

**KOVARYANS EŞLEMELİ KRIGLEME YÖNTEMİ İLE
KAYNAK KESTİRİMİ**

**RESOURCE ESTIMATION BY USING COVARIANCE
MATCHING CONSTRAINED KRIGING**

GÜNEŞ ERTUNÇ

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim – Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

MADEN Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü

DOKTORA TEZİ

olarak hazırlanmıştır.

2013

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma jürimiz tarafından **MADEN MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI 'nda DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan :
Prof. Dr. Nurkan KARAHANOĞLU

Üye (Danışman) :
Yrd. Doç. Dr. Mehmet Ali HİNDİSTAN

Üye :
Prof. Dr. Neş'e ÇELEBİ

Üye :
Prof. Dr. Cem SARAÇ

Üye :
Prof. Dr. Bahtiyar ÜNVER

ONAY

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından 15/02/2013 tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca/...../..... tarihinde kabul edilmiştir.

Prof.Dr. Fatma SEVİN DÜZ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

KOVARYANS EŞLEMELİ KRIGLEME YÖNTEMİ İLE KAYNAK KESTİRİMİ

Güneş ERTUNÇ

ÖZ

Maden kaynağı, yerkabuğunda ekonomik olarak üretilebilecek şekil ve miktarda bulunan mineral veya mineraller konsantrasyonudur. Maden kaynağı genel olarak cevher tonajı ve tenörü ile karakterize edilir. Kaynak kestirimi, tonaj ve tenörün hesaplanması anlamına gelir. Kaynak kestirimi, bir maden yatağını değerlendirmenin en önemli adımı olup kestirimler bir madeni üretime alıp almamaya karar vermede ya da işletilen madenler için gelecekteki yatırımları planlamada kullanılırlar. Kaynak kestirimi amacıyla endüstride çok sayıda yöntem kullanılmaktadır. Bunlar içinde en bilineni krigleme yöntemidir. Ancak, kriglemenin düşük değerleri yüksek, yüksek değerleri düşük kestirdiği ve kestirimlerde bir yumuşatmaya yol açtığı bilinmektedir.

Bu tez çalışmasında, yaygın olarak kullanılan kestirim yöntemlerinden kriglemenin gerçek değere yakın yansız kestirim ile benzetimin uzaklığa bağlı değişkenlik üretme özelliklerini birleştiren ve ilişkili çoklu değişkene sahip cevher yataklarının kestiriminde de kullanılabilen melez bir yöntem kullanılmıştır. Amaca uygun algoritmaların kodlanması ile geliştirilen ve “Kovaryans Eşlemeli Krigleme” (KEK) olarak adlandırılan bu yöntem, bilinen diğer yöntemlerle birlikte, gerçek sondaj verilerine sahip farklı durumlar için uygulanmış ve elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir.

Uzaklığa bağlı farklı değişkenlik gösteren çeşitli veri setleri üzerinde iki ve üç boyutlu durum çalışmaları yapılmıştır. İki boyutlu çalışmada saha genelinde damar kalınlığı ile kömür alt ısı değerleri Ortalamasız Krigleme (OK), KEK ve Jeostatistiksel Benzetim (JB) yöntemleri ayrı ayrı uygulanarak bu değişkenlere ait görüntü haritaları, variogramlar, sıklık dağılımları, tanımlayıcı istatistiksel değerler ve kalite-tonaj eğrileri elde edilerek sonuçlar karşılaştırılmıştır. İki boyutlu blok durum çalışması sonucunda sondaj kesen bloklara ait sonuçlar incelendiğinde, ham verilerden elde edilen ortalama kömür damarı kalınlığı 9,04 m iken OK yönteminden, KEK yönteminden ve JB yönteminden kalınlık değerleri sırasıyla 9,37 m, 10,13 m ve 13,60 m olarak elde edilmiştir. Beklendiği gibi, OK yöntemi, gerçeğe en yakın sonucu üretmiştir. KEK yöntemi ile JB yöntemi sonuçları karşılaştırıldığında, KEK yöntemi sonucunun ham veri ortalamasına daha yakın olduğu görülmektedir. Diğer yanda, saha genelindeki değişken dağılımının daha doğru temsil edilmesi açısından değişkene ait verilerin dağılım aralıkları önemlidir.

Dağılım aralığı sonuçları incelendiğinde, KEK yönteminden elde edilen en düşük ve en yüksek damar kalınlığı sırasıyla 0,91 m ve 14,92 m ile ham veri aralığını daha iyi temsil ettiği görülmüştür. İki boyutlu durum çalışmasında kullanılan alt ısı değer kalınlığı değişkeni için yapılan işlemler sonucunda da benzer bulgular elde edilmiştir.

İki boyutlu durum ile ilgili yapılan çalışmalar sonucunda KEK yönteminin JB yöntemi sonuçlarına benzer, ancak krigleme yöntemi gibi gerçek değerlere daha yakın sonuçlar ürettiği belirlenmiştir. Bu nedenle, üç boyutlu durum çalışmasında OK ve KEK yöntemleri kullanılarak kömüre ait kül içeriği (%), Alt Isıl Değer (AID, kCal/kg) ve nem içeriği (%) değişkenleri için kestirimler yapılmış ve elde edilen sonuçlar gerçek değerler (ham veriler) ile karşılaştırılmıştır. Üç boyutta yapılan bu durum çalışması sonucunda, tüm değişkenler için KEK yönteminin OK yöntemine göre daha geniş değer aralığında sonuçlar ürettiği ve bunun da hem kömür kalitesi, hem de kömür miktarı üzerinde önemli etkisinin olduğu görülmüştür.

Kaynak kestirim çalışmalarında cevher damarının eğimine bağlı olmaksızın üretilen blok modellerde bloklar yatay konumda oluşmaktadır. Bu durum yatay tabakalanmış damarların kestiriminde bir sorun yaratmazken eğimli tabakalanmış damarlar için bir sorun olarak ortaya çıkmaktadır. Bunun sonucunda da eğimli damarların blok modellerinde zebra deseni şeklinde gerçekçi olmayan kestirimler elde edilmektedir. Bu çalışmada, eğimli damarlar için karşılaşılan bu olumsuzluğu ortadan kaldıracak bir algoritma geliştirilmiştir. Bu algoritma ile bloklar ve kompozitler arasındaki uzaklığa bağlı ilişki korunarak bloklar yatay düzleme taşınmış ve kestirim işlemleri dönüştürülmüş bu bloklarda yapılmıştır.

Ortalamasız Eşkrigleme (OEK) yöntemi, aralarında kabul edilebilir ilişki (örneğin bir kurşun cevherinde bulunan çinko tenörü ile kurşun tenörü arasındaki ilişki gibi) olan çoklu değişkenlerin kestiriminde kullanılmaktadır. Bu nedenle, tez çalışmasında geliştirilen KEK yönteminin benzer çok değişkenli cevher yataklarının kestiriminde de başarılı bir şekilde kullanılabilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla Kovaryans Eşlemeli Eşkrigleme (KEEK) yöntemi geliştirilmiş ve bununla ilgili algoritma kodlanarak KEK yönteminin içine bütünleşik olarak dahil edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kaynak kestirimi, variogram, krigleme, varyans, kovaryans

Danışman: Yrd.Doç.Dr. Mehmet Ali Hindistan, Hacettepe Üniversitesi, Maden Mühendisliği Bölümü

Eş Danışman: Prof.Dr. A. Erhan Tercan, Hacettepe Üniversitesi, Maden Mühendisliği Bölümü

RESOURCE ESTIMATION BY USING COVARIANCE MATCHING CONSTRAINED KRIGING

Güneş ERTUNÇ

ABSTRACT

Mineral resource is a concentration of a mineral or minerals which are found in a shape and amount so that it can be exploited economically. These resources are commonly characterised with their grades and tonnages. Resource estimation refers to estimation of tonnage and grade. Resource estimation is the most important step of evaluating a mineralization. Resource estimates are used in making decisions about opening up a new mine or planning future investments for an operating mine. There are many methods used in industry for the purpose of resource estimation. Kriging is a widely used method among them. However it underestimates high values whereas overestimates low values and therefore leads to a smoothing in estimation.

In this thesis, an hybrid method that combines unbiasedness property of kriging and spatial variability property of simulation is used. This method can also be used for the estimation of ore deposits which consist related multi variables. For this purpose, some functional codes are included in the main program and the developed method is named as “Covariance Matching Kriging (CMK)”. The CMK method and the other known methods are applied to different real cases obtained from drill hole logs and the results are evaluated comparatively.

Two and three dimensional case studies are conducted based on various data sets which show different variography. In two dimensional case study, image maps, variograms, frequency distributions, descriptive statistics and quality-tonnage curves of seam thickness and calorific value variables are obtained from Ordinary Kriging (OK), CMK and Geostatistical Simulation (GS) methods and the results are assessed. It is seen that mean coal seam thicknesses of drill hole intersected blocks are obtained 9.37 m, 10.13 m ve 13.60 m from OK, CMK and GS methods respectively as it is calculated 9.04 m from the raw data. As it is expected the value obtained from OK is the closest to the raw data result. If the results of CMK and GS methods are compared CMK gives a closer value. On the other hand, range of variable values are more important in representation of variable distribution all over the site. When the ranges obtained from these methods are evaluated minimum thickness of 0.91 m and maximum thickness of 14.92 m resulted from CMK method are found as the most representative values

for the field. Same work is done for the other variable that is lower calorific value and the similar conclusions are evaluated.

From the works done for two dimensional case, it is seen that CMK method gives similar results of those obtained from GS, but it produces closer values to the real values as it is obtained from OK method. For this reason, only OK and CMK methods are used in three dimensional case study to estimate ash content (%), lower calorific value (kCal/kg) and moisture content (%) of a coal seam and the results of the methods are compared with the raw data (composite) values. This study shows that, if the results of both CMK and OK methods are compared with raw data, CMK method gives a better representative distribution in a wider range which are closer to the values of raw data. It is clearly seen that both the quality and the amount of coal are highly affected.

Blocks in block model of estimation studies are oriented horizontally independent of ore seam inclination. Although this is acceptable for the estimations of horizontally stratified seams, it comes out as a problem when the estimations are done for inclined seams. As a result, an unrealistic “zebraic pattern” in block model is obtained when estimation is done for inclined seams. An algorithmic approach is developed in this study to overcome such a problem, In this algorithm, the blocks are transformed on to a horizontal plane by keeping the relationship between the blocks and the composites, and next estimations are done by using these transformed block model.

Ordinary Cokriging (OC) method can be applied for the estimation of multi-variable (e.g., a lead ore includes lead and zinc grades related) data if an acceptable correlation exist between the variables. In this thesis, it is also aimed to embed such a feature in CMK method so that the method can also be used for multi-variable data sets. For this purpose, Covariance Matching Cokriging (CMC) is developed and related algorithm is coded and embedded into CMK method.

Keywords: Resource estimation, variogram, kriging, variance, covariance

Supervisor: Assist.Prof.Dr. Mehmet Ali Hindistan, Hacettepe University, Dept. of Mining Engineering

Co-Supervisor: Prof.Dr. A. Erhan Tercan, Hacettepe University, Dept. of Mining Engineering

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam süresince bilimsel katkı ve tecrübeleri ile beni yönlendiren başta tez danışmanlarım Sayın Yrd. Doç. Dr. Mehmet Ali HİNDİSTAN ve Sayın Prof. Dr. A. Erhan TERCAN'a, Sayın Prof. Dr. Bahtiyar ÜNVER'e ve Sayın Neş'e ÇELEBİ'ye;

Tezin son halini almasında yol gösterici değerli katkılarından ötürü jüri üyeleri Sayın Nurkan KARAHANÖĞLU'na ve Sayın Cem SARAÇ'a;

Hacettepe Üniversitesi MODEST ekibi üyeleri Araş. Gör. Fırat ATALAY, Araş. Gör. Suphi ÜNAL ve Araş. Gör. Yasin KILLIOĞLU'na;

Çalışmam boyunca beni destekleyen tüm çalışma arkadaşlarıma;

Her zaman yanımda olan, her türlü desteği gösteren annem Günseli ERTUNÇ'a, babam Dr. Ali Rıza ERTUNÇ'a ve çok değerli Funda ASAN'a;

Teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZ	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR.....	v
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xi
1 GİRİŞ	1
1.1 Tezin İçeriği	3
2 KAYNAK KESTİRİMİ VE YÖNTEMLERİ.....	4
2.1 Kaynak ve Rezerv.....	4
2.2 Jeostatistiksel Yöntemler	8
2.2.1 Bölgesel değişkenler ve rastlantı fonksiyonları	10
2.2.2 Variogram fonksiyonu.....	12
2.2.2.1 Deneyisel variogram	12
2.2.2.2 Model variogram	15
2.2.3 Kovaryans fonksiyonu	25
2.2.4 Kestirim ve jeostatistiksel benzetim	27
2.2.4.1 Ortalamasız krigleme	28
2.2.4.2 Eş krigleme	31
2.2.4.3 Jeostatistiksel benzetim	32
2.2.4.4 Sayısal uygulama.....	34
3 KOVARYANS EŞLEMELİ KRIGLEME	39
3.1 Giriş	39
3.2 Yöntem	40
3.3 Sayısal Uygulama.....	42
4 İKİ BOYUTLU DURUM ÇALIŞMASI	45
4.1 İki Boyutlu Blok Krigleme	45
4.1.1 Verilerin istatistiği.....	46
4.1.2 Kestirim ve benzetim sonuçları.....	49
4.1.2.1 Kalınlık	50
4.1.2.2 AİD kalınlığı.....	52
4.1.2.3 Alt ısı değer	54
4.1.3 Kestirim ve benzetim sonuçlarının karşılaştırılması	56

4.1.3.1 Sıklık dağılımlarının karşılaştırılması.....	57
4.1.3.2 Variogramların karşılaştırılması.....	58
4.1.3.3 Kalite-tonaj eğrileri	59
4.2 Tek ve Çok Değişkenli Nokta Krigleme.....	62
4.2.1 Çapraz doğrulama	62
4.2.2 Tek ve çok değişkenli krigleme sonuçları	67
4.2.2.1 Ni-OK ve Ni-KEK kestirimleri.....	67
4.2.2.2 Ni-OEK ve Ni-KEEK kestirimleri	69
4.2.2.3 Cd-OK ve Cd-KEK kestirimleri	71
4.2.2.4 Cd-OEK ve Cd-KEEK kestirimleri.....	73
4.2.2.5 Çapraz variogramlar.....	75
5 ÜÇ BOYUTLU DURUM ÇALIŞMASI.....	76
5.1 Verilerin İstatistiği.....	76
5.1.1 Variogram analizi.....	83
5.2 Blokların Düzleme Taşınması	88
5.3 Kalite Değişkenlerinin Kestirimleri.....	90
5.3.1 Kül içeriği kestirimi.....	90
5.3.2 AID kestirimi	92
5.3.3 Nem içeriği kestirimi	92
5.4 Kestirim Sonuçlarının Karşılaştırılması	95
5.4.1 Variogramların karşılaştırılması	95
5.4.2 Sıklık dağılımlarının karşılaştırılması	95
5.4.3 Kalite-tonaj eğrilerinin karşılaştırılması	98
6 DEĞERLENDİRMELER.....	100
7 SONUÇLAR VE ÖNERİLER	106
KAYNAKLAR.....	108
ÖZGEÇMİŞ	111

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 Madencilik evrelerinde kaynak ve rezerv.	4
Şekil 2.2 Maden kaynakları ve maden rezervleri arasındaki genel ilişki (JORC, 2012'den değiştirilerek).	6
Şekil 2.3 Bölgesel değişkenin tanımı.	10
Şekil 2.4 Bir boyutta düzenli alınan örnekler.	13
Şekil 2.5. Deneyisel variogram değerleri.	14
Şekil 2.6 Örnek çiftleri için oluşturulan koni.	15
Şekil 2.7 Model variogram.	16
Şekil 2.8 Külçe etkisi modeli.	17
Şekil 2.9 Küresel variogram modeli.	17
Şekil 2.10 Küresel variograma sahip görüntü haritası.	18
Şekil 2.11 Üssel variogram modeli.	19
Şekil 2.12 Üssel variograma sahip görüntü haritası.	19
Şekil 2.13 Gauss variogram modeli.	20
Şekil 2.14 Gauss variogram modeli üreten görüntü haritası.	20
Şekil 2.15 Salınım variogram modeli.	21
Şekil 2.16 Salınım variogram modeli üreten görüntü haritası.	22
Şekil 2.17 Yuvalı yapı variogram modeli.	22
Şekil 2.18 Geometrik anizotropi.	23
Şekil 2.19 Geometrik anizotropi yapısına sahip görüntü haritası.	24
Şekil 2.20 Zonal anizotropi.	24
Şekil 2.21 Zonal anizotropi yapıya sahip görüntü haritası.	25
Şekil 2.22 Variogram ve kovaryans fonksiyon grafikleri.	27
Şekil 2.23 Blok-blok ve blok-nokta kovaryans hesaplanması.	30
Şekil 2.24 Örnek noktaları ve kestirimi yapılacak noktalar.	34
Şekil 3.1 Yöntemler arasındaki ilişkinin şematik gösterimi.	40
Şekil 3.2. Örnek noktaları ve kestirimi yapılacak noktalar.	42
Şekil 4.1 Kestirim ve benzetimde kullanılan sondajlar ve bloklar.	46
Şekil 4.2 Değişkenlerin sıklık dağılımı. a) Kalınlık, b) AID kalınlığı, c) AID.	47
Şekil 4.3. Deneyisel ve model variogramlar a) Kalınlık, b) AID kalınlığı.	48
Şekil 4.4 Blok kestiriminde blok variogram hesabında kullanılan noktalar.	49
Şekil 4.5 Kalınlık değişkenine ait görüntü haritaları. a) OK, b) KEK, c) KB gerçekleştirme #1.	51

Şekil 4.6 AID kalınlığı değişkenine ait görüntü haritaları. a) OK, b) KEK, c) KB gerçekleştirme #1.....	53
Şekil 4.7 OK kestirim sonuçlarından hesaplanan AID dağılımı. a) OK, b) KEK, c) KB ortalamaları.....	55
Şekil 4.8 Kalınlık (sol) ve AID kalınlığı (sağ) değişkenlerinin sıklık dağılımları a) OK, b) KEK ve c) KB Gerçekleme#1.	57
Şekil 4.9 Variogramlar a) Kalınlık, b) AID kalınlığı.....	58
Şekil 4.10 Kalite-tonaj eğrisi.	61
Şekil 4.11 Sıklık dağılımları. a) Ni, b) Cd.....	63
Şekil 4.12 Örnek lokasyonları ve çapraz doğrulama noktaları.....	63
Şekil 4.13 Deneysel ve model variogramlar. a) Ni, b) Cd, c) Çapraz.....	64
Şekil 4.14 Kesitirim sonuçlarına karşı gerçek değerlerin saçılım grafikleri. a) Ni-OK, b) Ni-KEK, c) Ni-OEK, d) Ni-KEEK.....	65
Şekil 4.15 Kesitirim sonuçlarına karşın gerçek değerlerin saçılım grafikleri. a) Cd-OK, b) Cd-KEK, c) Cd-OEK, d) Cd-KEEK.	66
Şekil 4.16 Örnek ve kestirimi yapılan noktalar.....	67
Şekil 4.17 Görüntü haritaları. a) Ni-OK, b) Ni-KEK.....	68
Şekil 4.18 Sonuçların sıklık dağılımları. a) Ni-OK, b) Ni-KEK.	68
Şekil 4.19 Ni-OK ve Ni-KEK sonuçlarının variogramları.	69
Şekil 4.20 Görüntü haritaları. a) Ni-OEK, b) Ni-KEEK.	69
Şekil 4.21 Sonuçların sıklık dağılımları. a) Ni-OEK, b) Ni-KEEK.	70
Şekil 4.22 Ni-OEK ve Ni-KEEK sonuçlarının variogramları.	70
Şekil 4.23 Örnek ve kestirimi yapılan noktalar.....	71
Şekil 4.24 Görüntü haritaları. a) Cd-OK, b) Cd-KEK.....	72
Şekil 4.25 Sonuçların sıklık dağılımları. a) Cd-OK, b) Cd-KEK.....	72
Şekil 4.26 Cd-OK ve Cd-KEK sonuçlarının variogramları.....	73
Şekil 4.27 Görüntü haritaları. a) Cd-OEK, b) Cd-KEEK.....	73
Şekil 4.28 Sonuçların sıklık dağılımları. a) Cd-OEK, b) Cd-KEEK.....	74
Şekil 4.29 Cd-OEK ve Cd-KEEK sonuçlarının variogramları.	74
Şekil 4.30 Deneysel Çapraz variogram ve sonuçların çapraz variogramları.	75
Şekil 5.1 Kömür damarı ve sondajlar.....	77
Şekil 5.2 Sıklık dağılımları. a) Kül, b) AID, c) Nem.	78
Şekil 5.3 Saçılım grafikleri. a) Kül-AID, b) AID-Nem, c) Nem-Kül.	79
Şekil 5.4 Düşey yöndeki yönelim grafikleri. a) Kül, b) AID, c) Nem.	80
Şekil 5.5 Kuzey-Güney yönelim grafikleri. a) Nem, b) AID, c) Nem.....	81
Şekil 5.6 Doğu-Batı yönelim grafikleri. a) Kül, b) AID, c) Nem.....	82

Şekil 5.7 Kül değişkeni için deneysel ve model düşey variogramlar. a) Orijinal kompozit, b) Artık değer kompozit.	83
Şekil 5.8 Kül artık değerleri için yatay yöndeki deneysel variogramlar ve model variogram.	84
Şekil 5.9 AID değişkeni için deneysel ve model düşey variogramlar. a) Orijinal kompozit, b) Artık değer kompozit.	85
Şekil 5.10 AID artık değerleri için yatay yöndeki deneysel variogramlar ve model variogram.	85
Şekil 5.11 Nem değişkeninin düşey yöndeki deneysel ve model variogramı.	86
Şekil 5.12 Nem değişkeninin yatay yöndeki ortalama deneysel ve model variogramı.	87
Şekil 5.13 Blok dönüşümünün şematik gösterimi.	89
Şekil 5.14 Orijinal (mavi) ve dönüştürülmüş (kırmızı) blok merkezlerinin a) Plan, b) Kuzey – Güney kesit, ve c) Doğu – Batı kesit görüşleri.	89
Şekil 5.15 a) OK ve b) KEK yöntemlerinden elde edilen kül içeriği kestirimi görüntü haritaları.	91
Şekil 5.16. a) OK ve b) KEK yöntemlerinden elde edilen AID kestirimi görüntü haritaları.	93
Şekil 5.17 a) OK ve b) KEK yöntemlerinden elde edilen nem içeriği kestirimi görüntü haritaları.	94
Şekil 5.18 Kestirimi sonuçları ve kompozitlerin blok variogramları a) Düşey yönde, b) Yatay yönde.	96
Şekil 5.19 a) OK ve b) KEK yöntemlerinden elde edilen nem içeriği kestirimi görüntü haritaları.	97
Şekil 5.20 a) Kül içeriği, b) AID ve c) Nem içeriği değişkenleri kestirimleri kalite tonaj eğrileri.	99
Şekil 6.1 Karşılaştırma için seçilen iki boyutlu bloklar.	101
Şekil 6.2 Kül değişkeni için yönelim grafikleri a) Derinliğe göre, b) Kuzey-Güney yönü, c) Doğu-Batı yönü.	103
Şekil 6.3 AID değişkeni için yönelim grafikleri a) Derinliğe göre, b) Kuzey-Güney yönü, c) Doğu-Batı yönü.	104
Şekil 6.4 Nem değişkeni için yönelim grafikleri a) Derinliğe göre, b) Kuzey-Güney yönü, c) Doğu-Batı yönü.	105

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Uzaklığa ilişkin variogram ve kovaryans değerleri.	35
Çizelge 4.1 Verilere ait istatistikler.....	46
Çizelge 4.2 Çapraz doğrulama sonuçları.	49
Çizelge 4.3 Hatalara ilişkin istatistikler.	66
Çizelge 5.1 Kompozitlere ait istatistikler.	77
Çizelge 5.2 Blok modele ilişkin parametreler.....	88
Çizelge 6.1. Veriler ve kestirimlere ait istatistikler.....	100
Çizelge 6.2. Blokları kesen sondaj verisi ile kestirimlere ait sonuçlar	101
Çizelge 6.3. Üç boyutlu kestirimlerin istatistiksel sonuçları.....	102
Çizelge 6.4. Bloğu kesen sondaj verisi ile kestirim sonuçları.....	102

1 GİRİŞ

Bir maden varlığının ekonomik ve teknolojik açıdan doğru bir şekilde değerlendirilebilmesi için bu kaynağın kalite ve tonaj açısından doğruya en yakın şekilde tanımlanması gerekmektedir. Madencilik döngüsünde fizibilite aşamasından başlayan ve bu döngüdeki her aşamada önemli rol oynayan kaynak ve rezerv kestiriminde hatalı bir yaklaşımın sonuçları maden planlamasını etkileyen zincirleme hatalara neden olmaktadır. Örneğin, değerinden düşük bir maden varlığının yüksek değerlerle kestirimi madenin düşük bir kâr ile işletilmesine neden olacaktır. Benzer şekilde yüksek değeri olan cevher kütlesinin düşük değerlerde kestirimi, maden işletmesinden daha çok kâr elde edilmesini engelleyecektir.

Günümüzde kaynak ve rezervlerin kestirimi için jeoistatistiksel araçlar kullanılmaktadır. Jeostatistik biliminin temelleri 1950'lerin başında Danie Krige (1951) tarafından atılmış ve takip eden senelerde Georges Matheron'un "Bölgesel Değişkenler Teorisi" ile geliştirilmiştir. Madencilik uygulamalarında kullanılmak üzere geliştirilen jeostatistik, günümüzde lokasyona veya hem lokasyona hem de zamana bağlı her türlü değişken için uygulanmaktadır.

Jeoistatistik yöntemler, Danie Krige'e atfen Krigleme (*kriging*) olarak adlandırılan kestirimler ve jeostatistiksel benzetimler olarak başlıca iki ana gruba ayrılmaktadır. Her iki yöntemin farklı sorunları çözme açısından farklılıkları bulunmaktadır. Örneğin krigleme, örnek noktalarına atanan ağırlıklarla, yansız bir kestirici ile gerçeğe en yakın değerler üretmeyi hedeflemektedir. Jeostatistiksel benzetim ise veriler ile aynı sıklık dağılımını ve istatistikleri üreten, eş olasılıklı n tane gerçekleştirme sağlamaktadır.

Jeoistatistiksel yöntemleri diğer iç kestirim (*Interpolation*) yöntemlerinden üstün kılan birçok özelliği bulunmaktadır. Poligon, uzaklığın tersi ile ağırlıklandırma (*Inverse Distance Weighting*) gibi yöntemler ile yapılan işlemlerde, kestirime ilişkin hatayı ölçen bir araç yoktur. Jeostatistiksel yöntemlerde -hem krigleme, hem jeostatistiksel benzetim- işlem sonucunda yapılan hatanın varyansını elde etmek mümkündür.

Krigleme yöntemi, blok ortalaması gibi doğrusal olmayan bir fonksiyonun kestiriminde yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak kriglemenin yansızlık koşulu gibi kısıtlarından ötürü düşük değerler yüksek; yüksek değerler ise düşük kestirilmektedir. Bu durum kaynak kestiriminde yanıltıcı sonuçlara yol açabilmektedir. Bu yönteme alternatif olarak kullanılan jeostatistiksel benzetimde lokasyona bağlı değişkenliğin üretilmesi kriglemeye göre üstün bir yan olmasına rağmen, kaynak kestiriminde birçok gerçekleştirme içerisinde hangi gerçekleştirimin doğruya en yakın olduğunu saptamak oldukça güçtür.

Aldworth ve Cressie (2003) krigleme ve benzetim tekniklerinin avantajlı yanlarını birleştiren melez bir kestirim yöntemi geliştirmişlerdir. Bu yöntem, Kovaryans Eşlemeli Krigleme (KEK) yöntemi olarak adlandırılmaktadır. KEK yöntemi, krigleme yönteminin yansızlık koşulu altında gerçeğe en yakın değerler elde ederken, jeostatistiksel benzetimde olduğu gibi veriler lokasyona bağlı değişkenliği sağlamaktadır.

Bu çalışmada, KEK yöntemi ile nokta, iki ve üç boyutlu blokların ortalamasını kestirebilen, her türlü variogram modeli ile uyumlu çalışabilen bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Program, üç boyutlu 20000'in üzerinde blok kestirimini kabul edilebilir bir süre içerisinde çözebilmektedir. Ayrıca faylarla ayrılmış eğimli damarların, sondaj lokasyonları ile arasındaki uzaklık bağıntısını koruyarak, yatay bir düzleme taşınmasını sağlayan bir algoritma da sunulmuştur. Bu koordinat dönüşümü, eğimli cevher kütlelerinin kestiriminde ortaya çıkan "zebra deseni" etkisini ortadan kaldırmaktadır. Bu algoritma Deutsch (2005) tarafından sunulmuş algoritmadan farklı olarak katı modelden alınan kesitlerin kontrol noktalarının değil, blok modelin dönüşümünün yapılmasını temel almaktadır.

Tez çalışmasında bu yöntem çeşitli durum çalışmalarıyla, kaynak kestirimi üzerinde denenmiştir. Sonuçlar; sıklık dağılımları, variogramlar, görüntü haritaları ve kalite-tonaj eğrileri bakımından ortalamasız krigleme ve jeostatistiksel benzetim yöntemleri ile karşılaştırılmıştır.

1.1 Tezin İçeriği

Tezin içeriği yedi ana bölümden oluşmaktadır. Giriş bölümünü takip eden diğer bölümlerin içerikleri aşağıda özetlenmektedir.

Tezin ikinci bölümünde kaynak ve rezerv tanımları ile kaynak kestiriminde kullanılan jeostatistiksel yöntemler açıklanmıştır. “Jeoistatistiksel Yöntemler” başlığı altında jeostatistik biliminin gelişimi ve “Bölgesel Değişkenler ve Rastlantı Fonksiyonları” yer almaktadır. Bölüm sonunda krigleme ve jeostatistiksel benzetim yöntemlerinin teorisine ve sayısal bir uygulamaya yer verilmiştir.

Kovaryans eşlemeli krigleme yöntemi nc bölümde yer almaktadır. Yöntemin teorisi açıklandıktan sonra yönteme ilişkin bir uygulamaya yer verilmiştir.

Dördüncü bölümde iki boyutlu durum çalışması yer almaktadır. Bu bölümün ilk kısmında İsviçre Jura’sında toprak örneklerinin analizinden elde edilen nikel (Ni) ve kadmiyum (Cd) değerleri kullanılarak nokta kestirimleri yapılmıştır. Çalışmada Ortalamasız Krigleme (OK), Ortalamasız Eşkrigleme (OEK), KEK ve Kovaryans Eşlemeli Eşkrigleme (KEEK) yöntemlerinden elde edilen kestirim sonuçlarına ait sıklık dağılımları, görüntü haritaları ve variogramları karşılaştırılmıştır. İkinci kısımda, bir kömür sahasına ait alt ısıl değerin (AID), uzaklığa bağlı değişkenliğini ortaya koymak amacıyla KEK ve OK ile kestirim ve jeostatistiksel benzetim yöntemi olan koşullu benzetim (KB) yöntemi ile yapılan gerçeklemenin sonuçları karşılaştırılmıştır. Bu bölümde KEK, OK ve KB sonuçlarından elde edilen kalite-tonaj eğrileri yer almaktadır.

Üç boyutlu durum ile ilgili çalışmalar beşinci bölümde sunulmuştur. Bir kömür kaynağına ait kalite değişkenlerinin (kl içeriği, alt ısıl değer ve nem içeriği) ortalamaları KEK ve OK yöntemleri kullanılarak kestirilmiştir. KEK ve OK kestirimlerinden kalite değişkenleri için elde edilen görüntü haritaları, sıklık dağılımları, variogramları ve kalite-tonaj eğrileri karşılaştırılmıştır.

Tez kapsamında yapılan çalışmaların genel bir değerlendirmesi altıncı bölümde, çalışmalardan elde edilen önemli bulgular ve bu çalışmaya katkı sağlayacağı düşünülen çalışma nerileri son bölümde verilmektedir.

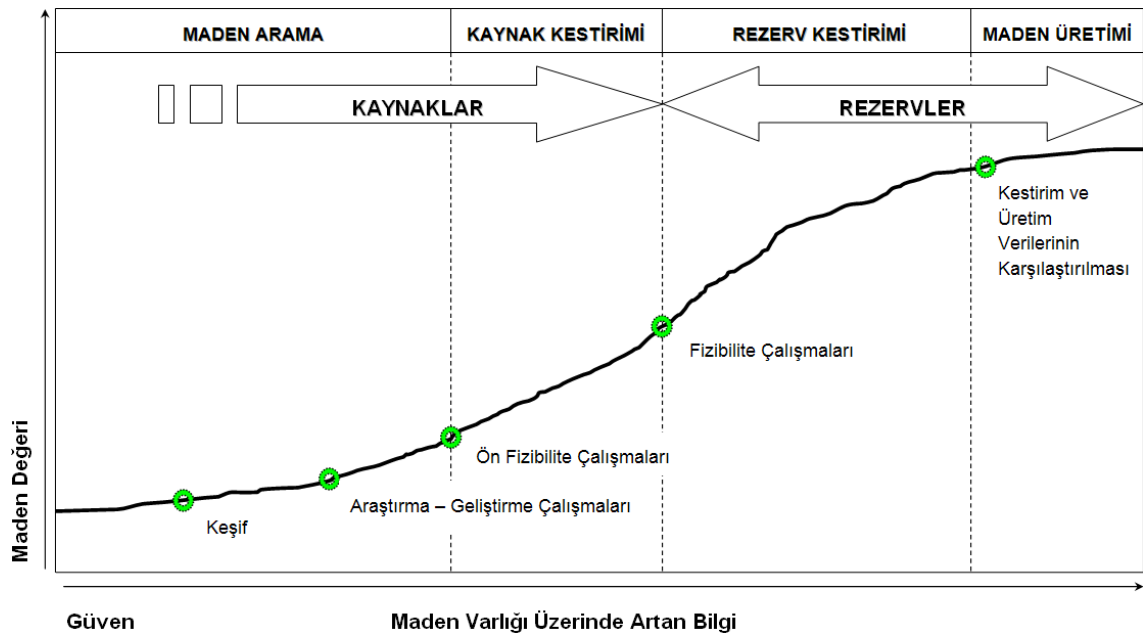
2 KAYNAK KESTİRİMİ VE YÖNTEMLERİ

Bu bölümün amacı madencilik açısından kaynak ve rezerv kavramlarını tanımlamak, kaynağın tanımlanması sürecinde ihtiyaç duyulan değişkenleri ve adımları özetlemek, kaynak kestiriminde ortaya çıkan problemlere değinip, bu problemlerin çözümünde kullanılan jeostatistiksel yöntemler hakkında bilgiler sunmaktır.

Jeoistatistiksel yöntemler başlığı altında, jeostatistik bilim dalının ilk ortaya çıktığı yıllardan günümüze kadar yöntemlerin gelişimi hakkında bilgiler yer almaktadır. Bölgesel değişkenler teorisi ve rastlantı fonksiyonları, variogram, kovaryans fonksiyonları ve son olarak kestirim, jeostatistiksel benzetim konuları detaylı bir şekilde açıklanmaktadır.

2.1 Kaynak ve Rezerv

Maden kaynağı ve rezervi kavramları, maden varlığına ilişkin bilginin artmasıyla beraber tanımlanmaktadır. Madenin aranması safhasından, üretimi safhasına kadar geçen evreler Şekil 2.1’de şematik olarak verilmektedir.



Şekil 2.1 Madencilik evrelerinde kaynak ve rezerv.

Şekil 2.1’de görüldüğü gibi maden kaynağı, madenin keşfi ile tanımlı hale gelip, ön fizibilite çalışmaları ışığında kestirilip belirlenmektedir. Maden rezervi ise fizibilite çalışmaları ile beraber başlayan süreçte tanımlı hâle gelmektedir.

Maden kaynağı, yer kabuğu üzerinde ya da içinde, nihai aşamada ekonomik olarak üretilebilecek şekil ve miktarda bulunan bir zühur ya da konsantrasyondur.

Bir maden kaynağının bulunduğu konum, jeolojisi, sürekliliği, tonajı ve tenörü gibi özellikleri jeolojik bilgi ve verilerden bilinir, kestirilir ya da yorumlanır. Mevcut verilerden farklı şekilde hesaplanan veya yorumlanan kaynaklar çıkarsanan, gösterilen veya ölçülen kaynak olarak adlandırılmaktadır.

Çıkarsanan (*Inferred*): Kaynak özellikleri yorumlara dayanarak çıkarsanmıştır. Bu tip kaynaklar, ön fizibilite ve fizibilite çalışmalarında teknik ve ekonomik parametrelerin hesaplanması aşamasında kullanılamaz.

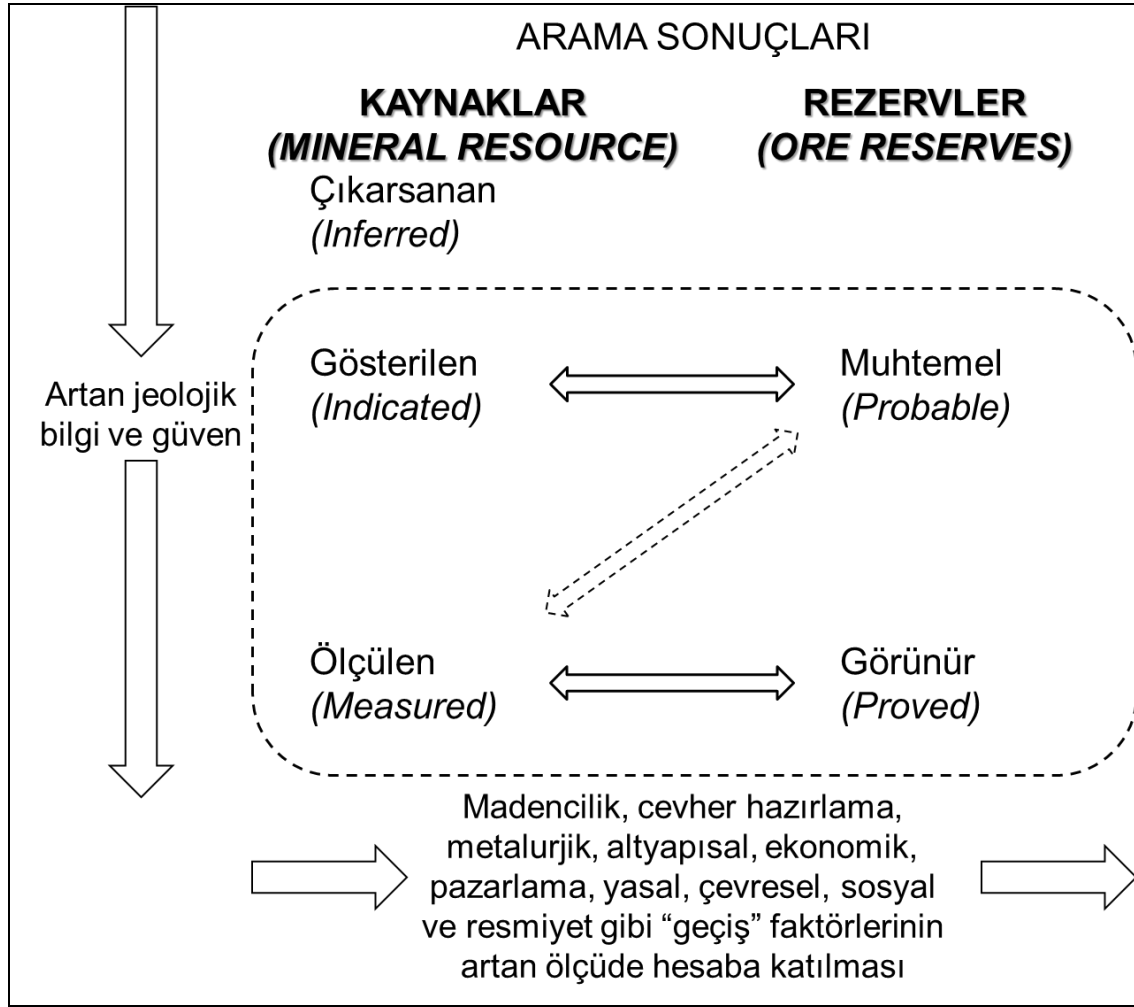
Gösterilen (*Indicated*): Kaynak özellikleri yaklaşık bir şekilde kestirilmiştir. Kestirilen kaynakların güvenilirliği çıkarsanan kaynaklara göre daha yüksektir.

Ölçülen (*Measured*): Kaynak özelliklerinin jeolojik bilgi ve verilerden oldukça güvenilir bir şekilde belirlendiği kaynaklardır.

Maden kaynağı; sınır tenöre, madencilik boyutuna, lokasyon ve sürekliliğe bakmaksızın sadece sondaj ve örnekleme yolu ile belirlenmiş bir cevherleşme değildir. Ekonomik bir üretime yol açmayacak bir sahanın maden kaynağı olarak kabul edilmemesi gerekmektedir. Varsayılan ve kanıtlanabilen teknik ve ekonomik koşullar altında ekonomik olarak işletilebilir her cevherleşme kaynağı dahil edilebilir.

Maden rezervi ise ölçülen ya da gösterilen maden kaynağının o günün piyasa değerlerine göre işletilebilir olan bölümünü tanımlanmaktadır. Ekonomik olarak işletilebilirlik, fizibilite etüdü ile kanıtlanmalıdır. Gösterilen veya ölçülen kaynağı göre tanımlanan rezervler sırasıyla muhtemel ve görünür olarak adlandırılmaktadır. Güven derecesi oldukça düşük sayılan çıkarsanan kaynak için rezerv hesabının yapılması ve rezerv miktarına dahil edilmesi sakıncalıdır.

Şekil 2.2’de JORC (2012)’a göre tanımlanmış kaynak ve rezerv terimleri arasındaki ilişki, şematik olarak verilmektedir.



Şekil 2.2 Maden kaynakları ve maden rezervleri arasındaki genel ilişki (JORC, 2012’den değiştirilerek).

Maden kaynağı, ilerde ekonomik bir şekilde işletilebilecek bir varlık olduğundan maden işletme, cevher hazırlama, ekonomik, toplumsal ve çevresel faktörler ile ilgili çok sayıda bilgiye gereksinim duyulmaktadır. Kaynak miktarını ve özniteliklerin lokasyona bağlı değişimini belirlemede önemli rol oynayan bu bilgilerin, elektronik olarak ve doğru bir şekilde derlenip saklanması çok önemlidir. Kaynağı belirlemek amacıyla derlenen bilgilerin saklandığı veritabanında başlıca; jeolojik verilere, jeofiziksel verilere, jeokimyasal verilere, sondaj verilerine, örnek analiz değerlerine, yoğunluğa, örnek kalitesine ilişkin bilgiler yer almaktadır.

Veri tabanının oluşturulmasından sonraki aşama, jeolojik yorumlama ve modelleme aşamasıdır. Bu aşamada litoloji, mineralojik zonlar, yapısal jeoloji, alterasyon, topoğrafya, yoğunluk, örnek lokasyonları ve analiz sonuçları gibi bilgiler kullanılarak cevher sınırı belirlenmektedir. Farklı yönlerde alınan kesitler yardımıyla cevherin katı modeli oluşturulmaktadır.

Cevherin katı modeli oluşturulduktan sonra, cevherleşmenin sürekliliği, kazı yöntemleri, şevler, seçimli madencilik, minimum kazı genişliği, seyrelme ve üretime ilişkin varsayımlar belirlenmelidir. Jeoteknik, tenör kontrolü, metalürjik, çevresel ve ekonomik değişkenlere bağlı olarak maden işletme ve cevher hazırlama yöntemlerine ilişkin parametrelerin belirlenmesi ve proje ekonomisini etkileyen faktörler (pazar fiyatı, üretim maliyetleri vs.) bu aşamada önem kazanmaktadır.

Maden kaynağını tanımlama sürecinde ihtiyaç duyulan parametreler ve adımlar aşağıdaki şekilde özetlenmiştir (Tercan, 2011).

I. Veri Tabanı Oluşturma

Jeolojik veriler (litoloji, cevherleşme, alterasyon, tektonik yapı), jeofiziksel veriler, sondaj verileri, karot analiz değerleri, yoğunluk, kayaç kalitesi, maden işletme, cevher hazırlama, ekonomik, toplumsal ve çevresel faktörler

II. Jeolojik Yorum ve Modelleme

i. Jeolojik veriler ve yorumlar

Litoloji, mineralojik zonlar, yapısal jeoloji, alterasyon, topoğrafya, yoğunluk, örneklenmiş bütün lokasyonların koordinatları, örneklerin analiz değerleri, farklı yönlerde alınmış kesitler

ii. Jeolojik katı model oluşturma

iii. Madencilik ve ekonomik parametreler

iv. Üç boyutlu blok modelleme

Cevherli zonların boyutları, dağılımı, geometrisi, öngörülen maden işletme yöntemi, üretim ekipmanlarının büyüklüğü, kompozitleştirme, blok büyüklüğü

III. Kaynak Kestirimi

i. Veri yoğunluğu

Verinin cevherleşmeyi temsil derecesi ve yeterliliği

ii. Verilerin kaydedilmesi, analizi ve saklanması

Örnekleme, örnek hazırlama, analiz yöntemleri ve bunların doğruluğunun sınanmasına ilişkin yöntemler

iii. Veri analizi

Verilerin özet istatistikleri, değişkenler (tenör, kalınlık) arasındaki ilişkiler, bunların uzaklığa bağlı değişkenliklerinin belirlenmesi, homojen cevherleşme zonlarının tanımlanması

iv. Variogram analizi

Özniteliğin üç boyutta uzaklığa bağlı değişkenliğinin modellenmesi, kısa mesafedeki değişimlerin derecesi, bir örneğin etkili olduğu uzaklık, anizotropi

v. Örnek büyüklüğü

vi. Ekonomik parametreler

Sınır değerin saptanması

vii. Kestirim yöntemleri

Çokgen, uzaklığın tersi ile ağırlıklandırma, krigleme, jeostatistiksel benzetim

viii. Kaynak kestirimlerinin sınıflandırılması

2.2 Jeostatistiksel Yöntemler

Sichel'in lognormal dağılım modellerine dayanan Jeostatistik bilim dalı, Krige'in 1951 ve 1952 yıllarındaki iki yayını öncülüğünde geliştirilmiştir. Bu yayınlar (Krige 1951, 1952) dünya çapında ilgi çekmiş ve özellikle Fransa'da Georges Matheron'un 1963 yılında İngilizce yayımlanan çalışmasıyla (Matheron, 1963), jeostatistiğin dünya genelinde gelişmesinde büyük rol oynamıştır. Matheron, "Bölgesel Değişkenler Teorisi" ile jeostatistik bilimine ivme kazandırmıştır (Matheron, 1971).

Güney Afrika'da 1950'li yıllarda madenlerde regresyon analizi ile ilgili çalışmalar yapılmıştır (Krige, 1951, 1962). Bu teknik, 1960'larda "Krigleme" (*kriging*) olarak adlandırılmıştır. Yine 1950'li yıllar, sınırlı sayıda sondaj bilgisine dayalı, belirli bir sınır değeri üzerinde işletilebilir kaynak kestiriminin yapıldığı ve günümüzde halen geçerli olan jeostatistiksel kavramların temelini atıldığı yıllar olmuştur (Krige, 1952).

Takip eden 10 sene içerisinde Krige, logaritması normal dağılım gösteren veriler üzerinde çalışmış ve lognormal modeli geliştirmiştir (Krige, 1960). Variogram, daha önce kullanılan kovaryans modelleri yerine geliştirilmiş (Krige, 1964b) ve anizotropik yapılar üzerinde çalışmalar yapmıştır (Krige vd. 1969). Matheron, bu dönemde sıklıkla yayınlar yapmış ve Krigleme için “En iyi doğrusal yansız kestirici” olarak bilinen BLUE (*Best Linear Unbiased Estimates*) tanımını yapmıştır (Matheron, 1967). 1960’lı yılların sonuna doğru *École des Mines de Paris*’te Huijbrechts, David, Journel ve Marechal gibi öğrencilerin çalışmalarıyla jeostatistik bilimi Avrupa’da, Kanada’da ve Birleşik Devletler’de yaygınlaşmıştır.

Güney Afrika’da altın ile başlayan çalışmalar 1970’li yıllarda bakıra (Krige, 1973; Krige ve Rendu, 1975) ve altın madeninin yan ürünü olan uranyuma (Krige, 1979a) ve önemli istatistiksel gelişmeler sonucunda da elmas gibi madenlere de yayılmıştır. Ayrıca bu dönemde yeni başlanılan bir maden projesindeki risk analizleri çalışmaları da yapılmıştır (Krige, 1972, 1979b ve 1984). Bu dönemde koşullu benzetim (*Conditional Simulation*) (Journel, 1974), ayırıcı krigleme (*Disjunctive Kriging*) (Matheron, 1976) ve evrensel krigleme (*Universal Kriging*) gibi yöntemler geliştirilmiştir (Huijbrechts ve Matheron, 1977).

Bilgisayar teknolojisinin de gelişmesiyle 1980’lerde bilgisayar programları ile Krigleme, variogram hesaplarının daha hızlı bir şekilde yapılması mümkün olmuştur. İkili değer krigleme (*Indicator Kriging*) ve birçok doğrusal olmayan jeostatistiksel kestirim yöntemi bu dönemde geliştirilmiştir (Journel, 1982).

1990 yılının başında, krigleme işlemlerinde Bayes yaklaşımı kullanılmıştır. Ayrıca madencilik yapılmamış ve sınırlı sayıda sondajın yer aldığı bölgede kestirim, madencilik faaliyeti bitmiş bir alandaki düzenli sıklıkla alınmış verilerin yardımı ile kestirilmiştir. Aralarında bir bağıntı bulunan değişkenler kestirim işlemlerinde aynı anda kullanılabilir. Bu uygulama eş krigleme (*Co-Kriging*) olarak adlandırılmıştır. Güney Afrika dışında da özellikle petrol ve çevre konularında önemli jeostatistiksel çalışmalar yapılmıştır. Sinir ağları (Dowd, 1993) ve çoklu Gauss teknikleri (Le Loc’h ve Galli, 1997) bu çalışmalara örnek teşkil etmektedir.

Isaaks ve Srivastava (1989), jeostatistiği; doğal bir oluşumun, lokasyona bağlı devamlılığını tanımlamada yol gösteren ve bu devamlılığın avantajını kullanarak

klasik regresyon tekniklerini uyarlamaya imkan veren bir araç olarak tanımlanmışlardır.

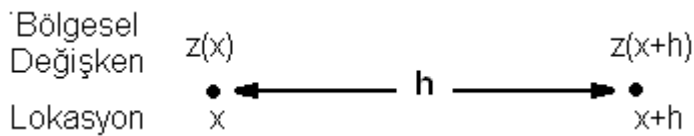
Olea (1999) ise, jeostatistik için “zaman serileri analizlerinde zamana bağlı verileri karakterize etmek için başlıca rastlantısal modellerin kullanılmasına benzer bir yolla, lokasyona bağlı özelliklerin karakterize edilmesini amaçlayan, bunun içinde birçok sayısal tekniğin kullanıldığı bir yöntem” tanımını kullanmıştır.

Caers'e (2005) göre jeostatistik, istatistik biliminin bir dalıdır ve değişkenlerin lokasyona bağlılığını modelleyip, gözlem veya örnekleme yapılmamış lokasyonlardaki olası değerlerini bulmayı amaçlamaktadır. En geniş tanımıyla jeostatistik, belirli bir uzayda ve zamanla değişen değişkenler ile ilgili çalışmalardır (Deutsch, 2002).

2.2.1 Bölgesel değişkenler ve rastlantı fonksiyonları

Bu bölümde Matheron (1971)'in geliştirdiği “Bölgesel Değişkenler Teorisi” detaylı bir şekilde açıklanmaktadır.

Bir değişken, uzayda yayılmış ve uzaklığa bağlı bir yapıda değişim gösteriyorsa, “bölgesel” olarak tanımlanmaktadır. Eğer $z(x)$, x noktasındaki değeri temsil ediyorsa, “Bölgesel Değişken” olarak adlandırılabilir (Şekil 2.3). Cevher yatağında tenör (Au%, Ag%, Cu%), kalite değişkenleri (alt ısı değer, nem, kül, silika içeriği), damar kalınlığı, gözeneklilik-geçirgenlik, bir bölgedeki ağaç yoğunluğu, denizlerdeki balık yoğunluğu veya bir yerleşim bölgesinde yağış miktarı bu değişkenlere örnek olarak verilebilir.



Şekil 2.3 Bölgesel değişkenin tanımı.

Matematiksel açıdan incelendiğinde, $z(x)$, “ x ”in bir fonksiyonudur. Ancak mineral yatağındaki tenör değişimi ele alındığında bu fonksiyon oldukça karmaşıktır.

Bu fonksiyonun, birbirine ters düşen veya birbirini tamamlayıcı iki yönü vardır. Bunlar, rastlantısallık (bir noktadan diğerine düzensiz ve rastgele değişim) ve uzaklığa bağlı yapısalıktır.

Bu fonksiyon, teoriye göre rastlantı fonksiyonudur ve bölgesel değişkenler bu rastlantı fonksiyonunun görüntüsü olarak kabul edilmektedir. Bölgesel Değişkenler Teorisi’nin iki amacı vardır. Bunlar, teorik olarak yapısalılığı ortaya koymak ve pratik olarak bölgesel değişkenin kestirim problemini çözmektir.

Olasılık yasası gereği Y rastlantı değişkeninin, alacağı herhangi y değeri için olasılığı $P(Y < y)$ olarak ifade edilmektedir. Rastlantı fonksiyonu $Z(x)$ için, N tamsayı olmak üzere, $(x_1, x_2, \dots, x_N)$ noktalarında alacağı $(z_1, z_2, \dots, z_N)$ değerlerinin olasılığı;

$$P(Z(x_1) < z_1 \text{ ve } Z(x_2) < z_2 \text{ ve } \dots \text{ ve } Z(x_N) < z_N) \quad (2.1)$$

olarak ifade edilir.

Bir cevher yatağında bu olasılığa, tek bir gerçeklemenin sonucunda karar verilmesi gerekmektedir. Bu durum imkansızdır ve ilave hipotezlerin ortaya konması zorunludur.

İlk hipotez “Durağanlık”tır (*Stationarity*). Bu durumda uzaklığa bağlı değişkenliğin olasılığı etkilemediği varsayılmaktadır. $z(x)$ için beklenen değer bütün lokasyonlar için aynıdır ve değişmez. Bu durum, $E[Z(x)] = m$ ile ifade edilmektedir ve m aritmetik ortalamadır.

$$P(Z(x_1) < z_1 \text{ ve } Z(x_2) < z_2 \text{ ve } \dots \text{ ve } Z(x_N) < z_N) = P(Z(x_1+h) < z_1 \text{ ve } Z(x_2+h) < z_2 \text{ ve } \dots \text{ ve } Z(x_N+h) < z_N) \quad (2.2)$$

İkinci hipotez İkinci Dereceden Durağanlık’tır (*Order 2 Stationarity*). Bu hipoteze göre rastlantı fonksiyonu $Z(x)$ ’in beklenen değerine ek olarak $Z(x)$ ’in varyansı hesaplanabilir ve her nokta için aynıdır, değişmez.

$$E[Z(x)] = E[Z(x+h)] = m(x) = m \quad (2.3)$$

$$\text{Var}[Z(x)] = \text{Var}[Z(x+h)] \quad (2.4)$$

Bu hipotezin geçerlilik şartlarından bir diğeri ise kovaryans fonksiyonunun sadece uzaklığa bağlı ve her noktada sabit olmasıdır. Kovaryans fonksiyonu, iki rasgele değişkenin beraber değişimlerinin ölçüsü olarak adlandırılır ve beklenen değer cinsinden Eşitlik 2.5'teki gibi ifade edilmektedir. Kovaryans fonksiyonu Bölüm 2.2.3'de Kovaryans Fonksiyonu başlığı altında detaylı olarak açıklanmaktadır.

$$\mathbb{E} [Z(x) Z(x+h)] - m^2 = C(h) \quad (2.5)$$

Mesafeye bağlı olarak sürekli artış gösteren varyans durumunda ikinci dereceden durağanlık hipotezi, tanım gereği uygulanamaz. Bu gibi durumlarda özünü hipotezi (*intrinsic hypothesis*) kabul edilmektedir. Bu hipoteze göre “ $Z(x+h) - Z(x)$ ” ifadesi ikinci dereceden durağanlık özelliği göstermektedir. Bu durumda;

$$\mathbb{E} [Z(x+h) - Z(x)] = \mathbb{E} [Z(y+h) - Z(y)] = m(h) \quad (2.6)$$

$$\text{var}[Z(x+h) - Z(x)] = \text{var}[Z(y+h) - Z(y)] = 2\gamma(h) \quad (2.7)$$

eşitlikleri geçerli sayılmaktadır.

2.2.2 Variogram fonksiyonu

Eşitlik 2.7'deki $\gamma(h)$ ifadesi, semi-variogram (daha yaygın olarak “variogram”) fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır. Bu fonksiyon, bölgesel değişkenin uzaklığa bağlı yapısallığını ortaya koymada kullanılan en yaygın araçtır. Variogram fonksiyonu, beklenen değer cinsinden Eşitlik 2.8'deki gibi ifade edilir.

$$2\gamma(h) = (\mathbb{E} [Z(x+h) - Z(x)])^2 \quad (2.8)$$

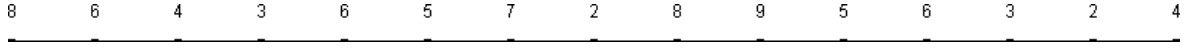
2.2.2.1 Deneyisel variogram

Teorik variogram tanımının yanı sıra, variogram fonksiyonu deneyisel olarak da hesaplanabilmektedir (Eşitlik 2.9).

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [z(x_i + h) - z(x_i)]^2 \quad (2.9)$$

Eşitlik 2.9'da $N(h)$: h uzaklığına karşılık gelen örnek çifti sayısını, x_i örnek noktalarını, $z(x_i)$: örnek değerini göstermektedir.

Deneysel variogram, örneklerin yayılımına göre tek boyutta, iki boyutta veya üç boyutta hesaplanabilir. Şekil 2.3'te, bir boyutta düzenli aralıklarda alınmış örneklemeler görülmektedir.



Şekil 2.4 Bir boyutta düzenli alınan örnekler.

Aralarında 5 m mesafe olan örnekler için deneysel variogramlar şu şekilde hesaplanmaktadır,

Beş metre aralıktaki variogram;

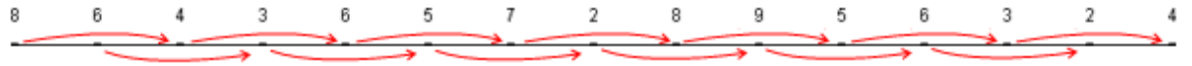


$$N(5) = 14,$$

$$\begin{aligned} \gamma(5) = \frac{1}{2 \times 14} & [(6-8)^2 + (4-6)^2 + (3-4)^2 + (6-3)^2 + (5-6)^2 + (7-5)^2 \\ & + (2-7)^2 + (8-2)^2 + (9-8)^2 + (5-9)^2 + (6-5)^2 + (3-6)^2 \\ & + (2-3)^2 + (4-2)^2] \end{aligned}$$

$$\gamma(5) = 4,14$$

On metre aralıktaki variogram;

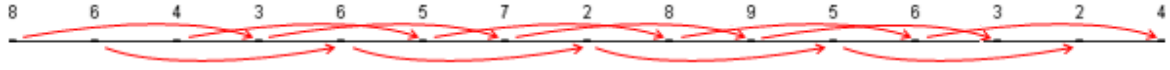


$$N(10) = 13,$$

$$\begin{aligned} \gamma(10) = \frac{1}{2 \times 13} & [(4-8)^2 + (6-4)^2 + (7-6)^2 + (8-7)^2 + (5-8)^2 + (3-5)^2 \\ & + (4-3)^2 + (3-6)^2 + (5-3)^2 + (2-5)^2 + (9-2)^2 + (9-6)^2 \\ & + (2-6)^2] \end{aligned}$$

$$\gamma(10) = 10,15$$

Onbeş metre aralıktaki variogram;

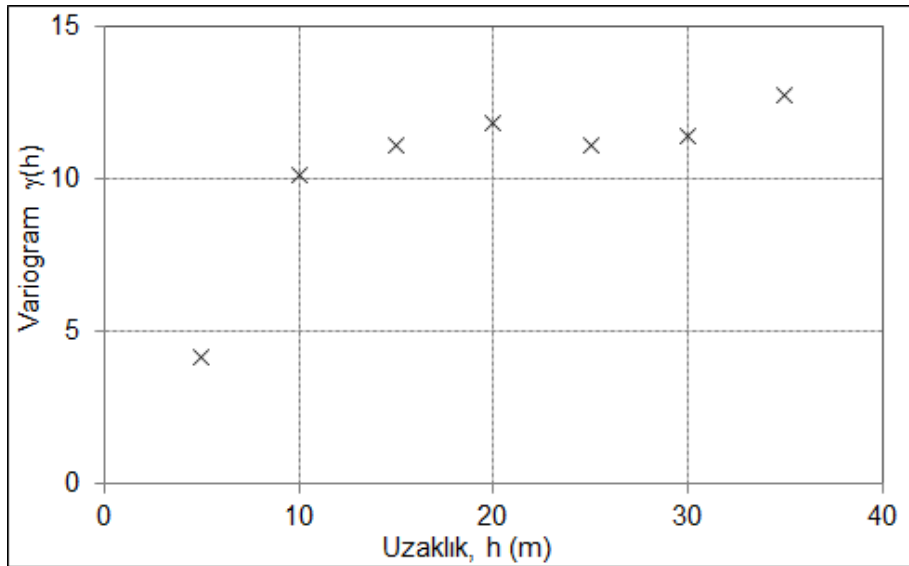


$$N(15)=12,$$

$$\gamma(15) = \frac{1}{2 \times 12} [(3 - 8)^2 + (7 - 3)^2 + (9 - 7)^2 + (3 - 9)^2 + (4 - 6)^2 + (5 - 4)^2 + (2 - 6)^2 + (8 - 5)^2 + (5 - 2)^2 + (6 - 8)^2 + (2 - 5)^2 + (6 - 6)^2]$$

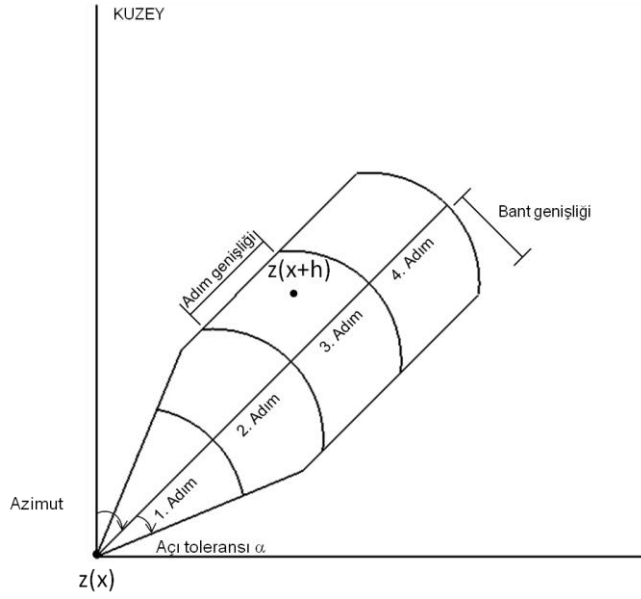
$$\gamma(15)=11,08$$

20, 25, 30 ve 35 m için sırasıyla $\gamma(20)=11,82$, $\gamma(25)=11,1$, $\gamma(30)=11,44$ ve $\gamma(35)=12,75$ şeklinde hesaplanır. Uzaklığa karşı $\gamma(h)$ fonksiyonunun grafiği Şekil 2.5'te verilmektedir.



Şekil 2.5. Deneysel variogram değerleri.

Dağınık bir örneklem yayılımında deneysel variogram hesabı daha farklı yapılmaktadır. Bunun için örnekler uzaklığa, yöne ve açı toleranslarına göre tanımlı bir koni içerisinde gruplanır (Şekil 2.6). Variogram, birim bir uzaklık ve bu uzaklığın katlarında hesaplanmaktadır. Bu uzaklık, koni oluşturulan belirlenen adım (lag) sayesinde belirlenmektedir. Bir başka parametre olan açı toleransının, variogram hesabında yeterli örnek çifti sayısı sağlanacak şekilde seçilmelidir.



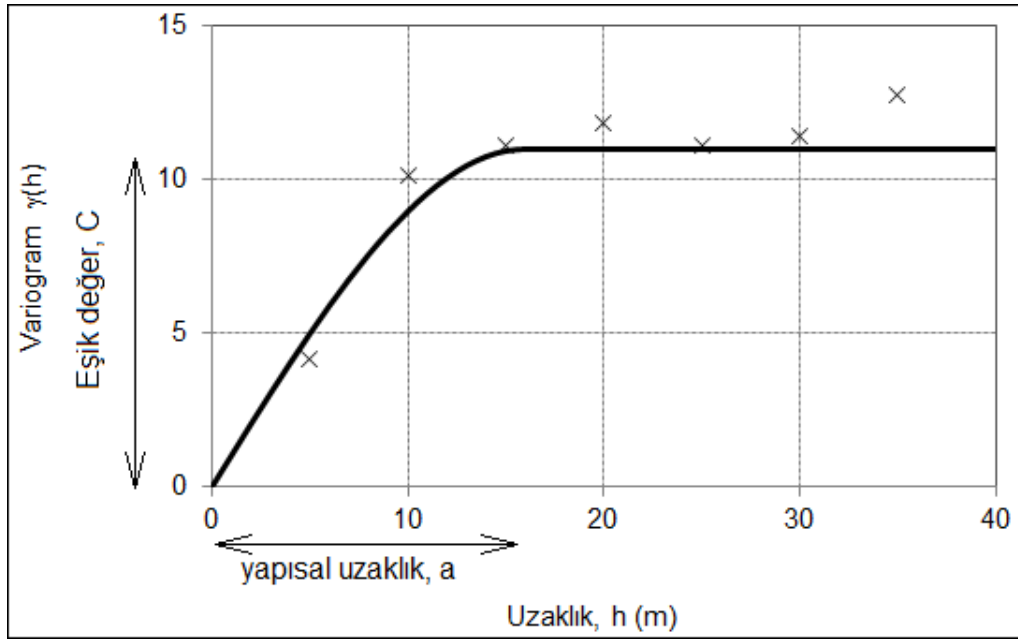
Şekil 2.6 Örnek çiftleri için oluşturulan koni.

Açı toleransı 90° 'nin üzerinde seçildiği takdirde bütün örnek noktaları deneysel variogram hesabına dahil olur. Bu şekilde hesaplanan variogram ortalama variogram (*omnidirectional variogram*) olarak adlandırılır.

2.2.2.2 Model variogram

Variogram, bölgesel değişkenin uzaklığa bağlı yapısını sadece belirli uzaklıklarda ortaya koymaktadır. Örneklenmemiş noktaların kestirimi için variogram fonksiyonunun olası bütün uzaklıklarda hesaplanması gerekmektedir. Bu yüzden deneysel variogram noktalarına model bir variogram fonksiyonu uyarlanmalıdır.

Model variogram fonksiyonu, kuramsal olarak $h=0$ durumunda sıfır değeri almalıdır. Ancak, birbirine en yakın mesafedeki örnek çiftinden daha kısa mesafede variogram hesaplanamadığından ötürü veya örnek değerlerinde yapılan hatalardan dolayı fonksiyon orijinde süreksizlik gösterir. Bu süreksizlik külçe etkisi (C_0) olarak adlandırılır. Variogram fonksiyonun ulaştığı en büyük değeri eşik değeri (C); örnekler arasında uzaklığa bağlı ilişkinin bittiği uzaklığı ise yapısal uzaklık (a) olarak adlandırılmaktadır. Şekil 2.7'de, Şekil 2.5 için hesaplanan deneysel variograma uyarlanan model variogram yer almaktadır.



Şekil 2.7 Model variogram.

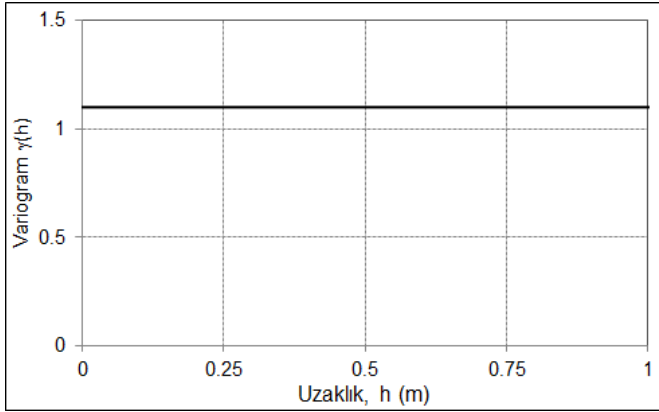
Bölgesel değişkenlerin variogramları modellenirken külçe etkisi, küresel model, üssel model, Gauss modeli, salınım modeli gibi tanımlı modeller kullanılmaktadır. Bu modellere ilişkin detaylar aşağıda verilmektedir.

Külçe etkisi model, kısa mesafede ani değişimler gösteren bölgesel değişkeni temsil etmektedir. Fonksiyonun tanımı Eşitlik 2.10'da verilmiştir.

$$\gamma(h)=C_0 \quad (2.10)$$

Burada, $\gamma(h)$: h mesafesindeki variogram değerini, C_0 : külçe değerini belirtmektedir. Külçe etkisi modeli ayrıca $\gamma(h)=\text{Nug}(C_0)$ şeklinde de gösterilmektedir.

Şekil 2.8’de, eşik değeri 1,1 olan külçe etkisi model fonksiyonun grafiği verilmektedir.



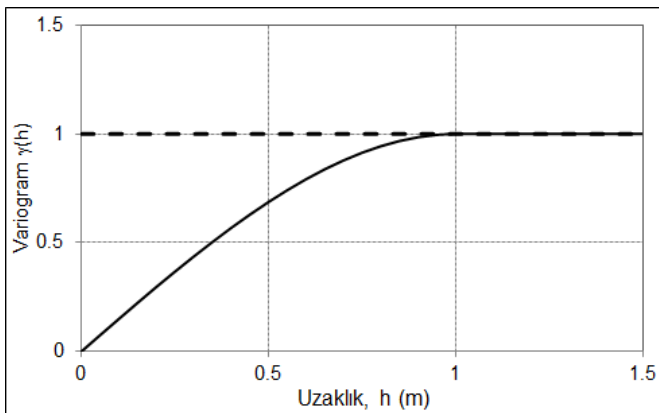
Şekil 2.8 Külçe etkisi modeli.

Küresel model, matematiksel olarak Eşitlik 2.11’de ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= 0 & h &= 0 \\ \gamma(h) &= \left[\frac{3}{2} \times \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \times \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] & h &\leq a \\ \gamma(h) &= C & h &> a \end{aligned} \quad (2.11)$$

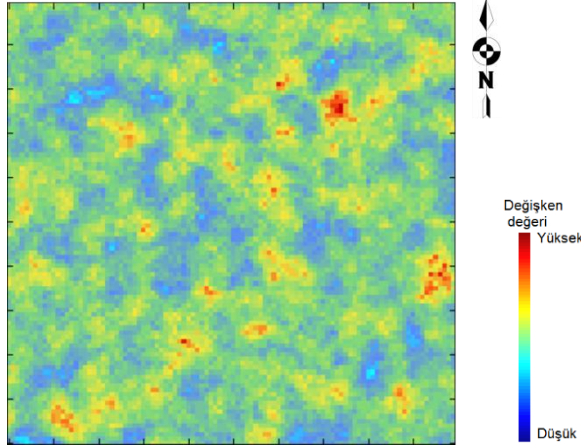
Burada, $\gamma(h)$: h mesafesindeki variogram değerini, C: eşik değerini, a ise yapısal uzaklığı belirtmektedir. Küresel model $\gamma(h) = C_0 + C \cdot Sph(a)$ şeklinde de ifade edilmektedir.

Eşik değeri 1, ve yapısal uzaklığı 1m olan küresel variogram modeli Şekil 2.9’da gösterilmiştir.



Şekil 2.9 Küresel variogram modeli.

Şekil 2.10'da, küresel variogram modeli üretecek örnek dağılımına sahip bir görüntü haritası verilmektedir. Şekilde yüksek değerli bölgeler, düşük değerli bölgelerden ayırt edilebilmektedir. Bu durum, küresel modelin karakteristik bir özelliğidir.



Şekil 2.10 Küresel variograma sahip görüntü haritası.

Üssel model, Eşitlik 2.12'deki gibi tanımlanır.

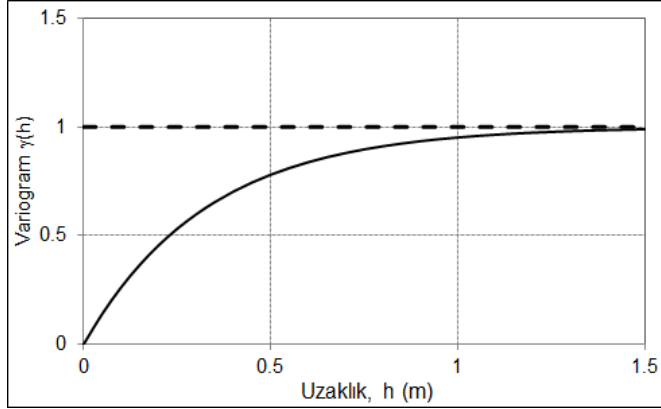
$$\begin{aligned} \gamma(h) &= 0 & h=0 \\ \gamma(h) &= C \times \left(1 - e^{-\left(\frac{h}{l}\right)^3} \right) & h \leq l \\ \gamma(h) &= C & h > l \end{aligned} \quad (2.12)$$

Eşitlik 2.12'ye göre bu fonksiyon, eşik değerine sonuşmaz (*asymptotic*) şekilde yaklaşmaktadır. Yapısal uzaklık, bu fonksiyonda eşik değerinin 95%'ine denk gelen mesafe olarak kabul edilmektedir. Bu durumda,

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= C \times \left(1 - e^{-\left(\frac{h}{l}\right)^3} \right) \\ 0,95 C &= C \times \left(1 - e^{-\left(\frac{h}{l}\right)^3} \right) \\ 0,05 &= e^{-\left(\frac{h}{l}\right)^3} \\ \ln(0,05) &= -\left(\frac{h}{l}\right)^3 \\ h &\cong 3l \end{aligned} \quad (2.12)$$

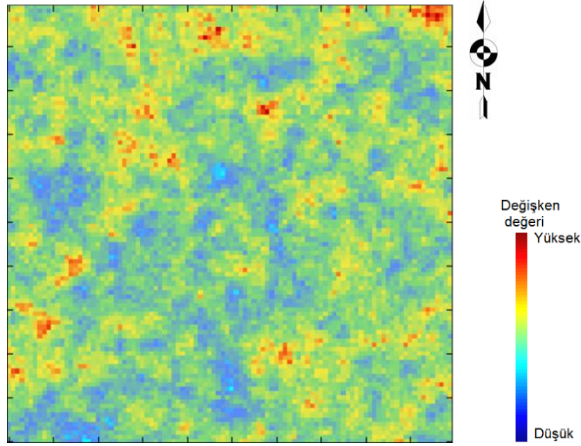
olarak bulunur. Üssel model $\gamma(h) = C_0 + C \cdot \text{Exp}(a)$ şeklinde de ifade edilmektedir.

Şekil 2.11'de eşik değeri 1 ve yapısal uzaklığı 1m olan üssel variogram model grafiği gösterilmektedir.



Şekil 2.11 Üssel variogram modeli.

Şekil 2.12'de uzaklığa bağlı ilişkisi üssel variogram ile modellenebilen bir sahanın görüntü haritası yeralmaktadır. Üssel variogram modeli üreten veri dağılımında da yüksek ve düşük değerlerin birbirinden ayrıldığı görülmektedir. Ancak küresel model ile karşılaştırıldığında orijine yakın uzaklıklarda variogram değeri daha yüksek olduğundan, kısa mesafelerde değişkenlik daha fazla olmaktadır.

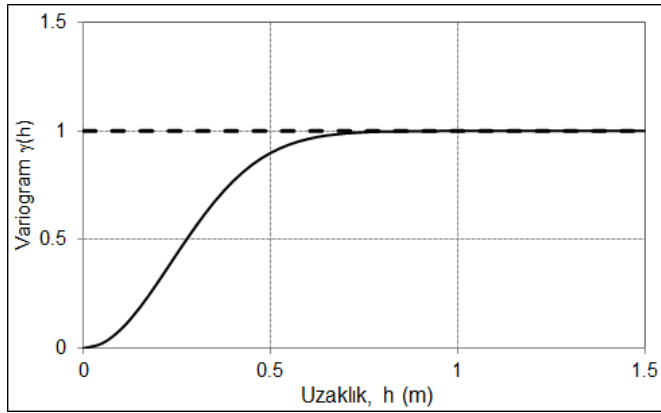


Şekil 2.12 Üssel variograma sahip görüntü haritası.

Gauss model tanımı Eşitlik 2.14'te verilmektedir.

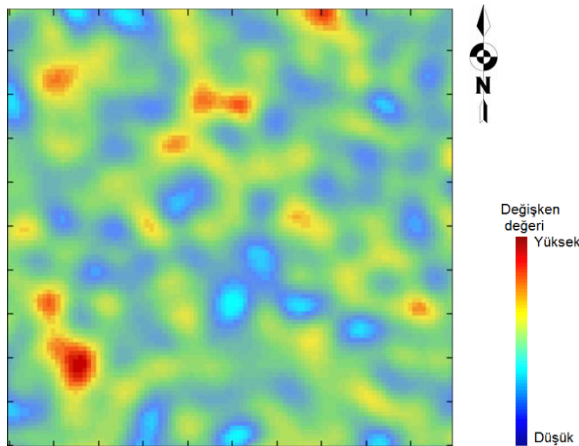
$$\begin{aligned} \gamma(h) &= 0 & h=0 \\ \gamma(h) &= C \times \left(1 - e^{-\left(\frac{h}{l}\right)^2} \right) & h \leq l \\ \gamma(h) &= C & h > l \end{aligned} \quad (2.14)$$

Eşik değeri ve yapısal uzaklığı bire eşit olan Gauss variogram modeli Şekil 2.13'te verilmektedir. Yapısal uzaklık, bu fonksiyonda eşik değerinin 95%'ine karşılık gelen mesafe olarak kabul edilmektedir ve pratik olarak $h=1.74l$ olmaktadır.



Şekil 2.13 Gauss variogram modeli.

Gauss modeli orijine yakın mesafelerde küresel ve üssel modele göre daha düşük variogram değeri üretmektedir. Bu durum, kısa mesafedeki değişimlerin az; yüksek ve düşük değerler arasındaki geçişlerin daha yumuşak olmasına neden olmaktadır (Şekil 2.14).

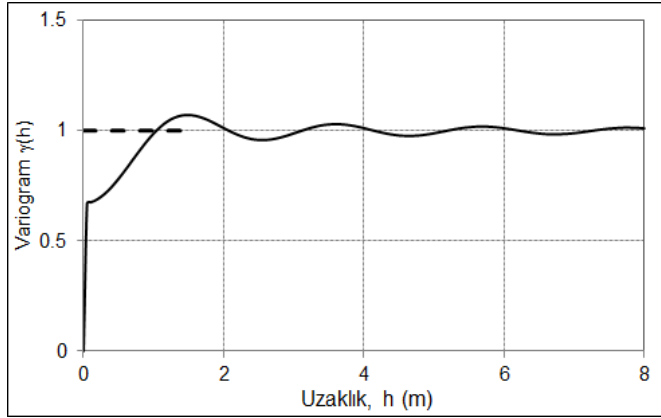


Şekil 2.14 Gauss variogram modeli üreten görüntü haritası.

Salınım variogram (*Cardinal Sine*), bu variogram modelinin matematiksel ifadesi Eşitlik 2.15'te verilmektedir.

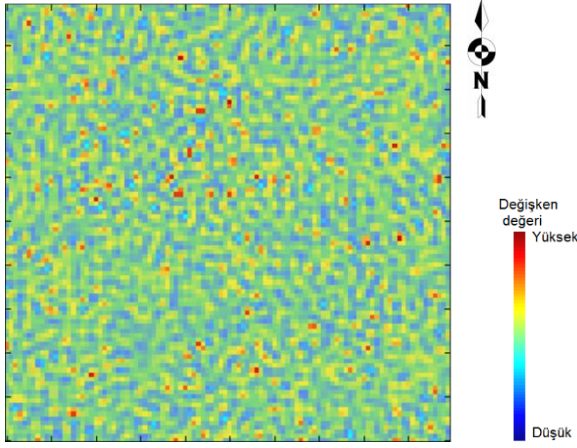
$$\begin{aligned} \gamma(h) &= 0 & h=0 \\ \gamma(h) &= C \times \left(1 - \frac{\sin\left(\frac{h}{a}\right)}{\frac{h}{a}} \right) & h \leq a \end{aligned} \quad (2.15)$$

Yapısal uzaklık, fonksiyonun salınımı dolayısıyla, diğer variogram modellerine göre daha zor belirlenmektedir. Pratik olarak, eşik değerinin 95%inden her zaman yüksek olan en düşük mesafe olarak kabul edilmektedir. Şekil 2.15'te eşik değeri 1'e eşit olan variogram modeli verilmektedir.



Şekil 2.15 Salınım variogram modeli.

Salınım variogramı ile modellenen bir sahanın görüntü haritası Şekil 2.16'da verilmektedir. Orijine yakın mesafelerde variogram değerindeki çok hızlı artış dolayısıyla kısa mesafelerde ani değişimler göze çarpmaktadır. Ayrıca yüksek değerler, düşük değerlerin etrafında periyodik olarak belirmektedir. Bu durum variogram fonksiyonundaki salınımları açıklamaktadır.

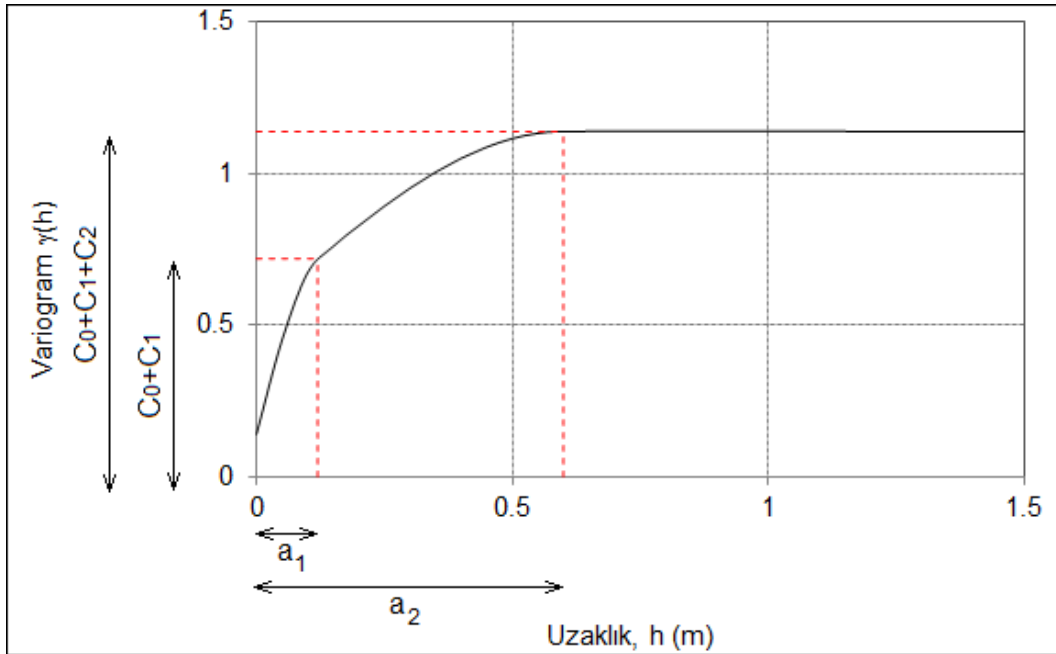


Şekil 2.16 Salınım variogram modeli üreten görüntü haritası.

Variogram modelinin bir diğer özelliği ise toplanabilir olmasıdır. Bazı durumlarda, uzaklığa bağlı değişkenliği birden fazla variogram fonksiyonun tanımlanması sonucu ifade etmek gerekebilir. Bu durumda variogram fonksiyonu Eşitlik 2.16'daki gibi ifade edilmektedir.

$$\gamma_T(h) = \gamma_1(h) + \gamma_2(h) + \gamma_3(h) \dots + \gamma_n(h) \quad (2.16)$$

Şekil 2.17'de iki tane küresel modelin toplamından oluşan variogram modeli verilmektedir.



Şekil 2.17 Yuvalı yapı variogram modeli.

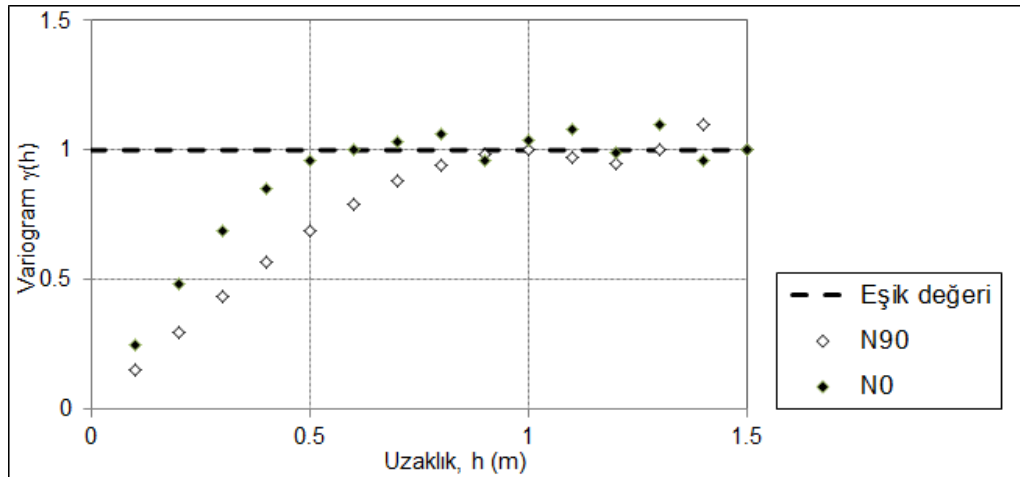
Variogram fonksiyonu, sıfırdan a_1 yapısal uzaklığına kadar $\gamma_1(h)$; a_1 ve a_2 mesafeleri arasında $\gamma_2(h)$ fonksiyonu tarafından şekillenmektedir. a_2 yapısal uzaklığından büyük olan mesafelerde fonksiyon, $C = C_0 + C_1 + C_2$ eşik değerine eşittir.

Anizotropi

Çeşitli yönlerde hesaplanan variogramlar, birbirlerinden yapısal uzaklık ya da eşik değere göre farklılık gösterebilmektedir. Bu durum anizotropi (*anistropy*) olarak adlandırılır.

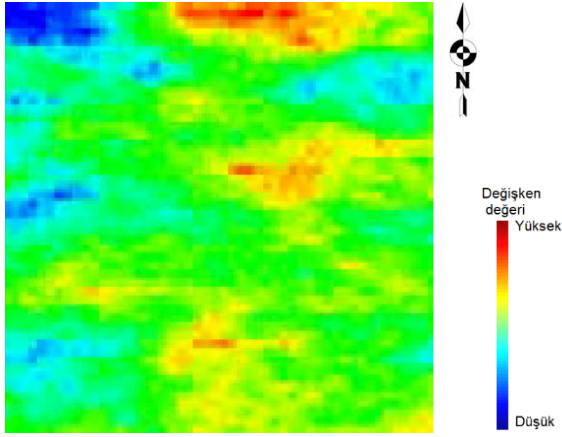
Geometrik Anizotropi

Eğer farklı yönlerde hesaplanmış variogram fonksiyonları eşik değere farklı yapısal uzaklıkta erişiyorsa bu durum geometrik anizotropidir. Şekil 2.18’de geometrik anizotropiye sahip sahanın deneysel variogramı verilmektedir.



Şekil 2.18 Geometrik anizotropi.

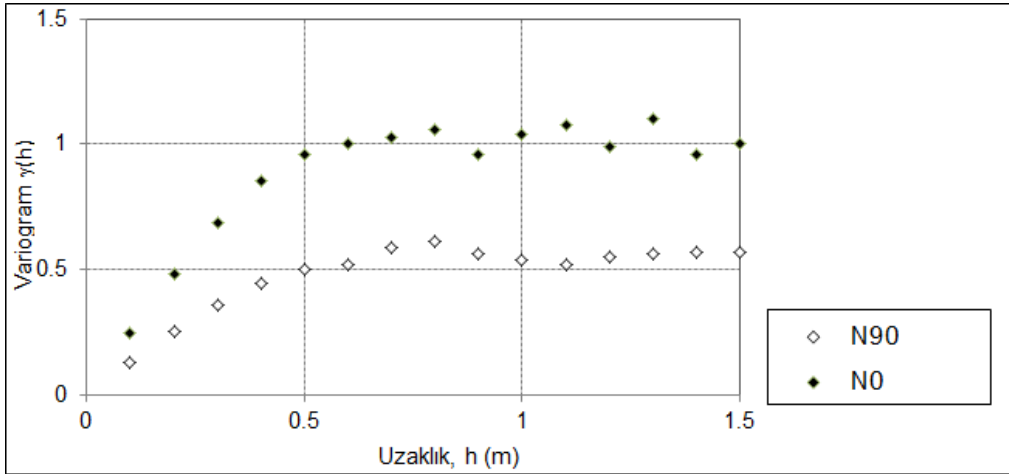
Şekil 2.19'da Doğu-Batı yönünde değişkenliğin, Kuzey-Güney hattına göre daha fazla olan bir görüntü haritası yeralmaktadır.



Şekil 2.19 Geometrik anizotropi yapısına sahip görüntü haritası.

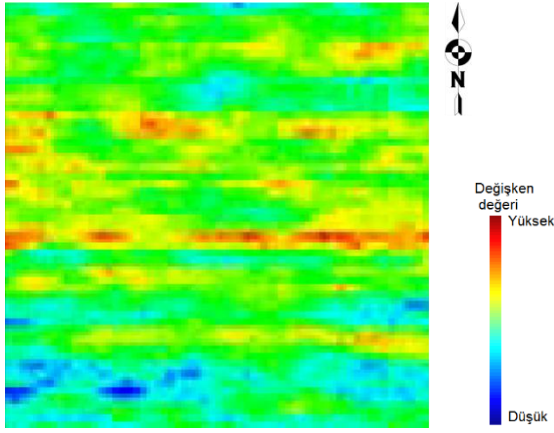
Zonal Anizotropi

Bazı durumlarda sahalar, farklı ortalamalarla birbirinden ayrılan bölgeler barındırmaktadırlar. Bu gibi durumlarda hesaplanan variogramların yönlerine göre farklı eşik değerine ulaştığı gözlemlenir (Şekil 2.20). Bu durum, zonal anizotropi olarak adlandırılır.



Şekil 2.20 Zonal anizotropi.

Şekil 2.21’de, zonal anizotropi ile modellenen görüntü haritası verilmektedir. Şekilde Doğu-Batı yönündeki zonlanma açık bir şekilde görülmektedir.



Şekil 2.21 Zonal anizotropi yapıya sahip görüntü haritası.

2.2.3 Kovaryans fonksiyonu

Kovaryans fonksiyonunun ilk özelliği, durağan tanımlı değişkenler için “m” ortalamasının tanımlı olmasıdır. Eşitlik 2.5’teki tanıma göre;

$$\begin{aligned} C(h) &= \mathbb{E}[Z(x) Z(x+h)] - m^2 \\ C(h) &= \mathbb{E}[(Z(x+h) - m) (Z(x) - m)] \end{aligned} \quad (2.17)$$

$h=0$ uzaklığı için;

$$C(0) = \mathbb{E}[(Z(x) - m) (Z(x) - m)] = \sigma^2 \quad (2.18)$$

varyansa eşit olmaktadır.

İkinci özellik, simetri ile ilgilidir,

$$C(-h) = \mathbb{E}[(Z(x-h) - m) (Z(x) - m)] \quad (2.19)$$

Eşitlik 2.19’da “x-h” yerine “t” konursa;

$$C(-h) = \mathbb{E}[(Z(t) - m) (Z(t+h) - m)] = C(h) \quad (2.20)$$

elde edilir.

Kovaryans fonksiyonuna ilişkin özellikler Eşitlik 2.21’de özetlenmektedir.

$$\begin{aligned} C(0) &= \sigma^2 \\ C(h) &= C(-h) \\ |C(h)| &\leq C(0) \end{aligned} \tag{2.21}$$

Eşitlik 2.21’de kovaryansın mutlak değerde olmasının sebebi, kovaryans fonksiyonun negatif değer alabilmesidir.

Kovaryans fonksiyonu, variogram fonksiyonu ile ilişkilidir. Bu ilişki Eşitlik 2.22’deki gibidir.

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= C(0) - C(h) \\ C(h) &= C(0) - \gamma(h) \end{aligned} \tag{2.21}$$

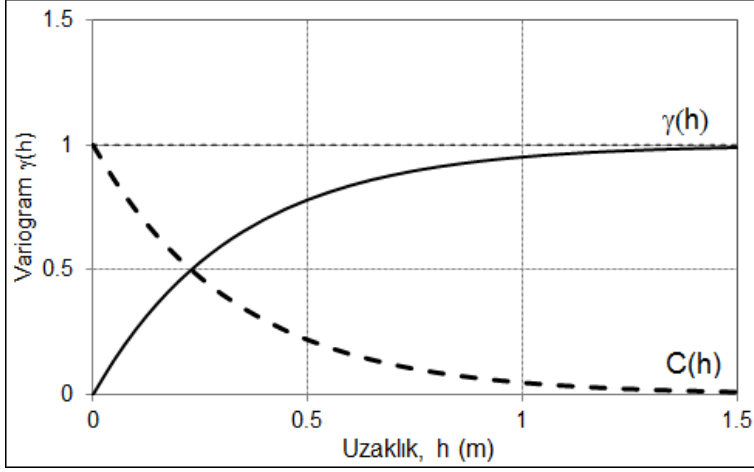
Bu ilişki, Eşitlik 2.8’deki variogram tanımından yola çıkılarak, aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} 2\gamma(h) &= \mathbb{E}[\{Z(x+h)-Z(x)\}^2] \\ &= \mathbb{E}[\{(Z(x+h)-m)^2(Z(x)-m)^2 - 2(Z(x+h)-m)(Z(x)-m)\}] \\ &= 2\mathbb{E}[(Z(x)^2-m^2) - (Z(x+h)Z(x)-m^2)] \end{aligned} \tag{2.22}$$

$$2\gamma(h) = 2(C(0) - C(h))$$

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

“C(0)” değeri varyansa eşit olduğundan, kovaryans fonksiyonunun grafiği, $\gamma(h)$ fonksiyonu grafiğinin başaşağı döndürülmüş halidir. Şekil 2.21’de eşik değeri 1 olan üssel variogram ve kovaryans fonksiyonunun grafiği yer almaktadır.



Şekil 2.22 Variogram ve kovaryans fonksiyon grafikleri.

Variogram analizi, jeostatistiksel kestirim veya benzetim işlemlerinden önce yapılması gereken bir analizdir. Kestirim ve benzetim işlemlerinde girdi parametresi olarak kullanılan variogramın doğru bir şekilde modellenmesi oldukça önemlidir. Variogram, çalışma değişkeninin uzaklığa bağlı değişkenliğini ortaya koyduğu için, jeostatistiksel yöntemlerin sonuçlarına doğrudan etki etmektedir.

2.2.4 Kestirim ve jeostatistiksel benzetim

Tez kapsamındaki durum çalışmalarında kestirimlerde ortalamasız krigleme (ordinary kriging), eş-krigleme (co-kriging); benzetimlerde ise koşullu benzetim (condition simulation) yöntemleri kullanılmıştır.

Bu yöntemlere ilişkin teorik bilgiler, bölüm içinde “Ortalamasız Krigleme”, “Eşkrigleme” ve “Koşullu Benzetim” başlıkları altında yer almaktadır.

2.2.4.1 Ortalamasız krigleme

Krigleme “En iyi doğrusal yansız kestirim” yöntemi olarak bilinmektedir. Krigleme sistemi doğrusal eşitliklerden oluşmaktadır. Her örnek noktası sistemde ağırlıklandırılmıştır.

$$Z_0^* = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z(x_i) \quad (2.23)$$

Burada, Z_0^* : kestirimi yapılacak noktaları, $Z(x_i)$, x_i noktasındaki örnek değerlerini ve λ_i örnek noktalarındaki krigleme ağırlıklarını ifade etmektedir.

$Z(x)$, m ortalamaya sahip durağansal bir değişken olarak varsayılmaktadır. m ortalaması sahanın her yerinde aynıdır.

Saha içinde yer alan her x için, $[Z(x)] = m = [Z_0]$ ifadesi geçerlidir.

Her kestirim işlemi sonucunda bir miktar hatanın meydana gelmesi kaçınılmazdır. Bu hata aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\varepsilon \left[\sum_{i=1}^N \lambda_i Z(x_i) - Z_0 \right] = \sum_{i=1}^N \lambda_i m - m = m \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i - 1 \right) \quad (2.24)$$

Yansızlık koşulunun sağlanması için Eşitlik 2.24'teki ifadenin sıfıra eşit olması gerekmektedir. Eşitlikten de görüldüğü gibi bu koşul ancak ağırlıkların toplamının 1'e eşit olması ile mümkündür.

Eşitlik 2.24'te yer alan hata değerinin varyansı aşağıdaki eşitlik ile ifade edilmektedir.

$$\text{var}(\varepsilon) = \text{var} \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i Z(x_i) - Z_0 \right) = C(0) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j C(x_i - x_j) - 2 \sum_{i=1}^N \lambda_i C(x_0 - x_i) \quad (2.25)$$

Burada $C(0)$; eşik değerini, $C(x_0 - x_i)$, örnek noktaları ile hedef noktaları arasındaki kovaryansı, ve $C(x_i - x_j)$ ise kestirim yapılacak noktalar arasındaki kovaryans değerini ifade etmektedir.

Bu varyans, ağırlıkların 1'e eşit olma kısıtı altında minimize edilir. Bu işlem, Eşitlik 2.25'teki φ değerinin kısmi türevleri 0'a eşitlenmesiyle sağlanmaktadır.

$$\begin{aligned}\varphi &= \text{var}(Z_0^* - Z_0) - 2\mu \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i - 1 \right) \\ \varphi &= C(0) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j C(x_i - x_j) - 2 \sum_{i=1}^N \lambda_i C(x_0 - x_i) - 2\mu \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i - 1 \right)\end{aligned}\quad (2.25)$$

Bu işlemler sonucunda N+1 adet eşitlik üretilmiş olur. Bu eşitlikler sistemine Ortalamasız Krigleme Sistemi denir. Ayrıca bu eşitlikler matris formunda Eşitlik 2.26'daki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} C(x_i - x_j) & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{OK} \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C(x_0 - x_i) \\ 1 \end{bmatrix}\quad (2.26)$$

Bu matris sistemi çözüldüğünde krigleme ağırlıkları ve Lagrange çarpanı değerleri Eşitlik 2.27 kullanılarak bulunmaktadır.

$$\begin{aligned}\lambda'_{OK} &= \left(C(x_0 - x_i) + 1 \frac{(1 - 1' C(x_i - x_j)^{-1} C(x_0 - x_i))}{1' C(x_i - x_j)^{-1} 1} \right)' \Sigma^{-1} \\ \text{ve} \\ \mu &= \frac{(1 - 1' C(x_i - x_j)^{-1} C(x_0 - x_i))}{1 - 1' C(x_i - x_j)^{-1} 1}\end{aligned}\quad (2.27)$$

Bu durumda kestirim değeri Z_0^* ,

$$Z_0^* = (C(x_0 - x_i) + 1\mu)' C(x_i - x_j)^{-1} Z \quad (2.28)$$

olarak ifade edilmektedir.

Burada; $\lambda'_{OK} = (\lambda_1, \dots, \lambda_N)$: ortalamasız krigleme ağırlık matrisini, μ : Lagrange çarpanını, $Z = (Z_1, \dots, Z_N)'$: örnek noktalarındaki değerleri içeren matrisi, $C(x_0 - x_i)$: örnek noktaları ile hedef noktaları arasındaki kovaryans matrisini, $C(x_i - x_j)$: örnek noktaların kovaryans matrisini ifade etmektedir. Ayrıca ' ve -1 üst indisler sırasıyla devrik matris ve matrisin tersini ifade etmektedir.

Ortalamasız Krigleme yönteminde ortalama bilinmemekte ve en küçük kareler yöntemi ile kestirilmektedir. Bu ortalama $\hat{\mu}_{ekk}$ ile ifade edilmekte ve aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\hat{\mu}_{ekk} = \frac{(1 - 1' C(x_i - x_j)^{-1} Z(x_i))}{1' C(x_i - x_j)^{-1} 1} \quad (2.29)$$

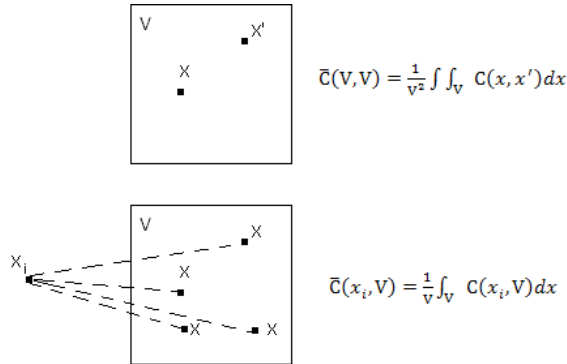
Kesitirim değeri Z_0^* , $\hat{\mu}_{ekk}$ 'ye göre düzenlendiğinde,

$$Z_0^* = \hat{\mu}_{ekk} + C(x_0 - x_i)' C(x_i - x_j)^{-1} (Z(x_i) - \hat{\mu}_{ekk}) \quad (2.30)$$

elde edilmektedir.

Blok Krigleme

Blok Krigleme, örnek noktaları kullanılarak bir bloğun ortalama değerinin kestirim işlemidir. Blok kriglemede kestirmek istenen bloğun içindeki noktalar ile örnek noktaları arasındaki kovaryansların ortalaması kullanılmaktadır. Şekil 2.22'de blok kriglemede kullanılan blok-blok ve blok-nokta arasındaki kovaryans hesaplaması görülmektedir.



Şekil 2.23 Blok-blok ve blok-nokta kovaryans hesaplanması.

Ortalamasız Blok Krigleme aşağıdaki eşitlik şeklinde ifade edilmektedir.

$$Z_V^* = \hat{\mu}_{ekk} + \bar{C}(x_i, V) \bar{C}(V, V)^{-1} (Z(x_i) - \hat{\mu}_{ekk}) \quad (2.31)$$

Burada, $\bar{C}(x_i, V)$: x_i noktası ile V hacmi arasındaki ortalama kovaryansı; $\bar{C}(V, V)$, blok içindeki noktaların ortalama kovaryansını ifade etmektedir.

2.2.4.2 Eş krigleme

Eş kriglemede değişken, yalnızca kendisine değil, kendisi ile uzaklığa bağlı bir ilişkide olan başka bir değişken yardımıyla kestirilmektedir. Bu iki değişken arasında bir bağıntının olması gerekmektedir. Değişkenler arasında eğer yüksek bir bağıntı söz konusu ise, değişken sahada daha fazla yerde örneklenen diğer değişken yardımı ile kestirilebilir.

İki bölgesel değişken $Z_1(x)$ ve $Z_2(x)$, her iki S_1 ve S_2 örnek noktalarında bulunuyorsa izotopik durum; birisi diğeri ile aynı sayıda değilse heterotopik durum olarak adlandırılmaktadır.

Eşkrigleme ile değişken ya da her iki değişken doğrusal olarak kestirebilmektedir. Ayrıca, iki değişkenin $Z_1(x_0)$ - $Z_2(x_0)$ gibi bağıntıları da kestirilebilmektedir.

Doğrusal eşitliklerin kestiriminde Eşitlik 2.27’de görülen tutarlılık sağlanmaktadır.

$$[Z_1(x_0) - Z_2(x_0)]^{EK} = Z_1(x_0)^{EK} - Z_2(x_0)^{EK} \quad (2.32)$$

Burada $Z_1(x_0)^{EK}$ ve $Z_2(x_0)^{EK}$: eşkrigleme ile kestirilen $Z_1(x_0)$ ve $Z_2(x_0)$ bölgesel değişkenlerini ifade etmektedir.

$Z(x)$ değişkeninin $Z_1(x)$ ve $Z_2(x)$ kullanılarak oluşturulan $Z^*(x_0)$ kestiricisi Eşitlik 2.33’te yer almaktadır.

$$Z^*(x_0) = \sum_{S_1} \lambda_1 Z_1(x_\alpha) + \sum_{S_2} \lambda_2 Z_2(x_\alpha) \quad (2.33)$$

Burada, $Z^*(x_0)$: $Z(x)$ değişkeninin kestirimi, λ_1 ve λ_2 sırasıyla $Z_1(x)$ ve $Z_2(x)$ 'ye atanan ağırlıklar, S_1 ve S_2 örnek lokasyonlarını belirtmektedir.

Kestirim hatasının varyasyonunu minimize edilmesi ile türetilen eşitliklerin matris formunda Eşitlik 2.34'teki gibi gösterilmektedir.

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 1 & 0 \\ C_{12}^T & C_{22} & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{01} \\ C_{02} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Burada C_{11} : ilk değişken kovaryans matrisi, C_{22} : ikinci değişkenin kovaryans matrisi, C_{12} : değişkenler arasındaki çapraz kovaryans, T: devrik matris, λ_1 ve λ_2 değişkenlere atanan ağırlıklar, μ_1 ve μ_2 lagrange çarpanları, C_{01} ve C_{02} kestirimi yapılacak hedef noktalar ile değişkenler arasındaki kovaryans matrisini ifade etmektedir.

2.2.4.3 Jeoistatistiksel benzetim

Bir rastlantısal fonksiyonun benzetimi $\{Z(x): x \in R\}$, olasılık dahilindeki tüm sonuçlar arasından seçilen tek bir $Z(x)$ gerçekleştirilmesini ifade etmektedir. Bunu oluşturmak için $Z(x)$ rastlantı fonksiyonunun bölgesel dağılımı bilgisine ihtiyaç duyulmaktadır. Kestirim işlemlerinden farklı olarak, benzetimde uzaklığa bağlı değişkenliği yeniden üreten veri kümeleri üretilmesi amaçlanmaktadır.

Tercan ve Saraç (1998)'a göre benzetim işlemlerinde:

- Örneklenmiş noktalarda gerçek değeri ile benzetilmiş değerler aynı olabilir.
- Benzetim değerleri ile gerçek değerlerin variogram ve sıklık dağılımı aynı olabilir.

Benzetimler, yukarıdaki koşulların sadece ilkinin ve her ikisini de sağlayan benzetimler olarak iki gruba ayrılmaktadır. Bunlar sırasıyla koşulsuz ve koşullu benzetim olarak adlandırılmaktadır.

Koşullu benzetişimdeki amaç, bilinmeyen hata miktarını, benzetişimden elde edilen ve miktarı bilinen hata ile değiştirmektir. Aşağıdaki eşitlik koşullu benzetişimi özetlemektedir.

$$Z_B(x) = Z^*(x) + H_B(x) \quad (2.35)$$

Burada $Z_B(x)$: x değişkeninin koşullu benzetimi, $Z^*(x)$: x değişkeninin kestirimi, $H_B(x)$: kestirim hatasının benzetimini ifade etmektedir.

Kestirim hatasının benzetimi, bağımsız standard normal değerlerin, kovaryans matrisi C 'nin Cholesky ayrıştırma yöntemi ile elde edilen matrisler ile çarpımı ile elde edilmektedir. Bu işlem Eşitlik 2.36'da özetlenmiştir.

$$H_B(x) = \sum_{\alpha} \omega_{\alpha} Y(x_{\alpha}) \quad (2.36)$$

Burada ω_{α} : doğrusal bileşen $Y(x_{\alpha})$ için atanan ağırlıkları ifade etmektedir.

Bu ağırlıklar, benzetim sonuçlarının, gerçek verilerin varyans-variogram eşitliğini sağlayacak şekilde belirlenmektedir.

C kovaryans matrisinin Cholesky ayrıştırma yöntemi ile ayrıştırılması Eşitlik 2.37'de yer almaktadır.

$$C = LL^T = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ L_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ L_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & L_{nn} \end{bmatrix}^T \quad (2.37)$$

Cholesky ayrıştırma yöntemine göre oluşturulan koşullu benzetim eşitliği ise Eşitlik 2.38'de verilmektedir.

$$y_{kb} = \begin{bmatrix} L_{dd} & 0 \\ L_{nd} & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_d \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{dd} \cdot w_d \\ L_{nd} \cdot w_d + L_{nn} \cdot w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_g \\ y_b \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Eşitlik 2.38'te L_{dd} : veriler noktalarının kovaryans matrisinin Cholesky alt üçgen matrisi, L_{nd} : veri noktaları ile benzetimi yapılacak noktalar arasındaki kovaryans matrisinin Cholesky alt üçgen matrisi, L_{nn} : benzetimi yapılacak noktalar arasındaki kovaryans matrisinin Cholesky alt üçgen matrisi, w_d ve w_n sırasıyla veri ve benzetim yapılacak noktalardaki normal dağılımdan çekilen değerlerin oluşturduğu vektörleri ifade etmektedir.

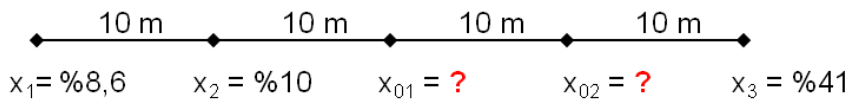
Eşitlik 2.38'deki $y_g = L_{dd} \cdot w_d$ eşitliğine göre w_d vektörü çekildiğinde $L_{dd}^{-1} \cdot y_g$ bulunur. Bu durumda y_{kb} ;

$$y_{kb} = L_{nd} \cdot L_{dd}^{-1} \cdot y_g + L_{nn} \cdot w_n \quad (2.39)$$

olarak ifade edilir.

2.2.4.4 Sayısal uygulama

Bu bölümde, ortalamasız krigleme ve koşullu benzetim yöntemlerinde kullanılan eşitlikleri ve oluşturulan matrisleri göstermek amacıyla, tek boyutta, bilinen 3 örnek noktadan yola çıkılarak bilinmeyen 2 nokta kestirilmiştir. Aralarında 10 m olacak şekilde düzenli aralıklarda alınan örnek lokasyonlarında, metal içerikleri yüzde cinsinden verilmektedir. (Şekil 2.24).



Şekil 2.24 Örnek noktaları ve kestirimi yapılacak noktalar.

Sahada örnekler için yapısal uzaklığı 50 m ve eşik değeri 1'e eşit olan küresel model Eşitlik 2.40'ta verilmiştir.

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= 0 & h &= 0 \\ \gamma(h) &= \left[\frac{3}{2} \times \left(\frac{h}{50} \right) - \frac{1}{2} \times \left(\frac{h}{50} \right)^3 \right] & h &\leq 50 \text{ m} \\ \gamma(h) &= 1 & h &> 50 \text{ m} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Ortalamasız Krigleme

Şekil 2.23'teki noktalara ilişkin variogram ve kovaryans değerleri Çizelge 2.1'de verilmektedir.

Çizelge 2.1 Uzaklığa ilişkin variogram ve kovaryans değerleri.

Uzaklık, h (m)	0	10	20	30	40
Variogram, $\gamma(h)$	0	0,296	0,568	0,792	0,944
Kovaryans, C(h)	1	0,704	0,432	0,208	0,056

$h=10$ m için $\gamma(10)$ değeri, Eşitlik 2.40'a göre aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= \left[\frac{3}{2} \times \left(\frac{h}{50} \right) - \frac{1}{2} \times \left(\frac{h}{50} \right)^3 \right] & h &\leq 50 \text{ m} \\ \gamma(h) &= \left[\frac{3}{2} \times \left(\frac{10}{50} \right) - \frac{1}{2} \times \left(\frac{10}{50} \right)^3 \right] & h &= 10 \text{ m} \\ \gamma(h) &= 0,296 \end{aligned} \quad (2.41)$$

Örnek noktaları arasındaki tüm mesafeler için variogram değerleri hesaplanmış ve variogram matrisi Eşitlik 2.42'deki gibi düzenlenmiştir.

$$\gamma(x_i - x_j) = \begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \gamma(x_1 - x_2) & \gamma(x_1 - x_3) \\ \gamma(x_2 - x_1) & \gamma(x_2 - x_2) & \gamma(x_2 - x_3) \\ \gamma(x_3 - x_1) & \gamma(x_3 - x_2) & \gamma(x_3 - x_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0,296 & 0,944 \\ 0,296 & 0 & 0,792 \\ 0,944 & 0,792 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Eşitlik 2.42'ye göre noktalar arasında kovaryans matrisi,

$$C(x_i - x_j) = \begin{bmatrix} 1 & 0,704 & 0,056 \\ 0,704 & 1 & 0,208 \\ 0,056 & 0,208 & 1 \end{bmatrix} \text{ olarak hesaplanmaktadır.}$$

Kestirimi yapılacak noktalar ile örnek noktaları arasında variogram matrisi,

$$\gamma(x_i - x_{0i}) = \begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_{01}) & \gamma(x_1 - x_{02}) \\ \gamma(x_2 - x_{01}) & \gamma(x_2 - x_{02}) \\ \gamma(x_3 - x_{01}) & \gamma(x_3 - x_{02}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,568 & 0,792 \\ 0,296 & 0,568 \\ 0,568 & 0,296 \end{bmatrix}, \text{ kovaryans matrisi ise}$$

$$C(x_0 - x_i) = \begin{bmatrix} 0,432 & 0,208 \\ 0,704 & 0,432 \\ 0,432 & 0,704 \end{bmatrix} \text{ olarak hesaplanır.}$$

x_{01} noktasına göre çözüm, Eşitlik 2.21'e göre,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,704 & 0,056 & 1 \\ 0,704 & 1 & 0,208 & 1 \\ 0,056 & 0,208 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,432 \\ 0,704 \\ 0,432 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ matrisinin çözümü ile elde edilir.}$$

Bu matris çözüldüğünde,

$\lambda_1 = -0,04$, $\lambda_2 = -0,708$, $\lambda_3 = -0,332$ ve $\mu = -0,045$ bulunur. Buradan, x_{01} noktasındaki örnek değeri % 20,35 olarak bulunur.

$$x_{01} = [-0,04 \quad 0,708 \quad 0,332] \bullet \begin{bmatrix} 8,6 \\ 10 \\ 41 \end{bmatrix} = 20,35$$

Aynı şekilde x_{02} noktasına göre çözüm şu şekildedir;

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,704 & 0,056 & 1 \\ 0,704 & 1 & 0,208 & 1 \\ 0,056 & 0,208 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,208 \\ 0,432 \\ 0,704 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ denklem sisteminden,}$$

$\lambda_1 = -0,043$, $\lambda_2 = 0,367$, $\lambda_3 = 0,676$ ve $\mu = -0,046$ bulunur.

Böylece, x_{02} noktasındaki örnek değeri

$$x_{02} = [-0,043 \quad 0,367 \quad 0,676] \bullet \begin{bmatrix} 8,6 \\ 10 \\ 41 \end{bmatrix} = \% 31,0 \text{ elde edilir.}$$

Bu çözüme alternatif olarak, noktalardaki kestirim değerleri, Eşitlik 2.30 kullanılarak da hesaplanabilir.

Bu çözümün ilk aşamasında, bilinmeyen ortalamanın bulunması amacıyla Eşitlik 2.29 verilen küçük kareler yöntemi kullanılır. Aşağıda, en küçük karelerden elde edilen $\hat{\mu}_{ekk}$ 'ye ait çözüm yer almaktadır.

$$\hat{\mu}_{ekk} = \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0,704 & 0,056 \\ 0,704 & 1 & 0,208 \\ 0,056 & 0,208 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0,704 & 0,056 \\ 0,704 & 1 & 0,208 \\ 0,056 & 0,208 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 8,6 \\ 10 \\ 41 \end{bmatrix} \right)$$

$$\hat{\mu}_{ekk} = 23,868$$

bulunur.

Kestirim değerleri, Eşitlik 2.30'a göre

$$Z_{0(OK)}^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} 23,868 + \begin{bmatrix} 0,432 & 0,704 & 0,432 \\ 0,208 & 0,432 & 0,704 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0,704 & 0,056 \\ 0,704 & 1 & 0,208 \\ 0,056 & 0,208 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} 8,6 \\ 10 \\ 41 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} 23,868 \right)$$

$$Z_{0(OK)}^* = \begin{bmatrix} 20,346 \\ 31,003 \end{bmatrix} \text{ olarak belirlenmektedir.}$$

Koşullu Benzetim

İlk adımda kovaryans matrisi aşağıdaki şekilde oluşturulmuştur.

$$C = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C(x_1 - x_1) & C(x_1 - x_2) & C(x_1 - x_3) \\ C(x_2 - x_1) & C(x_2 - x_2) & C(x_2 - x_3) \\ C(x_3 - x_1) & C(x_3 - x_2) & C(x_3 - x_3) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C(x_1 - x_{01}) & C(x_1 - x_{02}) \\ C(x_2 - x_{01}) & C(x_2 - x_{02}) \\ C(x_3 - x_{01}) & C(x_3 - x_{02}) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C(x_{01} - x_1) & C(x_{01} - x_2) & C(x_{01} - x_3) \\ C(x_{02} - x_1) & C(x_{02} - x_2) & C(x_{02} - x_3) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C(x_{01} - x_{01}) & C(x_{01} - x_{02}) \\ C(x_{02} - x_{01}) & C(x_{02} - x_{02}) \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0,704 & 0,056 & 0,432 & 0,208 \\ 0,704 & 1 & 0,432 & 0,704 & 0,432 \\ 0,056 & 0,432 & 1 & 0,432 & 0,704 \\ 0,432 & 0,704 & 0,432 & 1 & 0,704 \\ 0,208 & 0,432 & 0,704 & 0,704 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,704 & 0,7102 & 0 & 0 & 0 \\ 0,056 & 0,2374 & 0,9698 & 0 & 0 \\ 0,432 & 0,5630 & 0,2827 & 0,6453 & 0 \\ 0,208 & 0,4021 & 0,6155 & 0,3312 & 0,5536 \end{bmatrix}$$

Cholesky ayrıştırmasından elde edilen alt üçgen matris L, örnek lokasyonları ile hedef noktalarına göre L_{nd} , L_{dd} , L_{nn} olarak aşağıdaki gibi parçalanmıştır. n alt indisi hedef noktalarını, d alt indisi ise örnek noktalarını temsil etmektedir.

$$L_{nd} = \begin{bmatrix} 0,432 & 0,5630 & 0,2827 \\ 0,208 & 0,4021 & 0,6155 \end{bmatrix}$$

$$L_{dd} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,704 & 0,7102 & 0 \\ 0,056 & 0,2374 & 0,9698 \end{bmatrix}$$

$$L_{dd}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0,9913 & 1,4081 & 0 \\ 0,1849 & -0,3447 & 1,0311 \end{bmatrix}$$

$$L_{nn} = \begin{bmatrix} 0,6453 & 0 \\ 0,3312 & 0,5536 \end{bmatrix}$$

Matrisler, Eşitlik 2.39'da yer alan koşullu benzetişim eşitliğine yerleştirildiğinde,

$$y_s = \begin{bmatrix} 0,432 & 0,5630 & 0,2827 \\ 0,208 & 0,4021 & 0,6155 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0,9913 & 1,4081 & 0 \\ 0,1849 & -0,3447 & 1,0311 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8,6 \\ 10 \\ 41 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,6453 & 0 \\ 0,3312 & 0,5536 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,3 \\ -1,6 \end{bmatrix}$$

$$y_s = \begin{bmatrix} 19,109 \\ 16,320 \end{bmatrix}$$

elde edilmektedir.

3 KOVARYANS EŞLEMELİ KRIGLEME

Bu bölümde Kovaryans Eşlemeli Krigleme (KEK) yöntemi teorik olarak ve pratik uygulamalarla detaylı bir şekilde açıklanmaktadır. Bölüm 3.1’de KEK yöntemine giriş ve yöntemin gelişimine katkı koyan araştırmalara yer verilmiştir. Bölüm 3.2’de yöntem hakkında bilgiler yer almaktadır. Bölüm 3.3’te ise OK ve KB yöntemleri uygulanan örnek noktaları (Bölüm 2.2.4.3) kullanılarak, aynı noktalar için KEK yöntemi ile kestirim yapılmıştır.

3.1 Giriş

Cressie ve Johannesson (2001) ve Aldworth ve Cressie (2003) tarafından geliştirilen kovaryans eşlemeli krigleme (KEK) yöntemi, yansızlık koşulu altında doğrusal olmayan krigleme fonksiyonlarını kestirmektedir. Bu çalışmada araştırmacılar, $\{Z(s): s \in D \subset \mathbb{R}^d\}$ koşulundaki $Z \equiv (Z(s_1), \dots, Z(s_n))$ örneklerinin sınır değeri t ’nin üzerinde kalan $I(Z(A) \geq t)$ doğrusal olmayan ikili değer fonksiyonunu kestirmeyi amaçlamıştır. Burada $Z(A)$, $Z(A) \equiv \text{ave}\{Z(s): s \in A\}$ ve $A \subset D$ olarak tanımlanmaktadır. Ayırıcı krigleme (Matheron, 1976), ikili değer krigleme (Journel, 1983) ve ikili değer eş krigleme (*Indicator Co-Kriging*) (Lajaunie, 1990) yöntemleri Z ’nin doğrusal olmayan $I(Z(s_0) \geq t)$ fonksiyonlarının kestirimi için doğrusal olmayan kestiriciler üretse de, $I(Z(A) \geq t)$ gibi ortalama kestirimlerinde tam anlamıyla yeterli olmamaktadır. Koşullu benzetim (KB) yöntemi bu yöntemlere bir alternatif olarak kullanılmıştır. KB yöntemine de alternatif olarak ortaya çıkan KEK kestiricisi, kriglemedeki yansızlık koşuluna ek olarak krigleme denklemlerine kestirimi yapılacak noktaların varyans-kovaryans matrislerini eşitleyen bir koşul ekleyerek elde edilmektedir.

Tercan (2004), KEK yöntemini bir kömür sahasının kaynak kestiriminde kullanmıştır. Bu çalışmada OK kestirimleri ile KEK kestirimleri kullanılarak çizilen kalite tonaj eğrileri de karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda KEK yönteminin kalite tonaj eğrisinin, OK yönteminden elde edilen eğriye göre tercih edilebileceği sonucuna varılmıştır.

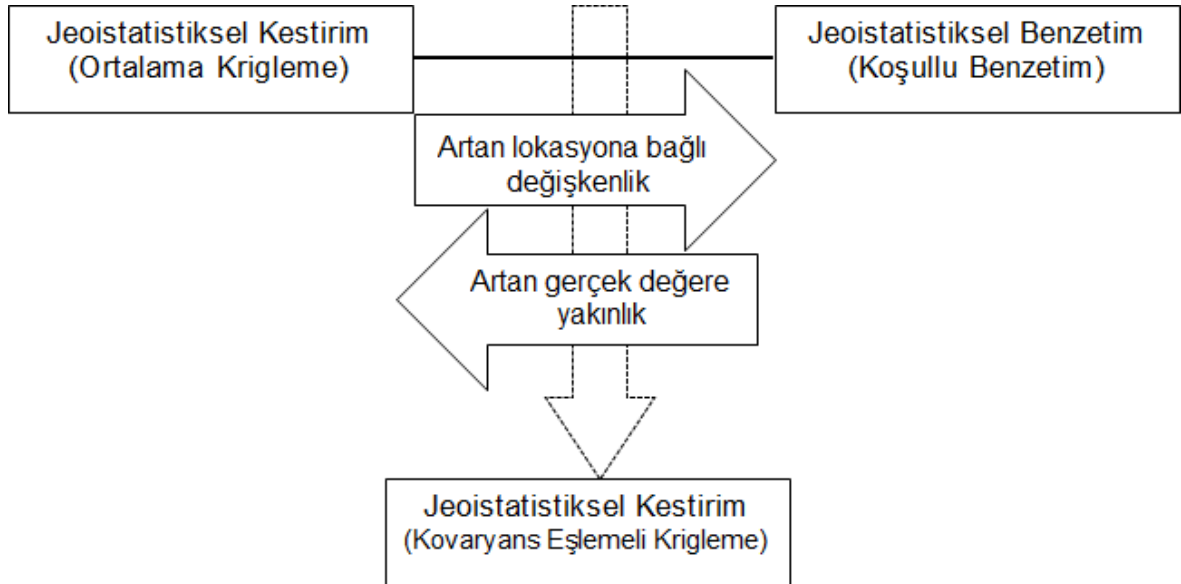
Hofer ve Papritz (2010) çalışmasında evrensel krigleme, KB ve KEK yöntemlerini bir döküm sahasının çevresindeki kirlilik değişkenini kullanarak blok ortalamalarını

ve sınır değeri aşıp aşmayan blokları belirlerken karşılaştırmalı olarak sunmuşlardır.

Aynı araştırmacılar 2011 yılında R programı için “constrainedKriging” paketi geliştirmişlerdir. Bu program ile krigleme, KEK ve evrensel krigleme yapılabilmektedir (Hofer ve Papritz, 2011).

3.2 Yöntem

Çözülmesi gereken kestirim problemi için kriterler (1) gerçeğe mümkün olduğunca yakın değer olarak kestirim, (2) lokasyona bağlı değişkenliğin üretilmesi veya (3) ilk iki kriterin de sağlanması olabilmektedir. Örneğin OK yöntemi bilinmeyen noktayı gerçeğe en yakın şekilde kestirirken; jeoistatistiksel benzetim, örnekler ile aynı variogram ve sıklık dağılımına sahip sonuçlar üretmektedir. KEK yönteminde kestirici, yansızlık koşulu ve varyans-kovaryans eşlemesi kısıtlarından ötürü hem gerçeğe yakın hem de lokasyona bağlı değişkenliği sağlamaktadır. Bu yüzden KEK yöntemi krigleme ile jeoistatistiksel benzetim arasında yer alan melez bir yöntem olarak adlandırılmaktadır (Şekil 3.1).



Şekil 3.1 Yöntemler arasındaki ilişkinin şematik gösterimi.

KEK yönteminde, örnek noktalar ile kestirim değerlerinin varyans-kovaryans matrisi eşitliğini Eşitlik 3.1'deki gibi özetlenmektedir.

$$\left(\text{var}[Z_v^*] + \text{var}[\hat{\mu}_{ekk}]\right) \times \mathbf{K} = \left(\text{var}[Z_v] + \text{var}[\hat{\mu}_{ekk}]\right) \quad (3.1)$$

Burada Z_v : gerçek blok değerlerini, Z_v^* : kestirilen blok değerini, $\text{var}[Z_v]$ ve $\text{var}[Z_v^*]$ sırasıyla blok değerlerinin varyans-kovaryans matrisi ile kestirimi yapılan blokların varyans-kovaryans matrisini; $\text{var}[\hat{\mu}_{ekk}]$ genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemi ile bulunan ortalama değerinin varyansını; $\mathbf{K}$ ise varyans-kovaryans eşlemesini sağlayan matrisi ifade etmektedir.

$\mathbf{K}$ matrisini oluşturan iki ana matris bulunmaktadır. Bunlar sırasıyla $\mathbf{P}$ ve $\mathbf{Q}$ matrisleridir. Bu matrislerin tanımları Eşitlik 3.2'de verilmektedir.

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \text{Cov}(z, z^T) - \Omega \\ \mathbf{Q} &= \text{Cov}(z^*, z^{*T}) - \Omega \end{aligned} \quad (3.2)$$

Eşitlik 3.2'de $\text{Cov}(z, z^T)$ ifadesi kestirim noktalarının konumlarına göre hesaplanan kovaryans matrisi, $\text{Cov}(z^*, z^{*T})$: kestirim sonuçlarının kovaryans matrisi ve Ω ifadesi boyutu $M \times M$ olan ve her elamanı $(\mathbf{1}_N^T \Sigma \mathbf{1}_N)^{-1}$ olan matristir. Burada N , kestirimi yapılan nokta sayısını ifade etmektedir. (Tercan, 2004)

$\mathbf{P}$ ve $\mathbf{Q}$ matrisleri, Eşitlik 3.1 baz alındığında, Eşitlik 3.3'teki gibi ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \left(\text{var}[Z_v^*] + \text{var}[\hat{\mu}_{ekk}]\right) = \mathbf{L}_P^T \mathbf{U}_P \\ \mathbf{Q} &= \left(\text{var}[Z] + \text{var}[\hat{\mu}_{ekk}]\right) = \mathbf{L}_Q^T \mathbf{U}_Q \\ \mathbf{L}_P \mathbf{K} &= \mathbf{U}_Q \\ \mathbf{K} &= \mathbf{L}_P^{-1} \mathbf{U}_Q \end{aligned} \quad (3.3)$$

Burada $\mathbf{L}_P, \mathbf{U}_P$ ve $\mathbf{L}_Q, \mathbf{U}_Q$ sırasıyla $\mathbf{P}$ ve $\mathbf{Q}$ matrislerinin simetrik ayrıştırmadan elde edilen alt üçgen ve üst üçgen matrislerini ifade etmektedir. T ve -1 üst indisleri ise devrik ve matrisin tersini belirtmektedir.

KEK yönteminde $\mathbf{Q}$ ve $\mathbf{P}$ matrislerinin mutlaka pozitif tanımlı matrisler olması gerekmektedir. Aksi takdirde $\mathbf{K}$ matrisinin hesaplanması ve dolayısıyla KEK

kestiricisinin tanımlanması mümkün olmamaktadır. Negatif tanımlı matrisler oluştuğunda Aldworth ve Cressie (2003)'te Z^* vektörünü Q ve P matrislerinin pozitif tanımlı yapan noktaları bulup büyük vektörden birçok altvektör oluşturulmasını önermiştir. Kukush ve Fazekas (2005) bu matrislerin her zaman pozitif tanımlı olduğu bir algoritma üzerinde çalışma yapmıştır ancak alt vektörlerin oluşturulduğu durumdan daha az stabil ve güvensiz sonuçlar elde etmişlerdir. Bu çalışmada yer alan tüm çözümler, matrisleri pozitif tanımlı yapan alt vektörler oluşturan algoritma temel alınarak yapılmıştır.

KEK yöntemi, OK yöntemine ek olarak kovaryans eşleme şartı getirdiğinden ötürü denklem sistemi OK denklem sisteminin üzerine kuruludur. KEK kestirim değerleri, Eşitlik 2.30'daki eşitliğe K matrisi eklenerek elde edilmektedir. (Eşitlik 3.4)

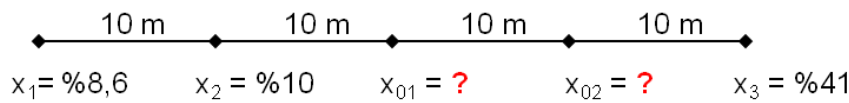
$$Z_{CMCK}^* = \hat{\mu}_{ekk} + K\bar{C}(x_i, V)' \bar{C}(V, V)^{-1} (Z(x_i) - \hat{\mu}_{ekk}) \quad (3.4)$$

Burada $\hat{\mu}_{ekk}$, en küçük kareler yöntemi ile elde edilen ortalamayı, K : kovaryans eşleme matrisini, $\bar{C}(x_i, V)$: x_i noktası ile V hacmi arasındaki ortalama kovaryansı; $\bar{C}(V, V)$, blok içindeki noktaların ortalama kovaryansını ifade etmektedir.

KEK algoritmasının adımları sırasıyla: Veri ve blok merkezlerinin programa girişi, Uzaklığa bağlı değişkenlik fonksiyon, variogram parametreleri, ortalamasız krigleme ağırlıkları, kovaryans eşlemeli krigleme matrisleri, P ve Q matrislerinin oluşturulması, K matrisinin hesaplanması ve K matrisinin ortalamasız krigleme ağırlıkları ile birleştirilmesinden oluşmaktadır.

3.3 Sayısal Uygulama

Bölüm 2.2.4.4'te OK ile kestirilen ve KB yöntemi ile benzetilen örnek noktaları, bu bölümde KEK ile kestirilmiştir (Şekil 3.2).



Şekil 3.2. Örnek noktaları ve kestirimi yapılacak noktalar

P ve **Q** matrislerinin hesaplanması için gerekli olan $\Omega = (\mathbf{1}_N^T \Sigma \mathbf{1}_N)^{-1}$ ifadesi hesaplandığında aşağıdaki matris elde edilmektedir.

$$\Omega = (\mathbf{1}_N^T \Sigma \mathbf{1}_N)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0,704 & 0,056 \\ 0,704 & 1 & 0,208 \\ 0,056 & 0,208 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} = [0,5173]$$

P matrisi aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$\mathbf{P} = \text{Cov}(\mathbf{z}, \mathbf{z}^T) - \Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0,704 \\ 0,704 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5173 & 0,5173 \\ 0,5173 & 0,5173 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4827 & 0,1867 \\ 0,1867 & 0,4827 \end{bmatrix}$$

Q matrisinin hesaplanmasında gerekli olan $\text{Cov}(\mathbf{z}^*, \mathbf{z}^{*T})$ ifadesini hesaplarken OK ağırlıkları kullanılmaktadır. Bu durumda kovaryans matrisi:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\mathbf{z}^*, \mathbf{z}^{*T}) &= \lambda'_{\text{OK}} \Sigma \lambda_{\text{OK}} = \begin{bmatrix} -0,04 & 0,708 & 0,332 \\ -0,043 & 0,367 & 0,676 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0,704 & 0,056 \\ 0,704 & 1 & 0,208 \\ 0,056 & 0,208 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,04 & -0,043 \\ 0,708 & 0,367 \\ 0,332 & 0,676 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,6697 & 0,5769 \\ 0,5769 & 0,6709 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

şeklinde bulunur.

Burada λ_{OK} : Bölüm 2.2.4.4'te OK yöntemiyle hesaplanan krigleme ağırlıkları, Σ : örnek noktalarının kovaryans matrisini ifade etmektedir.

Q matrisi:

$$\mathbf{Q} = \text{Cov}(\mathbf{z}^*, \mathbf{z}^{*T}) - \Omega = \begin{bmatrix} 0,6697 & 0,5769 \\ 0,5769 & 0,6709 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5173 & 0,5173 \\ 0,5173 & 0,5173 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1523 & 0,0595 \\ 0,0595 & 0,1536 \end{bmatrix}$$

olarak hesaplanır.

K matrisi için gerekli olan **P** ve **Q** matrislerinin ayrıştırılması şu şekilde yapılmaktadır.

$$\mathbf{P} \text{ matrisinin simetrik ayrıştırma ile elde edilen kökü } \mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} -0,6811 & 0,1370 \\ 0,1370 & 0,6811 \end{bmatrix} \text{ olarak}$$

hesaplanmıştır.

Q matrisinin kökleri ise aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$Q = \begin{bmatrix} -0,1523 & 0,0595 \\ 0,0595 & 0,1523 \end{bmatrix} \text{ olarak tanımlanan matrisin özvektörlerin ortogonal matrisi}$$

$$Q_e = \begin{bmatrix} -0,7108 & 0,7034 \\ 0,7034 & 0,7108 \end{bmatrix} \text{ ve özdeğerleri içeren köşegen matrisi}$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0,0934 & 0 \\ 0 & 0,2125 \end{bmatrix} \text{ olarak belirlenmektedir. Eşitlik 3.4 göre;}$$

$$Q_1 = Q_e \Lambda^{1/2} Q_e^T = \begin{bmatrix} -0,7108 & 0,7034 \\ 0,7034 & 0,7108 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,3056 & 0 \\ 0 & 0,4610 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,7108 & 0,7034 \\ 0,7034 & 0,7108 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3825 & 0,0777 \\ 0,0777 & 0,3841 \end{bmatrix}$$

elde edilmektedir.

K matrisi ise, Eşitlik 3.3'e göre:

$$K = Q_1^{-1} P_1 = \begin{bmatrix} 0,3825 & 0,0777 \\ 0,0777 & 0,3841 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0,6811 & 0,1370 \\ 0,1370 & 0,6811 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,7264 & -0,5512 \\ -0,5512 & 2,7149 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,6811 & 0,1370 \\ 0,1370 & 0,6811 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 1,7814 & -0,0018 \\ -0,0034 & 1,7735 \end{bmatrix} \text{ olarak hesaplanır.}$$

KEK kestirimlerini bulmak için Eşitlik 3.4'e göre;

$$Z_{0(KEK)}^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} 23,868$$

$$+ \begin{bmatrix} 1,7814 & -0,0018 \\ -0,0034 & 1,7735 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,432 & 0,704 & 0,432 \\ 0,208 & 0,432 & 0,704 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0,704 & 0,056 \\ 0,704 & 1 & 0,208 \\ 0,056 & 0,208 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} 8,6 \\ 10 \\ 41 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} 23,868 \right)$$

$$Z_{0(KEK)}^* = \begin{bmatrix} 17,570 \\ 36,529 \end{bmatrix} \text{ olarak belirlenmektedir.}$$

4 İKİ BOYUTLU DURUM ÇALIŞMASI

Bu bölümde ortalamasız krigleme (OK), kovaryans eşlemeli krigleme (KEK) ve koşullu benzetim (KB) yöntemleri kullanılarak yapılan iki boyutlu durum çalışmaları yer almaktadır. Bölüm 4.1’de blok krigleme yöntemi ile bir kömür madenindeki bloklar kalınlık ve alt ısı değer (AID) değişkenleri OK ve KEK yöntemleri ile kestirilmiş; jeostatistiksel benzetim yöntemi ile de benzetim yapılmıştır. Üç yöntemden elde edilen sonuçların variogram, sıklık dağılımları ve görüntü haritaları karşılaştırılmıştır. Ayrıca, KEK sonuçlarından elde edilen kalite tonaj eğrileri, OK ve KB sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

İki boyutlu durum çalışmalarının ikinci aşamasında, nokta kestirimi yapılmıştır. OK ve KEK yöntemi ile kestirilen değişkenler ayrıca ortalamasız eş krigleme (OEK) ve kovaryans eşlemeli eş krigleme (KEEK) yöntemleri ile kestirilmiştir. Bölüm 4.2’de yer alan bu çalışma, iki kısımdan oluşmaktadır. İlk kısımda veri setinde değeri bilinen noktalar çapraz doğrulama amacıyla veri setinden ayrılmıştır. Çapraz doğrulama yönteminde gerçek değerler bilindiği için kestirim yöntemleri arasında gerçeğe yakınlığın karşılaştırılması mümkün olmuştur. İkinci kısımda, tüm veriler kullanılarak, değişkenler saha genelindeki noktalar için kestirilmiş ve sonuçların görüntü haritaları, variogramları, sıklık dağılımları ve istatistikleri detaylı bir şekilde sunulmuştur.

4.1 İki Boyutlu Blok Krigleme

Çalışmanın amacı, Orta Anadolu’da yer alan bir kömür madeninin saha genelinde alt ısı değer (AID) değişkeninin uzaklığa bağlı değişkenliğinin ortaya konmasıdır. Diğer amaç ise KEK sonuçları kullanılarak elde edilen kalite tonaj eğrileri ile OK kestirimi ve KB yöntemi ile yapılan benzetim sonuçlarının eğrilerinin karşılaştırılmasıdır.

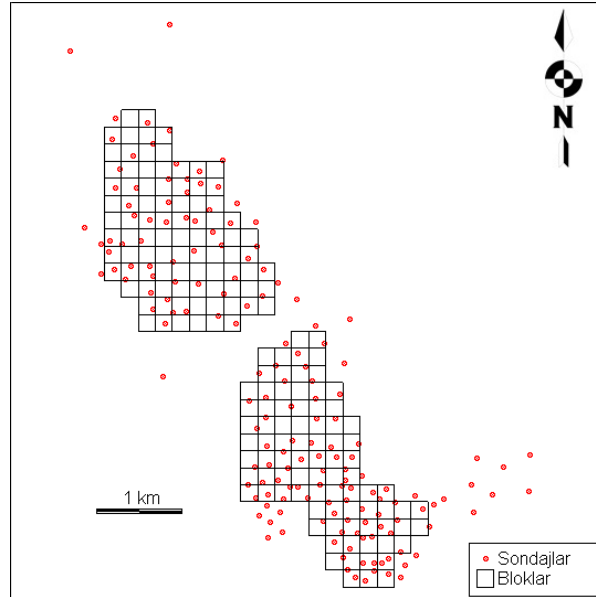
Çalışma değişkenlerinden AID, eşit uzunluklu karotlardan hesaplanmadığı için eklenebilir özellikte değildir ve doğrudan kestirimde kullanılmamalıdır. Bu yüzden, “Alt Isıl Değer Kalınlığı (AID kalınlığı)” olarak adlandırılan yeni bir değişken tanımlanmıştır. Bu değişken “kalınlık $\times$ AID” olarak hesaplanır. Bu yaklaşımın uygulanabilmesi için kalınlık verilerinin doğrulundan emin olunması ve AID kalınlığı değişkeninin aynı lokasyondaki kalınlık ve AID’den hesaplanması gerekmektedir.

Blokların alt ısı değeri, toplam AID kalınlığının toplam kalınlık değeriye bölünmesi ile hesaplanmıştır.

Bu bölümde Verilerin İstatistiği, Kestirim ve Benzetim Sonuçları ve Kestirim ve Benzetim Sonuçlarının Karşılaştırılması başlıkları yer almaktadır.

4.1.1 Verilerin istatistiği

Sahada yaklaşık 8 km²'lik alana yayılan 170 adet sondaj bulunmaktadır. Bu sondajlar kullanılarak boyutları 200 m × 200 m olan 180 tane bloğun ortalama değeri kestirilmiştir (Şekil 4.1).



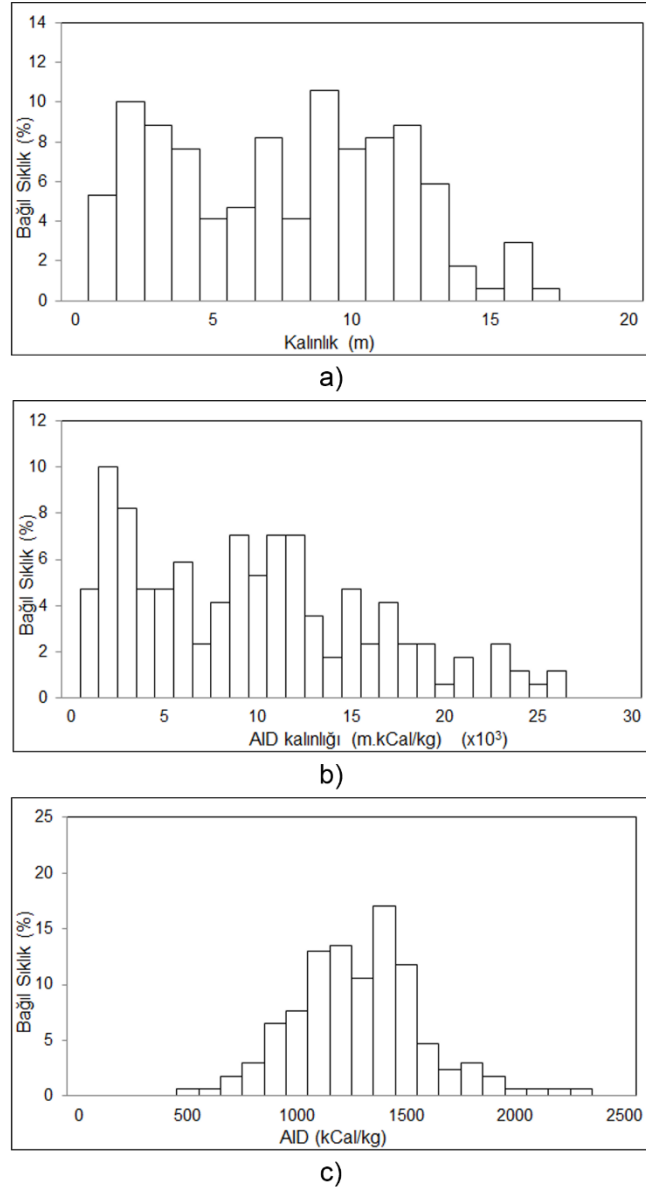
Şekil 4.1 Kestirim ve benzetimde kullanılan sondajlar ve bloklar.

Çalışmada kullanılan değişkenlere ilişkin 170 adet veriden elde edilen tanımlayıcı istatistikler, Çizelge 4.1'de yer almaktadır.

Çizelge 4.1 Verilere ait istatistikler.

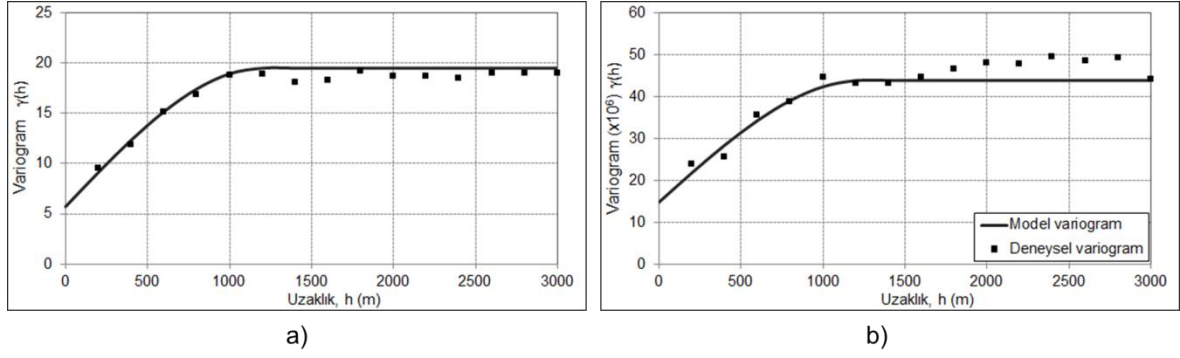
	Kalınlık (m)	AID (kCal/kg)	AID kalınlığı (m.kCal/kg)
Veri sayısı	170	170	170
En küçük	0,4	474	279
En büyük	16,05	2263	25647
Ortalama	7,04	1204	9200
Standart sapma	4,15	298	6619

Kalınlık, AID kalınlığı ve AID değışkenlerinin sıklık dağılımları sırasıyla Şekil 4.2’de verilmektedir.



Şekil 4.2 Değişkenlerin sıklık dağılımı. a) Kalınlık, b) AID kalınlığı, c) AID.

Kestirim ve benzetimin ilk aşaması variogram analizidir. Kalınlık ve alt ısı değeri kalınlığı değişkenlerinin deneysel variogramları ve bu variogramlara uyarlanan model variogramlar Şekil 4.3’te gösterilmektedir.



Şekil 4.3. Deneysel ve model variogramlar a) Kalınlık, b) AID kalınlığı

Her iki değişken için yapılan variogram hesaplamalarında farklı yönlerdeki deneysel variogramlar incelenmiş ancak anizotropik bir durum gözlemlenmemiştir. Dolayısı ile model variogramlar uyarlanırken sadece ortalama deneysel variogramlar dikkate alınmıştır.

Kalınlık değişkeni variogramı yuvalı yapıdadır ve külçe etkisi+küresel model variogram ile modellenmiştir. Eşitlik 4.1'de model variograma ilişkin parametreler verilmiştir.

$$\gamma(h) = 5,72Nug + 13,76Sph(1200m) \quad (4.1)$$

Eşitlik 4.1'de *Nug* :(*Nugget*) külçe etkisi, *Sph* : (*Spherical*) küresel modeli, 5,72: C_0 ve 13,76: C_1 , 1200 m ise yapısal uzaklığı ifade etmektedir.

AID kalınlığı değişkenine ait model parametreleri Eşitlik 4.2'de yer almaktadır.

$$\gamma(h) = 14,8 \times 10^6 Nug + 29 \times 10^6 Sph(1240m) \quad (4.2)$$

Burada, $14,8 \times 10^6$: C_0 , 29×10^6 : C_1 ve 1240 m ise yapısal uzaklığı ifade etmektedir.

Seçilen variogram modelinin doğruluğunu sınamak amacıyla her iki değişkene uyarlanan model variogramlar için çarpaz doğrulama hesaplamaları yapılmıştır. 170 adet veri için yapılan çarpaz doğrulama sonuçları Çizelge 4.2'de verilmiştir.

Çizelge 4.2 Çapraz doğrulama sonuçları.

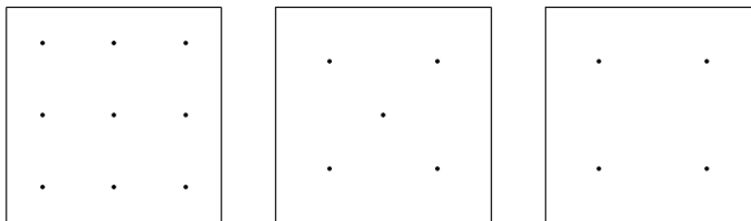
	Kalınlık (m)	AID kalınlığı (m.kCal/kg)
O(h)	0,19	254
O(σ_h)	3,24	5086
O(σ_k)	3,38	5246
$h\% \pm 2.\sigma_h$	95,63	95

O(h): Ortalama hata, **O(σ_h)**: Hata standart sapmasının ortalaması, **O(σ_k)**: Krigleme standart sapmasının ortalaması, **$h\% \pm 2.\sigma_h$** : 2 standart sapması içindeki hata yüzdesi.

Çapraz doğrulama, veri setinden gerçek değeri bilinen bir noktanın uzaklaştırılması ve geri kalan noktalardan bu noktanın kestirilmesi işlemidir. Bu işlem, variogram modelinin uygunluğunun sınanması için kullanılan bir araçtır. Kestirimi yapılan noktanın gerçek değeri bilindiği için, yapılan hatanın istatistiği hesaplanabilir. Yanlış olmayan bir uyarlamada en düşük ortalama hata elde edilmelidir. Ayrıca, hata standart sapması ve kriging standart sapması ortalamalarının birbirine yakın ve iki standart sapma içindeki hata yüzdesi en düşük % 90 civarında olmalıdır. Çizelge 4.2’de verilen test sonuçları, model parametrelerinin bu kriterler açısından tutarlı olduğunu göstermektedir.

4.1.2 Kestirim ve benzetim sonuçları

Blok ortalamasının kestirim işlemlerinde blok variogramı, genelde blok içindeki 9 noktanın ortalama variogramından hesaplanmaktadır. Çalışma kapsamında blokların variogramı sırasıyla 9, 5 ve 4 noktadan hesaplanmıştır. Farklı noktaları için hesaplanan variogram değerleri birbirlerine yakın çıktığı için, blok variogramları, 9 ve 4 noktanın arasında kalan 5 noktadan hesaplanmıştır (Şekil 4.4). Ortalamasız krigleme ve KEK kestirimleri için bilgisayar programı kodlanmış, benzetim işlemleri ise bir jeostatistik paket programı ile yapılmıştır.



Şekil 4.4 Blok kestiriminde blok variogram hesabında kullanılan noktalar.

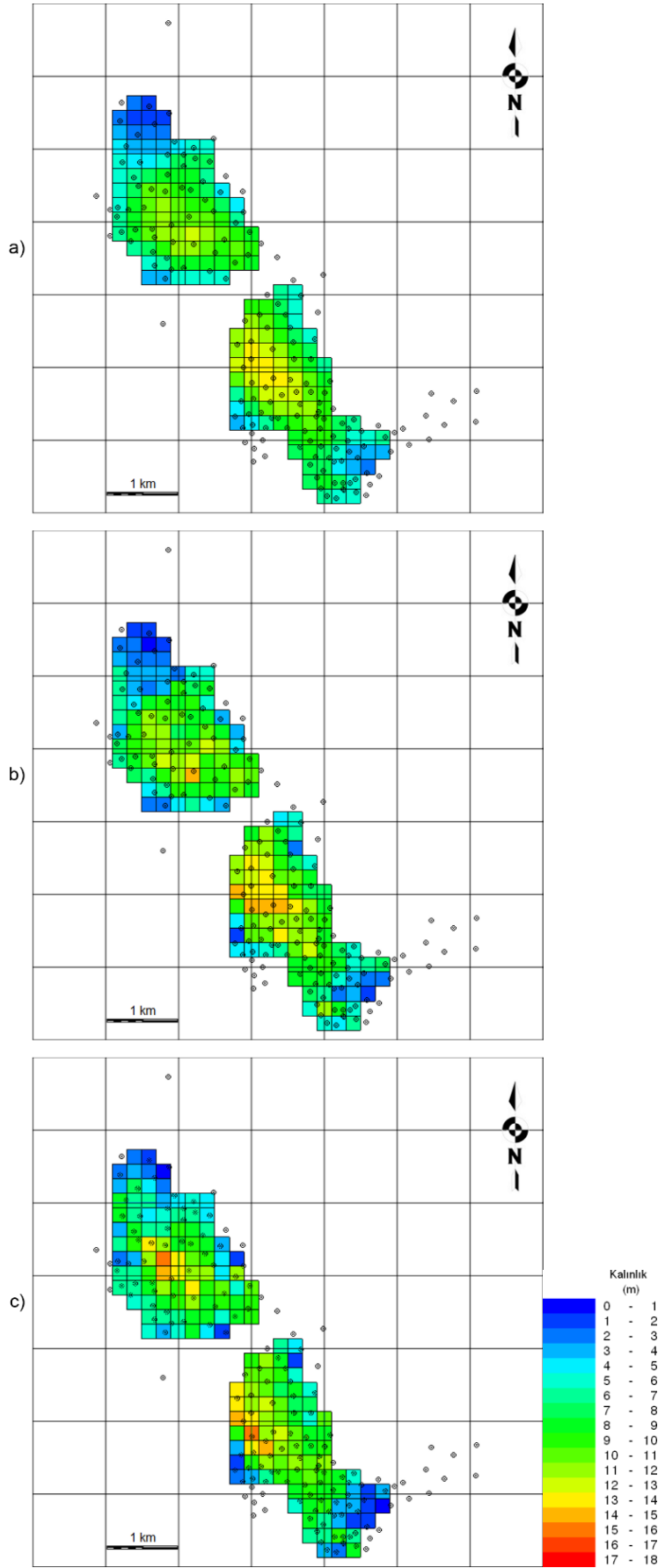
Bu bölümde kalınlık değişkenine ilişkin OK, KEK sonuçları ile benzetim işlemlerinden rastgele seçilen bir gerçeğlemenin sonucunun görüntü haritaları verilmektedir. Farklı yöntemlerden elde edilen sonuçlara ilişkin variogramlar, sıklık dağılımlar Bölüm 4.1.3'te yer almaktadır.

4.1.2.1 Kalınlık

Kalınlık kestirimi ve benzetimi sonuçları Şekil 4.5'te verilmektedir. Şekil 4.5a'daki OK blok ortalaması sonuçlarına göre sahanın güney kısmında kalan kömür bloklarının, kuzey bölgedeki bloklara göre daha kalın kestirildiği görülmektedir. Ayrıca saha ortasında kalın olan kömür damarı, saha kenarlarına yaklaştıkça, düzenli bir şekilde incelmektedir. Bu yöntem ile elde edilen en düşük blok kalınlık ortalaması 1,79 m, en yüksek blok ortalaması ise 13,82 m'dir. Sahanın ortalaması ise 7,84 m'dir.

KEK kalınlık kestirim sonuçlarından elde edilen en kalın blok ortalaması 14,9 m, en ince blok ortalaması ise 1,4 m'dir. Saha genelindeki blok kestirimlerinin ortalaması ise 7,88 m'dir. OK kalınlık kestirimleri ile karşılaştırıldığında KEK sonuçları, OK kalınlık kestirimleri ile benzer bir kalınlık değişimi göstermektedir. OK kestirimlerinden farklı olarak bloklardaki kalınlık değişiminin daha fazla olduğu görülmektedir. En kalın bloklar sahanın güney yarısında yer almakta ve kömür bloklarının saha kenarına doğru bir incelme gözlemlenmektedir. En ince bloklar sahanın en kuzeyinde yer almaktadır.

Şekil 4.5c'de koşullu benzetimler arasından seçilen ilk gerçeğlemenin görüntü haritası yer almaktadır. Kestirim yöntemlerinin görüntü haritası ile karşılaştırıldığında benzetim sonuçlarının uzaklığa bağlı daha çok değişkenlik gösterdiği görülmektedir. Ayrıca tüm gerçeğleme sonuçlarının ortalamasına göre, en düşük ortalama kalınlık değeri 2,58 m, en büyük ortalama değeri 13,61 m, sahanın ortalama kalınlığı ise 7,71 m olarak belirlenmiştir.



Şekil 4.5 Kalınlık değişkenine ait görüntü haritaları. a) OK, b) KEK, c) KB gerçekleştirme #1.

4.1.2.2 AID kalınlığı

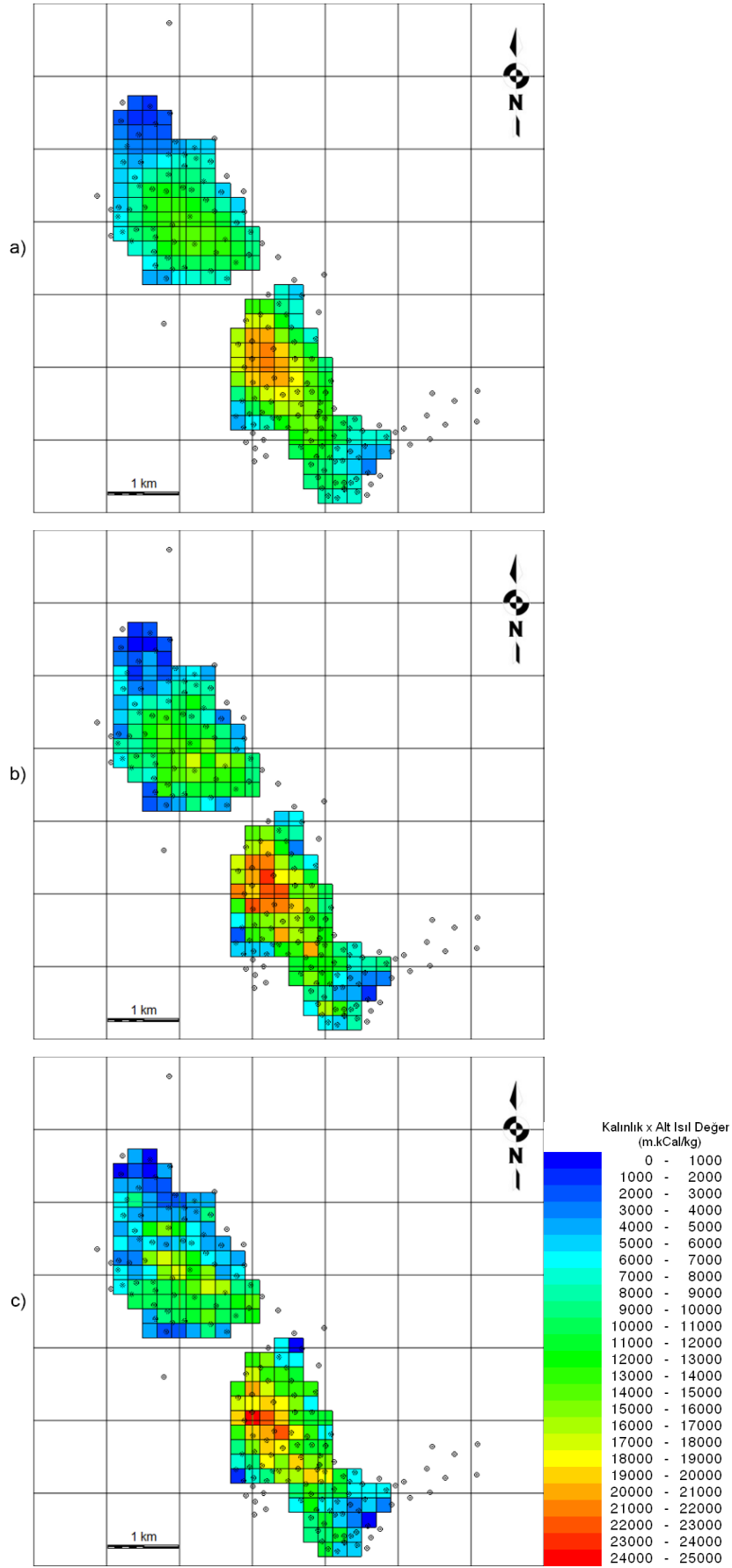
Kalınlık kestirimine benzer şekilde AID kalınlığı değişkeni için kestirim ve koşullu benzetimler yapılmıştır. Bu yöntemlerden elde edilen görüntü haritaları Şekil 4.6'da yer almaktadır.

OK yöntemi ile blok ortalamalarının en düşük değeri 1918; en büyük değeri ise 21720 m.kCal/kg olarak kestirilmiştir. Sahadaki blok kestirimlerinin ortalaması ise 10338 m.kCal/kg'dir. Kestirim sonuçlarına göre yüksek değere sahip olan bloklar sahanın güney yarısında yer almaktadır ve saha genelinde kalınlık $\times$ AID değişkeninde saha sınırlarına doğru düzenli bir azalma söz konusudur.

Şekil 4.6b incelendiğinde, KEK kestirimlerinin, OK kalınlık kestirimleri ile benzer düzende ancak OK yöntemine göre uzaklığa bağlı daha değişken bir dağılım gösterdiği görülmektedir.

Koşullu benzetimler arasından seçilen birinci gerçeklemeye ait görüntü haritası Şekil 4.6c'de yer almaktadır. Kalınlık değişkeninde olduğu gibi, AID kalınlığı gerçeklemede de kestirim yöntemlerine göre daha fazla uzaklığa bağlı bir değişkenlik söz konusudur.

AID kalınlığı için yapılan tüm gerçeklemeler incelendiğinde ise en düşük blok AID kalınlığı 354 m.kCal/kg, en yüksek AID kalınlığı ise 25582 m.kCal/kg olduğu saptanmıştır.



Şekil 4.6 AID kalınlığı değişkenine ait görüntü haritaları. a) OK, b) KEK, c) KB gerçekleştirme #1.

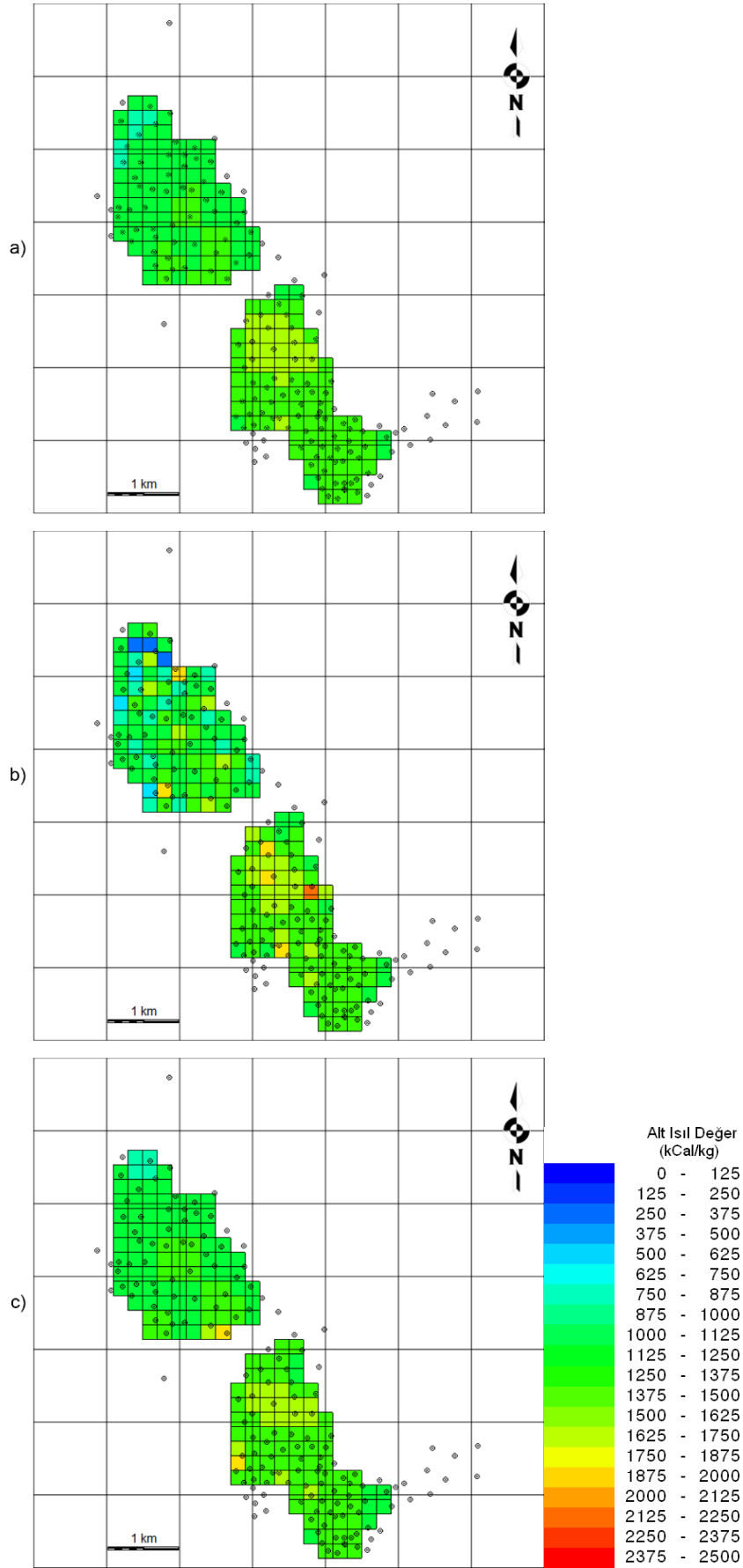
4.1.2.3 Alt ısııl değ er

Alt ısııl değ er değ işkeni, AID kalınlığı'nın kalınlık kestirimine bölünmesi ile hesaplanmıştır. şekil 4.7'de OK, KEK ve koşullu benzetimlerin tüm gerçeklemelerinin ortalamasını içeren AID değ işkenin görüntü haritası yer almaktadır.

OK yöntemine göre kestirilen kalınlık $\times$ AID bloklarının kalınlık sonuçlarına göre elde edilen en düşük ve en yüksek ortalama AID sırasıyla 956 ve 1686 kCal/kg'dır. Sahadaki blokların ortalama AID 1283 kCal/kg'dır. Sahadaki AID değ işimi, uzaklığa bağlı olarak oldukça düşüktür.

KEK yöntemi ile elde edilen AID sonuçları ise şekil 4.7b'de görülmektedir. Saha genelinde elde edilen en düşük ortalama AID 426 kCal/kg, en yüksek ortalama AID ise 3088 kCal/kg olarak belirlenmiştir. Sonuçlar OK yöntemi ile karşılaştırıldığında, KEK yönteminden elde edilen en düşük blok ortalaması, OK yönteminin en düşük ortalamasından daha düşüktür. Bu yöntemden elde edilen yüksek blok ortalama değ eri ise OK yönteminin en yüksek AID değ erinden daha yüksek olduğu görülmektedir.

şekil 4.7c'deki benzetim sonuçları, tüm ger eklemelerin AID kalınlığı ortalama sonuçlarının kalınlık gerçekleme ortalamalarına bölünmesi ile hesaplanmıştır. En düşük ve en yüksek ortalama AID sırasıyla, 944 ve 1870 kCal/kg olarak hesaplanmıştır. Benzetim ortalamalarına göre sahada AID ortalaması ise 1293 kCal/kg'dır.



Şekil 4.7 OK kestirim sonuçlarından hesaplanan AID dağılımı. a) OK, b) KEK, c) KB ortalamaları.

4.1.3 Kestirim ve benzetim sonuçlarının karşılaştırılması

Bu bölümde kalınlık, AID kalınlığı değişkenleri ve bu sonuçlardan elde edilen AID değişkeninin OK, KEK kestirim ve KB sonuçlarının karşılaştırılması yapılmıştır. Sonuçların sıklık dağılımları, blok variogramları ve kalite – tonaj eğrileri karşılaştırılmıştır.

Bölüm 4.1.3.1’de sıklık dağılımlarının karşılaştırılması yer almaktadır. Bu dağılım grafikleri, yöntem sonuçlarının hangi aralıkta ve ne kadar sıklıkta dağıldığını görmek amacıyla üretilmiştir.

Uzaklığa bağlı değişkenliğin karşılaştırılması amacıyla sonuçlardan variogramlar üretilmiştir. Bu variogramlar, Bölüm 4.1.3.2’de verilmiştir. Sonuçların variogramları blok; kestirim ve benzetimde kullanılan verilerin variogramı ise nokta variogramdır. Verilerin variogramı ile sonuçları karşılaştırılabilmek için nokta variogramların, blok variograma dönüştürülmesi gerekmektedir. Bu dönüşüm, Journel ve Huijbregts (1981)’in yaklaşımı ile Eşitlik 4.3’teki gibi yapılmaktadır.

$$\gamma_v(h) \cong \gamma(h) - \bar{\gamma}(v,v) \quad (4.3)$$

Burada $\gamma_v(h)$: blok variogram, $\gamma(h)$: nokta variogram, $\bar{\gamma}(v,v)$: abaktan okunan v bloğunun ortalama variogramını ifade etmektedir.

Bölüm 4.1.1.3’te ise kaynak kestiriminde KEK yönteminin OK ve KB yöntemlerine göre nasıl sonuç ürettiği açık şekilde görülebildiği “Kalite – Tonaj Eğrileri” yer almaktadır. Bu grafiklerde, belirli sınır değer üzerinde kalan blok ortalamaları ile bu blokların toplam miktarlarını ifade eden eğriler yer almaktadır.

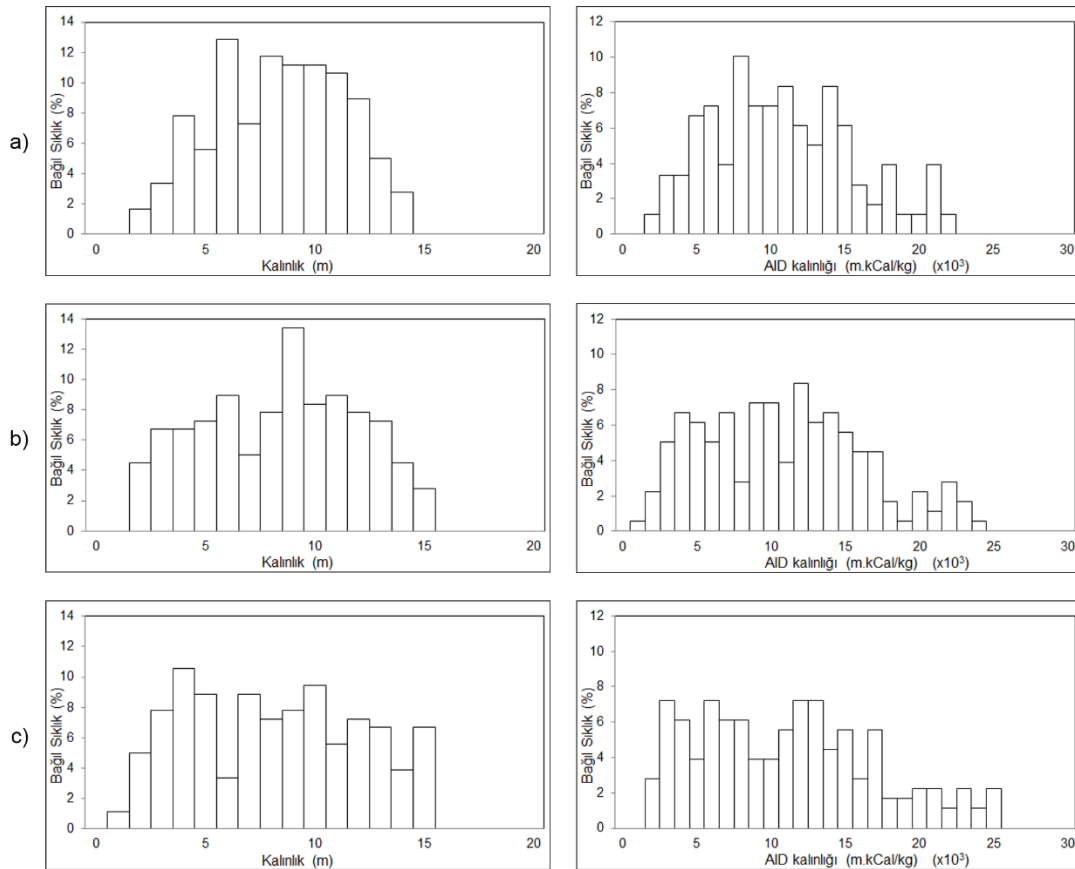
4.1.3.1 Sıklık dağılımlarının karşılaştırılması

Şekil 4.8’de, kalınlık ve AID kalınlığı değişkeninin için OK, KEK kestirim sonuçları ile KB’ler arasından seçilen ilk gerçeklemeye (Gerçekleme#1) ilişkin sıklık dağılımları yer almaktadır.

OK sıklık dağılımı, diğer yöntemlerin sonuçlarına göre, en dar değer aralığında sonuçlar üretmiştir ve sonuçların değişken ortalamalarının etrafında sıklaştığı görülmektedir. Bu durum, krigleme işlemlerinde küçük değerlerin daha yüksek, büyük değerlerin de daha düşük kestirilmesinin doğal bir sonucudur.

KEK sonuçları OK ile kıyaslandığında verilerin dağılımına göre daha yakın bir dağılım ortaya çıkmıştır. OK yöntemi ile kestirilemeyen küçük ve büyük değerlerin KEK yöntemi ile kestirilebildiği açıkça görülmektedir.

KB Gerçekleme#1’in sonuçlarının, verilerin dağılımı ile hemen hemen aynı dağılımı ürettiği görülmektedir.

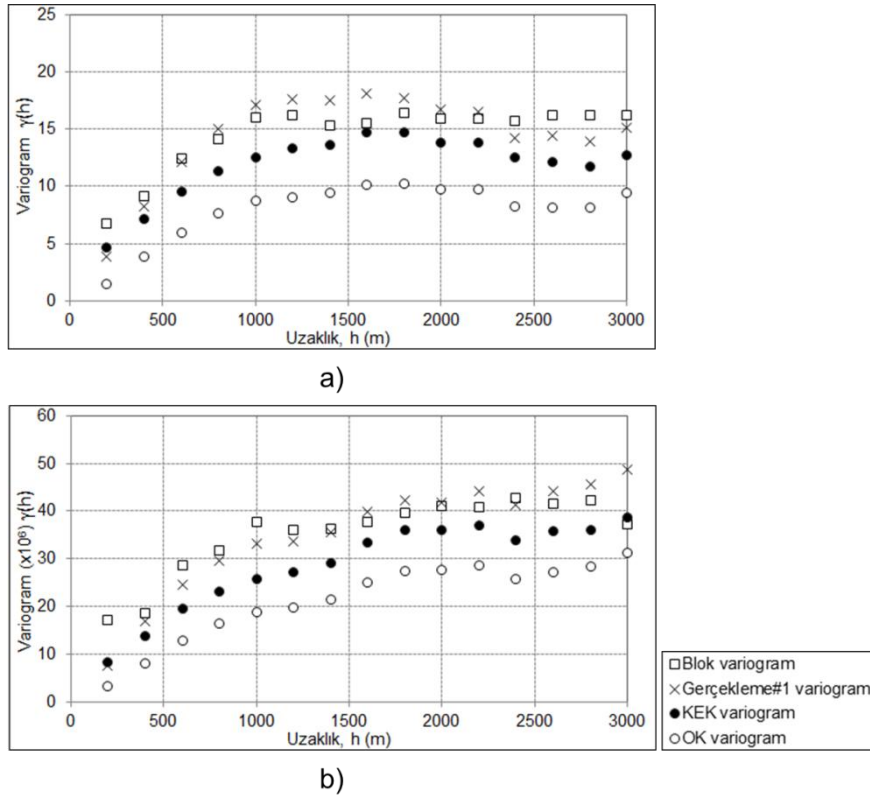


Şekil 4.8 Kalınlık (sol) ve AID kalınlığı (sağ) değişkenlerinin sıklık dağılımları a) OK, b) KEK ve c) KB Gerçekleme#1.

4.1.3.2 Variogramların karşılaştırılması

Şekil 4.9a ve b’de, sırasıyla kalınlık ve AID kalınlığı değişkenlerinin OK, KEK ve KB Gerçekleme#1 sonuçlarından elde edilen variogramları ile verilerin blok variogram sonuçları yer almaktadır.

Her iki değişken için, KB Gerçekleme#1, diğer yöntemlerin variogramlarına göre verilerin blok variogramlarına daha yakın bir variogram üretmiştir. OK yöntemi külçe etkisi olmayan bir variogram üretirken; KEK yöntemi, veriler ile uyumlu, Gerçekleme#1 daha düşük ve OK yönteminden daha yüksek varyansa sahip bir variogram üretmiştir.



Şekil 4.9 Variogramlar a) Kalınlık, b) AID kalınlığı.

4.1.3.3 Kalite-tonaj eğrileri

Kalite tonaj eğrileri, z_c sınır değerini üzerindeki $z_v(x_\beta)$ blokların ortalama kalite değerini ve toplam tonaj miktarını ifade eden eğrilerdir. Bu eğrileri oluştururken aşağıdaki eşitlikler kullanılmaktadır.

Blokların sınır değerin üzerinde olup olmadığını ifade eden ikili değer fonksiyonu $i_v(x_\beta; z_c)$,

$$i_v(x_\beta; z_c) = \begin{cases} 1, & z_v(x_\beta) \geq z_c \\ 0, & \end{cases} \quad (4.4)$$

şeklinde ifade edilir.

Böylece sınır değer üzerindeki toplam tonaj miktarı ve ortalama kalite,

$$t(z_c) = t \sum_{\beta=1}^M i_v(x_\beta; z_c) \quad (4.5)$$
$$m(z_c) = \frac{z_v(x_\beta) \sum_{\beta=1}^M i_v(x_\beta; z_c)}{\sum_{\beta=1}^M i_v(x_\beta; z_c)}$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

Burada, $t(z_c)$: z_c sınır değer üzerindeki toplam tonaj miktarı, M : blok sayısını, t tek bir bloğun tonajını, $m(z_c)$: z_c sınır değerin üzerindeki ortalama kaliteyi ifade etmektedir.

Blok değerleri $z_v(x_\beta)$ ve dolayısıyla ikili değer fonksiyonu $i_v(x_\beta; z_c)$ bilinmemekte ve kestirilmesi gerekmektedir.

Blok kestirim değeri $z_v^*(x_\beta)$ ile ifade edildiğinde ikili değer fonksiyonu, tonaj miktarı ve ortalama kalite:

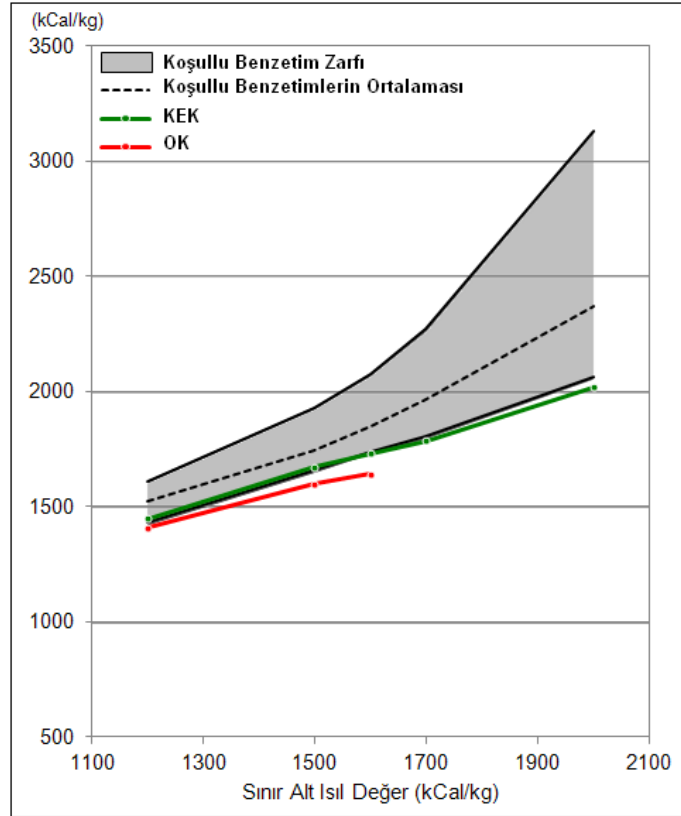
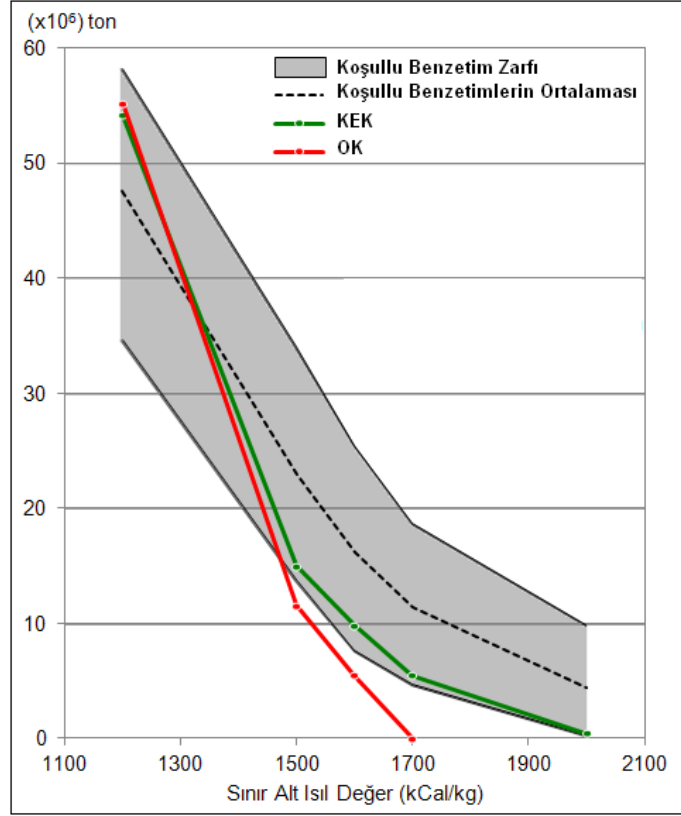
$$i_v^*(x_\beta; z_c) = \begin{cases} 1, & z_v^*(x_\beta) \geq z_c \\ 0, & \end{cases}$$

$$t^*(z_c) = t \sum_{\beta=1}^M i_v^*(x_\beta; z_c)$$

$$m(z_c) = \frac{z_v^*(x_\beta) \sum_{\beta=1}^M i_v^*(x_\beta; z_c)}{\sum_{\beta=1}^M i_v^*(x_\beta; z_c)}$$
(4.6)

şeklinde ifade edilmektedir.

Kestirim ve koşullu benzetimin tüm gerçeklemelerinin sonuçlarından elde edilen kalite tonaj eğrileri Şekil 4.10'da verilmektedir. Şekilde gri alan tüm gerçeklemelerden elde edilen sonuçların yer aldığı bölgedir ve “benzetim zarfı” olarak adlandırılmaktadır. OK sonuçlarına bakıldığında 1700 kCal/kg üzerinde bir kestirim değeri yoktur, dolayısıyla, bu sınır alt ısı değerin üzerinde bir blok tonajı bulunmamaktadır. Ancak KEK sonuçlarına göre sahada 1700 kCal/kg üzerinde yaklaşık 600000 ton kömür elde edilmektedir. Ortalama AID eğrileri incelendiğinde, KEK yöntemi, OK'ya göre daha yüksek ortalama değerler üretmektedir. Ayrıca benzetim zarfının alt sınırına çok yakın şekilde yer almaktadır.



Şekil 4.10 Kalite-tonaj eğrisi.

4.2 Tek ve Çok Değişkenli Nokta Krigleme

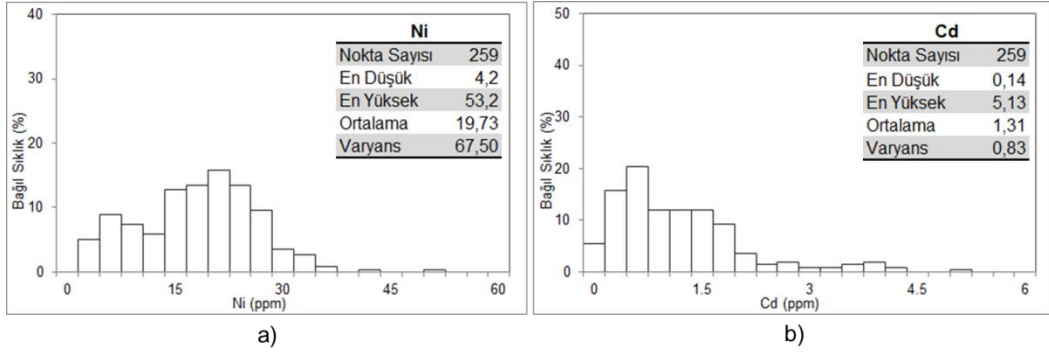
Yöntemlerin karşılaştırılması amacıyla yapılan nokta kriglemelerde İsviçre Federal Teknoloji Enstitüsü'nün çalışması olan İsviçre-Fransa sınırında yer alan Jura bölgesindeki toprak örnekleri kullanılmıştır (Goovaerts, 1997). Jeostatistiksel birçok çalışmaya konu olan bu veri seti, açık kaynak kodu kullanan birçok program ile kullanıcılara ücretsiz sunulmaktadır.

Çalışmada kullanılan veri setinde 359 örnek lokasyonu yer almaktadır ve bu lokasyonlarda kadmiyum (Cd), kobalt (Co), krom (Cr), bakır (Cu), nikel (Ni), kurşun (Pb) ve çinko (Zn) elementlerinin ton başına gram değerleri (ppm) örneklenmiştir. Çapraz doğrulama için 259 veriden, geri kalan 100 lokasyondaki Ni ve Cd değişkenleri için tek değişkenli ve çok değişkenli kestirimler yapılmıştır. Çok değişkenli kestirimlerde Ni değişkeni Cd kullanılarak; Cd değişkeni ise Ni değişkeni kullanılarak kestirilmiştir. Çapraz doğrulamaya ilişkin sonuçlar, Bölüm 4.2.1'de yer almaktadır.

Sonraki aşamada aynı veriler kullanılarak, saha genelinde yer alan 5957 lokasyon bu 4 kestirim yöntemi ile kestirilmiş, sonuçların görüntü haritaları, variogramları, sıklık dağılımları ve istatistikleri detaylı bir şekilde sunulmuştur. Bu sonuçlar, Bölüm 4.2.2'de verilmektedir.

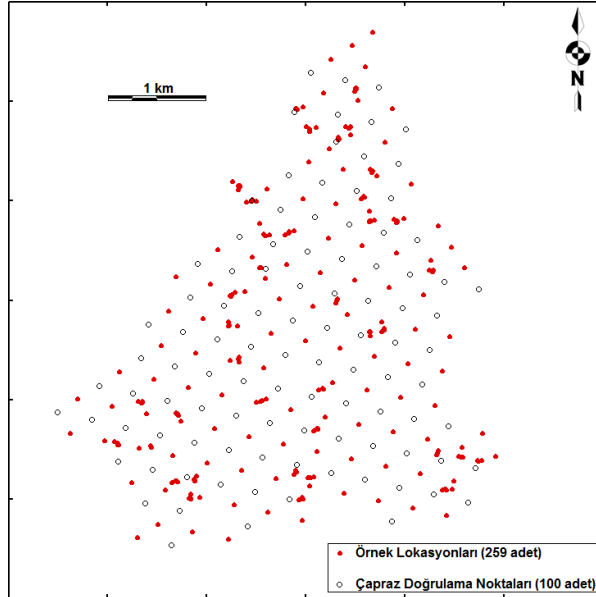
4.2.1 Çapraz doğrulama

Ni ve Cd değişkenlerine ilişkin sıklık dağılımları ve istatistikler Şekil 4.11'de verilmektedir. Her iki değişkenin sıklık dağılımı, sola çarpık bir yapı göstermektedir. Ayrıca Ni değişkeninde 35 ppm'in üzerinde 2 tane yüksek değer, Cd değişkeninde ise 4,5 ppm'in üzerinde 1 tane yüksek değer bulunmaktadır. Bu yüksek değerler için kestirim öncesi örnek popülasyonundan uzaklaştırma vb. işlem yapılmamıştır.



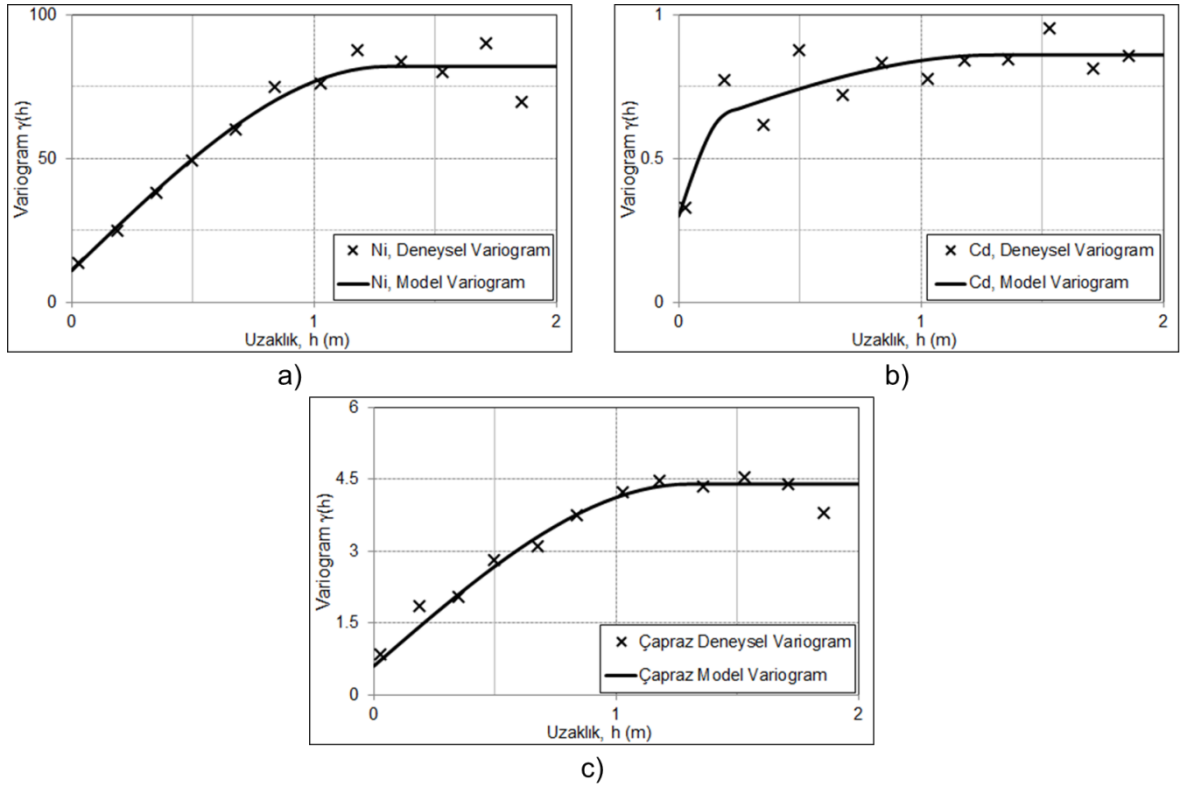
Şekil 4.11 Sıklık dağılımları. a) Ni, b) Cd.

Kestirimde kullanılan noktalar ve kestirilen noktalar Şekil 4.12’de yer almaktadır. Çarpaz doğrulama için kestirilecek noktalar, aralarında 350 m olacak şekilde düzenli bir ızgara yapısı içerisinde yer almaktadır.



Şekil 4.12 Örnek lokasyonları ve çarpaz doğrulama noktaları.

Lokasyona bağlı değişkenliği ortaya koymak için Ni ve Cd değişkenlerinin ve bu iki değişkenin çarpaz variogram analizi yapılmış ve model variogramlar uyarlanmıştır. Bu deneysel ve model variogramlar Şekil 4.13’te verilmektedir.



Şekil 4.13 Deneysel ve model variogramlar. a) Ni, b) Cd, c) Çapraz.

$$\gamma_{Ni}(h) = 11Nug + 71Sph_2(1300m)$$

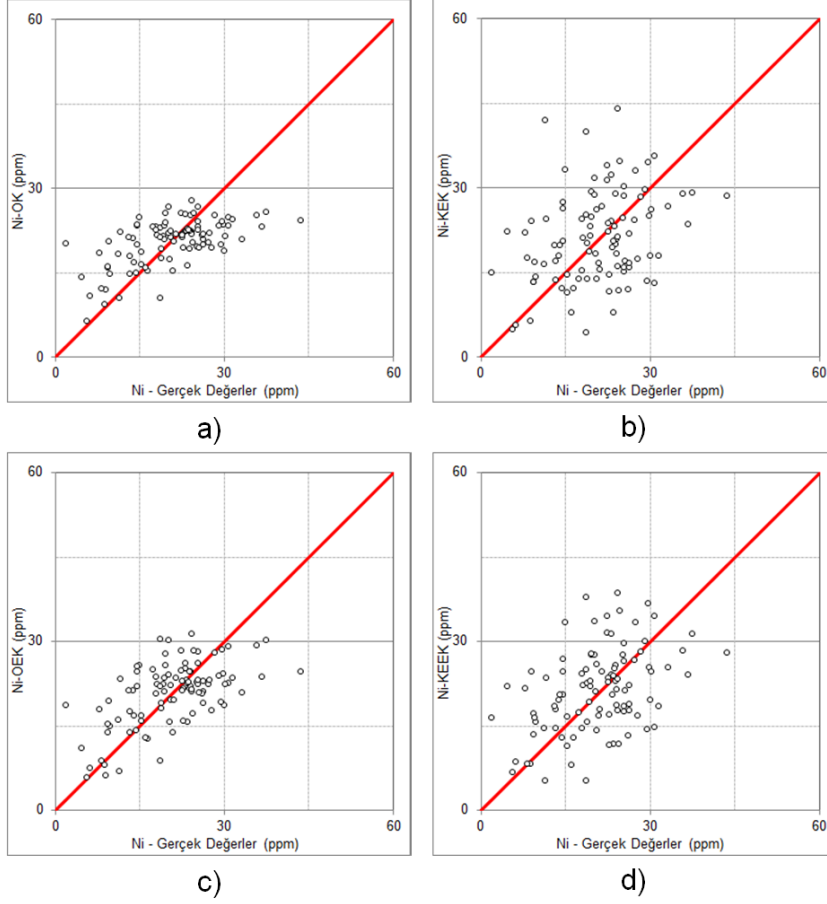
$$\gamma_{Cd}(h) = 0,3Nug + 0,3Sph_1(200m) + 0,26Sph_2(1300m) \quad (4.7)$$

$$\gamma_{Ni-Cd}(h) = 0,6Nug + 3,8Sph_2(1300m)$$

Burada, *Nug*: (Nugget) külçe etkisini, *Sph*₁(200m): yapısal uzaklığı 200 m olan birinci küresel yapıyı, ve *Sph*₂(1300m): yapısal uzaklığı 1300 m olan ikinci küresel yapıyı ifade etmektedir.

Ni değişkeninin ortalamasız krigleme kısaltması “Ni-OK”, kovaryans eşlemeli krigleme kısaltması “Ni-KEK”, Ni değişkeninin Cd değişkeni kullanılarak yapılan ortalamasız eş kriglemesinin kısaltması “Ni-OEK” ve kovaryans eşlemeli eş kriglemenin kısaltması ise “Ni-KEEK” olarak tanımlanmaktadır. Benzer şekilde Cd değişkeni için “Cd-OK”, “Cd-KEK”, “Cd-OEK” ve “Cd-KEEK” olarak belirtilmiştir. Kesitirim yöntemlerinden hesaplanan hata ise “ε” ile sembolize edilmiştir.

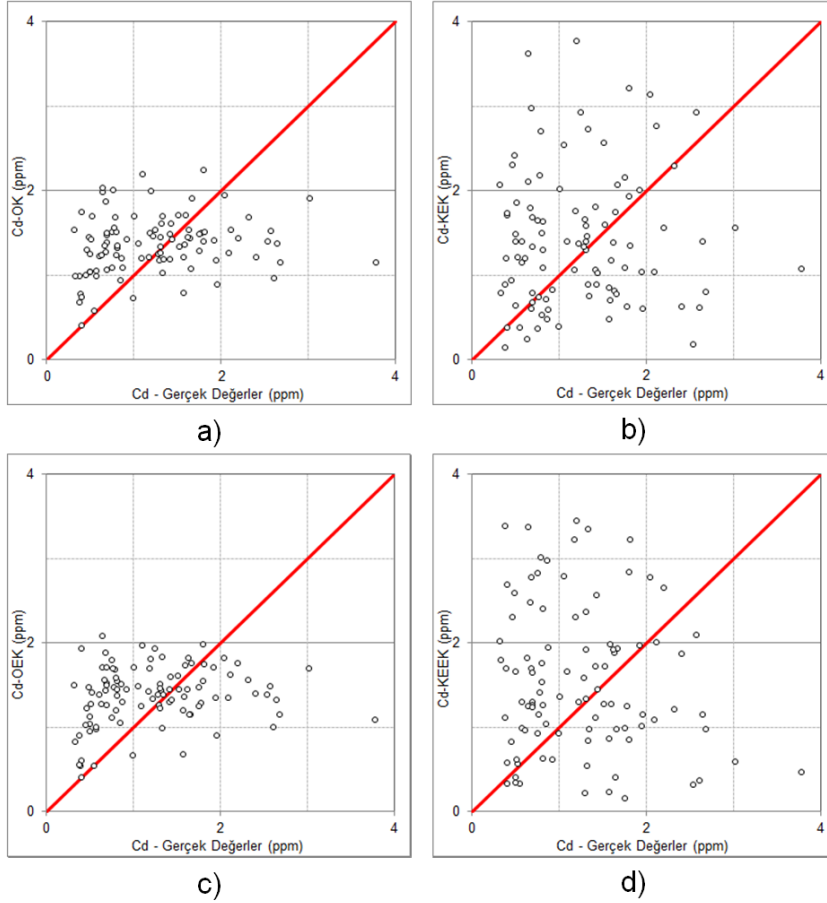
Şekil 4.14'ten, OK ve OEK sonuçlarının 30 ppm'den yüksek değerleri düşük kestirdiği açıkça belli olmaktadır. KEK ve KEEK kestirimleri gerek düşük gerekse yüksek değerlerde gerçek değerler yakın sonuçlar üretmişlerdir.



Şekil 4.14 Kestirim sonuçlarına karşı gerçek değerlerin saçılım grafikleri. a) Ni-OK, b) Ni-KEK, c) Ni-OEK, d) Ni-KEEK.

Cd kestirimlerinin gerçek değerler ile karşılaştırıldığı saçılım grafikleri Şekil 4.15'te yer almaktadır.

OK ve OEK sonuçları, Ni değişkeninde olduğu gibi, yüksek Cd değerleri için düşük kestirimler üretmişlerdir. 2 ppm değerinin üzerinde Cd kestirimi üretilmezken, KEK ve KEEK kestirimleri az noktada da olsa gerçeğe yakın değerler elde edilmiştir.



Şekil 4.15 Kesitirim sonuçlarına karşın gerçek değerlerin saçılım grafikleri. a) Cd-OK, b) Cd-KEK, c) Cd-OEK, d) Cd-KEEK.

Kestirim işlemleri sonunda yapılan hata, “Hata = Kesitirim değerleri – Gerçek değerler” eşitliği kullanılarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamada “gerçek değer” örnek noktalarında alınan örneğin analiz değerlerini temsil etmektedir. Hatalara ilişkin istatistiksel değerler Çizelge 4.1’de yer almaktadır.

Çizelge 4.3 Hatalara ilişkin istatistikler.

	ε_{Ni}				ε_{Cd}			
	OK	KEK	OEK	KEEK	OK	KEK	OEK	KEEK
Nokta Sayısı	100	100	100	100	100	100	100	100
En Düşük	-11,8	-13,8	-12,3	-12,8	-2,01	-2,28	-2,02	-2,27
En Yüksek	9,67	25,88	13,27	20,51	-0,17	2,68	-0,34	1,81
Ortalama	2,36	3,02	2,63	3,19	-1,06	-0,96	-1,04	-0,82
Varyans	16,8	65,11	31,94	55,08	0,12	0,75	0,12	0,85

Hem Ni hem Cd kestirimlerinin tek ve çok değişkenli kestirimleri incelendiğinde sonuçlarının hata ortalamalarında $\varepsilon\text{-OK} < \varepsilon\text{-OEK} < \varepsilon\text{-KEK} < \varepsilon\text{-KEEK}$ olduğu

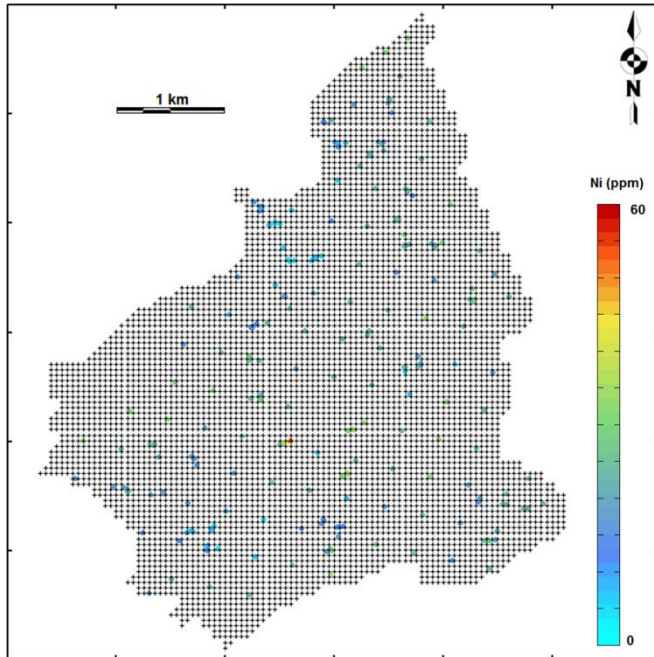
görülmektedir. OK ve OEK yöntemlerinde düşük değerlerin yüksek; yüksek değerlerin ise düşük kestirilmesinin doğal sonucu olarak hata varyansları KEK ve KEEK yöntemlerine göre düşük çıkmıştır.

4.2.2 Tek ve çok değişkenli krigleme sonuçları

Bu bölümde Ni, Cd kesitiriminin ve her iki değişkenin de kullanıldığı eş krigleme kestirimlerinin sonuçları yer almaktadır. Bölüm 4.2.1’de Ni değişkeni için sadece Ni değişkeninin kullanıldığı Ni-OK ve Ni-KEK kestirimleri, Bölüm 4.2.2’de Ni ve Cd değişkenlerinin her ikisinin de kullanıldığı Ni-OEK ve Ni-KEEK kestirimleri, Bölüm 4.2.3’te Cd değişkeni için sadece Cd değişkeninin kullanıldığı Cd-OK ve Cd-KEK kestirimleri, ve son olarak Bölüm 4.2.4’te Cd ve Ni değişkenlerinin kullanıldığı Cd-OEK ve Cd-KEEK sonuçları yer almaktadır.

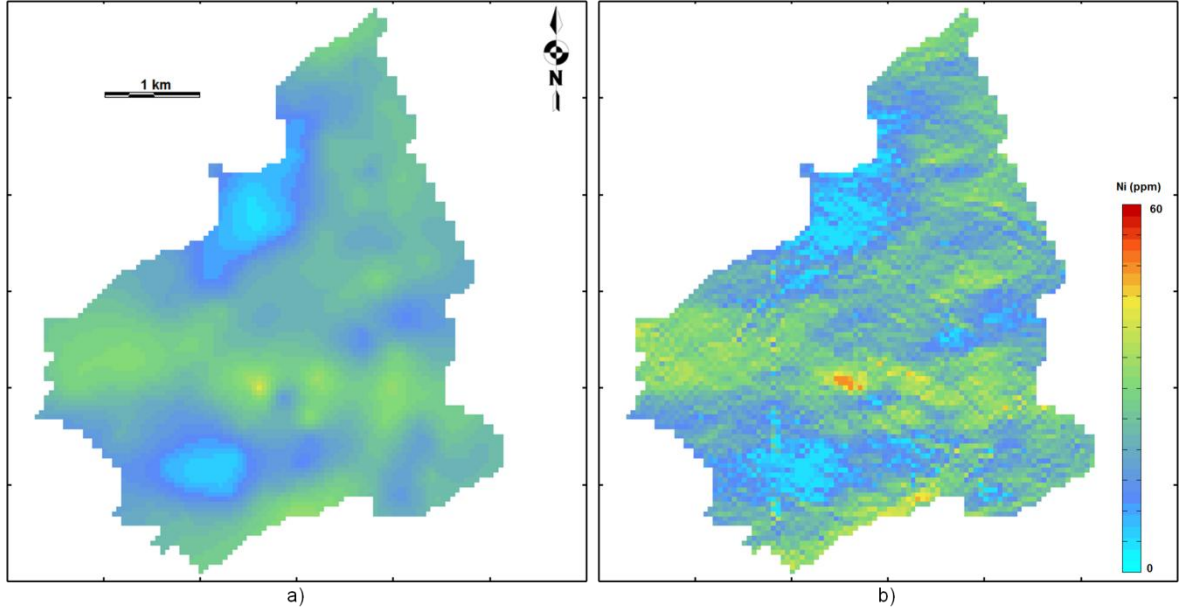
4.2.2.1 Ni-OK ve Ni-KEK kestirimleri

Bir nikel (Ni) yatağı için OK ve KEK yöntemleri kullanılarak kestirimler yapılmıştır. Kestirim için kullanılan örnek noktaları ve bu noktalara ait nikel analiz değerleri Şekil 4.16’daki haritada gösterilmektedir. İki farklı kestirim yönteminden elde edilen görüntü haritaları Şekil 4.17’de verilmiştir.



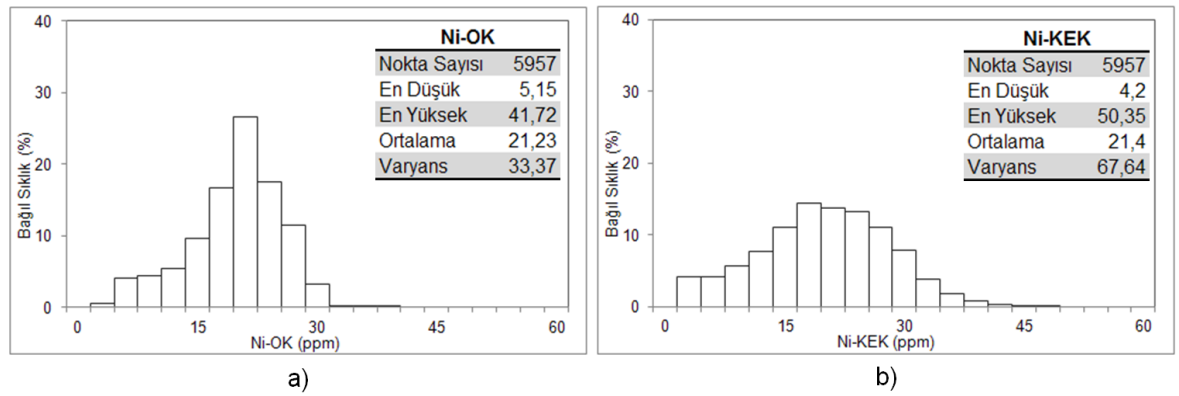
Şekil 4.16 Örnek ve kestirimi yapılan noktalar.

İki farklı kestirim yönteminden elde edilen görüntü haritaları Şekil 4.17’de yer almaktadır.



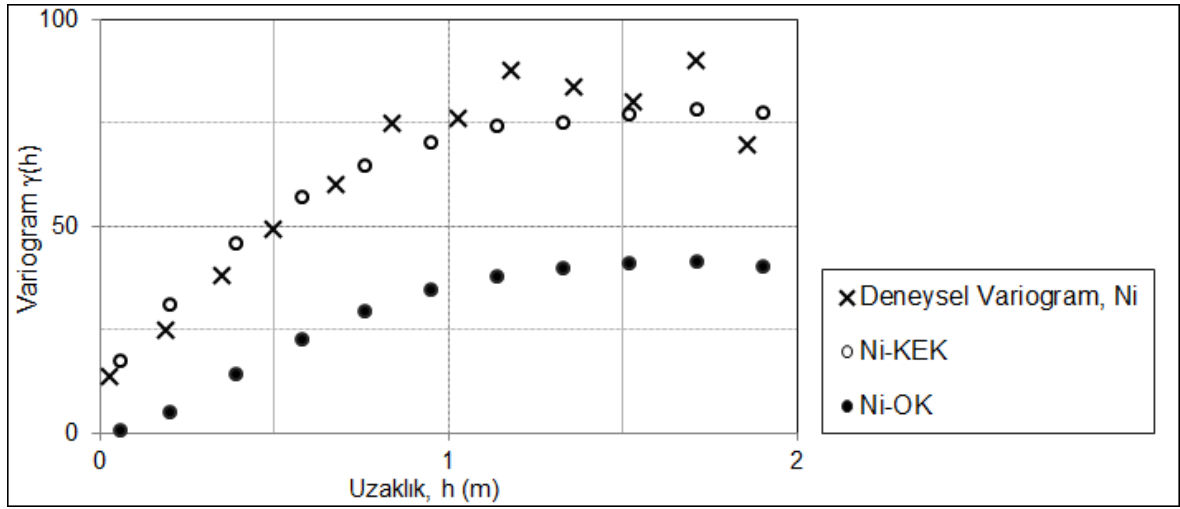
Şekil 4.17 Görüntü haritaları. a) Ni-OK, b) Ni-KEK.

Şekil 4.17’de yer alan görüntü haritalarından görüldüğü gibi Ni-KEK sonuçları, Ni-OK sonuçlarına göre lokasyona bağlı olarak kısa mesafede daha fazla değişkenlik göstermektedir. Bu durum Şekil 4.8’de yer alan sıklık dağılımlarında da net bir şekilde görülmektedir. Ayrıca sonuçların istatistikler incelendiğinde Ni-OK varyansının, Ni-KEK’e göre daha düşük olduğu görülmektedir.



Şekil 4.18 Sonuçların sıklık dağılımları. a) Ni-OK, b) Ni-KEK.

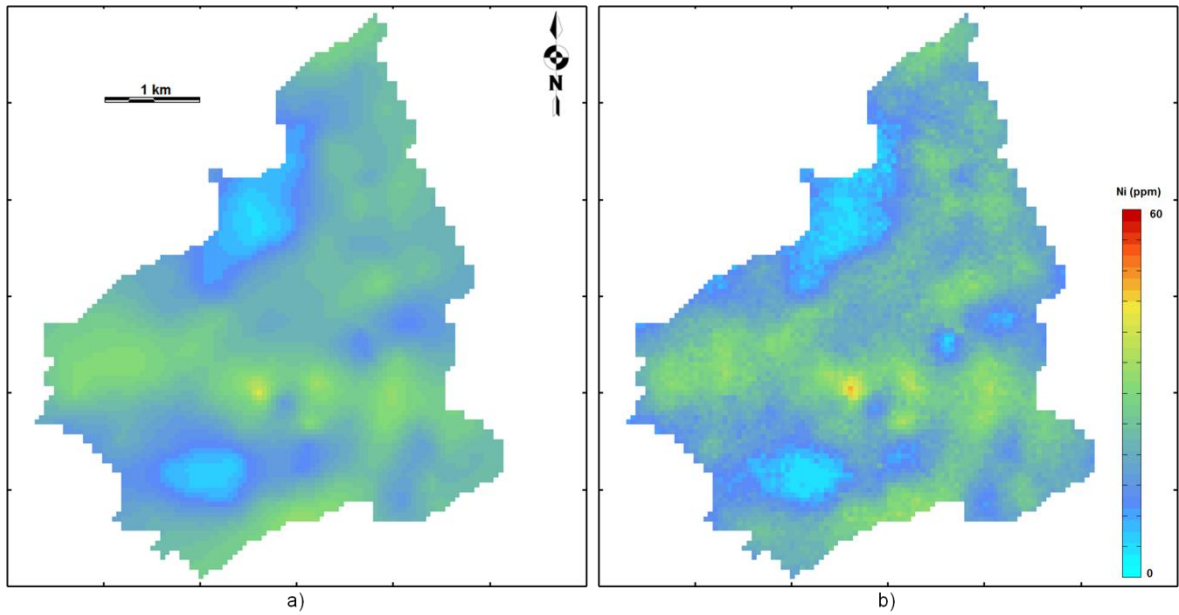
Sonuçların variogramları, Şekil 4.19’da verilmektedir. Ni-KEK kestirimlerinin uzaklığa bağlı değişkenliği, kestirimde kullanılan noktaların değişkenliği ile aynı olduğu görülmektedir. Ni-OK kestirimleri ise külçe etkisi olmaksızın bir değişkenlik göstermektedir.



Şekil 4.19 Ni-OK ve Ni-KEK sonuçlarının variogramları.

4.2.2.2 Ni-OEK ve Ni-KEEK kestirimleri

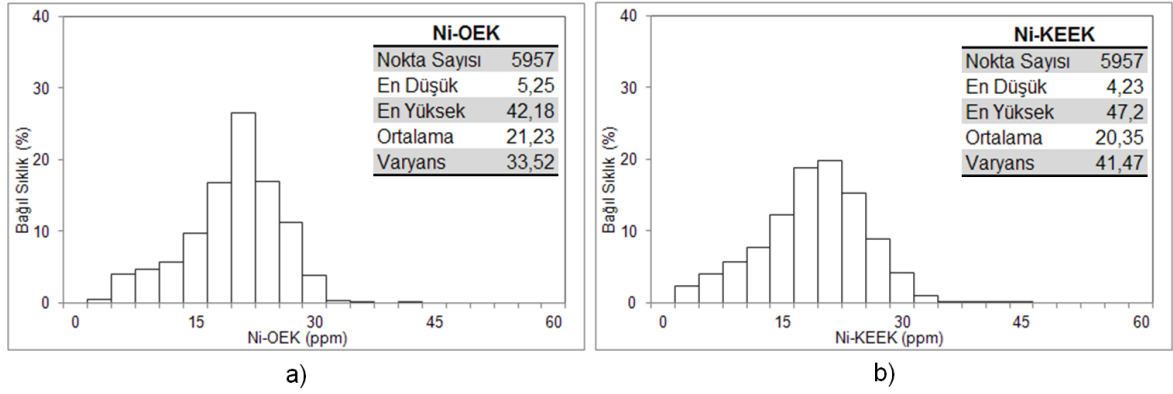
Ni ve Cd değişkenleri kullanılarak Eş Krigleme yöntemi ile kestirilmiş sonuçlara ait görüntü haritaları Şekil 4.20’de verilmiştir.



Şekil 4.20 Görüntü haritaları. a) Ni-OEK, b) Ni-KEEK.

Sonuçlar incelendiğinde Ni-KEEK sonuçlarının Ni-OEK sonuçlarına göre daha değişken olduğu görülmektedir. Ayrıca Şekil 4.17b’de yer alan Ni-KEK sonuçlarına göre Ni-KEEK değerlerinin kısa mesafedeki değişkenliğin daha az olduğu sonucuna varılmaktadır.

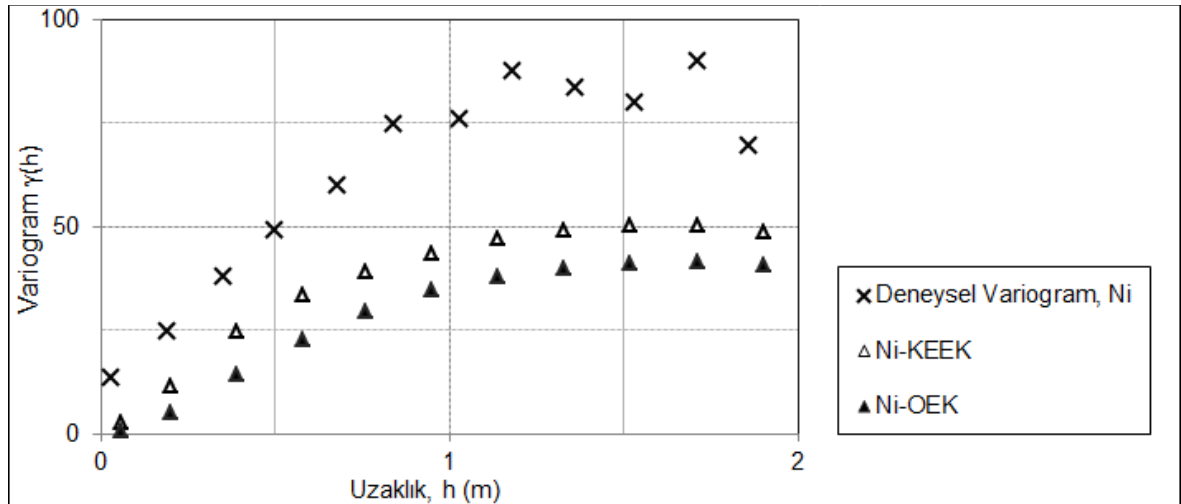
Şekil 4.21'de sonuçların sıklık dağılımları ve sonuçlara ilişkin istatistikler yer almaktadır.



Şekil 4.21 Sonuçların sıklık dağılımları. a) Ni-OEK, b) Ni-KEEK.

Ni-OEK ve Ni-KEEK kestirimleri, bir önceki bölümdeki sonuçlara benzer sonuçlar üretmişlerdir. Ni-KEEK yönteminin varyans değeri, Ni-OEK yöntemine göre daha yüksek çıkmıştır.

Her iki kestirim yönteminin variogramları karşılaştırıldığında Ni-KEEK kestirimlerinin Ni-OEK kestirimlerine göre çok az farkla, örneklerin deneysel variogramına daha yakın bir variogram ürettiği görülmektedir (Şekil 4.22).



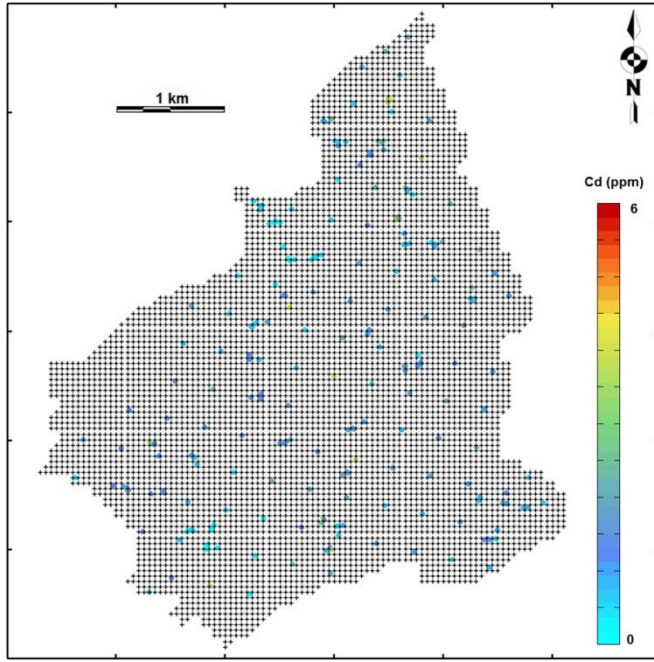
Şekil 4.22 Ni-OEK ve Ni-KEEK sonuçlarının variogramları.

Şekil 4.20b'de yer alan Ni-KEEK ile Şekil 4.17b'deki Ni-KEK görüntü haritaları incelendiğinde Ni-KEEK sonuçlarının kısa mesafede daha az değişken olduğu görülmektedir. Bu durum, sonuçların varyansının daha az üretilmesini doğrular niteliktedir.

Şekil 4.21 ile Şekil 4.18'deki sıklık dağılımları incelendiğinde KEK ve KEEK sonuçlarının sıklık dağılımı, OK ve OEK yöntemlerinin sıklık dağılımına göre, örneklerin sıklık dağılımına daha yakın bir yapıdadır.

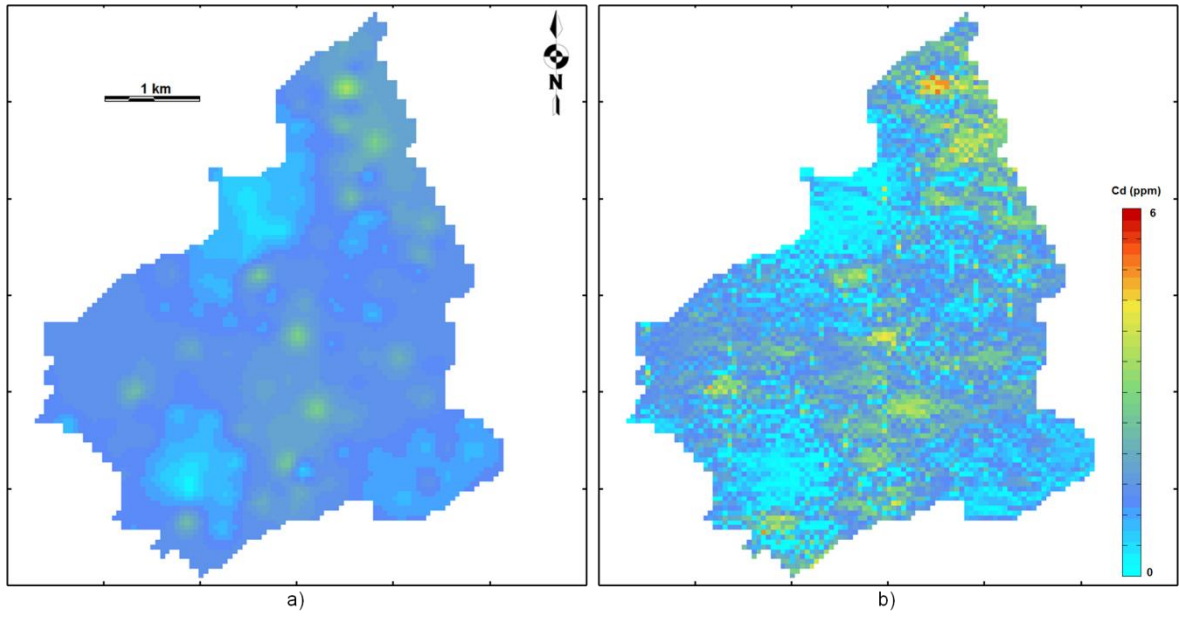
4.2.2.3 Cd-OK ve Cd-KEK kestirimleri

Ni kestirimlerinde kullanılan lokasyonlardaki Cd örnekleri ve kestirilecek noktalar Şekil 4.23'te gösterilmektedir.



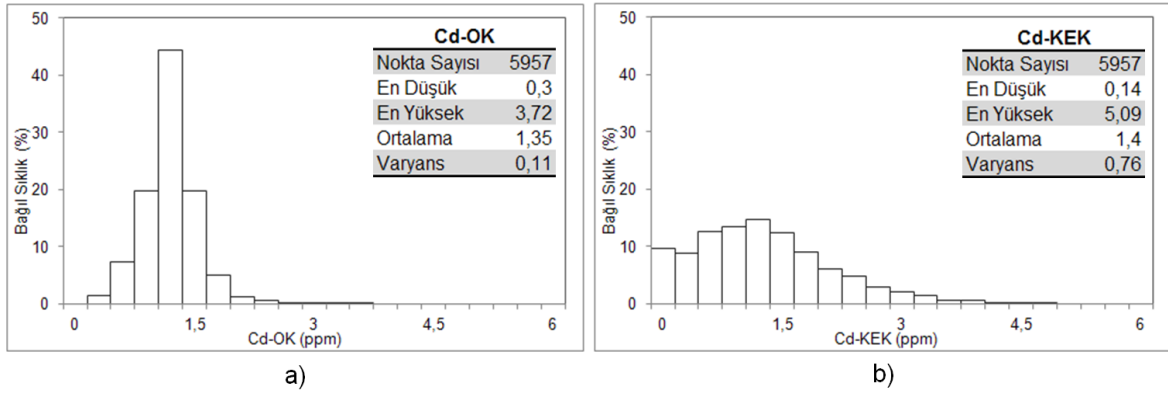
Şekil 4.23 Örnek ve kestirimi yapılan noktalar.

Şekil 4.24'te Cd-OK ve Cd-KEK kestirimlerinin görüntü haritaları yer almaktadır. Şekil incelendiğinde Bölüm 4.2.1'deki Ni kesitirimleri ile aynı doğrultuda sonuçlar elde edilmiştir. Cd-KEK sonuçlarının oldukça değişken, Cd-OK sonuçlarının ise oldukça düzenli bir şekilde dağıldığı görülmektedir.



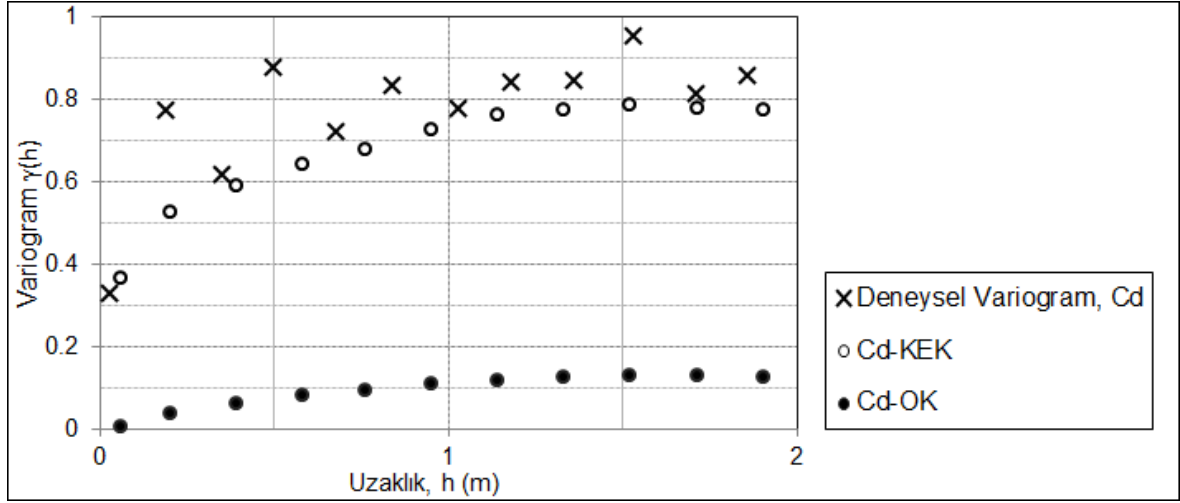
Şekil 4.24 Görüntü haritaları. a) Cd-OK, b) Cd-KEK.

Sonuçların sıklık dağılımları incelendiğinde Cd-OK sonuçlarının, ortalaması 1,35 ppm olan normal dağılım ortaya çıkaran kestirimler ürettiği görülmektedir. Cd-KEK sonuçları ise OK sonuçlarına göre çok daha yüksek bir varyans ürettiği ve kesitirimde kullanılan örneklere yakın bir dağılım ürettiği görülmektedir.



Şekil 4.25 Sonuçların sıklık dağılımları. a) Cd-OK, b) Cd-KEK.

Son olarak kestirim sonuçlarından hesaplanan variogramlar karşılaştırılmış ve Şekil 4.26'da verilmiştir.

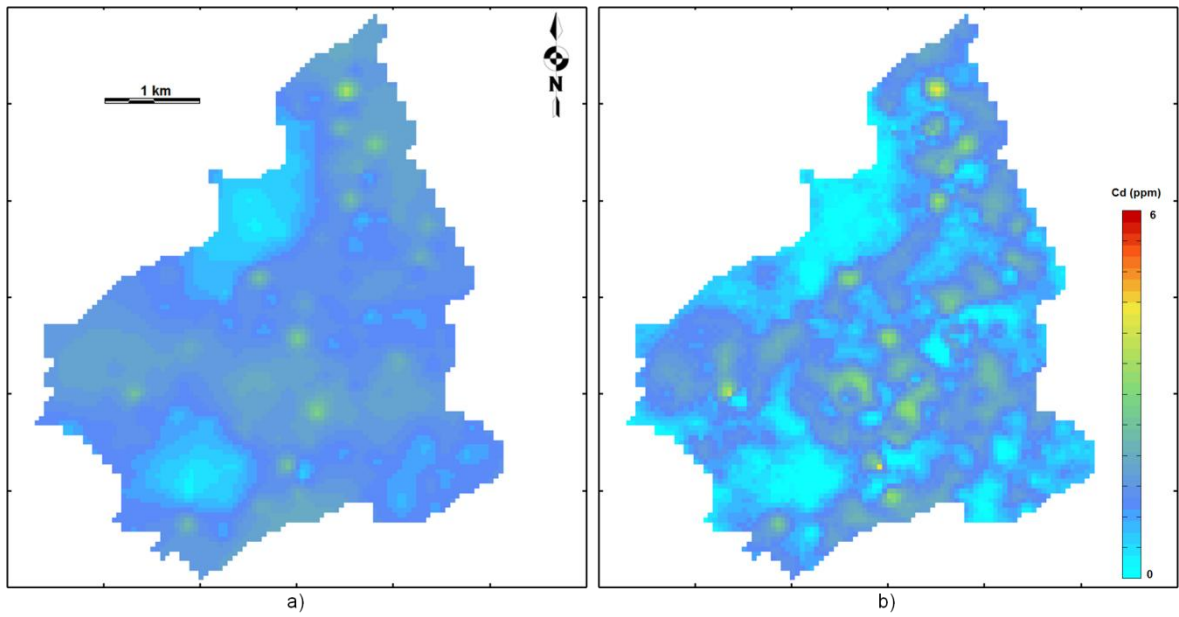


Şekil 4.26 Cd-OK ve Cd-KEK sonuçlarının variogramları.

Cd-KEK kestirimde kullanılan örnekler ile aynı variogramı üretirken, Cd-OK yöntemi oldukça düşük bir varyans ile külçe etkisi olmayan bir variogram üretmiştir.

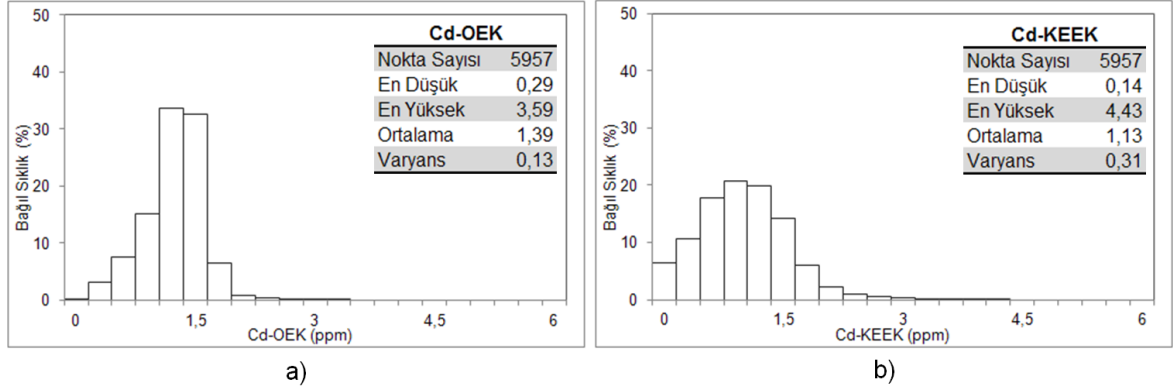
4.2.2.4 Cd-OEK ve Cd-KEEK kestirimleri

Cd kestirimlerinin geliştirilmesi amacıyla yapılan Ni değişkenlerinin kullanıldığı Cd-OEK ve Cd-KEEK kestirim sonuçlarına ait görüntü haritaları Şekil 4.27'de verilmiştir.



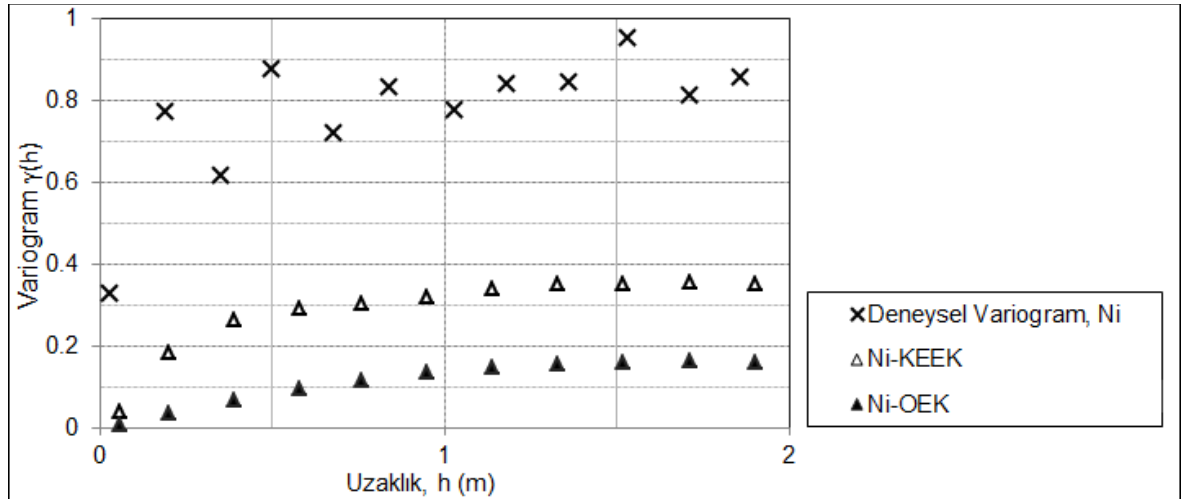
Şekil 4.27 Görüntü haritaları. a) Cd-OEK, b) Cd-KEEK.

Cd-KEEK sonuçları incelendiğinde, Cd-OK sonuçlarına göre daha fazla yüksek değer ve düşük değerlerin kestirildiği göze çarpmaktadır. İki farklı yöntemden elde edilen sonuçların arasındaki farkın daha net bir şekilde ortaya konması amacıyla sıklık dağılımları Şekil 4.28’de karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.28 Sonuçların sıklık dağılımları. a) Cd-OEK, b) Cd-KEEK.

Şekil 4.28’e göre Cd-OEK kestirimlerinin yaklaşık %70’i 1,2 ile 1,5 ppm değer aralığında yer almaktadır. Cd-KEEK sonuçları ise kestirimde kullanılan Cd değişkenine yakın bir dağılım sergilemektedir. Şekil 4.29’da her iki kestirim yönteminden elde edilen sonuçların variogramları karşılaştırılmıştır.

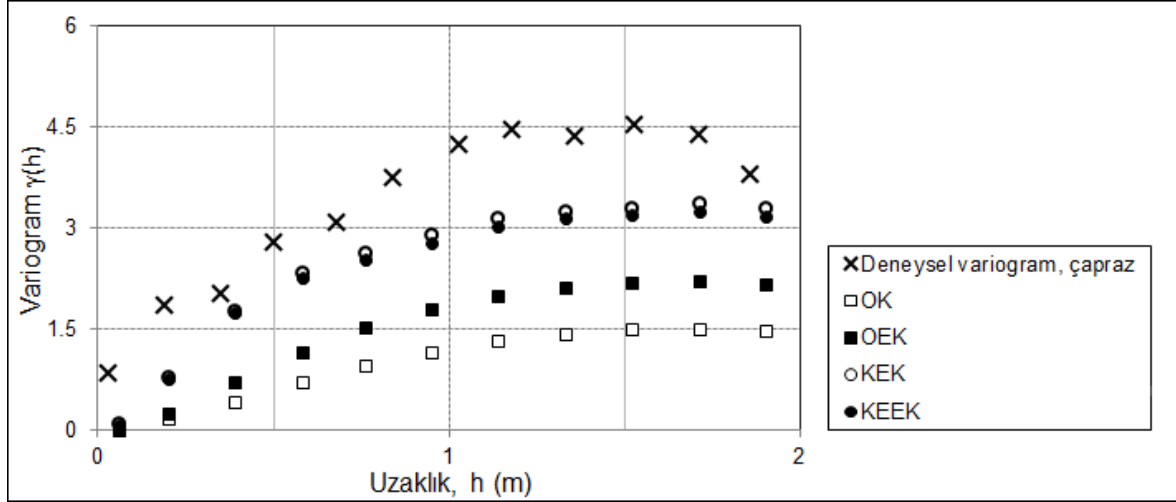


Şekil 4.29 Cd-OEK ve Cd-KEEK sonuçlarının variogramları.

Cd-KEEK sonuçları, Cd-OEK sonuçlarına göre daha yüksek varyanslı bir variogram üretmiştir. Ayrıca KEEK variogramı yuvalı yapıyı yansıtmaktadır.

4.2.2.5 Çapraz variogramlar

Krigleme sonuçlarının çapraz variogramları üretmede nasıl performans gösterdiğinin incelenmesi amacıyla Ni-OK / Cd-OK, Ni-KEK / Cd-KEK, Ni-OEK / Cd-OEK, Ni-KEEK / Cd-KEEK kestirim sonuçlarından çapraz variogramlar üretilmiştir. Bu variogramlar Şekil 4.30'da yer almaktadır.



Şekil 4.30 Deneysel Çapraz variogram ve sonuçların çapraz variogramları.

Şekil 4.30'dan, Ni-OEK / Cd-OEK sonuçlarının çapraz variogramının OK sonuçlarına göre daha yüksek bir varyansla üretildiği görülmektedir. Ni-KEK / Cd-KEK sonuçları da gerek değişkenler tek başına kestirildiğinde, gerekse kestirimlerden çapraz variogram hesaplandığında ham verilerle oldukça uyumlu sonuçlar elde etmiştir. Ni-KEEK / Cd-KEEK sonuçları yalnız başlarına incelendiğinde belirgin varyans farkıyla örnek variogramlarına benzer variogramlar üretse de (Şekil 4.19 ve Şekil 4.26), bu sonuçlardan çapraz variogramları hesaplandığında, ham verilere oldukça yakın, çok küçük bir varyans farkıyla variogram üretmiştir.

5 ÜÇ BOYUTLU DURUM ÇALIŞMASI

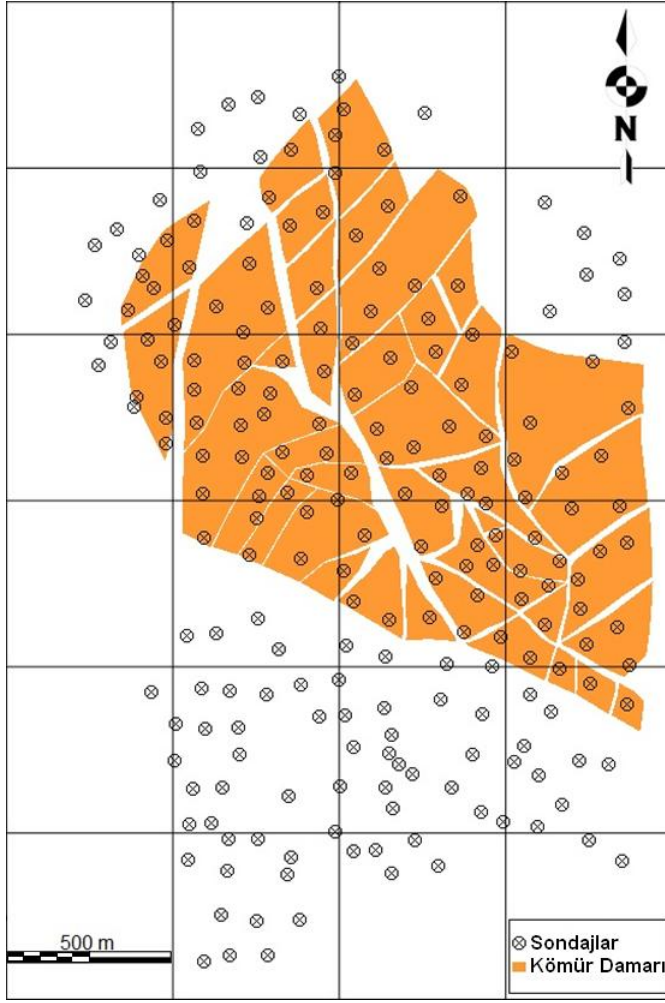
Çalışma kapsamında bir kömür damarına ait üç boyutlu blokların kalite değişkenleri (kül, AİD ve nem), ortalamasız krigleme (OK) ve kovaryans eşlemeli krigleme (KEK) yöntemleri kullanılarak kestirilmiştir. Kömür damarının eğim yönü K021° ve ortalama eğimi 7 derecedir. Kestirimi yapılacak bloklar katı modele uyumlu olacak şekilde, aynı doğrultu ve eğimle modellenmiştir. Kestirim işleminden önce kompozitler ile bloklar, pivot bir noktaya göre bir düzleme taşınmıştır. Bu işlem sonunda bloklar arasındaki mesafeler korunmuş, ayrıca blok içerisine denk gelen kompozitler de dönüştürülmüştür. Kalite değişkenleri, dönüştürülmüş olan bloklar için kestirilmiş, kestirim sonunda ise yerlerine geri taşınmıştır. Bu dönüşüm işleminin amacı blokların koordinat sistemindeki eğimli konumlarından ötürü kestirim sonuçlarının yatay bantlar halinde “zebra çizgileri” düzeninde çıkmasının önüne geçilmesidir.

Blok boyutları, sondajlar arasındaki mesafe ve ham örneklerin uzunluk istatistikleri incelenerek, yatayda 25 m düşeyde ise 1 m seçilmiştir. Sahada kestirimi yapılan blok sayısı 19774’tür. OK ve KEK kestirim sonuçlarından elde edilen görüntü haritaları, sıklık dağılımları, variogramlar ve kalite-tonaj eğrileri karşılaştırılmıştır.

Bu bölümde Verilerin İstatistiği, Variogram analizi, Blokların Düzleme Taşınması, Kalite Değişkenlerinin Kestirimleri ve Kestirim Sonuçlarının karşılaştırılması kısımları yer almaktadır.

5.1 Verilerin İstatistiği

Çalışma sahası, Türkiye’nin batısında yer alan bir kömür sahasının küçük bir bölümünü kapsamaktadır. Çalışma alanında toplam 245 dikey sondaj kuyusu bulunmaktadır. Kömür damarı yaklaşık 1,5 km²’lik yüzey alanına ve 12,5 milyon m³ hacme sahiptir. Şekil 5.1’de kömür damarının katı modeli ile sondajlar yer almaktadır. Sahanın güneyinde kömür damarının katı modeli yoktur, bunun nedeni, o bölgede daha önce madencilik faaliyetinin yapılmış olmasıdır.



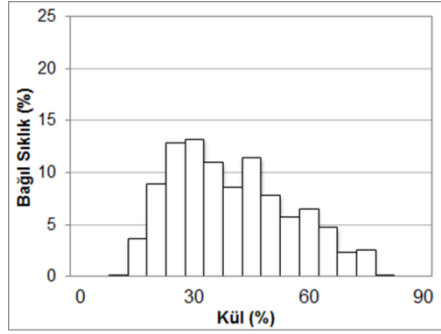
Şekil 5.1 Kömür damarı ve sondajlar.

Ham örnek istatistikleri incelendiğinde ortalama karot uzunluğu 0,52 m olarak tespit edilmiş ve kompozit uzunluğu, buna göre 1 m seçilmiştir. Karotlarda yer alan ara kesmeler eşit uzunluklu ağırlıklandırmada önemli rol oynamaktadır. En kısa ara kesme uzunluğu 0,5 m kabul edilmiştir. Ara kesmelere denk gelen kompozitlerin kül, AİD ve nem değerleri sırasıyla 75%, 1 kCal/kg ve 25% alınmıştır. Kompozitlere ilişkin istatistikler, Çizelge 5.1’de özetlenmiştir.

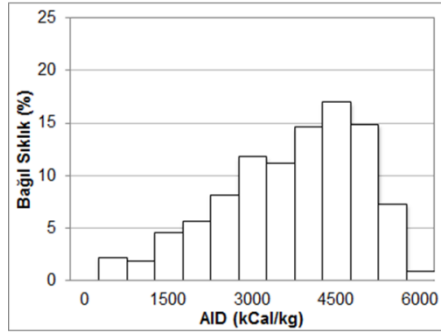
Çizelge 5.1 Kompozitlere ait istatistikler.

	Kül (%)	Alt Isıl Değer (kCal/kg)	Nem (%)
Veri Sayısı	2418	1677	2395
En Küçük	8,5	1	1,5
Ortalama	37,32	3454	14,96
En Büyük	75,14	5818	33,5
Standart Sapma	15,51	1257	5,1

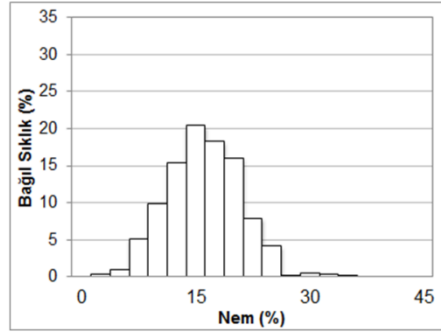
Çalışma değişkenlerine ilişkin sıklık dağılımları Şekil 5.2’de verilmektedir.



a)



b)



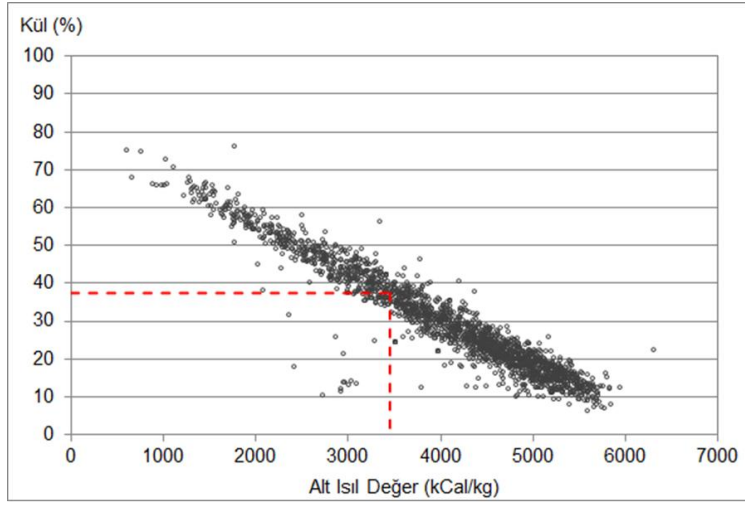
c)

Şekil 5.2 Sıklık dağılımları. a) Kül, b) AID, c) Nem.

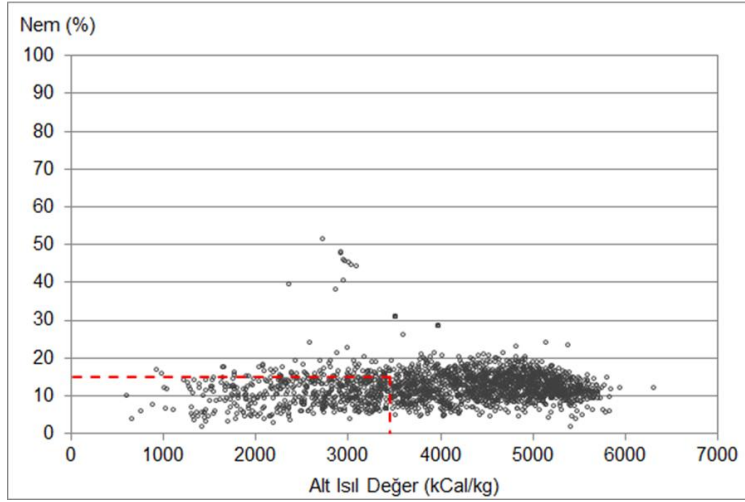
Sıklık dağılımları incelendiğinde Kül değişkeni sola, AID değişkeni sağa doğru çarpık bir yapı içindedir. Nem değişkeni normal dağılıma yakın bir dağılım ortaya koymaktadır.

Değişkenlerin aralarındaki ilişkiyi ortaya koymak amacıyla saçılım grafikleri çizilmiştir (Şekil 5.3). Şekil 5.3a’da verilen Kül - AID grafiğinde, yüksek kül içerikli örneklerin düşük AID’e sahip olduğu; düşük AID’e sahip olan örneklerin ise yüksek kül içeriğine sahip olduğu bir ters ilişki görülmektedir. Diğer tarafta, AID ile nem ve kül ile nem arasında anlamlı bir ilişki yoktur (Şekil 5.3b ve c).

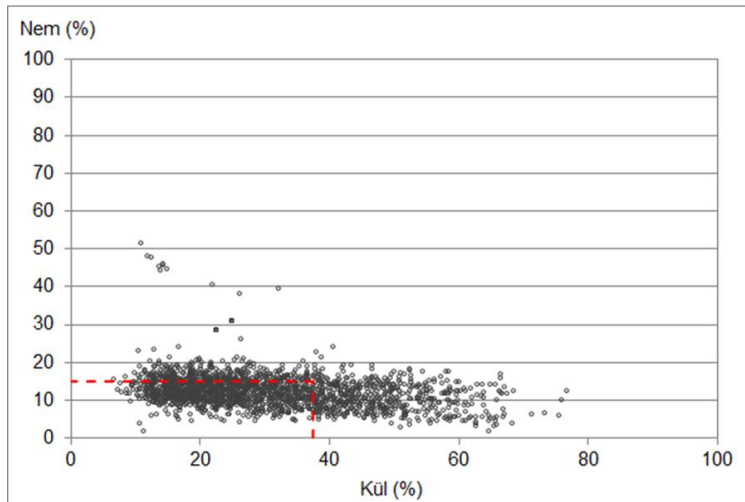
Ayrıca saçılım grafikleri, kestirim sonunda blok kestirimlerinin gerçeği yansıtıp yansıtmadığını kontrol etme aşamasında yararlı bir araçtır.



a)



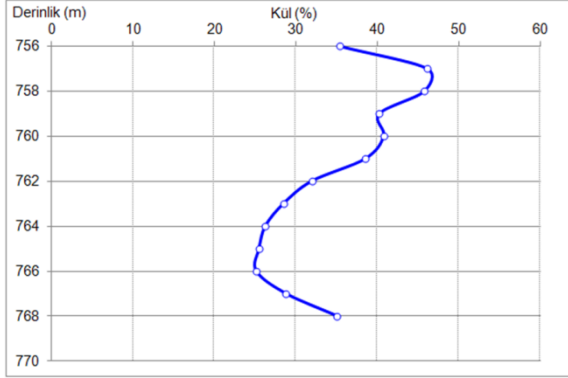
b)



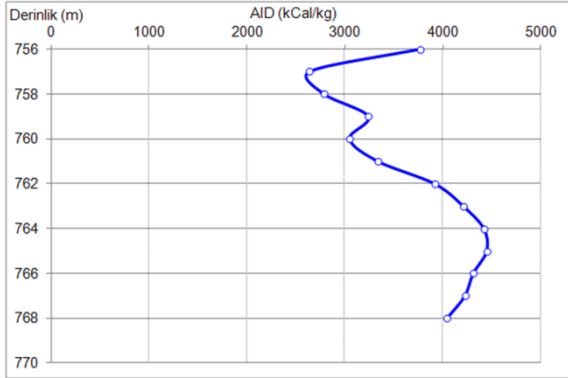
c)

Şekil 5.3 Saçılım grafikleri. a) Kül-AID, b) AID-Nem, c) Nem-Kül.

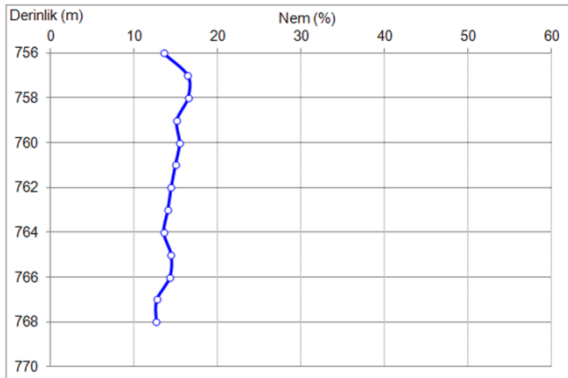
Değişkenlerin saha genelinde ortalamalarının nasıl değiştiğini incelemek amacıyla düşey yönde ve yatay yönde (Kuzey - Güney ve Doğu - Batı) yönelim (*swath*) analizi yapılmıştır. Düşey yöndeki yönelim analizi, kompozitlerin 1 m'lik dilimlere ayrılması, ve her dilime düşen kompozitlerin ortalamasının alınması işlemidir. Yatay yönde ise, saha 500 m'lik dilimlere ayrılarak hesaplanmıştır. Şekil 5.4'te değişkenlerin düşey yöndeki yönelim grafikleri yer almaktadır.



a)



b)

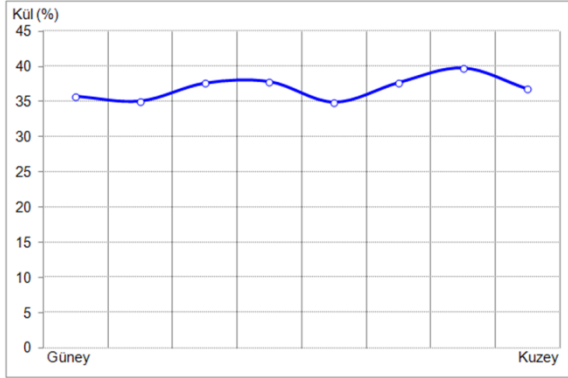


c)

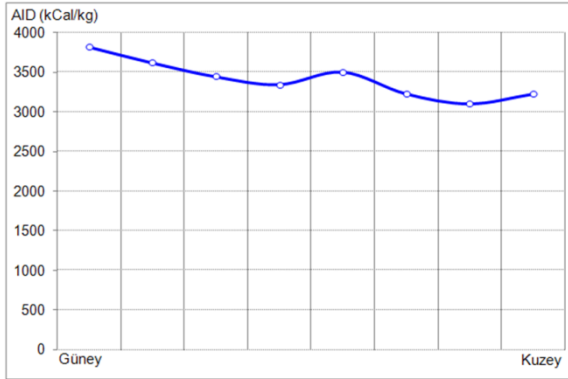
Şekil 5.4 Düşey yöndeki yönelim grafikleri. a) Kül, b) AID, c) Nem.

Şekil 5.4a ve b'de, kül ve AID değişkenlerinin derinliğe bağlı olarak örnek ortalamaların değiştiği görülmektedir. Kül içeriği, kömür damarı derinleştikçe azalmakta; AID ise artmaktadır. Düşey yönde nem içeriğinin ortalamasında gözle görülür bir değişim saptanmamıştır.

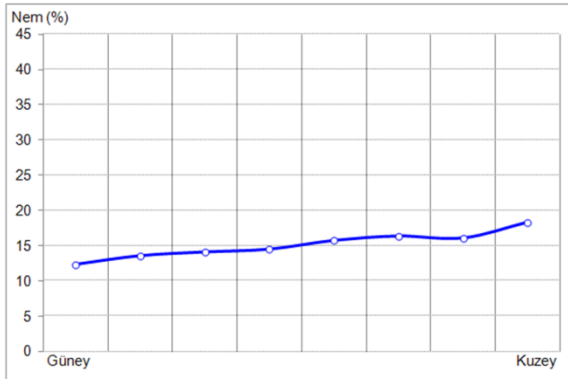
Şekil 5.5'te, yatay yönde Güney-Kuzey doğrultusundaki yönelim grafikleri yer almaktadır.



a)



b)



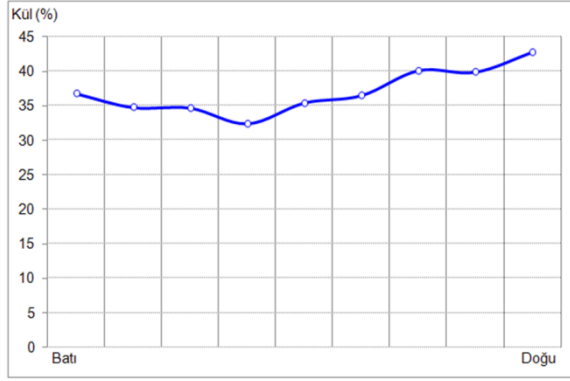
c)

Şekil 5.5 Kuzey-Güney yönelim grafikleri. a) Kül, b) AID, c) Nem.

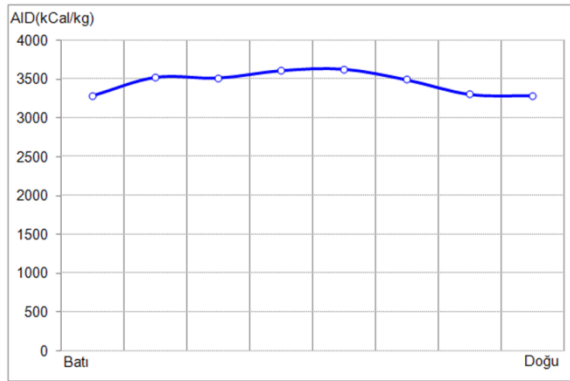
Kül ortalamalarında Güney-Kuzey hattında dalgalanmalar gözükse de, ortalamalarda sürekli bir artış veya azalma gözlemlenmemektedir. Benzer şekilde

Şekil 5.5b'deki nem yönelim grafiklerinde gözle görünür bir ortalama değişimi saptanmamıştır. Şekil 5.5b'deki AID ortalamaları, kuzeye doğru azalma eğilimindedir.

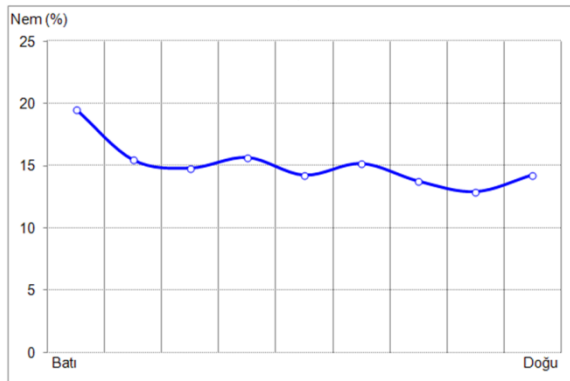
Şekil 5.6'da Batı'dan Doğu'ya doğru hesaplanan yönelim grafikleri yer almaktadır.



a)



b)



c)

Şekil 5.6 Doğu-Batı yönelim grafikleri. a) Kül, b) AID, c) Nem.

Şekil 5.6'da gösterilen tüm yönelim grafikleri incelendiğinde, ortalamalarda çok küçük dalgalanmalar olsa da, Doğu-Batı hattında belirgin bir yönelim olmadığı görülmektedir.

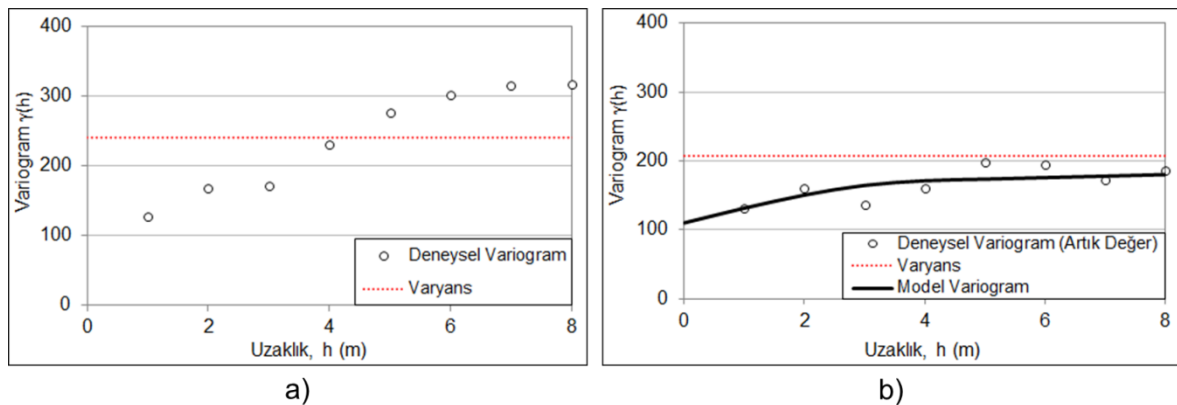
5.1.1 Variogram analizi

Belirli bir yönde artma veya azalma yönelimi gösteren değişkenlerin deneysel variogramları sürekli artış göstermektedir. Bu değişkenlerin deneysel variogramları, belli bir yapısal uzaklıktan sonra eşik değerine ulaşmadığı için bu deneysel variogramlara model variogram uyarlanamaz. Çözüm olarak, yönelim analizinden elde edilen ortalamalar, kompozit değerlerinden çıkarılır. Bu şekilde elde edilen değişkenler “artık değer” (*residual*) olarak adlandırılır. Kestirimler bu artık değerler kullanılarak yapıldıktan sonra kestirim sonuçlarına ortalamalar eklenir.

Kül ve AID değişkenleri düşey yönde yönelim gösterdikleri için kestirim öncesinde, bu değişkenlerinin düşey dilimlerdeki ortalamaları, kompozitten çıkarılmıştır. Dolayısıyla kül ve AID variogram hesaplamalarında artık değerler kullanılmıştır ve model variogram artık değişkene uyarlanmıştır. Nem değişkeninde düşey veya yatay yönde yönelim olmadığından variogram analizinde ve dolayısıyla kestirimlerde orijinal kompozitler kullanılmıştır.

Tüm değişkenler için düşey yönde ve yatay yönde (K0, K45, K90 ve K135) deneysel variogramlar hesaplanmıştır.

Şekil 5.7’de kül değişkeninin orijinal ve artık değerlerden hesaplanmış variogramlar ve uyarlanan model variogram yer almaktadır.



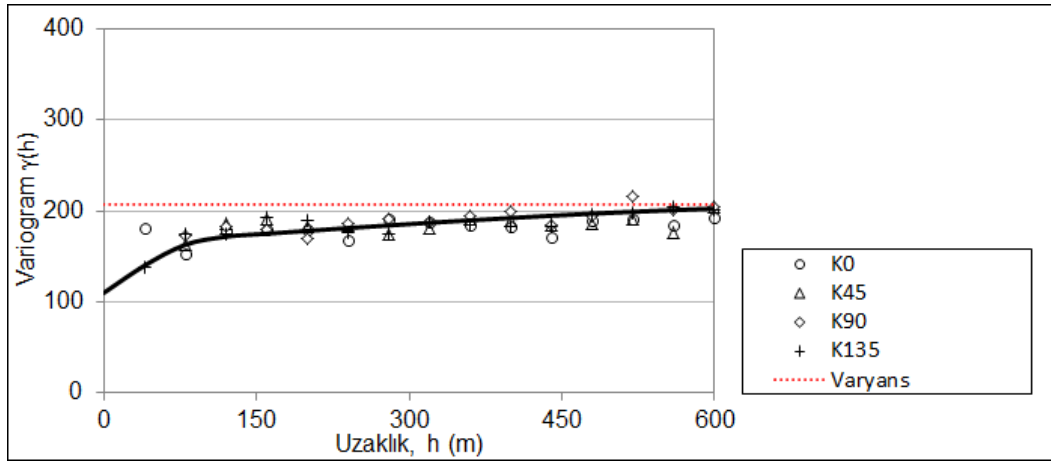
Şekil 5.7 Kül değişkeni için deneysel ve model düşey variogramlar. a) Orijinal kompozit, b) Artık değer kompozit.

Şekil 5.7b'de artık değerlere göre yuvalı yapıda küresel model uyarlanmıştır. Uyarlanan modele ilişkin parametreler Eşitlik 5.1'de verilmektedir.

$$\gamma(h) = 95Nug + 52Sph_1(4m) + 45Sph_2(29m) \quad (5.1)$$

Eşitlik 5.1'de $95Nug$:(Nugget) $C_0=95$ olan külçe etkisini, $52Sph_1(4 m)$: (Spherical) eşik değeri 52, yapısal uzaklığı 4 m olan birinci küresel model yapısını, $45Sph_2(29 m)$:(Spherical) eşik değeri 45, yapısal uzaklığı 29 m olan ikinci küresel model yapısını ifade etmektedir.

Şekil 5.8'de kül değişkeninden elde edilen artık değerlerin yatay yöndeki deneysel variogramları ve uyarlanan model variogram yer almaktadır.



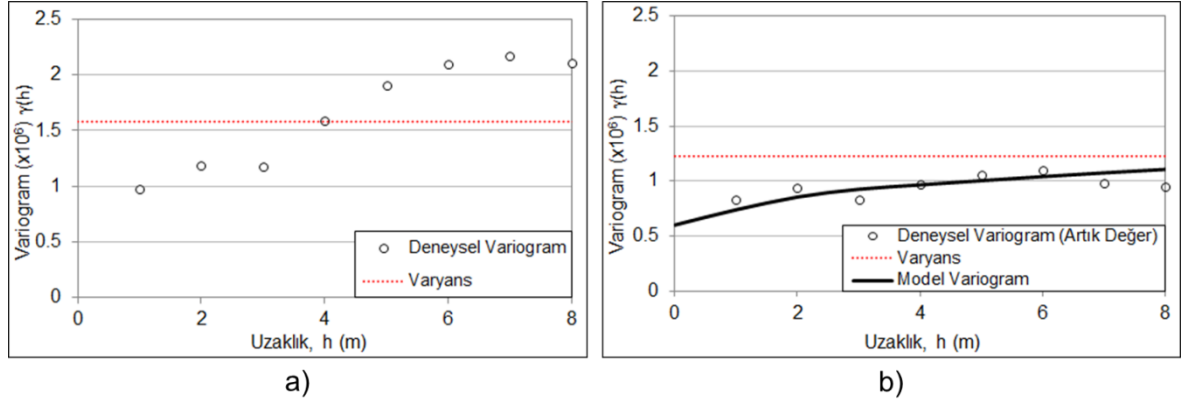
Şekil 5.8 Kül artık değerleri için yatay yöndeki deneysel variogramlar ve model variogram.

Şekil 5.8'e göre yatay yönde deneysel variogramlarda zonal veya geometrik anizotropi görülmemektedir. Uyarlanan model düşey model variograma uyum gösterecek şekilde külçe etkisi olan ve iki küresel modelden oluşan yuvalı yapıdadır. Eşitlik 5.2'de uyarlanan modele ilişkin parametreler yer almaktadır.

$$\gamma(h) = 95Nug + 52Sph_1(112m) + 45Sph_2(816m) \quad (5.2)$$

Burada, $95Nug$:(Nugget) $C_0=95$ olan külçe etkisini, $52Sph_1(112 m)$: (Spherical) eşik değeri 52, yapısal uzaklığı 112 m olan birinci küresel model yapısını, $45Sph_2(816 m)$:(Spherical) eşik değeri 45, yapısal uzaklığı 816 m olan ikinci küresel model yapısını ifade etmektedir.

AID değişkeni için deneysel ve model variogram Şekil 5.9'da verilmektedir.



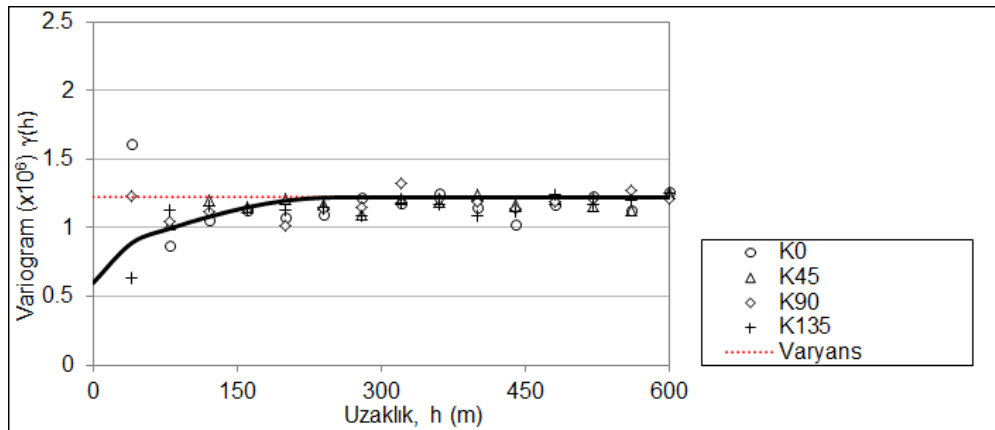
Şekil 5.9 AID değişkeni için deneysel ve model düşey variogramlar. a) Orijinal kompozit, b) Artık değer kompozit.

Şekil 5.9b'deki artık değerlere göre yuvalı yapıda küresel model uyarlanmıştır. Uyarlanan model yuvalı yapı; külçe etkisi ve iki küresel modelden oluşmaktadır. Modele ilişkin parametreler Eşitlik 5.3'te verilmektedir.

$$\gamma(h) = 6 \times 10^5 \text{Nug} + 2 \times 10^5 \text{Sph}_1(3\text{m}) + 4,22 \times 10^5 \text{Sph}_2(15\text{m}) \quad (5.3)$$

Eşilik 5.3'te $6 \times 10^5 \text{Nug}$: (Nugget) $C_0=6 \times 10^5$ olan külçe etkisini, $2 \times 10^5 \text{Sph}_1(3\text{m})$: yapısal uzaklığı 3 m ve $C_1=2 \times 10^5$ olan ilk küresel model yapısını, $4,22 \times 10^5 \text{Sph}_2(15\text{m})$: yapısal uzaklığı 15 m ve $C_2=4,22 \times 10^5$ olan ikinci küresel model yapısını ifade etmektedir.

Şekil 5.10'da AID artık değerlerinin yatay yönlerde hesaplanan deneysel variogramları ve uyarlanan model variogram yer almaktadır.



Şekil 5.10 AID artık değerleri için yatay yöndeki deneysel variogramlar ve model variogram.

Kül artık değer değişkeninde olduğu gibi, AID artık değerinin variogramı farklı yönlerde benzer davranış göstermektedir. Bu yüzden yatay yönde izotropik bir durum söz konusudur.

Şekil 5.10'da yatay yönlerdeki deneysel variogram ve ortalama variograma uyarlanan model variogram yer almaktadır. Model variogram Eşitlik 5.4'te verilmektedir.

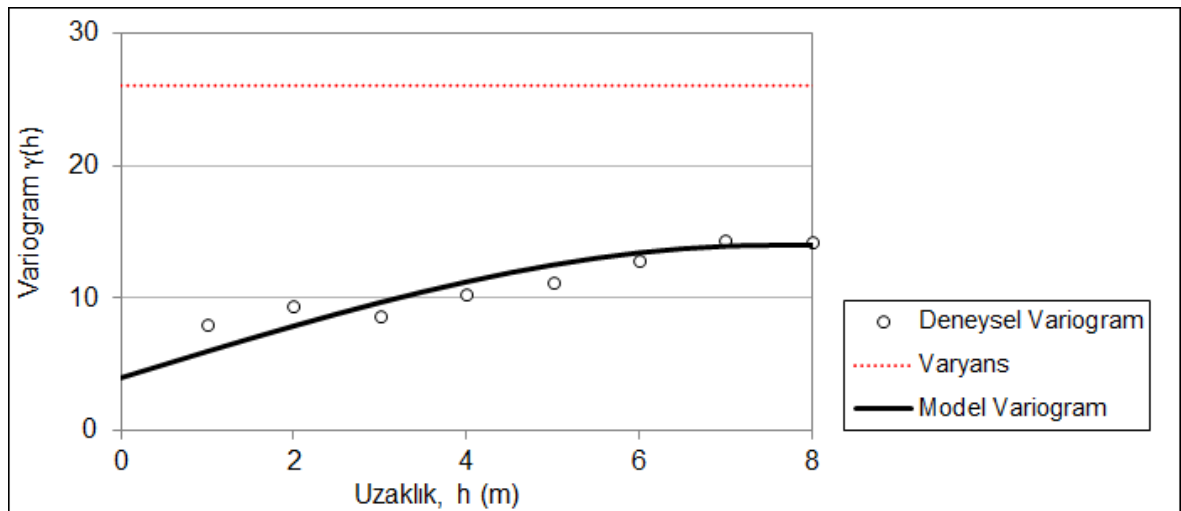
$$\gamma(h) = 6 \times 10^5 \text{Nug} + 2 \times 10^5 \text{Sph}_1(50\text{m}) + 4,22 \times 10^5 \text{Sph}_2(250\text{m}) \quad (5.4)$$

Burada, $6 \times 10^5 \text{Nug}$: (Nugget) $C_0=6 \times 10^5$ olan külçe etkisini, $2 \times 10^5 \text{Sph}_1(50\text{m})$: yapısal uzaklığı 50 m ve $C_1=2 \times 10^5$ olan ilk küresel model yapısını, $4,22 \times 10^5 \text{Sph}_2(250\text{m})$: yapısal uzaklığı 250 m ve $C_2=4,22 \times 10^5$ olan ikinci küresel model yapısını ifade etmektedir.

Nem değişkeninin düşey yönde deneysel variogramı ve bu noktalara uyarlanan model variogram Şekil 5.11'de verilmektedir. Eşitlik 5.5'te model variograma ilişkin parametreler yer almaktadır.

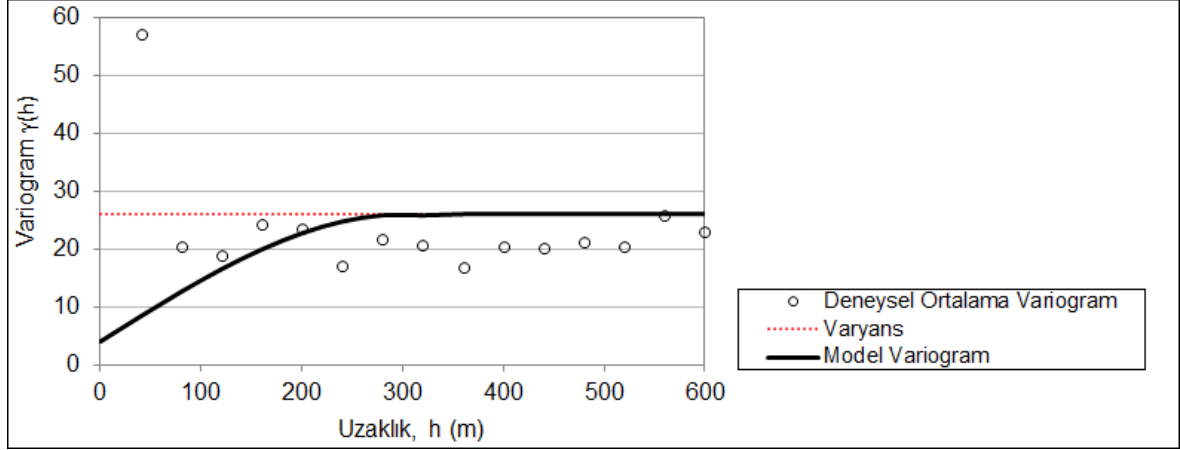
$$\gamma(h) = 4 \text{Nug} + 10 \text{Sph}(7,5\text{m}) \quad (5.5)$$

Burada, 4Nug : (Nugget) $C_0=4$ olan külçe etkisini, $10 \text{Sph}(7,5\text{m})$: yapısal uzaklığı 7,5 m ve $C_1=10$ olan küresel model yapısını ifade etmektedir.



Şekil 5.11 Nem değişkeninin düşey yöndeki deneysel ve model variogramı.

Nem değişkeninin yatay yönlerdeki deneysel variogramları incelendiğinde değişik azimut değeri için hesaplanan variogramlarda farklılık gözükmemektedir. Dolayısıyla yatay yönde model variogram, ortalama variogram kullanılarak belirlenmiştir. Şekil 5.12’de ortalama deneysel variogram ve model variogram yer almaktadır.



Şekil 5.12 Nem değişkeninin yatay yöndeki ortalama deneysel ve model variogramı.

Şekil 5.12’de yer alan model variogram parametreleri Eşitlik 5.6’da verilmiştir.

$$\gamma(h) = 4Nug + 22Sph(330m) \quad (5.6)$$

Burada, $4Nug$: (Nugget) $C_0=4$ olan külçe etkisini, $22Sph(330m)$: yapısal uzaklığı 330 m ve $C_1=22$ olan küresel model yapısını ifade etmektedir.

Eşik değeri (C_0+C_1) düşey yönde 14 iken, yatay yönde 26’dır. Bu durum nem içeriği değişkeninin zonal anizotropik özellikte olduğunu göstermektedir.

5.2 Blokların Düzleme Taşınması

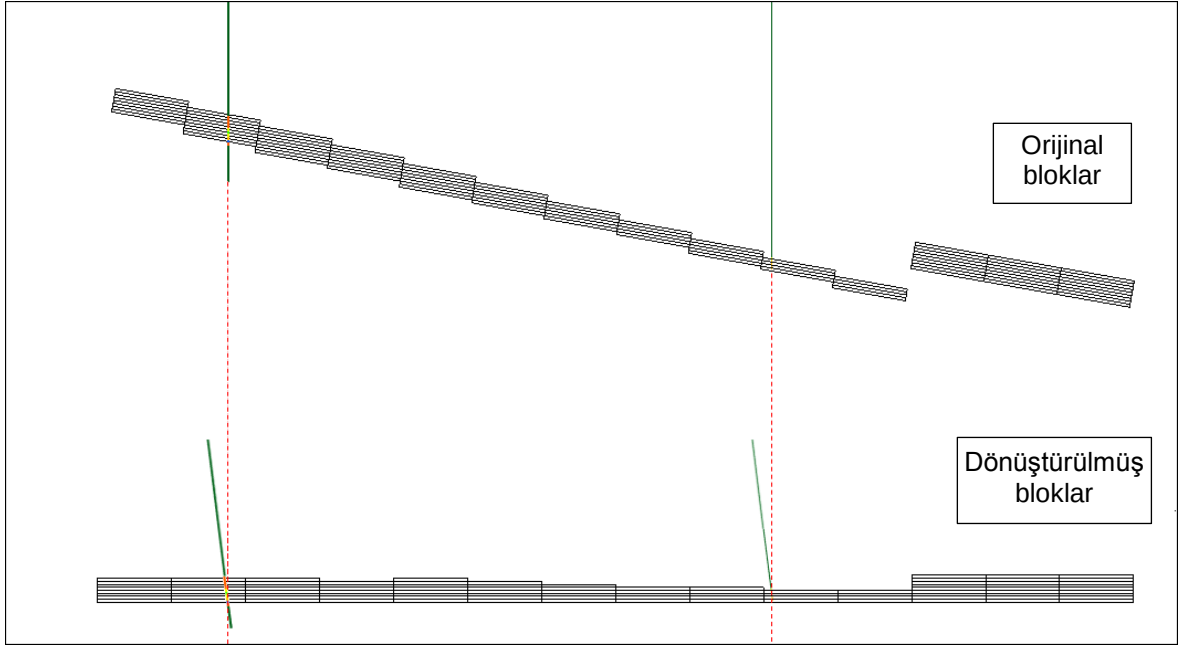
Blok boyutları, katı model ile aynı dalım açısına sahip olacak şekilde oluşturulmuş ve yatayda 25 m düşeyde ise 1 m seçilmiştir. Sahadaki toplam blok sayısı 19774'tür. Bloklara ait parametreler Çizelge 5.2'de verilmiştir.

Çizelge 5.2 Blok modele ilişkin parametreler.

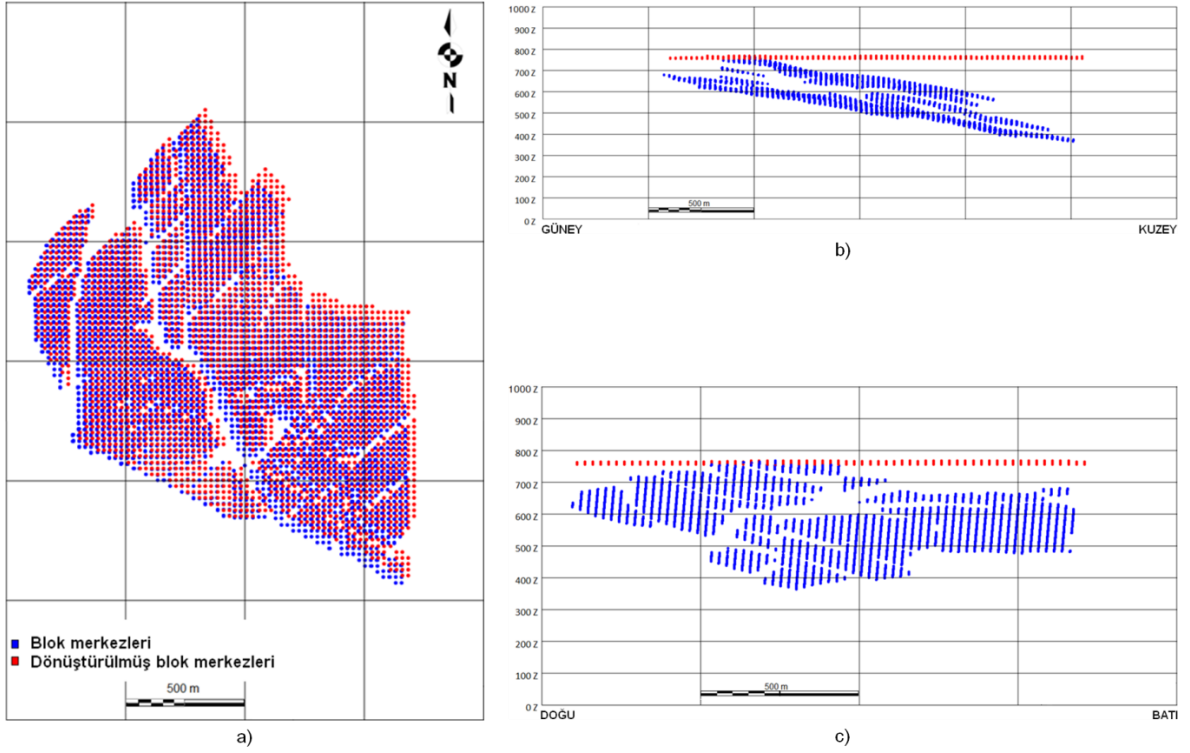
X Yönünde Uzunluk (m)	25
Y Yönünde Uzunluk (m)	25
Z Yönünde Uzunluk (m)	1
Blok Sayısı	19774
Blok Hacmi (m ³)	12358750
Tavan Blok Sayısı	2520
Blok Yüzey Alanı (m ²)	1575000

Tektonik hareketler sonucu parçalara ayrılmış ve yüksek eğime sahip tabakalı cevher damarlarının kestirimlerinde “zebra deseni” adı verilen gerçekçi olmayan sonuçlar elde edilmektedir. Bu duruma çözüm sunmak amacıyla çalışma kapsamında kodlanan programa, kompozit ve kestirim noktalarını, aralarındaki uzaklık bağıntısını koruyarak düzleme taşıyan bir algoritma eklenmiştir. Bu algoritma ile bloklar, seçilen pivot nokta baz alınarak bir düzleme taşınmıştır (Şekil 5.13). Seçilen bu yöntem blok merkezlerinin koordinatlarının dönüşüm matrisleri ile çarpımı ve yükselti doğrulmasına dayanmaktadır. Bu dönüşüm, blok merkezlerini temel aldığı için, Deutsch (2005)'un çalışmasındaki katı model kesitleri üzerinde tanımlanan kontrol noktalarının dönüşümünden farklılık göstermektedir. Düzleme taşıma algoritması sırasıyla: Pivot nokta belirlenmesi, Dönüşüm matrisinin blok merkezleri ve kompozit noktalarına uygulanması, Blok içine düşen kompozit noktalarının belirlenmesi ve Düşey yönde düzeltme adımlarından oluşmaktadır.

Bu dönüşüm, blokların bir düzleme göre izdüşümünü yansıtmak değildir. Dönüşüm işleminde bloklar arasındaki mesafe korunarak blokların içine denk gelen kompozitlerin de dönüşmesi sağlanmıştır (Şekil 5.14).



Şekil 5.13 Blok dönüşümünün şematik gösterimi.



Şekil 5.14 Orijinal (mavi) ve dönüştürülmüş (kırmızı) blok merkezlerinin a) Plan, b) Kuzey – Güney kesit, ve c) Doğu – Batı kesit görünüşleri.

5.3 Kalite Değişkenlerinin Kestirimleri

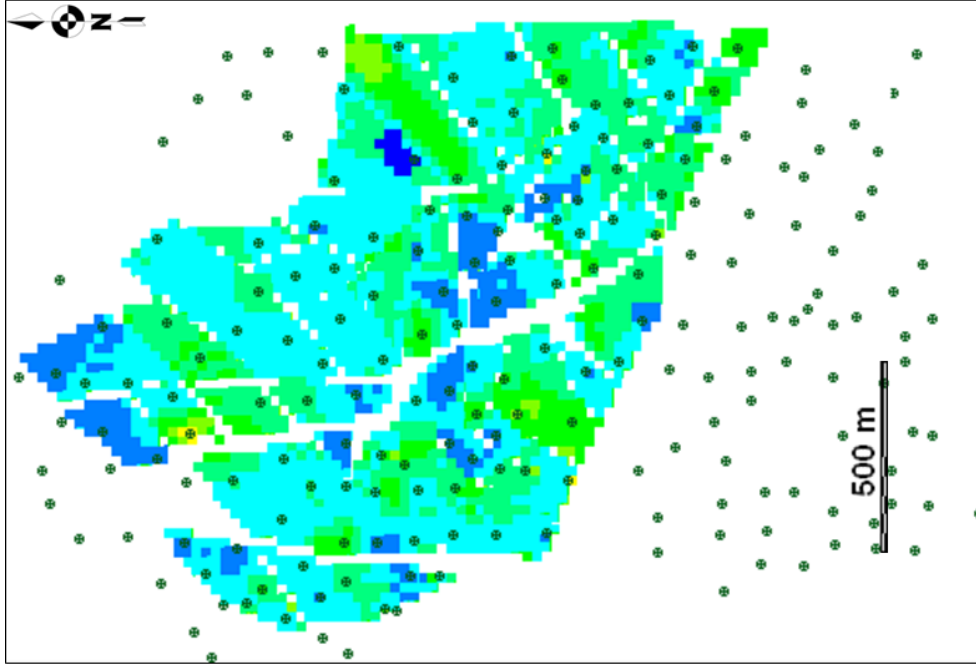
Bu bölümde çalışma değişkenlerinden kül içeriği, AID ve nem içeriğinin blok ortalamaları, OK ve KEK yöntemleri ile kestirilmiştir. Kestirim sonuçlarına ilişkin görüntü haritaları, ilgili değişken başlıklarında verilmektedir. Bölüm 5.4'te, Kestirim Sonuçlarının Karşılaştırılması başlığı altında yöntemlerden elde edilen sonuçlar ile kompozit verilerinden hesaplanan variogramlar, sıklık dağılımları ve kalite-tonaj eğrilerinin karşılaştırılmaları yer almaktadır.

5.3.1 Kül içeriği kestirimi

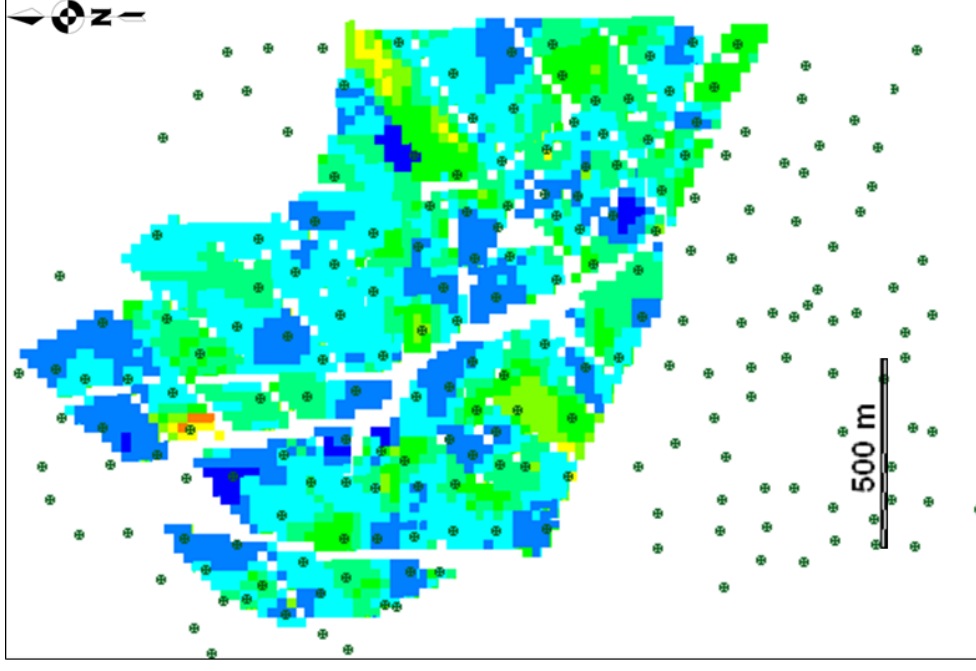
Şekil 5.15'te, OK ve KEK yöntemlerinden elde edilen sonuçların görüntü haritaları yer almaktadır.

OK kül kestirimlerinde bloklardan elde edilen en düşük değer % 11,94 ve en yüksek değer % 68,23 olarak belirlenmiştir. Blokların ortalaması % 37,38'dir. Sahada en yüksek kül içeriği orta-kuzey bölümde; en düşük kül içeriğine sahip bloklar ise en kuzeyde bulunmaktadır.

Şekil 5.15b'de, KEK kestirimlerinin OK sonuçları ile uyumlu olduğu görülmektedir. Ancak düşük değerli bloklardan yüksek değerli bloklara geçişlerde KEK daha değişken bir yapı sergilemektedir. Bu sonuçlardan elde edilen en düşük kül içeriği % 0,37 ve en yüksek kül içeriği % 83,64'tür. Blokların ortalaması % 37,08'dir.



a)



b)

Şekil 5.15 a) OK ve b) KEK yöntemlerinden elde edilen kül içeriği kestirimi görüntü haritaları.

5.3.2 AID kestirimi

OK ve KEK yöntemlerinden elde edilen AID kestirim sonuçları Şekil 5.16'da verilmektedir. Kestirimler AID artık değişkenleri ile yapılmış, daha sonra sonuçlara yönelim analizinden elde edilen ortalama eklenerek işlemler tamamlanmıştır.

OK yöntemi sonucunda bloklardan elde edilen en düşük değer 762 kCal/kg, en yüksek değer ise 5431 kCal/kg olarak belirlenmiştir. Sahadaki blokların ortalaması 3310 kCal/kg'dır (Şekil 5.16a).

Şekil 5.16'daki sonuçlar, Şekil 5.3a'daki Kül-AID saçılım grafiğini doğrular nitelikte çıkmıştır. AID, beklendiği gibi, kül içeriği yüksek bloklarda düşük; düşük bloklarda ise yüksek kestirilmiştir.

KEK yöntemi ile kestirilen bloklar içinde en düşük AID 124 kCal/kg ve en yüksek AID 6088 kCal/kg olarak belirlenmiştir. Blokların ortalaması 3280 kCal/kg'dır (Şekil 5.16b).

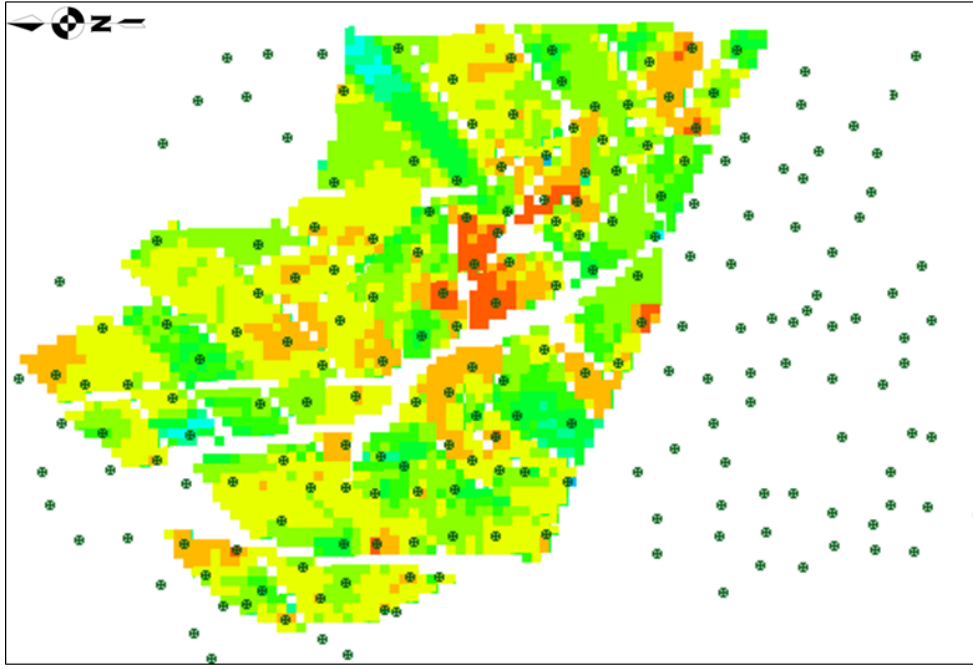
Ayrıca, OK kestirimleri ile kıyaslandığında, KEK yöntemi sonuçlarının konuma bağlı değişkenliğinin daha fazla olduğu görülmektedir.

5.3.3 Nem içeriği kestirimi

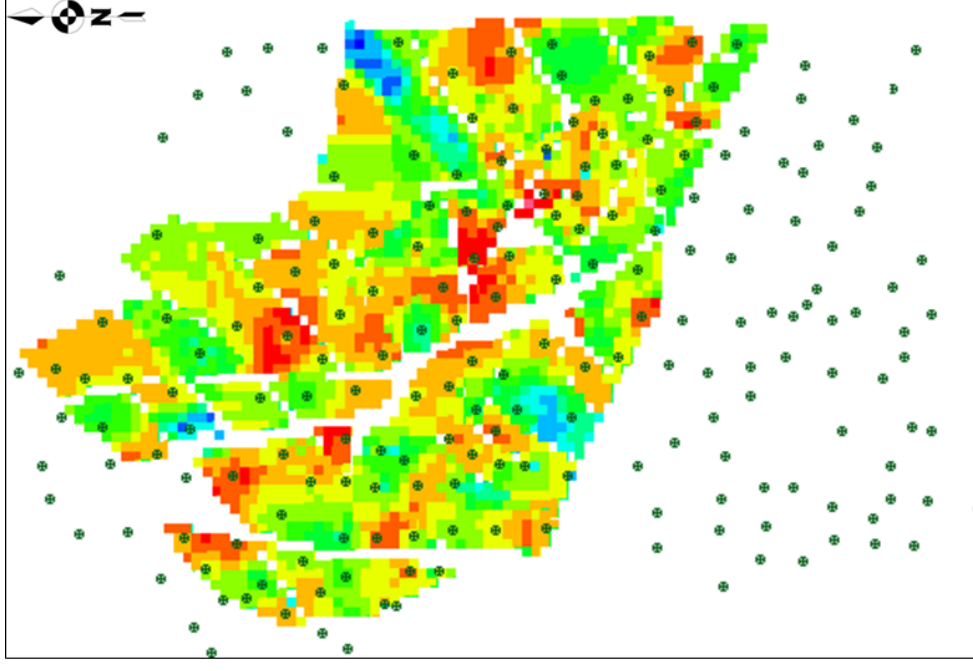
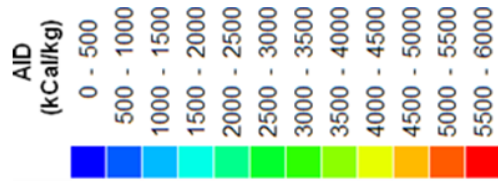
Nem değişkeni herhangi bir yönde yönelime sahip olmadığından ötürü OK ve KEK kestirimleri orijinal kompozit değerleri kullanılarak yapılmıştır.

OK sonuçlarına göre bloklardaki en düşük nem içeriği % 4,56 ve en yüksek nem içeriği % 27,42 olarak belirlenmiştir. Sahadaki blokların ortalama nem içeriği %14,96'dır (Şekil 5.17a).

KEK sonuçları, OK sonuçlarına göre daha fazla değişken bir yapıda olduğunu farkedilmektedir. KEK kestirimlerinden elde edilen en düşük blok nem içeriği % 0,51 ve en yüksek nem içeriği %48,98'dir. Sahadaki blokların ortalaması % 15,63 olarak belirlenmiştir (Şekil 5.17b).

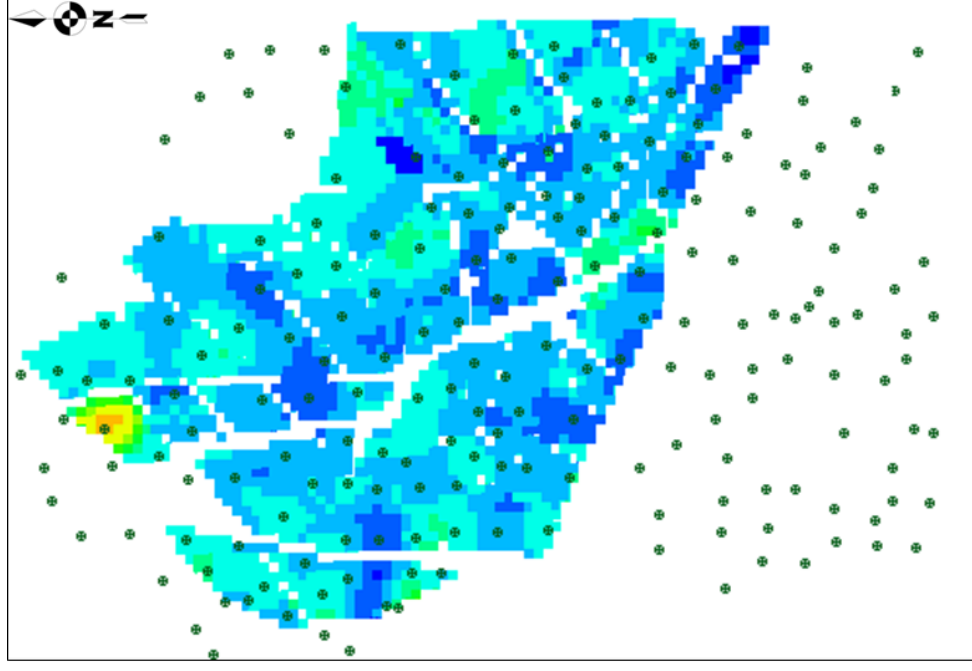


a)

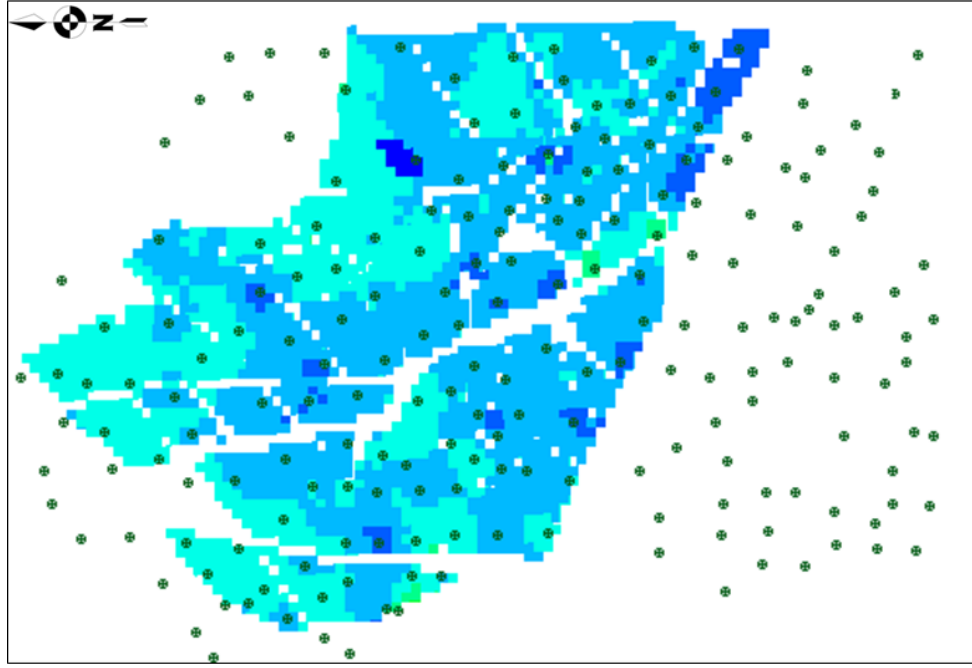


b)

Şekil 5.16. a) OK ve b) KEK yöntemlerinden elde edilen AID kestirimi görüntü haritaları.



b)



a)

Şekil 5.17 a) OK ve b) KEK yöntemlerinden elde edilen nem içeriği kestirimi görüntü haritaları.

5.4 Kestirim Sonuçlarının Karşılaştırılması

Bu bölümde OK ve KEK yöntemlerinden elde edilen variogramlar, sıklık dağılımları ve kalite-tonaj eğrileri karşılaştırılmıştır. Bölüm 5.4.1’de kompozit verileri blok variogramlara dönüştürülerek, kestirim yöntemi sonuçlarının variogramlarıyla karşılaştırılmıştır. Bölüm 5.4.2’de, kompozit verilerinin sıklık dağılımları, OK ve KEK yöntemi sonuçlarının karşılaştırılması yer almaktadır. Bölüm 5.4.3’te farklı kestirim yöntemlerinin kalite tonaj eğrileri üzerine etkisinin sonuçları yer almaktadır.

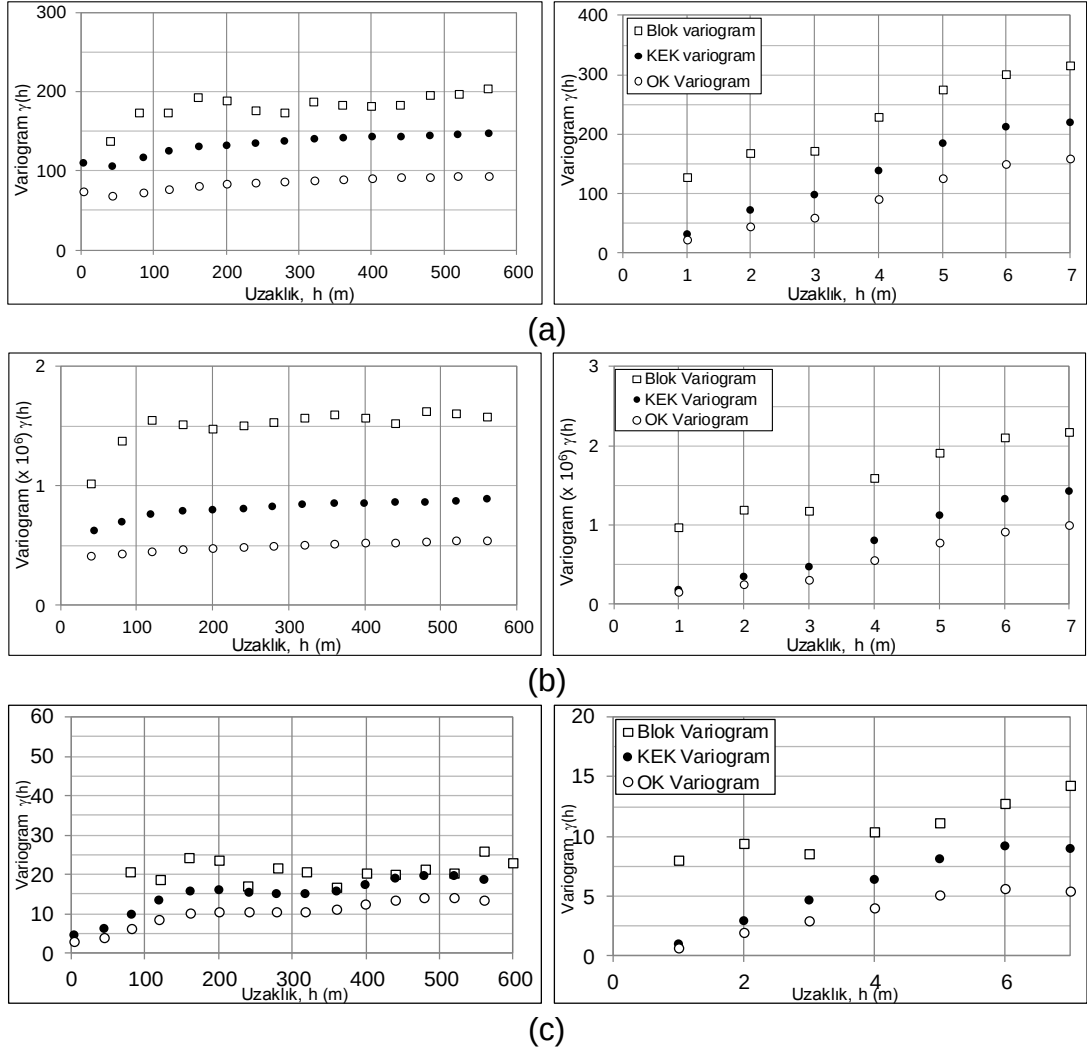
5.4.1 Variogramların karşılaştırılması

Şekil 5.18’de sırasıyla kül içeriği, AID ve nem içeriği değişkenlerinin kestirimleri sonuçlarından elde edilen variogramlar ile kompozitlerden türetilen blok variogramlar karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmanın amacı, hangi yöntemin uzaklığa bağlı ilişkiyi daha iyi yansıttığını görebilmektir. Sonuçlar incelendiğinde, tüm değişkenler için, KEK yöntemi sonuçlarının varyansının, OK yönteminden daha yüksek olduğu görülmektedir.

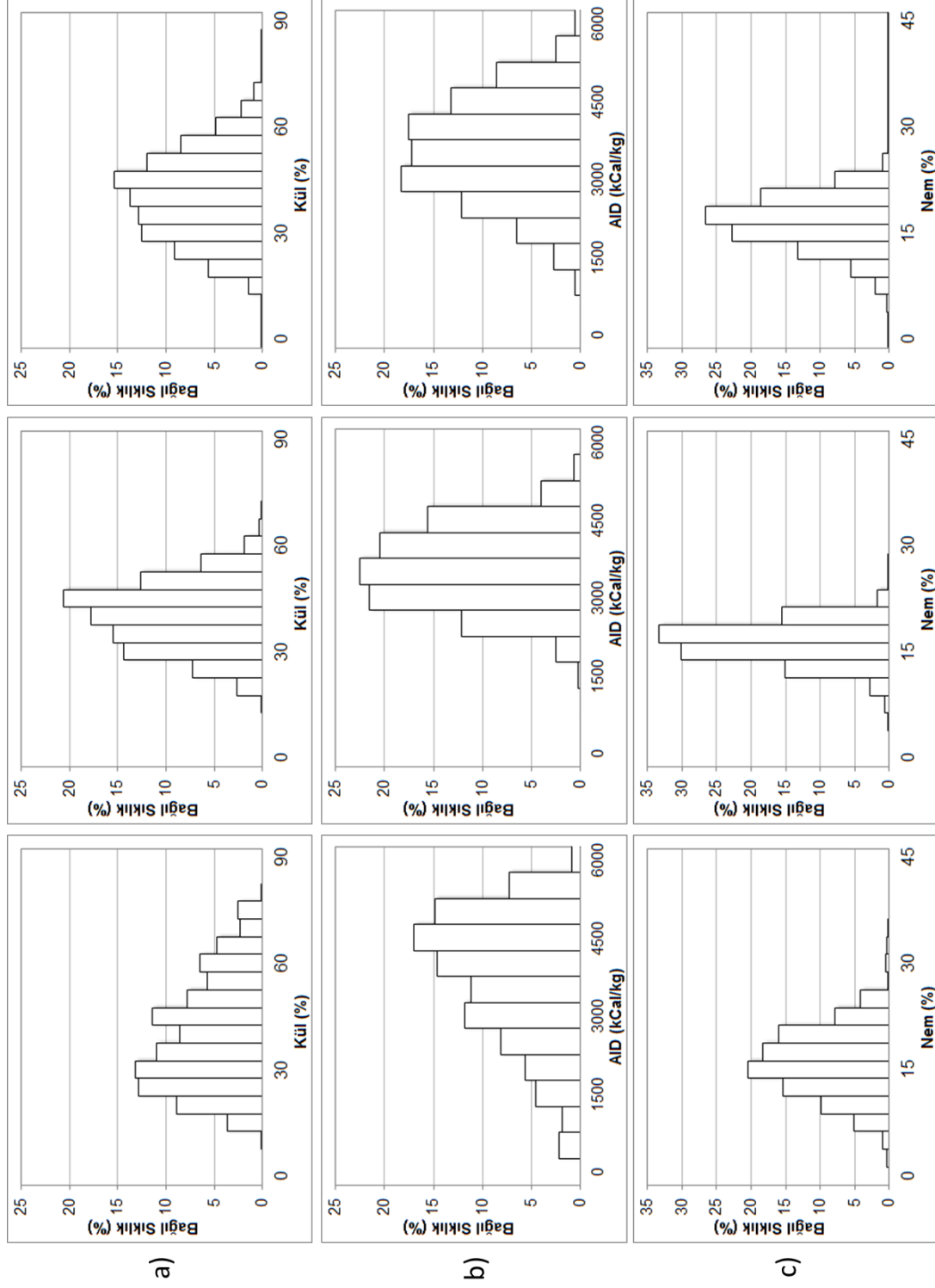
5.4.2 Sıklık dağılımlarının karşılaştırılması

Şekil 5.19’da, tüm değişkenlerin kompozit verilerinin sıklık dağılımı ile yöntemlerden elde edilen sonuçların sıklık dağılımları karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma sonunda, yöntemlerin hangi değer aralıklarında sonuç ürettiği görülmektedir. Tüm değişkenlerin OK sonuçlarının normal dağılıma yakın bir dağılım sergilediği görülmektedir. Kül içeriği için OK ile kestirilmiş blokların yaklaşık %50’sinin kül içeriği aralığı %40-50’dir. KEK kestirimlerinde OK kestirimlerine göre daha geniş bir kül içeriği değer aralığı ortaya çıkmıştır.

AID sonuçları incelendiğinde KEK yöntemi ile kestirilen blokların değer aralıkları ile verilerin değişkenlik gösterdiği değer aralıkları hemen hemen aynıdır. Bu durum nem içeriği için de geçerlidir.



Şekil 5.18 Kestirimi sonuçları ve kompozitlerin blok variogramları a) Düşey yönde, b) Yatay yönde.



Şekil 5.19 a) OK ve b) KEK yöntemlerinden elde edilen nem içeriği kestirimi görüntü haritaları.

5.4.3 Kalite-tonaj eğrilerinin karşılaştırılması

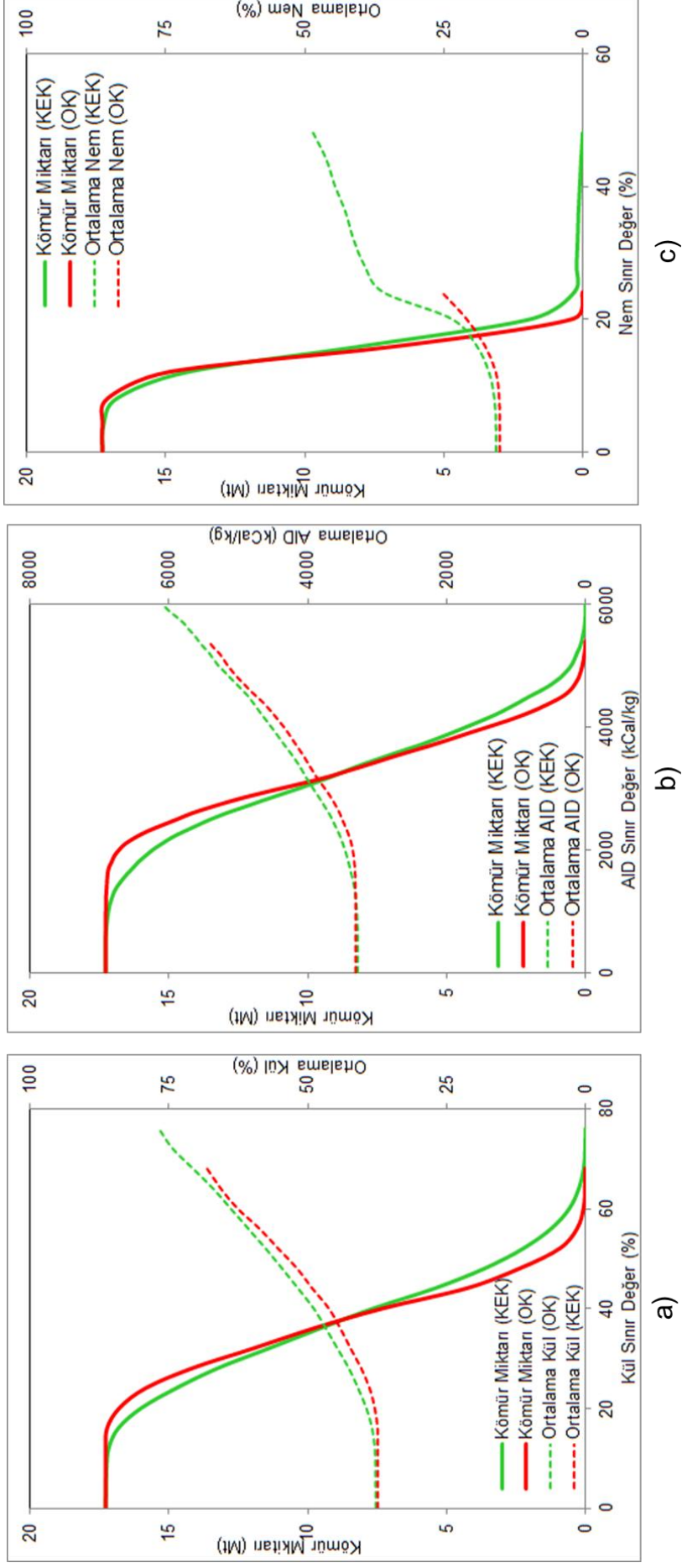
Bölüm 4.1.3.3'te yer alan iki boyutlu durum çalışmalarına ilişkin kalite-tonaj eğrilerinde olduğu gibi, üç boyutlu çalışma sonuçlarından elde edilen değerlerden de kalite tonaj eğrileri üretilmiştir. Tüm değişkenlere ait OK ve KEK yöntemlerinin kalite-tonaj eğrileri Şekil 5.20'de yer almaktadır.

Şekil 5.20a'da, OK tonaj eğrisinin eğimi, KEK tonaj eğrisinin eğimine göre daha yüksektir. OK kestirimleri % 68,23'ten daha yüksek bir kül içeriği kestiremediğinden bu sınır değer üzerinde bir tonaj hesaplanamamıştır. KEK yöntemi ise az da olsa yüksek sınır değerlerde kömür miktarı hesaplanabilmiştir. Ayrıca düşük sınır değerlerde OK, KEK yönteminin sonuçlarından daha yüksek kömür miktarı hesaplanmıştır. Sınır değer üzerinde kalan blokların ortalama kül içerikleri incelendiğinde ise KEK yöntemi sonuçları, OK sonuçlarına göre yüksektir. OK yönteminin yüksek sınır tenörlerde hesaplanamayan ortalama kül içeriği, KEK yöntemi ortalama kül grafiği ile karşılaştırıldığında, daha net görülmektedir.

Şekil 5.20b'de OK sonuçlarına göre çizilen tonaj eğrisi, kül tonaj eğrisinde olduğu gibi KEK sonuçlarından elde edilen eğriye göre daha diktir. OK yöntemi ile kestirilen en yüksek değerin, KEK yöntemi ile elde edilen en yüksek değerinden düşük olması sebebiyle, OK yüksek sınır değerlerinde tonaj hesaplayamamıştır. Bu durum, yüksek sınır değer üzerinde kalan blokların ortalamasını ifade eden eğriden daha net anlaşılmaktadır. Düşük sınır değerlerde OK, KEK yöntemine göre yüksek; yüksek sınır değer ise KEK yönteminden daha düşük kömür miktarı hesaplamıştır.

Şekil 5.20c'de yer alan tonaj-nem kalite eğrisi incelendiğinde, kül ve AID değer tonaj-kalite eğrilerinde olduğu gibi yüksek sınır tenör değerlerinde kömür miktarı KEK yöntemi ile hesaplanabilirken, OK sonuçları ile hesaplanamamıştır. Diğer değişkenlerin tonaj eğrilerine benzer şekilde düşük tenörlerde OK, KEK yöntemine göre daha fazla miktarda kömür hesaplamıştır.

Sınır değer üzerinde kalan ortalama nem içeriği grafiğinde KEK sonuçları, OK sonuçlarının üzerinde yer almaktadır.



Şekil 5.20 a) Kül içeriği, b) AID ve c) Nem içeriği değişkenleri kestirimleri kalite tonaj eğrileri.

6 DEĞERLENDİRMELER

Bu bölümde iki ve üç boyutlu durum çalışmalarından elde edilen sonuçların sayısal olarak karşılaştırılması yer almaktadır. İlk olarak, iki boyutlu durum çalışmalarından elde edilen sonuçların ve kompozitlerin temel istatistikleri Çizelge 6.1’de karşılaştırılmıştır.

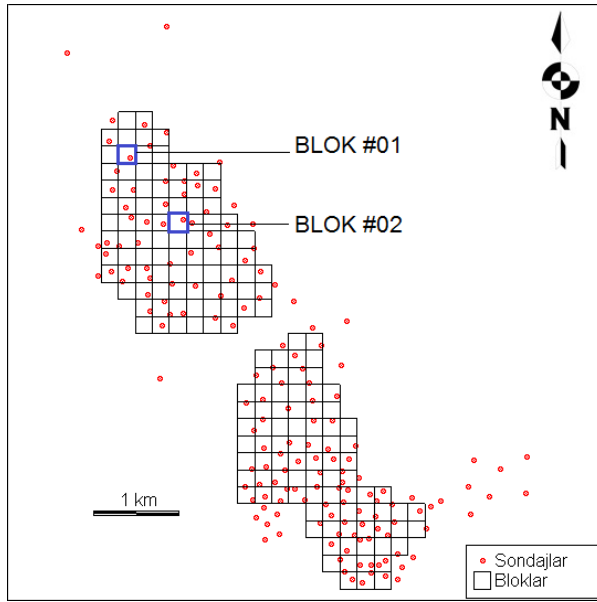
Çizelge 6.1. Veriler ve kestirimlere ait istatistikler

		Veri sayısı	En küçük	En büyük	Ortalama	Standart sapma
Kalınlık (m)	Kompozit	170	0,4	16,05	7,04	4,15
	OK	180	1,72	13,66	7,81	2,99
	KEK	180	0,91	14,92	7,84	3,5
	KB Gerçekleme #1	180	1,6	15,05	7,68	3,39
AID Kalınlığı (m.kCal/kg)	Kompozit	170	279	25647	9200	6619
	OK	180	1668	21721	10290	4781
	KEK	180	1279	23718	10314	5388
	KB Gerçekleme #1	180	1277	23385	9753	5232

Çizelge 6.1’deki kalınlık ve AID kalınlığı sonuçlarına göre en düşük standart sapma, ortalamasız krigleme yöntemi ile elde edilmiştir. Bu durum, OK yöntemi ile elde edilen verilerin ortalama etrafında sıklaştığını ve diğer yöntemlere göre uzaklığa bağlı değişkenliğin daha az olduğunu göstermektedir.

Kovaryans eşlemeli krigleme sonuçları incelendiğinde ise, sonuçların koşullu benzetimin Gerçekleme#1 sonuçlarına çok benzer olduğu görülmektedir. Başka bir deyişle KEK yöntemi, koşullu benzetimin herhangi bir gerçeklemesi gibi sonuçlar üretmiştir ve bu durumda uzaklığa bağlı değişkenlik özelliği de sonuçlara yansımıştır.

Kestirim ve benzetim sonuçlarının gerçek değerlere yakınlığı, bloklarla kesişen sondaj verileri ile karşılaştırılmıştır. Sondajların kestiği bloklar içinden rastlantısal şekilde seçilen karşılaştırma blokları Şekil 6.1’de verilmiştir.



Şekil 6.1 Karşılaştırma için seçilen iki boyutlu bloklar.

Çizelge 6.2’de, BLOK #01 ve BLOK #02’nin kestirim ve gerçekleştirme değerleri ile blokların içinde kalan sondaj verisinin değeri yer almaktadır.

Çizelge 6.2. Blokları kesen sondaj verisi ile kestirimlere ait sonuçlar

	BLOK#1 Kalınlık (m)	BLOK#2 AID Kalınlığı (m.kCal/kg)
Sondaj Verisi	9,04	11894
Ortalamasız Krigleme	9,37	11822
Kovaryans Eşlemeli Krigleme	10,13	12723
Koşullu Benzetim Gerçekleme #1	13,60	15208

Çizelge 6.2’de, blokları kesen sondaj verilerine en yakın değerler, ortalamasız krigleme yöntemi ile elde edilmiştir. KEK yöntemi, OK yöntemi ile koşullu benzetim Gerçekleme#1’in arasında bir değer kestirmiştir.

Benzer bir karşılaştırma üç boyutlu durum çalışması için yapılmış ve ham verilerin temel istatistikleri, yöntemlerden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmaya ilişkin veriler Çizelge 6.3’te verilmektedir.

Çizelge 6.3. Üç boyutlu kestirimlerin istatistiksel sonuçları

		Veri sayısı	En küçük	En büyük	Ortalama	Varyans
Kül (%)	Sondaj verisi	1678	9,21	36,03	75,14	223
	KEK	19774	6,60	38,21	76,19	142
	OK	19774	12,03	37,52	67,50	89
AID (kCal/kg)	Sondaj verisi	1677	1	3454	5818	1581227
	KEK	19774	1	3261	5853	836633
	OK	19774	1003	3311	5361	516910
Nem (%)	Sondaj verisi	1639	2	14,96	50,68	26,06
	KEK	19774	2,49	15,68	49,93	21,10
	OK	19774	4,73	15,40	46,81	15,37

Üç boyutlu durum çalışma sonuçlarında çalışma değişkenlerinin hepsinde KEK yöntemi, OK yöntemine göre daha yüksek varyanslı sonuçlar üretmiştir. Ayrıca KEK yönteminden elde edilen sonuçlar daha geniş bir değer aralığındadır.

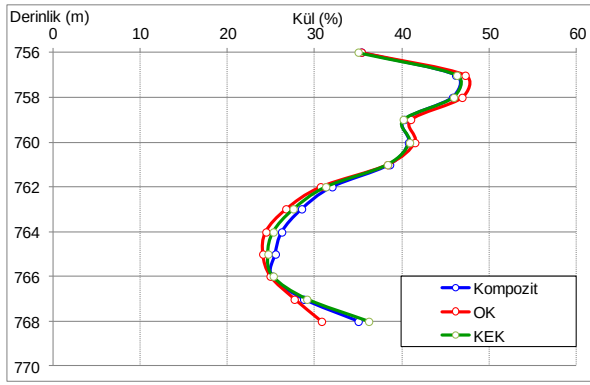
Çizelge 6.4'te, sondajların kestiği bloklar içinden rastlantısal şekilde seçilen bir bloğun kestirim sonuçları ve sondaj verisi karşılaştırılmıştır.

Çizelge 6.4. Bloğu kesen sondaj verisi ile kestirim sonuçları

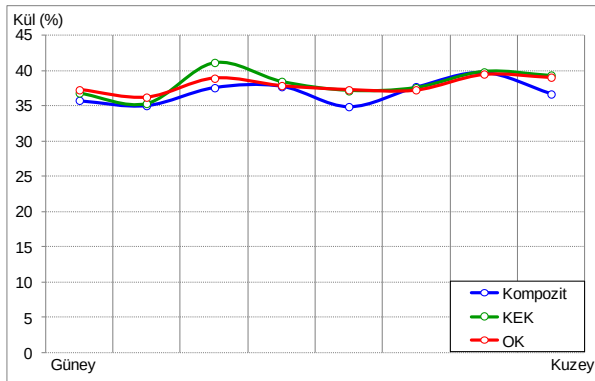
	Kül içeriği (%)	AID (kCal/kg)	Nem içeriği (%)
Sondaj verisi	13,03	2301	21,16
OK	11,39	2034	21,30
KEK	11,45	1796	20,64

Sonuçlar incelendiğinde üç boyutlu durum çalışmasında da OK yöntemi, gerçek değere KEK yönteminden daha yakın sonuçlar üretmiştir.

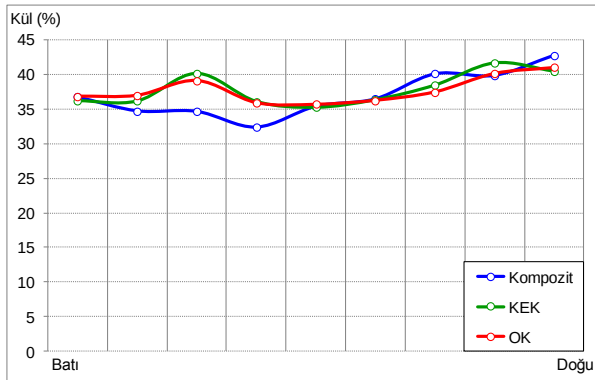
3 boyutlu durum çalışmalarında çalışma değişkenlerinin kestirim sonuçlarından yönelim analizleri yapılmış ve bu değerler veriler ile karşılaştırılmıştır. Şekil 6.3'te sonuçların sırasıyla derinlik, Doğu-Batı ve Kuzey-Güney yönlerinde hesaplanan yönelim grafikleri yer almaktadır.



a)



b)

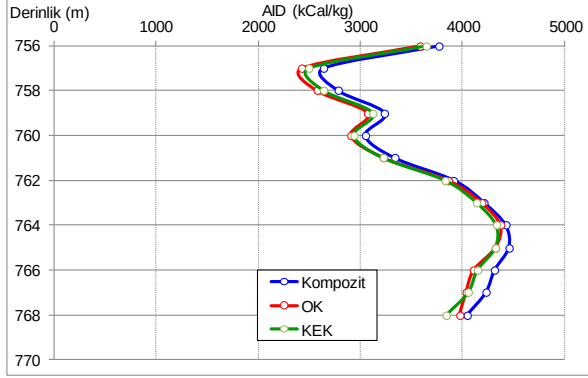


c)

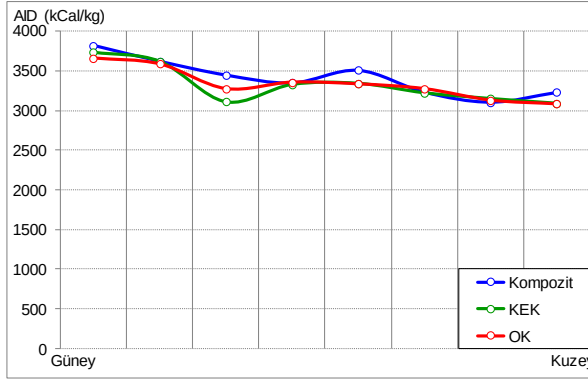
Şekil 6.2 Kül değişkeni için yönelim grafikleri a) Derinliğe göre, b) Kuzey-Güney yönü, c) Doğu-Batı yönü.

Şekil 6.2'den, OK ve KEK kestirimlerinin veriler ile uyumlu bir sonuç ürettiği görülmektedir. Kestirim sonuçları ile veriler, sahanın en doğu, en batı, en güney ve en kuzey dilimlerinde uyuşmazlık göstermektedir. Bunun nedeni, bu bölgelerde yönelim hesabı için tanımlı dilime düşen blok sayısının azlığıdır. Ayrıca, OK yöntemi, KEK sonuçları ile karşılaştırıldığında, gerçek değerlere daha yakın bir eğri üretmiştir.

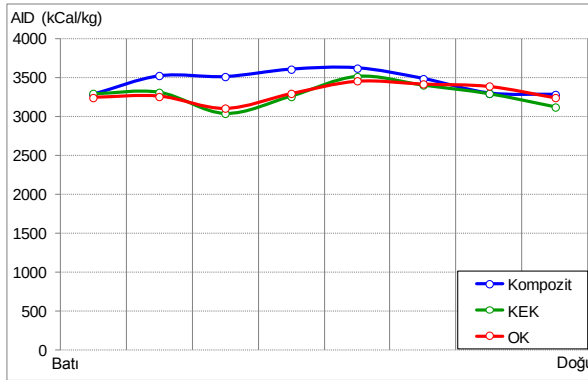
Şekil 6.3'te ise AID sonuçlarının düşey yönde, Doğu-Batı ve Kuzey-Güney yönlerinde hesaplanan yönelim grafikleri yer almaktadır. Yönelim analizleri sonuçlara göre, iki kestirim sonuçlarında aykırı bir durum gözlenmemektedir. Sonuçlar, kül değişkeni ile paralel bir sonuç sergilemektedir.



a)



b)

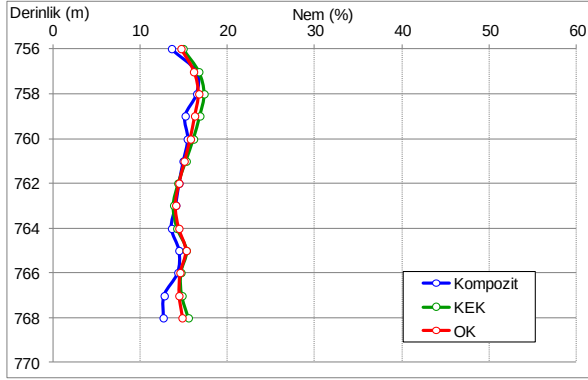


c)

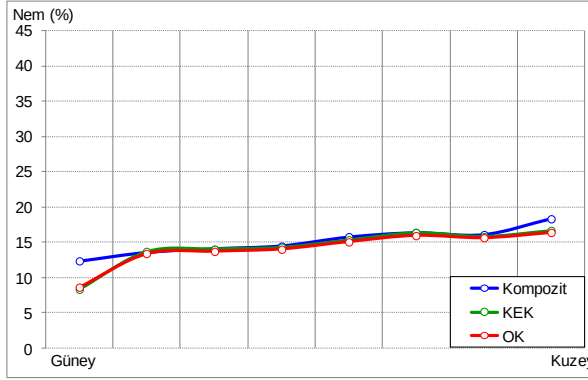
Şekil 6.3 AID değişkeni için yönelim grafikleri a) Derinliğe göre, b) Kuzey-Güney yönü, c) Doğu-Batı yönü.

Son olarak, nem kestirimlerinin sonuçlarının yönelim grafikleri Şekil 6.4'te yer almaktadır. Veriler ile karşılaştırıldığında, kestirim sonuçlarının yönelim analizlerinde bir uyum söz konusudur. Sahanın Doğu-Batı-Kuzey ve Güney

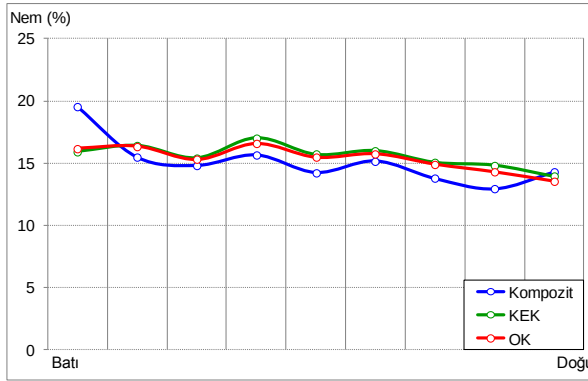
uçlarındaki blok sayısının yetersiz olmasından kaynaklanan uyuşmazlıklar diğer değişkenlerde olduğu gibi nem değişkeninde de görülmektedir.



a)



b)



c)

Şekil 6.4 Nem değişkeni için yönelim grafikleri a) Derinliğe göre, b) Kuzey-Güney yönü, c) Doğu-Batı yönü.

7 SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Tez çalışmasında, kovaryans eşlemeli krigleme (KEK) yönteminin maden kaynaklarının kestiriminde ortalamasız krigleme (OK) ve koşullu benzetim (KB) yöntemlerine göre nasıl bir sonuç ürettiği araştırılmıştır. Bu amaçla, iki ve üç boyutta nokta, blok kestirim yapan bir bilgisayar programı yazılmıştır. KEK yönteminin içerisine çok değişkenli eş krigleme yöntemi (KEEK) de kodlanmış ve ortalamasız eş krigleme (OEK) yöntemi ile sonuçlar karşılaştırılmıştır.

İki boyutlu durum çalışmasında KEK yönteminden elde edilen sonuçlar OK ve KB gerçeklemeleriyle karşılaştırılmıştır. Sonuçlarının sıklık dağılımına bakıldığında, koşullu benzetim yönteminin konuma bağlı değişkenliği yeniden ürettiği, veriler ile aynı variogram ve benzer sıklık dağılımı ortaya koyduğu görülmüştür. KEK yöntemi ise OK yöntemi ile kıyaslandığında, daha değişken sonuçlar üretmiştir. Başka bir deyişle, daha yüksek varyanslı sonuçlar elde edilmiştir.

Üç yöntemin karşılaştırıldığı kalite tonaj eğrilerinde, KEK yöntemi sonuçları, koşullu benzetimin tüm gerçeklemelerine göre çizilen benzetim zarfı sınırları içerisinde kalmaktadır. OK sonuçları ile karşılaştırıldığında, KEK yönteminin kalite tonaj eğrileri doğruya daha yakın bir sonuç sunmaktadır.

İki boyutlu çalışmaların ikinci aşamasında yer alan nokta krigleme çalışmalarında, KEK ve KEEK; OK ve OEK'e göre daha değişken sonuçlar ürettiği görülmektedir. Tek değişkenli kestirimlerde KEK yönteminin OK yöntemine göre üstünlüğü, veriler ile aynı variogramı ve verilerin sıklık dağılımını üretmesi olarak sıralanabilir. Ayrıca görüntü haritaları incelendiğinde kısa mesafedeki değişimlerin daha fazla olduğu görülmektedir. Eş krigleme işlemlerinde KEEK yöntemi variogram ve sıklık dağılımlarında tek değişken kadar iyi sonuç üretmemiştir. Ancak yine görüntü haritaları incelendiğinde mesafeye bağlı değişkenliğin daha fazla olduğu sonucuna varılmaktadır.

Faylarla ayrılmış kömür bloklarının, kompozit veriler ile düzleme taşınmasını sağlayan algoritma, tez çalışması kapsamında kodlanmıştır. Bu düzleme taşıma işlemi ile yapılan kestirimlerden elde edilen yönelim analizlerinde kompozit verileri ile uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca program, derinlik ile değişen kömür

kalite değişkenlerinin kestirim probleminde artık değerler oluşturarak bu soruna çözümler oluşturmuştur.

Üç boyutlu durum çalışmasında kül içeriği, AID ve nem içeriği sonuçları incelendiğinde, KEK yöntemi ile elde edilen sonuçların OK yöntemine göre daha geniş aralıkta yayıldığı görölmektedir. Bu durumda KEK yönteminin, OK yöntemine göre daha az yumuşatma (*smoothing*) yaptığı sonucuna varılmaktadır. Daha çok değişken sonuç veren KEK yönteminin OK yöntemine göre avantajlı yanı, tüm değişkenler için üretilen kalite-tonaj eğrilerinde daha açık şekilde görölmektedir. OK yöntemi ile, düşük sınır değerlerde KEK yöntemine göre daha fazla kömür bloğu elde edilmektedir.

Sonuç olarak, bir madenin kaynak kestiriminde oldukça önemli olan sınır değerlerin üzerinde kalan değişken kalitesinin ortalamalarının KEK yöntemi ile kestirilmesi, ekonomik ve teknolojik açıdan karar verme aşamasında ortalamasız krigleme ve koşullu benzetim yöntemlerine iyi bir alternatif araç olduğu, durum çalışmalarının sonuçlarıyla kanıtlanmıştır.

Bu tezin kapsamında yapılan durum çalışmalarına ek olarak;

- KEEK yönteminin performansının incelenmesi için, her noktada örneklenen değil, farklı noktalarda temsil edilen ikili değişkenlerin kullanılması ve çıkan sonuçların karşılaştırılması, ve
- KEK yönteminde, varyans-kovaryans matrislerinin eşitliğini kontrol eden **K** matrisini oluşturan **P** ve **Q** matrislerinin farklı ayrıştırma yöntemleri ile ayrıştırılması ve bu matrisleri her durumda pozitif tanımlı yapan bir çözüm üzerinde çalışmalar yapılması

önerilmektedir.

KAYNAKLAR

- Aldworth, J., Cressie, N., 2003. Prediction of nonlinear spatial functionals. *Journal of Statistical Planning and Inference* 112, 3–41.
- Caers, J., 2005, *Petroleum Geostatistics*, Society of Petroleum Engineers.
- Chiles, J.P., Delfiner, P., 1999. *Geostatistics: modeling spatial uncertainty*. Wiley, New York.
- Cressie, N., Johannesson, G., 2001. Kriging for cut-offs and other difficult problems. In: Monestiez, P., Allard, D., Froidevaux, R. (Eds.), *geoENV III Geostatistics for Environmental Applications*, s 299–310.
- Deutsch, C.V., 2002. *Geostatistical Reservoir Modeling*, Oxford University Press.
- Deutsch, C.V., 2005. Practical unfolding for geostatistical modeling of vein-type and complex tabular mineral deposits. 32nd International Symposium of the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry (APCOM).
- Dowd, P.A., 1993. The use of neural networks for spatial simulation. *Geostatistics for the next century*, Kluwer Academic Publishers, 173–184.
- Goovaerts, P., 1997. *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. Oxford Univ. Press. New York.
- Hofer, C., Papritz, A., 2010. Predicting threshold exceedance by local block means in soil pollution surveys. *Mathematical Geosciences* 42, 631–656.
- Hofer, C., Papritz, A., 2011. constrainedKriging: an R-package for customary, constrained and covariance-matching constrained point or block kriging. *Computers and Geosciences* 37, 1562–1569.
- Huijbrechts, Ch., Matheron, G., 1977. Universal kriging- an optimal approach to trend surface analysis. *Can. Inst. Min. Metall., Spec. Vol.1*, 159–169.
- Isaaks, E., Srivastava, R. M., 1989. *An Introduction to Applied Geostatistics*, Oxford University Press, New York.
- JORC Code, 2012, [http://www.jorc.org/docs/jorc_code2012\(4\).pdf](http://www.jorc.org/docs/jorc_code2012(4).pdf)
- Journel, A.G., 1974, *Geostatistics for conditional simulation of ore bodies*, *Economic Geology* 69, 673–687.
- Journel, A.G., 1982. The indicator approach to the estimation of spatial distributions. *Proc. 17th APCOM*, Colorado School of Mines, 793–806.
- Journel, A.G., 1983, *Nonparametric estimation of spatial distributions*, *Mathematical Geology* 15, 3, 445–468.
- Krige, D.G., 1951, A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. *J. Chem. Metall. Min. Soc. S. Afr.*, 119–139.

- Krige, D.G., 1952, A statistical analysis of some of the borehole values in the Orange Free State goldfield. J.Chem. Metall. Min. Soc. S.Afr., Sept. 47–64.
- Krige, D.G., 1960. On the departure of ore value distributions from the lognormal model in South African gold mines. J.S. Afr. Inst. Min. Metal, 61, 231–244.
- Krige, D.G., 1962. Statistical Applications in Mine Valuation. Journ, Min.Surv. of S.Afr.. parts 1 and 2.
- Krige, D.G., 1964a. A Brief Review of the Developments in the Application of Mathematical Statistics to Ore Valuation in the South African Gold Mining Industry. 4th APCOM Symposium, Colorado School of Mines Quarterly Vol. 59, No. 4.
- Krige, D.G., 1964b. Recent developments in South Africa in the application of trend surface and multiple regression techniques to gold ore valuation. 4th APCOM Symposium, Colorado School of Mines Quarterly Vol. 59, No. 4.
- Krige, D.G., Watson, M.I., Oberholzer, W.J., duToit, S.R., 1969. The use of contour surfaces as predictive models for ore values. A decade of Digital Computing in the Mineral Industry, SAIME, Port City Press, Baltimore, 127–161 (8th APCOM Symposium, Salt Lake City).
- Krige, D.G., 1972. Capital investment and risk analysis for a new mining project. Journal of the Investment Analyst Society of South Africa, November 1972.
- Krige, D.G., 1973. Computer applications in investment analysis, ore valuation and planning for the Prieska Copper mine. 11th APCOM Symposium, Tucson, Arizona.
- Krige, D.G., Rendu, J.M., 1975. The fitting of contour surfaces to hanging and footwall data for an irregular ore body. 13th APCOM Symposium, Clausthal-Zellerfeld, West Germany.
- Krige, D.G., 1979a. The evaluation of co-product uranium reserves on producing and potential new gold mines in South Africa. Evaluation of uranium resources, International Atomic Energy Advisory Group, December 1976, Rome. Published in Evaluation of Uranium Resources, IAEA, Vienna, 1979.
- Krige, D.G., 1979b. Some novel features and implications of a general risk analysis model for new mining ventures. S.A.I.M.M Colloquium, 4 May 1979; J.S.A.I.M.M, October 1979.
- Krige, D.G., 1984. Geostatistics and the definition of uncertainty- Sir Julius Werner Memorial Lecture, 26/3/1984. Trans. Inst. Min. Metall. (Sect.A), Vol.93, A41/47.

- Krige, D.G., Assibey-Bonsu, W., 1992a. New developments in borehole valuations of new gold mines and undeveloped sections of existing mines. J.S.A.I.M.M., Vol.92, No. 3.
- Krige, D.G., Assibey-Bonsu, W., 1992b. The relative rating of macro kriging and other techniques as applied to borehole valuations of new gold mines. J.S.A.I.M.M., Vol.92, No. 3.
- Kukush, A., Fazekas, I., 2005. Kriging and prediction of nonlinear functionals. Austrian Journal of Statistics 34 (2), 175–184.
- Lajaunie, C., 1990. Comparing some approximate methods for building local confidence intervals for predicting regionalized variables. Mathematical Geology 22, 123–144.
- Le Loc'h, G., Galli, A., 1997 Truncated Plurigaussian Method: Theoretical and Practical Points of View. Geostatistics Wollongong '96, Kluwer Academic Publishers.
- Matheron, G., 1963, Principles of geostatistics. Econ. Geol.,58: 1246–1266.
- Matheron, G.,1967, Kriging or Polynomial Interpolation Procedures?, Canadian Min. Metall. Bull.
- Matheron, G., 1971, La théorie des variables régionalisées et ses applications., Les cahiers du CMM de Fontainebleau, Fasc. 5, Ecole des Mines de Paris.
- Matheron, G., 1976. A simple substitute for conditional expectation: the disjunctive kriging. In: M. Guarascio, M. David and C. Huijbrechts (Editors), Advanced Geostatistics in the Mining Industry. Reidel, Dordrecht, 221–236.
- Olea, R. A., 1999, Geostatistics for Engineers and Earth Scientists: Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Tercan, A.E., 2004. Global recoverable reserve estimation by covariance-matching constrained kriging. Energy Sources 26, 1177–1185.
- Tercan, A.E., 2011, TKİ Netpro/mine Eğitim Semineri.
- Tercan, A.E., Saraç, C., 1998, Maden Yataklarının Değerlendirilmesinde Jeostatistiksel Yöntemler, TMMOB, Maden Mühendisleri Odası Yayınları, Ankara.

ÖZGEÇMİŞ

Güneş ERTUNÇ

Doğum Yeri ve Tarihi: Antalya, 1981

Eğitim

BSc : Maden Mühendisliği, Hacettepe Üniversitesi, Ankara, 2004

MSc : Maden Mühendisliği, Hacettepe Üniversitesi, Ankara, 2007

Diploma : Jeostatistik Programı, *Cycle de Formation Spécialisée en Géostatistique* - École Nationale Supérieure des Mines de Paris, Fontainebleau, Fransa, 2011

Kariyer

2004-2013: Araştırma Görevlisi, Maden Mühendisliği, Hacettepe Üniversitesi, Ankara

İlgi Alanları: Sayısal Modelleme, Maden Tasarımı, Jeostatistik

Üyelikler

- Türk Mühendis ve Mimar Odaları Birliği, Maden Mühendisleri Odası (TMMOB, MMO)
 - Society for Mining, Metallurgy, and Exploration (SME)
-

Tezler ve Raporlar

2007, Yüksek Lisans Tezi, “Uzunayak Panosunda İlerleme ile İlk Göçme Arasındaki İlişkinin 3 Boyutlu Sayısal Modellemesi”, Ankara, Türkiye.

2011, Rapor, “Comparison of Three Methods for Global Reserve Estimation: Ordinary Kriging, Covariance Matching Constrained Kriging, and Conditional Simulations.”, “*Comparaison de Trois Methodes pour l’estimation Globale de Reserves: Krigeage Ordinaire, Krigeage Contraint a la Correspondance de la Covariance et Simulations Conditionnelles.*”, Fontainebleau, Paris, Fransa.