

**GELİŞİGÜZEL ŞEKİLLİ YAPILARIN MOMENTLER  
YÖNTEMİNDE ÜÇGEN PARÇA MODELLEMESİ  
KULLANILARAK İNCELENMESİ**

**ANALYSIS OF ARBITRARY SHAPED STRUCTURES BY  
USING TRIANGULAR PATCH MODELING IN THE  
MOMENT METHOD**

**TEKİN KAÇAR**

Hacettepe Üniversitesi  
Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin  
ELEKTRİK ve ELEKTRONİK Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
olarak hazırlanmıştır.

2008

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma jürimiz tarafından ELEKTRİK ve ELEKTRONİK Mühendisliği ANABİLİM DALI'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan :  
Prof. Dr. Gönül Turhan Sayan

Üye (Danışman) :  
Prof. Dr. Adnan Köksal

Üye :  
Prof. Dr. Feza Arıkan

Üye :  
Prof. Dr. Birsen Saka

Üye :  
Doç. Dr. Çiğdem Seçkin Gürel

ONAY

Bu tez ....../...../2008 tarihinde Enstitü Yönetim Kurulunca kabul edilmiştir.

...../...../2008

Prof. Dr. Erdem Yazgan  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ

# GELİŞİGÜZEL ŞEKİLLİ YAPILARIN MOMENTLER YÖNTEMİNDE ÜÇGEN PARÇA MODELLEMESİ KULLANILARAK İNCELENMESİ

TEKİN KAÇAR

## ÖZ

Elektromanyetik saçılma problemlerinin nümerik olarak çözülmesi günümüzde yapılmakta olan önemli çalışmalardandır. Bu problemlerin çözülmesinde pek çok nümerik yöntem kullanılmaktadır. Momentler yöntemi elektromanyetik saçılma problemlerinin çözülmesinde kullanılan yöntemlerden biridir. Bu çalışmada, Matlab ortamında geliştirilen ve momentler yönteminde üçgen parça modellemesi yapan bir program kullanılarak bazı üç-boyutlu cisimler üzerindeki elektromanyetik saçılma incelenmiştir. Bu cisimlerden herhangi birisine doğru gelmekte olan bir düzlem dalga, cisme çarptıktan sonra farklı yönlerde farklı miktarlarda saçılım gerçekleştirmektedir. Bu düzlem dalganın cisme çarptıktan sonra hangi yönde ne kadar saçılım gerçekleştirmiş olduğunu gösteren grafiklere cismin radar kesit alanı (RKA) grafiği denilmektedir. Üç boyutlu bazı cisimler için, momentler yönteminde üçgen parça modellemesi yapan program kullanılarak, bu cisimlerin RKA grafikleri elde edilmiştir. Savaş araçlarının tasarımında, bu araçların düşman radarları tarafından tespit edilmesini en aza indirmek için, RKA'larını mümkün olduğunca düşük seviyelerde tutmak gereklidir. Bunun için savaş araçlarında radar soğurucu kaplamalar kullanılarak düşman radarı tarafından gönderilen elektromanyetik dalgalar bu araçlar tarafından soğurulur veya radardan farklı bir yöne yönlendirilir. Böylece radarın bu dalgaları geri alması ve araçları tespit etmesi engellenmeye çalışılır.

**Anahtar Kelimeler:** Elektromanyetik Saçılma, Momentler Yöntemi, Radar Kesit Alanı

Danışman: Prof. Dr. Adnan Köksal, Hacettepe Üniversitesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

# ANALYSIS OF ARBITRARY SHAPED STRUCTURES BY USING TRIANGULAR PATCH MODELING IN THE MOMENT METHOD

TEKİN KAÇAR

## ABSTRACT

The numerical solution of the electromagnetic scattering problems is an important study which is done nowadays. Plenty of numerical methods has been used in solving these problems. The method of moments is one of the methods which is used in solving the electromagnetic scattering problems. In this study, the electromagnetic scattering from some three-dimensional objects was investigated by using a program which was developed in Matlab environment and does triangle patch modeling in the method of moments. A plane wave which comes to any of these objects has realize different amounts of scattering for different directions, after it strikes the object. The graphics, which show that how much scattering this plane wave has realize in which direction, after it strikes the object, are called the radar cross section (RCS) graphics. For some three-dimensional objects, the RCS graphics were obtained by using the program which does triangle patch modeling in the method of moments. In designing of war machines, it is essential to keep their RCS in low levels to make minimum the fixing of these machines by the enemy radars. For this by using radar absorber coatings in war machines, the electromagnetic waves send by the enemy radar are absorbed by these machines or directed in a way different from the radar. Thus the radar's receiving these waves back and fixing the machines are tried to be obstructed.

**Keywords:** Electromagnetic Scattering, The Method of Moments, Radar Cross Section

Advisor: Prof. Dr. Adnan Köksal, Hacettepe University, Department of Electrical and Electronics Engineering

## TEŞEKKÜR

Bu tezin oluşmasında beni cesaretlendiren, bana değerli fikir ve yardımları ile büyük katkı sağlayan danışmanım Sayın Prof. Dr. Adnan Köksal'a teşekkür ederim.

Her zaman yanımda olan ve bana her türlü maddi ve manevi desteği veren anneme, babama ve ağabeyime teşekkür ederim.

Işıltañ Sayın ve Sevdâ Balk'a göstermiş oldukları destek ve yardımları için teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER DİZİNİ

|                                                                                                              | <u>Sayfa</u> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| ÖZ .....                                                                                                     | i            |
| ABSTRACT .....                                                                                               | ii           |
| TEŞEKKÜR .....                                                                                               | iii          |
| İÇİNDEKİLER DİZİNİ .....                                                                                     | iv           |
| ŞEKİLLER DİZİNİ .....                                                                                        | vi           |
| SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....                                                                         | viii         |
| 1. GİRİŞ .....                                                                                               | 1            |
| 2. MOMENTLER YÖNTEMİ .....                                                                                   | 4            |
| 2.1. Elektrik Alan İntegral Denklemleri .....                                                                | 5            |
| 2.2. RWG (Rao-Wilton-Glisson) Açılım Fonksiyonları .....                                                     | 6            |
| 3. ELEKTROMANYETİK SAÇILMA PROBLEMLERİNDE MOMENTLER<br>YÖNTEMİNDE ÜÇGEN PARÇA MODELLEMESİNİN KULLANIMI ..... | 11           |
| 3.1. Elektromanyetik Saçılma Problemlerinde EAİD Formülasyonu .....                                          | 12           |
| 3.2. Tekillik Çıkarımı .....                                                                                 | 18           |
| 3.3. Empedans Matrisi Elemanlarının Hesaplanması .....                                                       | 19           |
| 3.4. İntegrallerin Nümerik Hesaplanması .....                                                                | 20           |
| 3.4.1. Uyarlamalı integrasyon .....                                                                          | 20           |
| 3.5. Voltaj Vektörünün ( $[v_m]$ ) Hesaplanması .....                                                        | 23           |
| 3.6. Uzak Alan Elektrik Alan ve RKA Hesaplamaları .....                                                      | 24           |
| 4. ÇEŞİTLİ ŞEKİLLERDEKİ CİSİMLERİN RKA GRAFİKLERİ .....                                                      | 26           |
| 4.1. Küpten Elektromanyetik Saçılma .....                                                                    | 26           |
| 4.2. Küreden Elektromanyetik Saçılma .....                                                                   | 28           |
| 4.2.1. $\lambda = 5$ m için uzak alan elektrik alan ve RKA sonuçları .....                                   | 30           |
| 4.2.2. $\lambda = 2$ m için uzak alan elektrik alan ve RKA sonuçları .....                                   | 32           |
| 4.2.3. $\lambda = r$ için RKA sonucu .....                                                                   | 35           |
| 4.3. İnce Kare Levhadan Elektromanyetik Saçılma .....                                                        | 35           |
| 5. SONUÇ .....                                                                                               | 38           |

|                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| KAYNAKLAR .....                                                                | 39 |
| EKLER.....                                                                     | 40 |
| EK 1 $\int_{S_j} \frac{1}{R} d\mathbf{r}'$ , <b>nin Hesaplanması</b> .....     | 40 |
| EK 2 $\int_{S_j} \frac{\rho'}{R} d\mathbf{r}'$ , <b>nin Hesaplanması</b> ..... | 45 |
| ÖZGEÇMİŞ .....                                                                 | 46 |

## ŞEKİLLER DİZİNİ

|                                                                                                                                                                                  | <u>Sayfa</u> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| Şekil 1.1. Bir küreden elektromanyetik saçılma .....                                                                                                                             | 1            |
| Şekil 1.2. RKA tanımı için kullanılan geometri .....                                                                                                                             | 2            |
| Şekil 2.1. Üçgen parçalar ağından oluşan bir kürenin yüzey modeli.....                                                                                                           | 7            |
| Şekil 2.2. Üçgen çifti üzerinde tanımlanmış RWG açılım fonksiyonu .....                                                                                                          | 8            |
| Şekil 2.3. RWG açılım fonksiyonunun ortak kenara dik bileşeninin çizimini<br>gösteren geometri .....                                                                             | 9            |
| Şekil 3.1. Üçgen çiftini çevreleyen sınıra dik yöndeki birim vektörler .....                                                                                                     | 14           |
| Şekil 3.2. Koordinat dönüşümünden sonra kaynak ve test üçgenlerinin konumu .                                                                                                     | 17           |
| Şekil 3.3. Uyarlamalı İntegrasyon Yöntemi .....                                                                                                                                  | 21           |
| Şekil 4.1. Mükemmel iletken bir küpe, $\hat{y}$ yönünde ilerleyen ve elektrik alan<br>bileşeni $\hat{z}$ yönünde doğrusal kutuplanmış bir düzlem dalganın gelişi ..              | 26           |
| Şekil 4.2. Küp şeklindeki cismin üçgen parçalar ile modellenmesi .....                                                                                                           | 27           |
| Şekil 4.3. $\phi = 0^\circ$ ( $+x$ eksen) için mükemmel iletken küpün $RKA/\lambda^2$ grafiği ....                                                                               | 28           |
| Şekil 4.4. Mükemmel iletken bir küreye, $\hat{z}$ yönünde ilerleyen ve elektrik alan<br>bileşeni $\hat{x}$ yönünde doğrusal kutuplanmış bir düzlem dalganın gelişi ..            | 29           |
| Şekil 4.5. Küre şeklindeki cismin üçgen parçalar ile modellenmesi .....                                                                                                          | 29           |
| Şekil 4.6. $\theta = 90^\circ$ ( $x-y$ düzlemi) için mükemmel iletken kürenin uzak alan<br>elektrik alan grafiği, $\lambda = 5$ m, (a) $\{E_\theta\}$ , (b) $\{E_\phi\}$ .....   | 30           |
| Şekil 4.7. $\phi = 0^\circ$ ( $+x$ eksen) için mükemmel iletken kürenin uzak alan<br>elektrik alanının teta bileşeni grafiği, $(E_\theta)$ , $\lambda = 5$ m .....               | 31           |
| Şekil 4.8. $\phi = 90^\circ$ ( $+y$ eksen) için mükemmel iletken kürenin uzak alan<br>elektrik alanı-nın fi bileşeni grafiği, $(E_\phi)$ , $\lambda = 5$ m .....                 | 31           |
| Şekil 4.9. $\phi = 0^\circ$ ( $+x$ eksen) için mükemmel iletken kürenin RKA grafiği,<br>$\lambda = 5$ m .....                                                                    | 32           |
| Şekil 4.10. $\theta = 90^\circ$ ( $x-y$ düzlemi) için mükemmel iletken kürenin uzak alan<br>elektrik alan grafiği, $\lambda = 2$ m , (a) $\{E_\theta\}$ , (b) $\{E_\phi\}$ ..... | 33           |
| Şekil 4.11. $\phi = 0^\circ$ ( $+x$ eksen) için mükemmel iletken kürenin uzak alan<br>elektrik alanı-nın teta bileşeni grafiği, $(E_\theta)$ , $\lambda = 2$ m .....             | 33           |
| Şekil 4.12. $\phi = 90^\circ$ ( $+y$ eksen) için mükemmel iletken kürenin uzak alan<br>elektrik alanının fi bileşeni grafiği, $(E_\phi)$ , $\lambda = 2$ m .....                 | 34           |

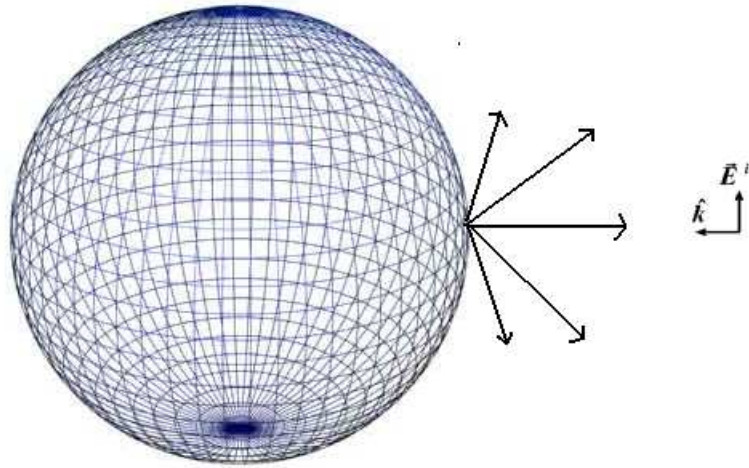
|                                                                                                                                                                                          |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 4.13. $\phi = 0^\circ$ ( $+x$ eksen) için mükemmel iletken kürenin RKA grafiği,<br>$\lambda = 2$ m .....                                                                           | 34 |
| Şekil 4.14. $\phi = 0^\circ$ ( $+x$ eksen) için mükemmel iletken kürenin RKA grafiği,<br>$f=300$ MHz .....                                                                               | 35 |
| Şekil 4.15. Mükemmel iletken ince bir kare levhaya, $-\hat{z}$ yönünde ilerleyen ve<br>elektrik alan bileşeni $\hat{x}$ yönünde doğrusal kutuplanmış bir düzlem<br>dalganın gelişi ..... | 36 |
| Şekil 4.16. İnce kare levhanın üçgen parçalar ile modellenmesi .....                                                                                                                     | 36 |
| Şekil 4.17. $\phi = 0^\circ$ ( $+x$ eksen) için mükemmel iletken ince kare levhanın<br>normalize RKA grafiği .....                                                                       | 37 |
| Ek1.1. $x$ - $y$ düzlemi üzerindeki kaynak üçgeni ve gözlem noktasının izdüşümü                                                                                                          | 40 |
| Ek1.2. Analitik integralleri açıklamada kullanılan geometrik değişkenler .....                                                                                                           | 42 |

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

|      |                                   |
|------|-----------------------------------|
| RKA  | : Radar Kesit Alanı               |
| EAİD | : Elektrik Alan İntegral Denklemi |
| RWG  | : Rao-Wilton-Glisson              |

## 1. GİRİŞ

Atmosferde ilerlemekte olan bir dalga herhangi bir cisimle karşılaştığı zaman bu cisme çarparak farklı yönlerde saçılmaktadır. Dalganın hangi yönde ne kadar saçıldığını hesaplayan problemlere elektromanyetik saçılma problemleri denilmektedir. Şekil 1.1 'de bir elektromanyetik saçılma örneği verilmiştir. Bir küreye gelen elektromanyetik dalga ve küreye çarptıktan sonra farklı yönlerde saçılan dalgalar gösterilmektedir.



Şekil 1.1. Bir küreden elektromanyetik saçılma

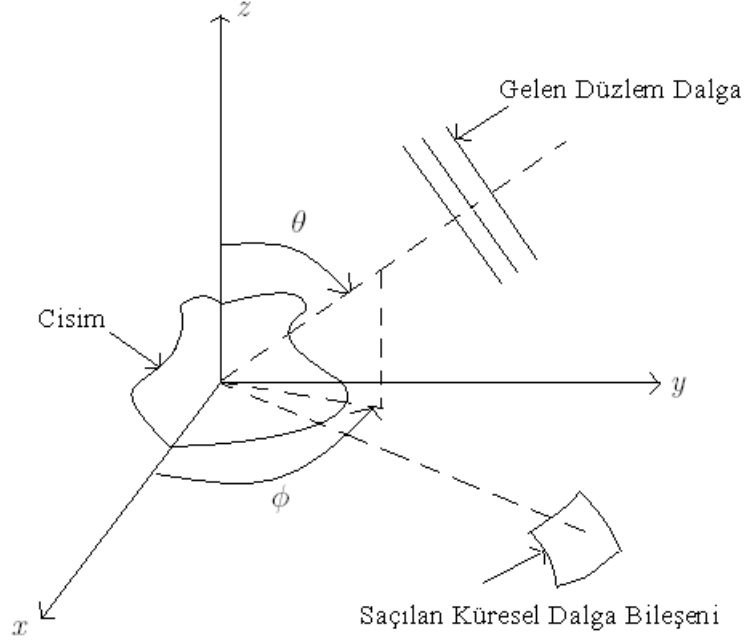
Günümüzde elektromanyetik saçılma problemlerinin çözümü için değişik yöntemler kullanılmaktadır. Sonlu farklar yöntemi, sonlu elemanlar yöntemi ve momentler yöntemi elektromanyetik saçılma problemlerinin çözümünde kullanılan yöntemlerden birkaçıdır. Bu problemlerin çözümü sonucunda elde edilen, gelen dalganın cisme çarptıktan sonra hangi yönde ne kadar saçılmış olduğunu gösteren grafiğe cismin radar kesit alanı (RKA) grafiği denilmektedir.

Bir cismin RKA'sı temel olarak,

$$\sigma = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{4\pi R^2 \times \text{saçılan dalganın güç yoğunluğu}}{\text{gelen düzlem dalganın güç yoğunluğu}} \quad (1.1)$$

şeklinde tanımlanır [4] . Burada  $\sigma$ , RKA'yı ifade etmek için kullanılan semboldür ve R ise cisim ile radar alıcısı arasındaki uzaklıktır. Gelen düzlem dalga cisme çarpınca, cisim üzerinde akımların oluşmasına neden olmaktadır. Cisim üzerinde indüklenen bu

akımlar ise cisimden saçılan küresel dalgaları yaymaktadır. RKA tanımında kullanılan geometri Şekil 1.2’de verilmektedir.



Şekil 1.2. RKA tanımı için kullanılan geometri

Radardan cisme doğru düzlem dalga belirli bir açıda  $(\theta, \phi)$  gelmektedir. Burada  $\theta$  gelen düzlem dalganın  $z$  eksenine ile yaptığı açığı ve  $\phi$  ise gelen düzlem dalganın  $x$  eksenine ile yaptığı açığı göstermektedir. Saçılan küresel dalga bileşeni ise belirli bir açı ile alıcı radar tarafından alınır. RKA tanımı, monostatik ve bistatik sistemler arasında farklılık göstermektedir. Bazı radar sistemlerinde verici ve alıcı radarlar bir arada yerleştirilir. Bu durumda radar vericisinden cisme doğru gelen düzlem dalganın ve cisimden saçılarak radar alıcısı tarafından alınan küresel dalga bileşeninin koordinat sistemi ile yaptığı açılar aynıdır. Buradaki RKA, monostatik RKA olarak tanımlanır. Radar vericisi ile alıcısının ayrı ayrı yerleştirildiği durumlarda ise radar vericisinden cisme doğru gelen düzlem dalganın ve cisimden saçılarak radar alıcısı tarafından alınan küresel dalga bileşeninin koordinat sistemi ile yaptığı açılar farklıdır. Buradaki RKA ise, bistatik RKA olarak tanımlanır [4]. Bu tez çalışması içindeki tüm RKA ölçümleri bistatik RKA ölçümleridir. RKA cismin geometrik şekline ve frekansa bağlı bir ölçüdür ve birimi metrekare ( $m^2$ )’dir. Fakat bazen geniş aralıktaki RKA değerlerini aynı grafik üzerinde göstermek zor olduğu için RKA ölçümlerinde genellikle logaritmik bir ölçekle gösterilen ‘desibel metrekare’ [ $dBm^2$ ] veya İngilizce ‘decibel square-meter’ teriminin kısaltması

olan 'dBsm' birimi kullanılır [5] . Metrekare ile dBsm cinsinden RKA değerlerinin arasında

$$\sigma_{dB} = 10 \log_{10}(\sigma) \quad (1.2)$$

$$\sigma = 10^{(0.1 \times \sigma_{dB})} \quad (1.3)$$

formülleri ile geçiş sağlanabilir. Cisimlerin RKA'larının hesaplanması günümüzde yapılan önemli çalışmalardandır. Çünkü savaş uçaklarının ve gemilerinin düşman radarları tarafından tespit edilmesini en aza indirmek için, bu savaş uçaklarını ve gemilerini tasarlarken RKA'larını olabildiğince düşük seviyede tutmak gereklidir.

Momentler yöntemi RKA hesaplanmasında kullanılan yöntemlerden biridir. Bu tez çalışmasında bazı cisimlerin RKA'ları ve uzak alan elektrik alan bileşenleri momentler yönteminde üçgen parça modellemesi kullanılarak incelenecektir.

Bölüm 2'de momentler yönteminin genel özellikleri ayrıntılı bir şekilde anlatılmaktadır. Bölüm 3'te elektromanyetik saçılma problemlerinde, momentler yönteminde üçgen parça modellemesinin kullanımı anlatılmaktadır. Bölüm 4'te çeşitli şekillerdeki cisimler için momentler yönteminde üçgen parça modellemesi kullanılarak elde edilen uzak alan elektrik alan ve RKA sonuçları verilmektedir. Bölüm 5'te ise tez çalışması kapsamında elde edilen sonuçlar özetlenmiştir.

## 2. MOMENTLER YÖNTEMİ

Momentler yöntemi elektromanyetik saçılma problemlerinin çözümünde kullanılan yöntemlerden biridir. Aşağıdaki gibi bir operatör denklemi düşünelim:

$$\mathbf{L}\{f(x)\} = g(x) . \quad (2.1)$$

Bu eşitlikte  $\mathbf{L}$  bir doğrusal operatör,  $g$  bilinen uyarım fonksiyonu ve  $f$  saptanacak olan fonksiyon olsun. Şimdi aşağıda verilen gerekli iki işlem gerçekleştirilsin.

1)  $f$  fonksiyonların dizisi şeklinde açılabilir:

$$f(x) = \sum_n \alpha_n f_n(x) . \quad (2.2)$$

Bu eşitlikte  $\alpha_n$  'ler sabit varsayılır.  $f_n$  'lerin oluşturduğu kümeye ise açılım fonksiyonları kümesi denilir.

2) Eş. 2.1 için uygun bir iç çarpım tanımlanır. Şimdi  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$  şeklinde test fonksiyonları kümesi tanımlansın ve Eş. 2.1 'in  $\omega_m$  ile iç çarpımı alınsın:

$$\langle \omega_m(x), \mathbf{L}\{f(x)\} \rangle = \langle \omega_m(x), g(x) \rangle , \quad (2.3)$$

$$\langle \omega_m(x), \mathbf{L}(\sum_n \alpha_n f_n(x)) \rangle = \langle \omega_m(x), g(x) \rangle . \quad (2.4)$$

Eş. 2.4 'te sol taraftaki iç çarpımın içindeki toplam ifadesi dışarıya alınırsa,

$$\sum_n \alpha_n \langle \omega_m(x), \mathbf{L} f_n(x) \rangle = \langle \omega_m(x), g(x) \rangle \quad (2.5)$$

bulunur. Eş. 2.5 'teki sistem, matris biçiminde şöyle yazılabilir:

$$[\mathbf{A}_{mn}][\alpha_n] = [g_m] . \quad (2.6)$$

Burada

$$[\mathbf{A}_{mn}] = \begin{pmatrix} \langle \omega_1(x), \mathbf{L} f_1(x) \rangle & \langle \omega_1(x), \mathbf{L} f_2(x) \rangle & \dots & \langle \omega_1(x), \mathbf{L} f_n(x) \rangle \\ \langle \omega_2(x), \mathbf{L} f_1(x) \rangle & \langle \omega_2(x), \mathbf{L} f_2(x) \rangle & \dots & \langle \omega_2(x), \mathbf{L} f_n(x) \rangle \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \langle \omega_m(x), \mathbf{L} f_1(x) \rangle & \langle \omega_m(x), \mathbf{L} f_2(x) \rangle & \dots & \langle \omega_m(x), \mathbf{L} f_n(x) \rangle \end{pmatrix},$$

$$[\alpha_n] = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$$

ve

$$[g_m] = \begin{pmatrix} \langle \omega_1(x), g(x) \rangle \\ \langle \omega_2(x), g(x) \rangle \\ \vdots \\ \langle \omega_m(x), g(x) \rangle \end{pmatrix}$$

ile verilmektedir.  $[\mathbf{A}_{mn}]$  matrisi tekil değil ise, bilinmeyen  $\alpha_n$  'ler şu şekilde hesaplanır:

$$[\alpha_n] = [\mathbf{A}_{mn}]^{-1}[g_m] \quad (2.7)$$

ve asıl fonksiyon  $f(x)$ , Eş. 2.2 kullanılarak hesaplanabilir. Yukarıda genel olarak anlatılan yönteme Momentler Yöntemi denilmektedir.

## 2.1 Elektrik Alan İntegral Denklemleri

Elektrik alan integral denklemi (EAİD) bir yüzey üzerinde elektrik alanın teğet bileşeni ile ilgili sınır koşulunu uygulayarak türetilir. Tamamen iletken bir yüzey için,

$$\hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{E}^{gel}(\mathbf{r}) + \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{E}^{sac}(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.8)$$

Bu eşitlikte gözlem noktası,  $\mathbf{r}$ , yüzey üzerinde bir noktadır [6] . Eş. 2.8 'de,  $\mathbf{E}^{gel}$  dış kaynaklardan dolayı gelen dalgayı göstermektedir.  $\mathbf{E}^{sac}$  ise saçılan dalgayı göstermektedir ve cismin yüzeyi üzerinde indüklenen akım cinsinden şu şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{E}^{sac}(\mathbf{r}) = i\omega\mu \int_{S'} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' . \quad (2.9)$$

Burada

$$\overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = [\bar{\mathbf{I}} + \frac{\nabla\nabla}{k^2}]g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (2.10)$$

ve

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (2.11)$$

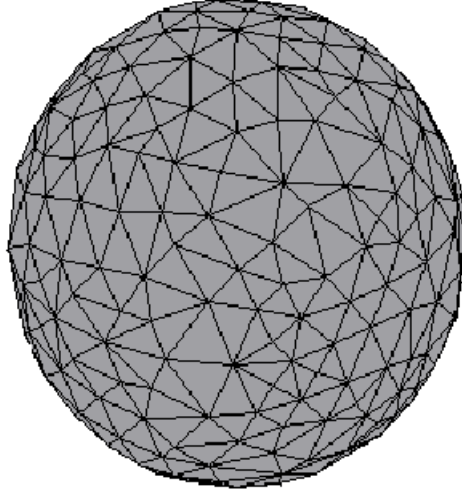
olarak verilir. Eş. 2.10 'da  $\overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  tensör Green fonksiyonu ve Eş. 2.11 'de  $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  ise üç-boyutlu skalar Helmholtz denklemi için Green fonksiyonu olarak tanımlanırlar [6]. Böylece Eş. 2.9 'daki saçılan elektrik alan ifadesi Eş. 2.8 'deki sınır koşulunun içine konursa EAİD elde edilir:

$$\hat{\mathbf{t}} \cdot \int_{S'} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \frac{i}{k\eta} \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{E}^{gel}(\mathbf{r}). \quad (2.12)$$

## 2.2 RWG (Rao-Wilton-Glisson) Açılım Fonksiyonları

Bu bölümde EAİD ve üçgen parça modellemesi ile kullanıma uygun bir açılım fonksiyonları kümesi anlatılmaktadır. Bu açılım fonksiyonlarına RWG açılım fonksiyonları denilmektedir [8] .

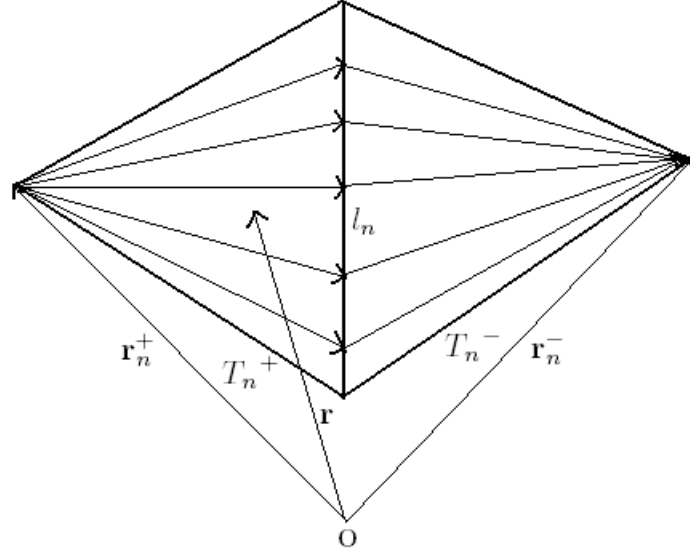
Şekil 2.1 'de yüzeyi üçgen parçalara ayrılmış bir küre gösterilmektedir. Bu küre uygun üçgenler, kenarlar ve köşelerden oluşan bir küme ile modellenenbilir. Küre üzerindeki her komşu üçgen çifti üzerinde bir RWG açılım fonksiyonu Şekil 2.2'de gösterildiği gibi tanımlanabilir [8] . Her RWG açılım fonksiyonu, üçgen parça modelindeki bir iç kenar ile ilişkilidir ve kürenin yüzeyi üzerinde, o kenara bağlı iki üçgen dışındaki her yerde



Şekil 2.1. Üçgen parçalar ağından oluşan bir kürenin yüzey modeli

sıfıra eşittir. Şekil 2.2, üçgen parçalara ayrılmış bir cisim üzerinde  $n$ 'yinci kenara bağlı olan üçgen çiftini,  $T_n^+$  ve  $T_n^-$ , göstermektedir.  $T_n^+$  ve  $T_n^-$  üzerindeki noktalar, orijine ( $\mathbf{O}$ ) göre tanımlanmış olan pozisyon vektörü  $\mathbf{r}$  tarafından gösterilebilir. Şekil 2.2'de,  $\mathbf{r}_n^+$  orijinden ( $\mathbf{O}$ )  $T_n^+$  'nın serbest köşesine olan vektörü ve  $\mathbf{r}_n^-$  ise orijinden ( $\mathbf{O}$ )  $T_n^-$  'nin serbest köşesine olan vektörü göstermektedir. Üçgenlerin artı (+) veya eksi (-) olarak gösterimi ise, referans yönü  $T_n^+$  'dan  $T_n^-$  'ye varsayılan,  $n$ 'yinci kenar için pozitif akım referans yönünün seçimi ile saptanmaktadır. Aşağıda  $n$ 'yinci kenar ile ilişkili RWG açılım fonksiyonunun tanımı verilmektedir [8]:

$$\vec{f}_n(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^+}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n^+), & \mathbf{r} \in T_n^+ \\ \frac{l_n}{2A_n^-}(\mathbf{r}_n^- - \mathbf{r}), & \mathbf{r} \in T_n^- \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases} . \quad (2.13)$$

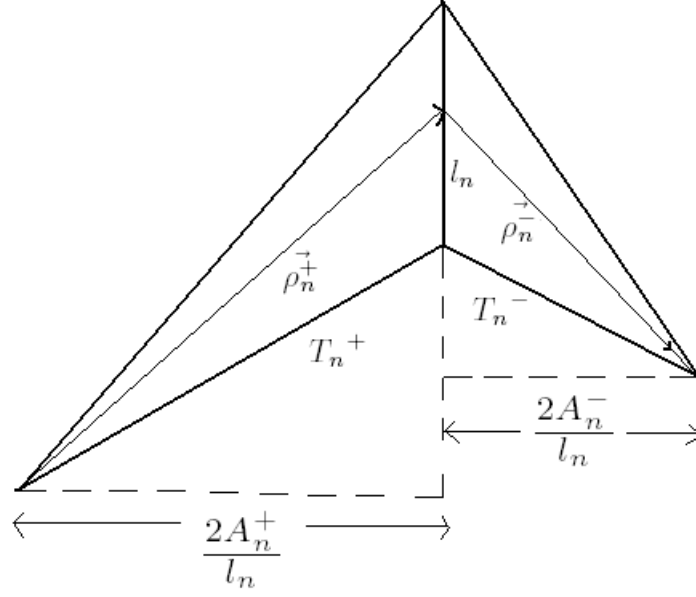


Şekil 2.2. Üçgen çifti üzerinde tanımlanmış RWG açılım fonksiyonu

Bu eşitlikte  $l_n$ ,  $n$ 'yinci kenarın uzunluğu ve  $A_n^+$  ile  $A_n^-$  ise sırasıyla  $T_n^+$  ve  $T_n^-$  üçgen yüzeylerinin alanı olarak tanımlanmıştır.  $\vec{f}_n$  açılım fonksiyonu yüzey akımını yaklaşık olarak ifade etmekte kullanılır. Aşağıda RWG açılım fonksiyonunun yüzey akımını ifade etmek için uygun olduğunu gösteren bazı özellikleri verilmiştir.

1) RWG fonksiyonu ( $\vec{f}_n$ ) ile ifade edilen akımın,  $T_n^+$  ve  $T_n^-$  üçgen çifti tarafından oluşan yüzeyin sınırına dik bileşeni yoktur (ortak kenar hariç). Böylece bu sınır boyunca çizgi yükler oluşmaz [8].

2) Şekil 2.3 'te görüldüğü gibi RWG fonksiyonu ( $\vec{f}_n$ ) ile ifade edilen akımın,  $n$  'yinci kenara (ortak kenar) dik bileşeni sabittir ve kenar boyunca süreklilik göstermektedir. Ayrıca  $n$  'yinci kenar boyunca  $\vec{\rho}_n^\pm$  'nin dik bileşeni,  $n$  'yinci kenar taban olmak üzere  $T_n^\pm$  'nin yüksekliğine eşittir ve bu yükseklik  $(2A_n^\pm)/l_n$  'ye eşittir. Böylece Eş. 2.13 'teki  $\vec{f}_n$  'nin  $n$  'yinci kenara dik akı yoğunluğu, bire eşit olacak şekilde normalize edilmiş olur ve bu da  $n$  'yinci kenara dik akımın sürekliliğini sağlar. Adım 1)'de elde edilenle beraber bu sonuç  $T_n^+$  ve  $T_n^-$  'nin tüm kenarlarının çizgi yüklerden bağımsız olduğunu



Şekil 2.3. RWG açılım fonksiyonunun ortak kenara dik bileşeninin çizimini gösteren geometri

gösterir [8] .

3)  $\vec{f}_n$ 'nin yüzey ıraksaması, yüzey yük yoğunluğu ile orantılıdır ve şu şekilde bulunur:

$$\nabla_s \cdot \vec{f}_n = \begin{cases} \frac{l_n}{A_n^+}, & \mathbf{r} \in T_n^+ \\ \frac{-l_n}{A_n^-}, & \mathbf{r} \in T_n^- \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases} . \quad (2.14)$$

Böylece Eş. 2.14 'te görüldüğü gibi her üçgenin üzerindeki yük yoğunluğu sabittir ve  $T_n^+$  ve  $T_n^-$  üçgen çiftinin üzerindeki toplam yük sıfırdır [1] .

Yukarıda RWG açılım fonksiyonunun yüzey akımını ifade etmek için uygun olduğu

gösterildikten sonra cismin yüzeyi üzerindeki  $\mathbf{J}$  akımı  $\vec{f}_n$  türünden şu şekilde yaklaşık olarak ifade edilebilir:

$$\mathbf{J} \cong \sum_{n=1}^N \alpha_n \vec{f}_n(\mathbf{r}). \quad (2.15)$$

Eş. 2.15 'te  $N$  iç kenarların sayısıdır.

Bölüm 3'te, yukarıda ayrıntılı bir şekilde anlatılan RWG açılım fonksiyonları ve EAİD kullanılarak, elektromanyetik saçılma problemleri için Matlab ortamında geliştirilen, momentler yönteminde üçgen parça modellemesi yapan programın temel özellikleri anlatılmaktadır.

### 3. ELEKTROMANYETİK SAÇILMA PROBLEMLERİNDE MOMENTLER YÖNTEMİNDE ÜÇGEN PARÇA MODELLEMESİNİN KULLANIMI

Bu bölümde, Bölüm 2’de ayrıntılı bir şekilde anlatılan RWG açılım fonksiyonları ve EAİD kullanılarak, elektromanyetik saçılma problemleri için Matlab ortamında geliştirilen, momentler yönteminde üçgen parça modellemesi yapan programın temel özellikleri anlatılmaktadır. Bölüm 2’nin giriş kısmında aşağıda tekrar gösterilen Eş. 2.1,

$$L\{f(x)\} = g(x) \quad (3.1)$$

için uygun bir iç çarpım tanımlanır denilmiştir. Bu iç çarpım,

$$\langle \mathbf{a}(x), \mathbf{b}(x) \rangle = \int \mathbf{a}(x) \cdot \mathbf{b}(x) dx \quad (3.2)$$

şeklinde tanımlanır ve Bölüm 2’nin giriş kısmında tanımlanan test fonksiyonları kümesi  $\omega_m(x)$  ,  $t_m(x)$  ile ve açılım fonksiyonları kümesi  $f_n(x)$  ,  $b_n(x)$  ile gösterilirse, aşağıda tekrar gösterilen Eş. 2.5,

$$\sum_n \alpha_n \langle \omega_m(x), L f_n(x) \rangle = \langle \omega_m(x), g(x) \rangle , \quad (3.3)$$

Eş. 3.2 ’de tanımlanan iç çarpım ile şu şekle dönüşür [6]:

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n \int \mathbf{t}_m(x) \cdot L\{\mathbf{b}_n(x)\} dx = \int \mathbf{t}_m(x) \cdot \mathbf{g}(x) dx. \quad (3.4)$$

Eş. 3.4 ’ten aşağıdaki gibi bir doğrusal sistem oluşturulabilir:

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n Z_{mn} = v_m. \quad (3.5)$$

Bu eşitlikte

$$Z_{mn} = \int \mathbf{t}_m(x) \cdot L\{\mathbf{b}_n(x)\} dx \quad (3.6)$$

ve

$$v_m = \int \mathbf{t}_m(x) \cdot \mathbf{g}(x) dx \quad (3.7)$$

olarak verilir. Eş. 3.5 'te,  $[Z_{mn}]$  matrisine empedans matrisi ve  $[v_m]$  vektörüne ise voltaj vektörü ya da besleme vektörü denir [6] .  $[Z_{mn}]$  matrisinin  $(m,n)$  'deki bir elemanı,  $m$ 'yinci test fonksiyonu ve  $n$ 'yinci açılım fonksiyonu arasındaki etkileşimi ifade eder.

### 3.1 Elektromanyetik Saçılma Problemlerinde EAİD Formülasyonu

İletken cisimler için EAİD, Eş. 2.12 'de, gözlem noktası cismin yüzeyi üzerinde olmak üzere şu şekilde verilmiştir:

$$\hat{\mathbf{t}} \cdot \int_{S'} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \frac{i}{k\eta} \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{E}^{gel}(\mathbf{r}). \quad (3.8)$$

Momentler yöntemini uygulamak için, akım yoğunluğu açılım fonksiyonları türünden ifade edilecek olursa,

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}') = \sum_{n=1}^N \alpha_n \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') \quad (3.9)$$

olur. Eş. 3.9' da,  $\mathbf{b}_n(\mathbf{r}')$ ,  $n$ 'yinci açılım fonksiyonunu göstermektedir ve  $\alpha_n$  bu açılım fonksiyonunun akım yoğunluğuna olan etkisini belirleyen katsayıdır. Eş. 3.9'da açılım fonksiyonları türünden ifade edilen akım yoğunluğu, Eş. 3.8 'de yerine konursa,

$$\hat{\mathbf{t}} \cdot \int_{S'} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \sum_{n=1}^N \alpha_n \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \frac{i}{k\eta} \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{E}^{gel}(\mathbf{r}) \quad (3.10)$$

elde edilir. Eş. 3.10 'un her iki tarafının, Eş. 3.2 'de tanımlandığı gibi  $\mathbf{t}_m(\mathbf{r})$  ile iç çarpımı alınırsa,

$$\int_{S_m} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \int_{S'} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \sum_{n=1}^N \alpha_n \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} = \frac{i}{k\eta} \int_{S_m} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^{gel}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3.11)$$

bulunur. Eş. 3.11’de,  $\mathbf{t}_m(\mathbf{r})$ ,  $m$ ’yinci test fonksiyonunu göstermektedir. Eş. 3.11 ’de, integrallerin ve toplama işleminin sıraları değiştirilirse aşağıdaki doğrusal sistem oluşur:

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n Z_{mn}^E = v_m^E. \quad (3.12)$$

Eş. 3.12’de

$$Z_{mn}^E = \int_{S_m} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \int_{S_n} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \quad (3.13)$$

ve

$$v_m^E = \frac{i}{k\eta} \int_{S_m} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^{gel}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3.14)$$

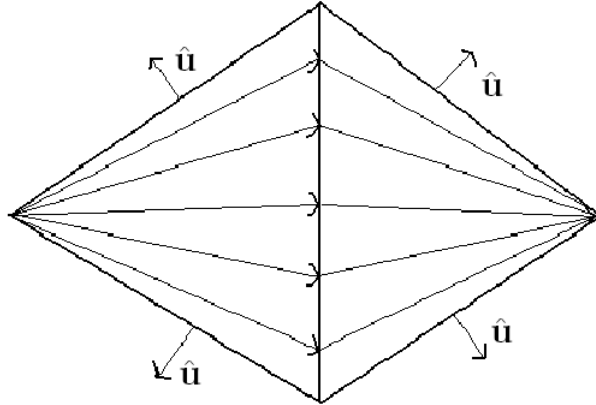
ile verilir. Eş. 3.13’ te, diyadik Green fonksiyonu ifadesi, Eş.2.10 ’da verildiği gibi yerine konursa, empedans matrisi elemanlarının genel ifadesi,

$$\begin{aligned} Z_{mn}^E &= \int_{S_m} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \int_{S_n} [\bar{\mathbf{I}} + \frac{\nabla \nabla}{k^2}] g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\ &= \int_{S_m} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \int_{S_n} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\ &\quad + \int_{S_m} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \int_{S_n} \frac{\nabla \nabla}{k^2} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (3.15)$$

şekline dönüşür [7] . Eğer açılım fonksiyonu ve test fonksiyonu RWG fonksiyonları olarak seçilirse, Eş. 3.15 ’teki  $Z_{mn}^E$  ’nin eşitlendiği toplam ifadesinin ikinci kısmı şu şekilde hesaplanabilir:

$$\begin{aligned}
& \int_{S_m} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \int_{S_n} \frac{\nabla \nabla}{k^2} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\
&= \frac{1}{k^2} \int_{S_m} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \nabla \left\{ \int_{S_n} \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right\} d\mathbf{r} \\
&= \frac{1}{k^2} \int_{S_m} \nabla \cdot \left\{ \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \int_{S_n} \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right\} d\mathbf{r} \\
&\quad - \frac{1}{k^2} \int_{S_m} \nabla \cdot \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \int_{S_n} \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\
&= \frac{1}{k^2} \int_{\partial S_m} \hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \int_{S_n} \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' dl \\
&\quad - \frac{1}{k^2} \int_{S_m} \nabla \cdot \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \int_{S_n} \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r}. \tag{3.16}
\end{aligned}$$

Eş. 3.16 'da  $\hat{\mathbf{u}}$ , Şekil 3.1'de gösterildiği gibi, üçgen çiftini çevreleyen sınıra dik yöndeki birim vektörü göstermektedir.



Şekil 3.1. Üçgen çiftini çevreleyen sınıra dik yöndeki birim vektörler

RWG fonksiyonunun üçgen çiftini çevreleyen sınıra dik yönde bileşeni olmadığından,

$$\frac{1}{k^2} \int_{\partial S_m} \hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \int_{S_n} \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' dl = 0 \quad (3.17)$$

ve

$$\nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\nabla' g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (3.18)$$

yazılabilir ve

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k^2} \int_{S_m} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \nabla \left\{ \int_{S_n} \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right\} d\mathbf{r} \\ &= \frac{1}{k^2} \int_{S_m} \nabla \cdot \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \int_{S_n} \nabla' g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (3.19)$$

bulunur.

Yukarıda uygulanan yöntem iç integral üzerinde uygulanırsa,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k^2} \int_{S_m} \nabla \cdot \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \int_{S_n} \nabla' g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\ &= \frac{1}{k^2} \int_{S_m} \nabla \cdot \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \int_{S_n} \nabla' \cdot \left\{ \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right\} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\ & \quad - \frac{1}{k^2} \int_{S_m} \nabla \cdot \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \int_{S_n} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\ &= \frac{1}{k^2} \int_{S_m} \nabla \cdot \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \int_{\partial S_n} \hat{\mathbf{u}} \cdot \left\{ \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right\} dl' d\mathbf{r} \\ & \quad - \frac{1}{k^2} \int_{S_m} \nabla \cdot \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \int_{S_n} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\ &= -\frac{1}{k^2} \int_{S_m} \nabla \cdot \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \int_{S_n} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (3.20)$$

elde edilir.

Böylece empedans matrisi elemanı ifadesi şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}
Z_{mn}^E &= \int_{S_m} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \int_{S_n} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\
&\quad - \frac{1}{k^2} \int_{S_m} \nabla \cdot \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \int_{S_n} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r}.
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Momentler yönteminde üçgen parça modellemesi kullanılarak Matlab ortamında geliştirilen programda impedans matrisini hesaplarken, kenar-kenar etkileşimi yerine üçgen-üçgen etkileşimini kullanmak daha verimlidir. Programda döngü kenarlar yerine üçgenler üzerinde oluşturulduğuda, işlem sayısı dokuz kata yakın azalmaktadır.

Bölüm 2.2’de tanımlanan RWG açılım fonksiyonu herhangi bir üçgen üzerinde aşağıdaki şekilde tekrar tanımlanabilir:

$$\mathbf{b}_{ik}(r) = \pm \frac{l_{ik}}{2A_i} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ik}) \delta_i(\mathbf{r}) \tag{3.22}$$

ve

$$\delta_i(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1, & r \in A_i \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases}. \tag{3.23}$$

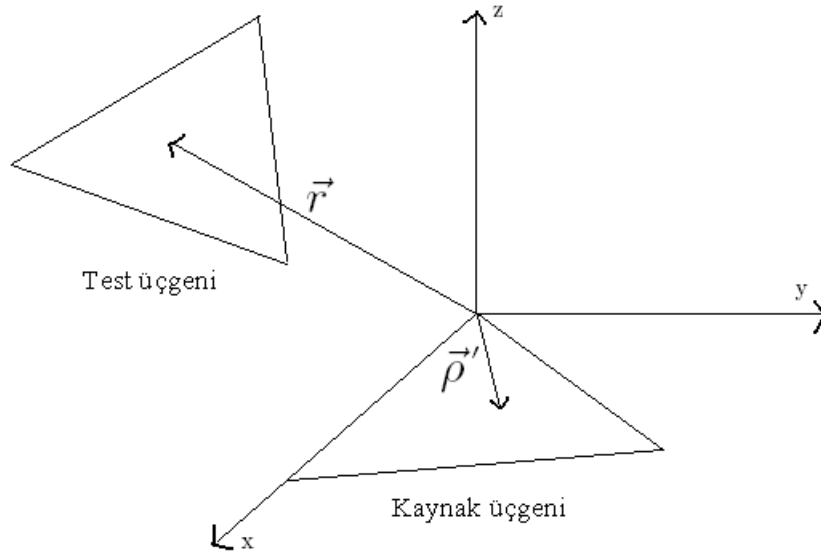
Eş. 3.22’de  $i$ , RWG açılım fonksiyonunun  $i$ ’yinci üçgen üzerinde tanımlandığını ve  $k$  ise, RWG açılım fonksiyonunun  $i$ ’yinci üçgenin üç kenarından hangisine doğru uzandığını göstermektedir. RWG açılım fonksiyonunun ıraksaması Eş. 2.14’te aşağıdaki gibi tanımlanmıştı:

$$\nabla_s \cdot \mathbf{b}_n(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{l_n}{A_n^+}, & \mathbf{r} \in S_n^+ \\ \frac{-l_n}{A_n^-}, & \mathbf{r} \in S_n^- \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases}. \tag{3.24}$$

Eş. 3.22 ve Eş. 3.24 'teki RWG fonksiyonu ve RWG fonksiyonunun ıraksaması ifadeleri, Eş. 3.21 'de açılım fonksiyonları  $\{\mathbf{b}_n(\mathbf{r}')\}$  ve test fonksiyonları  $\{\mathbf{t}_m(\mathbf{r})\}$  ifadelerinin yerine kullanılırsa,

$$Z_{ik,jl}^E = \frac{l_{ik}l_{jl}}{4A_iA_j} \int_{S_i} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ik}) \cdot \int_{S_j} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') (\mathbf{r}' - \mathbf{r}_{jl}) d\mathbf{r}' d\mathbf{r} - \frac{1}{k^2} \frac{l_{ik}l_{jl}}{A_iA_j} \int_{S_i} \int_{S_j} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \quad (3.25)$$

elde edilir. Eş. 3.25 'te  $i$  ile  $j$ , etkileşimin  $i$ 'yinci ve  $j$ 'yinci üçgenler arasında olduğunu ve  $k$  ile  $l$  ise, açılım fonksiyonlarının ve test fonksiyonlarının bu üçgenler üzerindeki doğrultusunu göstermektedir.



Şekil 3.2. Koordinat dönüşümünden sonra kaynak ve test üçgenlerinin konumu

Son olarak, tekillik çıkarımında oluşacak analitik integralleri hesaplamak için bir koordinat dönüşümü gereklidir. Bu koordinat dönüşümü Şekil 3.2 'deki gibi, kaynak üçgen,

kenarlarından bir tanesi  $x$  ekseninde olmak koşuluyla,  $x$ - $y$  düzlemi üzerinde uzanacak şekilde uygulanır. Böylece, Eş. 3.25'teki  $i$  üçgeni (test üçgeni) ve  $j$  üçgeni (kaynak üçgeni) arasındaki etkileşim şu şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned}
Z_{ik,jl}^E &= \frac{l_{ik}l_{jl}}{4A_iA_j} \int_{S_i} (\vec{r} - \vec{r}_{ik}) \cdot \int_{S_j} (\vec{\rho}' - \vec{\rho}_{jl}) \frac{e^{ikR}}{4\pi R} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\
&\quad - \frac{1}{k^2} \frac{l_{ik}l_{jl}}{A_iA_j} \int_{S_i} \int_{S_j} \frac{e^{ikR}}{4\pi R} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\
&= \frac{l_{ik}l_{jl}}{4A_iA_j} \int_{S_i} (\vec{\rho} - \vec{\rho}_{ik}) \cdot \int_{S_j} \vec{\rho}' \frac{e^{ikR}}{4\pi R} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\
&\quad - \frac{l_{ik}l_{jl}}{4A_iA_j} \vec{\rho}_{jl} \cdot \int_{S_i} (\vec{\rho} - \vec{\rho}_{ik}) \int_{S_j} \frac{e^{ikR}}{4\pi R} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\
&\quad - \frac{1}{k^2} \frac{l_{ik}l_{jl}}{A_iA_j} \int_{S_i} \int_{S_j} \frac{e^{ikR}}{4\pi R} d\mathbf{r}' d\mathbf{r}.
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Burada  $\vec{\rho}$ , test üçgeni üzerindeki  $\vec{r}$  noktasının  $x$ - $y$  düzlemi üzerindeki izdüşümüdür ve

$$R = |\vec{r} - \vec{\rho}'| \tag{3.27}$$

olarak tanımlanır.

### 3.2 Tekillik Çıkarımı

Kaynak üçgeni üzerindeki  $\vec{\rho}'$  noktası ve test üçgeni üzerindeki  $\vec{r}$  noktası birbirlerine yaklaştığı zaman,  $R$  sıfıra yaklaşır ve Eş. 3.26'daki iç integrallerin integrandları ıraksar. Bu yüzden bu iç integrallerin hesaplanabilmesi için uygun bir tekil çıkartma yöntemi uygulanmalıdır. Bu tekil çıkartma yöntemi şu şekilde uygulanabilir:

$$\int_{S_j} \frac{e^{ikR}}{R} d\mathbf{r}' = \int_{S_j} \frac{e^{ikR} - 1}{R} d\mathbf{r}' + \int_{S_j} \frac{1}{R} d\mathbf{r}' \quad (3.28)$$

$$\int_{S_j} \rho' \frac{e^{ikR}}{R} d\mathbf{r}' = \int_{S_j} \rho' \frac{e^{ikR} - 1}{R} d\mathbf{r}' + \int_{S_j} \frac{\rho'}{R} d\mathbf{r}'. \quad (3.29)$$

Eş. 3.28 ve Eş. 3.29'un sağ tarafındaki ilk integraller,

$$\lim_{R \rightarrow 0} \frac{e^{ikR} - 1}{R} = ik \quad (3.30)$$

olduğu için, bir tekillik problemi olmaksızın hesaplanabilir. Fakat Eş.3.28 ve Eş. 3.29'un sağ tarafındaki ikinci integraller analitik olarak hesaplanabilir [11] .

### 3.3 Empedans Matrisi Elemanlarının Hesaplanması

Empedans matrisi elemanlarının hesaplanmasını gerçekleştirmek için, Eş.3.26'daki  $Z_{ik,jl}^E$  ifadesi aşağıdaki gibi bağımsız integrallere ayrılmalıdır:

$$\begin{aligned} Z_{ik,jl}^E &= \frac{l_{ik}l_{jl}}{4A_iA_j} \left\{ \left[ -\frac{4}{k^2} + x_{ik}x_{jl} + y_{ik}y_{jl} \right] I_{e1} + I_{e2} + I_{e3} \right. \\ &\quad \left. - x_{jl}I_{e4} - y_{jl}I_{e5} - x_{ik}I_{e6} - y_{ik}I_{e7} \right\} \end{aligned} \quad (3.31)$$

ve burada dış integraller,

$$\begin{aligned} I_{e1} &= \int_{S_i} I_{e1}^{in} d\mathbf{r}, \quad I_{e2} = \int_{S_i} x I_{e2}^{in} d\mathbf{r}, \quad I_{e3} = \int_{S_i} y I_{e3}^{in} d\mathbf{r}, \\ I_{e4} &= \int_{S_i} x I_{e1}^{in} d\mathbf{r}, \quad I_{e5} = \int_{S_i} y I_{e1}^{in} d\mathbf{r}, \quad I_{e6} = \int_{S_i} I_{e2}^{in} d\mathbf{r}, \\ I_{e7} &= \int_{S_i} I_{e3}^{in} d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (3.32)$$

ve iç integraller ise

$$\begin{aligned}
I_{e1}^{in} &= \int_{S_j} \frac{e^{ikR}}{4\pi R} d\mathbf{r}', \\
I_{e2}^{in} &= \int_{S_j} x' \frac{e^{ikR}}{4\pi R} d\mathbf{r}', \\
I_{e3}^{in} &= \int_{S_j} y' \frac{e^{ikR}}{4\pi R} d\mathbf{r}' \tag{3.33}
\end{aligned}$$

şeklindedir. Bu integrallerin hesaplanmasıyla, 3.31 'deki üçgen-üçgen etkileşimi bulunmakta ve bu üçgen-üçgen etkileşimi değerleri empedans matrisi elemanlarının hesaplanmasında kullanılmaktadır.

### 3.4 İntegrallerin Nümerik Hesaplanması

Eş. 3.33'deki iç integraller, Eş.3.28 ve Eş. 3.29'da gösterildiği gibi analitik ve nümerik kısımlara bölünebilir. Bu integrallerin nümerik kısımları, Gauss kuralı kullanılarak hesaplanabilir. Üçgen üzerinde farklı sayılarda noktaların kullanılmasını gerektiren pek çok Gauss kuralı vardır. İntegral hesaplamalarında statik bir kural kullanmak, hatalı integrasyonlara ya da verimsizliklere yol açabilir [6]. Bir integrasyonda, eğer kullanılan noktaların sayısı gerekli olandan daha az ise, integrasyonun son değeri gerçek değere yakınsamayabilir. Diğer yandan, daha az sayıda nokta yakınsama koşulunu sağlayabileceği halde çok sayıda integrasyon noktası kullanılırsa, bu durum gereğinden daha çok hesap yapılmasına yol açar. Ayrıca, fonksiyonun hızlı değiştiği yerlerde daha çok örnek almak ve fonksiyonun fazla değişmediği yerlerde ise daha az örnek almak hesaplamalarda daha uygun olacaktır. Sonuç olarak integrasyon hatalarını daha verimli bir şekilde kontrol etmek için uyarlamalı bir algoritma kullanılabilir.

#### 3.4.1 Uyarlamalı integrasyon

Kaynak üçgeni üzerindeki iç integralleri hesaplamak için, Şekil 3.3'te verilen adımlar şu şekilde uygulanır:

- 1) Kaynak üçgeni üzerinde herbiri üçgenin üç kenarından birinin ortasında olmak üzere üç tane nokta seçilir. Üç noktalı Gauss integral kuralına göre, kaynak üçgenin alanı  $A_j$  olmak üzere, integralin değeri



olarak yaklaştırılır.

3) 3 noktalı integrasyon değeri ile 6 noktalı integrasyon değeri arasında bir karşılaştırma yapılır. Bu karşılaştırma sonucunda oluşan hata şu şekilde tanımlanabilir:

$$E_{3,6} = \frac{|I_6 - I_3|}{|I_6|}. \quad (3.36)$$

Eğer Eş. 3.36'da verilen bu hata, verilen hata eşiğinden daha az ise, altı nokta ile hesapladığımız integral değerinin yakınsadığı varsayılır. Böylece  $I_6$ , integralin değeri olarak alınır. Fakat Eş. 3.36'da verilen hata, verilen hata eşiğinden daha fazla ise, yakınsamayı gerçekleştirmek için daha çok nokta üzerinden örnek alınarak integral hesaplanmalıdır.

4) Eğer karşılaştırma sonucunda yakınsama gerçekleşmez ise, kaynak üçgenin kenarortaylarının kesim noktasından (ağırlık merkezi) üçgenin köşelerine çizilen doğruların, kaynak üçgeni bölmesiyle oluşan üç alt üçgen ayrı bölgeler olarak düşünülür ve bu alt üçgenlerin üzerinde alınan integrasyonların yakınsamaları ayrı ayrı incelenir. Bu alt üçgenler üzerinde üç nokta önceden alınmış durumdadır ve alt üçgenlerin kenarortayları üzerinde üçer nokta daha alınarak altı noktalı integrasyon değerleri hesaplanır.

5) Şekil 3.3'te verilen uyarlamalı algoritma, alt üçgenler üzerinde hesaplanan üç noktalı ve altı noktalı integrasyon değerlerinin karşılaştırılmasıyla devam eder. Bir alt üçgen üzerinde alınan integral yakınsadığı zaman, o alt üçgendeki döngü sona erer.

Fonksiyonun kaynak üçgeni üzerinde hızlı değiştiği yerlerde yakınsamaya daha geç ulaşılacağı için bu yerlerde daha çok nokta örneklenerek integraller hesaplanmaktadır. Kaynak üçgenin tüm alt üçgenleri üzerinde alınan integraller yakınsadığı zaman, Şekil 3.3'te gösterilen uyarlamalı algoritma tamamlanmış olur [6].

Eş. 3.33'te verilen iç integrallerin nümerik kısımları, aynı uyarlamalı algoritma içerisinde eş zamanlı olarak hesaplanırlar. Bu nümerik kısımlar hesaplandıktan sonra, analitik kısımlarla birleştirilerek iç integraller oluşturulur. Daha sonra bu iç integraller, Eş. 3.32 'de verilen dış integrallerin hesaplanmasında kullanılırlar. Dış integrallerin hesaplanması yine aynı uyarlamalı algoritma ya da yüksek seviyede Gauss algoritmaları ile eş zamanlı olarak gerçekleşir. Son olarak, hesaplanmış olan dış integraller, Eş. 3.31'de yerlerine konularak, üçgen-üçgen etkileşimi,  $Z_{ik,jl}^E$  bulunur ve bu üçgen-üçgen etkileşimi

değerleri kullanılarak empedans matrisi  $[Z_{mn}]$  oluşturulur.

### 3.5 Voltaj Vektörünün $([v_m])$ Hesaplanması

Empedans matrisi  $[Z_{mn}]$  oluşturulduktan sonra, sıradaki işlem voltaj vektörü  $[v_m]$ 'nin hesaplanmasıdır. Eş. 3.14 'te verilen voltaj vektörü elemanı ifadesi

$$v_m^E = \frac{i}{k\eta} \int_{S_m} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^{gel}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3.37)$$

olarak yazılır. Eş. 3.37 'de  $\mathbf{E}^{gel}(\mathbf{r})$ , cisme doğru gelen ve belirli bir yayılma yönüne sahip olan düzlem dalganın elektrik alan bileşenini belirtmektedir. Gelen elektrik dalga şu şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{E}^{gel}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}. \quad (3.38)$$

Bu eşitlikte  $\mathbf{E}_0$  karmaşık bir vektör olup yayılma yönü  $\mathbf{k}$  'ye diktir:

$$\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{k} = 0. \quad (3.39)$$

Son olarak,

$$v_m^E = \frac{i}{k\eta} \int_{S_m} \mathbf{t}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad (3.40)$$

eşitliği kullanılarak voltaj vektörü elemanları hesaplanır ve voltaj vektörü  $[v_m]$  oluşturulur.

Böylece empedans matrisi  $[Z_{mn}]$  ve voltaj vektörü  $[v_m]$  hesaplanmış bulunmaktadır. Eş. 3.5 'te verilen

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n Z_{mn} = v_m \quad (3.41)$$

doğrusal sistemi

$$[\alpha_n] = [Z_{mn}]^{-1} \cdot [v_m] \quad (3.42)$$

biçiminde düzenlenir ve bu eşitlikte empedans matrisi  $[Z_{mn}]$  ve voltaj vektörü  $[v_m]$  yerlerine konursa, akım yoğunluğunu oluşturmada kullanılan açılım fonksiyonlarının katsayıları,  $(\alpha_n)$ , elde edilmiş olur.

### 3.6 Uzak Alan Elektrik Alan ve RKA Hesaplamaları

Bir cisme doğru gelen düzlem dalga, cisme çarptıktan sonra cisim üzerinde bir akım yaratmakta ve değişik yönlere saçılmaktadır. Cisim üzerinde oluşan bu akım, cisimden saçılan dalganın uzak alandaki elektrik alan bileşenini ve cismin RKA'sını hesaplamada kullanılmaktadır. Uzak alanda,  $r \gg \lambda$  kabul edilir ve elektrik alan,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = ik\eta[\hat{\Theta}\hat{\Theta} \cdot \mathbf{F}(\theta, \phi) + \hat{\Phi}\hat{\Phi} \cdot \mathbf{F}(\theta, \phi)] \frac{e^{ikr}}{r} \quad (3.43)$$

şeklinde hesaplanır. Eş. 3.43 'te  $\mathbf{F}(\theta, \phi)$ , vektör akım momenti olup şu şekilde ifade edilir:

$$\mathbf{F}(\theta, \phi) = \int_{S'} \mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{-jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'} dS'. \quad (3.44)$$

Eş. 3.44 'teki,  $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$  akım yoğunluğu, Eş. 3.9 'daki gibi RWG açılım fonksiyonları ile açılacak olursa, bir kaynak üçgeni için vektör akım momenti ifadesi şu şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{F}(\theta, \phi) = \pm \alpha_{jl} \frac{l_{jl}}{2A_j} \int_{S'_j} (\mathbf{r}' - \mathbf{r}_{jl}) e^{-jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'} dS'. \quad (3.45)$$

Eş. 3.45 'te  $\alpha_{jl}$ ,  $j$ 'yinci üçgenin  $l$ 'yinci kenarına bağlı olan açılım fonksiyonu ile ilişkili katsayıyı ifade etmektedir. Böylece Eş. 3.45 'te hesaplanan vektör akım momentleri toplanarak, Eş. 3.44 'te verilen cismin üzerindeki tüm akım yoğunluğunun vektör akım momenti bulunur ve Eş. 3.43 'te yerine konularak elektrik alanı hesaplanır. Son olarak, RKA şu şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned}
RKA(\theta, \phi) &= \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 \\
&= \frac{k^2 \eta^2}{4\pi} |\hat{\mathbf{\Theta}} \hat{\mathbf{\Theta}} \cdot \mathbf{F}(\theta, \phi) + \hat{\mathbf{\Phi}} \hat{\mathbf{\Phi}} \cdot \mathbf{F}(\theta, \phi)|^2.
\end{aligned} \tag{3.46}$$

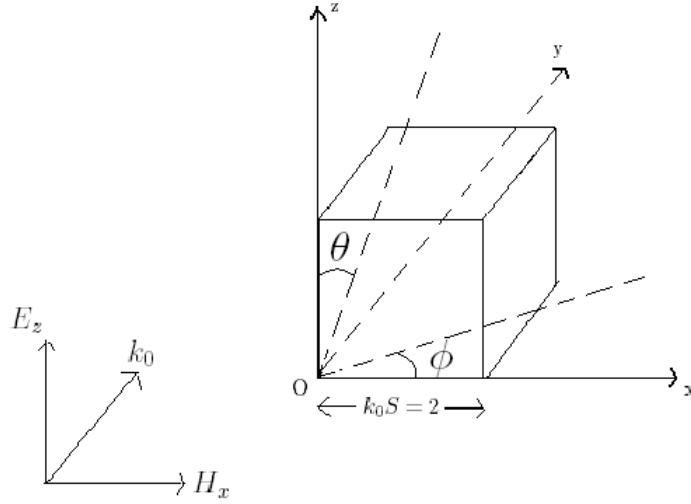
Bölüm 4’te, çeşitli şekillerdeki cisimler için, momentler yönteminde üçgen parça modellemesi yapan program kullanılarak elde edilen uzak alan elektrik alan ve RKA sonuçları verilmektedir.

## 4. ÇEŞİTLİ ŞEKİLLERDEKİ CİSİMLERİN RKA GRAFİKLERİ

Bu bölümde, sırasıyla küp, küre ve ince kare şeklindeki cisimler için, Bölüm 3'te ayrıntılı bir şekilde anlatılan Matlab ortamında geliştirilen, momentler yönteminde üçgen parça modellemesi yapan program kullanılarak elde edilen RKA sonuçları verilmektedir. Bu şekiller, elde edilen RKA sonuçlarını yorumlamak açısından uygun şekiller oldukları için seçilmişlerdir. Ayrıca bu şekiller bir araya getirilerek daha karmaşık şekiller oluşturulabilir ve bunların RKA'ları bu temel şekillerin RKA'ları kullanılarak incelenebilir.

### 4.1 Küpten Elektromanyetik Saçılma

Bu bölümde küp şeklindeki bir cisim üzerinde meydana gelen elektromanyetik saçılma incelenmektedir. Şekil 4.1 'de gösterildiği gibi, mükemmel iletken bir küpe,  $\hat{y}$  yönünde ilerleyen ve elektrik alan bileşeni  $\hat{z}$  yönünde doğrusal kutuplanmış bir düzlem dalganın geliş durumu ele alınsın [10] .

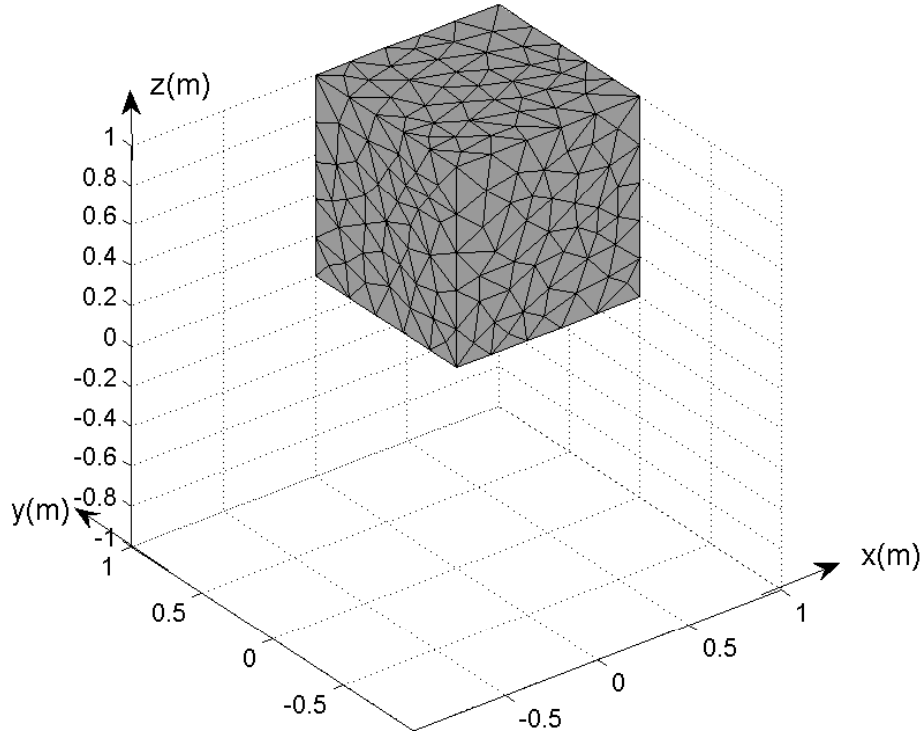


Şekil 4.1. Mükemmel iletken bir küpe,  $\hat{y}$  yönünde ilerleyen ve elektrik alan bileşeni  $\hat{z}$  yönünde doğrusal kutuplanmış bir düzlem dalganın geliş durumu

Küp şeklindeki cisim, Şekil 4.1'de gösterildiği gibi orijinden başlayarak  $+\hat{x}$ ,  $+\hat{y}$  ve  $+\hat{z}$  yönlerinde uzanmaktadır ve dalga numarası ( $k_0$ ) ile kenar uzunluğu ( $S$ ) çarpımı iki birime eşittir ( $k_0 S = 2$ ). Ayrıca  $\theta$  açısı,  $z$  eksenine yapılan açıyı ve  $\phi$  açısı ise,  $x$

ekseni ile yapılan açıyı belirtmektedir. Gelen düzlem dalga küp şeklindeki cisme çarptıktan sonra farklı yönlerde farklı miktarlarda saçılım göstermektedir. İşte bu saçılımı, yani küpün RKA'sını hesaplamak için sırası ile şu işlemler gerçekleştirilmektedir:

1) Öncelikli olarak Femlab ortamında, Şekil 4.1'de verildiği gibi küp 3-boyutlu olarak oluşturulur ve Şekil 4.2'de gösterildiği gibi küpün yüzeyi üçgen parçalara bölünür.



Şekil 4.2. Küp şeklindeki cismin üçgen parçalar ile modellenmesi

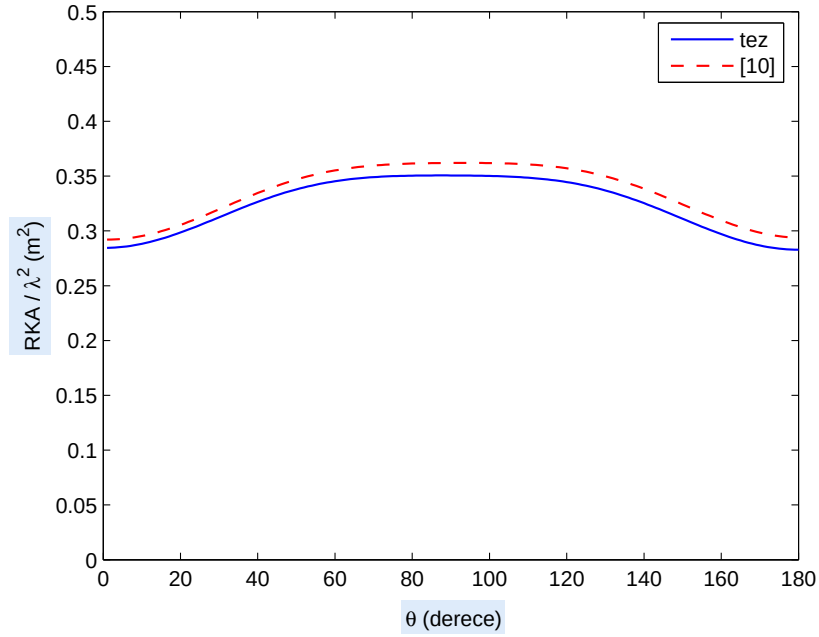
Femlab, Şekil 4.2'de gösterilen bu üçgenlere ve üçgenlerin köşelerine ayrı ayrı numaralar atar ve böylece Matlab ortamında geliştirilen, momentler yönteminde üçgen parça modellemesi yapan program için gerekli geometri modeli hazırlanmış olur.

2) Femlab ortamında hazırlanmış olan geometri modeli Matlab ortamına aktarılır. Matlab'da geliştirilen program, bu geometri modelini girdi olarak okur ve cisme doğru gelen düzlem dalğanın frekansı, geliş yönü ve elektrik alanının polarize olduğu yöne göre, momentler yöntemi sisteminin impedans matrisini ve voltaj vektörünü oluşturur. Daha sonra impedans matrisinin tersi ile voltaj vektörü çarpılarak, cismin yüzeyi üzerindeki akım yoğunluğunu ifade etmede kullanılan açılım fonksiyonlarının katsayıları hesaplanır.

3) Son olarak, akım yoğunluğunu ifade etmede kullanılan açılım fonksiyonlarının bu

katsayıları kullanılarak, herhangi bir  $\theta$  veya  $\phi$  açısı için cismin RKA grafiği çizilmektedir.

Şekil 4.1’de gösterilen mükemmel iletken küp için  $RKA/\lambda^2$  grafiği,  $\phi = 0^\circ$  ( $+x$  eksen) için, Şekil 4.3 ’te verilmektedir. Şekil 4.3 ’teki sürekli çizgi, Matlab’da momentler yöntemi programı kullanılarak elde edilen sonucu göstermektedir. Kesikli çizgi ise, [10]’da zaman uzayında sonlu farklar yöntemi ile bulunmuş sonucu göstermektedir.

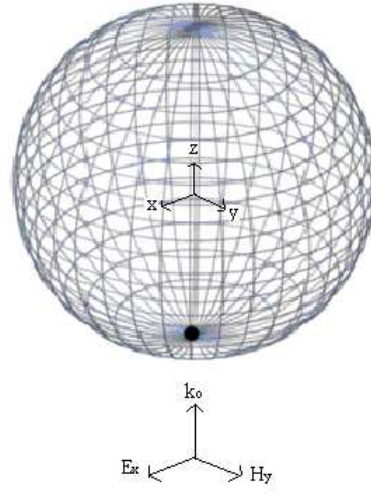


Şekil 4.3.  $\phi = 0^\circ$  ( $+x$  eksen) için mükemmel iletken küpün  $RKA/\lambda^2$  grafiği

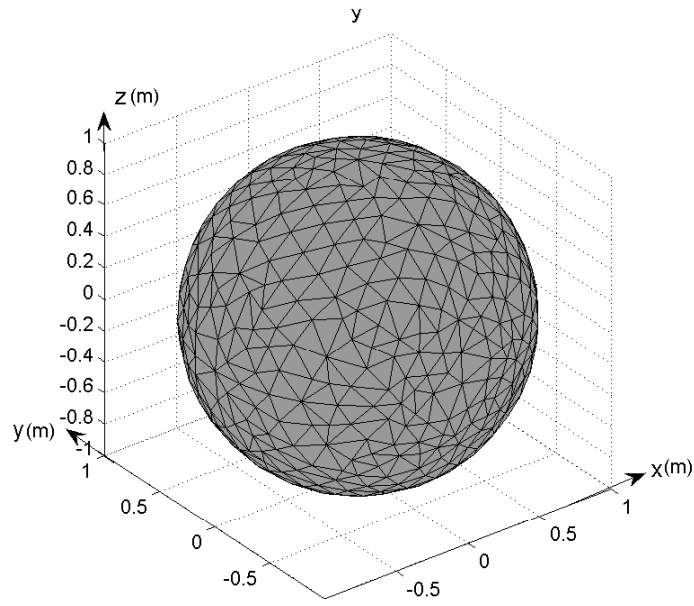
Şekil 4.3'teki bu iki grafik karşılaştırıldığında birbirine yakın sonuçlar elde edildiği görülmektedir. Cismin RKA'sının  $\theta = 0^\circ$  ( $+z$  yönü) ve  $\theta = 180^\circ$  ( $-z$  yönü) olduğu zaman minimum değerini aldığı ve bu iki teta değerinden  $\theta = 90^\circ$ 'ye ( $x-y$  düzlemi) doğru gidildikçe RKA'nın simetrik olarak arttığı ve  $\theta = 90^\circ$ 'de maksimuma ulaştığı gözlenmektedir. Düzlem dalga küpe  $+\hat{y}$  yönünde ilerlediği için, en fazla saçılımın  $\theta = 90^\circ$ 'de ( $x-y$  düzlemi) olması doğal bir sonuçtur.

## 4.2 Küreden Elektromanyetik Saçılma

Bu bölümde küre şeklindeki bir cisim üzerinde meydana gelen elektromanyetik saçılma incelenmektedir. Şekil 4.4 'te gösterildiği gibi, mükemmel iletken bir küreye,  $\hat{z}$  yönünde ilerleyen ve elektrik alan bileşeni  $\hat{x}$  yönünde doğrusal kutuplanmış bir düzlem dalganın geliş durumu ele alınsın.



Şekil 4.4. Mükemmel iletken bir küreye,  $\hat{z}$  yönünde ilerleyen ve elektrik alan bileşeni  $\hat{x}$  yönünde doğrusal kutuplanmış bir düzlem dalganın gelişi



Şekil 4.5. Küre şeklindeki cismin üçgen parçalar ile modellenmesi

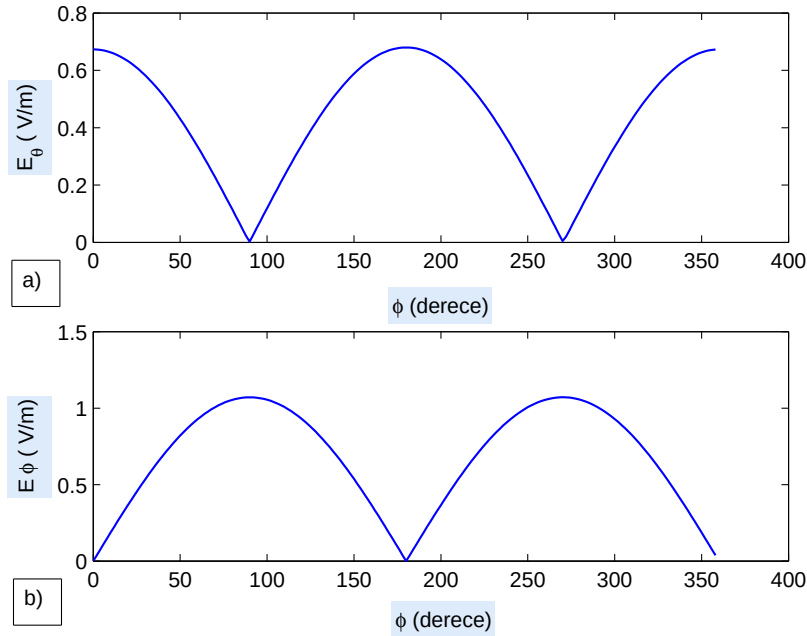
Şekil 4.4'te gösterildiği gibi, küre şeklindeki cismin merkezi orijinde olup yarıçapı,  $r=1$  m'dir. Kürenin RKA'sını hesaplamak için, Femlab ortamında küre oluşturularak, Şekil 4.5'teki gibi üçgen parçalara bölünür ve Bölüm 4.1'de anlatılan işlemler gerçekleştirilir.

Bölüm 4.2.1 ve Bölüm 4.2.2 'de iki farklı dalga boyu,  $\lambda = 5$  m ve  $\lambda = 2$  m için, Şekil 4.4'te verilen mükemmel iletken kürenin uzak alan elektrik alan ve RKA sonuçları verilmektedir. Bölüm 4.2.3'te ise  $\lambda = r$  için RKA sonucu verilmektedir.

#### 4.2.1 $\lambda = 5$ m için uzak alan elektrik alan ve RKA sonuçları

Şekil 4.4 'te gösterilen merkezi orijinde olan ve yarıçapı,  $r=1$  m olan mükemmel iletken küreye gelen,  $\hat{z}$  yönünde ilerleyen ve elektrik alan bileşeni  $\hat{x}$  yönünde doğrusal kutuplanmış düzlem dalganın dalga boyu,  $\lambda = 5$  m olsun. Kürenin uzak alan elektrik alan ve RKA grafikleri herhangi bir  $\theta$  veya  $\phi$  açısı için çizilebilir.

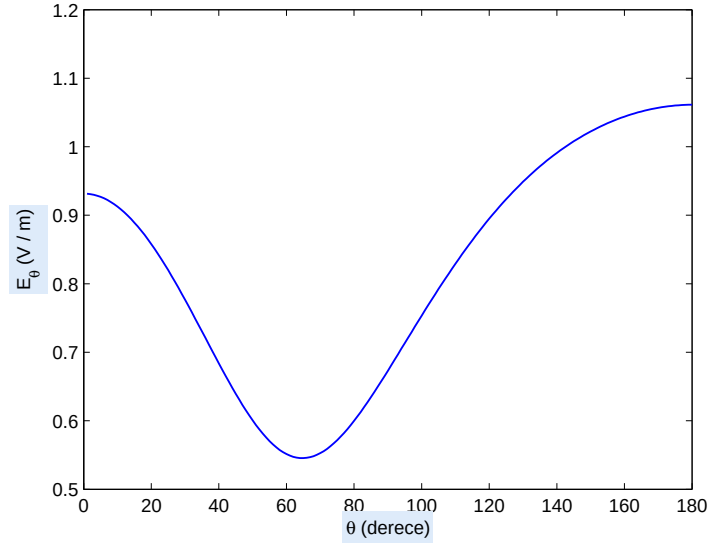
Şekil 4.6' da kürenin,  $\theta = 90^\circ$  ( $x$ - $y$  düzlemi) için, Matlab'da momentler yöntemi programı kullanılarak elde edilen, uzak alan elektrik alanının teta bileşeni ( $E_\theta$ ) ve fi bileşeni ( $E_\phi$ ),  $\lambda = 5$  m için verilmektedir.



Şekil 4.6.  $\theta = 90^\circ$  ( $x$ - $y$  düzlemi) için mükemmel iletken kürenin uzak alan elektrik alan grafiği,  $\lambda = 5$  m, (a)  $\{E_\theta\}$ , (b)  $\{E_\phi\}$

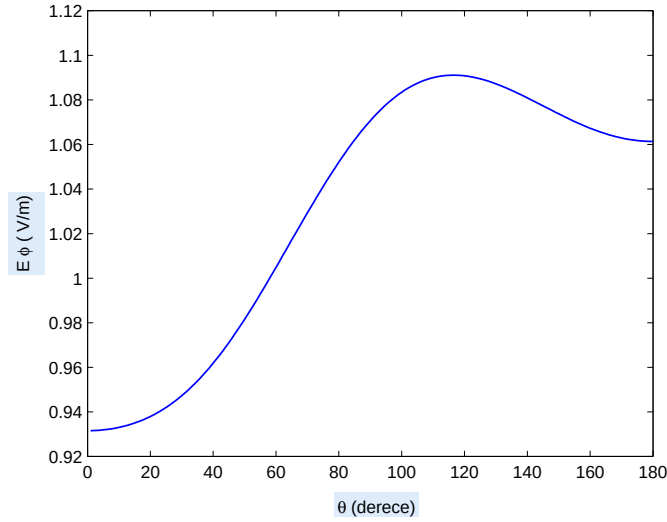
Şekil 4.7' de kürenin,  $\phi = 0^\circ$  ( $+x$  eksen) için, Matlab'da momentler yöntemi programı kullanılarak elde edilen, uzak alan elektrik alanının teta bileşeni ( $E_\theta$ ),  $\lambda = 5$  m için

verilmektedir.



Şekil 4.7.  $\phi = 0^\circ$  ( $+x$  eksen) için mükemmel iletken kürenin uzak alan elektrik alanının teta bileşeni grafiği,  $(E_\theta)$ ,  $\lambda = 5$  m

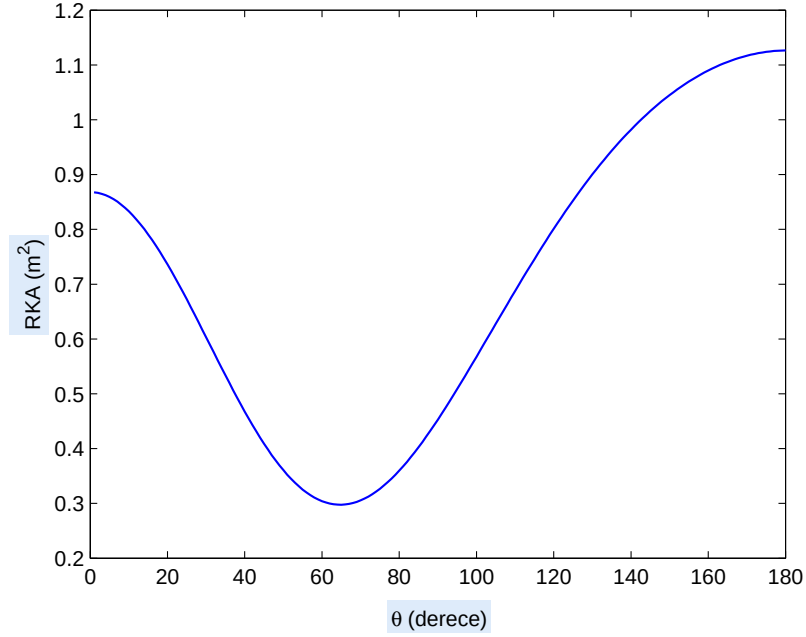
Şekil 4.8' de kürenin,  $\phi = 90^\circ$  ( $+y$  eksen) için, Matlab'da momentler yöntemi programı kullanılarak elde edilen, uzak alan elektrik alanının fi bileşeni  $(E_\phi)$ ,  $\lambda = 5$  m için verilmektedir.



Şekil 4.8.  $\phi = 90^\circ$  ( $+y$  eksen) için mükemmel iletken kürenin uzak alan elektrik alanının fi bileşeni grafiği,  $(E_\phi)$ ,  $\lambda = 5$  m

Şekil 4.6, 4.7 ve 4.8'deki grafikler, [9]'un Şekil 2.29'undaki grafikler ile karşılaştırıldığında birbirine yakın sonuçlar elde edildiği görülmektedir.

Şekil 4.9' da kürenin,  $\phi = 0^\circ$  ( $+x$  eksen) için, Matlab'da momentler yöntemi programı kullanılarak elde edilen, RKA grafiği,  $\lambda = 5$  m için verilmektedir.



Şekil 4.9.  $\phi = 0^\circ$  ( $+x$  eksen) için mükemmel iletken kürenin RKA grafiği,  $\lambda = 5$  m

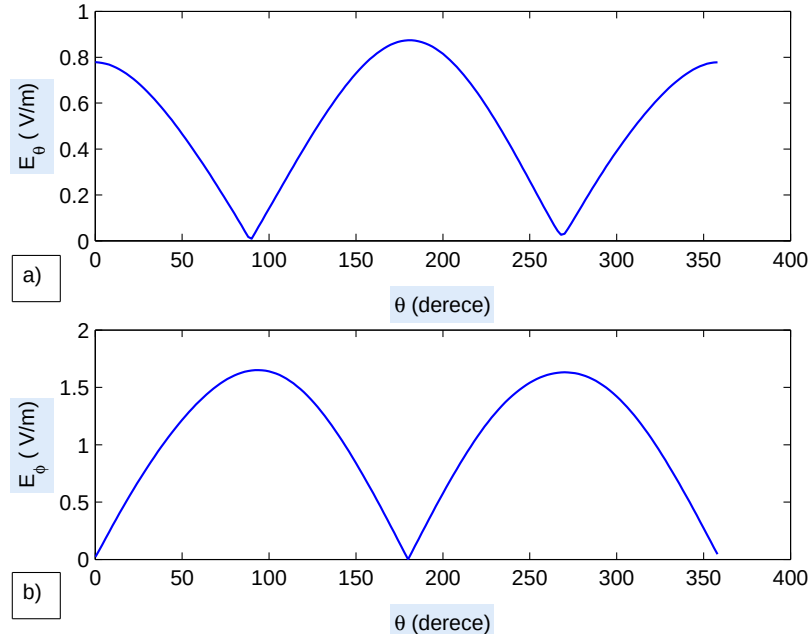
Şekil 4.9'da verilen RKA grafiği incelendiğinde, cismin RKA'sının  $\theta = 0^\circ$ 'den  $\theta = 65^\circ$ 'ye doğru gidildikçe azaldığı,  $\theta = 65^\circ$ 'den  $\theta = 180^\circ$ 'ye doğru gidildikçe arttığı ve  $\theta = 180^\circ$ 'de maksimuma ulaştığı gözlenmektedir.

#### 4.2.2 $\lambda = 2$ m için uzak alan elektrik alan ve RKA sonuçları

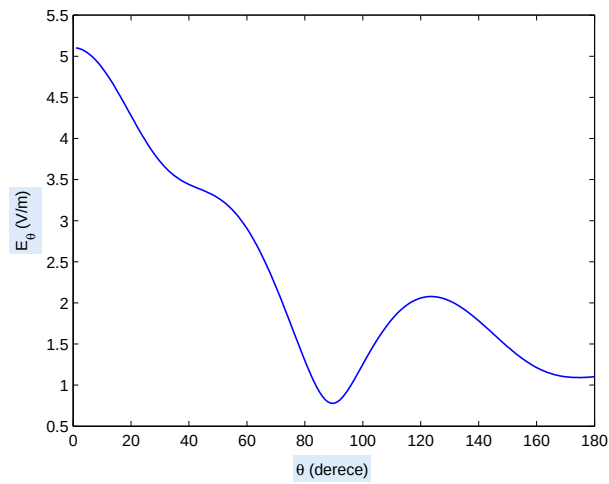
Şekil 4.4 'te gösterilen merkezi orijinde olan ve yarıçapı,  $r=1$  m olan mükemmel iletken küreye gelen,  $\hat{z}$  yönünde ilerleyen ve elektrik alan bileşeni  $\hat{x}$  yönünde doğrusal kutuplanmış düzlem dalganın dalga boyu,  $\lambda = 2$  m olsun. Kürenin uzak alan elektrik alan ve RKA grafikleri herhangi bir  $\theta$  veya  $\phi$  açısı için çizilebilir.

Şekil 4.10' da kürenin,  $\theta = 90^\circ$  ( $x$ - $y$  düzlemi) için, Matlab'da momentler yöntemi programı kullanılarak elde edilen, uzak alan elektrik alanının teta bileşeni ( $E_\theta$ ) ve fi bileşeni ( $E_\phi$ ),  $\lambda = 2$  m için verilmektedir.

Şekil 4.11' de kürenin,  $\phi = 0^\circ$  ( $+x$  eksen) için, Matlab'da momentler yöntemi programı kullanılarak elde edilen, uzak alan elektrik alanının teta bileşeni ( $E_\theta$ ),  $\lambda = 2$  m için verilmektedir.

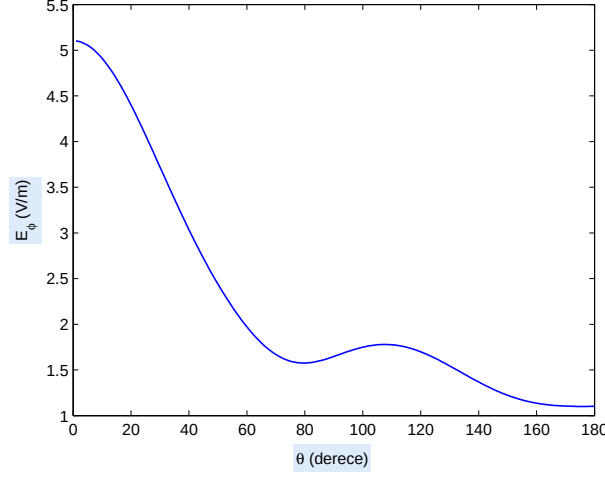


Şekil 4.10.  $\theta = 90^\circ$  ( $x$ - $y$  düzlemi) için mükemmel iletken kürenin uzak alan elektrik alan grafiği,  $\lambda = 2$  m , (a)  $\{E_\theta\}$ , (b)  $\{E_\phi\}$



Şekil 4.11.  $\phi = 0^\circ$  ( $+x$  eksen) için mükemmel iletken kürenin uzak alan elektrik alanının teta bileşeni grafiği,  $(E_\theta)$ ,  $\lambda = 2$  m

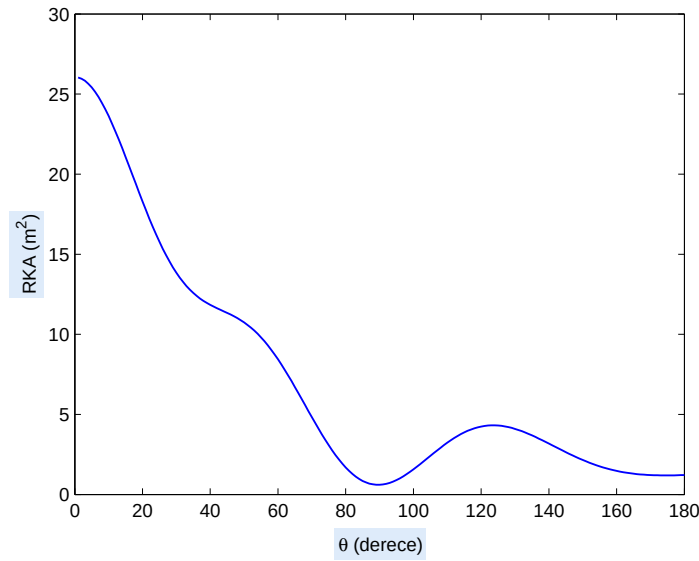
Şekil 4.12' de kürenin,  $\phi = 90^\circ$  ( $+y$  eksen) için, Matlab'da momentler yöntemi programı kullanılarak elde edilen, uzak alan elektrik alanının fi bileşeni ( $E_\phi$ ),  $\lambda = 2$  m için verilmektedir.



Şekil 4.12.  $\phi = 90^\circ$  ( $+y$  eksen) için mükemmel iletken kürenin uzak alan elektrik alanının fi bileşeni grafiği, ( $E_\phi$ ),  $\lambda = 2$  m

Şekil 4.10, 4.11 ve 4.12'deki grafikler, [9]'un Şekil 2.30'undaki grafikler ile karşılaştırıldığında birbirine yakın sonuçlar elde edildiği görülmektedir.

Şekil 4.13' te kürenin,  $\phi = 0^\circ$  ( $+x$  eksen) için, Matlab'da momentler yöntemi programı kullanılarak elde edilen, RKA grafiği,  $\lambda = 2$  m için verilmektedir.



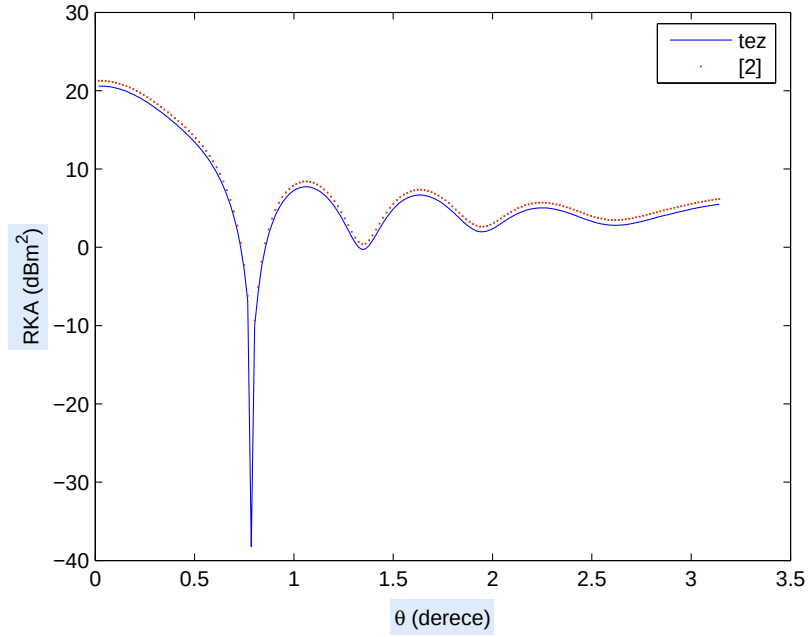
Şekil 4.13.  $\phi = 0^\circ$  ( $+x$  eksen) için mükemmel iletken kürenin RKA grafiği,  $\lambda = 2$  m

Şekil 4.13'te verilen RKA grafiği incelendiğinde, cismin RKA'sının  $\theta = 0^\circ$ 'de maksimum

olduğu,  $\theta = 0^\circ$ 'den  $\theta = 90^\circ$ 'ye doğru gidildikçe azaldığı ve  $\theta = 90^\circ$ 'den  $\theta = 180^\circ$ 'ye doğru gidildikçe ise önce küçük bir artış gösterip sonra yeniden azaldığı gözlenmektedir.

#### 4.2.3 $\lambda = r$ için RKA sonucu

Şekil 4.4 'te gösterilen merkezi orijinde olan ve yarıçapı,  $r=1$  m olan mükemmel iletken küreye gelen,  $\hat{z}$  yönünde ilerleyen ve elektrik alan bileşeni  $\hat{x}$  yönünde doğrusal kutuplanmış düzlem dalganın dalga boyu,  $\lambda = r = 1$  m olsun. Bu durumda gelen düzlem dalganın frekansı 300 MHz'tir. Şekil 4.14'te,  $\phi = 0^\circ$  ( $+x$  eksen) için mükemmel iletken kürenin RKA grafiği,  $f=300$  MHz için verilmektedir. Şekil 4.14'teki sürekli çizgi Matlab'da momentler yöntemi programı kullanılarak elde edilen sonucu göstermektedir. Noktalar ile gösterilen grafik ise, [2]'de verilen sonucu göstermektedir.

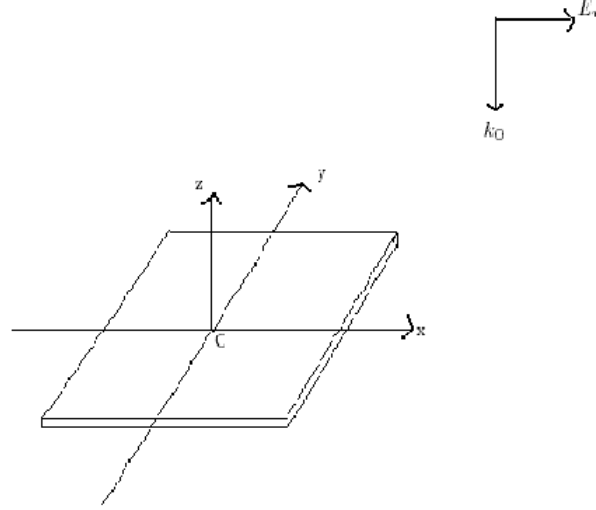


Şekil 4.14.  $\phi = 0^\circ$  ( $+x$  eksen) için mükemmel iletken kürenin RKA grafiği,  $f=300$  MHz

Şekil 4.14'teki bu iki grafik karşılaştırıldığında birbirine yakın sonuçlar elde edildiği görülmektedir.

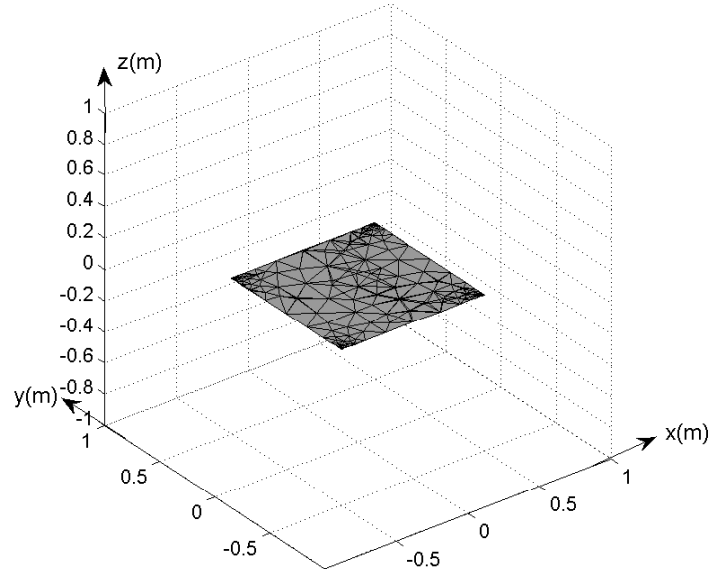
#### 4.3 İnce Kare Levhadan Elektromanyetik Saçılma

Bu bölümde ince kare şeklinde bir levha üzerinde meydana gelen elektromanyetik saçılma incelenmektedir. Şekil 4.15 'te gösterildiği gibi, mükemmel iletken ince bir kare levhaya,  $-\hat{z}$  yönünde ilerleyen ve elektrik alan bileşeni  $\hat{x}$  yönünde doğrusal kutuplanmış bir düzlem dalganın geliş durumu ele alınsın.



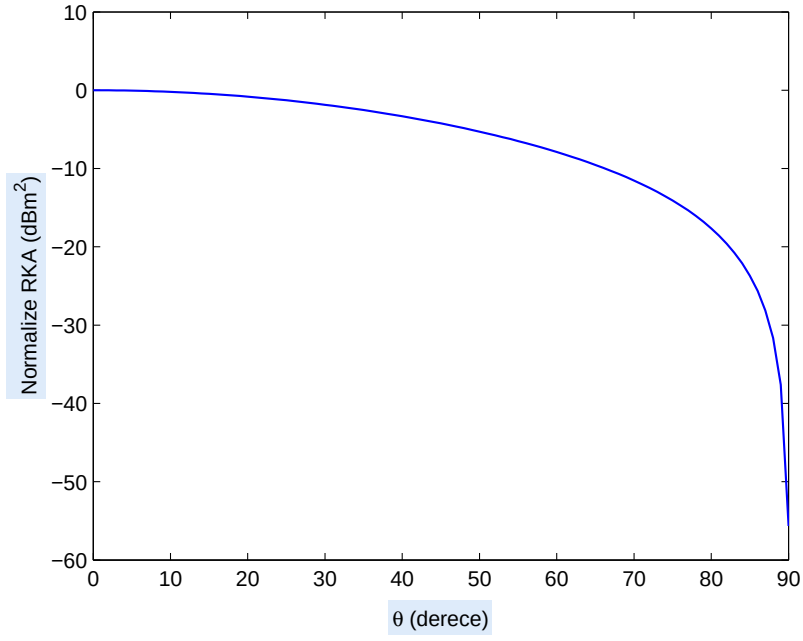
Şekil 4.15. Mükemmel iletken ince bir kare levhaya,  $-\hat{z}$  yönünde ilerleyen ve elektrik alan bileşeni  $\hat{x}$  yönünde doğrusal kutuplanmış bir düzlem dalganın gelişi

Şekil 4.15'te gösterildiği gibi, ince kare levha  $x$ - $y$  düzlemi üzerinde olup merkezi orijindedir. Bir kenarının uzunluğu 1 m olup,  $z$  yönünde uzanan kalınlığı ise 0.001 m'dir. Gelen düzlem dalganın dalga boyu ise  $\lambda = 2$  m'dir. Levhanın RKA'sını hesaplamak için, Femlab ortamında ince kare levha oluşturularak, Şekil 4.16'daki gibi üçgen parçalara bölünür ve Bölüm 4.1'de anlatılan işlemler gerçekleştirilir.



Şekil 4.16. İnce kare levhanın üçgen parçalar ile modellenmesi

Şekil 4.15'te gösterilen mükemmel iletken ince kare levha için, Matlab'da momentler yöntemi programı kullanılarak elde edilen normalize RKA grafiği,  $\phi = 0$  ( $+x$  eksen) için, Şekil 4.17 'de verilmektedir.



Şekil 4.17.  $\phi = 0^\circ$  ( $+x$  eksen) için mükemmel iletken ince kare levhanın normalize RKA grafiği

Şekil 4.17'deki normalize RKA grafiği incelendiğinde, cismin RKA'sının  $\theta = 0^\circ$  ( $+z$  yönü) olduğu zaman maksimum değerini aldığı ve  $\theta = 90^\circ$  'ye ( $x-y$  düzlemi) doğru gidildikçe RKA'nın azaldığı ve  $\theta = 90^\circ$ 'de minimuma ulaştığı gözlenmektedir. Düzlem dalga ince kare levhaya  $-\hat{z}$  yönünde ilerlediği için, en fazla saçılımın  $\theta = 0^\circ$ 'de ( $+z$  yönü) olması doğal bir sonuçtur.

## 5. SONUÇ

Bu çalışmada, üç-boyutlu bazı temel şekiller için, Matlab ortamında geliştirilen ve üçgen parça modellemesi yapan program kullanılarak elde edilen RKA sonuçları verilmiştir. Elde edilen bu RKA sonuçları bistatik RKA sonuçlarıdır.

İlk olarak mükemmel iletken küp incelenmiştir. Matlab'da momentler yöntemi programı kullanılarak mükemmel iletken küpün RKA'sı hesaplanmış ve [10]'da zaman uzayında sonlu farklar yöntemi ile bulunmuş sonuçla karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada birbirine yakın sonuçlar elde edildiği gözlenmiştir.

Daha sonra incelenen şekil ise mükemmel iletken küredir. Öncelikle iki farklı dalgaboyu için mükemmel iletken kürenin uzak alan elektrik alan ve RKA sonuçları, Matlab'da momentler yöntemi programı kullanılarak elde edilmiştir. Daha sonra ise belirli bir frekansta (300 MHz) mükemmel iletken kürenin RKA'sı yine Matlab'da momentler yöntemi programı ile hesaplanmış ve [2]'de verilen sonuç ile karşılaştırıldığında birbirine yakın değerler elde edildiği gözlenmiştir.

Son olarak mükemmel iletken ince kare levha incelenmiştir. Matlab'da momentler yöntemi programı kullanılarak ince kare levhanın RKA hesaplaması yapılmıştır.

RKA günümüzde pek çok uygulama alanı bulmaktadır. Savaş araçlarının tasarımında kullanılan görünmezlik teknolojileri bu uygulama alanlarından birisidir. Görünmezlik teknolojilerinde RKA azaltıcı tedbirler alınmaya çalışılmaktadır. Savaş araçlarının tasarımında büyük önem verilen RKA azaltma tedbirleri incelenecek olursa, savaş araçlarının ya göstermiş oldukları düz levha yüzeyinin azaltıldığı ya da gönderilen radar dalgalarını emen radar emici madde ile kaplandıkları görülür [3].

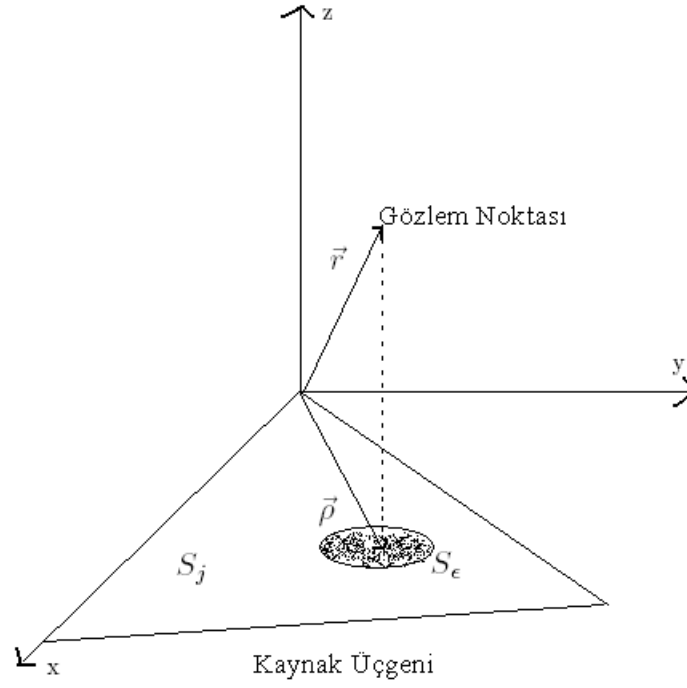
Bundan sonraki aşamada bu çalışma daha da ileriye götürülerek daha karmaşık şekillere sahip füze ve savaş araçlarının RKA'ları bu temel şekillerin RKA'larının da kullanılmasıyla incelenebilir.

## KAYNAKLAR

- [1] Andriulli, F.P., Tabacco, A., Vecchi, G., 2007, A Multiresolution Approach to The Electric Field Integral Equation In Antenna Problems, Siam Journal on Scientific Computing, Vol.29, No.1, 1-21
- [2] Chen, M-S., Wu, X-L., Sha,W., Huang, Z-X., 2007, Hybrid Lifting Wavelet-Like Transform for Solution of Electromagnetic Integral Equation, Chinese Physics Letters, Vol.25, No.3, 1000-1003
- [3] Çelebi, M.S., Geçer, O., Hoşoğlu, S., Işık, R., 1999, DSH Kabiliyetli Hücüm Bot Ön Dizaynı, Gemi İnşaatı ve Deniz Teknolojisi Teknik Kongresi-Bildiri Kitabı, 295-309
- [4] Dybdal, R.B., 1987, Radar Cross Section Measurements, Proceedings of the IEEE, Vol.75, No.4, 498-516
- [5] Ergin, A.A., 2007, Görünmezlik Teknolojileri: Radar Kesit Alanı Nedir?, Savunma ve Havacılık, No:120, 1-5.
- [6] Ergül, Ö.S, 2003, Elektromanyetik Saçınım Problemleri İçin Hızlı Çokkutup Yöntemi, Yüksek Lisans Tezi, Bilkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- [7] Lee, JF., Lee, R., Burkholder, R.J., 2003, Loop Star Basis Functions and a Robust Preconditioner for EFIE Scattering Problems, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.51, No.8, 1855-1863
- [8] Rao, S.M., Wilton, D.R., Glisson, A.W., 1982, Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.30, No.3, 409-418
- [9] Şendur, K., 1997, Fast Algorithms For Large 3-D Electromagnetic Scattering and Radiation Problems , Yüksek Lisans Tezi, Bilkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- [10] Taflov, A., Umashankar, K., 1983, Radar Cross Section of General Three-Dimensional Scatterers, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol.25, No.4, 433-440
- [11] Wilton, D.R., Rao, S.M., Glisson, A.W., Schaubert, D.H., Al-Bundak, O.M., Butler, C.M., 1984, Potential Integrals for Uniform and Linear Source Distributions on Polygonal and Polyhedral Domains, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.32, No.3, 276-281

## EKLER

### EK 1 : $\int_{S_j} \frac{1}{R} d\mathbf{r}'$ , nin Hesaplanması



Şekil Ek 1.1  $x$ - $y$  düzlemi üzerindeki kaynak üçgeni ve gözlem noktasının izdüşümü

Şekil Ek1.1, kenarlarından birisi  $x$  ekseninde olmak koşuluyla,  $x$ - $y$  düzlemi üzerinde uzanan kaynak üçgenini ve gözlem noktasının  $(\vec{r})$ ,  $x$ - $y$  düzlemi üzerindeki izdüşümünü  $(\vec{\rho})$  göstermektedir. Bu izdüşüm noktası  $(\vec{\rho})$  kaynak üçgeninin içinde ya da dışında yer alabilir.  $\int_{S_j} \frac{1}{R} d\mathbf{r}'$  integrali şu şekilde iki kısma ayrılabilir:

$$\int_{S_j} \frac{1}{R} d\mathbf{r}' = \int_{S_j - S_\epsilon} \frac{1}{R} d\mathbf{r}' + \int_{S_\epsilon} \frac{1}{R} d\mathbf{r}'. \quad (\text{Ek1-1})$$

Burada  $S_\epsilon$ , izdüşüm noktası  $(\vec{\rho})$  merkez olmak üzere kaynak üçgeni içerisinde uzanan sonsuz küçüklükteki dairesel alanı göstermektedir. Bu yüzden izdüşüm noktası kaynak

üçgenin dışında ise böyle bir alan yoktur, fakat izdüşüm noktası kaynak üçgenin içinde ise tam bir daire şeklindedir.

$$P = |\mathbf{P}| = |\vec{\rho} - \vec{\rho}'| \quad (\text{Ek1-2})$$

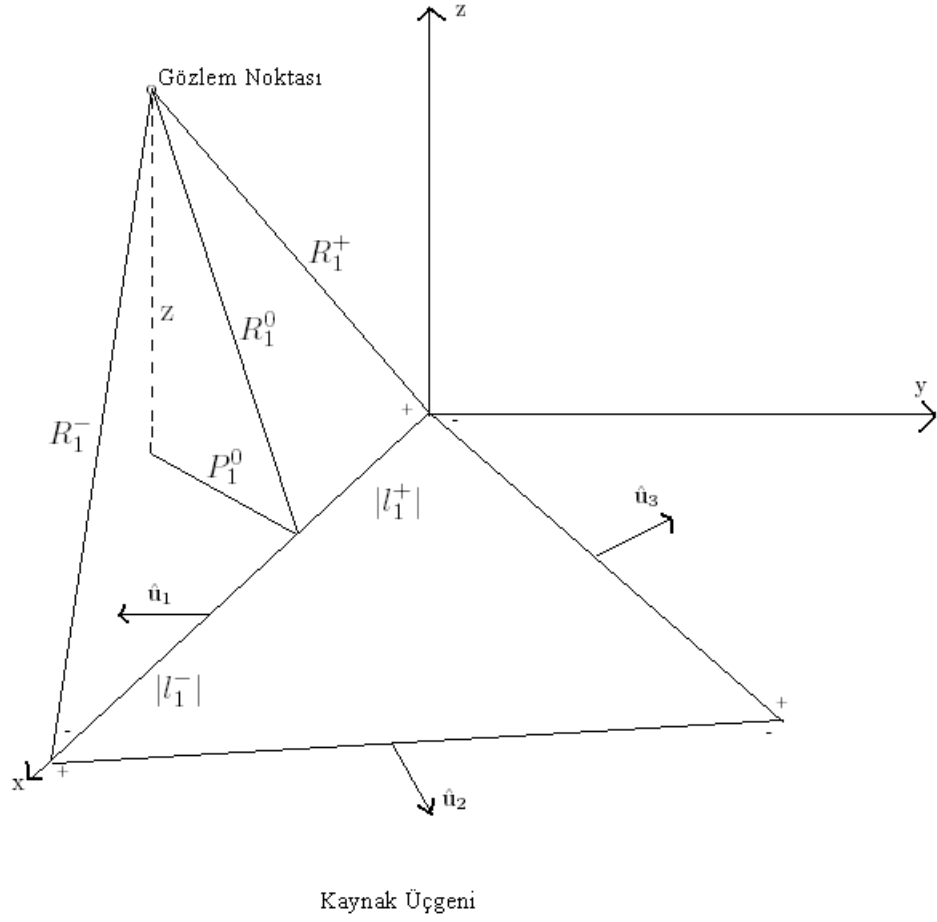
olmak üzere,

$$\nabla'_S \cdot \left( \frac{R}{P} \hat{\mathbf{P}} \right) = \frac{1}{R} \quad (\text{Ek1-3})$$

özdeşliği kullanılarak,  $\int_{S_j} \frac{1}{R} d\mathbf{r}'$  integrali şu şekilde hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} \int_{S_j} \frac{1}{R} d\mathbf{r}' &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{S_j - S_\epsilon} \nabla'_S \cdot \left( \frac{R}{P} \hat{\mathbf{P}} \right) d\mathbf{r}' + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{S_\epsilon} \frac{1}{R} d\mathbf{r}' \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\partial(S_j - S_\epsilon)} \frac{R}{P} \hat{\mathbf{P}} \cdot \hat{\mathbf{u}} dl' + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{\alpha(\rho)} \int_0^\epsilon \frac{P}{(P^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} dP d\phi \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\partial(S_j - S_\epsilon)} \frac{R}{P} \hat{\mathbf{P}} \cdot \hat{\mathbf{u}} dl' + \alpha(\rho) \lim_{\epsilon \rightarrow 0} [(\epsilon^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} - |z|] \\ &= \sum_{i=1}^3 \mathbf{P}_i^0 \cdot \hat{\mathbf{u}}_i \int_{\partial_i S_j} \frac{R}{P^2} dl' + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\partial S_\epsilon} \frac{R}{P} \hat{\mathbf{P}} \cdot \hat{\mathbf{u}} dl' \\ &\quad + \alpha(\rho) \lim_{\epsilon \rightarrow 0} [(\epsilon^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} - |z|] \\ &= \sum_{i=1}^3 \mathbf{P}_i^0 \cdot \hat{\mathbf{u}}_i \int_{\partial_i S_j} \frac{R}{P^2} dl' \\ &\quad + \alpha(\rho) \lim_{\epsilon \rightarrow 0} [-(\epsilon^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} + (\epsilon^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} - |z|] \\ &= \sum_{i=1}^3 \mathbf{P}_i^0 \cdot \hat{\mathbf{u}}_i \int_{\partial_i S_j} \frac{R}{P^2} dl' - \alpha(\rho) |z|. \end{aligned} \quad (\text{Ek1-4})$$

Eş. Ek1-4'teki integral, Şekil Ek1.2'de gösterilen geometrik değişkenler cinsinden şu şekilde yazılabilir:



Şekil Ek 1.2 Analitik integralleri açıklamada kullanılan geometrik değişkenler

$$\begin{aligned}
 \int_{S_j} \frac{1}{R} d\mathbf{r}' = & \sum_{i=1}^3 \hat{\mathbf{P}}_i^0 \cdot \hat{\mathbf{u}}_i |z| \left[ \tan^{-1} \frac{|z| l_i^+}{P_i^0 R_i^+} - \tan^{-1} \frac{|z| l_i^-}{P_i^0 R_i^-} \right] \\
 & + \sum_{i=1}^3 \hat{\mathbf{P}}_i^0 \cdot \hat{\mathbf{u}}_i \left[ P_i^0 \ln \left( \frac{R_i^+ + l_i^+}{R_i^- + l_i^-} \right) \right] \\
 & - \alpha(\rho) |z|.
 \end{aligned} \tag{Ek1-5}$$

Eş. Ek1-5'teki geometrik değişkenler şöyle özetlenebilir:

1)  $R_i^+$  ve  $R_i^-$ , gözlem noktası ile kaynak üçgenin  $i$ 'yinci kenarının uç noktaları arasındaki uzaklıkları göstermektedir. Kenarın uç noktalarını ifade eden üst indisler '+' ve '-', kaynak üçgen üzerinde  $z$  yönünde uygulanan sağ el kuralı ile saptanırlar.

2)  $R_i^0$ , gözlem noktası ile  $i$ 'yinci kenar arasındaki uzaklığı göstermektedir ve

$$R_i^0 = [z^2 + (P_i^0)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{Ek1-6})$$

şeklinde yazılır. Eş. Ek1-6'da,  $P_i^0$ , gözlem noktasının  $x-y$  düzlemi üzerindeki izdüşümü ile  $i$ 'yinci kenar arasındaki uzaklığı göstermektedir.  $\hat{\mathbf{P}}_i^0$  ise, gözlem noktasının  $x-y$  düzlemi üzerindeki izdüşümü ile  $i$ 'yinci kenar arasındaki çizgi doğrultusunda uzanan birim vektördür ve yönü  $i$ 'yinci kenara doğrudur.

3) Gözlem noktasının  $i$ 'yinci kenar üzerindeki izdüşümü, bu kenarı '+' ve '-' kısım olmak üzere iki parçaya bölmektedir.  $l_i^+$  ve  $l_i^-$ , sırasıyla bu '+' ve '-' kısımların uzunluğuna eşittir.  $l_i^+$  ve  $l_i^-$  'nin işaretleri, gözlem noktasının  $i$ 'yinci kenar üzerindeki izdüşümünün, bu kenarın '+' ve '-' uçlarına göreceli pozisyonuna göre saptanmaktadır. Genel olarak,

$$\frac{l_i^\pm}{|l_i^\pm|} = \frac{(\vec{\rho}_{ei} - \vec{\rho}_\pm) \cdot (\vec{\rho}_- - \vec{\rho}_+)}{|(\vec{\rho}_{ei} - \vec{\rho}_\pm) \cdot (\vec{\rho}_- - \vec{\rho}_+)|} \quad (\text{Ek1-7})$$

yazılabilir. Burada  $\vec{\rho}_{ei}$ , gözlem noktasının  $i$ 'yinci kenar üzerindeki izdüşümünü ve  $\vec{\rho}_+$  ile  $\vec{\rho}_-$ , sırasıyla  $i$ 'yinci kenarın '+' ve '-' uçlarını göstermektedir.

Eş. Ek1-5 'te,  $\alpha$ ,  $\partial S_\epsilon$  'nin kaynak üçgeni içinde kalan açısal büyüklüğünü göstermektedir. Böylece  $\alpha$ , gözlem noktasının izdüşümü kaynak üçgeni içinde kalıyorsa  $2\pi$  'ye, kaynak üçgeni dışına düşüyorsa sıfıra eşittir. Eğer gözlem noktasının izdüşümü, kaynak üçgenin bir kenarı ya da köşesi üzerine düşüyorsa,  $\alpha$ , sıfır ve  $2\pi$  arasında bir değer alır. Genel olarak,

$$\alpha(\rho) = \sum_{i=1}^3 \hat{\mathbf{P}}_i^0 \cdot \hat{\mathbf{u}}_i \left[ \tan^{-1} \frac{l_i^+}{P_i^0} - \tan^{-1} \frac{l_i^-}{P_i^0} \right] \quad (\text{Ek1-8})$$

yazılabilir ve

$$\tan^{-1} \frac{l_i^\pm}{P_i^0} - \tan^{-1} \frac{|z|l_i^\pm}{P_i^0 R_i^\pm} = \tan^{-1} \frac{P_i^0 l_i^\pm}{(R_i^0)^2 + |z|R_i^\pm} \quad (\text{Ek1-9})$$

özdeşliği kullanılarak, Eş. Ek1-5 aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\int_{S_j} \frac{1}{R} d\mathbf{r}' = & - \sum_{i=1}^3 \hat{\mathbf{P}}_i^0 \cdot \hat{\mathbf{u}}_i |z| \left[ \tan^{-1} \frac{P_i^0 l_i^+}{(R_i^0)^2 + |z| R_i^+} - \tan^{-1} \frac{P_i^0 l_i^-}{(R_i^0)^2 + |z| R_i^-} \right] \\
& + \sum_{i=1}^3 \hat{\mathbf{P}}_i^0 \cdot \hat{\mathbf{u}}_i \left[ P_i^0 \ln \left( \frac{R_i^+ + l_i^+}{R_i^- + l_i^-} \right) \right].
\end{aligned} \tag{Ek1-10}$$

Böylece  $\int_{S_j} \frac{1}{R} d\mathbf{r}'$  analitik olarak hesaplanabilir [6] .

## EK 2 : $\int_{S_j} \frac{\rho'}{R} d\mathbf{r}'$ 'nin Hesaplanması

Bu integral şu şekilde iki kısma ayrılabilir:

$$\int_{S_j} \frac{\rho'}{R} d\mathbf{r}' = \int_{S_j} \frac{\rho' - \rho}{R} d\mathbf{r}' + \rho \int_{S_j} \frac{1}{R} d\mathbf{r}'. \quad (\text{Ek2-1})$$

Eş. Ek2-1'de eşitliğin sağ tarafındaki ikinci integral önceki kısımda analitik olarak hesaplanmıştı. Eşitliğin sağ tarafındaki ilk integral ise şu şekilde iki kısma ayrılabilir:

$$\int_{S_j} \frac{\rho' - \rho}{R} d\mathbf{r}' = \int_{S_j - S_\epsilon} \frac{\rho' - \rho}{R} d\mathbf{r}' + \int_{S_\epsilon} \frac{\rho' - \rho}{R} d\mathbf{r}'. \quad (\text{Ek2-2})$$

Eş. Ek2-2 'deki integrandlar şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{\rho' - \rho}{R} = -\nabla'_S R. \quad (\text{Ek2-3})$$

Böylece Şekil Ek1.2'deki geometrik değişkenler kullanılarak,

$$\begin{aligned} \int_{S_j} \frac{\rho' - \rho}{R} d\mathbf{r}' &= -\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{S_j - S_\epsilon} \nabla'_S R d\mathbf{r}' - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{S_\epsilon} \frac{\rho - \rho'}{R} d\mathbf{r}' \\ &= -\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\partial(S_j - S_\epsilon)} R \hat{\mathbf{u}} dl' - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} \int_0^\epsilon \frac{P^2}{(P^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} dP d\phi \\ &= -\sum_{i=1}^3 \hat{\mathbf{u}}_i \int_{\partial_i S_j} R dl' \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \hat{\mathbf{u}}_i \left[ (R_i^0)^2 \ln \frac{R_i^+ + l_i^+}{R_i^- + l_i^-} + l_i^+ R_i^+ - l_i^- R_i^- \right] \end{aligned} \quad (\text{Ek2-4})$$

elde edilir. Son olarak Eş. Ek2-4 ve Eş. Ek1-10, Eş. Ek2-1 'deki gibi birleştirilerek,

$\int_{S_j} \frac{\rho'}{R} d\mathbf{r}'$  integrali analitik olarak hesaplanır.

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : TEKİN KAÇAR  
Doğum Yeri : Antalya  
Doğum Yılı : 23.03.1983  
Medeni Hali : Bekar

### Eğitim ve Akademik Durumu

Lise 1994-2001 : M.N.Ç. Anadolu Lisesi, ANTALYA  
Lisans 2001-2005 : Hacettepe Üniversitesi  
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü,  
ANKARA  
Yüksek Lisans 2005-2008 : Hacettepe Üniversitesi  
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü,  
ANKARA  
Yabancı Dil : İngilizce