

T.C.
KAFKAS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI

RASTGELE SİNYALLERLE MODÜLE EDİLEN LAZER IŞINIMININ
İSTATİSTİKSEL KARAKTERİSTİKLERİ

HARUN GÖKTAŞ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMAN
Prof. Dr. Refik ABDULLA

OCAK– 2012

KARS

T.C. Kafkas Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Harun GÖKTAŞ' ın Prof. Dr. Refik ABDULLA' nın danışmanlığında yüksek lisans tezi olarak hazırladığı “Rastgele sinyallerle modüle edilen lazer ışınımının istatistiksel karakteristikleri” adlı bu çalışma, yapılan tez savunması sınavı sonunda jüri tarafından Lisansüstü Eğitim Yönetmeliği uyarınca değerlendirilerek oy birliği ile kabul edilmiştir.

11.10.2012

Adı ve Soyadı

İmza

Başkan : Prof. Dr. Refik ABDULLA

Üye : Prof. Dr. Gabil YAGUBOV

Üye : Yrd. Doç. Dr. Güventürk UĞURLU

Bu tezin kabulü, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun 11/10/2012 gün ve 19/163 sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Doç.Dr. Muzaffer ALKAN

Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum bu çalışma, Kafkas Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı, Atom ve Moleküler Fizik Bilim Dalı Yüksek Lisans programında hazırlanmıştır.

Bu çalışmada, foto sayı dağılımı, modülasyon, modülasyon çeşitleri, foto sayı yöntemi ile lazer ışınımının istatistiksel özellikleri incelenmiştir.

Öncelikle bölüme ve çalışmalarımda yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Prof. Dr. Refik ABDULLA'ya teşekkür ederim.

Kars, 2012

Harun GÖKTAŞ

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖZET	v
ABSTRACT	vi
SİMGELER DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
TABLolar DİZİNİ	ix
1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR ÖZETİ	2
3. FOTO SAYI YÖNTEMİ İLE LAZER İŞİNİMİNİN İSTATİSTİKSEL ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ	6
3.1 Foto Sayı Dağılımlarından Işın Şiddeti Dağılımlarının Elde Edilmesi	12
4. MODÜLASYON OLAYI	16
4.1 Modülasyon Süreci Hakkında Genel Bilgiler	17
4.2.1 Genlik Modülasyonu	18
4.2.1.1 Kenar Band Frekansı ve Band Genişliği	21
4.2.2 Modülasyon Zarfı ve Modülasyon Faktörü	22
5. FOTO SAYI DAĞILIMININ İNCELENMESİ	23
5.1 Genel İfadeler	23
5.2 Rastgele Sinyallerle Modüle Edilen Kaynakların İstatistiksel Karakteristiklerinin Hesaplanması	26
6. MATERYAL VE METOT	37
7. BULGULAR VE TARTIŞMA	39
8. SONUÇLAR	41
KAYNAKLAR	42
ÖZGEÇMİŞ	45

ÖZET

Bu çalışmada belirli zaman aralıklarında ışığa duyarlı yüzeyden koparılan foto elektronların sayılmasına dayanan foto sayı yöntemi kullanılmıştır. Gelen ışığın enerji ve şiddetinin dağılımları ile ölçülebilen foto sayı dağılımları arasındaki korelasyon gösterilmiştir. Bu çalışmada, lazer ışınının istatistiksel özelliklerinin belirlenmesi için kullanılan deneysel düzeneğin yapısı verilerek ve bu düzenden elde edilen deneysel verilerle teorik olarak hesaplanan foto sayı dağılımlarının uyumlu olduğu saptanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Lazer ışınımını, istatistiksel karakteristikleri, foto sayı dağılımı.

ABSTRACT

In this study, the photo count method, which based on counting of released photoelectron from photosensitive surface at certain time duration, is used. The correlation between distribution of energy and intensity of incident light and distribution of measurable photo count is exposed. The experimental set up which is given here is used for determining the statistical characteristics of laser light and the data obtained from this experimental set up are in good agreement with theoretically calculated distribution of photo count.

Key Words: Laser light, statistical characteristics, photo count distribution.

SİMGELER DİZİNİ

1. Simgeler

I	Işık şiddeti
c	Işık hızı
λ	Dalga boyu
Λ	Akustik dalga boyu
T	Sayım zaman aralığı
α	Foto katodun kuantum etkinliği
δ	Nispi varyans
υ	Görünme fonksiyonu
Γ	Koherentlik fonksiyonu
δ	Dirac delta fonksiyonu
n	Foto elektron sayısı
ω	Açısal frekans
Ω	Modlar arası açısal frekans farkı
τ_κ	Koherentlik süresi
T	Sayım zaman aralığı
$P(n)$	Foto elektron olasılığı
$W_{\mu,x}$	Whittaker fonksiyonu
Ψ	Zamana bağlı dalga fonksiyonu
$q(w_o)$	Kaynağın dağılım fonksiyonu
$Q(w_o)$	Gürültünün dağılım fonksiyonu
$V(t)$	Kompleks analitik sinyal

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

Şekil 3.1 Lazer ısı kaynaklarının foto ısı dağılımları.....	11
Şekil 4.1 Genlik modülasyonlu dalganın oluşumu.	19
Şekil 4.2 Genlik modülasyonu.	20
Şekil 4.3 A.M modülasyon yüzdesi hesabı.	22
Şekil 6.1 Lazer ışımalarının istatistiksel özelliklerinin belirlenmesi için kullanılan deneysel düzeneğin blok şeması.	37
Şekil 7.1 Pseudo ısı kaynağının foto sayı dağılımları($\langle n \rangle = 0,86$)	40

TABLolar DİZİNİ

Sayfa No

Tablo 3.1 $n(\text{ort})=1,5$ durumuna uygun olan foto sayı dağılımlarının sonuçları.	10
Tablo 7.1 $n(\text{ort})=0.86$ durumuna uygun olan foto sayı dağılımlarının sonuçları.	39

1. GİRİŞ

Lazer ışımalarının bulunması ve foto sayı yöntemlerinin geliştirilmesi, ışığın dalga modeline göre açıklanan girişim olaylarının, ışığın parçacık modeline göre de açıklana bilmesine ve kuantum optiğin temelini oluşturan koherentliğin de ışığın istatistiksel teorisinin gelişmesine neden olmuştur. Foton ışınması, kesikli rastgele bir süreçtir ve bu nedenle ışımının yoğunluğunda rastgele değişimler meydana gelir. Bunların incelenmesine yönelik çalışmalar modern kuantum optik alanında önemli yer tutmaktadır. Bu çalışmalardan biride çeşitli lazerlerdeki rastgele değişimlerin incelenmesine dayanan ışımının genlik ve fazındaki rastgele değişimlerin azaltılmasına yönelik yöntemlerin bulunmasıdır. Bu amaçla kullanılan çok etkin yöntemlerden biri, ışığa duyarlı foto alıcıya gelen fotonların istatistiği ile bunların oluşturduğu foto emisyon olayı arasındaki ilişkiye dayanan foto sayı yöntemidir. Bu çalışmamız da foto sayı yöntemine dayanarak farklı durumlarda çalışan lazer ışınımının rastgele sinyallerle modüle edilmesi durumunda istatistiksel karakteristikleri incelenmiş olup foto sayı dağılımları ve karakteristikleri hesaplanmıştır.

2. LİTERATÜR ÖZETİ

Bu kısımda tez çalışma konuyla ilgili bazı literatür çalışmalarının kısa özeti sunulmaktadır.

M. Born ve E. Wolf'un fotonların istatistiğine ait olan problemler ilk olarak "Principles of Optics" adlı kitapta ele almışlardır[1]. Bununla beraber, optikteki "faz problemi" E.Wolf tarafından araştırılmış ve özellikle, kitabın 10. bölümünde verilen kısmen koherentlik teorisine dikkat çekilmiştir [2]. Bununla birlikte karşılıklı koherentlik fonksiyonu için dalga denklemleri elde edilmiştir[3].

L. Mandel tarafından yapılan çalışmada ısı kaynağı radyasyonu için foto sayı dağılımının ifadesi ilk olarak incelemiştir [4]. Daha sonra yarı klasik teoriye dayanan bu ifadenin diğer kaynaklar içinde genelleştirmiştir[5] .

F.T. Arecchi tarafından yapılan çalışmada ısı kaynağının ve modüle edilen lazer kaynaklarının ışınımlarının foto sayı dağılımı deneysel olarak ölçülmüştür[6] .

R. Abdullayev ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada üretim eşiğinin altında ve üstünde çalışan lazer için foto elektronların sayısının ortalama değerleri olan $\langle n \rangle$ ' nın küçük olması durumlarında deneysel $P(n)$ foto sayı dağılımından ışınımın şiddetinin dağılım fonksiyonlarını $P(I)$ elde edilmiştir[7,24].

R.Y. Glauber spektrum çizgilerinin Lorentz genişlemesine uğraması durumlarında, rastgele ışık alanları için foto sayı dağılımları tarafından hesaplanmıştır ve bu çalışmasıyla 2005 yılı fizikte Nobel ödülünü almıştır [8].

Y.R. Klauder ve E.C.G. Sudarshan'ın kuantum mekanik çalışmalarında foto sayı dağılımı için aldıkları sonuçların yarı klasik yaklaşımdaki ifadelerle yakın olduğu bulunmuştur[9,10].

Elde edilen yöntemsel birikimlerin yardımıyla son yıllarda yeni problemlerin (örneğin çok modlu veya rastgele sinyallerle modüle edilmiş lazer ışınımının istatistiğinin incelenmesi) detaylı araştırmaları yapılmıştır[26,27]. Örneğin R. Abdullayev ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmalarda çok modlu lazerlerin mod yapısının istatistiksel özelliklerine etkisini incelenerek, mod sayısının artmasına bağlı olarak lazer ışınımının koherentlik derecesinin azaldığı belirlenmiştir[11]. Modüle edilmiş lazer ışığının foto sayı dağılımı için genel bir ifade türetilmiş ve sinüsel modülasyon için uygulanmıştır[12]. Alınan teorik ve deneysel sonuçların uyum içinde olduğu gözlenmiştir[13].

H. Guillet de Chatellus ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada FSF lazerinin interferometrik otokorelasyonu ve homodin titreşimli sinyal ölçümleri vasıtasıyla, Michelson interferometresinden elde edilen sonuca göre değişken geri bildirimli frekans lazerlerin istatistiksel özelliklerini deneysel olarak ispatlanmıştır[14].

A.T. Avelar ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada sabit alanlar için sıkıştırılmış iki ardışık hallerin genelleştirilmiş bir süper pozisyondan üretilmiş ve istatistiksel özelliklerin sabit alanlar için sıkıştırılmış hallerin nasıl oluşturulacağını gösterdi ve bunun istatistiksel özelliklerini inceledi. Biz bu çalışmada sonucun hareketli alanlar için nasıl geliştirilebileceğini inceledik[15].

L.I Plimak ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada kuantum alanları tarafından nedensel sinyal iletimi ve harmonik osilatörün tepki özellikleri klasik bir osilatörün temelidir ve bu klasik özellikler söz konusu sistemin kuantum dinamiksel özelliklerinin temelini oluşturmaktadır[16].

O. Merchiers, ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada dipol yaklaşımın altındaki Rayleigh parçacıkları tarafından oluşturulan ve boşlukta serbestçe hareket eden bir çökme(topaklanma) tarafından parçalanmış yoğunluğun istatistiksel dalgalanmalarının muhtemel yoğunluk fonksiyonu incelenmiş ve parçacıkların optik özelliklerinin bir fonksiyonu olarak değişimi ve bunların ayrılma mesafesi analiz edilmiştir[17].

Li-Chien Lin ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada holografik damgalanma sisteminin istatistiksel özelliklerini test edilmiş ve korelasyon işaretini en uygun eşliğini belirlemek ve yetkili iz modelini saptamak için sistematik bir yolla analiz edilmiştir[18].

M. Sathish Kumar, ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada doğrudan algılamalı çoklu seviyeli optik diferansiyel faz kaydırma anahtarlama alıcısına dayalı gecikme interferometresi teorik olarak analiz edildi[19].

Emil Wolf tarafından yapılan çalışmada yayılma üzerine kısmen tek renkli koherent ışının kutuplanması durumunda değişimlerini önceden tahmin etmeyi mümkün kılan ve bu iki olgu arasında var olan yakın ilişkiyi açık bir şekilde veren rastgele elektromanyetik ışınların koherent ve polarizasyonunun birleşik teorisini vermiştir. Uzaysal olarak koherent olabilen tamamen kutuplanmamış ışını görsel olarak göstermiştir[3].

Xue-xiang Xu ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada Foton eklentili sıkıştırılmış termal durum yer değiştirilmiş sıkışık kaotik alanın uyarılmasını tanıttık ve bunların Mandel Q parametreleri, sayı dağılımını (bir legende polinomu olarak) Wigner fonksiyonu (WF) gibi istatistiksel özelliklerini inceledik. Bu çalışmadaki metodumuz yerinden sıkmalı termal alanın (ortalama foton numarası n) Gaussian şeklindeki sıralı formu kullanılmıştır[20].

M. Davoudi Darareh ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada F deformlu bir bose-einstein yoğunlaşması tarafından ışık alanının klasik olmayan istatistiksel özelliklerinin incelenmesi F deformlu Bose-Einstein yoğunlaşması ve tek modlu kuantumlanmış ışık alanları arasındaki etkileşimini göz önünde bulundurmuş ve Gardiner'in fonon operatörlerini kullanarak modelde Bogoliubov yaklaşımının yoğunluktaki geniş fakat sonlu parçacık numaralarının koşulu altında değiştiği ve doğal bir deformasyonun oluştuğunu incelemiştir[21].

Le Nguyen Binh tarafından yapılan çalışmada optiksel iletişim için çok sıralı minimum kaydırma anahtarlama modülasyonu formatı optiksel olarak güçlendirilmiş uzun süreli çekim transmisyon sistemleri için çok sıralı minimum kaydırma anahtarlama modülasyon şemasını inceledik[22].

Simone Souza A.T. Avelar, N.G. de Almeida, B. Baseia ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada elektro manyetik alanların polinomal durumlarının oluşumunu bir önceki çalışmalarında istatistiksel özelliklerin tasarım sentez metoduna dayalı alan hesabı operatörlerinin varyansını hesaplamak için farklı bir öneri sunulmaktadır[23].

3. FOTO SAYI YÖNTEMİ İLE LAZER IŞINIMININ İSTATİSTİKSEL ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ

Bu çalışmada, foto dedektör üzerine küçük zaman aralıklarında ışın düşürülür ve ışığa duyarlı yüzeyden koparılan foto elektronlar sayılır. Sayım aynı T zaman aralıklarında tekrarlanır ve bu sürede oluşan n tane foto elektronun, $P(n, T)$ olasılığı bulunur. Foto elektronların dağılımı ile fotonların dağılımı arasındaki bağıntı

$$P(n, T) = \int_0^{\infty} \frac{(\alpha W)^n}{n!} e^{-\alpha W} P(W) dW \quad (3.1)$$

ifadesiyle verilir[4]. Burada, “ α ” foto katodun kuantum etkinliği, $I(t)$ optik şiddetin ani değeri ve $[t_i, t_i+T]$ arasındaki W enerjisi; $W(t_i, T) = \int_{t_i}^{t_i+T} I(t) dt$ olmak üzere, $P(W)$ ışık alanının dağılım fonksiyonudur. Eğer sayım zamanı aralığı (T), koherentlik zamanı τ_k 'dan çok küçük olursa ($T \ll \tau_k$), ışık şiddetinin ölçüm süresinde sabit olacağını kabul ederek $W = IT$ yazabiliriz.

Bu durumda (3.1)'e özdeş olan

$$P(n, T) = \int_0^{\infty} \frac{(\alpha IT)^n}{n!} e^{-\alpha IT} P(I) dI \quad (3.2)$$

foto sayı dağılımını elde ederiz. Eşitlik (3.1) veya (3.2) ifadesi $P(n, T)$ olasılığı optik alanın istatistiksel özellikleri hakkında bilgi verir. $P(n, T)$ dağılımının en önemli genel özelliği, varyansın artmasına neden olan sayımların gruplaşmasıdır. Fiziksel açıdan, doğal olarak $P(W)$ dağılımının bütün momentumlara sahip olduğunu varsayarsak, foto sayı dağılımlarının ortalama değeri eşitlik (3.1)'i kullanarak

$$\begin{aligned} \langle n \rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} n P(n) = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(\alpha W)^n}{n!} e^{-\alpha W} P(W) dW \\ &= \int_0^{\infty} \alpha P(W) dW \equiv \alpha \langle W \rangle \end{aligned} \quad (3.3)$$

elde edilir.

Yukarıdaki şartlarda $\langle n \rangle = \alpha T \langle I \rangle$ olarak ifade elde edilir. Işık enerjisinin farklı dereceden momentumları

$$\langle w^n \rangle = \int_0^\infty w^n P(w) dw \quad (3.4)$$

ifadesi ile bulunabilir. Benzer şekilde foto sayı dağılımındaki sayıların karesinin ortalama değeri

$$\begin{aligned} \langle n^2 \rangle &= \sum n^2 P(n, T) = \int_0^\infty \sum_0^\infty \frac{n^2 (\alpha W)^n}{n!} e^{-\alpha W} P(w) dw \\ &= \int_0^\infty [\alpha^2 w^2 + \alpha w] P(w) dw \\ &= \alpha^2 \langle w^2 \rangle + \alpha \langle w \rangle \end{aligned} \quad (3.5)$$

olarak elde edilir. Bunları kullanarak foto sayı dağılımlarının rastgele değişimleri karakterize eden varyans hesaplanır.

Varyans tanımına göre; $\langle \Delta n^2 \rangle = \langle (\langle n \rangle - n)^2 \rangle = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2$ olduğundan eşitlik (3.3) ve (3.5) birleştirilerek

$$\langle \Delta n^2 \rangle = \alpha \langle w \rangle + \alpha^2 [\langle w^2 \rangle - \langle w \rangle^2] \quad (3.6)$$

elde edilir. Buradan görüldüğü gibi enerji dağılımı

$$P(w) \neq \delta(w - w_0) \quad (3.7)$$

Dirac'ın δ - fonksiyonu olmadığı bütün durumlarda, dağılımın varyansı $n = \alpha \langle w \rangle$ dağılımın ortalama değerinden büyüktür. İlgi çeken bir durum olan denge durumundaki foton gazı için varyans hesapladığımızda, ışık şiddeti dağılımının $T \ll T_k$ şartında;

$$P(I) = I_0^{-1} e^{-I/I_0} \quad (3.8)$$

üstel olarak değiştiğinden, bu ışık şiddeti momentumları eşitlik (3.4)'e benzer şekilde

$$\langle I^n \rangle = I_0^{-1} \int_0^\infty I^n e^{-I/I_0} dl = n! I_0^n \quad (3.9)$$

olarak bulunur. Eşitlik 3.3'den görüldüğü gibi

$$\langle n \rangle = \alpha T \langle I \rangle = \alpha T I_0 \quad (3.10)$$

olduğundan eşitlik (3.6) ifadesinden varyansın

$$\langle \Delta n^2 \rangle = \alpha T I_0 + \alpha^2 T^2 [2I_0^2 - I_0^2]$$

$$\langle \Delta n^2 \rangle = \langle n \rangle + \langle n \rangle^2 \quad (3.11)$$

olduğu görülür, yani $\langle n \rangle$ ortalama değerinden $\langle n \rangle^2$ kadar fazla olduğu açıktır. Bu durum için $P(n, T)$ foto sayı dağılımını, $T \ll \tau_k$ şartında (3.2), (3.8) ve (3.10) eşitliklerini kullanarak hesaplayabiliriz.

$$\begin{aligned} P(n, T) &= \int_0^\infty \frac{(\alpha I T)^n}{n!} e^{-\alpha I T} I_0^{-1} e^{-\frac{I}{I_0}} dl \\ &= \frac{(\alpha I T)^n}{I_0 n!} \int_0^\infty I^n \exp \left[-I \left(\alpha T + \frac{1}{I_0} \right) \right] \\ &= \frac{(\alpha I T)^n}{I_0 n!} \left(\alpha T + \frac{1}{I_0} \right)^{-(n+1)} \int_0^\infty y^n e^{-y} dy \\ &= (1 + \alpha T I_0)^{-1} \left(1 + \frac{1}{\alpha T I_0} \right)^{-n} \end{aligned}$$

$$P(n, T) = \frac{\langle n \rangle^n}{(1 + \langle n \rangle)^{n+1}} \quad (3.12)$$

eşitlik (3.12) ifadesinin Bose-Einstein dağılımına uygun olduğu görülmektedir[12].

Karşılaştırma için sabit şiddetli tek modlu lazer ışınımını da ele alalım. Bu durumda ışık şiddeti yaklaşık sabit kabul edilebilir, yani şiddetin dağılımı

$$P(I) = \delta(I - I_0) \quad (3.13)$$

dirac'ın δ - fonksiyonu şeklindedir. Bu durumda $P(n, T)$ foto sayı dağılımının

$$\begin{aligned} P(n, T) &= \int_0^\infty \frac{(\alpha I T)^n}{n!} e^{-\alpha I T} \delta(I - I_0) dI \\ &= \frac{(\alpha T I_0)^n}{n!} e^{-\alpha T I_0} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Poisson kanunu ile değiştiği görülür. Şiddetin momentumları ise eşitlik (3.8) ifadesinden

$$\begin{aligned} \langle I^n \rangle &= \int_0^\infty I^n P(I) dI \\ &= \int_0^\infty I^n \delta(I - I_0) dI = I_0^n \end{aligned} \quad (3.15)$$

olarak hesaplanabilir. Buradan foto sayı dağılımının ortalama değeri eşitlik (3.15)' den görüldüğü gibi; ($n=1$ olduğu için $\langle I \rangle = I_0$ olduğundan)

$$\langle n \rangle = \alpha T \langle I \rangle = \alpha T I_0 \quad (3.16)$$

elde edilir. Dağılımın varyansı ise $\langle I^2 \rangle = \langle I \rangle^2 = I_0^2$ olduğundan eşitlik (3.6) ifadesine göre;

$$\langle \Delta n \rangle^2 = \alpha T \langle I \rangle = \alpha T I_0 = \langle n \rangle \quad (3.17)$$

olur. Yukarıdaki eşitlikten, dağılımın varyansının, ortalama değere eşit olduğu ortaya çıkar.

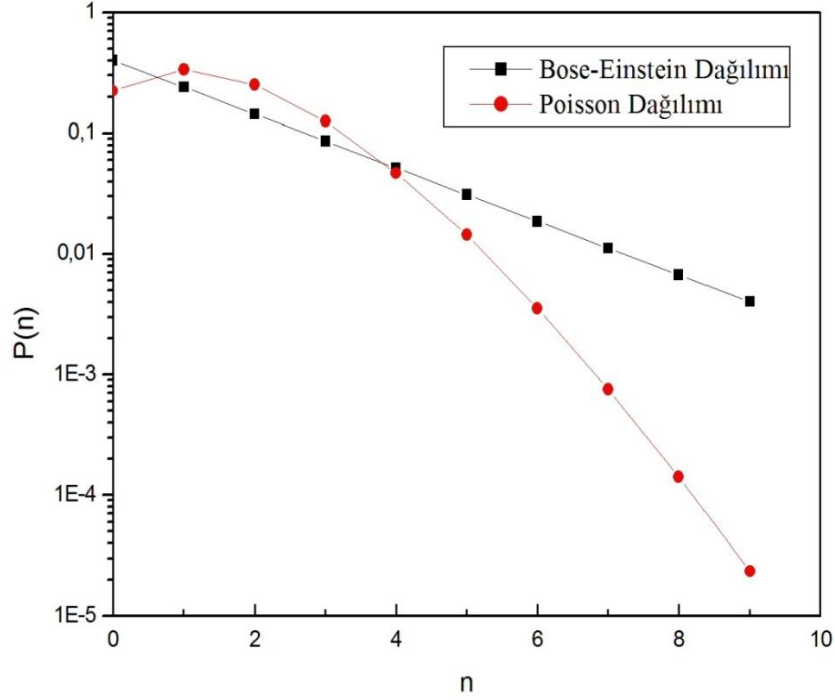
Eşitlik (3.16)'yı dikkate alarak, eşitlik (3.14)'de verilen dağılımı eşitlik (3.12)'e benzer olarak;

$$P(n, T) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle} \quad (3.18)$$

şeklinde bulabiliriz. Bu durumda foto sayı dağılımının poisson dağılımı olduğu ortaya çıkar. Aynı $\langle n \rangle = 1,5$ ortalama değeri için eşitlik (3.12) ve (3.18) olasılıklarının hesaplanmış değerleri tablo 3.1'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 3.1 $n(\text{ort})=1,5$ durumuna uygun olan foto sayı dağılımlarının sonuçları.

n	$\langle n \rangle$	Bose-Einstein Dağılımı	Poisson Dağılımı
0	1,5	0,4	0,22313
1	1,5	0,24	0,334695
2	1,5	0,144	0,25102
3	1,5	0,0864	0,12551
4	1,5	0,05184	0,047066
5	1,5	0,031103	0,014449
6	1,5	0,0186621	0,0035299
7	1,5	0,01119711	0,00075642
8	1,5	0,006718461	0,000141829
9	1,5	0,004031211	0,000023638



Şekil 3.1 Lazer ve ısı kaynaklarının foto sayı dağılımları

Şekil 3.1’ de kare noktalarla gösterilen eğri, eşitlik (3.12)’ de verilen Bose-Einstein dağılımına uygun olan foto sayı dağılımının varyansının $\langle \Delta n \rangle^2 = \langle n \rangle + \langle n \rangle^2$ ve kırmızı noktalarla gösterilen eğri ise eşitlik (3.18)’ de verilen poisson dağılımına uygun olan foto sayı dağılımının varyansının ise $\langle \Delta n \rangle^2 = \langle n \rangle$ olduğu bulunmuştur.

Böylece $P(n, T)$ dağılımı, incelenen ışın demetinde foton durumlarının doluşunu göstermektedir[8]. İdeal lazerin ürettiği koherent ışınının alanı klasik sinüsel dalgaya yakındır. Anlaşılacağı gibi ideal ışık dalgasında bile foton sayılarında rastgele değişimler vardır. Foton gazının denge halinde, varyanstaki $\langle n \rangle^2$ terimi fotonların gruplaşma etkisini göstermektedir. Buradan karmaşık (kaotik) yapılı ışık demetinde foton sayılarında korelasyon bulunduğu ve bunun sonucunda fotonların gruplaşmaya yatkınlığı görülür. İdeal lazer demetinde ise foton sayı rastgele değişimleri arasında korelasyon gözlenmez ve fotonların gruplaşma etkisi olmaz[26].

3.1 Foto Sayı Dağılımlarından Işın Şiddeti Dağılımlarının Elde Edilmesi

Foto sayı dağılımları $P(n, T)$ ölçülebildiği durumlarda kaynağın enerjisi, ışık şiddeti ve dalga alanının dağılımlarını bulmak çok daha dikkat çekicidir. Bu ilişkiyi göstermek için aşağıdaki integrali ele alalım;

$$F(x) = \int_0^{\infty} e^{ixw} P(w) e^{-\alpha w} dw \quad (3.1.1)$$

yukarıdaki integralin fourier dönüşümü

$$P(w) = \frac{e^{\alpha w}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(x) e^{-ixw} dx \quad (3.1.2)$$

eşitlik (3.1.1)'deki, üstel e^{ixw} fonksiyonunu seriye ayırıp işlemleri devam ettirirsek

$$F(x) = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{ixw}{n!}\right)^n P(w) e^{-\alpha w} dw \quad (3.1.3)$$

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (ix)^n \int_0^{\infty} \frac{(\alpha w)^n}{n!} P(w) e^{-\alpha w} dw \quad (3.1.4)$$

eşitlikleri elde edilir. Eşitlik (3.1.1) ve (3.1.4) birleştirildiğinde.

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{ix}{\alpha}\right)^n P(n, T) \quad (3.1.5)$$

yukarıdaki (3.1.5) ifadesi elde edilir. Eşitlik (3.1.5) deneysel olarak ölçülebilen $P(n, T)$ foto sayı dağılımlarından kaynağın w enerjisine bağlı $P(w)$ dağılım fonksiyonunun hesaplanabileceğini göstermektedir.

Hesaplamalar yoluyla kaynağın rastgele değişen I şiddetinin $P(I)$ dağılım fonksiyonunda elde edebiliriz. Yine sayım zaman aralığı (T), koherentlik zamanı τ_k 'dan küçük değerlerinde ışık şiddetini sabit kabul edersek ($T \ll \tau_k$)

$$W = IT \quad (3.1.6)$$

olarak yazıldığında, $P(w)$ enerji dağılımı ile $P(I)$ şiddet dağılımı uyumlu olacaktır. Enerji (w), ışık şiddeti (I) ve bunların $P(w)$ ve $P(I)$ dağılım fonksiyonları türetilmiş nicelikler olduklarından fiziksel anlama sahip olan $V^{(r)}(t)$ dalga alanıdır ve bunun istatistiği, hesaplamalarımız için çok daha önemlidir. Kompleks analitik sinyal $V(t)$ kavramını kullanarak alıcı düzeneklerin ölçtükleri ışığın ortalama şiddeti $I(t)$,

$$I(t) = V^*(t)V(t) \quad (3.1.7)$$

yukarıdaki gibi yazılır. Kararlı haldeki monokromatik ışın ($\Delta\nu \ll \nu_0$) için $V(t)$ sinyalinin genlik fazlarının bağımsız olması halinde (3.1.7) ifadesinden

$$P(V^{(r)}, V^{(i)}) = \pi^{-1}P(I) \quad (3.1.8)$$

olduğu bilinir. Buradan $I = V^{(r)2} + V^{(i)2}$ olduğu dikkate alınarak $P(V^{(r)})$ olasılık yoğunluğu

$$P(V^{(r)}) = \frac{1}{\pi} \int_{V^{(r)}}^{\infty} \frac{P(I)dI}{(I-V^{(r)2})^{1/2}} \quad (3.1.9)$$

olduğundan integral alma yöntemiyle hesaplanır[3]. Ele aldığımız $F(x)$ fonksiyonunun, $P(w)$ dağılımının karakteristik fonksiyonuna bağlı bir fonksiyon olduğu da açıkça görülmektedir. Örnek olarak, sık sık gözlenen ve yukarıda da ele aldığımız bazı $P(n, T)$ foto sayı dağılımlarına göre ($T \ll \tau_k$) şartında ışığın $P(w)$, $P(I)$ ve $P(V^{(r)})$ dağılımlarını hesaplayalım. Deneylerde sık sık rastlanılan $P(n, T)$ foto sayı dağılımının Bose-Einstein istatistiğine uygun değişmesi halinde;

$$P(n, T) = \frac{\langle n \rangle^n}{(\langle n \rangle + 1)^{n+1}} \quad (3.1.10)$$

olduğundan eşitlik (3.1.10)'u eşitlik (3.1.5)'de yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
F(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{ix}{\alpha}\right)^n \frac{\langle n \rangle^n}{(\langle n \rangle + 1)^{n+1}} \\
&= \frac{1}{\langle n \rangle + 1} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{ix \langle n \rangle}{\alpha(\langle n \rangle + 1)}\right)^n \\
&= \frac{1}{\langle n \rangle + 1} \cdot \frac{1}{1 - \frac{ix \langle n \rangle}{\alpha(\langle n \rangle + 1)}} \\
&= \left(\langle n \rangle + 1 - \frac{ix \langle n \rangle}{\alpha}\right)^{-1} \tag{3.1.11}
\end{aligned}$$

olarak hesaplanır. Bu sonucu eşitlik (3.1.2)'de yerine yazıldığında

$$P(w) = \frac{1}{\langle w \rangle} \exp\left(-\frac{w}{\langle w \rangle}\right) \tag{3.1.12}$$

ifadesine ulaşılır. Yukarıdaki eşitlikte $\langle w \rangle = \frac{\langle n \rangle}{\alpha}$ olduğu açıkça görülür. Aynı şartlarda eşitlik (3.1.6)'ı kullanarak,

$$P(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} \exp\left(-\frac{I}{\langle I \rangle}\right) \tag{3.1.13}$$

olduğunu gösterebiliriz. Burada;

$$\langle I \rangle = \frac{\langle w \rangle}{T} = \frac{\langle n \rangle}{\alpha T} \tag{3.1.14}$$

olduğuda açıktır. Eğer ışık lineer kutuplanmışsa, eşitlik (3.1.9) ve (3.1.13) ifadelerinden ışık alanının dağılımı;

$$P(V^{(r)}) = (\pi \langle I \rangle^{-1/2}) \exp\left(-\frac{V^{(r)2}}{\langle I \rangle}\right) \tag{3.1.15}$$

olarak bulunur.

Eşitlik (3.1.15) ifadesi gösterirki, $V^{(r)}$ niceliğinin olasılık dağılımının yoğunluğunun orta değeri sıfır ve varyansı $1/2\langle I \rangle$ olan Gaussyen dağılımıdır. $P(n, T)$ foto sayı dağılımının Poisson dağılımına uygun olarak değiştiği durumu ele alalım. Bu durumda foto sayı dağılımı,

$$P(n, T) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle} \quad (3.1.16)$$

şeklinde verilir. Eşitlik(3.1.16) ifadesini eşitlik (3.1.5)'te yerine yazarsak;

$$F(x) = \exp \left[\langle n \rangle \left(\frac{ix}{\alpha} - 1 \right) \right] \quad (3.1.17)$$

olduğunu buluruz. Genliği sabitleştirilmiş bir modlu lazer ışınımı için eşitlik (3.1.16) ve (3.1.5) kullanılarak $P(w)$ dağılım fonksiyonu;

$$P(w) = \delta(w - \langle w \rangle) \quad (3.1.18)$$

olarak hesaplanır. Burada δ – Dirac fonksiyonudur. Işınım şiddetinin $P(I)$ dağılım fonksiyonu da benzer şekilde;

$$P(I) = \delta(I - \langle I \rangle) \quad (3.1.19)$$

olur. Eğer ışınım alanı lineer kutuplanmış ise, eşitlik (3.1.19) ve (3.1.9) ifadelerine göre

$$P(V^{(r)}) = \begin{cases} \pi^{-1} (\langle I \rangle - V^{(r)2})^{-\frac{1}{2}} & |V^{(r)}|^2 < (\langle I \rangle) \\ 0 & |V^{(r)}|^2 > (\langle I \rangle) \text{ ise,} \end{cases} \quad (3.1.20)$$

olduğu bulunur. Ele aldığımız örneklerde deneysel olarak ölçülebilen $P(n, T)$ foto sayı dağılımlarına göre optik ışınımın $P(w)$, $P(I)$ ve $P(V^{(r)})$ dağılımlarının nasıl bulunabileceği gösterildi. Yukarıda verilen sonuçların yarı klasik yaklaşımla elde edildiğini ancak, aynı sonuçlara ciddi kuantum teorisi temelinde de ulaşılması mümkündür[24].

4. MODÜLASYON OLAYI

Haberleşmedeki en önemli konu modülasyondur. Bilgi transferi yüksek frekanslı taşıyıcı ile yapılmaktadır. Alçak frekanslı bilgi sinyallerinin, yüksek frekanslı taşıyıcı sinyaller üzerine bindirilip uzak mesafelere gönderilmesi işlemine modülasyon denir. Alçak frekanslı bilgi sinyalleri tek başına uzak mesafelere gidemezler. Yüksek frekanslı sinyaller ise az bir güçle uzak mesafelere gidebilirler. Bu nedenle, taşıyıcı sinyaller hamal olarak kullanılırlar ve alçak frekanslı bilgi sinyalleri vericide modülasyon işlemine tabi tutularak, taşıyıcı üzerine bindirilir. Modülasyon ve demodülasyon işlemlerinin gereği şu şekilde açıklanabilir. Bilindiği gibi insan sesinin frekansı 20 Hz ile 20.000 Hz arasındadır bir çok insan sesinin aynı anda elektromanyetik dalgalar ile yayınlanması ile oluşacak olan girişim sonucunda haberleşme imkansız hale gelebilir. Diğer bir önemli engel ise, böyle alçak frekanslı işaretler için gerekli olan anten boyu kilometreler mertebesinde olmasıdır. Bu iki engeli aşmak amacı ile alçak frekanslı bilgi işareti yüksek frekanslı bir taşıyıcı ile iletilir. Taşıyıcı frekanslar yüksek frekanslı olduğundan, anten boyutu pratik sınırlar içinde olur. Ayrıca her istasyona farklı frekans değeri verilecek olursa bile girişimler önlenmiş olabilir. Modülasyon yukarıda da söylendiği gibi bildiri işaretini iletme daha uygun bir biçimine sokmak için yapılır. Modülasyon işlemini gerçekleştirmek için iki sinyale ihtiyaç vardır, bilgi sinyali ve taşıyıcı sinyalidir. Alçak frekanslı bilgi sinyaline, modüle eden, modüle edici, modülasyon sinyali, gönderilecek sinyal, alçak frekanslı (AF) sinyal adı da verilir. Yüksek frekanslı taşıyıcı sinyaline, modüle edilen, RF (Radyo Frekans) sinyali, taşıyıcı sinyal de denilebilir. Modülasyon işleminde modüle eden sinyal bilgi sinyali, modülasyona uğrayan veya modüle edilen sinyal ise taşıyıcı sinyalidir[25].

4.1 Modülasyon Süreci Hakkında Genel Bilgiler

Alçak frekanslı sinyaller doğrudan doğruya elektromanyetik dalgalar şeklinde yayınlanmazlar. Aşağıda sıralanan maddelerden dolayı alçak frekanslı sinyaller, yüksek frekanslı taşıyıcı sinyaller üzerine bindirilir.

1. Alçak frekanslı bilgi sinyallerinin enerjileri uzak mesafelere gidecek kadar fazla değildir. Haberleşme için gerekli yayın mesafesini sağlamak için bilgi sinyali, taşıyıcı üzerine bindirilir.

2. Eğer bir vericide modülasyon işlemi gerçekleştirilmeseydi yani bilgi sinyali, taşıyıcı üzerine bindirilmeseydi bu vericinin kullanacağı anten boyu çok uzun olurdu. 20 Hz - 20 KHz ses frekans bandında çalışan bir verici anteninin fiziki uzunluğu çok büyük olurdu.

3. 20 Hz - 20 KHz 'lik ses frekans bandının dar oluşu sebebiyle bu frekans bandına yerleştirilecek istasyon adedi sınırlıdır. Bu frekans bandında çalıştırılacak herhangi bir vericinin band genişliği 5-10 KHz arasında olacağı için, ses frekans bandında birbirini etkilemeden çalışacak verici istasyon adedi birkaç taneyi geçmeyecektir.

Bu anlatılan sakıncalar nedeniyle modülasyon işlemi gerçekleştirilir. Bilgi sinyallerinin, taşıyıcı sinyal üzerine bindirilmesiyle; bilgi sinyalleri uzak mesafelere gönderilebilir, vericilerin kullanıldığı anten boyları kısalmır, RF (radyo frekans) bandı içine çok sayıda verici istasyonu birbirini etkilemeden uzak mesafe ile telsiz haberleşmesi sağlanır. Radyo frekans bandı 20 KHz. 'den 30000 MHz. 'e kadar olan frekansları kapsar[25].

4.2 Modülasyon Çeşitleri

Modülasyon işlemi sonunda taşıyıcı sinyalinin genliği, frekansı ve fazı değişikliğe uğrar. Genel anlamda 3 çeşit modülasyon mevcuttur.

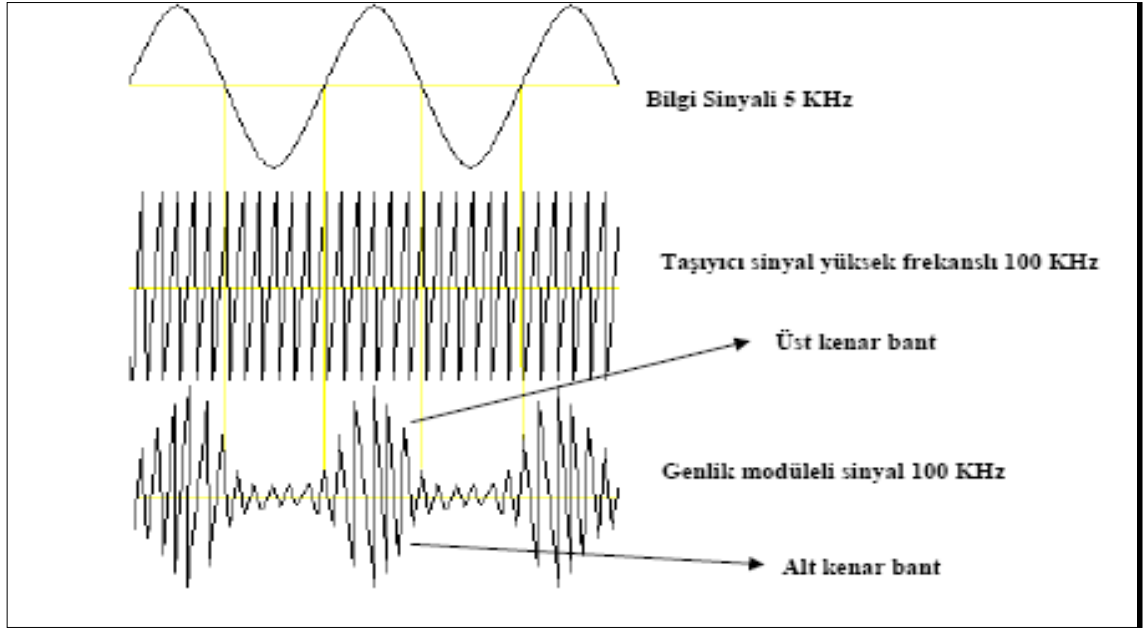
a) Genlik Modülasyonu (Amplitude Modulation, A-M, G-M): Taşıyıcı sinyal genliğinin bilgi sinyalinin frekans ve genliğine bağlı olarak değiştirilmesidir.

b) Frekans Modülasyonu (Frequency Modulation, F-M): Taşıyıcı sinyal frekansının, bilgi sinyalinin frekans ve genliğine bağlı olarak değiştirilmesidir.

c) Faz Modülasyonu (Phase Modulation, P-M): Taşıyıcı sinyal fazının, bilgi sinyalinin frekans ve genliğine bağlı olarak değiştirilmesidir. En direkt F-M olarak' ta bilinir. Bizim konumuzla ilgili olarak aşağıda sadece genlik modülasyonunu ele alacağız.

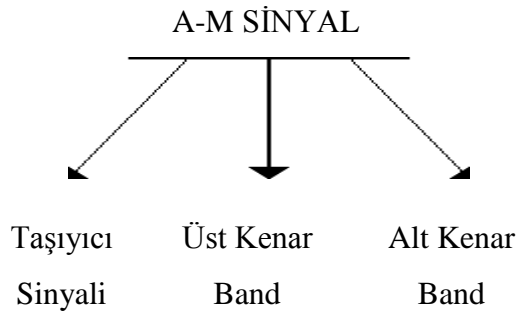
4.2.1 Genlik Modülasyonu

Bu modülasyon türünde, bilgi sinyalinin frekans ve genliğine bağlı olarak, taşıyıcı sinyalinin sadece genliği değiştirilir. Uzak mesafelere gönderilmek istenen düşük frekanslı ses veya müzik şeklindeki bilgiler önce elektriki enerjiye çevrilir. Sonra taşıyıcı (RF) sinyal üzerine bindirilerek, elektromanyetik dalgalar şeklinde uzak mesafelere yayınlanır. Modülasyon için iki önemli sinyalin olması şarttır. Bunlar bilgi sinyali ve taşıyıcı sinyali' dir. Bunlardan frekansı düşük olan uzak mesafelere gönderilecek olan bilgi sinyali, frekansı yüksek olan ise hamal vazifesi gören taşıyıcı sinyalidir. 100 KHz. ve 5 KHz.' lik iki ayrı sinyalden hangisinin bilgi, hangisinin taşıyıcı olduğunu tespit edebiliriz. Şekil 4.1' de 5 KHz.' lik bilgi sinyali ile 100 KHz.' lik taşıyıcının modülasyonu gösterilmiştir. Şekilde gösterildiği gibi alçak frekanslı bilgi sinyalinin pozitif (+) alternanslarında taşıyıcının genliği artar. En büyük genlik, bilgi sinyalinin (+) pik noktasında elde edilir. Alçak frekanslı bilgi sinyalinin negatif (-) alternanslarında ise taşıyıcının genliği azalır. En küçük genlik ise, bilgi sinyalinin (-) pik noktasında elde edilir. Böylece taşıyıcının genliği, bilgi sinyaline göre değiştirilmiş olur.



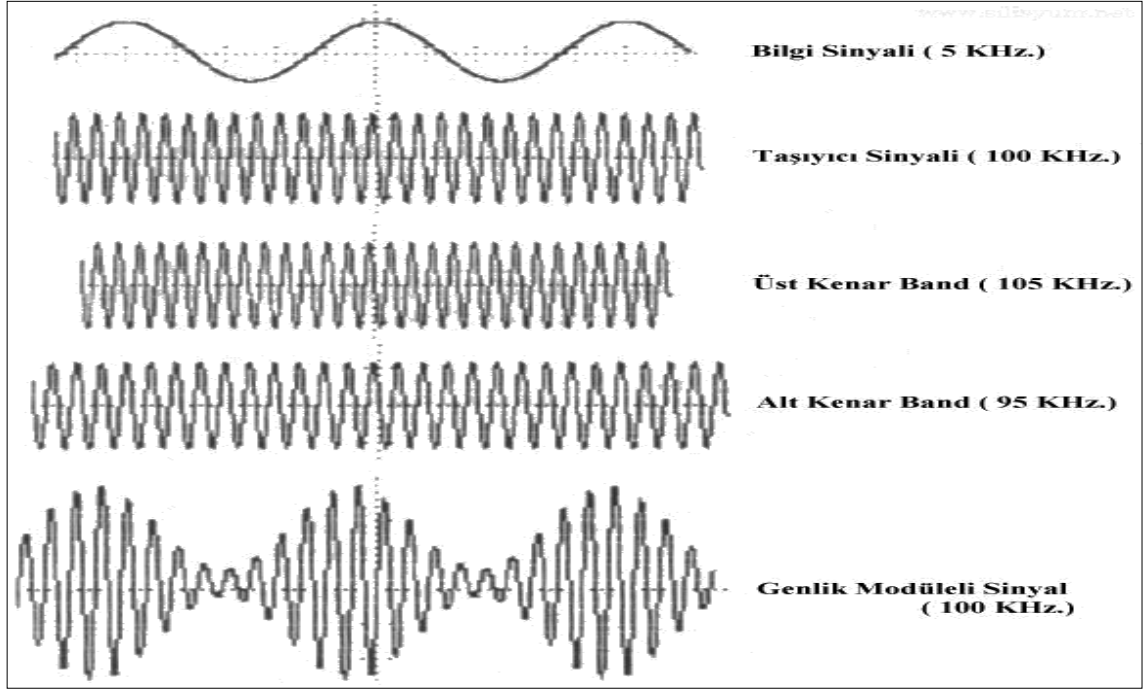
Şekil 4.1 Genlik modülasyonu dalgaının oluşumu.

A-M (Genlik modüledi sinyal) 3 bileşenden oluşur. Bu sinyallerden herhangi birisinin olmaması halinde elde edilen sinyal A-M sinyal değildir. A-M sinyal olabilmesi için üç sinyalin olması şarttır.



Genlik modülasyonu neticesinde; taşıyıcı sinyali, taşıyıcının üstünde ÜKB, taşıyıcının altında ise AKB oluşur kenar bandların genliği ise eşittir. Alçak frekanslı bilgi sinyalleri ile yüksek frekanslı taşıyıcı sinyallerin elektronik devre elemanı içinde karıştırılarak taşıyıcı sinyalinin altında ve üstünde olmak üzere iki tarafında yeni frekanslar elde etme işlemine modülasyon denir.

Eğer lineer çalışma yapan bir devre elemanına bu iki sinyal uygulanırsa çıkışında girişe benzeyen sinyaller elde edilir. Yani bu durumda giriş ile çıkış doğru orantılıdır.



Şekil 4.2 Genlik modülasyonu.

Modülasyon işlemini gerçekleştiren transistörün çalışma noktası nonlinear (lineer olmayan) bölgeye kaydırılırsa çıkış girişe benzemez. Yani çıkıştan girişe benzemeyen girişten farklı sinyaller alınır. Girişe farklı frekanslarda iki sinyal uygulandığında, eleman çıkışından girişe uygulanmayan yeni frekanslarda başka sinyaller alınır. Genlik modülasyonunda esas olarak antenden yayınlanan frekanslar ; taşıyıcı , toplam ve fark frekanslar (AKB - Alt Kenar Band ve ÜKB – Üst Kenar Band) dir. Şekil 4.2' de 5 KHz. 'lik bilgi ile 100 KHz.' lik taşıyıcı sinyali genlik modülasyonuna tabi tutulmuş ve modülasyon neticesinde 105 KHz.' lik bir üst kenar bant 95 KHz. 'lik alt kenar bant oluşmuştur. Bilgi sinyalinin frekans ve genliğine bağlı olarak taşıyıcının genliği değiştirilerek genlik modüleli sinyal elde edilmiştir. Burada unutulmaması gereken nokta genlik modüleli sinyalin frekansı da 100 KHz.'dir. Çünkü modülasyon sonucunda taşıyıcının frekansı değil genliği değiştirilir[25].

Genlik modülasyonunun özellikleri özetle aşağıdaki gibidir.

- 1-Modülasyon anında taşıyıcının genliği değişir, frekansı ise sabittir.
- 2- Modülasyon anında, taşıyıcının altında ve üstünde olmak üzere iki adet kenar band oluşur.
- 3- BW, modüle eden sinyal frekansının iki katına eşittir.
- 4- A-M vericiler, güçlü vericilerdir.
- 5- A-M 'de önemli olan sinyalin uzak mesafelerde dinlenmesidir. Bu yüzden ses kalitesi düşüktür.
- 6- A-M yayınlan almak için ayrıca bir antene gerek yoktur.
- 7- A-M alıcıların ara frekansı 455 KHz. dir.
- 8- % 100 modülasyonda modülasyon faktörü 1'e eşittir.
- 9- Modülasyon sinyal frekansının yükselmesi, taşıyıcı dalga genliğinin çok hızlı değişmesine neden olur.
- 10- Modülasyon sinyal genliğinin yükselmesi, taşıyıcı dalga genliğinin çok yükselmesine neden olur.

4.2.1.1 Kenar Band Frekansı ve Band Genişliği

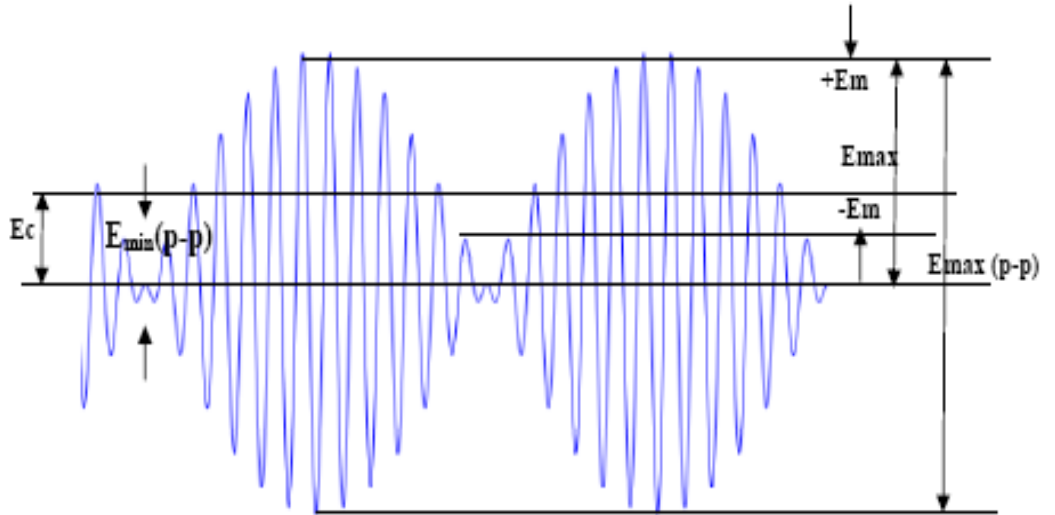
Taşıyıcı ve bilgi sinyali frekanslarının toplamı üst kenar bandı frekansların farkı ise alt kenar bandı meydana getirir. Taşıyıcı sinyali ses veya müzik işaretleri ile modüle edilirse modülasyon sonunda taşıyıcı sinyali sabit kaldığına göre değişik frekans değerlerindeki bilgi sinyal (ses, müzik) frekansı adedinde alt ve üst kenar frekansları meydana gelir. Bu alt ve üst kenar frekanslarının frekans spektrumu üzerinde kapladığı alana alt kenar veya üst kenar bant adı verilir. Taşıyıcı frekansının üstündeki frekansların oluşturduğu banda "üst kenar bandı" taşıyıcı frekansının altında oluşan frekansların meydana getirdiği banda ise "alt kenar bandı" adı da verilir. Genlik modülasyonu sonucunda meydana gelen alt ve üst kenar bantları ile taşıyıcının frekans spektrumu içerisinde kapladığı alana kanal veya bant genişliği denir ve $BW=2f_m$ en yüksek frekanslı modüle eden (bilgi) sinyalin iki katına eşittir. Yeryüzü atmosferinde yayılabilmesi için taşıyıcının üst ile alt yan bantlarda bulunan tüm frekansların RF (Radyo Frekansı) olması gerekir.

4.2.2 Modülasyon Zarfı ve Modülasyon Faktörü

Modülasyon zarfının genliği ve genlik değişme oranı bilgi sinyalinin frekans ve genliğine bağlı olarak değişir. Modüle eden sinyalin (bilgi) genliği taşıyıcı sinyal genliğindeki değişme miktarını bilgi sinyalin frekansı ise taşıyıcı sinyal genliğindeki değişme hızını tayin eder. Bilgi sinyal genliğinin (E_m), taşıyıcı sinyal genliğine (E_c) oranına modülasyon faktörü veya indeksi denir 'm' ile gösterilir.

Burada $m = (E_m / E_c)$ dır. Birimi yoktur. (Volt/Volt = 1) Dikkat edilmesi gereken nokta bilgi sinyal genliği hangi birimden (tepeden tepeye, etkin tepe) alınıyorsa taşıyıcı sinyal genliği de aynı birimden alınmalıdır. Modülasyon sistemlerinde modülasyon yüzdesi kavramı vardır. Bu yüzde modülasyon faktörünün 100 ile çarpımına eşittir. % m ile gösterilir. Modülasyon derinliği, modülasyon derecesi % $m = (E_m / E_c).100$ olarak da bilinir. Aslında modülasyon yüzdesi; bilgi sinyalinin taşıyıcının yüzde kaçını modüle edebildiğinin ifadesidir.

Örneğin; modülasyon faktörü 0,8 ise modülasyon yüzdesi % 80 'dir. Yani, bilgi sinyali taşıyıcının % 80 'ini modüle edebilmiştir. Geriye kalan % 20 'sini modüle edememiştir. Eğer; bilgi sinyali taşıyıcının tamamını modüle etmişse % $m = \% 100$ 'dür. A.M 'de modülasyon yüzdesinin artması o sinyalin anlaşılrlığını, iyilik derecesini artırır.



Şekil 4.3 A.M modülasyon yüzdesi hesabı.

5. FOTO SAYI DAĞILIMININ İNCELENMESİ

5.1 Genel İfadeler

Foto istatistiksel ölçümlerde kullanılan kaynakların T_k koherentlik süresi ile alıcı düzeneyin ölçüm süresi T , $T_k \gg T$ şartı kesinlikle sağlanmalıdır. Aksi takdirde foto akım optik alanın istatistiksel özelliklerinden bağımsız olacak ve foto elektronların sayısının dağılım olasılığı sadece poisson dağılımını verecektir. Mevcut foto elektron cihazların karakteristikleri $T = 10^{-4} \sim 10^{-6}$ sn aralığında değişimleri sağladığından yukarıda gösterilen koşula sadece iki kaynağın, üretim eşiğinin üzerinde ve eşik seviyesine yakın olan tek modlu lazer ve dar bantlı ısı kaynağı (eşiğin altında çalışan lazer) uygun görülür. Teorik ve pratik amaçlar için kullanılacak kaynakların sayısını arttırmak amacı ile son yıllarda genliğe göre modüle edilmiş ışık alanları ile yapılan deneyler ilgi çekicidir. Aşağıda göreceğimiz gibi modüle edici sinyalin parametrelerini kontrol ederek, pratik olarak istenilen istatistiksel özelliklerin sahip olan ışık kaynakları elde edilir[12].

Bu bölümde modüle edilmiş optik alanların foto kabul sürecini karakterize eden genel ifadeleri elde edeceğiz.

Yarı klasik yaklaşım kullanacağız. Genel olarak modüle edilmiş optik radyasyon durgun olmayan bir süreç olduğundan bölüm 3' te sabit süreç için aldığımız ifadeleri yeniden yazmamız gerekir. Bu durumda $[t_i, t_i + T_i]$ zaman aralığında gerçekleşen i - inci ölçüm süresi için $P_i(n, t_i, T_i)$ durgun olmayan foto sayı dağılımı uygun mandel formülünden

$$P_i(n, t_i, T_i) = \int_0^\infty P_i(w) \frac{(\alpha w)^n}{n!} e^{-\alpha w} dw \quad (5.1.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $P_i(w)$, i -inci ölçüm için optik alan enerjisinin $w(t_i, T_i) = \int_{t_i}^{t_i+T_i} I(t) dt$ dağılımı, $I(t)$ optik şiddetin ani değeridir. (5.1.1)' deki gerçek gözlenen $P_i(n, t_i, T_i)$ dağılımı i -inci ölçüm sayısı I ' dan bağımsız olur. Çünkü foto sayı dağılımlarının deneysel ölçme yönteminde foto elektronların rastgele akısı rastgele süreç olarak kabul edilir.

Böylece bu durumda $P(n)$ istenilen fonksiyonunun ortalama değeri çok büyük “ n ” ölçüm hacmi durumunda bu fonksiyonun matematiksel gözlemi ile çıkarılır.

$$P\left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^N t(n_j)\right) \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} P_i(n, t_i, T_i), P(n) \quad (5.1.2)$$

Durgun olmayan süreçler için bu uygunluk olamaz eğer foto sayı dağılımı

$$P(n) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} P_i(n, t_i, T_i) \quad (5.1.3)$$

olan durgun topluluk ele alınırsa büyük ölçüm hacmi limitinde gerçek gözlenen (5.1.3) dağılımının ortalama değeri yaklaşık olarak deneysel gözlenen ortalama değerler ile çakışacaktır. Böylece biz foto sayı olasılık dağılımı $P(n, t, T)$ gerçek durgun olmayan sürecin olasılığı $P(n)$ olan durgun süreçle değiştirmiş oluruz. Aşağıda biz bu $P(n)$ olasılığı hesaplamayı amaçlıyoruz. Bu amaçla lineer polarize olunmuş kuazi harmonik bir radyasyon ele alalım. Bu durumda $V(t)$ bu ışınının analitik sinyali,

$$V(t) = x(t)a(t)\exp[i[w_0 t + \varphi(t)]] \quad (5.1.4)$$

burada $a(t)$ ve $\varphi(t)$ modüle olunmamış sürecine uygun olarak genlik ve fazıdır. $x(t)$ ise genlik modülasyonuna uygun olan çarpanıdır. $I(t)$ ise, $x(t)$ ve $a(t)$ ’nin karakteristik zamanları olan “ τ_a ” karakteristik zamanlarına göre küçük, “ w_0 ” frekanslı optik sinyalin periyoduna göre büyük olan zaman aralığındaki ortalama değeri bilindiğine göre analitik sinyalin modülünün karesine eşittir.

$$I(t) = |V(t)|^2 = |x(t)|^2 |a(t)|^2 \quad (5.1.5)$$

bu durumda $\tau_k \gg \tau_i$ şimdi $\tau_x \gg \tau_i$ ve $\tau_a \gg \tau_i$ şartına dönüşür. Fakat modüle edilmiş optik ışınının foto istatistiksel özelliklerin incelenmesinde bu bağlantının her ikisinin yerine getirilmesine ihtiyaç yoktur, birinin olması yeterlidir.

Buradan deneylerde sıkça rastlanan $\tau_x \gg \tau_i$ ve istenilen “ τ_a ” durumunda

$$w(t_i, T_i) \cong |x(t)|^2 \int_{t_i}^{t_i+T_i} |a(t)|^2 dt = I_m(t) w_0(t_i, T_i) \quad (5.1.6)$$

yazabiliriz. $w_0(t_i, T_i) = \int_{t_i}^{t_i+T_i} |a(t)|^2 dt$ modüle olmamış kaynağın enerjisi $I_m(t_i)$ ise ölçüm sırasında değişmeyen modüle edici sinyalin şiddetidir. Elde edilen ifadeler gösterirki foto elektron dağılımının kontrol edilebilecek parametreleri t_i, T_i ve I_m 'dir ve bunlardan birinin değiştirilmesi optik sinyalin puls modülasyonlarının birini modelleştirir. $P(n)$ olasılık dağılımının hesaplanması için $\tau_x \gg \tau_i$ yaklaşımında alan enerji değişiminin etkin dağılımını

$$P(w) = \lim_{N \rightarrow \infty} P(w) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \int_0^\infty q_i(t, T, I_m, \frac{w_0}{I_m}) \frac{dt dT dI_m}{I_m} \quad (5.1.7)$$

gözden geçirelim. Burada $q_i(t, T, I_m, w_0)$ i-inci ölçüm için modüle edilmiş ışık akısının parametrelerinin dağılımıdır. Bu durumda (5.1.3) ifadesini yeniden

$$P(n) = \lim_{N \rightarrow \infty} P(n) = \int_0^\infty p(w) \frac{(\alpha w)^n}{n!} e^{-\alpha w} dw \quad (5.1.8)$$

şeklinde yazalım. $P(w)$ 'nin hesaplandığı zaman modüle edilmemiş ışınımın durgun olduğunu ve modüle edici sinyallerle hiçbir bağlantısı olmadığını dikkate aldık. Bununla beraber $T_i = sbt$ durumu ile sınırlanırsa $\tau_a \gg \tau_i$ olduğunda $w_0 = T_i |a|^2$ olur ve $q_i(t, T, I_m, w_0) = q_i(t, I_m) q(w_0)$ yazabiliriz ve $q(w_0)$, i-inci ölçüm sayısından bağımsız olur.

Son olarak;

$$Q(I_m) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \int_{-\infty}^\infty q_i(t, I_m) dt \quad (5.1.9)$$

dahil etmekle (5.1.8) ifadesini bu $P(n)$ dağılım fonsiyonlarının hesaplanması için aşağıdaki ifadeleri kullanacağız.

$$P(n) = \int_0^{\infty} Q(I_m) p(n/I_m) dI_m \quad (5.1.10)$$

buradan

$$P(n/I_m) = \int_0^{\infty} q(w_0) e^{-\alpha I_m w_0} \frac{(\alpha I_m w_0)^n}{n!} dw \quad (5.1.11)$$

burada $I_m = |x^2|$ sabit değerinde modüle edilmemiş ışınının foto sayı dağılımıdır. Böylece (5.1.10) formülü $\langle n \rangle = \alpha \langle w_0 \rangle \langle I_m \rangle$ ortalama değerini modüle edilmemiş (5.1.11) formülünün birleşimi olarak

$$P(n) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} dw dI_m q(w_0) Q(I_m) e^{-\alpha I_m w_0} \frac{(\alpha I_m w_0)^n}{n!} \quad (5.1.12)$$

ortaya çıkar.

5.2 Rastgele Sinyallerle Modüle Edilen Kaynakların İstatistiksel Karakteristiklerinin Hesaplanması

Yukarıda elde edilen (5.1.10) ve (5.1.11) ifadelerini kullanarak bazı özel durumlarda (5.1.12)'deki $P(n)$ foto sayı dağılımlarını hesaplayalım.

1.A Genliği sabitleştirilmiş lazer kaynağı dar bantlı gauss gürültüleri ile modüle edilir.

Bu durumda kaynağın dağılım fonksiyonunu

$$q(w_0) = \delta(w_0 - \langle w_0 \rangle) \quad (5.2.1)$$

Bu durumda foto sayı dağılımı $P(n) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle}$ olduğunu (3.1.16)'da gösterdik.

Modüle edici gürültünün dağılım fonksiyonunu

$$Q(I_M) = \frac{1}{\langle I_m \rangle} \exp\left(-\frac{I_m}{\langle I_m \rangle}\right) \quad (5.2.2)$$

tanımlanmış olarak verilir. Buradan (5.2.1) ve (5.2.2) eşitliklerini (5.1.12) formülünde yerine yazarsak bu durumda $P(n)$ foto sayı dağılımı

$$\begin{aligned} P(n) &= \int_0^\infty Q(I_m) dI_m \int_0^\infty q(w_0) e^{-n I_m w_0} \frac{(\alpha I_m w_0)^n}{n!} dw_0 \\ &= \int_0^\infty \frac{1}{\langle I_m \rangle} \exp\left(-\frac{I_m}{\langle I_m \rangle}\right) dI_m \int_0^\infty \delta(w_0 - \langle w_0 \rangle) e^{-n I_m w_0} \frac{(\alpha I_m w_0)^n}{n!} dw_0 \\ &= \frac{1}{\langle I_m \rangle} \int_0^\infty \frac{(\alpha I_m \langle w_0 \rangle)^n}{n!} \exp\left[-I_m \left(\frac{1}{\langle I_m \rangle} + \alpha \langle w_0 \rangle\right)\right] dI_m \end{aligned} \quad (5.2.3)$$

olur. (5.2.3)' de

$$x = I_m \left(\frac{1}{\langle I_m \rangle} + \alpha \langle w_0 \rangle\right) \quad (5.2.4)$$

Değişken değişikliği yapıldığında buradan

$$P(n) = \frac{1}{\langle I_m \rangle n!} \cdot \frac{\langle I_m \rangle}{1+n\langle w_0 \rangle \langle I_m \rangle} \cdot \frac{(\alpha \langle w_0 \rangle \langle I_m \rangle)^n}{(1+\alpha \langle w_0 \rangle \langle I_m \rangle)^n} \int_0^\infty x^n e^{-x} dx$$

$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$ gama fonksiyonu olduğunu dikkate alırsak.

$$P(n) = \frac{(\alpha \langle w_0 \rangle \langle I_m \rangle)^n}{(1+\alpha \langle w_0 \rangle \langle I_m \rangle)^{n+1}} \quad (5.2.5)$$

elde ederiz. $\langle n \rangle = \alpha \langle w_0 \rangle \langle I_m \rangle$ olduğundan sonuçta

$$P(n) = \frac{\langle n \rangle^n}{(1 + \langle n \rangle)^{n+1}} \quad (5.2.5a)$$

yazarsak $P(n)$ dağılımını Bose-Einstein dağılımı olarak buluruz. Bu dağılımı daha önce (3.12)'de göstermiştik.

2.A Dar bantlı gauss kaynağı (eşik altında çalışan lazer) dar bantlı gauss gürültüleri ile modüle edilir.

Bu durumda kaynağın dağılım fonksiyonu

$$q(w_0) = \frac{1}{\langle w_0 \rangle} \exp\left(-\frac{w_0}{\langle w \rangle}\right) \quad (5.2.6)$$

Modüle edici gürültünün dağılım fonksiyonu

$$Q(I_M) = \frac{1}{\langle I_M \rangle} \exp\left(-\frac{I_M}{\langle I_M \rangle}\right) \quad (5.2.7)$$

olarak verilir o halde (5.2.6) ile (5.2.7) eşitliklerini (5.1.12) formülünde yerine yazarsak bu durumda $P(n)$ foto sayı dağılımı

$$\begin{aligned} P(n) &= \int_0^\infty \frac{1}{\langle I_M \rangle} \exp\left(-\frac{I_M}{\langle I_M \rangle}\right) dI_M \int_0^\infty \frac{1}{\langle w_0 \rangle} \exp\left[\left(\frac{-1}{\langle w_0 \rangle} + n I_M w_0\right) \frac{(\alpha I_M w_0)^n}{n!} dw_0\right] \\ &= \frac{1}{\langle I_M \rangle} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{I_M}{\langle I_M \rangle}\right) \cdot \frac{(\alpha I_M \langle w_0 \rangle)^n}{(1 + \alpha I_M \langle w_0 \rangle)^{n+1}} dI_M \\ &= \frac{n!}{\sqrt{\langle n \rangle}} \exp\left(\frac{1}{2\langle n \rangle}\right) W_{-(n+\frac{1}{2}), 0, (\frac{1}{\langle n \rangle})} \end{aligned}$$

olur. Bu ifadeyi

$$P(n) = \frac{n!}{\langle n \rangle} \Psi\left(n + 1, 1, \frac{1}{\langle n \rangle}\right) \quad (5.2.8)$$

şeklinde de yazabiliriz.

Buradan $\langle n \rangle = \alpha \langle w_0 \rangle \langle I_m \rangle$, $W_{x,\mu}(x)$ Whiteaker fonksiyonu ve $\Psi(\alpha, \gamma, z)$ ise 2.tür yozlaşmış hipergeometrik fonksiyondur.

$$\Psi(\alpha, \gamma, z) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^\infty e^{-zt} (1+t)^{\gamma-\alpha-1} t^{\alpha-1} dt \quad (5.2.9)$$

elde edilen $P(n)$ dağılım fonksiyonunun $n=0$ değerinde yakınsak olduğunu ispatlayalım. Bu durumda $\langle n \rangle = 2$ ve $n=0$ kabul edersek

$$P(0) = \frac{0!}{2} \Psi(1, 1, \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \Psi(1, 1, \frac{1}{2}) \quad (5.2.10)$$

yazabiliriz. İntegrali için aşağıdaki eşitliği elde ederiz.

$$\Psi(1, 1, \frac{1}{2}) = \frac{1}{\Gamma(1)} \int_0^\infty e^{-1/2t} (1+t)^{1-1-1} t^{1-1} dt \quad (5.2.11)$$

Buradan da

$$\Psi(1, 1, \frac{1}{2}) = \frac{1}{\Gamma(1)} \int_0^\infty \frac{e^{-1/2t}}{(1+t)} dt \quad (5.2.12)$$

has olmayan integralini elde ederiz. Bu integralin yakınsak olduğunu gösterelim bu amaçla (5.2.12) integralinde $x = 1 + t$ değişken değişimi yapalım bu takdirde aşağıdaki integrali elde ederiz.

$$\Psi(1, 1, \frac{1}{2}) = \frac{1}{\Gamma(1)} \int_1^\infty \frac{e^{-\frac{1}{2}(x-1)}}{x} dx \quad (5.2.13)$$

şimdi bu integrali aşağıdaki gibi değerlendirebiliriz.

$$\Psi(1, 1, \frac{1}{2}) = \frac{e^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(1)} \int_1^\infty \frac{e^{-\frac{1}{2}x}}{x} dx \leq \frac{e^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(1)} \int_1^\infty e^{-\frac{1}{2}x} dx \quad (5.2.14)$$

bu eşitsizliğin sağ tarafındaki has olmayan integrali kolaylıkla bulabiliriz.

$$\int_1^{\infty} e^{-\frac{1}{2}x} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b e^{-\frac{1}{2}x} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} (-2(e^{-\frac{b}{2}} - 1)) = 2 \quad (5.2.15)$$

bu eşitliği (5.2.14)' de dikkate alırsak $0 \leq \Psi(1,1,\frac{1}{2}) \leq 2 \frac{e^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(1)}$ aralığında elde edilir.

Buradan da (5.2.12) integralini yakınsak olduğunu ve değerlerinin 0 ile $2 \frac{e^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(1)}$ arasında olduğunu elde ettik.

Aynı işlemi $\langle n \rangle = 2$ ve $n=1$ için (5.2.9) denkleminde yerine yazarak tekrarlırsak

$$P(1) = \frac{1!}{2} \Psi(2,1,\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \Psi(2,1,\frac{1}{2}) \quad (5.2.16)$$

yazabiliriz. Buradan'da

$$\Psi(2,1,\frac{1}{2}) = \frac{1}{\Gamma(2)} \int_0^{\infty} e^{-1/2t} (1+t)^{1-2-1} t^{2-1} dt \quad (5.2.17)$$

olduğu elde edilir ki

$$\Psi(2,1,\frac{1}{2}) = \frac{1}{\Gamma(2)} \int_0^{\infty} e^{-1/2t} (1+t)^{-2} t dt \quad (5.2.18)$$

integralini yazabiliriz. Şimdi bu integralinde yakınsak has integral olduğunu gösterelim.

Bu amaçla (5.2.18) integralini iki integralin toplamı biçiminde yazalım:

$$\Psi(2,1,\frac{1}{2}) = \frac{1}{\Gamma(2)} \int_0^{\infty} e^{-1/2t} (1+t)^{-2} t dt = \frac{1}{\Gamma(2)} \int_0^{\infty} \frac{e^{-1/2t}}{(1+t)} dt - \frac{1}{\Gamma(2)} \int_0^{\infty} \frac{e^{-1/2t}}{(1+t)^2} dt \quad (5.2.19)$$

Burada birinci has olmayan integralin üstte yakınsak olduğunu gösterdik. Bu nedenle ikinci integralin yakınsak olduğunu gösterirsek (5.2.18) integralinin yakınsak olduğunu ispatlamış oluruz.

Şimdi bu amaçla $\int_0^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{2}t}}{(1+t)^2} dt$ integralinin yakınsak olduğunu gösterelim. Yine $x = 1 + t$ değişken değişimi yapalım. Bu takdirde aşağıdaki eşitliği elde ederiz.

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-\frac{1}{2}t}}{(1+t)^2} dt = e^{\frac{1}{2}} \int_1^{\infty} \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{x^2} dx \leq e^{\frac{1}{2}} \int_1^{\infty} e^{-\frac{x}{2}} dx = e^{\frac{1}{2}} \quad (5.2.20)$$

böylece (5.2.19)' da yer alan ikinci integralinde yakınsak olduğunu ispatladık. Buradan'da (5.2.19) has olmayan integralinin yakınsak olduğunu ispatladık (5.2.12) ve (5.2.19)' dan

$$0 \leq \Psi(2,1,\frac{1}{2}) \leq \Psi(1,1,\frac{1}{2}) \leq 2 \frac{e^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(1)} \quad (5.2.21)$$

matematiksel tümevarım yöntemini uygulayarak aşağıdaki eşitsizliğin herhangi "n" değerleri için ($n = 0,1,2,3,\dots$)

$$0 \leq \dots \leq \Psi(n+1,1,\frac{1}{2}) \leq \dots \leq \Psi(2,1,\frac{1}{2}) \leq \Psi(1,1,\frac{1}{2}) \leq 2 \frac{e^{\frac{1}{2}}}{\Gamma(1)} \quad (5.2.22)$$

elde etmiş olduk. Burada tüm n'ler için $\langle n \rangle = 2$ kabul edilmiştir.

3.A Kısmen koherent ışını dar bantlı gauss gürültüsü ile modüle edilir.

Bu durumda kaynağı dağılım fonksiyonunu

$$q(w_0) = \frac{1}{\beta \Gamma(\alpha+1)} \left(\frac{w_0}{\beta}\right)^{\alpha} \exp\left(-\frac{w_0}{\beta}\right) \quad (5.2.23)$$

Modüle edici gürültünün dağılım fonksiyonunu

$$Q(I_M) = \frac{1}{\langle I_m \rangle} \exp\left(-\frac{I_m}{\langle I_m \rangle}\right) \quad (5.2.24)$$

olarak verilir.

Bu durumda (5.2.23) ve (5.2.24) eşitliklerini (5.1.12) formülünde yerine yazarsak bu durumda $P(n)$ foto sayı dağılımı

$$\begin{aligned}
P(n) &= \int_0^\infty \frac{1}{\langle I_m \rangle} \exp\left(-\frac{I_m}{\langle I_m \rangle}\right) dI_m \int_0^\infty \frac{1}{\beta \Gamma(\alpha+1)} \left(\frac{w_0}{\beta}\right)^\alpha \exp\left(-\frac{w_0}{\beta}\right) dw_0 \frac{(\alpha I_m w_0)^n}{n!} \\
&\exp(-n w_0 I_m) \\
&= \int_0^\infty \frac{1}{\beta \Gamma(\alpha+1)} \left(\frac{w_0}{\beta}\right)^\alpha \exp\left(-\frac{w_0}{\beta}\right) \frac{(\alpha I_m \langle w_0 \rangle)^n}{(1 + \alpha I_m \langle w_0 \rangle)^{n+1}} dw_0 \\
&= \frac{1}{\beta^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1)} \int_0^\infty w_0^\alpha \exp\left(-\frac{w_0}{\beta}\right) \frac{(\alpha I_m \langle w_0 \rangle)^n}{(1 + \alpha I_m \langle w_0 \rangle)^{n+1}} dw_0 \tag{5.2.25}
\end{aligned}$$

elde ederiz. $x = \alpha \langle w_0 \rangle I_m$ değişken değişimi yapıldığında

$$\begin{aligned}
P(n) &= \frac{1}{\beta^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1)} \int_0^\infty \frac{1}{n \langle I_m \rangle} \left(\frac{x}{n \langle I_m \rangle}\right)^\alpha \exp\left(-\frac{x}{n \langle I_m \rangle \beta}\right) \frac{x^n}{(1+x)^{n+1}} dx \\
&= \frac{1}{(\beta n \langle I_m \rangle)^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1)} \int_0^\infty \frac{x^{\alpha+n}}{(1+x)^{n+1}} \exp\left(-\frac{x}{n \langle I_m \rangle \beta}\right) dx \\
&= \frac{\Gamma(\alpha+n+1)}{(\beta n \langle I_m \rangle)^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1)} \Psi\left(\alpha + n + 1, \alpha + 1, \frac{1}{n \langle I_m \rangle \beta}\right) \tag{5.2.26}
\end{aligned}$$

alınan sonuç yine yozlaşmış hipergeometrik fonksiyon ile ifade edilir.

1.B Üretim eşiğinin üstünde çalışan lazer ışınımı kısmen koherent gürültü ile modüle edildiğinde

Bu durumda kaynağın dağılım fonksiyonunu

$$q(w_0) = \delta(w_0 - \langle w_0 \rangle) \tag{5.2.27}$$

Modüle edici gürültünün dağılım fonksiyonu

$$Q(I_M) = \frac{1}{\gamma \Gamma(u+1)} \left(\frac{I_M}{\gamma}\right)^u \exp\left(-\frac{I_M}{\gamma}\right) \quad (5.2.28)$$

olarak verilir. Bu durumda (5.2.27) ve (5.2.28) eşitliklerini (5.1.12) formülünde yerine yazılırsa bu durumda $P(n)$ foto sayı dağılımı

$$\begin{aligned} P(n) &= \frac{1}{\gamma \Gamma(u+1)} \int_0^\infty \left(\frac{I_M}{\gamma}\right)^u \exp\left(-\frac{I_M}{\gamma}\right) \frac{(\alpha I_M < w_0 >)^n}{n!} \exp(-\alpha < w_0 > I_M) dI_M \\ &= \frac{(\alpha < w_0 >)^n}{\gamma^{u+1} \Gamma(u+1) n!} \int_0^\infty (I_M)^{u+n} \exp\left[-I_M \left(\frac{1}{\gamma} + \alpha < w_0 >\right)\right] dI_M \\ &= \frac{(\alpha < w_0 >)^n}{\gamma^{u+1} \Gamma(u+1) n!} \cdot \frac{\Gamma(u+n+1)}{\left(\frac{1}{\gamma} + \alpha < w_0 >\right)^{u+n+1}} \\ &= \frac{(\alpha < w_0 > \gamma)^n}{(1 + \alpha < w_0 > \gamma)^{u+1}} \cdot \frac{\Gamma(u+n+1)}{n! \Gamma(u+1)} \end{aligned} \quad (5.2.29)$$

böylece ekşi binominal dağılım elde edilir.

2.B Üretim eşiğinin altında çalışan lazer dar bantlı gauss ışınımı, kısmen koherent gürültü ile modüle edildiği durumu ele alalım.

Bu durumda kaynağın dağılım fonksiyonunu

$$q(w_0) = \frac{1}{<w_0>} \exp\left(-\frac{w_0}{<w_0>}\right) \quad (5.2.30)$$

Modüle edici gürültünün dağılım fonksiyonu

$$Q(I_M) = \frac{1}{\gamma \Gamma(u+1)} \left(\frac{I_M}{\gamma}\right)^u \exp\left(-\frac{I_M}{\gamma}\right) \quad (5.2.31)$$

olarak verilir.

(5.2.30) ve (5.2.31) eşitliklerini (5.1.12) formülünde yerine yazarsak. Bu durumda $P(n)$ foto sayı dağılımı yukarıdaki durumlara benzer olarak hesaplanır.

$$\begin{aligned}
P(n) &= \int_0^\infty \frac{1}{\gamma \Gamma(u+1)} \left(\frac{I_m}{\gamma}\right)^u \exp\left(-\frac{I_m}{\gamma}\right) \int_0^\infty \frac{1}{\langle w_0 \rangle} \exp\left(-\frac{w_0}{\langle w_0 \rangle}\right) \frac{(\alpha I_m \langle w_0 \rangle)^n}{n!} \exp(-\alpha \langle w_0 \rangle I_m) dw_0 \\
&= \frac{1}{\gamma \Gamma(u+1)} \int_0^\infty \left(\frac{I_m}{\gamma}\right)^u \exp\left(-\frac{I_m}{\gamma}\right) \frac{(\alpha I_m \langle w_0 \rangle)^n}{(1 + \alpha I_m \langle w_0 \rangle)^{n+1}} dI_m \tag{5.2.32}
\end{aligned}$$

elde edilir. Buradan $x = \alpha \langle w_0 \rangle \langle I_m \rangle$ değişkeni değiştirilerek

$$\begin{aligned}
P(n) &= \frac{1}{\gamma^{u+1} \Gamma(u+1)} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha \langle w_0 \rangle} \left(\frac{x}{\alpha \langle w_0 \rangle}\right)^u \frac{x^n}{(1+x)^{n+1}} \exp\left(-\frac{x}{\alpha \langle w_0 \rangle \gamma}\right) dx \\
&= \frac{1}{(\alpha \langle w_0 \rangle \gamma)^{u+1} \Gamma(u+1)} \int_0^\infty \frac{x^{u+n}}{(1+x)^{n+1}} \exp\left(-\frac{x}{\alpha \langle w_0 \rangle \gamma}\right) dx \\
&= \frac{\Gamma(u+n+1)}{(\alpha \langle w_0 \rangle \gamma)^{u+1} \Gamma(u+1)} \Psi\left(u+n+1, u+1, \frac{1}{\alpha \langle w_0 \rangle \gamma}\right) \tag{5.2.33}
\end{aligned}$$

buluruz. Bu durumda da $\Psi(\alpha, \gamma, z)$ yozlaşmış hipergeometrik fonksiyondur.

3.B Kısmen koherent ışınımı kısmen koherent gürültü ile modüle ettiği durum.

Bu durumda kaynağın dağılım fonksiyonunu

$$q(w_0) = \frac{1}{\beta \Gamma(u+1)} \left(\frac{w_0}{\beta}\right)^u \exp\left(-\frac{w_0}{\beta}\right) \tag{5.2.34}$$

Modüle edici gürültünün dağılım fonksiyonunu

$$Q(I_M) = \frac{1}{\gamma \Gamma(u+1)} \left(\frac{I_M}{\gamma}\right)^u \exp\left(-\frac{I_M}{\gamma}\right) \tag{5.2.35}$$

olarak verilir.

(5.2.34) ve (5.2.35) eşitliklerini (5.1.12) formülünde yerine yazarsak bu durumda

$P(n)$ foto sayı dağılımı

$$P(n) = \frac{1}{\gamma^{u+1} \beta^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1) \Gamma(u+1) n!} \int_0^\infty I_m \exp\left(-\frac{I_m}{\gamma}\right) dI_m \int_0^\infty w_0^\alpha (\alpha I_m < w_0 >)^n \exp\left[-w_0\left(\frac{1}{\beta} + \alpha I_m\right)\right] dw_0 \quad (5.2.36)$$

buluruz. (5.2.36)' da $x = w_0\left(\frac{1}{\beta} + \alpha I_m\right)$ değişken değişikliği yapılarak

$$P(n) = \frac{\beta^{\alpha+u+1} n^n}{\gamma^{u+1} \beta^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1) \Gamma(u+1) n!} \int_0^\infty dI_m I_m^{u+n} \exp\left(-\frac{I_m}{\gamma}\right) \frac{1}{(1+\beta n I_m)^{\alpha+n+1}} \int_0^\infty x^{\alpha+n} e^{-x} dx$$

$$= \frac{(\beta n)^n \Gamma(\alpha+n+1)}{\gamma^{u+1} \Gamma(\alpha+1) \Gamma(u+1) n!} \int_0^\infty I_m^{u+n} \exp\left(-\frac{I_m}{\gamma}\right) \frac{dI_m}{(1+\beta n I_m)^{\alpha+n+1}} \quad (5.2.37)$$

(5.2.37)' de $t = \beta n I_m$ değişken değişikliği yapılırsa,

$$P(n) = \frac{(\beta n)^n \Gamma(\alpha+n+1)}{\gamma^{u+1} \Gamma(\alpha+1) \Gamma(u+1) n!} \int_0^\infty \frac{dt}{n\beta} \frac{t^{u+n}}{(n\beta)^{u+n}} \frac{\exp\left(-\frac{t}{n\beta\gamma}\right)}{(1+t)^{\alpha+n+1}} dt$$

$$= \frac{\Gamma(\alpha+n+1)}{(n\beta\gamma)^{u+1} \Gamma(\alpha+1) \Gamma(u+1) n!} \int_0^\infty \frac{t^{u+n}}{(1+t)^{\alpha+n+1}} \exp\left(-\frac{t}{n\beta\gamma}\right) dt$$

$$= \frac{\Gamma(\alpha+n+1) \Gamma(u+n+1)}{(n\beta\gamma)^{u+1} \Gamma(\alpha+1) \Gamma(u+1) n!} \Psi\left(u+n+1, u-\alpha+1, \frac{1}{n\beta\gamma}\right) \quad (5.2.38)$$

bu ifadeyle simetrik olan başka bir formülde elde edebiliriz.

$$P(n) = \frac{\Gamma(\alpha+u+1) \Gamma(u+n+1)}{(n\beta\gamma)^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1) \Gamma(u+1) n!} \Psi\left(\alpha+n+1, \alpha-u+1, \frac{1}{n\beta\gamma}\right) \quad (5.2.39)$$

Bu simetriği göstermek için hipergeometrik fonksiyonla aşağıdaki ifadeye bağlı olan whittaker fonksiyonuna geçelim.

Bu ifadeyi dikkate alarak $P(n)$ 'i aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz.

$$W_{\mu, \kappa}(x) = e^{-x/2} x^{c/2} \Psi(a, c, x) \quad (5.2.40)$$

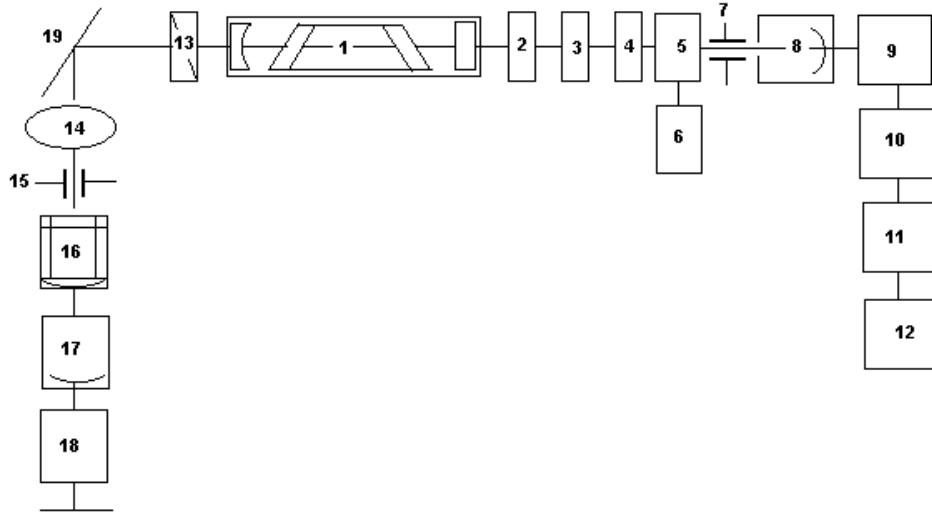
(5.2.40) dikkate alarak (5.2.39) yeniden ifade edilir.

$$P(n) = \frac{\Gamma(\alpha+n+1)\Gamma(u+n+1)}{(n\beta\gamma)^{\frac{\alpha+u+1}{2}}\Gamma(\alpha+1)\Gamma(u+1)n!} \exp\left(\frac{1}{2n\beta u}\right) W_{-\left(\frac{\alpha+u+1}{2}+n\right), \frac{\alpha-u}{2}, \left(\frac{1}{n\beta\gamma}\right)} \quad (5.2.41)$$

buradan $W_{\mu, \kappa}(x) = W_{-\mu, \kappa}(x), r_0$ olduğuna göre son ifadeden (5.2.39) elde edebiliriz. Özel durumlarda son olarak (5.2.38), (5.2.39), (5.2.41) formüllerinden $\alpha = 0$ için (5.2.26)'ı ve $u = 0$ 'da (5.2.33) ifadelerini elde edebiliriz.

6. MATERYAL VE METOT

Lazer ışınının foto sayı dağılımlarının deneysel olarak incelenmesi için kullanılan düzeneğin blok şeması Şekil 6.1’de verilmiştir.



Şekil 6.1 Lazer ışınmasının istatistiksel özelliklerinin belirlenmesi için kullanılan deneysel düzeneğin blok şeması[24].

Kullanılan cihazın verilen numaraya göre; 1.He-Ne lazer, 2.Girişim filtresi, 3.Alternatör, 4,13 Polarizörler, 5.Elektro optik modülatör, 6.Fonksiyon üreticisi, 7.,15. Silitler, 8.,17. Foto çoğaltıcılar, 9. Düzenleyici, 10. Dönüştürücü (sayı-genlik), 11. Çok kanallı analizör, 12. Bilgisayar, 14. Mercek, 16. İnterferometre, 18. Osiloskop, 19. Ayna

Işık kaynağı olarak He-Ne lazeri kullanılmıştır. Lazerin mod yapısı tarayıcı interferometre ile kontrol edilebilir. Etkin koherentlik süresi $T_k \cong 2 \cdot 10^{-7}$ sn düzeyinde olduğundan radyasyonun enerji dağılımı δ -fonksiyon ve foto sayı dağılımı Poisson dağılımı olarak kabul edilir. Foto sayımı dedekte etmek için, uygun spektral duyarlılığı ve ayırt etme hassasiyeti olan foto çoğaltıcılar seçilmiştir.

Foto çoğaltıcılar saniyede $2 \cdot 10^6$ tane foto elektrondan daha fazla yüklemeye dayanamadıklarından, seçim süreci $T = 10^{-6}$ saniye olduğunda alıcı küçük sayıda n tane foto elektron kaydetmeye uygundur.

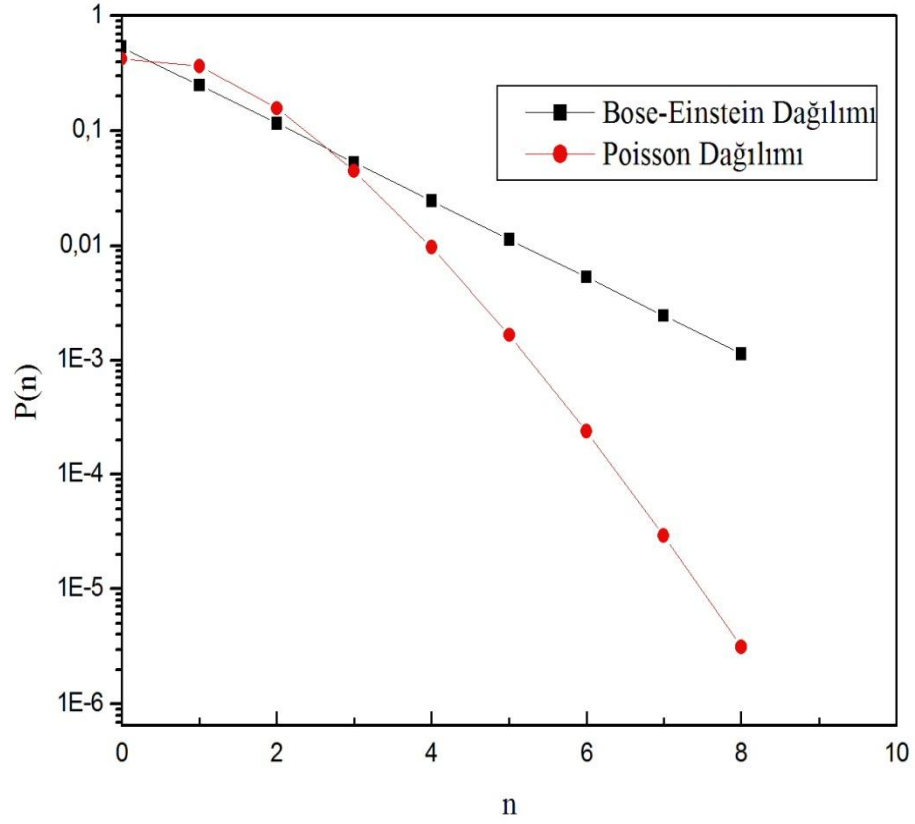
Bu nedenle $n \leq 12$ olduğu deneylerde, “ T ” sayım süresinde gelen foto elektronların “ n ” sayısı 12’ yi geçmemiştir. Olasılık dağılımlarını ölçmek için “ τ ” süresinde kayıt sayıları, pulsların genliğine dönüştürülerek 256 kanallı puls analizörüne verilmiştir. Böylece, genliği ölçüm süresince gelen foto elektronların “ n ” sayısına orantılı olan pulslar çok kanallı analizörün belirli kanallarında toplanırlar. Determine sinyallerle modülasyon süreçlerinde seçim süresi ve sayısı puls jeneratörü ile belirlenerek, deney süresince sırası ile yaklaşık 10^{-6} s ve $5 \cdot 10^3$ s⁻¹ eşit olarak seçilir. Seçim süresinin kısa olması, deneyin kısa bir sürede (~ 1 dakika) yapılmasına rağmen iyi bir istatistik elde edilmesine olanak sağlar ($\sim 3 \cdot 10^5$ sayı). Deney süresinin kısa olmasından dolayı lazer kaynağından başka, diğere cihazların sabitleştirilmesi için özel tedbirlerin alınmasına ihtiyaç kalmaz. Lazer ışınımının rastgele sinyallerle modüle edilmesi iki yöntemle gerçekleştirilir. Birinci yöntemde lazer ışınımı karşısına içindeki safsızlıkların boyutları değiştirilebilen dönen buzlu cam levhası konulur. Levhanın dönme hızının değiştirilmesi ile istatistiğın değışmesi elde edilir. İkinci yöntem de içinde açılı parçacıklar olan numune kabı ışığın yoluna konulur. Parçacıkların boyutlarını ve hızlarının değiştirilmesi yolu ile istediğimiz tesadüfi modülasyonu elde edebiliriz[24].

7. BULGULAR VE TARTIŞMA

Lazer kaynağından ısı kaynağı elde etmek için, lazer ışığı taneciklerinin boyutları $\sim 20\mu\text{m}$ olan dönen buzlu cam yüzeyine odaklanır. Camın dönme hızını ve taneciklerin boyutlarını değiştirerek bu yöntemle dağılım fonksiyonu eşitlik (3.1.13) ile verilen pseudo ısı ışınım kaynağı elde edilebilir. Tablo 7.1’de bu durum için ölçülmüş ve hesaplanmış $P(n,T)$ foto sayı dağılımları verilmiştir.

Tablo 7.1 $n(\text{ort})=0.86$ durumuna uygun olan foto sayı dağılımlarının sonuçları.

n	n(ort)	Bose-Einstein Dağılımı	Poisson Dağılımı
0	0,86	0,53763	0,42316
1	0,86	0,24858	0,363917
2	0,86	0,11493	0,156484
3	0,86	0,05314	0,044858
4	0,86	0,02457	0,009644
5	0,86	0,01136	0,0016588
6	0,86	0,005295	0,0002377
7	0,86	0,002448	0,000029209
8	0,86	0,001132	0,000003148



Şekil 7.1 Pseudo ısı kaynağının foto sayı dağılımları ($\langle n \rangle = 0,86$)

Karşılaştırma için aynı $\langle n \rangle$ ortalama değeri için teorik olarak hesaplanmış Bose-Einstein dağılımı ve deneysel sonuçların özellikle n 'nin büyük değerleri için uyumlu olduğu Şekil 7.1'de gösterilmiştir. Aynı grafikte modülasyona uğramamış tek modlu lazer ışınının foto sayı dağılımı da aynı $\langle n \rangle$ değeri için gösterilmiştir. Bu dağılımın yaklaşık Poisson dağılımını ifade ettiği grafikten görülmektedir. Karşılaştırma sonucunda rastgele sinyallerin foto sayı istatistiklerini tamamen değiştirdiğini görüyoruz. Böyle ki tek modlu lazer ışınının foto sayı dağılımı Poisson kanunu ile değişirken, ışınım rastgele sinyallerle modüle edildiğinde foto sayı dağılımı Bose-Einstein dağılımına dönüşür. Varyanslara göre değerlendirildiğinde birinci durumda $\langle \Delta n^2 \rangle = \langle n \rangle$ olduğu halde ikinci durumda $\langle \Delta n^2 \rangle = \langle n \rangle + \langle n \rangle^2$ olacaktır. Yani modülasyon olayı foto sayı dağılımını genişlettiği gerçeği ortaya çıkar[26,27].

8. SONUÇLAR

Böylece, yapılan teorik hesaplamalarla deneysel sonuçlar uyum içinde olmasından dolayı foto sayı yönteminin, optik alanların istatistiksel özelliklerinin incelenmesi için etkin bir yöntem olduğu açıkça görülmektedir[11]. Bununla beraber bu yöntemin hem lineer optik kanallarda saçılma (holografi), hem de modlar arası bağıntıların yer aldığı nonlineer (modüle etme, defekte etme) süreçlerde ve ışınımın mod yapısının flüktüasyon (rastgele değişimler) özelliklerine etkisinin daha detaylı incelenmesinde başarıyla uygulanabileceği görülmektedir. Foto sayı yöntemi ışığın modüle edilmesi yöntemi ile birleştirilerek istenilen istatistik özelliklere sahip olabilen optik kaynakların modelleştirilmesinde de kullanılabilir[12]. Bunu deneysel olarak foto sayı istatistiği $P(n)$ ile verilen lazer ışınımını dönen buzlu camla modüle ederek foto istatistiği Bose-Einstein dağılımı ile verilen pseudo ısı kaynağı oluşturulduğunu gösterdik. Foto sayı yöntemi aynı zamanda, optik kanallarda ortaya çıkan additif ve multiaktif gürültülerin etkisinin incelenmesinde de etkin bir yöntem olarak uygulanabilir[13].

KAYNAKLAR

- [1] Born M., Wolf E., “Principles of Optics”, Oxford, (2005).
- [2] Wolf ,E. Proc. Phys. Soc. N.80, s1269, (1962).
- [3] Wolf,E. “Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams”, Physics Letters A 312, s263–267, (2003).
- [4] Mandel L., Progress in Optics, (ed. E. Worf), V.2, (1963).
- [5] Mandel, L., Wolf, E., “Optical Coherence and Quantum Optics”, Cambridge University Press, s1166 (1995).
- [6] Arecchi, F.T., Phys. Rev.Lett., N.15 s912,(1965).
- [7] Abdullayev R.A. et al Uçyonıye Zapiski ADU, Fizik-matematik Ser. N3, s.60, (1971).
- [8] Glauber, R. J., Quantum Theory of Optical Coherence, Selected Papers and Lectures N-Y ,(2007).
- [9] Klauder, J.R., Sudarshan, E.C.G., “Fundamentals of Quantum Optics”, ed. Sycracuse University, New York, Amsterdam, s233-285, (1968).
- [10] Sudarshan, E. C. G. et al, “Cross polarization in laser beams”, Applied Optics, Vol. 26, Issue 9,s1589-1593 ,(1987).
- [11] Abdullayev, R.A., et al “İnvestigation of Correlation Function for Lazer’s Having Longitudional Modes”, Pow.Eng.Prob., N.5, P.62, (2003).

- [12] Abdullayev R. A. ve Cenik I. M, Bakü Devlet Üniversitesi'nin Haberleri, N3, s143 (2003).
- [13] Abdullayev R. A., Yüksek M., Fizika, XI, N3, s32, (2005).
- [14] H. Guillet de Chatellus, J. –P. Pique “Statistical Properties of Frequency Shifted Feedback lasers” Optics Communications 283 s71-77, (2010)
- [15] A.T. Avelar, J.M.C. Malbouisson, B .Baseia “A note on generalized superposition of two squeezed states: generation and statistical properties” Physics A 33 ,s139-143, (2004)
- [16] L.I. Plimak, S.Stenholm “Casual signal transmission by quantum fields. I: Response of the harmonic oscillator”, Annals of physics 323, s1963-1988, (2008)
- [17] O. Merchiers, J.M. Saiz, F. Gonzalez, F. Moreno “ Probability density function of the intensity scattered by Rayleigh-particle aggregates. Evolution with optical properties” Journal of Quantitative spectroscopy& Radiative transfer 101, s383-393, (2006)
- [18] Li-Chien Lin, Chiung-Liang Chen “Statistical detection of digital holographic watermarking system”, Optics Communications 281, s4282-4290, (2008)
- [19] M. Sathish Kumar, Hosung Yoon, Namkyoo Park “Statistical correlation and independence among parallel outputs from delay-interferometer based direct detection multilevel optical DPSK receivers”Optical Fiber Technology 15, s50-56, (2009)
- [20] Xue-xiang xu, Li-yun Hu, Hong-yi Fan “Photon-added squeezed thermal states: Statistical properties and its decoherence in a photon-loss channel” Optics Communications 283, s1801-1809, (2010)

- [21] M. Davoudi Darareh, M.H. Naderi, M. Soltanolkotabi “Manipulating nonclassical quantum statistical properties of light field by an f-deformed Bose-Einstein condensate” Optics Communications 282, s4577-4584, (2009)
- [22] Le Nguyen Binh “Multi-amplitude minimum shift keying modulation format for optical communications” Optics Communications 281, s4245-4253, (2008)
- [23] Simone Souza, A.T. Avelar, N.G. de Almeida, B. Baseia “Polynomial state of the electromagnetic field: generation and statistical properties” Optics Communications 239, s359-366, (2004)
- [24] Abdullayev R. A., “foto-sayı yöntemiyle laser ışınımının istatistiksel özelliklerinin incelenmesi”, Kafkas Üniv. Fen Bil. Enst. Derg., V.1 N.2 s23-31. (2008)
- [25] Sarı, H., “Elektro-Optik” Ankara Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Fizik Mühendisliği Bölümü, (2008)
- [26] Deryugin, İ.A. et al, “Çok Frekanslı Lazer Işınımının İstatistiksel Karakteristikleri”, İzvestiya, AN SSSR Fiz. Ser.XXXVII, 10, 2115, Moskova, (1973).
- [27] Deryugin, İ.A., et al, “Birden Fazla Eksenel Mod Durumunda Çalışan Lazer Işınımının İstatistiksel Özelliklerinin Fotosayı Yöntemiyle İncelenmesi”, Radioteknik&Elektronik XVII, 8,1623, Moskova, (1972)

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Harun GÖKTAŞ
Doğum Yeri : Merkez/ KARS
Doğum Tarihi : 1980
Medeni Hali : Bekâr
Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Alpaslan Lisesi-1997
Önlisans : Hacettepe Üniversitesi / İnşaat Teknikerliği-2001
Lisans : Kafkas Üniversitesi - 2006
Yüksek Lisans : Kafkas Üniversitesi - 2012