

DİNAMİK PORTFÖY ANALİZİ: YENİ BİR MODEL ÖNERİSİ

Filiz KARDİYEN

**DOKTORA TEZİ
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KASIM 2007
ANKARA**

Filiz KARDİYEN tarafından hazırlanan DİNAMİK PORTFÖY ANALİZİ: YENİ BİR MODEL ÖNERİSİ adlı bu tezin Doktora tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Soner GÖNEN
Tez Danışmanı, İstatistik
Doç.Dr. Güçkan YAPAR
Tez Danışmanı, İstatistik

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile İstatistik Anabilim Dalında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Hülya ÇINGİ
İstatistik, Hacettepe Üniversitesi
Prof. Dr. Soner GÖNEN
İstatistik, Gazi Üniversitesi
Prof. Dr. Hasan BAL
İstatistik, Gazi Üniversitesi
Prof. Dr. Hüseyin TATLIDİL
İstatistik, Hacettepe Üniversitesi
Prof. Dr. Semra ERBAŞ
İstatistik, Gazi Üniversitesi

21/11/2007

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Doktora derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Nermin ERTAN
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Filiz KARDİYEN

DİNAMİK PORTFÖY ANALİZİ: YENİ BİR MODEL ÖNERİSİ
(Doktora Tezi)

Filiz KARDİYEN

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Kasım 2007

ÖZET

Geleneksel portföy optimizasyonu problemi, menkul kıymetler için getiri oranı ve risk arasında makul bir tercih ile bir yatırım planı oluşturmaktır. Bu problem için çok sayıda model önerilmiştir. Tezde, modern portföy kuramı çerçevesindeki portföy seçim modelleri ve matematiksel optimizasyon modelleri ele alınacaktır. Menkul kıymet getirilerinin durağan dağılımlara uyduğu düşüncesine dayanan durağan portföy analizi anlatılacaktır. Verileri ağırlıklandırmak yolu ile zamana bağlı serilerin güncelliğini koruyan üstel düzleştirme teknikleri, model tiplerine göre incelenecektir. Ayrıca, üstel düzleştirme tekniklerinin avantajlarının finans verilerine yansıtılmasını amaçlayan yeni bir portföy optimizasyon modeli önerilecek, bu modelin mevcut matematiksel programlama modelleriyle karşılaştırması yapılacaktır.

Bilim Kodu : 205.1.066
Anahtar Kelimeler : Portföy optimizasyonu, üstel düzleştirme, MMAD modeli
Sayfa Adedi : 149
Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Soner GÖNEN, Doç. Dr. Güçkan YAPAR

DYNAMIC PORTFOLIO ANALYSIS: A NEW MODEL**(Ph.D. Thesis)****Filiz KARDİYEN****GAZİ UNIVERSITY****INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY****November 2007****ABSTRACT**

Traditional portfolio optimization problem constitutes an investment plan with a reasonable choice between risk and profit range. Numerous models have been designed for this problem. In this thesis, portfolio choice models in modern portfolio theory and mathematical portfolio optimization models will be analyzed. Stable Portfolio Theory, based on the idea that the stock returns fit the stable distributions, will be also described. Exponential Smoothing Models, which weigh the data to update the time series, will be examined according to the type of the models. Moreover, a new portfolio optimization model, which aims to use the advantages of exponential smoothing models in financial data, will be proposed and the new model and existing mathematical programming models will be compared.

Science Code	: 205.1.066
Key Words	: Portfolio optimization, exponential smoothing, MMAD model
Page Number	: 149
Adviser	: Prof. Dr. Soner GÖNEN, Assoc. Prof. Dr. Güçkan YAPAR

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren Hocam Prof. Dr. Soner GÖNEN'e yine kıymetli tecrübelerinden faydalandığım hocam Doç. Dr. Güçkan YAPAR'a, ayrıca manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan çok değerli eşim, annem ve kız kardeşlerime teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	x
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	xiii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xix
1. GİRİŞ	1
2. BAZI TEMEL TANIMLAR.....	5
3. MENKUL KIYMET SEÇİMİ	12
3.1. Temel Analiz.....	14
3.2. Teknik Analiz.....	15
4. PORTFÖY SEÇİM MODELLERİ	20
4.1. Modern (Markowitz) Portföy Teorisi.....	20
4.1.1 Markowitz (ortalama-varyans) modeli.....	21
4.2. Endeks Modeller	27
4.2.1. Tek endeks modeli	27
4.2.2. Çoklu endeks modeli.....	30
4.3. Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli.....	32
4.4. Arbitraj Fiyatlama Modeli.....	36

5. MATEMATİKSEL PROGRAMLAMA MODELLERİ İLE PORTFÖY OPTİMİZASYONU	38
5.1. MAD Modeli.....	39
5.2. Hedef Programlama Modeli.....	43
5.3. Minimax Model.....	45
6. DURAĞAN PORTFÖY ANALİZİ	48
6.1. Menkul Kıymet Fiyatlarının Davranışı	48
6.2. Durağan Dağılımlar.....	50
6.2.1. Tek değişkenli durağan dağılımlar.....	54
6.2.2. Çok değişkenli durağan dağılımlar	56
6.3. Durağan Portföy Analizi	57
6.4. Menkul Kıymet Getirilerinin Dağılım Yapılarına İlişkin İMKB Uygulaması	62
7. ÜSTEL DÜZLEŞTİRME TEKNİKLERİ.....	66
7.1. Üstel Düzleştirmenin Tarihsel Öyküsü	50
7.2. Üstel Düzleştirme Yöntemleri.....	67
7.2.1. Tekli (basit) üstel düzleştirme yöntemi.....	69
7.2.2. Doğrusal üstel düzleştirme yöntemleri	78
7.2.3. Doğrusal olmayan üstel düzleştirme- Brown'un üçüncü dereceden üstel düzleştirme yöntemi	88
7.3. Düzleştirme Sabitinin Belirlenmesi	90
7.4. Örneklem Aralığı.....	92
8. ÖNERİLEN MODEL VE UYGULAMALARI.....	93
8.1. Modifiye MAD Modeli (MMAD)	93

Sayfa

8.2. Gerçek Veri Çalışması	95
8.2.1. Günlük veri uygulaması	95
8.2.2. Aylık veri çalışması	105
8.3. Simülasyon Çalışması	113
9. SONUÇ	139
KAYNAKLAR	142
ÖZGEÇMİŞ	147

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. Getiriler için örnek bir olasılık dağılımı	9
Çizelge 3.1. ∞ ve ρ değerleri için yatırım yapılması gereken menkul kıymet sayısı.....	13
Çizelge 6.1. Dakikalık fiyat artışları için betimsel istatistikler	59
Çizelge 6.2. SAHOL hisse senedinin getirileri için betimsel istatistikler	63
Çizelge 6.3. Yüzdelik tahmini ile elde edilen parametre tahminleri.....	63
Çizelge 7.1. Yakalanan balık miktarı (ton)	75
Çizelge 7.2. Düzleştirme sabitleri ve hata kareler toplamaları	76
Çizelge 7.3. Yakalanan balık miktarı verisi için düzleştirme sonuçları.....	77
Çizelge 7.4. Hesap makinesi satış miktarı.	84
Çizelge 7.5. Hesap makinesi satış miktarı verisi için düzleştirme sabitleri ve hata kareler toplamaları.....	85
Çizelge 7.6. Optimal düzleştirme sabiti $\alpha = 0,16$ kullanarak hesap makinesi satış miktarı zaman serisine uygulanan çift üstel düzleştirme sonuçları.	86
Çizelge 8.1. Günlük veri örneği için hisse senetlerinin günlük getirilerine ilişkin betimsel istatistikler.	95
Çizelge 8.2. Günlük veri örneği için hisse senetlerinin günlük getiri serileri için elde edilen en iyi düzleştirme sabitleri ve hata kare toplamaları... ..	100

Çizelge	Sayfa
Çizelge 8.3. Günlük veri örneği için farklı hedef getiri düzeyleri için Markowitz, MAD ve MMAD modellerine göre elde edilen etkin portföyler.....	101
Çizelge 8.4. Günlük veri örneği için hisse senetlerinin ortalama elde tutulma yüzdeleri.....	102
Çizelge 8.5. Günlük veri örneği için elde tutulan hisse senedi sayısı.....	102
Çizelge 8.6. Günlük veri örneği için elde tutulan ortalama ortak hisse senedi sayısı.....	102
Çizelge 8.7. Günlük veri örneği için örtüşme indeksleri.....	102
Çizelge 8.8. Günlük veri örneği için Markowitz, MAD ve MMAD modelleri ile elde edilen portföylerin Sharpe oranları.....	104
Çizelge 8.9. Aylık veri örneği için hisse senetlerinin aylık getirilerine ilişkin betimsel istatistikler.....	105
Çizelge 8.10. Aylık veri örneği için hisse senetlerinin günlük getiri serileri için elde edilen en iyi düzleştirme sabitleri ve hata kare toplamaları.....	109
Çizelge 8.11. Aylık veri örneği için farklı hedef getiri düzeylerinde Markowitz, MAD ve MMAD modellerine göre elde edilen etkin portföyler.....	110
Çizelge 8.12. Aylık veri örneği için hisse senetlerinin ortalama elde tutulma yüzdeleri.....	111
Çizelge 8.13. Aylık veri örneği için elde tutulan hisse senedi sayısı.....	111
Çizelge 8.14. Aylık veri örneği için elde tutulan ortalama ortak hisse senedi sayısı.....	112

Çizelge	Sayfa
Çizelge 8.15. Aylık veri örneği için örtüşme indeksleri.	112
Çizelge 8.16. Aylık veri örneği için Markowitz, MAD ve MMAD modelleri ile elde edilen portföylerin Sharpe oranları.....	113
Çizelge 8.17. Hipotez testi sonuçları	116

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 4.1. Menkul kıymet getirileri arasındaki korelasyon ve standart sapma ilişkisi	24
Şekil 4.2. Etkin sınır ve etkin portföy	25
Şekil 4.3. Sermaye piyasası doğrusu ve etkin sınır	34
Şekil 4.4. Sermaye piyasası doğrusu	35
Şekil 5.1. Varyans ve ortalama mutlak sapmanın geometrik gösterimi	40
Şekil 6.1. Standart normal $N(0,1)$, Cauchy $(1,0)$, Levy $(1,0)$ yoğunluklarının şekilleri	63
Şekil 6.2. SAHOL için kapanış fiyatları	63
Şekil 6.3. Sabancı Holding hisse senedi için deneysel dağılım ve yüzdelik tahmini metodu ile S_{α}^0 parametrelemesiyle uydurulan teorik dağılım	64
Şekil 6.4. Sabancı Holding hisse senedi getirilerine ilişkin $S_{1,571}^0 (0,618, 0,116, 0,055)$ dağılımı için P-P Plot	64
Şekil 7.1. Ortalama değeri zamanla değişmeyen örnek zaman serisi	69
Şekil 7.2. Yakalanan balık miktarı zaman serisi için orijinal ve düzeltilmiş seriler	78
Şekil 7.3. Ortalama düzeyi zamanla değişen örnek zaman serisi	78
Şekil 7.4. Hesap makinesi satış miktarı zaman serisi için orijinal ve düzeltilmiş seriler	87
Şekil 8.1. ADANA için orijinal ve düzeltilmiş seriler	96
Şekil 8.2. AKBANK için orijinal ve düzeltilmiş seriler	96
Şekil 8.3. ANHYT için orijinal ve düzeltilmiş seriler	97
Şekil 8.4. DGZTE için orijinal ve düzeltilmiş seriler	97

Şekil	Sayfa
Şekil 8.5. İHLAS için orijinal ve düzleştirilmiş seriler.....	98
Şekil 8.6. KRDM için orijinal ve düzleştirilmiş seriler	98
Şekil 8.7. SİSE için orijinal ve düzleştirilmiş seriler	99
Şekil 8.7. TUPRS için orijinal ve düzleştirilmiş seriler	99
Şekil 8.9. Modeller için hedef getirilere göre portföy riski.....	103
Şekil 8.10. ANACM için orijinal ve düzleştirilmiş seriler.....	105
Şekil 8.11. AKGRT için orijinal ve düzleştirilmiş seriler.....	106
Şekil 8.12. CİMSA için orijinal ve düzleştirilmiş seriler.....	106
Şekil 8.13. ECİLC için orijinal ve düzleştirilmiş seriler	107
Şekil 8.14. EREGL için orijinal ve düzleştirilmiş seriler.....	107
Şekil 8.15. FİNB için orijinal ve düzleştirilmiş seriler	108
Şekil 8.16. GARAN için orijinal ve düzleştirilmiş seriler	108
Şekil 8.17. TRKCM için orijinal ve düzleştirilmiş seriler	109
Şekil 8.18. Modellerin hedef getiriye göre portföy riskleri	111
Şekil 8.20. 8 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	118
Şekil 8.20. 8 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	118
Şekil 8.21. 8 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	119
Şekil 8.22. 8 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	119
Şekil 8.23. 8 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	119

Şekil	Sayfa
Şekil 8.24. 8 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	120
Şekil 8.25. 8 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	120
Şekil 8.26. 8 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	120
Şekil 8.27. 8 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	121
Şekil 8.28. 8 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	121
Şekil 8.29. 8 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	122
Şekil 8.30. 8 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	122
Şekil 8.31. 9 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	122
Şekil 8.32. 9 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	123
Şekil 8.33. 9 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	123
Şekil 8.34. 9 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	123
Şekil 8.35. 9 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	124
Şekil 8.36. 9 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	124
Şekil 8.37. 9 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	124
Şekil 8.38. 9 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	125

Şekil	Sayfa
Şekil 8.39. 9 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	125
Şekil 8.40. 9 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	125
Şekil 8.41. 9 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	126
Şekil 8.42. 9 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	126
Şekil 8.43. 10 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	126
Şekil 8.44. 10 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	127
Şekil 8.45. 10 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	127
Şekil 8.46. 10 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	127
Şekil 8.47. 10 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	128
Şekil 8.48. 10 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	128
Şekil 8.49. 10 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	128
Şekil 8.50. 10 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	129
Şekil 8.51. 10 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	129
Şekil 8.52. 10 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	129
Şekil 8.53. 10 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	130

Şekil	Sayfa
Şekil 8.54. 10 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	130
Şekil 8.55. 12 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	130
Şekil 8.56. 12 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	131
Şekil 8.57. 12 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	131
Şekil 8.58. 12 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	131
Şekil 8.59. 12 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	132
Şekil 8.60. 12 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	132
Şekil 8.61. 12 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	132
Şekil 8.62. 12 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	133
Şekil 8.63. 12 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	133
Şekil 8.64. 12 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	133
Şekil 8.65. 12 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	134
Şekil 8.66. 12 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	134
Şekil 8.67. 15 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	134
Şekil 8.68. 15 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	135

Şekil	Sayfa
Şekil 8.69. 15 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	135
Şekil 8.70. 15 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	135
Şekil 8.71. 15 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	136
Şekil 8.72. 15 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	136
Şekil 8.73. 15 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	136
Şekil 8.74. 15 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	137
Şekil 8.75. 15 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	137
Şekil 8.76. 15 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri	137
Şekil 8.77. 15 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri	138
Şekil 8.78. 15 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları	138

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Kısaltmalar	Açıklama
ADANA	Adana Çimento
AFT	Arbitraj Fiyatlama Teorisi
AKBNK	Akbank
AKGRT	Ak Sigorta
ANACM	Anadolu Cam
ANHYT	Anadolu Hayat
CIMSA	Çimsa
DGZTE	Doğan Gazetecilik
ECILC	Eczacıbaşı İlaç
EREGL	Ereğli Demir Çelik
FINB	Finansbank
GARAN	Garanti Bankası
HKT	Hata Kare Toplamı
IHLAS	İhlas Holding
İMKB	İstanbul Menkul Kıymetler Borsası
KRDM	Kardemir
MAD	Ortalama Mutlak Sapma
MM	Minimax Modeli
MMAD	Modified Ortalama Mutlak Sapma
SAHOL	Sabancı Holding
SISE	Şişe Cam
SVFM	Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli
TRKCM	Trakya Cam

Kısaltmalar**Açıklama****TUPRS**

Tüpraş

WGP

Ağırlıklı Hedef Programlama

1. GİRİŞ

Portföy yönetiminin esas konusu varlıklar olduğu için, insanlığın zenginliği arttıkça portföy yönetiminin önemi de artmaktadır. Yüzyıllar boyu kültür ve teknolojiadaki değişikliklere paralel olarak portföy yönetimi de değişmiştir. Özellikle son yıllarda bilgisayar ve iletişim teknolojisindeki gelişmeler, piyasaların globalleşmesi, yeni finansal araçların işlem gördüğü piyasaların oluşturulması ve yeni teorilerin ortaya konulması portföy yönetimine yeni bir çehre kazandırmaktadır [Özçam, 1997].

Günümüze kadar, sermaye piyasasında portföylerin başarılı olarak seçimini ve yönetimini amaçlayan iki temel yaklaşım geliştirilmiştir. Bu yaklaşımlar, geleneksel ya da klasik portföy yönetimi ve modern portföy teorisidir. 1950'lerden itibaren geliştirilen modern portföy teorisi matematik-istatistik modellerinin anlaşılmasını gerektirdiğinden yatırımcılar ve aracı kurumlar arasında kullanımı sınırlı kalmış, geleneksel yöntemler ise bilimsel bir dayanaklarının olmaması sebebiyle eleştirilmişlerdir [Karaşin, 1986].

Çeşitlendirme prensibinden hareketle birden fazla menkul kıymete yatırım yaparak riskin dağıtılmasını amaçlayan geleneksel portföy yönetimi görüşünde, yatırım çeşitlendirildiği oranda risk de azalmaktadır. Klasik portföy seçiminde, menkul kıymetlerin birbirleriyle ilgisi olmayan işkollarından seçilmesi ile etkili bir çeşitlendirme yapılabileceğine, yalın çeşitlendirilmiş bir portföyde menkul kıymet sayısının 10-15'e çıkarılmasıyla portföy riskinin düşerek piyasadaki sistematik risk düzeyine yaklaşacağı kabul edilmektedir [Ertuna, 1983]. Yani geleneksel portföy analizinde, 20 menkul kıymetten oluşan bir portföy, 2 menkul kıymetten oluşan bir portföye göre 10 defa daha iyi çeşitlendirilmiş olarak algılanır, menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişki ise dikkate alınmaz [Karaşin, 1986].

Portföy yönetimi konusunda en önemli adım 1950'lerde Harry Markowitz tarafından atılmıştır. 1952 yılında Journal of Finance dergisinde yayınlanan makalesinde ortaya koyduğu fikirler şimdi oldukça popüler olan Modern Portföy Teorisinin temellerini

atmıştır. Markowitz'in Ortalama-Varyans Modeli başlangıçta pek fazla ilgi görmemiştir. Zamanla bu modelle aynı prensiplere dayanan finansal modeller, bu çalışmanın sonucunda ortaya çıkan yeni bulguları kapsayacak şekilde sürekli yeniden ele alınmışlardır.

Ortalama-Varyans Modeli en büyük etkisini portföy yönetiminin uygulama alanında göstermiştir. Yöntem basit formunda, portföy kurma ve seçimi için yatırımların beklenen performansları ve yatırımcının risk tercihinine dayanan bir yapı sağlar. Ortalama-Varyans Modeli ayrıca, yatırım yönetimi alanında standart olmuş yeni terminolojiyi de oluşturmuştur [Focardi ve Fabozzi, 2004].

Markowitz, portföy problemini varlıklardan oluşan bir portföyün ortalama ve varyansının seçimi şeklinde formüle eder. Ortalama-Varyans teorisinin temel teoremi, varyansı sabit tutup beklenen getiriyi en büyüklemek ya da beklenen getiriyi sabit tutup varyansı en küçüklemektir. Bu iki prensip, yatırımcının kişisel risk-getiri tercihinine bağlı olarak etkin sınırın formülasyonunu verir. Bu teoremin en önemli mesajı, yatırımcının seçimini, her menkul kıymetin diğer tüm menkul kıymetlerle olan karşılıklı hareketlerini de dikkate alarak yapması gerektiğidir.

Ortalama-Varyans portföy teorisinin ilk öne sürülmesinden sonra, girdilerin tahmin edilmesi üzerine çok sayıda çalışma yapılmıştır. Finans literatüründe ilk önce kovaryanslara alternatif olarak, korelasyon katsayılarının tahmin edilmesine gerek duyulmuştur. Kovaryansların tahmin edilmesinde temel araç ise Endeks Modelleri olmuştur. Bu modeller, kovaryans yapılarının tahmin edilmesinde geniş uygulama alanı bulmuşlardır [Elton ve Gruber, 1997].

Endeks Modellerinde, bir menkul kıymetin getirisinin çeşitli faktörlere duyarlı olduğu varsayılır. Market Modelinde, menkul kıymet getirisini yalnızca piyasa indeksinin getirisinin etkilediği varsayılır. Daha sonra, modele menkul kıymetin getirisini etkilediği düşünülen başka faktörler de eklenerek Çoklu Endeks Modelleri oluşturulmuştur [Alexander ve ark., 2001].

1960'lerden sonra hızla gelişen finans teorisi beraberinde yeni kavramlar ve yöntemler getirmiştir. Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli (Capital Asset Pricing Model), Arbitraj Fiyatlama Modeli gibi teorik yaklaşımlar 20. yüzyılın son çeyreğinde finans literatüründeki yerini almıştır. Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli'nin standart formu Sharpe (1963), Lintner (1965) ve Mossin (1966) tarafından bağımsız olarak geliştirilmiş, bir varlığın riski ve getirisinin birbirleri ile olan ilişkileri daha kapsamlı bir bilimsel tabana oturtulmuştur [Özçam, 1997].

1976 yılında Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli'ne alternatif olarak Stephan Ross tarafından Arbitraj Fiyatlama Teorisi geliştirildi. Arbitraj Fiyatlama Teorisi'nde Ross, risk ve getiri arasında hiçbir yatırımcıya arbitraj yolu ile sınırsız olarak servetini artırma imkanı vermeyecek bir ilişkiyi araştırdı. Günümüzde Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli uygulamada geniş ölçüde kullanılırken, Arbitraj Fiyatlama Teorisi konusunda akademik çevrelerde tartışmalar sürmektedir [Ertuna, 1983].

1990'lı yıllardan itibaren Markowitz Modelinde karşılaşılan karesel programlamaya ilişkin problemleri ortadan kaldırmak amacıyla çok sayıda alternatif optimizasyon modelleri önerilmiştir. Ortalama Mutlak Sapma (MAD) Modeli, Minimax (MM) Model, Ağırlıklı Hedef Programlama (WGP) Modeli bu modellerin başlıcalarıdır.

Bu tezin ikinci bölümünde, portföy analizinde kullanılan bazı temel tanımlar üzerinde durulacaktır.

Üçüncü bölümde, menkul kıymet seçimi konusu ele alınacak, başlıca menkul kıymet seçme yöntemleri olan Temel Analiz ve Teknik Analiz tanıtılacaktır.

Dördüncü bölümde, literatürde yer almış modern portföy teorisi modelleri, model denklemleri, varsayımları ve kuruluş felsefeleri ile incelenmiştir.

Beşinci bölümde, portföy optimizasyonu problemini matematiksel programlama ile çözme kuralına dayalı modeller tanıtılmıştır.

Altıncı bölümde, son yıllarda popülerlik kazanan ve menkul kıymet getirilerinin dağılımı üzerindeki normallik varsayımına alternatif bir dağılım ailesi öneren durağan portföy analizi ele alınmıştır. Tek değişkenli ve çok değişkenli durağan dağılımlar özellikleri ile anlatılmış ve bu dağılımların portföy analizindeki yeri tarihsel gelişimi ile verilmiştir. Ayrıca İMKB’de işlem gören bir hisse senedi örneği alınarak durağan dağılıma uyumu incelenmiştir.

Yedinci bölümde, üstel düzleştirme teknikleri tarihsel öyküsü ve model yapılarına göre kullanılan çeşitleri hem teorik açıdan hem de örnekler üzerinde incelenmiştir.

Sekizinci bölümde, portföy seçim modeli olarak kullanılmak üzere yeni bir optimizasyon modeli (MMAD) önerilmiş, bu modelin işleyişi anlatılmıştır. Modelin diğer matematiksel programlama modellerinden Markowitz ve MAD Modelleri ile karşılaştırması gerçek veri ve simülasyon verisi üzerinde yapılmıştır. Gerçek veri çalışmaları, günlük ve aylık verilerle ayrı ayrı yapılmıştır. Çeşitli hisse senetleri ve zaman periyotlarına göre yürütülen simülasyon çalışmaları sonuçlarına göre modellerin birbirlerine üstünlükleri incelenmiştir.

2. BAZI TEMEL TANIMLAR

2.1. Tanım

Menkul Kıymet, ortaklık ve alacaklılık sağlayan, belirli bir meblağı temsil eden, yatırım aracı olarak kullanılan, dönemsel gelir getiren, misli nitelikte, seri halinde çıkarılan, ibareleri aynı olan ve şartları kurulca belirlenen kıymetli evraktır. Kıymetli evrak niteliğindeki bir belgenin temsil ettiği hak belgeden ayrı olarak kullanılamayacağı gibi, hakkı elde tutarak belgeyi devretmek de mümkün değildir.

Sermaye Piyasası Kanunu'na göre menkul kıymet türleri aşağıda verilmiştir:

- hisse senetleri
- geçici ilmühaberler
- tahviller
- tahvil faiz kuponları
- banka bonoları
- finansman bonolar
- içtüzüğünde kurucu dışındaki aracı kuruluşlarca serbestçe alım satımı öngörülen A tipi yatırım fonu katılma belgeleri
- gelir ortaklığı senetleri
- hisse senedi türevleri
- yeni pay alma kuponları
- tahvil türevleri
- hazine bonoları
- kar ve zarar ortaklığı belgeleri
- banka garantili bonolar
- varlığa dayalı menkul kıymetler
- tertip halinde çıkarılan ve 2 yıl veya daha uzun süreli ipotekli borç ve irat senetleri

2.2. Tanım

Yatırım fonları halktan topladıkları paralar karşılığı, sermaye piyasası araçlarından ve kıymetli madenlerden oluşan portföyleri yönetirler. Fonlar profesyonel bir yönetimle riskin dağıtılması ilkesine uyularak inançlı mülkiyet ve mal varlığının korunması ilkesine uygun olarak menkul kıymet portföyü işletmeyi amaçlamaktadır. Sermaye piyasası mevzuatına göre fonlar genel olarak A ve B tipi olmak üzere ikiye ayrılır.

2.3. Tanım

A Tipi Fon, fon portföyünün en az %25'i Türkiye'de kurulmuş A.Ş' lerin hisse senetlerinden oluşan fonlardır.

2.4. Tanım

B Tipi Fon, A tipi fonlar dışında kalan ve daha çok sabit getirili menkul kıymetlere yatırım yapan fonlardır.

2.5. Tanım

Yatırım Ortaklıkları, yatırım fonları gibi, portföy işleten kurumlar olmasına rağmen kuruluş şekilleri farklıdır. Yatırım fonları bir mal varlığı olarak kurulurken, yatırım ortaklıkları bir anonim şirkettir.

2.6. Tanım

Devlet Tahvilleri, 1–30 yıl vadeli borçlanma senetleridir.

2.7. Tanım

Hazine Bonosu, bir yıldan kısa vadeli devlet borçlanma senedir.

2.8. Tanım

Varlığa dayalı menkul kıymet, finans kurumlarının sahip oldukları alacak senetlerini bir havuzda toplayarak oluşturdukları bir varlığı teminat göstermek suretiyle ihraç ettikleri yeni menkul kıymettir.

2.9. Tanım

Hisse Senedi, anonim ortaklıklar tarafından çıkarılan ve anonim ortaklığın sermayesine belirli bir katılma payını temsil eden kıymetli evraktır.

2.10. Tanım

Borsa, daha önceden ihraç edilmiş menkul kıymetlerin alım ve satımının yapıldığı, fiyatların tespit ve ilan işleriyle yetkili olarak tüzel kişiliğe sahip kurumlardır.

2.11. Tanım

Portföy, bir yatırımcının sahip olduğu menkul kıymetlerin tümüne verilen addır.

2.12. Tanım

Getiri, bir yatırımdan belirli bir dönem içinde elde edilen geliri ifade eder. Yatırımlar için hesaplanacak getiri tek dönemlik ya da çok dönemlik olmak üzere iki kısma ayrılabilir.

2.13. Tanım

Tek dönemlik getiri oranı, yatırımcının servet artış hızını gösteriyor olması nedeniyle tek dönemlik getiri hesaplaması önemlidir.

Bu oran;

$$\text{Getiri oranı} = \frac{\text{Dönem sonu serveti} - \text{Dönem başı serveti}}{\text{Dönem başı serveti}}$$

şeklinde hesaplanır.

2.14. Tanım

Çok dönemli ortalama getiri, her dönem için bulunan getiri oranlarının ortalamasının alınması ile hesaplanır. Bu aritmetik ortalama da olabilir geometrik ortalama da olabilir. Yatırımcının dönem başında satın aldığı hisse senedinin fiyatı 10 000 TL olsun. Dönem sonunda bu hisse senedi prim yapmış ve fiyatı 12 500TL'ye kadar çıkmış olsun. İkinci dönem sonunda ise yine alınan seviyeye düşmüş olsun.

$$\text{I. Dönem sonu getirisi} = \frac{12\,500 - 10\,000}{10\,000} = \%25$$

$$\text{II. Dönem sonu getirisi} = \frac{10\,000 - 12\,500}{12\,500} = -\%20$$

şeklinde hesaplanır.

Beklenen getiri ise Eş. 2.1'deki gibi hesaplanır.

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^n r_i p_i \quad (2.1)$$

$\bar{r}$: beklenen getiri

r_i : her bir durumun beklenen getirisi

p_i : olasılık

Olasılıklar nesnel ya da öznel olarak belirlenmektedir. Nesnel belirleme benzer sonuçların geçmişteki olma olasılıklarına dayanırken, öznel belirleme bir kişinin beklentilerine dayanmaktadır. Hisse senetleri ile ilgili yatırım kararları büyük ölçüde öznel değerlendirmelerle verilmektedir.

2.1. Örnek

Bir yatırımcının ABC şirketinin hisse senetlerine yatırım yapacağı varsayılın. Bu hisse senetlerinin getirileri ile ilgili beklentileri genel ekonominin durumuna dayanmaktadır. Yatırımcının öznel değerlendirmeleri şöyledir:

Çizelge 2.1. Getiriler için örnek bir olasılık dağılımı

Ekonomi	Olasılık	Getiri
Orta	0.30	0.20
Düşük	0.50	0.10
Yüksek	0.20	0.30

Getiriler arasındaki korelasyon, tüm menkul kıymetler için aynı değildir. Genelde, bir menkul kıymetin getirisinin aynı endüstrideki menkul kıymetlerinki ile ilgisiz endüstrilere göre daha fazla ilişkili olmasını bekleriz. Şirketler arasındaki iş ilişkileri, aynı alanda hizmet etmeleri, askeri harcamalara genel bir bağlılık ya da hava şartları belirli getirilerin birlikte yükselip düşme eğilimini arttırabilir.

Riski azaltmak için, birbiriyle yüksek ilişkili menkul kıymetlerden oluşan portföylerden kaçınmak gerekir. Getirileri birbiriyle uyum içinde düşüp yükselen 100 tane menkul kıymet, getirisi kesin olmayan bir tane menkul kıymetten daha avantajlı değildir.

2.15. Tanım

Risk, istenmeyen sonuçlarla karşılaşma olasılığıdır. Bir yatırımın riski onun beklenen getirisinden sapma olasılığı olarak tanımlanmakta ve standart sapma ile açıklanmaktadır.

$$\text{Standart sapma} = \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2 p_i}$$

Yatırımcının riski kontrol edebilme ve sınırlandırabilme olanağına göre iki çeşit riski söz konusudur.

2.16. Tanım

Sistemik risk, kaçınılamayan (yatırımcılar tarafından sınırlandırılmayan) riski ifade eder.

Sistemik risk kaynakları içerisinde;

- Satın alma gücü riski
- Faiz oranı riski
- Piyasa riski
- Politik risk
- Kur riski yer alır.

2.17. Tanım

Sistemik olmayan risk, yatırımcılar tarafından sınırlandırılabilen, kaçınılabılır risktir.

Sistemik olmayan risk kaynakları ise;

- Finansal risk
- Yönetim riski

- İş ve endüstri riskidir.

Görüldüğü üzere yatırımcıların karşılaştığı toplam risk bu iki ana maddeden oluşmaktadır.

2.18. Tanım

Değişim Katsayısı, her birim getirinin riskini vermektedir. Buna göre riskten kaçan bir yatırımcı daha düşük değişim katsayısı olan projeleri tercih edecektir. Değişim katsayısı, iki yatırım projesini karşılaştırırken hangi projenin tercih edilebileceğini risk ve getiri ölçütlerini bir arada kullanarak söyleyebilmek için, göreceli riskliliği veren katsayıdır.

$$\text{Değişim katsayısı} = \frac{\sigma}{\bar{r}}$$

şeklinde ifade edilir.

3. MENKUL KIYMET SEÇİMİ

Optimum portföyün oluşturulması, menkul kıymet analizi, portföy analizi ve portföy seçimi olmak üzere üç aşamada gerçekleşmektedir. Portföy oluşturmadaki amaç, yatırımcının sermayesini çeşitli yatırım araçlarına paylaştırarak, çeşitlendirme yoluyla riski azaltmaktır.

Bir portföyün risk-getiri performansını elde tutulan menkul kıymetler ve portföyü çeşitlendirme stratejisi olmak üzere iki faktör belirler. Çeşitlendirme stratejisi iki adımda ele alınabilir: birinci adım elde tutulan menkul kıymet sayısının belirlenmesi, ikinci adım her bir menkul kıymete yatırım yapma oranının belirlenmesidir [Ulrich, 1975].

Farklı beklentileri olan yatırımcılar farklı sayıda menkul kıymete yatırım yapabilirler. Ayrıca, işlem, bilgi edinme ve yönetim maliyetleri sıfır olmadığından, portföydeki menkul kıymet sayısını kısıtlamak ekonomiktir. Genelde, çeşitlendirme maliyeti menkul kıymet sayısı ile birlikte artan oranda artarken, çeşitlendirmeden elde edilen fayda menkul kıymet sayısı ile birlikte azalan oranda artar [Mao, 1970].

Mao (1970), çalışmasında bütün menkul kıymetlerin aynı beklenen getiri ve riske sahip olduklarını ve aralarında aynı pozitif korelasyonun ($0 < \rho < 1$) olduğunu varsaymış ve seçilmesi gereken menkul kıymet sayısına ilişkin Eş. 3.1'i önermiştir.

$$n = \frac{(1-\rho) \left\{ \left[\infty (1-\sqrt{\rho}) + \sqrt{\rho} \right]^2 \right\}}{\rho \left\{ 1 - \left[\infty (1-\sqrt{\rho}) + \sqrt{\rho} \right]^2 \right\}} \quad (3.1)$$

∞ : çeşitlendirmeden elde edilecek maksimum olası kazanç yüzdesi

Mao, yaptığı hesaplamalar sonucunda, çeşitli korelasyon katsayıları ve çeşitlendirmeden elde edilecek maksimum olası kazanç yüzdeleri için yatırım yapılması gereken menkul kıymet sayısını Çizelge 3. 1'deki gibi bulmuştur.

Çizelge 3.1. ∞ ve ρ değerleri için yatırım yapılması gereken menkul kıymet sayısı

$\rho \backslash \infty$	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8
0,5	4,4	3,0	2,7	2,5	2,2
0,6	6,2	4,0	3,5	3,2	2,8
0,7	9,2	5,7	5,0	4,4	3,8
0,8	15,1	9,1	7,8	6,9	5,7
0,9	33,2	19,3	16,3	14,3	11,7

Örneğin, menkul kıymetler arasındaki korelasyon katsayısı 0,4 iken, çeşitlendirmeden elde edilebilecek maksimum faydanın %50 sini elde etmek için yalnızca 3 menkul kıymete yatırım yapmak gereklidir.

Mao'nun analitik bulguları, çeşitlendirmenin faydasının önemli kısmını elde edebilmek için az sayıda menkul kıymetin gerekli olduğunu gösteren deneysel bulguları destekler nitelikte olmuştur.

Ulrich (1975) ise yaptığı çalışma sonucunda, menkul kıymetler içim optimal bir portföy büyüklüğünün olmadığı ve portföy büyüklüğünün, portföyün çeşitli parametrelerine etkisinin elde tutma periyoduna bağlı olduğu sonucuna varmıştır. Bunun anlamı, bir periyotta optimal olan portföy büyüklüğünün bir sonrakinde optimal olmayabileceğidir. Ayrıca, dört yıldan uzun periyot ele alındığında, portföy getirisi ve tüm portföyün performansının portföy büyüklüğünden bağımsız olduğunu iddia eden yokluk hipotezi reddedilememiştir.

Menkul kıymet sayısı belirlendikten sonra, hangi menkul kıymetlerin seçileceği konusunda ise temel ve teknik analiz yöntemleri yatırımcının seçimine yardımcı olmaktadır. Her iki yöntem de farklı yaklaşımlarla uygun olan menkul kıymetin

seçimini hedeflerler. Teknik analiz büyük bir yatırımcı kitlesi tarafından tercih edilen bir yöntem olmasına karşın, temel analiz ağırlığı olan daha gerçekçi ve daha yaygın bir yöntemdir.

3.1. Temel Analiz

Hisse senedi yatırımlarının performansını etkileyen ekonomik, sektörel ve ortaklıkla ilgili unsurları dikkate alarak, hisse senedinin gerçek değerini bulmaya ve bulunan gerçek değeri piyasa fiyatları ile karşılaştırarak alım-satım kararını vermeye yarayan analiz yöntemi “Temel Analiz” olarak isimlendirilir. Temel analize göre, hisse senedinin piyasa fiyatı gerçek değerinin altında olduğunda alış, üstünde olduğunda ise satış kararı verilir [TSPAKB, 2005].

Portföy yönetiminin bu aşamasında, portföye alınabilecek varlıkların nitelikleri değerlendirilir. Burada çeşitli menkul kıymetlerin belirli bir süredeki performanslarının sayısal verilere dayanarak tahmin edilmesi amaçlanır. Firma ile ilgili bilgiler değerlendirilirken yalnız firmanın durumu değil, başta ekonomi olmak üzere, uluslararası, ulusal ve bölgesel olaylar da değerlendirilmelidir. Firma ile ilgili beklentiler büyük ölçüde ekonomik ve sektörel gelişmelere dayandığından temel analiz üç ana aşama altında yapılmaktadır.

- 1) Ekonomik Analiz
- 2) Sektör Analizi
- 3) Firma Analizi

Ekonomik analizde, ekonomik konjonktür, enflasyon, para arzı, nüfus artışı, işsizlik gibi göstergelerden yararlanılır ve söz konusu göstergelerin ilgili menkul kıymet üzerindeki etkileri araştırılır [Karan, 2001].

Genel ekonomik analizlerin ardından, yatırım yapılması düşünülen sektörlerle ilişkin analizler yapılır. Bu analizlerin amacı, hangi sektör veya sektörlerin karlı olduğunun belirlenmesidir. Sektör seçiminde dikkate alınması gereken temel konular,

özelleştirme, savaş tehdidi, konjonktürel dalgalanmalar, yeniden yapılanma süreci, dış ticaret uygulamalarında beklenen değişimler gibi konulardır [TSPAKB, 2005].

Temel analizin en önemli kısmı firma analizidir. Firma analizlerinin yapılmasındaki amaç, firmanın geçmiş dönemdeki performansları ve mevcut döneme ait verileri inceleyerek gelecek hakkında tahminde bulunmaktır. Böylece söz konusu firmanın hisse senedine yatırım yapılıp yapılmayacağı kararı daha sağlıklı bir şekilde verilecektir. İzlenmesi gereken çok sayıda şirket ve bu şirketlerle ilgili çok sayıda bilgi, rapor, haber ve finansal tablo vardır. Bu tabloları iyi bir şekilde inceleyip yorumlamak gerekmektedir. Bu nedenle yatırım uzmanları firma analizlerine özel bir önem vermek zorundadır [Karan, 2001].

3.2. Teknik Analiz

Dow teorisine dayanan teknik analiz, geçmişte oluşmuş fiyat ve işlem miktarlarına bakarak yarını tahmin etmeye çalışan bir analiz tipi olarak doğmuş ve yaygın olarak kabul görmüştür. Modern Teknik Analizin atası olarak nitelendirilen Charles Dow'un The Wall Street Journal gazetesinde yayınlanan makalelerinden derlenerek ortaya çıkarılan Dow Teorisi, teknik analiz metotlarının en eskisi ve hakkında en çok araştırma yapılmış olanıdır [Karan, 2001].

Teknik analize göre, bir menkul değere ilişkin değerlemede bulunurken ekonomik faktörlerin incelenmesi zorunlu değildir. Teknik analizcinin konsantrasyon alanı direkt o menkul kıymetin fiyatı, işlem hareketleri, trendi, kısaca onun arz ve talebidir. Yani, teknik analizci için önemli olan, firmanın ne yaptığı değil o firmaya ait hisse senedinin borsadaki performansıdır. Teknik analizin odak noktası bu açıdan bakıldığında arz ve taleptir. Fiyatların eğilimini belirleyen trend, piyasadaki arz ve talebe göre değişir.

Teknik analiz için kullanılan en yaygın analiz aracı grafiklerdir. Teknik analizci, bu alanda geliştirilen birçok analitik ve matematiksel yöntemlerle bir hisse senedine ya

da piyasaya ait bu grafikler vasıtasıyla fiyatların trendine ve bu trendin geleceğine ilişkin tahminlerde bulunur.

Teknik analiz, daha çok, alımdan sonraki birkaç gün veya hafta içinde kazanmayı amaçlayan spekülâtorler tarafından tercih edilir. Bu kişiler dışında uzun vadeli yatırımcılar da teknik analizi temel analize ek olarak zamanlama için kullanırlar. Teknik analizciler, hisse senedi piyasasında oluşan fiyatların yatırımcıların duyu ve düşüncelerini kapsadığını ve bunu sadece kendi analiz metotlarının içerdiğini şiddetle savunurlar.

Teknik analizde piyasadaki çeşitli kesimlerin fiyatları belirlemesi sebebiyle, beklentilere de önem verilir. Hisse senedi piyasasında sıkça duyulan boğa ve ayı piyasası terimleri, piyasadaki çeşitli kesimlerin gelecek hakkındaki beklentilerinin yönünü belirtir. Bu iki terim, Londra Borsası'nda 18.yy başlarında kullanılmaktaydı.

“Boğa piyasası” terimi, gelecek hakkındaki iyimserliği belirtir. “Boğalar”, piyasanın yükseleceği beklentisi içindedirler. Bu düşünceye sahip kişiler, piyasa yükselmeden, ellerinde yeterli para bulunmasa bile bir yere borçlanıp, hisse senedini satın alır, daha sonra da yüksek fiyattan satarlar.

“Ayı piyasası” terimi ise, piyasanın genel olarak gelecek hakkında karamsar olduğunu ve düşüş beklendiğini belirtir. Bu beklentiye sahip olan kişilerin risk alma dereceleri yüksekse, sahip oldukları hisse senetlerini daha sonra düşük fiyattan geri alma beklentisiyle satarlar. Bu işlemde amaç, satış ile alış fiyatları arasındaki pozitif farktan kar elde etmektir [TSPAKB, 2005].

Kısaca Dow Teorisi ve Varsayımları

Bu teoriye göre hisse senetlerinin zaman içinde elde diledik kazanç, kimsenin yönlendiremediği denge fiyatlarına bağlıdır. Ancak bilginin herkese aynı anda ulaşmaması, herkesin risk alma düzeyinin farklı olması, psikolojik durumlar gibi nedenlerle fiyatlar, her zaman denge fiyatından sapacak ve dalgalanacaktır. Bu

dalgalanmanın sürekli olmasının sebebi ise, gelecekte beklenenler ve gelecekteki belirsizlik faktörleri altında yatmaktadır. Ancak fiyatlar kısa süre içinde dalgalanırken de uzun dönemde denge fiyatları doğrultusunda bir trend kazanacaklardır. Böylece alıcı ve satıcılar arasında sonsuz raunddan oluşan bir maç sürececektir.

Dow teorisinin Varsayımları

Dow Teorisi'nin altı temel varsayımı vardır:

- 1) Ortalamalar her faktörü içerir,
- 2) Piyasadaki tüm hareketler trendleri izlemelidir (endeks ve ortalamalar birbirleriyle aynı uyarı ve sinyalleri vermelidir),
- 3) Ortalamalar birbirini onaylamalıdır,
- 4) İşlem miktarı trendi izlemelidir (Trend belirlenirken fiyata ek olarak, işlem miktarına da bakılmalıdır. İster düşüş ister artış olsun, her ana trend işlem miktarının artmasıyla desteklenir ve doğrulanır.)
- 5) Piyasada üç temel trend vardır. Her trend süre bakımından kendinden bir büyük olan trendi düzeltir.
 - Bir yıldan uzun olan ana trendler veya birincil hareketler,
 - Üç hafta ile üç ay arasında olan ikincil hareketler,
 - Üç haftadan az olan ufak oynama ve dalgalanmalar.
- 6) Geri dönüş sinyali verinceye kadar bir trend geçerlidir [Karan, 2001].

Teknik Analiz Araçları

Destek ve Direnç Kavramları

Destek noktası veya destek seviyesi, fiyatların düşerken, sıkıştığı veya düşüşün durduğu gelen taleple birlikte yükselişin başladığı seviyeyi ifade eder. Direnç noktası veya direnç seviyesi ise fiyat yükselişlerinin önünü kesen önemli bir arzın oluştuğu, yükselişin yavaşladığı veya durduğu seviyeyi ifade eder. Bu arada destek ve direnç seviyelerinde işlem hacminin nispeten yüksek oluştuğu söylenebilir. Yükselen piyasada hem destekler hem de dirençler yükselen bir seyir gösterir. Fiyatların destek ve dirençlerini kırması durumunda bu seviyelerin rolü değişir. Kırılan destekler direnç, kırılan dirençler ise destek görevi alır.

Trend

Teknik analize göre fiyatlar bir trend doğrultusunda hareket ederler. Arz ve talep bu trendin yönünü belirler. Doğal olarak bu trendin doğrultusu yukarı, aşağı veya yatay olabilir. Bu durumda yükselen trend (boğa piyasası), alçalan trend (ayı piyasası), veya yatay trend söz konusudur.

Ayrıca trendler zaman süreci bakımından ana trend; uzun vadeli trend (major primary trend), orta vadeli trend (intermediate trend), ve kısa vadeli trend (minor trend) olarak üçe ayrılır.

Trend Çizgileri

Trend çizgileri trendin yönünü daha belirgin şekilde ortaya koyar. Trend çizgileri fiyat hareketlerinin tepe ya da dip noktalarından geçen düz bir çizgiye çizilir. Yükselen piyasada trend çizgisi fiyat hareketlerinin dip noktalarından, alçalan piyasada ise tepe noktalarından geçen doğrudur. Bir trend çizgisi çizilebilmesi için en az iki dip veya tepe noktası gerekmektedir. Genellikle fiyatların trend çizgisini

kırdıktan sonra tekrar trend çizgisine kadar geri çekildiği ve daha sonra tekrar yeni trend doğrultusunda hareketine devan ettiği görülür.

Trend Kanalları

Fiyatların, çoğu zaman trend çizgisinden belirli bir mesafe uzaklaştıktan sonra tekrar trende doğru hareket ettiği gözlenir. Gerçekte trende paralel çizilen bir çizgi ile trend çizgisi arasında hareket yaşanır. Yükselen piyasada kanal çizgisi direnç görevi görürken, alçalan piyasada ise destek olarak algılanır [TSPAKB, 2005].

4. PORTFÖY SEÇİM MODELLERİ

4.1. Modern (Markowitz) Portföy Teorisi

Geleneksel Portföy yönetiminde 1950’li yıllara gelinceye kadar yatırımcılar portföyde yer alan menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkiyi dikkate almadan, sadece portföydeki kıymetlerin sayısını arttırarak riski azaltabileceklerinin düşünmüşlerdir. Oysa modern portföy yönetiminde sadece portföy çeşitlendirmesi ile riskin azaltılamayacağı, çünkü portföyde yer alan menkul kıymetlerin aynı ya da ters yönde hareket ettikleri ileri sürülmektedir [Ertuna, 1983].

Modern portföy kuramının temellerini Harry Markowitz, 1952’deki ‘Portföy Seçimi’ başlıklı çalışmasıyla atmıştır. Markowitz çalışmasında, yatırımcının en yüksek performansı gösteren bir tane menkul kıymete değil, çok sayıda menkul kıymetten oluşan portföye yatırım yapması gerektiğini vurgulamıştır. Her bir menkul kıymet, kesin olarak bilinmeyen bir getiriye sahiptir. Getiri, bir beklenen değeri ve riski olan bir rasgele değişkendir. Markowitz, bireysel yatırımların bir bileşimi olan portföylerin getiri ve riskinin, yatırımlara verilecek ağırlıkların nasıl hesaplanacağını göstermiş ve bazı hedeflenen portföy performans özelliklerine göre optimal varlık paylaşımını belirlemiştir [Oberuc, 2003].

Akademisyenler o yıllarda, piyasayı etkileyen binlerce faktör olduğunu, faktörlerin hisse senedi fiyatlarına yansıdığını bu nedenle herhangi bir model ya da strateji oluşturarak menkul kıymet fiyatlarının önceden bilinemeyeceklerini öne sürmüşlerdir. Markowitz, belirli bir parayı menkul kıymetlere yatıran yatırımcının dönem sonunda elde edebileceği parayı bilmesi mümkün değildir diyerek, yatırımcının hisse senedinin geçmişteki performansından yararlanarak bazı tahminlerde bulunabileceğini belirtmiştir [Karan, 2001].

Yatırımcı, kabul edilebilir bir risk düzeyinde portföy getirisini en büyük yapmak ya da kabul edilebilir bir getiri düzeyinde portföy riskini en küçük yapmak isteyebilir.

Her iki seçenek de aynı matematiksel süreci gerektirir. Ancak, aynı anda hem getiri en büyüklenip, hem risk en küçük yapılamaz [Oberuc, 2003].

Modern Portföy Kuramının temel varsayımları aşağıda belirtilmiştir:

- 1) Yatırımcılar kararlarını yalnız beklenen getiri ve riske göre alırlar.
- 2) Sermaye Piyasası oldukça etkindir.
- 3) Tüm yatırımcılar, aynı risk düzeyinde daha fazla getiriye ve aynı getiri düzeyinde ise daha az riski tercih ederler.
- 4) Bütün yatırımcılar rasyonel düşünürler [Karaşin, 1986].

4.1.1. Markowitz (ortalama-varyans) modeli

Markowitz Modelinin varsayımları şöyledir:

- Yatırımcılar riskten kaçan bireylerdir.
- Yatırımların olasılık dağılımları yaklaşık normaldir.

Menkul kıymetlerle ilgili birçok bilgi çeşidi bir portföyün hammaddesi olarak kullanılabilir. Bir bilgi kaynağı menkul kıymetlerin bireysel olarak geçmiş performanslarıdır. İkinci bilgi kaynağı bir ya da daha fazla menkul kıymet analistinin gelecek performansları hakkındaki inançlarıdır.

Yatırımcının tahminde bulunurken yaralanabileceği iki bilgi söz konusudur. Bunlar; menkul kıymetin beklenen getirisi ve menkul kıymetin riskidir. Yatırımcılar beklenen getirilerini yükseltmek isterken, elde edebilecekleri getiri ile ilgili belirsizlikleri azaltmak isterler. Bir başka ifade ile bir taraftan getirilerini maksimize etmek isterken risklerini de minimize etmek isterler.

4.1. Tanım

Bir portföyün getirisi kısaca portföydeki bireysel menkul kıymetlerin getirilerinin ağırlıklı ortalamasıdır ve Eş. 4.1'deki gibi hesaplanır.

$$r_p = \sum_{i=1}^n w_i r_i \quad (4.1)$$

r_p : portföy getirisi

r_i : her bir menkul kıymetin getirisi

w_i : her bir menkul kıymetin portföydeki ağırlığı

4.2. Tanım

Bir portföyün beklenen getirisi ise, bireysel menkul kıymetlerin beklenen getirilerinin ağırlıklı ortalamasıdır ve Eş. 4.2'deki gibi hesaplanır.

$$\bar{r}_p = \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i \quad (4.2)$$

$\bar{r}_p$: portföy beklenen getirisi

$\bar{r}_i$: her bir menkul kıymetin beklenen getirisi

w_i : i menkul kıymetinin portföydeki ağırlığı

Portföy Riski

Markowitz yaklaşımına göre n menkul kıymet içeren bir portföyün riski, Eş. 4.3'deki gibidir.

$$\sigma(r_p) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{cov}(r_i, r_j)}$$

(4.3.)

$\sigma(r_p)$: portföy riski

w_i : i menkul kıymetinin portföydeki ağırlığı

$\text{cov}(r_i, r_j)$: menkul kıymetler arasındaki kovaryans

$$\sigma(r_p) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma(r_i) \sigma(r_j) \rho_{r_i, r_j}}$$

olmak üzere iki şekilde ifade edilebilir.

$$\text{cov}(r_i, r_j) = \sigma(r_i) \sigma(r_j) \rho_{ij}$$

σ : menkul kıymetlerin riski

ρ_{r_i, r_j} : menkul kıymetler arasındaki korelasyon katsayısı

İki Menkul Kıymetten Oluşan Portföyler

İki menkul kıymetten oluşan portföy söz konusu olduğunda portföyün standart sapması Eş.4.4'deki gibi olur.

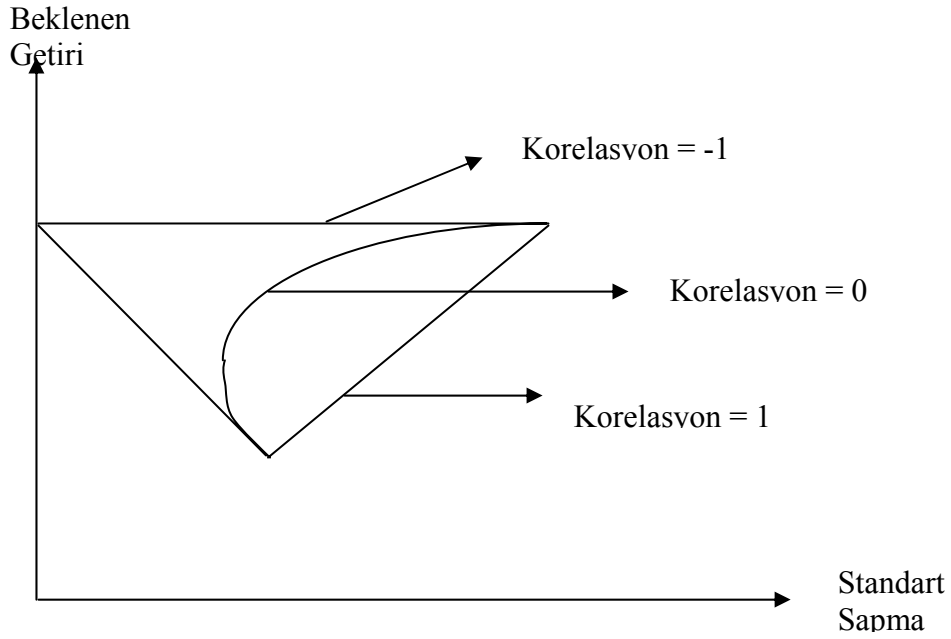
$$\sigma(r_p) = \left[w_1^2 \sigma^2(r_1) + w_2^2 \sigma^2(r_2) + 2 w_1 w_2 \text{cov}(r_1, r_2) \right]^{1/2} \quad (4.4)$$

$$\text{cov}(r_1, r_2) = \sigma(r_1) \sigma(r_2) \rho_{r_1, r_2}$$

$\rho_{r_1, r_2} = -1$ ise yani menkul kıymetlerden birinin getirisi arttığında diğerinin getirisinin düşmesi durumunda, portföy riski ortadan kalkacaktır.

$\rho_{r_1, r_2} = 1$ ise çeşitlendirme ile riskin azaltılması mümkün değildir.

Menkul kıymet getirileri arasındaki korelasyon -1 ile $+1$ arasında değiştiğinde, portföy getirisinin standart sapmasındaki değişim aşağıdaki şekilde görülmektedir:



Şekil 4.1. Menkul kıymet getirileri arasındaki korelasyon ve standart sapma ilişkisi

Etkin Portföy

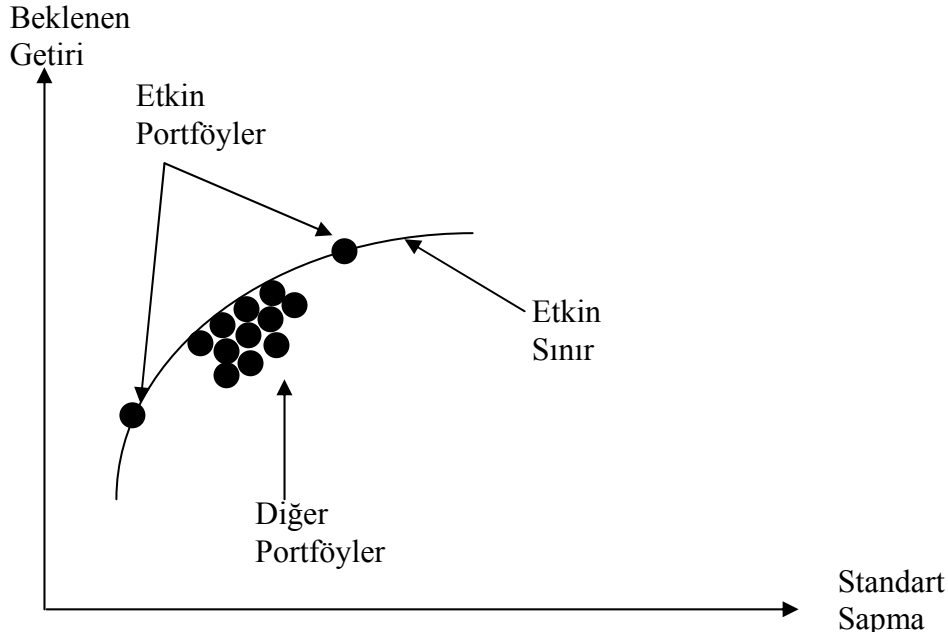
Markowitz'in etkin portföy tanımına göre, belirli bir risk düzeyinde, en yüksek beklenen getiriye sahip portföy etkin portföydür. Diğer bir ifade ile, etkin portföy belirli bir beklenen getiri için, en düşük riske sahip portföydür.

Etkin Sınır

n sayıda finansal varlık içeren bir piyasada, finansal varlıklara değişik ağırlıklar verilmesiyle, sınırsız sayıda portföy oluşturulabilir. Her risk ve beklenen getiri düzeyi için etkin portföylerin birleştirilmesiyle oluşan eğriye etkin sınır denir. Markowitz'e göre portföy yöneticisinin amacı etkin sınır üzerindeki noktaları belirlemektir.

Etkin sınır üzerindeki noktalar portföylerden oluşmakla birlikte, etkin sınırın uç noktaları buna istisnadır. Piyasada en düşük riske sahip olan finansal varlıkla en yüksek getiriye sahip olan finansal varlık etkin sınırın uç noktalarını oluşturabilir.

Şekilde görüldüğü üzere, etkin sınır beklenen getiri eksenine dışbükeydir. Standart sapma arttıkça, etkin sınırın eğimi azalmaktadır. Diğer bir ifadeyle, daha fazla risk aldıkça beklenen getirideki marjinal artış azalmaktadır.



Şekil 4.2. Etkin sınır ve etkin portföy

Teoride etkin sınırın elde edilebilmesi için sınırsız sayıda portföyün beklenen getiri-standart sapma grafiğine yerleştirilerek, her bir standart sapma değeri için en yüksek beklenen getiriyi ya da her bir beklenen getiri değeri için en düşük standart sapmayı veren portföyün seçilmesi gerekmektedir. Pratikte, etkin sınırın elde edilebilmesi için karesel programlama kullanılmaktadır.

Karesel programlamada, amaç fonksiyonu olan portföy varyansı, belirli kısıtlamalar altında minimize edilir. Örneğin bu kısıtlamalar, portföyün beklenen getirisinin en az hedeflenen beklenen getiri kadar olması ve finansal varlıkların portföydeki ağırlıkları toplamının bire eşit olması olabilir. Buna göre karesel programlamanın amaç fonksiyonu ve kısıtları aşağıdaki gibidir.

$$\text{Min } \sigma(r_p) = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{cov}(r_i, r_j) \right]^{1/2}, \quad i \neq j \text{ ve } i, j = 1, 2, \dots, n$$

Kısıtlar:

$$\sum_{i=1}^n w_i E(r_i) \geq \text{Hedeflenen Beklenen Getiri}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Karesel programlama problemi bir bilgisayar programı yardımıyla çözülebilir.

Model, açık bir nicel yatırım amacı ortaya koyar ve aynı girdiler ve parametre seçimleri için her zaman aynı çözümü verir. Girdiler ya da model formülasyonu değiştirilmedikçe, model güncel market koşullarına sezgisel bir tepki vermez.

Markowitz Modeli ayrıca, faydalı varsayım ve kısıtlara uyarlanmaya yatkındır. Paylaştırmaların herhangi bir doğrusal bileşimi ek bir kısıt olarak modelde yer alabilir. Örneğin aynı sektörde yer alan menkul kıymetlerin portföy içindeki toplam ağırlığının 0,05 ile 0,20 arasında olması sağlanarak, kontrol edilebilir.

Markowitz modelinin dezavantajı, finansal varlık sayısı arttığı zaman ortaya çıkmaktadır. Model n tane menkul kıymetten oluşan herhangi bir portföy için, n tane beklenen getiri, n tane standart sapma ve $n(n-1)/2$ tane kovaryansa gereksinim vardır [Elton ve Gruber, 1981; Markowitz, 1952, 1956, 1987; Oberuc, 2003; TSPAKB, 2005].

4.2. Endeks Modeller

Karesel programlama anlatılırken, etkin sınır oluşturma ya da optimal portföy seçim problemlerini bu yolla çözmenin, finansal varlık sayısı arttığında, pratikte zor olduğundan bahsedilmişti. William Sharpe tarafından geliştirilen tekli endeks modeli ve onu takip eden çoklu endeks modelleri, portföyün beklenen getirisi ve riskinin hesaplanması için gereken veri sayısını ciddi derecede azaltmıştır.

4.2.1. Tek endeks modeli

Tek endeks modeli; herhangi bir menkul kıymetin getirisi ile piyasa portföyünün getirisi arasında doğrusal bir ilişkinin var olduğu varsayımına dayanır. Bu modeli geliştiren Sharpe, genel optimizasyon modelinin, her bir menkul kıymet için beklenen getiri, varyans ve menkul kıymetler arasındaki kovaryanslara ait bilgileri gerektirmesi nedeniyle bu modeli basitleştirmiştir. Bu sayede portföy oluşturmada gerekli bilgi sayısını azaltmayı amaçlamıştır [Haugen, 2001].

Sharpe, Tek endeks modelinde tüm menkul kıymetlerle piyasa arasında varsaydığı bu ilişkinin basit doğrusal regresyon modeli ile ifade edilebileceğini öne sürmüştür. Tek Endeks Modeline göre model denklemi Eş.4.5'deki gibi ifade edilebilir:

$$R_i = \alpha_{0i} + \alpha_i R_m + e_i \quad (4.5)$$

R_i : i. menkul kıymet getirisi

α_{0i} : regresyon sabiti

α_i : menku kıymet getirisinin piyasa getirisine olan hassasiyeti

R_m : piyasa getirisi

e_i : hata terimi ($e_i \sim (0, \sigma_{ei}^2)$)

[Elton ve Gruber, 1973].

Modelin dayandığı bir varsayım da menkul kıymet getirilerinin birbirleriyle ilişkili olduklarıdır. Diğer varsayımlar:

- $E(e_i(R_m - \bar{R}_m)) = 0, i = 1, 2, \dots, N$
- $E(e_i e_j) = 0, i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j$

şeklindedir.

Tanım gereği varyans ifadeleri :

- $V(e_i) = E(e_i)^2 = \sigma_{e_i}^2$ tüm menkul kıymetler için $i=1, 2, \dots, N$
- $V(R_m) = E(R_m - \bar{R}_m)^2 = \sigma_m^2$

Tek endeks modeli kullanıldığında beklenen getiri, getirinin varyansı ve getiriler arasındaki kovaryans hesaplamaları aşağıdaki formüllerle yapılır:

1. Beklenen getiri: $\bar{R}_i = \alpha_{0i} + \alpha_i \bar{R}_m$.
2. Bir menkul kıymetin getirisinin varyansı: $\sigma_i^2 = \alpha_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{e_i}^2$.
3. i ve j menkul kıymetlerinin getirileri arasındaki kovaryans: $\sigma_{ij} = \alpha_{0i} \alpha_i \sigma_m^2$

Beklenen getiri, α_{0i} ve marketle ilgili kısım $\alpha_i \bar{R}_m$ olmak üzere iki kısımdan oluşmaktadır. Benzer şekilde bir menkul kıymetin varyansı da $\sigma_{e_i}^2$ riski ve marketle ilgili riski ifade eden $\alpha_i^2 \sigma_m^2$ terimlerinden oluşmaktadır. Tersine, menkul kıymet getirileri arasındaki kovaryans sadece market riskine bağlıdır. Bunun sebebi tekli endeks modelinde, menkul kıymetlerinin ortak hareketinin tek sebebinin market hareketlerine ortak tepki olduğunun kabul edilmesidir.

Birden fazla menkul kıymetin bir araya gelmesiyle oluşturulacak bir portföy için formülasyonlar portföye göre yeniden düzenlendiğinde; portföyün pazara olan duyarlılığı α_p , Eş. 4.6'daki gibi hesaplanabilir:

$$\alpha_p = \sum_{i=1}^N w_i \alpha_i \quad (4.6)$$

w_i , i menkul kıymetinin portföy içindeki ağırlığını, N portföydeki menkul kıymet sayısını göstermektedir. Herhangi bir portföyün beklenen getirisinin hesaplanması Eş. 4.7'de, varyansının hesaplanması Eş. 4.8'de verilmiştir.

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N w_i \bar{R}_i \quad (4.7)$$

$$\sigma_i^2 = \alpha_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{e_i}^2$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N w_i w_j \sigma_{ij} \quad (4.8)$$

[Cohen K.J. ve Pogue J.A., 1967; Elton ve Gruber, 1981].

Tek endeks modeli'nin temel avantajı, 1000 tane gibi çok sayıda yatırımın portföyde yer alabilmesi ve işlem kolaylığıdır. Bunun dışında, bu yaklaşımın özel avantajları yoktur [Oberuc, 2003].

4.2.2. Çoklu endeks modeli

Tek endeks modelinin temelindeki varsayım, market ile ortak hareket nedeniyle hisse senetleri fiyatlarının birlikte hareket etmesidir. Birçok araştırmacı, senetlerin birlikte hareket etmesine sebep olan market dışında etkiler olduğunu bulmuştur. Örneğin, King (1966), endüstri etkilerinin varlığını kanıtlamıştır. Çoklu endeks Modeli, menkul kıymet getirilerinin yalnızca piyasa getirisi değişkenine bağımlı olmayıp, başka değişkenlerden de etkilenebileceği düşüncesine dayanır. Bu modellerde, sanayi dalı endeksleri, faizler, enflasyon gibi makro değişkenler kullanılmaktadır [Elton ve Gruber, 1981].

Çoklu Endeks Model denklemi Eş. 4.9'daki gibidir.

$$R_i = \beta_0 + \beta_{i1} I_1 + \beta_{i2} I_2 + \dots + \beta_{iL} I_L + u_i \quad (4.9)$$

R_i : i. menkul kıymet getirisi

I_j : j endeksinin gerçek düzeyi

β_{ij} : i menkul kıymetinin j endeksindeki değişikliklere duyarlılığı

β_0 : regresyon sabiti

u_i : hata terimi ($u_i \sim (0, \sigma_{ui}^2)$)

L: endeks sayısı

Bu modelde endeksler ilişkisiz ise, model kullanışlı matematiksel özelliklere sahiptir. Ancak, endekslerin ilişkili olması durumu teorik problemler yaratmamakta çünkü her zaman ilişkili endekslerin herhangi bir setini, ilişkisiz endekslere dönüştürmek mümkün olmaktadır.

Çoklu Endeks Modeline ait tanımlama ve varsayımlar şöyledir:

Tanım gereği:

- i. menkul kıymet için hata varyansı $\sigma_{u_i}^2$
- j endeksi için varyans $\sigma_{I_j}^2$, $j=1,2,...,L$ dir.

Modelin kurulma özelliği gereği:

- $E(u_i) = 0$, $i=1,2,...,N$
- j ve k endeksler arasındaki kovaryans $E[(I_j - \bar{I}_j)(I_k - \bar{I}_k)] = 0$ $j=1,2,...,L$,
 $k=1,2,...,L$ $j \neq k$
- i menkul kıymeti için hata ile j endeksi arasındaki kovaryans;
 $E[c_i(I_j - \bar{I}_j)] = 0$, $i=1,2,...,N$, $j=1,2,...,L$

Varsayım gereği;

- $E[c_i c_j] = 0$

Modelle ilgili bu tanımlamalar ve varsayımların altında Çoklu Endeks Modeli için beklenen getirinin hesaplanması Eş. 4.10'da, getirinin varyansının hesaplanması Eş.4.11'de ve menkul kıymetlerin getirileri arasındaki kovaryansın hesaplanması Eş.4.12'de verilmiştir.

$$E(R_i) = \beta_{0i} + \beta_{i1} \bar{I}_1 + \beta_{i2} \bar{I}_2 + \dots + \beta_{iL} \bar{I}_L \quad (4.10)$$

$$\sigma_i^2 = \beta_{i1}^2 \sigma_{I_1}^2 + \beta_{i2}^2 \sigma_{I_2}^2 + \dots + \beta_{iL}^2 \sigma_{I_L}^2 + \sigma_{u_i}^2 \quad (4.11)$$

$$\sigma_{ij} = \beta_{i1} \beta_{j1} \sigma_{I_1}^2 + \beta_{i2} \beta_{j2} \sigma_{I_2}^2 + \dots + \beta_{iL} \beta_{jL} \sigma_{I_L}^2 \quad (4.12)$$

[Cohen ve Pogue, 1967; Elton ve Gruber, 1973; Elton ve Gruber, 1981].

4.3. Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli

Yatırımcılar sermaye piyasasında çok sayıda seçenekle karşı karşıyadırlar. Her birikim sahibinin Markowitz'in geliştirdiği modele göre etkin sınır üzerindeki portföy bileşimini aradığını ve ayrıca bunlardan her birinin farklı ölçüde riski kabullendiği düşünülürse, yatırımcıların piyasadaki tutum ve davranışlarının ne olacağını saptamak oldukça zordur. Bu nedenle her hisse senedine ilişkin risk ölçütünü ve piyasa dengede iken risk ile getiri arasındaki ilişkileri anlamaya yardımcı olacak modellere gereksinim vardır. Bu modellere *genel denge modelleri* denir. Genel denge modellerinin en basitlerinden birisi Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modelidir (SVFM).

Modern portföy kuramına göre rasyonel yatırımcılar, yatırım alternatifleri arasında en etkin risk-getiri bileşimini sağlayan portföylerin oluşturduğu etkinlik seti üzerindeki portföylere yatırım yaparlar. Markowitz'in modern portföy kuramı üzerine kurulan sermaye pazarı teorisi, risksiz finansal varlıkları modele dahil ederek yeni bir etkinlik setine ulaşır. Bu yeni etkinlik seti risk ve getiri arasında doğrusal bir ilişki kurar ve bu ilişki sermaye pazarı doğrusu ile ifade edilir [Köse, 2000].

SVFM, varlıkları riskleriyle ilgili olarak fiyatlama yoluyla ilgili bir teoridir. Teori, bütün yatırımcıların etkin set içindeki portföyleri Markowitz portföy teorisi ile bulup, sonrasında kendi bireysel risk tercihlerine bağlı olarak etkin setteki portföylerden birine yatırım yapacakları düşüncesine dayanır.

Varsayımlar:

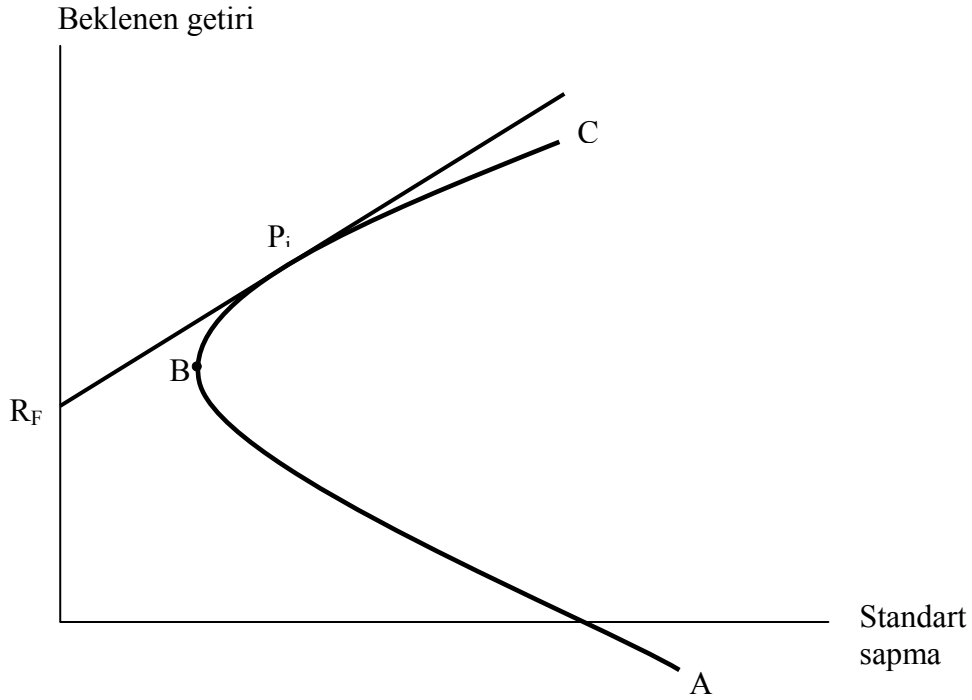
- 1) İşlem maliyetleri sıfırdır.
- 2) Sermaye varlıkları sonsuz bölünebilir.
- 3) Gelir (veya kurumlar) vergisi yoktur.
- 4) Tam rekabet koşulları geçerlidir.
- 5) Yatırımcılar kararlarını beklenen getirilere ve bu getirilerin standart sapmalarına göre vermektedirler.

- 6) Sınırsız açığa satış imkanı vardır.
- 7) Yatırımcılar, getirilerin beklenen değeri, standart sapması ve korelasyon yapısı konusunda tek dönemlik homojen beklentilere sahiptirler.
- 8) Bütün sermaye varlıkları pazarlanabilirlerdir.
- 9) Bütün yatırımcılar yatırım kararlarını menkul kıymet getirilerinin olasılık dağılımına göre alırlar. Bu olasılık dağılımının normal dağılıma yaklaştığı varsayılmaktadır [Özçam, 1997; Üstünel, 2000].

Risksiz Varlık

Portföy teorisinin sermaye piyasası teorisi içinde gelişebilmesinde temel faktör “risksiz varlık” kavramıdır. Markowitz modeli sonrasında, çeşitli yazarlar bir risksiz yani sıfır varyanslı varlığın olduğu varsayımını ele almışlardır. Böyle bir varlık diğer bütün riskli varlıklarla sıfır korelasyona sahiptir ve getirinin risksiz oranını sağlar. Riskli varlık, gelecek getirilerinin belirsiz olduğu ve bu belirsizliğin beklenen getirilerin standart sapma veya varyansı ile ölçüldüğü varlıklardan biri olarak tanımlanabilir. Risksiz varlığın beklenen getirisi tamamen belirli (sabit) olduğundan, beklenen getirisinin standart sapması sıfır olur. Böyle bir varlıktan elde edilen getiri oranı “getirinin risksiz oranı” olacaktır ki bu oran kısa dönem likidite için bir ayarlama (düzeltme) ile uzun dönemde ekonominin beklenen büyüme oranına eşit olmalıdır [Reilly ve Brown, 2000].

Tüm yatırımcılar pazar portföyü ve bir risksiz varlığın kombinasyonlarına yatırım yapacaklardır.



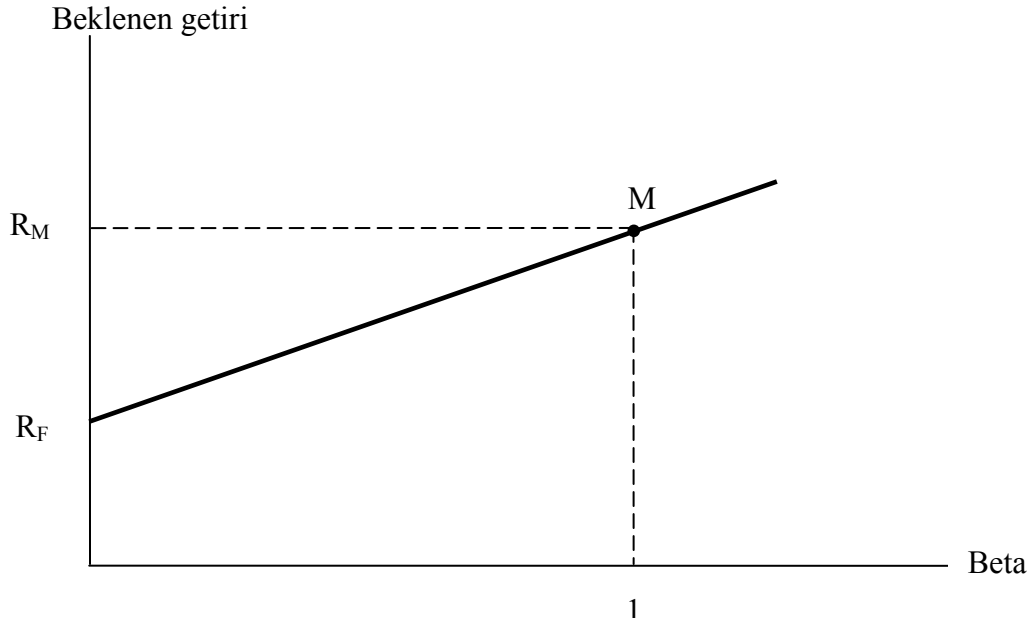
Şekil 4.3. Sermaye piyasası doğrusu ve etkin sınır

Şekildeki doğru “sermaye piyasası doğrusu” olarak adlandırılır.

Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli ile bir menkul kıymetin beklenen getirisi için denklem Eş.4.13’deki gibidir:

$$\bar{R}_i = R_F + \beta_i (\bar{R}_M - R_F) \quad (4.13)$$

Sermaye piyasası doğrusu olarak da isimlendirilen bu basit denklem, ekonomideki tüm varlıkların ve varlık portföylerinin beklenen getirisini tanımlar. Herhangi bir varlığın ya da etkin olsun ya da olmasın herhangi bir portföyün beklenen getirisi bu ilişki ile belirlenebilir. Burada $\bar{R}_M$ ve R_F sırası ile pazar portföyü getirisi ve risksiz varlığın getirisidir. Böylece, herhangi iki varlığın beklenen getirileri arasındaki ilişki, basitçe, onların betaları arasındaki farkla ilişkilendirilebilir. Herhangi bir menkul kıymet için betası ne kadar yüksekse, getirisi de o kadar artmalıdır. Beta, sistematik riskin endeksidir. Denklemden anlaşılacağı üzere, sistematik risk beklenen getirileri etkilemede önemli bir terim iken, sistematik olmayan risk bir rol oynamaz.



Şekil 4.4. Sermaye piyasası doğrusu

Sermaye piyasası doğrusu aynı zamanda menkul kıymet- portföy doğrusu olarak da isimlendirilebilir. Çünkü bu doğru menkul kıymetler için olduğu gibi portföyler için de denge getiriyi tanımlar. Doğru denkleminde getirinin riskin artan, doğrusal bir fonksiyonu olduğu görülüyor. Dahası, yalnız market riski getiriyi etkiler. Yatırımcı, çeşitlendirilebilir riski taşımak için ek bir getiri almaz. Kısıtlı varsayımlar altında uygulanabilen bu model, menkul kıymet getirilerinin davranışlarını açıklayabilir, bireysel yatırımcıların davranışlarını açıklamaz [Elton ve Gruber, 1981; Haugen, 2001].

4.4. Arbitraj Fiyatlama Modeli

SVFM’de bir finansal varlığın, beklenen getirisi ile betası arasında doğrusal bir ilişkinin varlığı ifade edilmişti. SVFM’nin deneysel kanıtlarla desteklenemiyor olması nedeniyle, alternatif olarak Arbitraj Fiyatlama Teorisi (AFT) önerilmiştir. SVFM’ye alternatif olarak makul derecede sezgisel ve yalnızca kısıtlı varsayımlar gerektiren Arbitraj Fiyatlama Teorisini Ross (1976), 1970’li yılların başlarında geliştirmiştir [Haugen, 2001].

Bu model üç temel varsayıma dayanmaktadır:

- 1) Sermaye piyasalarında tam rekabet söz konusudur.
- 2) Yatırımcılar aynı risk düzeyinde, daha fazla getiriye daha düşük getiriye tercih ederler.
- 3) Varlık getirilerini üreten stokastik süreç bir K faktör modeli olarak ifade edilir.

Bu model için önemli bir nokta, karesel fayda fonksiyonu, menkul kıymet getirilerinin normal dağılımlı olması ve tüm riskli varlıkları içeren bir pazar portföyü varsayımı gerektirmemesidir. Eş. 4.14’de model denklemi görülmektedir.

$$R_{it} = E(R_i) + b_{i1} \delta_{1t} + b_{i2} \delta_{2t} + \dots + b_{ik} \delta_{kt} + \varepsilon_{it} \quad (4.14)$$

R_{it} : i varlığının getirisi, $i = 1, 2, \dots, n$

$E(R_i)$: i varlığının beklenen getirisi

δ_j : tüm varlıklarda getiriye etkileyen faktörler, $j = 1, 2, \dots, k$

b_{ij} : i varlığının j ortak faktörüne duyarlılığı

ε_{it} : i varlığının sistematik olmayan riski

n: varlık sayısı

Ayrıca;

- $E(\delta_j) = 0, j = 1, 2, \dots, k$
- $E(\varepsilon_i) = 0, i = 1, 2, \dots, n$
- $E(\varepsilon_i \varepsilon_h) = 0, i \neq h$
- $E(\varepsilon_i^2) = \sigma_i^2 < \infty$

olduğu varsayılmaktadır.

AFT temelde sistematik risk unsurlarına dayandığından bu riskleri en iyi temsil eden değişkenler, ekonominin geneli dolayısıyla da firmalar üzerinde etkili olduğundan doğal olarak makroekonomik olmaktadır. Finans literatüründe makroekonomik değişkenlere dayanarak AFT üzerine yapılan pek çok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalarda ele alınan makroekonomik değişkenler; reel ekonomik faaliyetler, enflasyon, faiz oranları, para arzı, bütçe dengesi, döviz kurları, ödemeler dengesidir. Bu değişkenler veya türevleri ele alınarak yapılan çalışmalarda genelde AFT'yi destekleyen güçlü bulgular elde edilmiştir [Özçam, 1997].

Arbitraj Fiyatlama Teorisi'nde SVFM'nin ortalama-varyansa göre oluşmuş yapısını risk faktörleri ve bunların primleri ile değiştirilirken, piyasa portföyüne ihtiyaç duyulmamaktadır. Arbitraj Fiyatlama Teorisi, bu avantajlarına rağmen, risk faktörlerinin sayısı ve içeriği, duyarlılık ve risk primlerinin işaret ve büyüklükleri konusunda bilgi vermemektedir [Üstünel, 2000].

5. MATEMATİKSEL PROGRAMLAMA MODELLERİ İLE PORTFÖY OPTİMİZASYONU

Geleneksel portföy optimizasyonu problemi, menkul kıymetler için getiri oranı ve risk arasında makul bir tercih ile bir yatırım planı oluşturmaktır. Markowitz'in ortalama-varyans modeli, minimum riskli, belirli bir ortalama getiri oranını sağlayan portföy elde etmek için tek periyotlu statik bir modeldir. Markowitz'in çalışması temel alınarak, aynı problem için çok sayıda alternatif model önerilmiştir. Bu alternatif modellerin temel amacı, orijinal karesel programlama problemine ait hesaplama karmaşıklığının üstesinden gelmektir. Bir parçalı doğrusal yaklaşım, Ortalama Mutlak Sapma (MAD), Ağırlıklı Hedef Programlama (WGP), ve Minimax Modelleri (MM) bu modellere verilebilecek örneklerdir.

MAD modeli, Konno ve Yamazaki tarafından önerilen, riskin varyans yerine mutlak sapma ile ölçüldüğü bir doğrusal programlama modelidir. Yazarlar, getirilerin çok değişkenli normal dağılıma sahip olması durumunda modelin Markowitz modeline denk olduğu göstermişlerdir. Daha sonra, Zenios ve Kang 1993'te modeli asimetrik dağılımlar için analiz etmişler ve MAD modelinin getiriler için herhangi bir özel tip dağılıma gerek olmadığı sonucuna varmışlardır. Speranza 1993'te MAD modelini, ağırlıklı risk fonksiyonu kullanarak genelleştirmiştir. Yazar, doğrusal kombinasyondaki katsayıların uygun seçilmeleri durumunda daha yoğun denklikte bir modelin kurulabileceğini göstermiştir. Bu yayınları, daha esnek modellerin tanıtan makaleler izledi [Speranza 1996; Mansini ve Speranza 1997]. Ardından Mansini ve Speranza önceki çalışmalarını genişletmişlerdir. Daha yakın zamanlarda, Konno ve Wijayanayake ve Kellerler problemleri sabit işlem maliyetleri veya minimum işlem lotları gibi daha gerçekçi özellikleri dikkate alarak incelemişlerdir. Mansini ve Ogryczak, 2003'te çözülebilir doğrusal programlama modelleri için yeni teoriler üretmişlerdir [Kim ve ark., 2005].

5.1. MAD Modeli

MAD modeli, Markowitz'in klasik formülasyonunu, mutlak sapmayı bir risk ölçüsü olarak kullanarak basitleştiren alternatif bir metottur. Model, varyans yerine ortalama sapmayı riskin ölçüsü olarak kullanır. İki ölçü matematiksel anlamda hemen hemen denkse de, hesaplama anlamında bakıldığında aralarında önemli fark vardır. Riski varyansla ölçme yaklaşımı problemi karesel programlama problemine dönüştürürken, mutlak sapma yaklaşımı problemi doğrusal programlama problemine indirger [Konno ve Koshizuka, 2005].

Beklenen getiri ve risk, optimal portföyler için en önemli parametrelerdir. Optimal portföyleri formüle etmek için iki iyi bilinen yaklaşım; belirli bir getiri düzeyinde riski en küçük yapmak ve belirli bir risk düzeyinde getiriyi en büyük yapmaktır. Etkin portföylerin bu formülasyonlarla elde etmek zorunluluğu yoktur. Aynı risk düzeyinde daha yüksek beklenen getirili ya da aynı beklenen getiri düzeyinde daha düşük riskli etkin portföyler bulmak mümkündür [Papahristodoulou ve Dotzauer, 2004].

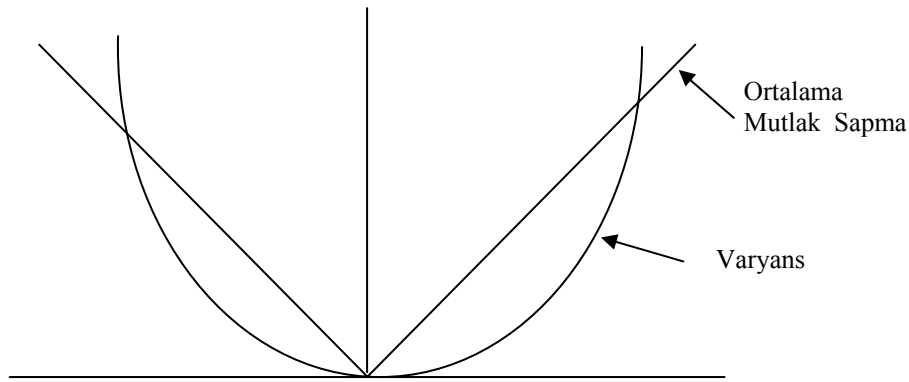
Varlık getirilerinin ortak olasılık dağılımı normal dağılım ise, portföy getirileri tek değişkenli normal dağılıma sahip olacaktır. Konno ve Yamazaki normal dağılımın ortalama mutlak sapmasının standart sapması ile orantılı olduğunu göstermişlerdir. Sonuç olarak, varlık getirilerinin ortak normalliği altında, MAD Modeli ile Markowitz Modeli aynı etkin seti vermektedir. Bu, $(R_1, R_2, \dots, R_n)$ getiri oranları, çok değişkenli normal dağılıma sahip iseler iki ölçü aynıdır. Yani $(R_1, R_2, \dots, R_n)$ getiri oranları çok değişkenli normal dağıldıklarında, $w(x)$ fonksiyonunu minimize etmenin $\sigma(x)$ fonksiyonunu minimize etmek olduğu anlamına gelmektedir [Simaan, 1997].

Ayrıca Rudolf, Wolter ve Zimmermann (1999) ortalama sapmayı minimize etmenin, riskten kaçma durumunda beklenen faydayı en büyük yapmakla denk olduğunu göstermiştir [Rudolf ve ark., 1999].

Modelde riskin ölçüsü olarak kullanılan ortalama mutlak sapma, Eş. 5.1'deki gibi tanımlanır:

$$w(x) = E \left[\left| \sum_{j=1}^n R_j x_j - E \left[\sum_{j=1}^n R_j x_j \right] \right| \right] \quad (5.1)$$

Bu fonksiyon aynı zamanda en küçük yapılacak olan amaç fonksiyonudur .



Şekil 5.1. Varyans ve ortalama mutlak sapmanın geometrik gösterimi

Modelin amaç fonksiyonu ve kısıtları şöyledir:

$$\text{minimize } w(x) = E \left[\left| \sum_{j=1}^n R_j x_j - E \left[\sum_{j=1}^n R_j x_j \right] \right| \right]$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n E(R_j) x_j \geq \theta M_0 \\ & \sum_{j=1}^n x_j = M_0 \\ & 0 \leq x_j \leq u_j \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

R_j : rasgele değişken, S_j varlığının getiri oranı

x_j : M_0 toplam paradan, S_j varlığına yatırılacak olan para miktarı

u_j : S_j varlığına yatırılacak maksimum para miktarı

θ : yatırımcının istediği en az getiri oranı

M_0 : yatırım yapılacak toplam para miktarı

r_{jt} : t zaman periyodu ($t=1, \dots, T$) için getiri oranıdır ve bu getiri oranının zaman bağlı verilerden veya bazı gelecek ile ilgili tahminlerden elde edilebilir olduğu varsayılır. Ayrıca, rasgele değişkenin beklenen değerinin bu verilerden elde edilen ortalamaya yakınsayacağı da varsayılır.

$$r_j = E(R_j) = \sum_{t=1}^T r_{jt} / T$$

olmak üzere, $w(x)$ ise Eş.5.2'deki gibi yakınsatılır;

$$E \left[\left| \sum_{j=1}^n R_j x_j - E \left[\sum_{j=1}^n R_j x_j \right] \right| \right] = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{j=1}^n (r_{jt} - r_j) x_j \right| \quad (5.2)$$

$a_{jt} = r_{jt} - r_j$, $j = 1, \dots, n$, $t = 1, \dots, T$ olsun.

Bu durumda problem aşağıdaki en küçükleme problemine dönüşür:

$$\text{minimize } w(x) = \sum_{t=1}^T \left| \sum_{j=1}^n a_{jt} x_j \right| / T$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0$$

$$0 \leq x_j \leq u_j \quad j = 1, \dots, n$$

Bu model bir doğrusal programlama modeline denktir:

$$\begin{aligned}
 \text{minimize } w(x) &= \sum_{t=1}^T y_t / T \\
 \text{s.t. } y_t + \sum_{j=1}^n a_{jt} x_j &\geq 0, \quad t = 1, \dots, T \\
 y_t - \sum_{j=1}^n a_{jt} x_j &\geq 0, \quad t = 1, \dots, T \\
 \sum_{j=1}^n r_j x_j &\geq \rho M_0 \\
 \sum_{j=1}^n x_j &= M_0 \\
 0 \leq x_j &\leq u_j \quad j = 1, \dots, n
 \end{aligned}$$

[Konno ve Yamazaki, 1991; Konno ve Koshizuka, 2005].

Bu modelin bazı avantajları şunlardır:

- Modeli kurmak için varyans-kovaryans matrisi hesaplanmak zorunda değildir. Ayrıca, yeni veri eklendiğinde, modeli güncellemek oldukça kolaydır.
- Doğrusal bir programı çözmek diğerlerine göre daha kolaydır. Ayrıca modelde içerilen menkul kıymet sayısı ne olursa olsun, fonksiyonel kısıtların sayısı sabit kalır, böylece binden fazla varlık için problem çözülebilir [Konno ve Yamazaki, 1991].
- MAD modeli, getiriler için herhangi bir dağılım varsayımı gerektirmez [Mansini ve ark., 2003].

- Optimal çözüm $2T+2$ den daha fazla menkul kıymet içeremez. Bu nedenle portföydeki varlık sayısını kısıtlamak istediğimizde, T kontrol değişkeni olarak kullanılabilir .
- Bütün mümkün menkul kıymetler, aynı periyot boyunca negatif getiri getirirler bile her zaman çözüm vardır.
- Sabit veya değişken maliyetler dikkate alındığı durumlarda model, bir tamsayılı doğrusal programlama modeli olarak yeniden formüle edilebilir [Papahristodoulou ve Dotzuer, 2004].
- Ortalama sapma zarar riskinin bir ölçüsü olarak düşünüldüğünde, MAD Modeli zarar riski modeli gibi daha özel bir modele dönüşebilme avantajına sahiptir.
- MAD Modelinin etkin sınırındaki en optimal çözümü, getirilerin dağılımı nasıl olursa olsun beklenen faydayı en büyük yapma prensibini sağlar [Yu ve ark., 2006].

Simaan, 1997 yılında yayınlanan makalesinde MAD Modelinin avantaj ve dezavantajlarını ele almıştır. Simaan tersi bir bakış açısı ile varyans-kovaryans matrisini görmezden gelmenin faydasından daha önemli büyük tahmin risklerine yol açtığını göstermiştir.

5.2. Hedef Programlama Modeli

Hedef Programlama, çok amaçlı yöntemler içerisinde uygulama yaygınlığı açısından en popüler algoritmalarından biridir. Oldukça basit bir mantığı ve diğer çok amaçlı algoritmaların aksine temel matematik bilgisiyle çözülebilir olması nedeniyle hem akademik çalışmalarda hem de endüstriyel çalışmalarda rağbet gören bir teknik olarak bilinmektedir.

Ağırlıklı hedef programlama (WGP), her bir amaca karar vericinin algıladığı önemine göre ağırlıklar verir ve ağırlıklar toplamını minimize eder. Minimize edilmesi gerekmeyen sapmalara sıfır ağırlık verilir (örneğin, portföyün beklenen getiri amacından pozitif sapmalar).

Tamiz ve ark. (1996), yayınlarında menkul kıymet getirilerinin bir faktör modelini kullanarak, portföy riskini, portföyün faktör duyarlılıklarının belirlenen hedeften mutlak sapmalarının toplamı ile ölçmüştür. Menkul kıymetin özel risklerini çeşitlendirmek için eldeki toplam varlığa, modele girmesine izin verilen her endüstri sektörü için kısıt uygulamışlardır.

Ağırlıklı Hedef Programlama modelinde amaç, portföy riskini minimize etmek ve beklenen getiriyi maksimize etmektir. Bu modelde belirli bir risk ölçüsü belirlenmemiştir. Risk ölçüsünün üzerindeki tek kısıt olan portföy riski, menkul kıymetlerin bir doğrusal bileşenidir.

Modelin parametre ve karar değişkenleri şöyledir:

W_1 : hedefin altında portföy getirisindeki açığa satış (shortfalls) ile ilgili pozitif ceza (penalty) ağırlığı

W_2 : hedefteki portföy riskindeki fazlalıkla ilgili pozitif ceza ağırlığı

$Risk_p$: portföy riski

$Risk_i$: i menkul kıymetinin riski

n_1 : portföy getirisinin hedef düzeyinden negatif sapması

p_1 : portföy getirisinin hedef düzeyinden pozitif sapması

n_2 : hedef risk düzeyinden negatif sapma

p_2 : hedef risk düzeyinden pozitif sapma

Ağırlıklı hedef programlama modelinin amaç fonksiyonu ve kısıtları şöyledir:

$$\begin{aligned}
 \min Z_{WGP} &= W_1 n_1 + W_2 p_2 \\
 \text{s.t.} \quad &\sum_{j=1}^n x_j r_j + n_1 - p_1 = \theta \\
 &\sum_{j=1}^n \text{Risk}_i x_j + n_2 - p_2 = \text{Risk}_p \\
 &\sum_{j=1}^n x_j = 1 \\
 &n_1, n_2, p_1, p_2 \geq 0 \\
 &x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n
 \end{aligned}$$

Amaç fonksiyonu, ayrı ayrı hedeflerine göre fazla riski ve eksik getiriye cezalandırarak riski minimize ve getiriye maksimize etmeyi hedeflemektedir. Riskin düşük düzeyleri ve getirinin yüksek düzeyleri cezalandırılmamaktadır. Getirideki eksikler ve riskteki fazlalıklar sırasıyla 1. ve 2. kısıtlarda belirlenmektedir [Satchell ve Scowcroft, 2003].

5.3. Minimax Model

Minimax Modeli'ni Young (1998), zaman bağlı getiri verilerine dayanarak portföy seçme konusunda yeni bir model olarak öne sürmüştür. Bu yöntemle göre optimal portföy, bir basit doğrusal programlama probleminin çözümü ile bulunmaktadır. Bu yöntem, risk ölçüsü olarak varyans yerine minimum getiriye kullanmıştır. Prosedür; verilen bir getiri düzeyi için bütün geçmiş gözlemler üzerinden maksimum kaybı minimize eden portföyü seçmektir [Satchell ve Scowcroft, 2003].

Minimax optimal portföy, maksimum kaybın tüm geçmiş zamana bağlı periyotlar için tüm gözlenen zaman periyotları boyunca kabul edilebilir minimum ortalama getiri üzerine konan bir kısıta göre en küçükleyen portföydür. Bu prensip, getirilerin çok değişkenli normal dağılıma yakınsayan örnek dağılımına sahip olması

durumunda Markowitz'in ortalama-varyans seçimlerine benzer portföy seçimleri ile sonuçlanır [Young, 1988].

Minimax Portföy Seçim Kuralı

T zaman periyodunda, n menkul kıymet için veri gözlemlendiğini varsayalım.

r_{jt} : j menkul kıymetinin t zaman periyodundaki getirisi

$\bar{r}_j$: j menkul kıymetinin ortalama getirisi, $\bar{r}_j = \sum_{t=1}^T r_{jt} / T$

r_{pt} : t zaman periyodunda portföyün getirisi, $r_{pt} = \sum_{j=1}^n w_j r_{jt}$

E_p : portföyün ortalama getirisi, $E_p = \sum_{j=1}^n w_j \bar{r}_j$

M_p : portföyün minimum getirisi, $M_p = \min_t r_{pt}$

w_j : j menkul kıymetinin portföyde bulunma payı

Minimax portföyü, E_p 'nin minimum bir G düzeyini aşması ve portföyde bulunma payları toplamı W gibi toplam para miktarını aşmaması kısıtlarına göre M_p değerini maksimize eden portföydür. Diğer bir deyişle, Minimax portföyü, maksimum kaybı minimum yapan veya alternatif olarak minimum kazancı maksimum yapan portföydür.

Minimax Modelin amaç fonksiyonu ve kısıtları şöyledir:

$$\text{Max } M_p$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } \quad & \sum_{j=1}^n w_j r_{jt} - M_p \geq 0 \\ & \sum_{j=1}^n w_j \bar{r}_j \geq G \\ & \sum_{j=1}^n w_j \leq W \\ & w_j \geq 0, j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Bu programda ilk kısıt, M_p 'yi minimum portföy getirisi ile sınırlar.

Buna denk bir formülasyon da beklenen getiriyi, her gözlem periyodu için portföy getirisinin bazı H eşik değerini aşması kısıtına göre maksimize etmeyi amaçlar.

$$\begin{aligned} \text{Max}_w E &= \sum_{j=1}^n w_j \bar{r}_j \\ \text{s.t. } \quad & \sum_{j=1}^n w_j r_{jt} \geq H, t = 1, \dots, T \\ & \sum_{j=1}^n w_j \leq W \\ & w_j \geq 0, j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

[Young, 1998; Satchell ve Scowcroft, 2003].

6. DURAĞAN PORTFÖY ANALİZİ

6.1. Menkul Kıymet Fiyatlarının Davranışı

Ekonomistler arasında menkul kıymet piyasaları gibi spekülâtif marketlerdeki fiyat hareketlerinin rasgele yürüyüş modeline uyduğu düşüncesi geleneksel bir durumdur. Rasgele yürüyüş teorisi: fiyat değişimlerinin bağımsız rasgele değişkenler olduğu ve fiyat değişimleri bir olasılık dağılımına uyduğu varsayımlarına dayanmaktadır. Orijinal olarak, bu değişimlerin dağılımının yaklaşık olarak normal olduğu varsayılmaktaydı. Ardından log fiyat değişimlerinin normal dağıldığı varsayıldı. Mandelbrot ve Fama, log fiyat değişimlerinin normal dağılımdan farklılaştığını ve normal olmayan durağan dağılımlara uyduğunu göstermişlerdir [Leitch ve Paulson, 1975].

Mandelbrot'un temel iddiası, fiyat değişimlerinin deneysel dağılımlarında genellikle pozitif basıklık gözlemlenmektedir. Kendall ve Moore'un sonuçlarının yanı sıra Alexander Osborne'un kesitsel verisinin normallik hipotezlerini desteklemediğini belirtmiştir. Cootneri deneysel dağılımların uzun kuyruklarını açıklamak üzere bir teori geliştirmiştir. Son olarak Mandelbrot, deneysel pozitif basıklığı kanıtlamak için başka örnekler göstermiştir [Fama, 1963].

Bu probleme klasik yaklaşım, aşırı değerlerin gözlemlerin çoğunluğundan farklı bir mekanizma tarafından üretildiğini varsaymak şeklindeydi. Büyük gözlemler için rastlantısal açıklamalar bulmaya çalışılır ve veriye uygulanan herhangi bir testten bu gözlemlerin çıkarılması makul bir hale gelirdi. Ancak, yatırımcılar yatırımlarını yapmadan önce büyük fiyat değişimlerinin olma ihtimalini göz ardı etmeyip, yatırım kararı verdiğinde bu değişimlerin kendi serveti üzerindeki etkilerini değerlendirmelidir.

Mandelbrot, aykırı gözlemler çok sayıda olduğunda onları verinin dışında tutmanın, kalan veriye uygulanan herhangi bir testin anlamlılığını önemli derecede azaltacağını

düşünmekteydi. Olasılık dağılımları verinin ana bölümünü temsil ettiği gibi büyük gözlemleri de temsil ettiğinden, bu dışarıda tutma süreci eleştiri konusu olmuştur. İlgili dağılımlar Mandelbrot'un *durağan Paretian* olarak isimlendirdiği şimdilerde sadece *durağan* denilen özel bir sınıfın üyeleridir [Fama, 1963, 1965].

Fama (1965), menkul kıymet getirilerinin durağan dağılımlar bağlamında incelendiği ilk detaylı çalışmayı yapmıştır. Fama, aylık getirilerin dağılımının durağan dağılımlar sınıfının normal olmayan bir üyesine uyduğu sonucuna varmıştır. Blume ise, Market modeli ile tahmin edilen aylık artıkların dağılımlarını incelemiş ve sonuçları Fama'nın çalışmasıyla uyumlu bulmuştur. Daha yakın zamanda Teichmoeller (1971), günlük getiriler için dağılımı incelemiştir. Ve dağılımın durağan sınıfın bir normal olmayan üyesine ait olduğunu ancak Fama ve Blume tarafından bulunan dağılımdan daha kalın kuyruklu (daha küçük karakteristik üsse sahip) olduğunu ileri sürmüştür [Officer, 1972].

Herhangi bir menkul kıymetin geçmişteki fiyatları kullanılarak gelecek fiyatının anlamlı bir tahmininin ne derecede yapılabileceği akademik ve iş çevreleri arasında uzun yıllardır süregelen bir tartışma konusudur. Bu sorunun cevapları bir taraftan çeşitli menkul kıymet analistleri bir taraftan da rasgele yürüyüş teorisi tarafından verilmektedir.

Bir çok menkul kıymet analisti farklı teoriler öne sürmelerine rağmen, hepsinin temel varsayımı aynıdır. Bütün menkul kıymet analistleri, menkul kıymet fiyatının geçmiş hareketlerinin gelecek hareketleri için zengin bilgi içerdiğini varsayarlar. Geçmiş fiyat hareketleri yapısı gelecekte tekrarlanma eğilimindedir, bu anlamda tarih kendini tekrar eder. Böylece, eğer fiyat grafikleri dikkatli incelenir, fiyat hareketi yapısı iyi anlaşılırsa gelecek hareketler kestirilebilir ve beklenen kazanç artırılabilir [Fama, 1965].

Bu yaklaşımın tersine, rasgele yürüyüş teorisi menkul kıymet fiyat düzeylerinin gelecekte izleyeceği yönün, bir rasgele sayılar setinin yönünden daha fazla tahmin

edilebilir olmadığını iddia eder. Teori, istatistiksel terimlerle ifade edilecek olunursa, ardışık fiyat değişiklikleri bağımsız, aynı dağılımlı rasgele değişkenlerdir. Daha basit olarak teori, fiyat değişikliklerinin hafızası olmadığını, geçmişin, geleceği tahmin etmede kullanılamayacağını ifade eder.

6.2. Durağan Dağılımlar

Durağan dağılımlar, olasılık dağılımlarının çarpıklık ve kalın kuyruklara olanak tanıyan ve birçok cazip matematiksel özelliklere sahip zengin bir sınıftır. Bu sınıfı 1920’lerde Paul Levy, bağımsız ve aynı dağılımlı dağılan terimlerin toplamlarıyla ilgili çalışmasında tanımlamıştır. Durağan dağılımlar, özellikle birçok ilginç niceliğin rasgele değişkenlerin toplamı şeklinde ifade edildiği ekonomide olmak üzere veri modelleri olarak yaygın olarak kullanılmaktadır. Durağan dağılımlar, birçok uygulama alanında ilgi konusu olmuştur. Örneğin, Holtsmark, astronomide yerçekimiyle ilgili alanları modellemede durağan dağılımları uygulamıştır. Ayrıca, ticaret ve ekonomide spekülasyon menkul kıymetlerin fiyat değişimleriyle ilgili olasılık kuralları için bir model elde etme sürecinde de kullanılmaları önerilmiştir [Press, 1972a] .

Durağan sınıfın birkaç üyesi dışında, yoğunluk ve dağılım fonksiyonlarının kapalı formunun olmayışı deneysel çalışmalarda bir güçlük olarak araştırmacıların karşısına çıkmaktadır [Fama ve Roll, 1971]. Ancak durağan dağılımların yoğunluk ve dağılım fonksiyonlarını ve çeyrekliklerini hesaplayan güvenilir bilgisayar programları mevcuttur ve bu programlarla birçok pratik problem için durağan model kullanmak mümkün olmaktadır [Nolan, 2005].

Durağanlık kuralları, analitik bağımsız ve aynı dağılımlı rasgele değişkenlerin toplamları için tek mümkün limit kuralları olması bakımından büyük öneme sahiptir. Dağılımların durağan ailesi, ticaret, ekonomi ve davranışsal biyoloji, fizik ve sosyal bilimlerde uygulamalarında artan bir ilgiyle kullanılmaktadır.

Önceleri, kuyruklara uzak birtakım gözlemlerin aykırı değer olarak çıkarılması nedeniyle birçok sürecin yaklaşık normal oldukları düşünülürdü. Ancak, bütün gözlemler ele tutulduğunda birçok süreçte kuyruklarda normal dağılımdan daha fazla olasılık kümelenir. Bu tür kalın kuyruk davranışı, durağan normal olmayan dağılımların ve diğer bazı dağılımların tipik özelliğidir. Sürecin davranışının durağan dağılım ile açıklanmasının avantajı, değişkenlerin doğrusal bileşenlerinin durağan dağılım varsayımı altında analiz edilmesinin daha kolay olmasıdır (bu her zaman geçerli değildir). Birkaç tane bağımsız durağan değişken söz konusu olduğunda çok değişkenli durağan dağılımlar gerekmektedir [Press,1972b].

Durağanlık

6.1.Tanım

Eğer $b_1 > 0, b_2 > 0$ ve c_1, c_2 gerçek sayıları için

$$F\left(\frac{x-c_1}{b_1}\right) * F\left(\frac{x-c_2}{b_2}\right) = F\left(\frac{x-c}{b}\right) \quad (6.1)$$

Eş. 6.1'i sağlayan b pozitif sayısı ve bir gerçek sayı c var ise, $F(x)$ dağılım fonksiyonu durağandır denir. Burada $*$ işlemi konvolüsyon işlemidir. Genelde eğer F_1 ve F_2 , f_1, f_2 yoğunluklu sürekli birikimli dağılım fonksiyonları iseler, konvolüsyonları Eş. 6.2'deki gibi ifade edilir ve Eş. 6.3'deki gibi tanımlanır.

$$F(x) = F_1(x) * F_2(x) \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} F_1(x-t) f_2(t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} F_2(x-t) f_1(t) dt \end{aligned} \quad (6.3)$$

Bu tanım, 6.2. tanımı ile denktir:

6.2. Tanım

F birikimli dağılım fonksiyonuna sahip X ve Y bağımsız olsunlar. Her $b_1 > 0, b_2 > 0$ çifti için, $Z \equiv (b_1 X + b_2 Y + c)/b_3$ de yine aynı F birikimli dağılım fonksiyonuna sahip olacak şekilde bir $b_3 > 0$ ve bir c var ise, F durağandır.

Her iki tanıma göre de, bağımsız ve aynı dağılımlı rasgele değişkenlerin doğrusal fonksiyonlarının toplamı yine aynı dağılım ailesine ait ise, bu aile durağandır denir. Örneğin, normal dağılım bu özelliği sağlamaktadır, dolayısıyla durağan ailenin bir üyesidir [Press, 1972b].

6.3. Tanım

Aynı dağılımlı X_1 ve X_2 rasgele değişkenlerinin dağılımı ancak ve ancak herhangi pozitif a ve b sabitleri için

$$a X_1 + b X_2 \stackrel{d}{=} c X_1 + d \quad (6.4)$$

Eş. 6.4'ü sağlayan bir pozitif c ve bir $d \in \mathbb{R}$ varsa, durağan dağılım ailesine aittir denir.

($\stackrel{d}{=}$ sembolü, dağılımda denklik anlamına gelir yani her iki ifade aynı olasılık kuralına sahiptir.)

6.4. Tanım

Aynı dağılımlı $X_1, X_2, \dots, X_n$ rasgele değişkenlerinin dağılımı ancak ve ancak herhangi $n \geq 2$ için

$$X_1 + \dots + X_n \stackrel{d}{=} c_n X_1 + d_n \quad (6.5)$$

Eş. 6.5'i sağlayan bir pozitif c_n ve bir $d_n \in \mathbb{R}$ varsa, durağan dağılım ailesine aittir denir [Zolotarev, 1986]. Zolotarev (1986) bu tanımlamalarında değişkenlerin bağımsızlığı hakkında bir açıklama yapmamıştır.

6.5. Tanım

Eğer bağımsız, aynı dağılımlı rasgele değişkenlerin toplamı bir limit dağılımına sahipse, bu limit dağılımı durağan sınıfın bir üyesidir [Fama ve Roll, 1968].

Temel Özellikler

α - durağan, durağan Pareto ya da Levy durağan olarak da isimlendirilen durağan dağılımlar, Levy tarafından bağımsız rasgele değişkenlerin toplamalarının davranışları hakkında yaptığı araştırmalar sırasında tanıtılmıştır. α - durağan dağılıma sahip, α indeksli iki bağımsız rasgele değişkenin toplamı, yine aynı α indeksli, α -durağan dağılıma sahiptir. Ancak bu değişmezlik özelliği, farklı α lar için sağlanmaz.

α -durağan dağılımları tanımlayabilmek için dört parametre gereklidir: Bu parametreler: durağanlık indeksi, karakteristik üs veya kuyruk indeksi $\alpha \in (0, 2]$, çarpıklık parametresi veya indeksi, $\beta \in [-1, 1]$, ölçü parametresi $\gamma > 0$, konum parametresi $\delta \in \mathbb{R}$ dir. σ ve μ sembolleri (bu semboller yalnızca standart sapma ve ortalama için kullanılacaktır) ile karışmaması bakımından, ölçü parametresi için γ , konum parametresi için ise δ kullanılmıştır. Karakteristik üs α , dağılımın kuyruklarının inceme oranını belirler. $\alpha = 2$ olduğunda, dağılım normal dağılımdır. $\alpha < 2$ iken, varyans sonsuzdur. $\alpha > 1$ iken, dağılımın ortalaması mevcuttur ve δ 'ya eşittir. Çarpıklık parametresi β pozitifken dağılım sağa çarpıktır yani sağ kuyruk daha kalındır. β negatif iken ise dağılım sola çarpıktır. $\beta = 0$ olduğunda dağılım δ etrafında simetriktir. Son iki parametre, γ ve δ , alışlagelmiş ölçek ve konum parametreleridir ve γ genişliği belirlerken, δ dağılımın modunun (tepesinin) kaymasını belirler. $\gamma = 1$ ve $\delta = 0$ olduğunda, dağılıma standart durağan dağılım

denir. Genellikle $\gamma > 0$ olmakla birlikte, bazen δ da yoğunlaşan dejenere bir dağılımı ifade etmek için $\gamma = 0$ kullanılır. α ve β , dağılımın formunu belirlediğinden, bu parametreler biçim parametreleri olarak düşünülebilir [Rozelle ve Fielitz, 1980].

Durağan dağılımlar için çeşitli parametre tahmin yöntemleri önerilmiştir. Kuyruk İndeksi Tahmini Yöntemi, Fama-Roll Tahmin Yöntemi, En Çok Olabilirlik Yöntemi, Yüzdelik Tahmini Yöntemleri, Karakteristik Fonksiyon Yaklaşımı kullanan yöntemler bu yöntemlere örnek olarak verilebilir.

6.2.1. Tek değişkenli durağan dağılımlar

Durağan dağılımlar süreklidirler ve yoğunluk fonksiyonları vardır. Ancak bu olasılık yoğunluk fonksiyonları genellikle sonsuz seriler biçiminde ifade edilirler. Bu nedenle durağan dağılımları karakteristik fonksiyonları ile ifade etmek daha uygun olmaktadır.

Genel bir durağan dağılımı tanımlayan dört parametre vardır. Bunlar:

α : durağanlık indeksi veya karakteristik üs, $\alpha \in (0, 2]$,

β : çarpıklık parametresi veya indeksi, $\beta \in [-1, 1]$,

γ : ölçü parametresi, $\gamma \geq 0$,

δ : konum parametresi, $(-\infty, \infty)$ dır.

Durağan dağılıma sahip bir x rasgele değişkeni için karakteristik fonksiyon Eş.6.6'daki gibi ifade edilir:

$$\phi_x(t) = E(e^{itx}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} f(x) dx \quad (6.6)$$

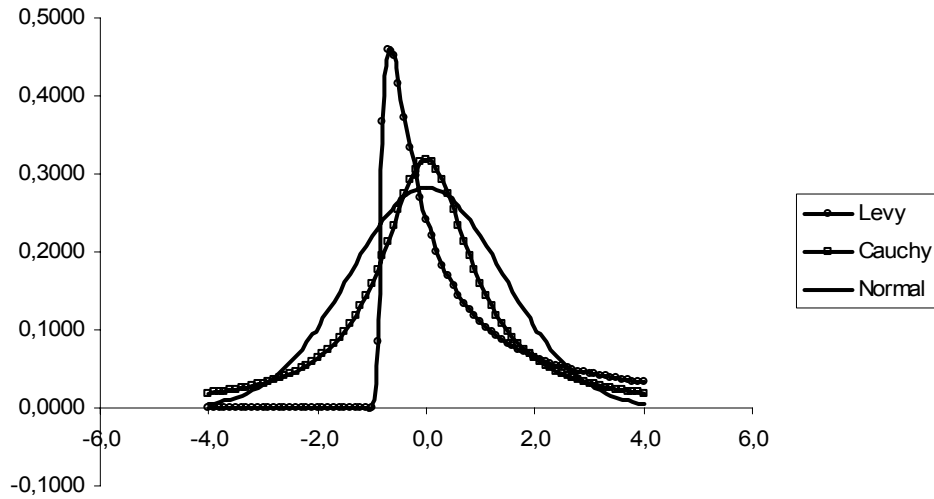
$\phi_x(t)$ yalnız ve yalnız Eş. 6.7'deki biçimde ifade edilebiliyorsa durağandır.

$$\log \phi_x(t) = i\delta t - \gamma |t|^\alpha \left[1 + \beta \frac{t}{|t|} w(t, \alpha) \right] \quad (6.7)$$

$$w(t, \alpha) = \begin{cases} \tan \frac{\pi\alpha}{2}, & \alpha \neq 1 \text{ için} \\ \frac{2}{\pi} \log |t|, & \alpha = 1 \text{ için} \end{cases} \quad (6.8)$$

[Press, 1972].

$\alpha = 1$ ve $\beta = 0$ iken Cauchy Dağılımı, $\alpha = 1/2$ ve $\beta = 1$ iken Levy Dağılımı, $\alpha = 2$ ve $\beta = 0$ iken, δ ortalamalı, 2γ varyanslı normal dağılım elde edilir.



Şekil 6.1. Standart Normal $N(0,1)$, Cauchy $(1,0)$, Levy $(1,0)$ yoğunluklarının şekilleri

Durağan dağılımlara ait özellikler aşağıda verilmiştir:

- $0 < \alpha \leq 1$ için durağan ailenin birinci veya daha yüksek dereceden momentleri mevcut değildir.
- $1 < \alpha \leq 2$ için durağan dağılımlar birinci momente ve $\delta < \alpha$ için δ . dereceden momentlere sahiptir.
- Durağan dağılıma sahip rasgele değişkenler ancak $\beta = -1$, $\alpha < 1$ ve $\delta \geq 0$ olduğunda pozitifler.
- Tüm durağan dağılımlar tek tepelidirler [Üstünel, 2000].

6.2.2. Çok değişkenli durağan dağılımlar

Levy, tek değişkenli durağan dağılımları çok değişkenli durağan dağılımlara genişletmiş ve p boyutlu bir vektör için çok değişkenli durağan dağılıma ait karakteristik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlamıştır:

Y , $p \times 1$ boyutlu bir vektör, $f(y)$ Y 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonu olmak üzere, Y 'nin karakteristik fonksiyonu Eş. 6.9'daki gibi olur.

$$\begin{aligned}\phi_Y(t) &= \phi_Y(t_1, \dots, t_p) = E(e^{it^T Y}) \\ &= E\left(\exp i \sum_{j=1}^p (t_j Y_j)\right) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{it^T y} f(y) dy\end{aligned}\tag{6.9}$$

Logaritmik karakteristik fonksiyon ise Eş.6.10'da verilmiştir.

$$\begin{aligned}\log \phi_Y(t) &= \log \phi_{Y_1 \dots Y_p}(t_1, \dots, t_p) \\ &= ia(t) - \gamma(t) [1 + i\beta(t) w(1, \alpha)]\end{aligned}\tag{6.10}$$

Ayrıca her u skaler sayısı için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir:

$$1) \gamma(t_1 u, \dots, t_p u) = |u|^\alpha \gamma(t_1, \dots, t_p), \quad \gamma > 0$$

$$2) \beta(t_1 u, \dots, t_p u) = \frac{u}{|u|} \beta(t_1, \dots, t_p), \quad -1 < \beta < 1$$

$$3) a(t_1 u, \dots, t_p u) = a(t_1, \dots, t_p) - \gamma(t_1, \dots, t_p) \beta(t_1, \dots, t_p) |u|^\alpha \frac{u}{|u|} [w(u, \alpha) - w(1, \alpha)]$$

Çok değişkenli durağan dağılımlar ancak $\beta(t) = \beta(t_1, \dots, t_p) = 0$ olduğunda çok değişkenli simetrik durağan dağılıma dönüşürler [Üstünel, 2000].

Simetrik, normal olmayan durağan dağılımların normal dağılımla karşılaştırıldıklarında en ayırt edici özelliği tepe noktasının olmaması ve kalın kuyruklardır. Durağan dağılımların tepe noktasızlık ve kuyrukların kalınlık derecesini ölçen parametre (characteristic exponent) karakteristik üstür (α) [Officer, 1972].

6. 3. Durağan Portföy Analizi

Rasgele yürüyüş teorisi iki varsayıma dayanır; 1) Bir menkul kıymetin ardışık fiyat değişiklikleri bağımsızdır ve 2) Fiyat değişiklikleri bir olasılık dağılımına uyar. Ardışık fiyat değişiklikleri bağımsız olmadıklarında teori geçerli değildir. Dağılımla ilgili bütün varsayım ise fiyat değişikliklerinin bir olasılık dağılımına uyduğudur. Genel rasgele yürüyüş teorisinde, dağılımın şeklinin belirlenmesi şart değildir. Dolayısıyla, fiyat değişikliklerini üreten süreci doğru tanımladığı sürece, herhangi bir dağılım teorisi ile tutarlıdır.

Bu noktadan hareketle, yatırımcı için fiyat değişikliklerinin dağılımının şeklinin belirlenmesi oldukça faydalıdır. Genelde, yatırımın risk düzeyini belirlemede dağılımın biçimi en önemli faktördür. Örneğin, fiyat değişimleri için iki farklı mümkün dağılım aynı ortalamaya ve beklenen fiyat değişimine sahip olabilmesine rağmen, çok büyük değişikliklerin olması olasılığı birinde diğerinden fazla olabilir.

Fiyat değişimlerinin dağılımının biçimi, kuramsal anlamda da önemlidir. Çünkü, bu sayede fiyat değişimlerini üreten sürecin yapısı ile ilgili betimsel bilgi sağlanmış olur. Örneğin, eğer büyük fiyat değişimleri oldukça sık gerçekleşiyorsa, fiyat değişimlerinin kaynağı olan ekonomik yapıda da sık ve ani değişiklikler beklenir. Sonuç olarak, fiyat değişimlerinin dağılımının biçimi bu alanda deneysel çalışma yapmak isteyen herkes için önemli bir bilgidir. İstatistiksel bir aracın gücü genellikle uygulanan verinin tipi ile yakından ilişkilidir [Fama, 1965].

Geçmiş getirilerin gelecek performansı yansıtmak zorunda olmadığı uyarısına pek çok yerde rastlamak mümkündür. Ancak, bir market verisinin istatistiksel analizi için en temel gereksinim, verinin zaman içinde durağan kalan bazı istatistiksel özelliklerin varlığıdır, aksi halde onları tanımlamaya çalışmak anlamsızdır. Getiri sürecinin zaman içinde istatistiksel özelliklerinin değişmezliği ise durağanlık hipotezine karşılık gelir.

Normal dağılım, doğada karşılaşılan rasgele olaylar için neredeyse genel bir kural olmasına rağmen, özellikle mühendislik ve sosyal sistemlerde dağılımı normal dağılımdan daha kalın kuyruklu çok sayıda belli başlı olay vardır. Durağan dağılımlar, kalın kuyruk ve çarpıklık özelliklerini barındırırken bir yandan da normal dağılımın cazip özelliklerini taşırlar. Durağan modelin bir cazip özelliği de durağanlık özelliğidir ki bu durağan dağılımların bağımsız ve aynı dağılımlı durağan rasgele değişkenlerin toplamı altında kapalı olması anlamına gelir. Fizikte, mühendislikte, sinyal işleme ve istatistik alanlarında durağan dağılımın pratik uygulamaları görülebilir. Ancak, durağan dağılımın üne kavuştuğu en önemli alan finans olmuştur.

Mandelbrot'un (1963, 1967) ve Fama'nın (1963,1965) temel çalışmaları, finansal varlıkların deneysel dağılımlarına olan ilgiyi başlatmıştır.1960'lı yılların başında Mandelbrot varlık getirilerinin dağılımlarını modellemede normal dağılımın yetersizliğine ve getiri dağılımlarının kalın kuyruk özelliğine işaret etmiştir. Bundan sonra, fiyat değişimlerinin dağılımının Gaussian olmayan özelliği çeşitli market verilerinde sık sık gözlenmiştir. Normal dağılımdan sapmayı ölçmenin bir yolu

dağılımın basıklığını göz önüne almaktır. Gaussian dağılım için basıklık $\kappa = 0$ dır ve κ nın pozitif değerler alması kalın kuyruk olduğunu gösterir. Yapılan deneysel çalışmalarda varlık fiyatlarının artışlarının basıklığının Gaussian değerinden uzak olduğu gözlenmiştir. Örneğin; T=5 dakika için, dolar/İsviçre frangı döviz kuru için $\kappa \cong 60$, S&P 500 endeksi için $\kappa = 16$, dolar/Alman markı döviz kuru için $\kappa \cong 74$ olarak bulunmuştur [Cont, 2001].

Türkiye’de ise İMKB verileri için Üstünel’in (2000) yapmış olduğu çalışmada durağan portföy analizinin İMKB’ye başarıyla uygulanabileceği gösterilmiştir.

Çizelge 6.1. Dakikalık fiyat artışları için betimsel istatistikler

Veri	μ / σ	Çarpıklık	Basıklık
S&P 500	0.003	-0.4	15.95
dolar/Alman markı	0.002	-0.11	74
dolar/İsviçre frangı	0.002	-0.1	60

Bu özellikler getirilerin dağılımını belirlemeye ve dağılım seçimi için önemli bir sınır belirlemeye yeterli değildir. Menkul kıymet getirileri ve fiyat değişimlerinin dağılımına uygun fonksiyonel biçimi bulmak oldukça popüler oldu ve literatürde çok sayıda parametrik model önerildi. Normal dağılımla başlayan, durağan dağılımlar, Student dağılımı, üstel kesik durağan dağılımlar, hiperbolik dağılımlar bu parametrik dağılımlardan bazılarıdır.

Officer (1972) çalışmasında, 1926-1968 yılları arasında 39 menkul kıymetin aylık getirilerinin dağılımı üzerine çalışmış ve şu sonuçlara ulaşmıştır: 1) Aylık getirileri tanımlamak için bir durağan dağılım kullanıldığında, bir yakınsama olarak portföylerin karakteristik üslerini yaklaşık olarak menkul kıymetlerinki ile aynı olduğunu varsaymak mümkündür. 2) Aylık menkul kıymetlerin, durağan bir dağılımın savaş sonrası karakteristik üssü 1,8 ve savaş öncesi karakteristik üssü 1,5 varsaymak uygundur. 3) Menkul kıymetlerin aylık getirileri durağan iken günlük getiriler için durağanlık sağlanmamıştır.

Deneysel çalışmalar sonucunda, bir parametrik modelin marjinal dağılımların bütün bu özelliklerini başarıyla temsil etmesi için en az dört tane parametreye sahip olması gerektiği sonucuna varılır. Bu parametreler; bir konum parametresi, bir ölçü (oynaklık) parametresi, kuyrukların zayıflığını gösteren bir parametre, sol ve sağ kuyrukların farklı davranışlarına olanak veren asimetri parametresidir [Cont,2001].

Geleneksel, belli başlı market teorileri birbirini izleyen fiyat değişikliklerinin bağımsız ve aynı dağılımlı olmaları varsayımına dayanır. Ancak, fiyat değişikliklerinin dağılımının 2 den küçük karakteristik üsse sahip durağan dağılımlara daha iyi uyduğu hakkında bir çok kanıt ileri sürülmüştür. Konu portföy analizi olduğunda, bu dağılımların en önemli özelliği varyanslarının sonsuz olmasıdır.

Markowitz'in ortalama-varyans portföy modelinde etkin portföylerin seti, beklenen getirilerin verilen varyansları için en büyük beklenen getiriye sahip olan set şeklinde tanımlanmıştır. Ancak, durağan bir market Markowitz'in etkin portföy tanımlaması anlamını kaybeder ve dağılım ölçüsü varyansa dayanmayacak şekilde değiştirilmelidir.

Yin ve Zheng (1996)'in menkul kıymetlerin zamana bağlı getiri verileri ile çeşitli ülkelerin borsaları üzerine yaptıkları deneysel çalışmada sonuçlar da göstermiştir ki; getirilerin hemen tümünün dağılımı durağan ve $1 < \alpha < 2$ parametresiyle hemen hemen simetriktr.

Durağan bir market için genel bir portföy modeli oluşturmak istendiğinde iki kavramsal problemle karşılaşılır. Birincisi, getirilerin dağılımlarının varyansı sonsuz olacaktır çünkü karakteristik üs değerleri 2'den küçüktür. İkincisi, kovaryans iyi tanımlanmış bir istatistiksel kavram olmaz. Bu durumda, durağan dağılımlara dayalı bir portföy modeli oluşturulurken getirilerin yayılımını ve menkul kıymetler arası ilişkiyi ölçmek üzere başka birtakım parametreler bulunmalıdır.

Bir durağan markette aşağıdaki iki market koşulunun sağlandığı varsayılır:

- 1) Herhangi menkul kıymetlerin getirilerinden oluşan rasgele vektör, çok değişkenli dağılıma sahiptir.
- 2) Menkul kıymet getirileri arasında yalnızca karşılıklı ilişki (interrelation) vardır. Eğer karşılıklı ilişkili değillerse o halde birbirlerinden bağımsızlardır [Yin ve Zheng, 1996].

Dağılımın Gaussian olmayan özelliği getirilerin değişkenliğini ifade etmede standart sapma yerine başka ölçülerin kullanılmasını gerekli kılar. Yüksek dereceden momentler veya logaritmik momentler yayılım ve değişkenlik ölçüsü olarak düşünülebilir. Ancak dağılımın kalın kuyruk özelliği verildiğinde, önceden bu tür momentlerin iyi tanımlanmış olup olmadığını bilmek zorunludur.

Çarpıklık, Basıklık ve Portföy Analizi

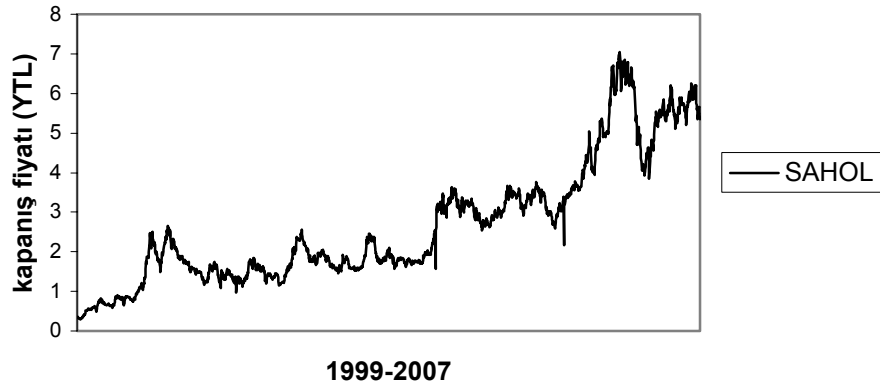
Markowitz Modeli, portföy riskinin yalnızca ortalama getiri ve varyansa bağlı olduğunu varsaymaktadır. Üçüncü ve daha yüksek momentlere bu modelde önem verilmemiştir. Özellikle üçüncü moment bu anlamda sorun yaratmıştır. Çok sayıda yazar, portföy seçiminin getiri dağılımlarının ilk iki momenti (ortalama ve varyans) yerine ilk üç momentine dayanarak yapılmasını önermişlerdir. Üçüncü momente *çarpıklık* denir. Çarpıklık, dağılımın asimetrikliğinin bir ölçüsüdür. Eğer, yatırım getirilerinin normal dağılımdan geldiği varsayımı sağlanırsa, normal dağılımın çarpıklığının sıfır olması nedeniyle sorun yoktur. Ancak, getiriler normal dağılmadıklarında ve yatırımcı karesel olmayan risk tercih ettiğinde Markowitz'in formülasyonu yeterli olmamaktadır. Getiri dağılımında çarpıklık özellikle de negatif çarpıklık bir çok yatırımcı için problem yaratmaktadır. Ortalama-varyans modeli büyük negatif çarpıklığa sahip bir yatırıma portföyde aşırı geniş yer verebilir bu da portföyde beklenenden fazla zararlar sonuçlanır. Bu potansiyel probleme çözüm olarak Markowitz yarı varyans (semivariance) modelini, Konno ve Yamazaki ortalama mutlak sapma modelini ileri sürmüşlerdir [Oberuc, 2003].

Çarpıklık, bir kuyruğun diğerinden daha uzun yayılıp yayılmadığını, basıklık ise kuyrukların çok kalın ya da çok ince olup olmadıklarını gösterir. Örnekler için çarpıklık ve basıklık katsayılarının normal dağılım değerlerinden anlamlı derecede farklı olup olmadıkları test edilebilir.

Log normal dağılım pozitif çarpıklığa sahip durağan dağılımlardan biridir. Log normal dağılım, mod değerinin bulunduğu nokta üzerinde altından daha fazla gözleme sahiptir. Bu pozitif çarpıklığın göstergesidir. Çarpıklıkla ilgilenen araştırmacılar, yatırımcıların pozitif çarpıklığı tercih etmesi gerektiğine inanırlar. Menkul kıymetlerin bir portföyünün çarpıklığı, basitçe bileşimdeki menkul kıymetlerin çarpıklıklarının bir ağırlıklı ortalaması değildir. Varyans gibi, menkul kıymetlerin ortak hareketlerine dayanır. Bunun anlamı bir portföyün çarpıklığını ölçmek için, ortak hareketin çok sayıda tahminleri yapılmalıdır. Bu tahminlerin yapılabilir olması için modeller ve kurallar geliştirilmelidir. Bu tür çalışmalar henüz yapılmamıştır. Sonuç olarak üç moment içeren pratik portföy analizi için, tahmin ve çözüm problemlerine yönelik analitik tekniklerin geliştirilmesi beklenmelidir [Elton ve Gruber, 1981].

6.4. Menkul Kıymet Getirilerinin Dağılım Yapılarına İlişkin İMKB Uygulaması

İMKB-100 hisse senetlerinden rasgele seçilen Sabancı Holding (SAHOL) hisse senedinin 04.01.1999-15.03.2007 tarihleri arasındaki günlük kapanış fiyatları ele alınmıştır. Bu hisse senedinin kapanış fiyatlarına ilişkin grafikler Şekil 6.2'deki gibidir.



Şekil 6.2. SAHOL için kapanış fiyatları

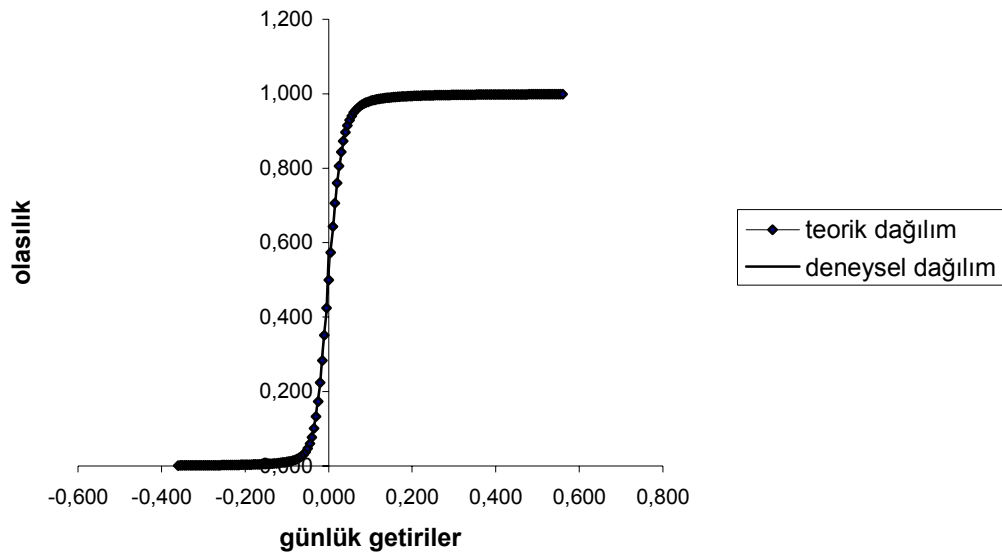
Çizelge 6.2. SAHOL hisse senedinin getirileri için betimsel istatistikler

Hisse Senedi	En küçük	En büyük	Ortalama	St.Sapma	Çarpıklık	Basıklık
SAHOL	-0,3599	0,5541	0,0021	0,0395	1,9530	38,9090

Hisse senedinin getirilerine uygulanan, Kolmogorov-Smirnov Testi Sonucuna göre, normal dağılım hipotezi reddedilmiştir.

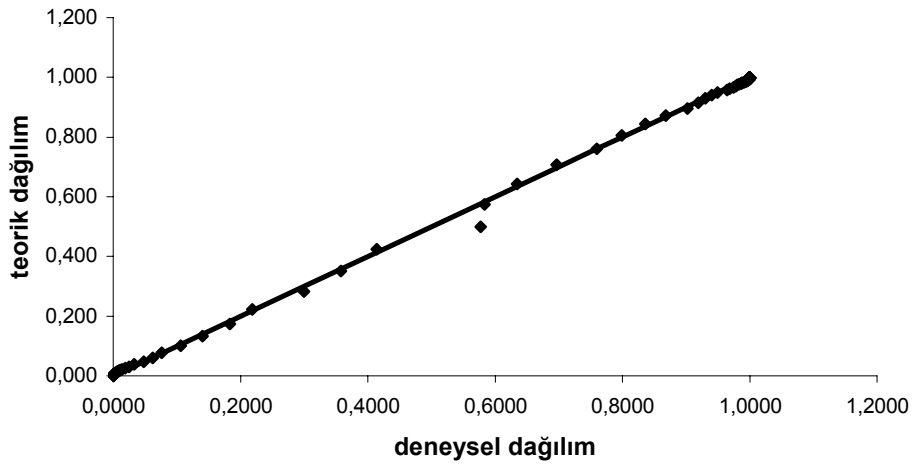
Çizelge 6.3. Yüzdelik tahmini ile elde edilen parametre tahminleri

Hisse Senedi	α	β	γ	δ
SAHOL	1,5726	0,2706	0,0189	-0,0012



Şekil 6.3. Sabancı Holding hisse senedi için deneysel dağılım ve Yüzdelik Tahmini Metodu ile S_{α}^0 parametrelemesiyle uydurulan teorik dağılım

Getirilerin deneysel dağılımının, $S_{1,5726}^0 (0,2706, 0,0189, -0,0012)$ teorik dağılımına uyumunu gösteren P-P Plot Şekil 7.4 deki gibi olur.



Şekil 6.4. Sabancı Holding hisse senedi getirilerine ilişkin $S_{1,571}^0 (0,618, 0,116, 0,055)$ dağılımı için P-P Plot

Şekil 6.4 incelendiğinde, deneysel dağılımın, teorik dağılıma oldukça yakın olduğu ve iyi bir uyum gösterdiği görülmektedir. Parametre tahmin etme ve teorik dağılıma ilişkin veri üretme işlemleri STABLE paket programı kullanılarak yapılmıştır.

7. ÜSTEL DÜZLEŞTİRME TEKNİKLERİ

7.1. Üstel Düzleştirmenin Tarihsel Öyküsü

Kısa dönem tahminlerinde sıklıkla kullanılan Üstel Düzgünleştirme Yöntemleri, geçmiş dönem verilerine eşit ağırlık veren basit hareketli ortalamalar yöntemine benzeyen ancak geçmiş dönem verilerine eşit değil, farklı ağırlıkların verildiği bir yöntemler topluluğudur [Orhunbilge, 1999]. Üstel Düzleştirme, İkinci Dünya Savaşı esnasında ABD donanmasında çalışan R.G. Brown'un çalışması ile ortaya çıkmıştır. 1944'te Brown denizaltıların konumunda ateş kontrol bilgisi için bir izleme modeli geliştirmekle görevlendirildi. Bu bilgi, mekanik hesaplama cihazlarında, ball-disk entegral alıcılarda hedef süratinin ve savaş gemilerinden denizaltılara atılan patlayıcı maddenin ateşlemesi için kurşun açısının tahmin edilmesinde kullanıldı. Brown'un modern ateş kontrol teçhizatında halen kullanılan izleme modeli aslında sürekli verinin basit üstel düzleştirilmesi idi.

1950'lerin ilk yılları boyunca Brown, basit üstel düzleştirmeyi kesikli veri için de genişletti ve yöntemleri trendler ve mevsimsellik için geliştirdi. Donanma kayıt sistemi için yedek parça gereksiniminin kestirimi O'nun ilk uygulamalarından biridir. Brown'ın bu çalışmalarını 1959 yılında ilk kitabı "Statistical Forecasting for Inventory Control" izledi. Ardından genel üstel düzleştirme metodolojisini geliştirerek "Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series " (1963) adlı ikinci kitabını çıkardı. Brown, bundan sonraki çok sayıda kitabında üstel düzleştirmeyi envanter yönetimi ve ürün planlama ve kontrol ile birleştirmiştir [Gardner, 2006].

C.C. Holt da benzer bir yöntemi Brown'dan bağımsız olarak 1957'de mevsimsel olmayan ve trend göstermeyen zaman serileri için kullanılmıştır. 1958'de Holt trendleri de içeren yeni bir prosedür önermiştir. 1965'te ise Winters, Holt'un metodunu mevsimselliği de içerecek şekilde geliştirmiş ve metod 'Holt-Winters Metodu' adını almıştır [Orhunbilge, 1999].

7.2. Üstel Düzleştirme Yöntemleri

İstatistikte kullanılan veriye model uydurmayı içeren yöntemlerin pek çoğu az sayıda parametre tarafından belirlenen bir forma sahiptir. Örneğin, Gamma dağılımı gibi dağılım modeli, doğrusal regresyon modeli veya zaman serilerinde oto regresif model gibi. Bu durumlarda uydurma, veriden az sayıda parametrelerin tahmin edilmesini gerektirir. Bu modellerle veri modellemede parametrelerin tahmininin yanı sıra iki önemli adım vardır. Bunlar: uygun modelin belirlenmesi (örneğin Weibull dağılımı yerine Gamma Dağılımının seçimi) ve uydurulan modelin veriye yeteri kadar uyup uymadığının kontrol edilmesidir. Bu tür parametrik modeller esnek olabilmelerine rağmen, ancak bütün veri setlerine, özellikle de parametre sayısı küçük tutulduğunda yeteri kadar uyum sağlamayacaktır. Düzleştirme teknikleri, regresyon modellemesi, dağılım modellemesi ve zaman serileri modellemesi olmak üzere istatistiğin üç önemli alanında kullanılmaktadır.

Düzleştirmeye dayanan alternatif modeller kullanılabilir. Bu modeller parametreler cinsinden ifade edilmemektedir ve çok daha fazla durum için parametrik modellerden esneklerdir. Düzleştirme yöntemleri çeşitli durumlarda kullanılabilir, örneğin;

- Anlamaya yardımcı olması için düzeltilmiş grafikler çizilmesi
- Düzleştirilmiş verinin şeklinden uygun parametrik model belirlenmesi
- Doğrudan ilgi konusu olmayan karmaşık etkilerin ortadan kaldırması böylece ilgilenilen etkilere odaklanılması
- Sonraki hesaplamalar için daha kesin değerlendirilmiş veri teslim edilmesi

Düzleştirme tekniklerinde, düleştirme parametresi kullanıcı tarafından seçilir ya da veriden tahmin edilir. Düzleştirme parametresi, uydurulan modelin düzgünlüğü ve uydurulan modelin veriye yakınlığını dengeler. Genelde, düleştirme parametresi ne kadar büyükse, uydurulan model o kadar düzgün olur. Ancak düleştirme

parametresinin küçük değerleri için model veriye daha yakın olur ve büyük değerleri için uydurma daha başarsız olur.

Düzleştirme, eğri uydurmaya benzeyen, verilen veri setinden modeldeki katsayıların değerlerini tahmin etmeyi amaçlayan bir süreçtir. Aralarındaki fark, düzleştirmenin iteratif bir yapıya sahip olmasıdır. Eğri uydurma teknikleri, önceden bütün verinin ve gerekli katsayı değerlerinin en iyi tahmininin elde olduğunu varsayar. Dzleştirmede ise, her yeni gözlem ile tahminler yeniden hesaplanır [Brown ve Meyer, 1961].

Üstel terimi verilen ağırlıkların veri eskidikçe üstel bir şekilde azalması anlamını taşımaktadır. Diğer bir ifadeyle tahminde kullanılan geçmiş dönem verilerinden en yakın zamanda gerekleşenlere yüksek, veriler eskidikçe üstel olarak azalan ağırlıklar verilmektedir. Doğal olarak en yakın geçmiş verilerin geleceğe etkisi, eski dönem verilerinden daha fazla olacaktır [Orhunbilge, 1999].

Üstel düzleştirme ve genellemeleri, çeşitli nedenlerden dolayı endüstriyel uygulamalarda çok sayıda kullanılmış popüler bir yöntemdir (Richard ve Jones, 1965). Üstel düzleştirmenin bu popularitesi, kısa aralık (range) kestiriminde çeşitli pratik yaklaşımlarından kaynaklanmaktadır. Model formülasyonları nispeten basittir. Yalnızca sınırlı veri depolama ve hesaba dayalı çaba gerektirmektedir. Üstel Düzleştirmenin popülerliğinin en önemli sebebi ise model belirlemedeki minimal bir çabaya karşılık, şaşırtıcı kesinliğidir [Gardner, 1985].

Üstel düzleştirme yönteminin avantajları aşağıdaki gibidir :

- Uygulanması ve anlaşılması kolay bir yöntemdir.
- Ağırlıklandırma süreci nedeniyle güçlü bir yöntemdir.
- Veri gereksinimini minimize eder.
- Düşük maliyetlidir.
- Her gerçekleşen yeni dönem verileri modele hemen dahil edilebilir ve yeni dönem tahminlerine katkıda bulunabilirler.

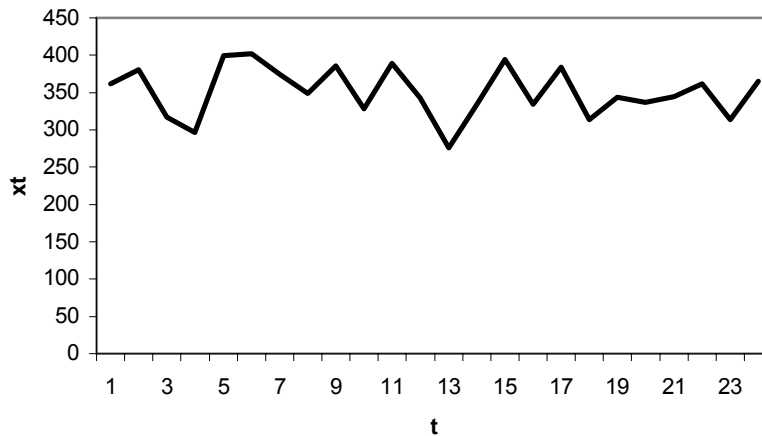
7.2.1. Tekli (basit) üstel düzeltirme yöntemi

Bu yöntem, literatürde Brown'un basit üstel düzeltirme yöntemi adı altında geçmektedir. Zaman serisinin ortalama değerinin zamanla değişmediği ya da zamanla çok yavaş değiştiği bir durum düşünölsün. Bu seriye ilişkin model, Eş. 7.1'deki gibidir.

$$x_t = \beta_0 + \epsilon_t \quad (7.1)$$

β_0 : herhangi bir periyotta beklenen değeri

ϵ_t : rasgele bileşen



Şekil 7.1. Ortalama değeri zamanla değişmeyen örnek zaman serisi

Bu durumda zaman serisi, zamanla değişmeyen ya da çok yavaş değişen bir ortalama değeri ya da düzeyi β_0 ile zaman serisindeki gözlemlerin ortalama seviyesinden sapmasına yol açan rasgele dalgalanmalar birleştirilerek tanımlanabilir. Bu rasgele dalgalanmalar, rasgele hata bileşeni ϵ_t ile gösterilmektedir.

Üstel düzeltirmeye başlamak için, belirli bir zaman periyodunun sonunda $(T-1)$ zaman serisi için gözlemlerin belirgin bir trendi olmayan ve mevsimsel dalgalanması olmayan bir setinin, $x_1, x_2, \dots, x_{T-1}$, mevcut olduğu varsayölsün.

Bu gözlemlere dayanarak zaman serisinin ortalama düzeyi β_0 tahmin edilmek istenmektedir. β_0 'ın en küçük kareler tahmini $b_0(T-1)$, Eş.7.2'deki gibidir.

$$b_0(T-1) = \bar{x} = \sum_{t=1}^{T-1} x_t / (T-1) \quad (7.2)$$

β_0 'ın tahmini basitçe, T-1 periyot için zaman serisindeki gözlemlerin ortalamasıdır. Bu tahmin verildiğinde, herhangi bir gelecek periyot $T-1+\tau$ (τ :pozitif bir tamsayı) için kestirim $b_0(T-1)$ olur.

Ardından, bir sonraki zaman periyodunun (T) sonunda yeni gözlem x_T elde edilmiş olsun. Bu durumda yeni gözlem ile β_0 'ın tahmini birleştirilerek, β_0 'ın tahmini güncellenmek istenir. Bu yeni tahmin $b_0(T)$ ile gösterilir ve Eş.7.3'deki gibi hesaplanır.

$$b_0(T) = \bar{x} = \sum_{t=1}^T x_t / (T) \quad (7.3)$$

Artık zaman serisinin ortalama düzeyi için herhangi bir gelecek zaman periyodu için yeni kestirim, $b_0(T)$ tahmini olacaktır.

Yeni gözlem ile β_0 'ın tahmininin birleştirilmesinin bir başka yolu da tekli üstel düzleştirmedir. Bu yaklaşım $b_0(T)$ yeni tahminini farklı bir yolla üretir. Eski $b_0(T-1)$ tahmini, kestirim hatasının bir oranı ile ilintili olarak ifade edilir. Bu kestirim hatası, T periyodunda gözlenen değer ile T periyodu için T-1 periyodunda yapılan kestirim arasındaki farktır ve Eş.7.4'de verilmiştir.

$$e_T = x_T - b_0(T-1) \quad (7.4)$$

Kullanılan oran α ile gösterilirse, güncellenmiş kestirim, Eş. 7.5 ile hesaplanır

$$b_0(T) = b_0(T-1) + \alpha(x_T - b_0(T-1)) \quad (7.5)$$

Böylece yeni tahmin, kısmen eski tahmin $b_0(T-1)$ 'ye dayanmış olur. Eğer, eski tahmin T periyodu için çok düşük kestirim veriyorsa, yeni tahmin daha yüksek olacaktır ve eğer eski tahmin T periyodu için çok yüksek kestirim veriyorsa, yeni tahmin daha düşük olacaktır. Bu aşağı yukarı düzeltmelerin (adjustment) büyüklüğü, kestirim hatasının büyüklüğü tarafından belirlenir. Büyük hata büyük düzeltmeye, küçük hata küçük düzeltmeye neden olur.

Notasyonu basitleştirmek için $b_0(T) = S_T$ olarak tanımlanırsa;

$$S_T = S_{T-1} + \alpha(x_T - S_{T-1})$$

$$S_T = \alpha x_T + (1 - \alpha)S_{T-1}$$

olarak bulunur [Bowerman ve O'Connel, 1979].

Bu işlem *tekli üstel düzleştirme yöntemi* adını alır ve S_T düzleştirilmiş değer, α düzleştirme sabitidir. Bu düzeltme yönteminde $t+1$ dönemi tahmini α oranında bir önceki değer ile $1 - \alpha$ oranında bir önceki dönem tahmin değerinden oluşmaktadır. Buradan üstel düzleştirmenin, düzleştirilmiş değeri en yakın kestirim hatası ile orantılı olacak şekilde ayarlayan bir süreç olduğu söylenebilir.

S_T değeri, bütün geçmiş gözlemlerin bir ağırlıklı ortalamasıdır. Bunu gösterebilmek için S_T 'nin geçmiş gözlemlerin nasıl bir doğrusal bileşeni olarak yazılabildiğini ve geçmiş gözlemlere verilen ağırlıkların negatif olmadıkları ve toplamalarının bir olduğunu gözlemleyerek, S_T 'nin bir ağırlıklı ortalama olduğu yorumunu yapmak

mümkündür. S_{T-1} düzleştirme formülünde yerine yazılarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$S_{T-1} = \alpha x_{T-1} + (1-\alpha) S_{T-2}$$

$$S_T = \alpha x_T + (1-\alpha) [\alpha x_{T-1} + (1-\alpha) S_{T-2}]$$

$$S_T = \alpha x_T + \alpha (1-\alpha) x_{T-1} + (1-\alpha)^2 S_{T-2}$$

Aynı şekilde S_{T-2} için de işlemler tekrar edilebilir:

$$S_{T-2} = \alpha x_{T-2} + (1-\alpha) S_{T-3}$$

$$S_T = \alpha x_T + \alpha (1-\alpha) x_{T-1} + (1-\alpha)^2 [\alpha x_{T-2} + (1-\alpha) S_{T-3}]$$

$$S_T = \alpha x_T + \alpha (1-\alpha) x_{T-1} + \alpha (1-\alpha)^2 x_{T-2} + (1-\alpha)^3 S_{T-3}$$

Böyle devam edilirse S_T için genel bir formül Eş. 7.6'daki gibi elde edilir;

$$S_T = \alpha x_T + \alpha (1-\alpha) x_{T-1} + \alpha (1-\alpha)^2 x_{T-2} + \dots + \alpha (1-\alpha)^{T-1} x_1 + (1-\alpha)^T S_0 \quad (7.6)$$

Kapalı formda ifade edilirse Eş. 7.7'deki gibi olur.

$$S_T = \alpha \sum_{k=0}^{T-1} (1-\alpha)^k x_{T-k} + (1-\alpha)^T S_0 \quad (7.7)$$

S_0 , düzleştirme sürecini başlatmak için kullanılan, b_0 'ın başlangıç tahminidir. Eş.7.7 ile β_0 'ın T zaman periyodundaki tahmini S_T , $x_1, x_2, \dots, x_T$ gözlemlerinin ve S_0

başlangıç tahmini cinsinden ifade edilebilmektedir. Gözlemlerin katsayıları $\alpha, \alpha(1-\alpha), \alpha(1-\alpha)^2, \dots, \alpha(1-\alpha)^{T-1}$, en yakın tahmin S_T 'yi gerçekleştirebilmek için $x_T, x_{T-1}, \dots, x_1$ gözlemlerinin katkılarının ölçüsüdür.

Yönteme üstel düzeltme denilmesinin nedeni, tahminlerde geçmiş dönem verilerine üstel olarak azalan ağırlıklar verilmesindendir. Ağırlıklar, azalarak gittiğinden en yakın gözlem x_T , β_0 'ın tahminine en çok katkıda bulunan gözlemdir. Eski gözlemler, β_0 'ın tahminine her bir ardışık zaman noktasında azalan katkılarda bulunurlar. Böylece, uzak gözlemlerin zaman ilerledikçe β_0 'ın tahmini üzerindeki etkisi azalır. Uzak gözlemlerin etkilerini yitirme oranı düzeltme sabitine bağlıdır. α 'nın 1'e yakın değerleri için, uzak gözlemler etkisini çabuk yitirirken, 0'a yakın değerleri için daha yavaş yitirirler. Örneğin, $\alpha = 0,9$ için katsayılar 0,9, 0,09, 0,009, 0,0009, ... şeklinde elde edilirken, $\alpha = 0,1$ için katsayılar 0,1, 0,09, 0,081, 0,0081, ... şeklinde olur. Dolayısı ile düzeltme sabitinin seçimi, S_T tahmini üzerinde büyük öneme sahiptir. Genelde zaman serileri oldukça değişken olduklarında, yani rasgele bileşen ϵ_t büyük varyansa sahip olduğunda, küçük düzeltme sabiti seçilir ki, düzeltilmiş tahmin S_T önceki periyot için düzeltilmiş tahmin S_{T-1} 'i x_T gözleminden daha fazla ağırlıklandırsın. Rasgele bileşen ϵ_t nin daha küçük varyansa sahip olduğu, daha durağan seriler için daha büyük düzeltme sabiti seçilir.

T yeterince büyük olduğunda $(1-\alpha)^T S_0$ teriminin değeri sıfıra yaklaşır, bu durumda üstel düzeltme süreci, β_0 için sapmasız tahmin verir;

$$\begin{aligned} E(S_T) &= E \left[\alpha \sum_{k=0}^{\infty} (1-\alpha)^k x_{T-k} \right] \\ &= \alpha \sum_{k=0}^{\infty} (1-\alpha)^k E(x_{T-k}) \end{aligned}$$

$$= \beta_0 \alpha \sum_{k=0}^{\infty} (1-\alpha)^k$$

$$E(S_T) = \beta_0$$

Böylece, S_T 'nin bilinmeyen b_0 parametresi için bir tahmin edici olarak kullanılması mantıklı bir tabana oturuyor. T anında ise $b_0(T) = S_T$ şeklinde ifade edilir ve $T + \tau$ gibi herhangi bir gelecek periyot için tahmin;

$$\hat{x}_{T+\tau}(T) = S_T$$

olacaktır.

S_T için varyans ise Eş. 7.8'deki gibi olur.

$$V(S_T) = V\left[\alpha \sum_{k=0}^{\infty} (1-\alpha)^k x_{T-k}\right]$$

$$= \alpha^2 \sum_{k=0}^{\infty} (1-\alpha)^{2k} V(x_{T-k})$$

$$V(S_T) = \frac{\alpha}{2-\alpha} \sigma_{\epsilon}^2 \quad (7.8)$$

[Montgomery ve ark., 1990].

7.1. Örnek

Balıkçı gemisi olan ve balık işleme fabrikası işleten bir deniz ürünleri firması, yakalanan aylık balık miktarını tahmin etmek istiyor. Önceki iki yıla ait yakalanan balık miktarı kayıtları tutulmuş ve bu değerler Çizelge 7.1’de verilmiştir. Firma, veri yapısının gelecekte de devam edeceğine inandığından $x_t = \beta_0 + \epsilon_t$ modelini kullanmak makul görünmektedir.

Çizelge 7.1. Yakalanan balık miktarı (ton)

	Yıl 1	Yıl 2
Ocak	362	276
Şubat	381	334
Mart	317	394
Nisan	297	334
Mayıs	399	384
Haziran	402	314
Temmuz	375	344
Ağustos	349	337
Eylül	386	345
Ekim	328	362
Kasım	380	314
Aralık	343	365

Düzleştirme prosedürü, β_0 parametresini tahmin etmek için zaman bağılı zaman serisinin ilk birkaç gözlemi kullanılarak başlatılır. Genelde, bu tahmini elde etmek için zaman serisinin ilk 6 gözlemi kullanılır. Model; $x_t = \beta_0 + \epsilon_t$ modeli olduğundan, β_0 ’ın tahmini ilk altı gözlemin ortalaması 359,67 olur. Düzleştirilmiş serinin başlangıç değeri de $S_0 = 359,67$ olur ve bu değerle düzeltmeye başlanır. α ’nın optimal değerini bulmak için 0,02 ile 0,3 arasında 0,02 artışla bütün değerler denenerek, hata kareler toplamını en küçük yapan alfa değeri belirlenir. Düzleştirme sabitleri ve hata kareler toplamları Çizelge 7.2’deki gibidir:

Çizelge 7.2. Düzleştirme sabitleri ve hata kareler toplamaları

Düzleştirme sabiti α	Hata Kareler Toplamı	Düzleştirme sabiti α	Hata Kareler Toplamı
0,02	27867	0,18	30300
0,04	27918	0,20	30753
0,06	28092	0,22	31216
0,08	28354	0,24	31688
0,10	28676	0,26	32167
0,12	29042	0,28	32653
0,14	29440	0,30	33144
0,16	29861		

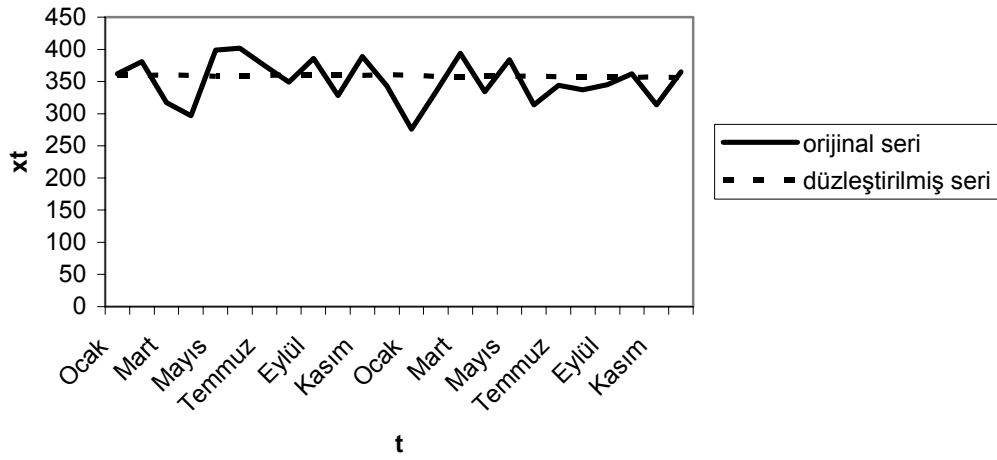
Çizelge 7.2 incelendiğinde, en küçük hata kareler toplamının $\alpha = 0,02$ için elde edildiği görülür. Bu nedenle düzleştirme sabitinin değeri 0,02 olarak belirlenir ve düzleştirmeye başlanır.

Düzleştirme denklemleri uygulanarak elde edilen sonuçlar Çizelge 7.3’ deki gibidir.

Çizelge 7.3. Yakalanan balık miktarı verisi için düzeltirme sonuçları

Yıl	Ay	x_T	S_T	Kestirim
1	Ocak	362	359,72	359,67
	Şubat	381	360,14	359,72
	Mart	317	359,28	360,14
	Nisan	297	358,03	359,28
	Mayıs	399	358,85	358,03
	Haziran	402	359,71	358,85
	Temmuz	375	360,02	359,71
	Ağustos	349	359,80	360,02
	Eylül	386	360,32	359,80
	Ekim	328	359,68	360,32
	Kasım	380	360,26	359,68
	Aralık	343	359,92	360,26
2	Ocak	276	358,24	359,92
	Şubat	334	357,75	358,24
	Mart	394	358,48	357,75
	Nisan	334	357,99	358,48
	Mayıs	384	358,51	357,99
	Haziran	314	357,62	358,51
	Temmuz	344	357,35	357,62
	Ağustos	337	356,94	357,35
	Eylül	345	356,70	356,94
	Ekim	362	356,81	356,70
	Kasım	314	355,95	356,81
	Aralık	365	356,13	355,95

Tahmin edilen değerler gerçekleşir gerçekleşmez bir sonraki dönemin tahmininde hemen kullanılabilir.

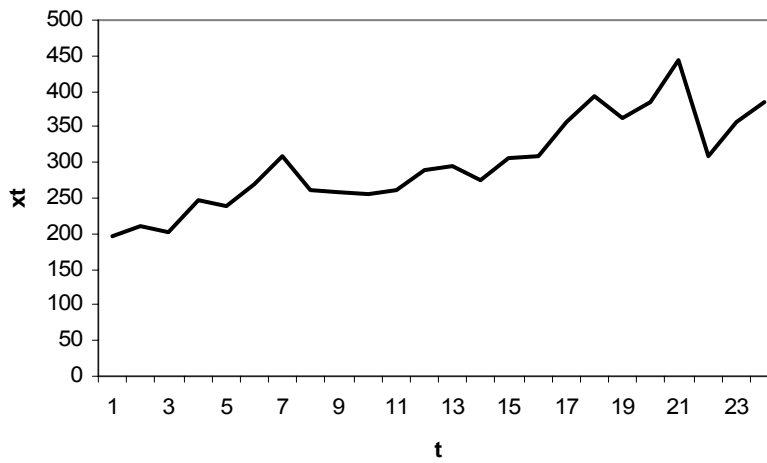


Şekil 7.2. Yakalanan balık miktarı zaman serisi için orijinal ve düzeltilmiş seriler

7.2.2. Doğrusal üstel düzeltirme yöntemleri

Bu bölümde doğrusal trendli zaman serilerinin kestirimi için üstel düzeltirme yaklaşımları ele alınacaktır. Zaman serilerinin ortalama düzeyinin zamanla değiştiği durum düşünölsün. Özel olarak, ortalama düzeyinin zamanla değişimlerinin doğrusal biçimde olduğu varsayölsün. Bu durumda model Eş.7.9'daki gibi olacaktır.

$$x_t = \beta_0 + \beta_1 t + \epsilon_t \quad (7.9)$$



Şekil 7.3. Ortalama düzeyi zamanla değişen örnek zaman serisi

Bu modelde $\beta_0 + \beta_1 t$ ifadesi, zaman serisinin ortalama düzeyi ile zaman arasında düz doğru ilişki olduğunu gösterir. Bu doğrunun eğimi β_1 ve $t=0$ anında kesme noktası β_0 dır. Zaman serisi, trendi ifade eden bu düz doğru ile zaman serisindeki gözlemlerin trend doğrusundan sapmasına neden olan rasgele dalgalanmalar ile birleştirilerek ifade edilebilir. Trend doğrusunun eğimi β_1 'in 0 dan büyük olması zaman serisinin ortalama düzeyinin zaman ilerledikçe arttığını, β_1 'in 0 dan küçük olması zaman serisinin ortalama düzeyinin zaman ilerledikçe azaldığını gösterir [Bowerman ve O'Connel, 1979].

Brown'un Tek Parametrelili Doğrusal Üstel Düzleştirme Yöntemi

Brown'un yöntemi doğrusal hareketli ortalamalar yöntemine benzemekte ancak birinci ve ikinci düzleştirilmiş değerler arasındaki fark birinci düzleştirilmiş değere ilave edilebilmekte ve trende uyarlanabilmektedir. Durağan olmayan (trendi olan) ve mevsim etkisi taşımayan serilerde kullanımı uygundur [Orhunbilge, 1999].

Üstel düzleştirmeye başlamak için, belirli bir zaman periyodunun sonunda $(T-1)$ zaman serisi için gözlemlerin belirgin bir trendi olan ve mevsimsel dalgalanması olmayan bir setinin, $x_1, x_2, \dots, x_{T-1}$, mevcut olduğu varsayalım.

Bu gözlemlere dayanarak, zaman serisinin gelecek değerlerini kestirmek için zaman serisinin β_0 ve β_1 parametreleri tahmin edilmek istenmektedir. β_1 ve β_0 'ın $b_1(T-1)$ ve $b_0(T-1)$ ile gösterilen en küçük kareler tahminleri Eş. 7.10 ve Eş.7.11'deki gibi bulunur.

$$b_1(T-1) = \frac{(T-1) \sum_{t=1}^{T-1} t x_t - \left(\sum_{t=1}^{T-1} t \right) \left(\sum_{t=1}^{T-1} x_t \right)}{(T-1) \sum_{t=1}^{T-1} t^2 - \left(\sum_{t=1}^{T-1} t \right)^2} \quad (7.10)$$

$$b_0(T-1) = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} x_t}{T-1} - b_1(T-1) \left(\frac{\sum_{t=1}^{T-1} t}{T-1} \right) \quad (7.11)$$

Bu tahminler belirlendiğinde, herhangi bir gelecek periyot $T-1+\tau$ (τ :pozitif bir tamsayı) için (T-1) periyodunda yapılan kestirim, Eş. 7.12 ‘deki gibi olur.

$$\hat{x}_{T-1+\tau} = b_0(T-1) + b_1(T-1)(T-1+\tau) \quad (7.12)$$

Ardından, bir sonraki zaman periyodunun (T) sonunda yeni gözlem x_T elde edilmiş olsun. Bu durumda yeni gözlem ile β_0 ve β_1 ’in tahminleri birleştirilerek, β_0 ve β_1 ’in tahminleri güncellenmek istenir. Bu güncellenmiş tahminler $b_0(T)$ ve $b_1(T)$ ile gösterilir ve en küçük kareler tahminleri olarak hesaplanabilirler.

β_0 ve β_1 ’in güncellenmiş tahminleri belirlemenin bir başka yolu da *çift üstel düzleştirme*dir. Bu yaklaşımda β_1 ’in güncellenmiş tahmini Eş. 7.13 ile verilir:

$$b_1(T) = \frac{\alpha}{1-\alpha} (S_T - S_T^{(2)}) \quad (7.13)$$

$$S_T = \alpha x_T + (1-\alpha) S_{T-1} \quad (7.14)$$

Burada S_T , Eş. 7.14’deki düzleştirme denklemi ile elde edilen tekli düzeltilmiş tahmin ya da tekli düzeltilmiş istatistiktir. $S_T^{(2)}$ ise çift üstel düzeltilmiş istatistiktir. Tekli düzleştirme denkleminin çıktısına düzleştirme operatörü uygulanarak ulaşılır. Bir başka deyişle $S_T^{(2)}$ serisinin değerleri, S_T serisinin değerlerine çift üstel düzleştirme denklemi uygulanmasıyla elde edilir.

$$S_T^{(2)} = \alpha S_T + (1 - \alpha) S_{T-1}^{(2)}$$

α burada da yine, değeri 0 ile 1 arasında olabilen düzleştirme sabitidir. Çift üstel düzleştirme prosedürü β_0 için, T periyodunun sonunda Eş. 7. 15'deki güncellenmiş tahmini verir:

$$\begin{aligned} b_0(T) &= 2S_T - S_T^{(2)} - T b_1(T) \\ &= 2S_T - S_T^{(2)} - T \frac{\alpha}{1 - \alpha} (S_T - S_T^{(2)}) \end{aligned} \quad (7.15)$$

T + τ periyodu için kestirim denklemi ise Eş.7.16'daki gibi olur.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{T+\tau}(T) &= b_0(T) + b_1(T)(T + \tau) \\ &= 2S_T - S_T^{(2)} + \frac{\alpha}{1 - \alpha} (S_T - S_T^{(2)}) \tau \\ &= \left(2 + \frac{\alpha \tau}{(1 - \alpha)} \right) S_T - \left(1 + \frac{\alpha \tau}{(1 - \alpha)} \right) S_T^{(2)} \end{aligned} \quad (7.16)$$

Üstel düzleştirmeye başlarken S_0 ve $S_0^{(2)}$ değerleri bilinmelidir. S_0 ve $S_0^{(2)}$ başlangıç değerleri, zaman bağlı veriye regresyon analizi uygulayıp, β_0 ve β_1 katsayılarının tahminlerini elde ederek bulunabilir. Eğer kullanılabilir zaman bağlı veri yoksa o halde β_0 ve β_1 öznel olarak tahmin edilir. β_0 ve β_1 'in bu başlangıç tahminleri , $b_0(0)$ ve $b_1(0)$ ile gösterilsin.

$$b_1(0) = \frac{\alpha}{1 - \alpha} (S_0 - S_0^{(2)}) \quad (7.17)$$

$$b_0(0) = 2S_0 - S_0^{(2)} \quad (7.18)$$

$T=0$ periyodu için Eş. 7.17'de ve Eş.7.18'de verilen denklemler, $b_0(0)$ ve $b_1(0)$ başlangıç tahminleri cinsinden ifade edilen S_0 ve $S_0^{(2)}$ için çözülebilir:

$$S_0 = b_0(0) - \frac{1-\alpha}{\alpha} b_1(0)$$

$$S_0^{(2)} = b_0(0) - 2\frac{1-\alpha}{\alpha} b_1(0)$$

Düzleştirme prosedürüne başlamak için, bu denklemlerin çözümleriyle üretilen düzleştirilmiş istatistiklerin başlangıç değerleri S_0 ve $S_0^{(2)}$ gereklidir. Eğer β_0 ve β_1 'in başlangıç tahminleri mevcut değilse, bu denklemler S_0 ve $S_0^{(2)}$ yi belirleyemezler. Böyle durumlarda, genellikle pratik bir uygulama olarak S_0 ve $S_0^{(2)}$ 'e zaman serilerindeki ilk gözlemin değeri atanır.

S_0 ve $S_0^{(2)}$ için başlangıç tahminleri belirlendiğinde Eş.7.19 ve Eş.7.20'deki düzleştirme denklemleri kullanılarak her bir periyotta düzleştirme operatörü uygulanır.

$$S_T = \alpha x_T + (1-\alpha)S_{T-1} \quad (7.19)$$

$$S_T^{(2)} = \alpha S_T + (1-\alpha)S_{T-1}^{(2)} \quad (7.20)$$

Herhangi bir $T+\tau$ periyodu için Eş. 7.21'deki kestirim denklemi kullanılarak kestirimler yapılabilir.

$$\hat{x}_{T+\tau}(T) = \left(2 + \frac{\alpha\tau}{(1-\alpha)}\right) S_T - \left(1 + \frac{\alpha\tau}{(1-\alpha)}\right) S_T^{(2)} \quad (7.21)$$

Çift üstel düzleştirmede kullanılacak en iyi düzleştirme sabiti, zamana bağlı serilerin simülasyonu kullanılarak belirlenebilir. Tekli düzleştirmede olduğu gibi, α nın bir değeri setinin her biri için kestirimler seti elde edilir ve hata kareler toplamını en küçük yapan α değeri, düzleştirme sabiti olarak kullanılır. Bu simülasyonlar, tekli ve çift düzleştirilmiş istatistiklerin başlangıç değerleri ile başlatılır. Zaman serisindeki ilk birkaç gözlem örneğin $n_1 = 6$ gözlem, β_0 ve β_1 'in başlangıç tahminlerini regresyon analizi ile elde etmek için kullanılır [Bowerman ve O'Connel, 1979; Montgomery ve ark., 1990; Orhunbilge, 1999; Brown ve Meyer, 1960].

Düzleştirilmiş seri için beklenen değer ve varyans hesaplamaları Eş. 7.22 ve Eş.7.23'deki gibi olur:

$$E(S_T) = \beta_1 + \beta_2 T + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} b_2 \quad (7.22)$$

$$E(x_T) = \beta_0 + \beta_1 T \quad (7.23)$$

bilgisini kullanarak yukarıdaki beklenen değer şöyle ifade edilebilir:

$$E(S_T) = E(x_T) - \frac{1-\alpha}{\alpha} \beta_1$$

Gerekli hesaplamalar yapıldıktan sonra çift üstel düzleştirilmiş serinin beklenen değeri ve varyansı Eş.7.24 ve Eş. 7.25'deki gibidir.

$$E(S_T^{(2)}) = E(S_T) - \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \beta_1 \quad (7.24)$$

$$V(S_T^{(2)}) = \left(\frac{\alpha}{2-\alpha} \right)^2 \sigma_\epsilon^2 \quad (7.25)$$

8.2. Örnek

Piyasaya yeni sürülen Bismark X-12 marka elektronik hesap makinesinin üretici firma tarafından kaydedilen iki yıllık satış miktarları Çizelge 7.4’de verilmiştir. Firma, satışlarda son iki yılda var olan artışın devam edeceğine inandığından, $\beta_0 + \beta_1 t + \epsilon_t$ modeli kullanılabilir.

Çizelge 7.4. Hesap makinesi satış miktarı

	Yıl 1	Yıl 2
Ocak	197	296
Şubat	211	276
Mart	203	305
Nisan	247	308
Mayıs	239	356
Haziran	269	393
Temmuz	308	363
Ağustos	262	386
Eylül	258	443
Ekim	256	308
Kasım	261	358
Aralık	288	384

Zaman serisinin ilk $n_1 = 6$ gözlem kullanılarak regresyon analizi ile β_0 ve β_1 'in en küçük kareler tahminleri $b_0(0) = 178,87$ ve $b_1(0) = 13,94$ olarak bulunur. α nın 0,02 ile 0,30 arasındaki değerleri 0,02 artışla denenerek hata kare toplamını en küçük yapan α değeri belirlenir.

Çizelge 7.5. Hesap makinesi satış miktarı verisi için düzeltme sabitleri ve hata kareler toplamaları

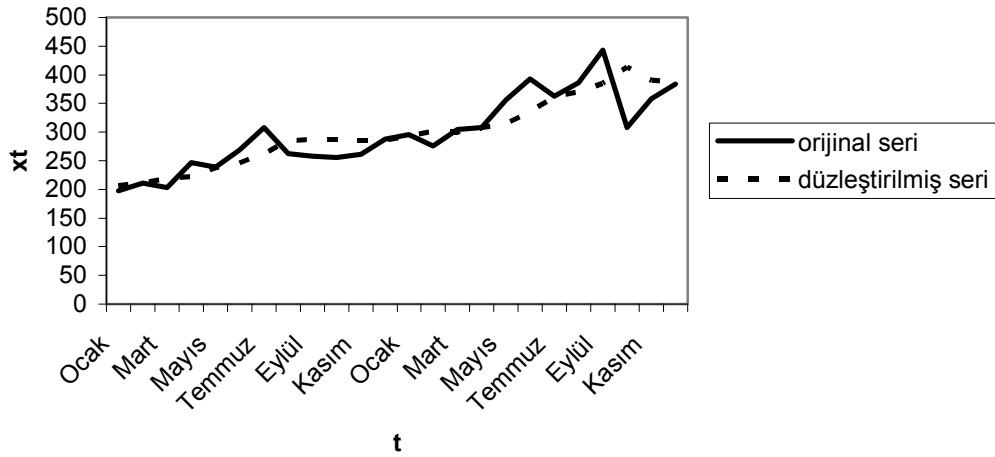
Düzeltilme sabiti α	Hata Kareler Toplamı	Düzeltilme sabiti α	Hata Kareler Toplamı
0,02	85351	0,18	30788
0,04	59946	0,20	30822
0,06	46073	0,22	31013
0,08	38440	0,24	31258
0,10	34628	0,26	31257
0,12	32518	0,28	31609
0,14	31338	0,30	32157
0,16	30725		

Çizelge 8.5 incelendiğinde, hata kareler toplamını en küçük yapan α değerinin 0,16 olduğu görülecektir. α 'nın bu değeri ile düzeltme işlemine başlanabilir.

En iyi α değeri bulunduktan sonra, zaman serisinin bütün periyotlarını içeren regresyon tahmin edicileri hesaplanarak, yeni başlangıç değerleri ile gerçek düzeltme işlemine başlanır. Bütün 24 aylık veri için regresyon tahminleri, $b_0(0)=198,03$ ve $b_1(0)=8,07$ olarak bulunur. Bu değerlerden hareketle, düzeltilmiş serilerin başlangıç değerleri, $S_0=155,66$ ve $S_0^{(2)}=113,295$ olarak hesaplanır. Kestirim denklemi Eş. 7.21 kullanılarak, seri için Çizelge 7.6'daki kestirimler hesaplanır.

Çizelge 7.6. Optimal düzleştirme sabiti $\alpha = 0,16$ kullanarak hesap makinesi satış miktarı zaman serisine uygulanan çift üstel düzleştirme sonuçları

Yıl	Ay	x_T	S_T	$S_T^{(2)}$	Kestirim
1	Ocak	197	162,28	121,13	206,10
	Şubat	211	170,07	128,96	211,26
	Mart	203	175,34	136,38	219,01
	Nisan	247	186,81	144,45	221,72
	Mayıs	239	195,81	152,26	237,23
	Haziran	269	195,16	161,27	245,86
	Temmuz	308	206,97	171,17	261,38
	Ağustos	262	223,14	180,48	285,00
	Eylül	258	229,35	189,03	287,54
	Ekim	256	233,94	196,78	287,40
	Kasım	261	237,47	203,89	285,90
	Aralık	288	241,23	211,06	285,68
2	Ocak	296	248,72	218,30	293,54
	Şubat	276	256,28	224,88	301,50
	Mart	305	259,44	231,58	300,57
	Nisan	308	266,73	238,26	308,57
	Mayıs	356	273,33	245,98	315,08
	Haziran	393	286,56	255,20	334,86
	Temmuz	363	303,59	264,46	361,19
	Ağustos	386	313,09	274,11	370,99
	Eylül	443	324,68	285,24	385,05
	Ekim	308	337,97	293,68	413,24
	Kasım	358	341,17	301,28	390,70
	Aralık	384	348,03	308,76	388,67



Şekil 7.4. Hesap makinesi satış miktarı zaman serisi için orijinal ve düzeltilmiş seriler

Bu kestirim süreci, zaman serisinin yeni gözlenecek gözlemlerini kestirmek için de kullanılabilir.

Holt'un İki Parametrelili Doğrusal Üstel Düzleştirme Yöntemi

Brown'un doğrusal üstel düzeltmesine benzeyen bu yöntemde ikinci düzeltme formülü kullanılmamaktadır. Bu yöntemde, ikinci düzeltme yerine trend değerleri direkt olarak düzeltilmektedir. Gözlem değerlerine uygulanan düzeltme sabitinden farklı bir düzeltme sabiti ile trend değerleri düzeltilmektedir [Orhunbilge, 1999].

Holt'un iki parametrelili doğrusal üstel düzeltme yönteminde tahminler iki düzeltme sabiti ve Eş.7.26- 28'de verilen üç denklem yardımıyla yapılmaktadır.

$$S_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (7.26)$$

$$b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1 - \gamma)b_{t-1} \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (7.27)$$

$$\hat{x}_{t+\tau} = S_t + b_t \tau \quad (7.28)$$

Burada, S_t : düzleştirilmiş gözlem ve b_t : trend faktörüdür. İlk düzleştirme denklemi, S_t 'yi trendin bir önceki periyottaki b_{t-1} değeri için, bu değeri en son düzleştirilmiş değer S_{t-1} 'e ekleyerek düzeltir. İkinci düzleştirme denklemi ise trendi güncelleştirir.

α ve γ , hata kareler toplamını en küçük yapacak şekilde belirlenir. S_t ve b_t için başlangıç değeri belirlemenin çeşitli yolları vardır. Genelde $S_1 = x_1$ olarak alınır. b_1 için önerilen üç yaklaşım Eş. 7.29- 31'deki gibidir:

$$b_1 = x_2 - x_1 \quad (7.29)$$

$$b_1 = [(x_2 - x_1) + (x_3 - x_2) + (x_4 - x_3)]/3 \quad (7.30)$$

$$b_1 = (x_n - x_1)/(n - 1) \quad (7.31)$$

7.2.3. Doğrusal olmayan üstel düzleştirme –Brown'un üçüncü dereceden üstel düzleştirme yöntemi

Genelde, herhangi dereceden polinomial modellerin katsayılarını tahmin etmek için de üstel düzleştirme kullanılabilir. Bu tür modelleri örneklendirmek için karesel bir model ele alınacaktır.

$$x_t = \beta_0 + \beta_1 t + \frac{1}{2} \beta_2 t^2 + \epsilon_t \quad (7.32)$$

Üstel düzleştirme denklemleri Eş. 7.33-35 'te verilmiştir.

$$S_T = \alpha x_T + (1 - \alpha) S_{T-1} \quad (7.33)$$

$$S_T^{(2)} = \alpha S_T + (1 - \alpha) S_{T-1}^{(2)} \quad (7.34)$$

$$S_T^{(3)} = \alpha S_T^{(2)} + (1 - \alpha) S_{T-1}^{(3)} \quad (7.35)$$

Modeldeki parametrelerin tahminleri Eş. 7.36-38'deki gibi elde edilir:

$$b_0(T) = 3S_T - 3S_T^{(2)} + S_T^{(3)} \quad (7.36)$$

$$b_1(T) = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2} \left[(6-5\alpha)S_T - 2(5-4\alpha)S_T^{(2)} + (4-3\alpha)S_T^{(3)} \right] \quad (7.37)$$

$$b_2(T) = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^2 (S_T - 2S_T^{(2)} + S_T^{(3)}) \quad (7.38)$$

Bu prosedür genellikle *üçlü üstel düzleştirme* olarak isimlendirilir.

Bu bilgilerden yararlanarak, üç düzleştirme denklemi için başlangıç değerleri Eş. 7.39-41'deki gibi elde edilir:

$$S_0 = b_0(0) - \frac{(1-\alpha)}{\alpha} b_1(0) + \frac{(1-\alpha)(2-\alpha)}{2\alpha^2} b_2(0) \quad (7.39)$$

$$S_0^{(2)} = b_0(0) - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} b_1(0) + \frac{2(1-\alpha)(3-2\alpha)}{2\alpha^2} b_2(0) \quad (7.40)$$

$$S_0^{(3)} = b_0(0) - \frac{3(1-\alpha)}{\alpha} b_1(0) + \frac{3(1-\alpha)(4-3\alpha)}{2\alpha^2} b_2(0) \quad (7.41)$$

Modelin kestirim denklemi ise Eş. 7.42' deki gibidir:

$$\hat{x}_{T+\tau}(T) = b_0(T) + b_1(T)\tau + b_2(T)\tau^2 \quad (7.42)$$

[Brown ve Meyer, 1961].

Bu sonuçlar n. dereceden polinomial model durumuna genişletilebilir.

7.3. Düzleştirme Sabitinin Belirlenmesi

Üstel düzleştirmenin bütün uygulamalarında, düzleştirme sabiti için bir değer belirlemek gerekmektedir. Bu bölümde düzleştirme sabiti değerini belirlemek için çeşitli yaklaşımlar ele alınacaktır.

Düzleştirme sabiti, zaman serilerinin gerçekleşen geçmiş değerlerinin kestirimi hangi ölçüde etkileyeceğini kontrol eder. Düzleştirme sabitinin küçük değerleri, önceki birçok gözleme önemli ağırlık verir ve zaman serileri modelinin parametrelerindeki değişimlere kestirim sisteminin yavaş yanıt vermesiyle sonuçlanır. Diğer taraftan, düzleştirme sabitinin büyük değerleri, zaman bağılı veride yalnız daha yakın gözlemlere ağırlık verir ve bu kestirim sisteminin parametre kaymalarına hızlı tepki vermesine neden olur. Ancak büyük değerli düzleştirme sabiti, aslında modelin parametrelerinde değişim olmamışken, sistemin serideki rasgele değişimlere tepki vermesine neden olabilir ve bu tür fazla duyarlılıklar arzu edilmez. Açıktır ki, bu tür bir durum, kestirim prosedürünün zaman serilerinin parametrelerindeki değişimlere çok yavaş tepki vermesi durumundan daha iyi değildir [Bowerman ve O'Connel, 1979].

Uygulamada düzleştirme sabiti, hata kareler toplamını en küçük yapacak şekilde grid araması (parametre uzayında, en uygun parametre değerini bulan bir arama yöntemi) ile seçilir. Basit düzleştirme üzerine yapılan araştırmaların çoğu, düzleştirme sabitinin değerinin 0 ile 1 arasında olduğunu varsaymıştır ancak uygulamada değeri

0,02 ile 0,3 arasında kısıtlanmıştır. Parametrelerin bu türlü kısıtlanmasını destekleyen bir kanıt bulunmamaktadır. Teorik ve uygulamalı çalışmalarda parametrelerin daha geniş aralıkları dikkatle incelenmelidir. Harrison'un (1967) bir dizi değişim fonksiyonu analizi göstermiştir ki, her zaman parametrenin değerinin altında tahmin edilmesi, değerinin üstünde tahmin edilmesinden daha ciddi bir durumdur [Gardner, 1985].

Eğer denemeler sonunda, sabit bir modelde alfanın optimum değeri 0,3 ten büyük ise modelin geçerliliği sorgulanmalıdır. Veride önemli derecede otokorelasyon olabilir. Verinin grafiğini çizmek, büyük düzeltirme sabiti değerine sebep olan, beklenmeyen trendleri ya da periyodik gidişleri ortaya çıkarabilir. Bu durumlarda daha uygun bir model kullanılmalıdır [Montgomery ve ark., 1990].

Makridakis ve ark. (1982) çalışmalarında model uydurma sürecinde alfanın değerini sıklıkla 0,3 'ün üzerinde tahmin etmişlerdir. Yine Chatfield (1978) de çalışmasında büyük parametre değerleri bulmuştur. Bu çalışmalar, düzeltirme parametrelerinin değerlerinin tahmin edilmesinin tehlikeli olduğunu göstermişlerdir. Parametreler veriden tahmin edilmelidir.

Doğrusal trendin bulunduğu modellerde ılımlı parametrelerin, Holt-Winters Modelleri için genelde 0,3 ten küçük olması önerilir. Brown Modelleri için ise genelde alfanın 0,2 ve daha küçük değerleri kabul edilir.

Bu parametre aralıkları keyfi oldukları gerekçesiyle eleştirilmelerine rağmen, kestirimlerin otomatik olarak oluşturulduğu envanter kontrol uygulamaları için uygundur. Envanter kontrolünde, sapmalı hataların mümkün olan en kısa zamanda tespit edilmesi önemlidir. Hızlı tespit, malzemenin stoğa gelişini ayarlamak için kullanılabilir gecikme zamanını artırır. İlimli parametrelerin kullanımının sapmalı hataları tespit etmeyi kolaylaştırdığı gösterilmiştir. Bunun sebebi, trend-düzeltilmiş modellerin serilerdeki düzeyde bir derece artış gibi ani değişimleri kaçırma eğiliminde olmalarıdır.

Hooke-Jeeves arama algoritması gibi gelişmiş arama prosedürleri daha etkin olmasına rağmen, uydurulan en küçük kareler toplamını en küçük yapan parametre setini bulmak için grid araması kullanılabilir [Gardner, 1985].

Yaygın olarak kullanılan bir teknik ise, gerçek zamana bağlı veri setine düzleştirme sabitinin farklı değerleri kullanılarak düzleştirmeler yapılması ve minimum hata kareler toplamı gibi bazı etkinlik ölçülerini optimize eden alfa değerinin seçilmesidir. Bu yaklaşım daha karmaşık modeller için de kullanılabilir. Bu düşüncenin çeşitli değiştirilmiş halleri kullanılabilmektedir. Örneğin, zamana bağlı verinin üç yıllık verisi mevcut ise, o halde ilk iki yılın verisi düzleştirme sabitini optimize etmek için kullanılıp, optimum düzleştirme sabitinin yeni veriye nasıl tepki göstereceğini görmek için kalan bir yılın her periyodu için kestirimde bulunulabilir [Orhunbilge, 1999].

7.4. Örneklem Aralığı

Üstel düzleştirme sürecinde, düzenli aralıklarda elde edilmiş örneklem verisi kullanılmaktadır. Uygulamada kullanılacak en iyi aralığın belirlenmesi için teorik bir yaklaşım yoktur. Örnek aralığının dar ve geniş olması, maliyet ve veri yapısındaki değişimlerin hesaplamalara yansımaları konularında problemler yaratabilir. Örnek aralığının seçimi, veri işlemenin maliyeti, değişimi fark etmede gecikmenin bedeli ve değişimlerin olasılık dağılımına bağlıdır. Bu problem için teorik bir çözüm geliştirilmemiştir.

8. ÖNERİLEN MODEL VE UYGULAMALARI

8.1. Modifiye MAD Modeli (MMAD)

MAD Modeli, Markowitz'in Ortalama-Varyans Modelini temel almış, portföy riskini standart sapma ile değil getirilerin aritmetik ortalamadan mutlak sapmaları ile ifade etmiştir. Bu sayede, portföy seçim problemi doğrusal programlama modeline indirgenerek, işlem kolaylığı sağlanmış olmaktadır. Herhangi bir dağılım varsayımı ve kovaryans matrisi hesaplamalarını gerektirmemesi de modelin avantajları arasındadır.

Çalışmada önerilecek model ise, MAD Modeline benzemekte ancak amaç fonksiyonunda önemli değişiklikler önermektedir. Önceki bölümlerde, menkul kıymet fiyat hareketlerinin yakın dönemlerin daha çok etkisinde kalacağı görüşü ile ağırlıklandırma süreci nedeniyle güçlü bir yöntem olan üstel düzleştirme yöntemi tanıtılmıştı. Bu düşünceden hareketle, MAD Modelinde amaç fonksiyonunda, menkul kıymet getirilerinin aritmetik ortalamadan mutlak sapmalarını en küçüklemek yerine, getirilerin üstel düzleştirme yolu ile elde edilen ağırlıklı ortalamadan mutlak sapmaları en küçük yapılacaktır.

R, r_{tj} : j menkul kıymetinin, t anındaki getirisi olmak üzere, n tane menkul kıymetin, T zaman periyodunda gözlenen getirilerden oluşan getiriler matrisi olsun.

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & r_{2n} \\ \cdot & \cdot & & & & \\ \cdot & & \cdot & & & \\ \cdot & & & \cdot & & \\ r_{T1} & r_{T2} & \cdot & \cdot & \cdot & r_{Tn} \end{bmatrix}_{T \times n}$$

MMAD Modelinde ilk adım her bir menkul kıymetin getiri serisi için uygun düzleştirme sabitinin bulunarak, serilere üstel düzleştirmenin uygulanmasıdır. Düzleştirme metodu olarak, Brown'un tekli üstel düzleştirme metodu kullanılacaktır. Bunun sebebi, menkul kıymet getirileri serilerinin genelde trend içermemesidir. Düzleştirme uygulanan serilerin T anındaki düzleştirilmiş değerlerinin aynı zamanda o zaman periyodu için bir ağırlıklı ortalama olduğuna daha önce değinilmişti. Bu ortalama değerlerinden oluşan yeni ortalama matrisi, Eş. 8.1'deki gibi olsun.

$$\bar{R}_{üst} = [\bar{r}_{üst1} \dots \bar{r}_{üstn}] \quad (8.1)$$

$$\bar{r}_{üstj} = \alpha \sum_{k=0}^{T-1} (1-\alpha)^k r_{T-kj} + (1-\alpha)^T S_{0j}, \quad j=1,2,\dots,n \quad (8.2)$$

Portföy optimizasyon modeli ;

$$\begin{aligned} \text{minimize } w(x) &= \sum_{t=1}^T y_t^* / T \\ \text{s.t. } y_t + \sum_{j=1}^n a_{tj}^* w_j &\geq 0, \quad t=1,\dots,T \\ y_t - \sum_{j=1}^n a_{tj}^* w_j &\geq 0, \quad t=1,\dots,T \\ \sum_{j=1}^n r_j w_j &\geq \text{hedef getiri} \\ \sum_{j=1}^n w_j &= 1 \\ 0 \leq w_j &\quad j=1,\dots,n \\ y_t^* &= \sum_{t=1}^T \left| \sum_{j=1}^n a_{tj}^* w_j \right| \end{aligned} \quad (8.3)$$

$$a_{tj}^* = r_{tj} - \bar{r}_{üstj}, \quad t=1,\dots,T \quad (8.4)$$

Model, MAD Modelinin bütün avantajlarına aynen sahip olmakla birlikte, kullanılan ağırlıklı ortalama ile geçmiş bütün gözlemlere aynı ağırlığı vermeyerek, verinin güncelliğini korumaktadır. Bunun yanı sıra, menkul kıymet getirisini etkilediği düşünülen bir zaman periyodu belirlendiği için, menkul kıymetin bütün zaman bağlı verisini kullanmak zorunluluğu yoktur. Bu sayede daha az gözlemle çalışılabilmektedir.

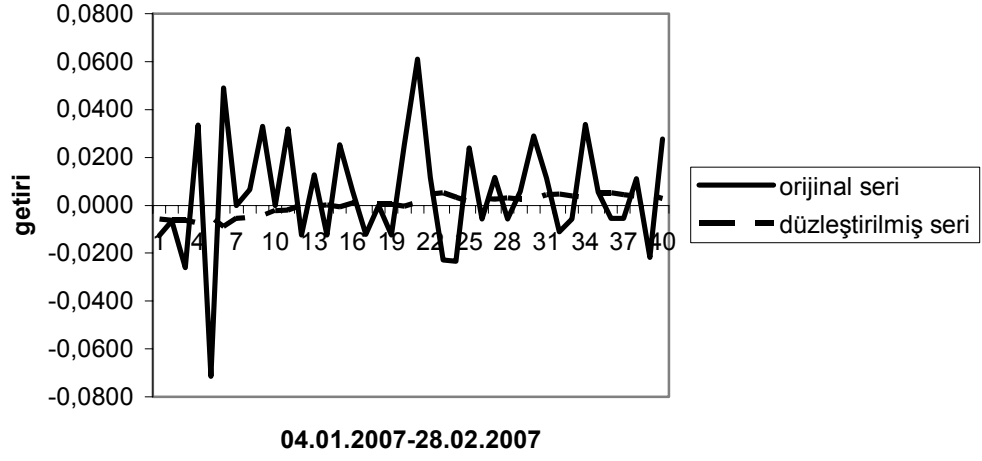
8.2. Gerçek Veri Çalışması

8.2.1. Günlük veri uygulaması

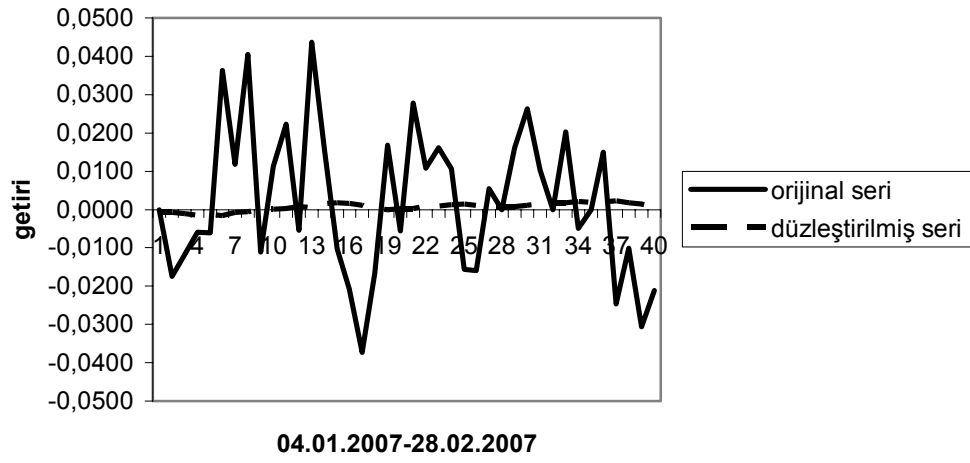
Adana Çimento A (ADANA) , Akbank (AKBNK) , Anadolu Hayat (ANHYT), Doğan Gazetecilik (DGZTE), İhlas Holding (IHLAS), Kardemir (KRDM), Şişe Cam (SISE) ve Tüpraş (TUPRS) hisse senetlerinin 04.01.2007-28.02.2007 tarihleri arasındaki toplam 40 günlük getiri verileri ele alınmış, bu veriler kullanılarak Markowitz, MAD ve MMAD Modelleri ile etkin portföyler oluşturulmuştur. Hisse senetlerinin, söz konusu dönemde günlük getirilerine ilişkin betimsel istatistikler Çizelge 8.1’de yer almaktadır.

Çizelge 8.1. Günlük veri örneği için hisse senetlerinin günlük getirilerine ilişkin betimsel istatistikler

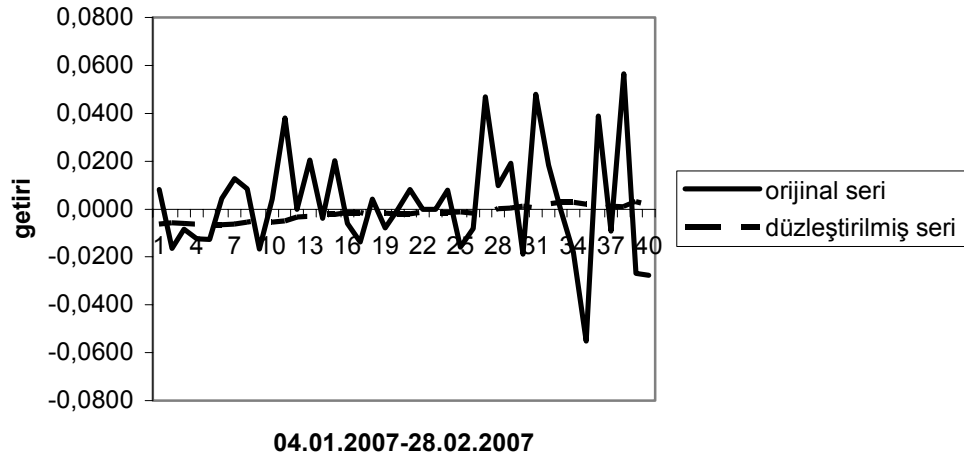
Hisse Senedi	En Küçük	En Büyük	Ortalama	St.Sapma	Çarpıklık	Basıklık
ADANA	-0,0714	0,0610	0,0046	0,0239	-0,291	1,694
AKBNK	-0,0372	0,0437	0,0021	0,0193	0,203	-0,414
ANHYT	-0,0550	0,0566	0,0024	0,0223	0,395	0,878
DGZTE	-0,0519	0,1184	0,0084	0,0328	1,137	2,208
IHLAS	-0,0566	0,0816	0,0039	0,0344	0,669	-0,268
KRDM	-0,1000	0,1212	0,0087	0,0416	0,157	1,082
SISE	-0,0413	0,0685	0,0035	0,0228	0,747	0,433
TUPRS	-0,0354	0,0388	0,0031	0,0170	-0,221	0,258



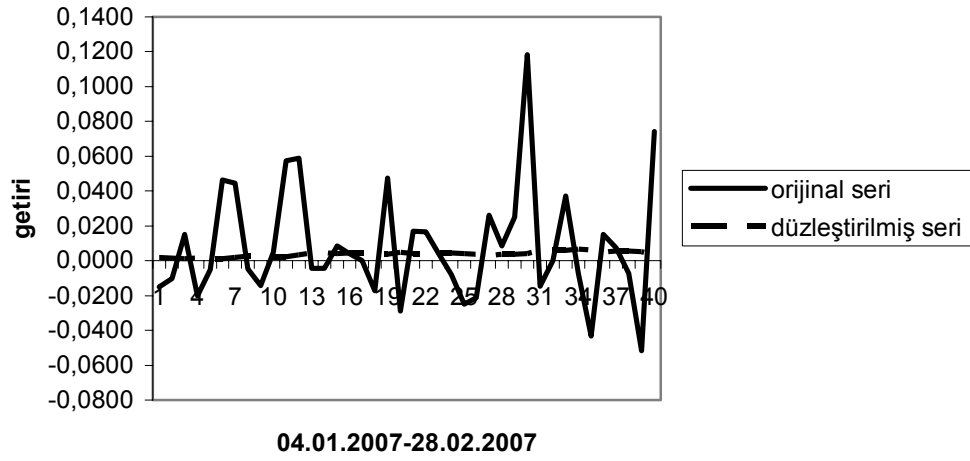
Şekil 8.1. ADANA için orijinal ve düzeltilmiş seriler



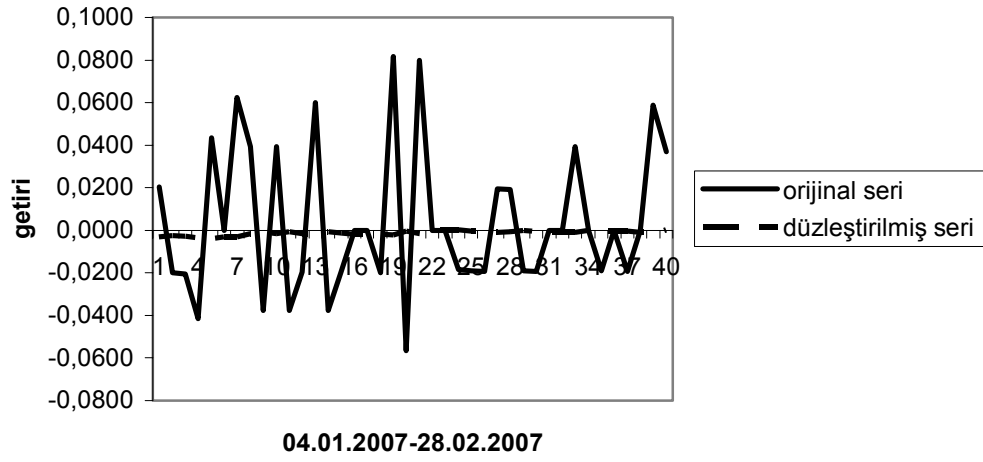
Şekil 8.2. AKBANK için orijinal ve düzeltilmiş seriler



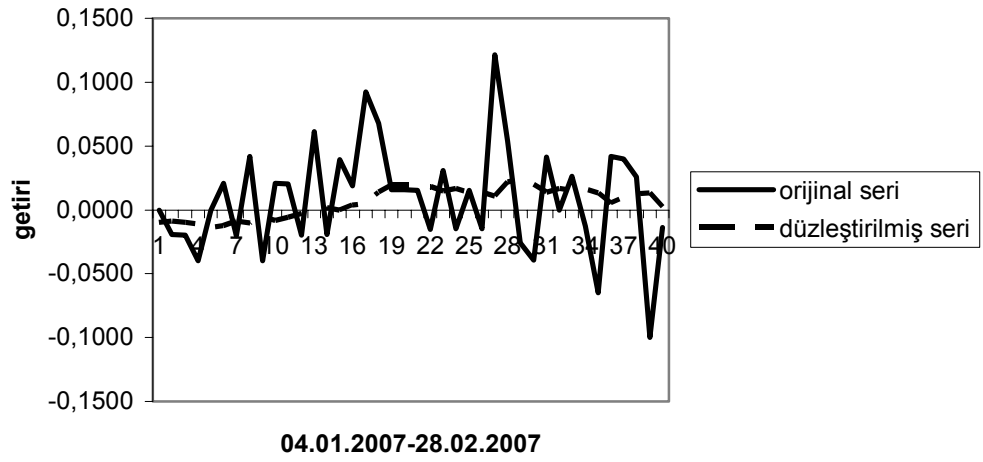
Şekil 8.3. ANHYT için orijinal ve düzleştirilmiş seriler



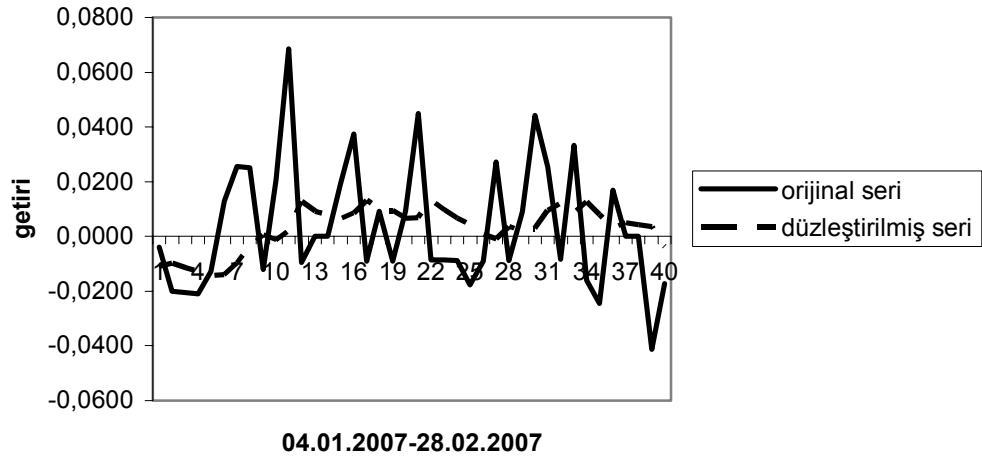
Şekil 8.4. DGZTE için orijinal ve düzleştirilmiş seriler



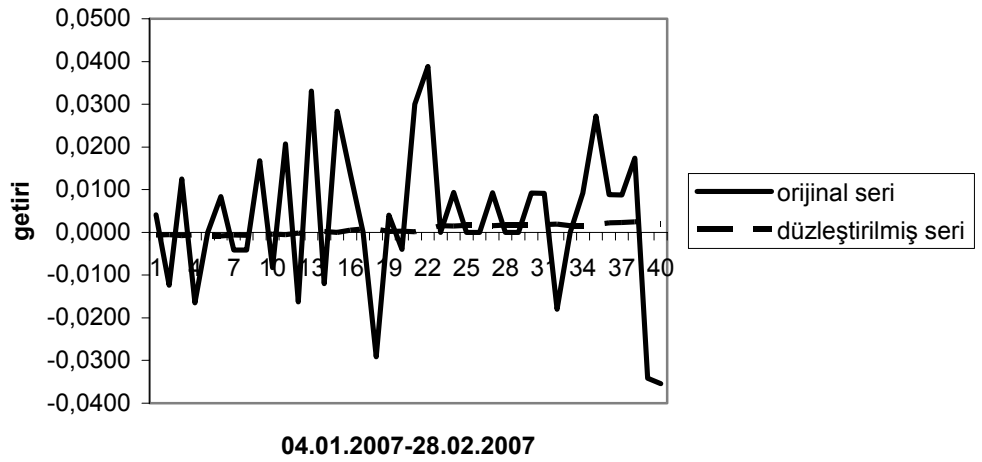
Şekil 8.5. İHLAS için orijinal ve düzleştirilmiş seriler



Şekil 8.6. KRDM için orijinal ve düzleştirilmiş seriler



Şekil 8.7. SİSE için orijinal ve düzeltilmiş seriler



Şekil 8.8. TUPRS için orijinal ve düzeltilmiş seriler

Hisse Senetlerinin günlük getiri serileri için elde edilen en iyi düzeltme sabitleri ve hata kare toplamaları Çizelge 8.2’de verilmiştir.

Çizelge 8.2. Günlük veri örneği için hisse senetlerinin günlük getiri serileri için elde edilen en iyi düzleştirme sabitleri ve hata kare toplamaları

HİSSE SENEDİ	α	HKT
ADANA	0,06	0,0242
AKBNK	0,02	0,0149
ANHYT	0,04	0,0209
DGZTE	0,02	0,0436
IHLAS	0,02	0,0480
KRDM	0,10	0,0716
SISE	0,16	0,0220
TUPRS	0,02	0,0117

Çizelge 8.3. Günlük veri örneği için farklı hedef getiri düzeylerinde Markowitz, MAD ve MMAD modellerine göre elde edilen etkin portföyler

Hedef Getiri		ADANA	AKBNK	ANHYT	DGZTE	IHLAS	KRDM	SISE	TUPRS
0,0086	MARK.	0	0	0	0,1820	0	0,818	0	0
	MAD	0	0	0	0,1820	0	0,818	0	0
	MMAD	0	0	0	0,1820	0	0,818	0	0
0,0080	MARK.	0,1238	0	0	0,53024	0	0,34658	0	0
	MAD	0,1178	0	0	0,6108	0	0,2714	0	0
	MMAD	0,1171	0	0	0,6210	0	0,2619	0	0
0,0075	MARK.	0,2124	0	0	0,4523	0,0328	0,3024	0	0
	MAD	0,2472	0	0	0,4998	0	0,2529	0	0
	MMAD	0,2441	0	0	0,5465	0	0,2094	0	0
0,0070	MARK.	0,2153	0	0	0,3964	0,0534	0,2616	0	0,0733
	MAD	0,3716	0	0	0,4636	0	0,1648	0	0
	MMAD	0,3439	0	0	0,4110	0	0,2142	0	0,0009
0,0065	MARK.	0,2135	0	0	0,3419	0,0716	0,2209	0	0,1520
	MAD	0,4976	0	0	0,3229	0	0,1755	0	0,004
	MMAD	0,3945	0	0	0,3579	0	0,1691	0	0,0786
0,0060	MARK.	0,2117	0	0	0,2827	0,0898	0,01803	0	0,2308
	MAD	0,3963	0	0	0,2836	0	0,1489	0	0,1712
	MMAD	0,2582	0	0	0,2614	0	0,2059	0	0,2745
0,0055	MARK.	0,2099	0	0	0,2329	0,1081	0,1397	0	0,3095
	MAD	0,2712	0,0308	0	0,2590	0	0,1199	0	0,3190
	MMAD	0,1480	0	0	0,2523	0	0,1529	0	0,4468
0,0050	MARK.	0,2055	0	0,0260	0,1847	0,1218	0,0977	0	0,3644
	MAD	0,1778	0,0552	0	0,2270	0,0228	0,0853	0	0,4318
	MMAD	0,1380	0,0990	0	0,2336	0	0,1004	0	0,4290
0,0045	MARK.	0,1969	0	0,0948	0,1468	0,1281	0,0534	0	0,3799
	MAD	0,0920	0,0745	0	0,1975	0,0563	0,0439	0	0,5358
	MMAD	0,1351	0,0066	0,0088	0,1756	0,1246	0,0329	0	0,5165
0,0040	MARK.	0,1883	0	0,1637	0,1090	0,1345	0,0091	0	0,3955
	MAD	0,0521	0,1234	0,0458	0,1159	0,0284	0,0600	0	0,5745
	MMAD	0,0832	0,0680	0,0661	0,1164	0,1048	0,0333	0	0,5282
0,0036	MARK.	0,1746	0,0624	0,1854	0,0604	0,1280	0	0	0,3891
	MAD	0,0741	0,0255	0,1592	0,0524	0,0700	0,0155	0	0,6032
	MMAD	0,1250	0,1317	0,1100	0	0,0489	0,0844	0	0,5001

Varlık Dağıtımı Bakımından Modeller

Çizelge 8.4. Günlük veri örneği için hisse senetlerinin ortalama elde tutulma yüzdeleri

	ADANA	AKBNK	ANHYT	DGZTE	IHLAS	KRDM	SISE	TUPRS
MARK.	0,1766	0,0006	0,0427	0,2654	0,0790	0,2061	0	0,209
MAD	0,1830	0,0281	0,0186	0,2922	0,0161	0,1960	0	0,240
MMAD	0,1806	0,0278	0,0168	0,2871	0,0253	0,2075	0	0,252

Çizelge 8.5. Günlük veri örneği için elde tutulan hisse senedi sayısı

Model	Hisse Senedi Sayısı		
	Ortalama	En Çok	En Az
MARK.	4,73	6	2
MAD	4,55	7	2
MMAD	4,50	7	2

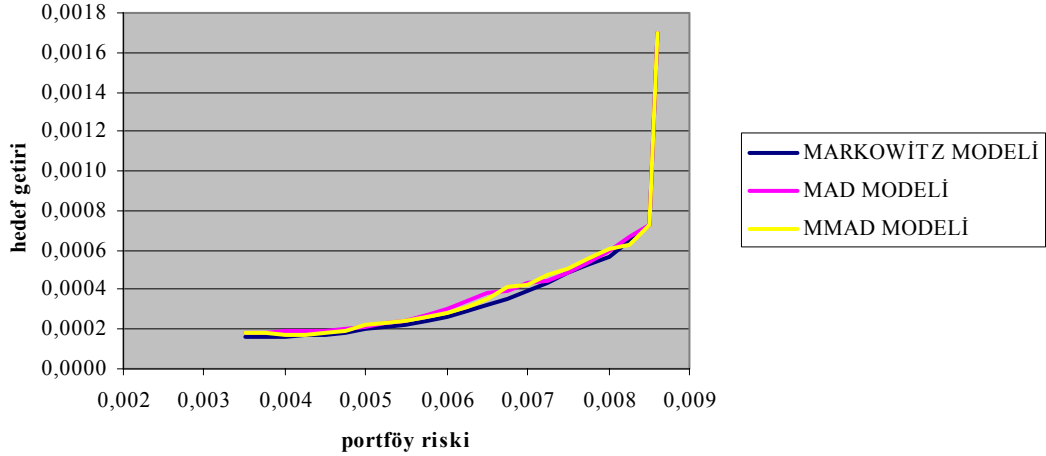
Çizelge 8.6. Günlük veri örneği için elde tutulan ortalama ortak hisse senedi sayısı

	MARK.	MAD	MMAD
MARK.	4,73	4	4,1
MAD	4	4,55	4,27
MMAD	4,1	4,27	4,5

Çizelge 8.7. Günlük veri örneği için örtüşme indeksleri

	MARK.	MAD	MMAD
MARK.	100,0	75,8	79,9
MAD	75,8	100,0	89,3
MMAD	79,9	89,3	100,0

Çizelge 8.7’de verilen modellerin örtüşme indeksleri incelendiğinde, modellerin genelde uyumlu oldukları gözlenmektedir. Özellikle, MAD ve MMAD Modelleri arasında yüksek oranda uyum olduğu görülmektedir.



Şekil 8.9. Modeller için hedef getirilere göre portföy riski

Modellerin, portföy riskleri incelendiğinde MAD ve MMAD Modellerinin genelde yakın değerlere sahip olduğu ve Markowitz Modelinin ise hemen her zaman diğer modellere eşit veya onlardan daha az riskli portföyler oluşturduğu gözlenmektedir.

Sharpe oranları

Markowitz, MAD ve MMAD Modelleri ile elde edilen portföylerin 15.03.2007 ile 30.03.2007 tarihleri arasında elde tutulduğunu varsayalım. Bu dönem sonunda her bir modelle elde edilen portföylerin Sharpe oranları hesaplanmış ve aşağıdaki gibi bulunmuştur.

Sharpe Oranı, portföylerin performanslarını ölçmekte kullanılan tek parametrelili getiri/risk ölçütlerinden en çok bilinenidir ve örnek tahmini

$$\hat{S}_p = (\bar{r}_p - \bar{r}_F) / \sigma_{r_p}$$

şeklinde hesaplanır. Burada $\bar{r}_p$; belirli zaman periyodunda portföyün ortalama getirisi, $\bar{r}_f$; belirli zaman periyodunda ortalama risksiz faiz oranı (hazine bonosunun faiz oranı olarak kabul edilir), σ_{r_p} ; belirli zaman periyodunda portföy getirisinin standart sapmasıdır. Portföyün başarısı, portföyün Sharpe oranı ile pazarın Sharpe oranı karşılaştırılarak yorumlanır. Portföyün, pazardan daha yüksek Sharpe oranına değerine sahip olması, pazardan daha iyi performans sergilediğini, daha düşük Sharpe oranına sahip olması, pazardan daha kötü performans sergilediğini gösterir [Haugen, 2001].

Çizelge 8.8. Günlük veri örneği için Markowitz, MAD ve MMAD modelleri ile elde edilen portföylerin Sharpe oranları

Sharpe Oranları			
Hedef Getiri	Markowitz M.	MAD M.	MMAD M.
0,0086	0,5675	0,5675	0,5675
0,0080	0,48722	0,46366	0,46089
0,0075	0,53512	0,49502	0,47883
0,0070	0,59339	0,52048	0,56621
0,0065	0,66490	0,56058	0,56621
0,0060	0,78579	0,63506	0,67678
0,0055	0,84893	0,70814	0,72371
0,0050	0,98986	0,79822	0,79099
0,0045	0,96706	0,86652	0,89258
0,0040	0,82932	1,01222	0,99030
0,0036	0,73255	0,79702	0,84717

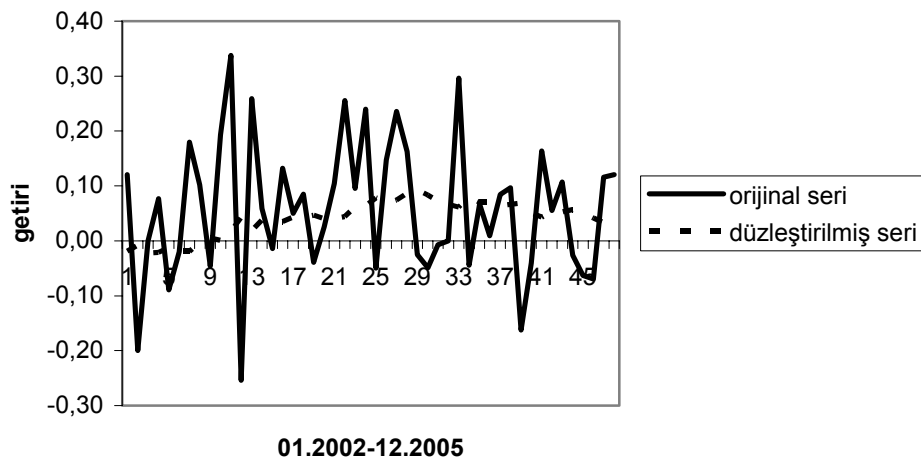
Çizelge 8.8'deki farklı getiri düzeylerine göre her bir model ile elde edilen en iyi portföylere ait Sharpe oranları incelendiğinde, koyu renkli yazılan hücrelerde MMAD Modelinin MAD Modeline eşit veya daha yüksek Sharpe oranına sahip olduğu gözlenmektedir. Ele alınan durumların % 58'sinde MMAD Modelinin MAD Modeline karşı üstünlüğü söz konusudur. MMAD Modeli, Markowitz Modeli ile karşılaştırıldığında ise bu oranın yalnızca %17 olduğu görülmektedir.

8.2.2. Aylık veri uygulaması

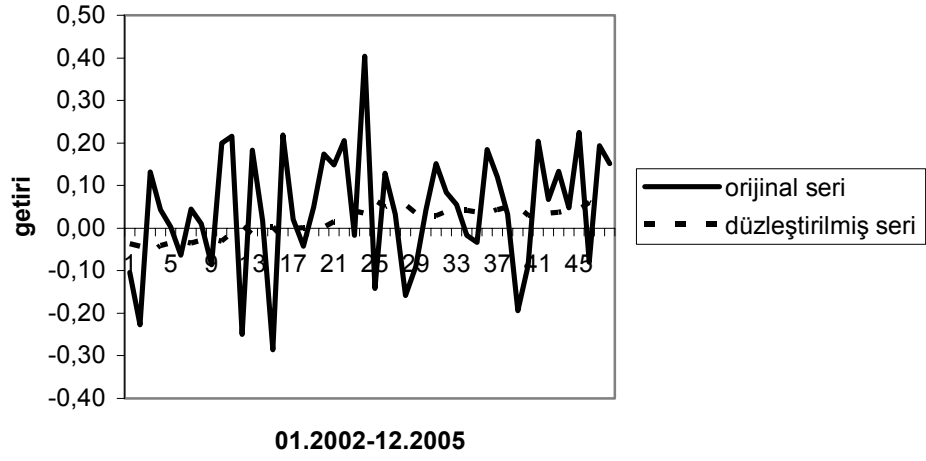
Anadolu Cam (ANACM), Ak Sigorta (AKGRT), Çimsa (CIMS), Eczacıbaşı İlaç (ECILC), Ereğli Demir Çelik (EREGL), Finansbank (FINB), Garanti Bankası (GARAN), Trakya Cam (TRKCM) hisse senetlerinin 01/2002-12/2005 tarihleri arasındaki toplam 48 aylık getiri verileri ele alınmış, bu veriler kullanılarak Markowitz, MAD ve MMAD Modelleri ile etkin portföyler oluşturulmuştur.

Çizelge 8.9. Aylık veri örneği için hisse senetlerinin aylık getirilerine ilişkin betimsel istatistikler

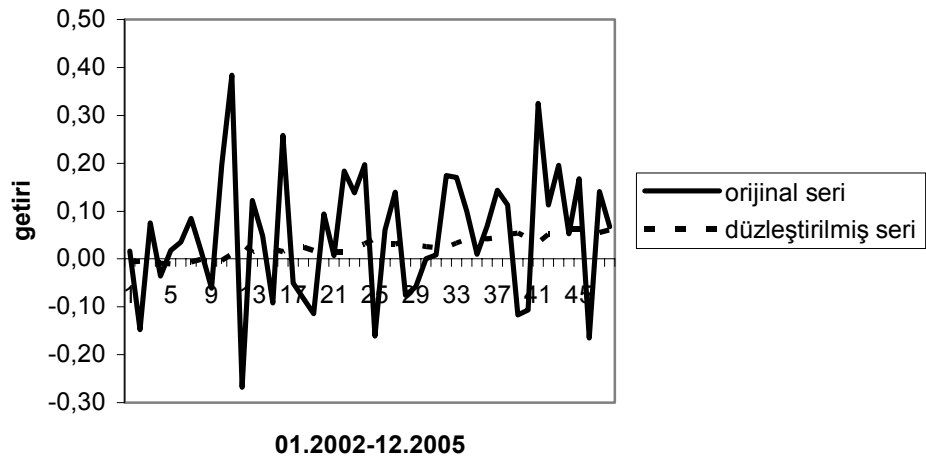
Hisse Senedi	En Küçük	En Büyük	Ortalama	St.Sapma	Çarpıklık	Basıklık
ANACM	-0,2540	0,3378	0,0579	0,1254	-0,029	0,095
AKGRT	-0,2857	0,4043	0,0426	0,1437	-0,211	0,000
CIMS	-0,2673	0,3836	0,0497	0,1324	0,048	0,097
ECILC	-0,2414	0,5763	0,0591	0,1728	1,260	1,661
EREGL	-0,2299	0,4955	0,0468	0,1449	0,309	0,672
FINB	-0,2978	0,6015	0,0754	0,1873	0,551	0,517
GARAN	-0,2889	0,5200	0,0458	0,1540	0,517	1,192
TRKCM	-0,2099	0,3382	0,0304	0,1024	0,678	1,288



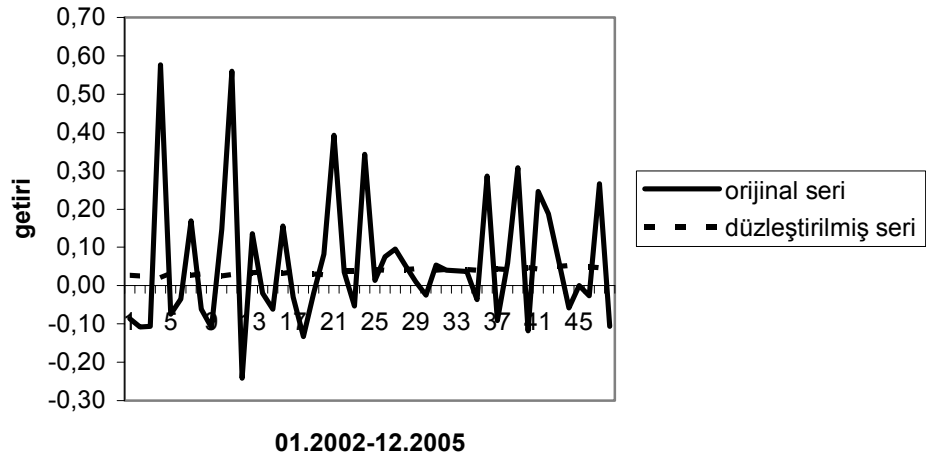
Şekil 8.10. ANACM için orijinal ve düzeltilmiş seriler



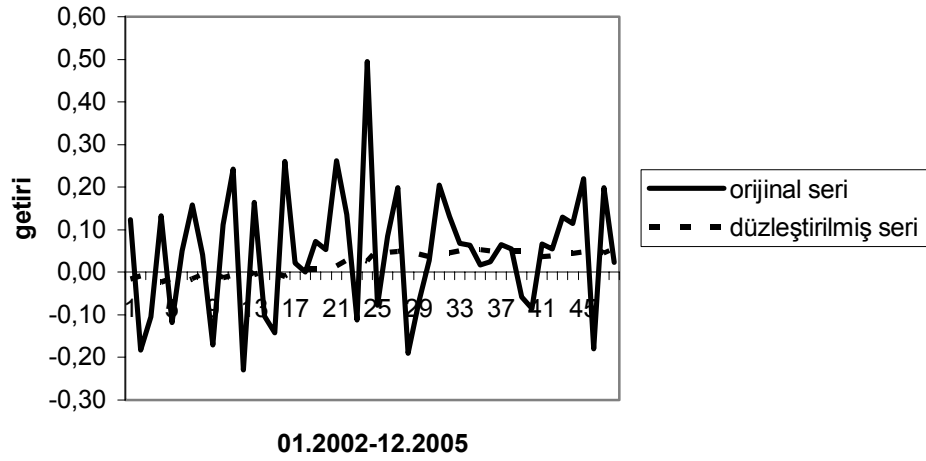
Şekil 8.11.AKGRT İçin orijinal ve düzleştirilmiş seriler



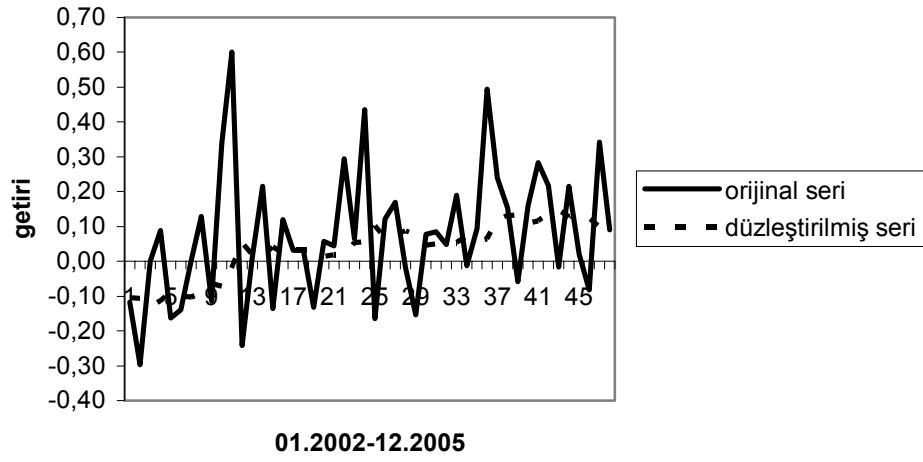
Şekil 8.12. CİMSA için orijinal ve düzleştirilmiş seriler



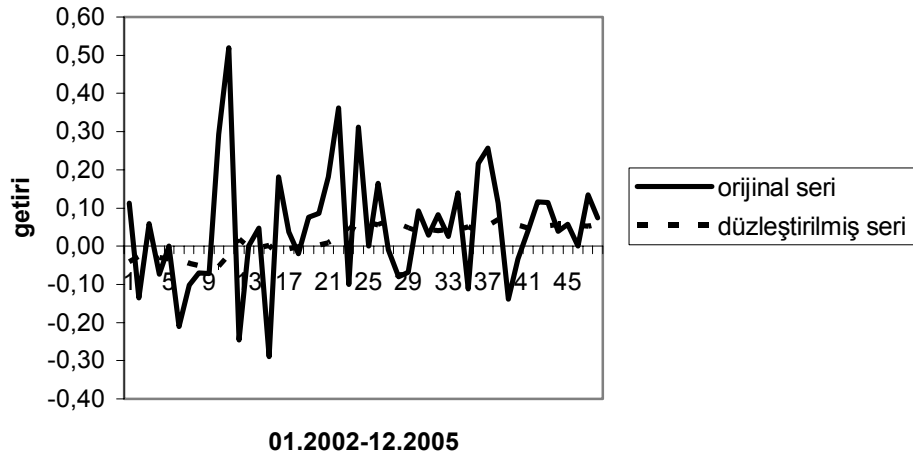
Şekil 8.13. ECİLC için orijinal ve düzeltilmiş seriler



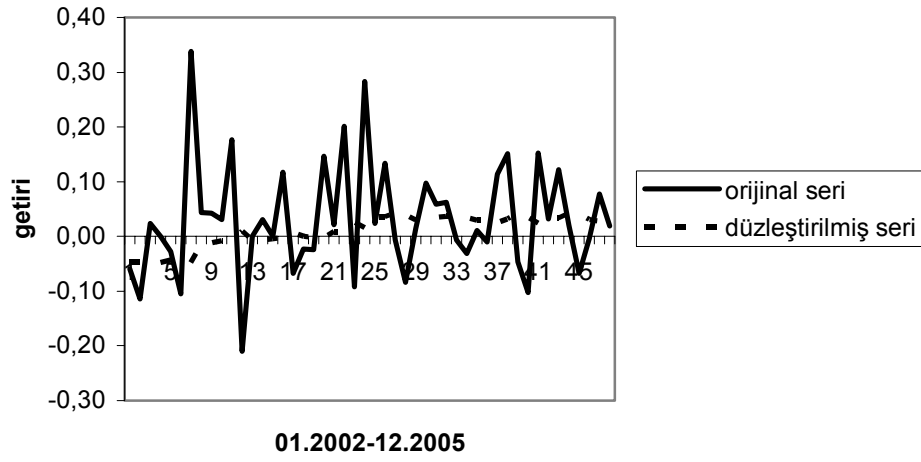
Şekil 8.14. EREGL için orijinal ve düzeltilmiş seriler



Şekil 8.15 FİNB için orijinal ve düzeltilmiş seriler



Şekil 8.16. GARAN için orijinal ve düzeltilmiş seriler



Şekil 8.17. TRKCM için orijinal ve düleştirilmiş seriler

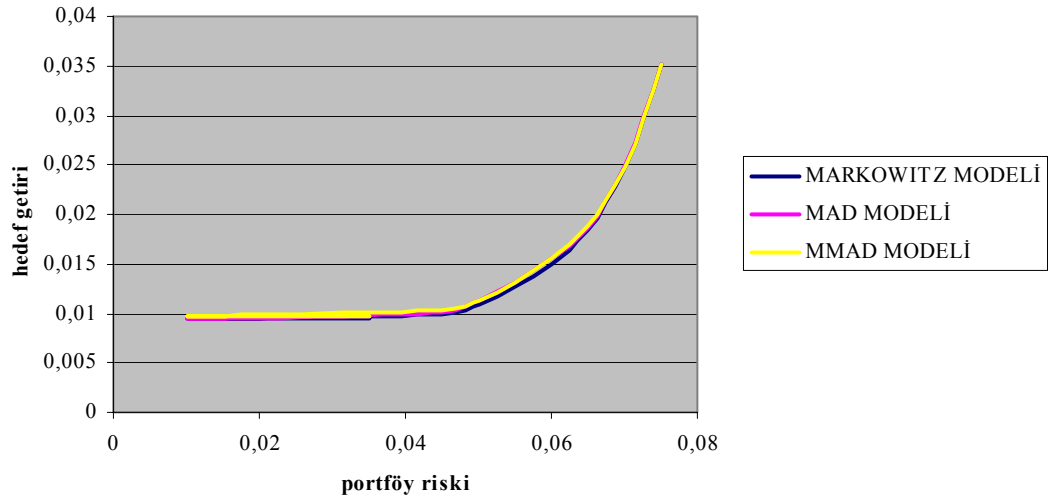
Hisse Senetlerinin aylık getiri serileri için elde edilen en iyi düleştirme sabitleri ve hata kare toplamaları Çizelge 8.10’da verilmiştir.

Çizelge 8.10. Aylık veri örneği için elde hisse senetlerinin günlük getiri serileri için elde edilen en iyi düleştirme sabitleri ve hata kare toplamaları

HİSSE SENEDİ	α	HKT
ANACM	0,08	0,8125
AKGRT	0,08	1,0348
CİMSA	0,06	0,8784
ECİLC	0,02	0,1450
EREGL	0,06	1,0562
FİNB	0,12	1,7347
GARAN	0,08	1,1978
TRKCM	0,08	0,5525

Çizelge 8.11. Aylık veri örneği için, farklı hedef getiri düzeylerinde Markowitz, MAD ve MMAD modellerine göre elde edilen etkin portföyler

Hedef Getiri		ANACM	AKGRT	CİMSA	ECİLC	EREGL	FİNB	GARAN	TRKCM
0,0754	MARK.	0	0	0	0	0	1	0	0
	MAD	0	0	0	0	0	1	0	0
	MMAD	0	0	0	0	0	1	0	0
0,0700	MARK.	0,2779	0	0	0,0321	0,	0,6901	0	0
	MAD	0,1836	0	0	0,1330	0	0,6834	0	0
	MMAD	0,2786	0	0	0,0312	0	0,6901	0	0
0,0650	MARK.	0,4848	0	0	0,1157	0	0,3995	0	0
	MAD	0,4021	0	0,0093	0,1896	0	0,3990	0	0
	MMAD	0,5323	0	0,0116	0,0242	0,0128	0,4190	0	0
0,0600	MARK.	0,6392	0	0,01	0,1812	0	0,1481	0	0,0213
	MAD	0,5564	0	0,0581	0,0353	0,1247	0,2254	0	0
	MMAD	0,5827	0	0	0,0339	0,1617	0,2216	0	0
0,0550	MARK.	0,5624	0	0,0378	0,1634	0	0,0833	0	0,1532
	MAD	0,5426	0	0,1239	0,0420	0,0798	0,1066	0	0,1051
	MMAD	0,5230	0	0,1273	0,0620	0,0842	0,1028	0	0,1007
0,0500	MARK.	0,4855	0	0,0656	0,1455	0	0,0184	0	0,2850
	MAD	0,5065	0	0,1145	0,0465	0	0,0239	0,0696	0,2390
	MMAD	0,4977	0	0,0976	0,0533	0,0482	0,0365	0,0056	0,2612
0,0450	MARK.	0,3738	0	0,0648	0,1073	0	0	0	0,4541
	MAD	0,3938	0	0	0,0381	0	0,0186	0,1199	0,4297
	MMAD	0,4180	0	0	0,0337	0	0	0,1392	0,4091
0,0040	MARK.	0,2482	0	0,0526	0,0611	0	0	0	0,6382
	MAD	0,3210	0	0	0,0266	0	0	0	0,6524
	MMAD	0,3325	0	0	0,0155	0	0	0	0,6520
0,035	MARK.	0,2254	0	0,0504	0,0527	0	0	0	0,6715
	MAD	0,1509	0	0	0,0381	0	0	0	0,8110
	MMAD	0,1596	0	0	0,0412	0	0	0	0,7993



Şekil 8.18. Modellerin hedef getiriye göre portföy riskleri

Modellerin, portföy riskleri incelendiğinde MAD ve MMAD Modellerinin genelde yakın değerlere sahip olduğu ve Markowitz Modelinin ise her zaman diğer modellere eşit veya onlardan daha az riskli portföyler oluşturduğu gözlenmektedir.

Varlık Dağıtımı Bakımından Modeller

Çizelge 8.12. Aylık veri örneği için hisse senetlerinin ortalama elde tutulma yüzdeleri

	ANACM	AKGRT	CİMSA	ECİLC	EREGL	FİNB	GARAN	TRKCM
MARK.	0,3664	0	0,0312	0,0954	0	0,2600	0	0,247
MAD	0,3397	0	0,0340	0,0610	0,0227	0,2730	0,0211	0,249
MMAD	0,3694	0	0,0260	0,0330	0,0341	0,274	0,0161	0,247

Çizelge 8.13. Aylık veri örneği için elde tutulan hisse senedi sayısı

Model	Hisse Senedi Sayısı		
	Ortalama	En Çok	En Az
MARK.	3,78	5	1
MAD	4	6	1
MMAD	4	7	1

Çizelge 8.14. Aylık veri örneği için elde tutulan ortalama ortak hisse senedi sayısı

	MARK.	MAD	MMAD
MARK.	3,78	3,33	3,22
MAD	3,33	4	3,78
MMAD	3,22	3,78	4

Çizelge 8.15. Aylık veri örneği için örtüşme indeksleri

	MARK.	MAD	MMAD
MARK.	100	74,8	70,6
MAD	74,8	100	89,6
MMAD	70,6	89,6	100

Çizelge 8.15’deki örtüşme indeksleri incelendiğinde, modellerin genelde birbirleri ile yüksek oranda örtüştüğü gözlenmektedir. Özellikle, MAD ve MMAD Modelleri arasında uyumun yüksek olduğu gözlenmektedir.

Sharpe oranları

Markowitz, MAD ve MMAD Modelleri ile elde edilen portföylerin 15.03.2007 ile 30.03.2007 tarihleri arasında elde tutulduğunu varsayalım. Bu dönem sonunda her bir modelle elde edilen portföylerin Sharpe oranları hesaplanmış ve aşağıdaki gibi bulunmuştur.

Çizelge 8.16. Aylık veri örneği için Markowitz, MAD ve MMAD Modelleri ile elde edilen portföylerin Sharpe oranları

Sharpe Oranları			
Hedef Getiri	Markowitz M.	MAD M.	MMAD M.
0,075	0,24	0,24	0,24
0,070	0,1139	0,1423	0,1136
0,065	-0,0425	-0,0129	-0,0612
0,060	-0,187	-0,237	-0,273
0,055	-0,2007	-0,2556	-0,2501
0,050	-0,2190	-0,2229	-0,2505
0,045	-0,1854	-0,2118	-0,2224
0,040	-0,1509	-0,1812	-0,1775

Çizelge 8.16'daki farklı getiri düzeylerine göre her bir model ile elde edilen en iyi portföylere ait Sharpe oranları incelendiğinde, MMAD Modelinin yalnızca 0,075 hedef getiri düzeyinde Markowitz ve MAD Modelleri ile eşit Sharpe oranına sahip olduğu gözlenmektedir. Ele alınan diğer durumların hepsinde MMAD Modelinin Sharpe oranları, diğer modellerinkinden genelde daha düşüktür.

8.3. Simülasyon Çalışması

Farklı menkul kıymet sayıları ve zaman periyotlarından oluşan veri setleri üretilirken, öncelikle menkul kıymetler arasındaki varyans-kovaryans matrisi rasgele olarak üretilmiştir. Ardından, **0** ortalama vektörlü ve üretilen varyans kovaryans matrisine sahip çok değişkenli normal dağılımdan verilen menkul kıymet sayısı kadar getiri değişkeni ve zaman periyodu kadar veri üretilmiştir.

Üretilen her bir veri setine, Markowitz, MAD ve MMAD Modelleri uygulanarak, etkin portföyler elde edilmiştir. Her bir model için ayrı ayrı elde edilen bu etkin portföylerin beklenen getiri, varyans ve risk ölçüleri hesaplandıktan sonra, bu üretme işlemi 100 kez tekrarlanmıştır.

Her tekrar sonunda, elde edilen etkin portföylerin getiri ve varyanslarına ilişkin hipotez testleri yapılmıştır. Portföylerin getirileri normal dağılımdan üretildiğinden, hipotez testi için t test istatistiği, varyansların eşitliği için hipotez testinde ise Mann – Whitney U test istatistiği kullanılmıştır.

Bu işlemlerin sonunda, yapılan 100 tane hipotez testi sonucunda H_0 hipotezini reddetme oranı hesaplanmıştır.

Hipotez Testleri

Portföylerin Beklenen Getirileri ile İlgili Hipotez Testleri

1)

$$H_0 : \text{Ort} (BG_{\text{MARKOWITZ}}) = \text{Ort} (BG_{\text{MMAD}})$$

$$H_1 : \text{Ort} (BG_{\text{MARKOWITZ}}) < \text{Ort} (BG_{\text{MMAD}})$$

2)

$$H_0 : \text{Ort} (BG_{\text{MAD}}) = \text{Ort} (BG_{\text{MMAD}})$$

$$H_1 : \text{Ort} (BG_{\text{MAD}}) < \text{Ort} (BG_{\text{MMAD}})$$

Portföylerin Varyansları ile İlgili Hipotez Testleri

1)

H_0 : Yığınlar benzer dağılımlara sahiptir.

H_1 : MMAD Modeli ile elde edilen portföy varyansları, Markowitz Modeli ile elde edilen portföy varyanslarından küçük olma eğilimindedir.

2)

H_0 : Yığınlar benzer dağılımlara sahiptir.

H_1 : MMAD Modeli ile elde edilen portföy varyansları, MAD Modeli ile elde edilen portföy varyanslarından küçük olma eğilimindedir.

Maximum Hedef Getiri için:

Bütün modellerde maximum getiri hedeflendiğinde, her üç modelde tamamen aynı etkin portföyleri vermiştir. Dolayısıyla, portföylerin beklenen getiri ve varyansları farklılık göstermemiştir.

Ortalama Hedef Getiri için:

Bütün modellerde, ortalama bir getiri düzeyi hedeflendiğinde, modeller bazen farklı bazen de aynı etkin setler vermişlerdir. Bu etkin portföylere ilişkin hipotez testi sonuçları Çizelge 8.16’da yer almaktadır.

Çizelge 8.17. Hipotez testi sonuçları

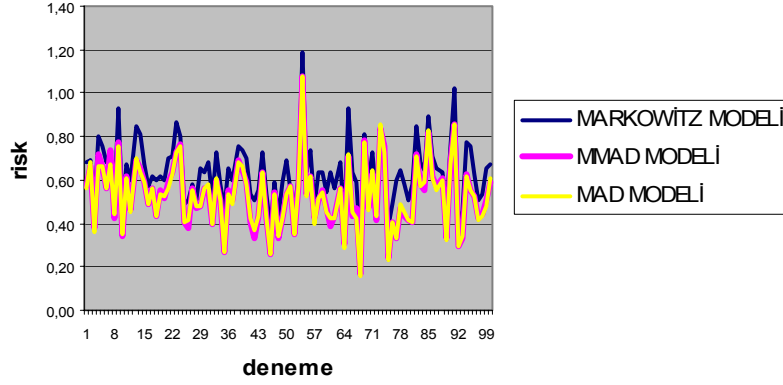
Menkul kıymet sayısı	Periyot sayısı	Portföy beklenen getirileri için yokluk hipotezini reddetme oranı		Portföy beklenen varyansları için yokluk hipotezini reddetme oran	
		1.Hipotez	2.Hipotez	1.Hipotez	2.Hipotez
n=7	12	0	0	0	0
	24	0	0	0	0
	36	0	0	0	0
	48	0	0	0	0
n=8	12	0	0	0	0
	24	0	0	0	0
	36	0	0	0	0
	48	0	0	0	0
n=9	12	0	0	0	0
	24	0	0	0	0
	36	0	0	0	0
	48	0	0	0	0
n=10	12	0	0	0	0
	24	0	0	0	0
	36	0	0	0	0
	48	0	0	0	0
n=12	12	0	0	0	0
	24	0	0	0	0
	36	0	0	0	0
	48	0	0	0	0
n=15	12	0	0	0	0
	24	0	0	0	0
	36	0	0	0	0
	48	0	0	0	0

Sonuçlar incelendiğinde, portföy beklenen getirileri için yokluk hipotezinin hiçbir zaman reddedilmediği görülüyor. Bu durumda önerdiğimiz MMAD Modeli ile elde edilen etkin portföylerin beklenen getirilerinin ortalamaları ile Markowitz Modeli ve MAD Modeli ile elde edilen etkin portföylerin beklenen getirileri ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olmadığı anlamına gelir. Aynı modeller için portföy varyanslarını karşılaştıran hipotez testi sonuçlarına baktığımızda, yine yokluk hipotezi hiçbir zaman reddedilmemiştir. Bu ise önerdiğimiz MMAD Modeli ile elde edilen etkin portföylerin varyansları ile Markowitz Modeli ve MAD Modeli ile elde edilen etkin portföylerin varyansları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olmadığı anlamına gelir. Sonuç olarak, önerilen MMAD Modeli, portföy beklenen getirileri ve portföy varyansları bakımından hem Markowitz Modeli hem de MAD

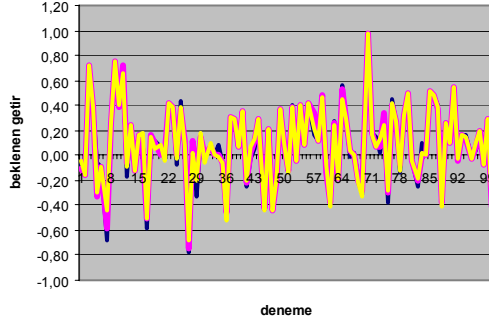
Modelinden farklı sonuçlar elde etmemiştir. Bu anlamda MMAD Modelinin, menkul kıymet getirilerinin normal dağıldığı varsayımı altında Markowitz'in Ortalama-Varyans ve MAD Modellerine alternatif bir model olarak karşımıza çıkmaktadır.

Ortalama Getiri Hedeflendiğinde Simülasyon Sonuçları

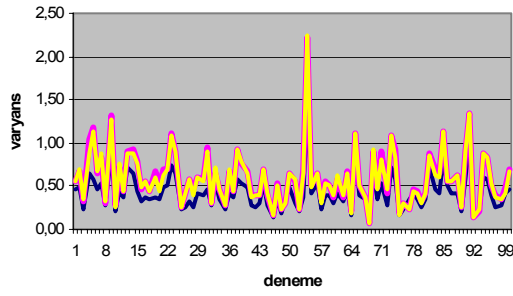
$n=8$, $T=12$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.19. 8 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

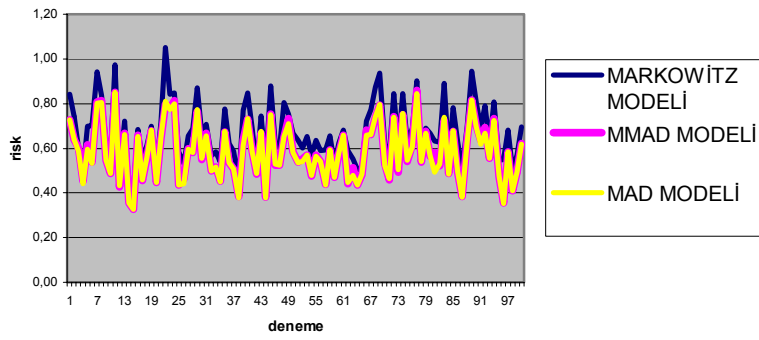


Şekil 8.20. 8 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

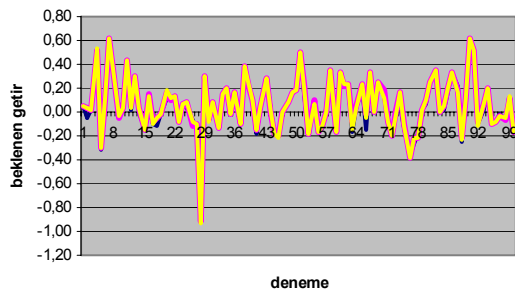


Şekil 8.21. 8 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

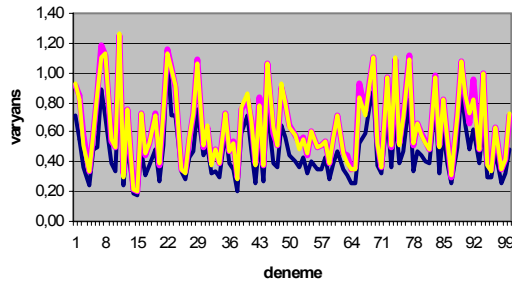
$n=8, T=24$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.22. 8 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

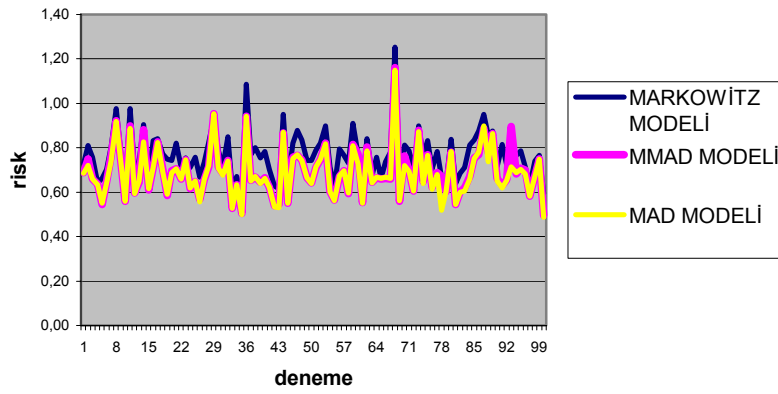


Şekil 8.23. 8 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

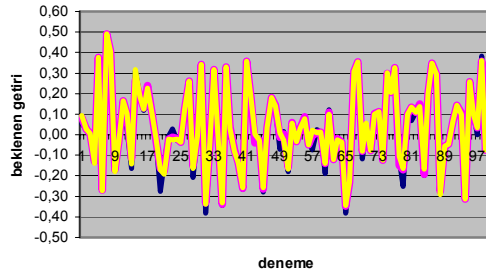


Şekil 8.24. 8 hisse senetli,24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

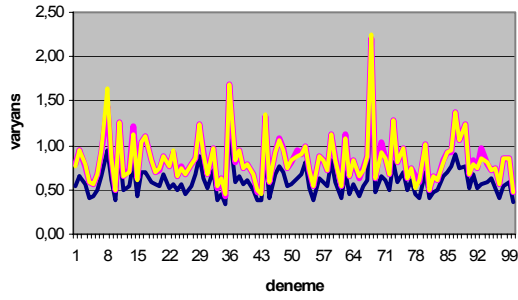
$n=8, T=36$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.25. 8 hisse senetli,36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

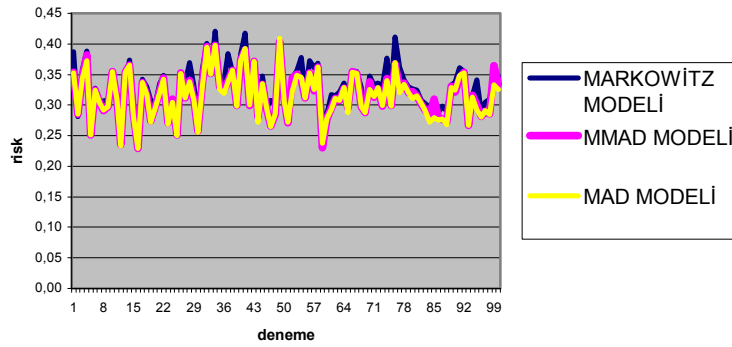


Şekil 8.26. 8 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

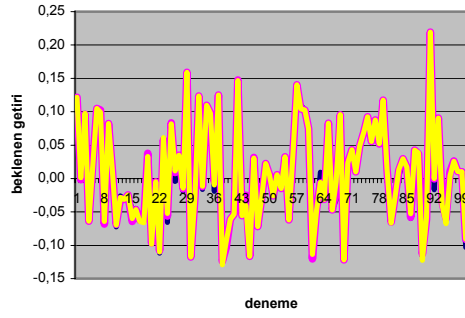


Şekil 8.27. 8 hisse senetli,36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

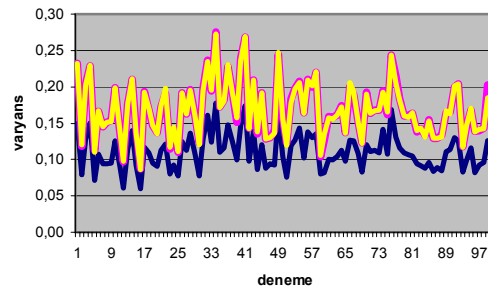
$n=8, T=48$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.28. 8 hisse senetli,48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

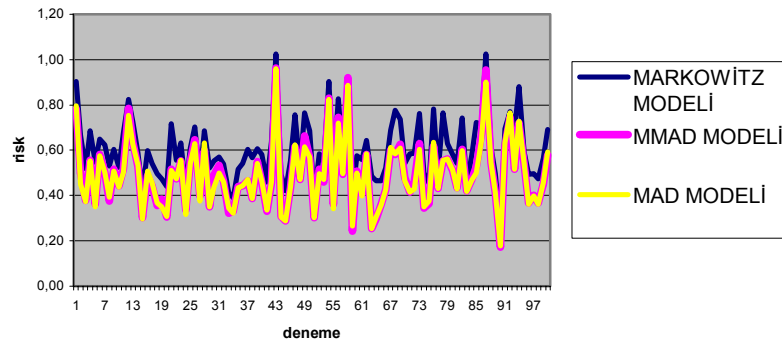


Şekil 8.29. 8 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

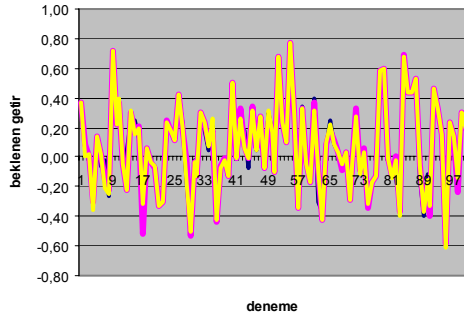


Şekil 8.30. 8 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

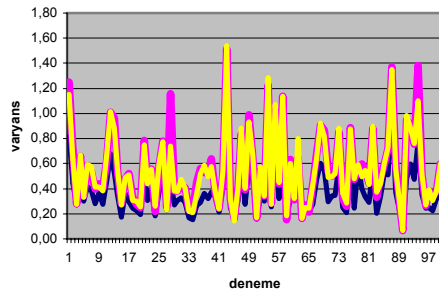
$n=9, T=12$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.31. 9 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

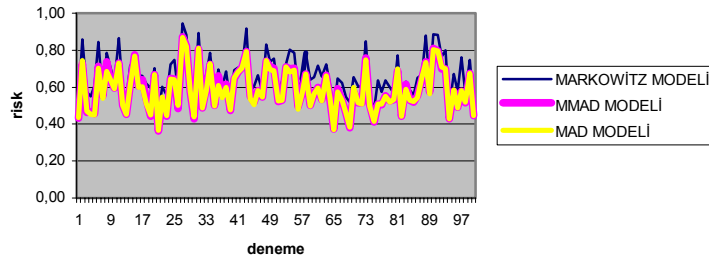


Şekil 8.32. 9 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

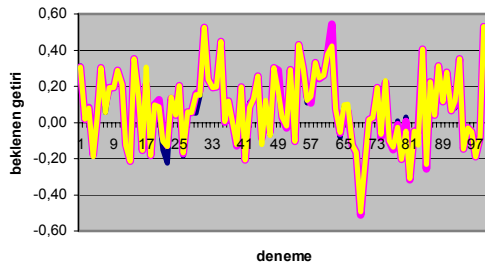


Şekil 8.33. 9 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

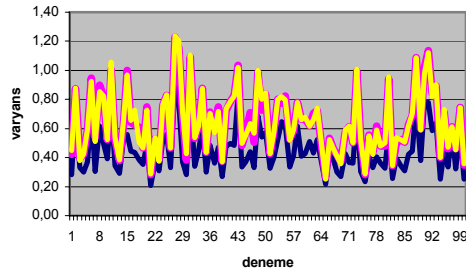
$n=9, T=24$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.34. 9 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

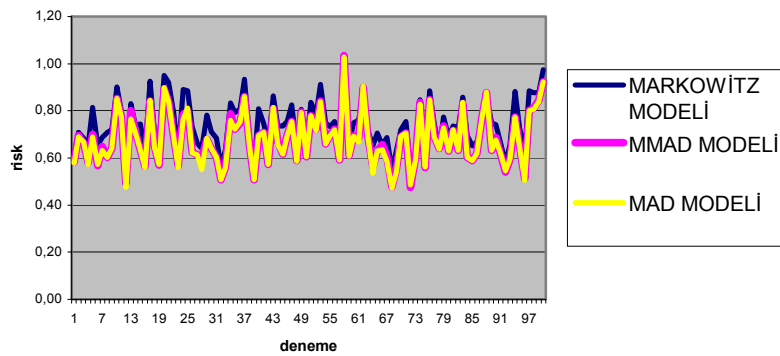


Şekil 8.35. 9 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

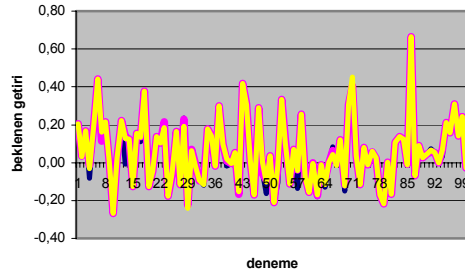


Şekil 8.36. 9 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

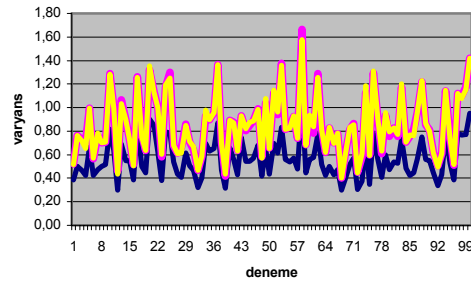
$n=9, T=36$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.37. 9 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

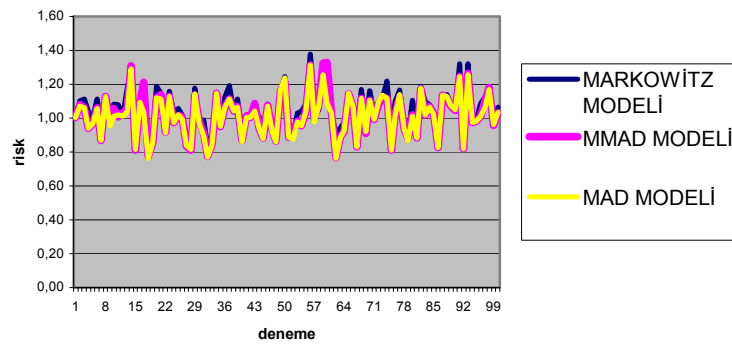


Şekil 8.38. 9 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

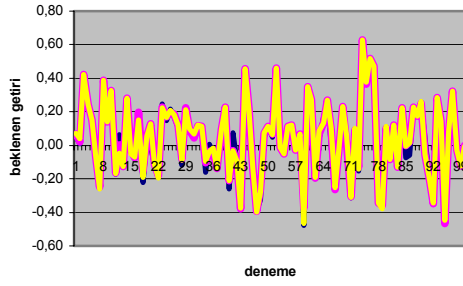


Şekil 8.39. 9 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

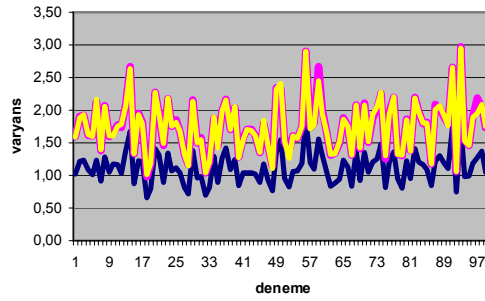
$n=9, T=48$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.40. 9 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

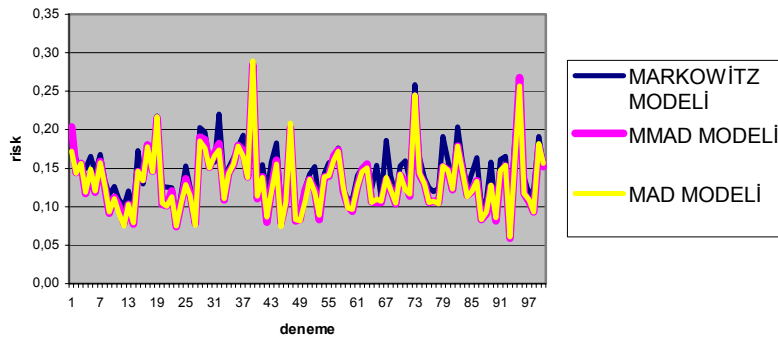


Şekil 8.41. 9 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

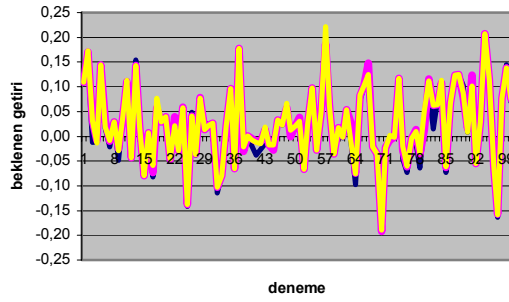


Şekil 8.42. 9 hisse senetli, 48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

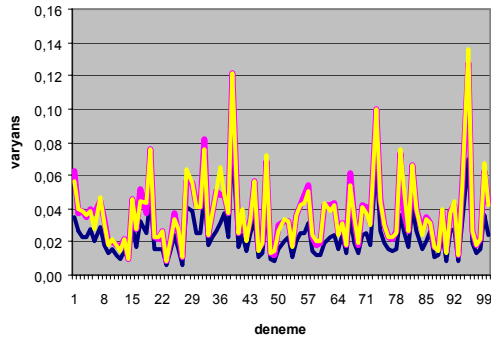
$n=10, T=12$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.43. 10 hisse senetli, 12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

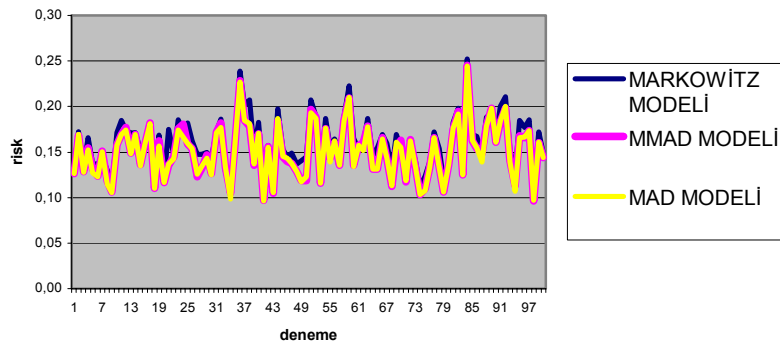


Şekil 8.44. 10 hisse senetli,12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

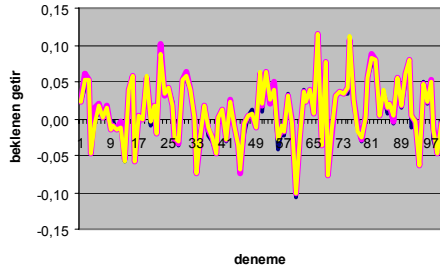


Şekil 8.45. 10 hisse senetli,12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

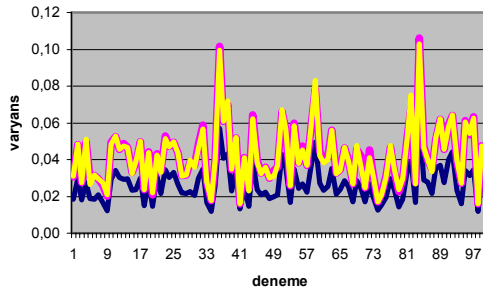
$n=10, T=24$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.46. 10 hisse senetli,24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

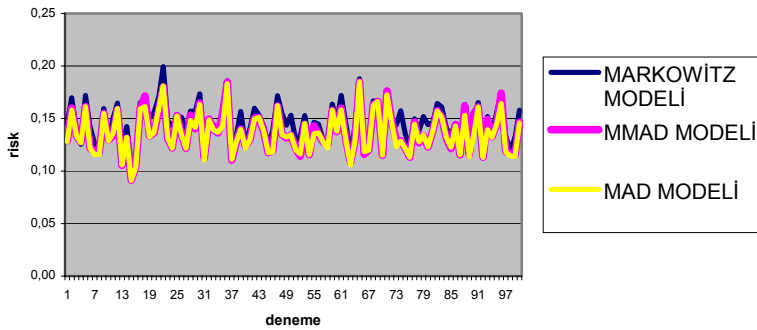


Şekil 8.47. 10 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

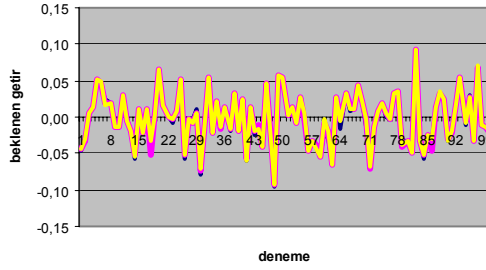


Şekil 8.48. 10 hisse senetli, 24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

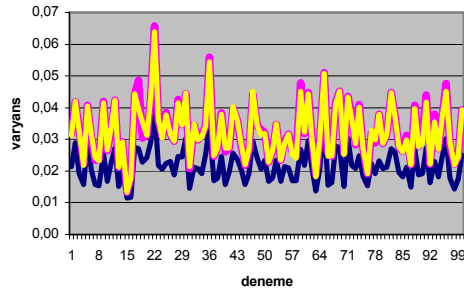
$n=10, T=36$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.49. 10 hisse senetli, 36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

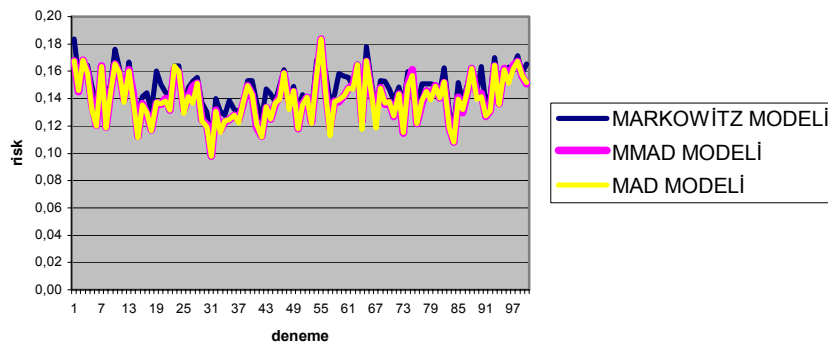


Şekil 8.50. 10 hisse senetli,36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

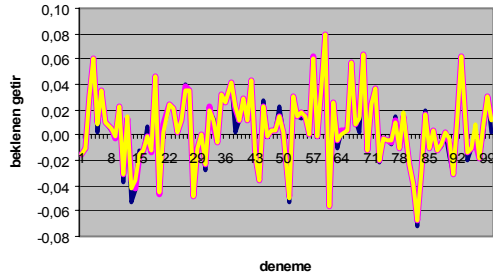


Şekil 8.51. 10 hisse senetli,36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

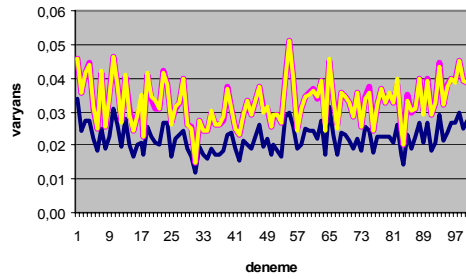
$n=10, T=48$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.52. 10 hisse senetli,48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

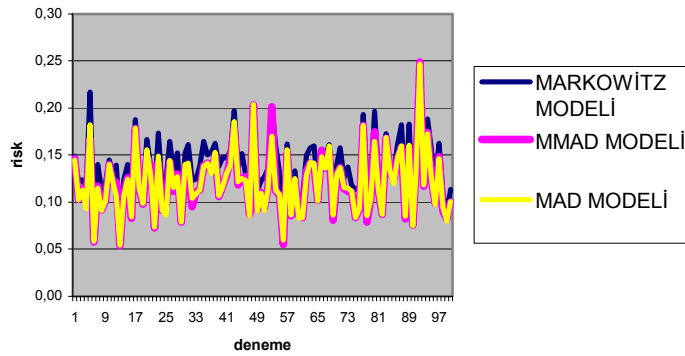


Şekil 8.53. 10 hisse senetli,48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

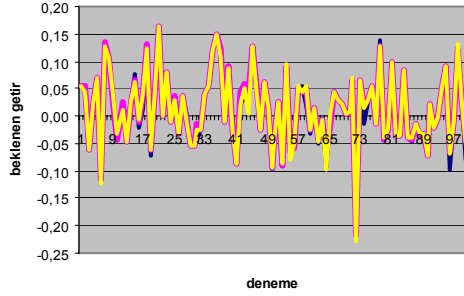


Şekil 8.54. 10 hisse senetli,48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

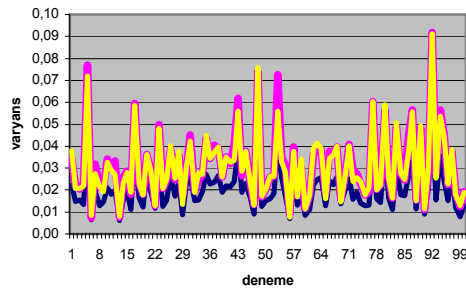
$n=12, T=12$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.55. 12 hisse senetli,12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

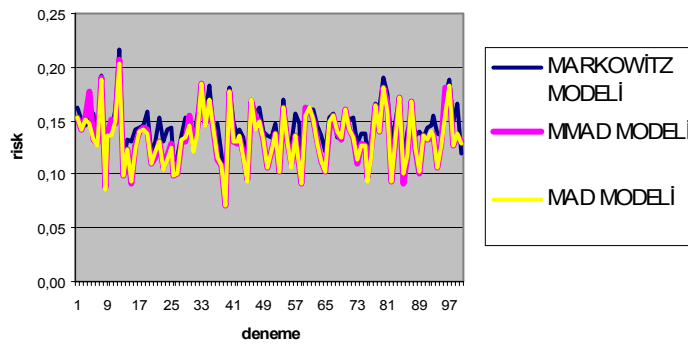


Şekil 8.56. 12 hisse senetli,12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

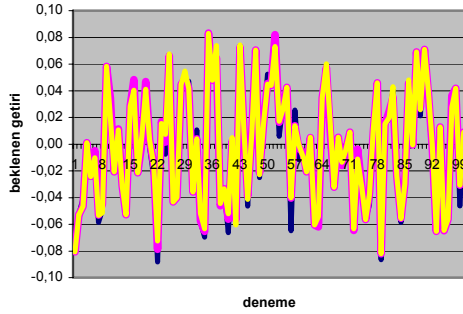


Şekil 8.57. 12 hisse senetli,12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

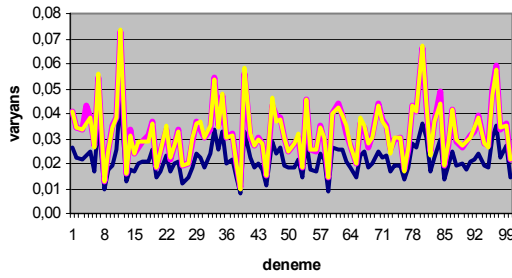
$n=12, T=24$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.58. 12 hisse senetli,24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

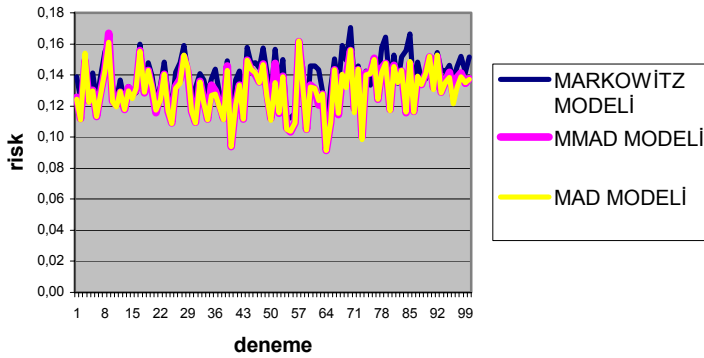


Şekil 8.59. 12 hisse senetli,24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

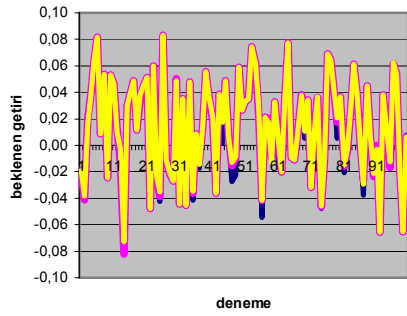


Şekil 8.60. 12 hisse senetli,24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

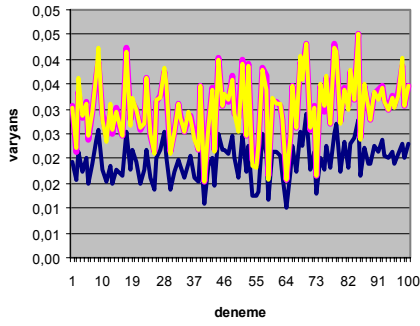
$n=12, T=36$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.61. 12 hisse senetli,36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

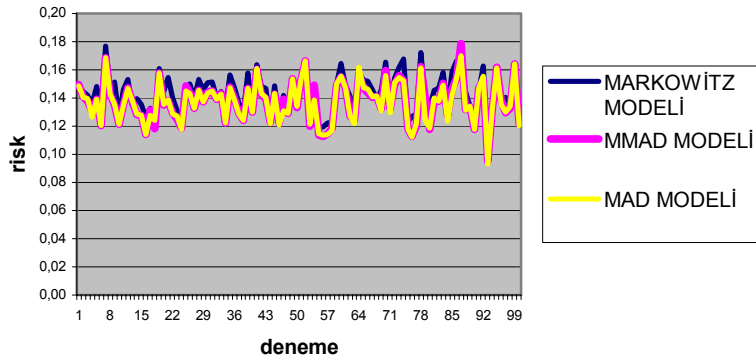


Şekil 8.62. 12 hisse senetli,36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

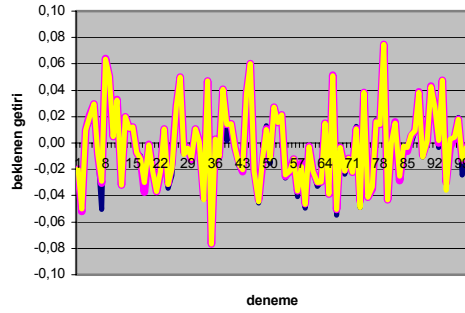


Şekil 8.63. 12 hisse senetli,36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

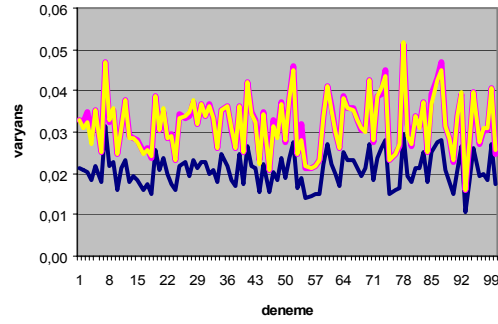
$n=12, T=48$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.64. 12 hisse senetli,48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

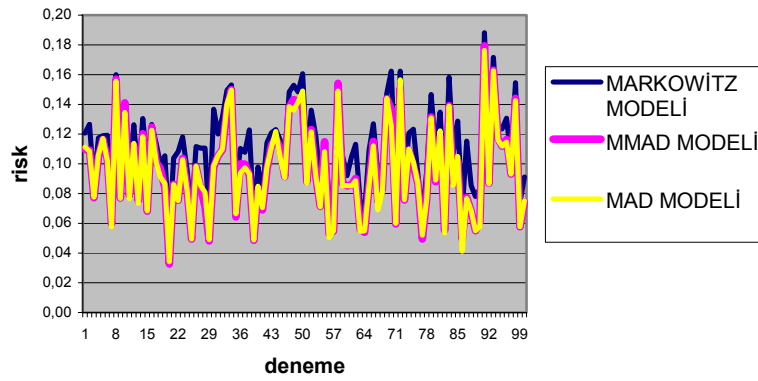


Şekil 8.65. 12 hisse senetli,48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

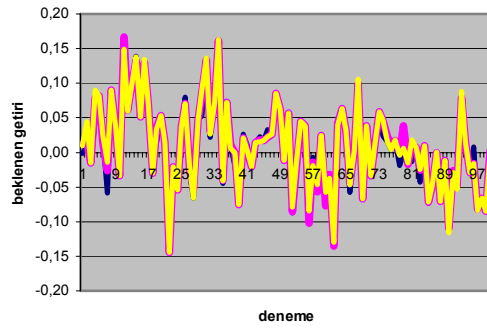


Şekil 8.66. 12 hisse senetli,48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

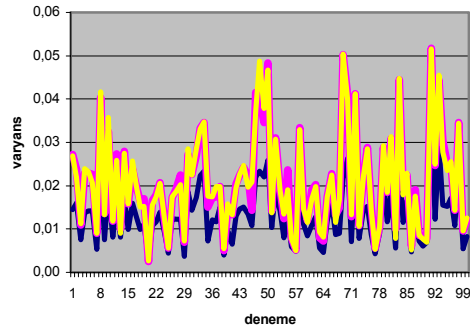
$n=15, T=12$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.67. 15 hisse senetli,12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

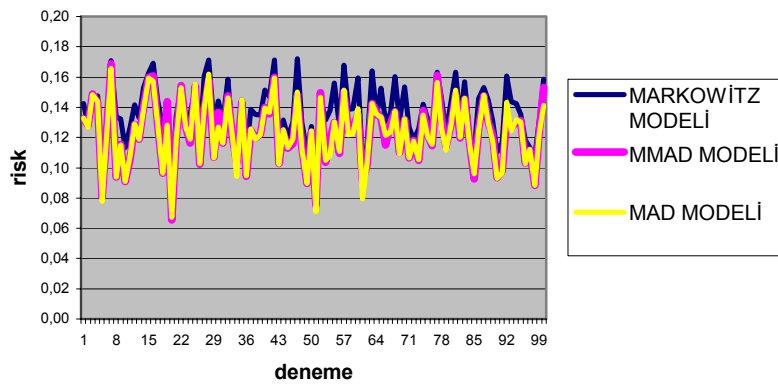


Şekil 8.68. 15 hisse senetli,12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

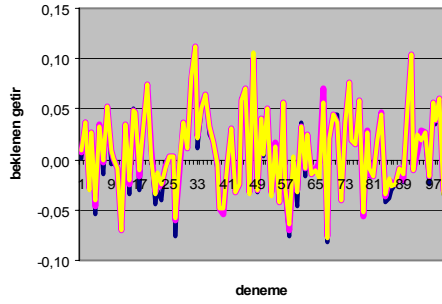


Şekil 8.69. 15 hisse senetli,12 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

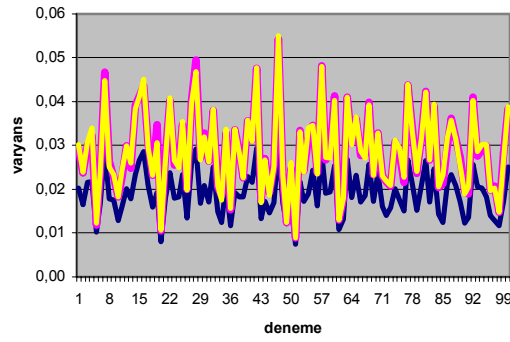
$n=15, T=24$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.70. 15 hisse senetli,24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

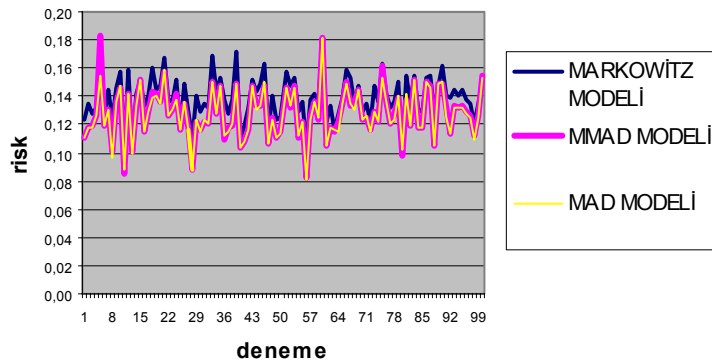


Şekil 8.71. 15 hisse senetli,24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

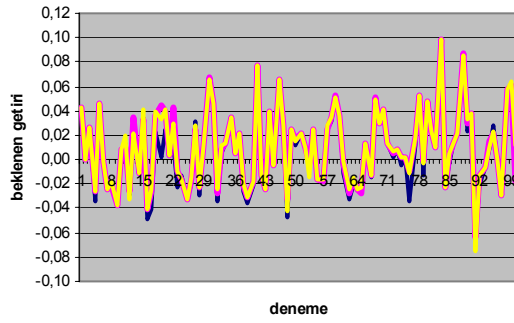


Şekil 8.72. 15 hisse senetli,24 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

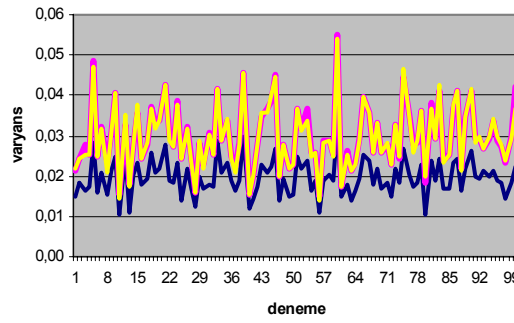
$n=15, T=36$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.73. 15 hisse senetli,36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri

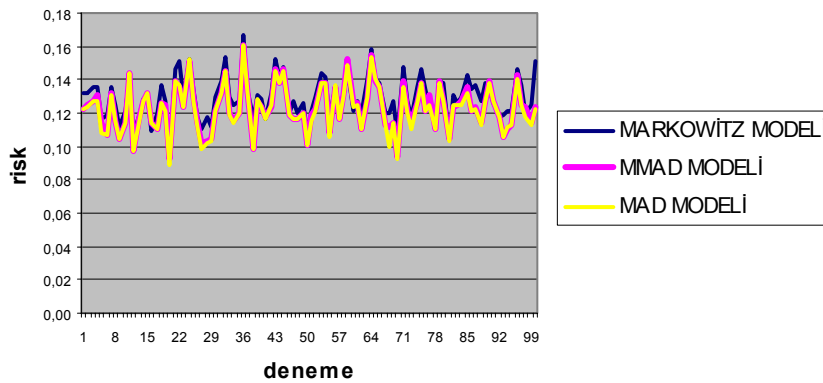


Şekil 8.74. 15 hisse senetli,36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri

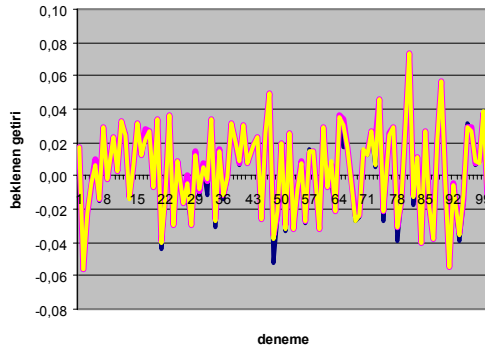


Şekil 8.75. 15 hisse senetli,36 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

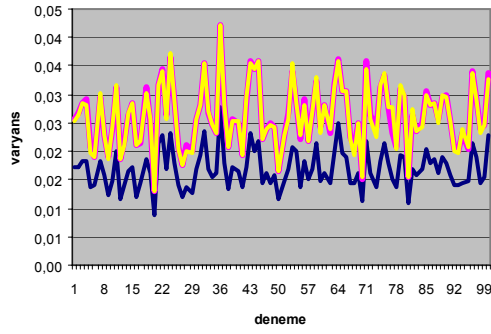
$n=15, T=48$ için simülasyon sonuçları



Şekil 8.76. 15 hisse senetli,48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy riskleri



Şekil 8.77. 15 hisse senetli,48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy beklenen getirileri



Şekil 8.78. 15 hisse senetli,48 zaman periyotlu deney tasarımı için modellerin portföy varyansları

9. SONUÇ

Bu tez çalışmasında, portföy analizinde kullanılan temel tanımlar verilmiştir. Literatürde yer alan önemli portföy seçim modelleri üzerinde durularak, bu modeller ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

Modern Portföy Kuramı'nın kurucusu Markowitz'in çalışması, portföy yönetimi sürecinde üretilen teorilerin başlangıcı olup, kendinden sonra önerilen tüm modellere de öncülük etme özelliğini taşımaktadır. Yatırımcının tercihine göre portföy riskini en küçük yapmak ya da portföy beklenen getirisini en büyük yapmak kuralına dayanan bu model esas alınarak pek çok model önerilmiştir.

Bu tez çalışmasında, Markowitz'in modeline alternatif olarak önerilen pek çok model ele alınmıştır. Bu modellerin hemen hepsinde menkul kıymet getirilerinin normal dağılımı varsayımı kullanılmıştır. Bu varsayımın geçerli olmadığını savunan Durağan Portföy Kuramına da çalışma içinde yer verilerek, bir İMKB örneği üzerinde kuramın sağlandığı gösterilmiştir.

Portföy optimizasyon modellerinde genellikle risk ölçüsü olarak varyans kullanılır. Ancak, çok sık kullanılmamalarına rağmen alternatif risk ölçülerinin pek çok teorik ve pratik avantajları vardır. Sık kullanılmama sebepleri, hangi risk ölçüsünün en iyi olduğuna karar vermenin zor olması ve ortak bir risk ölçüsü tanımlanmadığı sürece farklı risk ölçülerini karşılaştırma girişiminin boş bir çaba olmasıdır. Bu problemin üstesinden gelmek için, farklı risk ölçülerine göre elde tutulan portföylerin performanslarını karşılaştırma yoluna gidilmiştir. Bu yolla, farklı risk ölçülerine göre yapılan varlık dağıtımının aynı ya da farklı olduğu anlaşılabilmektedir.

Markowitz'in modeline alternatif olarak önerilen önemli bir model olan MAD Modelinde yeni bir risk ölçüsü tanımlanmıştır. Portföy riski getirilerin aritmetik ortalamadan sapmaları ile ifade edilmiş ve yine riski en küçük yapmak amaçlanmıştır.

Bu tez çalışmasında, üstel düzeltme yönteminin avantajlarını portföy optimizasyonuna yansıtmak amaçlanarak yeni bir risk ölçüsü tanımlanmıştır. Üstel düzeltme yöntemleri, ağırlıklandırma süreci nedeniyle güçlü yöntemlerdir. Menkul kıymet verilerinin yakın zaman şartlarından daha çok etkileniyor olması, bu çalışmada menkul kıymet verilerine üstel düzeltme uygulanmasının temel sebebidir. Üstel düzeltme yöntemlerinin uygulanması, veri gereksinimini en aza indirmesi, her gerçekleşen yeni dönem verilerinin modele dahil edilebilmesi avantajlarını da beraberinde getirmiştir.

Önerilen modelde, yeni tanımlanan risk ölçüsü olan, menkul kıymet getirilerinin üstel düzeltme yolu ile elde edilen ağırlıklı ortalamadan mutlak sapmaları en küçük yapmak amaçlanmıştır.

Önerilen MMAD Modelinin, gerçek veri ve simülasyon verisi üzerinde sergilediği performans Markowitz ve MAD modelleri ile karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Günlük ve aylık getiri verileri kullanılarak yürütülen gerçek veri çalışmaları sonuçları değerlendirildiğinde, en sık kullanılan Sharpe'ın performans ölçütüne göre Markowitz Modelinin hemen her zaman MAD ve MMAD modellerine göre daha iyi performans sergilediği, MAD ve MMAD modellerinin ise genelde yakın sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Modellerin varlık dağıtımı bakımından benzerlikleri incelendiğinde ise, önerilen MMAD modelinin her iki modelle de yüksek oranda örtüştüğü ve MAD Modeli ile daha uyumlu olduğu gözlenmiştir.

Simülasyon çalışmasında, menkul kıymet getirileri çok değişkenli normal dağılımdan, farklı varyans kovaryans matrisleri için üretilerek, her üç modelin performansı incelenmiştir. Gerçekleştirilen hipotez testleri sonucunda, her üç model ile oluşturulan portföy beklenen getiri ve varyanslarının birbirlerinden istatistiksel olarak farklı olmadıkları sonucuna varılmıştır.

Bu tez çalışmasında, portföy optimizasyonu probleminin çözümüne yönelik alternatif bir model önerilerek, yeni bir yaklaşım ortaya atılmıştır. Önerilen MMAD

Modelinin, dağılım varsayımı gerektirmemesi, üstel düzeltme yöntemlerinin avantajlarını taşıması ve veri gereksinimini en küçük yapması gibi avantajları vardır.

KAYNAKLAR

Alexander, G.J., Sharpe W.F., Bailey, J.V., “Fundamentals of Investments”, **Prentice-Hall**, USA, 15-20 (2001).

Bowerman, B.L., O’Connel, R.T., “Forecasting & Time Series”, **Duxbury Press**, USA, 117-195 (1979).

Brown, R.G., Meyer, R.F., “The fundamental theorem of exponential smoothing”, **Operations Research**, 9: 673-685 (1961).

Chatfield, C., “The Holt-Winter’s forecasting procedure”, **Applied Statistics**, 27: 264-279 (1978).

Cohen, K.J., Pogue, J.A., “An empirical evaluation of alternative portfolio selection models”, **The Journal of Business**, 1: 166-193 (1967).

Cont, R., “Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues”, **Quantative Finance**, 1: 223-236 (2001).

Elton, E.J., Gruber, M.J., “Estimating the dependence structure of share prices-implications for portfolio selection” , **The Journal of Finance**, 27: 1203-1233 (1973).

Elton, E.J., Gruber, M.J., “Modern Portfolio Theory and Investment Analysis” , **John Wiley & Sons**, USA, 300-312 (1981).

Elton, E.J., Gruber, M.J., “Modern portfolio theory, 1950 to date” , **Journal of Banking & Finance**, 21: 1743-1759 (1997).

Ertuna, İ.Ö., “Yatırım ve Portföy Analizi”, **Boğaziçi Üniversitesi Yayınları**, İstanbul, 5-30 (1983).

Fama, E.F., “Mandelbrot and the stable paretian hypothesis”, **Journal of Business**, 36: 420-429 (1963).

Fama, E.F., “The behaviour of stock market prices”, **Journal of Business**, 37: 34-105 (1965).

Fama, E.F., Roll, R., “Parameter estimates for symmetric stable distributions” , **Journal of the American Statistical Association**, 66: 331-338 (1971).

Focardi, S.M., Fabozzi, F.J., “The mathematics of financial modelling and investment management” , **John Wiley & Sons**, USA, 120-125 (2004).

Gardner, E.S., “Exponential smoothing: the state of the art-part-II” , *Journal of Forecasting*, 14: 1-28 (1985).

Gardner, E.S., “Exponential smoothing: the state of the art-part-II”, *International Journal of Forecasting*, 22: 637-666 (2006).

Haugen, R.A., “Modern Investment Theory”, *Prentice Hall*, USA, 201-2272 (2001).

İnternet: Nolan, J.P., “Stable Distributions: Models for Heavy Tailed Data”, <http://academic2.american.edu/~jpnolan/stable/chap1.pdf> (2005).

İnternet: **TSPAKB** “Sermaye Piyasası Faaliyetleri İleri Düzey Lisans Eğitimi Notları”, http://www.tspakb.org/docs/egitim_notlari/menkul_diger_arac_temel.pdf (2005).

Karan, M.B., “Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi”, *HÜFAM Yayınları*, Ankara, 133-502 (2001).

Karaşin, A.G., “Sermaye Piyasası Analizleri”, *S.P.K. Yayınları*, Ankara, 30-45 (1986).

King, B.F., “Market and industry factors in stock price behaviour” , *The Journal of Business*, 39: 139-190 (1966).

Kim, J.S., Kim, Y.C., Shin, K.Y., “An algorithm for portfolio optimization problem”, *Informatica*, 16: 93-106 (2005).

Konno, H., Yamazaki, H., “Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo Stock Market” , *Management Science*, 37: 519- 531 (1991).

Konno, H., Koshizuka, T., “Mean-absolute deviation model” , *IIE Transactions*, 37: 893-900 (2005).

Köse, A., “Finansal varlık değerlendirme modeli ve modelin uygulanan alanları”, *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 42-49 (2000).

Leitch, R.A., Paulson, A.S., “Estimation of stable law parameters: stock price behaviour application” , *Journal of the American Statistical Association*, 70: 690-697 (1975).

Lintner, J., “Security prices, risk and maximal gains from diversification”, *Journal of Finance*, 163-172 (1965).

Mandelbrot, B., “The variation of certain speculative prices”, *Journal of Business*, 45: 49-55 (1963).

Mandelbrot, B., "The variation of some other speculative prices", *Journal of Business*, 40: 393-413 (1967).

Mansini, R., Speranza, M.G., "Heuristic algorithms for the portfolio selection problem with minimum transaction lots", *European Journal of Operational Research*, 114: 219-233 (1999).

Mansini, R., Ogryczak, W., Speranza, M.G., "LP solvable models for portfolio optimization", *IMA Journal of Management Mathematics*, 14: 187-220 (2003).

Mao, J.C.T., "Essentials of portfolio diversification strategy", *The Journal of Finance*, 25 (5): 1109-1121 (1970).

Markowitz, H.M., "Portfolio selection", *Journal of Business*, 7: 77-91 (1952).

Markowitz, H.M., "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments", *Yale University Press*, USA, 14-31 (1956).

Markowitz, H.M., "Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets", *Basil Blackwell Ltd.*, USA, 3-5 (1987).

Montgomery, D.C., Johnson, L.A., Gardiner, J.S., "Forecasting and Time Series Analysis", *McGraw-Hill*, USA, 81-113 (1990).

Mossin, J., "Optimal multiperiod portfolio policies", *Journal of Business*, 41: 215-229 (1969).

Oberuc, R.E., "Dynamic Portfolio Theory and Management: Using Active Asset Allocation to Improve Profits and Reduce Risk", *McGraw-Hill*, USA, 28-47 (2003).

Officer, R.R., "The distribution of stock returns", *Journal of the American Statistical Association*, 67: 807-812 (1972).

Orhunbilge, N., "Zaman Serileri Analizi: Tahmin ve Fiyat İndeksleri", *Tunç Matbaa*, İstanbul, 95-119 (1999).

Özçam, M., "Varlık Fiyatlamaya Modelleri Aracılığıyla Dinamik Portföy Yönetimi", *Sermaye Piyasası Kurulu Yayınları*, Ankara, 19-30 (1997).

Papahristodoulou, C., Dotzauer, E., "Optimal portfolios using linear programming models", *Journal of the Operational Research Society*, 55: 1169- 1177 (2004).

Press, S.J., "Estimation in univariate and multivariate stable distribution", *Journal of the American Statistical Association*, 67: 842-846 (1972a).

Press, S.J., "Applied Multivariate Analysis", *Holt, Rinehart and Winston Inc.*, New York, 210-224 (1972b).

Reilly, F.K., Brown, K.C., "Investment analysis and portfolio management", *The Dryden Press*, USA, 118-130 (2000).

Ross, S.A., "The arbitrage pricing theory, macroeconomic and financial factors, and expectations generating processes", *Journal of Finance*, 35: 1073-1103 (1976).

Rozelle, J.P., Fielitz, B.D., "Skewness in common stock returns", *The Financial Review*, 15: 1-23 (1980).

Rudolf, M., Wolter, H.J., Zimmermann, H. "A linear model for tracking error minimization", *Journal of Banking and Finance*, 23 : 85-103 (1999).

Satchell, S., Scowcroft, A., "Advances in portfolio construction and implementation", *Butterworth- Heinemann Finance*, USA, 4-14 (2003).

Sharpe, W.F., "A simplified model for portfolio analysis", *Management Science*, 13: 277-293 (1963).

Simaan, Y., "Estimation risk in portfolio selection: the mean variance model versus the mean absolute deviation model", *Management Science*, 43: 1437-1446, (1997).

Speranza, M.G., "Linear programming models for portfolio optimization", *Finance*, 14: 107-123 (1993).

Speranza, M.G., "A heuristic algorithm for a portfolio optimization model applied to the Milan Stock Market", *Computers and Operations Research*, 23: 433-441 (1996).

Tamiz, M., Hahsam, R., Jones, D.F., Fargher, E.K., "A Two- Staged Goal Programming Model for Portfolio Selection (Multi-Objective Programming and Goal Programming: Theories and Applications)", *Springer-Verlag*, Berlin, 286-299 (1996).

Teichmoeller, J., "Distribution of stock price changes", *Journal of the American Statistical Association*, 66: 282-284 (1971).

Ulrich, T.A., "The effect of portfolio size on portfolio performance: an empirical analysis", *The Journal of Finance*, 30 (3): 921-922 (1975).

Üstünel, İ.E., "Durağan Portföy Analizi ve İMKB Verilerine Uygulanması", *İMKB Yayınları*, Ankara, 18-28 (2000).

Yin, Y., Zheng, W., "Portfolio management under stable distribution hypothesis", *Systems, Man, and Cybernetics, IEEE International Conference on*, China, 3: 2345-2349 (1996).

Young, M.R., “A Minimax portfolio selection rule with linear programming solution”, *Management Science*, 44: 673-683 (1998).

Yu, M., Inoue, H., Shi, J., “Portfolio optimization problems with linear programming models”, *China International Conference in Finance*, China, 12-27 (2006).

Zenious, S.A., Kang, P., “Mean-absolute deviation portfolio optimization for mortgage-backed securities”, *Annals of Operations Research*, 45: 433-450 (1993).

Zolotarev, V.M., “One-Dimensional Stable Distributions”, *American Mathematical Society*, USA, 12-28 (1986).

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : KARDİYEN, Filiz
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 31.08.1977 Ankara
 Medeni hali : Evli
 Telefon : 0 (312) 202 14 84
 Faks : 0 (312) 212 22 79
 e-mail : fyuva@gazi.edu.tr.

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Orta Doğu Teknik Üniversitesi /İstatistik Bölümü	2002
Lisans	Gazi Üniversitesi/ İstatistik Bölümü	1998
Lise	Aydınlıkevler Lisesi	1994

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
1999-	Gazi Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

1. Kardiye, F., Örkü H.H., “Comparison of Principal Component Analysis and Data Envelopment Analysis in Ranking of Decision Making Units”, *G.U. Journal of Science*, 19 (2), 127-133 (2006).

2. Örkcü H.H., Kardiye, F., “İllerin Gelişmişlik Düzeylerini Sıralama ve Sınıflama Bakımından Veri Zarflama Analizi ve Çok Değişkenli İstatistiksel Yöntemlerin Karşılaştırılması Üzerine bir Çalışma”, *Hacettepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 24 (2), 127-152 (2006).
3. Kardiye F., “Doğrusal Programlama ile Portföy optimizasyonu ve İMKB Verilerine Uygulanması Üzerine Bir Çalışma”, *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 21 (2), (2007).
4. Kardiye F., Olmuş H., “Türkiyedeki Boşanmaların Uyum Analizi ile İncelenmesi”, *İstatistik Araştırma Dergisi*, (2), (2007)(kabul edildi).
5. Kardiye F., “Portföy Optimizasyonunda Ortalama Mutlak Sapma Modeli ve Markowitz Modelinin Kullanımı ve İMKB Verilerine Uygulanması”, *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, (2), (2008) (kabul edildi).
6. Yapar G., Yuva F., "Özel Vakıfların Aktüeryal Değerlendirilmesi", *3. İstatistik Kongresi*, Poster, 2003.
7. Gönen S., Altunkaynak B., Kardiye F., Şahin T., “Ankara’nın Başkent Oluşunun 80. Yılında Sosyal, Ekonomik ve Kültürel Göstergeler Bakımından İncelenmesi”, *Cumhuriyet’in 80. Yılında Her Yönüyle Ankara Sempozyumu*, 46-58, 2003.
8. Sönmez Ö.S., Dulkar G., İnönü H., Kardiye F., “Treatment Outcomes of Smear Positive Pulmonary Tuberculosis Cases”, *15th ERS Annual Congress*, 647, 2005.
9. Dulkar G., Sönmez Ö.S., İnönü H., Kardiye F., “Treatment Results of Multidrug Resistant Pulmonary Tuberculosis (MDR-TB)”, *15th ERS Annual Congress*, 199, 2005.

10. Dulkar G., Sönmez Ö.S., İnönü H., Kardiye F., “Çok İlaça Dirençli Akciğer Tüberkülozü Tedavi Sonuçları”, *Toraks Derneği 8. Yıllık Kongresi Bildirisi*, 109, 2005.
11. Sönmez Ö.S., Dulkar G., İnönü H., Kardiye F., “Yayma Pozitif Akciğer Tüberkülozu Tedavi Sonuçları”, *Toraks Derneği 8. Yıllık Kongresi Bildirisi*, 192, 2005.
12. Alp A., Sönmez Ö.S., Dulkar G., Ceyhan İ., Şimşek H., Kardiye F., Şimşek C., “Balgamdan Tüberküloz Basili İzolasyonuna Cetylpridium Chloride ve % 0.3 NAOH’ın Etkisi”, *Toraks Derneği 10. Yıllık Kongresi*, 192, 2005.
13. Gönen S., Kardiye F., “Türkiye’de ve ABD’de Sağlık Alanında İstatistik Uygulamaları ve İlgili Mevzuat”, *5. İstatistik Günleri Sempozyumu*, 2, 2006.
14. Kardiye F., Gönen S., , “Latin Kare Deneme Düzeninde Varyans Bileşenlerinin Tahmin Edicilerinin Elde Edilmesi Üzerine Bir Çalışma”, *15. İstatistik Araştırma Sempozyumu* , 414-425, 2006.
15. Kardiye F., Gönen S., “ Çoklu Endeks Modelinde Hisse Senedi Getirilerinin Çok Değişkenli İstatistiksel Yöntemlerle İncelenmesi”, *4. İstatistik Kongresi*, 347-352, 2006.

Hobiler

Türk Sanat Müziği, Ud, Şiir.