

T.C.
İstanbul Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü
İşletme Anabilim Dalı
Sayısal Yöntemler Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

Riske Maruz Değer (RMD)
Ve Bir Uygulama

Neslihan Fidan
2501020408

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Erhan Özdemir

İstanbul, 2005

ÖZ

1970’lerde ortaya atılan risk yönetimi kavramı 1990’lı yıllarda yaşanan finansal krizler sonrasında yeni bir boyut kazanmıştır. Özellikle büyük ve ani finansal hareketlenmeler yüzünden oluşan krizler, şirketler açısından riskin doğru ve daha etkin bir biçimde ölçülmesini gerekli kılmıştır. Şirketler, piyasaların artan belirsizlikleri altında büyümek için sadece üretim teknolojilerine yatırım yapmayı değil aynı zamanda belirsizlikten ve rekabetten beslenen riski en düşük değerde tutmayı amaç edinmişlerdir. Küreselleşme ve teknolojik olanaklar sayesinde artan bu finansal faaliyetlerin ihtiyaçlarına paralel olarak risk yönetimi kavramı da yeni istatistiksel araçlar ile kendini donatmıştır. Bu istatistik araçların en yenisi Riske Maruz Değer (RMD) kavramıdır. RMD, yapılan bir yatırımın taşıdığı riski tek bir sayı ile özetlemeyi amaçlayan bir risk ölçüm metodudur.

Tez, Riske Maruz Değerin farklı metotlar: Varyans-Kovaryans Yaklaşımı, Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon, Monte Carlo Simülasyonu ve ÜAHO (Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama) ile ölçülmesinden, uygulanmasından ve sonuçların karşılaştırılmasından oluşmaktadır.

ABSTRACT

The Risk Management concept that was proposed by the year 1970’s, gained a new dimension after the financial crises in 1990’s. Especially the crises that arise with sudden financial movements required true and more efficient risk calculations for the firms. Under the increasing uncertainty of markets, the firms didn’t only make invest for the production technologies but they also tried to fix the risk in minimum which depends on uncertainty. For the needs of increasing amount of these financial movements, the risk management armed itself with new statistical tools. The recent name of this statistical tool is called Value at Risk (VaR). Value at Risk is an attempt to provide a single number for summarizing the risk for the firms.

The dissertation consists of examing and applying different VaR calculations which are Variance-Covariance Approach, Historical Simulation, Monte Carlo Simulation and the EWMA (Exponentially Weighted Moving Average) model.

ÖNSÖZ

Riske Maruz Değer geçmiş piyasa koşullarına dayanarak bir yatırımın maruz kalacağı riski özetlemeyi amaçlamaktadır. Piyasa koşulları deterministik olarak modellenemediği için yapılan yatırımların gelecek değeri de tam olarak bilinmemektedir. Ancak, piyasa koşullarının geçmiş davranışları dikkate alınarak yapılacak istatistiksel modeller yardımı ile yatırımların beklenen değerleri veya ne oranda risk taşıdıkları tahmin edilebilmektedir. Kriz beklentisinin olmadığı piyasa koşullarında, bir hisse senedinin yarınki değerinin tam olarak ne olacağı bilinmese de olasılık varsayımlarına dayanarak büyük ihtimalle bugünkü değerine yakın bir değer alacağı, düşük bir ihtimalle de bugünkü değerinden çok farklı olacağı söylenebilmektedir.

Tez çalışmasının ilk bölümünde, risk kavramına, piyasa riskinin ölçülmesinde kullanılan Riske Maruz Değer kavramına ve kullanım alanlarına değinilmiştir.

İkinci bölümde, Riske Maruz Değer'in tanımı ve hesaplanması anlatılmıştır. Ayrıca bu bölüm Riske Maruz Değer'in hesaplanması için gerekli parametrelerin tanımlarını da içermektedir.

Üçüncü bölümde, Riske Maruz Değer hesaplama metotları anlatılmıştır.

Dördüncü bölümde ise finansal getirilerin zaman serilerinde karşılaşılan, değişen varyans sorunu ele alınmıştır.

Son bölüm, İMKB-30 endeksinde yer alan hisse senetlerinden seçilen bir portföyün Riske Maruz Değer'inin bu farklı metotlarla hesaplanması ve elde edilen değerlerin karşılaştırılmasından oluşmaktadır.

Tezimin her aşamasında yol gösteren danışman hocam Doç. Dr. Erhan Özdemir'e ve desteği için Yasin Barış Altaylıgil'e çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZ	ii
ÖNSÖZ	iii
İÇİNDEKİLER	iv
ŞEKİLLER LİSTESİ	vi
TABLolar LİSTESİ	vii
KISALTMALAR LİSTESİ	viii
GİRİŞ	1
1. RİSK VE RİSKİN ÖLÇÜLMESİ	3
1.1 Risk Kavramı ve Yönetimi	3
1.2 Risk Ölçümü	7
1.3. Geleneksel Risk Ölçüm Metotları	8
1.4 Risk Ölçüm Metodu Olarak Riske Maruz Değer ve Gelişimi	9
1.4 Riske Maruz Değer'in Kullanıldığı Alanlar	11
2. RİSKE MARUZ DEĞER	13
2.1. Riske Maruz Değer Kavramı	13
2.1. Riske Maruz Değer'in Hesaplanması	14
2.2. Riske Maruz Değer'in Ölçülmesinde Kullanılan Parametreler	18
2.2.1. Elde Tutma Süresi	18
2.2.2 Güven Düzeyinin Seçimi	20
2.3 Finansal Getirilerin Dağılımı	21
2.4 Portföy Çeşitlendirme Etkisi	22
3. RİSKE MARUZ DEĞER ÖLÇÜM METOTLARI	24
3.1. Varyans-Kovaryans Metodu	24
3.1.1 Delta Normal Yaklaşımı	25
3.1.2 Delta Gamma Yaklaşımı	32
3.2 Simülasyona Dayalı Metotlar	32
3.2.1. Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon	32
3.2.2 Monte Carlo Simülasyonu Metodu	36

4. VOLATİLİTE MODELLERİ	37
4.1. Standart Sapma.....	37
4.2. Hareketli Ortalama Kullanılarak Standart Sapma.....	38
4.3. Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama (ÜAHO)	39
4.5. Geriye Dönük Test	40
4.6. Geriye Dönük Hipotez Testi	40
5. UYGULAMA.....	43
5.1 Uygulamanın Amacı ve Kapsamı	43
5.2 Uygulamada Kullanılan Veri Seti	44
5.3.Uygulamada Kullanılan Yöntemler	49
5.3.1 Varyans-Kovaryans Metodu	49
5.3.2 Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon Metodu.....	51
5.3.3. Monte Carlo Simülasyonu Metodu	51
5.4 Volatilitenin Modellenmesi.....	52
5.4.1. Standart Sapma	53
5.4.2. Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama (ÜAHO)	53
5.4.3. Geriye Dönük Test	55
SONUÇ.....	56
KAYNAKÇA	58
EKLER.....	61

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2-1 Yatırımın Değerinin %1 Olasılıkla q Değerine ve Altına Düşme Olasılığı	14
Şekil 2-2 RMD Adımları.....	15
Şekil 2-3 2003-2004 Yılları Arası Dolar Getirilerinin Günlük Dağılımı.....	17
Şekil 2-4 Finansal Getirilerin Günlük Dağılımı.....	21
Şekil 2-5 Portföy Çeşitlendirme Etkisi	23
Şekil 4-1 50 ve 150 Günlük Hareketli Ortalama Serileri.....	39
Şekil 5-3 Etkin Sınır Eğrisi	48
Şekil 5-4 Portföy Getirilerinin Histogramı	50
Şekil 5-5 Portföy Getirilerinin Zaman Serisi	52
Şekil 5-6 %95 Güven Düzeyinde Standart Sapma ile Oluşturulmuş RMD Bantları (50 Günlük)	53
Şekil 5-7 %95 Güven Düzeyinde ÜAHO İle Oluşturulmuş RMD Bantları (50 Günlük)	54

TABLÖLER LİSTESİ

Tablo 2-1 Elde Tutma ve Güven Düzeylerinin Karşılaştırılması.....	21
Tablo 3-1 Tarihi Portföy Getirilerinin Üretilmesi.....	34
Tablo 3-2 Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon Metodu ile Portföyün RMD sinin saptanması.....	35
Tablo 4-1 Kabul Edilebilir Başarısız Gün Sayıları	42
Tablo 5-1 Markowitz'e Göre Oluşturulan Farklı Portföylerin Standart Sapma Ve Getirileri.....	47
Tablo 5-2 Markowitz Modeline Göre Seçilen 9 Hisse Senedine Ait Ağırlıklar	49
Tablo 5-3 Eşit Ağırlıklı ve Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama ile RMD Tahmini (50 gün)	54
Tablo 5-4 Hareketli Ortalamalar ve ÜAHO ile Elde Edilen RMD Sayıları ve Güvenilirlik Testi	55

KISALTMALAR LİSTESİ

ARCH	Ardışık Bağımlı Koşullu Değişen Varyans
BDDK	Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurumu
BIS	Uluslararası Ödemeler Bankası
ÜAHO	Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama
GABKDV	Genelleştirilmiş Ardışık Bağımlı Koşullu Değişen Varyans
RMD	Riske Maruz Değer
α	Anlamlılık Düzeyi
$1 - \alpha$	Güven Düzeyi
z_α	Standart Normal Dağılımda $1 - \alpha$ Güven Düzeyine Karşılık Gelen z Değeri

GİRİŞ

Piyasalarda aşırı hareketliliklerden kaynaklanan şiddetli şoklar sebebiyle finansal kesimde ciddi krizlerin yaşanması, riskin tanımlanması ve ölçülmesi sürecinde gelişme ve değişikliklere yol açmıştır. Bu değişiklikler finansal piyasa riskinin ölçümü için yeni bir metot olan Riske Maruz Değer kavramı ile gelişmiştir. Risk ölçülmesi risk yönetiminin bir parçasıdır. Geleneksel risk ölçüm metotlarından her biri farklı finansal araçların riskini ölçmede kullanılmaktadır. Bu finansal araçlar bir grup olarak alındığı zaman, piyasa riskinin ölçülmesini gerektiren çok sayıda risk ölçüsüne ihtiyaç duyulmakta, dolayısıyla çeşitli risklerin korelasyonu ile oluşan riski tek bir değerle, hassas bir şekilde ifade edebilmek zorlaşmaktadır.

Riske Maruz Değer geçmiş piyasa koşullarına dayanarak bir yatırımın belli bir güven düzeyinde ve belirli bir zaman aralığında maruz kalacağı riski tek bir rakam olarak özetlemeyi amaçlamaktadır.

Kolay anlaşılır ve uygulanabilir olma özellikleri ile RMD, finansal piyasalarda faaliyet gösteren kurumlar tarafından geniş kabul görmüştür ve hızla gelişen risk yönetiminin önemli bir aracı haline gelmektedir.

Tez çalışmasının ilk bölümünde, risk kavramı, risk çeşitleri ve ölçümü anlatılmaktadır. Aynı zamanda bu bölümde geleneksel risk ölçüm metotları ile piyasa riskinin ölçülmesinde kullanılan Riske Maruz Değer kavramının ortaya çıkışı, buna bağlı gelişen yasal düzenlemeler ile kullanıldığı alanlara da yer verilmiştir.

İkinci bölüm Riske Maruz Değer'in tanımı, hesaplanması ile uygulama aşamasında gerekli elde tutma süresi ve güven düzeyi gibi parametrelerin tanımlanmasını içermektedir. Uygulama bölümünde iyi çeşitlendirilmiş bir portföyün RMD'si hesaplanacağı için bu bölümde finansal getirilerin dağılımı ve portföy çeşitlendirme etkisine de yer verilmiştir.

Üçüncü bölümde Riske Maruz Değer ölçüm metotları olan Varyans-Kovaryans Metodu altında Delta Normal ve Delta Gamma Yaklaşımları ile Simülasyon Metotları altında Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon ve Monte Carlo Simülasyonu Metotları anlatılmıştır.

Dördüncü bölümde ise finansal getirilerin zaman serilerinde karşılaşılan, değişen varyans sorunu ele alınmış ve volatilité (değişkenlik) modellerinin Standart Sapma ve Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama (ÜAHO) ile oluşturulması anlatılmıştır. Oluşturulan modellerin güvenilirliğini sınamak için yapılan testlerden biri olan Geriye Dönük Test de bu bölümde anlatılmıştır.

Son bölüm, İMKB-30 endeksinde yer alan hisse senetlerinden seçilen, iyi çeşitlendirilmiş bir portföyün belirli bir güven düzeyinde bir günlük Riske Maruz Değerlerinin hesaplanmasını, elde edilen rakamların karşılaştırılmasını ve yorumlanmasını içermektedir. RMD'nin hesaplanması iki aşamada yapılmıştır. Birinci aşamada üçüncü bölümde anlatılan metotlar uygulanarak karşılaştırılmıştır. İkinci aşamada ise dördüncü bölümde anlatılan farklı volatilité modelleri ile RMD hesaplanmış ve metotlarla arasındaki farka değinilmiştir. Hesaplanan RMD sonuçlarının güvenilirliği Geriye Dönük Testlerle sınanmıştır.

1. BÖLÜM

1. RİSK VE RİSKİN ÖLÇÜLMESİ

1.1 Risk Kavramı ve Yönetimi

Modern dilde risk, beklenmeyen bir durumun ortaya çıkma olasılığı, tehlike ve kayıp anlamına gelmektedir. Finansal piyasalarda ise risk, deterministik olarak modellenemeyen finansal değişkenlerdeki hareketlerin beklenmeyen sonuçlarının dağılımı olarak açıklanmaktadır.

Hareketli piyasa koşullarında yatırımdan sağlanacak verimin, beklenen verimin altına düşmesi ya da üstüne çıkması olasılığı yatırımın riskini oluşturmaktadır. Yatırımcı, yatırımından fayda sağlamayı beklerken aynı zamanda risk almayı da göze almaktadır.

Risk kavramının belirsizlik ve bu belirsizliğe karşı korunmasız olma gibi iki temel unsuru vardır. Belirsiz piyasa koşullarına bağlı olarak ortaya çıkan risk istatistiksel varsayımlara dayanılarak modellenebilmektedir. Dolayısıyla belirsizlikten korunma, riski tahmin etme ve ölçme ile başlamaktadır. Burada risk yönetimi kavramı önem kazanmaktadır.

Risk yönetiminin başlıca iki önemli amacı vardır. Birincisi, finansal belirsizlikten kaynaklanan göze alınmamış kayıpların engellenmesi, ikincisi ise performansların artırılmasıdır. Finansal kuruluşların karşı karşıya kalınan ve kontrol edilebilir gibi gözüken bu risklerin önce tipini belirlemeleri ve daha sonra ölçmeleri gerekmektedir. Riskin tanımlanması, ölçülmesi ve buna dayanarak karar alınması risk yönetiminin aşamalarını oluşturmaktadır.

Riskin ölçülmesi için öncelikle portföyün, kazancın, sermayenin ya da belirli bir nakit akımının değerini belirleyen ilgili değişkenler belirlenmektedir. Finansal piyasa riskleri, ilgili değişkenlerdeki finansal faktörlerin etkisiyle ortaya çıkan hareketlerden kaynaklanmaktadır.

Finansal kurumların daha etkin yöntemlerle önlem alabilecekleri finansal riskler belli başlı kategorilere ayrılmaktadır:

Piyasa Riski; portföyün piyasa değerinin belirsizliğe karşı korunmasız olmasıdır (Holton, 2003: 22). Piyasa riski, ticari işlem gören yatırımların bugünkü ve gelecekteki değerleri arasındaki farkın kayıp olarak gerçekleşmesi ve bu kaybın artmasının riski olarak tanımlanmaktadır.

Dolayısıyla Piyasa Riski, faiz oranı ve döviz kuru riski, yeniden fiyatlandırma riski, fiyatlandırmadaki uyumsuzluklardan doğan gelir eğrisi riski, benzer fiyatlandırma şekilleriyle farklı yatırım araçlarına uygulanan oranlar üzerinden alınan ya da verilenler arasındaki negatif korelasyondan kaynaklanan temel risk ve faiz riski içeren opsiyon riski başlıklarında toplanmaktadır. Piyasa riski uluslararası kabul görmüş standart yöntemin yanı sıra Riske Maruz Değer (RMD) yöntemlerinin kullanılması ile ölçülmektedir.

Piyasa Riski yönlü (directional) ve yönsüz (nondirectional) riskler olmak üzere iki sınıfa ayrılmaktadır. Yönlü riskler finansal değişkenlerdeki hareketlerin yönündeki değişimi içermektedirler ve temel olarak faiz oranı riski, döviz kuru riski, özsermaye riski, hisse senedi fiyatı ve ürün riskinden oluşmaktadır. Yönlü riski oluşturan finansal değişkenlerin hareketleri yönündeki değişim, lineer yaklaşımlarla ölçülmektedir.

Yönsüz riskler ise yönlü risklerin dışında kalan riskleri içermektedir. Dolayısıyla yönsüz riskler doğrusal olmayan değişimlerin yarattığı risk ile riskten korunmak için alınan pozisyonların riskidir. (Jorion, 2000: 16)

Kredi Riski; ticari işlemde karşı tarafın yükümlülüklerini yerine getirmemesi veya getirememesi nedeniyle ortaya çıkmaktadır. Karşı tarafın ödeme yükümlülüğünü yerine getirememesi durumunda yerine konacak paranın maliyeti kredi riskinin oluşturmaktadır. Bu kayıp riskteki miktarı ve telafi etme oranını da içermektedir. (Jorion, 2000: 16)

Kredi riskinin ölçülmesinde de kullanılan Riske Maruz Değer (RMD) bir bankanın kredi alacaklarını zamanında ve tam olarak tahsil edememesinin riskidir. Dolayısıyla banka tarafından verilen krediler bir portföy olarak alınmakta ve risk altındaki sermaye miktarı olarak risk miktarı belirlenmektedir. Kredi Riski kurumun verdiği kredileri bütün olarak ele alabilmek için bir portföy yaklaşımı ile yönetilmesi, fiyatlamasının riskleri göze alması ve böylece beklenmedik zararlara karşı önceden önlem alınmasıdır.

Likidite Riski; bankanın yükümlülüklerindeki azalmayı iyi düzenleyememesi ya da aktiflerindeki artışı karşılayacak şekilde yeterli kaynak bulunduramaması nedeniyle ortaya çıkmaktadır. Likidite sıkıntısı çeken bir banka kısa sürede yükümlülüklerini arttırarak ya da aktiflerini makul fiyatlarla nakde çevirerek ihtiyacı olan fonu sağlayamayabilir. Olağandışı hallerde likidite yetersizliği bankanın yükümlülüklerini yerine getiremez duruma düşmesine yol açabilmektedir (Bolgün ve Akçay, 2004: 107).

Yasal Riskler; alım-satım faaliyetlerinin ve buna bağlı sözleşmelerin, ilgili organize menkul kıymetler piyasası ya da borsası kural ve şartlarına göre gerçekleştirilmediğinde veya sözleşmeler anılan kural ve şartlara göre temin edilmediğinde ortaya çıkan risklerdir (BDDK 1 Sayılı Tebliğ, 2001).

Operasyonel Risk; en geniş risk kategorisi olan operasyonel risk bir bankada sonuçlanabilecek bütün parasal kayıpların riskinden oluşmaktadır. Bankaların en büyük risklerinden biri olan kontrol eksikliği, başarısızlıklardan artan kayıpların veya yanlış ödemelerin doğurduğu para transfer riski, bir finansal yatırımı doğru değerlendirme yetersizliğinden artan kayıpları içeren model riski ve sistem riski gibi başlıklarda toplanabilecek riskleri içermektedir. Operasyonel risk her türlü riski kapsadığından tanımlanması oldukça güç bulunmaktadır (Dowd, 1998: 4). Basel Komitesi¹ tarafından açıklanan Operasyonel Risk, uygun olmayan ya da işlenmeyen iş süreçleri insanlar ya da dış etkenler nedeniyle ortaya çıkabilecek zarara uğrama riski olarak tanımlanmıştır. Operasyonel Risk genel olarak Kredi Riski ve Piyasa Riski dışında kalan tüm riskleri kapsamaktadır.

Risk yönetiminin önemi 1970'lerden itibaren artmaya başlamıştır. Risk yönetiminin bu önemi kazanmasına neden olan faktörler, piyasalardaki ani ve aşırı

¹ Basel Committee on Banking Supervision (BCBS), 1975 yılında G-10 ülkelerinin merkez bankası başkanları tarafından oluşturulan bankacılık sektörü denetim yetkilileri komitesidir. Belçika, Kanada, Fransa, Almanya, İtalya, Japonya, Hollanda, İsveç, Birleşik Krallık ve Amerika Birleşik Devletleri ile Lüksemburg ve İsviçre'nin bankacılık alanındaki denetim mercilerinin ve merkez bankalarının üst düzey temsilcilerinden oluşmaktadır. Yılda dört kere olmak üzere genellikle, daimi sekreteryasının bulunduğu İsviçre'nin Basel kentindeki Bank Of International Settlement nezdinde toplanmaktadır. G-10 ülkeleri hükümetleri Basel Komitesi'nin düzenlemelerini ortak anlaşmayla ulusal kanun şeklinde uygulamaktadırlar.

hareketlenmeler, alt yapı yetersizliği ve yönetim hatalarından kaynaklanan ağır kayıpların yaşanmasının yanı sıra, bilişim teknolojilerindeki gelişmeler, küreselleşme ile finansal işlem hacmindeki ve finansal risklerin çeşidindeki artış ile türev ürünlerin² gelişimi sayılabilir.

Dünyanın en büyük finansal kuruluşlarından bazıları finansal piyasalarda milyarlarca dolar para kaybetmişlerdir. Yönetici kadrosunun mevcut portföylerin piyasa riski karşısındaki durumunu iyi analiz ve kontrol edememesi ağır zararlara uğranılmasına yol açmıştır. Faiz oranlarının yönü hakkındaki yanlış tahminler sonucu, türev ürünler üzerine spekülasyon amaçlı yanlış işlemler yapılmasıyla yüksek tutarlı paralar kaybedilmiştir.

Piyasalardaki ani ve aşırı hareketlenmeler risk yönetiminin öneminin artmasında etkili olmuştur. Döviz kurlarındaki ve faiz oranlarındaki hareketlilik, hisse senedi piyasasındaki ve mal piyasalarındaki oynaklık, yasal çerçevede ortaya çıkan köklü değişiklikler, kıyı bankacılığının gelişmesi, küreselleşme ve benzeri gibi önemli tarihi gelişmeler piyasalardaki hareketlenmeleri arttıran etkenler olmuştur. Bu gelişmeler bilgisayara dayalı yeni istatistiksel modellerin ve yöntemlerin ortaya çıkmasına neden olmuştur. Özellikle RMD olarak adlandırılan yöntem hemen hemen türev ürünler üzerine işlem yapan her büyük işletme tarafından kullanılmaktadır. Finansal kurumların risklerinin ölçülmesinde geleneksel yaklaşımların yanı sıra yüklenilen riske maruz parasal değeri daha net bir şekilde ifade edebilecek yeni tekniklere yer verilmesi gerekmiştir (Ceylan, Korkmaz, 2004: 522).

Bu gelişmeler doğrultusunda risk yönetiminde kullanılan modellerin de nitelik itibari ile değişim göstermesi ihtiyacı duyulmuştur. Böylece parametrik riske maruz değer hesaplamaları, simülasyon yolu ile riske maruz değer hesaplamaları, stres testleri ve riske maruz sermaye sistemleri şeklinde sıralanabilecek olan daha etkin yönetim tekniklerinin kullanımı yaygınlaşmıştır (Uysal, 1999:3).

² Vade sonundaki veya vade içerisindeki değeri, sözleşmeye konu olan varlığın fiyatı tarafından belirlenen finansal varlıktır. Türev ürünler forward, future, opsiyon ve swaplardan oluşmaktadır. Türev ürünler, finansal risklerin etkili olarak yönetilmesi için oluşturulmuş enstrümanlardır. Genellikle fiyatları başka ürünün fiyatına bağlı olan kontratlar olan türev ürünler, riskten korunma ve spekülasyon amacıyla kullanılmaktadır. Türev piyasalar finansal sistem için yeni riskler yaratmamaktadır.

1.2 Risk Ölçümü

Sayısal analize dayanan risk büyüklüğünün belirlenmesinde ilk aşama risk tipinin ve ölçüsünün belirlenmesidir. Finansal piyasalarda risk ölçüsü, belirli bir zaman içinde, kurumların faaliyet alanındaki belirsizlik düzeyinin finansal olaylara etkilerinin parasal değer olarak ifade edilmesidir.

Finansal değişkenlerdeki ani iniş ve çıkışlar kontrol edilememektedir. Riski oluşturan piyasalardaki belirsizlik geçmiş verileri dikkate alınan finansal değişkenlerin standart sapması ile tahmin edilebilmektedir. Kayıplar, finansal değişkenin aşağı ya da yukarı yönde ortalamadan sapması ve risk kaynaklarına karşı korunmasız olma durumundan ortaya çıkmaktadır. Finansal zaman serilerinde karşılaşılan yayılma ölçüsü olan standart sapma aynı zamanda “volatilite” olarak adlandırılmaktadır. RMD, volatilite temelli etkinin ve finansal riske karşı korunmasızlığın kombinasyonunu ele almaktadır (Jorion, 2000: 16).

Risk, ilgili değişkenlerin piyasa hareketliliğine olan duyarlılığı ile de ölçülmektedir. Piyasa endeksindeki bir birimlik oynamanın ilgili değişkende yarattığı değişim risk göstergesidir. Lineer değişimler söz konusu olduğunda riskin büyüklüğü, faiz oranlarındaki hareketlere bağlı olarak, sabit getirili menkul kıymet piyasasında süre³ ile, hisse senedi piyasasında ise beta⁴ katsayısı ile ölçülmektedir. Yatırımın değerindeki hareketlerin değişimine dayanan türev piyasalarda risk delta⁵ ile ölçülmektedir. İkinci dereceden hassasiyetler söz konusu olduğunda sabit getirili menkul kıymet piyasasında risk, konveksite⁶ ile, türev piyasalarda ise gamma⁷ ile ölçülmektedir.

³ İlgili pozisyonun vade yapısı (Duration).

⁴ Piyasa endeksindeki bir birimlik değişimin, hisse senedi fiyatında meydana getirdiği değişiklikler, aynı zamanda Sistemik Risk denir.

⁵ Opsiyonun yazıldığı ilgili varlığın fiyatında bir birim değişimin opsiyon priminde meydana getirdiği değişiklik.

⁶ Süredeki değişimi faiz oranlarındaki değişime bağlı olarak ölçer.

⁷ Opsiyonun deltasının opsiyonun ilgili olduğu varlığın fiyatına göre değişiminin ölçüsüdür.

1.3. Geleneksel Risk Ölçüm Metotları

Geleneksel olan risk ölçümlerinden bazıları Gap Analizi, Süre Analizi, İstatistiksel Analiz ve Senaryo Analizidir.

Gap Analizi; faiz oranı riskini ölçen bu metot eksiklikleri olmasına rağmen finansal kurumlara uygulamada kolaylık sağlamaktadır. Gap belirli bir dönemde, faize karşı duyarlı aktifler ile pasifler arasındaki farkı yansıtmaktadır. Uygulaması kolay olmakla birlikte sadece bilanço içi faiz riskini dikkate almakta ve inceleme dönemi tercihindan etkilenebilmektedir.

Süre Analizi; faiz oranı riskinin ölçülmesinde finansal kurumlar tarafından kullanılan diğer bir geleneksel yöntemdir. Bir tahvilin süresi vadesine kadar geçen dönemdir. Özel olarak Süre Analizi, her bir nakit akımının bugünkü değerlerine bağlı olarak ağırlıklandırılmasıdır. Gap analizine göre defter değerini değil piyasa değerini göz önüne bulundurmaktadır.

İstatistiksel Analiz; faiz oranlarına olduğu gibi özsermaye ve yabancı döviz kurlarına uygulanabilmektedir. Finansal değişkenler arasındaki ilişkinin, kayıp veya kazanç olarak tahmin edilmesidir. Sayısal olarak ihtiyaç duyulan çeşitli parametrelerin tahmini genellikle ekonometrik tekniklerle yapılmaktadır. Bu uygulama temiz verinin bulunabilirliği ile sınırlıdır.

Senaryo Analizleri; maruz kalınan kayıp ve kazançların durumunun araştırılması ve buna bağlı olarak senaryoların kurulmasıdır. Senaryo analizi pek çok risk çeşidine uygulanabilmektedir. Uygulamada İstatistiksel Analize göre verinin elde edilebilmesi sınırlılığı yoktur.

Yatırımcı risk yönetimi sürecinde riski minimuma indirebilmek için ölçmek istemektedir. Geleneksel risk ölçüm metotlarından her biri farklı finansal araçların riskini ölçmede kullanılmaktadır. Bu finansal araçlar bir grup olarak alındığı zaman, piyasa riskinin ölçülmesini gerektiren çok sayıda risk ölçüsüne ihtiyaç duyulmakta, dolayısıyla çeşitli risklerin korelasyonu ile oluşan riski tek bir değerle, hassas bir şekilde ifade edebilmek zorlaşmaktadır. Ayrıca geleneksel ölçümler gerçekleşebilecek kayıp miktarını bir olasılık değeri olarak ifade edememektedir.

Geleneksel ölçüm metotlarının cevaplayamadığı bazı sorular vardır (Best, 1998: 9):

Bir gün içerisinde hangi olasılıkla ve ne kadar parasal kayba uğranılabilir ?

Finansal krizler gibi olağandışı durumlarda ne kadar parasal kayba uğranılabilir ?

Farklı yatırımların birleşiminin maruz kalabileceği risk nedir ?

Tüm mümkün sınırlar gözönüne alındığında, bu ticari işlemde beklenebilecek günlük getiri değişkenliği nedir ?

Çeşitlendirmeden yatırımcının elde edeceği fayda nedir ?

Hangi ticari işlemde daha fazla risk alınır ?

Yatırımcının mevcut riski, gücünün yetebileceğinden daha fazla risk almasına izin verir mi ?

Ticari işlem, alınan riske karşılık yeterli getiriye sağlıyor mu ?

RMD bu sorulara cevap sağlayan bir risk ölçüm metodudur.

1.4 Risk Ölçüm Metodu Olarak Riske Maruz Değer ve Gelişimi

Riske Maruz Değer, belirli bir zaman periyodunda ve güven düzeyinde elde tutulan portföyün uğrayacağı maksimum kaybı para miktarı olarak ifade eder.

Genellikle bu tanımda geçen zaman periyodu bir gün ve güven düzeyi %95 olarak alınmaktadır. Alınan güven düzeyi portföyün kaybının hesaplanan RMD'den daha düşük olmasının olasılığıdır. Böylece tanım %95 ihtimalle 24 saat içinde portföyün maksimum para kaybı miktarı olarak tekrarlanabilir (Best, 1998: 10)

Unutulmaması gereken RMD'nin bir olasılığa dayandığıdır, dolayısıyla portföyün değerinde gerçekleşebilecek kaybın kesin değerini vermemektedir. Diğer bir deyişle, portföyün değerinde kayıp gerçekleşecek olursa bu kaybın ne kadar olacağına dair kesin bir bilgi vermeyip, belli bir güven düzeyinde ve zaman aralığında gerçekleşebilecek kaybın üst sınırını belirtmesidir.

RMD, portföyün mümkün kayıplarının istatistiksel ölçüsünü özetleyen tek bir rakam olma özelliği taşımaktadır. Özel olarak RMD “normal” piyasa koşullarının yol açtığı kayıpların bir ölçüsüdür. RMD'den daha büyük kayıpların gerçekleşmesi oldukça küçük bir olasılığa sahiptir. Hesaplanması basit bir varsayıma dayanır: RMD portföyün içindeki bütün riskleri tek bir sayı olarak bir raporda sunulabilecek şekilde

bir araya getirir. Portföydeki önemli kayıplarının olasılığını açıklamak için oldukça basit ve anlaşılmaya açık bir yoldur (Leinsmeier and Pearson, 1999: 3).

RMD'nin farklı yatırım araçlarının risklerinin tutarlı ölçüsünü sağlamasının yanında diğer bir özelliği ise farklı risk faktörleri arasındaki korelasyonları hesaba katmasıdır. Eğer iki risk birbirini dengeliyorsa RMD dengelidir ve portföyün riskinin oldukça düşük olduğunu gösterir (Dowd, 1998: 20). Dolayısıyla RMD, portföydeki yatırımların çeşitliliğinin riski indirgeme etkisi dikkate alınarak hesaplanmaktadır.

Tek bir sayıdan ibaret olan RMD, yatırımın ne kadar risk taşıdığını göstermesinin yanında, ters yöndeki hareketin yani kazancın olasılığını da belirtmektedir. RMD hesaplamaları, yönetici kadrolarının ortaya çıkan tek bir rakama bakarak riskin karşılanabilir olup olmadığına dair karar almalarına yardımcı olmakta, dolayısıyla riskten korunmalarını sağlamaktadır. Kolay anlaşılır bu özellikleri ile RMD, finansal piyasalarda faaliyet gösteren kurumlar tarafından geniş kabul görmektedir.

RMD modellerinin kullanılmaya başlanmasının tarihi gelişimini çıkarmak kolay olmamaktadır. Çünkü firmalar bu modelleri uzun bir süre raporlamadan kullanmışlardır (Holton, 2003: 15).

1990'lı yıllarda risk yönetimi uygulamalarının neleri içermesi gerektiğine ilişkin bir dizi rapor yayınlanmıştır. Bu raporlardan en önemlisi, türev araçların risklerinin yönetimine ilişkin olarak Otuzlar Grubu (Group of Thirty, G-30) tarafından 1993 yılı Temmuz ayında yayınlanmış olanıdır. Bunu 1994 yılı Temmuz ayında Basel Komitesi ve IOSCO Teknik Komitesi⁸ tarafından ortak yayınlanan rapor ve Derivatives Policy Group, International Swaps and Derivatives Association, Moody's, Standart and Poor's vb. gibi ilgili diğer kuruluşlar tarafından hazırlanan pek çok rapor izlemiştir (Dowd, 1998: 16).

Basel Komitesi, bankalar piyasa risklerini hesaplamada gelişmiş risk modelleri kullandıkları için dokümanlarında değişikliklere giderek 1995 yılında "Proposal to Issue a Supplement to the Basel Capital Accord to Cover Market Risks" isimli belge yayınlamıştır. Basel Komitesi, bu belgede, bankaların piyasa riskine

⁸ International Organization of Securities Commissions (IOSCO) belli başlı sanayi ülkelerindeki aracı kurumlarla ilgili denetim otoriteleri komitesidir.

dayalı sermaye zorunluluklarını hesaplamada kendi içsel modellerini kullanabilmelerine olanak sağlamıştır. Raporlardaki ortak önerilerden birisi de kurumların karşı karşıya oldukları riski ölçebilmeleri için RMD modellerini kullanmalarıdır (Uysal, 1993:10).

RMD kavramından ilk kez dolaylı olarak Portföy Teorisi ile söz edilmeye başlanmıştır. Bağımsız olarak Markowitz (1952) ve Roy (1952) RMD ölçüsünü portföyün optimizasyonunu sağlamak için yayımlamışlardır (Holton, 2003: 15). Portföy Teorisinin dayanak noktası, yatırımcının portföylerin arasından bir yandan portföylerin beklenen getirisini diğer yandan da standart sapmasını temel alarak seçim yapmasıdır. Standart sapma portföyün riski olarak ele alınmaktadır.

1.4 Riske Maruz Değer'in Kullanıldığı Alanlar

RMD sistemi, finansal piyasalarda faaliyet gösteren kurumlar tarafından yaygın olarak kullanılmaktadır ve kullanım alanları hızla genişlemektedir.

RMD belirli bir para miktarı ile ilgilidir, özel bir güven düzeyinde ve bir zaman periyodunda maksimum parasal kayıp miktarının olasılığıdır. İstatistiksel ve matematiksel açıdan, RMD sayısını üreten bir RMD tahmin süreci vardır ve üretilen RMD sayısı diğer riskleri ölçmek için de kullanılmaktadır. Riski tahmin etmenin yanı sıra çeşitli kullanım alanlarının gelişmesiyle RMD, Risk Yönetiminde önemli bir yer edinmiştir.

Risk ölçüm metotlarının kullanıldığı alanlar aşağıdaki başlıklar altında ele alınabilir (Ceylan, Korkmaz, 2004: 523) :

Bilginin Rapor Edilmesi; RMD günlük finansal işlemlerin hızlı bir şekilde değişen piyasa şartlarına göre ilgililere teknik bilgiye ve zamana ihtiyaç kalmadan iletilmesini sağlamaktadır.

Kaynak Aktarımı; RMD yatırım limitlerinin oluşturulmasında ve limitli sermaye kaynaklarının nerelere aktarılacağına karar verilmesinde kullanılmaktadır. Dolayısıyla RMD değişik piyasalardaki riskli faaliyetlerin karşılaştırılmasında da kullanılmaktadır.

Performans Değerlemesi; RMD risk için performans ayarlamasında kullanılmaktadır. Özellikle finansal piyasalarda işlem yapan kişiler genellikle ekstra risk alma eğiliminde olduklarından, performans değerlemesi temel bir olgu olmaktadır. Risk-sermaye ilişkisinden hareket edildiğinde RMD ölçümleri finansal piyasalarda işlemleri gerçekleştirenlere gerekli teşviklerin verilmesini sağlamaktadır.

2. BÖLÜM

2. RİSKE MARUZ DEĞER

2.1. Riske Maruz Değer Kavramı

Risk ölçümü, riski oluşturan faktörlerin belirlenmesi ve modellenmesi ile başlamaktadır. Dolayısıyla riskin yönetilebilmesi, karşı karşıya kalınan riskin tanımlanması, ölçülmesi ve kontrol edilmesi aşamalarından oluşmaktadır.

RMD, hedeflenen zamanda ve verilen güven düzeyinde beklenen maksimum (en kötü) kaybı özetlemektedir (Jorion, 1998: 108). RMD, yatırımın mümkün kayıplarının istatistiksel ölçüsünü tek bir rakam olarak ifade etmektedir.

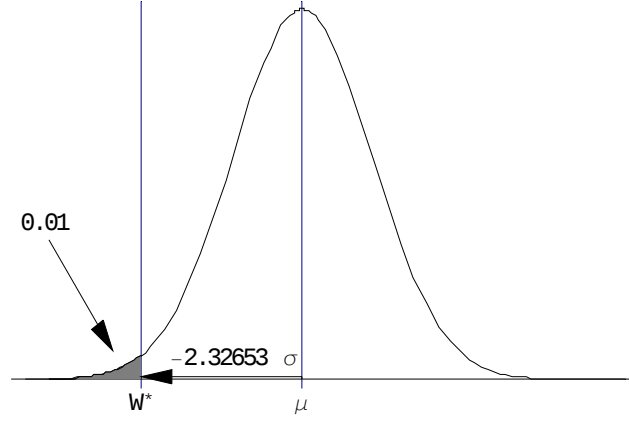
RMD, piyasa hareketlerinin neden olduğu kayıpların ölçüsüdür, dolayısıyla RMD'den daha fazla kayıplara maruz kalınması olasılığı düşüktür. Hesabı RMD'nin portföyü oluşturan risklerin birleşimi olduğu varsayımına dayanmaktadır.

RMD yatırım farklılıkları ile kısa veya uzun pozisyonlardan artan riski hesapladığı ve para miktarı olarak ifade ettiği için düzenleyiciler ve kurumlar tarafından genel kabul görmüştür. RMD'nin bu avantajı farklı yatırımların risklerinin parasal değer olarak karşılaştırılabilmesini ve birleştirilebilmesini sağlamaktadır. Örneğin risk genellikle hisse senedi için beta katsayısı ve tahvil için süre olarak nitelendirilmektedir. Dolayısıyla hisse senedi ve tahvile ait risk ölçü birimi farklı olduğundan, risklerinin karşılaştırılması da güç olmaktadır.

RMD'nin genel tanımı, yatırımın potansiyel kaybının belli bir güven düzeyinde ve zaman diliminde, parasal değer olarak tahmin edilmesidir. RMD hesaplanmasında kullanılan zaman dilimi bir yatırımı elde bulundurma süresidir ve genel olarak bir gün alınmaktadır. Güven düzeyi ise karar vericiler tarafından seçilmektedir. %99 güven düzeyinde hesaplanan RMD, %95 güven düzeyine göre daha fazla olacaktır.

RMD, şu soruya cevap vermektedir: Belli bir zamanda, %x olasılık düzeyinde ne kadar kaybedebilirim? (RiskMetrics-Tech. Doc., 1996). Genellikle günlük olarak hesaplanan RMD için, soru şu şekilde sorulur: Yapılan bir yatırımın,

%99 güven düzeyinde ve 1 gün içerisinde kaybedeceği değer en fazla ne olabilir? (Best, 1998: 10). Başka bir ifade ile bir günün sonunda yatırımın değerinin belli bir W^* değeri ve altına düşme olasılığı %1'dir.



Şekil 2-1 Yatırımın Değerinin %1 Olasılıkla q Değerine ve Altına Düşme Olasılığı

RMD hesaplamada önemli varsayımlardan biri, getirilerin normal dağılıma uygunluk göstermesidir. Getirilerin normal dağılıma uyduğu varsayımı altında RMD hesaplanırken sadece kayıplar ile ilgilenildiği için dağılımın sol tarafındaki kuyruk olasılığı dikkate alınmaktadır. Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi standart normal dağılımda ortalamadan sola doğru 2.32635 standart sapma, %99'luk güven düzeyine karşılık gelmektedir.

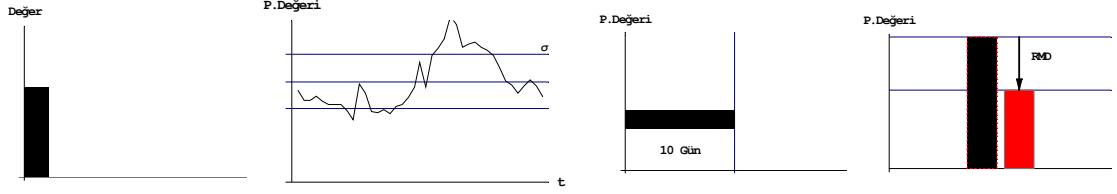
RMD normal dağılıma uygunluğun olmadığı, diğer dağılımların varsayıldığı durumlarda da simülasyon yöntemlere başvurularak hesaplanabilmektedir.

2.1. Riske Maruz Değer'in Hesaplanması

Günlük olarak hesaplanan bir standart sapma ile bir yatırımın t günlük RMD'si aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır (Jorion, 1998: 109):

$$RMD = \text{Yatırım Değeri} \times \sigma \times \sqrt{t} \times z_{\alpha}$$

RMD hesaplanırken izlenecek adımlar aşağıdaki grafiklerde gösterilmektedir:



Şekil 2-2 RMD Adımları

Standart sapması günlük 0,001 olan 1000 YTL değerinde bir yatırımın %99 güven düzeyinde 10 günlük RMD si :

$$RMD = 1000 \text{ YTL} \times 0,001 \times \sqrt{10} \times 2,326 = 7,355 \text{ YTL}$$

olarak hesaplanır. 2,326 standart normal dağılım tablosundan %99 güven düzeyine karşılık gelen z değeridir.

Bu örnekte 1000 YTL’lik bir yatırımda %99 ihtimalle 10 gün içerisinde kaybedilebilecek maksimum para miktarı 7,355 YTL’dir. Başka bir ifadeyle %99 ihtimalle yatırımın değeri en az $1000 - 7,355 = 992,645$ YTL’ye düşebilecektir. Yatırımın değerinin 10 gün içinde 992,645 YTL’nin altına düşmesi olasılığı da %1’dir.

Bir portföyün başlangıç değeri W_0 , getirisi R olarak gösterilmek üzere hedeflenen zaman sonunda portföyün değeri

$$W = W_0.(1 + R)$$

olarak hesaplanmaktadır. Portföyün beklenen getirisi ve standart sapması da sırasıyla μ ve σ ile gösterilmek ve R^* portföyün en düşük getirisi olmaz üzere portföyün belirli bir güven düzeyindeki en düşük değeri olan W^* ,

$$W^* = W_0.(1 + R^*)$$

olarak tanımlanacak olursa, Göreceli RMD ortalamaya bağlı kayıp miktarı olarak hesaplanan RMD'dir ve aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır (Jorion, 1998: 109):

$$\text{Göreceli RMD} = E(W) - W^* = -W_0.(R^* - \mu)$$

Bunun yanında RMD beklenen değere bağlı olmadan hesaplanabilmektedir. Ortalamaya bağlı olmadan hesaplanan Mutlak RMD ise

$$\text{Mutlak RMD} = W_0 - W^* = -W_0.R^*$$

olarak elde edilmektedir. Her iki eşitlik te portföyün minimum değerini (W^*) bulmaya eşdeğerdir. Zamanın kısa ve ortalama getirinin küçük olduğu durumlarda her iki RMD rakamı da benzer sonuçlar vermektedir. Göreceli RMD ortalamadan sapmaya dayandığı için kavramsal olarak daha uygundur ve ortalamanın pozitif olduğu uygulamalarda Mutlak RMD'ye göre daha doğru sonuçlar vermektedir. Tek sorun bazen getiri ortalamasını tahmin edilmesinin zorluğudur.

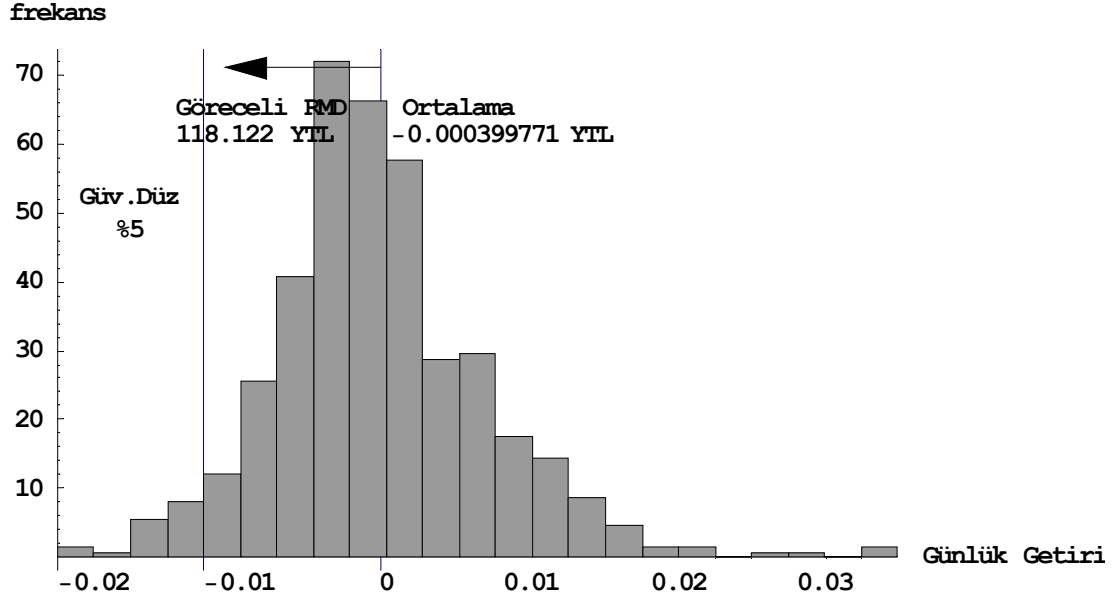
$f(w)$, portföyün değerinin olasılık dağılımını veren fonksiyon, α ise anlamlılık düzeyi olmak üzere, portföyün değerinin W^* 'dan yüksek olması olasılığı,

$$1 - \alpha = \int_{W^*}^{\infty} f(w)dw$$

olarak hesaplanmaktadır. Benzer şekilde portföyün değerinin W^* dan düşük olması olasılığı ise

$$\alpha = \int_{-\infty}^{W^*} f(w)dw$$

olmaktadır. Aşılan belirli bir olasılığın kesme değeri olan W^* dağılımın kantili olarak isimlendirilmektedir. (Jorion, 1998: 110)



Şekil 2-3 2003-2004 Yılları Arası Dolar⁹ Getirilerinin Günlük Dağılımı

Histogram 01.01.2003 ile 01.01.2005 tarihleri arasındaki ABD Doları günlük getirileri dikkate alınarak çizilmiştir. Söz konusu tarihler arasında 502 gözlem bulunmaktadır. RMD'yi hesaplamak için günlük getirilerin özdeş ve bağımsız dağıldığı varsayılmaktadır. Getiriler sıfır ortalamalı simetrik bir dağılım görüntüsü vermektedir. Histogramda ortalamanın solunda kalan taraf kayıpları göstermektedir ve günlük kayıpların 0,02 YTL'yi aştığı gün sayısı 2 olarak görülmektedir. Getirilerin standart sapması 0,00742 ve ortalaması -0,000399 olarak hesaplanmıştır. %95 güven düzeyinde, histogramın sol kuyruğundan %5'lik alanın kesme noktası olan $502 \times (0,05) \cong 25$. gözlem olan RMD soldan 5. dikdörtgenin içerisine düşmektedir.

⁹ Dolar Kurları, (Çevrimiçi) www.tcmb.gov.tr sitesinden 10.06.2005 tarihinde alınmıştır.

10.000 YTL değerinde Dolar yatırımı için bir günlük RMD :

$$RMD = 10.000 \times 0,00742 \times 1,64485 = 122,119 \text{ YTL}$$

olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan Mutlak RMD'dir. Göreceli RMD ise

$$\text{Göreceli RMD} = 10.000(0,00742 \times 1,64485 - 0,000399) = 118,122 \text{ YTL}$$

Ortalama getiri sıfıra çok yakın olduğundan Mutlak RMD ile Göreceli RMD'nin birbirine yakın değerler olduğu görülmektedir.

2.2. Riske Maruz Değer'in Ölçülmesinde Kullanılan Parametreler

“Yüzde “X” olarak emin olabiliriz ki önümüzdeki “N” gün içinde “\$” dan daha fazla kaybetmeyeceğiz” (Hull,1998: 146) tanımından da anlaşılacağı gibi, güven düzeyi ve elde tutma süresi RMD hesaplamada iki önemli parametredir. Bu parametrelere ek olarak örnekleme periyodu ve getirilerin korelasyonu da RMD hesaplamalarında dikkate alınmalıdır.

Bu parametrelere ilişkin BIS¹⁰ ve uygulayıcıların farklı görüşleri vardır. Hesaplamalar yapılmadan önce parametreler ülkelerin finansal piyasalarının özellikleri, mali yapısı, bankacılık sisteminin yapısal özellikleri gibi faktörler dikkate alınarak belirlenmektedir (Bolgün-Akçay, 2004: 215).

2.2.1. Elde Tutma Süresi

Elde tutma süresi RMD'nin hesaplandığı zaman periyodudur (Best, 1998: 17). Genellikle bir gün olan finansal yatırımı elde bulundurma süresi bir ay da olabilir. Bazı kuruluşlar bu zaman dilimini 1 aydan da uzun bir süreye çıkarmışlardır. Fakat BIS tarafından belirlenen kurallara göre 1997 yılının sonunda elde bulundurma süresi 10 gün olarak belirlenmiştir. Teorik olarak, RMD

¹⁰ Uluslararası Ödemeler Bankası (Bank of International Settlements)

hesaplamalarında elde tutma süresini bir günden az kullanılabılır olsa da pratikte en kısa elde tutma süresi 1 gün olarak belirlenmiştir (Dowd, 1998: 51).

Elde tutma süresi uzadıkça beklenen fiyat değişikliği artmaktadır. Pek çok banka RMD hesaplamalarında bir günlük elde tutma süresi kullanmaktadır. Elde tutulan portföyün likiditesi ve elde tutma süresi ile portföyün tasfiye edilebileceği süre uyumlu olmalıdır. Basel Komitesi de RMD hesabında 10 günlük bir elde tutma süresi kullanılmasını önermektedir. Piyasa düzenleyicileri olumsuz piyasa koşullarında likiditenin düşeceği ve alım satım faaliyetlerinin zorlaşacağını düşünerek daha uzun elde tutma süresini tercih etmektedirler.

Elde tutma süresinin karekökü RMD hesaplamasına çarpım olarak katılmaktadır. Bu ilişki “Geometrik Brownian Motion” yaklaşımına dayanmaktadır (Bolgün, Akçay, 2004, 156).

Örneğin, 10 gün için hesaplanan RMD, 1 günlük değerine göre yaklaşık 3,16 katına çıkmaktadır. Görüldüğü gibi yatırımı elde tutma süresi arttıkça fiyat değişikliği arttığından RMD rakamı da büyümektedir. Günlük getirilerden hesaplanmış standart sapma için

$$N \text{ Günlük Elde Tutma Süresi} \rightarrow \sqrt{N}$$

$$1 \text{ Günlük Elde Tutma Süresi} \rightarrow \sqrt{1} = 1$$

$$10 \text{ Günlük Elde Tutma Süresi} \rightarrow \sqrt{10} = 3,162278$$

Dowd’a göre zaman aralığının seçimini etkileyen faktörler şu şekilde sıralanmaktadır;

Elde tutulan portföyün tasfiye edilebileceği süre ile elde tutma süresi uyumlu olmalıdır. Eğer portföy aynı anda nakde çevrilebiliyorsa hesaplanan RMD’nin zaman aralığı kısa olmalıdır. Dolayısıyla firma işlem yaptığı piyasayı iyi yansıtan zaman aralığını seçmelidir.

RMD modelinin güvenilirliği ancak geniş bir veri seti ile sağlanmaktadır. Bu veri seti de ancak kısa zaman periyodu alınırsa mümkün olmaktadır. Örneğin 1000 gözlem elde etmek için periyot günlük alınırsa 4 yıl, haftalık alınırsa 80 yıllık veriye ihtiyaç duyulmaktadır. Bu tür verileri elde etmek pratik değildir, veriler elde edilse bile, anlamlı karşılaştırmalar yapmak için bu veriler çok eski kalmaktadır (Dowd, 1998: 52).

2.2.2 Güven Düzeyinin Seçimi

RMD hesaplamalarında seçilen güven düzeyi arttırıldıkça z_{α} değeri artmakta ve RMD'yi arttırmaktadır. Belirli bir miktardaki yatırımın farklı elde tutma sürelerine ve güven düzeylerine bağlı olarak hesaplanan RMD'si de farklı olacaktır. Güven düzeyi ve elde tutma süresi arttıkça RMD de artmaktadır.

BIS ve BDDK içsel model kullanan finansal kurumlara %99 güven düzeyini kullanmalarını zorunlu kılmıştır. Fakat JP Morgan gibi piyasa RMD'si konusunda öncü çalışmalar yapan ve günlük kararlarında kullanan kurumlar, %99 güven düzeyini çok yüksek bulmaktadırlar. JP Morgan'ın RiskMetrics¹¹ modelinde %95 güven düzeyi kullanılmaktadır.

Güven düzeyinin seçimi kullanılacak uygulamanın amacına göre değişebilmektedir (Dowd, 1998: 53). Seçilecek güven düzeyinin RMD sisteminin geçerliliği, sermaye yeterliliğinin belirlenmesi, risk yönetimi için gerekli veriyi sağlamak, raporlarda kullanmak ve karşılaştırma yapmak gibi çeşitli amaçlara göre değişeceği vurgulanmaktadır.

Firmalar sistem geçerliliği için düşük güven düzeyi kullanırken, risk yönetimi ve sermaye yeterliliği için yüksek güven düzeyi, aynı zamanda raporlama ve karşılaştırma için her ikisi arasında bir güven düzeyi seçebilmektedir (Dowd, 1998: 53). Güven düzeyi genellikle %95 ya da %99 olarak seçilmektedir.

Yatırım getirilerinin normal dağılıma uyduğu varsayımı altında RMD hesaplanırken, sadece kayıplar ile ilgilenildiği için dağılımın sol kuyruk olasılıkları dikkate alınmaktadır. Örneğin %99 güven düzeyi, yatırımın değerinin ortalamadan standart sapmanın -2,326 katı kadar sapma olacağını göstermektedir. Dolayısıyla negatif olarak hesaplanması gereken RMD, kayıp miktarını ifade eden parasal değer olarak hesaplandığı için pozitif olarak ele alınmaktadır.

Tablo 2-1 de 1000 YTL değerinde ve standart sapması 3 YTL olan bir yatırımın farklı elde tutma süreleri ve farklı güven düzeylerine göre değişen RMD'leri karşılaştırılmıştır.

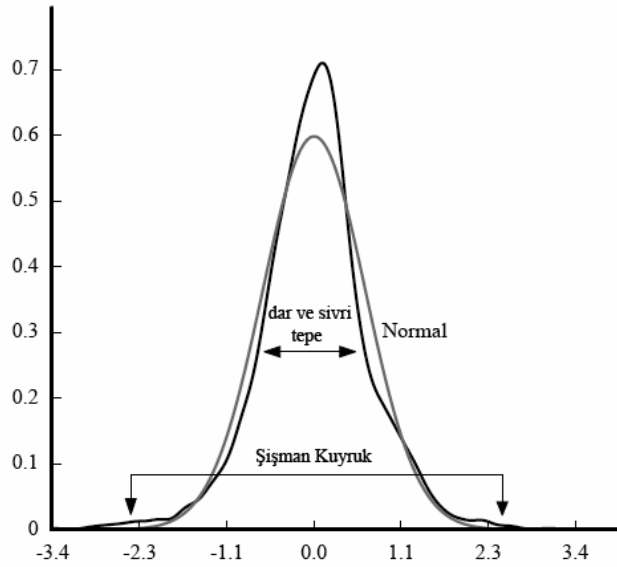
¹¹ J.P. Morgan ve Reuters'in müşterilerine finansal piyasalarda karşı karşıya kalınan piyasa riskini, RMD çerçevesinde tahmin etmeye araçlar sunan bir şirkettir.

	Standart sapması 3YTL olan 1000YTL’lik yatırım	
	Elde tutma süresi 1 gün	Elde tutma süresi 10 gün
%95 güven düz.	$1000 \times 3 \times 1,645 \times 1 = 4950$	$1000 \times 3 \times 1,65 \times 3,16 = 15594,6$
%99 güven düz.	$1000 \times 3 \times 2,33 \times 1 = 6990$	$1000 \times 3 \times 2,33 \times 3,16 = 22088,4$

Tablo 2-1 Elde Tutma ve Güven Düzeylerinin Karşılaştırılması

2.3 Finansal Getirilerin Dağılımı

Varyans-Kovaryans ve Monte Carlo metotları ile RMD hesaplanırken en önemli varsayım finansal getirilerin normal dağıldığıdır. Ancak finansal getirilerin pratikte elde edilen dağılımları, normal dağılıma göre daha sivri uçlu ve kalın kuyruklu olan leptokurtik (pozitif basık) dağılıma uymaktadır.



Şekil 2-4 Finansal Getirilerin Günlük Dağılımı

Bir dağılımın kalın kuyruklu olması ekstrem getirilerin frekansının normal dağılıma göre daha fazla olduğu anlamına gelmektedir. Dolayısıyla getirilerin

dağılımının kalın kuyruklu olması, RMD hesaplanmasının risk ölçümü için tek başına yeterli olmadığını göstermektedir. (Dowd, 1998: 16)

Portföy getirilerinin dağılımları normal dağılıma tam olarak uymayabilmektedir. Normallik varsayımı gerekli güven düzeyinde volatilitenin kolay hesaplanmasını sağlamaktadır. Aynı zamanda bu varsayım getirilerin birbirinden bağımsız ve ortalama etrafında simetrik olarak dağılması anlamını da taşımaktadır. Dolayısıyla finansal yatırımların getirileri arasında sıralı korelasyon yoktur, diğer bir deyişle bir getiri bir önceki günün getirisine bağlı değildir.

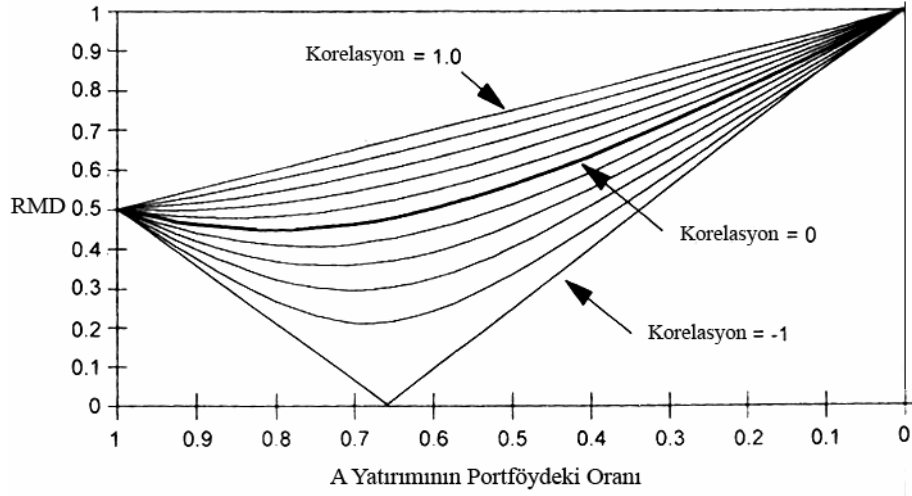
2.4 Portföy Çeşitlendirme Etkisi

Portföy çeşitlendirme etkisi elde tutulan portföydeki yatırım araçlarının çeşitliliğinin, portföyün risk miktarında yarattığı etkidir. Sistemati olmayan riskin, firma ve endüstri özelliklerine bağlı olması nedeniyle portföyü oluşturan hisse senetleri veya portföyler arasında çeşitlendirmeye gidilerek riski indirmek mümkündür (Özdemir, 1983: 161).

Markowitz (1952)'in portföy seçim modeli belirli bir risk seviyesinde beklenen getiriyi maksimum yapmayı veya belirli bir getiri seviyesinde riski minimize etmeyi amaçlamaktadır.

Markowitz tarafından geliştirilen “Ortalama-Varyans” yaklaşımında, beklenen getirili yatırım alanları veya kısaca rasgele değişkenler, ortalama ve varyanslarına göre sıralanırlar. Bu sıralı rasgele değişkenler arasından eğer herhangi ikisi aynı varyansa sahip ise ortalaması yüksek olan tercih edilir veya aynı ortalamaya sahip iseler daha küçük varyanslı olan tercih edilir (Özdemir, 1983: 162). Dolayısıyla portföy yöneticisinin amacı RMD rakamının minimum olması ise, belirli bir getiri düzeyinde varyansı minimum olan portföyü seçmesi gerekmektedir.

Portföy riskinin hesaplanmasında, portföyü oluşturan yatırımlar arasındaki korelasyondan faydalanılmaktadır. Portföydeki korelasyonlar yatırımlardaki fiyat değişimlerinin birbirlerini üzerindeki etkilerini açıklamaktadır. İki yatırımın fiyatı bir doğru boyunca aynı yönde hareket ediyorsa aralarındaki korelasyon 1'dir. Eğer doğru üzerinde ters yönlü bir hareket varsa aralarındaki korelasyon -1 'dir.



Şekil 2-5 Portföy Çeşitlendirme Etkisi

A ve B yatırımlarından oluşan yukarıdaki şekilde B yatırımının riski A yatırımının riskinin iki katıdır. Bunun yanında A'ya B'den iki kat fazla yatırım yapılmış olan bir portföyde yatırımlar arasındaki korelasyona bağlı değişen portföyün riski yatırımların ağırlıkları dikkate alınarak verilmiştir. Şekilde yatırımlar arasındaki korelasyon her çizgide 0,2 oranında değişim göstermektedir. Görüldüğü gibi A'nın yatırım miktarı B'nin iki katı kadar ve aralarındaki korelasyon -1 olduğunda risk miktarları eşit olacağından portföyün riski sıfıra düşecektir. Aralarındaki korelasyon 1 olduğunda ise risk etkileri yine ağırlıkları da dikkate alınarak portföyün riskini aynı yönde etkileyecektir. (Best, 1998: 20)

Belirli bir risk seviyesinde en iyi getiriye sağlayan ya da belirli bir getiri seviyesinde en düşük riske sahip portföy etkin bir portföydür. Bu amaçları sağlayan portföyler etkin portföylerdir ve etkin portföylerin kümesi etkin sınır oluşturmaktadır. Etkin sınır üzerindeki portföyler bu sınırın altındaki bütün portföylere göre verimlidir.

Portföy analizinin amacı, etkin sınırı oluşturmaktır. Bir sınır bir kez tespit edildikten sonra yatırımcı etkin sınır üzerindeki arzu ettiği portföyü seçebilir (Özdemir-Giresunlu, 1995).

3. BÖLÜM

3. RİSKE MARUZ DEĞER ÖLÇÜM METOTLARI

Portföyün RMD'sini hesaplamak için kullanılacak metot, portföyü oluşturan yatırımların özelliklerine göre değişmektedir. Her metodun varsayım ve uygulama adımlarına göre avantaj ve dezavantajları bulunmaktadır. En uygun metodun seçimi, portföyü oluşturan yatırım araçlarına ve pazarın özelliklerine bağlıdır.

RMD metotlarından hangisinin uygulanacağına, aşağıdaki iki soruya verilecek cevaplar üzerinden karar verilmektedir:

Portföy getirilerinin dağılımı, normal dağılıma uymakta mıdır?

Portföyün getirisi, portföyü oluşturan yatırım araçlarının getirileri ile doğrusal bağımlı mıdır?

Getirilerin normal dağılıma uygunluğu varsayımına ve portföy getirisi ile portföyü oluşturan yatırım araçları arasında doğrusal bağımlılık olup olmamasına göre, RMD hesaplamaları Varyans-Kovaryans Metodu altında Delta Normal ve Delta Gamma Yaklaşımları, Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon ve Monte Carlo Simülasyonu Metotları altında incelenmektedir.

3.1. Varyans-Kovaryans Metodu

RMD hesaplanmasında yaygın olarak kullanılan metotlardan birisi olan Varyans-Kovaryans metodunun dayandığı en önemli varsayım portföy getirilerinin normal dağılıma uymasıdır. Bu yüzden Parametrik Yöntem olarak ta bilinmektedir. Portföyü oluşturan yatırımların getirilerinin kovaryansına bağlı olarak hesaplanan RMD, portföyün standart sapmasının bir katı olmaktadır.

Varyans-Kovaryans metodu portföy getirilerinin, portföyü oluşturan yatırımların getirilerinin doğrusal bir fonksiyonu olup olmamasına göre Delta Normal veya Delta Gamma yaklaşımlarına ayrılmaktadır.

3.1.1 Delta Normal Yaklaşımı

Yaklaşımın çıkış noktası, portföyü oluşturan yatırımların getirilerinin normal dağılım göstermesi ve portföy getirisinin bu normal dağılan getirilerin doğrusal bir fonksiyonu olmasıdır. Portföye giren yatırımların getirileri normal dağılıma uyuyorsa, getirilerin doğrusal bir kombinasyonu olan portföy getirisi de, normal dağılım göstermektedir (Jorion, 2000: 219).

Bu varsayımlar altında portföy getirilerinin volatiliteler ve korelasyonlarından hesaplanan RMD, güvenilir bir sonuç vermektedir. Bu yaklaşımın uygulanabileceği portföyler arasında, tahvil ve bono portföyleri, hisse senetleri, spot veya forward döviz ya da ürün pozisyonları ile kısa vadeli borçlanma araçları içeren portföyler bulunmaktadır (Aydın, t.y.: 10).

Doğrusal bağımlılığın ve normal dağılıma uygunluğun sağlanamadığı durumlarda Delta Normal yaklaşımı ile hesaplanan RMD sonuçları güvenilmezdir. Bu durumda doğrusal olmayan getirilerin ikinci dereceden hassasiyetleri ölçülerek, daha ayrıntılı yaklaşım alınmaktadır. Eğer portföy getirileri normal dağılıma uygunluk göstermiyorsa, pek çok finansal getirinin dağılımında gözlenen kalın kuyruk özelliği taşıyan dağılımları dikkate alarak hesaplanan Varyans-Kovaryans matrisinin kullanıldığı, normal olmayan yaklaşımlardan biri seçilmektedir (Dowd, 1998: 63).

Delta Normal yaklaşımı, getirilerin sadece korelasyon ve volatilitelerine bağlı olarak hesaplanması nedeniyle uygulanması kolay bulunmaktadır. RMD'nin hızlı tahmin edilmesi için en çok başvurulan yöntemdir.

Tek Yatırım İçin RMD'nin Hesaplanması

Tek bir yatırım için RMD, yatırım getirilerinin standart sapmasıyla ölçülmektedir. Belirli bir güven düzeyinde ve belirli bir zaman aralığında bir yatırımın maruz kalacağı maksimum kaybın parasal değeri olan RMD, güven düzeyi ve elde tutma süresi dikkate alınarak, yatırımın değeri ile getirilerin standart sapmasının çarpılması ile bulunmaktadır.

Örneğin 100 YTL değerinde bir yatırımın RMD'sini hesaplayalım. Yatırım getirilerinin bir günlük standart sapması %2 olarak verilsin. %95 güven düzeyinde bu yatırımın 1 günlük RMD'si

- σ : Yatırımın günlük getirilerinin standart sapması
 x : Yatırımın değeri
 z_{α} : %95 güven düzeyine karşılık gelen z değeri

olmak üzere

$$\begin{aligned} RMD &= x \times \sigma \times z_{\alpha} \\ &= 100 \times 0,02 \times 1,65 \\ &= 3,3 \text{ YTL} \end{aligned}$$

olarak hesaplanmaktadır.

t günlük RMD hesaplamak istenirse hesaplanan bir günlük RMD $\sqrt{t}$ ile çarpılmaktadır. Buna göre %95 güven düzeyinde 10 günlük RMD :

$$\begin{aligned} RMD &= x \times \sigma \times Z_{\alpha} \times \sqrt{t} \\ 3,3 \times \sqrt{10} &= 3,3 \times 3,162278 = 10,435 \text{ YTL} \end{aligned}$$

olarak hesaplanmaktadır. Güven düzeyi arttırılacak olursa, %99 güven düzeyinde 1 günlük RMD :

$$100 \times 0,02 \times 2,33 = 4,66 \text{ YTL}$$

olarak hesaplanmaktadır.

Görüldüğü gibi seçilen güven düzeyi, yatırımı elde tutma süresi, getirilerin standart sapması ve yatırımın değerindeki artışlar RMD'yi de arttırmaktadır.

İki Yatırım İçin RMD'nin Hesaplanması

Aralarında 0,3 korelasyon olan ve normal dağılım gösteren biri 100 YTL, diğeri 50 YTL değerinde iki yatırımından oluşan bir portföyün RMD'sini hesaplayalım.

x_i : i. yatırımın portföydeki ağırlığı $i = 1, 2$

σ_i : i. yatırımın standart sapması $i = 1, 2$

ρ_{12} : İki yatırım arasındaki korelasyon

olmak üzere portföyün standart sapması

$$\sigma_P = \sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}}$$

olarak hesaplanmaktadır (Hull, 2003: 352). Tek yatırım için RMD hesaplaması örneğinde 100 YTL'lik yatırımın standart sapması %2 olarak verilmişti. 50 YTL'lik yatırımın standart sapması ise %1 olarak verilmiş olsun. Bu durumda portföyün standart sapması

$$\sigma_P = \sqrt{100^2 (0,02)^2 + 50^2 (0,01)^2 + 2(100)(50)(0,02)(0,01)(0,3)}$$

$$= 2,20 \text{ YTL}$$

olarak yeniden hesaplanmaktadır. Bu örnekte ağırlıklar parasal değer olarak verildiği için Portföyün RMD'sini bulmak için standart sapma ve güven düzeyinin çarpılması yeterli olacaktır. Portföyün %99 güven düzeyinde 1 günlük RMD'si

$$RMD_P = 2,20 \times 2,33 = 5,126 \text{ YTL}$$

olarak hesaplanmaktadır. %99 güven düzeyinde 10 günlük RMD'si ise

$$RMD_p = 5,126 \times 3,162278 = 16,21 \text{ YTL}$$

olarak elde edilmektedir.

100 YTL'lik yatırımın %99 güven düzeyinde 1 günlük RMD'si 4,66 YTL,

50 YTL'lik yatırımın %99 güven düzeyinde 1 günlük RMD'si 1,165 YTL,

Her iki yatırımı içeren portföyün %99 güven düzeyinde 1 günlük RMD'si ise 5,126 YTL olarak hesaplanmaktadır.

Böylece elde edilen

$$4,66 + 1,165 - 5,126 = 0,7 \text{ YTL}$$

değerinde çeşitlendirmenin olumlu etkisi görülmektedir. Aynı zamanda RMD düşük çıkması için düşük korelasyonlu yatırımların seçilmesi gerekmektedir.

Portföylerde RMD

Portföy oluşturma'nın asıl amacı riskin dağıtılmak istenmesidir. Portföyün riskini ölçmek için kullanılan portföyün standart sapması, içerdiği yatırımların getirileri arasındaki kovaryansa bağlıdır (Ceylan, Korkmaz, 2004: 432).

Portföyün RMD'si temel olarak portföyün volatilitesidir. Bu nedenle RMD hesaplanırken portföydeki her bir yatırımın getirilerinin dağılımı, portföye ait getiri dağılımını elde etmek için kullanılmaktadır.

σ_p : Portföyün standart sapması

x : Her bir yatırımın ağırlığını içeren sütun vektörü

Σ : Varyans-Kovaryans matrisi

P : Portföye yapılan yatırımın değeri

olmak üzere portföyün standart sapması

$$\sigma_p = \sqrt{x^T \Sigma x}$$

formülü ile hesaplanmaktadır. Portföyün RMD'si şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$RMD_p = P \times \sigma_p \times Z_\alpha = P \times \sqrt{x^T \Sigma x} \times z_\alpha$$

Yukarıda verilen formülde portföydeki yatırımların ağırlıkları para miktarı olarak alınmış ise portföye yapılan yatırım miktarı olan P değeri formülde yer almayacaktır.

Varyans-Kovaryans matrisi portföydeki yatırım araçlarının getirileri arasındaki korelasyon matrisi ve standart sapmaları kullanılarak şu şekilde hesaplanmaktadır :

Σ : Varyans-Kovaryans matrisi

σ_i : i. yatırımın standart sapması

ρ_{ij} : i. ve j. hisse senetleri arasındaki korelasyon

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{pmatrix}_{n \times n} \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & 1 \end{pmatrix}_{n \times n} \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{pmatrix}_{n \times n}$$

Bunun yanında RMD formülü korelasyon matrisi kullanılarak aşağıdaki gibi kolayca hesaplanabilmektedir (Best, 1998: 22) :

RMD_p : Portföyün RMD'si

V : Her bir yatırımın tek tek RMD'sini içeren sütun vektörü

P_i : i. yatırımın portföy içindeki ağırlığı

σ_i : i. yatırımın volatilitesi

ρ : Korelasyon Matrisi

ρ_{ij} : i. ve j. yatırımları arasındaki korelasyon

$1 - \alpha$: güven düzeyi

z_α : $1 - \alpha$ güven düzeyine karşılık gelen z değeri

olmak üzere portföyün RMD'si

$$RMD_P = \sqrt{V^T \rho V}$$

olmaktadır. Formül açılacak olursa V vektörü :

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \cdot \sigma_1 \cdot z_\alpha \\ P_2 \cdot \sigma_2 \cdot z_\alpha \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ P_N \cdot \sigma_N \cdot z_\alpha \end{bmatrix}$$

olmak üzere, V vektörü ile korelasyon matrisinin çarpımından portföyün RMD si :

$$RMD_P = \left\{ \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & \cdot & \cdot & \cdot & V_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \cdot & \cdot & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} & \cdot & \cdot & \rho_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \rho_{N3} & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ V_N \end{bmatrix} \right\}^{1/2}$$

şeklinde olmaktadır.

Bir portföyü oluşturan üç yatırıma ait ağırlıklar ve volatiliteler dikkate alınarak hesaplanan her bir yatırımın %99 güven düzeyinde 1 günlük RMD'si aşağıdaki gibi verilsin :

<u>Yatırım</u>	<u>Yat. Değeri (YTL)</u>	<u>Volatiliteler</u>	<u>RMD Değerleri</u>
A	2000	0,00008	$0,00008 \times 2000 \times 2,33 = 0,373$
B	3000	0,00012	$0,00012 \times 3000 \times 2,33 = 0,838$
C	1000	0,00023	$0,00023 \times 1000 \times 2,33 = 0,536$

Dolayısıyla her bir yatırımın RMD sini içeren V sütun vektörü

$$V = x \times \sigma \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,373 \\ 0,838 \\ 0,536 \end{bmatrix}$$

şeklinde yazılmaktadır.

Yine bu üç yatırıma ilişkin korelasyon matrisi de aşağıdaki gibi verilsin :

Yatırım	A	B	C
A	1	0,02	0,0015
B	0,02	1	0,06
C	0,0015	0,06	1

Bu bilgiler altında portföyün RMD aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır :

$$RMD_p = \sqrt{(0,373 \quad 0,838 \quad 0,536) \begin{pmatrix} 1 & 0,02 & 0,0015 \\ 0,02 & 1 & 0,06 \\ 0,0015 & 0,06 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,373 \\ 0,838 \\ 0,536 \end{pmatrix}} \\ \cong 1,2 \text{ YTL}$$

Yapılan hesaplama göre portföyün %99 güven düzeyinde 1 günlük RMD'si 1,2 YTL dir. 1 günden daha uzun periyotlarda RMD hesaplamak için, sonuç $\sqrt{t}$ ile çarpılmaktadır.

3.1.2 Delta Gamma Yaklaşımı

Opsiyon içeren portföylerin getirileri, içerdikleri ürünün fiyat değişiminin yanı sıra, opsiyonun kârda olup olmamasına, volatilité beklentisine ve vadesine kalan gün sayısına da bağılı olmaktadır. Opsiyonun deltasının, ilgili olduğı varlığın fiyatına göre değişiminin ölçüsü olan gamma riski, doğrusal yaklaşımın olduğı modellerde hesaba katılmamaktadır.

Gamma riski taşıyan portföyün getirilerinin dağılımı, normal dağılıma göre daha çarpık bir dağılım sergileme eğilimindedir. Eğer gamma pozitif ise getirilerin olasılık dağılımı sağa çarpık; negatif ise sola çarpık bir görüntü sergilemektedir (Hull, 2003: 356). Normal dağılım varsayımı yapıldığından portföyün RMD'si, sağa çarpık dağılım sebebiyle normal dağılıma göre kuyruk olasılıkları daha düşük olacağından, daha yüksek yani daha riskli hesaplanmaktadır. Sola çarpık dağılım söz konusu olduğunda ise normal dağılıma göre kuyruk olasılıkları daha yüksek olacağından RMD daha düşük yani daha az riskli hesaplanmaktadır.

3.2 Simülasyona Dayalı Metotlar

Opsiyon ve türev ürün içeren portföylerin dışında kalan portföylerin getirileri, içerdikleri yatırım araçlarının getirileri ile yaklaşık olarak doğrusal bağımlı kabul edilmektedir. Doğrusal olmayan portföylerin getirileri en etkili şekilde simülasyon modelleri ile hesaplanmaktadır (Bolgün, 2004: 56).

3.2.1. Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon

Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon Metodu, portföyün RMD'sini tahmin etmek için, portföydeki yatırımların getiri serilerini kullanmaktadır. Geçmiş dönem boyunca bu portföy elde tutulmadığı için, oluşturulan portföy getirileri varsayımsal olarak alınmış kabul edilmektedir. Yatırımlarda meydana gelen günlük değişimlerle tek tek portföy getiri serisi oluşturularak alternatif senaryolar üretilmektedir.

Bu metodun uygulanması, portföyü oluşturan farklı yatırım araçları ve ağırlıklarının belirlenerek, gözlem periyodu içinde bu yatırım araçlarının getirilerinin toplanarak portföyün getiri serisinin oluşturulmasına dayanmaktadır.

$R_{p,t}$ = t dönem boyunca portföyün getirisi

$r_{i,t}$ = i. varlığın t periyodundaki ortalama getirisi

x_i = i. varlığın portföydeki ağırlığı

n = portföydeki varlık sayısı

olmak üzere portföyün getirisi t gözlem için (Dowd, 1998: 99)

$$R_{p,t} = \sum_{i=1}^n x_i \cdot r_{i,t} \quad t = 0, 1, \dots, T$$

olarak yazılmaktadır.

Portföyün getiri serisi oluşturulduktan sonra, portföy getirileri zarardan kara doğru sıralanmaktadır. Bu serinin belli bir güven düzeyine karşılık gelen kantil değeri portföyün RMD'si olarak seçilmektedir.

Bir portföydeki üç yatırıma ait 20 günlük getiriler Tablo 3-1'deki gibi verilmiş olsun. Bu üç yatırımı içeren portföyün getiri serisi yukarıda verilen formül ile son sütunda elde edilmektedir.

A	B	C	Portföy Getirileri
0.0952	-0.5478	-0.2971	-29.3841
-0.5569	0.7521	0.2500	23.923
0.0101	0.9472	0.0446	30.84547
0.2479	-0.2633	0.0332	-1.27884
-0.5683	0.9831	-0.7421	-18.9794
0.2342	-0.3818	-0.8402	-48.7802
0.5287	0.5807	0.1246	34.22781
-0.9132	0.2517	0.3324	5.906035
0.3581	0.2410	0.3156	30.16955
0.6837	-0.9417	-0.4872	-38.9364
0.0197	0.2814	-0.1840	-0.36235
-0.6329	0.0600	0.0613	-7.79475
-0.2855	0.5246	-0.0088	9.587765
0.8227	0.9009	0.5517	71.06678
0.4756	-0.2068	0.6444	35.52722
0.6052	0.4163	0.0341	26.29998
0.3084	0.4110	-0.4955	-6.27681
-0.2796	0.5567	0.5361	37.91478
0.3759	-0.1586	-0.6179	-28.1351
0.4980	0.8012	0.1868	43.33673

Tablo 3-1 Tarihi Portföy Getirilerinin Üretilmesi

Portföyün getiri serisi, üç yatırımın geçmiş tek tek 20 günlük getirileri ile portföy içindeki ağırlıkları çarpılarak elde edilmektedir. 100 YTL değerindeki bu portföyde A, B ve C yatırımlarının ağırlıkları sırasıyla 20 YTL, 30 YTL ve 50 YTL olarak alınmıştır.

Zarardan kara doğru sıralanan portföy getiri serisi aşağıdaki tabloda görülmektedir. %95 güven düzeyinde RMD -38.9364 YTL'ye denk gelen değerdir. Pratikte RMD hesabı için 20 günlük bir veri setine kullanılmamaktadır. En az bir yıllık bir veri seti kullanıldığında daha iyi sonuçlar alınmaktadır. Bankalar bu metodu uygularken minimum gözlem sayısını 200 gün olarak belirlemişlerdir. (Best, 1998: 37)

<u>Güven düzeyi</u>	<u>Portföy değişimi</u>
100	-48.7802
95	-38.9364
90	-29.3841
85	-28.1351
80	-18.9794
75	-7.79475
70	-6.27681
65	-1.27884
60	-0.36235
55	5.906035
50	9.587765
45	23.923
40	26.29998
35	30.16955
30	30.84547
25	34.22781
20	35.52722
15	37.91478
10	43.33673
5	71.06678

Tablo 3-2 Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon Metodu ile Portföyün RMD sinin saptanması

Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon metodu, getirilerin dağılımına ilişkin bir varsayım içermemektedir. Volatilite ve korelasyon gibi parametrelerin hesaplanmasını gerektirmez. Lineer olmayan pozisyonlar için rahatlıkla uygulanmaktadır.

Diğer yandan Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon metodunda, modelin geçmiş veriler üzerine kurulmuş olmasından kaynaklanan bazı kısıtlar yaşanmaktadır. Bunlardan biri, eğer gözlemlerin alındığı dönemlerde getirilerde dalgalanma görülmemişse, metot gelecekte meydana gelebilecek mümkün uç

durumları dikkate almamaktadır. Diğer yandan frekansı düşük de olsa uç gözlemlerden oldukça etkilenmektedir. Dolayısıyla eğer gelecek dönemde getirilerde dalgalanma olursa örnek alınan geçmiş dönem geleceği iyi yansıtmaz.

3.2.2 Monte Carlo Simülasyonu Metodu

Monte Carlo, gamma ve konveksitenin bulunduğu karmaşık portföylerde diğer metotlara göre daha güvenilir tahminler verebilen bir modeldir. Metot belli bir dönem için portföy getirilerinin tesadüfi olarak belirlenmesine dayanmaktadır ve getirilerin volatilité ve korelasyonlarını dikkate alarak, beklenen getiri senaryoları üretmektedir. Özellikle opsiyon içeren portföylerde veya portföydeki bir yatırıma ait getiri serisinin bulunmaması durumlarında kullanılmaktadır.

Monte Carlo Simülasyonu metodu, genellikle portföy getirilerinin normal dağılıma sahip olduğu varsayımına dayandırılırken, getirilerin dağılımını temsil eden bir başka uygun olasılık dağılımına da dayandırılabilir. Getiriler rassal olarak üretilirken portföydeki yatırımların korelasyonları dikkate alınmaktadır.

Monte Carlo Simülasyonu Metodunun adımları aşağıdaki şekilde sıralanmaktadır (Best,1998: 39) :

Yatırımların volatilité ve korelasyonları hesaplanır.

Bu volatilité ve korelasyonlar dikkate alınarak portföyün getiri serisi üretilir.

Getiri serisi zarardan kara doğru sıralanır.

Serinin belli bir güven düzeyine karşılık gelen kantil değeri portföyün RMD'si olarak seçilir.

Bu işlem tekrarlanır ve elde edilen RMD değerlerinin ortalaması alınır. Tekrar sayısı 1000 ile 10000 arasında değişmektedir.

Diğer RMD tahmin metotları ile kıyaslandığında ortaya çıkabilecek model riskini hemen hemen ortadan kaldırmaktadır. Eskiden uygulaması güç ve zaman alıcı bulunan metot bugün bilgisayarların gelişmesi ile oldukça hızlı sonuçlar vermektedir.

4. BÖLÜM

4. VOLATİLİTE MODELLERİ

Risk hesaplamaları, yatırımların getirilerinin uyduğu varsayılan olasılık dağılımları gözetilerek, getirilerin standart sapmalarının hesaplanmasına dayanmaktadır (Markowitz, 1952). Çoğu durumda yatırımların getirilerinin normal dağıldığı varsayıldığı için RMD hesaplamaları, belli bir güven düzeyinde, volatilitenin bir standart ölçüsüne bağlı olarak hesaplanmaktadır. Finansal zaman serilerinde volatilité getirilerin bir standart ölçüsü olarak kabul edilmektedir. RMD hesaplanması, finansal yatırımların davranışlarının modellenmesi ve getirilerin birbirleri arasındaki etkinin saptanmasına dayanmaktadır. Dolayısıyla tahmini yapılacak olan getirilerdeki hareketliliğin modellenmesi, RMD hesaplamalarındaki en önemli noktadır.

Volatilitéyi ölçmek için varsayımları farklı olan modeller vardır. Genellikle kullanılan modeller, Standart Sapma, ÜAHO (Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama) ve GABKDV (Genelleştirilmiş Ardışık Bağımlı Koşullu Değişen Varyans) (Bollerslev, 1986)'tır. Seçilecek model RMD tahminini doğrudan etkilemektedir.

4.1. Standart Sapma

Dağılımın volatilitesi olan standart sapmanın ölçülmesi doğrudan normal dağılımla ilişkilendirilmektedir. Standart sapma dağılımın yayılımını ölçmektedir, diğer bir ifade ile serinin her elemanın ortalamadan sapmalarının ortalamasını ölçmektedir (Best, 1998: 66)

σ : Standart Sapma

X : Getiri serisi

$\bar{X}$: Seriyeye ait ortalama

olmak üzere volatilité tahmini için kullanılan standart sapma formülleri :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}} \quad \text{Anakütle Standart Sapması}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n - 1}} \quad \text{Örneğin Standart Sapması}$$

şeklinde verilmektedir. Hesaplanan bu iki formül arasında pratikte çok az fark olmaktadır.

Standart sapma hesabı uzun dönem sabit varyansı varsaymaktadır, dolayısıyla bir dönemin verileri periyotlara bölündüğünde, her bir periyoda ait varyansın eşit olduğunu varsaymaktadır. Değişen Varyans ise periyotlara ayrılmış belirli bir periyot içerisinde, her bir dönemin varyansının diğerlerinden farklı olduğunu varsaymaktadır.

4.2. Hareketli Ortalama Kullanılarak Standart Sapma

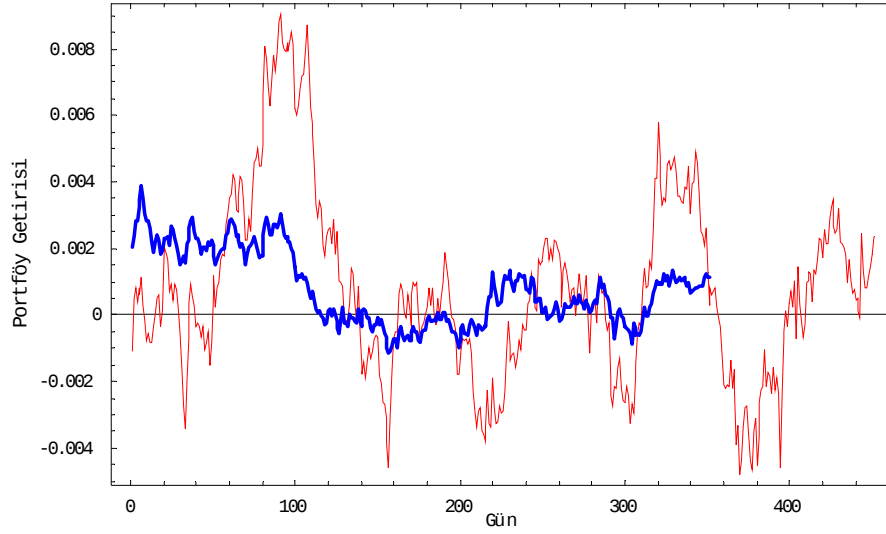
Hareketli ortalama kullanarak volatilité, getiri ortalamalarının sıfır olduğu varsayımı altında, aşağıda eşitlik ile hesaplanmaktadır.

X_t : Günlük getiri serisi

n : Ölçülen hareketli ortalamanın gün sayısı

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=n}^{t=1} (X_t)^2}{n}}$$

Aşağıda 500 günlük portföy getirilerinin 50 ve 150 günlük hareketli ortalamalar için elde edilen seriler görülmektedir. Grafikler incelendiğinde hareketli ortalamanın serinin aşırı hareketlenmelerinin etkisini düşürdüğü görülmektedir.



Şekil 4-1 50 ve 150 Günlük Hareketli Ortalama Serileri

4.3. Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama (ÜAHO)

Varyansın zamana bağlı olarak modellenmesinde yaygın uygulama alanına sahip yöntemlerden birisi ÜAHO yaklaşımıdır. Özellikle finans danışmanlık şirketi RiskMetrics'in hesaplamalarda ÜAHO yaklaşımını benimsemesinden sonra yöntemin kullanımı yaygınlık kazanmıştır.

ÜAHO yaklaşımının sağladığı avantaj, gözlemlenen değerlerde meydana gelebilecek ani şoklara karşı volatilitenin hesaplamasına bu şoku hemen yansıtması ve ardından üstel azalan ağırlıklarla şokun diğer gözlemler üzerindeki etkisini hızla düşürmesidir. Dolayısıyla ÜAHO hesaplamasında son dönem gözlemlerin ağırlığı daha yüksektir.

Yaygınlık ölçüsünün tahmininde kullanılan tekrarlı ÜAHO modeli, λ , $0 < \lambda < 1$ arasında azalma faktörü, r , sıfır ortalamalı getirileri (dolayısıyla $E(r_{t-1}^2) = \sigma_t^2$) göstermek üzere şu şekilde verilmektedir (Hull, 2003: 375) :

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2$$

Bu formül varyansın tüm dönemleri için adım adım geriye doğru açılacak olursa sonuç olarak volatilité tahmin için ÜAHO modeli

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^m \lambda^{i-1} r_{t-i}^2$$

şeklini almaktadır. Modelde iki önemli nokta azalma faktörü λ 'ın ve veri büyüklüğü m ' in ne olması gerektiğine karar vermektir. Bu konuda, günlük veriler için $\lambda = 0.94$ ve aylık veriler için $\lambda = 0.97$ değerleri, RiskMetrics' in önerdiği ve genel kabul görmüş sayılardır. Veri büyüklüğüne karar vermek için α anlamlılık düzeyi olmak üzere $m = \frac{\text{Log}(\alpha)}{\text{Log}(\lambda)}$ formülü kullanılmaktadır (Philip Best, 1998: 71).

4.5. Geriye Dönük Test

RMD tahmini yapıldıktan sonra, tahmine ne oranda güvenilmesi gerektiği düşünülebilir. RMD tahmininin güvenilirliğini sınamak için yapılan testlerden birisi tahminin geçmişte ne kadar başarısız olduğunun ölçülmesidir. Geriye doğru yapılabilecek başarısızlık sınaması, portföy kayıplarının bir önceki günün RMD tahminini geçtiği gün sayısının yüzdesi olarak kabul edilmektedir. (Best, 1998: 85). Örnek vermek gerekirse, portföyümüzün 1000 gün için hesaplanan getiri veya kayıpları üzerinden, RMD modeline %95 düzeyinde güvenmek istiyorsak bir önceki günün RMD tahminlerini geçen en fazla 50 değer varlığına göz yummamız gerekmektedir. Eğer önceki günün RMD tahminlerini geçen kayıpların sayısı 50 günün üzerinde ise kurduğumuz RMD modeli %95 güven düzeyinde kabul edilmemektedir.

4.6. Geriye Dönük Hipotez Testi

Geriye dönük test yaparken RMD modelinin güvenilirliğini ölçmek için kullanılan başarısız gün sayısı çoğu durumda beklenen değerin civarında

çıkabilmektedir. Sözelimi, başarısız gün sayısı 50 olarak beklenirken pratikte 55 gün çıktığında RMD modelinin güvenilirliğini red etmekle ne kadarlık bir hata yapabileceğimiz, başarısız gün sayısının Bernoilli dağılımına uyduğu varsayımı altında hipotez testleri ile hesaplanabilmektedir. $1 - \alpha$ güven düzeyinde, $X(t) = 1$ başarısız gün sayısını, $X(t) = 0$ başarılı gün sayısını gösteren bir rastlantı değişkeni olmak üzere, $X(t)$ rastlantı değişkeninin bir gün için başarılı veya başarısız olmasının Bernoilli dağılımı şu şekilde yazılmaktadır (RiskMetrics¹², Technical Documents):

$$f(X(t) \setminus \alpha) = \begin{cases} \alpha^{X(t)} (1 - \alpha)^{1-X(t)} & X(t) = 0, 1 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

N gün içinde toplam başarısız gün sayısı

$$X_N = \sum_{t=1}^N X(t)$$

olmak üzere Bernoilli dağılımının ortalaması diğer bir deyişle beklenen değeri $\alpha \times X_N$ olarak hesaplanmaktadır. Matematiksel istatistikten α 'nın oldukça küçük, X_N 'in oldukça büyük değerleri için

$$Z_{hesap} = \frac{X - X_N \alpha}{\sqrt{X_N \alpha (1 - \alpha)}} \sim N(0,1)$$

olduğu bilinmektedir. (Freund, 1999: 224)

Artık standart normale yakınsayan yukarıdaki rastlantı değişkeni kullanılarak hipotez testi yapılabilmektedir. Hipotez testi yaparken ölçülmek istenen şey,

¹² Makale, 20 Haziran 2005 tarihli (Çevrimiçi) <http://www.riskmetrics.com/techdoc.html> sitesinden alınmıştır

gerçekleşen başarısız gün sayısının beklenen gün sayısından anlamlı bir şekilde farklı olup olmadığını test etmektir. Bu test sırasında iki önemli hata vardır :

Birinci Tip - Model doğru iken reddetmekle yapılabilecek hata,

İkinci Tip - Model yanlış iken kabul etmekle yapılabilecek hata.

Her iki hatanın ölçülmesi de önemli olmakla beraber Basel Komitesi pratikte bunlardan yalnızca birinci tip hatanın ölçülmesini belirtmektedir (Best, 1998: 88). Tek taraflı testlerde %95 güven düzeyinde ve çift taraflı testlerde %90 güven düzeyinde z-hesap değeri 1.645 için, model red edilememektedir. Hipotez testleri için Basel komitesi kuyruğun sadece sağ tarafıyla ilgilenirken yani gerçekleşen başarısız gün sayısının beklenen gün sayısından anlamlı bir şekilde büyük olup olmadığını test ederken, bankalar Basel komitesinin kararlarına uymakta ve bununla beraber RMD'yi olduğundan daha fazla tahmin etmenin de sıkıntılarına işaret etmektedirler. Aşağıda Basel komitesi ve bankalar için 1000 gün üzerinden hesaplanan kabul edilebilir başarısız gün sayıları bir tablo olarak verilmektedir:

	%95 güven düzeyi için RMD	%99 güven düzeyi için RMD
Basel	Uygulanmaz	0 - 14
Banka	39 - 41	6 - 14

Tablo 4-1 Kabul Edilebilir Başarısız Gün Sayıları

5. BÖLÜM

5. UYGULAMA

5.1 Uygulamanın Amacı ve Kapsamı

Uygulamada, 22.05.2001 ile 31.05.2005 tarihleri arasında İMKB-30 endeksinde yer alan ve verileri kesintiye uğramamış, 24 hisse senedine ait kapanış fiyatları kullanılmıştır. 24 hisse senedi arasından, Markowitz Modeline¹³ göre günlük 0,001 getiri seviyesinde riski minimize eden, portföy seçilmiştir. Seçilen bu portföye 100.000 YTL'lik yatırım yapıldığı varsayılmıştır.

Birinci aşamada seçilen portföyün belirli bir güven düzeyinde bir günlük RMD'si, Varyans Kovaryans Metodu, Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon ve Monte Carlo Simülasyonu Metotları ile tahmin edilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

İkinci aşamada portföyün volatilitesi hareketli ortalamaya dayanan Standart Sapma ve ÜAHO yaklaşımı ile modellenmiş ve RMD tahminleri yapılmıştır.

Son olarak Standart Sapma ve ÜAHO yaklaşımı ile kurulan volatilité modellerinin güvenilirliği Geriye Dönük Test ile sınanarak, tartışılmıştır.

Uygulamada kullanılan Varyans-Kovaryans, Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon, Monte Carlo Simülasyonu Metotları ile, Volatilité modellemeleri ve Geriye Dönük Test algoritmalarının kodları Wolfram Mathematica 5.1 paket programında yazılmış ve ekte sunulmuştur. Ayrıca Markowitz Modeli'ne göre portföy seçimi için MS Excel Solver kullanılmıştır. Hisse senetlerinin tanımsal istatistikleri Eviews 4.1 paket programında elde edilmiştir.

¹³ Fisher ve Lorie'nin yaptığı geniş kapsamlı araştırmaya göre 8'de fazla hisse senedi içeren portföylerde sistematik olmayan risk sıfıra indirilmiştir (Özdemir, 1983: 163). 8'den fazla hisse senedinin girdiği portföy iyi çeşitlenmiş portföy varsayılmaktadır.

5.2 Uygulamada Kullanılan Veri Seti

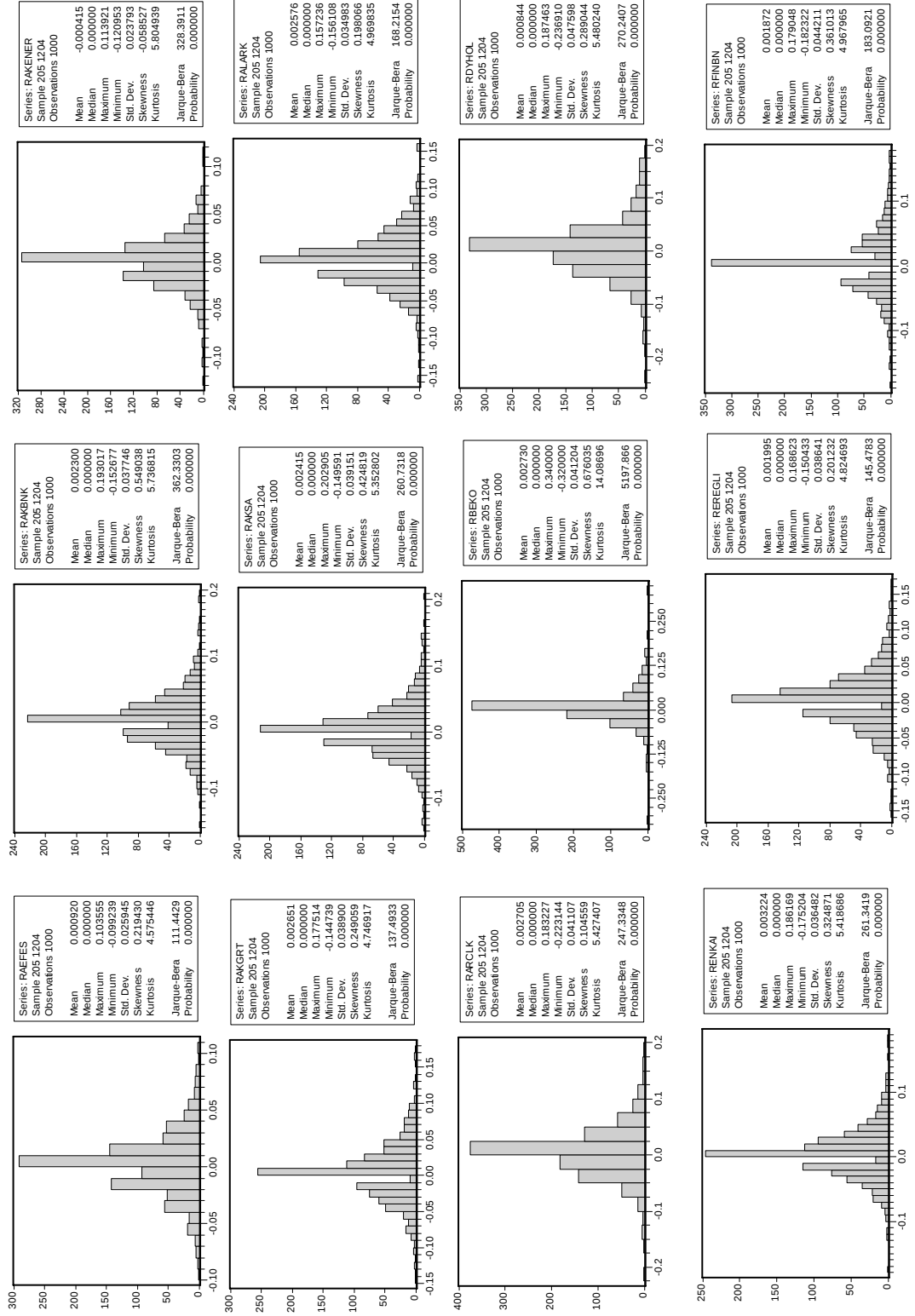
Uygulamada kullanılan İMKB-30 endeksi verileri 01.06.2005 tarihli www.analiz.com internet adresinden alınmıştır. Uygulamaya, 22.05.2001 ile 31.05.2005 tarihleri arasında verileri kesintiye uğramamış 24 hisse senedi alınmıştır. Söz konusu tarihler arasında, her bir hisse senedine ait 1001 adet düzeltilmiş günlük kapanış değeri vardır. Bu hisse senetleri kodları ile AEFES, AKBNK, AKENR, AKGRT, AKSA, ALARK, ARCLK, BEKO, DYHOL, ENKAİ, EREGL, FİNBN, FROTO, GARAN, HURGZ, İSCTR, İSGYO, KRDM, MİGRS, SAHOL, SİSE, TNSAS, TOASO, VESTL iken, hesaplamalara katılamayan 6 hisse senedi ise DOHOL, İHLAS, KCHOL, TUPRS, ULKER ve YKBK'dir.

Öncelikle, her bir hisse senedinin günlük getirisi hesaplanmıştır. Getirilerin hesaplamasında hesaplama kolaylığı ve söz konusu hisse senetleri fiyatlarının genel olarak üstel artış gösterdiği göz önüne alınmış ve göreceli getirinin logaritması alınarak

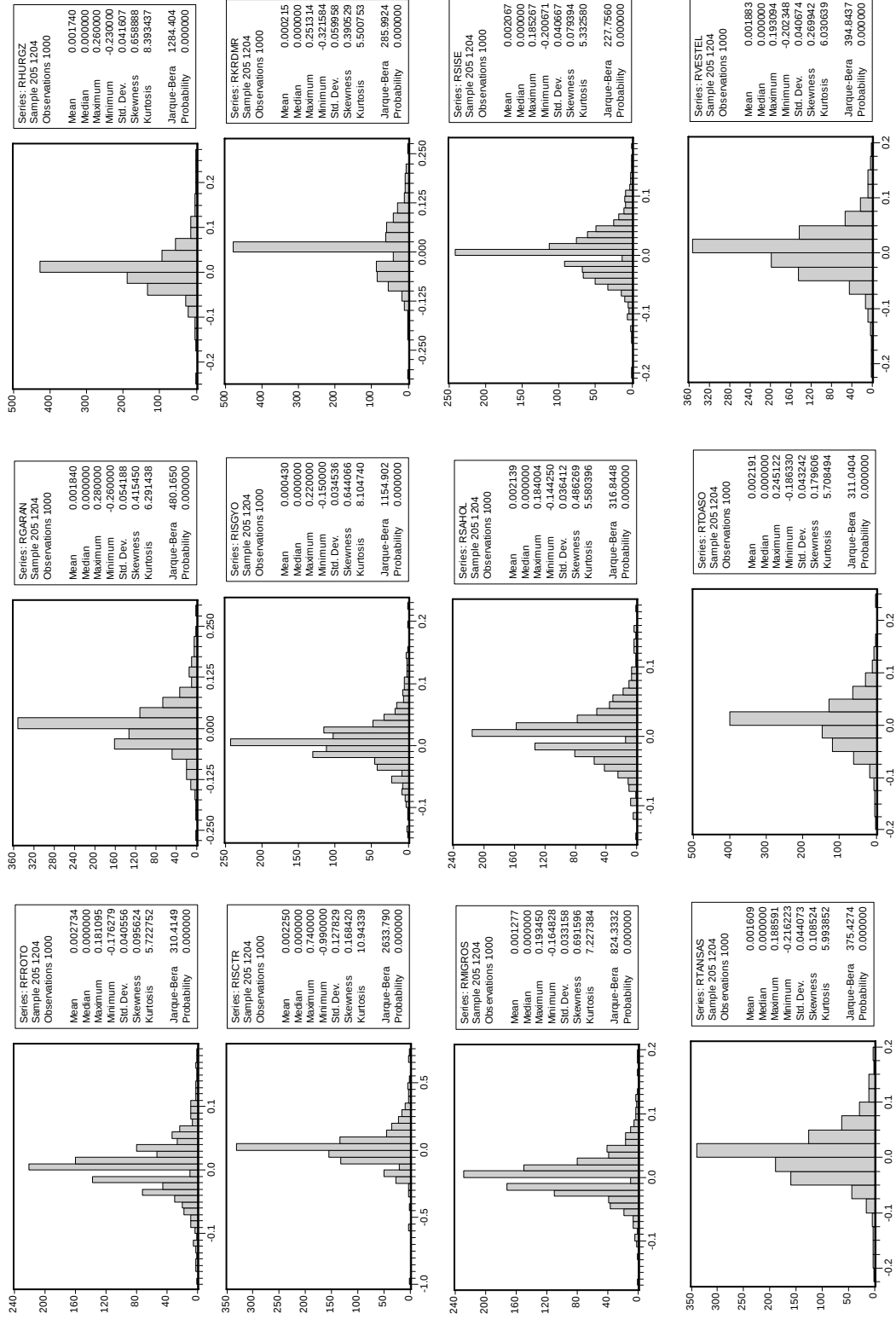
$$R_t = \ln(P_t/P_{t-1})$$

formülü kullanılmıştır (Dowd, 1998: 41). R_t ve P_t sırasıyla hisse senedinin t zamanındaki getirisini ve kapanış fiyatını göstermektedir.

24 hisse senedine ait getiriler elde edildikten sonra hisse senetlerinin tanımsal istatistikleri hesaplanmıştır. Uygulamada kullanılan hisse senedi getirilerinin Jarque Bera normallik sınavından geçmediği görülmüştür. Aşağıdaki şekillerde 24 hisse senedi getirisinin histogramları ve tanımsal istatistikleri verilmiştir.



Şekil 5-1 Hisse Senetleri Getirilerinin Tanımsal İstatistikleri-1



Şekil 5-2 Hisse Senetleri Getirilerinin Tanımsal İstatistikleri-2

Hesaplamalarda kullanılacak olan hisse senetlerine ait ağırlık vektörü, günlük 0,001 getiri kısıtı altında, riski minimize etmeyi amaçlayan Markowitz Modeline göre hesaplanmıştır.

σ_p^2 : Portföyün varyansı

x : Ağırlık vektörü

x_i : i. hisse senedinin ağırlığı

Σ : Varyans-Kovaryans matrisi

r_i : i. hisse senedinin ortalama getirisi

R_p : Portföyün getirisi

olmak üzere,

$$\sigma_p^2 = \text{Min}(x^T \Sigma x)$$

$$r_1x_1 + r_2x_2 + \dots + r_{24}x_{24} = R_p$$

$$\sum_{i=1}^{24} x_i = 1$$

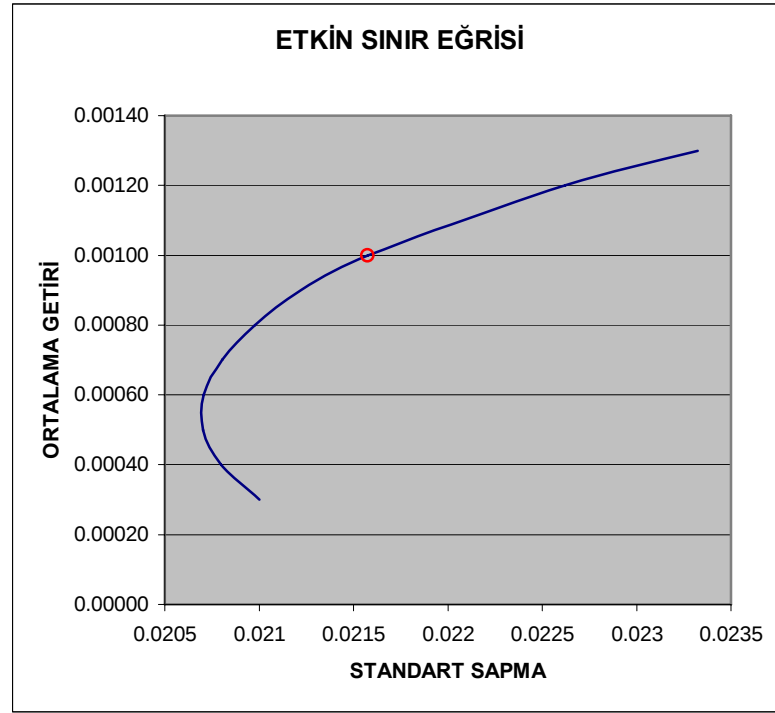
$$x_i \geq 0$$

şeklinde düzenlenen Markowitz modeline göre elde edilen iyi çeşitlenmiş portföylerin beklenen değer ve standart sapmaları aşağıdaki tabloda verilmiştir. Modeli sağlayan portföylerin ortalama getiri ve standart sapmaları Ms Solver kullanılarak hesaplanmıştır. Getiri ve standart sapma düzeyleri farklı olan her bir portföy 8 den fazla hisse senedi içermektedir.

<u>Getirisi</u>	<u>Standart Sapması</u>
0.00030	0.021
0.00040	0.0208
0.00050	0.0207
0.00060	0.0207
0.00070	0.0208
0.00080	0.021
0.00090	0.0212
0.00100	0.0216
0.00120	0.0226
0.00130	0.0233

Tablo 5-1 Markowitz'e Göre Oluşturulan Farklı Portföylerin Standart Sapma Ve Getirileri

Yukarıdaki tabloda görülen portföy getirilerinin her birinin beklenen değer ve standart sapmalarının oluşturduğu etkin sınır eğrisi oluşturulmuştur. Etkin sınırın oluşturulması yatırımcıya öngördüğü getiri düzeyine uygun portföyü seçme olanağı sağlamaktadır. Etkin sınır bir kez tespit edildikten sonra yatırımcı etkin sınır eğrisi üzerindeki herhangi bir portföyü seçebilmektedir. Aşağıdaki bu portföylerin oluşturduğu etkin sınır eğrisi görülmektedir.



Şekil 5-3 Etkin Sınır Eğrisi

Bu portföyler arasından seçilen, günlük getirisi 0,001 ve standart sapması 0,021584 olan portföyün etkin sınır eğrisi üzerinde olduğu gösterilmiştir. Seçilen bu portföydeki 9 hisse senedinin ağırlık vektörü aşağıdaki tabloda verilmiştir.

<u>Hisse Senetleri</u>	<u>Ağırlıklar</u>
AEFES	0.350179312
AKBNK	0.093012
BEKO	0.059392967
ENKAİ	0.1999
EREGL	0.028084
FİNBN	0.035645
FROTO	0.052883
KRDMD	0.007318
MİGRS	0.173585

Tablo 5-2 Markowitz Modeline Göre Seçilen 9 Hisse Senedine Ait Ağırlıklar

5.3.Uygulamada Kullanılan Yöntemler

Yukarıda seçilen portföyün %99 güven düzeyinde bir günlük RMD'si, Varyans Kovaryans, Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon ve Monte Carlo Simülasyonu Metotları ile tahmin edilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Ardından portföyün volatilitesi 20 günlük hareketli ortalamalara dayanan Standart Sapma ve ÜAHO yaklaşımı ile modellenmiş ve kurulan modellerin güvenilirliği, %95 ve %99 güven düzeyinde geriye dönük test edilmiştir.

Aşağıdaki bölümlerde kullanılan yöntemlerde izlenen adımlar verilmiştir.

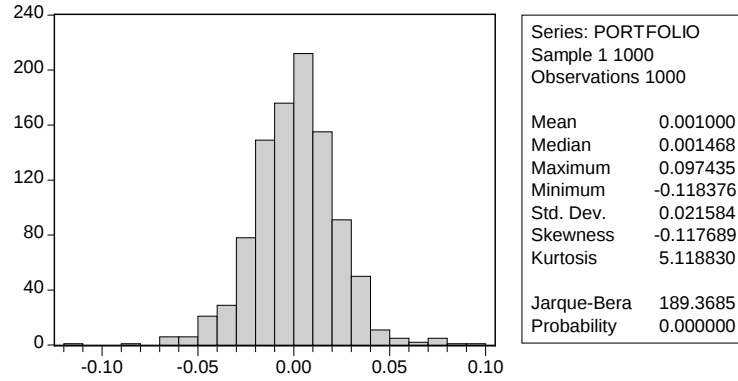
5.3.1 Varyans-Kovaryans Metodu

Varyans-Kovaryans Metodu ile RMD hesaplanırken, hisse senedi getirilerinin normal dağıldığı varsayılmaktadır. Her bir hisse senedi için Jarque Bera normallik testi yapılmış ve getirilerin normal dağıldığı H_0 hipotezi bütün hisse senetleri için $p = 0$ olasılık değeri ile red edilmiştir.

1000 günlük getiri içeren portföyün getiri serisi R_p , hesaplanan ağırlıklarla hisse senedi getirilerinin doğrusal kombinasyonundan oluşmaktadır.

$$R_p = r_1x_1 + r_2x_2 + \dots + r_9x_9$$

Hisse senedi getirilerinin doğrusal kombinasyonundan oluşan portföy getirilerinin histogramı da aşağıda verilmiştir.



Şekil 5-4 Portföy Getirilerinin Histogramı

Portföy getirilerinin histogramı dikkate alındığında, getirilerin leptokurtik dağılıma (normal dağılıma göre kalın kuyruklu (fat tail) ve daha ince gövdeli (thin waist)) uyduğu gözlenmiştir. Dolayısıyla portföy getirilerinin kuyruk olasılıkları daha fazla olmasına rağmen, normal dağılım varsayımı yapıldığı için RMD tahmini daha düşük çıkmıştır (Dowd, 1998: 88).

Metodun uygulanması için hesaplanan varyans-kovaryans matrisi Ek1 de verilmiştir. x portföye giren hisse senedi ağırlıklarını gösteren sütun vektörü olmak üzere, portföyün standart sapması

$$\sigma_p = \sqrt{x^T \Sigma x} = 0,021584$$

şeklinde hesaplanmıştır.

P , portföyün parasal değeri olmak üzere, %99 güven düzeyi için $z_{0,01}$ değeri 2,33 alınarak portföyün bir günlük RMD si

$$RMD = P \times \sqrt{x^T \sum x \times z_{\alpha}} = 5029,07 \text{ YTL}$$

olarak elde edilmiştir.

Varyans Kovaryans yöntemine göre 100.000 YTL değerindeki portföyün %99 güven düzeyinde bir gün içinde maruz kalabileceği maksimum kaybın parasal değeri 5029,07 YTL'dir. Diğer bir deyişle portföyün kaybının parasal değeri %1 olasılıkla 5029,07 YTL'yi aşabilir. Aynı zamanda 100 gün içerisinde 1 günde maruz kalınabilecek kaybın parasal değeri 5029,07 YTL olarak ta ifade edilebilir.

5.3.2 Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon Metodu

Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon metodu uygulanırken öncelikle hisse senedi ağırlıkları dikkate alınarak portföyün getiri serisi R_p hesaplanmıştır. Böylece 1000 günlük portföy getirilerinin tarihi serisi oluşturulmuştur.

Oluşturulan seri portföye yatırılan 100.000 YTL ile çarpılarak portföy değerleri tarihi serisi elde edilmiştir.

Portföy değerleri serisi zarardan kâra göre sıralandıktan sonra %99 güven düzeyi için, serinin %1'ini geride bırakan 11. değer portföyün RMD'si olarak alınmıştır.

100.000 YTL değerindeki portföyün % 99 güven düzeyinde 1 günlük RMD si Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon Metoduna göre 5417,54 YTL olarak hesaplanmıştır.

5.3.3. Monte Carlo Simülasyonu Metodu

Monte Carlo Simülasyonu Metodunun, Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon Metodu ile benzerlik gösterdiği bilinmektedir. Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon Metodunda RMD tahminleri portföy getiri serisinin geçmiş değerlerinden yapılmıştı. Monte Carlo Simülasyonu Metodunda ise RMD tahmini, portföyü oluşturan hisse

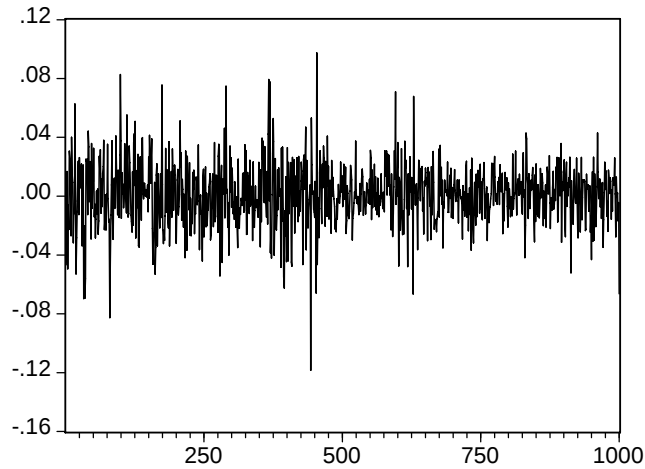
senetleri getirilerinin korelasyonları dikkate alınarak, rassal üretilen getiri serilerinden yapılmıştır.

Monte Carlo simülasyonu için elde edilen rassal sayılar, Mathematica 5.1 paket programında, hisse senetleri getirileri korelasyonları dikkate alınarak çok değişkenli normal dağılımdan çekilen 1000 adet sayıdan oluşturulmuştur. Korelasyon matrisi Ek2 de verilmiştir. Elde edilen serinin %99 güven düzeyinde RMD tahmini, Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon Metodunda olduğu gibi yapılmıştır. Ardından bu işlem $m = 10000$ kez döngüye sokulmuştur. 10000 döngünün her birinden yapılan RMD tahminlerinin aritmetik ortalaması alınarak portföyün RMD'si tahmin edilmiştir. Monte Carlo algoritmasının Mathematica Kodları EK3'te sunulmuştur.

Monte Carlo simülasyonu Metoduna göre 100.000 YTL değerindeki portföyün 1 günlük RMD si 4980,2 YTL olarak elde edilmiştir.

5.4 Volatilitenin Modellenmesi

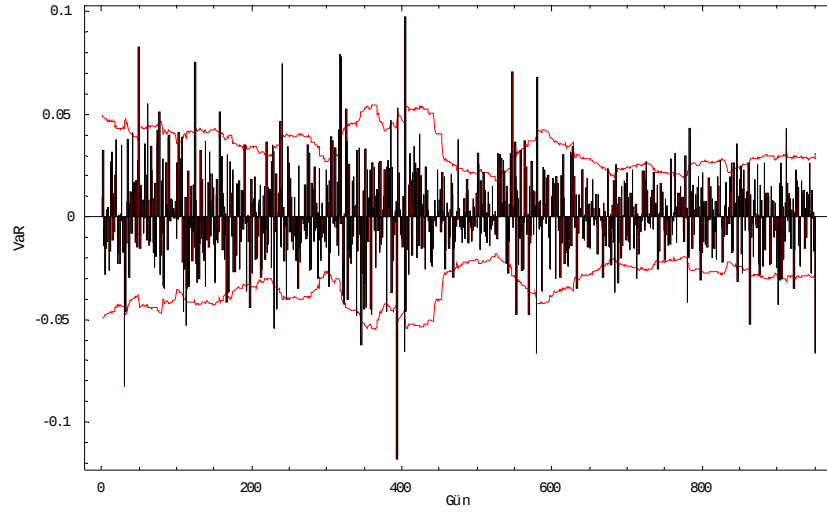
Genel olarak getirilerin normal dağıldığı varsayıldığı için RMD hesaplanmaları getirilerin standart sapmalarına dayanmaktadır. Normallik varsayımına dayanan Varyans-Kovaryans ve Monte Carlo Simülasyonu metotları, standart sapma hesaplanırken uzun dönemde varyansın sabit olduğunu varsaymaktadırlar. Fakat uygulamada söz konusu portföy getirileri varyansının uzun dönemde değiştiği aşağıdaki grafikte görülmektedir.



Şekil 5-5 Portföy Getirilerinin Zaman Serisi

5.4.1. Standart Sapma

Uygulamada portföy getirilerinin 50 günlük hareketli ortalamaaya dayanan Standart Sapma tahminleri yapılmıştır. Dolayısıyla 1000 gün içerisinde 951 gün için tahmin yapılmış ve RMD bantları oluşturulmuştur.

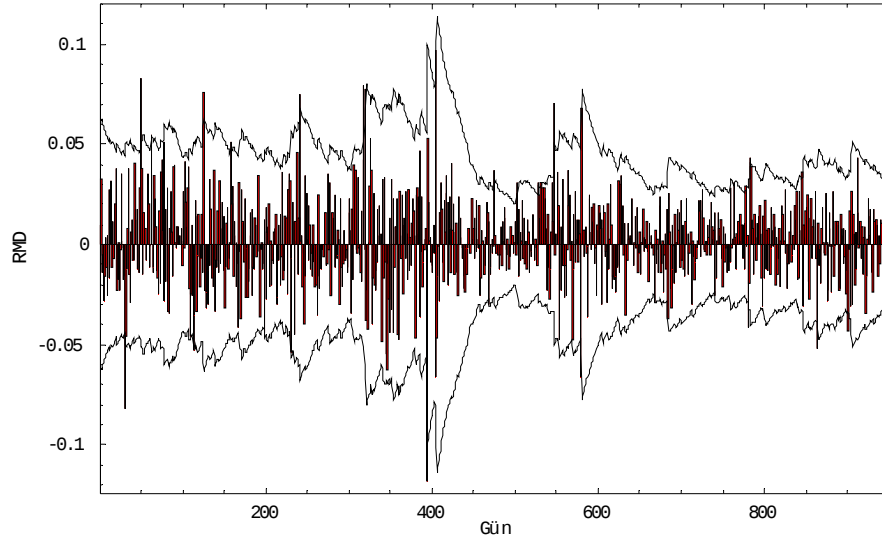


Şekil 5-6 %95 Güven Düzeyinde Standart Sapma ile Oluşturulmuş RMD Bantları (50 Günlük)

Görüldüğü gibi RMD bantları, seri içerisinde yüksek veya düşük volatiliteye bağlı olarak genişlemiş veya daralmıştır. Getirilerdeki büyük değişimlerden sonra volatilitenin standart sapma ölçüsü anlamlı bir şekilde artmış ve başka bir büyük değişime kadar aynı seviyede kalmıştır.

5.4.2. Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama (ÜAHO)

Uygulamada portföy getirilerinin 50 güne dayanan ÜAHO tahminleri yapılmıştır. Standart sapma hesabında olduğu gibi yine 1000 gün içerisinde 951 gün için tahmin yapılmış ve RMD bantları aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.



Şekil 5-7 %95 Güven Düzeyinde ÜAHO İle Oluşturulmuş RMD Bantları (50 Günlük)

ÜAHO ile yapılan volatilitenin standart sapma tahminlerinin getirilerdeki büyük değişimlerden sonra gerçekleşen düşüşlere daha duyarlı olduğu görülmüştür. Bunun en önemli sebebi, ÜAHO'nun gözlem periyodundaki son gözlemlere ilk gözlemlerden daha fazla ağırlık vermesidir. ÜAHO hesaplanırken azalma faktörü olarak RiskMetrics'in günlük veriler için önerdiği 0.94 değeri kullanılmıştır.

Volatilite tahminleri, Standart Sapma ve ÜAHO metotları ile farklı güven düzeylerinde yapılmıştır. Karşılaştırmanın yapılabilmesi için %95 güven düzeyinde 50 günlük hareketli ortalama alınmıştır. Hareketli ortalamanın alındığı periyot

ÜAHO ile yapılacak tahmin için gözlem periyodunu veren $m = \frac{\text{Log}(\alpha)}{\text{Log}(\lambda)}$ formülü ile

belirlenmiştir.

	%95 Güven Düzeyinde RMD
Standart Sapma	3104.87 YTL
ÜAHO	4127.09 YTL

Tablo 5-3 Eşit Ağırlıklı ve Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama ile RMD Tahmini (50 gün)

5.4.3. Geriye Dönük Test

Standart sapma ve ÜAHO modeline göre oluşturulan RMD bantlarının güvenilirliğini ölçmek için geriye dönük test yapılmıştır. Test getirilerin RMD bantlarını aşma sayısına odaklanmaktadır. Şekil 5.6 ve Şekil 5.7’de gözlem periyodu boyunca getirilerin RMD bantlarını geçtiği günler görülmektedir.

Modelin güvenilir olduğu H_0 hipotezi, % 95 ve % 99 güven düzeylerinde test edilmiştir.

	%95 güven düzeyinde	%99 güven düzeyinde
Standart Sap.	Model güvenilirdir	Model güvenilirmezdir.
ÜAHO	Model güvenilirdir	Model güveniliridir.

Tablo 5-4 Hareketli Ortalamalar ve ÜAHO ile Elde Edilen RMD Sayıları ve Güvenilirlik Testi

Test sonuçlarına bakıldığında son gözlemlere daha fazla ağırlık veren ÜAHO modelinin her iki güven düzeyinde de güvenilir çıkması volatilité modellemesi için daha uygun olduğunu göstermiştir.

SONUÇ

Tez çalışmasında 22.05.2001 ile 31.05.2005 tarihleri arasında İMKB-30 endeksine dahil hisse senetlerinden Markowitz Modeline göre el edilen iyi çeşitlenmiş bir portföyün %99 güven düzeyinde 1 günlük RMD'si farklı metotlarla hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Metot	% 99 Güven Düzeyinde RMD
Varyans-Kovaryans	5029,07 YTL
Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon	5417,54 YTL
Monte Carlo Simülasyonu	4980,2 YTL

Varyans-Kovaryans Metodu ile elde edilen RMD, portföy getirilerinin kuyruk olasılıkları daha fazla olmasına rağmen, normal dağılım varsayımı yapıldığı için olduğundan düşük tahmin edilmiştir.

Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon Metodu ile yapılan RMD tahmini diğer metotlara göre daha yüksek çıkması getiri serisinin içerisinde uç değerlerin varlığına işaret etmektedir. Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon Metodunda herhangi bir olasılık dağılımı varsayımı yapılmadığı ve RDM'nin getiri serisinin belli bir güven düzeyinde kantil değerine eşit olduğu hatırlandığında, beklendiği gibi Varyans-Kovaryans Metoduna göre daha yüksek sonuçlar vermiştir. Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon Metodu ile yapılan tahminlerde bu durum göz önünde bulundurulmalıdır.

Varyans-Kovaryans ve Monte Carlo Metodu sonuçları oldukça yaklaşık sonuçlar vermiştir. Bu durum her iki metodun normal dağılım varsayımına dayanması ile yakından ilişkilidir. Çünkü Monte Carlo Metodu uygulanırken çok değişkenli normal dağılımdan sıfır ortalama vektörlü ve varyansları portföyü oluşturan hisse senetlerinin varyans-kovaryans matrisi olan getiri serileri üretilmiştir.

Varyans-Kovaryans Metodu ve Monte Carlo Metodu hesaplanırken, getirisi serisinin uzun dönem varyansı sabit kabul edilmiştir. Oysa ki finansal büyüklüklerin zaman serileri incelendiğinde sıklıkla değişen varyans problemi ile karşılaşmaktadır. Uygulamada volatilité 50 günlük hareketli ortalamaya dayanan Standart Sapma ve ÜAHO ile tahmin edilmiştir.

Metot	%95 Güven Düzeyi
Standart Sapma	3104.87 YTL
ÜAHO	4127.09 YTL

Görüldüğü gibi ÜAHO ile yapılan sonuçlar daha yüksek çıkmıştır. Bunu sebebi ÜAHO tahminlerinin getiri serisinin anlık değişimlerine daha duyarlı davranması gösterilebilir. Nitekim her iki güven düzeyi için yapılan geriye dönük testlerde ÜAHO modelleri daha güvenilir çıkmıştır.

ÜAHO ile yapılan RMD tahminlerinin güvenilirliği geriye dönük testlerde sınandığında her iki güven düzeyinde de güvenilir bulunmuş, Standart Sapma ile yapılan tahminler ise yalnızca %95 güven düzeyinde güvenilir bulunmuştur.

Elde edilen sonuçlar ışığında, portföyün riskinin hangi yöntemle ölçüleceğinin temel olarak portföyün özelliklerine bağlı olduğu görülmüştür. Portföy getirileri içerdiği yatırım araçlarının getirileri ile doğrusal bağımlı olduğunda Varyans-Kovaryans yöntemi Simülasyon yöntemlerine oranla daha iyi sonuçlar vermiştir. Doğrusallığın olmadığı portföylerde ise Varyans-Kovaryans yöntemi yerine Monte Carlo Simülasyonunun daha iyi sonuçlar verdiği bilinmektedir.

RMD hesaplamaları, ortaya çıkan tek bir rakama bakılarak riskin karşılanabilir olup olmadığına dair karar alınmasına yardımcı olmaktadır. Uygulamadaki kolaylığı ve anlaşılır özellikleri ile RMD, finansal piyasalarda faaliyet gösteren kurumlar tarafından geniş kabul görmüştür ve son yıllarda hızla gelişen risk yönetiminin önemli bir aracı haline gelmiştir.

KAYNAKÇA

- Alexander Carol :“**Risk Management and Analysis**, Volume 1 : Measuring And Modelling financial Risk,” John Wiley and Sons, New York, 1998
- Alexander Carol :“**Risk Management and Analysis**, Volume 2 : New Markets and Products,” John Wiley and Sons, New York, 1998
- Aydın, Aydan : (Çevrimiçi)
http://www.tbb.org.tr/turkce/arastirmalar/sermaye_var.doc ,
20.06.2005
- BDDK 1 Sayılı Tebliğ:(Çevrimiçi)
<http://www.bddk.org.tr/turkce/duyurular/duzenlemeler/risk/Teb-AA3.doc> , 25.06.2005
- Benninga, Simon : “Value At Risk”, **Mathematica in Education and Research**, Vol. 7, No.4, 1998
- Wiener, Zvi
- Best, Philip :“**Implementing Value At Risk**,” John Wiley and Sons, New York, 1998
- Bolgün, Kaan E., :“**Risk Yönetimi ve Riske Maruz Değer**,” İstanbul, Garanti Akçay, Barış Yayınları, 2005
- Bollerslev T. (1986) “Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity”, **Journal of Econometrics**, 31, 1986, 307-327
- Ceylan, Ali, :“**Sermaye Piyasası ve Menkul Değer Analizi**,” Bursa, Korkmaz, Turhan Gözden Geçirilmiş 2. Baskı, Ekin Kitabevi, 2004

- Dowd, Kewin : **“Beyond Value At Risk, The new since of risk management,”** New York John Wiley and Sons, 1998
- Fallon, William : (Çevrimiçi)
<http://fic.wharton.upenn.edu/fic/papers/96/9649.pdf> ,
05.04.2005
- Freund, John E. : **“Mathematical Statistics,”** Prentice Hall, 1999
- Hull, John C. : **“Options, Futures, and Other Derivatives,”** International Edition, , USA, Prentice Hall, 2003
- Holton, Glyn A. : **“Value At Risk, Theory and Practice,”** Elsevier Science USA, Academic Press, 2003
- Jorion, Philippe: **“Value At Risk, The New Benchmark for Managing Financial Risk,”** New York, Second Edition, McGraw-Hill, 2000
- Leinsmeier, Thomas, : **“Risk Measurement: an Introduction to Value At Risk,”**
Pearson, Neil D. University of Illinois at Urbana-Champaign, 1999
- Lopez, Jose A. : (Çevrimiçi)
<http://www.frbsf.org/econsrch/econrev/99-2/3-17.pdf> ,
20.05.2005
- Markowitz, H. : **“Portfolio Selection,”** **Journal of Finance**, 7, 71–91, 1952
- Markowitz, H. : **“Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments,”** New York : Wiley, 1959

- Özdemir, Erhan : “**Nonlinear Programlama Çözüm Yöntemleri ve Portföy Seçimi Problemine Uygulanması**”, Doktora Tezi, İstanbul, 1983
- Özdemir, Erhan : “Sharpe Tek İndeks Modeli İle Portföy Seçimi”, **Yönetim**,
Giresunlu, Müfit Yıl:6, Sayı: 21, 55-60, 1995
- Penza, Pietro : “**Measuring Market Risk With Value At Risk**”, John
Bansal, Vipul Wiley and Sons, New York, 1998
- RiskMetrics Tech. Doc.:**Fourth Edition**, New York, 1996
(Çevrimiçi)
<http://www.riskmetrics.com/techdoc.html> , 20.06.2005
- Uysal, Özge H. : “Piyasa Riskinin Tespitinde Kullanılan Riskteki Değer (Value At Risk) Yöntemi,” **Sermaye Piyasası Kurulu Aracılık Faaliyetleri Dairesi**, Nisan 1993.

EKLER

EK 1 Algoritmalar İçin Yazılmış Mathematica Kodları*

Varyans Kovaryans Metodu

```
In[392]:= Needs["Statistics`MultiDescriptiveStatistics`"]
P = 100000;
w = {0.350302736, 0.092937492, 0, 0, 0, 0, 0, 0.05935452, 0, 0.199860391, 0.028143833,
      0.035616538, 0.052897691, 0, 0, 0, 0, 0.007366422, 0.173520376, 0, 0, 0, 0, 0};
σ = Table[StandardDeviation[returns[[i]]], {i, 1, Length[returns]}];
V = DiagonalMatrix[σ];
CC = CorrelationMatrix[Transpose[returns]];
VarCov = V.CC.V;
VaR = 2.33 * Sqrt[w.VarCov.w] * P;
Print["%1 Güven Düzeyi için Varyans-Kovaryans Yöntemine Göre RMD = ", VaR]

%1 Güven Düzeyi için Varyans-Kovaryans Yöntemine Göre RMD = 5029.99
```

Geçmiş Verilere Dayanan Simülasyon Metodu

```
In[342]:= P = 100000;
index = Table[i, {i, 1000, 1, -1}];
imkb24 = Table[returns[[i]], {i, 1, Length[returns]}];
w = {0.350302736, 0.092937492, 0, 0, 0, 0, 0, 0.05935452, 0, 0.199860391, 0.028143833,
      0.035616538, 0.052897691, 0, 0, 0, 0, 0.007366422, 0.173520376, 0, 0, 0, 0, 0};
historical = Sort[w.imkb24];
histresult = Transpose[{index, historical}] * P;
Print["%1 Güven Düzeyinde Tarihi Simulasyona Göre Hesaplanmış RMD = ", histresult[[11]][[2]]]

%1 Güven Düzeyinde Tarihi Simulasyona Göre Hesaplanmış RMD = -5417.54
```

* Mathematica kodlarında kullanılan “returns” isimli değişken 24 hisse senedine ait 1000 günlük getirilerden oluşan matrisi göstermektedir.

Monte Carlo Simülasyonu Metodu

```
Needs["Statistics`MultinormalDistribution`"]
P = 100000;
sonuc = Table[0, {0}];
ρ = CorrelationMatrix[Transpose[returns]];
s = Table[StandardDeviation[returns[[i]]], {i, 1, Length[returns]}];
σ = DiagonalMatrix[s];
VarCov = SetPrecision[σ.ρ.σ, 15];
μ = Table[0, {24}];
For[m = 1, m ≤ 10000, m++,
  randomprices = RandomArray[MultinormalDistribution[μ, VarCov], 1000];
  w = {0.350302736, 0.092937492, 0, 0, 0, 0, 0, 0.05935452, 0, 0.199860391, 0.028143833,
    0.035616538, 0.052897691, 0, 0, 0, 0, 0.007366422, 0.173520376, 0, 0, 0, 0, 0};
  mcportfolio = Sort[w.Transpose[randomprices]];
  mcresult = Transpose[{index, mcportfolio}];
  q = mcresult[[11]][[2]];
  sonuc = Append[sonuc, q];
];
Print[m - 1, " İterasyon için % 99 Güven Düzeyinde Monte Carlo Simulasyonuna Göre
RMD = ", Mean[sonuc] * P]
```

10000 İterasyon için % 99 Güven Düzeyinde Monte Carlo Simulasyonuna Göre RMD = -4980.2

Hareketli Ortalamaya Dayanan Standart Sapma*

```
In[267]:= ho = 50;
gun = 1000 - ho + 1;
P = 100000;
g = Table[0, {gun}];
VaRupper = Table[0, {gun}];
VaRlower = Table[0, {gun}];
g = Table[Take[pr, {i, i + ho - 1}], {i, 1, gun}];
s = Table[StandardDeviation[g[[i]]], {i, 1, gun}];
VaRupperd = Table[s[[i]] + Quantile[NormalDistribution[0, 1], 0.95], {i, 1, gun}];
VaRlowerd = Table[s[[i]] + Quantile[NormalDistribution[0, 1], 0.05], {i, 1, gun}];
back = Table[If[pr[[i + ho]] < VaRlowerd[[i]], T, F], {i, 1, gun - 1}];
Exceptions = Count[back, T];
Print["Son ", ho, " Gün İçin Standart Sapma ile Hesaplanan RMD tahmini = ", VaRupperd[[gun]] * P]
Print["Getirilerin RMD'yi Geçme Sayısı (Exceptions) = ", Exceptions]

Son 50 Gün İçin Standart Sapma ile Hesaplanan RMD tahmini = 3104.87
Getirilerin RMD'yi Geçme Sayısı (Exceptions) = 41
```

* Mathematica kodlarında kullanılan “pr” isimli değişken 9 hisse senedi içeren, iyi çeşitlendirilmiş portföye ait 1000 günlük getiri vektörünü göstermektedir.

ÜAHO

```
<<Statistics`ContinuousDistributions`
<<Graphics`Graphics`
ho = 50;
gun = 1000 - ho + 1;
λ = 0.94;
P = 100000;
Clear[sigma, s];
ndata = pr;
data = Table[Take[ndata, {i, i + ho - 1}], {i, 1, gun}];
VaRlower = Table[0, {0}];
temp1 = Table[0, {0}];
temp2 = Table[0, {0}];
For[i = 1, i ≤ gun, i++,
  lak = data[[i]];
  rak = (Drop[lak, 1] - Drop[lak, -1]) ^ 2;
  ex = (1 - λ) * Table[λt-1, {t, Length[rak], 1, -1}];
  ev = Table[rak[[i]] * ex[[i]], {i, 1, Length[ex]}];
  VaRlower = Sqrt[Sum[ev[[i]], {i, 1, Length[ev]}]] * Quantile[NormalDistribution[0, 1], 0.05];
  VaRupper = Sqrt[Sum[ev[[i]], {i, 1, Length[ev]}]] * Quantile[NormalDistribution[0, 1], 0.95];
  temp1 = Append[temp1, VaRlower];
  temp2 = Append[temp2, VaRupper];
];
back = Table[If[pr[[i + ho]] < temp1[[i]], T, F], {i, 1, gun - 1}];
Exceptions = Count[back, T];
Print["Son ", ho, " Gün İçin ÜAHO ile Hesaplanan RMD tahmini = ", temp1[[gun]] * P]
Print["Getirilerin RMD'yi Geçme Sayısı (Exceptions) = ", Exceptions]

Son 50 Gün İçin ÜAHO ile Hesaplanan RMD tahmini = -4127.09
Getirilerin RMD'yi Geçme Sayısı (Exceptions) = 15
```

Geriye Dönük Test

```
In[335]:= <<Statistics`ContinuousDistributions`
Clear[n, p, Ex, z, tablo];
n = 1000;
p = 0.01;
Exceptions = 15;
z = (Exceptions - n * p) / (Sqrt[1000 * p * (1 - p)]);
tablo = Quantile[NormalDistribution[0, 1], (1 - p)];
Print["Tablo Değeri = ", tablo];
Print["z Hesap = ", z];
If[z > tablo, Print["RMD Modelini Reddedin."], Print["RMD Modelini Kabul Edin.]]

Tablo Değeri = 2.32635
z Hesap = 1.5891
RMD Modelini Kabul Edin.
```

EK 2 : Hisse Senetlerinin Varyans Kovaryans Matrisi

	AEFES	AKBNK	AKGRT	AKENER	AKSA	ALARK	ARCLK	BEKO	DYHOL
AEFES	0.000731	0.000351	0.000378	0.000297	0.000311	0.000319	0.000382	0.000356	0.000450
AKBNK	0.000351	0.000949	0.000639	0.000503	0.000535	0.000565	0.000704	0.000603	0.000799
AKGRT	0.000378	0.000639	0.000932	0.000478	0.000514	0.000536	0.000662	0.000599	0.000776
AKENER	0.000297	0.000503	0.000478	0.000691	0.000503	0.000468	0.000549	0.000492	0.000640
AKSA	0.000311	0.000535	0.000514	0.000503	0.000741	0.000497	0.000578	0.000537	0.000655
ALARK	0.000319	0.000565	0.000536	0.000468	0.000497	0.000756	0.000577	0.000555	0.000679
ARCLK	0.000382	0.000704	0.000662	0.000549	0.000578	0.000577	0.001067	0.000725	0.000843
BEKO	0.000356	0.000603	0.000599	0.000492	0.000537	0.000555	0.000725	0.000950	0.000728
DYHOL	0.000450	0.000799	0.000776	0.000640	0.000655	0.000679	0.000843	0.000728	0.001698
ENKAI	0.000251	0.000456	0.000445	0.000383	0.000410	0.000462	0.000443	0.000427	0.000594
EREGLI	0.000351	0.000622	0.000596	0.000497	0.000511	0.000554	0.000637	0.000590	0.000782
FINBN	0.000440	0.000708	0.000707	0.000581	0.000598	0.000637	0.000754	0.000663	0.000900
FROTO	0.000325	0.000596	0.000566	0.000491	0.000484	0.000543	0.000616	0.000559	0.000723
GARAN	0.000439	0.000781	0.000736	0.000603	0.000598	0.000655	0.000770	0.000692	0.000929
HURGZ	0.000365	0.000721	0.000695	0.000549	0.000552	0.000587	0.000749	0.000675	0.001058
ISCTR	0.000400	0.000742	0.000703	0.000576	0.000600	0.000611	0.000729	0.000674	0.000859
ISGYO	0.000367	0.000560	0.000594	0.000501	0.000500	0.000521	0.000630	0.000556	0.000747
KRDM	0.000362	0.000739	0.000746	0.000607	0.000616	0.000616	0.000787	0.000738	0.000952
MIGROS	0.000311	0.000482	0.000484	0.000385	0.000397	0.000434	0.000520	0.000449	0.000588
SAHOL	0.000364	0.000676	0.000627	0.000507	0.000535	0.000570	0.000673	0.000625	0.000815
SISE	0.000377	0.000660	0.000642	0.000527	0.000543	0.000600	0.000665	0.000621	0.000819
TANSAS	0.000316	0.000590	0.000576	0.000466	0.000500	0.000532	0.000614	0.000580	0.000752
TAOSA	0.000338	0.000603	0.000600	0.000511	0.000529	0.000562	0.000642	0.000585	0.000763
VESTEL	0.000346	0.000664	0.000647	0.000533	0.000549	0.000571	0.000681	0.000629	0.000812

EK 2 Devam : Hisse Senetlerinin Varyans Kovaryans Matrisi

ENKAI	EREGLI	FINBN	FROTO	GARAN	HURGZ	ISCTR	ISGYO	KRDM	MIGROS
0.000251	0.000351	0.000440	0.000325	0.000439	0.000365	0.000400	0.000367	0.000362	0.000311
0.000456	0.000622	0.000708	0.000596	0.000781	0.000721	0.000742	0.000560	0.000739	0.000482
0.000445	0.000596	0.000707	0.000566	0.000736	0.000695	0.000703	0.000594	0.000746	0.000484
0.000383	0.000497	0.000581	0.000491	0.000603	0.000549	0.000576	0.000501	0.000607	0.000385
0.000410	0.000511	0.000598	0.000484	0.000598	0.000552	0.000600	0.000500	0.000616	0.000397
0.000462	0.000554	0.000637	0.000543	0.000655	0.000587	0.000611	0.000521	0.000616	0.000434
0.000443	0.000637	0.000754	0.000616	0.000770	0.000749	0.000729	0.000630	0.000787	0.000520
0.000427	0.000590	0.000663	0.000559	0.000692	0.000675	0.000674	0.000556	0.000738	0.000449
0.000594	0.000782	0.000900	0.000723	0.000929	0.001058	0.000859	0.000747	0.000952	0.000588
0.000901	0.000490	0.000546	0.000443	0.000520	0.000510	0.000535	0.000440	0.000523	0.000362
0.000490	0.000953	0.000690	0.000571	0.000706	0.000650	0.000695	0.000594	0.000729	0.000447
0.000546	0.000690	0.001446	0.000640	0.000936	0.000756	0.000874	0.000701	0.000885	0.000566
0.000443	0.000571	0.000640	0.000947	0.000697	0.000634	0.000655	0.000559	0.000673	0.000430
0.000520	0.000706	0.000936	0.000697	0.001327	0.000801	0.000919	0.000684	0.000856	0.000558
0.000510	0.000650	0.000756	0.000634	0.000801	0.001341	0.000769	0.000646	0.000728	0.000514
0.000535	0.000695	0.000874	0.000655	0.000919	0.000769	0.001132	0.000693	0.000814	0.000556
0.000440	0.000594	0.000701	0.000559	0.000684	0.000646	0.000693	0.001008	0.000678	0.000469
0.000523	0.000729	0.000885	0.000673	0.000856	0.000728	0.000814	0.000678	0.002974	0.000565
0.000362	0.000447	0.000566	0.000430	0.000558	0.000514	0.000556	0.000469	0.000565	0.000704
0.000483	0.000632	0.000711	0.000601	0.000761	0.000691	0.000716	0.000580	0.000720	0.000474
0.000494	0.000624	0.000751	0.000590	0.000767	0.000682	0.000744	0.000651	0.000762	0.000500
0.000440	0.000529	0.000722	0.000535	0.000760	0.000634	0.000676	0.000556	0.000805	0.000476
0.000468	0.000607	0.000718	0.000619	0.000710	0.000654	0.000709	0.000573	0.000707	0.000472
0.000510	0.000643	0.000728	0.000611	0.000762	0.000732	0.000755	0.000626	0.000766	0.000482

EK 2 Devam : Hisse Senetlerinin Varyans Kovaryans Matrisi

SAHOL	SISE	TANSAS	TAOSA	VESTEL
0.000364	0.000377	0.000316	0.000338	0.000346
0.000676	0.000660	0.000590	0.000603	0.000664
0.000627	0.000642	0.000576	0.000600	0.000647
0.000507	0.000527	0.000466	0.000511	0.000533
0.000535	0.000543	0.000500	0.000529	0.000549
0.000570	0.000600	0.000532	0.000562	0.000571
0.000673	0.000665	0.000614	0.000642	0.000681
0.000625	0.000621	0.000580	0.000585	0.000629
0.000815	0.000819	0.000752	0.000763	0.000812
0.000483	0.000494	0.000440	0.000468	0.000510
0.000632	0.000624	0.000529	0.000607	0.000643
0.000711	0.000751	0.000722	0.000718	0.000728
0.000601	0.000590	0.000535	0.000619	0.000611
0.000761	0.000767	0.000760	0.000710	0.000762
0.000691	0.000682	0.000634	0.000654	0.000732
0.000716	0.000744	0.000676	0.000709	0.000755
0.000580	0.000651	0.000556	0.000573	0.000626
0.000720	0.000762	0.000805	0.000707	0.000766
0.000474	0.000500	0.000476	0.000472	0.000482
0.000847	0.000656	0.000590	0.000619	0.000675
0.000656	0.000961	0.000608	0.000631	0.000689
0.000590	0.000608	0.001095	0.000556	0.000615
0.000619	0.000631	0.000556	0.000985	0.000647
0.000675	0.000689	0.000615	0.000647	0.000921

EK 3 Hisse Senetlerinin Korelasyon Matrisi

	AEFES	AKBNK	AKGRT	AKENER	AKSA	ALARK	ARCLK	BEKO	DYHOL
AEFES	1.000000	0.421374	0.458532	0.417443	0.421855	0.429565	0.432983	0.427106	0.404040
AKBNK	0.421374	1.000000	0.679855	0.620788	0.637284	0.666420	0.699258	0.634881	0.628936
AKGRT	0.458532	0.679855	1.000000	0.595358	0.619077	0.638407	0.663991	0.636759	0.616774
AKENER	0.417443	0.620788	0.595358	1.000000	0.702901	0.647646	0.639936	0.607172	0.590640
AKSA	0.421855	0.637284	0.619077	0.702901	1.000000	0.663717	0.650164	0.639338	0.583942
ALARK	0.429565	0.666420	0.638407	0.647646	0.663717	1.000000	0.641938	0.654504	0.598860
ARCLK	0.432983	0.699258	0.663991	0.639936	0.650164	0.641938	1.000000	0.720106	0.626524
BEKO	0.427106	0.634881	0.636759	0.607172	0.639338	0.654504	0.720106	1.000000	0.572692
DYHOL	0.404040	0.628936	0.616774	0.590640	0.583942	0.598860	0.626524	0.572692	1.000000
ENKAI	0.309460	0.493443	0.485597	0.485079	0.501438	0.559445	0.451514	0.461863	0.479983
EREGLI	0.420939	0.653322	0.632167	0.612442	0.608158	0.652715	0.631795	0.619610	0.614250
FINBN	0.428033	0.603843	0.609471	0.580996	0.577249	0.609217	0.607468	0.565385	0.574062
FROTO	0.390498	0.628258	0.602196	0.607361	0.577834	0.642071	0.613307	0.589226	0.569818
GARAN	0.446110	0.695427	0.662272	0.629949	0.602617	0.653467	0.647254	0.615751	0.618928
HURGZ	0.369002	0.638676	0.621395	0.570054	0.553569	0.583074	0.626316	0.597460	0.701177
ISCTR	0.439650	0.715701	0.684903	0.651012	0.654597	0.660806	0.663760	0.650271	0.619583
ISGYO	0.427297	0.572176	0.612646	0.599649	0.578810	0.597074	0.607794	0.568289	0.570812
KRDM	0.245777	0.439896	0.448021	0.423619	0.414816	0.410499	0.441899	0.439040	0.423685
MIGROS	0.433875	0.590077	0.597413	0.551913	0.549663	0.595465	0.600321	0.549224	0.537729
SAHOL	0.462072	0.753062	0.705732	0.663046	0.675564	0.712595	0.708014	0.696738	0.679698
SISE	0.450422	0.690652	0.678168	0.646807	0.643807	0.704105	0.656416	0.650332	0.641102
TANSAS	0.353226	0.578654	0.569865	0.535806	0.555287	0.584427	0.567727	0.568869	0.551017
TAOSA	0.398224	0.623864	0.625891	0.619823	0.618916	0.650924	0.626305	0.604239	0.590177
VESTEL	0.421346	0.710231	0.698786	0.668325	0.664619	0.684547	0.686710	0.672620	0.649282

EK 3 Devam : Hisse Senetlerinin Korelasyon Matrisi

ENKAI	EREGLI	FINBN	FROTO	GARAN	HURGZ	ISCTR	ISGYO	KRDM	MIGROS
0.309460	0.420939	0.428033	0.390498	0.446110	0.369002	0.439650	0.427297	0.245777	0.433875
0.493443	0.653322	0.603843	0.628258	0.695427	0.638676	0.715701	0.572176	0.439896	0.590077
0.485597	0.632167	0.609471	0.602196	0.662272	0.621395	0.684903	0.612646	0.448021	0.597413
0.485079	0.612442	0.580996	0.607361	0.629949	0.570054	0.651012	0.599649	0.423619	0.551913
0.501438	0.608158	0.577249	0.577834	0.602617	0.553569	0.654597	0.578810	0.414816	0.549663
0.559445	0.652715	0.609217	0.642071	0.653467	0.583074	0.660806	0.597074	0.410499	0.595465
0.451514	0.631795	0.607468	0.613307	0.647254	0.626316	0.663760	0.607794	0.441899	0.600321
0.461863	0.619610	0.565385	0.589226	0.615751	0.597460	0.650271	0.568289	0.439040	0.549224
0.479983	0.614250	0.574062	0.569818	0.618928	0.701177	0.619583	0.570812	0.423685	0.537729
1.000000	0.529004	0.478702	0.479670	0.475554	0.463800	0.529574	0.461832	0.319385	0.454222
0.529004	1.000000	0.587798	0.600540	0.627495	0.575187	0.668601	0.606415	0.432749	0.545474
0.478702	0.587798	1.000000	0.546688	0.675375	0.542528	0.683033	0.580764	0.426820	0.561174
0.479670	0.600540	0.546688	1.000000	0.621303	0.562453	0.632357	0.571964	0.400759	0.526496
0.475554	0.627495	0.675375	0.621303	1.000000	0.600284	0.749315	0.591286	0.430941	0.577301
0.463800	0.575187	0.542528	0.562453	0.600284	1.000000	0.623799	0.555263	0.364352	0.528875
0.529574	0.668601	0.683033	0.632357	0.749315	0.623799	1.000000	0.648823	0.443610	0.622884
0.461832	0.606415	0.580764	0.571964	0.591286	0.555263	0.648823	1.000000	0.391641	0.556276
0.319385	0.432749	0.426820	0.400759	0.430941	0.364352	0.443610	0.391641	1.000000	0.390466
0.454222	0.545474	0.561174	0.526496	0.577301	0.528875	0.622884	0.556276	0.390466	1.000000
0.552493	0.703174	0.642055	0.670655	0.717183	0.647686	0.731423	0.627705	0.453514	0.613924
0.530650	0.652235	0.636933	0.617998	0.679528	0.600700	0.713814	0.661445	0.450472	0.608357
0.442652	0.517596	0.573345	0.525410	0.630411	0.522845	0.606917	0.529052	0.445824	0.542581
0.496650	0.625913	0.601816	0.641036	0.620665	0.568633	0.671202	0.575331	0.412766	0.566425
0.559407	0.685703	0.630788	0.653981	0.689186	0.658143	0.739174	0.649602	0.462787	0.598762

EK 3 Devam : Hisse Senetlerinin Korelasyon Matrisi

SAHOL	SISE	TANSAS	TAOSA	VESTEL
0.462072	0.450422	0.353226	0.398224	0.421346
0.753062	0.690652	0.578654	0.623864	0.710231
0.705732	0.678168	0.569865	0.625891	0.698786
0.663046	0.646807	0.535806	0.619823	0.668325
0.675564	0.643807	0.555287	0.618916	0.664619
0.712595	0.704105	0.584427	0.650924	0.684547
0.708014	0.656416	0.567727	0.626305	0.686710
0.696738	0.650332	0.568869	0.604239	0.672620
0.679698	0.641102	0.551017	0.590177	0.649282
0.552493	0.530650	0.442652	0.496650	0.559407
0.703174	0.652235	0.517596	0.625913	0.685703
0.642055	0.636933	0.573345	0.601816	0.630788
0.670655	0.617998	0.525410	0.641036	0.653981
0.717183	0.679528	0.630411	0.620665	0.689186
0.647686	0.600700	0.522845	0.568633	0.658143
0.731423	0.713814	0.606917	0.671202	0.739174
0.627705	0.661445	0.529052	0.575331	0.649602
0.453514	0.450472	0.445824	0.412766	0.462787
0.613924	0.608357	0.542581	0.566425	0.598762
1.000000	0.727189	0.612478	0.676900	0.764354
0.727189	1.000000	0.593047	0.648073	0.732720
0.612478	0.593047	1.000000	0.535440	0.611798
0.676900	0.648073	0.535440	1.000000	0.678956
0.764354	0.732720	0.611798	0.678956	1.000000

EK 4 : Ağırlık Vektörünün Hesaplanması

Microsoft Excel - AGIRLIK_VKTORU								
Dosya Düzen Görünüm Ekle Biçim Araçlar Veri Pencere Yardım Adobe PDF Yardım için soru yazın								
D24	fx =A24*B24*C24							
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	aefes	akbnk	akgrt	akenr	aksa	alark	arclk	beko
2	TEK TEK RMD'LER							
3	0.027050283	0.030829318	0.030537634	0.026304155	0.027237222	0.02751428	0.03267669	0.03084291
4								
5	AĞIRLIKLAR							
6	0.350302736	0.092937492	0	0	0	0	0	0.05935452
7								
8	V (AĞIRLIKLARI RMD)							
9	0.009475788	0.002865199	0	0	0	0	0	0.00183067
10								
11	V*C (C: KORELASYON MATRİSİ)							
12	0.017001804	0.016286504	0.015661502	0.014778936	0.01495429	0.0158827	0.01544899	0.01544001
13								
14	V*C*V							
15	0.000465869							
16								
17	PORTFÖYÜN GETİRİSİ							
18	0.000325774	0.000132185	0	0	0	0	0	6.6517E-05
19								
20	BEKLENEN GETİRİ							
21	0.001	0.001						
22								
23	KAREKÖK(VCV)	Güven Düzeyi	Yatırımın Değ	100000 YTL'NİN %99 GÜVEN DÜZEYİNDE 1 GÜNLÜK RMD'Sİ				
24	0.021584003	2.33	100000	5029.072687				
25								

EK 4 Devam : Ağırlık Vektörünün Hesaplanması

Microsoft Excel - AGIRLIK_VKTORU

Dosya Düzen Görünüm Ekle Biçim Araçlar Veri Pencere Yardım Adobe PDF Yardım için soru yazın

D24 =A24*B24*C24

	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	dyhol	enkai	eregl	finbn	froto	garan	hurgz	isctr	isgyo	krdmd1	migrs
2											
3	0.0412289	0.0300335	0.0308903	0.0380467	0.0307918	0.0364497	0.0366431	0.0336633	0.0317661	0.0545647	0.0265448
4											
5											
6	0	0.1998604	0.0281438	0.0356165	0.0528977	0	0	0	0	0.0073664	0.1735204
7											
8											
9	0	0.0060025	0.0008694	0.0013551	0.0016288	0	0	0	0	0.0004019	0.0046061
10											
11											
12	0.0144473	0.0153046	0.0155008	0.0152074	0.0149361	0.0155065	0.0139381	0.01617	0.0144663	0.010118	0.0163891
13											
14											
15											
16											
17											
18	0	0.0001855	3.238E-05	8.236E-05	4.924E-05	0	0	0	0	1.475E-05	0.0001113
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											

EK 4 Devam : Ağırlık Vektörünün Hesaplanması

Microsoft Excel - AGIRLIK_VKTORU

Yardım için soru yazın

A24 =KAREKÖK(A15)

	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF
1	sahol	sise	tnsas	toaso	vestl								
2													
3	0.0291258	0.0310119	0.0331138	0.0314037	0.030369								
4													
5													
6	0	0	0	0	0	1							
7													
8													
9	0	0	0	0	0								
10													
11													
12	0.0167118	0.0160427	0.0134646	0.014827	0.0160768								
13													
14													
15													
16													
17													
18	0	0	0	0	0								
19													
20													
21													
22													
23													
24													
25													
26													

Çözücü Parametreleri

Hedef Hücre: \$A\$24

Eşittir: ☐ En Büyük ☒ En Küçük ☐ Değer: 0

Değişen Hücreler: \$A\$6:\$X\$6

Kısıtlamalar:

- \$A\$21 = \$B\$21
- \$A\$6:\$X\$6 >= 0
- \$Y\$6 = 1

Çöz Kapat Seçenekler Tümünü Sıfırla Yardım