

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
SINIF ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

**ÜSTBİLİŞ STRATEJİLERİ ÖĞRETİMİNİN İLKÖĞRETİM
BEŞİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL
MUHAKEME BECERİLERİNE ETKİSİ**

DOKTORA TEZİ

Hazırlayan
Pusat PİLTEN

Ankara – 2008

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
SINIF ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

**ÜSTBİLİŞ STRATEJİLERİ ÖĞRETİMİNİN İLKÖĞRETİM
BEŞİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL
MUHAKEME BECERİLERİNE ETKİSİ**

DOKTORA TEZİ

Hazırlayan
Pusat PİLTEN

Tez Danışmanı
Yrd. Doç. Dr. Neşe TERTEMİZ

Ankara – 2008

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ'NE

16.01.2008

Pusat Pilten'e ait "Üstbiliş Stratejileri Öğretiminin İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Muhakeme Becerilerine Etkisi" adlı çalışma, jürimiz tarafından Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalında DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Adı Soyadı

İmza

(Tez Danışmanı) Yrd. Doç. Dr. Neşe TERTEMİZ

.....

Prof. Dr. Ziya ARGÜN

.....

Prof. Dr. Muammer C. MUŞTA

.....

Doç. Dr. Hayati AKYOL

.....

Yrd. Doç. Dr. Bekir BULUÇ

.....

ÖN SÖZ

Bilgi çağının yaşandığı günümüzde eğitim sistemimizde temel amaç, öğrencilere mevcut bilgileri olduğu gibi aktarmaktan çok, onları bilgiye ulaştıracak becerileri kazandırmak olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu bağlamda eğitim sistemimizde yaşanan bu değişim, matematik öğretimine de yansımaktadır. Bilim ve teknolojiye hızlı gelişmeler bireylerin bu gelişim ve değişimlere ayak uydurmasını zorunlu hale getirmiştir. Bu değişimlerin merkezinde ise, okullar yer almaktadır. Okullarda öğretmenlerin bilgi aktarıcı, öğrencilerin ise pasif alıcı rollerinden sıyrılmaları eğitim-öğretim yoluyla sağlanacaktır. Eğitim sisteminin ihtiyaç ve beklentilerinin karşılanmasında ise ilköğretimde matematik dersine büyük görev düşmektedir. Nitekim, bilim ve teknolojiye hızlı gelişmeler bireylerin iyi birer problem çözücüler olmalarını gerekli kılmıştır. Bu araştırma, ilköğretim 5. sınıf matematik dersinde uygulanan üstbiliş stratejilerinin öğrencilerin matematiksel muhakemelerine etkisini belirlemek amacıyla yapılmıştır. Çalışmanın, matematik öğretiminde verimliliğin artırılması için gereken önlemler konusunda, ilköğretim okullarındaki mevcut uygulamalara ışık tutacağı düşünülmektedir.

Araştırmanın her aşamasında yakın ilgi ve yardımlarını gördüğüm ve bana her zaman destek olan değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Neşe TERTEMİZ'e saygı ve teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Özellikle matematik öğretimi konusunda tezime önemli katkılarından dolayı Prof. Dr. Ziya ARGÜN'e, tez süresince çalışmalarımı izleyen ve yönlendiren Doç. Dr. Hayati AKYOL'a ve Yrd. Doç. Dr. Melek ÇAKMAK'a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca hayatımın boyunca bana destek olan anne ve babama, desteğini hep arkamda hissettiğim sevgili eşim Gülhiz'e ve canım oğlum Önder'e çok teşekkür ederim.

Pusat PİLTEN

Ocak / 2008

ÖZET

ÜSTBİLİŞ STRATEJİLERİ ÖĞRETİMİNİN İLKÖĞRETİM BEŞİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL MUHAKEME BECERİLERİNE ETKİSİ

Pilten, Pusuat

Doktora, İlköğretim Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Neşe TERTEMİZ

Ocak - 2008

Bu çalışmanın amacı, ilköğretim 5. sınıf matematik dersi problem çözme sürecinde kullanılan üstbilış stratejilerinin, öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerine etkisini incelemektir.

Araştırma, 2006-2007 öğretim yılının ikinci yarısında Emin Sağlamer İlköğretim Okulunda öğrenim görmekte olan toplam 66 öğrencinin yer aldığı, birbirine denk iki sınıf üzerinde yürütülmüştür. Bu sınıflar; matematik dersi problem çözme sürecinde üstbilış stratejilerinin uygulandığı deney grubu ve matematik dersi problem çözme sürecinde var olan sürecin devam ettirildiği kontrol grubu olarak atanmıştır.

Araştırmanın deney grubunda yer alan öğrencilere Mevarech ve Kramarski (1997) tarafından geliştirilmiş, üstbilış teorilerine dayalı bir öğrenme yaklaşımı olan IMPROVE stratejisi uygulanmıştır. Deneysel uygulama dokuz hafta (25 ders saati) boyunca sürdürülmüş, bu süre içerisinde öğrencilerin 65 problemle belirtilen stratejiyi kullanarak çalışmaları sağlanmıştır. Deney grubunda yer alan öğrencilere uygulanan IMPROVE, birbirini takip eden öğretim adımlarının baş harflerinden oluşan bir akrostiş stratejisidir; giriş (*Introduction*), üstbilışsel

sorgulama (*Metacognitive questioning*), uygulama (*Practising*), gözden geçirme (*Reviewing*), uzmanlık (*Obtaining mastery*), doğrulama (*Verification*), zenginleştirme (*Enrichment*).

Araştırmada öğrencilere, matematiksel muhakeme ölçeği ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Araştırmadan elde edilen verilerin çözümlenmesinde t testi kullanılmıştır.

Araştırmanın sonunda, deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üstbilişe dayalı öğretimin, kontrol grubunda sürdürülen öğretime göre; uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma; matematiksel bilgileri ve örüntüleri tanıma ve kullanma; tahmin etme; çözüme ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme; genelleme yapma; rutin olmayan problemleri çözme; matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmede daha etkili olduğu sonucu elde edilmiştir.

ABSTRACT

THE EFFECT OF METACOGNITIVE INSTRUCTION ON MATHEMATICAL REASONING OF FIFTH GRADE PRIMARY SCHOOL STUDENTS

Pilten, Pusat

PhD, Department of Primary Education

Advisor: Yrd. Doç. Dr. Neşe TERTEMİZ

January - 2008

The purpose of this study is to examine the effect of metacognitive strategies which is implementing in the problem solving process to students' mathematical reasoning skills in fifth class at primary school.

This study has been conducted with totally 66 students in two classes equivalent to each other in the second term of 2006-2007 academic year in Emin Sağlamer Primary School. This classes are divided into two groups: experimental group which students implement the metacognitive strategies in mathematical problem solving process, and control group which students implement traditional method in mathematical problem solving process.

IMPROVE strategy that is a learning approach based on metacognitive theories improved by Mevarech and Kramarski (1997) was applied to the students in experimental group of the research. Experimental application lasted for 9 weeks (25 class duration). In this period of time students were made to study by using the strategy revealed with 65 problems. IMPROVE applied to students in experimental group is an acrostic strategy consists of initials of teaching steps following one another; *Introduction, Metacognitive questioning, Practising, Reviewing, Obtaining mastery, Verification, Enrichment.*

Mathematical reasoning tests are applied to the students during the study. Scales are applied to the students before the practice as a pre test and after the practice as a post test. For analyzing the data, t test has been used. At the end of the study these findings are obtained; After the experimental implement, the students whom metacognitive strategies is applied are present more performance than the the students whom traditional approach applied in; determining and using appropriate reasoning; recognizing and applying mathematical knowledge and patterns; developing logical arguments about solution; making generalizations; solving non-routine problems; and mathematical reasoning skills.

İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ	i
ÖZET	ii
ABSTRACT	iv
İÇİNDEKİLER	vi
TABLolar LİSTESİ	x
ŞEKİLLER LİSTESİ	xiv

I. Bölüm

Giriş	1
1. Problem Durumu	1
1.1. Matematik Nedir?	4
1.2. Matematik Öğretimi	6
1.2.1. İletişim Kurma	15
1.2.2. Bağlantılar	16
1.2.3. Gösterim	17
1.2.4. Problem Çözme	17
1.2.5. Matematiksel Muhakeme	20
1.2.5.1. Mantık, Düşünme ve Muhakeme	20
1.2.5.2. Matematiksel Muhakeme Yaklaşımları	40
1.2.5.2.1. Tümevarıma Dayalı Muhakeme	41
1.2.5.2.2. Tümdengeliğe Dayalı Muhakeme	48
1.2.5.3. Matematiksel Muhakemenin Geliştirilmesi	56
1.3. Üstbilgiş	61
1.3.1. Üstbilgişsel Bilgi	63
1.3.2. Üstbilgişsel Deneyim	66
1.3.3. Üstbilgişsel Kontrol	66
1.3.4. Üstbilgişle İlgili Diğer Kavramlar	67
1.3.5. Üstbilgiş Becerilerinin Öğretimi	69

1.4. Matematiksel Problem Çözmenin Üstbilişsel Yapısı ve Muhakeme	73
1.5. Problem Çözme, Üstbiliş ve Muhakeme Arasındaki İlişki	77
1.6. Problem Cümlesi	81
1.7. Alt Problemler	81
1.8. Varsayımlar	82
1.9. Sınırlılıklar	82
1.10. Tezin Önemi	83
1.11. Tanımlar	84

II. Bölüm

İlgili Literatür	86
2.1. Matematiksel Muhakeme ve Üstbilişle İlgili Çalışmalar	86

III. Bölüm

Yöntem	99
3.1. Araştırmanın Yöntemi	99
3.2. Çalışma Grubu	100
3.3. Veri Toplama Araçları	102
3.3.1. Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği	102
3.3.1.1. Kavramın Tanımlanması	104
3.3.1.2. Maddelerin Geliştirilmesi	108
3.3.1.3. Psikometrik Ölçümler	112
3.3.1.3.1. Güvenirlik Çalışmaları	112
3.3.1.3.1.1. İç Tutarlılık Katsayısı	112
3.3.1.3.1.2. İki Yarı Güvenirliği	113
3.3.1.3.1.3. Madde Analizi	114

3.3.1.3.2. Geçerlik Çalışmaları	117
3.3.1.3.2.1. Kapsam Geçerliği	117
3.3.1.3.2.2. Yapı Geçerliği	119
3.3.2. Deneysel İşlemin Değerlendirmesine	
Yönelik Gözlem Formu	123
3.3.3. Kontrol Grubunda Gerçekleştirilen Problem Çözme	
Etkinliklerinin Değerlendirilmesine	
Yönelik Gözlem Formu	124
3.4. Verilerin Toplanması	124
3.5. Verilerin Analizi	124
3.6. Pilot Uygulama Çalışmaları	127
3.6.1. Birinci Pilot Uygulama	127
3.6.2. İkinci Pilot Uygulama	129
3.7. Deney Grubunda Gerçekleştirilen	
Üst Biliş Dayalı Öğretim Çalışmaları	130
3.8. Kontrol Grubunda Gerçekleştirilen	
Problem Çözme Etkinlikleri	137

IV. Bölüm

Bulgular ve Yorumlar	139
----------------------------	-----

V. Bölüm

Sonuçlar ve Öneriler	164
5.1. Sonuçlar	164
5.2. Öneriler	167

KAYNAKLAR	169
EKLER	184

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1:	NCTM’ye (1999) Göre Matematik Öğretiminde İçerik Alanları ve Bilişsel Alanlar	7
Tablo 2:	Literatürde Tanımlanan “Kavram Bilgisi” Becerileri	9
Tablo 3:	Literatürde Tanımlanan “İşlem Bilgisi” Becerileri	11
Tablo 4:	TIMSS’e (2003) Göre Matematik Öğretiminde İçerik Alanları ve Bilişsel Beceriler	14
Tablo 5:	MEB’e (2005) Göre Matematik Öğretiminde İçerik Alanları ve Bilişsel Beceriler	14
Tablo 6:	Eleştirel Düşünmenin Temel Süreçleri	23
Tablo 7:	Mantıklı Tartışmaların Bileşenleri ve Bunlara Ait Bilişsel Hedefler	33
Tablo 8:	Uzamsal Muhakeme Görevlerine Örnekler	51
Tablo 9:	Schoenfeld’in (1985) Problem Çözme Aşamalarının Bilişsel ve Üstbilişsel Olarak Sınıflandırılması	74
Tablo 10:	Problem Çözmede Muhakeme Gerektiren Üstbilişsel Stratejiler	78
Tablo 11:	Araştırmada Kullanılan Deneysel Desen	99
Tablo 12:	Deney ve Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin Özellikleri	99
Tablo 13:	Deney ve Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin Matematik Dersi Karne Notlarının Karşılaştırılması	101
Tablo 14:	Deney ve Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği Ön test Puanlarının Karşılaştırılması	101
Tablo 15:	Literatürde Yer Alan Muhakeme Becerileri	105
Tablo 16:	Ölçek Boyutları ve Soru Sayılarının Ölçek Boyutlarına Göre Dağılımı	107
Tablo 17:	TIMMS (2003) Veri toplama Aracında Yer Alan Madde Türleri ve Bilişsel Alanlara Göre Dağılımı	109

Tablo 18: Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği	
Belirtke Tablosu	111
Tablo 19: Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeğine	
Ait İç Tutarlılık Katsayıları	113
Tablo 20: Matematiksel Muhakeme Ölçeğinde Yer Alan	
Maddelere Ait Madde Güçlük ve	
Ayırtedicilik Gücü İndeksleri	115
Tablo 21: Modele İlişkin Korelasyon Matrisi	118
Tablo 22: Modele İlişkin Standardize Edilmiş	
Regresyon Katsayıları	118
Tablo 23: Model Uyum İndeksi ve Modele İlişkin Değerler	122
Tablo 24: Deney Grubunda Gerçekleştirilen	
Uygulama Güvenirliğine Ait Veriler	123
Tablo 25: Aşamalı Puanlama Ölçekleri	125
Tablo 26: Strateji Başlangıcında Matematiksel	
Muhakeme Değerlendirme Ölçeği Ön test Puanları	
Kullanılarak Oluşturulan Gruplar	131
Tablo 27: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin	
U.M.B.K. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması	
Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	139
Tablo 28: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin	
U.M.B.K. Erişi Puanlarının Karşılaştırılması	
Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	140
Tablo 29: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin	
B.Ö.Y.G.T.K. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması	
Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	142
Tablo 30: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin	
B.Ö.Y.G.T.K. Erişi Puanlarının Karşılaştırılması	
Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	143
Tablo 31: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin	
A.V.F.G.T. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması	

Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	145
Tablo 32: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin A.V.F.G.T. Erişi Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	146
Tablo 33: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin T. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	148
Tablo 34: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin T. Erişi Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	149
Tablo 35: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin M.T.G. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	151
Tablo 36: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin M.T.G. Erişi Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	152
Tablo 37: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin K.V. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	154
Tablo 38: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin K.V. Erişi Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	155
Tablo 39: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin G. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	158
Tablo 40: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin G. Erişi Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	159
Tablo 41: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin R.O.P. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	161

Tablo 42: Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin	
R.O.P. Erişi Puanlarının Karşılaştırılması	
Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları	162

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1:	Matematiğin Yapısı	5
Şekil 2:	Matematik Öğretiminde İçerik Alanları ve Bilişsel Beceriler	8
Şekil 3:	Aynı Verinin Farklı Sunumları	30
Şekil 4:	Tahmin Süreci	31
Şekil 5:	Karar Verme Sürecinde Klasik Yaklaşım	35
Şekil 6:	Tümevarıma ve Tümdengelim Dayalı Muhakeme	41
Şekil 7:	Problem Çözmede Benzetmeye Dayalı Muhakeme Süreci	47
Şekil 8:	Üstbilişin Yapısı	62
Şekil 9:	Üstbiliş Bileşenleri Arasındaki Etkileşim	63
Şekil 10:	Problem Çözmede Bilişsel-Üstbilişsel Model	75
Şekil 11:	Problem Çözme Aşamalarında Öğrencilerden Beklenen Üstbiliş Stratejileri	76
Şekil 12:	Matematiksel Problem Çözmenin Bilişsel Yapısı	77
Şekil 13:	Ölçek Geliştirme Yöntem Bilgisi	103
Şekil 14:	Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Modeli	121
Şekil 15:	Stratejinin Basamakları	

I. Bölüm

Giriş

Bu bölümde araştırmanın problemine, problem cümlesine, alt problemlerine, önemine, varsayımlarına, sınırlılıklarına ve tanımlarına yer verilmiştir.

1. Problem Durumu

Hemen tüm uzmanların ortaklaşa kabul ettiği gerçek öğrenme olayının, uyarıcı-tepki ilişkisinden çok daha karmaşık ve bilişsel bir süreç olduğudur. Bir tanım ya da bir kelime hecelemeyi öğrenmenin bile aktif ve kompleks bir zihinsel bir süreç olduğu kabul edilmektedir. Öğrenme konusunda bugün varılan nokta öğrencinin kendisine aktarılan bilgileri aynen almadığı aksine kendisine ulaşan her bilgiyi süzgeçten geçirip yorumlayarak kendi dünyasında bir anlam yüklemeye çalıştığıdır.

Bilgi çağının yaşandığı günümüzde eğitim sistemimizde temel amaç, öğrencilerimize mevcut bilgileri aktarmaktan çok, bilgiye ulaşma, bilgiyi elde etme becerilerini kazandırmaktır. Bu ise ancak üst düzey zihinsel süreç becerileriyle gerçekleşmektedir. Bilindiği gibi çeşitli derslerde geliştirilmeye çalışılan zihinsel süreçler ve bu süreçlerin gelişmesine etki eden faktörlerin belirlenmesi uzun yıllardır araştırmacıların ilgilendiği önemli bir konu olmuştur. Özellikle son yıllardaki TIMSS (2003) ve PISA (2006) gibi uluslararası çalışmalar bu tür analizleri farklı boyutlara götürerek ülkelerarası karşılaştırma yapmaya olanak sağlamaktadır.

Bilgi çağında yaşayarak öğrenme, öğrenmeyi öğrenme, kendi kendini eğitime sorumluluğu ve yaşam boyu öğrenme gibi kavramlar ön plana çıkmış hatta öğrenme kavramı artık bireysel sınırları aşacak şekilde ele alınmaya başlamıştır. Bilgi toplumunda yetiştirilmesi hedeflenen insan modeli nasıl öğreneceğini bilen, kendisini değişime uyarlayabilen, hiçbir bilginin güvenli olmadığını yalnızca bilgiyi araştırma sürecinin güvence sağlayacağını fark eden insandır (Töremen, 2001).

Bu bakımdan son yirmi yıl içinde temel eğitim politikalarında öğretim programları yönünden meydana gelen değişiklik, temel bilgi ve becerilere ağırlık verilmesi yönünde olmuştur. Bu temel beceriler iletişim ve dil becerileri, sayısal beceriler, problem çözme, bilim ve teknoloji, toplum hayatı, çevreyi ve doğayı anlama ve koruma konuları etrafında yoğunlaşmaktadır (Baykul, 1994),

Bu durumun etkisiyle son yıllarda matematik eğitime bakış açılarında önemli değişiklikler olmuştur. Artık matematik eğitimi, yalnızca matematik bilen değil, sahip olduğu bilgiyi uygulayan, matematik yapan, problem çözen insanlar yetiştirmeyi hedeflemektedir. Yirmi birinci yüzyıl bilgi toplumları, bireylerin temel becerilerin ötesine geçerek, "yeni yeterlilikler" kazanmalarına gereksinim duymaktadır.

Nitekim NCTM'ye (1989) göre matematik öğretiminin en önemli amaçlarından birisi, geniş çeşitlilikte karmaşık problem çözebilme yeteneği geliştirmektir. Muhakeme etme, iletişim kurma, ilişkilendirme, bilgiyi problem durumuna uygulama problem çözenin gerekliliklerindendir.

Son dönemlerde Türkiye'de de yukarıda belirtilen değişim ve gelişmelere bağlı olarak yeniden yapılanma sürecine girilmiştir. Bu anlamda geleneksel eğitim anlayışı yerini çağın ihtiyaçlarına cevap verebilen yaklaşımlara bırakmaktadır. Bu yaklaşımlarında hedef, akademik becerilerin yaşam becerilerine dönüşmesini, yaşamda kullanılmasını ve öğrenmeyi öğrenmek için düşünme becerilerinin gelişimini sağlamaktır (MEB, 2005).

Düşünme; muhakeme, problem çözme, yansıtma ve eleştirme gibi zihinsel süreçleri içermekte, kavramlar veya olaylar arasında anlamlı bağlantılar kurmaya ve sonuçlar çıkarmaya dayanmaktadır. Düşünmeyi değişik açılardan ele alan çağdaş psikologların görüşlerine göre düşünme bir problemle başlar, problemin çözümü ise birey için amaca dönüşür ve bu amaç bireyin düşünmesini yönlendirir (Kalaycı, 2001).

Matematik, düşünmeyi geliştirdiği bilinen en önemli araçlardan biridir. Bilindiği gibi insanı diğer canlılardan ayıran temel özelliği düşünebilme, olaylardan anlam çıkartıp koşulları kendine uygun olarak yeniden düzenleyebilme yeteneğidir. Bu nedenledir ki matematik eğitimi temel eğitimin önemli yapı taşlarından birini, belki de en önemlisini oluşturur. Matematik eğitimi sayıları, işlemleri öğretmekten, günlük yaşamın vazgeçilmez bir parçası olan hesaplama becerilerini kazandırmaktan öte bir işlev üslenmekte, her geçen gün biraz daha karmaşıklaşan yaşam savaşında ayakta kalmamızı sağlayan düşünme, olaylar arasında bağ kurma, akıl yürütme, tahminlerde bulunma, problem çözme gibi önemli destekler sağlamaktadır (Umay, 2003).

Matematik bilgisiyle matematiksel düşünme, birbirleriyle sıkı ilişkili olmasına rağmen birbirinden ayrıdır. Bilgi düşünmek için gerekli ancak yeterli değildir. Okullarımızda uygulamadaki genel eğilim bilgiyi ön planda tutmakta ve çocuklarda düşünme alışkanlığı geliştirmekten uzak kalmaktadır. Bu tutumu düzeltmenin ön koşulu, matematiksel düşünme süreci etkinliklerine, dolayısıyla bu sürecin işlediği problem çözme çalışmalarına ağırlık vermektir. Problem çözmenin matematik öğretiminde iki önemli ürünü vardır. Birincisi öğretilen konuya özel strateji ve kuralların gelişimi, ikincisi ise bir kuralı, formülü geliştirmek için kullanılabilecek düşünme yolları ve genel yaklaşımların gelişmesidir. Öğrenciler problemlere dayalı durumlarda çalışarak yeni stratejiler oluşturmayı ve eski stratejileri düzenleyerek yeni tür problemleri çözmeyi öğrenirler (Olkun ve Toluk, 2003).

Eğitim sistemimizdeki bu dönüşüm bazı kavramların yeniden tanımlanması ihtiyacını ortaya çıkarmıştır. İleriki bölümlerde bu konulara yer verilecektir.

1.1. Matematik Nedir?

Baykul (2005), “Matematik nedir?” sorusunun cevabının insanların matematiğe başvurmadaki amaçlarına, belli bir amaç için kullandıkları matematik konularına, matematikteki tecrübelerine, matematiğe karşı tutumlarına ve matematiğe olan ilgilerine göre değiştiğini belirtmekte ve bu çeşitlilik içinde insanların matematiği nasıl gördüklerini ve onun ne olduğu konusundaki düşüncelerini beş grup altında toplamaktadır;

1. matematik, günlük hayattaki problemleri çözmede başvuru sayma, hesaplama, ölçme ve çizmedir;
2. matematik, bazı sembolleri kullanılan bir dildir;
3. matematik, insanda mantıklı düşünmeyi geliştiren mantıklı bir sistemdir;
4. matematik, dünyayı anlamamızda ve yaşadığımız çevreyi geliştirmede başvurduğumuz bir yardımcıdır;
5. matematik, ardışık soyutlama ve genellemeler süreci olarak geliştirilen fikirler (yapılar) ve bağıntılardan oluşan bir sistemdir.

Billington ve diğerleri (1993) matematiğin yapısı üzerinde durarak, matematiği gerçek hayatı yorumlama ve bir bakış açısı geliştirme olarak tanımlamaktadırlar (Şekil 1). Ayrıca matematiğin somut durumlara uygulanabileceğini fakat kendisinin soyut olduğunu belirtmektedirler.

Şekil 1

Matematiğin Yapısı



Billington ve diğerleri (1993).

Billington ve diğerlerine (1993) göre matematiğin yapısı iki temele dayanmaktadır

- Matematik gerçek dünya ile ilişkili ve yararlıdır. Gerçek hayat problemlerini çözmede kullanılabilir.
- Matematik yeni matematiksel durumlar yaratmak için kendi içinde araştırmaya ve keşfetmeye yöneliktir.

Günümüzde matematik ardışık soyutlama ve genellemeler süreci şeklinde geliştirilen fikirler (yapılar) ve bağıntılardan (ilişkilerden) oluşan bir sistem olarak

görülmektedir. Bu tanımda üç husus dikkati çekmektedir. Bunlardan biri matematiğin bir sistem olduğu, diğeri yapılardan ve bağıntılardan (ilişkilerden) oluştuğu, üçüncüsü de bu yapıların soyutlamalar ve genellemeler süreci ile oluşturulduğudur. O halde matematik insan tarafından zihinsel olarak yaratılan bir sistemdir. Bu durum matematiği soyut hale getirir (Büyükçağlayan, 2004). Somut matematik, pratik hesaplamalar, problem çözme, çevreden sonuç çıkarmada kullandığımız matematiktir. Soyut matematik ise matematiğin kendi iç tartışmalarını içerir. Teoremlerin ispatı, sayı sistemlerinin kurulması, yeni matematik yapılarının yaratılması ve bunların iç dinamiğinin açıklanması bu kapsamdadır (Billington ve diğerleri, 1993).

Literatür incelendiğinde matematiğin ne olduğu ve nasıl öğretilmesi gerektiği konularında son yıllarda önemli düşünce değişikliklerinin olduğu görülmektedir (Olkun ve Toluk, 2003). Bu durum özellikle matematik öğretimi kavramının yeniden tanımlanmasını gerektirmektedir.

1. 2. Matematik Öğretimi

Geleneksel matematik eğitimi anlayışında matematiksel bilgiler küçük beceri parçacıklarına ayrılmış halde öğretmen tarafından öğrencilere sunulmaktadır. Öğrencilerin bu bilgileri verilen alıştırmalarla tekrar etmeleri beklenmektedir. Soruların önceden belirlenmiş belirli yanıtlama yöntemi veya yöntemleri ve tek bir yanıtı bulunmaktadır. Böyle bir anlayış ortamında öğrenciler pasif alıcılar durumundadırlar. Günümüzde ise matematiksel becerilerden çok muhakeme yoluyla probleme çözüm üretme söz konusudur (Olkun ve Toluk, 2003).

Literatür incelendiğinde matematik öğretimi ile ilgili çeşitli çalışmalar karşımıza çıkmaktadır. Bunlardan bazıları şu şekildedir;

NCTM (*The National Council of Teachers of Mathematics*) (1989) ilköğretim seviyesinde matematik öğretimi için beş genel hedef belirlemiştir. Bu hedefler ilköğretim sonunda öğrencilerin;

1. matematiğin önemini kavramalarını sağlamak,
2. matematikle ilgili yeteneklerine güven duymalarını sağlamak,
3. matematiksel problem çözebilen bireyler haline gelmelerini sağlamak,
4. matematiksel anlatımlar yapmayı öğrenmelerini sağlamak,
5. matematiksel muhakeme yapmayı öğrenmelerini sağlamaktır.

Matematik öğretiminde bu hedeflerin gerçekleştirilmesi için gerekli olan içerik alanlarını ve bilişsel becerileri aşağıdaki gibi sınıflandırmaktadır.

Tablo 1
NCTM'ye (1989) Göre Matematik Öğretiminde
İçerik Alanları ve Bilişsel Beceriler

İçerik Alanları	Bilişsel Beceriler
▪ Sayılar ve sayılar arasındaki ilişkiler ▪ Sayı sistemleri ▪ Hesaplama ve tahmin ▪ Örüntüler ve fonksiyonlar ▪ Cebir ▪ İstatistik ▪ Veri analizi ve olasılık ▪ Geometri ▪ Ölçme	▪ Matematiksel Güç ▪ Problem Çözme ▪ Gösterim ▪ Muhakeme ▪ Matematiksel Kavramlar ▪ Matematiksel İşlemler ▪ Matematiksel Düzenler (disposition)

NCTM (1989).

Van de Wella'a (2004) göre ise matematiğin yapısına uygun bir öğretim üç amaca yönelik olmalıdır:

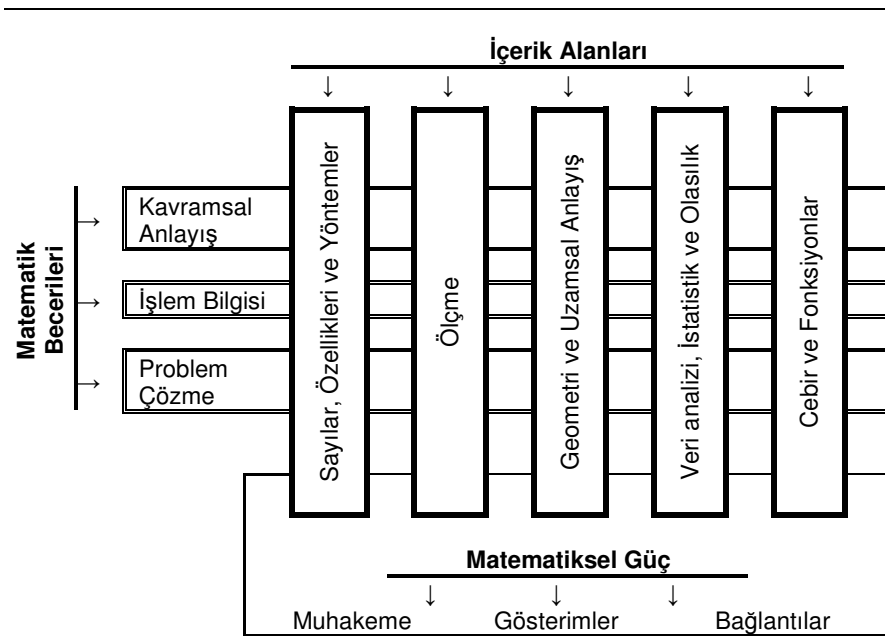
1. Öğrencilerin matematikle ilgili kavramları (*conceptual knowledge*) anlamalarına,

2. Matematikle ilgili işlemleri (*procedural knowledge*) anlamalarına,
3. Kavramlar ve işlemler arasında bağlantılar (*connections*) kurmalarına yardımcı olmaktır.

Benzer şekilde Amerika Birleşik Devletlerinde çeşitli branşlarda eğitimsel gelişimi belirleme amacıyla değerlendirme yapan Ulusal Eğitimsel Gelişimi Değerlendirme Birimi (*NAEP: National Assessment of Educational Progress*); (2002) de matematik öğretiminin içerik alanları ve bilişsel beceriler boyutlarından söz etmektedirler (Şekil 2).

Şekil 2:

Matematik Öğretiminde İçerik Alanları ve Bilişsel Beceriler



NAEP (2002).

NAEP (2002) matematik öğretiminin beş geniş matematiksel alanı kapsamı gerektiğini belirtmektedir; (1) sayılar, özellikleri ve işlemler, (2) ölçme, (3) geometri ve uzamsal anlayış, (4) veri analizi, istatistik ve olasılık, (5) cebir ve fonksiyonlar. Bu içerik alanlarıyla birlikte aşağıdaki matematik becerilerini de geliştirmeye yönelik olması gerektiğini vurgulamaktadır.

NAEP (2002) ve Van de Wella (2004) matematik öğretiminde iki tür bilgidenden bahsetmektedirler;

Kavram bilgisi: birey tarafından içsel olarak ve o anda sahip olduğu bilgiye bağlı olarak oluşturulmuş ilişkilerden oluşmaktadır. Kavram bilgisinde anlam önemlidir. Bu anlam kişinin ön bilgilerini kullanarak yeni bilgiyi açıklamasıdır. Böylece yeni bilgi mevcut bilgiyle bütünleşir ve kişi tarafından içselleştirilir (Olkun ve Toluk, 2003). Matematik derslerinde öğrencilerin kavramlarla ilgili anlayışlarının yeterliliği ile ilgili literatürde tanımlanan beceriler Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2

Literatürde Tanımlanan “Kavram Bilgisi” Becerileri

Kaynak	Kategori	Kavram Bilgisi Becerileri
NCTM (1989)	Matematiksel Kavramlar	1. Kavramları isimlendirir, açıklar ve tanımlar. 2. Örnekler oluşturur. 3. Kavramları sunmada modelleri, şekil ve sembolleri kullanır. 4. Verilenleri bir moddan farklı bir moda çevirebilir. 5. Kavramların çeşitli anlam ve yorumlarının farkına varır. 6. Verilen kavramın özelliklerini tanımlar, 7. Verilen kavramları karşılaştırır.
	Matematiksel Güç	8. Matematikte ve diğer disiplinlerde verilen problemleri çözmede ön bilgilerini kullanır. 9. İşlemlere ve kavramlara ilişkin bilgi ve anlayışa sahiptir.
NAEP (2002)	Kavram Bilgisi	10. Kendisine sunulan kavramları tanır, isimlendir ve kavramlara örnekler verir. 11. Bu kavramların çeşitli gösterimlerini (modeller, grafikler) kullanır ve birbirleriyle ilişkilendirir. 12. Matematikle ilgili temel prensipleri tanımlar ve uygular. 13. Tanımlamaları ve doğru varsayımları bilir ve uygular. 14. Kavramların niteliklerini zihninde genişletmek için ilişkili kavramlar ve prensiplerle bütünleştirir, benzerlik ve farklılıklarını karşılaştırır. 15. Verilen kavramda kullanılmış olan işaret, sembol ve terimleri tanır, yorumlar ve uygular. 16. Matematiksel ortamlardaki kavramlar arasındaki ilişkileri ve varsayımları yorumlar.
	Problem Çözme	17. Problemleri tanımlar ve düzenler. 18. Verilerin yeterli olup olmadığına ve tutarlılığına karar verir.

Tablo 2 (devamı)

Literatürde Tanımlanan “Kavram Bilgisi” Becerileri

TIMMS (2003)	Bilme	19. Sözel olmayan soyut matematiksel sunumlara ilişkin gösterimler yapar. 20. Matematiksel olarak eş değer durumları belirler. 21. Matematiksel nesneleri ve özellikleri hatırlar.
Polya (1988)	Problemi Anlama	22. Bilinmeyenleri belirler. 23. Verilenleri belirler. 24. Problem durumunu açıklar. 25. Verilenleri şekille ifade eder. 26. Problemi uygun bir gösterim ile ortaya koyar. 27. Problem durumunu çeşitli bölümlere ayırır.
	Plan Yapma	28. Benzer bir problemle karşılaşp karşılaşmadığını belirler. 29. Problem için kullanışlı olabilecek bir teoremleri belirler. 30. Bilinmeyenleri inceler. Benzer bilinmeyenlere sahip bir problemle karşılaşp karşılaşmadığını sorgular.
Bransford ve Stein IDEAL (1984)	Problemi belirleme (I: Identify the problem)	31. Problemi hisseder.
	Problemi anlatma (D: Define the problem)	32. Problemi dil bakımından anlar. 33. Problemdeki ilgisiz durumları belirler. 34. Problemdeki varsayımları belirler. 35. Problemin çözümünü güçleştirici unsurları belirler.

İşlem Bilgisi: Rutin matematiksel soruları yapmakta kullanılan kural ve işlemlerle matematiksel soruları yapmakta kullanılan kural ve işlemlerle matematiksel bilgiyi temsil etmekte kullanılan sembolleri içerir. Matematik derslerinde öğrencilerin işlemlerle ilgili bilgilerinin yeterliliği ile ilgili literatürde tanımlanan beceriler Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3
Literatürde Tanımlanan “İşlem Bilgisi” Becerileri

Kaynak	Kategori	İşlem Bilgisi Becerileri
NCTM (1989)	Matematiksel İşlemler	1. İşlemin uygun olup olmadığını belirler. 2. Bir işlemin her adımı için cevaplar verir. 3. İşlemleri doğru ve etkili bir biçimde gerçekleştirir. 4. Yeni işlemler oluşturur. 5. İşlemlerin matematikteki rolünü ve yapısını değerlendirir.
NAEP (2002)	İşlemsel Bilgi	6. Matematiksel problemlerin çözümü için uygun yöntemleri doğru bir şekilde seçer ve uygular. 7. Seçtiği yöntemin doğruluğunu ispatlar veya reddeder. 8. Verilen bir grafik ya da tabloyu okuyabilir. 9. Problemin içeriğinden kaynaklanan etkenleri göz önüne alarak yöntemleri genişletir veya değiştirir.
TIMMS (2003)	Rutin İşlemleri Kullanma	10. Rutin işlemleri gerçekleştirebilir (sayma ve rutin hesaplamalar; grafik oluşturma; bazı formal süreçleri kullanarak matematiksel bir durumu farklı bir duruma dönüştürme; ölçme). 11. Daha karmaşık işlemleri kullanır (yaklaşık bir sonuca ulaşmak için tahminde bulunur; nicel verileri toplar, organize eder ve kullanır; iki farklı matematiksel durumu karşılaştırır).
Polya (1988)	Planı Uygulama	12. Çözüme yönelik planı işletir, her bir basamağı kontrol eder. Basamağın açık bir şekilde doğru uygulanıp uygulanmadığına karar verir.

Kavramlar ile işlemler arasındaki bağın kurulması ilköğretimde özellikle problem çözmede önemlidir. İşlemler ve kurallar bilgisi çocuğun kavramsal bilgileri arasına girdiğinde, çocuk işlemlerin sadece nasıl yapıldığını değil aynı zamanda niçin yapıldığını da açıklayabilir. İşlem bilgisinin, kavramsal temellerinin kazanılmaması işlem bilgisiyle kavramlar arasındaki ilişkinin kurulmaması, modellerin kurulamamasına ve işlemlerin nerede kullanılacağına karar verilememesine sebep olur; bu da özellikle problem çözmede başarısızlık şeklinde kendini gösterir (Baykul, 2005).

NCTM’nin (1989) ve NAEP’in (2002) ortaya koymuş oldukları matematik öğretimine ait bilişsel boyutların içerisinde “matematiksel güç” kavramı da önemli görülmektedir.

Matematiksel güç kavramı ilk olarak 1989 yılında NCTM tarafından ortaya konulmuştur. Literatürde matematiksel gücün ne olduğu ve hangi becerilerden oluştuğu hakkında çeşitli bilgilere rastlanmaktadır;

Matematiksel güç, öğrencilerin matematiğe ait anlayışından kendilerinin sorumlu oldukları bir süreçtir ve matematiğin başarılı olmalarının beklendiği bir alan olduğu şeklinde inançlarının olumlu yöndeki değişimi ile ortaya çıkmaktadır (Sid, 1998). Matematiksel gücün kendini gösterdiği bir başka yön, öğrencinin öğretmenden bağımsız olarak düşünebilme ve iş görebilme becerisini içermesidir (Greenwood, 1993). Genel anlamda matematiksel güce sahip olan öğrencilerin sergilemesi gereken davranışların yanında, bu davranışa eşlik edecek matematiksel becerilerin neler olabileceğinin belirlenmesi, matematiksel güç kavramının anlamının kavranmasında önemli olacaktır. Broody ve Coslick'in (1998) matematiksel güç yorumu araştırma becerilerinin, özgüvenin ve matematiğin varlığına yönelik olan olumlu eğilimin matematiksel güç için gerekli olan becerilerden bazıları olduğuna dikkat çekmektedir. Broody ve Coslick'e göre matematiksel güç; öğrenmeye ve matematiği kullanmaya yönelik olumlu eğilimi ve yeni problemlerle uğraşmak için güven duymayı, muhakeme geliştirmeyi ve doğrulamayı da içeren anlamayı, problem çözme gibi araştırma becerilerini içermektedir. Cantlon (1998) ise matematiksel gücün, problemler yoluyla muhakeme geliştirme ve diğerleriyle fikirler ve çözümler üzerine iletişim kurma becerilerinin yanı sıra matematiğe yönelik kendine güveni de kapsadığını ifade ederek, matematiksel gücün bilişsel bir becerinin ötesinde nitelikleri gerektirdiğine işaret etmektedir.

NAEP (2002) matematik öğretimde önemli bir kavram olarak değerlendirdikleri matematiksel gücü öğrencilerin;

- keşfederek, tahmin ederek, muhakeme geliştirerek matematiksel bilgiyi bir araya getirme ve kullanmalarını,
- rutin olmayan problemleri çözmelerini,

- matematik hakkında ve matematik yoluyla iletişim kurmalarını,
- Farklı durumlardaki matematiksel fikirler arasında bağlantı kurma veya farklı disiplinlerdeki fikirler arasında bağlantı kurmalarını içeren geniş kapsamlı beceriler olarak açıklanmaktadır.

Matematiksel güç fikrini ortaya atan NCTM (2000:12), matematiksel gücün tanımını aşağıdaki şekilde yaparak birtakım ölçütler belirlemişlerdir.

Matematiksel güç; öğrencilerin keşfetme, tahmin etme, muhakeme geliştirme, rutin olmayan problem çözme, matematik ile ilgili ve matematik yoluyla iletişim kurma ve matematiğin içindeki fikirler ile diğer zihinsel etkinlikler arasında bağlantı kurma becerilerini içermektedir. Bunun yanı sıra matematiksel güç; kişinin kendine olan güveninin ve araştırma yapma eğiliminin, problem çözmede ve karar vermede nicel ve görsel bilgileri kullanmanın ve değerlendirmenin gelişiminde de rol almaktadır. Öğrencilerin esnekliği, ilgileri, merakları ve önyargıları da matematiksel gücün gerçekleştirilmesini etkilemektedir.

Matematiksel güçle ilgili yukarıda yapılan tanımlamaların ve açıklamaların kesiştiği ortak noktalardan biri ilişkilendirme yapma, muhakeme geliştirme ve iletişim kurma becerilerinin önemine tanımların çoğunda rastlanmasıdır. Tanımlamaların geneline bakıldığında matematik öğretiminde önemli bir yeri olan matematiksel güç kavramının gerektirdiği beceriler şu şekildedir;

- keşfetme;
- tahmin etme;
- muhakeme geliştirme;
- iletişim kurma;
- fikirler arasında ilişki kurma;
- rutin olmayan problem çözme.

Matematik öğretimi ile ilgili araştırmaları bulunan TIMSS (2003) matematik öğretiminde önemli gördüğü içerik ve bilişsel becerileri aşağıdaki gibi sınıflandırmaktadır.

Tablo 4
TIMSS'e (2003) Göre Matematik Öğretiminde
İçerik Alanları ve Bilişsel Beceriler

İçerik Alanları	Bilişsel Beceriler
▪ Sayılar ▪ Örüntüler ve ilişkiler ▪ Ölçme ▪ Geometri ▪ Veri analizi	▪ Bilme: Olgular, yöntemler ve kavramlar hakkında bilgi sahibi olma, ▪ Uygulama: Bilgiyi ve kavramlarla ilgili anladıklarını uygulama. ▪ Muhakeme geliştirme.

TIMSS'den (2003) düzenlenmiştir.

İlk bilişsel beceri (öğrencinin olgular, yöntemler ve kavramlar hakkında bilgi sahibi olması) ikinci beceri (öğrencinin bilgiyi ve kavramlarla ilgili anladıklarını uygulama) için bilmesi gerekenlerdir. Uygulama, öğrencilerin rutin problemleri çözmeleri için bildiklerini uygulama becerileri ile ilgilidir. Üçüncü beceri olan muhakeme geliştirme ise rutin problemlerden çok, aşına olunmayan durumlar içeren, karmaşık bağlamlarda ve çok adım gerektiren problemlerin çözümü ile ilgilidir.

MEB Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı (2005) tarafından hazırlanmış olan matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programında yer verilen öğrenme alanları ve bilişsel becerileri aşağıdaki gibi sınıflandırmaktadır.

Tablo 5

MEB'e (2005) Göre Matematik Öğretiminde İçerik Alanları ve Bilişsel Beceriler

Öğrenme Alanları:	Bilişsel Beceriler
▪ Sayılar ▪ Geometri ▪ Ölçme ▪ Veri	▪ Problem çözme ▪ İletişim ▪ Muhakeme (Akıl yürütme) ▪ İlişkilendirme

MEB (2005).

MEB (2005) ilköğretim 1-5. sınıflar matematik öğretimi programında, matematiksel becerilerden; (a) problem çözmenin, başlı başına konu değil bir süreç olduğu ve bu süreçte, problem çözme becerilerinin öğrenilmesinin ve kullanılmasının hedeflendiği; iletişimin, matematiksel düşüncelerin fiziksel, resimsel, grafiksel, sözel, zihinsel ve sembolik temsilleri arasında önemli bağlar kurulmasını sağladığı; muhakemenin geliştirilmesine yönelik çalışmaların aynı zamanda öğrencilerin problem çözme ve iletişim becerileri de geliştireceği ve; programda yer alan öğrenme alanlarının kendi içinde ve diğer öğrenme alanlarıyla, matematiksel kavramların birbirleriyle ilişkilendirilmesinin gerekliliği vurgulanmaktadır.

Son dönemlerde gerçekleştirilmiş ve yukarıda kısaca bahsedilmiş olan araştırmalar matematik öğretiminde içerik alanları kadar bilişsel becerilerin de önemli olduğunu vurgulamaktadır (NCTM, 1989; 1999; NAEP, 2002; TIMMS, 2003). Ayrıca matematik öğretiminde “İletişim Kurma” ve “Bağlantılar”, “Gösterim”, “Problem Çözme”, “Matematiksel Muhakeme” gibi kavramların ön plana çıktığı görülmektedir (NCTM, 2000).

1.2.1. İletişim Kurma

Öğrencilerin matematiksel fikirleri konuşarak, yazarak, göstererek ve görsel olarak ifade etmesi, yazılı, sözlü ve görsel olarak sunulan matematiksel fikirleri anlaması, yorumlaması ve değerlendirmesi, matematiksel söz dağarcığını kullanması, fikirler sunması, ilişkileri tanımlaması ve durumları modellemesi matematiksel iletişim kurma becerisi hakkında bilgi verebilecek noktalardan bazılarıdır (NCTM, 2000).

Matematiksel iletişim kurma, öğrenme için bir araç olarak da kullanılması yönüyle önemlidir. Çünkü öğrenciler matematiği ne yaptıkları hakkında konuşurken ve yazarken öğrenmektedirler (NAEP, 2002)

NCTM'nin (2000) belirlediği, ilköğretim seviyesinde öğrencilerin sahip olması gereken iletişim becerileri şunlardır:

Öğrenciler;

- iletişim yoluyla matematiksel düşüncelerinin organize edebilmeli ve pekiştirmelidirler;
- öğretmenleriyle, arkadaşlarıyla ya da diğer insanlarla doğru bir şekilde matematiksel iletişim kurabilmelidirler;
- başkalarının matematiksel düşüncelerini ve stratejilerini değerlendirmeli ve analiz edebilmelidirler;
- matematiksel fikirlerini doğru bir şekilde ifade edebilmek için matematik dilini kullanabilmelidirler.

1.2.2. Bağlantılar

Öğrencilerin matematiğin yararlarını anlayabilmeleri için matematiksel kavram ve becerilerin hem birbirleriyle hem de okul içi ve okul dışı yaşantıları ile ilişkilendirilmesi gereklidir (MEB, 2005). Diğer bir ifade ile öğrencilerin matematik hakkındaki informal bilgileri ile bu bilgilerin sembollerle kullanımları arasında anlamlı ilişkiler kurmaya ihtiyaçları vardır ancak bu, öğretmenlerin varolan matematiksel bağlantıları öğrencilere aktarması demek değildir, öğrencilerin bu bağlantıları kendilerinin keşfetmeleri gerekmektedir (Bergason, 2000).

NCTM'nin (2000) belirlediği, ilköğretim seviyesinde öğrencilerin sahip olması gereken bağlantı becerileri şunlardır:

- Matematiksel fikirler arasındaki bağlantıları fark etmeli ve kullanmalıdır.

- Matematiksel fikirlerin birbiriyle nasıl ilgili olduklarını ve sağlam bir bütün oluşturmak için nasıl üst üste eklendiklerini anlamalıdır.
- Matematik dışındaki konulara matematiği uygulayabilmelidir.

1.2.3. Gösterim

İlköğretim seviyesinde öğrenciler problem durumlarını modellemek, matematiksel ilişkileri araştırmak, çıkarımları tartışmak ya da yanlış olduklarını ispatlamak için çeşitli matematiksel gösterimlerden yararlanırlar. Şekil çizmek ya da problemin önemli kısımlarının altını çizmek gibi informal gösterimler kullanmalıdırlar. Problemleri modellemek ve çözmek için eşitlikleri, tabloları ve grafikleri kullanmayı öğrenmelidirler. Bunlar aynı zamanda öğrencilerin diğer öğrencilerle iletişim kurmasını da sağlamaktadır (NCTM, 2000).

NCTM'nin (2000) belirlediği, ilköğretim seviyesinde öğrencilerin sahip olması gereken gösterim becerileri şunlardır:

- Matematiksel fikirleri organize etmek, kaydetmek ve bunlarla iletişim kurmak için gösterimler yaratmalı ve kullanmalıdır.
- Problem çözebilmek için matematiksel gösterimleri birbirine çevirmeli, uygulamalı ve seçmelidir.
- Fiziksel, sosyal ve matematiksel olayları modellemek için gösterimleri kullanabilmelidir.

1.2.4. Problem çözme

TDK (2005) problemi, teorem veya kurallar yardımıyla çözülmesi istenen soru; mesele, sorun olarak tanımlamaktadır. Altun (1998) göre ise problem, zor ya da sonucu belirsiz bir sorudur. Çözümü, bir araştırma veya tartışma gerektirir.

Kişi çözümü bulma konusunda hazırlıksız fakat, isteklidir. Bu tanım, problemin üç temel özelliğini ortaya koymaktadır. Bunlar; (1) problemin, karşılaşan kişi için bir güçlük olduğu; (2) kişinin, onu çözmeye ihtiyaç duyduğu ve (3) kişinin bu problemle daha önce karşılaşmamış olduğu, çözümle ilgili bir hazırlığının bulunmadığıdır.

Altun (1998) iki tür problemden bahsetmektedir:

1. Rutin problemler: Matematik ders kitaplarında yer alan ve dört işlem becerileri ile çözülebilen problemlerdir. Rutin problemler bir ya da birkaç işlemli olabilir.
2. Rutin olmayan problemler: Bu tür problemler bir ya da birkaç işlemin doğru seçilmesiyle hemen çözülmeleri bakımından rutin problemlerden ayrılırlar. Çözümleri işlem becerileri, verileri organize etme, sınıflandırma, ilişkileri görme, kuralları bulma, genellemelere varma gibi becerilere sahip olmayı ve bir dizi aktiviteyi gerektirir.

Problem çözme sürecinde öğrencilerin matematiksel ön bilgilerini yeni durumlar için kullanmaları gerekmektedir. Problem çözme süreci öğrencilerin, problemleri tanımları ve düzenlemeleri; verilerin yeterli ve tutarlı olup olmadığına karar vermeleri; stratejileri, verileri, modelleri ve ilişkili matematik bilgilerini kullanmaları; yöntemler geliştirmeleri, bunları genişletmeleri ve değiştirmeleri; yeni durumlar için muhakeme geliştirmeleri (uzamsal, tümevarıma ve tümdengelimine dayalı, istatistiksel ve orantısal muhakeme); çözümün uygunluğu ve doğruluğu ile ilgili karar verebilmeleri gerekmektedir (NAEP, 2002).

Polya (1988), matematiksel problem çözmeyi kavramsallaştırması ve matematik öğretiminde problem çözme ile ilgili çalışması ile en fazla tanınan matematikçilerden biridir ve problem çözmeyi bir hedefe ulaşmak için olayın uygun bir yönünü aramak olarak tanımlamaktadır. Schoenfeld (1989) ise bir problemin öğrenenler üzerindeki etkisi ile ilişkili olarak bir tanım oluşturmuştur;

Problem çözme (a) öğrencilerin ilgilendikleri, üzerinde çalıştıkları ve bir çözüme ulaşmak istedikleri, (b) bu çözümde başarılı olmak için kolayca erişebilecekleri matematiksel birikime sahip olmadıkları bir görevdir. Çoğu matematiksel problem çözme araştırmasının dayandığı prototip model Polya'nın (1988) problem çözme sürecini sınıflandırarak “*heuristics*” adını verdiği dört aşamalı modelidir:

1. Problemi Anlama (*Understanding*):

- Veri ve problem durumuyla ilgili verilenleri ve istenenleri tanımlanır.
- Benzer problemlerle karşılaşılıp karşılaşılmadığı sorgulanır.
- Problem tekrar ifade edilir.
- Probleme uygun şekil, şema vb. yararlanılır.

2. Plan Yapma (*Planning*):

- Problemin başka problemlerle benzer yönleri belirlenir.
- Olası çözüm yolları düşünülür.
- Çözümün nasıl test edileceği planlanır.

3. Planı Uygulama (*Carrying out the plan*):

- Planlanan çözüm yolu dikkatlice takip edilir.
- Çözümün mantıklı olup olmadığını kontrol edilir.

4. Kontrol (*Looking Back*):

- Sonuç kontrol edilir.
- Problemi çözmek için başka bir yolun izlenip izlenemeyeceği belirlenir.
- Bu problemdeki çözümün başka problemlere nasıl uygulanabileceği planlanır.

Polya'ya (1988) göre problem çözenler, problemi anlamalı, bir plan oluşturmalı, planı uygulamalı ve çözümün akla uygunluğunu kanıtlamak için göz atmalıdır. Literatürde ayrıca ilköğretim seviyesinde öğrencilerin sahip olması gereken problem çözme becerilerinden bahsedilmektedir (NCTM, 2000):

Öğrenci;

- problem çözerek yeni matematiksel bilgiler edinmeli,
- matematikte ve diğer bağlamlarda çıkacak problemleri çözmeli,
- çeşitli stratejilerin uygun olanlarını problem çözmeye adapte etmeli ve uygulamalı,
- matematiksel problem çözme sürecini yansıtmalı ve ifade edebilmelidir.

1.2.5. Matematiksel Muhakeme

Matematiksel muhakeme kavramının daha iyi tanımlanabilmesi için mantık, düşünme ve muhakeme kavramlarının detaylı bir şekilde ele alınması faydalı olacaktır.

1.2.5.1. Mantık, Düşünme ve Muhakeme

Mantık sözcüğü Arapça olup “konuşma” anlamına gelen ‘nutuk’tan türetilmiştir. Nutuk ise eski Yunanca’da hem “konuşma” hem “akıl” anlamına gelen ‘logos’un karşılığıdır. Bu bakımdan temel anlamıyla mantık “konuşma ve düşünme bilgisi” olarak tanımlanabilir (Batuhan ve Grünberg, 1970).

Literatürde yer alan mantık tanımlarından bazıları şu şekildedir; “bir şeyi düşünmek veya açıklamak için bir yol”, “bir şey yaparken kullanılan akla uygun gerekçeler” (Webster, 1986), “doğru düşünme sanatı”, “doğru düşünme kurallarının bilgisi” (Batuhan ve Grünberg, 1970), “doğru düşünme bilimi”, “doğru düşünmenin yolu ve yöntemi” (TDK, 2005).

Yukarıdaki tanımlamaların daha iyi anlaşılabilmesi için “düşünme” sözcüğünün ne anlama geldiğinin açıklanması gerekmektedir.

Düşünme, “Bir şeye karar vermek, bağlantılı fikirler oluşturmak, problem çözmeye çalışmak vb. durumlar için aklın kullanılması... Sonuçlara, yargılara ya da kavram ve gerçeklerden sonuç çıkarmaya sürükleyen bir yöntem... Bu yöntemin ortaya çıkardığı sebepler, tartışmalar, kanıtlar... Kavramlardan ve gerçeklerden sonuçlar, yargılar ya da neticeler meydana getirmek” olarak tanımlanabilir (Webster, 1986).

Benzer şekilde “Duyum ve izlenimlerden, tasarımlardan ayrı olarak aklın bağımsız ve kendine özgü durumu.”, “Karşılaştırmalar yapma, ayırma, birleştirme, bağlantıları ve biçimleri kavrama yetisi.” de literatürde karşılaşılan düşünme tanımlarıdır (TDK, 2005).

Düşünme “hatırlama”, “basit düşünme”, “eleştirel düşünme” ve “yaratıcı düşünme” gibi basitten karmaşığa, çok geniş bir yelpazede karşımıza çıkmaktadır. Bunlardan hatırlama, basit işlemleri, ölçü birimlerini, geometrik şekilleri hatırlama gibi en alt düzeydeki düşünme türüdür. Basit düşünme, verilenleri formülde yerine koyma, alıştırma çözme gibi hatırlamaya göre biraz daha kapsamlı, ama eleştirel ve yaratıcı düşünmelere göre çok daha düşük performanslar gerektirir (Krulik ve Rudnick, 1999). Yaratıcı düşünme, yansıtıcı düşünme ve eleştirel düşünme ise çok daha karmaşık süreçlerdir;

Yaratıcı düşünme: Dinç’e (2000) göre yaratıcı düşünme süreci, insan beyninin sonsuz sayıda düşünce, kombinasyon ve bağlantı yaratmasıyla oluşmaktadır. Süreç şu şekilde işlemektedir; beyin kendisine ulaşan tüm uyarıları işler; bütün bu uyarılarla, oluşturulan kombinasyonlar, birbirleriyle ilişkilendirilir; fikir ya da düşünce adı verilen yeni bağıntılar oluşturur.

Wallas (1926) yaratıcı düşünme sürecinin klasik tanımını, dört adımda oluşturmuştur:

1. Hazırlık aşaması: Bu dönemde problem, ihtiyaç ya da gerçekleştirilmek istenen görev tanımlanır. Çözüm için gerekli materyaller toplanır. Böylece problem tanımlanarak, çözüm yolları ortaya konulmuş olur.
2. Kuluçka aşaması: Bu dönemde kişi, problem hakkında kasıtlı olarak düşünmez. Birey diğer aktivitelerle uğraşırken, zihni problem ya da görevle meşgul olmaya devam eder. Artık farklı fikir ve bilgileri birleştirmiş, karşılaştığı problemi tanımlamış ve çözüm üretmeye başlamıştır. Bu dönem dakikalar sürebileceği gibi haftalar ya da yıllar sürebilir.
3. Aydınlanma aşaması: Bu dönemde düşünceler yaratıcılığı bir temel oluşturmak üzere zihinden doğarlar. Bunlar sonuç-ürünün parçaları olabilecekleri gibi sonucun kendisi de olabilmektedirler. Bu aşama çoğunlukla anlıktır, birkaç dakika yada saat de sürebilir. Düşünce sözel olarak ifade edilmese de formüle edilmiş ve ani bir şekilde ortaya çıkmıştır.
4. Gerçekleşme-doğrulama-değiştirme aşaması: Bu dönem aydınlanma aşamasında ortaya çıkan ne ise onun ihtiyaçları karşılayıp karşılayamayacağını, hazırlık aşamasında belirlenmiş ölçülere uyup uymayacağını anlaşılmaması ve gösterilmesi için yapılan bir dizi etkinliği içermektedir.

Yansıtıcı düşünme: Yansıtıcı düşünmenin temelinde yansıtma (reflection) kavramı yatmaktadır. Yansıtma, en genel anlamda, deneyimlerin önceki bilgi bağlamında, yeni bilginin üretilmesi ve alternatif yolların geliştirilmesine öncülük edecek olan yolları bulmaya çalışarak analiz edilmesini içeren bilişsel sorgulamadır (Akt. Sünbül, 2007; Dewey, 1933).

Dewey yansıtıcı düşünmeyi, herhangi bir inanç ya da bilgiyi ve onun ulaşmayı amaçladığı sonuçları destekleyen bir bilgi yapısını etkin, tutarlı ve

dikkatli bir biçimde düşünme olarak tanımlamaktadır. Dewey’e göre yansıtıcı düşünme sürecinde şu iki temel aşama mevcuttur:

1. Düşünmenin meydana geldiği bir kuşku, karışıklık ve duraksama durumu,
2. Bu karışıklığı çözecek, bu şüpheyi açıklığa kavuşturacak yolu bulmaya yönelik bir araştırma ve sorgulama.

Eleştirel düşünme: Bu tür düşünmenin en yaygın tanımı “kişinin, kanıta dayanarak karar verme ve değerlendirme yapma yetenek ve eğilimi”dir (Eggen ve Kauchak, 2001). Oğuzkan (1981) ise eleştirel düşünceyi “öncülleri ve kanıtları titizlikle değerlendirdikten sonra ilgili bütün etmenleri göz önünde tutarak ve geçerli mantık ilkelerinden yararlanarak nesnel sonuçlara varma süreci” olarak tanımlamaktadır. Eleştirel düşünmenin temel süreçleri Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6
Eleştirel Düşünmenin Temel Süreçleri

Adımlar	Beklenen Davranışlar
▪ Gözlem	▪ Anımsama, farkında olma
▪ Uygun örnekleri bulmak ve genellemek	▪ Karşılaştırmak ve zıtlıkları bulmak, ▪ Sınıflamak, ▪ İlgili ve ilgisiz bilgiyi tanımlamak
▪ Kararları uygun örneklerle dayanarak vermek	▪ Sonuç çıkarma, ▪ Tahmin yapma, çıkarım yapma ▪ Varsayım türetmek ve sınamak
▪ Kararların gözlemlere dayanarak değerlendirilmesi	▪ Tutarlılığın kontrolü, ▪ Önyargıların, kalıp yargıların ve basmakalıp klişelerle propaganda öğelerinin tanımlanması, ▪ Farklı varsayımların farkında olmak, tanımlamak, ▪ Abartılı genellemelerin farkında olmak, ▪ Kararları olaylarla doğrulamak.

Eggen ve Kauchak,(2001)

Görüldüğü gibi, düşünme sözcüğü birbirinden oldukça farklı zihin durumlarını veya işlemleri dile getirmektedir. Örneğin “Ne düşünüyorsun?” sorusuna verilebilecek cevaplardan bazıları şunlar olabilir;

1. Annemi düşünüyorum.
2. Bu akşam ne yapacağımı düşünüyorum.
3. ...’nın neden böyle yaptığını düşünüyorum.

Birincide düşünme daha çok ‘hatırlama’ anlamında, ikincide herhangi bir şeyi ‘tasarlama veya planlama’ anlamında, üçüncüde ise ‘açıklama’ anlamında kullanılmaktadır. Ancak yukarıdaki düşünce yapılarından mantıkla ilgili olan sadece muhakeme anlamında kullanılmış olan üçüncü örnektir (Batuhan ve Grünberg, 1970).

Muhakeme, çeşitli düşünme tarzlarını içeren bir etkinliktir (Peresini ve Webb, 1999). Yukarıdaki niteliklerine bakıldığında kolayca görülebileceği gibi, eleştirel düşünme ve yaratıcı düşünme olmadan muhakeme gerçekleştirilemez. Bir başka deyişle muhakeme, ancak düşünmenin ileri basamaklarında ortaya çıkan bir beceridir (Umay, 2003). Bu bakımdan muhakeme mantıksal bir yolla bir şeyler hakkında düşünme süreci olarak tanımlanabilir, görüş ve düşünceler mantıksal düşünmeye dayalıdır (Webster, 1986).

Muhakeme anlamında düşünme, doğruluğuna inandığımız bir veya birkaç önermenin bizi ne gibi bir başka önermenin doğruluğuna inanmaya zorladığını veya doğruluğuna inandığımız bir önermeye ne gibi başka önermelerin doğruluğunu delil olarak gösterebileceğimizi araştırma anlamına gelmektedir (Batuhan ve Grünberg, 1970).

Muhakemenin en yoğun olarak kullanıldığı alanlardan biri, belki de birincisi matematiktir. Matematiksel muhakeme, matematiğin temelini oluşturur. Matematik sayıları, işlemleri, cebiri, geometriyi, orantıyı, alan hesaplamayı ve daha birçok konuyu öğretirken doğası gereği örüntüleri keşfetmeyi, akıl

yürütmeyi tahminlerde bulunmayı, gerekçeli düşünmeyi, sonuca ulaşmayı da öğretir (Umay, 2003). Literatürde yer alan bir çok araştırmada matematiksel muhakemeyi meydana getirdiği düşünülen beceriler belirlenmeye çalışılmıştır. Bu araştırmalardan bazıları şunlardır;

NAEP (2002) matematiksel muhakeme becerilerini problem çözme becerisi içerisinde ele almaktadır. Muhakeme becerilerini şu şekilde sınıflandırmaktadır;

Öğrenciler;

- problem çözme stratejilerini, probleme ait verileri ve istenilen ile ilişkili matematik bilgilerini kullanabilmeli;
- muhakeme yapabilmeli (örn. uzamsal, tümevarıma ve tümdengelim dayalı, istatistiksel, ve orantısal muhakeme);
- çözümün uygunluğu ve doğruluğu ile ilgili karar verebilmelidirler.

TIMSS'e (2003) göre bir bilişsel beceri olarak matematiksel muhakeme aşağıdaki boyutları ve becerileri içermektedir.

1. Analiz Etme: Öğrenciler;

- matematiksel durumlardaki değişkenler veya objeler arasındaki ilişkileri belirleyebilmeli, tanımlayabilmeli veya kullanabilmeli;
- orantısal muhakemeyi kullanabilmeli;
- bir problemin çözümünü kolaylaştırmak için geometrik şekilleri ayrıştırabilmeli;
- üç boyutlu şekillerin dönüşümlerini gözünde canlandırabilmeli;
- aynı verinin farklı gösterimlerini karşılaştırabilmeli ve eşleştirebilmeli;

- verilen bilgilerden geçerli sonuçlar çıkarabilmelidirler.
2. Genelleme Yapma: Öğrenciler;
- matematiksel düşünme ve problem çözme yoluyla elde ettiği sonuçların etki alanını, sonuçları daha genel ve daha geniş uygulanabilir terimlerle yeniden ifade ederek, genişletebilmelidirler.
3. Bağlantılar Oluşturma: Öğrenciler;
- sonucu oluşturmak için çeşitli matematiksel prosedürleri ve sonuçları daha sonraki bir sonuçla birleştirebilmeli; bilginin farklı unsurların arasında bağlantılar kurmalı ve ilişkili matematiksel fikirler arasında köprü oluşturmalıdır.
4. Karar Verme: Öğrenciler;
- matematiksel sonuçları ve özellikleri kullanarak gerekçeler hazırlamak suretiyle bir ifadenin doğruluğu veya yanlışlığına karar verebilmelidirler.
5. Rutin Olmayan Problem Çözme: Öğrenciler;
- matematiksel veya gerçek hayat bağlamındaki problem takımlarını çözebilmeli, uygun matematiksel prosedürleri benzer olmayan ve karışık yapılara uygulayabilmeli; geometrik özellikleri rutin olmayan problemlerin çözümünde kullanabilmelidirler.

Matematiksel muhakeme, matematiksel tahminleri oluşturma, matematiksel tartışmaları geliştirme ve değerlendirme, matematiksel bilgileri çeşitli şekillerde sunma becerilerini içermektedir (NCTM, 1989). Bunların yanı sıra NCTM (2000), ilköğretim seviyesinde öğrencilerin sahip olması gereken matematiksel muhakeme becerilerini belirlemiştir. Buna göre öğrenciler;

- muhakeme ve ispatın matematiğin temeli olduğunu fark edebilmeli;
- matematiksel çıkarımlar yapabilmeli ve araştırabilmeli;

- matematiksel tartışma ve ispatlar geliştirebilmeli ve değerlendirebilmeli;
- ispatın çeşitli yöntemlerini seçebilmeli ve kullanabilmelidirler.

NCTM'nin (1989) öğrenci değerlendirme standartları incelendiğinde matematiksel muhakemenin değerlendirilmesinde öğrencilerden beklenen becerileri şu şekilde sınıflandırmak mümkündür.

Öğrenciler;

1. örüntüleri tanımada ve varsayımları oluşturmada tümevarıma dayalı muhakemeyi kullanabilmeli;
2. matematiksel ifadeler için akla yatkın tartışmalar (arguments) geliştirmeye yönelik muhakeme yapabilmeli;
3. matematiksel problemleri çözerken, orantısal muhakemeyi ve uzamsal muhakemeyi kullanabilmeli;
4. sonuçların doğruluğunu kanıtlamada, tartışmaların geçerli olup olmadığına karar vermede ve geçerli tartışmalar oluşturmada tümdengeliğe dayalı muhakemeyi kullanabilmeli;
5. verilen durumları çözümleyerek genel özellikleri ve yapıları belirleyebilmelidirler.

MEB Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı (2005) tarafından hazırlanmış olan matematik dersi 1-5 öğretim programında muhakeme “akıl yürütme” becerisinin kazanılabilmesi için öğrencilerde aşağıdaki becerilerin geliştirilmesi hedeflenmektedir;

Öğrenciler;

- mantığa dayalı çıkarımlarda bulunabilmeli;

- kendi düşüncelerini açıklarken matematiksel modeller, kurallar ve ilişkileri kullanmabilmeli;
- probleme ilişkin çözüm yollarını ve cevapları tartışabilmeli;
- bir matematiksel durumu analiz ederken örüntü ve ilişkileri kullanabilmeli;
- matematiğin mantıklı ve anlamlı bir öğrenme alanı olduğuna inanmalı;
- matematikteki örüntü ve ilişkileri analiz edebilmeli;
- tahminde bulunabilmelidir.

Son dönemlerde gerçekleştirilmiş ve yukarıda kısaca bahsedilmiş olan matematiksel muhakeme becerisi ile ilgili araştırmalarda aşağıdaki kavramların ön plana çıktığı görülmektedir. (NCTM, 1989; 2000; NAEP, 2002; TIMMS, 2003; MEB, 2005);

Matematiksel örüntüleri tanıma ve kullanma

TDK (2005) örüntü (*pattern*) kavramını “Olay veya nesnelerin düzenli bir biçimde birbirini takip ederek gelişmesi.” olarak tanımlamaktadır. Literatür incelendiğinde ilköğretim seviyesinde gerçekleştirilen matematik öğretiminin, örüntülerin belirlenmesi üzerinde önemle durduğu görülmektedir.

NCTM (2000), ilköğretim seviyesinde öğrencilerin; (a) geometrik ve sayısal örüntüleri tanımlayabilmeleri, genişletebilmeleri ve bunlar hakkında genellemelerde bulunabilmeleri, (b) örüntüleri sözel olarak, tablo ve grafikler kullanarak ifade ve analiz edebilmeleri gerektiğini belirtmektedir.

Buna paralel olarak NAEP (2002), örüntüleri tanıma ve kullanmanın önemine dikkat çekerek, ilköğretim çağı öğrencilerinin örüntüleri açıklama,

ilerletme, ara değeri bulma, dönüştürme ve benzer bir örüntü oluşturma becerilerine sahip olmaları gerektiğini belirtmektedir.

Ayrıca bu seviyede çocukların cebirsel fikirlerinin gelişiminde örüntülerin tanınması ve kullanılmasının önemi vurgulanmakta, bu amaçla aşağıdaki becerilerin geliştirilmesi önerilmektedir (NCTM, 2000):

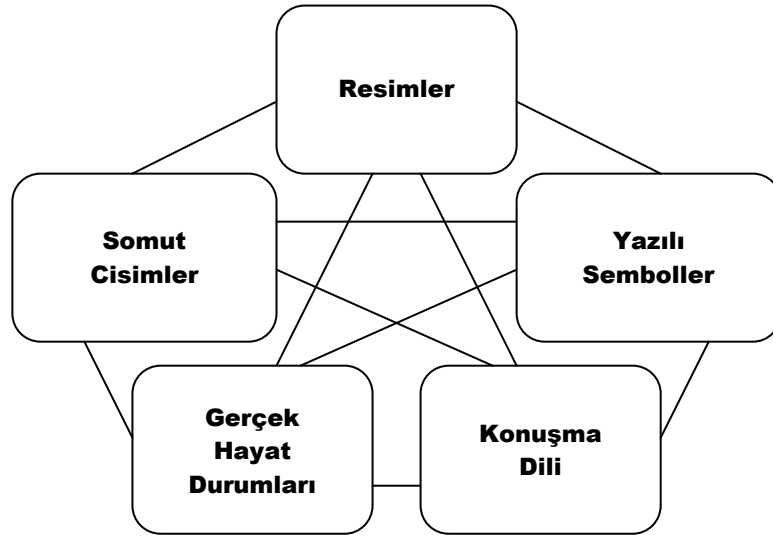
1. Geometrik ve sayısal örüntüleri oluşturma ve böyle örüntüleri tanıyabilme.
2. Örüntüleri sözel olarak ifade etme ve tablo ve sembollerle gösterebilme.
3. Değişen büyüklükler arası ilişkileri kullanarak tahminlerde bulunma.
4. Bazı özel durumlarda çalışan genellemeler yapmak ve açıklayabilme.
5. Örüntüleri tanımlamak ve tahminlerde bulunmak için grafikleri kullanma.
6. Sayı özelliklerini kullanma.
7. Örüntüleri, genellemeleri ve durumları ifade etmek için değişkenleri, notasyonları ve standart sembolleri kullanabilme.

Literatürde yer alan matematiksel örüntüleri tanıma ve kullanma becerisine ilişkin bilgiler değerlendirildiğinde, özellikle son dönemlerde yapılan araştırmalarda örüntü kavramına ilişkin ayrıntılı çalışmalar gerçekleştirildiği, görülmektedir (NCTM, 2000; NAEP, 2002). Belirtilen çalışmalarda bu becerinin geliştirilmesilmesi için öğrencilerin sahip olmaları gereken beceriler vurgulandığı görülmektedir.

Aynı Verinin Farklı Gösterimlerini Tanıma

Matematiksel verilerin bir veya birkaç değişik şekilde ifade edilmesi mümkündür. Literatürde genel olarak beş değişik sunumdan bahsedilmektedir (Van De Walle, 1998); somut cisimler, gerçek hayat problemleri, resimler, yazılı semboller ve konuşma dili. Birbirleriyle ilişkili olan sunumların şematik gösterimi Şekil 3’de verilmiştir.

Şekil 3
Aynı Verinin Farklı Sunumları



Van De Walle, (1998)

Şekil 3 incelendiğinde her bir sunum kendi aralarında dönüştürülebilir niteliğe sahip olduğu görülmektedir. Bu da matematiksel bilginin karşımıza farklı biçimlerde çıkabileceğini göstermektedir. Matematiksel bilgilerin değişik formlarda ifade edilebilmesi problemde çözüm için değişik olasılıkları düşünebilmemizi sağlar. Özellikle bir problem durumunun denklem şeklinde yazılması öğrencilerin bilinmeyen ve değişken kavramlarına alışmaları açısından önemlidir (Olkun ve Toluk, 2003).

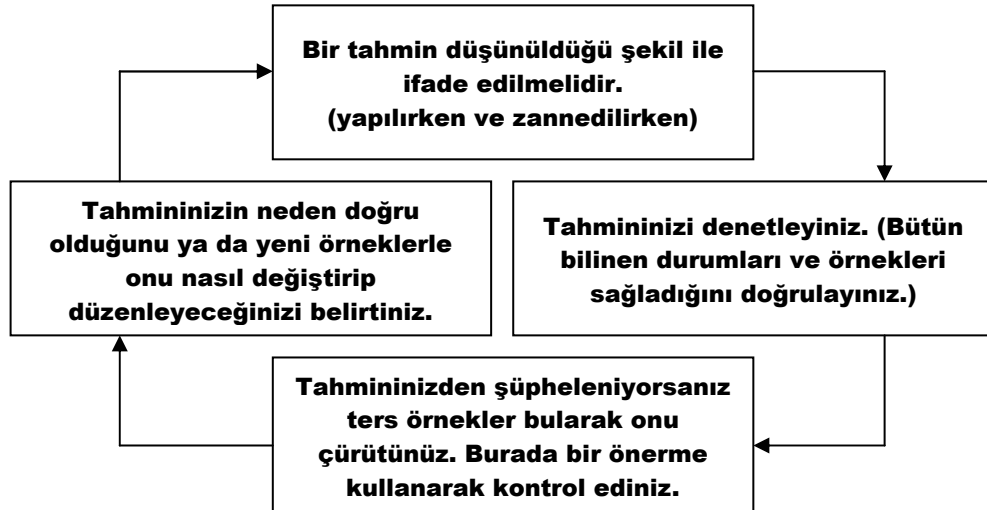
Tahmin etme.

TDK (2005), tahmin etmeyi “Yaklaşık olarak değerlendirmek, oranlamak.”, “Akla, sezgiye veya bazı verilere dayanarak gelecek bir şeyi, olayı kestirmek, kestirim.” olarak tanımlamaktadır.

Literatürde tahmin etmenin devirli bir süreç olduğu ifade edilmektedir (Hacısalıhoğlu ve diğerleri, 2003). Tahmin sürecinin şematik sunumu Şekil 4’de verilmiştir.

Şekil 4

Tahmin Süreci



Hacısalıhoğlu ve diğerleri, (2003)

Matematik Öğretim Programı’nda iki temel tahmin stratejisi ele alınmaktadır (MEB, 2005):

İşlemsel Tahmin: Aritmetik işlemlerin sonuçlarının hesap yapılmadan yaklaşık olarak belirlenmesidir. İşlemsel tahmin becerisi gelişmiş kişilerin, genel matematik becerilerinin de iyi olduğu gözlemlenmektedir. Tahmin yaparken birtakım stratejiler kullanılabilir. Bazı işlemsel tahmin stratejileri aşağıda verilmiştir. İşlemsel tahminde kullanılabilecek stratejiler burada verilenlerle sınırlı değildir. Ders sırasında burada sunulanlara benzer tahmin stratejileri

kullanılabileceği gibi öğrencilerin geliştirebilecekleri tahmin stratejileri de desteklenmelidir.

- Yuvarlama: İşlemdeki sayıların uygun değerlere (ileriye veya geriye) yuvarlanarak sonucun tahmin edilmesidir.
- Gruplandırma: İşlemdeki sayılar, belirli bir değere yakın ise sayılar bu değer/değerler bazında gruplandırılarak sonuç tahmin edilir.
- Uyuşan Sayıları Kullanma: Zihinden hesaplanması kolay olan sayılar gruplandırılarak sonucun tahmin edilmesidir.
- İlk veya Son Basamakları Kullanma: En soldaki veya en sağdaki basamakların toplanarak sonucun tahmin edilmesidir.
- Düzenleme ve Düzeltme: Bu strateji elde edilen tahminsel sonucu gerçek sonuca daha uygun ve daha yakın hâle getirmek için kullanılır ve iki aşamada gerçekleşir; “işlemin ortasında yapılan düzenleme ve düzeltme.” ve “işlemin sonunda yapılan düzenleme ve düzeltme.”

Ölçmeye Dayalı Tahmin: Ölçmeye dayalı tahmin herhangi bir ölçme aracı kullanmadan ölçülerin yaklaşık olarak belirlenmesidir. Ölçmeye dayalı tahminde kullanılan en yaygın strateji belirli bir referans noktasının dikkate alınmasıdır. Bu stratejide ölçüsü tahmin edilecek nesne, bilinen (zihindeki) bir referans ölçüsü ile karşılaştırılır.

Çözüme ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme.

TDK (2005) tartışmayı (*argument*), “Bir kişiyi, bir düşünceyi doğru haklı göstermeyi amaçlayan yazı veya konuşma, savunu, müdafaaname.” olarak tanımlamaktadır.

İlköğretim seviyesinde matematik, düşünmeyi ve düşündüklerini yapma becerisi kazandırmayı hedeflemektedir. Öğrenciler şekilleri çizip, modelleyip, ölçüp, oluşturup, sınıflandırdıkça ilişkileri anlama konusundaki kapasiteleri

gelişecektir. Aynı zamanda bu ilişkiler hakkında düşünüp, çıkarımlar yapmayı, çıkarımları test etmeyi ve mantıklı tartışmalar geliştirmeyi öğrenmektedirler (NCTM, 2000). Bu seviyede öğrenciler herhangi bir iddiayı desteklemek için ürün veya sürece yönelik tartışmalar geliştirmelidir (Kuhn ve Udell, 2003). Bu tartışmaların bileşenleri ve bunlara ait bilişsel hedefler Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7
Mantıklı Tartışmaların Bileşenleri ve Bunlara Ait Bilişsel Hedefler

Bileşenler	Hedefler
Aşama I	
▪ Sebepler üretme ▪ Sebepleri ayrıntılı biçimde düzenleme ▪ Sebepleri delillerle kuvvetlendirme ▪ Sebepleri değerlendirme ▪ Mantıklı bir tartışma yoluyla sebepleri geliştirme	▪ Fikirlerin temelini oluşturan sebepler. ▪ Aynı fikrin temelini oluşturan farklı sebepler. ▪ Fikirleri destekleyen sağlam sebepler. ▪ Deliller sebepleri kuvvetli biçimde destekler. ▪ Bazı sebepler diğerlerinden daha iyidir. ▪ Sebepler bir fikri diğerine bağlar böylece mantıklı tartışmalar inşa edilir.
Aşama II	
▪ Karşı fikirlerin sebeplerini test etme ve değerlendirme ▪ Diğerlerinin ortaya koydukları sebeplere yönelik karşı iddialar üretme ▪ Diğerlerinin karşı tartışmalarını delillerle çürütür ▪ Karmaşık deliller tasarlama ▪ Çift yönlü tartışmalar oluşturma ve değerlendirme	▪ Karşı fikirlerin de sebepleri vardır. ▪ Sunulan farklı sebeplere karşı fikirler üretilir. ▪ Karşı sebepler çürütülebilir. ▪ Bir delil farklı iddiaları desteklemek için kullanılabilir. ▪ Bazı tartışmalar diğerlerine göre daha güçlüdür.

Kuhn ve Udell, (2003)

Yukarıda da görüldüğü gibi çözüme ilişkin mantıklı tartışmalar iki farklı etkinlik olarak karşımıza çıkmaktadır (Hacısalıhoğlu ve diğerleri, 2003):

1. Fikirlerin sebeplerini araştırma.
2. Fikirlerin sebeplerini izah etme.

Çözüm yolu / sonucun doğruluğuna karar verme.

NCTM'e (2000) göre ilköğretim seviyesinde öğrenciler, matematiksel hesaplamalar için sonucu kestirme stratejileri geliştirebilmeli ve sonucun mantıklılığı hakkında karar verebilmelidirler. Kestirme hesap makinesi ile, zihinden ya da kağıt kalem kullanılarak yapılan bir işlemin sonucunun mantıklılığının denetlenmesinde karar verme aracı anlamında kullanılmaktadır.

Bireyin karar vermesiyle ilgili kuramsal görüşlerin oluşturulmasında ise iki temel yaklaşımın benimsendiği görülmektedir. Bunlar sonuç üzerine yoğunlaşan yaklaşım ve süreç üzerine yoğunlaşan yaklaşımdır (Ersever, 1996).

Süreç üzerine karar verirken, problemin çözüm yolunun doğruluğuna karar vermede kendinize ya da başkalarına sorulması gereken sorular şunlardır (Kalaycı, 2000):

- Bütün temel varsayımların hepsini kontrol ettiniz mi?
- Bütün yöntemlerin ve olabilecek çözümlerin içinden sonuç getirebilecek olanların küçük bir listesini çıkartabildiniz mi?
- Bunların içinden de daha da küçük bir listeye ulaşabilmek için bazıılarını eleyebildiniz mi?
- Eğer problemleri daha etkin olarak çözebilmek amacıyla hiçbir seçenek tek başına anlamlı gelmiyorsa, öğeleri daha fazla çözüm elde edebilmek için birleştirip sentez yapabildiniz mi?
- Anlamlı sonuç getirebileceğini umduğunuz, yararlı çözümlerinizin değerlendirilmesinde kullanılacak olan ölçütleri belirlediniz mi?

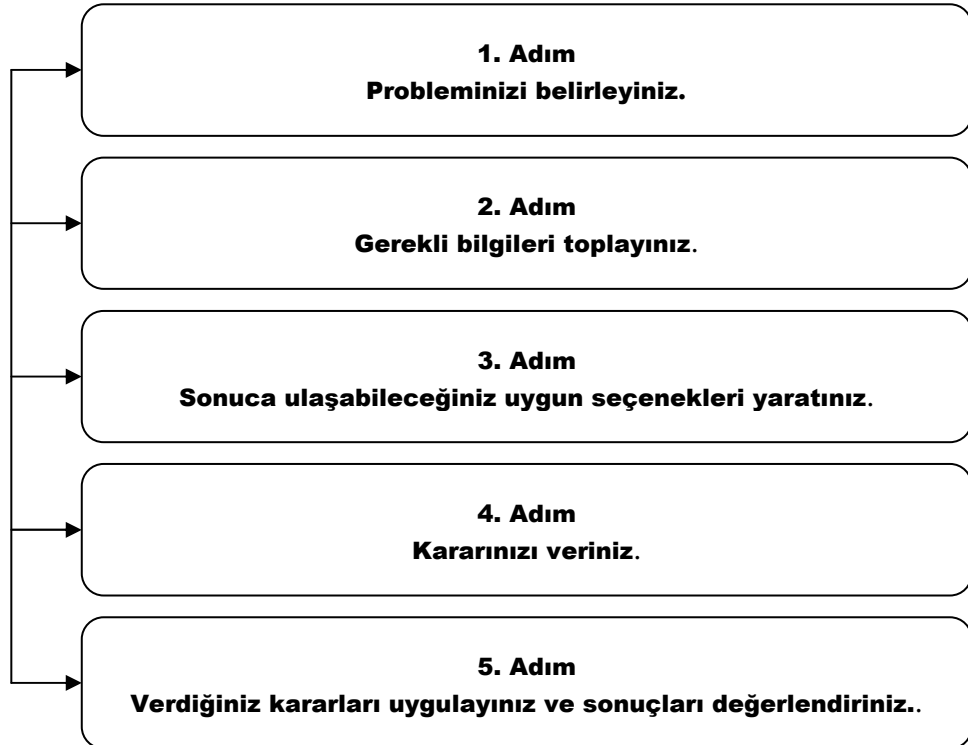
Sonuçla ilgili bir karar verirken kendinize ya da başkalarına sorulması gereken sorular ise şu şekildedir (Kalaycı, 2000):

- Elde bulunan tüm gerekli bilgiyi kullandınız mı?

- Çözümü her yönden tekrar tekrar kontrol ettiniz mi?
- Önceden tahmin edilebilen veya açık olan sonuçları kestirebildiğinize emin misiniz?
- Sizi sonuçlara ulaştıran adımları belirten bir uygulama planına sahip misiniz?
- Sahip olduğunuz bu plan her yönden gerçekçi mi?
- Eğer, olaylar planlanan gibi gerçekleşmemişse bunun için ikinci bir planınız var mı?

Bu sorulara ek olarak Adair (1997) karar verme sürecinde yararlanılabilecek beş adımlı bir yaklaşım önermektedir (Şekil5).

Şekil 5
Karar Verme Sürecinde Klasik Yaklaşım



Bu yaklaşımda karar verme sürecinde öncelikle problemin ortaya konulması gerektiği vurgulanmaktadır. Yapılması gereken bir sonraki adım, gerekli bilgilerin toplanmasıdır. Etkin bir kararın verilebilmesi için en az üç ya da daha fazla ihtimal oluşturulmalıdır. Bütün ihtimaller çeşitli boyutları ile düşünülebilmesi için olaylara geniş bir açıdan bakılmalıdır. Karar vermede öncelikli etkinlik, seçim ölçütlerinin belirlenmesidir. Karar verme sürecindeki son adım ise verilen kararların uygulanması ve sonuçların değerlendirilmesidir (Adair, 1997).

Genelleme yapma

Genelleme, herhangi bir duruma uygulanabilen, bağlamsal yapısı olmayan bir bilgi (*decontextualized knowledge*) geliştirme olarak tanımlanmaktadır. Bilişsel yaklaşıma göre genelleme, dünyada halihazırda var olan kavramları ve kategorileri fark etme ve bunları kazanmayı gerektiren bireysel zihinsel bir aktivitedir (Jurow, 2004).

TIMMS (2003) genelleme yapma sürecini öğrencilerin matematiksel düşünme ve problem çözme yoluyla elde ettiği sonuçların etki alanını, sonuçları daha genel ve daha geniş uygulanabilir terimlerle yeniden ifade ederek, genişletmesi olarak tanımlamaktadır.

NCTM (1999), genellemeler oluşturma ve bunları kullanma becerisinin temel matematik öğretiminin çok başlarında gerçekleştiğini, matematiksel muhakemenin de aslında genellemeler yapmayı gerektirdiğini belirtmektedir.

Öğrencilerin genelleme yapmalarını sağlayacak bazı genelleme stratejileri şunlardır (Bell, 1976):

- İlişkileri belirleme,
- Varsayımları test etmek için örnekler oluşturma.

- Mümkin olduğu kadar fazla sayıda ve çeşitlilikte örnekler toplama.
- Örnekleri sistemli bir şekilde organize etme.
- Aynı sonuca ulaşılan denemeleri belirleme ve benzer bir deneme yapma.
- Varsayımlar ortaya koyma.

Rutin olmayan problemleri çözme:

Rutin olmayan problemler bir veya birkaç işlemin doğru seçilmesiyle hemen çözülememeleri bakımından rutin problemlerden farklıdır. Çözümleri işlem becerilerinin ötesinde, veriler organize etme, sınıflandırma, ilişkileri görme gibi becerilere sahip olmayı ve bir takım aktiviteleri arka arkaya yapmayı gerektirir (Altun, 1998).

NCTM (2000) iyi olarak tanımlanan problemlerin “öğrencilerin bulunduğu çevreden ortaya çıkan”, “öğrencileri strateji geliştirmeleri ve uygulamaları için zorlayan” ve “öğrencileri yeni kavramlarla tanıştırmak için ortam hazırlayan” problemler olduğunu belirtilmektedir. Rutin olmayan problemlerin, “iyi problem” kriterlerine uyduğu ve problem çözme öğretiminde çok önemli bir yer kapladığı bir gerçektir. Nitekim Polya (1988), öğrencilere rutin problemler dışında başka tür problem çözdürmemenin “affedilemez bir hata” olduğunu, böyle yapmanın öğrencileri “hayal gücü ve yargı”dan mahrum bıraktığını belirterek rutin olmayan problemlere verdiği önemi göstermektedir.

Altun (1998) rutin olmayan problemlerin çözümünde kullanan bazı temel stratejilerden bahsetmektedir:

- Sistematik liste yapma stratejisi: Problemin çözümü ile ilgili mümkün olan bütün hallerin belli bir sırayla listelenmesi sürecidir.

- Tahmin ve kontrol stratejisi: Problemin cevabının tahmin edilmesi ve bu cevabın doğru olup olmadığının araştırılmasına dayanır. Eğer cevap doğru ise problem çözülmüş olur, yanlışsa yeni tahminde bulunulur.
- Diyagram çizme: Geometrik ve sayısal problemlerde temsili şemalar çizme çözümü görmeyi kolaylaştırmaktadır.
- Bağıntı bulma: Bazı problemlerin çözümünde dizinin terimlerinin hangi kurala göre türediğinin farkına varmak çözümü kolaylaştıran bir süreçtir.
- Değişken kullanma (eşitlik yazma): Bazı problemlerde bilinmeyen yerine değerler konularak (x) çözüme ulaşılabilir.
- Tahmin etme: Problemin tam çözümü yerine tahmini çözümünün yeterli olduğu durumlarda kullanılan bir stratejidir.
- Benzer basit problemlerin çözümünden yararlanma: Orijinal probleme benzer ve sayısal verileri küçük olan problemlerin çözülmesi orijinal problemin nasıl çözüleceği hakkında fikir vermektedir.
- Geriye doğru çalışma: Giriş (başlangıç) bilgileri bilinmeyen problemleri çöze bilmek için sonuçtan hareket edip işlemleri tersine çevirerek adım adım ilk bilgilere ulaşmak gerekir.
- Elemine etme: Bazı problemlerin çözümleri birçok seçeneği deneyip, işe yaramayanları elemekle mümkün olur. Bu stratejide işe yaramayan denemeler bir kenarda listelenmeli ve tekrar edilmelidir.
- Tablo yapma: Bazı problemlerin çözümü sırasında verileri ya da çözüm sırasında elde edilen bilgileri bir tablo halinde düzenlemek, veriler ya da elde edilenler arasındaki ilişkilerin görülebilmesini kolaylaştırır. Böylece sonuçların üretiminde kullanılan kural bulunur ve problem çözülür.

- Muhakeme geliştirme: Bu stratejinin kullanımında çözüme ulaşmak için doğru olan ‘p’ durumundan yola çıkılarak ‘q’ durumu elde edilir, ‘q’ nun çözüm olup olmadığı, ya da çözüme yaklaştırmakta olup olmadığına bakılır.

Uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma.

Uygun muhakemeyi belirleme ve kullanmadan kastedilen, öğrencilerin karşılarına çıkan problemin çözümünü sağlayacak özellikte bir muhakeme yaklaşımını belirlemeleri ve kullanmalarıdır. Bu yaklaşımlar 1.2.5.2 başlığında ayrıntılı bir biçimde ele alınmıştır. Öğrenme gibi düşünme ve muhakemenin de birikim, alışkanlıklar, genetik yapı, içinde yaşanan kültür gibi kişilik ve çevresel özelliklerden etkilendiği bilinmektedir. Bu sebeple bireylerin kendi kişilik özelliklerini yansıtan muhakeme yaklaşımlarını benimsemelerini beklemek doğru olacaktır (Umay, 2003). Burada unutulmaması gereken, bireyin birden fazla muhakeme yaklaşımını aynı anda kullanabileceğidir (Malloy, 1999).

Bir problemin çözümü için belirlenen muhakemenin kullanımında öncelikle vurgulanması gereken muhakemenin geçerliliği kavramıdır. Literatürde geçerlilik; “bir kavramın, bir yargının mantık ya da değer kuramı (anlamı ve değeri) bakımından onaylanabilir olması” ve “bir kavramın, bir yargının, mantıksal olarak onaylanabilir olması” olarak tanımlanmaktadır (Akarsu, 1998; TDK, 2005).

Problem çözmede, muhakeme geliştirme, problemde (bilgisinden) önermeleri tanımlamayı ve bir çözüm bulmak için bunlardan anlam çıkarmayı içerir. Varsayımlar, var olan veya önceki muhakemelerinin sonucu gerçek saydıkları temellerdir. Bu çıkarımların uygunluğu, bireyin muhakemesinin geçerli olup olmadığını belirler. Geçerli bir tartışmada, varsayımlar doğru ise sonuç doğrudur. Bu nedenle, problem çözmede bir çözümün doğruluğu önermelerin ve problem çözme sürecinin doğruluğu ile belirlenir. Eğer çözüm yanlış ise, hatanın

kaynağı sıklıkla yanlış çıkarım yapmaktan kaynaklanan geçerli olmayan muhakemedir. Diğer bir hata kaynağı ise önermelerin doğruluğudur. Öğrenciler problemde (bilgisinden) varsayım oluştururken hata yapabilmektedirler (Diezmann, 2004).

1.2.5.2. Matematiksel Muhakeme Yaklaşımları

Muhakemeyle ilgili çalışmalarda, araştırmacılar muhakeme yaklaşımlarını adlandırırken kimi zaman cebirsel, orantısal, geometrik, istatistiksel gibi konuyu temel almakta, kimi zaman da çözümsel (analitik), bütünsel (holistik) gibi bakış açısına ya da pratik, soyut gibi düşünme tarzına göre bir ayırım yapmaktadırlar (Akkuş ve Duatepe, 2002).

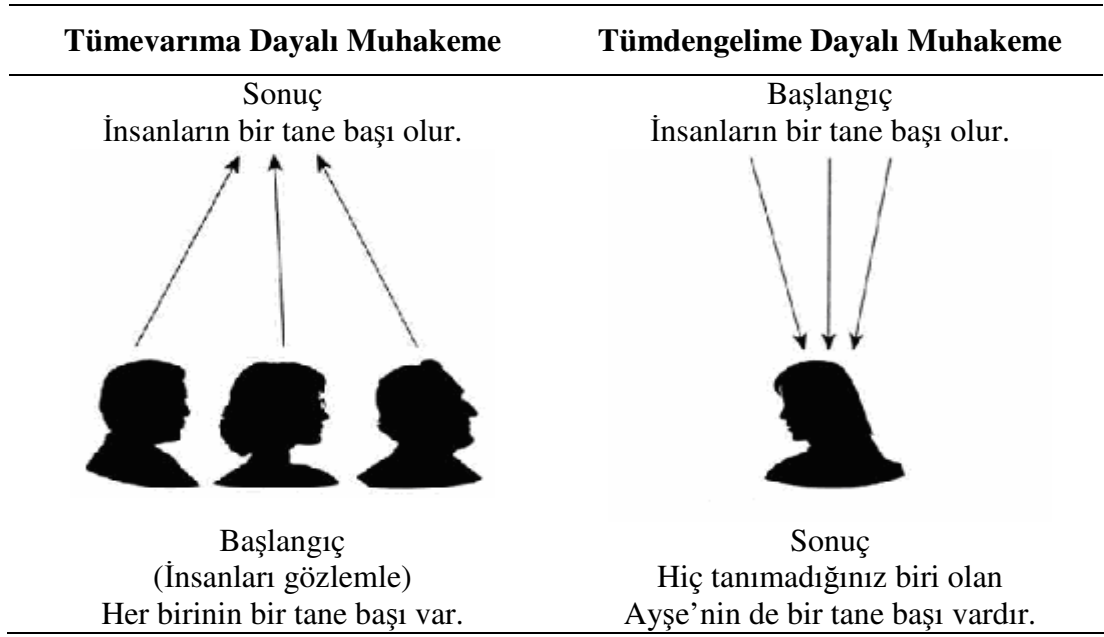
Literatürde matematikte kullanılabilecek pek çok muhakeme yaklaşımından bahsedilmektedir. Bunların en genel anlamda sınıflandırılması sonucu, tümdengelim ve tümevarıma dayalı muhakeme olmak üzere iki temel muhakeme yaklaşımı karşımıza çıkmaktadır. Tümdengelim dayalı muhakeme mantık olarak kesin sonuçlara ulaşmak için bir veya daha fazla önermeden muhakeme geliştirme sürecidir. Tümevarıma dayalı muhakeme ise olguları açıklayabilen genel bir sonuca ulaşmak için belirli olayları ve gözlemleri kullanarak muhakeme geliştirme süreci olarak tanımlanmaktadır. Tümevarıma dayalı muhakemede, mantıksal olarak kesin sonuçlara ulaşmak mümkün değildir. Bu tür muhakeme elde edilen sonuçların ne kadar yerinde ve olası olduğu ile ilgilidir (Kazdin, 2000).

Tümdengelim dayalı muhakeme ile tümevarıma dayalı muhakeme arasında önemli bir fark vardır. Tümdengelim dayalı muhakeme diğer önermelerin doğru kabul edilmesi şartıyla kesin sonuçlar çıkarmamızı sağlar. Örneğin A'nın B'den ve B'in de C'den daha uzun olduğunu varsayarsak, A'nın C'den daha uzun olduğu sonucu kesinlikle doğrudur. Tersini düşündüğünde

tümevarıma dayalı muhakeme özel bilgilerden genel yargılara ulaşmayı içerir fakat elde edilen sonuçların kesinlikle doğru olduğu söylenemez (Eysenck, 2003).

Şekil 6

Tümevarıma ve Tümdengelim Dayalı Muhakeme



Halpern'den (1996) düzenlenmiştir.

1.2.5.2.1. Tümevarıma Dayalı Muhakeme

Polya (1988), tümevarıma dayalı muhakemeyi, bilimsel bilgiyi elde etmemize imkan veren doğal bir muhakeme türü olarak tanımlamaktadır. Matematik öğretiminde tümevarıma dayalı muhakemenin olağan olmayan durumların özelliklerini keşfetmek ve mantıksal yollara ait düzenler oluşturmak için bir yöntem olduğunu belirtmektedir.

Matematik öğretiminde tümevarıma dayalı muhakeme, belirli durumlardan yola çıkarak, bu durumlardan genellemeler geliştirilmesine dayanan muhakeme sürecidir. Polya (1988), doğru bir tümevarıma dayalı muhakeme sürecinin dört adımdan meydana geldiğini belirtmektedir: (a) Belirli durumlarla deneyimler, (b)

Varsayımları düzenleme, (c) Varsayımların ispatı ve (d) Yeni durumlarda doğrulama.

Bu basamaklar temel alındığında bir muhakemenin gerçekleşmesiyle ilgili olarak şu çalışmalar yapılabilir (Canadas, 2002; Akt. Canadas ve Martinez).

- Özel durumları gözlem: muhakemenin başlangıç noktasının verilen özel problem durumları ile deneyimler oluşturmaktadır. Öğrencilerin bu durumları kendi kendilerine kullanıp kullanmadıklarını hangi tür durumları ne kadar kullandıkları gözlemlenir.
- Özel durumun düzenlenmesi, verilen durumu sistematik hale getirmek için bazı stratejiler ve yardımcı çalışmalar kullanılabilir: Verilen durumu düzenlemede kullanılan en bilinen yöntem veri listeleri ve tablolarıdır.
- Örüntülerin tahmini ve araştırılması: Örüntüler tekrarlanan ve olağan durumlara dayanan matematikte önemli bir kavramdır. Matematiksel problem çözmede örüntüleri bulmak ve onları kullanmak önemli bir stratejidir. Matematik örüntüler bilimi olarak tanımlanmaktadır.
- Varsayımların düzenlenmesi: Varsayım henüz geçerliliği test edilmemiş deneysel durumlara dayalı bir ifadedir.
- Varsayımların geçerliliği: Varsayım bazı durumlar için doğru olabilir. Bu tür varsayımların yalnızca özel durumlar için doğru olduğuna emin olunmalıdır.
- Varsayımların genellenmesi: Varsayımın bazı durumlar için doğru olduğunun kabulüne bağlı olarak varsayımın birinciden farklı bir durum içinde doğru olabileceği hipotezi oluşur. Polya'ya (1988) göre genelleme tümevarıma dayalı muhakemenin temellerinden biridir.

- Genel varsayımların gerekçelendirilmesi: Genel bir varsayımın doğrulaması veya reddedilmesi yolunda ilk adım varsayımın farklı durumlardaki geçerliğini denetlemektir. Bu durumlar hiçbir zaman genel varsayımın doğru olduğunu göstermez bu genellemeyi ispat etmek için varsayımı açıklayan deliller sunmak gereklidir.

Literatürde çocuklarda tümevarıma dayalı muhakemenin çok çeşitli açılardan ele alındığı görülmektedir (Goswami, 2004); (a) Sınıflandırma ve kavram gelişimi ile ilgili çoğu araştırma tümevarıma dayalı muhakemeyi içermektedir. (b) Anlama (insight) ile ilgili araştırmalar da tümevarıma dayalı muhakeme ile ilgilidir. (c) Ayrıca çocukların tümevarıma dayalı muhakemeleri, benzetimle düşünme gelişimleri ile de ilişkilendirilmiştir.

Sınıflama Temelli Tümevarıma Dayalı Muhakeme

Araştırmalar çok küçük çocukların bile kolaylıkla tümevarıma dayalı sonuç çıkarımları yapabildiklerin göstermektedir. Gelman ve Coley (1990) ve Gelman ve Markman (1986) sınıflandırma ve tümevarıma dayalı muhakeme ile ilgili araştırmalarında aşağıdaki uygulamayı gerçekleştirmişlerdir.

Kategori: Kuş

(Serçe) Kategorinin tipik üyesi	(Bülbül) Kategorinin tipik üyesi	(Güvercin) Kategorinin tipik üyesi	(Tavus Kuşu) Kategorinin tipik olmayan üyesi
---------------------------------------	--	--	---

Araştırmacılar ilk resmi göstererek “Bu bir kuştur. Bunun bir yuvada yaşayıp yaşamadığını biliyor musun?” diye sormuşlardır. Sonra diğer resimleri teker teker göstererek kategori ismini tekrarlamadan aynı soruyu çocuklara yöneltmişlerdir.

Araştırma sonuçlarında, Gelman ve Coley (1990) iki yaşındaki, Gelman ve Markman (1986) ise üç ve dört yaşlarındaki çocukların, yetişkinler gibi tümevarıma dayalı muhakeme geliştirebildiklerini ortaya koymuşlardır. Araştırmacılar önerme kategorisinin küçük çocuklar için tipik olduğu durumlarda rahatlıkla tümevarıma dayalı muhakeme ortaya koyabildiklerini belirtmektedirler.

Gutheil ve Gelman (1997) yaşları 8-10 arasında çocuklarla aşağıdaki uygulama türünde çalışmalar gerçekleştirmişlerdir.

Mavi gözlü bir kelebek resmi	Gri gözlü kelebek resimleri (5 adet)	Göz rengi belli olmayan bir kelebek resmi
------------------------------	--------------------------------------	---

Araştırmacılar önce birinci resmi göstererek “Bu bir kelebek. Bu kelebeğin mavi gözleri var.”, sonra ikinci resmi göstererek “Burada da gri gözlere sahip beş kelebek var.” şeklinde ifadelerle önermeleri öğrencilere sunmuşlardır. Son olarak da göz rengi belli olmayan kelebek gösterilerek bu kelebeğin gözlerinin ne renk olacağı sorulmuştur.

Uygulama sonucunda çocukların çoğunluğunun resimlerde daha fazla miktarda bulunan gri gözlü kelebekler gibi bu kelebeğin de gözlerinin gri olduğu cevabını verdikleri belirlenmiştir. Bu doğrultuda Gutheil ve Gelman (1997) çocukların tümevarıma dayalı muhakeme geliştirme süreçlerinin kategori üyelerine bağlı olarak şekillendiğini belirtmektedirler.

Gelman (1996) ayrıca çocukların tümevarıma dayalı muhakeme geliştirirlerken temel olarak kullandıkları önermelerin özelliklerinin genellenebilir bir yapıda olmasını tercih ettiklerini belirtmektedir.

Anlamada (insight) Tümevarıma Dayalı Muhakeme

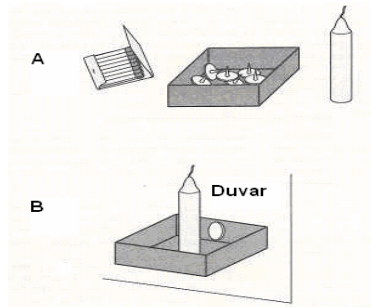
Tümevarıma dayalı muhakemenin diğer bir formu da zor gibi görünen bir problemin aniden “anlama” ile çözülmesidir. Muhakeme yapan çözüme ulaşırken bilinçli bir şekilde tümevarıma dayalı önermeler geliştirmez. Bunlar zihinde kendi kendine belirir (Goswami, 2004).

Bu tür yaratıcı veya buluşsal muhakeme ilk olarak Gestalt psikologları tarafından yetişkinler üzerinde çalışılmıştır. Literatürde bilinen iki klasik “anlama” problemi şu şekildedir (akt. Goswami, 2004):

- İp problemi (Maier, 1931): Problemde katılımcılara içinde iki ağır nesne olan bir odada uçlarındaki çengeller yoluyla tavana yerleştirilmiş ve sarkık durumda iki ip sunulmuştur. Onlardan uçlarının birbirlerine yetişmesi neredeyse imkansız olan sarkık durumdaki ipleri bağlamaları istenmiştir.

Çözüm: Görevin çözümü, kaldırılması zor nesnelerden birini iplerden birine bağlamayı ve ipi bir sarkaç olarak kullanarak nesneyi sallamayı ardından sallanan ipi diğer ipe yakın bir yerde yakalamayı ve iki ipi birbirine bağlamayı gerektirmektedir.

- Kibrit kutusu / mum problemi (Duncker, 1945): Problemde katılımcılara bir mum, bir kutu çivi, ve bir miktar kibrit sunulmuştur. Onlardan mumu duvarın dik yüzüne, yanabilecek şekilde düz bir durumda monte etmeleri istenmiştir (A).



Çözüm: Görevin çözümü kutunun içinin boşaltılmasını, duvarın dik yüzeyine çakılmasını, böylelikle mumun düz bir şekilde durabileceği yatay bir raf elde edilmesini gerektirmektedir (B).

Bu tür anlama Türkçe kaynaklarda “aha anı” olarak da karşımıza çıkmaktadır.

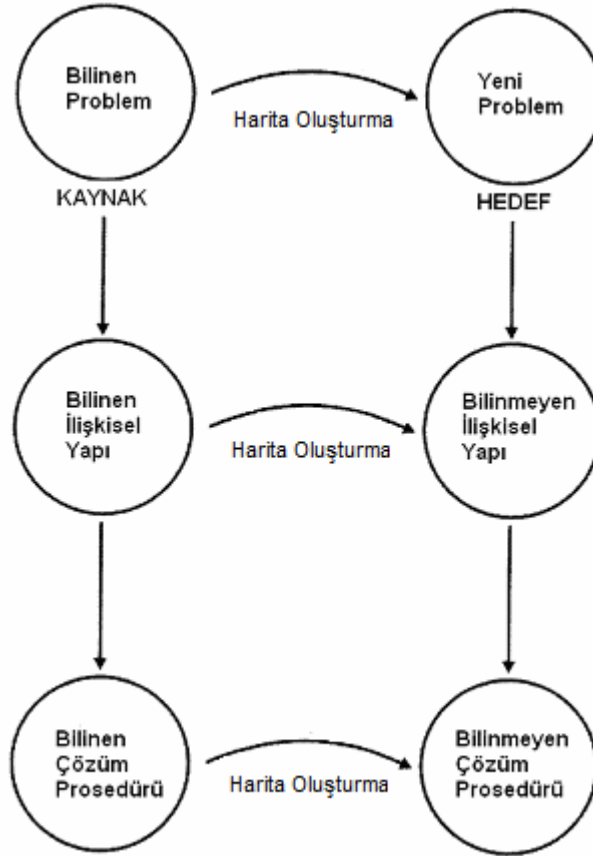
Benzetmeye Dayalı Muhakeme (*Analogical Reasoning*)

Benzetme yoluyla muhakemenin insan bilişinin (kavrayışının) temel bir bileşeni olduğu kabul edilmektedir. Benzetme yoluyla muhakeme için yapılmış olan tanımlamalarda son dönemlerde “zihinsel sıçramalar” kavramı kullanılmaktadır. Holyoak ve Thagard (1995) benzetme yoluyla muhakeme geliştirmeyi bir durumu başka bir durummuş gibi görebilme, tanım kümeleri (domain) arasında bir tür zihinsel sıçrama gerektiren bir aktivite olarak tanımlamaktadır. English (2004a) ise benzetime dayalı muhakemeyi “ilişkisel örüntüleri kullanarak muhakeme geliştirme becerisi” olarak tanımlamaktadır. Ayrıca bu tür muhakemenin örüntüleri keşfetmeyi ve örüntünün tekrarını tanımlamayı içermesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Problem çözmede benzetme yoluyla muhakeme geliştirme becerisi ile ilgili çalışmaların sayısının son dönemlerde önemli ölçüde arttığı görülmektedir. Bu çalışmalarda, muhakeme yapanın, bilinen problem (kaynak) ile yeni problemin (hedef) ilişkisel yapıları arasındaki benzerliğin farkında olması söz konusudur. Bu durum iki problem arasında “yapısal sıralama” veya “harita oluşturma” şeklinde adlandırılmaktadır (English, 2004b).

Şekil 7

Problem Çözmede Benzetmeye Dayalı Muhakeme Süreci



Lyn D. English (2004b)

Lobato ve Siebert (2002) bireylerin problemler arasındaki benzerlikleri nasıl belirlediklerini araştırmışlardır. Öncelikle, öğrencilerin kaynak veya bilinen problemin genellenebilir ilişkisel yapılarının farkında olmaları gerekmektedir. Burada problemin konusu ile matematiksel yapı arasındaki bağlantıyı fark etme becerisi söz konusudur. Pek çok problem metin olarak öğrencilerin problemin matematiksel yapısını anlamadan onu doğru olarak çözmelerine neden olmaktadır. Örneğin, öğrenciler çözüm yolunu belirlemede sıklıkla problem metnindeki anahtar kelimeleri taramaktadırlar. İkinci olarak öğrenciler hedef problem ile kaynak problem arasındaki ilişkisel yazıları (*relational correspondence*) aramayı bilmeli ve bunları tanımlayabilmelidirler. Kaynak problem genellenebilir yapısını

ifade eder nitelikte terimlerden oluşmalıdır. Üçüncü olarak ise öğrenci kaynak ve hedef problem arasındaki ilişkisel benzerlikleri nasıl kullanacağını bilmelidir. Bu da öğrencinin benzetime dayalı muhakeme geliştirebilme ve bu tür muhakeme sürecinin sağlayacağı faydaları değerlendirebilme becerisine sahip olması anlamına gelmektedir.

1.2.5.2.2. Tümdengelim Dayalı Muhakeme

Onlarca tecrübenin tamamı verilen bir teoriyi destekleyebilir ve biz teorinin doğru olduğu sonucuna varabiliriz. Bununla birlikte daha sonraki tecrübelerin teorinin doğru olmadığı sonucunu gösterme ihtimali vardır. Araştırmacılar tümdengelim dayalı muhakemenin pek çok türünden bahsetmektedirler. Bunlardan bazıları şarta dayalı muhakeme, kıyaslamaya dayalı muhakeme ve uzamsal muhakemedir (Eysenck, 2003).

Şarta Dayalı Muhakeme

Şartlı muhakeme, insan muhakemesinin mantıksal olup olmadığı ile ilgilidir (Eysenck, 2003). Aşağıda şartlı muhakemeye örnek verilmiştir.

Önergeler	Sonuç
Eğer yağmur yağarsa, Fred ıslanır. Yağmur yağıyor.	Fred ıslandı.
Önergeler	Sonuç
Eğer yağmur yağarsa, Fred ıslanır. Fred ıslanmadı.	Yağmur yağmıyor.

Bulunan sonuçlar geçerlidir, bu sonuç çıkarmanın önemli özelliklerini göstermektedir;

- Eğer “A ise B” şartlı durumu verilmişse ve A durumu gerçekleşmişse çıkarılacak B sonucu geçerlidir (*modus ponens*).
- Eğer “A ise B” şartlı durumu verilmişse ve B durumu oluşmamışsa A durumunun gerçekleşmediği sonucu çıkarılabilir (*modus tollens*).

İnsanlar her zaman *Modus Ponens*’de *Modus Tollens*’e göre daha yüksek bir performans göstermektedirler. Evans (1989) insanların *Modus Ponens*’de çok az hata yaptıklarını *Modus Tollens*’de ise bu oranın %30’u geçtiğini belirtmektedir.

Sonuç çıkarmada kullanılan diğer yollar ise sonucu doğrulama ve önceki sonucu reddetmedir.

- Sonucun doğrulanması örneği:

Önergeler	Sonuç
Eğer yağmur yağarsa, Fred ıslanır. Fred ıslandı.	Yağmur yağıyor.

- Önceki sonucun reddedilmesi örneği:

Önergeler	Sonuç
Eğer yağmur yağarsa, Fred ıslanır. Yağmur yağmıyor.	Fred ıslanmıyor.

Yukarıdaki sonuç çıkarma yolları geçerli gibi gözükseler de her ikisi de geçerli değildir. İlk örnekte (sonucun doğrulanması) Fred’in ıslanması için kesinlikle yağmurun yağması gerekmemektedir. (Fred yüzmeye gitmiş olabilir vs.) İkinci örnekte (önceki sonucun reddedilmesi) muhakemenin yapıldığı sırada Fred havuzda yüzüyor dolayısıyla da ıslanıyor olabilir.

Evans ve diğerkleri (1993) soyut bir problem verildiğı takdirde sonucu doğrulama yoluyla muhakeme yapan katılımcıların %21'inin öncekini reddetme yolu ile muhakeme yapanların ise %60'ının muhakemelerinin geçersiz olduğunu belirtmektedirler.

Karşılaştırmaya Dayalı Muhakeme

Bir karşılaştırma, iki varsayım veya önermeden sonuç çıkarma sürecinden oluşmaktadır ve çıkarılan sonucun önermeler ışığında geçerli olup olmadığına karar verilmelidir. Sonucun geçerli olup olmaması sadece varsayımlardan mantıklı sonuç çıkarılıp çıkarılmadığına bağlıdır. Gerçek hayatta düşünüldüğünde sonuç ilgisiz olabilir (Eysenck, 2003).

Önermeler	Sonuç
Bütün çocuklar söz dinlerler. Juliet ve William çocuktur.	Juliet ve William söz dinlerler.

Sonuç varsayımlardan mantıklı bir yolla elde edilmiştir. Sonuç sizin çocukların söz dinlemeleri hakkındaki bakış açınız ne olursa olsun geçerlidir.

Yukarıdaki örnekte verilen varsayım tamamen olumlu bir varsayımdır (Tüm A'lar B'dir.). Karşılaştırmaya dayalı muhakemedeki varsayımlar ayrıca; bazı durumlarda olumlu varsayımlar (Bazı A'lar, B'dir.); tamamen olumsuz varsayımlar (Hiçbir A, B değildir.); bazı durumlarda olumsuz varsayımlar (Bazı A'lar B değildir şeklinde karşımıza çıkabilmektedir.

Uzamsal Muhakeme

Uzamsal muhakeme, zihinsel modelleri kavrayabilme, uzamsal olarak manipule edebilme ve en küçük ayrıntılara kadar çizibilme becerisidir. Bu tür muhakeme becerisine sahip bireyler görerek, algılayarak dış dünyada gördüklerini kendi içlerinde yeniden oluşturma becerisine sahiptirler. Hayal gücünü rahatlıkla

kullanırlar ve çizimde, yapılaştırmada, tasarımda, resim yapmada, tasvirde yeteneklidirler. Bu kişiler en iyi görsel sunumlar (görüntülerin, renklerin, resimlerin ve grafiklerin kullanılması) ve sanatsal aktivitelere katılma şansı verilirse öğrenirler (NCTM, 1999).

Tablo 8
Uzamsal Muhakeme Görevlerine Örnekler

Problem 1		Problem 2		
- A B'nin sağındadır. - C B'nin solundadır. - D C'nin altındadır. - E B'nin altındadır.		- A B'nin sağındadır. - C B'nin solundadır. - D C'nin altındadır. - E A'nin altındadır.		
D ve E arasında nasıl bir ilişki vardır?		D ve E arasında nasıl bir ilişki vardır?		
Model				
C	—	B	—	A
D		E		

Problem 3		Problem 4	
- B A'nın sağındadır. - C B'nin solundadır. - D C'nin altındadır. - E B'nin altındadır.		- B A'nın sağındadır. - C B'nin solundadır. - D C'nin altındadır. - E A'nin altındadır.	
D ve E arasında nasıl bir ilişki vardır?		D ve E arasında nasıl bir ilişki vardır?	
Model			
C — A — B	A — C — B	C — A — B	A — C — B
D	E	D	E

Johnson-Laird & Byrne (1991)

Literatürde tümdengelimle dayalı muhakemenin bir türü olarak tanımlanan uzamsal muhakeme ile ilgili çalışmaları bulunan Johnson-Laird ve Byrne (1991) araştırmalarında, görme duyusu ve buna bağlı olarak şekiller tasarlama ve zihinde

resimler yaratma becerisini gerektiren görevler oluşturmuşlardır. Bunlardan bazıları uzamsal muhakemenin daha iyi açıklanması amacıyla Tablo 8’de verilmiştir.

Orantısal Muhakeme (Proportional Reasoning)

Okul matematiğinde yer alan önemli bir konudur. Bu tipte bir muhakeme becerisi, iki miktar arasında orantısal bir ilişki verildiğinde, miktarlardan birindeki değişikliğin diğerini ne kadar etkilediğini anlayabilmeyi gerektirmektedir (NCTM, 1999)

Orantısal muhakeme, ikinci sıra (second order) muhakeme becerileri arasında yer alması nedeniyle geliştirilmesi ileriki yaşlarda gerçekleştirilebilen ve ilişkili iki değerin birbirleriyle karşılaştırılmasını gerektiren önemli bir süreçtir. İki somut nesne arasındaki ilişkiyi incelemenin ötesinde, iki örüntü arasındaki ilişkiyi tanımlama, tahmin etme ve değerlendirme üzerine odaklanır. Bu nedenle orantısal muhakeme birinci değil ikinci seviyedeki ilişkileri inceler. Orantısal durumlarda, öğrencilerin toplama kullanarak muhakeme geliştirmenin yerini göreceli değişimi kavramayı gerektiren çarpımsal muhakeme alır (Piaget ve Inhelder, 1975).

NCTM’nin Program ve Değerlendirme Standartları da (1989) orantısal muhakemeyi, öğrencilerin 5-8. sınıf düzeylerinde geliştirebildikleri bir beceri olarak tanımlamaktadır.

Literatürde orantısal muhakeme problemleri üç temel kategoride tanımlanmıştır (Freudenthal, 1983):

1. Bir bütünün iki parçasını karşılaştırma. “Bir sınıfta kızların erkeklere oranı 15/10’dur.

2. Farklı özellikteki büyüklükleri karşılaştırma. “Metrekareye düşen insan”, “Kilometrede harcanan benzinin litresi”.
3. Kavramsal olarak birbiriyle ilişkisi olan iki özelliğin büyüklüklerini karşılaştırma. “İki üçgenin kenarlarının birbirlerine oranı $\frac{1}{2}$ ’dir.

Literatürde ayrıca orantısal muhakemeyi değerlendirmek için üç tip görevden bahsedilmektedir (Cramer ve diğerleri, 1993).

1. Verilmeyen değer problemleri: Bu tür problemlerde bilginin üç parçası verilir, istenen bilginin eksik bırakılan dördüncü parçasının bulunmasıdır.
2. Sayısal karşılaştırma problemleri: Bu tür problemlerde iki oran tam olarak verilir, istenen sayısal bir değer değil oranların karşılaştırılmasıdır.
3. Nitel tahminler ve karşılaştırmalar gerektiren problemler: Bu tür problemlerde istenen belli sayısal değerlere bağlı olmayan karşılaştırmalar yapılmasıdır.

Freudenthal (1983), eksik verilen değer bulunmasını ve karşılaştırma gerektiren orantısal muhakeme problemlerinin üç farklı yaklaşımla çözülebileceğini belirtmektedir: (a) bir sistem içindeki terimler arasındaki oranlar (iç oranlar) yaklaşımı, (b) farklı sistemlerde bulunan terimler arasındaki oranlar (dış oranlar) ve (c) Sonuca biçimsel olarak ulaşıncaya kadar hesaplama yapmadan kaçınma yaklaşımı.

Langrall ve Swafford (2000), orantısal muhakemenin değerlendirilmesinde ardışık dört seviyeyi temel alınmaktadır:

Seviye 0 : Orantısal muhakemenin olmaması: Öğrencilerin bu seviyede kullandıkları stratejiler orantısal muhakemeyi içermemektedir. Çarpım gerektiren karşılaştırmaların yerine

toplamlarla ilgili karşılaştırmalar ve verilen problemlerdeki sayıların ve işlemlerin rasgele kullanımları yer almaktadır.

Seviye 1 : Orantılı durumlar hakkında formal muhakeme: Öğrenciler bu seviyede problemler hakkında düşünürlerken çeşitli resimler, modeller ve somut materyaller kullanarak problemi kendileri için anlamlı hale getirirler.

Seviye 2 : Orantılı durumlar hakkında niceliksel muhakeme: Öğrenciler bu seviyede somut materyalleri kullanmadan niceliksel muhakeme yapabilirler. Modellerini sayısal hesaplamalarla ilişkilendirebilirler.

Seviye 3 : Orantılı durumlar hakkında muhakeme: Öğrenciler bu seviyede değişken kullanarak bir orantı oluşturup, içler dışlar çarpımı ya da denk kesirler yardımıyla bu değişken için orantıyı çözebilirler.

Tümdengelim Dayalı Muhakeme Teorileri

Tümdengelim dayalı muhakemenin geliştirilmesinde bir takım teorilerden bahsedilmektedir. Bunlardan bazıları aşağıda tartışılmıştır.

Soyut – Kural Teorisi

Bu teoriye göre insanlar kendilerine muhakeme ile ilgili bir görev verildiğinde mantıklarını kullanırlar. Tüm insanlar temel olarak mantıklıdır. Geçersiz sonuç çıkarmalar muhakeme görevinin yanlış sunumundan ya da yanlış anlaşılmasından kaynaklanmaktadır.

Teorinin temeli Braine (1978) tarafından ortaya konulmuş ve genişletilip geliştirilmiştir. Braine insanların muhakemelerinde hata yapmalarına neden olan üç temel sebep üzerinde durmaktadırlar:

1. Anlama hataları: Bir muhakeme probleminin önermeleri yanlış yorumlandığında ortaya çıkmaktadır.
2. Buluşsal yetersizlik: Katılımcının muhakeme sürecinde başarısızlık.
3. İşlem hataları: Katılımcının eldeki göreve tamamen hazır bulunmaması veya hatırlama ile ilgili problemlerinin olması.

Örnek;

Önermeler	Sonuç
Eğer yağmur yağarsa, Fred ıslanır. Fred ıslandı.	Yağmur yağıyor.

Braine’a (1978) göre bu hata dönüştürme hatasıdır. “Eğer yağmur yağarsa Fred ıslanır.” varsayımı “Eğer Fred ıslanırsa yağmur yağıyordur.” şeklinde yorumlanmıştır. Barine ve arkadaşlarına göre insanlar bilmeye ihtiyaç duyduklarına dair bilgileri başkalarının sağladığını farzederek. Eğer biri “Yağmur yağarsa Fred ıslanır” dediğinde yağmurun Fred’i ıslatabilecek tek olay olduğu varsayılır ve ona göre muhakeme yapılır.

Braine ve arkadaşları (1984) teorilerini destekleyici kanıtlar ortaya koymuşlardır. Örneğin, katılımcılara ek bir açıklayıcı varsayım sağlamak yoluyla karşılaştırma sonucunu doğrulama amacıyla kullandıkları varsayımları yanlış yorumlamalarını engellemeye çalışmışlardır.

Önermeler	Sonuç
Eğer yağmur yağarsa, Fred ıslanır. Eğer kar yağarsa Fred ıslanır. Fred ıslandı.	?

Zihinsel Modeller

Tümdengelim dayalı muhakeme yaklaşımlarından en etkililerinden biri Johnson-Laird (1983) tarafından ortaya konulan zihinsel modeldir. Johnson-Laird (1999)'a göre “Muhakeme anlamının sürdürülmesi” anlamına gelmektedir.

Johnson-Laird (1999)'a göre “Her bir zihinsel model bir olasılığı temsil etmektedir. Zihinsel model özellikle tümdengelim dayalı muhakeme ile birlikte kullanılan varsayımların muhtemel durumunun sunumudur.”

Önermeler	Sonuç
Lamba bloknottun sağındadır.	
Kitap bloknottun solundadır.	
Saat kitabın önündedir.	Saat vazonun solundadır.
Vazo lambanın önündedir.	

Johnson-Laird (1983)'e göre insanlar varsayımlarda yer alan bilgileri zihinsel bir model oluşturmak için kullanırlar. Yukarıdaki örneğe ait bir zihinsel model aşağıda verilmiştir.

Kitap	Bloknott	Lamba
Saat		Vazo

1.2.5.3. Matematiksel Muhakemenin Geliştirilmesi

Muhakeme, tek bir mantık ünitesi olarak kolay bir şekilde öğretilemez (Moore, 1994). Muhakeme, okul hayatı boyunca öğrencilerin deneyimlerinin tutarlı bir parçası olmalıdır. Muhakeme zihnin bir alışkanlığıdır ve bir çok alanda tutarlı kullanımdan gelişmelidir.

Öğretmenler, muhakemenin neler gerektirdiğini öğrenerek muhakeme becerilerini geliştirmeleri için öğrencilere yardımcı olabilirler. İlköğretimin

sonunda öğrenciler matematiksel ispatı anlayabilmeli ve geliştirebilmelidirler. Öğrencilerin yaptıkları tartışmalar, hipotezlerden mantıksal olarak sonuç çıkarma yoluyla meydana gelmeli ve öğretmenler bu tür tartışmaları desteklemelidirler (NTCM, 2000).

Çocukların, matematikle ilk deneyimlerini kazanırlarken, ortaya koyacakları her şeyin bir dayanağının olması gerektiğini anlamalarına yardımcı olmak önemlidir. “Neden bunun doğru olduğunu düşünüyorsun?” ve “Farklı bir cevabı olan var mı ve neden öyle düşünüyorsunuz?” şeklindeki sorular, öğrencilerin kanıtlama yoluyla desteklenmesi veya reddedilmesi gereken bu önermeleri anlamalarına yardım eder. Küçük çocuklar, başkalarını kendi muhakemeleri için veya en iyi açıklamayı belirlemek için destek olarak görmek isterler (Kardeşim de böyle söyledi.). Ayrıca öğrenciler matematik sınıflarındaki tartışmalarda fikir birliğine ulaşmaya ihtiyaç duyarlar. Bunlar muhakemenin varsayımlara ve kurallara dayalı olduğunun farkına varmaya doğru ilk adımlardır (NTCM, 2000).

3. 4. ve 5. sınıflarda öğrenciler muhakemelerinde önemli bir değişiklik karş karşıyadırlar. Bu seviye çoğu öğrencinin bir şeylerin daha önceden meydana gelmiş olması nedeniyle doğru olduğuna inandıkları bir dönemdir. Çünkü onlar karşılaştıkları durumun pek çok örneğini görmüşlerdir veya bugüne kadarki deneyimleri bu durumu doğrulamaktadır. 3. 4. ve 5. sınıflar esnasında varsayımları açıkça ifade etmek ve onları deliller temelinde değerlendirmek standart haline gelmelidir. Öğrenciler, birkaç örneğin bir varsayımın doğruluğunun tespit edilmesi için yeterli olmadığını ve bir varsayımı çürütmek için karşıt örnekler kullanılabileceğini öğrenmelidirler. Örnek dizilerini düşünerek, genel özellikler veya buldukları ilişkiler hakkında muhakeme yapabileceklerini öğrenmelidirler.

Bu seviyelerdeki çalışmaların çoğunluğu bir örneğin yapısı veya iki tür şekil arasındaki benzerlikler ve farklılıklar gibi matematiksel ilişkiler hakkındaki muhakeme üzerine odaklı olmalıdır. Öğrenciler tek matematiksel obje -bu üçgen, bu rakam- hakkında düşünmeden nesne türleri hakkında düşünmeye -tüm

üçgenler, 4'ün katları olan tüm sayılar- doğru hareket etmelidir. Daha ileride bu obje türleri arasındaki ilişkilerle ilgili tanımlamalar ve matematiksel ifadeler geliştirmelidirler ve matematikte tanımlamaların rolünü anlamaya başlayabilirler (NTCM, 2000).

Muhakeme öğrencilerin kendi fikirlerini sorgulanmak üzere ileri sürmeleri için cesaretlendirildikleri sınıflarda gelişir. Öğretmenler ve öğrenciler diğer öğrencilerden gelecek sorulara ve tepkilere açık olmalıdırlar. Öğrenciler fikirlerini açıklamalı, doğruluğunu kanıtlamalı, diğerlerinin yanlış düşüncelerini nasıl fark edeceklerini ve eleştireceklerini öğrenmelidirler. Öğrenciler kendi muhakeme becerilerini uygulamak ve matematik tartışmalarında kendi fikirlerinin doğruluğunu kanıtlamak için fırsatlara ihtiyaç duyarlar. Çeşitli ve zengin deneyimler için zamana, geçerli tartışmalar oluşturmak ve diğerlerinin tezlerini değerlendirmede gerekli olan yeteneklerini geliştirmek için rehberliğe ihtiyaçları vardır. Muhakemeye önem verilen sınıflarda, kabul edilebilir matematiksel açıklamalar oluşturmayı öğrendikleri süreçte öğrenciler muhakeme ile meşguldürler (Lampert 1990; Yackel ve Cobb, 1996).

Math-CATs (The Mathematical Thinking Classroom Assesment Techniques) (2007) matematiksel düşünme becerileri geliştirmek ve değerlendirmek için oluşturulmuş bir çalışma grubudur. Öğrencilerin bilindik olmayan problemlerle karşılaştıklarında ne yapacaklarını bilmelerine yardımcı olmak ve matematikte muhakeme gelişimini sağlama yollarını bulmak için araçlar geliştirmektedirler. Muhakeme becerilerinin şu şekilde gelişeceğini belirtmektedirler:

1. Yanlış bulma ve doğrulama becerisi tipindeki sorular, öğrencilere bulmaları ve açıklamaları gereken yanlışlıklar sunarlar. Bu öğrencileri, matematiksel durumları analiz etmeleri, en çok hata içeren kısmı çıkarmalarını, hata nedenini açıklamalarını ve düzeltmelerini gerektirir. Bu duruma örnek olarak “İki parayı atacağım, ikisi de yazı gelirse Jane kazanacak, ikisi de tura gelirse Rob kazanacak, biri yazı diğeri tura gelirse ben kazanacağım. Bunun neden adil bir oyun olmadığını açıklayınız.” sorusu verilebilir.

2. Mantıksal tahminler (Fermi Problemleri); bu sorulardaki temel beceri ilk bakışta materyalsiz cevaplanması imkansız gözükken sorular için nicel kestirimler yaratmaktır. Öğrencilerin ayrıca varsayımlarını aktarmaları ve cevaplarının mantıklı olup olmadıklarını kontrol etmeleri ve sonuçlandırmalarını gerektirmektedir. Bu duruma örnek olarak “ Amerika’da her dakikada kaç bebek doğuyor?” sorusu verilebilir.

3. Ölçümler yaratmak; bu tip sorular, öğrencileri var olan sezgisel kavram ölçülerini değerlendirmeye ve bu kavramdaki kendi ölçümlerini yaratıp değerlendirmelerine yönlendirir. Bu duruma örnek olarak “Farklı şekillerde verilen merdivenlere bakarak ve hiçbir ölçüm yapmadan merdivenlerin dikliğine göre sıraya koyunuz” sorusu verilebilir.

4. İkna ve ispat; bu sorular, öğrencilerin mantıksal tartışmalarda, örnekleri kullanmada ve yargılarını destekleyecek örnekler bulmada ne kadar iyi olduklarını değerlendirmek içindir. İki tipte sorulabilir.

- Verilen durumların doğruluklarını “her zaman, bazen ve hiçbir zaman” olarak değerlendirmek. Burada ayrıca öğrencilerin kararlarına ilişkin sayısal örnekler ve nedenler sunmaları beklenmektedir.
- İspatları değerlendirerek doğruları eksik olanlardan ayırmak.

Bu duruma örnek olarak “Eğer iki dikdörtgen aynı çevreye sahipse, aynı alana sahiptir. Her zaman, bazen ya da hiçbir zaman? Neden?” sorusu verilebilir.

5. Kanıtlardan yargı; sıralanmış verileri analiz etmeleri gerekir. Bu tür sorular, öğrencilerin bilgileri organize etme, anlamlı bir yolla uyarılma ve hassas sonuçlar çıkarma becerilerini değerlendirir. Bu verileri analiz etmek, yorumlamak ve eleştirel tartışmalar yapmak, yargıya dayalı bilgilendirici kararlar vermek açısından önemli bir beceridir.

Bu duruma örnek olarak “Siz bir yol güvenliği uzmanısınız. Göreviniz bir şehrin güvenliğini artırma. Size yardımcı olmak için şehrin bir haritası ve geçen sene boyunca olan trafik kazalarının veri tabanı veriliyor bu figürler, zamanı, kazanın yerini, kazanın detaylarını ve kazaya sebep olan araç tipini gösteriyor.

Göreviniz; (a) Şehrin problemli noktasını bulunuz, nedenlerini belirtiniz ve (b) Yol güvenliğini artırmak üzere ... paranız var. Ne yaparsınız?” soruları verilebilir.

Sonuç olarak, çağdaş eğitim anlayışında öğretmenler öncelikle öğrencilerin matematiğe karşı olumsuz düşüncelerini, kaygı ve korkularını ortadan kaldırmalı, kendilerine olan inançlarını güçlendirecek, esnek rahat çalışma ortamları yaratmalıdır. Böylece muhakemenin geliştirilmesini yavaşlatan yada engelleyen ilk engeli ortadan kaldırmış olurlar. Daha sonra öğrencilerden kendi çözüm yaklaşımlarında kullandıkları muhakemeyi açıklamalarını isteyerek farklı düşünme seçeneklerinin tanınmasına yardım ederler. Ayrıca kendisi de tartışılmak üzere sınıfa, farklı muhakemelerin üretilmesine imkan veren problemler getirerek farklı sosyo-ekonomik, kültürel altyapılardan gelen, farklı özellikler taşıyan öğrencilerin ortamda aktif olarak yer almalarını sağlarlar. Bütün öğrencilerin aktif olarak katılabildiği, kendi muhakeme stillerini bildiği, öğrenci merkezli ortamları, muhakeme becerilerinin gelişmesi için uygun ortamlardır (Umay, 2003).

1.3. Üstbiliş

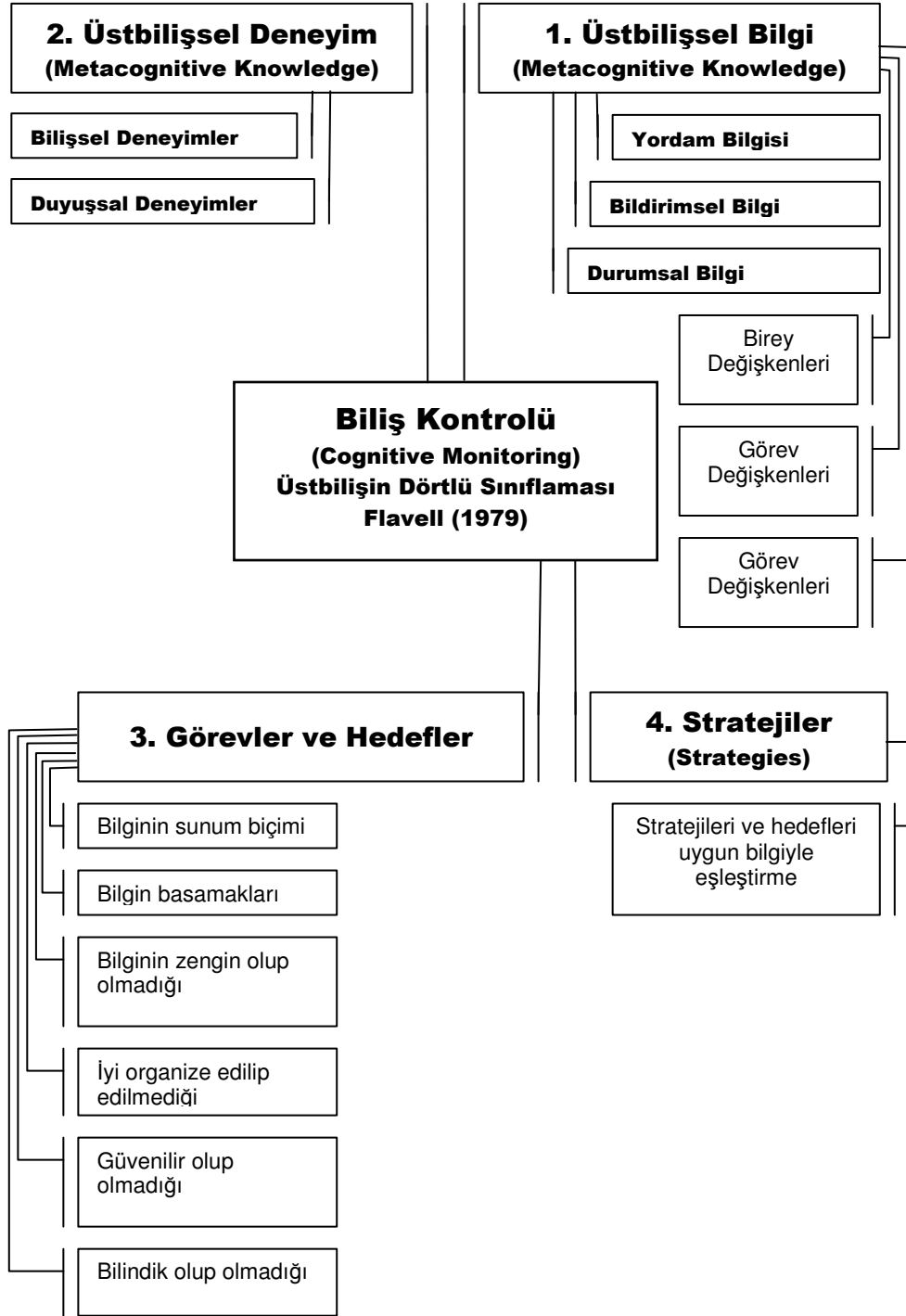
Yunanca bir kelime olan ve ötesinde anlamına gelen meta, düşünme süreçlerine uygulandığında (*meta-cognition*), birinin ne yaptığını yada hangi konuda deneyim kazandığını düşünmekten çok bu kişinin hangi şekilde düşündüğüne karşılık gelmektedir (Blatner, 2004).

Üstbiliş terimi ilk olarak Flavell'in (1976), üstbellek (*metamemory*) ile ilgili çalışmalarıyla birlikte ortaya çıkmıştır. Burada üstbiliş bireyin kendi bilişsel süreçleri ile bilgisini ve bilişsel süreçleri kontrol altında tutabilecek bilgiyi tanımlamak için kullanılmıştır. Bu kavram, kişinin ne bildiği “üstbilişsel bilgi”, ne yapabileceği “üstbilişsel beceriler” ve kendi bilişsel yeteneği hakkında ne bildiği “üstbilişsel deneyim” hakkındaki farkındalığı içermektedir. Flavell ileriki çalışmalarında üstbilişi tam olarak “bilişsel olgu hakkındaki biliş ve bilgi” şeklinde tanımlamış ve üstbilişin bileşenlerini ortaya koymuştur (Flavell, 1979). Flavell'e göre, bilişsel girişimlerin kontrolü dolayısıyla üstbiliş aşağıdaki bileşenler arasındaki etkileşimler sonucu ortaya çıkmaktadır;

- a) üstbilişsel bilgi,
- b) üstbilişsel deneyim,
- c) görevler ve hedefler,
- d) stratejiler.

Flavell'in (1979) üstbiliş ve biliş kontrolünün bileşenlerine ilişkin oluşturduğu sınıflandırma Şekil 8'de şematik olarak sunulmuştur.

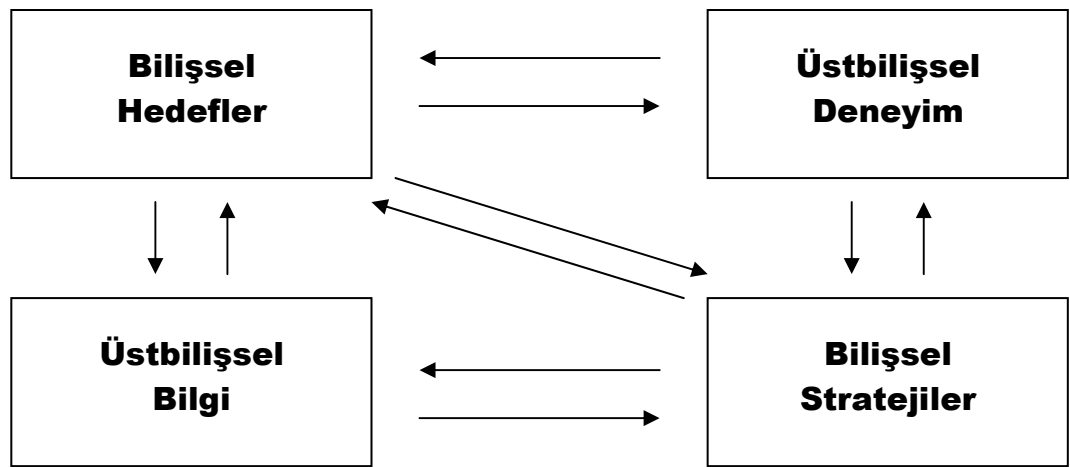
Şekil 8
Üstbilişin Yapısı



Flavell'den (1979) düzenlenmiştir.

Flavell (1981) adı geçen bileşenlerin birbirleriyle etkileşim içerisinde olduğunu belirtmektedir. Biliş kontrolünü oluşturan bileşenler arasındaki etkileşim Şekil 9’da verilmiştir.

Şekil 9
Üstbiliş Bileşenleri Arasındaki Etkileşim



Flavell’den (1981) düzenlenmiştir.

Üstbilişsel Bilgi

Şekil 8’de ve Şekil 9’da görüldüğü gibi Flavell (1979; 1981) sınıflandırmasında üstbilişsel bilgiyi (*metacognitive knowledge*), üstbilişin bileşenlerinden biri olarak görmekte ve “bireyin kendi bilişi ya da genel olarak biliş hakkındaki bilgisi” şeklinde tanımlamaktadır. Bununla birlikte üstbilişsel bilginin üç farklı türünden bahsetmektedir;

Yordam bilgisi (*procedural knowledge*): Bu tür bilgi, bireyin yordam ile ilgili becerileri yerine getirebilmesi hakkındaki bilgisini içermektedir (Schraw ve Moshman, 1995). Bir başka ifade ile bireyin söz konusu işin ya da görevin nasıl

başarıyla sonuçlandırılacağı, nasıl yapılacağı hakkındaki bilgisi olarak tanımlanabilir (Flavell, 1979).

Bildirimsel bilgi (*declarative knowledge*): Bu tür bilgi, birinin öğrenen olarak kendisi ve performansını yükseltebilecek faktörler hakkındaki bilgisini içermektedir (Schraw ve Moshman, 1995). Bir başka ifade ile bireyin söz konusu işi ya da görevi yapıp yapamayacağını bilmesi, sahip olduğu yeterlilikler hakkındaki bilgisi olarak tanımlanabilir (Flavell, 1979).

Durumsal bilgi (*conditional knowledge*): Bu tür bilgi, bireyin çeşitli bilişsel etkinliklerin ne zaman ve niçin uygulanacağı hakkındaki bilgisini içermektedir (Schraw ve Moshman, 1995). Bir başka ifade ile bireyin bir işin hem nasıl yapılacağı, hem kendisinin yapıp yapamayacağı, hem de hangi durumda ne yapılacağı hakkındaki bilgisi olarak tanımlanabilir (Flavell, 1979).

Bununla birlikte Flavell (1979) üstbilişsel bilgiyi etkileyen, birbirleriyle etkileşimli bazı değişkenlerden bahsetmektedir;

1. Birey değişkenleri (*person variables*): Bu değişkenin temelini bireyin kendisinin ve diğerlerinin bilişsel süreçlerinin niteliği ile ilgili inançları oluştur. Birey değişkeni üç kategoride incelenebilir:

- Bireye ait farklılıklar (*intraindividual differences*), kişinin kendisi hakkındaki inancıyla ilgilidir. Örneğin; kişinin okumak yerine dinleyerek daha kolay öğrendiğine dair inancı.
- Bireyler arası farklılıklar (*interindividual differences*), kişinin diğerleri hakkında sahip olduğu ve karşılaştırmalar sonucunda elde ettiği bilgilerle ilgilidir. Örneğin; kişinin bir arkadaşının diğerine göre daha kolay hatırlayabildiğine olan inancı.
- Bilişe ait genellemeler (*universals of cognition*) ise kişinin hayatın içinde kazandığı bilgilerle ilgilidir. Örneğin; kişinin öğrenilenlerin unutulmasının zamana bağlı olarak gerçekleştiğinin farkına varması.

2. Görev değişkenleri (*task variables*), bireyin karşılaştığı bilginin doğası ve verilen görevin gerektirdikleri hakkındaki inancını ifade etmektedirler. Örneğin; kişinin kendisine verilen matematiksel bir problemler ilgili alan bilgisi, problemin gerekliliklerinin ve zorluk derecesinin farkında olması hakkındaki inancıyla ilgilidir. Görevler değişkenleri iki alt grupta incelemek mümkündür (Kalafat, 2004);

- Herhangi bir görevle uğraşırken karşılaştığımız bilginin doğası: Örneğin, kişinin deneyimlerinden yola çıkarak kendisine yabancı olan bilgileri anlamak ve hatırlamak hem güçtür, hem de çok zaman alır.
- Görevin gerçekleri; verilen görevlerde yer alan bilgiler aynı olsa bile, bazı görevlerin çözümün daha fazla çaba gerektirmektedir. Örneğin; bir şeyi tanımak, onu hatırlamaktan daha kolaydır.

3. Strateji değişkenleri (*strategy variables*) ise, bireyin problemin çözümünde kullanılabilecek stratejilerin farkında olması, bilgilerini organize etme, çözümünü plânlama, sürecini izleme, sonuçlarını değerlendirme ve bunların ne zaman ve nerede uygulanacağını bilme davranışlarını içermektedir.

Çoğu üstbilişsel bilgi gerçekte yukarıda bahsedilen değişken türlerinden iki veya üçünün etkileşimi yada kombinasyonu sonucunda ortaya çıkmaktadır. Örneğin: Kişi bir öğrencinin (kendi kardeşinden farklı olarak – kişi değişkeni), ‘X’ görevininin (‘Y’ görevinin tam tersi – görev değişkeni) çözümünde ‘A’ stratejisinin (‘B’ stratejisinden daha fazla –strateji değişkeni) kullanılması gerektiğine inanmaktadır (Flavell, 1979).

Bireyde üstbiliş bilgisinin oluşması için cevaplandırılması gereken sorular şunlardır (Soydan, 2001):

- Bu konu hakkında ne biliyorum?
- Bilmem gerekeni biliyor muyum?

- Bilgi edinmek için nereye gitmem gerektiğini biliyor muyum?
- Bunu öğrenmek için ne kadar süreye ihtiyacım olacak?
- Bunu öğrenmek için kullanabileceğim strateji ve taktikler neler?
- Duyduğumu, okuduğumu, gördüğümü anladım mı?
- Uygun hızda öğrenip öğrenemediğimi nasıl bileceğim?
- Bir hata yaparsam bunu nasıl fark edeceğim?
- Planım beklentilerimi karşılamazsa nasıl gözden geçireceğim?

Üstbilişsel Deneyim

Flavell (1979) üstbilişsel deneyimleri (*metacognitive experiences*), üstbilişin bileşenlerinden biri olarak görmekte ve “bir bilişsel işle ilişkili bilişsel ya da duyuşsal yaşantılar.” olarak tanımlamaktadır. Üstbilişsel deneyimlerin, bilişsel hedefler / görevler, üstbilişsel bilgiler ve bilişsel stratejiler üzerinde çok önemli etkileri vardır. Öncelikle bireye yeni hedefler oluşturmaları veya eski hedefleri düzenlemeleri hususunda yol göstericidirler. İkinci olarak, üstbilişsel deneyimler sonucu elde edilen bilgiler, bireyin sahip olduğu üstbilişsel bilgileri, bunlara eklenmek, bunları silerek yerine geçmek veya yeniden düzenlemek suretiyle etkilemektedirler. Son olarak üstbilişsel deneyimler, bilişsel ya da üstbilişsel hedeflere ulaşmak için stratejileri aktif hale getirirler.

Üstbilişsel Kontrol

Schraw ve Moshman (1995) üstbilişsel kontrolü (*metacognitive control*) birinin düşünme ve öğrenmesini kontrolüne yardımcı olan etkinlikler olarak tanımlamaktadırlar. Üç tür üstbilişsel kontrol stratejisinden bahsetmektedirler.

- Planlama (*planning*): Planlama uygun stratejilerin seçimini ve performansı etkileyen kaynakların ayrılmasını içermektedir.
- İzleme (*monitoring*): Bireyin anlayışı ve göreve dair performansı ile ilgili çevrimiçi (on-line) farkındalığı anlamında kullanılmaktadır.
- Değerlendirme (*evaluation*): Değerlendirme ürünü değerlendirme ve birinin öğrenme sürecini ayarlamayı içermektedir.

Bazı araştırmalarda üstbilişsel kontrol sisteminin işe koştugu süreçlere “üstbiliş stratejileri” adı da verilmektedir (Bağcı, 2003).

Üstbilişle İlgili Diğer Kavramlar

Osman ve Hannafin (1992; Akt. Yılmaz, 1997) üstbilişle ilgili bilinmesi gereken diğer kavramları tanımlamışlardır;

- Üst Bellek (*Metamemory*): Farklı hafıza sistemlerinin farkında olma, strateji kullanımı ile ilgili bilgi, hafıza kullanımını izleme ve hafızanın başarısız olduğu durumlarda hazırlanan süreci kullanmayı içeren ve sadece bunlarla da sınırlı olmayan bireysel bilgi, stratejik davranışlar ve kendi hafıza sisteminin farkında olmasıdır.
- Kavramayı İzleme (*Metacomprehension / Comprehension Monitoring*): Yanlış anladıklarını bulmak ve bu yanlışları gidermek için, strateji uygulamak amacıyla anlamayı yürütmeyi içeren, anlama ve nasıl anladığı hakkındaki bildiklerinin sürecidir. Anlamayı yürütme becerilerine sahip olmayan öğrenciler, metinde ne anlatıldığını anlamadan okumayı sık sık yarıda keserler. Diğer taraftan anlamayı yürütme becerisine sahip öğrenciler ise, anlamadıkları yerler olup olmadığını kontrol ederler, doğru stratejiyi kullanarak tekrar tekrar okurlar, metnin farklı bölümleri arasında ilişki kurarlar, metnin özetini

veya özet cümlesini ararlar, okudukları metin ile daha önce öğrendikleri arasında ilişki kurarlar.

- Kendini Ayarlama (*self-regulation*): Geçmiş deneyimlerine bağlı stratejilerini değiştirme ve aktivitelerini izleme sürecini içerir. Öğrencilerin ne öğrendiği konusunda kendilerine cevap verebilmeleri yani, kendi öğrenme süreçleri hakkında karar verebilme yeteneğidir. Kendini denetleme, öğrencilerin kendi öğrenme süreçlerini izleyebilmelerini ve bu tutumlarını devam ettirebilmelerini amaçlar. Öğrencilerin daha etkili bir şekilde öğrenebilmeleri için, sadece hangi stratejinin daha uygun olduğunu bilmeleri ya da stratejiyi anlamaları yeterli değildir; aynı zamanda, bu stratejileri kullanırken, seçme, uygulama, izleme ve değerlendirme becerilerine de sahip olmaları gerekir.
- Transfer Etme (*transfer*): Öğrenme stratejilerini farklı durumlarda kullanmadır.
- Kendini değerlendirme (*Self-appraisal*), kişinin bilişsel süreç ve ürünlerinin farkında olması anlamına gelir. Bu farkında olma kişinin ne bildiği, nasıl bildiği ve ne zaman ve niçin bildiği ile ilgilidir (Fang ve Cox, 1999).
- Kendini yönetme (*Self-management*) ise, sürecini aktif olarak izleme, sonuçlarını kontrol etme ve gerektiğinde bireysel aktivitelerini yeniden düzenleme anlamına gelir. Çoğunlukla yürütücü kontrol ile aynı anlamda kullanılır ve plânlama, izleme ve aktivitelerini denetleme davranışlarından oluşur (Fang ve Cox, 1999).

1.3.5. Üstbilişin Becerilerinin Öğretimi

Gelen (2003) öğrencilerin üstbiliş becerilerinin gelişiminde dört yaklaşımdan bahsetmektedir;

1. Doğrudan öğretim.
2. Yapılandırılmış uygulamalı öğretim.
3. Bilişsel rehberlik.
4. İşbirlikçi öğrenme teknikleri yoluyla öğretim.

Literatürde üstbilişin öğretimi konusunda yürütülen çalışmalarda en çok tercih edilen ve uygulanması kuramsal olarak da önerilen yöntemin, yapılandırılmış uygulamalar yoluyla öğretim olduğu görülmektedir (Gelen, 2003)

Yapılan araştırmalar ve ilgili kaynaklar incelendiğinde üstbiliş becerilerinin öğretiminin temelinde strateji kavramının yer aldığı görülür. Üstbiliş becerilerinin öğretilmesinde çok sayıda strateji kullanılmaktadır. Strateji, “Önceden belirlenen bir amaca ulaşmak için tutulan yol” olarak tanımlanmaktadır” (TDK, 2005).

Literatür incelendiğinde çocukların üstbiliş becerilerini geliştirmeyi ve nasıl öğrendiklerini öğretmeyi amaçlayan çok sayıda stratejiye rastlanmaktadır (Costa, 1987; Flavell, 1987; Blakey ve Spence, 1990; Koutselini, 1995; Trilianos, 1997):

- a. *“Ne Bildiğini” ve “Ne Bilmediğini” Tanımlama:* Çalışmanın başında öğrenciler sahip oldukları bilgiler hakkında bilinçli kararlar alırlar. İlk olarak öğrenciler “... hakkında halihazırda neler biliyorum?” sorusuna cevap ararlar. Öğrenciler konuyu araştırdıkça, başlangıçta yazmış oldukları her bir ifadeyi doğrular, netleştirir, genişletir ve daha uygun bilgilerle değiştirirler (Blakey ve Spence, 1990).

- b. *Stratejiyi Planlama ve Düzenleme*: Öğrencilerin plan yapma ve kendi öğrenmelerini düzenlemede sorumlulukları artırılmalıdır. Öğrenme başkaları tarafından planlandığında ve kontrol edildiğinde öğrenenlerin kendilerini yönlendiren bireyler durumuna gelmeleri güçleşir. Çocuklarda planlamanın geliştirilmesi, kendi üstbilişsel gelişimleriyle yüzleşmelerini ve bilişsel girişimlerini kontrol ve düzenleme becerilerini geliştirecektir. Öğrencilere bir etkinliğin tamamlanması için program yapma ve gerekli materyalleri düzenleme etkinliklerinin öğreniminin planlanması öğretilmelidir (Costa, 1987; Blakey ve Spence, 1990).
- c. *Sorular Oluşturma*: Öğrenenin oluşturduğu sorular üstbilişle yüksek derecede ilişkilidir çünkü öğrenen, soru oluşturma sürecinde bağımsız bir şekilde kendi anlayışını kontrol eder ve düzenler. Sorular iki önemli üstbilişsel fonksiyonu içermektedirler: öğrenenlerin geçerli anlayışlarını kontrol etme ve gerekli olan bilgilerin kullanıma hazır olmadığı durumlarda bilgi arama (Costa, 1987; Koutselini, 1995).
- d. *Bilinçli Seçimler*: öğretmenler, öğrencilerin seçimlerine ve kararlarına ait sonuçları araştırmalarına yardım etme yoluyla üstbilişi geliştirebilirler (Costa, 1987; Koutselini, 1995).
- e. *Hedefler Belirleme ve Bunların Peşinden Gitme*: Öğretmenler ve aileler çocukların üstbiliş gelişimine katkıda bulunmak için onlara kendi kişisel hedeflerini açıklamalı, kararlarının sebeplerini açıklamalı, çocuklara hedeflere ne zaman ihtiyaç duyacaklarını hatırlatmalıdırlar (Trilianos, 1997).
- f. *Düşünme ve Harekete Geçme Yollarının Değerlendirilmesi*: Öğrenciler, kendi düşüncelerini ve hareketlerini çoklu kriterlere göre değerlendirme yoluyla üstbilişlerini geliştirebilirler.

Değerlendirme kriterleri etkinlik başlangıçta öğrencilerle birlikte geliştirilebilir. Böylece öğrenme etkinliği boyunca kademe kademe kendi düşünme süreçlerini öğrenirler (Costa, 1987; Blakey ve Spence, 1990; Koutselini, 1995).

- g. *Güçlüğü Tanımlanması:* Öğrenciler, problemin çözümü için hangi bilgilerin gerekli olduğunu, hangi materyallerin kullanılması gerektiğini, istenen davranışın gerçekleştirilmesi için gerekli olan becerilerden hangilerinin kendisinde eksik olduğunu tanımlamaları gerekmektedir. Bu öğrencilerin bildiklerinin ve bilmeleri gerekenlerin sınırlarını tanımlamalarına yardımcı olacaktır Koutselini, 1995).
- h. *Öğrencilerin Fikirlerini Ayrıntılı Biçimde Açıklama:* Öğretmenler, öğrencilerinin fikirlerini genişleterek, düşüncelerini belli bir düzene koyarak, sordukları soruları düzenleyerek ve açıklayarak ayrıntılı bir biçimde tekrar ifade etmelidirler. Bunun için; “... demek istiyorsun.”, “Hazırladığın plan ... adımlarından oluşuyor.” gibi cümleler kullanılabilir (Costa, 1987; Koutselini, 1995; Trilianos, 1997).
- i. *Öğrencilerin Davranışlarını İsimlendirme:* Öğretmen, öğrencilerin bilişsel süreçlerini isimlendirdiğinde, öğrenciler kendi eylemleri hakkında bilinçli duruma gelirler (Costa, 1987; Trilianos, 1997).
- j. *Düşünme Süreçlerini Sorgulama:* işlemlerin sonunda yapılacak etkinlikler, öğrencilerin sonraki öğrenme durumlarına uyarlayabilecekleri stratejileri fark edebilmeleri için düşünme süreçleri ile ilgili tartışmalar üzerine yoğunlaşmalıdır. Bu konuda üç aşamalı bir yöntem faydalı olacaktır; (1) ilk olarak öğretmen, öğrencilere etkinliği yeniden gözden geçirirken rehberlik eder, düşünme işlemleri ve duygular hakkında bilgi elde eder; (2) daha sonra grup ilgili fikirleri sınıflandırır, kullanılan düşünme

stratejilerini belirler; son olarak uygun olmayan stratejileri atarak, gelecekte kullanılabilecek stratejileri belirleyerek ve ümit veren alternatif yaklaşımları araştırarak öğrenciler başarılarını değerlendirirler (Blakey ve Spence, 1990).

- k. *Problem Çözme ve Araştırma Etkinlikleri*: Hangi konu için gerçekleştirilirse gerçekleştirilsin problem çözme ve araştırma etkinlikleri üstbilişin gelişimi için fırsatlar sağlamaktadır (Blakey ve Spence, 1990).
- l. *Rol Yapma*: Rol yapma da üstbilişi geliştiren bir etkinliktir çünkü öğrenciler diğer bir kişinin rolünü üstlendiklerinde, bu kişinin özelliklerini ve vasıflarını da ortaya koymaktadırlar. Bu tür bir drama bu kişinin bazı durumlarda nasıl düşüneceği, ne hissedeceği ve nasıl hareket edeceğinin tahminini de beraberinde getirmektedir (Costa, 1987; Trilianos, 1997).
- m. *Bir Düşünme Günlüğü Tutma*: Üstbilişi geliştirmede diğer bir araç da düşünme günlüğü tutmadır. Düşünme günlüğü öğrencilerin düşüncelerini yansıttığı, belirsizliklerinin ve tutarsızlıklarının farkında oldukları ve not aldıkları bir günlüktür. Ayrıca öğrenciler burada zorluklarla nasıl başa çıktıkları hakkında yorumlarda da bulunurlar (Blakey ve Spence, 1990).
- n. *Sesli Düşünme*: Özellikle problem çözme süreçlerinde öğrencilere düşüncelerini düzenlemeleri ve geliştirmeleri için “sesli düşünmeye” yönlendirme onların üstbilisel gelişimlerinde en etkili stratejilerden biridir. Düşündüklerin ifade etme önemlidir çünkü öğrencilerin düşünme ile ilgili bir kelime dağarcığına ihtiyaçları vardır. Bununla birlikte öğrencilerden düşünmelerini (hedefler, planlar, stratejiler vb.) ve seçimlerini açıklamalarını istemek daha fazla düşünmeyi beraberinde getirecektir (Blakey ve Spence, 1990).

- o. Öğrencinin Öğrenciye Öğretimi / İşbirlikçi Öğrenme:* İşbirliğine dayalı problem çözme üstbilişi geliştirmede faydalı diğer bir stratejidir. Bir öğrenci problem hakkında konuşur, düşünme biçimini açıklar. Birlikte çalıştığı arkadaşı dinler ve düşünmeyi netleştirmeye yaracak sorular sorar. Benzer şekilde karşılıklı öğretim uygulamasında küçük gruplarda öğrenciler sırayla öğretmen rolünü üstlenir, çalışılan materyali özetleyen, netleştiren sorular sorarlar (Blakey ve Spence, 1990).

1.4. Matematiksel Problem Çözmenin Üstbilişsel Yapısı ve Muhakeme

Bu bölümde matematiksel problem çözmenin basamakları üstbiliş ve muhakeme açısından incelenmeye çalışılacaktır.

Polya'nın problem çözme basamaklarının geliştirilmesi üzerine araştırmalar yapan Schoenfeld (1985), bilgiyi işleme kuramından da faydalanarak bu süreci yeniden yapılandırmıştır. Çalışmaları sonunda Schoenfeld (1985), problem çözme sürecini ve bu süreçte gösterilmesi beklenen bilişsel ve üstbilişsel davranışları şu bölümlere ayırmıştır;

- Okuma: Problemi yüksek sesle ya da sessiz okuma.
- Anlama: Problemde verilen ve istenenleri tanımlama, problemi kendi anladığı biçimde yeniden ifade etme, problemi şekil ya da şema, vb. çizerek ifade etme, problem ile ilgili önemli bilgileri not etme, daha önce çözdüğü ya da üzerinde çalıştığı benzer problemleri düşünme, verilen ve verilmeyen önemli bilgileri belirleme.
- Analiz: Uygun bir bakış açısı seçme, problemi matematiksel olarak yeniden formüle etme, verilenler ve istenenler arasındaki ilişkileri belirleme.

- Keşfetme: Çözüm sürecine götürmeye yardım edecek bilgileri seçip çıkarma, eğer yoksa bu tür bilgileri arama ve bulma, problemi çözebileceğine karar verme, aksi durumda başa dönme ya da vazgeçme.
- Planlama: Problemin çözümü için gerekli olan uygun stratejiyi belirleme ve seçme.
- Uygulama: Seçilen planı doğru bir şekilde uygulama ve gerekli işlemleri hatasız yapma.
- Doğrulama ve Değerlendirme: Matematiksel işlemleri kontrol etme, problemde istenen sonucun elde edilip edilmediğini kontrol etme ve mantıklı olup olmadığını düşünme, çözüm için yapılan işlemleri değerlendirme ve güvenilir bir sonuca ulaşma.

Artzt ve Thomas (1992), Schoenfeld (1985) tarafından belirlenen problem çözme aşamalarını bilişsel ve üstbilişsel olarak sınıflandırmışlardır (Tablo 9). Araştırmacılar herhangi bir üstbilişsel aktivitenin içerisinde zaten bilişsellikğin örtülü bir şekilde var olduğunu, bazı durumlarda üstbilişin bir bilişsel durum içerisinde ortaya çıkabileceğini vurgulamaktadırlar. Problem çözme basamaklarının hiç birinin tamamen bilişsel veya tamamen üstbilişsel olamayacağını belirtmektedirler. Bu bakımdan yapmış oldukları sınıflamaları, problem çözme basamaklarında baskın olan süreçleri gözlemlemek suretiyle gerçekleştirdikleri görülmektedir.

Tablo 9
Schoenfeld'in (1985) Problem Çözme Aşamalarının
Bilişsel ve Üstbilişsel Olarak Sınıflandırılması

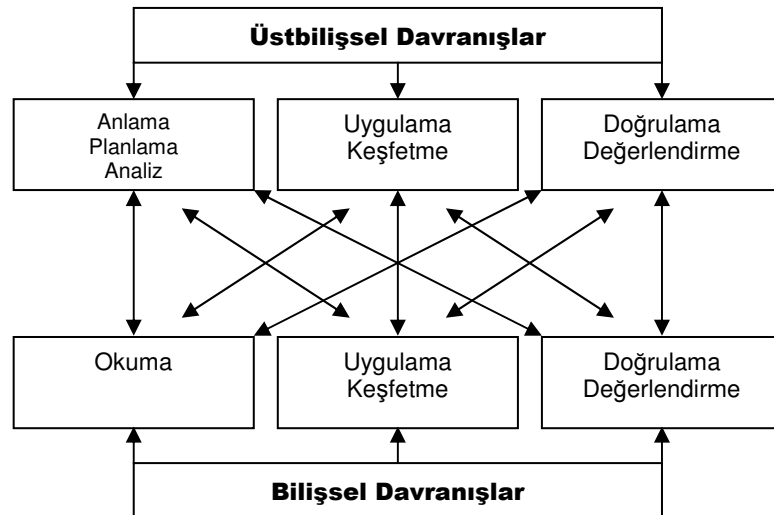
Problem Çözme Aşamaları	Bilişsel / Üstbilişsel
Okuma	Bilişsel
Anlama	Üstbilişsel
Analiz	Üstbilişsel
Keşfetme	Bilişsel ve Üstbilişsel
Planlama	Üstbilişsel
Uygulama	Bilişsel ve Üstbilişsel
Doğrulama/Değerlendirme	Bilişsel ve Üstbilişsel

Artzt ve Thomas (1992)

Artzt ve Thomas'a (1992) göre okuma, bilişsel bir davranıştır. Anlama ise, üstbilişsel bir davranış olarak sınıflandırılmıştır, çünkü bu adımda öğrenciler problemin ne anlama geldiğini açıklayabilmek için yorum yaparlar. Analiz etme ve planlama davranışları da üstbilişi ifade eder. Schoenfeld'e (1985) göre analiz, problemi anlamayı gerektirir; problem çözümü için uygun yaklaşımın seçilmesi, problemin kendi kelimeleriyle tekrar ifade edilmesidir. Böylece problem basitleştirilir ve tekrar formüle edilir. Problem çözümünde bazı aşamalar problemle bazıları ise problem çözme süreciyle ilgilidir. Örneğin, planlama, problem çözme sürecinin nasıl sürdürüleceği ile ilgilidir ve üstbiliş kapsamı altında ele alınmalıdır. Açıklama, uygulama ve değerlendirme bazen bilişsel, bazen de üstbilişsel bir aşama olarak ele alınmıştır. Bilişsel seviyede açıklama, kontrol yapmadan sonuca götürürken; üstbiliş düzeyinde, izlemeyle devam eden bir süreçtir, kontrollü ve amaca odaklanmıştır. Benzer şekilde, uygulama ve değerlendirme, izleme ve düzenleme olmadan bilişsel, yürütme ve düzenlemeyle beraber sürdürüldüğünde ise üstbilişsel olarak adlandırılır (Artzt ve Thomas, 1992).

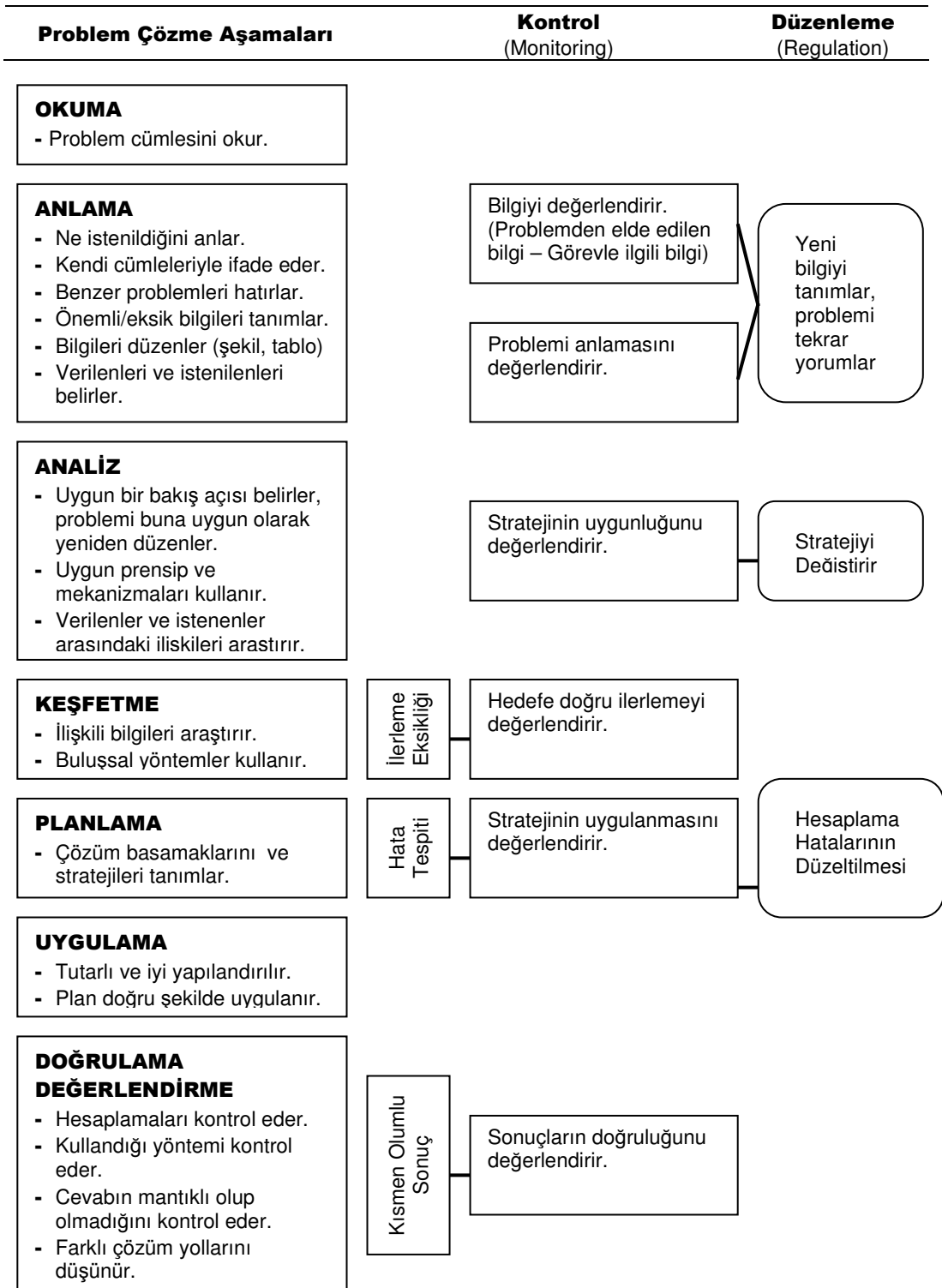
Schoenfeld (1985) tarafından ortaya konulan Artzt ve Thomas (1992) tarafından sınıflandırılan problem çözmede bilişsel-üstbilişsel modelin şematik sunumu Şekil 10'da verilmiştir.

Şekil 10
Problem Çözmede Bilişsel-Üstbilişsel Model



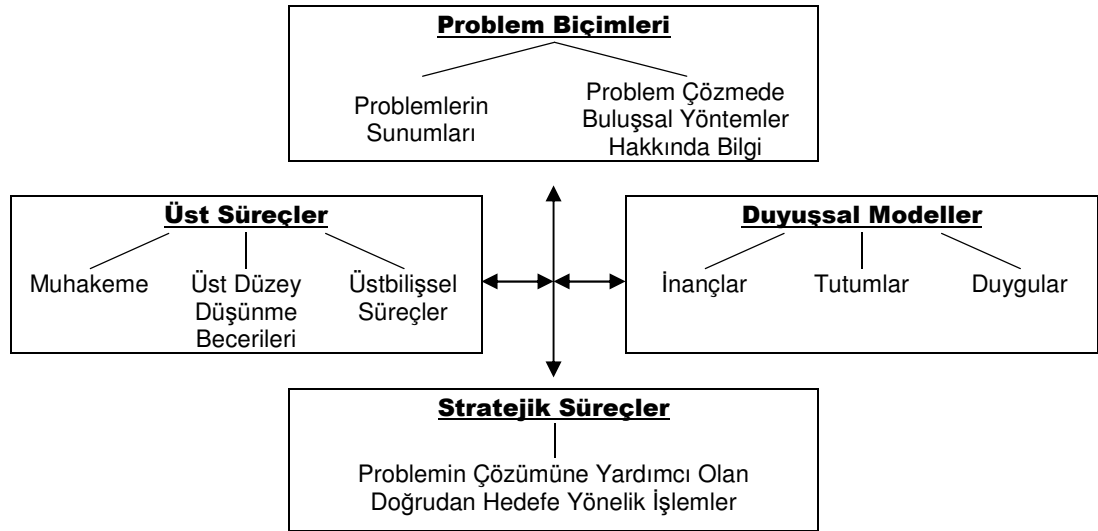
Goos, Galbraith ve Renshaw (2000) Schoenfeld'in (1985) problem çözme aşamalarında öğrencilerden beklenen üstbiliş stratejilerini belirlemişlerdir (Şekil 11);

Şekil 11
Problem Çözme Aşamalarında Öğrencilerden Beklenen Üstbiliş Stratejileri



Literatürde farklı tanımlar olsa da, genel olarak matematiksel problem çözmede kritik rol oynayan bilişsel durumların aşağıdakiler oldukları kabul görmektedir (English ve Halford, 1995); problem biçimleri (*problem models*): problemlerin sunumları ile ilgili zihinsel modeller ve problem çözmede buluşsal yöntemler (*problem-solving heuristics*); stratejik süreçler (*strategic processes*): problemin çözümüne yardımcı olan doğrudan hedefe yönelik işlemler; üst süreçler (*metaprocesses*): muhakeme, üst düzey düşünme becerileri ve üstbilişsel süreçler; duyuşsal modeller (*affective models*): inançlar, tutumlar ve duygular. Bu bilişsel bileşenlerin şematik sunumu Şekil 12’de verilmiştir.

Şekil 12
Matematiksel Problem Çözmenin Bilişsel Yapısı



1.5. Problem Çözme, Üstbiliş ve Muhakeme Arasındaki İlişki

Buraya kadar problem çözme sürecinin üstbilişsel yapısı üzerinde duruldu. Bu bölümde problem çözme tabanında, üstbiliş ve muhakeme arasındaki ilişki ortaya koyulmaya çalışılacaktır. Aşağıda bu ilişki birkaç bakımdan değerlendirilmiştir:

1. Artzt ve Thomas'ın (1992) problem çözme basamaklarının bilişsel/üstbilişsel olarak sınıflandırılması incelendiğinde (Tablo 9); okumada bilişsel, anlama, analiz, keşfetme, planlama, uygulama, doğrulama/değerlendirme basamaklarında üstbilişsel özelliklerin baskın oldukları görülmektedir. Bu sınıflamaya benzer şekilde, belirtilen basamaklar düşünme ve muhakemenin ne olduğuna ilişkin literatür göz önüne alınarak sınıflandırıldığında yine anlama, analiz, keşfetme, planlama, uygulama, doğrulama/değerlendirme basamaklarında muhakemenin baskın olduğu düşünülmektedir (Batuhan ve Grünberg, 1970; Webster, 1986; Peresini ve Webb, 1999; Umay, 2003). Bu durum problem çözmede anlama ve üzeri basamakların hem üstbilişsel hem de muhakeme becerilerini gerektirdiğini göstermektedir.

2. Goos, Galbraith ve Renshaw (2000) problem çözme sırasında öğrencilerin uygulaması beklenen üstbiliş stratejilerini belirlemişlerdir (Şekil 11). Bu sınıflamada belirtilen, kontrol ve düzenleme gerektiren üstbiliş stratejilerinin tamamı, literatürde ortaya konulmuş olan muhakeme becerileri ile örtüşmektedir (NCTM, 1989; NAEP, 2002; TIMMS; 2003). Problem çözmede muhakeme gerektiren stratejiler Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10

Problem Çözmede Muhakeme Gerektiren Üstbilişsel Stratejiler

Problem Çözme Basamağı	Kontrol Stratejileri	Düzenleme Stratejileri
Anlama	Bilgiyi değerlendirir. (Problemden elde edilen bilgi Görevle ilgili bilgi) Problemi anlamasını değerlendirir.	Yeni bilgiyi tanımlar, problemi tekrar yorumlar
Analiz	Stratejinin uygunluğunu değerlendirir.	Stratejiyi Değiştirir
Keşfetme	Hedefe doğru ilerlemeyi değerlendirir.	
Planlama	Stratejinin uygulanmasını değerlendirir.	Hesaplama Hatalarının Düzeltilmesi
Doğrulama/Değerlendirme	Sonuçların doğruluğunu değerlendirir.	

3. English ve Halford (1995) matematiksel problem çözmede kritik rol oynayan bilişsel durumları belirlemişlerdir. Böylece matematiksel problem çözmenin bilişsel yapısını ortaya koymuşlardır (Şekil 12). Bu sınıflandırmada “muhakeme” ve “üstbiliş”, “üst süreçler” olarak gruplandırılmaktadır. Üst süreçler bireyin verilerin ve fikirlerin anlamlarını ve uygulama alanlarını dönüştürme yoluyla işlemeyi gerektiren bilişsel durumları ifade etmektedir. Bu dönüşüm, öğrencilerin sentez, genelleme, açıklama, hipotez kurma yoluyla olayları ve fikirleri birleştirdikleri durumlarda ortaya çıkmaktadır. Bu süreçleri kullanarak fikirleri ve verileri işlemek bireylerin problemleri çözmelerini ve bunların (kendileri için) yeni anlamlarını keşfetmelerini sağlamaktadır.

Gelişim Bakımından Üstbiliş ve Muhakeme

Yapılan literatür taraması çalışması sonucunda, muhakeme becerilerinin geliştirilmesi ile ilgili etkinliklerin (NCTM, 1999; 2000), üstbilişi geliştirmeye yönelik stratejilerle (Costa, 1987; Flavell, 1987; Blakey ve Spence, 1990; Koutselini, 1995; Trilianos, 1997) büyük ölçüde benzerlik gösterdiği görülmüştür. Hem üstbiliş hem de muhakemeyi geliştireceği düşünülen bazı stratejiler/etkinlikler şunlardır:

- “Ne Bildiğini” ve “Ne Bilmediğini” Tanımlama
- Stratejiyi Planlama ve Düzenleme
- Sorular Oluşturma
- Bilinçli Seçimler
- Düşünme ve Harekete Geçme Yollarının Değerlendirilmesi
- Güçlüğün Tanımlanması
- Öğrencilerin Fikirlerini Ayrıntılı Biçimde Açıklama

- Öğrencilerin Davranışlarını İsimlendirme
- Öğrencilerin düşünme Süreçlerini Sorgulama
- Problem Çözme ve Araştırma Etkinlikleri
- Bir Düşünme Günlüğü Tutma
- Sesli Düşünme
- Öğrencinin Öğrenciye Öğretimi / İşbirlikçi Öğrenme

Matematiksel muhakemenin gelişiminde öğrencilerin düşüncelerini rahatça ortaya koyabildikleri sınıfların etkisi çok büyüktür. Sınıftaki öğrencilerin ve öğretmenin sorulara, tepkilere, eleştirilere, açık olmaları gerekmektedir. Öğrencilerin kendi fikirlerini açıklamaya ve doğruluğunu göstermek için tartışmaya, düşüncelerindeki eksiklikleri fark edebilme ve başkalarının düşüncelerini eleştirmeyi öğrenmeye ihtiyaçları vardır. Bununla birlikte öğrenciler matematiksel muhakeme becerilerini değerlendirme ve matematiksel tartışmalarda söylediklerini tartışmaya becerilerini geliştirme deneyimlerine ihtiyaçları vardır. Geçerli tartışmalar üretebilmek ve başkalarının tartışmaların değerlendirebilmek için iyi bir kılavuza, zamana, çeşitli ve zengin deneyimlere gereksinim duyarlar. Muhakeme becerisinin gelişmesinin ancak bu davranışın üzerinde durulduğu bir sınıfta gerçekleşebileceği de açıktır (NCTM, 2000).

Herkesin kendine en uygun muhakeme stilini bulması büyük ölçüde deneme-yanılma yöntemiyle gerçekleşmektedir (NCTM, 2000). Düşüncelerin açıklandığı, açıkça, korkusuzca tartışıldığı, farklı fikirlerin önemsendiği, birlikte düşünme için çaba harcanan ortamlar değişik muhakeme yaklaşımlarının daha yakından tanınmalarını sağlamaktadır. İnsanlar böyle ortamlarda hem kendilerini hem de farklı muhakeme biçimlerini tanır, dener... Kendisine uygun olanları benimser, kendi stilini bulabilir (Umay, 2003).

Yukarıda verilen üstbiliş geliştirme stratejilerinin böyle bir sınıf ortamı oluşturmada etkili olacağı düşünülmektedir. Ayrıca üstbilişin tanımından yola çıkılacak olursa –bireyin kendisinin ve diğerlerinin düşünme yollarının farkında olması- üstbiliş becerileri bakımından gelişmiş öğrencilerin aynı zamanda muhakemelerinin de gelişmiş olacaklarını söylemek mümkündür.

1.6. Problem Cümlesi

Araştırmanın problem cümlesi: “İlköğretim beşinci sınıfta matematik derslerinde üstbiliş stratejilerine dayalı öğretim uygulamasının, öğrencilerin muhakeme becerilerine etkisi var mıdır?” şeklinde düzenlenmiştir. Araştırmanın problemine cevap bulabilmek amacıyla aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır.

1.7. Alt Problemler

İlköğretim beşinci sınıf matematik derslerinde, üstbiliş stratejilerine dayalı öğretimin uygulandığı deney grubu ile, var olan öğretimin devam ettirildiği kontrol grubunda yer alan öğrencilerin;

- uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma becerilerinin gelişimi öğretim süreçleri sonucunda anlamlı bir farklılık göstermekte midir?
- matematiksel bilgileri, örüntüleri, yapıları, genel özellikleri tanıma ve kullanma becerilerinin gelişimi öğretim süreçleri sonucunda farklılık göstermekte midir?
- aynı verinin farklı gösterimlerini tanıma becerilerinin gelişimi öğretim süreçleri sonucunda farklılık göstermekte midir?
- tahmin etme becerilerinin gelişimi öğretim süreçleri sonucunda farklılık göstermekte midir?
- çözümüne ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme becerilerinin gelişimi öğretim süreçleri sonucunda farklılık göstermekte midir?

- f. çözüm yolu, sonucun doğruluğuna karar verme becerilerinin gelişimi öğretim süreçleri sonucunda farklılık göstermekte midir?
- g. genelleme yapma becerilerinin gelişimi öğretim süreçleri sonucunda farklılık göstermekte midir?
- h. rutin olmayan problemleri çözme becerilerinin gelişimi öğretim süreçleri sonucunda farklılık göstermekte midir?

1.8. Varsayımlar

1. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin eğitim ortamları açısından denk koşullar altında olduğu varsayılmıştır.
2. Kontrol edilen değişkenler dışındaki etkenlerin, grupları aynı düzeyde etkileyeceği varsayılmıştır.

1.9. Sınırlılıklar

1. Araştırma, Ankara ili merkez ilköğretim okullarından Emin Sağlamer İlköğretim okulunda 2005-2006 eğitim öğretim yılında öğrenim görmekte olan 5. sınıf öğrencileri ile,
2. Araştırmada kullanılan veri toplama aracının oluşturulmasında esas alınan muhakeme becerileri, literatürde belirlenen kaynaklarda yer verilenler ile,
3. Araştırma, 2005-2006 öğretim yılında uygulamaya konulan matematik programında yer alan “Geometrik Cisimler” ve “Hayatımızdaki Sayılar” alt öğrenme alanları ve bu konularda geçen problemlerle sınırlandırılmıştır.

1.10. Tezin Önemi

Muhakeme, bir başka deyişle usavurma ya da akıl yürütme, bütün etmenleri dikkate alarak düşünüp akılcı bir sonuca ulaşma sürecidir. Bir konuda muhakeme yapabilenler, o konuda yeterli düzeyde bilgi sahibidir ve karşılaştıkları durumu tüm boyutlarıyla inceler, keşfeder, mantıklı tahminlerde, varsayımlarda bulunur, düşüncelerinin gerçekleştirir, bazı sonuçlara ulaşır, ulaştığı sonucu açıklayabilir ve savunabilir.

Muhakemenin en yoğun olarak kullanıldığı alanlardan biri, belki de en önde geleni matematiktir. Muhakeme, matematiğin temelini oluşturur. Matematik sayıları, işlemleri, cebiri, geometriyi, orantıyı, olan hesaplamayı ve daha birçok konuyu öğretirken doğası gereği örüntüleri keşfetmeyi, akıl yürütmeyi, tahminlerde bulunmayı, gerekçeli düşünmeyi, sonuca ulaşmayı da öğretir. Yukarıda sayılan özelliklerden dolayıdır ki, matematik eğitimi muhakemenin geliştirilmesinde önemli bir yer tutar.

Çağdaş eğitim anlayışında herkesin kendisine daha yakın bulduğu muhakeme yöntemlerini kullanmasının özendirilmesi istenmektedir. Bunun için öncelikle insanların kendi muhakeme stilini bulması ve muhakeme yeteneğini geliştirmesi beklenir. Bu noktada eğitimcilere önemli görevler düşmektedir (Umay, 2003). Herkesin kendine en uygun muhakeme stilini bulması büyük ölçüde deneme-yanılma yöntemiyle gerçekleşmektedir (NCTM, 2000). Üstbilişe dayalı öğretimin temelini de bilgi edinme sürecini kontrol etme oluşturmaktadır. Bu süreç, dikkati, düzenli tekrarları, ayrıntılı tekrarları, bilgiyi düzenlemeyi ve detaylandırmayı içermektedir (Woolfolk, 1988). Welton ve Mallan (1999), üstbilişi, öğrenenlerin kendi düşünme süreçlerini bilinçli olarak kontrol etmeleri ve yönlendirmeleri olarak tanımlamaktadır.

Bu araştırma üstbilişe dayalı öğretimin ne olduğunu, üstbilişe dayalı öğretimin boyutlarının neler olduğu, bu stratejilerin öğrenilmesindeki yaklaşımlar hakkında bilgi vermesi açısından önem taşımaktadır.

Aynı zamanda araştırma, matematikte muhakemenin geliştirilmesine yönelik bir strateji ortaya konulması açısından önemlidir.

Yapılacak olan araştırma kullanılacak olan veri toplama araçları açısından değerlendirildiğinde, ilköğretim seviyesinde muhakemeyi ölçen bir ölçme aracı geliştirilmesi bakımından önemlidir.

Bu sebeplerden, yapılacak olan çalışmanın üstbilişe dayalı bir öğretim yapılarak öğrencilerin muhakeme becerilerini geliştirmek suretiyle matematik eğitimine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.11. Tanımlar

Muhakeme (*reasoning*): İngilizce’de “reasoning” olarak geçen kavram, dilimize muhakeme, usavurma ya da akıl yürütme olarak çevrilmiştir. Arapça kökenli muhakeme sözcüğü mahkeme ile aynı köktendir ve eldeki bilgilere dayanarak düşünüp yansız bir karar verme demektir. Usavurma, akla mantığa yakın olup olmadığına bakma, akıl yürütme ise genellemeler yapma ve tahminlerde bulunma anlamına gelir. “Reasoning” kavramı bu anlamların hepsini kapsamaktadır (Umay, 2003). Bu çalışmada reasoning kavramı yaygın kullanıma uyularak dilimize muhakeme olarak çevrilmiştir.

Biliş (*cognition*): İnsanın algılama, hatırlama ve düşünmesinde yer alan zihinsel faaliyetlerin tümü (Cüceloğlu,1999).

Üstbiliş (*metacognition*): Planlama, denetleme ve düşünmeyi gözden geçirme; kişinin kendisi hakkında, iş hakkında ve strateji hakkında bilgisi; ne bildiğimizi ve ne bilmediğimizi bilme becerisi; düşünceyi organize etme ve yönetme işi; ne düşündüğünü ve ne bildiğini bilme; iç düşünceyi gözleme ve düşüncelerini sistemli olarak yapma, bilgi edinme ve hareket etmede planlı olma ve kendini yönetme becerisi; düşünmeyi düşünme işi; içsel düşünme diliyle bireyin bilgisini yönetme ve bilgiyi edinme bilgisi; bir işi yaparken düşüncenin farkında olma ve bu farkında olmayı işin kontrolünde kullanma (Costa ve Lowery 1989).

II. Bölüm

İlgili Literatür

Bu bölümde matematiksel muhakeme ve üstbiliş konularında yurtiçinde ve yurtdışında gerçekleştirilmiş olan araştırmalara yer verilecektir.

Matematiksel Muhakeme ve Üstbilişle İlgili Çalışmalar

Literatürde matematik öğretimi ve üstbiliş konularında pek çok araştırma bulunmaktadır. Bunlardan matematiksel muhakeme ve üstbilişle ilgili olanlar aşağıda verilmektedir.

Ormond ve diğerleri (1991) “Karar Vermenin Üstbilişsel Analizi” adlı çalışmalarında öğrencilerinin karar vermeleriyle ilgili üstbilişsel bilgilerini karşılaştırmayı amaçlamaktadırlar. Araştırmada üç tür üstbilişsel bilgi üzerinde durulmuştur; birey bilgisi, görev bilgisi ve strateji bilgisi. Bu amaçla 43’ü 12 yaşında, 41’i ise 15 yaşında toplam 84 öğrenci ile çalışılmıştır. Araştırmanın alt problemlerden birincisi öğrencilerin karar vermeyle ilgili üstbilişsel bilgilerinin yaşa göre değişip değişmediğidir. Bu amaçla öğrencilerin üstbilişsel bilgileri 19 maddeden oluşan bir ölçme aracı ile ölçülmüştür. Sonuçlar yaşa bağlı olarak değiştiğini, yaş ilerledikçe üstbilişsel bilginin anlamlı bir şekilde arttığını göstermektedir. İkinci alt problem olarak öğrencilerin karar verme performansları ve karar verme süreçleri ile üstbiliş arasındaki ilişkinin değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla “Ergenler için karar verme ölçeği” kullanılmıştır. Sonuçlar karar verme performanslarının da yaşa göre anlamlı bir biçimde farklılık gösterdiğini ortaya koymaktadır. Yaş ilerledikçe öğrencilerin karar vermede ustalaştığını göstermektedir. Bununla birlikte öğrencilerin karar verme süreçleri ile üstbilişsel bilgi seviyeleri arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur.

Mason ve Santi (1994), “Tartışmanın Yapısı ve Okulda Bilgi Oluşturmada Üstbiliş” adlı araştırmalarında tartışmanın adımlarını ve bunun üstbilişle ilişkisini

ortaya koymaya çalışmışlardır. Bu amaçla (a) tartışmanın bileşenlerini, (b) tartışma adımlarını, (c) farklı seviyelerde üstbilişsel süreçlerini ve (d) tartışma içinde yer alan üstbilişsel süreçleri gözden geçirmişlerdir. Araştırmanın örneklemini yaşları 10 ile 11 arasında değişen 22 beşinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırma verileri sınıf içerisinde gerçekleştirilen her bir tartışmanın kaydedilmesi yoluyla toplanmıştır. Bunun dışında öğrencilerin öğrenilecek yeni konu hakkındaki ön bilgilerini belirlemek için bir ön görüşme ve konuyu hakkında ne anladıklarını, deneysel uygulama neticesinde zihinlerinde gerçekleşen üstbilişsel değişimi belirlemek için bir son görüşme yapılmıştır. Araştırmacıların araştırmanın temel problemi olarak nitelendirdikleri, tartışma içerisinde yer alan üstbilişsel süreçlerle ilgili araştırma sonuçları en derin tartışmaların en yüksek düzey üstbilişsel düşünmeler yoluyla gerçekleştiğini ortaya koymaktadır.

Mevarech ve Kramarski (1997) “IMPROVE: Heterojen Sınıflarda Matematik Öğretimi İçin Çok Boyutlu Bir Öğretim Yöntemi” adlı çalışmalarında tasarladıkları ve IMPROVE olarak adlandırdıkları öğretim yöntemi, bilişsel-üstbilişsel teorilere ve işbirlikçi öğrenme yaklaşımına dayalıdır. IMPROVE birbirini takip eden öğretim adımlarının baş harflerinden oluşmaktadır: yeni kavramı giriş (*introduction*), üstbilişsel sorgulama (*metacognitive questioning*), uygulama (*practising*), gözden geçirme (*reviewing*), bilişsel süreçlerde uzmanlık (*obtaining mastery*), doğrulama (*verification*) ve zenginleştirme (*enrichment*). IMPROVE ile, öğrenciler çeşitli biliş ötesi sorular sormak ve cevaplamak üzere eğitilirler: soruyu anlama (Problem ne hakkında?), birleştirici sorular (verilen problem daha önce çözmüş olduğumuzdan hangi açılardan farklı/benzer), stratejik sorular (hangi stratejiler verilen problemi çözmek için uygun, neden?) yansıtıcı sorular (bu anlamlı mı?, ben niye takıldım?)

Araştırma iki çalışmayı içermektedir. Her ikisi de 8. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Birincisinde, farklı şartlar altında öğrencilerin (N=247) bilgi süreçleri derinlemesine analiz edilmiştir. Diğerinde ise bir akademik dönem boyunca öğrencilerin (N=265) matematiksel muhakemeleri değerlendirilmiştir.

Her iki çalışmanın sonuçları IMPROVE'un uygulandığı grupların performanslarının diğer gruplara göre anlamlı düzeyde yüksek çıktığını göstermektedir.

Peterson ve diğerleri (1999) “Öğrencilerin Kendini Yönetme Becerilerinin Genelleme Performanslarına Etkisi” adlı çalışmalarında kendini düzenlemeyi de (self-monitoring) içeren kendini yönetme işleminin genelleme becerisine etkisini araştırmışlardır. Bu amaçla sekizinci sınıfta öğrenim görmekte olan 97 öğrenci katılımcı olarak seçilmiştir. Araştırmanın deneysel işlemi şu adımlardan oluşmaktadır; (a) öğretmenin hazırlanması, (b) öğrencilerin hazırlanması, (c) öğrencilere kendini yönetme formu dağıtılır, (d) öğrencilerin kendini değerlendirme ölçeğini doldurmaları ve bu formları öğretmene teslim etmeleri istenir, (e) öğretmen de her bir öğrenci için kendini yönetme formunu doldurur, (f) her dersin sonunda öğretmen-öğrenci etkileşimi gerçekleştirilir, (g) sınıf ortamında öğrencilerin ve öğretmenin değerlendirme sonuçları karşılaştırılır. Bu formlar aynı zamanda araştırmanın veri toplama aracı olarak da kullanılmıştır. Araştırma sonuçları öğrencilerin çoğunluğunda kendini değerlendirme işleminin genelleme davranışını olumlu yönde etkilediğini göstermektedir.

Üstbiliş ve matematiksel muhakeme konusunda daha önce yapılan araştırmalar genel olarak incelendiğinde, üstbiliş becerileri ile matematiksel muhakeme arasında yüksek bir ilişki bulunduğu görülmektedir. Diğer yandan yapılan literatür çalışması sonunda Türkiye’de matematiksel muhakeme ile üstbiliş arasındaki ilişkileri inceleyen bir araştırmanın yapılmadığı görülmüştür. Ayrıca çalışmalarda ilköğretim birinci kademe seviyesinde matematiksel muhakemeyi ölçen herhangi bir ölçme aracının kullanılmadığı belirlenmiştir. Bu bakımdan bu araştırmanın hem konu hem de kullanılan ölçme aracı bakımından literatüre katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

Goos ve diğerleri (2000), “Bir Para Problemi: Problem Çözme Etkinliği İçin Bir Kaynak” adlı çalışmalarında orta öğretim öğrencilerinin rutin olmayan

problemler çözerlerken kullandıkları üstbilişsel stratejileri araştırmışlardır. Bu amaçla araştırmada aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır.

1. Öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümünde kullandıkları stratejiler hangileridir?
2. Problem çözme ile üstbilişsel kendini kontrol (*metacognitive self-monitoring*) arasındaki ilişki nedir?

Araştırma üç farklı okulda öğrenim görmekte olan 11 (n=31) ve 12 (n=11) yaşlarında toplam 42 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere öncelikle bir para problemi verilmiş, bu problem üzerinde 20-30 dakika çalışmaları sağlanmıştır. Ardından rutin olmayan bir problem olan para probleminin çözümü esnasında kendilerini kontrol etmelerini sağlayacak özellikte bir üstbilişsel ölçek uygulanmıştır. Bu ölçekle öğrencilerin problemin “çözümüne başlamadan”, “çözümü esnasında” ve “çözümünden sonra” kullanabilecekleri stratejilerin belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmada ölçekten elde edilen cevapların değerlendirilmesi ve para probleminin çözümüne ait öğrencilerden toplanan yazılı çalışmalar sonucunda, çözüm stratejileri, sonuçlar ve üstbiliş arasındaki bağlantıları ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Araştırma sonuçları öğrencilerin çoğunluğunun rutin olmayan problemlerin çözümünde uygun stratejiler kullanamadıklarını göstermektedir. Yalnızca beş öğrenci verilen problem için uygun stratejiyi belirleyebilmiştir. Ayrıca analizler öğrencilerin problem çözmede üstbilişsel kendini kontrole ait üç tip tanımlama yaptıklarını ortaya koymuştur; ilerleyememe (*lack of progress*), hata tespiti (*error detection*), anormal sonuçlar (*anomalous result*).

Deosete ve diğerleri (2001) “Üçüncü sınıflarda Üstbiliş ve Matematiksel Problem Çözme” adlı çalışmalarında üstbilişsel parametreler olarak tanımladıkları, yordam bilgisi, bildirimsel bilgi, durumsal bilgi, tahmin, planlama, izleme ve değerlendirmeyi problem çözmede süreci içerisinde araştırmışlardır. Araştırmacılar bu amaçla iki çalışma gerçekleştirmişlerdir. Birinci çalışmada öğrencilerin matematikte seviyelerinin aynı zamanda üstbiliş performans

seviyeleri ile farklı olup olmadığı araştırılmıştır. Bu amaçla üçüncü sınıfta öğrenim görmekte olan 80 öğrenciye zihinsel hesaplamaları ve sayı sistemleri hakkındaki bilgilerini ölçen 60 maddelik bir aritmetik testi ve bu araştırma için oluşturulan üstbilişsel bilgi- beceri testi uygulanmıştır. Belirtilen testlerden sonra öğrencilerle (a) verdikleri cevaplardaki tahminleri ve değerlendirmeleri hakkındaki düşüncelerini, (b) bu tahminler sonrasındaki planlarının neler olduğunu ve bunu nasıl izleyeceklerini ve (c) testin kolaylığı veya zorluğu hakkındaki düşüncelerini içeren görüşmeler yapılmıştır. İkinci çalışma ilk çalışmada yer alan katılımcılar arasından tesadüfi olarak seçilmiş olan 59 öğrenci ile yürütülmüş ve üstbilişsel bileşenlerin yapısının araştırılması planlanmıştır. Bu amaçla öğrencilerin matematiksel başarılarını ölçmek amacıyla iki test (sayısal işlem gerektiren 10 problemten oluşan test ve 200 aritmetik işlemi içeren test) ve likert tipinde düzenlenmiş 8 maddelik üstbilişsel beceri ölçeği uygulanmıştır. Araştırma sonuçları ortalama ve ortalama üzeri seviyede matematiksel problem çözücülerde üstbilişin özellikle de tahmin ve değerlendirmenin anlamlı düzeyde etkisinin olduğunu ortaya koymuştur.

Kramarski ve diğerleri (2001), “Çok Düzeyli ve Tek Düzeyli Üstbiliş Dayalı Öğretimin Matematiksel Muhakemeye Etkileri.” adlı çalışmalarında üç farklı öğretim yönteminin matematiksel muhakeme üzerine etkilerini araştırılmışlardır. Araştırmanın örneklemini üç orta okuldan rasgele seçilen 7. sınıf seviyesinde (her okuldan 3 sınıf) öğrenim gören 183 öğrenciden (95 kız ve 87 erkek) oluşmaktadır.

Çalışmada etkisi incelenen öğretim yöntemleri ve bunlara göre oluşturulan gruplar şu şekildedir:

Birinci grup : İşbirlikçi öğrenmeyle birlikte çok düzeyli üstbiliş öğretimi yönteminin uygulandığı grup. IMPROVE stratejisi öğrencilere İngilizce ve matematik sınıflarında uygulanmıştır.

İkinci grup : İşbirlikçi öğrenmeyle birlikte tek düzeyli biliş ötesi öğretim yönteminin uygulandığı grup. IMPROVE stratejisi öğrencilere sadece matematik sınıflarında uygulanmıştır.

Üçüncü grup : Kontrol grubu; Bu grubun öğretmenleri her zaman yaptıkları öğretime devam etmişlerdir.

Veri toplama aracı olarak uygulama başlangıcında öğrencilerin önceki matematik bilgilerini ölçmek amacıyla 41 maddelik ön test, uygulama sonunda öğrencilerin durumunu değerlendirmek için 72 maddelik son test ve üstbiliş anketi uygulanmıştır.

Araştırma sonuçları, birinci grupta yer alan öğrencilerin ikinci grupta yer alan akranlarına göre ikinci grupta yer alanların da kontrol grubuna göre matematiksel muhakemeyi geliştirme bakımından anlamlı düzeyde daha fazla performans gösterdiklerini göstermektedir.

Kramarski ve Zeichner (2001), “Matematiksel Muhakemenin Geliştirilmesinde Teknolojinin Kullanımı: Geri Bildirim Vermenin ve Kendini Ayarlamaya Dayalı Öğrenmenin Etkisi.” adlı çalışmalarında bilgisayar ortamında iki tip geri bildirimin matematiksel muhakeme üzerinde etkisini karşılaştırmışlardır. Araştırma 186 yedinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Öğrencilerin iki gruba ayrılmış ilk gruba üstbilişsel geri bildirim, diğer gruba ise sonucun geri bildirimi sağlanmıştır. Her iki gruba da bilgisayar ortamında öğretim yapılmıştır. Üstbilişsel geri bildirim, kendini ayarlamaya dayalı öğrenmeyi temel almaktadır. Bu tip geri bildirimde kullanılan üstbiliş soruları problemin anlaşılmasında yönlendirici rol oynamaktadır. Her öğrenciye üstbiliş sorularının sorulması yoluyla kendi matematiksel muhakemelerini ifade etme fırsatları tanınmakta, bu yönüyle üstbilişsel geri bildirim IMPROVE stratejisini temel almaktadır. Sonucun geri bildirimi ise yalnızca sonuç ile ilgili yönlendirme sağlamaktadır. Genel olarak, “Bir hata yaptın, Tekrar düşün, Tekrar dene, Bir kez daha kontrol et. Çok güzel” vb. geri bildirimleri içermektedir. Araştırmada

matematiksel muhakemenin ölçülmesi için 27 maddelik test kullanılmış, bu test tüm öğrencilere uygulamanın başında ve sonunda uygulanmıştır. Araştırma sonuçları üstbilişsel geri bildirimin yapıldığı grubun matematiksel muhakemenin geliştirilmesinde ve matematiksel açıklamalarda yalnızca sonucun geri bildirimi yapılan gruba göre anlamlı düzeyde başarılı olduklarını göstermektedir.

Kramarski ve Hirsch (2002), “Bilgisayarda Cebir Sistemi (CAS) İle Üstbiliş Dayalı Öğretimin Matematiksel Muhakeme Üzerine Etkileri.” adlı çalışmalarında bilgisayarda cebir sistemi ve üstbiliş dayalı öğretimin matematiksel muhakeme üzerine etkilerini derinlemesine araştırmışlardır. Araştırmanın örneklemini sekizinci sınıflar içerisinde tesadüfi olarak seçilen dört sınıfta öğrenim görmekte olan 83 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada örneklem olarak belirlenen dört sınıfın her birinde farklı öğretim yöntemleri kullanılmıştır:

- Birinci grup : Bilgisayarda cebir sistemine dayalı öğretim ve üstbiliş dayalı öğretimin birlikte kullanıldığı grup;
- İkinci grup : Bilgisayarda cebir sistemine dayalı öğretim olmaksızın yalnızca üstbiliş dayalı öğretimin kullanıldığı grup;
- Üçüncü grup : Yalnızca bilgisayarda cebir sistemine dayalı öğretim yapılan grup;
- Dördüncü grup : Bilgisayarda cebir sistemine dayalı öğretimin ve üstbiliş dayalı öğretimin kullanılmadığı geleneksel grup;

Araştırmada üstbiliş dayalı öğretim olarak IMPROVE stratejisi uygulanmıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak (a) öğrencilerin deneysel işlem öncesindeki matematiksel bilgilerini ölçmeyi amaçlayan bir ön test, (b) öğrencilerin matematiksel muhakemelerini ölçmeyi amaçlayan bir son test, ve (c) öğrencilerin üstbilişsel bilgilerini ölçen üstbiliş anketi kullanılmıştır. Araştırma sonuçları, uygulama sonunda birinci grupta yer alan öğrencilerin ikinci, üçüncü ve

dördüncü grupta yer alanlara göre matematiksel muhakemelerinde olumlu yönde anlamlı bir farklılık oluştuğunu göstermektedir. Ayrıca ikinci ve üçüncü grupta yer alan öğrencilerin ise dördüncü gruptan anlamlı düzeyde daha yüksek performans gösterdikleri belirlenmiştir. Uygulama süreci sonunda ikinci ve üçüncü gruplar arasında anlamlı bir farklılığa rastlanmamıştır.

Mevarech ve Kramarski (2003)'nin, “Sonuçlandırılmış Örneklerle Karşı Üstbiliş Dayalı Öğretimin Öğrencilerin Matematiksel Muhakemeleri Üzerinde Etkileri” adlı çalışmalarının merkezini bilişsel-üstbilişsel öğretim oluşturmaktadır. Çalışma grup etkileşimini düzenleyen iki yolu ölçmektedir: birincisi sonuçlandırılmış örneklerle (worked-out examples), diğeri üstbiliş öğretimine (metacognitive training) dayalıdır. Her iki yöntemde işbirlikçi ortamlarda uygulanmıştır. Araştırmanın iki amacı vardır: (a) Öğrencilerin matematiksel muhakemeleri ve iletişimlerinde planlanmış örneklerle karşı üstbiliş dayalı öğretimin etkilerini araştırmak. (b) iki yöntemin öğrencilerin matematik başarıları üzerindeki uzun dönemli etkilerini karşılaştırmak.

Araştırma iki akademik dönemde gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar, 5 heterojen 8. sınıfta cebir çalışan 122 İsrailli öğrenciden oluşmaktadır. Ek olarak, sekiz grubun (N=32) problem çözme davranışlarının video kayıtları yapılmış ve analiz edilmiştir. İlk yıl uygulamalar ve değerlendirmeler yapılmış, ikinci yılda, katılımcılar 9. sınıf olduklarında, 8. sınıfta kullanılmış olan test tekrar uygulanarak kalıcılık test edilmiştir. Araştırmada Mevarech ve Kramarski (1997) üstbiliş teorilerine dayalı olarak tarafından geliştirilmiş olan IMPROVE olarak adlandırılan metot kullanılmıştır.

Öğrencilerin matematiksel başarılarını ölçmek için üç ölçüm yapılmıştır: ön test, yakın son test ve ertelenmiş son test. ANOVA, son test sonuçları ile sözel açıklamalar, cebirsel sunumlar ve cebirsel çözümler kriterleri için kullanılmıştır. Ek olarak kay kare ve Mann-Whitney işbirlikçi, bilişsel ve biliş ötesi davranışları analiz etmek amacıyla kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçları şu şekildedir; İşbirlikçi ortamlarda, biliş ötesi öğretim uygulanan öğrenciler sonuçlandırılmış

alıştırmalar uygulanan öğrencilere göre hem erken hem de ertelenmiş son testlerde daha ileri bir performans göstermektedirler. Özellikle, iki durum arasındaki farklılıklar, öğrencilerin matematiksel muhakemelerini sözlü ve yazılı olarak açıklama becerilerinde gözlemlenmiştir.

Mevarech ve Kramarski (2003), “Sınıflarda Matematiksel Muhakemenin Geliştirilmesi: İşbirlikçi Öğrenmenin ve Üstbiliş Öğretiminin Etkisi.” adlı çalışmalarında dört farklı öğretim yönteminin öğrencilerin matematiksel muhakemeleri ve üstbiliş bilgileri üzerine etkisini araştırmayı amaçlamışlardır. Araştırmayı 181’i erkek ve 203’ü kız toplam 384 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütmüşlerdir. Araştırma çizgi grafikleri ünitesi boyunca sürdürülmüştür. Öğrencilerin matematiksel muhakemelerini ve üstbilişsel bilgilerini ölçmede: grafik sunum testi, grafik oluşturma testi ve üstbiliş anketi kullanılmıştır. Çalışmada etkisi incelenen öğretim yöntemleri ve bunlara göre oluşturulan gruplar şu şekildedir:

- Birinci grup : Üstbiliş dayalı öğretim (IMPROVE) ve işbirlikçi öğretimin birlikte kullanıldığı öğretim yönteminin uygulandığı grup;
- İkinci grup : Üstbiliş dayalı öğretim ve bireyselleştirilmiş öğrenmenin birlikte kullanıldığı öğretim yönteminin uygulandığı grup;
- Üçüncü grup : Yalnızca işbirlikçi öğretim yönteminin uygulandığı grup;
- Dördüncü grup : Yalnızca bireyselleştirilmiş öğretim yönteminin uygulandığı grup.

Araştırma sonuçları, birinci grupta yer alan öğrencilerin ikinci gruba göre, ikinci grupta yer alan öğrencilerin ise üçüncü ve dördüncü gruplarda yer alan öğrencilere göre matematiksel ifadelerin farklı gösterimlerini gerçekleştirmede anlamlı düzeyde daha yüksek bir performans gösterdiklerini ortaya koymaktadır.

Ayrıca üstbiliş öğretimi yapılan birinci ve ikinci gruplarda bulunan öğrenciler, üçüncü ve dördüncü gruplarda yer alan öğrencilere göre grafik oluşturma görevlerinde ve üstbiliş bilgileri bakımından performanslarının daha ileri düzeyde olduğu belirlenmiştir.

Crasnich ve Lumbelli (2005) “Tartışma Yeteneğinin (*argumentation ability*) Geliştirilmesinde Yansımaya Yönelik Cevaplar” adlı çalışmalarında tartışma yeteneğinin gelişiminde üstbilişe dayalı eğitimsel bir projeyi açıklamakta ve söz konusu etkiyi deneysel olarak denetlemektedirler. Araştırmada “Tartışma yeteneğinin gelişmesinde öğrencilerin kendini düzenleme (*self-regulation*) stratejilerini kullanmalarının etkisi nedir?” sorusuna cevap aranmaktadır. Bu amaçla 11. ve 12. sınıflara devam etmekte olan 60 öğrenci örnekleme alınmıştır. Deneysel uygulamada ilk olarak bir sınıftaki öğrencileri her biri yaklaşık 15 kişiden oluşan iki gruba ayrılmış ve daha önce kendilerinin seçtikleri bir konuda yapmış oldukları bir tartışmadan kopyalanmış metinleri analiz etmeleri istenmiştir. Burada öğrencilerin kendi ifadelerinin konuya uygun olup olmadığını kendilerinin değerlendirilmesi sağlanmıştır. İkinci olarak öğrenciler 3-4 kişilik gruplara ayrılmış ve ilk aşamada tartışılardan biri ile ilgili yeni bir tartışma planlaması istenmiştir. Burada öğrencilerden bir takım kısa metinlere göz atmaları, kendilerinin konuya ilişkin tutumlarının tersi tartışmalar geliştirmeleri ve geçerli fakat konunun tersi tartışmaları oluşturmaları beklenmiştir. Ayrıca öğrenciler sesli ve sistemli düşünmeye yönlendirilmiştir. Üçüncü olarak ise araştırmacılar öğrencilere bazı gazete haberleri okumuşlar, kendi anlama süreçlerini ortaya koyan sözel açıklamalarda bulunmuşlar ve konu ile ilgili tartışmaların uygunluğunu değerlendirmişlerdir. Araştırmanın deneysel uygulama bölümü 9 hafta sürmüştür. Araştırmada ön test ve son test olarak kullanılan iki farklı ölçme aracından faydalanılmıştır; öğrencilerin bir tartışmanın uygun olup olmadığını belirleme becerilerini ölçmeyi hedefleyen bir çoktan seçmeli test ve kendi bakış açılarını ortaya koymalarına imkan veren bir kompozisyon yazmalarına imkan veren açık uçlu sorular. Her iki ölçme aracından elde edilen verilerin analizi sonunda elde edilen araştırma sonuçları deneysel uygulamanın

tartışma yeteneğini geliştirmede deney grubu lehine anlamlı bir farklılığa yol açtığını göstermektedir.

Yimer ve Ellerton (2006) “Matematiksel Problem Çözmenin Bilişsel ve Üstbilişsel Yönleri” adlı çalışmalarında öğretmen adaylarının rutin olmayan problemlerin çözümünde kullandıkları üstbilişsel süreç dizilerini ve örüntülerini belirlemeyi amaçlamaktadırlar. Araştırma örnek olay incelemesi türündedir. Verilerin toplanması, nitel yöntemlerden biri olan, görüşme ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın örneklemini 17 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Öğretmen adaylarına çeşitli rutin olmayan problemler verilmiş, bu problemleri çözmeleri sağlanmış ve bu problemlerle ilgili görüşmeler yapılarak üstbilişsel süreçler hakkında bilgi edinilmeye çalışılmıştır. Yapılan görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonunda beş bilişsel durum ve bunların içerisinde var olan üstbilişsel davranışlar ortaya konulmuştur; (a) bağlantı kurma: ilk anlayış, bilgilerin analizi, problemler hakkında fikir yürütme, (b) dönüştürme ve düzenleme: keşfetme, varsayımlarda bulunma, varsayımların yapılabilir olup olmadığını değerlendirme, bir plan oluşturma, planın uygulanabilirliğini değerlendirme, (c) uygulama: planın temel noktalarını keşfetme, problem durumunu ve gerektirdiklerini göz önüne alarak planı değerlendirme, planı uygulama, (d) değerlendirme: cevabın probleme ait olup olmadığını anlamak için problemi tekrar okuma, sonuçların mantıksal olup olmadığını değerlendirme, çözümün kabul edileceğine veya reddedileceğine karar verme, (e) içselleştirme: çözüm sürecindeki kritik noktaları tanımlama, çözüm sürecinin diğer durumlara uygulanabilirliğini değerlendirme, çözüm yolunu genelleme.

Garrett ve diğerleri (2006) “Çocuklarda Tahmin ve Değerlendirme Üstbilişsel Becerilerinin Gelişimi” adlı çalışmalarında, verilecek bir görev öncesinde öğrencilerin kullanacakları düşünülen üstbilişsel beceriler olarak tanımladıkları tahmin ve değerlendirmeyi araştırmayı planlamışlardır. Bu amaçla araştırmacılar 17’inde matematik öğrenme bozukluğu olan 179’unda ise olmayan toplam 197 öğrencinin tahmin ve değerlendirme becerilerini ortaya koymaya çalışmışlardır. Araştırmanın örneklemini oluşturan öğrenciler 2.-3. ve 4.

sınıflardan tesadüfi olarak seçilmiştir. Öğrencilerden doğru bir şekilde çözebilecekleri çeşitli matematik problemlerinin sonucunu tahmin etmeleri istenmiştir. Ardından öğrencilerden bu problemleri çözmeleri ve çözümlerini değerlendirmeleri istenmiştir. Bu amaçla ikinci sınıf öğrencilerine 10 adet, üçüncü sınıf öğrencilerine ise 31 adet tahmin maddesi içeren ölçek uygulanmıştır. Araştırma sonuçları öğrencilerin matematik problemlerine ilişkin cevaplarını değerlendirme becerilerinin sınıf seviyelerine bağlı olarak yükseldiğini, öğrencilerin çözebildikleri problemlere ilişkin tahmin becerilerinin gelişiminde ise sınıf seviyelerine göre herhangi bir değişimin olmadığını göstermektedir. Bununla birlikte öğrenme bozukluğu olan öğrencilerin olmayanlara göre tahmin ve değerlendirme becerilerinin gelişiminde daha düşük performans gösterdikleri belirlenmiştir.

Mevarech ve Fridkin (2006), “IMPROVE’un Matematiksel Bilgi-Muhakeme ve Üstbilis Üzerine Etkisi” adlı çalışmalarında bir üstbilis öğretim yöntemi olarak tanımladıkları IMPROVE’un matematiksel muhakeme, matematiksel bilgi ve üstbilise etkisini araştırmışlardır. Araştırma ön test-son test kontrol gruplu deneysel desende düzenlenmiştir. Örneklem tesadüfi olarak belirlenmiştir ve üniversite hazırlık matematik dersi alan 27’si kadın, 54’ü erkek toplam 81 öğrenci oluşmaktadır. Araştırma matematiksel fonksiyonlar ünitesi boyunca sürdürülmüştür. Araştırmada veri toplama aracı olarak ön test ve son test olarak kullanılan bir “matematik başarı ölçeği”, öğrencilerin genel üstbilis becerilerini ölçen, 52 maddeden oluşan “genel üstbilis ölçeği” ve öğrencilerin matematiksel fonksiyonlarla ilgili üstbilis becerilerini ölçen, 24 maddeden oluşan “özel alan üstbilis ölçeği” kullanılmıştır. Uygulama öncesinde iki grup oluşturulmuştur; IMPROVE’un uygulanacağı deney grubu ve geleneksel öğretimin yapılacağı kontrol grubu. Çalışmanın başlangıcında tüm öğrencilere matematiksel başarı testi ön test formu uygulanmıştır. Bu test sonuçları deney ve kontrol grubu öğrencilerinin başlangıç aşamasında anlamlı farklılıklarının olmadığını ortaya koymuştur. Her iki grupta da aynı öğrenme materyalleri kullanılmış, tamamen aynı matematik problemleri çözülmüş ve öğretim aynı

deneyimde öğretmenlerce gerçekleştirilmiştir. Deney grubunda bulunan öğrencilere matematiksel problemlerin çözümü esnasında üstbiliş süreçlerini aktif hale getirmelerine imkan sağlayacak şekilde açık bir öğretim yapılmıştır. Kontrol grubunda ise üstbilişe dayalı bir öğretim özelliği taşımayan geleneksel öğretim gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar uygulama süreci sonunda deney grubunun hem matematiksel bilgi hem de matematiksel muhakeme alanlarında diğer gruba göre anlamlı düzeyde daha yüksek performans sergilediklerini göstermektedir. Buna ek olarak üstbilişe ilgili yapılan üç ölçümde de (bilgi hakkında genel bilgi; bilişin düzenlenmesi; genel-özel üstbiliş bilgisi) deney grubunun kontrol grubuna göre anlamlı düzeyde yüksek puan aldıkları belirlenmiştir.

Yazgan (2007), “Dördüncü ve Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Rutin Olmayan Problem Çözme Stratejileriyle İlgili Gözlemler” adlı çalışmasında öğrencilerin matematiksel problem çözme sürecinde ne yaptıklarının (nasıl çözdüğünün) farkında olma (metacognition) davranışlarını ortaya koymak amacıyla gerçekleştirdiği öğrenci çalışmalarına ve gözlemlerden bazılarına yer verilmektedir. Araştırmanın örneklemini ilköğretim beşinci (n=15) ve dördüncü (n=13) sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmada deneysel işlem olarak problem çözme stratejilerini tanıtmak, stratejinin ne zaman ve nasıl kullanılacağını çocuklara aktarmak yerine, öğrencilerin geliştirdikleri stratejilerden yola çıkılarak bu stratejileri diğer öğrencilere aktarmaları, kendi aralarında tartışmaları sağlanmıştır. Bundan sonra stratejinin adı yine sınıf tartışması ile belirlenmiştir. 18 ders saati süren deneysel çalışmada, öğrencilere rutin olmayan problem çözme stratejilerinden tahmin ve kontrol, şekil çizme, örüntü ve ilişkileri bulma, problemi basitleştirme, sistematik liste yapma ve geriye doğru çalışma stratejileri ile ilgili toplam 41 rutin olmayan problem verilmiştir. Araştırma sonuçları öğrencilerin; (a) rutin olmayan bir problemle karşılaştıklarında çoğunlukla kendilerine özgü bir strateji geliştirebildikleri ve daha sonra bu stratejileri kullanabildikleri belirlenmiştir, (b) bir problemin farklı çözümlerini tartışmaları ve farklı bir strateji kullanan öğrencilerin bunu sınıfa aktarmaları sonucunda öğrencilerin bazı problemlerin çözümlerinde farklı

stratejilerin kullanılabileceğini keşfettikleri belirlenmiştir, c) bazı durumlarda bir problemi çözebilmek için birden fazla stratejinin bir arada kullanılması gerekebileceğini anladıkları görülmüştür, (d) rutin problemlerle uğraşırken, tahmin - kontrol stratejisi ve geriye doğru çalışma stratejisini basit düzeyde kullanmalarına rağmen çok fazla benimsemedikleri, buna karşılık şekil çizme ve sistematik liste yapma stratejilerini rahatça kullanabildikleri görülmüştür. Uygulamada en zorlandıkları stratejilerin ise bağıntı arama ve problemi basitleştirme stratejisi olduğu belirlenmiştir.

Batha ve Carroll (2007) “Üstbiliş Dayalı Öğretimin Karar Vermeye Katkısı” adlı çalışmalarında üstbiliş dayalı öğretimin karar verme sürecine etkisini araştırmaktadırlar. Bu amaçla araştırmacılar; (a) üstbiliş ve karar verme arasında ilişki var mıdır? (b) Karar vermede kullanılan üstbilişsel durumların etkisi nasıldır? ve (c) Üstbiliş stratejileri öğretimi öğrencilerin karar verme performanslarını etkilemekte midir? sorularına cevap aramışlardır. Araştırma 98 üniversite öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Öncelikle öğrenciler üç karar verme yetenek grubuna ayrılmıştır; ortalama seviye, ortalamanın altı ve ortalamanın üstü. Bu öğrencilere deneysel uygulama olarak çevirme, bütünleştirme, çözümün planlanması ve kontrolü, uygulama basamaklarını içeren üstbilişsel strateji öğretimi yapılmıştır. Araştırmada ön test ve son test olarak iki ölçek kullanılmıştır. Bunlar öğrencilerin karar verme performansları ile üstbilişsel farkındalıkları arasındaki ilişkiyi belirlemek için 52 maddeden oluşan “Üstbilişsel Farkındalık Ölçeği” ve karar vermelerini gerektiren iki görev içeren “Karar Verme Ölçeği”dir. Araştırma sonuçları üstbilişsel farkındalık ile karar verme performansı arası arasında anlamlı bir ilişkinin olduğunu ortaya koymaktadır. Karar vermede kullanılan üstbilişsel durumlardan biliş düzenlenmesinin, biliş bilgisine göre karar vermeyi çok daha fazla etkilediği belirlenmiştir. Ayrıca üstbiliş stratejileri öğretiminin karar vermede ortalamanın üstü grupta yer alan öğrencilerin ortalama ve ortalama altı grupta yer alan öğrencilere göre daha faydalı olduğu görülmüştür.

III. Bölüm

Yöntem

Bu bölümde araştırmanın yöntemi, araştırmanın çalışma grubu, kullanılan deneysel desen, deneysel işlemler, veri toplama araçları, verilerin toplanması ve çözümlenmesinde kullanılan istatistiksel işlem ve teknikler, pilot uygulama çalışmaları, deney grubunda gerçekleştirilen üstbilişe dayalı öğretim çalışmaları ve kontrol grubunda gerçekleştirilen problem çözme etkinlikleri üzerinde durulmuştur.

3.1. Araştırmanın Yöntemi

Bu araştırmada, üstbilişe dayalı öğretimin, öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin gelişimi üzerindeki etkilerinin araştırılması planlanmıştır. Bu yönüyle çalışma, ön test-son test kontrol gruplu deneme modelinde bir çalışmadır. Ön test-son test kontrol gruplu deneme modeli, deneysel işlemin bağımlı değişken üzerindeki etkisinin test edilmesi ile ilgili olarak araştırmaya yüksek bir istatistiksel güç sağlayan, elde edilen bulguların neden-sonuç bağlamında yorumlanmasına olanak veren ve davranış bilimlerinde sıkça kullanılan güçlü bir desendir (Büyüköztürk, 2001). Karasar'a (1994) göre deneme modeli araştırmalarda mutlaka bir karşılaştırma vardır; araştırmacının kontrolü altında bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkeni nasıl etkilediği görülmeye çalışılır. Deneysel modelde araştırmacı durumu değiştirebilir, kontrol altına alır ve durumu değiştirmesinin etkisini gözleyebilir. Tablo 11'de araştırmada kullanılan deneysel desen sembollerle gösterilmiştir.

Tablo: 11
Araştırmada Kullanılan Deneysel Desen

Gruplar	Ön test	Bağımsız Değişken	Son test
G _D	O ₁	X (IMPROVE)	O ₃
G _K	O ₂	Var olan normal süreç	O ₄

Kaynak: Büyüköztürk'den (2001) düzenlenmiştir.

Tablo 11’de G_D deney grubunu, G_K kontrol grubunu; O_1 ve O_3 deney grubunun ön test ve son test ölçümlemlerini; O_2 ve O_4 kontrol grubunun ön test ve son test ölçümlemlerini; X deney grubundaki deneklere uygulanan bağımsız değişkeni (deneysel değişkeni) göstermektedir.

Deney grubunda (G_D) Mevarech ve Kramarski (1997) tarafından üstbiliş teorilerine dayalı olarak geliştirilen ve IMPROVE olarak adlandırılan öğretim yöntemi (X) kullanılmıştır. Kontrol grubunda (G_K) ise problem çözme etkinlikleri esnasında var olan normal süreç devam ettirilmiştir. Her iki grupta da uygulamalar matematik derslerinin problem çözme aşamalarında gerçekleştirilmiştir.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, Ankara il merkezinde bulunan ve eğitim-öğretim hizmetleri Millî Eğitim Bakanlığı tarafından yürütülmekte Emin Sağlamer İlköğretim okulunun beşinci sınıfları oluşturmaktadır.

Araştırmada, üstbilişe dayalı öğretimin yapılacağı deney grubu ile geleneksel yöntemin uygulanacağı kontrol grubu birbirlerine denk olarak seçilmeye çalışılmıştır. Bu amaçla;

1. Deney ve kontrol grubunun, öğrenci sayıları ve sınıflarda bulunan öğrencilerin özellikleri bakımından birbirlerine denk olmasına önem verilmiştir (Tablo 12).

2. Denk grupların belirlenmesinde sınıf öğretmenlerinin görüşlerine başvurulmuştur.

3. Öğrencilerin birinci dönem matematik dersine ait karne notlarının ortalamaları kullanılmış ve birbirlerine en yakın not ortalamasına sahip sınıflar araştırmada deney ve kontrol grubu olarak kullanılmıştır (Tablo 13).

Öğrencilere ön test olarak uygulanmış olan “Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği”nden elde edilen puanlar ve bunlara dayalı olarak yapılmış

istatistiksel işlemler de iki grubun birbirlerine denk olduklarını göstermektedir (Tablo 14).

Tablo 12:
Deney ve Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin Özellikleri

Gruplar	N	Cinsiyet			
		Kız		Erkek	
		f	%	F	%
G _D	32	19	59,38	13	40,63
G _K	34	20	58,82	14	41,18

Tablo 12 incelendiğinde deney ve kontrol grubunda yer alan öğrenci sayılarının birbirlerine denk olduğu ve her iki grupta da kızların sayılarının erkeklerden daha fazla olduğu görülmektedir.

Tablo 13:
Deney ve Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin Matematik Dersi Karne Notlarının Karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	S	Sd	T	p
G _D	32	4,39	2,52	57,89	1,32	0,48
G _K	34	3,94	2,29			

Tablo 13 incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin karne notlarının ortalamalarının 4,39 kontrol grubu öğrencilerinin ise 3,94 olduğu görülmektedir. Ortalamaların birbirlerine yakın olduğu söylenebilir. İki grubun birinci dönem matematik dersi karne notları arasında anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için yapılan t testi sonunda t değeri 1,32 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen bu sonuç iki grup arasında 0,05 düzeyinde matematik dersi karne notları bakımından anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir ($p>0.05$).

Tablo 14:
Deney ve Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği Ön test Puanlarının Karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{x}$	S	Sd	T	p
G _D	32	64.72	28.57	64	.079	.937
G _K	34	65.26	27.40			

Tablo 14 incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden aldıkları puanların ortalamalarının 64.72, kontrol grubu öğrencilerinin ise 65.26 olduğu görülmektedir. Ortalamaların birbirlerine yakın olduğu söylenebilir. İki grubun ölçeğe ait ön test puanları arasında anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için yapılan t testi sonunda t değeri 0,079 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen bu sonuç iki grup arasında 0,05 düzeyinde ölçeğe ait ön test puanları bakımından anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir ($p>0.05$).

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak, deney ve kontrol gruplarında ön test ve son test olarak kullanılan “Matematiksel Muhakemeyi Değerlendirme Ölçeği”, deney grubunda yapılan uygulamayı değerlendirmek amacıyla hazırlanan “Deneyisel İşlemin Değerlendirmesine Yönelik Gözlem Formu” ve kontrol grubunda yapılan öğretimi belirlemek için kullanılan “Kontrol Grubunda Gerçekleştirilen Problem Çözme Etkinliklerini Değerlendirmeye Yönelik Gözlem Formu” kullanılmıştır. Ölçeklerin tamamı araştırmacı tarafından geliştirilmiştir.

3.3.1. Matematiksel Muhakemeyi Değerlendirme Ölçeği

Araştırmada ön ve son test olarak kullanılan Matematiksel Muhakemeyi Değerlendirme Ölçeğinin (EK 5) geliştirilmesinde Tracy ve Gibson (2005) tarafından ortaya konulan üç aşama kullanılmıştır (Şekil 13):

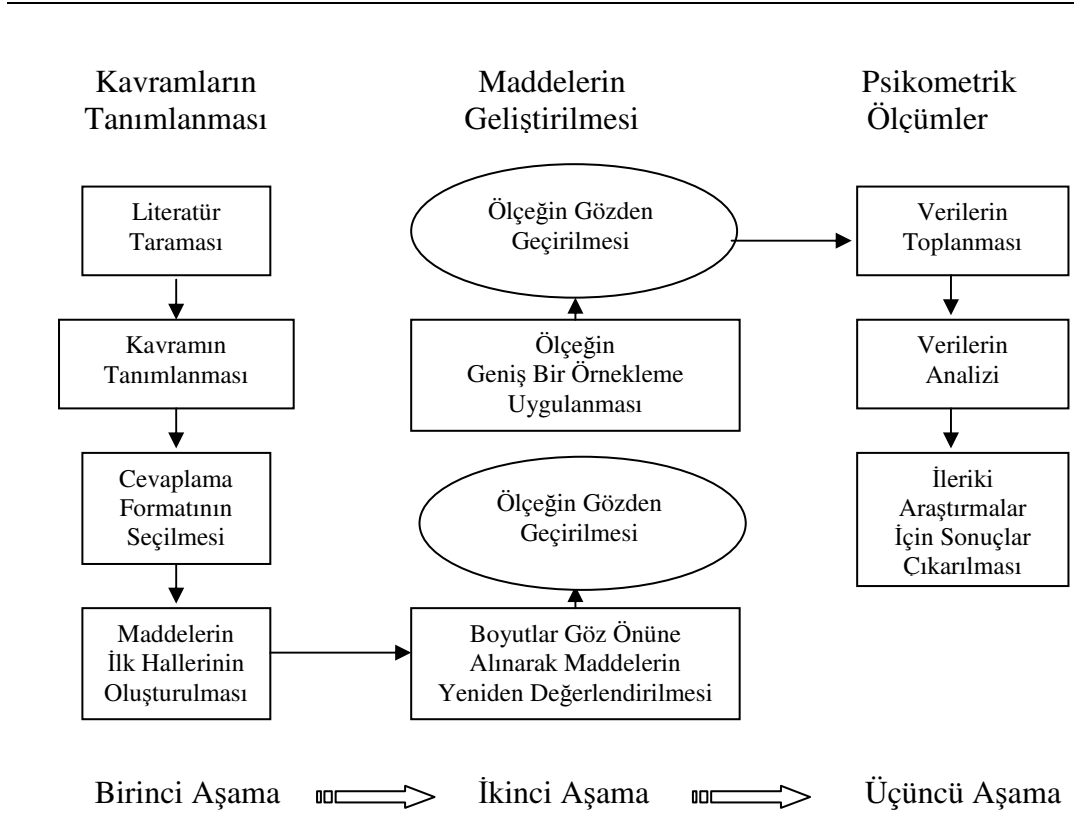
Birinci aşama: Literatür taraması yoluyla matematiksel muhakemenin değerlendirilmesi amacıyla gerçekleştirilmiş olan araştırmalar incelenmiş, matematiksel muhakeme kavramı ve değerlendirilme süreci tanımlanmıştır.

İkinci aşama: Bu aşamada ölçek maddeleri geliştirilmiştir. Bu işlem beş adımda gerçekleştirilmiştir: (1) cevap formatları belirlenmiştir, (2) maddelerin ilk hallerinden oluşan bir madde havuzu

oluşturulmuştur, (3) kapsam geçerliliğini sağlamak için her bir madde ölçek boyutları göz önüne alınarak yeniden değerlendirilmiştir, (4) her bir madde, problemin/sorunun içeriğindeki herhangi bir belirsizliğin belirlenmesi amacıyla ele alınmıştır, (5) maddeler geniş bir örneklem üzerinde denenmiştir.

Üçüncü aşama: Bu aşamada veri analizleri üç adımda gerçekleştirilmiştir: (1) madde analizi yapılmıştır, (2) ölçeğin geçerlik çalışmasını gerçekleştirilmesi amacıyla yapısal eşitlik modeline göre path analizi yapılmıştır, (3) ölçeğin güvenirlik çalışması yapılmıştır.

Şekil 13
Ölçek Geliştirme Yöntem Bilgisi



Kaynak: Tracy ve Gibson (2005)

3.3.1.1. Kavramın Tanımlanması

Herhangi bir ölçeğin geliştirmesi sürecinde ilk adım, literatür taraması yoluyla belirlenen ölçeğin boyutlarını temel alarak soru formunda yer alan madde gruplarını oluşturmaktır. Formun geliştirilmesinde ilgili literatürün dikkatli bir biçimde gözden geçirilmesi gerekmektedir. Bu, ölçeğin teorik temellere dayanmasının sağlaması bakımından, ölçek geliştirme sürecinin çok önemli bir adımıdır (Gable ve Wolf, 1993).

Bu amaçla literatürde muhakemenin değerlendirilmesi ile ilgili çalışmalar incelenerek ölçeğin boyutları belirlenmiştir. Bu çalışmalar ilgili araştırmalar bölümünde ayrıntılı bir biçimde ele alınmıştır. Literatürde muhakemenin değerlendirilmesi ile ilgili ortaya koyulan kuramsal temeller özet olarak şu şekildedir:

1. NCTM (1989), muhakeme becerilerini; muhakeme, matematik gücü ve problem çözme gibi kategorilerle birlikte ele almaktadır.
2. NAEP (2002) muhakeme becerilerine problem çözme becerisi içerisinde yer vermektedir.
3. Bloom'un sınıflamasında muhakeme becerilerini; sentez ve değerlendirme gibi üst basamaklar karşılamaktadır (Suzuki, 1998).
4. TIMMS (2003) muhakeme becerilerini; araştırma - problem çözme ve matematiksel muhakeme kategorileri içerisinde tanımlamaktadır.
5. MEB (2005) muhakeme becerilerini akıl yürütme becerisi olarak ele almaktadır.

Literatürde ortaya koyulmuş olan muhakeme becerileri Tablo 15'de verilmiştir.

Tablo 15:
Literatürde Yer Alan Muhakeme Becerileri

Kaynak	Kategori	Muhakeme Becerileri
		İlköğretim 5. sınıf seviyesindeki öğrenciler;
NCTM National Council of Teachers of Mathematics (1989)	Muhakeme	- örüntüleri tanımada ve varsayımları oluşturmada tümevarıma dayalı muhakemeyi kullanabilmelidirler. - matematiksel ifadeler için akla yatkın tartışmalar geliştirebilmelidirler. - matematiksel problemleri çözerken, orantısal ve uzamsal muhakemeyi kullanabilmelidirler. - sonuçların doğruluğunu kanıtlamada, tartışmaların geçerli olup olmadığına karar vermede ve geçerli tartışmalar oluşturmada tümdengelimine dayalı muhakemeyi kullanabilmelidirler. - verilen durumları çözümleyerek genel özellikleri ve yapıları belirleyebilmelidirler.
	Matematik Gücü	muhakeme ve analiz becerisine sahip olmalıdırlar.
	Problem Çözme	- sonuçları tahmin edebilmeli ve doğrulayabilmelidirler. - çözümleri genelleyebilmelidirler.
NAEP National Assessment of Educational Progress (2002)	Matematik Gücü	- muhakeme etme yoluyla matematiksel bilgileri toplayabilmeli ve bunları kullanabilmelidirler. - Rutin olmayan problemleri çözebilir
	Problem Çözme	- stratejileri, verileri ve istenilen ile ilişkili matematik bilgilerini kullanabilmelidirler. - uygun muhakeme yapabilmelidirler (örn. uzamsal, tümevarıma dayalı, tümdengelimine dayalı, istatistiksel, ve orantısal muhakeme) - çözümün uygunluğu ve doğruluğu ile ilgili karar verebilmelidirler.
BLOOM Taxonomy of Educational Objectives (1956)	Sentez	- bir plan ortaya koyma veya işlemler kümesi önerme becerisine sahip olmalıdırlar. - soyut ilişkilerin kaynağını araştırma becerisine sahip olmalıdırlar.
	Değerlendirme	- kendi birikimleri sonucunda karar verme becerisine sahip olmalıdırlar. - dış kriterler yoluyla karar verme becerisine sahip olmalıdırlar.

Tablo 15 (devamı):
Literatürde Yer Alan Muhakeme Becerileri

Kaynak	Kategori	Muhakeme Becerileri
		İlköğretim 5. sınıf seviyesindeki öğrenciler;
TIMSS Trends in International Mathematics and Science Study (2003)	Analiz	▪ matematiksel durumlardaki değişkenler veya objeler arasındaki ilişkileri belirler tanımlayabilir veya kullanabilirler. ▪ orantısal muhakemeyi kullanabilirler. ▪ bir problemin çözümünü kolaylaştırmak için geometrik şekilleri ayrıştırabilirler. ▪ üç boyutlu şekillerin dönüşümlerini gözünde canlandırabilirler. ▪ aynı verinin farklı gösterimlerini karşılaştırabilir ve eşleştirebilirler. ▪ verilen bilgilerden geçerli sonuçlar çıkarabilirler.
	Genelleme	▪ matematiksel düşünme ve problem çözme yoluyla elde ettiği sonuçların etki alanını, sonuçları daha genel ve daha geniş uygulanabilir terimlerle yeniden ifade ederek genişletebilirler.
	Birleştirme	▪ sonucu oluşturmak için çeşitli matematiksel prosedürleri birleştirebilir ve sonuçları daha sonraki bir sonuçla birleştirebilirler.
	Karar Verme	▪ bir ifadenin doğruluğu veya yanlışlığına karar verebilirler.
	Rutin Olmayan Problemleri Çözme	▪ matematiksel veya gerçek hayat problemlerini çözebilir, uygun matematiksel prosedürleri benzer olmayan ve karışık yapılara uygulayabilirler. ▪ geometrik özellikleri rutin olmayan problemlerin çözümünde kullanabilirler.
MEB Tatim Terbiye Kurulu Başkanlığı (2005)	Akıl Yürütme	▪ mantığa dayalı çıkarımlarda bulunabilirler. ▪ kendi düşüncelerini açıklarken matematiksel modelleri, kuralları ve ilişkileri kullanabilirler. ▪ probleme ilişkin çözüm yollarını ve cevapları savunabilirler. ▪ bir matematiksel durumu analiz ederken örüntü ve ilişkileri kullanabilirler. ▪ matematikteki örüntü ve ilişkileri analiz edebilirler. ▪ tahminde bulunabilirler

Yukarıda verilen becerilerden benzer özellikte olanların gruplandırılması sonucunda Tablo 16'daki boyutlar oluşturulmuştur.

Tablo 16:
Ölçek Boyutları ve Soru Sayılarının Ölçek Boyutlarına Göre Dağılımı

Ölçek Boyutları		Literatürde Belirtilen Boyutta Yer Alan Toplam Beceri Sayısı	Literatürde Yer Alan Becerilerin Ağırlıklarına Göre Ölçek Boyutlarına Yansıtılacak Oranlar	Ölçek Boyutlarında Yer Alacak Soru Sayıları
Analiz	Uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma	6 beceri	% 18	9 soru
	Matematiksel bilgileri / örüntüleri / yapıları / genel özellikleri tanıma ve kullanma	9 beceri	% 27	13 soru
	Aynı verinin farklı gösterimlerini tanıma	2 beceri	% 6	3 soru
Tahmin etme		3 beceri	% 9	5 soru
Çözümle ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme		3 beceri	% 9	5 soru
Çözüm yolu / sonucun doğruluğuna karar verme		5 beceri	%15	7 soru
Genelleme yapma		3 beceri	% 9	5 soru
Rutin olmayan problemleri çözme		2 beceri	% 6	3 soru
TOPLAM		33	% 100	50 soru

Tablo 16’da literatürde yer alan muhakeme becerileri belli başlıklar altında toplanmaya çalışılmıştır. Böylece muhakemeye ilişkin boyutlar belirlenmiştir. Literatürde her bir boyut için kaç beceri yer aldığı belirlenmiş ve toplam beceri ile oranı ortaya konulmuştur. Bu oranlar oluşturulacak olan “muhakeme değerlendirme ölçeğinde” kullanılmıştır. Boyutlara ait soru sayılarının hesaplanmasında bu oranlardan yararlanılmıştır.

3.3.1.2. Maddelerin Geliştirilmesi

Matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinde kullanılan madde tiplerinin belirlenmesinde literatürden faydalanılmıştır;

Uluslararası çeşitli kuruluşlar tarafından benimsenen standartlarda değerlendirme etkinliğinin, öğrencinin neyi yapıp yapamadığının yanında neyi bildiğini ortaya koyması, öğrenmesini desteklemesi, yazılı, sözlü ve eylemsel olarak performansını açığa çıkarması gerektiği vurgulanmaktadır (NCTM, 1989).

NCTM (1989), muhakeme becerilerini problem çözme kategorisi içerisinde ele almaktadır. Öğrencilerin problem çözme dolayısıyla muhakeme becerilerini değerlendirmenin diğer becerileri değerlendirmeye göre oldukça zor olduğunu belirtmektedir. NCTM'nin 1989 yılında yayınladığı standartlar kitabında, problem çözme becerilerinin değerlendirilmesini; “öğrencilerin problem çözmeye matematiği kullanma becerisini değerlendirmek, öğrencilerin problemleri matematik cümlelerine dönüştürmesi, problemleri çözmeye farklı yöntemleri kullanması, problemleri çözmesi, sonuçları doğrulaması, açıklaması ve genellemesi ile olabilir.” şeklinde ifade etmiştir (NCTM, 1989; s.209).

NCTM (2000) buna bağlı olarak, matematik öğretiminin değerlendirilmesinde bir çok değerlendirme tekniğinin kullanılabileceğini vurgulamaktadır; açık uçlu sorular, yanıt oluşturmaya yönelik etkinlikler, çoktan seçmeli sorular, performans etkinlikleri, gözlemler, sohbetler, günlükler ve kişisel gelişim dosyaları.

NAEP (2003) tarafından kullanılan veri toplama aracında içerik ve bilişsel becerilerin ölçümünde çoktan seçmeli maddelerin, kısa cevap gerektiren maddelerin ve açık uçlu maddelerin kullanıldığı görülmektedir. En fazla kullanılan madde türü olan açık uçlu maddeler öğrencilerin bir problemin hangi içerik alanı ile ilgili olduğuna karar vermelerini, problemin çözümü için nelerin gerekli olduğunu anlamalarını, bir uygulama planı seçmelerin, bu planı uygulamalarını ve verilen problemde yer alan terimleri kullanarak çözümü yorumlamalarını gerektirmektedir. Kısa cevaplı maddeler ise, öğrencilerin bir

grup matematiksel nesne hakkında sınıflandırmalar ve isimlendirmeler yapmalarını, sayısal sonuçlara ulaşmalarını, verilen kavrama örnekler vermelerini veya verilen bir sonuç hakkında kısa bir açıklama yazmalarını gerektirmektedir.

TIMMS (2003) tarafından kullanılan veri toplama aracında her bir bilişsel boyut için yapılandırılmış cevap gerektiren açık uçlu ve çoktan seçmeli tipte sorular yer almaktadır. Tablo 17 incelendiğinde muhkeme alanı ile ilgili maddelerde testin genelinin tersine yapılandırılmış cevap gerektiren maddelerin (24) çoktan seçmeli tipteki maddelerden (14) fazla oldukları görülmektedir.

Tablo 17:
TIMMS (2003) Veri toplama Aracında Yer Alan
Madde Türleri ve Bilişsel Becerilere Göre Dağılımı

Madde Türü	Bilişsel Beceriler						TOPLAM
	Bilme		Uygulama		Muhakeme		
	F	%	F	%	F	%	
Yapılandırılmış Cevap	17	24	28	38	24	38	69
Çoktan Seçmeli Madde	41	46	35	39	14	16	90
TOPLAM	58	36	63	39	34	26	159

İlköğretim 5. sınıf matematik dersi öğretim programında, öğrenme-öğretme süreci içerisinde öğrencilerin başarılarını saptamak, eksikliklerini belirlemek, öğretim yöntemlerinin etkinliğini anlamak, programın zayıf ve kuvvetli yanlarını ortaya çıkarmak için yapılması gereken sınavlarda, performans değerlendirmeye uygun soruların yanı sıra çoktan seçmeli, eşleştirme ve kısa cevaplı soruların yer alması gerektiği vurgulanmaktadır (MEB, 2000):

Performans Değerlendirme: MEB (2000), matematik eğitiminde süreci değerlendirmek için “performans değerlendirme” tekniğinin kullanılabileceğini belirtmektedir. Süreç değerlendirilirken (problem çözme becerileri vb) “*aşamalı puanlama anahtarlarının*” (rubric) kullanılması gerekmektedir.

Çoktan Seçmeli Sorular: Bu tip sorular doğru cevabı bulabilmeyi ölçtüğü kadar problem çözme becerisini (problemin şartlarını, verilerini belirleyebilme, problemi anlama, probleme uygun çözüm planını belirleme, planını doğru uygulama, çözümünün doğruluğunu irdeleme) de ölçmelidir.

Literatür taraması sonucunda, bazı araştırmalarda kullanılan veri toplama araçları ve çeşitli kurumlar tarafından ortaya konulmuş olan değerlendirme ile ilgili kriterler göz önüne alınarak; öğrencilerin muhakemelerini detaylı bir biçimde ortaya koymalarına imkan sağlayacağı düşünülen açık uçlu soruların ve belirlenen her bir boyut için yeterli sayıda soru sorulması böylece ölçeğin kapsam geçerliliğinin sağlanması amacıyla çoktan seçmeli tipte soruların kullanılmasına karar verilmiştir. Veri toplama aracında kullanılan madde tipleri ve bunların boyutlara göre dağılımının yer aldığı belirtke tablosu Tablo 18’de verilmiştir.

Tablo 18:
Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği Belirtke Tablosu

Sorular	Analiz			Mantıklı tartışmalar	Tahmin	Karar verme	Genelleme	Rutin olmayan problemler
	Uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma	Matematiksel örüntüleri tanıma ve kullanma	Aynı verinin farklı gösterimlerini tanıma					
1					Ç. S.			
2					Ç. S.			
3					Ç. S.			
4					Ç. S.			
5					Ç. S.			
6			Ç. S.					
7			Ç. S.					
8			Ç. S.					
9		Ç. S.						
10		Ç. S.						
11		Ç. S.						
12		Ç. S.						
13		Ç. S.						
14		Ç. S.						
15		Ç. S.						
16		Ç. S.						
17		Ç. S.						
18		Ç. S.						
19		Ç. S.						
20		Ç. S.						
21		Ç. S.						
22	A. U.			A. U.				
23	A. U.			A. U.				
24	A. U.			A. U.				
25	A. U.			A. U.				
26	A. U.			A. U.				
27	A. U.					A. U.		
28	A. U.					A. U.		
29	A. U.					A. U.		
30	A. U.					A. U.		
31						A. U.		
32						A. U.		
33						A. U.		
34								A. U.
35								A. U.
36								A. U.
37							Ç. S.	
38							Ç. S.	
39							A. U.	
40							A. U.	
41							A. U.	

A.U. : Açık Uçlu Soru Tipi

Ç.S. : Çoktan Seçmeli Soru Tipi

3.3.1.3. Psikometrik Ölçümler

Bu bölümde ölçeğe ait güvenirlik ve geçerlik çalışmalarına yer verilmiştir.

3.3.1.3.1. Güvenirlik Çalışmaları

Bir ölçme sonucu, içindeki tesadüfi hataların azlığı oranında güvenilir sayılır. Güvenirlik, bir bakıma, ölçme sonuçlarının tesadüfi hatalardan arınlık derecesini ifade eden bir kavramdır. Diğer bir anlamda güvenirlik, ölçmelerin duyarlık derecesini ifade eden bir kavramdır (Turgut, 1997).

Tekin'e (2000) göre güvenirlik ölçme aracının ölçtüğü özelliği yada özellikleri ne derece bir kararlılıkta ölçmekte olduğunun göstergesidir. Bir ölçeğin güvenirlik düzeyini kestirmek için birden çok teknik bulunmaktadır. Tezbaşaran (1996), bunlardan hangisinin izleneceğine madde puanlarının doğasına, ölçek hakkındaki sayıtlara, araştırma koşullarına ve amaçlarına bağlı olarak karar verileceğini belirtmektedir.

3.3.1.3.1.1. İç Tutarlılık Katsayısı

Bu çalışmada, ölçeğin uygulanması ile elde edilen sonuçlara dayalı olarak farklı iç tutarlılık katsayılarından faydalanılmıştır. Birincisi her bir maddenin varyansına dayalı olarak hesaplanmış olan Cranbach-Alfa katsayısıdır. Cranbach-Alfa katsayısı ölçek içinde bulunan maddelerin iç tutarlığının, homojenliğinin bir ölçüsüdür (Tezbaşaran, 1996). Tavşancıl'a (2002) göre Cranbach-Alfa iç tutarlılık katsayısının düşük olması ölçeğin birkaç özelliği bir arada ölçtüğünü gösterebilir. Çünkü elde edilen alfa değeri, testin homojenliğinin göstergesi olarak kabul edilebilir. Hesaplanan iç tutarlılık katsayısı için de genel kabul en az 0.70 olmasıdır.

Öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları puanlar kullanılarak elde edilen iç tutarlılık katsayıları Tablo 19'da verilmiştir.

Tablo 19
Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeğine Ait
İç Tutarlılık Katsayıları

İç Tutarlılık Katsayısı	N	α
Cronbach-Alfa	156	0,87

Tablo 19 incelendiğinde cronbach-alfa güvenirlik katsayısının (0,87), olduğu görülmektedir. Hesaplanmış olan katsayı 0,70'in üzerindedir. Bu bakımdan matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinin güvenilirliğinin iç tutarlılık katsayısı göz önüne alındığında oldukça yüksek olduğunu söylemek mümkündür.

3.3.1.3.1.2. Test-Tekrar Test Güvenirliği

Bir testin güvenirliğine ilişkin bilgi edinmek için başvuru ve en çok bilinen yöntemlerden birisi, aynı testi aynı gruba, farklı zamanlarda tekrarlı olarak uygulamaktır. Bu durumda güvenirlik katsayısı, aynı bireylerin her iki uygulamadan aldıkları puan dağılımları arasındaki korelasyon katsayısıdır (Anastasia, 1990).

Aynı testin, aynı gruba, farklı zamanlarda iki defa uygulanması ile elde edilen iki puan dizisi arasındaki ilişki, testlerden elde edilen puanlar sürekli değişken olarak ele alındığı için Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon Katsayısı ile belirlenebilir. Bu katsayı test-tekrar test güvenirliğinin bir kestiricisi ve güvenirlik katsayısı olarak kullanılır (Atılgan ve diğerleri, 2006). Guildford'a (1956) göre, bu yöntemle belirlenecek bir testin güvenirlik katsayısının en az 0,70 olması gerekmektedir.

Test-tekrar test güvenirlik çalışması amacıyla matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeği, deneme uygulaması yapılmış olan 156 öğrenciden tesadüfi olarak seçilmiş olan 30'una 3 hafta sonra tekrar uygulanmıştır. Öğrencilerin iki uygulamadan almış oldukları puanlar için hesaplanan Pearson Momentler Çarpımı

Korelasyon Katsayısı 0, 76 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuç ölçeğin test-tekrar test güvenilirliğine de sahip olduğunu göstermektedir.

3.3.1.3.1.3. Madde Analizi

Ölçme aracında yer alan, çoktan seçmeli soru tipinde olan maddelerin madde analiz işlemleri için “Iteman Version 3.0” adlı madde ve test analiz programı kullanılmıştır. Matematiksel muhakeme ölçeğinde yer alan çoktan seçmeli soru tipinde maddelerin ayırt edicilik ve güçlük indeksleri Tablo 20’de verilmiştir.

Matematiksel muhakeme ölçeğinde yer alan açık uçlu soruların madde ayırt edicilik ve güçlük indekslerinin hesaplanmasında, Öncü’nün (1999) belirttiği formüller kullanılmıştır;

Ayırt Edicilik İçin;

$d_j = \frac{\sum \ddot{u} - \sum a}{N.(maks - puan)}$	$d_j = j$ maddesinin ayırt edicilik indeksi $\sum \ddot{u}$ = Üst %25’in Puanlarının Toplamı $\sum a$ = Alt %25’in Puanlarının Toplamı N = Test Edilen Öğrencilerin %25’i $max-puan$ = Sorudan Alınabilecek En Büyük Puan
--	---

Güçlük İndisi için;

$p_j = \frac{\sum \ddot{u} + \sum a}{2N.(maks - puan)}$	$p_j = j$ maddesinin güçlük indeksini $\sum \ddot{u}$ = Üst %25’in Puanlarının Toplamı $\sum a$ = Alt %25’in Puanlarının Toplamı N = Test Edilen Öğrencilerin %25’i $Max-puan$ = Sorudan Alınabilecek En Büyük Puan
---	---

Matematiksel muhakeme ölçeğinde yer alan açık uçlu soruların ayırt edicilik ve güçlük indeksleri Tablo 20’de verilmiştir.

Tablo 20: Matematiksel Muhakeme Ölçeğinde Yer Alan Maddelere Ait Madde Güçlük ve Ayırtedicilik Gücü İndeksleri

Boyut	Soru Tipi	Soru No	Ayırt Edicilik İndeksi (d_i)	Güçlük İndeksi (p_i)
Tahmin	Ç. S.	1	0.22 *	0.58
	Ç. S.	2	0.26 *	0.57
	Ç. S.	3	0.73	0.55
	Ç. S.	4	0.52	0.46
	Ç. S.	5	0.90	0.65
Aynı Verinin Farklı Gösterimlerini Tanıma	Ç. S.	6	0.67	0.62
	Ç. S.	7	0.72	0.68
	Ç. S.	8	0.10 *	0.58
Matematiksel Bilgileri / Örüntüleri / Yapıları / Genel Özellikleri Tanıma ve Kullanma	Ç. S.	9	0.54	0.49
	Ç. S.	10	0.33 *	0.39
	Ç. S.	11	0.13 *	0.58
	Ç. S.	12	0.41	0.55
	Ç. S.	13	0.40	0.61
	Ç. S.	14	0.84	0.46
	Ç. S.	15	0.72	0.49
	Ç. S.	16	0.73	0.65
	Ç. S.	17	0.51	0.62
	Ç. S.	18	0.47	0.49
	Ç. S.	19	0.52	0.65
	Ç. S.	20	0.41	0.65
Uygun Muhakemeyi Belirleme ve Kullanma	Ç. S.	21	0.39	0.52
	A. U.	22	0.67	0.52
	A. U.	23	0.69	0.47
	A. U.	24	0.67	0.49
	A. U.	25	0.60	0.48
	A. U.	26	0.70	0.50
	A. U.	27	0.60	0.51
	A. U.	28	0.76	0.47
	A. U.	29	0.54	0.42
Mantıklı Tartışmalar	A. U.	30	0.61	0.49
	A. U.	31	0.57	0.56
	A. U.	32	0.73	0.54
	A. U.	33	0.66	0.51
	A. U.	34	0.60	0.46
Karar verme	A. U.	35	0.69	0.47
	A. U.	36	0.66	0.46
	A. U.	37	0.71	0.51
	A. U.	38	0.67	0.52
	A. U.	39	0.76	0.51
	A. U.	40	0.69	0.44
	A. U.	41	0.72	0.49
	A. U.	42	0.78	0.46
Rutin olmayan problemler	A. U.	43	0.60	0.58
	A. U.	44	0.63	0.53
	A. U.	45	0.66	0.52
Genelleme Yapma	Ç. S.	46	0.61	0.49
	Ç. S.	47	0.49	0.52
	A. U.	48	0.60	0.51
	A. U.	49	0.76	0.53
	A. U.	50	0.62	0.53

Madde güçlük indeksi, soruya doğru yanıt verenlerin tüm yanıtlayıcı sayısına oranı olduğundan, soruya doğru yanıt verenlerin yüzdesini gösteren değerdir. Bu nedenle madde güçlük indeksi 0'a yaklaştıkça madde zorlaşırken 1'e

yaklaştıkça madde kolaylaşmaktadır. Madde güçlük indeksinin 0,50 olması sorunun orta güçlükte olduğunu gösterir (Atılğan ve diğerleri, 2006).

Tablo 20 incelendiğinde Matematiksel Muhakeme Değerlendirme ölçeğinin maddelerinin çoğunluğunun orta güçlükte olduğu görülmektedir. Buna bağlı olarak ölçeğin ne çok kolay ne de çok zor oldukları söylenebilir.

Bir testteki maddelerin, madde ile ölçmesi beklenen özelliğe sahip olan ve olmayanları birbirlerinden ayırt edebilmesi istenir. Maddelerin bu özelliğine madde ayırt edicilik gücü indeksi adı verilir aynı zamanda, maddenin bu özelliği maddenin ölçme amacını yansıttığından madde geçerlik katsayısı olarak da adlandırılır (Atılğan ve diğerleri, 2006). Öncü (1999), madde ayırt edicilik indeksleri 0,40 ve daha yüksek maddelerin çok iyi olduğunu belirtmektedir.

Tablo 20'ye göre, maddelerin çoğunluğunun madde ayırt edicilik güçleri bakımından çok iyi oldukları söylenebilir. Yalnızca 1.2.8.10. ve 11. maddelerin ayırt edicilik güçleri düşük bulunmuştur. Belirlenen sorular tekrar ele alınarak değiştirilmiştir; 1. soruda “D” çeldircisinin diğerlerine göre çok daha fazla işlediği belirlenmiştir. Doğru cevap “C” seçeneği olmasına rağmen öğrencilerin büyük bir kısmının “D” seçeneğini işaretledikleri görülmüştür. Bu nedenle madde kökü ve “D” seçeneği düzeltilerek teste alınmıştır. Benzer şekilde 11. soruda “B” çeldircisinin diğerlerine göre çok daha fazla işlediği belirlenmiştir. Doğru cevap “C” seçeneği olmasına rağmen öğrencilerin büyük bir kısmının “B” seçeneğini işaretledikleri görülmüştür. Bu soruda da madde kökü ve “D” seçeneği düzeltilerek teste alınmıştır. Ayırt edicilik gücü indeksi düşük çıkan diğer maddelerin (2,8,10) çeldiricilerin işlerliği bakımından herhangi bir probleme rastlanmamıştır. Bu nedenle madde köklerinde anlaşılamayacağı düşünülen bölümler düzeltilerek teste alınmasına karar verilmiştir.

Sonuç olarak ölçek maddelerinin madde güçlük ve madde ayırt edicilik güçleri bakımından uygun oldukları söylenebilir.

3.3.1.3.2. Geçerlik Çalışmaları

Geçerlik bir ölçme aracıyla ölçülmek istenilen özelliğin ölçülerini, başka özellikleri ölçüleri ile karıştırmadan elde edebilme derecesidir (Tezbaşaran, 1996).

Araştırmada kullanılan “Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeğinin” geçerliği kapsam ve yapı geçerlikleri çalışmaları yoluyla test edilmiştir.

Geçerlik çalışmaları AMOS 6.0 paket programı ile gerçekleştirilmiştir. Analizler yapılırken muhakemeyi oluşturan alt boyutlardan (Uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma; Matematiksel bilgileri / örüntüleri / yapıları / genel özellikleri tanıma ve kullanma; Aynı verinin farklı gösterimlerini tanıma; Tahmin etme; Çözüme ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme; Çözüm yolu / sonucun doğruluğuna karar verme; Genelleme yapma; Rutin olmayan problemleri çözme) öğrencilerin almış oldukları puanların toplamaları kullanılmıştır.

3.3.1.3.2.1. Kapsam Geçerliği

Testte yer alan maddelerin, değerlendirilmekte olan alanları ne dereceye kadar temsil ettiği ile ilgilidir. Her bir alt boyutun, birbirleriyle ve tüm ölçekle ilişkisi ve bu boyutun kendi toplam puanından yola çıkarak düzeltilmiş olan ilişkileri verilmektedir (Naglieri ve Das, 1997).

Bu amaçla geçerlik işlemleri sırasında ölçek boyutlarının birbirleriyle olan ilişkilerinin belirlenmesinde Pearson Momentler Çarpımı korelasyon katsayısı kullanılmıştır (Tablo 21). Her bir boyutun tüm ölçekle olan ilişkisinin belirlenmesinde ise regresyon katsayılarından faydalanılmıştır (Tablo 22).

Tablo 21:
Modele İlişkin Korelasyon Matrisi

	G	R.O.P	K.V	M.T	U.M.B.K	B.Ö.Y.G	A.V.F.G	T
G	1,000							
R.O.P	,808	1,000						
Ç.S.K.V	,668	,712	1,000					
Ç.İ.M.T	,890	,912	,847	1,000				
U.M.B.K	,882	,875	,797	,945	1,000			
B.Ö.Y.G	,787	,700	,589	,761	,733	1,000		
A.V.F.G	,799	,787	,520	,744	,752	,714	1,000	
T	,882	,841	,681	,881	,896	,853	,861	1,000

Tablo 22:
Modele İlişkin Standardize Edilmiş Regresyon Katsayıları

	Regresyon Katsayısı	P
M. Muhakeme → G	.92	.000
M. Muhakeme → R.O.P	.90	.000
M. Muhakeme → K.V	.82	.000
M. Muhakeme → M.T	.97	.000
M. Muhakeme → U.M.B.K	.96	.000
M. Muhakeme → B.Ö.Y.G.T.K.	.80	.000
M. Muhakeme → A.V.F.G.T.	.87	.000
M. Muhakeme → T	.94	.000

G : Genelleme yapma;
R.O.P : Rutin olmayan problemleri çözme
K.V : Çözüm yolu / sonucun doğruluğuna karar verme;
M.T : Çözüme ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme;
U.M.B.K : Uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma;
B.Ö.Y.G : Matematiksel bilgileri / örüntüleri / yapıları / genel özellikleri tanıma ve kullanma;
A.V.F.G : Aynı verinin farklı gösterimlerini tanıma;
T : Tahmin etme;

Tablo 21 incelendiğinde ölçek boyutları arasında en yüksek ilişkinin “Uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma” ile “Çözüme ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme” arasında ($r=0,945$), en düşük ilişkinin ise “Matematiksel bilgileri / örüntüleri / yapıları / genel özellikleri tanıma ve kullanma” ile “Çözüm yolu / sonucun doğruluğuna karar verme” arasında olduğu görülmektedir. Sonuç

olarak ölçeğin boyutları arasındaki ilişki göz önüne alındığında Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeğinin kapsam geçerliğinin olduğu söylenebilir.

Tablo 22 incelendiğinde regresyonun, ölçeğin tamamı ile “Çözümle ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme” boyutu arasında en yüksek (0,97), “Matematiksel bilgileri / örüntüleri / yapıları / genel özellikleri tanıma ve kullanma” boyutu arasında ise en düşük (0,80) olduğu görülmektedir. Özet olarak Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeğinin tamamı ile ölçek boyutları arasındaki regresyon değerleri de ölçeğin kapsam geçerliğinin olduğu sonucunu desteklemektedir.

3.3.1.3.2.2. Yapı Geçerliği

Araştırmanın yapı geçerliliği çalışması için yapısal eşitlik modeli yaklaşımlarından path analizi tekniği kullanılmıştır.

Yapısal Eşitlik Modeli ve Path Analizi

Yapısal Eşitlik Modeli, araştırmacının zihnindeki, araştırma henüz yapılmadan önce var olan değişkenler arası ilişkilere ait bir modelin, araştırmadan elde edilen veriler aracılığı ile sınanmasına dayanmaktadır.

Yapısal eşitlik modellerinin en temel özelliği tamamen teoriye dayalı olmalarıdır. Bu nedenle, her yapısal eşitlik çalışmasında, araştırmacının mutlaka veri toplamaya başlamadan önce kafasında bir teorik model oluşturması gerekmektedir. Bu teorik modelin araştırmacı için önemi, ele aldığı değişkenler arasındaki ilişkiyi açıklamasıdır. Araştırmacı, elindeki değişkenler arasındaki ilişkiyi araştırmaya başlamadan önce, teorik olarak bu değişkenler arasında olası ilişkileri belirlemek zorundadır. Temel olarak yapısal eşitlik analizlerinin amacı, önceden belirlenen bu ilişkinin veri tarafından doğrulanıp doğrulanmadığını ortaya koymaktır (Ünal, 2006).

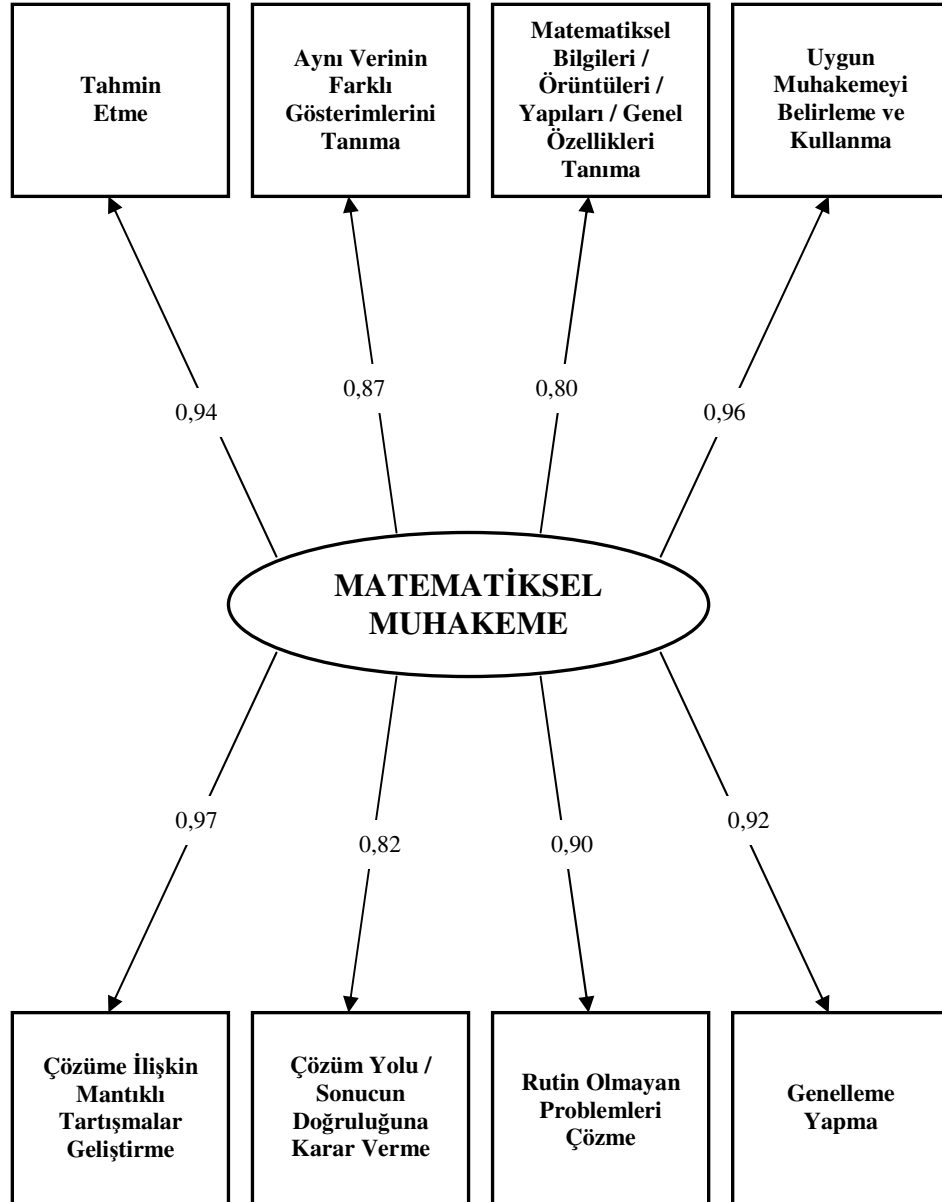
Bu doğrultuda araştırmanın konusu olan matematiksel muhakemenin değerlendirilmesi ile ilgili literatür taranmıştır. Muhakemenin değerlendirilmesi ile ilgili teorik bir model oluşturulmuştur. Bu model Şekil 14’de verilmiştir. Bu modelin geçerliğinin test edilmesinde, doğrudan elde edilen ölçümlerin bir model içerisinde ilişkiselliğinin test edilmesine dayalı olan bir istatistik teknik olan path analizi kullanılmıştır.

Path analizi, bir dizi değişken arasındaki ilişkilerin araştırılmasına olanak tanıyan bir istatistiksel yöntemdir. Bu tür analizlerde, araştırmacının temel problemi, literatürden yararlanarak ortaya koymuş olduğu bir modelin veri tarafından doğrulanıp doğrulanmadığını belirlemektir (Johnson ve Wichern, 1999).

Yapısal eşitlik modelini kullanarak model sına, sırasıyla model betimleme (*model specification*), model tanımlama (*identification*), hesaplama (*estimation*), modelin eldeki veriyle uyumunu sına (*testing fit*), modifikasyon yapma (*respecification*) şeklinde beş aşamalı bir süreçtir (Kelloway, 1998).

Yapısal eşitlik modelinde modelin eldeki veriyle uyumunun değerlendirilmesi için yaygın olarak Ki Kare testi kullanılır. Bununla birlikte modelin veriye uyumunun farklı yönlerini, farklı ölçütler temelinde değerlendiren çok sayıda uyum indeksi bulunmaktadır. Bunlar Ki Kare (χ^2) Uyum Testi (*Chi-Square Goodness of fit*), İyilik uyum Testleri (*Goodness of Fit*) ve Karşılaştırmalı Uyum İndeksleri (*Comparative Fit Indices*) olmak üzere üç grupta toplanabilir. Bu çalışmada kullanılan iyilik uyum testleri, bu testlere ait kabul edilebilir değerler ve matematiksel muhakeme değerlendirme modeline ilişkin elde edilen değerler Tablo 23’de verilmiştir.

Şekil 14
Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Modeli



Tablo 23:
Model Uyum İndeksi ve Modele İlişkin Değerler

İyilik Uyum Testleri	Kabul Edilebilir Değerler	Matematiksel Muhakeme Modeline İlişkin Elde Edilen Değerler
AGFI	> 0.9	0.902
CFI	> 0.9	0.998
NNFI	> 0.9	0.995
IFI	> 0.9	0.998
RMSEA	0.05 – 0.08	0.068
X^2	-	8.596
Sd	-	5
X^2 / sd	< 3.0	1,719

Teo ve Diğerleri (2003)

AGFI : Ayarlanabilir İyilik Uyum İndeksi

CFI : Karşılaştırmalı Uyum İndeksi

NNFI : Normlaştırılmamış Uyum İndeksi

RMSEA: Yaklaşık Hataların Ortalama Karekökü İndeksi

X^2 : Ki Kare Uyum Testi

sd : Serbestlik Derecesi

X^2 / sd : Ki Kare Değerinin Serbestlik Derecesine Oranı Bir Uyum Ölçütüdür.

Tablo 23’de kabul edilebilir değerler, modelin geçerli sayılabilmesi için iyilik uyum testlerine ait değerlerin bulunması gereken aralıkları göstermektedir. Modele ilişkin elde edilen değerler ise deneme uygulaması sonunda iyilik uyum testlerinden alınan puanları ifade etmektedir. Tablo 23 incelendiğinde iyilik uyum testlerinden elde edilen puanların tamamının kabul edilebilir aralıkta olduğu görülmektedir. Bu da matematiksel muhakeme değerlendirme modelinin geçerli olduğunu ortaya koymaktadır.

3.3.2. Deneysel İşlemin Değerlendirmesine Yönelik Gözlem Formu

Deney grubunda gerçekleştirilen öğretimin değerlendirilmesi amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş olan bir gözlem formudur (EK 3). Form deney grubunda uygulanan stratejinin basamakları göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Bu form ile deneysel uygulamanın planlandığı biçimde işleyip işlemediğini belirlemesi için kriterler oluşturulması amaçlanmıştır. Form ayrıca deneysel işlem sürecinde, uygulamayı gerçekleştiren öğretmene anında dönüt verme amacıyla kullanılmıştır. Uygulamayı gerçekleştiren sınıf öğretmeninden formda belirtilen davranışları sergilemesi beklenmiş, planlanan uygulamanın dışına çıktığı veya eksik davranış ortaya koyduğu zamanlarda gereken düzeltmeleri yapması sağlanmıştır.

Gözlem formu, araştırmacı ve ilköğretim sınıf öğretmenliği alanında doktora öğrenimine devam etmekte olan bir öğretim elemanı tarafından deneysel işlem süresince kullanılarak, planlanan öğretimin öğretmen tarafından ne ölçüde uygulandığının belirlenmesinde de etkili olmuştur.

Deneysel uygulamanın güvenilirliğinin hesaplanmasında Yıkmış (1999) tarafından belirtilen;
$$\text{Uygulama Güvenirliği} = \frac{\text{Gösterilen Davranış Sayısı}}{\text{Toplam Davranış Sayısı}} \times 100$$
 formülü kullanılmış, elde edilen veriler Tablo 24’de verilmiştir;

Tablo 24:
Deney Grubunda Gerçekleştirilen Uygulama Güvenirliğine Ait Veriler

Uygulama Güvenirliği* (Araştırmacı)	Uygulama Güvenirliği* (Gözlemci)	Ortalama Uygulama Güvenirliği
94,1	91,8	92,9

* Deneysel işlem süresince yapılan gözlemlerden elde edilen uygulama güvenirlği puanlarının ortalamasıdır.

Tablo 24’deki uygulama güvenirlği sonuçları deney grubunda gerçekleştirilen üstbilişe dayalı öğretim stratejisinin çok büyük bir ölçüde planlandığı gibi yürütüldüğünü göstermektedir.

3.3.3. Kontrol Grubunda Gerçekleştirilen Problem Çözme Etkinliklerini Değerlendirmeye Yönelik Gözlem Formu

Kontrol grubunda gerçekleştirilen problem çözme etkinliklerini belirlemek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilmiş olan yarı yapılandırılmış nitelikte bir gözlem formudur (EK 4). Form ilköğretim matematik dersi öğretim programından faydalanılarak hazırlanmıştır. Araştırmacı bu formu kullanarak deneysel işlem süresince kontrol grubunda gerçekleştirilen problem çözme etkinliklerini gözlemlemiştir.

3.4. Verilerin Toplanması

Araştırmanın veri toplama araçlarından biri olan Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilere ön test- son test olarak uygulanmıştır. Ölçeğin cevaplandırılma süresinin belirlenmesi için ölçek benzer özellikte öğrencilere uygulanmış ve ölçeğin ikiye bölünerek her bir formun ikiye oturum halinde gerçekleştirilmesine, her iki oturumunda birer ders saati (40 dk.) olmasına karar verilmiştir.

Ölçeğin uygulanmasına başlamadan önce öğrencilere maddeleri nasıl cevaplandıracakları hakkında genel bilgiler verilmiş, ölçeğin amacı ve elde edilen verilerin ne şekilde kullanılacağı açıklanmış, sonra ölçeğin birinci formu dağıtılmıştır. Bir ders saati sonunda bu form toplanmış, yaklaşık 15 dk. ara verildikten sonra ikinci form dağıtılmıştır. Bu form da bir ders saati sonunda toplanmıştır. Hiçbir öğrenciye ek süre tanınmamıştır. Bu işlem uygulama süreci öncesinde ve sonrasında deney ve kontrol grupları için tekrarlanmıştır.

Ayrıca deney ve kontrol gruplarında gerçekleştirilen öğretimin ayrıntılı bir biçimde betimlenebilmesi ve stratejinin planlandığı gibi ilerleyip ilerlemediğini belirlemek için deneysel işlem süresince araştırmacı tarafından hazırlanmış olan yarı yapılandırılmış gözlem formları kullanılmıştır.

3.5. Verilerin Analizi

Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği'nin geliştirilmesi aşamasında madde analizi işlemleri için ITEMAN 3.0, geçerlilik işlemleri için

AMOS 6.0, bazı güvenilirlik katsayılarının hesaplanmasında SPSS 15.0 adlı istatistiksel analiz yazılımları kullanılmıştır. Ayrıca deney ve kontrol gruplarının Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeğinden aldıkları ön ve son test puanları arasındaki ilişkinin belirlenmesinde yine SPSS 15.0 yazılımından yararlanılmıştır.

Ölçekte yer alan çoktan seçmeli tipte maddeler puanlandırılırken doğru cevap 1 puan, yanlış cevap ise 0 puan olarak kabul edilmiştir. Açık uçlu soru tipinde olan maddelerin puanlandırılmasında ise aşamalı puanlama ölçekleri kullanılmıştır (Tablo 25)

Tablo 25:
Aşamalı Puanlama Ölçekleri

Sorunun İlgili Olduğu Ölçek Boyutu	Puan	Gözlenecek Öğrenci Davranışı
Çözüm yolu / sonucun doğruluğuna karar verme	4	Öğrenci çözüm yolu / sonucun doğruluğuna karar vermede uygun kriteri kullanır. Çözüm yolu / sonucun neden en doğru olduğunu tam olarak açıklar.
	3	Öğrenci çözüm yolu / sonucun doğruluğuna karar vermede doğru kriteri kullanır. Öğrenci çözüm yolu / sonucun neden en doğru olduğunu tam olarak açıklamaz.
	2	Öğrencinin çözüm yolu / sonucun doğruluğuna karar vermede kullandığı kriter durumla ilgilidir ama en uygun olan değildir veya öğrenci verilen kriterler içerisinde en uygun olan seçeneği belirleyemez.
	1	Öğrenci karar vermede problem durumu ile ilgili olmayan kriter kullanır.
	0	Öğrenci her hangi bir yargıda bulunmaz.
Rutin olmayan problemleri çözme	4	Öğrenci bir engelin veya zorluğun üstesinden gelmede en etkili çözüm yolunu seçer ve bunun olası çözüm yolları içerisinde neden en etkili olduğunu tam olarak açıklar. Öğrencinin vermiş olduğu cevap çözüm sürecini açık ve tam olarak gösterir niteliktedir.
	3	Öğrenci bir engelin veya zorluğun üstesinden gelmede en etkili çözüm yolunu seçer ve bunun olası çözüm yolları içerisinde neden en etkili olduğunu tam olarak açıklayamaz. Öğrencinin vermiş olduğu cevap çözüm sürecini gösterir niteliktedir.
	2	Öğrenci bir engelin veya zorluğun üstesinden gelmede doğru bir çözüm yolu seçer ama bu en etkili olan değildir. Öğrencinin vermiş olduğu cevap çözüm sürecini kısmen de olsa gösterir niteliktedir.
	1	Öğrencinin seçmiş olduğu çözüm yolu engelin veya zorluğun üstesinden gelebilecek nitelikte değildir. Öğrencinin vermiş olduğu cevap çözüm sürecini göstermez.
	0	Öğrenci her hangi bir yargıda bulunmaz.

Çözümle ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme;	4	Öğrenci düşündüklerini çok iyi ifade eden ayrıntılı tartışmalar geliştirir. Tartışmalarda herhangi bir mantık hatası bulunmamaktadır.
	3	Öğrenci düşündüklerini çok iyi ifade eden fakat ayrıntılı olmayan tartışmalar geliştirir. Tartışmalarda herhangi bir mantık hatası bulunmamaktadır.
	2	Öğrenci çözüme ilişkin tartışmalarda bulunmuştur ama bunlar düşündüklerini çok iyi ifade eder nitelikte ve ayrıntılı değildir. Tartışmalarda bazı mantıksal hatalar bulunmaktadır.
	1	Öğrencinin tartışmaları açık değildir ve çok fazladır. Mantıksal olarak geçersizdir.
	0	Öğrenci her hangi bir yargıda bulunmaz.
Genelleme yapma	4	Öğrenci geçerli bir genelleme oluşturur ve oluşturduğu genellemenin mantığını açık bir şekilde ifade eder.
	3	Öğrenci geçerli bir genelleme oluşturur fakat genellemenin mantığını açık bir şekilde tanımlamaz.
	2	Öğrenci tanımlanmış olan özelliklerle ilgili bir takım ilişkiler içeren genelleme oluşturur; özellikler genellemeyi tamamen desteklemeyebilir.
	1	Öğrenci genelleme oluşturamaz veya genelleme tanımlanan özellik tarafından desteklenmemektedir.
	0	Öğrenci her hangi bir yargıda bulunmaz.
Uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma	4	Öğrenci doğru cevap vermiş. Geliştirdiği muhakeme tam ve açık ve muhakemeyi doğru kullanmış.
	3	Öğrenci doğru cevap vermiş fakat geliştirdiği muhakeme tam ve açık değil.
	2	Öğrenci yanlış cevap vermiş fakat doğru muhakemeyi belirlemiş ve kullanma girişiminde bulunmuş fakat tamamlayamamış.
	1	Öğrenci yanlış cevap vermiş, geliştirdiği muhakeme kısmen doğru ve problemin yalnızca bir bölümünde kullanabilmiş.
	0	Her hangi bir yargıda bulunulmamıştır.

Marzano, R. J. (2000). Transforming Classroom Grading. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Uygulama sürecinin etkililiğini belirlemek, deney-kontrol gruplarının ön test-son test puanları arasındaki ilişkiyi ortaya koymak amacıyla öncelikle öğrencilerin kazanım düzeyleri puanları (erişi puanları) hesaplanmıştır. Bu puanlar, kontrol ve deney grubunda bulunan her bir öğrencinin son test puanlarından ön test puanları çıkarılarak elde edilmiştir. Böylece bireyin davranışlarında meydana gelen, yapılan öğretimin hedefleriyle tutarlı tüm değişimlerin düzeyi belirlenmeye çalışılmıştır. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin erişim puanlarının karşılaştırılmasında bağımsız örneklem için t testi (*Independent Samples t-test*) kullanılmıştır.

Araştırmada ayrıca yüzde (%), frekans (f), standart sapma (S), aritmetik ortalama ($\bar{X}$) gibi betimsel istatistik tekniklerinden de faydalanılmıştır.

3.6. Pilot Uygulama Çalışmaları

Uygulanacak stratejinin işlerliğinin ve bu stratejinin uygulamada ne kadar etkili olduğunun belirlenmesinde pilot uygulamasının yapılması önemli görülmüştür. Fraenkel ve Wallen'e (1993) göre pilot uygulama, gerçek uygulama öncesinde; araştırma planının uygulanması ve amacına ulaşmasında çıkabilecek eksiklikleri görme ve düzeltmek için yapılan bir ön çalışmadır. Araştırmacının, bağımsız değişkenleri kontrol edip edemediğini belirlemesini, gözden kaçırılan sürpriz gelişmeleri görmesini, uygulamada oluşabilecek değişikliklerin farkına varmasını, uygulanacak deneysel etkinin adımlarını tek tek görmesini ve çıkabilecek diğer problemleri görerek bunlara alternatif yollar bulmasını sağlamaktadır (Gelen, 2003).

Araştırmada iki farklı gruba pilot uygulama yapılması planlanmıştır. Bunlardan birincisinin deney ve kontrol grubu dışında bir grupta gerçekleştirilerek, araştırmada kullanılacak olan problemlerin denenmesi, ikincisinin ise deney grubuna gerçekleştirilerek bu grupta yer alan öğrencilere, uygulanacak olan stratejinin tanıtılması amaçlanmıştır.

3.6.1. Birinci Pilot Uygulama

Pilot uygulamanın yapılacağı sınıf, daha önceden çalışma izni alınmış 4 okuldaki 5. sınıflar arasından, Matematik dersi karne notlarının ortalaması, deney ve kontrol grubundaki öğrencilere en yakın olanın belirlenmesi yoluyla tespit edilmiştir. Pilot uygulama için seçilen İlköğretim Okuluna önceden gidilmiş, ders öğretmeni ile görüşülerek uygulamanın yapılacağı tarihler belirlenmiştir. Uygulamanın 2 haftalık süre içerisinde gerçekleştirilmesine karar verilmiştir.

Pilot uygulamanın, Milli Eğitim Bakanlığı tarafından hazırlanan ilköğretim 5. sınıf matematik ders kitabında 4. öğrenme alanı olarak tanımlanan geometrik cisimler ünitesinin birinci bölümü olan “Alan” konusunu içermesi kararlaştırılmıştır. Uygulamada ders kitabında bulunan problemler kullanılmıştır.

Birinci pilot uygulamada şu çalışmalar yapılmıştır.

1. Grupların oluşturulması: Öğrencilerin matematik dersi karne notları göz önüne alınarak, bir yüksek, iki orta derecede ve bir düşük başarılı öğrenciden oluşan 4'er kişilik gruplar oluşturulmuştur. Karne notlarına göre başarı temel alınarak yapılan sıralama sonunda %27'lik üst grup başarılı, %27'lik alt grup başarısız, bu iki bölgenin dışında kalan öğrencilerin ise orta derecede başarılı oldukları kabul edilmiştir.
2. Gruplar oluşturulduktan sonra üstbilişsel sorgulama için kullanacakları yönlendirme kartları öğrencilere dağıtılmış, soruların ne anlama geldiği ve kartların nasıl kullanılacağı açıklanmıştır. Öğrencilere dağıtılan yönlendirme kartı örneği EK 6'da verilmiştir.
3. Öğrencilere uygulayacakları strateji tanıtılmış, stratejinin öğrencilerle ilgili olan basamakları hakkında bilgi verilmiştir (üstbilişsel soru sorma, uygulama, uzmanlık testleri, doğrulama ve zenginleştirme). Öğrencilerden strateji hakkında sorusu olanların soruları cevaplandırılmıştır.
4. “Geometrik Cisimler” ünitesinde yer alan “Alan” konusu, program ve Milli Eğitim Bakanlığı tarafından hazırlanan ilköğretim 5. sınıf matematik ders kitabı esas alınarak öğrencilere sunulmuştur. Bu amaçla, öğrencilere üniteye neler öğrenecekleri ve öğrendiklerini nerelerde kullanabilecekleri anlatılmıştır. Sırasıyla karesel ve dikdörtgensel bölgelerin alanları hakkında bilgi verilmiş ve her bir konu için ders kitabına ve öğrenci çalışma kitabına bağlı kalınarak etkinlikler yapılmıştır.

5. “Alan” konusunun işlenme sürecinde ders kitabında bulunan 4 problemin çözümünde üstbilişsel stratejiler (IMPROVE) kullanılmıştır.
6. Belirlenen konunun (alan konusu) tamamlandıktan sonra öğrencilere ders kitabında bulunan ünite değerlendirme soruları içerisinde karesel ve dikdörtgensel alanlar ile ilgili olanlar (5 soru) seçilerek sorulmuştur. Bu uygulama sonucunda sorulardan 4’ünü doğru cevaplayan öğrencilerle (%80 başarı elde edenler) zenginleştirmeye yönelik problem çözümleri yapılmıştır. 4 soru cevaplayamayan öğrencilerle düzeltmeye yönelik problem çözümleri yapılmıştır.

3.4.2. İkinci Pilot Uygulama

Bir hafta süreyle deney grubu ile gerçekleştirmiştir. Bu uygulamada öğrencilere yönlendirme kartları verilmiş, bu kartların ne amaçla kullanılacağı anlatılmıştır. İkinci pilot uygulamada deney grubunda yer alan öğrencilerin, stratejinin uygulanması esnasında kullanacakları materyalleri tanımaları amaçlanmıştır.

Yapılan pilot uygulamalar sonucunda asıl uygulama ile ilgili verilen kararlar şu şekildedir;

- Stratejinin uygulanmasında hangi noktalarda, ne gibi yönergeler yer verilmesi gerektiğine karar verilmiştir.
- Yönlendirici kartlarda bulunan sorulardan bazıları çıkartılmış, bazıları ise düzenlenmiştir.
- Deney grubundaki öğrencilerin stratejinin uygulanması esnasında kullanılacak öğretim materyallerini tanımaları sağlanmıştır.
- Deney grubunda öğretim yapacak olan öğretmenin stratejinin uygulama aşamasını gözlemlemesini sağlanmıştır.

Deney Grubunda Gerçekleştirilen Üstbiliş Dayalı Öğretim Çalışmaları

Araştırmanın deney grubunda yer alan öğrencilere Mevarech ve Kramarski (1997) tarafından geliştirilmiş, üstbiliş teorilerine dayalı bir öğrenme yaklaşımı olan IMPROVE stratejisi uygulanmıştır. Deneysel uygulama dokuz hafta (25 ders saati) boyunca sürdürülmüş, bu süre içerisinde öğrencilerin 65 problemle belirtilen stratejiyi kullanarak çalışmaları sağlanmıştır. Deney grubunda yer alan öğrencilere uygulanan IMPROVE, birbirini takip eden öğretim adımlarının baş harflerinden oluşan bir akrostiş stratejisidir;

- Giriş (*Introduction*),
- Üstbilişsel sorgulama (*Metacognitive questioning*),
- Uygulama (*Practising*),
- Gözden geçirme (*Reviewing*),
- Düşük ve yüksek bilişsel süreçlerde uzmanlık (*Obtaining mastery*),
- Doğrulama (*Verification*),
- Zenginleştirme (*Enrichment*).

Öğretmen uygulamanın giriş aşamasından önce stratejinin uygulamasına hazırlık niteliğinde bazı çalışmalar gerçekleştirmiştir. Bunlar stratejiye geçilmeden önce bir kereye mahsus olarak yapılan çalışmalardır. Öğretmen ilk olarak öğrencileri matematik derslerinde üstbilişsel sorgulamanın önemi hakkında bir tartışma yapmaları için yönlendirmiştir. Tartışmada ayrıca, bir problemi çözerken uygun stratejinin belirlenmesinin ve problem çözümünde yansıtmanın (*reflection*) önemi konuları ele alınmıştır. Tartışma sonunda öğretmen, öğrencilerin konuşmalarını temel alarak problem çözmede üstbilişsel sorgulama amacıyla yönlendirme kartlarının nasıl kullanılacağı üzerinde durmuştur. Böylelikle pilot uygulamada tanıtılan strateji öğrencilere hatırlatılmıştır.

İkinci hazırlık çalışması olarak stratejinin uygulama basamağında birlikte çalışmaları planlanan ve dört üyeden oluşan heterojen gruplar oluşturulmuştur.

Grupların oluşturulmasında öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği ön test puanları kullanılmıştır. Bu puanlara göre her gruba, üst % 27'lik grupta yer alan bir yüksek başarılı, alt % 27'lik grupta yer alan bir düşük başarılı ve bunların dışında kalan orta başarılılardan iki öğrenci dahil edilmiştir. Stratejinin başlangıcında oluşturulan gruplar Tablo 26'da verilmiştir.

Tablo 26:
Strateji Başlangıcında Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği Ön test Puanları Kullanılarak Oluşturulan Gruplar

Gruplar	Öğrenciler			
	Başarılı	Orta D.	Orta D.	Başarısız
Grup 1	1	7	15	27
Grup 2	4	20	23	13
Grup 3	2	16	8	19
Grup 4	14	9	12	3
Grup 5	31	21	5	24
Grup 6	22	10	6	30
Grup 7	29	11	17	25
Grup 8	18	26	28	32

Hazırlık çalışmaları yapıldıktan sonra stratejinin asıl aşamalarına geçilmiştir. Bu aşamalar her konu/problem için tekrarlanmıştır.

Stratejinin **giriş** aşaması tüm sınıfla birlikte gerçekleştirilmiştir. Bu bölüm her yeni konu/problem için yaklaşık olarak 10 dakika sürdürülmüştür. Dersler öğretmenin yeni konu ile ilgili problemler hakkında tüm sınıfa üstbilişsel sorular sorması ve aldığı cevapları toparlayıp bir özet halinde öğrencilere vermesi suretiyle gerçekleştirdiği kısa bir sunum ile başlamıştır. Bu aşamada öğretmenin kullandığı üstbilişsel soruların bazıları şunlardır; Problem ne hakkındadır? Bu problem daha önce çözdüklerimizden hangi yönlerden farklıdır? Hangi strateji/ilke problemi çözmek için uygundur? Bu problemi çözmemdeki amaç nedir? Bu problem hakkında neler biliyorum? Problemler arasındaki benzerlikler/farklılıklar nelerdir? Problemin çözümü için hangi strateji uygundur?

Girişten sonraki aşama olan **uygulama** bölümünde ise öğrenciler verilen problemin çözümü için küçük gruplar halinde çalışmaya başlamıştır. Bu aşama

yaklaşık olarak 30 dakika sürdürülmüştür. Bu aşamada öğrenciler aşağıdaki çalışmaları gerçekleştirmiştir;

- Her öğrenci, kendi sırası geldiğinde, bir problemi yüksek sesle okumuş ve yönlendirme kartında yer alan sorulara cevap vermek suretiyle problemi çözümünü ve çözümle ilgili kendi muhakemesini grubunda yer alan diğer üyelere açıklamaya çalışmıştır.
- Öğrencinin çözümü ve muhakemesi hakkında grup içerisinde fikir birliği sağlanamadığında, grup durumu anlaşmazlık çözülünceye kadar tartışmıştır. Bu aşamada yine yönlendirme kartları kullanılmıştır.
- Bu tartışma sonucunda hala bir fikir birliği sağlanamaması durumunda öğretmen gruplara müdahale etmiştir. Bu aşamada öğretmen öğrencileri problem/görev hakkında konuşmaları, bunu birbirlerine açıklamaları ve farklı perspektiflerden yaklaşmaları konusunda cesaretlendirmiştir.
- Tüm grup üyeleri cevap üzerinde fikir birliğine vardıklarında, başka bir öğrenci bir sonraki problemi aynı prosedürü kullanarak çözmeye çalışmıştır.

Stratejinin uygulama basamağında kullanılan problemler EK 8’de verilmiştir.

IMPROVE’un her bir öğrenciye matematiksel muhakemede bulunmaları için bireysel üstbilişsel sorgulama yapma yolu ile fırsatlar sağlamaya dayalı bir yöntem olduğu düşünülerek hazırlanan yönlendirme kartlarında yer alan sorular “hazırlık düzeyinde anlama soruları”, “bağlantı soruları”, “stratejik sorular” ve “düşünme soruları” şekilde sınıflandırılmıştır. Bu sorular hazırlanırken Mevarech ve Kramarski (1997) tarafından ortaya konulan aşağıdaki kuramsal bilgiler göz önüne alınmıştır:

Anlama soruları, öğrencileri bir problemi/görevi çözmeden önce bunun için harekete geçirmek üzere düzenlenen sorulardır. Anlama sorularını sorarken, öğrenci problemi yüksek sesle okumalı, problemi kendi cümleleriyle tanımlamalı

ve problemin ne anlama geldiğini anlamalıdır. Problemin hangi tür bir problem olduğuna karar vermelidir. Anlama soruları, “Problem ne hakkında?”, “Sorulan ne?”, “Matematiksel kavramların anlamları neler?” şeklinde olabilirler. Burada problemin sınıflandırılması söz konusudur.

Bağlantı soruları, öğrencileri üzerinde çalıştıkları problem/görev ile daha önce çalışmış ve çözmüş oldukları problem(ler) arasındaki benzerliklere ve farklılıklara odaklanmaya yönlendiren sorulardır. Örneğin, “Bu problem ile daha önce çözmüş olduğunuz problem arasında ne gibi benzerlik ve farklılıklar var? Nedenlerini açıklayınız?”

Öğrenciler bunu yaparlarken, giderek problemin görünen ve daha derin matematiksel yapılarını ayırt etmeyi öğrenirler. Farklı türlerdeki matematiksel yapıların, önermelerin, prensiplerin ve stratejilerin farkına varırlar.

Stratejik sorular, öğrencileri verilen problemi/görevi çözebilmek için hangi stratejinin uygun olduğunu düşündürmeye ve bunun sebeplerini açıklamaya yönlendiren sorulardır. Stratejik sorularda öğrenci, “Problemi çözebilmek için hangi stratejinin/taktiğin/prensibin kullanılabileceğini”, “Problemi çözebilmek için en uygun stratejinin/taktiğin/prensibin neden bu olduğunu” ve “Problemi çözebilmek için problemde verilen bilgileri nasıl organize edebileceğini ve belirlemiş olduğu planı nasıl tamamlayacağını” açıklamalıdır. Çünkü farklı türdeki problemler farklı türde stratejiler gerektirmektedir.

Düşünme soruları, öğrencileri çözüm süreci esnasındaki anlayışları ve intibaları üzerine yönlendirmek amacıyla düzenlenen sorulardır. Örneğin, “Ne yapıyorum?”, “Problemin çözümünde ne gibi güçlüklerle karşılaştım?”, “Çözümün doğruluğunu nasıl kanıtlarım?”, Problemin çözümünde başka bir yaklaşımı kullanabilir miyim?”

Gözden geçirme aşamasında öğretmen her dersin sonunda o gün işlenen konuyu özetlemiş ve çözülen problemler hakkında genellemelerde bulunmuştur.

Bilişsel süreçlerde uzmanlık aşaması öğrencilerin konu hakkındaki bilgilerinin test edildiği süreçtir. Bu aşamada öğrencilere ders kitabında yer alan

ünite değerlendirme testleri uygulanmıştır (EK 9). Bu test sonucunda %80 ve üzerinde başarı elde eden öğrencilerle **zenginleştirme** aktiviteleri, başarı oranı %80'den düşük öğrencilerle ise **düzeltilme** aktiviteleri gerçekleştirilir. Zenginleştirme aktivitelerinde uygulama aşamasında kullanılan problemlerden daha güç problemler kullanılmıştır. Düzeltme aktiviteleri gerçekleştirilen öğrencilere ise uygulama aşamasında kullanılan problemlere denk problemler çözmeleri için fırsatlar sağlanmıştır. Her iki tür aktivitede de uygulama aşamasında esas alınan prosedür kullanılmıştır. Bu aktiviteler için bir ders saati (40 dk) ayrılmıştır.

Aktiviteler sonunda öğrencilere ünite sonunda uygulanmış olan erişti testine paralel bir form uygulanmıştır. Test sonuçları yeni grupların oluşturulması aşamasında kullanılmıştır. Strateji yeni gruplarla ve yeni konu için tekrarlanmıştır.

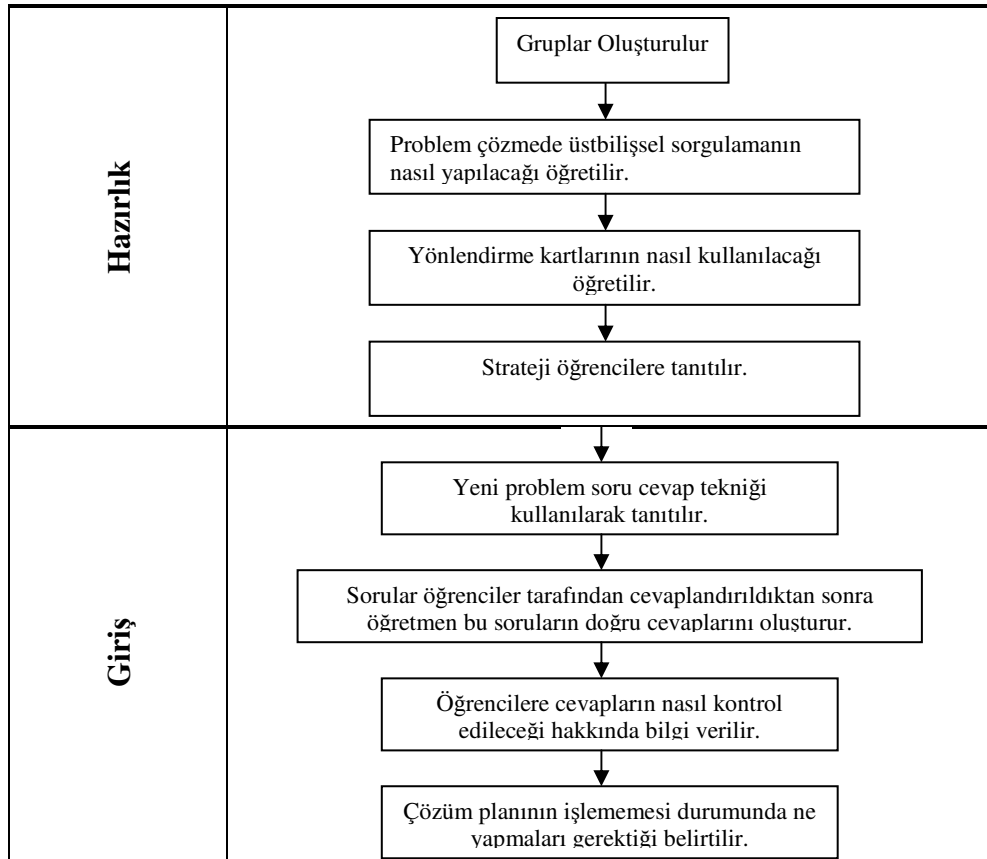
Stratejinin tüm aşamaları (giriş, üstbilişsel sorgulama, uygulama, gözden geçirme, bilişsel süreçlerde uzmanlık, doğrulama, zenginleştirme) aşağıda verilen öğrenme alanları ve bu öğrenme alanları için ders kitabında yer alan tüm problemler için tekrarlanmıştır.

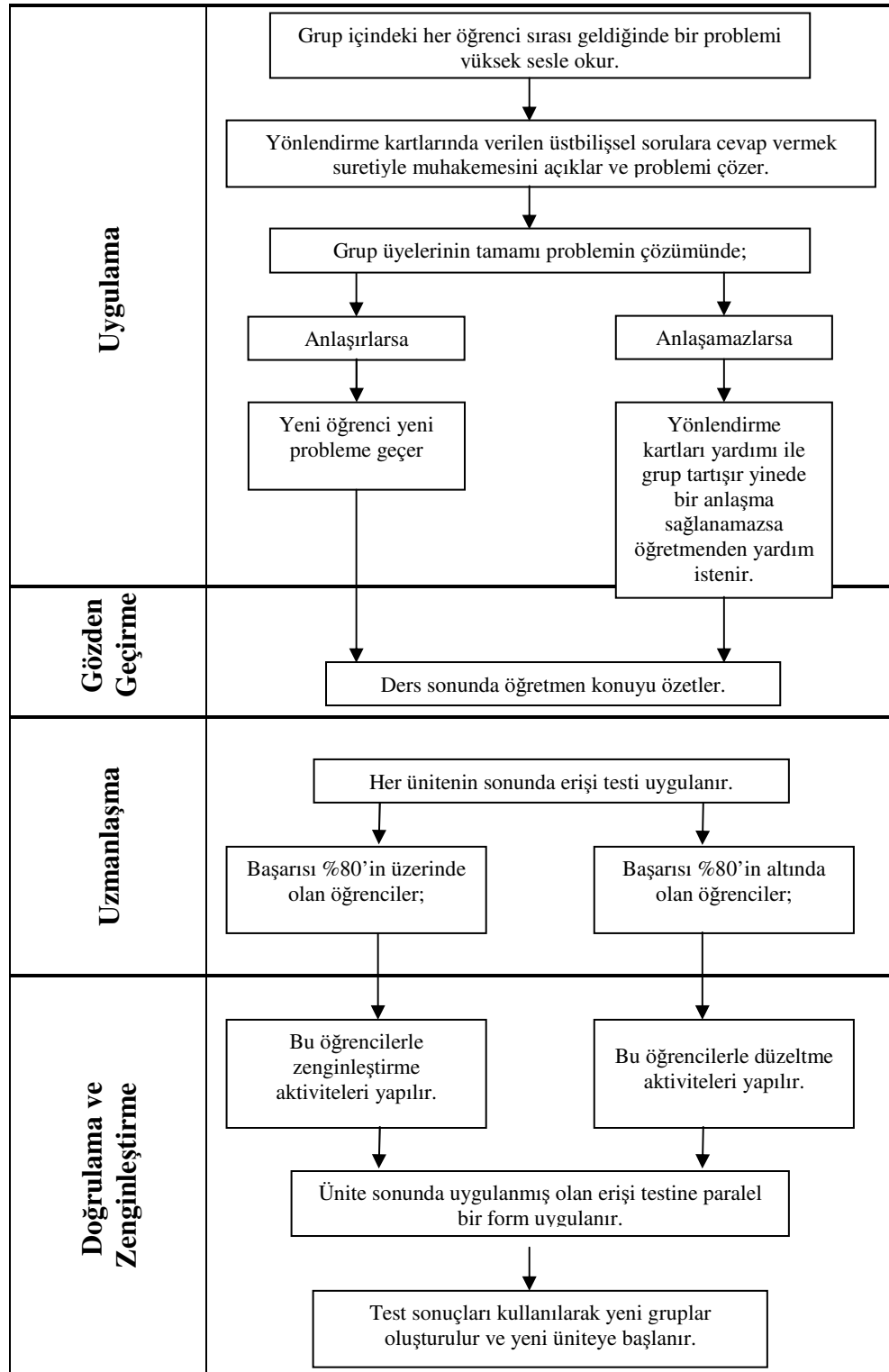
Hafta	Öğrenme alanları	Alt öğrenme alanları	Kullanılan problemler
1	Geometrik cisimler	Alan	1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11
2	Geometrik cisimler	Alan	12-13-14-15-16-17-18-19
3	Geometrik cisimler	Geometrik cisimler	20-21-22-23-24-25-26-27-28-29
4	Geometrik cisimler	Geometrik cisimler	30-31-32-33-34-35-36-37-38
5	Ünite Değerlendirme Testi I (Form 1)		
	Düzeltilme ve Zenginleştirme Aktiviteleri		
	Ünite Değerlendirme Testi I (Form 2)		
6	Hayatımızdaki sayılar	Sayıların dünyası	38-40-41-42-43-44-45-46-47-48-49

7	Hayatımızdaki sayılar	Sayıların dünyası	50-51-52-53-54-55-56-57-58-59-60-61
8	Hayatımızdaki sayılar	Zihinden işlemler	62-63-64-65
9	Ünite Değerlendirme Testi II (Form 1)		
	Düzeltilme ve Zenginleştirme Aktiviteleri		
	Ünite Değerlendirme Testi II (Form 2)		

Araştırmada kullanılan IMPROVE stratejisinin basamaklarını gösteren akış diyagramı Şekil 15’de verilmiştir.

Şekil 15: Stratejinin Basamakları





Mevarech ve Kramarski'den (1997) düzenlenmiştir.

3.6. Kontrol Grubunda Gözlemlenen Problem Çözme Etkinlikleri

Yapılan gözlemler sonucunda kontrol grubunda matematik derslerinde yürütülen problem çözme etkinliklerinin aşağıdaki gibi olduğu belirlenmiştir.

Problem çözme etkinliklerinin gerçekleştirildiği sınıf ortamının;

- öğrencilerin problem çözme ile ilgili düşüncelerini akran ve öğretmenleriyle rahatlıkla paylaşabilmeleri için kısmen de olsa uygun olduğu,
- öğrencilerin problemleri farklı yollardan çözmeleri için uygun olduğu,
- öğrencileri problemi anlamanın, plan yapmanın, kontrol etmenin ve farklı stratejiler kullanmanın önemini anlamalarına yönlendirdiği,
- problem çözme yolları öğrenciye doğrudan verilmeden öğrencilerin kendi çözüm yollarını oluşturmaları için uygun ortam sağladığı,

Problemin anlaşılması ile ilgili çalışmalar olarak;

- öğrencilerin problemde verilenleri ve istenenleri kendi ifadeleriyle söyleme/ yazmalarına sınırlı da olsa fırsatlar verildiği,
- öğrencilerin problemi anlayıp anlamadığı ile ilgili sorular sorulduğu (Problemde eksik veya fazla bilgi olup olmadığı, problemin farklı biçimde ifade edilmesi, istenenlerin farklı biçimde ifade edilmesi vb.),
- öğrencinin problemi nasıl temsil ettiği (tablo, şekil, somut nesne vb.) üzerinde durulduğu,

Problemin çözümü için plan yapma ile ilgili çalışmalar olarak;

- öğrencilerin farklı çözüm yollarını da dikkate almalarının sağlandığı,
- öğrencilerin değişik problemleri çözebilmek için farklı problem çözme stratejileri kullanabildikleri,
- öğrencilerin zaman zaman problemin sonucu ile ilgili tahminlerde bulunmalarına fırsatlar verildiği,

Çözüm için yapılan planın uygulanması ile ilgili çalışmalar olarak;

- öğrencinin çözüm esnasında takıldığı durumlarda geriye dönük çalışmaların yapıldığı (bazı işlemlerin yeniden yapılması, uygulanan stratejinin gözden geçirilmesi, problemin anlaşılması ile ilgili etkinlikler yapılması vb.),
- öğrencilerin çözümde kullanılacak işlemleri doğru biçimde yapıp yapmadıklarının üzerinde durulduğu gözlemlenmiştir.

Çözümün kontrol edilmesi ile ilgili çalışmalar olarak;

- öğrencilerin problemlerin çözümünde başvurulan işlemlerin sağlamalarını yaptıkları,
- öğrencilerin diğerlerinin sonuçlarının doğru olup olmadığının sorulduğu gözlemlenmiştir.

Kontrol grubunda gerçekleştirilen problem çözme etkinlikleri incelendiğinde kontrol grubu öğretmeninin İlköğretim Matematik Öğretim Programında belirtildiği şekilde davrandıkları görülmektedir.

IV. Bölüm

Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, araştırma problemlerine ilişkin istatistiksel analizler yoluyla elde edilen bulgular ve bunlara ilişkin yorumlara yer verilmiştir.

Birinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorumlar

Birinci Alt Problem: İlköğretim beşinci sınıf matematik derslerinde, üstbiliş stratejilerine dayalı öğretimin uygulandığı deney grubu ile, var olan öğretimin devam ettirildiği kontrol grubunda yer alan öğrencilerin *uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma (U.M.B.K.) becerilerinin* gelişimi öğretim süreçleri sonucunda anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları U.M.B.K. becerilerine ait ön test ve son test puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan t testi sonucunda elde edilen veriler Tablo 27’de gösterilmiştir.

Tablo 27:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin U.M.B.K. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Test	Grup	N	$\bar{x}$	S	Sd	T	P
U.M.B.K. ⁺	Ön test	Deney	32	16,69	7,45	64	0,33	0,74
		Kontrol	34	17,32	8,21			
	Son test	Deney	32	21,19	6,46	64	2,54	0,01*
		Kontrol	34	16,7941	7,53			

⁺ U.M.B.K.: Uygun Muhakemeyi Belirleme ve Kullanma

Tablo 27 incelendiğinde, deney grubunda bulunan ve üstbiliş öğretimi yapılan öğrencilerin, deneysel işlem öncesi Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği'nden almış oldukları U.M.B.K. becerilerine ait puanlarının ortalaması 16,69 iken bu değer deney sonrasında 21,19 olduğu görülmektedir. Kontrol grubundaki öğrencilerin aynı ortalama puanları sırasıyla 17,32 ve 16,79'dur. Buna göre deney grubu öğrencilerinin U.M.B.K. beceri düzeylerinde bir artış olurken, kontrol grubu öğrencileri aynı beceri bakımından bir değişim göstermediği söylenebilir.

Bununla birlikte deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin U.M.B.K. becerilerine ait ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 27). Yapılan analiz sonunda deney ve kontrol gruplarının ön test puanları arasında anlamlı bir farkın olmadığı ($t=0,33$ ve $P>0.05$), son test puanları arasında ise farkın bulunduğu ($t=2,54$ ve $P<0.05$) belirlenmiştir.

Bir başka ifade ile elde edilen sonuçlar, deney ve kontrol grubunun deneysel işlem öncesinde denk olduğunu, uygulama süreci sonunda deney grubu lehine anlamlı düzeyde farklılaştığını göstermektedir.

Deney ve kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları U.M.B.K. becerilerine ait erişim puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan istatistiksel analiz sonucunda elde edilen veriler Tablo 28'de gösterilmiştir.

Tablo 28:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin U.M.B.K. Erişim Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Grup	n	$\bar{x}$	S	Sd	T	P
U.M.B.K. ⁺	Deney	32	4,50	4,37	64	4,97	0,00*
	Kontrol	34	-,53	3,86			

⁺ U.M.B.K.: Uygun Muhakemeyi Belirleme ve Kullanma

Deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin U.M.B.K. becerilerine ait erişim puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla

bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 28). Yapılan analiz sonucunda deney ve kontrol gruplarının erişim puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın bulunduğu görülmüştür ($t=4,97$ ve $p<0.05$). Ortalamalar incelendiğinde bu farkın deney grubu lehine olduğu belirlenmiştir.

Sonuç olarak hem ön testlerin ve son testlerin karşılaştırılması, hem de deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin erişim puanlarının karşılaştırılması yoluyla yapılan analizler, araştırmacı tarafından deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üstbiliş dayalı öğretimin, kontrol grubunda sürdürülen öğretime göre U.M.B.K. becerilerini geliştirmede daha etkili olduğunu ortaya koymaktadır.

Araştırmanın birinci alt problemi için ortaya konulan sonuç, literatürde yer alan bazı araştırma sonuçlarını da destekler niteliktedir (Mevarech ve Kramarski, 1997; 2003; Mevarech ve diğerleri, 2001; Kramarski ve Zeichner, 2001; Kramarski ve Hirsch 2002). Belirtilen çalışmaların tamamı deneysel özellikte araştırmalar olup, üstbiliş stratejisi olarak IMPROVE'un çeşitli değişkenler karşısında etkililiğinin araştırılması amaçlanması bakımından bu araştırma ile benzerlik göstermektedir. Tüm araştırma sonuçlarında, üstbiliş dayalı öğretimin, öğrencilerin problemin çözümü için uygun muhakemeyi belirleme becerilerini geliştirdiği ifade edilmektedir.

Örneklem grupları bakımından incelendiğinde bu araştırmaların 7. ve 8. sınıf seviyesinde öğrencilerle yürütüldüğü görülmektedir. Literatürde yer alan çalışmaların çalışma grubunun seçimi bakımından, ilköğretim 5. sınıflarda gerçekleştirilmiş olan bu araştırmadan farklı olduğu söylenebilir. Bu durum üstbiliş stratejileri öğretiminin, öğrencilerin uygun muhakemeyi belirleme becerilerini geliştirmede ilköğretimin farklı sınıf seviyelerinde de kullanılabileceğini göstermektedir.

Bu sonuçlar üstbiliş dayalı öğretimin, farklı disiplinlerde ve farklı stratejiler kullanılması yoluyla, çeşitli sınıf seviyelerinde öğrencilerin problemin

çözümü için uygun muhakemeyi belirleme becerilerini geliştirdiğini göstermektedir.

İkinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorumlar

İkinci Alt Problem: İlköğretim beşinci sınıf matematik derslerinde, üstbilis stratejilerine dayalı öğretimin uygulandığı deney grubu ile, var olan öğretimin devam ettirildiği kontrol grubunda yer alan öğrencilerin *matematiksel bilgileri, örüntüleri, yapıları, genel özellikleri tanıma ve kullanma (B.Ö.Y.G.T.K.) becerilerinin* gelişimi öğretim süreçleri sonucunda anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları B.Ö.Y.G.T.K. becerilerine ait ön test ve son test puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan t testi sonucunda elde edilen veriler Tablo 29’da gösterilmiştir.

Tablo 29:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin B.Ö.Y.G.T.K. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Test	Grup	N	$\bar{x}$	S	sd	T	P
B.Ö.Y.G.T.K. ⁺	Ön test	Deney	32	6,75	2,53	64	0,07	0,94
		Kontrol	34	6,79	2,31			
	Son test	Deney	32	8,22	2,42	64	2,74	0,00*
		Kontrol	34	6,61	2,32			

⁺ B.Ö.Y.G.T.K.: Matematiksel Bilgileri, Örüntüleri, Yapıları, Genel Özellikleri Tanıma ve Kullanma

Tablo 29 incelendiğinde, deney grubunda bulunan ve üstbiliş öğretimi yapılan öğrencilerin, deneysel işlem öncesi Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği'nden almış oldukları B.Ö.Y.G.T.K. becerilerine ait puanlarının ortalaması 6,75 iken bu değer deney sonrasında 8,22 olduğu görülmektedir. Kontrol grubundaki öğrencilerin aynı ortalama puanları sırasıyla 6,79 ve 6,61'dir. Buna göre deney grubu öğrencilerinin B.Ö.Y.G.T.K. beceri düzeylerinde bir artış olurken, kontrol grubu öğrencileri aynı beceri bakımından bir değişim göstermediği söylenebilir.

Bununla birlikte deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin B.Ö.Y.G.T.K. becerilerine ait ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 29). Yapılan analiz sonunda deney ve kontrol gruplarının ön test puanları arasında anlamlı bir farkın olmadığı ($t=0,07$ ve $P>0.05$), son test puanları arasında ise farkın bulunduğu ($t=2,74$ ve $P<0.05$) belirlenmiştir.

Bir başka ifade ile elde edilen sonuçlar, deney ve kontrol grubunun deneysel işlem öncesinde denk olduğunu, uygulama süreci sonunda deney grubu lehine anlamlı düzeyde farklılaştığını göstermektedir.

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları B.Ö.Y.G.T.K. becerilerine ait erişim puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan istatistiksel analiz sonucunda elde edilen veriler Tablo 30'da gösterilmiştir.

Tablo 30:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin B.Ö.Y.G.T.K. Erişim Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Grup	n	$\bar{x}$	S	Sd	t	P
B.Ö.Y.G.T.K. +	Deney	32	1,47	2,53	64	3,10	0,00*
	Kontrol	34	-0,18	1,73			

+ B.Ö.Y.G.T.K.: Matematiksel Bilgileri, Örüntüleri, Yapıları, Genel Özellikleri Tanıma ve Kullanma

Deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği'nden almış oldukları B.Ö.Y.G.T.K.

becerilerine ait erişim puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 30). Yapılan analiz sonucunda deney ve kontrol gruplarının erişim puanları arasında bir farkın bulunduğu görülmüştür ($t=3,1$ ve $p<0.05$). Ortalamalar incelendiğinde bu farkın deney grubu lehine olduğu belirlenmiştir.

Sonuç olarak hem ön testlerin ve son testlerin karşılaştırılması, hem de deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin erişim puanlarının karşılaştırılması yoluyla yapılan analizler, araştırmacı tarafından deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üstbiliş dayalı öğretimin, kontrol grubunda sürdürülen öğretime göre B.Ö.Y.G.T.K. becerilerini geliştirmede daha etkili olduğunu ortaya koymaktadır.

Literatürde araştırmanın ikinci alt problemi ile doğrudan ilgili bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Yalnızca Yazgan'ın (2007), öğrencilerin matematiksel problem çözme sürecinde ne yaptıklarının (nasıl çözdüğünün) farkında olmalarına (metacognition) ait davranışlarını ortaya koymak amacıyla gerçekleştirdiği gözlemlerden, üstbiliş dayalı öğretim sonunda, öğrencilerin problem çözmede en fazla zorlandıkları stratejilerden birinin örüntü bulma olduğu sonucuna ulaştığı belirlenmiştir. Bu sonuç bizim araştırmamızın matematiksel bilgileri, örüntüleri, yapıları, genel özellikleri tanıma ve kullanma becerisiyle ilgili sonucu ile az da olsa çelişmektedir. Bu çelişkinin sebeplerinden birinin Yazgan'ın (2007) çalışmasının nitel, bu çalışmanın ise nicel özellikte olmasından kaynaklandığı düşünülebilir. Yıldırım ve Şimşek (2003) nitel araştırmalarda değişkenlerin karmaşık ve iç içe geçmiş olduğunu ve bunlar arasındaki ilişkileri ölçmenin zor olduğunu, bu tip araştırmaların genelleme yerine derinlemesine tasviri içerdiğini, nicel araştırmalarda ise değişkenlerin kesin sınırlarıyla saptanabildiğini ve değişkenler arasındaki ilişkilerin ölçülebildiğini dolayısıyla genellemeye yapılabildiğini belirtmektedir. Bu nedenle nicel araştırmalarda nicel araştırmaların aksine istatistiksel olarak kabul veya red söz konusudur. Bununla birlikte Yazgan, çalışmasında öğrencilerin 18 ders saatinde 41 problem çözdüğünü belirtmektedir. Bu araştırmada ise öğrenciler 25 ders saatinde 65

problem çözmüşlerdir. Belirtilen beceriler arasındaki gelişim farklılığının, araştırmaların süreleri ve üstbilişsel stratejilerin kullanımlarındaki tekrar farklılığından kaynaklandığı düşünülebilir.

Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorumlar

Üçüncü Alt Problem: İlköğretim beşinci sınıf matematik derslerinde, üstbiliş stratejilerine dayalı öğretimin uygulandığı deney grubu ile, var olan öğretimin devam ettirildiği kontrol grubunda yer alan öğrencilerin *aynı verinin farklı gösterimlerini tanıma (A.V.F.G.T.) becerilerinin* gelişimi öğretim süreçleri sonucunda anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları A.V.F.G.T. becerilerine ait ön test ve son test puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan t testi sonucunda elde edilen veriler Tablo 31’de gösterilmiştir.

Tablo 31:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin A.V.F.G.T. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Test	Grup	N	$\bar{x}$	S	sd	T	P
A.V.F.G.T. ⁺	Ön test	Deney	32	1,78	0,71	64	0,68	0,50
		Kontrol	34	1,68	0,53			
	Son test	Deney	32	2,19	0,69	64	2,17	0,03*
		Kontrol	34	1,82	0,67			

⁺ A.V.F.G.T.: Aynı Verinin Farklı Gösterimlerini Tanıma

Tablo 31 incelendiğinde, deney grubunda bulunan ve üstbiliş öğretimi yapılan öğrencilerin, deneysel işlem öncesi Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği’nden almış oldukları A.V.F.G.T. becerilerine ait

puanlarının ortalaması 1,78 iken bu değerin deney sonrasında 2,19 olduğu görülmektedir. Kontrol grubundaki öğrencilerin aynı ortalama puanları sırasıyla 1,68 ve 1,82'dir. Buna sonuçlara göre deney grubu öğrencilerinin A.V.F.G.T. beceri düzeylerindeki artışın, kontrol grubu öğrencilerine göre daha fazla olduğu söylenebilir.

Bununla birlikte deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin A.V.F.G.T. becerilerine ait ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 31). Yapılan analiz sonunda deney ve kontrol gruplarının ön test puanları arasında anlamlı bir farkın olmadığı ($t=0,68$ ve $P>0.05$), son test puanları arasında ise farkın bulunduğu ($t=2,17$ ve $P<0.05$) belirlenmiştir.

Bir başka ifade ile elde edilen sonuçlar, deney ve kontrol grubunun deneysel işlem öncesinde denk olduğunu, uygulama süreci sonunda deney grubu lehine anlamlı düzeyde farklılaştığını göstermektedir.

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları aynı verinin farklı gösterimlerini tanıma becerilerine ait erişim puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan istatistiksel analiz sonucunda elde edilen veriler Tablo 32'de gösterilmiştir.

Tablo 32:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin A.V.F.G.T. Erişim Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Grup	N	$\bar{x}$	S	sd	T	P
A.V.F.G.T. +	Deney	32	0,41	0,67	64	1,65	0,1
	Kontrol	34	0,15	0,61			

+ A.V.F.G.T.: Aynı verinin farklı gösterimlerini tanıma

Deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği'nden almış oldukları A.V.F.G.T. becerilerine ait erişim puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 32). Yapılan analiz

sonucunda deney ve kontrol gruplarının erişiş puanları arasında istatistiksel bakımdan anlamlı bir farkın bulunmadığı görülmüştür ($t=1,65$ ve $p>0.05$).

Sonuç olarak hem ön testlerin ve son testlerin karşılaştırılması, hem de deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin erişiş puanlarının karşılaştırılması yoluyla yapılan analizler, araştırmacı tarafından deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üstbiliş dayalı öğretim ile kontrol grubunda sürdürülen var olan öğretim arasında A.V.F.G.T. becerilerini geliştirme bakımından anlamlı bir fark bulunmadığı söylenebilir. Bununla birlikte deney grubu öğrencilerinin A.V.F.G.T. becerilerine ait ön ve son test puanlarının ortalamaları incelendiğinde belirtilen puanlarda bir artışın olduğu görülmektedir (1,78 ve 2,19).

Literatürde araştırmanın üçüncü alt problemi ile ilgili yalnızca bir çalışmaya rastlanılmıştır. Kramarski ve Mevarech (2003), dört farklı öğretim yönteminin öğrencilerin matematiksel muhakemeleri ve üstbiliş bilgileri üzerine etkisini araştırdıkları çalışmalarında üstbiliş stratejileri öğretimi yaptıkları iki grubun diğer iki gruba göre matematiksel ifadelerin farklı gösterimlerini gerçekleştirmede anlamlı düzeyde daha yüksek bir performans gösterdiklerini belirtmektedirler. Bu sonuç bizim araştırmamızın sonucuyla tamamen çelişmektedir. Bunun sebebinin literatürde yer alan araştırmanın 8. sınıflarda bizim araştırmamızın ise 5. sınıflarda gerçekleştirilmesi olarak yorumlanabilir. Literatürde üstbilişin çocuklarda doğumdan itibaren var olduğu fakat, diğer yandan üstbiliş öğretiminin etkisi araştırılırken bilişsel gelişim düzeyinin de göz önüne alınması gerektiğini vurulanmaktadır (Mevarech ve Kramarski, 1997). Schneicer ve Lockl'a (2002) göre çocuklarda üstbiliş, zihinsel davranışlarındaki yaşa bağlı gelişme ile orantılı olarak gelişmektedir. Bu bakımdan farklı sınıf seviyelerinde üstbiliş öğretiminin, öğrencilerin aynı verinin farklı gösterimlerini tanıma becerilerine etkisinin farklı olacağı sonucunu çıkarmak mümkündür.

Dördüncü Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorumlar

Dördüncü Alt Problem: İlköğretim beşinci sınıf matematik derslerinde, üstbiliş stratejilerine dayalı öğretimin uygulandığı deney grubu ile, var olan öğretimin devam ettirildiği kontrol grubunda yer alan öğrencilerin *tahmin etme becerilerinin* gelişimi öğretim süreçleri sonucunda anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları tahmin etme becerilerine ait ön test ve son test puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan t testi sonucunda elde edilen veriler Tablo 33’de gösterilmiştir.

Tablo 33:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin T. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Test	Grup	N	$\bar{x}$	S	sd	T	P
T. ⁺	Ön test	Deney	32	2,72	1.02	64	0,39	0,70
		Kontrol	34	2,62	1.10			
	Son test	Deney	32	3,41	1.01	64	2.96	0,00*
		Kontrol	34	2.65	1.07			

⁺ T.: Tahmin Etme

Tablo 33 incelendiğinde, deney grubunda bulunan ve üstbiliş öğretimi yapılan öğrencilerin, deneysel işlem öncesi Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği’nden almış oldukları tahmin etme becerilerine ait puanlarının ortalaması 2,72 iken bu değer deney sonrasında 3,41 olduğu görülmektedir. Kontrol grubundaki öğrencilerin aynı ortalama puanları sırasıyla 2,62 ve 2,65’dir. Buna göre deney grubu öğrencilerinin tahmin etme beceri düzeylerinde bir artış olurken, kontrol grubu öğrencileri aynı beceri bakımından bir değişim göstermediği söylenebilir.

Bununla birlikte deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği'nden almış oldukları tahmin etme becerilerine ait ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 33). Yapılan analiz sonunda deney ve kontrol gruplarının ön test puanları arasında anlamlı bir farkın olmadığı ($t=0,39$ ve $P>0.05$), son test puanları arasında ise farkın bulunduğu ($t=2.96$ ve $P<0.05$) belirlenmiştir.

Bir başka ifade ile elde edilen sonuçlar, deney ve kontrol grubunun deneysel işlem öncesinde denk olduğunu, uygulama süreci sonunda deney grubu lehine anlamlı düzeyde farklılaştığını göstermektedir.

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları tahmin etme becerilerine ait erişim puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan istatistiksel analiz sonucunda elde edilen veriler Tablo 34'de gösterilmiştir.

Tablo 34:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin T. Erişim Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Grup	n	$\bar{x}$	S	Sd	T	P
T. *	Deney	32	0,69	0,78	64	3,67	0,00*
	Kontrol	34	0,03	0,67			

* T.: Tahmin Etme.

Deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği'nden almış oldukları tahmin etme becerilerine ait erişim puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 34). Yapılan analiz sonucunda deney ve kontrol gruplarının erişim puanları arasında bir farkın bulunduğu görülmüştür ($t=3,67$ ve $p<0.05$). Ortalamalar incelendiğinde bu farkın deney grubu lehine olduğu belirlenmiştir.

Sonuç olarak hem ön testlerin ve son testlerin karşılaştırılması, hem de deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin erişim puanlarının karşılaştırılması yoluyla yapılan analizler, araştırmacı tarafından deney grubunda

yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üstbiliş dayalı öğretimin, kontrol grubunda sürdürülen öğretime göre tahmin etme becerilerini geliştirmede daha etkili olduğunu ortaya koymaktadır.

Araştırmanın dördüncü alt problemi için ortaya konulan sonuç, literatürde yer alan bazı araştırma sonuçlarını da destekler niteliktedir (Deosete ve diğerleri, 2001; Garrett ve diğerleri, 2006). Belirtilen iki çalışmada da tahmin bir üstbilişsel beceri olarak ele alınmıştır. Bu araştırmalardan Deosete ve diğerleri (2001) çalışmalarında üstbilişsel parametreler olarak tanımladıkları, yordam bilgisi, bildirimsel bilgi, durumsal bilgi, tahmin, planlama, izleme ve değerlendirmeyi problem çözmede süreci içerisinde araştırmışlardır. Garrett ve diğerleri (2006) ise çalışmalarında, verilecek bir görev öncesinde öğrencilerin kullanacakları düşünülen üstbilişsel beceriler olarak tanımladıkları tahmin ve değerlendirmeyi araştırmayı planlamışlardır. Her iki araştırmanın sonuçları da tahmin becerisinin matematiksel problem çözme sürecini etkileyen önemli üstbilişsel bir beceri olduğu şeklindedir.

Literatürde üstbilişsel bir beceri olan tahmin becerisinin bu araştırmada gerçekleştirilen üstbiliş dayalı öğretim sonucunda anlamlı seviyede ve olumlu yönde gelişmesi normal bir sonuç olarak değerlendirilebilir.

Literatürde yer alan diğer araştırmaların ve bu araştırmanın sonuçlarına bakılarak, tahminin matematiksel problem çözmede etkili, üstbilişsel bir beceri olduğu dolayısıyla üstbiliş dayalı öğretim sonunda geliştirilebildiği söylenebilir.

Beşinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorumlar

Beşinci Alt Problem: İlköğretim beşinci sınıf matematik derslerinde, üstbiliş stratejilerine dayalı öğretimin uygulandığı deney grubu ile, var olan öğretimin devam ettirildiği kontrol grubunda yer alan öğrencilerin *çözümüne ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme (M.T.G.) becerilerinin* gelişimi öğretim süreçleri sonucunda anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları M.T.G. becerilerine ait ön test ve son test puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan t testi sonucunda elde edilen veriler Tablo 35’de gösterilmiştir.

Tablo 35:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin M.T.G. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Test	Grup	N	$\bar{X}$	S	Sd	T	P
M.T.G. ⁺	Ön test	Deney	32	10,06	4,91	64	0,91	0,36
		Kontrol	34	11,94	10,61			
	Son test	Deney	32	12,75	3,84	64	2,53	0,01*
		Kontrol	34	10,21	4,30			

⁺ M.T.G.: Çözüme ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme.

Tablo 35 incelendiğinde, deney grubunda bulunan ve üstbiliş öğretimi yapılan öğrencilerin, deneysel işlem öncesi Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği’nden almış oldukları M.T.G. becerilerine ait puanlarının ortalaması 10,06 iken bu değer deney sonrasında 12,75 olduğu görülmektedir. Kontrol grubundaki öğrencilerin aynı ortalama puanları sırasıyla 11,94 ve 10,21’dir. Buna göre deney grubu öğrencilerinin M.T.G. düzeylerinde bir artış olurken, kontrol grubu öğrencileri aynı beceri bakımından olumlu yönde bir değişim göstermediği söylenebilir.

Bununla birlikte deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin M.T.G. becerilerine ait ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 35). Yapılan analiz sonunda deney ve kontrol gruplarının ön test puanları arasında anlamlı bir farkın olmadığı ($t=0,91$ ve $P>0,05$), son test puanları arasında ise farkın bulunduğu ($t=2,53$ ve $P<0,05$) belirlenmiştir.

Bir başka ifade ile elde edilen sonuçlar, deney ve kontrol grubunun deneysel işlem öncesinde denk olduğunu, uygulama süreci sonunda deney grubu lehine anlamlı düzeyde farklılaştığını göstermektedir.

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları M.T.G. geliştirme becerilerine ait erişim puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan istatistiksel analiz sonucunda elde edilen veriler Tablo 36’da gösterilmiştir.

Tablo 36:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin Erişim Puanlarının
Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Grup	n	$\bar{x}$	S	sd	T	P
M.T.G. +	Deney	32	2,69	2,68	64	2,57	0,01*
	Kontrol	34	-1,74	9,39			

+ M.T.G.: Çözümle ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme.

Deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin M.T.G. becerilerine ait erişim puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 36). Yapılan analiz sonucunda deney ve kontrol gruplarının erişim puanları arasında bir farkın bulunduğu görülmüştür ($t=2,57$ ve $p<0.05$). Ortalamalar incelendiğinde bu farkın deney grubu lehine olduğu belirlenmiştir.

Sonuç olarak hem ön testlerin ve son testlerin karşılaştırılması, hem de deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin erişim puanlarının karşılaştırılması yoluyla yapılan analizler, araştırmacı tarafından deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üstbilişle dayalı öğretimin, kontrol grubunda sürdürülen öğretime göre M.T.G. becerilerini geliştirmede daha etkili olduğunu ortaya koymaktadır.

Araştırmanın beşinci alt problemi için ortaya konulan sonuç, literatürde yer alan bazı araştırma sonuçlarını da destekler niteliktedir (Mason ve Santi, 1994; Crasnick ve Lumbelli, 2005). Ulaşılabilen çalışmaların tamamı deneysel özellikte araştırmalardır. Bunlardan, Crasnick ve Lumbelli (2005) çalışmalarında tartışma

yeteneğinin gelişiminde üstbilişle dayalı eğitimsel bir projeyi açıklamakta ve söz konusu etkiyi deneysel olarak denetlemektedirler. Mason ve Santi (1994) ise, tartışmanın adımlarını ve bunun üstbilişle ilişkisini ortaya koymaya çalışmışlardır. Her iki araştırmanın sonuçları da üstbilişle dayalı öğretimi içeren deneysel uygulamanın, tartışma yeteneğini geliştirmede deney grubu lehine anlamlı bir farklılığa yol açtığını göstermektedir.

Blakey ve Spence'e (1996) göre öğrencilerin ne düşündüklerini ifade edebildikleri tartışma ortamları üstbilişli geliştirilmesinde önemlidir. Öğretmenler planlama ve problem çözme durumlarında, sesli düşünmelidir. Böylelikle öğrenciler açıkça gösterilen düşünme süreçlerini takip edebilirler. Model olma ve tartışma öğrencilerin düşünme ve düşündüklerini ifade etme için ihtiyaç duydukları kelime hazinesini geliştirmektedir. Literatürde ayrıca tartışma içerisinde yer alan üstbilişsel süreçlerle ilgili olarak, en derin tartışmaların en yüksek düzey üstbilişsel düşünceler yoluyla gerçekleştiği belirtilmektedir (Mason ve Santi, 1994),

Literatürde yer alan üstbiliş ve tartışma ile ilgili araştırma sonuçları, bu araştırmanın sonuçları ile paralellik göstermektedir. Araştırma sonuçları incelendiğinde, tartışmanın matematiksel problem çözmede etkili, üstbilişsel bir beceri olduğu dolayısıyla üstbilişle dayalı öğretim sonunda geliştirilebildiği söylenebilir.

Altıncı Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorumlar

Altıncı Alt Problem: İlköğretim beşinci sınıf matematik derslerinde, üstbiliş stratejilerine dayalı öğretimin uygulandığı deney grubu ile, var olan öğretimin devam ettirildiği kontrol grubunda yer alan öğrencilerin *çözüm yolu, sonucun doğruluğuna karar verme (K.V.) becerilerinin* gelişimi öğretim süreçleri sonucunda anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları K.V. becerilerine ait ön test ve son test puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan t testi sonucunda elde edilen veriler Tablo 37’de gösterilmiştir.

Tablo 37:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin K.V. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Test	Grup	N	$\bar{x}$	S	Sd	t	P
K.V.*	Ön test	Deney	32	13,53	7,52	64	0,05	0,96
		Kontrol	34	13,44	7,43			
	Son test	Deney	32	16,41	6,89	64	1,78	0,08
		Kontrol	34	13,29	7,28			

* K.V.: Çözüm yolu, sonucun doğruluğuna karar verme

Tablo 37 incelendiğinde, deney grubunda bulunan ve üstbiliş öğretimi yapılan öğrencilerin, deneysel işlem öncesi Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği’nden almış oldukları K.V. becerilerine ait puanlarının ortalaması 13,53 iken bu değer deney sonrasında 16,41 olduğu görülmektedir. Kontrol grubundaki öğrencilerin aynı ortalama puanları sırasıyla 13,44 ve 13,29’dır. Buna göre deney grubu öğrencilerinin K.V. beceri düzeylerinde bir artış olurken, kontrol grubu öğrencileri aynı beceri bakımından bir değişim göstermediği söylenebilir.

Bununla birlikte deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin K.V. becerilerine ait ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 37). Yapılan analiz sonunda deney ve kontrol gruplarının ön test ($t=0,05$ ve $P>0,05$) ve son test puanları ($t=1,78$ ve $P>0,05$) arasında anlamlı bir farkın olmadığı belirlenmiştir.

Bir başka ifade ile elde edilen sonuçlar, deney ve kontrol grubunun deneysel işlem öncesinde denk olduğunu, uygulama süreci sonunda deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı düzeyde bir fark oluşmadığını göstermektedir.

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları K.V. becerilerine ait erişim puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan istatistiksel analiz sonucunda elde edilen veriler Tablo 38’de gösterilmiştir.

Tablo 38:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin K.V. Erişim Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Grup	n	$\bar{x}$	S	sd	T	P
K.V. *	Deney	32	2,88	6,71	64	1,81	0.07
	Kontrol	34	-0,15	6,80			

*K.V.: Çözüm yolu, sonucun doğruluğuna karar verme

Deney ve kontrol gruplarının K.V. becerilerine ait erişim puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 38). Yapılan analiz sonucunda deney ve kontrol gruplarının erişim puanları arasında istatistiksel bakımdan anlamlı bir farkın bulunmadığı görülmüştür ($t=1,81$ ve $p>0.05$).

Sonuç olarak hem ön testlerin ve son testlerin karşılaştırılması, hem de deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin erişim puanlarının karşılaştırılması yoluyla yapılan analizler, araştırmacı tarafından deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üstbilişle dayalı öğretim ile kontrol grubunda sürdürülen var olan öğretim arasında K.V. becerilerini geliştirme bakımından istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmadığı söylenebilir. Bununla birlikte deney grubu öğrencilerinin K.V. becerilerine ait ön ve son test puanlarının ortalamaları incelendiğinde ortalamalarda bir artışın olduğu görülmektedir (13,53 ve 16,41).

Literatürde araştırmanın beşinci alt problemi ile doğrudan ilgili olan herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bununla birlikte karar verme ve üstbilişle ilgili araştırmalardan bazıları şu şekildedir: Ormond ve diğerleri (1991)

çalışmalarında öğrencilerinin karar vermeleriyle ilgili üstbilişsel bilgilerini karşılaştırmayı amaçlamışlardır. Araştırma 12-15 yaş grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar yaş ilerledikçe üstbilişsel bilginin anlamlı bir şekilde arttığını göstermektedir. Bahta ve Carroll (2007) ise çalışmalarında üstbilişe dayalı öğretimin karar verme sürecine etkisini araştırmaktadırlar. Araştırma 98 üniversite öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonuçları üstbilişsel farkındalık ile karar verme performansı arası arasında anlamlı bir ilişkinin olduğunu ortaya koymaktadır. Üstbiliş stratejileri öğretiminin karar vermede ortalamanın üstü grupta yer alan öğrencilerin ortalama ve ortalama altı grupta yer alan öğrencilere göre daha faydalı olduğu görülmüştür.

Yukarıda verilen araştırma sonuçlarını, bu araştırmanın sonuçları ile karşılaştırdığımızda sonuçların birbirleriyle tutarlı olduğu sonucuna varabiliriz. Her ne kadar bu araştırmanın sonuçlarından biri olan üstbiliş stratejileri öğretiminin öğrencilerin karar verme becerisine anlamlı bir etkisinin olmadığı sonucu Bahta ve Carroll'un (2007) çalışmasının sonuçları ile çelişiyor gibi görünse de, bahsedilen araştırmanın üniversite, bu araştırmanın ise ilköğretim 5. sınıf öğrencileri ile yürütülmüş olmasının bu farkı doğurduğu düşünülebilir. Ormond ve diğerlerinin (1991) yaş ilerledikçe karar vermede üstbilişsel bilginin anlamlı bir şekilde arttığı, üstbiliş öğretiminin etkisinin bilişsel gelişim düzeyine göre değiştiği (Mevarech ve Kramarski, 1997) sonuç olarak çocuklarda üstbilişin, zihinsel davranışlarındaki yaşa bağlı gelişme ile orantılı olarak geliştiği şeklindeki sonuçlar bu düşünceyi doğrular niteliktedir.

Diğer bir çalışmada ise Kramarski ve diğerleri (2001) üstbilişe dayalı öğretim sonunda, problem çözmede zorlanan öğrencilerin, çözümün mantıklı olup-olmadığına karar verme süreçlerinde zorlandığını ifade etmektedirler. Literatürdeki çalışmada problem çözme becerisi üçüncü bir değişken olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu çalışmada ise deney ve kontrol grubu öğrencilerinin problem çözme becerileri üzerinde durulmamıştır. Öğretim süreci sonunda deney ve kontrol grupları arasında karar verme becerileri bakımından anlamlı farkın çıkmamasının sebebinin iki grupta yer alan öğrenciler arasındaki problem çözme

becerisi ile ilgili bireysel farklılıklar olduğu düşünülebilir. Bununla birlikte ilköğretim 1-5. sınıflar matematik öğretimi programında, problem çözmede sonucun doğruluğunu kontrol etme üzerinde durulduğu belirlenmiştir. Bu bakımdan problem çözme etkinliklerinde programa bağlı kalındığı belirlenmiş olan kontrol grubunda da bu becerinin gelişmesi normal kabul edilebilir.

Literatürde yer alan üstbiliş ve karar verme ile ilgili araştırma sonuçları bu araştırmanın sonuçları ile paralellik gösterdiği söylenebilir. Araştırma sonuçları incelendiğinde, karar vermenin öğrencilerin problem çözme ve zihinsel gelişim düzeylerine bağlı olarak, üstbilişe dayalı öğretim sonunda geliştirilebilen bir beceri olduğu söylenebilir.

Yedinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorumlar

Yedinci Alt Problem: İlköğretim beşinci sınıf matematik derslerinde, üstbiliş stratejilerine dayalı öğretimin uygulandığı deney grubu ile, var olan öğretimin devam ettirildiği kontrol grubunda yer alan öğrencilerin *genelleme yapma becerilerinin* gelişimi öğretim süreçleri sonucunda anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları genelleme yapma becerilerine ait ön test ve son test puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan t testi sonucunda elde edilen veriler Tablo 39’de gösterilmiştir.

Tablo 39:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin G. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Test	Grup	N	$\bar{x}$	S	sd	T	P
G ⁺	Ön test	Deney	32	6,88	3,23	64	0,12	0,90
		Kontrol	34	6,97	3,10			
	Son test	Deney	32	8,88	2,59	64	3,18	0,00*
		Kontrol	34	6,76	2,79			

* G.: Genelleme yapma.

Tablo 39 incelendiğinde, deney grubunda bulunan ve üstbiliş öğretimi yapılan öğrencilerin, deneysel işlem öncesi Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği'nden almış oldukları genelleme yapma becerilerine ait puanlarının ortalaması 6,88 iken bu değer deney sonrasında 8,88 olduğu görülmektedir. Kontrol grubundaki öğrencilerin aynı ortalama puanları sırasıyla 6,97 ve 6,76'dır. Buna göre deney grubu öğrencilerinin genelleme yapma beceri düzeylerinde bir artış olurken, kontrol grubu öğrencileri aynı beceri bakımından bir değişim göstermediği söylenebilir.

Bununla birlikte deney ve kontrol gruplarının genelleme becerilerine ait ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 39). Yapılan analiz sonunda deney ve kontrol gruplarının ön test puanları arasında anlamlı bir farkın olmadığı ($t=0,12$ ve $P>0,05$), son test puanları arasında ise farkın bulunduğu ($t=3,18$ ve $P<0,05$) belirlenmiştir.

Bir başka ifade ile elde edilen sonuçlar, deney ve kontrol grubunun deneysel işlem öncesinde denk olduğunu, uygulama süreci sonunda deney grubu lehine anlamlı düzeyde farklılaştığını göstermektedir.

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları genelleme yapma becerilerine ait erişim

puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan istatistiksel analiz sonucunda elde edilen veriler Tablo 40’da gösterilmiştir.

Tablo 40:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin G. Erişi Puanlarının
Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Grup	n	$\bar{x}$	S	sd	T	P
G. +	Deney	32	2,00	2,63	64	3,79	0,00*
	Kontrol	34	-0.21	2,09			

+ G.: Genelleme Yapma

Deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin genelleme yapma becerilerine ait erişim puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 40). Yapılan analiz sonucunda deney ve kontrol gruplarının erişim puanları arasında bir farkın bulunduğu görülmüştür ($t=3,79$ ve $p<0.05$). Ortalamalar incelendiğinde bu farkın deney grubu lehine olduğu belirlenmiştir.

Sonuç olarak hem ön testlerin ve son testlerin karşılaştırılması, hem de deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin erişim puanlarının karşılaştırılması yoluyla yapılan analizler, araştırmacı tarafından deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üstbiliş dayalı öğretimin, kontrol grubunda sürdürülen öğretime göre genelleme yapma becerilerini geliştirmede daha etkili olduğunu ortaya koymaktadır.

Literatürde araştırmanın yedinci alt problemi ile doğrudan ilgili yalnızca bir çalışmaya rastlanmıştır (Peterson ve diğerleri, 1999). Çalışmada araştırmacılar 8. sınıflarda, kendini düzenlemeyi de (self-monitoring) içeren kendini yönetme (self-management) işleminin genelleme becerisine etkisini incelemişlerdir. Araştırma sonuçları öğrencilerin çoğunluğunda kendini değerlendirme işleminin genelleme davranışını olumlu yönde etkilediğini göstermektedir.

Literatürde çocuklarda üstbiliş stratejilerini kullanımı üç döneme ayrılmaktadır (Senemoğlu, 2005); ilk beş yaş kapsayan, stratejilerin hiç kullanılmadığı ve öğretilmediği dönem, 6-9 yaş aralığını kapsayan, öğrencilerin stratejileri kullanabilmelerine rağmen üretmedikleri dönem ve 4. sınıf düzeyinde

oluşmaya başlayan öğrencinin stratejiyi anlayabildiği ve uygun stratejiyi kendiliğinden kullanabildiği dönem.

Çalışma grupları bakımından incelendiğinde, bu araştırmanın ve Peterson ve diğerlerinin (1999) çalışma gruplarını oluşturan öğrencilerin yukarıdaki sınıflamaya göre üçüncü dönemde yer aldığı görülmektedir. Dolayısıyla yapılan öğretimin üstbilişsel açıdan aynı dönemde yer alan bu öğrenciler üzerindeki etkisinde aynı olmasının beklenen bir sonuç olduğu düşünülebilir.

Sonuç olarak literatürde yer alan üstbilis ve genelleme ile ilgili araştırma sonuçları bu araştırmanın sonuçları ile paralellik gösterdiği söylenebilir. Araştırma sonuçları incelendiğinde, üstbilişsel olarak aynı seviyede olan öğrencilerde, genellemenin üstbilis dayalı öğretim sonunda geliştirilebilen bir beceri olduğu söylenebilir.

Sekizinci Alt Probleme Ait Bulgular ve Yorumlar

Sekizinci Alt Problem: İlköğretim beşinci sınıf matematik derslerinde, üstbilis stratejilerine dayalı öğretimin uygulandığı deney grubu ile, var olan öğretimin devam ettirildiği kontrol grubunda yer alan öğrencilerin *rutin olmayan problemleri çözme (R.O.P.) becerilerinin* gelişimi öğretim süreçleri sonucunda anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları R.O.P. becerilerine ait ön test ve son test puanlarının karşılaştırılması amacıyla yapılan t testi sonucunda elde edilen veriler Tablo 41’de gösterilmiştir.

Tablo 41:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin R.O.P. Ön Test-Son Test Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Test	Grup	N	$\bar{x}$	S	sd	T	P
G ⁺	Ön test	Deney	32	6,31	2,88	64	0,07	0,95
		Kontrol	34	6,26	2,81			
	Son test	Deney	32	7,72	2,91	64	2,06	0,04*
		Kontrol	34	6,32	2,58			

* R.O.P.: Rutin olmayan problemleri çözme.

Tablo 41 incelendiğinde, deney grubunda bulunan ve üstbiliş öğretimi yapılan öğrencilerin, deneysel işlem öncesi Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği'nden almış oldukları R.O.P. becerilerine ait puanlarının ortalaması 6,31 iken bu değerin deney sonrasında 7,72 olduğu görülmektedir. Kontrol grubundaki öğrencilerin aynı ortalama puanları sırasıyla 6,26 ve 6,32'dir. Buna göre deney grubu öğrencilerinin R.O.P. beceri düzeylerinde bir artış olurken, kontrol grubu öğrencileri aynı beceri bakımından bir değişim göstermediği söylenebilir.

Bununla birlikte deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin R.O.P. becerilerine ait ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 41). Yapılan analiz sonunda deney ve kontrol gruplarının ön test puanları arasında anlamlı bir farkın olmadığı ($t=0,07$ ve $P>0,05$), son test puanları arasında ise farkın bulunduğu ($t=2,06$ ve $P<0,05$) belirlenmiştir.

Bir başka ifade ile elde edilen sonuçlar, deney ve kontrol grubunun deneysel işlem öncesinde denk olduğunu, uygulama süreci sonunda deney grubu lehine anlamlı düzeyde farklılaştığını göstermektedir.

Deney-kontrol grubunda yer alan öğrencilerin matematiksel muhakeme değerlendirme ölçeğinden almış oldukları R.O.P. becerilerine ait erişim puanlarının

karşılaştırılması amacıyla yapılan t testi sonucunda elde edilen veriler Tablo 42’de gösterilmiştir.

Tablo 42:
Deney-Kontrol Grubunda Yer Alan Öğrencilerin R.O.P. Erişi Puanlarının Karşılaştırılması Amacıyla Yapılan t Testi Sonuçları

Boyut	Grup	n	$\bar{x}$	S	Sd	T	P
G. +	Deney	32	1,41	1,99	64	2,37	0.02*
	Kontrol	34	0,06	2,57			

+ R.O.P.: Rutin olmayan problemleri çözme.

Deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin R.O.P. becerilerine ait erişim puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız gruplar için t-testi analizi yapılmıştır (Tablo 42). Yapılan analiz sonucunda deney ve kontrol gruplarının erişim puanları arasında bir farkın bulunduğu görülmüştür ($t=2,37$ ve $p<0.05$). Ortalamalar incelendiğinde bu farkın deney grubu lehine olduğu belirlenmiştir.

Sonuç olarak hem ön testlerin ve son testlerin karşılaştırılması, hem de deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin erişim puanlarının karşılaştırılması yoluyla yapılan analizler, araştırmacı tarafından deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üstbilişsel dayalı öğretimin, kontrol grubunda sürdürülen öğretime göre R.O.P. becerilerini geliştirmede daha etkili olduğunu ortaya koymaktadır.

Araştırmanın sekizinci alt problemi için ortaya konulan sonuç, literatürde yer alan bazı araştırma sonuçlarını da destekler niteliktedir (Yazgan, 2007; Yimer ve Ellerton, 2006; Goos ve diğerleri, 2000). Bunlardan Yazgan (2007) çalışmasında, 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözme stratejileriyle ilgili gözlemlere yer vermiştir. Araştırma nitel bir çalışmadır. Yimer ve Ellerton (2006) “Matematiksel Problem Çözmenin öğretmen adaylarının rutin olmayan problemlerin çözümünde kullandıkları üstbilişsel süreç dizilerini ve örüntülerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırma örnek olay incelemesi türündedir. Goos ve diğerleri (2000) ise orta öğretim öğrencilerinin rutin olmayan problemler çözerlerken kullandıkları üstbilişsel stratejileri araştırmışlardır. Bu

araştırma ise nicel özellik taşırmaktadır. Araştırma sonuçları değerlendirildiğinde ortaya konulabilecek genel sonuç, öğrencilerin üstbiliş bilgisi ile rutin olmayan problemleri  zme becerileri arasında bir ilişki olduğunu, üstbilişe dayalı bir öğretimin bu becerileri anlamlı bir biçimde geliştirdiğini göstermektedir. Ortaya konulan sonuç bu araştırmanın sonucuna da paralel olarak değerlendirilebilir.

V. Bölüm

Sonuçlar ve Öneriler

Bu bölümde araştırma sonuçlarına ve bu sonuçlara bağlı olarak geliştirilen önerilere yer verilecektir.

5.1. Sonuçlar

İlköğretim 5. sınıf matematik dersi problem çözme sürecinde uygulanan üstbiliş stratejilerinin, öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerine etkisinin incelemesi amaçlanan araştırma, 2006-2007 öğretim yılının ikinci yarısında Emin Sağlamer İlköğretim Okulunda toplam 66 öğrencinin yer aldığı birbirine denk iki sınıf üzerinde yürütülmüştür. Bu sınıflar; matematik dersi problem çözme sürecinde üstbiliş stratejilerinin uygulandığı deney grubu ve matematik dersi problem çözme etkinlikleri olarak var olan sürecin devam ettirildiği kontrol grubu olarak atanmıştır. Araştırmada matematiksel muhakeme ölçeği öğrencilere ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Araştırmadan elde edilen verilerin çözümlenmesinde t testi kullanılmıştır. Araştırmanın alt problemlerine ilişkin elde edilen verilerin analizi sonunda ortaya konulan bulgular göz önüne alındığında aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Hem ön testlerin ve son testlerin karşılaştırılması, hem de deney ve kontrol gruplarında yer alan öğrencilerin erişim puanlarının karşılaştırılması yoluyla yapılan analizler, araştırmacı tarafından deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üstbiliş dayalı öğretimin, kontrol grubunda sürdürülen öğretime göre;

- uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma;

- matematiksel bilgileri, örüntüleri, yapıları, genel özellikleri tanıma ve kullanma;
- tahmin etme;
- çözüme ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme;
- genelleme yapma;
- rutin olmayan problemleri çözme;
- matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmede daha etkili olduğunu ortaya koymaktadır.

Buna karşın araştırmacı tarafından deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üstbilişe dayalı öğretim ile kontrol grubunda sürdürülen öğretim arasında;

- aynı verinin farklı gösterimlerini tanıma;
- çözüm yolu, sonucun doğruluğuna karar verme becerilerini geliştirme bakımından anlamlı bir fark bulunmadığı söylenebilir.

Yukarıdaki sonuçlar incelendiğinde üstbilişe dayalı öğretimin matematiksel muhakemeyi oluşturdukları varsayılan becerileri, dolayısıyla matematiksel muhakemeyi geliştirdiği söylenebilir. Bu sonuç, literatürde yer alan bazı araştırma sonuçlarını da destekler niteliktedir (Mevarech ve Kramarski, 1997; 2003; Mevarech ve Fridkin, 2006; Mevarech ve diğerleri, 2001; Kramarski ve Mevarech, 2003; Kramarski ve Zeichner, 2001; Kramarski ve Hirsch 2002). Belirtilen çalışmaların tamamı deneysel özellikte araştırmalar olup, üstbiliş stratejisi olarak IMPROVE'un çeşitli değişkenler karşısında etkililiğinin araştırılması amaçlanması bakımından bu araştırma ile benzerlik göstermektedir. Tüm araştırma sonuçlarında, üstbilişe dayalı öğretimin, öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini geliştirdiği ifade edilmektedir.

Blakey ve Spence'ye (1990) göre üstbiliş, öğrencilerin “ne bildiğini ve ne bilmediğini tanımlayabildiği”, “düşündüklerini ifade edebildikleri”, “düşünme süreçlerini sorguladıkları” ve “kendilerini değerlendirebildikleri” ortamlarda gelişmektedir. Matematiksel muhakemenin gelişiminde de neredeyse benzer şartlar beklenmektedir. NCTM (2000) Matematiksel muhakemenin gelişiminde öğrencilerin düşüncelerini rahatça ortaya koyabildikleri sınıfların çok büyük olumlu etkisinin bulunduğunu, sınıftaki öğrencilerin ve öğretmenin sorulara, tepkilere, eleştirilere, açık olmaları gerektiğini, öğrencilerin kendi fikirlerini açıklamaya ve doğruluğunu göstermek için tartışmaya, düşüncelerindeki eksiklikleri fark edebilme ve başkalarının düşüncelerini eleştirmeyi öğrenmeye ihtiyaç duyduklarını belirtmektedir.

Önceki bölümlerde matematiksel muhakeme becerisi ile ilgili son dönemlerde gerçekleştirilmiş araştırmalarda uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma, matematiksel bilgileri, örüntüleri, yapıları, genel özellikleri tanıma ve kullanma, aynı verinin farklı gösterimlerini tanıma, tahmin etme, çözüme ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme, çözüm yolu, sonucun doğruluğuna karar verme, genelleme yapma, rutin olmayan problemleri gibi çözme becerilerin ön plana çıktığı ifade edilmişti (NCTM, 1989; 2000; NAEP, 2002; TIMMS, 2003; MEB, 2005). Bu araştırmanın diğer alt problemlerine ilişkin sonuçlarda, yukarıda belirtilen becerilerin gelişiminde üstbilişe dayalı öğretimin etkili olduğu sonucuna ulaşıldığı düşünülürse, literatürde bu becerileri kapsadığı ifade edilen matematiksel muhakemenin de aynı deneysel uygulama sonunda anlamlı düzeyde gelişmesi zaten beklenen bir sonuç olarak değerlendirilebilir.

Ayrıca literatürde karşımıza çıkan çalışmalarda da, bu çalışmada da kullanılan ve temeli öğrencilerin kendilerini üstbilişsel olarak sorgulamasına dayalı olan, üstbiliş stratejisinin, gelişim özellikleri bakımından üstbiliş ile benzerlik gösteren matematiksel muhakemeyi becerisini de geliştirmesi sonuçların tutarlılığını göstermektedir.

Yukarıdaki bulgular ve yorumlar üstbiliş dayalı öğretimin, farklı disiplinlerde ve farklı stratejiler kullanılması yoluyla, çeşitli sınıf seviyelerinde öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini geliştirdiğini göstermektedir.

Öneriler

Araştırma sonuçları değerlendirildiğinde aşağıdaki önerilerde bulunmak mümkündür:

- Yapılan literatür taramasında matematiksel muhakeme ile ilgili olarak ciddi bir kuramsal çalışmaya rastlanmamıştır. Özellikle Türkçe kaynakların son derece yetersiz olduğu belirlenmiştir. Bu bakımdan matematiksel muhakeme hakkında bir kuramsal temel oluşturulması amacıyla çalışmalar yapılması faydalı olacaktır.
- Araştırma sonucunda, öğretmenlerin de matematiksel muhakeme ve üstbiliş konuları ile ilgili yeterli bilgiye sahip olmadıkları belirlenmiştir. Bu konuda öğretmenler eğitilmeli, çeşitli üstbiliş stratejileri konusunda haberdar edilmelidirler. Böylece öğretmenler farklı stratejiler arasından kendi sınıfları için en uygun stratejiye karar verme yeterliliğine de sahip olacaklardır.
- Araştırma sonuçları, uygulanan üstbiliş stratejisinin öğrencilerin aynı verinin farklı gösterimlerini tanıma ve çözüm yolu, sonucun doğruluğuna karar verme becerilerini geliştirmede etkili olmadığını ortaya koymuştur. Bu durum göz önüne alınarak strateji üzerinde yapılacak bir takım değişikliklerle bu becerileri geliştirmede de etkililiğini artırma çalışmaları yapılmalıdır.
- Araştırma ilköğretim 5. sınıf matematik dersinde gerçekleştirilmiştir. Ancak kullanılan üstbiliş stratejisinin diğer yaşlarda ve sınıf

düzeylerinde de etkili olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle çeşitli öğretim kademelerinde de stratejinin denenmesi faydalı olacaktır.

KAYNAKLAR

- ADAIR, J. (1997) **Decision making and problem solving**. Training Extras, IPD Boks.
- AKARSU, B. (1998). **Felsefe terimleri sözlüğü**. İstanbul: İnkılap Kitapevi.
- AKKUŞ Çıkla, O. ve DUATEPE, A. (2002). “İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir araştırma” **Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi**. n.23.
- ALTUN, M. (1998). **Matematik Öğretimi**. Bursa: Alfa Yayınları.
- ANASTASIA, A. (1990). **Psychological Testing**. Sixth edition. New York: Macmillan Publishing Company.
- ARTZT, A.F. & THOMAS, E.A. (1992). Development of a Cognitive-Metacognitive Framework for Protocol Analysis of Mathematical Problem Solving in Small Groups. **Cognition and Instruction**, 9(2), 137-175.
- ATILGAN, H., KAN, A. ve DOĞAN, N. (2006). **Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme**, Ankara: Anı Yayınları.
- BAĞCI, N. (2003). **Öğretim Sürecinde Öğrenciye ve Öğrenim Amacına Yönelik Yeni Yaklaşımlar**. Milli Eğitim Dergisi, Sayı: 159, Yaz 2003, <http://yayim.meb.gov.tr/dergiler/159/bagci.htm> adlı internet sitesinden 1 Ocak 2008 tarihinde alınmıştır.

- BATHA, K. & CARROLL, M. (2007). Metacognitive Training Aids Decision Making. **Australian Journal of Psychology**, 59(2), 64-69.
- BATUHAN, G., GRUNBERG, T. (1970). **Modern Mantık**, Ankara: ODTÜ Fen-Edebiyat Fakültesi Yayınları.
- BAYKUL, Y. (1994). **İlköğretim Okullarındaki Matematik Öğretimine Bir Bakış**. Ankara: Türk Eğitim Derneği Yayınları.
- BAYKUL, Y. (2005). **İlköğretimde Matematik Öğretimi**. Ankara: Pegem.
- BELL, A.W. (1976). **The Learning of General Mathematical Strategies** (Doctoral Dissertation), Shell Center for Mathematical Education, Nottingham (U.K.).
- BERGASON, T. (2000). **Teaching and Learning Mathematics**. <http://www.k12.wa.us/publications/docs/mathbook.pdf>. 18.05.2004 tarihinde alınmıştır.
- BILLINGTON, J., FOWLER, N., MACKERNAN, J., SMITH, J., STRATTAN, J., WATSON, A. (1993). **Using and Applying Mathematics**, ATM, Phelan Printers Ltd. Nottinghamshire.
- BLAKEY, E., SPENCE, S. (1990). **Developing Metacognition**, ERIC Digest, ED 327218. Syracuse:ERIC Clearinghouse on Information Resources.
- BLATNER, A. (2004). **The developmental nature of consciousness transformation**. American Psychiatric Association and American Academy of Child Adolescent Psychiatry, 26(2), 2-7.
- BRAINE M. D. S. (1978). On the relation between the natural logic of reasoning and standard logic. **Psychological Review**, 85, 1-21.
- BRAINE, M. D., REISER, B. J., RUMAIN, B. (1984). Some empirical evidence for a theory of natural propositional logic. In G. H. Bower (Ed.), **The**

psychology of learning and motivation: Advances in research and thinking (Vol. 18, pp. 317-371). New York: Academic Press.

BRANSFORD, J., & STEIN, B. (1984). **The IDEAL Problem Solver**. New York: W. H. Freeman.

BROODY, A., COSLICK, R. (1998). **Fostering Children' Mathematical Power: An Investigate Approach To K-8 Mathematics Instruction**, Mohwah, N.J.: Lowrance erlboum Associates.

BÜYÜKÇAĞLAYAN, E. (2004). **Matematik Nedir?**. <http://www.matematikci.com/index.php?mod=601&altmenu=8&sayfa=8> adlı internet sitesinden 15 Aralık 2006 tarihinde alınmıştır.

BÜYÜKÖZTÜRK, Şener. (2001). **Deneyisel Desenler**. Ankara: PegemA Yayıncılık.

CAÑADAS, M.C. & MARTINEZ, E.C. (2007). A Proposal of Categorisation for Analysing Inductive Reasoning. **Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática**, 1(2).

CANTLON, d. (1998). Kids + Conjecture = Mathematics Power. **Teaching Children Mathematics**. 5(2).

COSTA, A. (1987). Mediating the Metacognitive, **Educational Leadership**, 42(3), 57-63.

CRAMER, K., POST, T., CURRIER, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportions: Research implications, in D. T. Owens (ed), **Research Ideas for the Classroom, Middle Grades Mathematics**, New York: MacMillan Publishing Company, pp. 159–178.

CRASNICH, S. & LUMBELLI, L. (2005). The Reflection-Response in Enhancing Argumentation Ability. **Educational Studies in Language and Literature**. 5:147-174.

- DESOETE, A., ROEYERS, H. & BUYSSE, A. (2001). Metacognition and Mathematical Problem Solving in Grade 3. **Journal of Learning Disabilities**. 34(5), 435-449.
- DIEZMANN, C. M. (2004). The Role of Operating Premises and Reasoning Path in Upper Elementary Students' Problem Solving. **Journal of Mathematical Behavior**. 23, 63-73.
- DUNCKER, K. (1945). On problem solving. Psychological Monographs. 58. Washington, DC: **American Psychological Association**.
- EGGEN, P., KAUCHAK, D. (2001). **Educational Psychology**. *Windows on Classrooms*. Fifth Edition. New Jersey: Merrill Prentice Hall.
- ENGLISH, L.D. (2004a). **Mathematical and Analogical Reasoning in Early Childhood**. Edited by Lyn D. English, Mathematical and Analogical Reasoning of Young Learners. Mahwah, NJ, USA: Lawrence Erlbaum Associates, Incorporated.
- ENGLISH, L.D. (2004b). **Mathematical and Analogical Reasoning of Young Learners**. Mahwah, NJ, USA: Lawrence Erlbaum Associates, Incorporated.
- ENGLISH, L. D. & HALFORD, G.S. (1995). **Mathematics Education Models and processes**. Mahwah, New Jersey: Laurence Erlbaum.
- ERSEVER, H.Ö. (1996). **Karar Verme Becerileri Kazandırma Programının ve Etkileşim Grubu Deneyiminin Üniversite Öğrencilerinin Karar Verme Stilleri Üzerindeki Etkileri**. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara: A.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- EVANS J. B. T. (1989). **Bias in human reasoning: Causes and consequences**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- EVANS J. B. T., & NEWSTEAD S. E. (1993). **Human reasoning: The psychology of deduction**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- EYSENCK, M. W. (2003). **Principles of Cognitive Psychology**. New York: Psychology Press.
- FANG, Z. & COX, B.E. (1999). Emergent Metacognition: A Study of Preschoolers' Literate Behavior. **Journal of Research in Childhood Education**, 13(2), 175.
- FLAVEL, J. H. (1976). **Metacognitive Aspects of Problem Solving**, in L. B. Resnick(Ed.), *The Nature of Intelligence*, pp. 231-235, Hillsdale, N. J.; Lawrence Erlbaum.
- FLAVEL, J.H. (1979). Metacognitive and Cognitive Monitoring. **American Psychologist**, 34, 96-911.
- FLAVELL, J. H. (1981). **Cognitive Monitoring**. In W. Dickson (Ed.), *Children's oral communication skills*. New York: Academic Press.
- FLAVELL, J. H. (1987). **Speculations about the Nature and Development of Metacognition**, in F.E. Weinert, R.H. Kluwe (Eds) *Metacognition, Motivation and Understanding*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum.
- FRAENKEL, J.R. & NORMAN, E. W. (1993), **How to Design and Evaluate Research in Education** (2 nd Ed) Mc. Grow Hill. Inc.
- FREUDENTHAL, H. (1983). **Didactical Phenomenology of Mathematical Strategies**, D. Reidel, Dordrecht, Chapters 5 and 6, pp. 133–209.
- GABLE, R., & WOLF, M. (1993). **Instrument Development in the Affect Domain**. Boston Kluwer Academic.
- GARRETT, A. J., MAZZOCCO, M.M. & BAKER, L. (2006). Development of the Metacognitive Skills of Prediction and Evaluation in Children With or

Without Math Disability. **Learning Disabilities Research & Practice**, 21(2), 77-88.

GELEN, İ. (2003). **Bilişsel Farkındalık Stratejilerinin Türkçe Dersine İlişkin Tutum, Okuduğunu Anlama ve Kalıcılığa Etkisi**. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Adana: Ç.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü.

GELMAN, S. A. (1996). The development of induction within natural kind and artifact categories. **Cognitive Psychology**, 20(1), 65-95.

GELMAN, S. A., MARKMAN, E. M. (1986). Categories and induction in young children, **Cognition**, 23, 183-209.

GELMAN, S. A., COLEY, J. D. (1990). The importance of knowing a dodo is a bird: Categories and inferences in 2-year-old children. **Developmental Psychology**, 26, 796-804.

GREENWOOD, J. (1993). On The Nature of Teaching and Assessing Mathematical Power and Mathematical Thinking. **Aritmetic Teacher**, November.

GOOS, M., GALBRAITH, P., RENSHAW P. (2000). A Money Problem: A source of insight into problem solving action. **International Journal for Mathematics Teaching and Learning**, 80

GOSWAMI, U. (2004). **Inductive and Deductive Reasoning**. Blackwell Handbook of Childhood Cognitive Development / Edited by Usha Goswami, USA: Blackwell Publishing Ltd.

GUILDFORD, J. P. (1956). **Fundamental Statistics in Psychology and Education**. McGraw-Hill, New York.

GUTHEIL, G., GELMAN, S. A. (1997). Children's use of sample size and diversity information within basic-level categories. **Journal of Experimental Child Psychology**, 64, 159-174.

- HACISALİHOĞLU, H., MİRASYEDİOĞLU, S., AKPINAR, A. (2003). **Matematik Öğretimi 1-5**. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.
- HALPERN, D. F. (1996). **Thought and Knowledge: An Introduction to Critical Thinking**. Lawrence Erlbaum Associates.
- HOLYOAK, K. J., THAGARD, P. (1995). **Mental leaps: analogy in creative thought**. Massachusetts: MIT Press.
- JOHNSON-LAIRD, P. N. (1983). **Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness**. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- JOHNSON-LAIRD, P. N., Byrne, R. M. J. (1991). **Deduction**. Hove, UK: Lawrence Erlbaum Associates Ltd.
- JOHNSON-LAIRD, P. N. (1999). **Deductive Reasoning**. In J. Spence (Ed.), *Annual Review of Psychology*, Vol. 50 (pp. 109-135). Palo Alto, CA: Annual Reviews.
- JOHNSON, R. A. & WICHERN, D.W. (1999), **Applied Multivariate Statistical Analysis**, Fourth Editon, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- JUROW, A.S. (2004). Generalizing in Interaction: Middle School Mathematics Students Making Mathematical Generalizations in a Population-Modeling Project. **Mind, Culture and Activity**, 11(4), 279-300.
- KALAFAT, S. (2004). **Üstbiliş (Metacognition)**. Psikoloji Portalı Sitesi <http://www.e-psikoloji.com/modules.php?name=News&file=print&sid=24> 25 Kasım 2006 tarihinde alınmıştır.
- KALAYCI, N. (2000). **Karar Verme ve Problem Çözme**. Ankara: Gazi Kitabevi.

- KALAYCI, N. (2001). **Sosyal Bilgilerde Problem Çözme ve Uygulamalar**. Ankara: Gazi Kitabevi.
- KARASAR, N. (1994). **Bilimsel Araştırma Yöntemi**. 5. Basım. Ankara: 3A Araştırma Eğitim Danışmanlığı Ltd.
- KAZDIN, A. E. (2000). **Encyclopedia of Psychology**. American Psychological Association. New York: Oxford University Press.
- KELLOWAY, E. K. (1998). **Using lisrel for structural equation modeling**. United States of America, Sage Publications.
- KOUTSELINI, M. (1995). **Metacognition: conceptual instruction**, Nea Pedia, 74, 48-56.
- KUHN, D., UDEL, W. (2003). **The Development of Argument Skills**. Child Development, 74(5), 1245-1260.
- KRAMARSKI, B. & ZEICHNER, O. (2001) Using Technology to Enhance Mathematical Reasoning: Effects of Feedback and Self-Regulation Learning, **Educational Media International**, 38(2/3), 77-82.
- KRAMARSKI, B. MEVARECH, Z.R., & LIBERMAN, A. (2001) The Effects of Multilevel-versus Unilevel-Metacognitive Training on Mathematical Reasoning, **The Journal of Educational Research**, 94(5), 292-300.
- KRAMARSKI, B. & HIRSCH, C. (2003). Effect of computer algebra system (CAS) with metacognitive training on mathematical reasoning. **Icem-Cime Annual Conference**, Granada. EMI 40:3/4. 249-257.
- KRULIK, S. ve RUDNICK, J.A. (1999). **Innovative tasks to improve critical and creative thinking skills**. Developing mathematical reasoning in grades K-12 / Lee V. Stiff, 1999 yearbook editor, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginia.

- LAMPERT, M. (1990) When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. **American Education Research Journal**, 27, 29-63.
- LANGRALL, C. W., SWAFFORD, J. (2000). Three balloons for twodollars: Developing Proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 6(4),254.
- LOBATO, J., SIEBERT, D. (2002). Quantitative reasoning in a reconceived view of transfer. **The Journal of Mathematical Behavior**, 21(1), 87-116.
- MATH-CATs (The Mathematical Thinking Classroom Assesment Techniques) (2007). <http://www.flaguide.org/extra/download/cat/math/math/math.pdf> . 11.11.2007 tarihinde alınmıştır.
- MAIER, N. R. F. (1931). Reasoning in humans: II. The solution of a problem and its appearance in consciousness. **Journal of Comparative Psychology**, 12, 181-194.
- MALLOY, C.E. (1999). **Developing mathematical reasoning in the middle grades recognizing diversity**. Developing mathematical reasoning in grades K-12 / Lee V. Stiff, 1999 yearbook editor, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginia.
- MARZANO, R. J. (2000). **Transforming Classroom Grading**. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- MASON, L ve SANTI, M. (1994). Argumentation Structure and Metacognition in Constructign Shared Knowledge at School. **ERIC: ED 371 041**.
- MEVARECH, Z. & FRIDKIN, S. (2006). The effects of IMPROVE on mathematical knowledge, mathematical reasoning and meta-cognition. **Metacognition and learning**. 1(1), 85-97

- MEVARECH, Z.R. & KRAMARSKI, B. (1997) IMPROVE: A multidimensional method for teaching mathematics in heterogeneous classrooms, **American Educational Research Journal**, 34(2), 365-395.
- MEVARECH, Z. R. ve KRAMARSKI, B. (2003). Enhancing Mathematical Reasoning in the Classroom: The Effect of Cooperative Learning and Metacognitive Training. **American Educational Research Journal**. 40(1), 281-310.
- MEVARECH, Z. R. ve KRAMARSKI, B. (2003). The Effects of Metacognitive Training versus Work-out Examples on Students' Mathematical Reasoning. **British Journal of Educational Psychology**. 73, 449-471.
- MOORE, R. C. (1994). Making the Transition to Formal Proof. **Educational Studies in Mathematics** 27, no. 3 249–66.
- MEB, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2005). **İlköğretim Matematik Dersi (1-5. Sınıflar) Öğretim Programı**. Ankara.
- NAEP, (2002). **Mathematics Framework for the 2003 National Assessment of Educational Progress**. Washington, DC: National Assessment Governing Board.
- NAGLIERI, J. & DAS, J. P. (1997). **Cognitive Assessment System Interpretive Handbook**. Riverside Publishing. Itasca, Illinois.
- NCTM, (1989). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston: Virginia.
- NCTM, (1999). **Developing mathematical reasoning in grades K-12**. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.
- NCTM, (2000). **Principles and Standards for School Mathematics**. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

- OĞUZKAN, F. (1981). **Eğitim Terimleri Sözlüğü**, Ankara: Türk Dil Kurumu Yay.
- OLKUN, S. ve TOLUK, Z. (2003). *Matematik Öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- ORMOND, C., LUSZCZ, M.A., MANN, L. & G. Beswick (1991). A metacognitive analysis of decision making in adolescence. **Journal of Adolescence**, 14(3), 275-91.
- ÖNCÜ, H. (1999). **Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme**. Ankara: Yaysan A.Ş
- ÖZDEN, Y. (1998). **Eğitimde Dönüşüm Yeni Değer ve Oluşum**. Ankara: Pegem Yayıncılık.
- PISA (2006). *The Programme for International Student Assessment 2006: Science Competencies for Tomorrow's World, Executive Summary*. OECD
- PERESINI, D., WEBB, N. (1999). **Analyzing mathematical reasoning in students' responses across multiple performance assessment tasks**. Developing mathematical reasoning in grades K-12 / Lee V. Stiff, 1999 yearbook editor, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginia.
- PETERSON, D.L., YOUNG, K.R., WEST, R.P. & PETERSON, M. H. (1999). Effect of Student Self-Management on Generalization of Student Performance to Regular Classrooms. **Education and Treatment of Children**. 22(3), 357-372.
- PIAGET, J., INHELDER, B. (1975). **The origin of the idea of chance in children**. New York: Norton.
- POLYA, G. (1988). **How to Solve It**. New Jersey, NJ: Princeton University Pres.
- SCHOENFELD, A.H. (1985). **Mathematical Problem Solving**. San Diego, CA: Academic pres.

- SCHOENFELD, A.H. (1989). Teaching mathematical thinking and problem solving. In L.B. Resnick & L.E. Klopfer (Eds.), **Toward a thinking curriculum: Current cognitive research. 1989 ASCD Yearbook** (pp. 83-103). Washington DC: Association for Supervisors and Curriculum Developers.
- SCHRAW, G. & D. MOSHMAN (1995). **Metacognitive Theories**. Educational Psychology Review, Volume: 7, Pages: 351-371
- SCHNEICER, W. & LOCKL, K. (2002). **The Development of Metacognitive Knowledge in Children and Adolescents**. In T. Perfect, B. Schwartz (Eds.). Applied Metacognition. West Nyack, NY, USA: Cambridge University Press.
- SENEMOĞLU, N. (2005). **Gelişim ve Öğrenme**. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- SID, R. (1998). **Learning To See The Wind**. Mathematics Teaching in The Middle School, 3(7).
- SOYDAN, Ş. (2001). **Development of Instruments For The Assessment of Metacognitive Skills in Mathematics: An Alternative Assessment Attempt**. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi İstanbul: B. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü.
- SUZUKI, K. (1998). **Measuring To Think Mathematically Cognitive Characterization Of Achievement Levels in Performance-Based Assessment**. Doctorate thesis, University of Illinois.
- SÜNBÜL, A.M. (2007). **Öğretim İlke ve Yöntemleri**. Konya: Çizgi Kitabevi Yayınları.
- TAVŞANCIL, E. (2002). **Tutumların Ölçülmesi ve SPSS ile Veri Analizi**. Ankara: Nobel Yayınları.

- TEO, H. H., WEI, K. K., & BENBASAT, I. (2003). Predicting Intention to Adopt Interorganizational Linkages: An Institutional Perspective, **MIS Quarterly** (27:1), 2003, pp. 19-50.
- TEKİN, H. (2000). **Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme**. Ankara: Yargı yayınevi.
- TEZBAŞARAN, A. (1996). **Likert Tipi Ölçek Geliştirme Kılavuzu**. Türk Psikologlar Derneği Yayınları. Özyurt Matbaası, 26-28
- TIMSS, (2003). **IEA's TIMSS 2003 International Report on Achievement in the Mathematics Cognitive Domains: Findings from a Developmental Project** International Association for the Evaluation of Educational Achievement. TIMSS & PIRLS International Study Lynch School of Education, Boston College.
- TÖREMEN, F. (2001). **Öğrenen Okul**. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- TRACY, L. & GIBSON, B. A. (2005). **Development of an instrument to assess student attitudes toward educational process in an undergraduate core curriculum**. Doctorate thesis, University of Arkansas.
- TRILIANOS, A. (1997). **Critical Thinking and its Instruction**. Athens: self-publication.
- TURGUT, F. (1997). **Eğitimde ölçme ve değerlendirme metotları**. (10. Baskı). Ankara: Gül Yayınevi.
- TÜRK DİL KURUMU (2005), **Türkçe Sözlük**, Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları; 549, 10. Baskı.
- UMAY, A. (2003). Matematiksel Muhakeme Yeteneği. **Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi**. 24, 234-243.

- ÜNAL, A. (2006). **İlköğretim öğrencilerinin gelecek ile ilgili umutlarının yapısal eşitlik modelleriyle belirlenmesi**. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- VAN DE WALLE, J. A. (2004). **Elementary and Middle School Mathematics Teaching Developmentally**. USA: Pearson Education
- WALLAS, G (1926) **The Art of Thought**. New York: Harcourt Brace.
- WEBSTER (1986). **Webster's third new international dictionary of the English language**. Chicago: Encyclopaedia Britannica, Inc
- YACKEL, E., & COBB, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. **Journal for Research in Mathematics Education**, 27, 458-477.
- YAZGAN, Y. (2007). Dördüncü ve Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Rutin Olmayan Problem Çözme Stratejileriyle İlgili Gözlemler. **İlköğretim Online**, 6(2), 249-263.
- YILDIRIM, A. ve ŞİMŞEK, H. (2003). **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri** (3. baskı). Ankara: Seçkin.
- YILMAZ, H. B. (1997). **Effects of Metacognitive Training on Seventh Grade Students' Problem Solving Performance**. The Degree of Master of Science, Graduate Program in Secondary School Science and Mathematics Education, Boğaziçi University
- YIKMIŞ, A. (1999). **Zihin Engelli Çocuklara Temel Toplama ve Çıkarma İşlemlerinin Kazandırılmasında Etkileşim Ünitesi ile Sunulan Bireyselleştirilmiş Öğretim Materyalinin Etkililiği**. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

YIMER, A. & ELLERTON N. F. (2006). Cognitive and Metacognitive Aspects of Mathematical Problem Solving: An Emerging Model. **Mathematics Education Research Group of Australasia, Conference Proceedings 2006**. 575-582.

EKLER

EK 1 : TDK'nın "Metacognition" Terimi ile ilgili Yazısı

**EK 2 : Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığının Araştırma
İzin Yazısı**

EK 3 : Deneysel İşlemin Değerlendirmesine Yönelik Gözlem Formu

**EK 4 : Kontrol Grubunda Gerçekleştirilen Problem Çözme Etkinliklerini
Değerlendirmeye Yönelik Gözlem Formu**

EK 5 : Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeği

EK 6 : Yönlendirme Kartı Örneği

**EK 7 : Örnek Bir Problemin Üstbilis Stratejisi (Improve) Kullanılarak
Çözüm Sürecinin Betimlenmesi**

EK 8 : Deneysel Uygulamada Kullanılan Problemler

EK 9 : Değerlendirme Soruları

EK 1
TDK’NIN “REASONING ve METACOGNITION” TERİMLERİ İLE
İLGİLİ YAZISI

T.C.
ATATÜRK KÜLTÜR, DİL VE TARİH YÜKSEK KURUMU
TÜRK DİL KURUMU BAŞKANLIĞI
Terim Bilim ve Uygulama Kolu

Sayı : B.02.0.TDK.1005-430/2867-----
Konu : "Reasoning ve metacognition" sözleri

8 Kasım 2005

Sayın Pusat PİLTEN

İlgi: 12 Ekim 2005 günlü bilgi edindirme belgeniz.

İngilizce *reasoning* sözü için dilimizde **muhakeme**, *akıl süzgecinden geçirme*, *usa vurma*, *uslamlama* karşılıkları bulunmaktadır. Kısaca "öğrendiğinin farkına varma" olarak tanımlanabilecek *metacognition* sözü için de dilimizde çeşitli kişi ve kurumlarca *biliş bilgisi*, *yürütücü biliş*, *ileri biliş*, *biliş ötesi*, *bilinç ötesi*, *bilişselüstü*, *üstbiliş* gibi karşılıklar kullanılmaktadır. İçerdiği anlam ve yapısı dikkate alındığında, *metacognition* sözü için diğerlerine oranla daha yaygın olarak kullanılan **üstbiliş** ifadesinin uygun bir karşılık olduğunu bilgilerinize sunarım.

Prof. Dr. Şükrü Halûk AKALIN
Türk Dil Kurumu Başkanı

EK 2
EĞİTİMİ ARAŞTIRMA VE GELİŞTİRME DAİRESİ BAŞKANLIĞI'NIN
ARAŞTIRMA İZİN YAZISI

T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı

Sayı : B.08.0.EGD.0.33.05.311- 221 / 854
Konu : Araştırma İzni

06./03/2006

GAZİ ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü)

İlgi : 01.02.2006 tarih ve B.30.2.GÜN.0.F8.00.00/568 sayılı yazınız.

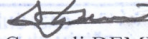
Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Ana Bilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı doktora öğrencisi Pusat PILTEN'in "Biliş Üstü Öğretimin, İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Muhakeme Becerilerine Etkisi" konulu araştırmada veri toplama aracı olarak kullanılacak anketlerin, Ankara İli Aşkın Bey, Emin Sağlamer, Yeşilevler ve Ülkü Akın ilköğretim okullarında uygulama izin talebi incelenmiştir.

Üniversiteniz tarafından kabul edilen, onaylı bir örneği Bakanlığımızda muhafaza edilen (20 sayfa – 48 sorudan oluşan) anketin belirtilen okullarda uygulanmasında bir sakınca görülmemektedir.

Araştırmamanın bitiminde sonuç raporunun iki örneğinin Bakanlığımıza gönderilmesi gerekmektedir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

EKLER :
EK-1: Anket Örneği (1 Adet-20 Sayfa)


Cumaali DEMİRTAŞ
Bakan a.
Müsteşar Yardımcısı

Alınan Tarih	Gönderen Kurum / Kişi

KAYIT
TARİHİ

EK 3
DENEYSEL İŞLEMİN DEĞERLENDİRMESİNE YÖNELİK
GÖZLEM FORMU

Gözlemci :

Tarih :

Saat :

Başlangıç	E	H
Gruplar planlandığı gibi oluşturuldu.		
Problem çözmede üstbilişsel sorgulamanın nasıl yapılacağı öğretildi.		
Yönlendirme kartlarının nasıl kullanılacağı öğretildi.		
Strateji öğrencilere tanıtıldı.		
Giriş		
Yeni problem soru cevap tekniği kullanılarak tanıtıldı.		
Sorular öğrenciler tarafından cevaplandırıldıktan sonra öğretmen bu soruların doğru cevaplarını oluşturdu.		
Öğrencilere cevapların nasıl kontrol edileceği hakkında bilgi verildi.		
Çözüm planının işlememesi durumunda ne yapmaları gerektiği belirtildi.		
Uygulama		
Öğrenci sırası geldiğinde bir problemi yüksek sesle okudu.		
Yönlendirme kartlarında verilen üstbilişsel yönergelerle uyararak muhakemesini açıkladı ve problemi çözdü.		
Problemin çözümünde aşağıdaki yollardan biri izlendi: • Grup üyelerinin tamamı çözüm konusunda anlaştı; → yeni öğrenci yeni probleme geçti. • Grup üyelerinin tamamı çözüm konusunda anlaşamadı; → grup yönlendirme kartları yardımı ile tartıştı → yine bir anlaşma sağlanamadı → öğretmenden yardım istendi.		

Gözden Geçirme	E	H
Ders sonunda öğretmen konuyu özetledi.		
Bilişsel Süreçlerde Uzmanlık		
Ünitenin sonunda erişim testi uygulandı.		
Doğrulama ve Zenginleştirme		
Erişim testi sonuçlarına göre: • Başarısı %80'in üzerinde olan öğrencilerle zenginleştirme aktiviteleri yapıldı. • Başarısı %80'in altında olan öğrencilerle düzeltme aktiviteleri yapıldı.		
Ünite sonunda uygulanmış olan erişim testine paralel bir form uygulandı.		
Test sonuçları kullanılarak yeni gruplar oluşturuldu.		

EK 4
KONTROL GRUBUNDA GERÇEKLEŞTİRİLEN PROBLEM ÇÖZME
ETKİNLİKLERİNİ DEĞERLENDİRMEYE YÖNELİK
GÖZLEM FORMU

Gözlemci :

Tarih :

Saat :

Sınıf ortamı ile ilgili:

.....

Problemi anlaşılması ile ilgili:

.....

Problemin çözümü için plan yapma ile ilgili:

.....

Çözüm için yapılan planın uygulanması ile ilgili:

.....

Çözümün kontrol edilmesi ile ilgili:

.....

Diğer tespitler:

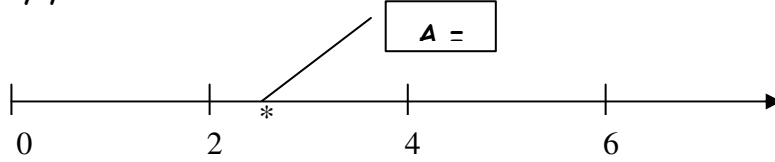
.....

EK 5
MATEMATİKSEL MUHAKEME DEĞERLENDİRME ÖLÇEĞİ

Adı ve Soyadı:
Sınıfı:
Numarası:

MATEMATİKSEL MUHAKEME DEĞERLENDİRME ÖLÇEĞİ - I

1. Aşağıdaki sayı doğrusu üzerinde bulunan A noktasına karşılık gelen sayıyı tahmin ediniz.



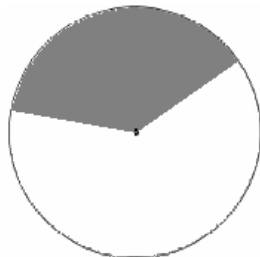
- a) 2,1
b) 2,2
c) 2,5
d) 2,7

2. Aşağıdaki resimde kitabın genişliği 30 cm'dir. Masanın uzunluğunu tahmin ediniz.



- a) 55 cm
b) 75 cm
c) 105 cm
d) 135 cm

3. Taralı kısmın kesir olarak gösteriminin hangi aralıkta olabileceğini tahmin ediniz?



- a) 0 ile $\frac{1}{4}$ arasındadır.
b) $\frac{1}{4}$ ile $\frac{1}{2}$ arasındadır.
c) $\frac{1}{2}$ ile $\frac{3}{4}$ arasındadır.
d) $\frac{3}{4}$ ile $\frac{4}{4}$ arasındadır.

4. ve 5. sorularda, verilen bilgileri kullanarak çıkarımlarda bulununuz. Sonuca nasıl ulaştığınızı belirtiniz. Çözüm aşamalarını ayrıntılı bir biçimde açıklayınız.

4. Kirası 2000 yılında 75 YTL, 2002 yılında 160 YTL, 2004 yılında 300 YTL olan bir evin 2006 yılındaki kirası kaç YTL olabilir?

a) 400 b) 650 c) 1250 d) 2000

.....

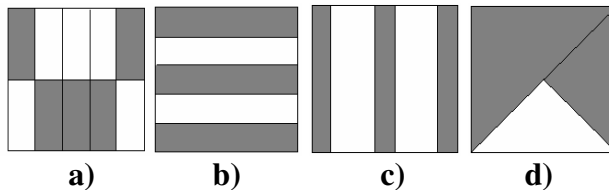
5. Aşağıdaki tabloda bir ampul fabrikasının 1999-2003 yılları arasında ürettiği ampul sayıları verilmiştir. Bu bilgilere göre fabrikanın 2004 yılında ne kadar ampul üretmesi beklenebilir?

Yıl	Ampul Sayısı
1999	200.000
2000	400.000
2001	500.000
2002	1.000.000
2003	1.100.000

a) 2.200.000 b) 4.200.000 c) 4.400.000 d) 4.500.000

.....

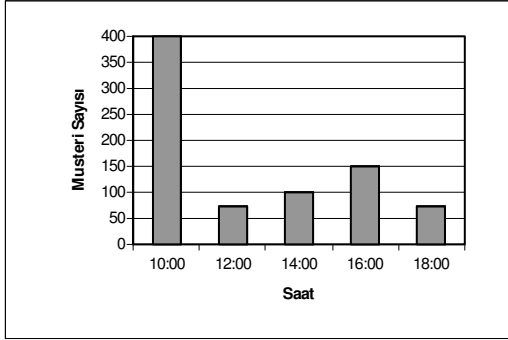
6. Aşağıdaki karelerdeki taralı bölümlerinin hangisi $\frac{3}{5}$ kesrini göstermektedir?



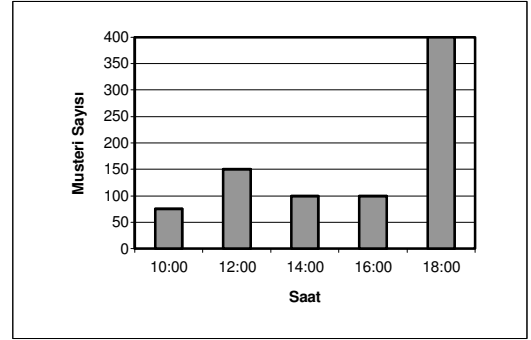
7. Aşağıda bir alışveriş merkezinde belirli saatlerde bulunan müşteri sayıları verilmiştir. Seçeneklerdeki grafiklerden hangisi saatlere göre müşteri sayısını doğru olarak göstermektedir?

Saat	Müşteri Sayısı
10:00	75
12:00	150
14:00	100
16:00	75
18:00	400

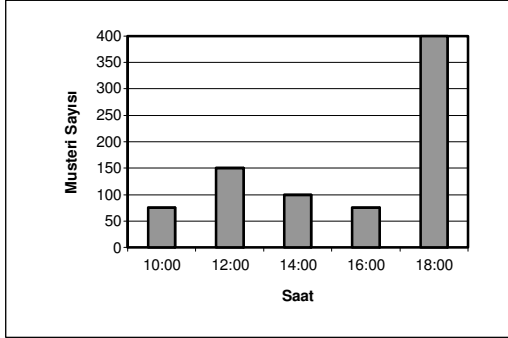
a)



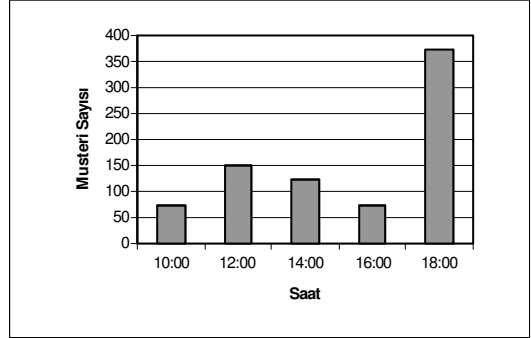
b)



c)



d)



8. Aşağıdakilerden hangisi $\frac{1}{5}$ kesrinin ondalık sayı olarak gösterimidir?

- a) 0,2
- b) 0,25
- c) 1,5
- d) 1,5

9-12 sorular aşağıda verilen bilgilere göre cevaplandırılacaktır.

$$\begin{aligned} p &= 1p \\ q &= 2p \\ r &= 5p \\ s &= 10p \\ t &= 20p \\ u &= 50p \end{aligned}$$

9. $p + q + r + t = ?$

- a) 25p b) 26p c) 27p d) 28p

10. $5u + s = ?$

- a) 60p b) 100p c) 260 p d) 300p

11. $(s + t) / 5 = ?$

- a) 2p b) 4p c) 6p d) 14p

12. $2u / (r + t) = ?$

- a) 2p b) 3p c) 4p d) 5p

13-16 sorularda verilen sayılar arasındaki örüntüyü belirleyiniz. "?" Yerine gelecek sayının bulunduğu seçeneği işaretleyiniz.

13. 1/2, 1, 2, 4, 8, ?

- a) 12 b) 24 c) 16 d) 18

14. 3, 5, 8, 12, 17, ?

- a) 25 b) 24 c) 23 d) 22

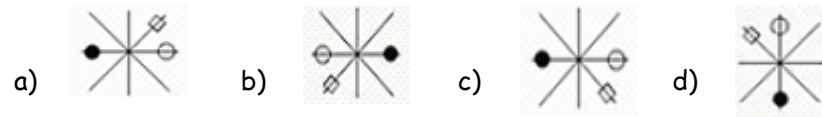
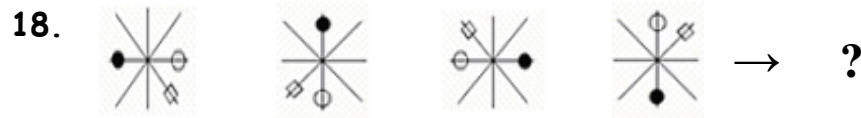
15. 2, 2, 4, 6, 10, ?

- a) 14 b) 10 c) 20 d) 16

16. 81, 27, 9, 3, 1, ?

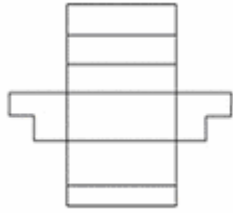
- a) 1\2 b) 1 c) 1\3 d) 1\6

17-19. sorularda verilen şekil dizilerinden sonra gelmesi gereken şeklin bulunduğu seçeneği işaretleyiniz.

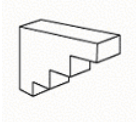


21. ve 22. sorularda verilen şeklin birleştirilmiş halinin bulunduğu seçeneği veya seçenekleri işaretleyiniz.

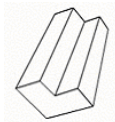
20.



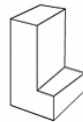
a)



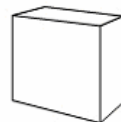
b)



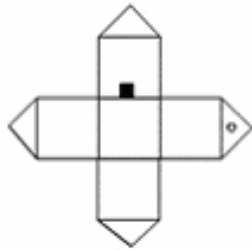
c)



d)



21.



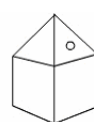
a)



b)



c)



d)



Adı ve Soyadı:

Sınıfı:

Numarası:

MATEMATİKSEL MUHAKEME DEĞERLENDİRME ÖLÇEĞİ - II

22-25 sorularda verilen problemleri çözünüz. Altlarında verilen boşluklara nasıl çözdüğünüzü, kullandığınız çözüm yolunu neden seçtiğinizi ayrıntılı bir şekilde yazınız.

22. Bir öğrenci bir kitabın önce $\frac{7}{9}$ 'unu, sonra kalanın $\frac{1}{4}$ 'ünü okuyor. Geriye 25 sayfa kaldığına göre kitap kaç sayfadır?

- a) 60
- b) 75
- c) 90
- d) 150

.....

.....

.....

.....

.....

23) Saatte 85 km hızla giden bir otomobil gideceği yolun $\frac{5}{8}$ 'inin $\frac{2}{5}$ 'ini gittikten sonra kalan yolu 3 saatte tamamlamıştır. Otomobilin aldığı bütün yol kaç kilometredir?

- a) 340
- b) 350
- c) 400
- d) 480

.....

.....

.....

.....

.....

24) 40 kişilik bir otobüste çocuk yolcuların sayısı, büyüklerin 4 katıdır. Otobüste kaç tane çocuk yolcu vardır?

- a) 6
- b) 12
- c) 22
- d) 32

.....

.....

.....

.....

.....

25) Bir kitapla bir dergi 34 Ytl'ye alınmıştır. Kitabın fiyatı, derginin fiyatının 8 katından 2,5 Ytl fazladır. Kitabın fiyatı kaç Ytldir?

- a) 3,5
- b) 28
- c) 30,5
- d) 3,15

.....

.....

.....

.....

.....

26) Bir bilim adamı yaptığı deneyde kullanmak için 1 litre çözeltiliye ihtiyaç duymaktadır. Fakat elinde bulunan derecesiz büyük kabın içerisindeki çözeltiden 1 litre elde etmek için kullanabileceği 3 litre, 5 litre ve 7 litre büyüklüklerinde 3 adet deney tüpü bulunmaktadır. Bilim adamı bu tüpleri kullanarak 1ml çözeltiliyi ne şekilde elde eder?

.....

.....

.....

.....

.....

28. Problem:

Bir maratону birinci bitiren sporcu 3 saat 47 dakika 51 saniyede, sonuncu bitiren sporcu ise 5 saat 32 dakika 27 saniyede tamamlamıştır. Yarışı birinci bitiren sporcu, sonuncu bitiren sporcudan ne kadar önce bitirmiştir?

Çözüm Yolu:

Yarışı sonuncu bitiren sporcunun bitirme süresinden, yarışı birinci bitirenin süresi çıkarılır. Bunun içinde aşağıdaki işlemler yapılır.

$$\begin{aligned} 5 \text{ saat, } 32 \text{ dakika, } 26 \text{ saniye} &= 4 \text{ saat, } 92 \text{ dakika, } 26 \text{ saniye} \\ &= 4 \text{ saat, } 91 \text{ dakika, } 126 \text{ saniye} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 4 \text{ sa, } 91 \text{ dk, } 106 \text{ sn} \\ - 3 \text{ sa, } 47 \text{ dk, } 51 \text{ sn} \\ \hline 1 \text{ sa, } 44 \text{ dk, } 54 \text{ sn} \end{array}$$

a) Doğru
Yanlış (Çünkü)

.....

.....

.....

.....

29. Problem:

0,5 saat kaç dakikadır?

Çözüm Yolu:

$$[0,5 \text{ sa} = \frac{1}{5} \text{ sa}] \quad \text{ve} \quad [1 \text{ sa} = 60 \text{ dk}] \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{1}{5} \times 60 \text{ dk} = 12 \text{ dk dır.}$$

a) Doğru
Yanlış (Çünkü)

.....

.....

.....

.....

30. Problem:

6 işçinin 12 günde yaptığı işi kaç işçi 8 günde bitirebilir?

Çözüm Yolu:

6 işçi → 12 günde bitirirken

? işçi → 8 günde bitirir

$$\frac{6 \times 8}{12} = 4$$

a) Doğru
Yanlış (Çünkü)

.....

.....

.....

.....

.....

31-33. sorularda bir sınıfa sorulan sorular ve öğrencilerin en fazla verdikleri yanlış cevaplar görülmektedir. Sizce öğrenciler neden belirtilen yanlış cevabı vermiş olabilirler?

31. $\frac{12}{13} + \frac{7}{8}$ işleminin sonucu nedir?

Bir sınıfta bulunan öğrencilerden, yukarıdaki soruyu çözemeyenlerin çoğunluğunun vermiş oldukları yanlış cevap 19'dur. Sizce bu öğrenciler tarafından yapılmış olan hata ne olabilir?

.....

.....

.....

.....

.....

32. Ahmet 2003 yılında 12 yaşındayken, babası, 1989 yılında 43 yaşındaydı. Ahmet doğduğu zaman babası kaç yaşındaydı?

Bir sınıfta bulunan öğrencilerden, yukarıdaki soruyu çözemeyenlerin çoğunluğunun vermiş oldukları yanlış cevap 55'dir. Sizce bu öğrenciler tarafından yapılmış olan hata ne olabilir?

.....

.....

.....

33. 4 katı 48 olan sayının $1/3$ 'ü kaçtır?

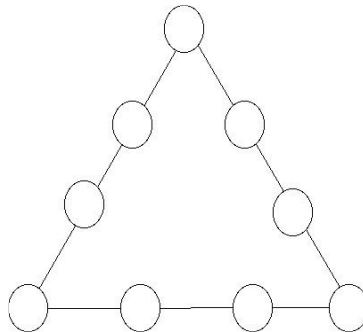
Bir sınıfta bulunan öğrencilerden, yukarıdaki soruyu çözemeyenlerin çoğunluğunun vermiş oldukları yanlış cevap 36'dır. Sizce bu öğrenciler tarafından yapılmış olan hata ne olabilir?

.....

.....

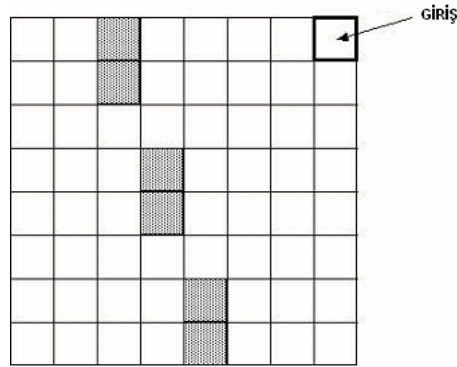
.....

34. Aşağıda her bir kenarı üzerinde 4 halka olan bir üçgen verilmiştir. Sizden, 1'den 9'a kadar olan rakamları bu halkalara yerleştirmeniz isteniyor. Üçgenin her bir kenarı üzerindeki 4 halkaya yazacağınız rakamların toplamının 20 olması gerektiğini ve 1 den 9'a kadar olan rakamları sadece bir kez kullanabileceğinizi unutmayın.



35. Aşağıdaki labirentte bir yürüyüş yapmanız isteniyor. Yalnız yürüyüş esnasında şu kurallar unutulmamalıdır;

- Yürüyüşe giriş karesinden başlanacak ve yine bu noktadan bitirilecektir.
- Açık renkli kareler üzerinde yürünecek, her adımda sadece bir kareye basılacaktır.
- Labirentin üzerinde bulunan açık renkli karelerin hepsine bir kez basmak zorunludur. Açık renkli karelerden üzerine basılmayan kalmamalıdır.
- Bir kez üzerine basılan kareye tekrar basılmayacaktır.
- Koyu renkli karelere basılmayacaktır.
- Çapraz adım atmak yasaktır. Yalnızca sağa-sola, yukarı-aşağıya adım atılabilir.



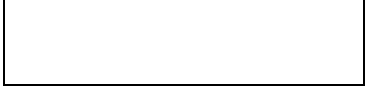
36. Aşağıda şekilde 4 parçaya ayrılmış durumda bir kaşar peyniri görülmektedir. Bu kaşar peynirini size verilen bıçağı kullanarak ve verilen kurallara uyarak en fazla kaç parçaya bölebilirsiniz?

Kurallar:

1. Bıçağı üç kez kullanabilirsiniz.
2. Bıçağı kullanırken elinizi kaldırmazsınız.
3. Yalnızca düz kesimler yapabilirsiniz.
4. Kaşarı eşit büyüklükte parçalara ayırmak zorunda değilsiniz.



37. ve 38. soruları cevaplandırırken aşağıdaki dörtgenlerden faydalanabilirsiniz.

		
$A=36$ $\Ç=26$	$A=36$ $\Ç=24$	$A=36$ $\Ç=30$

37. Yukarıda verilen dikdörtgenleri inceleyiniz. Alan ve çevre ile ilgili aşağıda verilen genellemelerden doğru olanı işaretleyiniz.

- a) Çevre her zaman alandan daha büyüktür.
- b) Çevre her zaman tek sayıdır.
- c) Çevre büyüdükçe alan da büyür.
- d) Çevre ve alan arasında herhangi bir ilişki yoktur.

38. Aşağıdakilerden hangisi tüm dikdörtgenler için doğru değildir?

- a) Karşılıklı kenarları paraleldir.
- b) Tüm açıları diktir.
- c) Köşegenler birbirine eşittir.
- d) Köşegenler birbirini dik keser.

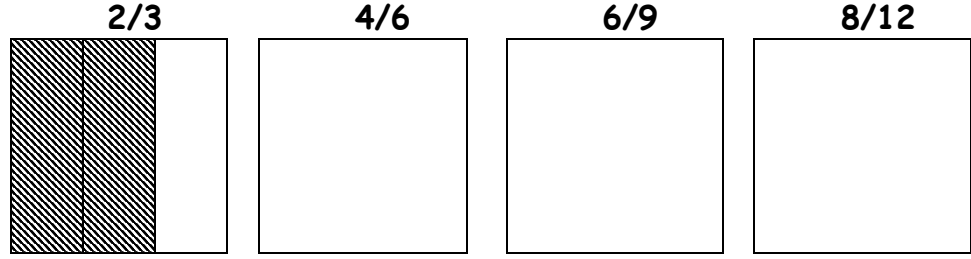
39. 1'den 100'e kadar olan tek doğal sayıların toplamı $(1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+\dots+99)$ ile ilgili aşağıda verilen tabloyu inceleyiniz ve bir genellemede bulununuz.

Toplanan Eleman Sayısı (n)	Toplanan Elemanlar	TOPLAM
1	1	1
2	1+3	4
3	1+3+5	9
4	1+3+5+7	16
5	1+3+5+7+9	25
6	1+3+5+7+9+11	36
7	1+3+5+7+9+11+13	49
8	1+3+5+7+9+11+13+15	64
↓	↓	↓
50	1+3+5+7+9+11+13+15+...+99	2550

40. 1'den 100'e kadar olan çift doğal sayıların toplamı $(2+4+6+8+10+12+14+16+\dots+100)$ ile ilgili aşağıda verilen tabloyu inceleyiniz ve bir genellemede bulununuz.

Toplanan Eleman Sayısı (n)	Toplanan Elemanlar	TOPLAM
1	2	2
2	2+4	6
3	2+4+6	12
4	2+4+6+8	20
5	2+4+6+8+10	30
6	2+4+6+8+10+12	42
7	2+4+6+8+10+12+14	56
8	2+4+6+8+10+12+14+16	72
↓	↓	↓
50	2+4+6+8+10+12+14+16+...+100	2550

41. Verilen kesirlerin değerlerini altında bulunan modeller üzerinde gösteriniz. Verilen kesirlerle oluşturduğunuz modelleri birlikte değerlendiriniz. Kesirlerde denkliği tanımlayınız.



.....

.....

.....

.....

EK 6
YÖNLENDİRME KARTI ÖRNEĞİ

Hazırlık Düzeyinde Anlama Soruları	a. Problemden ne istendiğini kendi cümlelerinizle tanımlayınız. b. Problemin ne hakkında olduğuna karar veriniz. c. Problemden geçen matematiksel kavramların anlamlarını belirtiniz.
Bağlantı Soruları	d. Bu problem ile daha önce çözmüş olduğunuz problem arasındaki benzerlikleri ve farklılıkları belirtiniz. Nedenlerini açıklayınız.
Stratejik Sorular	e. Problemi çözebilmek için hangi yolların kullanılabileceğini belirtiniz. Nedenlerini açıklayınız. f. Problemi çözebilmek için verilen bilgileri nasıl düzenleyebileceğinizi açıklayınız. g. Belirlediğiniz yolu ne şekilde uygulayıp problemi çözeceğinizi açıklayınız.
Düşünme Soruları	h. Problemin çözümü için ne yaptığınızı açıklayınız. i. Problemin çözümünde ne gibi güçlüklerle karşılaştığınızı ne hissettiğinizi açıklayınız. j. Probleminizin çözümünün doğruluğunu nasıl kanıtlarsınız? Açıklayınız. k. Problemin çözümünde başka bir yol kullanabilir miydiniz? Açıklayınız.

EK 7
PROBLEMLERİN ÜSTBİLİŞ STRATEJİSİ (IMPROVE)
KULLANILARAK ÇÖZÜM SÜRECİNİN BETİMLENMESİ
ÖRNEK 1

Kemalin odasındaki masanın üst yüzü dikdörtgensel bölge şeklindedir. Masanın kısa kenarı 120 cm, uzun kenarı ise 150 cm'dir. Dikdörtgen şeklindeki alanın üzerindeki masa örtüsü, masanın kenarlarından 30 cm aşağı sarkmaktadır. Kemal, masa örtüsünün alanının, masanın alanından 900 cm^2 fazla olacağını düşünüyor. Sizce Kemal'in düşüncesi doğru mu?

a. Giriş

Yukarıdaki problem sınıfa verildi. Problemin ne hakkında olduğu sınıfa soruldu? Öğrencilerin problemin alan hesapları ile ilgili olduğu sonucuna ulaşmaları sağlandı. Problemin daha önce öğrenci çalışma kitabında (sf. 95) bulunan 7. problemle, ne gibi bir benzerlik veya farklılığa sahip olduğu sınıfta tartışıldı. Bu aşamada çalışma kitabında yer alan problem tekrar sınıfa hatırlatıldı. Sınıfta her iki problemin de alan hesaplamalarıyla ilgili problemler olduğu konusunda görüş birliğine varıldı. Problemin çözümünde kullanılabilecek stratejilerin hangileri olabileceği konuları soru cevap yöntemi ile sınıfta konuşuldu. Sınıfa bu problemin çözümünde kullanılabilecek stratejilerden bazıları hatırlatıldı (geriye doğru düşünme, tahmin, deneme yanılma, benzer basit problemlerin çözümünden yararlanma vb.). Hangisinin veya hangilerinin bu problemin çözümü için uygun olduğu konusunda öğrencilerin fikirleri alındı. Bu aşamada bir müdahalede bulunulmadı. Öğrencilerden çoğunluğunun problemi benzer problemlerin çözümlerinden yararlanarak çözmeye eğiliminde oldukları gözlemlendi.

b. Üstbilişsel Sorgulama

Girişin ardından öğrencilerin daha önceden belirlenmiş olan gruplar halinde problemi çalışmaları sağlandı. Gruplardaki her öğrenciye problemi

yüksek sesle okuma ve kendilerine dağıtılmış olan ve üstbilişsel sorgulama yönergesinin yer aldığı yönlendirme kartlarındaki soruları cevaplandırarak problemleri çözme fırsatı verildi. Her öğrenci kendi çözüm sürecini grup arkadaşlarıyla paylaştı. Gruplarda bulunan öğrenciler tek bir çözüm üzerinde görüş birliğine varıncaya kadar tartışmaları için süre tanındı. Araştırmacı bu tartışmalar sırasında her gruba belirli sürelerde grup üyesi statüsünde katıldı ve grup tartışmalarını gözlemledi ve yönlendirdi. Ayrıca çözüm yolunu grubun hiçbir üyesinin bulamaması durumunda araştırmacı gruba ipuçları vererek öğrencilerin çözümü hissetmeleri sağlandı. Tüm grup üyeleri bir çözüm üzerinde anlaştıklarında cevaplarını bir kağıda yazmaları ve bir yönlendirme kartını birlikte doldurmaları sağlandı.

EK 8
DENEYSEL UYGULAMADA KULLANILAN PROBLEMLER

4. ÜNİTE: GEOMETRİK CİSİMLER

4.1. Alan

Problem 1

MEB (2005); sf: 93

1. Bir yapı kooperatifi yandaki örnek daireyi yapacaktır. Bu dairenin ıslak zeminleri fayans, diğer yerleri halı ile kaplanacaktır. Kooperatif yöneticileri bunun için fayans ve halı firmasından bir teklif aldılar.

Bu teklif şu şekildedir:

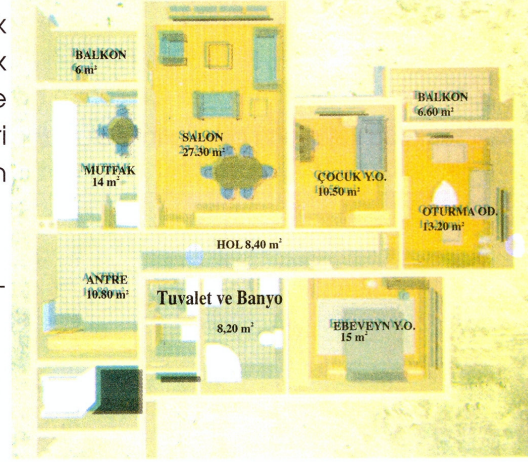
Fayans: 1 m²'ye 25 fayans döşenecek. 1 Fayansın fiyatı 40 Ykr.

İşçilik: 1 m²'si 4 YTL

Halı: 1 m²'si 15 YTL

İşçilik: 200 YTL

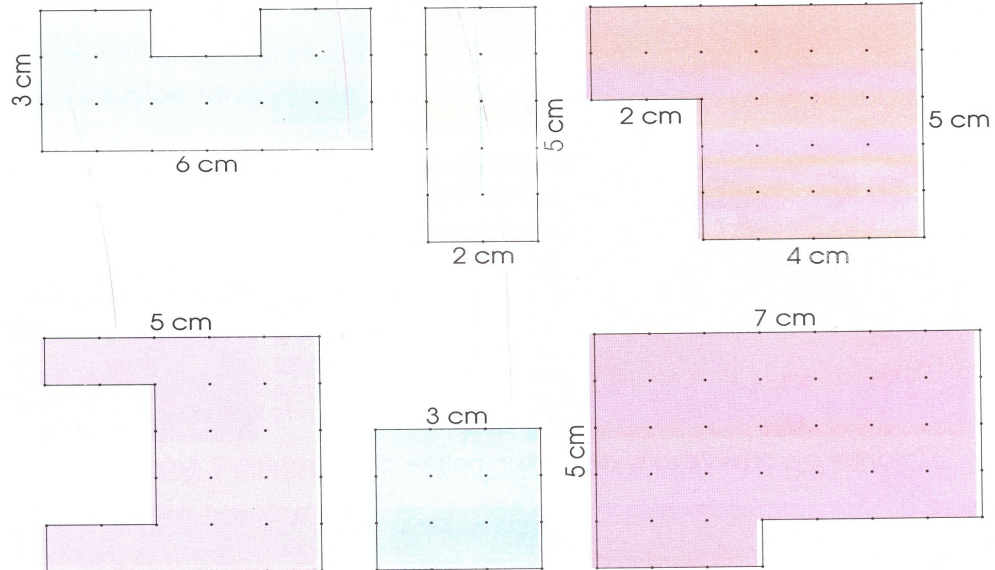
Teklife göre örnek dairenin tabanlarının döşenmesi için ne kadar paraya ihtiyaç vardır?



Problem 2

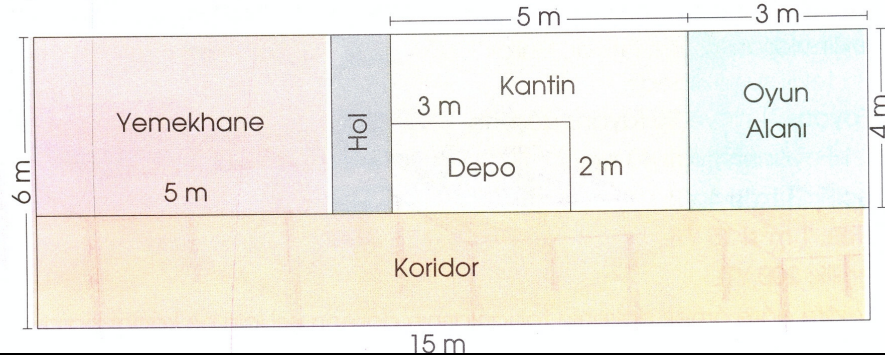
MEB (2005); sf: 94

2. Aşağıdaki boyalı bölgelerin alanlarını hesaplayınız.

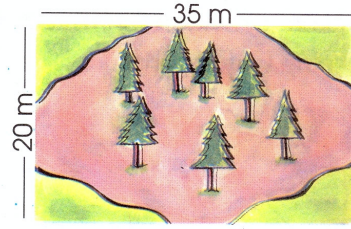


Problem 3**MEB (2005); sf: 94**

3. Yatılı ilköğretim Bölge Okulunun bölümlerinden bir kısmının planı aşağıda verilmiştir. Bu kısımların alanlarını bulunuz.

**Problem 4****MEB (2005); sf: 95**

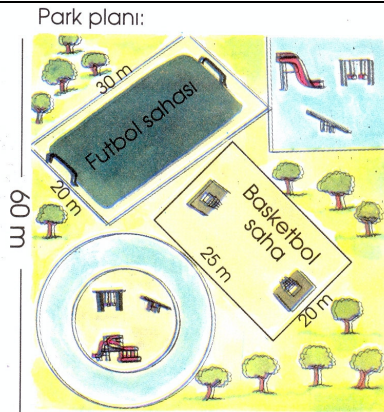
4.



Yandaki resimde dikdörtgensel bölge şeklindeki bir arazi görülmektedir. Bu arazinin sulanması için bir tane su fiskeyi alınmıştır. Bu fiskeye ile günde 100 m^2 lik alan sulanabildiğine göre; arazi su fiskeyi ile kaç günde sulanabilir?

Problem 5**MEB (2005); sf: 95**

5.



Yanda dikdörtgensel bölge şeklinde bir parkın planı verilmiştir.

Buna göre;

- Futbol sahasının alanı kaç m^2 dir?
- Basketbol sahasının alanı kaç m^2 dir?
- Parkin alanı kaç m^2 dir?

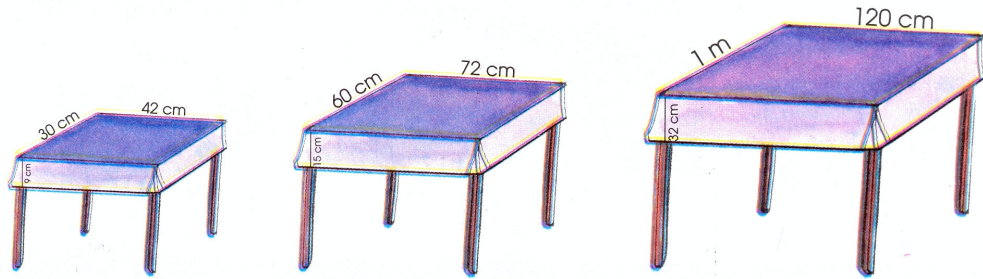
Problem 6**MEB (2005); sf: 95**

6. Tabloda kare ve dikdörtgensel bölge şeklindeki odalar verilmiştir. Tabloda verilmeyenleri bulunuz.

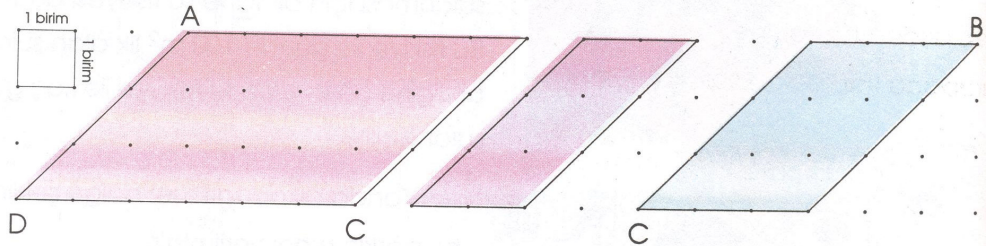
Odanın Eni (m)	3		4	4	6
Odanın Boyu (m)	7	6	4		7
Odanın Alanı (m ²)		24		32	

Problem 7**MEB (2005); sf: 95**

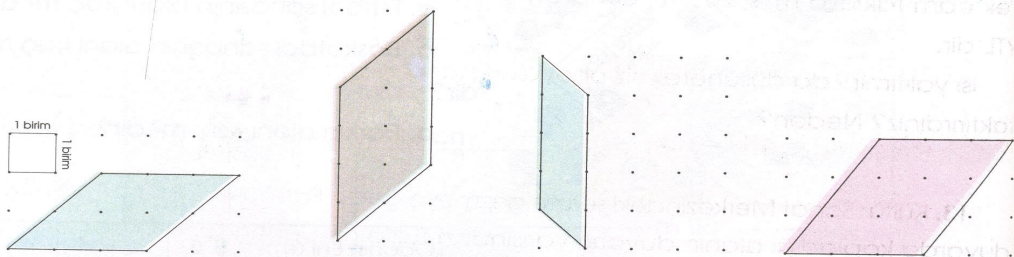
7. Üç ayrı yaş grubunun satranç yarışması için değişik boyda masalar alınmıştır. Masa üzerine örtüler dikilecektir. Masa örtülerinin ölçüleri aşağıdaki gibidir. Toplam kaç cm² masa örtüsüne ihtiyaç vardır?

**Problem 8****MEB (2005); sf: 96**

8. Paralelkenarsal bölgelerin alanlarını birimkare cinsinden tahmin ediniz. Sonuç işlem yaparak bulduğunuz sonuçları tahminlerinizle karşılaştırınız.

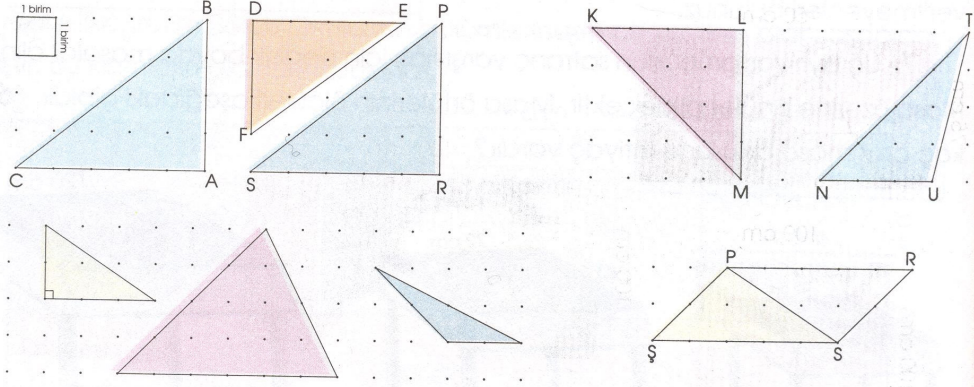
**Problem 9****MEB (2005); sf: 96**

9. Paralelkenarsal bölgelerin alanlarını bulunuz.

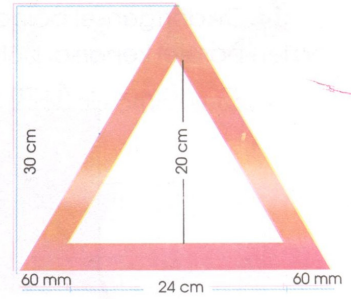


Problem 10**MEB (2005); sf: 96**

10. Aşağıdaki boyanmış alanların her biri kaç birimkaredir?

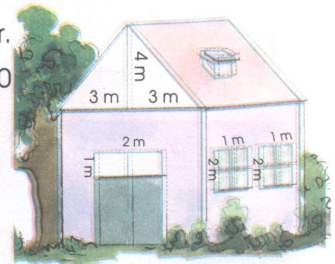
**Problem 11****MEB (2005); sf: 97**

11. Yandaki reflektör öğrendiğimiz geometrik şekillerden hangisine benzemektedir? Reflektörün arabada kapladığı alan kaç cm^2 'dir?

**Problem 12****MEB (2005); sf: 97**

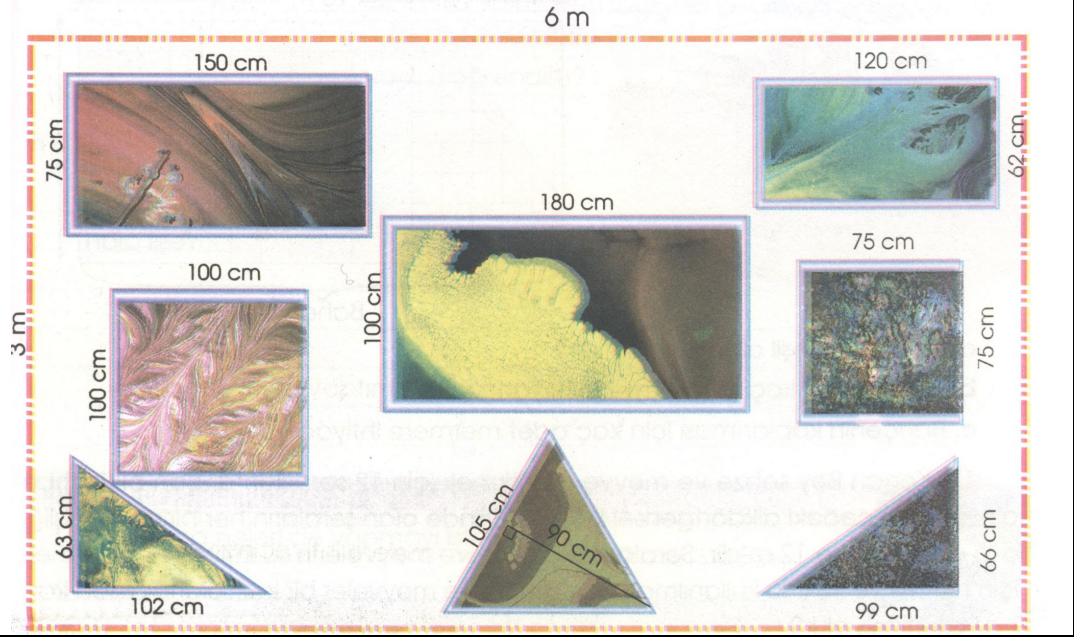
12. Evin beyazla belirtilen kısımlarına cam takılacaktır. Tek cam takılırsa m^2 'si 20 YTL, çift cam takılırsa m^2 'si 30 YTL'dir.

Isı yalıtımını da düşünerek siz olsaydınız hangi camı taktırırdınız? Neden?

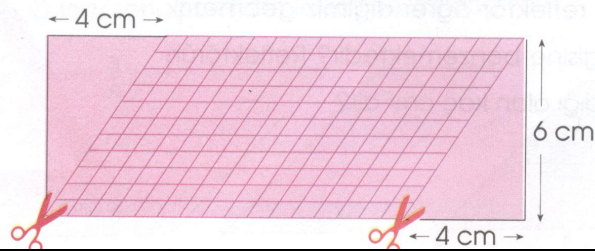


Problem 13**MEB (2005); sf: 97**

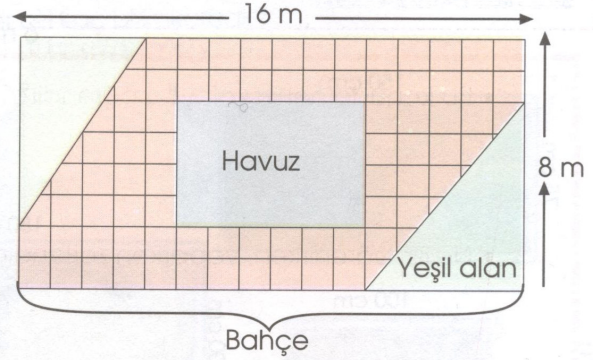
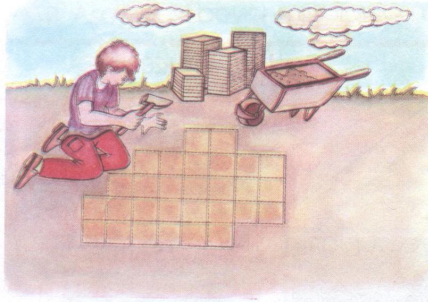
13. Kültür Sanat Merkezindeki sergiyi gezmeye gelen Fatma ile Cihangir, tabloların duvarda kapladığı alanın duvarın yarısından fazla olduğunu tahmin ediyorlar. Sizce doğru mu? Belirtilen alanı hesaplayarak tahminle karşılaştırınız.

**Problem 14****MEB (2005); sf: 98**

14. Dikdörtgensel bölge şeklindeki kumaş belirtilen yerlerden kesildiğinde elde edilen paralel kenarsal bölge şeklindeki kısmın alanını hesaplayınız.

**Problem 15****MEB (2005); sf: 98****Problem 16****MEB (2005); sf: 98**

16. Erhan Bey planı aşağıda verilen bahçedeki havuzun etrafını $0,5 \text{ m}^2$ lik mermerlerle kaplatmak istiyor. Bahçe planına göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.



- Bahçenin yeşil alanı kaç m^2 dir?
- Erhan Beyin kaç m^2 mermere ihtiyacı vardır?
- Bahçenin kaplanması için kaç adet mermere ihtiyaç vardır?

Problem 17

MEB (2005); sf: 98

17. Kenan Bey sebze ve meyve yetiştirmek için 12 seradan oluşan bir bahçe almıştır. Bahçedeki dikdörtgensel bölge şeklinde olan seraların her birinin genişliği 6 m uzunluğu ise 12 m'dir. Seralardaki sebze ve meyvelerin su ihtiyacını gidermek için her m^2 ye 10 L su kullanılmaktadır. Sebze ve meyveler bir kez sulandığında kaç L su tüketilmiş olur?

Problem 18

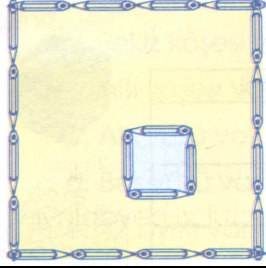
MEB (2005); sf: 99

17.



Yukardaki şekiller belli bir kurala göre dizilmiştir. Aşağıdaki örüntülerden hangisi bu kurala uymaktadır?

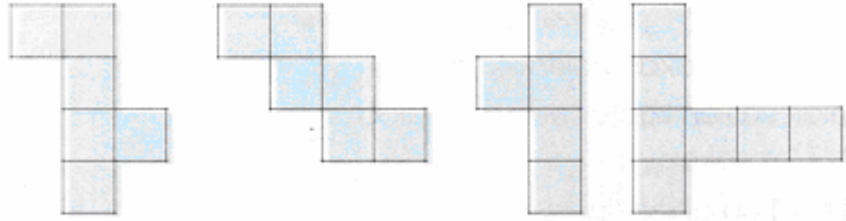
- ☆ □ ☆ □ ☆ □ □ ☆ ☆ □ □ ☆
- ☆ ☆ ☆ □ □ □ ☆ ☆ □ □ ☆ ☆
- ☆ □ ☆ ☆ □ □ ☆ ☆ ☆ □ □ □
- □ ☆ ☆ □ ☆ □ □ □ ☆ ☆ □

Problem 19**MEB (2005); sf: 99**

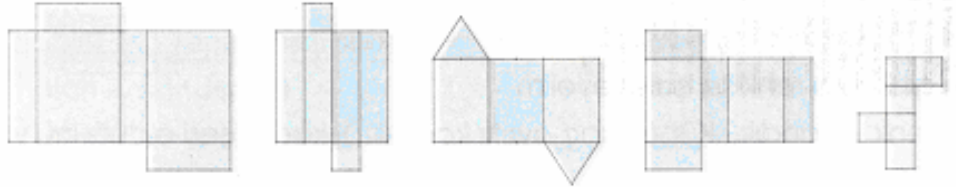
Yandaki kare biçiminde olan arsanın etrafı 16 eş kalem ile çevrilmiştir. 4 kalem daha kullanarak içinde bir bina yeri ayrılmıştır. Bu bina yeri dışında kalan arsa 10 eş kalem kullanılarak 5 eş parçaya ayrılacaktır. Nasıl yapılacağını gösteriniz.

4.2. Geometrik Cisimler**Problem 20****MEB (2005); sf: 102**

5. Hangisi küpün açınımlı değildir? Nedenini açıklayınız.

**Problem 21****MEB (2005); sf: 102**

6. Açınımları verilen geometrik cisimlerin adlarını yazınız.

**Problem 22****MEB (2005); sf: 102**

7. Geometrik cisimlerin yüzey açınımlarının alanlarını hesaplayınız.

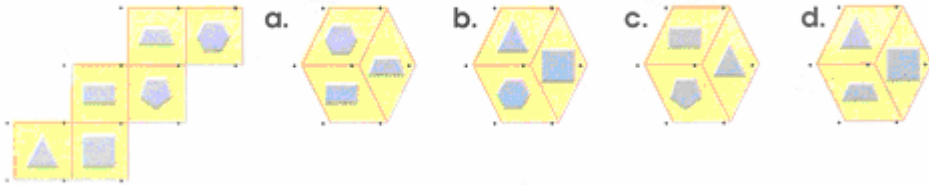
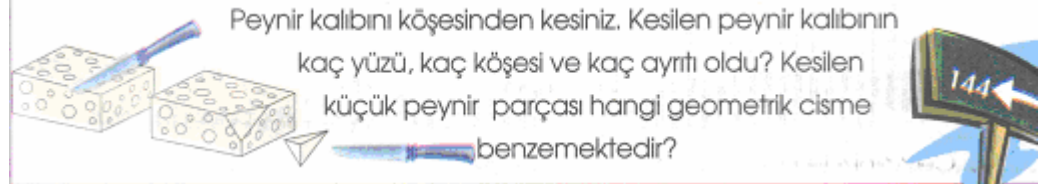


Problem 23**MEB (2005); sf: 102**

8. Her dikdörtgenler prizmasının yüzey açınımlarındaki yüzlerden bir tanesi eksil verilmiştir. Eksik yüzleri çiziniz.

**Problem 24****MEB (2005); sf: 102**

9. Açınımı verilen küpün kapalı hâli hangisidir?

**Problem 25****MEB (2005); sf: 102****Problem 26****MEB (2005); sf: 103**

1. Yanda, resimdeki izci çadırlarını inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- Büyük çadırın kaç yüzü vardır? Yüzleri hangi geometrik şekle benzemektedir?
- Çadırların yan yüzlerinin tümünün kesiştiği noktaya ne denir?

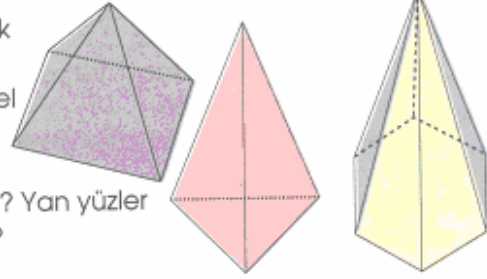


Problem 27**MEB (2005); sf: 103**

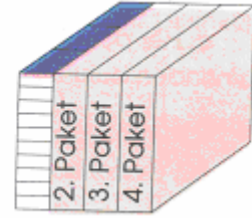
2. Yanda verilen piramitleri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a. Piramitlerin tabanları hangi çokgensel bölgelere benzemektedir?

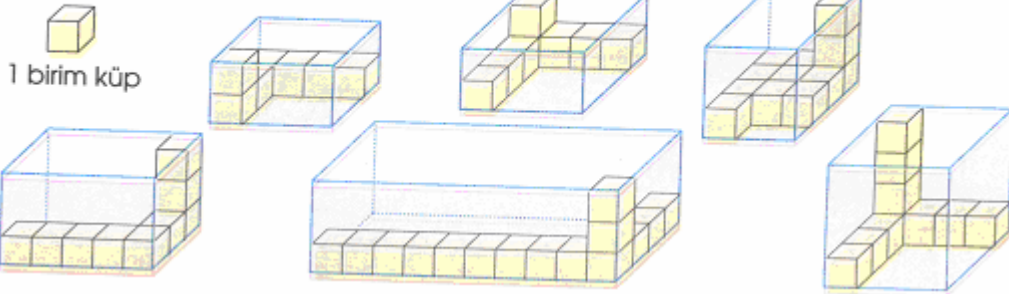
b. Piramitlerin kaç tane yan yüzü vardır? Yan yüzler hangi çokgensel bölgeye benzemektedir?

**Problem 28****MEB (2005); sf: 105**

16. Yağmur, yandaki pakette kaç kibrit kutusu olduğunu bulmak için bir yöntem önerdi. Sizce pakette kaç kibrit kutusu vardır?

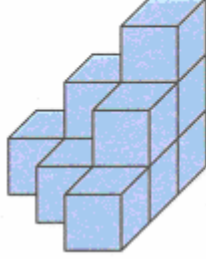
**Problem 29****MEB (2005); sf: 105**

17. Prizmaların hacimleri kaç birimküptür?



Problem 33**MEB (2005); sf: 107**

21. Birimküpler ile oluşturulan yapının birimküp sayısını gösteren, yapı planı aşağıdakilerden hangisidir?



a.

3	2	1
	2	3
		1

b.

1	2	3
	1	2
		1

c.

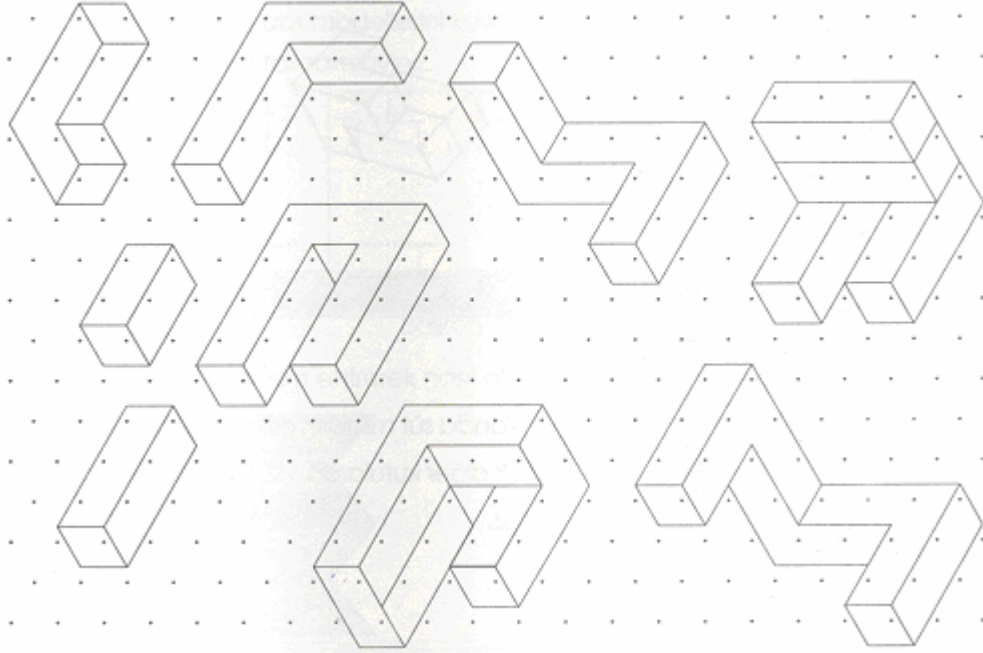
1	3	2
	3	2
		1

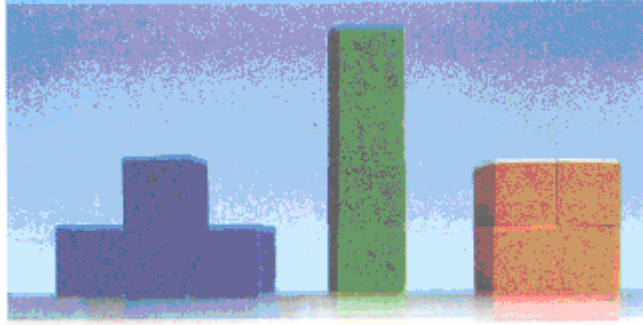
d.

1	2	3
	2	1
		1

Problem 34**MEB (2005); sf: 107**

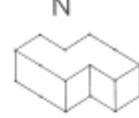
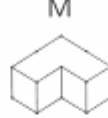
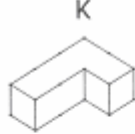
22. İzometrik kâğıtta çizimleri verilen yapıların hacimlerinin kaçar birimküp olduğunu hesaplayınız.



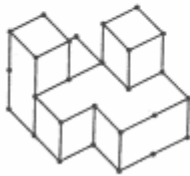
Problem 35**MEB (2005); sf: 108****23.** Aşağıdaki yapıların hacimleri kaç birimküptür?

Birimküplerle oluşturulan farklı yapıların hacimleri hakkında ne söyleyebilirsiniz?

.....

Problem 36**MEB (2005); sf: 108****24.**

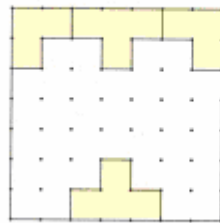
Aşağıdaki yapıların her birinde yukarıdaki yapılardan hangileri vardır? Benzer yapıları aynı renge boyayınız. Her yapının altına, kendisini oluşturan yapıların üstlerindeki harfleri yazınız.



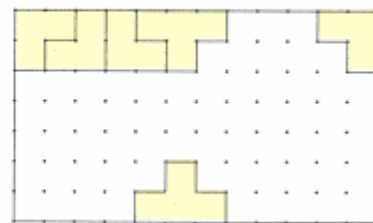
L, K ve N

**Problem 37****MEB (2005); sf: 109**

25. Aşağıdaki fayans modellerini kullanarak aşağıdaki banyo ve balkon zeminlerindeki döşemeleri tamamlayınız.



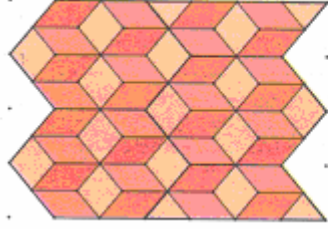
Balkon



Banyo

Problem 38**MEB (2005); sf: 109**

26. Örüntüyü devam ettirerek nasıl oluşturduğunuzu açıklayınız.

**5. ÜNİTE: HAYATIMIZDAKİ SAYILAR****5.1. Sayıların Dünyası****Problem 39****MEB (2005); sf: 119**

5. Tablo: Araç bakım takibi

	Araabanın yol göstergesi (km)	Kontrol	Bakım Fiyatı
1. Bakım	2000	✓	Ücretsiz
2. Bakım	9500	✓	150 YTL
3. Bakım			
4. Bakım			
5. Bakım			



Deniz Hanım almış olduğu arabayı her 7500 km'de bakıma götürmektedir. Buna göre tabloyu doldurunuz.

- Deniz Hanım kaçınıcı km'de aracının üçüncü bakımını yaptıracaktır?
- Deniz Hanım beşinci bakım sonunda servise toplam kaç YTL ödemiştir?

Problem 40**MEB (2005); sf: 121****22.****Büro Malzemeleri Listesi**

Büro Koltuğu	150 YTL
Büro Masası	1000 YTL
Sekreter Masası	475 YTL
4 Koltuk	1375 YTL
Bir Bilgisayar	1209 YTL

Fikriye, mimar olan annesinin iş yerine alınacak malzemelerin fiyat listesini çıkartıyor.

Ailenin 3000 YTL'si var. Bu para ile hangi malzemeleri alabilir?

Problem 41**MEB (2005); sf: 121****23.****Aylık Giderlerin Listesi**

Ev Kirası	395 YTL
Elektrik	43 YTL
Su	25 YTL
Gaz	100 YTL
Telefon	75 YTL
Yiyecek	300 YTL
Giyecek	125 YTL
Diğer Giderler	95 YTL

Burak'ın ailesinin aylık geliri 1200 YTL'dir. Aylık giderlerinin listesi yandadır.

a. Burakların toplam gideri kaç liradır?

b. Giderlerin parasını ayırdıktan sonra ailenin kaç lirası kalır?

Problem 42**MEB (2005); sf: 121**

Sayıları 1'den 9'a kadar öyle yerleştirin ki doğru üzerindeki sayıların ve aynı yöndeki okların gösterdiği sayıların toplamları eşit olsun.

Problem 43**MEB (2005); sf: 122**

26. Laçın ailesi Eskişehir'den Kayseri'ye gitmek için yola çıktı. Arabanın km göstergesi 52 600'ü gösteriyordu.

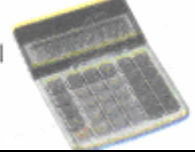
 Yandaki uzunluk yol haritasında 52 km'yi gösterdiğine göre aşağıdaki uzunlukları yaklaşık olarak hesaplayınız.



- Eskişehir'den Kayseri'ye geldiklerinde arabanın km göstergesi kaç gösterir?
- Eskişehir-Ankara arası, Kırşehir - Kayseri arasından kaç km daha uzundur?
- Eskişehir - Kayseri arası kaç km'dir?
- Siz de haritada iki il arasındaki verilmeyen uzaklığı bulunuz. Buna uygun bir problem kurup çözünüz.

Problem 44**MEB (2005); sf: 122**

Hesap makinasının + ve 4 tuşları bozuktur. 644 sayısını hesap makinası ekranına nasıl yazabiliriz?

**Problem 45****MEB (2005); sf: 123**

27. Çobansaray İlköğretim Okulu, okullar arası voleybol karşılaşmalarına katılacaktır. Bu karşılaşma için değişik sınıflardan bir takım oluşturulmuştur.

Oluşturulan takımın yaş ortalamasının 13' ü geçmemesi gerekmektedir. Yaş ortalamasının 13' ü geçip geçmediğini kontrol ediniz.

8. Tablo: Voleybol takımı

Öğrencinin Adı	Sınıfı	Yaşı
Fatma Kuşçu	4-A	10
Şeyma Civelek	5-B	11
Beyza Akgün	6-C	12
Şerife Beyaz	7-A	12
Nazik Şenel	8-B	13
Nergiz Çam	8-A	14

Problem 46**MEB (2005); sf: 123**

28. Atakan Bey Ankara'da taksi şoförüdür.

Bir hafta boyunca yaptığı km'yi tablo halinde not etmiştir.

9. Tablo: Haftalık yapılan kilometre

Günler	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar
Km	246	230	158	300	250	324	256



Buna göre;

a. Atakan Bey bir haftada kaç km yol yapmıştır?

b. Atakan Bey bir günde ortalama kaç km yapmıştır?

Problem 47

MEB (2005); sf: 123

Saat üzerindeki sayıları iki doğruyla üç bölüme ayırınız.
Ancak her bölümdeki sayıların toplamı eşit olsun.



Problem 48

MEB (2005); sf: 124

29. Aşağıda 5-A sınıfının sınıf öğretmenine ait not defterinden bir öğrencinin sayfası verilmiştir. Birinci dönem sonu olması nedeniyle not defteri doldurulacaktır.

10. Tablo: Not defteri

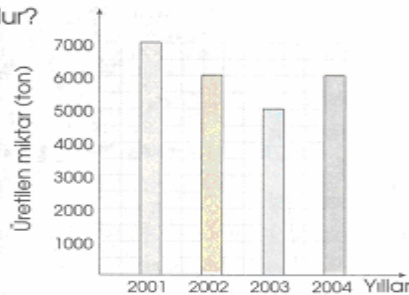
Ders	1. Yazılı	2. Yazılı	3. Yazılı	Sözlü	Sözlü	1. Dönem Ortalaması
Türkçe	2	3	4	3	3	
Matematik	4	3	4	5	4	
Fen ve Tek. Dersi	3	5	4	4	4	
Sosyal Bil.	5	5	5	-	-	
Din Kültürü ve Ah.	5	4	3	-	-	
Resim	5	-	-	5	-	
Müzik	3	-	-	4	5	
Beden Eğitimi	5	-	-	5	-	
İş Eğitimi	4	3	4	5	-	
Y. Dil	3	4	4	5	4	

Bu sayfadaki öğrencinin notlarını dikkate alarak ortalamaları tabloya kırmızı kalem ile siz yazınız.

Problem 49

MEB (2005); sf: 124

30. Aşağıda bir ilin yıllara göre pancar üretim grafiği verilmiştir. Grafiğe göre bu ilin yıllık ortalama pancar üretimi kaç tondur?



Problem 50**MEB (2005); sf: 124**

31. Aşağıda fotoğrafı bulunan Sarı Kız'ın günlük süt verim tablosu düzenlenmiştir. Sarı Kız, günde ortalama kaç L süt vermektedir?



11. Tablo: Günlük süt verimi

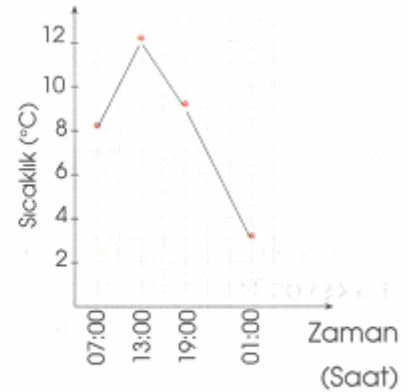
Günler	Süt miktarı (L)
Pazartesi	24
Salı	20
Çarşamba	18
Perşembe	26
Cuma	24
Cumartesi	28
Pazar	28

Problem 51**MEB (2005); sf: 124**

32. Öğretmeni Nuray'dan altışar saat aralıklarla bulunduğu yerin sıcaklığını ölçüp tablo oluşturmasını ve tabloya uygun grafik çizmesini istemiştir.

12. Tablo: Zaman-sıcaklık

Saatler	Sıcaklık (°C)
07:00	8
13:00	12
19:00	9
01:00	3



Grafiğe göre;

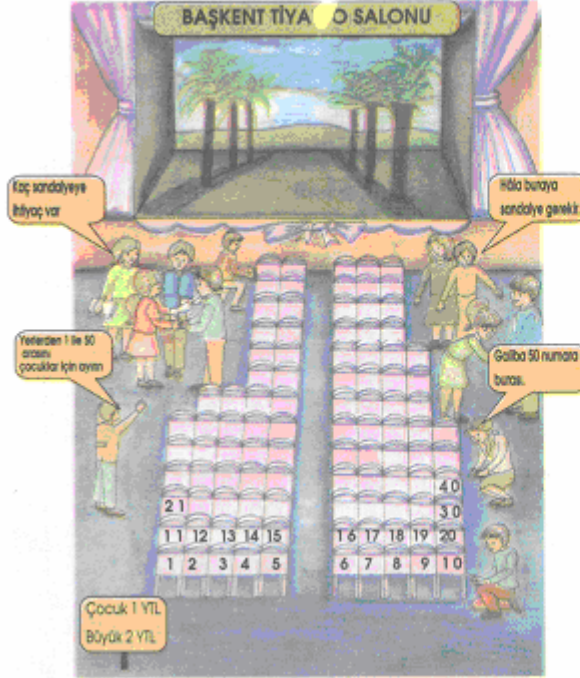
- Günün en yüksek sıcaklığı hangi saatte gerçekleşmiştir?
- Bu yerleşim yerinin günlük sıcaklık ortalaması kaç derece selsiyustur?

Problem 52**MEB (2005); sf: 125**

33. Aşağıda verilen ardışık sayıların toplamını bulunuz.

- $16 + 18 + 20 + 22 + 24 + 26 + 28 + 30$
- $15 + 25 + 35 + 45 + 55 + 65$
- $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$
- $11 + 21 + 31 + 41 + 51 + 61 + 71$

37. Tiyatro salonuna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.



a. İlk sırada yer alan koltuklardaki sayıların toplamını bulunuz.

b. Siz de koltuklar üzerindeki değişik eşit aralıklı ardışık sayıları tespit ederek toplamalarını bulunuz. (örnek: $10+20+30+40+50+60$ gibi)

c. Koltuklar üzerine numaraları yerleştiriniz. Tiyatro Salonu seyircilerle tamamen dolduğunda kasada ne kadar para olmalıdır?

Problem 57

MEB (2005); sf: 126

38. Verilen eşit aralıklı ardışık sayılardan hangilerinin toplamı 90'dır. Kısa yoldan bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	TOPLAM
2	3	4	5	6	7	8	9	10		
10	12	14	16	18	20					
5	7	9	11	13	15					
3	6	9	12	15	18	21				

Problem 58

MEB (2005); sf: 126

Bir derginin aradan çıkmış sayfası yanda görülmektedir. Bu sayfalardan soldakinin sayfa numarası 6, sağdakinin sayfa numarası ise 27'dir. Acaba bu dergi kaç sayfadan oluşmuştur?



Problem 59**MEB (2005); sf: 127**

39. Tablodaki nehirleri harita üzerinde gösterip, uzunluklarını araştırarak bulup tabloya işleyiniz. Tabloya göre;

- Nehir uzunluklarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.
- En uzun nehir en kısa nehirden kaç metre uzundur?



15. Tablo: Nehirler ve uzunlukları

Nehirler	Kızılırmak	Yeşilirmak	Sakarya Nehri	Seyhan Nehri	Ceyhan Nehri
Uzunluklar (km)					

Problem 60**MEB (2005); sf: 127**

40. Atakent İlköğretim Okulu yakıt tankını doldurmak istiyor. Yakıt tankı 12 500 litre fuel-oil almaktadır. Tank içerisinde 2544 litre fuel-oil vardır. (Fuel-oilin litre fiyatı 50 YKr'tur.) Buna göre;

- Yakıt tankının dolması için kaç litre fuel-oil alınması gerekmektedir?
- Yakıt tankı dolduğu zaman kaç YTL ödenmesi gerekmektedir?

Problem 61**MEB (2005); sf: 127**

41. 2004-2005 sezonu Türkiye Kupası Fenerbahçe, Galatasaray maçı Atatürk Olimpiyat Stadı'nda oynanmıştır. Maç için A gişesinde 5822, B' de 4600, C' de 7516 ve D' de 3303, E' de ise 4759 adet bilet satılmıştır. Şeref tribünü için ise 2202 adet bilet dağıtıldığına göre; maçı kaç kişi izlemiştir?

5.2. Zihinden İşlemler

Problem 62

MEB (2005); sf: 130

7. Yandaki haritada iller arası uzaklıklar verilmiştir. Tabloda belirtilen iller arasındaki uzaklıkları haritaya bakarak tahmin ediniz. Tahminlerinizi işlem sonuçlarınızla karşılaştırınız.

3. Tablo: İller arası uzaklıklar

İLLER	Tahmininiz	İşlemin Sonucu
Muğla-İzmir		
Aydın-Uşak		
Manisa-Çanakkale		
Balıkesir-Kütahya		
İzmir-Kütahya		



Problem 63

MEB (2005); sf: 131

8. Nurten alışverişe çıktı. 572 YTL'nin 124 YTL'si ile manto, 63 YTL'si ile de bir çanta aldı. Nurten'in kalan parasını tahmin ediniz. Tahmininizi hesap makinesi ile elde ettiğiniz sonuçla karşılaştırınız.



Problem 64

MEB (2005); sf: 131

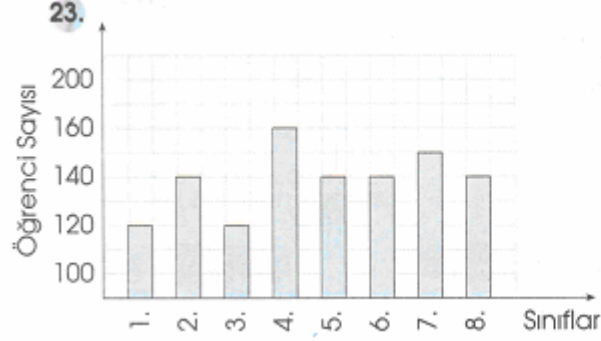
9. 4.Tablo: Akgün İlköğretim Okulu Kantin Fiyat Listesi

Cinsi	Fiyatı
Gofret	15 YKr
Çikolata	35 YKr
Tost	75 YKr
M. Suyu	40 YKr
Selpak	20 YKr
Süt	45 YKr
Ayran	45 YKr

Acaba param yetecek mi?



Hilâl, kantinden 2 çikolata, 1 gofret, 1 tost, 1'de ayran aldı. Kantinciye 5 YTL verdi. Geriye kaç YTL alması gerekiyor? Tahmin ediniz ve tahmininizi işlem sonucu ile karşılaştırınız.

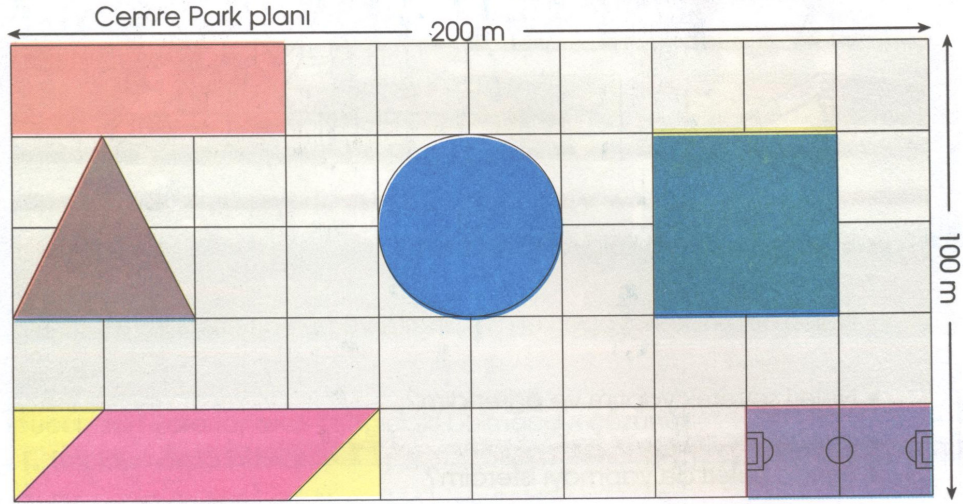
Problem 65**MEB (2005); sf: 134**

Yandaki grafik bir okulunun
öğrenci sayısı ile ilgilidir.
Okulun öğrenci sayısı kaçtır?

EK 9
DEĞERLENDİRME SORULARI

GEOMETRİK CİSİMLER ÜNİTESİ DEĞERLENDİRME SORULARI

1.

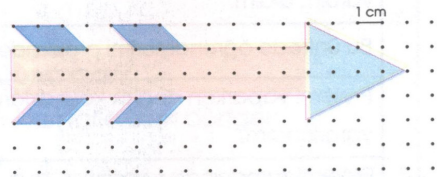


- : Havuz
- : Otopark
- : Çiçek bahçesi
- : Halı saha
- : Piknik alanı
- : Çocuk oyun alanı
- : Lokanta

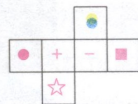
Yukarıdaki park planına göre;

- a. Havuzun çevresi kaç m'dir? ($\pi = 3$)
- b. Piknik alanının çevre uzunluğunu hesaplayınız.
- c. Halı sahanın alanını ve çevre uzunluğunu hesaplayınız.
- ç. Otoparkın alanını hesaplayınız.
- d. Çiçek bahçesinin alanını hesaplayınız.

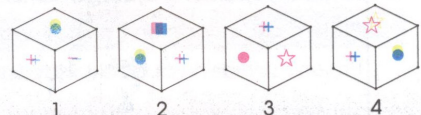
2. Arda noktalı kâğıda uzay mekiği modeli çizmiştir. Modelin noktalı kâğıttaki farklı renkte olan her bir parçasının alanını hesaplayınız.



3.



Açınımı verilen küpün, kapalı şekli yandakilerden hangisi **olamaz**? Cevabınızı açıklayınız.



4. Fotoğraftaki kulübe ile ilgili bilgilerden doğru olana (D), yanlış olanına (Y) yazınız.

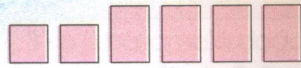
() Kulübenin çatısı piramide benzetilmektedir.

() Çatının yan yüzeyleri üçgensel bölge şeklindedir.

() Çatının tabanı üçgensel bölge şeklindedir.



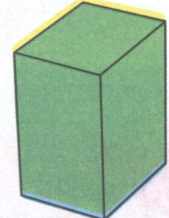
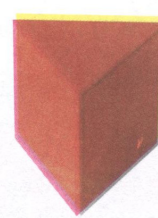
5. Her sırada yüzleri verilen prizmaların adlarını karşılarına yazınız.



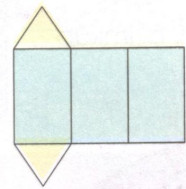
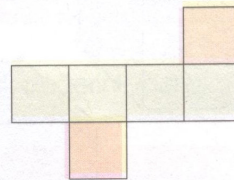
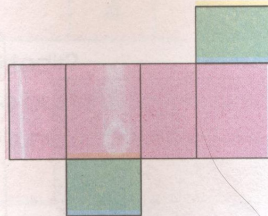
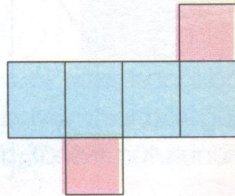
6. Üçgen ve kare prizmanın benzer veya farklı özelliklerinden üç tanesini yazınız.

Benzerlikler:

Farklılıklar:



7. Aşağıdaki açınımları verilen prizmaların adlarını altlarına yazınız.



8. Aşağıdaki her satırda, noktalı yere "paralel düzlemler" ya da "kesişen düzlemler" ifadelerinden uygun olan birini yazınız.

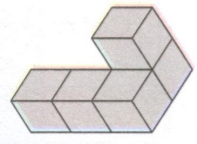
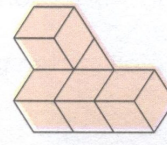
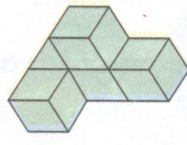
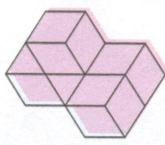
Sınıfın karşılıklı duvarları, (tavan ve taban) :

Piramit şeklindeki çatıların bitişik yüzleri :

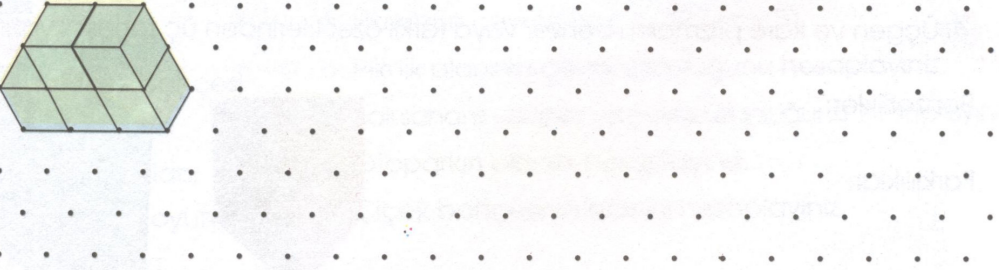
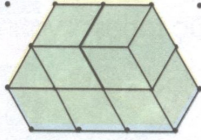
Dikdörtgenler prizmasının karşılıklı yüzleri :

Üçgen prizmanın yan yüzlerinin herhangi ikisi :

9. Eş küplerle oluşturulmuş yapıları noktalı kâğıda çizin.



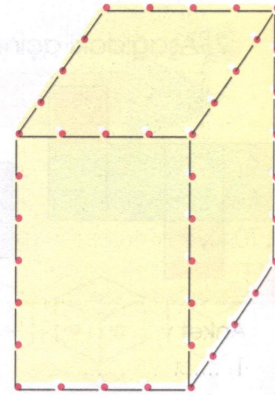
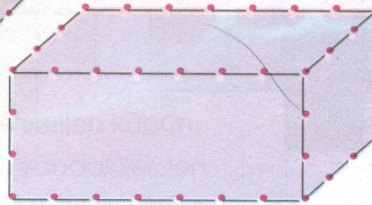
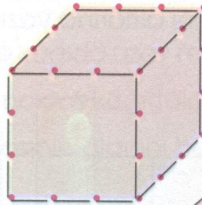
10. Aynı sayıda birim küpleri kullanarak farklı yapılar oluşturunuz.



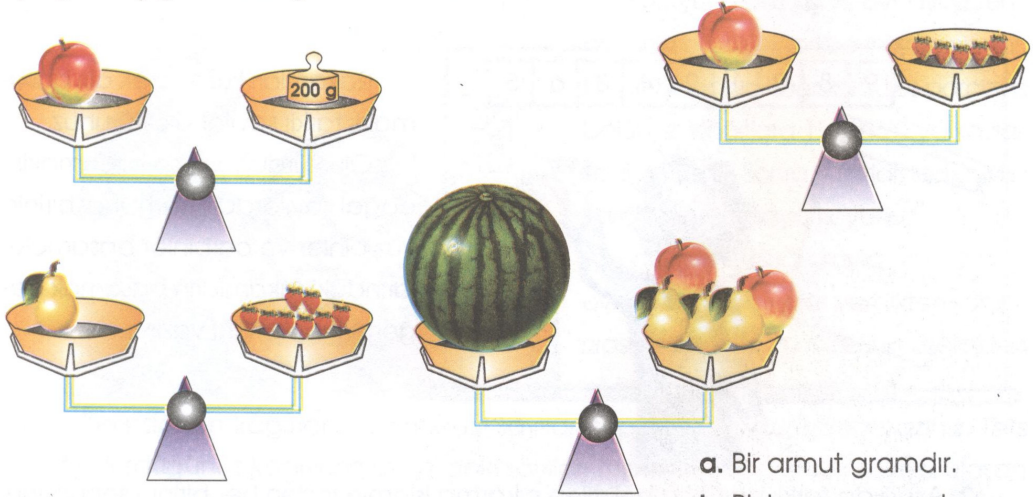
11. Prizmaların hacimlerini birimküp cinsinden bulunuz.



bir birimküp



5. Aşağıda dengede duran eşit kollu terazileri inceleyerek armut, karpuz ve çileğin kaç gram olduğunu bulunuz.



- a. Bir armut gramdır.
- b. Bir karpuz gramdır.
- c. Bir çilek gramdır.

6. Aşağıda verilen örneklerdeki gibi mor renkteki parçalarda verilen her sayının hangi iki sayının toplamı veya farkı olduğunu bulunuz.

Örnek

$$3712 + 2044 = 5756$$

$$43712 - 5625 = 38087$$

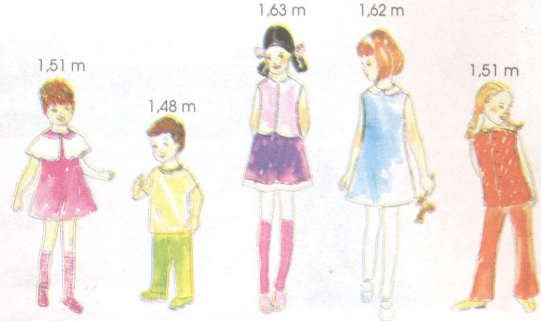
Alıştırma

5762 +	14312	7500 +	62695 -	83204 -	15301
14142 =	7801 =	48553	8550 =	61625 =	21576

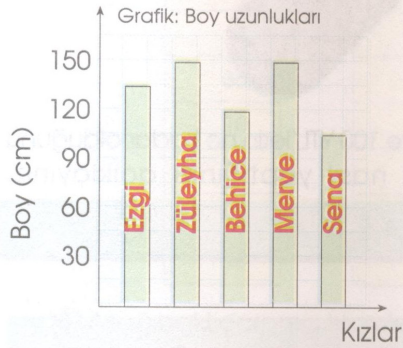
7. Ankara'dan Konya'ya giden yolcu otobüsü saat 07.45' te hareket ediyor. Otobüs Kulu ilçesinden 13 yolcu alıp, 10 yolcu indiriyor. Otobüs saat 10.49' da Konya'ya vardığında otobüsten 42 yolcu iniyor. Ankara'dan otobüse kaç yolcu binmiştir? Yolculuk kaç saat sürmüştür? **39 yolcu, 3 saat 4 dakika**

8. Resimde yer alan çocukların boy ortalaması kaç cm'dir?

155 cm'dir.



9. Grafikte 5 kız çocuğunun boyları verilmiştir. Ancak isimleri verilmemiştir.



Züleyha ve Merve en uzunlarıdır. Sena en kısa olanıdır. Ezgi Behice'den uzundur. Grafiğe göre her birinin boyunu bulunuz.

Ezgi: 135 cm, Züleyha: 150 cm, Behice: 120 cm, Merve: 150 cm, Sena: 105 cm.

10. Can ile Sevil, 198 km yolu 5 günde gidiyorlar. İlk gün 32 km, ikinci gün ilk günden 11 km fazla; üçüncü gün ikinci günden 9 km daha az; dördüncü gün ise ikinci günden 5 km az gidiyorlar.

Can ile Sevil'in 5. gün kaç km yol gittiklerini hesaplayınız. **51 km yol gitmişlerdir.**

11. Aşağıdaki toplama ve çıkarma işlemlerinin sonuçlarını tablodaki sayılarla eşleştirip ilgili harfleri tabloya yerleştirerek şifreyi çözünüz.

$$\begin{array}{r} 72714 \\ - 54316 \\ \hline 18398 \end{array} \quad \text{E}$$

$$\begin{array}{r} 48624 \\ - 23517 \\ \hline 25107 \end{array} \quad \text{R}$$

$$\begin{array}{r} 58576 \\ - 23214 \\ \hline 35362 \end{array} \quad \text{Ü}$$

$$\begin{array}{r} 64567 \\ - 8369 \\ \hline 56198 \end{array} \quad \text{K}$$

$$\begin{array}{r} 36527 \\ + 13624 \\ \hline 50151 \end{array} \quad \text{İ}$$

$$\begin{array}{r} 62573 \\ + 9628 \\ \hline 72201 \end{array} \quad \text{T}$$

$$\begin{array}{r} 74548 \\ + 8516 \\ \hline 83064 \end{array} \quad \text{Y}$$

$$\begin{array}{r} 26715 \\ + 8364 \\ \hline 35079 \end{array} \quad \text{M}$$

T	Ü	R	K	İ	Y	E	M
72 201	35 362	25 107	56 198	50 151	83 064	18 398	35 079

