

KUANTUM ANAHTAR DAĞITIMINDA BELL EŞİTSİZLİĞİNİN
İHLALİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Abbas Çelik

Danışman

Yrd. Doç. Dr. Rasim DERMEZ

FİZİK ANABİLİM DALI

Ağustos 2010

T.C.
AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KUANTUM ANAHTAR DAĞITIMINDA BELL EŞİTSİZLİĞİNİN
İHLALİ

Abbas Çelik

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Fizik Anabilim Dalı
Danışman
Yrd. Doç. Dr. Rasim DERMEZ

AFYONKARAHİSAR
2010

ONAY SAYFASI

Yrd. Doç. Dr. Rasim DERMEZ danışmanlığında, **ABBAS ÇELİK** tarafından hazırlanan **“KUANTUM ANAHTAR DAĞITIMINDA BELL EŞİTSİZLİĞİNİN İHLALİ”** başlıklı bu çalışma, lisansüstü eğitim ve öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca 31/08/2010 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak oy çokluğuyla kabul edilmiştir.

31 / 08 / 2010

Jüri Üyesi : Doç. Dr. İsmail DEMİR

(Başkan)

Jüri Üyesi: Yrd. Doç. Dr. Rasim DERMEZ

(Danışman)

Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Melike ULU

Afyon Kocatepe Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetin Kurulu'nun
...../...../..... tarih ve
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Doç. Dr. Rıdvan ÜNAL

Enstitü Müdürü

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KUANTUM ANAHTAR DAĞITIMINDA BELL EŞİTSİZLİĞİNİN İHLALI

Abbas Çelik

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç.Dr. Rasim DERMEZ

Günümüzde veri aktarımındaki gizlilik, çok önemli hale gelmiştir. Bu alanda geliştirilen sistem Kuantum Anahtar Dağıtımıdır (KAD). KAD, tek kullanımlık kodlama tekniği yöntemi ile kodlamada kullanılacak anahtarların (bilgiler ve mesajlar) güvenliğini garanti eder. Sistem kuantum mekaniğini (Belirsizlik İlkesi) temel alır. Bununla beraber KAD için belirli kuantum iletişim sınırları vardır. Bu sınırları belirlemede Bell Eşitsizliği (CHSH Eşitsizliği, 1969) kullanılır. Bell eşitsizliği Kuantum Anahtar dağıtımındaki ihlalleri gösterir. Bu çalışmada, Mathematica programını kullanarak, KAD aracılığı ile ikili kuantum sisteminin (iki kübitli sistem) sızıntı ve ihlal durumlarını araştırdık. Mathematica programında yaptığımız hesaplamalar sonucunda, iki kuantum sistemdeki sızıntı ve ihlalleri grafiklerle gösterdik.

Anahtar kelimeler: Dolaşıklık, EPR paradoksu, Bell eşitsizlikleri, Dolaşıklık ölçümleri

ABSTRACT

M.Sc Thesis

DEMONSTRATION OF THE VIOLATION OF BELL INEQUALITY IN QUANTUM KEY DISTRIBUTION

Abbas ÇELİK

Afyon Kocatepe University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Physics

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Rasim DERMEZ

Today, the data privacy has become very important. Quantum Key Distribution (QKD) system is developed in this area. QKD, coding technique with single-use method of encoding used keys (information and messages) security guarantees. The system is based on Quantum Mechanics (The Certainty Principle). However, in some cases for quantum communication, QKD are limited. In determining this limit Bell Inequality (CHSH Inequality, 1969) is used. Bell inequality shows a violation of Quantum Key Distribution. In this study, using the program of Mathematica, QKD through bilateral quantum system (system with two qubits) has been investigating the leak case and the violations. We showed leakage and violations in these figures via the calculations results in Mathematica program.

Keywords: Entanglement, EPR paradox, Bell's inequalities, Entanglement state measure

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
ρ	Yoğunluk matrisi
ψ	Dalga fonksiyonu
H	Hamiltoniyen işlemcisi
Prob	Olasılık
λ	Özdeğer vektör
$ \psi\rangle$	Durum vektörü
N	Negatiflik

<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklama</u>
EPR	Einstein Podolsky Rosen
EPRB	Einstein Podolsky Rosen Bohm
KAD	Kuantum Anahtar Dağıtımı
BB84	Bennett ve Brassard'ın 1984 yılı makalesi
GHZ	Greenberger-Horne-Zeilinger
Kubit	Kuantum Bit

İÇİNDEKİLER

ONAY SAYFASI	i
ÖZET	ii
ABSTRACT	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	iv
İÇİNDEKİLER	v
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
1. GİRİŞ.....	1
2. KUANTUM FİZİĞİNİN YAPITAŞLARI	3
2.1. SİYAH CİSİM IŞIMASI	3
2.2. Fotoelektrik Olay	4
2.3. Bohr Kabulleri	5
2.4. De Broglie Varsayımı	6
2.5. Schrödinger Denklemi	7
2.6. Born Yorumları.....	8
2.7. Belirsizlik İlkesi.....	9
3. KUANTUM MEKANİĞİ İLE BİLGİ TEORİSİ BAĞLANTILARI	11
3.1. Dalga Fonksiyonu	11
3.2. Süper pozisyon.....	11
3.3. Çoklu dünyalar	14
3.4. Dolanıklık (Entanglement).....	14
4. BİLGİ TEORİSİNE GİRİŞ.....	16
4.1. EPR paradoksu.....	16
4.2. Bell eşitsizliği	17
4.3. Kuantum bit (Quantum Bit), kübit.....	17

4.4.	$\text{Spin} - \frac{1}{2}$	18
5.	KRİPTOLAMA	18
5.1.	Kuantum Anahtar Dağıtımı (Quantum Key Distribution)	19
5.2.	Protokoller	21
5.2.1.	BB84 protokolü	21
5.2.2.	Ekert 91 protokolü	22
5.3.	Protokollerin ölçülebilirliği	23
	TARTIŞMA VE SONUÇ	31
	KAYNAKLAR	32
	İnternet Kaynakları	34
	EK-1	35
	EK-2	36
	EK-3	37
	ÖZGEÇMİŞ	38

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2. 1 Siyah cisim ışıması için Wien ve Planck öngörülerinin karşılaştırılması Yüksek dalga boyları (düşük frekanslar) için Wien yasasının başarısızlığı görülüyor.....	3
Şekil 2. 2 Fotoelektrik olay.....	5
Şekil 2. 3 Işığın davranışının De Broglie çıkarımı ile gösterilmesi.....	6
Şekil 2. 4 Atomun bilimsel süreçteki gelişimi.....	10
Şekil 3. 1 Süper pozisyon ilkesine göre kuantum mekaniksel bir sistemin durumu tüm olası durumların lineer bileşimidir.	12
Şekil 3. 2 Süper pozisyon ilkesine göre Schrödinger'in kedi düzeneğinde 1 dakika sonunda kedinin hayatta olup olmadığını anlamak için kutu açılıp gözlem yapıldığında kedi eşit olasılıklarla ya canlı ya da ölü olarak bulunacaktır.	13
Şekil 3. 3 Ancak gözlem yapılmamışsa üstteki karşılık gelen hem canlı hem de ölü olma durumlarının süper pozisyonu durumundadır.....	13
Şekil 3. 4 Kubitin matematiksel gösterimi.....	15
Şekil 4. 1 Fotonun polarizasyonlarına karşılık gelen bazı kubit durumları listesi.....	18
Şekil 5. 1 Şifrelemenin gelişimi.....	19
Şekil 5. 2 Bir K.A.D. sistemi gösterimi.....	20
Şekil 5. 3 BB84 protokolünün şematik gösterimi.....	21
Şekil 5. 4 BB84 protokolünün şematik anlatımı.....	21
Şekil 5. 5 Verilen örnek BB84 protokolünün şifresinin çözümü.....	22
Şekil 5. 6 Ekert protokolünün şematik gösterimi	22
Şekil 5. 7 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “a” açısının değişim grafiği.....	24
Şekil 5. 8 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “b” açısının değişim grafiği.....	24
Şekil 5. 9 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “c” açısının değişim grafiği.....	25
Şekil 5. 10 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “d” açısının değişim grafiği.....	25
Şekil 5. 11 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “a” açısının değişim grafiği.....	26
Şekil 5. 12 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “b” açısının değişim grafiği.....	26
Şekil 5. 13 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “c” açısının değişim grafiği.....	27

Şekil 5. 14 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “d” açısının değişim grafiği.....	27
Şekil 5. 15 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “a, b, c, d” açılarının ayrı ayrı değişim grafikleri.....	28
Şekil 5. 16 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “a, b, c, d” açılarının ayrı ayrı değişim grafikleri.....	29
Şekil 5. 17 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “a, b, c, d” açılarının ayrı ayrı değişim grafikleri.....	30

1. GİRİŞ

Kuantum fiziği katı hal fiziğinin, nükleer fiziğin, lazer teorisinin, moleküler fiziğin ve bu bilimlerin ışığında ortaya çıkmış tüm pratik kullanımların temelini oluşturmaktadır. Oysa yeterince anlayamamıştır. Fakat son yıllarda bilim dünyasında hak ettiği değeri ve yoğunlaşmayı görmüştür. Kuantum mekaniğinin ustalarından kabul edilen Richard Feynman'ın "Biliyor musunuz kuantum mekaniğini benim fizik öğrencilerim anlamıyorlar. Çünkü bende anlamıyorum. Hiç kimse anlamıyor" demesi kuantum mekaniğinin sağduyularla ne kadar çeliştiğini anlatır. Oysa sağduyu, klasik fizik kurallarına göre çalışan kurallardan oluşmaktadır. Klasik kurallara dayanan dünya bize olayları tam bir kesinlikle ve doğrulukla gözlemleyebileceğimizi söylese de parçacıklar dünyasını açıklayan kuantum teorisinin anlayışı olasılıklara ve belirsizliklere dayanmaktadır. Klasik bir deneyde aynı koşullarda aynı sonuçlar beklenirken kuantum mekaniğinde aynı sonucun gözlenmesi kesinlik değil, bir olasılıktır. Durumun böyle olması kuantum teorisinin gelişimi aşamasında birçok bilim çevresini rahatsız etmiştir ve bu rahatsızlık sonucu anti-teori çalışmaları başlamıştır. Bu kadar bilim dünyasında karşı çıkılmasının nedeni o zamana kadar olan çalışmaların kesinlik kazanması ve artık yenedünya kurallarının olmayacağı konusunda fikir birliğinin oluşmaya başlamasıdır.

19. Yüzyılın sonu ve 20. Yüzyılın başlarına denk gelen zaman dilimi fizikçiler için hiç de cesaret verici değildi. Fizik dünyasındaki görüşler oldukça karanlık, geleceğe dair ciddi bir duyarsızlık vardı. Birçok bilim adamı neredeyse fizikteki her şeyin keşfedilmiş olduğunu ve görkemli günlerin bittiğini düşünmeye başlamıştı. Fakat bu anti-teori çalışmaları, birçok bilim dalının doğmasına neden olmuştur. Zaman içinde bilim dünyasını sarsan ve kuantum fiziğine zemin hazırlayan çalışmalar olmuştur (Siyah Cisim Işıması, Fotoelektrik Olay, Parçacık-Dalga ikilemi, Schrödinger Dalga Denklemi, Süper pozisyon İlkesi). Bunların başında olan EPR(Einstein, Podolsky, Rosen) düşünce deneyidir. Bu deneyle, aslında yayımladığı *Fotoelektrik Olay* ile kuantum mekaniğinin temelini atan Albert Einstein'dır. Kuantum kuramının eksik ya da tamamlanmamış bir kuram olduğunu ispatlamak için genç meslektaşları Boris Podonsky ve Nathan Rosen ile 1935 yılında yayınladıkları ünlü EPR paradoksu, artık teorisinin felsefi yanının ciddi bir şekilde tartışmaya açılması gerektiğini ispatlamış oluyordu. Ve böylece kuantum mekaniği kendi kuralları içinde tartışılmaya başlanmış, zaman içindeki çalışmalarla desteklenmiştir. Schrödinger denklemi ve Heisenberg belirsizlik ilkesi ise kuantum mekaniğinin temel kuramları haline gelmiş ve Kuantum Dolaşıklık, Kuantum Kriptografi, Kuantum Teleportasyon, Kuantum Anahtar Dağıtımı (K.A.D.) gibi günümüzde ilgi gören bilim dallarındaki mutlak güvenlik ve oluşan güvenli sonuçların doğmasına neden olmuşlardır. Böylece en genel ismi ile Bilgi Teknolojisi oluşmuştur (Bell, 1964).

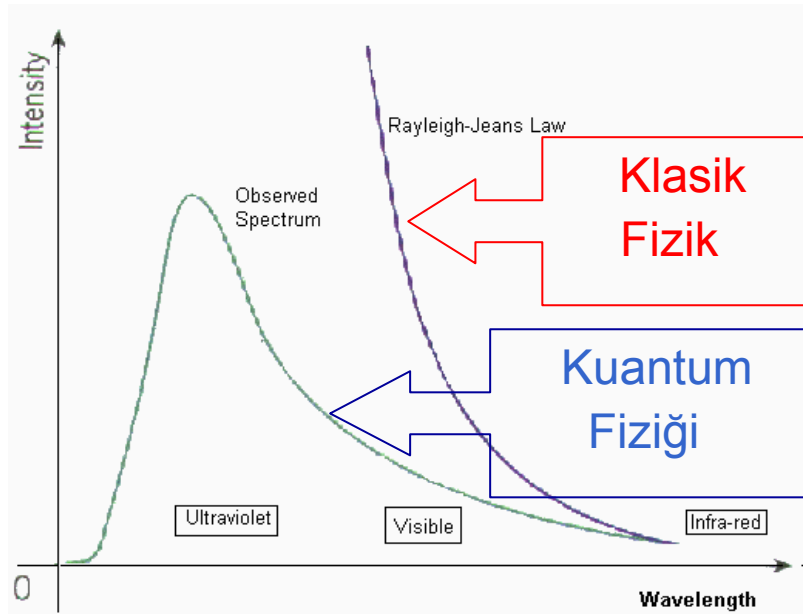
Yirminci yüzyılın başlarında fizikte yaşanan gelişmeler şifreli yazı sistemleri ve bilgi teknolojilerine de yansımış, kuantum bilgi sistemlerinin çağımızın en önemli konularından biri haline gelmesine yol açmıştır. Kuantum fiziğine ait yasaların kullanıldığı uygulamaların en başında Kriptografi ve buna bağlı olarak kuantum anahtar dağıtım sistemleri gelmektedir. Kuantum Kriptografi, kuantum uygulamalar içinde en başarılı ve uygulanabilir olanıdır. Günümüz şifreli yazı sistemlerinin ihtiyaç duyduğu gizli anahtarlar, bu anahtar dağıtım yöntemi kullanılarak taraflar arasında mutlak güvenli bir şekilde dağıtılabilir. Kriptografinin günümüzdeki geldiği noktada gizlilik artık sadece kullanılan gizli anahtarların gizliliğine bağlıdır (Algan, 2004).

Bu çalışmada ise, Kuantum fizik kurallarını temel alan bilgi teknolojilerinin başında gelen Kuantum Anahtar Dağıtım sistemlerinin temel yapıtaşlarının, ortaya çıkışının, gelişiminin, kullanım alanlarının ve sınırlarının anlaşılmasına çalışılacaktır.

2. KUANTUM FİZİĞİNİN YAPI TAŞLARI

2.1. SİYAH CİSİM IŞIMASI

1800'lü yılların sonunda ısıtılan metallerin aldıkları enerjiye göre renk değiştirerek ışık yayınladıkları biliniyordu. Bu durum üzerinde çalışıp formüle etmeye çalışan ilk Kişi Heilderberg Üniversitesi'nden Kirchhoff'tu. Kirchhoff, bu soruyu çözmek için mükemmel bir soğurucu ve yayınlayıcı modeli önererek bu maddeye *siyah cisim* dedi. Bu modelde önemli olan her frekansa karşı ne kadar radyasyonu yayıldığı ile ilgili frekans-yoğunluk grafiğinin çizilebilmesiydi. Ancak grafiğin çizimi ve teoremin tam olarak geliştirilebilmesi Kirchhoff'un ölümünden (1887) sonra gerçekleşebilecekti. İlk formül Rayleigh tarafından geliştirildi. Ancak yüksek frekanslarda işe yaramıyordu [Şekil 2.1]. Wilhelm Wien başka bir bağıntı geliştirse de düşük frekanslarda işe yaramıyordu. Bir sorun olduğu açıktı. Sonunda Max Planck deney sonuçlarıyla her frekansta uyuşan bir formül geliştirdi. Ancak formülü açıklayabilmek için radyasyonu kesikli bir şeymiş gibi kabul etmek zorunda olduğunun farkına vardı. Enerjinin frekansla ilişkili olduğunu ve bir sabite, daha sonra kuantum mekaniği için evrensel bir sabite dönüşecek olan h sabitine bağlı olduğunu buldu (14 Aralık 1900).



Şekil 2. 1 Siyah cisim ışıması için Wien ve Planck öngörülerinin karşılaştırılması Yüksek dalga boyları (düşük frekanslar) için Wien yasasının başarısızlığı görülüyor.

Ancak radyasyonun sürekli bir dalga olduğu fikri o dönemde o kadar kesindi ki yıllarca bulunduğu şeyin bir tesadüf olduğunu ve mutlaka bir şekilde klasik fizik yöntemleriyle açıklanabileceğini umuyordu. Oysa Max Planck bir dönemi sona erdirdiğinin farkında değildi.

2.2. Fotoelektrik Olay

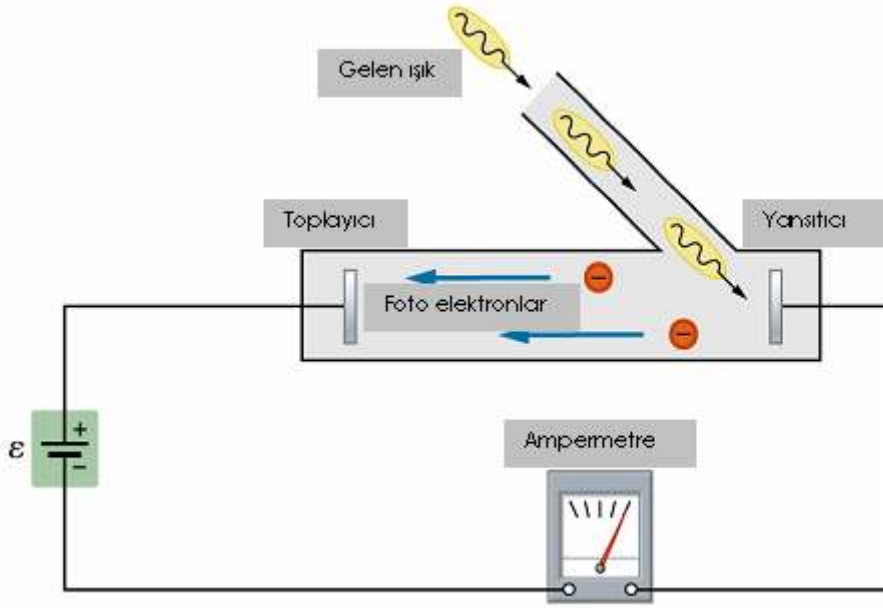
Bir elektromagnetik dalga, metal üzerine düşürüldüğünde metalden elektron koparır. Bu olay ilk kez Hertz tarafından fark edildi. Hertz yaptığı deneylerde havası boşaltılmış ortamda bulunan metal üzerine ışık düşürüldüğünde kıvılcımların çıktığını gözledi. Ancak bunun üzerinde detaylı bir çalışma yapmadı.

Fotoelektrik olayın açıklaması Einstein tarafından yapılmıştır. Einstein fotoelektrik olayı, metal üzerine yeterli frekansa sahip ışınlar düşürüldüğünde ortaya çıkan kıvılcımların belirli enerjiye sahip elektronlar olduğunu ortaya koymuştur. O'na göre radyasyonun kesikli görünmesi kendi doğasından kaynaklanmaktaydı. Kesikliliğin nedeni ışığın parçacıklar halinde yayılmasıydı. *Foton* adı verilen bu parçacıklar metal yüzeyleri delip geçiyor ve metaldeki elektronlar tarafından emilebiliyordu. Elektronun fotondan aldığı enerji yeterli ise elektron serbest kalıp dışarı çıkabilirdi. Ancak böyle bir durum belli bir eşik enerjisinin aşılabilmesiyle mümkün olabilecekti. Her metal için farklı değere sahip olan bu enerji *iş fonksiyonu* olarak bilinmektedir. Yani Elektronu katottan koparabilmek için gerekli minimum enerjiye iş fonksiyonu adı verilir. İş fonksiyonunun katot olarak kullanılan metalin cinsine bağlı olduğu ifade edilmiştir. Einstein, kuantum kuramından da yararlanarak fotoelektrik olayı şöyle açıklamıştır (Çamursoy, 2003).

1. Herhangi bir metal katot için fotoelektronların salıverilmesi katot üzerine düşürülen ışığın belli bir frekansı geçmesinden sonra meydana gelir. Bu frekansa eşik frekansı denir ve her metal için bu değer farklıdır.
2. Katodun birim zamanda serbest bıraktığı fotoelektronların sayısı, katot üzerine düşürülen ışığın şiddetiyle doğru orantılıdır.
3. Katot üzerine düşürülen ışığın şiddeti değiştirildiğinde, fotoelektronların kinetik enerjisi değişmez. Foto elektronların kinetik enerjisi, düşen ışığın frekansı değiştiğinde değişir.
4. Katot üzerine düşürülen ışıkla, kopan fotoelektronlar arasında bir zaman farkı ölçülmez.
5. Frekansı ν olan fotonun enerjisi $E = h\nu$ eşitliğiyle verilir.
6. Katottan foto elektronların salıverilmesi katottaki elektronların düşürülen ışıktan bir foton soğurmasıyla oluşur.

Fotoelektrik olayı özetlemek gerekirse, fotoelektrik olay, ışığın doğasında var olan, ışığın parçacık özelliğini ortaya koyan deneylerden biridir. Işık metal yüzeyinden elektron koparabilmesi için, frekansının belirli bir değerden daha büyük olması gerekir. Metal üzerine gönderilen ışık enerjisinin bir kısmı elektronları yüzeyden koparmaya harcanırken, geri

kalan kısmı kopan elektronların kinetik enerjisinde kullanılır. Şekil 2.2 de fotoelektrik olay gösterilmiştir.



Şekil 2. 2 Fotoelektrik olay.

2.3. Bohr Kabulleri

Tüm eksikliklerine rağmen başarılı olan ilk atom kuramı Kopenhagen doğumlu Neils Bohr'un 1913 yılında ortaya attığı atom kuramıydı. Buna göre elektronlar çekirdek etrafında ancak belli enerji seviyelerini temsil eden yörüngelerde bulunabilirler ve bu yörüngelerde ışımaya yapmadan kararlı bir şekilde dolanırlar. Elektronun, bulunabileceği yörüngedeki açısal momentumu $h/2\pi$ 'nin tam katları olmak zorundadır. Ayrıca elektron, yüksek enerjili bir seviyeden alçak enerjili bir seviyeye geçiş yaptığında enerji farkı kadar enerjili bir foton yayınlı. Yayınlanan Fotonun frekansı:

$$V = (E - E') / h \quad (2.1)$$

şeklindedir.

Şüphesiz bu kabuller klasik teori ile çelişki içindeydi. Yüklü bir parçacık olan elektron, hareket halinde iken sürekli ışımaya yapmalıydı. Bu da enerjisinin bitmesine neden olacağından klasik teoriye göre elektron, saniyenin kesri kadar bir sürede çekirdeğe düşmeliydi. Ancak atomlar var olmaya devam ediyordu (Dermez, 2005).

Öte yandan Bohr kuramı da spektroskopistler tarafından yapılan deneylerle doğrulanmıştı. Bohr kuramı hidrojen atomunda çok iyi işlemişti. Ancak Neils Bohr yine de

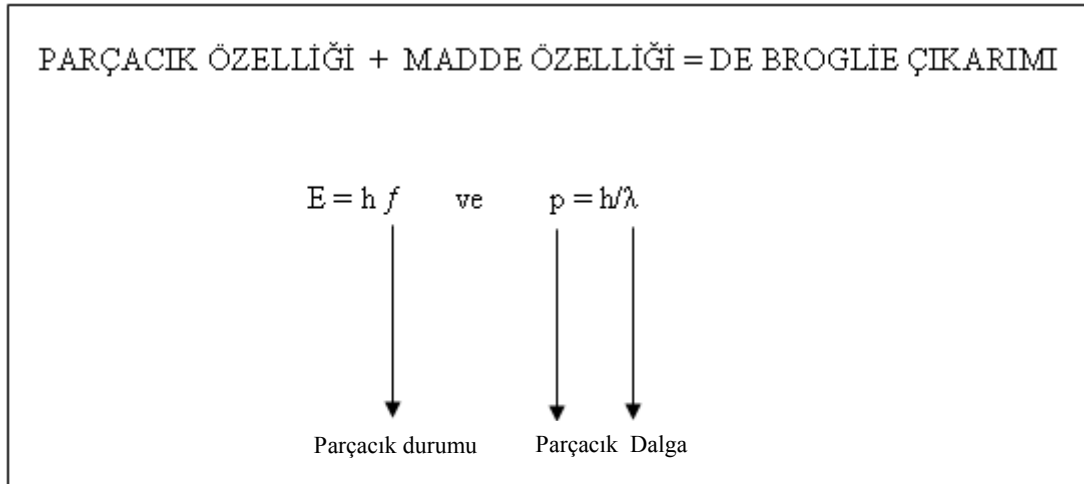
kuramını klasik teori ile bağdaştırmak istiyordu. Yaptığı çalışmada hidrojen atomunun yüksek enerji seviyelerinin birbirine çok yakın olduğunu hatta klasik teorinin öngördüğü gibi sürekli hale geldiğini gördü. Kuantum sayısı büyüdükçe klasik teoriye yaklaşıyordu ki bu duruma 'tutarlılık ilkesi' denildi. Bohr kuramı çok elektronlu atomların özelliklerini açıklamakta başarısızdı ve yörüngelerin kararlılığını saptayan kuralların mantıklı bir açıklaması yoktu.

2.4. De Broglie Varsayımı

Kuantum kuramının gelişmesinde 1924 yılında Fransız fizikçi L. De Broglie tarafından ortaya atılan varsayımın da çok büyük önemi vardır. Bu varsayıma göre momentumu " p " olan bir parçacığa dalga boyu;

$$P = h/\lambda \quad (2.2)$$

ile verilen bir dalga eşlik eder [Şekil 2.3]. Varsayım bu ifadesiyle parçacık mekaniğinden dalga mekaniğine geçişi oluşturduğundan oldukça önemlidir. Bu varsayım klasik fizikteki elektromagnetik dalgalar ve mekanik dalgaların dışında, fiziğe üçüncü bir dalga türü kavramını sokmaktadır. Bu dalgaların klasik fiziktekilerden farkı, bir olasılık dalgası olmasıdır. Yani bu dalgalar parçacığın belirli bir " t " anında " x " konumunda bulunma olasılığını verir. De Broglie varsayımı ancak küçük kütleli parçacıklar için geçerlidir. Bu nedenle madde mikroskobik bir yaklaşımla incelenirken, De Broglie varsayımı anlamlıdır.



Şekil 2. 3 Işığın davranışının De Broglie çıkarımı ile gösterilmesi.

De Broglie'nin bu yaklaşımı sayesinde birçok fizikçinin atoma bakış açısı değişti. Elektronların hareketinin bir bilye hareketi gibi değil daha karmaşık bir hareket gibi düşünülmesi gerektiği anlaşıldı. Bu düşünce ile atomun yapısını incelemek için "*kuantum mekaniği*" alanı doğmuştur. Daha sonradan yeni gelişmelerle birlikte "*modern fizik*" adını almıştır (Penrose, 2004).

2.5. Schrödinger Denklemi

1927 yılında E. Schrödinger, de Broglie dalgalarının dalga fonksiyonunu sağlamak zorunda olduğu kendi adıyla anılan bir denklem geliştirdi. Bu denklemin çözümü incelenen sistemin izinli dalga fonksiyonlarını ve enerji özdeğerlerini verir. Dalga fonksiyonlarının kullanılmasıyla da sistemin bütün ölçülebilir niceliklerini hesaplamak mümkündür.

Schrödinger'e göre de atom içinde hareket eden elektronların net yerlerinden söz etmek mümkün değildir. Ancak elektronların bulunma ihtimallerinin yüksek olduğu yerler tespit edilebilirdi.

Bir elektronun atom içinde bulunabileceği yerler, çekirdekten itibaren sonsuza kadar düşünülebilir. Fakat belirli bir uzaklıktan sonra ihtimal hemen hemen sıfırdır. Belirli uzaklıklarda ise elektronların bulunma ihtimali çok yüksektir. İşte, elektronun atomda bulunma ihtimalinin yüksek olduğu bu yerlere *elektron bulutu* denir.

Klasik mekanikte kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamı olan mekanik enerjiyi bunların kuantum mekaniğindeki işlemci karşılıklarıyla birleştirerek Schrödinger dalga denklemi elde edilebilir.

Klasik fizikte toplam enerji;

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + U(x, y, z, t) = \frac{P^2}{2m} + U(x, y, z, t) \quad (2.3)$$

ile verilir. Çizgisel momentum (p)nin işlemci ifadesinden;

$$P \rightarrow \hat{P} = -i\hbar \nabla \quad (2.4)$$

$$P^2 = P \cdot P = -\hbar^2 \nabla^2$$

elde edilir. (2.5.) eşitliği (2.3.)' de yerine konulursa toplam enerji işlemcisi E için; (2.5)

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(x, y, z, t) = E \quad (2.6)$$

işlemci eşitliğini elde ederiz. Bu işlemci bir $\Psi(x, y, z, t)$ dalga fonksiyonuna uygulanırsa;

$$\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U(x, y, z) \Psi = E \Psi \quad (2.7)$$

zamana bağılı Schrödinger dalga denklemi elde edilir.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + U\psi = E\psi \quad (2.8)$$

ile Hamiltonyen işlemcisi tanımlanırsa;

$$H\psi = E\psi \quad (2.9)$$

şeklinde daha sade ve basit görünüşlü olarak ifade edilmiş olur.

Zamana göre değişim yoksa enerji operatörü direkt E olur. Eşitlik (2.6)'da yeniden düzenlendiğinde;

$$\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}[E - U(x,y,z)]\psi = 0 \quad (2.10)$$

şeklini alır. Bu da zamandan bağımsız Schrödinger dalga denklemdir. Bunun sayesinde küresel yüzeylerde potansiyelin anlaşılabilirliği ortadan kaldırıldı. Bu denklemi çözebilmek için $U(x, y, z)$ potansiyel fonksiyonunun açık ifadesinin bilinmesi gerekir.

Schrödinger denklemini çözme işi, potansiyel enerji fonksiyonuna bağlı olarak, çok zor olabilir. Bununla beraber, Schrödinger denklemi klasik fiziğin açıklamakta yetersiz kaldığı, mikroskobik sistemlerin davranışlarını açıklamada son derece başarılıdır. Öte yandan dalga mekaniği makroskobik sistemlere uygulandığında, karşılık ilkesi gereği, sonuçları klasik fizikle uyumsuzdur (Schrödinger, 1935).

2.6. Born Yorumları

Schrödinger, dalga fonksiyonunun madde parçacığını gösterdiğine inanıyordu. Yani parçacık dalgalardan oluşuyordu ve bu dalgalar maddenin ölçüsünü veriyordu. Schrödinger, pek çok dalganın üst üste yerleşebileceğini gösterdi. Buradan dalga paketi fikrini ortaya attı. Dalga paketi parçacığı temsil etmekteydi ancak ciddi bir sorun vardı. Her biri farklı hızlarla hareket eden pek çok dalgadan oluşan paket, hareket ettiğinde uzayda dağılıyordu. Başka problemlerde vardı. Schrödinger, dalga fonksiyonlarının karmaşık sayı içermesinden

hoşlanmıyor, atom altı parçacıkları reel fonksiyonlarla tanımlamak istiyordu. Ancak bu durumda dalga paketinin tüm uzaya dağılması gibi bir durumla karşılaşılıyordu.

Sorunla ilgili en gerçekçi yorum Max Born'dan geldi. Göttingen Üniversitesi kuramsal fizik profesörü Almanya doğumlu Max Born, dalga fonksiyonunun fiziksel nesneminin durumunun bilgisini temsil ettiğini ve dalga fonksiyonunun bir tür *olasılık dalgası* olduğunu açıkladı. Born'a göre dalga fonksiyonları *gerçek* değildir. Bize gerçek bir şeyler söylemez ve fiziksel bir gerçekliğe karşılık gelmez. Fakat dalga fonksiyonlarından türetilen olasılıklar gerçek olmak zorundadır. Born'a göre dalga fonksiyonunun karesi parçacığın belli bir noktada bulunma olasılığını vermektedir. Neils Bohr ve Heisenberg' de bu yaklaşımı destekledi.

2.7. Belirsizlik İlkesi

Kuantum Mekaniğinin temelini Werner Heisenberg'in *Belirsizlik Prensibi* oluşturur. Bu prensibe göre “*atom içinde elektronların yerini veya hareketini tam olarak belirlemek imkânsızdır.*” Yani, bir elektronun pozisyonunu tam olarak belirlediğiniz zaman momentumunu ancak belirli aralıkta belirleyebilirsiniz. Bunun tam terside geçerlidir.

Bunun anlamı şudur; elektronun atom içinde pozisyonu ve momentumu hakkında bir miktar belirsizlik söz konusudur bunu da “ Δ ” ile gösterirsek; elektronun pozisyonundaki belirsizlik “ Δx ” ve momentumdaki belirsizlik “ Δp ” ise bu iki değişkenin çarpımının $h/2\pi$ ’den küçük olmayacağını belirtti. Böylece denklem;

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h/2\pi \quad (2.11)$$

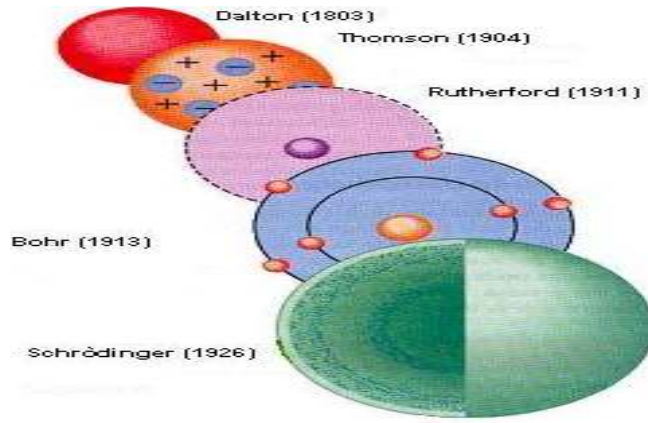
olur.

Bu prensibe göre atomda elektronların yerleri Bohr’un dediği gibi net bir şekilde ifade edilemez.

Heisenberg işin içine dalgaların girmesinden hoşlanmasa da uzun tartışmalar sonunda makalesini Bohr'un görüşleri doğrultusunda 22 Mart 1927'de *Zeitschrift für Physik*’e gönderdi. Pek çok kişi bu çalışmanın atom teorisine matris teorisinden çok daha fazla katkı sağladığını düşünmüştü. Böylece Kuantum Mekaniğinin gerçek sınırları ilk kez yayımlanmış oluyordu.

Bohr’a göre bir sistem üzerinde bir gözlem yaptığınızda sistemi rahatsız ediyorsunuz ve bu yüzden gözlem sonrası sistem artık aynı değildir. Heisenberg’in bağıntısının, Born’nun Schrödinger dalga fonksiyonu hakkındaki olasılık yorumuyla birlikte determinizm kavramına karşı güçlü bir anlamı vardı. Determinizm, (Belirlilik) Isac Newton ve Pierné Simon Laplace zamanından beri fiziğin ana bölümlerinden biriydi. Onlara göre evrenimiz belirleyiciydi. Mesela bir kez evrendeki bir tanecığın momentum, hız veya enerjisi bilinirse bundan sonra da belirlenebilirdi (Ozen, 2008).

Ancak belirsizlik prensibi ve olasılık yorumuna göre atom altı dünya artık belirsizdi. Ölçme, bir sistemi bozuyordu. Dahası Bohr'a göre bir tanecik, ölçülene kadar gerçek olamazdı. Bohr dalga, tanecik ikililiği sorununa girişti. Bu iki kavram birlikte bir öneme sahip gibi görünse de ikisi ayrı ayrı önemliydi. Elektronun dalga ya da parçacık yönünü göstermesi seçilecek deneye bağlıydı. Işık içinde benzer şeyler söylenebilir. Fotoelektrik etkiye göre ışık tanecik, difraksiyon olaylarına baktığında da ışık dalgadır. Ancak hiçbir deney dalga ve tanecik özelliğini aynı anda gösteremedi. Bohr'un düşüncesine göre dalga tanecik ikililiğinin iki yanı tümleyicidir, birbirini tamamlamaktadır. Olay tek yönlü gözlemlendiğinde özelliklerden birini, mesela tanecik özelliği gözlenir (T. Jennewein, 2002). Bu tanecikli dünyanın gelişimi şekil 2.4 de verilmiştir.



Şekil 2.4 Atomun bilimsel süreçteki gelişimi

3. KUANTUM MEKANİĞİ İLE BİLGİ TEORİSİ BAĞLANTILARI

20. yüzyılın başlarında ortaya çıkan klasik teoriyle açıklanamayan olaylar, fizikçileri en çok uğraştıran şeylerdi. Zamanla olayları açıklayabilen kuantum kuramı tartışmaları daha da alevlendirdi. Bu tartışmaların paralelinde bilgisayar ve iletişim sistemlerinin gelişmesi ile yeni çalışmaların yolu açmıştır.

3.1. Dalga Fonksiyonu

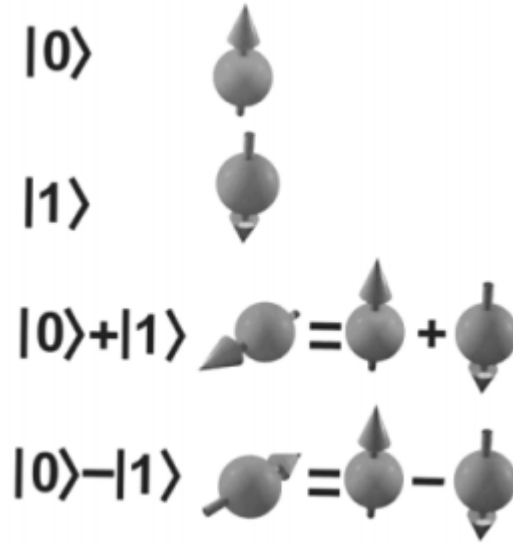
Kuantum mekaniğine göre hareket eden tüm parçacıklara bir De Broglie dalgası eşlik eder. Dalganın matematiksel fonksiyonuna parçacığın dalga fonksiyonu denir. ‘ Ψ ’ ile gösterilen dalga fonksiyonunun uzaya ve zamana bağlı değişimini veren denklemi ilk bulan fizikçi Erwin Schrödinger’di. Kopenhag yorumlarına göre dalga fonksiyonu sistemle ilgili tüm bilgiyi içerir. Ancak fiziksel bir anlamı yoktur. Dalga fonksiyonunun karesi ise kuantum mekaniksel sistemle ilgili olasılıkları verir.

3.2. Süperpozisyon

Kuantum kuramının en garip yönlerinden biri sistemin aynı anda birkaç farklı durumda birden bulunabilmesidir. Bir elektron tek bir noktada değil de değişik noktalarda aynı anda bulunuyormuş gibi davranabilir. Max Born 1926 yılında De Broglie dalgalarının fiziksel bir dalga değil de olasılık dalgaları olarak yorumlanması gerektiği düşüncesini ortaya attı. Buna göre parçacıklar De Broglie dalgalarının bulunduğu her yerde bulunur. Dalgaların güçlü olduğu yerde yüksek olasılıkla, zayıf bulunduğu yerlerde düşük olasılıkla bulunur. Böylece parçacığın konumu da doğal bir belirsizlik taşımaktadır.

Başka şekilde ifade etmek gerekirse bir fiziksel sistem için Schrödinger dalga denkleminin birden fazla çözümü olabilir ve her bir çözümün lineer toplamı da yine bir çözümdür. Bu ifade, üst üste binme ya da Süperpozisyon ilkesinin matematiksel anlatımıdır.

Belirtildiği gibi Born yorumu işe olasılıkları katar. Bu yorumlara göre bir fiziksel sistemin tüm olası durumları bir genlikle, daha doğrusu bir dalga ile temsil edilebilir. Sistem hakkında tüm bilgileri veren dalga fonksiyonu ise tüm olası durumları temsil eden dalgaların üst üste binme halidir [Şekil 3.1].



Şekil 3. 1 Süper pozisyon ilkesine göre kuantum mekaniksel bir sistemin durumu tüm olası durumların lineer bileşimidir.

Sistemle ilgili bilgi edinmek için tek yapılması gereken şey bir ölçüm ya da gözlemdir. Ancak yapılacak bir ölçüm sistemi geri dönülmez şekilde değiştirir. Ölçüm sonucu elimize bir değer geçer ama bu olası değerlerden sadece biridir ve hangi olası sonucu elde edeceğimizi de kesinlikle belirleyemeyiz. Kısacası yapılan ölçüm sistemin bilgisini tek bir değere indirgemıştır ve diğer tüm bilgiler silinmiştir. Üstelik aynı sistem üzerinde tekrar bir ölçme şansı yoktur çünkü artık sistem değişmiş yani sistem aynı sistem değildir. Bu duruma dalga fonksiyonunun *çöküşü* ya da *indirgenmesi* adı veriliyor. Bu durum, bir gözlenebilire karşılık gelen işlemcinin dalga fonksiyonuna etki edip onu başka bir fonksiyona taşımasının felsefi yorumudur. Gözlem ya da ölçüm sonucu elde edilen değere ise *özdeğer* denilmektedir.

Schrödinger her zaman dalga fonksiyonunu klasik bir yorumla bağdaştırabilmeyi ummuştu. Ancak Kopenhag yorumları belirginleştikten sonra Schrödinger 29 Kasım 1935'te bir makale yayımladı. Makalenin en ilginç bölümü Schrödinger'in 'kedi paradoksu' olarak bilinen bir paradoksu anlatan 5. bölümüydü (Cambazoğlu, 2004).

Kedi paradoksunda atom altı ölçeğinde bir kedi, içinde radyoaktif bir kaynak ve bir detektör bulunan çelik bir kafeste kilitlidir. Eğer detektör radyoaktif bir parça algırsa açığa çıkan zehirli bir gaz kediye öldürür. Bir dakika içinde radyoaktif parçacığın emisyon olasılığı %50'dir. Radyoaktif kaynak açılıp 1 dakika beklendikten sonra kedi ölmüş müdür yoksa hayatta mıdır? [Şekil 3.2, Şekil 3.3]



Şekil 3. 2 Süper pozisyon ilkesine göre Schrödinger'in kedi düzeneğinde 1 dakika sonunda kedinin hayatta olup olmadığını anlamak için kutu açılıp gözlem yapıldığında kedi eşit olasılıklarla ya canlı ya da ölü olarak bulunacaktır.

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{array}{c} \text{WANTED} \\ \text{ALIVE} \end{array} , \text{atom} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{WANTED} \\ \text{DEAD} \end{array} , \text{atom} \right)$$

Şekil 3. 3 Ancak gözlem yapılmamışsa üstteki karşılık gelen hem canlı hem de ölü olma durumlarının süper pozisyonu durumundadır.

Kopenhag yorumlarına göre ikisi de değildir. Bu durum gözlemlenene dek kedi ne ölü ne de canlıdır. Pek çok kişi için bu kabul edilmesi güç bir durumdur. Ancak kuantum mekaniksel bir sistemin sağduyumuzla sınanması açısından ilginç bir felsefi düşüncedir.

Kuantum teorisine göre belirsizlik ilkesi bir parçacığın bazı farklı özelliklerinin ikisinin de kesin olarak belirlenemeyeceğini söyler. Bu ilke her ne kadar can sıkıcı görünse de atom altı dünya ile ilgili birçok belirsizi belirli hale getirmiştir. Örneğin hidrojen atomunda proton etrafında dolanan elektronla ilgili klasik elektromanyetizma elektronun ışıma yaparak sürekli enerji yitirmesi ve saniyenin milyarda biri kadar bir sürede çekirdeğe düşmesini öngörmektedir. Elektronun neden çekirdeğe düşmediği belirsizlik prensibi yardımıyla açıklanabilir. Elektronun ışıma yaparak protona yaklaştığı düşünülürse bu durumda elektronun uzayda protona göre bulunduğu bölge gittikçe daralacak, belirli ve kesin bir hale gelecektir. Belirsizlik ilkesi uyarınca bu durumda atomun momentumunun belirsizleşmesi, momentumda bir artış meydana gelmesi gerekmektedir. Bu durumun verdiği ek enerji de ışımayla yitirilene karşılayarak uzaklığın azalmasını engelleyecektir. Aslında her iki durumda aynı anda gerçekleşeceğinden ne ışıma nede çekirdeğe yaklaşma meydana gelmektedir. Bu düşünce yardımıyla hidrojen atomunun yarıçapı da hesaplanabilmiştir (Algan, 2004).

3.3. Çoklu dünyalar

Dalga fonksiyonunun indirgenmesi, Schrödinger'in kedisi gibi paradokslara neden oluyordu. Benzer sebeplerden dolayı yeni yorumlar ortaya atıldı.

Bunlardan en önemlisi Hugh Everett adlı fizikçinin 1957 yılında Princeton Üniversitesinde yapmış olduğu '*Evrensel dalga fonksiyonu kuramı*' adlı doktora teziyle öne sürmüş olduğu *çoklu dünyalar* ya da *paralel evrenler* yorumudur. Bu yoruma göre dalga fonksiyonunun indirgenmesi diye bir şey yoktur. Yorumun temel fikrine göre evren, kuantum düzeyinde her seçim yapmak zorunda kaldığında kaç tane alternatif kuantum durumu varsa o kadar parçaya bölünür. Mesela Schrödinger'in kedisi dikkate alınırsa gözlem yapmadığımız sürece kedi ne canlı nede ölüdür. Kutuyu açıp gözlem yaptığımızda olasılıklardan biri gerçek olur. Gözlemci kediye ya canlı ya da ölü olarak gözlemler.

Çoklu dünyalar kuramına göre ise sistem bir seçimle karşı karşıya kaldığı anda her iki olasılıkta gerçek olur. Ancak evren ikiye ayrılır. Evrenlerden birinde gözlemci kutuyu açar ve kediye ölü bulur. Diğer evrende ise gözlemci kediye canlı olarak gözler. Burada önemli nokta kutu içindeki kedinin gözlemci bakmadan önce bir evrende ölü, diğer evrende canlı olduğudur. Dolayısıyla gözlemci kutuya baktığında dalga fonksiyonunun indirgenmesi diye bir şey söz konusu değildir. Her bir evrendeki gözlemci eşi olmayan bir evren içinde yaşamaktadır ve diğer evrenlerle iletişim kurması mümkün değildir (Greenberge, 1989).

Uygulamada kuantum mekaniği normal olarak büyüklükleri ve dolayısıyla da herhangi bir fiziksel sistem için çeşitli olasılıkları çözümlmek, sonrada bunları tek bir sistem için neler olacağını kafaya takmadan basit harmonik sistemlerin büyük birleşimlerinin davranışını tahmin etmek için kullanılır. Birleşimler konusundaki sonuçlar yine ölçmelerin nasıl yapılmış olabileceği konusunda kafa yormadan ölçümlerle karşılaştırılabilir. Pratik olarak 'gözlerini kapat ve hesapla' yöntemi uygulanır. Kısacası kuantum fiziğinin yorumu zordur ancak iyi işlediği inkâr edilemez (Çağ, 2008).

3.4. Dolanıklık (Entanglement)

Üst üste binme ilkesi kuantum tuhaflıklarından biriydi. Bir elektron bu ilkeye göre aynı anda birden fazla konumda, elektron spinini birden fazla yöne yönelmiş olabiliyor. Dolanıklık ise bu tuhaflıkların bir adım ötesidir. İki farklı sistemden oluşan bir toplam sistemin sahip olduğu kuantum durumlarında, alt sistemlerin durumları arasında korelasyon varsa iki sistemin dolanık olduğunu söyleriz.

Dolanık parçacıklar elektronlar, fotonlar gibi temel parçacıklarla elde edilir. Örnek vermek gerekirse aynı orbitali paylaşan elektronlar dolanıktır. Bu elektronların spinlerinin zıt olması gerektiği bilinmektedir. Ancak Kopenhag yorumlarına göre bir ölçüm yapılmamışsa her bir parçacığın durumu yukarı ve aşağı spinli durumların süper pozisyonudur. Ancak parçacıkların birine ölçüm yapılırsa diğer parçacıkta spinini ilk parçacığın vereceği sonuca

göre eşzamanlı düzenler. Parçacıklar arasındaki mesafe ışık yılı mertebesinde bile olsa parçacıklar birbiriyle eşzamanlı haberdardır.

Kuantum teorisinde böyle bir sonucun ortaya çıkması Einstein'ın teoriye karşı çıkmasına neden oldu. Bu ilke öncelikle fiziksel olayların önce yakın çevresini etkileyeceğini söyleyen yerellik ilkesine aykırıydı. Ayrıca eşzamanlı iletişim ışık hızından hızlı mesaj iletimini yasaklayan özel görelilik ilkesini de kesinlikle ihlal etmekteydi. Einstein bu nedenlerden ötürü 1935 yılında *EPR paradoksu* olarak tanınacak olan bir makale yayımladı. A. Einstein bu makalesinde kuantum fiziğinin olasılıklı olmasını eleştirmiştir [Dermez, 2005].

Dolanıklık olgusu her ne kadar eşzamanlı bir iletişim öngörse de bu olgu kodlanmış ve bilinçli bir haber iletişimini olanaklı kılmamaktadır. Çünkü kuantum mekaniksel ölçüm sonuçları tamamen rastlantısaldır ve olasılıklara dayanmaktadır. Bu yüzden özel görelilik ilkesine aykırılık teşkil etmediği düşünülebilir. Yinede eşzamanlı bir iletişim itirazlara neden olmuş ve kuantum mekaniğinin tamamlanmamış, eksik bir teori olduğu fikri gündeme getirilmişti. Bu iddialardaki en büyük dayanak ise yerellik ve nedensellik ilkeleriydi.

Yerellik ilkesi fiziksel olayların önce yakın çevresini etkilediğini söyler. Newton'un genel çekim kanunu bir kütlenin uzaklardaki bir kütleyle kuvvet uygulaması fikri yüzünden birçok kişinin aklını karıştırmıştı. Einstein, genel görelilik kuramında kütlenin, içinde bulunduğu uzayda eğilme ve bükülmelere neden olduğunu ve bu eğilmeyi diğer cisimlerin kendilerine uygulanmış bir kuvvetmiş gibi algıladıklarını söyleyerek kütle çekim kuvvetine yerel bir açıklama getirmişti (Ozen, 2008).

Ancak kuantum mekaniğine göre bu eşzamanlı iletişim kodlanmış bir haber iletişimini öngörmediğinden dolanıklık yerellik ilkesine aykırı ancak nedensellik ilkesiyle uyumlu bir olay olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu eşzamanlı kodlamaların temelinde Şekil 3.4'de de görülen Kubit kavramı önemlidir.

$$| \text{KUBIT} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (| 0 \rangle + | 1 \rangle)$$

Şekil 3. 4 Kubitin matematiksel gösterimi

4. BİLGİ TEORİSİNE GİRİŞ

4.1. EPR paradoksu

1930 Solvay konferansından sonra Einstein, kuantum mekaniğinin temel ilkelerine eleştirmenin faydasız olduğunu anlamıştı. Bunun yerine teorinin eksikliği olduğunu ispatlamaya yönelik çabalara girişti. Albert Einstein'ın 15 Mayıs 1935'te çalışma arkadaşları Boris Podolsky ve Nathan Rosen ile yayımladıkları '*Fiziksel gerçekliğin kuantum mekaniksel açıklaması tamamlanmış olarak düşünülebilir mi?*' (Can Quantum-mechanical Description of Physical Reality Be Consired Complete?), adlı makale Physical Review'da yayınlanmış, daha sonra EPR makalesi ya da EPR paradoksu olarak bilinir hale gelmişti.

EPR makalesi esasen Kopenhag yorumunu hedef almaktaydı. Kopenhag yorumuna göre sistemi temsil eden dalga fonksiyonu herhangi bir fiziksel gerçekliğe karşılık gelmez ancak yapılan bir ölçüm ya da gözlem sonucu mevcut sistem bozulmak şartıyla fiziksel gerçekliğe (physical reality) karşılık gelen bir veri elde edilebilir. EPR işte bu yoruma karşı çıkarak şu iki varsayım üzerine düşünce sistemini kurdu;

* Eğer sistemi bozmadan sistemle ilgili bir fiziksel değeri tam bir kesinlikle elde edebilirsek bu durumda bu değere karşılık gelen bir fiziksel gerçeklik vardır. Uzak mesafelerde bulunan iki sistem birbirini etkileyemez. Tüm etkiler yereldir.

EPR'ye göre *sistem, ölçmeden de bir fiziksel gerçekliğe karşılık gelmektedir*. Bu durumda EPR düşüncesinin iki önemli sonucu ortaya çıkmaktadır.

* Bir fiziksel sistemin durumuyla ilgili bilgileri içeren dalga fonksiyonun mekaniksel tanımı tamamlanmış değildir ve teoride belirtilen gözlenebilirler eş zamanlı bir gerçekliğe sahip olamaz.

Oysa Kopenhag yorumuna göre uzak parçacıkların durumu ölçümden önce 'gerçek' değildir. Ancak parçacıklardan birine yapılan ölçüm uzaktaki diğer parçacığın durumunu '*anlık*' olarak etkilemektedir. EPR' ye bu iletişim '*yerellik*' ilkesinin ihlali anlamına gelmektedir. Bu durumun imkânsız olduğu düşüncesi ister istemez düşünceleri diğer olasılıkta, kuantum teorisinin eksik olduğu düşüncesine toplamaktaydı. Einstein'a göre parçacıklar arasındaki bu etki mutlaka gözden kaçırılan yerel bir etki olmalıydı. Teorinin tamamlanması için bu etkiyi adres gösterdi ve kuantum teorisini tamamlayacak olan bu teori '*yerel gizli değişkenler*' (local hidden variables) adıyla anılır oldu. Kısacası olay yerellik ilkesinde düğümlenmişti (Einstein et al, 1935).

Teoride kendini başarıyla gizleyen '*gizli değişkenler*' bulunmalıydı. Ancak Kuantum teorisi yapılan bütün deneysel testleri başarıyla geçiyor, öngörülleri doğruluyordu. Bu nedenle bir gizli değişkenler kuramı kurmak isteyen kişi yeni kuramın kuantum teorisiyle aynı sonuçları vermesine özen göstermelidir.

4.2. Bell eşitsizliği

Kuantum mekaniğini sınamak için yapılan çalışmalarda Belfast doğumlu John Bell'in yaptığı çalışmalar o ana kadar ki felsefi tartışmaları laboratuara taşıdı. John Bell, Neumanın matematiksel ispatında gözden kaçan bir hatayı buldu. Böylece artık gizli değişken kuramının imkânsızlığı ortadan kalkmış oluyordu. David Bohm, EPR düşünce deneyini laboratuarda uygulanabilir ve ölçülebilir bir deney haline getirerek düzeneği tasarlamıştı. Bu nedenle EPR paradoksu birçok kez *EPRB* (Einstein, Podolsky, Rosen, Bohm)olarak da anılmaktadır. Bunların ışığında Bohm'un kuramını da inceleyen Bell, Bohm'un EPR deneyini başarıyla açıklayan kuramının 'yerel' olmadığı fark etti. Oysa EPR paradoksu kuantum kuramının eksik bir teori olduğunu ileri sürerken dayandığı en büyük varsayım yerelliği (Bell, 1964).

Bu yüzden 'yerel gizli değişkenler' üzerinde yoğunlaştı. Sonunda dolanık parçacıklar için yerel kuramların kuantum kuramından farklı deneysel sonuçlar öngördüğünü buldu. John Von Neuman herhangi bir gizli değişken kuramının kuantum teorisiyle aynı sonucu veremeyeceğini matematiksel olarak ispatlamıştı. Bell, Neuman'ın yaptığına benzer bir şekilde gizli değişkenlerin kuantum teorisiyle aynı sonuçları veremeyeceğini ispatlamış oldu. Ancak Bell'in kuramı yereldi 1964'te yayınladığı makalelerden birinde bulunan ve daha sonra 'Bell eşitsizliği' olarak ünlenen matematiksel buluş yerelliğin ya da kuantum teorisinin doğruluğunu deneysel olarak test edebilecek kadar pratikti.

En basit örnek olarak çiftlenmiş iki elektronuyla temel durumda bulunan hidrojen molekülü düşünülebilir. Molekül herhangi bir şekilde iki hidrojen atomuna ayrıldığında atomlar farklı yönlerde gitseler bile sıfır toplam spinli molekülden doğdukları için atomlardaki elektronların spin yönelimleri birbirine zıt olmalıdır. Dolayısıyla atomlar birbiriyle dolanıktır yada aralarında bir korelasyon vardır denilebilir. Bu durumda orijinal EPR düşüncesine uygun olarak atomlardan birinde, mesela A'nın (x,y,z) eksenlerinden birinde yapılacak spin ölçümü B atomundaki elektronun spin ölçüm sonucunu, ölçmeden tam bir kesinlikle öngörebilir. Böylece A ve B atomları arasındaki korelasyonların ölçümü artık laboratuvar ortamında yapılabilir duruma gelmiştir. EPR düşüncesinin Bohm yorumu laboratuarda genellikle fotonlarla yapılmaktadır. Çünkü uygulama daha kolay ve spin ölçümleri ve kuramsal öngörülerin sonuçları foton polarizasyon ölçüm sonuçlarıyla hemen hemen aynı sonuçları verir (Dehlinger, 2002).

4.3. Kuantum bit (Quantum Bit), kübit

Bit, klasik hesaplama ve klasik bilginin temel birimidir. Kuantum hesaplama ve kuantum bilgisi kuantum bit, kısacaca kübit üzerine kurulmuştur. Kübit, gerçel fiziksel sistemi ortaya çıkaran, bit-benzeri kuantum bilgiye karşılık gelen birimdir. Klasik bilginin bölünmez birimi olan bit, iki mümkün durumdan $\{0,1\}$ sadece birini alabilir. Kübit ise, en basit mümkün bir kuantum sisteminde bu iki bitin üst üste bindiği bir kuantum durum olarak tanımlanır. İki boyutlu Hilbert uzayında fiziksel sistemi gösteren $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ vektörleri bir birine

diktir ve bu vektörler ortonormal baz oluştururlar. Kübit için $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ özel durumları, hesapsal baz durumları olarak da bilinir [Şekil 4.1].

Kübit durumu	Polarizasyon durumu	Polarizasyon ismi
$ 0\rangle$	$ H\rangle$	Yatay lineer
$ 1\rangle$	$ V\rangle$	Dikey lineer
$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + 1\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(H\rangle + V\rangle) = +45^\circ \rangle = 225^\circ \rangle$	$+45^\circ$ (225°) lineer
$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle - 1\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(H\rangle - V\rangle) = -45^\circ \rangle = 135^\circ \rangle$	-45° (135°) lineer
$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + i 1\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(H\rangle + i V\rangle) = L\rangle$	Sol el dairesel
$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle - i 1\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(H\rangle - i V\rangle) = R\rangle$	Sağ el dairesel

Şekil 4. 1 Fotonun farklı polarizasyonlarına karşılık gelen bazı kübit durumlarının listesi [Ozen, 2008].

4.4. Spin - $\frac{1}{2}$

Kuantum biti, spini $\frac{1}{2}$ olan elektrona benzetebiliriz. O halde, $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ baz vektörlerinin kodlamalar, z eksenini boyunca spin yukarı $|\uparrow\rangle$ ve spin aşağı $|\downarrow\rangle$ dır.

5. KRİPTOLAMA

Kuantum kriptolama, fotonların kuantum özelliklerini kullanarak, optik iletişimde tam güvenliği garanti eder. Çalışmanın uygulanabilirliğini, geliştirilmekte olan üç ayrı çalışma da göstermektedir. Çalışmalardan bir tanesi Avrupa’da Quantique SA tarafından 70 km uzunluğunda fiber optik bağlantı üzerinde, diğeri Amerika’da MajiQ Technologies Inc. tarafından 30 km’lik bir bağlantı üzerinde ve sonuncusu da Northwestern Üniversitesi’nde kısa bir bağlantı üzerinde 250 Mbps hızında gerçekleştirilmiştir (Algan, 2004).

Kuantum kriptografide; kuantum rastgele sayı üretici, tek foton detektör modülü gibi bileşenler kullanılmaktadır. Bu alanda geliştirilen bir diğ er ürün, kuantum anahtar dağıtım

(QKD: Quantum Key Distribution) sistemidir. Yeni teknoloji sayesinde yaklaşık 3-4 yıl içinde uydular kullanılarak havadan iletişim de kullanılabilecek veya 2,5 Gbps hızında Internet omurgasından akan trafiği de şifrelemek mümkün olabilecektir. Geçmişten bugüne şifreleme tarihi Şekil 5.1 de verilmiştir.



Şekil 5. 1 Şifrelemenin gelişimi.

5.1. Kuantum Anahtar Dağıtımı (Quantum Key Distribution)

Kuantum anahtar dağıtımı ilk ortaya atıldığı zamanlarda 1 Kbps'lik iletim hızı ve 70 km menzil ile sınırlı idi. Bu yöntemde, iletim bir hacker tarafından araya girilerek okunmaya çalışılırsa, kuantum fizik yasalarına göre, ortaya çıkan "kuantum gürültüsü" hacker'ın veriyi çözebilmesini olanaksız kılmaktadır. Kısaca özetlemek gerekirse, vericide her bir "bit"e bir polarizasyon açısı uygulanmaktadır. Eğer yol üzerinde bir hacker iletilen veriyi gizlice gözetleyip kırmaya çalışırsa, kuantum fiziğinde geçerli olan *Heisenberg* belirsizlik ilkesine göre, gözetlenen veri üzerinde yeterince kuantum gürültüsü yaratarak, gerçek verinin ortaya çıkarılmasını olanaksız hale getirmektedir. Buna karşılık alıcı, elindeki anahtar sayesinde kuantum gürültüsünü ortadan kaldırarak orijinal veriye ulaşmaktadır (Cambazoğlu, 2004).

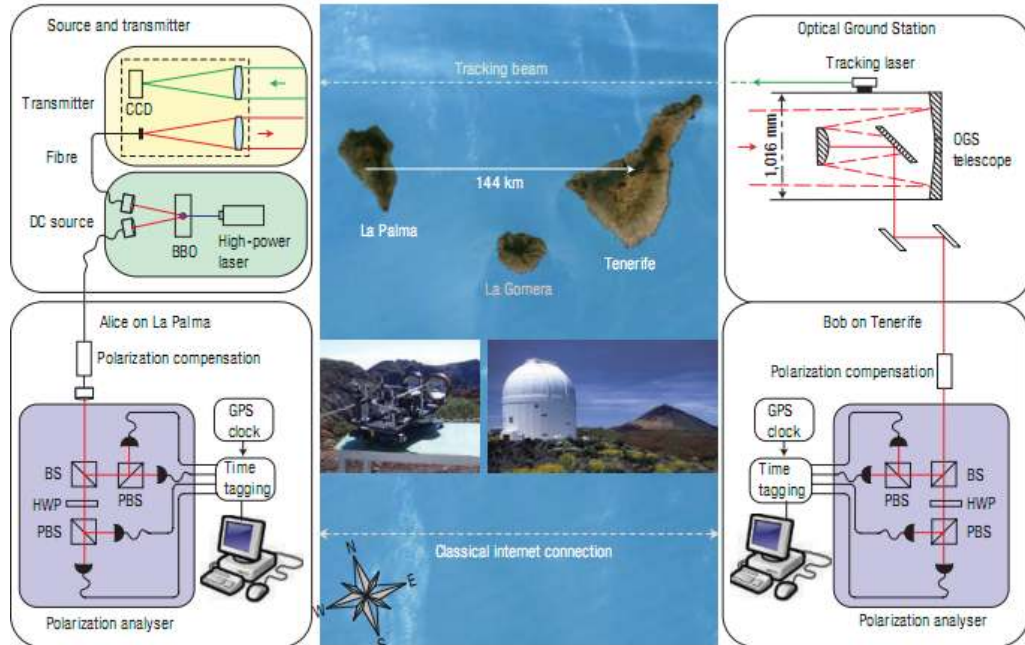
Veriye ait her bit değerini temsil için, fotonların kutuplaşma (polarizasyon) özelliğinden faydalanılmaktadır. Bir fotonun kutuplaşması, elektrik alanının salınım yönüdür. Bu yön düşey, yatay veya diyagonal (+45° veya -45°) olabilir. Alice ve Bob aralarında "1" ve "0" değerlerine karşılık gelen kutuplaşma yönü üzerine anlaşılır. Örneğin, Alice ve Bob "0"ın düşey veya sol alttan sağ üste doğru diyagonal (+45°) kutuplaşma ile ve "1" in yatay veya sol üstten sağ alta doğru diyagonal (-45°) kutuplaşma ile temsil edileceği üzerinde anlaşılabilir.

Düşey ve yatay fotonları birbirinden ayırt edebilmek için bir filtre (+) ve diyagonal fotonlar ($+45^\circ$ ve -45°) için de ikinci bir filtre (x) kullanılmaktadır. Foton doğru filtreden geçirildiğinde kutuplaşma yönü değişmemekte, yanlış bir filtreden geçirildiğinde ise bu yön rastgele olarak değişmektedir. İşte bu nedenle, Eve fotonları gözlemlemeye çalışırsa, %50 olasılıkla fotonların kutuplaşma yönünü değişikliğe uğratacaktır. Bu teşebbüs Bob tarafından sezinlenecek ve sonuç olarak Alice ve Bob gerekli önlemleri alacaktır(Freeman, 2004)

Kuantum anahtar dağıtımından sonra, veriler günümüzde kullanılmakta olan popüler algoritmalarından biri kullanılarak şifrelenmekte ve fiber olmayan basit bir hat üzerinden gönderilmektedir. Fakat, örneğin AES için anahtarı saniyede 4 kez değiştirmek mümkündür. Bu sayede Eve'in işi oldukça zorlaşmaktadır ve güçlü işlemciler elde etmesi de kendisine yardımcı olmayacaktır.

Amerika'da MagicQ Technologies'in geliştirdiği Navajo QKD sistemi, BB84 protokolüne dayanır. BB84'de, her bir bit, ortaya çıkma olasılıkları aynı, iki adet dik olmayan kuantum durumlarının (fotonun kutuplaşması ile oluşan açılar) karışımı şeklinde kodlanır. Heisenberg belirsizlik ilkesine göre, iki tane birbirine dik olmayan kuantum durumunu kesin bir şekilde belirleyebilmek için yapılacak ölçüm, Bob tarafından sezilebilmektedir. Çünkü ölçümleme sırasında, fotonların kutuplaşma yönleri rastgele olarak değiştirmektedir(Cambazoğlu, 2004).

Günümüzde son yapılan çalışmalarda Zeilinger ve ekibi 2007 yılında Kanarya adaların da la Palma ile Tenerife arasındaki 144 km'lik bir alanda KAD sistemini mümkün kılmayı başardı [Şekil 5.2]. 2010 yılında ise yine aynı yerde bu uzaklığı 300 km'ye çıkartarak büyük bir başarıya imza attılar (Zeilinger et al, 2007, Zeilinger, Thomas, 2010).

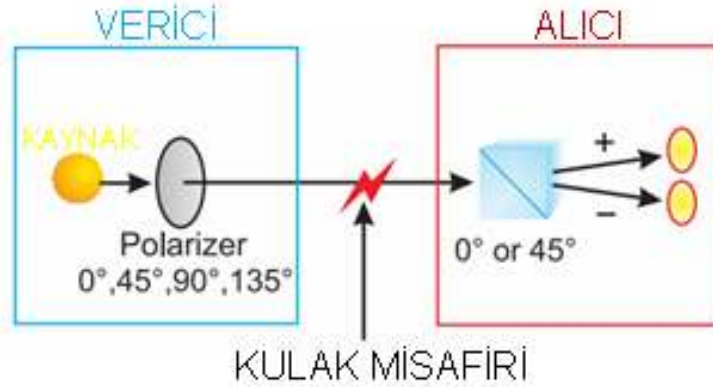


Şekil 5. 2 Bir K.A.D. sistemi gösterimi

5.2. Protokoller

5.2.1. BB84 protokolü

Bennett ve Brassard 1984’de tek bir kuantum halinin enformasyon iletişimde kullanılmasını önerdiler. Püf noktası, gönderilen bir fotonun her hangi bir kuantum halinin gözlenmesinin diğer kuantum hal bilgilerini değiştirmesidir [Şekil 5.3]. Protokol, kuantum kanalı üzerinden kodlama anahtarı değişimini ve bu anahtarın klasik iletişim hatlarındaki data aktarımının kodlanmasında kullanımını amaçlar (Bennett, 1984).



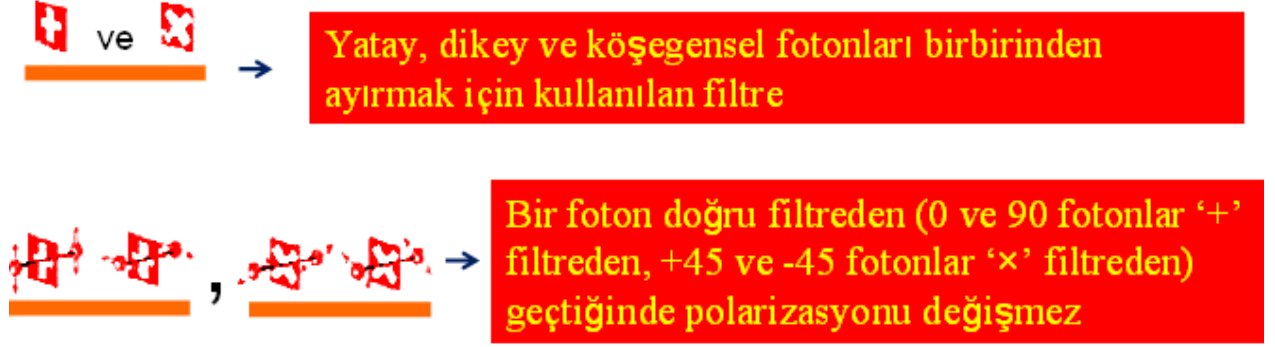
Şekil 5.3 BB84 protokolünün şematik gösterimi



Şekil 5.4 BB84 protokolünün şematik anlatımı

KULAK MİSAFİRİ, bu iletişimde hatalara sebep olur çünkü her bir fotonun polarizasyon türünü bilmemektedir ve kuantum mekaniği onun iki tane aynı anda ölçülemez gözlenebilirin (burada kenarsal (0 ve 90 derece) ve köşegensel (45 ve 135 derece) polarizasyonlar) kesin değerlerini elde etmesine izin vermez.

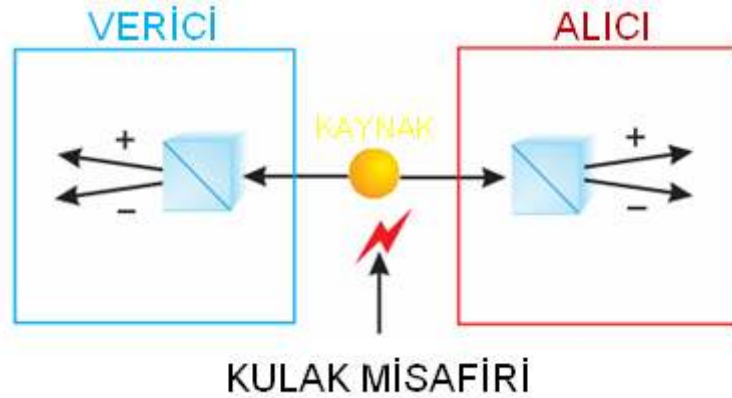
VERİCİ, fotonları dört polarizasyonun *rastgele* seçilen birinde gönderir. Bir foton yanlış filtreden geçtiğinde polarizasyonu değişir. Ve *rastgele* seçilen ölçüm durumları ALICININ elindeki anahtarla çözülür [Şekil 5.4]. Şifre çözümü ise Şekil 5.5 de verilmiştir.



Şekil 5. 5 Verilen örnek BB84 protokolünün şifresinin çözümü

5.2.2. Ekert 91 protokolü

Ekert Protokolü BB84 protokolünün aksine Heisenberg Belirsizlik İlkesini kullanmaz. Bu protokolda kuantum halleri birbirine bağlaşık iki foton kullanılır, alıcı ve vericiye birer foton gelir [Şekil 5.6]. Bu fotonların kuantum halleri birbirine zıt olduğundan bir taraf diğer taraftaki kuantum halini tahmin edebilir, böylece ortak bir kod anahtarı elde edilir.



Şekil 5. 6 Ekert protokolünün şematik gösterimi.

5.3. Protokollerin ölçülebilirliği

Bu çalışmada, fotonları çeşitli yarıklardan geçirerek onlara anlamlı polarizasyonlar atanmıştır. Böylece belirli açılara da sahip olmuşlardır. İşte burada yardımımıza Bell Eşitsizliği devreye giriyor. Bell eşitsizliği dayalı olduğu eşitsizlik;

$$S \leq 2 \quad (5.1)$$

dir.

Peki ne anlama geliyor?

Bu denklem 1969 yılında Boston üniversitesi *Massachusetts*'de, F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony ve R.A. Holt isimli bilim adamlarından oluşan deney grubunun yaptıkları deneylerin sonucu ortaya koyuldu ve böylece mümkünlük sınırları deneysel olarak gösterildi.

1969'da Boston Üniversitesinde yapılan aynı deneyde ki alınan ölçümler ile maksimum “S” değeri:

$$S = 2\sqrt{2} \text{ dir.} \quad (5.2)$$

“S” değerini belirleyen ve deneysel veriler ile F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony ve R.A. Holt tarafından sunulan denklem (5.3) şeklindedir.

$$S = |E(a, b) + E(a, b')| + |E(a', b) - E(a', b')| \leq 2 \quad (5.3)$$

Burada:

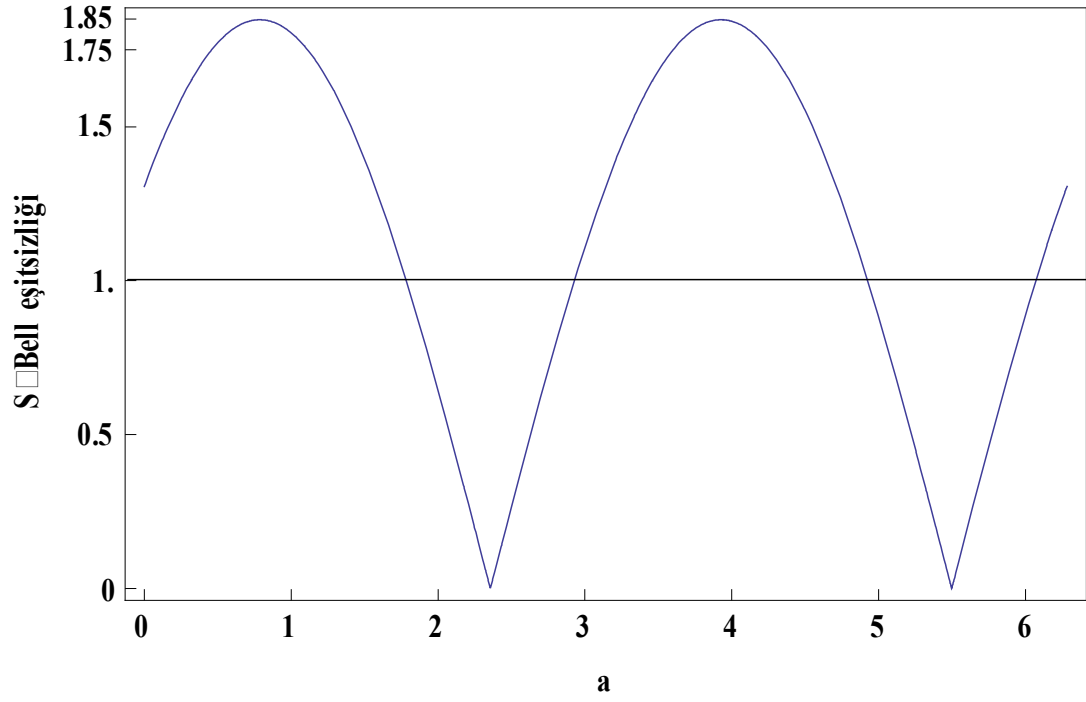
$E(a, b)$ = Kuantum mekaniksek beklentidir.

$E(a, b) = -\cos(a - b)$ şeklinde tanımlanmıştır.

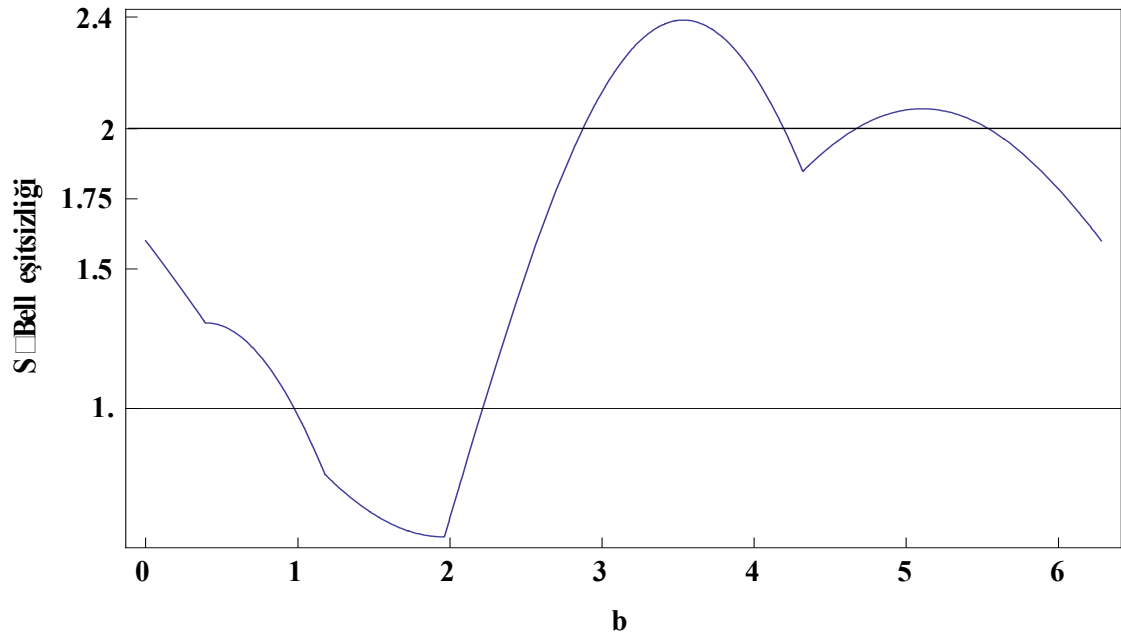
a, b = Fotonların rastlantısal oluşan açılarıdır.

a', b' = Fotonların şifre konulacak çıkış polarize açılarıdır.

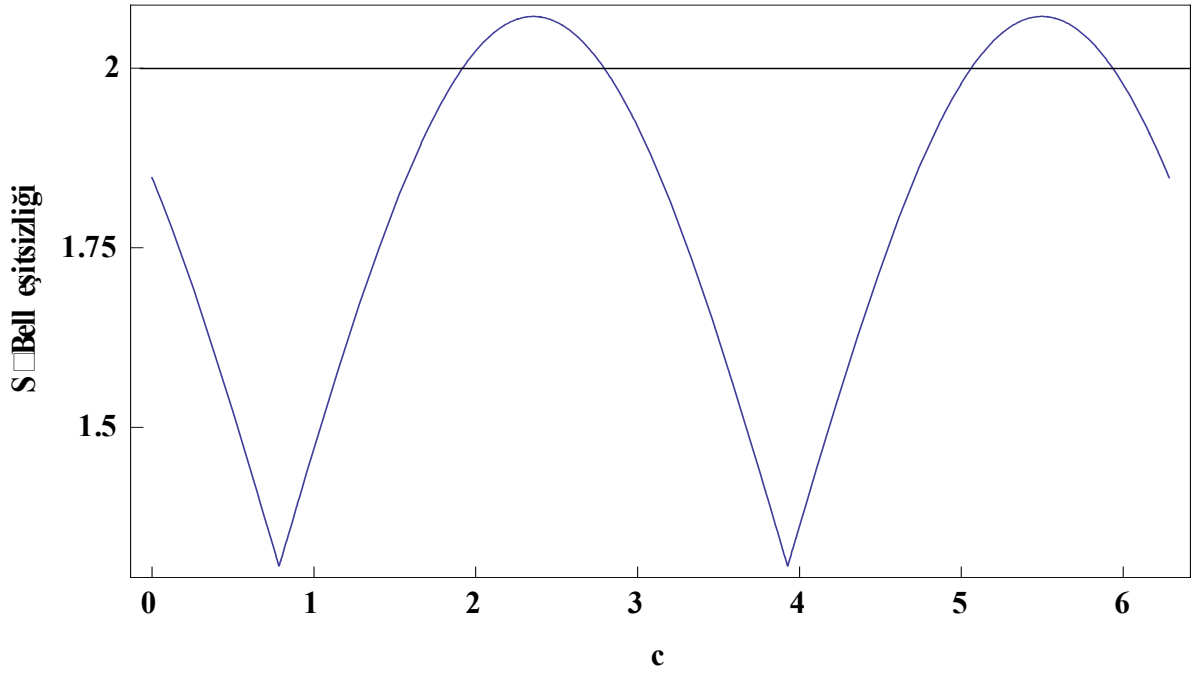
Bu denklem K.A.D. nin mümkün olduğu yani ihlal edilmediği noktaları da belirlenmesine yardımcı olur [Thomas, 2002]. Bu denklemi Matematica 7 programında uygulayarak bazı sonuçlar elde edilmiştir. Grafiklerin yatay düzlemindeki her aralık arası boşluk 30° olacak şekilde çizdirilmiştir ve bölgelere ayrılarak gösterilmiştir. Grafikler çizdirilirken “ a' ” ve “ b' ” açıları, “c” ve “d” açıları şeklinde tanımlanarak çizdirilmiştir.



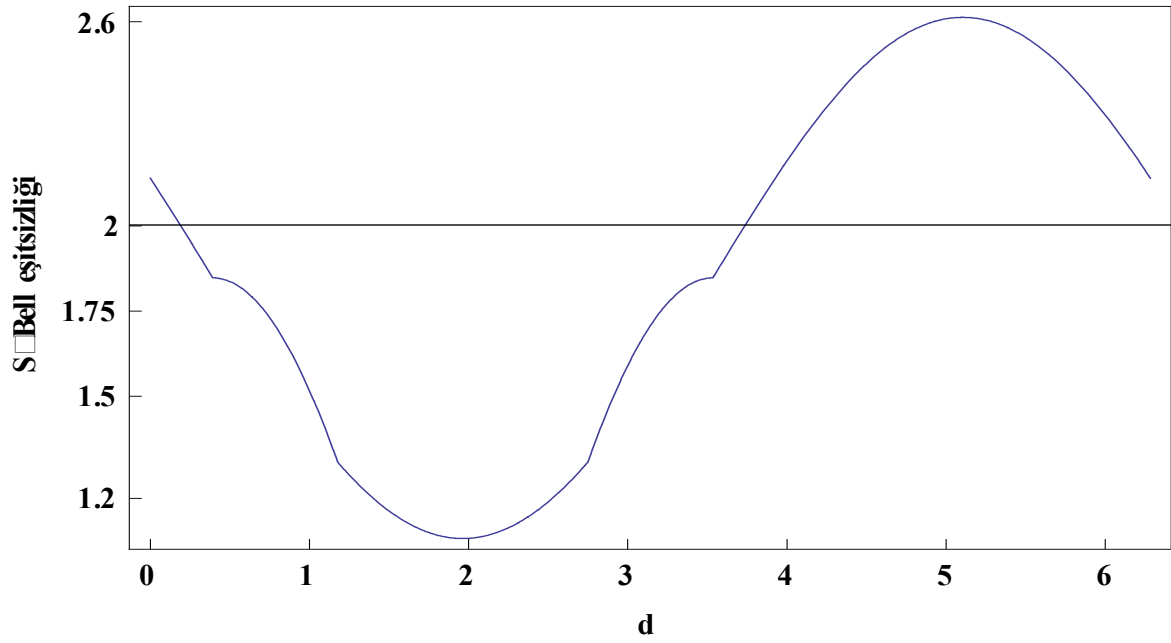
Şekil 5. 7 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “a” açısının değişim grafiği.



Şekil 5. 8 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “b” açısının değişim grafiği.



Şekil 5. 9 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “c” açısının değişim grafiği.



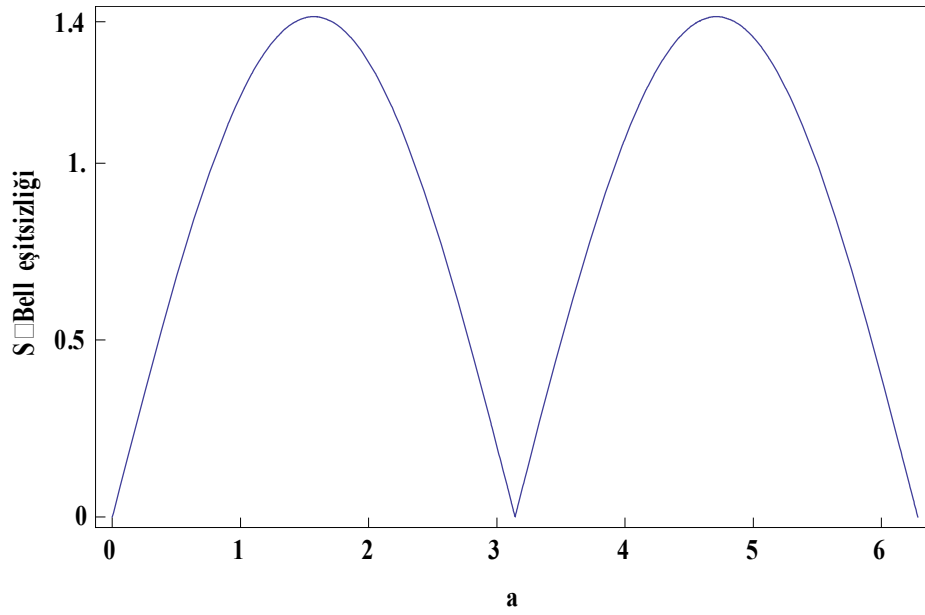
Şekil 5. 10 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “d” açısının değişim grafiği.

Şekil 5.7, Şekil 5.8, Şekil 5.9 ve Şekil 5.10’da Thomas’ın doktora tezindeki Bell eşitsizliği için alınan açılar öncelikle test edildi. Thomas’ın çıkış açıları:

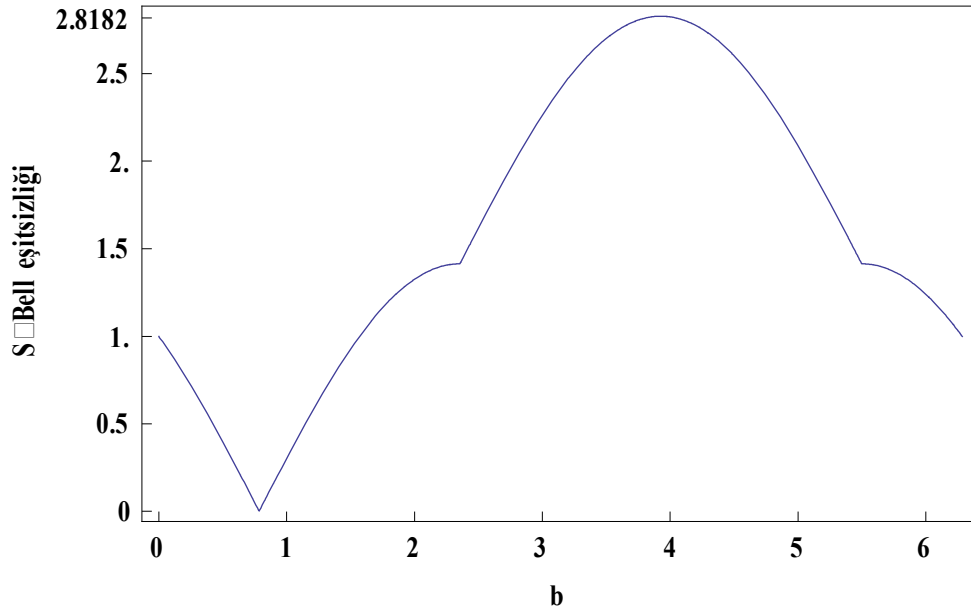
$a=0^\circ$, $b=45^\circ$, $c=22.5^\circ$, $d=67.5^\circ$ dir.

Thomas'ın bu açı değerleri eşliğinde Eşitlik 5.2 de verilen Bell eşitsizliği ihlali Şekil 5.7'de yok iken, Şekil 5.8, Şekil 5.9 ve Şekil 5.10 da var olarak tespit edilmiştir. Sadece Şekil 5.10 da tek pik değeri görülürken, diğer üçünde 2 pik değeri kaydedilmiştir. Böylelikle Thomas'ın açı değerleri ile K.A.D.'daki kuantum mekaniksel özellikler açık bir şekilde elde edilmiştir. Bu doğru sonuçlar bizim çalışmamızın yeni açı değerleri üzerinden ilerlemesine yol açmıştır.

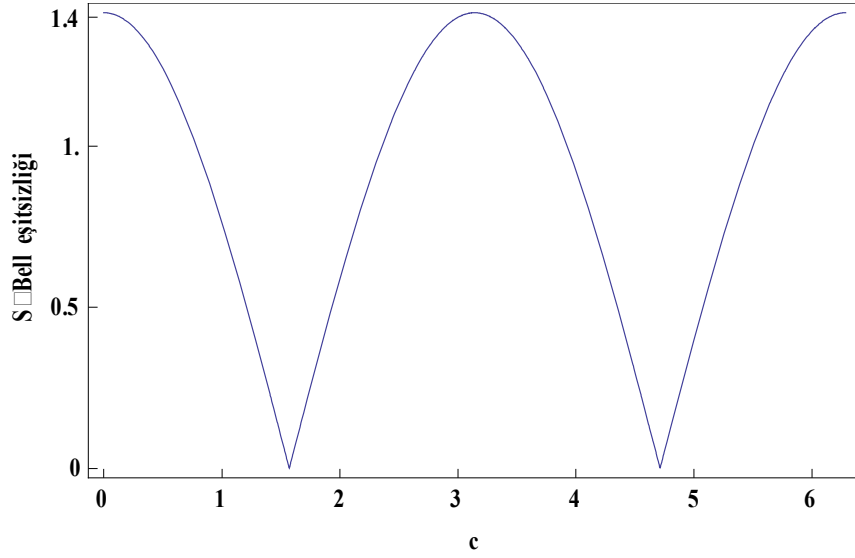
Daha sonra çalışmamızda “a”, “b”, “c”, “d” çıkış açıları için yeni değerlerde matematica programında Şekil 5.11, 5.12, 5.13, 5.14 ile yeni figürler çizdirilmiştir.



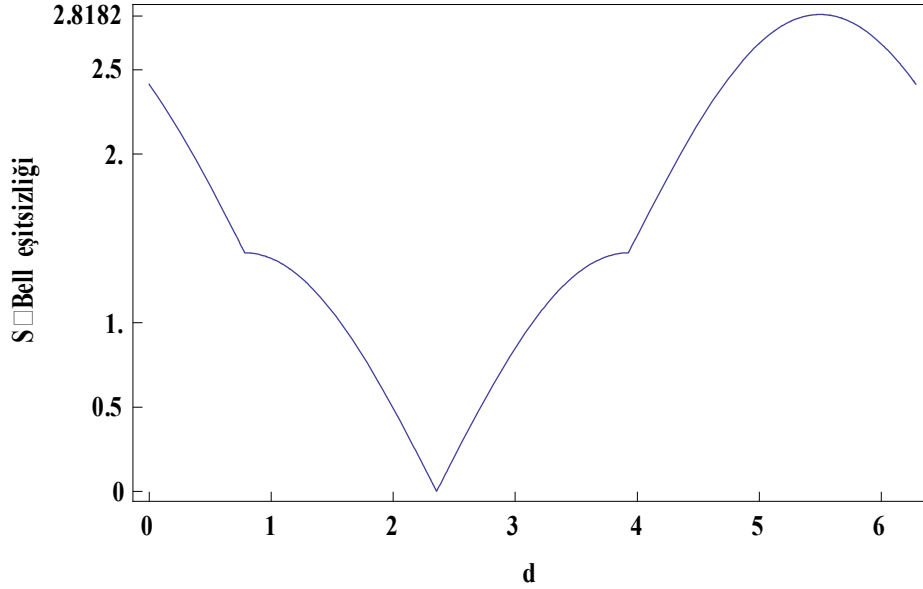
Şekil 5. 11 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “a” açısının değişim grafiği.



Şekil 5. 12 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “b” açısının değişim grafiği.



Şekil 5. 13 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “c” açısının değişim grafiği.

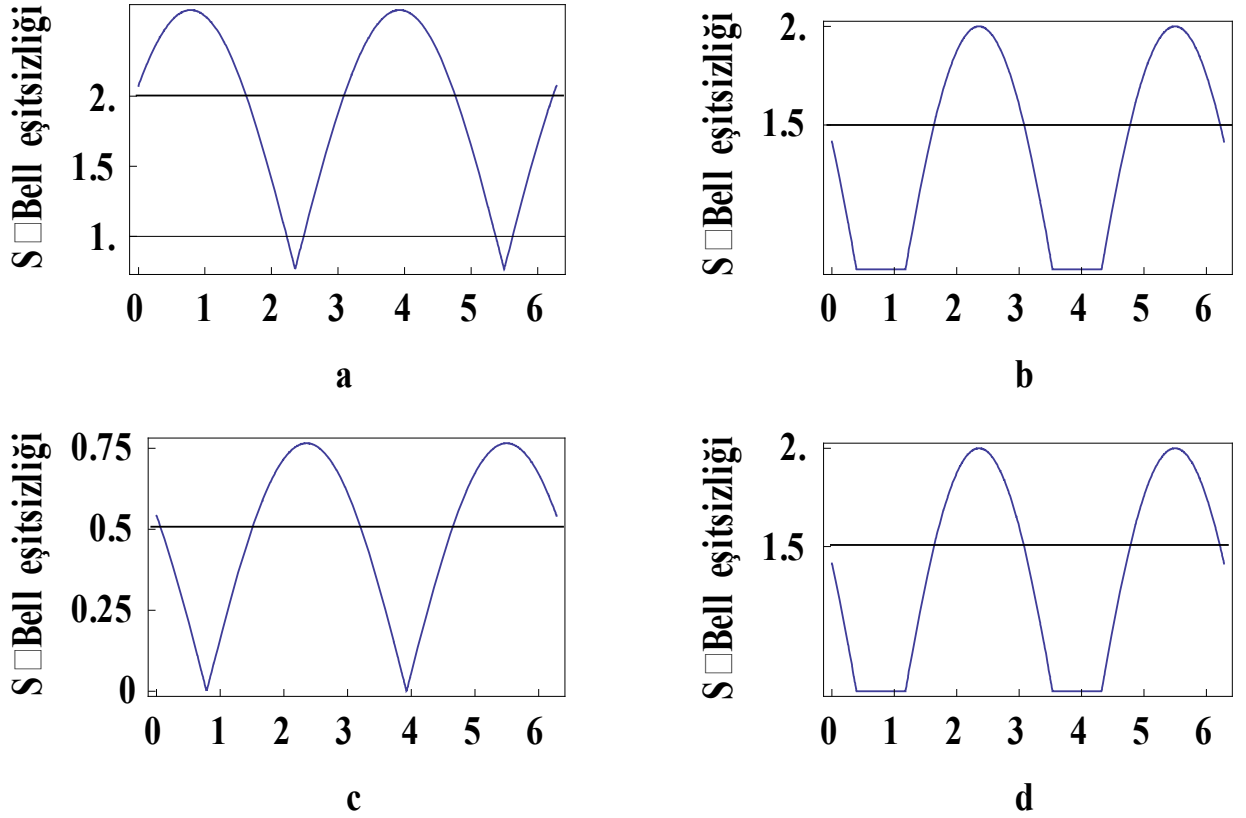


Şekil 5. 14 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “d” açısının değişim grafiği.

Bu figürlerde kullanılmış açılar:

$$a=0^\circ, b=90^\circ, c=45^\circ, d=135^\circ \text{ dir.}$$

Bu açı değerleri eşliğinde Eşitlik 5.2 de verilen Bell eşitsizliği ihlali Şekil 5.11 ve 5.13’de yok iken, Şekil 5.12 ve Şekil 5.14 de var olarak tespit edilmiştir. Sadece Şekil 5.12 ve Şekil 5.14 de maksimum değerler görülürken, diğer ikisinde 2 pik değeri kaydedilmiştir ve benzer değerlerde görülmüştür. Şekil 5.14 de 2. ve 3. Bölge arasında en düşük değerlere inildiğine dikkat çekmiştir.

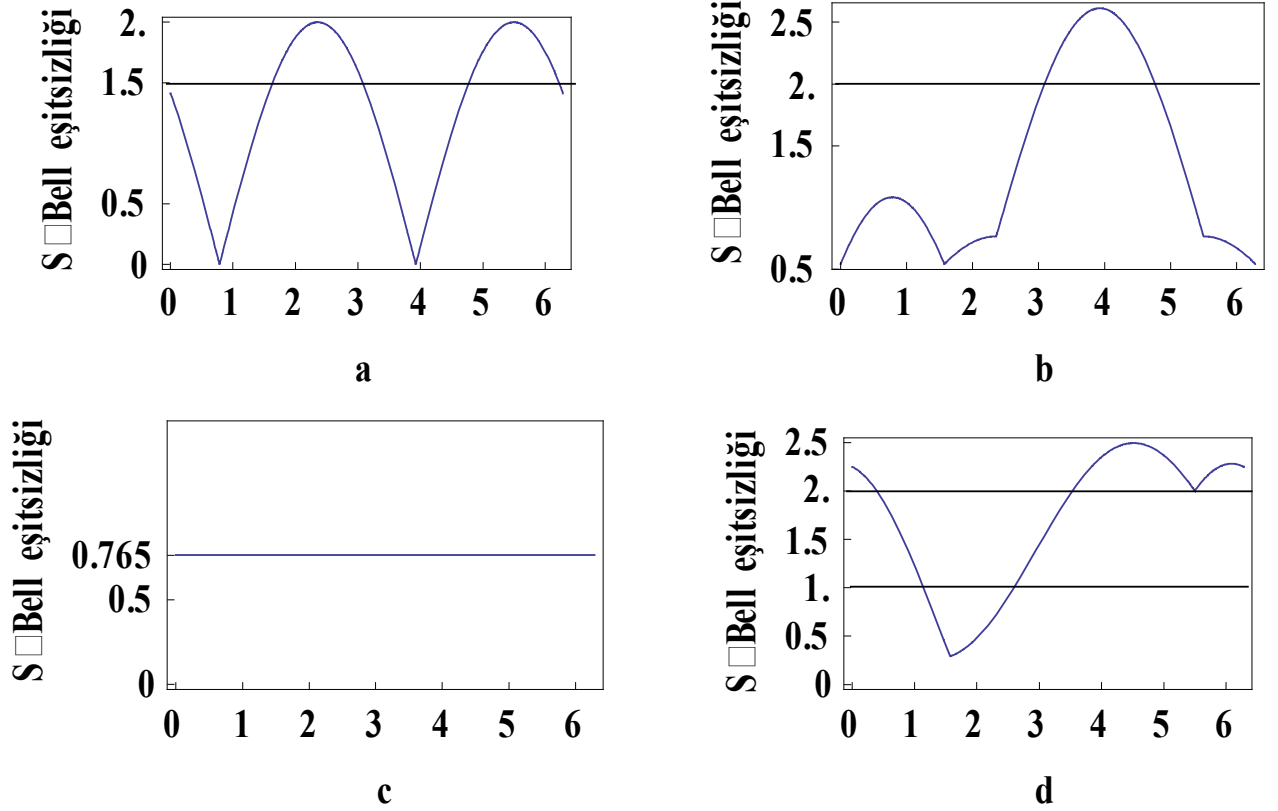


Şekil 5. 15 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “a, b, c, d” açılarının ayrı ayrı değişim grafikleri

Bu figürde kullanılmış açılar:

$$a=135^{\circ}, b=22.5^{\circ}, c=135^{\circ}, d=67.5^{\circ} \text{ dir.}$$

Yine “b” , “d” ve “c” figürlerinde benzer şekiller var iken ve ihlaller görünmez iken, sadece “a” figüründe ihlal görünmektedir. Şekil 5.15’de “b”, “c” ve “d” açılarını veren figürlerde 1. ve 2. bölgelerde en düşük “S” değerleri elde edilmiştir. Bell eşitsizliğini ihlal eden “a” figüründe ise diğerlerinden farklı olarak 2-3 ve 5-6 bölgelerinde en düşük değerleri almıştır. Bu figürde s değeri sabit değil değişkenlik içermektedir.

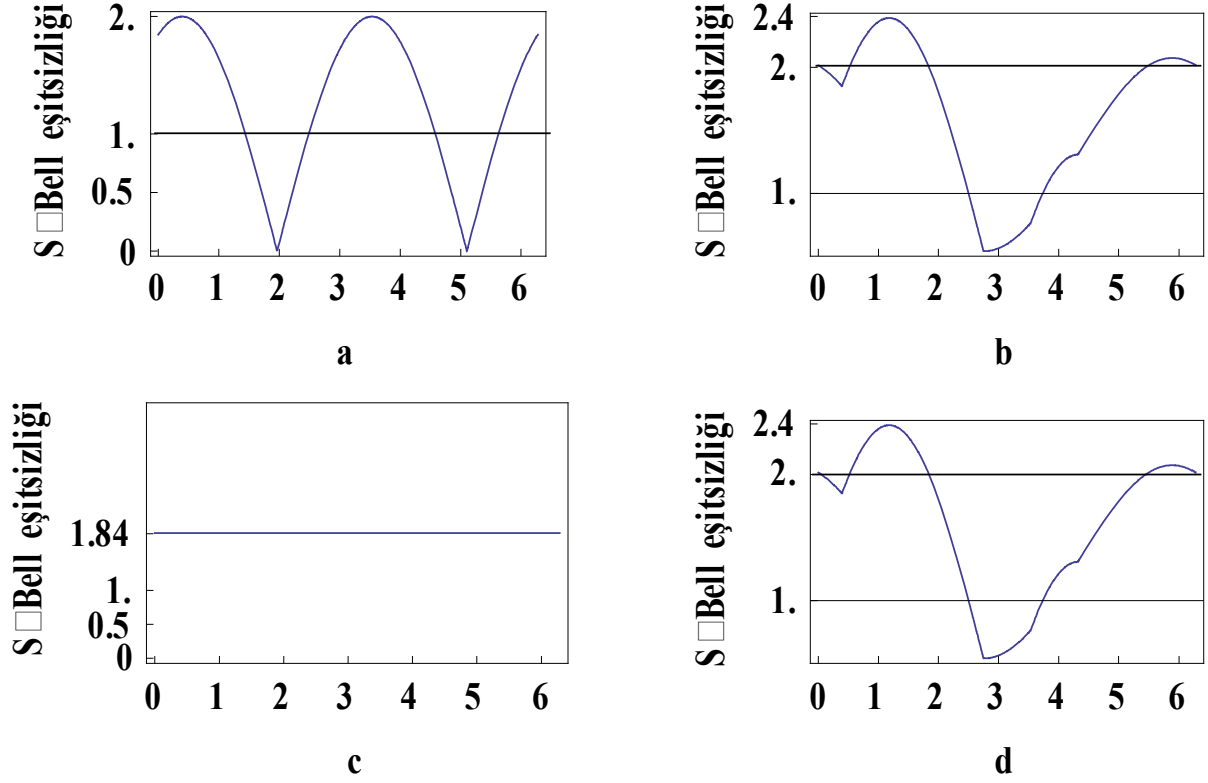


Şekil 5. 16 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “a, b, c, d” açılarının ayrı ayrı değişim grafikleri

Bu figürde kullanılmış açılar:

$$a=22.5^\circ, b=135^\circ, c=67.5^\circ, d=135^\circ \text{ dir.}$$

Bu açılar eşliğinde yine “a” , “c” açılarını veren figürlerinde ihlaller görünmez iken, “b” ve “d” açılarını veren figürlerde ihlal görünmektedir. “a” açısını veren figürde 1. ve 4. bölgelerde en düşük “S” değerleri elde edilmiştir. Bell eşitsizliğini ihlal eden “b” ve “d” figüründe ise diğerlerinden farklı olarak 1-2 bölgelerinde en düşük değerleri almıştır. Diğerlerinde farklı olarak “c” figüründe tüm durumlar için sabit bir “S” değeri vardır bu değer $S=0.765$ civarındadır. Buda değişken olan “c” açısı için değişmeyen bir sabit değerli ihlal olmayan durumunu açıklamaktadır.



Şekil 5. 17 Eşitlik 5.2 Bell eşitsizliği formülü ile “a, b, c, d” açılarının ayrı ayrı değişim grafikleri

Bu figürde kullanılmış açılar:

$$a=45^{\circ}, b=22.5^{\circ}, c=90^{\circ}, d=22.5^{\circ} \text{ dir.}$$

Bu açılar eşliğinde “a” ve “c” figürlerinde ihlaller görünmez iken, “b” ve “d” figüründe ihlal görünmektedir. “a” açısını veren figürde 2. ve 5. bölgelerde en düşük “S” değerleri elde edilmiştir. Bell eşitsizliğini ihlal eden “b” ve “d” figüründe ise diğerlerinden farklı olarak 2-3 bölgelerinde en düşük değerleri almıştır. Diğerlerinden farklı olarak “c” açısını veren figürde tüm durumlar için sabit bir “S” değeri vardır ve bu değer $S=1.84$ civarındadır. Buda bize bir Şekil 5.16’da ki gibi değişken olan “c” açısı için değişmeyen bir sabit değerli ihlal olmayan durumunu açıklamaktadır.

Bu bölümde Şekil 5.7 ile Şekil 5.17 arasındaki figürler eşitsizlik 5.2 Bell formülü ile dört açı için “S” değerlerinin değişimi iki-boyutlu grafikler ile elde edilmiştir. KAD’ın daha iyi anlaşılması ve “S” değerinin önemi açısından matematica’da bu iki-boyutlu grafiklerden farklı olarak üç-boyutlu figürler de çizdirilmiştir. Bu üç boyutlu figürler Ek-1 ve Ek-2 matematica notebooku ile verilmiştir. Ek-1 ve Ek-2 de verilmiş figürler “S” değerinin değişimini iki-boyutlu figürlerden farklı olarak izlemememizi sağlamıştır.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada şifreli iletişimin temelinde kurulan Kuantum Anahtar Dağıtımını incelenmiş, mümkünlüğü araştırılmıştır. Bu çalışmada 1969 yılında Boston üniversitesi *Massachusetts*’de, F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony ve R.A. Holt tarafından ortaya atılan KAD formülünü kullanılmıştır.

Üç açıyı sabit alıp bir değişken açı kullanarak eşitlik 5.2 deki KAD formülündeki “S” değerinin ihlal durumları şekil 5.7 ile şekil 5.17 arasındaki figürler matematica programı aracılığı ile çizdirildi. Önceki bölümde her şekil için kuantum mekaniğine dayalı ayrıntılı yorumlar yapıldı. KAD içeren deneysel sistem olsaydı tek açı değişimiyle elde edilecek ihlaller deneydeki foton detektörleri ihlal durumlarını gösterecekti. Bu şekilde KAD’ı oluşturan durumlar deney öncesi teorik olarak gösterilebilir.

Bu çalışmada teorik olarak dört açılı benzeri bir KAD deneyinin sonuçları öngörülmüştür. Üç boyutlu grafikler Ek-1 ve Ek-2 de verilmiştir. Bu üç boyutlu grafiklerde giriş açıları sabit tutularak çıkış açılarının değişimi üzerinde program tarafından hesaplanan farklı “S” değerleri bulunup gösterilmiş. Bir başka deyişle, KAD formülünde kullanılan dört açı iki boyutlu grafiklerden farklı olarak ele alınmıştır. İki açı değeri sabit diğer iki açı için üç boyutlu grafikler matematica’da çizdirilmiştir.

Çalışmayı derinleştirmesi ve zenginleştirmesi açısından; Ek-3 de ise birçok farklı açı için KAD formülünün matematica notebookları verilmiştir. Bu notebooklar da farklı dört açı değerleri için hesaplanan “S” değerleri eşitlik 5.2’ye dayanarak Bell eşitsizliği ihlal edip etmediği gösterilmiştir.

Tez içinde verilen figürler iki boyutlu verilirken Ek-1 ve Ek-2 de üç-boyutlu matematica figürleri verilmiştir. Çünkü bu çalışmada önemli olan, iki-boyutlu matematica figürlerinde tek bir açısının değişimini görmektir. Ek-1 ve Ek-2 de ise çalışmanın zenginleşmesi için destek olarak iki açıyı sabit tutarak diğer iki açının değişimindeki iniş çıkışlar izlenmiştir. Bu üç-boyutlu figürlerde 45 derece gibi küçük açılarda ve 270 derece gibi yüksek açılara kadar “S” Bell değerinin değişiminde ki farklılıkları incelenmiştir. Örneğin Ek-1 de bazı figürler inceler isek : “a” açısının sürekli sıfır olduğu “c” nin “22.5”, “45”, “67.5”, “90”, “137.5” ve “160” derece değerleri için “b” ve “d” açılarının değişimi grafiği gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

- Abdel-Aty, M. 2005. Information entropy of a time-dependent three-level trapped ion interaction with a laser field. J. Phys. A, 38, 8589-8602.
- Aspect, A., Grangier, P. and Roger, G. 1982. Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A new violation of Bell's inequalities. Phys. Rev. Lett., 49, 91-94.
- Bell, J.S. 1964. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. Physics, 1, 195-200.
- Bell, J.S. 1966. On the problem of hidden variables in quantum mechanics. Rev. Mod. Phys., 38, 447-452.
- Bennett, C.H. and Brassard, G. 1984. Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing. International conference on computers, systems&signal processing, Bangalore, India, December 10-12, 175-179.
- Blatt, R., Gill, P. and Thompson, R.C. 1992. Current perspectives on the physics of trapped ions. J. Mod. Opt., 39, 193-220.
- Bouwmeester, D., Pan, J.-W., Mattle, K., Eibl, M., Weinfurter, H. and Zeilinger, A. 1997. Experimental quantum teleportation. Nature, 390, 575-579.
- Can, M.A. 2004. Entanglement in atom-photon systems. PhD thesis. Bilkent University, 88 p., Ankara.
- Conference on Computers, Systems and Signal Processing, IEEE Press, New York.
- C. Johnsen, 2002, 'Hackers beware: quantum encryption is coming'
- Cory, D.G. and Havel, T.F. 2004. Ion entanglement in quantum information processing. Science, 304, 1456-1457.
- Çakır, Ö. 2005. Robust entanglement in atomic system. PhD thesis. Bilkent University, 107 p., Ankara.
- Çamursoy, O. 2003, Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Dermez, R. 2005. Kuantum bilgi teorisinde atomik ve fotonik dolaşıklık. PhD tezi. Osmangazi Üniversitesi, 116 s., Eskişehir.

- Dermez R. and Ozen S., “Higher dimensional entangled qudits in trapped three-level ion”,
International Laser Physics Workshop (LPHYS'08), June 30 to July 4, (2008),
Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, Norway
- Dermez, R. ve Müstecaplıoğlu, Ö.E. 2009. Long-lived entangled qudits in a trapped
three-level ion beyond the Lamb-Dicke limit. Phys. Scr., 79, 015304.
- D. Dehlinger, m. Mitchell . Quant-ph.1 (27 Mayıs 2002)
- Duru, A. 2006. Intrinsic entanglement of photons. M. Sc. thesis. Bilkent University, 44
p., Ankara.
- Einstein, A., Podolsky, B. and Rosen, N. 1935. Can quantum mechanical description of
physical reality be considered complete? Phys. Rev., 47, 777-780.
- Greenberger, D. M., Horne, M. A. and Zeilinger, A. 1989. Quantum theory and
conceptions of the universe, Kluwer Academic Publishers, 107 p., Dordrecht.
- Jennewein, T.D. 2002. Quantum communication and teleportation experiments using
entangled photon pairs. PhD thesis. Vienna University, 141 p., Vienna.
- Mermin, N.D. 1990. Simple unified form for the major no-hidden-variables theorems.
Phys. Rev. Lett., 65, 3373-3376.
- Mustecaplıoğlu, O.E. 2003. Motional macroscopic quantum superposition states of a
trapped three level ion. Phys. Rev. A, 68, 023811.
- Özen, S. ve Dermez, R. 2009. Negativity and Concurrence computation of 4 EPR-Bell
states for two qubits. BPL, 16, 161046.
- Özen S. and Dermez R., “ Negativity and Concurrence Computation of 4EPR-Bell States for
Two-Qubits” 25th International Physics Congress, 25-19 August (2008), Bodrum-
Turkey (BALKAN PHYSICS LETTERS, 16, 161046, 2009)
- Penrose, R. 2004. Fiziğin gizemi (çeviri: T. Dereli), 10. Baskı, TÜBİTAK yayını, 188s.,
Ankara.
- T. Cambazoğlu, Kuantum Kriptolama, 28.04.2004
- S. Algan, 2004, ‘Kuantum Kriptografi (Quantum Cryptography) Nedir?’
- Schrödinger, E. 1935. Discussion of probability relations between separated systems.
Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 31, 555-562.

Zeilinger, A. , April 2000, Quantum teleportation, Scientific American, 32-41.

Zeilinger, A., Horne, M.A., Weinfurter, H. and Zokowsky, M., 1997, Three-particle entanglements from to entangled pairs, Phys. Rev. Lett., 78, 3031-3033.

Zeilinger, A. , et al, , Entanglement-based quantum communication over 144km, Canary Island of La Palma, 2007 July, Nature Physics, vol 3, 481-487

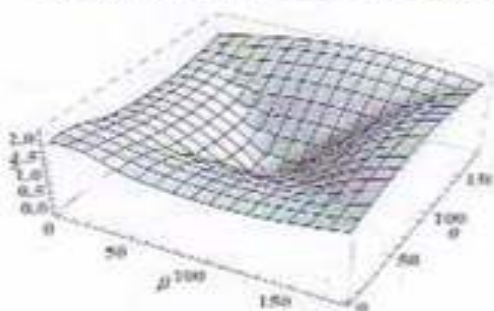
İnternet Kaynakları

Erişim Tarihi

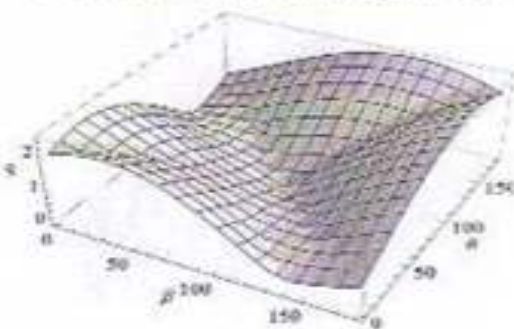
- | | |
|---|------------|
| 1. www.tubitak.gov.tr | 10.09.2009 |
| 2. www.Wikipedia.com | 21.04.2010 |
| 3. www.bilimveteknoloji.info | 17.06.2010 |

EK-1

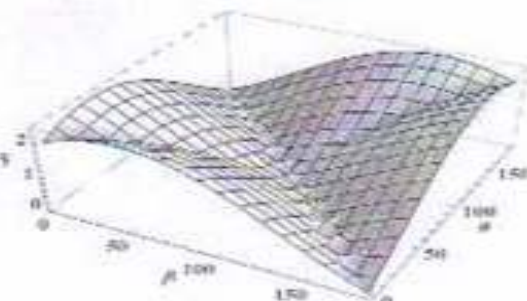
```
K[α_, β_, δ_, θ_] := Abs[(-Cos[(α - β) Degree]) * (-Cos[(α - θ) Degree])] +  
Abs[(-Cos[(δ - β) Degree]) * (-Cos[(δ - θ) Degree])];  
K5 = Plot3D[Abs[K[0, β, 22.5, θ]], {β, 0, 180}, {θ, 0, 180},  
LabelStyle -> Directive[Black, Bold], AxesLabel -> {"β", "θ", "S"}]
```



```
K[α_, β_, δ_, θ_] := Abs[(-Cos[(α - β) Degree]) * (-Cos[(α - θ) Degree])] +  
Abs[(-Cos[(δ - β) Degree]) * (-Cos[(δ - θ) Degree])];  
K6 = Plot3D[Abs[K[0, β, 67.5, θ]], {β, 0, 180}, {θ, 0, 180},  
LabelStyle -> Directive[Black, Bold], AxesLabel -> {"β", "θ", "S"}]
```



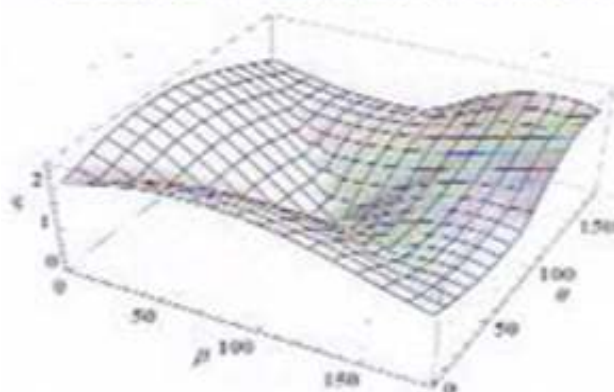
```
K[α_, β_, δ_, θ_] := Abs[(-Cos[(α - β) Degree]) * (-Cos[(α - θ) Degree])] +  
Abs[(-Cos[(δ - β) Degree]) * (-Cos[(δ - θ) Degree])];  
K6 = Plot3D[Abs[K[0, β, 90, θ]], {β, 0, 180}, {θ, 0, 180},  
LabelStyle -> Directive[Black, Bold], AxesLabel -> {"β", "θ", "S"}]
```



```

K[α_, β_, δ_, θ_] := Abs[(-Cos[(α - β) Degree]) + (-Cos[(α - θ) Degree])] +
  Abs[(-Cos[(δ - β) Degree]) - (-Cos[(δ - θ) Degree])];
K6 = Plot3D[Abs[K[0, β, 137.5, θ]], {β, 0, 180}, {θ, 0, 180},
  LabelStyle -> Directive[Black, Bold], AxesLabel -> {"β", "θ", "S"}]

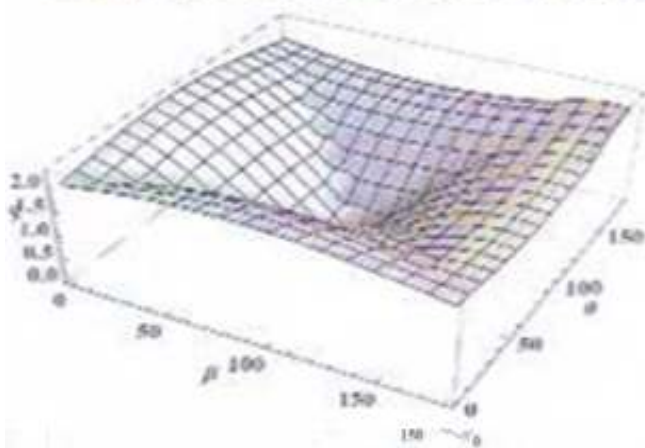
```



```

K[α_, β_, δ_, θ_] := Abs[(-Cos[(α - β) Degree]) + (-Cos[(α - θ) Degree])] +
  Abs[(-Cos[(δ - β) Degree]) - (-Cos[(δ - θ) Degree])];
K6 = Plot3D[Abs[K[0, β, 160, θ]], {β, 0, 180}, {θ, 0, 180},
  LabelStyle -> Directive[Black, Bold], AxesLabel -> {"β", "θ", "S"}]

```



EK-3

[illegible]

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Abbas ÇELİK
Doğum Yeri : HEKİMHAN/MALATYA
Doğum Tarihi : 05.01.1984
Medeni Hali : Bekar
Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Naci Şensoy Süper Lisesi, İzmir 1998-2002
Lisans : Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar 2004-2008
Yüksek Lisans : Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar 2008-2010

Uluslararası Konferans ve Sempozyumlardaki Tebliğler

Çelik, A. ve Dermez, R., “DEMONSTRATION OF THE VIOLATION OF BELL INEQUALITY IN QUANTUM KEY DISTRIBUTION”, 26th International Physics Congress, (Sözlü sunum), Bodrum, Turkey, September 2009.