

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
SINIF ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN
KESİR ÇEŞİTLERİNİ BİRBİRİNE DÖNÜŞTÜRME
SÜREÇLERİNDEKİ ZİHİNSEL MODELLERİNİN BELİRLENMESİ

DOKTORA TEZİ

HAZIRLAYAN
HÜSEYİN CAHİT KAYHAN

Ankara
Eylül - 2010

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
SINIF ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN
KESİR ÇEŞİTLERİNİ BİRBİRİNE DÖNÜŞTÜRME
SÜREÇLERİNDEKİ ZİHİNSEL MODELLERİNİN BELİRLENMESİ

DOKTORA TEZİ

HÜSEYİN CAHİT KAYHAN

Tez Danışmanı: PROF. DR. ZİYA ARGÜN

Ankara
Eylül, 2010

Hüseyin Cahit KAYHAN'ın “İlköğretim Öğrencilerinin Kesir Çeşitlerini Birbirine Dönüştürme Süreçlerindeki Zihinsel Modellerinin Belirlenmesi” başlıklı tezi 30/ 09 / 2010 tarihinde Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı'nda jürimiz tarafından Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Adı Soyadı:

İmza

Başkan: Prof. Dr. Ahmet ARIKAN

.....

Üye (Tez Danışmanı): Prof.Dr. Ziya ARGÜN

.....

Üye: Yrd. Doç.Dr. Neşe TERTEMİZ

.....

Üye: Yrd. Doç.Dr. Yılmaz AKSOY

.....

Üye: Yrd. Doç.Dr. Mustafa KALE

.....

ÖNSÖZ

Doktora öğrenimimin her aşamasında değerli yardım ve desteklerini esirgemeyen, danışmanım Prof.Dr. Ziya ARGÜN'e, değerli fikirleri ve destekleri ile güç veren Doç.Dr. Ahmet ARIKAN ve Doç.Dr. İzmail Özgür ZEMBAT'a ve araştırmamın veri analizi kısmında değerli bilgi ve deneyimini paylaşan, zamanını ayıran Dr.Serdar AZTEKİN'e, araştırma verilerinin düzenlenmesinde teknik konulardaki destekleri ile yardımlarını esirgemeyen değerli arkadaşlarım Uzm. Mücahit KURAL ve Arş. Gör. Dr. Hakan ŞANDIR'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Katılımcı öğrencilerin belirlenmesi, çalışma ortamının ayarlanması, ve öğrencilerle çalışma saatlerinin belirlenmesi vb. aşamalarda göstermiş olduğu ilgi, yardım ve hassasiyeti ile elinden gelen yardımı esirgemeyen Anıttepe İlköğretim Okulu Müdürü Hasan SEVER'e sonsuz teşekkürler.

Araştırmaya gönüllü olarak katılan katılımcı öğrencilere, bilhassa çocuklarının böyle bir çalışmaya katılmasına izin veren anne-babalarına ve öğretmenlerine sonsuz teşekkürler.

Doktora öğrenimimin her aşamasında maddi-manevi desteklerini esirgemeyen değerli eşim Uzm. Özlem KAYHAN'a, anne-babama sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Araştırmanın farklı aşamalarında fikir ve desteklerini aldığım Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı öğretim üyeleri ve araştırma görevlileri ile Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü yöneticileri ve personeline teşekkür ederim.

Hüseyin Cahit KAYHAN

Ankara, 2010

ÖZET

İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN KESİR ÇEŞİTLERİNİ BİRBİRİNE DÖNÜŞTÜRME SÜREÇLERİNDEKİ ZİHİNSEL MODELLERİNİN BELİRLENMESİ

KAYHAN, Hüseyin Cahit

Doktora, Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ziya ARGÜN

Eylül, 2010, 310 sayfa

Kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi sırasında birçok zihinsel aktivite yer almaktadır. İnsanoğlu bir eylemi gerçekleştirirken zihninde birçok aktiviteyi de birlikte gerçekleştirmektedir. Bunlar bazen bilinçli, bazen bilinç dışı eylemler halinde ortaya çıkabilmektedir. Zihinde gerçekleşen bu eylemler soyut objeler, olgular, imajlar vb. olduğu için bunları açıklamak oldukça zordur. Öğrencilerin zihinsel süreçlerinin bir başkası tarafından gözlenmesi de oldukça zordur. Dolayısıyla zihinsel modellerinin neler olduğu, nasıl oluştuğu ve bir başkasının bunları anlaması zor olmaktadır.

Kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesinde bir takım yollar vardır. Bu araştırma ile bireylerin kesir çeşitlerini birbirine dönüştürmedeki zihinsel modelleri tespit edilerek, kesir kavramı/ kavramları hakkındaki bilgileri de ortaya konmaya çalışılmıştır. İlköğretim matematik konularından bir kesit olarak kesirlerin birbirine dönüştürülmesi sırasında bireylerin gerçekleştirmiş oldukları aktivitelerde hangi zihinsel eylemleri sergilediklerinin tespit edilmesinin, bireyin bir konuyu öğrenmesinde ne kadar etkili olacağının önemini ortaya koyması beklenmektedir. Bu önem sadece öğrenme açısından değil, aynı zamanda nasıl öğretilir sorusunun da cevabını vermede somut sonuçlar elde etmemizi sağlayacaktır. İlköğretimin I. kademesinde birinci sınıftan itibaren kesirler konusuna ait öğrenmeler başlamakta ve yedinci sınıfa kadar devam etmektedir. Daha sonra ise bunu rasyonel sayılar ve reel sayıların öğretimi takip etmektedir.

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim öğrencilerinin, kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi ile ilgili verilen soruları çözerken ortaya çıkan zihinsel modellerinin

belirlenmesi ve öğrencilerin zihinsel modelleri arasındaki benzerlik ve farklılıkların karşılaştırılmasıdır. Bu amaçla, ilköğretim (1-8) matematik öğretim programında yer alan kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi ile ilgili kazanımlara uygun sorular hazırlanmıştır. Kesir çeşitleri ile ilgili yapılan bu dönüştürme işlemleri temel olarak; bileşik kesrin, tamsayılı kesrin, basit kesrin ve ondalık kesrin diğer kesir çeşitlerine dönüştürülmesi olmak üzere dört başlık altında ele alınmıştır.

2009-2010 öğretim yılında öğrenim gören 4'ü beşinci sınıf, 4'ü sekizinci sınıf olmak üzere toplam 8 ilköğretim öğrencisi ile yürütülen bu çalışmada kullanılan yöntem nitel araştırma yaklaşımıdır. Araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden “Durum Çalışması (Case study)” ile araştırma yürütülmüştür. Araştırma, tek bir birey (öğrenci) üzerinde yapılan bir çalışma olarak bir kaç benzer bireyin çalışmaya dahil edilmesiyle çoklu durum haline dönüştürülmüştür. Burada ilköğretim beşinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinden oluşan çoklu bir durum çalışması tasarlanmıştır. Araştırmada katılımcılar, amaçlı örnekleme yöntemlerinden maximum çeşitlilik örnekleme yoluyla belirlenmiştir.

Verilerinin toplanmasında, görüşme, döküman incelemesi yöntemleri ve “Sesli Düşünme Tekniği (Think Aloud)” kullanılmıştır. Ayrıca veri kaybını en aza indirmek ve daha sonra verilerin analizi sırasında farklı anlam çıkarma ve yorumlamaları ortadan kaldırmak amacıyla, video kaydı alınmıştır.

Verilerin analizinde (a) alt problemlere ilişkin olarak toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmak, (b) toplanan verilerin derinlemesine analiz edilmesi ve (c) önceden belirgin olmayan temaların ve boyutların ortaya çıkarılması için içerik analizi yapılmıştır. Araştırma sonucunda, katılımcıların ortaya çıkan zihinsel modelleri; işlem bilgisi (kural), bölme, bütün-parça, ölçme-karşılaştırma, oran-orantı, genişletme, sadeleştirme (daraltma), denklik bağıntısı ve paylaşma kategorileri altında toplanmıştır. Verilerin analizi sonucunda kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi sürecinde sınıf düzeyi açısından büyük farklılıklar gözlenmezken, katılımcı öğrencilerin başarı düzeyi açısından önemli farklılıklar olduğu görülmüştür. Araştırma bulguları öğrencilerde var olan kavram yanılgıları, sahte kavram (pseude concept), işlem hatalarının teşhis edilmesi ve bunların oluşma sebeplerini ortaya koyması açısından da önem arz etmektedir.

Anahtar Kelimeler: Zihinsel Modeller, Sesli Düşünme Tekniği, Kesirler

ABSTRACT

Determining of Primary School Students' Mental Models in The Process of Converting Fractions each other

KAYHAN, Hüseyin Cahit
Phd, Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı
Advisor: Prof. Dr. Ziya ARGÜN
September, 2010, 310 pages

While someone is converting from one kind to another of fractions many kind of mental activities take place. Students use lots of activities in their minds when they perform an action. Such kinds of mental processes become actions that are carried consciously or unconsciously. Since these mental actions are abstract objects, phenomena, images etc. it is considerably difficult to explain these actions too. Literature says that, observation of students' mental processes by another person is fairly difficult. Consequently describing mental models, their development and someone else's understanding are very hard.

There are some ways in converting fractions each others. In this study by means of determining students' mental models of fraction converting, firstly it is tried to identify their knowledge about fraction concept. As a topic of primary schools mathematics curriculum, fractions converting provides a good context for emphasizing the importance of mental models in learning a topic. This is important not only with respect to learning but also with respect to getting solid clues for answering how this topic can be taught.

Teaching of "fraction" is started from first grade of primary school until 7th grade. Then, teaching of rational numbers and real numbers follow up this topic. The aim of this research is to identify primary school students' mental models when they are asked to solve problems related to fractions forms converting to each other and comparing the similarities and differences between these mental models. Hence, problems that were related to attainment targets that exist in primary school (1-8)

mathematics program about converting fractions are prepared in this study. Converting one form of fraction to another form was investigated basically under four headings; namely converting improper fractions, mixed fractions, proper fractions and decimal fractions to another form of fractions.

Participants of this research were 8 students; four of them were 5th graders and four of them were 8th graders during 2009-2010 school academic year. Qualitative approaches are used in this research. In particular, case study method is employed. Firstly, it is designed as a single case study then after adding similar cases to the research it turns out to be multiple cases. These cases were composed of 5th and 8th grade students. One of purposive sampling methods, namely maximum variation sampling was employed for describing to participant. Data gathering was accomplished by interviews, documentary sources, and “think aloud” procedures. Furthermore in order to minimize data loss and later to eliminate differences in interpretation of data, video recording was used. Content analysis were used in order to (a) get concepts and relations that could explain the data related to sub-problems, (b) in depth analysis of gathered data and (c) reveal hidden themes and dimensions. As a result of the research participants mental models were collated under these categories: Procedural knowledge (rule), dividing, whole-part, measuring-comparing, ratio-proportion, simplifying, expansion, equivalence relation and sharing. Data analysis show that there were no big differences among grades in converting fractions but there were important differences among participants levels of understanding. Findings of the research is also important for identifying students’ existing misconceptions, pseudo-conception, computational errors and reveal underlying reasons of these findings.

Key Words: Mental Models, Think- Aloud Method, Fractions

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	iii
ÖZET.....	iv
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	viii
TABLolar LİSTESİ	xii
ŞEKİLLER LİSTESİ	xiii
KISALTMALAR LİSTESİ	xv
BÖLÜM I	1
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1. 1. Giriş	1
1.2. Araştırmanın Problem Durumu	2
1.3. Araştırmanın Amacı.....	3
1.4. Araştırmanın Önemi	4
1.5. Araştırmanın Sayıtları, Kapsam ve Sınırlılıkları.....	5
1.6. Tanımlar	6
BÖLÜM II	7
2. ARAŞTIRMANIN KAVRAMSAL ÇERÇEVESİ	7
2.1. Bilgi ve Zihinde Bilginin Oluşumu	7
2. 2. Zihinsel Modeller	9
2.2.1. Model Nedir?.....	9
2.2.2. Modellerin Sınıflandırılması	10
2.2.3. Zihinsel Modeller nelerdir?	12
2.3. Literatürde Yer Alan Zihinsel Modeller ile İlgili Çalışmalar	18
2.4. Kesirler Ve Öğretimi	23
2.5. Kesirler ile İlgili Literatürde Yer Alan Çalışmalar.....	33
BÖLÜM III.....	41
3. ARAŞTIRMA YÖNTEMİ	41
3.1. Araştırmanın Metodolojisi	41
3.2. Araştırmanın Evren ve Örneklemi.....	42
3.2.1. Çalışılacak Problem Durumunun Belirlenmesi	42
3.2.2. Katılımcıların Seçimi, Pilot Çalışmanın Uygulanması	43
3.3 Araştırma Verilerinin Toplanması.....	45
3.3.1. Araştırma sorularının geliştirilmesi	45
3.3.2. Verilerin Toplanması	46
3.4. Araştırma Verilerinin Analizi.....	50
BÖLÜM IV.....	54
4. BULGULAR VE YORUM	54
4.1. Bileşik Kesrin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında	58

Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller	58
4.1.1. Bileşik Kesrin Tam Sayılı Kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller	58
4.1.1.1. İşlem Bilgisi (Kural)	58
4.1.1.2. Bölme:.....	61
4.1.1.3. Bütün-parça	63
4.1.1.4. Sadeleştirme/Daraltma	78
4.1.1.5. Denklik Bağıntısı/Denk Kesirler	78
4.1.1.6. Paylaştırma	78
4.1.2. Bileşik kesrin Ondalık kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller	80
4.1.2.1. İşlem Bilgisi (Kural)(Kısayol) (Algoritma)	80
4.1.2.2. Bölme	87
4.1.2.3. Bütün-parça	90
4.1.2.4. Sadeleştirme/Daraltma	101
4.1.2.5. Denklik Bağıntısı/Denk kesirler	101
4.1.2.6. Paylaştırma	102
4.2. Tamsayılı Kesirin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi	105
Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller	105
4.2.1. Tamsayılı Kesirin Bileşik Kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller	105
4.2.1.1. İşlem Bilgisi (Kural)	105
4.2.1.2. Bütün-parça	112
4.2.1.3. Ölçme/Karşılaştırma	120
4.2.1.4. Sadeleştirme/Daraltma	121
4.2.2. Tamsayılı Kesirin Ondalık Kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller	122
4.2.2.1. İşlem Bilgisi (Kural)	122
4.2.2.2. Bölme	126
4.2.2.3. Bütün-parça	130
4.2.2.4. Genişletme.....	143
4.2.2.5. Denklik Bağıntısı/Denk Kesirler	148
4.2.2.6. Ölçme/Karşılaştırma	151
4.3. Basit Kesrin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi.....	153
Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller	153
4.3.1. Basit Kesrin Ondalık Kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller	153
4.3.1.1. İşlem Bilgisi (Kural)	153
4.3.1.2. Bölme	158
4.3.1.3. Bütün-parça	162
4.3.1.4. Ölçme / Karşılaştırma	164
4.3.1.5. Genişletme.....	165
4.3.1.6. Denklik Bağıntısı/Denk Kesirler	169
4.3.2. Basit Kesrin Ondalık Kesire ve Yüzdeliğe Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller	172
4.3.2.1. İşlem Bilgisi (Kural)	172
4.3.2.2. Bölme	180
4.3.2.3. Bütün-parça	185
4.3.2.4. Oran-orantı	188
4.3.2.5. Genişletme.....	190

4.3.2.6. Denklik Bağıntısı/Denk Kesirler	190
4.4. Ondalık Kesrin Bileşik Kesire Dönüştürülmesi	198
Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller	198
4.4.1. İşlem Bilgisi (Kural)	198
4.4.2. Bütün-parça	203
4.4.3. Öçme/Karşılaştırma	211
4.4.4. Denklik Bağıntısı/Denk Kesirler	212
4.5. Akademik Başarı Durumu ve Sınıf Düzeyi Açısından Katılımcıların Kesir Çeşitlerini Birbirine Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modelleri Arasındaki Farklılıklar	214
4.5.1. Akademik Başarı Durumu Açısından Katılımcıların Kesir Çeşitlerini Birbirine Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modelleri Arasındaki Farklılıklar	214
4.5.2. Sınıf Düzeyi Açısından Katılımcıların Kesir Çeşitlerini Birbirine Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modelleri Arasındaki Farklılıklar	219
BÖLÜM V	222
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	222
5.1. Sonuçlar	222
5.2. Öneriler	239
KAYNAKÇA	243
EKLER	252

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 2. 1 : Harrison ve Treagust'un (1998) açık model sınıflandırması	10
Tablo 3. 1: Araştırmaya katılan öğrencilere ait bilgiler.....	44
Tablo 4. 1: Katılımcı Öğrencilerin Kesir Çeşitlerini Birbirine Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modellerin Kategorisi.....	57
Tablo EK 2. 1: Bileşik Kesrin Tamsayılı Kesire Dönüştürülmesi ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi	256
Tablo EK 2. 2: Bileşik Kesrin Ondalık Kesire Dönüştürülmesi ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi	258
Tablo EK 3. 1: Tamsayılı Kesrin Bileşik Kesire Dönüştürülmesi ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi	260
Tablo EK 3. 2: Tamsayılı Kesrin Ondalık Kesire Dönüştürülmesi ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi	261
Tablo EK 4. 1: Basit Kesrin Ondalık Kesire Dönüştürülmesi ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi	263
Tablo EK 4. 2: Basit kesri Ondalık Kesire Dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi	264
Tablo EK 5. 1: Ondalık Kesrin Bileşik Kesire Dönüştürülmesi ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi	266
Tablo EK 6. 1: Her Soru İçin Alınan Farklı Çözüm Yaklaşımları İçin Uzman Görüşleri	267
Tablo EK 7. 1: Katılımcıların Bileşik Kesri Tamsayılı Kesire Dönüştürülme ile ilgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları.....	275
Tablo EK 7. 2: Katılımcıların Bileşik Kesri Ondalık Kesire Dönüştürme ile ilgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları.....	277
Tablo EK 8. 1: Katılımcıların Tamsayılı Kesri Bileşik Kesire Dönüştürme ile ilgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları.....	279
Tablo EK 8. 2: Katılımcıların Tamsayılı Kesri Ondalık Kesire Dönüştürme ile ilgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları.....	280
Tablo EK 9. 1: Katılımcıların Basit Kesri Ondalık Kesire Dönüştürme ile ilgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları.....	282
Tablo EK 9. 2: Katılımcıların Basit kesri Ondalık Kesire Dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme ile ilgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları.....	283
Tablo EK 10. 1: Katılımcıların Ondalık Kesri Bileşik Kesire Dönüştürme İle İlgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları.....	285
Tablo EK 11. 1: Bileşik Kesri Tamsayılı Kesire Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri.....	286
Tablo EK 11. 2: Bileşik Kesri Ondalık Kesire Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri.....	287
Tablo EK 12. 1: Tamsayılı Kesri Bileşik Kesire Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri.....	288
Tablo EK 12. 2: Tamsayılı Kesri Ondalık Kesire Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri.....	289
Tablo EK 13. 1: Basit Kesri Ondalık Kesire Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri.....	291
Tablo EK 13. 2: Basit kesri Ondalık Kesire Dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri	292
Tablo EK 14. 1: Ondalık Kesri Bileşik Kesire ve Yüzdeliğe Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri.....	293

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2. 1: Analogik (Bilimsel) Modellerin Sınıflandırılmasına Ait Kavram	17
Şekil 2. 2: Farklı kesir işlemleri ve problem çözme için kesirlerin beş alt başlığına bağlı teoriksel model (Behr ve arkadaşları, 1983: aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 296)).....	25
Şekil 4. 1: Katılımcıların İşlemlerinden Alıntılar	59
Şekil 4. 2: K7'nin Bileşik kesri tamsayılı kesire dönüştürme işlemi	63
Şekil 4. 3: K2'nin $\frac{16}{6}$ ve $2\frac{4}{6}$ 'yı şekil çizerek ve materyal kullanarak gösterimi	64
Şekil 4. 4: K4'ün $\frac{16}{6}$ 'yı şekil çizerek gösterimi.....	65
Şekil 4. 5: K3, K4, K7 ve K8'in bileşik kesri ve tam sayılı kesiri çizim ile gösterimi	66
Şekil 4. 6: K2, K3 ve K6'ya ait bileşik kesir ve tamsayılı kesir çizim ve materyal ile gösterimi.	68
Şekil 4. 7: K1'in bileşik kesri şekil çizerek gösterimi	69
Şekil 4. 8: K5'in Bileşik kesri ve tamsayılı kesri şekil çizerek gösterimi.....	70
Şekil 4. 9: K5'in bileşik kesri ve tamsayılı kesri materyal kullanarak gösterimi.....	71
Şekil 4. 10: K7'nin bileşik kesri ve tamsayılı kesri materyal ile gösterimi.....	72
Şekil 4. 11: K2, K3, K4, K6 ve K8'in Bileşik kesri gösteren çizimleri.....	73
Şekil 4. 12: K1'in Bileşik kesri çizim ile gösterimi	74
Şekil 4. 13: K8'in Bileşik kesri materyalle gösterme aşamaları	76
Şekil 4. 14: K6 ve K7' nin bileşik kesri materyal ile gösterimi.....	79
Şekil 4. 15: Bileşik kesrin ondalık sayıya dönüştürülmesinde “işlem bilgisi (kural)” Kullanan K2, K4, K7 ve K8'e ait açıklama ve işlemler.....	81
Şekil 4. 16: K3 ve K4'ün Bileşik kesri önce tamsayılı kesre sonra ondalık kesre dönüştürme ile ilgili açıklamaları	83
Şekil 4. 17: K6'nın bileşik kesri tamsayılı kesire dönüştürmeye ilişkin açıklamaları.....	85
Şekil 4. 18: K4 ve K7'nin $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini şekil çizerek gösterimi	88
Şekil 4. 19: K2'nin $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini şekil çizerek ve materyal kullanarak gösterimi.....	90
Şekil 4. 20: K8'in $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini materyal kullanarak gösterimi	92
Şekil 4. 21: K1 ve K5'in $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini çizim ve materyal ile gösterimi.....	94
Şekil 4. 22: K6'nın $\frac{16}{6}$ bileşik kesri yerine $2\frac{4}{6}$ tamsayılı kesrini çizmesi	95
Şekil 4. 23: K2'nin bulduğu ondalık sayıyı çizim ve materyal ile gösterimi.....	96
Şekil 4. 24: K3'ün $\frac{16}{6}$, $2\frac{4}{6}$ ve 2,7 kesirlerini şekil ile göstermesi.....	98
Şekil 4. 25: K4, K6 ve K7'nin Bileşik kesir ve tamsayılı kesiri oluşturan parçaları çizmek yoluyla bileşik kesir ve tamsayılı kesiri göstermeleri.....	99
Şekil 4. 26: K3'ün Ondalık kesir ve bileşik kesir için çizdiği şekillerde bütünler ve parçaların geometrik olarak aynı büyüklükte olduğunu göstermesi	102
Şekil 4. 27: K6 ve K7' nin bileşik kesri materyal ile paylaşırma olarak gösterimi.....	103
Şekil 4. 28: K3'ün kendi bulmuş olduğu kuralı görsel olarak açıklama çalışması	107
Şekil 4. 29: K1'in bir tamsayılı kesri bileşik kesire çevirme ile ilgili yaptığı açıklamalar	108
Şekil 4. 30: Katılımcıların tamsayılı kesri bileşik kesre dönüştürme ile ilgi olarak çizdiği şekiller	110
Şekil 4. 31: K2, K3, K5, K7 ve K8'in tamsayılı kesri materyal kullanarak gösterimi	111
Şekil 4. 32: Katılımcı öğrencilerin tamsayılı kesri ondalık kesire dönüştürme sürecinde çizdiği şekiller	128

Şekil 4. 33: K2, K5, K6, K7 ve K8'in $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrini materyal kullanarak gösterimine ait resimler	129
Şekil 4. 34: K2, K7'nin 3,4 ondalık sayısını ve K5'in $\frac{17}{5}$ bileşik kesirini materyal kullanarak gösterimine ait resimler	130
Şekil 4. 35: K5'in $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık kesire dönüştürme ile ilgili işlem ve açıklaması.....	156
Şekil 4. 36: K3'ün $\frac{3}{5}$ basit kesrini ondalık kesire dönüştürme ile ilgili işlem ve açıklaması.....	157
Şekil 4. 37: K1'in $\frac{3}{5}$ basit kesrini ondalık kesire dönüştürme ile ilgili işlem ve açıklaması.....	159
Şekil 4. 38: Katılımcı öğrencilerin $\frac{3}{5}$ ve buna eşit olarak buldukları kesirleri göstermek için çizdikleri şekiller.....	161
Şekil 4. 39: K1 ve K5'in $\frac{3}{5}$ kesrini materyal kullanarak gösterimine ait resimler.....	162
Şekil 4. 40: K6'nın $\frac{3}{5}$ ve buna eşit olarak buldukları kesirleri materyal kullanarak gösterimine ait resimler	167
Şekil 4. 41: K5'in bütün bir pastayı ve parçalara bölünmüş bir pastanın parçalarını kesirli sayı ve yüzdelik olarak gösterimi	174
Şekil 4. 42: K6'nın $\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesire dönüştürme ve yüzde olarak ifade etmesine ilişkin açıklamaları	177
Şekil 4. 43: K1'in $\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesire dönüştürme ve yüzde olarak ifade etmesine ilişkin olarak yaptığı işlem ve açıklamalar	178
Şekil 4. 44: Katılımcıların $\frac{1}{4}$ kesiri ve eşiti olarak yazdığı kesirleri çizim ile gösterimi	183
Şekil 4. 45: Katılımcıların $\frac{1}{4}$ kesiri ve eşiti olarak yazdığı kesirleri materyal kullanarak gösterimi	184
Şekil 4. 46: Araştırmacının K2'nin eşitlik kavramından ne anladığını sorgulamak için yaptığı gösterim.....	193
Şekil 4. 47: Araştırmacının K5'e yönelttiği soruları somut olarak göstermeye ilişkin çizmiş olduğu şekiller ve K5'in cevabını üzerine yazması.....	196
Şekil 4. 48: Katılımcı öğrencilerin 6,19 ondalık kesri ve buna eşit olarak buldukları kesirleri göstermek için çizdikleri şekiller	201
Şekil 4. 49: Katılımcı öğrencilerin 6,19 ondalık kesri ve buna eşit olarak buldukları kesirleri materyal kullanarak gösterimine ait resimler.....	202
Şekil 4. 50: K5'in 6,19 ondalık kesrinden ne anladığını anlatmaya ilişkin çizimi.....	211
Şekil EK 5.1: Kesir Çeşitlerinin Birbiri Arasındaki Dönüştürmeler	294

KISALTMALAR LİSTESİ

A:	Araştırmacı
HCI:	Human – Computer Interaction İnsan Bilgisayar Etkileşimi Uygulayıcıları
K:	Araştırmaya Katılan katılımcı Öğrenciler
LGS:	Liselere Geçiş Sınavı
MEB:	Milli Eğitim Bakanlığı
NAEP:	The National Assessment of Educational Progress Ulusal Eğitimde İlerlemenin Değerlendirmesi
NCTM:	National Council of Teachers of Mathematics Matematik Öğretmenleri Milli Kurumu
OFMA:	Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi
PISA:	The Program in International Student Assessment Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı
SBS:	Seviye Belirleme Sınavları
TIMSS:	Trends in International Mathematics and Science Uluslararası Matematik ve Fen Bilimlerinde Eğilimler Programı
TTKB:	Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı
TUBİTAK:	Türkiye Bilim Ve Teknik Araştırma Kurumu
U:	Verilerin değerlendirilmesi, kategori ve temaların oluşturulmasında bilgilerine baş vurulan ilgili alan eğitimi ile uğraşan uzmanlar.

BÖLÜM I

1. GENEL BİLGİLER

Bu bölümde tezin giriş, problem durumu, amacı, önemi, varsayımları, sınırlılıkları ve tanımları yer almaktadır.

1. 1. Giriş

Sayı kavramı soyut kavramlardan biri olduğu için sayı hissini öğrencilerde geliştirmek oldukça zordur. Literatürde bu zorluğu ortaya koyan pek çok araştırma bulunmaktadır. Nesneler ve olayların bazı özelliklerinin niteliklerini ölçerken bu miktarları ifade etmede “tam” ı temsil eden sayılar yetersiz kalmıştır. Örneğin, “Ali’nin boyu 1,75 m dir.” cümlesinde 175 cm’yi m’ye çevirdiğimizde bütünü ifade eden bir tam sayı bulamayız. İnsanoğlunun, Kesirleri ve Rasyonel Sayıları bu ve bunun gibi durumlarda, miktarı ifade etmek için geliştirdiği pek çok kaynakta bahsedilmektedir.

Niteliklerin miktarlarını sayılarla ifade ederken bu miktarlara basit veya bileşik kesirlerden biri karşılık gelebilir. Bileşik kesir, göz önüne alınan parça sayısının, göz önüne alınan bütünün parçalanma sayısına eşit ve daha büyük olması durumunda gündeme gelmektedir. Tam sayılı kesirler de, bileşik kesirlerin bir başka türlü gösterimidir. Ondalık kesirler de basit veya bileşik kesirlerin onluk sayı sistemindeki temsil biçimidir. Niteliklerin miktarının ifade edilmesinde ve hesaplamaların çoğunda sayıların ondalıklı gösterimlerinin kullanılması kesirlerin kullanılmasından daha çok kolaylık sağlamaktadır. Dolayısıyla kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi bu bakımdan ve burada dile getiremediğimiz pek çok bakımdan önemlidir. Bu nedenledir ki, Türkiye’de olduğu gibi dünyanın hemen hemen her ülkesindeki matematik dersi öğretim programlarında bu konu ile ilgili kazanımlar ve standartlar yer almaktadır.

Öğrencilerde, kesirler arasında yapılan bu dönüştürmelerin sistemleşerek yapılanması yukarıdaki nedenlerden dolayı önem arz etmektedir. Bu yapılanmanın arzu edilen şekilde gerçekleşmesi için bu dönüştürmeler esnasında bireylerin zihinsel modellerinin neler olduğunu ortaya çıkarmak ve resmetmek aynı ölçüde önem arz etmektedir. Dolayısıyla bu tez çalışmasının amacı, öğrencilerin kesirleri birbirine dönüştürmedeki zihinsel modellerinin belirlenmesidir.

Zihinsel modellerin belirlenmesiyle bu araştırmanın, öğrencilerin zihinlerinde kesirleri ve gösterimlerini nasıl yapılandırmış oldukları konusunda derinlemesine somut bilgiler edinerek kesirlerin nasıl öğrenilmesi ve öğretilmesi gerektiği konusunda yol gösterici örnek bir durum çalışması olacağı düşünülmektedir.

1.2. Araştırmanın Problem Durumu

Araştırmanın problem cümlesi “İlköğretim öğrencilerinin kesir çeşitlerini birbirine dönüştürmedeki zihinsel modelleri nelerdir?” şeklinde ifade edilmiştir.

Araştırmanın alt problemlerinin geliştirilmesi:

Araştırmanın alt problemlerinin oluşturulması sırasında öncelikle literatür incelemesi yoluyla 1., 2., 3. ve 4. alt problemlerin belirlenmesinde İlköğretim Matematik dersi (1-8 sınıflar) öğretim programında yer alan kesirler konusu ile ilgili kazanımlardan hareket edilmiştir. Bu doğrultuda;

1. Basit kesiri, ondalık kesire, yüzdeliğe dönüştürme
2. Bileşik kesiri, tam sayılı kesire, ondalık kesire dönüştürme
3. Tam sayılı kesiri, bileşik kesre, ondalık kesire dönüştürme
4. Ondalık kesiri, bileşik kesire dönüştürme

şeklinde yer alan kazanımların her biri soru haline getirilerek, katılımcıların kesir çeşitlerini birbirine dönüştürmeleri sırasında ortaya çıkan zihinsel modellerinin neler olduğu araştırılmak istenmiştir. 5. alt problemde ise katılımcıların ortaya çıkan zihinsel modelleri arasındaki farklılıkları sorgulanmak istenmiştir. Farklılıkların sorgulanmasında öğrencilerin akademik başarıları ve sınıf düzeyleri göz önüne alınmıştır. Böylece araştırmanın alt problemleri

1. **Bileşik kesiri**, tam sayılı kesire ve ondalık kesire dönüştürme sırasında katılımcıların ortaya çıkan zihinsel modelleri nelerdir?
2. **Tam sayılı kesiri**, bileşik kesre ve ondalık kesire dönüştürme sırasında katılımcıların ortaya çıkan zihinsel modelleri nelerdir?
3. **Basit kesiri**, ondalık kesire ve yüzdeliğe dönüştürme sırasında katılımcıların ortaya çıkan zihinsel modelleri nelerdir?
4. **Ondalık kesiri**, bileşik kesire dönüştürme sırasında katılımcıların ortaya çıkan zihinsel modelleri nelerdir?
5. Akademik başarı durumu ve sınıf düzeyi açısından katılımcıların kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi sırasında ortaya çıkan zihinsel modelleri arasındaki farklılıklar nelerdir?

şeklinde listelenmiştir.

1.3. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacını, ilköğretim (1-8 sınıflar) matematik dersi öğretim programında kesirler alt öğrenme alanı içerisinde yer alan kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesine ilişkin kazanımların yapılandırılması sırasında öğrencilerin gerçekleştirdikleri zihinsel modellerin belirlenmesi ve öğrencilerin ortaya çıkan bu zihinsel modelleri arasındaki farklılıkların karşılaştırılması oluşturmaktadır. Bu doğrultuda çalışmadan elde edilecek sonuçlar öğrenme ve öğretme açısından değerlendirilerek daha iyi öğrenme ve öğretme ortamlarının oluşturulmasına, öğretmen yetiştiren kurumlarımızın ders içeriklerinin olumlu yönde şekillendirilebilmesine ve program geliştirme uzmanlarının programın güçlü ve zayıf yönlerini ortaya çıkarmalarına fırsat tanıyacak bir kesit elde edilmesi beklenmektedir. Böylece yeni geliştirilen ilköğretim matematik dersi öğretim programının uluslararası alandaki yerinin anlaşılacak, programın kuvvetli ve -varsa- zayıf yönlerinin ortaya konmasına yardımcı olunacak bir bakış açısı ortaya konmaya çalışılmıştır.

1.4. Araştırmanın Önemi

TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Uluslararası Matematik ve Fen Bilimlerinde Eğilimler Programı) ve PISA (The Program in International Student Assessment Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı) gibi uluslararası karşılaştırmalı çalışmalarda ülkemiz öğrencilerinin başarı sıralaması incelendiğinde, ülkemizde matematik öğretiminin yeniden gözden geçirilmesinin gerekliliği hepimiz tarafından açıkça ve sıkça dile getirilmektedir. TIMSS ve PISA gibi ülkeler arası karşılaştırmaların yapıldığı sınavlarda yer alan matematik soruları incelendiğinde soruların yapısının bizim okullarımızda çocuklarımıza öğrettiğimiz tek düze (işlemsel bilginin öğretilmesi) öğretimden farklı olduğunu yansıtmaktadır. Yapılan bu araştırmada öğrencilerin zihinsel modelleri belirlenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla ilköğretim matematik konularından bir kesit olarak kesirlerin birbirine dönüştürülmesi sırasında bireylerin yapmış oldukları aktivitelerde hangi zihinsel eylemleri gerçekleştirdiklerinin tespit edilmesinin, bireyin bir konuyu öğrenmesinde ne kadar etkili olacağının önemini ortaya koyması beklenmektedir. Bu önem sadece öğrenme açısından değil, aynı zamanda nasıl öğretilir sorusunun da cevabını vermede somut sonuçlar elde etmemizi sağlayacaktır. İlköğretimin birinci kademesinde birinci sınıftan itibaren kesirler konusunun öğretimi başlamakta ve yedinci sınıfa kadar kesirler konusuna ait öğrenmeler devam etmektedir. Daha sonra ise bunu rasyonel sayılar ve reel sayıların öğretimi takip etmektedir.

Öğretilen bir konu ile ilgili kavramların tartışılmadığı, gerek konu içi, gerek konular arası, gerekse disiplinler arası ilişkilendirmelerin yapılarak konunun enine boyuna analiz edilip sentezlenmediği, değerlendirme sürecinin yaşatılmadığı bir ortamda, öğrencilerden nitelikli bir öğrenmeye sahip olmalarını ummak doğru olmayacaktır.

Öğrenmede zeka, kalıtım ve çevrenin etkisi söz konusudur. Bilgi zihinde anlamlandırıldığı ölçüde değerlidir. Dolayısıyla kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi konusunda da yaptığımız her eylemde zihinsel modeller söz konusudur. Basit gördüğümüz tam sayılı kesirin bileşik kesre dönüştürülmesi kurallarını sorguladığımızda, aslında birçok eylemin gerçekleştiğini görebiliriz. Öğretmenlerimiz tam sayılı kesri bileşik kesre dönüştürmeyi öğretirken öğrencilere “tam sayılı kısımla payda çarpılır, sonuca pay eklenir ve çıkan sonuç tekrar paydaya bölünür” şeklinde kısa

ir yol söyleyerek bunu verilen sorularda yerine koymalarını beklemektedirler. Bu çalışmanın alt yapısının oluşturulması aşamasında aynı öğretmenlere “Niçin tam sayılı kısımla paydayı çarpalım” sorusu yöneltildiğinde cevap vermekte zorlandıkları ve bir çoğunda “kural böyle” deyip geçtirdikleri gözlemlenmiştir.

Sonuç olarak bu araştırmanın kesir kavramının anlaşılması ve kavranmasıyla ilgili pek çok zorluğun aşılmasında katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Kesir Çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesinde bir takım yollar vardır. Bu araştırma ile bireylerin kesir çeşitlerini birbirine dönüştürmedeki zihinsel modelleri tespit edilerek, kesir kavramı/ kavramları hakkındaki bilgileri de ortaya konmaya çalışılmıştır.

1.5. Araştırmanın Sayıtları, Kapsam ve Sınırlılıkları

Sayıtlar

1. Araştırmanın başından-sonuna kadar araştırmacının önyargılarından uzak bir davranış sergilemeye gayret sarfedilmiştir. Bu doğrultuda verilerin analizi kısmında alınan farklı uzmanların görüşleri yeterlidir.

2. Çalışma envanterinde yer alan soru maddeleri ile ilgili olarak alınan uzman görüşleri yeterlidir.

3. Yapılan çalışma sırasında veri toplama araçlarının uygulanmasında herhangi bir sorun ile karşılaşmamıştır.

4. Veri toplama araçları katılımcıların zihinsel modellerini ortaya koyma açısından uygundur.

Kapsam ve Sınırlılıklar

1. Araştırma, 2009 Mart -2009 Haziran ayları arasında yer alan dört aylık dönemde, Ankara İli Çankaya İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü'ne bağlı kamuya ait bir ilköğretim okulunda öğrenimine devam eden 4'ü beşinci sınıf, 4'ü sekizinci sınıf olmak üzere 8 ilköğretim öğrencisi ile sınırlandırılmıştır.

2. Araştırma, ilköğretim öğrencilerinin kesir çeşitlerini birbirine dönüştürmedeki zihinsel modellerinin tanımlanmasıyla sınırlıdır.

3. Araştırma zihinsel modelleri ortaya koymak amacıyla kullanılan ölçme ve veri toplama araçları ile sınırlandırılmıştır.

1.6. Tanımlar

Amaçlı örnekleme: Zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak veren araştırma örneklemesidir (Patton, 1987'den aktaran: Yıldırım, A.ve Şimşek, H. 2005).

Durum çalışması: Güncel bir olguyu kendi gerçek yaşam çerçevesi (içeriği) içinde çalışan, olgu ve içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmadığı, ve birden fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan, görgül bir araştırma yöntemidir (Yin,1984:23'ten aktaran: Yıldırım, A. ve Şimşek, H.2005).

Sesli Düşünme Tekniği: Doğrudan gözlem yöntemlerinden biri olup, diğer içgözlem raporlarından farklı olan, katılımcıların düşünce ve davranışlarını kuramsallaştırmadan ifade etmelerine imkan tanıyan bir gözlem yöntemidir (Newel, 1972'den aktaran: Block, 1986: 464).

Zihinsel Modeller: Muhakeme problemlerinin tümdengelimli çözümü için insanların çaba harcamasını tanımlama sürecinin bir yoludur (Johnson-Laird, 1983'ten aktaran: Davidson ve ark.,1999).

BÖLÜM II

2. ARAŞTIRMANIN KAVRAMSAL ÇERÇEVESİ

Bu bölümde, bilgi ve zihinde bilginin oluşumu, model kavramı, modellerin sınıflandırılması, zihinsel modeller, literatürde yer alan zihinsel modeller ile ilgili çalışmalar, kesirler ve öğretimi ve ilköğretim matematik dersi öğretim programında yer alan kesirlerin birbirine dönüştürülmesine ilişkin kazanımlar açıklanacaktır. Daha sonra kesir çeşitlerinin birbiri arasındaki dönüştürülmelerinin şekline yer verilerek araştırmanın metodolojisine geçiş yapılmaktadır.

2.1. Bilgi ve Zihinde Bilginin Oluşumu

Teknolojideki hızlı gelişmeler ile birlikte insanoğlunun bilgisi de günden güne atıl kalabilmektedir. Bilgi felsefesi (Epistemoloji) alanında çalışan bilim adamları bilginin oluşması konusunda farklı yorumlamalar getirmişlerdir. Ancak bu yorumlamaların merkezinde hep zihin yer almaktadır. Howe ve Berru, bilginin oluşabilmesi için hem deney hem de zihnin gerekli olduğunu vurgulamaktadır (Howe ve Berru, 2000). Bredo'ya göre ise kişi deney yoluyla dışarıdan gerekli verileri alır. Fakat bu verilerin anlamlı hale dönüştürülmesinde zihnin katkıları söz konusudur. Böylece zihin anlamlandırma yapmak zorunda kalmaktadır. Zihin anlamlandırma sürecinde deneysel verilerden yararlanır, fakat anlamlandırılan unsur nesnelerin kendisi değildir (Bredo, 2000).

Literatür incelendiğinde Piaget'e göre bilgi temelde sosyal bilgi, fiziksel bilgi ve kavramsal bilgi olmak üzere üçe ayrılır. Sosyal bilgi toplumsal anlaşmalarla ilgili olan bilgi olup sosyal etkileşimle kazanılır. Fiziksel bilgi, fiziksel objelerin özelliklerine

dayalı bilgi olup fiziksel objelerin manipasyonu ile elde edilir. Kavramsal (mantıksal-matematiksel) bilgi ise, somut nesnelerden doğrudan soyutlanamaz ve bireyin bu bilgiyi zihninde oluşturduğu Piaget tarafından dile getirilmiştir. Zihinde oluşan bu bilgi soyut bir fikirdir ve daha sonra nesnelere bakmak için bir bakış açısı olarak kullanılmaktadır (Piaget, 1976). Hiebert ve Lefevre, Kavramsal ve prosedürel (işlemsel) bilginin çerçevesini şöyle tanımlamışlardır: İşlem bilgisi iki kısımda açıklanır. Birinci kısım matematiğin sembolleri ve dilidir. İkinci kısım ise kurallar, matematiksel problemi çözmek için kullanılan bağıntılar, somut nesneler üzerindeki işlemler, görsel diyagramlar, zihinsel hayalleri veya matematiksel sistemimizin standart olmayan diğer nesnelerinden oluşur. Kavram bilgisi ise, çok çeşitli ve farklı kavramların ilişkileriyle zincirleme olarak birbirine bağlıdır. Kavram bilgisi bir zincirin halkasına benzetildiğinde, halkalardan her biri bir bilgiye karşılık gelir. Bu birbirini ile bağlantılı halkaların çoğalmasıyla bilgi çoğalacak ve dolayısıyla bağlı olduğu bilgi parçası daha da kuvvetlenmiş olacaktır (Hiebert ve Lefevre, 1986). Porter ve Masingia ‘ya göre anlama olmaksızın öğrenilen işlemsel bilgi, zihinsel anlamaya yardımcı nedensiz kurallar olarak anlamının bir türüne” benzerlik gösterir (Porter ve Masingila, 2001). İşlem algoritmik bir yapıya sahiptir ve önemli bir özelliği de onun bir bütün olarak düşünülmesidir. İşlemler sıraya konularak mantıklı adımlarla yürütülür ve sonuca gidilir (Baki, 1998).

Baki ve Kartal’a göre, matematiksel anlama, öğrencilerin formülleri bilmesi, hesaplamaları doğru yapması ile değil, kavramları, işlemleri anlamasına ve matematiksel düşünmesinin gelişmesine bağlıdır. Matematiksel öğrenme işlemsel değil, işlem ve kavram bilgisine dengeli bir şekilde yer veren kavramsal öğrenme ile gerçekleşebilir. Mevcut okul matematiği böyle bir matematiksel öğrenmeyi gerçekleştirme yolunda önemli eksikliklere sahiptir. Matematik öğretirken işlemsel çözüm yollarından çok kavram ve ilişkilere öncelik verilirse sorun önemli ölçüde çözülecektir (Baki ve Kartal, 2000).

2. 2. Zihinsel Modeller

Zihinsel modellerin neler olduğunu açıklamadan önce model ve modelleme kavramlarının kısaca açıklanması zihinsel modelleri daha iyi açıklayabilmemiz/ anlayabilmemiz açısından yararlı olacaktır.

2.2.1. Model Nedir?

Model kavramını belirlemek, kapsam ve sınırlılıklarını çizmek açısından oldukça zor bir durum olduğu için araştırmacıların çoğu model kavramının tanımını yapmaktan ziyade bilimsel model olarak ifade edilen ortak özellikler üzerinde durmaktadırlar. Van Driel ve Verlop'un (Van Driel ve Verlop, 1999'dan akt: Güneş ve ark. 2004: 46) belirttiğine göre bilimsel modelin ortak özellikleri şunlardır:

- Bir model, her zaman modelin temsil ettiği hedef ve hedeflerle ilişkilidir. Hedef bir sistem, bir nesne, bir olgu veya bir süreç olabilir.
- Bir model, doğrudan gözlenemeyen veya ölçülemeyen bir hedef hakkında bilgi elde etmek için kullanılan bir araştırma aracıdır. Bu nedenle ölçeklendirme modelleri, ki bu modeller bir nesnenin başka bir ölçekteki kopyasıdır (ev, köprü maketleri gibi), bilimsel model olarak kabul edilmez.
- Bir model temsil ettiği hedef ile doğrudan etkileşmez. Bu nedenle bir fotoğraf veya spektrum bir model olarak nitelendirilemez.
- Bir model hedefe uygun benzetmelere dayanır ve bu nedenle araştırmacıların modellenen hedef davranışlarla ilgili çalışmaları süresince test edilebilir hipotezler üretebilmelerine imkan verir. Bu hipotezlerin test edilmesi hedef hakkında yeni bilgiler ortaya çıkarır.
- Bir model her zaman hedeften belirgin ayrılıklarla farklılıklar gösterir. Genel olarak bir model olabildiğince basite indirgenir. Yapılacak araştırmanın özel amaçlarına bağlı olarak hedefin bazı ayrıntıları model dışında bırakılabilir.
- Bir model oluşturulurken, hedef ile model arasındaki benzerlik ve farklılıklar, araştırmacılara modelin temsil ettikleriyle ilgili tahminler yapabilme imkanı sağlayabilmelidir. Oluşturulacak modelin bu boyutu araştırma soruları ile yönlendirilir.

- Bir model karşılıklı olarak birbirini etkileyen süreçler sonucunda geliştirilir ve hedefle ilgili yeni çalışmalar ortaya çıktıkça modellerde revizyona uğrayabilir.

2.2.2. Modellerin Sınıflandırılması

Literatür incelendiğinde model kavramı karşımıza farklı şekillerde çıkmaktadır. Ünal ve Ergin, literatür incelemesine dayalı olarak yaptıkları çalışmada, modelleri “Açık (Benzetme) Modeller ve Örtük (İçsel) Modeller” olarak iki bölümde incelemişlerdir (Ünal Ve Ergin, 2006:180).

Açık modeller; Hedef kavram ve benzer model ilişkisi üzerine kuruludur. Hedef model, öğrencilere kavratılması planlanan, konuya ilişkin kavramsal açıklama ya da model olarak tanımlanabilir. Benzer model ise, hedef kavramla arasındaki benzerlik ya da ilgi kurularak kavramı somutlaştırmaya yardımcı açıklama ya da model olarak tanımlanabilir.

Harrison ve Treagust açık modelleri üçe ayırmışlardır (Harrison ve Traeagust, 1998:425). Bunları bir tablo halinde şu şekilde gösterebiliriz.

Tablo 2. 1 : Harrison ve Treagust’un (1998) açık model sınıflandırması

Açık (Benzetme) Modelleri		
Somut ve Somut/Soyut Modeller	İletişim Teorisine Uygun Soyut Modeller	Çoklu Kavram / Süreç Modelleri
1. Ölçek Modelleri	1. Sembolik Modeller	1. Harita, Diagram ve Tablolar
2. Analojik Modeller	2. Matematiksel Modeller	2. Kavram / Süreç Modelleri
	3. Teorik Modeller	3. Simülasyon Modelleri

Harison ve Treagust (2000) (akt: Güneş ve ark. 2004:46) 2000 yılında derslerde öğretmen ve öğrencileri gözleyerek ve onlarla yaptıkları mülakatlar neticesinde bu sınıflandırmayı ayrıntılı olarak şu şekilde açıklamışlardır:

- **Ölçeklendirme modelleri:** Hayvanların, bitkilerin, arabaların ve binaların ölçeklendirilmiş modelleri, renkleri, dış şekilleri ve yapısal özellikleri tanımlamakta kullanılır. Ölçeklendirme modelleri ayrıntılı bir şekilde dış görünüşü yansıtmaya

rağmen nadiren içyapıyı, işlevleri ve kullanımı yansıtır. Ölçeklendirme modelleri genellikle oyuncaktır veya oyuncak gibidir. Bu nedenle, model ile hedef arasındaki paylaşılmayan farklılıkların saklı kalmasına yol açabilir.

- *Pedagojik analogik modeller:* Bunların analogik olarak isimlendirilmesinin nedeni, modelin bilgiyi hedefle paylaşmasından ileri gelir. Pedagojik olarak isimlendirilmesinin nedeni ise, atom ve molekül gibi gözlenemeyen varlıkları öğrenciler için ulaşılabilir yapmak üzere öğretmenler tarafından açıklayıcı olarak geliştirilmelerinden kaynaklanmaktadır. Analoginin yapısına bir veya birden fazla özellik hükmeder, örnek olarak molekül modellerindeki top ve çubuk temsili verilebilir. Çünkü, analogik modeller hedefle analogi arasındaki uyumu kesin özellikler için tek tek yansıtır. Analogik özellikler kavramsal niteliklere dikkat çekmek için genellikle aşırı basitleştirilmiş veya genişletilmiştir.

- *Simgesel veya sembolik modeller:* Kimyasal formüller veya eşitlikler sembolik modellerle anlamlı hale getirilmiştir. Formüller ve eşitlikler bu şekilde kimya diline yerleşmiştir. Örnek olarak CO₂ (karbon dioksit) gösterimi verilebilir.

- *Matematiksel modeller:* Fiziksel özellikler ve süreçler, kavramsal ilişkileri ortaya çıkaran matematiksel eşitliklerle ve grafiklerle temsil edilebilir. Örnek olarak, Boyle-Mariotte Kanunu, üstel eğriler veya Newton'un ikinci hareket kanununun temsili olan $\vec{F} = m\vec{a}$ eşitliği verilebilir.

- *Teorik modeller:* Elektromanyetik alan çizgileri ve fotonlar teorik modellerdir, çünkü bu modeller iyi yapılandırılmış ve insanlar tarafından oluşturulan teorik temellerle tanımlanmıştır. Kinetik teorenin gaz basıncını açıklaması, ısı ve basınç bu kategoriye girer.

- *Haritalar, diyagramlar ve tablolar:* Bu modeller öğrenciler tarafından kolaylıkla canlandırılabilen yolları, örnekleri ve ilişkileri temsil eder. Bu modellere örnek olarak periyodik tablo, soy ağaçları, hava durumunu gösteren haritalar, devre şemaları, kan dolaşımı sistemi ve beslenme zinciri gösterimleri verilebilir.

- *Kavram-süreç modelleri:* Birçok fen kavramı nesneden ziyade süreçten ibarettir. Örnek olarak kimyasal denge veya asit-baz reaksiyon modelleri verilebilir.

- *Simülasyonlar:* Simülasyonlar global ısınma, uçuşlar, nükleer reaksiyonlar, trafik kazaları gibi karmaşık süreçleri temsil etmede kullanılır. Simülasyonların en güzel örneklerinden biri de, internet ortamında kullanabildiğimiz "Google Earth" programıdır.

- *Zihinsel modeller:* Zihinsel modeller özel bir çeşit zihinsel temsildir ve bireyler tarafından bilişsel işlemler sonucunda üretilir. Öğrenciler tarafından üretilen ve

kullanılan zihinsel modeller tamamlanmamıştır ve kararlı değildir yani değişebilir. Zihinsel modeller, Senteze dayalı modelleri, öğrencilerin kendi sezgisel modelleri ile öğretmenlerin sunduğu modellerin bir karışımı sonucunda, öğrencilerin alternatif kavramlarının gelişimlerine ait sentezler oluşturmaktadır.

Örtük (İçsel) Modeller ise; fen ve matematik bilimlerinde, trafikte ve günlük yaşamımızın hemen her yerine uzanmış, farkına varmaksızın kullandığımız sembollerdir. Örneğin, NaCl , $y=x^2$ ‘den bahar mevsimi denilince gözümüzde canlandırdığımız imgelere uzanan bir yelpazede örnekler verilebilir. Bu ürünlerin oluşum ve öğrenim sürecinde modellerin yer aldığı görülür. Bu kavramlar bilim adamlarının ortaya koyduğu ürünlerdir. Bu süreçte birey modelini zihninde yapılandırır, gerektiğinde farkına bile varmadan değerlendirir ve yeniden düzenler. Örtük modellerin en tipik örneği günlük yaşamımızın her alanında gizli bir dil olarak kullandığımız zihinsel modellerdir. Somut soyut kavramların, süreçlerin zihnimizde canlandırdığımız modelleri zihinsel modelleri oluşturmaktadır (Ünal ve Ergin, 2006:192).

Yapılan bu sınıflandırmada açık ve örtük modeller temel alınmıştır. Bu sınıflandırmada zihinsel modellerin örtük (içsel) modeller içerisinde yer aldığı görülmektedir.

2.2.3. Zihinsel Modeller nelerdir?

“Zihinsel model” terimi birçok içerik ve birçok amaç için kullanılmaktadır. İlk olarak 1943’ te Craik’in yazdığı “The Nature of Explanation (Açıklamanın Doğası)” kitabında söz edilmiştir. Zihinsel model kavramı, Craik’ in ani ölümünden sonra uzun yıllar unutulmuş gibi görünmüştür (Davidson ve arkadaşları, 1999). Yine Davidson ve arkadaşlarının anlattığına göre; Zihinsel modeller Teorisi hakkında, bilişsel bilimin doğuşundan sonra bir geri dönüş yapılarak hatırlatma yapılmıştır. Literatürde, 1983’te her ikisinin de adı “Mental Models (Zihinsel Modeller)” olan iki kitap formunda yeniden ortaya çıkmıştır ki; Mental models (Zihinsel modeller) terimi her birinde farklı amaç için kullanılmaktadır. Bu kitaplardan birincisi, Johnson Laird ikincisi de Genter ve Stevens tarafından yazılmıştır. Barquero (1995), Johnson Laird tarafından yazılan kitabın zihinsel modellere teorik yaklaşım olarak adlandırabilecek bir yaklaşım sergilerken, Genter ve Stevens tarafından yazılan kitapta eğitimsel bir yaklaşım sergilendiğini ifade etmektedir.

Greca ve Moreira (2000:5), bu iki yaklaşım için *“Bu ayırım yapıldı çünkü asıl amaç, Johnson-Laird örneğinde tündengelimli muhakeme ve söylem anlama gibi karakteristik bilişsel görüngüler için birleştirici ve açıklayıcı bir teori sunmaktır, ama diğer yazarlar bunun hakkında herhangi bir birleştirici teori sunmadan dikkatlerini özellikle insanların geliştirdiği mekanik ve teknolojik araçlar gibi fiziksel görüngüler hakkındaki bilgi üzerine yoğunlaştırdı.”* açıklamasını yapmaktadır.

Yine, Greca ve Moreira (2000:5), Barquero’nun fikirlerine vurgu yaparak, Genter ve Stevens tarafından yazılan kitaptaki eğitimsel yaklaşımın altında yatan zihinsel model fikrini *“Zihinsel modeller, üstü kapalı, tamamlanmamış, kesin olmayan, çeşitli alanlardaki normatif bilgiye uymayan, fakat, insanların dünya ile etkileşimleri için açıklayıcı ve öngörücü bir araca dönüştüğü ve güvenli bir bilgi kaynağı olduğu, insanların kendi perspektiflerinden ve dünya ile manipulatif tecrübelerinden geldiği için faydalı bir bilgi temsil çeşididir.”* cümleleriyle açıklamaktadırlar.

Johnson-Laird, Cognitive Science kitabında kendisi tarafından yazılan Mental Models in Cognitive Science bölümünde zihinsel model fikrini açıklamaya çalışmıştır. Johnson-Laird bilişsel bilimin karşılaştığı ana sorunları, bu kitapta; (1) Zihinsel gösterim formlarını ve önerme kümelerinin imajlardan farkı olup olmadığı sorularını, (2) olağan muhakemenin altında yatan zihinsel süreçleri ve bunların ne gibi çıkarım kuralları içerdikleri sorusunu ve (3) sözcüklerin anlamlarının gösterimi ve bunların sözlüğe veya anlam ön kabullerine bağlı olup olmadıkları sorusunu cevaplamaya çalışarak dile getirmiştir. Johnson-Laird, bu üç sorunun birbirinden bağımsız şekilde araştırılsa da bunların birbirine yakın ilişkisi olduğunu dile getirerek bunların cevaplarının hepsinin bizi bir zihinsel model fikrine götüreceğini belirtmiştir (Johnson-Laird, 1980: 73).

Johnson-Laird, zihinsel modeller ile önermesel gösterimler arasındaki kıstaslara dikkat çekerek, zihinsel modellerin karakteristiklerini şu şekilde açıklamaktadır: Zihinsel modeller ve önermesel gösterimler çok sayıda kıstas ile ayrılabilir. En üst şekilde mesela işlevliklerinde ayrılırlar: bir önermesel gösterim bir açıklamadır. Bir açıklama sonuçta dünyaya göre doğru veya yanlıştır. Fakat insanlar dünyayı direkt olarak algılamazlar; sadece içsel gösterimlerine sahiptirler. Böylece bir önermesel gösterim dünyanın zihinsel bir modeline göre doğru veya yanlıştır. Prensipte modeller ve önermeler arasındaki bu fonksiyonel fark aralarındaki tek fark olabilir: form ve içerik bağlamında ayırım yapmaya hiçbir ihtiyaç yoktur. Model-teoritik semantikler çoğu

zaman bir cümle kümesinin kendisinin model olmasına izin verme aracını kullanırlar çünkü çok çeşitli derli toplu ispatlar bu sayede yapılabilir (Johnson-Laird, 1980: 73).

Davidson ve arkadaşları ise, bilişsel bilimciler açısından zihinsel modelleri açıklamaya çalışmışlardır. Davidson ve arkadaşlarına göre, zihinsel modeller çevrenin bir değişikliğinde insanların bildiği, algılama, karar verme ve davranış yapılarını anlamak için çaba sarf etme bağlamında biliş bilimcileri tarafından çalışılmaktadır (Davidson ve ark.,1999).

Davidson ve arkadaşları, Johnson-Laird'in zihinsel modelleri, muhakeme problemlerinin tümdengelimli çözümü için insanların çaba harcamasını tanımlama sürecinin bir yolu olarak açıkladığını belirtmektedir. Ve onun teorisi, yapıların değişik kombinasyonlarını ve olası sonuçları tanımlamak için bir diagram seti kullanmayı içermiştir. (Johnson-Laird, 1983'ten aktaran: Davidson ve ark.,1999),

Gentner ve Stevens'in zihinsel model yaklaşımında ise; zihinsel modellerin, insanların bedensel (fiziksel) sistemlerinin nasıl çalıştığı bilgisi ortaya konmaya çalışılmıştır. Bu yaklaşıma göre, fiziğin kurallarına göre nesnelere karşı yapılan davranışları içeren insan yüzlerinin ifadesi bir duruma genellenebilir (Gentner ve Stevens, 1983'ten aktaran:Davidson ve ark.,1999).

Davidson ve arkadaşlarının (1999) belirttiğine göre, günümüzün çoğu bilişsel bilimcileri için zihinsel model, dış gerçekliğin tanıtımının içsel ölçekli bir modelidir. Zihinsel model, önceki tecrübelerin bilgisi, şema segmentleri (bölümleri) algılama ve problem çözme stratejilerinde anında inşa edilir. Zihinsel model en küçük bilgiyi içerir. Zihinsel model sabit değildir ve nesneye göre değişir. Zihinsel modeller alışılmamış durumlarda karar vermek için kullanılırlar. Zihinsel model, sonuçlar hakkında geri dönüt sağlayabilmek için gerçekleştirilebilmelidir. İnsanlar eylemlerinin veya değişen durumlarının sonuçlarını değerlendirebilmelidirler. Onlar içlerinden geçen eylemleri zihinsel olarak anlatabilmelidirler.

Greca ve Moreira, Norman'ın (1983, Gentner ve Stevens 1983, s. 8), zihinsel modellerle ilgili daha önceden belirtmiş olduğu *“zihinsel modellerin tamamlanmamış; dengesiz (insanlar çoğu zaman kendi modellerinin detaylarını unutuyorlar veya atıyorlar); iyi tanımlanmış sınırları olmayan; bilimsel olmayan (bunlar insanların temsili sistem üzerine inançlarını yansıtıyorlar); cimri (insanlar çoğu kez daha fazla enerji gerektiren karşılığında daha az zihinsel karmaşıklık veren ek fiziksel operasyonlar seçiyorlar)”* açıklamalarından hareketle, zihinsel modellerin kişi için fonksiyonel olması özelliği üzerinde durmaktadır. Greca ve Moreira'ya göre, zihinsel

modelin ana görevi bunu kuran kişinin bunla temsil edilen fiziki sistem hakkında açıklama ve öngörü yapmasına izin vermektir. Bunu oluşturan kişi için fonksiyonel olmak zorundadır (Greca ve Moreira, 2000:3).

Greca ve Moreira, Gentner ve Stevens'in kitabında basılan makalelerin çoğunun içeriğinde mekanik modellerin geçerliliğini çalışmak olduğunu ifade etmektedir. Dolayısıyla da bu makalelerin yazarlarının bu modellerin insanların kafalarının içinde olduğunu kabul ederek, bunların bilişimsel olarak simüle edilebilir olması gerektiğini varsaydıklarını belirtmektedir. Bu modellerin bilişimsel programlarla uygulanabilir olması gerektiğinin altında yatan fikrin ise, bu zihinsel modellerin problemdeki gerçek durumun zihinsel simülasyonu olduğu, sistem veya temsil ettikleri mekanizma için gerçekleştirilebilir nedensel modeller olduğu düşüncesinden kaynaklandığını ifade etmektedir. (Greca ve Moreira, 2000:3).

Greca ve Moreira, Johnson Laird'in teorisinin en önemli özelliğini zihinsel modellerin gerçeğin analogik temsili olması olarak ifade ederken bu durumu şöyle açıklamaktadır. "Özel bir durum olduğunda, bu durumu yorumlamak için seçilen modeller, aynı zamanda içsel temsilleri belirlemek için onların arasında algılanan veya hayal edilen ilişkiler bu durumun yerine geçen imaj (ikame) gibi davranır.' Bu imajlar (ikameler) içsel olarak manipüle edildiğinde ya durumun, ya da sistemin bazı özellikleri, bileşenleri arasında açık olmayan ilişkiler dâhil direkt olarak okunabilir. Örneğin, bir bisikletin nasıl çalıştığı modelini oluşturmak için, ilk basamakta (hayal etme) sistem bileşenleri ve ilişkilerini (tekerler, pedallar, zincir, tekerlek büyüklüğü ve zincir arasındaki ilişki, tekerin muhtemel durumları) belirlemeliyiz, ikinci basamakta (uygulama) bu bileşenlerin harekete başlaması ve böylece bisikleti düşmeden sürebilmeyi sağlayacak (statik ve dinamik denge şartlarının kurulması, pedallara uygulanan kuvvet ile gerekli hız arasındaki ilişki vs.) şekilde ilişkileri oluşturmamız. Böylece, verilen bu bisiklet örneğinde olduğu gibi, zihinlerimizde bisiklet için bir imaj (ikame) hayal ediyoruz ve bununla zincir kopunca ne olacağını öngörebiliyoruz. Zincir, tekerler ve pedallarla ilgili herhangi bir ilişki belirlemeye gerek yoktur. Analogik temsiller olmasaydı, gerekli öngöründe bulunabilmek için o kuralları açıkça belirlemeliydik. (Greca ve Moreira, 2000:4).

Greca ve Moreira, Johnson-Liard için zihinsel modellerin ne anlama geldiğini Nersessian'in (1992) "How do scientists think? Capturing the dynamics of conceptual change in Science." Başlıklı makalesinden yaptığı bir alıntıya bağlı olarak şöyle açıklamaktadır: Zihinsel modeller, dünyanın veya dünyadaki olayların ve durumların

alışan modelleridir ve zihinsel manipölasyonları aracılığıyla olguları açıklamaya ve anlamaya muktedir oluyoruz ve elde edilen önergelere göre davranabiliyoruz. Fizikte, örneğın bir olgunun anlaşıldığı derken bunun sebeplerini, etkilerini, bunu nasıl başlatacağımızı veya nasıl etkileyip ondan nasıl kaçınacağımızı biliyoruz demektir. Johnson-Laird’a göre bu olgunun çalışan bir modeline sahip olmak demektir. Fiziki olgular önermeler şeklinde sözler aracılığıyla veya matematiksel formüllerle kodlanmasına rağmen, kavrayış, temsil ettikleri süreçler veya maddelerin zihinsel modelleri oluşturmayı kapsamalıdır (Nerssesian 1992’den aktaran: Greca ve Moreira, 2000:4).

Greca ve Moreira, Johnson Laird tarafından ortaya konan “zihinsel temsillerin en az üç sınıflaması vardır ifadesine vurgu yaparak şu açıklamayı yapmaktadır: ‘Kedi çatıda’ cümlesini duyarsak, bunun iç temsilı (zihinsel) önermesel temsil olarak belirlenemez. Gerçekten ‘Kedi çatıda’ nın anlamını anlamak için ve aynı zamanda sonra ne olacağını öngörebilmek için durumun üretilen zihinsel modeli içinde gizli muhtemel somutlaştırmalardan (örneğin kediyi temsil eden bir şey ve çatıyı temsil eden başka bir şey) birini temsile ihtiyacımız var. Bu zihinsel modellerin analojik özelliklerinden kaynaklanan karakteristiklerinden bir tanesidir: içeriklerinin spesifikliği. Eğer modelin oluşturulmasının yanında, sac çatı üzerinde oturan bir siyah kediyi özellikle hayal edersek zihinsel modellerden farklı genelde daha görsel uzamsal bilgi taşıyan bir imaj oluşturmuş olacağız, çünkü bu daha fazla derecede gerçeğe analojik olarak yakınlığa sahiptir. Bu üç çeşit temsil kendilerini sadece yapısal olarak değil aynı zamanda fonksiyonel olarak farklı kılar. Johnson Laird zihinsel temsilleri (içsel) bilgisayar programlama dilleri ile kıyaslayarak bir analogi kuruyor. Son zamanlarda bildiğimiz gibi bilgisayarlar (0 ve 1 dizinleri) makine dilini belli bir sentaksa (Boolean Cebiri) uyacak şekilde kullanarak çalışmasına rağmen, programcılar yeni programları üretmek ve daha basit şekilde test etmek için yüksek seviyede diller kullanmaktadır. Zihinsel modeller ve imajlar bu yüksek seviyedeki dillere karşılık gelir ama önermesel temsiller makine diline karşılık gelir (Greca ve Moreira, 2000:4).

Greca ve Moreira, Johnson Liard’ın zihinsel modellerin diğer önemli bir özelliğı olan rekursif olma özelliğini, zihinsel modellerin dinamik temsiller olduğunun bir göstergesi olarak görmektedir. Greca ve Moreira’ye göre, bir zihinsel model asla tamamlanmaz, fakat yeni bilgiler eklendikçe genişlemeye ve gelişmeye devam eder. Konuşmayı anlamada olan budur. Bir konuşmayla devam ederken orijinal fikrimize yeni parçalar ekler, modifiye ederiz. Bu rekursif süreç kişinin bilgisine becerisine ve

2.3. Literatürde Yer Alan Zihinsel Modeller ile İlgili Çalışmalar

Zihinsel modellerle ilgili olarak literatürde yer alan araştırmalar incelenmiş ve bu kısımda, araştırmamıza yol göstereceği düşünülen bazı çalışmalar ele alınmıştır.

Davidson ve arkadaşları (1999), zihinsel model ve kullanılabilirliği tanımladıkları çalışmalarında, göreceli olarak insan bilgisayar etkileşiminin yeni alanı olan Human-Computer Interaction (HCI) kapsamında zihinsel model kavramını ilgili ana alanında daha ileri düzeyde çalışmayı benimsemekte ve adapte etmektedirler. Bu çalışmada zihinsel model ve kullanılabilirliği tanımlamışlar sonra, kullanılabilir yazılım geliştirmeye yardımcı olarak zihinsel modellerin uygulanabilirliği ve sınırlılıklarını tartışmışlardır. Çalışma sonunda zihinsel modelleri anlamada aşama kaydedecek Human-Computer Interaction (HCI) uygulayıcıları ve bilişsel bilimcilerin her ikisine de yardımcı olabilecek daha ileri araştırmalar için bazı potansiyel alanlar önermektedir.

Coll ve Treagust (2001), öğrencilerin kimyasal bağlarla ilgili zihinsel modellerini teşhis etmeye çalıştıkları araştırmalarında, ortaöğretim, lisans ve yüksek lisans olmak üzere katılımcıları Avusturalya’lı olan öğrencilerle yaptıkları bir çalışma raporunu sunmuşlardır. Bu çalışmanın amacı ortaöğretimden mezun olma aşamasında veya mezun olmuş kimya öğrencilerinin kimyasal bağlar kavramı ile ilgili tercih ettikleri zihinsel modelleri araştırmaktır. Bu araştırmada, öğrencilerin Kimyasal bağlarla ilgili zihinsel modelleri, 3 aşamalı görüşme protokollerini içeren yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılarak ortaya çıkarılmıştır. Coll ve Treagust, araştırma kapsamında, herbir öğrenciden metalik, iyonik ve kovalent maddelere örnek vermelerini ve bu maddeler içerisindeki bağları tanımlamalarını istemiştir. İkinci olarak, olaylar hakkındaki görüşmeler formundaki kimyasal bağlar modellerinin kullanıldığı olayları açıklamalarını istemiştir. Son olarakta müfredattan elde edilen ve bazı özel metalik, iyonik ve kovalent maddelerdeki bağ şekillerinin gösterildiği kartları açıklamalarını istenmiştir. Coll ve Treagust, öğrencilerin görüş ve cevapları sonucunda öğrencilerin üç akademik seviye arasından kimyasal bağlar için basit ve gerçeğe uygun (gerçekçi, mantıklı) zihinsel modelleri tercih ettikleri sonucunu dile getirmişlerdir.

Schnotz ve Kürschner (2007), yapmış oldukları çalışmada, resimlerden yararlanarak öğrenmede, bilgiyi farklı şekillerde görselleştirmenin farklı zihinsel modeller oluşturup oluşturmadığını, daha sonra verilen işlerde farklı zihinsel modellerin

farklı performans örüntülerine götürüp götürmediğini ve bu görselleştirme etkilerinin iş yapma sırasında nasıl değiştirilebileceğini araştırdıklarını ifade etmişlerdir.

Dış ve iç gösterimlerin etkileşimlerinde zihinsel modellerin yapısı üzerine birçesit görselleştirmenin etkisini inceleyen bu makalede, çoklu dış gösterimlerden resim anlamının özel rolü çözümlenmeye çalışılmıştır. Schnotz ve Kürschner, bu makalenin sadece bilginin kazanımınıyla değil aynı zamanda bu kazanılan bilginin kullanımı ile ilgilendiğini belirtmektedirler. Schnotz ve Kürschner, bunu “Öğrenen kişi daha önce öğrendiği bilgilere dayanarak çözmesi gereken bir problemle karşılaştığı zaman zihinsel modellerin yapısı ve performans örüntüleri üzerine etkisinin ekstra dış gösterimlerin uygunluğu ile nasıl makul düzeye getirildiğini inceliyor” şeklinde dile getirmektedir.

Schnotz ve Kürschner, 80 üniversite öğrencisi ile yaptıkları bu çalışmada “dünyada farklı yerlerde farklı zaman ve tarih olacağı” bilgisini katılımcılara resimli metinler vererek öğretmeye çalışmışlardır. Bu katılımcıların yarısına dünyayı bir çeşit halı (halı resimleri) gibi görselleştiren resimli metinleri diğer yarısına da yeryüzünü çember (çember resimleri) gibi görselleştiren metinler verilmiştir. Öğrencilerin öğrenme aşaması bittikten sonra katılımcılara farklı soruları kapsayan bir test verilmiştir. Her iki görselleştirme grubunda da katılımcıların yarısı bu soruları ekstra dış gösterim ile çözmeleri sağlanmış ancak diğer yarısına bu dış gösterim verilmemiştir. Schnotz ve Kürschner, görselleştirme şekillerinin zihinsel modellerin yapısını etkilediği bulgusunu ortaya koymuşlardır. Araştırma sonucunda, Schnotz ve Kürschner ortaya çıkan sonucu “Kişi soruları sadece daha önceden öğrendiği bilgilerden oluşturduğu zihinsel temsillere dayanarak çözdüğü zaman, farklı zihinsel model yapıları farklı performans örüntüleri doğuruyor. Fakat bu etkiler ekstra dış gösterimler verildiğinde azalıyor.”cümleleri ile açıklamışlardır.

Greca ve Moreira (2000), zihinsel model, kavramsal model, modelleme kavramlarına ışık tutmak amacıyla yaptıkları literatür incelemesinde, zihinsel model, kavramsal model ve modellemeden ne anlaşıldığı, bu gibi teorilerin fen eğitime ve araştırmalarına olabilecek katkıları üzerinde durulmuştur. Greca ve Moreira, zihinsel model, kavramsal model ve modellemeden ne anlaşıldığının yani fen eğitimi araştırmalarında bunların nasıl kullanıldığının bir gözden geçirilmesini amaçladıkları bu çalışmada zihinsel modeller üzerine yapılan çalışmaların neden umut verici olduğunu da açıklamaya çalışmaktadırlar.

Greca ve Moreira, bu çalışmada ele alınan zihinsel model, kavramsal model ve modelleme kavramlarını açıklama noktasında teorik çerçevede bu işin zorluklarına “*Bu teorik çerçeve içerisindeki görev ne öğretmenler ne de araştırmacılar için kolay bir görevdir. Öğretmenler için bu daha da zordur, çünkü modelleme süreci çok karmaşıktır ve dahası bunun hakkındaki bilgilerimiz hala zayıftır. Şimdiye kadar öğrencilerin verilen bir alanda ne çeşit zihinsel modellere sahip oldukları ne de hangi özel zihinsel modeller oluşturdukları bilinmektedir. Araştırmacılar için asıl zorluk metodolojik görülüyor: bu tamamlanmamış, karasız ve kişisel temsilleri nasıl yakalayacaklar? Fakat bu kavramsal çatıdan pek çok ilginç tartışma noktaları çıkmışa benziyor.*”. cümleleri ile dikkat çekmektedir.

Greca ve Moreira’nın bu makalesinde kavramsal model ve zihinsel model arasındaki farklar anlatılırken, kişi matematik eğitiminde bahsi geçen kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki farkları anımsıyor. Kavram tanımı kitaplarda yer alan, bilimsel camianın kabul ettiği tanım oysa kavram imajı ise kişinin o tanımdan ne anladığı yani kafasında oluşturduğu imajı. Bu durum kavram modeli ve zihinsel model arasındaki fark belirtilirken de ele alınıyor: Kavramsal model yine kavramın bilimsel camianın kabul ettiği, tamamlanmış, son hali verilmiş model. Bunun aksine zihinsel model ise bir kişinin o kavram hakkında kafasında oluşturduğu model olarak tanımlanabilir.

Chinnappan (1998), “Geometri Problem çözümünde Şemalar ve Zihinsel Modeller” başlığı altında kaleme aldığı makalesinde problem çözme sırasında öğrencilerin oluşturduğu zihinsel modeller, öğrencilerin önceki geometrik bilgilerinin organizasyonel kalitesi ve bu bilginin problem çözümü sırasında kullanımı arasındaki potansiyel bağları incelemiştir. Chinnappan, araştırmasında, zihinsel model kavramını Halford’un açıklamasına uygun olarak belli bir problemi çözerken etkin (aktif) olan temsiller şeklinde ele almıştır. Bu fikre göre zihinsel modeller, çıkarım, hangi şemaları aktif etme hakkında karar verme ve bir probleme çözüm arama sırasında bu bilgiyi nasıl kullanacağı gibi bir dizi bilişsel eylemleri kapsar. Bu bilişsel temsiller, düşünme ve problemi anlama kısmı olarak düşünülebilir ve bunlar temsil ettikleri problem durumuyla çok yüksek benzerliğe sahiptir. Chinnappan, matematik öğrenme ve problem çözme için zihinsel modellerin öneminin bunların ilişkisel yapısına dayandığını belirtmektedir.

Chinnappan (1998), English ve Halford’un fikirlerine dayanarak, öğrencilerin oluşturmasına yardımcı olmaya çalışılan zihinsel modellerin, verilen bir problemde önceden öğrenilmiş matematiksel şemalar ile parçalar arasındaki önemli ilişkilerin

açıkça temsil edilmesi gereken zihinsel modeller olduğunu vurgulamıştır. Chinnappan, şema ve zihinsel model kuramlarının her ikisini de öğrenciler geometri problemi çözmeye çalışırken bilgiye erişim ve edinilen bilgilerin nasıl kullanıldığını incelemek için uygulamıştır. Bu doğrultuda çalışmanın amacını da “(a) öğrencilerin problem çözmede kullandıkları geometrik şemaları belirleme (b) bunların ne kadar sıklıkla aktive edildiğini belirleme ve (c) problem çözme sürecinde öğrencilerin oluşturduğu ve/ya kullandığı zihinsel modellerin açıklamak” olarak ortaya koymuştur. Özellikle, bu bilgi bileşenleri iyi ve kötü öğrenciler arasında nasıl farklılık gösterdiğini incelemek amacıyla yaptığı bu çalışmada hipotezini “İyi öğrencilerin kötü öğrencilere göre daha kapsamlı geometrik şemaları aktif ettikleri, bunlara daha sık ulaştıkları ve muhtemelen verilen problem yapısını ileri seviyede anladıklarını belirten zihinsel model üretirler” şeklinde ifade etmektedir. Chinnappan, elde edilen bulguların yapısal analizi sonucunda, öğrencilerin geliştirdiği geometrik bilginin kalitesinin, onların zihinsel modelleri ve bu bilginin sonraki kullanımı üzerinde güçlü bir etkisi olabileceğini ifade etmektedir.

Merril (2000), kaleme aldığı makalede bilgi türlerini tam olarak tanımlamanın yanısıra diğer bilgi nesneleri ile diğer bilgi bileşenleri arasındaki ilişkileri gösteren bilgi yapılarını tanımlamaya çalışmaktadır. Merrill’e göre (2000), bir bilgi yapısı hafızadaki bilgileri göstermek için öğrenenlerin kullandığı bir şema biçimidir. Bir zihinsel model, şemada saklanan bilgiyi değiştirmek ve oynama yapmak için bir şema ve de bilişsel süreçtir. Merrill, süreçlerin bilgiyi öğrenen kişiye, sınıflama, genelleme ve kavramı daha detaylı ele alma amaçları için, kavramsal bilgi yapılarının bilgi bileşenleri üzerinde oynama imkânı sunduğunu belirtmektedir. Bunun yanısıra, süreçlerin öğrenen kişiye açıklama, tahmin ve sorun giderme amaçları içinde imkan sunduğundan bahsetmektedir. Merrill, araştırma hipotezini “*bilgi bileşenleri ve bilgi yapıları kavramsal ve rastgele ağlar ve onların bağlantılı süreçleri, öğrenen kişiye bilgiyi daha kolay elde etme fırsatı veren üst-zihinsel-model olarak hizmet edebilir*” şeklinde ifade ederken, sonuçta oluşan özel zihinsel-modellerin problemlerin kavramsallaştırılmasını sağlayacağını ve problemi çözmek için yorum yapma yeteneklerini kolaylaştıracağını dile getirmektedir.

Merril, bilişsel psikolojinin bir zihinsel modelin başlıca iki bileşenden ibaret olduğunu ileri sürdüğünü belirttiği bu makalesinde bu iki yapıyı bilgi yapıları (şema) ve bu bilgiyi kullanma süreci (zihinsel süreçler) olarak açıklamaktadır. Merrill’e göre, öğretimsel modelin başlıca ilgi alanı, öğrenmeyi kolaylaştırmayı hedefleyen ders konularının sunumu ve organizasyonudur. Bu makalede de, öğretim amacıyla bilginin

hem dış gösteriminin (bilgi nesneleri) hem de iç gösteriminin ve bilginin kullanımını (zihinsel modeller) kolaylaştırabilecek olan ders konu içeriğinin (bilgi) bir analizini yapmaya çalışmaktadır. Merrill'e göre, eğer, bir öğrenciye öğretimsel ürünlerin farklı çeşitlerine dair bilginin az ve öz gösterimi öğretilirse, öğrenci özel zihinsel modellerin elde edimini kolaylaştırmak için bu gösterimi zihin ötesi model olarak kullanabilir.

Merril, zihinsel modellerin işlevini “şema teorisini” açıklayarak ortaya koymaktadır. Merrill'e göre, şema teorisi, öğrenenlerin bilgiyi hafızada bilişsel yapı formu olarak gösterdiğini varsaymaktadır. Bir bilgi yapısı bir şema formudur. Ve öğrencinin bilgiyi çözüp çözmediğini işaret eden bilgiyi gösterir. Eğer bu bilgi bileşenleri arasındaki gereken bilgi (bilgi bileşenleri) ve onların ilişkileri tamamlanmamışsa, öğrenen bu bilgiyi gerektiren problemleri randımanlı ve etkili bir şekilde çözemeyecektir. Zihinsel modeller, bir şema veya zihinsel gösterimi şemadaki bilgide değişiklik yapan bir süreç ile birleştirebilirler. Bir problemi çözmek öğrenenin sadece uygun bilgi gösterimine (şema veya bilgi yapısı) sahip olması değil, aynı zamanda problemi çözebilsin diye bu bilgi bileşenleri ile oynama yapmak için algoritmalara ve ipuçlarına sahip olmasını gerektirir (Merril, 2000:12).

Bucciarelli (2007), zihinsel modellerin inşasının öğrenmeyi nasıl geliştireceğini araştırdığı çalışmada, öğrenme ve zihinsel modeller arasındaki olası ilişkilerin keşfedildiği bir sistemi göstermeye çalışmaktadır. Bucciarelli, bu çalışmasında, konuşmaya eşlik eden sembolik olmayan el kol hareketleri ve onları modellerin inşasını harekete geçirmesindeki rolleri ve sonuç olarak dinleyicideki derin anlama ve öğrenme üzerinde durmaktadır. Bunun yanı sıra bilişsel ve sosyo-kültürel anlaşmazlıklar, onların bir problemin alternatif modellerini harekete geçirmesindeki rolü ve bunun sonucu olarak öğrenmenin sebebi üzerinde durmaktadır.

Bucciarelli, zihinsel modellerin ana fonksiyonunu bilginin anlamlı bir bütüne doğru organize edilmesi olarak açıklarken, böylece bilgiler serisinin zihinde daha kolayca saklanma olasılığının arttığını ve kişinin bilişsel yükünü azaldığını belirtmektedir.

Coll ve Treagust'a göre ise, bilim adamları ve öğrenciler, fiziksel dünyayı ve kendi yaşantılarını mantıklı şekilde yorumlamak, kendi düşüncelerine uygun şekilde açıklamak için zihinsel (gösterimler) simgelemeler inşaa etmektedirler (Coll ve Treagust, 2001:358).

Sonuç olarak, bu ilgili literatür çalışması bize, zihinsel modellere bakışın farklı disiplinlere göre değiştiğini göstermektedir. Eğitim-öğretim açısından ise; öğrencilerin

fiziksel dünyayı ve yaşantılarını açıklamada zihinsel modellerin açığa çıkarılması yönünde çalışmalar yapılmasının gerekliliğini ortaya koymaktadır.

2.4. Kesirler Ve Öğretimi

Son yıllarda öğrenciler tarafından kesirlerin anlaşılmasının önemi, dikkati çeken bir alan araştırması haline gelmiştir (Pitta-Pantazi, Gray ve Christou, 2004). Kesirler orta öğretim seviyesindeki öğrenciler için bile her zaman önemli bir meydan okuma olarak gösterilmiştir (Van De Walle, 2005:210). İlköğretim döneminde çocukların karşılaştıkları en karmaşık matematiksel kavramlar arasında kesirler literatürde fazlaca yer almaktadır (Boulet, 1998; Davis ve diğerleri, 1993: aktaran: (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 293)). Carraher (1996), psikolojik ve pedagojik açıdan kesir kavramını öğrencilerin kolayca anladığı fikrine inanmanın doğru olmayacağını ve bu konudaki açıklamaların yetersiz kaldığını düşünmektedir (Carraher, 1996: 241).

Toluk'a göre, Matematik eğitiminde dünyada son yıllarda ortaya çıkan eğilim yapılandırmacı öğretim yöntemlerinin kullanılması yönündedir. Son yıllarda, kesirler konusunda yapılan araştırmalardan elde edilen bulgular, birçok matematik konusunda olduğu gibi, hesaplama ve kurala yönelik öğretimin çocukların kesirleri öğrenmesini zorlaştırdığını göstermektedir. Bunun yerine, özellikle eşit paylaşım ortamlarına dayalı, anlam oluşturmaya yönelik çalışmaların ve çocukların kesirler hakkındaki ön bilgilerinin temel alınmasının gerekliliği, çocukların kesirlerle ilgili yaşadığı sorunları ortadan kaldırdığını göstermektedir (Lamon, 1999; Empson, 2001; Mack, 2001'den aktaran: Toluk, 2002: 82).

Warne ve Couba'ya göre Ulusal Eğitim Süreci Değerlendirmesi (The National Assessment of Educational Progress (NAEP)) testinin sonuçları tutarlı bir biçimde, öğrencilerin kesir kavramlarına ait çok zayıf bir anlamaya sahip olduklarını göstermiştir. (Wearne and Kouba, 2000'den aktaran: Van De Walle, 2005:210). Öğrenciler için yetersiz olan bu anlama, daha sonra, kesir hesapları, ondalık ve yüzde kavramları, ölçmede kesirlerin kullanımı ve oran, orantı kavramları ile ilgili üzerinde konuşulmayan zorluklara dönüşmektedir (Van De Walle, 2005:210). Van De Walle'ye göre, kesirlerin tam oturmuş bir kavramsal anlama olmadan bunlarla hesap yapmalarının nedenleri arasında kurallar kullanmaları da vardır (Van De Walle, 2005:212),

Kesirler ile ilgili çalışmalara olan bu ilgi sayesinde öğrencilerin kesirlerin tanıtımıyla ve kesirlerde işlemler ile kavram güçlüğü, öğrencilerin anlama zorlukları ve sınıfta kesirleri öğretme eyleminin nasıl gerçekleştirilmesi gerektiği ile ilişkilendirilmiş geniş bir çalışma alanı meydana getirmiştir (Behr, Horel, Post ve Lesh, 1992).

Öğretme ve öğrenmenin nasıl olabileceği sorgulandığında işin içine soyutlama kavramı girmektedir. Pitta, kesirlerde uzamsal ve tamsayı karakteristiklerini açıklamaya çalıştığı çalışmasında, kesirler konusunda soyutlamalar yapmada öğrencilerin zorlandıklarını, “Kesir nedir?” sorusuna öğrencilerin bazılarının onu alışılmış bir şekilde “çok küçük bir şey.” “Çemberin kesilen bir parçası” veya “Birçok çizgiyle oluşan bir şekil” olarak görmeye eğilimli olduklarını ortaya koymuştur. Bazı öğrencilerin ise, “pay, payda, oran ve ondalıklar arasındaki ilişki” gibi kesir düşüncesi ve matematiksel sembollerin niteliğinin daha gerçekçi olduğunu görmeye eğilimli olduklarını ifade etmiştir. Yine Pitta, böyle bulgulardan yola çıkarak araştırmacıların öğrencilerin kesir ve kavramlarla ilişkilendirmiş oldukları zihinsel tanıtımları hakkındaki düşüncelerinin niteliğinde var olan farklılıkların farkına varabileceğimizi ifade etmiştir (Pitta, 1995).

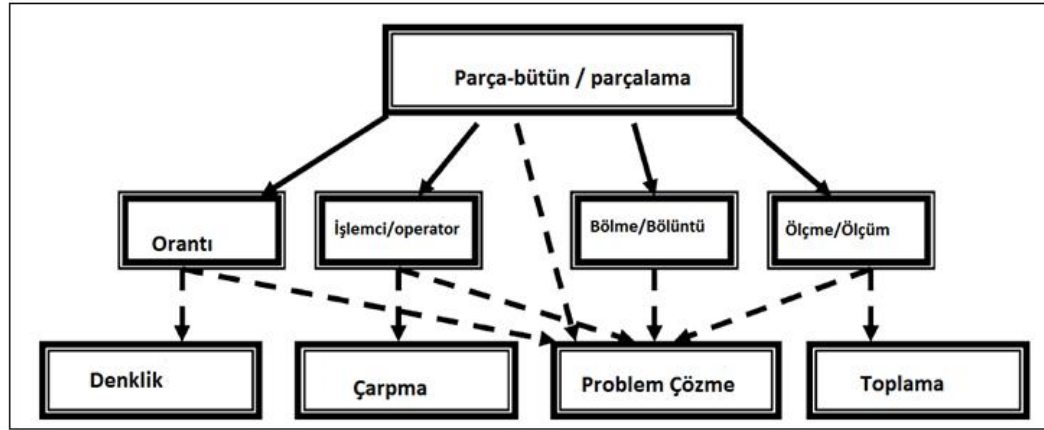
Kesirlerin sembolize edilmesi, öğrencilere genellikle yanlış yol gösteren karmaşık bir eşitlik geleneğidir. Öğrencilerin bir kesrin alt ve üstteki sayıların ne anlama geldiğini öncelikle güçlü bir şekilde anlamış olması öğretmenlerin sınıf içerisinde zamanı değerlendirmesi açısından çok önemlidir (Van De Walle, 2005:211).

Kesir kavramının gelişimi için, başlangıçta somut nesneler ve geometrik şekilleri içeren aktivitelerin geliştirilmesi akıl yürütmeler için son derece önemlidir. Bu şekildeki aktiviteler yoluyla öğrenen kimselerin kesir kavramlarını ve bütün-parça, sayı, oran ve orantının ilişkilendirilmiş alt inşalarının soyutlanması, soyutlama yapabilmesi beklenmektedir (Pitta-Pantazi, Gray ve Christou, 2004).

Charalambous ve Pitta-Pantazi (2007), öğrencilerin kesirleri nasıl anladıklarını açıklamaya çalıştığı çalışmada, kesir kavramının ifade ettiği anlamı literatür incelemesi doğrultusunda tartışmaktadır. Bu çalışmanın amacı, öğrencilerin farklı kesir alt başlıklarının yapılarını, alt başlıklar arasındaki ilişkileri ve kesir işlemleri ve kesir denkliği için bu alt başlıkların potansiyel bağlarını test etmek, araştırmaktır. Charalambous ve Pitta-Pantazi, aynı zamanda bu çalışmanın amacının kesir konusundaki kavramsal gelişimin daha fazla bütünsel bir yaklaşım sağlamış olması gerçeğine dayandığını ifade etmektedirler. Charalambous ve Pitta-Pantazi, kesirlerin tek bir kavram içermesini ilk olarak 1976’da Kieren’in araştırdığını ve Kieren’in bir dizi

olarak ilişkili yapıları kavramsallaştırabileceğini önerdiğini belirtmektedir. Kieren'in belirttiği bu ilişkili yapılar parça-bütün, orantı, işlemci/operator, bölüm/bölüntü, ve ölçme/ölçüm şeklinde ifade edilmiştir. Charalambous ve Pitta-Pantazi (2007), Kieren'in başlangıçtaki kavramsallaştırmasına göre parça-bütün tanımının bahsedilen dört alt başlığa girmesinden dolayı beşinci alt başlık olarak parça-bütünü vermekten kaçınmış olduğunu söylemektedir. Aynı zamanda Kieren'in kesirleri anlamının bu farklı kavramları anlamaya (kavramaya) ve bununla birlikte onların (alt başlıkların) birleşimi ile ne anlam ifade ettiğini kavramaya bağlı olduğunu belirttiğini dile getirmektedir.

Charalambous ve Pitta-Pantazi (2007), Behr ve arkadaşlarının 1983'te Kieren'in farklı alt başlıktan oluşan parça-bütün ilişkisi tavsiye etme fikrini genişlettiklerini ve aynı zamanda bu alt başlıkları parçalama sürecine bağladıklarını belirtmektedir. Charalambous ve Pitta-Pantazi'ye göre, Behr ve arkadaşları, temel kesir işlemleri, kesir denkliği ve problem çözme için kesirlerin farklı anlamlandırılması/açıklanması olan teorik bir model bağı önerisiyle bu konuda bir aşama daha kaydetmişlerdir. Behr ve arkadaşlarının oluşturduğu bu teoriksel model Şekil 2.2'de görülmektedir.



Şekil 2. 2: Farklı kesir işlemleri ve problem çözme için kesirlerin beş alt başlığına bağlı teoriksel model (Behr ve arkadaşları, 1983: aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 296)).

Charalambous ve Pitta-Pantazi, Şekil 2.2'nin beş çalışma hipotezini ortaya koyduğunu ifade ederek bunları şu şekilde sıralamaktadır. Birincisi, kesirlerin dört bağımlı alt yapısını anlamayı geliştirmek için temel olarak sayıların parça-bütün alt başlığı, bölümlere ayırma süreci düşünülür. İkincisi, orantı alt başlığı ekseri “doğal” denklik kavramının geliştirilmesindeki engel ve sonrasında kesirlerin denkliği bulgusu süreci olarak düşünülür. Üçüncüsü, işlemci/operator alt başlığına, kesirlerle ilgili çarpımsal işlemlerin anlaşılmasının geliştirilmesi için yardımcı nazarıyla bakılır.

Dördüncüsü, ölçme/ölçüm alt başlığı, kesirlerde toplama işlemlerinde yeterliliğin geliştirilmesi için gerekli olduğu düşünülür. Sonuç olarak tüm beş alt başlığı anlama kesir alanında problem çözümü için bir ön koşul olarak düşünülür (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 296).

Charalambous ve Pitta-Pantazi ise, Behr ve arkadaşları tarafından önerilen model üzerine odaklanarak, kesirlerin beş alt başlığının her biri ve modelin diğer kavramların detaylandırılmasıyla, onların ilişkilerinin harekete geçirdiği sunulan çalışmanın teorik modelinin genel bir bakışını ortaya koymaya çalışmıştır. Charalambous ve Pitta-Pantazi yapmış oldukları kendi çalışmalarında, öğrencilerin kesirlerle ilgili farklı alt başlık yapılarını, ortaya koyup açıklamak için bu teoriksel modeli referans olarak kullanmışlardır. Bu kapsamda, 6 ve 8 yaş grubunda 646 öğrenciden kesirler ile ilgili veri toplamışlardır. Özellikle, yapısal denklem modeli teknikleri kullanma, kesirler hakkında elde edilen öğrenci verilerini analiz etmek için kesirlerin farklı alt başlıklar arasındaki birleştirmeyi test etmişlerdir. Bunun yanı sıra kısmen de olsa, kesir işlemleri ve kesir denkliği konusunda öğrencilerin performansını açıklayan bu yapıları test etmişlerdir. Çalışmaları sonunda yukarıda bahsedilen bu teoriksel model içine dahil olan ilişkiler için destek sağlayan veriler elde ettiklerini belirtmektedirler (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 293).

(Charalambous ve Pitta-Pantazi, kesirlerin beş alt başlığı ile ilgili olarak şu tanımlama ve açıklamaları yapmaktadırlar (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 296-300);

1. Parça-bütün alt başlığı:

Kesirlerin parça-bütün alt başlığı sürekli bir miktar veya nesnelerin ayrı bir grubunun denk büyüklükte parçalar içinde parçalanır bir durumu betimler. Dolayısıyla, kesir bölüntülü birimde, parçaların toplam sayısına birim kısımların parçalarının sayısı arasındaki bir karşılaştırmayı tanıtır/sunar. Bu perspektiften, kesirin payı, daha az olmalı veya paydasına denk olmalıdır. Özellikle, öğrenciler parçalara ayrılan bütünün eşit büyüklükte parçalar olması durumundaki parçaları anlamalıdır: onlar bir alanı veya denk parçalar içinde ayrı bir küme ve denk parçalara ayrılmakta olan bütünü fark edip-edemediklerini de ayırabilmelidir. Aynı zamanda, parça ile bütün arasındaki ilişki ile bağdaştırılan “(a) parçalar birlikte alınır, bütün boşaltılmalıdır (b) bütün içinde daha fazla parçalara bölünür, küçük parçalar üretme başlar ve (c) parçalar arasındaki ilişki ve

boyut, şekil, düzenleme veya denk kesirlerin oryantasyonu (uyumu) önemsenmeksizin bütün muhafaza edilir (korunur))” şeklindeki fikirlerin sayısında gereklidir. Parçaların bütünün elamanları olarak anılmasına (addedilmesine) göre, öğrenciler bir fikrin açıkça belirtilmiş olduğunu veya gizlenmiş olduğunu görmelidirler. Öğrenciler bu fikri/kavramı/anlayışı geliştirmedikçe, bazı parçaları iki kez sayma ve başka zamanda paydayı bir kez sayma başarısızlığına (yanılgısına) düşmektedirler. Örneğin $\frac{2}{3}$ ’ü tanımlamaları talep edildiğinde, henüz bu kavramı/kavrayışı/ fikri oluşturamamaktadırlar, genellikle $\frac{2}{5}$ ’in tanımlamasını yapmayı tercih ederler. Öğrenciler (bütünü tekrar oluşturmada $\frac{3}{8}$ veriliyorken) bütünün parçaları üzerine temellendirilmiş bozup-yapmayı takip eder ve halihazırda bütünün parçalanmış eş parçalarından (kısımlara ayrılmış bir bütünden $\frac{3}{8}$ oluşturur) tekrar parçalama yapar ve (dörtlülerin içinde $\frac{3}{4}$ ’ün tanımlanması veya sekizlilerin içinde kısımlara ayrılmış bir bütünün tanımlanması) kısımlara ayrılmış bir bütünden $\frac{3}{8}$ oluşturur.

2. Orantı alt başlığı:

Kesirlerin orantı alt başlığı, iki nicelik arasındaki karşılaştırma fikrini taşır. Orantı fikri sık sık oran fikri ile birlikte birbirinin yerine kullanılmaktadır. Lamon, oranı, farklı türdeki iki niceliğin karşılaştırması olarak tanımlar, bunun yanı sıra orantıyı aynı tip iki niceliğin kavramsallaştırması olarak tanımlar (Lamon, 1999’dan aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 297) İlköğretim birinci kademe öğrencileri örnek olarak alındığında, birbirinin yerine geçen iki fikir kullanıldığı için henüz bu ayrım boş yere yapılmaktadır. Lamon (1993), bir çift alternatif yaklaşımı örneklemesiyle bu etkiyi resmeder: Bu alternatif yaklaşımlarda öğrenciler problem çözmede “Yedi kız üç pizzayı paylaşır ve üç erkek bir pizzayı paylaşır. Daha çok pizzayı kim alır? Kızlar mı? Erkekler mi?” Böyle bir problemde, eğer öğrenciler çocukların sayısını pizzaların sayısına kıyasarlarsa onlar oran kavramını kullanmış olurlar. Alternatif olarak, kızları oğlanlara kıyaslar ve kızların paylaştığı pizza sayılarını, oğlanların paylaştığı pizza sayılarına kıyasarlarsa orantı fikrini kullanırlar (Lamon, 1993’ten aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 297)

Orantı olarak kesir fikrini tamamıyla kavramak için, öğrenciler miktar ilişkisi fikri oluşturmaya ihtiyaç duyarlar (Lamon, 1993; Marshall, 1993’ten aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 297). Öğrenciler aynı zamanda iki nicelik ve değişmezlik özelliği kovaryansını anlama arasında bir ilişki olmasını söylemenin

anlamını fark etme ihtiyacı duyarlar. Ayrıca, öğrenciler, orantının sıfır dışında aynı sayıyla çarpıldığı, orantı değerinin aynı kaldığı zaman bu iki niceliği gerçekleştirme ihtiyacı duyarlar. Kovaryans/eş değişkenlik-değişmezlik hususiyeti sadece orantı için ele alındığından bu hususiyet parça-bütün ve orantının açıklaması arasında ayırt edici için kritik olduğu düşünülür. Ayrıca, kesir denkliği fikrinin geliştirilmesi için gerekli görülmektedir (Marshall, 1993'ten aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 297). Her şeye rağmen, denk kesir oluşturabilecek öğrenciler için değişmezlik hususiyetini tanıma kabiliyeti gerekmez (Lamon, 1999'dan aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 297). Noelling (1978) tarafından yapılan portakal suyu ödevi, öğrencilerin daha önce bahsedilen birkaç fikri anlamalarını ölçmek için geniş bir şekilde kullanılmaktadır. Bu ödevde, çocuklara hangi "tarifte" yapılan portakal suyunun daha fazla "portakallı" olduğu sorulmaktadır.

3. İşlemci/Operator alt başlığı:

Kesirlerin işlemci/operator açıklamasında rasyonel sayılar, fonksiyonların bazı sayıları nesneler veya kümelerle uygulanması olarak görünmektedir (Behr ve diğerleri, 1993; Marshall, 1993'ten aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 298). Bir kişi işlemciyi/operatorü ya iki çarpımsal operasyonun birleşiminden ortaya çıkan tek bir fonksiyon olarak ya da iki ayrı fakat birbiriyle ilişkili fonksiyon gibi düşünülebilir. Her iki durumda paydaki niceliğin verilen niceliğe uygulanışı ve bunu takiben paydadaki niceliğin bu sonuca uygulanışı gibi veya tam tersi olarak düşünebiliriz. Lamon, aynı zamanda, işlemciyi/operatorü, geniş veya kısa bölme çizgileri, farklı bir nesne kümesinde sayının görevinin artması veya azalması, veya geometrik planda veya aynı şeklin geniş veya küçük figürünün üstünde yer aldığı bir harita figürünün alınması gibi bir transform (dönüştürme) olarak ta tanımlanır.

Behr ve meslektaşları 1993'te *genişleten/daraltan* ve *çoğaltan/kısımlara ayıran/küçülten* olmak üzere farklı iki yorum içinde işlemci/operator kavramını analiz ettiler. Onların analizine göre, nicelik girdinin çıktıya oranı, payın paydaya oranı işlemi denktir şeklindeki kavramsal yeni bir nicelik için işlem aktiviteleri değişir. Bu iki çizgi arasındaki ayırım *genişleten/daraltan* anlamının dönüşümü farklı büyüklükteki aynı sayı birimlerinde sonuçlanır, *çoğaltan/kısımlara ayıran/küçülten* anlamı aynı büyüklüğün farklı sayı birimlerinden birini ortaya çıkarır gerçeğine dayanmaktadır. Behr ve meslektaşları, işlemci/operator alanında kesirleri anlamının, kesirlerin

çarpımını kavrama, özellikle, “bütün bir parçanın parçasını alma” olarak karakterize edilen bir açıklama olduğunu belirttiler ($1/2$ 'nin $3/4$ 'ü gibi vb. bulgu). Yukarıdaki bilgilerin ışığında, bu öneri kesir özelliğinin işlemci/operator temelinde desteklenmektedir (Lamon, 1999; Marshall, 1993'ten aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 298)). Öğrenciler “(a) $3 \times$ [bir birimin $1/4$ 'ü] veya $1/4 \times$ [3 birim] olarak yorumlanabilecek *genişleten/daraltan* ve *çoğaltan/kısımlara ayıran/küçülten* anlamlandırmaları, sırasıyla her iki yolun bir değişkeninde kesirsel çarpanı yorumlama, (b) karışık bir işlemi tek bir kesir adıyla tanımlama, birisi diğerinin sonucu hakkında iki çarpım işlemi sergilenir ve (c) çıktılar ve girdiler ilişkisi ($3/4$ gibi 4 içine 3'ün girdi niceliği dönüşümünde işlemci/operator sonuçlanır)” yapabilmelidir.

4. Bölme/bölüm/bölüntü alt başlığı:

Bölme/bölüm/bölüntü alt başlığı bünyesinde hiçbir kesir bir bölme durumunun sonucu olarak görülemez. Özellikle, x/y kesri, y tarafından bölündüğünde, x ve y 'nin tamsayı şeklinde sunulduğu yerde elde edilen sayısal değerin göstergesi olur (Kieren, 1993'ten aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 299).

Öğrencilerin oluşturduğu bu kesir kavramlarına yardımcı olacak çoğunlukla kullanılmış aktiviteler, (pizza veya pankek gibi) sürekli miktarların “adil paylaşım” olan problem bulgularını içerir (Marshall, 1993; Streefland, 1993'ten aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 299). Henüz parça-bütün alt başlığının aksine, kesirlerin bölme/bölüm/bölüntü özelliğinde (üç pizza dört arkadaş arasında paylaşılır gibi...) iki farklı karakter düşünülür. Ayrıca, elde edilen sonuç bir sayısal değere atıfta bulunur ve “adil paylaşım” aktivitesi yoluyla elde edilen parçalara atıfta bulunmaz; bölme/bölüm/bölüntü alt başlığında kesirlerin büyüklüğüne ilişkin bir kısıtlama yoktur: pay paydadan küçük, eşit veya paydadan daha büyük olabilir ve sonrasında, “adil paylaşım” aktivitesiyle ortaya çıkan nicelik eşit miktardan daha az veya birimden daha fazla olabilir. Özel olarak, her bir paylaşımın kesir adı bölen olduğuna göre, onlar her bir paylaşımındaki parçaların sayısına atıfta bulunacak bölüneni kavrama ihtiyacı duyarlar. Örneğin, eğer öğrencilere üç pizzanın dört kişi arasında eşit olarak dağıtıldığı söylenirse, onlar, pizzaların dörde bölündüğünü ve her bir kişinin bu paylaşımından üçünü alacaklarını tanımlayabilmelidirler. Bölme/bölüm/bölüntü alt başlığının temellendirilmesi için, öğrencilerin parçalı ve eşit bölmenin anlamını bilmeleri de gerekir (Kieren, 1993; Marshall, 1993'ten aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi,

2007: 299). Bölmenin yer aldığı ilk tipi, her bir katılımcının elde ettiği eş-dağılım miktarı üzerine vurgu yapar (örneğin üç pizzayı çocukların her biri eşit olarak paylaşırsa, onların her birine ne kadar pizza düşer?), oysa ikinci vurgu denk paylaşım sayısı üzerinedir ki, bir niceliğin denk paylaşımı söz konusu olduğunda üretilebilir (Üç pizza bazı arkadaşlar arasında paylaşılır, eğer onların her biri pizzanın $\frac{3}{4}$ 'ü düşerse, toplamda kaç arkadaş vardır?).

5. Kesirlerin ölçme/ölçüm/karşılaştırma/miktar/(measure) alt başlığı:

Ölçme/ölçüm alt başlığında kesir, birbiriyle ilgili, birbirine bağlı ve hemen hemen aynı iki kavramla ilgilidir. Birincisi, bir sayı olarak düşünülür ki, kesirlerin nicel hususiyeti iletilir, şöyleki “büyük kesir nasıldır”, ikincisi, kesir bazı ara/zaman/mesafe ölçmekle görevlendirilmiş olmasıyla ilgilidir. Daha özel olarak, aralıksız bir şekilde, şu anki başlangıç noktasından bir mesafeyi tanımlamak için ($1/a$ gibi) bir birim kesir tanımlanır ve kullanılır (Lamon, 2001; Marshall, 1993’ten aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 300). Örneğin, verilen bir noktadan ($1/4$ birim alındığında) $\frac{3}{4}$ 3’e karşılık gelir. $1/a$ birimi içinde bir noktadan diğer bir noktaya olan mesafeyi belirlemek için sayı doğrusu veya cetvel gibi diğer araçların kullanılmasıyla kesirlerin bu sonraki hususiyeti ilgili olduğu için, öğrencilerin bu şekildeki algılamalarından endişe edecek bir durum söz konusu değildir. Bu aşamada, her şeye rağmen bir sayı olarak kesir kavramı basit ve açık olarak ortaya konmamıştır. Lamon, aynı zamanda bütünden kesir sayılarına ulaşıldığında, öğrencilerin yorumlamaya/açıklamaya ihtiyaç duyduğu nitel bir atılıma/sıçrayışa atıfta bulunmaktadır. Lamon, öğrencilerin başlangıçtaki sayı teorilerinin bir sayı olarak kesirleri öğrenmeyi zorlaştırdığını, çünkü kesirli sayıların ardışık saymanın bir parçası olmadığı şeklindeki daha ileri açıklamalarıyla bu tartışmayı daha ileri bir seviyeye çekmiştir (Lamon, 1999’dan aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 300). Kesirleri bir sayı olarak kabul etmeye karşı olan bu direnç, iki farklı tamsayı anlayışı ve sayısal cihazlarda sık sık karşılaşılan bir kavram hatası/kavram yanılgısı/yanlış anlam olarak kesirlerin öğrenciler tarafından kavramsallaştırılmasından kaynaklanmaktadır. Şöyle ki, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{6}$. dolayısıyla, kesir için belirlenen Numberhood kavramı kesirlerde toplama işleminde sayı teorisini yeniden kavramsallaştırma ve yeterli hale getirmede köklü bir adım olarak görülmektedir (Brousseau ve diğerleri, 2004; Stafylidou ve vosniadou, 2004’ten aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 300).

Kesirlerin ölçme/ölçüm (measure) alt başlığına bağlı bölümlere ayırma süreci için, Lamon, kesirlerin ölçme/ölçüm hususiyetini geliştirmek için gerekli bir beceri olarak diğer eklemelerden bölümler sergilemeyi düşünür. O, aynı zamanda, herhangi iki kesir arasında sonsuz sayıda kesir vardır düşüncesiyle, öğrencilerin rasyonel sayıların yoğunluğu hususiyetini kavramalarının, güçlü bir ölçme/ölçüm (measure) fikrini/kavramını anlamaları gerektiğini belirtir (Lamon, 1999'dan aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 300). Kesirlerin ölçme/ölçüm (measure) hususiyetinin (özelliğinin) geliştirilmesi için öğrenciler aynı zamanda, merkezden herhangi bir mesafeyi ölçmek için verilen birim aralığını kullanmalıdır (... sıfır başlangıç noktası gibi). Bunun anlamı, öğrencilerin, bir sayı doğrusu üzerinde bir sayıyı yerleştirebilme ve bunun tam tersi olarak sayı doğrusu üzerinde alınan kesin bir noktayla bir sayının tanınması gibi kabiliyetleri geliştirebilmeleridir (Hannula, 2003; Smith, 2002'den aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 300).

Her ne kadar, sayı doğrusu, öğrencilerin kesirleri ölçmeyi anlamlandırmalarını geliştirmekte ve kesirlerde toplama işleminin öğretimini geliştirmekte bir değer atfeden yararlı bir araç olarak anılmaktaysa da (Keijzer ve Terwel, 2003'ten aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 300), önceki araştırmalar, sayı doğrusu üzerinde sayıların yer almasının, öğrencilerin kesirleri ölçmeyi anlamlandırmalarını zorlaştırdığını belirtmektedir. Bu zorlaştırma, özellikle, öğrencilerin, (1) sayı çizgisi aralıklarından ziyade sayı doğrusu üzerindeki çizgileri parçalara ayırma, (2) sayı doğrusu iki birim alındığında yanlış birim kullanma ve (3) verilen kesirin paydasının bir çarpma veya tam bir bölüne denk parçalara bölündüğü çizgiler olması durumunda, sayı doğrusu üzerine bir kesir yerleştirmede başarısız olma durumlarını kapsayan durumlar olarak karşımıza çıkmaktadır (Baturo, 2004'ten aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 300).). Bu yüzden, Smith, kesirlerin ölçme/ölçüm (measure) hususiyetinin (özelliğinin) tam olarak geliştirilmesi için öğrencilerin aynı zamanda kesirlerin sıralaması ve denkliği konusunda ustalaşmaları gerektiğini belirtmektedir (Smith, 2002'den aktaran: Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007: 301).

Behr ve arkadaşları (1984), rasyonel sayıların analizine ilişkin olarak yaptıkları çalışmada a/b şeklindeki bir rasyonel sayının problem durumuna göre farklı anlamlarda algılandığını ifade etmektedirler (Behr, Wachsmuth, Post, ve Lesh, 1984). Toluk (2002), ilköğretim birinci kademe öğrencilerinin bölme işlemi ve rasyonel sayıları ilişkilendirme süreçlerini incelediği literatür incelemesinde, Behr ve arkadaşları

tarafından ortaya konan bu fikre ve Ohlsson (1988)'un benzer fikirlerine dayanarak ortaya çıkan bu farklı anlamları şu şekilde açıklamaktadır (Toluk, 2002:81):

Parça-Bütün Anlamı: a/b kesiri bir parça bütün ilişkisini gösterir.

Bölüm Anlamı: a/b kesiri bir bölme işleminin sonucunu gösterir.

Oran Anlamı: a/b kesiri bir a niceliğinin b niceliğine kıyaslanmasını gösterir.

Ölçme Anlamı: Ölçüm olarak, rasyonel sayılar bir ölçme işleminin sonucunu gösterirler. a birimin içinde b birimden ne kadar olduğunu.

İşlemci (Operatör) Anlamı: Rasyonel sayılarda çarpma işleminin kuralını belirtir. b 'nin çarpmaya göre tersi ile a 'nın çarpımını.

Rasyonel sayıların anlamlarının çeşitliliği bu kavramların öğrenilmesini de güçleştirmektedir. Çünkü rasyonel sayıların ve ilgili kavramların iyi kavranabilmesi için, bu anlamların ayrı ayrı anlaşılması ve daha sonra da bu anlamların birbirine kaynaştırılması/ilişilendirilmesi gereklidir. Öğrencilerin rasyonel sayılarla yaşadığı güçlüklerin diğer bir kaynağı, parça-bütün anlamının derslerde oldukça fazla vurgulanması ve diğer anlamlara yer verilmemesi olarak gösterilmektedir (Mack, 1995'ten aktaran: Toluk, 2002: 82).

Toluk, yapmış olduğu literatür incelemesine dayanarak, yapılan araştırmalarda daha çok rasyonel sayıların bazı anlamlarının sıklıkla araştırılmış olmasına rağmen diğer anlamlara pek yer verilmediğinin gözlenmiş olduğunu belirtmektedir. Ve bu durumu ilgili araştırmaları referans göstererek şöyle açıklamaktadır: (parça-bütün, Saenz-Ludlow, 1994; işlemci, Koelner, 1998; oran, Resnick ve Singer, 1993). Örneğin, bölme anlamının, rasyonel sayıların temel kaynağı olduğu matematik eğitimcileri arasında kabul görmesine (Empson, 1995; Freudenthal, 1983) ve bu anlamı ortaya koyan eşit paylaşım ortamlarının yaygın bir şekilde kesir öğretiminde ve araştırmalarda kullanılmasına karşın, öğrencilerin bu alt-kavramı nasıl kavramsallaştırdıkları ihmal edilmiştir. Belki bu ihmalin nedeni olarak, öğrencilerin bölme kavramını öğrenirken bu anlamı da oluşturdıklarının varsayılmasıdır (Toluk, 2002:82).

Toluk'a göre rasyonel sayıların bölüm anlamı, doğal sayılarda bölme işlemi ile yakından ilgilidir. Özellikle kalanlı bölmede, zamanla çocuklar kalanı kesir olarak ifade etmeyi öğrenirler. Fakat çocukların kalanı kesir olarak ifade edebilme becerileri, bu kesirlerin çocuklar için ne kadar anlamlı olduğu hakkında yeterli fikir vermeyebilir. Bölme kavramı üzerine yapılan araştırmalara bakıldığında, rasyonel sayılar konusu ile

bir ilişki kurulmadığı görülmektedir. Çocukların kalanlı bölme ile yaşadığı pek çok sıkıntının asıl kaynağının, kesirlerin iyi kavranamamış olduğu gerçeği göz ardı edilmektedir. Bu bağlamda, rasyonel sayılar ve bölme üzerine yapılan araştırmalar arasında da bir kopukluk oluşmaktadır. Bu kopukluk, kesir ve bölme öğretimi arasında da gözlenmektedir.

2.5. Kesirler ile İlgili Literatürde Yer Alan Çalışmalar

Yukarıda Kesirler ve öğretimi başlığı altında ele alınan çalışmalar dışında bu bölümde kesirler konusunda araştırmamıza yol gösterecek bazı çalışmalara kısaca yer verilmektedir. Yine kesirler konusunda Türkiye’de yapılan çalışmalardan bahsedilerek, ilgili literatürün nasıl bir gelişim gösterdiği yansıtılmaya çalışılmaktadır.

Steencken ve Maher (2003) tarafından yapılan çalışmada kesirlerle ilgili olarak işlem yapmayı bilmeyen öğrencilerin, öğrenci merkezli bir yaklaşım çerçevesinde materyal kullanıp yeni bir matematiksel fikir geliştirmeleri amaçlanmıştır. Araştırma kapsamında 4. sınıf öğrencilerine matematiksel düşünme ve strateji oluşturmalarına imkan verecek problem cümleleri verilmiştir. Gruplar oluşturularak yapılan bu çalışmada, öğrencilerin model oluşturması için materyal kullanmaları ve fikirlerini paylaşılabilecekleri bir ortam sunulmuştur. Araştırma sırasında yapılan gözlemler öğrencilerin somutan- soyuta ilkesine uygun olarak diğer sayılar konusunda olduğu gibi kesirli sayılar konusunda da yoğun bir çalışma içerisine girdiklerini ortaya koymuştur. Araştırma sonucunda Steencken ve Meher, kesirlerin denkliği, kesirlerin karşılaştırılması, kesirlerde dört işlem ile ilgili kesir düşüncesini ortaya koyan fikirler geliştirdiklerini belirtmişlerdir.

Dördüncü Ulusal Eğitim Süreci Değerlendirmesi’nde (The National Assessment of Educational Progress (NAEP)) sunulan bir bildiride kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi ile ilgili olarak yapılan bir çalışmada, yedinci sınıfların yaklaşık yüzde 80’i tam sayılı bir kesri birleşik kesre çevirebilmişlerdir. Fakat, yarısından azı $5\frac{1}{4}$ ’ün $5+\frac{1}{4}$ ile aynı olduğunu bilmektedir (Kouba ve başk.,1988a).

Kouba ve arkadaşları Ulusal Eğitim Süreci Değerlendirmesi (NAEP) testinin sonuçlarının incelendiğinde öğrencilerin kesir ve ondalık sayı ilişkisini anlamakta çektikleri zorluğun açıkça görüldüğünü belirtmektedirler. Kouba ve arkadaşları (1988) NAEP testinde, öğrencilerin basit kesirleri ondalık olarak ifade edebildiklerini fakat

yedinci sınıfların sadece yüzde 40'ının bir karışık sayı için denk bir ondalık sayı verebildiğine dikkati çekmektedirler. Kouba ve arkadaşları, altıncı Ulusal Eğitim Süreci Değerlendirmesi (NAEP) testi sonuçlarını incelediklerinde de verilen ondalık sayıların sayı doğrusu üzerine yerleştirilmesinin istendiği bir soruda alt bölümler kesir olduğunda öğrencilerin ondalıkları sayı doğrusu üzerine yerleştirmekte zorluk yaşadıklarını belirtmişlerdir (Kouba, Zawojewski, & Strutchens, 1997). Van De Walle, bir basit kesrin ondalık kesir olarak yazılmasında, payın paydaya bölünmesi kesirleri ondalıklara dönüştürmenin bir aracı olabileceğini, fakat bu sonucun denkliği anlamaya hiçbir katkıda bulunmayacağını belirtmektedir (Van De Walle, 2005:249).

Pitta-Pantazi, Gray ve Christou'nun ilköğretim öğrencilerinin ile yaptıkları çalışmada kesirlerin zihinsel tanıtımını yapılmaya çalışılmıştır. Bu çalışma, sözel ve görsel işaretler vasıtasıyla zihinsel açıklamalar yapmayı harekete geçiren fiziksel yaklaşımlar üzerine temellendirilmiştir. Bu çalışmada, bileşik kesirler konusunda görsel ve sözel uyarıcılar cevaplandırıldığında, 8-11 yaş çocuklarının aritmetik başarısının tanımlanmasıyla hedeflenen farklı çeşitlilikte değişik zihinsel açıklamaları nasıl etkileyebileceği incelenmiştir. Bu araştırma tarzı ile zihinsel süreçlerin ilk cevaptan 30sn sonraki cevaba kadar hızlı bir şekilde değişebileceği ortaya konmuştur. Ayrıca bu araştırmada, sadece farklı şekillerdeki uyarıcıların geçen zamanın farklı çeşitlilikteki zihinsel açıklamaları çağrıştırmadığını, aynı zamanda bu farklı çeşitliliğin matematik başarısının düzeyi ile güçlü bir şekilde ilişkilendirilmiş olabileceği gösterilmiştir (Pitta-Pantazi, Gray ve Christou, 2004).

İlköğretim matematik dersi yeni öğretim programının vizyonunda da belirtildiği gibi matematikle ilgili kavramlar doğası gereği soyut niteliklidir. Dolayısıyla nitelikli bir öğrenme açısından kavramsal ve işlemsel bilgiler arasında ilişkiler kurmak gereklidir.

Matematik içinde yapı ve kavramlar büyük bir yer tutar. Bu yapıların öğretiminde matematiksel kavramların önemi ortaya çıkar. Çünkü matematiksel kavramlar, matematik öğrenimi ve öğretiminin en temel yapı taşlarıdır. Matematiksel kavramların öğretiminde başarılı olunabilmesi için öğretim faaliyetlerinin öğrencilerin matematiksel düşünce düzeyleriyle eşleştirilmesi (uygunluğu) zorunludur (Dede ve Yaman, 2003).

Matematiksel yapıların soyut durumlardan soyutlanması matematik öğrenme aktivitelerinin önemli olabilecek bir sonucunu düşündürür. Herşeye rağmen bireyler

aynı kavramları, yapıları ve çok farklı fakat, yapısal olarak benzer görevler (işlev) den oluşan ilişkileri teşhis etmeye ihtiyaç duyarlar (Charles ve Nasan, 2003).

Türkiye’de kesirler konusunda yapılan araştırmaların sayısı küçümsenemeyecek kadar fazladır. Ancak bu araştırmaların çoğunluğu geleneksel öğrenme yaklaşımı ile yapılandırmacı öğrenme yaklaşımlarından birinin karşılaştırılması veya bilgisayar destekli öğrenme ortamına göre hazırlanmış öğretim durumlarının değerlendirilmesi vb. şeklindedir. Kesirler, kesir kavramı üzerine derinlemesine yapılan nitel araştırmalar hemen hemen yok denecek kadar azdır. Sınırlı sayıdaki bu tarz araştırmaların çoğunluğu öğrencilerin kesir konusu ile ilgili güçlüklerin belirlenmesi şeklindedir (Toluk, 2002; Başgün ve Ersoy, 2000; Haser ve Ubuz, 2000).

Yapılan araştırmalar incelendiğinde kesirlerin öğretimi ile ilgili oluşturulmuş iki farklı öğretim durumunun kıyaslandığı araştırmalara sıkça rastlanmaktadır (Bilgisayar destekli öğretimin öğrenci başarısına etkisi, Akoğlu, 2003; Düzgün, 2003; Aslan, 2005; Uygun, 2008), (Materyal kullanarak öğretimin başarıya etkisi, Akan Yılmaz, 2004; Sağsöz, 2008; Acar, 2010), (Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı ile geleneksel öğrenme yaklaşımının karşılaştırılması, Yazgan, 2007; Mert, 2009), (İşbirlikli öğrenme yönteminin geleneksel yöntemle göre öğrenci başarısına etkisi, Araz, 2004), (Aktif öğrenme yönteminin öğrenci başarısına etkisi, Köseoğlu, 2005), (Oluşturmacı yaklaşıma göre düzenlenmiş öğretim durumunun öğrenci başarısına etkisi, Duru, 2007), (Gerçekçi matematik öğretimi yönteminin öğretime etkisi, Demirdöğen, 2007; Yazgan, 2007), (Çoklu zeka kuramına uygun öğretimin öğrenci başarısına etkisi, Öz, 2005), (Drama yöntemi ile yapılan öğretimin etkililiği, Soner, 2005), (Sosyo-kültürel öğrenme ortamlarının öğrenci performansı ve matematik tutumuna etkisi, Haser, 2001).

Mısrıl (2009) tarafından yapılan çalışmada da karşılaştırma vardır. Ancak yukarıda bahsedilen araştırmalardan farklı olarak Mısrıl, kesrin farklı anlamlarına göre yapılan öğretimin öğrencilerin kesirlerde toplama-çıkarma ve çarpma işlemlerinde kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerine etkisi üzerinedir. Mısrıl bu araştırmasını ilköğretim 6. sınıf öğrencileri üzerinde yürütmüştür.

Öğrencilerin kesir konusu ile ilgili öğrenme güçlükleri, kavram hataları, kavram yanlışları, eksik ve hatalı bilgilerinin karşılaştırılması, işlem hatalarının belirlenmesi gibi konularda yapılan çalışmaların sayısı oldukça azdır. Yapılan bu çalışmalarda da kesir konusu ile ilgili derinlemesine bilgi veren bir çalışmaya rastlayamadığımızı söyleyebiliriz. Bu çalışmalardan bazıları aşağıda açıklanmaktadır.

Altun (2004) tarafından hazırlanan yüksek lisans tezinde, kesirler ve rasyonel sayıların öğretilmesinde karşılaşılan güçlüklerin giderilmesi konusu ele alınmıştır. Altın yapmış olduğu bu araştırmanın amacını, “Kesir ve rasyonel sayıların öğretilmesinde karşılaşılan güçlükler ve giderilme yöntemleri temelinde ilköğretim 7. sınıfta okutulmakta olan öğrencilerin kesirler ve rasyonel sayılar konusunda bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışlarını belirlemek ve bunların giderilmesine katkıda bulunmak, ayrıca ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde kullanılan ölçme ve değerlendirme teknikleri, teknolojiden yararlanma şekilleri konusundaki düşüncelerini tespit etmek (Altun, 2004:58)” olarak bir çok amacı kapsayacak şekilde ifade etmektedir. Altun’un araştırmasında öğrencilerin bilgi eksiklikleri ve karşılaştıkları güçlükler tespit edilmiş ve bunların literatürdeki benzer çalışmalarla aynı sonuçlar ortaya koyduğu tespit edilmiştir. Ancak, kesirlerin öğretiminde karşılaşılan güçlüklerin giderilmesine yönelik derinlemesine yapılmış somut çalışmalara rastlanmamaktadır.

Yılmaz (2007) tarafından yapılan çalışmada, ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışları ele alınmıştır. ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışlarının belirlenmesi ve bu yanlışların öğrencilerin kişisel özelliklerine göre farklılık gösterip göstermediğini ortaya koymayı amaçlayan bu araştırma, ilköğretim okullarında öğrenim gören 7 ve 8. sınıf öğrencileri arasından rastlantısal olarak secilen 1024 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre; öğrencilerin ondalık sayılar konusunda kavram yanlışlarına sahip olduğu ve bu yanlışların cinsiyet hariç sınıf, okul öncesi eğitim, anne ve baba eğitim düzeyi, matematiğe karşı ilgi, matematik başarısı ve okul dışı matematik etkinliklerine katılma durumlarına göre farklılık gösterdiği görülmüştür (Yılmaz, 2007:58).

Alkan (2009) tarafından yapılan benzer bir çalışma ilköğretim öğrencilerinin rasyonel sayılar konusu ile ilgili hata ve kavram yanlışlarının analizi konusundadır. ilköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar ile ilgili hata ve kavram yanlışlarının teşhis edilmesi amacıyla yapılan bu araştırma, 7. Sınıfta okuyan 73 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Yapılan istatistiki analizlerden sonra ayrıca her soru için hata ve kavram yanlışısı olan öğrencilerin ne tür hatalar yaptığı ve nasıl kavram yanlışlarının olduğu tespit edilerek kategorilere ayrılmıştır. Araştırma sonunda öğrencilerin rasyonel sayılar konusuyla ilgili çok sayıda hataları ve kavram yanlışları olduğu tespit edilmiş olup, bu hatalar ve kavram yanlışları daha önceden hata ve kavram yanlışları üzerine yapılan çalışmaları destekler niteliktedir. Bu sonuçlara göre hata türleri; rasyonel

sayıları gösterme, rasyonel sayılarda pay ve payda ilişkisi, rasyonel sayılarda “sıfır” sayısının pay ve paydada kullanımı, rasyonel sayı kavramını açıklama, rasyonel sayılar ile diğer sayı çeşitlerinin karşılaştırılması, rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösterme konusunda rasyonel sayıların farklı gösterimi (Öğrencilerin özellikle rasyonel sayıyı ondalık kesre çevirirken hata ve kavram yanılgısına düştükleri görülmüştür.), ondalık sayıları sıralama, rasyonel sayıları sıralama, rasyonel sayılarla yapılan işlemlerin modellenmesi, rasyonel sayıların sayı doğrusuyla yapılan işlemler, rasyonel sayıların toplama ve çarpma işlemine göre tersleri, rasyonel sayılarda bölme işleminin değişme özelliği, rasyonel sayılarda çok adımlı işlem, rasyonel sayılarla ilgili problem çözme ve problem kurma konularında öğrencilerin yüksek oranda hata ve kavram yanılgısına düştükleri tespit edilmiştir (Alkan, 2009: 97-98).

Uslu (2006), araştırmasında, yapmış olduğu literatür incelemesi sonucu ülkemizde ilköğretim I. kademedede görülen kesir ve ondalık kesir kavram ve yanılgılarının ilköğretim II. kademedede de devam ettiği ve bunların kalıcı olduğu, bu konudaki yanlışların düzeltilmediğinin tespit edildiğini dile getirmektedir. Uslu tarafından yapılan çalışmada bu konudaki yetersizlikler karşılaştırılarak hangi kavramlardaki eksik ve yanılgıların bir üst grupta fark edilerek giderildiği sorusuna yanıt aranmıştır. Bu amaçla ilköğretim 5. sınıftan 182, 8. sınıftan 180, ve ortaöğretim 10. sınıftan 143 öğrenci ile yürütülen çalışmada bu öğrencilerin durumunu ortaya koymak amacıyla bir teşhis testi uygulanmıştır. Araştırma sonunda bazı kavramlardaki yanılgıların bir üst sınıfa düzeltilmeden aynen aktarıldığı, bazı kavramlardaki eksik ve yanılgıların bir üst sınıfa geçerken düzeltildiği görülmüştür. Öğrencilerin İlköğretim I.kademedede kavram bilgilerinin biraz oluştuğu, II. Kademe ve ortaöğretime geçildiğinde kavramlardan uzak bir matematik eğitimi yapılması sebebi ile bu kavramlardaki eksikliklerin giderilmediği, oluşan yanlış öğrenmelerin öğrencilerde kalıcı olduğu tespit edilmiştir (Uslu, 2006:56).

Kesirler konusunda yapılmış farklı iki çalışma da hedef ve davranışların gerçekleşme düzeyi ve tutarlılığı ile ilgilidir. Dilbaz (1989) tarafından yapılan çalışma, 5. sınıf matematik dersi hedef ve davranışların önkoşul ilişkileri yönünden birbirleriyle tutarlılıklarının değerlendirilmesi konusundadır. Cereno (1998) tarafından yapılan çalışmada ise, ilköğretim okulları matematik programının merkez okullar ile taşınalı eğitim yapan okulların 4. ve 5. sınıflarındaki dört işlem, kümeler, kesirler konularına ait hedef ve davranışlarının gerçekleşme düzeyi ele alınmıştır. Araştırma sonucunda hem davranışlara ulaşılabilirlik hemde hedeflere ulaşılabilirlik açısından merkez okul

öğrencilerinin taşınmalı eğitim yapan okul öğrencilerine göre daha iyi durumda oldukları sonucu ortaya çıkmıştır (Ceren, 1998:67).

Haser (2001), tarafından yapılan araştırmada ise, sosyo-kültürel öğrenme ortamlarının kesirleri kavrama konusunda öğrenci performansına etkisi ele alınmıştır. Bu araştırmanın amacı, birlikte çalışma anlamında, sosyal etkileşim ve kültürel araç anlamında dil içeren sosyo-kültürel öğrenme ortamlarının, ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin kesirler ve kesir içeren işlemler konularındaki matematiksel performanslarına tahmini gelişim alanlarında etkisini incelemek olarak belirlenmiştir. Bunun yanısıra sosyo-kültürel öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematik tutumlarına etkisi de incelenmiştir. Deney-kontrol gruplu yapılan bu çalışmada kesirlerin öğretiminde, kontrol grubundaki öğrenciler geleneksel öğretim yöntemi ile öğrenirken, deney grubunda öğrenciler beşli birlikte çalışma grubu oluşturularak araştırmacı tarafından hazırlanan materyaller üzerinde çalışmışlardır. Çalışma sonunda deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerinden daha iyi performans sergiledikleri ve deney grubunda yapılan etkinliklerin öğrencilerin matematik tutumunu olumlu yönde etkilediği ortaya konmuştur.

Kesirler konusunda Türkiye’de daha derinlemesine yapılan araştırmalar ise Aksu (1997), Toluk (2002), Işıksal (2006) ve Kılcan (2006)’nın çalışmalarında karşımıza çıkmaktadır;

Aksu (1997) tarafından yapılmış araştırmada, sembolik, sözel ve kavramsal olarak sunulan kesir problemlerindeki öğrenci performansları incelenmiştir. Araştırma bulgularında öğrencilerin sembolik şekilde sunulan problemlerde, sözel problemlere ve kavramsal problemlere göre daha başarılı oldukları gözlenmiştir. Aksu (1997)’ye göre, kurallar yapılan işlemi anlamaya yardımcı olmadığı gibi bu işlemleri yapma başarısı da hızla kaybolmaktadır (Aksu, 1997:379).

Toluk (2002) tarafından kaleme alınan makalede, ilköğretim öğrencilerinin bölme işlemi ve rasyonel sayıları ilişkilendirme süreçleri incelenmiştir. Bu araştırma Türkiye’de yapılmamış olup Amerika’nın Arizona kentinde yapılmış olmasına rağmen Türkiye’deki bir dergide kaleme alındığı için burada yer verilmesi uygun görülmektedir. Toluk’un yapmış olduğu bu araştırmanın amacı, ilköğretim öğrencilerinin rasyonel sayıların parça-bütün anlamından bölüm anlamına geçiş sürecinde oluşturdukları kavramsal şemaları belirlemektir. Klinik görüşmeler ve yarı-yapılandırılmış görüşmelerin, öğrencilerin rasyonel sayıların bölüm anlamını nasıl kavramsallaştırdıklarını betimlemek için kullanıldığı bu araştırmada, 4 beşinci sınıf

öğrencisiyle yorumsal nitel bir çalışma yapılmıştır. Toplanan veriler, nitel sürekli kıyaslama metodu kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonuçları, ilköğretim öğrencilerinin rasyonel sayıları bölüm olarak kavramsallaştırmada güçlük çektiklerini göstermiştir. Bu anlamı oluşturabilmeleri için, eşit paylaşımı vurgulayan öğrenme etkinliklerinin düzenlenmesinin gerekliliği ortaya çıkmıştır. Araştırmanın sonunda, ilköğretim öğrencilerinin rasyonel sayıların parça-bütün anlamından bölüm anlamına geçiş sürecinde oluşturdukları kavramsal şemaların bir modeli oluşturulmuştur (Toluk, 2002:81).

Işıksal (2006) tarafından yapılan araştırmada öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma, bölme konularındaki pedagojik alan bilgileri ve bu bilgiler arasındaki ilişki ele alınmıştır. Işıksal, nitel durum çalışması yapılarak gerçekleştirilen bu çalışmada öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye ilişkin kavram, prensip ve ispatlara yönelik anlamaları, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin bu konularda sahip olabilecekleri kavram ve kavram yanılgıları hakkındaki bilgileri, bu konuların öğretiminde kullandıkları stratejiler ve kesirlerde çarpma ile bölmeyi anlamlandırmalarına yönelik gösterimlerini incelemiştir. Araştırma sonucunda, öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeyle ilgili problemleri kolaylıkla sembolize edip çözebildikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının bu kavramları yorumlama ve anlamlandırmalarındaki alan bilgilerinin ise yeterince derin olmadığı belirlenmiştir. Bu sonuçlara ek olarak, öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye ilişkin kavramların mantığına vurgu yapılması gerektiğine yönelik inançlarının yüksek olmasına rağmen, bu kavramların açıklama ve gösterimine yönelik bilgilerinin yeterli olmadığı belirlenmiştir.

Kılcan (2006)'ın ilköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölme işlemini nasıl yorumladıklarını ve öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgilerinin öğretimlerine nasıl yansıdığını araştırmak amacıyla yaptığı çalışma, farklı okullarda görevli olan dört ilköğretim matematik öğretmeni ile gerçekleştirilmiştir. Gözlem ve görüşme yöntemi kullanılarak toplanan bulgular değerlendirildiğinde; öğretmenlerin çoğunun kesirlerle bölme bilgilerinin büyük ölçüde işlemsel düzeyde olduğu görülmüştür. Kılcan ortaya çıkan bulguları şu şekilde açıklamaktadır (Kılcan, 2006: 94-97); Dört öğretmenden üçü ters çevirip çarpma kuralına odaklanmışlar fakat o kuralın neden öyle olduğu ile ilgili bir açıklama getirememişlerdir. İki öğretmenin bölme durumlarını yorumlamaları bölme işleminin eşit paylaşma anlamı ile sınırlı kalmıştır. Bu nedenle bölenin kesir olduğu durumlarda bölme işlemini açıklayamamışlardır. Öğretmenlerden biri bölmenin eşit paylaşma anlamının yanında ölçme anlamını da düşünebilmiştir. Fakat bu bilgilerini

farklı temsil biçimlerine dönüştürememiş, problem durumlarına uygulayamamıştır. Dört öğretmenden sadece biri verilen durumları bölmenin her iki anlamını da kullanarak yorumlamış ve farklı çözüm yolları geliştirebilmiştir. Ayrıca araştırmaya katılan öğretmenlerden üçü bir bölme işleminde farklı nicelikler arasındaki ilişkileri açıklayamamışlardır. Bu öğretmenler bir bölme işleminde kalanı tahmin etmeleri istendiğinde başarılı olamamışlardır. Sadece bir öğretmen kalanı tahmin etmede dört farklı strateji geliştirebilmiştir. Kılcan, sonuç kısmında, araştırmaya katılan dört öğretmenden üçünün kesirlerle bölme bilgisinin işlemsel düzeyde olduğunu, bir öğretmenin ise kavramsal düzeyde olduğunu ifade etmektedir. Kılcan'a göre kesirlerle bölme bilgileri işlemsel bilgi düzeyinde olan öğretmenler öğretimlerinde öğrencilerine işlemsel öğrenmenin gerçekleşebileceği ortamlar sunmuşlardır. Bu öğretmenler öğrencilerinin nasıl düşündüklerini dikkate almadan, derslerinde sürekli kuralın ezberlenmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Kesirlerle bölme bilgisi kavramsal bilgi düzeyinde olan bir öğretmen ise öğrencilerinin düşüncelerine daha fazla önem vermiş ve öğrencilerine kendi anlamalarını ve çözüm yollarını oluşturabilecekleri bir öğrenme ortamı hazırlamıştır. Bu öğretmenin kesirlerle bölme dersi diğer öğretmenlerin derslerinden daha uzun sürmüştür (Kılcan, 2006: 99).

Kesirler ve öğretimi başlığı altında ele alınan çalışmalar ve Türkiye’de yapılan bu çalışmaların yanı sıra Türkiye de ilköğretim matematik dersi (1-8) öğretim programı’nda kesir çeşitleri Basit Kesir” “Bileşik Kesir” “Tam Sayılı Kesir” “Ondalık Kesir” ve “Yüzde İfadeleri” şeklinde yer almaktadır. Bu çalışmada İlköğretim 5., 6. ve 7. sınıf matematik dersi kesirler konusu ile ilgili kazanımlardan hareketle, kesirlerin birbirine dönüştürülmesi;

- Basit Kesiri, Ondalık Kesire Dönüştürme, Basit Kesiri, Yüzdeliğe Dönüştürme
- Bileşik Kesiri, Tam sayılı Kesire Dönüştürme, Bileşik Kesri, Ondalık Kesire Dönüştürme
- Tam sayılı Kesiri, Bileşik Kesre Dönüştürme, Tam sayılı Kesri, Ondalık kesire Dönüştürme
- Ondalık Kesiri, Basit Kesire Dönüştürme, Ondalık Kesiri, Bileşik Kesire Dönüştürme, Ondalık Kesiri, Tam sayılı kesire Dönüştürme, Ondalık Kesiri, Yüzdeliğe Dönüştürme şekilde yer almaktadır. Bu durumu EK 15’te Şekil EK 5.1’de görüldüğü şekliyle özetlemek mümkündür.

BÖLÜM III

3. ARAŞTIRMA YÖNTEMİ

Bu bölüm, araştırmanın metodolojisine, örneklemine, verilerin toplanmasına ve verilerin analizi ilgili literatür bilgisine ayrılmıştır.

3.1. Araştırmanın Metodolojisi

Kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi sırasında birçok zihinsel aktivite yer almaktadır. İnsanoğlu bir eylemi gerçekleştirirken zihninde birçok aktiviteyi sürdürmektedir. Bunlar zamanla bilinçli veya bilinç dışı yapılmış eylemler halinde ortaya çıkabilmektedir. Zihinde gerçekleşen bu eylemler soyut objeler, olgular, imajlar vb. olduğu için bunları açıklamakta oldukça zordur. Öğrencilerin zihinsel süreçlerinin bir başkası tarafından gözlemlenmesi oldukça zordur. Dolayısıyla zihinsel modellerinin neler olduğu, nasıl oluştuğu ve bir başkasının bunları anlaması da oldukça zordur.

Zihinsel süreçlerin belirlenebilmesi ile ilgili yapılan çalışmalardan, araştırmacıların; zihinsel süreçler hakkında anlamlar çıkarabilmemiz için konuşulan kelimeler ve sözcükler, yazılan yazılar, çizimler, gerçek nesnelerin kullanılması, nesnelerin soyutlanarak düşüncelerin anlatılması gerektiği (Pitta-Pantazi, Gray ve Christou, 2004, Ginsburg, Kessan, Schwartz ve Swanson, 1983) yargısına vardıklarını görmekteyiz.

Bu araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden “Durum Çalışması (Case study)” olarak yürütülmüştür. Durum çalışması; (1) Güncel bir olguyu kendi gerçek yaşam çerçevesi (içeriği) içinde çalışan, (2) olgu ve içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmadığı, ve (3) birden fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan, görgül bir araştırma yöntemidir (Yin,1984:23’ten aktaran: Yıldırım, A. ve Şimşek, H. 2005). Yin’e göre nitel

araştırmaların çoğu için nasıl, niçin, neden soruları önemli yer tutar (Yin, 1984'ten aktaran: Yıldırım, A. ve Şimşek, H. 2005). Nitel araştırma, “nasıl” ve “niçin” sorularını temel alan ve araştırmacının kontrol edemediği bir olgu ya da olayı derinliğine incelemesine olanak veren bir inceleme yöntemidir (Yıldırım, A. ve Şimşek, H. 2005).

Analiz biriminin saptanması:

Bu araştırma bir durum çalışmasıdır ve tek bir birey (öğrenci) üzerinde yapılan bir çalışma olarak tasarlanmış olup, bir kaç benzer bireyin çalışmaya dahil edilmesiyle çoklu durum haline dönüştürülmüştür. Burada ilköğretim beşinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinden oluşan çoklu bir durum çalışması tasarlanmıştır.

Birey veya bireyleri durum olarak aldığımızda, analize konu birim hakkında pek sorun görünmemektedir. Oysa, kararlar veya karar verme süreçleri, programlar, belirli uygulama süreçleri veya örgütsel değişim konuları da durum çalışması içinde yer alabilir. Ancak bu konuların başlangıç veya bitiş noktaları veya sınırları tek bir bireyde olduğu ölçüde kesin hatlarıyla belirlenmemektedir (Yin, 1984'ten aktaran: Yıldırım, A.ve Şimşek, H. 2005). Burada araştırmamızdaki durum konusu bireylerin ortaya çıkan zihinsel modellerinin belirlenmesidir.

3.2. Araştırmanın Evren ve Örneklemi

Bu kısımda çalışılacak problem durumunun belirlenmesi, araştırmanın örnekleme, katılımcılar ve pilot çalışmanın uygulanması ile araştırmaya katılacak bireylerin seçimi açıklanmıştır.

3.2.1. Çalışılacak Problem Durumunun Belirlenmesi

Nitel araştırmacıların birincil kaygısı, nicel araştırmacılarda olduğu gibi belirli bir evrene sağlam genellemeler yapmak değil, bir evrende olması olası çeşitlilik, zenginlik, farklılık ve aykırılıkları çalışmalarına dahil ederek bütüncül bir resim elde etmektir (Goetz ve LeCompte, 1984'ten aktaran: Yıldırım, A. ve Şimşek, H. 2005).

Nitel araştırma çalışılan konuyu derinlemesine ve tüm olası ayrıntılarıyla incelemeyi amaç edinmektedir (Yıldırım, A.ve Şimşek, H. 2005).

Bu çalışmada katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir (Patton, 1987'den aktaran: Yıldırım, A.ve Şimşek, H. 2005). Amaçlı örnekleme yöntemleri pek çok durumda, olgu ve olayların keşfedilmesinde ve açıklanmasında yararlı olur (Yıldırım, A.ve Şimşek, H. 2005). Patton'a göre başlıca amaçlı örnekleme yöntemleri: aşırı ve aykırı durum örneklemesi, maximum çeşitlilik örneklemesi, benzeşik örnekleme, tipik durum örneklemesi, kritik durum örneklemesi, kartopu veya zincir örnekleme, ölçüt örnekleme, doğrulayıcı ve yanlışlayıcı örnekleme ve kolay ulaşılabilir durum örneklemesi şeklindedir (Patton, 1987'den aktaran: Yıldırım, A. ve Şimşek, H. 2005). Araştırmamızın örnekleme de amaçlı örnekleme yöntemlerinden maximum çeşitlilik örneklemesi olarak tasarlanmıştır.

Maximum çeşitlilik örneklemesinde amaç, görelilik olarak küçük bir örneklem oluşturmak ve bu örneklemde çalışılan probleme taraf olabilecek bireylerin çeşitliliğini maximum derecede yansıtmaktır (Yıldırım, A.ve Şimşek, H. 2005). Maximum çeşitliliğe dayalı bir örneklem oluşturmada amaç, genelleme yapmak için bu çeşitliliği sağlamak değildir, tam tersine çeşitlilik gösteren durumlar arasında herhangi ortak ya da paylaşılan olguların olup olmadığını bulmaya çalışmak ve bu çeşitliliğe göre problemin farklı boyutlarını ortaya koymaktır (Yıldırım, A.ve Şimşek, H. 2005).

Araştırmanın örneklemini dördü 5. sınıf ve diğer dördü 8. sınıf olmak üzere toplam sekiz ilköğretim öğrencisi oluşturmaktadır.

3.2.2. Katılımcıların Seçimi, Pilot Çalışmanın Uygulanması

Bu çalışmada katılımcıların seçimi için gerekli kurumlardan yasal izinler alındıktan sonra, Ankara ili, Çankaya ilçesi, İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü'ne bağlı bir ilköğretim okulunun müdürü ile görüşme yapılmış ve beşinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin karne notları incelenmiştir. Daha sonra ilgili sınıfların öğretmenleri ile ön görüşme yapılmış ve araştırmacı tarafından sınıftaki matematik derslerinde gözlem yapılarak katılımcı olabilecek öğrenciler gözlemlenmiştir. Katılımcı öğrencilerin belirlenmesinde matematik dersi karne notları incelenmiş ve kriter olarak düşük başarı

notu ve yüksek başarı notu esas alınmıştır. Araştırmanın başlangıcında, çalışmaya uygun olabileceği düşünülen beşinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinden olmak üzere toplam 17 öğrenci tespit edilmiştir. Bu 17 öğrenciden 2'si çalışmanın başlangıcında özel mazaretleri sebebi ile ayrılmıştır. Geriye kalan 15 öğrenciden 8 öğrenci seçilerek bunların yarısı pilot çalışma, yarısıda asıl çalışma için uygun görülmüştür. Çalışmanın amacı doğrultusunda dördü pilot çalışmanın uygulanması, diğer dördü asıl çalışmanın uygulanması olmak üzere sekiz gönüllü katılımcı öğrenci belirlenmiştir.

Tablo 3. 1: Araştırmaya katılan öğrencilere ait bilgiler

Katılımcı Öğrenci	Cinsiyet	Sınıf	Karne Notu Bir önceki Yıla Ait 5 üzerinden	Anne-Baba Mesleği		Matematik Dersine Yönelik Tutumu
				Anne	Baba	
K1	Erkek	5	İki	Ev hanımı	Şoför	Sevmiyor
K2	Kız	5	iki	Temizlik İşçisi	Kapıcı	Seviyor
K3	Kız	5	Beş	Doktor	(Vefat)	Çok Seviyor
K4	Erkek	5	Beş	Subay	Subay	Çok Seviyor
K5	Kız	8	İki	Öğretmen	Öğretmen	Hiç Sevmiyor
K6	Erkek	8	İki	Öğretmen	Mühendis	Sevmiyor
K7	Kız	8	Beş	Öğretmen	Mühendis	Çok Seviyor
K8	Kız	8	Beş	Öğretmen	Öğretmen	Çok Seviyor

Tablo 3.1’de de görüldüğü gibi bu katılımcı öğrencilerden, ikisi düşük başarı notuna, ikisi yüksek başarı notuna sahip 5. sınıf öğrencisi ve yine ikisi düşük başarı notuna, ikisi yüksek başarı notuna sahip 8. sınıf öğrencisidir. Belirlenen öğrenciler ile yapılan görüşmelerin ardından ilgili öğrencilerin öğretmenleri ve anne-babaları ile görüşmeler yapılarak öğrencilerin araştırmaya katılımcı öğrenci olarak katılabilmeleri konusunda izinleri alınmıştır. Pilot çalışma için 5. sınıftan biri düşük başarı notuna diğeri yüksek başarı notuna ve 8. sınıftan biri düşük başarı notuna, diğeri yüksek başarı notuna sahip dört öğrenci belirlenmiştir. Pilot çalışmanın yapılmasının amacı, asıl çalışma için öngörülen durumların ne kadar gerçekleşebileceğinin, geliştirilen araştırma sorularının amaca uygunluğunun, çalışma sırasında uygulanacak yöntemlerin uygunluğunun tespit edilmesi ve çalışmanın gidişatı ile ilgili daha somut bilgilerin ortaya konmasıdır. Pilot çalışmadan elde edilen veriler doğrultusunda araştırma

sorularının varsa eksik yönleri giderilmesi, çalışma envanterine eklenmesi gereken soruların tespit edilerek, uygulama sırasında ortaya çıkabilecek olumsuz durumlar ve çalışmada bulunması gereken (varsa) başka durumlar tespit edilerek raporlaştırılması ve asıl uygulama çalışmasının sağlıklı bir şekilde yürütülmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Ve yine sesli düşünme tekniğine ilişkin (varsa) eksikliklerin giderilmesi amaçlanmıştır. Pilot çalışma sonucunda araştırma sorularında eksik bir yöne rastlanmamış çalışma envanterindeki soruların aynen alınabileceğine karar verilmiştir. Araştırma sonrası uygun görüldüğü için pilot çalışmaya katılan katılımcıların verileri de asıl çalışmaya dahil edilmiştir.

Araştırmanın uygulama sürecinde katılımcıların problem çözümlerinde çoğunlukla sınıfta öğrendikleri kuralları-kısayolları-algoritmaları kullanmış olmaları dikkat çekmiştir. Sınıfta nasıl bir ders işlendiği sorusuna cevap aranarak, katılımcıların öğretmenleri ile tek tek görüşülmüştür. Öğretmenlerin ifadelerinde, ders işlerken daha çok düz anlatım kullandıkları ve matematik konularını öğretirken konuyla ilgili problem çözüm yollarını ve kuralları öğretmeye çalıştıkları ve öğrenmeyi pekiştirmek içinde bol miktarda soru çözümü yaptıkları tespit edilmiştir. Niçin böyle bir yol izledikleri sorgulandığında, öğretmenlerin cevaplarında, farklı etkinliklere zaman yetiremeyecekleri ve sınav kaygısını ön plana alarak ders işlediklerini ifade eden açıklamalar öne çıkmıştır.

3.3 Araştırma Verilerinin Toplanması

Araştırma verilerinin toplanması araştırma sorularının geliştirilmesi ve veri toplama olmak üzere iki kısımda ele alınmıştır. Bu durum ilgili literatür desteği ile sunulmaktadır.

3.3.1. Araştırma sorularının geliştirilmesi

Araştırmada verilerin toplanması için ilköğretim (1-8) matematik dersi öğretim programında yer alan kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi ile ilgili kazanımlar doğrultusunda, araştırmacı tarafından hazırlanan açık uçlu soruların yer aldığı çalışma envanteri kullanılmıştır. Çalışma envanterinin hazırlanma aşamasında araştırmacı

tarafından oluşturulan sorular ilk olarak bir sınıf öğretmeni, bir ilköğretim matematik öğretmeni, Gazi Üniversitesi'nde görev yapmakta olan biri Sınıf Öğretmenliği Bölümü'nde görevli, dördü Matematik Eğitimi Bölümü'nde görevli araştırma görevlisi ve aynı zamanda doktora öğrencisi olan beş kişi ile aynı üniversitenin Matematik Bölümü'nde görevli bir öğretim üyesine sorulmuş ve alınan cevaplardan hareketle zihinsel modelleri ortaya koyabilecek soruların oluşturulmasına çalışılmıştır. Bu kişilerin değerlendirmeleri doğrultusunda oluşturulan çalışma envanteri, biri sınıf öğretmeni bölümünde ve dördü matematik eğitimi bölümünde doktora yapmakta ve araştırma görevlisi olarak çalışmakta olan beş kişi ve Matematik Eğitimi bölümünde görevli bir öğretim üyesi olmak üzere toplam altı kişiden uzman görüşü alınmıştır. Böylece elde edilen çalışma envanteri (EK 1) araştırmada kesirler konusundaki dönüştürmeler ile ilgili olarak kullanılmıştır. Hazırlanan bu envanterdeki soruların pilot uygulamadaki katılımcılar tarafından cevaplandırılması aşamasında, zihinsel modellerin açığa çıkarılması için sorulacak diğer sorular belirlenmeye çalışılmış, asıl uygulamada araştırmanın veri toplama aşamasında sorulması gerekte, sorulmadık bir soru kalmaması için sorular tekrar gözden geçirilmiştir. Nitel çalışmaların yapısı gereği yukarıda da belirtildiği gibi olgu ve içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmaması (durum çalışmasının bir gereği olarak özel durumların ortaya çıkması) sebebiyle çalışma envanterindeki soruların cevaplanması sürecinde yöneltilebilecek başka sorulara da yer verilmesi planlanmıştır.

3.3.2. Verilerin Toplanması

Çalışma envanterinde yer alan soru maddelerinin her biri pilot çalışmada, katılımcı öğrencilere bir sayfada tek bir soru maddesi olacak şekilde teker teker verilmiştir. Soru maddelerinin çözümü ve cevaplanmasında öğrencilere düşüncelerini yazarak aktarabilecekleri cevap kağıtları, görsel olarak çizim yoluyla gösterebilecekleri (çizim yapabilecekleri) boş kağıtlar, somut materyallerle anlatabilecekleri oyun legoları, sayı çubukları, sayı fasülyeleri, kağıt, kalem, boya kalemleri, önceden çalışma seanslarının uygulanacağı ortamda masa üzerinde hazır bulundurulmuştur.

Veri Toplama Teknikleri

Verilerin toplanmasında, araştırmanın veri tabanının zenginleştirilmesi ve araştırma sonunda ulaşılabilecek sonuçların daha geniş bir bakış açısıyla ele alınması amacıyla, görüşme, döküman incelemesi yöntemleri ve “Sesli Düşünme Tekniği (Think Aloud)” kullanılmıştır. Ayrıca veri kaybını en aza indirmek, gözden kaçan bir şey kalmamasını sağlamak ve daha sonra verilerin analizi sırasında farklı anlam çıkarma ve yorumlamaları bertaraf etmek amacıyla, video kaydı ve ses kaydı alınmıştır. Video kayıtlarında sesin duyulması konusunda herhangi bir problem ile karşılaşmadığı için ayrıca ses kayıtlarını dinleme ihtiyacı duyulmamıştır. Böylece araştırmanın güvenilirliğinin artması sağlanmaya çalışılmıştır.

Görüşme Yönteminin kullanılması

Patton görüşmenin amacını, bir bireyin iç dünyasına girmek ve onun bakış açısını anlamak (Patton, 1987’den aktaran: Yıldırım, A.ve Şimşek, H. 2005:120) şeklinde yorumlamaktadır. Yıldırım ve Şimşek’ e göre ise; görüşme yoluyla deneyimler, tutumlar, düşünceler, niyetler, yorumlar ve zihinsel algılar ve tepkiler gibi gözlenemeyenler anlaşılmalı çalışılır (Yıldırım, A. ve Şimşek, H. 2005:120). Ginsburg’a göre, nitel araştırmalarda, bireylerin düşüncelerini derinlemesine incelemek amacıyla birey ile karşılıklı yapılan görüşmeler olarak tanımlanmaktadır (Ginsburg, 1981). Clement ise; klinik görüşmeyle bireylerin anlam ve fikirlerindeki zihinsel süreçler hakkında veri toplanabileceğini ve bireyin düşüncesinde gizli bulunan yapı ve yöntemlerin ortaya çıkarılabileceğini söylemektedir (Clement, 1998). Literatür incelendiğinde görüşme yöntemi farklı kategorilerde ele alınmıştır. Bu çalışmada, Patton’un (Patton, 1987’den aktaran: Yıldırım, A.ve Şimşek, H. 2005:122) ortaya koyduğu “sohbet tarzı görüşme”, “görüşme formu yaklaşımı” ve “standartlaştırılmış açık uçlu görüşme” yaklaşımlarından görüşme formu yaklaşımı kullanılmıştır. Görüşme formu yaklaşımının seçilmesinin sebeplerinden biri, bu çalışmada sesli düşünme tekniğinin de kullanılacak olmasıdır (Sesli düşünme tekniğinin bir özelliği gereği araştırmacının katılımcıya yeteri kadar az müdahale edeceği ve katılımcının kendini rahat hissedebileceği bir ortamın sağlanması gerekmektedir). Sesli düşünme tekniği uygulanırken ara ara yeri geldiğinde görüşme formunda yer alan sorular katılımcılara yöneltilecektir. Görüşme formu yaklaşımı, görüşme sırasında irdelenecek bir sorular

veya konular listesini kapsar. “görüşme formu yöntemi benzer konulara yönelmek yoluyla değişik insanlardan aynı tür bilgilerin alınması amacıyla hazırlanır (Patton, 1987:111’den aktaran: Yıldırım, A. ve Şimşek, H. 2005:122). Görüşmeci önceden hazırladığı konu veya alanlara sadık kalarak, hem önceden hazırlanmış soruları sorma, hem de bu sorular sırasında daha ayrıntılı bilgi almak amacıyla ek sorular sorma özgürlüğüne sahiptir. Görüşme formu araştırma problemi ile ilgili tüm boyutların ve soruların kapsanmasını güvence altına almak için geliştirilmiş bir yöntemdir. Görüşmeci, görüşme sırasında soruların cümle yapısını değiştirebilir, bazı konuların ayrıntısına girebilir veya daha çok sohbet tarzı bir yöntem benimseyebilir. Veriler formda kapsanan konu ve soru alanları altında elde edildiği için elde edilen verilerin düzenlenmesi ve analizi daha kolaydır (Yıldırım, A. ve Şimşek, H. 2005:122-123). Görüşme verileri video kaydı ve ses kaydı şeklinde yapılarak daha sonra yazıya dökülerek metin haline getirilmiştir.

Döküman İncelemesi Yönteminin Kullanılması

Bu araştırmadaki diğer bir veri toplama yöntemi de döküman incelemesi yöntemidir. Bu çalışmada, görüşme yönteminin yanısıra, çalışılan araştırma problemi ile ilgili olarak katılımcıların kendilerine verilen soruları çözme aşamasındaki yazdıkları yazılar, problemi görsel olarak sunmak amacıyla çizmiş oldukları resimler ve anlatımlarını kolaylaştırmak amacıyla kullanmış oldukları somut materyaller ile gösterim durumlarına ait fotoğraflar uygulama sırasında araştırmanın veri toplama aşamasına dahil edilmiştir.

Sesli Düşünme Tekniğinin Kullanılması

Tüm bu veri toplama aşamasında zihinsel modellerin mümkün olduğu ölçüde tam olarak belirlenebilmesi için “Sesli Düşünme Tekniği” kullanılmıştır. Newel’e göre sesli düşünme doğrudan gözlem yöntemlerinden biridir ve Newel ve Sümon tarafından geliştirilmiştir (Newel, 1972’den aktaran: Block, 1986: 464). Sesli düşünme, diğer içgözlem raporlarından farklıdır, çünkü bu yöntemde katılımcılar düşünce ve davranışlarını kuramsallaştırmadan ifade ederler. Bu yüzden, sesli düşünme protokolleri katılımcıların zihinsel aktivitesi hakkında doğrudan bir fikir verir (Block, 1986: 464).

Someren ve arkadaşları sesli düşünme tekniğinin katılımcı tarafından yapılan yorumdan kaçınılması böylece basit kelimelerden oluşan bir ifadelendirme süreci içermesi özelliği ve sözlü protokolleri, herkese hitap eden ve dolayısıyla nesnel bir yöntem yaratan veri olarak algılanması özelliği ile diğer sözel veri toplama yöntemlerinden daha iyi olduğunu savunmaktadırlar (Someron ve ark., 1994).

Yine Someron ve arkadaşları (1994), sesli düşünme yönteminin araştırmada başarıyla uygulanması ve veri toplarken göz önünde bulundurulması gereken ortam, bilgilendirme, alıştırma evresi, katılımcıların sesli düşünme süreci boyunca araştırmacı tarafından kontrol edilmesi, ve sesli düşünme ortamının video vb dijital bir ortamda kaydedilmesi şeklinde beş önemli unsuru dile getirmektedirler. Someron ve arkadaşları bunları şöyle açıklamaktadırlar (Someron ve ark., 1994.):

Ortam: Katılımcının kendini yeterince rahat ve güvende hisedeceği ve yapılan çalışmaya odaklanabileceği bir ortam oluşturulmalıdır. Ayrıca, araştırmacı katılımcıya mümkün olduğu kadar az müdahale etmelidir.

Bilgilendirme: Sesli düşünme protokollerine başlamadan önce katılımcılar çalışma sürecinde sesli düşünmeyi nasıl yapacakları konusunda bilgilendirilmelidirler. Bu bir tür problemin gerçek düşünme yoluyla çözülmesidir. Ancak, araştırmacının onlara yapılan çalışmaya ilişkin görüş ve düşüncelerini sorması anlamına gelmemektedir. Sesli düşünme protokolleri kişilerin verilen problemi çözerken akıllarından geçirdiklerini sesli olarak söylemelerini gerektirir. Sonuç olarak bilgilendirme, kısa ve açık olmalı ve de araştırmacının katılımcılardan ne istediğini yorumlamalarını gerektirecek durumlardan uzak olmalıdır.

Alıştırma Evresi: Katılımcıya sesli düşünmeyi pratik yapma imkanı verilir. Bu aşama asıl çalışma sırasında araştırmacıya katılımcıların düşüncelerini mi açıkladıkları yoksa yorumlamada mı bulundukları konusunda değerlendirme fırsatı sunar. Katılımcının sesli düşünme işleyişine alışınca kadar asıl çalışmaya başlanmaması gerektiği için bu araştırmada bu kaideye uyuldu.

Katılımcıların, araştırmacı tarafından sesli düşünme süreci boyunca kontrol edilmesi: Araştırmacı katılımcıları sesli düşünme süreci boyunca kontrol eder ve sadece katılımcılar konuşmaya ara verdiklerinde müdahale eder.

Kaydetme: Sesli düşünme seansları genellikle ses kaydı ve video kayıtları ile kaydedilir. İşleyişin doğru olarak gidip-gitmediğini kontrol etmek için bilgilendirme ve alıştırma evrelerinin kaydedilmesi faydalı olacaktır.

Bu arařtırmada sesli dūřınme protokollerine bařlamadan önce katılımcılar çalıřma sūrecinde sesli dūřınmeyi nasıl yapacakları konusunda bilgilendirilmiřlerdir. Katılımcılara, sesli dūřınmeyi pratik yapma imkanı vermek amacıyla birer tanesi payda eřitlemeyi gerektiren, birer tanesinde payda eřitlemeyi gerektirmeden yapılabilecek olan kesirlerde toplama ve çıkarma iřlemi ile ilgili toplam 4 soru sorulmuřtur. Alıřtırma evresinde katılımcıların çoęunun ilk iki soruyu cevapama sūrecinde sesli dūřınme teknięini bařarı ile kullanabildikleri tespit edilmiřtir. Buna bakılmaksızın tūm katılımcılarla 4 sorunun cevaplanma sūreci tamamlanmıřtır.

3.4. Araştırma Verilerinin Analizi

Bu kısımda toplanan verilerin alt problemlerle nasıl ilişkilendirildiği, uzman grūřleri doğrultusunda kodlamaların nasıl yapıldığı ve kategorilerin oluşturulması ile ilgili bilgilere yer verilmektedir. Ayrıca araştırmanın raporlaştırılmasından bahsedilmektedir.

Toplanan verilerin alt problemle ilişkilendirilmesi:

Grūřme yöntemi ile toplanan verilerin değerlendirilmesi için grūřme seansları sırasında alınan video kayıtlarından yararlanılmıştır. Katılımcıların her bir soru seansına ilişkin video kayıtları izlenip-dinlenerek yazıya dökülüp zmlemesi yapılmıştır. Döküman incelemesi yoluyla toplanan verilerin değerlendirilmesinde katılımcıların problem çözümü ve sorulara verdikleri cevapların yazıldığı kağıtlar, açıklama veya görselleştirme amacıyla çizmiş oldukları resim veya şekiller, somut anlatımlar için kullandıkları materyaller ile oluşturdukları açıklama durumlarının fotoğrafları incelenmiştir. Sesli dūřınme tekniği ile toplanan verilerin değerlendirilmesi için katılımcıların sesli dūřınme protokolleri sırasında kullandıkları problem çözüm stratejileri sırasında söyledikleri ifade ve açıklamalardan yararlanılmıştır.

Toplanan veriler, araştırmanın başında oluşturulmuş olan alt problemler temel alınarak düzenlenip yorumlanmıştır. Araştırma sırasında bir şekilde toplanmış olup, araştırmanın alt problemi ile herhangi bir şekilde ilişkilendirilemeyecek olan gereksiz veriler çalışmadan çıkartılmıştır. Çalışılan konu ile ilgili literatür incelemesi sonucu ilgili yazıdan alıntılar yapılarak, yorumların başka araştırma sonuçlarıyla ne kadar

benzerlik ve farklılık gösterdiği konusunda tartışmalar yapılarak veri analizinin ve yorumlanmasının zenginleştirilmesi sağlanmaya çalışılmıştır.

Araştırma verilerinin analizinde alt problemlere ilişkin olarak toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmak, toplanan verilerin derinlemesine analiz edilmesi ve önceden belirgin olmayan temaların ve boyutların ortaya çıkarılması için içerik analizi yapılmıştır. Bu amaçla kodlama yaparken, ilk olarak verilerin anlamlı bütünler halinde nasıl bölümlere ayrılacağı ve bu bölümlere nasıl bir ad verileceği ve farklı bölümlerde yer alan verilerin benzer kodlar altında düzenlenip düzenlenemeyeceği göz önünde bulundurulmuştur. Veri analizinde kodlama güvenilirliği için iki kişiye kodlama yaptırılmış ve aynı veri setindeki benzerlik ve farklılıklar sayısal olarak karşılaştırılarak en azından % 70 düzeyinde bir kod güvenilirliğine ulaşılmaya çalışılmıştır. Bu kodlama matematik eğitimi alanında doktora yapmış iki alan uzmanı tarafından gerçekleştirilmiş olup % 85-90 düzeyinde bir kod güvenilirliği sağlanmıştır. Kodlama yapan uzmanlardan kodlama yapılırken genel bir çerçeve içinde kodlama yapmaları istenmiştir. Çünkü, verilerin analizinden önce genel bir kavramsal yapı oluşturularak ve ortaya çıkan yeni kodlar listeye dahil edilerek, gereksiz görülen kodlamaların varsa değiştirilmesi veya kodlamadan çıkarılması amaçlanmıştır.

Bu doğrultuda, bu iki alan uzmanı tarafından yapılan kodlama sürecinde, ortaya çıkan kodlardan hareketle verileri genel düzeyde açıklayabilen ve kodları belirli kategoriler altında toplayabilen temalar bulunmaya çalışılmıştır. Ortaya çıkan bu temalar “Kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi ile ilgili katılımcıların zihinsel modellerini gösteren anahtar kavramların listelenmesi” başlığı altında EK 2, EK 3, EK 4 ve EK 5’te ayrıntılı bir şekilde sunulmaktadır.

Ortaya konan bu kodları belirli kategoriler altında toplayabilen bu temaların oluşturulması sırasında gözden kaçan veya eksik kalan bir durum olup-olmadığını kontrol etmek, farklı bir kategori oluşturulup-oluşturulamayacağını belirlemek amacıyla katılımcı öğrencilere sorulan kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi ile ilgili sorular, mümkün olduğunca farklı çözüm yolu elde etmek için, matematik eğitimi alanında çalışan 3 uzmana sorulmuştur. Bu uzmanlardan ikisi OFMA Bölümü, Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı’nda görev yapan öğretim üyeleri ve diğeri matematik eğitimi alanında doktora eğitimini tamamlamış bir uzmandan oluşmaktadır. Farklı çözüm yaklaşımları için alınan bu uzman görüşleri EK 6’da yer almaktadır. Uzmanlardan elde edilen bu farklı çözüm yaklaşımları incelendiğinde, daha önceki iki uzmanın yapmış olduğu EK 2, EK 3, EK 4 ve EK 5’te yer alan anahtar kavramlardan

farklı olmadığı sadece paylaşırma kategorisinin eklenmesi bazı cümle ifadelerinin düzeltilmesinin gerektiği görülmüştür. Bu düzeltmeler yapılarak EK 7, EK 8, EK 9 ve EK 10'da yer alan, katılımcıların verilen bir kesri başka bir kesre dönüştürme ile ilgili zihinsel model tanımlamalarını gösteren tablolar oluşturulmuştur. Bu tablolarda hangi katılımcının hangi kategoride hangi eylemi gerçekleştirdiği açıkça görülmesi için belirtilen ifadelerin karşısına “√” işareti konmuştur.

Daha sonra, araştırmacı ve OFMA Bölümü, Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda görev yapan başka bir uzman tarafından, EK 7, EK 8, EK 9 ve EK 10'da yer alan, katılımcıların verilen bir kesri başka bir kesre dönüştürme ile ilgili zihinsel model tanımlamalarını gösteren tablolar incelenmiş ve bu tablolarda yer alan çizim ve materyal ile gösterime ilişkin durumların hangi kategoriler altında yazılması gerektiği belirlenmeye çalışılmıştır. Zihinsel model kategorilerinin tanımlanmasında zihinsel model kavramı, Chinnappan (1998), English ve Halford'ün açıklama ve anlayışlarına uygun olarak ele alınmıştır. Katılımcıların verilen bir problemi çözerken etkin (aktif) olan temsillerinin zihinsel modellerini yansıttığı fikrinden hareket edilmiştir. Yine literatür incelemesi sonucu kavramsal çerçevede de belirtilen kesrin farklı anlamlarını içeren alt başlıkları doğrultusunda araştırmacı ve bu uzman tarafından kodlar bir araya getirilerek incelenmiş ve kodlar arasındaki ortak yönler belirlenmiştir. Böylece, son kez tematik kodlama yapılmış olup, toplanan veriler kodlar aracılığıyla kategorize edilmiştir. Tematik kodlama yapılırken iç tutarlık ve dış tutarlılığa dikkat edilerek, görüşme, döküman incelemesi, çözümlenen video kayıtları sonucu ortaya çıkan bulgular ile elde edilen verilerin ortaya çıkan temalara göre veri setinin çeşitli bölümlerinin etkili bir şekilde temsil edilip edilmediği dikkatli bir şekilde gözden geçirilmiştir. Tematik kodlama aşaması tamamlandıktan sonra verilerin kodlara ve temalara göre düzenlenip tanımlanması yapılmıştır. Bu amaçla, belirli olgulara göre verileri tanımlayıp yorumlama yapabilmek için toplanan verilerin düzenlenebileceği EK 11, EK 12, EK 13 ve EK 14'te yer alan, verilen bir kesri başka bir kesre dönüştürme sırasında ortaya çıkan zihinsel model kategorileri oluşturulmuştur. Burada verilerin kodlara ve temalara göre düzenlenip tanımlanmasında mümkün olduğunca belirleyici olmaya ve araştırmacının kendi görüş ve yorumlarından uzak durarak elde edilen veriler sunulmaya çalışılmıştır.

Bulguların yorumlanması aşamasında ise; katılımcı öğrencilerden toplanan verilere anlam kazandırmaya çalışılmış ve bulgular arasındaki ilişkiler betimlenmeye çalışılmıştır. Ayrıca, bulgulardan bir takım sonuçlar çıkarılarak, elde edilen sonuçların önemine ilişkin açıklamalar yapılmıştır.

Bu araştırmada 5.alt problem “Akademik başarı durumu açısından katılımcıların kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürölmesi sırasında ortaya çıkan zihinsel modelleri arasındaki benzerlik ve farklılıklar nelerdir?” ile ilgili olarak 1., 2., 3. ve 4. alt problemler için toplanan veriler için yapılan analiz sonuçları kullanılmıştır.

Araştırmanın raporlaştırılması:

Araştırmanın sonuçları literatürdeki ilgili çalışmalarla ilişkilendirilerek bu çalışmaların benzer veya benzer olmayan sonuçları doğrultusunda tartışılarak mantıklı bir şekilde ortaya konmaya çalışılmıştır. Araştırmanın sonuç ve öneriler bölümünde araştırma sırasında yaşanan deneyimler aktararak daha sonra yapılacak benzer araştırmalarda, araştırmacılara veya sonuçlarını kullanmak isteyen uygulayıcılara (eğitimcilere) yeni bakış açıları ve anlayışlar kazandırılması amaçlanmıştır. Araştırma süreci boyunca araştırmacı subjektiflikten uzak objektif bir anlayış sergilemeye özen göstermiştir. Araştırmacı elde edilen bulgular doğrultusunda verilere bağlı kalmak koşuluyla ulaşılan sonuçlar, yorumlar ve çıkarımları kendi subjektifliğini yansıtmadan açıklamaya çalışmıştır.

BÖLÜM IV

4. BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde katılımcı öğrencilerden toplanan veriler doğrultusunda elde edilen bulgular ve yorum kısmı yer almaktadır. Veriler katılımcı öğrencilerin (a) Bileşik Kesrin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller, (b) Tamsayılı Kesrin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller, (c) Basit Kesrin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller ve (d) Ondalık Kesrin Bileşik Kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller başlıkları altında incelenecektir. Bu dört kapsam ilköğretim matematik dersi (1-8) programında yer alan kazanımlar göz önüne alınarak belirlenmiştir. Dolayısıyla burada ondalıkkesrin diğer (bileşik olmayan) kesirlere dönüştürülmesine ilişkin bulgular yer almamaktadır.

Bulgular ve yorum kısmı açıklanırken aynı şekiller farklı altproblemlerin cevaplarının oluşturulması sırasında tekrar karşımıza çıkabilmektedir. Konunun anlaşılmasını kolaylaştırmak amacıyla yeri geldiğinde bu şeklin veya şekillerin tekrar verilmesi uygun görülmüştür.

Görüşme, Döküman İncelemesi yöntemleri, Sesli Düşünme Tekniği (Think Aloud) ve video kayıtlarının transkribi sonrası elde edilen veriler sonucunda katılımcıların kesirlerin birbirine dönüştürülmesi ile ilgili soruların çözümü sırasında farklı zihinsel modelleri olduğu tespit edilmiştir. Bu zihinsel modeller; İşlem Bilgisi (Kural), Bölme, Bütün-Parça, Ölçme/Karşılaştırma, Oran/Orantı, Genişletme, Sadeleştirme (Daraltma), Denklik Bağıntısı (Kesirlerin Denkliği) ve Paylaştırma olarak kategorize edilmiştir. İlerleyen kısımlarda bu kategorilere ait veriler incelenecektir. Aşağıda bu kategorilerin katılımcı öğrencilerin verileri doğrultusunda nasıl ortaya çıktığı veya nasıl ele alındığına ilişkin kısa tanımlamalara yer verilmektedir.

İşlem Bilgisi (Kural): Hiebert ve Lefevre'nin tanımlaasıyla (1986), “Kurallar (kısa yollar), matematiksel problemi çözmek için kullanılan bağıntılar, somut nesneler üzerindeki işlemler, görsel diyagramlar, zihinsel hayalleri veya matematiksel sistemimizin standart olmayan diğer nesnelerinden oluşur.”

Burada bir kesirli sayının başka bir kesirli sayıya dönüştürülmesi sırasında sorunun çözümü için gerekli işlem sürecini (Sınıfta öğretmenini öğrettiği çözüm yolu veya yollarını uygulayarak) gerçekleştirme olarak ele alınmıştır. Ve katılımcı öğrencilerin hiçbir sorgulama yapmadan kuralına uygun olarak sorunun çözümünü gerçekleştirmeleri olarak ele alınmıştır. Bu araştırmada verilerin analizi sırasında işlem bilgisi (kural) kategorisi içinde aldığımız bazı durumlar diğer kategorilerde de yer almaktadır. Sebebi ise, kategoriler öğrencinin bu kuralları kullanırken neyi, niçin yaptığının, niçin böyle bir kural ortaya konmuş olabileceğinin vb. sorgulanması sonucu olarak karşımıza çıkmasıdır.

Katılımcılara ait verilerin açıklamalarına bu gözle bakmanın verilerin analizini daha iyi anlamamız açısından yararlı olacağı düşünülmüştür.

Bölme: $a < b$ olmak koşuluyla $\frac{a}{b}$ veya $\frac{b}{a}$ şeklinde verilen farklı kesir çeşitlerinde $\frac{a}{b}$ veya $\frac{b}{a}$ bir bölme işleminin sonucu olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bütün-Parça: $d < e$ veya $d > e$ olma koşullarında verilen $\frac{d}{e}$, a sıfırdan farklı herhangi bir pozitif tam sayı olmak üzere $b < c$ olmak koşuluyla verilen $a\frac{b}{c}$, veya ondalık kesir olarak f,g şeklinde verilen farklı kesir çeşitlerinde belirtilen kesirler bir bütün parça ilişkisini göstermektedir. Burada katılımcıların verilen basit kesir, bileşik kesir, tamsayıli kesir ve ondalık kesir de bütün ve parçanın ne olduğunu nasıl algıladıklarına ilişkin cümle ve ifadeleri bu doğrultuda incelenmektedir.

Ölçme/Karşılaştırma: Ölçüm olarak, rasyonel sayılar bir ölçme işleminin sonucunda göstermektedirler. Bu çalışmada ölçme/karşılaştırma, iki rasyonel sayı arasındaki büyüklük küçüklük ilişkisi olarak karşımıza çıkmaktadır. Bunun yanı sıra, $a < b$ olmak koşuluyla $\frac{a}{b}$ veya $\frac{b}{a}$ şeklinde verilen farklı kesir çeşitlerinde $\frac{a}{b}$ veya $\frac{b}{a}$ a ile b arasındaki küçük olma veya büyük olma durumu, $a\frac{b}{c}$ şeklinde verilen bir kesirde a , b , c arasındaki veya a ile $\frac{b}{c}$ arasındaki küçük veya büyük olma durumu ve yine f,g

şeklindeki bir ondalık kesirde f ile g arasındaki büyük veya küçük olma biçimiyle karşımıza çıkmaktadır.

Oran/Orantı: : a/b kesiri bir a niceliğinin b niceliğine kıyaslanmasında göstermektedir. gösterir.

Genişletme: Verilen bir kesirli sayıda pay ve paydayı aynı sayı ile çarpmak yoluyla kesirli sayının katlarını almak yeni bir kesir elde etmek şeklinde algılanacaktır.

Sadeleştirme (Daraltma): Verilen kesirli sayıda nicelik olarak daha küçük sayılarla işlem yapmak için pay ve paydayı aynı sayıya bölmek yoluyla yeni bir kesirli sayı elde etmek olarak anlaşılabacaktır.

Denklik Bağıntısı (Kesirlerin Denkleği): Verilen bir kesirli sayıyı genişletmek veya sadeleştirmek yoluyla bu kesirli sayıya denk kesirli sayılar yazmaktır. Bu çalışmada karşımıza verilen bir kesirli sayıda pay ve paydayı aynı sayı ile çarpmak yoluyla genişleterek veya aynı sayı ile bölmek yoluyla sadeleştirme /daraltma yaparak elde edilen yeni kesirlerin birbirine denk olma durumunu görme veya görememe durumu kastedilecektir.

Paylaştırma: $a < b$ olmak koşuluyla $\frac{b}{a}$ şeklinde verilen bir bileşik kesirde pay sayısı kadar parçayı, payda sayısı kadar kişiye veya gruba pay etmek/dağıtmak anlamındadır.

Katılımcı öğrencilerin “Kesir Çeşitlerini Birbirine Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modellerin Kategorisi” aşağıdaki Tablo 4.1’de verilmiştir. Bu tabloda, katılımcıların her bir kesir dönüşümüne ait karşılaşılan zihinsel model kategorisine ait kutucukta tik işareti (✓) yer almaktadır.

Tablo 4. 1: Katılımcı Öğrencilerin Kesir Çeşitlerini Birbirine Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modellerin Kategorisi

Kesirler Arası Dönüştürmeler	Zihinsel Model Kategorileri								
	İşlem Bilgisi (Kural)	Bölme	Bütün-Parça	Ölçme/Karşılaştırma	Oran Orantı	Genişletme	Sadeleştirme (Daraltma)	Denklik Bağıntısı Denk kesirler	Paylaştırma
Bileşik Kesri Tamsayılı Kesire	√	√	√				√	√	√
Bileşik Kesri Ondalık Kesire	√	√	√				√	√	√
Tamsayılı Kesri Bileşik Kesire	√		√	√			√		
Tamsayılı Kesri Ondalık Kesire	√	√	√	√		√		√	
Basit Kesri Ondalık Kesire	√	√	√	√		√		√	
Basit kesri Ondalık Kesire Dönüştürme ve Yüzde Olarak İfade Etme	√	√	√		√	√		√	
Ondalık Kesri Bileşik Kesire	√		√	√				√	

4.1. Bileşik Kesrin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında

Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Araştırmanın birinci alt problemi olan “Katılımcıların Bileşik Kesiri, Tam sayılı Kesire ve Ondalık Kesire Dönüştürme sırasında ortaya çıkan zihinsel modelleri nelerdir?” ile ilgili olarak katılımcılara bir bileşik kesrin tamsayılı kesire dönüştürülmesi ve bir bileşik kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi olmak üzere iki ayrı soru sorulmuştur.

4.1.1. Bileşik Kesrin Tam Sayılı Kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

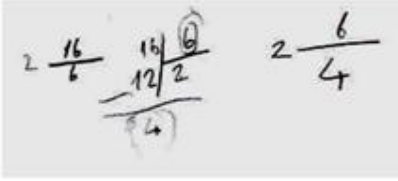
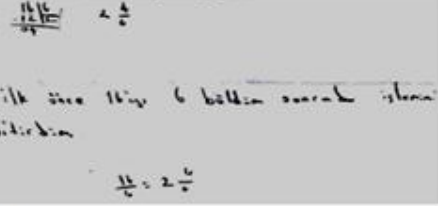
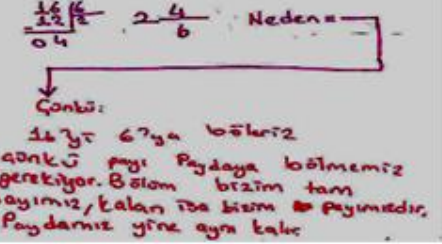
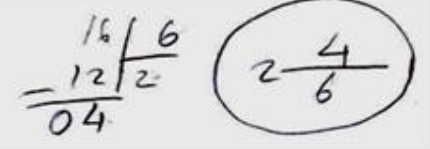
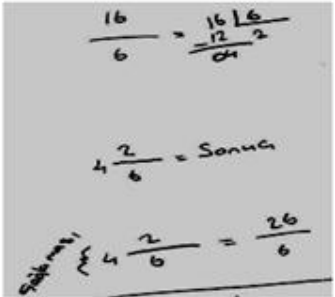
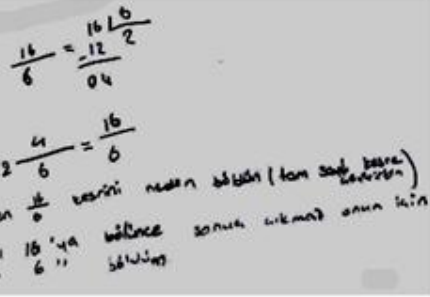
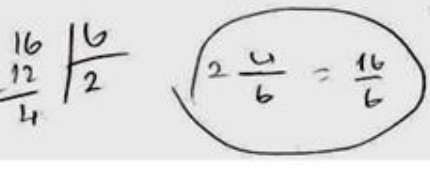
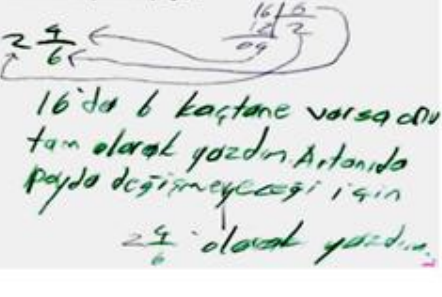
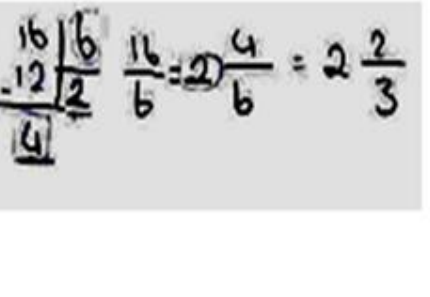
Bir bileşik kesrin tamsayılı kesire dönüştürülmesi ile ilgili verilen soruyu katılımcı öğrencilerin cevaplamaları sırasında ortaya çıkan zihinsel model kategorileri;

1. İşlem Bilgisi (Kural)(kısayol)
2. Bölme
3. Bütün-parça
4. Sadeleştirme/Daraltma
5. Denklik Bağlantısı/Denk Kesirler
6. Paylaştırma

olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu kategorilerde de kişiden kişiye farklılıklar görüldüğü tespit edilmiştir. Bu alt bölümde katılımcı öğrencilerin “ $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini tam sayılı kesire çeviriniz. Bunu gerçekleştirirken attığınız adımları nedenleriyle birlikte açıklayınız?” sorusunu cevaplarken ortaya çıkan zihinsel modelleri örneklerle açıklanmaktadır.

4.1.1.1. İşlem Bilgisi (Kural)

Katılımcı öğrenciler arasında K1 hariç tüm öğrencilerin bu soruyu bir kurallar bütünü olarak modelledikleri işlemsel bilgilerini (Payı paydaya bölme ve bölmenin elamanlarını yerine yerleştirme) kullanarak cevaplandıkları tespit edilmiştir. Şekil 4.1’de katılımcıların işlemlerinden bazı alıntılar yer almaktadır.

K1 	K2 
K3 	K4 
K5 	K6 
K7 	K8 
K9 	K10 

Şekil 4. 1: Katılımcıların İşlemlerinden Alıntılar

Bu şekilde yer alan işlemler katılımcıların aşağıdaki ifadeleri ile birlikte ele alındığında K2, K3, K4, K6 ve K8'in payı paydaya bölme ve bölmenin elamanlarını yerine yerleştirme de hiçbir sıkıntı yaşamadan işlemin sonucuna ulaştıkları, bu

katılımcıların şu ifadelerinde açıkça görülmektedir.

K2: İlk önce 6 payda olduğu için 16 da ondan büyük olduğu için 16'yı 6'ya böldüm. Ve 16'da 6? 2 kere var, 2 kere 6? 12, çıkardığımda 4 kalıyor, yani bu işlemi de iki tam altıda dört, $2\frac{4}{6}$ olarak geçiyor.

K3: Şimdi! 16'yı 6'ya böldüğümüzde 2 çıkıyor. Çünkü 2 kere 6, 12. 2 bizim tam sayımız olacak, buradan 4 kaldı, 4 bizim payımız, 6 da direkt geçiyor paydamız.

K4: Bu sefer tamsayı kesiri bileşik kesire çevirmenin tersini yapacam. 16'yı 6'ya bölcem, 2 defa var 12, 4 kalıyor. 2'yi tama yazcam, 6'yı paydaya, 4 kalanı da paya yazılacak. 2 tam $\frac{4}{6}$ oldu, $2\frac{4}{6}$.

K6: Şöyle gideriz! Yani bunun da aslında bir kuralı var, eeea! 16'nın içinde 6'yı ararız. 16'yı 6'ya böleriz, yani 16'nın içinde kaç tane 6 var bunu ararız. 16'yı 6'ya böleriz, 2 tane 6 olduğu için 12, kalan 4, dediğim gibi kalan her zaman üste yazılır, payda hiçbir zaman değişmez. İçinde bulduğumuz 6'da tam olarak yana yazılır ($2\frac{4}{6}$).

K8: 16'yı 6'ya bölersek 2'yi elde ederiz ve bu bölme işleminin kalanı da 4'tür.

K5'in ise sorunun çözüm yaklaşımında işlem bilgisine uygun olarak payı paydaya bölme kuralını uyguladığını görmekteyiz. K5 ile araştırmacı arasında geçen şu diyalog incelendiğinde;

K5: $\frac{16}{6}$, bunu 16'yı 6'ya bölcem, 16'da 6 2 defa, 2 kere 6? 12, kalan 4. O zaman, bunun cevabı $4\frac{2}{6}$ sonuç bu.

A: Niçin $4\frac{2}{6}$? $4\frac{6}{2}$ olamaz mı?

K5: Bunun kuralına göre gittimde, bi daha bi bakayım! Yanlışmış sonuç, Yok! yanlış olmuş. $4\frac{2}{6} = \frac{26}{6}$ oluyor yanlış olmuş. O zaman, 16 bölü 6, 2 kere, 2 kere 6? 12, 4 kaldı.

O zaman $2\frac{4}{6}$ olur. Çünkü bunu! böyle bi işlem hatırlıyorumda! Hangisinin nereye geleceğini hatırlayamıyorum. $2\frac{4}{6} = \frac{16}{6}$ tamam böyle! $2\frac{4}{6}$ olacak.

A: $\frac{16}{6}$ kesirli sayısını tamsayı kesire dönüştürürken niçin 16'yı 6'ya böldün?

K5: Yine kuraldan gittim. 6'yı 16'ya bölünce sonuç çıkmazdı. O yüzden 16'yı 6'ya böldüm.

K5'in işlem bilgisinin devamı olan bölmenin elamanlarını yerine yerleştirme konusunda bilgi eksikliği olduğu sonucu karşımıza çıkmaktadır.

K1'in durumu ise diğerlerinden farklıdır. K1 ve araştırmacı arasında geçen şu diyalog incelendiğinde işlem bilgisini hatırlama çabası olduğu görülmektedir.

K1: 1 tam $\frac{16}{6}$ tam sayılı kesir.

A: $\frac{16}{6}$ 'yı sordum ama, 1 tam yok.

K1: *Düşünüyorum! Zor bir soru ama deneyecem. On altı bölü altı? On altı bölü altı?*

$\frac{16}{6}$, 6'dan 3 çıkarsak?

A: 16'dan 3'ü neden çıkarıyorsun peki? 3 nereden geldi?

K1: *İçinde ? Olmaz. 16'yı 6'ya bölsek 4 çıkıyor. 16 bölü 6, 2 kere, 2 kere 6? 12 kalan 4.*

2 tam 6 bölü 4 tür. $2\frac{6}{4}$ olur.

Bu ifadeler bize K1'in daha çok "tamsayı kesirde kesirli sayı önünde bir sayı olacağı" anlayışıyla işlem bilgisini hatırlayamayınca deneme yanılma yoluyla böyle bir sayı yazma çabası içerisinde olduğunu göstermektedir. Bu sebeple K1 için işlem bilgisi (Kural) modelini kullandığını söylememiz mümkün olmayacaktır. Aslında, K1 için daha temelde sayılarla ilgili alt yapıda sıkıntıların var olduğunu söylemekte mümkün olacaktır.

4.1.1.2. Bölme:

Katılımcıların hepsinde de bileşik kesri tamsayı kesre dönüştürürken zihinsel modellerinde "bölme" karşımıza çıkmaktadır. Bir bileşik kesrin tamsayı kesre dönüştürülmesinde "Bölme" kategorisini oluşturan katılımcıların zihinsel modellerini gösteren ifadeleri Tablo EK 11.1'de de görüldüğü gibidir. Bu bölümde bunlar detaylı bir şekilde sırasıyla açıklanmaktadır.

a) Büyük sayı küçük sayıya bölünür.

b) Küçük sayı büyük sayıya bölünürse sonuç çıkmaz.

Burada a ve b şıklarını [a) Büyük sayı küçük sayıya bölünür. b) Küçük sayı büyük sayıya bölünürse sonuç çıkmaz.] birlikte almak daha uygun görülmüştür.

K1, K2 ve K5'in araştırmacı ile aralarında geçen şu diyalog, bize her üç katılımcının da benzer ifadeler kullandıklarını göstermektedir.

K1'e ait ifadeler;

K1: *Düşünüyorum! Zor bir soru ama deneyecem. On altı bölü altı? On altı bölü altı?*

$\frac{16}{6}$, 6'dan 3 çıkarsak?

A: 6'dan 3'ü neden çıkarıyorsun peki? 3 nereden geldi?

K1: *İçinde? Olmaz. 16'yı 6'ya bölsek 4 çıkıyor. Büyük sayıyı küçük sayıya bölünür. 16*

bölü 6, 2 kere, 2 kere 6? 12 kalan 4. 2 tam 6 bölü 4 tür. $2\frac{6}{4}$ olur.

A: *Niçin $2\frac{6}{4}$ yazdın?*

K1: *2'yi buradan, 6'yı buradan, 4'ümüzde çıkan.*

A: *Peki! Açıklamak istediğin başka bir şey var mı?*

K1: *Yook!*

K2'ye ait ifadeler;

K2: *İlk önce 6 payda olduğu için 16 da ondan büyük olduğu için 16'yı 6'ya böldüm. Ve 16'da 6? 2 kere var, 2 kere 6? 12, çıkardığımda 4 kalıyor, yani bu işlemi de iki tam altıda dört, $2\frac{4}{6}$ olarak geçiyor.*

K5'e ait ifadeler;

K5: $\frac{16}{6}$, bunu 16'yı 6'ya bölcem, 16'da 6 2 defa, 2 kere 6? 12, kalan 4. O zaman, bunun cevabı $4\frac{2}{6}$ sonuç bu.

A: $\frac{16}{6}$ kesirli sayısını tamsayılı kesire dönüştürürken niçin 16'yı 6'ya böldün?

K5: Yine kuraldan gittim. 6'yı 16'ya bölünce sonuç çıkmazdı. O yüzden 16'yı 6'ya böldüm.

Burada, K1, K2 ve K5'in "büyük sayının küçük sayıya bölünecek" fikrine sahip oldukları bunlardan sadece K5'in ayrıca "küçük sayının büyük sayıya bölünmesi durumunda sonuç çıkmaz" ifadesini kullandığını görmekteyiz.

c) Payı paydaya bölme ve bölmenin elamanlarını yerlerine yerleştirme (Kural)(Kısayol).

Payı paydaya bölme ve bölmenin elamanlarını tamsayılı kesirde yerlerine yerleştirme (kural) ifadesi K1 hariç diğer tüm katılımcılarda yer almaktadır. Bu durum işlem bilgisi (Kural) kategorisi altında geniş bir şekilde ele alınmıştır.

d) Bölmenin elamanlarını tamsayılı kesir olarak yerleştirirken payda değişmez.

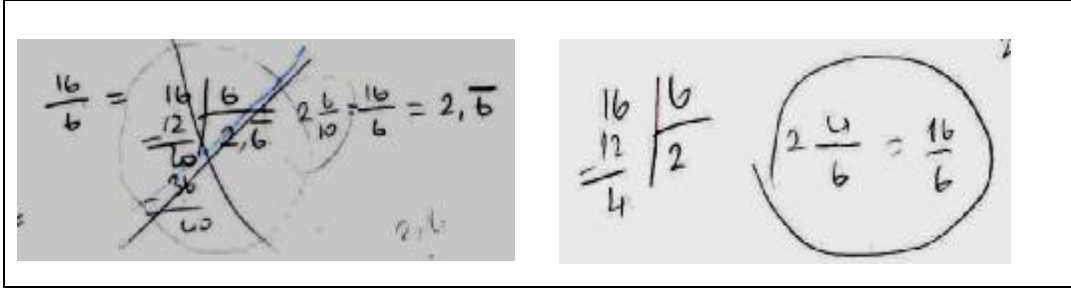
Bölmenin elamanlarını tamsayılı kesir olarak yerleştirirken paydanın değişmeyeceğini vurgulayarak payda kısmına bileşik kesirdeki sayının aynen yazılacağını K6, "16'yı 6'ya böleriz, 2 tane 6 olduğu için 12, kalan 4, dediğim gibi kalan her zaman üste yazılır, payda hiçbir zaman değişmez." Şeklinde ifade etmiştir.

K1 ve K5'in ise, bölmenin elamanlarını tamsayılı kesirde yerine yerleştirmede kararsız oldukları bir önceki sayfada verilen diyalogda da görülmektedir.

Bu durum aslında K1 ve K5'in pay, payda tam kısım kavramlarını kavrayamadıklarını göstermektedir. Bölme işleminde bölünen, bölüm ve bölen ile kalan sayının neyi temsil ettiğini yapılandıramadıklarının bir göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır.

e) Bölmenin elamanlarını yerine koymak yerine bölme işlemine devam etme.

Şekil 4.2'de de görüldüğü gibi K7 bölme işleminde bölmenin elamanlarını tamsayılı kesirde yerine yerleştirmek yerine bölmeye devam ederek ondalık sayıya ulaşmış ve bu ondalık sayıdan hareketle tamsayılı kesiri yazmaya çalışmıştır.



Şekil 4. 2: K7'nin Bileşik kesri tamsayı kesire dönüştürme işlemi

Aslında K7'nin işlemlerinde devreden ondalık sayı kavramı karşımıza çıkmaktadır. Ama, çalışmanın bu bölümünde bu konudan bahsetmek uygun olmayacağı için bu durum açıklanmamıştır.

f) Pay içinde paydadan kaç tane olduğunu bulma / Payın içinde tamlar arama

K4, K6 ve K8'in "16'yı 6'ya böldün, niçin böyle yaptığını açıklayabilir misin?" sorusuna verdikleri cevaplar şu şekildedir:

K4: İçinde ne kadar tam olduğunu bulmak için.

K6: Şöyle gideriz! Yani bunun da aslında bir kuralı var, eeea! 16'nın içinde 6'yı ararız. 16'yı 6'ya böleriz, yani 16'nın içinde kaç tane 6 var bunu ararız. 16'yı 6'ya böleriz, 2 tane 6 olduğu için 12, kalan 4, dediğim gibi kalan her zaman üste yazılır, payda hiçbir zaman değişmez. İçinde bulduğumuz 6'da tam olarak yana yazılır ($2\frac{4}{6}$).

K8: 16'yı 6'ya bölersek 2'yi elde ederiz ve bu bölme işleminin kalanı da 4'tür. 16'yı 6'ya böleriz çünkü, $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini tamsayı kesre çevirmek için içerisinde en fazla kaç tane $\frac{6}{6}$ olduğunu bulmamız gerekir. 16'yı 6'ya bölersek, 16'nın içinde en fazla 2 tane 6 olduğunu görebiliriz. Kalan 4 sayısı da tamsayı kesrin payını verir. Çünkü paydan iki tane 6 çıkarsa 4 kalır. Sonuç olarak bölüm tamsayıya, kalan paya, bölende paydaya yazılır.

Katılımcıların bu ifadelerinde, bileşik kesri tamsayı kesire çevirirken "Pay içinde paydadan kaç tane olduğunu bulma/ Payın içinde tamlar arama" şeklinde bir bölme modeli olduğu açıkça ortaya çıkmaktadır.

4.1.1.3. Bütün-parça

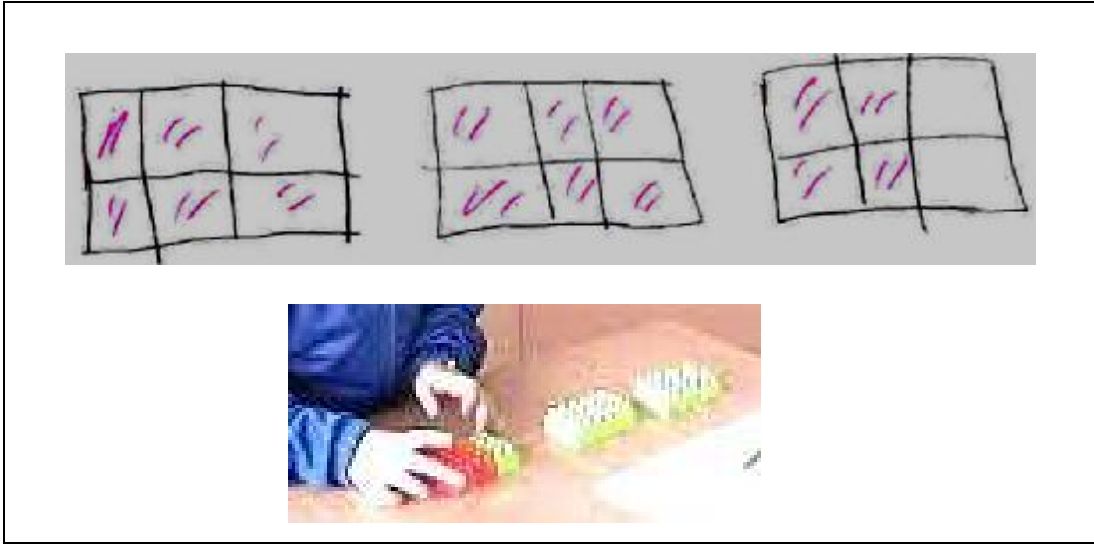
Katılımcılara ait ifadeler, çizilmiş olan resimler ve kesirlerin dönüşümünü eylem/hareket ve davranış olarak göstermek için kullandıkları materyalle gösterim durumları birlikte incelendiğinde, katılımcıların zihinlerinde bütün ve parçayı nasıl modelledikleri konusunda somut bilgiler ortaya çıkmaktadır. Bir bileşik kesrin tamsayı kesire dönüştürülmesinde "Bütün-parça" kategorisini oluşturan katılımcıların zihinsel modellerini gösteren ifadelerini Tablo EK 11.1'de de görüldüğü şekilde sıralanmıştır.

Bu bölümde katılımcıların bütün-parça kategorisine ait zihinsel modellerini gösteren bu ifadeler açıklanmaktadır.

a) Payda sayısını göz önüne alarak tamlar oluşturma ve pay sayısını geçen kısmı

çıkarma ($\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} = 3$ tam $\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} - \frac{2}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1+1+ \frac{4}{6} = 2 + \frac{4}{6} = 2\frac{4}{6}$)

Böyle bir zihinsel model yapısını, K2 ve K4'te görmekteyiz. K2'den $\frac{16}{6}$ ile buna karşılık olarak yazdığı $2\frac{4}{6}$ 'yı resim veya şekil çizerek göstermesi ve ayrıca materyal kullanarak eylem (hareket, davranış) olarak göstermesi istendiğinde Şekil 4.3'te ki durum ortaya çıkmıştır.



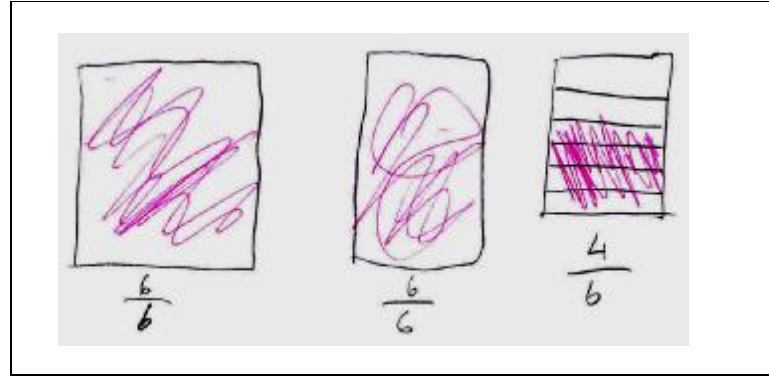
Şekil 4. 3: K2'nin $\frac{16}{6}$ ve $2\frac{4}{6}$ 'yı şekil çizerek ve materyal kullanarak gösterimi

K2, Şekil 4.5'teki çizimini “Kolay şekil! İlk önce $\frac{16}{6}$ ’yı çizcem! İlk önce bi bütün çizcem bunun ilk 6’sını boyamam lazım ama, 6’sını boyadığımda bile olmadı. Daha sayım var. Eeee! Bi tane daha bütün çizerim, bunu tekrar 6’ya bölerim, yine 6 parçasını alırım. Ve 4 sayım kalır, 10’dan 6’yı çıkardıktan sonra. Tekrar bi bütün çizdikten sonra bundan da 4 parçasını alırım. Ve $\frac{16}{6}$ işlemini burada göstermiş olurum. Bu eşittir $2\frac{4}{6}$ olduğu için, ikisi de aynı oluyor. Tek çizimle gösterdim.” ifadeleri ile açıklamaktadır.

K2'nin burada, $\frac{16}{6}$ bileşik kesiri içinde 6 parçadan oluşan tamları aldığını ve kalan diğer 6 parçalık şeklinde 4 parçasını aldığını görmekteyiz. Aynı durumun, K2'nin materyalle gösterimi sırasında, “Şimdi 2 tam olduğu için 6 tane payda yapmam lazım, paydası 6

olduğu için. Bu birinci tamım, bu ikinci tamım. 2 tane tamımızı oluşturduk. Eee!şimdi, altıda dört $\frac{4}{6}$ olacağı için 4 parçasını da kırmızıyla yaparsam değişik görünür ve iki tam altıda dört $2\frac{4}{6} \cdot \frac{16}{6}$ 'da aynıdır.” ifadelerinde karşımıza çıktığı görülmektedir.

Şekil 4.4 incelendiğinde K4’ünde benzer bir durum sergilediği tespit edilmiştir. K4 çiziminde tamları gösterirken tamların içlerini 6’şar parçaya bölmemiştir ama bunu altlarına $\frac{6}{6}$ yazarak göstermiştir.



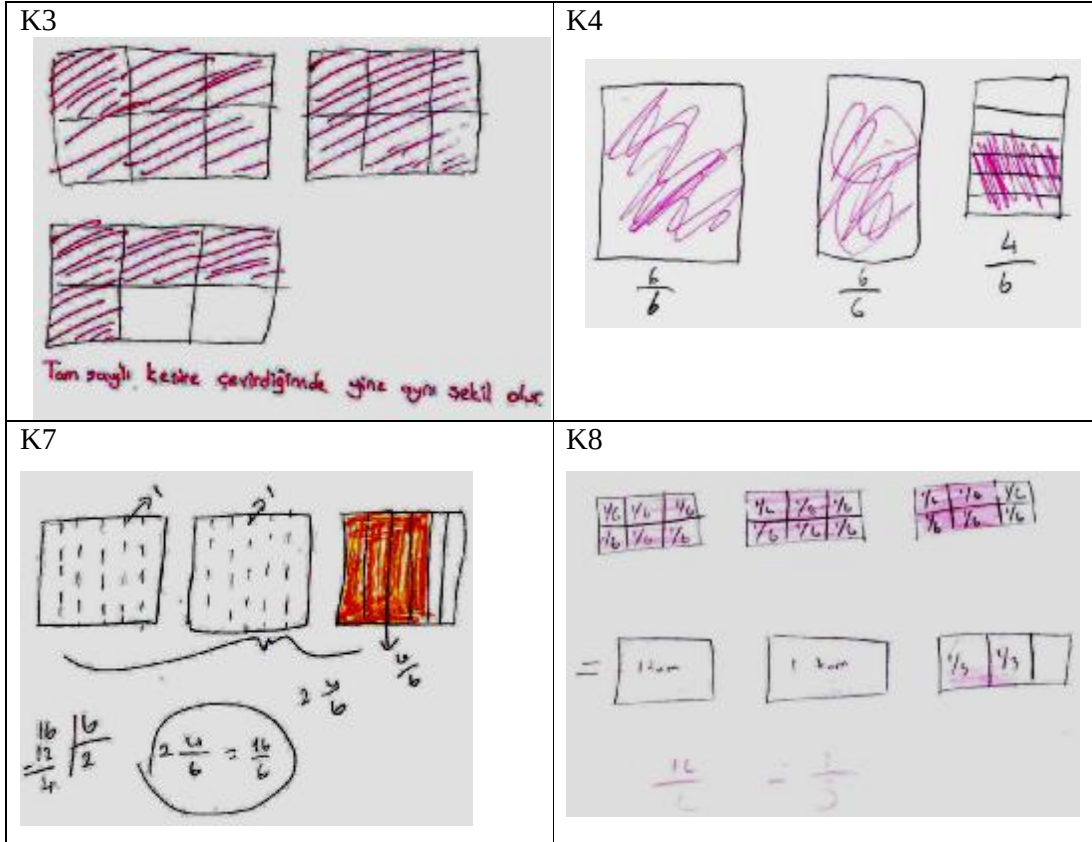
Şekil 4. 4: K4’ün $\frac{16}{6}$ ’yı şekil çizerek gösterimi

K4, çizmiş olduğu bu şekli, “Bir tane kare çizdim bunu karaladım bu $\frac{6}{6}$. 16’nın 6’sı gitti, geriye 10 kaldı. Tekrar çizdim, bu da bi $\frac{6}{6}$, geriye $\frac{4}{6}$ kaldı. Bunun 4’ünü boyadım.” cümleleriyle açıklarken, materyal ile gösterimi de “Şu tamları hemen 3’lü Legolarla yaparım. (Eline 2 tane sarı 3’lü lego parçası alarak) bu 1 tam, tekrar bu $\frac{6}{6}$, bununla $\frac{12}{6} = 2$ tam oldu. (Eline kırmızı tekli 6 adet lego alarak) bununla da şimdi 3 tam oldu. Bunlar şimdi 3 tam olarak geçiyor. Sonra, 4 pay kalıyor, kırmızıların 2 tanesini çıkardım, bunları attım 2 tam $\frac{4}{6}$ oldu ($2\frac{4}{6}$).” şeklinde açıklamıştır.

Bu da, bize her iki öğrencinin de payda sayısını göz önüne alarak tamlar oluşturma ve pay sayısını geçen kısmı çıkarma ($\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} = 3$ tam $\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} - \frac{2}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1+1+ \frac{4}{6} = 2 + \frac{4}{6} = 2\frac{4}{6}$) şeklinde bütün-parça ilişkisini gösteren bir zihinsel modele sahip olduğunu göstermektedir.

b) Tamsayılı kesrin tam kısmını bulmak için bileşik kesir içinde kaç tane payı paydasına eşit olan kesir olduğunu bulma ($\frac{16}{6} - \frac{6}{6} = \frac{10}{6}$ ve $\frac{10}{6} - \frac{6}{6} = \frac{4}{6}$ ise $1+1+ \frac{4}{6}$)

Şekil 4.5'te yer alan K3, K4, K7 ve K8'e ait çizimler incelendiğinde tamsayılı kesrin tam kısmını bulmak için bileşik kesir içinde payı paydasına eşit olan kaç tane kesir olduğunu gösterdikleri görülmektedir.



Şekil 4. 5: K3, K4, K7 ve K8'in bileşik kesri ve tam sayılı kesri çizim ile gösterimi

Bunu katılımcıların aşağıdaki ifadelerinde net olarak şu şekilde gözükmektedir:

K3: $\frac{16}{6}$ için, şimdi yine bir dikdörtgen çizerim (bunu 6 eş parçaya böldükten sonra), tekrar bi dikdörtgen çizerim (bunu da 6 eş parçaya böldükten sonra), yine bi dikdörtgen çizerim (6 eş parçaya böldü) Şimdi! Paydamız 6'ydı, bu paydaya 16'yı eea! koycaz diyelim, o yüzden 16'yı koyabileceğimiz kadar payda çizdik. Şöyle (tarayarak) burası 1 tam oldu ya da $\frac{6}{6}$ oldu. Burası da (ikisi beraber) $\frac{12}{6}$ oldu, burası 13,14,15 ve $\frac{16}{6}$ oldu. Diğer ikisini karalamadık. Çünkü diğer ikisini karalarsak oranımız bozulurdu. Diğer ikisini de karalasaydık 3 tam olurdu, oda $\frac{18}{6}$ olurdu.

K4: Bir tane kare çizdim bunu karaladım bu $\frac{6}{6}$. 16'nın 6'sı gitti, geriye 10 kaldı. Tekrar çizdim, bu da bi $\frac{6}{6}$, geriye $\frac{4}{6}$ kaldı. Bunun 4'ünü boyadım.

K7: $\frac{16}{6}$ 'yı çizemem! 1 tam, 1 tam $\frac{4}{6}$, $2\frac{4}{6}$

K8: 3 tane dikdörtgen çizdim bunlar 3 tamı oluştursun! 3 tamın her birini 6'ya böldüğümüzde $\frac{1}{6}$ 'lık dilimler oluşur. Ve bunların 16 tanesini taradığımızda $\frac{16}{6}$ 'ya eşit olur. Buda aynı şekilde yine 3 tam çizerim, bunların 1 tam, 2 tam ve 1 bütünün 3 parçaya bölünüp 2 parçasını alarak gösterebiliriz. $\frac{16}{6}$, $2\frac{2}{3}$ 'ye eşittir.

c) Bileşik kesri birim kesirlerin toplamı olarak görme

$$(\frac{16}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6})$$

K8'in Şekil 4.5'teki çiziminden bahsederek "3 tane dikdörtgen çizdim bunlar 3 tamı oluştursun! 3 tamın her birini 6'ya böldüğümüzde $\frac{1}{6}$ 'lık dilimler oluşur. Ve bunların 16 tanesini taradığımızda $\frac{16}{6}$ 'ya eşit olur. Buda aynı şekilde yine 3 tam çizerim, bunların 1 tam, 2 tam ve 1 bütünün 3 parçaya bölünüp 2 parçasını alarak gösterebiliriz. $\frac{16}{6}$, $2\frac{2}{3}$ 'ye eşittir." cümleleri, bütün-parça ilişkisini anlamada en küçük parçayı görüp bunu izah edebildiğinin ispatı olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu ifadelerden, K8'de bileşik kesirlerin birim kesirlerin toplamından oluştuğu fikrini taşıyan bütün-parça kategorisine dahil edebileceğimiz bir zihinsel model olduğu görülmektedir.

d) Bileşik kesri tamsayılı kesir olarak görme ($\frac{16}{6} = 1+1+ \frac{4}{6} = 2+ \frac{4}{6} = 2\frac{4}{6}$).

Katılımcı öğrencilerden $\frac{16}{6}$ ile buna karşılık gelen tam sayılı kesri resim veya şekil çizerek göstermeleri ve materyal kullanarak hareket, eylem (davranış) olarak göstermeleri istendiğinde K2, K3 ve K6'nın çizdikleri şekillerin ve materyalle gösterimlerin bileşik kesir ve tamsayılı kesir içinde aynı olduğu ve ifadelerinde de aynı olacağını belirttikleri tespit edilmiştir. Şekil 4.6'da da görüldüğü gibi her üç katılımcının şekil ve materyal ile gösterimi de aynı zamanda birbirine çok benzemektedir. Şöyleki;

K2: Kolay şekil! İlk önce $\frac{16}{6}$ 'yı çizcem! İlk önce bi bütün çizcem bunun ilk 6'sını boyamam lazım ama, 6'sını boyadığımda bile olmadı. Daha sayım var. Eeea! Bi tane daha bütün çizerim, bunu tekrar 6'ya bölerim, yine 6 parçasını alırım. Ve 4 sayım kalır, 10'dan 6'yı çıkardıktan sonra. Tekrar bi bütün çizdikten sonra bundan da 4 parçasını alırım. Ve $\frac{16}{6}$ işlemini burada göstermiş olurum. Bu eşittir $2\frac{4}{6}$ olduğu için, ikisi de aynı oluyor. Tek çizimle gösterdim.

K6: Şekilde $2\frac{4}{6}$, 2 tane tamımız var zaten burada, $\frac{16}{6}$ ile $2\frac{4}{6}$ 'nın şekilleri aynı yani! Değişmez bunların şekilleri. Bunu 6'ya böldüm 4 tanesini aldım.

Materyal ile gösterime ait ifadeler:

K2: Şimdi 2 tam olduğu için 6 tane payda yapmam lazım, paydası 6 olduğu için. Bu birinci tamım, bu ikinci tamım. 2 tane tamımı oluşturduk. Eee! şimdi, altıda dört $\frac{4}{6}$ olacağı için 4 parçasını da kırmızıyla yaparsam değişik görünür ve iki tam altıda dört $2\frac{4}{6} \cdot \frac{16}{6}$ 'da aynıdır.

K6: $\frac{16}{6}$, $2\frac{4}{6}$ yapmıştım. $2\frac{4}{6}$ 'yı koyayım 6 parçadan tamlar oluşturalım 2 tam. $\frac{16}{6}$ 'yı aynısını gösteririm.

Bu ifadeler bize, K2 ve K6'nın zihinlerinde bileşik kesri tamsayılı kesir olarak modellediklerini göstermektedir.

	Çizim	Materyal
K2		
K3		
K6		

Şekil 4. 6: K2, K3 ve K6'ya ait bileşik kesir ve tamsayılı kesir çizim ve materyal ile gösterimi.

Ancak, K3'ün açıklamaları biraz daha dikkatli incelendiğinde, K3'ün aslında bileşik kesiri oluşturan parçalardan hareket ederek bileşik kesire ulaşmaya çalıştığı ve çiziminde de aşama aşama bunu gerçekleştirmeye çalışıldığı görülmektedir:

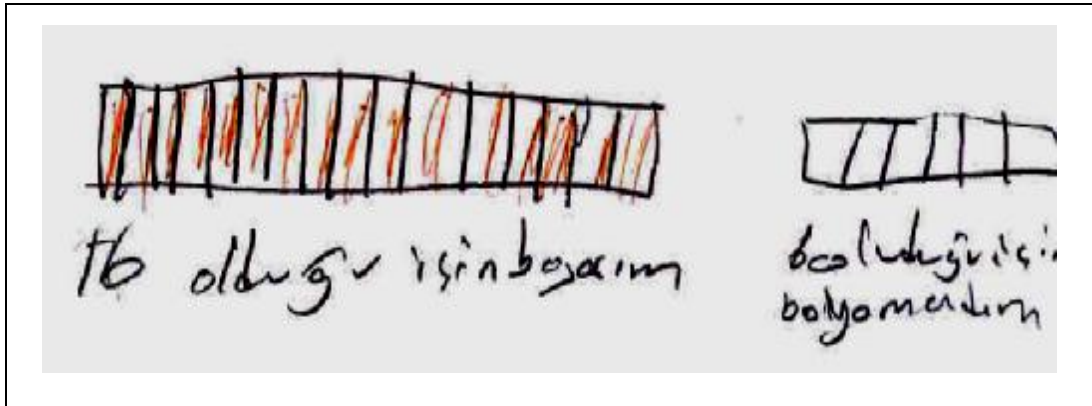
K3: $\frac{16}{6}$ için, şimdi yine bir dikdörtgen çizerim (bunu 6 eş parçaya böldükten sonra), tekrar bi dikdörtgen çizerim (bunu da 6 eş parçaya böldükten sonra), yine bi dikdörtgen çizerim (6 eş parçaya böldü) Şimdi! Paydamız 6'ydı, bu paydaya 16'yı eea! koycaz diyelim, o yüzden 16'yı koyabileceğimiz kadar payda çizdik. Şöyle (tarayarak) burası 1 tam oldu ya da $\frac{6}{6}$ oldu. Burası da (ikisi beraber) $\frac{12}{12}$ oldu, burası 13,14,15 ve $\frac{16}{6}$ oldu. Diğer ikisini karalamadık. Çünkü diğer ikisini karalarsak oranımız bozulurdu. Diğer ikisini de karalasaydık 3 tam olurdu, oda $\frac{18}{6}$ olurdu. Tamsayılı kesiri ($2\frac{4}{6}$) yine aynı şekilde çizdim. Çünkü yine aynı şekil olur.

K3: $\frac{16}{6}$ (önce $\frac{4}{6}$ 'lar oluşturmaya çalıştıktan sonra) Tamam! tamam! Şimdi anladım. Şimdi! 2,4,6 ayyy! kafam çok karıştı. 1 tam 6 taneden oluşuyor, 1 tam 6 taneden oluşuyor, $\frac{4}{6}$ 1 tamdan eksik. $\frac{16}{6}$ böyle. $2\frac{4}{6}$ yine aynı.

K3'ün aslında $\frac{16}{6}$ ile $2\frac{4}{6}$ 'nın şeklini karıştırmadığını, sonuçta sadece şeklinin aynı olduğunu göstermektedir. Çünkü, $\frac{16}{6}$ 'da önce 6'lık dikdörtgenler çizerek, 16'ya ulaşmaya çalışıyor. Burada K3'ün verisini aynı kategoride değerlendirme sadece şekle bakarak ele alınmıştır. Aslında, K7'nin şekil çiziminde de aynı durum söz konusudur. Ancak K7 materyal ile gösterimde bileşik kesri paylaşırma olarak modellediği için bileşik kesri tamsayılı kesir olarak görme olmadığını söyleyebiliriz.

e) Bileşik kesirde pay ve paydadaki sayıları, tam sayılı kesirde tam kısım ile pay ve payda daki sayıları birbirinden bağımsız ayrı ayrı sayı olarak görme

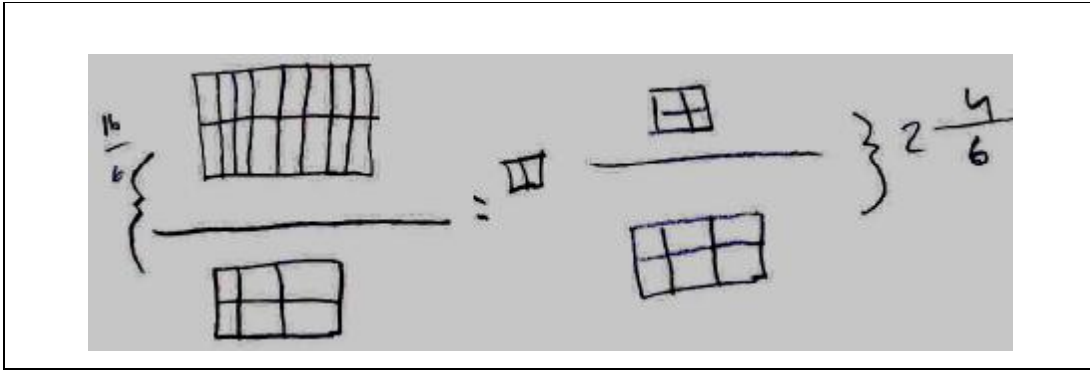
$\frac{16}{6}$ bileşik kesri ile bunun karşılığı olarak yazılan tamsayılı kesri resim veya şekil çizerek ve materyalle gösterimi istendiğinde, K1 Şekil 4.7'deki şekli çizmiştir.



Şekil 4. 7: K1'in bileşik kesri şekil çizerek gösterimi

K1 şeklini çizerken “16 bölü 6 olduğu için 16 çizerim, 16’sını boyarım, 6 bölü olduğu için 6 tane daha çizerim, 6 olduğu için boyamam. $2\frac{6}{4}$ ’ü çizemem.” açıklamasını yapmıştır. K1’in $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini çizerken 16’yı ayrı 6’yı ayrı bir sayı olarak çizdiği ve kesir olduğu için sadece bir şeylerin taranacağı fikrine sahip olduğu çizim ve açıklamasından anlaşılmaktadır. K1 tamsayı kesiri çizemeyeceğini belirttiği için bu konuda bir şey söylemek mümkün gözükmemektedir. Materyal ile gösterimde de benzer bir durum K1’in “16 tane üste, 6 tane alta $\frac{16}{6}$ bu. $2\frac{6}{4}$ ’ü gösteremem” açıklamasında karşımıza çıkmaktadır.

K5 içinde benzer bir durum söz konusudur. Şekil 4.8 incelendiğinde K5’in de bir bileşik kesirde pay ve paydayı ve tamsayılı kesirde tam kısım ile kesirli kısmında pay ve paydayı birbirinden bağımsız ayrı ayrı sayılar olarak gördüğünü söylemek mümkündür.



Şekil 4. 8: K5’in Bileşik kesri ve tamsayılı kesri şekil çizerek gösterimi

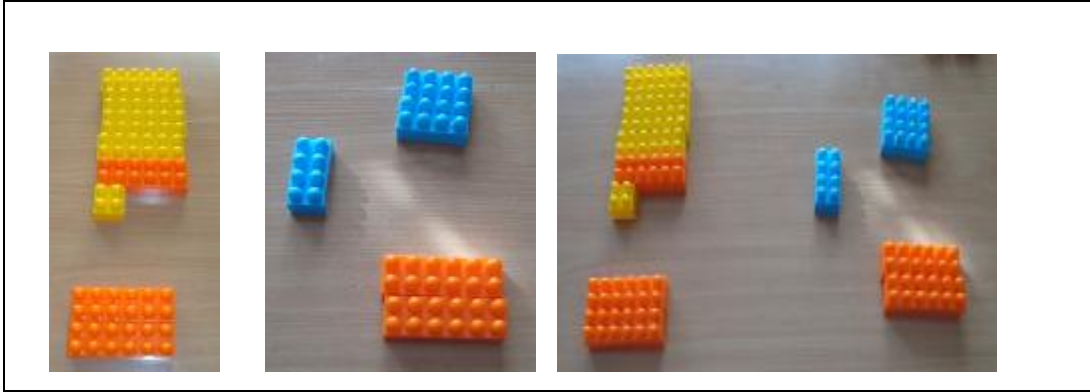
f) Bileşik kesir ve tamsayılı kesirde en büyük kısım sayıca büyük olan kısımdır

Şekil 4.8 incelendiğinde K5’in şekilleri çizerken sayının nicelik değerini göz önünde bulundurarak büyük sayıyı çizerken diğerlerinden daha büyük bir şekil çizdiği görülmektedir. K5’e ait “16 tane üste, 6 tane alta çizdim $\frac{16}{6}$ oldu. $2\frac{4}{6}$ için, 2 tane çizdim 2 tam, üste 4, alta 6 çizdim $2\frac{4}{6}$ oldu.” ifadeside bu durumu doğrulamaktadır.

Bir önceki şıktada belirtildiği gibi K5 kesirli sayıda sayıyı bir bütün olarak görmekte olup, kesirli sayı olarak görmemekte ve her bir sayıyı birbirinden bağımsız ayrı sayılar olarak ele almaktadır. Şekil çizimi bu konuda araştırmacının dikkatini çektiği için K5’e “ $2\frac{4}{6}$ için çizdiğin yerde gerçekte hangi kısım en büyük olurdu?” sorusu yöneltildiğinde

“Bu (paydayı göstererek) sonra bu (payı göstererek), sonra dabu (tam kısmı göstererek)” şeklinde yapmış olduğu sıralama bize bileşik kesir ve tamsayılı kesirde en büyük kısmı sayıca büyük olan kısım olarak gördüğünü ortaya koymaktadır.

Şekil 4.8 bize aynı zamanda K5’in kesirli sayıları çizim ile gösterirken kesirli sayıdaki sayıların yerlerine sayı değeri kadar eş parçadan oluşan bütünler çizme olarak zihninde modellediğini göstermektedir. Bu durum materyallegösterim sırasında K5’e ait “Şu 16, altta 6, $\frac{16}{6}$ bu. Şu mavi 2 tam, 4 bölü üste 4 mavi, alta 6 kırmızı $2\frac{4}{6}$ bu.” İfadesi ve Şekil 4.9’da aynı şekilde yine karşımıza çıkmaktadır.



Şekil 4. 9: K5’in bileşik kesri ve tamsayılı kesri materyal kullanarak gösterimi

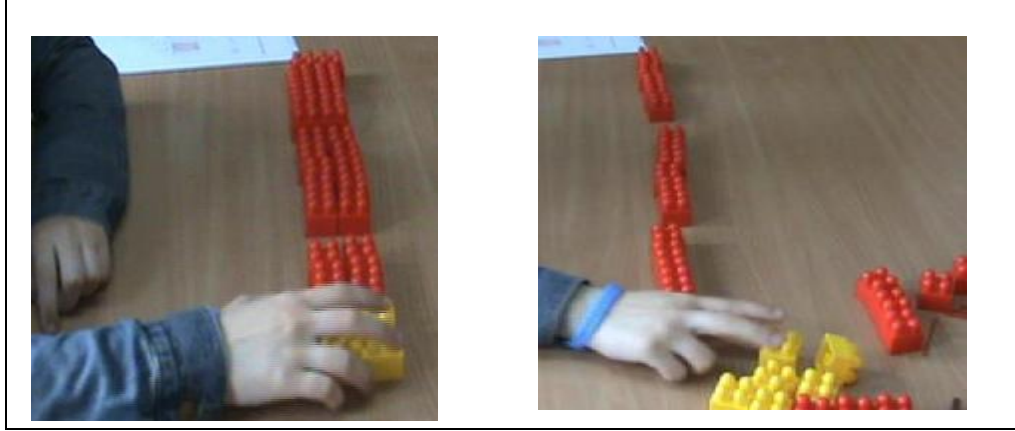
g) Tamsayılı kesirde kesir kısmı tam kısmın bir parçasıdır

K5’e “ $2\frac{4}{6}$ ’da 2 neyi temsil eder, 4 neyi temsil eder, 6 neyi temsil eder?” sorusu yöneltildiğinde “2 tane tam varmış, 2 tamı 6’ya bölmüşler, 4 parçasını almışlar. ($2\frac{4}{6}$ ’da 2 tamı 6’ya bölmüşler 4’ünü almışlar).” Cevabını verdiği görülmüştür. Burada da görüldüğü gibi K5’in bir tamsayılı kesiri zihninde tam kısmın paydaya bölünüp pay kadarını almak olarak modellediği ortaya çıkmıştır.

h) Bileşik kesirde ($\frac{16}{6}$) tamları 10 parça olarak düşünme

K7’nin “ $\frac{16}{6}$ ve bunun bileşik kesir olarak karşılığını materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak gösterebilir misin?” sorusu karşısında, işlemde olduğu gibi yine bölme işleminde bölmenin elamanlarını yerine yerleştirmek yerine bölmeye devam ettiği için sonucu devirli ondalık sayı olarak ele aldığı ve bunu yaklaşık olarak 2,6 kabul ettiği için tamsayılı kesir olarak ta sonucu $2\frac{6}{10}$ olarak gördüğü tespit edilmiştir. Bu durumun K7’yi, tamları 10 parça olarak almaya yönlendirdiği düşünülebilir. Ancak

işleminde olduğu gibi, K7 materyalle gösterimde de yanlışının farkına varıp düzeltme yoluna gitmektedir. Aynı durumun hem işleminde hemde materyal ile gösterimde karşımıza çıkması bize bu öğrencinin bileşik kesirde tamları 10 parçadan oluşturma gibi bir zihinsel modele sahip olduğunu göstermektedir. K7'nin bileşik kesri ve tamsayılı kesri materyalle gösterimi Şekil 4.10'da yer almaktadır.



Şekil 4. 10: K7'nin bileşik kesri ve tamsayılı kesri materyal ile gösterimi

Şekil 4.10'da soldaki resimde tamların 10 parçadan oluştuğu, sağdaki resimde ise tamların 6 parçadan oluştuğu görülmektedir. K7'nin aşağıdaki ifadeleri ve Şekil 4.10'daki gösterimlerinin birlikte ele alınması K7'nin bu zihinsel model tanımlamasını anlamak için yeterli olacaktır.

K7: $\frac{16}{6}$, 2 tam $\frac{6}{10}$. Yani 10'luklardan 2 tane tam, $2\frac{6}{10}$ bu.

Yani şöyle bi şey oluyor. Ya devirli olduğu için $2\frac{6}{10}$ bu (sarılar) kalan kısım olacak.

K7: *Immm! Yanlışlık var her biri fazla koymuşuz yeniden yapalım! 16 parça koydum, az önce 10'arlı yapmıştım. Tamlar 6'dan oluşacak, burada da 4 tane (kırmızı) ve 2 tane kalan (sarı).*

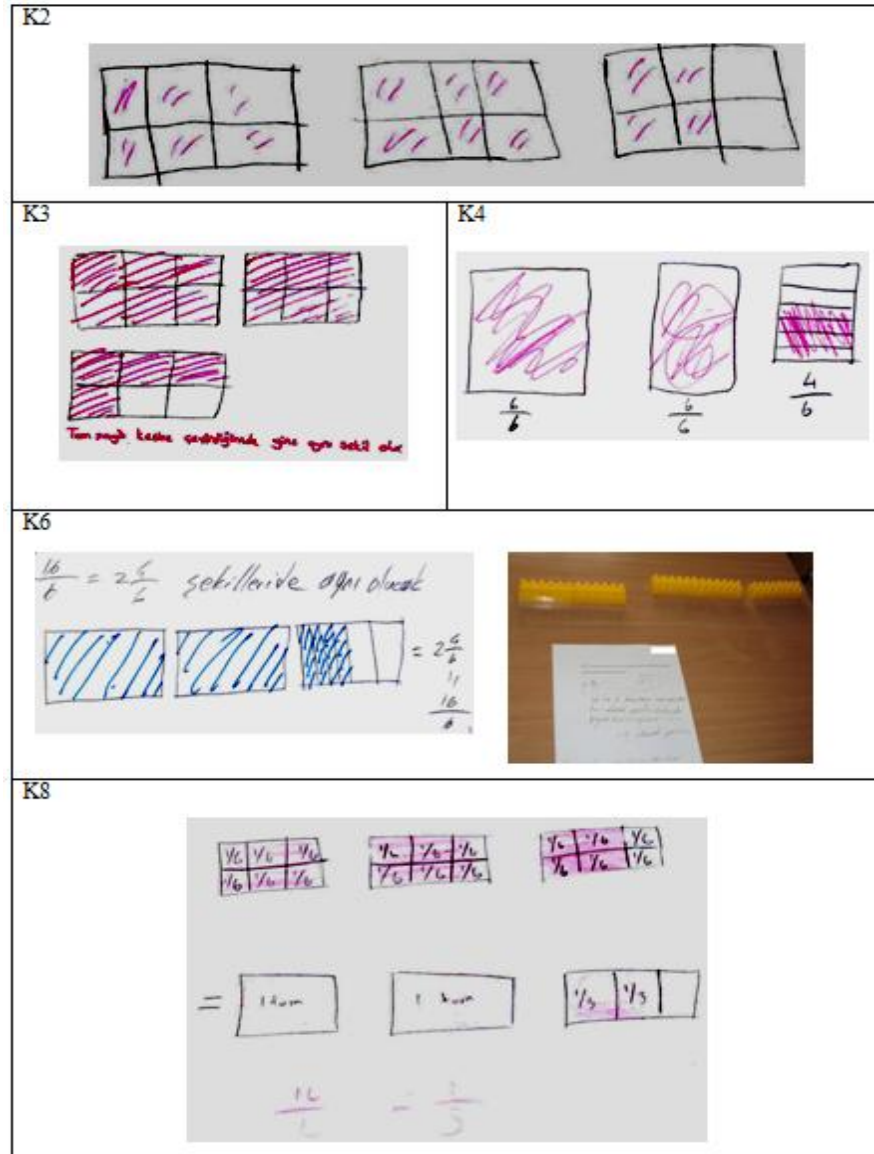
j) Bileşik kesirde payda sayısı kadar eş parçadan oluşan 3 ayrı bütün çizerek ilk

ikisinin tamamını ve üçüncüsünün pay sayısı kadarını tarama $(\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = \frac{16}{6})$

Şekil 4.11'de de görüldüğü gibi K2, K3, K4, K6 ve K8'in bileşik kesrin gösterimi için çizmiş oldukları şekiller incelendiğinde bileşik kesri bir tamsayılı kesir gibi modelledikleri ve bileşik kesri oluşturan tamlar ve parçaları çizdikleri görülmektedir.

Şekillerde her bir tamın $\frac{6}{6}$ 'lardan oluştuğu ve üçüncü tamda altı parçadan sadece dört parçanın taralı olduğu tespit edilmiştir. Her bir bütünün ayrı ayrı çizilmesi ve içlerinin 6 parçaya bölünmesi ve verilen bileşik sayı göz önünde bulundurularak 16 parçanın

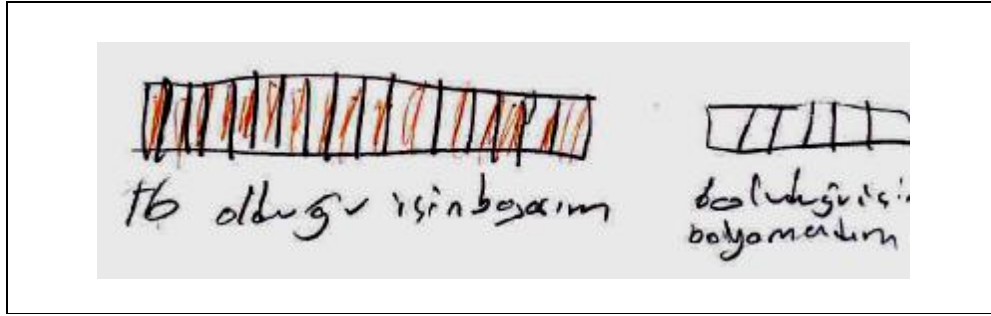
boyanması, katlımcıların $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini oluşturan tamlar ve parçaları göstermek istediğinin bir delili olarak karşımıza çıkmaktadır. K5 ve K6'nın çizmiş olduğu şekillerde tamlar 6 parçaya bölünmemiş ama bölünmesi gerektiği vurgulanmıştır. K5 bu durumu pratik bir şekilde şekillerin altına $\frac{6}{6}$ yazma şeklinde belirtirken K6'nın materyalle gösteriminde tamları 6 parça legodan oluşturmuş olması bu duruma açıklık getirmektedir.



Şekil 4. 11: K2, K3, K4, K6 ve K8'in Bileşik kesri gösteren çizimleri

k) Bileşik kesirde pay sayısı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizerek tamamını boyama, payda sayısı kadar eş parçadan oluşan başka bir bütün çizerek boş bırakma

K1'in bileşik kesir için çizdiği Şekil 4.12 ve materyal ile gösterimdeki ifadesi birlikte ele alındığında pay ve paydadaki sayıların belirttiği kadar parçadan oluşan bütünler çizdiği ve kesir olduğu için pay sayısı kadarını taradığı tespit edilmiştir.



Şekil 4. 12: K1'in Bileşik kesiri çizim ile gösterimi

K1: 16 bölü 6 olduğu için 16 çizerim, 16'sını boyarım, 6 bölü olduğu için 6 tane daha çizerim, 6 olduğu için boyamam. $2\frac{6}{4}$ 'ü çizemem.

A: $\frac{16}{6}$ ve buna karşılık olarak yazdığın $2\frac{6}{4}$ 'ü materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak gösterebilir misin?

K1: 16 tane üste, 6 tane alta $\frac{16}{6}$ bu. $2\frac{6}{4}$ 'ü gösteremem.

Aslında burada, K1'in açıklamaları anlamsız gibi görünse de, zihninde kesirleri ifade ederken parçalı karesel veya dikdörtgensel bölgeler çizip bir kısmının boyanacağı, bir kısmının boş bırakılacağı fikri bir zihinsel model olarak karşımıza çıkmaktadır.

l) Bileşik kesirde payı bütün, paydayı parça sayısı olarak görme ve payda sayısı kadar parçadan oluşan pay sayısı kadar bütün oluşturma

K8, $\frac{16}{6}$ ve $2\frac{2}{3}$ kesrini materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak legolardan yararlanarak göstermeye çalışmıştır. Şekil 4.13 aşama aşama incelendiğinde K8'in ilk olarak verilen bileşik kesri sadeleştirip $\frac{8}{3}$ 'ü elde ettiğini ve $\frac{8}{3}$ 'ü göstermek içinde 3'er legodan oluşan 8 tane bütün oluşturmak istediğini görmekteyiz. Bu aşamada K8'in bunların her birinin $\frac{8}{3}$ 'ü temsil ettiğini düşündüğü, fakat işin içinden çıkamadığı görülmektedir. Bu aşamadan sonra yaşadığı zihinsel sürece ilişkin şu ifadeleri incelendiğinde,

K8: $\frac{16}{6}$ 'yı $\frac{8}{3}$ 'e eşit olarak düşünebiliriz. İlkönce $\frac{8}{3}$ 'ü göstereyim! Sonra bunun $2\frac{2}{3}$ 'e eşit olduğunu göstermemiz gerekir. Immm! Da! Bunu nasıl gösterebiliriz? Şöyle yapalım! Her biri 3 parçadan oluşan bütünler elde edelim! 1 bütün, 2 bütün ve 1 bütünün $\frac{2}{3}$ 'ü. Bunlar 2 tam $\frac{2}{3}$ 'tür ($2\frac{2}{3}$). Aynı şekilde 8 parçayı da 3'e bölersek? Evet 8 bütün oluşturacağız.

K8'in yine "payı bütün olarak gördüğü ve paydanın parça sayısını belirlediği" anlamı ortaya çıkmaktadır. Fakat yaptığı gösterim sonucunda $\frac{8}{3}$ 'ün $2\frac{2}{3}$ 'e eşit olması gerektiğini düşündüğü, ancak yaptığı işlemde bu eşitliği sağlayamadığı için işin içinden çıkamadığı görülmektedir. Burada K8'in bileşik kesirde payı bütün, paydayı parça sayısı olarak algılaması parça-bütün kategorisine ait bir zihinsel model olarak karşımıza çıkmaktadır.

K8: $\frac{16}{6}$, $\frac{8}{3}$ 'e eşittir. Bunun için 3'er legodan oluşan 8 tane bütün oluşturdum.



Bunları 3'erli Legolara ayırırsak, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3,



1, 2, 3

1, 2, 3



1, 2, 3,



Bunların her biri 8 parçadan oluşur. Bunların her biri $\frac{8}{3}$ 'ü temsil eder.

Bunların her biri $\frac{8}{3}$ 'ü temsil ettiği için uımm! İmmmm! Bu $\frac{8}{3}$ 'ü temsil ediyor, bu aynı şekilde! Kafam karıştı! İmmmm!

Ö: önemli değil istediğin kadar düşünüp tekrar yapabilirsin, hiç önemli değil.

K8: $\frac{16}{6}$ 'yı $\frac{8}{3}$ 'e eşit olarak düşünebiliriz. İlk önce $\frac{8}{3}$ 'ü göstereyim! Sonra bunun $2\frac{2}{3}$ 'e



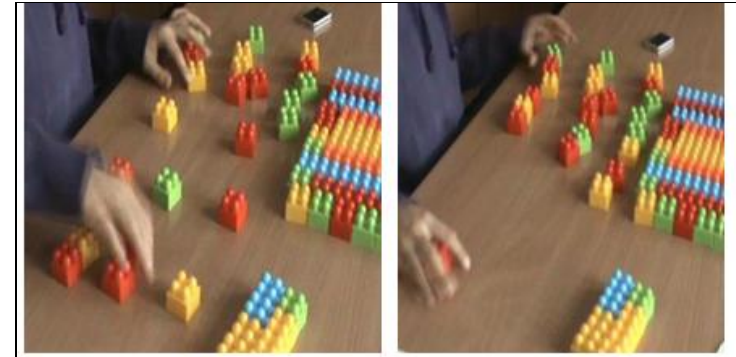
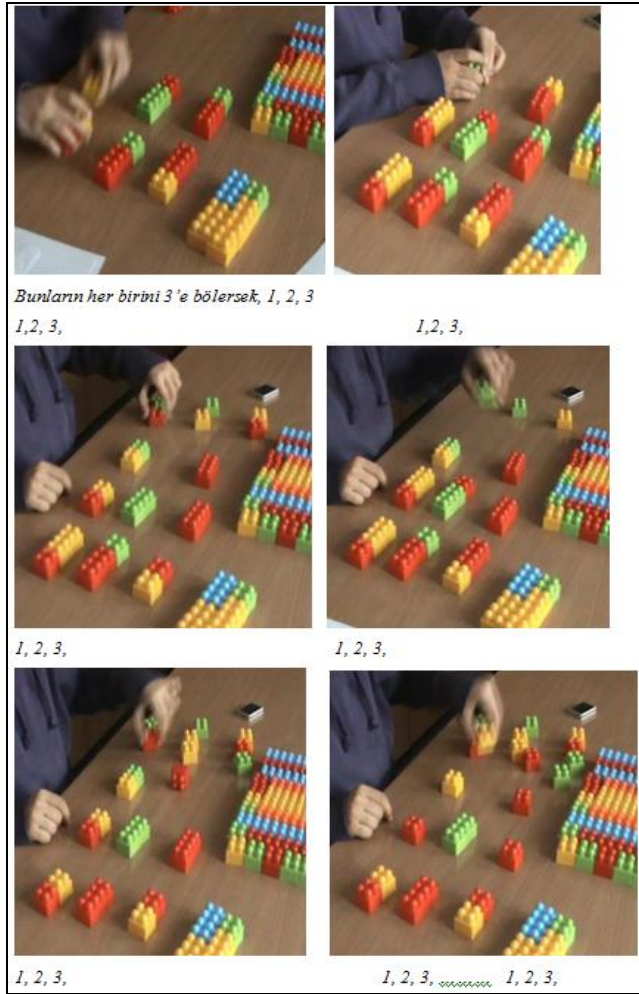
eşit olduğunu göstermemiz gerekir. İmmmm! Da! Bunu nasıl gösterebiliriz? Şöyle yapalım!

Her biri 3 parçadan oluşan bütünler elde edelim! 1 bütün, 2 bütün ve 1 bütünün $\frac{2}{3}$ 'ü.

Bunlar 2 tam $\frac{2}{3}$ 'tür ($2\frac{2}{3}$). Aynı şekilde 8

parçayı da 3'e bölersek? Evet 8 bütün oluşturacağız (eline 3'erli Legolardan alıp, her bütünü oluşturarak) 1. bütün, 2. bütün, 5. bütün, ..., 7. ve 8. bütün.

Şekil 4. 13: K8'in Bileşik kesri materyalle gösterme aşamaları



Bu şekillerin her biri $\frac{8}{3}$ 'tür. İlk elde ettiğimiz şekil 2 tam $\frac{2}{3}$ ($2\frac{2}{3}$)'tü. Buda, $\frac{8}{3}$ 'tür.



İkisini üst üste koyarsak birbiriyile çakışır ve birbirine eşit olduğunu görmemiz gerekir.

Ö: Ama, çakışmadı, eşit olmadı!

K8: Yanı! Kafam karıştı!

Ö: Söylemek istediğin başka bir şey var mı?

K8: Kafam karıştı!

Şekil 4.13'ün Devamı: K8'in Bileşik kesri materyalle gösterme aşamaları

4.1.1.4. Sadeleştirme/Daraltma

Sadeleştirme / Daraltma sadece K8’de karşımıza çıkmaktadır. Bu da $2\frac{4}{6}$ kesrini 2 ile sadeleştirip $2\frac{2}{3}$ şeklinde yazma şeklinde karşımıza çıkmaktadır.

4.1.1.5. Denklik Bağıntısı/Denk Kesirler

Tüm katılımcılar, işlem sonucu olarak, kesirler arasında eşitliği sağlamıştır. Ancak, K8 haricinde hiçbir katılımcı kesirlerin denkleğinden bahsetmemiştir. K8, $\frac{16}{6} = 2\frac{4}{6} = 2\frac{2}{3}$ eşitiliğinde kesirlerin aynı zamanda birbirine denk kesirler olduğunu belirtse de, bunu açıklayamamakta ve yine şekil çizimi ve materyalle gösteriminde zorlanmaktadır. Burada, katılımcılardan hiçbirisi aynı büyüklükte bütünler çizmesi gerektiğini veya bütünün değişmeyeceğini, bütünlerin aynı olacağını, fakat içindeki parça sayısının değişeceği fikrini ifade eden açıklamalar yapmamıştır/yapamamıştır.

4.1.1.6. Paylaştırma

Bir bileşik kesrin tamsayılı kesire dönüştürülmesinde zihinsel model olarak paylaştırma kategorisi sadece K6 ve K7’de karşımıza çıkmaktadır. Katılımcılardan verilen bileşik kesir ve bunun tamsayılı kesir olarak bulmuş oldukları karşılığını çizim ile göstermeleri istendiğinde, K7 gösteriminde tamsayılı kesiri çizerken, bileşik kesiri çizim ile gösteremeyeceğini ifade etmiştir. Materyalle göstermesi istenildiğinde ise, ilk başta materyal ile gösterimi tamsayılı kesir gibi düşünerek tamları da 10 parça olarak göstermiştir. Ancak, araştırmacının “ $\frac{16}{6}$ ’yı eylem olarak gösterebilir misin?” sorusu üzerine K7’nin (yanlış yaptığını anlayarak) Şekil 4.14’te olduğu gibi daha farklı bir gösterim sergilediği görülmektedir. K6’nın durumu da, K7 den farklı değildir. K7 bileşik kesri çizim ile gösteremeyeceğini belirtmişken, K6 bileşik kesrin çiziminin de tamsayılı kesirdeki gibi aynı olacağını ifade etmiştir. Yine K6 bileşik kesrin materyal ile gösterimini tamsayılı kesir için yaptığı gösterimle aynı olacağını da belirtmiştir. Ancak, araştırmacı tarafından K6’ya “ $\frac{16}{6}$ ’yı eylem olarak gösterebilir misin?” sorusu

yöneltildiğinde Şekil 4.14'te görüldüğü gibi K7'nin ki gibi bir gösterim karşımıza çıkmıştır.



Şekil 4. 14: K6 ve K7' nin bileşik kesiri materyal ile gösterimi

K6 ve K7'nin bu konuya ilişkin açıklamaları şu şekildedir:

K6: 16 tane lego var. 6 kişiyi temsilen 6 kalem koyarsam! Hepsine birer tane veririm ilk başta. Daha sonra birer tane daha veririm kaldığı için. Diğerleri de eşit dağılmamış olacak yine 4 tane artmış olacak o dördü 6 parçaya kesip böleriz.

K7: kalemler kişi olsun! 6 kalem 6 kişiye paylaşıyoruz çünkü. Her birine 1'er parça sırasıyla. 2'sher tane düştü, 4 tanesi elimde kaldı. Bu 4'ü 6'ya bölerim yani, $2\frac{6}{4}$, imm!

$$2\frac{4}{6}$$

K6 ve K7'ye ait bu açıklamaların birbirine çok benzer olması ve materyal ile gösterimlerinin hemen hemen aynı olması düşündürücüdür. Fakat bu durum onların aynı sınıf şubesinde öğrenim görüyor olmaları göz önünde bulundurulduğunda normal karşılanabilir. Çünkü, öğretmen faktörü söz konusu olabilir yani öğretmen sınıfta dersi böyle işlemiş olabilir. Aslında belki de K7 şekil çizmek yerine resim çizmeyi deneseydi bileşik kesri tamsayılı kesrin şekli ile aynı olarak göstermeyebilirdi. Çünkü, materyal ile gösterirken paylaşırma olarak ele alması onun bileşik kesri tamsayılı kesir olarak görmediğinin bir göstergesi olarak düşünülebilir. Belki de buradaki çelişki çizim ile paylaşırma olarak göstermenin zorluğundan kaynaklanıyor olarak değerlendirilebilir.

4.1.2. Bileşik kesrin Ondalık kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Katılımcıların, bir bileşik kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili “ $\frac{16}{6}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışınız ve bunu yaparken attığınız adımları niçin ve neden attığınızı açıklayınız.” sorusunu cevaplamaları sırasında ortaya çıkan zihinsel model kategorileri;

1. İşlem Bilgisi (Kural)
2. Bölme
3. Bütün-parça
4. Sadeleştirme/Daraltma
5. Denklik Bağlantısı/Denk Kesirler
6. Paylaştırma

olarak karşımıza çıkmaktadır. Kişiden kişiye farklılıkların olduğu bu zihinsel model kategorileri örneklerle şu şekilde açıklanmaktadır.

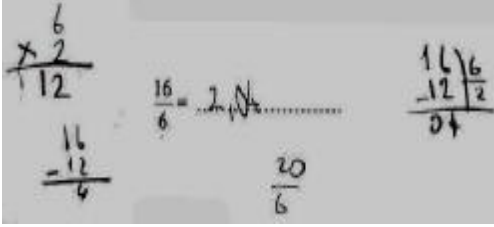
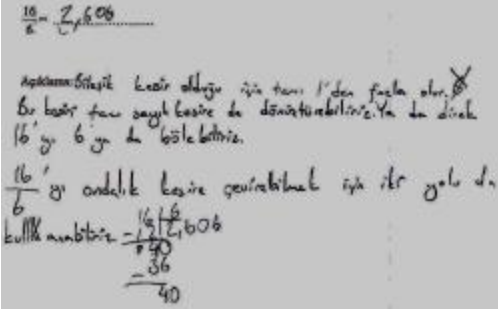
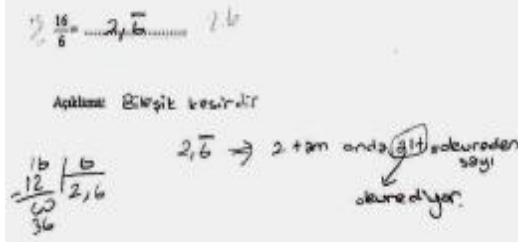
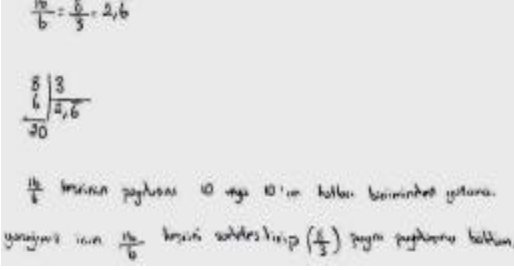
4.1.2.1. İşlem Bilgisi (Kural)(Kısayol) (Algoritma)

Katılımcı öğrenciler arasında K2, K4, K7 ve K8’in bu soruyu sınıfta öğretmen tarafından öğretiliş biçimi olan kurallar yardımıyla modelledikleri işlemsel bilgilerini (Payı paydaya bölerek yapma) kullanarak cevaplandıkları tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra yine işlem bilgisi (kural) kategorisine alabileceğimiz katılımcıların kendileri tarafından zihinlerinde mekanikleştirdikleri ve hemen hemen her soruda benzer şekilde karşımıza çıkan ifadeleri tespit edilmiştir. Bu tespit edilen ifadelerde onların zihinsel modellerini yansıtmaktadır.

Bir bileşik kesrin ondalık sayıya dönüştürülmesinde “işlem bilgisi (kural)” kategorisini oluşturan katılımcıların zihinsel modellerini gösteren ifadeleri Tablo EK 11.2’de verilmiştir. Bunları tek tek örneklerle açıklayacak olursak;

a) Payı paydaya bölerek yapma (Kural)

Şekil 4.15’deki işlem ve açıklamalar katılımcıların aşağıdaki açıklamaları ile birlikte incelendiğinde K2, K4, K7 ve K8’in bir bileşik kesrin ondalık sayıya dönüştürme işini sınıfta öğretmenin öğrettiği “Payı paydaya bölme” işlem bilgisi (kural) modelini kullanarak gerçekleştirdikleri görülmektedir.

K2 	K4 
K7 	K8 

Şekil 4. 15: Bileşik kesrin ondalık sayıya dönüştürülmesinde “işlem bilgisi (kural)” Kullanan K2, K4, K7 ve K8’e ait açıklama ve işlemler

K2 ile gerçekleşen diyalog incelendiğinde, K2’nin sonucu yazarken farklı iki yol denediğini görmek mümkündür.

K2: $\frac{16}{6}$ kesirini ilk önce 16’da 2 tam olduğu için direkmen 2 tamamı yazdım. Daha sonra 16’da 4, 6’yı 2 ile çarptım 12 oluyor. 16’dan da 12’yi çıkarttığımda ise 4 kalıyor. bu da yüzde 4 olarak yan yana geçiyor yani, iki tam yüzde dört (2,04).

K2: Eee! Bu işlemde daha önce dikkat etmemiz gereken şeylerde var. Paydanın 10, 100 ve 1000 olmasına dikkat etmeliyiz. Bir de bu işlemde ilkönce 6’yı 100’e eşitledim. Ondan sonra yazdım. Ve daha sonra kalan sayıyı yazıp işlemimi bitirdim.

A: Senden, 16’yı 6’ya bölme işlemi nasıl yaptığını tekrar açıklamanı istesem gösterebilir misin?

K2: 16’yı 6’ya bölüyoruz. 16’da 6? 2 kere var, 2 kere 6? 12, çıkardığımızda 4 kalıyor.

A: Peki burada kalan kısmında 16’dan 12’yi çıkardın kalan 004 yazdın, bu 04 senin için ne anlam ifade ediyor?

K2: Zaten burada 16, 12 var. 16 bu ikili sayı bu, 16, 1 ile 6 yan yana geliyor ikili sayı 16. biz ikili sayılara “yüzle” hitap ediyoruz. 4’ün yanında bi tane daha kalanı olmadığı için de, eea! eee! 04 yazıyoruz.

Burada K2’nin bölme işleminden sonra yaptığı işlemler işlem bilgisi (kural) kategorisinin “g” şikkında ayrıca ele alındığı için bu kadarlık bir açıklama ile yetinilmiştir.

K4 ise, verilen bileşik kesri ondalık kesre iki yoldan çevireceğini ifade etmiştir. Birinci yol olarak K4 payı paydaya bölme şeklinde işlemini gerçekleştirmiştir.

K4: $\frac{16}{6}$, hımm! Bu sefer bu bir birleşik kesir? Şimdi bunu tamsayılı kesire de dönüştürebiliriz, ya da direk 16'yı 6'ya bölebiliriz. Yoksa direk $\frac{16}{6}$ 'da yapabiliriz. İki yolda gösteririm. İlkönce $\frac{16}{6}$ 'yı ondalık kesire çevirebilmek için iki yolu da kullanabiliriz. 16'yı 6'ya bölersek, 16'da 6 2 defa var, 2 kere 6? 12, kalan 4, 4'te 6 yok, buraya (4'ün yanına) bir 0 atarım, buraya da (bölüme) bir virgül koyarım. 40'ta 6? 6 defa var, 6 kere 6? 36, çıkarttım yine 4 oldu. Bu yine böyle gider. Burada (kalanda) yine 4 kalmıştı. Buraya (bölümde) 6'nın yanına bir 0 atarım. Burası (bölümde) bi daha 6 çıkar. Yani bu böyle gider 60606 şeklinde.

İşlem sonucunda K4'ün bu ifadelerinde de görüldüğü gibi, bölme işleminde devreden sayıdan bahsetmese de bölme işlemine devam ettikçe virgüllü kısımdan sonraki kısmın süreklilik göstereceğinin farkında olduğu tespit edilmiştir. K4'ün ilköğretim birinci kademe öğrencisi olduğu göz önünde bulundurulduğunda bu durumun göz ardı edilemeyecek kadar önemli olduğu görülmektedir.

K7 ve K8'e ait aşağıdaki ifadeler ise, her iki katılımcının da işlem sürecini eksiksiz bir şekilde yerine getirdiğini ve devreden sayı kavramının farkında olduklarını göstermektedir.

K7: $\frac{16}{6}$ aynı şekilde yapalım. $\frac{16}{6}$ bileşik kesirdir. 16'yı 6'ya bölersek, 2 kere, 2kere 6? 12, 40 ta 6? 6 kere, 40 eksi 36? Ha! 2 virgül 6 devirli (2,66666...) okunuşu da $2,\overline{6} = 2$ tam onda altı, devreden sayı altı. Altı devrediyor.

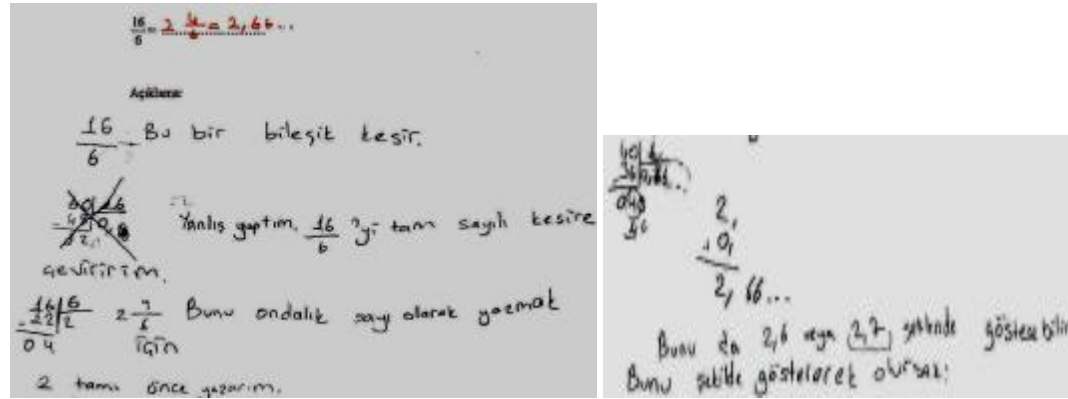
K8: $\frac{16}{6}$ kesrinin paydası 6'dır ve 6, 10 ve 10'un katları biçiminde yazılamaz. Ancak, $\frac{8}{3}$ şeklinde sadeleştirilebilir. 8'i 3'e bölersek $2,\overline{6}$ 6 sonsuza kadar devam eder. Böyle sayılarda 6'nın üzerine bir çizgi çekeriz ve bu devirli bir ondalık kesirdir. $\frac{16}{6}$ kesrinin paydasını 10 ve 10'un katı biçiminde yazamayacağımız için, onun için $\frac{16}{6}$ kesrini sadeleştirip $\frac{8}{3}$ payını paydasına böldüm 8'de 3? 2 defa, 2 kere 3? 6, kalan 2, 20'de 3? 6 defa, bu böyle devam eder.

K1'e ait "16'yı 6'ya böleriz. 16'nın içinde 6? 2 kere var, 2 kere 6? 12, çıkartırız 4, 4'ten de 4'ü çıkartırız 0. sonuç sıfır tam onda dört (0,4) olur." Açıklamasına dikkat edildiğinde K1'in de, kurala uygun olarak payı paydaya bölmeyi düşündüğünü görmekteyiz. Ancak K1'in bu ve diğer sorulardaki durumu incelendiğinde işlem bilgisinin tam oturmadığı açıkça anlaşılmaktadır. K1'in verisi ayrı bir kategori altında ele alındığı için burada sadece mevcut durumundan kısaca bahsedilmiştir.

b) Bileşik kesri önce tamsayılı kesre dönüştürme, sonra tamsayılı kesirde tam kısmı yazıp basit kesir kısmını payı paydaya bölmek yoluyla ondalık sayı olarak yazma ($\frac{16}{6} = 2\frac{4}{6} = 1 + 1 + \frac{4}{6} = 2 + \frac{4}{6} = 2, + 0, \overline{66} = 2, \overline{66}$ 2,6 veya 2,7 alırız)

Böyle birzihinsel model tanımlaması K3'te karşımıza çıkmakla beraber K4'ün ikinci yol olarak çözümünde de görülmektedir.

K3



K4

2-yalı $\frac{16}{6}$ 'yı tam sayılı kesire çeviririz.

$$\frac{16}{6} = 2\frac{4}{6}$$

Şekil 4. 16: K3 ve K4'ün Bileşik kesri önce tamsayılı kesre sonra ondalık kesre dönüştürme ile ilgili açıklamaları

K3'te karşımıza çıkan bu model aşağıdaki diyalogda betimlenmeye çalışılmaktadır.

K3: $\frac{16}{6}$ önce, bu bir bileşik kesir. 6'yı 16'ya bölcez. Şimdi 6' da 16 olmadığı için buraya bir sıfır koyuyoruz, 60 tutar mı? tutmuyor, o zaman 3 diyelim mesela, 3 kere 16, 48 ediyor. Imm! Benim biraz kafam karıştı. $\frac{16}{6}$ bunu içinde 2 tane tam vardır.

A: 2 tane tam varsa niçin sıfır virgüllü bir şey yazdın? Ne dersin?

K3: Yanlış yapmışım derim. Doğrusunu yapmak için $\frac{16}{6}$ 'yı tam sayılı kesire çevirmem gerekir ya da bunu sadeleştirebilirim. Sadeleştirmek zor. $\frac{16}{6}$ 'yı tam sayılı kesire çeviririm. 16' yı 6' ya bölerim. 16' da 6 2 defa var, 2 kere 6 12, kalan 4 $2\frac{4}{6}$. Bunu ($2\frac{4}{6}$) ondalık sayı olarak yazmak için 2 tamı önce yazarım 2, olur, $\frac{4}{6}$ kısmı için 4' ü 6' ya bölsüm? 4' te 6 yok, 40' ta 6, 6 kere 6 kere 6 36. küsuratlı bir şey çıkacak 0,666...2

virgöl ve 0 virgöl oldu, toplarsak 2 virgöl olacak 2, devam eden kısmı 2,66..... devam ediyor. De! Şimdi şekil üzerinde nasıl yapcaz.

Şekil 4.16’da K3’e ait açıklamalar incelendiğinde, K3’ün önce paydayı paya bölmeye çalıştığı daha sonra yanlış yaptığını anlayarak bileşik kesri önce tamsayılı kesre çevirdiği ve daha sonra, tamsayılı kesirin tam kısmını yazarak virgöl koyup, kesirli kısmında payı paydaya bölerek ondalık sayıya ulaştığı ve bunu 2 tam kısmı ile birleştirerek 2, 66 şeklinde yazdığı tespit edilmiştir. Burada K3’ün 6’nın sürekli devam edeceğini ifade ederek çıkan sayıyı nasıl ifade edeceğinde kararsızlık yaşadığını görmekteyiz. Ancak K3’e ait “*Bi sefer biz hani daha böyle devam edenleri öğrenmeden bir tane bölme işlemi yapıyorduk öğretmen tahtayı doldurdu ettikçe etti, ettikçe etti yanii!*” ifadesi benzer bir durumla daha önce karşılaştıklarını ve öğretmenlerinin sınıf seviyesinin üstünde ekstra bir bilgi olarak bölme işleminde devirli sayıya dikkat çektiğini göstermektedir.

K4 ile araştırmacı arasında geçen diyalogta ise, K4’ün bileşik kesri ondalık sayıya dönüştürmede “bileşik kesri önce tamsayılı kesre sonra tamsayılı kesri ondalık sayıya dönüştürme” işlemini ikinci bir yol olarak gerçekleştirdiği görülmektedir.

K4: *İkinci yol:* $\frac{16}{6}$ 'yı tamsayılı kesre çeviririz. $\frac{16}{6}$, burada 6 iki defa var tamı 2 olur, sonra, burada 4 kalır, başta olduğu gibi 4’ü paydaya yazarız. Paydayı (6’yı da) aynen yazarız.

A: *peki! Niçin 2 tamdan sonraki kısımda 4’ü paya, 6’yı paydaya yazdın? Tersini yazsaydık olmaz mıydı?*

K4: *İııı! Olmazdı. O zaman 3 tama gider. Çünkü, bileşik kesir $\frac{6}{4}$, 1 tam daha eder. 6 payda olduğu için 2 tam ediyor, 2 kere 6? 12, 16’dan 12’yi çıkardım 4 kalıyor. 4, buraya paya geliyor.*

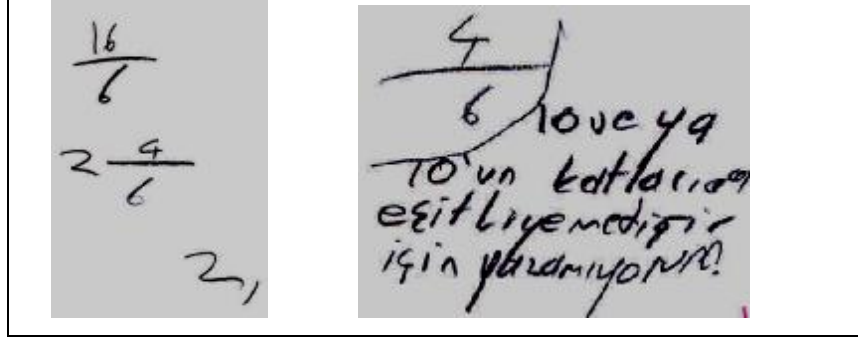
K4: $\frac{16}{6}$, şimdi, yaptığım işlemde çıktı zaten, bi daha ilerletmeye gerek yok ondalık sayı olarak yazmayı... $\frac{16}{6} = 2,606$ yazayım yeter.

K4’e ait bu ifadeler K4’ün soruyu sürecin her aşamasında bilinçli bir şekilde ele alıp bileşik kesri tamsayılı kesre dönüştürme ve elde ettiği tamsayılı kesri ondalık sayıya dönüştürme olarak ikinci bir yol ile kurala uygun olarak açıkladığını göstermektedir.

K6 içinde benzer bir durumdan bahsedebiliriz. K6’da verilen bileşik kesri tamsayılı kesir olarak yazmış ve daha sonra ondalık sayıya dönüştürmeye çalışmıştır. Ancak K6’da tamsayılı kesri ondalık sayıya dönüştürme aşamasında belirgin bir farklılık ortaya çıktığı için K6’nın durumu c şıkkı olarak ayrıca ele alınmıştır

c) Paydayı 10 ve katları şeklinde yazma, payda 10 ve 10'un katı olmazsa ondalık yazamayız

Şekil 4.17 gözönünde bulundurularak K6'ya ait aşağıdaki ifadeler incelendiğinde, K6'nın verilen bileşik kesri tamsayı kesir olarak yazdığı fakat daha sonra tamsayı kesirin kesir kısmını ondalık sayıya dönüştürmek için kesrin paydasını 10, 100, 1000 şeklinde 10 ve 10'un katları şeklinde yazmak gerektiğini ve bunu yapamayınca da ondalık olarak yazamayacağı düşüncesine sahip olduğunu görmekteyiz.



Şekil 4. 17: K6'nın bileşik kesri tamsayı kesire dönüştürmeye ilişkin açıklamaları

K6: $\frac{16}{6}$ 6, 6 12, 6'nın katlarına baktım! 16'nın içinde 2 tane 6 var, $2\frac{4}{6}$, ondalık olarak 2 tam var zaten 2, ama $\frac{4}{6}$ 'yı yazamıyorum. Bunu da, eşitleyemiyorum çünkü, 10'un katlarına, 10 veya 10'un katlarına.
A: Peki! $\frac{4}{6}$ 'yı ondalık sayı olarak yazmanın başka yolu var mıdır?
K6: Benim hep bildiğim yolu buydu, onun için!

Bu ve diğer benzer sorularda K6'ya ait benzer ifadeler göz önüne alındığında K6'nın kesrin paydasını 10 ve katları şeklinde yazamayınca kesrin ondalık sayıya dönüştürülemeyeceği şeklinde bir zihinsel yapıya sahip olduğunu söyleyebiliriz.

d) Ondalık sayı virgüllü olması gerekiyor, verilen bileşik kesrin payını virgülden önce, paydası virgülden sonra yazılır

K5 ile araştırmacı arasında geçen aşağıdaki diyalog incelendiğinde, K5'in ondalık sayı kavramından anladığı tek şeyin yazılımında "virgüllü" içeren bir sayı olduğu görülmektedir.

K5: Yine deminkiler gibi yaparım! $\frac{16}{6} = 16,6$ olur.

A: $\frac{16}{6}$ ve 16,6 bunların okunuşlarını söyleyebilir misin?

K5: $\frac{16}{6}$, "on altı bölü altı"

16,6, "on altı virgül onda altı", "on altı virgül altı"

K5'in diğer sorularda da görüldüğü gibi zihninde sadece ondalık sayının yazılımlında virgöl bulunan bir sayı olacağı fikri burada yansımaktadır. K5'in ondalık sayının virgöl içermesi gerektiğini düşündüğünden verilen bileşik kesirde paydaki sayıyı virgülden önce, paydadakini ise virgülden sonra yazarak oluşturduğu ve ondalık sayının verilen bileşik kesire eşit olduğunu yazdığı görülmektedir. Ayrıca, araştırmacı kendisinden verilen bileşik kesri ve yazmış olduğu ondalık sayını okumasını istediğinde bile iki sayının birbirine eşit olmadığını fark edemediği tespit edilmiştir.

e) Ondalık sayı sadece “0, ...” şeklinde olur, başka olamaz, “1, ..” olamaz

K1'e ait veriler incelendiğinde, zihninde ondalık sayı deyince “sıfır virgüllü olacak” şeklinde zihinsel bir model olduğundan söz edebiliriz. K1 ile araştırmacı arasında geçen aşağıdaki diyalogta bu zihinsel model yapısı açıkça görülmektedir.

K1: 16'yı 6'ya böleriz. 16'nın içinde 6? 2 kere var, 2 kere 6? 12, çıkartırız 4, 4'ten de 4'ü çıkartırız 0. sonuç sıfır tam onda dört (0,4) olur.

A: Neden 0,4 yazdın peki?

K1: ondalık kesir olduğu için ilk başa sıfır gelir.

A: Neden 0 geldi de, orada 0'dan başka 2 var, 4 var, bunlar niye gelmedi?

K1: Bence öyle olmaz. Sıfır gelir bence ondalık kesir olduğu için. Şunu da (kafasından yazıp çıkardığı 4'ü göstererek) yazarız.

A: Peki! Sence, 0,4 ondalık kesir midir?

K1: Evet!

A: Peki! 1,4 ondalık kesir midir?

K1: Hayır!

A: Neden hayır?

K1: önüne hep sıfır geldiği için.

A: Peki sen bunu nereden öğrendin?

K1: Bence öyle! Kural.

K1'in “önüne hep sıfır geldiği için” sözlerinden 1,4'ü ondalık kesir olarak kabul etmemesi onun basit kesirlerin ondalık sayı olarak yazılması çalışmalarında ulaştığı genellemelerin bir sonucu olarak karşımıza çıkmış olabilir. Bunu diğer kesir çeşitleri içinde geçerli görüyor olması veya kesir çeşitleri arasındaki farklılıkları kavrayamamış olmasından kaynaklanmış olabilir.

f) Ondalık sayı kavramı geçtiğinde ilk başa “0, ...” getirme

K1 ile araştırmacı arasında geçen e şikkında yer verilen diyalog incelendiğinde, K1'in bileşik kesri payını paydasına bölmek yoluyla ondalık sayıya çevirmeye çalıştığı ve bunu yaparken “ondalık kesir olduğu için ilk başa sıfır gelir.” düşüncesiyle bölme işleminin sonucunu sıfır yapmaya çalıştığı görülmektedir. Araştırmacının “Neden 0 geldi de, orada 0'dan başka 2 var, 4 var, bunlar niye gelmedi?” sorusu karşısında ısrarla başa sıfır geleceğini belirtmesi, burada, K1'in “Ondalık sayı kavramı geçtiğinde ilk başa sıfır ve virgöl gelir şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğu yorumunu yapmak yanlış olmayacaktır.

g) Verilen bileşik kesirde ($\frac{16}{6}$) pay iki basamaklı sayı olduğu için ondalık sayıda virgülden sonra iki basamak olacak

K2 ile yapılan söyleşiden alınan aşağıdaki ifadeler bize, K2'nin verilen bileşik kesirde paydaki sayının basamak sayısını göz önüne alarak virgülden sonraki sayının önüne sıfır koyma düşüncesinde olduğunu göstermektedir.

K2'nin *“Zaten burada 16, 12 var. 16 bu ikili sayı bu, 16, 1 ile 6 yan yana geliyor ikili sayı 16. biz ikili sayılara “yüzle” hitap ediyoruz. 4'ün yanında bi tane daha kalanı olmadığı için de, eea! eeea! 04 yazıyoruz”* ifadesi $\frac{16}{6}$ bileşik kesirinde pay iki basamaklı sayı olduğu için ondalık sayıda

virgülden sonra iki basamak olacak” şeklinde basamak değeri ile ilgili bir zihinsel modele sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Yine burada, K2'nin *“Eeea! Bu işlemde daha önce dikkat etmemiz gereken şeylerde var. Paydanın 10, 100 ve 1000 olmasına dikkat etmeliyiz. Bir de bu işlemde ilkönce 6'yı 100'e eşitledim. Ondan sonra yazdım. Ve daha sonra kalan sayıyı yazıp işlemimi bitirdim.”* şeklindeki ifadeleride, paydadaki 6 sayısını (belki de hayalinde) 100'e eşitlemiş olarak düşünmesinden kaynaklanıyor olabilir.

4.1.2.2. Bölme

Bir bileşik kesrin ondalık sayıya dönüştürülmesinde “bölme” kategorisini oluşturan katılımcıların zihinsel modellerini gösteren ifadelerini Tablo EK 11.2'de yer almaktadır. Bunları tek tek örneklerle açıklayacak olursak;

a) Payı paydaya bölme

Payı paydaya bölme, bölme kategorisi içerisinde yer almaktadır. Ancak sınıf içi etkinliklerde öğretmenler bileşik kesri ondalık sayıya dönüştürmeyi bir işlem süreci olarak “payı paydaya bölme” şeklinde bir kural olarak öğrettiği düşünüldüğü için bu her iki kategori altında da yer almıştır. Bununla ilgili olarak işlem bilgisi (kural) kategorisi altında ayrıntılı bir şekilde açıklama yapıldığı için burada tekrar açıklamaya ihtiyaç duyulmamıştır.

b) “0, ...” şeklinde olacağı için bölme işleminde kalan sıfır olmalı ve kalan sıfır olana kadar bölme sürdürülmeli

K1 ile araştırmacı arasında geçen aşağıdaki diyalog incelendiğinde K1'in pay kısmındaki sayıyı paydaya böldüğü, ancak bölme işleminde kalan 4 sayısından da 4'ü çıkartıp kalanı sıfır olacak şekilde yazdığı tespit edilmiştir.

K1: 16'yı 6'ya böleriz. 16'nın içinde 6? 2 kere var, 2 kere 6? 12, çıkartırız 4, 4'ten de 4'ü çıkartırız 0. sonuç sıfır tam onda dört (0,4) olur.

A: Neden 0,4 yazdın peki?

K1: ondalık kesir olduğu için ilk başa sıfır gelir.

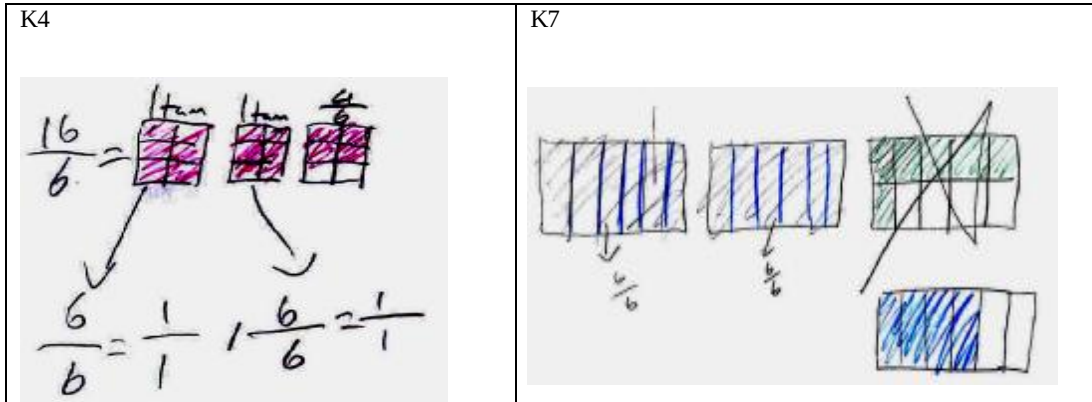
A: Neden 0 geldi de, orada 0'dan başka 2 var, 4 var, bunlar niye gelmedi?

K1: Bence öyle olmaz. Sıfır gelir bence ondalık kesir olduğu için. Şunu da (kafasından yazıp çıkardığı 4'ü göstererek) yazarız.

Burada K1'in kalan 4 sayısından 4'ü çıkartmasının tek sebebi onun ondalık sayının sıfır virgüllü bir sayı olacak şeklinde bir zihinsel modele sahip olmasından kaynaklandığı şeklinde açıklamak mümkün olacaktır. Aslında burada kalan sayıdan çıkardığı 4 sayısının nereden geldiğini açıklayamamakta ve sadece kalanın 0 şeklinde yazılması için bir çaba sarfetme söz konusu olduğu açık bir şekilde görülmektedir.

c) Bileşik kesirde payın içinde kaç tane tam olduğunu bulma.

$$\left(\frac{16}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1 + 1 + \frac{4}{6} = 2 + \frac{4}{6}\right)$$



Şekil 4.18: K4 ve K7'nin $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini şekil çizerek gösterimi

K4 ve K7'nin $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini şekil çizerek gösterimi Şekil 4.18'de yer almaktadır. K4 ve K7'ye ait veriler incelendiğinde Şekil 4.18'de de görüldüğü gibi, çizmiş oldukları şekil ve materyal ile gösterimde bileşik kesri gösterirken bileşik kesrin içindeki tamları bulma durumunun söz konusu olduğu görülmektedir.

Şekil 4.18 incelendiğinde K4'ün $\frac{16}{6}$ bileşik kesrinin içinde $\frac{6}{6}$ kesirinden oluşan tamlar çizdiği ve kalan kısım içinde yine $\frac{6}{6}$ şeklinde bir tam çizip bu sefer 16 dan geriye kalan 4 kadarını boyadığı görülmektedir. Benzer durum K7 içinde geçerlidir. K7'de aynı şekilde $\frac{16}{6}$ bileşik kesri içindeki tamları bulmuştur. K7, tamlardan sonra kalan kısmı çizerken, $\frac{16}{6}$ bileşik kesrinin ondalık sayı olarak karşılığı olarak aldığı 2,6

sayısını göz önünde bulundurarak bileşik kesri 10 parçadan oluşmuş gibi düşünse de daha sonra hatasını anlayarak üçüncü tamı tekrar çizip bunun 4 parçasını boyamıştır.

Aşağıdaki diyalog, Şekil 4.18 dikkate alınarak incelendiğinde K4'ün bileşik kesirde payın içinde kaç tane tam olduğunu ortaya koyma şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğu açıkça görülmektedir.

K4: $\frac{16}{6}$ = yine 2 tamı var ve 6'ya bölünen. 1 tane kare çizip 6'ya böldük hepsini aldık

ilk tamı gitti, ikincisi böyle! Bunu da 6'ya böldüm, bi daha karaladım 2 tamı gitti. Sonra, kalan 4 parça kaldı, yine bir bütün alıp 6'ya bölcem, bununda 4'ünü boyadım, böyle!

A: Niçin 4'ünü boyayıp 2'sini boyamadın?

K4: çünkü 4 pay kaldı 2'si açıkta kaldı.

A: Neresi pay, neresi payda oldu?

K4: Taralı kısımlar pay, şekillerin hepside (6'sı) payda oldu.

A: $\frac{16}{6}$ 'nın şeklini çizerken 1. tamı, 2. tamı ayrı ayrı çizdin, ayrı ayrı çizmesek olmaz mıydı? Niçin ayırdın bu şekilde çizmekteki amacın neydi?

K4: Çünkü, ayırmamdaki sebep, payda 6. Hepsini sıra sıra 6 payı çizdim.

A: 1. ve 2. tamların pay ve paydası için ne diyebilirsin bu durumda?

K4: 1. ve 2.tamlar birer tam oluyor $\frac{6}{6}$, $\frac{6}{6}$ (altıda altı, altıda altı) diye.

$\frac{6}{6} = \frac{1}{1}$, $\frac{6}{6} = \frac{1}{1}$ oluyor, diğeri de $\frac{4}{6}$ oluyor.

K7'ye ait “ $\frac{18}{6}$ alalım mesela, 3 tam şekil çizerdik ama bu 3 tamdan geniş olacak

2,6 alırsak! Tamlar $\frac{6}{6}$, 2,6 olarak kabul etmiştim $\frac{18}{6}$ yok, ama 18 olarak düşündüm

yeniden çizeyim (alta) 4'ünü tarayacağım, $\frac{16}{6}$ yani 2,6 olur.” ifadesi K7'nin de aynı

şekilde bileşik kesir içinde kaç tane tam olduğunu bulmaya yönelik bir zihinsel modeli olduğunu bize göstermektedir.

K4 ve K7'nin “ $\frac{16}{6}$ ve ondalık sayı/kesir olarak karşılığını materyal kullanıp

eylem (hareket, davranış) olarak gösterebilir misin?” sorusuna karşılık oyun legolarını kullanarak nasıl bir gösterim yaptıklarını betimleyen

K4: (ikili mavi Legolardan 3 tane alarak) Bu bir tam, bunun hepsini alıyorum. Aynı şekilde böyle yine hepsini alıyorum. Bu ikinci tam. Bunu aldım diğerlerini de (yeşil Legoları kullanarak) iki tamin üzerinde olduğu için üçüncü tamı da yapıyorum. Sonra, payı 4 olduğu için 4'ünü alıyorum, bu 2'sini çıkarıyorum. Toplam iki tam dört bölü altı oldu ($2\frac{4}{6}$) . 1 tam, 1 tam artı $\frac{4}{6}$.

K7: $\frac{16}{6}$ devirliydi bu $2\frac{4}{6}$ ' idi. 16'yı 6'ya bölcez ama! Tam olarak bulcaz yani, bu 1 tam (6 adet sarı legoyu eline alarak) bu 2 tam. Ama, 6 nasıl olacak?

ifadeler K4 ve K7'nin $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini $\frac{16}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1 + 1 + \frac{4}{6} = 2 + \frac{4}{6}$ şeklinde payın

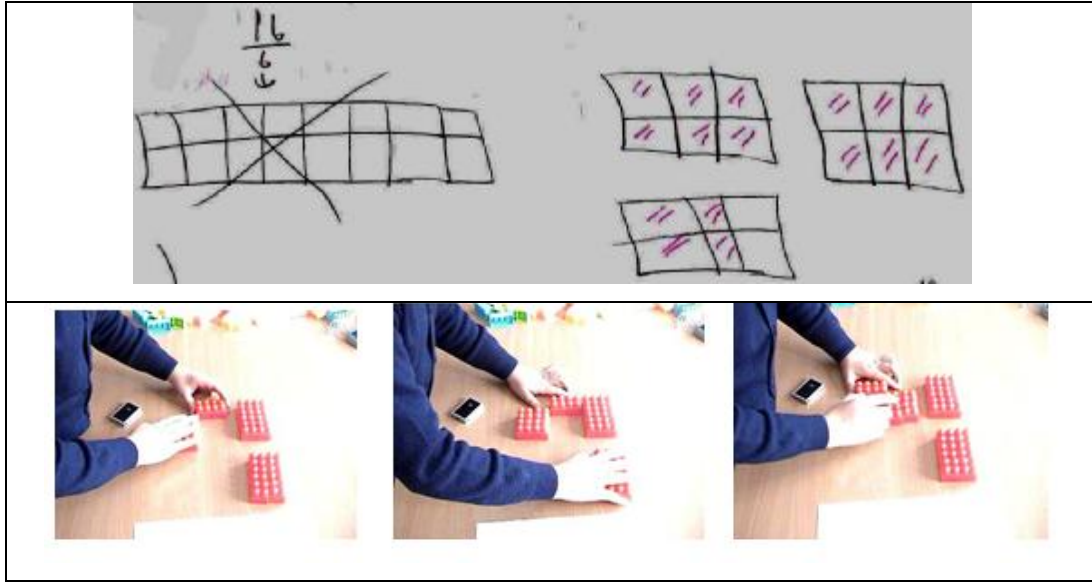
içinde kaç tane tam olduğunu göstermeye yönelik bir çaba içerisinde olduklarının delilleridir.

4.1.2.3. Bütün-parça

Bir bileşik kesrin ondalık sayıya dönüştürülmesinde “bütün-parça” kategorisini oluşturan katılımcıların zihinsel modellerini gösteren ifadelerini Tablo EK 11.2’de yer almaktadır. Bunları tek tek örneklerle açıklayacak olursak;

a) Bütünler paydadaki sayı kadar parçaya sahiptir.

Şekil 4.18’te de görüldüğü gibi K4 ve K7’ye ait bileşik kesrin gösterimine ilişkin çizimlerde, her iki katılımcının da çizmiş olduğu bütünleri payda da yer alan sayı kadar parçaya ayırdığı görülmektedir. Benzer bir durum K2’ye ait çizim ve materyalle gösterimde de karşımıza çıkmaktadır. K2’nin $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini şekille ve materyal kullanarak gösterimi Şekil 4.19’da yer almaktadır.



Şekil 4. 19: K2’nin $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini şekil çizerek ve materyal kullanarak gösterimi

K2, bu çizimini şu cümlelerle dile getirmektedir.

K2: Tamam! (dikdörtgen çizip 16’ya bölerek) Eeee! Buradan da, bir dakika yanlış yaptım. Yanına bir daha yapayım! Eeee! 6 şey olduğu için paydası ilkönce 6’yı çizerim. (bir dikdörtgen çizip 6’ya bölerek) 16 pay olduğu için bir tane daha bütüne ihtiyacımız! Eeee! Bütün çizcez (yanına bir dikdörtgen daha çizip 6’ya bölerek) Eeee! Yine yetmedi paydamız, (alta bir dikdörtgen daha çizip 6 eş parçaya bölerek) o yüzden bir tane daha paydaya ihtiyacımız var. Eeee! Şimdide (eline kırmızı tükenmez kalem alarak, üstteki dikdörtgenlerin hepsini, alttaki dikdörtgenin de 4 parçasını tarayarak) bu şekilde boyarsak $\frac{16}{6}$ ’ya eşit oluyor.

K2'ye ait bu ifadelerde, K4 ve K7'de olduğu gibi, bütünlerin payda kadar parçaya sahip olduğu fikrini göstermektedir. K2'ye ait materyalle gösterim aşağıdaki ifadeler dikkate alınarak incelendiğinde, bütünleri payda kadar parçadan oluşturduğu açıkça görülmektedir.

K2: ilk önce 6 tane parçalardan bütün elde ederim. (6 parça legodan bir bütün elde ettikten sonra) şimdi diğer bütün ekliyorum. Şimdi bir tane daha bütün eklemem lazım.

Burada da şurdan 4 parçasını alınca, bunu buna birleştiririm buda $\frac{16}{4}$ olur. Bu iki parçayı burayla sayıyoruz, çünkü 16 olması için, yanlış olmuş 4'ü saycaz. Bu geride kalıyor üsttekiler 2 tane bütün temsil ediyor. 16'nın içinde 6 iki tane olduğu için.

Özetle, bütün-parça kategorisi altında K2, K4 ve K7 “bileşik kesri oluşturan tamların payda sayısı kadar parçadan oluştuğu” şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğu söylenebilir.

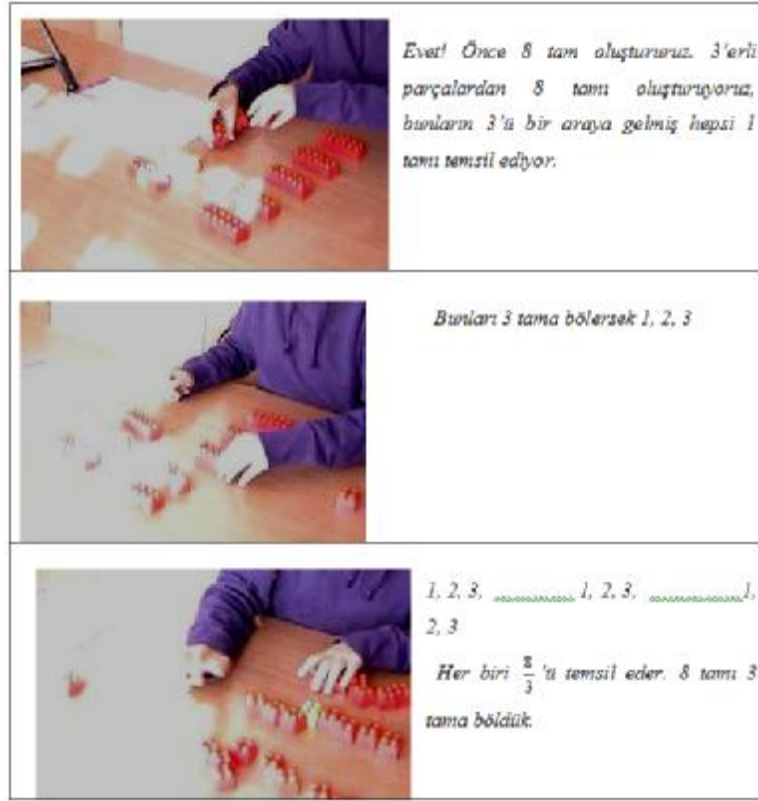
b) Bileşik kesri oluşturan parçalar tam ve basit kesirli kısımlardır. Bu parçalardan biri olan basit kesir kısmının ($\frac{4}{6}$) paydasını 10 ve 10'un katı şeklinde alarak yazmayı düşünme

K6'ya ait veriler incelendiğinde K6'nın verilen bileşik kesri tamsayılı kesir şeklinde yazıp tam kısmını belirleyerek kesirli kısmını paydasını 10 ve katlarına eşitlemek yoluyla ondalık sayının virgülü kısmını yazmaya çalıştığını görmekteyiz. Burada K6'nın ifadelerinden “tam kısım yazılıp virgül konur ve kesirli kısmın payda sı 10 ve katlarına eşitlenerek virgüllü kısım belirlenir” şeklinde bir zihinsel modelin varlığı karşımıza çıkmaktadır. Ancak, K6'nın “ $\frac{16}{6}$ 6, 6 12, 6'nın katlarına baktım!

16'nın içinde 2 tane 6 var, $2\frac{4}{6}$, ondalık olarak 2 tam var zaten 2, ama $\frac{4}{6}$ yı yazamıyorum. Bunu da, eşitleyemiyorum çünkü, 10'un katlarına, 10 veya 10'un katlarına.” şeklindeki ifadesi gözönünde bulundurulduğunda problemin çözümünü sonuçlandırmakta yetersiz kaldığı görülmektedir.

c) Bileşik kesirde pay sayısı kadar bütün olduğunu düşünme ve payda sayısı kadar eşit miktarda parçalara ayırma.

K8'e ait verilerden, verilen bileşik kesri materyalle göstermeye ilişkin kısmı incelendiğinde K8'in verilen bileşik kesirde pay kısmında yer alan sayıyı bütün sayısı olarak düşündüğü ve bu bütünlerin her birinin de payda da yer alan sayı miktarı kadar parçadan oluştuğu fikri göze çarpmaktadır.



Şekil 4. 20: K8'in $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini materyal kullanarak gösterimi

K8'in ($\frac{16}{6}$ sadeleştirme yaptığı için $\frac{8}{3}$) 8 tam olarak düşünüp, 3'er parçadan oluşan 8 tam oluşturup tekrar 3'e bölme şeklinde bir eylem gerçekleştirdiği Şekil 4.20'de görülmektedir.

K8'e ait veriler incelendiğinde bir önceki bulguda bütün-parça kategorisi altında yer aldığı gibi burada da bileşik kesirde payı bütün, paydayı parça sayısı olarak görme ve payda sayısı kadar parçadan oluşan pay sayısı kadar bütün oluşturma söz konusudur.

K8, $\frac{16}{6}$ kesrini yine materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak legolardan yararlanarak göstermeye çalışmıştır. Şekil 4.20 aşama aşama incelendiğinde K8'in ilk olarak verilen bileşik kesri sadeleştirip $\frac{8}{3}$ 'ü elde ettiğini ve $\frac{8}{3}$ 'ü göstermek içinde 3'er legodan oluşan 8 tane bütün oluşturmak istediğini görmekteyiz. Bu aşamada K8'in yine bir önceki bulguda olduğu gibi bunların her birinin $\frac{8}{3}$ 'ü temsil ettiğini düşündüğü tespit edilmiştir. K8'in burada da payı bütün olarak görüp, paydanın parça

sayısını belirlediğini düşünmesi onun bileşik kesirle ilgili olarak parça-bütün kategorisine ait böyle bir zihinsel modeli olduğu ortaya çıkmaktadır.

d) Bileşik kesirde pay ve paydadaki sayıları, ondalık kesirde virgülden önceki ve virgülden sonraki sayıları birbirinden bağımsız ayrı ayrı sayılar olarak görme

K1 ve K5'e ait veriler incelendiğinde her iki katılımcının da şekil ve materyalle gösterimde sayıların yerlerine o sayıların belirttiği sayı kadar parçadan oluşan bütünler çizdikleri veya o kadar sayıda lego parçasını sayının yerine yerleştirdikleri tespit edilmiştir. Bu durum, her iki katılımcının da verilen bileşik kesiri bir kesirli sayı olarak görmek yerine pay ve paydadaki sayıları birbirinden bağımsız iki ayrı sayı olarak görme ve kesirli sayıların gösteriminde, kesirli sayılarda (tamsayılı, bileşik ve ondalık kesir) yer alan sayıların yerlerine sayı değeri kadar parçadan oluşan şekiller çizme veya nicelik değeri kadar çokluğu yerlerine koyma şeklinde bir zihinsel modele sahip olduklarını ortaya koymaktadır. Bu yorumu K1 ve K5'e ait şekil çizimi ve materyalle gösterime ilişkin aşağıdaki ifadeler desteklemektedir:

K1: $\frac{16}{6}$ 'yı resim çizerek gösteremedim. 16'yla 6'yı toplarız ya da 16 çizelim 1, 2, 3,

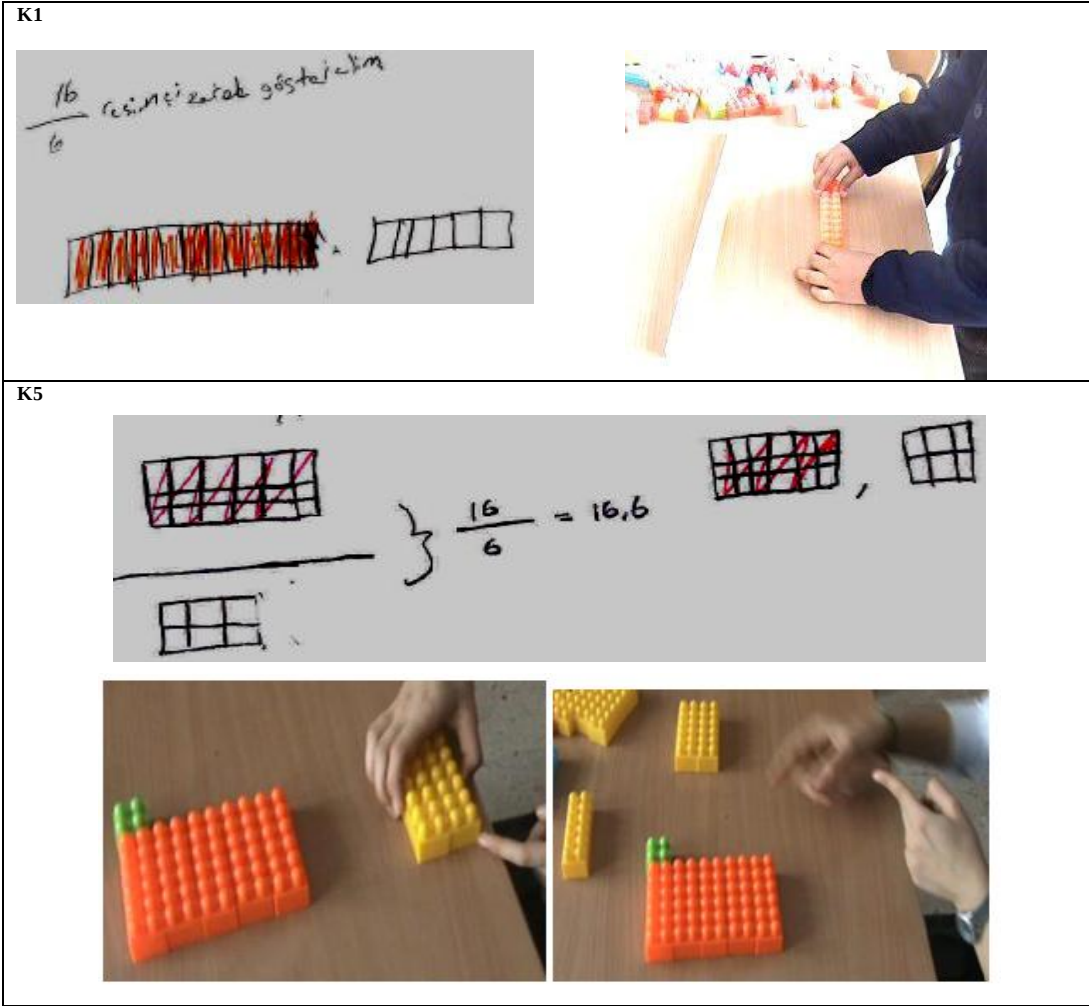
.....16. 16'yı hepsini boyarız, 16 bölü oldu, şuraya da 1, 2, ...6 çizeriz, 6'yı boyamayız.

K5: Bir dikdörtgen çizerim yandan 3'e bölerim, yukarıdan da 6'ya bölerim. 18 oldu. 16'sını tarayacağım. Alta da yine bir dikdörtgen çizerim, yandan 2'ye ve üstten 3'e bölerim, 6 oldu. Bu $\frac{16}{6}$. 16,6'yı da, yine dikdörtgen çizerim, yandan 3'e bölerim, üstten 6'ya bölerim 16'sını tararım, sonra virgül, bir kare çizerim yandan 2'ye, üstten 3'e bölerim, 16,6 olur.

K1: (Lego ile gösterecek olursak) 3, 6, 9, 12, 15, 16 bu şekilde 3, 6, 6. $\frac{16}{6}$ bu şekilde

K5: (Materyal ile gösterimde) (1 tekli legoyu göstererek) bu 1 olsun. Buna göre üstte 16 tane alta da 6 tane bu $\frac{16}{6}$ oluyor. 6 taneyi yana koyarsam 16,6 olur.

Şekil 4.21 gözönünde bulundurularak K1 ve K5'e ait yukarıdaki ifadeler incelendiğinde, bu iki katılımcının da kesirleri kavrayamadıkları ve kesirlerdeki sayıları bir doğal sayı veya pozitif tamsayı gibi algıladıkları görülecektir.



Şekil 4. 21: K1 ve K5'in $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini çizim ve materyal ile gösterimi

e) Pay kadarını tarama, payda kadarını boş bırakma

Şekil 4.21'de de görüldüğü gibi K1 ve K5'in bileşik kesir için çizmiş oldukları şekilde pay kısmındaki sayı kadar parçadan oluşan bütünün tamamını boyadıkları ama, payda kısmındaki payda sayısı kadar parçadan oluşan şekli boyamadan boş bıraktıkları tespit edilmiştir. Burada K5, K1'den farklı olarak pay kısmı için 18 parçadan oluşan bir şekil çizerek 16 parçasını boyamıştır. K5'in çiziminde virgülden önceki sayıyı karesel veya dikdörtgensel bölge içinde ayrılmış kare parçalar çizerken fazla kare çizerek sadece belirtilen sayı kadarını tarayıp belirginleştirme ve virgülden sonrası için belirtilen sayıyı gösteren sayıda kare parçalardan oluşan dikdörtgenler çizme dikkat çekici bir durum olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu durumu, K1 ve K5'in ağzından aşağıdaki gibi dinleyelim:

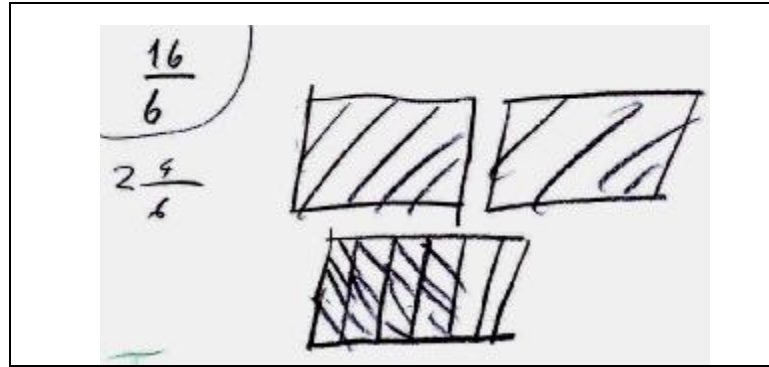
K1: $\frac{16}{6}$ 'yı resim çizerek gösteremedim. 16'yla 6'yı toplarız ya da 16 çizelim 1, 2, 3, ...16. 16'yı hepsini boyarız, 16 bölü oldu, şuraya da 1, 2, ...6 çizeriz, 6'yı boyamayız.

K5: Bir dikdörtgen çizerim yandan 3'e bölerim, yukarıdan da 6'ya bölerim. 18 oldu. 16'sını tarayacağım. Alta da yine bir dikdörtgen çizerim, yandan 2'ye ve üstten 3'e bölerim, 6 oldu. Bu $\frac{16}{6}$. 16,6'yı da, yine dikdörtgen çizerim, yandan 3'e bölerim, üstten 6'ya bölerim 16'sını tararım, sonra virgöl, bir kare çizerim yandan 2'ye, üstten 3'e bölerim, 16,6 olur.

Bu ifadeler bize, her iki katılımcının kesirli sayının gösterilmesinde çizilen şeklin bir kısmının boyanacağı ve boyanması gereken kısmında pay kısmı olacağı fikrine sahip olduklarını göstermektedir. Her iki katılımcı içinde “verilen bir bileşik kesirde pay sayısı kadarının boyanacağı, payda kısmının boş bırakılacağı” şeklinde bir zihinsel model yapısının varlığı söz konusudur.

f) $(\frac{16}{6} = (1+1) + \frac{4}{6})$ Tamsayılı kesir gibi düşünerek tam ve basit kesir kısmını ayrı düşünme.

$\frac{16}{6}$ bileşik kesrini katılımcılardan şekil çizerek göstermeleri istendiğinde K6'nın verilen bileşik kesri zihninde tamsayılı kesire dönüştürüp, bileşik kesri tamsayılı kesir olarak gösterdiği görülmektedir.



Şekil 4. 22: K6'nın $\frac{16}{6}$ bileşik kesri yerine $2\frac{4}{6}$ tamsayılı kesrini çizmesi

K6'nın “ $\frac{16}{6}$ 'yı çizebilmemiz için ilk önce (bu kesri) tamsayılı kesire getirmemiz gerekecek $2\frac{4}{6}$, 2 tam var birde 6'ya bölelim bununda 4 tanesi” şeklindeki ifadesi onun bileşik kesri tamsayılı kesir olarak modellediğinin bir göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır.

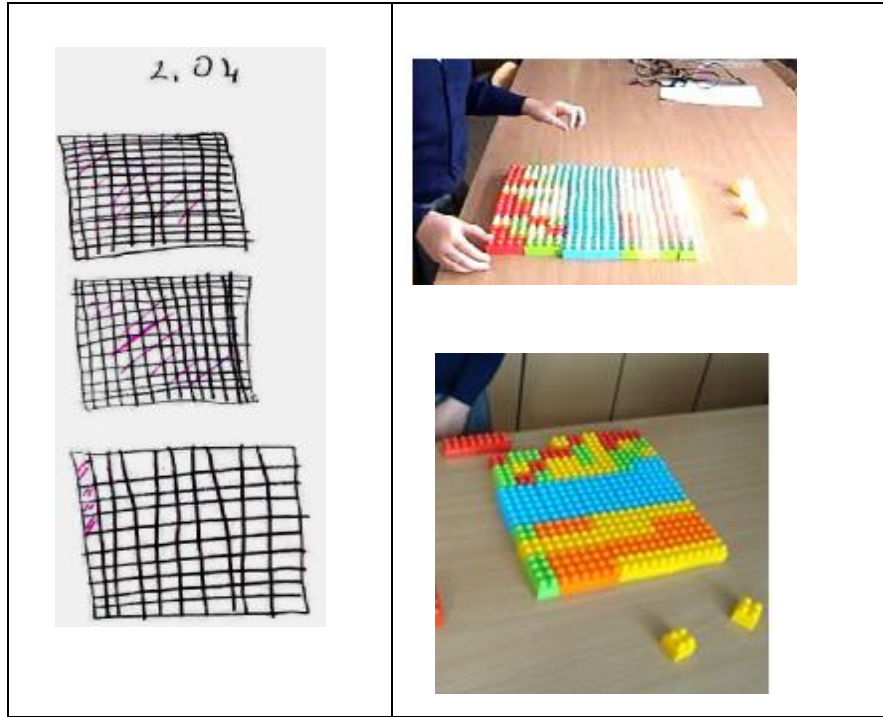
Şekil 4.22'de de görüldüğü gibi K6, tamları göstermek için 2 bütün her ikisini de

taramıştır ve kalan kısmı göstermek için de yine bir bütün çizerek bunu 6 parçaya bölüp 4 parçasını taramak yoluyla bileşik kesri göstermeye çalışmıştır. Bu durum bize K6'nın bileşik kesri tamsayılı kesir gibi düşünerek tam ve basit kesir kısmını ayrı düşünme şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu göstermektedir. Matematiksel bir dil ile ifade edecek olursak K6, $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini $\frac{16}{6} = (1+1) + \frac{4}{6}$ şeklinde bir zihinsel modelle görmektedir.

g) Kesri 2,04 olarak ifade edilen ondalık sayıda virgülden sonraki basamak değeri 100'ler basamağı olduğu için 2 tamı ve kalan parçayı 100'lük bloklar olarak düşünme

$$\left(\frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{4}{100}\right) = 1+1 + \frac{4}{100} = 2 + \frac{4}{100} \text{ Olarak parçalara ayırma)}$$

K2'den $\frac{16}{6}$, ya karşılık olarak yazdığı 2,04'ü şekil veya resim çizerek ve materyalle göstermesi istendiğinde Şekil 4.23'te yer alan görüntüler ortaya çıkmıştır.



Şekil 4. 23: K2'nin bulduğu ondalık sayıyı çizim ve materyal ile gösterimi

K2, Şekil 4.23'te görüldüğü gibi yüzlük bloklardan oluşan 3 tam çizip ikisinin tamamını ve üçüncüsünün sadece 4 parçasını taradığı tespit edilmiştir. Yine, $\frac{16}{6}$, ya karşılık olarak yazdığı 2,04'ü materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak

göstermesi istendiğinde Şekil 4.23'teyar alan görüntü ortaya çıkmıştır. K2'nin bu gösterimlere ilişkin açıklamaları şu şekildedir:

K2: Eeaa! İki tane 100'lük bloğumuz olması gerekir. İki tam yüzde dört (2,04) olduğu için yüzde dördü (,04) yaparkene de 100'lük bloğumuzun olması gerekir. İki yüzlüğü çizdik komple boyayalım. Şimdi de yüzde dördü (,04) göstermek için bir tane daha yüzlük çizeyim. Bunun da 4 tanesini boyayalım. Burada da iki tam yüzde dördü (2,04'ü) göstermiş oldum.

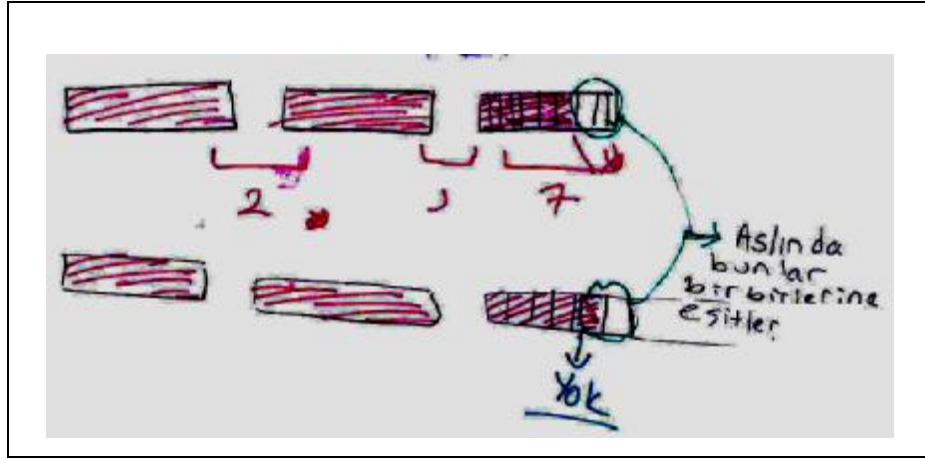
K2: Bunları (eline 2 tane tekli sarı lego parçası olarak) 2 tamı kabul edelim. 3 tane 100'lük yapacağım için lego yetmeyeceği için 2 tane 100'lük yerine bunları kullanalım. Şimdi bi tane daha 100'lük yapacağım. Şimdi 2,04 (iki tam yüzde dördü) göstermek için bu şekilde gösterilir.

K2'nin bu ifadelerinden de anlaşıldığı gibi aslında 100 parçadan oluşan 3 tam oluşturması gerektiğini ancak tam kısmı gösteren 100 parçalı iki tam oluşturmak yerine temsili olarak 1'er parça lego koyduğunu görmekteyiz. Bu, bize K2'nin sayıyı ondalık sayıya çevrilmiş halini kesirli sayıların toplamı olarak görüp parçalara ayırma şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca K2'nin kesri ondalık sayı olarak elde ettiği 2,04 sayısında virgülden sonraki basamak değerinde 100'ler basamağı olduğu için 2 tamı 100 lük bloklardan oluşturduğu ve kalan parçayı da yine 100'lük

blok içinde gösterdiği görülmektedir. Bunu matematiksel bir ifade ile $\frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{4}{100} = 1+1+\frac{4}{100} = 2+\frac{4}{100}$ şeklinde modellediğini çizim ve materyalle gösteriminden çıkarmak mümkündür.

h) $2,7 = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{7}{10} = 1+1+\frac{7}{10} = 2,7$ Ondalık sayıyı oluşturan parçaları kesirli sayılar olarak çizme ve bunu tekrar bütünler ve parçalar olarak gösterme

K3'ten $\frac{16}{6}$ ve buna eşit olarak bulduğu $2\frac{4}{6}$ ile 2,7' yi şekil veya resim çizerek göstermesi istendiğinde K3, Şekil 4.24'de görülen iki ayrı şekli çizmiştir. K3'ün “Yine bir dikdörtgen çiziyorum. Bu dikdörtgen 7 parçadan oluşuyor. Pardon! Bunları 10'a bölcez ama, bölmüyorum. İki tane bütün sonra bi tane daha, sonra 7'sini alacaktık bunun 2,7 bu. $\frac{16}{6}$ 'yı onda 2 kere vardı. Yine dikdörtgen çiziyoruz. Ayy! 2 tam vardı 16'yı 6'ya böldüğümüzde küsuratı da vardı. 2 tam çiziyoruz. Yine 1 tam daha çiziyoruz, biz bunu 6'ya bölüyoruz, 4'ünü alıyoruz. Aslında bunlar (2,7 ve $\frac{16}{6}$) birbirlerine eşittirler.” şeklindeki açıklamalarından da anlaşıldığı gibi $\frac{16}{6}$ ve 2,7 için aynı şekil olacağından bahsettiği görülmektedir.



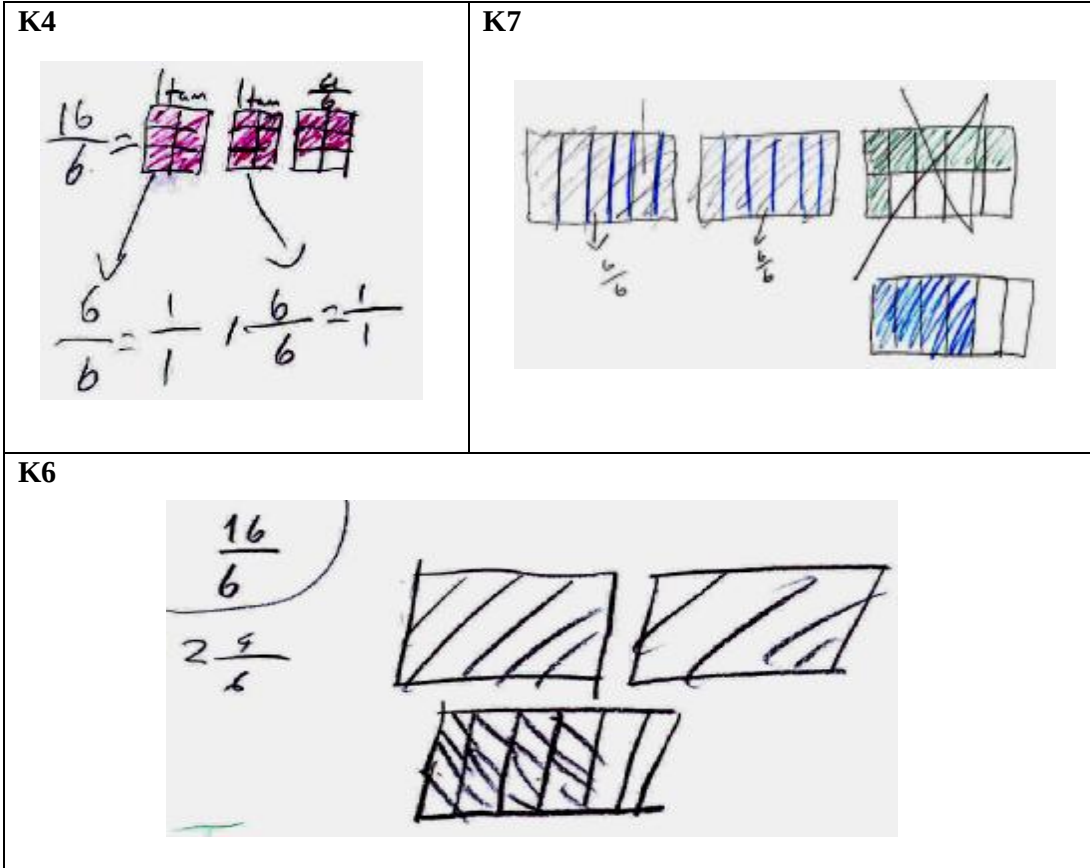
Şekil 4. 24: K3'ün $\frac{16}{6}$, $2\frac{4}{6}$ ve 2,7 kesirlerini şekil ile göstermesi

Burada, üst kısımdaki çizim açıklamalar dikkate alındığında, aslında tam kısımların 10 parçaya bölüneceği ama gerek duyulmadığı anlaşılmaktadır. Bu gözle baktığımızda K3'ün 2,7'de virgülden sonraki sayının 10'lar basamağına ait bir sayı olduğunu düşünerek çiziminde parça sayısını 10 olarak düşünmüş olduğu tespit edilmiştir. Burada çıkan ondalıklı sayı sonuç olarak " $2,\bar{6} = 2$ tam onda altı, devreden sayı altı, altı devrediyor" şeklinde düşünüldüğünde 2,7 ye yuvarlama yapıldığı görülmektedir. Burada K3'ün 2,7'yi " $2,7 = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{7}{10} = 1+1+\frac{7}{10} = 2,7$ " şeklinde bir zihinsel modelle

temsil ettiği görülmektedir. Yine $\frac{16}{6}$ ve $2\frac{4}{6}$ 'ü ise " $1+1+\frac{4}{6} = 2\frac{4}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = \frac{16}{6}$ " şeklinde bir zihinsel modelle temsil ettiği ve açıkladığı ve sonuç itibarıyla K3'te "Ondalık sayıyı oluşturan parçaları kesirli sayılar olarak çizme ve bunu tekrar bütünler ve parçalar olarak gösterme" şeklinde bir zihinsel model olduğu açık bir şekilde görülmektedir.

j) Bileşik kesir ve tamsayılı kesirde bu kesirleri oluşturan parçaları çizme gösterme

Katılımcılara ait veriler incelendiğinde K4, K6 ve K7'nin kesri oluşturan parçalardan hareketle kesri oluşturmaya ve çizimlerinde bunu göstermeye çalıştıkları tespit edilmiştir. K4, K6 ve K7'nin bileşik kesir ile tamsayılı kesri göstermelerine ilişkin çizimleri Şekil 4.25'te görülmektedir.



Şekil 4. 25: K4, K6 ve K7'nin Bileşik kesir ve tamsayılı kesiri oluşturan parçaları çizmek yoluyla bileşik kesir ve tamsayılı kesiri göstermeleri

Şekil 4.25'deki K4 ve K7'ye ait çizimler bu iki katılımcıya ait ifadeler göz önünde bulundurularak incelendiğinde, her iki katılımcının da verilen $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini oluşturan parçaları paydayı göz önüne alarak tespit etmeye çalıştıkları görülmektedir. K4 ile araştırmacı arasında geçen şu diyalogu gözden geçirdiğimizde;

A: $\frac{16}{6}$ kesiri ve bunun ondalık sayı olarak gösterimini şekil veya resim çizerek nasıl yapabilirsin?

K4: $\frac{16}{6}$ = yine 2 tamı var ve 6'ya bölünen.

1 tane kare çizip 6'ya böldük hepsini aldık ilk tamı gitti, ikincisi böyle! Bunu da 6'ya böldüm, bi daha karaladım 2 tamı gitti. Sonra, kalan 4 parça kaldı, yine bir bütün alıp 6'ya bölcem, bununda 4'ünü boyadım, böyle!

A: Niçin 4'ünü boyayıp 2'sini boyamadın?

K4: çünkü 4 pay kaldı 2'si açıkta kaldı.

A: Neresi pay, neresi payda oldu?

K4: Taralı kısımlar pay, şekillerin hepside (6'sı) payda oldu.

A: $\frac{16}{6}$ 'nın şeklini çizerken 1. tamı, 2. tamı ayrı ayrı çizdin, ayrı ayrı çizmesek olmaz mıydı? Niçin ayırdın bu şekilde çizmekteki amacın neydi?

K4: Çünkü, ayırmamdaki sebep, payda 6. Hepsini sıra sıra 6 payı çizdim.

A: 1. ve 2. tamların pay ve paydası için ne diyebilirsin bu durumda?

K4: 1. ve 2.tamlar birer tam oluyor $\frac{6}{6}$, $\frac{6}{6}$ (altıda altı, altıda altı) diye.

$\frac{6}{6} = \frac{1}{1}$, $\frac{6}{6} = \frac{1}{1}$ oluyor, diğeri de $\frac{4}{6}$ oluyor.

K4'ün verilen bileşik kesri oluştururken çizdiği her bir tamı 6 parçaya böldükten sonra “16 dan 6’sı gitti, 12’den 6’sı gitti, geriye.....” şeklinde bir mantıkla verilen kesrin parçalarını oluşturduğu görülmektedir. K7’nin ise, çizmiş olduğu şeklin mantıken ve sonuç itibarıyla K4’ün çizdiği şekilden hiçbir farkı olmamasına rağmen verilen bileşik kesirde pratik bir şekilde 2 tam ve birde tam olmayan olduğunu göz önüne alarak hareket ettiği görülmektedir. Bunu K7 ve araştırmacı arasında geçen aşağıdaki diyalogda da görebiliriz;

K7: $\frac{16}{6}$ ama, 6 habire devam ediyor onu nasıl çizcez?

A: Yaklaşık değer diyelim biz ona 2,6 olsun veya 2,7 al istedin gibi al önemli değil.

K7: $\frac{18}{6}$ alalım mesela, 3 tam şekil çizerdik ama bu 3 tamdan geniş olacak 2,6 alırsak!

Tamlar $\frac{6}{6}$, 2,6 olarak kabul etmiştim $\frac{18}{6}$ yok, ama 18 olarak düşündüm yeniden

çizeyim (alta) 4’ünü tarayacağım, $\frac{16}{6}$ yani 2,6 olur.

Burada, K7 işini kolaylaştırmak için $\frac{16}{6}$ bileşik kesrinin yerine üç tam oluşturan $\frac{18}{6}$

bileşik kesrini ele alarak şeklini çizmek istiyor. Fakat çizdiği şeklin ondalık sayı olarak gösterimi için kendisini yanıltacağını düşünerek tekrar K4’ün yaptığı gibi bir çizim gerçekleştiriyor. Sonuç itibarıyla her iki katılımcının da verilen bileşik kesri oluşturan parçaları ortaya koyma şeklinde bir zihinsel modele sahip oldukları görülmektedir.

Matematiksel bir dil ile ifade edecek olursak $\frac{16}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1 + 1 + \frac{4}{6} = 2 + \frac{4}{6} = 2\frac{4}{6}$

şeklinde zihinsel bir modele sahip olduklarını çizmiş oldukları şekillerde görmekteyiz.

K6’nın ise, verilen bileşik kesrin parçalarını bulmaktan daha çok bu bileşik kesri zihninde hızlı bir şekilde tamsayılı kesire dönüştürdüğü ve bu tamsayılı kesrin parçalarını oluşturma gibi bir zihinsel modele sahip olduğu görülmektedir. Şekil 4.25’de de görüldüğü gibi K6’nın çizdiği şeklin diğer iki katılımcının şekline tek farkı tam kısımların 6 parçadan oluştuğunu göstermemesidir. Kısacası K4 ve K7’nin kendilerinde istendiği gibi bileşik kesri oluşturmaya çalıştıkları görülürken, K6’nın doğrudan bu bileşik kesire eşit olan tamsayılı kesiri oluşturmaya çalıştığı “ $\frac{16}{6}$ ’yı çizebilmemiz için ilk

önce tamsayılı kesire getirmemiz gerekecek $2\frac{4}{6}$, 2 tam var birde 6'ya bölelim bununda 4 tanesi.” ifadelerinden de anlaşılmaktadır. K6'nın çiziminden matematiksel bir ifade ile $1+1+\frac{4}{6}=2+\frac{4}{6}=2\frac{4}{6}$ şeklinde bir zihinsel modelin varlığı görülmektedir.

4.1.2.4. Sadeleştirme/Daraltma

Sadeleştirme/Daraltma sadece K8 de görülmektedir. K8'e ait şu ifadeler incelendiğinde;

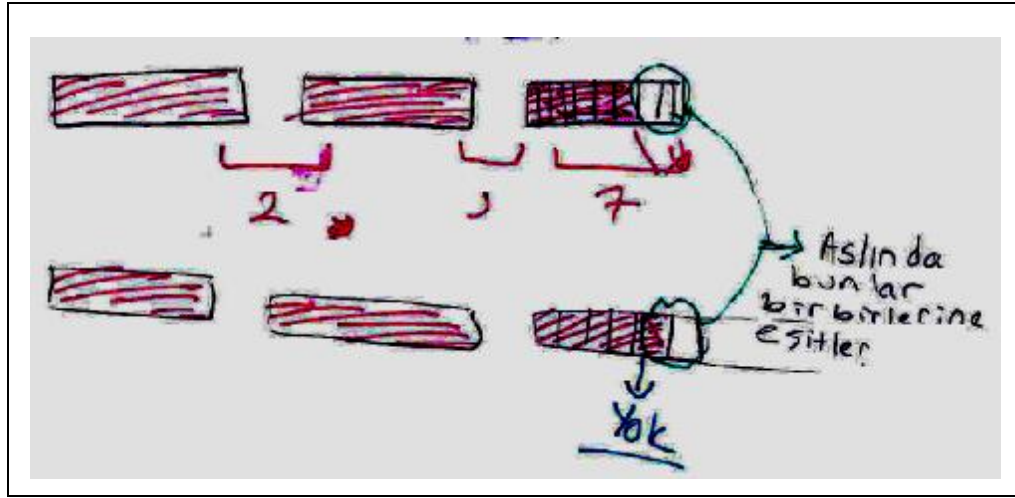
K8: $\frac{16}{6}$ kesrinin paydası 6'dır ve 6, 10 ve 10'un katları biçiminde yazılamaz. Ancak, $\frac{8}{3}$ şeklinde sadeleştirilebilir. 8'i 3'e bölersek $2,\bar{6}$ 6 sonsuza kadar devam eder. Böyle sayılarda 6'nın üzerine bir çizgi çekeriz ve bu devirli bir ondalık kesirdir. $\frac{16}{6}$ kesrinin paydasını 10 ve 10'un katı biçiminde yazamayacağımız için, onun için $\frac{16}{6}$ kesrini sadeleştirip $\frac{8}{3}$ payını paydasına böldüm 8'de 3? 2 defa, 2 kere 3? 6, kalan 2, 20'de 3? 6 defa, bu böyle devam eder.

K8'in sadeleştirme yapıp nicelik olarak daha küçük sayılarla işlem yapmaktan daha çok bileşik kesiri sadeleştirince paydasını 10 ve katları şeklinde yazmayı denemek amacıyla olduğu görülmektedir. Burada K8'in paydayı 10 ve katları şeklinde yazmakonusundaki açıklamalarını tamamlamaması da işin başka bir boyutudur. Özetle, K8, $\frac{16}{6}$ bileşik kesirini sadeleştirerek bunun eşiti olan $\frac{8}{3}$ bileşik kesrini elde etmiş ve sorunun çözümünü bu sayı üzerinden gerçekleştirmiştir.

4.1.2.5. Denklik Bağıntısı/Denk kesirler

Bir bileşik kesrin ondalık sayıya dönüştürülmesinde “denklik bağıntısı/denk kesirler” kategorisini oluşturan katılımcıların zihinsel modellerini gösteren ifadeleri Tablo EK 11.2'de görülmektedir. Burada, “Bileşik kesir ile ondalık kesir için çizilen şekiller aynı büyüklükte olur (parça sayıları değişse de bütün geometrik olarak değişmez)” fikrini sadece K3'ün ifade ettiğini görmekteyiz. Katılımcıların tümü verilen bileşik kesrin karşılığı olarak bir tamsayılı kesir ve ondalık kesire ulaşmışlar ve bunların işlemsel bilgilerine dayalı olarak birbirine eşit olduğunu ifade etmişlerdir. Ancak, bu katılımcılar arasından sadece K3'ün çizmiş olduğu şekilde bileşik kesir ve ondalık kesir

için çizdiği şekillerin büyüklük olarak birbirine eşit olduğunu vurguladığı tespit edilmiştir.



Şekil 4. 26: K3'ün Ondalık kesir ve bileşik kesir için çizdiği şekillerde bütünler ve parçaların geometrik olarak aynı büyüklükte olduğunu göstermesi

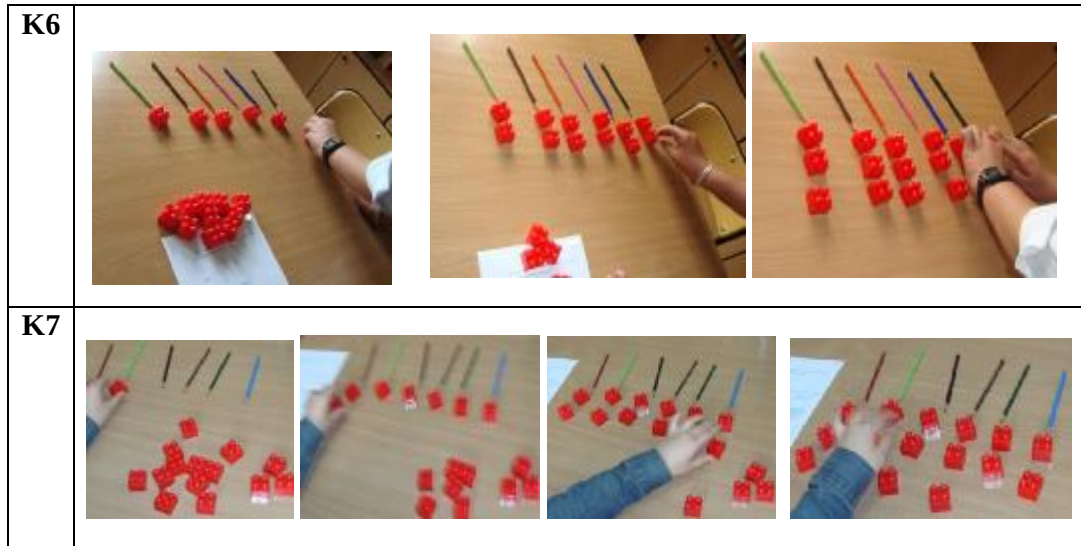
Şekil 4.26 K3'ün “Yine bir dikdörtgen çiziyorum. Bu dikdörtgen 7 parçadan oluşuyor. Pardon! Bunları 10’a bölcez ama, bölmüyorum. İki tane bütün sonra bi tane daha, sonra 7’sini alacaktık bunun 2,7 bu. $\frac{16}{6}$ ’yı onda 2 kere vardı. Yine dikdörtgen çiziyoruz. Ayy! 2 tam vardı 16’yı 6’ya böldüğümüzde küsuratı da vardı. 2 tam çiziyoruz. Yine 1 tam daha çiziyoruz, biz bunu 6’ya bölüyoruz, 4’ünü alıyoruz. Aslında bunlar (2,7 ve $\frac{16}{6}$) birbirlerine eşittirler.” Şeklindeki açıklamaları göz önünde bulundurularak değerlendirildiğinde, K3'ün Verilen bileşik kesir ve buna eşit olarak bulduğu ondalık kesirde sayılar değişse de bütünlerin ve parça kısmının geometrik olarak yine aynı büyüklükte olacağını ve sadece parça sayısında bir değişiklik olacağını ifade etmeye çalıştığı görülmektedir. Burada, K3'ün kesirlerin denkliği veya denk kesirlere ilişkin “Sayıların değişmesinin bütünü değiştirmeyeceği” yönünde bir zihinsel model yapısına sahip olduğunu söylemek mümkündür.

4.1.2.6. Paylaştırma

Bir bileşik kesrin ondalık kesire dönüştürülmesinde zihinsel model olarak paylaştırma kategorisi bir önceki soruda da olduğu gibi yine K6 ve K7’de karşımıza çıkmaktadır. Bir önceki soru bir bileşik kesrin tamsayılı kesire dönüştürülmesi

şeklindeydi. Buradaki soru bir bileşik kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi şeklinde yer alıyor. Ancak, burada karşımıza çıkan durum bir öncekinden farklı değildir. Her iki katılımcı da paylaştırma, bu soruda da bileşik kesrin ondalık kesire dönüştürülmeden önce tam sayılı kesire dönüştürülmesi sırasında karşımıza çıkmaktadır.

Aslında burada K6 materyalle gösterimi sırasında bileşik kesri tamsayılı kesir şeklinde tamların yerlerine 6 parçadan oluşan bütünler koyarak Legolarla göstermiştir. Ancak, araştırmacı bir önceki soruda K6'nın paylaştırma olarak ta gösterdiğini gördüğü için K6'ya *“Ben sana bir problem cümlesi versem ve senden bunu eylem olarak göstermeni istesem! Desem ki, “16 tane kalem 6 kişiye paylaştırmak istiyoruz” ne yaparsın?”* sorusunu yönelttikten sonra K6'nın cevabı *“16 tane kırmızı lego var, 6 kişiye! Kalemler 6 kişiyi temsil etsin, ilk başta hepsine birer tane veririm. Tekrar artacağı için birer tane daha veririm aynı kişilere. Her kişinin ikişer tane olur. Herkesin 2 tane tamı var. Geriye 4 tane kaldı. 6 tane tam olmadığı için paylaştıramıyorum. Kalanları da bıçağım olsaydı 6'ya bölerdim.”* şeklinde olmuştur. Burada, K6'nın 16 parça legoyu 6 kişi arasında paylaştırma yapmaya başladığı tespit edilmiştir.



Şekil 4. 27: K6 ve K7' nin bileşik kesri materyal ile paylaştırma olarak gösterimi

K7'nin ise, verilen bileşik kesrin karşılığı olarak bulduğu ondalık sayının devirli bir ondalık sayı olmasından dolayı tamları göstermede sorun olmayacağını ancak devreden sayı (6'yı) nasıl göstereceğini sorguladığı $\frac{16}{6}$ devirliydi bu $2,6\bar{6}$ 'idi. 16'yı 6'ya bölcez ama! Tam olarak bulcaz yani, bu 1 tam (6 adet sarı legoyu eline alarak) bu

2 tam. Ama, 6 nasıl olacak?” ifadelerinden anlaşılmaktadır. Araştırmacının “Eylem olarak yapsan nasıl yapabilirsin?” sorusu üzerine K6’da olduğu gibi K7’nin de paylaşırma yaparak gösterdiği görülmektedir. K7 bunu, “Kalemler kesirler olsun. 6 kalem ve 16 tane kırmızı legomuz var. Önce her bir kalemin yanına birer vercez, tekrar birer parça, üçüncü parçalar eksik kaldı. Eşit paylaştırmamız için bunları (eksik kaldığı için) almamız gerekiyor. Bu 4 parçayı 6’ya bölmemiz gerekir.” Cümleleri ile ifade etmektedir.

Şekil 4.27 incelendiğinde her iki katılımcının da materyal ile gösterimlerinin benzer olması bir önceki soruda da olduğu gibi dikkat çekmektedir. Burada da bu durumu aynı sınıfın şubesinde öğrenim gören öğrenciler olmaları ve matematik öğretmenlerinin sınıfta benzer bir etkinlik veya açıklamalar yapmış olabilme ihtimali ile açıklayabiliriz.

Ayrıca Şekil 4.27’de de görüldüğü gibi her iki katılımcısında gösterimleri sırasında aynı renk lego parçalarını seçmiş olması sadece bir tesadüf olarak değerlendirilmelidir. Çünkü, araştırma verilerinin güvenilirliği için katılımcı öğrencilerin birbiri ile etkileşimde bulunmalarının önüne geçmek için azami ölçüde çaba gösterilmiştir.

4.2. Tamsayılı Kesirin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi

Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Araştırmanın ikinci alt problemi “bir tamsayılı kesrin bileşik kesire dönüştürülmesi ve bir tamsayılı kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi” olmak üzere iki ayrı soru olarak ele alınmaktadır.

4.2.1. Tamsayılı Kesrin Bileşik Kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Katılımcıların, bir tamsayılı kesrin bileşik kesire dönüştürülmesi ile ilgili “ $1\frac{8}{10}$ kesrini bileşik kesre çeviriniz. Bunu gerçekleştirirken attığınız adımları nedenleriyle birlikte açıklayınız?” sorusunu cevaplamaları sırasında ortaya çıkan zihinsel model kategorileri;

1. İşlem Bilgisi (Kural)
2. Bütün-parça
3. Ölçme/Karşılaştırma
4. Sadeleştirme/Daraltma

olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu kategorilerde de kişiden kişiye benzerlikler olduğu tespit edilmiştir. Bu bölümde katılımcı öğrencilerin verilen tamsayılı kesri bileşik kesire dönüştürme sırasında ortaya çıkan bu zihinsel modelleri örneklerle açıklanacaktır.

4.2.1.1. İşlem Bilgisi (Kural)

Bir tamsayılı kesrin bileşik kesire dönüştürülmesi ile ilgili olarak “işlem bilgisi (kural) kategorisini oluşturan katılımcıların zihinsel modellerini gösteren ifadeleri Tablo EK12.1’de de görüldüğü gibidir. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) Tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu pay ile toplanıp paya yazılır ve paydaya bölünür

K1 hariç diğer katılımcıların tümünün verilen soruyu, bir tamsayılı kesri bileşik kesire dönüştürmenin yolu olarak matematik derslerinde öğrencilere işlem bilgisi olarak “tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu paydaki sayı ile toplanıp paya yazılır ve paydaya bölünür (veya payda aynen yazılır)” kuralına göre cevaplandırırları tespit

edilmiştir. Bu katılımcılara ait bazı çarpıcı ifadeler şu şekilde yer almaktadır:

K2: *şimdi ilkönce 1'i 10 ile çarparım. 8 ile toplayım, 18 olur. 18 payım olduğu için payımı üste yazarım, paydamı da 10 olduğu için onu direk yazarım. Yani bu da, $\frac{18}{10}$ olur.*

K3: *Şimdi! Şurdaki 1'i 10 ile çarparız 10 eder yine. buradaki 10 elimizde, buradaki 8 ile de toplayız. 18, $\frac{18}{10}$ eder, payda yine olduğu gibi kalır.*

K4: *şimdi başta, payı bulmak için paydayı tamla çarparız, paydayla da toplayız, pay yine paya yazılır. 10 kere 1? 10, 8 daha? 18, pay yine paya yazılır o da, $\frac{18}{10}$ çıktı.*

K5: $1\frac{8}{10}$? *Bunla (1), bunu (10) çarparım, bunla (8) toplayım, eşittir $1\frac{8}{10} = \frac{18}{10}$. Tamla paydayı çarptım ve çıkan sonuçla payı topladım. Payı topladım 18 buldum. Daha sonra paydadaki 10'u tekrar yazdım.*

K6: *Matematik kuralını uygulayarak gittim. $1 \times 10 + 8$ 'den gittim ($1 \times 10 + 2 = 18$), payda değişmez! Hiçbir zaman payda değişmeyeceği için paydayı 10 olarak yazdım $\frac{18}{10}$ çıktı.*

K7: $1\frac{8}{10}$ *tamla paydayı çarpıp payı toplamak yani, $1\frac{8}{10} = \frac{(1.10) + 8}{10} = \frac{10 + 8}{10} = \frac{18}{10}$ 'dur.*

K8: *İki yolla yapabilirim. I:Yol: $1\frac{8}{10}$ kesri 1 tamsayısı ile $\frac{8}{10}$ kesrinin toplamına eşittir. 1 tamsayısını 10 ile genişletirsek, paydalarını eşitlemiş oluruz. Paydası eşit iki kesrin payları toplamı paya, ortak paydayı da paydaya yazarız. Elde ettiğimiz $\frac{18}{10}$ kesrini de 2 ile sadeleştirirsek $\frac{9}{5}$ kesrini elde ederiz.*

Katılımcıların yukarıdaki ifadelerinde de görüldüğü gibi, K1 hariç tüm katılımcıların bir tamsayılı kesrin bileşik kesre dönüştürülmesi konusunda sınıfta öğretildiği şekliyle işlem bilgisini kullandıkları görülmektedir. Aslında K1 de işlem bilgisi olarak bir kuralın olduğunu bilmektedir. Ancak böyle bir kuralı hatırlayamadığı için K1 de işlem bilgisi kategorisi altında “Tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu pay ile toplanır ve paydaya bölünür” şeklinde bir zihinsel modeli gösteren duruma rastlanmamıştır.

b)Tamsayılı kesirde paydanın sadece 10 olması durumunda tam kısım payın yanına (soluna) yazılır, payda aynen yazılır.

Araştırmacı tarafından katılımcılara a şıkında yer alan “tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu paydaki sayı ile toplanıp paya yazılır ve paydaya bölünür (veya payda aynen yazılır)” kuralını bilmiyor olsaydın bu soruyu başka nasıl çözebilirin?” sorusu yöneltildiğinde K3'ün diğer arkadaşlarından çok farklı olarak kendince bir kural

bulduğu tespit edilmiştir. K3'ün, "tamsayılı kesirde paydanın sadece 10 olması durumunda tam kısım payın soluna yazılır ve payda aynen yazılır" şeklinde bir kural ortaya koyduğu ve yeni bir zihinsel model oluşturduğu araştırmacı ile K3 arasında geçen şu diyalogtan çok açık bir şekilde ortaya çıkmaktadır. K3'ün yaşadığı zihinsel süreçlerin eksiksiz bir şekilde yansıtılması amacıyla bu diyalogun olduğu gibi verilmesinin uygun olduğu düşünülmüştür.

A: Bu kuralı bilmiyor olsaydın başka bir yolla yapabilir miydin? Sence bu kural nereden gelmiş olabilir? Ya da kuralı bilmeseydin ne yapardın?

K3: (Düşünerek) Imm! Şurda mı (1 tam ile pay arasında) bir alaka var? Diye düşünecem. Ama, farklı bir sayı olursa, örneğin, $2\frac{6}{10}$ desek? Evet! Sanki orda bir alaka var! Belki şurda bir ilişki olabilir ($\frac{18}{10}$) örneğin bi sayı daha yapalım $3\frac{8}{10}$ diyelim. $\frac{38}{10}$ çıkıyor. Ama, şöyle oluyor $\frac{38}{10}$.

A: Yine kurala göre yaptın. Peki bu kural nereden gelmiş olabilir, bu kuralı koyan kişi bunu nereden bulmuş olabilir?

K3: Imm! Belki tesadüfen bulmuştur! Newton'un yer çekimini bulduğu gibi. O, elma düşmeseydi bulamayacaktı!

A: Ama, Newton'dan öncede yer çekimi vardı zaten!

K3: Evet! Ama, bulan yoktu.

A: Bilimsel olarak ifade eden o! Aslında Newton'dan önce de yer çekimini biliyordu insanlar. Ama onu, bilimsel dil ile ifade eden kayda alan Newton!

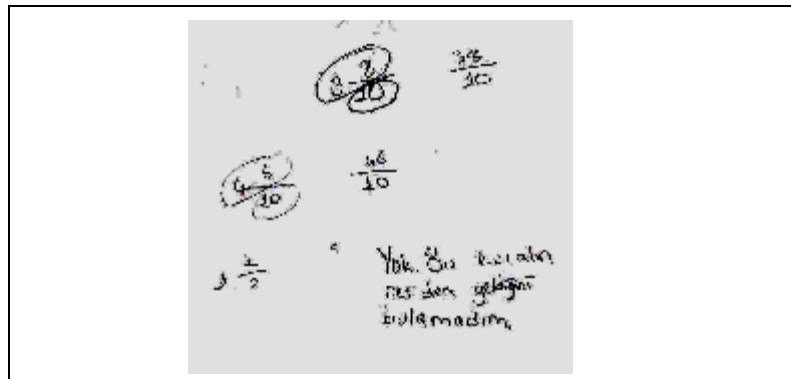
K3: Kayda alan o, ama bilimsel şekilde de yazan o!

A: Evet!

K3: Başka bişey aklıma gelmiyo valla! Ama şu kuralı yeni keşfetmiş oldum yani. Yani şurdaki $\frac{38}{10}$ şöyle çıkıyor. ($3\frac{8}{10}$ 'da 3 ve 8'i aynı halka içine, 10'u ayrı bir halka içine alarak)

A: Hımm! Bir dakika ben bir şey kaçırmışım sanırım! Bir daha açıklar mısın?

K3: Şimdi şöyle söyleyeyim (tekrar) örneğin, $4\frac{6}{10}$ bu $\frac{46}{10}$ çıkıyor kurala göre ama, şöyle de çıkıyor. $4\frac{6}{10}$ (yazıp yine 4 ile 6'yı aynı halka içinde çizerek, 10'u başka halka içinde çizerek). $\frac{46}{10}$ oluyor. 4'ü direk kaydırıp ta buluyoruz aslında.



Şekil 4. 28: K3'ün kendi bulmuş olduğu kuralı görsel olarak açıklama çalışması

A: Hımm! Demek istediğini anladım. Bu örneklerde hep payda 10 verildi. $1\frac{1}{3}$ yaz bakalım! Bunu nasıl yapacaksın.

K3: Eeee! Evet! $\frac{11}{3}$. Bu sadece (paydası) 10 olanlar için olur belki de!

A: Kendin mantıklı bir şekilde bulduğun bir kuralı daha mantıklı bir düşünceyle çürüttün.

K3: Evet!

A: Başka ne söyleyebilirsin bu kural hakkında?

K3: Yok! Bence yok yani! Bu kuralın nereden geldiğini çıkartamadım.

A: Öğrenmek ister misin?

K3: Evet!

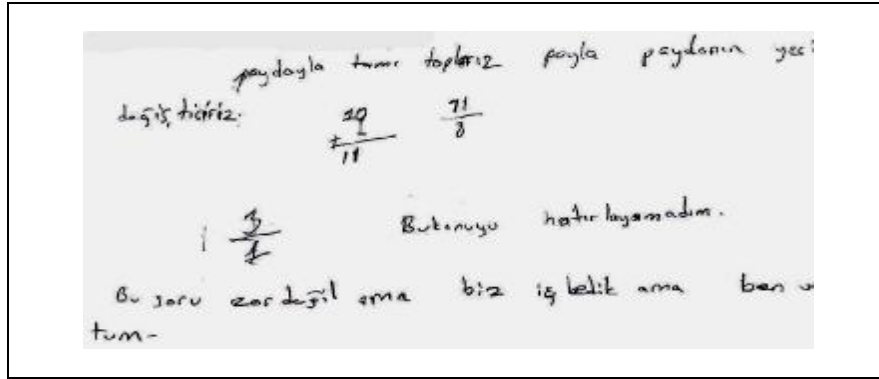
A: Çalışma bittikten sonra zaman ayıracağım.

K3: Tamam!

Bu ilginç diyalog K3'ün yaşadığı zihinsel süreçte kendi fikirlerini ortaya koyabilmesi ve daha önce başkası tarafından öğretilmeyen bir şeyleri kendisinin de keşfedebileceğini hissedebilmesi ve bu heyecanı yaşayabilmesi açısından da oldukça büyük bir önem arz ettiği kanaati oluşmuştur.

c) Bileşik kesrin payı paydasından büyük olacağı için (deneme yanılma yoluyla) verilen tamsayılı kesir üzerinde sayıların yerlerini değiştirme işlemler yapma yoluyla payı paydasından büyük bir sayı oluşturma

K1, verilen $1\frac{8}{10}$ tamsayılı kesrini bileşik kesre dönüştürme sırasında Şekil 4.29'da yer



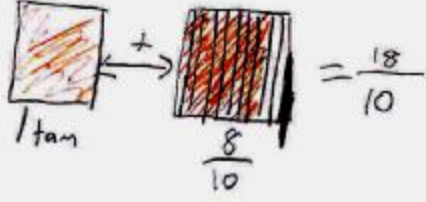
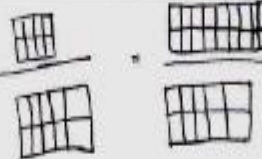
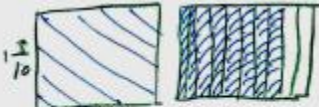
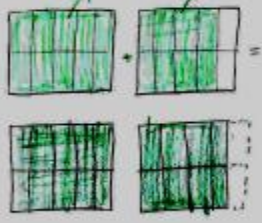
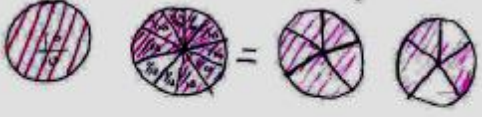
Şekil 4. 29: K1'in bir tamsayılı kesri bileşik kesre çevirme ile ilgili yaptığı açıklamalar alan açıklamaları ve işlemleri yapmıştır. K1'e ait veriler incelendiğinde K1'in sınıfta öğretildiği şekliyle tamsayılı kesri bileşik kesre çevirmenin kuralını bilmediği / öğrenemediği veya hatırlayamadığı görülmektedir. Yalnız K1'in Şekil 4.29'da yazmış olduğu açıklamalar, K1 ile araştırmacı arasında geçen şu görüşme metni incelendiğinde;

K1: 1 tamı direk yazsak, sonrada payla paydanın yerlerini değiştirsek, $1\frac{10}{8}$.

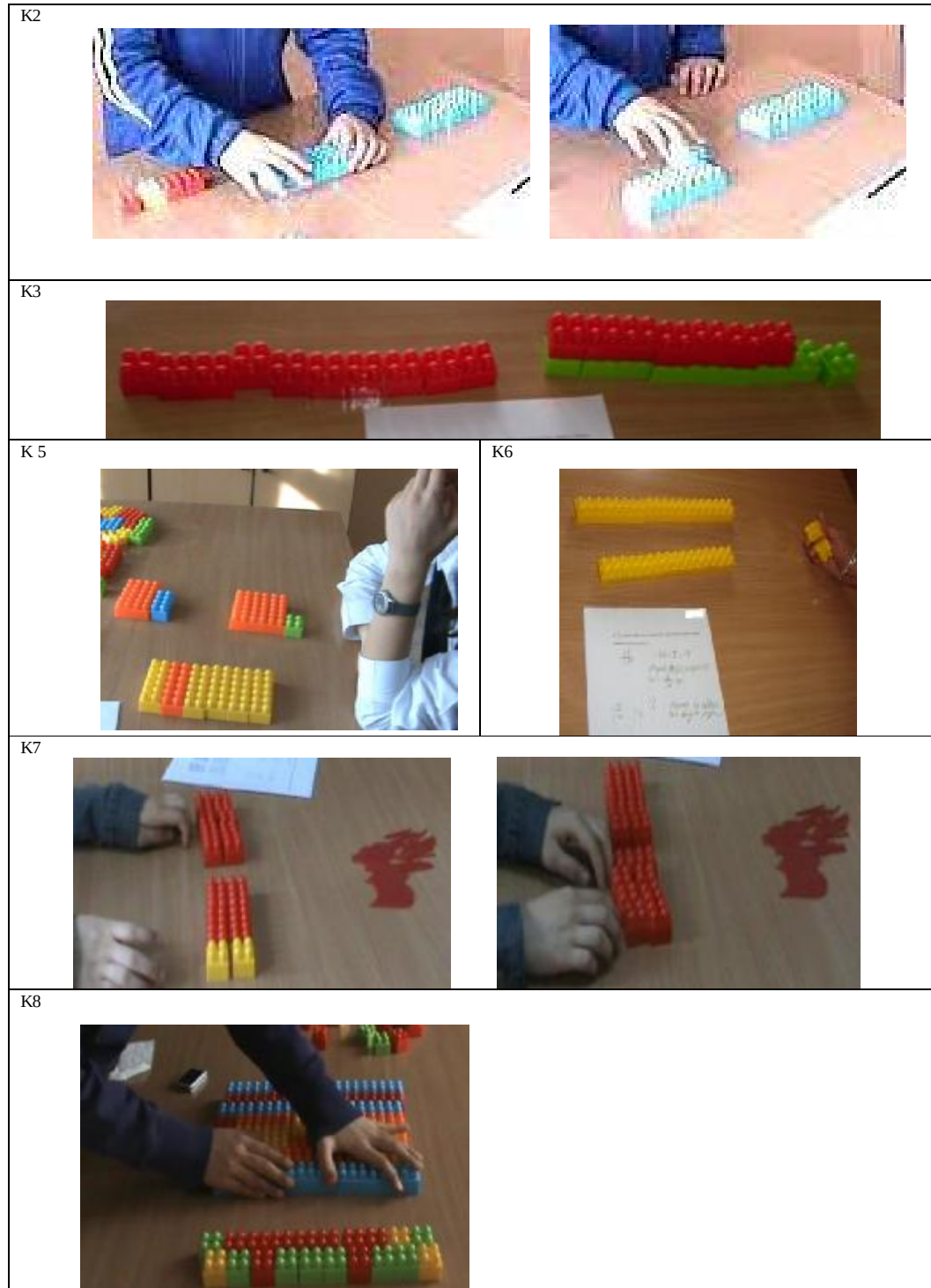
A: Niçin 1 tam kısmını aynen yazdın pay ile paydanın yerlerini değiştirdin, açıklayabilir misin?

K1: Ben öyle düşünüyorum!

Şekil 4.30 ve Şekil 4. 31 daha sonraki kategorilerin hepsini ilgilendirmekte olup her kategori altında tekrar tekrar yer işgal etmemesi amacıyla sadeceburada yer almaktadır.

K1 $1\frac{8}{10}$ un rümünü çizemem. ama $\frac{14}{8}$ i çizdim 	K2 $1\frac{8}{10} = \frac{18}{10}$ 
K3 $1\frac{8}{10}$ $\frac{30}{20}$  Fikrim yok.	K4  $\frac{18}{10}$
K5 $1\frac{8}{10} = \frac{18}{10}$  $\frac{18}{10}$	K6  $\frac{18}{10}$ 'unda şekli açıktır.
K7 $1\frac{8}{10}$ 	K8  $1\frac{8}{10} = \frac{9}{5}$

Şekil 4. 30: Katılımcıların tamsayılı kesri bileşik kesre dönüştürme ile ilgi olarak çizdiği şekiller



Şekil 4. 31: K2, K3, K5, K7 ve K8'in tamsayılı kesri materyal kullanarak gösterimi

4.2.1.2. Bütün-parça

Katılımcıların bir tamsayılı kesri bileşik kesre dönüştürmeleri ile ilgili çizmiş oldukları şekiller ve materyal ile gösterimlerine ait görüntüler benzer ve farklı yönlerin daha açık görülebilmesi için Şekil 4.30 ve Şekil 4.31’de toplu halde verilmiştir. Şekil 4.30’da tamsayılı kesrin bileşik kesre dönüştürülmesine ilişkin katılımcıların çizdiği şekiller görülmektedir. Şekil 4.31’de ise, K2, K3, K5, K7 ve K8’in tamsayılı kesri materyal kullanarak gösterimi yer almaktadır. K1 ve K4’e ait görüntüler düzgün çıkmadığı için Şekil 4.31’de bu iki katılımcının materyalle gösterim görüntülerine yer verilmemiştir.

Bir tamsayılı kesrin bileşik kesre dönüştürülmesi ile ilgili olarak “bütün-parça” kategorisini oluşturan katılımcıların zihinsel modellerini gösteren ifadeleri Tablo EK12.1’de sıralandığı şekliyle burada ayrıntılı olarak şu şekilde açıklanmaktadır.

a) $(1\frac{8}{10}=1+\frac{8}{10}$ veya 1 tam ve $\frac{8}{10}$) Tamsayılı kesir tam kısım ve kesirli kısmın toplamıdır.

Şekil 4.30 ve Şekil 4.31’e bakıldığında, K2, K3, K4, K6, K7 ve K8’e ait açıklama, şekil ve materyal ile gösterim sırasında bu katılımcıların verilen $1\frac{8}{10}$ tamsayılı kesrini tam kısım ve kesirli kısmın toplamı şeklinde bir zihinsel modelle ortaya koydukları yansımaktadır. Bunu 1 tam ve $\frac{8}{10}$ yani matematiksel bir dil ile

$1\frac{8}{10}=1+\frac{8}{10}$ şeklinde modelledikleri ortaya çıkmaktadır.

Katılımcı öğrencilere ait ifadeler Şekil 4.30 ve Şekil 4.31 gözönünde bulundurulduğunda, bu bulgu K3’ün sadece şekil ve materyal ile gösteriminde karşımıza çıkarken, aynı bulgu K2, K4, K6, K7 ve K8’in açıklama şekil ve materyalle gösteriminde karşımıza çıkmaktadır.

K7 ve K8 verilen problemin çözüm aşamasında konuya ilişkin gerekli açıklamayı şu şekilde yapmıştır:

K7: $1\frac{8}{10}$, şey! Bileşik kesre çevirirken! Aslında bu $1+\frac{8}{10}$ ’a eşittir. $1+\frac{8}{10}$ ’da 1’in paydasında gizli bir 1 vardır. $\frac{1}{(1)} + \frac{8}{10}$ 10 ile sadeleşt! Ayy! 10 ile genişletirse

$$\frac{1}{(1)} + \frac{8}{(10)} = \frac{10}{10} + \frac{8}{10} = \frac{18}{10} \text{ 'dur. Ama bunun daha kısa bir yolu var! } 1\frac{8}{10} \text{ tamlı}$$

paydayı çarpıp payı toplamak yani, $1\frac{8}{10} = \frac{(1.10)+8}{10} = \frac{10+8}{10} = \frac{18}{10}$ 'dur.

K8: İki yolla yapabilirim. I.Yol: $1\frac{8}{10}$ kesri 1 tamsayısı ile $\frac{8}{10}$ kesrinin toplamına eşittir. 1 tamsayısını 10 ile genişletirsek, paydalarını eşitlemiş oluruz. Paydası eşit iki kesrin payları toplamı paya, ortak paydayı da paydaya yazarız. Elde ettiğimiz $\frac{18}{10}$ kesrini de 2 ile sadeleştirsek $\frac{9}{5}$ kesrini elde ederiz.

Resim veya şekil çizerek gösterim aşamasında ise;

K7: Bu 1 tam artı bu da $\frac{8}{10}$ bu da eşittir? Ama, 18'in paydası nasıl olacak? Kesik çizgi yaptım.

K8: Eeee! (1. şekli göstererek) Bu daire $\frac{10}{10}$ 'luk 1 bütünü temsil eder, (2. şekli göstererek) 10 parçaya böldüğümüz bu dairenin ise, 8 parçası alınır, buda, $\frac{8}{10}$ 'u temsil eder, (3. şekli göstererek) aynı şekilde 5 parçaya böldüğümüz 1 bütünün tamamını almakla, yine, (4. şekli göstererek) 5 parçaya böldüğümüz 1 bütünün 4 parçasını almaya eşittir. $1\frac{8}{10}$, $\frac{9}{5}$ 'e eşittir.

ifadelerini kullanmışlardır. Aynı durum materyal kullanarak gösterim aşamasında ise;

K7: 10 parçadan 1 tam oluşturuyorum, bu 1 tam, bu da 8 tane $1\frac{8}{10}$ 'u bu kadar (kırmızı kısımlar) $\frac{18}{10}$ için bunlar zaten 18, her biri 10'lık kabul edersek bunlar (sarılar) çıkar.

K8: (Eline 1 yeşil tekli lego parçası alarak ve önünde daha önce başka soru için hazırlamış olduğu 100'lük Legoları göstererek) Bu 1 parçanın 100'lük legoyu temsil ettiğini düşünürsek, bu 1 tam, sonrada, 100'lük lego parçasının 80 tanesini ayırırsak $1\frac{8}{10}$ 'u göstermiş olurum. $\frac{9}{5}$ içinde, aynı şekilde bu 1 parça $\frac{5}{5}$ 'i diğer kalan 80 parçada $\frac{4}{5}$ 'i temsil eder. İkisinin toplamı da $\frac{9}{5}$ 'tir.

şeklinde karşımıza çıkmaktadır. Burada da görüldüğü gibi, K7 ve K8 tarafından yapılan bu açıklamalarda doğrudan kendilerinin bu zihinsel model tanımlamasını açıkladıkları görülürken, K2, K4 ve K6'da araştırmacı tarafından konunun derinlemesine inmek amacıyla sorulan sorulardan sonra benzer açıklamaların geldiğini söylemek mümkün olacaktır. Bu 3 katılımcının araştırmacı tarafından kendilerine sorulan sorulardan sonra böyle bir zihinsel model tanımlaması ortaya koyduklarını görmek için, araştırmacı ile aralarında geçen diyalogu olduğu gibi vermek uygun görülmüştür.

A: $1\frac{8}{10}$ senin için ne ifade ediyor?

K2: Tamsayılı kesir!

A: Biraz daha açarsak!

K2: 1 tane bütün varmış, kesirli kısmı da bir bütünün 8 parçası alınmış.

A: Peki Tam kısımdaki 1 ile payda kısmındaki 10 arasında nasıl bir ilişki vardır, sence?

K2: 1 ile 10'un arasında??? Yani, onda on $\frac{10}{10}$ olsaydı tekrar bi bütün olurdu. O zaman sonuç 2 olurdu.

A: Peki! Çok teşekkür ederim. Biliyormuşsun demek ki! Peki! Bana, $1\frac{8}{10}$ ile $\frac{18}{10}$ 'u resim veya şekil çizerek gösterebilir misin?

K2: Bir tam hem onda sekiz bu hem de onda on sekiz. Aynı.

A: $1\frac{8}{10}$ ve $\frac{18}{10}$ 'u materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak gösterebilir misin?

K2: Önce mavi Legolarla burası 10, burası da 10 oldu. Yine 2 tane tam oldu şimdi.

$1\frac{8}{10}$ 'da böyle. Bu (ikinci tamın 2 parçasını eline alarak) 2'si yok. $\frac{18}{10}$ 'da aynı.

A: $1\frac{8}{10}$ ve $\frac{18}{10}$ 'u resim veya şekil çizerek gösterebilir misin?

K4: Bir tane kare çizdim bu 1 tam. Onu hemen böyle yaptım. Şimdi bir tane daha kare çizcem, bunu 10'a bölcem (1, 2, 3, ...10), 8'ini boyayacam! Burası da $\frac{8}{10}$ oldu. Bunu

birleştiresek $\frac{18}{10}$.

A: İşte o birleştiresek dediğin ne oluyor?

K4: toplam oluyor bunu da (+) buraya araya yazalım. Diğerinin içini çizmeye uğraşmadım.

A: $1\frac{8}{10}$ ve $\frac{18}{10}$ 'u materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak gösterebilir misin?

K4: $1\frac{8}{10}$ bunun 10 payı var, (eline 10 yeşil tekli lego alarak) böyle 10 oluyor. Bu 1 tam. İkinci bir tam için (eline 10 kırmızı tekli lego alarak) bu ikinci tamı oluyor. Bunun (2'sini çıkararak) 8'ini alıyoruz, bu kadar.

K6: Şimdi, $\frac{18}{10} = 1\frac{8}{10}$ böyle görmek çok zor. Yani böyle görmek çok zorrrr! Yani $1\frac{8}{10}$, 1 tane tam var ama, birde ikinci tamın çok azı eksik var. Birazı var, tamamı yok, birazı var. Onun eksikliğini üste yazıp böyle bulmak daha kolay. Yani $1\frac{8}{10}$.

A: $1\frac{8}{10}$ ve $\frac{18}{10}$ 'u resim veya şekil çizerek gösterebilir misin?

K6: İkisinin de şekli aynıdır.

A: $1\frac{8}{10}$ ve $\frac{18}{10}$ 'u materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak gösterebilir misin?

K6: 1 tam 10 parçadan, $\frac{8}{10}$ 'da ikinci tam var ama, bu elimdeki 2 parça yok.

$\frac{18}{10}$ 'da aynıdır olur.

Şekil 4.30’da yer alan çizimlerde K3’ünde verilen $1\frac{8}{10}$ tamsayılı kesrini tam kısım ve kesirli kısmın toplamı şeklinde bir zihinsel modelle ortaya koyduğu açıkça görülmektedir. Buna ilişkin ilgili diyalog şu şekildedir:

A: $1\frac{8}{10}$ ’u resim veya şekil çizerek gösterebilir misin?

K3: Tabii ki! Önce 1 tam çizelim, şimdi, $\frac{8}{10}$ ’u , 1 tam da 10 parça aslında.

A: Bu şekli göz önüne alarak kuralın nereden gelmiş olabileceği hakkında bir şeyler söyleyebilir misin?

K3: belki şöyle olabilir! Şurası (tam kısmın ve diğer taralı kısmın bölmelerini göstererek) toplamda 18 ettiği için ama!

A: Sesli düşün! Düşündüklerini benden saklama! Valla bir şey düşünürsem sesli olarak düşüneceğim ama! Fikrim yok diyeyim şuraya.

Benzer durum Şekil 4.31’de yer alan materyalle gösterim içinde geçerlidir. K3’ün “Şu, 1 tam (10 tane kırmızı tekli lego), $\frac{8}{10}$ ’u da 10 tane yeşil tekli lego oldu, üzerine 8 kırmızı koysak $1\frac{8}{10}$ böyle şu şekilde. $\frac{18}{10}$ bunun aynısı. Çünkü, çevirdiğimizde eea! Şeklimizi de daralttığımızda yine aynı şey oluyor.” ifadeleri buna açıklık getirmektedir.

b) $1\frac{8}{10} = 1 + \frac{8}{10} = \frac{10}{10} + \frac{8}{10}$ Tamsayılı kesiri toplam olarak düşünme ve tam kısmı kesirli sayı olarak yazma.

Katılımcı öğrencilere ait veriler incelendiğinde K2, K3, K4, K7 ve K8’in “tamsayılı kesiri toplam olarak düşünme ve tam kısmı kesirli sayı olarak yazma” şeklinde bir zihinsel model sergiledikleri tespit edilmiştir. Bu zihinsel modeli matematiksel bir dil ile “ $1\frac{8}{10} = 1 + \frac{8}{10} = \frac{10}{10} + \frac{8}{10}$ ” şeklinde ifade edebiliriz.

Katılımcılara ait veriler incelendiğinde böyle bir zihinsel modelin varlığını gösteren açıklamaların katılımcıdan katılımcıya farklılıklar gösterdiğini söylemek mümkündür. K7’nin “ $1\frac{8}{10}$, şey! Bileşik kesre çevirirken! Aslında bu $1 + \frac{8}{10}$ ’a eşittir.

$1 + \frac{8}{10}$ ’da 1’in paydasında gizli bir 1 vardır. $\frac{1}{(1)} + \frac{8}{10}$ 10 ile sadeleşt! Ayy! 10 ile genişletirsek $\frac{1}{(1)} + \frac{8}{10} = \frac{10}{10} + \frac{8}{10} = \frac{18}{10}$ ’dur.” şeklindeki ifadeleri ile, K8’in “ $1\frac{8}{10}$

kesri 1 tamsayısı ile $\frac{8}{10}$ kesrinin toplamına eşittir. 1 tamsayısını 10 ile genişletirsek,

paydalarını eşitlemiş oluruz. Paydası eşit iki kesrin payları toplamı paya, ortak paydayı da paydaya yazarız. Elde ettiğimiz $\frac{18}{10}$ kesrini de 2 ile sadeleştirirsek $\frac{9}{5}$ kesrini elde ederiz.”şeklindeki açıklamaları bize K7 ve K8’in verilen $1\frac{8}{10}$ tamsayılı kesrini diğer katılımcılardan farklı bir şekilde ortaya koyduklarını göstermektedir. Burada, K7 ve K8’in tamsayılı kesri tam kısım ve kesirli kısmın toplamı olarak yazdıkları ve 1’in altında yalancı bir payda (1) olduğunu düşünerek payda eşitleme yoluyla tamsayılı kesri sonuç olarak “ $1\frac{8}{10} = 1 + \frac{8}{10} = \frac{10}{10} + \frac{8}{10}$ ” şeklinde ifade ettikleri görülmektedir.

Şekil 4.30’daki K7 ve K8’e ait çizimler incelendiğinde de K7’nin çizim ile ilgili “Bu 1 tam artı bu da $\frac{8}{10}$ bu da eşittir? Ama, 18’in paydası nasıl olacak? Kesik çizgi yaptım.” açıklaması ve K8’in “Eeea! (1.şekli göstererek) Bu daire $\frac{10}{10}$ ’luk 1 bütünü temsil eder, (2. şekli göstererek) 10 parçaya böldüğümüz bu dairenin ise, 8 parçası alınır, buda, $\frac{8}{10}$ ’u temsil eder, (3. şekli göstererek) aynı şekilde 5 parçaya böldüğümüz 1 bütünün tamamını almakla, yine, (4. şekli göstererek) 5 parçaya böldüğümüz 1 bütünün 4 parçasını almaya eşittir. $1\frac{8}{10}$, $\frac{9}{5}$ ’e eşittir.”şeklindeki açıklaması K7 ve K8’in tamsayılı kesri “ $1\frac{8}{10} = 1 + \frac{8}{10} = \frac{10}{10} + \frac{8}{10}$ ” şeklinde modellediklerini göstermektedir. Şekil 4.31’de ki aynı katılımcılara ait materyal ile gösterim kısmında da böyle bir modellemeyi görmekteyiz. Buna ilişkin her iki katılımcıya ait ifadeler ise şu şekilde yer almaktadır:

K7: 10 parçadan 1 tam oluşturuyorum, bu 1 tam, bu da 8 tane $1\frac{8}{10}$ ’u bu kadar (kırmızı kısımlar) $\frac{18}{10}$ için bunlar zaten 18, her biri 10’lık kabul edersek bunlar (sarılar) çıkar.

K8: (Eline 1 yeşil tekli lego parçası alarak ve önünde daha önce başka soru için hazırlamış olduğu 100’lük Legoları göstererek) Bu 1 parçanın 100’lük legoyu temsil ettiğini düşünürsek, bu 1 tam, sonrada, 100’lük lego parçasının 80 tanesini ayırırsak $1\frac{8}{10}$ ’u göstermiş olurum. $\frac{9}{5}$ içinde, aynı şekilde bu 1 parça $\frac{5}{5}$ ’i diğer kalan 80 parçada $\frac{4}{5}$ ’i temsil eder. İkisinin toplamı da $\frac{9}{5}$ ’tir.

K4’e “ $1\frac{8}{10}$ ’ u vermiştik, sen bana şunu yaptın! “Tam kısımla paydayı çarptın, çarpım sonucuna payı ekledin ve paydayı tekrar aynen yazdın” niye böyle yapıyoruz?

Bu kuralın sebebi ne olabilir?” şeklinde bir soru yöneltildiğinde K4’ün cevabı “İşte, mesela burda, $\frac{18}{10}$ onsekiz tane onda bir var, ne kadar olduğunu bulmak için, mesela burada bir tane onda bir var, o, onda on ($\frac{10}{10}$) oluyor. Sekiz tane onda bir daha $\frac{8}{10}$ oluyor. O da $\frac{18}{10}$ on sekizde, on sekiz bölü on ($\frac{18}{10}$) olmuş oluyor.” şeklinde olmuştur.

Buradan da anlaşılmaktadır ki K4, $1\frac{8}{10}$ tamsayılı kesirinde 1 tam kısmını $\frac{10}{10}$ olarak görmektedir. Şekil 4.30’da K4’ün çizmiş olduğu şekle bakıldığında K4’ün, 1 tam için çizdiği şekli 10 parçaya bölmediği görülmektedir. Ancak K4’e ait “*Bir tane kare çizdim bu 1 tam. Onu hemen böyle yaptım. Şimdi bir tane daha kare çizcem, bunu 10’a bölcem (1, 2, 3, ...10), 8’ini boyayacam! Burası da $\frac{8}{10}$ oldu. Bunu birleştirirsek $\frac{18}{10}$.*” şeklindeki açıklama ve çizim üzerinde K4’ün iki şekli toplam olarak “+” işaretiyle göstermesi ve sonuna da “= $\frac{18}{10}$ ” koyması bize onun birinci şekildeki bütünü 10 parça olarak düşündüğünü ancak bölmeye gerek duymadığını göstermektedir. Materyal ile gösterim sırasındaki “ $1\frac{8}{10}$ bunun 10 payı var, (eline 10 yeşil tekli lego alarak) böyle 10 oluyor. Bu 1 tam. İkinci bir tam için (eline 10 kırmızı tekli lego alarak) bu ikinci tamı oluyor. Bunun (2’sini çıkararak) 8’ini alıyoruz, bu kadar.” şeklindeki açıklamasıda bu fikri desteklemektedir. K4’ün materyal ile gösterimine ait resim teknik problemlerden dolayı düzgün çıkmadığı için Şekil 4.31’de yer almamıştır.

K2’ ve K3’te ise “Tamsayılı kesiri toplam olarak düşünme ve tam kısmı kesirli sayı olarak yazma” şeklinde bir zihinsel model olduğu şekil ve materyalle gösterim sırasında karşımıza çıkmaktadır. Şekil 4.30’da her iki katılımcıya ait çizimler incelendiğinde $1\frac{8}{10}$ tamsayılı kesri için aynı büyüklükte iki dikdörtgensel bölge çizilip her ikisinin de 10 eş parçaya bölündüğü ve tam kısım için birinci dikdörtgensel bölgedeki tüm parçaların, kesirli kısım için ikinci dikdörtgensel bölgedeki 8’er parçanın boyandığı görülmektedir. K2 çizmiş olduğu şekil için “*Bir tam hem onda sekiz bu, hem de onda on sekiz. Aynı*” açıklamasını yaparken, K3 “*Tabî ki! Önce 1 tam çizelim, şimdi, $\frac{8}{10}$ ’u, 1 tam da 10 parça aslında.*” Açıklamasını yapmıştır. Ayrıca K2 ile araştırmacı arasında geçen şu diyalog bize, K2’nin verilen tamsayılı kesri toplam olarak görme konusunda bilinçli bir durum sergilediğini göstermektedir.

olarak yazma” şeklinde bir zihinsel modelin varlığını göstermektedir. Bu durumu matematiksel bir dil ile ifade edecek olursak K4’ün verilen tamsayılı kesirden yola çıkarak bileşik kesre ulaşırken;

$$“1\frac{8}{10} = 1 + \frac{8}{10} = \frac{10}{10} + \frac{8}{10} = \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{10} = \frac{18}{10}”$$

10 Adet 8 Adet

sahip olduğunu söylememiz gerekecektir.

d) Tamsayılı kesirde ($1\frac{8}{10}$) 1 tam 10 parçaya bölünmüş 8’ini almışlar.

K5’e ait veriler incelendiğinde araştırmacının “ $1\frac{8}{10}$ senin için ne ifade ediyor?”

sorusu üzerine K5’in “1 tam varmış, onu 10 parçaya bölmüşler, 8’ini almışlar.” şeklindeki ifadeler onun “tamsayılı kesiri zihninde tam kısımdaki sayı kadar tam varmış paydadaki sayı kadar parçaya bölünmüş ve bu parçalardan pay kısmındaki sayı kadarını almışlar” şeklinde bir fikre sahip olduğunu ve böyle bir zihinsel model oluşturduğunu göstermektedir.

e) Tamsayılı kesirde ve bileşik kesirde payda kadar eş parçadan oluşan 2 bütün çizerek birincisinin tamamını, ikincisinin pay sayısı kadarını tarama.

Şekil 4.30’da da görüldüğü gibi K2, K3, K4, K7 ve K8’in çizmiş oldukları şekiller incelendiğinde payda sayısı kadar eş parçadan oluşan iki bütün çizdikleri ve birinci bütünün tüm parçalarını, ikinci bütünün ise pay kısmında belirtilen sayı kadar parçasını taradıkları görülmektedir. Bu durum bize, bu katılımcıların bir tamsayılı kesiri ve bileşik kesiri çizerken payda sayısı kadar eş parçalara ayrılmış bütünler çizme ve bütün olmayan kısımda pay sayısı kadar parçayı tarayarak gösterme şeklinde bir zihinsel modele sahip olduklarını göstermektedir.

f) Tamsayılı kesirde ve bileşik kesirde sayıların konumlarını dikkate alarak sayı miktarı kadar eş parçadan oluşan bütünler çizme veya sayıların yerlerine çokluklar koyma

K5’e ait Şekil 4.30’daki çizim ve Şekil 4.31’deki materyalle gösterim resmi incelendiğinde K5’in verilen tamsayılı kesir ve bileşik kesiri gösterirken kesirli sayıda yer alan sayıların yerlerine o sayılar kadar parçadan oluşan bütünler çizdiği veya materyal ile gösterirken çokluklar koyduğu görülmektedir. K5 bu çizimini “ $1\frac{8}{10}$ Bi tane kare yaparım, 1 tam olur. Üste 9 tane çizerim, alta 10 tane, bu da eşittir üste 18 tane çizerim, alta 10 tane yaparım $\frac{18}{10}$ oldu.” şeklindeki ifadeleri ile dile getirmektedir.

Burada K5'in kesirli sayıyı gösterirken “verilen kesirli sayıda her bir sayının yerine o sayı kadar parça veya çokluk geleceği” şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu görmekteyiz.

g) Bileşik kesirde pay ve paydadaki sayılar kadar eş parçadan oluşan bütünler çizerek pay kısmındaki bütünde payın belirttiği sayı kadarına dikkat çekmek için tarama

Şekil 4.30'da K1'e ait çizim incelendiğinde K1'in tamsayılı kesiri çizemeyeceğini ama bileşik kesri çizebileceğini ifade ettiği görülmektedir. K1 verilen tamsayılı kesrin sonucu olarak bulduğu bileşik kesir için çizmiş olduğu şekilde pay sayısı kadar parçadan oluşan birbirine yapışık kutucuklar çizmiş ve tamamını boyamıştır. Daha sonra bunun yanına payda sayısı kadar parçadan oluşan bir birine yapışık kutucuklar çizmiş ve bunların hiç birini boyamamıştır. Diğer sorularda da karşımıza çıktığı gibi K1'in “ $1\frac{8}{10}$ 'un resmini çizemem ama, $\frac{11}{8}$ 'i çizerim. 11 bölü olduğu için 11 tane çizeriz, 11 ini boyarız 11 bölü olduğu için. Tamam! 8 tane daha çizeriz, 8'ini boyamayız 11 bölü 8 olduğu için.” şeklindeki ifadeleri onun “kesirli sayıda çizilen şeklin pay sayısı kadarının boyanacağı” şeklinde bir modele sahip olduğunu göstermektedir. Bu durum sınıf içi benzer etkinliklerde sadece basit kesirin gösterimi ile ilgili bir bilgisini kullanması ile de açıklanabilir.

4.2.1.3. Ölçme/Karşılaştırma

Şekil 4.30'da K5'e ait çizim incelendiğinde K5'in verilen kesirli sayıda yer alan sayıların yerlerine o kadar parçadan oluşan bütünler çizdiği görülmektedir. Ancak daha dikkatle bakıldığında K5'in çizmiş olduğu bütünlerin büyüklüğünün de sayı değerine göre şekil aldığı görülmektedir. K5'in $1\frac{8}{10}$ tamsayılı kesirini çizerken 1 tam için küçük bir kare, pay kısmındaki 8 için 8 parçadan oluşan büyük bir bütün ve payda kısmındaki 10 için 10 parçadan oluşan daha büyük bir bütün çizmesi araştırmacının dikkatini çekmiştir. Araştırmacı bu durumu açıklığa kavuşturmak için K5'e “ $\frac{8}{10}$ mu, büyüktür, 1 tam mı?” sorusunu yönelttiğinde K5 “1 tam büyüktür!!! Hayır! $\frac{8}{10}$ büyüktür.” cevabını vermiştir. Araştırmacı bu sefer “Peki $\frac{10}{8}$ mi, , 1 tam mı büyüktür?” sorusunu sormuş ve

“Yine $\frac{10}{8}$ büyüktür.” cevabını almıştır. Bu durum bize K5’in verilen tamsayılı kesirde nicelik değerini göz önüne alarak “sayıca hangi kısım büyükse o kısmın diğer kısımdan daha büyük olduğu” şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu göstermektedir. Özetle K5’in “tamsayılı kesirde $(1\frac{8}{10})$ sayı olarak hangisi büyükse o kısım büyüktür” şeklinde bir zihinsel modelinin olduğu görülmektedir. Bunu matematiksel bir dil ile ifade edecek olursak K5’e göre $1 < \frac{8}{10}$ şeklinde bir durum karşımıza çıkmaktadır.

4.2.1.4. Sadeleştirme/Daraltma

Katılımcılar arasında sadeleştirme/daraltma sadece K8’de karşımıza çıkmaktadır. K8 sadeleştirme/daraltma yaparak daha küçük sayılarla işlem yapmaya çalışmıştır. K8’e ait veriler incelendiğinde K8’in ulaştığı bileşik kesri en yalın şekliyle $\frac{18}{10} = \frac{9}{5}$ şeklinde ifade ettiği görülmektedir. K8’in yapmış olduğu Sadeleştirme/Daraltma işleminde $(\frac{18}{10} = \frac{9}{5})$ $(\frac{10}{10} + \frac{8}{10} = \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5})$ şeklinde bir modelleme karşımıza çıkmaktadır.

K8, sadeleştirme/daraltma işini sadece işlem üzerinde yapmakla kalmamış aynı zamanda çizmiş olduğu şekilde de göstermiştir. Şekil 4.30’da K8’e ait çizim incelendiğinde K8’in sadeleştirme/daraltma yapmadan önce bütünleri 10 parça olarak ayırdığı daha sonra da eşittir koyup tekrar iki bütün çizip bu sefer 5 parça olarak ayırdığı görülmektedir.

4.2.2. Tamsayılı Kesirin Ondalık Kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Bir tamsayılı kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili verilen “ $3\frac{2}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışınız ve bunu yaparken attığınız adımları niçin ve neden attığınızı açıklayınız.” Sorusunun çözüm aşamasında katılımcı öğrencilerin cevaplarından ortaya çıkan zihinsel model kategorileri;

1. İşlem Bilgisi (Kural)
2. Bölme
3. Bütün-parça
4. Genişletme
5. Denklik Bağlantısı/Denk Kesirler
6. Ölçme/karşılaştırma

olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu bölümde, bu kategorileri oluşturan katılımcılara ait zihinsel model örneklerle açıklanmaktadır.

4.2.2.1. İşlem Bilgisi (Kural)

Bir tamsayılı kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili olarak “işlem bilgisi (kural) kategorisini oluşturan katılımcıların zihinsel modellerini gösteren ifadeleri Tablo EK12.2’de yer almaktadır. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak; Bir tamsayılı kesri ondalık kesre çevirirken bütün katılımcılar bu kesri önce bileşik kesre dönüştürmeye çalışmışlardır. Yani bu zihinsel model bütün katılımcılarda mevcuttur. Ancak bileşik kesri ondalık kesre dönüştürürken katılımcıların zihinsel modellerinde farklılıklar yer almaktadır. Bu farklılıklar altı alt kategoride ele alınacaktır.

a) Ondalık kesre dönüştürmek için önce bileşik kesre dönüştürme (Tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu pay ile toplanıp paya yazılır ve payda aynen yazılır bileşik kesre dönüştürülür) (Kural)

Katılımcı öğrencilere ait veriler incelendiğinde K5 ve K7’nin verilen tamsayılı kesri ondalık kesire çevirmek için önce bileşik kesre çevirdikleri tespit edilmiştir. K5’in “ $3\frac{2}{5}$ verilmiş. Bunu önce bi basit kesir veya bileşik kesre çevirelim. $3\frac{2}{5}$ Bunla (tam kısım), bunu (payda) çarpıyoruz, sonra bunla (pay) topluyoruz. 3 kere 5? 15, 2

daha 17, 17 bölü 5 $\frac{17}{5}$.” şeklindeki açıklamaları ile K7’ye ait “ $3\frac{2}{5}$ eeea! Bunu önce bileşik kesir olarak yazarsak daha kolay olabilir. Tamsayılı kesri bileşik kesire çevirelim. $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$. Çevrilirken tamla payda çarpılıyor, artı payla toplanıyor, payda gene aynı kalıyor.” ifadesi bize her iki katılımcının da verilen tamsayılı kesri ondalık kesre dönüştürmek için önce bileşik kesre dönüştürme şeklinde bir zihinsel modele sahip olduklarını göstermektedir. Her iki katılımcı da burada tamsayılı kesri sınıfta öğretmenleri tarafından öğretildiği şekliyle işlem bilgisi (tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu pay ile toplanıp paya yazılır ve payda aynen yazılır) kullanarak bileşik kesire dönüştürmüştür.

K5’in “ $3\frac{2}{5}$ verilmiş. Bunu önce bi basit kesir veya bileşik kesire çevirelim.”

şeklindeki ifadesi bize ayrıca K5’in ne yapacağına süreç içerisinde karar verdiğini de göstermektedir. Burada K5’in kendinden emin bir yol çizmekten çok sınıf içi çalışmalar sırasında öğrendiği kuralı uygulamak gerektiği fikrine ulaştığı açıkça görülmektedir. Bu fikri, K5 in bileşik kesri ondalık sayıya dönüştürme aşamasında yapmış olduğu işlem de desteklemektedir. Ancak bu durum f şıkında ele alındığı için burada açıklama ihtiyacı görülmemiştir.

K6’ya ait veriler incelendiğinde, bir önceki şıkta olduğu gibi K6’nın da verilen bir tamsayılı kesri ondalık kesire dönüştürmek için önce bileşik kesire dönüştürme şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu söylemek mümkündür. Ancak, K6’nın, K5 ve K7’den farklı olarak tamsayılı kesri bileşik kesire dönüştürürken “tam kısım ile payda çarpılır paya yazılır ve pay sayısı paydaya yazılır” şeklinde kendince ortaya koyduğu bir kural dolayısıyla da bir zihinsel model oluşturduğu görülmektedir.

Bu durum K6’nın “ $3\frac{2}{5}$, yine aynısını yaparım (alt tarafını 5 ile çarpıyoruz ve 2 ye bölüyoruz). $3\frac{2}{5} = \frac{15}{2}$ ” açıklamasında açıkça görülmektedir. Büyük bir olasılıkla K6 burada sınıfta öğretildiği kuralı uygulamak istemektedir. Ancak işlem bilgisi olarak öğretilen bu kuralı eksik hatırladığı veya öğrenemediği görülmektedir. Dolayısıyla da ortaya kendince oluşturduğu yeni bir zihinsel model çıkmaktadır.

b) Tamsayı kesrin tam kısmını aynen yazarak kalan kesirli kısmın paydasını 10 ve 10'un katları haline dönüştürerek ondalık sayıya ulaşma (Kural) $3 + \frac{2}{5} = 3,$

$$3\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4 \quad 3+0,4= 3,4$$

(2)

Katılımcılara ait veriler incelendiğinde K2, K3, K4 ve K8'in verilen tamsayı kesri ondalık kesire dönüştürürken "tamsayı kesrin tam kısmını aynen yazarak kalan kesirli kısmın paydasını 10 ve 10'un katlarına eşitleme" şeklinde bir zihinsel modele sahip oldukları tespit edilmiştir.

Katılımcılara ait şu ifadeleri incelemek onlarda varolan zihinsel modeli anlamak için yeterli olacaktır;

K2: *İlkönce, üç tam beşte iki ($3\frac{2}{5}$) kesirini, 5'i 10'a tamamlamamız lazım. O yüzden 2 ile çarpıyoruz. O zaman 10 oluyor. Çünkü paydası 10, 100, 1000 olmadığı için. Tabi! bu arada tamı direk yazıp ondan sonrakiyle çarpıyoruz. 5 kere 2, 10, eea! 2 kere 2, 4. bunda da yazdım onu üç tam onda dört (3,4) olur.*

K3: $3\frac{2}{5}$, yaptıklarımızdan düşünüyorum, yine biraz uzun olacak sanırım ama! şimdi! 3 tamı zaten virgölün öncesine yazarız. Sonra bunu ($\frac{2}{5}$ 'i) yine 10'a çevirmek için 2 ile çarpalım. $\frac{2}{5}$ bu 10 olur, bu da 4 olur $\frac{4}{10}$. Ne olur o zaman? 3 tam onda 4 olur (3,4). Yani $3\frac{4}{10}$ çıkar. Ondalık sayı olarak $3\frac{4}{10} = 3,4$ çıkar.

K4: $3\frac{2}{5}$, tamsayı kesir olduğu için tamı 1'den büyük. Şimdi! Bunun paydası da 10'a eşit değil. Bunu yine 10'a eşitlersem, bu yine paydası en yakın 10 olduğu için 5'i ve 2'yi 2 ile çarpalım. $3\frac{2}{5} = 2$ kere 2? 4, 2 kere 5? 10. $3\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ yani, $3\frac{4}{10}$.

K8: $3\frac{2}{5}$ sayısı $3\frac{4}{10}$ 'a eşittir. Onu da bir ondalık sayı olarak yazarsak tam kısmına 3 ve virgülden sonraki kısmına da 4 yazarız. 3, 4 olur. 3 tam onda 4 sayısını (3,4) elde ederiz. $3\frac{2}{5}$ kesri tam sayılı bir kesirdir. Burada tam kısmını sabit bırakıp $\frac{2}{5}$ kesrini 2 ile genişletirsek $\frac{4}{10}$ 'u elde ettik. Ondalık kesire çevirdiğimizde ise 3,4'e ulaşırız.

Bu dört katılımcının da, verilen $3\frac{2}{5}$ tamsayı kesirinde tam kısmı (3) aynen yazıp kesirli kısmın paydasını 10 ve katları şeklinde yazarak yeni bir tamsayı kesir olan $3\frac{4}{10}$ 'a ulaştıkları ve bu tamsayı kesirde de önce tam kısmı aynen yazıp virgül koyarak daha sonra da kesirli kısımdaki $\frac{4}{10}$ 'un ondalık kesir olarak karşılığını bulduktan sonra 3,4 şeklinde sonuca ulaştıkları görülmektedir.

c) Paydasını genişletme ile elde edilen yeni tamsayılı kesrin okunuşundan yararlanarak ondalık sayı olarak yazma ($3\frac{4}{10} = 3$ tam onda 4 = 3,4)

Bir önceki şıkta açıklandığı gibi K2, K3, K4 ve K8 verilen $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrinde tam kısmını aynen yazıp kesirli kısmını paydasını 10 ve katları şeklinde yazarak, verilen $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrinin paydasını genişletmek yoluyla yeni bir kesir olan $3\frac{4}{10}$ tamsayılı kesrine ulaşmışlardır. Bu katılımcıların paydasını 10 haline getirdikleri bu kesrin okunuşundan yararlanarak veya sınıf içi tecrübelerinden kazandıkları pratiklikle bu kesri ondalık kesre dönüştürdükleri onlara ait yukarıdaki ifadelerden anlaşılmaktadır. Özetle, K2, K3, K4 ve K8'in "Paydasını 10 ve katlarına genişletmekle elde edilen kesrin okunuşu veya söylenişinden hareketle tamsayılı kesri ondalık kesir olarak görme" şeklinde bir zihinsel modele sahip olduklarını söylemek mümkündür.

d) Ulaştığı bileşik kesrin payını paydasına bölerek ondalık sayıya ulaşma (Kural)

Bu durum verilen sorunun çözümü aşamasında bir kural olarak sınıf ortamında öğretildiği için burada ayrı bir şıkta ele alınmıştır. Ancak, sonuç itibariyle yapılan işlem bir bölme durumunu içerdiği için bölme kategorisi olarak ayrıca ele alınmıştır. Katılımcılar arasında K6 ve K7'de karşımıza çıkan bu durum bölme kategorisinde ayrıntılı bir şekilde ele alındığı için burada açıklamaya ihtiyaç duyulmamıştır.

e) Bileşik kesrin payını virgülden önce tam kısma, paydasını virgülden sonra kesirli kısma yazarak ondalık sayıya dönüştürme

Katılımcılar arasından K5'in " $3\frac{2}{5}$ verilmiş. Bunu önce bi basit kesir veya bileşik kesire çevirelim. $3\frac{2}{5}$ Bunla (tam kısım), bunu (payda) çarpıyoruz, sonra bunla (pay) topluyoruz. 3 kere 5? 15, 2 daha 17, 17 bölü 5 $\frac{17}{5}$. Böyle bileşik kesir oldu. Bunu ondalık kesire çevirelim $\frac{17}{5}=17,5$ " şeklindeki açıklamaları bize, K5'in verilen bir tamsayılı kesri ondalık sayıya dönüştürmek için önce kuralına uygun olarak işlem bilgisini kullanıp bileşik kesre dönüştürdüğünü göstermektedir. Daha sonra da ulaştığı bileşik kesri ondalık kesre dönüştürmek için pay kısmındaki sayıyı virgülden önce, payda kısmındaki sayıyı virgülden sonra yazdığı görülmektedir.

Burada, K5'in "ondalık sayının virgüllü sayı olacağı fikrinden hareketle elde ettiği bileşik kesrin payını virgülden önce, paydasını virgülden sonra yazarak ondalık

kesre dönüştürülebileceği” şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğu açıkça görülmektedir.

f) Ondalık sayı olarak “0, ...” şeklide yazılacağı için verilen tamsayının $(3\frac{2}{5})$ $0\frac{2}{5}$

olması lazım

Verilen sorunun çözüm aşamasında K1 ile araştırmacı arasında şu ilginç diyalog geçmiştir:

K1: $3\frac{2}{5}$, *Yapamam! Zor sıfır tam olsaydı yapardım ama!*

A: *Sıfır tam olsun 3 tamı kaldır yerine 0 yaz bakalım, ne olacak?*

K1: $0\frac{2}{5}$, *böylede yapamam!*

Burada, K1’in ondalık sayının “0, ...” Şeklinde bir sayı olacağı şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğu ve buradan hareketle verilen tamsayılı kesrin tam kısmındaki sayının “0” olması gerektiği şeklinde yeni bir zihinsel model oluşturduğunu görmekteyiz. K1’in “*ondalık sayının sıfır virgüllü bir sayı olacak*” şeklindeki zihinsel modeli verilen kesirli sayıyı ondalık sayıya dönüştürme ile ilgili diğer tüm soruların hepsinde de karşımıza çıkmaktadır. Karşılaşılan bu durum, K1’in basit kesri ondalık kesre dönüştürme sırasında çıkan sonuçları diğer tüm kesir çeşitlerini ondalık kesire dönüştürme durumuna genellemesi ile açıklanabilir.

4.2.2.2. Bölme

(Payın Paydaya Bölünmesi)

Bir tamsayılı kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili olarak “bölme” kategorisini oluşturan katılımcıların zihinsel modellerini gösteren ifadeleri Tablo EK12.2’de görüldüğü gibi “Ulaştığı bileşik kesrin payını paydasına bölerek ondalık sayıya ulaşma” şeklinde yer almaktadır. Katılımcılara ait veriler incelendiğinde bu durumu K6 ve K7’ye ait verilerde görmekteyiz.

K6’nın “ $3\frac{2}{5}$, *yine aynısını yaparım (alt tarafını 5 ile çarpıyoruz ve 2 ye bölüyoruz).* $3\frac{2}{5}$ $\frac{15}{2}$ 7,5 çıkıyor cevap.” şeklindeki açıklamaları, bize K6’nın verilen tamsayılı kesri önce bileşik kesire çevirip daha sonra elde edilen bileşik kesirde payı paydasına bölmek yoluyla ondalık kesire ulaşma şeklinde bir zihinsel model ile gerçekleştirdiğini göstermektedir. Burada ayrıca dikkat edilmesi gereken bir durum da, K6’nın tamsayılı kesri bileşik kesre çevirirken sınıfta öğretilen kuralı tam olarak

hatırlayamamış olmasıdır. K6, verilen tamsayılı kesri tam kısım ile paydayı çarpıp paya yazmak ve paydayı tekrar aynen yazarak bileşik kesre çevirmiştir.

K7 ise, “ $3\frac{2}{5}$ eeee! Bunu önce bileşik kesir olarak yazarsak daha kolay olabilir.

Tamsayılı kesri bileşik kesre çevirelim. $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$. Çevrilirken tamla payda çarpılıyor,

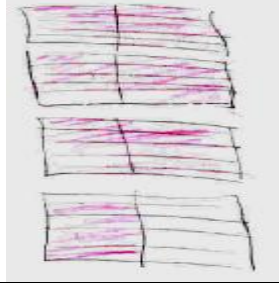
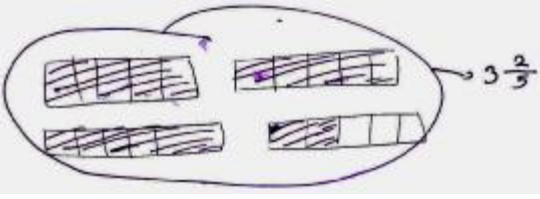
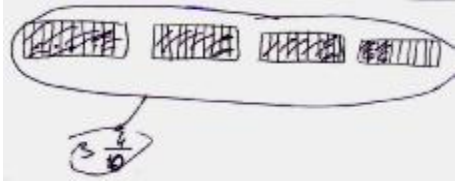
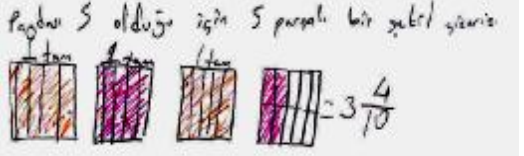
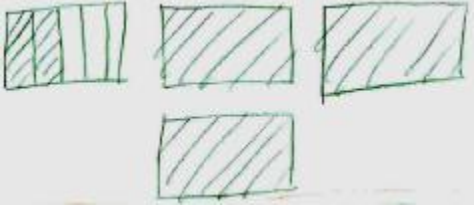
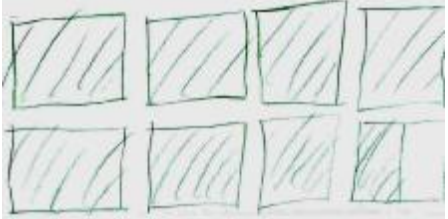
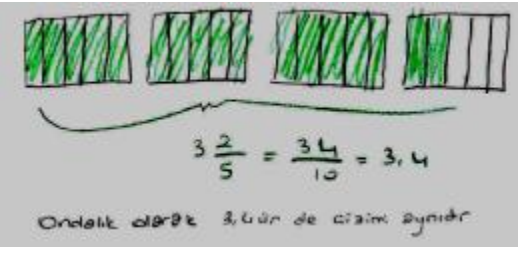
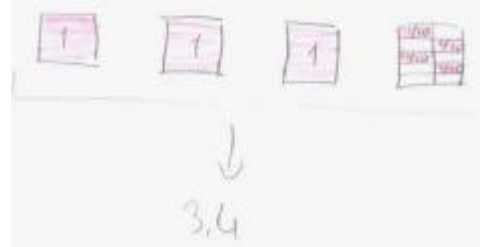
artı payla toplanıyor, payda gene aynı kalıyor. $\frac{17}{5}$ bunu gene 17’yi 5’e de bölebiliriz.

17 bölü 5, 3 virgöl 4. yada işte $\frac{17}{5}$ ’in paydasını 10’a eşitleyerek $\frac{17}{5} = \frac{34}{10}$ oda eşittir
(2)

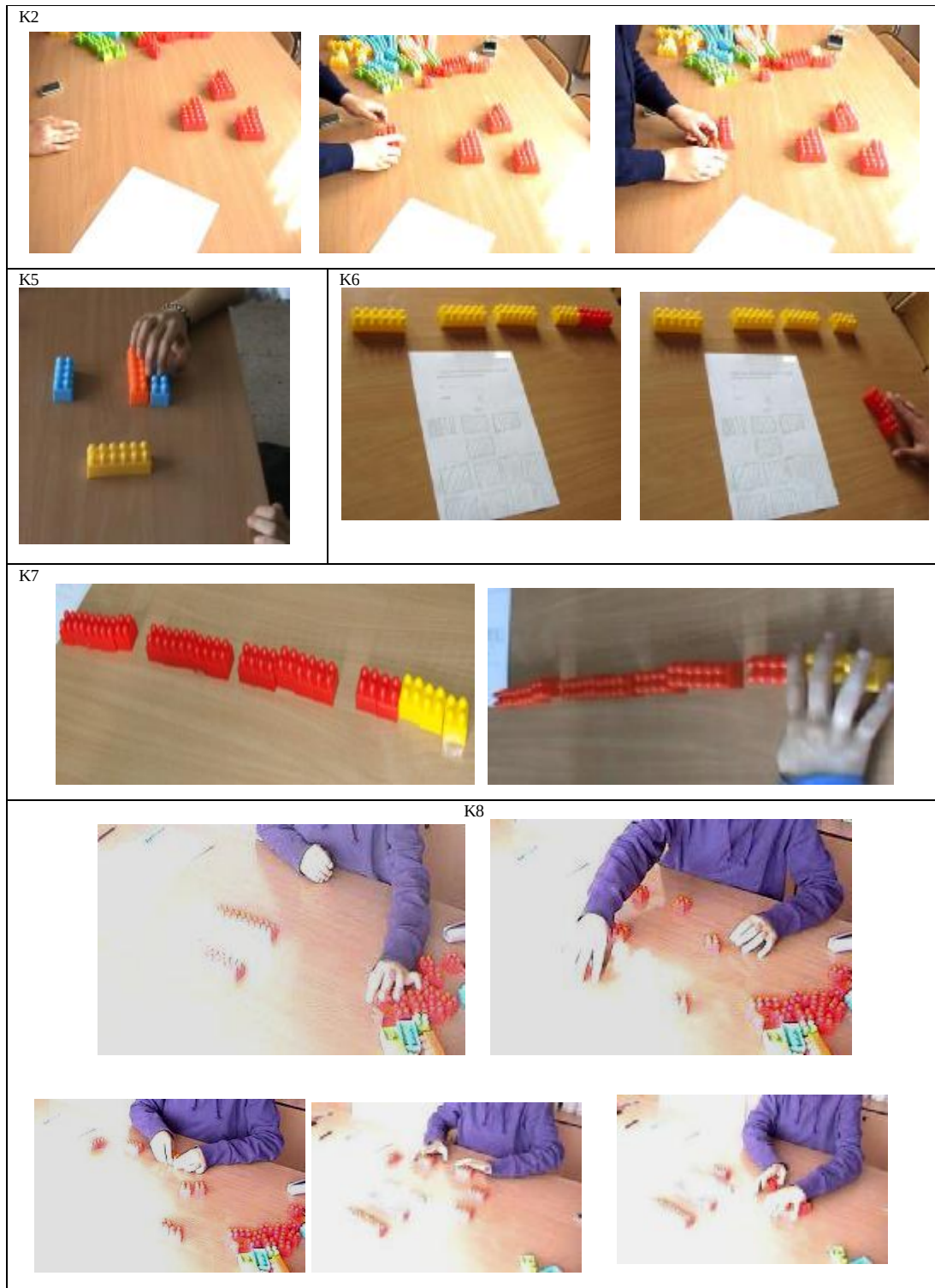
3,4 buldum.” şeklindeki açıklamaları ile verilen tamsayılı kesri kuralına uygun olarak önce bileşik kesre çevirmiş ve daha sonra da elde edilen bileşik kesirde pay kısmında yer alan sayıyı payda kısmında yer alan sayıya bölmek yoluyla verilen tamsayılı kesrin karşılığı olan ondalık sayıya ulaşmıştır.

Sonuç itibariyle her iki katılımcının da verilen problemin çözümü sırasında tamsayılı kesri ondalık kesre dönüştürürken elde ettikleri bileşik kesrin payını paydasına bölme şeklinde bir zihinsel model yapısı ortaya koydukları görülmektedir.

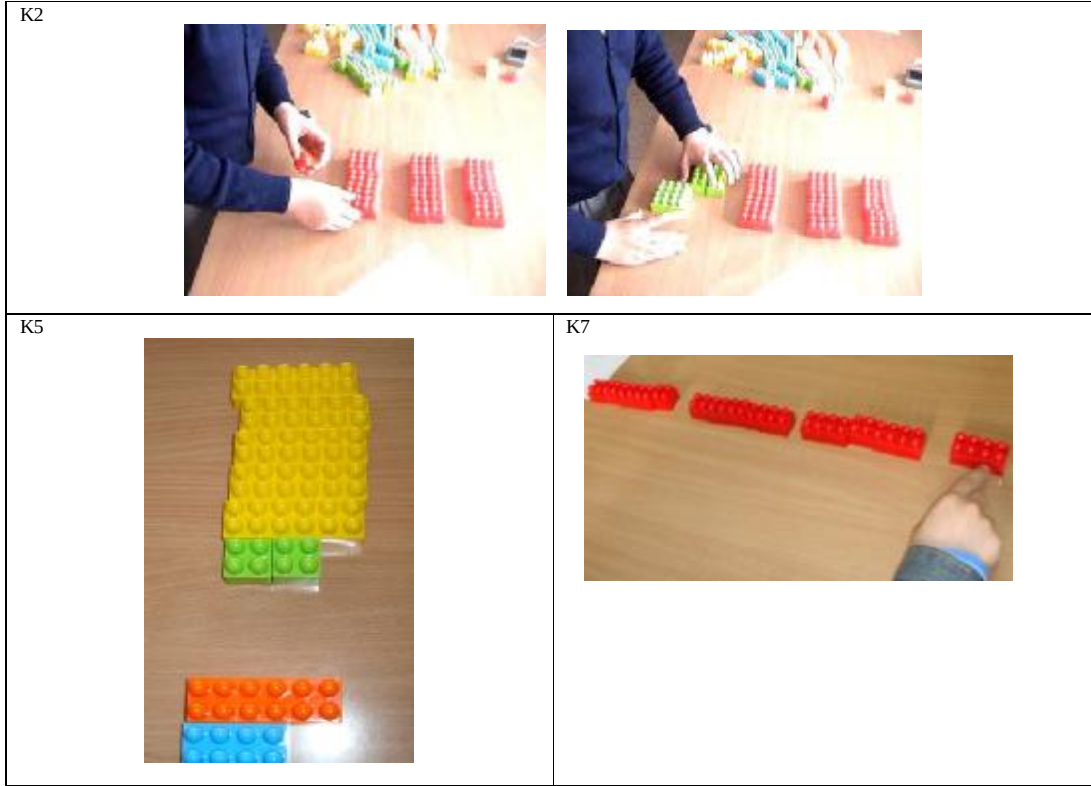
Şekil 4.32, Şekil 4.33 ve Şekil 4. 34 sonraki kategorilerin hepsini ilgilendirmekte olup her kategori altında tekrar tekrar yer işgal etmemesi amacıyla burada yer almaktadır.

K1 Şekil çizemeyeceğini ifade etmiştir	K2 
K3 	
K4 Payda 5 olduğu için 5 parçalı bir şekil çizilir. 	K5 
K6 	
K7 	K8 

Şekil 4. 32: Katılımcı öğrencilerin tamsayılı kesiri ondalık kesire dönüştürme sürecinde çizdiği şekiller



Şekil 4. 33: K2, K5, K6, K7 ve K8'in $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrini materyal kullanarak gösterimine ait resimler



Şekil 4. 34: K2, K7’nin 3,4 ondalık sayısını ve K5’in $\frac{17}{5}$ bileşik kesirini materyal kullanarak gösterimine ait resimler

4.2.2.3. Bütün-parça

Katılımcıların bir tamsayılı kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili olarak “bütün-parça” kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamalarını Tablo EK12.2’de yer aldığı şekliyle ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) $1+1+1+\frac{2}{5} = 3+\frac{2}{5}$ Tam sayılı kesirde bütünleri ve parçayı toplam olarak görme

Katılımcılara ait veriler incelendiğinde doğrudan “ $1+1+1+\frac{2}{5} = 3+\frac{2}{5}$ ” şeklinde yazılmış bir ifade ile karşılaşılmamıştır. Ancak katılımcıların verilen $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesri göstermek amacıyla çizdikleri şekil ve çizime ait açıklamaları ile materyalle gösterirken yaptıkları açıklamalarda K2, K4, K6 ve K7’nin $1+1+1+\frac{2}{5} = 3+\frac{2}{5}$ “Tam sayılı kesirde bütünleri ve parçayı toplam olarak görme” şeklinde bir zihinsel modele sahip oldukları

anlaşılmaktadır.

Şekil 4.32’de de görüldüğü gibi K2, K4, K6 ve K7 nin $3\frac{2}{5}$ için çizmiş oldukları şekiller yapı bakımından bir biri ile aynıdır. Bu katılımcıların şekillerinde burada belirtilen ve betimlenmeye çalışılardan daha fazlası da vardır. Ancak burada sadece bu şıkta belirtilen durum ele alınmıştır. Araştırmacının “ $3\frac{2}{5}$ kesiri ile buna eşit olarak yazdığın 3,4 kesirini şekil veya resim çizerek gösterebilir misin?” sorusu karşısında K2, K4, K6 ve K7’nin şekil çizimi sırasında yaptıkları açıklamalar ise şu şekildedir:

K2: Şimdi ilk önce 3 tane tam oluşturdum, daha sonra bi tane daha bölük oluşturup 4 parçasını aldım $3\frac{2}{5}$ ’in eşiti olan $3\frac{4}{10}$ bu. 3,4 aynısı.

K4: $3\frac{2}{5}$, paydası 5, 5 parçalı şekil! 5 olduğu için 5 parçalı bir şekil çizeriz. 3 tam var, o yüzden tamları çizip, 5’e bölüp karalarım. 1 tam çizip 5’e böldüm, 1 tamı karalarım. Sonra 1 tam daha çizerim karalarım, sonra 3 tam olduğu için 1 tam daha, bunu da yine karalarım hepsini. Şimdi yine 5 parçalı bir şey, bunu da çizerim, bunun 2’sini karalarım.

K6: İlkini bunu göstermek için böldüm. Diğerlerini çizmiyorum (bölmüyorum). Bunlar zaten tam! 3 tam bunlar, $\frac{2}{5}$ ’ te bu ikisini tarıyorum.

K7: 3 tamın her biri 5 parçaya bölünmüş olacak aslında. Bu 1 tam, bu 1 tam, bu da, 1 tam, 3 tam. $3\frac{2}{5}$ dediği için geri kalan kısım (4. tamım) sadece 2 parçasını alıyorum.

$3\frac{2}{5} = \frac{34}{10} = 3,4$. ondalık olarak 3,4’ün de çizimi aynıdır.

K2 çizmiş olduğu şekilde önce 3 tane tam oluşturmuş ve daha sonra 1 tam daha çizip bunun 2’sini karalamıştır. K2’nin şekline baktığımızda, ondalık sayı olarak göstermek için ayrıca sonrada her bir tamı dikeylemesine bir çizgi ile tekrar böldüğünü görmekteyiz. Bu durum 3,4’ün çizimi, ile ilgili olduğu için burada açıklanmamaktadır. Yine, Şekil 4.32’de K4 ün çizdiği şekli incelediğimizde 3 tane tam çizerek her birinin üzerine 1 tam şeklinde açıklama yazdığını görmekteyiz. Daha sonra aynı büyüklükte bir tam daha çizip bunu 5 eş parçaya ayırdıktan sonra 2 parçasını boyadığı görülmektedir. K6’nın da aynı şekilde $\frac{2}{5}$ ’i göstermek için bir bütün çizip 5 parçaya bölerek 2 parçasını aldığını, daha sonra da 3 tamı göstermek için aynı büyüklükte 3 ayrı bütün çizdiğini görmekteyiz. K7 çizmiş olduğu şekilde yine ayrı ayrı 1 tamlar çizmiş her birini 5 eş parçaya ayırıp tamların tamamını boyamıştır ve geriye kalan kısım için dördüncü 1 tam çizip bunu da 5 eş parçaya bölerek 2 parçasını boyamıştır.

Bu katılımcılara ait materyal ile gösterim ile ilgili olarak Şekil 4.33'deki K2, K6 ve K7'ye ait görüntüler incelendiğinde de $1+1+1+\frac{2}{5}=3+\frac{2}{5}$ “Tam sayılı kesirde bütünleri ve parçayı toplam olarak görme” şeklinde bir zihinsel model karşımıza çıkmaktadır. K2, 5'er tane kırmızı tekli lego parçasından oluşan 4 bütün oluşturup dördüncü bütünün 2 parçasını ayırarak *“Eeee! Şimdi, burada 5'likten oluşan 3 tane tam var. (bir tane daha 5'lik koyarak) burada da beşte iki $\frac{2}{5}$. 2 parçasını şöyle almış oluyoruz. Şimdi, bu üç tam beşte iki ($3\frac{2}{5}$) olmuş oluyor.”* şeklindeki ifadeleri ile eylemini açıklamaya çalışmıştır. K6 içinde aynı şekilde bir gösterimden söz edebiliriz. Ancak K6'nın resmine dikkatli baktığımızda 3 tam için oluşturduğu tamları 5'er parça legodan oluşturmak yerine 3'lü legoları kullandığını görmekteyiz. Fakat K6'nın $3\frac{2}{5}$, *5'lik sarılardan 3 tam ve sarı kırmızılardan $\frac{2}{5}$ 'lik kısmı, kırmızılar olmayacak*” ifadesi bize onun aslında 5 parçadan oluşturmak istediğini göstermektedir. Fakat burada dikkat eksikliğinden kaynaklanan bir sebeble 5 parça yerine 3 parçadan oluşan tamlar oluşturduğunu görmekteyiz. K7'ye ait gösterime baktığımızda da karşımıza 5'er parçadan oluşan 4 tam oluşturup dördüncü tamın 2 parçasının olmayacağını göstermek için farklı renkte lego parçası koyduğunu görmekteyiz. K7, gösterimini *“5'likten bu 1 tam, çünkü 5 paydası, bu 2 tam, bu 3 tam, burası da $\frac{2}{5}$ 'lik kısım.”* şeklinde ifade ederken dördüncü tamın fazlalıklarını aynı zamanda çıkarmak için eline almaktadır. K4'ün gösterimine ait resim teknik problemlerden dolayı konamamıştır. Ancak K4'ün, (Tekli yeşil Legolardan 5 tane eline alıp, 5 tane oluşturduktan sonra, bunu iki kez daha tekrar ederek 3 tamı oluşturduktan sonra kırmızı tekli Legolardan 5 tane alarak) *“bunun iki katını alacağım ondalık kesir olarak göstermek için, 10 tane kırmızı lego parçasından 1 tam oluşturdum. $\frac{2}{5}$ 'ti 5 taneden 2'si kalır, bu 3'ünü çıkarıyoruz, sonra diğer 5 taneden 2'si kalır, bu 3'ünü çıkarıyoruz. Kalan $2+2=4$ yeşiller 3 tam, kırmızılar onda dört oldu”* açıklamaları bize K4'ün de aynı şekilde sırasıyla tamları ve kalan kısmı oluşturduğunu göstermektedir.

Bu dört katılımcının her birinin de verilen $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesri göstermek amacıyla çizdikleri şekiller, çizime ait açıklamalar ve materyalle gösterirken yaptıkları açıklamalar, bize onların bütün-parça kategorisi altında “Tam sayılı kesirde bütünleri ve

parçayı toplam olarak görme” şeklinde bir zihinsel modele sahip olduklarını göstermektedir. Bunu matematiksel bir dil ile $1+1+1+\frac{2}{5}=3+\frac{2}{5}$ şeklinde de ifade edebiliriz.

b) $3\frac{2}{5} = 3\frac{4}{10}$ eşitliğinde $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$ Tam sayılı kesri oluşturan parçaları kesirli sayıların toplamı olarak görerek ondalık kesire çevirme

K2, K3 ve K4’e ait veriler incelendiğinde bu katılımcıların $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrini ondalık kesir olarak yazmak için önce kesrin tam kısmını yazıp sonra kesirli kısımda paydasını 10 ve katları şeklinde yazmaya çalıştıklarını görmekteyiz. Bu durum işlem bilgisi (kural) kategorisinde c şikkında açıklandığı için burada tekrar açıklanmadan bu süreçte katılımcıların şekil çizimlerinde tamsayılı kesri oluşturan parçaları kesirli sayıların toplamı olarak modelledikleri konusu üzerinde durulmaktadır. Şekil 4.32’de K2, K3 ve K4’e ait çizimlerde de görüldüğü gibi, her üç katılımcının da verilen $3\frac{2}{5}$

tamsayılı kesri ve buna eşit olarak yazdıkları $3\frac{4}{10}$ tamsayılı kesrini zihinlerinde $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$ şeklinde modelledikleri görülmektedir.

K2 çizmiş olduğu şekli “*Şimdi ilk önce 3 tane tam oluşturdum, daha sonra bi tane daha bölük oluşturup 4 parçasını aldım $3\frac{2}{5}$ ’in eşiti olan $3\frac{4}{10}$ bu. 3,4 aynısı.*” ifadeleriyle açıklarken onun $3\frac{4}{10}$ ’u çizdiği ve bunu çizerken 10 parçadan oluşan 3 tane tam çizip tamamını boyadığı görülmektedir. Kalan kesirli kısım içinde “*daha sonra bi tane daha bölük oluşturup 4 parçasını aldım*” ifadesiyle aynı büyüklükte bir bütün daha çizip bunu da 10 parçaya böldükten sonra 4 parçasını boyadığını görmekteyiz. K2’nin çizmiş olduğu şekilleri göstererek “ *$3\frac{2}{5}$ ’in eşiti olan $3\frac{4}{10}$ bu. 3,4 aynısı*” olduğunu ifade etmesi bize onun $3\frac{2}{5} = 3\frac{4}{10}$ eşitliğinde $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$ Tam sayılı kesri oluşturan parçaları kesirli sayıların toplamı olarak görüp ondalık kesir olarak görme şeklinde bir zihinsel model yapısına sahip olduğunu göstermektedir.

K3, $3\frac{2}{5}$ ve $3\frac{4}{10}$ için Şekil 4.32’de de görüldüğü gibi iki ayrı şekil çizmiştir. $3\frac{2}{5}$ için çizdiği şekli “*Önce 3 tane tam çizerim sonra, 1 tane daha çizerim, 3 tamı boyarım,*

diğerini 5'e bölüp 2'sini tararım. Aslında 3 tamın paydası da 5 olacağı için 5'e bölebiliriz. $3\frac{2}{5}$ bu şekilde." ifadeleri ile açıklarken $3\frac{4}{10}$ için çizdiği şekli "3,4 için yine 4 tane çizeriz ama, bu sefer yine $3\frac{4}{10}$ 'u gösteririz. Yine $3\frac{2}{5}$ 'teki gibi çizerim ama, bu sefer araları 5'e değil 10'a bölerim. 3 tamı tararız, bunun da 4 tanesi oluyor. Şimdi burası $3\frac{4}{10}$ oluyor." şeklinde açıklamıştır. Bu ifadelerde çizimlerde de görüldüğü gibi K3, $3\frac{2}{5}$ 'i $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5}$ şeklinde gösterirken, $3\frac{4}{10}$ 'u $\frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$ şeklinde göstermiştir. K3'ün "Yine $3\frac{2}{5}$ 'teki gibi çizerim ama, bu sefer araları 5'e değil 10'a bölerim. 3 tamı tararız, bunun da 4 tanesi oluyor. Şimdi burası $3\frac{4}{10}$ oluyor." açıklaması aslında onun $3\frac{2}{5}$ için çizdiği tamların aynısını çizdiğini fakat sadece içlerini 5 yerine 10 parçaya böldüğünü göstermektedir. K3 için de çok net bir şekilde tam sayılı kesri oluşturan parçaları kesirli sayıların toplamı olarak görüp ondalık kesir olarak görme şeklinde bir zihinsel model yapısına sahip olduğunu söylemek mümkündür.

K4'e ait şu ifadeleri Şekil 4.32'deki çizimini göz önünde bulundurarak incelemek yararlı olacaktır:

K4: $3\frac{2}{5}$, paydası 5, 5 parçalı şekil! 5 olduğu için 5 parçalı bir şekil çizeriz. 3 tam var, o yüzden tamları çizip, 5'e bölüp karalarım. 1 tam çizip 5'e böldüm, 1 tamı karalarım. Sonra 1 tam daha çizerim karalarım, sonra 3 tam olduğu için 1 tam daha, bunu da yine karalarım hepsini. Şimdi yine 5 parçalı bir şey, bunu da çizerim, bunun 2'sini karalarım. Bu şimdi 10'a bölünmüyor. Ondan (bu yüzden) bunu 10'a bölmek için (yatay) çizerim. 2 ile çarptık 10'a eşitlemek için. Böyle bir şey oluştu. Bu da 3 parça 3 tama yazıyoruz. Normalde 5 var ama ben bunu 10'a çıkardım. Beşte iki vardı, onda dört oldu. Üç tam onda dört oldu. Bu da, 3,4.

Burada, K4'ün $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrini $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5}$ şeklinde gösterdiğini görmekteyiz. Ancak sadece şekle bakıldığında K4'ün $3\frac{4}{10}$ 'u aynı şekil üzerinde pratik bir şekilde kesirli kısmı ortadan ikiye ayırmak suretiyle gösterdiği görülmektedir. Bu şekilde her ne kadar K4'ün $3\frac{4}{10}$ 'u $\frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$ şeklinde göstermediği anlaşılrsa da aşağıdaki açıklamasında $3\frac{4}{10}$ 'u $\frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$ şeklinde modellediği çok açık bir şekilde görülmektedir.

c) ($\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5}$, den hareketle $\frac{5+5+5+2}{5} = \frac{17}{5}$) **Bütün ve parçaların toplamından**

hareketle bileşik kesri oluşturan parçaları aynı payda altında yazıp toplama

Katılımcılardan $3\frac{2}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaları istendiğinde K7 bunu önce bileşik kesir olarak yazmanın daha kolay olacağını belirtip bunu kuralına uygun olarak (tam kısım la payda çarpılır ve çarpım sonucuna pay eklenir ve toplam sonucu paya yazılır, payda aynen yazılır) bileşik kesre çevirmiştir. Araştırmacının “ $3\frac{2}{5}$ ’i bileşik

kesire çevirirken, “önce tam kısım ile payda çarpılır, sonra pay toplanır ve payda aynı yazılır” dedin. Bu, bu işlemi yapabilmek için bir kural. Bu kural nasıl ortaya konmuş olabilir? Yani, bu kuralı nasıl açıklayabiliriz?” sorusu üzerine K7, “(Biraz düşündükten sonra) Haa! $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{5}$ şöyle bi şey olabilir mi? Pardon $\frac{5}{5}$ ama! Bi daha yapayım $\frac{5}{5}$

$+ \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5}$ ’den gelir bu! Bu yoldan gelir. $\frac{5+5+5+2}{5}$ aynı payda altında 5,

$\frac{5+5+5+2}{5}$ bu da eşittir $\frac{17}{5}$ yani, $\frac{5+5+5+2}{5} = \frac{17}{5}$ kesirlerin toplamından bulunur ama

kural daha kısa bir yoldur.” şeklinde cevap vermiştir. K7’nin bu açıklamalarında verilen

$3\frac{2}{5}$ tam sayılı kesrinde önce tam kısmında tam kısmını oluşturan sayıları kesirli

sayıların toplamı olarak yazıp daha sonra kesirli kısmı da bu toplama eklediği görülmektedir. K7 buradan hareketle paydalar eşit olduğu için aynı payda altında toplayıp bileşik kesre ulaşmaktadır. Bu durum bize K7’nin bütün ve parçaların toplamından hareketle bileşik kesri oluşturan parçaları aynı payda altında yazıp toplama şeklinde bir zihinsel model kullanarak bileşik kesre ulaşma şeklinde bir zihinsel modelinin daha olduğunu göstermektedir. Matematiksel bir dil ile ifade edecek olursak,

$\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5}$, den hareketle $\frac{5+5+5+2}{5} = \frac{17}{5}$ şeklinde bir zihinsel model karşımıza

çıkmaktadır.

Araştırmacı tarafından tekrar “Başka bir sebebi veya açıklaması olabilir mi? Yani, yapabileceğin başka bir açıklama var mı?” sorusu yöneltildiğinde K7, “İmm! Başka nasıl yaparım! Kesin vardır da gelmiyor aklıma siz öyle (başka yolu) dediğinize göre!

Çarpı alalım $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5}$ 1 + 1 + ama, olmaz, çarpım olmaz! Başka bi yolu??? Yok!

Başka yolu olup-olmadığını anlayamadım, düşünemedim.

*Bu şekilde zevkli! Benim (matematikte) en zorlandığım konu kesirler değil ama! Böyle ayrıntılı hani!!! Normal problem çözerken zorlanmam mesela kesirlerde ama, böyle sorulunca, nerden gelir bu, onu sorduğunuz için.”*cevabını vermiştir.

d) Tam kısmı toplam olarak yazıp tam kısım ve ondalık kısmı birleştirme
 $1+1+1+0,4 = 3+0,4 = 3,4$

Araştırmacı tarafından “ $3\frac{2}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışınız ve bunu yaparken attığınız adımları niçin ve neden attığınızı açıklayınız.” sorusu sorulduğunda K8’in cevabı “ $3\frac{2}{5}$ sayısı $3\frac{4}{10}$ ’a eşittir. Onu da bir ondalık sayı olarak yazarsak tam kısmına 3 ve virgülden sonraki kısmına da 4 yazarız. 3, 4 olur. 3 tam onda 4 sayısını (3,4) elde ederiz. $3\frac{2}{5}$ kesri tam sayılı bir kesirdir. Burada tam kısmını sabit bırakıp $\frac{2}{5}$ kesrini 2 ile genişletirsek $\frac{4}{10}$ ’u elde ettik. Ondalık kesire çevirdiğimizde ise 3,4’e ulaşıyoruz.” şeklinde olmuştur. Bu ifadeler göz önünde bulundurularak, Şekil 4.32’deki K8’e ait çizim ve bu ifadeler birlikte incelendiğinde K8’in verilen tamsayılı kesri ondalık sayı haline dönüştürmek için önce tam kısmını sabit tutup kesirli kısmın paydasını 10 ve 10’un katları şeklinde genişletmek yoluyla yeni bir tamsayılı kesir oluşturduğu görülmektedir. Daha sonra da bu yeni tamsayının tam kısmını aynen yazıp kesirli kısmını zihninde hızlı bir şekilde ondalık sayıya çevirdikten sonra tam kısım ile ondalık kısmı toplam olarak görüp birleştirdiği ve 3,4 sayısını elde ettiği görülmektedir. Bu aşamada K8’in (kendisi matematiksel olarak ifade etmese de) $3+0,4$ veya $3+ ,4$ şeklinde bir sonuca ulaştığını görmekteyiz. Ayrıca K8 3,4’ü şekil çizimi ile gösterirken tam kısımdaki 3’ü ayrı ayrı üç tane bütünün toplamı olarak çizmiştir. Sonuç olarak K8’in tam kısmı toplam olarak yazıp tam kısım ve ondalık kısmı birleştirme şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu açıklama ve çiziminden çıkarmak mümkündür. Bunu matematiksel bir dil ile $1+1+1+0,4 = 3+0,4 = 3,4$ şeklinde ifade edebiliriz.

Aslında burada K8’in 3,4 için çizdiği şekil biraz daha dikkatle incelendiğinde aynı zamanda $1+1+1+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=1+1+1+\frac{4}{10}$ şeklinde başka bir zihinsel modelinin var olduğunu görebiliriz. Bunu K8’in çizim ile ilgili “1 tam, 2 tam, 3 tam ve birde, $\frac{4}{10}$ ’luk bir parça alırız. Sırasıyla 1 tam, 2 tam, 3 tam, 3 tam $\frac{1}{10}$, 3 tam $\frac{2}{10}$, 3 tam

$\frac{3}{10}$ ve 3 tam $\frac{4}{10}$ olacak şekilde boyarız.”şeklindeki ifadesinden de anlamak mümkündür.

e) Kesirli sayıların yerlerine (konumu dikkate alarak) kesirleri oluşturan sayılar kadar parçalardan oluşan karesel bölgeler ve dikdörtgensel bölgeler çizme ve çizdiği dikdörtgensel bölgelerdeki parçalar içinden belirtilen sayı kadar parçayı tarama veya sayıların yerlerine konumlarını dikkate alarak o sayı kadar parçadan oluşan çokluk koyma

Katılımcı öğrencilerin çizim ve materyal ile gösterimleri incelendiğinde Şekil 4.32, Şekil 4.33 ve Şekil 4.34’te de görüldüğü gibi K5’in diğer katılımcılardan çok farklı bir durum sergilediği görülmektedir:

A: $3\frac{2}{5}$ ve bunun eşiti olarak yazdığım $\frac{17}{5}$ ile 17,5’i resim veya şekil çizerek

gösterebilir misin?

K5: Şu 3, üste 2 alta da 6 çizdim, bunun 5 tanesini boyayayım

A: Fazladan bir kare çizdin, sence bunu çizmek doğru olur mu?

K5: Olmaz çünkü ben eşit çizdim o yüzden olmaz.

K5: Bu da eşittir üste bir dikdörtgen çizerim bunu yandan 2’ye üstten 9’a bölerim. Bunda 18 parça oldu, 17’sini tararım, sonra kesir çizgisi çizip alta bir dikdörtgen çizerim, yandan 2’ye üstten 3’e bölerim, bud a 6 oldu, 5’ini karalarım.

17,5 için, yine bir dikdörtgen çizerim, yandan 2’ye üstten 9’a bölerim, 18 oldu, yine bunun da 17’sini tararım virgüle 5 olacak. Bir dikdörtgen çizerim yandan 2’ye bölerim 8 oldu, bunun 5’ini tararım.

Bu görüşmede K5’in $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrini çizerken kesirde yer alan sayıların yerlerine o sayılar kadar parçadan oluşan dikdörtgensel bölgeler çizdiği görülmektedir. K5, $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrinin paydasını çizerken 6 parçadan oluşan bir dikdörtgensel bölge çizip bunun 5 parçasını taramıştır. Diyalogda da görüldüğü gibi araştırmacının “Fazladan bir karesel bölge çizdin, sence bunu çizmek doğru olur mu?” sorusu üzerine “Olmaz çünkü ben eşit çizdim o yüzden olmaz” cevabını vermiştir. Bu durum bize K5’in, verilen kesirli sayıyı, şekil ile gösterirken kesirli sayıların yerlerine (konumu dikkate alarak) sayılar kadar parçalardan oluşan karesel bölgeler veya dikdörtgensel bölgeler çizme şeklinde zihninde modellediğini göstermektedir. Burada verilen $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesri için çizdiği şekilde payda kısmına 6 parçadan oluşan bir dikdörtgensel bölge çizmesinin sebebi de sadece kare veya dikdörtgen şeklinde düzgün bir şekil çizme amacından kaynaklandığı görülmektedir. Yine K5, payda kısmı için çizdiği 6 parçadan oluşan dikdörtgensel bölge içinde 5 parçasını aslında 5 parça olacağını belirtmek için taramıştır. Kesirli sayıları şekil ile gösterirken bazı kısımların taranacağı fikrinden

hareketle burada sadece çizdiği fazlalığa vurgulama yapmak için bir tarama yaptığı açıkça görülmektedir.

K5'in $\frac{17}{5}$ bileşik kesri için çizdiği şekilde de yine dikdörtgensel bölge çizdiği görülmektedir. Burada K5, pay kısmını göstermek için 18 parçadan oluşan bir dikdörtgensel bölge çizmiş ve pay kısmındaki sayı 17 olduğu için 17'ye dikkat çekmek amacıyla 17 parçasını boyamıştır. Daha sonra kesir çizgisi çizerek kesir çizgisinin altına yine bir dikdörtgensel bölge çizmiş ve bunu 8 parçaya böldükten sonra paydaki 5'e dikkat çekmek için bu 8 parçanın 5'ini taramıştır.

K5'in 17,5 ondalık sayısı için çizdiği şekilde bunlardan farklı değildir. K5, 17,5 için önce 18 parçadan oluşan bir dikdörtgensel bölge çizerek bu 18 parçanın 17 parçasını taramıştır. Daha sonra virgöl işareti koyarak 8 parçadan oluşan ikinci bir dikdörtgensel bölge çizmiş ve bunun da 5 parçasını taramıştır.

$3\frac{2}{5}$ ve bunun eşiti olarak yazdığı $\frac{17}{5}$ ile 17,5 için çizdiği bu üç şekil bize, K5'in "kesirli sayıların yerlerine (konumu dikkate alarak) kesri oluşturan sayılar kadar parçalardan oluşan karesel ve dikdörtgensel bölgeler çizme ve çizdiği dikdörtgensel bölgelerdeki parçalar içinden belirtilen sayı kadar parçayı tarama" şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu göstermektedir.

Şekil 4.33 ve Şekil 4.34'te K5'in istenilen kesirleri materyal kullanarak oluşturulan gösterimine ait resimler incelendiğinde K5'in belirtilen kesirli sayıları oluştururken sayıların konumlarını dikkate alarak lego parçalarını yerleştirdiği görülmektedir. Şekil 4.33'de K5'in $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrini göstermek için önce tam kısımdaki 3 için 3'lü bir lego koyduğu, sonra pay kısmındaki 2'yi göstermek için 2'li lego koyduğu ve daha sonra payda kısmındaki 5'i göstermek için bir tane 3'lü ve bir tane de 2'li lego koyduğu görülmektedir. K5, bu eylemini "3 tam bu, 2 bölü 2 üste, 5 alta $3\frac{2}{5}$ bu." sözleriyle ifade etmektedir. Yine Şekil 4.34'te K5'in $\frac{17}{5}$ bileşik kesrini oluşturmak için üste 17 parça ve altına 5 parça olacak şekilde Legolar koyduğu görülmektedir. Bu iki kesirli sayının gösterimi ile ilgili durum bize, K5'in sayıların yerlerine konumlarını dikkate alarak o sayı kadar parçadan oluşan çokluk koyma şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak, K5'in çizim ve materyalle gösterim ve açıklamaları bize "Kesirli sayıların yerlerine (konumu dikkate alarak) sayılar kadar parçalardan oluşan karesel ve

dikdörtgensel bölgeler çizme ve çizdiği dikdörtgensel bölgelerdeki parçalar içinden belirtilen sayı kadar parçayı tarama veya sayıların yerlerine konumlarını dikkate alarak o sayı kadar parçadan oluşan çokluk koyma” şeklinde bir zihinsel model yapısının varlığını göstermektedir.

f) Payda sayısı kadar parçadan tamlar oluşturma, kesirli kısım için paydadaki sayı kadar parça koyup paydaki sayı kadarını tamların renginde, kalan kısmı farklı renkte koyma.

Araştırmacı tarafından K4’ten $3\frac{2}{5}$, $3\frac{4}{10}$ ve 3, 4’ü materyal kullanıp eylemle (hareket, davranış) göstermesi istendiğinde, K4 öncelikle tekli yeşil legolardan 5 tane eline alıp, 5 parçayı bir araya getirerek 1 tam oluşturmuştur. Bunu iki kez daha tekrar ederek 3 tamı oluşturduktan sonra eline kırmızı tekli legolardan 5 tane aldıktan sonra *“bunun iki katını alacağım ondalık kesir olarak göstermek için, 10 tane kırmızı lego parçasından 1 tam oluşturdum. $\frac{2}{5}$ ’ti, 5 taneden 2’si kalır, bu 3’ünü çıkarıyoruz, sonra diğer 5 taneden 2’si kalır, bu 3’ünü çıkarıyoruz. Kalan $2+2=4$. Yeşiller 3 tam, kırmızılar onda dört oldu.”* açıklamasını yapmıştır. K4’ün gösterimine ait resimler teknik problemler sebebiyle elde edilememiştir. Ancak burada açıklamalardan da anlaşılacağı gibi K4’ün, “payda sayısı kadar parçadan tamlar oluşturma, kesirli kısım için payda sayısı kadar parça koyup pay sayısı kadarını tamların renginde, kalan kısmı farklı renkte koyma” şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu anlamak mümkündür.

g) $3\frac{2}{5}$ ’te kesir kısmını $(\frac{2}{5})$ 2 tam 5 parçaya bölünmüş olarak düşünme.

Şekil 4.33’de K8’e ait $3\frac{2}{5}$ ’in materyal ile gösterimine ait resimler K8’in şu açıklamaları göz önünde bulundurulduğunda “ $3\frac{2}{5}$ ’te kesir kısmını $(\frac{2}{5})$ 2 tam 5 parçaya bölünmüş olarak düşünme” şeklinde bir zihinsel modelin varlığı açıkça görülmektedir.

K8: $3\frac{2}{5}$ olduğu için önce 3 tamın her bir tamını 5 parça legodan oluşturacağım. Bu 1 tam, 2 tam, 3 tam ve buna ek olarak uuuumm! ilkönce tam kısmı tam kısmı yapmadan önce 2 tamı 5’e bölelim. $\frac{2}{5}$ ’ten 2 tamı 5’e bölersek, 1, 2, 3, 4, 5, ... 1, 2, 3, 4, 5. bunların her biri $\frac{2}{5}$ ’tir. Ayrıca da, 3 tamı gösteririz, bunun içinde her bir tamı 5 parça legodan oluşan 3 tam elde ederiz. ($\frac{2}{5}$ ’lik yaptığı parçaları göstererek) bunların her biri $\frac{2}{5}$ olduğu için sadece bu parçayı koyarız, diğerlerini çıkarırız. Bu $3\frac{2}{5}$ olur.

Şekil 4.33’de de görüldüğü gibi K8 önce payda sayısı kadar parçadan oluşan tamlardan 3 tane yapmıştır. Ancak kesirli kısma gelince “*ilkönce tam kısmı tam kısmı yapmadan önce 2 tamı 5’e bölelim. $\frac{2}{5}$ ’ten 2 tamı 5’e bölersek*” deyip yaptığı tamları bozarak, Şekil 4.33’te’de K8’e ait resimlerde sol alt köşede de görüldüğü gibi 2’şer parçadan oluşan 5 ayrı grup yapmaktadır. Daha sonra, 5’er parçadan oluşan 3 tamı oluşturduktan sonra sağ alt köşedeki resimde görüldüğü gibi ikişer parça koyarak oluşturduğu gruplardan 4 tanesini çıkarmaktadır.

Burada K8’in $3\frac{2}{5}$ ’i gösterirken kesirli kısmındaki $\frac{2}{5}$ ’i 5’er parçadan oluşan 2 tam olarak düşünmesi ve bu 5’er parçadan oluşan 2 tamı ikişerli gruplara ayırması bize K8’in $3\frac{2}{5}$ ’te kesir kısmını ($\frac{2}{5}$) 2 tam 5 parçaya bölünmüş olarak düşünme şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu göstermektedir.

h) $3\frac{2}{5}$ 1 tam var bundan üç tane var, bunu $\frac{2}{5}$ ’e bölmüşler.

K5, kendisine sorulan $3\frac{2}{5}$ kesrini ondalık kesire dönüştürme ile ilgili soruyu önce bileşik kesire dönüştürme yapacağını ifade ederek bu tamsayılı kesiri kuralına uygun olarak bileşik kesire dönüştürmüştür. Araştırmacı tarafından K5’e “*Az önce $3\frac{2}{5}$ ’i bileşik kesire çevirirken 3 ile 5’i çarparım, sonra 2 ile toplarım sonra da tekrar 5’e bölerim dedin. Niçin böyle yaptığını açıklayabilir misin?*” sorusu yöneltildiğinde K5 ile araştırmacı arasında şu diyalog geçmiştir.

K5: Bize öyle öğretili, bende öyle yapıyorum, öyle kuralları.

A: Peki, böyle bir kural nasıl ortaya çıkmış olabilir, bu kurala nasıl ulaşılmış olunabilir?

K5: İlkönce bunu ortaya koyan bunu yazmıştır, ondan sonra hani! İşlemler yapmıştır, sadeleştiğinde çıkmıyordur, sonra bu kurala ulaşmıştır.

A: Peki burda ne gibi işlemler yapmış olabilir?

K5: $3\frac{2}{5}$! 3 tam 2 bölü 5 var. Bir tam var ama, 3 tane onu, onu iki bölü beşe bölmüşler.

A: Eklemek istediğin başka bir şey var mı?

K5: Yok!

A: Çok teşekkür ederim!

Bu diyalogda da görüldüğü gibi K5, $3\frac{2}{5}$ kesrini. 3 tane tam var ve bu 3 tamı $\frac{2}{5}$ ’e bölüyoruz şeklinde açıklamaktadır. Özetle diyebiliriz ki; K5, verilen bir tamsayılı kesrin tam kısmındaki sayıyı kesirli kısmındaki sayıya bölme ve pay sayısı kadarını alma şeklinde bir zihinsel modele sahiptir.

ı) Tam kısımdan 1 fazla tam olacak şekilde payda sayısı kadar parçalardan oluşan tamlar yapıp tam kısımdaki sayı kadarını alma ve diğer kalan tamın pay sayısı kadarını alıp diğerlerini çıkarma $3\frac{2}{5} = 1+1+1+1- \frac{3}{5} = 3+1- \frac{3}{5}$

Araştırmacı tarafından katılımcılardan $3\frac{2}{5}$, $3\frac{4}{10}$ ve 3, 4'ü materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak göstermeleri istendiğinde, K4 önce tekli yeşil legolardan eline 5 tane alıp, 1 tam oluşturmuştur. Daha sonra bunu iki kez daha tekrarlayıp 3 tam oluşturduktan sonra kırmızı tekli Legolardan eline 5 tane alarak *“bunun iki katını alacağım ondalık kesir olarak göstermek için, 10 tane kırmızı lego parçasından 1 tam oluşturdum. $\frac{2}{5}$ ’ ti, 5 taneden 2’si kalır, bu 3’ünü çıkarıyoruz, sonra diğer 5 taneden 2’si kalır, bu 3’ünü çıkarıyoruz. Kalan $2+2=4$ yeşiller 3 tam, kırmızılar onda dört oldu.”* şeklinde açıklamada bulunmuştur. K7 ise Şekil 4.33’de de görüldüğü gibi 5’er kırmızı lego parçasından oluşan 3 tam oluşturmuş ve daha sonra 2 tanesi yine kırmızı, 3 tanesi sarı olmak üzere yine 5 parçadan oluşan dördüncü bir tam oluşturmuştur. Daha sonra dördüncü tamdaki sarı Legoları fazlalık kabul ederek çıkartmıştır. K7 bu durumu *“5’likten bu 1 tam, çünkü 5 paydası, bu 2 tam, bu 3 tam, burası da $\frac{2}{5}$ ’lik kısım. 3,4 şöyle, bunların her biri 5 parça ama, 10 parça kabul edersek, bu en sondaki 2’yi 4 parça kabul edeceğiz.”* şeklinde açıklamıştır.

Burada da görüldüğü gibi K4 ve K7 tam kısımdan 1 fazla tam olacak şekilde payda sayısı kadar parçalardan oluşan tamlar yapıp tam kısımdaki sayı kadarını alma ve diğer kalan tamın pay sayısı kadarını alıp diğerlerini çıkarma şeklinde bir zihinsel model ile tamsayı kesri modellemişlerdir. Buradaki durumu matematiksel bir dil ile $3\frac{2}{5} = 1+1+1+1- \frac{3}{5} = 3+1- \frac{3}{5}$ şeklinde ifade edebiliriz.

i) Tam kısım kadar bütünler çizip hepsini tarama ve kesirli kısmı / virgüllü kısmı için payda sayısı kadar parçadan oluşan bir bütün daha çizip bununda pay sayısı kadarını tarama.

Araştırmacı tarafından K8’den $3\frac{2}{5}$ veya bunun eşiti olarak yazdığı $3\frac{4}{10}$ ile 3,4’ü resim veya şekil çizerek göstermesi istendiğinde Şekil 4.32’de de görüldüğü gibi K8’in önce 3 tam için ayrı ayrı 1 tamlar oluşturup her üçünü de boyadığı daha sonra tekrar 1 tam oluşturup bunu 10 parçaya ayırdıktan sonra bunun da 4 parçasını boyadığı tespit

edilmiştir. K8 bunu “1 tam, 2tam, 3 tam ve birde, $\frac{4}{10}$ ’luk bir parça alırız. Sırasıyla 1 tam, 2 tam, 3 tam, 3 tam $\frac{1}{10}$, 3 tam $\frac{2}{10}$, 3 tam $\frac{3}{10}$ ve 3 tam $\frac{4}{10}$ olacak şekilde boyarız.” şeklinde açıklamıştır.

Burada açıklama ve şekilde de görüldüğü gibi K8, $3\frac{4}{10}$ kesrini çizmiş ve bunun aynı zamanda 3,4’e eşit olduğunu da şeklin altına yazmıştır. Burada K8’in tam kısım kadar bütünler çizip hepsini tarama ve kesirli kısmı/virgüllü kısmı için payda sayısı kadar parçadan oluşan bir bütün daha çizip bununda pay sayısı kadarını tarama şeklinde bir zihinsel model ile çizimini gerçekleştirdiği açıkça görülmektedir.

j) Paydadaki sayılar kadar parçadan oluşan tam kısmın bir fazlası olacak şekilde bütünler çizip tam kısmın tamamı ile kesir kısmı için pay kadarını boyama.

Şekil 4.32’de K4, K7 ve K8’e ait çizimler incelendiğinde bu üç katılımcının da şekillerinin birbirine benzer olduğu görülmektedir. Katılımcılardan $3\frac{2}{5}$ ve bunun eşiti olarak yazdıkları $3\frac{4}{10}$ ile 3,4’ü resim veya şekil çizerek göstermeleri istendiğinde Şekil 4.32’de görülen çizimler ortaya çıkmıştır. Katılımcıların çizimlerine ait

K4: $3\frac{2}{5}$, paydası 5, 5 parçalı şekil! 5 olduğu için 5 parçalı bir şekil çizeriz. 3 tam var, o yüzden tamları çizip, 5’e bölüp karalarım. 1 tam çizip 5’e böldüm, 1 tamı karalarım. Sonra 1 tam daha çizerim karalarım, sonra 3 tam olduğu için 1 tam daha, bunu da yine karalarım hepsini. Şimdi yine 5 parçalı bir şey, bunu da çizerim, bunun 2’sini karalarım. Bu şimdi 10’a bölünmüyor. Ondan (bu yüzden) bunu 10’a bölmek için (yatay) çizerim. 2 ile çarptık 10’a eşitlemek için. Böyle bir şey oluştu. Bu da 3 parça 3 tama yazıyoruz. Normalde 5 var ama ben bunu 10’a çıkardım. Beşte iki vardı, onda dört oldu. Üç tam onda dört oldu. Bu da, 3,4.

K7: 3 tamın her biri 5 parçaya bölünmüş olacak aslında. Bu 1 tam, bu 1 tam, bu da, 1 tam, 3 tam. $3\frac{2}{5}$ dediği için geri kalan kısım (4. tamım) sadece 2 parçasını alıyorum. $3\frac{2}{5} = \frac{34}{10} = 3,4$. ondalık olarak 3,4’ün de çizimi aynıdır.

K8: 1 tam, 2tam, 3 tam ve birde, $\frac{4}{10}$ ’luk bir parça alırız. Sırasıyla 1 tam, 2 tam, 3 tam, 3 tam $\frac{1}{10}$, 3 tam $\frac{2}{10}$, 3 tam $\frac{3}{10}$ ve 3 tam $\frac{4}{10}$ olacak şekilde boyarız.

ifadeleri dikkate alındığında, açıklama ve çizimlerde de görüldüğü gibi K4, K7 ve K8 çizimlerini gerçekleştirirken paydadaki sayılar kadar parçadan oluşan bütünler oluşturmuş ve tam kısmın tamamı ile kesir kısmının pay sayısı kadarını boyamışlardır. Burada her üç katılımcının da çizimlerini gerçekleştirirken, bir tamsayılı kesri “paydadaki sayılar kadar parçadan oluşan tam kısmın bir fazlası olacak şekilde bütünler

çizip tam kısmın tamamı ile kesir kısmı için pay kadarını boyama” şeklinde bir zihinsel model yapısı kullanmış olduklarını söyleyebiliriz.

4.2.2.4. Genişletme

Katılımcıların bir tamsayılı kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili olarak “genişletme” kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK12.2’de yer almaktadır. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) Tam sayılı kesrin kesirli kısmını paydası 10 ve katları olacak şekilde genişletme

$$3\frac{2}{5} = 3\frac{2}{5} = 3\frac{4}{10}$$

(2)

Verilen $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrinin ondalık kesire dönüştürülmesi istendiğinde katılımcılardan bazıları bu tamsayılı kesri öncelikle tam kısmını yazıp kesirli kısmında paydasını 10 ve katlarına eşitlemek yoluyla genişletme yapmışlardır. Katılımcılara ait veriler incelendiğinde K2, K3, K4 ve K8’in bu şekilde bir genişletme yaptığı tespit edilmiştir. Bu durum “Kural” kategorisi altında detaylı bir şekilde ele alındığı için burada tekrar açıklanmaya gerek duyulmamıştır. Özetle, K2, K3, K4 ve K8’in verilen tamsayılı kesri ondalık kesire dönüştürürken “tamsayılı kesrin tam kısmını aynen yazarak kalan kesirli kısmın paydasını 10 ve 10’un katlarına eşitleme” şeklinde bir zihinsel modele sahip oldukları tespit edilmiştir.

b) Paydayı (2 ile) genişletince kesir iki katına çıkar

Katılımcılara ait veriler incelendiğinde K2’den $3\frac{2}{5}$ kesiri ile buna eşit olarak yazdığı 3,4 kesirini materyal kullanıp eylemle (hareket, davranış) göstermesi istendiğinde, K2 $3\frac{2}{5}$ için “Eeea! Şimdi, burada 5’likten oluşan 3 tane tam var. (bir tane daha 5’lik koyarak) burada da beşte iki $\frac{2}{5}$. 2 parçasını şöyle almış oluyoruz. Şimdi, bu üç tam beşte iki ($3\frac{2}{5}$) olmuş oluyor.” açıklamasında bulunmuştur. Şekil 4.33’de materyalle gösterime ilişkin resimler yer almaktadır. K2’ye ait resimler incelendiğinde, K2’nin $3\frac{2}{5}$ kesrini, tamları 5 parça legoyu bir araya getirerek oluşturduğu ve kesirli kısım için 2 parça lego koyduğu görülmektedir. K2’den 3,4’ü göstermesi istendiğinde

ise Şekil 4.34'te de görüldüğü gibi $3\frac{2}{5}$ 'te tamları oluşturmak için koyduğu 5'erli parçaları iki katına çıkararak 10 parça haline getirdiği ve kesirli kısım için oluşturduğu 10 parçadan oluşan bütünün sadece 4 parçasını aldığı görülmektedir. K2 bu gösterimini *“İlk önce bu 5'likleri 10'luga tamamlarım bu bir tane tamımız, bu ikinci tamımız, bu da üçüncü tamımız. Eee! Onda dördü de (,4) kırmızı Legolar yetmeyeceği için yeşillerle yapalım. Şimdi buraya da 10 tane bütünden 4 parçasını alcaz. Burada da onda dört $\frac{4}{10}$ oluyor. Bunlar yok! Bunları ayırıyoruz. Üç tam onda dört (3,4) böyle oluyor.”* ifadeleri ile açıklamıştır.

Burada da görüldüğü gibi K2'nin Ondalık kesre ulaşmak için paydasını genişletmekle ulaştığı yeni kesirli sayıyı göstermek için şeklini de iki katına çıkartarak büyüttüğü görülmektedir. Bu görüntüler bize, K2'nin kesir iki ile genişletilince kesrinde iki katına çıkacağı fikrine sahip olduğunu göstermektedir. Yani, K2'nin “Paydayı (2 ile) genişletince kesir iki katına çıkar” şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu söyleyebiliriz.

c) Genişletme ile bütün değişmiyor, bütünün parça sayısı değişir

Katılımcılara ait veriler incelendiğinde K2, K3, K4, ve K8'in verilen $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrini ondalık kesire dönüştürmek için tam kısmını sabit bırakıp kesirli kısmının pay ve paydasını 2 ile genişleterek paydası 10 olan yeni bir tamsayılı kesir olarak $3\frac{4}{10}$ kesirli sayısına ulaştıkları görülmektedir. K2, K3, K4 ve K8 paydası 10 olan bu $3\frac{4}{10}$ kesirinden hareketle 3,4 sayısına ulaşmışlardır. K7, bu üç katılımcıdan farklı olarak önce verilen $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrini bileşik kesire dönüştürerek $\frac{17}{5}$ bileşik kesrini elde etmiştir. K7, daha sonra bu bileşik kesrin pay ve paydasını 2 ile genişleterek $(\frac{17}{5} = \frac{34}{10}) \frac{34}{10}$ bileşik kesrine ve buradan da 3,4 ondalık sayısına ulaşmıştır.

Araştırmacı tarafından katılımcılardan “ $3\frac{2}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışmaları ve bunu yaparken atmış oldukları adımları niçin ve neden attıklarını açıklamaları” istendiğinde, K3, K4, K7 ve K8'in açıklamaları şu şekilde olmuştur.

K3: $3\frac{2}{5}$, yaptıklarımızdan düşünüyorum, yine biraz uzun olacak sanırım ama! şimdi! 3

tamı zaten virgölün öncesine yazarız. Sonra bunu ($\frac{2}{5}$ 'i) yine 10'a çevirmek için 2 ile

çarparız. $\frac{2}{5}$ bu 10 olur, bu da 4 olur $\frac{4}{10}$. Ne olur o zaman? 3 tam onda 4 olur (3,4).

Yani $3\frac{4}{10}$ çıkar. Ondalık sayı olarak $3\frac{4}{10} = 3,4$ çıkar.

K4: $3\frac{2}{5}$, tamsayılı kesir olduğu için tamı 1'den büyük. Şimdi! Bunun paydası da 10'a eşit değil. Bunu yine 10'a eşitlersem, bu yine paydası en yakın 10 olduğu için 5'i ve 2'yi 2 ile çarparız. $3\frac{2}{5} = 2$ kere 2? 4, 2 kere 5? 10. $3\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ yani, $3\frac{4}{10}$.

K7: $3\frac{2}{5}$ eeea! Bunu önce bileşik kesir olarak yazarsak daha kolay olabilir. Tamsayılı

kesri bileşik kesre çevirelim. $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$. Çevrilirken tamla payda çarpılıyor, artı payla

toplanıyor, payda gene aynı kalıyor. $\frac{17}{5}$ bunu gene 17'yi 5'e de bölebiliriz. 17 bölü 5, 3

virgöl 4. ya da işte $\frac{17}{5}$ 'in paydasını 10'a eşitleyerek $\frac{17}{5} = \frac{34}{10}$ oda eşittir 3,4 buldum.
(2)

K8: $3\frac{2}{5}$ sayısı $3\frac{4}{10}$ 'a eşittir. Onu da bir ondalık sayı olarak yazarsak tam kısmına 3 ve virgülden sonraki kısmına da 4 yazarız. 3, 4 olur. 3 tam onda 4 sayısını (3,4) elde ederiz.

$3\frac{2}{5}$ kesri tam sayılı bir kesirdir. Burada tam kısmını sabit bırakıp $\frac{2}{5}$ kesrini 2 ile

genişletirsek $\frac{4}{10}$ 'u elde ettik. Ondalık kesre çevirdiğimizde ise 3,4'e ulaşırız.

Dolayısıyla derli toplu ifade etmek gerekirse, bu beş katılımcının genişletme yoluyla ondalık kesre ulaştıkları tespit edilmiştir. Ancak K2'nin bir önceki şıkta da açıklandığı gibi kesri 2 ile genişletince kesrin iki katına çıkacağını ve buna bağlı olarak ta materyal ile gösterirken $3\frac{2}{5}$ için yaptığı gösterimdeki parçaların 2 katını alarak $3\frac{4}{10}$ ve 3,4 kesrini oluşturduğu görülmektedir. Oysa! K3, K4, K7 ve K8'in yapmış oldukları açıklama, çizim ve materyal kullanarak gösterimlerinden, verilen kesirli sayının pay ve paydasının genişletilmesi ile kesirli sayının ifade ettiği büyüklüğün değişmediği genişletme ile aynı bütünün içindeki parçaları 5'e bölmek yerine 10'a bölme olarak gördükleri tespit edilmiştir.

Şekil 4.32'de K3'e ait çizimler incelendiğinde, $3\frac{2}{5}$ ve $3\frac{4}{10}$ için aynı büyüklükte bütünler oluşturduğu $3\frac{2}{5}$ için oluşturduğu dört bütünü 5 eş parçaya bölerken, $3\frac{4}{10}$ için oluşturduğu aynı büyüklükteki dört bütünü bu sefer 10 parçaya böldüğü görülmektedir. K3'ün çizimi ile ilgili açıklamaları “Önce 3 tane tam çizerim sonra, 1 tane daha

çizerim, 3 tamı boyarım, diğerini 5'e bölüp 2'sini tararım. Aslında 3 tamın paydası da 5 olacağı için 5'e bölebiliriz. $3\frac{2}{5}$ bu şekilde. 3,4 için yine 4 tane çizeriz ama, bu sefer yine $3\frac{4}{10}$ 'u gösteririz. Yine $3\frac{2}{5}$ 'teki gibi çizerim ama, bu sefer araları 5'e değil 10'a bölerim. 3 tamı tararız, bunun da 4 tanesi oluyor. Şimdi burası $3\frac{4}{10}$ oluyor." şeklinde olmuştur.

Şekil 4.32'deki K4'e ait çizim incelendiğinde ise, K4'ün $3\frac{2}{5}$ için 4 tane bütün çizdiği ve her birini 5 eş parçaya böldüğü görülmektedir. K4 çizimini " $3\frac{2}{5}$, paydası 5, 5 parçalı şekil! 5 olduğu için 5 parçalı bir şekil çizeriz. 3 tam var, o yüzden tamları çizip, 5'e bölüp karalarım. 1 tam çizip 5'e böldüm, 1 tamı karalarım. Sonra 1 tam daha çizerim karalarım, sonra 3 tam olduğu için 1 tam daha, bunu da yine karalarım hepsini. Şimdi yine 5 parçalı bir şey, bunu da çizerim, bunun 2'sini karalarım." şeklinde açıklamaktadır. $3\frac{4}{10}$ için ise, $3\frac{2}{5}$ için çizdiği dördüncü bütünü ortadan yataylamasına bir çizgi çizerek pratik bir şekilde 10 parçaya ayırmakla çizimini gerçekleştirmiş ve bunu da "Bu şimdi 10'a bölünmüyor. Ondan (bu yüzden) bunu 10'a bölmek için (yatay) çizerim. 2 ile çarptık 10'a eşitlemek için. Böyle bir şey oluştu.

Bu da 3 parça 3 tama yazıyoruz. Normalde 5 var ama ben bunu 10'a çıkardım. Beşte iki vardı, onda dört oldu. Üç tam onda dört oldu. Bu da, 3,4." şeklinde açıklmıştır. K4'ün materyal ile gösterimi K2'nin gösterimi gibi parçaların iki katını alma şeklindedir. Ama çizim ile gösteriminde açıkladıkları ve çizimi onun aynı bütün ile uğraştığının farkında olduğunu göstermektedir.

K7'ye ait Şekil 4.32'deki çizim de ise, K7'nin $3\frac{2}{5}$ için dört tane aynı büyüklükte bir bütün çizip her birini 5 parçaya böldüğü görülmektedir. $\frac{34}{10}$ için ve 3,4 için ise ayrı bir şekil çizmeden $3\frac{2}{5}$ için çizdiği şeklin $\frac{34}{10}$ ve 3,4'e eşit olduğunu şeklin altında belirtip geçmiştir. K7'nin "3 tamın her biri 5 parçaya bölünmüş olacak aslında. Bu 1 tam, bu 1 tam, bu da, 1 tam, 3 tam. $3\frac{2}{5}$ dediği için geri kalan kısım (4. tamım) sadece 2 parçasını alıyorum. $3\frac{2}{5} = \frac{34}{10} = 3,4$. ondalık olarak 3,4'ün de çizimi aynıdır." şeklindeki ifadesinde de bundan farklı bir açıklama yoktur. K7 nin çiziminde

bütünlerin 10 parçaya bölündüğünü göremesek te materyal ile gösterim ve açıklamasıda genişletme ile elde edilen kesirler de de aynı bütünü ele aldığını görmek mümkündür. K7'den $3\frac{2}{5}$ ve 3,4'ü materyal kullanıp eylemle (hareket, davranış) göstermesi istendiğinde Şekil 4.33 ve Şekil 4.34'teki görüntüler ortaya çıkmıştır. Bu görüntülerde de çizimdekinden farklı bir açıklama yokmuş gibi görünse de K7'nin *"5'likten bu 1 tam, çünkü 5 paydası, bu 2 tam, bu 3 tam, burası da $\frac{2}{5}$ 'lik kısım. 3,4 şöyle, bunların her biri 5 parça ama, 10 parça kabul edersek, bu en sondaki 2'yi 4 parça kabul edeceğiz."* ifadelerinde aslında aynı bütünün 5 parça değil 10 parça olacağını dile getirdiği görülmektedir.

Yine Şekil 4.32'de K8'in çizmiş olduğu şekil incelendiğinde dört tane bütün çizip bunun 3 tanesini boyadığı ve dördüncü bütünü 10 parçaya ayırıp bu 10 parçanın 4 parçasını boyadığı görülmektedir. K8 çizimini *"1 tam, 2 tam, 3 tam ve birde, $\frac{4}{10}$ 'luk bir parça alırız. Sırasıyla 1 tam, 2 tam, 3 tam, 3 tam $\frac{1}{10}$, 3 tam $\frac{2}{10}$, 3 tam $\frac{3}{10}$ ve 3 tam $\frac{4}{10}$ olacak şekilde boyarız."* şeklinde açıklamaktadır. K8'in çizim ve açıklamalarından kesri genişletince bütünün değişmediği sadece aynı bütünün parça sayısının değiştiği anlaşılmaktadır. Ancak materyal ile gösterim sırasında K8 çok farklı bir durum ortaya koymaktadır.

Bu açıklamalarda da da görüldüğü gibi K3'ün *"Yine $3\frac{2}{5}$ 'teki gibi çizerim ama, bu sefer araları 5'e değil 10'a bölerim"* ifadesi, K4'ün *"Bu şimdi 10'a bölünmüyor. Ondan (bu yüzden) bunu 10'a bölmek için (yatay) çizerim. 2 ile çarptık 10'a eşitlemek için. Böyle bir şey oluştu."* ifadesi, K7'nin *"3,4 şöyle, bunların her biri 5 parça ama, 10 parça kabul edersek, bu en sondaki 2'yi 4 parça kabul edeceğiz"* ifadesi ve K8'in çizimi bu dört katılımcının genişletme ile aynı bütünün içindeki parçaları 5'e bölmek yerine 10'a bölme yaptıklarının farkında olduklarını ve *"genişletme ile bütün değişmediği, bütünün parça sayısının değişeceği"* şeklinde bir zihinsel modele sahip olduklarını ortaya koymaktadır.

d) Ulaştığı bileşik kesrin paydasını 10 ve 10'un katları ile genişletmeyi düşünme

Katılımcılardan $3\frac{2}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışmaları ve bunu yaparken attıkları adımları niçin ve neden attıklarını açıklamaları istendiğinde K7 *" $3\frac{2}{5}$*

eee! Bunu önce bileşik kesir olarak yazarsak daha kolay olabilir. Tamsayılı kesri bileşik kesire çevirelim. $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$. Çevrilirken tamla payda çarpılıyor, artı payla toplanıyor, payda gene aynı kalıyor. $\frac{17}{5}$ bunu gene 17'yi 5'e de bölebiliriz. 17 bölü 5, 3 virgöl 4. yada işte $\frac{17}{5}$ 'in paydasını 10'a eşitleyerek $\frac{17}{5} = \frac{34}{10}$ oda eşittir 3,4 buldum”

açıklamasını yapmıştır. Burada, K7'nin diğer katılımcılardan farklı olarak önce verilen $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrini bileşik kesire dönüştürerek $\frac{17}{5}$ bileşik kesrini elde ettiği ve daha sonra bu bileşik kesrin pay ve paydasını 2 ile genişleterek paydası 10 ve 10'un katları olacak şekilde yeni bir bileşik kesir oluşturmaya çalıştığı tespit edilmiştir. K7, bu işlemi $(\frac{17}{5} = \frac{34}{10}) \frac{34}{10}$ şeklinde bileşik kesre eşitlemiş ve buradan da 3,4 ondalık sayısını yazmıştır. Burada, K7'nin ulaştığı bileşik kesrin paydasını 10 ve 10'un katları ile genişletmeyi düşünme şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu görmekteyiz.

4.2.2.5. Denklik Bağıntısı/Denk Kesirler

Katılımcıların bir tamsayılı kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili olarak “denklik bağıntısı/denk kesirler” kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK 12.2’de görüldüğü gibidir. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} = 3 + \frac{2}{5} = 3,4$ eşitliğinde çizilen bütünler birbirine denktir:

Katılımcıların belirtilen kesirleri göstermek için yaptıkları çizimler Şekil 4.32’de yer almaktadır. K3, K4 ve K7’nin çizim ve çizime ait açıklamalarında “ $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} = 3 + \frac{2}{5} = 3,4$ ” şeklinde bir eşitliği gördükleri ve bu eşitlikte çizilen bütünlerin birbirine denk olduğuna ilişkin bir zihinsel modele sahip oldukları görülmektedir.

Şekil 4.32’de K3’ün $3\frac{2}{5}$ ve $3\frac{4}{10}$ için çizdiği her iki şekilde de aynı büyüklükte bütünler çizdiği, sadece içlerini farklı sayıda parçalara ayırdığı görülmektedir. K3’ün

“Önce 3 tane tam çizerim sonra, 1 tane daha çizerim, 3 tamı boyarım, diğerini 5’e bölüp 2’sini tararım. Aslında 3 tamın paydası da 5 olacağı için 5’e bölebiliriz. $3\frac{2}{5}$ bu şekilde. 3,4 için yine 4 tane çizeriz ama, bu sefer yine $3\frac{4}{10}$ ’u gösteririz. Yine $3\frac{2}{5}$ ’teki gibi çizerim ama, bu sefer araları 5’e değil 10’a bölerim. 3 tamı tararız, bunun da 4 tanesi oluyor. Şimdi burası $3\frac{4}{10}$ oluyor.” şeklindeki açıklamasından da anlaşılacağı gibi $3\frac{2}{5}$ için $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = 3\frac{2}{5}$ olacak şekilde bir çizim yaptığı görülmektedir. Yine ikinci çizimi incelendiğinde 3,4 için $\frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$ olacak şekilde bir çizim gerçekleştirmiştir ve bu şeklin $3\frac{4}{10}$ içinde geçerli olduğunu altında belirtmiştir.

K4’ün çizimi incelendiğinde $3\frac{2}{5}$ için aynı büyüklükte dört bütün çizerek içlerini 5 eş parçaya ayırdığı görülmektedir. K4’ün “ $3\frac{2}{5}$, paydası 5, 5 parçalı şekil! 5 olduğu için 5 parçalı bir şekil çizeriz. 3 tam var, o yüzden tamları çizip, 5’e bölüp karalarım. 1 tam çizip 5’e böldüm, 1 tamı karalarım. Sonra 1 tam daha çizerim karalarım, sonra 3 tam olduğu için 1 tam daha, bunu da yine karalarım hepsini. Şimdi yine 5 parçalı bir şey, bunu da çizerim, bunun 2’sini karalarım.” şeklindeki açıklamasından da anlaşıldığı gibi $3\frac{2}{5}$ için $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = 3\frac{2}{5}$ olacak şekilde bir çizim yaptığı görülmektedir. K4, $3\frac{4}{10}$ ve 3,4 için ayrı bir çizim yapmadan $3\frac{2}{5}$ için çizdiği şeklin üzerinde tamlardan sonraki kesirli kısımdaki şekli ortadan yatay bir çizgi çizerek 10 parçaya ayırmıştır. Burada $\frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$ şeklinde bir yapıdan çok $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{4}{10}$ ve $1+1+1+\frac{4}{10}$ şeklinde bir yapı karşımıza çıkmış olsada K4’ün “Bu şimdi 10’a bölünmüyor. Ondan (bu yüzden) bunu 10’a bölmek için (yatay) çizerim. 2 ile çarptık 10’a eşitlemek için. Böyle bir şey oluştu” şeklindeki ifadelerinden aslında K4’ün tam kısımdaki bütünlerinde 10 parça haline getirileceğini bildiğini ancak yapmaya gerek duymadığı sonucunu çıkarmak mümkündür.

K7’nin çiziminde $3\frac{2}{5}$ için dört tam çizip bunların her birini 5 eş parçaya ayırdığı görülmektedir. K7, $\frac{34}{10}$ ve 3,4 için ayrı bir şekil çizmemiş sadece $3\frac{2}{5}$ için çizdiği şeklin

altına $3\frac{2}{5} = \frac{34}{10} = 3,4$ yazıp geçmiştir. Burada K7'nin "3 tamın her biri 5 parçaya bölünmüş olacak aslında. Bu 1 tam, bu 1 tam, bu da, 1 tam, 3 tam. $3\frac{2}{5}$ dediği için geri kalan kısım (4. tamım) sadece 2 parçasını alıyorum. $3\frac{2}{5} = \frac{34}{10} = 3,4$. ondalık olarak 3,4'ün de çizimi aynıdır." şeklindeki açıklamasından da, $3\frac{2}{5}$ için $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = 3\frac{2}{5}$ olacak şekilde bir çizim yaptığı anlaşılmaktadır. $\frac{34}{10}$ ve 3,4 için herhangi bir çizim sözü konusu değildir. Ancak K7'nin materyal ile gösterim sırasındaki "5'likten bu 1 tam, çünkü 5 paydası, bu 2 tam, bu 3 tam, burası da $\frac{2}{5}$ 'lik kısım. 3,4 şöyle, bunların her biri 5 parça ama, 10 parça kabul edersek, bu en sondaki 2'yi 4 parça kabul edeceğiz." şeklindeki açıklamalarında K7'nin 3,4 için $\frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$ olacak şekilde bir gösterim yapması gerektiğinin farkında olduğu anlaşılmaktadır. Burada doğru orantı kullanılmıştır. Bu pek çok kez görülmektedir.

$$\text{Sonuç itibarıyla K3, K4 ve K7'nin } \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} = 3 + \frac{2}{5} = 3,4$$

eşitliğinde çizilen bütünlerin birbirine denk olduğu şeklinde bir zihinsel modele sahip olduklarını söyleyebiliriz.

b) $3\frac{2}{5} = 7,5$ eşitliğinde $1+1+1+\frac{2}{5} = 1+1+1+1+1+1+1+\frac{1}{2} = 7+\frac{1}{2} = 7,5 = 3+\frac{2}{5}$ eşit olduğu gösterilemese bile sonucun eşit olduğunu düşünme.

Katılımcılardan $3\frac{2}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaları ve bunu yaparken attıkları adımları niçin ve neden attıklarını açıklamaları istendiğinde, K6 " $3\frac{2}{5}$, yine aynısını yaparım (alt tarafını 5 ile çarpıyoruz ve 2 ye bölüyoruz). $3\frac{2}{5} = \frac{15}{2}$, 7,5 çıkıyor sonuç." şeklinde açıklamıştır. K6'dan $3\frac{2}{5}$ ve bunun karşılığı olarak ondalık sayı olarak bulduğu 7,5'i şekil veya resim çizerek göstermesi istendiğinde araştırmacı ile K6 arasında şu diyalog geçmiştir.

A: $3\frac{2}{5}$ 'i resim veya şekil çizerek gösterebilir misin?

K6: İlkini bunu göstermek için böldüm. Diğerlerini çizmiyorum (bölmüyorum). Bunlar zaten tam! 3 tam bunlar, $\frac{2}{5}$ 'te bu ikisini tarıyorum.

A: $3\frac{2}{5}$ 'i ondalık kesir olarak 7,5 olarak çevirdin. 7,5'i nasıl bir çizimle gösterebilirsin?

K6: 7,5 için, bunların yedisinin de tamamı, bunun da yarısı var 7,5 çünkü bi yarımını daha alsak 8 olacağı için.

A: $3\frac{2}{5}$ 'i ondalık kesire çevirdiğinde aslında yine buna eşit olan bir sayıya ulaştığını belirttin. Peki! O zaman ikisi için çizdiğin şekillerin aynı olması gerekmez mi, ne dersin?

K6: Aynı olması gerekirdi ama, aynı şekilde çizemedim o 7'yi, 7 tam 5'i çizemedim onda 5'i çizemedim!

A: 7,5'i çizmek adına doğru çizdin! $3\frac{2}{5}$ için çizdiğin şekilde doğru, sadece 3 tam ve 7 tam var burada bunu anlamaya çalışıyorum, ne dersin?

K6: Ya! Şekillerin şeyleri farklı, eea! Boyutları farklı bu 7 tam bununla ($3\frac{2}{5}$ 'in şekli ile) bir araya gelince aynı olacaktır.

Şekil 4.32'de K6'ya ait çizimler ve bu diyalog, K6'nın $3\frac{2}{5}$ ve 7,5 için çizdiği şekillerin aynı olması gerektiğini ancak çizemediği için boyutlarının farklı olduğunu ifade ettiğini ortaya koymaktadır. Yani, K6 burada sonucu yanlış bulduğunun farkına bile varamamakta ve sadece her iki kesirli sayı için çizeceği şekillerin boyut olarak aynı büyüklükte olacağı ama kendisinin bunu çizmeyi beceremediği için aynı olmadığını düşünmektedir. Burada K6'nın işlem olarak eşitliği çizimde de yapması gerektiği fikrine sahip olduğunu görmekteyiz. K6'nın $3\frac{2}{5}$ için çizdiği şeklin aynı olmasa da kendisinin yapamadığını düşünerek 7,5 için de aynı olacağını ifade etmesi, sonuç itibarıyla; " $3\frac{2}{5} = 7,5$ eşitliğinde $1+1+1+\frac{2}{5}=1+1+1+1+1+1+\frac{1}{2}=7+\frac{1}{2}=7,5=3+\frac{2}{5}$ " eşit olduğunu gösteremesek bile sonuçta eşittir" şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu ortaya koymaktadır.

4.2.2.6. Ölçme/Karşılaştırma

Şekil 4.32 incelendiğinde K5'in çizimlerinde dikkati çeken bir başka önemli durum da, K5'in verilen kesirli sayılarda sayıların konumlarını dikkate alarak çizdiği dikdörtgensel bölgelerin genişliğidir. Örneğin K5 $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesri için çizmiş olduğu şekilde sayıların nicelik olarak büyüklük değerini göz önüne alarak çizdiği dikdörtgensel bölgeleri daha geniş ve daha dar çizmiştir. Yine $\frac{17}{5}$ için çizdiği şekilde de 17 parçayı göstermek için çizdiği dikdörtgensel bölgeleri daha geniş çizerken, 5

parçayı göstermek için çizdiği dikdörtgeni daha dar boyutlarda çizmiştir. Bu 17,5 için çizilen şekilde de aynı şekilde karşımıza çıkmaktadır. Benzer bir durum bir önceki soruda K5'in verilen tamsayılı kesri bileşik kesre dönüştürme ile ilgili sorudaki çizimlerinde de karşımıza çıkmıştı. Burada da, bu durumun bize K5'in verilen tamsayılı kesirde veya ulaştığı bileşik kesir ile ondalık kesirde, nicelik değerini göz önüne alarak “kesrin sayıca hangi kısım (tam kısım-pay-payda) büyükse o kısmın diğer kısımdan daha büyük olduğu” şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu göstermektedir. Özetle K5'in “tamsayılı kesirde ($3\frac{2}{5}$) sayı olarak hangisi büyükse o kısım büyüktür”, “bileşik kesirde ($\frac{17}{5}$) sayı olarak hangisi büyükse o kısım büyüktür” ve “ondalık kesirde (17,5) sayı olarak hangisi büyükse o kısım büyüktür” şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu bir kez daha ortaya koymaktadır. Bunu, matematiksel bir dil ile ifade edecek olursak; K5'e göre; $3\frac{2}{5}$ kesrinde $2 < 3 < 5$, $\frac{17}{5}$ kesrinde $5 < 17$ ve 17,5 kesrinde $17 > 5$ şeklinde bir durum karşımıza çıkmaktadır.

4.3. Basit Kesrin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi

Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

“Katılımcıların basit kesiri, ondalık kesire ve yüzdeliğe dönüştürme sırasında ortaya çıkan zihinsel modelleri nelerdir?” şeklinde ifade edilen üçüncü alt problem ile ilgili olarak katılımcılara $\frac{3}{5}$ kesrinin ondalık kesire dönüştürülmesi ve $\frac{1}{4}$ kesrinin ondalık kesire ve yüzdeliğe dönüştürülmesi olmak üzere iki ayrı soru sorulmuştur. Bu kısım bu iki sorunun analizine ayrılmıştır.

4.3.1. Basit Kesrin Ondalık Kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Bir basit kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili “ $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışınız ve bunu yaparken attığınız adımları niçin ve neden attığınızı açıklayınız.” Sorusunun çözüm aşamasında katılımcı öğrencilerin ortaya çıkan zihinsel model kategorileri;

1. İşlem Bilgisi (Kural)
2. Bölme
3. Bütün-parça
4. Ölçme/Karşılaştırma
5. Genişletme
6. Denklik Bağlantısı/Denk Kesirler

olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu bölümde katılımcı öğrencilerin verilen basit kesiri ondalık kesire dönüştürme sırasında ortaya çıkan bu zihinsel modelleri örneklerle açıklanacaktır.

4.3.1.1. İşlem Bilgisi (Kural)

Bir basit kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili olarak “işlem bilgisi (kural)” kategorisini oluşturan katılımcıların zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK13.1’de yer almaktadır. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) Paydayı 10 ve 10'un katları şeklinde yazarak ondalık sayıyı oluşturma

Katılımcılara ait veriler incelendiğinde, K1 ve K5 hariç diğer 6 katılımcının verilen $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık sayıya dönüştürmek için kendilerine sınıfta öğretmenleri tarafından öğretildiği gibi verilen kesrin paydasını 10 ve 10'un katları şeklinde yazarak ondalık sayıya ulaşma kuralını uyguladıkları tespit edilmiştir. Tespit edilen bu durumu anlamak için K2, K3, K4, K6, K7 ve K8'in şu ifadelerine göz gezdirmek yeterli olacaktır.

K2: Eee! $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık kesire? Eee! Ondalık kesire tamamlamak için ilkönce ondalık kesir olacağı için 5'i 10'a tamamlarım.

K3: Şimdi, pay ve paydayı da 2 ile çarparım, çünkü bunu eşitlemem gerekiyor. Ondalık sayı olarak, en yakın olarak 10'a eşitlemem gerekiyor.

K4: 5 payda olduğu için önce 5'i ilk önce 10'luk bir sayı ile çarpmamız gerekiyor. Çünkü, 5'i onluk bir sayıya eşitlememiz gerekir. Çünkü 5 ondalık bir kesir olamıyor. Ondalık kesir adı üstünde on, 10'a tam bölünen bir şey olması lazım. Çünkü, 5'i 10'a bölersek zaten yarım çıkar, 1 çıkmaz, tam çıkmaz. Ondan (bu yüzden) 5'e en yakın 10 var. Onu da (5'i) 2 ile çarpmamız gerekiyor. $5 \times 2 = 10$ oluyor. Bunu da (3'ü) 2 ile çarparsak, çünkü, paydayı çarptık 3×2 bu da 6 ediyor. $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$. Bu da 0,6 oluyor.

K6: $\frac{3}{5}$, bunun içinde 1 tam olmadığı için 0, (sıfır virgül) olması gerekiyor. 0, (sıfır virgül) olacak ama, tam olarak açamıyorum bunu, çünkü, yani! Aslında açarız, evet! 0,6 olur. Nasıl bulduğumu açıklayayım! Şimdi biz 10 üzerinden değerlendiriyoruz bunları mesela; şimdi virgül kaydınca bu ($\frac{3}{5}$) 10 oluyor, bildiğim $\frac{6}{10}$ olacak bu. Bu $\frac{3}{5}$, böyle $\frac{6}{10}$ yazmak için genişlettim ben bunu. 2 ile genişlettim hepsini.

K7: $\frac{3}{5}$, ondalık kesirler paydası 10 ve 10'un katı olan kesirlerdir. Devirli ondalıklarda var. Eee! bu yüzden paydasını 10'a eşitlememiz gerekiyor. $\frac{3}{5}$, 5, 10'un yarısı zaten, 2 ile çarparsak, 2 ile genişletirsek daha doğrusu! $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ olur.

K8: ilkönce 2 ile genişletiriz. $\frac{3}{5}$ 'i 2 ile genişletirsek, $\frac{6}{10}$ oda eşittir 0,6 (sıfır tam onda altı) $\frac{6}{10}$ basit kesirdir. 0,6'da tamsayı kısmı onun için 0 yaptım. Açıklaması; ondalık kesirler paydası 10 ve 10'un katları olan sayılar için kullanılır. Herhangi bir kesri ondalık sayıya çevirmek için paydasını 10 veya 10'un katları biçiminde yazmaya çalışırız.

b) Ondalık sayıyı 10 ve katları şeklinde yazılan kesrin okunuşundan yararlanarak yazma

Katılımcılara ait veriler incelendiğinde, K2'nin "Daha sonra işlemi kolay bi şekilde yaparım. Kesiri 10'a tamamlamasaydım bu işlemi yapamazdım. Elde ettiğim

sayı ise direkmen sıfır tam onda altıdır (0,6). Bu işlemi beşte üçü ($\frac{3}{5}$ 'ü) 2 ile çarptım ondan sonra cevabımı yazdım. 2 kere 3? 6, paya yazdım, 2 kere 5? 10, paydaya yazdım. Onda altı ($\frac{6}{10}$) bu da, sıfır tam onda altı (0,6).”ifadesi, K4’ün “5 payda olduğu için önce 5’i ilk önce 10’luk bir sayı ile çarpmamız gerekiyor. Çünkü, 5’i onluk bir sayıya eşitlememiz gerekir. Çünkü 5 ondalık bir kesir olamıyor. Ondalık kesir adı üstünde on, 10’a tam bölünen bir şey olması lazım. Çünkü, 5’i 10’a bölersek zaten yarım çıkar, 1 çıkmaz, tam çıkmaz. Ondan (bu yüzden) 5’e en yakın 10 var. Onu da (5’i) 2 ile çarpmamız gerekiyor. $5 \times 2 = 10$ oluyor. Bunu da (3’ü) 2 ile çarparsak, çünkü, paydayı çarptık 3×2 bu da 6 ediyor. $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$. Bu da 0,6 oluyor.”şeklindeki açıklamalarında ondalık kesir olarak yazarken paydasını 10 haline getirdikleri yeni basit kesirin okunuşundan yararlandıkları görülmektedir. Burada da oran-orantı var ve kullanılmıştır.

Yine, K6’nın “ $\frac{3}{5}$, bunun içinde 1 tam olmadığı için 0, (sıfır virgöl) olması gerekiyor. 0, (sıfır virgöl) olacak ama, tam olarak açamıyorum bunu, çünkü, yani! Aslında açarız, evet! 0,6 olur. Nasıl bulduğumu açıklayayım! Şimdi biz 10 üzerinden değerlendiriyoruz bunları mesela; şimdi virgöl kaydırınca bu ($\frac{3}{5}$) 10 oluyor, bildiğim $\frac{6}{10}$ olacak bu. Bu $\frac{3}{5}$, böyle $\frac{6}{10}$ yazmak için genişlettim ben bunu. 2 ile genişlettim hepsini.”şeklindeki açıklamasında ve K7’nin “ $\frac{3}{5}$, ondalık kesirler paydası 10 ve 10’un katı olan kesirlerdir. Devirli ondalıklarda var. Eea! bu yüzden paydasını 10’a eşitlememiz gerekiyor. $\frac{3}{5}$, 5, 10’un yarısı zaten, 2 ile çarparsak, 2 ile genişletirsek daha doğrusu! $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ olur. $\frac{6}{10}$ şey! 0,6 işte $\frac{6}{10}$ yazdığımızda 0,6 oluyor.”şeklindeki

ifadelerinde açık bir şekilde okunuşundan yararlandığı ifade edilmemiş ama, her iki katılımcının da sınıf içi çalışmalardan gelen aşinalıkla pratik bir şekilde okunuşundan yararlanarak cevabı verdiği düşünülmektedir.

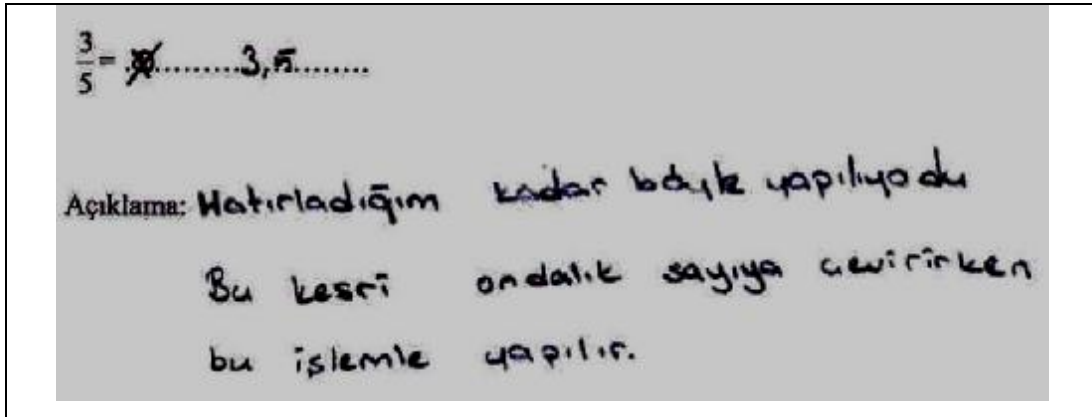
Sonuç itibariyle ondalık sayıya ulaşmak için, 10 ve katları şeklinde yazılan kesrin okunuşundan yararlanılmış ve böyle bir zihinsel model geliştirilmiştir.

c) Paydası 10 ve 10'un katı şeklinde yazılan basit kesrin basamak değerini dikkate alarak yazma

K8'in verilen $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık kesire dönüştürmeye ilişkin olarak yaptığı açıklamalarda, K8'in çözüm yollarından birinin verilen $\frac{3}{5}$ kesrinin paydasını 10 ve 10'un katlarına eşitleyerek $\frac{6}{10}$ 'u elde ettikten sonra bunu 0,6'ya şeklinde ifade etmiştir. Araştırmacının “Peki! Sonra bunları 0,6'ya eşitledin, bunun gerekçesi nedir?” sorusu üzerine K8, “ $\frac{6}{10}$ bir basit kesirdir. Basit kesirler 0 ile 1 arasında olduğu için önce 0 koyarız, sonra virgülden sonraki kısım $\frac{1}{10}$ basamağıdır. Buraya da $\frac{6}{10}$, onda altı olduğu için, 6 koyarım. 0,6 (sıfır tam onda altı) olur.” cevabını vermiştir. Bu açıklamalar bize, K8'in “paydası 10 ve katı şeklinde yazılan basit kesrin basamak değerini dikkate alarak yazma” şeklinde bir zihinsel modelden hareket ederek ondalık kesire ulaştığını göstermektedir.

d) Ondalık sayı virgülle ifade edildiği için kesrin payını tam kısma, paydasını virgüllü kısma yazma

Katılımcı öğrencilere ait verilerde K5'in $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık kesir olarak yazarken diğer katılımcılardan çok farklı bir çözüm yoluyla sonuca ulaştığı tespit edilmiştir. Şekil 4.35'te K5'e ait işlem ve kendi el yazısı ile yazmış olduğu açıklama incelendiğinde;



Şekil 4. 35: K5'in $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık kesire dönüştürme ile ilgili işlem ve açıklaması

K5'in $\frac{3}{5}$ kesrinin oluşturan sayılarda payda bulunanı virgülden önce paydada bulunanı virgülden sonra yazarak 0,6 kesrini elde ettiği görülmektedir.

Burada, K5'in verilen basit kesrin ondalık kesire dönüştürülmesinde sadece ondalık sayının virgüllü sayı olacağı fikrine sahip olduğu görülmektedir. Dolayısıyla, K5'in verilen basit kesri ondalık kesre dönüştürürken “ ondalık sayı virgüllü olacağı için kesrin payını tam kısma, paydasını virgüllü kısma yazma” şeklinde bir zihinsel model yapısı oluşturmuş olduğunu rahatlıkla söyleyebiliriz.

e) Basit kesrin önünde tamı yok, olmadığı için “0,” (sıfır virgül) sıfır tam diye başlar

K3'e ait Şekil 4.36'de yer alan işlem ve açıklamalarda, K3'ün verilen $\frac{3}{5}$ kesrini basit kesire dönüştürmek için önce paydası 10 olan bir kesre eşitlediği ve daha sonrada bulunduğu $\frac{6}{10}$ kesrini 0,6'ya eşitlediği görülmektedir.

$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$

Açıklama:

Pay ve paydayıda 2 ile çarpalım. Çünkü ondalık sayı olması için en yakın olarak 10'a eşitlemem lazım. Yeni kesrimiz $\frac{6}{10}$.

Cevap: $\frac{6}{10} = 0,6$

Şekil 4. 36: K3'ün $\frac{3}{5}$ basit kesrini ondalık kesire dönüştürme ile ilgili işlem ve açıklaması

K3, bulunduğu $\frac{6}{10}$ kesrini ondalık kesir olarak nasıl yazdığını ise, “Eee! Şimdi kesrimiz $\frac{6}{10}$ oluyor. $\frac{3}{5}$ 'i böyle basit kesir olarak böyle ($\frac{6}{10}$) yazıyoruz, ondalık kesir olarak şimdi burada bir sayı olacak virgül olarakta 6'yı koycam (,6) çünkü ondalık kesir. Ama, burada $\frac{6}{10}$ onda altı yaptığımız için buraya (virgülden sonra) bir sayı yazcaz. Sayımız neydi bizim? $\frac{6}{10}$, 6'yı yazdık (,6) tam sayılı kısmı olmadığı içinde 0,6 oldu.” şeklinde dile getirmektedir. Bu ifadeler bize, K3'ün bir basit kesri ondalık kesre dönüştürürken “basit kesrin önünde tamı yok, olmadığı için “0,” (sıfır virgül) sıfır tam diye başlar” şeklinde bir zihinsel model yapısı oluşturduğunu bize yansıtmaktadır.

f) Ondalık sayı olduğu için sıfır virgüllü olur (0, ...)

Katılımcılara ait verilerde, K1'in verilen $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık kesire dönüştürürken sonucu sıfır virgüllü (0, ..) bir sayı olacak şekilde işlemler yapmaya çalıştığı görülmektedir. Bu durum ile ilgili açıklama bölme kategorisine ait "c" şıkkında tekrar ele alınmakta olduğu için burada kısaca K1'in "ondalık sayı olduğu için sıfır virgüllü (0, ..) bir sayı olur" şeklinde bir zihinsel model ile sorunun çözümüne ulaşmaya çalıştığını söylemek mümkündür. Bunun yanı sıra, daha önceki alt problemlerde K1'in bileşik kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ile ilgili sorular da daha önce "Ondalık sayı sadece "0, ..." şeklinde olur, başka olamaz, "1, ..." olamaz" şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunun tespit edilmiş olduğunu hatırlatmakta yarar görülmektedir.

4.3.1.2. Bölme

Katılımcıların, bir basit kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili olarak "bölme" kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK13.1'de yer almaktadır. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) Pay paydaya bölünerek ondalık sayı bulunur

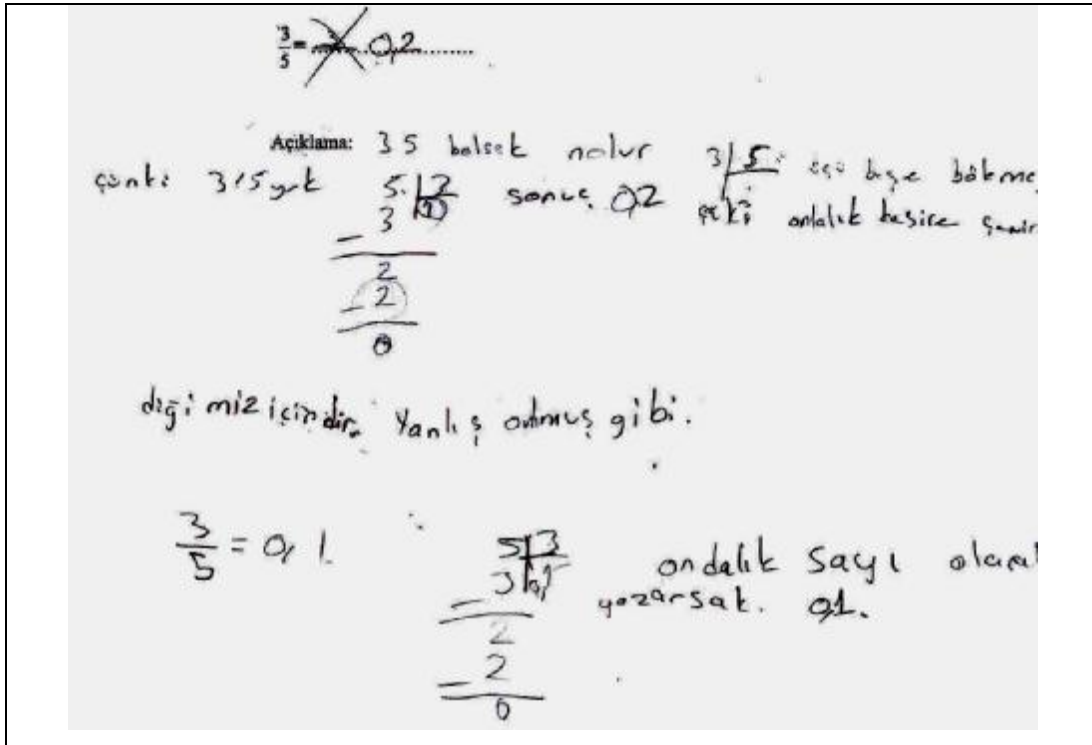
Katılımcı öğrencilere ait verilerde, K4 ve K8'in verilen $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık sayıya dönüştürmek için diğer bazı katılımcılar gibi kesrin paydasını genişleterek 10 ve katları olacak şekilde yeni bir kesir elde ettikten sonra ondalık kesre dönüştürdükleri görülmüştür. Araştırmacı tarafından katılımcılara " $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık sayıya veya ondalık kesire dönüştürmenin başka yolu veya yolları var mıdır?" sorusu yöneltildiğinde K4 ve K8'in diğer katılımcılardan farklı olarak genişletme ile elde ettikleri $\frac{6}{10}$ kesrinin payını paydasına bölerek ondalık kesire dönüştürdükleri görülmüştür.

K4'ün "6'yı 10'a bölersem! 6 bölü 10, yok! Buraya (bölüme) 0'ı koyuyorum, 6'nın yanına 0 koyarsam 60, bu yüzden buraya da (bölüme) virgül koyuyorum. 60 bölü 10 6 defa var, 0,6 çıktı. Yani, onda altı oldu. Sonra, $\frac{6}{10}$ basit kesir olduğu için, 1'den düşük olduğu için 0'ı koyuyorum, yanına virgülü de atıyorum. Sonra 10'un yine 1 tane 0'ı var, 0 buraya geliyor = 0, oluyor. 6'yı da oraya yanına yazıyorum = 0,6 oluyor. Onda altı oldu." açıklaması ve K8'in "6'yı 10'a böldük, 6'nın içinde 10 yok, 0 koyarız, 6'nın yanına bir 0 ekleriz, buraya virgül koyarız. Niye 0 ekleriz? 6, 10'a bölünmeyeceği

için 10'un katı olan bir sayıya ulaştık. Sonra 60 bölü 10'da 6'dır. Sonuç 0,6'dır.”şeklindeki açıklamaları bize, K4 ve K8'in basit kesiri ondalık kesire dönüştürmede ayrıca “pay paydaya bölünerek ondalık sayı bulunur” şeklinde bir zihinsel modele sahip oldukları sonucunu ortaya koymaktadır.

b) Sadece büyük sayı küçük sayıya bölünebileceği için payda paya bölünür

Katılımcılara ait veriler incelendiğinde, K1'in $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık kesre dönüştürmesi sırasında zihinsel model olarak karşımıza bölme çıktığı tespit edilmiştir. Şekil 4.37'de K1'in yapmış olduğu işlem ve açıklamalar birlikte incelendiğinde, K1'in önce pay kısmındaki 3 sayısını paydadaki 5 sayısına bölmeye çalıştığı fakat bölme işlemini gerçekleştiremediği için vazgeçtiği görülmektedir. Daha sonra K1, paydadaki 5 sayısını pay kısmındaki 3 sayısına bölmeyi denemiştir. K1'e ait “ $\frac{3}{5}$, 3'ü 5'e bölersek, eee! Ne olur? 3, 5'e bölünmez. 5'i 3'e bölebiliriz. 1 defa var, 1 kere 3? 3, çıkartırsak 2 kalır. 2'den 2'yi çıkartırsak 0 kalır. Sonuç 0,2 olur.”ifadelerinden de anlaşıldığı gibi K1'in “Sadece büyük sayı küçük sayıya bölünebileceği için payda paya bölünür”şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğu görülmektedir.



Şekil 4. 37: K1'in $\frac{3}{5}$ basit kesrini ondalık kesire dönüştürme ile ilgili işlem ve açıklaması

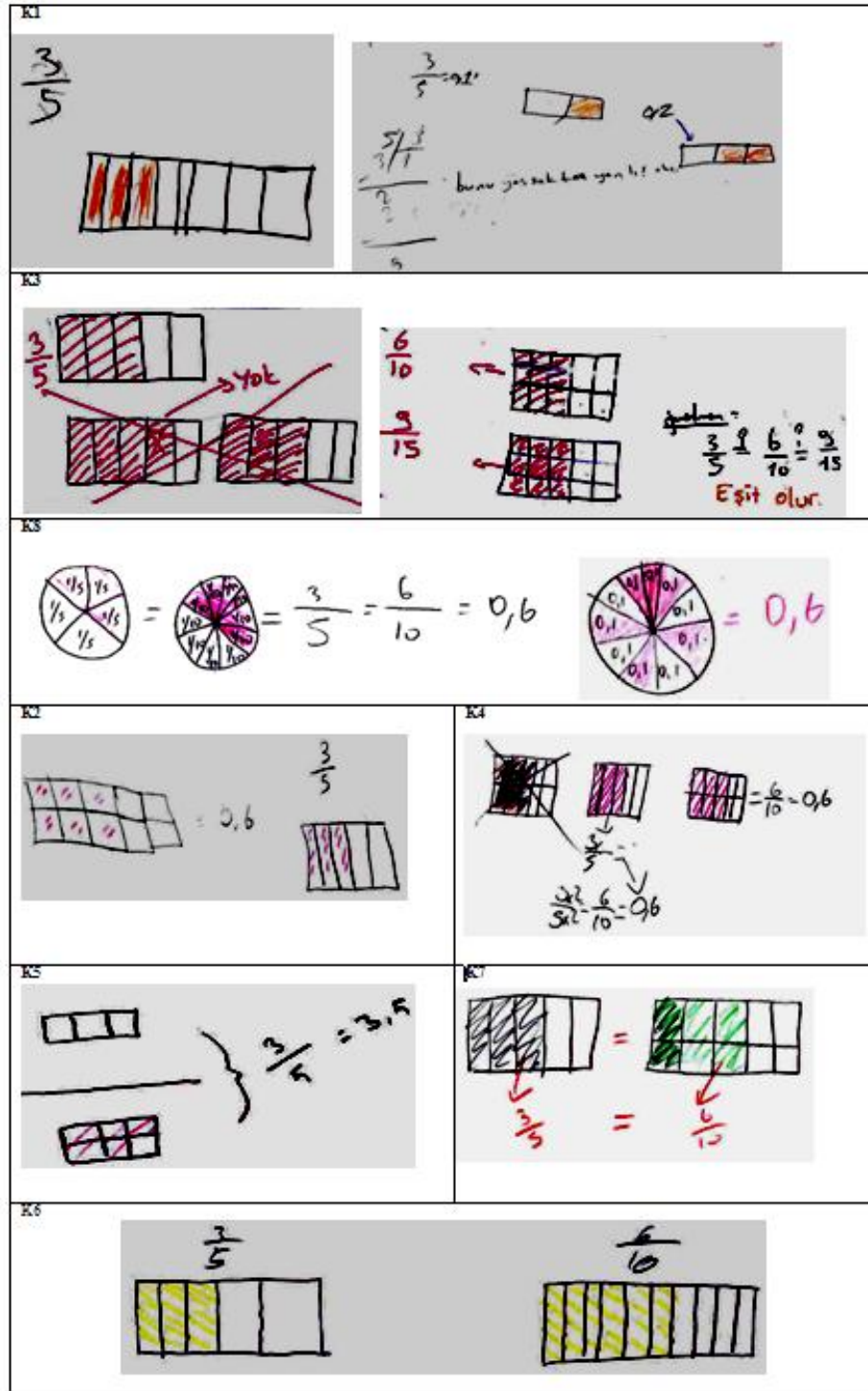
c) Ondalık sayı sıfır virgüllü olmalı ve bölmede kalan sıfır olmalı

Bir önceki şıktada belirtildiği gibi, K1'in $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık kesre dönüştürmesi sırasında zihinsel model olarak karşımıza bölme çıktığı tespit edilmiştir. Yine, Şekil 4.37'de K1'in yapmış olduğu işlem ve açıklamalarda, K1'in önce pay kısmındaki 3 sayısını paydadaki 5 sayısına bölmeye çalıştığı fakat bölme işlemini gerçekleştiremediği için vazgeçtiği görülmektedir. Daha sonra K1, paydadaki 5 sayısını pay kısmındaki 3 sayısına bölmeye çalıştığını görmekteyiz. Bu konuda K1 ile araştırmacı arasında şu diyalog geçmektedir:

K1: $\frac{3}{5}$, 3'ü 5'e bölersek, eee! Ne olur? 3, 5'e bölünmez. 5'i 3'e bölebiliriz. 1 defa var, 1 kere 3? 3, çıkartırsak 2 kalır. 2'den 2'yi çıkartırsak 0 kalır. Sonuç 0,2 olur.
A: Bölme işleminde kalan 2 çıkmıştı, sen bunun altına bir 2 daha yazıp çıkardın, bu 2 nereden geldi?
K1: Sıfır olacağı için!
A: Peki! Sonuç 0,2 dedin buradaki 0 nereden geldi?
K1: Bence bu yanlış olmuştur. Yanlış olmuş gibi! İşlemi doğru yapmışım, bunu (ondalık sayı olarak yazımını) yanlış yapmışım. Ben yeniden yapayım.
 5'i 3'e böleyim, 5'te 3? 1 defa var! 1 kere 3? 3, çıkartırsak 2 kalır, 2'yi daha çıkartırsak 0. 0,1 olur. Ondalık sayı olarak yazarsak 0,1 yani $\frac{3}{5} = 0,1$ oldu.

K1'in ondalık sayı sıfır virgüllü (0, ..) olacak fikrinden hareketle bölme işleminde kalan sayısının altına aynı sayıyı yazarak sonuç sıfır olana kadar bölme işlemine devam ettiği görülmektedir. Burada da görüldüğü gibi K1'in "ondalık sayı sıfır virgüllü olmalı ve bölmede kalan sıfır olmalı" şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğu ve buradan hareketle sonucu sıfır virgül olacak şekilde bir sayıya ulaşmaya çalıştığı görülmektedir.

Şekil 4.38, sonraki kategorilerin hepsini ilgilendirmekte olup her kategori altında tekrar tekrar yer işgal etmemesi amacıyla burada yer almaktadır.



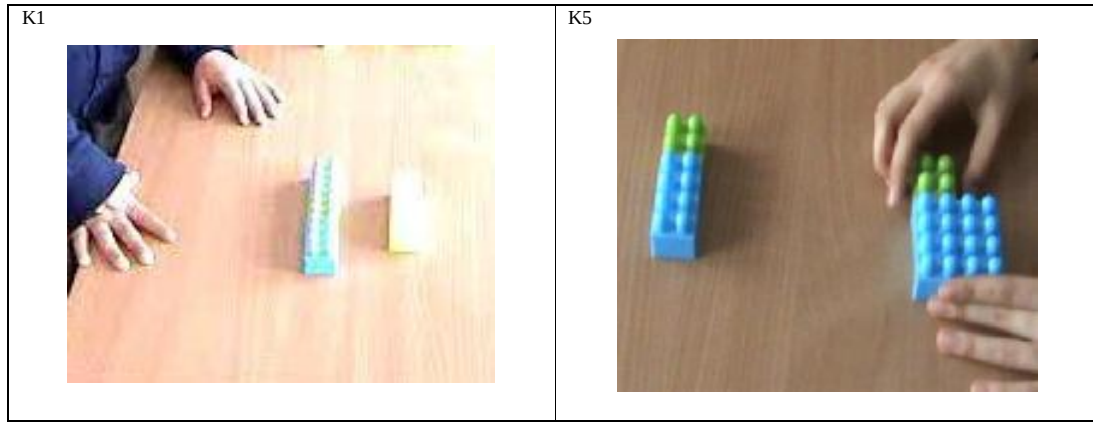
Şekil 4. 38: Katılımcı öğrencilerin $\frac{3}{5}$ ve buna eşit olarak buldukları kesirleri göstermek için çizdikleri şekiller

4.3.1.3. Bütün-parça

Katılımcıların, bir basit kesirin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili olarak “bütün-parça” kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK13.1’de yer almaktadır. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) Basit kesiri kesirli sayı olarak değil pay ve payda daki sayıları ayrı ayrı birer doğal sayı veya tam sayı olarak görme

Katılımcılara ait verilerde, K1 ve K5’in verilen $\frac{3}{5}$ basit kesrini kesirli bir sayı olarak görmekten çok pay ve paydadaki sayıları birbirinden bağımsız ayrı sayılar olarak gördüğü görülmektedir. Araştırmacı tarafından katılımcılardan “ $\frac{3}{5}$ kesrini materyal kullanıp eylemle (hareket, davranış) göstermeleri” istendiğinde Şekil 4.39’da da görüldüğü gibi her iki katılımcının da verilen $\frac{3}{5}$ basit kesirinde pay ve paydadaki sayıların yerlerine, bu sayılar adedince tekli lego parçalarından koydukları görülmektedir.



Şekil 4. 39: K1 ve K5’in $\frac{3}{5}$ kesrini materyal kullanarak gösterimine ait resimler

K1, gösterimini “(Eline 8 lego parçası alarak 3 tane üste, 5 tane alta koyduktan sonra) $\frac{3}{5}$ bu şekilde.”cümlesiyle ifade ederken, K5, “3 tane böyle, alta 5 tane böyle!”şeklinde ifade etmiştir. Araştırmacı tarafından K5’e bu ifadesinden sonra “Senden $\frac{3}{5}$ ’i göster derken bu kesirli sayının ifade ettiği çokluğu göstermeni istemiştım. Bu yönüyle düşünürsen nasıl gösterirsin?”şeklinde ikinci bir soru yöneltildiğinde K5, yine, “Bu şekilde!”cevabını vermiştir. Buradan K1 ve K5’in verilen $\frac{3}{5}$ basit kesrini “bir

kesirli sayı olarak değil pay ve paydadaki sayıları ayrı ayrı birer doğal sayı veya tamsayı olarak görme” şeklinde bir zihinsel modele sahip oldukları sonucunu çıkarmak mümkündür.

b) Bir basit kesri çizerken paydadaki sayı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizme ve pay kısmındaki sayı kadar parçasını tarama

Katılımcılardan $\frac{3}{5}$ basit kesrini şekil veya resim çizerek göstermeleri istendiğinde, K2, K3, K4, K6, K7 ve K8 Şekil 4.38’deki çizimleri gerçekleştirmişlerdir. Yapı itibarıyla birbirinin aynısı olan bu çizimlerde, K2, K3, K4, K6, K7 ve K8’in $\frac{3}{5}$ kesrini göstermek için bir bütün çizip bunu 5 parçaya böldükten sonra 3 parçasını tarandığı görülmektedir.

Burada, bu altı katılımcının bir basit kesri gösterirken “paydadaki sayı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizip pay kısmındaki sayı kadar parçasını belirginleştirerek gösterme” şeklinde bir zihinsel modele sahip olduklarını ortaya çıkmaktadır.

c) Pay ve paydadaki sayıların toplamı kadar parçalı bir bütün çizerek paydadaki sayı kadarını tarama

Katılımcılardan $\frac{3}{5}$ basit kesrini şekil veya resim çizerek göstermeleri istendiğinde K1’in, “ $\frac{3}{5}$, *dikdörtgen çizeriz. 5’i 3’le toplarsak 8. 3, 4, 5, 6, 7, 8 $\frac{3}{5}$ dediği için 3’ünü boyarız, 5’ini boyamayız. Bu şekilde!*” şeklinde bir açıklama yaptığı tespit edilmiştir. Şekil 4.38’de K1’in çizimi incelendiğinde, K1’in 8 parçadan oluşan bir bütün çizerek bunun 3 parçasını taradığı görülmektedir. Burada K1’in bir basit kesri gösterirken “Pay ve paydadaki sayıların toplamı kadar parçalı bir bütün çizerek paydadaki sayı kadarını tarama” şeklinde bir zihinsel model yapısına sahip olduğu sonucu karşımıza çıkmaktadır.

d) Çizim ile gösterirken kesri oluşturan sayıların yerlerine o sayılar kadar çokluktan oluşan karesel veya dikdörtgensel bölgeler çizme

Katılımcılardan $\frac{3}{5}$ basit kesrini ve buna karşılık gelen ondalık kesri şekil veya resim çizerek göstermeleri istendiğinde K5, Şekil 4.38’de görülen çizimi gerçekleştirmiştir. K5, çizimini “*üste 3 kare, alta 6 kare çizerim, 6’nın 5’ini tararım 5 istediği için*” ifadeleri ile açıklamaktadır.

K5'in çiziminde pay ve payda kısmındaki sayıları ayrı ayrı göstermeye çalıştığı ve araya kesir çizgisi çizdiği görülmektedir. K5, $\frac{3}{5}$ basit kesri için pay kısmındaki 3'ü göstermek amacıyla 3 parçadan oluşan bir dikdörtgensel bölge çizmiştir. Daha sonra kesir çizgisi çizerek payda kısmındaki 5'i göstermek için bir dikdörtgensel bölge çizip bunu 6 parçaya bölerek 5 parçasını taramıştır. K5'e ait önceki alt problemlerde de benzer durum ile karşılaşmıştı. Burada da K5'in payda kısmındaki 5'i göstermek için çizdiği dikdörtgensel bölgeyi karesel bölgelere ayırma düşüncesinde olduğu ve bunu 5 kareye ayırarak düzgün bir dikdörtgensel bölge üzerinde gerçekleştiremediği için 6 karesel bölgeye bölüp 5 karesini taradığı görülmektedir. Bu durum K5'in zihninde kesirli sayıda bir şeylerin taranacağı ve bununda düzgün şekil çizilemediği için tarandığı şeklinde bir zihinsel modelinin olması ile de açıklanabilir. Ancak burada uzman görüşleri doğrultusunda K5'in "Verilen basit kesiri ve ondalık sayı olarak karşılığını çizim ile gösterirken sayıların yerlerine o sayılar kadar çokluktan oluşan karesel veya dikdörtgensel bölge çizme" şeklinde bir zihinsel model ortaya koyması durumu açıklanmaya çalışılmıştır.

4.3.1.4. Ölçme / Karşılaştırma

Katılımcıların bir basit kesirin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili olarak "ölçme/karşılaştırma" kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK13.1'de yer almaktadır. Bunu ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

Basit kesir sayı doğrusu üzerinde 0-1 sayıları arasında olduğu için ondalık sayı olarak "0," (sıfır virgüllü) şeklinde bir sayı olmalı

Katılımcı öğrencilerden $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışmaları ve bunu yaparken attıkları adımları niçin ve neden attıklarını açıklamaları istendiğinde K3, K4, K6 ve K8'in açıklamalarında basit kesrin sayılar arasındaki yeri ile ilgili benzer açıklamalar tespit edilmiştir. Bu katılımcılara ait aşağıdaki ifadeler incelendiğinde durum daha iyi anlaşılacaktır;

K3: Şimdi, pay ve paydayı da 2 ile çarparım, çünkü bunu eşitlemem gerekiyor. Ondalık sayı olarak, en yakın olarak 10'a eşitlemem gerekiyor. Eee! Şimdi kesrimiz $\frac{6}{10}$ oluyor.

$\frac{3}{5}$ 'i böyle basit kesir olarak böyle ($\frac{6}{10}$) yazıyoruz, ondalık kesir olarak şimdi burada

bir sayı olacak virgöl olarakta 6'yı koycam (,6) çünkü ondalık kesir. Ama, burada $\frac{6}{10}$ onda altı yaptığımız için buraya (virgülden sonra) bir sayı yazcaz. Sayımız neydi bizim? $\frac{6}{10}$, 6'yı yazdık (,6) tam sayılı kısmı olmadığı içinde 0,6 oldu.

K4: Sonra, $\frac{6}{10}$ basit kesir olduğu için, 1'den düşük olduğu için 0'ı koyuyorum, yanına virgülü de atıyorum. Sonra 10'un yine 1 tane 0'ı var, 0 buraya geliyor = 0, oluyor. 6'yı da oraya yanına yazıyorum = 0,6 oluyor. Onda altı oldu.

K6: $\frac{3}{5}$, bunun içinde 1 tam olmadığı için 0, (sıfır virgöl) olması gerekiyor. 0, (sıfır virgöl) olacak ama, tam olarak açamıyorum bunu, çünkü, yani! Aslında açarız, evet! 0,6 olur. Nasıl bulduğumu açıklayayım! Şimdi biz 10 üzerinden değerlendiriyoruz bunları mesela; şimdi virgöl kaydırınca bu ($\frac{3}{5}$) 10 oluyor, bildiğim $\frac{6}{10}$ olacak bu. Bu $\frac{3}{5}$, böyle $\frac{6}{10}$ yazmak için genişlettim ben bunu. 2 ile genişlettim hepsini.

K8: $\frac{6}{10}$ bir basit kesirdir. Basit kesirler 0 ile 1 arasında olduğu için önce 0 koyarız, sonra virgülden sonraki kısım $\frac{1}{10}$ basamağıdır. Buraya da $\frac{6}{10}$, onda altı olduğu için, 6 koyarım. 0,6 (sıfır tam onda altı) olur.

Bu açıklamalarda, bu dört katılımcının basit kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki yeri hakkında doğru bilgiye sahip oldukları ve bu bilgiyi kullanarak ondalık kesir olarak ifade etmede yararlandıkları görülmektedir.

Sonuç itibariyle, K3, K4, K6 ve K8'in bir basit kesri ondalık kesre dönüştürürken "Basit kesir sayı doğrusu üzerinde 0-1 sayıları arasında olduğu için ondalık sayı olarak "0," (sıfır virgüllü) şeklinde bir sayı olmalı" şeklinde bir zihinsel model yapısının yansımaları görülmektedir.

4.3.1.5. Genişletme

Katılımcıların bir basit kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ile ilgili olarak "genişletme" kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK13.1'de yer almaktadır. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) Kesir genişletilince kesir artar, şekil büyür (iki katına çıkar)

Katılımcılara ait veriler incelendiğinde, K1 ve K5 hariç diğer 6 katılımcının verilen $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık sayıya dönüştürmek için $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık kesre dönüştürürken paydasını 10 ve katlarına eşitlemek amacı ile 2 ile genişleterek $\frac{6}{10}$

kesrini ve buradan da 0,6 ondalık kesirine ulaştıkları tespit edilmiştir. Araştırmacı tarafından katılımcı öğrencilerden $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{10}$ ve 0,6'yı resim veya şekil çizerek göstermeleri ve materyal kullanarak göstermeleri istenmiştir. Katılımcı öğrencilere ait Şekil 4.38'deki çizimlerde K2 ve K6'nın $\frac{6}{10}$ ve 0,6 için çizdiği şekillerin $\frac{3}{5}$ için çizdikleri şekillerden büyük olduğu görülmektedir.

K2 ile yapılan şu diyalog dikkatli bir şekilde incelendiğinde, K2'nin işlem olarak $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$ sonucunu bulduğu ancak şekil çiziminde $\frac{3}{5}$ ile $\frac{6}{10}$ ve $\frac{3}{5}$ ile 0,6 arasında eşitlik olmadığı fikrinde olduğu açıkça anlaşılabacaktır.

K2: $\frac{3}{5}$ böyle olur, 0,6 böyle, $\frac{6}{10}$ 0,6 gibi olacak. Şekil olarak bir fark yok ama, biri onda altı, birinde 5 tane.

A: İki şekil büyüklük olarak birbirine eşit midir sence? Yani sen eşit çizmeye mi çalıştın? Eşit mi olması gerekir?

K2: Hayır! Eşit değil.

A: Peki! Neden eşittir işareti koydun o zaman?

K2: Eşittiri biz koymadık, bize eşittir geldi işlem sorduğu için. Elde ettiğimiz sayıyı dedim ben 0,6. öğretmenimiz böyle öğretti.

A: peki! Çok teşekkür ederim!

Yine aynı şekilde K6'da $\frac{3}{5}$ için çizdiği bütünün iki katı kadar büyüklükte bir bütün çizerek 10 parçaya bölmüş ve 6 parçasını tarayarak $\frac{6}{10}$ ve 0,6'yı göstermiştir.

K6'nın çizmiş olduğu şekil ile ilgili " $\frac{3}{5}$ bu şekilde, $\frac{6}{10} = 0,6$ şekilleri genişletmiş oluyoruz bütün aynı olması gerekmez. 10 parça olduğu için daha geniş olur. Şunlar ($\frac{3}{5}$ 'teki) birimleri değiştirmem yine aynı büyüklükte çizerim onları" şeklindeki

açıklamasında kesir genişletilince şeklinde büyüyeceği düşüncesi ön plana çıkmaktadır.

Ancak, K6'nın daha sonraki "Ama, evet! Şekillerin aynı olması gerekir! tekrar çizeyim.

Aynı büyüklükte iki şekil çizdik, birincisi $\frac{3}{5}$, ikincisi $\frac{6}{10}$ oldu. $\frac{3}{5}$ taradım, $\frac{6}{10}$ taradım.

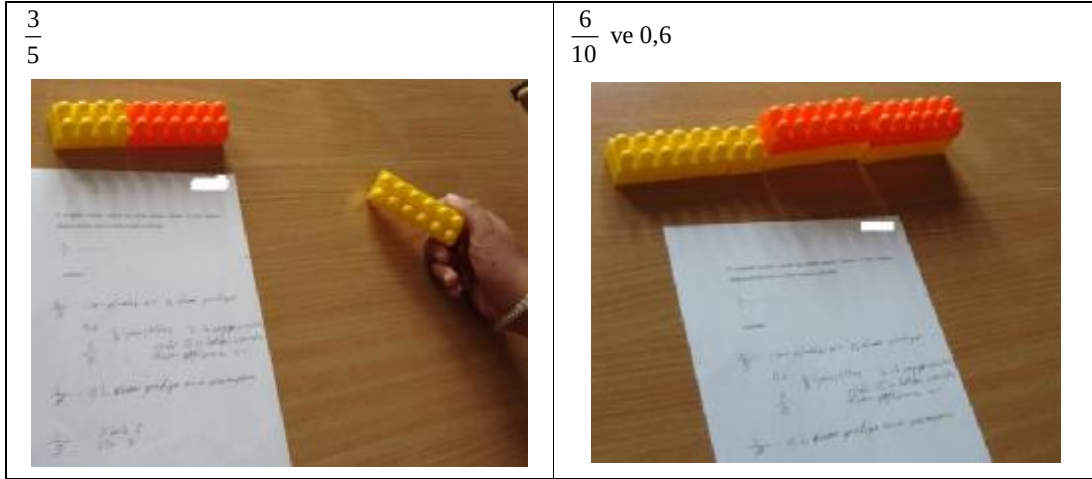
Taralı kısımlar üst üste koyduğumuzda bir birinin üstüne gelir. Aslında buradaki $\frac{3}{5}$ 'te 1

parça diğerinde 2 parça. Çünkü, buradaki 1cm, burada 2 cm oluyor. 1 yere bundan 2 tanesi gelecek." şeklindeki ifadesi her ne kadar bu fikrinden vazgeçtiğini yansıtsa da

daha sonra araştırmacı tarafından kendisinden $\frac{3}{5}$ ve 0,6'yı materyal kullanıp eylemle

(hareket, davranış) göstermesi istendiğinde Şekil 4.40'da da görüldüğü gibi $\frac{3}{5}$ için

kullandığı lego parçalarının iki katını alarak 0,6 kesrini oluşturduğu tespit edilmiştir. K6, bu gösterimini “*Şu 5 parça bunun 2’si çıkıyor, yine boş koyayım (2 turuncu lego) $\frac{3}{5}$ böyle! Elimdeki çıkmış hali! 0,6 yine aynı şey olacak, bu sefer $\frac{3}{5}$ ’in 2 katı olacak 0,6 kısmı üst tarafı.*” ifadeleri ile dile getirmiştir.



Şekil 4. 40: K6’nın $\frac{3}{5}$ ve buna eşit olarak buldukları kesirleri materyal kullanarak gösterimine ait resimler

Aslında K3 ve K7’nin $\frac{6}{10}$ ve 0,6 kesirlerini materyal ile gösterimlerinde de $\frac{3}{5}$ kesri için legolarla oluşturdukları görüntünün 2 katını aldıkları tespit edilmiştir. Ancak K3 ve K7’nin çizim ile gösterim ve açıklamalarında bütünün değişmeyeceğini net bir şekilde ifade etmiş olmalarından dolayı materyal ile gösterimlerinde ortaya çıkan durumları K2 ve K6’nın durumu kapsamında ele alınmamıştır.

Sonuç itibarıyla, K2 ve K6’nın bir basit kesirin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili olarak verilen basit kesrin paydasını 10 ve katları şeklinde genişlettikleri tespit edilmiş olup, “kesir genişletilince kesir artar ve şekil olarakta büyür” şeklinde bir zihinsel modele sahip oldukları görülmüştür.

b) Kesir genişletildiğinde bütün değişmez, bütün yine aynı bütündür ama bütünün içindeki parçaların sayısı artar ve parçaların büyüklüğü küçülür

Araştırmacı tarafından katılımcılardan $\frac{3}{5}$ ve buna eşit olarak buldukları $\frac{6}{10}$ ve 0,6 kesirlerini şekil veya resim çizerek göstermeleri istendiğinde K4 ve K8’in çizim ve açıklamalarında bu üç kesirli sayı için çizilen bütünün geometrik olarak aynı büyüklükte bütünü gösteren şekillerden oluştuğu tespit edilmiştir. Şekil 4.38’te K4 ve K8’e ait çizimler incelendiğinde K4 ve K8’in çizmiş olduğu şekiller farklı olsa da gösterim

açısından ve ifade ettiği değeri göstermek adına aynı oldukları görülmektedir. K4 çizdiği bütünleri dikdörtgensel bölge şeklinde gösterirken K8, daire şeklinde göstermiştir.

K4 çizimini “ilk başta 5’te 3’ü çizeyim, anlaşılsın. (1. şekli çizdikten sonra) 2, 3, 4, 5 şimdi bunun 5’te 3’ü alınması renklilerle de karalayayım, biraz daha belli olsun. Sonra bu 5’te 3 olduğu için onda olmuyor. Bunu 10’a eşitlememiz lazım. 2 ile çarptığımız için şuraya ortadan (yatay) bir çizgi atıyoruz.” şeklinde ifade etmiştir. Araştırmacı tarafından çizimin daha anlaşılır olması için “Bunları ayrı ayrı çizip gösterersen! Daha iyi anlaşılması için, olur mu?” sorusu yöneltildiğinde ise, “Tamam! (2. şekli çizdikten sonra) bu 5’te 3, 5 yani paydası 5. şu anda 5’te 3’ü taramayla yaptım. 5’te 3’ü ondalık olmuyor. En yakın 10 var. Onu da (5’te 3’ü) 2 ile çarpıyoruz. Onu ayrı bir tane çizersem (3. şekil) şöyle! Yine baştan 5 oldu 3’ünü aldım tararım, sonra yine 10’a en yakın 10 var. Bunu için 5’i 2 ile çarparım (çizdiği karenin ortasını göstererek) buraya böyle (yatay) bir çizgi atarım. Sonra 10 parçadan 1, 2, 3, 4, 5, 6 parçası alınmış oluyor bu da $= \frac{6}{10}$ oluyor. İşlemler yaptıklarım $\frac{3}{5}$ var $\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 0,6$ onda altı oldu.

0, 6 aynısı $\frac{6}{10}$ ile şekil zaten.” açıklamaları ile çizimini tamamlamıştır. Burada K4’ün diğer tüm katılımcılardan farklı ve daha pratik olarak aynı bütünü bir yatay çizgi çizmekle farklı kesir sayısı ile göstermesi ve aynı zamanda kesirin genişletilmesiyle parça sayısının artacağı bütünün aynı bütün olduğu fikrini yansıtmaları açısından çok önemli bir durum karşımıza çıkmaktadır.

Araştırmacı tarafından K8’e “ $\frac{3}{5}$ ile $\frac{6}{10}$ arasında ne gibi bir farklılık vardır?” sorusu yöneltildiğinde K8, “sayı olarak farklı ama, nitelik (büyüklük) olarak aynıdır.” cevabını vermiştir. Araştırmacının K8’den $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{10}$ ve 0,6’yı resim veya şekil çizerek göstermesini istemesi üzerine K8, Şekil 4.38’de görülen çizimi gerçekleştirmiştir. Burada K8, önce bir daire çizip bunu 5’e bölerek 3 parçasını boyayıp $\frac{3}{5}$ ’i göstermiştir. $\frac{6}{10}$ için ise aynı büyüklükte bir daire daha çizerek bunu 10 parçaya bölüp 6 parçasını boyamıştır. K8 0,6’yı göstermek için ise, yine bir daire çizip 10 parçaya bölerek oluşan her bir dilimi 0,1 olarak adlandırmıştır. Bu 0,1’lik dilimlerin 6 tanesini boyayarak ta 0,6’yı göstermiştir. K8, çizimini gerçekleştirirken yapmak istediklerini “bir daire çizip 5’e bölerim, her biri $\frac{1}{5}$ olur, sonra 3’ünü boyarım. Sonra

yanda çizerek her bir bölümü 2'ye bölerdim. 15 parça var, 10 parça olması için 2 katını alınca burada $\frac{1}{10}$ 'lar oluşur 10 tane, bunun 6'sını boyardım, sonra $\frac{1}{6}$ 'lara eşit 0,1'ler çizirdim.” şeklinde sesli olarak dile getirmiştir.

Her iki katılımcının bu çizim ve açıklamaları bize onların “kesir genişletildiğinde bütün değişmeyeceği, bütün yine aynı bütün olarak kalacağı ancak, bütünün içindeki parçaların sayısı artacağı ve parçaların büyüklüğünün geometrik olarak küçüleceği” şeklinde bir zihinsel modele sahip olduklarını göstermektedir.

4.3.1.6. Denklik Bağıntısı/Denk Kesirler

Katılımcıların bir basit kesirin ondalık kesire dönüştürülmesi ile ilgili olarak “denklik bağıntısı/denk kesirler” kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK13.1’de yer almaktadır. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) Sayılar değişse de bütün aynı bütündür sadece parçaların sayısı değişir

K4 ve K8 için geçerli olan bu durum bir önceki kategori olan genişletme kategorisinin b şıkında ele alındığı için burada tekrar açıklama yapılmayacaktır. Bu durum denklik bağıntısı / denk kesirler kategorisini de ilgilendirdiği için burada bir başlık altında bahsedilmiştir.

b) Verilen basit kesire eşit olarak yazılan kesirler birbirine denktir

Araştırmacı tarafından $\frac{3}{5}$ kesrinin eşiti olan $\frac{6}{10}$ ve $\frac{9}{15}$ sırası ile yazılarak K3’e bunların nasıl kesirler olduğu sorulmuş ve K3’ten $\frac{3}{5}$ ’in 2 katı ve 3 katı alınarak elde edilen kesirler olduğu cevabı alınmıştır. Daha sonra K3’e bu kesirlerin eşit olup olmadığı sorulduğunda ise K3 eşit kesirler olduğunu belirterek sorunun altına eşit olur ifadesini yazmıştır. K3’ten $\frac{6}{10}$ ve $\frac{9}{15}$ kesirlerini eşit olarak çizmesi istendiğinde ise Şekil 4.38’te görülen ikinci çizimi gerçekleştirmiş ve bu iki şekli üst üste koyduğunda birbirine denk geleceğini ifade etmiş ve taralı kısımların üst üste geleceğini ifade ederek $\frac{6}{10}$ için çizdiği şekilde taralı kısmın üstüne 9 parçanın nasıl yerleşeceğini göstermek için bir çizgi çizmiştir.

K4 ise kendisinden $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{10}$ ve 0,6 kesirlerini şekil veya resim çizerek göstermesi istendiğinde Şekil 4.38'teki çizimi ortaya koymuş ve bu şeklin altına eşitliği nasıl sağladığını göstermek için ok işareti koyarak eşitliği yazmıştır. K4'ün çizimine ilişkin olarak araştırmacı ile arasında şu diyalog geçmiştir.

K4: ilk başta 5'te 3'ü çiziyim, anlaşılın. (1. şekli çizdikten sonra) 2, 3, 4, 5 şimdi bunun 5'te 3'ü alınması renklilerle de karalayayım, biraz daha belli olsun. Sonra bu 5'te 3 olduğu için onda olmuyor. Bunu 10'a eşitlememiz lazım. 2 ile çarptığımız için şuraya ortadan (yatay) bir çizgi atıyoruz.

A: Bunları ayrı ayrı çizip göstersen! Daha iyi anlaşılması için, olur mu?

K4: Tamam! (2. şekli çizdikten sonra) bu 5'te 3, 5 yani paydası 5. şu anda 5'te 3'ü taramayla yaptım. 5'te 3'ü ondalık olmuyor. En yakın 10 var. Onu da (5'te 3'ü) 2 ile çarpıyoruz. Onu ayrı bir tane çizersem (3. şekil) şöyle! Yine baştan 5 oldu 3'ünü aldım tararım, sonra yine 10'a en yakın 10 var. Bunu için 5'i 2 ile çarparım (çizdiği karenin ortasını göstererek) buraya böyle (yatay) bir çizgi atarım. Sonra 10 parçadan 1, 2, 3, 4,

5, 6 parçası alınmış oluyor bu da $= \frac{6}{10}$ oluyor. İşlemler yaptıklarım $\frac{3}{5}$ var $\frac{3 \times 2}{5 \times 2} =$

$\frac{6}{10} = 0,6$ onda altı oldu. 0, 6 aynı $\frac{6}{10}$ ile şekil zaten.

Burada K4'ün çizim ve açıklamalarında da görüldüğü gibi K4'ün birbirine eşit olarak çizdiği şekilleri üst üste konduğunda birbirini örtecek şekilde oluşturduğu görülmektedir.

Bu veriler bize K3 ve K4'ün “Verilen basit kesire eşit olarak yazılan kesirlerin birbirine denk” olduğu şeklinde bir zihinsel modele sahip olduklarını göstermektedir.

c) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$ eşitliğinde kesirler işlem sonucu eşit olduğu için eşittir işareti

koymamız gerekiyor ama bu şekiller üst üste koyduğumuzda eşit olmaz

Katılımcılardan $\frac{3}{5}$ kesrini ve buna eşit olarak buldukları $\frac{6}{10}$ ve 0,6 kesirlerini resim veya şekil çizerek göstermeleri istendiğinde K2, Şekil 4.38'de yer alan çizimi gerçekleştirmiştir. K2'ye ait bu şekilde de görüldüğü gibi K2 $\frac{6}{10}$ ve 0,6 kesirlerini göstermek için çizdiği $\frac{3}{5}$ için çizdiği şeklin 2 katı büyüklükte çizmiştir. K2 bu çizimini

“ $\frac{3}{5}$ böyle olur, 0,6 böyle, $\frac{6}{10}$ 0,6 gibi olacak. Şekil olarak bir fark yok ama, biri onda altı, birinde 5 tane.” ifadeleri ile dile getirirken, araştırmacının “İki şekil büyüklük olarak birbirine eşit midir sence? Yani sen eşit çizmeye mi çalıştın? Eşit mi olması gerekir?” sorusuna “Hayır! Eşit değil.” cevabını vermiştir. Araştırmacı bunun üzerine “Peki! Neden eşittir işareti koydun o zaman?” sorusunu yönelttiğinde ise “Eşittiri biz

koymadık, bize eşittir geldi işlem sorduğu için. Elde ettiğimiz sayıyı dedim ben 0,6. öğretmenimiz böyle öğretti.” şeklinde bir açıklama getirmiştir.

K2’nin bu son ifadesinden de anlaşılacağı gibi iki kesirli sayı işlem olarak birbirine eşit olsa bile gerçekte eşit olmaya bilir şeklinde bir düşünceye sahip olduğu görülmektedir. Burada, özetle, K2’nin $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$ eşitliğinde kesirler işlem sonucu eşit olduğu için eşittir işareti koymamız gerekiyor ama bu şekiller üst üste koyduğumuzda eşit olmaz” şeklinde bir düşünceyi ifade eden bir zihinsel modele sahip olduğunu söyleyebiliriz.

4.3.2. Basit Kesirin Ondalık Kesire ve Yüzdeliğe Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Katılımcı öğrencilerin bir basit kesrin ondalık kesire ve yüzdeliğe dönüştürülmesi ile ilgili verilen “ $\frac{1}{4}$ kesrini önce ondalık sayı haline dönüştürünüz, sonra yüzde sembolüyle ifade ediniz. Bunu yaparken attığınız adımları nedenleriyle birlikte açıklayınız.” Sorusunu cevaplandırmaları sırasında ortaya çıkan zihinsel model kategorileri;

1. İşlem Bilgisi (Kural)
2. Bölme
3. Bütün-parça
4. Ölçme/Karşılaştırma
5. Oran/Orantı
6. Genişletme
7. Denklik Bağlantısı/Denk Kesirler

olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu bölümde katılımcı öğrencilerin verilen basit kesiri ondalık kesire ve yüzdeliğe dönüştürme sırasında ortaya çıkan bu zihinsel modelleri örneklerle açıklanacaktır.

4.3.2.1. İşlem Bilgisi (Kural)

Bir basit kesirin ondalık kesire ve yüzdeliğe dönüştürülmesi ile ilgili olarak katılımcıların “işlem bilgisi (kural)” kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK13.2’de yer almaktadır. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) Paydayı 10 ve katları şeklinde yazma ve paydası 10 ve katı olan yeni kesrin ($\frac{25}{100}$) okunuşundan yararlanarak ondalık kesir olarak yazma ve pay kısmını alıp önüne % koyma (Kural)

Katılımcı öğrencilere ait veriler incelendiğinde K3, K4, K7 ve K8’in verilen $\frac{1}{4}$ basit kesrini ondalık kesire dönüştürme ve yüzde olarak ifade etmek için paydasını 10 ve katları şeklinde yazarak paydayı genişletip, $\frac{25}{100}$ kesrine ulaştıkları, sonra bu kesrin

okunuşundan yararlanarak ondalık kesire dönüştürdükleri ve bu kesrin pay kısmını alıp önüne yüzde işareti koyarak yüzde olarak gösterdikleri tespit edilmiştir. Katılımcıların izlemiş oldukları bu yol sınıfta işlem bilgisi dahilinde bir kural olarak öğretilmekte olup burada işlem bilgisi (kural) kategorisi içerisinde ele alınmıştır.

Bu katılımcılara ait aşağıdaki açıklamalara bakmak durumu daha iyi analiz edebilmemizi sağlayacaktır.

K3: $\frac{1}{4}$ eeea! Şimdi! $\frac{1}{4}$ kesrini tam olarak 10'a eşitleriz. Ama, buçuklu bir sayı çıkar. O yüzden bizde 100'e eşitliyoruz. O zaman ondalık kesir olarak şöyle yazıyoruz. Eeea! Şimdi! 100'ü 4'e böldüğümüzde 25 çıkıyor. Demek ki biz bu sayıları ($\frac{1}{4}$), 1'i de 4'ü de 25 ile çarpacağız. 25'i 1 ile çarptığımızda eea! 25 çıkıyor, 4'ü de 25 ile çarptığımızda 100 çıkıyor şu şekilde, $\frac{25}{100}$. ondalık kesir olarak ta biz 0,25 olarak yazıyoruz. Bir de biz bunu yüzdelere yazabiliyoruz. Yüzde olunca da, $\frac{25}{100}$, alttaki sayımız zaten 100 diye düşünelim, yüzdeyi şu şekilde % gibi bir sembolümüz var, biz bunu şu şekilde yazıyoruz %25.

K4: $\frac{1}{4}$, bunu basit kesir olduğu için 0 tam olarak geldi. Sonra, 4'ün bölündüğü en yakın sayı 10'a bölünmüyor tam olarak, o bakımdan 100'dür. 100'ü 4'e böldüm 25 çıktı. 100'ün iki tane sıfırı var. 0 tamdan sonra virgül 25. 0,25. 5'i birinin yerine, 2'yi birinin yerine koydum, 0,25 oldu. Bu da yüzde yirmibeş oluyor. Böyle %25 yazdım.

K7: $\frac{1}{4}$ nu 4'e eşitlenemeyen bir sayı. 10 ve 10'un katlarını almak için 4'e eşitleyemeyiz. 4'e mi dedim! Pardon! 10'a eşitlenemeyen bir sayı olduğu için 100'e eşitleriz. 25 ile genişletiriz bunu $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ olur. Bu da ondalık sayı olarak 0,25 olur. Yüzde olarak ta (25)

%25 olarak yazabiliriz.

K8: $\frac{1}{4}$, 0 tam. Iıı! Hı! Şöyle başlayalım! $\frac{1}{4}$, $\frac{25}{100}$ 'e eşittir, oda, 0,25'tir. Yüzde sembolüyle gösterirsek te %25'tir. Açıklama olarak; $\frac{1}{4}$ kesrini 25 ile genişlettiğimizde $\frac{25}{100}$ kesrini elde ederiz. $\frac{25}{100}$ ondalık sayı olarak 0,25 (sıfır tam yüzde yirmi beş) yüzde sembolüyle %25 olur.

K3, K4, K7 ve K8'e ait bu ifadeler bize bu dört katılımcının verilen basit kesri ondalık sayıya dönüştürme ve yüzde olarak ifade etmede "Paydayı 10 ve katları şeklinde yazma ve paydası 10 ve katı olan yeni kesrin ($\frac{25}{100}$) okunuşundan yararlanarak ondalık kesir olarak yazma ve pay kısmını alıp önüne yüzde (%) işareti koyma" şeklinde bir zihinsel model kullanmış olduklarını yansıtmaktadır.

b) Kesri oluşturan sayılardan, paydaki sayıyı virgülden önce, paydadaki sayıyı virgülden sonra yazma

Katılımcı öğrencilere ait veriler incelendiğinde K5'in diğer katılımcılardan çok farklı bir şekilde verilen $\frac{1}{4}$ basit kesrini, ondalık kesire dönüştürdüğü ve yüzde olarak ifade ettiği tespit edilmiştir. K5 kendisine verilen soruyu " $\frac{1}{4} = 1,4 = \%1,4$ yapar o zaman" şeklinde cevaplamıştır. Bu cevap üzerine araştırmacı K5'in $\frac{1}{4}$ kesrinden ne anladığını öğrenmek istemiş ve bununla ilgili sorular sormuştur. Araştırmacı ile K5 arasında geçen aşağıdaki diyalogun Şekil 4.41 gözönünde bulundurularak incelenmesi yararlı olacaktır.

A: $\frac{1}{4}$ senin için ne ifade ediyor?

K5: Dört parçaya ayırmışlar birini almışlar.

A: Bu yaptıklarının hepsini bir kenara bıraksak, sana şöyle bir soru sorsam! "Pastaneden doğum günün için bütün bir yaş pasta aldın, aldığın bu pasta aldığın bu pastanın yüzde kaçdır?"

K5: 1 bütün mü? %100 yapar.

A: "Bu pastayı anenle paylaşsan, senin payın yüzde kaç olur?"

K5: $\frac{1}{2}$ oda $\% \frac{1}{2}$ 'sidir.

A: Peki, bütününe %100 dedin, ona neden $\% \frac{1}{2}$ gibi bir şey yazmadın?

K5: Şey! Kesirlerden falan giderk yaptım.

A: Peki pastayı 4'e bölseydik ne yapardın?

K5: Bu şekilde. A: Tamamı %100 ise bu $\frac{1}{4}$ diye çizdiğinkısım ne kadar olur?

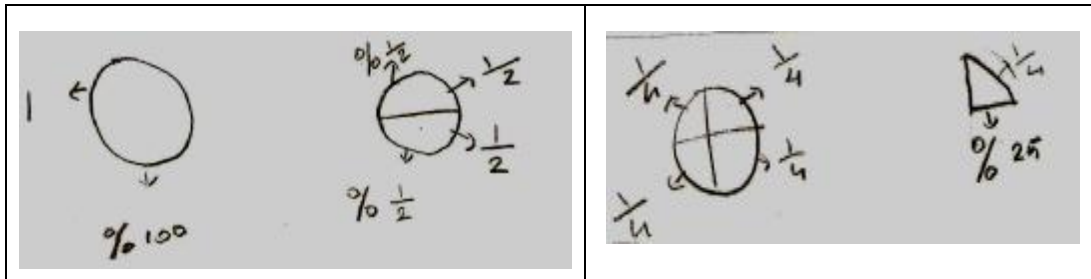
K5: Çeyrek olur yani %25.

A: Peki, $\% \frac{1}{4}$ ile %25 aynı şey midir?

K5: Aynıdır.

A: $\% \frac{1}{4}$ ile %25 aynı ise neden iki türlü yazalım ki?

K5: Aynıdır.



Şekil 4. 41: K5'in bütün bir pastayı ve parçalara bölünmüş bir pastanın parçalarını kesirli sayı ve yüzdeler olarak gösterimi

Bu verilerde de görüldüğü gibi, K5'in kendisine verilen bir basit kesri ondalık kesre dönüştürme ve yüzdelik olarak ifade etmede " $\frac{1}{4} = 1,4 = \%1,4$ yapar o zaman" cevabını vermesinde "pay ve paydadaki sayıları virgöl ile yazma, pay kısmındaki sayıyı virgülden önce, payda kısmındakini virgülden sonra yazma" şeklinde bir zihinsel model yapısının varlığı söz konusudur.

c) ($\frac{1}{4}$) Basit kesrin tamı olmadığı için "0, .." yazma ve paydaki sayıyı virgülden sonra yazma

d) ondalık kesir olarak ifade ettiği kesrin virgülden sonraki sayısını alıp önüne yüzde işareti koyma (0,1(%1))

Burada c ve d şıklarındaki her iki tanımlamanın birbiriyle ilişkili olması ve K2'yi ilgilendirmesi sebebiyle birlikte ele alınmıştır.

Katılımcılara ait veriler incelendiğinde K2'nin $\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesre sıfır tam onda bir (0,1) şeklinde dönüştürdüğü görülmüştür. Bunu yüzde olarak ifade ederken de yüzde bir (%1) şeklinde ifade etmiştir. katılımcılardan bunu nasıl yaptığını açıklaması istendiğinde ise iki ayrı örnek vererek açıklamaya çalıştığı aşağıdaki diyalog dikkatlice izlendiğinde açıkça görülecektir.

K2: $\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesre sıfır tam onda bir (0,1) diye gösteririz. Yüzdelerde ise yüzde bir (%1) diye gösteririz. Dörtte bir ($\frac{1}{4}$) ondalık sayı olarak sıfır tam onda bir (0,1) diye gösterilir. Yüzdeler %1 diye gösterilir. Buna bir çok örnek verebiliriz. Ben iki tane örnek yaptım. Onda iki ($\frac{2}{10}$) kesrini hem ondalık, hem de yüzdelikle gösterdim.

$\frac{2}{10}$ ilk önce 0,2, yüzdelikle %2 olarak. $\frac{3}{10} = 0,3$, %3 diye gösterdim.

A: $\frac{2}{10}$ 'u 0,2'ye eşittir yazdın, peki, bunlar %2 yazdığına eşit değil mi onların arasını niçin eşittir işareti koymadın?

K2: Eşit olmayabilir! Çünkü çevirdiğimizde!

A: Peki! Yukarıdaki işleme dönecek olursak $\frac{1}{4}$ 'ün 0,1'e ve bunun da %1'e eşit olduğunu söyledin, bunu nasıl yaptığını açıklayabilir misin?

K2: Evet! Eee! Şey, çünkü diğer işlemlerde olduğu gibi bunun da tamı yok. O yüzden sıfırın yanına virgöl koyuyoruz, ondan sonra payı yazabiliyoruz. 1, 4'e bölünmez! Olmadığı için sıfır ekleriz virgöl koyarız. 10'da 4? 2 kere var. 2 kere 4? 8 olur. Sonra 02 kalır yanına sıfır koyarız. Böyle bölünebilir. Devam eder sonuçta gene aynı çıkar. Sıfır koyarız buraya da (bölüme) sıfır koyarız, 20'de 4? 5 kere, 5 kere 4? 20, burası kalan sıfır olur. 0,205 olarak geçer.

Ben bunu şey! İlk önce 4'ü 1'e böldüm! 4. 4 kere 1? 4. sıfır kalıyor. yani sıfır tam. Ondan sonra sıfır yazdım virgölümü koydum (0,), ve sonra da, 1'i yazdım.

A: peki niçin 4'ü 1'e bölüyorsun? 1'i 4'e bölsek olmaz mı?

K2: Olmaz, çünkü, $\frac{1}{4}$ olursa 4 parçadan 1'ini alıyorsun. Eee! 1'i 4'e bölersek 1 parçadan 4 tane alamazsın!

Bu görüşme metninde de görüldüğü gibi K2, $\frac{1}{4}$ basit kesrin tamı olmadığı için “0, ..” yazıp ve paydaki sayıyı virgülden sonra yazarak ondalık kesire dönüştürmektedir. Yine $\frac{1}{4}$ kesrini yüzde olarak ifade ederken de ondalık kesir olarak ifade ettiği 0,1 kesrinde kesrin virgülden sonraki sayısını alıp önüne yüzde işareti koymaktadır.

Burada, K2'nin bir basit kesri ondalık kesire dönüştürken “Basit kesrin tamı olmadığı için “0, ..” yazma ve paydaki sayıyı virgülden sonra yazma” şeklinde bir zihinsel modelle işlemini gerçekleştirdiği ve yine bir basit kesri yüzde olarak ifade ederken “ondalık kesir olarak ifade ettiği kesrin virgülden sonraki sayısını alıp önüne yüzde işareti koyma” şeklinde ayrı bir zihinsel model yapısı oluşturmuş olduğu görülmektedir.

Ayrıca K2'nin ifadelerinde bölme işlemi yaptığı görülmektedir. Ancak bu durumdan bölme kategorisi içerisinde bahsedildiği için burada bu konu ile ilgili herhangi bir açıklama yapmaya ihtiyaç duyulmamıştır.

e) Paydası sadece 10 ve katı olarak yazılabilen kesirler ondalık sayı olarak yazılabilir, diğerleri yazılamaz

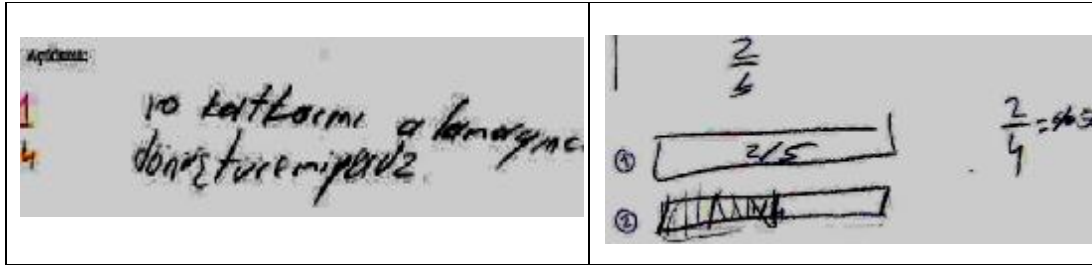
f) Yüzdeliği bilgisayar programları yükleme aşamasında ortaya çıkan yüzdellik barı olarak görme

Burada e ve f şıklarındaki her iki tanımlamanın birbiriyle ilişkili olması ve K6'yı ilgilendirmesi sebebiyle birlikte ele alınmıştır.

K6'ya ait veriler incelendiğinde K6'nın $\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesire dönüştürmek için paydasını 10 ve katlarına eşitlemeye çalıştığı tespit edilmiştir. Ancak K6 bu işlemi gerçekleştiremediği için $\frac{1}{4}$ kesrinin ondalık kesire dönüştürülemeyeceğini “ $\frac{1}{4}$, 10 ve 10'un katlarını alamıyoruz. 10'un katlarını alamayınca zaten dönüşmüyor kendiliğinden!” cümleleri ile ifade etmiştir. Burada K6'nın “Paydası sadece 10 ve katı olarak yazılabilen kesirlerin ondalık kesir olarak yazılabileceği, paydası 10 ve katı şeklinde yazılamayan kesirlerin ondalık kesir olarak yazılamayacağı” şeklinde bir zihinsel model yapısı oluşturmuş olduğunu söyleyebiliriz.

K6'nın $\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesire dönüştürememesi üzerine araştırmacı tarafından “Ondalığa dönüştüremedik, peki sen $\frac{1}{4}$ ’ü yüzdelerik olarak ifade edebilir misin?” sorusu sorulmuştur. K6 bu soruyu daha önce yaptığı açıklamalara dayandırarak açıklamaya çalışmıştır. Bu durum ile ilgili olarak K6 ve araştırmacı arasında geçen aşağıdaki diyalogu, K6'nın açıklamalarını gösteren Şekil 4.42'yi göz önünde bulundurarak incelemekte yarar görülmektedir.

K6: Yine bilgisayardan gidelim, her bilgisayar her programı tamamlamasında %100 olması gerekmez. 2'de 4, $\frac{2}{4}$ yani! Hani! $\frac{2}{5}$ demiştik ya biz! $\frac{2}{5}$ orda da şöyle yazar mesela 2/5 diye. Yüzde olarak “dörtte biri” ($\frac{1}{4}$). Eee! yine yarısından birazcık daha az olur1 yani çok azcık daha bir şey az olması gerekir.
A: Ne kadar az mesela?
K6: Eaa! Sıfır nokta bir birim az olması gerekir.
A: Yoo! Onu kafadan attın bence!
K6: Bence de, atımda, zaten yani!
A: Peki bu, $\frac{1}{4}$ değil de $\frac{2}{4}$ olsaydı o zaman ne olurdu?
K6: Yine 4'te 2'si olurdu. Bu bölüm artardı. Yarısı zaten yani, %50, $\frac{2}{4} = \%50$
A: O zaman bu $\frac{1}{4}$ için durum nedir?
K6: %25. $\%25 = \frac{1}{4}$

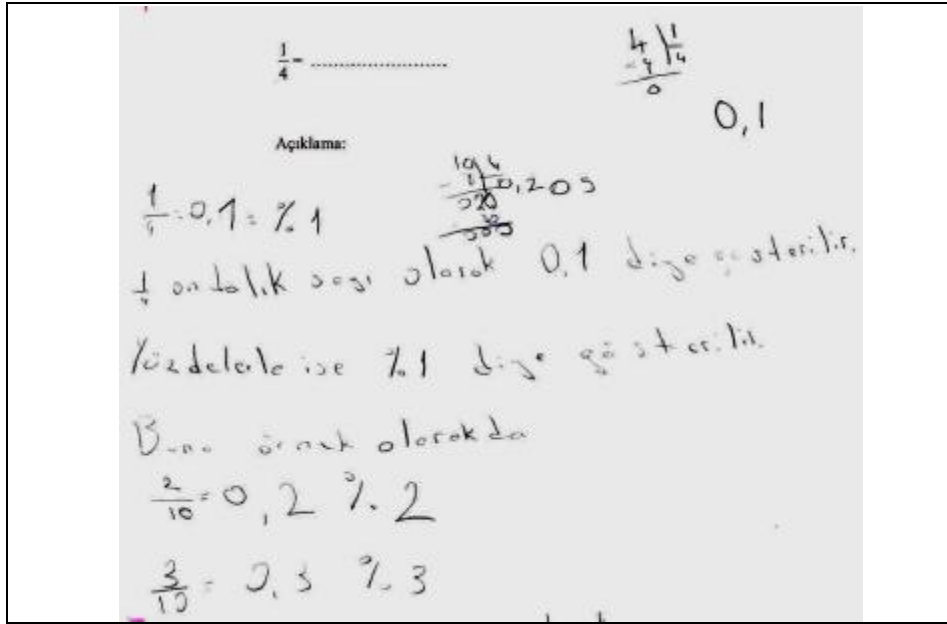


Şekil 4. 42: K6'nın $\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesire dönüştürme ve yüzde olarak ifade etmesine ilişkin açıklamaları

Bu görüşme metninde de görüldüğü gibi K6, yüzdeliği bilgisayar programları yükleme aşamasında ortaya çıkan yüzdelerik barı üzerinden örneklendirerek açıklamaya çalışmaktadır. Bu durum daha önceki problem durumlarında da özellikle karşımıza çıktığı için K6'nın “Yüzdeliği bilgisayar programları yükleme aşamasında ortaya çıkan yüzdelerik barı olarak görme” şeklinde bir zihinsel model yapısını oluşturmuş olduğunu belirtmekte bir sakınca görülmemektedir.

g) Ondalık sayı sıfır virgüllü olur (“0,..”)

$\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesre dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme konusunda K1, “ $\frac{1}{4}$, 1’i 4’e bölemeyiz, 4’ü 1’e bölebiliriz, sonucu buluruz. 4 bölü 1, 4’te 1? 4 defa var, 4 kere 1 4, 4 tam 4 çıktı. 0 sıfır virgül onda dört (0,4) olur. $\frac{1}{4} = 0,4 \cdot 0,4$, yüzde olarak nasıl gösteririz? O da yüzde 40, %40 oda eşittir 1000’de 400, 10000’de 4000” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Bu açıklamayı yaparken de Şekil 4.43’te görülen bölme işlemini gerçekleştirmiştir.



Şekil 4. 43: K1’in $\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesre dönüştürme ve yüzde olarak ifade etmesine ilişkin olarak yaptığı işlem ve açıklamalar

Burada da görüldüğü gibi K1, küçük sayıyı büyük sayıya bölemeyeceğini ifade ederek büyük sayıyı küçük sayıya bölmüş ve bölme işleminde sonuç tam çıkmasına rağmen ondalık kesir olarak 0,4 yazıp geçmiştir. Daha önceki bileşik kesirin ondalık kesre dönüştürülmesi ile ilgili bir soruda da K1’in bölme işleminde kalan sıfır olacak şekilde kalan sayısının altına aynı sayıyı yazarak kalanı 0 haline getirene kadar bölme işlemine devam ettiğini görmüştük. Burada da yine K1’in ondalık sayı denilince sıfır virgüllü bir sayı düşündüğü sonucu karşımıza çıkmaktadır. Kısacası, K1’in ondalık kesir denilince “Ondalık sayı sıfır virgüllü olur (“0,..”)" şeklinde bir zihinsel model yapısına sahip olduğu görülmektedir.

h) Bulunan ondalık sayının önüne yüzde işareti koyma

$\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesire dönüştürmeleri ve yüzde olarak ifade etme konusunda K2 ve K5'in diğer katılımcılardan farklı olarak ondalık kesir olarak buldukları sonucu alıp önüne yüzde işareti koydukları tespit edilmiştir. K2 bu durumu “ $\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesire sıfır tam onda bir (0,1) diye gösteririz. Yüzdelerde ise yüzde bir (%1) diye gösteririz. Dörtte bir ($\frac{1}{4}$) ondalık sayı olarak sıfır tam onda bir (0,1) diye gösterilir. Yüzdeler %1 diye gösterilir. Buna bir çok örnek verebiliriz. Ben iki tane örnek yaptım. Onda iki ($\frac{2}{10}$) kesrini hem ondalık, hem de yüzdelere gösterdim. $\frac{2}{10}$ ilk önce 0,2, yüzdelere %2 olarak. $\frac{3}{10} = 0,3$, %3 diye gösterdim.” şeklinde açıklarken K5, “ $\frac{1}{4} = 1,4 = \%1,4$ yapar. O zaman” şeklinde bir ifade kullanmıştır.

Burada her iki katılımcının ifadelerinden onların bir basit kesri yüzde olarak ifade ederken “Bulunan ondalık sayının önüne yüzde işareti koyma” şeklinde bir zihinsel model oluşturmuş oldukları sonucuna ulaşılmaktadır.

ı) Genişletme yoluyla elde ettiği paydası 100 olan kesrin payını alarak önüne yüzde sembolü koyma

Katılımcılardan K3, K7 ve K8'e ait aşağıdaki ifadeler incelendiğinde verilen $\frac{1}{4}$ kesrini yüzde olarak ifade ederken genişletme yoluyla elde ettikleri $\frac{25}{100}$ kesrinin pay kısmını alarak önüne yüzde işareti koydukları görülmektedir. Bu katılımcılara ait açıklamalar şu şekildedir.

K3: $\frac{1}{4}$ eeea! Şimdi! $\frac{1}{4}$ kesrini tam olarak 10'a eşitleriz. Ama, buçuklu bir sayı çıkar. O yüzden bizde 100'e eşitliyoruz. O zaman ondalık kesir olarak şöyle yazıyoruz. Eeea! Şimdi! 100'ü 4'e böldüğümüzde 25 çıkıyor. Demekki biz bu sayıları ($\frac{1}{4}$) , 1'i de 4'ü de 25 ile çarpacağız. 25'i 1 ile çarptığımızda eea! 25 çıkıyor, 4'ü de 25 ile çarptığımızda 100 çıkıyor şu şekilde, $\frac{25}{100}$. ondalık kesir olarak ta biz 0,25 olarak yazıyoruz. Bir de biz bunu yüzdelere yazabiliyoruz. Yüzde olunca da, $\frac{25}{100}$, alttaki sayımız zaten 100 diye düşünelim, yüzdeyi şu şekilde % gibi bir sembolümüz var, biz bunu şu şekilde yazıyoruz %25 .

K7: $\frac{1}{4}$ nu 4'e eşitleyemeyen bir sayı. 10 ve 10'un katlarını almak için 4'e eşitleyemeyiz.

4'e mi dedim! Pardon! 10'a eşitlenemeyen bir sayı olduğu için 100'e eşitleriz. 25 ile genişletiriz bunu $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ olur. Bu da ondalık sayı olarak 0,25 olur. Yüzde olarak ta (25)

%25 olarak yazabiliriz.

K8: $\frac{1}{4}$, 0 tam. İuu! Hıı! Şöyle başlayalım! $\frac{1}{4}$, $\frac{25}{100}$ 'e eşittir, oda, 0,25'tir. Yüzde sembolüyle gösterirsek te %25'tir. Açıklama olarak; $\frac{1}{4}$ kesrini 25 ile genişlettiğimizde $\frac{25}{100}$ kesrini elde ederiz. $\frac{25}{100}$ ondalık sayı olarak 0,25 (sıfır tam yüzde yirmi beş) yüzde sembolüyle %25 olur.

Bu ifadelerdende anlaşılmakta olduğu gibi, bu katılımcılar için “Genişletme yoluyla elde ettiği paydası 100 olan kesrin payını alarak önüne yüzde sembolü koyma”şeklinde bir zihinsel model yapısına sahip olduklarını söylemek mümkündür.

4.3.2.2. Bölme

Katılımcı öğrencilerin bir basit kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ve yüzde olarak ifade edilmesi ile ilgili olarak “bölme” kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK13.2’de yer almaktadır. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) Küçük sayı büyük sayıya bölünmez, her zaman büyük sayı küçük sayıya bölünür

$\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesre dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme konusunda, daha önce de ifade edildiği gibi K1, “ $\frac{1}{4}$, 1’i 4’e bölemeyiz, 4’ü 1’e bölebiliriz, sonucu buluruz. 4 bölü 1, 4’te 1? 4 defa var, 4 kere 1 4, 4 tam 4 çıktı. 0 sıfır virgül onda dört (0,4) olur. $\frac{1}{4} = 0,4$. 0,4, yüzde olarak nasıl gösteririz? O da yüzde 40, %40 oda eşittir 1000’de 400, 10000’de 4000”şeklinde bir açıklama yapmış ve Şekil 4.43’te görülen bölme işlemini gerçekleştirmiştir.

Daha önceki altproblemlerde de görüldüğü gibi burada da K1’in “küçük sayı büyük sayıya bölünmez, her zaman büyük sayı küçük sayıya bölünür” şeklinde bir zihisel model yapısı oluşturduğu bir kez daha ortaya çıkmıştır.

b) Sıfır virgüllü bir sayı bulmak için paydayı paya bölerek kalan sıfırı

“0, ...”olarak yazıp bölüneni virgülden sonra yazma

c) $\frac{1}{4}$ ’te 4 parçadan 1’ini alıyorsun, 1’i 4’e bölersek 1 parçadan 4’ünü alamazsın.

Onun için 4’ü 1’e bölmeli.

Burada b ve c şıklarındaki her iki tanımlama birbiriyle ilişkili olması ve K2’yi ilgilendirmesi sebebiyle birlikte ele alınmıştır.

Araştırmacının “ $\frac{1}{4}$ ’ün 0,1’e ve bunun da %1’e eşit olduğunu söyledin, bunu nasıl yaptığını açıklayabilir misin?” sorusu karşısında K2, önce pay kısmında yer alan sayıyı payda kısmında yer alan sayıya bölmeye çalışmış ve 0,1 sonucunu elde edemediği için payda sayısını pay sayısına bölmeyi denemiştir. Bunu aşağıdaki şekliyle dile getirmektedir:

A: Peki! Yukarıdaki işleme dönecek olursak $\frac{1}{4}$ ’ün 0,1’e ve bunun da %1’e eşit olduğunu söyledin, bunu nasıl yaptığını açıklayabilir misin?

K2: Evet! Eeea! Şey, çünkü diğer işlemlerde olduğu gibi bunun da tamı yok. O yüzden sıfırın yanına virgül koyuyoruz, ondan sonra payı yazabiliyoruz. 1, 4’e bölünmez! Olmadığı için sıfır ekleriz virgül koyarız. 10’da 4? 2 kere var. 2 kere 4? 8 olur. Sonra 02 kalır yanına sıfır koyarız. Böyle bölünebilir. Devam eder sonuçta gene aynı çıkar. Sıfır koyarız buraya da (bölüme) sıfır koyarız, 20’de 4? 5 kere, 5 kere 4? 20, burası kalan sıfır olur. 0,205 olarak geçer.

Ben bunu şey! İlk önce 4’ü 1’e böldüm! 4. 4 kere 1? 4. sıfır kalıyor. yani sıfır tam. Ondan sonra sıfır yazdım virgölümü koydum (0,), ve sonra da, 1’i yazdım.

A: peki niçin 4’ü 1’e bölüyorsun? 1’i 4’e bölssek olmaz mı?

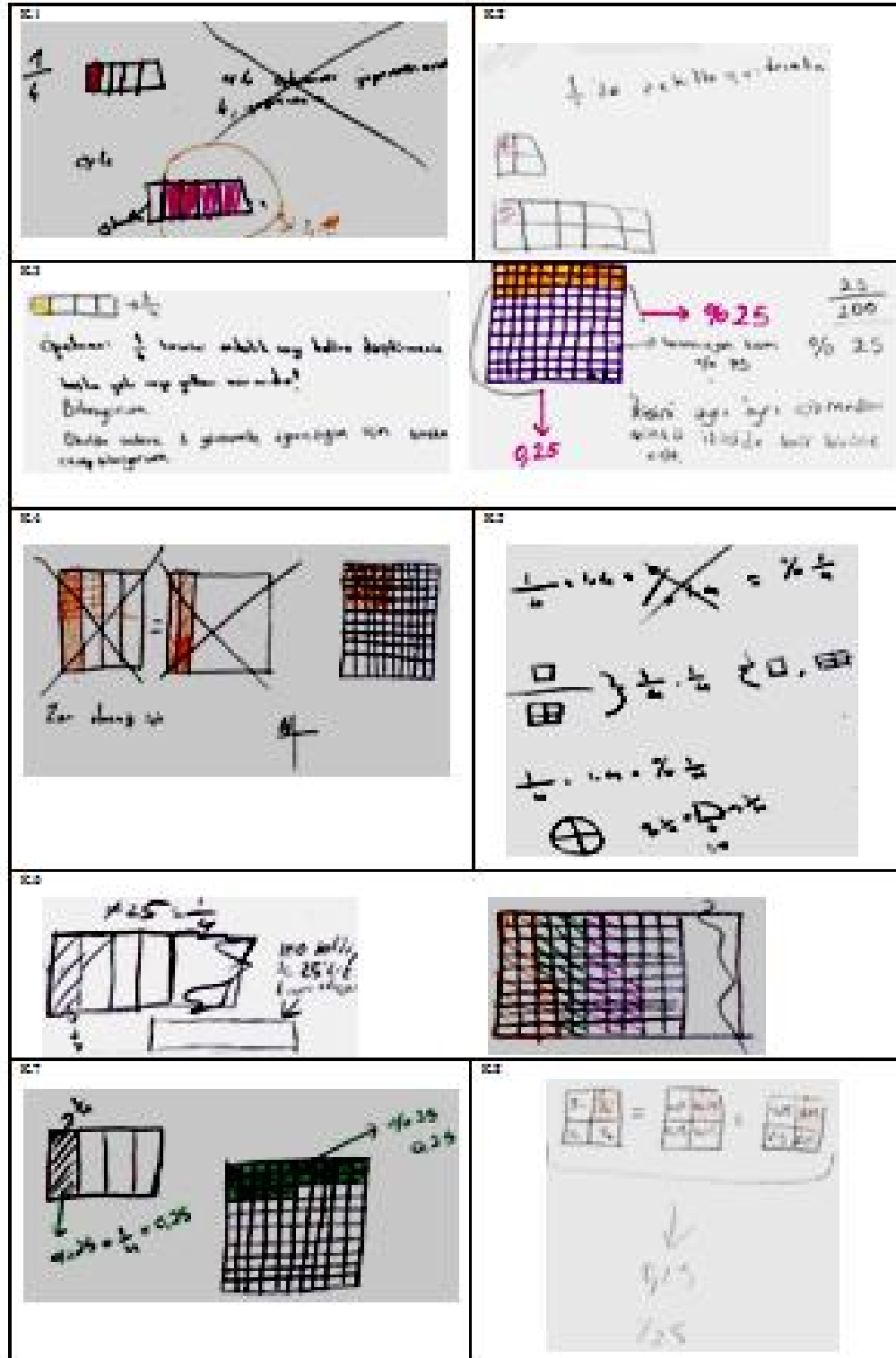
K2: Olmaz, çünkü, $\frac{1}{4}$ olursa 4 parçadan 1’ini alıyorsun. Eeea! 1’i 4’e bölersek 1 parçadan 4 tane alamazsın!

Burada da görüldüğü gibi, K2 Payda da yer alan 4’ü pay kısmında yer alan 1 sayısına bölmüş ve bölüm sonucu 4 olarak tam çıkmış olmasına rağmen kalan kısmındaki 0’ı ondalık kesir de “0, ...” şeklinde tam kısma yazdıktan sonra bölünen kısmındaki 1’i virgülden sonra yazmak suretiyle 0,1 ondalık kesirini elde etmiştir. Bu durum bize, K2’nin bir basit kesri ondalık kesire dönüştürmek için “Sıfır virgüllü bir sayı bulmak amacıyla paydayı paya bölerek kalan sıfırı “0, ...”olarak yazıp bölüneni virgülden sonra yazma”şeklinde yeni bir zihinsel model ortaya koymuş olduğunu göstermesi açısından önemlidir.

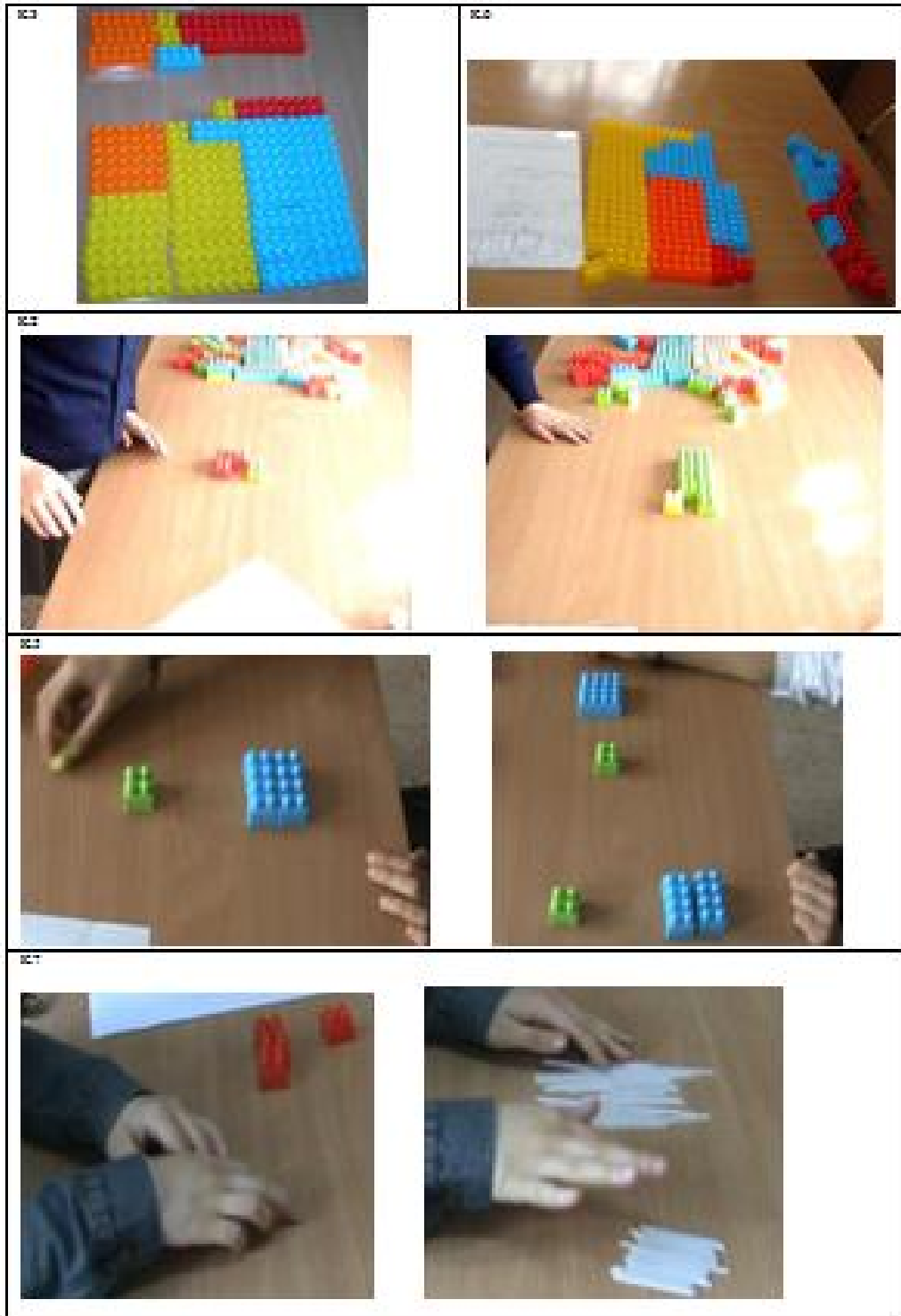
Yine yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi araştırmacının “Peki niçin 4’ü 1’e bölüyorsun? 1’i 4’e bölssek olmaz mı?”sorusuna K2’nin vermiş olduğu “Olmaz, çünkü, $\frac{1}{4}$ olursa 4 parçadan 1’ini alıyorsun. Eeea! 1’i 4’e bölersek 1 parçadan 4 tane alamazsın!”cevabına dikkat edildiğinde, K2’nin “bir basit kesirde payda sayısı kadar

parçadan pay sayısı kadarını alıyorsun, pay sayısı payda sayısına bölünürse pay sayısından payda sayısını alamazsın, bu sebeple payda sayısı pay sayısına bölünmeli” şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu görmek mümkündür. Burada bu durum “ $\frac{1}{4}$ ’te 4 parçadan 1’ini alıyorsun, 1’i 4’e bölersek 1 parçadan 4’ünü alamazsın. Onun için 4’ü 1’e bölmeli” şeklinde basit bir şekilde ifade edilebilir.

Şekil 4.44 ve Şekil 4.45 sonraki kategorilerin hepsini ilgilendirmekte olup, her kategori altında tekrar tekrar yer işgal etmemesi amacıyla burada yer almaktadır.



Şekil 4. 44: Katılımcıların $\frac{1}{4}$ kesiri ve eşiti olarak yazdığı kesirleri çizim ile gösterimi



Şekil 4. 45: Katılımcıların $\frac{1}{4}$ kesiri ve eşiti olarak yazdığı kesirleri materyal kullanarak gösterimi

4.3.2.3. Bütün-parça

Katılımcıların bir basit kesirin ondalık kesire ve yüzdeliğe dönüştürülmesi ile ilgili olarak “bütün-parça” kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK13.2’de yer almaktadır. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) Basit kesir ve yüzde olarak göstermek için payda sayısı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizme ve pay sayısı kadarını boyama veya payda sayısı kadar çokluğun pay sayısı kadarını ayırma

K2, K3, K4, K6, K7 ve K8’in verilen basit kesir ve bunun yüzdelik karşılığını göstermek için Şekil 4.44’te çizmiş oldukları şekiller ve Şekil 4.45’te materyal ile gösterimlerine ait resimler incelendiğinde basit kesiri gösterirken payda sayısı kadar parçadan oluşan bir bütün çizerek bunun pay sayısı kadarını tarayıp veya 4 parça lego koyup 1 parçasını ayırarak gösterdikleri görülmüştür. Yine yüzdelik olarak gösterirken de zihinlerinde pratik bir şekilde $\frac{1}{4}$ kesrinin paydasını genişleterek eşitledikleri $\frac{25}{100}$ kesirini göz önünde bulundurarak aynı yolu izledikleri tespit edilmiştir.

Şekil 4.44 dikkatli bir şekilde incelendiğinde K2, K3, K7 ve K8’in $\frac{1}{4}$ ’ü hemen hemen birbirine benzer şekilde dört parçadan oluşan bir bütünün 1 parçasını boyama şeklinde çizdikleri görülmektedir. K4 ise bunlardan farklı olarak 100 parçadan oluşan bir bütün çizerek bunun 25’ini tarayıp $\frac{1}{4}$ ve bunun eşiti olan 0,25 ve %25’i tek şekilde göstermiştir. K4, çizimini “*Şekilde önce başka türlü yaptım sonra, yanlış yaptığımı anladım. Çizdiğim bu ikisi yanlış. Sonra, bir kare çizerek bunu değişik şöyle böldüm, dörtte birini karaladım. Sonra karenin tamamını 100’e böldüm, daha önce karaladığım dörtte bir, böylece %25’te burada oluştu, aynı oldu.*” ifadeleri ile açıklamaktadır.

K3, K6 ve K7’nin yüzdelik olarak gösterimleri de birbirine benzer olup, K3 “*Yüzdeyi şu şekilde gösteriyoruz. 0,25 il %25’i ayrı ayrı çizmedim ikisinde eşit sonuçta. Taralı olmayan kısım bunun %75’idir.*” şeklinde ifade edeken, K6 “*Bunu 100’e böldüğümde 25’lik kısmını alırım. Sayfa yetmediği için arkaya çizeyim. %25’i turuncu, $\frac{1}{4}$ ’ü yine aynı olacak ama bölümleri olmayacak. İkinci $\frac{1}{4}$ ’ü yeşil, üçüncü $\frac{1}{4}$ ’ü mor, kalan %25 yine aynı*” şeklinde açıklamış ve K7 “*100 parçanın 25’i alınmış oluyor*” ifadesini kullanmıştır.

K8 ise, $\frac{1}{4}$ 'ü göstermek için çizdiği karesel bölgeye benzeyen şekli 4'e bölerek, *“Her biri buda, eşittir %25, %25, %25, %25 bunun da bir tane %25’ini alırız.”* şeklinde çizimini açıklamıştır. K8’in çiziminde K3, K4, K6 ve K7’de olduğu gibi %25’lik kısmı 25 parçaya ayırmamış olması her ne kadar dikkat çeksede bu K8’in olayı basit görüp zaman harcamak istememesinden ileri gelmektedir.

Katılımcıların materyal kullanarak gösterimi incelendiğinde ise, Şekil 4.45’te de görüldüğü gibi K7 ve K8’in $\frac{1}{4}$ 'ü göstermek için ellerine aynı büyüklükte 4 parça lego alarak bunlardan bir tanesini ayırdıkları tespit edilmiştir. K7, %25’i göstermek için diğer katılımcılardan farklı olarak sayı çubuklarını kullanmış ve eline tahmini bir şekilde 100 kadar sayı çubuğu alarak gösterimini *“Bunu ondalık olarak bunlarla (sayı çubuklarıyla) göstersek! Bunların hepsi 100 parça kabul edelim, 100 parçanın 25’ini alcam, 0,25’i ve %25’i burası.”* cümleleri ile açıklamıştır. K3, K4, K6 ise lego parçalarından oluşturdukları 100’lüğün 25 parçasını ayırarak $\frac{1}{4}$, 0,25 ve %25’i aynı şekilde tek seferde göstermişlerdir.

K2, K3, K4, K6, K7 ve K8’e ait bu çizim, materyal ile gösterime ait resimler ve açıklamalar bize bu katılımcıların bir basit kesir veya bunun yüzdelik olarak karşılığını somut olarak gösterirken “payda sayısı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizme ve pay sayısı kadarını boyama veya payda sayısı kadar çokluğun pay sayısı kadarını ayırma” şeklinde bir zihinsel modellerinin oluşmuş olduğunu göstermektedir.

b) Verilen basit kesirdeki pay ve paydadaki sayıların toplamı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizerek pay kısmındaki sayı kadar parçayı tarama

Şekil 4.44’te K1’e ait çizime bakıldığında, K1’in verilen $\frac{1}{4}$ basit kesrini göstermek için 5 parçadan oluşan bir dikdörtgensel bölge çizip bunun 1 parçasını boyamış olması dikkat çekmektedir. K1 bu çizimini *“1’le 4’ü toplarız, 5. 5 tane çizeriz, 1’ini boyarız, 4’ünü boyamayız”* ifadeleri ile açıklamıştır. Burada K1’in çizim ve açıklaması bize onun bir basit kesiri gösterirken bir şeylerin taranacağı fikrine sahip olduğunu göstermektedir. K1’in $\frac{1}{4}$ kesrini göstermek için pay kısmındaki 1 ile payda kısmındaki 4 sayılarını toplayıp toplam sayısı olan 5’i göz önüne alarak 5 parçadan oluşan bir bütün çizip bunun 1 parçasını boyaması bize “Verilen basit kesirdeki pay ve paydadaki sayıların toplamı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizerek pay kısmındaki sayı kadar parçayı tarama” şeklinde bir zihinsel model oluşturmuş olduğunu

göstermektedir.

c) Ondalık sayı için (0,4) virgülden sonraki sayıdan bir fazla eş parçadan oluşan bir bütün çizerek “0, ...” olduğu düşüncesiyle en soldaki parçayı boş bırakıp, diğerlerini tarama

Şekil 4.44'teki K1'e ait çizimde K1'in verilen $\frac{1}{4}$ basit kesrinin ondalık kesir olarak karşılığı olarak bulduğu 0,4 ondalık kesrini göstermek için 5 parçadan oluşan bir dikdörtgensel bölge çizip bunun soldan ilk parçasını boş bırakarak kalan 4 parçasını boyadığı görülmektedir. K1 bu çizimini “0,4, bunun 0 tamını yapamam ama 4'ünü yaparım. 0,4, yine 5 tane çizerim, en başta, boyamam sonraki 4'ünü boyarım. Boyadıklarım 4 olur.” ifadeleri ile açıklamıştır. Burada K1'in çizim ve açıklaması bize onun bir ondalık kesiri gösterirken bir şeylerin taranacağı fikrine sahip olduğunu göstermektedir. K1'in 0,4 ondalık kesrini göstermek için virgülden önceki sıfırı göstermek amacıyla bir karesel bölge çizip bunu boş bırakması ve virgülden sonraki 4 sayısını göstermek için 4 kare daha çizmesi ve bu 4 parçayı boyaması bize bulduğu 0,4 ondalık kesrini “Ondalık sayı için (0,4) virgülden sonraki sayıdan bir fazla eş parçadan oluşan bir bütün çizerek “0, ...” olduğu düşüncesiyle en soldaki parçayı boş bırakıp, diğerlerini tarama” şeklinde bir zihinsel model ile ortaya koyduğunu göstermektedir.

d) Verilen basit kesirde pay ve paydadaki sayıların birbirinden bağımsız iki ayrı sayı olarak görme

e) Aynı bütünün parçalarından daha çok nicelik (miktar) üzerine odaklanma (Sayıları temsilen (sayıların konumlarını dikkate alarak) sayı değeri kadar parçadan oluşan bütün çizme veya çokluklar koyma)

Burada d ve e şıklarındaki her iki tanımlamanın birbiriyle ilişkili olması ve K5 ve K1'i ilgilendirmesi sebebiyle birlikte ele alınmıştır.

Araştırmacı tarafından katılımcı öğrencilerden verilen $\frac{1}{4}$ basit kesrini resim veya şekil çizerek ve materyal kullanarak göstermeleri istendiğinde K5'in çizim ve materyal ile gösteriminde verilen $\frac{1}{4}$ kesirli sayısında pay ve paydadaki sayıların yerlerine konumlarını da dikkate alarak sayılar kadar kutucuklar çizdiği veya lego parçası koyduğu tespit edilmiştir.

Şekil 4.44'te K5'in $\frac{1}{4}$ 'ü çizimle göstermek için 1 yerine kare şeklinde bir kutucuk çizdiği sonra kesir çizgisi çizerek çizginin altına 4 parçadan oluşan bir kare

çizdiği görülmektedir. Şekil 4.45'te ise K5 in üste 1 yeşil lego ve alta 4 parça mavi lego koyduğu görülmektedir. Burada K5'in verilen $\frac{1}{4}$ kesrini bir kesirli sayı olarak görmekten çok pay ve paydadaki sayıları ayrı ayrı birer doğal sayı veya tam sayı olarak gördüğünü söylemek daha doğru olacaktır. Dolayısıyla K5'in "Verilen basit kesirde pay ve paydadaki sayıların birbirinden bağımsız iki ayrı sayı olarak görme" ve "aynı bütünün parçalarından çok nicelik (miktar) üzerine odaklanma (Sayıları temsilen (sayıların konumlarını dikkate alarak) sayı değeri kadar parçadan oluşan bütün çizme veya çokluklar koyma)" şeklinde iki ayrı zihinsel model yapısına sahip olduğu söylememiz mümkündür.

K1'in materyalle gösteriminde de benzer durum söz konusudur. K1'e ait "*bi tane buraya koyarım, 4 tane de alta, böyle $\frac{1}{4}$ oldu*" ifadesi K1'in materyal ile gösteriminin K5'inki ile aynı olduğunu ortaya koymaktadır.

4.3.2.4. Oran-orantı

Katılımcıların bir basit kesirin ondalık kesre ve yüzdeliğe dönüştürülmesi ile ilgili olarak "oran-orantı" kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlaması Tablo EK13.2'de yer almaktadır. Bunu ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

Oran - Orantı; Orandan yararlanma ($\frac{1}{4} = \frac{?}{100}$)

K3 ve K4'e ait aşağıdaki ifadeler incelendiğinde her iki katılımcının da $\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesre dönüştürmek için önce paydasını genişletme yoluyla paydası 10 ve 10'un katları olan bir başka basit kesre ulaşmaya çalıştıkları görülmektedir. Bu durum diğer katılımcılarda da karşımıza çıkmıştır. Ancak K3 ve K4'ün ifadelerinde orandan yararlanma söz konusudur. Burada, K3 ve K4'e ait bu ifadelere göz atmak yararlı olacaktır:

K3: $\frac{1}{4}$ eee! Şimdi! $\frac{1}{4}$ kesrini tam olarak 10'a eşitleriz. Ama, buçuklu bir sayı çıkar. O yüzden bizde 100'e eşitliyoruz. O zaman ondalık kesir olarak şöyle yazıyoruz. Eee! Şimdi! 100'ü 4'e böldüğümüzde 25 çıkıyor. Demekki biz bu sayıları ($\frac{1}{4}$), 1'i de 4'ü de 25 ile çarpacağız. 25'i 1 ile çarptığımızda eee! 25 çıkıyor, 4'ü de 25 ile çarptığımızda 100 çıkıyor şu şekilde, $\frac{25}{100}$.

K4: $\frac{1}{4}$, bunu basit kesir olduğu için 0 tam olarak geldi. Sonra, 4'ün bölündüğü en yakın sayı 10'a bölünmüyor tam olarak, o bakımdan 100'dür. 100'ü 4'e böldüm 25 çıktı.

K3 ve K4'e ait bu ifadelerde her iki katılımcının da ilk önce $\frac{1}{4}$ kesrini paydası 10 olan bir kesir olarak yazmak istedikleri ancak ondalık kesir olarak ifade etmede tam olarak sonuç ifade edemeyecekleri için vaz geçtikleri ve paydası 100 olacak şekilde düşünmeye başladıkları görülmektedir. İşte tam bu aşamada her iki katılımcının da paydası 100 olarak yazabilecekleri kesirli sayının payının kaç olacağını bulmak için oran-orantıdan yararlandıkları ve bunu 100 sayısını 4'e bölmek yoluyla gerçekleştirdikleri görülmektedir.

K3'ten $\frac{1}{4}$, $\frac{25}{100}$, 0,25 ve %25'i materyal kullanıp eylemle (hareket, davranış) göstermesi istendiğinde K3'ün Şekil 4.45'te de görüldüğü gibi 100'lük blok üzerinde bunu gösterirken ifade ettiği " $\frac{1}{4}$ 'ü yani çeyreği demek istiyor. Hazır(daha önce başka soru için hazırlamış olduğum) 100'lük blokta göstereyim. Şurasıdır. 25 tanesini buraya koydum. Ondalık sayı olarak 0,25 yine aynı şekilde, %25'i de aynısı." sözleri de bu fikri desteklemektedir.

Yine aynı şekilde K4'ün Şekil 4.44'teki çizimi K4'ün "Şekilde önce başka türlü yaptım sonra, yanlış yaptığımı anladım. Çizdiğim bu ikisi yanlış. Sonra, bir kare çizerek bunu değişik şöyle böldüm, dörtte birini karaladım. Sonra karenin tamamını 100'e böldüm, daha önce karaladığım dörtte bir, böylece %25'te burada oluştu, aynı oldu." ifadeleri özönünde bulundurularak incelendiğinde K3 için söylediklerimizin K4 için de geçerli olduğunu ortaya koymaktadır. Sonuç itibarıyla K3 ve K4'ün verilen basit kesri ondalık kesre ve yüzdeliğe dönüştürme sırasında genişletme yolunu kullandıkları ve bu yolu kullanırken de oran-orantıdan yararlandıkları görülmektedir. Yani K3 ve K4'ün bir basit kesri ondalık kesre dönüştürmek için zihinsel modelleri arasında oran –orantının varlığından söz edebiliriz.

Araştırmacı, "genişletme yolunu kullanan diğer katılımcılarda da belki böyle birdurum söz konusu olabilir" şeklinde bir düşünceye sahip olsa da uzmanlar tarafından yapılan kodlamada diğer katılımcılar hakkında böyle bir bilgiye yer verilmediği için zaten onların verileri de bu kapsamda ele alınmamıştır.

4.3.2.5. Genişletme

Katılımcıların bir basit kesrin ondalık kesire ve yüzdeliğe dönüştürülmesi ile ilgili olarak “genişletme” kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK13.2’de yer almaktadır. Bunu ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

Genişletme; Basit kesrin paydasını 10 ve katları olacak şekilde genişletme

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100}$$

(25)

Katılımcılara ait veriler incelendiğinde K3, K4, K6, K7 ve K8’in verilen $\frac{1}{4}$ basit kesrini ondalık kesire dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme sırasında kesrin paydasını 10 veya 10’un katlarına eşitleyerek, paydası 10 veya 10’un katı olan yeni bir basit kesir elde etme yolunu kullandıkları tespit edilmiştir. Bu bilgi, sınıflarda aynı zamanda öğretmen tarafından bir işlem bilgisi veya kurallar bütünü halinde öğretildiği için İşlem Bilgisi(Kural) kategorisi altında incelendiği için burada tekrar edilmeyecektir.

4.3.2.6. Denklik Bağlantısı/Denk Kesirler

Katılımcıların bir basit kesrin ondalık kesire ve yüzdeliğe dönüştürülmesi ile ilgili olarak “denklik bağlantısı/denk kesirler” kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK13.2’de yer almaktadır. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \%25$ eşitliğinde bütün değişmez, bütünün parça sayısı ve parçaların

büyüklüğü değişir

Katılımcılara ait veriler incelendiğinde K3, K4, K8’in $\frac{1}{4}$ kesrinin paydasını 10 veya 10’un katı olan bir kesre eşitlemek için genişletme yoluyla elde ettikleri sonuçların aynı olduğu görülmektedir. Her üç katılımcıda $\frac{1}{4}$ kesrini önce $\frac{25}{100}$ kesrine eşitlemiş daha sonrada 0,25 ondalık kesrine ve yüzdeler olarak ta %25’e sonuçlarını elde etmiştir.

Bu üç katılımcının $\frac{1}{4}$, $\frac{25}{100}$, 0,25 ve %25’i şekil veya resim çizerek ve materyal kullanarak somut bir şekilde göstermelerine ait görüntüler Şekil 4.44’te yer almaktadır.

Bu görüntülerde K3, $\frac{1}{4}$ kesrini göstermek için 4 parçadan oluşan bir dikdörtgensel bölge çizerek bunun 1 parçasını boyamıştır. Yine K3'e ait diğer şekilde K3'ün 0,25 ve %25'i göstermek için karesel bölge şeklinde bir bütün çizip bunu 100 parçaya ayırdığı ve bunun 25 parçasını boyadığı görülmektedir. K3, bu çizimini " $\frac{1}{4}$ 'ü açıklama kısmına çizdim. Yüzdeyi şu şekilde gösteriyoruz. 0,25 ile %25'i ayrı ayrı çizmedim ikiside eşit sonuçta. Taralı olmayan kısım bunun %75'idir." ifadeleri ile açıklamaktadır. K3 materyal ile gösterimini " $\frac{1}{4}$ 'ü yani çeyreği demek istiyor. Hazır(daha önce başka soru için hazırlamış olduğum) 100'lük blokta göstereyim. Şurasıdır. 25 tanesini buraya koydum. Ondalık sayı olarak 0,25 yine aynı şekilde, %25'i de aynısı." ifadeleri ile açıklamaktadır,

Burada K3'ün 0,25 ile %25'i aynı çizimde gösterirken $\frac{1}{4}$ 'ü daha farklı bir çizimde gösterdiği görülmektedir. Ancak bunun K3'ün diğer sorularda olduğu gibi çizimi kendisinden istenecek düşüncesi ile istenmeden çizmiş olmasından kaynaklandığını söyleyebiliriz. Çünkü K3'ün materyal ile gösterimine ilişkin olarak Şekil 4.45'te ki resim incelendiğinde K3'ün, $\frac{1}{4}$, 0,25 ve %25 için aynı gösterimi yaptığı görülmektedir.

K4 ise, Şekil 4.44'teki çiziminde $\frac{1}{4}$, $\frac{25}{100}$, %25 ve 0,25'i tek şekil üzerinde göstermiştir. Bu çizimini "*Şekilde önce başka türlü yaptım sonra, yanlış yaptığımı anladım. Çizdiğim bu ikisi yanlış. Sonra, bir kare çizerek bunu değişik şöyle böldüm, dörtte birini karaladım. Sonra karenin tamamını 100'e böldüm, daha önce karaladığım dörtte bir, böylece %25'te burada oluştu, aynı oldu.*" ifadeleri ile açıklamıştır. Araştırmacı $\frac{1}{4}$ 'ü sorduğunda ise, "*Yine aynı.*" cevabını vermiştir.

K8, $\frac{1}{4}$, %25 ve 0,25'i birbirine eşit ve benzer üç ayrı şekilde göstermiş ve bu şekillerin birbirinin eşiti olduğunu göstermek için aralarına eşittir işareti koymuştur. K8, Şekil 4.44'te yer alan bu çizimini, "*(Bir kare çizip 4'e bölerek) Her biri $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ bizim kullandığımız tek $\frac{1}{4}$ 'ü (boyayarak) bu eşittir 0,25, 0,25, 0,25, 0,25 bunun da sadece 0,25'ini (boyayarak) alırız. Yine buda, eşittir %25, %25, %25, %25 bunun da bir tane %25'ini alırız.*" ifadeleri ile açıklarken, araştırmacının kendisinden materyal

kullanarak göstermesini istemesi üzerine, gösterimini “*İn! Legolarla gösterirsek, (eline 4 parça tekli lego alarak bunları birleştirerek) bu 1 bütün. (bunların her bir parçasını sırayla eline alarak) bu parça 1 bütünün $\frac{1}{4}$ ’ünü, bu $\frac{1}{4}$ ’ünü, bu $\frac{1}{4}$ ’ünü ve bu $\frac{1}{4}$ ’ünü toplam $\frac{4}{4}$ ’ünü yani bir bütünü temsil ediyor. Aynı zamanda $\frac{25}{100}$, $\frac{25}{100}$, $\frac{25}{100}$, $\frac{25}{100}$ toplamda $\frac{100}{100}$ 1 bütüne eşit. Yine, 0,25, 0,25, 0,25, 0,25 toplamda 1,00 1 bütüne eşit oluyor*”cümleleri ile açıklamıştır.

Bu çizim ve açıklamalarda da görüldüğü gibi her üç katılımcının da verilen bir basit kesire karşılık oluşturdukları diğer ondalık kesir ve yüzdeliğin aynı bütün ile gösterilmesi gerektiğinin farkında oldukları görülmektedir. Buradan hareketle, K3, K4 ve K8 için $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \%25$ eşitliğinde “bütünün değişmeyeceği, bütünün parça sayısı ve parçaların büyüklüğünün değişeceği”şeklinde bir zihinsel model yapısının varlığından söz edebiliriz.

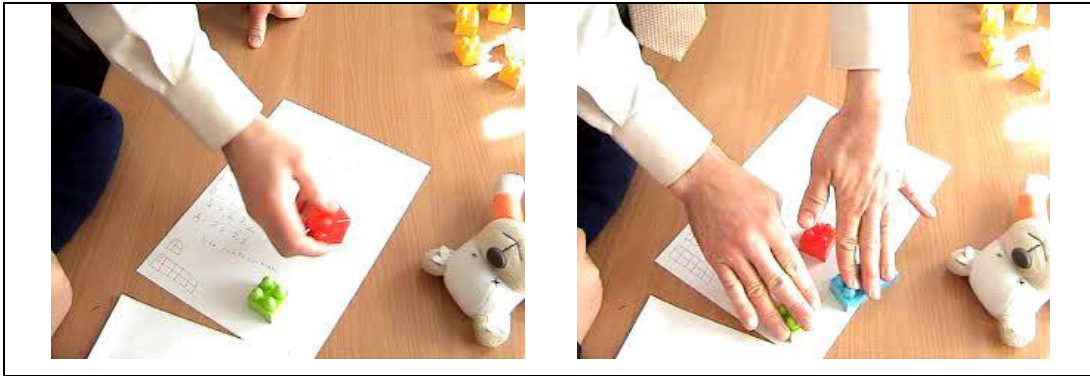
b) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \%25$ eşitliğinde genişletmeden dolayı şekil büyük olur. (Genişletme yapılıncaya kesir büyür, şekil geometrik olarak büyür artar)

Katılımcılara ait verilerde, K2 ve K6’nın $\frac{1}{4}$, $\frac{25}{100}$ ve $\%25$ için çizmiş olduğu bütünlerin birbirinden farklı büyüklükte olduğu tespit edilmiştir.

K2, $\frac{1}{4}$ basit kesrini ondalık kesire dönüştürdüğünde 0,1 şeklinde, yüzdelik olarak ise $\%1$ şeklinde sonuçlar ortaya koymuştur. Araştırmacı tarafından K2’den $\frac{1}{4}$ kesrini ve bunun ondalık kesir olarak karşılığını yazıp resim veya şekil çizerek göstermesi istendiğinde K2, Şekil 4.44’te görülen çizimi gerçekleştirmiştir. K2, bu çizimini “ $\frac{1}{4}$ ’ü şekille gösterelim. (birinci şekli göstererek) böyle de $\frac{1}{4}$ (dörtte bir) olur. $\frac{1}{4}$, ondalık olarak 0,1 olur. (ikinci şekli göstererek) böyle çizer 1 parçasını boyarım.”cümleleri ile açıklamıştır. Burada K2, $\frac{1}{4}$ ’ü göstermek için 4 parçadan oluşan bir kare çizip bunun 1 parçasını boyamıştır. 0,1’i göstermek için ise $\frac{1}{4}$ ’teki parçaların büyüklüğünde 10 parçadan oluşan bir dikdörtgen çizip 1 parçasını boyamıştır.

Araştırmacının K2'ye “Peki! $\frac{1}{4} = 0,1$ dedin! Oluşturduğun iki şekle bakarsak, sence, bu iki şekil bir birine eş midir?” sorusunu yöneltmesi üzerine K2, “Burada (şekilde) eş değil! Ama, çevirmelerde mecburen eşittir koymamız lazım.” cevabını vermiştir. Bunun üzerine K2 ile araştırmacı arasında Şekil 4.46'teki gösterim eşliğinde şu diyalog geçmiştir.

A: Şimdi eştir deyince ben biliyorum ki, bu kırmızı legonun büyüklüğü şu yeşil legonun büyüklüğüne eşittir.



Şekil 4. 46: Araştırmacının K2'nin eşitlik kavramından ne anladığını sorgulamak için yaptığı gösterim

Bu yeşil legonun büyüklüğü ise bu ikili mavi legonun büyüklüğüne eşittir desem yanlış olur, eşit değil. Çünkü, yeşil lego kadar daha büyüklüğü var gördüğün gibi. Ben eşitir deyince bunu anlıyorum mesela! Sen, ne anlıyorsun?

K2: Hımm! Hımm! Ama, burada da zaten biz dörtte bir ($\frac{1}{4}$) kesirini, 4 payını biz onluğa tamamlamak zorundayız. O zaman artar.

K2'nin buradaki son ifadesinde de görüldüğü gibi $\frac{1}{4}$ kesrini onluğa tamamlayınca kesrin artacağını ifade etmiş olması dikkat çeken bir durumdur. Şekil 4.45'te K2'nin materyal ile gösterimine ait resimlerde de benzer bir durum söz konusudur. K2, $\frac{1}{4}$ kesrini 4 parça lego koyup bunun bir tanesini ayırarak bu 1 parçanın $\frac{1}{4}$ olduğunu ifade ederken 0,1'i göstermek için 10 parça legoyu bir araya getirmiş ve 1 parçasını ayırarak “onda biri 0,1 bu.” ifadesini kullanmıştır. Araştırmacının “Ama, görüntü olarak $\frac{1}{4}$ ile 0,1 için yaptıkların birbirine eş değil!” cümlesini vurgulamasına karşılık olarak ise “O zaman 0,1 yerine 0,01, 0,001 de olabilir. Ama, 0,1 daha iyi olur.” açıklamasında bulunmuştur.

K6 ise, $\frac{1}{4}$ basit kesrinin ondalık kesir olarak karşılığını bulamamıştır. Ancak yüzdelik olarak karşılığının %25 olduğunu ifade etmiştir. Şekil 4.44'te de görüldüğü gibi K6 çizimini iki ayrı şekilde göstermiştir. K6 birinci şekilde 4 parçadan oluşan bir bütünün bir parçasını alıp tarayarak bunun $\frac{1}{4}$ olduğunu ifade etmiş ve daha sonra da şeklin üzerine $\%25 = \frac{1}{4}$ yazmıştır. Diğer şekilde ise %25'i daha net göstermek için 100 parçadan oluşan bir bütün çizip bunun 25 parçasını taramıştır. Ve bu çizimini *“Bunu 100'e böldüğümde 25'lik kısmını alırım. Sayfa yetmediği için arkaya çizeyim. %25'i turuncu, $\frac{1}{4}$ 'ü yine aynı olacak ama bölümleri olmayacak. İkinci $\frac{1}{4}$ 'ü yeşil, üçüncü $\frac{1}{4}$ 'ü mor, kalan %25 yine aynı”* cümleleri ile açıklamıştır.

Bu açıklamalardan da anlaşılacağı gibi K6, $\frac{1}{4}$ ve %25'in aynı bütün için söz konusu olduğunu bilmektedir. Yine K6'nın materyal ile gösterimine ilişkin olarak Şekil 4.45'te görülen resim incelendiğinde K6'nın *“Yüzlük üzerinde gösterirsem! $\frac{1}{4}$ bu şekilde, kalan da $\frac{3}{4}$. %25'te aynı olur.”* açıklaması dikkate alınarak incelendiğinde aynı durumu görmek mümkündür.

c) $\frac{1}{4} = 0,1 = \%1$ eşitliğinde bunlar birbirlerine eşit değildir ama çevirmelerde eşittir koyma mecburiyetimiz var

K2, $\frac{1}{4}$ basit kesrini ondalık kesire dönüştürdüğünde 0,1 şeklinde, yüzdelik olarak ise %1 şeklinde sonuçlar ortaya koymuştur. Araştırmacı K2'den $\frac{1}{4}$ kesrini ve bunun ondalık kesir olarak karşılığını yazıp resim veya şekil çizerek göstermesini istemiştir. K2, Şekil 4.44'te görülen çizimi gerçekleştirmiş ve bu çizimini *“ $\frac{1}{4}$ 'ü şekille gösterelim. (birinci şekli göstererek) böyle de $\frac{1}{4}$ (dörtte bir) olur. $\frac{1}{4}$, ondalık olarak 0,1 olur. (ikinci şekli göstererek) böyle çizer 1 parçasını boyarım.”* cümleleri ile açıklamıştır. Burada K2, $\frac{1}{4}$ 'ü göstermek için 4 parçadan oluşan bir kare çizip bunun 1 parçasını boyamıştır. 0,1'i göstermek için ise $\frac{1}{4}$ 'teki parçaların büyüklüğünde 10 parçadan oluşan bir dikdörtgen çizip 1 parçasını boyamıştır. Araştırmacının K2'ye

“Peki! $\frac{1}{4} = 0,1$ dedin! Yaptığın iki şekle bakarsak, sence, bu iki şekil bir birine eşit midir?” sorusunu yöneltmesi üzerine K2, “Burada (şekilde) eşit değil! Ama, çevirmelerde mecburen eşittir koymamız lazım.” cevabını vermiştir.

K2’nin bu son cümlesi bize $\frac{1}{4}$ kesrinin ondalık kesir olarak karşılığını 0,1 ve yüzdeler olarak karşılığını %1 şeklinde bulduğu için bunları eşitlediğini ve çevirme yaptıktan sonra eşittir işareti koyacağını düşündüğünü göstermektedir. Burada K2’nin çözümünün doğruluğuna bakmaksızın, kendi kendine, “ $\frac{1}{4}=0,1= \%1$ eşitliğinde eşit değildir ama çevirmelerde eşittir koyma mecburiyetimiz var” şeklinde yeni bir zihinsel model oluşturmuş olduğunu görmekteyiz. Benzer bir durumla K2’ye ait diğer soruların çözümünde de karşılaşmıştık.

d) (Bulduğu sonuçları göstererek) %1 ile %25 eşit olduğu için aynıdır

K5’e ait veriler incelendiğinde, K5’in $\frac{1}{4}$ basit kesrini, ondalık kesir ve yüzde olarak “ $\frac{1}{4} = 1,4 = \%1,4$ yapar o zaman!” şeklinde ifade ettiği görülmektedir. K5, $\frac{1}{4}$ ve buna karşılık olarak yazmış olduğu 1,4 ile %1,4’ü Şekil 4.44’te görülen çizim ile ortaya koymuştur. Araştırmacının kendisinden $\frac{1}{4}$ ve buna karşılık olarak yazmış olduğu 1,4 ile %1,4’ü materyal ile göstermesini istemesi üzerine ise, Şekil 4.45’te görülen gösterimi gerçekleştirmiştir. Araştırmacı, K5’in durumunu açıklığa kavuşturmak amacıyla, K5’e (somut bir şekilde Şekil 4.47’te görüldüğü gibi çizim eşliğinde) daha farklı sorular yöneltmiştir. Bununla ilgili K5 K5 ile yapılan görüşme şu şekildedir.

A: $\frac{1}{4}$ senin için ne ifade ediyor?

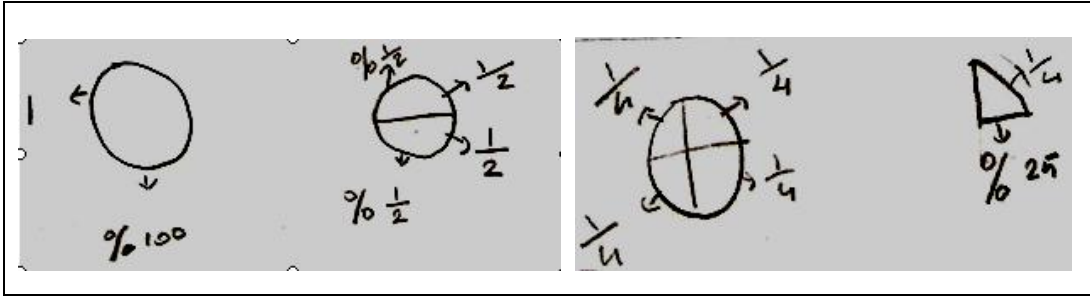
K5: Dört parçaya ayırmışlar birini almışlar. Ayırıp tekrar çizdiğim $\frac{1}{4}=1,4= \%1,4$ ’tür.

A: Bu yaptıklarının hepsini bir kenara bıraksak, sana şöyle bir soru sorsam! “Pastaneden doğum günün için bütün bir yaş pasta aldın, aldığın bu pasta bütün bu pastanın yüzde kaçıdır?”

K5: 1 bütün mü? %100 yapar.

A: “Bu pastayı anenle paylaşırsan, senin payın yüzde kaç olur?”

K5: $\frac{1}{2}$ oda $\frac{1}{2}$ ’sidir.



Şekil 4. 47: Araştırmacının K5'e yönelttiği soruları somut olarak göstermeye ilişkin çizmiş olduğu şekiller ve K5'in cevabını üzerine yazması

A: Peki, bütününe %100 dedin, ona neden $\% \frac{1}{2}$ gibi bir şey yazmadın?

K5: Şey! Kesirlerden falan giderek yaptım.

A: Peki pastayı 4'e bölseydik ne yapardın?

K5: Bu şekilde. A: Tamamı %100 ise bu $\frac{1}{4}$ diye çizdiğin kısım ne kadar olur?

K5: Çeyrek olur yani %25.

A: Peki, $\% \frac{1}{4}$ ile %25 aynı şey midir?

K5: Aynıdır.

A: $\% \frac{1}{4}$ ile %25 aynı ise neden iki türlü yazalım ki?

K5: Aynıdır.

A: $\frac{1}{4}$ ve buna karşılık olarak yazdığın 1,4 ile %1,4'ü materyal kullanıp eylemle (hareket, davranış) gösterebilir misin?

K5: Bu bir, bu dört $\frac{1}{4}$ bu. 1,4 1 buraya yanına 4 1 virgül onda 4 olur.

Bu diyalogda da görüldüğü gibi K5'in bulduğu sonuçları göstererek, %1 ile %25 eşit olduğu fikrine sahip olduğunu görmekteyiz. Araştırmacının durumdan emin olamak amacı ile “ $\% \frac{1}{4}$ ile %25 aynı ise neden iki türlü yazalım ki?” sorusu üzerine bile K5'in “Aynıdır” yanıtını vermesi bulduğu sonuçlara eşit yazdığı için aynı olması gerektiği şeklinde kendine has bir zihinsel model oluşturmuş olduğunun bir göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır.

$$e) \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25 = \%25 + \%25 + \%25 + \%25$$

Katılımcı öğrencilerden $\frac{1}{4}$ ve buna eşit olarak yazdıkları ondalık kesir ve yüzde

ifadesini resim çizerek göstermeleri istendiğinde Şekil 4.44'te de görüldüğü gibi K8, $\frac{1}{4}$ için bir bütün çizerek bunu 4 eş parçaya ayırmış ve 1 parçasını taramıştır. Diğer kesirler için yine aynı büyüklükte birer bütün çizerek yine aynı şekilde 4 parçaya bölüp 1'er

parçasını almıştır. K8 bu çizimini “(Bir kare çizip 4’e bölerek) Her biri $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ bizim kullandığımız tek $\frac{1}{4}$ ’ü (boyayarak) bu eşittir. 0,25, 0,25, 0,25, 0,25 bunun da sadece 0,25’ini (boyayarak) alırız. Yine buda, eşittir %25, %25, %25, %25 bunun da bir tane %25’ini alırız.”cümleleri ile açıklamıştır.

Burada K8’in her üç kesir çeşidini göstermek için aynı büyüklükte birer bütün çizmesi ve bunları aynı şekilde 4 parçaya ayırarak birer parçasını alıp bunun gösterdiği kesri üzerine yazması ve yine bu şekillerin aralarına birbirine eşit olduğunu göstermek için eşittir işareti koyması, kesirlerin denklik kavramını göstermeye çalışma gayreti olarak açıklanabilir. Matematiksel olarak ifade edecek olursak K8 çizimiyle bize,

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25 = \%25 + \%25 + \%25 + \%25$$

eşitliğinde kesirlerin denkliğini göstermeye çalışmıştır.

4.4. Ondalık Kesrin Bileşik Kesire Dönüştürülmesi

Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Araştırmanın dördüncü alt problemi “Katılımcıların Ondalık Kesiri, Bileşik Kesire Dönüştürme sırasında ortaya çıkan zihinsel modelleri nelerdir?” şeklinde belirlenmiştir. Bu alt problem ile ilgili olarak, bir ondalık kesrin bileşik kesire dönüştürülmesi ile ilgili verilen “6,19 ondalık kesrini bileşik kesre çeviriniz. Bunu gerçekleştirirken attığınız adımları nedenleriyle birlikte açıklayınız?” sorusunu katılımcı öğrencilerin cevaplamaları sırasında ortaya çıkan zihinsel model kategorileri;

1. İşlem Bilgisi (Kural)
2. Bütün-parça
3. Ölçme/Karşılaştırma
4. Denklik Bağlantısı/Denk Kesirler

olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu bölümde katılımcı öğrencilerin verilen ondalık kesiri bileşik kesire dönüştürme sırasında ortaya çıkan bu zihinsel modelleri örneklerle açıklanacaktır.

4.4.1. İşlem Bilgisi (Kural)

Katılımcıların bir ondalık kesrin bileşik kesire ve yüzdeliğe dönüştürülmesi ile ilgili olarak “işlem bilgisi (kural)” kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK 14.1’de yer almaktadır. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

Verilen ondalık kesrin okunuşundan yararlanarak önce tamsayılı kesir olarak yazma sonra elde ettiği tamsayılı kesri kurala uygun olarak (tam kısım ile paydayı çarpıp çarpım sonucu ile payı toplayarak paya yazma ve paydayı aynen yazma) bileşik kesre dönüştürme

Katılımcı öğrencilere ait veriler incelendiğinde K1, K4 ve K5 hariç diğer beş katılımcının verilen 6,19 ondalık kesrini bileşik kesre dönüştürmek için önce tamsayılı kesre sonrada elde edilen tamsayılı kesri bileşik kesre dönüştürme yoluyla sonuca ulaştıkları tespit edilmiştir.

K2, K3, K6 ve K8'e ait aşağıdaki ifadeler bu dört katılımcının verilen 6,19 ondalık kesrini bileşik kesre dönüştürmek için okunuşundan yararlanarak önce tamsayılı kesre dönüştürdükleri ve daha sonra elde edilen $6\frac{19}{100}$ tamsayılı kesrini sınıfta kendilerine öğretmenleri tarafından öğretildiği şekliyle işlem bilgilerini kullanarak ("Tam kısım ile payda sayısı çarpılır, çarpım sonucu pay sayısı ile toplanır ve toplam sonucu tekrar payda sayısına bölünür" kuralını uygulamak yoluyla) bileşik kesre ulaştıkları açık bir şekilde anlaşılmaktadır. Bu konuda K2, K3, K6 ve K8'e ait şu ifadelere bakmak yeterli olacaktır:

K2: Tamımız var bi tane 6 tam. Eeea! İlkönce, tamı yazıp daha sonra işlemi yapabiliriz. Bu arada, ondalık kesire çevirmeyi severim. Burada da gördüğünüz gibi 6 tam burası, 6,19 6 tam yüzde on dokuz olduğu için burası da, 6 tam yüzde on dokuz ($\frac{19}{100}$) böyle oluyor. Eeea! Daha sonra bileşik kesir istediği için 6 kere 100? 600, eeea! 19'u da ekle 619. yüzde altı yüz on dokuz ($\frac{619}{100}$) oluyor.

K3: Şimdi! Okunuşundan da anlaşılacağı gibi 6,19'u (altı virgöl on dokuzu) biz "altı tam yüzde on dokuz" diye de okuruz. Direkt yazdım $6\frac{19}{100}$. Burada da yine aynı şekilde 6 tam 19 bölü 100 şeklinde, ya da 6 tam yüzde 19. $6,19 = 6\frac{19}{100}$. Ayrıca, $6\frac{19}{100} = \frac{619}{100}$ oluyor. Şu şekilde, eea! 6,19'u şu şekilde $6\frac{19}{100}$ 'e çevirdik. $6\frac{19}{100}$ 'u bileşik kesre şöyle çeviriyoruz şurdaki 100 ile 6'yı çarpıyoruz, 600, 19'u da topladığımızda da 619 ediyor. Payımız yine aynı kalıyor. yine $\frac{619}{100}$ oluyor.

K6: 6,19, ben bunun okunuşundan gittim. 6,19'un okunuşu "altı tama yüzde on dokuz" dur. Yani! Okunuşundan buldum bunu $6\frac{19}{100}$. Şurda $6\frac{19}{100} = \frac{619}{100}$ ben tamsayılı kesiri bileşik kesire çevirme işlemi yaptım. $6 \times 100 + 19 = 619$, payda hiçbir zaman değişmez dediğim gibi $\frac{619}{100}$. $6\frac{19}{100} = \frac{619}{100}$

K8: 6,19 (altı tam yüzde on dokuz) ondalıklı kesrini tamsayılı kesre çevirirsek, tam kısmına 6, kesir kısmına $\frac{19}{100}$ yazarız. Tamsayılı kesri bileşik kesre çevirirken, paydasıyla tamsayıyı çarparak üzerine payı ekler ve paya yazarız. Payda aynı kalır. O da, $6\frac{19}{100}$ ve $\frac{619}{100}$ olur.

K7 ise, 6,19 ondalık kesrini okunuşundan yararlanarak tamsayılı kesre dönüştürdükten sonra zihninde pratik bir şekilde bu tamsayılı kesri bileşik kesre dönüştürmüştür. Araştırmacı ile K7 arasında geçen görüşme şu şekildedir:

K7: 6,19 eşittir $\frac{619}{100}$ bileşik kesre çevirdik.

A: Bileşik kesir olarak yazmadan önce ne yaptın? Sen zihninden bir şeyler yaptın, bunları bize açıklarmısın.

K7: 6,19'u tam sayılı kesir olarak gördüm. $6\frac{19}{100}$ ondan sonra da bileşik kesre çevirdim.

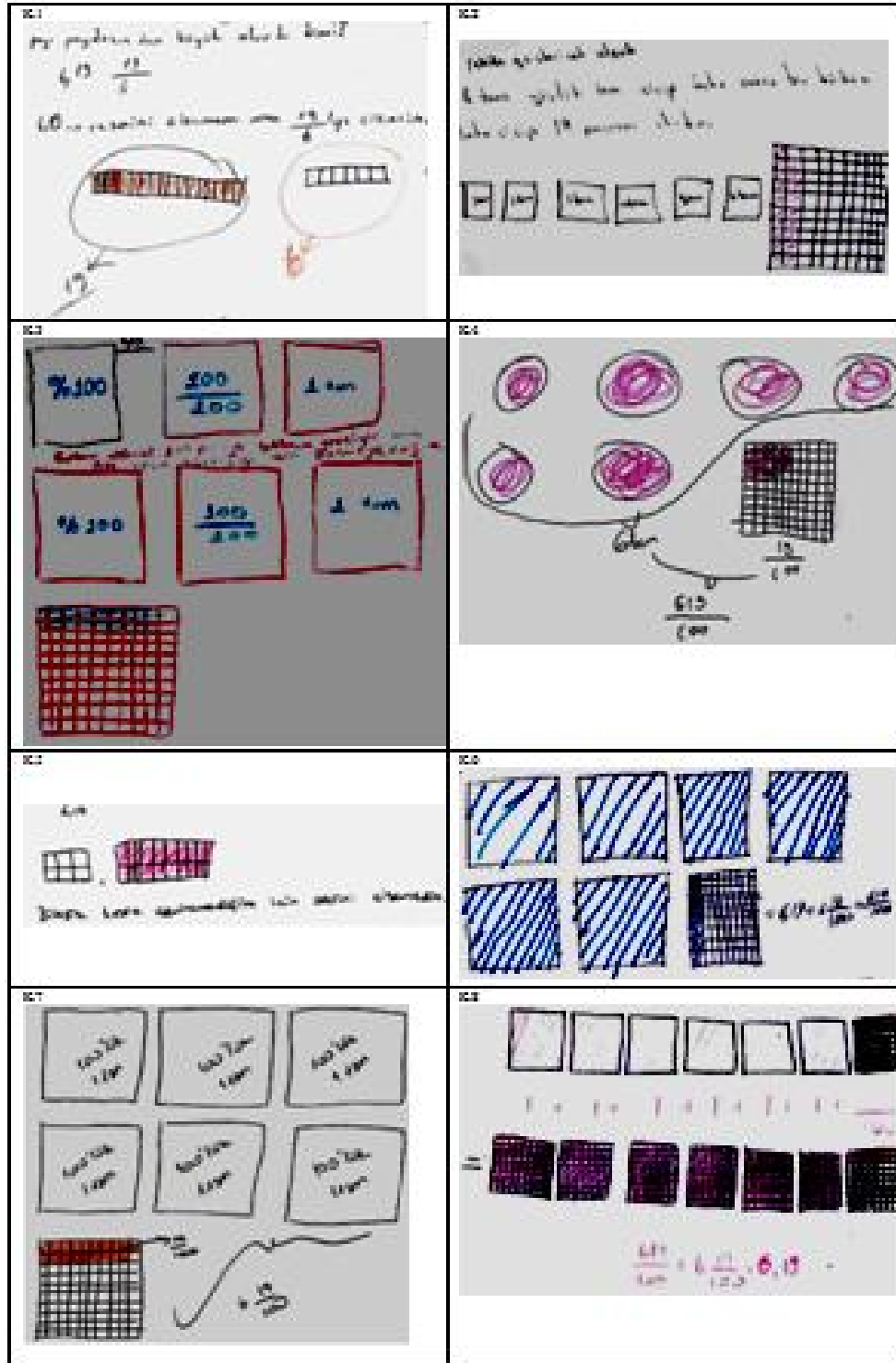
Bu ifadelerde de görüldüğü gibi, K7 sesli düşünme yapmaksızın zihninde hızlı bir şekilde işlemleri gerçekleştirmektedir. Ancak K7'nin önceki benzer soruların çözümüne ilişkin açıklamalarında tamsayılı kesri bileşik kesre dönüştürmeyi kuralına uygun olarak gerçekleştirmiş olduğunu hatırlatmakta yarar vardır. Muhtemelen K7, burada tekrar uzun uzun açıklama yapmak istememektedir. Bu sebeple K7'nin durumu da diğer dört katılımcıdan farklı değildir.

Sonuç itibarıyla K2, K3, K6, K7 ve K8'in işlem bilgisi (kural) alt kategorisini oluşturan “Verilen ondalık kesrin okunuşundan yararlanarak önce tamsayılı kesir olarak yazma sonra elde ettiği tamsayılı kesri kurala uygun olarak (tam kısım ile paydayı çarpıp çarpım sonucu ile payı toplayarak paya yazma ve paydayı aynen yazma) bileşik kesre dönüştürme” şeklinde bir zihinsel model yapısına sahip olduklarını söyleyebiliriz.

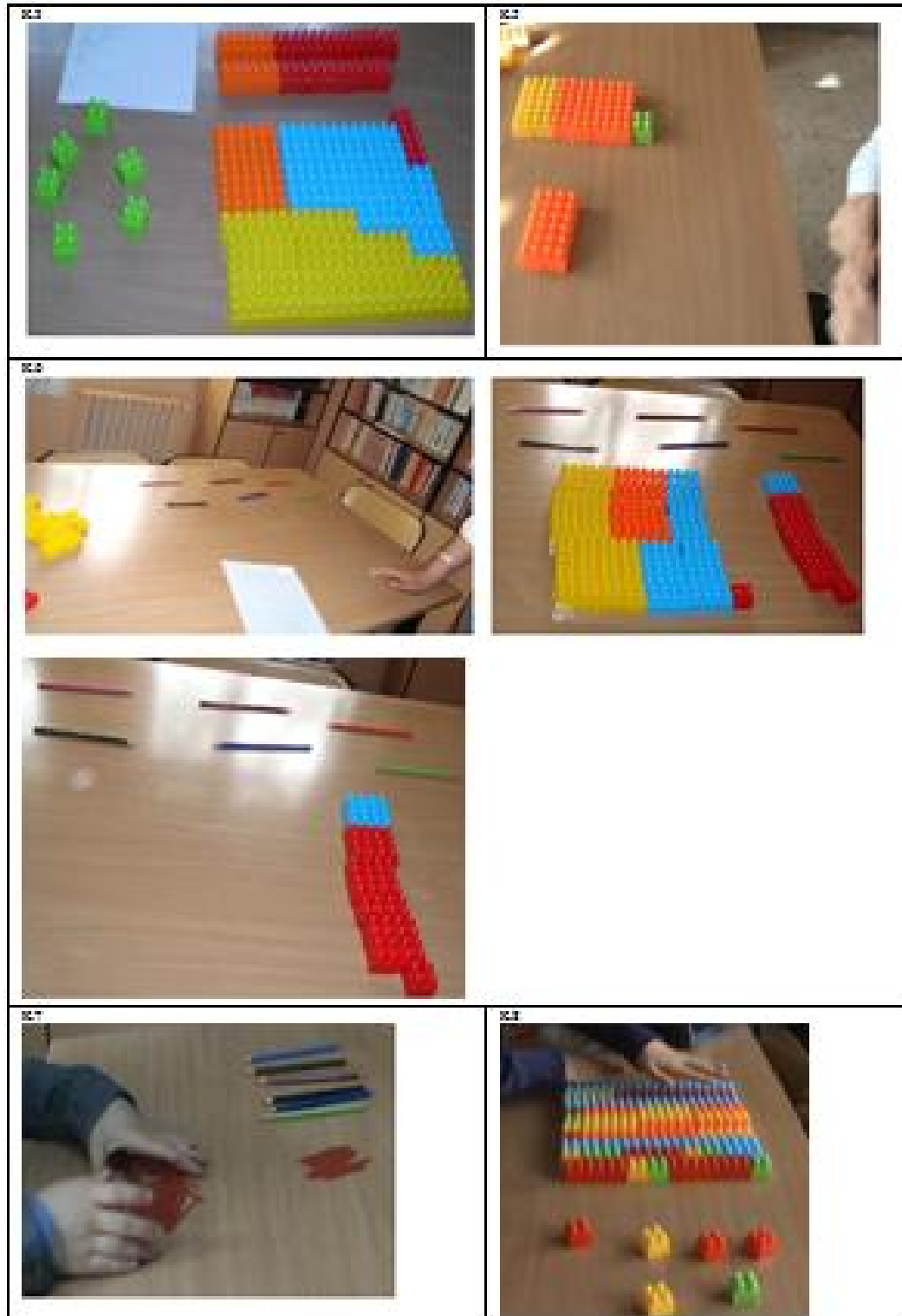
K4'e ait verilerde, K4'ün 6,19 ondalık kesrini bileşik kesre dönüştürürken, ondalık kesirdeki sayıların basamak değerinden yararlanarak önce $6\frac{19}{100}$ tamsayılı kesrine, sonra da kuralına uygun olarak bu kesri bileşik kesre dönüştürdüğü görülmektedir. K4 bunu, “Şimdi, bunu önce tamsayılı kesire dönüştüreceğimiz için, yüzde 19 oluyoor bu! 6,19, 19 iki tane sıfır olacağı için. Bu yüzden 6,19, 6'yı böyle 6 tam, 19'u da 19 iki sıfırlı $\frac{19}{100}$ yazarım. Yani $6\frac{19}{100}$ olur. Bunu da bileşik kesire çevirmek için $100 \times 6 = 600$ $600 + 19 = 619$ ediyoor. Kaç etti? $\frac{619}{100}$ oluyor, evet!” şeklindeki ifadeleri ile açıklamaktadır.

Özetle, K4'ün bir ondalık kesri bileşik kesre dönüştürürken “Ondalık kesirde tam kısmı ve basamak değerini göz önüne alarak tamsayılı kesir olarak yazma ve tam sayılı kesri kurala uygun olarak (tam kısım ile paydayı çarpıp çarpım sonucu ile payı toplayarak paya yazma ve paydayı aynen yazma) bileşik kesre dönüştürme” şeklinde bir zihinsel model kullandığını veya birkaç zihinsel modeli birleştirdiğini söyleyebiliriz.

Şekil 4.48 ve Şekil 4.49 sonraki kategorilerin hepsini ilgilendirmekte olup her kategori altında tekrar tekrar yer işgal etmemesi amacıyla burada yer almaktadır.



Şekil 4. 48: Katılımcı öğrencilerin 6,19 ondalık kesri ve buna eşit olarak buldukları kesirleri göstermek için çizdikleri şekiller



Şekil 4. 49: Katılımcı öğrencilerin 6,19 ondalık kesri ve buna eşit olarak buldukları kesirleri materyal kullanarak gösterimine ait resimler

4.4.2. Bütün-parça

Katılımcıların bir ondalık kesirin bileşik kesire ve yüzdeliğe dönüştürülmesi ile ilgili olarak “bütün-parça” kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK 14.1’de yer almaktadır. Bunları ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

a) ($6\frac{19}{100} = 1+1+1+1+1+1+\frac{19}{100}$) Tamsayı kesir tam kısım ve kesirli kısmın toplamıdır

Katılımcı öğrencilerden $6\frac{19}{100}$ tamsayı kesrini şekil veya resim çizerek ve materyal kullanarak göstermeleri istendiğinde, K3, K4, K6, K7 ve K8’in çizmiş oldukları şekiller ve materyal ile gösterimlerinde birbirine çok benzer olduğu tespit edilmiştir. Şekil 4.48’de de görüldüğü gibi K3, K6, K7 ve K8 $6\frac{19}{100}$ tamsayı kesrini göstermek için aynı büyüklükte 7 bütün çizmişler ve bu çizmiş oldukları bütünlerin ilk 6 parçasını taramışlar, yedinci bütünü ise 100 parçaya ayırdıktan sonra bu 100 parçanın 19 parçasını taramışlardır. K4, diğer katılımcılardan farklı olarak değişiklik olsun düşüncesiyle tam kısımlar için pratik bir şekilde daireler çizerek içini boyayıp geçmiştir. K3, K4, K6, K7 ve K8’in çizimlerine ilişkin şu açıklamaları burada ifade etmeye çalıştıklarımıza birer delil niteliğindedir.

K3: 6,19’u çizelim, yüzde şeklinde çizerim çünkü yüzde 19 olduğu için yapması daha kolay. 6 tane tam çizdim, bunların hepsini bölmeyeceğim, çünkü çok uzun sürer. Bunların içlerini 100 parçaya bölmem gerekiyor ama çok uzun süreceği için bölmeyeceğim. Yedincisini 100’e bölcem, şimdi bunun 19’unu karalayacağız çünkü yüzde 19. onlarda (tamlar) %100 oluyor, 1 tam eder diğerleri de aynı.

K4: Baştakileri daire sonrakini kare yapayım! Şimdi, 6 tane tam çizdim, içlerini boyadım, hepsini aldım. Kareyi de 100’e bölcem (dikey 1, 2, 3, ...10, yatay 1, 2, 3, ...10) 100 oldu. Bunun 19’unu alır boyarım. Bunlar da şöyle! 6 tam ve $\frac{19}{100}$ bunların

hepsi de $\frac{619}{100}$ ve $6\frac{19}{100}$ yine 6, 19 oluyor.

K6: 6 tane tam çizdim. 1 tane yine tam çizdim ama, 100’e bölüp 19’unu aldım. Şekiller 6,19, $6\frac{19}{100}$ ve $\frac{619}{100}$

K7: 6 tane 100’lük tam çizdim, $\frac{19}{100}$

İçin 100 parçaya bölüp 19'unu aldım. $6\frac{19}{100}$. Diğerleri de aynısı.

K8: 1 tam, 2 tam, ...6 tam ve 100 parçaya böldüğümüz bir bütünün 19 parçasını almaya eşittir.

Benzer bir şekilde bu beş katılımcının $6\frac{19}{100}$ tamsayılı kesrini materyal kullanarak gösterme biçimleri de hemen hemen aynıdır. Şekil 4.49'da yer alan K3, K6, K7 ve K8'in materyal kullanarak gösterimlerine ait resimlerin katılımcılara ait şu ifadelerin göz önünde bulundurularak incelenmesi yararlı olacaktır.

K3: 6,19, ben yine 100'lüklerden oluştursam! 1 tane 100'lük oluşturdum, 6 tamı şöyle yapalım (eline 6 adet tekli lego alarak) şurası bizim 6 tamımız olsun, bunun her biri 100'lük yerine ama, o kadar parçamız olmadığı için yapmıyoruz. Eaa! Şimdi burada (100'lükte) 19 göstereceğim. Şu şekilde. $6\frac{19}{100}$ ve $\frac{619}{100}$ aynısı.

K4: 6 tamı temsilen 6 tane lego koyarım, bi 100'lük yapıp bunun 19 tanesini alırım.

K6: 6,19 bunun okunuşu "altı tam yüzde on dokuz" altı tam yüzde on dokuzu yapmak için 100'lük gerekecek. Kalemler 6 tamı temsil etsin, bir 100'lük oluşturalım. 19'unu alırsak 6,19 böyle.

$6\frac{19}{100}$ 'de aynısı. $\frac{619}{100}$ 'ü, $6\frac{19}{100}$ olduğu için aynısı olacak.

K7: 6,19 bu $6\frac{19}{100}$ 'a eşit. 6 tamım kalemler olsun. O yüzden her birini 1 tam olarak kabul edersek 6 tam. 100 parçada 19 parçasını aldım, bunlar (81 parçası) çıkıyor. Her bir kalem yerine 100'er sayı çubuğu koymak gerekiyordu. $\frac{619}{100}$ 'ü 600 tane tam kısma koyardım, 19'unu dağıtırdım.

K8: Bunları Legolarla gösterirsek, ilkönce 100 parçadan oluşan 1 bütün elde edeceğiz. 100 parçadan oluşan bütünümüzü elde ettik. Yeterli legomuz olmadığı için tamları (her biri 100'lük legoyu temsil etmek üzere) küçük lego parçalarıyla göstereceğiz. 1 tam, 2 tam, ...ve 6 tama ek olarak 100 parçadan oluşan legonun 19 parçasını almak %19'u temsil eder. Bunlar ikisi beraber 6,19 (altı tam yüzde on dokuz) olur. Bu aynı zamanda 6,19, $6\frac{19}{100}$ ve $\frac{619}{100}$ 'dür.

Bu katılımcıların $6\frac{19}{100}$ tamsayılı kesrini 100'lük bloklar oluşturarak, ellerinde yeterince lego olmadığını ifade edip 6 tam kısmı için temsili olarak tekli lego parçaları veya kalemler koydukları görülmektedir. K4'e ait resim ise tenolojik problemler sebebiyle elde edilememiştir.

Katılımcıların şekil çizimi, materyalle gösterimleri ve bunlara ilişkin açıklamalarındanda anlaşılmakta olduğu gibi, K3,K4,K6, K7 ve K8'in tamsayılı kesri tamlar ve parça şeklinde gördükleri ve bu tamlarıda, sayının belirttiği kadar 1 tamın toplamı olarak düşündükleri görülmektedir. Sonuç olarak "Tamsayılı kesir tam kısım ve kesirli kısmın toplamıdır" şeklinde bir zihinsel model ortaya koyduklarını söyleyebiliriz. Bu durumu burada karşımıza çıkan örneği göstermesi açısından

matematiksel bir dil ile $6\frac{19}{100} = 1+1+1+1+1+1+\frac{19}{100}$ şeklinde gösterebiliriz.

b) ($\frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{19}{100} = \frac{619}{100}$) Tamsayılı kesirde tam kısmını kesirli

sayıların toplamı olarak yazma ve parça kısmını da toplayarak bileşik kesre ulaşma

Katılımcı öğrencilerden $6\frac{19}{100}$ tamsayılı kesrini ve $\frac{619}{100}$ bileşik kesrini şekil veya resim çizerek ve materyal kullanarak göstermeleri istendiğinde, K3, K7 ve K8'in çizmiş oldukları şekillerin birbirine benzer olduğu görülmektedir. Katılımcılara ait Şekil 4.48'de yer alan bu çizimler katılımcıların şu ifadeleri ile birlikte ele alındığında durumu daha iyi analiz etmemizi kolaylaştıracaktır.

K3: 6,19'u çizelim, yüzde şeklinde çizirim çünkü, yüzde 19 olduğu için yapması daha kolay. 6 tane tam çizdim, bunların hepsini bölmeyeceğim, çünkü çok uzun sürer. Bunların içlerini 100 parçaya bölmem gerekiyor ama çok uzun süreceği için bölmeyeceğim. Yedincisini 100'e bölcem, şimdi bunun 19'unu karalayacağız çünkü yüzde 19. onlarda (tamlar) %100 oluyor, 1 tam eder diğerleri de aynı.

K7: 6 tane 100'lük tam çizdim, $\frac{19}{100}$ için 100 parçaya bölüp 19'unu aldım. $6\frac{19}{100}$. Diğerleri de aynısı.

K8: 1 tam, 2 tam, ...6 tam ve 100 parçaya böldüğümüz bir bütünün 19 parçasını almaya eşittir. Aynı şekilde (altta yaptığım gibi) 7 bütünün her birini $\frac{1}{100}$ 'lük parçalara

ayırıp bunların 619'unu almak eee1 6,19, $6\frac{19}{100}$ 'e, $6\frac{19}{100}$, $\frac{619}{100}$ 'üne eşittir.

K3, K7 ve K8'in her biri aynı büyüklükte 7 bütün çizmiş ve bu çizmiş oldukları bütünlerin 100 parçaya ayırdıktan sonra ilk altı bütünde tüm 100'lükleri ve yedinci bütünde bu 100 parçanın 19 parçasını taramış oldukları tespit edilmiştir. Burada K7'nin şekil ile ilgili açıklamalarının bir kısmını çizim üzerinde görmek te mümkündür.

Şekil 4.49'da ise, katılımcı öğrencilerin materyalle gösterimine ait resimler yer almaktadır. Burada, bu üç katılımcının 7 tane 100'lük oluşturmaya çalıştığı ve bunu kolayca yapmak için ilk 6 100'lüğün yerine temsili olarak 1 nesne koyup geçtiği görülmektedir. K3 bu gösterimini “6,19, ben yine 100'lüklerden oluştursam! 1 tane 100'lük oluşturdum, 6 tamı şöyle yapalım (eline 6 adet tekli lego alarak) şurası bizim 6 tamımız olsun, bunun her biri 100'lük yerine ama, o kadar parçamız olmadığı için yapmıyoruz. Eaa! Şimdi burada (100'lükte) 19 göstereceğim. Şu şekilde $6\frac{19}{100}$ ve $\frac{619}{100}$ aynısı.”cümleleri ile ifade ederken K8, “Bunları Legolarla gösterirsek, ilkönce 100

parçadan oluşan 1 bütün elde edeceğiz. 100 parçadan oluşan bütünüümüze elde ettik. Yeterli legomuz olmadığı için tamları (her biri 100'lük legoyu temsil etmek üzere) küçük lego parçalarıyla göstereceğiz. 1 tam, 2 tam, ...ve 6 tama ek olarak 100 parçadan oluşan legonun 19 parçasını almak $\frac{619}{100}$ 'u temsil eder. Bunlar ikisi beraber 6,19 (altı tam yüzde on dokuz) olur. Bu aynı zamanda $6,19$, $6\frac{19}{100}$ ve $\frac{619}{100}$ 'dür."cümleleri ile açıklamıştır. K7 ise K3 ve K8'den farklı olarak materyal olarak Legoları tercih etmemiş kalem ve sayı çubuklarını kullanmıştır. K7 gösterimini " $6,19$ bu $6\frac{19}{100}$ 'a eşit. 6 tamım kalemler olsun. O yüzden her birini 1 tam olarak kabul edersek 6 tam. 100 parçada 19 parçasını aldım, bunlar (81 parçası) çıkıyor. Her bir kalem yerine 100'er sayı çubuğu koymak gerekiyordu. $\frac{619}{100}$ 'ü 600 tane tam kısma koyardım, 19'unu dağıtırdım." şeklinde ifade etmiştir.

Bu üçkatılımcıya ait çizim gösterim resimleri ve açıklamalarda da görüldüğü gibi K3, K7 ve K8'in her bir tam kısım için $\frac{100}{100}$ kesrini gösteren ve buna ilaveten tam olmayan kısmı $\frac{19}{100}$ şeklinde düşündüklerini ortaya koyan bir fikre sahip oldukları görülmektedir. Dolayısıyla K3, K7 ve K8 için "Tamsayılı kesirde tam kısmını kesirli sayıların toplamı olarak görme ve parça kısmını da toplayarak bileşik kesre ulaşma" şeklinde bir zihinsel modele sahip olduklarını söylemek mümkün olacaktır. Bu durumu burada karşımıza çıkan örneği göstermesi açısından matematiksel bir dil ile $\frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{19}{100} = \frac{619}{100}$ şeklinde ifade edebiliriz.

c) Tamsayılı kesirde tam kısmı ve kesirli kısmı oluşturan birim kesirlerin toplamından bileşik kesre ulaşma

$$\underbrace{\frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{100}}_{600 \text{ Adet}} + \underbrace{\frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{100}}_{19 \text{ Adet}} = \frac{619}{100} \quad (\text{Toplam birimlerin sayısı } \frac{1}{100} \text{ 'den 619 tane}).$$

K8'e ait verilerde, a ve b şıkında belirtilen durumlardan farklı olarak ayrıca K8'in $\frac{619}{100}$ bileşik kesrini oluştururken birim kesirlerden bahsetmiş olması dikkat çekmektedir

K8'in " 1 tam, 2 tam, ... 6 tam ve 100 parçaya böldüğümüz bir bütünün 19 parçasını almaya eşittir. Aynı şekilde (altta yaptığım gibi) 7 bütünün her birini $\frac{1}{100}$ 'lük

parçalara ayırıp bunların 619'unu almak eeee! $6,19$, $6\frac{19}{100}$ 'e, $6\frac{19}{100}$, $\frac{619}{100}$ 'üne

eşittir.”şeklindeki açıklamalarında da belirttiği gibi, bileşik kesri oluştururken birim kesirlerin toplamı olarak düşündüğünü görmek mümkündür. Kısacası, K8'in “Tamsayılı kesirde tam kısmı ve kesirli kısmı oluşturan birim kesirlerin toplamından bileşik kesre ulaşma”şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu söylemek mümkündür. Bu durumu burada karşımıza çıkan örneği göstermesi açısından matematiksel bir dil

$$\text{ile } \frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{100} = \frac{619}{100} \quad (\text{Toplam birimlerin sayısı } \frac{1}{100} \text{ 'den } 619 \text{ tane})$$

600 Adet 19 Adet

şeklinde ifade edebiliriz. K8'in bu durumunu yansıtan çizimi Şekil 4.48'de görülebilir.

d) 6 tam ve 100 parçanın 19'u $(6 + \frac{19}{100} = 6,19 = 6\frac{19}{100})$

Şekil 4.48'deki K4'e ait çizim K4'ün “Baştakileri daire sonrakini kare yapayım! Şimdi, 6 tane tam çizdim, içlerini boyadım, hepsini aldım. Kareyi de 100'e bölcem (dikey 1, 2, 3, ...10, yatay 1, 2, 3, ...10) 100 oldu. Bunun 19'unu alır boyarım.

Bunlar da şöyle! 6 tam ve $\frac{19}{100}$ bunların hepsi de $\frac{619}{100}$ ve $6\frac{19}{100}$ yine 6, 19

oluyor.”açıklaması ile birlikte değerlendirildiğinde, K4'ün verilen 6,19 ve $6\frac{19}{100}$

kesirlerini tam ve parçaların toplamı olarak gördüğünü söyleyebiliriz. Yani K4'ün bu soru ile ilgili olarak “6 tam ve 100 parçanın 19'u”şeklinde tam ve parça kısmını toplam olarak ele aldığı bir zihinsel model karşımıza çıkmaktadır. Matematiksel bir dil ile bu durumu $6 + \frac{19}{100} = 6,19 = 6\frac{19}{100}$ şeklinde ifade edebiliriz.

e) Verilen ondalık kesirde tam kısım ve virgüllü kısmı birbirinden bağımsız iki ayrı sayı olarak görme

K1 ve K5'in verilen 6,19 ondalık kesrini bileşik kesre dönüştürme ile ilgili yapmış oldukları açıklamalar incelendiğinde, 6,19 ondalık kesirinde tam kısımdaki 6 sayısı ile virgülden sonraki 19 sayısını birbirinden bağımsız iki ayrı sayı olarak gördükleri tespit edilmiştir.

K5'in “6,19 bunu “altı virgöl on dokuz”, “altı virgöl yüzde on dokuz” diye okuruz. Bileşik kesire çevirdiğimizde payı paydasından büyük hale gelecek. Şimdi, şöyle desem! 19'u üste yazıp, 6'yı alta yazsam? Benim bu konuda hiçbir fikrim yok ama, bunları daha önceden gördüm ama unuttum. Şimdi $\frac{19}{6}$ diye yazsam? Hatırlayamadım hiçbir şeyi, bu kadar, ben bir şey yapamıycam.”açıklamaları ve K1 ile araştırmacı

arasında geçen şu diyalog incelendiğinde her iki katılımcının da bileşik kesrin özelliklerinden biri olan “pay sayısı payda sayısından büyük olur” düşüncesi ile 6,19 ondalık kesrinde sayısal ifade olarak 19’un büyük olmasını göz önüne alarak sonucu $\frac{19}{6}$ şeklinde ifade ettikleri görülmektedir.

K1: Payı paydasından büyük olur dimi, bileşik kesir de?

A: Evet!

K1: Şey! 19’u üste çıkarsak, 6’yı da aşağı yazsak $\frac{19}{6}$ böyle olur.

A: Başka bir düşüncen var mı?

K1: Yok!

A: Peki! Çok teşekkür ederim!

Bu ifadeler bize her iki katılımcının da “Verilen ondalık kesirde tam kısım ve virgüllü kısmı birbirinden bağımsız iki ayrı sayı olarak görme” şeklinde bir zihinsel model oluşturduğunu göstermektedir.

f) Tam kısmın bir fazlası olacak şekilde bütünler çizme ve tamsayılı kesirde ve ondalık kesirde tam kısım kadarını boyama, diğer bütünü 100 eş parçaya bölerek ondalık kesirde virgülden sonraki sayı kadarını / tamsayılı kesirde pay sayısı kadarını boyama

Şekil 4.48’de K6 ve K8’e ait çizimler K6’nın “6 tane tam çizdim. 1 tane yine tam çizdim ama, 100’e bölüp 19’unu aldım. Şekiller 6,19, $6\frac{19}{100}$ ve $\frac{619}{100}$ ” açıklaması ve K8’in “1 tam, 2 tam, ...6 tam ve 100 parçaya böldüğümüz bir bütünün 19 parçasını almaya eşittir.” açıklaması göz önüne alınarak incelendiğinde, her iki katılımcının da “Tam kısmın bir fazlası olacak şekilde bütünler çizme ve tamsayılı kesirde ve ondalık kesirde tam kısım kadarını boyama, diğer bütünü 100 eş parçaya bölerek ondalık kesirde virgülden sonraki sayı kadarını / tamsayılı kesirde pay sayısı kadarını boyama” şeklinde bir zihinsel model oluşturmuş oldukları görülmektedir. Bu durum K7 için de geçerlidir. Ancak K7 çiziminde tam kısımları boyamayı ihmal etmiştir.

g) Tam kısmın 1 fazlası olacak şekilde 100’lük bloklardan oluşan bütünler çizerek birim kesirlerin toplamını yansıtacak şekilde bileşik kesri gösterme

Şekil 4.48’de K8’e ait çizimde alttaki şekilde de görüldüğü gibi, K8, $\frac{619}{100}$ bileşik kesrini göstermek için önce 7 bütün oluşturup bunların her birini 100 parçaya bölmüştür. K8, “Aynı şekilde (altta yaptığım gibi) 7 bütünün her birini $\frac{1}{100}$ ’lük parçalara ayırıp bunların 619’unu almak eee1 6,19, $6\frac{19}{100}$ ’e, $6\frac{19}{100}$, $\frac{619}{100}$ ’üne

eşittir.”ifadesi ile çizmiş olduğu 7 adet 100’lük bloğun içerisinde birim kesirlerin toplamı kadar parçayı boyadığını açıklamıştır.

Buradan, K8’in verilen 6,19 ondalık kesrini bileşik kesre dönüştürürken bir bileşik kesri nasıl algıladığına ilişkin olarak “Tam kısmın 1 fazlası olacak şekilde 100’lük bloklardan oluşan bütünler çizerek birim kesirlerin toplamını yansıtacak şekilde bileşik kesri oluşturma”şeklinde bir zihinsel model oluşturmuş olduğu sonucunu çıkarabiliriz.

h) Bileşik kesri tamsayılı kesir olarak görme

K2’ye ait veriler incelendiğinde K2’nin 6,19 ondalık kesri ve $6\frac{19}{100}$ tamsayılı kesrini göstermek için çizmiş olduğu şekle ilişkin açıklaması “*Biraz uzun sürecekt hatta, baya uzun sürecekt. 6 tane 100’lük çizcem, ondan sonra bi tane daha 100’lük çizip 19 parçasını işaretleyeceğim. Tamları büyükmüş gibi kabul edelim, yüzde 19’u da çizelim. Bunlar 1 tam, 2 tam, ... 6 tam. Burada da hemen 19 parçasını boyayalım, böylece 6 tam yüzde 19 (6,19) oldu. $6\frac{19}{100}$ ’de aynısı.*”şeklinde olmuştur. Araştırmacının “ $\frac{619}{100}$ ’ü de gösterebilir misin?”sorusu üzerine K2, “*O da, aynısı. $\frac{619}{100}$ ’ü şekille yine aynısı, 6 tam ve bi tane 100 bütün alıp 19 parçasını alırdım.*”cevabını vermiştir.

Bu açıklamalar ve K2’nin Şekil 4.48’de yer alan çizimi göz önünde bulundurulduğunda K2’nin “Bileşik kesri tamsayılı kesir olarak görme”şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu söylemek mümkündür.

ı) Bileşik kesirde pay ve paydadaki sayıların yerlerine o sayılar kadar eş parçadan oluşan bütünler veya dikdörtgensel bölgeler çizme

K1’den verilen 6,19 ondalık kesrini bileşik kesre dönüştürmesi istendiğinde sonucu $\frac{19}{6}$ olarak ifade etmişti. Araştırmacı tarafından 6,19 bileşik kesri ile bunun karşılığı olarak yazmış olduğu $\frac{19}{6}$ ’yı resim veya şekil çizerek göstermesi istendiğinde, K1 Şekil 4.48’de görülen şekli çizerek “*6,19’un resmini çizemem ama, $\frac{19}{6}$ ’yı çizerim. Bir tane dikdörtgen çizerim, 19 bölü 6 çizcem için 19 tane yaparım, 19 bölü 6 çizcem için 19’unu boyarım. Bir de 6 çizerim, 6’sını boyamam. $\frac{6}{19}$ olsaydı o zaman 6’sını boyardım 19’unu boyamazdım.*”aclarlamasını yapmıştır.

Bu çizim ve açıklamalar bize K1’in bileşik kesre ilişkin olarak “Bileşik kesirde pay ve paydadaki sayıların yerlerine o sayılar kadar eş parçadan oluşan bütünler veya

dikdörtgensel bölgeler çizme” şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu göstermektedir.

K1’in materyal ile göstermeye ilişkin “6,19’u gösteremem ama, $\frac{19}{6}$ ’yı gösteririm. 19 tane üste 6 tane de alta koyarsam, $\frac{19}{6}$ bu.” şeklindeki ifadesi de bu durumu desteklemektedir.

.... ve diğerleri: i) j) k)

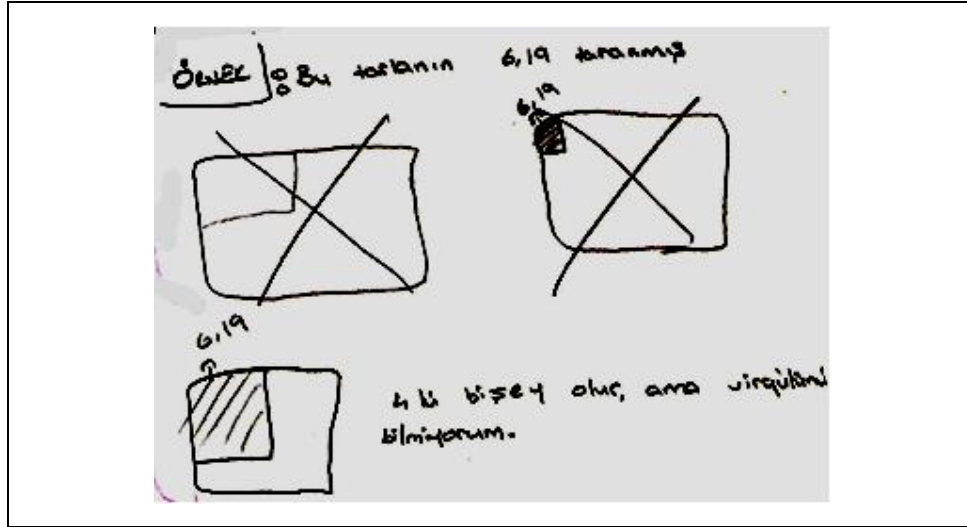
Burada i, j ve k şıklarındaki tanımlamalar birbiriyle ilişkili olması ve K5’i ilgilendirmesi sebebiyle birlikte ele alınmıştır. K5 verilen 6,19 ondalık kesrini bileşik kesir olarak $\frac{19}{6}$ şeklinde ifade etmiştir ancak bu sonuçtan emin değildir.

Araştırmacı tarafından K5’ten 6,19 kesrini şekil çizerek göstermesi istendiğinde K5, Şekil 4.48’de görülen çizimi gerçekleştirmiş ve “6,19 şekil olarak, 6 tane çizerim tamı, virgüle 20 aldım ama, 19’unu tararım 6,19 olur. Bileşik kesire çeviremediğim için şeklini çizemedim.” açıklamasında bulunmuştur. Bu şekilde de görüldüğü gibi K5, 6,19 ondalık kesrini göstermek için çizdiği şekilde tam kısımdaki 6 için dar bir dikdörtgensel bölge çizip bunu 6 eş parçaya bölmüş virgülden sonraki 19 sayısını göstermek için de dikdörtgensel olma özelliğini bozmamak için 19 sayısının 1 faslası olan 20 parçaya bölmüştür. Daha sonra da virgüllü kısımdaki 19 sayısını göstermek için çizdiği 20 parçadan oluşan dikdörtgenin 19 parçasını boyamıştır.

Buradan, K5’in kesirli sayılarda karesel ve dikdörtgensel bölgeler şeklinde bir şekil çizileceği ve çizilen şekilde bir kısmın taranacağı şeklinde bir düşünceye sahip olduğunu söyleyebiliriz. Yine K5’in bu taranacak kısmı şekli dikdörtgensel veya karesel bölge şeklinde çizince ayırdığı parça sayısının fazla olması durumunda belirtilen sayı kadarını tarama olarak algıladığını söylemek de mümkündür.

Sonuç itibarıyla K5’in verilen bir ondalık kesri şekil ile gösterirken “Ondalık sayıda tam kısım ve virgülden sonraki kısım için farklı büyüklüklerde bütün çizme ve içlerini belirtilen sayı kadar eş parçalara ayırma” ve “Ondalık kesrin tam ve kesir kısmındaki sayı kadar parçadan oluşan dikdörtgensel bölgeler çizme ve virgüllü kısım için çizdiği dikdörtgensel bölgeyi tarama, tam kısım için çizdiği dikdörtgensel bölgeyi boş bırakma” şeklinde iki ayrı zihinsel model oluşturmuş olduğunu görmekteyiz.

Bunun yanı sıra araştırmacı tarafından K5’e 6,19 ondalık kesrinden ne anladığı sorulduğunda, K5 bunu çizmiş olduğu Şekil 4.50’te yer alan şekil ile açıklamaya çalışmıştır.



Şekil 4. 50: K5'in 6,19 ondalık kesrinden ne anladığını anlatmaya ilişkin çizimi

Bu durumla ilgili K5 ile araştırmacı arasında geçen görüşme şu şekildedir;

A: Peki, 6,19 senin için ne ifade ediyor?

K5: 6,19, böyle sayıları hanii! Alış-verişte, derste yani matematik dersinde, coğrafya dersinde görüyoruz, mesela şu tarlanın 6,19'u taranmış yani ekilmiş gibi.

A: 6,19'u resim veya şekil çizerek gösterebilir misin?

K5: Bu tarlanın 6,19'u taranmış demiştim. İkinci çizdiğim 100'e göre yaptım ama, 10'a göre yapmam lazım. Taralı alan 6,19 olur, kalan kısım 4'lü bi şey olur ama, virgölünü bilmiyorum.

K5'e ait bu çizim ve açıklamalar bize aynı zamanda K5'in ondalık kesri gösterirken parça-bütün ilişkisinden haberdar olduğunu yansıtsa da, bu konuda net bir zihinsel modele sahip olmadığını da göstermektedir. Buradaki örneğe özgü olarak K5'in 6,19 ondalık kesri için "10 parçadan oluşan bir karesel bölgenin 6 ve biraz fazlasını tarama / 100 parçadan oluşan bir karenin 6 ve biraz fazlasını tarama" şeklinde bir zihinsel modele daha sahip olduğunu söylemek belki mümkündür.

4.4.3. Ölçme/Karşılaştırma

Katılımcıların bir ondalık kesirin bileşik kesire ve yüzdeliğe dönüştürülmesi ile ilgili olarak "ölçme/karşılaştırma" kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK 14.1'de yer almaktadır. Bunu ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

Ölçme/ karşılaştırma; Ondalık sayıda sayıca büyük olan kısmı büyük olarak görme ($19 > 6$)

Şekil 4.48'de K5 tarafından çizilen şekil ve Şekil 4.49'de K5'in 6,19 kesrini

materyal ile gösterimine ait resim göz önüne alınarak araştırmacı tarafından K5'e "6,19 sayısında değer olarak 6 mı büyüktür, 19 mu büyüktür?" sorusu yöneltilmiştir. Bu soruya K5 "19 büyüktür." cevabını vermiştir. Bu durum bize, K5'in verilen bir ondalık kesirde "sayıda sayıca büyük olan kısmı büyük olarak görme" şeklinde bir zihinsel modele sahip olduğunu göstermektedir. Yani K5, 6,19 ondalık kesrinde bu sayının bir kesirli sayı olduğunu göz ardı ederek $19 > 6$ olduğunu belirtmiştir. K5 için ifade edilen bu benzer durum daha önceki alt problemlerde de karşımıza çıkmıştı.

4.4.4. Denklik Bağıntısı/Denk Kesirler

Katılımcıların bir ondalık kesirin bileşik kesire ve yüzdeliğe dönüştürülmesi ile ilgili olarak "denklik bağıntısı/denk kesirler" kategorisini oluşturan zihinsel modellerini gösteren tanımlamaları Tablo EK 14.1'de yer almaktadır. Bunu ayrıntılı olarak inceleyecek olursak;

6,19 = $6\frac{19}{100} = \frac{619}{100}$ eşitliğinde biri için çizilen şeklin diğerleri içinde geçerli olacağı

Araştırmacı tarafından katılımcılardan 6,19 ondalık kesrini ve buna eşit olarak buldukları $6\frac{19}{100}$ tamsayılı kesiri ile $\frac{619}{100}$ bileşik kesrini şekil veya resim çizerek göstermeleri istendiğinde Şekil 4.48'de de görüldüğü gibi K3, K6, K7 ve K8'in birbirine benzer çizimler gerçekleştirdikleri tespit edilmiştir. Bu katılımcı öğrencilerin çizimlerine ilişkin açıklamaları şu şekilde olmuştur;

K3: 6,19'u çizelim, yüzde şeklinde çizerim çünkü, yüzde 19 olduğu için yapması daha kolay. 6 tane tam çizdim, bunların hepsini bölmeyeceğim, çünkü çok uzun sürer. Bunların içlerini 100 parçaya bölmem gerekiyor ama çok uzun süreceği için bölmeyeceğim. Yedincisini 100'e bölcem, şimdi bunun 19'unu karalayacağız çünkü yüzde 19. onlarda (tamlar) %100 oluyor, 1 tam eder diğerleri de aynı.

K6: 6 tane tam çizdim. 1 tane yine tam çizdim ama, 100'e bölüp 19'unu aldım. Şekiller 6,19, $6\frac{19}{100}$ ve $\frac{619}{100}$

K7: 6 tane 100'lük tam çizdim, $\frac{19}{100}$

İçin 100 parçaya bölüp 19'unu aldım. $6\frac{19}{100}$. Diğerleri de aynısı.

K8: 1 tam, 2 tam, ...6 tam ve 100 parçaya böldüğümüz bir bütünün 19 parçasını almaya eşittir. Aynı şekilde (altta yaptığım gibi) 7 bütünün her birini $\frac{1}{100}$ 'lük parçalara

ayırıp bunların 619'unu almak eee1 6,19, $6\frac{19}{100}$ 'e, $6\frac{19}{100}$, $\frac{619}{100}$ 'üne eşittir.

Katılımcılara ait bu açıklamalarda da görüldüğü gibi, K3, K6 ve K7, 6,19 için çizmiş oldukları şeklin $6\frac{19}{100}$ ve $\frac{619}{100}$ içinde geçerli olacağını belirtmektedirler. K8 ise 6,19 için çizdiği şeklin $6\frac{19}{100}$ içinde geçerli olacağını belirtmesine rağmen, $\frac{619}{100}$ ayrıca birim kesirlerin toplamı olduğunu göstermek için ayrı bir şekil çizmiştir. Fakat çizdiği bu ikinci şekil de diğerine benzemektedir.

Benzer durum bu katılımcıların Şekil 4.49'de de görüldüğü gibi materyal ile gösterimleri için de geçerlidir. Katılımcıların 6,19 ondalık kesrini ve buna eşit olarak buldukları $6\frac{19}{100}$ tamsayılı kesiri ile $\frac{619}{100}$ bileşik kesrini materyal kullanarak göstermelerine ilişkin açıklamaları şu şekildedir;

K3: 6,19, ben yine 100'lüklerden oluştursam! 1 tane 100'lük oluşturdum, 6 tamı şöyle yapalım (eline 6 adet tekli lego alarak) şurası bizim 6 tamımız olsun, bunun her biri 100'lük yerine ama, o kadar parçamız olmadığı için yapmıyoruz. Eaa! Şimdi burada (100'lükte) 19 göstereceğim. Şu şekilde! $6\frac{19}{100}$ ve $\frac{619}{100}$ aynı.

K6: 6,19 bunun okunuşu "altı tam yüzde on dokuz" altı tam yüzde on dokuzu yapmak için 100'lük gerekecek. Kalemler 6 tamı temsil etsin, bir 100'lük oluşturalım. 19'unu alırsak 6,19 böyle.

$6\frac{19}{100}$ 'de aynı. $\frac{619}{100}$ 'ü, $6\frac{19}{100}$ olduğu için aynı olacak.

K7: 6,19 bu $6\frac{19}{100}$ 'a eşit. 6 tamım kalemler olsun. O yüzden her birini 1 tam olarak kabul edersek 6 tam. 100 parçada 19 parçasını aldım, bunlar (81 parçası) çıkıyor. Her bir kalem yerine 100'er sayı çubuğu koymak gerekiyordu. $\frac{619}{100}$ 'ü 600 tane tam kısma koyardım, 19'unu dağıtırdım.

K8: Bunları Legolarla gösterirsek, ilkönce 100 parçadan oluşan 1 bütün elde edeceğiz. 100 parçadan oluşan bütünüümüze elde ettik. Yeterli legomuz olmadığı için tamları (her biri 100'lük legoyu temsil etmek üzere) küçük lego parçalarıyla göstereceğiz. 1 tam, 2 tam, ...ve 6 tama ek olarak 100 parçadan oluşan legonun 19 parçasını almak %19'u temsil eder. Bunlar ikisi beraber 6,19 (altı tam yüzde on dokuz) olur. Bu aynı zamanda $6,19$, $6\frac{19}{100}$ ve $\frac{619}{100}$ 'dür.

Bu ifadelerde de görüldüğü gibi K3, K6, K7 ve K8 6,19 için oluşturduğu gösterimin $6\frac{19}{100}$ ve $\frac{619}{100}$ içinde geçerli olduğunu belirtmektedirler. Sonuç itibariyle bu dört katılımcının " $6,19 = 6\frac{19}{100} = \frac{619}{100}$ eşitliğinde biri için çizilen şeklin diğerleri içinde geçerli olacağı" şeklinde bir zihinsel modellerinin varlığından bahsedebiliriz.

Bu araştırmada katılımcıların seçimi birkaç etkene bağlı olmak üzere temelde beşinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin bir önceki öğretim yılına ait karne notları incelenerek gerçekleştirilmiştir. Katılımcı öğrencilerin belirlenmesinde matematik dersi karne notları incelenmiş ve kriter olarak düşük başarı notu ve yüksek başarı notu esas alınmıştır. Tablo 3.1’de de görüldüğü gibi bu katılımcı öğrencilerden, ikisi düşük başarı notuna (5 üzerinden 2), ikisi yüksek başarı notuna (5 üzerinden 5) sahip 5. sınıf öğrencisi ve yine ikisi düşük başarı notuna (5 üzerinden 2), ikisi yüksek başarı notuna (5 üzerinden 5) sahip 8. sınıf öğrencisidir.

4.5. Akademik Başarı Durumu ve Sınıf Düzeyi Açısından Katılımcıların Kesir Çeşitlerini Birbirine Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modelleri Arasındaki Farklılıklar

Araştırmanın beşinci alt problemi “Akademik başarı durumu ve sınıf düzeyi açısından katılımcıların kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi sırasında ortaya çıkan zihinsel modelleri arasındaki farklılıklar nelerdir?” şeklinde belirlenmiştir. Bu bölümde 5. alt problem ile ilgili olarak 1., 2., 3. ve 4. alt probleme ait bulguların genel bir değerlendirmesi yapılmıştır. İlgili alt problemlerde ayrıntılı bir şekilde katılımcıların durumları açıklandığı için burada sadece göz önüne çıkan önemli farklılıklar üzerinde bir değerlendirme yapılmaktadır. Bu değerlendirme ilk olarak katılımcıların akademik başarı durumu açısından ve daha sonra sınıf düzeyi açısından ele alınmıştır.

4.5.1. Akademik Başarı Durumu Açısından Katılımcıların Kesir Çeşitlerini Birbirine Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modelleri Arasındaki Farklılıklar

Katılımcı öğrencilerin bir önceki öğretim yılı sonundaki karne notları göz önüne alındığında Tablo 3.1’de de görüldüğü gibi katılımcılardan K1, K2, K5 ve K6 düşük başarı notuna (5 üzerinden 2) sahipken K3, K4, K7 ve K8 ise yüksek başarı notuna (5 üzerinden 5) sahip öğrencilerdir. Bu kısımda, başarı durumu göz önüne alınarak oluşturulan bu iki grubun önceki dört alt probleme ilişkin durumları ortaya çıkan zihinsel model kategorileri açısından genel çerçevede karşılaştırılmaktadır.

Katılımcı öğrencilere verilen soruların çözümünde en çok dikkati çeken durum 8 katılımcıdan 6’sının problemlerin çözümünde sınıfta öğretmenlerinin öğrettiği şekliyle

işlem bilgisi (kural- kısayol) kullanmaları olmuştur. Gruplar açısından bakıldığında geçme notu 5 olan öğrencilerin tamamı eksiksiz bir şekilde sınıfta öğretmeni tarafından öğretilen işlem bilgisini (kuralı) uygulayarak çözüme ulaşırken, geçme notu 2 olan öğrencilerde bu durum çok daha zayıf olmakla birlikte sorudan soruya farklılık göstermiştir. Geçme notu 2 olan katılımcılardan K2 ve K6'nın sınıfta öğretildiği şekliyle işlem bilgisini çoğu soruda hatırladığı gözlemlenmişken bu iki katılımcının çözüm süreci içerisinde bilgi eksikliği ve işlem hataları gibi sebeplerle çözüme ulaşmakta zorlandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca bazı soruların çözümünde işlem bilgisini (kuralı-kısayolu) tam olarak doğru hatırlayamadıkları veya yanlış hatırladıkları gözlemlenmiştir. Yine bu iki katılımcının belirtilen bu sebeplerden kaynaklanan eksiklik ve hatalarının, çoğu zaman farkına varamamış olmaları sebebi ile kendilerince çözümlerini açıklayacak mantıklı yollar bulmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Geçme notu 2 olan K1 ve K5 ise soruların hemen hemen tamamında kendilerince buldukları ve yanlış sonuca götüren yolları ortaya koymuşlardır. K5, K1'den farklı olarak bir tamsayılı kesrin bileşik kesre dönüştürülmesi kuralını hatırladığı için bununla ilgili soruya doğru cevap vermiştir. Ancak gerekçelerini açıklama konusunda hiçbir şey ifade edememiştir. Sonuç itibarıyla geçme notu 5 olan öğrencilerin işlem bilgisini kullanıp doğru sonuca ulaşma ve bu kuralın altında yatan nedenleri açıklayabilme açısından geçme notu 2 olan öğrencilerden daha iyi bir performans sergilediklerini söylemek mümkündür.

Bütün-parça kategorisi açısından bakıldığında, geçme notu 5 olan öğrencilerin geçme notu 2 olan öğrencilere oranla verilen kesirleri oluşturan parçaları göz önüne alma, parçalardan hareketle kesri oluşturma, verilen kesir çeşidini dikkate alarak kesrin çizim ile gösterimini veya materyal kullanarak gösterimini gerçekleştirme açısından farklı zihinsel modeller ortaya koydukları tespit edilmiştir. Geçme notu 2 olan öğrencilerden K2 ve K6'nın çizim ve materyal ile gösterimlerinde zaman zaman parça bütün ilişkisini yansıtan durumlar ile karşılaşmış olsa da K1 ve K5'te parça-bütün ilişkisini yansıtacak zihinsel modelleri görmek pek mümkün olmamıştır.

Katılımcıların ortaya çıkan zihinsel modelleri içerisinde bölme kategorisine dahil edilen ifadeler daha çok bileşik kesrin tamsayılı kesre ve ondalık kesre dönüştürülmesinde kural olarak öğretilmesinden dolayı karşımıza çıkmaktadır. Geçme notu 5 olan öğrencilerin tamamı bir bileşik kesri tamsayılı kesre dönüştürürken payı paydaya bölme ve bölmenin elamanlarını tamsayılı kesirde yerine yerleştirme şeklinde bir zihinsel modele sahipken, geçme notu 2 olan öğrencilerin 3'ünde bu durum ile

karşılaşılmıştır. Geçme notu 2 olan öğrencilerden K1, K2 ve K5 bölme işleminin gerçekleştirilebilmesi için bölünen sayının bölen sayıdan büyük olması gerektiği fikri ile “büyük sayı küçük sayıya bölünür” şeklinde bir zihinsel model ortaya koymuşlardır. Bunlardan özellikle K1, bir basit kesrin ondalık kesire dönüştürülmesi ve bir basit kesrin ondalık kesire dönüştürülerek yüzde olarak ifade edilmesi ile ilgili sorularda da büyük sayının küçük sayıya bölüneceğini ifade ederek paydadaki sayıyı pay kısmındaki sayıya bölmeye çalışmıştır. Bölme kategorisi ile ortaya çıkan diğer bir durum da geçme notu 2 olan öğrencilerden K1, daha önce basit kesirlerin ondalık kesirlere dönüştürülmesinde karşılaşılan “0, ...” sonuçlarını tüm kesirler için genellemiş olması sebebiyle verilen bir bileşik kesri ondalık kesre dönüştürmek için kalan sıfır olana kadar kalan sayısının altına aynı sayıyı yazarak bölme işlemine devam etmesidir. Genel itibarıyla geçme notu 5 olan öğrenciler bölme ile ilgili sınıfta öğrendikleri doğru bilginin dışına çıkmazken, geçme notu 2 olan öğrenciler kendilerince mantıklı ya da mantıksız yeni zihinsel modeller oluşturmuşlardır.

Katılımcıların zihinsel modellerini gösteren ölçme/karşılaştırma kategorisine dahil edilen ifadeler ise iki farklı şekilde karşımıza çıkmaktadır. Bunlardan birincisi *“Basit kesir sayı doğrusu üzerinde 0-1 sayıları arasında olduğu için ondalık sayı olarak ‘0, ...’ (sıfır virgüllü) şeklinde bir sayı olmalı”* ifadesidir ki geçme notu 5 olan öğrencilerden K3, K4, ve K8 ile geçme notu 2 olan öğrencilerden K6’nın bir basit kesri ondalık kesre dönüştürme ile ilgili tanımlamalarında karşımıza çıkmıştır. İkincisi ise *“Sayı olarak hangisi büyükse o kısım büyüktür”* tanımlamasıdır ki geçme notu 2 olan öğrencilerden K5’te gözükmemektedir. K5 ile ilgili bu durum tamsayılı kesrin bileşik kesre dönüştürülmesi ile ilgili tanımlamalarda $1 < \frac{8}{10}$ şeklinde, tamsayılı kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ile ilgili tanımlamalarda $3\frac{2}{5}$ kesrinde $2 < 3 < 5$, $\frac{17}{5}$ kesrinde $5 < 17$ ve $17,5$ kesrinde $17 > 5$ şeklinde ve ondalık kesrin bileşik kesre dönüştürülmesi ile ilgili tanımlamalarda $6,19$ ondalık kesrinde $19 > 6$ şeklinde karşımıza çıkmaktadır.

Katılımcıların zihinsel modellerini gösteren oran-orantı kategorisine dahil olan ifadeleri doğrultusunda geçme notu 5 olan katılımcılardan K3 ve K4’ün basit kesri ondalık kesre dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme ile ilgili tanımlamalarında karşımıza çıkmaktadır. K3 ve K4 $\frac{1}{4}$ kesrini “Oran- Orantı; Orandan yararlanarak”

$\frac{1}{4} = \frac{?}{100}$ şeklinde ele almışlardır. Geçme notu 2 olan öğrencilerde ise orandan

yararlanmaya ilişkin bir veri ile karşılaşılmamıştır.

Katılımcıların zihinsel modellerini gösteren genişletme kategorisine dahiledilen ifadeler ise temel olarak üç farklı şekilde karşımıza çıkmaktadır. Bunlardan birincisi “*Kesir genişletilince kesir artar şekil büyür*” ifadesidir ki geçme notu 2 olan öğrencilerden K2 ve K6’da basit kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ile ilgili tanımlamalarda ve yine K2 de tamsayılı kesri ondalık kesre dönüştürme ile ilgili tanımlamalarda karşımıza çıkmıştır. İkincisi ise “*genişleme ile bütün değişmiyor, bütünün içindeki parça sayısı değişiyor, bütünün içindeki parçaların sayısı artar ve parçalar küçülür*” ifadesidir ki, geçme notu 5 olan öğrencilerden K4 ve K8’de basit kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ile ilgili tanımlamalarda, K3, K4 ve K8’de basit kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ve yüzde olarak ifade edilmesi ile ilgili tanımlamalarda ve yine K3, K4, K7 ve K8’de tamsayılı kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ile ilgili tanımlamalarda karşımıza çıkmaktadır. Üçüncüsü, “*basit kesrin paydası 10 ve 10’un katları olacak şekilde genişletme*” olup $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ şeklinde (25)

geçme notu 5 olan öğrencilerden K3, K4, K7 ve K8’de geçme notu 2 olan öğrencilerden K2 ve K6’da basit kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ve yüzde olarak ifade edilmesi ile ilgili tanımlamalarda önümüze gelmektedir.

Katılımcıların zihinsel modellerini gösteren sadeleştirme (daraltma) kategorisine dahiledilen ifadeler “*Kesirli sayıda sadeleştirme yapma*” ifadesidir ki, sadece geçme notu 5 olan öğrencilerden K8’de bileşik kesrin tamsayılı kesre dönüştürülmesi ile ilgili tanımlamalarda “ $(2\frac{4}{6} = 2\frac{2}{3})$ $(\frac{16}{6} = \frac{8}{3})$ ” şeklinde, bileşik kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ile ilgili tanımlamalarda “ $(\frac{16}{6} = \frac{8}{3})$ ” şeklinde ve tamsayılı kesrin bileşik kesre dönüştürülmesi ile ilgili tanımlamalarda “ $(\frac{18}{10} = \frac{9}{5})$ $(\frac{10}{10} + \frac{8}{10} = \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5})$ ” şeklinde ortaya çıkmaktadır. Geçme notu 2 olan öğrencilerin hiç birinde sadeleştirme durumu ile karşılaşılmamıştır.

Katılımcıların zihinsel modellerini gösteren denklik bağıntısı/denk kesirler kategorisine dahiledilen ifadeler tamsayılı kesrin bileşik kesre dönüştürülmesi ile ilgili tanımlamalar hariç diğer tüm tanımlamalarda karşımıza çıkmaktadır. Bu durum temel olarak beş farklı şekilde karşımıza çıkmaktadır. Birincisi “*Kesirler işlem olarak eşit olduğu için denktir*” ifadesidir ki, ileşik kesrin tamsayılı kesre dönüştürülmesinde K6’da

“ $\frac{16}{6} = 2\frac{4}{6} = 2\frac{2}{3}$ ” şeklinde gözükmektedir. Basit kesrin ondalık kesre dönüştürülmesinde

K3 ve K4 ‘te “Verilen basit kesire eşit olarak yazılan kesirler birbirine denktir” şeklinde karşımıza çıkmaktadır. Yine ondalık kesrin bileşik kesre dönüştürülmesi sırasında “İşlem sonucu çıkan eşitlikten dolayı biri için çizilen şeklin diğerleri içinde geçerli olacağı” ifadesi olarak yer almakta olup K3, K6, K7, ve K8’de “ $6,19 = 6\frac{19}{100}$ ”

$\frac{619}{100}$ eşitliğinde biri için çizilen şeklin diğerleri içinde geçerli olacağı şeklinde ortaya çıkmaktadır. İkincisi, “Bileşik kesir ve ondalık kesir için çizilen şekiller aynı büyüklükte olur (parça sayıları değişse de bütün geometrik olarak değişmez)” ifadesi olup K3’te bileşik kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi sırasında, K4’te basit kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi sırasında, K3, K4 ve K8’de basit kesrin ondalık kesre dönüştürülüp yüzde olarak ifade edilmesinde gözükmektedir. Üçüncüsü, K3, K4 ve K7’de tamsayılı kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi sırasında karşımıza çıkan “ $\frac{5}{5} +$

$\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} = 3 + \frac{2}{5} = 3,4$ eşitliğinde bütünler birbirine denktir.” ifadesi ve K8’de basit kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ve yüzde olarak gösteriminde “ $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25 = \%25 + \%25 + \%25 + \%25$ ”

ifadesinde karşımıza çıkmaktadır. Dördüncüsü, tamsayılı kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi sırasında K6’da gözükten “ $3\frac{2}{5} = 7,5$ eşit olduğunu gösteremesek bile sonuçta eşittir. $3\frac{2}{5} = 7,5$ eşitliğinde $1+1+1+\frac{2}{5} = 1+1+1+1+1+1+1+\frac{1}{2} = 7+\frac{1}{2} = 7,5 = 3+\frac{2}{5}$ ” ifadesi, basit kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi sırasında K2’de karşımıza

çıkan “ $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$ eşitliğinde kesirler işlem sonucu eşit olduğu için eşittir işaret koymamız gerekiyor ama bu şekiller üst üste koyduğumuzda eşit olmaz” ifadesi ve basit kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ve yüzde olarak ifade edilmesi sırasında ortaya çıkan K2 tarafından ifade edilen “ $\frac{1}{4} = 0,1 = \%1$ eşitliğinde eşit değildir ama çevirmelerde eşittir koyma mecburiyetimiz var” ifadesi ile K5 tarafından ortaya konan “(Bulduğu sonuçları göstererek) $\%1$ ile $\%25$ eşit olduğu için aynıdır” ifadeleridir. Beşincisi, basit kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ve yüzde olarak ifade edilmesi

sırasında K2 ve K6’da zuhur eden “ $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \%25$ eşitliğinde genişletmeden dolayı *şekil büyük olur. (Genişletme yapılıncaya kesir büyür, şekil geometrik olarak büyür artar)*” ifadesidir.

Katılımcıların ortaya çıkan zihinsel modelleri içerisinde paylaştırma kategorisine dahil edilen ifadeler bileşik kesrin tamsayılı kesre ve bileşik kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi sırasında geçme notu 2 olan K6 ve geçme notu 5 olan K7’de görülmektedir. Burada K6 ve K7’nin aynı sınıf ve aynı şubede öğrenim görüyor olmaları dikkate alındığında sınıf içinde böyle bir gösterimin yapılmış olabileceği ve öğretmenin böyle bir gösterim ile konuyu anlatmış olabileceği düşüncesini ortaya koymaktadır. Araştırmacının öğretmenleri ile görüşmesi sonucunda bu düşünce öğretmen tarafından doğrulanmıştır. Burada paylaştırma eylemi her iki katılımcı da da pay sayısı kadar nesnenin payda sayısı kadar kişiye paylaştırılması şeklinde ortaya çıkmıştır. Diğer katılımcılarda ise paylaştırma modeli ile karşılaşılmamıştır.

4.5.2. Sınıf Düzeyi Açısından Katılımcıların Kesir Çeşitlerini Birbirine Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modelleri Arasındaki Farklılıklar

Katılımcı öğrencilerin sınıf düzeyleri göz önüne alındığında Tablo 3.1’de de görüldüğü gibi katılımcılardan K1, K2, K3 ve K4 beşinci sınıf öğrencisi iken K5, K6, K7 ve K8 sekizinci sınıf öğrencisidir. Bu kısımda, sınıf düzeyi göz önüne alınarak oluşturulan bu iki grubun önceki dört alt probleme ilişkin durumları ortaya çıkan zihinsel model kategorileri açısından genel çerçevede karşılaştırılmak istenmiştir. Ancak sınıf düzeyi açısından katılımcılar arasında pek belirgin farklılık ortaya çıkmamıştır. Sadece bileşik kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ile ilgili soruda bir farklılıktan söz edilebilir.

Katılımcılara verilen “ $\frac{16}{6}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışınız ve bunu yaparken attığınız adımları niçin ve neden attığınızı açıklayınız.” sorusunun çözümünde her iki sınıf düzeyinden katılımcıların pay kısmındaki 16 sayısını paydada yer alan 6 sayısına bölerek işlemini gerçekleştirdikleri görülmektedir. Beşinci sınıftan K3 ve K4 ile sekizinci sınıftan K7 ve K8’in $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini ondalık kesre dönüştürme ile ilgili ifadeleri incelendiğinde sınıf düzeyi açısından nasıl bir farklılık olduğu aşağıdaki

diyaloglarda net bir şekilde gözükmemektedir:

K3: $\frac{16}{6}$ önce, bu bir bileşik kesir. 6'yı 16'ya bölcez. Şimdi 6' da 16 olmadığı için buraya bir sıfır koyuyoruz, 60 tutar mı? tutmuyor , o zaman 3 diyelim mesela, 3 kere 16, 48 ediyor. Imm! Benim biraz kafam karıştı. $\frac{16}{6}$ bunun içinde 2 tane tam vardır.

A: 2 tane tam varsa niçin sıfır virgüllü bir şey yazdın? Ne dersin?

K3: Yanlış yapmışım derim. Doğrusunu yapmak için $\frac{16}{6}$ 'yı tam sayılı kesire çevirmem gerekir ya da bunu sadeleştirebilirim. Sadeleştirmek zor. $\frac{16}{6}$ 'yı tam sayılı kesire çeviririm. 16' yı 6' ya bölerim. 16' da 6 2 defa var, 2 kere 6 12, kalan 4 $2\frac{4}{6}$. Bunu

$(2\frac{4}{6})$ ondalık sayı olarak yazmak için 2 tamı önce yazarım 2, olur, $\frac{4}{6}$ kısmı için 4' ü 6' ya bölssem? 4' te 6 yok, 40' ta 6, 6 kere 6 kere 6 36. küsuratlı bir şey çıkacak 0,666...2 virgül ve 0 virgül oldu, toplarsak 2 virgül olacak 2, devam eden kısmı 2,66.... devam ediyor. De! Şimdi şekil üzerinde nasıl yapcaz.

K3: Imm! Bunuda 2,6 veya 2,7 şeklinde gösterebilirim.

K3: Bi sefer biz hani daha böyle devam edenleri öğrenmeden bir tane bölme işlemi yapıyorduk öğretmen tahtayı doldurdu ettikçe etti, ettikçe etti yanii!

K4: $\frac{16}{6}$, hımm! Bu sefer bu bir birleşik kesir? Şimdi bunu tamsayılı kesire de dönüştürebiliriz, ya da direk 16'yı 6'ya bölebiliriz. Yoksa direk $\frac{16}{6}$ 'da yapabiliriz. İki yolda gösteririm. İlkönce $\frac{16}{6}$ 'yı ondalık kesire çevirebilmek için iki yolu da kullanabiliriz. 16'yı 6'ya bölersek, 16'da 6 2 defa var, 2 kere 6? 12, kalan 4, 4'te 6 yok, buraya (4'ün yanına) bir 0 atarım, buraya da (bölüme) bir virgül koyarım. 40'ta 6? 6 defa var, 6 kere 6? 36, çıkarttım yine 4 oldu. Bu yine böyle gider. Burada (kalanda) yine 4 kalmıştı. Buraya (bölümde) 6'nın yanına bir 0 atarım. Burası (bölümde) bi daha 6 çıkar. Yani bu böyle gider 60606 şeklinde.

K7: $\frac{16}{6}$ aynı şekilde yapalım. $\frac{16}{6}$ bileşik kesirdir. 16'yı 6'ya bölersek, 2 kere, 2kere 6? 12, 40 ta 6? 6 kere, 40 eksi 36? Ha! 2 virgül 6 devirli (2,66666...) okunuşu da $2,\overline{6} = 2$ tam onda altı, devreden sayı altı. Altı devrediyor.

K8: $\frac{16}{6}$ kesrinin paydası 6'dır ve 6, 10 ve 10'un katları biçiminde yazılamaz. Ancak, $\frac{8}{3}$ şeklinde sadeleştirilebilir. 8'i 3'e bölersek $2,\overline{6}$ 6 sonsuza kadar devam eder. Böyle sayılarda 6'nın üzerine bir çizgi çekeriz ve bu devirli bir ondalık kesirdir. $\frac{16}{6}$ kesrinin paydasını 10 ve 10'un katı biçiminde yazamayacağımız için, onun için $\frac{16}{6}$ kesrini sadeleştirip $\frac{8}{3}$ payını paydasına böldüm 8'de 3? 2 defa, 2 kere 3? 6, kalan 2, 20'de 3? 6 defa, bu böyle devam eder.

Daha da ötesi, sekizinci sınıf öğrencileri bir bölme işlemi sonucu karşılaştıkları devreden ondalık sayı kavramını bilmekte ve bununla ilgili doğru açıklama

yapabilmektedirler. Beşinci sınıf öğrencileri ise K3'ün *“Bi sefer biz hani daha böyle devam edenleri öğrenmeden bir tane bölme işlemi yapıyorduk öğretmen tahtayı doldurdu ettikçe etti, ettikçe etti yanii!”* ifadesinde de görüldüğü gibi bölme sırasında daha önce böyle bir durumla karşılaştıklarını hatırlamakta, ancak bunun ne olduğu ile ilgili herhangi bir açıklama yapamamaktadırlar.

Burada sınıf düzeyi açısından karşılaşılan kayda değer fark bu olmuştur. Ancak ilköğretim matematik dersi öğretim programında yer alan kazanımlar incelendiğinde devreden ondalık sayı kavramı ilköğretim ikinci kademe sınıflarında yer almaktadır. Zaten, araştırmanın başlangıcında da bu durum beklenen bir sonuç olarak öngörülmüştü. Burada ilköğretim birinci kademe öğrencileri K3 ve K4'ün yapmış olduğu açıklamalarda devreden ondalık sayının ne olduğunu ifade edemeselerde konudan haberdar olduklarını ifade etmek mümkündür.

BÖLÜM V

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölüm verilerin analizi ile ortaya çıkan bulgulardan elde edilen sonuçlarla önerilere ayrılmıştır.

5.1. Sonuçlar

İnsanoğlu, bir eylemi gerçekleştirmeden önce ve gerçekleştirirken zihninde birçok etkinliği aynı anda sürdürmektedir. Bunlar zamanla bilinçli veya bilinç dışı yapılmış eylemler halinde ortaya çıkabilmektedir. Zihinde gerçekleşen bu eylemler soyut objeler, olgular, imajlar vb. olduğu için, bunları açıklamak ve izah etmek oldukça zordur. Diğer taraftan öğrencilerin zihinsel süreçlerinin bir başkası tarafından gözlenmesi de oldukça zordur. Dolayısıyla zihinsel modellerinin neler olduğu, nasıl oluştuğu ve bir başkasının bunları anlaması ve anlamlandırması da oldukça güçtür.

Kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi sırasında bir takım kurallar (kısayollar) vardır ve bu süreçte birçok zihinsel aktivite cereyan etmektedir. Bireylerin, kesir çeşitlerini birbirine dönüştürme ile ilgili problemleri çözme durumlarında, yapmış oldukları aktivitelerde hangi zihinsel eylemleri gerçekleştirdiklerinin ve kesir kavramı/ kavramları hakkındaki bilgilerinin tespit edilmesi amacıyla Ankara'daki kamuya ait bir ilköğretim okulunun dördüncü ve sekizinci sınıflarında öğrenim gören öğrencilerin;

- Kesir çeşitlerini birbirine dönüştürmeleri sırasında ortaya çıkan zihinsel modelleri,
- Akademik başarı durumu ve sınıf düzeyi açısından, bu zihinsel modeller arasındaki farklılıkları incelenmiştir.

Özetle, bu araştırmada genel anlamda kesirler ve kesirleri anlamaya ilişkin zihinsel modeller teşhis edilmeye çalışılmış ama, özelde de kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi sırasında ortaya çıkan zihinsel modeller incelenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla, “İlköğretim öğrencilerinin kesir çeşitlerini birbirine dönüştürmedeki zihinsel modelleri nelerdir?” sorusuna cevap aranmıştı ve araştırma kapsamında şu alt problemler cevaplanmaya çalışılmıştır.

1. **Bileşik kesiri**, tam sayılı kesire ve ondalık kesire dönüştürme sırasında katılımcıların ortaya çıkan zihinsel modelleri nelerdir?
2. **Tam sayılı kesiri**, bileşik kesre ve ondalık kesire dönüştürme sırasında katılımcıların ortaya çıkan zihinsel modelleri nelerdir?
3. **Basit kesiri**, ondalık kesire ve yüzdeliğe dönüştürme sırasında katılımcıların ortaya çıkan zihinsel modelleri nelerdir?
4. **Ondalık kesiri**, bileşik kesire dönüştürme sırasında katılımcıların ortaya çıkan zihinsel modelleri nelerdir?
5. Akademik başarı durumu ve sınıf düzeyi açısından katılımcıların kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi sırasında ortaya çıkan zihinsel modelleri arasındaki farklılıklar nelerdir?

Görüşme, döküman incelemesi ve sesli düşünme tekniği ile toplanan veriler içerik analizi yapılarak analiz edilmiş ve elde edilen sonuçlar, ortaya çıkan kategoriler göz önüne alınarak açıklanmıştır. Çünkü bir alt probleme ilişkin ortaya çıkan kategori başka bir alt problemde de yer alabilmektedir. Aynı zamanda, farklı alt problemler altında ortaya çıkan bu kategorilere ait katılımcıların zihinsel modellerini ortaya koyan tanımlamaları birbiri ile ilişkili olduğu için sonuçları kategoriler bazında değerlendirmek daha uygun görülmektedir. Beşinci alt problem ilk dört alt problemin sonuçları göz önünde bulundurularak cevap arandığı için, beşinci alt probleme ilişkin sonuçlar “Akademik Başarı Durumu ve Sınıf Düzeyi Açısından, Katılımcıların Kesir Çeşitlerini Birbirine Dönüştürmeleri Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modelleri Arasındaki Farklılıklar” başlığı altında yer almıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlar şu şekildedir:

5.1.1. Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri Açısından Sonuçların Değerlendirilmesi

İşlem Bilgisi (Kural):

İşlem bilgisi (kural) kategorisinin tüm problemlerin çözümünde karşımıza çıktığı tespit edilmiştir. Bu sonuçları sırasıyla açıklayacak olursak;

Verilen bileşik kesrin tamsayılı kesre dönüştürülmesine ilişkin problemin çözüm aşamasında, 8 katılımcının tamamının işlem bilgisini (Kural: Payı paydaya bölme ve bölmenin elamanlarını yerine yerleştirme) kullanarak çözüme ulaşmaya çalıştığı, bu katılımcılardan sadece 1'i işlem bilgisini tam olarak hatırlayamadığı için bölmenin elamanlarını tamsayılı kesirde yerlerine yerleştirme konusunda yetersiz kaldığı tespit edilmiştir.

Bileşik Kesri ondalık kesre dönüştürme ile ilgili problemin çözüm aşamasında, 8 katılımcıdan 4'ü işlem bilgisini (Kural: Payı paydaya bölme ve bölmenin elamanlarını ondalık sayıda yerine yerleştirme) kullanmış, ancak biri işlem hatası yapmış, bir diğeri de bölme işlemi sonucu ortaya çıkan tamsayıyı virgülden önce yazdıktan sonra, virgülden sonraki kısmı yazabilmek için verilen $\frac{16}{6}$ bileşik kesrinde, “pay iki basamaklı sayı olduğu için ondalık sayıda virgülden sonra iki basamak olacak” şeklinde bir zihinsel model ortaya koymuştur. Diğer 3'ü kuralı uygulayarak doğru sonuca ulaşmıştır. Geri kalan 4 katılımcıdan biri ise, verilen bileşik kesri önce tamsayılı kesre dönüştürme sonra ise tam kısmını ondalık sayıda tam kısma yazıp kesirli kısmında pay sayısını payda sayısına bölme şeklinde bir yol izlemiştir. Bir başka katılımcı ise, aynı yolu izlemiş ancak, kesirli kısmın ondalık kısma yazılması konusunda paydayı 10 ve katları şeklinde düşünerek ondalık kısımdaki sayıyı belirlemeye çalışmıştır. Sonuca ulaşamayınca da “paydayı 10 ve katları şeklinde yazılmazsa ondalık yazamayız” kanaatine ulaşmıştır. Katılımcılardan bir diğeri de ondalık kesrin virgüllü sayı olacağına vurgu yaparak, verilen bileşik kesrin payını virgülden önce, paydasını virgülden sonra yazma şeklinde kendince bir kısayol oluşturmuştur. Bir başka katılımcı, ondalık kesrin “0,..” şeklinde bir sayı olacağı fikri ile “0, ...” şeklinde bir sonuç oluşturma çabasına girmiştir. Van De Walle, kesirlerin sembolize edilmesinin öğrencilere genellikle yanlış yol gösteren karmaşık bir eşitlik geleneği oluşturduğunu belirtmektedir. Ayrıca, öğrencilerin bir kesrin payda ve payındaki sayıların ne anlama geldiğini öncelikle güçlü

bir şekilde anlamış olması öğretmenlerin sınıf içerisinde zamanı değerlendirmesi açısından çok önemli olduğunu belirtmektedir (Van De Walle, 2005:211).

Tamsayılı kesri bileşik kesre dönüştürme ile ilgili problemin çözüm aşamasında, 8 katılımcıdan 7'si işlem bilgisini (Kural: Tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu pay ile toplanıp paya yazılır ve payda bölünür) kullanır ve biri bu kuralın nereden gelmiş olabileceği sorusunu cevaplandırırken kendi keşfettiği bir kısayolu ortaya koymuştur. Bu kısayol, “tamsayılı kesirde paydanın sadece 10 olması durumunda, tam kısım payın yanına (soluna) yazılır, payda aynen yazılır” şeklinde ortaya çıkmıştır. Diğer katılımcı ise, bileşik kesrin özelliklerinden biri olan “payı paydasından büyük olma” özelliğini göz önünde bulundurarak verilen tam sayılı kesrin sayılarından hareketle bir bileşik kesir yazma gayratı içerisine girmiştir. Bu katılımcıya ait durum “Bileşik kesrin payı paydasından büyük olacağı için (deneme-yanılma yoluyla) verilen tamsayılı kesir üzerinde sayıların yerlerini değiştirme, işlemler yapma yoluyla payı paydasından büyük bir sayı oluşturma” şeklinde tanımladığımız bir yol izlemiştir.

Tamsayılı kesri ondalık kesre dönüştürme ile ilgili problemin çözüm aşamasında, bir önceki paragrafta belirtilen durumlar tekrar etmiş bunun yanı sıra elde edilen bileşik kesirden ondalık kesire ulaşma süreci devam etmiştir. Katılımcılardan 4'ü ayrıca verilen tamsayılı kesrin tam kısmını ondalık kesirde yazarak kalan kesirli kısmın paydasını 10 ve katları şeklinde ifade ederek virgülden sonraki kısmı belirleyip ondalık kesire ulaşma şeklinde farklı bir kural uygulamışlardır. Ayrıca katılımcılardan bazıları, verilen tamsayılı kesrin tam kısmını sabit tutmak kaydıyla kesirli kısımda paydasını 10 ve katları şeklinde yazmak yoluyla elde ettiği yeni tamsayılı kesrin okunuşundan yararlanarak ondalık kesir olarak yazma şeklinde bir işlem bilgisi modeli ortaya koymuşlardır. Katılımcılardan biri, verilen tamsayılı kesri bileşik kesre dönüştürdükten sonra, elde ettiği bileşik kesrin payını virgülden önce, paydasını virgülden sonra yazmak şeklinde ondalık kesre dönüştürme yapmıştır. Ondalık kesir deyince “0, ..” şeklinde bir sayı olacak fikrinden hareket eden bir başka katılımcı, verilen $3\frac{2}{5}$ tamsayılı kesrinin ondalık kesirde “0,....” şeklinde yazılabilmesi için kesrin $0\frac{2}{5}$ şeklinde olması gerektiğini belirtmiş, ancak buradan da bir sonuca ulaşamamıştır.

Basit kesri ondalık kesre dönüştürme ile ilgili problemin çözüm aşamasında, 8 katılımcıdan 6'sı işlem bilgisini (Kural: Paydayı 10 ve 10'un katları şeklinde yazarak

ondalık kesre ulaşma) kullanmış ve bu katılımcılardan bazıları, paydası 10 ve katı şeklinde yazılarak elde edilen yeni basit kesrin okunuşundan yararlanarak ondalık kesire ulaşırken, bazıları basamak değerini dikkate alarak yazma şeklinde bir kısayol ortaya koymuşlardır. Geri kalan 2 katılımcıdan biri, verilen kesrin pay sayısını virgülden önce, payda sayısını virgülden sonra yazma şeklinde bir kural ortaya koyarken diğeri payda sayısını pay sayısına bölüp bir çok işlem hatası yaparak “0,...” şeklinde yazabileceği şeklinde bir zihinsel modele sahiptir.

Basit kesri ondalık kesre dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme ile ilgili problemin çözüm aşamasında, bir önceki paragrafta belirtilen durumlar tekrar etmiştir. Bunun yanısıra yüzde olarak ifade etmeye ilişkin olarak katılımcılardan bazıları 10 ve katları şeklinde yazılan yeni basit kesrin okunuşundan yararlanarak doğru bir şekilde sonuca ulaşmıştır. Bunların dışındaki katılımcılardan biri verilen $\frac{1}{4}$ basit kesrini “önünde tamı olmadığı için (0,) yazıyoruz payını da virgülden sonra yazıyoruz (0,1) ve yüzde olarak ta önüne yüzde işaretimizi koyuyoruz (% 0,1) oluyor” şeklinde kendince ortaya koyduğu bir kural geliştirmiştir. Bir diğer katılımcı ise, $\frac{1}{4}$ kesrinin pay sayısını virgülden önce payda sayısını virgülden sonra yazmak yoluyla ondalık kesre dönüştürmüş ve yüzde olarak ifade ederken de ulaştığı bu 1,4 kesrinin önüne yüzde işareti koymak yoluyla % 1,4 şeklinde bir sonuç elde etmiştir. Bir başka katılımcı ise, ondalık kesrin “o, ...” şeklinde olacağı fikrini dile getirerek önce “0, ...” yazmış daha sonra da $\frac{1}{4}$ kesrinin paydasını alarak “0, 4” şeklinde ondalık kesir olarak sonucunu yazmıştır. Yüzde olarak ifade ederken, “% 40” yazmıştır. %40 yazmasının sebebi yüzde olunca iki basamak oluyor düşüncesinden ileri gelmektedir. Katılımcıya ait “*O da yüzde 40, %40 oda eşittir 1000’de 400, 10000’de 4000*” açıklaması belirtilen bu sonucu desteklemektedir.

Ondalık kesri bileşik kesre dönüştürme ile ilgili problemin çözüm aşamasında, 8 katılımcıdan 6’sı işlem bilgisini (Kural: verilen ondalık kesrin okunuşundan yararlanarak önce tamsayılı kesir olarak yazma, sonra elde ettiği tamsayılı kesri kurala uygun olarak bileşik kesre dönüştürme (Tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu pay ile toplanıp paya yazılır ve paydaya bölünür)) kullanmış ve bu 6 katılımcıdan biri aynı zamanda Ondalık kesirde tam kısmı ve basamak değerini göz önüne alarak tamsayılı kesir olarak yazma ve tam sayılı kesiri kurala uygun olarak (tam kısım ile paydayı çarpıp çarpım sonucu ile payı toplayarak paya yazma ve paydayı aynen yazma)

bileşik kesre dönüştürme şeklinde ikinci bir yol geliştirmiştir. Kalan diğer iki katılımcı ise bileşik kesrin özelliklerinden biri olan “bileşik kesirde pay, payda dan büyük olur” yanılığısından hareketle kendilerine verilen 6,19 ondalık kesrinin sayılarını kullanarak “Bileşik kesirde pay paydadan büyük olacağı için verilen ondalık kesirde (6,19) sayıca büyük olan kısmı paya, sayıca küçük olan kısmı paydaya yazma ($\frac{19}{6}$)” şeklinde tanımlanan bir zihinsel model yapısına sahip oldukları belirlenmiştir.

Bölme:

Tamsayılı kesrin bileşik kesre ve ondalık kesrin bileşik kesre dönüştürülmesi ile ilgili problem çözümleri hariç diğer problemlerin çözümü sürecinde karşımıza çıktığı tespit edilmiştir. Bu sonuçları sırasıyla açıklayacak olursak;

Bileşik kesir tamsayılı kesre dönüştürülmesinde 8 katılımcının tanımlamalarında “bölme” söz konusudur. Bunun yanısıra bölme kategorisine ilişkin katılımcıların zihinsel modellerini yansıtan diğer tanımlamaları; “büyük sayı küçük sayıya bölünür” “küçük sayı büyük sayıya bölünürse sonuç çıkmaz” “bölmenin elemanlarını tamsayılı kesir olarak yerine yerleştirirken payda değişmez” “ tamsayılı kesir olarak yazarken bölmenin elemanlarını yerine koymak yerine bölme işlemine devam etme” “pay içinde paydadan kaç tane olduğunu bulma/payın içinde tamlar arama” şeklinde yer almıştır.

Bileşik kesrin ondalık kesre dönüştürülmesinde 8 katılımcının hepsinin tanımlamalarında “bölme” söz konusudur.

Bu tanımlamalardan ilki, “payı paydaya bölme” şeklindedir. Bunun yanısıra, bölme kategorisine ilişkin katılımcıların zihinsel modellerini yansıtan diğer iki tanımlamanın; “(0, ...) şeklinde olacağı için, bölme işleminde kalan sıfır olmalı ve kalan sıfır olana kadar bölme sürdürülmeli” “Bileşik kesirde payın içinde kaç tane tam olduğunu bulma” şeklinde olduğu ortaya çıkmıştır.

Tamsayılı kesri ondalık kesre dönüştürülmesinde 8 katılımcıdan 2’sinin tanımlamalarında “bölme” yer almaktadır. Bu tanımlama verilen tamsayılı kesirden yola çıkarak, “Ulaştığı bileşik kesrin payını paydasına bölerek ondalık sayıya ulaşma” şeklinde bir zihinsel model söz konusudur. Sonuç itibarıyla her iki katılımcının da verilen problemin çözümü sırasında tamsayılı kesri ondalık kesre dönüştürürken elde ettikleri bileşik kesrin payını paydasına bölme şeklinde bir zihinsel model yapısı ortaya koydukları belirlenmiştir.

Basit kesri ondalık kesre dönüştürürken, 8 katılımcıdan 3'ünün tanımlamalarında “bölme” yer almaktadır. Bu üç katılımcıdan 2'si, verilen $\frac{3}{5}$ basit kesrini ondalık kesre dönüştürmek için pay sayısını payda sayısına bölerek ondalık kesre dönüştürmüşlerdir. Bu iki katılımcının basit kesri ondalık kesre dönüştürmede “pay paydaya bölünerek ondalık kesir bulunur” şeklinde ifade ettikleri bir zihinsel modele sahip oldukları tespit edilmiştir. Diğer katılımcıda da, “bölme” söz konusudur. Ancak onun bölme kategorisini oluşturan bu tanımlamaları “sadece büyük sayı küçük sayıya bölünebileceği için payda paya bölünür” “ondalık sayı sıfır virgüllü (0, ...) olmalı ve bölmede kalan sıfır olmalı” şeklinde olduğu tespit edilmiştir. Davidson ve arkadaşlarının (1999) belirttiğine göre, günümüzün çoğu bilişsel bilimcileri için zihinsel model, dış gerçekliğin tanıtımının içsel ölçekli bir modelidir. Aynı zamanda, zihinsel model, önceki tecrübelerin bilgisi, şema segmentlerini (bölümlerini) algılama ve problem çözme stratejilerinde anında inşa edilir. Davidson ve arkadaşlarının burada belirttiği gibi, “sadece büyük sayı küçük sayıya bölünebileceği için payda paya bölünür” bilgisini kullanan katılımcının küçük sayıyı işlem olarak büyük sayıya bölememesinin sonucu olarak oluşturulmuş bir tanımlamadır. Katılımcı, zihninde kesirli sayıda bölmenin de dahil olduğunu hatırlayarak kesir çeşidine bakmaksızın zihninde bir bölme işlemi gerçekleştirme modeli bulunmaktadır.

Basit kesri ondalık kesre dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme durumuna ilişkin problemin çözüm aşamasında, 8 katılımcıdan 2'sinin betimlemelerinde “bölme” kavramı yatmaktadır. Katılımcılardan birine ait bu tanımlamalardan biri “küçük sayı büyük sayıya bölünmez, her zaman büyük sayı küçük sayıya bölünür” şeklinde yer alırken bu katılımcının $\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesre dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme konusunda, $\frac{1}{4}$ pay sayısını payda sayısına bölmek yerine payda sayısını pay sayısına böldüğü tespit edilmiştir. Diğer katılımcının ifadelerinde ise; “Sıfır virgüllü bir sayı bulmak için paydayı paya bölerek kalan sıfırı “0, ...” olarak yazıp böleni virgülden sonra yazma” ve “ $\frac{1}{4}$ ’te 4 parçadan 1’ini alıyorsun, 1’i 4’e bölersek 1 parçadan 4’ünü alamazsın. Onun için 4’ü 1’e bölmeli” şeklinde yer almaktadır. Dolayısıyla her iki katılımcının da basit kesirde, payı paydaya bölme konusunda net bir bilgiye sahip olmadıklarının, zihinsel model olarak sadece, bölme işlemi yapılacağı gibi bir fikri yapıya sahiptirler.

Bütün-Parça:

Katılımcıların bütün-parça ilişkisini ortaya koyan tanımlamaları, kısmen problemin çözüm sürecinde “neyin nereden geldiğini, verilen kesrin kendisi için ne ifade ettiğini” açıklamaya ilişkin ifadelerinde karşımıza çıkarken, genelde daha çok çizmiş oldukları şekil ve somut materyalle gösterimlerinde karşımıza çıkmaktadır. Gösterim sırasında, katılımcılar tarafından izah edilmemiş olan tanımlamalara, onların çizdikleri şekiller ve materyalle gösterime ilişkin resimler onların bu süreci yaşarken ifade ettikleri açıklamalar göz önünde bulundurularak ulaşılmıştır. Bu kapsamda, bütün parça ilişkisinin, problemlerin çözümünde karşımıza çıktığı tespit edilmiştir. Genel olarak şunları söyleyebiliriz:

Katılımcılardan çok azı, çözüm sürecinde verilen bir kesri, bütünü göz önüne alarak açıklayabilirken, birçoğunun böyle bir açıklama getiremediği tespit edilmiştir. Van De Walle’ye göre, kesirlerin tam olarak kavramsal bir şekilde anlamadan, kesirlerle ilgili hesaplama işlemlerinin yapılması nedenleri olmayan kurallar bütünü olarak karşımıza çıkmaktadır (Van De Walle, 2005:212). Burada açıklama gelmemesinin nedeni bu öğrencilerin kesir kavramını öğrenmeden doğrudan işlemlere maruz kalmalarından kaynaklanmaktadır. Çizim ile gösterim veya materyalle gösterim aşamasında ise, genellikle bütün-parça özelliğini yansıtan gösterimlerle karşılaşmıştır. Ancak tüm katılımcıların, bu tip gösterimlerinde yeterli açıklamayı yaptığını söylemek mümkün gözükmemektedir.

Dördüncü Ulusal Eğitimde İlerleme Değerlendirmesi’nde (The National Assessment of Educational Progress (NAEP)) sunulan bir bildiride kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesi ile ilgili yapılan çalışmada, yedinci sınıfların yaklaşık yüzde 80’i tam sayılı bir kesri birleşik kesre çevirebilmişlerdir. Fakat, yarısından azı $5\frac{1}{4}$ ’ün $5+\frac{1}{4}$ ile aynı olduğunu bilmektedir (Kouba ve başk.,1988).

Katılımcıların çoğu bir tamsayılı kesri gösterirken tam kısım ile kesirli kısmı toplam olarak görmüştür. Toplam olarak gören katılımcılardan bazıları daha ileri giderek tam kısmın parçalarını ve kesirli kısmı oluşturan parçaları izah edebilmiştir. Aynı durumlar bir bileşik kesri, bir basit kesri veya bir ondalık kesri gösterirken de ortaya çıkmıştır. Bunlara örnek olması açısından aşağıdakileri verebiliriz:

$$- \quad \frac{16}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1 + 1 + \frac{4}{6} = 2 + \frac{4}{6} = 2\frac{4}{6} \quad \text{ve} \quad 1 + 1 + \frac{4}{6} = 2 + \frac{4}{6} = 2\frac{4}{6}$$

- $(\frac{16}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6})$
- $(1\frac{8}{10} = 1 + \frac{8}{10} \text{ veya } 1 \text{ tam ve } \frac{8}{10})$
- $1\frac{8}{10} = 1 + \frac{8}{10} = \frac{10}{10} + \frac{8}{10} = \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{10} = \frac{18}{10}$
 $\frac{1}{10}$ 10 Adet $\frac{1}{10}$ 8 Adet
- 6 tam ve 100 parçanın 19'u $(6 + \frac{19}{100} = 6,19 = 6\frac{19}{100})$.
- $6\frac{19}{100} = 1+1+1+1+1+1 + \frac{19}{100}$
- $\frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{19}{100} = \frac{619}{100}$
- $\frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{100} = \frac{619}{100}$
 $\frac{1}{100}$ 600 Adet $\frac{1}{100}$ 19 Adet
- $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5}$, den hareketle $\frac{5+5+5+2}{5} = \frac{17}{5}$
- $2,7 = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{7}{10} = 1+1+\frac{7}{10} = 2,7$

Bunun yanısıra kesirlerle ilgili uygun zihinsel modele sahip olmayan öğrenciler için bu modellere sahip olması açısından aşağıdaki örnekleri verebiliriz:

- Tamsayı kesirde kesir kısmı tam kısmın bir parçasıdır ($2\frac{4}{6}$ 'da 2 tamı 6'ya bölmüşler 4'ünü almışlar).
- Bileşik kesirde ($\frac{16}{6}$) tamları 10 parça olarak düşünme
- Bileşik kesirde payı bütün, paydayı parça sayısı olarak görme ve payda sayısı kadar parçadan oluşan pay sayısı kadar bütün oluşturma.
- Tamsayı kesirde, bileşik kesirde, ondalık kesirde ve basit kesirde sayıların konumlarını dikkate alarak sayı miktarı kadar eş parçadan oluşan bütünler çizme veya sayıların yerlerine çokluklar koyma.
- Verilen kesirli sayıda, kesirli sayıların elamanlarını birbütün olarak görüp kesirli sayı olarak olarak görmek yerine, birbirinden bağımsız sayılar olarak görme.
- Verilen basit kesiri, ondalık sayı olarak karşılığını çizim ile gösterirken sayıların yerlerine o sayılar kadar çokluktan oluşan kare veya dikdörtgenler çizme

Norman'a göre, insanların zihinsel modelleri çelişkili, hatalı ve gereksiz kavramları içeren bir dizi eksikliklerin olması eğilimindedir. İnsanların zihinsel

modelleri ile ilgili çalışmalar yapan bilim adamlarının, uygun deneysel metodlar geliştirmesi ve muntazam, mükemmel zihinsel modeller bulma arzusundan vaz geçmeleri gerekmektedir. Ancak bunun yerine insanların gerçekte sahip oldukları karma karışık, yarım yamalak, tam olmayan ve belli belirsiz yapılarını anlamaya çalışmak gerekir (Norman, 1983, p. 14). Burada da, belirtilen kesirleri doğru ifade edemeyen, hatalı gösterimler yapan, kesir kavramına ilişkin yanlış anlamaları yansıtan katılımcı tanımlamalarını bu bakış açısı ile değerlendirip, öğrencilerin hatalarını, üretmiş oldukları sahte kavramlar, kavram yanılgıları ve aşırı genellemelere düşme yollarının farkına varmaya çalışmalıyız.

Ölçme/Karşılaştırma:

Tamsayılı kesrin bileşik kesre, tamsayılı kesrin ondalık kesre, basit kesrin ondalık kesre ve ondalık kesrin bileşik kesre dönüştürülmesine ait problemlerin çözümü sırasında ölçme/karşılaştırma kategorisine dahil edebileceğimiz tanımlamalarla karşılaşıldığı tespit edilmiştir. Bu tanımlamalardan 3'ü aynı katılımcı tarafından ortaya konmuş olup, büyüklük-küçüklük sıralamasını ortaya koyar niteliktedir. “Belirtilen kesirli sayıda nicelik olarak hangi sayı büyükse o kısım büyüktür.” tanımlamasını yapan bu katılımcıya ait örnekler, $1\frac{8}{10}$ için $(1 < \frac{8}{10})$, $3\frac{2}{5}$ kesrinde $(2 < 3 < 5)$, $\frac{17}{5}$ kesrinde $(5 < 17)$ ve $17,5$ kesrinde $(17 > 5)$ ve $6,19$ için $(19 > 6)$ şeklinde karşımıza çıkmaktadır. Bu sonuçlar bize bu katılımcının kesir kavramı hakkında beklenen uygun bir yapıya sahip olmadığı ve kesirli sayı ile doğal sayı veya tamsayılar arasındaki farka ilişkin standartlara ve kazanımlara uygun bir zihinsel modele sahip olmadığını göstermektedir.

Katılımcılardan bazılarının ortaya koyduğu ölçme/karşılaştırma kategorisine dahil edilebilecek tanımlama ise, kesirli sayıların sayı doğrusu üzerindeki yerine ilişkindir. “Basit kesir sayı doğrusu üzerinde 0-1 sayıları arasında olduğu için ondalık sayı olarak “0,” (sıfır virgüllü) şeklinde bir sayı olmalı” şeklinde ortaya konan bu tanımlamayı yapan öğrencilerin bir basit kesrin yeri konusunda net zihinsel modele sahip olduklarını göstermektedir. Bu sonuç bize bu tanımlamayı ortaya koyan katılımcıların kesir kavramı ve kesir çeşitlerinden olan basit kesir ile ilgili net bir bilgiye sahip olduğunu göstermektedir. Kouba ve arkadaşları, altıncı Ulusal Eğitimde İlerleme Değerlendirmesi (NAEP) testi sonuçlarını incelediklerinde de verilen ondalık sayıların sayı doğrusu üzerine yerleştirilmesinin istendiği bir soruda alt bölümler kesir olduğunda

öğrencilerin ondalıkları sayı doğrusu üzerine yerleştirmekte zorluk yaşadıklarını belirtmişlerdir (Kouba, Zawojewski, & Strutchens, 1997).

Oran/Orantı:

Sadece basit kesri ondalık kesre dönüştürme ve yüzde olarak ifade etmeye yönelik problemin çözümü sırasında, katılımcılar arasından dördüncü sınıfta öğrenim gören, bir önceki yıla ait geçme notu 5 olan öğrenciler tarafından verilen $(\frac{1}{4} = \frac{?}{100})$ şeklindeki bir örnekte karşımıza çıkmıştır. Aslında katılımcılardan bazılarının verilen $\frac{1}{4}$ kesrini ondalık kesre dönüştürürken paydasını 10 ve 10'un katları şeklinde yazmaları sırasında yaptıkları işlemlerde oran kavramını kullanmaları söz konusudur. Ancak bu katılımcıların orandan yararlandıklarını ifade eden bir ifade bulunmadığı için bu kapsamda ele alınmamıştır. Bu sonuç öğrencilerin konular arası ve konu içi ilişkilendirmeler yapmakta yetersiz olduklarının bir göstergesidir.

Genişletme:

Genişletme kategorisine ait tanımlamaların, tamsayılı ve basit kesrin ondalık kesire ve basit kesrin ondalık kesire dönüştürülerek yüzde olarak ifade edilmesine ilişkin problemlerin çözümü sırasında karşımıza çıktığı tespit edilmiştir. Verilen kesirli sayıları ondalık kesire dönüştürme ve ondalık kesire dönüştürmenin yanısıra yüzdelik olarak ifade etme sürecinde, genişletmeye ilişkin olarak karşılaşılan $3\frac{2}{5} = 3\frac{2}{5} = 3\frac{4}{10}$ ve (2)

$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ örneklerini verebiliriz. Genişletme kategorisine ilişkin olarak ön plana

çıkan iki model dikkat çekmektedir. Bunlardan biri “Kesir genişletilince kesir artar, şekil büyür (iki katına çıkar).” şeklinde olup, katılımcıların çoğunun çizimlerinde karşımıza çıkmaktadır. Diğeri ise, “Kesir genişletildiğinde bütün değişmez, bütün yine aynı bütündür ama bütünün içindeki parçaların sayısı artar ve parçaların büyüklüğü küçülür” tanımlamasıdır. Beşinci ve sekizinci sınıfta öğrenim görüp geçme notu 5 olan öğrencilerden bazıları tarafından çizilen şekillerde bu model karşımıza çıkmaktadır.

Sadeleştirme/Daraltma:

Sadeleştirme kategorisine ait tanımlamanın, genişletme kategorisi altında verilen “Kesir genişletildiğinde bütün değişmez, bütün yine aynı bütündür ama, bütünün

içindeki parçaların sayısı artar ve parçaların büyüklüğü küçülür” modelinin aynı öğrenciler tarafından ortaya konduğu tespit edilmiştir. Ve bileşik kesrin tamsayılı kesire, bileşik kesrin ondalık kesire ve tamsayılı kesrin bileşik kesire dönüştürülmesine ilişkin problemlerin çözümü sırasında karşımıza çıktığı tespit edilmiştir. Katılımcıların daha küçük sayılarla işlem yapmak amacıyla, $2\frac{4}{6}=2\frac{2}{3}$ $\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$ ve $(\frac{18}{10}=\frac{9}{5})$ $(\frac{10}{10}+\frac{8}{10}=\frac{5}{5}+\frac{4}{5}=\frac{18}{10}=\frac{9}{5})$ şeklindeki örneklerde karşımıza çıkan sadeleştirme kategorisine ait model “Kesir sadeleştirildiğinde bütün değişmez, bütün yine aynı bütündür ama bütünün içindeki parçaların sayısı azalır ve parçaların büyüklüğü artar” ifadeleri ile dile getirilmiş ve aynı zamanda bu model katılımcıların çizimlerinde de yansımaktadır.

Genişletme ve sadeleştirme/daraltma kategorilerine ait bu uygun tanımlamaların tutarlı olması, bu tanımlamaları ortaya koyan katılımcıların kesirler ve kesirlerle işlemler konusunu iyi kavradıklarını göstermektedir. Bu katılımcılar, her nekadarmateryalle gösterim konusunda daha önce bu tarz uygulamalar yapmadıklarını ifade etselerde, yapılan bu çalışmaların kendilerini daha farklı düşünme yollarına ittiğini ifade eden cümleler kullanmışlardır.

Denklik Bağıntısı/Kesirlerin Denkliği:

Denklik bağıntısı/kesirlerin denkliği kategorisine ait tanımlamaların, tamsayılı kesrin bileşik kesire dönüştürülmesi hariç diğer tüm durumlarda karşımıza çıktığı tespit edilmiştir. Denklik bağıntısı/kesirlerin denkliğine ilişkin modeller daha çok verilen kesirin başka bir kesre dönüştürülüp sonucun verilen kesire eşitlenmesi şeklinde ortaya konmuştur. Yine katılımcıların çizimlerinde ve materyalle gösterim sürecinde, verilen kesir için yapılan çizim veya gösterimin, bunun eşiti olarak dönüştürülen bir başka kesir çeşidi içinde geçerli olacağı şeklindeki ifadelerde debu model karşımıza çıkmıştır. Katılımcıların modellerinin ortak yönlerini 4 farklı şekilde ifade edebiliriz. Bunlardan birincisi, “verilen kesire eşit olarak yazılan kesirler birbirine denktir” modelidir.

Katılımcıların ifadelerinden çıkartılan $(\frac{16}{6}=2\frac{4}{6}=2\frac{2}{3})$ ile

$$(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=0,25+0,25+0,25+0,25=\%25+\%25+\%25+\%25) \quad \text{ve} \quad (6,19=6\frac{19}{100}=$$

$\frac{619}{100}$ eşitliğinde biri için çizilen şeklin diğerleri içinde geçerli olacağı) örnekleri bu modeli net bir şekilde ortaya koymaktadır.

İkinci model, “Sayılar değişse de bütün aynı bütündür, çizilen şekiller aynı büyüklükte olur (parça sayıları değişse de bütün geometrik olarak değişmez” şeklindedir. Katılımcıların açıklamalarından çıkartılan ($\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \%25$ eşitliğinde bütün değişmez, bütünün parça sayısı ve parçaların büyüklüğü değişir) ($\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} = 3 + \frac{2}{5} = 3,4$ eşitliğinde çizilen bütünler birbirine denktir) açıklamaları bu modele örnek olarak verilebilir. Bu açıklamayı yapan öğrenciler için denklik kavramının oturmuş olduğunu söyleyebiliriz. Ancak üçüncü ve dördüncü olarak ele alacağımız modellerde denklik kavramının oturmamış olduğunu görmekteyiz. Üçüncü model çeşidi “ $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \%25$ eşitliğinde genişletmeden dolayı şekil büyük olur. (Genişletme yapılırken kesir büyür, şekil geometrik olarak büyür artar)” şeklindeyken, dördüncüsü, “çizilen şekillerin bir birine denk olduğunu göstermesek te eşit olduğu için birbirinde denktirler” biçiminde ifade edilebilir. Bu iki model çeşidi geçme notu 2 olan beşinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinde karşımıza çıkmaktadır. Dördüncü model çeşidine “ $3\frac{2}{5} = 7,5$ eşitliğinde $1+1+1+\frac{2}{5} = 1+1+1+1+1+1+\frac{1}{2} = 7+\frac{1}{2}=7,5 = 3+\frac{2}{5}$ eşit olduğunu gösteremesek bile sonuçta eşittir.” “ $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$ eşitliğinde kesirler işlem sonucu eşit olduğu için eşittir işareti koymamız gerekiyor ama bu şekiller üst üste koyduğumuzda eşit olmaz” “ $\frac{1}{4}=0,1= \%1$ eşitliğinde eşit değildir ama çevirmelerde eşittir koyma mecburiyetimiz var.” ve “(Bulduğu sonuçları göstererek) $\%1,4$ ile $\%25$ eşit olduğu için aynıdır.” şeklindeki ifadeleri verebiliriz. Bu modeller bize kesirlerin denkliği konusunun kavranmamış olmasının yanı sıra bu katılımcılarda, genel anlamda, denklik ve eşitlik kavramlarının oluşmamış olduğunu göstermektedir. Van De Walle, bir basit kesrin ondalık kesir olarak yazılmasında, payın paydaya bölünmesinin kesirleri ondalıklara dönüştürmenin bir aracı olabileceğini, fakat bu sonucun denkliği anlamaya hiçbir katkıda bulunmayacağını belirtmektedir (Van De Walle, 2005:249).

Kouba ve arkadaşları Ulusal Eğitimde İlerleme Değerlendirmesi (The National Assessment of Educational Progress (NAEP)) testinin sonuçlarının incelendiğinde öğrencilerin kesir ve ondalık ilişkisini anlamakta zorluk çektiklerinin açıkça görüldüğünü belirtmektedirler. Kouba ve arkadaşları (1988) NAEP testinde, öğrencilerin basit kesirleri ondalık olarak ifade edebildiklerini fakat yedinci sınıfların

sadece yüzde 40'ının bir karışık sayı için denk bir ondalık verebildiğine dikkati çekmektedirler.

Paylaştırma:

Paylaştırma kategorisine ait modellerin, bileşik kesrin, tamsayılı kesir ile ondalık kesre dönüştürülmesi ile ilgili problemlerin çözüm aşamasında karşımıza çıktığı tespit edilmiştir. Bileşik kesrin tamsayılı kesre dönüştürülmesinin materyal kullanıp, eylemle gösterimi sırasında ortaya çıkan bu model “Pay sayısı kadar parçayı payda sayısı kadar gruba pay etme/ gruba dağıtma” şeklinde ortaya konmuştur.

Geçme notu 2 ve 5 olan iki sekizinci sınıf öğrencisi tarafından ortaya konan bu modele ilişkin katılımcı açıklamalarının ve materyalle gösterimin birbirine çok benzer olduğu tespit edilmiştir. Farklı başarı düzeylerine sahip katılımcılara yönelik bu tespit düşündürücü olduğu için araştırmacı bunun nedenlerini araştırdığında, her iki katılımcının da aynı sınıfta öğrenim görüyor olduğunu ve dolayısıyla öğretmenin sınıf içinde bu tarz etkinliklere yer vermiş olabileceği düşüncesini, öğretmen ile yapılan görüşmede doğrulamıştır. Bir konunun öğretiminde öğretmenin öğrencilerin edineceği bilgi üzerinde olumlu ya da olumsuz ne kadar çok etkili olduğu birkez daha tespit edilmiştir. Katılımcıların materyalle gösteriminde paylaştırma söz konusuysen, çizimlerinde paylaştırmaya rastlanmamaktadır. Bu durum katılımcıların şekil çizmeyi tercih etmelerinden kaynaklanmaktadır. Katılımcıların şekil çizimi, yerine resim çizmeyi düşünemedikleri görülmektedir. Muhtemelen, sınıfta bu konu öğretilirken her zaman her yerde karşılaştığımız gibi şekil çizimleri ile gerçekleştirilmiştir. Resim çizerek bir konunun görselleştirilerek sunulması belki de resim çizmenin zorluğundan kaynaklanıyor olabilir. Ama, öğrencilerin problem çözümünde karşılaşamadığımız paylaştırma kategorisine ilişkin açıklamalar, gösterim sırasında karşımıza çıkmaktadır. Katılımcılar, belki de şekil çizmek yerine resim çizmeyi deneseydi, bileşik kesri tamsayılı kesrin şekli ile aynı olarak göstermeyebilirlerdi. Çünkü, materyal ile gösterirken paylaştırma olarak ele alması onun bileşik kesri tamsayılı kesir olarak görmediğinin bir göstergesi olarak düşünülebilir. Buradaki çelişki çizim ile paylaştırma olarak göstermenin zorluğundan kaynaklanıyor olarakta değerlendirilebilir. Sonuç olarak, bir bilginin öğretilmesinde somut gösterimlerin ne kadar önem arzettiği bir kez daha görülmüştür.

5.1.2 Akademik Başarı Durumu ve Sınıf Düzeyi Açısından, Katılımcıların Kesir Çeşitlerini Birbirine Dönüştürmeleri Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modelleri Arasındaki Farklılıklar

Sınıf düzeyi açısından katılımcılar arasında çok belirgin farklılık ortaya çıkmadığı tespit edilmiştir. Dile getirebileceğimiz tek fark, bileşik kesrin ondalık kesre dönüştürülmesinde karşılaşılan bir durumdur. Bir bölme işlemi sırasında, sekizinci sınıf öğrencilerinin karşılaştıkları “devreden ondalık sayı” kavramını bildiği ve bununla ilgili doğru açıklamalar yapabildiği görülmüştür. Beşinci sınıf öğrencilerinden bazılarının ise, daha önce böyle bir durumla karşılaştıklarını hatırladıkları ancak, bunun ne olduğu yada “devreden ondalık sayı” kavramı hakkında uygun bir açıklama yapamadıkları tespit edilmiştir. Burada sınıf düzeyi açısından karşılaşılan kayda değer tek fark bu olmuştur. Ancak ilköğretim matematik dersi öğretim programında yer alan kazanımlar incelendiğinde, devreden ondalık sayı kavramının ilköğretim ikinci kademe sınıflarında yer aldığı görülecektir.

Katılımcılarda verilen sorularla uğraşırken en çok dikkati çeken durum 6’sının problemlerin çözümünde sınıfta öğretmenlerinin öğrettiği şekliyle işlem bilgisi (kural) kullanmaları olmuştur. Başarı grupları açısından bakıldığında, geçme notu 5 olan öğrencilerin tamamı eksiksiz bir şekilde sınıfta öğretmeni tarafından öğretilen işlem bilgisini (kuralı) uygulayarak çözüme ulaşırken, geçme notu 2 olan öğrencilerde bu durum daha az olmakla birlikte sorudan soruya farklılık göstermiştir. Geçme notu 2 olan katılımcılardan bazılarının, sınıfta öğretildiği şekliyle işlem bilgisini çoğu soruda hatırladığı gözlemlenmişken, çözüm süreci içerisinde bilgi eksikliği ve işlem hataları gibi sebeplerle doğru çözüme ulaşmakta zorlandıkları tespit edilmiştir.

Bütün-parça kategorisi açısından bakıldığında, geçme notu 5 olan öğrencilerin geçme notu 2 olan öğrencilere oranla verilen kesirleri oluşturan parçaları göz önüne alma, parçalardan hareketle kesri oluşturma, verilen kesir çeşidini dikkate alarak kesrin çizim ile gösterimini veya materyal kullanarak gösterimini gerçekleştirme açısından farklı zihinsel modeller ortaya koydukları tespit edilmiştir. Geçme notu 2 olan öğrencilerden bazılarında, çizim ve materyal ile gösterimlerinde zaman zaman parça bütün ilişkisini yansıtan durumlar ile karşılaşılmış olsa da, bazılarında parça-bütün ilişkisini yansıtacak zihinsel modelleri görmek pek mümkün olmamıştır.

Katılımcıların ortaya çıkan zihinsel modelleri içerisinde bölme kategorisine dahiledilen ifadeler daha çok bileşik kesrin tamsayılı kesre ve ondalık kesre dönüştürülmesinde, kural olarak öğretilmesinden dolayı karşımıza çıkmaktadır. Geçme

notu 5 olan öğrencilerin tamamı bir bileşik kesri tamsayılı kesre dönüştürürken payı paydaya bölme ve bölmenin elamanlarını tamsayılı kesirde yerine yerleştirme şeklinde bir zihinsel modele sahipken, geçme notu 2 olan öğrencilerin üçünde bu durum ile karşılaşmıştır. Geçme notu 2 olan 4 öğrenciden üçü bölme işleminin gerçekleştirilebilmesi için bölünen sayının bölen sayıdan büyük olması gerektiği fikri ile “büyük sayı küçük sayıya bölünür” şeklinde bir zihinsel model ortaya koymutur. Bu üç öğrenciden özellikle birinin, bir basit kesrin ondalık kesre dönüştürülmesi ve bir basit kesrin ondalık kesre dönüştürülerek yüzde olarak ifade edilmesi ile ilgili problemlerin çözümünde de büyük sayının küçük sayıya bölüneceğini ifade ederek paydadaki sayıyı pay kısmındaki sayıya bölmeye çalışması dikkat çekicidir. Aynı öğrenci tarafından ortaya konan başka bir durum da, daha önce basit kesirlerin ondalık kesirlere dönüştürülmesinde karşılaşılan “0, ...” sonuçlarını tüm kesirler için genellemiş olması sebebiyle verilen bir bileşik kesri ondalık kesre dönüştürmek için kalan sıfır olana kadar kalan sayısının altına aynı sayıyı yazarak bölme işlemine devam etmesi olmuştur. Genel itibariyle geçme notu 5 olan öğrenciler bölme ile ilgili sınıfta öğrendikleri doğru bilginin dışına çıkmazken, geçme notu 2 olan öğrenciler kendilerince mantıklı ya da mantıksız yeni zihinsel modeller oluşturmuşlardır.

Katılımcıların zihinsel modellerini gösteren ölçme/karşılaştırma kategorisine dahil edilen ifadeler ise iki farklı şekilde karşımıza çıkmaktadır. Bunlardan birincisi “*Basit kesir sayı doğrusu üzerinde 0-1 sayıları arasında olduğu için ondalık sayı olarak “0, ...” (sıfır virgüllü) şeklinde bir sayı olmalı*” ifadesidir ki geçme notu 5 olan öğrencilerden üçü ile geçme notu 2 olan öğrencilerden birinde, bir basit kesri ondalık kesre dönüştürme ile ilgili eylemlerde karşımıza çıkmıştır. İkincisi ise, $3\frac{2}{5}$ kesrinde ($2 < 3 < 5$) örneğinde olduğu gibi “*Sayı olarak hangisi büyükse o kısım büyüktür*” tanımlamasıdır ki geçme notu 2 olan öğrencilerden birinde, üç ayrı problem cümlesinde tekrar etmiştir.

Katılımcıların zihinsel modellerini gösteren oran-orantı kategorisine dahil olan ifadeleri doğrultusunda geçme notu 5 olan katılımcılardan ikisinin, basit kesri ondalık kesre dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme ile ilgili tanımlamalarında, $\frac{1}{4}$ kesrini Orandan yararlanarak “ $\frac{1}{4} = \frac{?}{100}$ ” şeklinde ele aldıkları tespit edilmiştir. Geçme notu 2 olan öğrencilerde ise orandan yararlanmaya ilişkin bir veri ile karşılaşmamıştır.

Katılımcıların zihinsel modellerini gösteren genişletme kategorisine dahiledilen

tanımlamalarda da belirgin bir farklılık görülmektedir. Geçme notu 2 olan öğrencilerden bazılarında karşımıza “*Kesir genişletilince kesir artar şekil büyür*” tanımlaması çıkarken, geçme notu 5 olan öğrencilerin çoğunda ise, “*genişleme ile bütün değişmiyor, bütünün içindeki parça sayısı değişiyor, bütünün içindeki parçaların sayısı artar ve parçalar küçülür*” şeklinde bir model karşımıza çıkmaktadır. Bu tanımlamalar geçme notu 5 olan katılımcıların, geçme notu 2 olan katılımcılara nazaran, “kesirin sadece tam olmayan bir miktara ait gösterim şekli olduğu ve bu miktarın farklı kesir sayıları ile ifade edilebileceği” fikrini kavramaya daha yakın olduklarını göstermektedir. Sadeleştirme için de benzer bir durum söz konusudur ki, sadeleştirmeyi, geçme notu 5 olan sadece bir öğrencide görmekteyiz. Geçme notu 2 olan öğrencilerin hiç birinde sadeleştirme durumu ile karşılaşılmamıştır.

Denklik bağıntısı/denk kesirler kategorisine açısından değerlendirildiğinde, geçme notu 5 olan öğrencilerin verilen kesiri başka kesire dönüştürerek bulduğu sonuçları birbirine eşitledikleri ve bunların denk oladuklarını ifade ettikleri görülmüştür. Şekil çiziminde de bu öğrenciler kesirleri denk çizmeye gayret etmişlerdir. Geçme notu 2 olan katılımcılarda ise, eksik öğrenmeler, işlem hataları, kendince buldukları (yanlış sonuca götüren) kurallarveya kısayollar sebebiyle, problem çözümlerinde yanlış sonuçlar ortaya çıkmıştır. Örneğin bu öğrencilerden biri, $3\frac{2}{5}$ kesrini ondalık kesre dönüştürürken işlem hatası yapmıştır ve $3\frac{2}{5}$ kesrini bileşik kesir olarak $\frac{15}{2}$ olarak bulduğu için ondalık kesir olarak sonucu da yanlış çıkmıştır. Yaptığı hatayı görmediği için “ $3\frac{2}{5} = 7,5$ eşitliğinde $1+1+1+\frac{2}{5} = 1+1+1+1+1+1+\frac{1}{2} = 7+\frac{1}{2}=7,5$ şekillerin eşit olduğunu gösteremesek bile sonuçta eşittir” şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. Burada bu katılımcıya ait “şekillerin eşit olduğunu gösteremesek bile sonuçta eşittir” ifadesi bu katılımcının kesirlerin denkliği kavramı bir yana, genel olarak eşitlik ve denklik kavramları ile ilgili zihinsel modellerinin uygun olmadığına bir göstergesidir. Geçme notu 2 olan katılımcılarda bu ve benzeri durumlar söz konusuysa, geçme notu 5 olan öğrenciler bu tip durumlarda yapmış oldukları hataları fark ederek daha doğru sonuçlara ulaşma gayreti içerisinde olmuşlardır.

5.2. Öneriler

Bu araştırmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak öğretmenlere, matematik eğitimcilerine ve araştırmacılara yönelik öneriler şu şekilde sıralanmıştır:

1. Bu araştırmada ilköğretim öğrencilerinin, kesir çeşitlerini birbirine dönüştürmesi sırasında ortaya çıkan zihinsel modellerini ortaya koyan ifadeleri/tanımlamaları, kesir kavramının literatürde yer alan anlamına bağlı kalınarak işlem bilgisi (kural), bölme, bütün-parça, ölçme/karşılaştırma, genişletme, sadeleştirme/daraltma, denklik bağıntısı ve paylaşırma kategorileri altında açıklanmıştır. Bu kategoriler altında, problem çözümü sırasında öğrencilerin modellerinde doğru sonuca götüren modellerin yanısıra, yanlış sonuca götüren modellerle de karşılaşmıştır. Doğru sonuca götüren modeller öğrencilerin amaca yönelik bilgilerini nasıl edindikleri hakkında bize bilgi verirken, yanlış sonuca götüren modellerde öğrenmedeki başarısızlığın nedenlerine ilişkin tespitler yapılmıştır. Öğretmen ve araştırmacıların bu tespitlerden yararlanmaları daha iyi öğrenme ortamlarının oluşturulmasına katkı sağlayabilir.
2. Öğrencilerin zihinsel modellerini yansıtan tanımlamalarında kesir kavramı, kesirle ilgili kavramlar ve kesir çeşitlerine ilişkin ortaya çıkan sahte kavram (pseude-concept), kavram yanılgıları, işlem hataları vb. olduğu tespit edilmiştir. Araştırmacı ve uygulayıcıların bu tespitleri değerlendirerek karşılaşılabilecek durumlara ilişkin önlemler almaları yararlı olacaktır.
3. Harrison ve Treagust'a göre zihinsel modeller tamamlanmamıştır ve kararlı değildir; yani değişebilir. Zihinsel modeller, senteze dayalı modeller ve öğrencilerin kendi sezgisel modelleri ile öğretmenlerin sunduğu modellerin bir karışımı sonucunda, öğrencilerin alternatif kavramlarının gelişimlerine ait sentezler oluşturmaktadır (Harrison ve Treagust, 2000:1018). Bu özellik göz önünde bulundurulduğunda, öğrencilerin bir konuya ilişkin mevcut zihinsel modelleri belirlenerek, öğrencilerin problemin doğru çözümü için gerekli olan zihinsel modelleri oluşturmalarına imkan verilmelidir.
4. Bu çalışma ilköğretim öğrencileri ile yürütülmüştür. Öğretmenler üzerinde yapılacak benzer bir çalışma ile elde edilecek sonuçların öğrencilere ait sonuçlarla karşılaştırılarak öğretmenin öğrencilerin zihinsel modellerinin oluşması üzerindeki

etkisi ortaya konabilir. Ayrıca ortaöğretim düzeyinde kesirler konusunun devamı olarak rasyonel sayılar devreye girmektedir. Van De Walle'ya göre, kesirler orta öğretim seviyesindeki öğrenciler için bile her zaman önemli ve anlaşılması zor kavramlar arasında gösterilmiştir (Van De Walle, 2005:210). Orta öğretim düzeyindeki öğrencilerle de çalışılması yararlı olacaktır.

5. Bu araştırmada kesir kavramı ile ilgili zihinsel modeller açığa çıkarılmak istenmiştir. Bunun yolu olarakta, kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesine ilişkin problem çözümlerinden yararlanılmıştır. Yapılan literatür incelemesi sonucunda kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesine ilişkin araştırmaların çok sınırlı sayıda olduğu görülmüştür. Araştırmacıların kesir çeşitlerinin birbirine dönüştürülmesine ilişkin farklı bakış açıları ile ortaya konacak araştırmalar yapmaları bir gereklilik olarak öne çıkmaktadır.
6. Araştırma sonuçları, problemlerin çözümünde, öğrencilerin çoğunun işlem bilgisini kullandıklarını ancak yüksek başarı notuna sahip öğrencilerin bile bu işlem bilgisi altında yatan nedenleri açıklamakta yetersiz kaldığını ortaya koymuştur. Bilgi hamallığının önüne geçilmesi, bilgilerin kalıcılığı ve anlamlı bir öğrenme için, bu araştırma bulguları ile ortaya konan zihinsel modellerin incelenmesi kavramsal bilginin öğretileceği öğrenme ortamlarının düzenlenmesi konusunda öğretmenlere yeterli ipucu sağlayacaktır.
7. Araştırma sürecinde, katılımcı öğrencilerden alınan geri dönütlerde, öğrencilerin daha çok işlemsel bilgi ile uğraştıkları ve öğrenme ortamlarının, SBS ve LGS gibi (doğru sonuca ulaşmanın önemli olduğu) sınavlara hazırlanma yönünde planlandığı tespit edilmiştir. Dolayısıyla da, öğrenmelerin bilişsel alan basamaklarından bilgi basamağı ile sınırlı kaldığı ortaya çıkmıştır. Bu araştırmada öğrencilerin zihinsel modellerini belirlemeye yardımcı olması için şekil veya resim çizimi ile gösterim veya materyal kullanmadan faydalanılmıştır. Öğrencilerin çizim ve materyal kullanarak gösterim yapmada zorlandıkları, zaman zaman hatalar yaptıkları, yanlış gösterimler yaptıkları, bazen de hiç birşey yapamadıkları anlara şahit olunmuştur. Öğrencilerin ifadelerinde daha önce sınıfta bu tarz etkinliklere yer vermedikleri, öğrenilen bilgilerin kurallarının veya kısayollarının nereden geldiğini daha önce hiç sorgulamadıkları yönünde görüşler beyan edilmiştir. Öğrencilerin farklı öğrenme ortamlarından yararlanmaktan yoksun bırakılmalarında öğretmenlerin ve bu öğretmenlere yol gösterecek araştırmacıların ve program geliştirme uzmanlarının payı büyüktür. Öğrenme ortamlarının sadece bilişsel alanın bilgi basamağı ile sınırlı

kalmayacağı, kavrama, uygulama, analiz, sentez ve değerlendirme basamaklarının yanısıra, duyuşsal alan ve psikomotor alan basamaklarının da dikkate alınıp düzenlenmesi faydalı olacaktır. Bu doğrultuda araştırmanın ortaya koyduğu bulgular çerçevesinde yer alan zihinsel modellerin incelenmesi yol gösterici olacaktır.

8. Kesirler konusu matematiğin zor öğrenilen konularından biridir. Bu konuda yurt içinde ve yurt dışında birçok araştırma yapılmıştır. Pitta-Pantazi ve arkadaşlarına göre de, son yıllarda, öğrencilerin kesirleri anlamalarına yönelik çalışmalar ön plana çıkmış ve dikkati çeken bir alan araştırması haline gelmiştir (Pitta-Pantazi, Gray ve Christou, 2004). Bilhassa derinlemesine bilginin araştırıldığı nitel araştırmaların verileri öğretmenlere ve araştırmacılara yol gösterici niteliktedir. Daha kaliteli bir öğrenme ve öğretme ortamı oluşturulması konusunda, bu tarz araştırma sonuçlarından yararlanılması gerekmektedir. Kesir kavramı ve kesirli sayının öğretimi sırasında kesirli sayılara niçin ihtiyaç duyulmuş olabileceği öğrencilere sorulmalıdır. Öğrencilerin kesirli sayının tamsayı veya doğal sayılardan farkını bilmesi ve kesirli sayılara niçin ihtiyaç duyulduğunu öğrenmesi, kesir kavramı ve kesirlere ilişkin diğer kavramları bilmesi, kesir çeşitlerinin verilen kesrin farklı gösterim şekli olduğunu bilmesi açısından önemlidir. Araştırmamızda ortaya çıkan zihinsel model kategorileri, literatürde yer alan kesir kavramına ilişkin kesrin beş alt başlığı ile hemen hemen örtüşmektedir. Bu araştırma sonuçları da kesir kavramının öğretilmesinde bu beş alt başlığın dikkate alınmasının önemini bir kez daha ortaya koymuştur. Bu sebeple öğretmenlerin kesirlerin öğretilmesi konusunda kesir anlamını ortaya koyan bu beş altbaşlığa dikkat etmesinin yanısıra b zihinsel modelleri de dikkate almaları yararlı olacaktır.
9. Bu çalışmada, somut materyalle gösterim için araştırmanın yapıldığı ortama, oyun legoları, sayı çubukları, sayı fasulyeleri ve kesir şeritleri konmuştur. Kesir şeritleri üzerinde sayılar yer aldığı için, öğrencilerin cevaplarını yönlendirebileceği düşüncesiyle bu materyal ortamdaki kaldırılmıştır. Oyun legoları en küçük parça baz alındığında tekli, ikili ve üçlü olmak üzere 3 çeşittir. Sayı çubukları ve sayı fasulyeleri ise standart büyüklüktedir. Bu materyallerin kesirlerle ilgili işlemlere ait problem çözümünde kullanılmasının tam olarak uygun olduğunu söyleyebilmemiz mümkün değildir. Bu sebeple kesirlerin öğretimi amacıyla kullanılacak, belli ölçüler dikkate alınarak üretilcek mıknaatıslı küpler imal edilebilir ve materyal olarak okullara dağıtılabilir.

10. Araştırmanın uygulama sürecinde bilhassa geçme notu 5 olan öğrencilerin işlem bilgisi ile ortaya koydukları problem çözümlerinde kullandıkları kuralların (kısayolların) altında yatan nedenleri sorgulamaktan hoşlandıkları görülmüştür. Materyalle ve şekil çizerek gösterim sırasında yaptıkları hatalar, karşılaştıkları çelişkili durumlar, zorlandıkları anlar, onları daha çok merak içerisinde bırakmıştır. Bu durumlar onların matematikle uğraşma ve matematiğe yönelik olumlu tutumlarının ortaya çıkması açısından etkili olduğu bu çalışmada tekrar görülmüştür. SBS ve LGS gibi (doğru sonuca ulaşmanın önemli olduğu) sınavlara hazırlanma sürecinin gölgesinde kalan bu merak ve araştırma duygusunun açığa çıkarılması ve bu öğrencilerin TUBİTAK tarafından düzenlenen matematik olimpiyatları ve proje çalışmalarına katılmaları teşvik edilebilir.
11. Zihinsel modellerin teşhis edilmesinin önemini vurgulayan bir diğer konuda problem çözüm aşamasında, öğrencilerin zihinsel modellerini yansıtan tanımlamalarında kendilerinin ortaya koydukları orijinal fikirlerle karşılaşmış olmasıdır. Öğrencilerin bu tarz matematiksel fikirleri değerlendirilerek desteklenebilir ve öğrencilere fırsat eşitliği sağlanacak ortamlar oluşturulabilir.
12. Zihinsel modeller iç temsiller olduğu için, öğrencilerin bilgilerinin ne olduğunu, bu bilgiyi zihinlerinde nasıl oluşturdukları, bilgi seviyelerinin belirlenmesi, varolan kavram yanlışlığı ve sahte kavramlarının açığa çıkarılmasını sağlar. Bu nedenle öğretmenlerin öğrencilerinin verilen konuyu anlama düzeyini ölçmek ve değerlendirmek için zihinsel modellerini açığa çıkaracak geri dönütlerin verilmesi, öğretimin etkili olarak düzenlenmesinde yararlı olacaktır.

KAYNAKÇA

- Acar, N. (2010). **Kesir Çubuklarının İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerde Toplama Ve Çıkarma İşlemlerindeki Başarılarına Etkisi.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Konya: Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Bilim Dalı.
- Akoğlu, Y. (2003). **İlköğretim Dördüncü Sınıf Matematik Dersi Kesirler Ünitesinin Öğretiminde, Geleneksel Öğretim Yöntemi İle Öğretim Amaçlı Bilgisayar Yazılımı Kullanılarak Gerçekleştirilen Bireyselleştirilmiş Öğretim Yönteminin Öğrenci Başarısına Etkilerinin Karşılaştırılması.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eğitim Programları Ve Öğretimi Bilim Dalı.
- Aksu, M. (1997). Student Performance in Dealing With Fractions. **The Journal of Educational Research.** p. 375-380. Volume 90, **no,6**, July/August, 1997.
- Alkan, R. (2009). **İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Rasyonel Sayılar Konusu İle İlgili Hata ve Kavram Yanılgılarının Analizi.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı.
- Altun, H. (2004). **Kesirler ve Rasyonel Sayıların Öğretilmesinde Karşılaşılan Güçlüklerin Giderilme yöntemleri.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) İzmir: Dokuz Eylül üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı.
- Araz, S.G. (2004). **İlköğretim 6. Sınıfta Kesirlerin Ondalık Gösterimi Ünitesinin Öğretilmesinde İşbirlikli Öğrenme Yönteminin Geleneksel yöntemle Göre Öğrenci Başarısına Etkisi.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) İzmir: Dokuz Eylül üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı.

- Aslan, A. (2005). **İlköğretim 6. Sınıf Matematik Dersinin Ondalık Kesirler Ünitesinin Öğretiminde Bilgisayar Destekli Öğretimin Rolü.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Entitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı.
- Baki, A. (1996). Okul matematiğinde ne öğretelim nasıl öğretelim?. **Hacettepe Eğitim Dergisi**, 41-49.
- Baki, A. (1998). Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi, **Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş yıldönümü matematik sempozyumu.** Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Baki, Adnan ve Kartal, Taliha (2000). **Kavramsal ve işlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerinin Cebir Bililerinin Değerlendirilmesi.** 14 Temmuz 2008 Tarihinde elde edilmiştir. http://www.fedu.metu.edu.tr/UFBMEK-5/b_kitabi/PDF/Matematik/Bildiri/t211d.pdf
- Barquero, B. (1995). *La representacioÂ n de estados mentales en la comprensioÂ n de textos desde elenfoque teoÂ ricoÂ de los modelos mentales.* **Tesis doctoral (Universidad AutoÂ noma de Madrid: Madrid).**
- Başgün, M. ve Ersoy, Y. (2000). *Sayılar ve Aritmetik-I: Kesir ve Ondalık Sayıların Öğrenilmesinde Bazı Güçlükler ve Yanılgılar.* **IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi,** Hacettepe Üniversitesi, Eylül, 2000, Ankara.
- Behr, M. J., Wachsmuth, I., Post, Th.R., ve Lesh, R. (1984). Order and equivalence of rational numbers: **A clinical teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(5), 323-341.**
- Behr, M.J., Harel, G., Post, Th.R., & Lesh R. (1992). Rational number, ratio and proportion. In D. A. Grouws (ed.), ***Handbook of research in mathematical concepts and processes.*** Academic Press, New York/London, pp.91-126.
- Block, E. (1986) "The Comprehension Strategies of Second Language Readers," **TESOL Quarterly**, Cilt No 20, Sayı 3, (Eylül), s.463-491,1986.
- Bredo, Eric (2000). Reconsidering Social Constructivism: The Relevance of George Herbert Mead's Interactionism. (Ed. D.C. Philips). **Constructivism in**

- Education: Opinions and Second Opinions on Controversial Issues.**
Chicago, Illinois: University of Chicago Press. 127-157.
- Bucciarelli, M. (2007). How the construction of mental models improves Learning.
Mind & Society (2007) 6:67–89. DOI 10.1007/s11299-006-0026-y
- Carraher, D.W. (1996). ‘Learning About Fractions’, in **L.P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G.A.**
- Cereno, A. (1998). **İlköğretim Okulları Matematik Programının Merkez Okullar İle Taşımalı Eğitim Yapan Okulların 4. ve 5. Sınıflarındaki Dört İşlem, Kümeler, Kesirler Konularına Ait Hedef Ve Davranışlarının Gerçekleşme Düzeyi.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Bolu: Abant İzzet Baysal üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eğitimde Program Geliştirme Anabilim Dalı.
- Charalambous, C.Y. ve Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing On A theoretical Model To Study Students’ Understanding Of Fractions. *Educational Studies in Mathematics* (2007) 64: 293–316. **DOI: 10.1007/s10649-006-9036-2** C _ Springer 2006
- Charles, K., & Nason, R. (2000). Young children’s partitioning strategies. **Educational Studies in Mathematics**, 43, 191-221.
- Chinnappan, M. (1998). **Schemas and Mental Models in Geometry Problem Solving. Educational Studies in Mathematics 36:** 201–217, 1998. Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.
- Clement, J. (1998). "Analysis of Clinical Interviews: Foundations & Model Viability". **In Research Design Seminar,[Online] Available:** <http://134.88.73/ResearchDesign/Design.Html>
- Coll, R.K, & Treagust, F. (2001). Learners’ Mental Models of Chemical Bonding. **Research in Science Education 31:** 357–382, 2001. Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.
- Davidson, M.J., Dove, L. and Wertz, J. (1999). “Mental Models and Usability” **Cognitive Psychology. 404**, November 15, 1999. 20.012009 tarihinde <http://www.lauradove.info/reports/mental%20models.htm> internet sitesinden elde edilmiştir.

- Dede, Y., Yaman, S., (2003). Fen ve Matematik Eğitiminde Proje Çalışmalarının Yeri, Önemi ve Değerlendirilmesi. **Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt 23, Sayı 1**, 117-132. Ankara.
- Demirdöğen, N. (2007). **Gerçekçi Matematik Eğitimi Yönteminin İlköğretim 6. Sınıflarda Keir Kavramının Öğretimine Etkisi.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Ankara: Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı , Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı.
- Dilbaz, Y. (1989). **İlkokul 5. Sınıf Matematik Programında Yer Alan “Kesirler” Ünitesine Ait Hedef Davranışların Önkoşul İlişkileri yönünden birbiriyle tutarlılıklarının Değerlendirilmesi.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Ankara: Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ölçme Ve değerlendirme Anabilim Dalı.
- Duru, E. D. (2007). **Oluşturmacı Yaklaşımına Göre Tasarlanmış Bir Ders Paketinin Uygulanmasıyla Oluşan Başarının Geliştirilen Başarı Testi İle Değerlendirilmesi.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı.
- Düzgün, S. (2003). **İlköğretim 5. Sınıf Matematik Dersi Kesirler Ünitesinde Bilgisayar Destekli Öğretimin Öğrenci Erişimine Etkisi.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Sınıf öğretmenliği Bilim Dalı.
- Ginsburg, H.P. (1981). "The Clinical Interview in Psychological Research On Mathematical Thinking:Aims, Rationales, Techniques", **For the learning of mathematics**, 1(3), 4-11, 1981.
- Ginsburg, H., Kossan, N., Swartz, R., & Swanson, D. (1983). Protocol methods in research on mathematics thinking. In H.P. Ginsburg (ed.), **The Development of Mathematical Thinking, Academic Press**, New York, pp.7-47.
- Greca, İ. M. & Moreira, M.A. (2000). Mental Models, Conceptual Models, and Modeling. **International Journal of Science Education (INT. J. SCI. EDUC)**, 2000, Vol. 22, No. 1, 1- 11.

- Güneş, B., Gülçiçek, Ç. ve Bağcı, N. (2004). “Eğitim Fakültelerindeki Fen ve Matematik Öğretim Elemanlarının Model ve Modelleme Hakkındaki Görüşlerinin İncelenmesi” **Journal of Turkish Science Education** Volume 1, Issue 1, July 2004.
- Halfin, H. H. (1973). *Technology: A process approach*. **Unpublished doctoral dissertation**, West Virginia University, Morgantown.
- Harrison, G. ve Treagust, F.D. (2000). “A Topology of Science Models”. **International Journal of Science Education**, vol.22, no.9, pp.1011-1026.
- Harrison, A.G., Treagust, D.F. (1998). “Modelling and Science Lessons: Are there better ways to learn with models?” **School Science and Mathematics**, vol.98, no.8, pp. 420-429.
- Haser, Ç. ve Ubuz, B. (2000). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusunda Kavramsal Anlama ve İşlem Yapma Performansı. **IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi**. Hacettepe Üniversitesi, Eylül, 2000, Ankara.
- Haser, Ç. (2001). **Effects of Sociocultural Learning Environments on 5TH Grade Students’ Performance on The Fractions Concept (Sosyo-Kültürel Öğrenme Ortamlarının 5. Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Kavramındaki Performansına Etkisi)**. A thesis Submitted To The Graduate School Of Natural and Applied Sciences of The Middle East Technical Universty. Ankara, Turkey.
- Hiebert, J. and Lefevre, P. (1986). “Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis”, in J. Hiebert (ed.), **Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics**, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, pp. 1–27.
- Hill, R. B. & Wicklein, R.C.(1999). “A Factor Analysis of Primary Mental Processes for Technological Problem Solving” **Journal of Industrial Teacher Education**, Volume 36, Number 2 Winter 1999.
- Howe, R. K. & Berv, J. (2000). Constructing Constructivism, Epistemological and Pedagogical. (Ed. D.C. Pihilips). **Constructivism in Education: Opinions and Second Opinions on Controversial Issues**. Chicago: Illinois, University Of Chicago Press.19-40.

- Işıksal, M. (2006). **A Study On Pre-Service Elementary Mathematics Teachers' Subject Matter Knowledge And Pedagogical Content Knowledge Regarding The Multiplication And Division Of Fractions (İlköğretim matematik Öğretmen Adaylarının Kesirlerde Çarpma Ve bölmeye İlişkin Alan Ve Pedagojik içerik Bilgileri üzerine Bir Çalışma)**. In Partial Fulfillment Of The Requirements For The Degree Of Doctor Of philosophy In Secondary Science And Mathematics Education. Middle East Technical University, Ankara, Turkey.
- Johnson-Laird, P.N. (1980). Mental Models In Cognitive Science. **Cognitive Science** 4, 71-115. University of Sussex.
- Kılcan, S.A. (2006). **İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Kesirlerle Bölmeye İlişkin Kavramsal Bilgi Düzeyleri**. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Bolu:Abant izzetBaysal üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı.
- Kouba, V.L, Brown, C.A., Carpenter, T.P., Lindquist, M.M., Silver, E.A. & Swafford, J.O. (1988). Results of the fourth NAEP Assesment of Mathematics: Number, operations and word problems. **Arithmetic Teacher**, 35 (8, 4-19).
- Kouba, V.L., Zawojewski, J.S. & Struchens, M.E. (1997). What do students know about numbers and operations? İn P.A. Kenney & E.A. Silver (Eds.), **Results from the sixth mathematics assessment of the National Assesment of Educational Progress** (pp.87-140). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Köseoğlu, C. (2005). **Kesirlerin Öğretiminde Aktif Öğrenme Yönteminin Öğrenci Başarısına Etkisi**. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Entitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı , Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı.
- Meb. (2005). **İlköğretim (1-5. Sınıflar) Matematik Dersi Programı**. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.
- Meb. (2006). **İlköğretim (6-8.Sınıflar) Matematik Dersi Programı**. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.

- Merril, M.D. (2000). **Knowledge Objects and Mental-Models**. September 6, 2000. 2
Revised Know Obj Ment Mod.doc. <http://id2.usu.edu/Papers/KOMM.PDF>
[16.02.2010](#) tarihinde internet adresinden elde edilmiştir.
- Mert, Ş. (2009). **6., 7. Ve 8. Sınıflarda Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımı İle Geleneksel Yaklaşımın Karşılaştırılmasına Yönelik Uygulamalı Bir Çalışma**. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Tokat: Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı
Eğitimde Program Gelistirme Bilim Dalı.
- Mısrıl, M. (2009). **Kesrin Farklı Anlamlarına Göre Yapılan Öğretimin İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerde Toplama, Çıkarma Ve Çarpma İşlemlerinde Kavramsal Ve İşlemsel bilgi Düzeylerine Etkisi**. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Konya: Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Bilim Dalı.
- Norman, D. N. (1983). Some observations on mental models. In D. Gentner, & A. L. Stevens (Eds.), **Mental models** (pp. 7–14). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Öz, C. (2005). **İlköğretim 6. Sınıflarda Kesirler Konusunun Çoklu Zeka Kuramına Uygun Öğretiminin Başarıya Etkisi**. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) İstanbul: Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Entitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı.
- Piaget, J. (1976). **The Child and Reality: Problems of Genetic Psychology**. (Translated by Arnold Rasin), Middlesex, England: Penguin Books.
- Pitta, D. (1995). ‘Spatial and whole number characteristics in the context of fractions’. In M. Hejny and Novotna (Eds.), **Proceedings of the Third International Symposium Elementary Mat Teaching**, 141-144. Prague: Czech Republic.
- Pitta-Pantazi, D., Gray, E.M. ve Christou, C. (2004). ‘Elementary School Student’s Mental Representations Of Fractions.’ **Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, 2004 Vol 4 pp 41–48 (PME28 – 2004).
- Porter, Mary K. & Masingila, Joanna O. (2001). ‘Examining The Effects Of Writing On Conceptual And Procedural Knowledge İn Calculus.’ **Educational Studies In**

Mathematics 42:165 ED 177, 2000. 2001 Kluwer Academic Publisher: Printed in the Netherlands.

Sağsöz, A.D. (2008). **İlköğretim 6. Sınıflardaki Kesirler Konusunun Origami Yardımı İle Öğretimi.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Erzurum: Atatürk üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı.

Schnotz, W. & Kürschner, C. (2007). External and internal representations in the acquisition and use of knowledge: visualization effects on mental model construction. **Instr Sci** (2008) 36:175–190. DOI 10.1007/s11251-007-9029-2. Received: 27 February 2006 / Accepted: 7 June 2007 / Published online: 14 July 2007. Springer Science+Business Media B.V. 2007.

Someren, M.V., Y.F., Barnard ve J.S.C. Sandberg. (1994). **The Think- Aloud Method: A Practical Guide to Modelling Cognitive Processes**, London Academic Press, 1994.

Soner, S. (2005). **İlköğretim Matematik Dersi Kesirli Sayılarda Tolama-Çıkarma İşleminde Drama Yöntemi İle Yapılan Öğretimin Etkililiği.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eğitim Programları Ve Öğretimi Anabilim Dalı.

Steencken, E. P., & Maher, C. A. (2003). *Tracing fourth graders' learning of fractions: Early episodes from a year-long teaching experiment.* **Journal of Mathematical Behavior**, 22, 113-132.

Toluk, Z. (2002). İlkokul Öğrencilerinin Bölme İşlemi ve Rasyonel Sayıları İlişkilendirme Süreçleri. **Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi** Cilt 19(2).

Uludağ Sözlük (2008). “**Zihinsel Süreç**” <http://www.uludagsozluk.com/k/zihinsel-surec> adresinden 08/07/2008 tarihinde elde edilmiştir.

Uslu, C. Ş. (2006). **İlköğretim 1. Ve 2. Kademesi İle Ortaöğretim 10. Sınıf Öğrencilerinin Matematiğin Temel Kavramlarındaki Eksik Ve Yanlış Öğrenmelerinin Karşılaştırılması.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Konya: Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı.

Uygun, M. (2008). **Bilgisayar Destekli Bir Öğretim Yazılımının İlköğretim Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Başarı ve**

- Matematiğe Karşı Tutumunun Etkisi.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi)
Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Ünal, G., Ergin, Ö. (2006). “*Fen Eğitimi ve Modeller.*” **Milli Eğitim Dergisi**, Sayı:171, Ss. 188-196.
- Wicklein, R. C., & Rojewski, J. W. (1998). *Toward a unified curriculum framework for technology education.* Manuscript submitted for publication.
- Van De Walle, J.A. (2005). **Elementary And Middle School Mathematics: Teaching Devoplopmentaly (Fourth Edition).** Longman Press, New York.
- Yazgan, Y. (2007). **10-11 yaş Grubundaki Öğrencilerin Kesirleri Kavramaları üzerine Deneysel Bir Çalışma.** (Yayınlanmamış Doktora Tezi) Bursa: Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı.
- Yıldırım, A. ve Şimşek H. (2005). **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma yöntemleri.** (5. Baskı), Seçkin Yayınevi, Ankara.
- Yılmaz, Y. (2004). **İlköğretim 5. Sınıflarda Kesir Ve Ondalıklı Kesir Sayılarında Materyal Tabanlı Kavram Öğretimi Ve Uygulamaları.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Konya: Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektronik Ve Bilgisayar Sistemleri Anabilim Dalı.
- Yılmaz, Z. (2007). **İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Ondalık Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları.** (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) Eskisehir: Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı.

EKLER

EK 1: Mülakat Soruları**1.**

- a) $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini tam sayılı kesre çeviriniz. Bunu gerçekleştirirken attığınız adımları nedenleriyle birlikte açıklayınız?
- b) $\frac{16}{6}$ bileşik kesrini tam sayılı kesre çevirmenin başka bir yolu veya yolları var mıdır?
- c) $\frac{16}{6}$ kesrini ve bunun bileşik kesir olarak karşılığını resim veya şekil çizerek gösterebilir misin?
- d) $\frac{16}{6}$ ve bunun bileşik kesir olarak karşılığını materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak gösterebilir misin?

2.

- a) $\frac{16}{6}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışınız ve bunu yaparken attığınız adımları niçin ve neden attığınızı açıklayınız.
- b) $\frac{16}{6}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmanın başka bir yolu veya yolları var mıdır?
- c) $\frac{16}{6}$ kesrini ve bunun ondalık sayı olarak karşılığını resim veya şekil çizerek gösterebilir misin?
- d) $\frac{16}{6}$ ve bunun ondalık sayı olarak karşılığını materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak gösterebilir misin?

3.

- a) $1\frac{8}{10}$ kesrini bileşik kesre çeviriniz. Bunu gerçekleştirirken attığınız adımları nedenleriyle birlikte açıklayınız?
- b) $1\frac{8}{10}$ kesrini bileşik kesir olarak yazmanın başka bir yolu veya yolları var mıdır?
- c) $1\frac{8}{10}$ kesrini ve bileşik kesir olarak karşılığını resim veya şekil çizerek gösterebilir misin?
- d) $1\frac{8}{10}$ ve bunun bileşik kesir olarak karşılığını materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak gösterebilir misin?

4.

- a) $3\frac{2}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışınız ve bunu yaparken attığınız adımları niçin ve neden attığınızı açıklayınız.
- b) $3\frac{2}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmanın başka bir yolu veya yolları var mıdır?
- c) $3\frac{2}{5}$ kesrini ve bunun ondalık sayı olarak karşılığını resim veya şekil çizerek gösterebilir misin?
- d) $3\frac{2}{5}$ ve bunun ondalık sayı olarak karşılığını materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak gösterebilir misin?

5.

- a) $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışınız ve bunu yaparken attığınız adımları niçin ve neden attığınızı açıklayınız.
- b) $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmanın başka bir yolu veya yolları var mıdır?
- c) $\frac{3}{5}$ kesrini ve bunun ondalık sayı olarak karşılığını resim veya şekil çizerek gösterebilir misin?
- d) $\frac{3}{5}$ ve bunun ondalık sayı olarak karşılığını materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak gösterebilir misin?

6.

- a) $\frac{1}{4}$ kesrini önce ondalık sayı haline dönüştürünüz, sonra yüzde sembolüyle ifade ediniz. Bunu yaparken attığınız adımları nedenleriyle birlikte açıklayınız.
- b) $\frac{1}{4}$ önce ondalık sayı haline dönüştürmenin, sonra yüzde sembolüyle ifade etmenin başka bir yolu veya yolları var mıdır?
- c) $\frac{1}{4}$ kesrini ve bunun ondalık sayı ve yüzdeler olarak karşılığını resim veya şekil çizerek gösterebilir misin?

d) $\frac{1}{4}$ ile bunun ondalık sayısı ve yüzdelik olarak karşılığını materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak gösterebilir misin?

7.

a) 6,19 ondalık kesrini bileşik kesre çeviriniz. Bunu gerçekleştirirken attığınız adımları nedenleriyle birlikte açıklayınız?

b) 6,19 ondalık kesrini bileşik kesir olarak yazmanın başka bir yolu veya yolları var mıdır?

c) 6,19 ondalık kesrini ve bunun bileşik kesir olarak karşılığını resim veya şekil çizerek gösterebilir misin?

d) 6,19 ondalık kesrinin ve bunun bileşik kesir olarak karşılığını materyal kullanıp eylem (hareket, davranış) olarak gösterebilir misin?

EK 2: Bileşik Kesrin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Tablo EK 2. 1: Bileşik Kesrin Tamsayı Kesire Dönüştürülmesi ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi

Sayı	İfadeler
1.	Bölme;
	(a) Büyük sayı küçük sayıya bölünür.
	(b) Küçük sayı büyük sayıya bölünürse sonuç çıkmaz.
	(c) Payı paydaya bölme ve bölmenin elamanlarını yerlerine yerleştirme (Kural).
	(d) Bölmenin elamanlarını tamsayı kesir olarak yerleştirirken payda değişmez.
	(e) Tamsayı kesri yazarken bölmenin elamanlarını yerleştirmede kararsızlık.
	(f) Tamsayı kesir olarak yazarken bölmenin elamanlarını yerine koymak yerine bölme işlemine devam etme.
2.	Pay-payda ilişkisi
	(a) Pay içinde paydadan kaç tane olduğunu bulma / Payın içinde tamlar arama.
	(b) Payda sayısını göz önüne alarak tamlar oluşturma ve pay sayısını geçen kısmı çıkarma $(\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} - \frac{2}{6} = \frac{16}{6})$.
	(c) Tamsayı kesrin tam kısmını bulmak için bileşik kesir içinde kaç tane payı paydasına eşit olan kesir olduğunu bulma.
3.	Parçayı ve tamları bulma / ayırma ($\frac{16}{6} - \frac{6}{6} = \frac{10}{6}$ ve $\frac{10}{6} - \frac{6}{6} = \frac{4}{6}$)
4.	Oran olarak düşünme.
5.	Bileşik kesri oluşturan parçaları görme $(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{16}{6})$
6.	Bileşik kesrin ve tamsayı kesrin elamanlarını;
	(a) Payı bütün, paydayı parça sayısı olarak görme.
	(b) Payda değişmez.
	(c) Bileşik kesirde Pay ve paydadaki sayıları ve tamsayı kesirde tam kısım ile kesirli kısımdaki pay ve paydadaki sayıları birbirinden bağımsız ayrı ayrı sayı olarak görme.
	(d) Tamsayı kesirde en büyük kısım sayıca büyük olan kısımdır.
	(e) Tam kısımdaki, pay ve paydadaki sayıları birbirinden bağımsız ayrı ayrı sayılar olarak görme.
	(f) kesir kısmını tamsayı kısmın bir parçası olarak görme ($2\frac{4}{6}$ 'da 2 tamı 6'ya bölmüşler 4'ünü almışlar).
7.	Sadeleştirme / daraltma (Tamsayı kesirde kesirli kısımda sadeleştirme ($2\frac{4}{6} = 2\frac{2}{3}$))
8.	Denk kesirler / Kesirlerin denkliği ($\frac{16}{6} = 2\frac{4}{6} = 2\frac{2}{3}$).
9.	Çizim ile gösterimde;
	(a) Bileşik kesirde pay sayısı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizerek tamamını boyama, payda sayısı kadar eş parçadan oluşan başka bir bütün çizerek boş bırakma.
	(b) Bileşik kesirde payda sayısı kadar eş parçadan oluşan 3 ayrı bütün çizerek ilk ikisinin tamamını ve üçüncüsünün pay sayısı kadarını tarama ($\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = \frac{16}{6}$).
	(c) Bileşik kesri tamsayı kesir olarak görme / Tam kısım ve parçayı çizme ($\frac{16}{6} = 1+1+ \frac{4}{6} = 2+ \frac{4}{6} = 2\frac{4}{6}$).
	(d) Kesirli sayıdaki sayıların yerlerine sayı değeri kadar eş parçadan oluşan bütünler çizme.
	(e) Bileşik kesirde tamları 10 parça olarak düşünme.

	(f) Tamları ve geriye kalanı çizme ($\frac{16}{6} - \frac{6}{6} = \frac{10}{6}$ ve $\frac{10}{6} - \frac{6}{6} = \frac{4}{6}$ ise $1+1+ \frac{4}{6}$).
10.	Materyal ile gösterimde;
	(a) Çizdiği şekli modelleme.
	(b) Bileşik kesri tamsayılı kesir olarak modelleme.
	(c) Eylem olarak düşünüldüğünde bileşik kesri paylaştırma olarak modelleme.
	(d) 6'şar parça tamdan oluşan 3 tam oluşturarak üçüncü tamdaki fazlalıkları çıkarma $(\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} = 3 \text{ tam} \quad \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} - \frac{2}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1+1+ \frac{4}{6} = 2+ \frac{4}{6} = 2\frac{4}{6})$
	(e) Payda sayısı kadar parçadan oluşan pay sayısı kadar bütün oluşturma.

Tablo EK 2. 2: Bileşik Kesirin Ondalık Kesire Dönüştürülmesi ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi

Sayı	İfadeler
1.	Ondalık sayının virgüllü olması gerektiği fikrinden hareketle verilen bileşik kesrin payını virgülden önce, paydasını virgülden sonra yazma
2.	Bileşik kesri bir kesirli sayı olarak görmek yerine pay ve paydadaki sayıları birbirinden bağımsız ayrı ayrı sayılar olarak görme
3.	Bölme;
	(a) Kesirli sayıda büyük olan sayıyı küçük olan sayıya bölme
	(b) Küçük sayı büyük sayıya bölünmez
	(c) Payı paydaya bölerek yapma (Kural)
	(d) Bölme işleminde bölmenin elemanlarını ondalık sayıda yerine koyma
	(e) “0, ...” şeklinde olacağı için bölme işleminde kalan sıfır olmalı ve kalan sıfır olana kadar bölme sürdürülmeli
4.	Verilen bileşik kesri sadeleştirme / daraltma
5.	Ondalık sayı;
	(a) Ondalık sayı sadece “0, ...” şeklinde olur, başka olamaz, “1, ..” olamaz.
	(b) Ondalık sayı kavramı geçtiğinde ilk başa “0, ...” getirme.
6.	Bileşik kesirde payda kısmını tam olarak görme ($\frac{16}{6}$ ’da 6’yı tam olarak görme).
7.	$(\frac{16}{6} = 2\frac{4}{6} = 1+1+\frac{4}{6} = 2+\frac{4}{6} = 2, + 0, \overline{66} = 2, \overline{66} \text{ 2,6 veya 2,7 alırız})$ Bileşik kesri önce tamsayı kesre dönüştürme, sonra tamsayı kesirde tam kısmı yazıp basit kesir kısmını payı paydaya bölmek yoluyla ondalık sayı olarak yazma.
8.	Basamak değerini göz önüne alma;
	(a) Verilen bileşik kesirde ($\frac{16}{6}$) pay iki basamaklı sayı olduğu için ondalık sayıda virgülden sonra iki basamak olacak
	(b) 2,04 olarak bulduğu ondalık sayıda virgülden sonraki basamak değeri 100’ler basamağı olduğu için 2 tamı ve kalan parçayı 100’lük bloklar olarak düşünme
9.	Bütünler payda kadar parçaya sahip
10.	Paydayı 10 ve 10’un katları şeklinde yazma
	(a) Paydayı 10 ve katları şeklinde yazma
	(b) Payda 10 ve 10’un katı olmazsa ondalık yazamayız.
11.	Bütün-parça;
	(a) Bileşik kesirde payın içinde kaç tane tam olduğunu bulma. ($\frac{16}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1+1+\frac{4}{6} = 2+\frac{4}{6}$)
	(b) Bileşik kesri oluşturan parçalar tam ve basit kesirli kısımlardır. Bu parçalardan biri olan basit kesir kısmının ($\frac{4}{6}$) paydasını 10 ve 10’un katı şeklinde alarak yazmayı düşünme
12.	Bileşik kesirde pay sayısı kadar bütün olduğunu düşünerek payda sayısı kadar eşit miktarda parçalara ayırma.
13.	Bileşik kesri çizim ile gösterirken;
	(a) Kare ve dikdörtgen içinde belirtilen miktarlarda kareler çizmek yoluyla pay ve paydadaki sayıyı gösterme. Ancak payı çizirken fazla kare çizerek sadece belirtilen sayı kadarını tarayıp belirginleştirme
	(b) ($\frac{16}{6} = (1+1)+\frac{4}{6}$) Tamsayı kesir gibi düşünerek tam ve basit kesir kısmını ayrı düşünme.
	(c) Bütünün parçaları $\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1+1+\frac{4}{6} = 2+\frac{4}{6} = 2\frac{4}{6}$
	(d) Pay kadarını tarama, payda kadarını boş bırakma
	(e) Pay ve paydanın nicelik değeri kadar çokluğu gösteren parçalardan oluşan bütünler çizme
	(f) Paydaya göre tamları ve kalan parçayı ayrı ayrı çizme ($\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1+1+\frac{4}{6}$)

14.	Ondalık kesir olarak şekil ile gösterirken;
	(a) Virgülden önceki sayıyı kare veya dikdörtgen içinde ayrılmış kare parçalar çizerken fazla kare çizerek sadece belirtilen sayı kadarını tarayıp belirginleştirme ve virgülden sonrası için belirtilen sayıyı gösteren sayıda kare parçalardan oluşan dikdörtgenler ve kare çizme.
	(b) $\frac{16}{6} = 2, \overline{66}$ Bileşik kesir ve ondalık kesir için çizilen şekiller aynı olur (sayılar değişse de bütün geometrik olarak değişmez)(kesirlerin denkliği)
	(c) Sonuç 2, $\overline{66}$ olduğu için ondalık kesir olarak göstermekten kaçınma, sadece tam sayılı kesir olarak görme
	(d) $2,7 = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{7}{10} = 1+1+\frac{7}{10} = 2,7$ Ondalık sayıyı oluşturan parçaları kesirli sayılar olarak çizme ve bunu tekrar bütünler ve parçalar olarak gösterme
	(e) 2, $\overline{66}$ yaklaşık olarak 2,7 olma ve $2,7 = 2\frac{4}{6} = \frac{16}{6}$ veya $2,6 = 2\frac{4}{6} = \frac{16}{6}$ (kesirlerin denkliği)
	(f) Ondalık sayıda bulduğu sonucu (2,04) $\frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{4}{100} = 1+1+\frac{4}{100} = 2+\frac{4}{100}$ Olarak parçalara ayırma.
	(g) Kesirli sayıyı bölme işlemi gibi gösterme
15.	Bileşik kesri materyal ile göstermede;
	(a) Bileşik kesirdeki sayıların yerlerine (konumunu göz önüne alarak) sayı kadar çokluk koyma
	(b) Tamsayı kesir gibi düşünme ve tamsayı kesirleri oluşturan tamları ve parçaları oluşturma ($\frac{16}{6} = 2\frac{4}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6}$ veya $1+1+\frac{4}{6} = 2+\frac{4}{6} = 2\frac{4}{6}$)
	(c) Pay ve paydadaki sayıların nicelik değeri kadar çokluğu sayıların yerlerine koyma
	(d) Sadece tamsayı kesir gibi görme
	(e) ($\frac{16}{6}$ sadeleştirme yaptığı için $\frac{8}{3}$) 8 tam olarak düşünüp, 3'er parçadan oluşan 8 tam oluşturup tekrar 3'e bölme
	(f) paylaştırma (pay sayısı kadar parçayı payda sayısına pay etme)
16.	Ondalık kesri materyal olarak gösterirken;
	(a) Tam sayılı olarak gösterimin aynısı olduğunu ifade etme
	(b) Tam kısım ve virgüllü kısımdaki sayıların yerlerine o sayıları gösteren çokluklar koyma

EK 3: Tamsayılı Kesirin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Tablo EK 3. 1: Tamsayılı Kesrin Bileşik Kesire Dönüştürülmesi ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi

Sayı	İfadeler
1.	Tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu pay ile toplanıp paya yazılır ve paydaya bölünür (Kural)
2.	Tamsayılı kesirde paydanın sadece 10 olması durumunda tam kısım payın yanına (soluna) yazılır. Payda aynen yazılır.
3.	Tamsayılı kesiri toplam olarak görme;
	(a) $1\frac{8}{10} = 1 + \frac{8}{10}$ veya 1 tam ve $\frac{8}{10}$
	(b) $1\frac{8}{10} = 1 + \frac{8}{10} = \frac{10}{10} + \frac{8}{10}$
	(c) $1\frac{8}{10} = 1 + \frac{8}{10} = \frac{10}{10} + \frac{8}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{8}{10} = \frac{18}{10}$
4.	Bileşik kesrin payı paydasından büyük olacağı için deneme yanılma yoluyla verilen tamsayılı kesir üzerinde sayıların yerlerini değiştirme işlemler yapmayoluyula payı paydasından büyük bir sayı oluşturma
5.	Tamsayılı kesir ($1\frac{8}{10}$ 'da);
	(a) $1 < \frac{8}{10}$ sayı olarak hangisi büyükse o kısım büyüktür.
	(b) $1\frac{8}{10}$ Bir tam 10 parçaya bölünmüş 8'ini almışlar.
	(c) $1\frac{8}{10}$ Bir tane tam var, birde ikinci tamın çok azı eksik var.
6.	Sadeleştirme / Daraltma ($\frac{18}{10} = \frac{9}{5}$) ($\frac{10}{10} + \frac{8}{10} = \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$)
7.	Çizim ile gösterimde;
	(a) Verilen tam sayılı kesiri çizerken payda kadar eş parçadan oluşan 2 bütün çizerek birincisinin tamamını, ikincisinin pay sayısı kadarını tarama.
	(b) İki bütün çizip birinin tamamını tarama, ikinci bütünü payda sayısı kadar eş parçaya ayırıp pay sayısı kadarını tarama.
	(c) Tamsayılı kesirdeki sayıların konumlarını dikkate alarak sayı kadar eş parçadan oluşan bütünler çizme
	(d) Bulduğu bileşik kesir için pay ve paydadaki sayıların yerlerine sayı miktarı kadar eş parçalardan oluşan bütünler çizme.
	(e) Bileşik kesri, tamsayılı kesir olarak düşünüp çizimin aynı olacağını belirtme.
	(f) Bileşik kesirde pay ve paydadaki sayılar kadar eş parçadan oluşan bütünler çizerek pay kısmındaki bütünde payın belirttiği sayı kadarına dikkat çekmek için tarama
8.	Materyal ile gösterimde;
	(a) Sayıların konumlarına göre çokluklar koyup bir araya getirme.
	(b) Bileşik kesri tamsayılı kesir olarak modelleme.
	(c) çizdiği şekli modelleme

Tablo EK 3. 2: Tamsayılı Kesirin Ondalık Kesre Dönüştürülmesi ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi

Sayı	İfadeler
1.	Verilen tamsayılı kesrin tam kısmını aynen yazarak;
	(a) Kalan kesirli kısmın paydasını 10 ve 10'un katları şeklinde yazarak ondalık sayıya ulaşma (Kural) $3 + \frac{2}{5} = 3$, $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$ $3 + 0,4 = 3,4$ (2)
	(b) Kalan kesirli kısmını genişletme $3\frac{2}{5} = 3\frac{2}{5} = 3\frac{4}{10}$ (2)
	(c) Paydasını genişletme ile elde edilen yeni tamsayılı kesrin okunuşundan ve sınıf içi uygulamalardaki aşinalıktan yararlanarak ondalık sayı olarak yazma $3\frac{4}{10} = 3$ tam onda $4 = 3,4$
	(d) Yeni oluşturulan tamsayılı kesrin tam kısmı ile ondalık kısmını birleştirme ($3 + 0,4 = 3,4$)
2.	Tamsayılı kesri ondalık kesre dönüştürmek için önce bileşik kesre dönüştürme;
	(a) Tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu pay ile toplanıp paya yazılır ve payda aynen yazılarak bileşik kesre dönüştürülür (Kural)
	(b) Tam kısım ile payda çarpılır paya yazılır ve pay sayısı paydaya yazılır
3.	Elde edilen bileşik kesri ondalık sayıya dönüştürme;
	(a) Bileşik kesrin payını virgülden önce tam kısma, paydasını virgülden sonra kesirli kısma yazma
	(b) Ulaştığı bileşik kesrin payını paydasına bölme
	(c) Ulaştığı bileşik kesrin paydasını 10 ve 10'un katları ile genişletmeyi düşünme
4.	Ondalık sayı olma durumu;
	(a) Ondalık sayı olarak "0, ..." şeklinde yazılacağı için verilen tamsayının $(3\frac{2}{5})$ $0\frac{2}{5}$ olması lazım
	(b) Ondalık sayı virgüllü sayı olmalı
	(c) Ondalık sayının gösteriminde bütünler 10 parça olmalı
5.	Toplam olarak görüp, tamsayılı kesir, bileşik kesir ve ondalık kesrin parçalarını bulma,
	(a) $3\frac{2}{5} = 3\frac{4}{10}$ eşitliğinde $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$
	(b) $3\frac{2}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5}$
	(c) $1+1+1+\frac{2}{5} = 3+\frac{2}{5}$
	(d) $\frac{3 \times 5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{15}{5} + \frac{2}{5} = \frac{17}{5}$
	(e) $3\frac{2}{5} = 7,5$ eşitliğinde $1+1+1+\frac{2}{5} = 1+1+1+1+1+1+\frac{1}{2} = 7+\frac{1}{2} = 7,5 = 3+\frac{2}{5}$
	(f) Tam kısım ve ondalık kısmı birleştirme $3+0,4 = 3,4$
6.	Denk kesirler / Denklik bağıntısı;
	(a) $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} = 3 + \frac{2}{5} = 3,4$
	(b) $3 + \frac{2}{5} = 3 + \frac{4}{10} = 3,4$
	(c) $3\frac{2}{5} = 7,5$ eşit olduğunu gösteremesek bile sonuçta eşittir.
	(d) $3\frac{2}{5}$ için çizilen şekil $\frac{34}{10}$ ve 3,4 içinde geçerlidir.

7.	$3\frac{2}{5}$ 1 tam var bundan üç tane var, bunu $\frac{2}{5}$ 'e bölmüşler.
8.	Genişletme;
	(a) Paydayı (2 ile) genişletince kesir iki katına çıkar
	(b) Genişletme ile bütün değişmiyor, bütünün parça sayısı değişir
	(c) Aynı bütünün içindeki parçaları 5'e bölmek yerine 10'a bölmek
9.	Şekille gösterimde;
	(a) Kesirli sayıların yerlerine (konumu dikkate alarak) sayılar kadar parçalardan oluşan kareler ve dikdörtgenler çizme ve tam kısmı kadarını tarama.
	(b) tam kısım kadar bütünler çizip hepsini tarama ve kesirli kısmı / virgüllü kısmı için payda sayısı kadar parçadan oluşan bir bütün daha çizip bununda pay sayısı kadarını tarama.
	(c) $3\frac{2}{5} = \frac{34}{10} = 3,4$ eşitliği işlem olarak sağlandığı için çizdiği şeklin $\frac{34}{10}$ ve 3,4 içinde geçerli olduğunu düşünme
	(d) $3\frac{2}{5}$ için çizdiği şeklin aynı olmasa da kendisinin yapamadığını düşünerek 7,5 için de aynı olacağını ifade etme.
	(e) $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} = 3 + \frac{2}{5} = 3,4$ eşitliğinde çizilen bütünler birbirine denktir.
	(f) Paydadaki sayılar kadar parçadan oluşan bütünler çizip tam kısmın tamamı ile esir kısmı için pay kadarını boyama.
10.	Materyal ile gösterimde;
	(a) Sayıların yerlerine konumlarını dikkate alarak o sayı kadar parçadan oluşan çokluk koyma.
	(b) Payda sayısı kadar parçayı temsilen tamlar için 1'er parça, kesirli kısım için payda sayısı kadar parça koyup pay sayısı kadarını tamların renginde, kalan kısmı farklı renkte koyma.
	(c) $3\frac{2}{5}$ 'te kesir kısmını ($\frac{2}{5}$) 2 tam 5 parçaya bölünmüş olarak düşünme.
	(d) Tam kısımdan 1 fazla tam olacak şekilde parça sayısı kadar parçalardan oluşan tamlar yapıp tam kısımdaki sayı kadarını alma ve diğer kalan tamin pay sayısı kadarını alıp diğerlerini çıkarma $3\frac{2}{5} = 1+1+1+1- \frac{2}{5} = 3+1- \frac{2}{5}$

EK 4: 4.3. Basit Kesrin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Tablo EK 4. 1: Basit Kesrin Ondalık Kesire Dönüştürülmesi ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi

Sayı	İfadeler
1.	Paydayı 10 ve 10'un katları şeklinde yazarak ondalık sayıya ulaşma.
2.	Ondalık sayıyı 10 ve katları şeklinde yazılan kesrin okunuşundan yararlanarak yazma
3.	Paydası 10 ve katı şeklinde yazılan basit kesrin basamak değerini dikkate alarak yazma
4.	Ondalık sayı virgüllü olacağı için kesrin payını tam kısma, paydasını virgüllü kısma yazma
5.	Genişletme;
	(a) Kesir genişletilince kesir artar, şekil iki katına çıkar.
	(b) Kesir genişletildiğinde bütün değişmez, bütün yine aynı bütündür ama bütünün içindeki parçaların sayısı artar ve parçaların büyüklüğü küçülür.
6.	Bölme;
	(a) Pay paydaya bölünerek ondalık sayı bulunur.
	(b) Sadece büyük sayı küçük sayıya bölünebileceği için payda paya bölünür.
	(c) Ondalık sayı sıfır virgüllü olmalı ve bölmede kalan sıfır olmalı
7.	Basit kesir ve ondalık kesir ile ilgili olarak;
	(a) Basit kesir sayı doğrusu üzerinde 0-1 sayıları arasında olduğu için ondalık sayı olarak "0," (sıfır virgüllü) şeklinde bir sayı olmalı
	(b) Basit kesrin önünde tamı yok, olmadığı için "0," (sıfır virgül) sıfır tam diye başlar.
	(c) Ondalık sayı virgüllü olmalı
	(d) Ondalık sayı olduğu için sıfır virgüllü olur (0, ...)
8.	Basit kesiri kesirli sayı olarak değil pay ve payda daki sayıları ayrı ayrı birer doğal sayı veya tam sayı olarak görme
9.	Kesirlerin denkliği/ Denk kesirler
	(a) Verilen basit kesire eşit olarak yazdığı kesirler birbirine denktir
	(b) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$ eşitliğinde kesirler işlem sonucu eşit olduğu için eşittir işaret koymamız gerekiyor ama bu şekiller üst üste koyduğumuzda eşit olmaz
	(c) Sayılar değişse de bütün aynı bütündür sadece parçaların sayısı değişir
10.	Çizim ile gösterimde;
	(a) Bir basit kesri çizerken paydadaki sayı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizme ve pay kısmındaki sayı kadar parçasını tarama
	(b) Pay ve paydadaki sayıların toplamı kadar parçalı bir bütün çizerek paydadaki sayı kadarını tarama
	(c) Verilen basit kesiri, ondalık sayı olarak karşılığını çizim ile gösterirken sayıların yerlerine o sayılar kadar çokluktan oluşan kare veya dikdörtgenler çizme
11.	Materyal ile gösterimde;
	(a) Çizimi modelleme
	(b) Pay ve paydadaki sayıların nicelik olarak büyüklüğünü gösterme
	(c) Ondalık sayının gösterimi 10 ve 10'un katı kadar parçalardan oluşur.

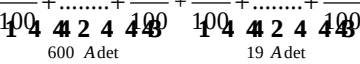
Tablo EK 4. 2: Basit kesri Ondalık Kesire Dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi

Sayı	İfadeler
1.	Paydayı 10 ve katları şeklinde yazma (Kural)
2.	Verilen basit kesirde pay ve paydadaki sayıların birbirinden bağımsız iki ayrı sayı olarak görme
3.	Bölme;
	(a) (Basit kesirde) Küçük sayı büyük sayıya bölünmez.
	(b) Her zaman büyük sayı küçük sayıya bölünür.
	(c) Kesirdeki büyük sayıyı küçük sayıya bölüp virgül ile yazma.
	(d) Ondalık sayı sıfır virgüllü olacağı için bölme sonucunda kalan sıfır olmalı.
	(e) Payı paydaya bölmeye çalışma
	(f) Paydayı paya bölme ve kalan kısmı “0,..” olarak alıp böleni (1’i) virgülden sonra yazma
	(g) $\frac{1}{4}$ ’te 4 parçadan 1’ini alıyorsun, 1’i 4’e bölersek 1 parçadan 4’ünü alamazsın. Onun için 4’ü 1’e bölmeli.
	(h) Pay paydadan büyük olmalı ($\frac{1}{4}$ yerine $\frac{4}{1}$ yazmalı)
4.	Ondalık sayı;
	(a) Sıfır virgüllü olur (“0,..”)
	(b) Pay ve paydadaki sayıları virgül ile yazma, pay kısmındaki sayıyı virgülden önce, payda kısmındaki virgülden sonra yazma.
	(c) Paydası sadece 10 ve katı olarak yazılabilen kesirler ondalık sayı olarak yazılabilir, diğerleri yazılamaz.
	(d) Basit kesirler 0-1 sayıları arasında yer aldığı için sıfır tam (0,) olarak görme
	(e) Paydası 10 ve katı şeklinde genişletme sonucu oluşan yeni kesrin ($\frac{25}{100}$) okunuşundan yararlanarak ondalık sayı olarak yazma.
	(f) Ondalık sayı virgüllü olur.
	(g) ($\frac{1}{4}$) Basit kesrin tamı olmadığı için “0, ..” yazma ve paydaki sayıyı virgülden sonra yazma
5.	Bütün Parça;
	(a) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \%25$ eşitliğinde genişletmeden dolayı şeklin büyük olacağını düşünme
	(b) Genişletme yapılıncaya kesir büyür, şekil geometrik olarak büyür artar.
	(c) Aynı bütünün parçalarından çok nicelik (miktar) üzerine odaklanma.
	(d) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \%25$ eşitliğinde bütün değişmez, bütünün parça sayısı ve parçaların büyüklüğü değişir.
	(e) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25 = \%25 + \%25 + \%25 + \%25$
6.	Denk kesirler/ denklik bağıntısı;
	(a) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25 = \%25$ eşitliğinde bütünün parçaları değişse de bütün yine aynı bütündür.
	(b) $\frac{1}{4} = 0,1 = \%1$ eşitliğinde eşit değildir ama çevirmelerde eşittir koyma mecburiyetimiz var.
	(c) (Bulduğu sonuçları göstererek) $\%1$ ile $\%25$ eşit olduğu için aynıdır.
7.	Orandan yararlanma ($\frac{1}{4} = \frac{?}{100}$)
8.	Yüzde olarak ifade etmede;
	(a) Bulunan ondalık sayının önüne yüzde işareti koyma.
	(b) Yüzdeliği bilgisayar programları yükleme aşamasında ortaya çıkan yüzdelik barı olarak görme.
	(c) Genişletme yoluyla elde ettiği paydası 100 olan kesrin payını alarak önüne yüzde sembolü koyma

	(d) Kesrin ($\frac{1}{4}$) payını alıp önüne yüzde işareti koyma (%1).
	(e) Ondalık kesrin okunuşundan yararlanarak yüzde olarak yazma.
9.	Şekil ile gösterimde;
	(a) Sayıları temsilen (sayıların konumlarını dikkate alarak) sayı değeri kadar parçadan oluşan bütün çizme.
	(b) Basit kesrin payda sayısı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizme ve pay sayısı kadarını boyama.
	(c) Verilen basit kesirdeki pay ve paydadaki sayıların toplamı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizerek paydadaki sayı kadar parçayı tarama.
	(d) Ondalık sayı için (0,4) virgülden sonraki sayıdan bir fazla eş parçadan oluşan bir bütün çizerek “0, ...” olduğu düşüncesiyle en soldaki parçayı boş bırakıp, diğerlerini tarama.
	(e) Yüzdelik ($\frac{25}{100}$) için payda kadar eş parçanın pay kadarını tarama.
	(f) Ondalık kesir olarak bulduğu sonuca göre (0,1) 10 eş parçadan oluşan bir bütünün 1 parçasını boyama.
10.	Materyal ile gösterimde;
	(a) Kesirde verilen sayıların yerlerine sayılar kadar çokluk koyma.
	(b) Çizimini modelleme.

EK 5: Ondalık Kesrin Bileşik Kesre Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Tablo EK 5. 1: Ondalık Kesrin Bileşik Kesre Dönüştürülmesi ile ilgili Katılımcıların Zihinsel Modellerini gösteren Anahtar Kavramların Listelenmesi

Sayı	İfadeler
1.	Önce tamsayı kesre sonra bileşik kesre dönüştürme;
	(a) Verilen ondalık kesrin okunuşundan yararlanarak tamsayı kesir olarak yazma.
	(b) Ondalık kesirde tam kısmı ve basamak değerini göz önüne alarak tamsayı kesir olarak yazma.
	(c) Tamsayı kesri (kurala uygun olarak) tam kısım ile paydayı çarpıp çarpım sonucu ile payı toplayarak paya yazma ve paydayı aynen yazma yoluyla bileşik kesre dönüştürme.
2.	Bileşik kesirde pay paydadan büyük olacağı için verilen ondalık kesirde (6,19) sayıca büyük olan kısmı paya, sayıca küçük olan kısmı paydaya yazma ($6\frac{19}{100}$).
3.	Kesirli sayı ile ilgili olarak;
	(a) Verilen ondalık kesirde tam kısım ile virgüllü kısmı birbirinden bağımsız iki ayrı sayı olarak görme
	(b) Bulduğu bileşik kesirde pay ve paydadaki sayıları birbirinden bağımsız iki ayrı sayı olarak görme.
	(c) Verilen ondalık sayıda sayıca büyük olan kısmı büyük olarak görme ($19 > 6$)
4.	Bütün ve parçaları / Bütün – parça ilişkisi;
	(a) $6\frac{19}{100} = 1+1+1+1+1+\frac{19}{100}$
	(b) $\frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{19}{100} = \frac{619}{100}$
	(c) $\frac{619}{100} = \frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{100}$ (Toplam birimlerin sayısı $\frac{1}{100}$ 'den 619 tane). 
	(d) 6 tam ve 100 parçanın 19'u ($6 + \frac{19}{100} = 6,19 = 6\frac{19}{100}$).
	(e) $1+1+1+1+1+\frac{19}{100} = 6 + \frac{19}{100} = 6\frac{19}{100} = 6,19$
5.	Denk kesir / Kesirlerin denkliği
	(a) $6,19 = 6\frac{19}{100} = \frac{619}{100}$ eşitliğinde aynı büyüklükte bütünler çizme.
	(b) $6,19 = 6\frac{19}{100} = \frac{619}{100}$ eşit olduğu için şekilleri aynı çizme.
6.	Şekil ile gösterimde;
	(a) Tam kısmın bir fazlası olacak şekilde bütünler çizme ve tamsayı kesirde ve ondalık kesirde tam kısım kadarını boyama, diğer bütünü 100 eş parçaya bölerek ondalık kesirde virgülden sonraki sayı kadarını / tamsayı kesirde pay sayısı kadarını boyama
	(b) Tam kısmın 1 fazlası olacak şekilde 100'lük bloklardan oluşan bütünler çizerek tam kısımdaki sayı kadar bütünün tamamı ve geriye kalan 100'lük bloğun pay sayısı kadarını boyayarak bileşik kesri gösterme.
	(c) Bileşik kesrin çizimini tamsayı kesir olarak gösterme.
	(d) Farklılık olsun diye tamları daire, kesirli kısım / virgülden sonraki kısmı kare olarak çizme.
	(e) Kesirli kısımdaki kesirli sayıyı gösteren şekli tamları gösteren şekilden büyük çizme.
	(f) Bileşik kesirde pay ve paydadaki sayıların yerlerine o sayılar kadar eş parçadan oluşan bütünler çizme.
	(g) Ondalık sayıda tam kısım ve virgülden sonraki kısım için farklı büyüklüklerde bütün çizme ve içlerini belirtilen sayı kadar eş parçalara ayırma.
	(h) Ondalık kesrin tam ve kesir kısmındaki sayı kadar parçadan oluşan dikdörtgenler çizme ve virgüllü kısım için çizdiği dikdörtgeni tarama, tam kısım için çizdiği dikdörtgeni boş bırakma.
	(k) 10 parçadan oluşan bir karenin 6 ve biraz fazlasını tarama / 100 parçadan oluşan bir karenin 6 ve biraz fazlasını tarama.
7.	Materyal ile gösterimde;
	(a) Çizimi modelleme.
	(b) materyal ile gösterirken ondalık kesri tamsayı kesir olarak görme.
	(c) Verilen kesir sayılarının yerlerine çokluk koyma.

EK 6: Farklı Çözüm Yaklaşımları İçin Uzman Görüşleri**Tablo EK 6. 1:** Her Soru İçin Alınan Farklı Çözüm Yaklaşımları İçin Uzman Görüşleri

2. Farklı çözüm yaklaşımları kullanarak, $\frac{16}{6}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışınız ve bunu yaparken attığınız adımları niçin ve neden attığınızı açıklayınız.

a) ~~16/6~~ 16/6'ya bölünür $\frac{16}{6} = 2,666...$
 Seleklerde yapılabilir.

b) Burada bütün 6 parçaya ayrılmış gibi düşün
 ne bekliyoruz? Dolayısıyla bu kesrin ifade ettiği
 miktar 2'den fazla
 3'den azdır. Örneğin
 2'den dört parça
 fazladır.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16

1. bütün 2. bütün 3. bütün

Buna göre $\frac{16}{6} = 1 + 1 + \frac{4}{6} = 2 + \frac{4}{6}$ dir.

2 ondalık sayı olarak 2 olarak ifade edilir
 $\frac{4}{6}$ da daha önceki problemlerde gördüğümüz
 kullandığımız 0,666... şeklinde ifade edilir
 böylece $\frac{16}{6} = 2 + \frac{4}{6} = 2 + 0,666... = 2,000... + 0,666... = 2,666...$ şeklinde yazılır. Ama daha yalın
 den düşünülürse bu sayıyı ondalık olarak ifade
 etmek mümkün olmayabilir. Sebabi de 6 ya 10'a
 genişletilecek sayı ondalık olarak yazmak mümkün
 olmayabilir. Hatta bu sayıya göre mümkün
 değildir.

1. Bölme (Sadeleştirme yapılarak $\frac{8}{3}$ için)

2. $\frac{16}{6}$, $\frac{8}{3}$ e denktir. $\frac{8}{3}$ den $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

2 yi 3'e bölerek 0,6 bulunur. Böylece

$\frac{8}{3}$ ün ondalık gösterimi 2,6 dir.

I. Genişletme veya sadeleştirme ile kesri paydası 10 veya 10'un
 katı şeklinde ifade etmek kolay olacağından bölerek bulma yerine

$\frac{16}{6} \div 2 = \frac{8}{3}$ 2,66... $\frac{8}{3}$ kesri 3'e bölünür 2,66... olarak
 gösteririz $\frac{16}{6} = 2,66...$ dir.

$2,66... = 2 + \frac{6}{10} + \frac{6}{100} + \frac{6}{1000} + ...$
 $= 2 + \frac{6}{10} (1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + ...)$ eşitliği kullanılarak
 böylece $\frac{16}{6}$ kesri bulunmuş olur. Sonuç olarak
 belirli ondalık sayı $\frac{16}{6}$ ya eşit kabul edilir.

II. Bölme işlemi daha kolay yapılabilir. Kesri sadeleştirilmeden
 bölme yapılabilir. Buna göre,

$\frac{16}{6} = \frac{8}{3} \rightarrow \frac{8}{3} = 2,66... \quad \frac{8}{3} = 2,66... \text{ dir.}$

III. Başka bir payda 10 veya 10'un katı şeklinde yazmaya çalışarak
 farklı yöntemler geliştirilebilir.

$\frac{16}{6} = \frac{8}{3} = \frac{8 \cdot 10}{3 \cdot 10} = \frac{80}{30} = \frac{80 \div 10}{30 \div 10} = \frac{8}{3} = 2,666...$

$\frac{80}{30}$ genişletiriz $\frac{80}{30} = \frac{60}{30} + \frac{20}{30} = 2 + \frac{20}{30} = 2 + \frac{2}{3} = 2,666...$
 $= 2,666...$
 $= 2,6$ elde ederiz.

veya doğrudan bölerek bir sonuç çıkarılabilir.

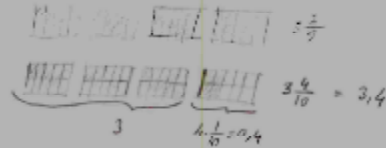
$\frac{26,66...}{10} = 2,666... + 2,6$

4. Farklı çözüm yaklaşımları kullanarak, $3\frac{2}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışınız ve bunu yaparken attığınız adımları niçin ve neden attığınızı açıklayınız.

a) $3\frac{2}{5}$ kesrinin anlamı 3 bütün ve her bir bütünü 5 eşit parçaya böldüğümüzde 2 parçanın ele alınmasıdır. Dolayısıyla $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ şeklinde gösterilir ve daha önce sorularda kullandığımız yöntemle $\frac{4}{10} = 0,4$ olarak yazılır. Böylece $3\frac{2}{5} = 3 + 0,4 = 3,00 + 0,400 = 3,400 = 3,4$ olarak yazılır.

b) Her bütün 5'e bölündüğünde ve 3 bütün bulunduğundan 3 bütün 15 parça eder. 2 parçanın ele alınması bulunduğundan 17 parça olmaktadır. Her bir parça $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,2$ olduğundan $17 \times 0,2 = 3,4$ olarak elde edilir.

1. $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$ tane. 17'ye bölünerek bulunur.
2. 3 tam ve 3. - gibi birer, $\frac{2}{5} \approx \frac{4}{10}$ ve $\frac{4}{10}$ ondalık gösterimi 0,4 tane. Böylece cevap 3,4 tane.
3. $\frac{2015}{5}$ Bölme cevap 3,4 tane.
4. $3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = 3 + 0,4 = 3,0 + 0,4 = 3,4$

1. $3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5}$ şeklinde yazılır. $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10}$ olduğundan $3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = 3 + \frac{4}{10}$ olur. Bu ifadenin ondalık sayıya çevrilmesi için ondalık gösterimi yazılır.
 $3\frac{2}{5} = 3,1 + 4 \cdot \frac{1}{10} = 3,4$ elde edilir.
→ Benzer durum $3\frac{2}{5}$ kesri bölme kesre çevrilirken de geçerlidir.
 $3\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2 + 2}{5} = \frac{8}{5}$ kesrine de $\frac{17}{5}$ kesrine $\frac{17 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{34}{10}$ olarak 10 olan ondalık kesre elde edilir.
 $\frac{34}{10}$ kesri ondalık kesre çevrilirse $\frac{34}{10} = \frac{30}{10} + \frac{4}{10} = 3,1 + 4 \cdot \frac{1}{10} = 3,4$ elde edilir.
II. $\frac{2}{5}$: 2:5 şeklinde düşünülürse $\frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10}$ olduğundan $3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = 3 + 0,4 = 3,4$ bulunur.
Yine bölme yaklaşımı ile $\frac{17}{5}$: 17:5 şeklinde düşünülürse $\frac{17 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{34}{10}$ olduğundan $\frac{34}{10} = 3,4$ bulunur.
 $\frac{17}{5} \cdot \frac{2}{2} = \frac{34}{10}$ → $\frac{17}{5} = 3,4$ bulunur.


5. Farklı çözüm yaklaşımları kullanarak, $\frac{3}{5}$ kesrini ondalık sayı olarak yazmaya çalışınız ve bunu yaparken attığınız adımları niçin ve neden attığınızı açıklayınız.

a) İki tam sayıyı birbirine bölerek
 $\frac{30}{30} \overline{) 18} = \text{Sonuç olarak } \frac{3}{5} = 0,6 \text{ dir.}$

b) Genişleterek (oran-orantı) 5'te 3 i.e
 10'da kaç olur bu durumda 10, 5'in iki
 katı olduğundan ~~sonuçta~~ 3'ün
 iki katı da 6 olacaktır. Sonuç yine
 $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6 \checkmark$

c) Ondalık Sayı İki tam sayıların Ondalık siste-
 mindeki ifade edilisi anlamına gelmektedir
 dir. parça bütün ilişkisine bakıldığında
 bir bütünü 5'e bölüp her üçünü alırsak
 1'er demektir. Bu durumda bu sayıların
 ifade ettiği miktar 1'den küçük de-
 mektir. Bu durumda

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{1} = \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{10} = \frac{30}{50} \cdot \frac{1}{10} = 6,0, \\ = 0,6 \checkmark$$

1. Bölme yapmak:

$$\frac{30}{30} \overline{) 18} = 0,6$$

2. $\frac{3}{5}$ kesri $\frac{6}{10}$ kesrine denktir ve $\frac{6}{10}$ ondalık sayı
 olarak 0,6'dır

3. Tam yok 0 zaman 0, birsey 10'ten 6 almış
 0 zaman 0,6

1. $\frac{3}{5}$ kesri 10'a bölünür $\frac{3}{5}$ sayısını paydasi 10 veya 10'un katı olacak şekli-
 yazarak kesri onluk sisteminde, yani ondalık sayı olarak yazabiliriz.

Genişletme yoluyla paydasi 10 veya 10'un katı olacak şekilde yazılır.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}$$

Kesri onluk sisteme göre yazılmalıdır. Onluk birim onlukta

$$\frac{6}{10} = 6 \cdot \frac{1}{10}$$

bu göre kesir 6 tane $\frac{1}{10}$ 'u ifade eder. 0,6



2. $\frac{3}{5}$ kesri sayısını $\frac{3}{5}$ bölme işlemi gibi düşünebiliriz. Bu-
 durumda 3'ü 5'e bölerek onluk sisteminde bir sayı yani ondalık sayı elde ederiz.

$$\frac{30}{30} \overline{) 18} = 0,6 \quad \frac{3}{5} = 0,6$$

6. Farklı çözüm yaklaşımları kullanarak, $\frac{1}{4}$ kesirini önce ondalık sayı haline dönüştürünüz, sonra yüzde sembolüyle ifade ediniz. Attığınız adımları nedenleriyle birlikte açıklayınız.

a) Bölme ($1:4$) 925 olarak yazılır.
 Bu anlamı 2 tane 01 ile 5 tane 001 ile varıl denektir. Böylece
 $\frac{1}{4} = \frac{2.01 + 5}{100} = 0,2 + \frac{5}{100}$ şeklinde yazılır.
 Bu durumda $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{2,5}{10} = 0,25$ olur.
 Bu ifade de $0,2 + 5(0,1/0,1) = 0,2 + 5(0,01)$
 $= 0,2 + 0,05 = 0,25$ - şeklinde ifade
 edilir.
 b) Oran da kullanılır
 $\frac{4}{10} \times \frac{1}{4} \Rightarrow$ Böylece 10 da 2,5 yapar
 (Yani $\frac{10}{4} = 2,5$)
 b de 2,5 da $\frac{2,5}{10} = 0,25$ yazılır.
 $0,25 = \frac{2,5}{10} = \frac{25}{100}$ o/diyelim $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25$
 şeklinde yazılır.

1. $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ $\frac{25}{100}$ ün ondalık gösterimini 0,25 tir.
 Cevap: % 25
 2. 4 tene den birini almak, 100 tene den 25 ini almak
 yani 0,25, yani % 25.

1. $\frac{1}{4}$ kesirinin paydası 10 veya 100 a bölünecek şekilde yazılır.
 En küçükten de $\frac{1}{4} = \frac{1.25}{4.25} = \frac{25}{100}$ bulunur.
 Sonuç olarak $\frac{25}{100} = \frac{25}{100} + \frac{5}{100} = 2. \frac{1}{10} + 5. \frac{1}{100}$ olduğundan
 $\frac{25}{100} = 0,25$ oldu dır.
 -Yada, bir parçanın 100 kışak edilen bütünün den oranını ifade ettiğinden
 yani bir gösterdiğinden
 $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \%25$ tir.
 2. Bularak yapalım.
 $\frac{10}{4} = 2,5$ olduğundan $\frac{1}{4} = 0,25$ tir.
 $\frac{1}{4} = 0,25$ olarak yazarsak 10 tane yüzde 25 diye düşünür $0,25 = \frac{25}{100}$
 yada düşünebiliriz.
 $0,25 = 2. \frac{1}{10} + 5. \frac{1}{100} = \frac{25}{100} = \%25$ (Payda 100 olması yüzde
 sembolü ile gösterilebilir
 yeterli olur).
 3. Oran dan yararlanarak yapalım. Bir saat genişletme gibi.
 $\frac{1}{4}$, dört parçalık bir bütün bir parçası demek. Bu oran 100 parçası
 ne olduğuna bakalım.
 $\frac{4}{100} \times \frac{1}{4} \Rightarrow$ Bu göre dörtte bir yüzde 25 tir.
 Yani % 25 yada $\frac{25}{100} = 0,25$
 $x = \frac{100.1}{4} = 25$ bulunur.

7. Farklı çözüm yaklaşımları kullanarak, $6,19$ ondalık kesrini bileşik kesre çeviriniz. Bunu gerçekleştirenken attığınız adımları nedenleriyle birlikte açıklayınız?

a) $6,19$ ondalık kesri $6 + 0,19$
 $= 6 + \frac{1}{10} + \frac{9}{100}$ anlamına gelmektedir. $\frac{1}{10} + \frac{9}{100}$
 $= \frac{19}{100}$ olduğunda $6 + \frac{19}{100}$ şeklinde ifade
 edilebilir.
 19 asal olduğunda başka türlü yalıtı
 fını heri Laplanarajı pek faydaları
 olmadığını düşünmekteyim.

$$1. \quad 6,19 = 6 \frac{19}{100}$$

$$2. \quad 6,19 = 6,00 + 0,19 = 6,00 + \frac{19}{100} = 6 \frac{19}{100}$$

$$3. \quad 6,19 = \frac{619}{100} \quad \begin{array}{r} 619 \overline{) 100} \\ - 600 \quad 6 \\ \hline 19 \end{array} \quad \text{böylece } 6,19 = 6 \frac{19}{100}$$

I. Onluk sayı sistemine göre $6,19$ u gözlemleyelim.
 $6,19 = 6 + 1 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{100} = 6 + \frac{1}{10} + \frac{9}{100} = \frac{600 + 10 + 9}{100} = \frac{619}{100}$
 Herşeyi yeni 100 Sayıda kısmı ve kesir kısmını toplayınca bütünlüğü elde ettik.
 II. Bölme işleminden yola çıkarak $6,19$ ondalık sayısında virgülden sonra
 19 basamak olduğuna göre 619 sayısı 100 e bölünmüştür. Buna göre,
 $6,19 = \frac{619}{100}$ dir.

EK 7: Bileşik Kesrin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Tablo EK 7. 1: Katılımcıların Bileşik Kesri Tamsayı Kesire Dönüştürülme ile ilgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları

Sayı	Katılımcı Tanımlamaları	Katılımcı Tercihleri							
		SINIF							
		Beş				Sekiz			
		Başarı Notu							
		2		5		2		5	
		K 1	K 2	K 3	K 4	K 5	K 6	K 7	K 8
1.	<i>Bölme;</i>								
	(a) Büyük sayı küçük sayıya bölünür.	√	√			√			
	(b) Küçük sayı büyük sayıya bölünürse sonuç çıkmaz.					√			
	(c) Payı paydaya bölme ve bölmenin elamanlarını yerlerine yerleştirme (Kural).		√	√	√	√	√	√	√
	(d) Bölmenin elamanlarını tamsayı kesir olarak yerleştirirken payda değişmez.						√		
	(e) Tamsayı kesri yazarken bölmenin elamanlarını yerleştirmede kararsızlık.	√				√			
	(f) Tamsayı kesir olarak yazarken bölmenin elamanlarını yerine koymak yerine bölme işlemine devam etme.							√	
2.	<i>Pay-payda ilişkisi</i>								
	(a) Pay içinde paydadadan kaç tane olduğunu bulma / Payın içinde tamlar arama.				√		√		√
	(b) Payda sayısını göz önüne alarak tamlar oluşturma ve pay sayısını geçen kısmı çıkarma		√		√				
	(c) Tamsayı kesrin tam kısmını bulmak için bileşik kesir içinde payı paydasına eşit kaç kesir olduğunu bulma.			√	√			√	√
3.	<i>Parçayı ve tamları bulma / ayırma</i>			√	√				
4.	<i>Bileşik kesri oluşturan parçaları (Birim Kesirleri) görme</i>								√
5.	<i>Bileşik kesrin ve tamsayı kesrin elamanlarını;</i>								
	(a) Bileşik keside payda değişmez.		√				√		√
	(b) Bileşik kesirde Pay ve paydadaki sayıları ve tamsayı kesirde tam kısım ile kesirli kısımdaki pay ve paydadaki sayıları birbirinden bağımsız ayrı ayrı sayı olarak görme.	√				√			
	(c) Bileşik kesirde ve tamsayı kesirde en büyük kısım sayıca büyük olan kısımdır.					√			
	(d) Tam sayılı kesirde kesir kısmını tamsayı kısmın bir parçası olarak görme (2 tamı 6'ya bölmüşler 4'ünü almışlar).					√			
6.	<i>Sadeleştirme / daraltma (Tamsayı kesirde kesirli kısımda sadeleştirme</i>								√
7.	<i>Denk kesirler / Kesirlerin denkliği</i>						√		
8.	<i>Çizim ve materyal ile gösterimde gösterimde;</i>								
	(a) Bileşik kesirde pay sayısı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizerek tamamını boyama, payda sayısı kadar eş parçadan oluşan başka bir bütün çizerek boş bırakma.	√							
	(b) Bileşik kesirde payda sayısı kadar eş parçadan oluşan 3 ayrı bütün çizerek ilk ikisinin tamamını ve üçüncüsünün pay sayısı		√	√	√		√		√

	kadarını tarama.								
	(c) Bileşik kesirde tamları 10 parça olarak düşünme.							√	
	(d) Tamları ve geriye kalanı çizme		√	√	√				
	(e) Materyalle gösterimde çizdiği şekli modelleme.		√	√	√				
	(f) Eylem olarak düşünüldüğünde materyal ile gösterirken bileşik kesri paylaşırma olarak modelleme.						√	√	
	(g) Bileşik kesirde payı bütün, paydayı parça sayısı olarak görme ve materyal ile gösterirken payda sayısı kadar parçadan oluşan pay sayısı kadar bütün oluşturma.								√

Tablo EK 7. 2: Katılımcıların Bileşik Kesri Ondalık Kesire Dönüştürme ile ilgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları

Sayı	Katılımcı Tanımlamaları	Katılımcı Tercihleri							
		SINIF							
		Beş				Sekiz			
		Başarı Notu							
		2		5		2		5	
K 1	K 2	K 3	K 4	K 5	K 6	K 7	K 8		
1.	<i>Ondalık sayı;</i>								
	(a) Ondalık sayının virgüllü olması gerektiği fikrinden hareketle verilen bileşik kesrin payını virgülden önce, paydasını virgülden sonra yazma				√				
	(b) Ondalık sayı sadece “0, ...” şeklinde olur, başka olamaz, “1, ..” olamaz.	√							
	(c) Ondalık sayı kavramı geçtiğinde ilk başa “0, ...” getirme.	√							
2.	<i>Bölme;</i>								
	(a) Payı paydaya bölerek yapma (Kural)		√		√			√	
	(b) “0, ...” şeklinde olacağı için bölme işleminde kalan sıfır olmalı ve kalan sıfır olana kadar bölme sürdürülmeli	√							
3.	<i>Verilen bileşik kesri sadeleştirme / daraltma</i>							√	
4.	<i>Bileşik kesri önce tamsayı kesre dönüştürme, sonra tamsayı kesirde tam kısmı yazıp basit kesir kısmını payı paydaya bölmek yoluyla ondalık sayı olarak yazma.</i>			√	√				
5.	<i>Basamak değerini göz önüne alma;</i>								
	(a) Verilen bileşik kesirde pay iki basamaklı sayı olduğu için ondalık sayıda virgülden sonra iki basamak olacak		√						
	(b) 2,04 olarak bulduğu ondalık sayıda virgülden sonraki basamak değeri 100’ler basamağı olduğu için 2 tamı ve kalan parçayı 100’lük bloklar olarak düşünme		√						
6.	<i>Paydayı 10 ve 10’un katları şeklinde yazma Payda 10 ve 10’un katı olmazsa ondalık yazamayız.</i>					√			
7.	<i>Bütün-parça;</i>								
	(a) Bileşik kesirde payın içinde kaç tane tam olduğunu bulma.			√	√		√	√	
	(b) Bileşik kesri oluşturan parçalar tam ve basit kesirli kısımlardır. Bu parçalardan biri olan basit kesir kısmının paydasını 10 ve 10’un katı şeklinde alarak yazmayı düşünme					√			
	(c) Bileşik kesri bir kesirli sayı olarak görmek yerine pay ve paydadaki sayıları birbirinden bağımsız ayrı ayrı sayılar olarak görme	√				√			
	(d) Bütünler payda kadar parçaya sahip				√				
	(e) Bileşik kesirde pay sayısı kadar bütün olduğunu düşünerek payda sayısı kadar eşit miktarda parçalara ayırma.							√	
8.	<i>Kesirlerin Denkliği / Denk Kesirler: Bileşik kesir ve ondalık kesir için çizilen şekiller aynı büyüklükte olur (parça sayıları değişse de bütün geometrik olarak değişmez)(kesirlerin denkliği)</i>			√					
9.	<i>Bileşik kesiri paylaştırma olarak gösterme (pay sayısı kadar parçayı payda sayısına pay etme)</i>						√		

10.	<i>Çizim ve materyal ile gösterimde</i>								
	(a) Bileşik kesri için Kare ve dikdörtgen içinde belirtilen miktarlarda kareler çizmek yoluyla pay ve paydadaki sayıyı gösterme. Ancak payı çizirken fazla kare çizerek sadece belirtilen sayı kadarını tarayıp belirginleştirme					√			
	(b) Bileşik kesri tamsayılı kesir gibi düşünerek tam ve basit kesir kısmını ayrı ayrı düşünme ($\frac{16}{6} = (1+1) + \frac{4}{6}$).						√		
	(c) Bileşik kesri oluşturan parçaları yazma.		√						
	(d) Bileşik kesrin pay kadarını tarama, payda kadarını boş bırakma	√				√			
	(e) Bileşik kesir için pay ve paydanın nicelik değeri kadar çokluğu gösteren parçalardan oluşan bütünler çizme	√				√			
	(f) Bileşik kesir için paydaya göre tamları ve kalan parçayı ayrı ayrı çizme	√			√			√	
	(g) Ondalık sayıyı oluşturan parçaları kesirli sayılar olarak çizme ve bunu tekrar bütünler ve parçalar olarak gösterme			√					
	(h) Ondalık sayıda bulunduğu sonucu (2,04) keirli sayıların toplamı olarak çizip parçalara ayırma		√						
	(i) Kesirli sayıyı bölme işlemi gibi gösterme / pay tamı temsil eder								√
	(j) Bileşik kesirdeki sayıların yerlerine (konumunu göz önüne alarak) sayı kadar çokluk koyma	√				√			
	(k) Verilen bileşik kesirde sadeleştirme yaptığı için payı 8 paydayı 3 olarak yazdıktan sonra 8 tam olarak düşünüp, 3'er parçadan oluşan 8 tam oluşturup tekrar 3'e bölme								√
	(l) Ondalık kesir için, tamsayılı olarak gösterimin aynısı olduğunu ifade etme			√	√				
	(l) Ondalık kesir için tam kısım ve virgüllü kısımdaki sayıların yerlerine o sayıları gösteren çokluklar koyma	√				√			

EK 8: Tamsayı Kesirin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Tablo EK 8. 1: Katılımcıların Tamsayı Kesri Bileşik Kesire Dönüştürme ile ilgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları

Sayı	Katılımcı Tanımlamaları	Katılımcı Tercihleri							
		SINIF							
		Beş				Sekiz			
		Başarı Notu							
		2		5		2		5	
		K 1	K 2	K 3	K 4	K 5	K 6	K 7	K 8
1.	Tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu pay ile toplanıp paya yazılır ve paydaya bölünür (Kural)		√	√	√	√	√	√	√
2.	Tamsayılı kesirde paydanın sadece 10 olması durumunda tam kısım payın yanına (soluna) yazılır. Payda aynen yazılır.			√					
3.	Tamsayılı kesiri toplam olarak görme;								
	(a) Tam kısım ve kesirli kısmın toplamı		√	√	√		√	√	√
	(b) Tam kısım ve kesirli kısmın toplamında tam kısmı kesirli sayı olarak yazma		√	√	√			√	√
	(c) Tam kısım ve kesirli kısmın toplamında tam kısmı ve kesirlik kısmı birim kesir olarak yazma				√				
4.	Bileşik kesrin payı paydasından büyük olacağı için (deneme yanılma yoluyla) verilen tamsayılı kesir üzerinde sayıların yerlerini değiştirme işlemler yapma yoluyla payı paydasından büyük bir sayı oluşturma	√							
5.	Tamsayılı kesirde;								
	(a) Sayı olarak hangisi büyükse o kısım büyüktür.					√			
	(b) Bir tam 10 parçaya bölünmüş 8'ini almışlar.					√			
	(c) Bir tane tam var, birde ikinci tamın çok azı eksik var.						√		
6.	Sadeleştirme / Daraltma								√
7.	Çizim ve materyal ile gösterimde;								
	(a) Tamsayılı kesiri payda kadar eş parçadan oluşan 2 bütün çizerek ilkinin tamamını, diğerinin pay sayısı kadarını tarama.		√	√	√			√	√
	(b) Tamsayılı kesirdeki sayıların konumlarını dikkate alarak sayı kadar eş parçadan oluşan bütünler çizme					√			
	(c) Bulduğu bileşik kesir için pay ve paydadaki sayıların yerlerine sayı miktarı kadar eş parçalardan oluşan bütünler çizme veya sayıların konumlarına göre çokluklar koyup bir araya getirme.					√			
	(d) Bileşik kesri, tamsayılı kesir olarak düşünüp çizimin aynı olacağını belirtme.		√	√	√		√	√	√
	(e) Bileşik kesirde pay ve paydadaki sayılar kadar eş parçadan oluşan bütünler çizerek pay kısmındaki bütünün payın belirttiği sayı kadarına dikkat çekmek için tarama	√							
	(f) Bileşik kesri tamsayılı kesir olarak modelleme.			√	√		√	√	√

Tablo EK 8. 2: Katılımcıların Tamsayı Kesri Ondalık Kesire Dönüştürme ile ilgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları

Sayı	Katılımcı Tanımlamaları	Katılımcı Tercihleri							
		SINIF							
		Beş				Sekiz			
		Başarı Notu							
		2		5		2		5	
		K 1	K 2	K 3	K 4	K 5	K 6	K 7	K 8
1.	Verilen tamsayıli kesrin tam kısmını aynen yazarak; (a) Kalan kesirli kısmın paydasını 10 ve katları şeklinde yazarak ondalık sayıya ulaşma (Kural) (b) Paydasını genişletme ile elde edilen yeni tamsayıli kesrin okunuşundan yararlanarak ondalık sayı olarak yazma		√	√	√				√
2.	Tamsayıli kesri ondalık kesre dönüştürmek için önce bileşik kesre dönüştürme; (a) Tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu pay ile toplanıp paya yazılır ve payda aynen yazılır (Kural) (b) Tam kısım ile payda çarpılır paya yazılır ve pay sayısı paydaya yazılır					√		√	
3.	Elde edilen bileşik kesri ondalık sayıya dönüştürme; (a) Bileşik kesrin payını virgülden önce tam kısma, paydasını virgülden sonra kesirli kısma yazma (b) Ulaştığı bileşik kesrin payını paydasına bölme (c) Ulaştığı bileşik kesrin paydasını 10 ve 10'un katları ile genişletmeyi düşünme					√			
4.	(a) Ondalık sayı olarak "0, ..." şeklinde yazılacağı için verilen tamsayının "3 tam 2 bölü 5" değil "0 tam 2 bölü 5" olması lazım	√							
5.	Toplam olarak görüp, tamsayıli kesir, bileşik kesir ve ondalık kesirin parçalarını bulma, (a) $3\frac{2}{5} = 3\frac{4}{10}$ eşitliğinde $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$ (b) $1+1+1+\frac{2}{5} = 3+\frac{2}{5}$ (c) $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5}$ 'den hareketle $\frac{5+5+5+2}{5} = \frac{17}{5}$ Bütün ve parçaların toplamından hareketle bileşik kesri oluşturan parçaları aynı payda altında yazıp toplama (d) Tam kısmı toplam olarak yazıp tam kısım ve ve ondalık kısmı birleştirme $1+1+1+0,4 = 3+0,4 = 3,4$								
6.	Denk kesirler / Denklik bağıntısı; (a) $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} = 3+\frac{2}{5} = 3,4$ eşitliğinde bütünler birbirine denktir. (b) $3\frac{2}{5} = 7,5$ eşit olduğu gösterilemese bile sonucun eşit olduğunu düşünme. $3\frac{2}{5} = 7,5$ eşitliğinde $1+1+1+\frac{2}{5} = 1+1+1+1+1+1+\frac{1}{2} =$								

	$7 + \frac{1}{2} = 7,5 = 3 + \frac{2}{5}$								
7.	$3\frac{2}{5}$ 1 tam var bundan üç tane var, bunu $\frac{2}{5}$ 'e bölmüşler.					√			
8.	Genişletme;								
	(a) Paydayı (2 ile) genişletince kesir iki katına çıkar		√						
	(b) Genişletme ile bütün değişmiyor, bütünün parça sayısı değişir			√	√			√	√
9.	Şekille ve materyal ile gösterimde;								
	(a) Kesirli sayıların yerlerine sayılar kadar parçalardan oluşan kareler ve dikdörtgenler çizme ve tam kısmı kadarını tarama veya sayıların yerlerine konumlarını dikkate alarak o sayı kadar parçadan oluşan çokluk koyma.					√			
	(b) Tam kısım kadar bütünler çizip hepsini tarama ve kesirli kısmı / virgüllü kısmı için payda sayısı kadar parçadan oluşan bir bütün daha çizip bununda pay sayısı kadarını tarama.								√
	(c) Paydadaki sayılar kadar parçadan oluşan tam kısmın bir fazlası olacak şekilde bütünler çizip tam kısmın tamamı ile kesir kısmı için pay kadarını boyama.				√			√	√
	(d) Payda sayısı kadar parçayı temsilen tamlar için 1'er parça, kesirli kısım için payda sayısı kadar parça koyup pay sayısı kadarını tamların renginde, kalan kısmı farklı renkte koyma.				√				
	(e) $3\frac{2}{5}$ 'te kesir kısmını ($\frac{2}{5}$) 2 tam 5 parçaya bölünmüş olarak düşünme.								√
	(f) Tam kısımdan 1 fazla tam olacak şekilde parça sayısı kadar parçalardan oluşan tamlar yapıp tam kısımdaki sayı kadarını alma ve diğer kalan tamın pay sayısı kadarını alıp diğerlerini çıkarma $3\frac{2}{5} = 1+1+1+1- \frac{3}{5} = 3+1- \frac{3}{5}$				√			√	
	(g) Belirtilen kesirli sayıda nicelik olarak hangi sayı büyükse o kısım büyüktür					√			

EK 9: Basit Kesrin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Tablo EK 9. 1: Katılımcıların Basit Kesri Ondalık Kesire Dönüştürme ile ilgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları

Sayı	Katılımcı Tanımlamaları	Katılımcı Tercihleri							
		SINIF							
		Beş				Sekiz			
		Başarı Notu							
		2		5		2		5	
		K 1	K 2	K 3	K 4	K 5	K 6	K 7	K 8
1.	Paydayı 10 ve 10'un katları şeklinde yazarak ondalık sayıya ulaşma.		√	√	√		√	√	√
2.	Ondalık sayıyı 10 ve katları şeklinde yazılan kesrin okunuşundan yararlanarak yazma		√		√		√	√	
3.	Paydası 10 ve katı şeklinde yazılan basit kesrin basamak değerini dikkate alarak yazma								√
4.	Ondalık sayı virgüllü olacağı için kesrin payını tam kısma, paydasını virgüllü kısma yazma					√			
5.	Genişletme;								
	(a) Kesir genişletilince kesir artar, şekil büyür (iki katına çıkar).		√				√		
	(b) Kesir genişletildiğinde bütün değişmez, bütün yine aynı bütündür ama bütünün içindeki parçaların sayısı artar ve parçaların büyüklüğü küçülür.				√				√
6.	Bölme;								
	(a) Pay paydaya bölünerek ondalık sayı bulunur.				√				√
	(b) Sadece büyük sayı küçük sayıya bölünebileceği için payda paya bölünür.	√							
	(c) Ondalık sayı sıfır virgüllü olmalı ve bölmede kalan sıfır olmalı	√							
7.	Basit kesir ve ondalık kesir ile ilgili olarak;								
	(a) Basit kesir sayı doğrusu üzerinde 0-1 sayıları arasında olduğu için ondalık sayı olarak "0," (sıfır virgüllü) şeklinde bir sayı olmalı			√	√		√		√
	(b) Basit kesirin önünde tamı yok, olmadığı için "0," (sıfır virgül) sıfır tam diye başlar.			√					
	(c) Ondalık sayı olduğu için sıfır virgüllü olur (0, ...)	√							
	(d) Basit kesiri kesirli sayı olarak değil pay ve payda daki sayıları ayrı ayrı birer doğal sayı veya tam sayı olarak görme	√				√			
8.	Kesirlerin denkliği/ Denk kesirler								
	(a) Verilen basit kesire eşit olarak yazdığı kesirler birbirine denktir			√	√				
	(b) Kesirler işlem sonucu eşit olduğu için eşittir işaret koymamız gerekiyor ama bu şekiller üst üste koyduğumuzda eşit olmaz		√						
	(c) Sayılar değişse de bütün aynı bütündür sadece parçaların sayısı değişir				√				√
9.	Çizim ve materyal ile gösterimde;								
	(a) Basit kesir için paydadaki sayı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizme ve pay kısmındaki sayı kadar parçasını tarama		√	√	√		√	√	√
	(b) Pay ve paydadaki sayıların toplamı kadar parçalı bir bütün çizerek paydadaki sayı kadarını tarama	√							
	(c) Verilen basit kesiri, ondalık sayı olarak karşılığını çizim ile gösterirken sayıların yerlerine o sayılar kadar parçadan oluşan kare veya dikdörtgenler çizme					√			

Tablo EK 9. 2: Katılımcıların Basit kesri Ondalık Kesire Dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme ile ilgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları

Sayı	Katılımcı Tanımlamaları	Katılımcı Tercihleri							
		SINIF							
		Beş				Sekiz			
		Başarı Notu							
		2		5		2		5	
K 1	K 2	K 3	K 4	K 5	K 6	K 7	K 8		
1.	Paydayı 10 ve katları şeklinde yazma (Kural) / Paydası 10 ve katı şeklinde genişletme sonucu oluşan yeni kesrin ($\frac{25}{100}$) okunuşundan yararlanarak ondalık sayı olarak yazma.			√	√			√	√
2.	Verilen basit kesirde pay ve paydadaki sayıların birbirinden bağımsız iki ayrı sayı olarak görme	√				√			
3.	Bölme;								
	(a) (Basit kesirde) Küçük sayı büyük sayıya bölünmez. Her zaman büyük sayı küçük sayıya bölünür.	√							
	(b) Sıfır virgüllü bir sayı bulmak için paydayı paya bölerek kalan sıfırı “0, ...”olarak yazıp bölüneni virgülden sonra yazma		√						
	(c) $\frac{1}{4}$ ’te 4 parçadan 1’ini alıyorsun, 1’i 4’e bölersek 1 parçadan 4’ünü alamazsın. Onun için 4’ü 1’e bölmeli.		√						
4.	Ondalık sayı;								
	(a) Sıfır virgüllü olur (“0,..”)	√							
	(b) Pay ve paydadaki sayıları virgül ile yazma, pay kısmındaki sayıyı virgülden önce, payda kısmındaki virgülden sonra yazma.					√			
	(c) Paydası sadece 10 ve katı olarak yazılabilen kesirler ondalık sayı olarak yazılabilir, diğerleri yazılamaz.						√		
	(d) ($\frac{1}{4}$) Basit kesrin tamı olmadığı için “0, ..” yazma ve paydaki sayıyı virgülden sonra yazma		√						
5.	Bütün Parça;								
	(a) Genişletme yapılırken kesir büyür, şekil geometrik olarak büyür artar.		√				√		
	(b) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \%25$ eşitliğinde bütün değişmez, bütünün parça sayısı ve parçaların büyüklüğü değişir.			√	√				√
	(c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0,25+0,25+0,25+0,25=\%25+\%25+\%25+\%25$								√
6.	Denk kesirler/ denklik bağıntısı;								
	(a) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25= \%25$ eşitliğinde bütünün parçaları değişse de bütün yine aynı bütündür.			√	√				√

	(b) $\frac{1}{4}=0,1= \%1$ eşitliğinde eşit değildir ama çevirmelerde eşittir koyma mecburiyetimiz var.		√						
	(c) (Bulduğu sonuçları göstererek) %1 ile %25 eşit olduğu için aynıdır.					√			
7.	Orandan yararlanma ($\frac{1}{4} = \frac{?}{100}$)			√	√				
8.	Yüzde olarak ifade etmede;								
	(a) Bulunan ondalık sayının önüne yüzde işareti koyma.		√			√			
	(b) Yüzdeliği bilgisayar programları yükleme aşamasında ortaya çıkan yüzdelik barı olarak görme.						√		
	(c) Genişletme yoluyla elde ettiği paydası 100 olan kesrin payını alarak önüne yüzde sembolü koyma			√				√	√
	(d) Ondalık kesir olarak ifade ettiği kesrin virgülden sonraki sayısını alıp önüne yüzde işareti koyma (0,1(%1))		√						
9.	Şekil veya materyal ile gösterimde;								
	(a) Sayıları temsilen (sayıların konumlarını dikkate alarak) sayı değeri kadar parçadan oluşan bütün çizme veya çokluk koyma					√			
	(b) Basit kesrin payda sayısı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizme ve pay sayısı kadarını boyama veya payda sayısı kadar çokluğun pay sayısı kadarını ayırma		√	√	√		√	√	√
	(c) Verilen basit kesirdeki pay ve paydadaki sayıların toplamı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizerek pay kısmındaki sayı kadar parçayı tarama.	√							
	(d) Ondalık sayı için (0,4) virgülden sonraki sayıdan bir fazla eş parçadan oluşan bir bütün çizerek “0, ...” olduğu düşüncesiyle en soldaki parçayı boş bırakıp, diğerlerini tarama.	√							

EK 10: Ondalık Kesrin Bileşik Kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Tablo EK 10. 1: Katılımcıların Ondalık Kesri Bileşik Kesire Dönüştürme İle İlgili Zihinsel Modellerini gösteren Tanımlamaları

Sayı	Katılımcı Tanımlamaları	Katılımcı Tercihleri							
		SINIF							
		Beş				Sekiz			
		Başarı Notu							
		2		5		2		5	
		K 1	K 2	K 3	K 4	K 5	K 6	K 7	K 8
1.	Önce tamsayılı kesre sonra bileşik kesre dönüştürme;								
	(a) Verilen ondalık kesrin okunuşundan yararlanarak tamsayılı kesir olarak yazma.		√	√	√		√	√	√
	(b) Tamsayılı kesri (kurala uygun olarak) tam kısım ile paydayı çarpıp çarpım sonucu ile payı toplayarak paya yazma ve paydayı aynen yazma yoluyla bileşik kesre dönüştürme.		√	√			√	√	√
	(c) Ondalık kesirde tam kısmı ve basamak değerini göz önüne alarak tamsayılı kesir olarak yazma.				√				
2.	Bileşik kesirde pay paydadan büyük olacağı için ondalık kesirde (6,19) sayıca büyük olan kısmı paya, küçük olanı paydaya yazma	√				√			
3.	Kesirli sayı ile ilgili olarak;								
	(a) Verilen ondalık kesirde tam kısım ile virgüllü kısmı birbirinden bağımsız iki ayrı sayı olarak görme	√				√			
	(b) Verilen ondalık sayıda sayıca büyük olan kısmı büyük olarak görme (19 > 6)					√			
4.	Bütün ve parçaları / Bütün – parça ilişkisi;								
	(a) Tamsayılı kesir olarak tam kısımları ayrı ayrı birer bütünün toplamı olarak görme			√	√		√	√	√
	(b) Tam kısımları ve kalan kısmı kesirli sayıların toplamı olarak yazıp bileşik kesre ulaşma			√				√	√
	(c) Bileşik kesri birim kesirlerin toplamı olarak yazma								√
	(d) 6 tam ve 100 parçanın 19’u şeklinde toplam olarak yazma.				√				
5.	Denk kesir / Kesirlerin denkliği ; İşlem sonucu çıkan eşitlikten dolayı biri için çizilen şeklin diğerleri içinde geçerli olacağı			√			√	√	√
6.	Şekil veya materyal ile gösterimde;								
	(a) Tam kısmın bir fazlası olacak şekilde bütünler çizme ve tamsayılı kesirde ve ondalık kesirde tam kısım kadarını boyama, diğer bütünü 100 eş parçaya bölerek ondalık kesirde virgülden sonraki sayı kadarını / tamsayılı kesirde pay sayısı kadarını boyama						√	√	√
	(b) 100’lük bloklardan oluşan bütünler çizerek birim kesirlerin toplamını yansıtacak şekilde bileşik kesri gösterme								√
	(c) Bileşik kesrin çizimini tamsayılı kesir olarak gösterme.		√						
	(d) Pay ve paydadaki sayıların yerlerine o sayılar kadar eş parçadan oluşan bütünler çizme.	√							
	(e) Tam kısım ve virgülden sonraki kısım için farklı büyüklüklerde bütün çizme ve içlerini belirtilen sayı kadar eş parçalara ayırma.					√			
	(f) Ondalık kesrin tam ve kesir kısmındaki sayı kadar parçadan oluşan dikdörtgenler çizme ve virgüllü kısım için çizdiği dikdörtgeni tarama, tam kısım için çizdiği dikdörtgeni boş bırakma.					√			
	(g) 10 parçadan oluşan bir karenin 6 ve biraz fazlasını tarama / 100 parçadan oluşan bir karenin 6 ve biraz fazlasını tarama.					√			

EK 11: Bileşik Kesrin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Tablo EK 11. 1: Bileşik Kesri Tamsayı Kesire Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri

Sayı	İfadeler
1.	İşlem Bilgisi (Kural); Payı paydaya bölme ve bölmenin elamanlarını yerlerine yerleştirme (Kural)
2.	Bölme; (a) Büyük sayı küçük sayıya bölünür. (b) Küçük sayı büyük sayıya bölünürse sonuç çıkmaz. (c) Payı paydaya bölme ve bölmenin elamanlarını yerlerine yerleştirme (Kural-Kısayol). (d) Bölmenin elamanlarını tamsayı kesir olarak yerleştirirken payda değişmez. (e) Bölmenin elamanlarını yerine koymak yerine bölme işlemine devam etme. (f) Pay içinde paydadan kaç tane olduğunu bulma / Payın içinde tamlar arama.
3.	Bütün Parça; (a) Payda sayısını göz önüne alarak tamlar oluşturma ve pay sayısını geçen kısmı çıkarma ($\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} = 3$ tam $\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} - \frac{2}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1+1+ \frac{4}{6} = 2+ \frac{4}{6} = 2\frac{4}{6}$) (b) Tamsayı kesrin tam kısmını bulmak için bileşik kesir içinde kaç tane payı paydasına eşit olan kesir olduğunu bulma. ($\frac{16}{6} - \frac{6}{6} = \frac{10}{6}$ ve $\frac{10}{6} - \frac{6}{6} = \frac{4}{6}$ ise $1+1+ \frac{4}{6}$) (c) Bileşik kesri birim kesirlerin toplamı olarak görme ($\frac{16}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$) (d) Bileşik kesri tamsayı kesir olarak görme ($\frac{16}{6} = 1+1+ \frac{4}{6} = 2+ \frac{4}{6} = 2\frac{4}{6}$). (e) Bileşik kesirde pay ve paydadaki sayıları ve tamsayı kesirde tam kısım ile kesir kısmındaki pay ve paydadaki sayıları birbirinden bağımsız ayrı ayrı sayılar olarak görme. (f) Bileşik kesirde ve tamsayı kesirde en büyük kısım sayıca büyük olan kısımdır. (g) Tamsayı kesirde kesir kısmı tam kısmın bir parçasıdır ($2\frac{4}{6}$ 'da 2 tamı 6'ya bölmüşler 4'ünü almışlar). (h) Bileşik kesirde ($\frac{16}{6}$) tamları 10 parça olarak düşünme. (i) Bileşik kesirde payda sayısı kadar eş parçadan oluşan 3 ayrı bütün çizerek ilk ikisinin tamamını ve üçüncüsünün pay sayısı kadarını tarama ($\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = \frac{16}{6}$). (i) Bileşik kesirde pay sayısı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizerek tamamını boyama, payda sayısı kadar eş parçadan oluşan başka bir bütün çizerek boş bırakma. (j) Bileşik kesirde payı bütün, paydayı parça sayısı olarak görme ve payda sayısı kadar parçadan oluşan pay sayısı kadar bütün oluşturma.
4.	Sadeleştirme / daraltma ($2\frac{4}{6} = 2\frac{2}{3}$ $\frac{16}{6} = \frac{8}{3}$)
5.	Denk kesirler / Kesirlerin denkliği ($\frac{16}{6} = 2\frac{4}{6} = 2\frac{2}{3}$).
6.	Paylaştırma; Bileşik kesrin (Eylem olarak) pay sayısını payda sayısı kadar gruba dağıtma.

Tablo EK 11. 2: Bileşik Kesri Ondalık Kesire Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri

Sayı	İfadeler
1.	İşlem Bilgisi (Kural-Kısayol-Algoritma)
	(a) Payı paydaya bölerek yapma (Kural)
	(b) $(\frac{16}{6} = 2\frac{4}{6} = 1+1+\frac{4}{6} = 2+\frac{4}{6} = 2, + 0, \overline{66} = 2, \overline{66}$ 2,6 veya 2,7 alırsız) Bileşik kesri önce tamsayı kesre dönüştürme, sonra tamsayı kesirde tam kısmı yazıp basit kesir kısmını payı paydaya bölmek yoluyla ondalık sayı olarak yazma.
	(c) Paydayı 10 ve katları şeklinde yazma, payda 10 ve 10'un katı olmazsa ondalık yazamayız.
	(d) Ondalık sayı virgüllü olması gerekiyor, verilen bileşik kesrin payını virgülden önce, paydası virgülden sonra yazılır.
	(e) Ondalık sayı sadece "0, ..." şeklinde olur, başka olamaz, "1, .." olamaz.
	(f) Ondalık sayı kavramı geçtiğinde ilk başa "0, ..." getirme.
	(g) Verilen bileşik kesirde $(\frac{16}{6})$ pay iki basamaklı sayı olduğu için ondalık sayıda virgülden sonra iki basamak olacak.
2.	Bölme;
	(a) Payı paydaya bölme
	(b) "0, ..." şeklinde olacağı için bölme işleminde kalan sıfır olmalı ve kalan sıfır olana kadar bölme sürdürülmeli
	(c) Bileşik kesirde payın içinde kaç tane tam olduğunu bulma. $(\frac{16}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1+1+\frac{4}{6} = 2+\frac{4}{6})$
3.	Bütün – Parça;
	(a) Bütünler paydadaki sayı kadar parçaya sahiptir.
	(b) Bileşik kesri oluşturan parçalar tam ve basit kesirli kısımlardır. Bu parçalardan biri olan basit kesir kısmının $(\frac{4}{6})$ paydasını 10 ve 10'un katı şeklinde alarak yazmayı düşünme
	(c) Bileşik kesirde pay sayısı kadar bütün olduğunu düşünme ve payda sayısı kadar eşit miktarda parçalara ayırma.
	(d) Bileşik kesirde pay ve paydadaki sayıları, ondalık kesirde virgülden önceki ve virgülden sonraki sayıları birbirinden bağımsız ayrı ayrı sayılar olarak görme
	(e) Pay kadarını tarama, payda kadarını boş bırakma
	(f) $(\frac{16}{6} = (1+1)+\frac{4}{6})$ Tamsayı kesir gibi düşünerek tam ve basit kesir kısmını ayrı düşünme.
	(g) Kesri 2,04 olarak ifade edilen ondalık sayıda virgülden sonraki basamak değeri 100'ler basamağı olduğu için 2 tamı ve kalan parçayı 100'lük bloklar olarak düşünme
	$(\frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{4}{100} = 1+1+\frac{4}{100} = 2+\frac{4}{100}$ Olarak parçalara ayırma)
	(h) $2,7 = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{7}{10} = 1+1+\frac{7}{10} = 2,7$ Ondalık sayıyı oluşturan parçaları kesirli sayılar olarak çizme ve bunu tekrar bütünler ve parçalar olarak gösterme
	(j) Bileşik kesir ve tamsayı kesirde bu kesirleri oluşturan parçaları çizme /gösterme $\frac{16}{6}$
	$= \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{4}{6} = 1+1+\frac{4}{6} = 2+\frac{4}{6} = 2\frac{4}{6}$ ve $1+1+\frac{4}{6} = 2+\frac{4}{6} = 2\frac{4}{6}$
4.	Sadeleştirme/Daraltma $(\frac{16}{6} = \frac{8}{3})$.
5.	Denk kesir/Kesirlerin Denkliği; Bileşik kesir ve ondalık kesir için çizilen şekiller aynı büyüklükte olur (parça sayıları değişse de bütün geometrik olarak değişmez)(kesirlerin denkliği)
6.	Paylaştırma; Pay sayısı kadar parçayı payda sayısı kadar gruba pay etme.

EK 12: Tamsayılı Kesirin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Tablo EK 12. 1: Tamsayılı Kesri Bileşik Kesire Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri

Sayı	İfadeler
1.	İşlem Bilgisi (Kural); (a) Tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu pay ile toplanıp paya yazılır ve paydaya bölünür (b) Tamsayılı kesirde paydanın sadece 10 olması durumunda tam kısım payın yanına (soluna) yazılır, payda aynen yazılır. (c) Bileşik kesrin payı paydasından büyük olacağı için (deneme yanılma yoluyla) verilen tamsayılı kesir üzerinde sayıların yerlerini değiştirme işlemler yapmayoluyula payı paydasından büyük bir sayı oluşturma
2.	Bütün Parça; (a) $(1\frac{8}{10} = 1 + \frac{8}{10}$ veya 1 tam ve $\frac{8}{10}$) Tamsayılı kesir tam kısım ve kesirli kısmın toplamıdır. (b) $1\frac{8}{10} = 1 + \frac{8}{10} = \frac{10}{10} + \frac{8}{10}$ Tamsayılı kesiri toplam olarak düşünme ve tam kısmı kesirli sayı olarak yazma. (c) $1\frac{8}{10} = 1 + \frac{8}{10} = \frac{10}{10} + \frac{8}{10} = \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{10} = \frac{18}{10}$ Tamsayılı kesiri toplam olarak düşünme ve bileşik kesri oluşturan birim kesirlerin toplamı olarak yazma. (d) Tamsayılı kesirde $(1\frac{8}{10})$ 1 tam 10 parçaya bölünmüş 8'ini almışlar. (e) Tamsayılı kesirde ve bileşik kesirde payda kadar eş parçadan oluşan 2 bütün çizerek birincisinin tamamını, ikincisinin pay sayısı kadarını tarama. (f) Tamsayılı kesirde ve bileşik kesirde sayıların konumlarını dikkate alarak sayı miktarı kadar eş parçadan oluşan bütünler çizme veya sayıların yerlerine çokluklar koyma (g) Bileşik kesirde pay ve paydadaki sayılar kadar eş parçadan oluşan bütünler çizerek pay kısmındaki bütünde payın belirttiği sayı kadarına dikkat çekmek için tarama
3.	Ölçme/karşılaştırma; Tamsayılı kesirde $(1\frac{8}{10})$ sayı olarak hangisi büyükse o kısım büyüktür. $1 < \frac{8}{10}$
4.	Sadeleştirme / Daraltma $(\frac{18}{10} = \frac{9}{5})$ $(\frac{10}{10} + \frac{8}{10} = \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5})$

Tablo EK 12. 2: Tamsayı Kesri Ondalık Kesire Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri

Sayı	İfadeler
1.	İşlem bilgisi (Kural); (a) Ondalık kesre dönüştürmek için önce bileşik kesre dönüştürme (Tam kısım ile payda çarpılır, çarpım sonucu pay ile toplanıp paya yazılır ve payda aynen yazılır) (Kural) (b) Tamsayı kesrin tam kısmını aynen yazarak kalan kesirli kısmın paydasını 10 ve 10'un katları şeklinde yazarak ondalık sayıya ulaşma (Kural) $3 + \frac{2}{5} = 3,$ $3 \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$ $3 + 0,4 = 3,4$ (2) (c) Paydasını genişletme ile elde edilen yeni tamsayı kesrin okunuşundan yararlanarak ondalık sayı olarak yazma ($3 \frac{4}{10} = 3$ tam onda $4 = 3,4$) (d) Ulaştığı bileşik kesrin payını paydasına bölerek ondalık sayıya ulaşma (Kural) (e) Bileşik kesrin payını virgülden önce tam kısma, paydasını virgülden sonra kesirli kısma yazarak ondalık sayıya dönüştürme (f) Ondalık sayı olarak "0, ..." şeklinde yazılacağı için verilen tamsayının ($3 \frac{2}{5}$) $0 \frac{2}{5}$ olması lazım
2.	Bölme; Ulaştığı bileşik kesrin payını paydasına bölerek ondalık sayıya ulaşma
3.	Bütün-Parça; (a) $1+1+1+ \frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5}$ Tam sayılı kesirde bütünleri ve parçayı toplam olarak görme (b) $3 \frac{2}{5} = 3 \frac{4}{10}$ eşitliğinde $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$ Tam sayılı kesri oluşturan parçaları kesirli sayıların toplamı olarak görerek ondalık kesire çevirme (c) $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5}$ 'den hareketle $\frac{5+5+5+2}{5} = \frac{17}{5}$ Bütün ve parçaların toplamından hareketle bileşik kesri oluşturan parçaları aynı payda altında yazıp toplama (d) Tam kısmı toplam olarak yazıp tam kısım ve ondalık kısmı birleştirme $1+1+1+0,4 = 3+0,4=3,4$ (e) Kesirli sayıların yerlerine (konumu dikkate alarak) kesirleri oluşturan sayılar kadar parçalardan oluşan karesel bölge ve dikdörtgensel bölgeler çizme ve çizdiği dikdörtgensel bölgelerdeki parçalar içinden belirtilen sayı kadar parçayı tarama veya sayıların yerlerine konumlarını dikkate alarak o sayı kadar parçadan oluşan çokluk koyma (f) Payda sayısı kadar parçadan tamlar oluşturma, kesirli kısım için paydadaki sayı kadar parça koyup paydaki sayı kadarını tamların renginde, kalan kısmı farklı renkte koyma. (g) $3 \frac{2}{5}$ 'te kesir kısmını ($\frac{2}{5}$) 2 tam 5 parçaya bölünmüş olarak düşünme. (h) $3 \frac{2}{5}$ 1 tam var bundan üç tane var, bunu $\frac{2}{5}$ 'e bölmüşler. (i) Tam kısımdan 1 fazla tam olacak şekilde payda sayısı kadar parçalardan oluşan tamlar yapıp tam kısımdaki sayı kadarını alma ve diğer kalan tamin pay sayısı kadarını alıp diğerlerini çıkarma $3 \frac{2}{5} = 1+1+1+1- \frac{3}{5} = 3+1- \frac{3}{5}$ (j) Tam kısım kadar bütünler çizip hepsini tarama ve kesirli kısmı / virgüllü kısmı için payda sayısı kadar parçadan oluşan bir bütün daha çizip bununda pay sayısı kadarını tarama. (k) Paydadaki sayılar kadar parçadan oluşan tam kısmın bir fazlası olacak şekilde bütünler çizip tam kısmın tamamı ile kesir kısmı için pay kadarını boyama.
4.	Genişletme; (a) Tam sayılı kesrin kesirli kısmını paydası 10 ve katları olacak şekilde genişletme $3 \frac{2}{5} =$ $3 \frac{2}{5} = 3 \frac{4}{10}$ (2)

	(b) Paydayı (2 ile) genişletince kesir iki katına çıkar
	(c) Genişletme ile bütün değişmiyor, bütünün parça sayısı değişir
	(d) Ulaştığı bileşik kesrin paydasını 10 ve 10'un katları ile genişletmeyi düşünme
5.	Denk kesirler / Denklik bağıntısı;
	a) $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} = 3 + \frac{2}{5} = 3,4$ eşitliğinde çizilen bütünler birbirine denktir
	b) $3\frac{2}{5} = 7,5$ eşitliğinde $1+1+1+\frac{2}{5} = 1+1+1+1+1+1+\frac{1}{2} = 7 + \frac{1}{2} = 7,5 = 3 + \frac{2}{5}$ eşit olduğunu gösteremesek bile sonuçta eşittir
6.	Ölçme/karşılaştırma;
	Belirtilen kesirli sayıda nicelik olarak hangi sayı büyükse o kısım büyüktür. $3\frac{2}{5}$ kesrinde $2 < 3$
	< 5 , $\frac{17}{5}$ kesrinde $5 < 17$ ve $17,5$ kesrinde $17 > 5$

EK 13: Basit Kesrin Diğer Kesirlere Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Tablo EK 13. 1: Basit Kesri Ondalık Kesire Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri

Sayı	İfadeler
1.	İşlem Bilgisi (Kural);
	(a) Paydayı 10 ve 10'un katları şeklinde yazarak ondalık sayıyı oluşturma.
	(b) Ondalık sayıyı 10 ve katları şeklinde yazılan kesrin okunuşundan yararlanarak yazma
	(c) Paydası 10 ve 10'un katı şeklinde yazılan basit kesrin basamak değerini dikkate alarak yazma
	(d) Ondalık sayı virgülle ifade edildiği için kesrin payını tam kısma, paydasını virgüllü kısma yazma
	(e) Basit kesirin önünde tamı yok, olmadığı için "0," (sıfır virgül) sıfır tam diye başlar.
	(f) Ondalık sayı olduğu için sıfır virgüllü olur (0, ...)
2.	Bölme;
	(a) Pay paydaya bölünerek ondalık sayı bulunur.
	(b) Sadece büyük sayı küçük sayıya bölünebileceği için payda paya bölünür.
	(c) Ondalık sayı sıfır virgüllü olmalı ve bölmede kalan sıfır olmalı
3.	Bütün – Parça;
	(a) Basit kesiri kesirli sayı olarak değil pay ve payda daki sayıları ayrı ayrı birer doğal sayı veya tam sayı olarak görme
	(b) Bir basit kesri çizerken paydadaki sayı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizme ve pay kısmındaki sayı kadar parçasını tarama
	(c) Pay ve paydadaki sayıların toplamı kadar parçalı bir bütün çizerek paydadaki sayı kadarını tarama
	(d) Çizim ile gösterirken kesri oluşturan sayıların yerlerine o sayılar kadar çokluktan oluşan karesel veya dikdörtgensel bölgeler çizme
4.	Ölçme/Karşılaştırma;
	Basit kesir sayı doğrusu üzerinde 0-1 sayıları arasında olduğu için ondalık sayı olarak "0," (sıfır virgüllü) şeklinde bir sayı olmalı
5.	Genişletme;
	(a) Kesir genişletilince kesir artar, şekil büyür (iki katına çıkar).
	(b) Kesir genişletildiğinde bütün değişmez, bütün yine aynı bütündür ama bütünün içindeki parçaların sayısı artar ve parçaların büyüklüğü küçülür.
6.	Denk kesir / Kesirlerin Denkliği
	(a) Sayılar değişse de bütün aynı bütündür sadece parçaların sayısı değişir
	(b) Verilen basit kesire eşit olarak yazılan kesirler birbirine denktir
	(c) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$ eşitliğinde kesirler işlem sonucu eşit olduğu için eşittir işaret koymamız gerekiyor ama bu şekiller üst üste koyduğumuzda eşit olmaz

Tablo EK 13. 2: Basit kesri Ondalık Kesire Dönüştürme ve yüzde olarak ifade etme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri

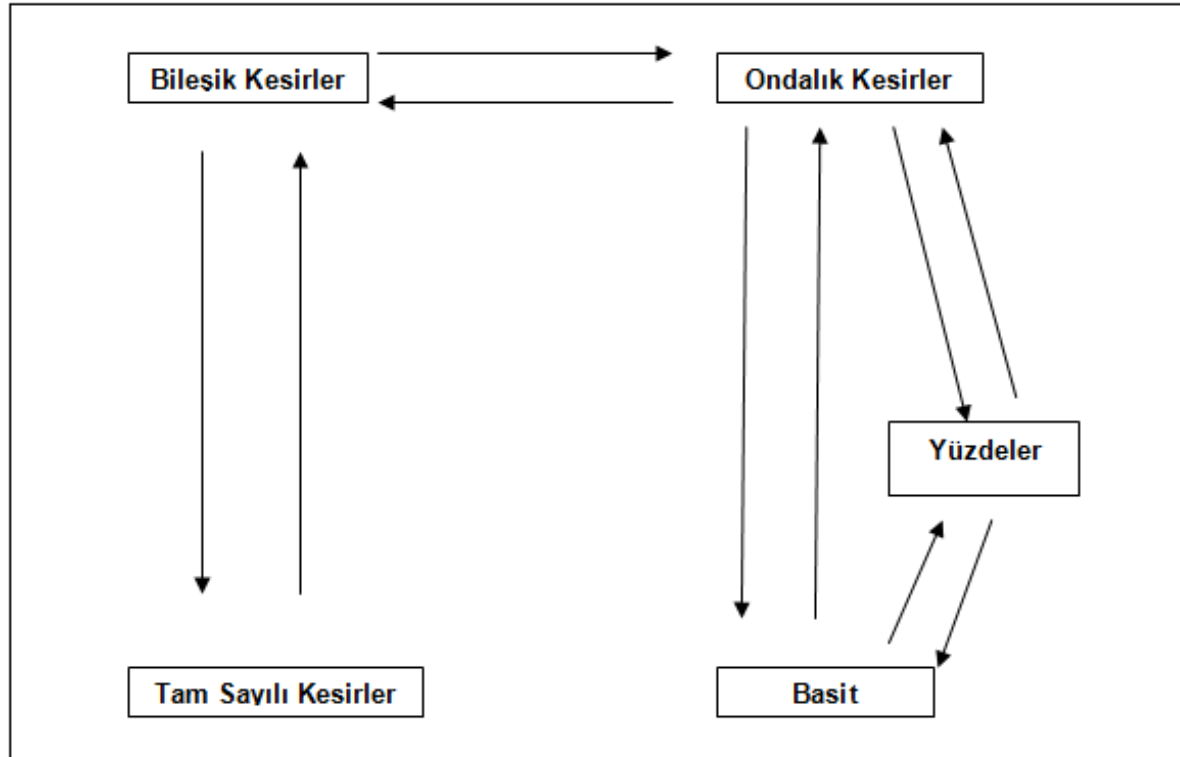
Sayı	İfadeler
1.	İşlem Bilgisi (Kural);
	(a) Paydayı 10 ve katları şeklinde yazma ve paydası 10 ve katı olan yeni kesrin ($\frac{25}{100}$) okunuşundan yararlanarak ondalık kesir olarak yazma ve pay kısmını alıp önüne % koyma (Kural)
	(b) Kesri oluşturan sayılardan, paydaki sayıyı virgülden önce, paydadaki sayıyı virgülden sonra yazma.
	(c) ($\frac{1}{4}$) Basit kesrin tamı olmadığı için “0, ..” yazma ve paydaki sayıyı virgülden sonra yazma
	(d) Ondalık kesir olarak ifade ettiği kesrin virgülden sonraki sayısını alıp önüne yüzde işareti koyma (0,1(%1))
	(e) Paydası sadece 10 ve katı olarak yazılabilen kesirler ondalık sayı olarak yazılabilir, diğerleri yazılamaz.
	(f) Yüzdeliği bilgisayar programları yükleme aşamasında ortaya çıkan yüzdelik barı olarak görme.
	(g) Sıfır virgüllü olur (“0,..”)
	(h) Bulunan ondalık sayının önüne yüzde işareti koyma.
	(i) Genişletme yoluyla elde ettiği paydası 100 olan kesrin payını alarak önüne yüzde sembolü koyma
2.	Bölme;
	(a) Küçük sayı büyük sayıya bölünmez, her zaman büyük sayı küçük sayıya bölünür.
	(b) Sıfır virgüllü bir sayı bulmak için paydayı paya bölerek kalan sıfırı “0, ...”olarak yazıp bölüneni virgülden sonra yazma
	(c) $\frac{1}{4}$ ’te 4 parçadan 1’ini alıyorsun, 1’i 4’e bölersek 1 parçadan 4’ünü alamazsın. Onun için 4’ü 1’e bölmeli.
3.	Bütün - Parça;
	(a) Basit kesir ve yüzde olarak göstermek için payda sayısı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizme ve pay sayısı kadarını boyama.
	(b) Verilen basit kesirdeki pay ve paydadaki sayıların toplamı kadar eş parçadan oluşan bir bütün çizerek pay kısmındaki sayı kadar parçayı tarama.
	(c) Ondalık sayı için (0,4) virgülden sonraki sayıdan bir fazla eş parçadan oluşan bir bütün çizerek “0, ...” olduğu düşüncesiyle en soldaki parçayı boş bırakıp, diğerlerini tarama.
	(d) Verilen basit kesirde pay ve paydadaki sayıların birbirinden bağımsız iki ayrı sayı olarak görme
	(e) Aynı bütünün parçalarından daha çok nicelik (miktar) üzerine odaklanma (Sayıları temsilen sayıların konumlarını dikkate alarak) sayı değeri kadar parçadan oluşan bütün çizme veya çokluklar koyma)
4.	Oran - Orantı; Orandan yararlanma ($\frac{1}{4} = \frac{?}{100}$)
5.	Genişletme; Basit kesrin paydasını 10 ve katları olacak şekilde genişletme $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ (25)
6.	Denk kesirler / denklik bağıntısı;
	(a) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \%25$ eşitliğinde bütün değişmez, bütünün parça sayısı ve parçaların büyüklüğü değişir.
	(b) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \%25$ eşitliğinde genişletmeden dolayı şekil büyük olur. (Genişletme yapılırken kesir büyür, şekil geometrik olarak büyür artar)
	(c) $\frac{1}{4} = 0,1 = \%1$ eşitliğinde bunlar birbirine eşit değildir ama çevirmelerde eşittir koyma mecburiyetimiz var.
	(d) (Bulduğu sonuçları göstererek) %1 ile %25 eşit olduğu için aynıdır.
	(e) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25 = \%25 + \%25 + \%25 + \%25$

EK 14: Ondalık Kesrin Bileşik Kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller

Tablo EK 14. 1: Ondalık Kesri Bileşik Kesire ve Yüzdeliğe Dönüştürme Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Model Kategorileri

Sayı	İfadeler
1.	Kural (işlem bilgisi) Verilen ondalık kesrin okunuşundan yararlanarak önce tamsayı kesir olarak yazma sonra elde ettiği tamsayı kesri kurala uygun olarak (tam kısım ile paydayı çarpıp çarpım sonucu ile payı toplayarak paya yazma ve paydayı aynen yazma) bileşik kesre dönüştürme.
2.	Bütün-parça; (a) $(6\frac{19}{100} = 1+1+1+1+1+\frac{19}{100})$ Tamsayı kesir tam kısım ve kesirli kısmın toplamıdır. (b) $(\frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{19}{100} = \frac{619}{100})$ Tamsayı kesirde tam kısmını kesirli sayıların toplamı olarak yazma ve parça kısmını da toplayarak bileşik kesre ulaşma. (c) $\frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{100} = \frac{619}{100}$ (Toplam birimlerin sayısı $\frac{1}{100}$ 'den 619 tane). $\frac{1}{100}$ 600 Adet $\frac{1}{100}$ 19 Adet Tamsayı kesirde tam kısım ve kesirli kısmı oluşturan birim kesirlerin toplamından bileşik kesre ulaşma (d) 6 tam ve 100 parçanın 19'u $(6 + \frac{19}{100} = 6,19 = 6\frac{19}{100})$. (e) Verilen ondalık kesirde tam kısım ve virgüllü kısmı birbirinden bağımsız iki ayrı sayı olarak görme (f) Tam kısmın bir fazlası olacak şekilde bütünler çizme ve tamsayı kesirde ve ondalık kesirde tam kısım kadarını boyama, diğer bütün 100 eş parçaya bölerek ondalık kesirde virgülden sonraki sayı kadarını / tamsayı kesirde pay sayısı kadarını boyama (g) Tam kısmın 1 fazlası olacak şekilde 100'lük bloklardan oluşan bütünler çizerek birim kesirlerin toplamını yansıtacak şekilde bileşik kesri gösterme (h) Bileşik kesri tamsayı kesir olarak görme. (i) Bileşik kesirde pay ve paydadaki sayıların yerlerine o sayılar kadar eş parçadan oluşan bütünler veya dikdörtgensel bölgeler çizme. (j) Ondalık sayıda tam kısım ve virgülden sonraki kısım için farklı büyüklüklerde bütün çizme ve içlerini belirtilen sayı kadar eş parçalara ayırma. (k) Ondalık kesrin tam ve kesir kısmındaki sayı kadar parçadan oluşan dikdörtgenler çizme ve virgüllü kısım için çizdiği dikdörtgeni tarama, tam kısım için çizdiği dikdörtgeni boş bırakma. (l) 10 parçadan oluşan bir karenin 6 ve biraz fazlasını tarama / 100 parçadan oluşan bir karenin 6 ve biraz fazlasını tarama.
3.	Ölçme/ karşılaştırma; Ondalık sayıda sayıca büyük olan kısım büyük olarak görme ($19 > 6$) Denk kesir / Kesirlerin denkliği
4.	$6,19 = 6\frac{19}{100} = \frac{619}{100}$ eşitliğinde biri için çizilen şeklin diğerleri içinde geçerli olacağı

EK 15: Ondalık Kesrin Bileşik Kesire Dönüştürülmesi Sırasında Ortaya Çıkan Zihinsel Modeller



Şekil EK 5. 1: Kesir Çeşitlerinin Birbiri Arasındaki Dönüştürmeler