tamamlanmasının ardından sınıf içi tartışmalar yapıldığı için öğretmen adayları birbirlerini beklemek durumundadırlar. Bu durum akran öğrenmesinin getirdiği, bireysel öğrenmeyi tercih eden bazı öğretmen adayları tarafından olumsuz bir durum olabilir. Ancak bu sürelerin çok

uzamaması için her aşama için belirli bir süre araştırmacı tarafından belirlenerek öğretmen adaylarına da bu süre söylenmiştir. Çalışmanın diğer konularında da pek çok öğretmen adayı süre ile ilgili olumlu yönde “*Sürenin yeterli olması.*” ve “*Dersin aşamaları için süreyi kronometre ile gösterilmesi.*” görüşlerini bildirmişlerdir. Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda tek ve çift fonksiyon konusunda grafik çizmeye yönelik sorulan soruya doğru cevap verenlerin sayısının son test lehine artış göstermesi, yapılan öğretim ile ilgili öğretmen adaylarının genel olarak olumlu görüşlere sahip olması yürütülen tez çalışması kapsamında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen dersin grafik çizme bağlamında amacına ulaştığını göstermektedir.

5.3. Sonuçlar

Teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemine göre yürütülen seçmeli grafik okuryazarlığı dersinin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının fonksiyon grafiklerine yönelik grafik okuryazarlık becerilerine etkileri ve bu ders kapsamında yapılan teknoloji destekli öğretim ile TGAD öğretimi ile ilgili öğretmen adaylarının görüşlerine dair araştırma sonuçları aşağıdaki gibi sunulmuştur. Yürütülen tez çalışmasında seçmeli grafik okuryazarlığı dersi kapsamında fonksiyon kavramı, tanım ve görüntü kümesi, birebir ve örten, tek ve çift, ters fonksiyon olmak üzere beş farklı konu ele alınmıştır. Dolayısıyla teknoloji destekli TGAD öğretiminin öğretmen adaylarının grafik okuryazarlık becerilerine etkisi grafik okuma ve yorumlama ile grafik çizme becerileri bağlamında araştırma sonuçları sunulmuştur.

Tez kapsamında ele alınan bütün fonksiyon konularında, grafik okuma ve yorumlama bağlamında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğretim öncesinde önemli eksiklikler ve kavram yanlışlarına sahip olduklarını belirlenmiştir. Özellikle öğretim öncesinde en fazla hata yapılan konudan en az hata yapılan doğru konu sıralaması tanım ve görüntü kümesi, birebir ve örten, tek ve çift fonksiyon, fonksiyon kavramı ve ters fonksiyon şeklindedir. . Bu konularda yapılan hatalar araştırmadan elde edilen bulgulardan ve ilgili alan yazından faydalanarak incelendiğinde tanım ve görüntü kümesi, birebir ve örten, fonksiyon kavramı konularındaki bilgiler birbirlerine temel teşkil eden bilgilerdir. Dolayısıyla bu konulardan herhangi birinde sahip olunan bir kavram yanlışlığı diğerlerini de olumsuz olarak etkilemektedir. Ayrıca yapılan hataların nedenleri incelendiğinde ilgili alan yazın dikkate alınarak incelendiğinde bu kavram yanlışlarının fonksiyon konusu ile ilk karşılaştıkları lise matematik dersinde aldıkları öğretimden kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla bu kavram yanlışlarının köklü kavram yanlışları olduğunu söylemek mümkündür. Nitekim bu kavram yanlışları, bazı öğretmen adaylarının ilgili kavramları anlamalarını zorlaştırmış ve konuya ilişkin güçlükler yaşamalarına neden olmuştur. Ancak, bu olumsuz tablo teknoloji destekli

TGAD öğretim yöntemi kullanılarak derslerin yürütülmesi ile olumlu bir şekilde değişmiştir. Son test sonuçları, öğretmen adaylarının tez kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik okuma ve yorumlama sorularını daha başarılı bir şekilde cevapladıklarını göstermektedir. Özellikle doğru cevap veren aday sayısında belirgin bir artış gözlenirken, yanlış cevap veren adayın kalmadığı gözlemlenmiştir. Aynı zamanda, öğrencilerin son testte, ön testte yapılan hataları daha az tekrarladığı görülmüştür. Ayrıca doğru cevap kategori ele alınarak ön test ve son test bulguları karşılaştırıldığında son test lehine en belirgin artış tek ve çift fonksiyon konusunda olmuştur. Öğretmen adayları bu konuda öğretim öncesinde yaşadıkları sıkıntı simetri bilgisini grafiklerde kullanamamaktan kaynaklanmıştır. Simetri bilgisi ters fonksiyon konusunda grafik okuma ve yorumlamada da kullanılmaktadır. Ters fonksiyon konusu son test bulguları incelendiğinde bütün öğretmen adaylarının ilgili soruyu doğru yaptıkları görülmüştür. Ters fonksiyon ile tek ve çift fonksiyon konusundaki son test bulgularının birbiriyle benzer olması teknoloji destekli TGAD öğretiminin ters fonksiyon ile tek ve çift fonksiyon konularında öğretim sonrasında grafik okuma ve yorumlama bağlamında önemli bir olumlu bir gelişim sağladığını göstermiştir. Araştırmadan elde edilen bulgular sonucunda teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi tez çalışması kapsamında ele alınan fonksiyon konularında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının grafiklerini okuma ve yorumlama becerilerinin olumlu yönde gelişmesini sağlamıştır.

Yürütülen tez çalışması kapsamında ele alınan bütün fonksiyon konularında, grafik çizme bağlamında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğretim öncesinde önemli eksiklikler ve kavram yanlışlarına sahip olduklarını belirlenmiştir. Özellikle öğretim öncesinde en fazla hata yapılan konudan en az hata yapılan doğru konu sıralaması tek ve çift fonksiyon, ters fonksiyon, birebir ve örten, tanım ve görüntü kümesi ve fonksiyon kavramı konusu şeklindedir. Bu konularda yapılan hatalar araştırmadan elde edilen bulgulardan ve ilgili alan yazından faydalanarak incelendiğinde tek ve çift fonksiyon ile ters fonksiyon konularının temelindeki bilgiler aynıdır. Dolayısıyla bu konulardan herhangi birinde sahip olunan bir kavram yanlışlığı diğerlerini de olumsuz olarak etkilemektedir. Ayrıca yapılan hataların nedenleri incelendiğinde simetri bilgisini grafiksel temsillerden uygulayamamalarından kaynaklanmaktadır. Öte yandan birebir ve örten, tanım ve görüntü kümesi ve fonksiyon kavramı konuları da birbirleri ile ilişkili ve birbirlerine temel teşkil eden konulardır. Dolayısıyla öğretim öncesinde öğretmen adaylarının birbirlerinin temeli olan konularda benzer hatalar yapması araştırmadan elde edilen bulguların tutarlılığını göstermektedir. Bu hataların bazıları dikkat eksikliğinden kaynaklı basit hatalar olsa da bazıları ise aşırı genelleme tipindeki kavram yanlışlarına örnek teşkil etmektedir. Dolayısıyla

bu tip kavram yanlışlarının köklü kavram yanlışları olduğunu söylemek mümkündür. Nitekim bu kavram yanlışları, bazı öğretmen adaylarının ilgili kavramları anlamalarını zorlaştırmış ve konuya ilişkin güçlükler yaşamalarına neden olmuştur. Ancak, bu olumsuz tablo teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi kullanılarak derslerin yürütülmesi ile olumlu bir şekilde değişmiştir. Son test sonuçları, öğretmen adaylarının tez kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik çizme sorularını nitel ve nicel düşünme becerilerini bir arada kullanarak daha başarılı bir şekilde cevapladıklarını göstermektedir. Son testte özellikle doğru cevap veren aday sayısında belirgin bir artış gözlenirken, sadece ters fonksiyon konusunda yanlış cevap veren adayın olduğu diğer konularda yanlış cevap veren öğretmen adayın kalmadığı gözlemlenmiştir. Öğretim sonrasında doğru cevap verenlerin sayısının artması ters fonksiyon konusunda grafik çizme bağlamında olumlu yönde bir gelişim olduğunu gösterse de yanlış cevap verenlerin de olması bu konu ile ilişkili olan kavramlarla ilgili bilgi eksikliği olduğunu göstermiştir. Bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olabilmesi için birebir ve örten fonksiyon olması gerekir. Grafiğin birebir ve örten fonksiyon belirtme durumuna yönelik okuma yorumlama ön test ve son test bulguları incelendiğinde öğretmen adayları tarafından en fazla hata yapılan ikinci konu olması öğretmen adayının ters fonksiyon konusunda grafik çizmede zorlanmalarının nedenini açıklar niteliktedir. Ayrıca grafik çizme, grafik okuma ve yorumlamaya göre daha üst düzey bir beceridir. Bu nedenle yürütülen teknoloji destekli öğretim ters fonksiyon konusunda grafik çizmede olumlu gelişim sağlasa da çalışma grubundaki bazı öğretmen adaylarında tam anlamıyla bir gelişim olumlu bir gelişim olduğu söylenemez. Genel anlamda grafik çizmedeki kavram yanlışlarının temelinde adayların nicel düşünme odaklı hareket ettikleri yani grafiği bütünsel düşünmeyi ön plana çıkararak nitel grafik çizmeye yönelik bakış açısını ihmal ettikleri veya hiç kullanmadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu kapsamda öğretim sürecinin değerlendirme aşamasında adaylara yaptıkları çizim hataları gösterilmiştir. Ayrıca grafik çizerken nicel ve nitel çizme becerilerinin bir arada kullanıldığı doğru çizimlerin sınıf ortamında yapılarak teknoloji ile çizimlerin kontrol edilmesi gerçekleştirilmiştir. Uygulanan bu öğretim sonucunda yapılan son testte adayların grafik çiziminde nitel düşünmeyi de süreç içerisine dahil ederek doğru grafik çizimleri yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının bütün konularda yaptıkları çizimler değerlendirildiğinde son testte, ön testte yapılan hataları daha az tekrarladığı görülmüştür. Ayrıca doğru cevap kategori ele alınarak ön test ve son test bulguları karşılaştırıldığında son test lehine en belirgin artış tek ve çift fonksiyon konusunda olmuştur. Öğretim öncesinde ise grafik çizme bağlamında en fazla hata yapılan konu tek ve çift fonksiyon konusudur. Dolayısıyla olması teknoloji destekli TGAD öğretiminin tek ve çift

fonksiyon konusunda diğer konulara göre önemli bir gelişim sağladığını söylemek mümkündür. Araştırmadan elde edilen bulgular sonucunda teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi yürütülen tez çalışması kapsamında ele alınan fonksiyon konularında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının grafiklerini çizme becerilerinin olumlu yönde gelişmesini sağlamıştır.

Teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen seçmeli grafik okuryazarlığı dersi hakkında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının görüşleri incelendiğinde olumlu görüşler, olumsuz görüşlere göre daha fazladır. Öğretmen adaylarının teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen seçmeli grafik okuryazarlığı dersi hakkındaki genel görüşleri ele alındığında en fazla ifade edilen görüş GeoGebra uygulamalarını beğenmeleri ile ilgilidir. Ayrıca dersin hataların fark edilmesini sağladığı, verilen grafiklerin düşündürücü olması, dersin eğlenceli ve aşamalı olması gibi diğer önemli olumlu görüşlerde dikkat çekmektedir. Ek olarak öğretmen adaylarının TGAD öğretim yöntemine göre işlenen dersin her bir aşamasına yönelik olumlu görüşlerde dile getirmişlerdir. Ayrıca dikkat çekici ve geleceğe yönelik bir olumlu bir görüş ise meslek hayatlarında bu yöntemi kullanmayı istemeleri şeklindedir. Öte yandan olumsuz görüş ise sayıca azdır. Bu görüşler genellikle sınıftaki fiziki şartlara yöneliktir. Bahsedilen olumsuz fiziki ortam koşulları çalışmanın sınırlıklarında belirtilmiştir.

5.4. Öneriler

5.4.1. Araştırmanın Sonuçlarına Bağlı Olarak Geliştirilen Öneriler:

- Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre öğretmen adayları seçmeli grafik okuryazarlığı dersi kapsamında tasarlanan öğrenme ortamını beğendiğini ve meslek hayatlarında kullanmak istediklerini belirtmişlerdir. Dolayısıyla eğitim fakültelerinde seçmeli olarak verilen bu ders kapsamında matematik eğitiminde kullanılan farklı özel öğretim yöntem ve tekniklerinin uygulamaları gösterilerek öğretmen adaylarının bu yöntemler hakkındaki bilgilerinin sadece teori de kalmayıp pratik uygulamaları da gösterilebilir.
- Yapılan alanyazın taraması ve yürütülen bu tez çalışmasından elde edilen bulgular sonucunda teknoloji destekli TGAD öğretim uygulamasının grafik okuryazarlığı becerilerinin geliştirilmesinde ve kavram yanlışlarının belirlenmesi ve giderilmesinde olumlu etkileri olduğu görülmüştür. Bu nedenle özellikle grafiklerin öğretiminin yapıldığı ve soyut kavramların çok olduğu fizik, kimya, biyoloji ve sosyal bilimler gibi derslerin öğretimde sıklıkla teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminden faydalanılabilir.

- Bu tez çalışmasında öğretmen adaylarının teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi ile yürütülen ders ile ilgili görüşlerinin çoğunlukla olumlu yönde olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının bu dersi eğlenceli ve düşündürücü bulmaları nedeniyle teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminden sıklıkla faydalanılması öğretmen adaylarının derslere yönelik ilgi ve motivasyonunu, derse olan katılımlarını arttırabilir.
- Fonksiyonlar konusunda grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi amacıyla tasarlanan bu ders, nitel ve nicel düşünme becerisi birlikte ele alınarak öğretim ortamının tasarlanmasına özen gösterilmiştir. Uygulanan bu öğretim sonucunda yapılan son testte adayların grafik okuma yorumlamada ve çiziminde nitel düşünmeyi de süreç içerisine dahil ederek daha doğru sonuçlara ulaşmıştır. Bu sonuçlar doğrultusunda, teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin yürütülen tez kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesinde olumlu yönde katkı sağlamıştır. Dolayısıyla pek çok konuda ve farklı derslerde grafik çizimi ve okuma yorumlama öğretilirken nicel ve nitel düşünme becerilerinin bir arada kullanıldığı ders tasarımlarını kullanılması grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi açısından önemli katkılar sağlayabilir.
- Öğretimi koordine eden öğretmenlerin nicel ağırlıklı grafik çizme odaklı öğrenim görmeleri süreci nitel yönden düşünme açısından öğrencilerin eksiklik yaşamalarına neden olabilir. Bu anlamda öğretmen ve öğretmen adaylarının grafik çiziminde nitel düşünme hakkında bilgilendirilmeleri önemlidir. Dolayısıyla öğretmenleri bu konuda bilgilendirici ders kitapları, öğretmen kılavuz kitapları gibi pek çok kaynaklar hazırlanabilir.
- YÖK'ün ilköğretim matematik öğretmenliği öğretim programı incelendiğinde “matematik öğretimi nasıl yapılmalıdır?” sorusuna yönelik cevapların arandığı derslerin teorik düzeyde olduğu uygulamaya yönelik olan derslerin ise seçmeli ders statüsünde yer aldığı görülmektedir. Dolayısıyla her üniversitenin pedagojik ve teknolojik pedagojik öğrenme alanlarının gelişimine yönelik derslerin seçmeli olması öğretmen adaylarının gelişiminde ülke bazında bir standardın yakalanamamasına neden olduğu söylenebilir. Çünkü öğrencinin bilgiyi yapılandırmasına imkân tanıyan ve bu noktada teknolojiyi, öğretimi destekleyici bir araç olarak kullanan ders modellerine ihtiyaç vardır. Dolayısıyla literatürde yer alan öğretim yöntemleriyle teknolojinin birbirine entegre edilerek geliştirilmiş öğretim yöntemlerini öğretmen adayları tarafından öğrenilmesi gelecekteki mesleki hayatlarında bu yöntemlerden faydalanabilmeleri açısından önemlidir. Nitekim yapılan öğretim sonucunda öğretmen

adayları meslek hayatlarında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemini kullanmak istedikleri de belirtmişlerdir.

- Ortaokul ve lise öğretim programı incelendiğinde öğretimde araştırmacı, sorgulayıcı ve öğrencinin bilgiyi kendisinin yapılandırmasına imkân tanıyan bir bakış açısı benimsense de sahada bunun nasıl yapılacağına dair uygulamaya yönelik ciddi sıkıntı yaşanmaktadır. Bu kapsamda lise ders kitaplarının bazı konularında GeoGebra üzerinden konuya yönelik etkinlikler yer alsa da öğrenme ortamında teknolojinin konu işlenirken nerede, nasıl ve hangi aşamada kullanılacağına dair öğretmene bir bakış açısı sunulmamaktadır. Dolayısıyla geliştirdiğimiz teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi ders kitaplarının ilgili konularına entegre edilerek öğretimin yürütücüsü olan öğretmenlerin öğretim yöntemini kullanmaları açısından farklı bir bakış açısı ve zenginlik sunabilir.
- Öğretmenlerin teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemini hakkında bilgilendirilmeleri hem TGA öğretim yöntemi hakkında bilgi sahibi olmalarına hem de bir yöntem teknolojinin yapılandırmacı bir bakış açısı içerisinde nasıl entegre edilebileceğini görmeleri açısından önem arz etmektedir. Bu bağlamda öğretmenlerin pedagojik ve teknopedagojik alan bilgisine hizmet eden hizmet içi kurslar yapılabilir. Öğretmenlerin inanç dünyasında teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin ne gibi değişimler yaşattığı araştırılabilir. Öğretmenlerden uygulanan kurs sonrasında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemini benimseyen öğretim planları geliştirmeleri ve planı sınıflarında uygulamaları istenebilir. Bu kapsamda öğretmenlerin görüşleri alınabilir. Aynı zamanda teknoloji entegre edilerek ya da edilmeyerek TGAD öğretim yöntemine göre geliştirilen ders planları matematik eğitiminin farklı konularında hazırlanarak öğretmenlerin derslerde aktif olarak kullanabileceği kaynaklar olarak sunulabilir.
- Yapılan çalışmada öğretmen adayları GeoGebra'ya bazı matematik sembolleri yazmakta zorlanmışlardır. Bu anlamda GeoGebra'nın arayüzü matematik dili kullanım açısından kolaylaştırılabilir.

5.4.2. Araştırmacılara Yönelik Öneriler:

- Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda, teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin tez kapsamında ele alınan fonksiyon konularına yönelik grafik okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesinde olumlu yönde katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu bağlamda gelecekteki çalışmalarda, farklı teknolojik araçların daha

fazla entegre edilmesi ve daha geniş katılımlı örneklem gruplarıyla çalışılmasıyla elde edilen sonuçların daha da güçlendirilmesi hedeflenebilir. Ayrıca, bu konuda yapılacak çalışmalarda öğretim süreçlerinin daha derinlemesine analiz edilmesi ve öğrenci deneyimlerinin daha ayrıntılı bir şekilde değerlendirilmesinin sağlanması için karma yöntem ya da yarı deneysel yöntemlerle yürütülen araştırmalar matematik eğitiminde teknoloji destekli yöntemlerin etkinliği hakkında daha kapsamlı bir anlayışın elde edilmesine katkı sağlanabilir.

- Öğretim sürecinin tahmin ve gözlem aşamalarında grafik hakkında öncelikle adayların kendi fikirlerinin alınması yani öğretmenin bu aşamalarda herhangi bir müdahalede bulunmaması adaylar tarafından olumlu karşılanmıştır. Bu durum otorite olarak görülen öğretmenin fikrinden ziyade yanlış dahi olsa öğrencinin fikrinin değerli olduğunu öğrenciye hissettirmektedir. Dolayısıyla “benim düşüncem değerli bakış açısı” öğretimin duyuşsal hedeflerinin öğretmen adaylarına kazandırılmasında katkı sağlamıştır. Gerek matematik eğitimi araştırmalarında gerekse öğretim sürecinde genellikle başarının deneysel ve bilişsel hedef ağırlıklı bir yapı içerisinde benimsendiği, duyuşsal hedeflerin ihmal edildiği gözlemlenmiştir. Dolayısıyla başarı aslında fenomenolojik bir kavramdır. Yani toplumsal ve kültürel öğelerin yoğun etkisi altındadır. Ancak ülkemizde başarı kavramının bu kadar mekanik ve sadece bilişsel, işlemsel odaklı olması öğretimi bir anlamda öğrenci açısından keşfetmekten uzak, heyecansız, ruhsuz ve anlamsız bir hale getirmektedir. Yürütülen bu tez kapsamında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemi ile geliştirilen öğretim sürecinin ilk aşaması olan tahmin aşamasında öğretmen adaylarının verilen grafiklere yönelik tahminlerde bulunmaları ve yaptıkları bu tahminleri gözlem aşamasında teknoloji aracılığı ile kontrol ederek fikirlerinde değişim yaşayıp yaşamadıklarına dair çıkarımlarda bulunmaları hatalarını bir anlamda farketmelerine ve bilgileri kendilerinin inşa etmelerine olanak tanımaktadır. Böylece tamamen öğrencinin merkezde olduğu bir öğretim ortaya çıkmaktadır. Bu öğretim ortamında düşünceleri önemli olan kişi öğrenci olduğu için ve öğrenciye gözlem yaparak keşfetme fırsatı sunduğu için yapılan teknoloji destekli TGAD öğretimi duyuşsal hedeflerin gelişmesine katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan öğretim sonucunda öğretmen adaylarının hatalarını fark ederek eksiklerini gidermeleri ve bilgilerini kendilerinin inşa etmesi gibi beceriler üstbiliş becerileridir. Üstbiliş becerilerinin ortaokul ve lise öğretim programlarında önemli bir yeri vardır. Bu anlamda teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin farklı

örneklem gruplarında üst biliş ve duyuşsal becerilere etkisinin araştırılmasına yönelik çalışmaların yapılması ilgili alan yazınına önemli katkılar sağlayabilir.

- TGAD öğretim yöntemi aşamaları içerisinde yer alan gözlem aşaması sayesinde öğretmen adayları teknoloji aracılığıyla ele alınan fonksiyon grafikleri üzerinde gözlemler yapmışlardır. Böylelikle tahmin aşamasında grafiklere yönelik düşüncelerinin doğruluğunu kontrol etme fırsatı elde etmişlerdir. Adayların tahmin aşamasındaki yanlış düşüncelerini kontrol etme fırsatı elde etmeleri doğrulama yetilerinin gelişimine ve hatalarını fark etmelerine olumlu yönde katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Hatta bu durum, tahmin aşamasında soruyu doğru cevaplayan öğretmen adaylarının gözlem aşaması sayesinde farklı çözüm yollarını görmelerine katkı sunduğu yönündeki görüşlerine bildirmelerini sağlamıştır. Bu bağlamda TGAD' nin tahmin aşamasında doğru cevap veren öğrenciye dahi katkıları olduğu söylenebilir. Elde edilen sonuçlar çerçevesinde öğrencinin cevabının doğru olup olmadığını görme isteği gayet doğal bir istektir. Ancak bunun otorite olarak görülen öğretmen tarafından “doğru” veya “yanlış” şeklinde yapılmaması gerekmektedir. Bu hatayı öğretimde öğretmenler sıklıkla yapmaktadırlar. Çünkü öğrenciye bu şekilde davranılması öğrencinin düşünmeye ve cevabının doğruluğunu sorgulamasına ket vurmasına neden olur. Ayrıca sınıfta cevabı doğru ve yanlış olan öğrenciler şeklinde olumsuz bir ayrışma gerçekleşir. Aynı zamanda doğru yapan öğrenciler doğru yaptıkları için ve yanlış yapan öğrenciler ise yanlış yaptıkları için sorgulamayı bırakırlar. Dolayısıyla bu tür bir ders işleyişinde öğrenciler sadece doğru veya yanlış yapma etiketini almaya çalışacaklardır. Bu nedenle TGAD öğretim yöntemine göre ders tasarlarken araştırmacı ve öğretmenlere, öğrencilerin cevabı onaylatma isteğinin öğretmen tarafından ertelenerek merak duygusunun taze tutulduğu, öğrencinin kendi cevabını kendisinin kontrol edebileceği bir öğretim ortamının oluşturulmasına özen gösterilmesi gerektiği önerilmektedir. Ancak bu şartlar dahilinde öğrencinin bilgiyi inşa etmesi, doğrulama yetilerinin gelişimi ve hatalarını fark etme becerilerinin gelişimi mümkün olacaktır.
- Öğretim yöntemlerinin en önemli özelliklerinden birisi yapılandırmacı öğretim anlayışında öğretmen ne yapmalı ne yapmamalı noktarında öğretmene yol göstermesidir. Bu anlamda hem öğretmenin bir yol gösterici hemde öğrencinin kendi kendine öğrenmesine olanak sağlayan iskele (scaffolding) yapısının kurulmasında TGAD öğretim yönteminin önemli fırsatlar sunduğu yapılan bu tez kapsamında gözlemlenmiştir. Bu nedenle geleneksel öğretim tarzından sıkılan yeniliklere açık

öğretmenler tarafından sınıfta farklı konuların yürütülmesi ve yapılandırmacı bir plan inşa etme süreçlerinde TGAD öğretim yöntemini kullanarak öğretimlerini tasarımları önerilmektedir.

- Tez kapsamında teknoloji destekli TGAD öğretim yöntemiyle yürütülen derslerde öğretmen adaylarının derse yönelik olumlu düşünceleri içerisinde Ben mesleki hayatımda kullanmak istiyorum şeklinde görüş beyan ettikleri gözlemlenmiştir. Mesleki hayatınızda “Bu yöntemi kullanmayı tercih eder misiniz?” şeklinde direk bir soru sormamamıza rağmen adayların bu şekilde görüş beyan etmeleri teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin öğretmen adaylarının inanç dünyalarına olumlu yansımaları olduğunun sinyallerini verdiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuçtan yola çıkarak teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin hem sahada görev yapan öğretmenler hemde öğretmen adaylarının inanç dünyalarında olumlu yönde bir değişim oluşturabilme potansiyeli olması nedeniyle araştırmacılar tarafından çalışılması önerilmektedir. Bu sayede öğretmen ve öğretmen adaylarının teknopedagogik alan bilgilerinde bir değişim gerçekleşebilir. Öğretmenler yeni öğretim yöntemleri hakkında bilgi edinebilir. Geleneksel ders yürütme tarzlarını değiştirerek sürecin öğretmen tarafından dahi bir şeyler öğrenebilme fırsatı elde etmeleri sağlanabilir.
- Çalışmada fonksiyon grafiklerine yönelik grafik okuryazarlık becerilerinin incelenmesi ve geliştirilmesi amacıyla teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin gözlem aşamasında öğretmen adaylarının gözlemlerini GeoGebra üzerinden yapmaları sağlanmıştır. Bu yaklaşım, öğretmen adaylarının ele alınan fonksiyon kavramlarının daha etkili bir şekilde öğrenmelerine yardımcı olmuş ve onların gözlemlerini daha interaktif ve dinamik bir ortamda gerçekleştirmelerini sağlamıştır. Gelecek çalışmalarda araştırmacılar, gözlem aşamasını daha da zenginleştirmek için farklı teknolojik araçların aşamaya entegre edilmesiyle ilgili araştırmalar yapabilirler. Örneğin, sanal gerçeklik veya artırılmış gerçeklik gibi teknolojilerin kullanımı, öğrencilerin matematiksel kavramları daha somut ve etkileşimli bir şekilde deneyimlemelerine olanak tanıyabilir. Bu bakış açısıyla yapılan çalışmalar TGAD öğretim yönteminin daha da geliştirilmesi ve öğrencilerin matematiksel anlayışlarının derinleştirilmesi açısından önemli bir potansiyel sunmaktadır. Dolayısıyla gelecekteki araştırmalar, farklı teknolojik araçların TGAD öğretim süreçlerine nasıl entegre edilebileceğini ve öğrencilerin matematik eğitimine nasıl katkı sağlayabileceğini daha ayrıntılı bir şekilde inceleyebilirler.

- Bu tez çalışması nitel araştırma yöntemlerinden özel durum yöntemi ile yürütülmüştür. Dolayısıyla araştırmacılar, bu tez çalışması kapsamında geliştirilen teknoloji destekli TGAD öğretim yönteminin etkisini nicel ve karma araştırma desenleriyle inceleyebilirler. Nicel araştırma desenleri, öğrenci başarılarındaki sayısal değişimleri ölçmek ve öğretim yönteminin istatistiksel olarak önemli etkilerini belirlemek için kullanılmaktadır. Karma yöntem ise hem nicel verilerin hem de öğrenci deneyimlerinin nitel olarak incelenmesini sağlayarak, öğrencilerin öğrenme süreçlerine ve öğretim yönteminin duygusal etkilerine daha derinlemesine bir bakışla inceleme fırsatı sunmaktadır. Dolayısıyla TGAD öğretim yönteminin bilimsel araştırma açısından farklı desenlerle araştırılması, matematik eğitiminde teknolojinin potansiyelini ve etkinliğini daha kapsamlı bir şekilde anlaşılmasına katkı sağlayabilir. Bu durum, TGAD öğretim yönteminin etkisinin bilimsel olarak çok yönlü bir şekilde anlaşılmasına katkılar sunulabilir.
- Yürütülen tez çalışması kapsamında ele alınan fonksiyon konularındaki kavram yanlışları araştırılmıştır. Bu bağlamda ilgili alan yazında tanım ve görüntü kümesinin çeşitli temsillerde belirlenmesi ve yaşanan zorlukları tespit edilmesinin incelemesi üzerine bir boşluk olduğu söylenebilir. Dolayısıyla bu konu ile çalışmaların yapılması ilgili alana önemli katkılar sağlayabilir.

KAYNAKÇA

- Abbitt, J. T. (2011). An investigation of the relationship between self-efficacy beliefs about technology integration and technological pedagogical content knowledge (TPACK) among preservice teachers. *Journal of Digital Learning in Teacher Education*, 27(4), 134–143. <https://doi.org/10.1080/21532974.2011.10784670>
- Abdullayeva, M. (2021). Using graph software in teaching the subject of functions: The case of azerbaijan. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 12(1), 71-95. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.673284>
- Akarsu, A. H. (2018). *Sosyal bilgiler öğretiminde tahmin et-gözle-açıkla (TGA) uygulamaları* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Rize.
- Akgün, H. İ. (2010). *İlköğretim sosyal bilgiler 7. sınıf öğrencilerinin grafik okuma ve hazırlama becerisini kazanma düzeyleri* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Niğde Üniversitesi, Niğde.
- Akkoç, H. (2005). Fonksiyon kavramının anlaşılması: Tanımsal özellikler ve çoğul temsiller. *Eğitim Araştırmaları Dergisi (EJER)*, 20, 14-24. Retrieved from https://mimoza.marmara.edu.tr/~hakkoc/yayin2005_Akkoc_EJER.pdf
- Akkoç, H. (2006). Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntüleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 1-10. Retrieved from https://mimoza.marmara.edu.tr/~hakkoc/yayin2006_akkoc_hacettepe_dergi.pdf
- Akkoç, H. (9-11 Eylül 2004). *Lise 3 öğrencilerinin çekirdek fonksiyon kavramını anlamaları*. VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunuldu, İstanbul.
- Altun, M., Aydın, N., Akkaya, R., & Uzel, D. (2012). PISA perspektifinden ilköğretim 8. Sınıf öğrencilerinin matematik başarı düzeyinin tahlili. <http://doktora2012.files.wordpress.com/2012/10/zpisa-kuyeb.doc>' den alınmıştır.
- Antohe, V. (2009). Limits of educational soft “GeoGebra” in a critical constructive review. *"Annals. Computer Science Series" Journal*, 7(1), 47-54. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.0905.4430>
- Arar, S. (2019). *Üniversite öğrencilerinin fonksiyon ile ilgili işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi, Bilecik.
- Atasoy, B. (2004). *Fen öğrenimi ve öğretimi (Gözden geçirilmiş ikinci baskı)*. Asil Yayıncılık.
- Ayas, A., Çepni, S., Turgut, F. ve Johnson, P. (1997). *Kimya öğretimi öğretmen eğitimi dizisi*. Ankara: Yüksek Öğretim Kurumu.

- Aydan, B. ve Dönel Akgül, G. (2021). Fen bilgisi öğretmen adaylarının grafik okuma, yorumlama ve çizme becerileri. *Atlas Journal*, 7(40), 1768–1796. <https://doi.org/10.31568/atlas.678>
- Aydın, A. ve Tarakçı, F. (2018). Fen bilimleri öğretmen adaylarının grafik okuma, yorumlama ve çizme becerilerinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 17(1), 469-488. <http://10.17051/ilkonline.2018.413806>
- Aydın, M., Baki, A. ve Köğce, D. (6-8 Mayıs 2008). *Altı ortaöğretim matematik öğretmenin matematik öğretiminde teknolojinin rolü hakkındaki inanışları*. VIII. Uluslararası Eğitim Teknolojileri Sempozyumunda sunuldu, Eskişehir.
- Aydın, M., ve Köğce, D. (2008). Öğretmen adaylarının “Denklem ve Fonksiyon” kavramlarına ilişkin algıları. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5(1), 46-58. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/yyuefd/issue/13713/166024>
- Aydın, N. ve Biberoglu Abazaoğlu, B. (2019). *Ortaöğretim matematik ders kitabı 10*. Miray Yayınları.
- Baird, J. R., & Northfield, J. R. (1992). *Learning from the PEEL experience*. Monash University.
- Baki, A., Mandacı Şahin, S. ve Türkoğlu, A. (2010). Bir sorunun söyledikleri : Fonksiyonlar ve grafikleri konusunda bir özel durum çalışması . *Education Sciences*, 5(4), 1868-1882. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/nwsaedu/issue/19822/212248>
- Baki, A., ve Aydın Güç, F. (2014). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık gösterimle ilgili kavram yanılgıları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 5(2), 176-206. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/turkbilmat/issue/21573/231511>
- Baltacı, S. ve Yıldız, A. (2018). Geometrik yer problemlerinin yazılım destekli çözümleri esnasında Tahmin Et-Gözle-Açıkla (TGA) stratejisinin kullanılımlı. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(3), 1873-1890. <https://doi.org/10.29299/kefad.2018.19.03.003>
- Baltacı, S., Yıldız, A. ve Kösa, T. (2015). Analitik geometri öğretiminde GeoGebra yazılımının potansiyeli: Öğretmen adaylarının görüşleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 6(3), 483. <https://doi.org/10.16949/turcomat.32803>
- Barut, D. B. (2020). *Kavram ağlarıyla desteklenmiş TGA etkinliklerinin fen bilgisi öğretmen adaylarının laboratuvar tutumlarına, kaygılarına ve bilimsel süreç becerilerine etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

- Barut, D. B., & Sert Çıbık, A. (2022). The effect of POE activities supported by concept networks on laboratory attitudes, anxieties and scientific process skills of pre-service science teachers. *Hacettepe University Journal of Education*, 37(4), 1303-1316. <https://doi.org/10.16986/HUJE.2022.453>
- Barwell, R. (2008). Discourse, mathematics and mathematics education. In N. H. Hornberger (Ed.), *Encyclopedia of language and education* (pp. 317-328). Springer.
- Baştürk, S. (2010). Öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerindeki matematik dersi performansları. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 465-487. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/gefad/issue/6741/90631>
- Bauer, J. & Kenton, J. (2005). Toward technology integration in the schools: Why it isn't happening. *Journal of Technology and Teacher Education*, 13(4), 519-546. Retrieved from <https://www.learntechlib.org/primary/p/4728/>.
- Bayazıt, İ. (2010). Fonksiyonlar konusunun öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Editörler), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* içinde (ss. 92-104), Pegem Akademi.
- Bayazıt, İ. (2011). Prospective teachers' understanding of graphs. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, 10(4), 1325-1346. Retrieved from <https://www.acarindex.com/dosyalar/makale/acarindex-1423881329.pdf>
- Bayazıt, İ. ve Aksoy, Y. (2013). Fonksiyon kavramı: Epistemolojisi, algı türleri ve zihinsel gelişimi. *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fen Bilimleri Dergisi*, 29(1), 1-9. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/erciyesfen/issue/25562/269651>
- Bayazıt, İ. ve Aksoy, Y. (2015). Fonksiyonlar kavramının matematiksel manası ve tarihsel gelişimi. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Editörler), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* içinde (340-352), Pegem Akademi.
- Bayazıt, İ., & Aksoy, Y. (2010). Teachers' pedagogical indications about the concept of function and its teaching. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, 9(3), 697-723. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/jss/issue/24245/257063>
- Beichner, R. J. (1994). Testing student interpretation of kinematics graphs. *American Journal of Physics*, 62(8), 750-762. <https://doi.org/10.1119/1.17449>
- Bilen, K. (2009). *Tahmin et-gözle-açıkla yöntemine dayalı laboratuvar uygulamalarının öğretmen adaylarının kavramsal başarılarına, bilimsel süreç becerilerine, tutumlarına ve bilimin doğası hakkındaki görüşlerine etkisi* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.

- Birgin, O., & Acar, H. (2020). The effect of computer-supported collaborative learning using GeoGebra software on 11th grade students' mathematics achievement in exponential and logarithmic functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-18. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1788186>
- Bolch, C. A., & Jacobbe, T. (2019). Investigating levels of graphical comprehension using the LOCUS assessments. *Numeracy*, 12(1), 1-15. <https://doi.org/10.5038/1936-4660.12.1.8>
- Bornstein, N. (2020). Teaching transformations of trigonometric functions with technology. *Journal of Interactive Media in Education*, 2020(1), 1-9. <https://doi.org/10.5334/jime.503>
- Bozkurt, G. (2022). Matematik eğitiminde teknoloji odaklı gerçekleştirilen bir proje kapsamında matematik öğretmenlerinin teknolojiye yönelik görüş ve farkındalıklarının incelenmesi. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(1), 196-211. <https://doi.org/10.21666/muefd.951476>
- Bruno, A., & Espinel, M. C. (2009). Construction and evaluation of histograms in teacher training. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(4), 473-493. <https://doi.org/10.1080/00207390902759584>
- Bulf, C. (2010). The effects of the concept of symmetry on learning geometry at French secondary school. In V. Durand Guerrier, S. Soury Lavergne & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 726-735). Lyon, France.
- Bursal, M. & Yetiş, S. (2020). Middle school students' graph skills and affective states about graphs. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 6(4), 692-704. Retrieved from <https://eric.ed.gov/?id=EJ1271220>
- Bursal, M. (2019). Ortaokul öğrencilerinin fen derslerinde kullanılan grafiklere yönelik bazı duyuşsal özelliklerini ölçme araçları geliştirme. *Online Fen Eğitimi Dergisi*, 4(1), 20-43. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/ofed/issue/45845/489941>
- Canevi, K. (2019). *GeoGebra destekli öğretimin 10.sınıf matematik dersine ait bazı konularda öğrencilerin başarı ve tutumlarına etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi, Karaman.
- Capraro, M. M., Kulm, G., & Capraro, R. M. (2005). Middle grades: Misconceptions in statistical thinking. *School Science and Mathematics*, 105(4), 165-174. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2005.tb18156.x>

- Carver, R., Everson, M., Gabrosek, J., Horton, N., Lock, R., Mocko, M., Rossman, A., Roswell, G. H., Velleman, P., Witmer, J., & Wood, B. (2016). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) College Report 2016*. Retrieved from <https://commons.erau.edu/publication/1083>
- Cho, Y. D. (2013). *College students' understanding of the domain and range of functions on graphs* [Doctoral dissertation]. State University of New York at Buffalo.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (1998). *Research methods in education* (4th ed). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203224342>
- Coştu, B., Ayas, A., & Niaz, M. (2012). Investigating the effectiveness of a POE-based teaching activity on students' understanding of condensation. *Instructional Science*, 40(1), 47-67. <https://doi.org/10.1007/s11251-011-9169-2>
- Coştu, F. (2021). *Tahmin et-açıkla-gözle-tartış-açıkla destekli laboratuvar etkinliklerinin fen bilgisi öğretmen adaylarının başarılarına, kavramsal anlamalarına ve bilimsel süreç becerilerine etkisinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Coştu, F., Ercan, O., & Coştu, B. (2017). Pre-Service Science Teachers' Levels Of Graph Reading And Interpretation. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 44, 194-213. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/deubefd/401197>
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.18.5.0382>
- Çekmez, E. (2019). Establishing the link between the graph of a parametric curve and the derivatives of its component functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(1), 115-130. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1663950>
- Çelik, A. ve Türkelli, Ö. (2018). Ortaöğretim meslek lisesi 9. Sınıf öğrencilerinin fonksiyonlar konusuna ilişkin algıları. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, 7(4), 1-20. Retrieved from <https://www.ijtase.net/index.php/ijtase/article/view/99/104>
- Çelik, H. (2018). Laboratuvar yaklaşımları ile fen öğretimi. O. Karamustafaoğlu, Ö. Tezel ve U. Sarı (Editörler), *Güncel Yaklaşım ve Yöntemlerle Etkinlik Destekli Fen Öğretimi* içinde (ss. 240-272). Pegem Akademi.
- Çepni, S. (2010). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş (Geliştirilmiş Beşinci baskı)*. Ofset Matbaacılık.

- Çiçek, M. İ. (2020). *Matematik öğretmenlerinin fonksiyon öğretiminde ders imecesi ve çoklu temsilleri kullanabilme düzeylerinin araştırılması* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- David, E., Rah, K. H., & Sellers, M. (2018). How Do Undergraduate Students Make Sense of Points on Graphs in Calculus Contexts?. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 524-531. Retrieved from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED606708.pdf>
- DeMarois, P., & Tall, D. O. (1999). Function: Organizing principle or cognitive root? In *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol 2, pp. 257- 264). Haifa, Israel.
- Deniz, S. (2019). *Teknoloji destekli öğretimin matematik ve geometri alanlarında başarı ve tutuma etkisi üzerine bir meta analiz çalışması* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (Eds.). (1998). *Collecting and interpreting qualitative materials*. Sage Publications.
- Dikovic L. (2009a). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level, *Computer Science and Information Systems*, 6(2), 191-203. <https://doi.org/10.2298/CSIS0902191D>
- Dikovic, L. (2009b). Implementing dynamic mathematics resources with GeoGebra at the college level. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, 4(3), 51-54. <https://doi.org/10.3991/ijet.v4i3.784>
- Doğan, M. (2015). Fonksiyonlar kavramının matematiksel manası ve tarihsel gelişimi. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbalı, H. Şandır ve A. Delice (Editörler), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar içinde* (198-220), Pegem Akademi.
- Dreyfus, T., Eisenberg, T. (1982). Intuitive functional concepts: A baseline study on intuitions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(5), 360-380. <https://doi.org/10.5951/jresematheduc.13.5.0360>
- Driver, R., (1983). *The pupil as scientist?*. Open University Press.
- Dubinsky, E. & Harel, G. (1992). The nature of process conception of function. In G. Harel and E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (pp.85-104). Mathematical Association of America.
- Dunham, P. H., & Osborne, A. (1991). Learning How to See: Students Graphing Difficulties. *Focus on learning problems in mathematics*, 13(4), 35-49. Retrieved from <https://eric.ed.gov/?id=EJ438310>

- Edwards, L. D. (2003, February). *The nature of mathematics as viewed from cognitive science*. Paper presented at the Third Conference of European Research in Mathematics Education, Bellaria, Italy.
- Egin, M. (2010). *Öğrencilerin grafik okuma ve oluşturma becerilerinin fonksiyonel anlamda incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Eisenberg, T. (1991). Function and associated learning difficulties. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 140-152). Kluwer Academic Publishers.
- Elia, I., & Spyrou, P. (2006). How students conceive function: A triarchic conceptual-semiotic model of the understanding of a complex concept. *The Mathematics Enthusiast*, 3(2), 256-272. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1053>
- Elmas Baydar, H. (2023). *Bilgisayar destekli tahmin-gözlem-açıklama stratejisinin normal dağılım ve örnekleme dağılımı konularının öğrenilmesine etkisi* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Trabzon Üniversitesi, Trabzon.
- Elvan, D., ve Mutlubaş, H. (2020). Eğitim-öğretim faaliyetlerinde teknolojinin kullanımı ve teknolojinin sağladığı yararlar. *Mustafa Kemal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(6), 100-109. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/mkuefder/issue/58700/789718>
- Engelke, N., Oehrtman, M., & Carlson, M. P. (2005). Composition of functions: Precalculus students' understandings. In G. M. Lloyd, M. Wilson, J. L. M. Wilkins, & S. L. Behm (Eds.), *Proceedings of the 27th annual meeting of the north American chapter of the International Group for the Psychology of mathematics education* (pp. 570-577). Roanoke, VA: Virginia Tech.
- Erdoğan, A. (2010). Variables that affect math teacher candidates' intentions to integrate computer-assisted mathematics education (CAME). *Education*, 131 (2), 295-305. Retrieved from <https://www.learntechlib.org/p/109312/>.
- Erdoğan, A., (20-30 Eylül 2016). *Fonksiyon Kavramına Grafik Odaklı Yaklaşımda Karşılaşılan Zorluklar*. 12. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunuldu, Trabzon.
- Erduran, A. (2020). The Effect of Technology Enriched Learning Environment on Student Achievement in Teaching Function Concept. *The Western Anatolia Journal of Educational Sciences (WAJES)*, 11(1), 169-194. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/baebd/issue/55426/719879>
- Ergül, S., Sarıtaş, D., & Özcan, H. (2020). Hipotetik TGA (Tahmin-Gözlem-Açıklama) döngüsü ile kimyasal değişimin doğasının öğretimi; asit-baz indikatör tepkimesi

- örneği. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 22(2), 490-506.
<https://doi.org/10.25092/baunfbed.709953>
- Even, R. (1992). The inverse function: Prospective teachers' use of "undoing". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 23(4), 557-562.
<https://doi.org/10.1080/0020739X.1992.10715689>
- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 94–116. <https://doi.org/10.5951/jresematheduc.24.2.0094>
- Friel, S. N., & Bright, G. W. (1995). Graph knowledge: Understanding how students interpret data using graphs. *Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Columbus, Ohio. (ERIC Document No: 391 661). <https://eric.ed.gov/?id=ED391661>
- Friel, S. N., Curcio, F. R., & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124–158. <https://doi.org/10.2307/749671>
- Fry, E. (1981). Graphical literacy. *Journal of Reading*, 24(5), 383–389. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/40032373>
- Gan, Y., Scardamalia, M., Hong, H.Y., & Zhang, J. (2010). Early development of graphical literacy through knowledge building. *Canadian Journal of Learning and Technology / La revue canadienne de l'apprentissage et de la technologie*, 36(1), Canadian Network for Innovation in Education. Retrieved from <https://www.learntechlib.org/p/43130/>
- Gau, Y.T., & Yang, K.H. (2019). Design and evaluation of a collaborative poe-based learning model for mathematics learning. *2019 8th International Congress on Advanced Applied Informatics (IIAI-AAI)*, 1039-1040. <https://doi.org/10.1109/IIAI-AAI.2019.00216>
- Goldin, G.A ve Kaput, J. (1996), A Joint Perspective on the Idea of Representation in Learning and Doing Mathematics. In Steffe, L. & Nesher, P. (Eds.). *Theories of Mathematical Learning* (pp. 397-430). Erlbaum.
- González, M. T., Espinel, M. C., & Ainley, J. (2011). Teachers' graphical competence. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Ed.), *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education* (vol 14, ss. 187-197). https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_20

- Gök, Zengin ve Erdoğan (2013). 12. sınıf öğrencilerinin ikinci dereceden polinom fonksiyonların grafiklerinin çiziminde kullandıkları teknikler ve karşılaştıkları zorluklar. *1. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu* kitabı içinde (ss. 180). Pegem Akademi. Retrieved from <https://bilmat.org/turkbilmat/ozetler.pdf>
- Gunstone, R. F. (1995). The importance of specific science content in the enhancement of metacognition. In P. J. Fensham, R. F. Gunstone, ve R. T. White (Eds.), *The content of science: A constructivism approach to its teaching and learning* (pp. 131-146). The Falmer Press.
- Gunstone, R. F.& White, R. T. (1981). Understanding of gravity. *Science Education*, 65(3), 291-299. Retrieved from https://www.researchgate.net/profile/Richard-Gunstone/publication/229758478_Understanding_gravity/links/5b85d137a6fdcc5f8b6e8a57/Understanding-gravity.pdf
- Güleşir, T., Aydemir, K., Kuş, S., Uzel, N., ve Gül, A. (2020). Fizyoloji deneyleri kapsamında alternatif bir değerlendirme yöntemi: TGA çalışma yaprakları. *e-Kafkas Journal of Educational Research*, 7(2), 84-99. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/kafkasegt/issue/56033/748909>
- Gültekin, C. (2009). *Ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerinin çözümler ve özellikleri konusu ile ilgili grafik çizme okuma ve yorumlama becerilerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Güngör, S. N., ve Özkan, M. (2017). Fen bilgisi öğretmen adaylarına ağızda nişasta sindiriminin TGA (Tahmin-Gözlem-Açıklama) yöntemiyle öğretimi: Amilaz örneği. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, (34), 30-54. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/ataunikkefd/issue/29687/306100>
- Güveli, E. (2004). *Lise-1 fonksiyonlar konusunun WEB tabanlı öğretim tasarımı, uygulaması ve değerlendirilmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Güveli, H., Güveli, E. (2002). *Bağıntı, Fonksiyon Tanımı, Bire-Bir Fonksiyon ve Örten Fonksiyon Konularında Lise-1 Düzeyinde Kavram Yanılgılarını Tespiti* (pp.1019-1025). V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi. Ankara, Türkiye. Retrieved from <http://www.fedu.metu.edu.tr/ufbmek-5/ozetler/d233.pdf>.
- Güven, B. (2002). *Dinamik geometri yazılımı Cabri ile keşfederek geometri öğrenme* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

- Güven, E. (2011). *Çevre eğitiminde tahmin-gözlem-açıklama destekli proje tabanlı öğrenme yönteminin farklı değişkenler üzerine etkisi ve yönteme ilişkin öğrenci görüşleri* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Harman, G., & Yenikalaycı, N. (2022). Tahmin-gözlem-açıklama(TGA) yöntemi ile boz uk elektrikli araç -gereçlerin iç yapısının incelenmesine yönelik fen bilgisi öğretmen adaylarının görüşleri . *Milli Eğitim Dergisi*, 51(233), 643-664. <https://doi.org/10.37669/milliegitim.783500>
- Hatisaru, V. ve Çetinkaya, B. (2010). Meslek lisesi öğrencilerinin doğrusal ve sabit fonksiyon ile bunların grafiksel gösterimine ilişkin algıları. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(1) , 67-87. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/ogusbd/issue/10997/131602>
- Hatisaru, V., & Erbaş, A. K. (2013). Endüstri meslek lisesi öğrencilerinin fonksiyon kavramını anlama düzeylerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(3), 865-882. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/kefdergi/issue/22605/241579>
- Hilario, J. S. (2015). The use of predict-observe-explain-explore (POEE) as a new teaching strategy in general chemistry-laboratory, *International Journal of Education and Research*, 3(2), 37–48. Retrieved from <http://www.ijern.com/journal/2015/February-2015/04.pdf>
- Hohenwarter, M. (2006). *GeoGebra-didaktische materialien und anwendungen für den mathematikunterricht* [Unpublished doctoral thesis]. University of Salzburg, Salzburg.
- Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: The case of GeoGebra. In D. Küchemann (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), (pp. 126-131). The United Kingdom: University of Northampton. Retrieved from <https://bsrlm.org.uk/wp-content/uploads/2016/02/BSRLM-IP-27-3-22.pdf>
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with ICT: Towards an international GeoGebra institute. In D. Küchemann (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), (pp.49-54). The United Kingdom: University of Northampton. Retrieved from <https://bsrlm.org.uk/wp-content/uploads/2016/02/BSRLM-IP-27-3-09.pdf>
- Hollebrands, K. F. (2004). High school students' intuitive understandings of geometric transformations. *Mathematics Teacher*, 97(3), 207–214. <https://doi.org/10.5951/MT.97.3.0207>

- Hotmanoğlu, . (2014). *Sekizinci sınıf ğrencilerinin grafik izme, yorumlama ve grafikleri diğer gsterimlerle ilişkilendirme becerilerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Hoyles, C., & Healy, L. (1997). Unfolding Meanings for Reflective Symmetry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 2(1), 27-59. <https://doi.org/10.1023/A:1009721414546>
- Hsu, C. Y., Tsai, C. C., & Liang, J. C. (2011). Facilitating preschoolers' scientific knowledge construction via computer games regarding light and shadow: The effect of the prediction-observation-explanation (POE) strategy. *Journal of Science Education and Technology*, 20(5), 482-493. <https://doi.org/10.1007/s10956-011-9298-z>
<https://dergipark.org.tr/tr/pub/gefad/issue/6741/90631>
- İpek, H., Kala, N., Yaman, F., & Ayas, A. (2010). Using POE strategy to investigate student teachers' understanding about the effect of substance type on solubility. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 648-653. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.078>
- Kabael, T., & Barak, B. (2016). Research of middle school pre-service mathematics teachers' mathematical literacy on PISA items. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 7(2), 321. <https://doi.org/10.16949/turcomat.73360>
- Kaleli Yılmaz, G. (2012). *Matematik ğretiminde bilgisayar teknolojisinin kullanımına yönelik tasarlanan HİE kursunun etkililiğinin incelenmesi: Bayburt ili rneği* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Kaleli-Yılmaz, G. & Yurtyapan, M.İ. (2021). Investigation of graphic reading and interpretation skills in socio-scientific-based problem situations: The example of covid-19 parabolic graph. *International Online Journal of Education and Teaching (IOJET)*, 8(4), 2204-2227. Retrieved from <https://eric.ed.gov/?id=EJ1319318>
- Kaput, J. J. (1995). Creating cybernetic and psychological ramps from the concrete to the abstract: Examples from multiplicative structures. In D. N. Perkins, J. L. Schwartz, M.M. West, & M. S. Wiske (Eds.), *Software Goes to School: Teaching for Understanding with New Technologies* (pp. 130-154). Oxford University Press.
- Karaarslan, E., Boz, B. ve Yıldırım, K. (9-11 Aralık 2013). *Matematik ve geometri ğretiminde teknoloji tabanlı yaklaşımlar*. XVIII. Türkiye'de İnternet Konferansında sunuldu, İstanbul. Retrieved from <https://inet-tr.org.tr/inetconf18/bildiri/10.pdf>
- Karakuyu, E. (2018). *Ortağretim matematik 10 ders kitabı*. Anka Yayınevi.

- Karal Eyüboğlu, I. S. (2020). Interpretation of an energy graph for a mass-spring system by prospective science and mathematics teachers: A comparison. *Online Science Education Journal*, 5(2), 52-59. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/ofed/issue/58564/779690>
- Karataş, İ., ve Güven, B. (2004). Fonksiyon kavramının farklı öğrenim düzeyinde olan öğrencilerdeki gelişimi. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, (16), 64-73.
- Katalenić, A., Milin Šipuš, Ž., & Čižmešija, A. (2020). Asymptotes and asymptotic behaviour in graphing functions and curves: An analysis of the croatian upper secondary education within the anthropological theory of the didactic. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(6), 1185-1205. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-10020-5>
- Kearney M. & Treagust, D.F. (2001). Constructivism as a referent in the design and development of a computer program using interactive digital video to enhance learning in physics. *Australian Journal of Educational Technology*, 17(1), 64-79. Retrieved from https://ascilite.org/conferences/coffs00/papers/matthew_kearney.pdf
- Kearney, M. (2002). *Classroom use of multimedia-supported Predict-Observe-Explain tasks to elicit and promote discussion about students' physics concepts* [Unpublished doctoral dissertation]. Curtin University of Technology, Australia.
- Kearney, M. (2004). Classroom use of multimedia supported Predict-Observe-Explain tasks in a social constructivist learning environment. *Research in Science Education*, 34(4), 427-453. Retrieved from <https://opus.lib.uts.edu.au/bitstream/10453/5052/3/2004001813.pdf>
- Kertil, M., Erbas, A. K., & Cetinkaya, B. (2019). Developing prospective teachers' covariational reasoning through a model development sequence. *Mathematical Thinking and Learning*, 21(3), 207-233. <https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1576001>
- Kılıç, D., Sezen, N. ve Sarı, M. (2012). A study of pre-service science teacher's graphing skills. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 46, 2937-2941. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.05.593>
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 390-419). Macmillan Publishing Co, Inc.

- Kobak Demir, M., & Gür, H. (2019). The effect of teachers on constructing parabola knowledge process of high school students. *Journal of Theoretical Educational Science*, 12(1), 151-184. <https://doi.org/10.30831/akukeg.408347>
- Koparan, T. (2019). Teaching game and simulation based probability. *International Journal of Assessment Tools in Education*, 6(2), 235-258. <https://doi.org/10.21449/ijate.566563>
- Kozcu Çakır, N., Güven, G. ve Özdemir, O. (2017). TGA stratejisinin genel biyoloji laboratuvar uygulamalarında etkililiğine ilişkin bir araştırma. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(4), 2014-2035. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2017.17.32772-363988>
- Köse, N. Y. (2008). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımı cabri geometriyle simetriyi anlamlandırılmalarının belirlenmesi: bir eylem araştırması* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Köse, S., Coştu, B ve Keser Ö F., (2003). Fen konularındaki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi: TGA Yöntemi ve Örnek Etkinlikler, *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(13), 43- 53. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/pauefd/issue/11130/133113>
- Köseoğlu, F., Tümay, H. ve Kavak, N. (16-18 Eylül 2002). *Yapılandırıcı öğrenme teorisine dayanan etkili bir öğretim yöntemi tahmin et-gözle-açıkla, buz ile su kaynatılabilir mi?* V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunuldu, Ankara.
- Kramarski, B. (2004). Making sense of graphs: Does metacognitive instruction make a difference on students' mathematical conceptions and alternative conceptions? *Learning and Instruction*, 14(6), 593-619. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2004.09.003>
- Kranda, S., ve Akpınar, M. (2020). Grafik okuma ve çizmede yaşanan zorluklara ilişkin öğrenci görüşleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(2), 415-427. <https://doi.org/10.16986/HUJE.2019050634>
- Kuday, D. ve Çetinkaya, S. (2021). Coğrafya öğretiminde multimedya tabanlı TGA (Tahmin-Gözlem-Açıklama) stratejisi kullanımına ilişkin öğrenci görüşleri . *International Journal of Geography and Geography Education*, 43, 20-38. <https://doi.org/10.32003/igge.815581>
- Kul, H. (2020). *Fonksiyon dönüşümleri konusunun geogebra ile öğretiminin öğrencilerin akademik başarılarına, bilgilerin kalıcılığına ve motivasyonlarına etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

- Kurino, Y. D. (2019). Meningkatkan kemampuan kognitif siswa melalui predict observe explain. *Jurnal Theorems*, 4(1), 301742. <https://doi.org/10.31949/th.v4i1.1416>
- Kutluca, T. & Zengin, Y. (2011). Matematik öğretiminde GeoGebra kullanımını hakkında öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi . *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi* , (17) , 160-172 . Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/zgefd/issue/47948/60666>
- Küçüközer, H. (2008). The effects of 3D computer modelling on conceptual change about seasons and phases of the Moon. *Physics Education*, 43(6), 632-636. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/43/6/011>
- Kwon, O. N. (2002). The effect of calculator-based ranger activities on students' graphing ability. *School Science and Mathematics*, 102(2), 57-67. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2002.tb17895.x>
- Lawson, A. E. (1995). *Science teaching and the development of thinking*. Watsworth Publishing Company.
- Lawson, A. E., Alkhoury, S., Benford, R., Clark, B. R., & Falconer, K. A. (2000). What kinds of scientific concepts exist? Concept construction and intellectual development in college biology. *Journal of Research in Science Teaching*, 37(9), 996-1018. Retrieved from <https://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1J8TLS9FL-6JZZ6J-NXL/kinds%20of%20conceptsJRST.pdf>
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64. <https://doi.org/10.3102/00346543060001001>
- Lesh, R., Post, T. R., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representations in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). Lawrence Erlbaum.
- Liew, C-W. & Treagust, D.F. (1998, April). *The effectiveness of predict-observe-explain tasks in diagnosing students' understanding of science an identifying their levels of achievement* Paper Presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Diego, CA.
- Lords Commissioners of the Admiralty. (1943). *A seaman's pocket-book*. MJF Books. Retrieved from https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:Hawser-laid_rope_%28Seaman%27s_Pocket-Book,_1943%29.jpg

- Mahir, N. (2010). Öğrencilerin gerçek hayattaki bir problemle ilişkili bir fonksiyonu grafiğinden yorumlaması. *PRIMUS*, 20(5), 392-404. <https://doi.org/10.1080/10511970802337225>
- Mânia, S., Jamaluddin, N., Kusumayanti, A., & Nur, F. (2021). The development of student worksheets using ethnomatematics based prediction, observation, and explanation learning models to improve student's critical thinking ability. *Desimal: Jurnal Matematika*, 4(2), 203- 216. <http://dx.doi.org/10.24042/djm.v4i2.8306>
- Markovits, R., Eylon, B. S., & Brukheimer, M. (1986). Functions today and yesterday. *For the learning of mathematics*, 6(2), 18-28. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/40247808>
- McKenzie, D. L., & Padilla, M. J. (1984, April). *Effects of laboratory activities and written simulations on the acquisition of graphing skills by eighth grade students*. Paper presented at the meeting of the National Association for Research in Science Teaching, New Orleans, Louisiana.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education* (2nd ed). Jossey-Bass Publishers.
- Mhlolo, M. K., & Schäfer, M. (2014). Potential gaps during the transition from the embodied through symbolic to formal worlds of reflective symmetry. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 18(2), 125-138. Retrieved from <https://hdl.handle.net/10520/EJC155467>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Sage.
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldana, J. (2014). *Qualitative Data Analysis: A Methods Sourcebook* (3rd Edition). SAGE Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2005). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu (6-8. Sınıflar)*. Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018a). *Fen Bilimleri dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8.sınıflar)*. Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018b). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8.sınıflar)*. Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018c). *Matematik dersi öğretim programı (lise 9,10,11 ve 12.sınıflar)*. Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record: The Voice of*

- Scholarship in Education*, 108(6), 1017-1054. Retrieved from <https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x>
- Misrom, N. B., Muhammad, A., Abdullah, A., Osman, S., Hamzah, M., & Fauzan, A. (2020). Enhancing students' higher-order thinking skills (Hots) through an inductive reasoning strategy using geogebra. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, 15(3), 156-179. <https://www.learntechlib.org/p/217021/>
- Moore, K. C., Silverman, J., Paoletti, T., Liss, D., & Musgrave, S. (2019). Conventions, habits, and U.S. teachers' meanings for graphs. *The Journal of Mathematical Behavior*, 53, 179-195. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.08.002>
- Morgan, C. (2011). Communicating mathematically. In S. Johnston-Wilder, P. Johnston-Wilder, D. Pimm & C. Lee (Eds.), *Learning to teach mathematics in the secondary school* (pp. 146-161). Routledge.
- Nagel, E. A. (1994). *Effects of Graphing Calculators on College Algebra Students' Understanding of Functions and Graphs*, San Diego State University, USA, Master.
- Nalkıran, T., & Karamustafaoğlu, S. (2020). Prediction-observation-explanation (POE) method and its efficiency in teaching "work, energy, power" concepts. *International Journal of Assessment Tools in Education (JATE)*, 7(3), 497-521. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/ijate/issue/56368/727399>
- National Research Council, & Mathematics Learning Study Committee, (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academies Press.
- O'Callaghan, B. R. (1998). Computer-intensive algebra and students' conceptual knowledge of functions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 21-40. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.29.1.0021>
- Olsson, J. (2018). The contribution of reasoning to the utilization of feedback from software when solving mathematical problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(4), 715-735. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9795-x>
- Orçanlı, H. B. & Orçanlı, K. (2016). Bilgisayar destekli geometri öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin geometri başarısına ve geometri özyeterlik algısına etkisi. *Sosyal Bilimler Araştırma Dergisi*, 5(1), 80-97. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ssrj/issue/22474/240388>
- Ozan Leymun, Ş., Odabaşı, H. F., & Yurdakul, I. K. (2017). Eğitim ortamlarında durum çalışmasının önemi. *Journal of Qualitative Research in Education*, 5(3). 369-385. <https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.5c3s16m>

- Öksüz, C., Ak, Ş. ve Uça, S. (2009). İlköğretim matematik öğretiminde teknoloji kullanımına ilişkin algı ölçeği. *Van Yüzcüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(1), 270-287. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/146305>
- Özaltun Çelik, A. & Bukova Güzel, E. (2017). Revealing Ozgur's thoughts of a quadratic function with a clinical interview: Concepts and their underlying reasons. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 3(1), 122-134. Retrieved from <https://eric.ed.gov/?id=EJ1126737>
- Özdemir Erdoğan, E., Erdoğan, A. ve Yanık, H. B. (2012). İlköğretim matematik öğretmenliği programı birinci sınıf öğrencilerinin fonksiyonlar konusundaki hazır bulunuşlukları. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, 11(4), 1121-1149.
- Özgen, K., Aygün, N. ve Hanazay, H. (2017). Lise öğrencilerinin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 11(2), 52-81. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.373141>
- Özgün Koca, S. A. (2008). Öğrencilerin grafik okuma yorumlama ve oluşturma hakkındaki kavram yanılgıları. M. F. Özmentar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Eds.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* içinde (ss.61-89). Pegem Akedemi.
- Özkaya, M., ve İşleyen, T. (2012). Fonksiyonlarla İlgili Bazı Kavram Yanılgıları. *Çankırı Karatekin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 3(1), 1-32. <https://dergipark.org.tr/en/pub/jiss/issue/25909/273063>
- Özmen, Z. M., Güven, B., & Kurak, Y. (2020). Determining the graphical literacy levels of the 8th grade students. *Eurasian Journal of Educational Research*, 20(86), 1-24. <https://doi.org/10.14689/ejer.2020.86.13>
- Özmen, Z.G., (2015). *Farklı lisans programlarında okuyan öğrencilerin istatistik okuryazarlığının incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Özüdoğru, M. (2016). The perceptions of students about the concept of function/öğrencilerin fonksiyon kavramına ilişkin algıları. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 12(4), 909-927. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/eku/issue/24403/258693>
- Özyılmaz Akamca, G. & Hamurcu, H. (2009). Analogiler, kavram karikatürleri ve tahmin-gözlem-açıklama teknikleriyle desteklenmiş fen ve teknoloji eğitimi. *Education Sciences*, 4(4), 1186-1206. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/nwsaedu/issue/19826/212385>

- Padilla, M. J., McKenzie, D. L., & Shaw, E. L. (1986). An examination of the line graphing ability of students in grades seven through twelve. *School Science and Mathematics*, 86(1), 20-26. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1986.tb11581.x>
- Panaoura, A., Elia, I., Stamboulides, N., & Spyrou, P. (2009). Students' structure for the understanding of the axis of reflective symmetry in mathematics. *Acta Didactica Universitatis Comenianae. Mathematics*, 9, 41-62.
- Parhizgar, Z., Dehbashi, A., Liljedahl, P., & Alamolhodaei, H. (2021). Exploring students' misconceptions of the function concept through problem-posing tasks and their views thereon. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(12), 3261-3285. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.193773>
- Patton, M. Q. (2014). *Nitel Araştırma ve Değerlendirme Yöntemleri* (3. Basım). (Çev. Bütün, M. ve Demir, S. B.). Pegem Akademi. (Eserin orijinali 1990'da yayımlanmıştır.)
- Pehlivan, Z. (2018). *Investigation of preservice mathematics teachers' algebraic thinking through translations among multiple representations* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul.
- Polat, Z. S., & Şahiner, Y. (2007). A study about the elimination of pre-service primary education teachers' misconceptions about relations and functions concepts. *Education and Science*, 32(146), 89-95. Retrieved from <https://www.proquest.com/openview/50bb9a17f8480e633f4ca82c8f0b00fb/1?pq-origsite=gscholar&cbl=1056401>
- Preiner, J. (2008). *Introducing Dynamics Mathematics Software to Mathematics Teacher: the Case of GeoGebra*. [Dissertation in Mathematics Education]. University of Salzburg, Salzburg
- Rani, O. M. (2021). *Pengaruh model pembelajaran prediction, observation, explanation, elaboration, write, and evaluation (POE2WE) dalam meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan penalaran matematis* [Undergraduate Thesis], UIN Raden Intan Lampung.
- Rodriguez, M. (2018). *College Algebra and the Role of Graphing Calculators in the Study of Functions and their Transformations* (Publication No. 10828309) [Doctoral dissertation, Northcentral University]. ProQuest Dissertations & Theses Global.
- Rosalifah, D. (2019). *Eksperimen model pembelajaran Predict Observe Explain (POE) dan Guided Discovery (GD) terhadap hasil belajar matematika ditinjau dari intelligence siswa kelas VII smp negeri 1 tawang Sari* [Doctoral dissertation]. Universitas Muhammadiyah Surakarta.

- Ross, B., & Munby, H. (1991). Concept mapping and misconceptions: A study of high-school students' understandings of acids and bases. *International Journal of Science Education*, 13(1), 11-23. <https://doi.org/10.1080/0950069910130102>
- Rouan, O. (2002). Secondary school math teachers' conceptions of the statistical graphics' functions, reading and interpretation. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town, South Africa: International Association for Statistics Education.
- Sağirekmekçi, H. (2016). "*Tahmin-Gözlem-Açıklama*" (TGA) stratejisine dayalı Fen ve Doğa etkinliklerinin, okul öncesi öğrencilerinin bilimsel süreç becerilerine ve bilişsel alan yeteneklerine etkisi [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Mustafa Kemal Üniversitesi, Hatay.
- Sani, R. A. & Anggryani Sinaga, L. F. (2012). Improvement of student competency in physics using Predict-Observe-Explain-Write (POEW) learning model at senior high school. *Jurnal Penelitian Inovasi Pembelajaran Fisika*, 4(2), 1-7. Retrieved from <http://digilib.unimed.ac.id/1340/1/Full%20Text.pdf>
- Sarıhan Musan, M. (2012). *Dinamik matematik yazılımı destekli ortamda 8. sınıf öğrencilerinin denklem ve eşitsizlikleri anlama seviyelerinin solo taksonomisine göre incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Searle, P. (1995). Teaching the senior physics topic of force and motion using conceptual change approaches. In B. Hand, ve V. Prain (Eds.), *Teaching and learning in science. The constructivist classroom* (pp. 170-192). Sydney: Harcourt Brace
- Seferoğlu, S. S. (2014). *Öğretim teknolojileri ve materyal tasarımı*. PegemA.
- Setyadi, I. M. A., Sudiarta, I. G. P., & Mertasari, N. M. S. (2019). The effect of predict-observeexplain (POE) learning model using open-ended problem (OEP) towards students' mathematical problem solving skill. *Jurnal Pendidikan Dan Pengajaran*, 52(3), 133-144. <https://doi.org/10.23887/jpp.v52i3.15713>
- Sevgi, S., ve Soylu, Y. (2022). Trigonometrik fonksiyonların grafiklerini yorumlama konusunun geogebra ile tasarlanmış etkinliklerle öğretiminin öğrencilerin akademik başarısına ve kalıcılığa etkisi. *Journal of Academic Social Science Studies*, 15(91), 17-38. <https://doi.org/10.29228/JASSS.63862>
- Shah, P., & Hoeffner, J. (2002). Review of graph comprehension research: Implications for instruction. *Educational Psychology Review*, 14(1), 47-69. <https://doi.org/10.1023/A:1013180410169>

- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics' reasoning and learning. *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 957-1009. Retrieved from <https://cir.nii.ac.jp/crid/1571417125000078592>
- Sırış, A. B. (2021). *Tahmin–Gözlem–Açıklama–Tartışma –Açıklama (TGA-TAA) destekli öğretimin öğrencilerin akademik başarılarına ve kavram yanlışlarının giderilmesine etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Sofu, F. (1985). Graphic literacy: Part I. A review of the literature. *The Vocational Aspect of Education*, 37(98), 107-113. <https://doi.org/10.1080/10408347308002541>
- Son, J. W., & Sinclair, N. (2010). How preservice teachers interpret and respond to student geometric errors: Preservice teachers' responses to student errors. *School Science and Mathematics*, 110(1), 31-46. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2009.00005.x>
- Strauss, A. L. & Corbin, J. (1998). *Basics of Qualitative Research* (2nd ed.), SAGE Publications.
- Sumartini, T. S. (2017). Meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa melalui model pembelajaran predict observe explanation. *JES-MAT (Jurnal Edukasi dan Sains Matematika)*, 3(2), 167-176. <https://doi.org/10.25134/jes-mat.v3i2.689>
- Şahin, S. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin grafik okuryazarlık becerileri ve karşılaştıkları zorluklar: Daire grafiği örneği* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Şahin, S. , Gençtürk, E. ve Budanur, T. (2007). Coğrafya öğretiminde uygun grafik seçimi ve kullanımının öğrenme üzerindeki etkisi, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 15(1), 293-302. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/kefdergi/issue/49108/626725>
- Tahir, F. M., Nasri, N. M., & Halim, L. (2020). The effectiveness of Predict-Observe-Explain-Animation (POE-A) strategy to overcome students' misconceptions about electric circuits concepts. *Learning Science and Mathematics Journal*, 1(15), 1-15. Retrieved from http://www.recsam.edu.my/sub_lsmjournal/images/docs/2020/2020_1_NFMN_0115.pdf
- Tairab, H. H., & Khalaf Al-Naqbi, A. K. (2004). How do secondary school science students interpret and construct scientific graphs? *Journal of Biological Education*, 38(3), 127-132. <https://doi.org/10.1080/00219266.2004.9655920>
- Talashoğlu, S. S., & Şahin, F. (2018). Research on correlation and relationship between graphic literacy activities, decision making abilities and concept learning of third

- grade students. *Journal of Human Sciences*, 15(1), 62.
<https://doi.org/10.14687/jhs.v15i1.4709>
- Tall, D., & Bakar, M. (1992). Students' mental prototypes for functions and graphs. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 23(1), 39-50. Retrieved from <https://core.ac.uk/reader/48980>
- Tao, P. K. & Gunstone, R. F. (1997, March), *The process of conceptual change in force and motion*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago, IL.
- Tao, P. K., & Gunstone, R. F. (1999). Conceptual change in science through collaborative learning at the computer. *International Journal of Science Education*, 21(1), 39-57.
<https://doi.org/10.1080/095006999290822>
- Tarhan, Ö. (2015). Sosyal bilgiler öğretmeni adaylarının politik okuryazarlığa ilişkin görüşleri. *Akademik Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 3(9), 649-669.
<https://doi.org/10.16992/ASOS.538>
- Tekin, B., Konyalıoğlu, A. C., ve Işık , A. (2009). Ortaöğretim öğrencilerinin fonksiyon grafiklerini çizebilme becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 17(3), 919-932. <https://dergipark.org.tr/en/pub/kefdergi/626086>
- Temiz, B. K., ve Tan, M., (2009). Lise 1 Sınıf Öğrencilerinin Grafik Yorumlama Becerileri. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 0(28), 31-43.
- Thomas, M.O.J., Wilson, A.J., Corballis, M.C., Lim, V. K., & Yoon, C. (2010). Evidence from cognitive neuroscience for the role of graphical and algebraic representations in understanding function. *ZDM Mathematics Education*, 42, 607-619.
<https://doi.org/10.1007/s11858-010-0272-7>
- Toker, Z. G. (2008). *The effect of using dynamic geometry software while teaching by guided discovery on students' geometric thinking levels and achievement* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Tortop, T. (2011). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin alışılmış matematik öğretiminin öncesinde ve sonrasında grafik kavramındaki tipik hataları ve kavram yanlışları* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim araştırmalarında etkin olarak kullanılacak nitel bir araştırma tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 6(4), 543-559. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/kuey/issue/10372/126941>

- Tüzer Ünsal, G., & Akay, C. (2020). Lise Öğrencilerinin Matematik Başarısı, Kaygısı ve Öğretim Teknolojilerine Yönelik Tutumları Üzerine: GeoGebra Dinamik Yazılımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 28(1), 234-252. <https://doi.org/10.24106/kefdergi.3538>
- Ubah, I. J., & Bansilal, S. (2018). Pre-service primary Mathematics teachers' understanding of fractions: An action–process–object–schema perspective. *South African Journal of Childhood Education*, 8(2), 1-12. <https://doi.org/10.4102/sajce.v8i2.539>
- Ulusoy, F. (2020). Öğretmen adaylarının iki niceliğin eş zamanlı değişimini içeren dinamik fonksiyonel durumlar için oluşturdukları grafik temsilleri . *Journal of Qualitative Research in Education*, 8(2), 1-27. <https://doi.org/10.14689/issn.2148-624.1.8c.2s.3m>
- Ural, A. (2006). Fonksiyon öğreniminde kavramsal zorluklar. *Ege Eğitim Dergisi*, 7(2), 75–94. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/egeefd/issue/4915/67281>
- Urban-Woldron, H. (2015). Motion sensors in mathematics teaching: Learning tools for understanding general math concepts? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(4), 584-598. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2014.985270>
- Uyanık, S. (2022). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin grafikler konusuna ilişkin öğretimlerinin grafik okuryazarlığı bağlamında değerlendirilmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Trabzon Üniversitesi, Trabzon.
- Uygur Kabael, T. ve Tanışlı, D. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *İlköğretim Online Dergisi*, 9 (1), 213-228. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/ilkonline/issue/8596/106964>
- Van de Walle, J., Karp, K.S., & Bay-Williams J.M. (2019). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally* (10th ed.). Pearson Education.
- Vidakovic, D. (1996). Learning the concept of inverse function. *Journal of computers in Mathematics and Science Teaching*, 15(3), 295-318.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305. <https://doi.org/10.1080/0020739830140305>
- Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356-366. <http://www.jstor.org/stable/749441>.
- White, R.ve Gunstone, R. (1992). *Probing Understanding* (First edition). The Falmer Pres.

- Wilkie, K. J. (2019). Investigating secondary students' generalization, graphing, and construction of figural patterns for making sense of quadratic functions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 54, 100689. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.01.005>
- Wilson, M. R.(1991). A model of secondary students' construction of the concept of function. *The Mathematics Educator*, 2(1), 6-12. Retrieved from <https://openjournals.libs.uga.edu/tme/article/view/1756/1664>
- Xistouri, X. (2007). Students' ability in solving line symmetry tasks. Paper presented at the meeting of Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Department of Education, University of Cyprus, Cyprus.
- Yalçın, D., ve Duran, E. (2022). Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Grafik Okuryazarlık Beceri Düzeylerinin Geliştirilmesi. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(2), 489-513. <https://doi.org/10.21666/muefd.1108201>
- Yaman, F. (2012). *Bilgisayara dayalı tahmin-gözlem-açıklama (TGA) etkinliklerinin öğrencilerin asit-baz kimyasına yönelik kavramsal anlamalarına etkisi: Türkiye ve ABD örneği* [Yayınlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Yaşar, Ş. ve Baran, M. (2020). Oyunlarla desteklenmiş TGA (Tahmin Et-Gözle -Açıkla) yöntemine dayalı etkinliklerin 10. sınıf öğrencilerinin fizik başarısına etkisi. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 52(52) , 420-441. <https://doi.org/10.15285/maruaebed.651074>
- Yaşdal, B., ve Tulunay Ateş, Ö. (2022). Ortaokul öğrencilerin uzaktan eğitime yönelik metafor algıları. *Sivas Cumhuriyet University Educational Sciences Institute Journal*, 1(2), 85-97. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/cebed/issue/73073/1079639>
- Yavuz, İ. ve Kepceoğlu, İ. (2010). Öğrencilerin fonksiyonlarda işlemler konusuna grafikler üzerinden yaklaşımlarının incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20, 59-80. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/sakaefd/issue/11216/133948>
- Yavuz, İ., ve Hangül, T. (2014), Öğrencilerin fonksiyonlarda tanım, değer ve görüntü kümeleri kavramlarına yönelik algıları, *International Journal of Social Science Research*, 3(4), 48-64. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/ijssresearch/issue/32887/365336>
- Yayla, G. ve Özsevgeç, T. (2015). Ortaokul öğrencilerinin grafik becerilerinin incelenmesi: Çizgi grafikleri oluşturma ve yorumlama. *Kastamonu Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(3), 1381-1400. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/tr/pub/kefdergi/issue/22598/241401>

- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (10. baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. K. (1984). *Case study research: Design and methods*. Sage Publications.
- Yurtyapan, E. (2018). *Fen bilgisi öğretmen adaylarının biyoloji konularına yönelik kavram karikatürü destekli tahmin-gözlem-açıklama uygulamalarının başarı ve üst biliş becerilerine etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Amasya Üniversitesi, Amasya.
- Yurtyapan, E. ve Kandemir, N. (2022). Developing sample activity based on prediction-observation- explanation (POE) teaching method supported by concept cartoons in science teaching laboratory applications. *Uluslararası Beşeri Bilimler ve Eğitim Dergisi*, 8(17), 1-35. <https://dergipark.org.tr/en/pub/ijhe/issue/69713/1017614>
- Yurtyapan, M. İ., & Kaleli Yılmaz, G. (2022). Examining graphic drawing skills for a socioscientific problem situation: The SIR model Covid-19 example. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 10(1). <https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.1.1736>
- Yüksek Öğretim Kurulu (YÖK) (2018). İlköğretim matematik öğretmenliği lisans programı. Ankara.
- Zachariades, T., Christou, C., Papageorgiou, E. (2002). The difficulties and reasoning of undergraduate mathematics students in the identification of functions. *Proceedings in the 10th ICME Conference*, Crete, Greece. <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap353.pdf>.
- Zengin, Y. (2011). *Dinamik matematik yazılımı GeoGebra'nın öğrencilerin başarılarına ve tutumlarına etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Kahramanmaraş.

EKLER

EK-1: Fonksiyon Kavramına Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Ders Planı

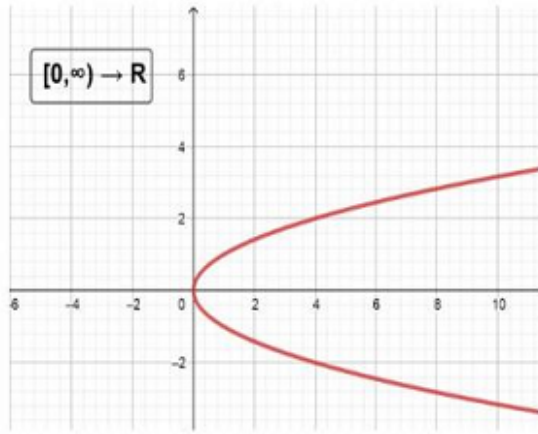
DERS PLANI	
Dersin Adı	Grafik Okuryazarlığı
Konu	Fonksiyon kavramı
Kavramlar	Fonksiyon, tanım kümesi, görüntü kümesi, değer kümesi
Önerilen Süre	3 ders saati
Öğrenci Kazanımları	Kazanım 1: Bir bağıntı grafiğinin okuma ve yorumlama yoluyla fonksiyon olup olmadığını belirler. (Tahmin ve Gözlem aşaması) Kazanım 2: Cebirsel ifadesi verilen bir grafiği çizerek fonksiyon olup olmadığını gerekçeleri ile açıklar. (Açıklama ve Değerlendirme Aşaması)
Kullanılan Teknolojik Ortam	GeoGebra Dinamik Yazılımı

Tahmin Aşaması

(15 dakika çalışma, 15 dakika tartışma olmak üzere toplam 30 dakika)

Tahmin aşamasında, öğretmen adaylarından <https://www.geogebra.org/classroom> linkine tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenir. Bu aşamada öğretmen adaylarından ekranlarındaki dokuz farklı grafiğin fonksiyon olup olmama durumlarını gerekçeleriyle birlikte açıklamaları istenir. Tahmin aşamasında verilen örnek bir grafik Şekil 1' de verilmiştir.

TAHMİN



Grafik 1

Yukarıdaki bağıntı grafiği, verilen aralıkta fonksiyon belirtir mi? Cevabınızı gerekçenizi belirterek açıklayınız.

A	
f_x	

Şekil 1. Tahmin aşamasında verilen örnek bir grafik

15 dakikalık çalışma süresi sonunda, öğretmen adaylarının görüşleri alınmaya başlanır. Bu süreçte her ifade

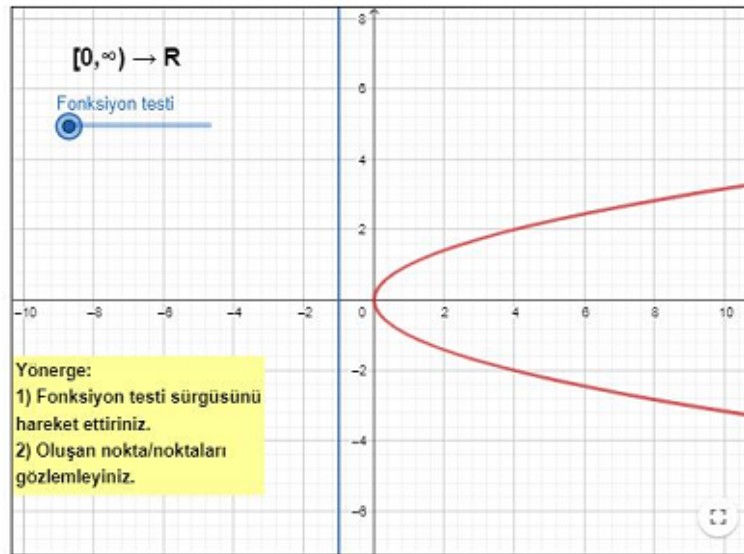
tartışılmaya çalışılır. Görüş ayrılıkları olduğunda öğrencilerin birbirlerini ikna etmeleri için bilimsel anlamda kanıt ve gerekçelerini paylaşmaları konusunda teşvik edilir. Bu aşamada amaç bütün öğrencilerin görüşlerini gerekçelerini sunarak tartışmaya katılmalarını sağlamaktır. Böylece her öğrenci savunduğu görüşün doğru mu yanlış mı olduğunu merak ederek bir sonraki aşamada yapılacak etkinliğe motive olacaktır. Öğretmen bu aşamada moderatör rolünde hareket etmelidir. Cevabı söylemek yerine öğrencilerin takıldığı noktalarda tartışmayı ve karmaşıklığın yaşandığı noktaları öğrenci gibi ifade ederek öğretmen adaylarının zihninde soru işareti oluşturarak kavramsal anlamda dengesizliği ve merakı tetiklemelidir.

Gözlem Aşaması (30dakika)

Gözlem aşamasında, öğretmen adaylarından <https://www.geogebra.org/classroom> linkine tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenir.

Bu aşamadaki temel amaç öğretmen adaylarının sunulan teknolojik ortam ile bir grafiğin fonksiyon belirtmesi için hangi şartları taşıması gerektiğini gözlem ve uygulama yaparak keşfetmesini sağlamaktır. Bu amaç doğrultusunda öğretmen adaylarının tahmin aşamasında cevapladıkları ve fonksiyon olup olmama durumlarını tartıştıkları grafiklere verdikleri yanıtları kontrol etmeleri için GeoGebra uygulamalarını yapmaları istenir. Öğretmen adaylarına gözlem aşamasında sunulan GeoGebra uygulamalarından bir örneğin yapılmadan önceki hali Şekil 2'de gösterilmiştir.

Grafik 1



Grafik 1'e yönelik Açıklama ve Yaptığınız Gözlemler

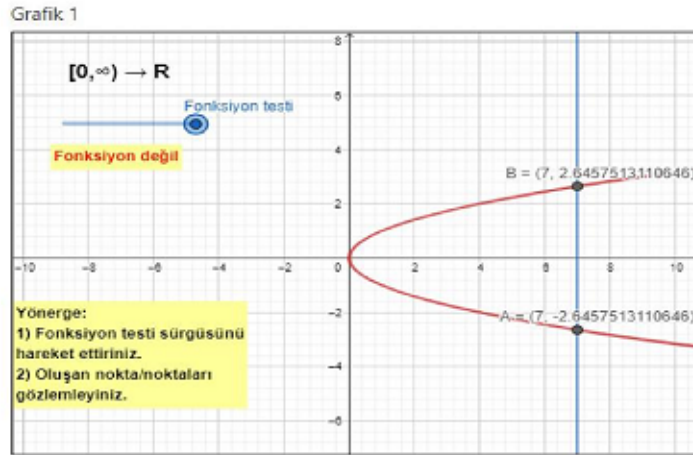
(Tahmindeki düşüncem değişti veya düşüncem değişmedi. Çünkü.....gözlemledim.....fark ettim)

Aa π

Cevabımızı buraya yazınız...

Şekil 2. GeoGebra'daki fonksiyon testinin ilk hali

Öğretmen adaylarından Şekil 2'de verilen yönerge doğrultusunda fonksiyon testini yapmaları istenmiştir. Öğretmen adayları tarafından fonksiyon testinin yapılmış hali Şekil 3'de gösterilmektedir.



Grafik 1'e yönelik Açıklama ve Yaptığınız Gözlemler
(Tahmindeki düşüncem değişti veya düşüncem değişmedi. Çünkü.....gözlemledim.....fark ettim)

A
f_x

Şekil 3. GeoGebra'daki fonksiyon testinin yapılmış hali

Şekil 3'de gösterildiği gibi örnek olarak verilen GeoGebra uygulamasını yaptıktan sonra öğretmen adaylarından uygulamanın altında yer alan uygulamadaki gözlemlerini ve bu grafiğe ait tahmin aşamasındaki düşüncesinin değişip değişmediğine yönelik açıklamalarını Şekil 3'de verilen “Düşüncem değişti/ değişmedi” bölümüne yazmaları istenir.

Tahmin aşamasında verilen bütün grafikler için yukarıda anlatılan bütün uygulamalar yapıldıktan sonra gözlem aşaması tamamlanır.

Açıklama Aşaması (30 dakika)

Gözlem aşamasında öğretmen adaylarından her bir grafik için “Düşüncem değişti/ değişmedi” bölümüne gerekli açıklamalar ve uygulamada yaptıkları gözlemleri yazmaları istenmiştir. Açıklama aşamasında ise her bir grafik için öğretmen adaylarının gözlem aşamasında yazdıkları bu düşünce ve gözlemleri sınıf arkadaşları ile paylaşmaları istenir. Böylece öğretmen adaylarının arkadaşlarının düşüncelerini aktif bir şekilde dinlemeleri, hatalarını fark etmeleri sağlanması amaçlanmaktadır. Öğretmen adaylarının gözlem aşamasında yaptıkları uygulamalar ve açıklama aşamasında yapılan sınıf içi tartışmalara rağmen bazı grafiklerin fonksiyon olup olmama konusunda çeşitli fikir ayrılıkları olabilir. Bu tip durumların giderilmesi için öğretimin yürütücüsü olan öğretmenin rolü büyük öneme sahiptir. Öğretmen adaylarının her bir grafik için yaptıkları fikir paylaşımından sonra sınıfça genel bir kaniya varılması için öğretmen, gözlem aşamasındaki uygulamaları aşama aşama öğretmen adaylarıyla birlikte tekrar yapar. Bu uygulamaları yaparken fikir ayrılıklarının yaşandığı yerlere, hataları buldurmaya ya da grafiğin doğru yorumlanabilmesi için keşfetmeye yönelik bazı sorular öğretmen adaylarına sorulabilir. Örneğin “Fonksiyonun tanım kümesi için grafiğin hangi bölümünü kontrol etmeliyiz?”, “Fonksiyonun görüntü kümesi için grafiğin hangi bölümünü kontrol etmeliyiz?” ya da “Bir grafiğin fonksiyon belirtip belirtmediğini kontrol etmek için neden dikey doğru testi yapılır?” şeklindeki sorular yöneltilebilir. Her

bir grafiğin öğretmen adayları ile bu şekilde birlikte incelenmesinden sonra bir grafiğin fonksiyon olabilmesi için hangi şartları taşıması gerektiğine yönelik öğretmen tarafından genel bir tekrar yapılarak grafiğin okunması ve yorumlanmasına yönelik olan öğretim tamamlanır. Daha sonra öğretmen adaylarına tanım, değer kümesi ve cebirsel ifadesi verilen bir bağıntının grafiğinin nasıl çizildiğini ve fonksiyon belirtip belirtmediğine yönelik örnek sorular yöneltilir. Bu bölümde yöneltilen bir örnek soru **Şekil 4**'de verilmiştir.

1) $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olacak şekilde $y = \log_5 x$ ifadesinin grafiğini çizerek fonksiyon olup olamama durumunu grafikten yola çıkarak açıklayınız.

Şekil 4. Açıklama aşamasında grafik çizmeye yönelik örnek bir soru

Gönüllü olan öğretmen adaylarının cevaplarını sınıfla paylaşmaları sağlanır. Yapılan sınıf paylaşımından sonra öğretmen gerek GeoGebra'dan gerekse tahtaya sorudaki grafiği aşama aşama çizerek fonksiyon belirtip belirtmediğini açıklar. Burada amaç öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerinin geliştirilmesini sağlamaktır. Grafik çizmeye yönelik yapılan öğretimden sonra açıklama aşaması tamamlanır.

Değerlendirme Aşaması (30 dakika)

Bu aşamada öğretmen adaylarına kendilerine verilen linke tıklamaları, karşılıklarına gelen ekranda yer alan fonksiyon olup olmamaya yönelik grafik çizme sorularını defterlerine cevaplamaları istenir. Bu bölüm ders dışı ödev olarak verilmiştir. Çizdikleri grafiklerin fotoğraflarını öğretmenin daha sonra incelemesi için Googleclassrom'daki sınıf çalışmaları bölümüne yüklemeleri istenir. Dersin yürütücüsü olan öğretmen ödev teslim süresi tamamlandığında ödevleri inceleyerek yapılan hataları sınıflandırarak bu hatalı çözümleri bir sunum haline getirir. Daha sonra öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar etik kurallar çerçevesinde ayrı bir derste sınıf ortamında tartışılarak hataların görülmesi ve yorumlanması sağlanır. Yapılan etkinlik sonunda dersi yürüten öğretmen tarafından her bir sorudaki grafiğin çizimi öğretmen adayları ile birlikte GeoGebra'dan yapılır. Grafiğin yorumlanması noktasında ihtiyaç duyulduğunda dersi yürütülen öğretmen tahtayı kullanarak da bu grafiklerin çizimlerdeki detayları gösterebilir. Grafik çizmenin pekiştirilmesine yönelik yapılan öğretimden sonra değerlendirme aşaması tamamlanır.

EK-2: Tanım Görüntü Kümesine Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Ders Planı

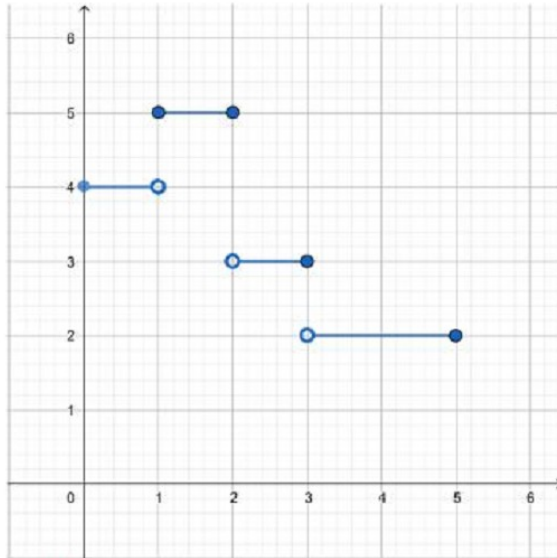
DERS PLANI	
Dersin Adı	Grafik Okuryazarlığı
Konu	Fonksiyon Grafiğinde Tanım ve Görüntü Kümesi
Kavramlar	Fonksiyon, tanım kümesi, görüntü kümesi, değer kümesi
Önerilen Süre	3 ders saati
Öğrenci Kazanımları	<p>Kazanım 1: Fonksiyon grafiklerinin tanım ve değer aralığını ifade eder. (Tahmin ve Gözlem aşaması)</p> <p>Kazanım 2: Cebirsel ifadesi verilen bir fonksiyonun grafiğini çizerek tanım ve değer aralığını gösterir. (Açıklama ve Değerlendirme Aşaması)</p>
Kullanılan Teknolojik Ortam	GeoGebra Dinamik Yazılımı

Tahmin Aşaması

(15 dakika çalışma, 15 dakika tartışma olmak üzere toplam 30 dakika)

Tahmin aşamasında, öğretmen adaylarından <https://www.geogebra.org/classroom> linkine tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenir. Bu aşamada öğretmen adaylarından ekranlarındaki beş farklı fonksiyon grafiğinin tanım –görüntü kümelerini bularak çözümlerini gerekçeleriyle birlikte açıklamaları istenir. Tahmin aşamasında verilen örnek bir grafik Şekil 1’ de verilmiştir.

TAHMIN



Grafik 1

Grafik 1’de verilen fonksiyonunun tanım ve görüntü aralığını yazınız. Cevabınızı gerekçenizi belirterek açıklayınız açıklayınız.

Cevabınızı buraya yazınız...

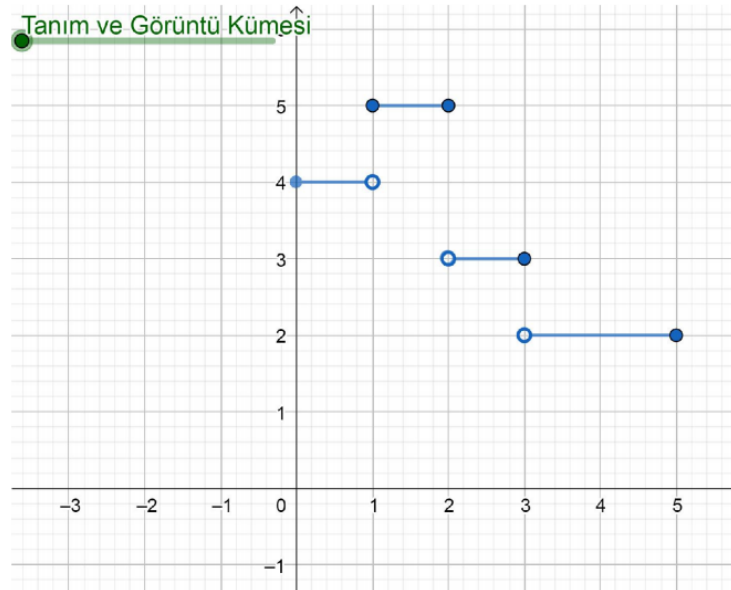
Şekil 1. Tahmin aşamasında verilen örnek bir grafik

15 dakikalık çalışma süresi sonunda, öğretmen adaylarının görüşleri alınmaya başlanır. Bu süreçte her ifade

tartışılmaya çalışılır. Görüş ayrılıkları olduğunda öğrencilerin birbirlerini ikna etmeleri için bilimsel anlamda kanıt ve gerekçelerini paylaşmaları konusunda teşvik edilir. Bu aşamada amaç bütün öğrencilerin görüşlerini gerekçelerini sunarak tartışmaya katılmalarını sağlamaktır. Böylece her öğrenci savunduğu görüşün doğru mu yanlış mı olduğunu merak ederek bir sonraki aşamada yapılacak etkinliğe motive olacaktır. Öğretmen bu aşamada moderatör rolünde hareket etmelidir. Cevabı söylemek yerine öğrencilerin takıldığı noktalarda tartışmayı ve karmaşıklığın yaşandığı noktaları öğrenci gibi ifade ederek öğretmen adaylarının zihninde soru işareti oluşturarak kavramsal anlamda dengesizliği ve merakı tetiklemelidir.

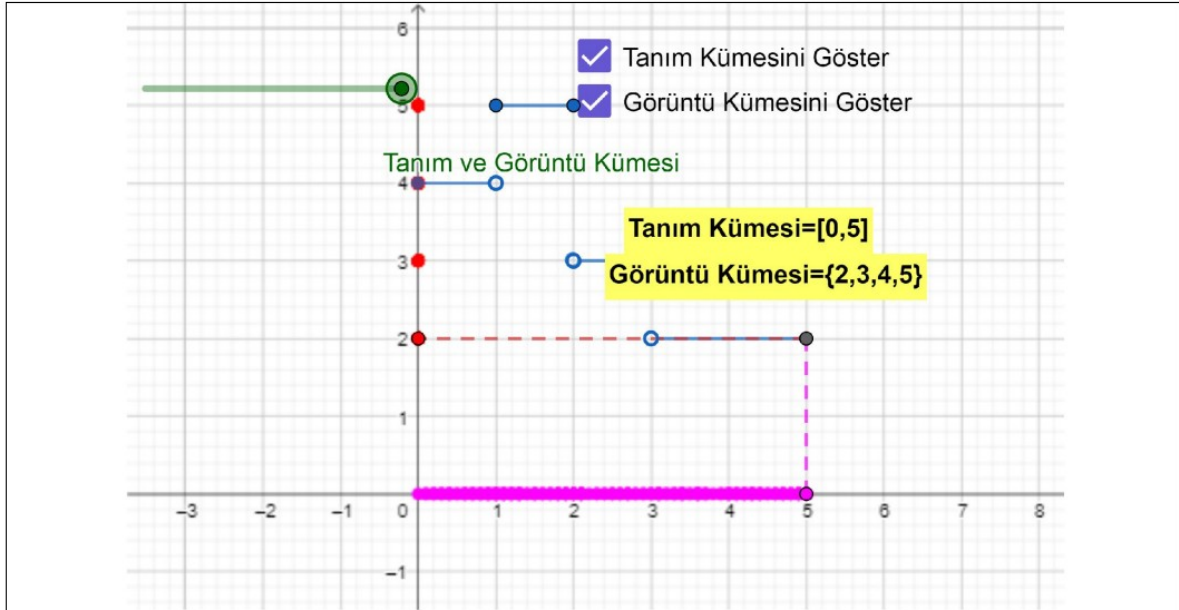
Gözlem Aşaması (30dakika)

Gözlem aşamasında, öğretmen adaylarından <https://www.geogebra.org/classroom> linkine tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenir. Bu aşamadaki temel amaç öğretmen adaylarının sunulan teknolojik ortam ile fonksiyon grafiğinin tanım ve görüntü kümelerini gözlem ve uygulama yaparak keşfetmesini sağlamaktır. Bu amaç doğrultusunda öğretmen adaylarının tahmin aşamasında fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümelerinin tespitine yönelik verdikleri yanıtları kontrol etmeleri için GeoGebra uygulamalarını yapmaları istenir. Öğretmen adaylarına gözlem aşamasında sunulan GeoGebra uygulamalarından bir örneğin yapılmadan önceki hali Şekil 2’de gösterilmiştir.



Şekil 2. GeoGebra’deki tanım görüntü kümesi uygulamasının ilk hali

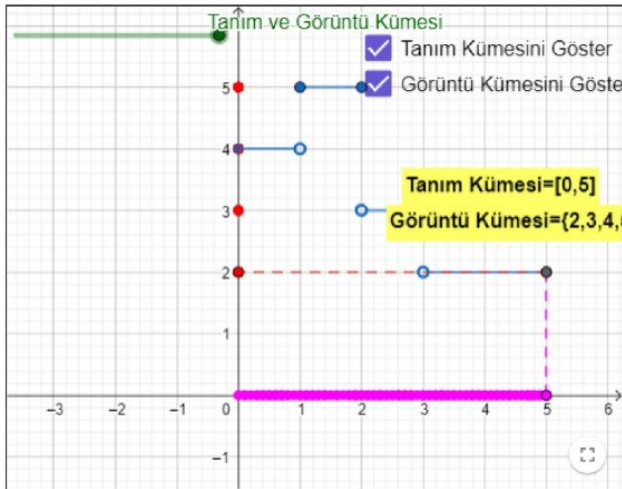
Öğretmen adaylarından Şekil 2’de verilen yönerge doğrultusunda tanım ve görüntü kümesi sürgü testini yapmaları istenmiştir. Öğretmen adayları tarafından fonksiyon tanım ve görüntü kümesi sürgü testinin yapılmış hali Şekil 3’de gösterilmektedir.



Şekil 3. GeoGebra'daki tanım görüntü kümesi uygulamasının yapılmış hali

Şekil 3'de gösterildiği gibi örnek olarak verilen GeoGebra uygulamasını yaptıktan sonra öğretmen adaylarından uygulamanın altında yer alan uygulamadaki gözlemlerini ve bu grafiğe ait tahmin aşamasındaki düşüncesinin değişip değişmediğine yönelik açıklamalarını Şekil 4'de verilen "düşüncem değişti/ değişmedi" bölümüne yazmaları istenir.

Grafik 1



Grafik 1'e yönelik Açıklama ve Yaptığınız Gözlemler

(Tahmin aşamasındaki düşüncem değişti veya düşüncem değişmedi. Çünkü.....gözlemlerim.....fark ettim)

Aa π Cevabınızı buraya yazınız...

Şekil 4. "Düşüncem değişti/ değişmedi" bölümü

Tahmin aşamasında verilen bütün grafikler için yukarıda anlatılan uygulamalar yapıldıktan sonra gözlem

aşaması tamamlanır.

Açıklama Aşaması (30 dakika)

Gözlem aşamasında öğretmen adaylarından her bir grafik için “**düşüncem değişti/ değişmedi**” bölümüne gerekli açıklamalar ve uygulamada yaptıkları gözlemleri yazmaları istenmiştir. Açıklama aşamasında ise her bir grafik için öğretmen adaylarının gözlem aşamasında yazdıkları bu düşünce ve gözlemleri sınıf arkadaşları ile paylaşmaları istenir. Böylece öğretmen adaylarının arkadaşlarının düşüncelerini aktif bir şekilde dinlemeleri, hatalarını fark etmeleri sağlanması amaçlanmaktadır. Öğretmen adaylarının gözlem aşamasında yaptıkları uygulamalar ve açıklama aşamasında yapılan sınıf içi tartışmalara rağmen bazı fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümesinin tespitinde çeşitli fikir ayrılıkları olabilir. Bu tip durumların giderilmesi için öğretimin yürütücüsü olan öğretmenin rolü büyük öneme sahiptir. Öğretmen adaylarının her bir grafik için yaptıkları fikir paylaşımından sonra sınıfça genel bir kanıya varılması için öğretmen, gözlem aşamasındaki uygulamaları aşama aşama öğretmen adaylarıyla birlikte tekrar yapar. Bu uygulamaları yaparken fikir ayrılıklarının yaşandığı yerlere, hataları buldurmaya ya da grafiğin doğru yorumlanabilmesi için keşfetmeye yönelik bazı sorular öğretmen adaylarına sorulabilir. Örneğin “Fonksiyonun tanım kümesini yazabilmek için grafiğin hangi bölümüne bakılmalıdır?”, “Fonksiyonun görüntü kümesini tespit etmek için grafiğin hangi bölümü incelenmelidir?” şeklindeki sorular yöneltilebilir. Böylelikle her bir grafiğin öğretmen adayları ile birlikte bu şekilde tanım ve görüntü kümeleri incelendikten sonra öğretmen tarafından genel bir tekrar yapılarak grafiğin okunması ve yorumlanmasına yönelik olan öğretim tamamlanır.

Daha sonra öğretmen adaylarına bir fonksiyonun tanım, görüntü kümesi ve cebirsel ifadesi verilmiştir. Verilen bu fonksiyondan elde edilen bir başka fonksiyonun grafiğinin çizimini yapmaya, tanım ve görüntü kümesini tespit etmeye yönelik örnek sorular yöneltilmiştir. Gönüllü olan öğretmen adaylarının cevaplarını sınıfla paylaşmaları sağlanmıştır. Yapılan sınıf paylaşımından sonra öğretmen gerek GeoGebra’ dan gerekse tahtaya, sorudaki grafiği aşama aşama çizerek fonksiyon grafiğinin tanım görüntü kümesini açıklar. Burada amaç öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerinin geliştirilmesini sağlamaktır. Grafik çizmeye yönelik yapılan öğretimden sonra açıklama aşaması tamamlanmıştır.

Değerlendirme Aşaması (30 dakika)

Bu aşamada öğretmen adaylarına verilen linkine tıklamaları, karşılıklarına gelen ekranda yer alan tanım görüntü kümesine yönelik grafik çizme sorularını defterlerine cevaplamaları istenir. Bu bölüm ders dışı ödev olarak verilmiştir. Çizdikleri grafiklerin fotoğraflarını öğretmenin daha sonra incelemesi için Googleclassrom’ daki sınıf çalışmalarını bölümüne yüklemeleri istenir. Dersin yürütücüsü olan öğretmen ödev teslim süresi tamamlandığında ödevleri inceleyerek yapılan hataları sınıflandırarak bu hatalı çözümleri bir sunum haline getirir. Daha sonra öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar etik kurallar çerçevesinde ayrı bir derste sınıf ortamında tartışılarak hataların görülmesi ve yorumlanması sağlanır.

Yapılan etkinlik sonunda dersi yürüten öğretmen tarafından her bir sorudaki grafiğin çizimi öğretmen adayları ile birlikte GeoGebra’ dan yapılır. Grafiğin yorumlanması noktasında ihtiyaç duyulduğunda dersi yürütülen öğretmen tahtayı kullanarak da bu grafiklerin çizimindeki detayları gösterebilir. Grafik çiziminin pekiştirilmesine yönelik yapılan öğretimden sonra değerlendirme aşaması tamamlanır.

EK-3: Birebir Örten Fonksiyon Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Ders Planı

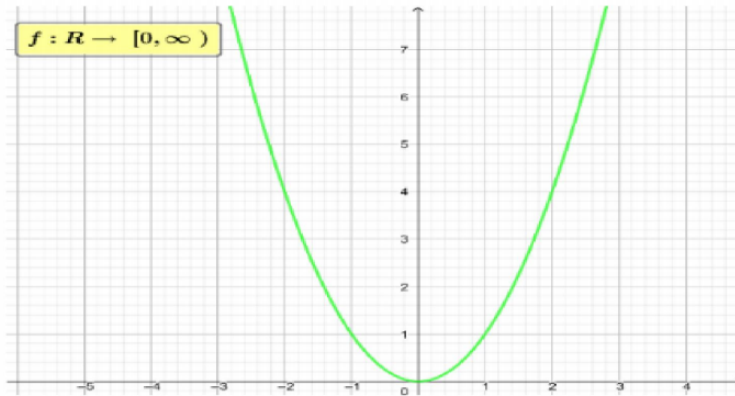
DERS PLANI	
Dersin Adı	Grafik Okuryazarlığı
Konu	Birebir-Örten Fonksiyon
Kavramlar	Tanım kümesi, görüntü kümesi, değer kümesi, birebir fonksiyon, örten fonksiyon
Önerilen Süre	3 ders saati
Öğrenci Kazanımları	<p>Kazanım 1: Bir fonksiyon grafiğini okuma ve yorumlama yoluyla birebir-örten olup olmama durumunu açıklar. (Tahmin ve Gözlem aşaması)</p> <p>Kazanım 2: Cebirsel ifadesi verilen bir fonksiyonun grafiğini çizerek birebir-örten fonksiyon olup olmadığını gerekçeleri ile açıklar. (Açıklama ve Değerlendirme Aşaması)</p>
Kullanılan Teknolojik Ortam	GeoGebra Dinamik Yazılımı

Tahmin Aşaması

(15 dakika çalışma, 15 dakika tartışma olmak üzere toplam 30 dakika)

Tahmin aşamasında, öğretmen adaylarından <https://www.geogebra.org/classroom> linkine tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenir. Bu aşamada öğretmen adaylarından ekranlarındaki beş farklı grafiğin birebir ve örten fonksiyon olup olmama durumlarını gerekçeleriyle birlikte açıklamaları istenir.

Bu grafikler Şekil 1' de verilmiştir.



Grafik 1

Grafik 1'de verilen fonksiyonun birebir ve örten olma durumları hakkında ne söylenebilir?

Tüm uygun cevapları seçin

- A Birebir
 B Örten
 C Birebir ve Örten
 D Hiçbiri

Cevabınızın gerekçesini yazınız.

Aa π

Cevabınızı buraya yazınız...

Şekil 1. Tahmin aşamasında verilen örnek bir grafik

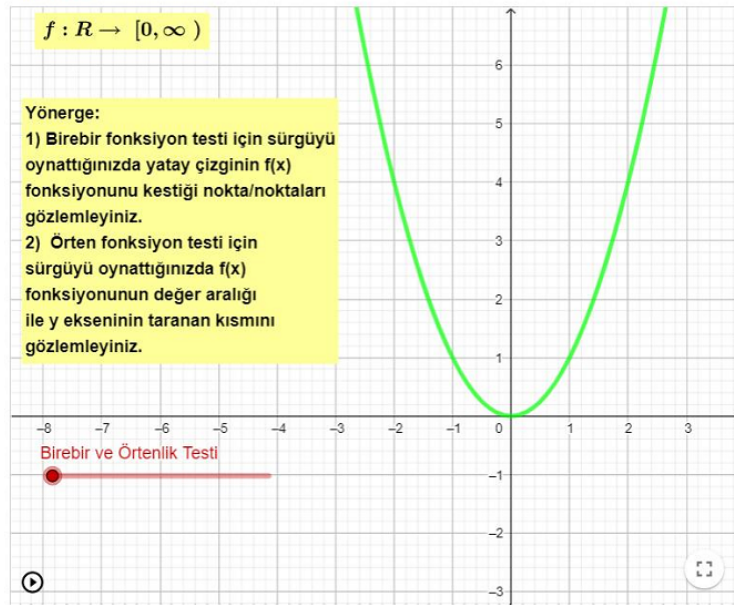
15 dakikalık çalışma süresi sonunda, öğretmen adaylarının görüşleri alınmaya başlanır. Bu süreçte her ifade tartışılmaya çalışılır. Görüş ayrılıkları olduğunda öğrencilerin birbirlerini ikna etmeleri için bilimsel anlamda kanıt ve gerekçelerini paylaşmaları konusunda teşvik edilir. Bu aşamada amaç bütün öğrencilerin görüşlerini gerekçelerini sunarak tartışmaya katılmalarını sağlamaktır. Böylece her öğrenci savunduğu görüşün doğru mu yanlış mı olduğunu merak ederek bir sonraki aşamada yapılacak etkinliğe motive olacaktır. Öğretmen bu aşamada moderatör rolünde hareket etmelidir. Cevabı söylemek yerine öğrencilerin takıldığı noktalarda tartışmayı ve karmaşıklığın yaşandığı noktaları öğrenci gibi ifade ederek öğretmen adaylarının zihninde soru işareti oluşturarak kavramsal anlamda dengesizliği ve merakı tetiklemelidir.

Gözlem Aşaması (30dakika)

Gözlem aşamasında, öğretmen adaylarından <https://www.geogebra.org/classroom> linkine tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenir.

Bu aşamadaki temel amaç öğretmen adaylarının sunulan teknolojik ortam ile bir grafiğin fonksiyon belirtmesi için hangi şartları taşıması gerektiğini gözlem ve uygulama yaparak keşfetmesini sağlamaktır. Bu amaç doğrultusunda öğretmen adaylarının tahmin aşamasında cevapladıkları ve birebir ve örten fonksiyon olup olmama durumlarını tartıştıkları grafiklere verdikleri yanıtları kontrol etmeleri için GeoGebra uygulamalarını yapmaları istenir. Öğretmen adaylarına gözlem aşamasında sunulan GeoGebra uygulamalarından bir örneğin yapılmadan önceki hali Şekil 2’de gösterilmiştir.

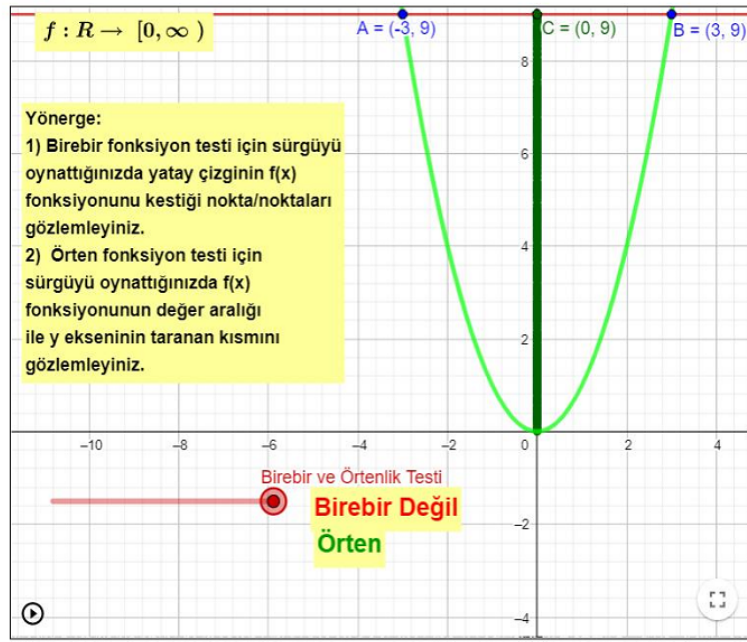
Grafik 1



Şekil 2. GeoGebra’deki birebir örten fonksiyon testinin ilk hali

Öğretmen adaylarından Şekil 2’de verilen yönerge doğrultusunda birebir ve örtenlik fonksiyon testini yapmaları istenmiştir. Öğretmen adayları tarafından birebir ve örten fonksiyon testinin yapılmış hali Şekil 3’de gösterilmektedir.

Grafik 1



Grafik 1'e yönelik Açıklama ve Yaptığınız Gözlemler

(Düşüncem değişti veya düşüncem değişmedi. Çünkü.....gözlemledim.....fark ettim)

Aa π Cevabınızı buraya yazınız...

Şekil 3. GeoGebra'daki birebir örtelik fonksiyon testinin yapılmış hali

Şekil 3'de gösterildiği gibi gözlem için geliştirilen ve örnek olarak verilen GeoGebra uygulamasındaki birebir-örtelik testi sürgüsünü ilerleterek veya oynaatma tuşuna basarak gözlem yapmaları beklenir. Daha sonra öğretmen adaylarından uygulamadaki gözlemlerini ve bu grafiğe ait tahmin aşamasındaki düşüncesinin değişip değişmediğine yönelik açıklamalarını Şekil Şekil 3'de verilen “**düşüncem değişti/ değişmedi**” bölümüne yazmaları istenir. Tahmin aşamasında verilen bütün grafikler için yukarıda bahsedilenler teknolojik ortamda yapılarak gözlem aşaması tamamlanır.

Açıklama Aşaması (30 dakika)

Gözlem aşamasında öğretmen adaylarından her bir grafik için “**düşüncem değişti/ değişmedi**” bölümüne gerekli açıklamalar ve uygulamada yaptıkları gözlemleri yazmaları istenmiştir. Açıklama aşamasında ise her bir grafik için öğretmen adaylarının gözlem aşamasında yazdıkları bu düşünce ve gözlemleri sınıf arkadaşları ile paylaşmaları istenir. Böylece öğretmen adaylarının arkadaşlarının düşüncelerini aktif bir şekilde dinlemeleri, hatalarını fark etmeleri sağlanmasında amaçlanmaktadır. Öğretmen adaylarının gözlem aşamasında yaptıkları uygulamalar ve açıklama aşamasında yapılan sınıf içi tartışmalara rağmen bazı grafiklerin birebir veya örtelik fonksiyon olup olmama konusunda çeşitli fikir ayrılıkları olabilir. Bu tip durumların giderilmesi için öğretimin yürütücüsü olan öğretmenin rolü büyük öneme sahiptir. Öğretmen adaylarının her bir grafik için yaptıkları fikir paylaşımından sonra sınıfça genel bir kaniya varılması için öğretmen, gözlem aşamasındaki uygulamaları aşama aşama öğretmen adaylarıyla birlikte tekrar yapar. Bu uygulamaları yaparken fikir ayrılıklarının yaşandığı

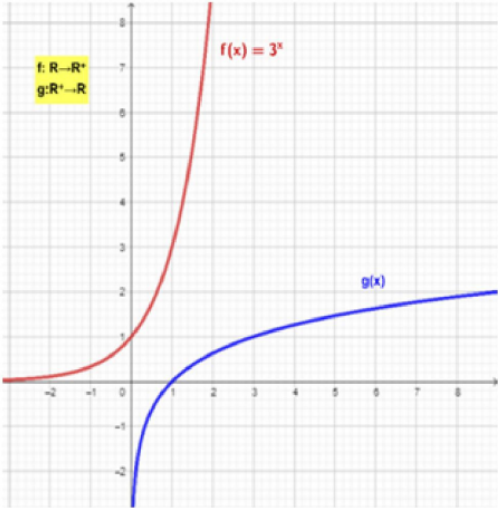
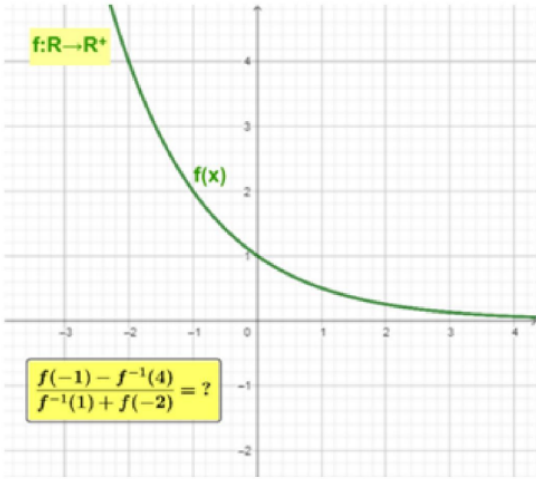
yerlere, hataları buldurmaya ya da grafiğin doğru yorumlanabilmesi için keşfetmeye yönelik bazı sorular öğretmen adaylarına sorulabilir. Örneğin “Fonksiyonun birebir olup olmama durumu için ne düşünüyorsunuz?”, “Fonksiyonun örten olup olmamasını etkileyen unsur nedir?” ya da “Bir grafiğin birebir fonksiyon belirtip belirtmediğini kontrol etmek için neden yatay doğru testi yapılır?” şeklindeki sorular yöneltilebilir. Her bir grafiğin öğretmen adayları ile birlikte incelenmesinden sonra bir grafiğin birebir-örten fonksiyon olabilmesi için hangi şartları taşıması gerektiğine yönelik öğretmen tarafından genel bir tekrar yapılarak grafiğin okunması ve yorumlanmasına yönelik olan öğretim tamamlanır. Daha sonra öğretmen adaylarına tanım, değer kümesi ve cebirsel ifadesi verilen bir fonksiyonun grafiğinin nasıl çizildiğini ve birebir-örten fonksiyon belirtip belirtmediğine yönelik örnek sorular yöneltilir. Gönüllü olan öğretmen adaylarının cevaplarını sınıfla paylaşmaları sağlanır. Yapılan sınıf paylaşımından sonra öğretmen gerek GeoGebra’ dan gerekse tahtaya sorudaki grafiği aşama aşama çizerek fonksiyon belirtip belirtmediğini açıklar. Burada amaç öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerinin geliştirilmesini sağlamaktır. Grafik çizmeye yönelik yapılan öğretimden sonra açıklama aşaması tamamlanır.

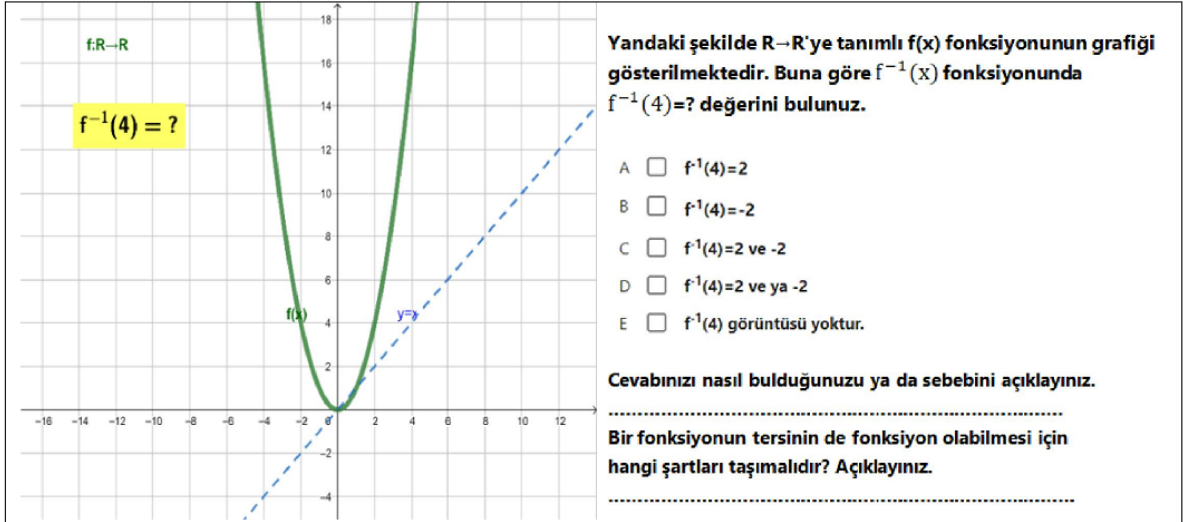
Değerlendirme Aşaması (30 dakika)

Bu aşamada öğretmen adaylarına kendilerine verilen linke tıklamaları, karşılıklarına gelen ekranda yer alan birebir ve örten fonksiyon olup olmamaya yönelik grafik çizme sorularını defterlerine cevaplamaları istenir. Bu bölüm ders dışı ödev olarak verilmiştir. Çizdikleri grafiklerin fotoğraflarını öğretmenin daha sonra incelemesi için Googleclassrom’ daki sınıf çalışmaları bölümüne yüklemeleri istenir. Dersin yürütücüsü olan öğretmen ödev teslim süresi tamamlandığında ödevleri inceleyerek yapılan hataları sınıflandırarak bu hatalı çözümleri bir sunum haline getirir. Daha sonra öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar etik kurallar çerçevesinde ayrı bir derste sınıf ortamında tartışılarak hataların görülmesi ve yorumlanması sağlanır.

Yapılan etkinlik sonunda dersi yürüten öğretmen tarafından her bir sorudaki grafiğin çizimi öğretmen adayları ile birlikte GeoGebra’ dan yapılır. Grafiğin yorumlanması noktasında ihtiyaç duyulduğunda dersi yürütülen öğretmen tahtayı kullanarak da bu grafiklerin çizimlerindeki detayları gösterebilir. Grafik çiziminin pekiştirilmesine yönelik yapılan öğretimden sonra değerlendirme aşaması tamamlanır.

EK-4: Ters Fonksiyon Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Ders Planı

DERS PLANI	
Dersin Adı	Grafik Okuryazarlığı
Konu	Ters Fonksiyon Kavramı
Kavramlar	Fonksiyonun tersi, birebir fonksiyon, örten fonksiyon, tanım kümesi, görüntü kümesi, değer kümesi
Önerilen Süre	3 ders saati
Öğrenci Kazanımları	<p>Kazanım 1: Bir fonksiyon grafiğini yorumlayarak tersindeki değerleri bulur. (Tahmin ve Gözlem aşaması)</p> <p>Kazanım 2: Bir fonksiyonun tersinin grafiğini doğrusuna göre simetriğini alarak çizer. (Açıklama ve Değerlendirme Aşaması)</p>
Kullanılan Teknolojik Ortam	GeoGebra Dinamik Yazılımı
Tahmin Aşaması	
(15 dakika çalışma, 15 dakika tartışma olmak üzere toplam 30 dakika)	
<p>Tahmin aşamasında, öğretmen adaylarından https://www.geogebra.org/classroom linkine tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenir. Bu aşamada öğretmen adaylarından ekranlarındaki üç farklı fonksiyon grafiğinin tersine yönelik soruları gerekçeleriyle birlikte cevaplamaları istenir. Bu grafikler ve soruları Şekil 1 ve Şekil 2’ de verilmiştir.</p>	
 <p>Yukarıdaki şekilde tanım ve değer kümeleri verilen $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları gösterilmektedir. Buna göre $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.</p>	 <p>Yukarıdaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve bu grafikte ilgili bir soru verilmiştir. Sorunun cevabını açıklayarak yazınız. Soruyu çözerken $f^{-1}(x)$ fonksiyonuna ait değerlere nasıl baktık yazalım.</p>
Şekil 1. Tahmin aşamasındaki sorular	



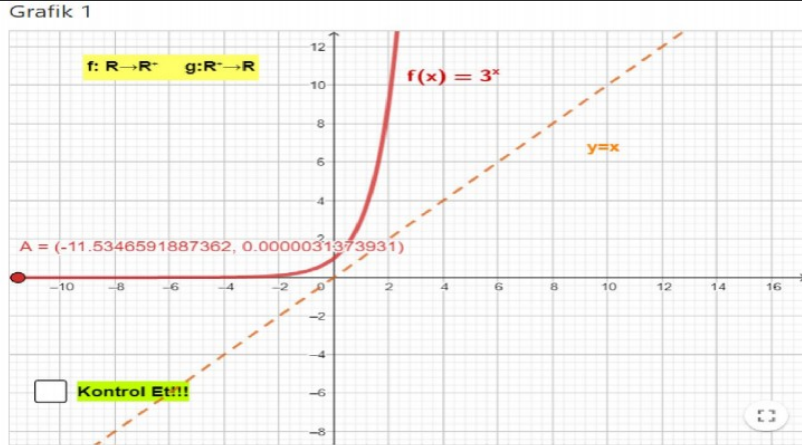
Şekil 2. Tahmin aşamasındaki sorular

15 dakikalık çalışma süresi sonunda, öğretmen adaylarının görüşleri alınmaya başlanır. Bu süreçte her ifade tartışılmaya çalışılır. Görüş ayrılıkları olduğunda öğrencilerin birbirlerini ikna etmeleri için bilimsel anlamda kanıt ve gerekçelerini paylaşmaları konusunda teşvik edilir. Bu aşamada amaç bütün öğrencilerin görüşlerini gerekçelerini sunarak tartışmaya katılmalarını sağlamaktır. Böylece her öğrenci savunduğu görüşün doğru mu yanlış mı olduğunu merak ederek bir sonraki aşamada yapılacak etkinliğe motive olacaktır. Öğretmen bu aşamada moderatör rolünde hareket etmelidir. Cevabı söylemek yerine öğrencilerin takıldığı noktalarda tartışmayı ve karmaşıklığın yaşandığı noktaları öğrenci gibi ifade ederek öğretmen adaylarının zihninde soru işareti oluşturarak kavramsal anlamda dengesizliği ve merakı tetiklemelidir.

Gözlem Aşaması (30dakika)

Gözlem aşamasında, öğretmen adaylarından <https://www.geogebra.org/classroom> linkine tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenir.

Bu aşamada temel amaç öğretmen adaylarının sunulan teknolojik ortam ile tahmin aşamasındaki fonksiyon grafiğinin tersine yönelik soruları gözlem ve uygulama yaparak keşfetmelerini sağlamaktır. Öğretmen adayları tahmin aşamasında verdikleri yanıtları gözlem aşamasında kontrol etmeleri için GeoGebra uygulamalarını yapmaları istenir. Öğretmen adaylarına gözlem aşamasında sunulan GeoGebra uygulamalarından bir örneğin yapılmadan önceki hali Şekil 3'de gösterilmiştir.



GRAFİK 1 İÇİN YÖNERGELER ve SORULAR

1. $f(x)$ fonksiyonu üzerindeki A noktasını sürükleyiniz.

SORU: A ve A' noktalarının koordinat değerlerini karşılaştırınız. Ne fark ettiniz?

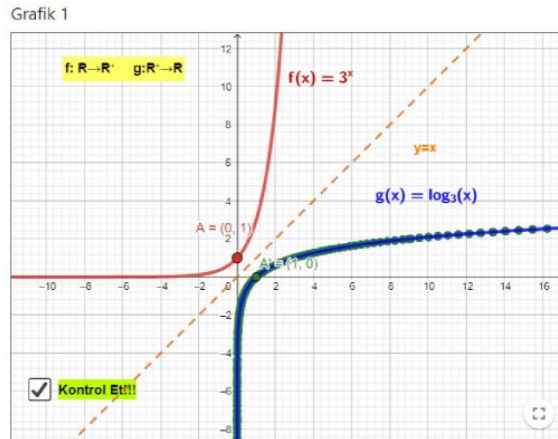
SORU: A ve A' noktalarının oluşturduğu grafikler arasında nasıl bir ilişki vardır?

SORU: Kontrol et butonuna tıkladığımızda ne gözlemlediniz?

SORU: Sonuç olarak $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının birbirleri arasında nasıl bir ilişki vardır?

Şekil 3. GeoGebra uygulamasının yapılmadan önceki hali

Öğretmen adaylarından Şekil 3'de verilen yönergeler doğrultusunda fonksiyonun tersine yönelik soruları gözlemleyerek cevaplamaları istenmiştir. Öğretmen adayları tarafından fonksiyon grafiğinin tersine yönelik etkinliğin yapılmış hali Şekil 4'de gösterilmektedir.



Şekil 4. GeoGebra uygulamasının yapıldıktan sonraki hali

Şekil 4'de gösterildiği gibi örnek olarak verilen GeoGebra uygulamasını yaptıktan sonra öğretmen adaylarından uygulamanın altında yer alan uygulamadaki gözlemlerini ve bu grafiğe ait tahmin aşamasındaki düşüncesinin değişip değişmediğine yönelik açıklamalarını Şekil 5'de verilen "düşüncem değişti/ değişmedi" bölümüne yazmaları istenir.

Grafik 1'e yönelik Açıklama ve Yaptığınız Gözlemler

(Tahmindeki düşüncem değişti veya düşüncem değişmedi. Çünkü.....gözlemledim.....fark ettim)

Aa π

Cevabınızı buraya yazınız...

Şekil 5. "Düşüncem değişti/ değişmedi" bölümü

Tahmin aşamasında verilen bütün grafikler için yukarıda anlatılan bütün uygulamalar yapıldıktan sonra gözlem aşaması tamamlanır.

Açıklama Aşaması (30 dakika)

Gözlem aşamasında öğretmen adaylarından her bir grafik için “**düşüncem değişti/ değişmedi**” bölümüne gerekli açıklamalar ve uygulamada yaptıkları gözlemleri yazmaları istenmiştir. Açıklama aşamasında ise her bir grafik için öğretmen adaylarının gözlem aşamasında yazdıkları bu düşünce ve gözlemleri sınıf arkadaşları ile paylaşmaları istenir. Böylece öğretmen adaylarının arkadaşlarının düşüncelerini aktif bir şekilde dinlemeleri, hatalarını fark etmeleri sağlanması amaçlanmaktadır. Öğretmen adaylarının gözlem aşamasında yaptıkları uygulamalar ve açıklama aşamasında yapılan sınıf içi tartışmalara rağmen bazı fonksiyon grafiklerinin tersine yönelik çeşitli fikir ayrılıkları olabilir. Bu tip durumların giderilmesi için öğretimin yürütücüsü olan öğretmenin rolü büyük öneme sahiptir. Öğretmen adaylarının her bir grafik için yaptıkları fikir paylaşımından sonra sınıfça genel bir kaniya varılması için öğretmen, gözlem aşamasındaki uygulamaları aşama aşama öğretmen adaylarıyla birlikte tekrar yapar. Bu uygulamaları yaparken fikir ayrılıklarının yaşandığı yerlere, hataları buldurmaya ya da grafiğin doğru yorumlanabilmesi için keşfetmeye yönelik bazı sorular öğretmen adaylarına sorulabilir. Örneğin “Bir fonksiyonun grafiğine baktığınızda tersinin de bir fonksiyon olabilmesi için ne gereklidir?”, “Çift fonksiyonların her durumda ters fonksiyon olamayacağını söyleyebilir miyiz?” şeklindeki sorular yöneltilebilir. Her bir grafiğin öğretmen adayları ile birlikte bu şekilde incelenmesinden sonra bir fonksiyonun tersinde fonksiyon olabilmesi için hangi şartları taşıması gerektiğine yönelik öğretmen tarafından genel bir tekrar yapılarak grafiğin okunması ve yorumlanmasına yönelik olan öğretim tamamlanır. Daha sonra öğretmen adaylarına tanım, değer kümesi ve cebirsel ifadesi verilen bir fonksiyonun grafiğinin nasıl çizildiğini ve grafiğin tersinin fonksiyon belirtip belirtmediğine yönelik sorular yöneltir. Gönüllü olan öğretmen adaylarının cevaplarını sınıfla paylaşmaları sağlanır. Yapılan sınıf paylaşımından sonra öğretmen gerek GeoGebra’ dan gerekse tahtaya sorudaki grafiği aşama aşama çizerek fonksiyon belirtip belirtmediğini açıklar. Burada amaç öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerinin geliştirilmesini sağlamaktır. Grafik çizmeye yönelik yapılan öğretimden sonra açıklama aşaması tamamlanır.

Değerlendirme Aşaması (30 dakika)

Bu aşamada öğretmen adaylarına kendilerine verilen linke tıklamaları, karşılıklarına gelen ekranda yer alan ters fonksiyona yönelik grafik çizme sorularını defterlerine cevaplamaları istenir. Çizdikleri grafiklerin fotoğraflarını öğretmenin daha sonra incelemesi için Googleclassrom’ daki sınıf çalışmalarını bölümüne yüklemeleri istenir. Yapılan etkinlik sonunda dersi yürütülen öğretmen tarafından her bir sorudaki grafiğin çizimi öğretmen adayları ile birlikte GeoGebra’ dan yapılır. Grafiğin yorumlanması noktasında ihtiyaç duyulduğunda dersi yürütülen öğretmen tahtayı kullanarak da bu grafiklerin çizimlerdeki detayları gösterebilir. Grafik çiziminin pekiştirilmesine yönelik yapılan öğretimden sonra değerlendirme aşaması tamamlanır.

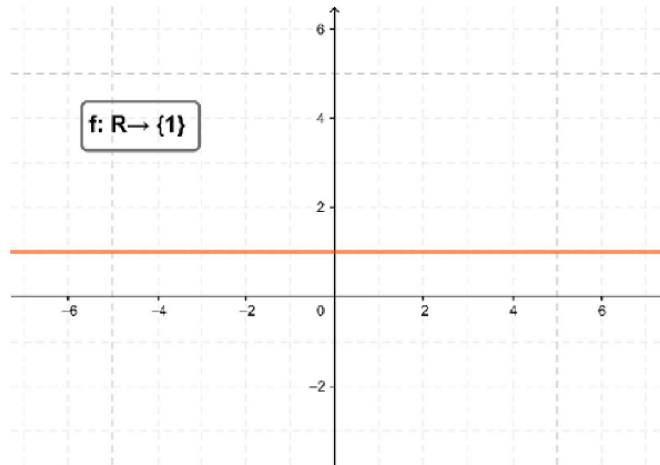
EK-5: Tek ve Çift Fonksiyon Konusuna Yönelik Teknoloji Destekli TGAD Ders Planı

DERS PLANI	
Dersin Adı	Grafik Okuryazarlığı
Konu	Tek-Çift Fonksiyon Kavramı
Kavramlar	Tek Fonksiyon, Çift Fonksiyon
Önerilen Süre	3 ders saati
Öğrenci Kazanımları	<p>Kazanım 1: Bir fonksiyon grafiğini okuma ve yorumlama yoluyla simetri durumuna göre tek ya da çift fonksiyon olup olmama durumunu belirler (Tahmin ve Gözlem aşaması)</p> <p>Kazanım 2: Simetri durumunu dikkate alarak tek/ çift fonksiyon grafikleri çizer (Açıklama ve Değerlendirme Aşaması)</p>
Kullanılan Teknolojik Ortam	GeoGebra Dinamik Yazılımı

Tahmin Aşaması

(15 dakika çalışma, 15 dakika tartışma olmak üzere toplam 30 dakika)

Tahmin aşamasında, öğretmen adaylarından <https://www.geogebra.org/classroom> linkine tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenir. Bu aşamada öğretmen adaylarından ekranlarındaki beş farklı grafiğin tek- çift fonksiyon olup olmama durumlarını gerekçeleriyle birlikte açıklamaları istenir. Tahmin aşamasında verilen örnek bir grafik Şekil 1’ de verilmiştir.



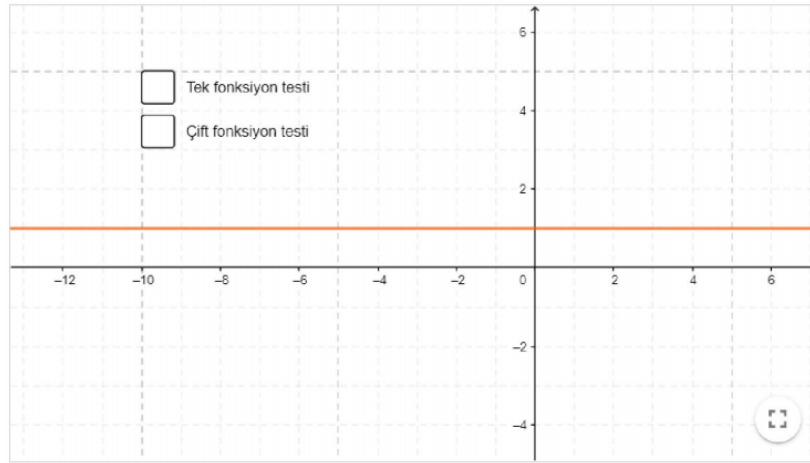
Şekil 1. Tahmin aşamasında verilen örnek bir grafik

15 dakikalık çalışma süresi sonunda, öğretmen adaylarının görüşleri alınmaya başlanır. Bu süreçte her ifade tartışılmaya çalışılır. Görüş ayrılıkları olduğunda öğrencilerin birbirlerini ikna etmeleri için bilimsel anlamda kanıt ve gerekçelerini paylaşmaları konusunda teşvik edilir. Bu aşamada amaç bütün öğrencilerin görüşlerini gerekçelerini sunarak tartışmaya katılmalarını sağlamaktır. Böylece her öğrenci savunduğu görüşün doğru mu yanlış mı olduğunu merak ederek bir sonraki aşamada yapılacak etkinliğe motive olacaktır. Öğretmen bu aşamada moderatör rolünde hareket etmelidir. Cevabı söylemek yerine öğrencilerin takıldığı noktalarda tartışmayı ve karmaşıklığın yaşandığı noktaları öğrenci gibi ifade ederek öğretmen adaylarının zihninde soru işareti oluşturarak kavramsal anlamda dengesizliği ve merakı tetiklemelidir.

Gözlem Aşaması (30dakika)

Gözlem aşamasında, öğretmen adaylarından <https://www.geogebra.org/classroom> linkine tıklamaları ve ders için tanımlanan şifreyi bu bölüme girmeleri istenir. Bu aşamadaki temel amaç öğretmen adaylarının sunulan teknolojik ortam ile bir grafiğin tek-çift fonksiyon belirtmesi için hangi şartları taşıması gerektiğini gözlem ve uygulama yaparak keşfetmesini sağlamaktır. Bu amaç doğrultusunda öğretmen adaylarının tahmin aşamasında cevapladıkları ve tek-çift fonksiyon olup olmama durumlarını tartıştıkları grafiklere verdikleri yanıtları kontrol etmeleri için GeoGebra uygulamalarını yapmaları istenir. Öğretmen adaylarına gözlem aşamasında sunulan GeoGebra uygulamalarından bir örneğin yapılmadan önceki hali Şekil 2' de gösterilmiştir.

Grafik 1



GRAFİK 1 İÇİN YÖNERGELER ve SORULAR

SORU: $f(x)$ fonksiyonun cebirsel ifadesi nedir? Buna göre ne tür bir fonksiyondur?

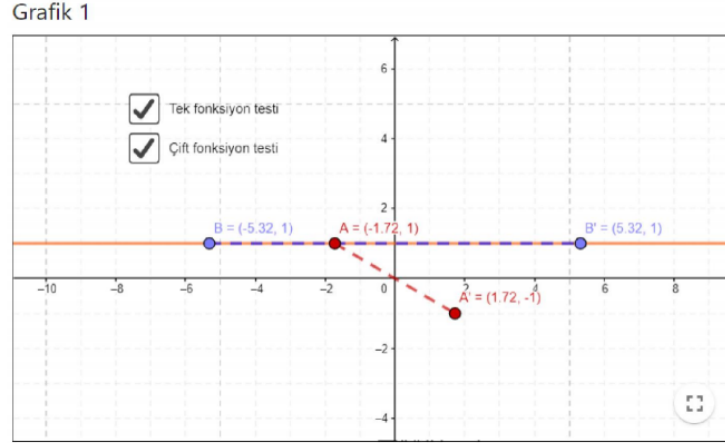
SORU: Etkinliği yaptığınızda $f(x)$ fonksiyonu hangi testi sağladı?

SORU: Çift fonksiyon testlerine tıkladığınızda ortaya çıkan B ve B' noktalarının koordinat değerlerini karşılaştırınız. Ne fark ettiniz? (Bu noktaları sürükleyebilirsiniz.)

SORU: Sızce $f(x)$ türündeki bütün fonksiyonlar bu testi sağlar mı? Neden?

Şekil 2. GeoGebra uygulamasının yapılmadan önceki hali

Öğretmen adaylarından Şekil 2' de verilen yönerge doğrultusunda tek çift fonksiyon olup olmama durumlarını incelemek için kutulara tıklamaları, ortaya çıkan noktaları hareket ettirmeleri ve gözlemleri sonucunda soruları cevaplamaları istenmiştir. Bu kapsamda etkinliğin öğretmen adayları tarafından yapılmış hali Şekil 3' de gösterilmektedir.



Şekil 3. GeoGebra uygulamasının yapıldıktan sonraki hali

Şekil 3’ de gösterildiği gibi örnek olarak verilen GeoGebra uygulamasını yaptıktan sonra öğretmen adaylarından uygulamanın altında yer alan uygulamadaki gözlemlerini ve bu grafiğe ait tahmin aşamasındaki düşüncesinin değişip değişmediğine yönelik açıklamalarını Şekil 4’ de verilen **“düşüncem değişti/ değişmedi”** bölümüne yazmaları istenir.

Grafik 1’e yönelik Açıklama ve Yaptığınız Gözlemler

(Tahmindeki düşüncem değişti veya düşüncem değişmedi. Çünkü.....gözlemlerim.....fark ettim)

Ab π Cevabınızı buraya yazınız...

Şekil 4. “Düşüncem değişti/ değişmedi” bölümü

Tahmin aşamasında verilen bütün grafikler için yukarıda anlatılan bütün uygulamalar yapıldıktan sonra gözlem aşaması tamamlanır.

Açıklama Aşaması (30 dakika)

Gözlem aşamasında öğretmen adaylarından her bir grafik için **“düşüncem değişti/ değişmedi”** bölümüne gerekli açıklamalar ve uygulamada yaptıkları gözlemleri yazmaları istenmiştir. Açıklama aşamasında ise her bir grafik için öğretmen adaylarının gözlem aşamasında yazdıkları bu düşünce ve gözlemleri sınıf arkadaşları ile paylaşmaları istenir. Böylece öğretmen adaylarının arkadaşlarının düşüncelerini aktif bir şekilde dinlemeleri, hatalarını fark etmeleri sağlanması amaçlanmaktadır. Öğretmen adaylarının gözlem aşamasında yaptıkları uygulamalar ve açıklama aşamasında yapılan sınıf içi tartışmalara rağmen bazı grafiklerin tek çift fonksiyon olup olmama konusunda çeşitli fikir ayrılıkları olabilir. Bu tip durumların giderilmesi için öğretimin yürütücüsü olan öğretmenin rolü büyük öneme sahiptir. Öğretmen adaylarının her bir grafik için yaptıkları fikir paylaşımından sonra sınıfça genel bir kaniya varılması için öğretmen, gözlem aşamasındaki uygulamaları aşama aşama öğretmen adaylarıyla birlikte tekrar yapar. Bu uygulamaları yaparken fikir ayrılıklarının yaşandığı yerlere, hataları buldurmaya ya da grafiğin doğru yorumlanabilmesi için keşfetmeye yönelik bazı sorular öğretmen adaylarına sorulabilir. Örneğin “Ne gibi çıkarımlar yaptık tek ve çift fonksiyonlar hakkında”, “Tek fonksiyonların grafiksel özelliği nedir?” ya da “Çift fonksiyonların grafiksel özelliği nedir?” şeklindeki sorular yöneltilebilir. Her bir grafiğin öğretmen adayları ile bu şekilde birlikte incelenmesinden sonra bir grafiğin tek

veya çift fonksiyon olabilmesi için hangi şartları taşıması gerektiğine yönelik öğretmen tarafından genel bir tekrar yapılarak grafiğin okunması ve yorumlanmasına yönelik olan öğretim tamamlanır. Daha sonra öğretmen adaylarına tanım, değer kümesi ve cebirsel ifadesi verilen bir fonksiyon grafiğinin nasıl çizildiğini ve tek-çift fonksiyon belirtip belirtmediğine yönelik sorular yöneltilir. Gönüllü olan öğretmen adaylarının cevaplarını sınıfla paylaşımları sağlanır. Yapılan sınıf paylaşımından sonra öğretmen gerek GeoGebra'dan gerekse tahtaya sorudaki grafiği aşama aşama çizerek fonksiyon belirtip belirtmediğini açıklar. Burada amaç öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerinin geliştirilmesini sağlamaktır. Grafik çizmeye yönelik yapılan öğretimden sonra açıklama aşaması tamamlanır.

Değerlendirme Aşaması (30 dakika)

Bu aşamada öğretmen adaylarına <https://www.geogebra.org/m/p6wgsgyg> linkine tıklamaları, karşlarına gelen ekranda yer alan tek çift fonksiyon olup olmamaya yönelik grafik çizme sorularını defterlerine cevaplamaları istenir. Çizdikleri grafiklerin fotoğraflarını öğretmenin daha sonra incelemesi için Googleclassrom'daki sınıf çalışmaları bölümüne yüklemeleri istenir. Yapılan etkinlik sonunda dersi yürütülen öğretmen tarafından her bir sorudaki grafiğin çizimi öğretmen adayları ile birlikte GeoGebra'dan yapılır. Grafiğin yorumlanması noktasında ihtiyaç duyulduğunda dersi yürütülen öğretmen tahtayı kullanarak da bu grafiklerin çizimlerdeki detayları gösterebilir. Grafik çiziminin pekiştirilmesine yönelik yapılan öğretimden sonra değerlendirme aşaması tamamlanır.

EK-6

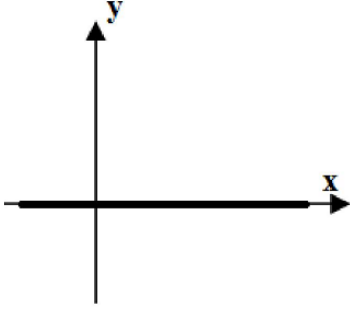
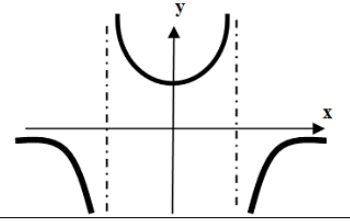
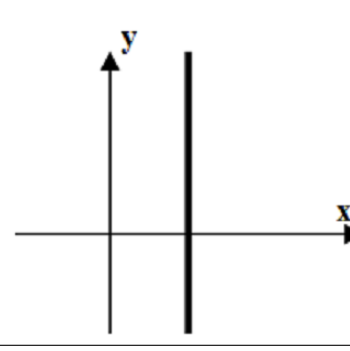
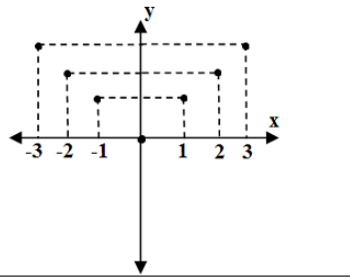
FONKSİYON GRAFİK OKURYAZARLIĞI TESTİ (FGOYT)

Adı Soyadı:

Numara/Sınıf:

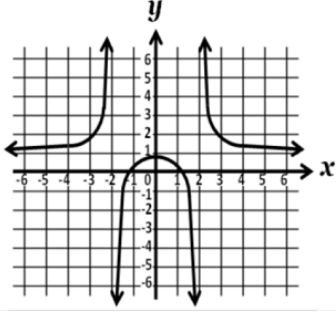
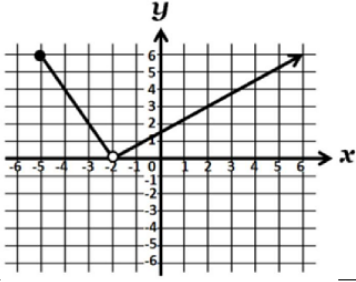
2022-2023 AKADEMİK YILI GÜZ DÖNEMİ GRAFİK OKURYAZARLIĞI DERSİ FİNAL SINAVI
SORULARIDIR.

1)Grafikleri verilen aşağıdaki bağıntıların $R \rightarrow R$ 'ye fonksiyon olup/ olmadığını gerekçenizle birlikte açıklayınız.

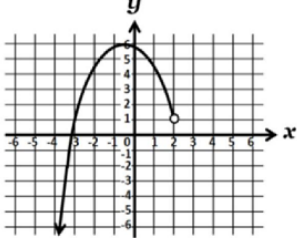
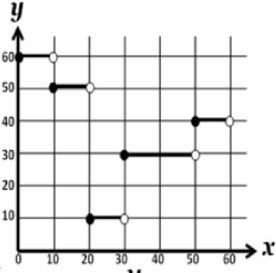
	
	
	
	

2) $x^2 + y^2 = 1$ cebirsel ifadesinin grafiğini çiziniz. Çizdiğiniz grafiğin bir fonksiyon olup olmadığını gerekçenizi belirterek açıklayınız.

3) Aşağıda verilen fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümelerini gerekçenizle birlikte yazınız.

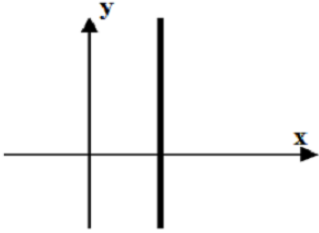
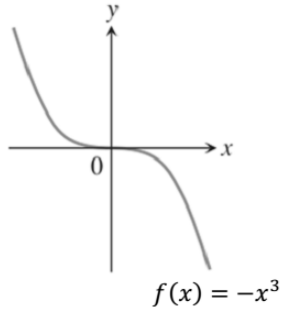
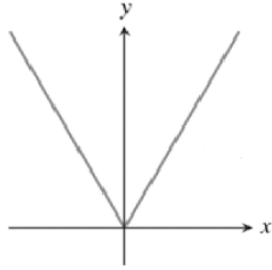
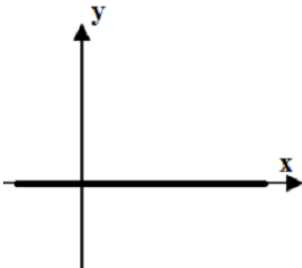


Asimptotlar $x = -2$, $x = 2$ ve $y = 1$



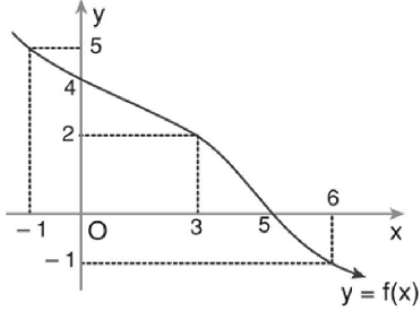
4) $f: (-2, 2] \rightarrow [0, 4]$ aralığında tanımlanan cebirsel ifadesi $f(x) = x^2$ olan fonksiyon verilmiştir. Buna göre $f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çizerek, tanım ve görüntü aralığını yazınız.

5) Aşağıdaki grafiklerin birebir ve örten fonksiyon olup olmadığını gerekçenizle birlikte açıklayınız.

<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> 	
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p>  <p>$f(x) = -x^3$</p>	
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$</p> 	
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$</p> 	

6) $[0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = 4x^2 + 2$ fonksiyonunun birebir örten olup olmadığını grafiğini çizerek inceleyiniz.

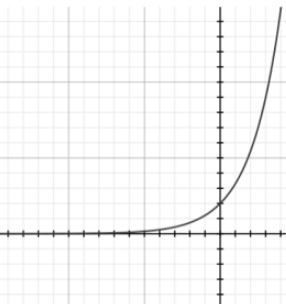
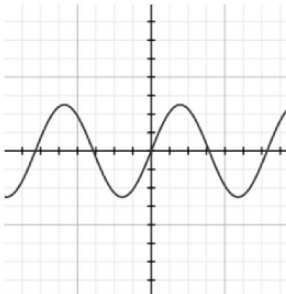
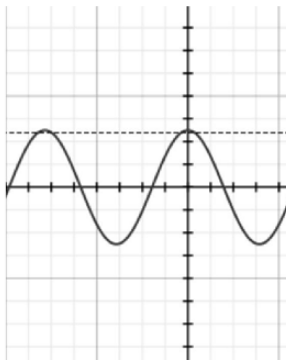
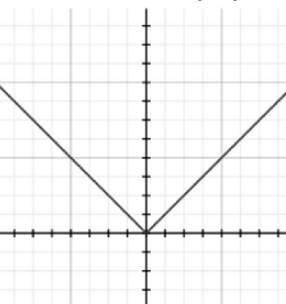
7) Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre $\frac{f^{-1}(2)+f^{-1}(4)}{f^{-1}(-1)-f^{-1}(0)}$ işleminin sonucunu bulunuz.

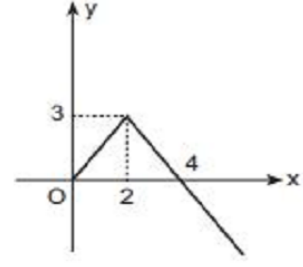
8) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$ 'in grafiğini açıklayarak çiziniz.

9) Aşağıdaki grafiklerin tek ve çift fonksiyon olma durumlarını gerekçeleriyle birlikte açıklayınız.

$f(x) = e^x$ 	
$f(x) = \sin(x)$ 	
$f(x) = \cos(x)$ 	
$f(x) = x $ 	

10) Yandaki şekilde $f(x)$ fonksiyonunun $[0, +\infty)$ aralığındaki kısmı verilmiştir. Buna göre;

a) $f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyon olması için grafik nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız.



b) $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon olması için grafik nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek açıklayınız

EK-7



BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİK KURULLARI
 (Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulu)
TOPLANTI TUTANAĞI

OTURUM TARİHİ
25 KASIM 2022

OTURUM SAYISI
2022-10

KARAR NO 52: Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nden alınan Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora programı öğrencisi Mehmet İhsan YURTYAPAN'ın "Fonksiyon Grafiklerine Yönelik Teknoloji Destekli Alternatif Bir Öğrenme Ortamının Tasarlanması ve Katkısının İncelenmesi" konulu araştırma çalışması kapsamında uygulanacak ölçek sorularının değerlendirilmesine geçildi.

Yapılan görüşmeler sonunda; Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora programı öğrencisi Mehmet İhsan YURTYAPAN'ın "Fonksiyon Grafiklerine Yönelik Teknoloji Destekli Alternatif Bir Öğrenme Ortamının Tasarlanması ve Katkısının İncelenmesi" konulu araştırma çalışması kapsamında uygulanacak ölçek sorularının fikri, hukuki ve telif hakları bakımından metot ve ölçeğine ilişkin sorumluluğu başvurucuya ait olmak üzere uygun olduğuna oybirliği ile karar verildi.

Prof. Dr. Feriðin YILMAZ
 Kurul Başkanı

Prof. Dr. Abamüslim AKDEMİR
 Üye

Prof. Dr. Doğan ŞENYÜZ
 Üye

Prof. Dr. Ayşe OĞUZLAR
 Üye

Prof. Dr. Vejdi BİLGİN
 Üye

Prof. Gülşay GOGUŞ
 Üye

Prof. Dr. Alev SINAR UĞURLU
 Üye

ÖZ GEÇMİŞ

Eğitim

Lisans	: 2002-2006	Balıkesir Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Yüksek Lisans	: 2015-2018	Bülent Ecevit Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Matematik Eğitimi
Doktora	: 2018-2023	Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi

İş

2007 - ... : MEB İlköğretim Matematik Öğretmeni

Akademik Çalışmalar

Yayınlar:

- Yurtyapan, M. İ., & Kaleli Yılmaz, G. (2022). Examining graphic drawing skills for a socioscientific problem situation: The SIR model Covid-19 example. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 10(1), 336-387. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.1.1736>
- Yurtyapan, M. İ. ve Karataş, İ. (2020). Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 11(1),53-90. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.443825>
- Yurtyapan, M. İ., & Kaleli Yılmaz, G. (2021). An investigation of the geometric thinking levels of middle school mathematics preservice teachers according to SOLO taxonomy: “Social distance problems”. *Participatory Educational Research*, 8(3), 188-209. <https://doi.org/10.17275/per.21.61.8.3>
- Yurtyapan, M. İ., Tapan Broutin, M. S., & Kaleli Yılmaz, G. (2020). REACT+G öğretim yaklaşımına yönelik bir eylem araştırması: “Thales paralellik ilkesi” . *Journal of Computer and Education Research*, 8(15), 241-273. <https://doi.org/10.18009/jcer.684808>
- Kaleli-Yılmaz, G. & Yurtyapan, M. İ. (2021). Investigation of graphic reading and interpretation skills in socio-scientific-based problem situations: The example of Covid-19 parabolic graph. *International Online Journal of Education and Teaching (IOJET)*, 8(4), 2204-2227.

Katıldığı Yurt İçi ve Yurt Dışı Bilimsel Toplantılardan Bazıları:

- Yurtyapan, M. İ., ve Kaleli Yılmaz, G. (2019). Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin 2018 matematik dersi öğretim programı hakkındaki görüşleri: Kocaeli örnekleme. A. Baki, B. Güven ve M. Güler (Ed.), *4. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu (26-28 Eylül Çeşme/İzmir)* kitabı içinde (ss. 1309-1317), Trabzon. Erişim adresi: <https://bilmat.org/turkbilmat2019/dosyalar/files/fulltext-turcomat4-2019.pdf>
- Yurtyapan, M. İ., ve Karataş, İ. (Mayıs, 2017). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. 3. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumunda sunuldu, Afyon.
- Yurtyapan, M. İ. ve Kaleli Yılmaz, G. (30 Eylül-3 Ekim 2021). *Öğretmen adaylarının grafik çizme becerilerinin incelenmesi: Covid-19 örneği*. 3. Uluslararası Fen, Matematik, Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Kongresinde (E-Kongre) sunulan bildiri Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa. Erişim adresi: http://2021.fmgtegitimikongresi.com/dosyalar/files/FMGTEK%20tam%20metin%202021V2_comp.pdf
- Karaduman, B., Yurtyapan, M. İ., ve Tapan Broutin, M. S. (2019, Nisan). Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometri alt öğrenme alanlarındaki konuların öğretiminde kullandıkları materyallere yönelik görüşleri. Ö. Gökkaya, İ. Kılıçaslan ve B. Demir (Ed.), *Uluslararası Marmara Fen ve Sosyal Bilimler Kongresi (Bahar) 2019 Bildiriler (sosyal bilimler)* kitabı içinde (ss. 923-931), Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli. Erişim adresi: https://www.imascon.com/dosyalar/imascon2019bahar/imascon_sosyal_bildiriler_bahar_cilt_2019.pdf
- Karataş, İ. ve Yurtyapan, M. İ. (31 Mayıs-3 Haziran 2016). *Tam Sayılarda Çarpma ve Bölme Kavramlarına Yönelik Hazırlanan "Üst Üste Çarpım" Oyunu Hakkındaki Öğretmen-Öğrenci Görüşleri ve Öğretim Ortamından Yansımalar*. 3rd International Eurasian Educational Research Congress sunulan bildiri, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Muğla. Erişim adresi: <https://drive.google.com/file/d/1bzD4-qpA4IEdxvbUCMYEdTmq80ETD2lw/view>