

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ANA BİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

MEŞRUTİYET DÖNEMİNDE YAYIMLANAN BİR MATEMATİK
DERGİSİ VE SORULARININ ANALİZİ: RİYAZİYAT ÖRNEĞİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Hazırlayan
Selim MALTEPELER

Ankara
Ağustos, 2013

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ANA BİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

MEŞRUTİYET DÖNEMİNDE YAYIMLANAN BİR MATEMATİK
DERGİSİ VE SORULARININ ANALİZİ: RİYAZİYAT ÖRNEĞİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Selim MALTEPELER

Danışman: Doç. Dr. Nihat BOZ

Ankara
Ağustos, 2013

Selim MALTEPELER'in "MEŞRUTİYET DÖNEMİNDE YAYIMLANAN BİR MATEMATİK DERGİSİ VE SORULARININ ANALİZİ: RİYAZİYAT ÖRNEĞİ" başlıklı tezi 12 Ağustos 2013 tarihinde, jürimiz tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Ana Bilim Dalı Matematik Öğretmenliği Bilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Adı Soyadı

İmza

Başkan : Yrd.Doç.Dr. Bülent ÇETİNKAYA

.....

Üye : Doç.Dr. Nihat BOZ

.....

Üye : Yrd.Doç.Dr. Hasan ÇAKIR

.....

ÖNSÖZ

Araştırmanın başlangıcından sonuçlanıncaya dek bana yol gösteren, bilgi birikimini ve deneyimlerini samimi bir şekilde paylaşarak yardımlarını esirgemeyen tez danışmanım Sayın Hocam Doç.Dr. Nihat BOZ'a teşekkür eder saygılarımı sunarım.

Riyaziyat dergisinin Osmanlıca matbu belgelerinin günümüz Türkçesine çevrilmesinde ve tarihçi kimliği ile çalışmanın tarihi boyutuna yapmış olduğu katkılarından dolayı Dr.Öğ.Bnb. Efdal AS'a şükranlarımı sunarım.

Araştırmanın her aşamasında beni desteklediği ve araştırma tamamlanıncaya kadar sabırla beklediği için değerli eşim Ceyda MALTEPELER'e "İyi ki varsın!" diyerek çok teşekkür ederim.

Araştırmanın dayanağı, temeli ve varlık sebebi olan Riyaziyat dergisine hayat veren başta Hasan FEHMÎ ve emeği geçen herkesi rahmetle anar ve bu çalışmayı kendilerine ithaf ederim.

Selim MALTEPELER

ÖZET

MEŞRUTİYET DÖNEMİNDE YAYIMLANAN BİR MATEMATİK DERGİSİ VE SORULARININ ANALİZİ: RİYAZİYAT ÖRNEĞİ

MALTEPELER, Selim

Yüksek Lisans, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç.Dr. Nihat BOZ

Ağustos-2013, 256 sayfa

Bu araştırmanın amacı, Meşrutiyet döneminde yayımlanan ve bir matematik dergisi olan Riyaziyat dergisinin bünyesinde yer alan lise matematik sorularının içerik analizi yöntemi ile bilişsel istem seviyelerini belirlemek ve derginin incelenmesi ile Türkiye’de yayımlanmış bilimsel süreli yayınlar üzerine yapılan araştırmalara katkıda bulunmaktır.

Araştırma nitel bir araştırma olup Riyaziyat dergisinin 15 Kasım 1911 ile 01 Mayıs 1912 tarihleri arasında kesintisiz yayımlanan yedi sayısı ile sınırlı tutulmuştur. Verilerin toplanmasında doküman incelemesi yöntemi kullanılmıştır. Derginin yedi sayısının Osmanlıca matbu belgeleri Milli Kütüphane Süreli Yayınlar Bilgi Sisteminden temin edilmiş ve mütercim aracılığı ile günümüz Türkçesine çevrilmiştir. Söz konusu yedi sayının içeriğinde yer alan lise matematik sorularının bilişsel istem seviyeleri içerik analizi yöntemi ile belirlenmiştir.

Araştırmanın sonucunda, Riyaziyat dergisi lise matematik sorularının çoğunlukla üst düzey bilişsel istem seviyesinde olduğu ve derginin ezberleme bilişsel istem seviyeli sorulara neredeyse hiç yer vermediği görülmüştür.

Anahtar kelimeler: Riyaziyat, bilişsel istem seviyesi, bilimsel süreli yayın.

ABSTRACT

A MATHEMATICS JOURNAL PUBLISHED IN CONSTITUTIONAL MONARCHY PERIOD AND ANALYSIS OF ITS QUESTIONS: RIYAZIYAD CASE

MALTEPELER, Selim

Master of Science, Discipline of Mathematics Teaching

Thesis Advisor: Assoc.Prof.Dr. Nihat BOZ

August-2013, 256 pages

The purpose of this study is to define the cognitive demand levels of high school mathematics questions included in the contents of a mathematics journal called Riyaziyad published during the Constitutional Monarchy Period along by using content analysis method and to contribute to the studies on scientific periodicals published in Turkey by analysing the journal.

This study is a qualitative research and is limited to seven volumes of Riyaziyad journal published consecutively between the dates form 15 November 1911 and 01 May 1912. Document review method was used to collect data. Documents of seven volumes of Riyaziyad journal written in Ottoman Turkish were obtained from the National Library and translated to Turkish by an interpreter. Cognitive demand levels of hig school mathematics questions in the contents of seven volumes mentioned above were defined by using content analysis method.

At the end of the study, it was concluded that high school mathematics questions in Riyaziyad were mostly at high level cognitive demands and journal contained almost no questions on the level of memorization cognitive demand.

Keywords: Riyaziyad, cognitive demand level, scientific periodical.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
JÜRİ ÜYELERİ İMZA SAYFASI.....	i
ÖNSÖZ	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
İÇİNDEKİLER	v
TABLolar LİSTESİ.....	vii
GRAFİKLER LİSTESİ.....	viii
KISALTMALAR LİSTESİ	ix
1. GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.2. Araştırmanın Amacı.....	5
1.3. Araştırmanın Önemi	6
1.4. Varsayımlar.....	7
1.5. Sınırlılıklar	7
1.6. Tanımlar.....	7
2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE.....	9
2.1. Bilişsel Sınıflama Araştırma ve Çalışmaları.....	9
2.2. Bilimsel Süreli Yayın Araştırmaları	16
3. YÖNTEM	19
3.1. Riyaziyat Dergisine Genel Bir Bakış.....	19
3.2. Verilerin Toplanması	21
3.3. Verilerin Analizi	22
3.4. Verilerin Analizinde Kodlama Güvenirliği	26
4. BULGULAR VE YORUM	28
4.1. Soruların Bilişsel İstem Seviyeleri	28
4.2. Soruların Bilişsel İstem Seviyelerine Göre Dağılımı	29
4.3. Düşük-E Seviyeli Sorular	30
4.4. Düşük-İ Seviyeli Sorular	31
4.5. Yüksek-İ Seviyeli Sorular.....	41
4.6. Yüksek-M Seviyeli Sorular	51

5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	54
KAYNAKÇA.....	57
EKLER.....	62
Ek-1 Riyaziyat Dergisi Özgün Metinleri	62
Ek-2 Riyaziyat Dergisi Osmanlıca Metinleri.....	94
Ek-3 Riyaziyat Dergisi Türkçe Metinleri	177

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1. Riyaziyat Sorularının Dağılımı.....	22
Tablo 2. Kodlama Güvenirliğı İçin Kappa Katsayısı	26
Tablo 3. Kodlama Farklılıkları	27
Tablo 4. Riyaziyat Lise Matematik Soruları Bilişsel İstem Seviyeleri.....	28

GRAFİKLER LİSTESİ

Grafik 1. Bilişsel İstem Seviyeleri Dağılımı.....	29
Grafik 2. Düşük ve Üst Düzey Bilişsel İstem Seviyeleri Dağılımı	30

KISALTMALAR LİSTESİ

- Düşük-E** : Bilişsel istem seviyelerinden Ezberleme seviyesi.
- Düşük-İ** : Bilişsel istem seviyelerinden İlişkilendirmeye Dayanmayan Matematiksel Yöntem seviyesi.
- Yüksek-İ** : Bilişsel istem seviyelerinden İlişkilendirmeye Dayanan Matematiksel Yöntem seviyesi.
- Yüksek-M** : Bilişsel istem seviyelerinden Matematik Yapma seviyesi.

1. GİRİŞ

Bu bölümde sırasıyla, problem durumu, araştırmanın amacı, araştırmanın önemi, varsayımlar, sınırlılıklar ve tanımlar alt başlıklarına yer verilmiştir. Problem durumu alt başlığında araştırmanın eğitim yönü ve tarihsel yönü ele alınmıştır. Araştırmanın bu iki yönü dikkate alınarak araştırmanın amacı belirlenmiş ve önemi vurgulanmıştır.

1.1. Problem Durumu

“Eğitim nedir?” sorusunun cevabını farklı alan ve boyutlara göre literatürdeki birçok tanım ile verebiliriz. En genel anlamı ile baktığımızda eğitim, bireyde istendik ve kalıcı davranış değişikliği yaratma süreci olarak tanımlanabilir. (Ayvacı ve Türkdoğan, 2010). Eğitim ve öğretim sürecinde öğrenciler birçok sorunla karşılaşabilmektedirler. Akademik öğrenimleri boyunca öğrencilerin karşılaştıkları sorunlar arasında “anlamama” sorununun öncelikli olduğu görülmektedir. Nasıl öğreneceğini bilememe sorunu olan anlamamanın giderilebilmesi için öğrenciye nasıl öğreneceğinin, nasıl hatırlayacağını, kendini nasıl kontrol edeceği ve kendini nasıl yönlendireceğinin öğretilmesi gerekmektedir (Çakıroğlu, 2007). Bu kapsamda günümüz çağdaş eğitim anlayışında öğrenmenin farkında olan, doğru algılayan, yaratıcı ve üretken bireylerin yetiştirilmesi amaçlanmaktadır (Doğan, 2013).

Özsoy’a (2008) göre öğrenmenin etkili ve öğrencilerin başarılı olabilmesi için öğrenmenin öğrenen tarafından bilinçli yapılması gerekmektedir. Bilmenin bilinmesi ve bireyin kendini bilmesi şeklinde bilinçli bireyler yetiştirme çabaları üst biliş (metacognition) kavramını ortaya çıkarmıştır. 17. yüzyıl felsefecilerinden Spinoza’nın (1632-1677) “Kişi bir şeyi biliyorsa o şeyi bildiğini bilir ve aynı zamanda o şeyi bildiğini bildiğini de bilir.” deyişinin psikoloji alanında irdelenmesi ile 20. yüzyılın ikinci yarısında karşımıza çıkan (Karakelle ve Saraç, 2010) üst biliş kavramı ilk kez literatüre Flavell (1979) tarafından kazandırılmıştır. Üst biliş Flavell tarafından üst bilişsel bilgiler

ve üst bilişsel deneyimler olmak üzere ikiye ayrılmıştır. Brown (1987) ise üst biliş, biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi olarak iki boyutta düşünmüştür.

Öğrenmeyi öğrenme yolu olarak da tanımlanan üst biliş (Çakıroğlu, 2007) yaygın olarak araştırmacılar tarafından üst bilişsel bilgi ve üst bilişsel beceriler olarak iki temel unsura ayrılmıştır. Üst bilişsel bilgi, bireyin öğrenme yollarını ve hafızasını bilmesi ve anlamlandırması ile alakalı iken üst bilişsel beceriler, bireyin öğrenme yollarını ve hafızasını kontrol etmesi ve düzenlemesi ile alakadardır (Bağçeci, Döş ve Sarıca, 2011). Ataalkın (2012) üst bilişsel bilginin bireye ait fikirler, inançlar, amaçlar ve görevlerden oluştuğunu belirtmiştir. Üst bilişsel beceriler ise bireyin kendine güvenmesi, öğrenmeye karşı kararlı olması, öğrenme hızını ve kapasitesini tahmin etmesi ve öğrenme süreçlerinin farkında olması ile oluşmaktadır. Doğanay (1997), üst bilişsel becerileri bireyin;

- Kendini bilmesi ve öğrenme yollarının farkında olması,
- Bilinçli davranması ve kendini kontrol etmesi,
- Planlı davranması ve nasıl öğrendiğini izlemesi,
- Kendini düzenlemesi ve değerlendirmesi olarak sıralamıştır.

Bireyin planlama yapabilmesi, bilişsel süreçleri kontrol edebilmesi ve öğrenme sürecini değerlendirebilmesi üst bilişin kontrolü esnasında kullanılan üst bilişsel becerilerdir. Baki'ye (2008) göre matematik, toplumdaki tüm bireylerin ihtiyacı olan muhakeme etme, iletişim kurma, genelleme yapma, çözümleme yapma, yaratıcı düşünme gibi üst düzey bilişsel becerileri geliştiren bir alandır ve her birey tarafından öğrenilmesi bir zorunluluk haline gelmektedir. Söz konusu üst düzey bilişsel becerilerin öğrencilere kazandırılabilmesi ve öğrenciler tarafından matematiksel kavramların ve matematiğin doğasının daha derinlemesine anlaşılabilmesi için öğrencilere üst düzey bilişsel istemleri gerektiren etkinlik, soru ve problem durumları yani görevler sunulmalıdır (Stein, Smith, Henningsen ve Silver, 2000).

Matematiksel görevler matematiğin ne olduğu ve matematik yapma hakkında mesajlar ilettiğinden öğrencilerin öğrenme merkezinde yer alırlar (Henningsen ve Stein, 1997). Farklı görevler öğrenciler üzerinde farklı bilişsel istemler yaratabilir. Bu nedenle

öğrenciler için uygun matematiksel görevler seçmek önemlidir. Matematiksel görevlerin öncelikli amacı, öğrencilerin aktif olarak matematiksel düşünce ile meşgul olabilmelerini sağlamaktır ve buna uygun olarak tasarlanmaları gerekir. Bunun yanı sıra matematiksel görevler öğrencilerin önceki bilgi ve deneyimlerini kapsamalıdır. Bu bakımdan matematiksel görevler öğrencilerin beceri düzeylerine uygun olmalıdır (Anthony ve Walshaw, 2007).

Matematik öğretimi ve öğrenimi sürecinde öğrencilerin matematiksel bakış açısı kazanmaları açısından bilişsel istemler ve bilişsel istem seviyelerine göre düzenlenmiş görevler önem arz etmektedirler. Bilişsel istem seviyelerine göre analiz edilen matematiksel görevler eğitimcilere kaynak teşkil eder ve eğitimciler söz konusu görevleri öğrencilere kazandırmak istedikleri, arzuladıkları seviyeye göre kullanabilirler (Sarpkaya, 2011).

Ülkemizde eğitim alanında 2004 yılından itibaren yapılan reform hareketleri ile birlikte öğretim programlarında değişiklikler hedeflenmiştir (Özgeldi ve Esen, 2009). Eğitim ve öğretimin tüm kademelerinde ezberleme yerine düşünmeyi ön plana çıkaran yenilikçi eğitim sistemiyle öğrencilerin tanımlama, sınıflama, uygulama, analiz, sentez ve değerlendirme gibi düşünsel becerileri edinmesi amaçlanmakta (Koray, Altunçekiç ve Yaman, 2002) ve özellikle problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme ve ilişkilendirme gibi üst düzey bilişsel becerilerin geliştirilmesi hedeflenmektedir (Özgeldi ve Esen, 2009). Bu kapsamda Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı tarafından yayımlanan ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programında (MEB, 2013) geliştirilmesi hedeflenen matematiksel beceri ve yeterlilikler;

- Matematiksel modelleme ve problem çözme,
- Matematiksel süreç becerileri: Matematiksel dili ve terminolojiyi doğru ve etkin kullanma (matematiksel iletişim), matematiksel akıl yürütme ve ispat yapma, matematiğin kendi içindeki konular/kavramlar arasında ve başka alanlarla ilişkilendirme,
- Matematiğe ve öğrenimine değer verme,
- Psikomotor becerilerde gelişim sağlama,

- Bilgi ve İletişim Teknolojilerini yerinde ve etkin kullanma olarak sıralanmıştır.

Ayrıca Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı tarafından yayımlanan ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programında (MEB, 2013) öğretmenlerin, öğretim programının amaçları, hedefleri ve kazandırılmak istenen matematiksel beceriler doğrultusunda bilişsel istem seviyeleri belirlenmiş matematiksel soru ve görevleri kullanmaları istenmiştir.

Sarpkaya (2011) yazılı öğretim materyalleri içerisinde yer alan matematiksel görevlere bakılarak öğretim programlarının öğrenme ve öğretme sürecine yansımalarının görülebileceğini belirtmiştir. Bir başka deyişle yazılı öğretim materyalleri içerisinde yer alan matematiksel görevlerin analizi, mevcut öğretim programları hakkında fikir sahibi olmamızı sağlayabilir. Özgeldi ve Esen'e (2009) göre yazılı öğretim materyalleri içerisinde yer alan öğretim görevleri öğrencilerin düşünmesi ve ilişkilendirmede bulunması için fırsatlar sağlamaktadır. Bu açıdan bakıldığında matematiksel görevler de öğrencilerin matematiksel düşünebilmesine ve matematiksel kavramları anlamlandırabilmesine yardımcı olacaktır. Bu sebeple matematiksel görevlerin incelenmesi, görevlerin dahil oldukları öğretim programları hakkında bilgi sağlayabilmektedir.

Araştırmanın bir başka boyutu da Riyaziyat dergisinin tarihsel niteliğidir. 19. yüzyılda Avrupa dillerinden çeviri ve derlemeler ile yayımlanan ders kitaplarının Osmanlı toplumunda matematik ve fen eğitiminin modernleşmesinde önemli katkıları olduğu bilinmektedir. Benzer şekilde 19. Yüzyılın ortalarından itibaren İstanbul'da Türkçe (Osmanlı Türkçesi) veya Fransızca yayımlanan dergilerin de modern matematik ve fen eğitime katkıları olmuştur (Günergun, 2007). Mesleki ve bilimsel bu dergiler daha çok Avrupa'da yayımlanan benzer dergilerden aktarımlar ile yeni bilgi girişi sağlamışlardır. Bu dergilerin ağırlıklı olarak tıp alanında yayımlandığı görülmüştür. Mecmua-yı Fünun (1862-1867) dergisi, dönemin bilim ve teknikteki gelişmelerini Avrupa'daki benzer dergilerden çeviriler ile popüler düzeyde Osmanlı toplumuna tanıtan ilk Türkçe dergi olmuştur (Günergun, 2007). Mebahis-i İlmiye (1867-1869) ise matematik alanında Türkçe yayımlanan ilk dergi olarak nitelendirilmektedir. Bu dergi Mecmua-yı Fünun dergisinden farklı olarak bilimin çeşitli konularını ve dönemin fen

alanındaki gelişmelerini popüler düzeyde geniş kitlelere aktarmaktan ziyade en az lise seviyesinde matematik bilgisine sahip kişilerin takip edebileceği bir dergi olmuştur. Mebahis-i İlmiyenin Feza Günergun'un 2007 yılındaki çalışmasına dek incelenmemiş olması, Türkiye'de yayımlanan bilimsel süreli yayınlar üzerine yapılan araştırmaların yeterince yaygınlaşmamasına, bu ve buna benzer dergilerin nüshalarının kütüphanelerimizde az sayıda bulunmasına veya bu nüshalara her zaman kolaylıkla ulaşılamamasına bağlanmaktadır (Günergun, 2007).

Riyaziyat dergisini konu edinen araştırmamızda yapılan literatür taramasında Riyaziyat dergisine ve içeriğine dair herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Yukarıda dile getirilen, Türkiye'de yayımlanan bilimsel süreli yayınlar üzerine yapılan araştırmaların yetersizliği düşünüldüğünde bir bilimsel süreli yayın olan Riyaziyat dergisinin sınırlı olmakla birlikte en azından bazı sayılarının gün yüzüne çıkarılmasıyla Ülkemizde yayımlanmış bilimsel süreli yayınlara dair araştırmalara katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

Kısaca özetlemeye çalışırsak; öğrencilere üst düzey bilişsel becerilerin kazandırılabilmesi için kendilerine üst bilişsel istem gerektiren görevlerin verilmesi gerekmektedir. Bu nedenle etkinliklerin, soruların kısacası görevlerin bilişsel istem seviyelerine göre sınıflandırılması önemlidir. Buna ilaveten yazılı öğretim materyalleri içerisinde yer alan görevlerin analizi ile de görevlerin dahil olduğu mevcut öğretim programları hakkında fikir sahibi olabiliriz. Ayrıca Riyaziyat dergisinin incelenmesi ile henüz fazla yaygınlaşmamış olan Ülkemizde yayımlanmış bilimsel süreli yayınlar üzerine yapılan araştırmalara bir katkı sağlanabilir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, Meşrutiyet döneminde yayımlanan ve bir matematik dergisi olan Riyaziyat dergisinin bünyesinde yer alan lise matematik sorularının içerik analizi yöntemi ile bilişsel istem seviyelerini belirlemek ve derginin incelenmesi ile Türkiye'de yayımlanmış bilimsel süreli yayınlar üzerine yapılan araştırmalara katkıda bulunmaktır.

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematik, toplumdaki tüm bireylerin ihtiyacı olan muhakeme etme, iletişim kurma, genelleme yapma, çözümleme yapma, yaratıcı düşünme gibi üst düzey bilişsel becerileri geliştiren bir alandır (Baki, 2008). Üst düzey bilişsel becerilerin öğrencilere kazandırılabilmesi ve öğrenciler tarafından matematiksel kavramların ve matematiğin doğasının daha derinlemesine anlaşılabilmesi için öğrencilere üst düzey bilişsel istemleri gerektiren görevler sunulmalıdır (Stein, Smith, Henningsen ve Silver 2000). Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programında da (MEB, 2013) öğretmenlerin, öğretim programının amaçları, hedefleri ve kazandırılmak istenen matematiksel beceriler doğrultusunda bilişsel istem seviyeleri belirlenmiş matematiksel soru ve görevleri kullanmaları istenmiştir. Sözkonusu sebeplerden dolayı matematiksel görevlerin bilişsel istem seviyelerinin belirlenmesi önem kazanmaktadır. Ayrıca yazılı öğretim materyalleri içerisinde yer alan matematiksel görevlere bakılarak öğretim programlarının öğrenme ve öğretme sürecine yansımaları görülebileceğinden (Sarpkaya, 2011) matematiksel görevlerin analizi, mevcut öğretim programları hakkında fikir sahibi olmamız açısından önemlidir.

Yukarıda bahsedilen nedenlerden dolayı araştırma kapsamında Riyaziyat dergisi bünyesinde yer alan lise matematik sorularının bilişsel istem seviyelerinin belirlenmesi ile dönemin lise (mekteb-i i'dâdî) matematik eğitimi ve matematik eğitimi kapsamında kazandırılmak istenen matematiksel beceriler hakkında fikir sahibi olabiliriz. Ayrıca yapılan araştırmanın bu alanda yapılacak farklı çalışmalarda araştırmacılara kaynak olabilecek bir çalışma olacağı değerlendirilmektedir.

Türkiye’de yayımlanan bilimsel süreli yayınlar üzerine yapılan araştırmalar yeterince yaygınlaşmamıştır (Günergun, 2007). Bu kapsamda düşünüldüğünde, Meşrutiyet döneminde yayımlanmış bilimsel süreli bir yayın olan Riyaziyat dergisinin incelenerek gün yüzüne çıkarılmasıyla söz konusu araştırmalara katkıda bulunabileceği düşünülmektedir.

1.4. Varsayımlar

Mütercim, Osmanlıca matbu belgeleri günümüz Türkçesine anlam bozulması olmadan doğru bir şekilde çeviri yaptığı kabul edilmiştir.

1.5. Sınırlılıklar

Osmanlıca bir dergi olan Riyaziyat'ın günümüz Türkçesine çevrilmesinde ve bu çeviri esnasında Osmanlıca matematik terimlerinin Türkçe karşılıklarının bulunmasında yaşanan zorluklardan dolayı araştırma, Riyaziyat dergisinin ilk sayısından itibaren aşağıda belirtilen ve basım tarihi olarak birbirini takip eden kesintisiz yedi sayısı ile sınırlı tutulmuştur.

Sayı1: 15 Teşrin-i Sâni 1327 (15 Kasım 1911)

Sayı2: 01 Kânûn-ı Evvel 1327 (01 Aralık 1911)

Sayı3: 01 Kânûn-ı Sâni 1327 (01 Ocak 1912)

Sayı4: 01 Şubat 1327 (01 Şubat 1912)

Sayı5: 01 Mart 1328 (01 Mart 1912)

Sayı6: 01 Nisan 1328 (01 Nisan 1912)

Sayı7: 01 Mayıs 1328 (01 Mayıs 1912)

1.6. Tanımlar

Riyaziyat: Matematik ilmi, hesap-hendese ilmi.

Mütercim: Çevirmen.

Görev: Öğretim ortamında iş ve biliş organizasyonu ve yapılandırmasını sağlayan düşünme ve hareket etme için talimatlar içeren yapılardır. (Sarpkaya, 2011).

Bilişsel istem seviyesi: Matematiksel düşünme seviyeleri olup öğrencinin bir görev içerisinde soru veya problemlere başarılı bir şekilde cevap verebilmesi için gerekli olan düşünme seviyesi ve biçimidir (Sarpkaya, 2011).

2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde araştırmanın dayandığı kuramsal çerçevenin belirlenmesi maksadıyla ilgili örnek araştırmalar, “Bilişsel Sınıflama Araştırma ve Çalışmaları” ve “Bilimsel Süreli Yayın Araştırmaları” alt başlıklarında verilmiştir.

2.1. Bilişsel Sınıflama Araştırma ve Çalışmaları

Bu alt bölümde bilişsel süreç, bilişsel beceri ve bilişsel istem düzeylerinin belirlenmesine dair yapılmış araştırma ve çalışmalardan örnekler verilmiştir.

Sarpkaya (2011), ilköğretim 6,7 ve 8. sınıf matematik ders kitaplarının cebir öğrenme alanı ile ilgili kısımları ve 4 ilköğretim matematik öğretmenin sınıf içi öğretim uygulamaları içerisinde yer alan cebirsel görevleri biliş istem seviyelerine göre karşılaştırmıştır. Araştırma nitel bir araştırma olup yöntem olarak içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Hem doküman analizi hem de video kayıt yöntemi kullanılarak veri toplama süreci tamamlanmıştır. Cebirsel görevlerin analizinde daha önceki araştırmalarda Smith ve Stein (1998) tarafından ortaya konulan teorik çerçeve kullanılarak aşağıda verilen dört istem seviyesine bağlı kalınmıştır:

- Ezberleme (memorization),
- İlişkilendirmeye dayanmayan matematiksel yöntem (procedures without connections),
- İlişkilendirmeye dayanan matematiksel yöntem (procedures with connections),
- Matematik yapma (doing mathematics).

Araştırma neticesinde; 6, 7 ve 8. sınıf ders kitapları içerisinde cebir öğrenme alanı ile ilgili matematiksel görevlerin analizinde yüksek bilişsel istem gerektiren görevlerin

yoğunlukta olduğu ortaya çıkarken, bu sonucun aksine sınıf ortamında öğretmenler tarafından ortaya konulan cebirsel görevlerin bilişsel istem seviyeleri düşük çıkmıştır. Bu da öğretmenlerin ders kitaplarından ne kadar yararlandıkları sorusunu akla getirmiştir.

Özgeldi ve Esen (2009) yaptıkları araştırmada Milli Eğitim Bakanlığı tarafından onaylanarak okullara ücretsiz dağıtılan 6, 7 ve 8. sınıf matematik ders kitaplarında yer alan örnek, etkinlik, uygulama, konu değerlendirme ve ünite değerlendirme başlıkları ile verilen öğretim durumlarını bilişsel istem seviyeleri açısından incelemişlerdir. Araştırmada Smith ve Stein (1998) tarafından ortaya konulan teorik çerçeve kullanılarak, ezberleme (memorization), ilişkilendirmeden kavrama (procedures without connections), ilişkilendirerek kavrama (procedures with connections) ve matematiksel düşünme (doing mathematics) olmak üzere dört kategori dikkate alınmıştır. Araştırmaya 42 ilköğretim matematik öğretmen adayı katılmıştır. Öğretmen adayları kullanılan teorik çerçevenin ve kategorilerin özellikleri üzerinde tartışmışlar ve daha sonra, 6, 7 ve 8. sınıf matematik ders kitaplarında yer alan öğretim durumlarını bilişsel istemler açısından incelemişlerdir. Sonuç olarak, uygulama esnasındaki öğretim durumlarının üst seviyeli düşünme becerilerine hitap etmesi beklenmekte iken düşük seviyeli düşünme becerilerine hitap ettiği ve ayrıca 6, 7 ve 8. sınıf matematik programlarında vurgulanan üst düzey bilişsel becerilerin matematik ders kitaplarındaki yansımalarına bakıldığında, üst düzey düşünme becerileri oranlarının düşük seviyeli bilişsel beceri oranlarından daha az olduğu görülmüştür.

Kablan, Baran ve Hazer (2013), ilköğretim Matematik 6,7 ve 8. Sınıf Öğretim Programında hedeflenen 231 hedef davranışı güncellenmiş Bloom Sınıflamasının bilişsel süreç boyutunda yer alan altı kategori açısından incelemişlerdir. Araştırmada betimsel analiz yöntemlerinden doküman incelemesi yöntemini kullanmışlardır. Davranışlara ek olarak etkinlikler de incelenerek güncellenmiş Bloom sınıflamasının bilişsel süreç boyutunda ifade edilen tanım ve örneklerle karşılaştırmalar yapılmış ve aşağıda verilen basamaklardan biriyle kodlanmıştır:

- Hatırlama,
- Anlama,
- Uygulama,

- Analiz etme,
- Değerlendirme,
- Yaratma.

Sonuç olarak, analiz, değerlendirme ve yaratma yani üst düzey bilişsel basamaklarda çok az davranış olduğu, genelde davranışların anlama ve uygulama basamağında yoğunlaştığı görülmüştür.

Köğce ve Baki (2009), "Matematik Öğretmenlerinin Yazılı Sınav Soruları ile ÖSS Sınavlarında Sorulan Matematik Sorularının Bloom Taksonomisine Göre Karşılaştırılması" konulu araştırmalarında, ÖSS sınavı matematik soruları ile farklı türdeki ortaöğretim kurumlarında çalışan matematik öğretmenlerinin yazılı sınavlarda sordukları soruları Bloom Taksonomisi'ne göre karşılaştırmayı amaçlamışlardır. Doküman incelemesi yöntemi kullanılmış olup, 1995–2004 yılları arasında gerçekleşen ÖSS sınavlarındaki sayısal bölümde yer alan 290 adet matematik sorusu ile Trabzon ilinde yer alan farklı tür ortaöğretim kurumlarında görevli öğretmenlerin 2003–2004 ve 2004–2005 eğitim ve öğretim yıllarında yazılı sınavlarında öğrenciye yönelttikleri toplam 959 sorunun seviyeleri revize edilmiş Bloom Taksonomisi dikkate alınarak belirlenmiştir. Araştırmada içerik analizi kullanılmış ve soruların her bir 3 alan eğitimi uzmanı tarafından Bloom Taksonomisine göre geliştirilen bir ölçekle karşılaştırılmış ve soruların bilişsel seviyeleri belirlenmiştir. Soruların analizinde, Bloom Taksonomisinin Hatırlama, Anlama ve Uygulama seviyeleri ayrı ayrı ele alınırken, Analiz etme, Değerlendirme ve Yaratma seviyeleri birleştirilerek irdeleme yapılmıştır. Araştırma sonucunda, ÖSS'de yer alan sorular ile TML, TCPL ve GL bölümlerinde sorulan soruların bilişsel yönden örtüşmediği fakat AL1, AL2 ve FL bölümlerinde sorulan sorular ile bilişsel yönden örtüştüğü görülmüştür.

Ayvacı ve Şahin (2009) yapmış oldukları "Fen Bilgisi Öğretmenlerinin Ders Sürecinde ve Yazılı Sınavlarda Sordukları Soruların Bilişsel Seviyelerinin Karşılaştırılması" konulu araştırmalarında, ilköğretim fen bilgisi öğretmenlerince öğretim sürecinde ve yazılı sınavlarda sorulan soruların bilişsel seviyelerini ve aralarındaki ilişkiyi değerlendirmeyi amaçlamışlardır. Doküman incelemesi yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini Trabzon, Artvin, Kütahya, Gaziantep, Malatya ve Aydın il merkezleri ve çevre ilçelerinde görev yapan 20 fen bilgisi öğretmeni oluşturmuştur.

Toplam 1166 değerlendirme sorusu ile 574 sınav sorusunun bilişsel seviyeleri Bloom Taksonomisine göre bilişsel seviyeleri basitten karmaşığa doğru olacak şekilde bilgi, kavrama, uygulama basamakları ayrı ayrı ve analiz, sentez, değerlendirme basamakları ise birleştirilerek bulunmuştur. Araştırma sonucunda, öğretmenlerin ders içinde sordukları soruların çoğunlukla bilgi düzeyinde olduğu görülmüştür. Ayrıca 20 fen bilgisi öğretmeninden sadece dördünün analiz, sentez ve değerlendirme düzeylerinde sorular sorduğu tespit edilmiştir.

Ubuz, Erbaş, Çetinkaya ve Özgeldi (2010) yapmış oldukları "Yeni Türk İlköğretim Matematik Öğretim Programı Kılavuz Kitabındaki Matematiksel Görevlerin Niteliğinin Araştırılması: Cebir Örneği" konulu çalışmada, öğretim programının yazılı kısmını oluşturan ve ders kitaplarının yazımından sınıf içi uygulamalara kadar öğretim sürecini etkileyen matematik öğretim kılavuzu (6, 7 ve 8. sınıflar) içerisinde yer alan cebir öğrenme alanı ile ilgili matematiksel görevleri bilişsel istemler açısından değerlendirmişlerdir. Buna ilaveten ders kitapları ve sınıf içi uygulamaların da bilişsel istemler açısından incelenerek öğretim programı hakkında genel bir fikir elde edilebileceği ifade edilmiştir. Matematiksel görevlerin analizinde çerçeve olarak Smith ve Stein (1998) tarafından oluşturulmuş bilişsel istem seviyeleri kullanılmıştır. Araştırma sonucunda her bir sınıfın cebirsel görevlerinin %60'ı yüksel bilişsel istem seviyesi gerektirirken, kalan görevlerin büyük bir çoğunluğu ise ilişkilendirmeden kavrama seviyesinde yer almıştır.

Bekdemir ve Selim (2008) yapmış oldukları çalışmada revize edilmiş Bloom taksonomisini tanıtmışlar ve ilköğretim matematik programında (6, 7 ve 8. Sınıflar) yer alan cebir öğrenme alanına söz konusu taksonomiye uygulamışlardır. Cebir öğrenme alanında bulunan toplam 31 kazanım (hedef) revize edilmiş Bloom taksonomi matrisine yerleştirilmiştir. Sonuç olarak, cebir öğrenme alanına ait kazanımlar bilgi açısından işlem ve kavrama bilgilerini içerirken, bilişsel süreç olarak da çoğunlukla anlama ve uygulama süreçlerini içerdiği görülmüştür.

Ayvacı ve Türkdoğan (2010) öğrencilere ait üst düzey becerilerin ölçülmesinin zorluğundan hareketle fen bilgisi öğretmenlerinin öğrencileri değerlendirmede kullandıkları sınav sorularını revize edilmiş Bloom taksonomisine göre sınıflandırmışlardır. Araştırmada doküman analizi yöntemi kullanılmış ve toplam 100

adet sınav kağıdı analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucuna bakıldığında, analiz edilen soruların %39'u olgusal ve %38'i kavramsal bilgi düzeyinde olduğu görülmüştür. Bu da göstermektedir ki öğretmenlerin değerlendirmelerde üst düzey bilişsel seviyede soruları tercih etmediği bunun da öğretim programı ile öğrencilere kazandırılmak istenen üst düzey becerileri engellediği görülmüştür.

Koray, Altunçekiç ve Yaman (2002) “fen bilgisi öğretmen adaylarının soru sorma becerilerinin Bloom taksonomisine göre değerlendirilmesi” adlı çalışmalarında, öğretmen adaylarına kazandırılması gereken öğrencilerin düşünme sistemlerini harekete geçirecek etkili sorular hazırlayabilme yeterliliği kapsamında fen bilgisi öğretmen adaylarının soru sorma becerilerinin Bloom taksonomisinin bilişsel alanına göre belirlemeği amaçlamışlardır. Araştırmada öğretmen adaylarından küresel ısınma konusuyla ilgili çeşitli sorular hazırlamaları istenmiştir. Çalışmanın sonucunda fen bilgisi öğretmen adayları tarafından hazırlanan soruların Bloom taksonomisine göre alt düzey bilişsel becerileri ölçecek nitelikte olduğu görülmüştür.

Kablan, Baran ve Hazer (2013) yapmış oldukları çalışmada, ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf matematik ders programlarında yer alan kazanımları yeniden yapılandırılan Bloom taksonomisinin bilişsel süreç boyutuna göre incelemeyi amaçlamışlardır. Betimsel analiz yönteminin kullanıldığı araştırmanın sonucunda, üst düzey bilişsel seviyeli davranışların sayısının çok az olduğu, davranışların çoğunluğunun anlama ve uygulama basamağında yer aldığı gözlenmiştir.

Başar (2009) “2005 yılı ilköğretim 4. sınıf fen ve teknoloji dersi öğretim programı eğitim hedeflerinin taksonomik analizi” adlı çalışmasında, fen ve teknoloji dersi öğretim programında yer alan kazanımların teknik ve taksonomik analizlerini yapmıştır. Araştırma bir nitel araştırma olup içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Öğretim programında yer alan kazanımların yaklaşık %84'ünün bilişsel alana, %4'ünün duyuşsal alana ve %12'sinin Psikomotor alana dahil olduğu tespit edilmiştir. Araştırma sonucunda öğretim programında yer alan eğitim hedeflerinin öğrencilerin, üst düzey bilişsel, duyuşsal ve psikomotor öğrenme düzeylerine ulaşmaları için yeterli olmadığı görülmüştür.

Çevik (2010) yapmış olduğu araştırmada, 2000-2008 yılları arasında ortaöğretim 9, 10 ve 11. sınıf fizik ders kitapları içerisinde yer alan fizik soruları ile 2000-2008 yılları arasında yapılan ÖSS sınavlarında sorulmuş fizik sorularını Bloom taksonomisine göre incelemiş ve ders kitaplarındaki sorular ile ÖSS sınavlarında çıkan sorular arasındaki ilişkiyi ortaya koymuştur. Araştırmada içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda Bloom taksonomisinin bilişsel alanına göre kitaplarda yer alan fizik soruları ile ÖSS sınavlarında sorulmuş fizik soruları arasında anlamlı farklılıklar olduğu tespit edilmiştir.

Özcan ve Oluk (2007) ilköğretim ikinci kademe fen bilgisi derslerinde ölçme ve değerlendirme amacıyla kullanılan soruları Piaget ve Bloom taksonomilerine göre analiz etmiştir. Araştırmada doküman incelemesi yöntemi kullanılmış ve 8 farklı okuldan alınan sınav kağıtlarındaki toplam 708 soru incelenmiştir. Araştırma sonucunda soruların büyük bir çoğunluğunun Bloom taksonomisine göre bilgi ve uygulama düzeyinde olduğu görülmüştür. Piaget'e göre bakıldığında ise soruların %40'ının somut işlemsel dönem 7-12 yaş çocuklarına yönelik olduğu ve formal operasyon dönemine uygun olmadığı gözlenmiştir.

Berberoğlu, Kaptan ve Kutlu (2002) "Türkiye genelinde sekizinci sınıf öğrencilerinin fen bilgisi dersindeki üst düzey zihinsel becerilerinin incelenmesi" adlı çalışmada, Ortaöğretim Kurumları Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Sınavının Türkçe, matematik ve fen bilgisi alt testlerini kullanarak sekizinci sınıf öğrencilerinin fen bilgisi dersinde geliştirmeleri beklenen üst düzey zihinsel becerileri Türkçe ve matematik yeterlikleri açısından incelememişlerdir. Araştırmada istatistiksel analiz yöntemi kullanılmış ve toplam 100 soru incelenmiştir. Araştırma sonucunda, dil gelişiminin ve yeterliğinin en az matematiksel düşünme becerileri kadar fen bilgisindeki başarıyı etkilediği saptanmıştır. Okuduğunu anlama becerileri fen bilgisinde başarıyı belirleyen önemli faktörler olarak tespit edilmiştir.

Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı tarafından yayımlanan ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programında (MEB, 2013) öğrencilere kazandırılmak istenen matematiksel beceriler:

- Matematiksel modelleme ve problem çözme,

- Matematiksel süreç becerileri: Matematiksel dili ve terminolojiyi doğru ve etkin kullanma (matematiksel iletişim), matematiksel akıl yürütme ve ispat yapma, matematiğin kendi içindeki konular/kavramlar arasında ve başka alanlarla ilişkilendirme,
- Matematiğe ve öğrenimine değer verme,
- Psikomotor becerilerde gelişim sağlama,
- Bilgi ve İletişim Teknolojilerini yerinde ve etkin kullanma olarak sıralanmıştır.

Kazandırılmak istenen bu beceriler doğrultusunda programın ölçme ve değerlendirme yaklaşımında, öğrenme-öğretme sürecinde kullanılacak soruların/görevlerin bilişsel düzeylerinin ortaya konulması önemli görülmektedir. Smith ve Stein'in (1998) bilişsel istem seviyeleri çerçevesinden yararlanılarak görev ya da çözülmesi arzulanan sorular için örnek bir bilişsel sınıflandırma sunulmuştur:

- **Ezberleme:** Temel matematiksel olguları tekrarlama; matematik terim ve tanımları hatırlama; formülleri ve hesaplama prosedürlerini hatırlama.
- **İşlemleri gerçekleştirme:** Sayıları kullanarak sayma, sıralama ve gösterme; sayısal/hesapsal işlemleri ve algoritmaları gerçekleştirme; ölçümleri gerçekleştirme ve hesapları yapma; denklemleri/formülleri, rutin sözel problemleri çözme; verileri organize etme ve gösterme (sergileme); grafik ve tablo çizme ve okuma; geometrik yapıları inşa etme.
- **Anlama/kavrama:** Gösterimleri (temsilleri) kullanarak matematiksel fikirleri modelleme; veri analizinden çıkan bulguları ve sonuçları açıklama; kavramlar arasında ilişkiler kurma ve/veya açıklama; modeller, diyagramlar ve diğer temsiller arasındaki ilişkileri açıklama; matematiksel bir ilişkinin veya önermenin gerçekliğini belirleme/saptama.
- **Varsayımda bulunma, genelleme, ispatlama:** Formel ve informal ispatlar yazma; verileri analiz etme; bir ilişki veya sayı dizisi oluşturmak için matematiksel bir kural yazma; tümevarım ve tümdengelim yoluyla akıl yürütme; uzamsal akıl yürütmeyi kullanma.

- **Rutin olmayan problemleri çözme ve ilişki kurma:** Problemleri çözmek için farklı stratejileri uygulama; matematiği, matematik dışındaki bağlamlarda kullanma; ilişkileri fark etme, devam ettirme ve yeni ilişkiler oluşturma; farklı kaynaklardaki içerik ve fikirleri sentezleme.

2.2. Bilimsel Süreli Yayın Araştırmaları

Bu alt bölümde Türkiye’de bilimsel süreli yayınlar üzerine yapılmış araştırmalardan örnekler verilmiştir.

Günergun (1995), Osmanlı toplumunda 19. yy.ın ortalarında başlayan süreli yayıncılık kapsamında ortaya çıkan Darülfünun Fünun (Fen) Fakültesi Mecmuasının 1916-1933 yılları arasındaki sayılarını incelemiştir. Süreli yayıncılık II. Meşrutiyetin getirdiği serbestlik ortamında gelişmeye başlamış ve Osmanlı toplumundaki cemiyetleşme hareketi ile hız kazanmıştır. Batı cemiyeti örneğinde olduğu gibi siyasi, ticari, ilmi, edebi ve mesleki birçok dergi yayın hayatına girmiştir. 1900 yılında Darülfünun-i Şahnenin kurulmasıyla Osmanlının yeni ve modern yükseköğretim oluşturma çabaları amacına ulaşmaya başlamıştır. Maarif Nazırı Şükrü Bey tarafından başlatılan ıslahat çalışmalarıyla 1915 yılında yaklaşık yirmi Alman öğretim elemanı Darülfünuna getirilmiş ve aynı zamanlarda da bir ilmi dergi yayımlama fikri ortaya çıkmış, 1916 yılında Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuasının ilk sayısı yayın hayatına başlamıştır. Dergi 1924'te Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası, 1929'da İstanbul Darülfünunu Fen Fakültesi Mecmuası ve 1933'te İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Mecmuası adını almıştır. Mart 1916 ve Ağustos 1917 yılları arasında Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuasının riyaziyat kısmında toplam 72 yazı yer almıştır. Bunların 3'ü astronomi, 4'ü fizik ve 65'i matematik ile ilgili yazılardır. Matematik yazılarına Mustafa Salim 8, Hasan Fehmi 7, Salih Zeki 5 ve Şükrü'nün 3 yazıyla katkıda bulunduğu görülmüştür. Sonuç olarak, 1916-1933 yılları arasında söz konusu fen fakültesi dergileri, Avrupa'daki fen ve matematik alanındaki gelişmeleri Türk bilim insanlarına aktarmış ve yapılacak araştırmaları teşvik etmiştir. Fen ve matematik alanında tartışma ortamı sağlayarak, bilim insanları arasında bilimsel tartışma geleneğine öncülük yapmıştır.

Günergun (2007), 1867-1869 yılları arasında yayımlanan Mebahis-i İlmiye adlı dergiyi içerik olarak incelemiş ve bu dergiyi Türkçe yayımlanan ilk matematik dergisi olarak nitelemiştir. Dergi, bilimin çeşitli konularını ve dönemin fen alanındaki gelişmelerini popüler düzeyde geniş kitlelere aktarmaktan ziyade en az lise seviyesinde matematik bilgisine sahip kişilerin takip edebileceği bir dergidir. Derginin içeriğinde Osmanlı toplumuna matematikteki yeni tekniklerin tanıtıldığı yazıların yanında güneş saatlerinin matematiksel çizimi gibi astronomi bilgisi isteyen yazılar ve arazi taksimi gibi matematik temelli uygulamaları içeren yazılar da yer almaktadır. Dergi, dönemin idealist ve milliyetçi aydınların kişisel gayretleriyle 1865 yılında kurulan Cemiyet-i Tedrisiye-i İslamiye projesi kapsamında yayın hayatına başlamıştır. Derginin başyazarı Vidinli Tevfik Paşa'dır. Genel olarak derginin her sayısı iki kısımdan oluşmaktadır. İlk kısım olan Bilim ve Teknik başlığı altında okuyucunun dergiye olan ilgisini sürekli kılmak için çeşitli makalelere yer verilmiştir. İkinci kısım olan Çeşitli Meseleler başlığı altında ise çeşitli matematik sorularına, çözümlerine ve çözülmesi istenen sorulara yer verilmiştir. Derginin esin kaynağı Nouvelles Annales de Mathématiques adlı Fransız dergisidir. Matematiksel gelişmeleri tanıtmayı amaçlayan Mebahis-i İlmiye dergisi, bir yandan da yönelttiği problemlere okuyuculardan cevaplar beklemesinden dolayı, matematik eğitiminin yaygınlaşmasına katkıda bulunmuştur.

Mebahis-i İlmiye dergisini inceleyen bir başka araştırmacı ise Üregen (2012) olmuştur. "19. yy. Osmanlı matematik dergi ve makalelerinden bir kesit" adlı çalışmasında derginin matematiksel makaleler, çözümü istenen sorular ve toplumun her kesimi tarafından anlaşılabilir popülar makalelerden olmak üzere üç bölümden oluştuğunu belirtmiştir. Matematiksel makalelere bakıldığında bunların günümüz uygulamalı matematik alanına giren pür ve finansal matematik konuları olduğunu saptamıştır. Derginin başyazarı olan Vidinli Tevfik Paşa'nın dergide yer alan bazı makalelerini incelenmiştir. Araştırma ile yakın tarihimizin ilk Türk matematik dergisi olan Mebahis-i İlmiye dergisinin makalelerinin açığa çıkarılması hedeflenmiştir.

Yukarıda verilen bilimsel süreli yayın araştırma örneklerine ek olarak; Akbaş (2005) "Türk Fizik Derneği yayını Çağdaş Fizik: Popüler bir bilim dergisi" adlı çalışmasında 1976-1991 yılları arasında yayımlanmış ve popüler bir bilim dergisi olan Çağdaş Fizik dergisini incelemiştir. Ünalın (2009) Mimar ve Mühendisler tarafından II. Meşrutiyet döneminde İstanbul'da yayımlanmış olan iki dergiyi incelemiştir. Bunlardan

birincisi, 1911 ve 1914 yılları arasındaki sayıları incelenen, Fransızca yayımlanmış teknik ve endüstriyel bir dergi olan *Genié Civil Ottoman* dergisidir. İkinci dergi ise ilk sayısı 1916 yılında yayımlanan ve ağırlıklı olarak Almanca ve nispeten de Fransızca kaleme alınan *Zeitschrift für Technik und Industrie in der Türkei* dergisidir. Kadioğlu (2002) Ankara Yüksek Ziraat Enstitüsünün temelini teşkil eden Halkalı Ziraat Mekteb-i Âlisi'ne ait derginin ilk sayısı Nisan 1917'de ve son sayısı Temmuz 1918'de yayımlanan toplam yedi sayısını incelemiştir.

3. YÖNTEM

Araştırmada nitel araştırma yöntemi kullanılmış olup bu bölümünde, Riyaziyat dergisine ait genel bilgilere, verilerin toplanmasında ve verilerin analiz edilmesinde izlenen yol ile kullanılan yöntemlere ve kodlama güvenilirliğine dair bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Riyaziyat Dergisine Genel Bir Bakış

Meşrutiyet döneminde ilköğretim kademesinde eğitim, mahalle (sıbyan) mektepleri olarak adlandırılan okullarda ve bu okulların yerini almaya başlayan iptidai mektepleri adlı okullarda yürütülmüştür. Bu dönemde ortaöğretim kurumları idadiler ve Sultanilerdir. Günümüzün liselerine karşılık gelirler. Ancak bu kurumlar ortaokulları yani Rüştîye sınıflarını da kapsamaktadırlar (Türker, 2008). Eğitim ve öğretim kalitesi düşük olması sebebiyle idadiler 1910 yılından itibaren Avrupa liseleri seviyesinde eğitim verecek şekilde yeniden yapılandırılmaya başlanmış ve bazı idadiler sultani olarak adlandırılmıştır. Toplam 36 sultani bulunmakta olup Galatasaray, Vefa ve Kabataş Sultanileri bunlara örnek olarak verilebilir (Demirel, 2012). Eğitimde modernleşme çabaları doğrultusunda yükseköğretimde medreselerin dışında Batı tarzı eğitim anlayışı ile Darülfünunlar kurulmuştur (Türker, 2008). Batı dünyası ile Osmanlı toplumu arasındaki bilim, askeri, sanayi gibi her alanda farkın giderek açılmasından dolayı Osmanlının son dönemleri bu alanlarda ve eğitim alanında modernizasyon çalışmalarına sahne olmuştur. Bu yenilikler kapsamında eğitim ve öğretimde kullanılan yazılı materyaller ise çoğunlukla Avrupa dillerinden çeviri ve derlemeler ile yayımlanan ders kitapları ve dergilerden oluşmaktadır (Günergun, 2007). Bu dergilerden biri olan ve bir matematik dergisi olan Riyaziyat'ı daha yakından tanıyalım.

Derginin ilk sayısı 15 Kasım 1911 yılında yayımlanmıştır. Birinci sayının kapağına bakıldığında, derginin 15 günde bir yayımlanacağı belirtilmiştir. Ancak

derginin incelenen sayılarına bakıldığında, ilk sayıyı müteakiben ikinci sayının buna uyduğu, diğer sayıların ise 15 günde bir yerine aylık olarak yayımlandığı görülmüştür. Ayrıca ilk sayının kapağında, her bir sayıya karşılık 12 kuruş bedel ile abone olunabileceği belirtilmektedir. Derginin yayımına belirli dönemlerde ara verilmesine karşın, yayın hayatının 1926 yılına kadar uzandığı gözlenmiştir.

Riyaziyat'ın ilk sayısında vatanın gelişiminin, ilim ve fende ilerlemelerle mümkün olacağı, bu kapsamda fen alanında uzman kişilerin yetiştirilmesi ve gençlerin fen alanındaki eksikliklerinin giderilmesi gerektiği vurgulanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda dönemin koşulları da dikkate alındığında, fen ile ilgilenen kişiler yetiştirmek üzere sarf edilecek her çaba, düşmanın hain mermilerine göğüs gererek vatanını koruyan bir askerin kutsal hizmeti kadar önemli görülmektedir.

Derginin sahibi ve müdürü Hasan Fehmi tarafından Riyaziyat'ın ilk sayısında kaleme alınan Sunum Amacı başlıklı yazıda, Riyaziyat'ın ülkenin en iyi ilim adamlarının desteğiyle çıktığı, Dar-ül Fünun Riyaziye Şubesinin (dönemin üniversitesinin matematik bölümü) muallim muavinlerinden Şükrü Bey, Dar-ül Fünun Riyaziye mezunlarından Halil Necati, Muharrem Nadi, İbrahim Hakkı, İbrahim Sıtkı, Ömer Fevzi ve Yahya İhsan Beylerin yazılarının dergide yer alacağı belirtilmiştir. Riyaziyat'ın incelenen sayılarına bakıldığında, derginin sahibi ve müdürü Hasan Fehmi'nin yazılarının ağırlıkta olduğu, onu müteakiben derginin başyazarı Şükrü Bey'in yazılarının yer aldığı görülmektedir. Bu iki şahsiyetin dışında, Halil Necati, Vahid, Mustafa Salim, Mustafa Nuri, Edibzade Tevfik ve Abdülkerim Beylerin de yazılarıyla dergiye katkıda bulundukları gözlenmiştir.

Riyaziyat dergisinin her sayının temelinde üç bölümden oluştuğu görülmektedir. Bu bölümleri;

- Makale,
- Çözümlü Sorular,
- Sorular olarak adlandırabiliriz.

Bu bölümlerin içeriğine bakıldığında ise her sayının makale bölümünde, genel olarak fen alanındaki gelişmelerden bahseden, yani herhangi bir alan kısıtlaması

olmaksızın matematik, fizik, kimya, biyoloji ve mühendislik bilimlerinden bahseden ve popüler anlamda geniş kitlelere hitap eden makale veya makaleler bulunmaktadır.

İkinci bölüm olan çözümlü sorular bölümünde, ağırlıklı olarak matematik ve geometri, kısmen de fizik ve kimya alanlarına ait sorular sorulup çözümleri yapılmaktadır. Bu bölüm, üniversite, lise ve ortaokul alt başlıklarıyla da üç alt bölüme ayrılmaktadır.

Son bölüm yani sorular bölümünde, okuyucu tarafından çözülmesi istenen sorular yöneltilmiştir. Matematik ve geometri ağırlıklı olan bu sorular bölümü de, lise ve ortaokul olmak üzere iki alt bölüme ayrılmıştır. Ayrıca okuyucuya yöneltilen bu soruların büyük bir çoğunluğunun çözümleri de, derginin ilerleyen sayılarının ikinci bölümünde yer almıştır. Birinci bölümden farklı olarak ikinci ve üçüncü bölümler en az ortaokul seviyesinde matematik bilgisine sahip okurlara hitap etmektedir.

3.2. Verilerin Toplanması

Araştırmada incelenen Riyaziyat dergisinin yedi sayısının Osmanlıca matbu belgeleri, Milli Kütüphane Süreli Yayınlar Bilgi Sisteminden temin edilmiştir (MKB, 2012). Temin edilen bu Osmanlıca matbu belgeler, mütercim aracılığı ile anlamı bozulmadan doğru bir şekilde günümüz Türkçesine çevrilmiştir. Mütercim, 16 yıllık mesleki tecrübesi olan, alanında doktora derecesine sahip ve iyi derecede Osmanlıca bilen bir tarih öğretim görevlisidir. Osmanlıca matematik terimlerinin Türkçe karşılıkları, Ferit Devellioğlu'nun Osmanlıca-Türkçe Ansiklopedik Lûgat adlı eserinden yararlanılarak bulunmuştur (Devellioğlu, 1996). Araştırmanın amacı doğrultusunda Riyaziyat bünyesinde yer alan lise matematik sorularını belirleyebilmek için nitel araştırmalarda bir veri toplama yöntemi olan ve tarihçilerin sıklıkla başvurduğu doküman incelemesi (analizi) yöntemi kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s.187). Riyaziyat dergisinin incelenen sayılarının içeriğinde yer alan soruların toplam sayısının matematik, geometri, fizik ve kimya derslerine ve ayrıca üniversite, lise ve ortaokula göre dağılımları Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1
Riyaziyat Sorularının Dağılımı

	Üniversite	Lise	Ortaokul	Toplam
Matematik	3	48	49	100
Geometri	-	20	6	26
Fizik	-	10	-	10
Kimya	-	8	-	8
Toplam	3	86	55	144

Tablo 1'e bakıldığında Riyaziyat'ın incelenen sayılarında toplam 144 soru yer almaktadır. Bu soruların 100 tanesi matematik, 26 tanesi geometri, 10 tanesi fizik ve 8 tanesi kimya sorusudur. 100 matematik sorusunun 3 tanesi üniversite, 48 tanesi lise ve 49 tanesi de ortaokul başlığı altında sunulmaktadır. 26 geometri sorusunun 20 tanesi lise ve 6 tanesi de ortaokul başlığı altında yer almaktadır. Fizik ve kimya olmak üzere toplam 18 soru ise lise başlığı altında bulunmaktadır.

3.3. Verilerin Analizi

Bu araştırmada verilerin analizi, nitel veri analiz yöntemlerinden olan içerik analizi yöntemiyle yapılmıştır. İçerik analizinin amacı, benzer verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirerek düzenlemek ve okuyucu tarafından anlaşılabilir bir şekilde yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s.227). Araştırmanın amacı doğrultusunda Riyaziyat lise matematik sorularının bilişsel istem seviyelerini belirleyebilmek için Smith ve Stein (1998) tarafından ortaya konulan teorik çerçeve kullanılmıştır. Bu teorik çerçeveye göre belirlenmiş olan dört bilişsel istem seviyesi aşağıda verilmiştir:

- Ezberleme (memorization),
- İlişkilendirmeye dayanmayan matematiksel yöntem (procedures without connections),
- İlişkilendirmeye dayanan matematiksel yöntem (procedures with connections),
- Matematik yapma (doing mathematics).

Yukarıda verilen dört bilişsel istem seviyesinden ilk ikisi düşük bilişsel istem seviyesinde ve son ikisi de üst düzey bilişsel istem seviyesindedir (Smith ve Stein, 1998). Matematiksel görevlerin söz konusu bu dört bilişsel istem seviyesinden birine dahil olabilmesi için gerekli olan koşullar (Sarpkaya, 2011) aşağıda verilmiştir.

Ezberleme (Düşük-E)

- Önceden öğrenilmiş kural, formül ve gerçeklerin hatırlanması veya bunların ezberlenmesi.
- Bir işlemin olmaması veya yeterince zaman olmaması nedeniyle işlemlerin kullanılmaması.
- Anlaşılmasında güçlük çekilmeyen, daha önce görülmüş bir materyalin tekrar oluşturulması, ne oluşturulacağının açık olması veya dolaylı olarak bahsedilmesi.
- Öğrenilmesi veya tekrar oluşturulması istenen tanım, formül, kural ve gerçeklerin altında yatan anlam veya kavramlar arasında bağlantı olmaması.

İlişkilendirmeye Dayanmayan Matematiksel Yöntem (Düşük-İ)

- Algoritmik olması. Kullanılan işlemlerin önceki açıklama, deneyim ve görevlerin gereği veya kanıtı olması.
- Sınırlı bilişsel beceri gerektirmesi. Neyin yapılmasına ihtiyaç duyulması veya nasıl yapılabileceğine dair belirsizliklerin olması.
- Kullanılan işlemlerin altında yatan anlam veya kavramlar arasında bağlantı olmaması.
- Matematiksel anlama yerine doğru cevabın bulunmasına odaklanması.
- Açıklamaya gerek duyulmaması veya sadece kullanılan işlemlerin tanımlanması.

İlişkilendirmeye Dayanan Matematiksel Yöntem (Yüksek-İ)

- Matematiksel anlamayı geliştirmek maksadıyla öğrenci ilgisini işlemlerin kullanımına odaklaması.
- Altta yatan kavramlar ile anlaşılmayan sınırlı algoritmalar arasında bağlantı kurduran işlemlerin yapılabilmesi için açık veya dolaylı gidiş yolları önermesi.
- Genellikle şema, grafik, sembol gibi görseller, problem durumları ve el becerisi kullanımı gibi farklı gösterimler ile sunulması.
- Bilişsel becerilerin bazı seviyelerini gerektirmesi. Görevin başarılı bir şekilde tamamlanabilmesi için kavramlar ile işlemler arasında karşılaştırma gerektirmesi.

Matematik Yapma (Yüksek-M)

- Algoritmik olmayan karmaşık fikirleri gerektirmesi. Gidiş yolunun açıkça belirtilmemesi.
- Matematiksel fikirlerin, sürecin veya bağlantıların anlaşılmasını ve açıklanmasını gerektirmesi.
- Öğrencilerin kendi bilişsel süreçlerini düzenlemesi ve gözlemlemesi.
- Öğrencilerin ilgili bilgi ve deneyimlere ulaşması ve bunları uygun yerlerde kullanması .
- Öğrencilerin görevleri, çözüm yollarını ve çözüm için kısıtlamaları sorgulaması ve analiz etmesi.
- Gözle görülebilir bilişsel bir çaba gerektirmesi ve çözüm için öğrencileri biraz endişelendirmesi.

Araştırmanın amacı doğrultusunda Riyaziyat'ın içeriğinde yer alan 48 adet lise matematik sorusunun her biri matematiksel görev kabul edilip, bilişsel istem seviyeleri olan Düşük-E, Düşük-İ, Yüksek-İ ve Yüksek-M seviyelerinden biri ile kodlanmıştır. Fraenkel ve Wallen (2008), içerik analizi yönteminin geçerliği ve güvenirliği için kodlama örnekleri verilebileceğini belirtmiştir. Aşağıda araştırmada yapılan her bilişsel istem seviyesine ait örnek kodlamalar yer almaktadır.

Örnek1: Sinüsünün iki katı, 1'e eşit olan yay kaç derecedir. (Sayı 2/Soru 24)

$2 \sin x = 1$ biçiminde basit bir denklem söz konusudur ve buradan $\sin x = \frac{1}{2}$ bulunur

ki işlem gerektirmez. Çözüm için dik üçgende dar açılarının trigonometrik oranlarını bilmek yeterlidir. Önceden öğrenilen gerçeklerin yeniden hatırlanması söz konusudur ve herhangi bir işlem yoktur. Bu nedenlerden dolayı Düşük-E olarak kodlanmıştır.

Örnek2: $\frac{1}{s + \frac{1}{1 + \frac{s+1}{3-s}}}$ ifadesinin sadeleştirilmiş halini bulunuz. (Sayı 2/Soru 32)

Sorunun çözümü için rasyonel ifadelerde işlemler söz konusudur. Sınırlı bir bilişsel beceri gerektirir. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır. Tüm bu nedenlerden dolayı Düşük-İ olarak kodlanmıştır.

Örnek3: $\cos^2 x \cdot \cot^2 x = \cot^2 x - \cos^2 x$ ifadesinin doğru olup olmadığının araştırılması. (Sayı 1/Soru 6)

Sorunun çözümü algoritmik olmayan işlemler içermektedir. Çözüm için trigonometrik özdeşliklerin bilinmesi yeterli olmayıp trigonometrik özdeşliklerden hangilerinin kullanılması gerektiğine karar verilmelidir. Bir başka deyişle trigonometrik fonksiyonlar ile uygun trigonometrik özdeşlikler arasında bir bağlantı kurulması gerekir. Bu nedenlerden dolayı Yüksek-İ olarak kodlanmıştır.

Örnek4: 3 basamaklı herhangi bir sayı ve bu sayıdan 7 kadar farklı diğer 3 basamaklı ikinci bir sayı alınırsa, söz konusu sayıları birbiri ardına yazılmak üzere oluşturulacak 6 basamaklı iki sayının arasındaki fark, daima 7'nin 999 katına eşit olacağının ispatı. Örneğin, 489 ile bu sayıdan 7 eksik olan 482 sayısı birbiri ardına olacak şekilde yazılarak 489482 ve 482489 sayıları oluşturulursa, bu sayıların farkı, 7×999 'a eşittir. (Sayı 1/Soru 2)

Çözüm için 489 ve 482 üç basamaklı sayıları alınarak 489482 ve 482489 altı basamaklı sayıları örnek verilmiştir. Ancak tüm üç basamaklı sayılar söz konusu olduğundan genel bir durumun doğruluğunun gösterilmesi yani ispat edilmesi

istenmektedir. Bu da algoritmik olmayan, karmaşık ve gözle görülebilir bilişsel bir çaba gerektirir. Be nedenle Yüksek-M olarak kodlanmıştır.

3.4. Verilerin Analizinde Kodlama Güvenirliği

İçerik analizinde araştırmacının yapmış olduğu kodlamayı belli bir zaman aralığından sonra tekrar yaparak iki kodlama arasındaki uyuma bakılması veya kodlamanın farklı iki kodlayıcı tarafından yapılarak bunlar arasındaki uyuma bakılması geçerlik ve güvenirliliğin kontrolünde kullanılan yöntemlerdir (Fraenkel ve Wallen, 2008). Farklı iki kodlayıcı olarak araştırmacı ve tez danışmanı Riyaziyat lise matematik sorularını farklı zaman ve mekanlarda belirlenen teorik çerçeveye göre kodlamışlardır. İki kodlayıcı arasındaki karşılaştırma neticesinde uyuşmanın güvenirliliğini ölçmek için istatistiksel bir yöntem olan Cohen'in kappa katsayısı kullanılmıştır (Cohen, 1960). Cohen'in kappa katsayısının elde edilmesinde SPSS 15.0 programı kullanılmış ve program çıktısı Tablo 2'de görülmektedir.

Tablo 2
Kodlama Güvenirliği İçin Kappa Katsayısı

	Değer	Asimptotik Standart Hata (a)	Yaklaşık T(b)	Yaklaşık Manidarlık
Uyuşma Ölçüsü (kappa)	0,867	0,063	8,313	0,000
Geçerli Durum Sayısı	48			

Tablo 2'ye bakıldığında kappa katsayısı 0,867 olarak bulunmuştur. Kappa değerinin 0,81-1,00 aralığında olması ile iki kodlayıcı arasında neredeyse mükemmel uyuşma olduğu görülmektedir (Landis ve Koch, 1977). İki kodlayıcı arasında toplam 48

sorudan 4 sorunun kodlamasında farklılık görülmüştür. Farklılık görülen sorular ve yapılan kodlamalar Tablo 3’te verilmiştir.

Tablo 3
Kodlama Farklılıkları

Soru Numarası	Araştırmacı Tarafından Verilen Kod	Tez Danışmanı Tarafından Verilen Kod
20	Yüksek-İ	Yüksek-M
21	Yüksek-İ	Yüksek-M
24	Düşük-E	Yüksek-İ
122	Düşük-İ	Yüksek-İ

İki kodlayıcı arasında neredeyse mükemmel bir uyuma görüldüğünden kodlayıcılar arasında farklılık yaratan 4 sorunun kodları değiştirilmeyerek araştırmacının yapmış olduğu Tablo 3’te de görülen kodlamalar kabul edilmiştir.

4. BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde Riyaziyat dergisi içerisinde yer alan lise matematik sorularının dahil oldukları bilişsel istem seviyeleri ve söz konusu soruların bilişsel istem seviyelerine göre dağılımına dair bulgu ve yorumlara yer verilmiştir. Ayrıca her bir sorunun ait olduğu bilişsel istem seviyesinin nedenleri açıklanmıştır.

4.1. Soruların Bilişsel İstem Seviyeleri

Riyaziyat dergisi bünyesinde yer alan toplam 48 adet lise matematik sorusunun bilişsel istem seviyeleri Tablo 4'te görülmektedir. Her bir bilişsel istem seviyesine dahil olan soru/sorular, derginin özgün metnindeki soru numaraları ile verilmiştir. Özgün metinde numarası bulunmayan 1 adet soru Y1 olarak numaralandırılmıştır.

Tablo 4

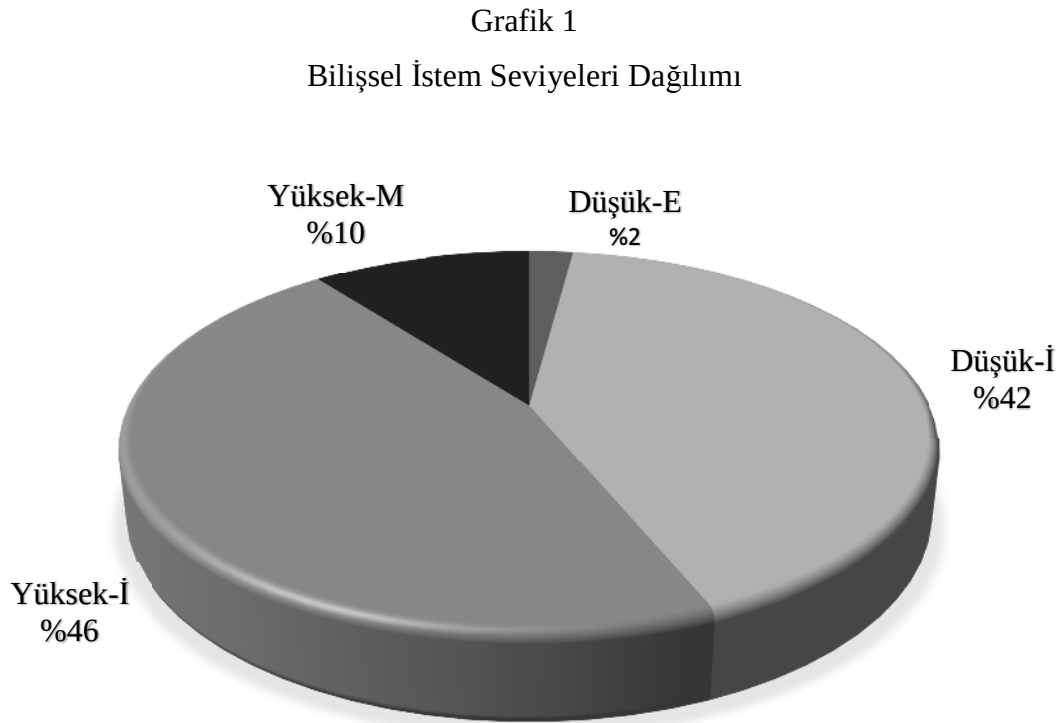
Riyaziyat Lise Matematik Soruları Bilişsel İstem Seviyeleri

BİLİŞSEL İSTEM SEVİYESİ		SORU NUMARASI
Düşük-E (1 soru)	Ezberleme	24
Düşük-İ (20 soru)	İlişkilendirmeye Dayanmayan Matematiksel Yöntem	9, 10, 29, 30, 32, 33, 47, 50, 51, 67, 68, 70, 72, 88, 90, 102, 103, 115, 116, 122
Yüksek-İ (22 soru)	İlişkilendirmeye Dayanan Matematiksel Yöntem	6, 20, 21, 23, 31, 46, 48, 49, 52, 53, 54, 69, 71, 76, 77, 89, 91, 94, 104, 107, 117, 118
Yüksek-M (5 soru)	Matematik Yapma	2, 3, 19, Y1, 93

Tablo 4 incelendiğinde, Riyaziyat lise matematik sorularının her dört bilişsel istem seviyesine dahil olduğu görülmektedir. Yüksek-İ seviyesinde 22 soru ve Düşük-İ seviyesinde 20 soru yer almaktadır. Bunları müteakip Yüksek-M seviyesinde 5 soru bulunurken, Düşük-E seviyesinde ise yalnız 1 soru bulunmaktadır.

4.2. Soruların Bilişsel İstem Seviyelerine Göre Dağılımı

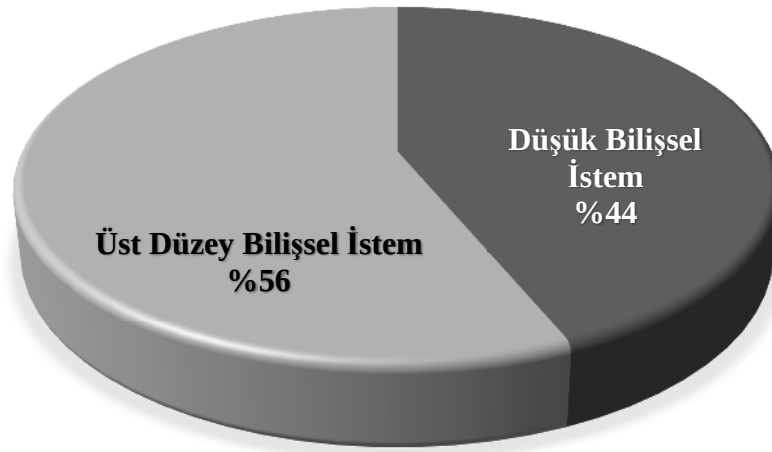
Riyaziyat lise matematik sorularının Düşük-E, Düşük-İ, Yüksek-İ ve Yüksek-M bilişsel istem seviyelerine göre dağılımı Grafik 1’de verilmiştir.



Grafik 1’e bakıldığında, Riyaziyat lise matematik sorularının çoğunluğunun %46’lık oranla ilişkilendirmeye dayanan matematiksel yönteme sahip olduğu ve bunu %42’lik gibi yakın bir oranla ilişkilendirmeye dayanmayan matematiksel yöntemin takip ettiği görülmektedir. Matematik yapma %10 oranında kalırken, soruların %2’si ezberleme seviyesinde yer almıştır.

Ezberleme ve ilişkilendirmeye dayanmayan matematiksel yöntem seviyelerinin düşük bilişsel istem seviyesini oluşturduğunu buna karşın, ilişkilendirmeye dayanan matematiksel yöntem ve matematik yapma seviyelerinin ise üst düzey bilişsel istem seviyesini oluşturduğunu bölüm 3.3. de belirtmiştik. Riyaziyat lise matematik sorularının düşük bilişsel istem ve üst düzey bilişsel istem seviyelerine göre dağılımı Grafik 2’de verilmiştir.

Grafik 2
Düşük ve Üst Düzey Bilişsel İstem Seviyeleri Dağılımı



Grafik 2 incelendiğinde, Riyaziyat lise matematik sorularının çoğunluğu üst düzey bilişsel istem seviyesinde yer almaktadır. Soruların %56’sı üst düzey bilişsel istem gerektiren sorular ve %44’ü ise düşük bilişsel istem gerektiren sorulardır. Tablo 4’ten de görüldüğü üzere Riyaziyat lise matematik soruları 21 adet düşük bilişsel istem seviyeli sorudan ve 27 adet üst düzey bilişsel istem seviyeli sorudan oluşmaktadır.

4.3. Düşük-E Seviyeli Sorular

Riyaziyat lise matematik sorularından sadece 1 adet soru ezberleme (Düşük-E) bilişsel istem seviyesindedir. Aşağıda söz konusu sorunun Osmanlıca ve Türkçe soru kökü ile birlikte Düşük-E seviyesine ait olma nedeni verilmiştir.

Soru numarası: 24	Dergi sayısı: 2
Osmanlıca	
Ceybinin iki misli vahde müsavi olan kavs kaç derecedir?	
Türkçe	
Sinüsünün iki katı, 1'e eşit olan yay kaç derecedir?	
Açıklama	
$2 \sin x = 1$ biçiminde basit bir denklem söz konudur ve buradan $\sin x = \frac{1}{2}$ bulunur ki işlem gerektirmez. Çözüm için dik üçgende dar açılarının trigonometrik oranlarını bilmek yeterlidir. Önceden öğrenilen gerçeklerin yeniden hatırlanması söz konusudur ve herhangi bir işlem yoktur.	

4.4. Düşük-İ Seviyeli Sorular

Riyaziyat lise matematik sorularından toplam 20 soru ilişkilendirmeye dayanmayan matematiksel yöntem seviyesindedir. Bu sorular sırasıyla 9, 10, 29, 30, 32, 33, 47, 50, 51, 67, 68, 70, 72, 88, 90, 102, 103, 115, 116 ve 122 numaralı sorular olup söz konusu sorulara ait Osmanlıca ve Türkçe soru kökleri ile soruların Düşük-İ seviyesine ait olma nedenleri aşağıda verilmiştir.

Soru numarası: 9	Dergi sayısı: 1
Osmanlıca	
$4sa(s^2 + a^2) = (s^2 + sa + a^2)^2 - (s^2 - sa + a^2)^2$ olduğunu isbat etmek matlubdur.	
Türkçe	
$4sa(s^2 + a^2) = (s^2 + sa + a^2)^2 - (s^2 - sa + a^2)^2$ olduğunun ispatını bulunuz.	
Açıklama	
Sorunun çözümü için iki kare farkı özdeşliğinin uygulanması yeterlidir. Bu nedenle algoritmiktir ve sınırlı bir bilişsel beceri gerektirir.	

Soru numarası: 10	Dergi sayısı: 1
Osmanlıca	
$\frac{cs+2}{2c+(c^2-4)s-2cs^2}$ ifadesinin ihtisarı matlubdur.	
Türkçe	
$\frac{cs+2}{2c+(c^2-4)s-2cs^2}$ ifadesinin sadeleştirilmiş halinin bulunması.	
Açıklama	
Paydanın gruplandırılarak çarpanlara ayrılması yeterlidir. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır.	

Soru numarası: 29	Dergi sayısı: 2
Osmanlıca	
$\mathfrak{s}^3 + k\mathfrak{s} - t$ zuhudud-u sülüsesinde $\mathfrak{s}$ yerine $\sqrt[3]{\frac{t}{2} + \sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{k}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{t}{2} - \sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{k}{3}\right)^3}}$ ifadesi vaz olunduğu takdirde zuhudud-u mezkurenin sıfıra müsavî olacağını tahkik etmek.	
Türkçe	
$\mathfrak{s}^3 + k\mathfrak{s} - t$ üçüncü dereceden bir değişkenli polinomda $\mathfrak{s}$ yerine $\sqrt[3]{\frac{t}{2} + \sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{k}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{t}{2} - \sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{k}{3}\right)^3}}$ ifadesi yazıldığı takdirde söz konusu polinomun sıfıra eşit olacağının araştırılması.	
Açıklama	
Verilen ifadenin polinomda değişken yerine yazılması ve düzenlenmesi gerektiğinden sınırlı bir bilişsel beceri gerektirir. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır.	

Soru numarası: 30	Dergi sayısı: 2
Osmanlıca	
$\frac{5s-1}{7} + \frac{9s-5}{11} = \frac{9s-7}{5}$ muadelesinin halli.	
Türkçe	
$\frac{5s-1}{7} + \frac{9s-5}{11} = \frac{9s-7}{5}$ denkleminin çözümü.	
Açıklama	
Bir bilinmeyenli bir denklemin çözümü söz konusudur. Çözüm için sınırlı bir bilişsel beceri gerektirir. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur.	

Soru numarası: 32	Dergi sayısı: 2
Osmanlıca	
$\frac{1}{s + \frac{1}{1 + \frac{s+1}{3-s}}}$ ifadesinin ıslahı matlubdur.	
Türkçe	
$\frac{1}{s + \frac{1}{1 + \frac{s+1}{3-s}}}$ ifadesinin sadeleştirilmiş halini bulunuz.	
Açıklama	
Rasyonel ifadelerde işlemler söz konusudur. Sınırlı bir bilişsel beceri gerektirir. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır.	

Soru numarası: 33	Dergi sayısı: 2
Osmanlıca	
$\frac{4(b^2 - bc)}{c(b+c)^2}$ nin $\frac{6bc}{b^2 - c^2}$ ile taksimi matlubdur.	
Türkçe	
$\frac{4(b^2 - bc)}{c(b+c)^2}$ nin $\frac{6bc}{b^2 - c^2}$ ile bölümünü bulunuz.	
Açıklama	
Rasyonel ifadelerde işlemler ve sadeleştirme söz konusudur. Sınırlı bir bilişsel beceri gerektirir. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur.	

Soru numarası: 47	Dergi sayısı: 3
Osmanlıca	
$hass = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $bahss = \frac{1}{2}$, $hasa = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $bahsa = \frac{\sqrt{2}}{2}$ oldukları malum iken $has(s+a)$, $bahs(s+a)$ 'nın kıymetlerini ve s, a kavslerinin verilen şu malumat sayesinde kaçar derecelik birer kavs olduklarını ve binaenaleyh (s+a) kavsinin kaç derecelik bir kavs olacağını hesap etmek.	
Türkçe	
$\sin s = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos s = \frac{1}{2}$, $\sin a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ oldukları bilinen $\sin(s+a)$, $\cos(s+a)$ 'nın değerlerini ve s, a yaylarının verilen bilgiler sayesinde kaçar derecelik birer yay olduklarını ve bundan dolayı (s+a) yayının kaç derecelik bir yay olacağını hesap ediniz.	
Açıklama	
Çözüm için sinüs ve cosinüsün toplam formüllerinin kullanımı ve dar açılarının trigonometrik oranlarının bilinmesi yeterlidir. Sınırlı bir bilişsel beceri gerektirir. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır.	

Soru numarası: 50	Dergi sayısı: 3
Osmanlıca	
$(b+c)^2$ ile $(b-c)^2$ nin darbı matlubdur.	
Türkçe	
$(b+c)^2$ ile $(b-c)^2$ nin çarpımını bulunuz.	
Açıklama	
Çarpma işlemi söz konusudur. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır.	

Soru numarası: 51	Dergi sayısı: 3
Osmanlıca	
$s^2 + a^2 + 2sa - 1$ in $s+a-1$ ile taksimi matlubdur.	
Türkçe	
$s^2 + a^2 + 2sa - 1$ in $s+a-1$ ile bölümünü bulunuz.	
Açıklama	
Çarpanlara ayırma ve rasyonel ifadelerde sadeleştirme söz konusudur. Sınırlı bir bilişsel beceri gerektirir. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur.	

Soru numarası: 67	Dergi sayısı: 4
Osmanlıca	
$50s^2 + 144sa - 18a^2$ ifadesinin mazrubata tefriki.	
Türkçe	
$50s^2 + 144sa - 18a^2$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.	
Açıklama	
Verilen ifadenin çarpanlara ayrılması istenmektedir. Sınırlı bir bilişsel beceri gerektirir. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır.	

Soru numarası: 68	Dergi sayısı: 4
Osmanlıca	
$\sqrt{h^2 - \left(\frac{b(1-h^2)}{s} - 1\right)^2}$ ifadesinin bi'l-ıslahı $\frac{\sqrt{1-h^2}}{s} \times \sqrt{b^2h^2 - (b-s)^2}$ haline vaz'ı.	
Türkçe	
$\sqrt{h^2 - \left(\frac{b(1-h^2)}{s} - 1\right)^2}$ ifadesinin düzenlenerek $\frac{\sqrt{1-h^2}}{s} \times \sqrt{b^2h^2 - (b-s)^2}$ haline getirilmesi.	
Açıklama	
İki kare farkı özdeşliğinin kullanılmasını ve köklü ifadelerde işlemler gerektirmektedir. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur.	

Soru numarası: 70	Dergi sayısı: 4
Osmanlıca	
$(s + \sqrt{s})(a + \sqrt{a}) = 72$, $sa = 36$ muadelesinin halli.	
Türkçe	
$(s + \sqrt{s})(a + \sqrt{a}) = 72$, $sa = 36$ denkleminin çözümünü bulunuz.	
Açıklama	
Verilenler ışığında denklemin çözümü istenmektedir. Sınırlı bir bilişsel beceri gerektirir. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır.	

Soru numarası: 72	Dergi sayısı: 4
Osmanlıca	
Dahil-i daireye mersum bir zû-erbaat-il-adla'nın zaviyeleri b, c, a, h ile iş'ar olunduğuna nazaran, $mima \frac{b}{2} + mima \frac{c}{2} + mima \frac{a}{2} + mima \frac{h}{2}$ ifadesinin logaritma ile kabil-i hal bir hale ifrağı matlubdur.	
Türkçe	
Çember üzerinde bir dörtgenin açıları b, c, a, h ile gösterildiğine göre, $\tan \frac{b}{2} + \tan \frac{c}{2} + \tan \frac{a}{2} + \tan \frac{h}{2}$ ifadesini logaritması alınabilir bir hale dönüştürünüz.	
Açıklama	
Kirişler dörtgeninin özellikleri ile trigonometrik özdeşliklerin bilinmesi ve kullanılması gerekmektedir. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur.	

Soru numarası: 88	Dergi sayısı: 5
Osmanlıca	
$\frac{b^2 + c^2}{b^2 - c^2} + \sqrt{\frac{(b^2 + c^2)^2}{(b^2 - c^2)^2}} - 1$ ifadesinin bi'l-ıslah $\frac{b + c}{b - c}$ haline vaz'ı.	
Türkçe	
$\frac{b^2 + c^2}{b^2 - c^2} + \sqrt{\frac{(b^2 + c^2)^2}{(b^2 - c^2)^2}} - 1$ ifadesinin düzenlenerek $\frac{b + c}{b - c}$ haline getirilmesi.	
Açıklama	
Köklü ifadelerde işlemler ve rasyonel ifadelerde sadeleştirme söz konusudur. Sınırlı bir bilişsel beceri gerektirir. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur.	

Soru numarası: 90	Dergi sayısı: 5
Osmanlıca	
$3^s + 3^{s-1} + 3^{s-2} + 3^{s-3} + 3^{s-4} = 363$ muadelesinin halli.	
Türkçe	
$3^s + 3^{s-1} + 3^{s-2} + 3^{s-3} + 3^{s-4} = 363$ denkleminin çözümünü bulunuz.	
Açıklama	
Üslü ifadelerin özelliklerinin bir uygulaması olan sorunun çözümü sınırlı bir bilişsel beceri gerektirmektedir. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır.	

Soru numarası: 102	Dergi sayısı: 6
Osmanlıca	
$\frac{b^3 - c^3}{b + c} \times \frac{b^3 + c^3}{b - c} \times \frac{1}{(b^2 + c^2)^2 - b^2 c^2}$ ifadesinin ıslahı matlubdur.	
Türkçe	
$\frac{b^3 - c^3}{b + c} \times \frac{b^3 + c^3}{b - c} \times \frac{1}{(b^2 + c^2)^2 - b^2 c^2}$ ifadesinin düzenlenmiş halini bulunuz.	
Açıklama	
Rasyonel ifadelerde sadeleştirme sorusudur. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır.	

Soru numarası: 103	Dergi sayısı: 6
Osmanlıca	
$s^{-1}a^{-1}\xi^{-1} = (105)^{-1}$, $sa^{-1}\xi^{-1} = 3(35)^{-1}$, $sa\xi^{-1} = 2\frac{1}{7}$ muadelesinin halli.	
Türkçe	
$s^{-1}a^{-1}\xi^{-1} = (105)^{-1}$, $sa^{-1}\xi^{-1} = 3(35)^{-1}$, $sa\xi^{-1} = 2\frac{1}{7}$ denkleminin çözümünü bulunuz.	
Açıklama	
Üç bilinmeyenli üç denklemin çözümü söz konusudur. Çözüm için üslü ifadelerin özellikleri kullanılmaktadır. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur.	

Soru numarası: 115	Dergi sayısı: 7
Osmanlıca	
$\frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{c+a}}{\frac{1}{b} + \frac{1}{c+a}} \div \frac{\frac{1}{c} - \frac{1}{a+b}}{\frac{1}{c} + \frac{1}{a+b}}$ ifadesinin ıslahı matlubdur.	
Türkçe	
$\frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{c+a}}{\frac{1}{b} + \frac{1}{c+a}} \div \frac{\frac{1}{c} - \frac{1}{a+b}}{\frac{1}{c} + \frac{1}{a+b}}$ ifadesini düzenleyiniz.	
Açıklama	
Rasyonel ifadelerde sadeleştirme söz konusudur. Matematiksel kavramların anlaşılmasına yönelik herhangi bir ilişkilendirme yoktur. Matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır.	

Soru numarası: 116	Dergi sayısı: 7
Osmanlıca	
$\frac{x}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}$ kesrinin mantıki bir hale ifrağı.	
Türkçe	
$\frac{x}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}$ kesrini mantıklı bir hale getiriniz.	
Açıklama	
Soru kökünde yer alan "mantıklı bir hale getiriniz" ifadesi ile ne istendiği açık olmayıp özgün metinde yer alan sorunun çözümüne bakıldığında paydanın köklü ifadeden kurtarılmasının istendiği anlaşılmaktadır ve o dönem okuyucusu tarafından da aynı şekilde anlaşıldığı düşünülmüştür. Bu durumda algoritmik bir çözüm söz konusu olup pay ve payda, paydanın eşleniği ile çarpılması gerekmektedir.	

Soru numarası: 122	Dergi sayısı: 7
Osmanlıca	
$\frac{11}{18}, \frac{8}{15}, \frac{26}{43}$ kesirlerine müsavi bulunmak ve her birinin mahreci kendisinden sonra gelen kesrin suretine müsavi olmak üzere en basit 3 kesir bulmak matlubdur.	
Türkçe	
$\frac{11}{18}, \frac{8}{15}, \frac{26}{43}$ kesirlerine eşit ve her birinin paydası kendisinden sonra gelen kesrin payına eşit olmak üzere en basit 3 kesir bulunuz.	
Açıklama	
Rasyonel sayılara ait bir uygulama olup önceki kesrin paydası ile sonraki kesrin payının bu iki değerin ortak katlarının en küçüğüne genişletilmesi gerekmektedir. Bu işlem yapılırken kesirlerin değerinin değişmemesi için genişletmelerin pay ve paydaya aynı anda yapılması gerekir. Bu bakımdan söz konusu soru matematiksel anlamayı geliştirmek yerine doğru cevabı buldurmaya odaklıdır.	

4.5. Yüksek-İ Seviyeli Sorular

Riyaziyat lise matematik sorularının 22 tanesi ilişkilendirmeye dayanan matematiksel yöntem seviyesindedir. Bu sorular sırasıyla 6, 20, 21, 23, 31, 46, 48, 49, 52, 53, 54, 69, 71, 76, 77, 89, 91, 94, 104, 107, 117 ve 118 numaralı sorular olup söz konusu sorulara ait Osmanlıca ve Türkçe soru kökleri ile soruların Yüksek-İ seviyesine ait olma nedenleri aşağıda verilmiştir.

Soru numarası: 6	Dergi sayısı: 1
Osmanlıca	
$bahs^2s \cdot amma^2s = amma^2s - bahs^2s$ ifadesinin tahkiki.	
Türkçe	
$\cos^2 x \cdot \cot^2 x = \cot^2 x - \cos^2 x$ ifadesinin doğru olup olmadığının araştırılması.	
Açıklama	
Sorunun çözümü algoritmik olmayan işlemler içermektedir. Çözüm için trigonometrik özdeşliklerin bilinmesi yeterli olmayıp trigonometrik özdeşliklerden hangilerinin kullanılması gerektiğine karar verilmelidir. Bir başka deyişle trigonometrik fonksiyonlar ile uygun trigonometrik özdeşlikler arasında bir bağlantı kurulması gerekir.	

Soru numarası: 20	Dergi sayısı: 2
Osmanlıca	
İki ameleden biri bir işin $\frac{2}{3}$ 'ünü yevmi 5 saat çalışmak üzere 7 günde, diğeri işin $\frac{3}{5}$ kısmını yevmi 7 saat çalışarak 8 günde ikmal edebilirse, ikisi birden yevmi 6 saat çalışmak üzere işin tamamı kaç günde ikmal edilebilir?	
Türkçe	
İki işçiden biri bir işin $\frac{2}{3}$ 'ünü günde 5 saat çalışmak üzere 7 günde, diğeri işin $\frac{3}{5}$ 'ini günde 7 saat çalışarak 8 günde bitirebilirse, ikisi birden günde 6 saat çalışmak üzere işin tamamını kaç günde bitirebilir?	
Açıklama	
Günlük hayattan bir problem durumu sunulmuştur. Öğrencilerin ilgisini matematiksel kavramların ve fikirlerin daha derinden anlaşılmasını geliştirmek amacıyla işlemlerin kullanımına odaklanmıştır.	

Soru numarası: 21	Dergi sayısı: 2
Osmanlıca	
Bir havuza bir musluktan $1\frac{2}{5}$ saat kadar su cereyan ederek havuzun $\frac{3}{5}$ kısmını doldurmuş. Mezkur musluktan daha $\frac{5}{6}$ saat kadar su cereyan eylemiş. Bu esnada havuzun dolması için daha 42 dekalitrelik suya ihtiyaç bulunduğu anlaşılrsa bundan havuzun ne kadar su alacağını ve hacminin kaç mikab metre olduğunu bulmak.	
Türkçe	
Bir havuza bir musluktan $1\frac{2}{5}$ saat kadar su akarak havuzun $\frac{3}{5}$ kısmını doldurmuş. Söz konusu musluktan $\frac{5}{6}$ saat daha su akmıştır. Havuzun dolması için daha 42 dekalitrelik suya ihtiyaç bulunduğu anlaşılrsa, bundan havuzun ne kadar su alacağını ve hacminin kaç metreküp olduğunu bulunuz.	
Açıklama	
Günlük hayattan bir problem durumu sunulmuştur. Öğrencilerin ilgisini matematiksel kavramların ve fikirlerin daha derinden anlaşılmasını geliştirmek amacıyla işlemlerin kullanımına odaklanmıştır.	

Soru numarası: 23	Dergi sayısı: 2
Osmanlıca	
İki kavisin ceybleri murabbaları beynindeki fazl, o iki kavisin mecmu'unun ceybinin, fazllarının ceybiyle hasıl-ı darbına müsavidir.	
Türkçe	
İki yayın sinüslerinin kareleri arasındaki fark, o iki yayın toplamalarının sinüsü ile farklarının sinüsünün çarpımına eşittir.	
Açıklama	
Çözüm için öncelikle trigonometrik denklemin oluşturulması gerekmektedir. Daha sonra kullanılacak uygun trigonometrik özdeşlikler belirlenmeli ve sinüsün toplam ve fark formüllerinin kullanılması gerekmektedir. Dolayısıyla çözüm algoritmik olmayıp bir takım bağlantıların kurulması gerekir.	

Soru numarası: 31	Dergi sayısı: 2
Osmanlıca	
46'yı öyle iki kısma ayırmak matlubdur ki, kısımlardan biri 7, diğeri 3 ile taksim olunduğu vakit, haric-i kismetler mecmuu 10 olsun.	
Türkçe	
46'yı öyle iki kısma ayırınız ki, kısımlardan biri 7, diğeri 3 ile bölündüğünde, bölümler toplamı 10 olsun.	
Açıklama	
Sorunun çözümü için ilgili denklemin kurulması ve çözülmesi gerekmektedir. Öğrencilerin ilgisini matematiksel kavramların ve fikirlerin daha derinden anlaşılmasını geliştirmek amacıyla işlemlerin kullanımına odaklanmıştır.	

Soru numarası: 46	Dergi sayısı: 3
Osmanlıca	
$\frac{mimah}{mimah - mimab} + \frac{ammah}{ammah - ammas} = 1$ muadele-i müsellesatıyesini tahkik etmek.	
Türkçe	
$\frac{\tan h}{\tan h - \tan b} + \frac{\cot h}{\cot h - \cot b} = 1$ trigonometrik denkleminin doğruluğunu araştırınız.	
Açıklama	
Sorunun çözümü algoritmik olmayan işlemler içermektedir. Çözüm için trigonometrik özdeşliklerin bilinmesi yeterli olmayıp trigonometrik özdeşliklerden hangilerinin kullanılması gerektiğine karar verilmelidir. Bir başka deyişle trigonometrik fonksiyonlar ile uygun trigonometrik özdeşlikler arasında bir bağlantı kurulması gerekir.	

Soru numarası: 48	Dergi sayısı: 3
Osmanlıca	
$\frac{\sqrt[3]{b+s}}{s} + \frac{\sqrt[3]{b+s}}{b} = \sqrt[3]{s}$ muadelesinin suret-i halli?	
Türkçe	
$\frac{\sqrt[3]{b+s}}{s} + \frac{\sqrt[3]{b+s}}{b} = \sqrt[3]{s}$ denkleminin çözüm yolu?	
Açıklama	
Sorunun çözümü algoritmik değildir. Bir denklem ve iki bilinmeyen olduğundan ancak s'nin b veya b'nin s türünden bulunabileceği öngörülmesi gerekir. Bunun için ise hem köklü ifadelerin hem de üslü ifadelerin uygun özelliklerinin kullanılması gerekmektedir.	

Soru numarası: 49	Dergi sayısı: 3
Osmanlıca	
b, c 'nin merbuları mecmuunun fazllarıyla hasıl-ı darbını merbuları beynindeki fazla taksim ediniz. Badehu, bunların hasıl-ı darblarının iki mislini mecmuularına taksim ediniz. Haric-i kısmetler mecmuunun b ile c mecmuuna müsavi çıkacağını gösteriniz.	
Türkçe	
b, c 'nin kareleri toplamının, farklarıyla çarpımını, kareleri arasındaki farka bölünüz. Ondan sonra, bunların çarpımlarının iki katını, toplamlarına bölünüz. Bölümler toplamının b ile c toplamına eşit çıkacağını gösteriniz.	
Açıklama	
Öncelikle sözlü ifadenin cebirsel karşılığının oluşturulması gerekmektedir. Sonrasında ise rasyonel ifadelerde sadeleştirme söz konusudur. Matematiksel kavramların ve fikirlerin daha derinden anlaşılmasını geliştirmek amacıyla işlemlerin kullanılmasına odaklanmıştır.	

Soru numarası: 52	Dergi sayısı: 3
Osmanlıca	
Birisi diğerine çantasındaki paranın miktarını sormuş, o da cevaben "Çantamdaki paramı bulmak için mevcut paranın üç rub'una üç zam edilmelidir." demiş olduğuna nazaran paranın miktarını bulmak matlubdur.	
Türkçe	
Birisi diğerine çantasındaki paranın miktarını sormuş, o da cevaben "Çantamdaki paramı bulmak için mevcut paranın dörtte üçüne, üç eklenmelidir." demiş olduğuna göre paranın miktarını bulunuz.	
Açıklama	
Günlük hayatla ilişkilendirilerek cebirsel ifadenin oluşturulması ve denklem çözümü söz konusudur.	

Soru numarası: 53	Dergi sayısı: 3
Osmanlıca	
Fazlları 36 ve büyüğü küçüğün 5 misline müsavi olan iki adedin tayini matlubbur.	
Türkçe	
Farkları 36 ve büyüğü küçüğün 5 katına eşit olan iki sayıyı bulunuz.	
Açıklama	
Sözlü ifadenin ilişkilendirilerek cebirsel karşılığının oluşturulması gerekmektedir. Daha sonra denklem çözümü söz konusudur.	

Soru numarası: 54	Dergi sayısı: 3
Osmanlıca	
Bir kimse tanesi 7 paradan satmak üzere pazara bir sepet yumurta getiriyor. Yolda bunların 5 tanesi kırılıyor. Bu defa tanesi 8 paradan satarsa eline aynı miktarda para geçeceğini hesap etmiş olsa, acaba sepette kaç yumurta varmış?	
Türkçe	
Bir kimse tanesi 7 paradan satmak üzere pazara bir sepet yumurta getiriyor. Yolda bunların 5 tanesi kırılıyor. Bu defa tanesi 8 paradan satarsa eline aynı miktarda para geçeceğini hesap etmiş oluyor, acaba sepette kaç yumurta vardır?	
Açıklama	
Günlük hayatla ilgili bir durum verilmiştir. Verilen sözlü ifadenin ilişkilendirilerek cebirsel ifadenin oluşturulması ve denklem çözümü söz konusudur.	

Soru numarası: 69	Dergi sayısı: 4
Osmanlıca	
3125 kuruş birkaç kişi arasında taksim olunmuş. Herkese eşhas-ı mevcudenin adedi kadar çeyrek isabet eylemiş olduğu malum iken mevcut paranın kaç kişi arasında taksim olduğunu ve herkesin hissesini bulmak matlubdur.	
Türkçe	
3125 kuruş birkaç kişi arasında bölüştürülmüş. Herkese mevcut kişi sayısı kadar beş kuruş düştüğü biliniyorken, mevcut paranın kaç kişi arasında bölündüğünü ve herkesin payını bulunuz.	
Açıklama	
Günlük hayatla ilgili bir durum verilmiştir. Verilen sözlü ifadenin ilişkilendirilerek cebirsel ifadenin oluşturulması ve denklem çözümü söz konusudur.	

Soru numarası: 71	Dergi sayısı: 4
Osmanlıca	
$mimas.mimab = 1$ olur ise $k.s = (90 - b)k$ olacağını ispat etmek matlubdur.	
Türkçe	
$tans.tanb = 1$ olur ise $k.s = (90 - b)k$ olacağını ispat ediniz.	
Açıklama	
Çözüm algoritmik olmayıp uygun trigonometrik özdeşliklerin kullanılması ve tümler açılarının trigonometrik oranları arasındaki ilişkinin bilinmesi gerekmektedir.	

Soru numarası: 76	Dergi sayısı: 4
Osmanlıca	
Riyazi-i şehir Pisagor'a, "Kaç talebeniz vardır?" diye sormuşlar. Cevaben "Talebemin nısfı, riyaziye ve mütebakisinin nısfı hikmet-i tabiye ve seb'i felsefe tahsil ediyorlar. Ve üç de kadın vardır." demiş olmasına nazaran mevcut talebenin miktarını bulmak matlubdur.	
Türkçe	
Ünlü matematikçi Pisagor'a, "Kaç öğrenciniz vardır?" diye sormuşlar. Cevaben "Öğrencilerimin yarısı, matematik ve kalanın yarısı fizik bilgisi ve yedide biri felsefe tahsili yapıyorlar. Ve üç de bayan vardır." demiş olduğuna göre mevcut öğrenci miktarını bulunuz.	
Açıklama	
Günlük hayatla ilgili bir durum verilmiştir. Verilen sözlü ifadenin ilişkilendirilerek cebirsel ifadenin oluşturulması ve denklem çözümü söz konusudur.	

Soru numarası: 77	Dergi sayısı: 4
Osmanlıca	
Birkaç kişi beyninde taksim olunan bir meblağdan her birinin hissesine 800 kuruş isabet etmiş. Bu 800 kuruş, meblağ-ı mezkurun $\frac{5}{21}$ 'inin $\frac{3}{10}$ 'una müsavi imiş. Mezkur akçenin miktarıyla kaç kişi beyninde taksim olduğunun istihracı.	
Türkçe	
Birkaç kişi arasında bölüştürülen bir meblağdan her birinin hissesine 800 kuruş isabet etmiş. Bu 800 kuruş, söz konusu meblağın $\frac{5}{21}$ 'inin $\frac{3}{10}$ 'una eşitmiş. Söz konusu paranın miktarıyla kaç kişi arasında bölüştürüldüğünü araştırınız.	
Açıklama	
Günlük hayatla ilgili bir durum verilmiştir. Verilen sözlü ifadenin ilişkilendirilerek cebirsel ifadenin oluşturulması ve denklem çözümü söz konusudur.	

Soru numarası: 89	Dergi sayısı: 5
Osmanlıca	
b mezkiinden saatte 25 km mesafe kat eden bir otomobil ile c mevkiine giden bir adam, hiçbir zaman zayi etmeden otomobiline saatte 36 km sürat ita ederek b mevkiine avdet etse azimet ve avdet için $10\frac{1}{6}$ saat sarf edildiği malum iken b ile c mevkiileri arasındaki mesafenin kaç km olacağını bulmak matlubdur.	
Türkçe	
b mevkiinden saatte 25 km yol kat eden bir otomobil ile c mevkiine giden bir adam, hiç zaman kaybetmeden otomobili ile saatte 36 km hız yaparak b mevkiine geri dönse, gidiş ve dönüş için $10\frac{1}{6}$ saat harcadığı biliniyorken b ile c mevkiileri arasındaki mesafenin kaç km olacağını bulunuz.	
Açıklama	
Günlük hayatla ilgili bir durum verilmiştir. Verilen sözlü ifadenin ilişkilendirilerek cebirsel ifadenin oluşturulması ve denklem çözümü söz konusudur.	

Soru numarası: 91	Dergi sayısı: 5
Osmanlıca	
mimab+ammab=2kat2c olduğuna göre ispat ediniz ki, (b+c)'nin bir kıymeti 45° dir.	
Türkçe	
$\tan b + \cot b = 2 \sec 2c$ olduğuna göre ispat ediniz ki, (b+c) 'nin bir değeri 45° dir.	
Açıklama	
Çözüm algoritmik olmayıp uygun trigonometrik özdeşliklerin kullanılması ve yarım açı formülleri ile tümler açılarının trigonometrik oranları arasındaki ilişkinin bilinmesi gerekmektedir.	

Soru numarası: 94	Dergi sayısı: 5
Osmanlıca	
Bir amele çalıştığı gün için 4 kuruş almak ve çalışmadığı gün için 3 kuruş tediye etmek ve hüküm-ü mukavele 63 gün imtidad etmek üzere bir tacir ile mukavele ederler. 63 gün hitamında amelenin 21 kuruş kazandığı malum olsa, mezkur amelenin kaç gün çalışmış ve kaç gün çalışmamış olduğunu bulmak matlubdur.	
Türkçe	
Bir işçi çalıştığı gün için 4 kuruş almak ve çalışmadığı gün için 3 kuruş geri ödemek ve anlaşma gereği 63 gün sürmek üzere bir tacir ile anlaşırlar. 63 gün sonunda işçinin 21 kuruş kazandığı biliniyorsa, işçinin kaç gün çalışmış ve kaç gün çalışmamış olduğunu bulunuz.	
Açıklama	
Günlük hayatla ilgili bir durum verilmiştir. Verilen sözlü ifadenin ilişkilendirilerek cebirsel ifadenin oluşturulması ve denklem çözümü söz konusudur.	

Soru numarası: 104	Dergi sayısı: 6
Osmanlıca	
$\text{ammab}-2\text{amma}2\text{b}=\text{kati}2\text{m}-\text{mima}2\text{m}$ olduğuna göre isbat ediniz ki $(b+m)$ nin bir kıymeti 45° dir.	
Türkçe	
$\text{cotb}-2\text{cot}2\text{b}=\text{sec}2\text{m}-\text{tan}2\text{m}$ olduğuna göre ispat ediniz ki $(b+m)$ nin bir kıymeti 45° dir.	
Açıklama	
Çözüm algoritmik olmayıp uygun trigonometrik özdeşliklerin kullanılması, yarım açı formülleri, toplam ve fark formüllerinin bilinmesi ve uygulanması gerekmektedir.	

Soru numarası: 107	Dergi sayısı: 6
Osmanlıca	
Riyazi-i şehir Diyofantus'un mezar taşında şöyle yazılıdır; "Ey zair-kâr, Diyofantus'un kaç sene mamur olduğunu bilmek ister isek malumun olsun ki çocukluk hayatı müddet-i umurunun altıda biri kadardır. Evân-ı şebâbı, hayatının onikide biri kadar bir zamana muadildir. Bundan sonra tahil edinceye kadar hayatının yedide biri geçmiş ve tahalinden beş sene sonra bir çocuğu dünyaya gelerek pederinin sinninin nısfına geldiği zaman vefat eylemiştir. Diyofantus çocuğunun gaybubetiyle daha dört sene keryan bir halde yaşadı." Acaba Diyofantus kaç sene mamur olmuştur.	
Türkçe	
Meşhur matematikçi Diyofantus'un mezar taşında şöyle yazılıdır; "Ey ziyaretçi, Diyofantus'un kaç sene yaşadığını bilmek istersen bilesin ki, çocukluk hayatı işleyen zamanının altıda biri kadardır. Gençlik günleri, hayatının onikide biri kadar bir zamana denktir. Bundan sonra kendini donatıncaya kadar hayatının yedide biri geçmiş ve kendini donattıktan beş sene sonra bir çocuğu dünyaya gelerek babasının yaşının yarısına geldiği zaman vefat etmiştir. Diyofantus çocuğunun kaybıyla daha dört sene uyur bir halde yaşadı." Acaba Diyofantus kaç sene yaşamıştır.	
Açıklama	
Günlük hayatla ilgili bir durum verilmiştir. Verilen sözlü ifadenin ilişkilendirilerek cebirsel ifadenin oluşturulması ve denklem çözümü söz konusudur.	

Soru numarası: 117	Dergi sayısı: 7
Osmanlıca	
Fazl-ı müşteriki 4 olan dört haddeli bir silsile-i adediyenin haddleri hasıl-ı darbı 585 olduğuna nazaran işbu haddleri tayin etmek matlubdur.	
Türkçe	
Ortak farkı 4 olan dört terimli bir aritmetik dizinin terimleri çarpımı 585 olduğuna göre bu terimleri belirleyiniz.	
Açıklama	
Denklem kavramı bir aritmetik dizinin terimleri ile ilişkilendirilerek bir problem durumu içerisinde sunulmuştur.	

Soru numarası: 118	Dergi sayısı: 7
Osmanlıca	
$bahssbahs\ 3s = \frac{5}{18}$ olur ise $has^2s = \frac{1}{6}$ olacağını ispat etmek.	
Türkçe	
$\cos s \cos 3s = \frac{5}{18}$ ise $\sin^2 s = \frac{1}{6}$ olacağını ispat ediniz.	
Açıklama	
Çözüm algoritmik olmayıp uygun trigonometrik özdeşliklerin kullanılması ve toplam ve fark formüllerinin bilinmesi gerekmektedir.	

4.6. Yüksek-M Seviyeli Sorular

Riyaziyat lise matematik sorularından 5 sorunun bilişsel istem seviyesi matematik yapma seviyesindedir. Bu sorular sırasıyla 2, 3, 19, Y1 ve 93 numaralı sorular olup söz konusu sorulara ait Osmanlıca ve Türkçe soru kökleri ile soruların Yüksek-M seviyesine ait olma nedenleri aşağıda verilmiştir.

Soru numarası: 2	Dergi sayısı: 1
Osmanlıca	
3 rakamlı herhangi bir adedle, bu adedden 7 kadar farklı diğer 3 rakamlı ikinci bir aded alınsa, adedin-i mezkûrin birbirini müteakip yazılmak üzere teşkil olunacak 6 haneli iki aded beynindeki fazl, daima 7'nin 999 misline müsavi olacağını isbatı. Mesela, 489 ile bundan 7 noksan olan 482 adedleri birbirini müteakip gelmek üzere yazılarak 489482, 482489 adedleri teşkil olursa, işbu adedlerin fazlı, 7x999'a müsavidir.	
Türkçe	
3 basamaklı herhangi bir sayı ve bu sayıdan 7 kadar farklı diğer 3 basamaklı ikinci bir sayı alınırsa, söz konusu sayıları birbiri ardına yazılmak üzere oluşturulacak 6 basamaklı iki sayının arasındaki fark, daima 7'nin 999 katına eşit olacağını ispatı. Örneğin, 489 ile bu sayıdan 7 eksik olan 482 sayısı birbiri ardına olacak şekilde yazılarak 489482 ve 482489 sayıları oluşturulursa, bu sayıların farkı, 7x999'a eşittir.	
Açıklama	
Çözüm için 489 ve 482 üç basamaklı sayıları alınarak 489482 ve 482489 altı basamaklı sayıları örnek verilmiş. Ancak tüm üç basamaklı sayılar söz konusu olduğundan genel bir durumun doğruluğunun gösterilmesi yani ispat edilmesi istenmektedir. Bu da algoritmik olmayan, karmaşık ve gözle görülebilir bilişsel bir çaba gerektirir.	

Soru numarası: 3	Dergi sayısı: 1
Osmanlıca	
3 müteakip adedin ikişer ikişer hasil-ı darbları mecnu'u 3, 4, 5, 7 adedleriyle kâbil-i taksim değildir.	
Türkçe	
Ardışık 3 sayının ikişer ikişer çarpımlarının toplamı 3, 4, 5, 7 sayılarıyla tam bölünemez.	
Açıklama	
Sadece üç ardışık sayı söz konusu olmayıp tüm ardışık üç sayı durumlarının dikkate alınması ve genel bir durumun doğruluğunun gösterilmesi yani ispat edilmesi istenmektedir. Bu da algoritmik olmayan, karmaşık ve gözle görülebilir bilişsel bir çaba gerektirir.	

Soru numarası: 19	Dergi sayısı: 2
Osmanlıca	
3 ile kabil-i taksim olmayan 9 adedin 6. kuvvetlerinin mecmu'u, 9 ile kabil-i taksimdir. 3 ile kabil-i taksim olmayan 3 adedin 6. kuvvetlerinin mecmu'u 3 ile kabil-i taksimdir.	
Türkçe	
3 ile tam bölünmeyen 9 sayının 6. kuvvetlerinin toplamı, 9 ile tam bölünür. 3 ile tam bölünmeyen 3 sayının 6. kuvvetlerinin toplamı 3 ile tam bölünür.	
Açıklama	
Bir örnek olarak 3 ile tam bölünmeyen 9 adet sayının alınması çözüm için yeterli olmayıp genel bir durumun doğruluğunun gösterilmesi yani ispat edilmesi istenmektedir. Bu da algoritmik olmayan, karmaşık ve gözle görülebilir bilişsel bir çaba gerektirir.	

Soru numarası: Y1	Dergi sayısı: 4
Osmanlıca	
x bir aded-i tam olduğu halde $x^3 + 11x$ daima 6'ya kabil-i taksimdir.	
Türkçe	
x bir tam sayı olduğunda $x^3 + 11x$ daima 6'ya tam bölünür.	
Açıklama	
Genel bir durumun doğruluğunun gösterilmesi yani ispat edilmesi istenmektedir. Bu da algoritmik olmayan, karmaşık ve gözle görülebilir bilişsel bir çaba gerektirir.	

Soru numarası: 93	Dergi sayısı: 5
Osmanlıca	
$3^{40} - 1$ 'in 396880 adediyle kabil-i taksim olduğunu isbat etmek matlubdur.	
Türkçe	
$3^{40} - 1$ 'in 396880 sayısıyla tam bölünebildiğini ispat ediniz.	
Açıklama	
Sorunun doğruluğunun gösterilmesi yani ispat edilmesi için algoritmik olmayan, karmaşık ve gözle görülebilir bilişsel bir çaba gerekmektedir.	

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmada, Meşrutiyet döneminde yayımlanan ve bir matematik dergisi olan Riyaziyat dergisinin içeriği incelenerek dergi bünyesinde yer alan lise matematik sorularının bilişsel istem seviyeleri belirlenmiştir. Araştırmada, Riyaziyat Dergisinin 15 Kasım 1911 yılında yayımlanan ilk sayısından 01 Mayıs 1912 tarihli sayısına kadar birbirini takip eden toplam yedi sayısı incelenmiştir. Araştırma neticesinde ortaya çıkan sonuçlar ve bu sonuçlara istinaden araştırmacılara yapılan öneriler müteakip paragraflarda sunulmuştur.

Riyaziyat dergisinin incelenen sayılarında toplam 144 soru ile karşılaşılmıştır. Söz konusu soruların matematik, geometri, fizik ve kimya alanlarına göre dağılımına bakıldığında, bunların 100 adedinin matematik, 26 adedinin geometri, 10 adedinin fizik ve 8 adedinin kimya sorusu olduğu görülmüştür. 100 matematik sorusundan 48 adedinin lise sorusu olduğu tespit edilmiştir. Riyaziyat'ın bünyesinde yer alan 48 lise matematik sorusunun bilişsel istem seviyelerine bakıldığında 22 soru ve %46'luk oran ile soruların çoğunluğunun ilişkilendirmeye dayanan matematiksel yöntem (Yüksek-İ) seviyesinde olduğu görülmüştür. Düşük bilişsel istem ve üst düzey bilişsel istem seviyeleri açısından bakıldığında da 27 soru ve %56'luk oran ile soruların çoğunluğu üst düzey bilişsel istem seviyesindedir. Düşük bilişsel istem seviyeli toplam 21 sorunun neredeyse tamamı ilişkilendirmeye dayanmayan matematiksel yöntem (Düşük-İ) seviyesinde olup yalnızca 1 soru ezberleme (Düşük-E) seviyesindedir. Fen alanında uzman kişilerin yetiştirilmesi ve gençlerin fen alanındaki eksikliklerinin giderilmesi amacıyla 15 Kasım 1911 yılında yayın hayatına başlayan Riyaziyat dergisinin bu amaç doğrultusunda okuyucularına lise matematik sorularını çoğunlukla üst düzey bilişsel istem seviyesinde yönelttiği ve ezberleme (Düşük-E) bilişsel istem seviyeli lise matematik sorularına neredeyse hiç yer vermediği sonucuna ulaşılmıştır.

19. yüzyılda Avrupa dillerinden çeviri ve derlemeler ile yayımlanan ders kitaplarının ve 19. Yüzyılın ortalarından itibaren İstanbul'da Türkçe veya Fransızca

yayımlanan dergilerin Osmanlı toplumunda matematik ve fen eğitiminin modernleşmesinde önemli katkıları olmuştur (Günerngun, 2007). Benzer amaçlar doğrultusunda yayımlanan Riyaziyat dergisinin lise matematik sorularının analizine bakıldığında, derginin okuyucularına üst düzey bilişsel istem gerektiren sorular yönelttiği ve bu bakımından okuyucularına üst düzey bilişsel becerilerin kazandırılmasını hedeflediği (Stein, Smith, Henningsen ve Silver, 2000) sonucuna varılabilir.

İstanbul'da 19. Yüzyılın ortalarından itibaren yayımlan mesleki ve bilimsel dergiler çoğunlukla Avrupa'da yayımlanan benzer dergilerden aktarımlar ile Osmanlı toplumuna yeni bilgi girişi sağlamıştır. Örneğin 1867 ve 1869 yılları arasında yayımlanan ve ilk Türkçe matematik dergisi olarak nitelendirilen Mebahis-i İlmiye dergisinin esin kaynağı Nouvelles Annales de Mathématiques adlı Fransız dergisi olmuştur (Günerngun, 2007). Mebahis-i İlmiye'nin başyazarı olan Vidinli Tevfik Paşa'nın Nouvelles Annales de Mathématiques dergisinin özellikle 1853 tarihli 12. cildinden yararlandığı ve hatta Mebahis-i İlmiye'nin iç düzeninin de bu dergiden faydalanılarak oluşturulduğu bilinmektedir. Benzer şekilde bir matematik dergisi olan Riyaziyat dergisinin özel olarak örnek aldığı bir dergi tespit edilmemiştir. Ancak Osmanlının son dönemleri ve Cumhuriyetin ilk yıllarında yayımlanan bilimsel dergilerin yenilikler sunmaktan ziyade, modern matematiğin tanıtıldığı ve batı dünyasında var olan matematiksel bilgilerin benzer dergilerden aktarıldığı (Kalaycıoğulları, 2009) düşünüldüğünde, Riyaziyat dergisinin de batılı benzer dergilerden esinlendiği ve aktarımlarda bulunduğu kuvvetle muhtemeldir. Riyaziyat lise matematik sorularının çoğunluğunun üst düzey bilişsel istem seviyesinde olması, Riyaziyat yazarlarının batılı benzer dergilerden aktarımlarda tercihinin üst düzey bilişsel istem seviyesindeki sorular olduğu söylenebilir veya aktarımda bulunan batılı dergilerin içeriklerinin üst düzey bilişsel istem düzeyinde olduğu düşünülebilir.

Yazılı öğretim materyalleri içerisinde yer alan matematiksel görevlere bakılarak öğretim programlarının öğrenme ve öğretme sürecine yansımaları görülebileceğinden (Sarpkaya, 2011), matematiksel görevlerin analizi, mevcut öğretim programları hakkında fikir sahibi olmamızı sağlayabilir. Bu açıdan düşünüldüğünde Riyaziyat dergisi içeriğinde yer alan lise matematik sorularının analizi ile soruların bilişsel istem seviyelerinin belirlenmiş olması, derginin ait olduğu dönemdeki mevcut lise matematik programı hakkında fikir sahibi olmamızı sağlayabilir. Araştırmacılar bu amaç doğrultusunda

yapılacak çalışmalarda, bu araştırmada sınırlı adet sayısı incelenen Riyaziyat dergisinin diğer sayılarını inceleyerek derginin içerisinde yer alan soruların analizini yapabilirler.

Türkiye’de yayımlanan bilimsel süreli yayınlar üzerine yapılan araştırmalar yeterince yaygınlaşmamıştır. Elbette bunda bilimsel süreli yayınlara ait nüshaların kütüphanelerimizde az sayıda bulunmasının veya bu nüshalara her zaman kolaylıkla ulaşılamamasının etkisi büyüktür (Günergun, 2007). Kütüphane ve arşivlerde bulunan bilimsel eserlerin henüz küçük bir kısmı yayımlanmış olduğundan Milletimizin, bilimin hangi disiplinlerine ne zaman ve ne şekilde katkıda bulundukları hakkında sahip olduğumuz bilgiler yetersiz olmakla birlikte bu kısır durum, Türk Milletinin bilim yeteneğinin sorgulanmasına ve eleştirilmesine neden olmaktadır (Dosay ve Demir, 1995). Riyaziyat dergisini konu edinen araştırmamızda yapılan literatür taramasında da Riyaziyat dergisine ve içeriğine dair herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Yukarıda dile getirilen bilimsel süreli yayınlar üzerine yapılan araştırmaların yetersizliği düşünüldüğünde bir bilimsel süreli yayın olan Riyaziyat dergisinin sınırlı olmakla birlikte en azından bazı sayılarının gün yüzüne çıkarılmasıyla Ülkemizde yayımlanmış bilimsel süreli yayınlara dair araştırmalara katkıda bulunabileceği düşünülmektedir. Araştırmacıların bu çalışmada ilk yedi sayısı incelenen Riyaziyat’ın araştırılmasına devam ederek diğer sayılarını da incelemelerinin yukarıda belirtilen olumsuzlukların giderilmesinde yararlı olacağı değerlendirilmektedir.

KAYNAKÇA

- Akbaş, M. (2005). Türk Fizik Derneği yayını Çağdaş Fizik: Popüler bir bilim dergisi. *Osmanlı Bilimi Araştırmaları Dergisi*, 6(2), 247-263.
- Anthony, G., Walshaw, M. (2007). *Effective Pedagogy in Mathematics/Pangarau*. Wellington, New Zealand: Ministry of Education.
- Ataalkın, A.N. (2012). *Üst bilişsel öğretim stratejilerine dayalı öğretimin öğrencilerin üst bilişsel farkındalık ve becerisine, akademik başarı ile tutumuna etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü, Antalya.
- Ayvacı, H.Ş., Şahin, Ç. (2009). Fen bilgisi öğretmenlerinin ders sürecinde ve yazılı sınavlarda sordukları soruların bilişsel seviyelerinin karşılaştırılması. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 441-455.
- Ayvacı, H.Ş., Türkdoğan, A. (2010). Yeniden yapılandırılan Bloom taksonomisine göre fen ve teknoloji dersi yazılı sorularının incelenmesi. *Türk Fen Eğitimi Dergisi*, 7(1), 13-25.
- Bağçeci, B., Döş, B., Sarıca, R. (2011). İlköğretim öğrencilerinin üstbilişsel farkındalık düzeyleri ile akademik başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 8(16), 551-566.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. (3.baskı). Trabzon: Derya Kitapevi.
- Başar, T. (2009). *2005 yılı ilköğretim 4. sınıf fen ve teknoloji dersi öğretim programı eğitim hedeflerinin taksonomik analizi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü, Tokat.
- Bekdemir, M., Selim, Y. (2008). Revize edilmiş Bloom taksonomisi ve cebir öğrenme alanı örneğinde uygulaması. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 185-196.

- Berberoğlu G., Kaptan F., Kutlu Ö. (2002). *Türkiye genelinde sekizinci sınıf öğrencilerinin fen bilgisi dersindeki üst düzey zihinsel becerilerinin incelenmesi*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitim Kongresi, Ankara.
- Brown, A. L. (1987). *Metacognition, executive control, selfregulation, and other more mysterious mechanisms*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Cohen, J. (1960). A coefficient of agreement for nominal scales. *Educational and Psychological Measurement*, 20(1), 37-46.
- Çakıroğlu, A. (2007). Üst biliş. *TSA*, 11(2), 21-27
- Çevik, Ş. (2010). *Ortaöğretim 9., 10. Ve 11. sınıf fizik ders kitaplarında bulunan sorular ile 2000-2008 yılları arasında öğrenci seçme ve yerleştirme sınavlarında sorulan fizik sorularının Bloom taksonomisi açısından incelenmesi ve karşılaştırılması*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.
- Demirel, F. (2012). II. Meşrutiyetten sonra Osmanlı'da ortaöğretim: Sultaniler. *Tarih İncelemeleri Dergisi*, 27(2), 339-358.
- Devellioğlu, F. (1996). *Osmanlıca-Türkçe Ansiklopedik Lûgat*. (13.baskı). Ankara: Aydın Kitabevi Yayınları.
- Doğan, A. (2013). Üst biliş ve üst bilişe dayalı öğretim. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, 3, 6-20.
- Doğanay, A. (1997). Ders dinleme sırasında bilişsel farkındalıkla ilgili stratejilerin kullanımı. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(15), 34-42.
- Dosay, M., Demir, R. (1995). Bilim tarihinde metin çalışmalarının önemi. *Felsefe Dünyası Dergisi*, 17, 60-69.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906-911.
- Fraenkel, J.R. ve Wallen, N.E. (2008). *How to Design and Evaluate Research in Education*. (7.baskı). McGraw-Hill Higher Education.

- Günergun, F. (1995). Darülfünun Fünun (Fen) Fakültesi Mecmuası (1916-1933). *Osmanlı Bilimi Araştırmaları Dergisi*, 1, 285-349.
- Günergun, F. (2007). Matematiksel bilimlerde ilk Türkçe dergi: Mebahis-i İlmiye (1867-1869). *Osmanlı Bilimi Araştırmaları Dergisi*, 8(2), 1-42.
- Henningsen, M., Stein, M.K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549.
- Kablan, Z., Baran, T., Hazer, Ö. (2013). İlköğretim matematik 6-8 öğretim programında hedeflenen davranışların bilişsel süreçler açısından incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 347-366.
- Kadioğlu, S. (2002). Halkalı Ziraat Mekteb-i Âlisi mecmuası üzerine bir inceleme. *Osmanlı Bilimi Araştırmaları Dergisi*, 4(1), 99-118.
- Kalaycıoğulları, İ. (2009). *Cumhuriyet döneminde Türkiye'de bilim*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Karakelle, S., Saraç, S. (2010). Üst biliş hakkında bir gözden geçirme: Üst biliş çalışmaları mı yoksa üst bilişsel yaklaşım mı? *Türk Psikoloji Yazıları*, 13(26), 45-60.
- Koray, Ö., Altunçekiç, A., Yaman, S. (2002). Fen bilgisi öğretmen adaylarının soru sorma becerilerinin Bloom taksonomisine göre değerlendirmesi. *Pamukkale Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 38-46.
- Köğce, D., Baki, A. (2009). Matematik öğretmenlerinin yazılı sınav soruları ile ÖSS sınavlarında sorulan matematik sorularının Bloom Taksonomisine göre karşılaştırılması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26, 70-80.
- Landis, J.R. ve Koch, G.G. (1977). The measurement of observer agreement for categorical data. *Biometrics*, 33, 159-174.
- Milli Eğitim Bakanlığı, (MEB). (2013). Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı. Ankara. Web:<http://ttkb.meb.gov.tr/www/ogretim-programlari/icerik/72> adresinden 10 Temmuz 2013'te alınmıştır.

- Milli Kütüphane Başkanlığı, (MKB). (2012). Riyaziyat dergisi. Web: http://sureli.mkutup.gov.tr/detail.php?dergi_id=171 adresinden 13 Kasım 2012'de alınmıştır.
- Özgeldi, M., Esen, Y. (2009, 12-14 Kasım). 6-8 Matematik Ders Kitaplarında Yer Alan Öğretim Durumlarının Bilişsel İstemler Açısından İncelenmesi. 8. Matematik Sempozyumunda sunuldu, Ankara.
- Özcan, S., Oluk, S. (2007). İlköğretim fen bilgisi derslerinde kullanılan soruların Piaget ve Bloom taksonomisine göre analizi. *D.Ü. Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8, 61-68.
- Özsoy, G. (2008). Üst biliş. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6(4), 713-740.
- Sarpkaya, G. (2011). *İlköğretim ikinci kademe cebir öğrenme alanı ile ilgili matematiksel görevlerin bilişsel istemler açısından incelenmesi:Matematik ders kitapları ve sınıf uygulamaları*. Yayımlanmış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Stein, M.K., Smith, M.S. (1998). Mathematical Task as a Framework for Reflection: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275.
- Stein, M.K., Smith, M.S., Henningsen, M., Silver, E.A. (2000). *Implementing standardsbased mathematics instruction: A casebook for Professional development*. New York: Teachers College Pres.
- Türker, H.K. (2008). *II. Meşrutiyet devri eğitim hareketleri ve günümüze yansımaları*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Konya.
- Ubuz, B., Erbaş, A.K., Çetinkaya, B., Özgeldi, M. (2010). Exploring the Quality of the Mathematical Tasks in the New Turkish Elementary School Mathematics Curriculum Guidebook: the Case of Algebra. *ZDM Mathematics Education*, 42,483-491.
- Ünalın, Ç. (2009). Mimar ve mühendisler tarafından II. Meşrutiyet döneminde İstanbul'da yayımlanmış iki dergi: Génie Civil Ottoman (1910) ve Zeitschrift Fur Technik und Industrie in der Turkei (1916). *Osmanlı Bilimi Araştırmaları Dergisi*, 10(2), 59-96.

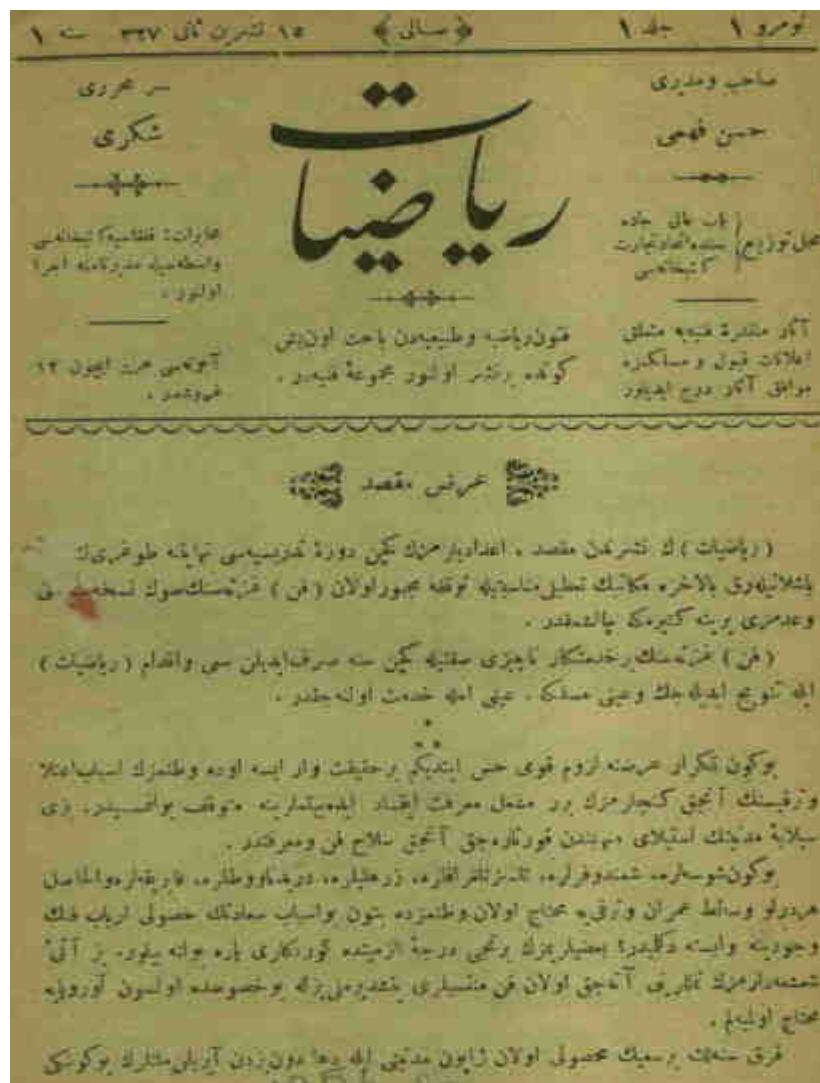
Üregen, R.N. (2012). *19. yy. Osmanlı matematik dergi ve makalelerinden bir kesit.* Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Yıldırım, A., Şimşek, H. (2011). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.* (8.baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

EKLER

Ek-1 Riyaziyat Dergisi Özgün Metinleri

Sayı-1



Sayı-2

تورم ۲ ۱۰ کتون اول ۳۳۷ ۱۰۹

ساحب ومديري حسن قهصی

محرري شكري

محل توزيع قبا علي شاه سينه خانقاه کاشغاهي

آگار مشرتا ميهه بشلي افلاک قبول و سادکزه موافق آگار دوج ايلير

قون راياب و طيمه يان اولوش کوهه رايشر اولور مجموعه قهصير

آرتمسي حيدر ايلول ۱۲ غرور

علاوت: غلابة کاشغاهي واسطه مديريه امرا اولور

رياضيا

غرائب عضو يلاق برغونه

ارباب سبي وتبع نظرکده ثابت قيمتدار برکتخانه عنايت اولان طيمه يان طافترکده . اورمانلرکده . زمين و اديله لاجورد و کز ليرک قومل قمرلرکده . قوش . کلک . ملکه . چيچک . قرک . شنبک . برسوق . اوروجک . مزيج . سادک . واجاي ميللرکده . اولان امداد کي ايکلي . اجولي مختلف نى حيات اوزرته طبع ايلش رکت و لايته نسخ . برکزه و آگار . برستمنن بنقه عنوان ايدى مطالعه نيمه يان دها چهره . ناسراو انکيز جهات مذهبه نايته وسعوايمى وارور .

برطرفن منصف کشف و تصريف ايدنکده . بولن بوکي نايته . و حيوات ميانده اولور . حيرته تصادف ايدنکده برکده معتبري تمام آلاشچيمه قدر ياشي حيزتله . دوشورملرکده قاب اولور .

اجير آجوقيه يان اولوق اوزره مکينا اورمانلرکده (دانه برکده يان) و ياخوره . حيه ذاتلرکده . کي برطاق کشف نامرکده ياد ايدنکده . پارسدين بترسورنه قدر عزيزنه شرفه طو قري اوزايوب کيدن اعلم مديتک بوننم راکده او بونجاقي دکاتر قاعلا ايدنکده و کاشغاهيه مابونلر قزاقلرکده بولان (Epiportaches) فرسوج . فصيلستن و (Ciston) . شيشه الوک بوندن برطاق زور شيشه تصادف ايدنکده بونلر هر قريمن برسته لست اخلا ايدنکده فلسفته طما شيبک بولن جوجوقرکده . بولنلرکده قريمن برشاه تشکيلي ايدنکده اولان کي حلق ارباب ششماسي

محرر ۱۶ ۱۰ کتون اول ۳۳۷ ۱۰۹

ساحب ومديري حسن قهصی

محرري شكري

محل توزيع قبا علي شاه سينه خانقاه کاشغاهي

آگار مشرتا ميهه بشلي افلاک قبول و سادکزه موافق آگار دوج ايلير

قون راياب و طيمه يان اولوش کوهه رايشر اولور مجموعه قهصير

آرتمسي حيدر ايلول ۱۲ غرور

علاوت: غلابة کاشغاهي واسطه مديريه امرا اولور

رياضيا

غرائب عضو يلاق برغونه

ارباب سبي وتبع نظرکده ثابت قيمتدار برکتخانه عنايت اولان طيمه يان طافترکده . اورمانلرکده . زمين و اديله لاجورد و کز ليرک قومل قمرلرکده . قوش . کلک . ملکه . چيچک . قرک . شنبک . برسوق . اوروجک . مزيج . سادک . واجاي ميللرکده . اولان امداد کي ايکلي . اجولي مختلف نى حيات اوزرته طبع ايلش رکت و لايته نسخ . برکزه و آگار . برستمنن بنقه عنوان ايدى مطالعه نيمه يان دها چهره . ناسراو انکيز جهات مذهبه نايته وسعوايمى وارور .

برطرفن منصف کشف و تصريف ايدنکده . بولن بوکي نايته . و حيوات ميانده اولور . حيرته تصادف ايدنکده برکده معتبري تمام آلاشچيمه قدر ياشي حيزتله . دوشورملرکده قاب اولور .

اجير آجوقيه يان اولوق اوزره مکينا اورمانلرکده (دانه برکده يان) و ياخوره . حيه ذاتلرکده . کي برطاق کشف نامرکده ياد ايدنکده . پارسدين بترسورنه قدر عزيزنه شرفه طو قري اوزايوب کيدن اعلم مديتک بوننم راکده او بونجاقي دکاتر قاعلا ايدنکده و کاشغاهيه مابونلر قزاقلرکده بولان (Epiportaches) فرسوج . فصيلستن و (Ciston) . شيشه الوک بوندن برطاق زور شيشه تصادف ايدنکده بونلر هر قريمن برسته لست اخلا ايدنکده فلسفته طما شيبک بولن جوجوقرکده . بولنلرکده قريمن برشاه تشکيلي ايدنکده اولان کي حلق ارباب ششماسي

صفت ۲۸

۹۰۰

نفس

صفت ۲۹

۹۰۰

۳۱ - (۱۱۱) در این کتاب گفته اند که هر کس که در این کتاب ۳۱ بار بخواند...

۳۲ - هر کس که در این کتاب ۳۲ بار بخواند...

۳۳ - هر کس که در این کتاب ۳۳ بار بخواند...

۳۴ - هر کس که در این کتاب ۳۴ بار بخواند...

۳۵ - هر کس که در این کتاب ۳۵ بار بخواند...

۳۶ - هر کس که در این کتاب ۳۶ بار بخواند...

۳۷ - هر کس که در این کتاب ۳۷ بار بخواند...

۳۸ - هر کس که در این کتاب ۳۸ بار بخواند...

۳۹ - هر کس که در این کتاب ۳۹ بار بخواند...

۴۰ - هر کس که در این کتاب ۴۰ بار بخواند...

۴۱ - هر کس که در این کتاب ۴۱ بار بخواند...

۴۲ - هر کس که در این کتاب ۴۲ بار بخواند...

۴۳ - هر کس که در این کتاب ۴۳ بار بخواند...

۴۴ - هر کس که در این کتاب ۴۴ بار بخواند...

۴۵ - هر کس که در این کتاب ۴۵ بار بخواند...

۴۶ - هر کس که در این کتاب ۴۶ بار بخواند...

۴۷ - هر کس که در این کتاب ۴۷ بار بخواند...

۴۸ - هر کس که در این کتاب ۴۸ بار بخواند...

۴۹ - هر کس که در این کتاب ۴۹ بار بخواند...

۵۰ - هر کس که در این کتاب ۵۰ بار بخواند...

[illegible]

[illegible]

Sayı-3

۱ کانون نائی ۳۴۷ سنه ۱	چهارم	۲ جنوری
محقق تحریر و تالیف مصطفی سالم - شکر علی حسن قاسمی چاپ گاہ عزیزان قلمی کابل واحدیہ مطبعہ کابل ۱۲۷۷ سنه ۱	سابقہ و مقرر حسن قاسمی چاپ گاہ عزیزان قلمی کابل واحدیہ مطبعہ کابل ۱۲۷۷ سنه ۱	۱۲۷۷ سنه ۱ ۱۲۷۷ سنه ۱ ۱۲۷۷ سنه ۱

[illegible]

۳۶
 ۳۷
 ۳۸
 ۳۹
 ۴۰
 ۴۱
 ۴۲
 ۴۳
 ۴۴
 ۴۵
 ۴۶
 ۴۷
 ۴۸
 ۴۹
 ۵۰
 ۵۱
 ۵۲
 ۵۳
 ۵۴
 ۵۵
 ۵۶
 ۵۷
 ۵۸
 ۵۹
 ۶۰
 ۶۱
 ۶۲
 ۶۳
 ۶۴
 ۶۵
 ۶۶
 ۶۷
 ۶۸
 ۶۹
 ۷۰
 ۷۱
 ۷۲
 ۷۳
 ۷۴
 ۷۵
 ۷۶
 ۷۷
 ۷۸
 ۷۹
 ۸۰
 ۸۱
 ۸۲
 ۸۳
 ۸۴
 ۸۵
 ۸۶
 ۸۷
 ۸۸
 ۸۹
 ۹۰
 ۹۱
 ۹۲
 ۹۳
 ۹۴
 ۹۵
 ۹۶
 ۹۷
 ۹۸
 ۹۹
 ۱۰۰

صفحه ۲۹

تاریخ

۱۳۰۲

مجلس اولی در چهارشنبه ۱۳۰۲/۱۰/۱۰
مجلس دوم در پنجشنبه ۱۳۰۲/۱۰/۱۱
مجلس سوم در شنبه ۱۳۰۲/۱۰/۱۲
مجلس چهارم در یکشنبه ۱۳۰۲/۱۰/۱۳
مجلس پنجم در دوشنبه ۱۳۰۲/۱۰/۱۴
مجلس ششم در سه شنبه ۱۳۰۲/۱۰/۱۵
مجلس هفتم در چهارشنبه ۱۳۰۲/۱۰/۱۶
مجلس هشتم در پنجشنبه ۱۳۰۲/۱۰/۱۷
مجلس نهم در شنبه ۱۳۰۲/۱۰/۱۸
مجلس دهم در یکشنبه ۱۳۰۲/۱۰/۱۹
مجلس یازدهم در دوشنبه ۱۳۰۲/۱۰/۲۰
مجلس پانزدهم در پنجشنبه ۱۳۰۲/۱۰/۲۲
مجلس شانزدهم در شنبه ۱۳۰۲/۱۰/۲۴
مجلس هجدهم در یکشنبه ۱۳۰۲/۱۰/۲۵
مجلس بیستم در سه شنبه ۱۳۰۲/۱۰/۲۷
مجلس بیست و یکم در چهارشنبه ۱۳۰۲/۱۰/۲۸
مجلس بیست و دوم در پنجشنبه ۱۳۰۲/۱۰/۲۹
مجلس بیست و سوم در شنبه ۱۳۰۲/۱۰/۳۱

صفحه ۳۰

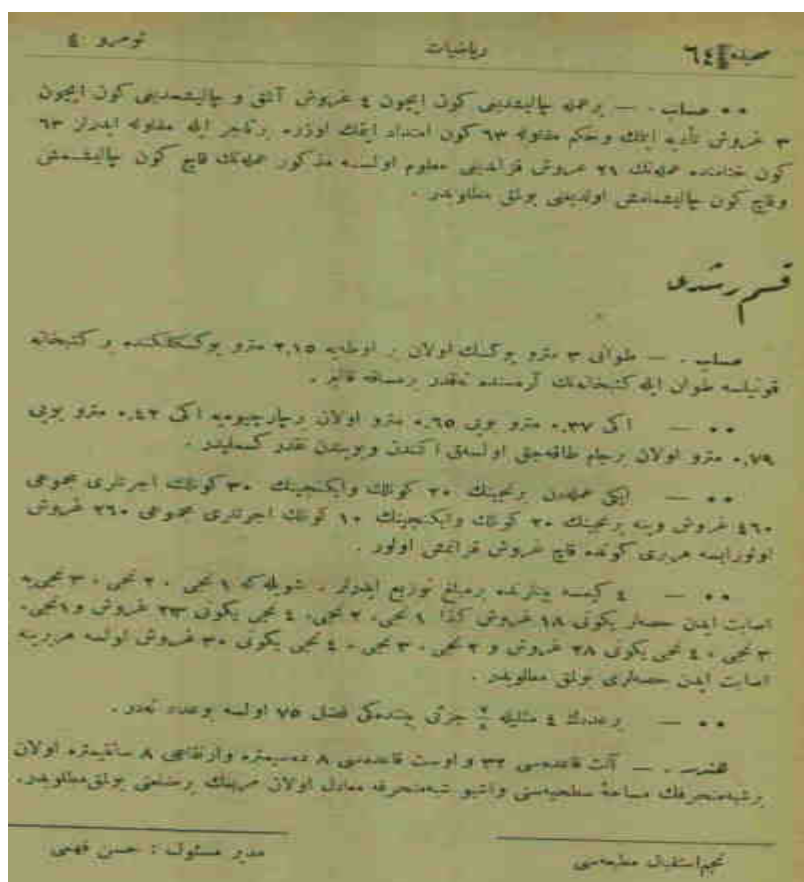
تاریخ

۱۳۰۳

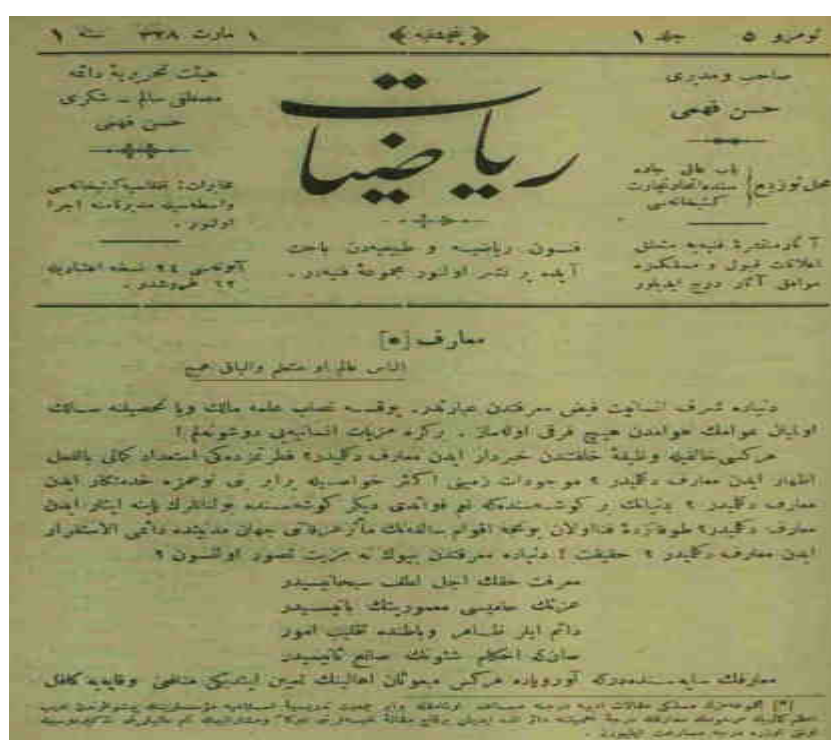
مجلس بیست و چهارم در یکشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۱
مجلس بیست و پنجم در دوشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۲
مجلس بیست و ششم در سه شنبه ۱۳۰۳/۱۱/۳
مجلس بیست و هفتم در چهارشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۴
مجلس بیست و هشتم در پنجشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۵
مجلس بیست و نهم در شنبه ۱۳۰۳/۱۱/۷
مجلس سی و یکم در یکشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۹
مجلس سی و دوم در دوشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۱۰
مجلس سی و سوم در سه شنبه ۱۳۰۳/۱۱/۱۱
مجلس سی و چهارم در چهارشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۱۲
مجلس سی و پنجم در پنجشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۱۳
مجلس سی و ششم در شنبه ۱۳۰۳/۱۱/۱۵
مجلس سی و هفتم در یکشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۱۶
مجلس سی و هشتم در دوشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۱۷
مجلس سی و نهم در سه شنبه ۱۳۰۳/۱۱/۱۸
مجلس سی و دهم در چهارشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۱۹
مجلس سی و یازدهم در پنجشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۲۰
مجلس سی و دهم در شنبه ۱۳۰۳/۱۱/۲۲
مجلس سی و یکم در یکشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۲۳
مجلس سی و دوم در دوشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۲۴
مجلس سی و سوم در سه شنبه ۱۳۰۳/۱۱/۲۵
مجلس سی و چهارم در چهارشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۲۶
مجلس سی و پنجم در پنجشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۲۷
مجلس سی و ششم در شنبه ۱۳۰۳/۱۱/۲۹
مجلس سی و هفتم در یکشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۳۰
مجلس سی و هشتم در دوشنبه ۱۳۰۳/۱۱/۳۱

صفحة 53	رقم 5	توضیحات	نمودار 5
مجموعه 53	5	توضیحات	نمودار 5
مجموعه 53 توضیحات نمودار 5			

صفحة 54	رقم 6	توضیحات	نمودار 6
مجموعه 54	6	توضیحات	نمودار 6
مجموعه 54 توضیحات نمودار 6			



Sayı-5



مجموعه ۷۰
در بیان

۱۰۰۰۰

مجموعه ۷۱
در بیان

مجموعه ۷۰
در بیان

۱۰۰۰۰

مجموعه ۷۱
در بیان

مجموعه ۷۰
در بیان

۱۰۰۰۰

مجموعه ۷۱
در بیان

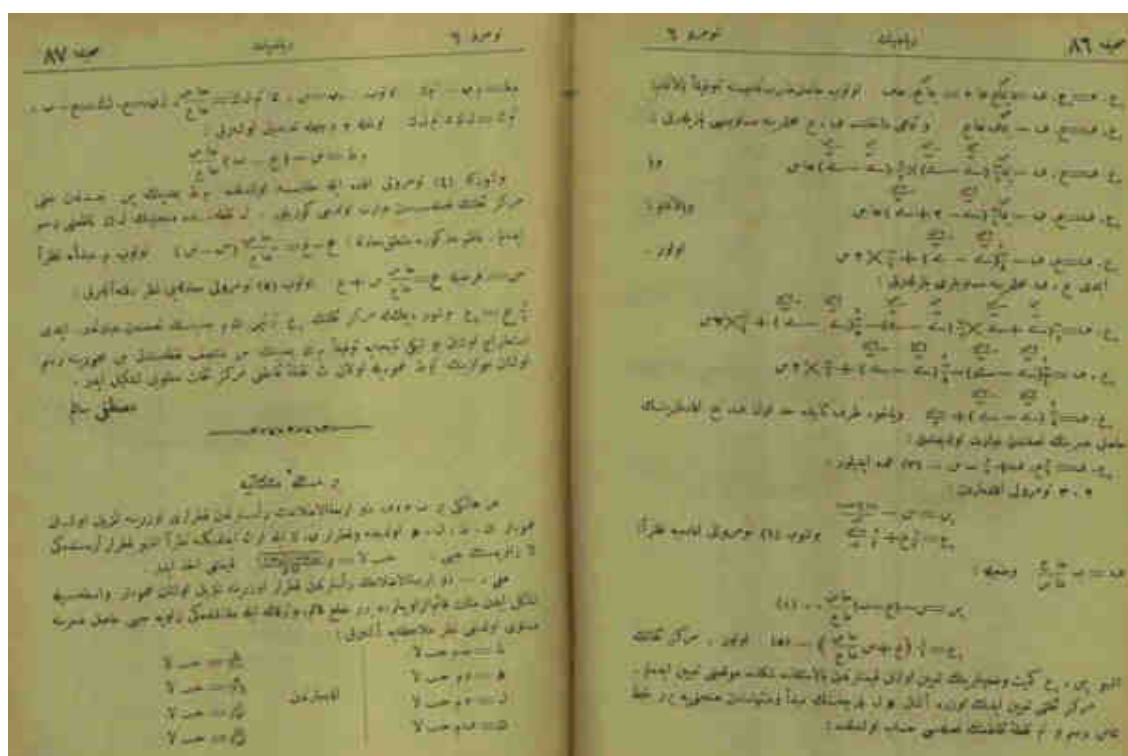
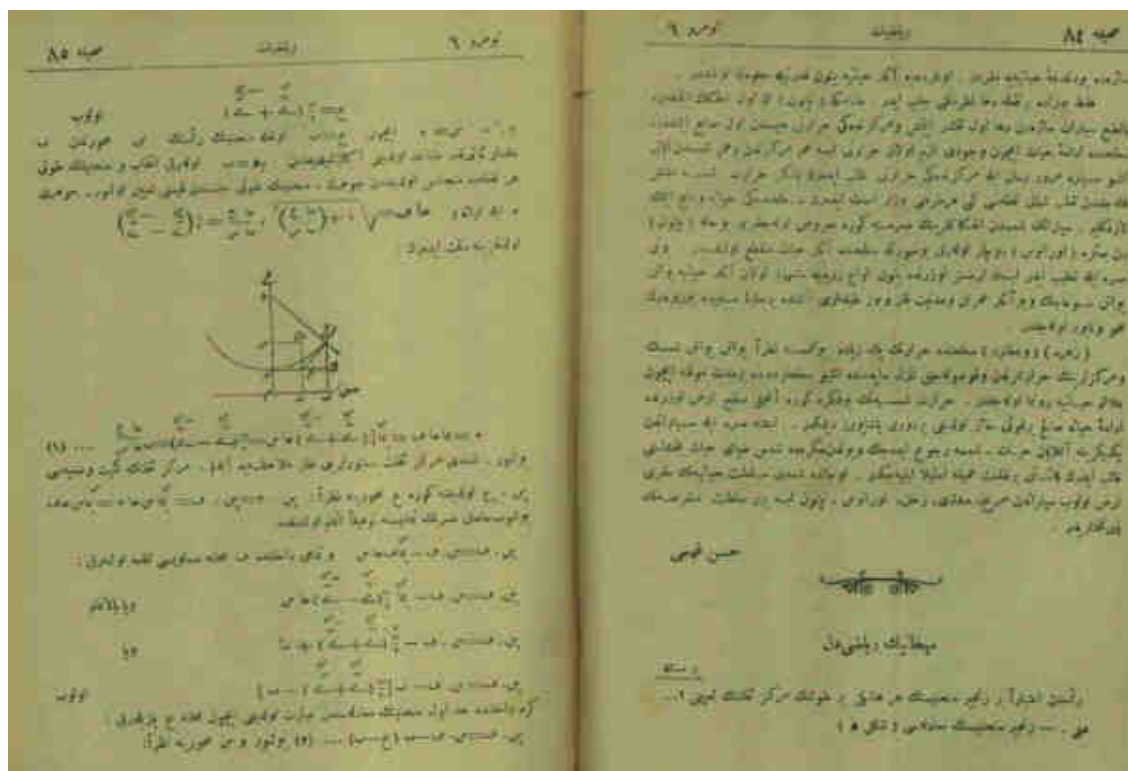
مجموعه ۷۰
در بیان

۱۰۰۰۰

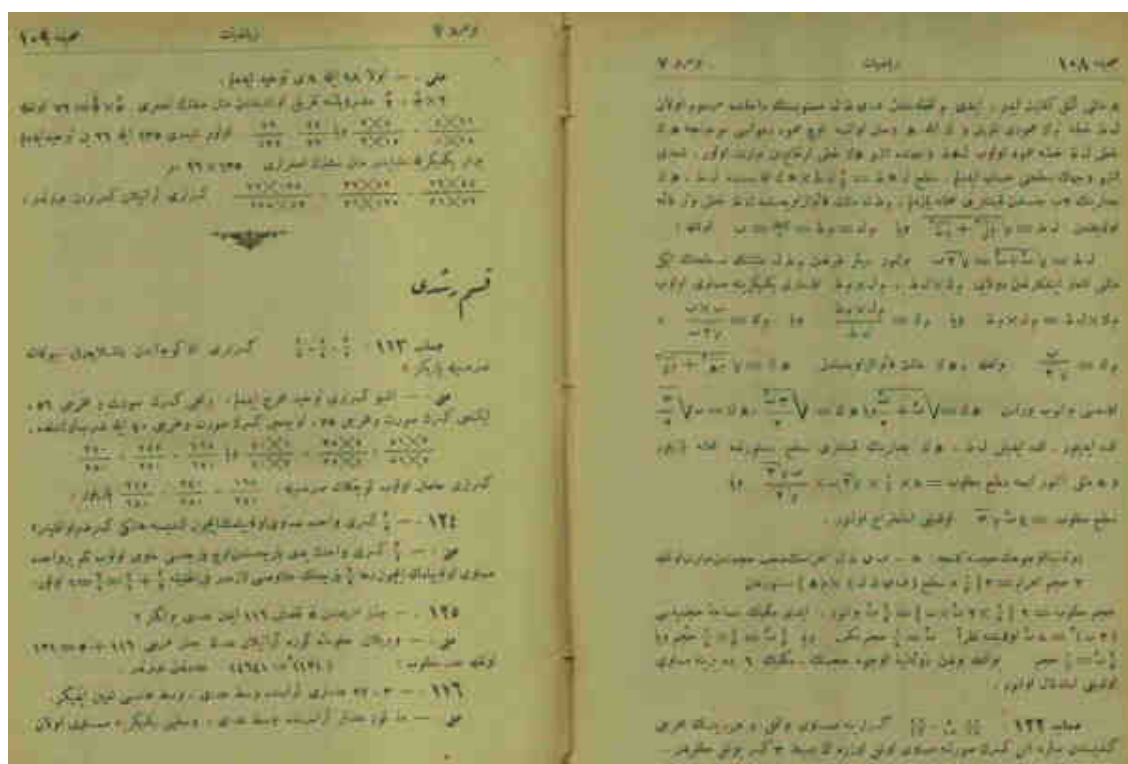
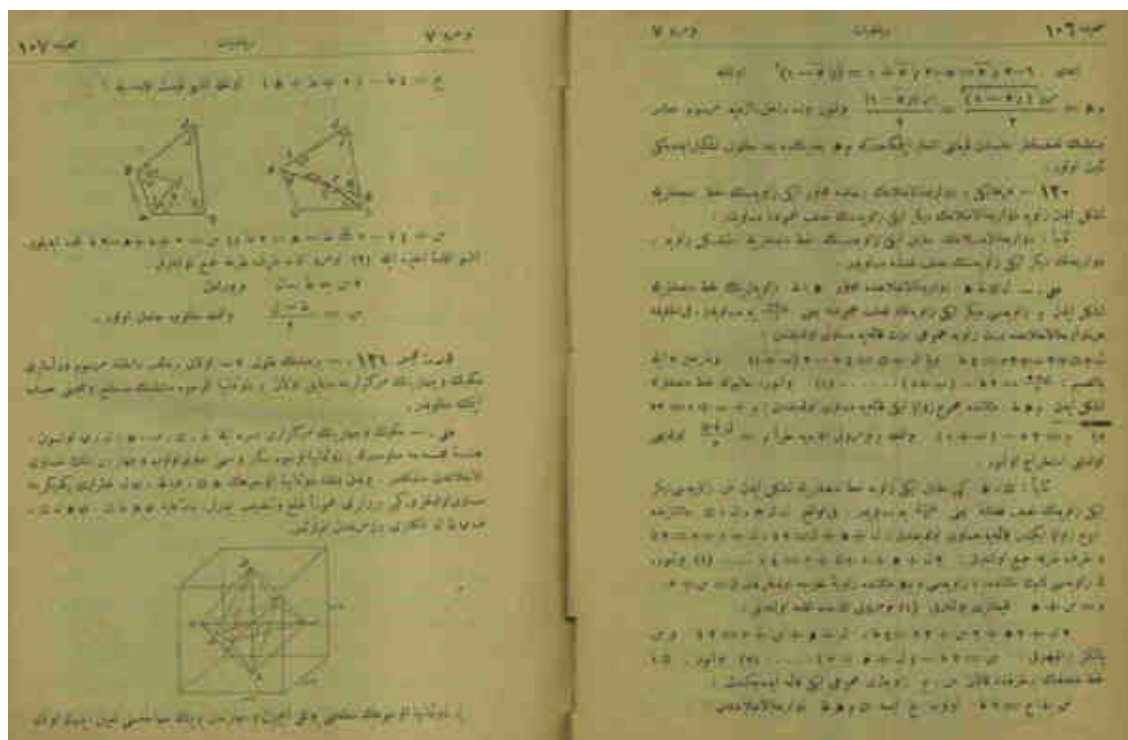
مجموعه ۷۱
در بیان

[illegible]

[illegible]



[illegible][illegible]



Ek-2 Riyaziyat Dergisi Osmanlıca Metinleri

Sayı-1

ARZ-I MAKSAD

Riyaziyat'ın neşrinden maksad, idadilerimizin geçen devre-i tedrisiyesi nihayetine doğru neşrine başlanarak bilahare mekâtibin tatili münasebetiyle tevkife mecbur olan Fen Gazetesinin son nüshasındaki vaadimizi yerine getirmeye çalışmaktır. Fen Gazetesinin bir hizmetkâr-ı naçizi sıfatıyla geçen sene sarf edilen say ve ikdam, Riyaziyat ile tetviç (tetevvüç) edilecek ve aynı meslek, aynı emele hizmet olunacaktır. Bugün tekrar arzına lüzum ettiğim bir hakikat var ise, o da vatanımızın esbab-ı itila ve terakkisinin ancak gençlerimizin birer meşal-i marifet-i iksad edebilmelerine mütevakıf bulunmasıdır. Bizi seylab-ı medeniyetin istilasından kurtaracak, ancak silah-ı fen ve maarifettir. Bugün şoselere, şimendiferlere, telsiz ve telgraflara, zırhlılara, dreduatlara, fabrikalara velhasıl her türlü vesait-i ümran ve terakkiye muhtaç olan vatanımızda bütün bu esbab-ı saadetin husulü, erbab-ı fennin vücuduna vabeste değil midir? Bazılarımızın birinci derece elzemiyette gördüğü para bulunabilir. Biz, ati-i şuaşedarımızın temellerini atacak olan fen müntesibleri yetiştirmeliyiz ki, bu hususta olsun Avrupa'ya muhtaç olmayalım. Kırk senelik bir say'ın mahsulü olan Japon medeniyeti ile daha dün bizden ayrılan milletlerin bugünkü derece-i terakkisini nazar-ı insafla tetkik etmek, vatanımıza karşı ifası boynumuza borç olan vazifemizde gösterilecek eser-i fekasilin pek büyük bir ihamet olacağını isbata kafidir.

Biz bir maksat için çalışıyoruz. Bunu şu cümleyle telhisan arz edelim: "Vatanın ati-i feyyazı ancak fen ve maarifetle temin olunacaktır". Onun için nazarımızda fen müntesibleri yetiştirmek üzere sarf edilecek her say, düşmanın hain mermilerine göğüs gererek sevgili vatanını müdafaa eden bir askerin hizmet-i mukaddesi kadar haiz-i ehemmiyettir. İşte bu hüsrân-ı maarifetin pek acı tecrübelerini gördüğümüzüzdendir ki, ati-i piramidimizin bu feyyaz amillerinde bir hevahişh-i fenni uyandırmak azminde bulunuyoruz. Riyaziyat, işte bu azm-i vatanperveranenin bir ziyade-i naçizi olmak üzere neşredilecek ve göreceği rağbet nisbetinde tevsi-i hacim eyleyecektir. Riyaziyat, vatanımızda en mümtaz erbab-ı maarifetin müzaharatlarını temin ettiğinden bu hususta muvaffakiyeti için addeder. Fen Gazetesinin neşrinde bizimle lütfen tevhid-i mesai eden Dar-ül Fünun Riyaziye Şubesi muallim muavinlerinden Şükrü Bey, Riyaziyat için de

aynı hizmet ve muaveneti bi-deriğ buyuracaklarını temin ettikleri gibi, Fen Gazetesi müessis ve muharrirlerinden ve Dar-ül Fünun Riyaziye Şubesi mezunlarından Halil Necati, Muharrem Nadi, İbrahim Hakkı, İbrahim Sıtkı, Ömer Fevzi ve Yahya İhsan Beylerle şube-i mezkura müdavimin-i muhteremesi kardeşlerimiz de Riyaziyat için çalışacaklardır.

Biz bir emel-i mukaddes peşinde naçizane çalışacağız. Ümid ederim ki, erbab-ı fen ve maarifet bi-deriğ himmet buyururlar.

Hasan Fehmi

DESCARTES NAZARİYESİNE DAİR

Le Journal de Mathematiques Elementaires'den: Riyaziyat'ın şuabat-ı muhtelifesinde "Descartes Nazariyesi" namı tahtında maruf bir nazariye vardır. Nazariye-i mezkure, bir muadelenin müsbet-i cezirelerinin aded-i azamisini irae eder. Descartes, Handesesinin üçüncü cildinde bir mechulleri lalettain bir muadelenin cezirelerinin adedi, o muadelenin derecesine müsavi olduğuna ve mesela üçüncü dereceden bir muadelenin üç dane-i cezri bulunduğu dair basit mikal ederek bir muadelenin müsbet ve menfi cezirelerinin adedi hakkında "Bir muadelenin iki müteakip hadlerinin işaretleri tahvil eder ise, bu tahvil işaret kadar cüzur-u müsbete ve bilakis iki müteakip hadler aynı işareti muhafaza eyler ise o kadar da menfi cezirler vardır." nazariyesini vaz eylemiştir.

Descartes bu nazariyesini cüzurat-ı hakikiye hakkında böyle kati söylemiş ise de, cüzurat-ı mevhume için nazariye-i mezkure kâfi değildir. 1741 tarihinde Labbe de Gua tarafından tanzim edilip Fen akademisine takdim edilen iki muhtırada, Descartes nazariyesinin karışık olduğu söylenmiş idi.

Fakat "Bir muadelenin müsbet neticelerinin aded-i azamisi, muadele-i mezkure hadlerine ait işaretlerin aded-i tahviline müsavidir." nazariyesinin yüksek bir dereceden bir muadelenin pratik olarak cüzurat-ı hakikiyesi adedini tayine kifayet etmesi nokta-i nazarından bir kıymeti bulunduğu gayri kabil inkârdır.

Kadıköy Numune Rüşdiyesi

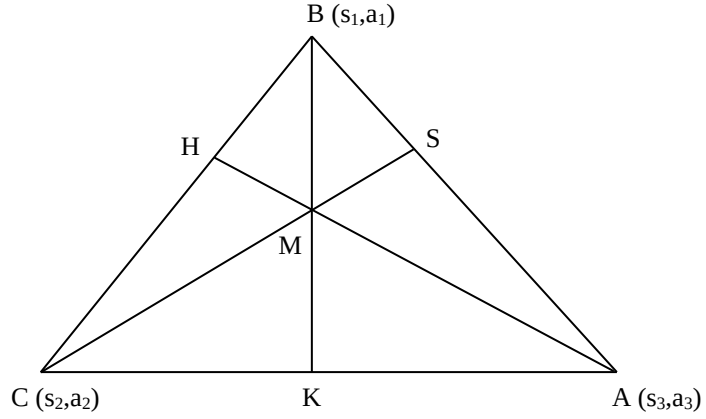
Riyaziye Muallimi

Halil Necati

Kısm-ı Âli

Hendese-i Tahliliye

1. Bir müsellesin üç irtifai bir noktada teka'ti eder. BCA müsellesinin re'slerinin kemiyât vaziyelerini sıra ile $s_1, a_1; s_2, a_2; s_3, a_3$ ile gösterelim.



Şimdi A, C noktalarından geçen hatt-ı müstakimin muadelesi, $\frac{s-s_2}{s_2-s_3} = \frac{a-a_2}{a_2-a_3}$ olur. İş

bu muadele islah edilip s, a 'ya göre tanzim edildiğinde,

$$s(a_2 - a_3) - a(s_2 - s_3) - s_2(a_2 - a_3) + a_2(s_2 - s_3) = 0 \quad (1)$$

ve aynı suretle ab, bc kıta-i müstakimelerinin muadeleleri de,

$$s(a_1 - a_3) - a(s_1 - s_3) - s_1(a_1 - a_3) + a_1(s_1 - s_3) = 0 \quad (2)$$

$$s(a_1 - a_2) - a(s_1 - s_2) - s_1(a_1 - a_2) + a_1(s_1 - s_2) = 0 \quad (3) \text{ bulunur.}$$

Şimdi müsellesin irtifalarının muadelelerini tayin edelim. bk irtifai s_1, a_1 noktasından

sürur ettiği cihetle muadelesi, $b(s - s_1) + c(a - a_1) = 0 \quad (4)$ olup bu da bir noktadan geçen

bir hattın muadelesinden başka bir şey değildir. Diğer taraftan hatt-ı müstakim ac

kaidesine amud olduğu cihetle bk hattının emsal-i zaviyesi (m), ac kaidesinin emsal

zaviyesi (m') ile gösterildiğinde $m.m' = -1$ olacağından m' emsal zaviyesi yukarıdaki

$$(1) \text{ muadelesinden } m' = \frac{a_2 - a_3}{s_2 - s_3} \text{ bulunup mahalline yazıldığında } m = -\frac{s_2 - s_3}{a_2 - a_3}$$

istihrac olunup yukarıda (4) muadelesinde mahalline konulduğunda,

$$(s_2 - s_3)(s - s_1) - (a_2 - a_3)(a - a_1) = 0 \quad (5) \text{ muadelesi bk irtifainın muadelesi olmuş olur.}$$

$$\text{Aynı suretle } cs \text{ irtifainın muadelesi, } (s_1 - s_3)(s - s_2) - (a_1 - a_3)(a - a_2) = 0$$

$$(6) \text{ ve } ah \text{ irtifainın muadelesi de, } (s_1 - s_2)(s - s_3) - (a_1 - a_2)(a - a_3) = 0 \quad (7)$$

bulunur. Şimdi ah irtifainın bc hattı üzerinde ifraz eylediği $\frac{bh}{hc}$ nisbet-i kısmiyesi, (7) muadelesinde s, a yerine bir kere s_1, a_1 ve bir kere de s_2, a_2 yazılıp nisbet edilmekle bulunacağından,

$$\frac{bh}{hc} = \frac{(s_1 - s_2)(s_1 - s_3) - (a_1 - a_2)(a_1 - a_3)}{(s_1 - s_2)(s_2 - s_3) - (a_1 - a_2)(a_2 - a_3)} \quad (8) \text{ aynı suretle,}$$

$$\frac{ck}{ka} = \frac{(s_2 - s_3)(s_2 - s_1) - (a_2 - a_3)(a_2 - a_1)}{(s_2 - s_3)(s_3 - s_1) - (a_2 - a_3)(a_3 - a_1)} \quad (9) \text{ ve}$$

$$\frac{as}{sb} = \frac{(s_1 - s_3)(s_3 - s_2) - (a_1 - a_3)(a_3 - a_2)}{(s_1 - s_3)(s_1 - s_2) - (a_1 - a_3)(a_1 - a_2)} \quad (10) \text{ bulunur.}$$

Halbuki müsellesin 3 irtifai bir noktada teka'ti ettiği taktirde, $\frac{bh}{hc} \times \frac{ck}{ka} \times \frac{as}{sb} = -1$ olması lazım geleceğinden, (8), (9) ve (10) düsturları taraf tarafa darp edilip ıslah edildiğinde,

$$\frac{(s_1 - s_2)(s_1 - s_3) - (a_1 - a_2)(a_1 - a_3)}{(s_1 - s_2)(s_2 - s_3) - (a_1 - a_2)(a_2 - a_3)} \times \frac{(s_2 - s_3)(s_2 - s_1) - (a_2 - a_3)(a_2 - a_1)}{(s_2 - s_3)(s_3 - s_1) - (a_2 - a_3)(a_3 - a_1)} \times \frac{(s_1 - s_3)(s_3 - s_2) - (a_1 - a_3)(a_3 - a_2)}{(s_1 - s_3)(s_1 - s_2) - (a_1 - a_3)(a_1 - a_2)} = -1 \text{ bulunup, matlubu sabit olur.}$$

Şükrü Bey

Kısm-ı İdadi

Hesab-ı Nazari

2. 3 rakamlı herhangi bir adedle, bu adedden 7 kadar farklı diğer 3 rakamlı ikinci bir aded alınsa, adedin-i mezkûrin birbirini müteakip yazılmak üzere teşkil olunacak 6 haneli iki aded beynindeki fazl, daima 7'nin 999 misline müsavi olacağını isbatı. Mesela, 489 ile bundan 7 noksan olan 482 adedleri birbirini müteakip gelmek üzere yazılarak 489482, 482489 adedleri teşkil olunsu, işbu adedlerin fazlı, 7x999'a müsavidir.

Halli: 3 rakamlı herhangi bir aded B ile ve bundan 7 noksan olan aded de C ile gösterilse, bir mukteza'-yı mesele $B-C=7$ olduğu gibi, işbu 3 rakamlı adedlerin yekdiğerini müteakip yazılması demek 1000B ile C adedini ve 1000C ile B adedini cem' eylemek demektir. Filvaki, B adedini müteakip C adedi yazıldığı taktirde işbu adedler üçer rakamlı olduklarından, B adedi âhâd-ı basîte cümlesinden binler

cümlesine nakledilmiş, tabir-i âhirle, B adedi 1000 defa büyütülmüş olacaktır. İşbu 1000B adedine C adedinin ilavesi, B ile C adedlerinin müteakip yazılması demek olur. Şimdi; $1000B+C-(1000C+B)$ fazlını taharri edelim. Bu fazl ıslah olunur ise, $999B-999C = 999(B-C)$ bulunur. Halbuki, $B-C=7$ olduğundan, fazl-ı mezkurun 7×999 olduğu görülür. Suret-i umumiyyede olarak, madem ki şart-ı mezkur dahilinde teşkil olunacak adedlerin fazlları, $(B-C)$ fazlına tabidir, o halde $B-C$ fazlının behemehâl 7 olması icab etmeyeceği ve binaenaleyh, yerdiğerinden 5 veya 7 farklı adedler hakkında da meselenin kâbil-i tatbik bulunacağı istihrac olunur.

Vahid

3. 3 müteakip adedin ikişer ikişer hasil-ı darbları mecnu'u 3,4,5,7 adedleriyle kâbil-i taksim değildir.

İsbatı: Âdâd-ı müteakibe $x-1, x, x+1$ olsunlar. İkişer ikişer hasil-ı darblarının mecmu'u, $x(x-1) + (x-1)(x+1) + x(x+1) = 3x^2 - 1$ 'den ibarettir. Şimdi işbu $3x^2 - 1$ mecmu'unun 3,4,5,7 adedleri ile gayrı kâbil taksim olacağını isbat edelim.

(1) $(3x^2 - 1)$, 3 ile kâbil-i taksim değildir. Filvaki mecmu'u mezkur, *misal.3* - 1 şeklinde olduğu için hiçbir vakit 3 ile tamamen taksim olunamayacağı sarahaten görünmektedir.

(2) $(3x^2 - 1)$, 4 ile kâbil-i taksim değildir. Filhakika eğer $x = \text{misal.2}$ ise, $3x^2 - 1$ adedi behemehâl tektir. Çünkü bu şart dahilinde $3x^2$ her ne kadar 4 ile kâbil-i taksim olacak ise de, $3x^2 - 1$ adedi çift bir adedden vahid noksanını iş'ar ettiğinden behemehâl tek olacak ve bu halde de $3x^2 - 1$ mecmu'unun 4 ile kâbil-i taksim olamayacağı tezahür eyleyecektir. Eğer, $x = \text{misal.2} + 1$ ise, $x^2 = \text{misal.4} + 1$ olub, buradan $3x^2 = \text{misal.4} + 3$ veya $3x^2 - 1 = \text{misal.4} + 2$ bulunur ki, bundan $3x^2 - 1$ mecnu'unun 4 ile kâbil-i taksim olmadığı anlaşılır.

(3) $(3x^2 - 1)$, 5 ile de kâbil-i taksim değildir. Filvaki eğer $x = \text{misal.5}$ ise $x^2 = \text{misal.5}$ ve buradan $3x^2 - 1 = \text{misal.5} - 1$ bulunur ki, $3x^2 - 1 = \text{misal.5}$ olamayacağı görülmektedir. Eğer $x = \text{misal.5} \pm 1$ şeklinde ise, $x^2 = \text{misal.5} + 1$ ve buradan $3x^2 - 1 = \text{misal.5} + 2$ bulunur ki, $3x^2 - 1 = \text{misal.5}$ olamayacağı görülmektedir. Eğer $x = \text{misal.5} \pm 2$ şeklinde ise, $x^2 = \text{misal.5} + 4$ ve buradan

$3x^2 - 1 = misal.5 + 2$ bulunur ki, bundan $3x^2 - 1$ mecnu'unun 5 ile kâbil-i taksim olmadığı anlaşılır.

(4) $(3x^2 - 1)$, 7 ile de kâbil-i taksim değildir. Filvaki eğer $x = misal.7$ ise $x^2 = misal.7$ ve buradan $3x^2 - 1 = misal.7 - 1$ olacağı cihetle 7 ile hiçbir zaman kâbil-i taksim olmadığı zahir olur. Eğer $x = misal.7 \pm 1$ şeklinde ise, $x^2 = misal.7 + 1$ ve buradan $3x^2 - 1 = misal.7 + 2$ bulunur ki, 7 ile hiçbir zaman kâbil-i taksim olmadığı görülmektedir. Eğer $x = misal.7 \pm 2$ şeklinde ise, $x^2 = misal.7 + 4$ ve buradan $3x^2 - 1 = misal.7 + 11$ bulunacağından mecnu'u mezkuru yine 7 ile kâbil-i taksim olmadığı zahir olur.

Hasan Fehmi - Halil Necati

4. (Hikmet) Şiddet-i cazibesi $c=980$ dina olan bir mahalde 24 kg.lık bir kütleyi 8 m irtifa'a ref' etsek, o cisme ne kadar amel-i mihaniki sarf etmiş oluruz?

Halli: Amel-i mihaniki, mesafenin kuvvete hasıl darbına müsavi yani $a = v.k$ olup $k = k'.c$ ikamesiyle $a = v.k'.c$ halini iktisab eden düsturda $v = 800$ cm , $k' = 24.000$ gram , $c = 980$ vaz'ıyla $a = 980 \times 24.000 \times 800 = 18.816.000.000$ erkten ibarettir. [Vahid kuvvetin yani 1 dyn'in taht-ı tesirinde bir cismin vahid tüle yani 1 cm'ye müsavi bir mesafe kat eylediği anda husule getirdiği amel-i mihanikiye "erk" tabir olunur.] , [Vahid kütleye tatbiki halinde 1 saniyede 1 cm.lık sürat ita eden kuvvete de "dina" namı verilmiştir.]

5. Dakikada 240 mikabmetre su akıtan bir şelalenin sürati saniyede 5 m olsa acaba işbu şelalenin kuvvet-i zindesi ne kadardır?

Halli: Şelale dakikada 240 mikabmetre su akıtır ise saniyede $\frac{240}{60} = 4$ m³ su akıtacaktır. 1 m³ su takriben 1 tonilato yani 1000 kg olduğundan, saniyede işbu şelale 4000kg veya 4 milyon gram su akıtır. Saniyede sürati 5 m veya 500 cm olduğundan $\frac{1}{2}ks^2$ düsturuna bittatbik kuvvet-i zinde; $= \frac{4.000.000 \times (500)^2}{2} = 500$ milyar erk bulunur.

6. (Müsellesat) $bahs^2s \cdot amma^2s = amma^2s - bahs^2s$ ifadesinin tahkiki?

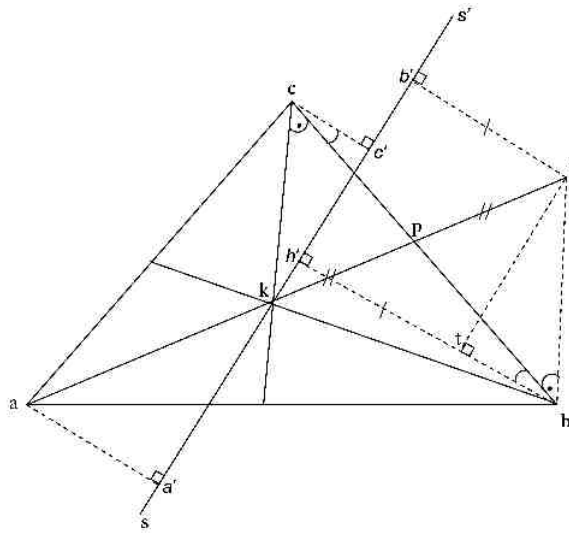
Halli: $amma s = \frac{bahs s}{has s}$ ikamesiyle, $bahs^2s \cdot \frac{bahs^2s}{has^2s} = \frac{bahs^2s}{has^2s} - bahs^2s$

bulunup, $bahs^2s = 1 - has^2s$ vazıyla

$(1 - has^2s) \cdot \frac{(1 - has^2s)}{has^2s} = \frac{bahs^2s - bahs^2s \cdot has^2s}{has^2s}$ veya

$(1 - has^2s)^2 = bahs^2s \cdot (1 - has^2s)$ ve tarafeyn $(1 - has^2s)$ ile taksim olunarak,
 $1 - has^2s = bahs^2s$ ve buradan, $1 = has^2s + bahs^2s$ bulunmağla sıhhat-i muadele tahkik edilmiş olur.

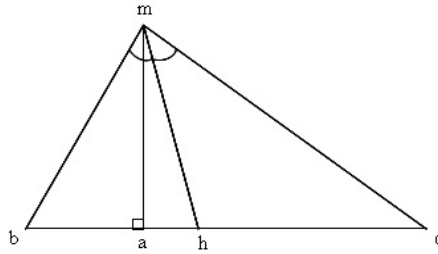
7. (Hendese) h, c, a müsellesin kitrelerinin k nokta-i takatından mürur edilen herhangi bir ss' hatt-ı kat'ına müsellesin re'slerinden cc' , aa' , hh' amudları mecmu'una müsavi olacağının ispatı.



Halli: ap kitri kendi sülüsüne pk ba'dine müsavi olmak üzere ihrac edilerek elde edilen b noktasından ss' hatt-ı kat'ına bb' amudu tenzil olursa $bb'k$ müsellesinin $aa'k$ müsellesine müsavi olmasından dolayı $bb' = aa'$ olacağı tabidir. Şimdi ss' hatt-ı kat'ına muvazi olmak üzere bt hattı resmedilerek bb' amudu, hh' amudu üzerine nakl olunur ise $th' = bb' = aa'$ olup meselenin tahkik edebilmesi imkanı ht ba'dinin cc' amuduna

müsavi bulunmasına mütevakıf kalır. Filvaki bph, cpk müsellesleri $bp = pk$, $ph = pc$ ve zaviye-i $bph =$ zaviye-i cpk olmasından dolayı yekdiğerine müsavi olacaklarından buradan bittabi $bh = ck$ ve zaviye-i $bhp =$ zaviye-i pck bulunur. İmdi bht, $cc'k$ müselles-i kaimü'z-zâviye bh, ck ve terkaimelerinin ve bht, kcc' zaviye-i hadelerinin müsavatından dolayı yekdiğerine müsavidir. Filhakika mezkur zaviye-i hadeler yekdiğerine müsavi ikişer zaviyenin mecmu'una müsavidir. Bunlardan biri zaviye-i $bhp =$ zaviye-i pck ve diğeri ise cc', hh' amudlarının muvazatından naşı mütebadiletan-ı dahiletan olan phh', pcc' zaviyeleri olup mecmuları alındığı halde bht, kcc' zaviyeleri hasıl olur ki bunlarda bittabi yekdiğerine müsavidir. Bu halde işbu iki müselles-i kaimü'z-zâviyenin müsavatından ht badinin de cc' amuduna müsavi olacağı tezahür eyler. Binaenaleyh hh' amudu cc', aa' amudlarının mecmu'una müsavidir.

8. Herhangi bir mbc müsellesinde ma hattı bc dılına amud olmak ve mh hattı dahi bmc zaviyesini tensif etmek üzere resm olunmuş ise amh zaviyesi b, c zaviyelerinin tefasilinin nısfına müsavidir.



Halli: bmc zaviyesinin nısfını t ile gösterelim. amc müselles-i kaimü'z-zâviyede zaviye-i haddeler yekdiğerinin tamamı olduğu cihetle $(amh + t) + c = ifa$ olacağı gibi, bma müselles-i kaimü'z-zâviyesinden de aynı vechile $(t - amh) + b = ifa$ olunacağından işbu iki ifadeden teşkil edilen, $amh + t + c = t - amh + b$ müsavatından (t)ler tai olunarak $amh + c = -amh + b$ ve $(-amh)$ sol tarafa ve (c) sağ tarafa nakledilerek $2amh = b - c$ ve tarafeyn 2 ile bittaksim $amh = \frac{b - c}{2}$ bulunmakla matlub hasıl olur.

9.(Cebir) $4sa(s^2 + a^2) = (s^2 + sa + a^2)^2 - (s^2 - sa + a^2)^2$ olduğunu isbat etmek matlubdur.

Halli: Taraf-ı sani iki merbu' (murabba') tam beynindeki fazladan ibaret olmağla mucmuu'larıyla fazlları hasıl darbından müteşekkil madrubata tefrik olundukta, $[(s^2 + sa + a^2) + (s^2 - sa + a^2)] \cdot [(s^2 + sa + a^2) - (s^2 - sa + a^2)]$, $(2s^2 + 2a^2) \cdot 2sa = 4sa(s^2 + a^2)$ bulunur.

10. $\frac{cs + 2}{2c + (c^2 - 4)s - 2cs^2}$ ifadesinin ihtisarı matlubdur.

Halli: İfade-i mezkurenin mahreci kerreden kurtularak, $\frac{cs + 2}{2c + c^2s - 4s - 2cs^2}$ ve mahrecde iki evvelki hadler c ve iki sonraki hadler de 2s kerresine alınarak, $\frac{cs + 2}{c(2 + cs) - 2s(2 + cs)}$ veya $(cs + 2)$ müşterek kerresi ahz olunarak, $\frac{cs + 2}{(cs + 2)(c - 2s)} = \frac{1}{c - 2s}$ bulunur.

Hasan Fehmi

Kısm-ı Rüşdi

Hesab

11. Mahreci ile sureti beynindeki tefazul 24 olmak üzere $\frac{15}{19}$ kesrine muadil bir kesir bulmak matlubdur.

Halli: Malumdur ki, bir kesre muadil diğer bir kesir bulmak için birinci kesrin suret ve mahreci hariçden bir adedle darb veya taksim olunur. Burada $\frac{15}{19}$ kesrinin suret ve mahreci hariçden bir adedle darb edilmek usulüyle aranılan kesrin bulunacağı tabidir. Şimdi $\frac{15}{19}$ kesrinin suret ve mahrecini öyle bir adedle darb edeceğiz ki, o adedin 19 mislinden 15 misli tarh olunur ise 24 adedi kalacaktır. 19 mislinden 15 misli tarh olunur ise aranılan adedin 4 misli 24 adedine müsavi demek olur. O halde, bir

adedin 4 misli 24 eder ise, kendisi $\frac{24}{4} = 6$ dan ibaret olacağından, $\frac{15}{19}$ kesrinin suret ve mahreci 6 ile darb edilecek olur ise, $\frac{6 \times 15}{6 \times 19} = \frac{90}{114}$ kesri bulunur ki, filhakika kesr-i mezkurun sureti mahrecinden tarh olunduğu takdir de $114 - 90 = 24$ olduğu görülür.

12. Bir okka su alan bir şişenin içine, bir okkanın $\frac{7}{20}$ kısmı kadar su konuyor. Şişeyi doldurmak için daha kaç dirhem su lazımdır?

Halli: Evvela bir okkanın $\frac{7}{20}$ si kaç dirhem eder bunu bulalım. Bunun için okkayı 20 kısıma ayırıp 7 kısmını alacağımızdan ve bir okka ise 400 dirhem itibar edildiğinden $400 : 20 = 20$ dirhem ve bunun 7 misli ise, $20 \times 7 = 140$ dirhem bulunur. O halde şişenin boş kalan tarafı için $400 - 140 = 260$ dirhem su lazımdır.

13. 25 adedden 10 defa küçük olan aded nedir?

Halli: Malumdur ki bir adedi, 10, 100,... defa küçültmek için sonunda sıfırlar var ise silmek, yok ise virgöl çevirmek kafidir. O halde, $25 : 10 = 2,5$ bulunur ki, 25 adedden 10 defa küçük olan adedin 2,5 olduğu anlaşılır.

14. 3,5 okka gelen bir peynir parçasına 38 kuruş verilse, okkasını kaç kuruştan aldığımızı bulmak.

Halli: 3,5 okkasına 38 kuruş verilmiş ise, bir okkasına bundan 3,5 defa daha az bir para verilecektir. Yani 38 kuruşu 3,5 parçaya ayrılmalıdır. O halde, takriben $38 : 3,5 = 10,9$ kuruş verilmiştir.

15. $\left(\frac{5}{2} - \frac{2}{5}\right) : \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4}\right)$ ifadesinin ıslahı.

Halli: Evvela kerreler dahili tevhid-i mahrec olundukta,
 $\left(\frac{25-4}{10}\right) : \left(\frac{16-9}{12}\right) = \frac{21}{10} : \frac{7}{12}$ veya kesrin kesre taksimi usulüyle, $\frac{21}{10} \times \frac{12}{7} = \frac{252}{70}$
 bulunur.

16. 100 kuruşun $\frac{3}{4}$ kısmını bulunuz.

Halli: 100 kuruşun 4 parçadan 3 parçası matlub olunduğundan, 100 kuruş 4 kısma ayrılır ise beher kısım 25'er ve bundan 3 parça alınır ise $25 \times 3 = 75$ bulunur ki, 100 kuruşun $\frac{3}{4}$ ü, 75 kuruştan ibaret olmuş olur.

17. $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ kesirleri, vahidden ne kadar noksandır?

Halli: Birinci kesirde vahid 3 müsavi kısma taksim olunup bir kısmı terk edilmiş olduğundan mezkur kesir vahidden $\frac{1}{3}$ kadar noksan olduğu gibi ikinci kesir dahi $\frac{1}{4}$ kadar eksiktir.

18. $\frac{3}{4}$ kesrine ne ilave olunmalıdır ki yekunu 3 adedine müsavi olsun?

Halli: İlave olunacak miktar 3 ile $\frac{3}{4}$ arasındaki fazladan ibaret olmağla $3 - \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$ bulunur. Filhakika, $\frac{3}{4} + \frac{9}{4} = \frac{12}{4} = 3$ elde ediliyor.

Hasan Fehmi

Suallerimiz

Hikmet: Bakırın kesafeti 8,6 olduğu halde 1000 gram vezninde bulunan bakırdan mamul bir mikabın bir zalının tülü kaç santimetre eder?

Cebir: a) $\frac{5s-1}{7} + \frac{9s-5}{11} = \frac{9s-7}{5}$ muadelesinin halli.

b) 46'yı öyle iki kısma ayırmak matlubdur ki, kısımlerden biri 7 ile diğeri 3 ile taksim olunduğu vakit haric kismetler mecmu'u 10 olsun.

Müsellesat: İki kavisin ceybleri murabbaları beynindeki fazl, o iki kavisin mecmu'unun ceybinin, fazllarının ceybiyle hasıl-ı darbına müsavidir.

Hendese: Bir müselles-i kaimü'z-zâviyede zaviye-i haddelerden biri diğerrinin nısfı olur ise dal'-ı esfer ve terkaimenin nısfıdır. Bilakis dal'-ı esfer ve terkaimenin nısfına müsavi ise buna mukabil zaviye-i hadde diğerrinin nısfına müsavidir.

Hesab: İki ameleden biri bir işin $\frac{2}{3}$ 'ünü yevmi 5 saat çalışmak üzere 7 günde, diğeri işin $\frac{3}{5}$ kısmını yevmi 7 saat çalışarak 8 günde ikmal edebilirse, ikisi birden yevmi 6 saat çalışmak üzere işin tamamı kaç günde ikmal edilebilir?

Hesab: İki adedin hasıl-ı darbına 1012 adedi zam olundukta 31900 çıkıyor. Adedlerden biri 78 olur ise diğeri hangi adeddir?

Hesab: 100 kuruşu, biri diğerrinden 5 kuruş fazla olacak surette iki arkadaş beyinde taksim ediniz.

Hesab: İki musluğa havi bir çeşmenin musluklarından biri dakikada $17\frac{2}{3}$ kıyye ve diğeri $12\frac{3}{5}$ kıyye su akıtsa, eğer bu iki musluk birden açılır ise dakikada kaç kıyye su akacaktır?

Hendese: 36° , 27° lik zaviyelerin tamamı ve mütemmimleri kaçar derecelik birer zaviyedir?

Sayı-2

Kısm-ı İdadi

Hesab-ı Nazari

19. 3 ile kabil-i taksim olmayan 9 adedin 6. kuvvetlerinin mecmu'u, 9 ile kabil-i taksimdir. 3 ile kabil-i taksim olmayan 3 adedin 6. kuvvetlerinin mecmu'u 3 ile kabil-i taksimdir.

İsbatı: 3 ile kabil-i taksim olmayan a'dadın kaffesini c ile gösterelim. Şüphe yoktur ki bu adedlerin 3 ile taksiminden kalan kesirler 1 veya 2 adedlerinden başka olmayacaklarından 3 ile kabil-i taksim olmayan a'dadın kafesi $3m/ + 1$ ve $3m/ + 2 = 3m/ + 3 - 1 = 3m/ - 1$ olmakla $(3m/ \pm 1)$ şeklindedir. O halde $c = 3m/ \pm 1$ ifadesi terbiye olursa $c^2 = 3m/ + 1$ veya bu da $c^2 = 3/ + 1$ tarzında yazılarak tek'ib olursa $c^6 = 27/^3 + 27/^2 + 9/ + 1 = 9m/ + 1$ bulunur. Şimdi c^6 şeklinde bulunan adedlerden 9 tanesi mecmu'u $9m/ + 9 = 9m/$ haline müncer olacağından 3 ile kabil-i taksim olmayan 9 adedin 6. kuvvetlerinin mecmu'u $9m/$ olduğu isbat olunur. Eğer c^6 şeklinde olan adedlerden 3 tanesi toplansa $9m/ + 3 = 23m/$ bulunacağından bu takdirde de 3 ile kabil-i taksim olmayan 3 adedin 6. kuvvetlerinin mecmu'u 3 ile kabil-i taksim olacağı sabit olur.

Hasan Fehmi - Halil Necati

20. (Hesab) İki ameleden biri bir işin $\frac{2}{3}$ 'ünü yevmi 5 saat çalışmak üzere 7 günde, diğeri işin $\frac{3}{5}$ kısmını yevmi 7 saat çalışarak 8 günde ikmal edebilirse, ikisi birden yevmi 6 saat çalışmak üzere işin tamamı kaç günde ikmal edilebilir?

Halli: Birinci amele bir günde $\frac{2}{3}$ 'ünden 7 defa noksanını yani $\frac{2}{7 \times 3}$ 'ünü ve bir saatte ise bundan 5 defa az yani $\frac{2}{5 \times 7 \times 3}$ miktarını yapabilmektedir. İkinci amele ise aynı mülahazaya mebni işin $\frac{3}{8 \times 7 \times 5}$ kısmını bir saatte ikmal etmiştir. Eğer ikisi birden çalışırlar ise bir saat zarfında görecekları işin miktarı,

$\frac{2}{35 \times 3} + \frac{3}{56 \times 3} = \frac{560}{29400} + \frac{315}{29400} = \frac{875}{29400}$ 'den ibarettir. Halbuki günde 6 saat çalışacaklarından bir gün zarfında bu miktarın 6 misli iş göreceklendir. O halde bir günde ikisinin birden göreceği işin miktarı $\frac{6 \times 875}{29400}$ 'dür. Bu da ihtisar olunarak $\frac{35}{196}$ bulunur. Demek ki bu iki amele günde 6 saat çalışmak üzere birlikte işin $\frac{35}{196}$ 'sını ancak bir günde yapıyorlarmış. $\frac{35}{196}$ 'sı bir günde yapılıyor ise $\frac{1}{196}$ 'sı $\frac{1}{35}$ günde ve işin tamamı $\frac{196}{35}$ günde yapılacaktır. O halde $196 : 35 = 5,6$ günde ikisi birden çalışarak işi ikmal edebilecekleri istihrac edilmiş olur.

21. Bir havuza bir musluktan $1\frac{2}{5}$ saat kadar su cereyan ederek havuzun $\frac{3}{5}$ kısmını doldurmuş. Mezkur musluktan daha $\frac{5}{6}$ saat kadar su cereyan eylemiş. Bu esnada havuzun dolması için daha 42 dekalitrelik suya ihtiyaç bulunduğu anlaşılrsa bundan havuzun ne kadar su alacağını ve hacminin kaç mikab metre olduğunu bulmak.

Halli: $\frac{5}{6}$ saatte havuza cereyan eden suyun miktarını bulmak için havuzun 1 saatte ne kadar kısmının dolduğunu bulalım. Madem ki $1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$ saatte havuzun $\frac{3}{5}$ kısmı dolmuş, o halde $\frac{1}{5}$ saatte 7 defa daha az yani $\frac{3}{7 \times 5} = \frac{3}{35}$ kısmı dolacaktır. Şimdi $\frac{1}{5}$ saatte havuzun $\frac{3}{35}$ kısmı dolar ise $\frac{5}{5}$ saatte yani tam bir saatte bu miktarın 5 misli fazla aksamı dolacağından havuzun bir saatte dolan aksamı $\frac{5 \times 3}{35} = \frac{3}{7}$ 'den ibarettir. 1 saatte $\frac{3}{7}$ kısmı dolar ise $\frac{1}{6}$ saatte $\frac{3}{6 \times 7} = \frac{1}{14}$ ve $\frac{5}{6}$ saatte ise bu miktardan 5 kere fazla kısmı dolacağından havuzun $\frac{5}{14}$ kısmı dolmuş bulunacaktır. Halbuki, malumat-ı meseleye nazaran $1\frac{2}{5}$ saatte havuzun $\frac{3}{5}$ kısmı ve istihrac ettiğimiz neticeye binaen de $\frac{5}{6}$ saatte $\frac{5}{14}$ kısmı dolduğu malum olmakla, o halde havuzun $\frac{3}{5} + \frac{5}{14} = \frac{25 + 42}{70} = \frac{67}{70}$

kısmı dolmuş bulunduğu ve $\frac{3}{70}$ kısmı boş kaldığı anlaşıyor. Bir mukteza-ı mesele işbu boş kalan kısım 42 dekalitrelik su alır ise $\frac{1}{70}$ 'i $\frac{42}{3} = 14$ dekalitrelik su alacağı ve buradan havuzun tamamı için $14 \times 70 = 980$ dekalitre suya ihtiyaç bulunduğu istihrac edilmiş olur. Havuzun hacmine gelince, 1 mikab desimetre, 1 litreyi işar ettiğine ve havuzun 980 dekalitre veya 9800 litre su istiab eylediğine nazaran mezkur havuzun 9800 mikab desimetre veyahud 9,800 mikab metre hacminde bulunduğu anlaşılr.

22. (Hikmet) Bakırın kesafeti 8,6 olduğu halde 1000 gram vezninde bulunan bakırdan mamul bir mikabın bir zalının tülü kaç santimetre eder?

Halli: Malumdur ki, bir cismin kesafeti veyninin hacmine nispetine müsavi olduğundan $f = \frac{k}{h}$ düsturundan $h = \frac{k}{f}$ bulunmakla, bakırın hacmi $h = \frac{1000}{8,6} = 116,28$ elde edilir. Halbuki, mikabın hacmi bir zalının mikabına müsavi olduğundan takriben $\sqrt[3]{116,28} = 4,9$ cm aranılan zalın tülünü bildirir.

23. (Müsellesat) İki kavisin ceybleri murabbaları beyindeki fazl, o iki kavisin mecmu'unun ceybinin, fazllarının ceybiyle hasıl-ı darbına müsavidir.

Halli: Mezkur kavsleri s , a ile irae edelim. Ber mucib-i mesele, $has^2s - has^2a = has(s+a) \cdot has(s-a)$ olacaktır. Filvaki, $has(s+a)$, $has(s-a)$ 'nın müsellesatça malum olan kıymetleri yekdiğeriyle darb olunur ise, $(hass.bahsa + bahss.hasa) \cdot (hass.bahsa - bahss.hasa) = has^2s.bahs^2a - bahs^2s.has^2a$ bulunur. Eğer $bahs^2a$ yerine $1 - has^2a$ ve $bahs^2s$ yerine $1 - has^2s$ ikame edilir ise, $has(s+a) \cdot has(s-a) = has^2s \cdot (1 - has^2a) - (1 - has^2s) \cdot has^2a$ ve bu da ıslah edilirse, $has(s+a) \cdot has(s-a) = has^2s - has^2a$ bulunur.

24. Ceybinin iki misli vahde müsavi olan kavs kaç derecedir?

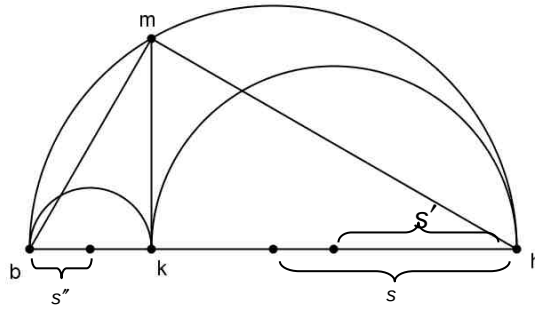
Halli: Malumdur ki, bir kavsın ceybi, o kavsın taz'ifine aid veter-i nısfına müsavidir. Bu takdirde aranılan kavsın taz'ifine aid veter-i kıymeti vahde müsavi

bulunmak icab ettiğinden ve müsellesat dairesinde ise kıymeti vahde müsavi olan veterler daire-i mezkure dahiline mersum-u müsedd-des-i muntazamın bir ziline müsavi bulunacağından aradığımız kavsin taz'ifi müsedd-des-i muntazamın bir zalına aid kavsdan ibaret olur. O halde kavs-ı matlubun taz'ifi 60° olacağından aranılan kavsin 30° olduğu anlaşılır.

25. (Hendese) Bir nısf-ı daire-i malumenin bh kutr üzerinde kain herhangi bir k noktasından kutr-ı mezkur üzerine km amudu ikame ve bk, kh hatları kutr itibarıyla iki nısf-ı daire resm olursa bh nısf-ı dairesinden bk, kh nısf-ı dairelerinin tarhıyla baki kalan sath, km amudu kutr itibarıyla resm olunan daire sathına muadil olur.

Halli: bh nısf-ı dairesinden bk, kh nısf-ı dairelerinin tarhıyla baki kalan sathı S ile gösterelim. O halde $S = \frac{\pi s^2}{2} - \left(\frac{\pi s'^2}{2} + \frac{\pi s''^2}{2} \right)$ veya $S = \frac{\pi}{2} (s^2 - (s'^2 + s''^2))$ (1) olur.

Halbuki $2s = 2(s' + s'')$ veya $s = s' + s''$ olup bitterbiye $s^2 = s'^2 + 2s's'' + s''^2$ ve buradan, $s^2 - (s'^2 + s''^2) = 2s's''$ bulunur. İşbu kıymet (1) numaralı ifadede yerine konulur ise $S = \frac{\pi}{2} \times 2s's'' = \pi s's''$ (2) kıymeti elde edilir.



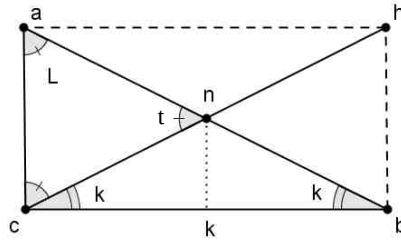
Diğer taraftan mk kutr itibarıyla resm olunan daire sathı Z ile ifade olundukta;

$Z = \pi \left(\frac{mk}{2} \right)^2$ veya $Z = \pi \frac{\overline{mk}^2}{4}$ (3) olur. Halbuki bmh müselles-i kaimü'z-zâviyende mk

bad'-ı re's-i kaimesden tenzil olunmuş bir amud olduğundan $\overline{mk}^2 = hk \times kb$ veya $hk = 2s'$, $kb = 2s''$ olmakla $\overline{mk}^2 = 4s's''$ bulunup işbu kıymet (3) numaralı ifadede

yerine konulursa $Z = \pi's''$ olur ki, (2) numaralı müsavat ile mukayese olunduğunda $Z=S$ olduğu yani S ile irae olunan sathın, mk amudu kutr olmak üzere resm olunan daire sathına muadil bulunduğu anlaşılır.

26. Bir müselles-i kaimü'z-zâviyede zai kaimlerden biri veterkaimenin nısfına müsavi olur ise bu zala mukabil bulunan zaviye diğerinin nısfına müsavidir. Bilakis bir müselles-i kaimü'z-zâviyede zaviye-i hadelerden biri diğerinin zafına müsavi olur ise veterkaime-i dıl asgari zafına müsavidir.



Halli: b, a noktalarından birer amud ikame edilerek bcac mustatîl ikmal olunduğunda katrlarının yekdiğerine müsavi ve birbirlerini tensif edeceklerinden $nc=na$ olur. Diğer taraftan dıl'ı kaim veterkaimenin nısfına müsavi olduğu mesele iktizasından bulunmakla $ac=na$ olup bu suretle nc müsellesinin ezla-ı salisenin birbirlerine müsavi olacağı anlaşılacağından mezkur müselles bir müselles-i mütesâvi-l-adlâ olur. bnc müsellesinde dahi müstatilin katr parçaları olduğundan dolayı $bn=nc$ olmakla müselles-i mezkur dahi bir müselles-i mütesâvi's-sâkayn olup kaideye mücavir zaviyeler birbirine müsavi olur. Bir müsellesde bir zaviye-i hariciye kendine mücavir olmayan iki zaviye-i dahili mecmuuna müsavi olacağından $L=2k$ bulunmakla matlub hasıl olur.

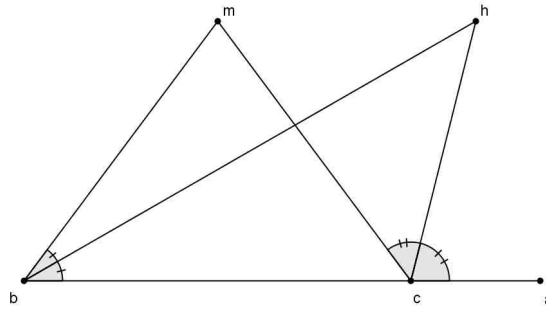
Sorunun diğer suretle halli: Veterkaimenin n muntasıf noktasından ac dılına muvazi resm olunan nk hatt-ı dıl diğerinin muntasıf noktasından geçeceği gibi hattın muvaziyesinden birine amud olan hat diğerine de amud olur hassasına binaen bc dılına amud dahi olur. O halde re'siyle kaidesi muntasıf noktası beynine mevsul hat, kaideye amud olduğundan bnc müsellesi bir müselles-i mütesâvi's-sâkayn olmakla, kaidesine mücavir zaviyeleri birbirine müsavi olur. nc dılı veterkaimenin nısfı olan bn dılına müsavi olduğu gibi nısf-ı diğeri olan na dılına dahi, müsavi olacağından ve halbuki bir

mukteza-ı mesele; $na=ac$ bulunduğundan nac müsellesi, bir müselles-i-mütesâvi-l-adlâ olur. Her müselles-i-mütesâvi-l-adlânın bir zaviyesi $\frac{2}{3}$ kaime olduğundan, $L = \frac{2}{3}b$ ve bunun tamamı olan (k) zaviyesi bittabi: $k = \frac{1}{3}L$ olmakla $L=2k$ bulunur.

Bilakis: bca müselles-i kaimü'z-zâviyesinde $2k=L$ olur ise, $ba=2ac$ olur.

İsbatı: ba dılının n nokta-i muntessifinden (bh) dılına muvazi olarak resm olunan nk hatt-ı müstakimi bc dılının muntassıf noktasından mürur edeceği gibi, dıl-ı mezkure amud dahi olacağından bnc müsellesi, bir müselles-i mütesâvi's-sâkayn ve binaenaleyh kaideye mücavir zaviyeleri yekdiğerine ve "t" zaviye-i hariciyesi dahi $2k$ zaviyesine müsavi olur. Halbuki bir muktezayı mesele $L=60^\circ$, $k=30^\circ$ olduğundan, nac müsellesinin zaviye-i selasesi 60° 'ar derece olacağı cihetle mezkur müselles, bir müselles-i-mütesâvi-l-adlâ olup bu suretle $na=ac$ veya $na = \frac{ba}{2}$ ikame edilerek, $\frac{ba}{2} = ac$ ve buradan $ba=2ac$ bulunup matlub sabit olur.

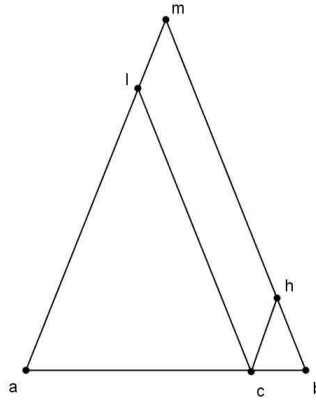
27. mbc müsellesinin b zaviyesi bh hattını ve mca zaviye-i hariciyesi ch hattı tensif eder ise h zaviyesi m zaviyesinin nısfına müsavidir.



Hallî: mca müsellesinin c zaviyesi bir zaviye-i haricisi olduğundan müsellesin kendisine mücavir olmayan diğer iki zaviyesi mecmuuna müsavi olmakla $c=m+b$ ve chb müsellesinden de aynı vech ile $\frac{c}{2} = h + \frac{b}{2}$ yazılır. Eğer ikinci ifadenin tarafeyni 2 ile

darb olunur ise $c=2h+b$ bulunacağından birinci ifade ile mukayese edilerek $m+b=2h+b$ ve tarafeynden b'ler teyy olunarak $m=2h$ veya $\frac{m}{2}=h$ bulunmakla matlub hasıl olur.

28. Eğer bir müselles-i mütesâvi's-sâkayn kaidesinin bir nokta-i mütehavvilesinden ezla-yı sakinine muvazi hatlar resm olunsa teşkil eden mütevâzi'l-adlâ'nın mecmuu ezla-yı sabittir.



Halli: bam müselles-i mütesâvi's-sâkayn ba kaidesi üzerinde alınan c noktasından sakini dıllarına ch, cl muvazileri resm olunur ise hasıl olan chml mütevâzi'l-adlâ'nın mecmuu ezla-yı sabit ve daima sakini dıllar mecmuuna müsavidir. Filvaki lca zaviyesi zaviyetan-ı mütevakifetan olduğundan müsellesin kaidesine mücavir zaviyelere müsavi olmakla acl müsellesi de bir müselles-i mütesâvi's-sâkayn olacağından cl=la ve aynı mülâhazaya mebni bhc müsellesi dahi bir müselles-i mütesâvi's-sâkayn olduğundan ch=hb bulunur. Bu halde mütevâzi'l-adlâ'nın $lm+lc+ch+hm$ mecmuu ezla-ı $lm+la+bh+hm=bm+ma$ yekün-u sabitine müsavi bulunmakla matlub hasıl olur.

29. (Cebir) $\xi^3 + k\xi - t$ zuhudud-u sülûsesinde ξ yerine

$\sqrt[3]{\frac{t}{2} + \sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{k}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{t}{2} - \sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{k}{3}\right)^3}}$ ifadesi vaz olunduğu takdirde zuhudud-u

mezkenin sıfıra müsavi olacağını tahkik etmek.

Halli: Birinci cezr a ve ikinci cezri s ile işar edecek olur isek mademki işbu cezrlar mecmuu φ yerine ikame olunacaktır. O halde $\varphi=a+s$ demektir. Şimdi zuhudud-u sülüse, φ mahaline $a+s$ ikamesiyle $(a+s)^3+k(a+s)-t$ şeklini alır. Buradan $a^3+3a^2s+3as^2+s^3+k(a+s)-t$ bulunup $(a^3+s^3-t)+(3a^2s+3as^2)+k(a+s)$ tarzında tefrik olup ikinci kere $(3as)$ muterizesine alındığında $(a^3+s^3-t)+3as(a+s)+k(a+s)$ haline ahz alır. Son iki hadde müşterek olan $(a+s)$ kerresi de alınacak olursa, $(a^3+s^3-t)+(a+s)(3as+k)$ (1) şeklinde olur. Şimdi $\frac{t}{2}+\sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2+\left(\frac{k}{3}\right)^3}=a^3$ ve $\frac{t}{2}-\sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2+\left(\frac{k}{3}\right)^3}=s^3$ olduklarından ilk ifade de a , s mikablarının kıymetleri konulur ise bittabi mecmuları alınacağından ve biri zaid ve diğeri vakis olan iki cezr yekdiğerini ifna edeceğinden, muterize-i mezkure $\frac{t}{2}+\frac{t}{2}-t$ halini ahz etmekte bunun da sıfıra müsavi olduğu aşıkardır. Şimdi (1) ifadesinin kısm-ı ahirini teşkil eden $(a+s)(3as+k)$ ifadesinin de sıfıra müsavi olacağını bulalım. Bunun için a , s , k kıymetleri olan cezrları birbirlerine darb edelim. Cezrlar aynı dereceden olduğundan bir cezr tahtında meczurlar darb olunacak olur ise mecmuun fazla hasil-ı darb usulüyle $as=\sqrt[3]{\frac{t^2}{4}-\left(\left(\frac{t}{2}\right)^2+\left(\frac{k}{3}\right)^3\right)}$ bulunur. Çünkü mecmuun fazla hasil-ı darbı, o iki haddin merbuları beyindeki fazla müsavidir. Islah olunur ise, $\sqrt[3]{-\frac{k^3}{27}}=-\frac{k}{3}=as$ olup $3as$ ifadesini teşkil etmek üzere $-\frac{k}{3}=as$ ifadesinin tarafeyni 3 ile darb oldukça $3as=-k$ bulunur ki, buna nazaran (1) ifadesinin taraf-ı ahirini teşkil eden kerrelerden ikincisi $3as+k=-k+k=0$ halini ahz edeceğinden, kısm-ı mezkurun da sıfıra müsavi olacağı tahkik olunur.

30. $\frac{5s-1}{7}+\frac{9s-5}{11}=\frac{9s-7}{5}$ muadelesinin halli.

Halli: Tarafeyn-i müsavat $7\times 11\times 5$ hasil-ı darb ile darb olunarak, $11\times 5\times(5s-1)+7\times 5\times(9s-5)=7\times 11\times(9s-7)$ ve ıslahat-ı lazıme icra edilerek $693s-590s=539-230$ veya $103s=309$, $s=\frac{309}{103}$, $s=3$ bulunur.

31. 46'yı öyle iki kısma ayırmak matlubdur ki, kısımlardan biri 7, diğeri 3 ile taksim olunduğu vakit, haric-i kismetler mecmuu 10 olsun.

Halli: Kısımlardan biri s farz olunur ise diğeri bittabi $46-s$ olacağından bir mukteza-yı mesele $\frac{s}{7} + \frac{46-s}{3} = 10$ muadelesi teşkil olunur. Tarafeyni müsavat 7×3 ile darb

$$3s + 322 - 7s = 210 \quad 7s - 3s = 322 - 210 \quad 4s = 112 \quad s = \frac{112}{4} \quad s = 28 \text{ bulunur. O}$$

halde diğerk kısımda $46 - 28 = 18$ den ibarettir. Filvaki, $\frac{28}{7} + \frac{18}{3} = 10$ olur.

32. $\frac{1}{s + \frac{1}{1 + \frac{s+1}{3-s}}}$ ifadesinin ıslahı matlubdur.

Halli: Evvela $\frac{s+1}{3-s}$ kesri vahidle bast olunarak $\frac{3-s+s+1}{3-s} = \frac{4}{3-s}$ ve bu netice de vahidle taksim olunarak $1 : \frac{4}{3-s} = 1 \times \frac{3-s}{4} = \frac{3-s}{4}$ bulunur. İşbu ifade dahi s ile cem olunur ise $s + \frac{3-s}{4} = \frac{4s+3-s}{4} = \frac{3s+3}{4} = \frac{3(s+1)}{4}$ bulunup bu da vahidle taksim olunduğunda $1 \times \frac{4}{3(s+1)} = \frac{4}{3(s+1)}$ elde edilir.

33. $\frac{4(b^2 - bc)}{c(b+c)^2}$ nin $\frac{6bc}{b^2 - c^2}$ ile taksimi matlubdur.

Halli: Maksumun suretinde müşterek olan b kerre haricine alındığı gibi maksum-u aleyh mahrecindeki $b^2 - c^2$ mahallinde $(b+c)(b-c)$ ifadesi vaz olunarak $\frac{4b(b-c)}{c(b+c)^2} \cdot \frac{6bc}{(b+c)(b-c)}$ veya ikinci kesir aks edildiği gibi işarette darba tahvil edilerek

$\frac{4b(b-c)}{c(b+c)^2} \times \frac{(b+c)(b-c)}{6bc}$ olup suretten mahrecden (4 ile 6) 2 ile ihtisar ve b'ler ile (b+c)'ler tey olunarak $\frac{2(b-c)^2}{3c^2(b+c)}$ bulunur.

Hasan Fehmi

Kısm-ı Rüşdi

Hesab

34. Yekdiğerinden 900 km uzak bulunan iki şehirden hareket eden iki tayyare birbirlerine tesadüf etmek üzere su'ud ederler. Birinin sürati saatte 39 ve diğèrinin 141 km olduğu malum iken bu iki tayyarenin ne kadar müddet sonra yekdiğèriyle birleşeceklerini bulmak matlubdur.

Halli: Bu iki tayyare yekdiğèrine doğru hareket ettikleri için aralarında bulunan 900 km den her saat zarfında 39+141=180 km lik bir mesafe azalmış bulunacaktır. Binaenaleyh 900 km de kaç defa 180 dahil ise o kadar saat geçtikten sonra işbu iki tayyare birleşeceklerinden 900 adedi 180 adedine taksim edilecek olursa 5 bulunur ki, hareketlerinden 5 saat sonra yekdiğèriyle birleşecekleri anlaşılır.

35. 150 kuruşun bir suretle 3 hisseye tevzii matlubdur ki, ikinci hisseye birinciden 13 kuruş fazla ve üçüncüye de ikinciden 8 kuruş noksan isabet etsin.

Halli: Üçüncünün hissesi ikincisinden 8 noksan olduğundan, birincinin hissesinden 13 fazla olamaz. Ancak 13-8=5 kadar fazladır. Şimdi hisseler birbirine müsavi olsa idi 150 adedini 3 müsavi kısma ayırır idik. Halbuki hisseler müsavi değildir. İkincinin hissesi birinciden 13 ve üçüncünün hissesi birinciden 5 fazladır. O halde 13+5=18 den ibaret olan işbu fazlalık, 150 adedinden çıkarılarak mütebaki kalan 150-18=132 adedini 3 müsavi kısma taksim edersek her birine 132:3=44'er kuruş isabet edecektir. Halbuki mesele muktezasınca ikincinin hissesi 13 ve üçüncünün 5 fazla olacağından, birinciye 44, ikinciye 44+13=57 ve üçüncüye 44+5=49 kuruş olmak üzere 150 kuruşun tevzii lazıma gelir. Filvaki 44+57+49=150 eder.

36. Senelik 900 kuruşuna pazarlık edilen bir hizmetçi, 7. ay nihayetinde hizmetinden çıkarılsa istihkakı olarak kaç kuruş verilmek lazımdır?

Halli: Senelik 900 kuruş olur ise bir aylığı bunun 12 parçada 1 kısmına müsavidir. Yani $\frac{900}{12} = 75$ kuruş. O adamın beher ay alacağı paradan ibarettir. Madem ki o adam 7 ay çalışmıştır, 7 kere 75 kuruş alacağından istihkakı $7 \times 75 = 525$ kuruştan ibarettir.

37. Birkaç ortak bir araya gelerek yaptıkları bir işte 124285 kuruş kazanmışlar. Bunların masrafları da 45490 kuruş olmuş. Her biri 1751 kuruş kazanmış olmasına nazaran bu işi yapanların kaç ortak olduklarını bulunuz.

Halli: Kazandıkları paradan masrafları çıkarılacak olur ise $124285 - 45490 = 78795$ kuruş ellerinde kalmış olacaktır. İşbu para ortaklar arasında taksim edilince her ortağa 1751 kuruş isabet ettiğine nazaran, kaç tane 1751 kuruş 78795 kuruş eder ise o kadar ortağın bulunması icap edeceğinden 78795 adedinde kaç defa 1751'in dahil olduğunu ararız. O halde $78795:1751=45$ bulunduğu anlaşılır.

38. Bir kalfa, bir yapıda çalıştırdığı 21 ustaya, gündeliği 30 kuruştan 11340 kuruş vermiş olsa, bunları kaç gün çalıştırmış olur.

Halli: 21 ustaya bir günde $21 \times 30 = 630$ kuruş verecektir. Şimdi kaç defa 630 adedinin 11340 edeceğini bulur isek, o kadar gün amelenin çalışmış olduğu anlaşılacaktır. O halde $11340:630=18$ gün bulunur.

39. İki adedin hasil-ı darbı 15813 ve adedlerden biri 9 olduğuna göre diğer adedi bulunuz.

Halli: Aranılan adedin 9 ile hasil-ı darbı 15813 ettiğine yani aranılan adedin 9 misli 15813 olduğuna binaen, bir misli yani kendisi 15813 adedinden 9 defa noksandır. O halde $15813:9=1757$ bulunur.

40. İki adedin hasil-ı darbına 1012 adedi zam olundukta 31900 çıkıyor. Adedlerden biri 78 olur ise diğeri hangi adedir?

Halli: Adedlerin hasil-ı darbı 31900 adedinden 1012 adedi kadar noksan olduğundan $31900-1012=30888$ adedinden ibaret olmağla evvelki meseleye nazaran adedlerin hasil-ı darbı ve adedlerden biri malum olduğu nazarı dikkate alınarak aded-i diğerin $30888:78=369$ olacağı istihrac edilir.

41. 100 kuruşu, biri diğerinden 5 kuruş fazla olacak surette iki arkadaş beyninde taksim ediniz.

Halli: 100 kuruştan 5 kuruşu tenzil ederek kalan 95 kuruş iki arkadaş beyninde taksim olursa her birine 47,5 kuruş düşer. Elimizde kalan 5 kuruşu fazla alacak kimsenin hissesine ilave edince biri 47,5 diğeri 52,5 kuruş olacaktır.

42. İki musluğa havi bir çeşmenin musluklarından biri dakikada $17\frac{2}{3}$ kıyye ve diğeri $12\frac{3}{5}$ kıyye su akıtsa, eğer bu iki musluk birden açılır ise dakikada kaç kıyye su akacaktır?

Halli: İki musluğun akıtacakları suyun yekununu almak iktiza edeceğinden, $17\frac{2}{3}+12\frac{3}{5}=\frac{53}{3}+\frac{63}{5}$ veya tevhid-i mahrec olunarak $\frac{265}{15}+\frac{189}{15}=\frac{454}{15}$ veya $30\frac{4}{15}$ kıyye su akıtacağı istihrac edilmiş olur.

43. (Hendese) 36° , 27° lik zaviyelerin tamamı ve mütemmimleri kaçar derecelik birer zaviyedir?

Halli: Malumdur ki bir zaviyenin tamamı, o zaviyeyi 90° 'ye dolduran zaviyedir. Mütemmimi ise 180° 'ye dolduran zaviyedir. O halde 36° 'lik zaviyenin tamamı 54° ve mütemmimi ise 144° ve 27° 'lik zaviyenin tamamı 63° ve mütemmimi ise 153° 'lik bir zaviyedir.

Suallerimiz

Kısm-ı İdadi

(Cebir)

- b, c 'nin merbuları mecmuunun fazllarıyla hasıl-ı darbını merbuları beynindeki fazla taksim ediniz. Badehu, bunların hasıl-ı darblarının iki mislini mecmuularına taksim ediniz. Haric-i kısmetler mecmuunun b ile c mecmuuna müsavi çıkacağını gösteriniz.
- $(b+c)^2$ ile $(b-c)^2$ nin darbtı matlubdur.
- $s^2 + a^2 + 2sa - 1$ in $s+a-1$ ile taksimi matlubdur.
- Birisi diğerine çantasındaki paranın miktarını sormuş, o da cevaben "Çantamdaki paramı bulmak için mevcut paranın üç rub'una üç zam edilmelidir." demiş olduğuna nazaran paranın miktarını bulmak matlubdur.

(Müsellesat) $\frac{mimah}{mimah - mimab} + \frac{ammah}{ammah - ammab} = 1$ muadele-i müsellesatiyesini tahkik etmek.

(Hesab)

- Fazlları 36 ve büyüğü küçüğün 5 misline müsavi olan iki adedin tayini.
- Bir kimse tanesi 7 paradan satmak üzere pazara bir sepet yumurta getiriyor. Yolda bunların 5 tanesi kırılıyor. Bu defa tanesi 8 paradan satarsa eline aynı miktarda para geçeceğini hesap etmiş olsa, acaba sepette kaç yumurta vardır?

(Hendese)

- Bir zû-erbaat-il-adla'nın dıllarının muntasıf noktalarının vasıllarıyla elde edilen şeklin bir mütevâzi'l-adlâ' olacağını isbatı.
- Dahil-i daireye mersum bir zû-erbaat-il-adla'nın mukabil dıllarının ihracıyla hasıl olan iki zaviyenin hatt-ı munassıfları yekdiğerine amuden kat'eder.

Kısm-ı Rüşdi

(Hesab)

- Beher yüzü 40 kuruştan 1000 deftere kaç kuruş verilmek lazımdır?

- Bir kitapçı 12 düzine kurşun kalem mubayaa ederek buna 25 kuruş vermiş ve her kurşun kalemi 10 paraya satarak cümlesini elden çıkarmış olsa, kaç para kazanmış olur?
- $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{8}{11}$ kesirlerini 6 defa küçültünüz.
- 20 kuruşun $\frac{3}{5}$ 'i kaç kuruş eder?

(Hendese) Bir müselles-i kaimü'z-zâviyenin zâviye-i hâddelerinden biri 60° olur ise diğer zâviye-i hâddesi kaç dereceliktir?

Hali Matlub Mesail

Maarif Nezareti Tedrisat-ı İbtidaiye kısmı aliye mümeyyizi Mustafa Nuri Bey tarafından irsal olunmuştur.

(Hikmet-i Tabiyeden) Maktu-u kaimi 2 dm merbu olan bir kaba mütevaliyen 54,400 kg cıva ile 4 kg su doldurulmuş ve bunu müteakip 2,600 kg sikletinde bir demir parçası da batırılmış olsa mayilerin satırları olan demir parçasının idhalinden mukaddem ve saniyen bad-ül ithal kabın kuurundan itibaren acaba ne miktar irtifaide bulunacaktır?

(Hesab-ı Nazariden)

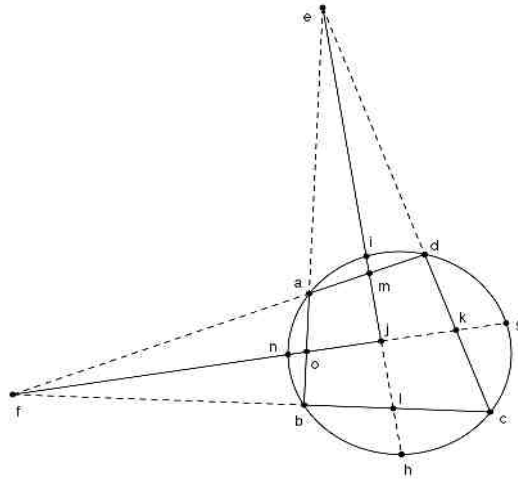
- x keyf-i maittifak bir aded-i tam olduğuna göre x^3+11x ifadesinin 6 ile kabil-i taksim olacağından isbatı.
- b aded-i teminin b^x ile b^{x+4} kuvvetlerini hasıl eden adedlerin nihayetleri aynı rakamla müntehi olacağından isbatı.

Sayı-3

Kısm-ı İdadi

Hendese

44. Dahil-i daireye mersum bir zû-erbaat-il-adla'nın mukabil dıllarının ihracıyla hasıl olan iki zaviyenin hatt-ı munassıfları yekdiğerine amuden kat'eder.

Halli:

Birinci suret-i hal: eoj zaviyesi, aof müsellesinin zaviye-i hariciyesi olduğundan $eoj=fao+ofa$ (1) olup halbuki $adcb$ zû-erbaat-il-adla'yı dahil-i daireye mersum olduğundan mukabil zaviyeleri mütemmim olduğu için $dab+c=180$ ve bir hattın bir tarafından teşkil ettikleri için $dab+fao=180$ olmağla bundan dab zaviyesiyle müştereken mütemmim teşkil ettiği görülen c , fao zaviyelerinin yekdiğerine müsavi oldukları anlaşılır. (1) numaralı ifadede fao yerine c ve afb zaviyesinin gf hatt-ı munassıf ile tefrik olunan parçaları oldukları için yekdiğerine müsavi olan ofa yerine de ofb ikame edilir ise $eoj=c+ofb$ bulunur. Diğer taraftan ckf müsellesinin zaviye-i hariciyesi olan ekj zaviyesi de $c+ofb$ mecmuuna müsavi olacağından eoj , ekj zaviyelerinin yekdiğerine müsavi olduğu tebyin eder idi. Bu iki zaviyenin yekdiğerine müsavatından oek müsellesinin bir müselles-i mütesâvi's-sâkayn olması lazım gelip her müselles-i mütesâvi's-sâkaynde ise res 'i zaviyesinin hatt-ı munassıfı kaideye amud olacağından bu suretle eh , fg hatt-ı munassıflarının yekdiğerine amuden kat'eyledikleri sabit olur.

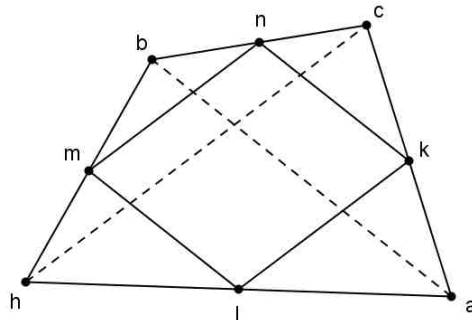
İkinci suret-i hal: Yekdiğerine müsavi olan jec , jeb zaviyeleri dılları arasında mahsur kavslerin nısfıyla mesaha olunduklarında, $jec = \frac{ch - di}{2}$, $heb = \frac{bh - ai}{2}$ ifadelerinden $\frac{ch - di}{2} = \frac{bh - ai}{2}$ veya $ch - di = bh - ai$ (1) müsavatı teşkil olunur. Aynı suretle cfg , dfg zaviyelerinden de $\frac{cg - nb}{2} = \frac{gd - an}{2}$ veya $cg - nb = gd - an$ (2) bulunur. (1), (2) numaralı ifadeler taraf-ı tarike cem olunarak,

$ch + cg - di - nb = bh + gd - ai - an$ veya $ch + cg + ai + an = bh + gd + di + nb$,
 $ch + cg = gh$, $ai + an = ni$, $bh + nb = nh$, $gd + di = gi$ kıymetleri mahallerine yazılır
 ise, $gh + ni = nh + gi$ ve tarafeyn 2 ile bi't taksim $\frac{gh + ni}{2} = \frac{nh + gi}{2}$ bulunur. İmdi bu
 iki ifadeden birincisi fje ve ikincisi fjh zaviyelerinin dılları arasında mahsur kavsler
 cinsinden kıymetlerini iş'ar ettiklerinden ifadat-ı mezkurenin dalalet eyledikleri
 zaviyelerin yekdiğerine müsavi olduğu ve binaenaleyh eh hattının bir tarafında teşkil
 eden zaviyelerin bu suretle birbirlerine müsavâtı anlaşılacağı cihetle buradan da eh , fg
 hatlarının müteaddiden tekati eyledikleri sabit olur.

Üçüncü suret-i hal: ejf zaviyesi fjl müsellesinde ve flj zaviyesi elc müsellesinde
 birer zaviye-i hariciye olduklarından $fje = lfj + flj$, $flj = c + lec$ olup birinci ifadede flj
 mahalline ikinci ifadedeki kıymeti ikame olur ise, $fje = lfj + lec + c$ (1) bulunur. İmdi zû-
 erbaat-il-adla'nın a zaviyesi baf , aed müselleslerinin bir zaviye-i hariciyesi olduğundan
 $a = bfa + fba$, $a = aed + eda$ ifadeleri teşkil ve bu ifadat da $bfa = 2lfj$, $fba = 180 - b$
 $aed = 2lec$, $eda = 180 - d$ ikame olunarak, $a = 2lfj + 180 - b$, $a = 2lec + 180 - d$
 bulunur. a zaviyesinin işbu iki kıymeti taraf tarafa cem olunarak,
 $2a = 2lfj + 2lec + 360 - [b + d]$ ve zû-erbaat-il-adla' dahil-i daireye mersum olduğu için
 $b + d = 180$ vaz ve tarafeyn 2 ile taksim edilerek $a = lfj + lec + 90$ veya $a - 90 = lfj + lec$ elde
 edilir. İşbu nısf-ı zaviyeler mecmuunun kıymetini yukarıda (1) numaralı ifadede ikame
 ederek $fje = a + c - 90$ ve $a + c = 180$ olduğundan bu da mahalline konulur ise $fje = 180 - 90 = 90$
 bulunmakla matlub hasıl olur.

45. Bir zû-erbaat-il-adla'nın dıllarının muntasıf noktalarının vasıllarıyla elde edilen
 şeklin bir mütevâzi'l-adlâ' olacağını isbatı.

Halli:



ba, ch kutrlarını vasıl edelim. bca müsellesinin iki dılının muntasıf noktaları beyne mevsul nk hatt-ı, müsellesin üçüncü dılına yani ba hattına muvazi ve nısfına müsavidir. Kezalik bah müsellesinde dahi ml dılı aynı ba hattına muvazi ve nısfına müsavi olduğu için bittabi nk, ml hatları hem yekdiğerine muvazi ve hem müsavi olmak iktiza eder. Bir zû-erbaat-il-adla'nın mukabil dılları hem muvazi hem müsavi olsa o zû-erbaatın behemehal bir mütevâzi'l-adlâ' olacağı hendesece müsbit olduğundan nmlk şeklinin de bu suretle bir mütevâzi'l-adlâ' olduğu sabit olur.

46. (Müsellesat) $\frac{mimah}{mimah - mimab} + \frac{ammah}{ammah - ammab} = 1$ muadele-i müsellesatıyesini tahkik etmek.

Halli: $ammah = \frac{1}{mimah}$ vazıyla $\frac{mimah}{mimah - mimab} + \frac{\frac{1}{mimah}}{\frac{1}{mimah} - \frac{1}{mimab}} = 1$ veya

$$\frac{mimah}{mimah - mimab} + \frac{mimab}{mimab - mimah} = 1 \quad \text{veya} \quad \frac{mimah}{mimah - mimab} - \frac{mimab}{mimah - mimab} = 1$$

ve

buradan, $\frac{mimah - mimab}{mimah - mimab} = 1$ bulunmakla muadelenin sıhhati tahkik eder.

47. $has s = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $bahs s = \frac{1}{2}$, $has a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $bahs a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ oldukları malum iken $has(s+a)$, $bahs(s+a)$ 'nın kıymetlerini ve s, a kavslerinin verilen şu malumat sayesinde kaçar derecelik birer kavs olduklarını ve binaenaleyh (s+a) kavsının kaç derecelik bir kavs olacağını hesap etmek.

Halli: İki kavsın ceyb ve tama-ı ceybleri malum iken onların mecmuunun ceyb ve tamam-ı ceyblerini veren düsturlar; $has(s+a) = has s.bahs a + bahs s.has a$, $bahs(s+a) = bahs s.bahs a - has s.has a$ olduklarından verilen kıymetlerin vazıyla,

$$has(s+a) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ve} \quad bahs(s+a) = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{veya}$$

$$has(s+a) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) , \quad bahs(s+a) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad \text{bulunur.}$$

has $s = \frac{\sqrt{3}}{2}$ olduğundan mezkur ceybin zaafı $\sqrt{3}$ e müsavi yani dahil-i daireye mersum müselles-i-mütesâvi-l-adlânın bir dılı olup bundan s kavsini 60° olacağını ve zaten $has a = bahs a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ olmasından da görüldüğü üzere a kavsi de 45° olmağıla $s+a=60^\circ+45^\circ=105^\circ$ olduğu anlaşılır.

48. $\frac{\sqrt[x]{b+s}}{s} + \frac{\sqrt[x]{b+s}}{b} = \sqrt[x]{s}$ muadelesinin suret-i halli?

Halli: Tarafeyn-i muadele bs ile darb olundukta $b\sqrt[x]{b+s} + s\sqrt[x]{b+s} = bs\sqrt[x]{s}$ veya $\sqrt[x]{b+s}(b+s) = bs\sqrt[x]{s}$ olup taraf-ı evvelde b+s ve taraf-ı sanide s cezr dahilinde idhal edilerek, $\sqrt[x]{(b+s)^{x+1}} = b\sqrt[x]{s^{x+1}}$ ve tarafeyn-i muadele x'inci kuvvete ref olunarak, $(b+s)^{x+1} = b^x s^{x+1}$ ve tarafeyn s^{x+1} ile taksim edilerek, $\frac{(b+s)^{x+1}}{s^{x+1}} = b^x$ elde edilir. Taraf-ı evvelde suret ve mahrec aynı kuvvete ref edilmiş olduğundan suret ve mahrec-i mezkur kuvvet tahtında yazıldıkta, $\left(\frac{b+s}{s}\right)^{x+1} = b^x$ veya $\left(\frac{b}{s} + 1\right)^{x+1} = b^x$ olup tarafeynin x+1'inci kuvvetten cezri alınarak, $\frac{b}{s} + 1 = \sqrt[x+1]{b^x}$ ve buradan $\frac{b}{s} = \sqrt[x+1]{b^x} - 1$ veya $s = \frac{b}{\sqrt[x+1]{b^x} - 1}$ bulunur.

49. b, c 'nin merbuları mecmuunun fazllarıyla hasıl-ı darbını merbuları beynindeki fazla taksim ediniz. Badehu, bunların hasıl-ı darblarının iki mislini mecmuularına taksim ediniz. Haric-i kısmetler mecmuunun b ile c mecmuuna müsavi çıkacağını gösteriniz.

Halli: Ber muceb-i ifade işbu iki haric-i kısmet mecmuu, $\frac{(b^2+c^2)(b-c)}{b^2-c^2} + \frac{2bc}{b+c}$ den ibaret olup birinci kesrin mahreci mazrubatına tefrik olunarak, $\frac{(b^2+c^2)(b-c)}{(b+c)(b-c)} + \frac{2bc}{b+c}$ veya bi'l-islâh, $\frac{b^2+c^2}{b+c} + \frac{2bc}{b+c}$ ve cem olunarak $\frac{b^2+c^2+2bc}{b+c}$

elde edilir. Suret-i merbu tam olduğundan mahalline müsavisi ikame ihtisar edilerek

$$\frac{(b+c)^2}{b+c} = b+c \text{ bulunur.}$$

50. $(b+c)^2$ ile $(b-c)^2$ nin darbı matlubdur.

Halli: Bir hasıl-ı darbın merbu'u mazrublarının merbuları hasıl-ı darbına müsavi olduğundan $(b+c)^2(b-c)^2 = \{(b+c)(b-c)\}^2$ ve buradan $(b+c)^2 \times (b-c)^2 = \{b^2 - c^2\}^2$ bulunur.

51. $s^2 + a^2 + 2sa - 1$ in $s+a-1$ ile taksimi matlubdur.

Halli: Maksumun 3 evvelki haddi merbuu tam olduğundan mahalline müsavisi konulduğunda $\frac{(s+a)^2 - 1}{s+a-1}$ veya suret-i mazrubatına tefrik ve ihtisar olunarak, $\frac{(s+a+1)(s+a-1)}{s+a-1} = s+a+1$ bulunur.

52. Birisi diğerine çantasındaki paranın miktarını sormuş, o da cevaben "Çantamdaki paramı bulmak için mevcut paranın üç rub'una üç zam edilmelidir." demiş olduğuna nazaran paranın miktarını bulmak matlubdur.

Halli: Mevcud-u meblağ s ile gösterilerek $s = \frac{3s}{4} + 3$ muadele-i basitesi teşkil ve tarafeyn 4 ile darb olunarak, $4s = 3s + 12$ veya $s=12$ bulunur.

53. (Hesab) Fazlları 36 ve büyüğü küçüğün 5 misline müsavi olan iki adedin tayini matlubdur.

Halli: Mademki büyük aded küçüğün 5 misli, yani 5 tane küçük aded ediyormuş, o halde bu adedden bir tane küçük aded çıkarsa 4 küçük aded kalır ki o da mufad meseleye nazaran 36 adedine müsavidir. İmdi bir adedin 4 misli 36 ederse o

adedin kendisi $\frac{36}{4} = 9$ edecektir. Büyük aded ise bundan 5 miline müsavi olduğundan $9 \times 5 = 45$ olur. Filvaki $45 - 9 = 36$ eder ki matlub sabit olur.

54. Bir kimse tanesi 7 paradan satmak üzere pazara bir sepet yumurta getiriyor. Yolda bunların 5 tanesi kırılıyor. Bu defa tanesi 8 paradan satarsa eline aynı miktarda para geçeceğini hesap etmiş olsa, acaba sepette kaç yumurta varmış?

Halli: 5 yumurtanın kırılmasından dolayı 7'şer paradan $5 \times 7 = 35$ para ziyan etmiş olur ki, bu zararını telafi için mütebaki yumurtalara birer para zam etmek kifayet ediyormuş. Demek ki, mütebaki 35 adet yumurta kalmış. O halde sepette mevcut yumurtaların adedi kırılan ile beraber 40 adet etmiş.

Kısm-ı Rüşdi

Hesab

55. Bir peder hîn vaktinde çocuklarından beherine 18400 kuruş miras bırakıyor. Bilahare bu çocuklardan biri de vefat ederek hissesi diğer kardeşlerine tevzi ediliyor. Bu tevzi üzerine çocukların her birine 27600 kuruş isabet ettiğine nazaran pederin bıraktığı paranın miktarı ve çocukların adedi nedir?

Halli: Mademki çocukların birinin vefatı üzerine hissesi diğer kardeşlerine tevzi edilmiş ve her birine 27600 kuruş isabet etmiş, o halde beher evvelki hisselerinden $27600 - 18400 = 9200$ kuruş fazla almış demektir. Şimdi bu miktar, evvelki hisseleri olan 18400'de kaç defa dahil ise vefat eden çocuğun parası o kadar hisseye ayrılmış ve binaenaleyh hayatta o kadar da çocuk varmış demek olur. O halde ber hayat olanlar $\frac{18400}{9200} = 2$ çocuk olup, vefat edenle beraber üç kardeşirler. Pederlerinin bıraktığı miktara gelince, beherine 18400 kuruş isabet ettiğine göre 3 çocuğa $18400 \times 3 = 55200$ kuruş isabet eder ki toplam da bundan ibarettir.

56. Bir adedin zı'fıyla sülüsü beynindeki fark 15 olduğuna göre bu aded nedir?

Halli: Aranılan adedin zı'fından $\frac{1}{3}$ misli çıkarsa 15 ediyormuş. Yani $2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$ misli 15 adedine müsavi imiş. Matlub-u adedin $\frac{5}{3}$ misli 15 ederse $\frac{1}{3}$ 'ü $\frac{15}{5} = 3$ ve üç misli $3 \times 3 = 9$ eder ki matlub adedde bundan ibarettir. Meseleyi tahkik edersek, $2 \times 9 - \frac{9}{3} = 18 - 3 = 15$ olup, matlub sabit olur.

57. Bir çoban 5950 kuruşa satın aldığı 35 koyunu bilahare 7350 kuruşa satmış olsa koyun başına kaç para kazanmış olur.

Halli: 35 koyunu 7350 kuruşa sattığı için koyunlardan $7350 - 5950 = 1400$ kuruş kazanmıştır. Şimdi koyun başına kazandığı miktarı bulmak için 35 adedinin 1400'de kaç defa dahil olduğu aranmalıdır. O halde $1400:35=40$ bulunur ki koyun başına 40 kuruş kazandığı anlaşılır.

58. Bir senede aldığı maaşların yekunu 4200 kuruş eden bir memur, yirmi kuruşta birini tekaüt sandığına bıraksa, her ay bu memurun eline kaç kuruş geçer.

Halli: Evvela bir senede hasıl olan 4200 kuruştan ne kadar miktarının tekaüt sandığına bırakıldığını bulalım. Bunun için 4200 içinde ne kadar 20 adet vardır bunu arayalım. $4200:20=210$ eder ki tekaüt sandığına 20 kuruştan 1 kuruş verileceğinden 4200 kuruş için bu adam 210 kuruş terk etmiş demektir. Geriye $4200 - 210 = 3990$ kuruş kalır. Bu parayı 12 kısıma ayırır isek bir ayda eline geçen paranın miktarı bulunur. O halde $3990:12=332,56$ kuruş kadar bir para beher ay eline geçecektir.

59. Beher yüzü 4 kuruştan 1000 deftere kaç kuruş verilmek lazımdır.

Halli: 1000 defter içinde kaç defa 100 defter dahil ise o kadar 4 kuruş verilecektir. O halde $\frac{1000}{100} = 10$ ve buradan $10 \times 4 = 40$ kuruş eder.

Diğer suretle halli: 100 tanesi 4 kuruş ederse bir tanesi bittabi $\frac{4}{100}$ kuruş edecektir. Bir tanesinin fiyatı $\frac{4}{100}$ olduğuna göre 1000 tanesi $\frac{4}{100} \times 1000 = 40$ kuruş edecektir.

60. Bir kitapçı 12 düzine kurşun kalem mubayaa ederek buna 25 kuruş vermiş ve her kurşun kalemi 10 paraya satarak cümlesini elden çıkarmış olsa, kaç para kazanmış olur.

Halli: Beherini 10 paraya sattığına göre bir düzinede 12 adet kalem mevcut olduğundan $10 \times 12 = 120$ para yahut 3 kuruş ve 12 düzinede $12 \times 3 = 36$ kuruş elde edecektir. Halbuki kitapçı 12 düzine kaleme 25 kuruş verip de almış olduğuna göre o halde $36 - 25 = 11$ kuruş kâr etmiş demektir.

61. $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{8}{11}$ kesirlerini 6 defa küçültünüz.

Halli: Bir kesri küçültmek için o kesrin mahrecini verilen adedle darb etmek kifayet eder. O halde sırayla verilen kesirlerin 6'şar defa küçültülmüş kıymetleri, $\frac{2}{18}, \frac{3}{30}, \frac{8}{66}$ olur.

62. Bir saatin $\frac{1}{6}$ 'sı kaç dakikadır.

Halli: Bir saat 60 dakika olduğundan bunun $\frac{1}{6}$ 'sı saatin $\frac{1}{6}$ 'sı demektir. O halde $\frac{60}{6} = 10$ dakikadır.

63. 20 kuruşun $\frac{3}{5}$ 'i kaç kuruştur.

Halli: $\frac{20 \times 3}{5} = \frac{60}{5} = 12$ kuruştur.

64. (Hendese) Bir müselles-i kaimü'z-zâviyenin zâviye-inin hâddelerinden biri 60° olur ise diğeri zâviye-i hâddesi kaç dereceliktir.

Halli: Bir müselles-i kaimü'z-zâviyede, zâviye-i hâddelerden biri diğeri'nin tamamı olduğundan, $90-60=30^\circ$ dur.

Suallerimiz

Kısm-i İdadi

Hikmet

- İki cisim 7841,92 metrelik bir irtifadan 10 saniye fazla ile sükut etse birinci cisim sath-ı arza vasıl olduğu vakit acaba bu iki cisim arasında ne kadar mesafe vardır? (Şiddet-i cazibe 9,8024 m farz olunmuştur.)
- Aynı irtifadan 10 saniye fazla ile sükut ettirilmiş iki cisimden birincisinin sath-ı arza vasılı anında ikinci cisim vasılı için daha 3430,84 metrelik bir mesafenin kat-ı iktiza eylediği malum iken irtifa-ı mezkur ile müddet-i sükutu tayin etmek matlubdur.

Cebir

- $50s^2 + 144sa - 18a^2$ ifadesinin mazrubata tefriki.
- $\sqrt{h^2 - \left(\frac{b(1-h^2)}{s} - 1\right)^2}$ ifadesinin bi'l-ıslahı $\frac{\sqrt{1-h^2}}{s} \times \sqrt{b^2h^2 - (b-s)^2}$ haline vaz'ı.
- 3125 kuruş birkaç kişi arasında taksim olunmuş. Herkese eşhas-ı mevcudenin adedi kadar çeyrek isabet eylemiş olduğu malum iken mevcut paranın kaç kişi arasında taksim olduğunu ve herkesin hissesini bulmak matlubdur.
- $(s + \sqrt{s})(a + \sqrt{a}) = 72$, $sa = 36$ muadelesinin halli.

Müsellesat

- $mimas.mimab = 1$ olur ise $k.s = (90 - b).k$ olacağını ispat etmek matlubdur.
- Dahil-i daireye mersum bir zû-erbaat-il-adla'nın zaviyeleri b, c, a, h ile iş'ar olunduğuna nazaran, $mima \frac{b}{2} + mima \frac{c}{2} + mima \frac{a}{2} + mima \frac{h}{2}$ ifadesinin logaritma ile kabil-i hal bir hale ifrağı matlubdur.

Hendese

- Zaviye-i dahiliyesi mecmuu 94 kaime olan bir zü-l-kesîri-l-adlâ'yı mahdubun kaç dılı olduğunu bulmak matlubdur.
- Zaviye-i hariciyeleri 30'ar derece olan bir şekil-i muntazamın kaç dılı olduğunu bulmak matlubdur.
- Bir dairede birbirine amud olan iki veterin 4 kısmının merbuları mecmuu kutr-ı daire merbuuna müsavi olur. Saniyen, nokta-i telaki sabit kalmak üzere veterler tebdil-i mevki etseler bile yine mezkur iki veterin merbuları mecmuu sabittir, yani bir miktar sabite müsavidir.

Hesab

- Riyazi-i şehir Pisagor'a, "Kaç talebeniz vardır?" diye sormuşlar. Cevaben "Talebemin nısfı, riyaziye ve mütebakisinin nısfı hikmet-i tabiye ve seb'i felsefe tahsil ediyorlar. Ve üç de kadın vardır." demiş olmasına nazaran mevcut talebenin miktarını bulmak matlubdur.
- Birkaç kişi beyinde taksim olunan bir meblağdan her birinin hissesine 800 kuruş isabet etmiş. Bu 800 kuruş, meblağ-ı mezkurun $\frac{5}{21}$ 'inin $\frac{3}{10}$ 'una müsavi imiş. Mezkur akçenin miktarıyla kaç kişi beyinde taksim olduğunun istihracı.

Kısm-i Rüşdi

- Bir pederin yaşı, oğlunun yaşının 7 misli ve ikisinin yaşları mecmuu 40 olduğuna göre peder ve oğlunun yaşlarını bulmak matlubdur.
- Bir kimse 5695 kuruş sermaye ile dükkan açar. Her ay 398 kuruş irad aldığı 415 kuruş masraf ettiği takdirde kaç sene zarfında umum-u sermayeyi tüketecektir.
- Kendisinden $17\frac{3}{5}$ tarh olunduğunda $26\frac{4}{7}$ kalan aded, nedir?
- Üç amele birlikte çalıştıkları halde bir işi 6 günde ikmal edebiliyorlar. Birincisi yalnızca çalışır ise 18 günde, ikincisi 16 günde tekml ediyorlar. Acaba üçüncüsü bir günde işin ne miktarını vücuda getirecektir.

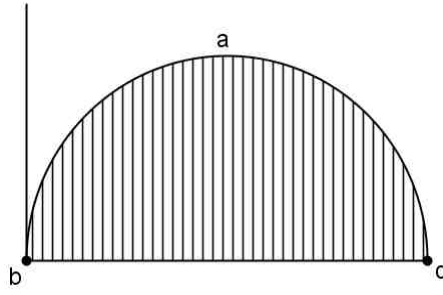
Hendese

- Her şekl-i muntazamın bir zaviye-i dahiliyesi ile bir zaviye-i merkeziyyesi yekdiğerinin mütemmimi olacağını bilamel bulunuz.

Sayı-4

bc Nısf-ı Dairesinin bc Kutru-ı Üzerine Resmedilen Tertiblerin Vasatısı Sabittir

bc kutru üzerine resmedilen tertibleri sırasıyla $h_0, h_1, h_2 \dots h_n$ ile irae edecek olur isek vasatı-i mezkur $\frac{h_0 + h_1 + h_2 + \dots + h_n}{n}$ den ibaret olacaktır. Kutru-ı daire bu suretle aksam-ı namütenahiyeye taksim edilmiş olacağından her iki tertib arasında fasla k ile irae ve matlub-u vasatiyi iş'ar eden kesrin kıymet-i muayyenesini bulabilmek için suret ve mahrecini k ile darb ederek, $\frac{k.(h_0 + h_1 + h_2 + \dots + h_n)}{k.n}$ yazılır.



Halbuki surette $kh_0, kh_1 \dots$ ifadeleri sırasıyla teşkil eden asgar-ı namütenahi mustatillerin sahalarını irae ettiklerinden mecmuuları alınacak olur ise bit-tabi nısf-ı daire sathını ve mahrecdeki kn ifadesi de n adet k dan mürekkeb olan kutru-ı daireyi iş'ar

ettiği cihetle ifade-i ahire buna göre tadil edilerek kesr-i mezkurun $\frac{\frac{1}{2}\pi r^2}{2r} = \frac{1}{4}\pi r$

kıymet-i sabitesine haiz olduğu görülür.

Şimdi bu keyfiyet bir kat'-nâkısın mihver-i kebiri üzerine mersum tertiplere tatbik olunacak olur ise bit-tabi nısf-ı daireyi sathı yerine kat'-nâkısın nısf-ı sathı ve kutru-ı daire yerine de kat'-nâkısın mihver-i kebiri vaz edilecektir. Mihver-i kebir 2b mihver-i sagir 2c ile irae olunduğuna göre kat'-nâkısın sathı πbc olduğundan kesr-i

mezkur, $\frac{\frac{1}{2}\pi bc}{2b} = \frac{1}{4}\pi c$ kıymet-i sabitesine müsavi olur. Aynı vech ile, mihver-i sagir

üzerine mersum tertibler hakkında da, $\frac{\frac{1}{2}\pi bc}{2c} = \frac{1}{4}\pi b$ kıymrt-i sabitesi elde edilir. İşbu kavsin kendi müstevisiyle herhangi bir θ zaviyesi ihdas eden diğer bir müstevi üzerindeki mürtesimini alalım. Mürtesim-i mezkur, $\frac{1}{4}\pi r bahs \theta$ den ibaret olup muhit-i dairenin işbu müstevi üzerindeki mürtesimi bir kat'-nâkısdan ibaret olduğu ve binaenaleyh $\frac{1}{4}\pi r bahs \theta = \frac{1}{4}\pi c$ bulunur ki buradan kutr-ı daire üzerine mersum tertiblerin vasatisini iş'ar eden kavsin mürtesimi, kat'-nâkısdan mihver-i kebir üzerine mersum-u tertiblerin vasatisini iş'ar eden kıymet-i sabiteye müsavi olduğu tezahür eder.

Mustafa Salim

Kısm-ı İdadi

Hikmet Tabiyesi

Makta-ı kaimi 2 dm merbu olan üstüvani bir kaba müteakiben cıva ile su olunsa ve cıvanın mikdarı 54,4 ve suyun mikdarı 4 kg olsa bundan sonra da 2,6 kg sikletinde bir demir parçası atılsa, kabın dibinden bi'l-itibar evvel cıvanın seviyesine saniyen suyun seviyesine kadar olan irtifa matlubdur. İşbu irtifalar demirin ilkasından sonra tahvil edeceğinden bu tahvilden sonra olan irtifalar dahi hesap olunacaktır.

Suret-i Halli: Evvel Emirde cıvanın vezn-i mahsusu 13,6 , demirin 7,8 itibar olunacaktır. Suyun vezn-i mahsusu bit-tabi 1 dir. Şimdi 54,4 kg cıvanın hacmi $\frac{54,4}{13,6} = 4 \text{ dm}^3$ olur. Kabın kaidesi 2 dm merbu olduğuna göre cıvanın işgal edeceği hacmin irtifai $\frac{4}{2} = 2 \text{ dm}$ olmak lazım gelir. Saniyen 4 kg su 4 dm mikabı hacminde bir yer işgal eder. Bunun zikrolunan kabdaki irtifai keza $\frac{4}{2} = 2 \text{ dm}$ olub cıvanın irtifasına ilave olunsa suyun irtifai $2+2=4 \text{ dm}$ olur. Gelelim demir parçasına; demirin kesafeti 7,8 yani cıva ile suyunkiler arasında olduğundan magtusiyyet halinde cıva ile suyun hadd-ı faslı mabeyninde muallak duracaktır. Cıvanın içinde magtus olan kısmının hacmini s ile iş'ar etsek suyun içinde kalan $\frac{2,6}{7,8} - s$ hacminde olur. Arşimed Kanununa tevkifan demir parçasının sikleti tebdil-i mevzi eden her iki nev'i mayi' kısmının sikletleri mecmuuna

müşavi olacağından $2,6 = 13,6 \times s + 1 \times \left(\frac{2,6}{7,6} - s \right)$ muadelesi meydana gelir. Buradan $s = \frac{2,6 \times 3}{3 \times 13,6 - 3} = \frac{6,8}{37,8} = 0,18$ yani $s = 0.180 \text{ dm}^3$ olur. Bu takdirde cıvanın içindeki demir parçasıyla ma'an hacmi $4 + 0,18 = 4,18$ ve irtifai $\frac{4,18}{2} = 2,09 \text{ dm}$ olup suyun irtifasına gelince cıvanın, suyun ve demirin hacimleri mecmuu olan $\left(4 + 4 + \frac{2,6}{7,8} \right)$ adedinin kaide 2 dm merbu oluşuna göre 2'ye hasıl taksiminden ibaret olur ki ind-el-hisab $\left(8 + \frac{1}{3} \right) \times \frac{1}{2} = 4,1666000$ çıkar ki dm cinsinden suyun seviyesinin dipten itibaren irtifasını gösterir. Birinci surette cevab: cıvanın seviyesi 2, suyun 4, demir batırıldığı takdirde cıvanın seviyesi 2,09 , suyunki ise 4,166 dm irtifaında olur.

Hesab-ı Nazari

x bir aded-i tam olduğu halde $x^3 + 11x$ daima 6'ya kabil-i taksimdir. Çünkü $x^3 + 11x$ ifadesini $x(x^2 + 11)$ şekline bit-tahvil mazrubunun 6'nın mazrub-u aslileri olan 2 ve 3'e kabil-i taksim olduğunu tetkik edelim. x ya çifttir ya tektir. Çift ise 2'ye kabil-i taksim olmağla beraber 3'e göre $3k \mu 1$ şeklinde olacağından $x^2 = 3k_1 + 1$ ve $x^2 + 11 = 3k_1 + 1 + 11 = 3k_2$ olur. Yani x çift olduğu takdirde $x(x^2 + 11)$ ifadesinde birinci mazrub ikiye, ikincisi üçe kabil-i taksim olur. O halde ifade-i mezkure altıya kabil-i taksim bulunur. x tek olduğu surette kendisi $3k$ veyahud $3k \mu 1$ olur. $3k$ olur ise ve matluba muvafık olub eğer $3k$ değilse kendisi $3k \mu 1$ ve merbu' $3k_1 + 1$ şeklinde olacağından $x^2 = 3k_1 + 1$ ve $x^2 + 11 = 3k_1 + 1 + 11 = 3k_2$ olacağı gibi kendisi tek olduğu için merbu' olan x^2 de tek ve binaenaleyh $x^2 + 11$ mecmuu çift olur demek olur ki, x tek olduğu halde ister $3k$ isterse $3k + 1$ olsun her halde $x^2 + 11$ mazrubu hem $3k$ hem de çift yani $2k$ olmağla 6'ya kabil-i taksim olmuş olur.

b gibi herhangi bir aded-i tamın b^x , b^{x+4} kuvvetlerini gösteren adedlerin mertebeleri aynı rakamdan ibarettir.

Suret-i Halli: Bu iki kuvvetin son rakamları mademki müşavi olacaktır, o halde aralarındaki fazlın son rakamı sıfır olur. Binaenaleyh $(b^{x+4} - b^x)$ ifadesi $10k$ yahud

$k(5 \times 2)$ olacaktır. Bundan anlaşılır ki, b^{x+4} ile b^x adedlerinin ahad rakamları yekdiğerinin müsavisi olmak için $(b^{x+4} - b^x)$ ifadesinin 5 ve 2 ile kabil-i taksim olduğunu isbat etmek lazımdır.

Evvel emirde iki ile kabiliyet-i taksimi arayalım: Bunun için $(b^{x+4} - b^x)$ ifadesini $b^x(b^4 - 1)$ şekline tahvil edelim. Burada b çift ise ikinin misli demek olmağla matlub sabit olur. Tek ise b^x dahi tek olub binaenaleyh $b^4 - 1$ çift olmağla yine matlub sabit olur.

Saniyen 5 ile kabiliyet-i taksim: b, 5'in misli ise matlubu sabit olur. Misli değil ise 5'in misli olmayan adedler 5'e göre ya $5k \mu 1$ yahud $5k \mu 2$ şeklinde olduğuna göre bu 4 ihtimal b için de vardır. İmdi $b = 5k \pm 1$ ise $b^2 = 5k_1 + 1$ ve binaenaleyh b^4 dahi $5k_2 + 1$ olacağından $b^4 - 1 = 5k_2 + 1 - 1$ yani $5k_2$ olub netice olarak $b^x(b^4 - 1)$ ifadesi 5'in misli olmuş olur. Şayet $b = 5k \pm 2$ ise tarafeynin merbuu alındıkda $b^2 = 5k_1 + 4$ ve $b^4 = 5k_2 + 1$ olur ki bu takdirde dahi $b^4 - 1 = 5k_2$ olur yani her halde $b^4 - 1$ ifadesi 5'in mislidir. Hülasa $b^4 - 1$ ifadesi daima 5 ve 2'nin yani 10'un misli olmak icab ediyor. Demek ki, $b^x(b^4 - 1)$ yahud onun muadili $(b^{x+4} - b^x)$ ifadesi 10'un misli yani nihayeti sıfır olub matlub sabit olur.

Mustafa Nuri

65. (Hikmet) İki cisim 7841,92 metrelik bir irtifadan 10 saniye fazla ile sükut etse birinci cisim sath-ı arza vasıl olduğu vakit acaba bu iki cisim arasında ne kadar mesafe vardır? (Şiddet-i cazibe 9,8024 m farz olunmuştur.)

Halli: 1. cismin müddet-i sükutunu hesap edelim. Mesafenin $m = \frac{1}{2}cx^2$ düsturundan x hal olundukda $x^2 = \frac{2m}{c}$ ve cezri alınarak $x = \sqrt{\frac{2m}{c}}$ bulunup bu düstur da $m=7841,92$, $c=9,8024$ olarak malum olduğundan mahallerine ikamesiyle $x = \sqrt{\frac{2 \times 7841,92}{9,8024}} = \sqrt{1600} = 40$ elde edilir. Halbuki 2. cisim 10 saniye fazla ile sükut edeceğinden 1. cisim arza vasıl olacağı zaman ancak 30 saniyelik bir mesafe kat etmiş

bulunacaktır. Buna nazaran kat olunan mesafe l ile irae olunarak, $l = \frac{1}{2}c \times x^2$ düsturundan $c=9,8024$ ve $x=30$ ikamesiyle, $l = \frac{1}{2} \times 9,8024 \times 30^2$, $l = 4411,08$ m bulunur. Binaenaleyh mesafe-i matlube, $784192 - 4411,08 = 3430,84$ metreden ibarettir.

66. Aynı irtifadan 10 saniye fazla ile sükut ettirilmiş iki cisimden birincisinin sath-ı arza vasılı anında ikinci cisim vasılı için daha 3430,84 metrelik bir mesafenin kat-ı iktiza eylediği malum iken irtifa-ı mezkur ile müddet-i sükutu tayin etmek matlubdur.

Halli: 1.cisim x saniyede sükut ederse 2.cisim $x-10$ saniyelik bir mesafe kat etmiş bulunacaktır. O halde $\frac{1}{2}cx^2$ 1.cisim, $\frac{1}{2}c(x-10)^2$ ise 2.cismin kat eyleyecekleri mesafelerden ibaret olmağla bunlar arasındaki fazl, bermevcud-u mesele 3430,84 m olacaktır. Şimdi $\frac{1}{2}cx^2 - \frac{1}{2}c(x-10)^2 = 3430,84$ muadelesi teşkil edilir. Buradan $\frac{1}{2}cx^2 - \frac{1}{2}c(x^2 - 20x + 100) = 3430,84$ veya $\frac{1}{2}cx^2 - \frac{1}{2}cx^2 + 10cx - 50c = 3430,84$ ve bi'l-islâh $10c(x-5) = 3430,84$ ve buradan $x-5 = \frac{343,084}{9,8024}$, $x = \frac{343,084}{9,8024} + 5 = 40$ bulunur. Şimdi 40 saniyede 1.cismin kat eyleyeceği mesafe, $\frac{1}{2}cx^2 = \frac{1}{2} \times 9,8024 \times 40^2$ veya $m = 4,192 \times 1600 = 7841,92$ metreden ibarettir.

67. (Cebir) $50s^2 + 144sa - 18a^2$ ifadesinin mazrubata tefriki.

Halli: $144sa = 150sa - 6sa$ vaz'ıyla $50s^2 - 6sa + 150sa - 18a^2$ veya $2s(25s - 3a) + 6a(25s - 3a)$ ve buradan $(25a - 3a)(2s + 6a)$ bulunur.

68. $\sqrt{h^2 - \left(\frac{b(1-h^2)}{s} - 1\right)^2}$ ifadesinin bi'l-islâhı $\frac{\sqrt{1-h^2}}{s} \times \sqrt{b^2h^2 - (b-s)^2}$ haline vaz'ı.

Halli: Cezr dahili iki mikdarın merbuları beynindeki fazl olmağla mahalline cezrlerinin mecmularıyla fazlları hasıl-ı darbı ikame olunarak,

$$\begin{aligned}
& \sqrt{\left(h + \frac{b(1-h^2)}{s} - 1\right)\left(h - \frac{b(1-h^2)}{s} + 1\right)} \quad \text{veya} \quad \text{bess} \quad \text{olunarak} \\
& \sqrt{\frac{sh + b(1-h^2) - s}{s} \times \frac{sh - b(1-h^2) + s}{s}} \quad \text{veya} \quad \sqrt{\frac{b(1-h^2) - s(1-h)}{s} \times \frac{s(1+h) - b(1-h^2)}{s}} \quad \text{ve} \\
& \text{buradan} \quad \sqrt{\frac{(1-h)[b(1+h) - s][1+h][s - b(1-h)]}{s^2}} \\
& \sqrt{\frac{1-h^2}{s^2}} \sqrt{(b(1+h) - s)(s - b(1-h))} \quad , \quad \frac{\sqrt{1-h^2}}{s} \sqrt{(b + bh - s)(s - b + bh)} \quad \text{veya} \\
& \frac{\sqrt{1-h^2}}{s} \sqrt{(bh + (b-s))(bh - (b-s))} \quad \text{ve buradan} \quad \frac{\sqrt{1-h^2}}{s} \sqrt{b^2 h^2 - (b-s)^2} \quad \text{bulunur.}
\end{aligned}$$

69. 3125 kuruş birkaç kişi arasında taksim olunmuş. Herkese eşhas-ı mevcudenin adedi kadar çeyrek isabet eylemiş olduğu malum iken mevcut paranın kaç kişi arasında taksim olduğunu ve herkesin hissesini bulmak matlubdur.

Halli: Eşhas-ı mevcude s ile gösterilse herkesin alacağı para $5s$ ve mevcut meblağ ise $5s \times s$ kadardır. O halde, $5s^2 = 3125$ $s^2 = 625$ $s = 25$ bulunur.

70. $(s + \sqrt{s})(a + \sqrt{a}) = 72$, $sa = 36$ muadelesinin halli.

Halli: Birinci muadeleden, $sa + s\sqrt{a} + a\sqrt{s} + \sqrt{sa} = 72$ veya $sa + \sqrt{sa} + \sqrt{sa}(\sqrt{s} + \sqrt{a}) = 72$ bulunur. Halbuki, $sa = 36$, $\sqrt{sa} = 6$ olmağla, mahallerine vaz' olundukda, $42 + 6(\sqrt{s} + \sqrt{a}) = 72$ veya $\sqrt{s} + \sqrt{a} = 5$ bulunur. İmdi, işbu muadele terbiye olunsu $s + a + 2\sqrt{sa} = 25$ ve $\sqrt{sa} = 6$ vaz'ıyla $s + a = 13$ bulunur. s, a mechullerinin mecmularıyla hasıl-ı darbları bir derece-i saniye muadelesinin cezrleri mezkur mechulleri irae edeceği cihetle $d^2 - 13d + 36 = 0$ muadelesinden düstur-u malumuna tevfikân $d = \frac{13}{2} \mu \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 - 36}$, $d = \frac{13}{2} \mu \sqrt{\frac{25}{4}}$ veya $d = \frac{13}{2} \mu \frac{5}{2}$ ve buradan $s=9$, $a=4$ veya $s=4$, $a=9$ kıymetleri düstur olunur.

71. $mimas.mimab = 1$ olur ise $k.s = (90 - b).k$ olacağını ispat etmek matlubdur.

Halli: Filhakika verilen ifadeden $mimas = \frac{1}{mima b}$ veya $\frac{1}{mimab} = ammas$

olduğundan $mimas = ammas$ bulunur. Bu takdirde s kavsının miması, b kavsının tamam mimasına müsavi olduğu için bu iki kavs yekdiğerinin tamamı olacağından bittabi birinin katı diğèrinin tamam katına müsavi olur.

72. Dahil-i daireye mersum bir zû-erbaat-il-adla'nın zaviyeleri b,c,a,h ile iş'ar olunduğuna nazaran, $mima \frac{b}{2} + mima \frac{c}{2} + mima \frac{a}{2} + mima \frac{h}{2}$ ifadesinin logaritma ile kabil-i hal bir hale ifrağı matlubdur.

Halli: Mezkur zû-erbaat-il-adla'nın mukabil zaviyelerini b,c ve a,h ile iş'ar edelim. Zû-erbaat-il-adla' dahil-i daireye mersum olduğundan mukabil zaviyeleri mecmuu 180° ye müsavidir. O halde, $b+c=180^\circ$, $a+h=180^\circ$ veya

$$\frac{b}{2} + \frac{c}{2} = 90^\circ, \quad \frac{a}{2} + \frac{h}{2} = 90^\circ \text{ bulunur. İmdi, } mima \frac{b}{2} = \frac{has \frac{b}{2}}{bahs \frac{b}{2}}, \quad mima \frac{c}{2} = \frac{has \frac{c}{2}}{bahs \frac{c}{2}}$$

$$\text{ifadeleri taraf tarafa cem' olunarak, } mima \frac{b}{2} + mima \frac{c}{2} = \frac{has \frac{b}{2} bahs \frac{c}{2} + bahs \frac{b}{2} has \frac{c}{2}}{bahs \frac{b}{2} bahs \frac{c}{2}}$$

veya düstur-u maluma tevfikan suret, $has \left(\frac{b}{2} + \frac{c}{2} \right)$ nin tevsiinden ibaret olmağla,

$$mima \frac{b}{2} + mima \frac{c}{2} = \frac{has \left(\frac{b}{2} + \frac{c}{2} \right)}{bahs \frac{b}{2} bahs \frac{c}{2}} \text{ ve surette } \frac{b}{2} + \frac{c}{2} = 90^\circ \text{ olduğundan işbu miktarın}$$

$$\text{ceybi de vahide müsavi bulunmağla, } mima \frac{b}{2} + mima \frac{c}{2} = \frac{1}{bahs \frac{b}{2} bahs \frac{c}{2}} \text{ bulunur.}$$

$$\text{Bunun gibi } mima \frac{a}{2} + mima \frac{h}{2} = \frac{1}{bahs \frac{a}{2} bahs \frac{h}{2}} \text{ bulunacağından, işbu iki ifade taraf}$$

tarafa cem' olunarak,

$$mima \frac{b}{2} + mima \frac{c}{2} + mima \frac{a}{2} + mima \frac{h}{2} = \frac{1}{bahs \frac{b}{2} bahs \frac{c}{2}} + \frac{1}{bahs \frac{a}{2} bahs \frac{h}{2}} \text{ veya}$$

$$mima\frac{b}{2} + mima\frac{c}{2} + mima\frac{a}{2} + mima\frac{h}{2} = \frac{2}{2bahr\frac{b}{2}bahr\frac{c}{2}} + \frac{2}{2bahr\frac{a}{2}bahr\frac{h}{2}} \quad \text{olup}$$

$$bahr\frac{b}{2} = has\frac{c}{2} \quad \text{ve} \quad bahr\frac{h}{2} = has\frac{a}{2} \quad \text{ikamesiyle,}$$

$$mima\frac{b}{2} + mima\frac{c}{2} + mima\frac{a}{2} + mima\frac{h}{2} = \frac{2}{2has\frac{c}{2}bahr\frac{c}{2}} + \frac{2}{2has\frac{a}{2}bahr\frac{a}{2}} \quad \text{olur. Halbuki}$$

$$2has\frac{c}{2}bahr\frac{c}{2} = hasc, \quad 2has\frac{a}{2}bahr\frac{a}{2} = hasa \quad \text{oldukları müsellesatça malum}$$

olduğundan mahallerine vaz'ıyla,

$$mima\frac{b}{2} + mima\frac{c}{2} + mima\frac{a}{2} + mima\frac{h}{2} = \frac{2(hasc + hasa)}{haschasa} \quad \text{bulunur. İki ceyb mecmuunun}$$

$$\text{logaritma ile kabil-i hal bir hale ifrağına müteallik } hasc + hasa = 2has\frac{c+a}{2}bahr\frac{c-a}{2}$$

düsturuna göre işbu netice tadil edilerek,

$$mima\frac{b}{2} + mima\frac{c}{2} + mima\frac{a}{2} + mima\frac{h}{2} = \frac{4has\frac{c+a}{2}bahr\frac{c-a}{2}}{haschasa} \quad \text{elde edilir.}$$

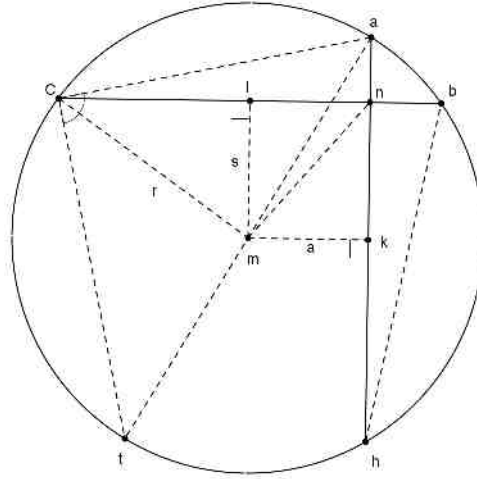
73. Zaviye-i dahiliyesi mecmuu 94 kaime olan bir zü-l-kesîri-l-adlâ'yı mahdubun kaç dılı olduğunu bulmak matlubdur.

Halli: Bir mudallanın dahil-i zaviyeleri mecmuu mudalla-ı mezkurun aded-i adlaından iki noksanı kere iki zaviye-i kaimeye müsavi olduğundan aded-i adlayı matlub s ile iş'ar olunarak, $(s-2) \times 2 \times 90 = 94 \times 90$ ifadesi teşkil ve tarafeyn 2×90 ile taksim edildikde, $s-2=47$ ve buradan $s=49$ bulunur.

74. Zaviye-i hariciyeleri 30'ar derece olan bir şekil-i muntazamın kaç dılı olduğunu bulmak matlubdur.

Halli: Her mudallada zaviye-i hariciyeler mecmuu 4 kaimeye müsavi olduğu hendesece malumdur. Halbuki verilen mudalla bir şekil-i muntazam olduğundan zaviye-i hariciyeler yekdiğerine müsavidir. O halde mecmuları 4 kaime eden ve kendileri 30'ar derece olan işbu zaviyenin adedi bi-s-suhule $\frac{360}{30} = 12$ olacağını ve bundan şekil-i muntazamın da 12 dılı olduğu istihrac olunur.

75. Bir dairede birbirine amud olan iki veterin 4 kısmının merbuları mecmuu kutr-ı daire merbuuna müsavi olur. Saniyen, nokta-i telaki sabit kalmak üzere veterler tebdil-i mevki etseler bile yine mezkur iki veterin merbuları mecmuu sabittir, yani bir miktar sabite müsavidir.



Halli: Evvela, $\overline{cn}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 + \overline{an}^2 = (2r)^2$ saniyen $\overline{bc}^2 + \overline{ha}^2$ nin sabit bir miktara müsavi olacağını ispat edeceğiz.

$cn = cl + ln$, $bn = cl - ln$, $hn = ak + kn$, $an = ak - kn$ veya $ln = a$, $kn = s$ ikamesiyle $cn = cl + a$, $bn = cl - a$, $hn = ak + s$, $an = ak - s$ ve işbu ifadat terbiye olunarak,

$\overline{cn}^2 = \overline{cl}^2 + a^2 + 2cl \times a$, $\overline{bn}^2 = \overline{cl}^2 + a^2 - 2cl \times a$, $\overline{hn}^2 = \overline{ak}^2 + s^2 + 2ak \times s$

$\overline{an}^2 = \overline{ak}^2 + s^2 - 2ak \times s$ ve taraf tarafa cem olunarak,

$\overline{cn}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 + \overline{an}^2 = 2(\overline{cl}^2 + s^2) + 2(\overline{ak}^2 + a^2)$ veya $\overline{cl}^2 + s^2 = r^2$, $\overline{ak}^2 + a^2 = r^2$

ikamesiyle, $\overline{cn}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 + \overline{an}^2 = 2r^2 + 2r^2$ veya buradan $\overline{cn}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 + \overline{an}^2 = 4r^2$ bulunur. Saniyen $cb = 2cl$, $ha = 2ak$ ve terbiye olunarak,

$\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4(\overline{cl}^2 + \overline{ak}^2)$ veya $\overline{cl}^2 = r^2 - s^2$, $\overline{ak}^2 = r^2 - a^2$ vazıyla,

$\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4(r^2 - s^2 + r^2 - a^2)$, $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4(2r^2 - (s^2 + a^2))$ ve $s^2 + a^2 = \overline{mn}^2$

ikamesiyle, $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4(2r^2 - \overline{mn}^2)$ bulunur. İmdi dairenin nısf-ı kutri ile n nokta-i gayri müteharrikesinin merkeze olan mn bad-ı sabit olduğu cihetle $4(2r^2 - \overline{mn}^2)$ ifadesi daima bir miktar sabiti iş'ar edeceğinden meselenin kısım-ı sabiti dahi bu suretle ispat edilmiş olur.

İkinci Suret-i Hal: at kutr-i ile ca, ct, bh veterleri resm olunarak, $\overline{cn}^2 + \overline{an}^2 = \overline{ca}^2$, $\overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 = \overline{bh}^2$ ve taraf tarafa cem olunarak, $\overline{cn}^2 + \overline{an}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 = \overline{ca}^2 + \overline{bh}^2$ bulunur. Halbuki, act zaviyesi nısf-ı muhite mersum olduğu cihetle bir zaviye-i kaimeden ibaret olduğundan anc zaviye-i kaimesine müsavi olup işbu iki zaviyenin mesahalarını iş'ar eden kavslerden teşkil edilen $\frac{1}{2}(\text{kavsc}a + \text{kavsc}t) = \frac{1}{2}(\text{kavsc}a + \text{bh})$ müsavatından, kavs ct=kavs bh bulunmakla işbu iki kavse ait veterler dahi müsavi olacakları nazar-ı dikkate alınarak bh=ct ve terbiye edilerek $\overline{bh}^2 = \overline{ct}^2$ bulunur ve ifade-i ahire bu vechile tadil olunur ise $\overline{cn}^2 + \overline{an}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 = \overline{ca}^2 + \overline{ct}^2$ ve act müselles-i kaimü'z-zâviyesinde ise $\overline{ca}^2 + \overline{ct}^2 = (2r)^2$ olmakla mahalline konularak, $\overline{cn}^2 + \overline{an}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 = (2r)^2$ bulunur. Saniyen $\overline{cb}^2 = (cn + bn)^2 = \overline{cn}^2 + \overline{bn}^2 + 2cn \times bn$, $\overline{ha}^2 = (an + hn)^2 = \overline{an}^2 + \overline{hn}^2 + 2an \times hn$ ve taraf tarafa cem olunarak, $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = (\overline{cn}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{an}^2 + \overline{hn}^2) + 2cn \times bn + 2an \times hn$ ve meselenin kısım-ı evveline nazaran kerre dahili $4r^2$ ye müsavi olduğundan $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4r^2 + 2cn \times bn + 2an \times hn$ olur. Şimdi, dahili dairede mütekati veterlerin parçaları hasıl-ı darbı yekdiğerine müsavi olduğundan $cn \times bn = an \times hn$ olmağla $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4r^2 + 4cn \times bn$ bulunur. $cn = cl + a$, $bn = cl - a$ ve hasıl-ı darbleri alınarak $cn \times bn = \overline{cl}^2 - a^2$ ve $\overline{cl}^2 = r^2 - s^2$ vazıyla $cn \times bn = r^2 - (s^2 + a^2)$ veya $cn \times bn = r^2 - \overline{mn}^2$ olacağından, mahalline vaz olunarak, $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4(2r^2 - \overline{mn}^2)$ miktar-ı sabiti istihsal ve mezkur veterler merbuları mecmuunun sabit olduğu ispat olunur.

76. Riyazi-i şehir Pisagor'a, "Kaç talebeniz vardır?" diye sormuşlar. Cevaben "Talebemin nısfı, riyaziye ve mütebakisinin nısfı hikmet-i tabiye ve seb'i felsefe tahsil ediyorlar. Ve üç de kadın vardır." demiş olmasına nazaran mevcut talebenin miktarını bulmak matlubdur.

Halli: Talebenin adedi vahidle iş'ar olunduğuna göre nısfı $\frac{1}{2}$ ve mütebakisinin nısfı $\frac{1}{4}$ ve seb'i $\frac{1}{7}$ ile gösterildiğinden ber mevcudu mesele $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + 3$ mecmuu, talebenin adedini ifade etmekle buradan tevhid-i mahreclerle $\frac{14}{28} + \frac{7}{28} + \frac{4}{28} + 3$ veya $\frac{25}{28} + 3$ bulunur. İşbu yekunun talebenin tamamını iş'ar eden $\frac{28}{28}$ 'e müsavi olması için 3 adedinin talebenin $\frac{3}{28}$ 'ini ifade etmesi icab edeceği tabii olup, $\frac{3}{28}$ 'i 3 olur ise $\frac{1}{28}$ 'i 1 ve talebenin tamamı ise 28'den ibaret olur.

77. Birkaç kişi beyinde taksim olunan bir meblağdan her birinin hissesine 800 kuruş isabet etmiş. Bu 800 kuruş, meblağ-ı mezkurun $\frac{5}{21}$ 'inin $\frac{3}{10}$ 'una müsavi imiş. Mezkur akçenin miktarıyla kaç kişi beyinde taksim olduğunun istihracı.

Halli: Meblağ-ı mezkurun $\frac{5}{21}$ 'inin $\frac{3}{10}$ 'u $\frac{5}{21} \times \frac{3}{10} = \frac{1}{14}$ eder. İmdi, meblağ-ı mehzulün $\frac{1}{14}$ 'ü 800 eder ise tamamı $800 \times 14 = 11200$ olur. Kaç kişi arasında taksim olunduğuna gelince, $\frac{11200}{800} = 14$ olduğu istihrac eder.

Kısm-ı Rüşdi

Hesab

78. Bir pederin yaşı, oğlunun yaşının 7 misli ve ikisinin yaşları mecmuu 40 olsa peder ve oğlunun yaşlarını bulmak matlubdur.

Halli: Mademki pederin yaşı oğlunun yaşının 7 misline müsavi imiş, o halde yaşların mecmuunu alırken pederin yaşı yerine oğlunun yaşının 7 misli alınacak olur ise

mezkur-u mecmuu oğlunun yaşının 8 mislinden ibaret olur. Bu takdirde 8 misli 40 eder ise bir misli yani yaşı, 8 defa noksan olacağından 5 yaşında bulunduğu ve pederi ise bunun 7 misli yaşına malik olduğundan 35 yaşında olacağı anlaşılır.

79. Bir kimse 5695 kuruş sermaye ile dükkan açar. Her ay 398 kuruş irad aldığı 415 kuruş masraf ettiği takdirde kaç sene zarfında umum-u sermayeyi tüketecektir.

Halli: İfade-i meseleye nazaran bu kimse her ay sermayesinden $415-398=17$ kuruş sarfetmekte olduğundan, 5695 kuruşu kaç ayda sarf olunacağını bulmaktır. Bittabi, 5695 kuruş içinde 17'nin kaç defa bulunduğunu arayacağımızdan $5695:17=335$ ayda sermayesinin tükeneyeceği bulunur.

80. Kendisinden $17\frac{3}{5}$ tarh olduğunda $26\frac{4}{7}$ kalan aded, nedir?

Halli: Aded-i mezkur bittabi $26\frac{4}{7}$ ile $17\frac{3}{5}$ mecmuuna müsavi olduğundan, $26\frac{4}{7} + 17\frac{3}{5} = 43 + \frac{4}{7} + \frac{3}{5} = 43 + \frac{41}{35} = 43\frac{41}{35}$ bulunur.

81. Üç amele birlikte çalıştıkları halde bir işi 6 günde ikmal edebiliyorlar. Birincisi yalnızca çalışır ise 18 günde, ikincisi 16 günde tekmiil ediyorlar. Acaba üçüncüsü bir günde işin ne miktarını vücuda getirecektir.

Halli: Birincisi yalnız çalışır ise 18 günde işin tamamını yapacaktır. O halde bir günde mezkur işin ancak $\frac{1}{18}$ 'ini ve aynı mütalaaya binaen ikinci amele bir günde işin $\frac{1}{16}$ 'sını yapacaklarından bu iki amele bir günde işin $\frac{1}{18} + \frac{1}{16} = \frac{34}{288} = \frac{17}{144}$ 'ünü ve üç amele birlikte çalışır ise mezkur işi 6 günde göreceklelerinden bir günde işin ancak $\frac{1}{6}$ 'sını yaparlar. Diğer iki amele ise bir günde işin $\frac{17}{144}$ 'ünü ikmal ettiklerinden, üçüncü amelenin işin $\frac{1}{6} - \frac{17}{144} = \frac{24}{144} - \frac{17}{144} = \frac{7}{144}$ 'ünü görebileceği anlaşılır.

82. 1260 okka su alan bir havuza 3 musluktan su akıyor. Birincisi yalnız başına aksa havuzu 15 saatte, ikincisi 18 saatte, üçüncüsü 30 saatte doldurdukları malum olsa, bu muslukların üçü birden açıldığı takdirde havuzun kaç saatte dolacağı matlubdur.

Halli: Birinci musluk havuzu mademki 15 saatte dolduruyor, o halde 15 saatte 1260 okka su akıtıyor demektir. Bir saatte $1260:15=84$ okka su akıtacaktır. İkinci musluktan aynı muhakemeye binaen $1260:18=70$ okka ve üçüncü musluktan da $1260:30=42$ okka su akıtacaktır. Üçü birden açılınca 1 saat zarfında havuza $84+70+42=196$ okka su akmış olacaktır. 196 okka su akması için 1 saat zaman mürur eder ise 1260 okka su akıp havuzu tamamen doldurması için $1260:196=6,33$ saat lazım olduğu istihrac olunur.

83. Bir adam pazara 9 koyun 5 keçi götürüp satar. 1380 kuruş hasıl olur. Koyunun fiyatı keçinin fiyatının iki misli olduğuna göre her koyun kaç kuruşa satılmıştır.

Halli: Mademki bir koyunun fiyatı iki keçi fiyatına bedeldir, o halde 9 koyun fiyatı yerine 18 keçi bedeli ikame olunur, demekse 9 koyun bedeline mukabil alınan 18 keçi ile 5 keçi mecmuu 1380 kuruş ediyormuş. Yani 23 keçi fiyatı mecmuu 1380 kuruşmuş. O halde bir keçinin fiyatı $1380:23=60$ kuruştur. Koyunun fiyatı bunun iki misli olduğundan $2 \times 60 = 120$ kuruş bulunur. Filvaki, 5 keçi için $5 \times 60 = 300$ ve 9 koyun için $9 \times 120 = 1080$ kuruş alınmış olduğundan mecmuları, $300+1080=1380$ kuruştur.

84. 105 kuruşu iki kişi arasında taksim ediniz ki, her 7 kuruşta birisi 4 diğeri 3 kuruş olsun.

Halli: 105 kuruş içinde ne kadar 7 dahil ise birinci adam o kadar 4 kuruş ve ikinci adam o kadar 3 kuruş alacaktır. O halde, $105:7=15$ olduğundan birinci adam $15 \times 4 = 60$ ve ikinci adam $15 \times 3 = 45$ kuruş alacaktır.

85. (Hendese) Her şekl-i muntazamın bir zaviye-i dahiliyesi ile bir zaviye-i merkeziyesi yekdiğerinin mütemmimi olacağını bilamel bulunuz.

Halli: Meseleyi bir muhammes-i muntazama tatbik edelim. Muhammes-i muntazamın dahili zaviyelerinin mecmuu aded-i adlaından iki noksanı defa iki zaviye-i kaimeye müsavi olduğundan $(5-2) \times 2 \times 90 = 540^\circ$ olub bir tanesi $540^\circ:5=108^\circ$ dir. Bunun mütemmimi ise $180^\circ-108^\circ=72^\circ$ dir. Halbuki muhammes-i muntazamın bir zaviye-i merkeziyesi $360^\circ:5=72^\circ$ olduğundan hakikaten işbu iki zaviye yekdiğerinin mütemmimidir.

Hasan Fehmi

Suallerimiz

Kısm-ı İdadi

Hikmet

- Bir otovod makinesinde iki kütlenin mecmuu 1000 gr olsa 4 saniye sükuttan sonra süratın 200 cm olabilmek için acaba bu kütlelerden birisi üzerine konulması icab eden kütle-i zamimesi ne kadar olmalıdır?
- Denizin sathından 15 metre terfi eyleyen ve kaidesinin bir dılı 200 m olan menşur-u murabba şeklinde bir buz kütlesinin hacmini tayin etmek matlubdur. (Buzun kesafeti: 0,97 , deniz suyunun kesafeti: 1,03 farz olunmuştur.)

Cebir

- $\frac{b^2+c^2}{b^2-c^2} + \sqrt{\frac{(b^2+c^2)^2}{(b^2-c^2)^2} - 1}$ ifadesinin bi'l-ıslah $\frac{b+c}{b-c}$ haline vaz'ı.
- b mezkiinden saatte 25 km mesafe kat eden bir otomobil ile c mevkiine giden bir adam, hiçbir zaman zayi etmeden otomobiline saatte 36 km sürat ita ederek b mevkiine avdet etse azimet ve avdet için $10\frac{1}{6}$ saat sarf edildiği malum iken b ile c mevkiileri arasındaki mesafenin kaç km olacağını bulmak matlubdur.
- $3^s + 3^{s-1} + 3^{s-2} + 3^{s-3} + 3^{s-4} = 363$ muadelesinin halli.

Müsellesat

- $mimab+ammab=2kat2c$ olduğuna göre ispat ediniz ki, $(b+c)$ 'nin bir kıymeti 45° dir.

Hendese

- Bir müstakimi malume bir nokta-i malumede temas etmiş ve bir muhit-i malume dahi temas olmak üzere bir daire resm eylemek matlubdur.

Hesab-ı Nazari

- $3^{40} - 1$ 'in 396880 adediyle kabil-i taksim olduğunu isbat etmek matlubdur.

Hesab

- Bir amele çalıştığı gün için 4 kuruş almak ve çalışmadığı gün için 3 kuruş tediye eylemek ve hüküm-ü mukavele 63 gün imtidad etmek üzere bir tacir ile mukavele ederler. 63 gün hitamında amelenin 21 kuruş kazandığı malum olsa, mezkur amelenin kaç gün çalışmış ve kaç gün çalışmamış olduğunu bulmak matlubdur.

Kısm-ı Rüşdi

Hesab

- 3 metre yüksekliğindeki bir odaya 2,15 m yükseklikte bir kütüphane konulsa, tavan ile kütüphane arasında ne kadar bir mesafe kalır.
- Eni 0,37 m boyu 0,65 m olan çerçeveye eni 0,42 m boyu 0,79 m olan bir cam takacak olsak eninden boyundan ne kadar kesmelidir.
- İki ameleden birincisinin 20 günlük ve ikincisinin 30 günlük ücretleri mecmuu 460 kuruş ve yine birincinin 20 günlük ve ikincinin 10 günlük ücretleri mecmuu 260 kuruş olur ise her biri günde kaç kuruş kazanmış olur.
- 4 kimse beyninde bir meblağ tevzi ediliyor. Şöyle ki, 1.,2. ve 3.ye isabet eden hisseler yekunu 18 kuruş keza 1., 2., 4. yekunu 23 kuruş ve 1.,3.,4. yekunu 28 kuruş ve 2.,3.,4. yekunu 30 kuruş olsa, her birine isabet eden hisseleri bulmak matlubdur.
- Bir adedin 4 misliyle $\frac{7}{8}$ cüzü beynindeki fazl 75 olsa, bu aded nedir.

Hendese

- Alt kaidesi 32 ve üst kaidesi 8 dm ve irtifai 8 cm olan şibih-münharif mesâha-i sathiyyesini ve işbu şibih-münharife muadil olan merbuunun bir dılını bulmak matlubdur.

Sayı-5

Kısm-ı İdadi

Hikmet

86. Bir otovod makinesinde iki kütlenin mecmuu 1000 gr olsa 4 saniye sükuttan sonra süratın 200 cm olabilmek için acaba bu kütlelerden birisi üzerine konulması icab eden kütle-i zamimesi ne kadar olmalıdır?

Halli: Mademki kütle-i zamime konuldukta 4 saniye sükuttan sonraki süratin 200 cm olması matlubdur, o esnada hareket-i sükutunun c' miktar tecilini bu malumattan buluruz. Filhakika, $b = c't$ düsturundan $c' = \frac{b}{t}$ veya $c' = \frac{200}{4} = 50$ cm bulunur. Otovod makinesinde hareket sükutunun tadiline müteallik, $sc = c'(2k + s)$ düsturundan, $s = \frac{2c'k}{c - c'}$ bulunarak verilen malumat bittatbik $s = \frac{1000 \times 50}{980,24 - 50} = \frac{50000}{930,24}$ veya $s = 53,75$ gram (takriben) bulunur.

87. Denizin sathından 15 metre terfi eyleyen ve kaidesinin bir dılı 200 m olan menşur-u murabba şeklinde bir buz kütesinin hacmini tayin etmek matlubdur. (Buzun kesafeti: 0,97 , deniz suyunun kesafeti: 1,03 farz olunmuştur.)

Halli: İşbu buz kütesini deniz sathından 15 m yukarıya ref' eden kuvvet, Arşimet Kanunu'na tevfikan kütle-i mezkurenin tebdil-i mekan ettirdiği deniz suyunun veznine müsavi olduğu gibi, buz kütesinin muallakta durması için de işbu kuvvet-i refiye ile kütle-i mezkurenin vezni yekdiğerine müsavi olacağı tabiidir. İmdi, cism-i mağtusun vezni, kesafetiyle hacminin hasıl-ı darbına müsavi olduğundan, vezni k kesafeti f hacmi c ile irae olunarak, $k = fc = 0,97 \times c$ yazılır. Menşurun hacmi, buz kütesinin su için mağtus olan kısmının irtifa-ı a ile gösterilmek üzere, $c = (a + 15) \times 200^2$ olmağla buzun vezni, $k = 0,97 \times (a + 15) \times 200^2$ bulunur. İşbu vezne tekabül eden kuvvet-i refiye gelince, kısm-ı mağtusun tebdil-i mekan ettirdiği deniz suyunun vezninden ibaret olduğundan $a \times 200^2 \times 1,03$ den ibaret olmağla işbu iki ifadeden $a \times 200^2 \times 1,03 = 0,97 \times (a + 15) \times 200^2$ muadelesi teşkil ve buradan $a = 242,5$ m

bulunur ki kısm-ı mağtusun irtifainı müsavidir. O halde tekml irtifai $242,5+15=257,5$ m olacağından hacim-i matlub, $c = 257,5 \times 200^2 = 10300000 \text{ m}^3$ bulunur.

88. (Cebir) $\frac{b^2+c^2}{b^2-c^2} + \sqrt{\frac{(b^2+c^2)^2}{(b^2-c^2)^2} - 1}$ ifadesinin bi'l-ıslah $\frac{b+c}{b-c}$ haline vaz'ı.

Halli: Cezr-i dahili best olunarak, $\frac{b^2+c^2}{b^2-c^2} + \sqrt{\frac{(b^2+c^2)^2 - (b^2-c^2)^2}{(b^2-c^2)^2}}$ ve bi'l-ıslah,

$$\frac{b^2+c^2}{b^2-c^2} + \sqrt{\frac{4b^2c^2}{(b^2-c^2)^2}} \quad \text{veya} \quad \frac{b^2+c^2}{b^2-c^2} + \frac{2bc}{b^2-c^2} \quad \text{ve buradan} \quad \frac{b^2+2bc+c^2}{b^2-c^2} \quad \text{veya}$$

$$\frac{(b+c)^2}{(b-c)(b+c)} = \frac{b+c}{b-c} \quad \text{bulunur.}$$

89. b mezkiinden saatte 25 km mesafe kat eden bir otomobil ile c mevkiine giden bir adam, hiçbir zaman zayı etmeden otomobiline saatte 36 km sürat ita ederek b mevkiine avdet etse azimet ve avdet için $10\frac{1}{6}$ saat sarf edildiği malum iken b ile c mevkiileri arasındaki mesafenin kaç km olacağını bulmak matlubdur.

Halli: Mesafe-i matlube s ile iş'ar olunsa esna-ı azimette otomobilin sarf ettiği zaman $\frac{s}{25}$ ve avdette ise $\frac{s}{36}$ olduğundan ifade-i meseleye nazaran, $\frac{s}{25} + \frac{s}{36} = 10\frac{1}{6}$

muadelesi teşkil olunur. Buradan, $\frac{36s+25s}{900} = \frac{61}{6}$ veya

$$\frac{61s}{900} = \frac{61}{6}, \quad \frac{s}{900} = \frac{1}{6}, \quad s = \frac{900}{6} = 150 \text{ km olduğu istihrac edilmiş olur.}$$

90. $3^s + 3^{s-1} + 3^{s-2} + 3^{s-3} + 3^{s-4} = 363$ muadelesinin halli.

Halli: $3^{s-4} = a$ (1) farz edelim. İşbu ifade $3^{s-3} \times 3^{-1} = a$ tarzında yazılabileceğinden tarafeyn-i müsavat 3 ile darb olunarak $3^{s-3} \times 3^{-1} \times 3 = 3a$ veya $3^{1-1} = 3^0 = 1$ olacağı cihetle $3^{s-3} = 3a$ (2) bulunur. Bunu da $3^{s-2} \times 3^{-1} = 3a$ tarzında yazarak tarafeyni 3 ile darb eder isek $3^{s-2} = 9a$ (3) elde edileceği gibi aynı ameliyat ile

$3^{s-1} = 27a$ (4) $3^s = 81a$ (5) müsavatları bulunur. Şimdi, 1,2,3,4,5 numaralı ifadeleri taraf tarafa cem edelim. $3^s + 3^{s-1} + 3^{s-2} + 3^{s-3} + 3^{s-4} = a + 3a + 9a + 27 + 81a = 363$ veya $a = \frac{363}{1+3+9+27+81}$ veya $a = \frac{363}{121} = \frac{121 \times 3}{121} = 3$ bulunmakla buradan $3^{s-4} = 3^1$ elde edilir. İmdi, bu ifadede merfular yekdiğerinin aynı olduğu cihetle, teşkil-i müsavat için üslerinde yekdiğerine müsavi olması icab edeceğinden, $s-4=1$ muadelesi yazılır ve buradan $s=5$ bulunur.

Suret-i Diğerle Halli: Verilen muadele 3^{s-4} kerresine alınarak, $3^{s-4}(3^4 + 3^3 + 3^2 + 3 + 1) = 121 \times 3$ olub halbuki $\frac{3^5 - 1}{3 - 1} = 3^4 + 3^3 + 3^2 + 3 + 1$ olacağını kabiliyet-i taksim kavaid ile müsbit olduğundan ifademiz bu cihetle tadil olunarak, $3^{s-4} \times \frac{3^5 - 1}{3 - 1} = 121 \times 3$ veya $3^{s-4} = \frac{121 \times 3 \times 2}{3^5 - 1}$ veyahud $3^{s-4} = \frac{121 \times 3 \times 2}{2 \times 121} = 3$ elde edilir. Birinci suret-i halde gösterildiği vechile merfuların müsavatından üslerin de müsavatu lazım geleceği nazar-ı dikkate alınarak $s-4=1$ ve buradan $s=5$ bulunur.

91. (Müsellesat) $mimab + ammas = 2kat2c$ olduğuna göre ispat ediniz ki, $(b+c)$ 'nin bir kıymeti 45° dir.

Halli: $mimab = \frac{hasb}{bahsb}$, $ammas = \frac{bahsb}{hasb}$, $kat2c = \frac{1}{bahs2c}$ kıymetleri mahallerine vaz' olunarak, $\frac{hasb}{bahsb} + \frac{bahsb}{hasb} = \frac{2}{bahs2c}$ veya $\frac{has^2b + bahs^2b}{bahsbhasb} = \frac{2}{bahs2c}$ olup $has^2b + bahs^2b = 1$ olduğundan $\frac{1}{bahsbhasb} = \frac{2}{bahs2c}$ ve tarafeyn hasıl-ı darb olunarak, $2bahsbhasb = bahs2c$ bulunur. Müsellesat düsturlarınca $2bahsbhasb = has2b$ olduğu cihetle ifade-i ahire bu suretle tadil olunarak $has2b = bahs2c$ elde edilir. İmdi, $2b$ kavsiniñ ceybi $2c$ kavsiniñ tamam-ı ceybine müsavi olduğu cihetle kavseyn-i mezkurun yekdiğerinin tamamı olacağından bu iki kavsin mecmuu 90° ye müsavi olup, o halde $2b+2c=90^\circ$ ve buradan $b+c=45^\circ$ bulunup matlub sabit olur.

92. (Hendese) Bir müstakimi malume bir nokta-i malumede temas etmiş ve bir muhit-i malume dahi temas olmak üzere bir daire resm eylemek matlubdur.

Halli: Muhit-i malum m muhiti ve müstakim-i malum da x hatt-ı müstakimi ve nokta-i malume de b noktası olsun. Meseleye hal olunmuş nazarıyla bakalım. b nokta-i temasıyla m_1 merkez-i matlubunu vasıl eden nısf-ı kutr-i her iki cihete doğru temdid ve iki tarafda da verilen dairenin tm nısf-ı kutrine müsavi olmak üzere bc , ba katlarını kat ederek c, a noktalarını elde ettikten sonra cm, am hatlarını resmedelim. cm_1 , mm_1 hatları m , m_1 dairelerinin nısf-ı kutrları mecmuuna müsavi oldukları cihetle yekdiğerine müsavi olmalarından dolayı cmm_1 müsellesi bir müselles-i mütesâvi's-sâkayn olub cm kaidesinin h muntasıf noktasından resm edilen hm_1 amudu daire-i matlubenin merkezinden nürur eder. O halde bizim için cm hattını teşkil etmek gayet kolay olduğu için müsellesin suret-i tersimi bulunmuş demektir. Filvaki, verilen nokta-i malumeden x müstakim-i malumuna bir amud gayri mahdud resm olunduktan sonra daire-i malumenin tm nısf-ı kutri malumu kadar bc badını kat ederek cm hattını resm ve işbu hattın h muntasıf noktasından bir amud ikame ve bu amudun ca amud-u gayri mahduduyla m_1 nokta-i takati daire-i matlubenin merkezini teşkil eder.

Eğer am hattının l muntasıf noktasından kaime olan amud ile evvelki amud-u gayri mahdudun m_2 nokta-i takati nazar-ı dikkate alınacak olur ise işbu noktanın da verilen m dairesiyle dahilen temas olan kb muhitinin merkezini teşkil edeceği görülür. Filvaki, am_2 , mm_2 hatları kb muhiti ile daire-i malume nısf-ı kutrları fazlına müsavi olduğu için yekdiğerine müsavidir. Binaenaleyh amm_2 müselles-i mütesâvi's-sâkaynde dahi am kaidesinin l muntasıf noktasından resm olunan amud ile m_2 noktası tayin olunur.

cihetle onların mecmuu 5k ile ve son haddeki (-1) adedinin 5. kuvveti olduğu için (-1) ile irae olunarak $3^{10}=5k-1$ ve buradan, $3^{10}+1=5k$ olduğu yani ifade-i mezkure mazrubları meyanında 5k olan bir mazrub bulunduğu görülür. O halde işbu ifade 5'in mislidir. Yahud, $3^{10} = (3^4)^2 \times 3^2 = (81)^2 \times 9$ olub 3^{10} adedi 81 merbuunun 9 ile hasil-ı darbına müsavi olduğu cihetle behemehal 9 ile müntehidir. Kendisine vahid zam olunsa $3^{10}+1$ adedi sıfırla müntehi olacaktır ki bunun da 5k olacağı tabiidir.

11^2 ile kabiliyet-i taksim: $11 = 3^2 + 2$, $11^2 = 3^4 + 4 \times 3^2 + 4$,
 $11^2 = 3^4 + (3+1) \times 3^2 + 3+1$, $11^2 = 3^4 + 3^3 + 3^2 + 3+1$ olur. İmdi,
 $3^4 + 3^3 + 3^2 + 3+1 = \frac{3^5-1}{3-1} = \frac{3^5-1}{2}$ olduğundan $11^2 = \frac{3^5-1}{2}$ ve buradan
 $2 \times 11^2 = 3^5 - 1$ veya $k11^2 = 3^5 - 1$ bulunur ki ifade-i mezkure mazrubları meyanında 11^2 nin misli bulunduğu tahakkuk eder. Yahud, $3^5 = 243 = 2 \times 121 + 1$ veya $3^5 = 2 \times 11^2 + 1$ ve buradan $3^5 = k11^2 + 1$ bulunmağla $3^5 - 1 = k11^2$ olacağı, bu suretle de tahakkuk eder.

41 ile kabiliyet-i taksim: $3^4 = 81 = 2 \times 41 - 1$ veya ref olunarak, $3^4 = k41 - 1$ olub tarafeyn 5. kuvvete $3^{20} = (k41-1)^5 = k41-1$ ve buradan $3^{20} + 1 = k41$ bulunmağla verilen ifade mezkubları meyanında 41'in misli olmak üzere bir mazrub bulunduğundan ifade-i mezkurenin de 41 ile kabil-i taksim olacağı istidlal olur.

2^4 , 5, 11^2 , 41 adedleri ile ayrı ayrı kabil-i taksim olduğu isbat olunan $3^{40}-1$ ifadesinin işbu adedler hasil-ı darbı olan 396880 adediyle kabil-i taksim olacağı sabit olur.

94. (Hesab) Bir amele çalıştığı gün için 4 kuruş almak ve çalışmadığı gün için 3 kuruş tediye eylemek ve hüküm-ü mukavele 63 gün imtidad etmek üzere bir tacir ile mukavele ederler. 63 gün hitamında amelenin 21 kuruş kazandığı malum olsa, mezkur amelenin kaç gün çalışmış ve kaç gün çalışmamış olduğunu bulmak matlubdur.

Halli: Bu amele 63 gün mütemadiyen çalışmış olsa idi $4 \times 63 = 252$ kuruş alacak idi. 21 kuruş alabildiğine nazaran $252-21=231$ kuruş ziyan eylemiş demektir. Amele gelmediği gün 4 kuruş yevmiyesini alamadıktan başka 3 kuruş ceza dahi tediye edeceğinden cem' 7 kuruş kaybediyor demektir. O halde 231 kuruş içinde kaç defa 7

dahil ise o kadar gün gelmemiş olacağından $231:7=33$ gün bulunmadığı anlaşılır. Binaenaleyh $63-33=30$ gün gelmiş olmağla aldığı paralar $30 \times 4 = 120$ ve verdiği paralar ise $33 \times 3 = 99$ olub eline geçen miktarın ise $120-99=21$ kuruş olacağı tahkik eder.

Hasan Fehmi

Kısm-ı Rüşdi

95. (Hesab) Tavanı 3 metre yüksek olan bir odaya 2,15 m yükseklikte bir kütüphane konulsa, tavan ile kütüphane arasında ne kadar bir mesafe kalır.

Halli: Tavan ile kütüphane arasındaki mesafe, $3-2,15=0,75$ metreden ibarettir.

96. Eni 0,37 m boyu 0,65 m olan çerçeveye eni 0,42 m boyu 0,79 m olan bir cam takacak olsak eninden boyundan ne kadar kesmelidir.

Halli: Camın eninden, $0,42-0,37=0,05$ m ve boyundan ise $0,79-0,65=0,14$ m kesilmesi lazım gelecektir.

97. İki ameleden birincisinin 20 günlük ve ikincisinin 30 günlük ücretleri mecmuu 460 kuruş ve yine birincinin 20 günlük ve ikincinin 10 günlük ücretleri mecmuu 260 kuruş olur ise her biri günde kaç kuruş kazanmış olur.

Halli: 460 ile 260 cem' olunsa 720 kuruş bulunur ki işbu meblağ her iki amelenin 40'ar günlük ücretleri mecmuundan ibaret olur. Eğer 720 adedi 40 ile taksim olunsa $720:40=18$ bulunur ki bu da her iki amelenin birer günlük ücretleri mecmuundan ibaret olur. 460 ile 260 tarh olunsa idi $460-260=200$ bulunur idi ki bu da ikinci amelenin 20 günlük ücretinden ibaret olacağından bir günlük ücreti $200:20=10$ kuruş olur. Halbuki her iki amele ücreti 18 kuruş olduğu için birinci amelenin yevmiyesi 8 kuruştan ibaret bulunur.

98. 4 kimse beynlerinde bir meblağı tevzi ederler. Şöyle ki, 1.,2. ve 3.ye isabet eden hisseler yekunu 18 kuruş keza 1., 2., 4. yekunu 23 kuruş ve 1.,3.,4. yekunu 28 kuruş ve 2.,3.,4. yekunu 30 kuruş olsa, her birine isabet eden hisseleri bulmak matlubdur.

Halli: İşbu adedler bir kere cem' olursa işbu mecmuu içinde herkesin hisseleri 3 defa dahil olacaktır. İşbu mecmuu ise $18+23+28+30=99$ olup hisseler yekununun 3 mislinden ibarettir. 3 ile taksim olunarak bulunan 33 kuruş dört kişinin hisseleri yekununa müsavi olacağından 1., 2., 3. nün hisseleri yekunu olan 18 kuruş bundan çıkarılır ise geriye kalan 15 kuruş 4. adamın hissesinden ve eğer 1., 2., 4. nün hisseleri yekunu olan 23 kuruş bundan çıkarılır ise geriye kalan 10 kuruş 3. adamın hissesinden ibaret olup, 1., 3., 4. nün hisseleri yekunu olan 28 kuruş tarh olunduğu takdirde kalan 5 kuruş 2. adamın hissesine müsavidir. Eğer 2., 3., 4. nün hisseleri yekunu olan 30 kuruş, hisseler yekunu olan 33 kuruşdan çıkarılır ise kalan 3 kuruş dahi 1. adamın hissesine isabet eden meblağdan ibarettir. O halde, 1.ye 3, 2.ye 5, 3.ye 10, 4.ye 15 kuruş isabet etmiştir. Filvaki, bilfarz 2., 3., 4.nün hisseleri yekunu $5+10+15=30$ bulunur.

99. Bir adedin 4 misliyle $\frac{7}{8}$ cüzü arasındaki fazl 75 olsa, bu aded nedir.

Halli: Aded-i matlubun 4 mislinden $\frac{7}{8}$ misli tarh olursa $4 - \frac{7}{8} = \frac{25}{8}$ 'i 75 adedine müsavi olacağından $\frac{1}{8}$ 'i $\frac{75}{25} = 3$ olup $\frac{8}{8}$ 'i yani tamamı $3 \times 8 = 24$ 'den ibarettir. Filvaki, $4 \times 24 - \frac{7 \times 24}{8} = 96 - 21 = 75$ olmağla matlub adedin 24'ten ibaret olacağı tahakkuk eder.

100. (Hendese) Alt kaidesi 32 ve üst kaidesi 8 dm ve irtifai 8 cm olan şibih-münharif mesâha-i sathiyyesini ve işbu şibih-münharife muadil olan merbuunun bir dılını bulmak matlubdur.

Halli: Malum olduğu üzere bir şibih-münharifin mesâha-i sathiyyesi, alt ve üst kaideleri mecmuunun irtifayıyla hasıl-ı darbının nısfına müsavidir. Misalimizde alt kaide 32 dm yahud 3,2 m, üst kaide 0,8 m ve irtifai ise 8 cm veyahud 0,08 m olmağla sath-ı matlub, $\frac{(3,2 + 0,8) \times 0,08}{2} = \frac{4 \times 0,08}{2}$ veya $2 \times 0,08 = 0,16$ metre murabba veyahud 16 dm murabba bulunur. İşbu şibih-münharife muadil olan murabbanın bir dılına gelince, mademki murabba, şibih-münharife muadil olacaktır, o halde murabbanın sathı da 0,16 m² olacaktır. Bir murabbanın mesâha-i sathiyyesi bir dılının murabbına müsavi olduğu için işbu 0,16 miktarı, matlub murabbanın bir dılının murabbına müsavi olmağla cezri alınarak aranılan murabbanın bir dılının $\sqrt{0,16} = 0,4$ m olacağı istihrac olunur.

Suallerimiz

Kısm-i İdadi

Hikmet

- Bir otovod makinesinde iki büyük kütlein mecmuu 500 gr ve o mahalde şiddet-i cazibe-i arziye 980,24 cm olsa, bu makinedeki hareket-i sükutiyein mikdar-ı tecili 40 cm olmak için acaba bu kütlelerden birinin üzerine konulması icab eden s kütle-i zamimesi ne kadar olmalıdır.

Cebir

- $\frac{b^3 - c^3}{b + c} \times \frac{b^3 + c^3}{b - c} \times \frac{1}{(b^2 + c^2)^2 - b^2 c^2}$ ifadesinin ıslahı matlubdur.
- $s^{-1}a^{-1}\S^{-1} = (105)^{-1}$, $sa^{-1}\S^{-1} = 3(35)^{-1}$, $sa\S^{-1} = 2\frac{1}{7}$ muadelesinin halli.

Müsellesat

- amma2b=kati2m-mima2m olduğuna göre isbat ediniz ki (b+m) nin bir kıymeti 45° dir.

Hendese

- Her zû-erbaat-il-adla'da evvela, mücavir iki zaviyenin hatt-ı munassıfları diğer iki zaviyenin nısf-ı mecmuuna müsavidir. Saniyen, mukabil iki zaviyenin hatt-ı munassıfı zaviye, iki zaviyenin fazlına müsavidir.

Hesab

- Riyazi-i şehir Diyofantus'un mezar taşında şöyle yazılıdır; "Ey zair-kâr, Diyofantus'un kaç sene mamur olduğunu bilmek ister isek malumun olsun ki çocukluk hayatı müddet-i umurunun altıda biri kadardır. Evân-ı şebâbı, hayatının onikide biri kadar bir zamana muadildir. Bundan sonra tahil edinceye kadar hayatının yedide biri geçmiş ve tahalinden beş sene sonra bir çocuğu dünyaya gelerek pederinin sinninin nısfına geldiği zaman vefat eylemiştir. Diyofantus çocuğunun gaybubetiyle daha dört sene keryan bir halde yaşadı." Acaba Diyofantus kaç sene mamur olmuştur.

Kısm-ı Rüşdi

Hesab

- Seda saniyede 340 m mesafe kat eder. Şimşek çaktıktan 12 sn sonra gök gürültüsü işitilse, fırtınalı bulutların bizden ne kadar uzak olduklarını bulmak matlubdur.
- 3630 adedi 2'den 11'e kadar olan adedlerden hangisi ile tamamen kabil-i taksimdir.
- 6 ile kabil-i taksim olmak üzere tek bir aded bulabilir misiniz?
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} : \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ ifadesini ıslah ediniz.

Hendese

- Bir müselles-i kaimü'z-zâviyenin zaviye-i haddeleri mecmuu niçin bir zaviye-i kaimeye müsavi geliyor?
- Bir mütevâzi'l-adlâ'nın zaviye-i münfericelerinden biri 150° olur ise diğer zaviyeleri kaçar dereceliktir.

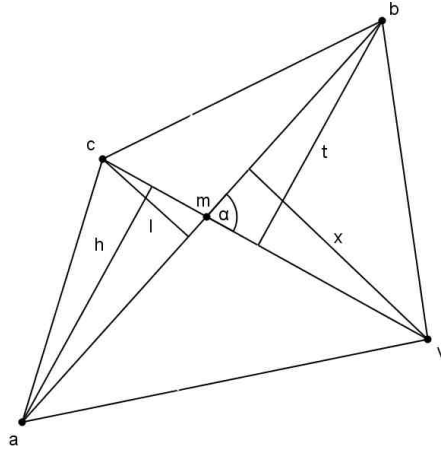
Sayı-6

Bir Mesele-i Müsellesatiye

Herhangi bir bcav zû-erbaat-il-adla'nın re'slerinden kutrları üzerine tenzil olunan amudlar x,t,l,h olduğuna ve kutrları k,g ile irae edildiğine nazaran işbu kutrlar

arasındaki α zaviyesinin ceybi, $has\alpha = \sqrt{\frac{(t+h)(l+x)}{kg}}$ kıymetini ahz eder.

Halli: Zû-erbaat-il-adla'nın re'slerinden kutrları üzerine tenzil olunan amudlar vasıtasıyla teşkil eden müselles-i kaimü'z-zâviyelerde birer dılı kaim ve terkaim ile mukabilindeki zaviye ceybi hasıl-ı darbına müsavi olduğu nazar-ı mülâhazaya alınarak,



$$\begin{array}{ll}
 t = bm \sin \alpha & h = am \sin \alpha \\
 l = cm \sin \alpha & x = vm \sin \alpha
 \end{array}
 \quad \text{ifadelerinden} \quad
 \begin{array}{ll}
 \frac{t}{bm} = \sin \alpha & \frac{h}{am} = \sin \alpha \\
 \frac{l}{cm} = \sin \alpha & \frac{x}{vm} = \sin \alpha
 \end{array}$$

veya $\frac{t}{bm} = \frac{h}{am} = \sin \alpha$, $\frac{l}{cm} = \frac{x}{vm} = \sin \alpha$ ifadeleri teşkil olunup havass-ı tenasübe

tevfikan, $\frac{t+h}{bm+am} = \sin \alpha$, $\frac{l+x}{cm+vm} = \sin \alpha$ bulunur.

$bm+am = ba = k$, $cm+vm = cv = g$ ikamesiyle $\frac{t+h}{k} = \sin \alpha$, $\frac{l+x}{g} = \sin \alpha$

ve taraf tarafa darb olunarak $\frac{(t+h)(l+x)}{kg} = \sin^2 \alpha$ ve cezr ahz edilerek

$\sin \alpha = \sqrt{\frac{(t+h)(l+x)}{kg}}$ bulunmağla matlub sabit olur.

Şükrü

Kimya Mesaili

1. Bir litre klorun sıfır derece hararete ve 0,76 metre tazyik-i nesimi tahtında vezni nedir? (Klorun kesafeti 2,44 ve bir litre havanın vezni 1,293 gramdır.)

Halli: Müsavi hacimdeki gazların vezinleri kesafetleriyle mütenasibdirler.

Demek ki, $\frac{k}{k'} = \frac{v}{v'}$ veya $\frac{1}{2,44} = \frac{1,293}{v'}$ ve buradan $v' = 1,293 \times 2,44 = 3,155$ gram bulunur.

2. $345,5 \text{ dm}^3$ müvellidü'l-humûzanın sıfır derece hararete ve 0,76 m tazyik-i nesimi tahtında vezni nedir? (Müvellidü'l-humûzanın havaya nazaran kesafeti 1,10563 dür.)

Halli: Vezn-i matlubu tayin için müvellidü'l-humûzanın havaya nazaran kesafetiyle hacmini darb ederek, $v' = 345,5 \times 1,293 \times 1,10563 = 493,9197$ gram bulunur.

3. Kaç gram suyu tahlil etmek lazımdır ki sıfır derece hararete ve 0,76 m tazyik-i nesimi tahtında 500 lt müvellidü'l-mâ' istihsal edilmiş olsun. (Müvellidü'l-mâ'nın kesafeti 0,069 ve bir litre havanın vezni sıfır derece hararete 0,76 metre tazyik-i nesimi tahtında 1,293 gramdır.)

Halli: Malumdur ki 18 gram su, 16 gram müvellidü'l-humûzanın 2 gram müvellidü'l-mâ' ile imtizacından hasıl olmuştur. Demek ki 1 gram suyun $\frac{8}{9}$ 'u yani 0,8888... gramı müvellidü'l-humûza, $\frac{1}{9}$ 'u yani 0,1111... gramı da müvellidü'l-mâ'dır. O halde 500 lt müvellidü'l-mâ'nın vezni mesele-i sabıkada olduğu üzere, $v' = 500 \times 1,293 \times 0,069 = 44,6085$ gramdır. Şimdi bu kadar gram müvellidü'l-mâ' tevlid edecek su, bunun 9 misli olacağından $44,6085 \times 9 = \frac{44,6085}{\frac{1}{9}} = \frac{44,6085}{0,1111} = 401,516$ gram bulunur.

Rodos İdadisi Müdür-i Sanisi

Edibzade Tevfik

Kısım-ı İdadi

Hikmet

101. Bir otovod makinesinde iki büyük kütlelerin mecmuu 500 gr ve o mahalde şiddet-i cazibe-i arziye 980,24 cm olsa, bu makinedeki hareket-i sükutiyenin mikdar-ı tecili 40 cm olmak için acaba bu kütlelerden birinin üzerine konulması için icab eden k kütle-i zamimesi ne kadar olmalıdır.

Halli: Otovod makinesinde hareket-i sükutiyeye aid düstur, $ka = a'(2g + k)$ idi.

Buradan kütle-i mechuleyi halledelim. $k = \frac{2a'g}{a - a'}$ olup $a = 980,24$, $a' = 40$, $g = 500$

ikamesiyle $k = \frac{2 \times 40 \times 500}{980,24 - 40} = \frac{40000}{940,24} = 40,8$ gram olacağı istihrac olunur.

102. (Cebir) $\frac{b^3 - c^3}{b + c} \times \frac{b^3 + c^3}{b - c} \times \frac{1}{(b^2 + c^2)^2 - b^2c^2}$ ifadesinin ıslahı matlubdur.

$$\textbf{Halli: } \frac{b^3 - c^3}{b - c} = b^2 + c^2 + cb \quad , \quad \frac{b^3 + c^3}{b + c} = b^2 + c^2 - cb$$

$$\frac{1}{(b^2 + c^2)^2 - b^2c^2} = \frac{1}{(b^2 + c^2 + bc)(b^2 + c^2 - bc)} \quad \text{kıymetleri mahallerine yazılarak,}$$

$$(b^2 + c^2 + cb)(b^2 + c^2 - cb) \times \frac{1}{(b^2 + c^2 + cb)(b^2 + c^2 - cb)} = 1 \quad \text{bulunur.}$$

103. $s^{-1}a^{-1}\mathfrak{s}^{-1} = (105)^{-1}$, $sa^{-1}\mathfrak{s}^{-1} = 3(35)^{-1}$, $sa\mathfrak{s}^{-1} = 2\frac{1}{7}$ muadelesinin halli.

Halli: 1. ve 2. muadeleler taraf tarafa taksim olundukda, $\frac{s^{-1}a^{-1}\mathfrak{s}^{-1}}{sa^{-1}\mathfrak{s}^{-1}} = \frac{(105)^{-1}}{3(35)^{-1}}$

veya $\frac{1}{s^2} = \frac{35}{105 \times 3} = \frac{1}{9}$, $s^2 = 9$, $s = 3$ bulunur. İşbu kıymet 2. ve 3. muadelelerde

mahallerine konularak, $a^{-1}\mathfrak{s}^{-1} = (35)^{-1}$, $a\mathfrak{s}^{-1} = \frac{5}{7}$ muadelelerine düstur olunacağından

bunlar da taraf tarafa taksim olunarak,

$$\frac{a^{-1}\mathfrak{s}^{-1}}{a\mathfrak{s}^{-1}} = \frac{7 \times (35)^{-1}}{5} \quad , \quad \frac{1}{a^2} = \frac{7}{35 \times 5} = \frac{1}{25} \quad , \quad a^2 = 25 \quad , \quad a = 5 \quad \text{bulunur. s, a için bulunan}$$

bu kıymetler son muadelede mahalline konularak, $15\mathfrak{s}^{-1} = \frac{15}{7}$ veya

$$\mathfrak{s}^{-1} = \frac{1}{\mathfrak{s}} = \frac{1}{7} \quad , \quad \mathfrak{s} = 7 \quad \text{bulunur.}$$

104. (Müsellesat) ammab-2amma2b=kati2m-mima2m olduğuna göre isbat ediniz ki (b+m) nin bir kıymeti 45° dir.

Halli:

$$ammab = \frac{1}{mimab}, \quad 2amma2b = \frac{2}{mima2b} = \frac{2}{\frac{2mimab}{1-mima^2b}}, \quad kati2m = \frac{1}{bahs2m}$$

$$mima2m = \frac{has2m}{bahs2m} \text{ kıymetleri mahallerine yazılarak,}$$

$$\frac{1}{mimab} - \frac{2}{\frac{2mimab}{1-mima^2b}} = \frac{1}{bahs2m} - \frac{has2m}{bahs2m} \quad \text{veya} \quad \frac{1}{mimab} - \frac{1-mima^2b}{mimab} = \frac{1-has2m}{bahs2m}$$

$$\frac{1-1+mima^2b}{mimab} = \frac{1-has2m}{bahs2m}, \quad \frac{mima^2b}{mimab} = \frac{1-has2m}{bahs2m}, \quad mimab = \frac{1-has2m}{bahs2m} \text{ bulunur.}$$

İmdi $1 = has^2m + bahs^2m$, $has2m = 2hasmbahsm$ ifadeleri taraf tarafa tarh olunarak $1 - has2m = (hasm - bahsm)^2$ bulunacağı gibi $bahs2m = bahs^2m - has^2m$ olduğundan işbu kıymetler düsturda ikame olunarak,

$$mimab = \frac{(hasm - bahsm)^2}{bahs^2m - has^2m} = \frac{(hasm - bahsm)^2}{(bahsm - hasm)(bahsm + hasm)} \quad \text{veya}$$

$$mimab = \frac{(hasm - bahsm)^2}{-(hasm - bahsm)(bahsm + hasm)} = \frac{hasm - bahsm}{-(bahsm + hasm)} \quad \text{veya}$$

$$mimab = \frac{bahsm - hasm}{bahsm + hasm} \text{ ve tarafeyn hasil-ı darbı ahz olunarak,}$$

$$\frac{hasb}{bahsb} bahsm + \frac{hasb}{bahsb} hasm = bahsm - hasm \text{ ve tarafeyn-i müsavat bahsb ile darb}$$

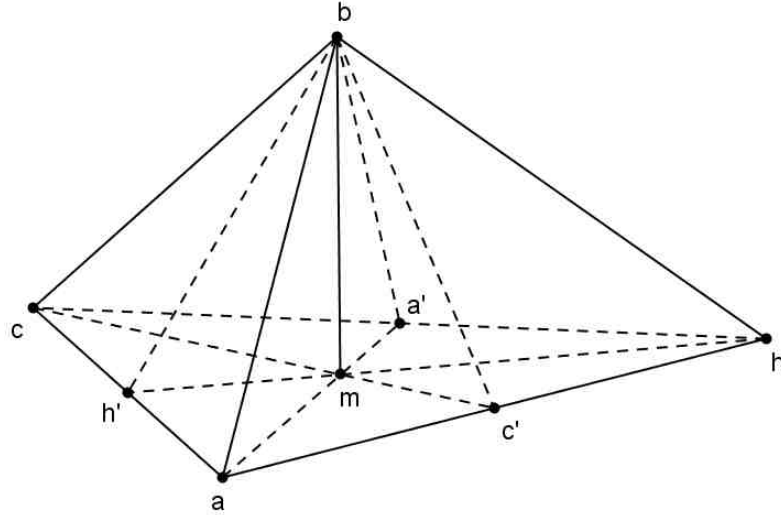
$$\text{olunarak, } hasbbahsm + hasbhasm = bahsmbahsb - hasmbahsb \text{ ve nakil-i tarafla} \\ hasbbahsm + hasmbahsb = bahsmbahsb - hasbhasm \quad \text{veya}$$

$$has(b+m) = bahs(b+m) \text{ bulunur. Madem ki } (b+m) \text{ kavsiniñ ceybi, tamam-ı ceybine}$$

müsavidir. O halde kavs-i mezkur $\frac{\pi}{2}$ kavsiniñ nısfına müsavi olacağından $b+m=45^0$

bulunub matlub hasil olur.

105. (Hendese) Zû-selâset-ül-vücûh kaimü'z zevâyâ bir zaviye-i mücessemenin adlâ-ı mücessemesini kat etmek üzere resm olunan herhangi bir müstevi ile müteşekkil makta'ının irtifalarının nokta-i takati, zaviye-i mücesseme re'sinden işbu nokta-ı tenzil olunan amudun mevkiinden ibarettir.



Halli: Vech-i zaviyeleri birer zaviye-i kaimeye müsavi olan zaviye-i mücesseme b-ach ve adla-ı mücessemeyi kat eden herhangi bir müstevi ile teşkil eyleyen makta dahi ach müsellesi olsun. İşbu makta müsellesin irtifalarının nokta-i takati olan m noktası, zaviye-i mücessemenin b re'sinden maktaya tenzil olunan bm amudunun mevkiinden ibarettir. Davayı isbat için b re's noktasından makta üzerine bm amudunu resmederek m mevki-i amudunun maktan irtifalarının nokta-i takati olacağı isbat etmelidir. Maktan a,c,h re'sleriyle işbu m noktası beynini vasıl ederek aa',cc',hh' hatt-ı müstakimlerini ve b re'siyle a',c',h' noktaları beynini vasıl edelim. Eğer aa',cc',hh' hatları maktan irtifalarından ibaret olacağı isbat olunursa matlub hasıl olacaktır. Filhakika, baa' müstevisi bm amudundan nürur ettiği cihetle (hendese-i mecmuanın dava-ı mahsusuna tevfikân) maktaya amuddur. Bundan başka verilen zaviye-i mücessemenin zû-selâset-ül-vücûh kaimü'z zaviye olması itibariyle her dılı mücessem gayri mücavir bulunduğu veche amud olacağından ba dılı mücessemi cbh vechine amuddur. O halde işbu ba amudundan nürur eden baa' müstevisi hem makta ve hem cbh vechine amuddur. Binaenaleyh onların fasl-ı müşteriki olan ch hattına da amud olacağından aa' hattının ch hattına amud olacağı yani maktan a re'sinden tenzil olunan irtifaından ibaret bulunacağı sabit olur. Aynı mülâhaza cc',hh' hatt-ı mevsullarının maktan irtifalarından ibaret oldukları isbat olunabileceğinden m nokta-i takatinin hem bm amudunun mevkii ve hem maktan irtifalarının nokta-i takati olacağı isbat edilmiş olur.

106. Zû-selâset-ül-vücûh kaimü'z zevâyâ-ı mücessemenin adlâ-ı mücessemesini kat eden bir müstevi ile teşkil eyleyen vücuh-u müsellesilerden her biri, makta müsellesi ile

işbu makta üzerindeki mürtesimi beyninde vasat-ı mütenasibdir. Saniyen makta sathının merbuu, vech-i satıhlarının merbuları mecmuuna müsavidir.

Halli: Zevaya-ı mücesseme b-ach ve makta müsellesi ach olsun. Vech-i müsellesleri bah, bac, bch olduklarına göre, $\overline{bah}^2 = ach \times amh$, $\overline{bac}^2 = ach \times amc$, $\overline{bch}^2 = ach \times cmh$ (1) olur. Filvaki, 105. meseleye tevfiikan vechlerin re'sleri b noktası itibar olunduğuna göre sırasıyla bc',bh',ba' hatları işbu vechlerin irtifalarından ibaret olacağı gibi cc',aa',hh' hatları da makta müselleslerinin irtifalarını teşkil eder. İmdi bah,amh ve bah,ach müselleslerinin ah kaideleri müşterek olduğundan sulhlarının birbirine tespiti irtifalarının yekdiğerine nisbetine müsavi olmağla, $\frac{bah}{amh} = \frac{bc'}{mc'}$, $\frac{bah}{ach} = \frac{bc'}{cc'}$ ve taraf tarafa darb olunarak, $\frac{\overline{bah}^2}{ach \times amh} = \frac{\overline{bc'}^2}{mc' \times cc'}$ bulunur. Zaviye-i mücessemenin bir zû-selâset-ül-vücûh kaimü'z zevâyâ olması itibariyle bc dılı mücessemenin bah vechine ve binaenaleyh işbu vech de vaki kaffe-i hututa amud olacağını nazar-ı dikkate alarak (cbc') zaviyesinin bir zaviye-i kaimeye müsavi olduğu mülâhaza olunur ise, bcc' müsellesi bir müselles-i kaimü'z-zâviyeden ibaret olmağla bc' dılı kaimi cc' veterkaimesiyle mc' mürtesimi arasında vasat-ı mütenasib olur. Yani $\overline{bc'}^2 = mc' \times cc'$ bulunur. O halde son nisbetin taraf-ı sanisinde suret-i mahrec yekdiğerine müsavi olduğundan kıymeti vahide müsavi olub, $\frac{\overline{bah}^2}{ach \times amh} = 1$ veya $\overline{bah}^2 = ach \times amh$ bulunur. Aynı isbat diğr vehclere de tatbik olunarak davanın kısm-ı sanisini ispat için (1) ifadelerini taraf tarafa cem edelim. $\overline{bah}^2 + \overline{bac}^2 + \overline{bch}^2 = ach(amh + amc + cmh)$ olub $amh + amc + cmh = ach$ olduğundan $\overline{bah}^2 + \overline{bac}^2 + \overline{bch}^2 = ach \times ach = \overline{ach}^2$ bulunmağla matlub sabit olur. Kesret-i mündericatımıza mebni hendese-i müsteviye sualimizin cevabı gelecek nüshaya bırakılmıştır.

107. (Hesab) Riyazi-i şehir Diyofantus'un mezar taşında şöyle yazılıdır; "Ey zair-kâr, Diyofantus'un kaç sene mamur olduğunu bilmek ister isek malumun olsun ki çocukluk hayatı müddet-i umurunun altıda biri kadardır. Evân-ı şebâbı, hayatının onikide biri kadar bir zamana muadildir. Bundan sonra tahlil edinceye kadar hayatının yedide biri geçmiş ve tahalinden beş sene sonra bir çocuğu dünyaya gelerek pederinin sinninin

nıfına geldiği zaman vefat eylemiştir. Diyofantus çocuğunun gaybubetiyle daha dört sene keryan bir halde yaşadı." Acaba Diyofantus kaç sene mamur olmuştur.

Halli: Çocukluk hayatı müddet-i ömrünün $\frac{1}{6}$ 'sına, evan-ı şebabı $\frac{1}{12}$ 'sine muadil olduğu gibi bundan sonra tahil edinceye kadar kezran olan zaman, müddet-i ömrünün $\frac{1}{7}$ 'si kadar olup daha 5 sene yaşadıktan sonra bir çocuğu dünyaya geldiğine ve bundan sonra da çocuğuyla birlikte müddet-i ömrünün $\frac{1}{2}$ 'si kadar yaşadıklarına ve çocuğun vefatından sonra Diyofantus 4 sene mamur olduğuna nazaran müddet-i ömrü, $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + 5 + \frac{1}{2} + 4$ yekununa yani hayatının $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2}\right)$ kısımları yekunuyla $(5+4)$ sene mecmuuna müsavidir. O halde, $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + 9 = \frac{75}{84} + 9$ bulunur. Demek ki Diyofantus'un müddet-i ömrü, hayatının $\frac{75}{84}$ ile 9 adedinin mecmuuna müsavidir. Müddet-i ömrü ise $\frac{84}{84}$ ile iş'ar olunabileceğine nazaran hayatının $\frac{9}{84}$ 'ü 9 adedine müsavi olmak lazım gelmekle $\frac{1}{84}$ 'ü bundan 9 defa noksan yani $\frac{9}{9} = 1$ olub buradan $\frac{84}{84}$ 'ün yani müddet-i ömrünün $1 \times 84 = 84$ sene olacağı istihrac olunur.

Kısm-ı Rüşdi

108. (Hesab) Seda saniyede 340 m mesafe kat eder. Şimşek çaktıktan 12 sn sonra gök gürültüsü işitilse, fırtınalı bulutların bizden ne kadar uzak olduklarını bulmak matlubdur.

Halli: Madem ki seda her saniye 340 m kat eder, o halde sedanın 12 saniye sonra vasıl olması için fırtınalı bulutlar, $12 \times 340 = 4080$ m uzakta bulunmalıdır.

109. 3630 adedi 2'den 11'e kadar olan adedlerden hangisi ile tamamen kabil-i taksimdir.

Halli: Nihayeti çift olduğu için 2 ile, rakamlarının kıymet-i mutlakları üçün misli olduğu için 3 ile, nihayeti sıfırla müntehi olduğu için 5 ile, 2 ve 3 ile kabil-i taksim olduğu için 6 ile, nihayeti sıfırla müntehi olduğu için 10 ile, tek mertebe rakamları mecmuundan çift mertebe rakamları mecmuunun hasil-ı tarhı sıfır olduğu için 11 ile kabil-i taksimdir.

110. 6 ile kabil-i taksim olmak üzere tek bir aded bulabilir misiniz?

Halli: Kabiliyet-i taksim şeraitine nazaran bir adedin 6 ile kabil-i taksim olması için hem 2 ile hem 3 ile tamamen kabil-i taksim olması lazımdır. Halbuki 2 ile tamamen taksim olunabilecek adedlerin behemehal çift olması lazım olduğundan tek hiçbir adedin 6 ile kabil-i taksim olamayacağı anlaşılır.

111. $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} : \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}$ ifadesini ıslah ediniz.

Halli: İşbu kesirlerin suretlerindeki cem ve mahreclerindeki tarh ameliyatları icra olunarak, $\frac{5}{6} : \frac{1}{6} : \frac{9}{20} : \frac{1}{20}$ veya $\frac{5}{6} \times \frac{6}{1} \times \frac{20}{9} \times \frac{20}{1} = 5 \times \frac{400}{9} = \frac{2000}{9} = 222\frac{2}{9}$ bulunur.

112. (Hendese) Bir müselles-i kaimü'z-zâviyenin zaviye-i haddeleri mecmuu niçin bir zaviye-i kaimeye müsavi geliyor?

Halli: Malumdur ki bir müsellesin 3 zaviyesi mecmuu 2 kaimeye müsavidir. Müselles, bir müselles-i kaimü'z-zâviye olunca bir zaviyesi bir kaime olacağından geriye artan iki zaviye-i hadde mecmuu bir kaime edeceği tabiidir.

113. Bir mütevâzi'l-adlâ'nın zaviye-i münfericelerinden biri 150° olur ise diğer zaviyeleri kaçar dereceliktir.

Halli: Bir mütevâzi'l-adlâ'da mukabil zaviyeler yekdiğerine müsavi olduğu gibi bir dılına mücavir zaviyeleri iki kaimeye müsavidir. O halde diğer zaviye-i haddelerden biri 180°-150°=30° olur.

Suallerimiz

Hikmet

- 695 kg vezninde bir gemi demiri denize ilka olursa demirin kesafeti 7,7 deniz suyunun kesafeti 1,03 olduğu malum iken işbu demirin ne kadar bir kuvvetle yukarıya ref' edileceğini hesap etmek matlubdur.

Cebir

- $\frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{c+a}}{\frac{1}{b} + \frac{1}{c+a}} \div \frac{\frac{1}{c} - \frac{1}{a+b}}{\frac{1}{c} + \frac{1}{a+b}}$ ifadesinin ıslahı matlubdur.
- $\frac{x}{\sqrt{b} - \sqrt{c}}$ kesrinin mantuki bir hale ifrağı.
- Fazl-ı müşteriki 4 olan dört haddeli bir silsile-i adediye'nin haddleri hasıl-ı darbı 585 olduğuna nazaran işbu haddleri tayin etmek.

Müsellesat

- $bahssbahs3s = \frac{5}{18}$ olur ise $has^2s = \frac{1}{6}$ olacağını ispat etmek.

Hendese

- Ameli hendesede dahil-i daireye mersum muhammes-i muntazam ve muaşşer-i muntazamın birer dıllarını tayin için zikr olunan usulün ispatı matlubdur.

Hesab

- $\frac{11}{18}, \frac{8}{15}, \frac{26}{43}$ kesirlerine müsavi bulunmak ve her birinin mahreci kendisinden sonra gelen kesrin suretine müsavi olmak üzere en basit 3 kesir bulmak matlubdur.
- $\frac{3}{5}, \frac{7}{8}, \frac{6}{7}$ kesirlerini en küçüğünden başlayarak büyüklük sırasıyla yazınız.
- $\frac{3}{7}$ kesri vahide müsavi olabilmek için kendisine hangi kesir zam olunmalıdır.
- Cezr-i merbuundan 5 noksanı 116 eden adedi bulunuz.
- 3, 27 adedleri arasında vasat-ı adedi, vasat-ı hendesi tayin ediniz.

Hendese

- Nısf-ı kutri 6 m olan bir dairede tülü 37,6992 m olan kavsın derecesini tayin ediniz.

Sayı-7

Kimya Mesaili

1. 864 gram suyun kaç gramı müvellidü'l-mâ' , kaç gramı müvellidü'l-humûzadır?

Halli: Malumdur ki cüz'-i ferd usulünce suyun rumuzu h^2o dur. Müvellidü'l-mâ'nın cüz'-i ferd vezni vahid kıblesi kabul edildiğine göre müvellidü'l-humûzanın vezni cüz-i ferdisi 16 dır. Rumuzlar yerine vezn-i cüz-i ferdleriyle ikame edilecek olursa $2+16=18$ olur. Bundan anlaşılır ki 18 gram suyun 2 gramı müvellidü'l-mâ' , 16 gramı müvellidü'l-humûzadır. O halde 864 gram suyun $\frac{2}{18}$ yahud $\frac{1}{9}$ 'u müvellidü'l-mâ', $\frac{16}{18}$ yahud $\frac{8}{9}$ 'u müvellidü'l-humûzadır. $864 \times \frac{1}{9} = 96$ gram müvellidü'l-mâ', $864 \times \frac{8}{9} = 768$ gram müvellidü'l-humûzadır.

2. Hâmız-ı klor-i mâ gazının mürekkepleri olan müvellidü'l-mâ' ile klorun kesafetleri malum olduğuna göre, kesafeti nedir? (Müvellidü'l-mâ'nın kesafeti 0,0692, klorunki 2,44 dür.)

Halli: Malumdur ki hâmız-ı klor-i mâ müsavi hacimde müvellidü'l-mâ' ile klor gazlarının tahlil-i hacim husule gelmeksizin, imtizacından mütehasıl bir gazdır. Yani 1 lt müvellidü'l-mâ' ile 1 lt klor gazı 2 lt hâmız-ı klor-i mâ gazı hasıl eder. Binaenaleyh matlub-u kesafet bu iki gazın kesafetlerinin nısf-ı mecmuuna müsavidir, $\frac{0,0692 + 2,44}{2} = 1,2546$ dır.

3. Müvellidü'l-mâ'nın kesafeti 0,0692 , azotunki 0,9712 olduğu malum iken, üç hacim müvellidü'l-mâ'nın bir hacim azotla ittihadından mütehassıl amonyak gazının kesafeti matlubdur?

Halli: Malumdur ki 3 lt müvellidü'l-mâ'nın 1 lt azotla imtizacından, tahlil-i hacimi husule gelerek 2 lt amonyak tahsis eder. Eğer tahlil-i hacim olmasa idi yani mahsulün hacmi 4 lt olsaydı amonyağın kesafeti bittabi müvellidü'l-mâ' kesafetinin 3 misli ile azotun kesafeti mecmuunun dörtte birine müsavi olur idi. Yani, $\frac{0,0692 \times 3 + 0,9712}{4} = 0,2947$ bulunurdu. Mademki mahsul 4 lt değil 2 lt dir, binaenaleyh kesafet-i matlube $0,2947 \times 2 = 0,5894$ olur.

4. 2 hacim müvellidü'l-mâ' 1 hacim müvellidü'l-humûza ile bi-l-imtizâc tahlil-i hacim husule gelerek 2 hacim su buharı teşkil ederler. Müvellidü'l-humûzanın kesafeti 1,1056 ve müvellidü'l-mâ'nınki 0,0692 olduğu malum iken su buharının kesafetini istihraç etmek matlubdur?

Halli: Gay-lussac ve Mösyö Rinyol'un irae ettiklerine göre 1 lt su buharının vezn-i tamamen 1 lt müvellidü'l-mâ' ile yarım litre müvellidü'l-humûzanın neznleri mecmuuna müsavidir. O halde su buharının kesafeti, müvellidü'l-mâ' kesafeti ile müvellidü'l-humûza nısf-ı kesafeti mecmuuna müsavidir, $0,0692 + 0,5528 = 0,622$ dir.

5. Laboratuarlarda müvellidü'l-humûza bir çok usullerle istihsal edilir. Bunlardan biri de hâımız-ı sani manganezi bir mahrec borusuyla müşterek gazdan bir dahilinde, kızıl derece-i hararete kadar teshin etmek usulüdür. Böylelikle hâımız-ı sani manganer ile müvellidü'l-humûzaya tahlil eder, $3mam^2 = ma^2m^4 + 2m$ intişar eden müvellidü'l-humûza hamız-ı madaki muhbir durumundan cem edilir. Manganezin vezn-i cüz'-i ferdisi 55, müvellidü'l-humûzanın 16 olduğu malum iken 4 lt müvellidü'l-humûza istihsali için kaç gram hâımız-ı sani manganer lazımdır? (Müvellidü'l-humûzanın 1litresi 1,43 gramdır.)

Halli: Ber vech-i balada muadele-i kimyeviyede rumuzlar yerine vezn-i cüz'-i ferdileri vaz edilecek olursa $3(55+32) = ma^2m^4 + 32$, $261 = ma^2m^4 + 32$ görülür ki, 261 gram hâımız-ı sani manganer 32 gram müvellidü'l-humûza verir. 4 lt müvellidü'l-

humûza da $143 \times 4 = 5,72$ gramdır. Binaenaleyh matlubun hasıl olabilmesi için $\frac{261 \times 5,72}{32} = 46,62$ gram hâımız-ı sani manganeze ihtiyaç vardır.

Rodos Mekteb-i İdadisi Müdür-i Sanisi

Edibzade Tevfik

Bir Mesele-i Hesabiye

$\sqrt[2]{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[4]{4}$... $\sqrt[n]{x}$ silsilesinin en büyük haddini bulmak matlubdur.

Halli: Silsilenin $\sqrt[n]{x}$ haddini nazar-ı itibara alalım. x eğer asli değilse, $x = b \times m$ (burada b , m vahdetinden büyük bir aded-i tamdır) mazrubatına tefrik olunabileceğinden işbu hadd $\sqrt[b \times m]{b \times m}$ şeklinde gösterilebilir. $b > m$ ise $\sqrt[b \times m]{b \times m} < \sqrt[b]{b}$ olub bu vaki ise $b \times m < b^m$ olur. Esasen $b > m$ olduğundan işbu netice bedihidir. $b < m$ ise $\sqrt[b \times m]{b \times m} < \sqrt[m]{m}$ olduğu da aynı suretle mülahaza olunur. Bundan silsilede asli olmayan adadı havi haddlerin asli adedleri muhtevi haddlerden asgar oldukları ve binaenaleyh silsilenin en büyük haddini asli adada havi olan cezrlar meyanında taharri etmek lazım geldiği anlaşılır. Şimdi evvele, $\sqrt[2]{2} < \sqrt[3]{3}$ 'dür. Zira $2^2 < 3^3$ 'dür. Diğer adadı asliyeye gelince, bunlar umumiyetle hesab-ı nazarinin bir dava-ı malumuna tevfikan $6x \pm 1$ şeklinde gösterilir. Burada da, $\sqrt[3]{3} > \sqrt[6x \pm 1]{6x \pm 1}$ dir. Filhakika, $3^{6x \pm 1} > (6x \pm 1)^3$ olacağı, x için 1,2,3,...kıymetleri verilerek tahkik olunur. Bunun x için salih olduğunu farz ederek $x+1$ için de salih olacağını isbat eder isek meseleyi istikraren isbat etmiş oluruz. $6x+1$ şeklini ele alalım. $x+1$ için salih olduğunu farz ettiğimizden $3^{6x+1} > (6x+1)^3$ yazılabilir. $6x+1=k$ farzıyla $3^k > k^3$ bulunur. x yerine $x+1$ koyalım. O halde $3^{k+6} > (k+6)^3$ olacaktır. Filvaki, $3^k \times 3^6 > k^3 \left(1 + \frac{18}{k} + \frac{108}{k^2} + \frac{216}{k^3}\right)$ (1) olur. Çünkü $3^k > k^3$ (2) idi. Diğer cihetten k ne olur ise olsun $3^6 > 1 + \frac{18}{k} + \frac{108}{k^2} + \frac{216}{k^3}$ (3) olacağı görülmekte olduğundan (2),(3) numaralı gayri müsavatların taraf tarafa darbından mütehassıl olan (1) gayri müsavatı da salihdir. Eğer adad-ı asliyenin $6x-1$ şeklinde mütalaa olunur ise yine $3^{6x-1} > (6x-1)^3$ olacağı suhuletle isbat olunur. İmdi $6x \pm 1$ şekli bilcümle adad-ı asliyeye şamil olduğundan asliler meyanında kıymet-i azimiyeyi havi olan cezrin $\sqrt[3]{3}$

olduğu ve binaenaleyh silsilenin en büyük haddinin işbu hadden ibaret bulunduğu sabit olur.

Abdülkerim

Kısm-i İdadi

114. (Hikmet) 695 kg vezninde bir gemi demiri denize ilka olunsa demirin kesafeti 7,7 deniz suyunun kesafeti 1,03 olduğu malum iken işbu demirin ne kadar bir kuvvetle yukarıya ref' edileceğini hesap etmek matlubdur.

Halli: Evvela işbu demirin hacmini tayin edelim. Veznin hacme nisbeti kesafete müsavi olduğundan aranılan hacim h ile irae olunarak, $\frac{695000}{h} = 7,7$ veya $h = \frac{695000}{7,7}$ ve buradan $90259,7 \text{ cm}^3$ bulunur. İşte demir suya ilka olundukta kendi hacmine müsavi deniz suyunun tebdil-i mekan ettirecek ve meyi-i mezkurun vezni kadar vezninde gaib eyleyecektir. O halde işbu hacmi imla eden deniz suyunun vezni, $90259,7 \times 1,03 = 92967,491$ gram olub gemi demiri, vezninden bu kadar gram gaib edeceğinden, $695000 - 92967,491 = 602032,509$ gram kalır ki demirin yukarıya ref için tatbiki iktiza eden kuvvetten ibarettir.

115. (Cebir) $\frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{c+a}}{\frac{1}{b} + \frac{1}{c+a}} \div \frac{\frac{1}{c} - \frac{1}{a+b}}{\frac{1}{c} + \frac{1}{a+b}}$ ifadesinin ıslahı matlubdur.

Halli: Suret ve mahrecdeki kesirler tevhid edilerek, $\frac{\frac{c+a-b}{b(c+a)}}{\frac{c+a+b}{b(c+a)}} : \frac{\frac{a+b-c}{c(a+b)}}{\frac{a+b+c}{c(a+b)}}$ veya

$\frac{c+a-b}{c+a+b} : \frac{a+b-c}{a+b+c}$ ve buradan $\frac{c+a-b}{c+a+b} \times \frac{a+b+c}{a+b-c} = \frac{c+a-b}{a+b-c}$ bulunur.

116. $\frac{x}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}$ kesrinin mantuki bir hale ifrağı.

Halli: İşbu kesrin suret ve mahreci, mahrecin müzdevici olan $\sqrt{b} + \sqrt{c}$ ile darb olunarak, $\frac{x}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} = \frac{x(\sqrt{b} + \sqrt{c})}{(\sqrt{b} - \sqrt{c})(\sqrt{b} + \sqrt{c})} = \frac{x(\sqrt{b} + \sqrt{c})}{b - c}$ bulunur.

117. Fazl-ı müşteriki 4 olan dört haddeli bir silsile-i adediye'nin haddleri hasil-ı darbı 585 olduğuna nazaran işbu haddleri tayin etmek matlubdur.

Halli: Silsilenin hadd-i evveli b olsun. Hudud-u sairesi $b+4$, $b+8$, $b+12$ olacağından ber mevcud-u ifade, $b(b+4)(b+8)(b+12)=585$ muadelesi tanzim olunur. 2. ve 3. kerreler ayrıca b ile $(b+12)$ ayrıca darb olunarak muadele, $(b^2+12b)(b^2+12b+32)=585$ haline getirilir. İmdi $b^2+12b=a$ (1) farz edelim. O halde, $a(a+32)=585$ ve buradan $a^2+32a-585=0$ derece-i saniye muadelesi elde edilir. Düstur maluma tevfikân $a = -16 \pm \sqrt{256+585}$, $a = -16 \pm \sqrt{841}$, $a = -16 \pm 29$ bulunda zaideli kıymete göre $a=13$ ve $a=-45$ olur. a nın 13 kıymeti (1) numaralı ifadeye vaz' olunur ise $b^2+12b-13=0$ muadelesi hasil olub buradan $b = -6 \pm \sqrt{36+13}$, $b = -6 \pm \sqrt{49}$, $b = -6 \pm 7$ bulunmağla $b=1$, $b=-13$ hadd-i evvellerine düstur olunur. Bu iki hadd-i evvele göre silsileler, 1,5,9,13 ve -13,-9,-5,-1 den ibarettir. Eğer a 'nın -45 kıymeti ahz olur ise yine b için iki kıymet bulunur. Bunlardan biri $b = -6 + 3\sqrt{-1}$ diğeri $b = -6 - 3\sqrt{-1}$ olub, $-6 + 3\sqrt{-1}$, $-2 + 3\sqrt{-1}$, $2 + 3\sqrt{-1}$, $6 + 3\sqrt{-1}$ ve $-6 - 3\sqrt{-1}$, $-2 - 3\sqrt{-1}$, $2 - 3\sqrt{-1}$, $6 - 3\sqrt{-1}$ silsileleri teşkil eder.

118. (Müsellesat) $bahssbahs3s = \frac{5}{18}$ olur ise $has^2s = \frac{1}{6}$ olacağını ispat etmek.

Halli: $bahssbahs(2s+s) = \frac{5}{18}$, $bahss(bahs2sbahss - has2shass) = \frac{5}{18}$,
 $bahs2sbahs^2s - has2shassbahss = \frac{5}{18}$, $(bahs^2s - has^2s)bahs^2s - 2hassbahssbahss = \frac{5}{18}$
 $bahs^4s - has^2sbahs^2s - 2has^2sbahs^2s = \frac{5}{18}$, $bahs^4s - 3has^2sbahs^2s = \frac{5}{18}$ olub
 has^2s mahalline $1 - bahs^2s$ ifadesiyle, $bahs^4s - 3(1 - bahs^2s)bahs^2s = \frac{5}{18}$,
 $4bahs^4s - 3bahs^2s - \frac{5}{18} = 0$, $bahs^4s - \frac{3}{4}bahs^2s - \frac{5}{72} = 0$, $bahs^2s = \frac{3}{8} \pm \sqrt{\frac{9}{64} + \frac{5}{72}}$,

$bahs^2s = \frac{3}{8} \pm \frac{11}{24}$ bulunmağla $1 - bahs^2s = has^2s$ ifadesinden mahalline konularak

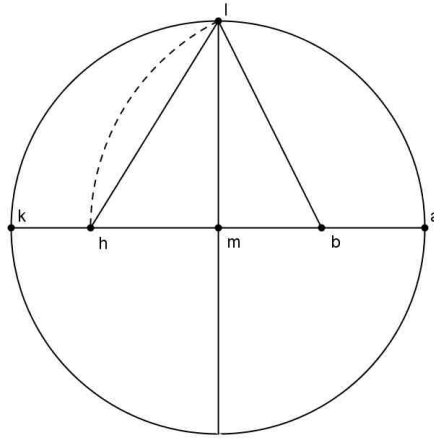
$1 - \frac{5}{6} = has^2s$ ve buradan $has^2s = \frac{1}{6}$ bulunub matlub hasıl olur.

119. (Hendese-i Müsteviyye)

Ameli hendesede dahil-i daireye mersum

muhammes ve muaşşer muntazamın birer dıllarını tayin için zikr olunan usulün isbatı.

Halli: Ameli hendesede muhammes ve muaşşer muntazamın birer dıllarını tayin için ber vech-i ati bir usul irad edilmektedir.



Dairenin yekdiğerine amud olan iki kutr-i alındıktan sonra am nısf-ı kutrinin b muntasıf noktası merkez ve bl nısf-ı kutri ittihaz olunarak resm olunan lh kavsiyle h noktası tayin olunur. lh kavsinin vetri olan lh hattı m dairesi dahiline mersum muhammes muntazamın ve mh ba'dı da muaşşer muntazamın birer dıllarından ibarettir. İşte bu hususu isbat edeceğiz. Şöyle ki, teşkil eden mlh müselles-i kaimü'z-zâviyesinden $lh = \sqrt{ml^2 + mh^2}$ ve dairenin nısf-ı kutr-i r ile gösterilerek, $lh = \sqrt{r^2 + mh^2}$ (1) olur.

Halbuki $mh = bh - bm$ olup $bh = bl$, $bm = \frac{r}{2}$ olduklarından mahallerine konulduktaki,

$mh = bl - \frac{r}{2}$ ve halbuki $bl = \sqrt{r^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2}$ olduğundan $mh = \sqrt{r^2 + \frac{r^2}{4}} - \frac{r}{2}$ veya

$mh = \sqrt{\frac{5r^2}{4}} - \frac{r}{2}$ ve buradan $mh = \frac{r}{2}\sqrt{5} - \frac{r}{2}$, $mh = \frac{r(\sqrt{5}-1)}{2}$ ve terbiye olunarak,

$mh^2 = \frac{r^2(\sqrt{5}-1)^2}{4}$ bulunup (1) numaralı ifadede mahalline konularak,

$$lh = \sqrt{r^2 + \frac{r^2(\sqrt{5}-1)^2}{4}} \text{ veya } lh = \frac{\sqrt{4r^2 + r^2(5-2\sqrt{5}+1)}}{2}, \quad lh = \frac{\sqrt{r^2(4+5-2\sqrt{5}+1)}}{2},$$

$lh = \frac{r\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2}$ bulunur ki, ifade-i mezkure işbu daire dahiline merhum muhammes

muntazamın bir dılının, dairenin nısf-ı kutr-i cinsinden kıymetine iş'ar etmekte olduğundan lh hattının hakikaten muhammes muntazamın bir dılını iş'ar edeceği ve sureti tersimin sıhhati tahkik eder. Hendesece malumdur ki, muhammes muntazamın bir dılıyla dairenin nısf-ı kutr-i ve muaşşer muntazamın bir dılı arasında müselle-i kaimü'z-zâviye kabil-i tersim olub bunun veter kaimesi muhammesin dılından teşkil eder.

Binaenaleyh $\sqrt{lh^2 - r^2} = mh$ ifadesi muaşşer muntazamın nısf-ı kutr-i cinsinden kıymetini iş'ar edecektir.

$$\text{Fılvaki, } lh^2 = \frac{r^2(10-2\sqrt{5})}{4} \text{ kıymeti}$$

mahalline

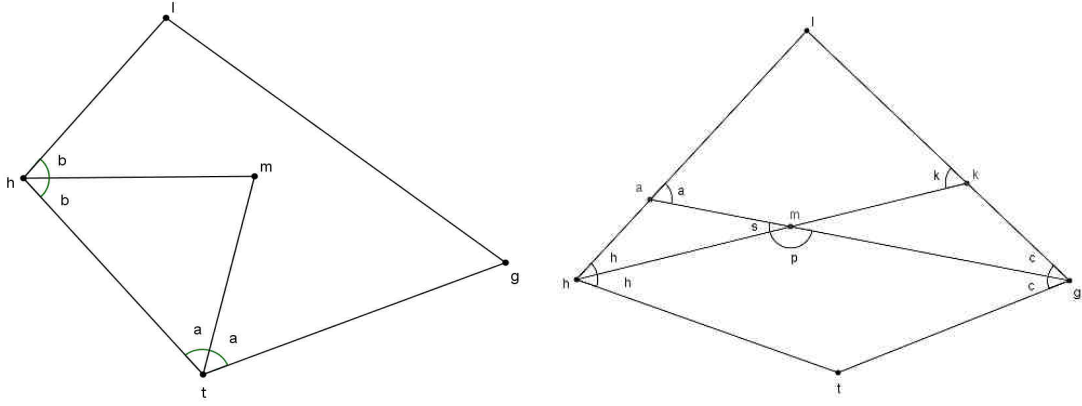
konularak

$$mh = \sqrt{\frac{r^2(10-2\sqrt{5})}{4} - r^2} = \frac{\sqrt{r^2(10-2\sqrt{5}) - 4r^2}}{2} = \frac{\sqrt{r^2(10-2\sqrt{5}-4)}}{2} = \frac{r\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{2}$$

bulunur. İmdi, $6-2\sqrt{5} = 5-2\sqrt{5}+1 = (\sqrt{5}-1)^2$ olmağla, $mh = \frac{r\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}{2} = \frac{r(\sqrt{5}-1)}{2}$

bulunur. Bu da dahil-i daireye mersum muaşşer muntazamın nısf-ı kutr cinsinden kıymetini iş'ar etmektedir ki mh ba'dının da bad-ı matlubu teşkil edeceği sabit olur.

120. Herhangi bir zû-erbaat-il-adla'nın bir dılına mücavir iki zaviyenin hatt-ı munassıflarıyla teşkil eden zaviye, zû-erbaat-il-adla'nın diğer iki zaviyesinin nısf-ı mecmuuna müsavidir. Saniyen, zû-erbaat-il-adla'nın mukabil iki zaviyesinin hatt-ı munassıflarıyla müteşekkil zaviye, zû-erbaatın diğer iki zaviyesinin nısf-ı fazlına müsavidir.

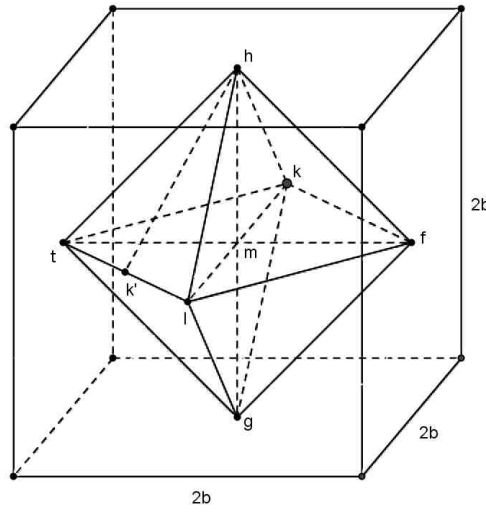
Halli:

lgth zû-erbaat-il-adla'sında mücavir h,t zaviyelerinin hatt-ı munassıflarıyla teşkil eden m zaviyesi, diğer iki zaviyenin nısf-ı mecmuuna yani $\frac{l+g}{2}$ 'ye müsavidir. Filhakika her zû-erbaat-il-adla'da dört zaviye mecmuu dört kaimeye müsavi olduğundan, $l+g+2b+2a=4.90$ veya $l+g=4.90-2(a+b)$ ve tarafeyn 2 ile bittaksim $\frac{l+g}{2}=2.90-(a+b)$ (1) bulunur. Halbuki hatt-ı munassıfla teşkil eden mht müsellesinde mecmuu zavâyâ iki kaimeye müsavi olduğundan, $m+b+a=2.90$ veya $m=2.90-(a+b)$ bulunmağla 1 numaralı ifadeye nazaran $m=\frac{l+g}{2}$ olduğu istihrac olunur. Saniyen, g,h gibi mukabil iki zaviye hatt-ı munassıflarıyla teşkil eden s zaviyesi diğer iki zaviyenin nısf-ı fazlına yani $\frac{t-l}{2}$ ye müsavidir. Filvaki, lkh, lag müselleslerinde zavâyâ ikişer kaimeye müsavi olduğundan $l+h+k=2.90$, $l+a+c=2.90$ ve taraf tarafa cem olunarak, $2l+h+a+k+c=4.90$ (1) bulunur. k zaviyesi kmg müsellesinde, a zaviyesi amh müsellesinde zaviye-i hariciye olduğundan $k=s+c$, $a=s+h$ kıymetleri bulunarak (1) no.lu ifadede ikame olunarak, $2l+2h+2s+2c=4.90$, $l+h+s+c=2.90$ ve s yalnız bırakılarak $s=2.90-(l+h+c)$ (2) bulunur. ag hatt-ı munassıfın bir tarafında kalan s,p zaviyeleri mecmuu iki kaime edeceğinden, $s+p=2.90$ olub p ise gmht zû-erbaat-il-adla'sından $p=4.90-(c+t+h)$ olmağla işbu kıymet ikamesiyle, $s+4.90-c-t-h=2.90$ veya $s=c+t+h-2.90$

elde edilir. İşbu ifade-i ahire ile (2) numaralı ifade taraf tarafa cem olunarak $2s=t-l$ ve buradan $s = \frac{t-l}{2}$ bulmağla matlub hasıl olur.

121. Bir dılının tülü $2b$ olan bir mikap dahiline mersum ve re'sleri mikabın vechlerinin merkezlerine muntabık olan bir zû-semâniyet-il-vücûh-ı muntazamın satıh ve hacmini hesap etmek matlubdur.

Halli:



Mikabın vehlerinin merkezleri sıra ile t,g,f,h,l,k olsun. Hendese-i mücessemece malumdur ki, bir zû-semâniyet-il-vücûh, sekiz vech havi olub vechler birer müselles-i mütesâvi-l-adlâdan müteşekkildir. Bundan başka zû-semâniyet-il-vücûhun hg, ft, kl kutrları yekdiğerine müsavi oldukları gibi birbirlerini amuden kat' ve tensif ederler. Binaenaleyh khtg, khlg, fktl şekilleri birer merbu'dan ibarettir. Zû-semâniyet-il-vücûhun sathını bulmak için vücuhlarından birinin mesahasını tayin ederek onun 8 mislini almak kifayet eder. İmdi, m noktasından fktl müstevisinin dahilinde mersum olan lt hattına mk' amudu tenzil ve k' ile h vasıl olursa 3 amud davası mucibince hk' hattı lt hattına amud olub lht vechinde işbu hk hattı irtifadan ibaret olur. Şimdi işbu vechin sathını hesap edelim. Satıh $lht = \frac{1}{2}lt \times hk'$ ifadesinden lt, hk' badelerinin $2b$ cinsinden kıymetlerini mahalline yazalım. mtl müselles-i kaimü'z-zâviyesinde lt hattı veterkaime olduğundan

$lt = \sqrt{ml^2 + mt^2}$ veya $ml = mt = \frac{lt}{2} = b$ olmağla, $lt = \sqrt{b^2 + b^2} = \sqrt{2}b$ bulunur. Diğer taraftan mtl müsellesinin sathının iki mislini iş'ar ettiklerinden dolayı $mk' \times lt$, $ml \times mt$ ifadeleri yekdiğerine müsavi olub $mk' \times lt = ml \times mt$ veya $mk' = \frac{ml \times mt}{lt}$, $mk' = \frac{b \times b}{\sqrt{2}b}$, $mk' = \frac{b}{\sqrt{2}}$ bulunmağla m'khk' müselles-i kaimü'z-zâviyesinden $hk' = \sqrt{mh^2 + mk'^2}$ ifadesi bulunub buradan $hk' = \sqrt{b^2 + \frac{b^2}{2}}$, $hk' = \sqrt{\frac{3b^2}{2}}$, $hk' = b\sqrt{\frac{3}{2}}$ elde edilir. Elde edilen lt, hk' badelerinin kıymetleri sath-ı düsturunda mahallerine yazılır ve 8 misli alınır ise sath-ı matlub, $8 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2}b \times \frac{b\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ veya sath-ı matlub $4b^2\sqrt{3}$ olduğu istihrac olunur.

Zû-semâniyet-il-vücûhun hacmine gelince; h-fktl ehramının zaif hacminden ibaret olmağla 2 hacim ehram $= 2 \left[\frac{1}{3} \times \text{sath}(fktl) \times mh \right]$ düsturundan hacm-i matlub $= 2 \left[\frac{1}{3} \times 2b^2 \times b \right] = \frac{4}{3}b^3$ bulunur. İmdi mikabın mesaha-ı hacmiyesi $(2b)^3 = 8b^3$ olduğuna nazaran $b^3 = \frac{1}{8}$ hacim mikap veya $\frac{4}{3}b^3 = \frac{4}{3} \times \frac{1}{8}$ hacim veya $\frac{4}{3}b^3 = \frac{1}{6}$ hacim bulunmağla bundan Zû-semâniyet-il-vücûh hacminin mikabın 6'da 1'ine müsavi olduğu istidlal olunur.

122. (Hesab) $\frac{11}{18}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{26}{43}$ kesirlerine müsavi bulunmak ve her birinin mahreci kendisinden sonra gelen kesrin suretine müsavi olmak üzere en basit 3 kesir bulmak matlubdur.

Halli: Evvela 18 ile 8'i tevhid edelim. 2×3^2 , 2^3 mazrubata tefrik olduğundan misl-i müşterek-i asgar $3^2 \times 2^3 = 72$ olmağla $\frac{11 \times 4}{18 \times 4}$, $\frac{8 \times 9}{15 \times 9}$ veya $\frac{44}{72}$, $\frac{72}{135}$ olur. Şimdi 135 ile 26'yı tevhid edelim. Bunlar yekdiğeriyle mütebâyindir.

Misl-i müşterek-i asgarileri 135×26 dır. $\frac{44 \times 26}{72 \times 26}$, $\frac{72 \times 26}{135 \times 26}$, $\frac{135 \times 26}{135 \times 43}$ kesirleri aranılan kesirlerden ibarettir.

Kısm-ı Rüşdi

123. (Hesab) $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{6}{7}$ kesirlerini en küçüğünden başlayarak büyüklük sırasıyla yazınız.

Halli: İşbu kesirleri tevhid-i mahrec edelim. Birinci kesrin suret ve mahreci 56, ikinci kesrin suret ve mahreci 35, üçüncü kesrin suret ve mahreci 40 ile darb olundukda $\frac{3 \times 56}{5 \times 56}$, $\frac{7 \times 35}{8 \times 35}$, $\frac{6 \times 40}{7 \times 40}$ veya $\frac{168}{280}$, $\frac{245}{280}$, $\frac{240}{280}$ kesirleri hasıl olub küçüklük sırasıyla $\frac{168}{280}$, $\frac{240}{280}$, $\frac{245}{280}$ yazılır.

124. $\frac{3}{7}$ kesri vahide müsavi olabilmek için kendisine hangi kesir zam olunmalıdır.

Halli: $\frac{3}{7}$ kesri vahidin yedi parçasından 3 parçasını havi olub tam bir vahide müsavi olabilmek için daha $\frac{4}{7}$ parçanın ilavesi lazımdır. Filhakika $\frac{3}{7} + \frac{4}{7} = \frac{7}{7} = 1$ olur.

125. Cezr-i merbuundan 5 noksanı 116 eden adedi bulunuz.

Halli: Verilen malumata göre aranılan adedin cezr-i merbuu $116+5=121$ olmağla aded-i matlub, $(121)^2=14641$ adedinden ibarettir.

126. 3, 27 adedleri arasında vasat-ı adedi, vasat-ı hendesi tayin ediniz.

Halli: Mezkur adedler arasında vasat-ı adedi, vasatı yekdiğerine müsavi olan bir tenasüb adedi vasıtasıyla tayin olunacağından $27 - s = s - 3$ veya $s = \frac{3+27}{2} = 15$ bulunur. Filhakika, $27 - 15 = 15 - 3$ tenasüb-ü adediyesi salihdir. İşbu adedler arasındaki vasat-ı hendesiye gelince, vasatı yekdiğerine müsavi olan bir tenasüb-ü hendesi

vasıtasıyla tayin olunacağından, $\frac{3}{s} = \frac{s}{27}$ veya $s^2 = 81$ ifadesinden $s=9$ bulunur.

Filhakika $\frac{3}{9} = \frac{9}{27}$ tenasüb-ü hendeseşi tarafeyn hasil-ı darbı vasatın hasil-ı darbına müsavi olduğu için salihdir.

127. 3 takım amele tarafından müştereken yapılan bir iş için 6885 kuruş kazanıp 1. takım 13 ve 2. takım 15 ve 3. takım 17 ameleden mürekkep olsa mezkur kazancı işbu 3 takım beyninde mütenâsiben taksim etmek matlubdur.

Halli: Meblağ-ı mezkur $13+15+17=45$ aksan-ı mütesaviyeye taksim olunarak içinden 13 kısmı 1. takım amele, 15 kısmı 2. takım amele ve 17 kısmı 3. takım amele tevzi olunur. Filhakika, $6885:45=153$,

1. takım amele, $13 \times 153 = 1989$

2. takım amele, $15 \times 153 = 2295$

3. takım amele, $17 \times 153 = 2601$ alacaklardır. Filhakika hisseler yekunu 6885 kuruştan ibarettir.

128. Martın 1. günü %4 hesabıyla faize yatırılmış olan bir sermaye 16 Eylülde maa-fâiz 18514 kuruşa bâliğ olsa, mezkur sermaye kaç kuruştur.

Halli: Evvela 100 kuruşun bu müddet zarfında kaç kuruş faiz getireceğini hesab edelim. Martın 1'inden Eylülün 16'sına kadar kizran olan müddet 200 gündür. İmdi 100 kuruş 360 günde 4 kuruş faiz getirir ise bir günde $\frac{4}{360}$ kuruş ve 200 günde ise

$200 \times \frac{4}{360} = \frac{20}{9} = 2,3$ kuruş faiz getirir. O halde faize yalnız 100 kuruş verilse idi 200

gün sonra 102,3 kuruşa belîğ olacaktı. Şimdi 102,3 kuruş sermaye maa-fâiz 100 kuruş sermaye hasil eder ise 18514 sermaye maa-fâiz kaç kuruş sermaye hasil eder diyerek

tenasübü teşkil edelim. $s = \frac{100 \times 18514}{102,3}$ veya $s=18000$ bulunur ki $18514-18000=514$

kuruş da kazanılan faizden ibarettir.

129. 72 gün vadeli 10100 kuruşluk senedin %5'ten dahili ıskontosu ne kadardır.

Halli: Iskonto miktarı sarraf tarafından bize iade olunan meblağın vade-i mezkure zarfında getireceği faiz gibi mülahaza olunarak yapılan hesaba dahil ıskonto tabir olunur. Evvela 1 kuruşun bu müddet zarfında getireceği faizi hesab edelim.

$$s = \frac{72 \times 5}{36000} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ kuruştur. İmdi } 1,01 \text{ kuruşluk bir sened } \%5\text{'ten bu müddet için}$$

ıskonto ettirilse idi sarrafın alıkoyacağı miktar 0,01 kuruş olacaktı. O halde 1,01 kuruş ıskonto ettirilecek 1 kuruşa tenzil eder ise 10100 kuruş ıskonto ettirilecek kaç kuruşa tenzil eder kurulan tenasübden, $s = \frac{10100}{101} = 10000$ kuruş sarrafın iade edeceği anlaşır.

Binaenaleyh $10100 - 10000 = 100$ kuruş ıskonto bedeli olarak sarrafa terk olunmuştur. Malumdur ki, dahili ıskonto da sarrafın alıkoyduğu miktar, bize verdiği paranın müddet-i mezkure zarfında götürüleceği faizden ibaret olup binaenaleyh iade olunan para ile faizi yekunu senedin kıymeti asliyesine müsavi olacağından $100 + 10000 = 10100$ olduğu görülür.

130. Nısf-ı kutri 6 m olan bir dairede tülü 37,6992 m olan kavsin derecesini tayin ediniz.

Halli: Hendesede bir daire muhitinin tülü $2\pi r$ ifadesiyle tayin edildiği malumdur. Verilen dairenin nısf-ı kutri 6m ve $\pi = 3,1416$ olduğuna nazaran $2\pi r = 2 \times 3,1416 \times 6$ ifadesi muhitin yani 360° lik bir kavsin tülünü iş'ar eder. İşbu ifade ıslah olunarak $2 \times 3,1416 \times 6 = 37,6992$ m bulunur. İmdi meselenin malumatıyla işbu miktar mukayese olunur ise derecesi aranılan kavsin bir muhitinden ibaret yani 360° olduğu tahkik eder. Şayet verilen malumat 37,6992 metreden dün bilfarz 18,8496 m olsa işbu kavse aid dereceyi bir tenasüb-ü basite ile ber-vech-i âtî halletmek mümkündür. Filvaki, 37,6992 metrelik bir kavsin derecesi 360° olur ise, 18,8496 metrelik bir kavsin derecesi ne kadar olur tarzında yani, $s = \frac{360 \times 37,6992}{18,8496}$ şeklinde

kurulan bir tenasübden $s = 180^\circ$ olduğu yani aranılan kavsin nısf-ı muhitten ibaret olacağı tahkik eder. Hakikaten $18,8492 = \frac{37,6992}{2}$ olduğu takkik olunabildiğinden aranılan kavs-i nısf muhitten ibarettir.

Ek-3 Riyaziyat Dergisi Türkçe Metinleri

Sayı-1

SUNUM AMACI

Riyaziyat dergisinin yayım amacı, liselerimizde geçen dönemin sonuna doğru yayımlanmaya başlanıp, dönem sonunda kapatılan Fen Gazetesinin son sayısındaki vaadimizi yerine getirmeye çalışmaktır. Fen Gazetesinin naçiz bir hizmetkarı olarak geçen sene sarf edilen çaba gibi Riyaziyat da aynı amaca hizmet edecektir. Bugün tekrar söylemeye gerek duyduğum bir gerçek varsa, vatanımızın yükselmesinin ancak, gençlerimizin eksikliklerini tamamlamasıyla mümkün olmasıdır. Bizi uygarlık selinin istilasından kurtaracak ancak fen silahıdır. Bugün demiryollarına, trenlere, telsiz ve telgraflara, zırhlılara, fabrikalara ve her türlü gelişim araçlarına muhtaç olan vatanımızda tüm bu mutluluk sebeplerinin ortaya konması, fen erbabının yetişmesiyle mümkün değil midir? Bazılarımızın birinci derecede lüzum gördüğü para bulunabilir. Biz geleceğimizin temellerini atacak olan ilim adamlarını yetiştirmeliyiz ki, bu konuda Avrupa'ya muhtaç olmayalım. 40 yıllık bir emeğin ürünü olan Japon medeniyeti ve daha dün bizden ayrılan ülkelerin bugünkü ilerlemelerini incelemek, vatanımıza karşı boynumuza borç olan görevlerimizde gösterilecek tembelliğin pek büyük bir ihanet olacağını ispat etmeğe kafidir.

Biz bir amaç için çalışıyoruz. Bunu şu cümle ile söyleyelim: "Vatanın geleceği ve bolluk içinde oluşu ancak ilim ve fenle temin olacaktır". Bu yüzden bize göre fen ile ilgilenen kişiler yetiştirmek üzere sarf edilecek her çaba, düşmanın hain mermilerine göğüs gererek vatanını koruyan bir askerin kutsal hizmeti kadar önemlidir. Riyaziyat işte bu vatanseverlik azminin küçük bir örneği olmak üzere yayımlanacak ve göreceği rağbet oranında sayfalarını büyütecektir. Riyaziyat dergisi, vatanımızda en iyi ilim adamlarının desteğiyle çıkmaktadır. Daha önce çıkan Fen Gazetesinin yayımında bizimle çalışan Dar-ül Fünun Riyaziye Şubesinin muallim muavinlerinden Şükrü Bey, Riyaziyat dergisinin içerisinde bizimle beraber çalışacakları gibi, Fen Gazetesinin kurucularından ve yazarlarından Dar-ül Fünun riyaziye mezunlarından Halil Necati, Muharrem Nadi, İbrahim Hakkı, İbrahim Sıtkı, Ömer Fevzi ve Yahya İhsan Beyler de dergimiz için çalışacaklardır.

Biz bir kutsal amaç peşinde naçizane çalışacağız. Ümit ederim ki, ilim ve fen erbabı dergimize ilgi gösterirler.

Hasan Fehmi

DESCARTES TEORİSİ HAKKINDA

Le Journal de Mathematiques Elementaires'den: Riyaziyat'ın çeşitli bölümlerinde "Descartes Teorisi" adı altında bilinen bir teori vardır. Söz konusu teori, bir eşitliğin (denklemin) pozitif köklerinin sayısını gösterir. Descartes'in Geometri (Hendese) eserinin (1637) üçüncü cildinde bir bilinmeyenli bir denklemin köklerinin sayısı, o denklemin derecesine eşit olduğuna ve örneğin, üçüncü dereceden bir denklemin üç tane kökünün bulunduğunu söyler. Bu denklemin pozitif ve negatif köklerinin sayısı hakkında "Bir denklemin takip eden iki değerinin işareti değişir ise, bu değişen işaret kadar pozitif kökleri ve bilakis iki ardışık değer aynı işareti korursa, o kadar da negatif kökleri vardır." teorisini ortaya koymuştur.

Descartes bu teorisini, reel kökler hakkında bu şekilde kesin olarak söylemiş ise de, reel olmayan (karmaşık) kökler için söz konusu teori yeterli değildir. 1741 tarihinde Labbe de Gua tarafından tanzim edilip Fen akademisine sunulan iki bildiride Descartes'in teorisinin karmaşık olduğu söylenmişti.

Fakat "Bir denklemin pozitif sonuçlarının en büyük değeri, söz konusu denklemi meydana getiren kısımlara ait işaretlerin değişim sayısına eşittir." teorisinin, yüksek dereceden bir denklemin pratik olarak reel köklerinin sayısını belirlemesi bakımından bir önemi bulunduğu inkar edilemez.

Kadıköy Numune Rüştüyesi

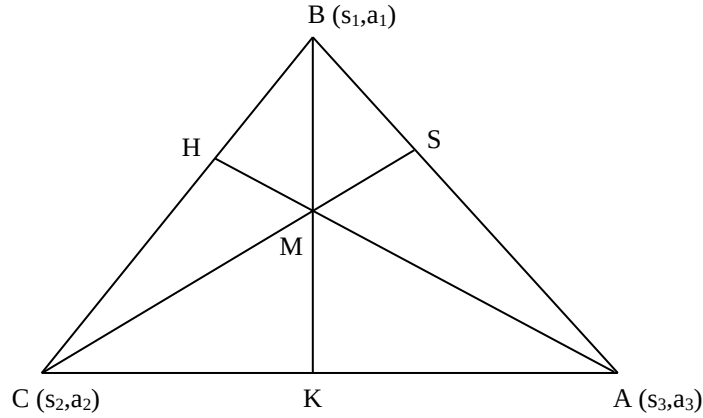
Riyaziye Muallimi

Halil Necati

Üniversite Kısmı

Analitik Geometri

1. Bir üçgenin üç yüksekliği bir noktada kesişir. BCA üçgeninin köşe noktalarının koordinatlarını sırasıyla $S_1, a_1; S_2, a_2; S_3, a_3$ ile gösterelim.



Şimdi A, C noktalarından geçen doğrunun denklemi, $\frac{s-s_2}{s_2-s_3} = \frac{a-a_2}{a_2-a_3}$ olur. Bu

denklem s, a'ya göre düzenlenirse,

$$s(a_2 - a_3) - a(s_2 - s_3) - s_2(a_2 - a_3) + a_2(s_2 - s_3) = 0 \quad (1)$$

ve aynı şekilde ab, bc doğru denklemleri de,

$$s(a_1 - a_3) - a(s_1 - s_3) - s_1(a_1 - a_3) + a_1(s_1 - s_3) = 0 \quad (2)$$

$$s(a_1 - a_2) - a(s_1 - s_2) - s_1(a_1 - a_2) + a_1(s_1 - s_2) = 0 \quad (3) \text{ bulunur.}$$

Şimdi üçgenin yüksekliklerinin denklemlerini bulalım. bk yüksekliği s_1, a_1 noktasından geçmesi sebebiyle denklemi, $b(s - s_1) + c(a - a_1) = 0 \quad (4)$ olup bu da bir noktadan geçen bir doğrunun denkleminden başka bir şey değildir. Diğer taraftan ac taban doğrusuna dik olmasından dolayı bk doğrusunun eğimi (m), ac doğrusunun eğimi (m') ile gösterildiğinde $m.m' = -1$ olacağından m' eğimi yukarıdaki (1) denkleminde

$$m' = \frac{a_2 - a_3}{s_2 - s_3} \text{ bulunup yerine yazıldığında } m = -\frac{s_2 - s_3}{a_2 - a_3} \text{ çıkarılır ve yukarıda (4)}$$

denkleminde yerine konulduğunda,

$$(s_2 - s_3)(s - s_1) - (a_2 - a_3)(a - a_1) = 0 \quad (5) \text{ denklemi bk yüksekliğinin denklemi olmuş}$$

olur. Aynı şekilde cs yüksekliğinin denklemi,

$$(s_1 - s_3)(s - s_2) - (a_1 - a_3)(a - a_2) = 0 \quad (6) \text{ ve ah yüksekliğinin denklemi de,}$$

$$(s_1 - s_2)(s - s_3) - (a_1 - a_2)(a - a_3) = 0 \quad (7) \text{ bulunur. Şimdi ah yüksekliğinin}$$

bc doğrusu üzerinde ayırdığı $\frac{bh}{hc}$ oranı, (7) denkleminde s, a yerine bir kere s_1, a_1

ve bir kere de s_2, a_2 yazılıp oranlandığında,

$$\frac{bh}{hc} = \frac{(s_1 - s_2)(s_1 - s_3) - (a_1 - a_2)(a_1 - a_3)}{(s_1 - s_2)(s_2 - s_3) - (a_1 - a_2)(a_2 - a_3)} \quad (8) \text{ aynı şekilde,}$$

$$\frac{ck}{ka} = \frac{(s_2 - s_3)(s_2 - s_1) - (a_2 - a_3)(a_2 - a_1)}{(s_2 - s_3)(s_3 - s_1) - (a_2 - a_3)(a_3 - a_1)} \quad (9) \text{ ve}$$

$$\frac{as}{sb} = \frac{(s_1 - s_3)(s_3 - s_2) - (a_1 - a_3)(a_3 - a_2)}{(s_1 - s_3)(s_1 - s_2) - (a_1 - a_3)(a_1 - a_2)} \quad (10) \text{ bulunur.}$$

Üçgenin 3 yüksekliği bir noktada kesiştiği taktirde, $\frac{bh}{hc} \times \frac{ck}{ka} \times \frac{as}{sb} = -1$ olması

gerektiğinden, (8) , (9) ve (10) kuralları taraf tarafa çarpılıp düzenlenirse,

$$\frac{(s_1 - s_2)(s_1 - s_3) - (a_1 - a_2)(a_1 - a_3)}{(s_1 - s_2)(s_2 - s_3) - (a_1 - a_2)(a_2 - a_3)} \times \frac{(s_2 - s_3)(s_2 - s_1) - (a_2 - a_3)(a_2 - a_1)}{(s_2 - s_3)(s_3 - s_1) - (a_2 - a_3)(a_3 - a_1)} \times$$

$$\frac{(s_1 - s_3)(s_3 - s_2) - (a_1 - a_3)(a_3 - a_2)}{(s_1 - s_3)(s_1 - s_2) - (a_1 - a_3)(a_1 - a_2)} = -1 \text{ bulunup, istenilenin doğruluğu ispat edilmiş}$$

olur.

Şükrü Bey

Lise Kısmı

Teorik Hesap

2. 3 basamaklı herhangi bir sayı ve bu sayıdan 7 kadar farklı diğer 3 basamaklı ikinci bir sayı alınırsa, söz konusu sayıları birbiri ardına yazılmak üzere oluşturulacak 6 basamaklı iki sayının arasındaki fark, daima 7'nin 999 katına eşit olacağının ispatı. Örneğin, 489 ile bu sayıdan 7 eksik olan 482 sayısı birbiri ardına olacak şekilde yazılarak 489482 ve 482489 sayıları oluşturulursa, bu sayıların farkı, 7x999'a eşittir.

Çözüm: 3 basamaklı herhangi bir sayı B ile ve bu sayıdan 7 eksik olan sayı C ile gösterilirse, gereken durumlardan biri $B-C=7$ olduğu gibi, bu 3 basamaklı sayıların birbiri ardına yazılması demek $1000B$ ile C sayısını ve $1000C$ ile B sayısını toplamak demektir. Gerçekte, B sayısını takip eden C sayısı yazıldığı taktirde bu sayılar üçer basamaklı olduklarından, B sayısı birler basamağından binler basamağına taşınmış, sonuç olarak B sayısı 1000 defa büyütülmüş olacaktır. Bu $1000B$ sayısına C sayısının eklenmesi, B ile C sayılarının birbiri ardına yazılması demektir. Şimdi;

$1000B+C-(1000C+B)$ farkını araştıralım. Bu fark düzenlenirse, $999B-999C = 999(B-C)$ bulunur. Doğrusu şudur ki, $B-C=7$ olduğundan, söz konusu farkın 7×999 olduğu görülür. Genel olarak, söz konusu koşula göre oluşturulacak sayıların farkları, $(B-C)$ farkına uymaktadır, o zaman $B-C$ farkının mutlaka 7 olması gerekmediği ve bu yüzden, birbirinden 5 veya 7 farklı sayılar için de aynı durumun geçerli olduğu görülür.

Vahid

3. Ardışık 3 sayının ikişer ikişer çarpımlarının toplamı 3,4,5,7 sayılarıyla tam bölünemez.

İspatı: Ardışık sayılar $x-1, x, x+1$ olsunlar. İkişer ikişer çarpımlarının toplamı, $x(x-1) + (x-1)(x+1) + x(x+1) = 3x^2 - 1$ 'den meydana gelir. Şimdi bu $3x^2 - 1$ toplamının 3,4,5,7 sayıları ile tam bölünemeyeceğini ispat edelim.

(1) $(3x^2 - 1)$, 3 ile tam bölünmez. Gerçekten de söz konusu toplam, $3k - 1$ biçiminde olduğu için hiçbir zaman 3 ile tam bölünemeyeceği açıkça görünmektedir.

(2) $(3x^2 - 1)$, 4 ile tam bölünmez. Gerçekten de eğer $x = 2k$ ise, $3x^2 - 1$ sayısı mutlaka tektir. Çünkü bu koşulda $3x^2$ her ne kadar 4 ile tam bölünse de, $3x^2 - 1$ sayısı çift bir sayıdan bir eksiği gösterdiğinden mutlaka tek olacak ve bu nedenle de $3x^2 - 1$ toplamının 4 ile tam bölünemeyeceği ortaya çıkacaktır. Eğer, $x = 2k + 1$ ise, $x^2 = 4k + 1$ olup, buradan $3x^2 = 4k + 3$ ve $3x^2 - 1 = 4k + 2$ bulunur ki, buradan da $3x^2 - 1$ toplamının 4 ile tam bölünemeyeceği anlaşılır.

(3) $(3x^2 - 1)$, 5 ile de tam bölünmez. Gerçekten de eğer $x = 5k$ ise $x^2 = 5k$ ve buradan $3x^2 - 1 = 5k - 1$ bulunur ki, $3x^2 - 1 = 5k$ olamayacağı görülmektedir. Eğer $x = 5k \pm 1$ biçiminde ise, $x^2 = 5k + 1$ ve buradan $3x^2 - 1 = 5k + 2$ bulunur ki, $3x^2 - 1 = 5k$ olamayacağı görülmektedir. Eğer $x = 5k \pm 2$ biçiminde ise, $x^2 = 5k + 4$ ve buradan $3x^2 - 1 = 5k + 2$ bulunur ki, buradan $3x^2 - 1$ toplamının 5 ile tam bölünemeyeceği anlaşılır.

(4) $(3x^2 - 1)$, 7 ile de tam bölünmez. Gerçekten de eğer $x = 7k$ ise $x^2 = 7k$ ve buradan $3x^2 - 1 = 7k - 1$ olacağından 7 ile hiçbir zaman tam bölünemeyeceği aşikardır. Eğer $x = 7k \pm 1$ biçiminde ise, $x^2 = 7k + 1$ ve buradan $3x^2 - 1 = 7k + 2$ bulunur ki, 7 ile hiçbir zaman tam bölünmeyeceği görülmektedir.

Eğer $x = 7k \pm 2$ biçiminde ise, $x^2 = 7k + 4$ ve buradan $3x^2 - 1 = 7k + 11$ bulunacağından söz konusu toplamın yine 7 ile tam bölünmeyeceği açıkça görülür.

Hasan Fehmi - Halil Necati

4. (Fizik) Çekim ivmesi $c=980$ dyn olan bir yerde 24 kg.lık bir kütleyi 8 m yüksekliğe kaldırsak, o cisme ne kadar iş (mekanik iş) uygulamış oluruz?

Çözüm: İş, uzaklığın kuvvet ile çarpımına eşit, yani $a = v.k$ olup $k = k'.c$ ifadesini yerine koyarsak $a = v.k'.c$ durumunu alan kuralda $v = 800$ cm , $k' = 24.000$ gram , $c = 980$ konulmasıyla $a = 980 \times 24.000 \times 800 = 18.816.000.000$ erg'ten oluşur. [Bir kuvvetin yani 1 dyn'in etkisi altında bir cismin bir uzunluğa yani 1 cm'ye eşit bir yol aldığında meydana getirdiği işe "erg" denir.] , [Bir kütleye uygulandığında 1 saniyede 1 cm.lık hız yaptıran kuvvete de "dyn" adı verilir.]

5. Dakikada 240 metre küp su akıtan bir şelalenin hızı saniyede 5 m ise, bu şelalenin kinetik enerjisi nedir?

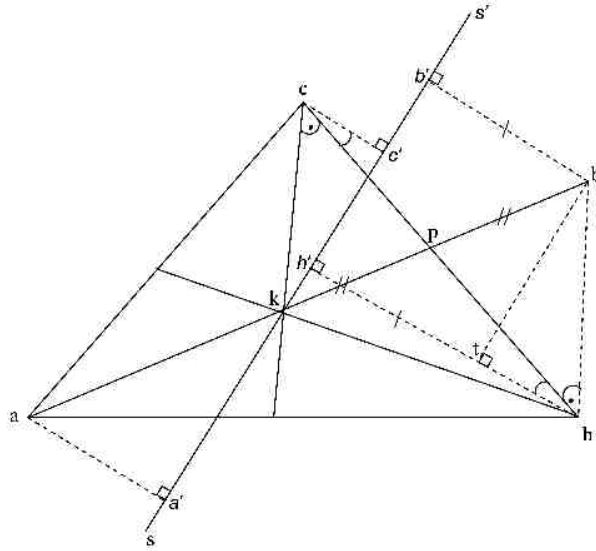
Çözüm: Şelale dakikada 240 metre küp su akıtır ise saniyede $\frac{240}{60} = 4$ m³ su akıtacaktır. 1 m³ su yaklaşık 1 ton yani 1000 kg olduğundan, şelale saniyede 4000 kg veya 4 milyon gram su akıtır. Saniyede hızı 5 m veya 500 cm olduğundan $\frac{1}{2}kb^2$ $\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ kuralına göre kinetik enerjisi; $= \frac{4.000.000 \times (500)^2}{2} = 500$ milyar erg bulunur.

6. (Trigonometri) $\cos^2 x \cdot \cot^2 x = \cot^2 x - \cos^2 x$ ifadesinin doğru olup olmadığının araştırılması.

Çözüm: $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ yerine konulmasıyla, $\cos^2 x \cdot \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \cos^2 x$ bulunup, $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ yerine konulmasıyla $(1 - \sin^2 x) \cdot \frac{(1 - \sin^2 x)}{\sin^2 x} = \frac{\cos^2 x - \cos^2 x \cdot \sin^2 x}{\sin^2 x}$ veya $(1 - \sin^2 x)^2 = \cos^2 x \cdot (1 - \sin^2 x)$

ve iki taraf $(1 - \sin^2 x)$ ile bölünerek, $1 - \sin^2 x = \cos^2 x$ ve buradan, $1 = \sin^2 x + \cos^2 x$ bulunmasıyla denklemin doğruluğu gösterilmiş olur.

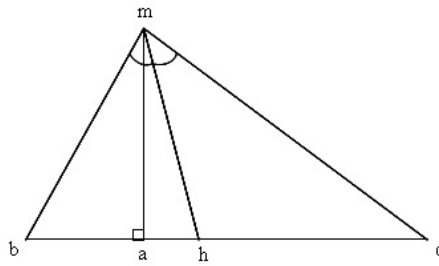
7. (Geometri) h, c, a üçgeninin kenarortaylarının k kesim noktasından geçirilen herhangi bir ss' doğru parçasına, üçgenin köşelerinden çizilen hh' dikmesinin cc' , aa' dikmelerinin toplamına eşit olacağının ispatı.



Çözüm: ap kenarortayının üçte biri olan pk uzunluğuna eşit olmak üzere uzatılarak elde edilen b noktasından ss' doğru parçasına bb' dikmesi indirilse $bb'k$ üçgeninin $aa'k$ üçgenine eş olmasından dolayı $bb' = aa'$ olacağı doğaldır Şimdi ss' doğru parçasına paralel olmak üzere bt doğrusu çizilerek bb' dikmesi, hh' dikmesi üzerine taşınırsa $th' = bb' = aa'$ olup problemin çözümü ht uzunluğunun cc' amuduna eşit bulunmasına bağlıdır. Gerçekte, bph, cpk üçgenleri $bp = pk$, $ph = pc$ ve bph, cpk açıları eşit olmasından dolayı birbirine eş olacaklarından, doğal olarak $bh = ck$ ve bhp, pck açıları eşit bulunur. Şimdi bht, $cc'k$ dik üçgenleri, bh, ck diklerinin ve bht, kcc' dar açıların eşitliğinden dolayı birbirine eşittir. Gerçekten söz konusu dar açılar birbirine eşit ikişer açının toplamına eşittir. Bunlardan biri $m(\hat{bhp}) = m(\hat{pck})$ ve diğeri ise cc', hh' dikmelerinin paralel olmasından dolayı içters açılar olan phh', pcc' açılarının toplamaları alındığında bht, kcc' açıları ortaya çıkar ki bunlarda doğal olarak

birbirine eşittir. O zaman bu iki dik üçgenin eşitliğinden ht de cc' dikmesine eşit olacağı ortaya çıkar. Bundan dolayı hh' dikmesi cc' , aa' dikmelerinin toplamına eşit olur.

8. Herhangi bir mbc üçgeninde ma doğrusu bc kenarına dik ve mh doğrusu bmc açısını ikiye bölecek şekilde çizilirse, amh açısı b, c açılarının farkının yarısına eşittir.



Çözüm: bmc açısının yarısını t ile gösterelim. amc dik üçgeninde dar açılar birbirini tamamlayacağından $(amh + t) + c = 90$ olacağı gibi, bma dik üçgeninde de aynı sebepten dolayı $(t - amh) + b = 90$ olacağından, bu iki ifadeden elde edilen, $amh + t + c = t - amh + b$ eşitliğinden (t) ler yok edilerek $amh + c = -amh + b$ ve $(-amh)$ sol tarafa ve (c) sağ tarafa gönderilerek $2amh = b - c$ ve iki taraf 2 ile bölünerek $amh = \frac{b - c}{2}$ aranan eşitliği bulunmuş olur.

9.(Cebir) $4sa(s^2 + a^2) = (s^2 + sa + a^2)^2 - (s^2 - sa + a^2)^2$ olduğunun ispatını bulunuz.

Çözüm: İkinci kısım, iki kare farkı olduğundan, toplamlar ile farkların çarpımlarının sonucu meydana gelen çarpım düzenlendiğinde,

$$[(s^2 + sa + a^2) + (s^2 - sa + a^2)] \cdot [(s^2 + sa + a^2) - (s^2 - sa + a^2)] ,$$

$$(2s^2 + 2a^2) \cdot 2sa = 4sa(s^2 + a^2) \text{ bulunur.}$$

10. $\frac{cs+2}{2c+(c^2-4)s-2cs^2}$ ifadesinin sadeleştirilmiş halinin bulunması.

Çözüm: Söz konusu ifadenin paydası parantezden kurtularak, $\frac{cs+2}{2c+c^2s-4s-2cs^2}$ ve paydada ilk iki terim c ve son iki terim de 2s parantezine alınarak, $\frac{cs+2}{c(2+cs)-2s(2+cs)}$ ve (cs+2) ortak çarpan parantezine alınarak, $\frac{cs+2}{(cs+2)(c-2s)} = \frac{1}{c-2s}$ bulunur.

Hasan Fehmi

Ortaokul Kısım

Aritmetik

11. Payda ve payı arasındaki fark 24 olmak üzere $\frac{15}{19}$ kesrine denk bir kesrin bulunması.

Çözüm: Bilindiği üzere, bir kesre denk diğer bir kesir bulmak için, kesrin pay ve paydası başka bir sayıyla çarpılır veya bölünür. Burada $\frac{15}{19}$ kesrinin pay ve paydası başka bir sayıyla çarpılarak aranılan kesrin bulunacağı doğaldır. Şimdi $\frac{15}{19}$ kesrinin pay ve paydasını öyle bir sayıyla çarpacağız ki, o sayının 19 katından 15 katı çıkarılırsa 24 sayısı kalacaktır. 19 katından 15 katı çıkarılırsa aranılan sayının 4 katı 24 sayısına eşittir. O halde, bir sayının 4 katı 24 ise, kendisi $\frac{24}{4} = 6$ dır ve $\frac{15}{19}$ kesrinin pay ve paydası 6 ile çarpılırsa, $\frac{6 \times 15}{6 \times 19} = \frac{90}{114}$ kesri bulunur. Gerçekten de, söz konusu kesrin payı paydasından çıkarılırsa $114 - 90 = 24$ olduğu görülür.

12. Bir okka su alan bir şişenin içine, bir okkanın $\frac{7}{20}$ si kadar su konuyor. Şişeyi doldurmak için daha kaç dirhem su lazımdır?

Çözüm: Öncelikle bir okkanın $\frac{7}{20}$ si kaç dirhem eder bunu bulalım. Bunun için okkayı 20 bölüme ayırıp 7 bölümünü alacağımızdan ve bir okka da 400 dirhem kabul edildiğinden $400 : 20 = 20$ dirhem ve bunun 7 katı da, $20 \times 7 = 140$ dirhem bulunur. O halde şişenin boş kalan kısmı için $400 - 140 = 260$ dirhem su lazımdır.

13. 25 sayısından 10 kere küçük olan sayı nedir?

Çözüm: Bilindiği gibi, bir sayıyı 10, 100,... kere küçültmek için sonunda sıfırlar var ise silmek, yok ise virgüllü yazmak yeterlidir. O zaman, $25 : 10 = 2,5$ bulunur ki, 25 sayısından 10 kere küçük olan sayının 2,5 olduğu anlaşılır.

14. 3,5 okka gelen bir peynir parçasına 38 kuruş verilirse, bir okkasını kaç kuruştan aldığımızı bulmak.

Çözüm: 3,5 okkasına 38 kuruş verilmiş ise, bir okkasına bundan 3,5 kere daha az bir para verilecektir. Yani 38 kuruş 3,5 parçaya ayrılmalıdır. O halde, takriben $38 : 3,5 = 10,9$ kuruş verilmiştir.

15. $\left(\frac{5}{2} - \frac{2}{5}\right) : \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4}\right)$ ifadesinin düzenlenmişi.

Çözüm: Öncelikle parantez içleri tek bir payda yapıldığında, $\left(\frac{25-4}{10}\right) : \left(\frac{16-9}{12}\right) = \frac{21}{10} : \frac{7}{12}$ ve kesrin kesre bölümü yöntemiyle, $\frac{21}{10} \times \frac{12}{7} = \frac{252}{70}$ bulunur.

16. 100 kuruşun $\frac{3}{4}$ ünü bulunuz.

Çözüm: 100 kuruşun 4 parçadan 3 parçası istendiğinden, 100 kuruş 4 bölüme ayrılır ise her bir bölüm 25'er ve bundan 3 bölüm alınır ise $25 \times 3 = 75$ bulunur ki, 100 kuruşun $\frac{3}{4}$ ü, 75 kuruştan oluşmuş olur.

17. $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ kesirleri, 1'den ne kadar eksiktir?

Çözüm: Birinci kesirde 1, 3 eşit parçaya bölünüp bir parça bırakıldığından söz konusu kesir 1'den $\frac{1}{3}$ kadar eksik olduğu gibi ikinci kesir de $\frac{1}{4}$ kadar eksiktir.

18. $\frac{3}{4}$ kesrine ne eklenmelidir ki, toplamı 3 sayısına eşit olsun?

Çözüm: Eklenecek sayı 3 ile $\frac{3}{4}$ arasındaki fark kadar olduğundan $3 - \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$ bulunur. Gerçekten de, $\frac{3}{4} + \frac{9}{4} = \frac{12}{4} = 3$ elde edilir.

Hasan Fehmi

Sorularımız

Fizik: Bakırın yoğunluğu 8,6 iken, bakırdan imal edilmiş 1000 gram ağırlığında bir küpün bir kenar uzunluğu kaç santimetredir?

Cebir: a) $\frac{5s-1}{7} + \frac{9s-5}{11} = \frac{9s-7}{5}$ denkleminin çözümü.

b) 46'yı öyle iki kısma ayırınız ki, kısımlardan biri 7 ile diğeri 3 ile bölündüğünde kalanların toplamı 10 olsun.

Trigonometri: İki yayın sinüslerinin kareleri arasındaki fark, o iki yayın toplamalarının sinüsü ile farklarının sinüsünün çarpımına eşittir.

Geometri: Bir dik üçgende dar açılardan biri diğerinin yarısı ise, uzun kenar, hipotenüsün yarısıdır. Aksini söylersek, uzun kenar, hipotenüsün yarısına eşit ise, buna karşı gelen dar açı diğerinin yarısına eşittir.

Aritmetik: İki işçiden biri bir işin $\frac{2}{3}$ 'ünü günde 5 saat çalışmak üzere 7 günde, diğeri işin $\frac{3}{5}$ 'ini günde 7 saat çalışarak 8 günde bitirebilirse, ikisi birden günde 6 saat çalışmak üzere işin tamamını kaç günde bitirebilir?

Aritmetik: İki sayının çarpımına 1012 sayısı eklendiğinde 31900 çıkıyor. Sayılardan biri 78 ise diğeri hangi sayıdır?

Aritmetik: 100 kuruşu, biri diğerinden 5 kuruş fazla olacak şekilde iki arkadaş arasında bölüştürünüz.

Aritmetik: İki musluk içeren bir çeşmenin musluklarından biri dakikada $17\frac{2}{3}$ okka ve diğeri $12\frac{3}{5}$ okka su akıtmaktadır. Bu iki musluk birden açılır ise dakikada kaç okka su akacaktır?

Geometri: 36° , 27° lik açıların tümler ve bütünlerleri kaçar derecelik birer açıdır?

Sayı-2

Lise Kısmı

Teorik Hesap

19. 3 ile tam bölünmeyen 9 sayının 6. kuvvetlerinin toplamı, 9 ile tam bölünür. 3 ile tam bölünmeyen 3 sayının 6. kuvvetlerinin toplamı 3 ile tam bölünür.

İspatı: 3 ile tam bölünmeyen sayıların hepsini c ile gösterelim. Şüphe yoktur ki bu sayıların 3 ile bölümünden kalanlar 1 veya 2 sayılarından başka olmayacağından 3 ile tam bölünmeyen sayıların tamamı $3m/ + 1$ ve $3m/ + 2 = 3m/ + 3 - 1 = 3m/ - 1$ olacağından $(3m/ \pm 1)$ şeklindedir. O halde $c = 3m/ \pm 1$ ifadesinin karesi alınsa $c^2 = 3m/ + 1$ ve bu da $c^2 = 3/ + 1$ biçiminde yazılarak küp alınsa $c^6 = 27/^3 + 27/^2 + 9/ + 1 = 9m/ + 1$ bulunur. Şimdi c^6 şeklinde bulunan sayılardan 9

tanisinin toplamı $9m/ + 9 = 9m/$ şeklinde neticeleneceğinden 3 ile tam bölünmeyen 9 sayının 6. kuvvetlerinin toplamı $9m/$ olduğu ispat edilmiş olur. Eğer c^6 şeklinde olan sayılardan 3 tanesi toplansa $9m/ + 3 = 3m/$ bulunacağından bu durumda da 3 ile tam bölünmeyen 3 sayının 6. kuvvetlerinin toplamı 3 ile tam bölüneceği görülür.

Hasan Fehmi - Halil Necati

20. (Aritmetik) İki işçiden biri bir işin $\frac{2}{3}$ 'ünü günde 5 saat çalışmak üzere 7 günde, diğeri işin $\frac{3}{5}$ 'ini günde 7 saat çalışarak 8 günde bitirebilirse, ikisi birden günde 6 saat çalışmak üzere işin tamamını kaç günde bitirebilir?

Çözüm: Birinci işçi bir günde $\frac{2}{3}$ 'ünden 7 kez eksikliğini yani $\frac{2}{7 \times 3}$ 'ünü ve bir saatte ise bundan 5 kez az yani $\frac{2}{5 \times 7 \times 3}$ miktarını yapabilmektedir. İkinci işçi ise aynı düşünceden dolayı işin $\frac{3}{8 \times 7 \times 5}$ kısmını bir saatte tamamlar. Eğer ikisi birden çalışırlar ise bir saat boyunca görecekları işin miktarı, $\frac{2}{35 \times 3} + \frac{3}{56 \times 3} = \frac{560}{29400} + \frac{315}{29400} = \frac{875}{29400}$ 'den oluşur. Esasen günde 6 saat çalışacaklarından bir günde bu miktarın 6 misli iş göreceklardır. O halde bir günde ikisinin birden göreceği işin miktarı $\frac{6 \times 875}{29400}$ 'dür. Bu da sadeleştirilirse $\frac{35}{196}$ bulunur. Demek ki bu iki işçi günde 6 saat çalışmak üzere birlikte işin $\frac{35}{196}$ 'sını ancak bir günde yapıyorlarmış. $\frac{35}{196}$ 'sı bir günde yapılıyor ise $\frac{1}{196}$ 'sı $\frac{1}{35}$ günde ve işin tamamı $\frac{196}{35}$ günde yapılacaktır. O halde $196 : 35 = 5,6$ günde ikisi birden çalışarak işi tamamlayabilecekleri bulunmuş olur.

21. Bir havuza bir musluktan $1\frac{2}{5}$ saat kadar su akarak havuzun $\frac{3}{5}$ kısmını doldurmuş. Söz konusu musluktan $\frac{5}{6}$ saat daha su akmıştır. Havuzun dolması için daha

42 dekalitrelik suya ihtiyaç bulunduğu anlaşılsa, bundan havuzun ne kadar su alacağını ve hacminin kaç metreküp olduğunu bulunuz.

Çözüm: $\frac{5}{6}$ saatte havuza akan suyun miktarını bulmak için havuzun 1 saatte ne kadar kısmının dolduğunu bulalım. Madem ki $1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$ saatte havuzun $\frac{3}{5}$ kısmı dolmuş, o halde $\frac{1}{5}$ saatte 7 kez daha az yani $\frac{3}{7 \times 5} = \frac{3}{35}$ kısmı dolacaktır. Şimdi $\frac{1}{5}$ saatte havuzun $\frac{3}{35}$ kısmı dolar ise $\frac{5}{5}$ saatte yani tam bir saatte bu miktarın 5 kat fazlası dolacağından havuzun bir saatte dolan kısmı $\frac{5 \times 3}{35} = \frac{3}{7}$ 'den ibarettir. 1 saatte $\frac{3}{7}$ kısmı dolar ise $\frac{1}{6}$ saatte $\frac{3}{6 \times 7} = \frac{1}{14}$ ve $\frac{5}{6}$ saatte ise bu miktardan 5 kat fazlası dolacağından havuzun $\frac{5}{14}$ kısmı dolmuş bulunacaktır. Gerçekten, problemde bilinenlere göre $1\frac{2}{5}$ saatte havuzun $\frac{3}{5}$ kısmı ve çıkardığımız neticeden de $\frac{5}{6}$ saatte $\frac{5}{14}$ kısmının dolduğu bilindiğinden, havuzun $\frac{3}{5} + \frac{5}{14} = \frac{25 + 42}{70} = \frac{67}{70}$ kısmı dolmuş olduğu ve $\frac{3}{70}$ kısmı boş kaldığı anlaşılır. Probleme göre boş kalan kısım 42 dekalitrelik su alır ise $\frac{1}{70}$ 'i $\frac{42}{3} = 14$ dekalitrelik su alacağı ve buradan havuzun tamamı için $14 \times 70 = 980$ dekalitre suya ihtiyaç olduğu görülür. Havuzun hacmine gelince, 1 desimetreküp, 1 litreye karşılık geldiğinden ve havuzun 980 dekalitre veya 9800 litre su içerdiğinden, havuzun 9800 desimetreküp ya da 9,800 metreküp hacminde olduğu anlaşılır.

22. (Fizik) Bakırın yoğunluğu 8,6 iken, bakırdan imal edilmiş 1000 gram ağırlığında bir küpün bir kenar uzunluğu kaç santimetredir?

Çözüm: Bilindiği üzere, bir cismin yoğunluğu, kütlesinin hacmine oranına eşit olduğundan $f = \frac{k}{h}$ formülünden $h = \frac{k}{f}$ bulunur, bakırın hacmi $h = \frac{1000}{8,6} = 116,28$ elde edilir. Küpün hacmi bir kenarının küpüne eşit olduğundan takriben $\sqrt[3]{116,28} = 4,9$ cm aranan kenarın uzunluğunu verir.

23. (Trigonometri) İki yayın sinüslerinin kareleri arasındaki fark, o iki yayın toplamalarının sinüsü ile farklarının sinüsünün çarpımına eşittir.

Çözüm: Söz konusu eğrileri s , a ile gösterelim. Soruya göre, $\sin^2 s - \sin^2 a = \sin(s+a) \cdot \sin(s-a)$ olacaktır. Gerçekten, $\sin(s+a)$, $\sin(s-a)$ 'nın trigonometrik olarak bilinen değerleri birbiri ile çarpılırsa, $(\sin s \cdot \cos a + \cos s \cdot \sin a) \cdot (\sin s \cdot \cos a - \cos s \cdot \sin a) = \sin^2 s \cdot \cos^2 a - \cos^2 s \cdot \sin^2 a$ bulunur. Eğer $\cos^2 a$ yerine $1 - \sin^2 a$ ve $\cos^2 s$ yerine $1 - \sin^2 s$ yazılırsa, $\sin(s+a) \cdot \sin(s-a) = \sin^2 s \cdot (1 - \sin^2 a) - (1 - \sin^2 s) \cdot \sin^2 a$ ve bu da düzenlenirse, $\sin(s+a) \cdot \sin(s-a) = \sin^2 s - \sin^2 a$ bulunur.

24. Sinüsünün iki katı, 1'e eşit olan yay kaç derecedir?

Çözüm: Bilindiği üzere, bir yayın sinüsü, o yayın iki katına ait kirişin yarısına eşittir. Bu takdirde aranılan yayın iki katına ait kirişinin uzunluğu 1'e eşit olacağından ve trigonometrik çemberde uzunlukları eşit olan kirişler, söz konusu çemberde çizilmiş düzgün altıgenin bir kenarına eşit olacağından aradığımız yayın iki katı düzgün altıgenin bir kenarına ait yaydan ibarettir. O halde istenilen yayın iki katı 60° olacağından, aranılan yayın 30° olduğu anlaşılır.

25. (Geometri) Bir yarım dairenin bilinen bh çapı üzerinde bulunan herhangi bir k noktasından söz konusu çap üzerine konulan km dikmesi ve b_k , kh çaplı iki yarım daire çizilirse, bh çaplı daireden b_k , kh çaplı dairelerin çıkarılmasıyla geriye kalan alan, km dikmesini çap kabul eden dairenin alanına eşit olur.

Çözüm: bh yarım dairesinden b_k , kh çaplı dairelerin çıkarılmasıyla geriye kalan alanı S ile gösterelim. O halde $S = \frac{\pi s^2}{2} - \left(\frac{\pi s'^2}{2} + \frac{\pi s''^2}{2} \right)$ veya $S = \frac{\pi}{2} (s^2 - (s'^2 + s''^2))$ (1) olur. Halbuki $2s = 2(s' + s'')$ veya $s = s' + s''$ olup iki tarafın karesi alınırsa $s^2 = s'^2 + 2s's'' + s''^2$ ve buradan, $s^2 - (s'^2 + s''^2) = 2s's''$ bulunur. Bu değer (1) numaralı ifadede yerine konulur ise $S = \frac{\pi}{2} \times 2s's'' = \pi s's''$ (2) değeri elde edilir.

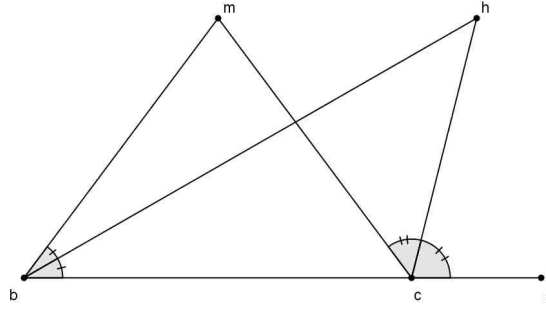
eşkenar üçgen olur. bnc üçgeni dörtgenin köşegen parçaları olduğundan dolayı $bn=nc$ olup, söz konusu üçgen bir ikizkenar üçgen olup kural gereği taban açıları birbirine eşit olur. Bir üçgende bir dış açı, kendine komşu olmayan iki iç açının toplamına eşit olacağından $L=2k$ olup, istenen bulunmuş olur.

Sorunun başka bir yolla çözümü: Hipotenüsün n orta noktasından ac kenarına paralel çizilen nk kenarı diğerinin orta noktasından geçeceği gibi, paralellerden birine dik olan kenar diğerine de dik olur özelliğinden bc kenarına dik olur. O halde köşeyle taban orta noktası arasındaki kenar, tabana dik olduğundan bnc üçgeni bir ikizkenar üçgen olup, taban açıları birbirine eşit olur. nc kenarı hipotenüsün yarısı olan bn kenarına eşit olduğu gibi, diğer yarısı olan na kenarına da eşit olacağından, $na=ac$ bulunur ve nac üçgeni, bir eşkenar üçgen olur. Her eşkenar üçgenin bir açısı, dik açının $\frac{2}{3}$ olduğundan, $L = \frac{2}{3}b$ ve bunun tümleyeni olan k açısı da $k = \frac{1}{3}b$ olduğundan $L=2k$ bulunur.

Aksi: bca dik üçgeninde $2k=L$ olur ise, $ba=2ac$ olur.

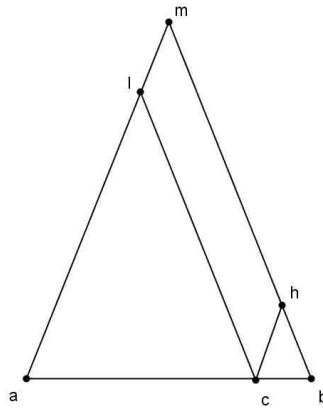
İspatı: ba kenarının n orta noktasından bh kenarına paralel olarak çizilen nk doğru parçası bc kenarının orta noktasından geçeceği gibi, söz konusu kenar aynı zamanda dik olacağından bnc üçgeni, bir ikizkenar üçgen ve bundan dolayı taban açıları birbirine ve " t " dış açısı da $2k$ açısına eşit olur. Bu duruma göre $L=60^\circ$, $k=30^\circ$ olduğundan, nac üçgeninin üç açısı 60° 'ar derece olacağından söz konusu üçgen, bir eşkenar üçgen olup $na=ac$ ve $na = \frac{ba}{2}$ olduğundan, $\frac{ba}{2} = ac$ ve buradan $ba=2ac$ bulunmuş olur.

27. mbc üçgeninin b açısı bh kenarı ve mca dış açısı ch kenarı tarafından ikiye bölünür ise h açısı m açısının yarısına eşittir.



Çözüm: mca üçgeninin c açısı bir dış açı olduğundan üçgenin komşu olmayan diğer iki açının toplamına eşit olduğundan $c=m+b$ ve chb üçgeninden de aynı yöntem ile $\frac{c}{2} = h + \frac{b}{2}$ yazılır. Eğer ikinci ifadenin her iki tarafı 2 ile çarpılır ise $c=2h+b$ bulunacağından birinci ifade ile karşılaştırılırsa $m+b=2h+b$ ve her iki taraftan b'ler kaldırılırsa $m=2h$ ve $\frac{m}{2} = h$ bulunmuş olur.

28. Eğer bir ikizkenar üçgenin tabanındaki değişken bir noktadan ikiz kenarlara paraleller çizilirse, oluşan paralelkenarın kenar toplamı sabittir.



Çözüm: bam ikizkenar üçgeninin ba tabanı üzerinde alınan c noktasından ikiz kenarlara ch, cl paralelleri çizilirse, oluşan chml paralelkenarın, kenar toplamı sabit ve daima ikiz kenarların toplamına eşittir. Gerçekten, lca açısı yöndeş olduğundan üçgenin taban açılarına eşit olur, acl üçgeni de bir ikizkenar üçgen olacağından $cl=la$ ve aynı

düşünceye dayanarak bhc müselleşi de bir ikizkenar üçgen olduğundan $ch=hb$ bulunur. Bu durumda paralelkenarın $lm+lc+ch+hm$ toplamı $lm+la+bh+hm=bm+ma$ toplamına eşit bulunarak, istenen gösterilmiş olur.

29. (Cebir) $\sqrt[3]{s^3+k s-t}$ üçüncü dereceden bir değişkenli polinomda s yerine

$$\sqrt[3]{\frac{t}{2} + \sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{k}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{t}{2} - \sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{k}{3}\right)^3}}$$
 ifadesi yazıldığı takdirde söz konusu

polinomun sıfıra eşit olacağının araştırılması.

Çözüm: Birinci köklü ifadeyi a ve ikinci köklü ifadeyi s ile gösterirsek, bu köklü ifadelerin toplamı s yerine konulacaktır. O halde $s=a+s$ demektir. Şimdi polinom, s yerine $a+s$ konulmasıyla $(a+s)^3 + k(a+s) - t$ şeklini alır. Buradan $a^3 + 3a^2s + 3as^2 + s^3 + k(a+s) - t$ bulunup $(a^3 + s^3 - t) + (3a^2s + 3as^2) + k(a+s)$ şeklinde birbirinden ayrılırsa ve ikinci terim $(3as)$ parantezine alındığında $(a^3 + s^3 - t) + 3as(a+s) + k(a+s)$ halini alır. Son iki kısım ortak olan $(a+s)$ parantezine de alınacak olursa, $(a^3 + s^3 - t) + (a+s)(3as+k)$ (1) şeklinde olur. Şimdi

$$\frac{t}{2} + \sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{k}{3}\right)^3} = a^3 \quad \text{ve} \quad \frac{t}{2} - \sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{k}{3}\right)^3} = s^3$$
 olduklarından ilk ifade de a , s

küplerinin değerleri konulur ise toplamı alınacağından ve biri pozitif ve diğeri negatif olan iki köklü ifade birbirini yok edeceğinden, söz konusu parantezli ifade $\frac{t}{2} + \frac{t}{2} - t$

halini almaktadır, bunun da sıfıra eşit olduğu aşıkardır. Şimdi (1) ifadesinin diğerk kısmını oluşturan $(a+s)(3as+k)$ ifadesinin de sıfıra eşit olacağını bulalım. Bunun için a , s değerleri olan köklü ifadeleri birbirleri ile çarpalım. Köklü ifadeler aynı dereceden olduğundan tek kök altında çarpılırlar ise toplamın ve farkın çarpımı yöntemiyle

$$as = \sqrt[3]{\frac{t^2}{4} - \left(\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{k}{3}\right)^3\right)}$$
 bulunur. Çünkü toplamın ve farkın çarpımı, o iki terimin

karelerinin farkına eşittir. Düzenleme yapılır ise, $\sqrt[3]{-\frac{k^3}{27}} = -\frac{k}{3} = as$ olup $3as$ ifadesini

oluşturmak için $-\frac{k}{3} = as$ ifadesinin her iki tarafı 3 ile çarpılınca $3as = -k$ bulunur ki,

bu da (1) ifadesinin diğerk kısmını oluşturan parantezlerden ikincisini

$3as + k = -k + k = 0$ yapacağından, söz konusu kısmın da sıfıra eşit olacağı doğrulanmış olur.

30. $\frac{5s-1}{7} + \frac{9s-5}{11} = \frac{9s-7}{5}$ denkleminin çözümü.

Çözüm: Her iki tarafı aynı $7 \times 11 \times 5$ çarpanı ile çarparak, $11 \times 5 \times (5s-1) + 7 \times 5 \times (9s-5) = 7 \times 11 \times (9s-7)$ ve gerekli düzenleme yapılarak $693s - 590s = 539 - 230$ veya $103s = 309$, $s = \frac{309}{103}$, $s = 3$ bulunur.

31. 46'yı öyle iki kısma ayırınız ki, kısımlardan biri 7, diğeri 3 ile bölündüğünde, bölümler toplamı 10 olsun.

Çözüm: Kısımlardan biri s ile gösterilirse doğal olarak diğeri kısım $46-s$ olacağından gerekli olan $\frac{s}{7} + \frac{46-s}{3} = 10$ denklemi oluşturulur. Her iki taraf 7×3 ile çarpılarak $3s + 322 - 7s = 210$ $7s - 3s = 322 - 210$ $4s = 112$ $s = \frac{112}{4}$ $s = 28$ bulunur. O halde diğeri kısımda $46 - 28 = 18$ den ibarettir. Gerçekten, $\frac{28}{7} + \frac{18}{3} = 10$ olur.

32. $\frac{1}{s + \frac{1}{1 + \frac{s+1}{3-s}}}$ ifadesinin sadeleştirilmiş halini bulunuz.

Çözüm: İlk önce $\frac{s+1}{3-s}$ kesri 1 ile yayılarak (toplanarak) $\frac{3-s+s+1}{3-s} = \frac{4}{3-s}$ ve bu netice de 1'i bölerek $1: \frac{4}{3-s} = 1 \times \frac{3-s}{4} = \frac{3-s}{4}$ bulunur. Bu ifade de s ile toplanırsa $s + \frac{3-s}{4} = \frac{4s+3-s}{4} = \frac{3s+3}{4} = \frac{3(s+1)}{4}$ bulunup bu da 1 ile bölüme girdiğinde $1 \times \frac{4}{3(s+1)} = \frac{4}{3(s+1)}$ elde edilir.

33. $\frac{4(b^2 - bc)}{c(b+c)^2}$ nin $\frac{6bc}{b^2 - c^2}$ ile bölümünü bulunuz.

Çözüm: Kesrin payında ortak olan b parantez dışına alındığı gibi bölenin paydasındaki $b^2 - c^2$ yerine $(b+c)(b-c)$ ifadesi konularak $\frac{4b(b-c)}{c(b+c)^2} \cdot \frac{6bc}{(b+c)(b-c)}$ ve ikinci kesir ters çevrildiği gibi işaret de çarpıma dönüştürülerek, $\frac{4b(b-c)}{c(b+c)^2} \times \frac{(b+c)(b-c)}{6bc}$ olup paydan paydadan (4 ile 6) 2 ile sadeleştirilir ve b'ler ile (b+c)'ler kaldırılırsa $\frac{2(b-c)^2}{3c^2(b+c)}$ bulunur.

Hasan Fehmi

Ortaokul Kısım

Aritmetik

34. Birbirinden 900 km uzaklıkta bulunan iki şehirden hareket eden iki uçak birbirleriyle karşılaşmak üzere uçarlar. Birinin hızı saatte 39 ve diğerinin 141 km olduğu bilindiğine göre, bu iki uçağın ne kadar süre sonra birbiriyle karşılaşacağını bulunuz.

Çözüm: Bu iki uçak birbirine doğru hareket ettiği için aralarında bulunan 900 km den her saat boyunca $39+141=180$ km lik bir mesafe azalmış bulunacaktır. Bu nedenle 900 km de kaç tane 180 var ise o kadar saat geçtikten sonra bu iki uçak karşılaşacağından, 900 sayısı 180 sayısına bölünecek olursa 5 bulunur ki, hareketlerinden 5 saat sonra birbirleriyle karşılaşacakları anlaşılır.

35. 150 kuruşu bir şekilde 3 paya dağıttınız ki,, ikinci pay birinciden 13 kuruş fazla ve üçüncüye de ikinciden 8 kuruş eksik olsun.

Çözüm: Üçüncünün payı ikincisinden 8 eksik olduğundan, birincinin payından 13 fazla olamaz. Ancak $13-8=5$ kadar fazladır. Şimdi paylar birbirine eşit olsaydı 150 sayısını 3 eşit kısma ayırırdık. Ancak paylar eşit değildir. İkincinin payı birinciden 13 ve üçüncünün payı birinciden 5 fazladır. O halde $13+5=18$ den ibaret olan bu fazlalık, 150 sayısından çıkarılarak geriye kalan $150-18=132$ sayısı 3 eşit kısma bölersek her

birine $132:3=44$ 'er kuruş denk gelir. Halbuki problem gereği ikincinin hissesi 13 ve üçüncünün 5 fazla olacağından, birinciye 44, ikinciye $44+13=57$ ve üçüncüye $44+5=49$ kuruş olmak üzere 150 kuruşun dağıtılması gerekir. Gerçekten $44+57+49=150$ eder.

36. Yıllık 900 kuruşuna pazarlık edilen bir hizmetçi, 7. ay sonunda hizmetinden çıkarılsa hakkı olarak kaç kuruş verilmesi gerekmektedir?

Çözüm: Senelik 900 kuruş olur ise bir aylığı bunun 12 parçada 1 kısmına eşittir.

Yani $\frac{900}{12} = 75$ kuruş. O kişinin her bir ay alacağı paradır. Madem ki kişi 7 ay çalışmıştır, 7 kere 75 kuruş alacağından hak ettiği $7 \times 75 = 525$ kuruştur.

37. Birkaç ortak bir araya gelerek yaptıkları bir işte 124285 kuruş kazanmışlar. Bunların masrafları da 45490 kuruş olmuş. Her biri 1751 kuruş kazanmış olduğuna göre bu işi yapanların kaç ortak olduklarını bulunuz.

Çözüm: Kazandıkları paradan masrafları çıkarılacak olur ise $124285 - 45490 = 78795$ kuruş ellerinde kalmış olacaktır. Bu para ortaklar arasında bölününce her ortağa 1751 kuruş denk geldiğine göre, kaç tane 1751 kuruş 78795 kuruş eder ise o kadar ortağın bulunması gerekeceğinden 78795 sayısında kaç defa 1751'in var olduğunu ararız. O halde $78795:1751=45$ bulunduğu anlaşılır.

38. Bir kalfa, bir yapıda çalıştırdığı 21 ustaya, gündeliği 30 kuruştan 11340 kuruş vermiş olsa, bunları kaç gün çalıştırmış olur.

Çözüm: 21 ustaya bir günde $21 \times 30 = 630$ kuruş verecektir. Şimdi kaç tane 630 sayısının 11340 edeceğini bulur isek, o kadar gün amelenin çalışmış olduğu anlaşılacaktır. O halde $11340:630=18$ gün bulunur.

39. İki sayının çarpımının sonucu 15813 ve sayılardan biri 9 olduğuna göre diğer sayıyı bulunuz.

Çözüm: Aranılan sayının 9 ile çarpımının sonucu 15813 olduğuna yani aranılan sayının 9 katı 15813 olduğuna göre, bir katı yani kendisi 15813 sayısından 9 kez noksanır. O halde $15813:9=1757$ bulunur.

40. İki sayının çarpımının sonucuna 1012 sayısı eklendiğinde 31900 çıkıyor. Sayılardan biri 78 olur ise diğeri hangi sayıdır?

Çözüm: Sayıların çarpımının sonucu 31900 sayısından 1012 sayısı kadar eksik olduğundan $31900-1012=30888$ sayısı, önceki duruma göre sayıların çarpımının sonucu ve sayılardan birinin bilindiği dikkate alınarak diğeri sayı $30888:78=396$ olacağı çıkarılır.

(Doğru cevap: 396 olmalıydı.)

41. 100 kuruşu, biri diğlerinden 5 kuruş fazla olacak şekilde iki arkadaş arasında bölüştürünüz.

Çözüm: 100 kuruştan 5 kuruş indirerek kalan 95 kuruş iki arkadaş arasında bölünse her birine 47,5 kuruş düşer. Elimizde kalan 5 kuruşu fazla alacak olanın payına ilave edince biri 47,5 diğeri 52,5 kuruş olacaktır.

42. İki musluk içeren bir çeşmenin musluklarından biri dakikada $17\frac{2}{3}$ okka ve diğeri $12\frac{3}{5}$ okka su akıtmaktadır. Bu iki musluk birden açılır ise dakikada kaç okka su akacaktır.

Çözüm: İki musluğun akıtacakları suyun toplamını almak gerekeceğinden, $17\frac{2}{3}+12\frac{3}{5}=\frac{53}{3}+\frac{63}{5}$ ve paydalar eşitlenerek $\frac{265}{15}+\frac{189}{15}=\frac{454}{15}$ ve $30\frac{4}{15}$ okka su akıtacağı bulunmuş olur.

43. (Geometri) 36° , 27° lik açıların tümleyeni ve bütünleyenleri kaçar derecelik birer açıdır?

Çözüm: Bilindiği üzere, bir açının tümleyeni, o açığı 90° 'ye tamamlayan açıdır. Bütünleri ise 180° 'ye tamamlayan açıdır. O halde 36° 'lik açının tümleyeni 54° ve bütünleyeni ise 144° ve 27° 'lik açının tümleyeni 63° ve bütünleyeni ise 153° 'lik bir zaviyedir.

Sorularımız

Lise Kısmı

(Cebir)

- b, c 'nin kareleri toplamının, farklarıyla çarpımını, kareleri arasındaki farka bölünüz. Ondan sonra, bunların çarpımlarının iki katını, toplamlarına bölünüz. Bölümler toplamının b ile c toplamına eşit çıkacağını gösteriniz.
- $(b+c)^2$ ile $(b-c)^2$ nin çarpımını bulunuz.
- $s^2 + a^2 + 2sa - 1$ in $s+a-1$ ile bölümünü bulunuz.
- Birisi diğerine çantasındaki paranın miktarını sormuş, o da cevaben "Çantamdaki paramı bulmak için mevcut paranın dörtte üçüne, üç eklenmelidir." demiş olduğuna göre paranın miktarını bulunuz.

(Trigonometri) $\frac{\tan h}{\tan h - \tan b} + \frac{\cot h}{\cot h - \cot b} = 1$ trigonometrik denkleminin doğruluğunu araştırınız.

(Aritmetik)

- Farkları 36 ve büyüğü küçüğün 5 katına eşit olan iki sayıyı bulunuz.
- Bir kimse tanesi 7 paradan satmak üzere pazara bir sepet yumurta getiriyor. Yolda bunların 5 tanesi kırılıyor. Bu defa tanesi 8 paradan satarsa eline aynı miktarda para geçeceğini hesap etmiş oluyor, acaba sepette kaç yumurta vardır?

(Geometri)

- Bir dörtgenin kenarlarının orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen şeklin bir paralelkenar olacağını ispatı.
- Dairenin içinde (üzerinde) çizilen bir dörtgenin karşılıklı kenarlarının uzatılmasıyla oluşan iki açının açıortayları birbirini dik keser.

Ortaokul Kısım

(Aritmetik)

- Her yüz tanesi 40 kuruştan 1000 deftere kaç kuruş verilmesi gerekir?
- Bir kitapçı 12 düzine kurşun kalem satın alarak buna 25 kuruş vermiş ve her kurşun kalemi 10 paraya satarak hepsini elden çıkarmış olsa, kaç para kazanmış olur?
- $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{11}$ kesirlerini 6 defa küçültünüz.
- 20 kuruşun $\frac{3}{5}$ 'i kaç kuruş eder?

(Geometri) Bir dik üçgenin dar açılarından biri 60° olur ise diğer dar açı kaç dereceliktir?

Çözümü İstenen Sorular

Milli Eğitim Bakanlığı İlkokul Bölümü yüksek katibi Mustafa Nuri Bey tarafından gönderilmiştir.

(Fizik Bilgisinden) dik kesiti 2 dm^2 olan bir küpe art arda 54,400 kg cıva ile 4 kg su doldurulmuş ve bunu müteakip 2,600 kg ağırlığında bir demir parçası da batırılmış olsa sıvıların yüzeyleri, demir parçasının dahil edilmesinden önce ve sonra küpün dibinden itibaren acaba ne miktar yükseklik kazanacaktır?

(Teorik Hesaptan)

- x herhangi bir tamsayı olduğuna göre x^3+11x ifadesinin 6 ile tam bölüneceğinin ispatı.
- b sayısından elde edilen b^x ile b^{x+4} kuvvetlerini meydana getiren sayıların sonları aynı rakamla biteceğinin ispatı.

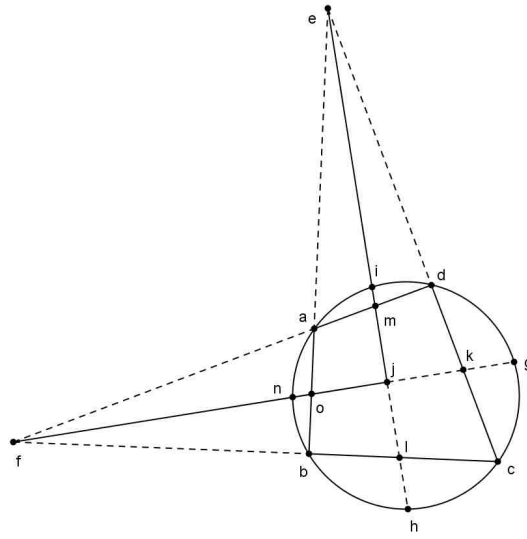
Sayı-3

Lise Kısmı

Geometri

44. Dairenin içinde (üzerinde) çizilen bir dörtgenin karşılıklı kenarlarının uzatılmasıyla oluşan iki açının açıortayları birbirini dik keser.

Çözüm:



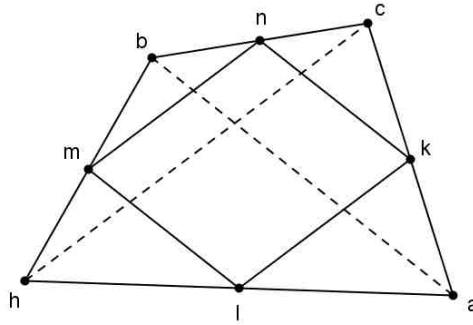
Birinci çözüm yolu: $\angle eoj$ açısı, $\angle aof$ üçgeninin dış açısı olduğundan $\angle eoj = \angle fao + \angle ofa$ (1) olup, $adcb$ dörtgeni daire üzerinde olduğundan karşılıklı açılar bütünler olduğu için $\angle dab + \angle c = 180$ ve bir doğrunun bir tarafında oluştukları için $\angle dab + \angle fao = 180$ olur ve bundan $\angle dab$ açısıyla beraber bütünler açı oluşturduğu görülen $\angle c$, $\angle fao$ açılarının birbirine eşit oldukları anlaşılır. (1) numaralı ifadede $\angle fao$ yerine $\angle c$ ve $\angle afb$ açısının gf açıortayı ile ayrılan parçaları oldukları için birbirine eşit olan $\angle ofa$ yerine de $\angle ofb$ konulur ise $\angle eoj = \angle c + \angle ofb$ bulunur. Diğer taraftan $\angle ckf$ üçgeninin dış açısı olan $\angle ekj$ açısı da $\angle c + \angle ofb$ toplamına eşit olacağından $\angle eoj$, $\angle ekj$ açılarının birbirine eşit olduğu meydana çıkar. Bu iki açının birbirine denliğinden $\angle oek$ üçgeninin bir ikizkenar üçgen olması gerekir ve her ikizkenar üçgende ise köşe açısının açıortayı tabana dik olacağından, bu nedenle eh , fg açıortaylarının birbirine dik oldukları ispat edilmiş olur.

İkinci çözüm yolu: Birbirine eşit olan jec , jeb açılarının kenarları arasında kalan yayların yarısıyla ölçüldüklerinden, $jec = \frac{ch - di}{2}$, $heb = \frac{bh - ai}{2}$ ifadelerinden $\frac{ch - di}{2} = \frac{bh - ai}{2}$ ve $ch - di = bh - ai$ (1) eşitliği teşkil olunur. Aynı şekilde cfg , dfg açılarından da $\frac{cg - nb}{2} = \frac{gd - an}{2}$ ve $cg - nb = gd - an$ (2) bulunur. (1) , (2) numaralı ifadeler taraf tarafa toplanarak, $ch + cg - di - nb = bh + gd - ai - an$ ve $ch + cg + ai + an = bh + gd + di + nb$, $ch + cg = gh$, $ai + an = ni$, $bh + nb = nh$, $gd + di = gi$ değerleri yerlerine yazılır ise, $gh + ni = nh + gi$ ve her iki taraf 2 ile bölünürse $\frac{gh + ni}{2} = \frac{nh + gi}{2}$ bulunur. Şimdi bu iki ifadeden birincisi fje ve ikincisi fjh açılarının kenarları arasında kalan yaylar cinsinden değerleri yazıldığından söz konusu ifadelerde açıların birbirine eşit olduğu ve bu nedenle eh doğrusunun bir tarafında oluşan açıların bu şekilde birbirlerine eşit oldukları anlaşılacağından, buradan da eh , fg doğrularının dik kesiştikleri bir kaç türlü ispat edilmiş olur.

Üçüncü çözüm yolu: ejf açısı fjl üçgeninde ve flj açısı elc üçgeninde birer dış açı olduklarından $fje = lfj + flj$, $flj = c + lec$ olup birinci ifadede flj yerine ikinci ifadedeki değeri konulursa, $fje = lfj + lec + c$ (1) bulunur. Şimdi dörtgenin a açısı baf , aed üçgenlerinin bir dış açısı olduğundan $a = bfa + fba$, $a = aed + eda$ ifadeleri teşkil ve bu ifadeler de $bfa = 2lfj$, $fba = 180 - b$, $aed = 2lec$, $eda = 180 - d$ yerine yazılarak, $a = 2lfj + 180 - b$, $a = 2lec + 180 - d$ bulunur. a zaviyesinin bu iki değeri taraf tarafa toplanarak, $2a = 2lfj + 2lec + 360 - [b + d]$ ve dörtgen daire üzerinde olduğundan $b + d = 180$ alınır ve her iki taraf 2 ile bölünerek $a = lfj + lec + 90$ ve $a - 90 = lfj + lec$ elde edilir. Bu yarım açılar toplamının değeri yukarıda (1) numaralı ifadede yerine yazılarak $fje = a + c - 90$ ve $a + c = 180$ olduğundan bu da yerine konulur ise $fje = 180 - 90 = 90$ bulunur ve istenen durum gösterilmiş olur.

45. Bir dörtgenin kenarlarının orta noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen şeklin bir paralelkenar olacağının ispatı.

Çözüm:



ba, ch köşegenlerini birleştirelim. bca üçgeninin iki kenarının orta noktaları arasını birleştiren nk doğrusu parçası, üçgenin üçüncü kenarına yani ba doğru parçasına paralel ve yarısına eşittir. Keza, bah üçgeninde de ml kenarı aynı ba doğru parçasına paralel ve yarısına eşit olduğu için doğal olarak nk, ml doğru parçaları hem birbirine paralel ve hem eşit olmak zorundadır. Bir dörtgenin karşılıklı kenarları hem paralel hem eşit ise, o dörtgenin mutlaka bir paralelkenar olacağı geometrice doğru olduğundan nmlk şeklinin de bu nedenle bir paralelkenar olduğu ispat edilmiş olur.

46. (Trigonometri) $\frac{\tan h}{\tan h - \tan b} + \frac{\cot h}{\cot h - \cot b} = 1$ trigonometrik denkleminin doğruluğunu araştırınız.

Çözüm: $\cot h = \frac{1}{\tan h}$ konulmasıyla $\frac{\tan h}{\tan h - \tan b} + \frac{\frac{1}{\tan h}}{\frac{1}{\tan h} - \frac{1}{\tan b}} = 1$ ve

$$\frac{\tan h}{\tan h - \tan b} + \frac{\tan b}{\tan b - \tan h} = 1 \quad \text{ve} \quad \frac{\tan h}{\tan h - \tan b} - \frac{\tan b}{\tan h - \tan b} = 1 \quad \text{ve buradan,}$$

$\frac{\tan h - \tan b}{\tan h - \tan b} = 1$ bulunarak doğruluğu araştırılmış olur.

47. $\sin s = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos s = \frac{1}{2}$, $\sin a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ oldukları bilinen

$\sin(s + a)$, $\cos(s + a)$ 'nın değerlerini ve s, a yaylarının verilen bilgiler sayesinde kaçır

derecelik birer yay olduklarını ve bundan dolayı $(s+a)$ yayının kaç derecelik bir yay olacağını hesap ediniz.

Çözüm: İki yayın sinüs ve cosinüsleri biliniyorken onların toplamının sinüs ve cosinüslerini veren kurallar;

$$has(s+a) = has\ s.bahs\ a + bahs\ s.has\ a \quad ,$$

$bahs(s+a) = bahs\ s.bahs\ a - has\ s.has\ a$ olduklarından verilen değerlerin konulmasıyla,

$$has(s+a) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ve} \quad bahs(s+a) = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ve}$$

$$has(s+a) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) \quad , \quad bahs(s+a) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad \text{bulunur.}$$

$has\ s = \frac{\sqrt{3}}{2}$ olduğundan söz konusu sinüsün iki katı $\sqrt{3}$ e eşit yani daire içinde (üzerinde) bulunan eşkenar üçgenin bir kenarı olup bundan s yayının 60° olacağını ve zaten $has\ a = bahs\ a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ olmasından da görüldüğü üzere a yayının da 45° olduğundan $s+a=60^\circ+45^\circ=105^\circ$ olduğu anlaşılır.

48. $\frac{\sqrt[x]{b+s}}{s} + \frac{\sqrt[x]{b+s}}{b} = \sqrt[x]{s}$ denkleminin çözüm yolu?

Çözüm: Denklemin her iki tarafı bs ile çarpılırsa $b\sqrt[x]{b+s} + s\sqrt[x]{b+s} = bs\sqrt[x]{s}$ ve

$\sqrt[x]{b+s}(b+s) = bs\sqrt[x]{s}$ olup sol taraf $b+s$ ve sağ taraf s kök içine alınarak,

$\sqrt[x]{(b+s)^{x+1}} = b\sqrt[x]{s^{x+1}}$ ve denklemin her iki tarafı x 'inci kuvveti alınarak,

$(b+s)^{x+1} = b^x s^{x+1}$ ve her iki taraf s^{x+1} ile bölünerek, $\frac{(b+s)^{x+1}}{s^{x+1}} = b^x$ elde edilir. Sol

tarafda pay ve paydanın aynı kuvveti alındığından pay ve payda aynı kuvvet altında

yazıldığında, $\left(\frac{b+s}{s}\right)^{x+1} = b^x$ ve $\left(\frac{b}{s} + 1\right)^{x+1} = b^x$ olup her iki tarafın $x+1$ 'inci kuvvetten

kökü alınarak, $\frac{b}{s} + 1 = \sqrt[x+1]{b^x}$ ve buradan $\frac{b}{s} = \sqrt[x+1]{b^x} - 1$ ve $s = \frac{b}{\sqrt[x+1]{b^x} - 1}$ bulunur.

49. b, c 'nin kareleri toplamının, farklarıyla çarpımını, kareleri arasındaki farka bölünüz. Ondan sonra, bunların çarpımlarının iki katını, toplamlarına bölünüz. Bölümler toplamının b ile c toplamına eşit çıkacağını gösteriniz.

Çözüm: İfadede lazım geldiği üzere, bu iki bölümün toplamı, $\frac{(b^2 + c^2)(b - c)}{b^2 - c^2} + \frac{2bc}{b + c}$ den ibaret olup birinci kesrin payı çarpanlarına ayrılarak, $\frac{(b^2 + c^2)(b - c)}{(b + c)(b - c)} + \frac{2bc}{b + c}$ ve düzenlenerek $\frac{b^2 + c^2}{b + c} + \frac{2bc}{b + c}$ ve toplanarak $\frac{b^2 + c^2 + 2bc}{b + c}$ elde edilir. Payda tam kare olduğundan yerine eşiti konulup sadeleştirilerek $\frac{(b + c)^2}{b + c} = b + c$ bulunur.

50. $(b + c)^2$ ile $(b - c)^2$ nin çarpımını bulunuz.

Çözüm: Bir çarpımın karesi, çarpılanların kareleri çarpımına eşit olduğundan $(b + c)^2(b - c)^2 = \{(b + c)(b - c)\}^2$ ve buradan $(b + c)^2 \times (b - c)^2 = \{b^2 - c^2\}^2$ bulunur.

51. $s^2 + a^2 + 2sa - 1$ in $s + a - 1$ ile bölümünü bulunuz.

Çözüm: Bölünen ilk 3 terimi, tam kare olduğundan yerine eşiti konulduğunda $\frac{(s + a)^2 - 1}{s + a - 1}$ ve pay çarpanlarına ayrılır ve sadeleştirilirse, $\frac{(s + a + 1)(s + a - 1)}{s + a - 1} = s + a + 1$ bulunur.

52. Birisi diğerine çantasındaki paranın miktarını sormuş, o da cevaben "Çantamdaki paramı bulmak için mevcut paranın dörtte üçüne, üç eklenmelidir." demiş olduğuna göre paranın miktarını bulunuz.

Çözüm: Mevcut para s ile gösterilerek $s = \frac{3s}{4} + 3$ basit denklemi oluşturularak ve her iki taraf 4 ile çarpılarak, $4s = 3s + 12$ ve $s = 12$ bulunur.

53. (Aritmetik) Farkları 36 ve büyüğü küçüğün 5 katına eşit olan iki sayıyı bulunuz.

Çözüm: Mademki büyük sayı küçüğün 5 katı, yani 5 tane küçük sayı ediyormuş, o halde bu sayıdan bir tane küçük sayı çıkarsa 4 küçük sayı kalır ki o da soruya göre 36 sayısına eşittir. Şimdi bir sayının 4 katı 36 ederse o sayının kendisi $\frac{36}{4} = 9$ edecektir. Büyük sayı ise bunun 5 katına eşit olduğundan $9 \times 5 = 45$ olur. Gerçekten $45 - 9 = 36$ eder ki istenen ispatlanmış olur.

54. Bir kimse tanesi 7 paradan satmak üzere pazara bir sepet yumurta getiriyor. Yolda bunların 5 tanesi kırılıyor. Bu defa tanesi 8 paradan satarsa eline aynı miktarda para geçeceğini hesap etmiş oluyor, acaba sepette kaç yumurta vardır?

Çözüm: 5 yumurtanın kırılmasından dolayı 7'şer paradan $5 \times 7 = 35$ para zarar etmiş olur ki, bu zararını gidermek için geriye kalan yumurtalara 1'er para eklemek yeterli oluyormuş. Demek ki, geriye 35 adet yumurta kalmış. O halde sepette mevcut yumurtaların sayısı, kırılanlar ile beraber 40 taneymiş.

Ortaokul Kısım

Aritmetik

55. Bir baba ölüm anında çocuklarından her birine 18400 kuruş miras bırakıyor. Daha sonra bu çocuklardan biri de vefat ederek hissesi diğer kardeşlerine dağıtılıyor. Bu dağıtım üzerine çocukların her birine 27600 kuruş düştüğüne göre babanın bıraktığı paranın miktarı ve çocukların sayısı nedir?

Çözüm: Mademki çocukların birinin ölümü üzerine hissesi diğer kardeşlerine pay edilmiş ve her birine 27600 kuruş düşmüş, o halde her biri önceki hisselerinden $27600 - 18400 = 9200$ kuruş fazla almış demektir. Şimdi bu miktar, önceki hisseleri olan 18400'de kaç defa var ise ölen çocuğun parası o kadar hisseye ayrılmış ve bu nedenle hayatta da o kadar çocuk varmış demektir. O halde hayatta olanlar $\frac{18400}{9200} = 2$ çocuk olup, ölenle beraber üç kardeşirler. Babalarının bıraktığı miktara gelince, her

birine 18400 kuruş düştüğüne göre 3 çocuğa $18400 \times 3 = 55200$ kuruş düşer ki toplam da bundan oluşur.

56. Bir sayının iki katıyla üçte biri arasındaki fark 15 olduğuna göre bu sayı nedir?

Çözüm: Aranılan sayının iki katından $\frac{1}{3}$ katı çıkarsa 15 ediyormuş. Yani $2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$ katı 15 sayısına eşitmiş. İstenen sayının $\frac{5}{3}$ katı 15 ederse $\frac{1}{3}$ 'ü $\frac{15}{5} = 3$ ve üç katı $3 \times 3 = 9$ eder ki aranılan sayı bundan ibarettir. Sorunun doğruluğunu araştırırsak, $2 \times 9 - \frac{9}{3} = 18 - 3 = 15$ olup, istenen ispat edilmiş olur.

57. Bir çoban 5950 kuruşa satın aldığı 35 koyunu daha sonra 7350 kuruşa satmış olsa koyun başına kaç para kazanmış olur?

Çözüm: 35 koyunu 7350 kuruşa sattığı için koyunlardan $7350 - 5950 = 1400$ kuruş kazanmıştır. Şimdi koyun başına kazandığı miktarı bulmak için 35 sayısının 1400'de kaç defa var olduğu aranmalıdır. O halde $1400 : 35 = 40$ bulunur ki koyun başına 40 kuruş kazandığı anlaşılır.

58. Bir senede aldığı maaşların toplamı 4200 kuruş eden bir memur, yirmi kuruşta birini emekli sandığına bıraksa, her ay bu memurun eline kaç kuruş geçer.

Çözüm: İlk önce bir senede oluşan 4200 kuruştan ne kadar miktarının emekli sandığına bırakıldığını bulalım. Bunun için 4200 içinde ne kadar 20 sayısı vardır bunu arayalım. $4200 : 20 = 210$ eder ki emekli sandığına 20 kuruştan 1 kuruş verileceğinden 4200 kuruş için bu kişi 210 kuruş bırakmış demektir. Geriye $4200 - 210 = 3990$ kuruş kalır. Bu parayı 12 bölüme ayırır isek bir ayda eline geçen paranın miktarı bulunur. O halde $3990 : 12 = 332,56$ kuruş kadar bir para her ay eline geçecektir. (Doğru cevap: 332,50 olmalıydı.)

59. Her yüz tanesi 4 kuruştan 1000 deftere kaç kuruş verilmesi gerekir?

Çözüm: 1000 defter içinde kaç defa 100 defter var ise o kadar 4 kuruş verilecektir. O halde $\frac{1000}{100} = 10$ ve buradan $10 \times 4 = 40$ kuruş eder.

Diğer yolla çözümü: 100 tanesi 4 kuruş ederse bir tanesi doğal olarak $\frac{4}{100}$ kuruş edecektir. Bir tanesinin fiyatı $\frac{4}{100}$ olduğuna göre 1000 tanesi $\frac{4}{100} \times 1000 = 40$ kuruş edecektir.

60. Bir kitapçı 12 düzine kurşun kalem satın alarak buna 25 kuruş vermiş ve her kurşun kalemi 10 paraya satarak hepsini elden çıkarmış olsa, kaç para kazanmış olur.

Çözüm: Her birini 10 paraya sattığına göre bir düzinede 12 adet kalem mevcut olduğundan $10 \times 12 = 120$ para veya 3 kuruş ve 12 düzinede $12 \times 3 = 36$ kuruş elde edecektir. Halbuki kitapçı 12 düzine kaleme 25 kuruş verip de almış olduğuna göre o halde $36 - 25 = 11$ kuruş kâr etmiş demektir. (1 kuruş = 40 para)

61. $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{8}{11}$ kesirlerini 6 kez küçültünüz.

Çözüm: Bir kesri küçültmek için o kesrin paydasını verilen sayıyla çarpmak yeterlidir. O halde sırayla verilen kesirlerin 6'şar kez küçültülmüş değerleri, $\frac{2}{18}, \frac{3}{30}, \frac{8}{66}$ olur.

62. Bir saatin $\frac{1}{6}$ 'sı kaç dakikadır?

Çözüm: Bir saat 60 dakika olduğundan bunun $\frac{1}{6}$ 'sı saatin $\frac{1}{6}$ 'sı demektir. O halde $\frac{60}{6} = 10$ dakikadır.

63. 20 kuruşun $\frac{3}{5}$ 'i kaç kuruştur.

Çözüm: $\frac{20 \times 3}{5} = \frac{60}{5} = 12$ kuruştur.

64. (Geometri) Bir dik üçgenin dar açılarından biri 60° olur ise diğer dar açı kaç dereceliktir?

Çözüm: Bir dik üçgende, dar açılardan biri diğerinin tümleri olduğundan, $90-60=30$ 'dur.

Sorularımız

Lise Kısmı

Fizik

- İki cisim 7841,92 metrelik bir yükseklikten 10 saniye ara ile aşağıya bırakılsa birinci cisim yeryüzüne vardığı zaman, acaba bu iki cisim arasında ne kadar mesafe vardır? (yer çekim ivmesi 9,8024 m kabul edilmiştir.)
- Aynı yükseklikten 10 saniye ara ile aşağıya bırakılan iki cisimden birincisi zemine vardığı anda ikinci cismin zemine varması için daha 3430,84 metrelik bir mesafenin alınması gerekli iken, söz konusu yükseklik ile düşüş süresini belirleyiniz.

Cebir

- $50s^2 + 144sa - 18a^2$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.
- $\sqrt{h^2 - \left(\frac{b(1-h^2)}{s} - 1\right)^2}$ ifadesinin düzenlenerek $\frac{\sqrt{1-h^2}}{s} \times \sqrt{b^2h^2 - (b-s)^2}$ haline getirilmesi.
- 3125 kuruş birkaç kişi arasında bölüştürülmüş. Herkese mevcut kişi sayısı kadar beş kuruş düştüğü biliniyorken, mevcut paranın kaç kişi arasında bölündüğünü ve herkesin payını bulunuz.
- $(s + \sqrt{s})(a + \sqrt{a}) = 72$, $sa = 36$ denkleminin çözümünü bulunuz.

Trigonometri

- $\tan s \cdot \tan b = 1$ olur ise $k \cdot s = (90 - b) \cdot k$ olacağını ispat ediniz.

- Çember üzerinde bir dörtgenin açıları b, c, a, h ile gösterildiğine göre, $\tan \frac{b}{2} + \tan \frac{c}{2} + \tan \frac{a}{2} + \tan \frac{h}{2}$ ifadesini logaritması alınabilir bir hale dönüştürünüz.

Geometri

- İç açılar toplamı 94 tane dik açı olan bir çokgenin kaç kenarı olduğunu bulunuz.
- Dış açıları 30'ar derece olan bir düzgün çokgenin kaç kenarı olduğunu bulunuz.
- Bir çemberde birbirine dik olan iki kirişin 4 parçasının kareleri toplamı, çapın karesine eşit olur. İkinci olarak, kesişim noktası sabit kalmak üzere kirişlerin yeri değişse bile yine söz konusu iki kirişin kareleri toplamı sabittir, yani bir sabite eşittir.

Aritmetik

- Ünlü matematikçi Pisagor'a, "Kaç öğrenciniz vardır?" diye sormuşlar. Cevaben "Öğrencilerimin yarısı, matematik ve kalanın yarısı fizik bilgisi ve yedide biri felsefe tahsili yapıyorlar. Ve üç de bayan vardır." demiş olduğuna göre mevcut öğrenci miktarını bulunuz.
- Birkaç kişi arasında bölüştürülen bir meblağdan her birinin hissesine 800 kuruş isabet etmiş. Bu 800 kuruş, söz konusu meblağın $\frac{5}{21}$ 'inin $\frac{3}{10}$ 'una eşitmiş. Söz konusu paranın miktarıyla kaç kişi arasında bölüştürüldüğünü araştırınız.

Ortaokul Kısım

- Bir babanın yaşı, oğlunun yaşının 7 katı ve ikisinin yaşları toplamı 40 olduğuna göre baba ve oğlunun yaşlarını bulunuz.
- Bir kimse, 5695 kuruş sermaye ile dükkan açar. Her ay 398 kuruş gelir aldığı 415 kuruş masraf ettiği takdirde kaç sene sonunda genel sermayeyi tüketecektir.
- Kendisinden $17\frac{3}{5}$ çıkarıldığında $26\frac{4}{7}$ kalan sayı, nedir?
- Üç işçi birlikte çalıştıklarında bir işi 6 günde tamamlıyorlar. Birincisi yalnız çalışır ise 18 günde, ikincisi 16 günde tamamlıyorlar. Acaba üçüncüsü bir günde işin ne kadarını bitirebilecektir.

Geometri

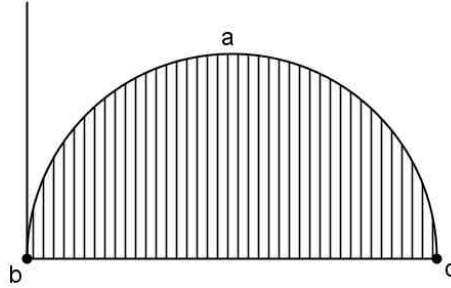
- Her düzgün çokgenin bir iç açısı ile bir merkez açısı birbirinin bütünleri olacağını bulunuz.

Sayı-4

bca Yarım Çemberinin bc Çapı Üzerine Çizilen Dikmelerin

Uzunluklarının Ortalaması Sabittir

bc çapı üzerine çizilen dikmelerin uzunluklarını sırasıyla $h_0, h_1, h_2 \dots h_n$ ile gösterirsek söz konusu ortalama $\frac{h_0 + h_1 + h_2 + \dots + h_n}{n}$ den ibaret olacaktır. Çap bu şekilde, sonsuz bölümlere ayrılacağından her iki dikme arasındaki mesafe k ile gösterilir ve istenen ortalamayı veren kesrin belirlenen değerini bulabilmek için pay ve payda k ile çarpılarak, $\frac{k.(h_0 + h_1 + h_2 + \dots + h_n)}{k.n}$ yazılır.



Ancak, paydaki $kh_0, kh_1 \dots$ ifadeleri, sırasıyla teşkil edilen sonsuz küçük dikdörtgenlerin alanlarını gösterdiklerinden, toplamaları alınacak olursa, doğal olarak yarım dairenin alanına ve paydadaki kn ifadesi de n adet k dan birleşerek oluşan çapı göstermesi sebebiyle, ifadenin son hali buna göre düzenlenerek söz konusu kesrin

$$\frac{\frac{1}{2}\pi r^2}{2r} = \frac{1}{4}\pi r \text{ sabit değerine sahip olduğu görülür.}$$

Şimdi bu durum, arzuya göre bir elipsin büyük yayı üzerine çizilen dikmelere uygulanacak olursa, doğal olarak yarım daire yüzeyi yerine, elipsin yarı yüzeyi ve çap

yerine de elipsin büyük yayı konulacaktır. Büyük yay $2b$, küçük yay $2c$ ile gösterildiğine göre elipsin alanı πbc olduğundan söz konusu kesir, $\frac{\frac{1}{2}\pi bc}{2b} = \frac{1}{4}\pi c$ sabit değerine eşit olur. Aynı yöntem ile, küçük yay üzerine çizilen dikmeler hakkında da, $\frac{\frac{1}{2}\pi bc}{2c} = \frac{1}{4}\pi b$ sabit değeri elde edilir. Bu yayın kendi düzlemiyle herhangi bir θ açısı meydana getiren diğer bir düzlem üzerindeki izdüşümünü alalım. Söz konusu izdüşüm, $\frac{1}{4}\pi r \cos \theta$ dan ibaret olup çemberin çevresinin bu düzlem üzerindeki izdüşümünün, bir elipsten ibaret olduğu ve bu nedenle $\frac{1}{4}\pi r \cos \theta = \frac{1}{4}\pi c$ bulunur ki buradan çap üzerine çizilen dikme uzunluklarının ortalamasını veren yayın izdüşümü, elipste büyük yay üzerine çizilen dikme uzunluklarının ortalamasını veren sabit değere eşit olduğu görülür.

Mustafa Salim

Lise Kısmı

Fizik Bilgisi

Dik kesiti 2 dm^2 olan silindir bir kaba sırasıyla cıva ile su konulsa ve cıvanın miktarı 54,4 ve suyun miktarı 4 kg olsa, bundan sonra da 2,6 kg ağırlığında bir demir parçası atılsa, kabın dibinden itibaren önce cıvanın seviyesine, sonra da suyun seviyesine kadar olan yüksekliği bulunuz. Bu yükseklikler demirin bırakılmasından sonra değişeceğinden, bu değişimden sonra olan yükseklikler de hesaplanacaktır.

Çözüm Yolu: Cıvanın yoğunluğu 13,6 , demirin yoğunluğu 7,8 alınacaktır.

Suyun yoğunluğu doğal olarak 1 dir. Şimdi 54,4 kg cıvanın hacmi $\frac{54,4}{13,6} = 4 \text{ dm}^3$ olur.

Kabın zemini 2 dm^2 olduğuna göre cıvanın işgal edeceği hacmin yüksekliği $\frac{4}{2} = 2 \text{ dm}$ olması gerekir. İkinci olarak 4 kg su 4 dm^3 hacminde bir yer işgal eder. Bunun söz konusu kaptaki yüksekliği keza $\frac{4}{2} = 2 \text{ dm}$ olup, cıvanın yüksekliğine ilave olursa suyun yüksekliği $2+2=4 \text{ dm}$ olur. Gelelim demir parçasına; demirin yoğunluğu 7,8 yani cıva ile suyun kiler arasında olduğundan batırılma halinde cıva ile suyun arasındaki sınır

muallak duracaktır. Cıvanın içine batırılmış olan kısmının hacmini s ile göstersek, suyun içinde kalan $\frac{2,6}{7,8} - s$ hacminde olur. Arşimet Kanununa göre demir parçasının

ağırlığı yer değiştiren her iki cins sıvının ağırlıkları toplamına eşit olacağından

$2,6 = 13,6 \times s + 1 \times \left(\frac{2,6}{7,6} - s \right)$ denklemi meydana gelir. Buradan

$s = \frac{2,6 \times 3}{3 \times 13,6 - 3} = \frac{6,8}{37,8} = 0,18$ yani $s = 0,180 \text{ dm}^3$ olur. Bu takdirde cıvanın içindeki demir

parçasıyla suyun hacmi $4 + 0,18 = 4,18$ ve yüksekliği $\frac{4,18}{2} = 2,09 \text{ dm}$ olup suyun

yüksekliğine gelince cıvanın, suyun ve demirin hacimleri toplamı olan $\left(4 + 4 + \frac{2,6}{7,8} \right)$

sayısı, zeminin 2 dm^2 oluşuna göre 2'ye bölümünden meydana gelir ki hesap sonunda

$\left(8 + \frac{1}{3} \right) \times \frac{1}{2} = 4,1666000$ çıkar ki dm cinsinden suyun seviyesinin dipten itibaren

yüksekliği gösterir. Birinci yolla cevap: cıvanın seviyesi 2, suyun 4, demir batırıldığı takdirde cıvanın seviyesi 2,09 , suyunki ise 4,166 dm yüksekliğinde olur.

Teorik Hesap

x bir tam sayı olduğunda $x^3 + 11x$ daima 6'ya tam bölünür. Çünkü $x^3 + 11x$ ifadesini $x(x^2 + 11)$ çarpımlar şekline dönüştürüp, 6'nın asal çarpanları olan 2 ve 3'e tam bölündüğünü araştıralım. x ya çifttir ya tektir. Çift ise 2'ye bölünmekle beraber 3'e göre $3k \mu 1$ şeklinde olacağından $x^2 = 3k_1 + 1$ ve $x^2 + 11 = 3k_1 + 1 + 11 = 3k_2$ olur. Yani x çift olduğu takdirde $x(x^2 + 11)$ ifadesinde birinci çarpan ikiye, ikincisi üçe tam bölünür. O halde söz konusu ifade altıya tam bölünür. x 'in tek olduğu durumda, kendisi $3k$ veya $3k \mu 1$ olur. $3k$ olursa istenene uygun olur, eğer $3k$ değilse, kendisi $3k \mu 1$ ve karesi $3k_1 + 1$ şeklinde olacağından $x^2 = 3k_1 + 1$ ve $x^2 + 11 = 3k_1 + 1 + 11 = 3k_2$ olacağı gibi kendisi tek olduğu için karesi olan x^2 de tek ve bundan dolayı $x^2 + 11$ toplamı çift olur ki, x tek olduğu halde ister $3k$ isterse $3k + 1$ olsun her durumda $x^2 + 11$ çarpanı hem $3k$ hem de çift yani $2k$ olmakla 6'ya tam bölünmüş olur.

b gibi herhangi bir tam sayının b^x , b^{x+4} kuvvetlerini gösteren sayıların son basamakları aynı rakamdan oluşur.

Çözüm Yolu: Bu iki kuvvetin son rakamları mademki eşit olacaktır, o halde aralarındaki farkın son rakamı sıfır olur. Bu nedenle $(b^{x+4} - b^x)$ ifadesi $10k$ veya $k(5 \times 2)$ olacaktır. Bundan anlaşılır ki, b^{x+4} ile b^x sayılarının birler basamağındaki rakamlarının birbirine eşit olması için $(b^{x+4} - b^x)$ ifadesinin 5 ve 2 ile tam bölündüğünü ispat etmek gerekir.

Öncelikle iki ile tam bölünmeyi arayalım: Bunun için $(b^{x+4} - b^x)$ ifadesini $b^x(b^4 - 1)$ şekline dönüştürelim. Burada b çift ise ikinin katı demek olacağından aranan ispatlanmış olur. Tek ise b^x de tek olup, bundan dolayı $b^4 - 1$ çift olacağından yine aranan ispatlanmış olur.

İkinci olarak 5 ile tam bölünme: b , 5'in katı ise aranan ispatlanmış olur. Katı değil ise 5'in katı olmayan sayılar 5'e göre ya $5k \pm 1$ ya da $5k \pm 2$ şeklinde olduğuna göre bu 4 ihtimal b için de vardır. Şimdi $b = 5k \pm 1$ ise $b^2 = 5k_1 + 1$ ve bu nedenle b^4 de $5k_2 + 1$ olacağından $b^4 - 1 = 5k_2 + 1 - 1$ yani $5k_2$ olup, sonuç olarak $b^x(b^4 - 1)$ ifadesi 5'in katı olmuş olur. Şayet $b = 5k \pm 2$ ise her iki tarafın karesi alındığında $b^2 = 5k_1 + 4$ ve $b^4 = 5k_2 + 1$ olur ki bu takdirde de $b^4 - 1 = 5k_2$ olur yani her halde $b^4 - 1$ ifadesi 5'in katıdır. Kısacası $b^4 - 1$ ifadesi daima 5 ve 2'nin yani 10'un katı olmak zorundadır. Demek ki, $b^x(b^4 - 1)$ ya da onun dengi $(b^{x+4} - b^x)$ ifadesi 10'un katı yani sonu sıfır olup aranan ispatlanmış olur.

Mustafa Nuri

65. (Fizik) İki cisim 7841,92 metrelik bir yükseklikten 10 saniye ara ile aşağıya bırakılsa birinci cisim yeryüzüne vardığı zaman, acaba bu iki cisim arasında ne kadar mesafe vardır? (yer çekim ivmesi 9,8024 m kabul edilmiştir.)

Çözüm: 1. cismin düşüş süresini hesap edelim. Mesafenin $m = \frac{1}{2}cx^2$ kuralından x yalnız bırakılınca $x^2 = \frac{2m}{c}$ ve kök alınarak $x = \sqrt{\frac{2m}{c}}$ bulunup, bu kuralda da $m=7841,92$, $c=9,8024$ olarak bilindiğinden, yerlerine konulmasıyla

$x = \sqrt{\frac{2 \times 7841,92}{9,8024}} = \sqrt{1600} = 40$ elde edilir. Halbuki 2. cisim 10 saniye farkla bırakıldığından 1. cisim yeryüzüne vardığı zaman ancak 30 saniyelik bir mesafe kat etmiş olacaktır. Buna göre alınan mesafe l ile gösterilerek, $l = \frac{1}{2}c \times x^2$ kuralından $c=9,8024$ ve $x=30$ yerine konulmasıyla, $l = \frac{1}{2} \times 9,8024 \times 30^2$, $l = 4411,08$ m bulunur. Bu nedenle aranılan mesafe, $7841,92 - 4411,08 = 3430,84$ metreden oluşur.

66. Aynı yükseklikten 10 saniye ara ile aşağıya bırakılan iki cisimden birincisi zemine vardığı anda ikinci cismin zemine varması için daha 3430,84 metrelik bir mesafenin alınması gerekli iken, söz konusu yükseklik ile düşüş süresini belirleyiniz.

Çözüm: 1.cisim x saniyede düşerse 2.cisim $x-10$ saniyelik bir mesafe kat etmiş olacaktır. O halde $\frac{1}{2}cx^2$ 1.cisim, $\frac{1}{2}c(x-10)^2$ ise 2.cismin kat ettikleri mesafeler olmakla, bunlar arasındaki fark, soruda var olan 3430,84 m olacaktır. Şimdi $\frac{1}{2}cx^2 - \frac{1}{2}c(x-10)^2 = 3430,84$ denklemini oluşturulur. Buradan $\frac{1}{2}cx^2 - \frac{1}{2}c(x^2 - 20x + 100) = 3430,84$ ve $\frac{1}{2}cx^2 - \frac{1}{2}cx^2 + 10cx - 50c = 3430,84$ ve düzenlenirse $10c(x-5) = 3430,84$ ve buradan $x-5 = \frac{343,084}{9,8024}$, $x = \frac{343,084}{9,8024} + 5 = 40$ bulunur. Şimdi 40 saniyede 1.cismin kat ettiği mesafe, $\frac{1}{2}cx^2 = \frac{1}{2} \times 9,8024 \times 40^2$ ve $m = 4,192 \times 1600 = 7841,92$ metredir.

67. (Cebir) $50s^2 + 144sa - 18a^2$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

Çözüm: $144sa = 150sa - 6sa$ konulmasıyla $50s^2 - 6sa + 150sa - 18a^2$ ve $2s(25s - 3a) + 6a(25s - 3a)$ ve buradan $(25a - 3a)(2s + 6a)$ bulunur.

68. $\sqrt{h^2 - \left(\frac{b(1-h^2)}{s} - 1\right)^2}$ ifadesinin düzenlenerek $\frac{\sqrt{1-h^2}}{s} \times \sqrt{b^2h^2 - (b-s)^2}$ haline getirilmesi.

Çözüm: Kökün içi, iki kare farkı olduğundan yerlerine kareköklerinin toplamlarıyla farklarının çarpımı yazılarak,

$$\sqrt{\left(h + \frac{b(1-h^2)}{s} - 1\right)\left(h - \frac{b(1-h^2)}{s} + 1\right)} \quad \text{ve} \quad \text{dağıtılarak}$$

$$\sqrt{\frac{sh + b(1-h^2) - s}{s} \times \frac{sh - b(1-h^2) + s}{s}} \quad \text{ve} \quad \sqrt{\frac{b(1-h^2) - s(1-h)}{s} \times \frac{s(1+h) - b(1-h^2)}{s}} \quad \text{ve}$$

buradan $\sqrt{\frac{(1-h)[b(1+h) - s](1+h)[s - b(1-h)]}{s^2}}$

$$\sqrt{\frac{1-h^2}{s^2}} \sqrt{(b(1+h) - s)(s - b(1-h))} \quad , \quad \frac{\sqrt{1-h^2}}{s} \sqrt{(b + bh - s)(s - b + bh)} \quad \text{ve}$$

$$\frac{\sqrt{1-h^2}}{s} \sqrt{(bh + (b-s))(bh - (b-s))} \quad \text{ve buradan} \quad \frac{\sqrt{1-h^2}}{s} \sqrt{b^2h^2 - (b-s)^2} \quad \text{bulunur.}$$

69. 3125 kuruş birkaç kişi arasında bölüştürülmüş. Herkese mevcut kişi sayısı kadar beş kuruş düştüğü biliniyorken, mevcut paranın kaç kişi arasında bölündüğünü ve herkesin payını bulunuz.

Çözüm: Kişi sayısı s ile gösterilse herkesin alacağı para $5s$ ve mevcut meblağ ise $5s \times s$ kadardır. O halde, $5s^2 = 3125$ $s^2 = 625$ $s = 25$ bulunur.

70. $(s + \sqrt{s})(a + \sqrt{a}) = 72$, $sa = 36$ denkleminin çözümünü bulunuz.

Çözüm: Birinci denklemden, $sa + s\sqrt{a} + a\sqrt{s} + \sqrt{sa} = 72$ ve $sa + \sqrt{sa} + \sqrt{sa}(\sqrt{s} + \sqrt{a}) = 72$ bulunur. Ancak, $sa = 36$, $\sqrt{sa} = 6$ olduğundan, yerlerine konulduğunda, $42 + 6(\sqrt{s} + \sqrt{a}) = 72$ ve $\sqrt{s} + \sqrt{a} = 5$ bulunur. Şimdi, bu denklem düzenlense $s + a + 2\sqrt{sa} = 25$ ve $\sqrt{sa} = 6$ konulmasıyla $s+a=13$ bulunur. s, a bilinmeyenlerinin toplamlarıyla çarpımları bir ikinci derece denklemin köklerini, söz

konusu bilinmeyenleri göstereceğinden $d^2 - 13d + 36 = 0$ denkleminde, bilinen kurala göre $d = \frac{13}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 - 36}$, $d = \frac{13}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}}$ veya $d = \frac{13}{2} \pm \frac{5}{2}$ ve buradan $s=9$, $a=4$ veya $s=4$, $a=9$ değerleri bulunmuş olur.

71. $\tan s \cdot \tan b = 1$ olur ise $k \cdot s = (90 - b) \cdot k$ olacağını ispat ediniz.

Çözüm: Gerçekten verilen ifadeden $\tan s = \frac{1}{\tan b}$ veya $\frac{1}{\tan b} = \cot b$

olduğundan $\tan s = \cot b$ bulunur. Bu takdirde s yayının tanjantı, b yayının tümleyeninin tanjantına eşit olduğu için bu iki yay birbirinin tümleyeni olacağından, doğal olarak birinin katı diğerinin tümleyeninin katına eşit olur.

72. Çember üzerinde bir dörtgenin açıları b, c, a, h ile gösterildiğine göre, $\tan \frac{b}{2} + \tan \frac{c}{2} + \tan \frac{a}{2} + \tan \frac{h}{2}$ ifadesini logaritması alınabilir bir hale dönüştürünüz.

Çözüm: Söz konusu dörtgenin karşılıklı açılarını b, c ve a, h ile gösterelim. Dörtgenin köşeleri çember üzerinde olduğundan karşılıklı açılar toplamı 180° ye eşittir. O halde, $b + c = 180^\circ$, $a + h = 180^\circ$ veya $\frac{b}{2} + \frac{c}{2} = 90^\circ$, $\frac{a}{2} + \frac{h}{2} = 90^\circ$ bulunur. Şimdi,

$$\tan \frac{b}{2} = \frac{\sin \frac{b}{2}}{\cos \frac{b}{2}} , \quad \tan \frac{c}{2} = \frac{\sin \frac{c}{2}}{\cos \frac{c}{2}} \quad \text{ifadeleri} \quad \text{taraf} \quad \text{tarafa} \quad \text{toplanarak,}$$

$$\tan \frac{b}{2} + \tan \frac{c}{2} = \frac{\sin \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2} + \cos \frac{b}{2} \sin \frac{c}{2}}{\cos \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2}} \quad \text{ve bilinen kurala göre pay, } \sin \left(\frac{b}{2} + \frac{c}{2} \right) \text{ nin}$$

$$\text{genişletilmesi} \quad \text{olduğundan,} \quad \tan \frac{b}{2} + \tan \frac{c}{2} = \frac{\sin \left(\frac{b}{2} + \frac{c}{2} \right)}{\cos \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2}} \quad \text{ve} \quad \text{paydaki}$$

$$\frac{b}{2} + \frac{c}{2} = 90^\circ \text{ olduğundan} \quad \text{bu} \quad \text{miktarın} \quad \text{sinüsü} \quad \text{de} \quad 1\text{'e} \quad \text{eşit} \quad \text{olduğundan,}$$

$$\tan \frac{b}{2} + \tan \frac{c}{2} = \frac{1}{\cos \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2}} \quad \text{bulunur. Bunun gibi} \quad \tan \frac{a}{2} + \tan \frac{h}{2} = \frac{1}{\cos \frac{a}{2} \cos \frac{h}{2}}$$

bulunacağından, bu iki ifade taraf tarafa toplanarak,

$$\tan \frac{b}{2} + \tan \frac{c}{2} + \tan \frac{a}{2} + \tan \frac{h}{2} = \frac{1}{\cos \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2}} + \frac{1}{\cos \frac{a}{2} \cos \frac{h}{2}} \quad \text{ve}$$

$$\tan \frac{b}{2} + \tan \frac{c}{2} + \tan \frac{a}{2} + \tan \frac{h}{2} = \frac{2}{2 \cos \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2}} + \frac{2}{2 \cos \frac{a}{2} \cos \frac{h}{2}} \quad \text{olup}$$

$$\cos \frac{b}{2} = \sin \frac{c}{2} \quad \text{ve} \quad \cos \frac{h}{2} = \sin \frac{a}{2} \quad \text{yerine konulmasıyla,}$$

$$\tan \frac{b}{2} + \tan \frac{c}{2} + \tan \frac{a}{2} + \tan \frac{h}{2} = \frac{2}{2 \sin \frac{c}{2} \cos \frac{c}{2}} + \frac{2}{2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2}} \quad \text{olur. Ayrıca}$$

$$2 \sin \frac{c}{2} \cos \frac{c}{2} = \sin c, \quad 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2} = \sin a \quad \text{oldukları trigonometrik olarak}$$

$$\text{bilindiğinden, yerlerine konularak,} \quad \tan \frac{b}{2} + \tan \frac{c}{2} + \tan \frac{a}{2} + \tan \frac{h}{2} = \frac{2(\sin c + \sin a)}{\sin c \sin a}$$

bulunur. İki sinüs toplamını logaritması alınabilir bir hale dönüştürmeye bağlı olarak

$$\sin c + \sin a = 2 \sin \frac{c+a}{2} \cos \frac{c-a}{2} \quad \text{kuralına göre bu sonuç düzenlenerek,}$$

$$\tan \frac{b}{2} + \tan \frac{c}{2} + \tan \frac{a}{2} + \tan \frac{h}{2} = \frac{4 \sin \frac{c+a}{2} \cos \frac{c-a}{2}}{\sin c \sin a} \quad \text{elde edilir.}$$

73. İç açılar toplamı 94 tane dik açı olan bir çokgenin kaç kenarı olduğunu bulunuz.

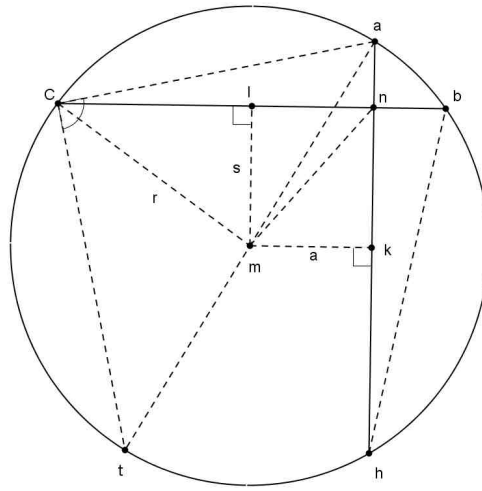
Çözüm: Bir çokgenin iç açıları toplamı söz konusu çokgenin kenar sayısının iki eksiğinin iki adet dik açı katına eşit olduğundan, aranan kenar sayısını s ile göstererek, $(s-2) \times 2 \times 90 = 94 \times 90$ ifadesi oluşturulur ve her iki taraf 2×90 ile bölündüğünde, $s-2=47$ ve buradan $s=49$ bulunur.

74. Dış açıları 30'ar derece olan bir düzgün çokgenin kaç kenarı olduğunu bulunuz.

Çözüm: Her çokgende dış açıları toplamı 4 adet dik açıya eşit olduğu geometrice bilinmektedir. Ayrıca verilen çokgen bir düzgün çokgen olduğundan dış açıları birbirine

eşittir. O halde toplamaları 4 dik açı eden ve kendileri 30'ar derece olan bu açılarının sayısı kolaylıkla $\frac{360}{30}=12$ olacağını ve bundan düzgün çokgenin de 12 kenarı olduğu bulunmuş olunur.

75. Bir çemberde birbirine dik olan iki kirişin 4 parçasının kareleri toplamı, çapın karesine eşit olur. İkinci olarak, kesişim noktası sabit kalmak üzere kirişlerin yeri değişse bile yine söz konusu iki kirişin kareleri toplamı sabittir, yani bir sabite eşittir.



Çözüm: Öncelikle, $\overline{cn}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 + \overline{an}^2 = (2r)^2$ sonra $\overline{bc}^2 + \overline{ha}^2$ nin sabit bir sayıya eşit olacağını ispat edeceğiz.

$cn = cl + ln$, $bn = cl - ln$, $hn = ak + kn$, $an = ak - kn$ ve $ln = a$, $kn = s$ yerine konulmasıyla $cn = cl + a$, $bn = cl - a$, $hn = ak + s$, $an = ak - s$ ve bu ifadeler düzenlenip, $\overline{cn}^2 = \overline{cl}^2 + a^2 + 2cl \times a$, $\overline{bn}^2 = \overline{cl}^2 + a^2 - 2cl \times a$, $\overline{hn}^2 = \overline{ak}^2 + s^2 + 2ak \times s$, $\overline{an}^2 = \overline{ak}^2 + s^2 - 2ak \times s$ ve taraf tarafa toplanarak,

$\overline{cn}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 + \overline{an}^2 = 2(\overline{cl}^2 + s^2) + 2(\overline{ak}^2 + a^2)$ ve $\overline{cl}^2 + s^2 = r^2$, $\overline{ak}^2 + a^2 = r^2$ konulmasıyla,

$\overline{cn}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 + \overline{an}^2 = 2r^2 + 2r^2$ ve buradan $\overline{cn}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 + \overline{an}^2 = 4r^2$ bulunur. İkinci olarak $cb = 2cl$, $ha = 2ak$ ve

düzenlenerek, $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4(\overline{cl}^2 + \overline{ak}^2)$ ve $\overline{cl}^2 = r^2 - s^2$, $\overline{ak}^2 = r^2 - a^2$ yerine konulmasıyla, $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4(r^2 - s^2 + r^2 - a^2)$, $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4(2r^2 - (s^2 + a^2))$ ve $s^2 + a^2 = \overline{mn}^2$ konulmasıyla, $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4(2r^2 - \overline{mn}^2)$ bulunur. Şimdi çemberin yarıçapı ile n sabit noktasının merkeze olan mn sabit olduğunda $4(2r^2 - \overline{mn}^2)$ ifadesi daima bir sabiti göstereceğinden sorunun sabit kısmı da bu şekilde ispat edilmiş olur.

İkinci Çözüm Yolu: at çapı ile ca, ct, bh kirişleri çizilerek, $\overline{cn}^2 + \overline{an}^2 = \overline{ca}^2$, $\overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 = \overline{bh}^2$ ve taraf tarafa toplanarak, $\overline{cn}^2 + \overline{an}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 = \overline{ca}^2 + \overline{bh}^2$ bulunur. Ayrıca, act açısı yarım çevreye çizili olduğundan bir dik açı olup anc dik açısına eşittir, bu iki açının ölçülerini gösteren yaylardan teşkil edilen $\frac{1}{2}[_m(ca) + _m(ct)] = \frac{1}{2}[_m(ca) + _m(bh)]$ eşitliğinden, $_m(ct) = _m(bh)$ bulunur. Bu iki yaya ait kirişler de eşit olacakları dikkate alınarak $bh = ct$ ve düzenlenerek $\overline{bh}^2 = \overline{ct}^2$ bulunur ve son ifade bununla düzenlenir ise $\overline{cn}^2 + \overline{an}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 = \overline{ca}^2 + \overline{ct}^2$ ve act dik üçgeninde ise $\overline{ca}^2 + \overline{ct}^2 = (2r)^2$ olup yerlerine konularak, $\overline{cn}^2 + \overline{an}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{hn}^2 = (2r)^2$ bulunur. İkinci olarak $\overline{cb}^2 = (cn + bn)^2 = \overline{cn}^2 + \overline{bn}^2 + 2cn \times bn$, $\overline{ha}^2 = (an + hn)^2 = \overline{an}^2 + \overline{hn}^2 + 2an \times hn$ ve taraf tarafa toplanarak, $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = (\overline{cn}^2 + \overline{bn}^2 + \overline{an}^2 + \overline{hn}^2) + 2cn \times bn + 2an \times hn$ ve sorunun önceki kısmına göre parantezin içi $4r^2$ ye eşit olduğundan $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4r^2 + 2cn \times bn + 2an \times hn$ olur. Şimdi, çemberin içinde kesişen kirişlerin parçaları çarpımı birbirine eşit olduğundan $cn \times bn = an \times hn$ olup $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4r^2 + 4cn \times bn$ bulunur. $cn = cl + a$, $bn = cl - a$ ve çarpılarak $cn \times bn = \overline{cl}^2 - a^2$ ve $\overline{cl}^2 = r^2 - s^2$ konulmasıyla $cn \times bn = r^2 - (s^2 + a^2)$ ve $cn \times bn = r^2 - \overline{mn}^2$ olacağından, yerine konularak, $\overline{cb}^2 + \overline{ha}^2 = 4(2r^2 - \overline{mn}^2)$ sabiti elde edilir ve söz konusu kirişlerin kareleri toplamının sabit olduğu ispatlanmış olur.

76. Ünlü matematikçi Pisagor'a, "Kaç öğrenciniz vardır?" diye sormuşlar. Cevaben "Öğrencilerimin yarısı, matematik ve kalanın yarısı fizik bilgisi ve yedide biri felsefe

tahsili yapıyorlar. Ve üç de bayan vardır." demiş olduğuna göre mevcut öğrenci miktarını bulunuz.

Çözüm: Öğrencilerin sayısı 1 ile gösterildiğine göre yarısı $\frac{1}{2}$ ve kalanın yarısı $\frac{1}{4}$ ve yedide biri $\frac{1}{7}$ ile gösterildiğinden mevcut probleme göre $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + 3$ toplamı, öğrencinin sayısını ifade eder, buradan payda eşitleme ile $\frac{14}{28} + \frac{7}{28} + \frac{4}{28} + 3$ ve $\frac{25}{28} + 3$ bulunur. Bu toplam öğrencinin tamamını göstereceğinden $\frac{28}{28}$ 'e eşit olması için 3 adedinin öğrencinin $\frac{3}{28}$ 'ini ifade etmesi gerekeceğinden, $\frac{3}{28}$ 'i 3 olur ise $\frac{1}{28}$ 'i 1 ve öğrencinin tamamı ise 28'den oluşur.

77. Birkaç kişi arasında bölüştürülen bir meblağdan her birinin hissesine 800 kuruş isabet etmiş. Bu 800 kuruş, söz konusu meblağın $\frac{5}{21}$ 'inin $\frac{3}{10}$ 'una eşitmiş. Söz konusu paranın miktarıyla kaç kişi arasında bölüştürüldüğünü araştırınız.

Çözüm: Söz konusu meblağ $\frac{5}{21}$ 'inin $\frac{3}{10}$ 'u $\frac{5}{21} \times \frac{3}{10} = \frac{1}{14}$ eder. Şimdi, bilinmeyen meblağın $\frac{1}{14}$ 'ü 800 eder ise tamamı $800 \times 14 = 11200$ olur. Kaç kişi arasında bölüştürüldüğüne gelince, $\frac{11200}{800} = 14$ olduğu gösterilmiş olur.

Ortaokul Kısım

Aritmetik

78. Bir babanın yaşı, oğlunun yaşının 7 katı ve ikisinin yaşları toplamı 40 olduğuna göre baba ve oğlunun yaşlarını bulunuz.

Çözüm: Mademki babanın yaşı oğlunun yaşının 7 katına eşitmiş, o halde yaşların toplamını alırken babanın yaşı yerine oğlunun yaşının 7 katı alınacak olur ise, söz konusu toplam oğlunun yaşının 8 katından oluşur. Bu takdirde 8 katı 40 eder ise bir

katı yani yaşı, 8 defa noksan olacağından 5 yaşında bulunduğu ve babası ise bunun 7 katı yaşına sahip olduğundan 35 yaşında olacağı anlaşılır.

79. Bir kimse, 5695 kuruş sermaye ile dükkan açar. Her ay 398 kuruş gelir aldığı 415 kuruş masraf ettiği takdirde kaç sene sonunda genel sermayeyi tüketecektir.

Çözüm: Probleme göre, bu kimse her ay sermayesinden $415-398=17$ kuruş harcamakta olduğundan, 5695 kuruşu kaç ayda harcayacağı bulunmalıdır. Tabii ki, 5695 kuruş içinde 17'nin kaç defa bulunduğunu arayacağımızdan $5695:17=335$ ayda sermayesinin tükeneceği bulunur.

80. Kendisinden $17\frac{3}{5}$ çıkarıldığında $26\frac{4}{7}$ kalan sayı, nedir?

Çözüm: Söz konusu sayı, doğal olarak $26\frac{4}{7}$ ile $17\frac{3}{5}$ toplamına eşit olduğundan, $26\frac{4}{7}+17\frac{3}{5}=43+\frac{4}{7}+\frac{3}{5}=43+\frac{41}{35}=43\frac{41}{35}$ bulunur.

81. Üç işçi birlikte çalıştıklarında bir işi 6 günde tamamlıyorlar. Birincisi yalnız çalışır ise 18 günde, ikincisi 16 günde tamamlıyorlar. Acaba üçüncüsü bir günde işin ne kadarını bitirebilecektir.

Çözüm: Birincisi yalnız çalışır ise 18 günde işin tamamını yapacaktır. O halde bir günde söz konusu işin ancak $\frac{1}{18}$ 'ini ve aynı düşünceye göre ikinci amele bir günde işin $\frac{1}{16}$ 'sını yapacağından bu iki amele bir günde işin $\frac{1}{18}+\frac{1}{16}=\frac{34}{288}=\frac{17}{144}$ 'ünü ve üç amele birlikte çalışır ise söz konusu işi 6 günde yapacaklarından bir günde işin ancak $\frac{1}{6}$ 'sını yaparlar. Diğer iki amele ise bir günde işin $\frac{17}{144}$ 'ünü tamamladığından, üçüncü amelenin işin $\frac{1}{6}-\frac{17}{144}=\frac{24}{144}-\frac{17}{144}=\frac{7}{144}$ 'ünü yapabileceği anlaşılır.

82. 1260 okka su alan bir havuza 3 musluktan su akıyor. Birincisi yalnız başına aksa havuzu 15 saatte, ikincisi 18 saatte, üçüncüsü 30 saatte doldurduğu bilinse, bu muslukların üçü birden açıldığı takdirde havuzun kaç saatte dolacağını bulunuz.

Çözüm: Birinci musluk havuzu mademki 15 saatte dolduruyor, o halde 15 saatte 1260 okka su akıtıyor demektir. Bir saatte $1260:15=84$ okka su akıtacaktır. İkinci musluktan aynı düşünceye göre $1260:18=70$ okka ve üçüncü musluktan da $1260:30=42$ okka su akacaktır. Üçü birden açılınca 1 saat boyunca havuza $84+70+42=196$ okka su akmış olacaktır. 196 okka su akması için 1 saat zaman geçer ise 1260 okka su akıp havuzu tamamen doldurması için $1260:196=6,33$ saat gerektiği çıkarılmış olur. (Doğru cevap: 6,43 olmalıydı.)

83. Bir adam pazara 9 koyun 5 keçi götürüp satar. 1380 kuruş hasılat elde edilir. Koyunun fiyatı keçinin fiyatının iki katı olduğuna göre her koyun kaç kuruşa satılmıştır.

Çözüm: Mademki bir koyunun fiyatı iki keçi fiyatına bedeldir, o halde 9 koyun fiyatı yerine 18 keçi bedeli konulur, demek ki 9 koyun bedeline karşılık alınan 18 keçi ile 5 keçi toplamı 1380 kuruş ediyormuş. Yani 23 keçi fiyatı toplamı 1380 kuruşmuş. O halde bir keçinin fiyatı $1380:23=60$ kuruştur. Koyunun fiyatı bunun iki katı olduğundan $2 \times 60 = 120$ kuruş bulunur. Gerçekten, 5 keçi için $5 \times 60 = 300$ ve 9 koyun için $9 \times 120 = 1080$ kuruş alınmış olduğundan toplamı, $300+1080=1380$ kuruştur.

84. 105 kuruşu iki kişi arasında bölüştürünüz ki, her 7 kuruşta birisi 4 diğeri 3 kuruş olsun.

Çözüm: 105 kuruş içinde ne kadar 7 var ise birinci adam o kadar 4 kuruş ve ikinci adam o kadar 3 kuruş alacaktır. O halde, $105:7=15$ olduğundan birinci adam $15 \times 4 = 60$ ve ikinci adam $15 \times 3 = 45$ kuruş alacaktır.

85. (Geometri) Her düzgün çokgenin bir iç açısı ile bir merkez açısı birbirinin bütünleri olacağını bulunuz.

Çözüm: Problemi bir düzgün beşgene uygulayalım. Düzgün beşgenin iç açılarının toplamı, kenar sayısının iki eksiği defa iki dik açıya eşit olduğundan

$(5-2) \times 2 \times 90 = 540^\circ$ olup bir tanesi $540^\circ:5=108^\circ$ dir. Bunun bütünleri ise $180^\circ-108^\circ=72^\circ$ dir. Ayrıca düzgün beşgenin bir merkez açısı $360^\circ:5=72^\circ$ olduğundan, gerçekten bu iki açı birbirinin bütünleridir.

Hasan Fehmi

Sorularımız

Lise Kısmı

Fizik

- Bir otovod makinesinde iki kütlein toplamı 1000 gr olsa 4 saniye düşüşten sonra hızın 200 cm olabilmesi için acaba bu kütlelerden birisi üzerine konulması gereken ilave kütle ne kadar olmalıdır?
- Denizin yüzeyinden 15 metre yükselen ve tabanının bir kenarı 200 m olan kare prizma şeklinde bir buz kütleinin hacmini belirleyiniz. (Buzun yoğunluğu: 0,97 deniz suyunun yoğunluğu: 1,03 alınmıştır.)

Cebir

- $\frac{b^2 + c^2}{b^2 - c^2} + \sqrt{\frac{(b^2 + c^2)^2}{(b^2 - c^2)^2}} - 1$ ifadesinin düzenlenerek $\frac{b+c}{b-c}$ haline getirilmesi.
- b mevkiinden saatte 25 km yol kat eden bir otomobil ile c mevkiine giden bir adam, hiç zaman kaybetmeden otomobili ile saatte 36 km hız yaparak b mevkiine geri dönse, gidiş ve dönüş için $10\frac{1}{6}$ saat harcadığı biliniyorken b ile c mevkileri arasındaki mesafenin kaç km olacağını bulunuz.
- $3^s + 3^{s-1} + 3^{s-2} + 3^{s-3} + 3^{s-4} = 363$ denklemini çözünüz.

Trigonometri

- $\tan b + \cot b = 2 \sec 2c$ olduğuna göre ispat ediniz ki, $(b+c)$ 'nin bir değeri 45° dir.

Geometri

- Verilen bir doğruya verilen bir noktada teğet ve verilen bir çembere de teğet olan bir çember çiziniz.

Teorik Hesap

- $3^{40} - 1$ 'in 396880 sayısıyla tam bölünebildiğini ispat ediniz.

Aritmetik

- Bir işçi çalıştığı gün için 4 kuruş almak ve çalışmadığı gün için 3 kuruş geri ödemek ve anlaşma gereği 63 gün sürmek üzere bir tacir ile anlaşılır. 63 gün sonunda işçinin 21 kuruş kazandığı biliniyorsa, işçinin kaç gün çalışmış ve kaç gün çalışmamış olduğunu bulunuz.

Ortaokul Kısmı

Aritmetik

- 3 metre yüksekliğindeki bir odaya 2,15 m yükseklikte bir kütüphane konulsa, tavan ile kütüphane arasında ne kadar bir mesafe kalır.
- Eni 0,37 m boyu 0,65 m olan çerçeveye eni 0,42 m boyu 0,79 m olan bir cam takacak olsak eninden boyundan ne kadar kesilmelidir.
- İki işçiden birincisinin 20 günlük ve ikincisinin 30 günlük ücretleri toplamı 460 kuruş ve yine birincinin 20 günlük ve ikincinin 10 günlük ücretleri toplamı 260 kuruş olur ise her biri günde kaç kuruş kazanmış olur.
- 4 kişi arasında bir meblağ dağıtılıyor. Şöyle ki, 1.,2. ve 3.ye isabet eden hisseler toplamı 18 kuruş keza 1., 2., 4. toplamı 23 kuruş ve 1.,3.,4. toplamı 28 kuruş ve 2.,3.,4. toplamı 30 kuruş olsa, her birine isabet eden hisseleri bulunuz.
- Bir adedin 4 katıyla $\frac{7}{8}$ kısmı arasındaki fark 75 olsa, bu sayı nedir.

Geometri

- Alt tabanı 32 ve üst tabanı 8 dm ve yüksekliği 8 cm olan yamuğun alanını ve bu yamuğa eşdeğer olan karenin bir kenarını bulunuz.

Sayı-5

Lise Kısmı

Fizik

86. Bir otovod makinesinde iki kütlenin toplamı 1000 gr olsa 4 saniye düşüşten sonra hızın 200 cm olabilmesi için acaba bu kütlelerden birisi üzerine konulması gereken ilave kütle ne kadar olmalıdır?

Çözüm: Mademki ilave kütle konulduğunda 4 saniye düşüşten sonraki hızın 200 cm olması isteniyor, o esnada düşüş hareketi zamanına kadar c' miktarını, bu bilgi ile buluruz. Filhakika, $b = c't$ kuralından $c' = \frac{b}{t}$ ve $c' = \frac{200}{4} = 50$ cm bulunur. Otovod makinesinde düşüşün değişimine bağlı hareket, $sc = c'(2k + s)$ kuralından, $s = \frac{2c'k}{c - c'}$ bulunur, verilen bilgiler uygulanarak $s = \frac{1000 \times 50}{980,24 - 50} = \frac{50000}{930,24}$ ve $s = 53,75$ gram (yaklaşık) bulunur.

87. Denizin yüzeyinden 15 metre yükselen ve tabanının bir kenarı 200 m olan kare prizma şeklinde bir buz kütesinin hacmini belirleyiniz. (Buzun yoğunluğu: 0,97 , deniz suyunun yoğunluğu: 1,03 alınmıştır.)

Çözüm: Bu buz kütesini deniz yüzeyinden 15 m yukarıya kaldıran kuvvet, Arşimet Kanunu'na göre, söz konusu kütlenin yer değiştirdiği deniz suyunun ağırlığına eşit olduğu gibi, buz kütesinin asılı durması için de bu kaldırma kuvveti ile söz konusu kütlenin ağırlığı birbirine eşit olacağı doğaldır. Şimdi, batırılmış cismin ağırlığı, yoğunluğu ile hacminin çarpımına eşit olduğundan, ağırlığı k yoğunluğu f hacmi c ile gösterilerek, $k = fc = 0,97 \times c$ yazılır. Prizmanın hacmi, buz kütesinin su içine batmış kısmının yüksekliği a ile gösterilmek üzere, $c = (a + 15) \times 200^2$ olup buzun ağırlığı, $k = 0,97 \times (a + 15) \times 200^2$ bulunur. Bu ağırlığa karşılık gelen kaldırma kuvvetine gelince, batırılan cismin yer değiştirdiği deniz suyunun ağırlığından meydana geldiğinden $a \times 200^2 \times 1,03$ den oluşup, bu iki ifadeden $a \times 200^2 \times 1,03 = 0,97 \times (a + 15) \times 200^2$ denklemi teşkil olunur ve buradan $a = 242,5$ m bulunur ki batırılan cismin yüksekliğine

eşittir. O halde tam yükseklik $242,5+15=257,5$ m olacağından istenen hacim,
 $c = 257,5 \times 200^2 = 10300000 \text{ m}^3$ bulunur.

88. (Cebir) $\frac{b^2+c^2}{b^2-c^2} + \sqrt{\frac{(b^2+c^2)^2}{(b^2-c^2)^2} - 1}$ ifadesinin düzenlenerek $\frac{b+c}{b-c}$ haline getirilmesi.

Çözüm: Kökün içi payda eşitlenerek, $\frac{b^2+c^2}{b^2-c^2} + \sqrt{\frac{(b^2+c^2)^2 - (b^2-c^2)^2}{(b^2-c^2)^2}}$ ve düzenlenerek, $\frac{b^2+c^2}{b^2-c^2} + \sqrt{\frac{4b^2c^2}{(b^2-c^2)^2}}$ ve $\frac{b^2+c^2}{b^2-c^2} + \frac{2bc}{b^2-c^2}$ ve buradan $\frac{b^2+2bc+c^2}{b^2-c^2}$ ve $\frac{(b+c)^2}{(b-c)(b+c)} = \frac{b+c}{b-c}$ bulunur.

89. b mevkiinden saatte 25 km yol kat eden bir otomobil ile c mevkiine giden bir adam, hiç zaman kaybetmeden otomobili ile saatte 36 km hız yaparak b mevkiine geri dönse, gidiş ve dönüş için $10\frac{1}{6}$ saat harcadığı biliniyorken b ile c mevkiileri arasındaki mesafenin kaç km olacağını bulunuz.

Çözüm: İstenen mesafeyi s ile gösterirsek, gidiş esnasında otomobilin harcadığı zaman $\frac{s}{25}$ ve dönüşte ise $\frac{s}{36}$ olduğundan probleme göre, $\frac{s}{25} + \frac{s}{36} = 10\frac{1}{6}$ denklemi teşkil olunur. Buradan, $\frac{36s+25s}{900} = \frac{61}{6}$ veya $\frac{61s}{900} = \frac{61}{6}$, $\frac{s}{900} = \frac{1}{6}$, $s = \frac{900}{6} = 150$ km olduğu bulunmuş olur.

90. $3^s + 3^{s-1} + 3^{s-2} + 3^{s-3} + 3^{s-4} = 363$ denkleminin çözümünü bulunuz.

Çözüm: $3^{s-4} = a$ (1) kabul edelim. Bu ifade $3^{s-3} \times 3^{-1} = a$ biçiminde yazılabileceğinden her iki tarafı aynı 3 ile çarparak $3^{s-3} \times 3^{-1} \times 3 = 3a$ ve $3^{1-1} = 3^0 = 1$ olacağına göre $3^{s-3} = 3a$ (2) bulunur. Bunu da $3^{s-2} \times 3^{-1} = 3a$ biçiminde yazarak her iki tarafı 3 ile çarparsak $3^{s-2} = 9a$ (3) elde edileceği gibi aynı işlemle $3^{s-1} = 27a$ (4)

$3^s = 81a$ (5) eşitlikleri bulunur. Şimdi, 1,2,3,4,5 numaralı ifadeleri taraf tarafa toplayalım. $3^s + 3^{s-1} + 3^{s-2} + 3^{s-3} + 3^{s-4} = a + 3a + 9a + 27 + 81a = 363$ ve

$$a = \frac{363}{1+3+9+27+81} \quad \text{ve} \quad a = \frac{363}{121} = \frac{121 \times 3}{121} = 3 \quad \text{bulunarak buradan } 3^{s-4} = 3^1 \text{ elde}$$

edilir. Şimdi, bu ifadede üssü alınanlar aynı olması sebebiyle, oluşan eşitlik için üslerinde birbirine eşit olması gerekeceğinden, $s-4=1$ denklemi yazılır ve buradan $s=5$ bulunur.

Diğer Yol ile Çözümü: Verilen denklem 3^{s-4} parantezine alınarak, $3^{s-4}(3^4 + 3^3 + 3^2 + 3 + 1) = 121 \times 3$ olup, ayrıca $\frac{3^5 - 1}{3 - 1} = 3^4 + 3^3 + 3^2 + 3 + 1$ olacağı, bölünebilme kuralı ile doğru olduğundan ifademiz bu sebeple düzenlenerek, $3^{s-4} \times \frac{3^5 - 1}{3 - 1} = 121 \times 3$ ve $3^{s-4} = \frac{121 \times 3 \times 2}{3^5 - 1}$ ve $3^{s-4} = \frac{121 \times 3 \times 2}{2 \times 121} = 3$ elde edilir. Birinci çözümde gösterildiği şekilde üssü alınanların eşitliğinden üslerin de eşit olması gerekeceği dikkate alınarak $s-4=1$ ve buradan $s=5$ bulunur.

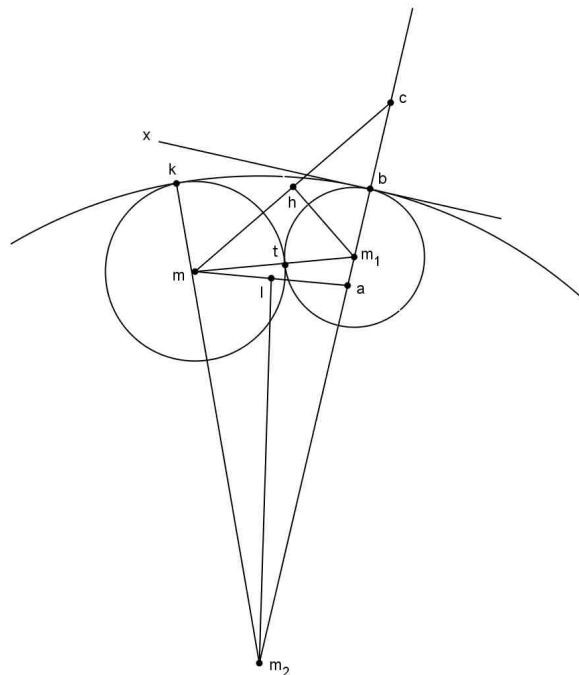
91. (Trigonometri) $\tan b + \cot b = 2 \sec 2c$ olduğuna göre ispat ediniz ki, $(b+c)$ 'nin bir değeri 45° dir.

Çözüm: $\tan b = \frac{\sin b}{\cos b}$, $\cot b = \frac{\cos b}{\sin b}$, $\sec 2c = \frac{1}{\cos 2c}$ değerleri yerlerine konularak, $\frac{\sin b}{\cos b} + \frac{\cos b}{\sin b} = \frac{2}{\cos 2c}$ ve $\frac{\sin^2 b + \cos^2 b}{\cos b \sin b} = \frac{2}{\cos 2c}$ olup $\sin^2 b + \cos^2 b = 1$ olduğundan $\frac{1}{\cos b \sin b} = \frac{2}{\cos 2c}$ ve her iki taraf çarpılarak, $2 \cos b \sin b = \cos 2c$ bulunur. Trigonometri kurallarınca $2 \cos b \sin b = \sin 2b$ olduğuna göre önceki ifade bu şekilde düzenlenerek $\sin 2b = \cos 2c$ elde edilir. Şimdi, $2b$ yayının sinüsü $2c$ yayının kosinüsüne eşit olması sebebiyle söz konusu yaylar birbirinin tümleyeni olacağından bu iki yayın toplamı 90° ye eşit olur, o halde $2b+2c=90^\circ$ ve buradan $b+c=45^\circ$ bulunup istenen ispatlanmış olur.

92. (Geometri) Verilen bir doğruya verilen bir noktada teğet ve verilen bir çembere de teğet olan bir çember çiziniz.

Çözüm: Bilinen çember m çemberi ve bilinen doğru x doğrusu ve bilinen nokta a noktası olsun. Probleme çözülmüş gibi bakalım. a değme noktasıyla m_1 merkezini birleştiren yarı çapı her iki yöne doğru uzatıp ve iki tarafta da verilen dairenin m yarıçapına eşit olmak üzere bc , ba parçaları çizilerek c, a noktalarını elde ettiksen sonra cm , am doğru parçalarını çizelim. cm_1 , mm_1 doğru parçaları m , m_1 çemberlerinin yarıçaplarının toplamına eşit olması sebebiyle birbirlerine eşit olmalarından dolayı $cm m_1$ üçgeni bir ikizkenar üçgen olup cm tabanının h orta noktasından çizilen hm_1 dikmesi, çemberin merkezinden geçer. O halde bizim için cm doğrusunu teşkil etmek gayet kolay olduğu için üçgenin çizilmiş bulunmuş demektir. Gerçekten, verilen noktadan x doğrusuna bir dikme sınırsız bir şekilde çizildikten sonra çemberin m yarıçapı kadar bc doğru parçası çizilerek cm doğru parçası çizilir ve bu doğru parçasının h orta noktasından bir dikme çizilerek ve bu dikmenin ca sınırsız dikmesi ile m_1 kesim noktası, çemberin merkezini teşkil eder.

Eğer am doğru parçasının l orta noktasından çizilen dikme ile önceki sınırsız dikmenin m_2 kesim noktası dikkate alınacak olur ise bu noktanın da verilen m dairesiyle içten teğet olan kb çemberinin merkezini teşkil edeceği görülür. Gerçekten, am_2 , mm_2 doğru parçaları kb çemberiyle, verilen çemberin yarıçapları farkına eşit olduğu için birbirlerine eşittir. Bu nedenle amm_2 ikizkenar üçgeninde de am tabanının l orta noktasından çizilen dikme ile m_2 noktası belirlenir.



93. (Teorik Hesap) $3^{40} - 1$ 'in 396880 sayısıyla tam bölünebildiğini ispat ediniz.

Çözüm: Söz konusu ifade iki kare farkına eşit olduğundan, $(3^{20} + 1)(3^{20} - 1)$ ve tekrar ikinci çarpan ayrılarak, $(3^{20} + 1)(3^{10} + 1)(3^{10} - 1)$ ve üçüncü çarpan da ayrılarak, $(3^{20} + 1)(3^{10} + 1)(3^5 + 1)(3^5 - 1)$ şekline gelir. Bu ifadenin $396880 = 2^4 \times 5 \times 11^2 \times 41$ sayısıyla tam bölünebildiğini ispat edelim. 2^4 , 5, 11^2 , 41 sayıları, ortak böleni olmayan sayılar olduğundan bu ifadenin bu sayılar ile ayrı ayrı tam bölünebildiği ispat edilse, doğal olarak onların çarpımıyla da tam bölünebileceği ispatlanmış olur.

2^4 ile tam bölünebilme: 3 sayısının her kuvveti tek olacağı için söz konusu ifadeyi oluşturan çarpanların hepsi çifttir. Bu nedenle bu ifade 2^4 ile tam bölünür.

5 ile tam bölünebilme: $3^2 = 9 = 5k - 1$ olup her iki tarafın 5. kuvveti alınarak $3^{10} = (5k - 1)^5$ bulunur. Şimdi $5k - 1$ ifadesinin 5. kuvveti alınsa her teriminde $5k$ bulunacağından onların toplamı $5k$ ile ve son terimde (-1) sayısının 5. kuvveti olduğu için (-1) ile gösterilerek $3^{10} = 5k - 1$ ve buradan, $3^{10} + 1 = 5k$ olduğu yani söz konusu ifadenin çarpanları arasında $5k$ olan bir çarpan bulunduğu görülür. O halde bu ifade 5'in mislidir. Ya da, $3^{10} = (3^4)^2 \times 3^2 = (81)^2 \times 9$ olup 3^{10} sayısı 81 in karesinin 9 ile çarpımına eşit olduğundan mutlaka 9 ile sona erer. Kendisine 1 eklense $3^{10} + 1$ adedi sıfırla sona erecektir ki bunun da $5k$ olacağı doğaldır.

11^2 ile tam bölünebilme: $11 = 3^2 + 2$, $11^2 = 3^4 + 4 \times 3^2 + 4$, $11^2 = 3^4 + (3 + 1) \times 3^2 + 3 + 1$, $11^2 = 3^4 + 3^3 + 3^2 + 3 + 1$ olur. Şimdi, $3^4 + 3^3 + 3^2 + 3 + 1 = \frac{3^5 - 1}{3 - 1} = \frac{3^5 - 1}{2}$ olduğundan $11^2 = \frac{3^5 - 1}{2}$ ve buradan $2 \times 11^2 = 3^5 - 1$ ve $k11^2 = 3^5 - 1$ bulunur ki söz konusu ifade çarpanları arasında 11^2 nin katı bulunduğu anlaşılır. Ya da, $3^5 = 243 = 2 \times 121 + 1$ ve $3^5 = 2 \times 11^2 + 1$ ve buradan $3^5 = k11^2 + 1$ bulunarak $3^5 - 1 = k11^2$ olacağı, bu şekilde de anlaşılır.

41 ile tam bölünebilme: $3^4 = 81 = 2 \times 41 - 1$ ve üs alınarak, $3^4 = k41 - 1$ olup her iki tarafın 5. kuvveti $3^{20} = (k41 - 1)^5 = k41 - 1$ ve buradan $3^{20} + 1 = k41$ bulunarak verilen çarpanlar arasında 41'in katı olmak üzere bir çarpan bulunduğundan söz konusu ifadenin de 41 ile tam bölünebileceği anlaşılır.

2^4 , 5, 11^2 , 41 sayıları ile ayrı ayrı tam bölünebildiği ispatlanan $3^{40}-1$ ifadesinin bu sayıların çarpımı olan 396880 sayısı ile tam bölünebildiği ispat edilmiş olur.

94. (Aritmetik) Bir işçi çalıştığı gün için 4 kuruş almak ve çalışmadığı gün için 3 kuruş geri ödemek ve anlaşma gereği 63 gün sürmek üzere bir tacir ile anlaşır. 63 gün sonunda işçinin 21 kuruş kazandığı biliniyorsa, işçinin kaç gün çalışmış ve kaç gün çalışmamış olduğunu bulunuz.

Çözüm: Bu işçi 63 gün sürekli çalışmış olsaydı $4 \times 63 = 252$ kuruş alacaktı. 21 kuruş alabildiğine göre $252 - 21 = 231$ kuruş kaybetmiş demektir. İşçi gelmediği gün, 4 kuruş gündeliğini alamamaktan başka 3 kuruş da ceza ödeyeceğinden toplam 7 kuruş kaybediyor demektir. O halde 231 kuruş içinde kaç defa 7 var ise o kadar gün gelmemiş olacağından $231 : 7 = 33$ gün bulunmadığı anlaşılır. Bundan dolayı $63 - 33 = 30$ gün gelmiş olmakla aldığı paralar $30 \times 4 = 120$ ve verdiği paralar ise $33 \times 3 = 99$ olup eline geçen miktarın ise $120 - 99 = 21$ kuruş olacağı doğrulanmış olur.

Hasan Fehmi

Ortaokul Kısım

95. (Aritmetik) Tavanı 3 metre yüksekliğinde olan bir odaya 2,15 m yükseklikte bir kütüphane konulsa, tavan ile kütüphane arasında ne kadar bir mesafe kalır.

Çözüm: Tavan ile kütüphane arasındaki mesafe, $3 - 2,15 = 0,85$ metreden oluşur. (Doğru cevap: 0,85 olmalıydı.)

96. Eni 0,37 m boyu 0,65 m olan çerçeveye eni 0,42 m boyu 0,79 m olan bir cam takacak olsak eninden boyundan ne kadar kesilmelidir.

Çözüm: Camın eninden, $0,42 - 0,37 = 0,05$ m ve boyundan ise $0,79 - 0,65 = 0,14$ m kesilmesi gerekecektir.

97. İki işçiden birincisinin 20 günlük ve ikincisinin 30 günlük ücretleri toplamı 460 kuruş ve yine birincinin 20 günlük ve ikincinin 10 günlük ücretleri toplamı 260 kuruş olur ise her biri günde kaç kuruş kazanmış olur.

Çözüm: 460 ile 260 toplansa 720 kuruş bulunur ki bu meblağ her iki işçinin 40'ar günlük ücretleri toplamından oluşur. Eğer 720 adedi 40 ile bölünürse $720:40=18$ bulunur ki bu da her iki işçinin birer günlük ücretleri toplamıdır. 460 ile 260 çıkarılsaydı $460-260=200$ bulunurdu ki bu da ikinci işçinin 20 günlük ücretinden meydana geldiğinden bir günlük ücreti $200:20=10$ kuruş olur. Ayrıca her iki işçi ücreti 18 kuruş olduğu için birinci işçinin günlük ücreti 8 kuruştur.

98. 4 kişi aralarında bir meblağı paylaşıyor. Şöyle ki, 1.,2. ve 3.ye isabet eden hisseler toplamı 18 kuruş keza 1., 2., 4. toplamı 23 kuruş ve 1.,3.,4. toplamı 28 kuruş ve 2.,3.,4. toplamı 30 kuruş olsa, her birine isabet eden hisseleri bulunuz.

Çözüm: Bu sayılar bir kere toplansa, bu toplam içinde herkesin hisseleri 3 defa dahil olacaktır. Bu toplam ise $18+23+28+30=99$ olup hisseler toplamının 3 katıdır. 3 ile bölünerek bulunan 33 kuruş dört kişinin hisseleri toplamına eşit olacağından 1., 2., 3. nün hisseleri toplamı olan 18 kuruş bundan çıkarılır ise geriye kalan 15 kuruş 4. adamın hissesinden ve eğer 1., 2., 4. nün hisseleri toplamı olan 23 kuruş bundan çıkarılır ise geriye kalan 10 kuruş 3. adamın hissesinden oluşup, 1., 3., 4. nün hisseleri toplamı olan 28 kuruş çıkarıldığı takdirde kalan 5 kuruş 2. adamın hissesine eşittir. Eğer 2., 3., 4. nün hisseleri toplamı olan 30 kuruş, hisseler toplamı olan 33 kuruştan çıkarılır ise kalan 3 kuruş da 1. adamın hissesine isabet eden meblağdır. O halde, 1.ye 3, 2.ye 5, 3.ye 10, 4.ye 15 kuruş isabet etmiştir. Gerçekten, diyelim ki 2., 3., 4. nün hisseleri toplamı, $5+10+15=30$ bulunur.

99. Bir sayının 4 katıyla $\frac{7}{8}$ kısmı arasındaki fark 75 olsa, bu sayı nedir.

Çözüm: Aranılan sayının 4 katından $\frac{7}{8}$ katı çıkarılsa $4 - \frac{7}{8} = \frac{25}{8}$ 'i 75 sayısına eşit olacağından $\frac{1}{8}$ 'i $\frac{75}{25} = 3$ olup $\frac{8}{8}$ 'i yani tamamı $3 \times 8 = 24$ 'den oluşur. Gerçekten, $4 \times 24 - \frac{7 \times 24}{8} = 96 - 21 = 75$ olup, aranan sayının 24 olduğu doğrulanmış olur.

100. (Geometri) Alt tabanı 32 ve üst tabanı 8 dm ve yüksekliği 8 cm olan yamuğun alanını ve bu yamuğa eşdeğer olan karenin bir kenarını bulunuz.

Çözüm: Bilindiği üzere bir yamuğun alanı, alt ve üst tabanları toplamının yükseklikle çarpımının yarısına eşittir. Örneğimizde alt taban 32 dm ya da 3,2 m, üst taban 0,8 m ve yükseklik ise 8 cm veya 0,08 m olup istenen alan, $\frac{(3,2+0,8) \times 0,08}{2} = \frac{4 \times 0,08}{2}$ ve $2 \times 0,08 = 0,16$ metre kare veya 16 dm kare bulunur. Bu yamuğa eşdeğer olan karenin bir kenarına gelince, mademki kare, yamuğa eşdeğer olacaktır, o halde karenin alanı da 0,16 m² olacaktır. Bir karenin alanı, bir kenarının karesine eşit olduğu için bu 0,16 miktarı, aranan karenin bir kenarının karesine eşit olup, karekök alınarak aranılan karenin bir kenarının $\sqrt{0,16} = 0,4$ m olacağı bulunmuş olur.

Sorularımız

Lise Kısmı

Fizik

- Bir otovod makinesinde iki büyük kütlelerin toplamı 500 gr ve o yerde yerçekimi ivmesi 980,24 cm olsa, bu makinedeki düşüş hareketinin gecikme miktarının 40 cm olması için acaba bu kütlelerden birinin üzerine konulması gereken ilave s kütlesi ne kadar olmalıdır.

Cebir

- $\frac{b^3 - c^3}{b + c} \times \frac{b^3 + c^3}{b - c} \times \frac{1}{(b^2 + c^2)^2 - b^2 c^2}$ ifadesinin düzenlenmiş halini bulunuz.
- $s^{-1}a^{-1}\S^{-1} = (105)^{-1}$, $sa^{-1}\S^{-1} = 3(35)^{-1}$, $sa\S^{-1} = 2\frac{1}{7}$ denkleminin çözümünü bulunuz.

Trigonometri

- $\cot b - 2\cot 2b = \sec 2m - \tan 2m$ olduğuna göre ispat ediniz ki (b+m) nin bir kıymeti 45° dir.

Geometri

- Her dörtgende öncelikle, komşu iki açının açıortayları diğer iki açının yarısının toplamına eşittir. İkinci olarak, karşılıklı iki açının açıortayı arasındaki açı, iki açının farkına eşittir.

Aritmetik

- Meşhur matematikçi Diyofantus'un mezar taşında şöyle yazılıdır; "Ey ziyaretçi, Diyofantus'un kaç sene yaşadığını bilmek istersen bilesin ki, çocukluk hayatı işleyen zamanının altıda biri kadardır. Gençlik günleri, hayatının onikide biri kadar bir zamana denktir. Bundan sonra kendini donatıncaya kadar hayatının yedide biri geçmiş ve kendini donattıktan beş sene sonra bir çocuğu dünyaya gelerek babasının yaşının yarısına geldiği zaman vefat etmiştir. Diyofantus çocuğunun kaybıyla daha dört sene uyur bir halde yaşadı." Acaba Diyofantus kaç sene yaşamıştır.

Ortaokul Kısım

Aritmetik

- Ses saniyede 340 m mesafe kat eder. Şimşek çaktıktan 12 sn sonra gök gürültüsü işitilse, fırtınalı bulutların bizden ne kadar uzak olduklarını bulunuz.
- 3630 sayısı 2'den 11'e kadar olan sayılardan hangisi ile tamamen tam bölünür.
- 6 ile tam bölünebilmek üzere tek bir sayı bulabilir misiniz?
- $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} : \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{4}}$ ifadesini düzenleyiniz.

Geometri

- Bir dik üçgenin dar açılarının toplamı niçin bir dik açıya eşit geliyor?
- Bir paralelkenarın geniş açılarından biri 150° olur ise diğer açılar kaçar dereceliktir.

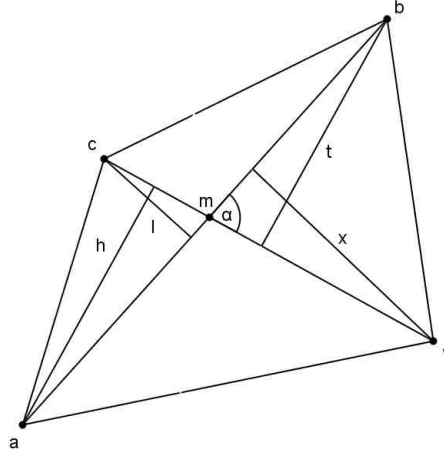
Sayı-6

Bir Trigonometrik Problem

Herhangi bir bcav dörtgeninin köşelerinden köşegenler üzerine indirilen dikmeler x, t, l, h olduğuna ve köşegenler k, g ile gösterildiğine göre, bu köşegenler

arasındaki α açısının sinüsü, $\sin \alpha = \sqrt{\frac{(t+h)(l+x)}{kg}}$ değerini alır.

Çözüm: Dörtgenin köşelerinden köşegenler üzerine indirilen dikmeler vasıtasıyla oluşan dik üçgenlerde birer taban kenarı ve hipotenüs ile karşılarındaki açının sinüsü çarpımları eşit olması dikkate alınarak,



$$\begin{array}{ll} t = bm \sin \alpha & h = am \sin \alpha \\ l = cm \sin \alpha & x = vm \sin \alpha \end{array} \quad \text{ifadelerinden} \quad \begin{array}{ll} \frac{t}{bm} = \sin \alpha & \frac{h}{am} = \sin \alpha \\ \frac{l}{cm} = \sin \alpha & \frac{x}{vm} = \sin \alpha \end{array} \quad \text{ve}$$

$$\frac{t}{bm} = \frac{h}{am} = \sin \alpha, \quad \frac{l}{cm} = \frac{x}{vm} = \sin \alpha \quad \text{ifadeleri teşkil olunup orantıya uygun olarak,}$$

$$\frac{t+h}{bm+am} = \sin \alpha, \quad \frac{l+x}{cm+vm} = \sin \alpha \quad \text{bulunur.}$$

$$bm+am = ba = k, \quad cm+vm = cv = g \quad \text{yerine konulmasıyla}$$

$$\frac{t+h}{k} = \sin \alpha, \quad \frac{l+x}{g} = \sin \alpha \quad \text{ve taraf tarafa çarpılarak} \quad \frac{(t+h)(l+x)}{kg} = \sin^2 \alpha \quad \text{ve}$$

$$\text{karekök alınarak} \quad \sin \alpha = \sqrt{\frac{(t+h)(l+x)}{kg}} \quad \text{bulunarak, istenen ispatlanmış olur.}$$

Şükrü

Kimya Soruları

1. Bir litre klorun sıfır derece sıcaklıkta ve 0,76 metre atmosfer basıncı altında kütlesi nedir? (Klorun yoğunluğu 2,44 ve bir litre havanın kütlesi 1,293 gramdır.)

Çözüm: Eşit hacimdeki gazların kütleleri yoğunluklarıyla orantılıdır. Demek

$$\text{ki, } \frac{k}{k'} = \frac{v}{v'} \text{ veya } \frac{1}{2,44} = \frac{1,293}{v'} \text{ ve buradan } v' = 1,293 \times 2,44 = 3,155 \text{ gram bulunur.}$$

2. 345,5 dm³ oksijenin sıfır derece sıcaklıkta ve 0,76 m atmosfer basıncı altında kütlesi nedir? (Oksijenin havaya göre yoğunluğu 1,10563'tür.)

Çözüm: Aranılan kütleyi belirlemek için oksijenin havaya göre yoğunluğuyla hacmini çarparak, $v' = 345,5 \times 1,293 \times 1,10563 = 493,9197$ gram bulunur.

3. Kaç gram su analiz edilmelidir ki sıfır derece sıcaklıkta ve 0,76 m atmosfer basıncı altında 500 lt hidrojen elde edilsin. (Hidrojenin yoğunluğu 0,069 ve bir litre havanın kütlesi sıfır derece sıcaklıkta 0,76 metre atmosfer basıncı altında 1,293 gramdır.)

Çözüm: Bilindiği üzere 18 gram su, 16 gram oksijenin 2 gram hidrojen ile kaynaşmasıyla meydana gelmiştir. Demek ki 1 gram suyun $\frac{8}{9}$ 'u yani 0,8888... gramı oksijen, $\frac{1}{9}$ 'u yani 0,1111... gramı da hidrojendir. O halde 500 lt hidrojenin kütlesi geçmiş soruda olduğu gibi, $v' = 500 \times 1,293 \times 0,069 = 44,6085$ gramdır. Şimdi bu kadar gram hidrojen meydana getirecek su, bunun 9 katı olacağından $44,6085 \times 9 = \frac{44,6085}{\frac{1}{9}} = \frac{44,6085}{0,1111} = 401,516$ gram bulunur.

Rodos Lisesi Müdür Yardımcısı

Edibzade Tefvik

Lise Kısmı

Fizik

101. Bir otovod makinesinde iki büyük kütlelerin toplamı 500 gr ve o yerde yerçekimi ivmesi 980,24 cm olsa, bu makinedeki düşüş hareketinin gecikme miktarının 40 cm olması için acaba bu kütlelerden birinin üzerine konulması gereken ilave k kütlesi ne kadar olmalıdır.

Çözüm: Otovod makinesinde düşüş hareketine ait kural, $ka = a'(2g + k)$ idi.

Buradan bilinmeyen kütleli bulalım. $k = \frac{2a'g}{a - a'}$ olup $a = 980,24$, $a' = 40$, $g = 500$ yerine konulmasıyla $k = \frac{2 \times 40 \times 500}{980,24 - 40} = \frac{40000}{940,24} = 40,8$ gram olacağı bulunur. (Doğru cevap: 42,5 olmalıydı.)

102. (Cebir) $\frac{b^3 - c^3}{b + c} \times \frac{b^3 + c^3}{b - c} \times \frac{1}{(b^2 + c^2)^2 - b^2c^2}$ ifadesinin düzenlenmiş halini bulunuz.

Çözüm: $\frac{b^3 - c^3}{b - c} = b^2 + c^2 + cb$, $\frac{b^3 + c^3}{b + c} = b^2 + c^2 - cb$

$\frac{1}{(b^2 + c^2)^2 - b^2c^2} = \frac{1}{(b^2 + c^2 + bc)(b^2 + c^2 - bc)}$ değerleri yerlerine yazılarak,
 $(b^2 + c^2 + ab)(b^2 + c^2 - ab) \times \frac{1}{(b^2 + c^2 + ab)(b^2 + c^2 - ab)} = 1$ bulunur.

103. $s^{-1}a^{-1}\S^{-1} = (105)^{-1}$, $sa^{-1}\S^{-1} = 3(35)^{-1}$, $sa\S^{-1} = 2\frac{1}{7}$ denkleminin çözümünü bulunuz.

Çözüm: 1. ve 2. denklemler taraf tarafa bölünerek, $\frac{s^{-1}a^{-1}\S^{-1}}{sa^{-1}\S^{-1}} = \frac{(105)^{-1}}{3(35)^{-1}}$ ve

$\frac{1}{s^2} = \frac{35}{105 \times 3} = \frac{1}{9}$, $s^2 = 9$, $s = 3$ bulunur. Bu değer 2. ve 3. denklemlerde yerlerine konularak, $a^{-1}\S^{-1} = (35)^{-1}$, $a\S^{-1} = \frac{5}{7}$ denklemleri bulunacağından bunlar da taraf

tarafa bölünerek, $\frac{a^{-1}\S^{-1}}{a\S^{-1}} = \frac{7 \times (35)^{-1}}{5}$, $\frac{1}{a^2} = \frac{7}{35 \times 5} = \frac{1}{25}$, $a^2 = 25$, $a = 5$ bulunur.

s, a için bulunan bu değerler son denklemde yerine konularak, $15\S^{-1} = \frac{15}{7}$ veya

$\S^{-1} = \frac{1}{\S} = \frac{1}{7}$, $\S = 7$ bulunur.

104. (Trigonometri) $\cot b - 2\cot 2b = \sec 2m - \tan 2m$ olduğuna göre ispat ediniz ki $(b+m)$ nin bir kıymeti 45° dir.

$$\text{Çözüm: } \cot b = \frac{1}{\tan b}, \quad 2\cot 2b = \frac{2}{\tan 2b} = \frac{2}{\frac{2\tan b}{1-\tan^2 b}}$$

$$\sec 2m = \frac{1}{\cos 2m}, \quad \tan 2m = \frac{\sin 2m}{\cos 2m} \text{ değerleri yerlerine yazılarak,}$$

$$\frac{1}{\tan b} - \frac{2}{\frac{2\tan b}{1-\tan^2 b}} = \frac{1}{\cos 2m} - \frac{\sin 2m}{\cos 2m} \quad \text{ve} \quad \frac{1}{\tan b} - \frac{1-\tan^2 b}{\tan b} = \frac{1-\sin 2m}{\cos 2m}$$

$$\frac{1-1+\tan^2 b}{\tan b} = \frac{1-\sin 2m}{\cos 2m}, \quad \frac{\tan^2 b}{\tan b} = \frac{1-\sin 2m}{\cos 2m}, \quad \tan b = \frac{1-\sin 2m}{\cos 2m} \text{ bulunur. Şimdi}$$

$1 = \sin^2 m + \cos^2 m$, $\sin 2m = 2\sin m \cos m$ ifadeleri taraf tarafa çıkarılarak $1 - \sin 2m = (\sin m - \cos m)^2$ bulunacağı gibi $\cos 2m = \cos^2 m - \sin^2 m$ olduğundan bu değerler denklemde yerine konularak,

$$\tan b = \frac{(\sin m - \cos m)^2}{\cos^2 m - \sin^2 m} = \frac{(\sin m - \cos m)^2}{(\cos m - \sin m)(\cos m + \sin m)} \quad \text{ve}$$

$$\tan b = \frac{(\sin m - \cos m)^2}{-(\sin m - \cos m)(\cos m + \sin m)} = \frac{\sin m - \cos m}{-(\cos m + \sin m)} \quad \text{ve}$$

$$\tan b = \frac{\cos m - \sin m}{\cos m + \sin m} \quad \text{ve her iki tarafın çarpımı alınarak,}$$

$$\frac{\sin b}{\cos b} \cos m + \frac{\sin b}{\cos b} \sin m = \cos m - \sin m \quad \text{ve her iki taraf } \cos b \text{ ile çarpılarak,}$$

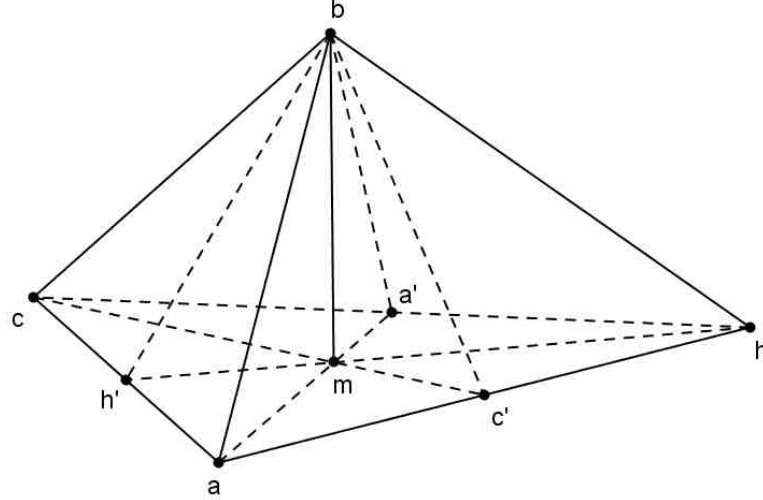
$$\sin b \cos m + \sin b \sin m = \cos m \cos b - \sin m \cos b \quad \text{ve taraflara taşıyarak}$$

$$\sin b \cos m + \sin m \cos b = \cos m \cos b - \sin b \sin m \quad \text{ve } \sin(b+m) = \cos(b+m) \text{ bulunur.}$$

Madem ki $(b+m)$ eğrisinin sinüsü, kosinüsüne eşittir. O halde söz konusu eğri, $\frac{\pi}{2}$

eğrisinin yarısına eşit olacağından $b+m=45^\circ$ bulunmuş olur.

105. (Geometri) Dik açıyla kesişen bir üç yüzlünün, kenarlarını kesmek üzere çizilen herhangi bir düzlem ile meydana gelen kesitin yüksekliklerinin kesim noktası, cismin köşesinden bu noktaya indirilen dikmenin yerinden ibarettir.



Çözüm: Yüzey açıları birer dik açıya eşit olan cisim $b-ach$ ve cismin ayrıtlarını kesen herhangi bir düzlem ile oluşan kesit de ach üçgeni olsun. Bu kesit üçgeninin yüksekliklerinin kesim noktası olan m noktası, cismin b köşesinden kesite indirilen bm dikmesinin yeridir. Teoremi ispat için b köşesinden kesit üzerine bm dikmesini çizerek m noktasındaki dikmenin, kesitin yüksekliklerinin kesim noktası olacağı ispat edilmelidir. Kesitin a, c, h köşeleriyle bu m noktası arası birleştirilerek aa', cc', hh' doğru parçalarını ve b köşesiyle a', c', h' noktaları arasını birleştirelim. Eğer aa', cc', hh' doğru parçaları kesitin yüksekliklerinden oluşacağı ispat edilirse istenen bulunmuş olacaktır. Gerçekten, baa' düzlemi bm dikmesinden geçmesi sebebiyle (geometri dergisindeki teoreme göre) kesite diktir. Bundan başka verilen cismin, dik açılı bir üç yüzlü olması sebebiyle her ayrıt, komşu olmadığı her yüzeye dik olacağından ba ayrıtı, cbh yüzeyine diktir. O halde bu ba dikmesinden geçen baa' düzlemi hem kesite ve hem cbh yüzeyine diktir. Bundan dolayı onların arakesiti olan ch kenarı da dik olacağından aa' doğru parçasının ch kenarına dik olacağı yani kesitin a köşesinden indirilen yükseklik olacağı ispatlanmış olur. Aynı düşünce cc', hh' birleştirilmiş doğru parçalarının, kesitin yükseklikleri olduğu ispatlanabileceğinden m kesim noktasının hem bm dikmesinin yeri ve hem kesitin yüksekliklerinin kesim noktası olacağı ispat edilmiş olur.

106. Dik açıyla kesişen üç yüzlü cismin, kenarlarını kesen bir düzlem ile oluşan yüzey üçgenlerinden her birinin alanı, kesit üçgeni üzerindeki izdüşümleri ile orantılıdır. İkinci olarak, kesit yüzeyinin alanının karesi, yüzeylerin alanlarının kareleri toplamına eşittir.

Çözüm: Cismi b-ach ve kesit üçgeni ach olsun. Yüzey üçgenleri bah, bac, bch olduklarına göre, $\overline{bah}^2 = ach \times amh$, $\overline{bac}^2 = ach \times amc$, $\overline{bch}^2 = ach \times cmh$ (1) olur. Gerçekten, 105. soruya göre yüzeylerin köşeleri b noktası alındığına göre sırasıyla bc',bh',ba', doğru parçaları bu yüzeylerin yükseklikleri olacağı gibi cc',aa',hh' doğru parçaları da kesit üçgeninin yüksekliklerini teşkil eder. Şimdi bah,amh ve bah,ach üçgenlerinin ah tabanları ortak olduğundan alanlarının oranı, yüksekliklerinin birbirlerine oranına eşit olduğundan, $\frac{bah}{amh} = \frac{bc'}{mc'}$, $\frac{bah}{ach} = \frac{bc'}{cc'}$ ve taraf tarafa çarpılarak, $\frac{\overline{bah}^2}{ach \times amh} = \frac{\overline{bc'}^2}{mc' \times cc'}$ bulunur. Cismin bir dik açılı üç yüzlü olması nedeniyle bc kenarı bah yüzeyine ve bu nedenle bu yüzey deki tüm doğrulara dik olacağını dikkate alarak (cbc') açısının bir dik açıya eşit olduğu düşünülür ise, bcc' üçgeni bir dik üçgen olduğundan bc' dik kenarı cc' hipotenüsü ile mc' düzlemi arasında orantılı olur. Yani $\overline{bc'}^2 = mc' \times cc'$ bulunur. O halde son oranın ikinci tarafında pay ve payda birbirine eşit olduğundan değeri 1'e eşit olup, $\frac{\overline{bah}^2}{ach \times amh} = 1$ ve $\overline{bah}^2 = ach \times amh$ bulunur. Aynı ispat diğer yüzeylere de uygulanarak iddianın ikinci kısmının ispatı için (1) ifadelerini taraf tarafa toplayalım. $\overline{bah}^2 + \overline{bac}^2 + \overline{bch}^2 = ach(amh + amc + cmh)$ olup $amh + amc + cmh = ach$ olduğundan $\overline{bah}^2 + \overline{bac}^2 + \overline{bch}^2 = ach \times ach = \overline{ach}^2$ bulunarak ispatlanmış olur. İçindekilerin çokluğundan ötürü düzlem geometrisi sorumuzun cevabı gelecek sayıya bırakılmıştır.

107. (Aritmetik) Meşhur matematikçi Diyofantus'un mezar taşında şöyle yazılıdır; "Ey ziyaretçi, Diyofantus'un kaç sene yaşadığını bilmek istersen bilesin ki, çocukluk hayatı işleyen zamanının altıda biri kadardır. Gençlik günleri, hayatının onikide biri kadar bir zamana denktir. Bundan sonra kendini donatıncaya kadar hayatının yedide biri geçmiş ve kendini donattıktan beş sene sonra bir çocuğu dünyaya gelerek babasının yaşının yarısına geldiği zaman vefat etmiştir. Diyofantus çocuğunun kaybıyla daha dört sene uyur bir halde yaşadı." Acaba Diyofantus kaç sene yaşamıştır.

Çözüm: Çocukluk hayatı ömrünün $\frac{1}{6}$ 'sına, gençlik yılları $\frac{1}{12}$ 'sine denk olduğu gibi bundan sonra donanıncaya kadar geçen zaman, ömrünün $\frac{1}{7}$ 'si kadar olup daha 5 sene yaşadıktan sonra bir çocuğu dünyaya geldiğine ve bundan sonra da çocuğuyla birlikte ömrünün $\frac{1}{2}$ 'si kadar yaşadıklarına ve çocuğun vefatından sonra Diyofantus 4 sene yaşadığına göre ömrü, $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + 5 + \frac{1}{2} + 4$ toplamına yani hayatının $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2}\right)$ kısımları toplamıyla (5+4) sene toplamına eşittir. O halde, $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + 9 = \frac{75}{84} + 9$ bulunur. Demek ki Diyofantus'un ömrü süresi, hayatının $\frac{75}{84}$ ile 9 sayısının toplamına eşittir. Ömrü, $\frac{84}{84}$ ile gösterilebileceğinden hayatının $\frac{9}{84}$ 'ü 9 sayısına eşit olması gerekerek $\frac{1}{84}$ 'ü bundan 9 defa noksan yani $\frac{9}{9} = 1$ olup buradan $\frac{84}{84}$ 'ün yani ömür süresi $1 \times 84 = 84$ sene olacağı bulunur.

Ortaokul Kısım

108. (Aritmetik) Ses saniyede 340 m mesafe kat eder. Şimşek çaktıktan 12 sn sonra gök gürültüsü işitilse, fırtınalı bulutların bizden ne kadar uzak olduklarını bulunuz.

Çözüm: Madem ki ses her saniye 340 m kat eder, o halde sesin 12 saniye sonra ulaşması için fırtınalı bulutlar, $12 \times 340 = 4080$ m uzakta bulunmalıdır.

109. 3630 sayısı 2'den 11'e kadar olan sayılardan hangisi ile tamamen tam bölünür.

Çözüm: Sonu çift olduğu için 2 ile, rakamlarının değerleri toplamı üçün misli olduğu için 3 ile, sonu sıfırla sona erdiği için 5 ile, 2 ve 3 ile tam bölündüğü için 6 ile, sonu sıfırla sona erdiği için 10 ile, basamaklarındaki tek rakamlar toplamından çift rakamlar toplamının farkının sonucu sıfır olduğu için 11 ile tam bölünür.

110. 6 ile tam bölünebilmek üzere bir tek sayı bulabilir misiniz?

Çözüm: Tam bölünebilme koşullarına göre bir sayının 6 ile tam bölünebilmesi için hem 2 ile hem 3 ile tam bölünebilmesi gereklidir. Ayrıca 2 ile tam bölünebilecek sayıların mutlaka çift olması gerektiğinden tek hiçbir sayının 6 ile tam bölünemeyeceği anlaşılır.

111. $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} : \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}$ ifadesini düzenleyiniz.

Çözüm: Bu kesirlerin paylarındaki toplam ve paydalarındaki fark işlemleri yapılarak, $\frac{5}{6} : \frac{1}{6} : \frac{9}{20} : \frac{1}{20}$ veya $\frac{5}{6} \times \frac{6}{1} \times \frac{20}{9} \times \frac{20}{1} = 5 \times \frac{400}{9} = \frac{2000}{9} = 222\frac{2}{9}$ bulunur.

(Doğru cevap: $\frac{5}{9}$ olmalıydı.)

112. (Geometri) Bir dik üçgenin dar açılarının toplamı niçin bir dik açıya eşit geliyor?

Çözüm: Bilindiği gibi, bir üçgenin 3 açısının toplamı 2 dik açıya eşittir. Üçgen, bir dik üçgen olunca bir açısı bir dik açı olacağından geriye kalan iki dar açı toplamı bir dik açı edeceği açıktır.

113. Bir paralelkenarın geniş açılarından biri 150° olur ise diğer açıları kaçar dereceliktir.

Çözüm: Bir paralelkenarda karşılıklı açılar birbirine eşit olduğu gibi bir kenarına komşu açıları iki dik açıya eşittir. O halde diğer dar açılardan biri $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ olur.

Sorularımız

Fizik

- 695 kg kütleli bir gemi demiri denize bırakılsa, demirin yoğunluğu 7,7 deniz suyunun yoğunluğu 1,03 olduğu biliniyorken, bu demirin ne kadar bir kuvvetle yukarı kaldırılabilceğini hesap ediniz.

Cebir

- $\frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{c+a}}{\frac{1}{b} + \frac{1}{c+a}} \div \frac{\frac{1}{c} - \frac{1}{a+b}}{\frac{1}{c} + \frac{1}{a+b}}$ ifadesini düzenleyiniz.
- $\frac{x}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}$ kesrini mantıklı bir hale getiriniz.
- Ortak farkı 4 olan dört terimli bir aritmetik dizinin terimleri çarpımı 585 olduğuna göre bu terimleri belirleyiniz.

Trigonometri

- $\cos s \cos 3s = \frac{5}{18}$ olur ise $\sin^2 s = \frac{1}{6}$ olacağını ispat ediniz.

Geometri

- Pratik geometride çember içine çizilen düzgün beşgen ve düzgün ongenin birer kenarlarını belirlemek için anılan yöntemin ispatını bulunuz.

Aritmetik

- $\frac{11}{18}, \frac{8}{15}, \frac{26}{43}$ kesirlerine eşit ve her birinin paydası kendisinden sonra gelen kesrin payına eşit olmak üzere en basit 3 kesir bulunuz.
- $\frac{3}{5}, \frac{7}{8}, \frac{6}{7}$ kesirlerini en küçüğünden başlayarak büyüklük sırasıyla yazınız.
- $\frac{3}{7}$ kesri 1'e eşit olabilmek için kendisine hangi kesir eklenmelidir.
- Karekökünden 5 noksanı 116 eden sayıyı bulunuz.
- 3, 27 sayılarının aritmetik ortalamasını ve geometrik ortalamasını tayin ediniz.

Geometri

- Yarıçapı 6 m olan bir çemberde uzunluğu 37,6992 m olan yayın derecesini belirleyiniz.

Sayı-7

Kimya Soruları

1. 864 gram suyun kaç gramı hidrojen, kaç gramı oksijendir?

Çözüm: Bilindiği üzere atom düzenine göre suyun işareti H_2O dur. Hidrojenin atom ağırlığı 1 kabul edildiğine göre oksijen atomu 16 dır. İşaretler yerine, atom ağırlıkları konulacak olursa $2+16=18$ olur. Bundan anlaşılır ki 18 gram suyun 2 gramı hidrojen, 16 gramı oksijendir. O halde 864 gram suyun $\frac{2}{18}$ veya $\frac{1}{9}$ 'u hidrojen, $\frac{16}{18}$ veya $\frac{8}{9}$ 'u oksijendir. $864 \times \frac{1}{9} = 96$ gram hidrojen, $864 \times \frac{8}{9} = 768$ gram oksijendir.

2. Hidroklorik asit gazının bileşikleri olan hidrojen ile klorun yoğunlukları bilindiğine göre, yoğunluğu nedir? (Hidrojenin yoğunluğu 0,0692, klorunki 2,44 dır.)

Çözüm: Bilindiği gibi, hidroklorik asit, eşit hacimde oksijen ile klor gazlarının hacimsel analiz edilmeksizin kaynaşarak oluşan bir gazdır. Yani 1 lt hidrojen ile 1 lt klor gazı 2 lt hidroklorik asit gazı meydana getirir. Bu nedenle aranan yoğunluk, bu iki gazın yoğunlukları toplamının yarısına eşittir, $\frac{0,0692 + 2,44}{2} = 1,2546$ dır.

3. Hidrojenin yoğunluğu 0,0692 , azotunki 0,9712 olduğu biliniyorken, üç hacim hidrojenin bir hacim azotla birleşiminden meydana gelen amonyak gazının yoğunluğunu bulunuz.

Çözüm: Bilindiği üzere 3 lt hidrojenin 1 lt azotla kaynaşmasından, hacimsel analiz meydana gelerek 2 lt amonyak ayırır. Eğer hacimsel analiz olmasaydı yani ürünün hacmi 4 lt olsaydı amonyakın yoğunluğu doğal olarak hidrojenin yoğunluğunun 3 katı ile azotun yoğunluğunun toplamının dörtte birine eşit olurdu. Yani, $\frac{0,0692 \times 3 + 0,9712}{4} = 0,2947$ bulunurdu. Mademki ürün 4 lt değil 2 lt dir, bu nedenle aranan yoğunluk $0,2947 \times 2 = 0,5894$ olur.

4. 2 hacim hidrojen 1 hacim oksijen ile uyuşarak hacimsel analiz meydana getirerek 2 hacim su buharı oluşturur. Oksijenin yoğunluğu 1,1056 ve hidrojeninki 0,0692 olduğuna göre su buharının yoğunluğunu bulunuz.

Çözüm: Gay-lussac ve Mösyö Rinyol'un gösterdiğine göre 1 lt su buharının ağırlığı tamamen 1 lt hidrojen ile yarım litre oksijenin ağırlıkları toplamına eşittir. O halde su buharının yoğunluğu, hidrojenin yoğunluğu ile oksijenin yoğunluğunun yarısının toplamına eşittir, $0,0692 + 0,5528 = 0,622$ dir.

5. Laboratuarlarda oksijen, bir çok yolla elde edilir. Bunlardan biri de mangandioksiti bir boğumlama borusuyla bir ortak yabancı gaz ile, yüksek ısı dercesine kadar ısıtma yöntemidir. Böylelikle mangandioksit ile oksijen açığa çıkar, $3\text{MnO}_2 = \text{Mn}_2\text{O}_3 + 2\text{MnO}$ ayrışan oksijen, deney şişesinden toplanır. Manganezin atom ağırlığı 55, oksijenin 16 olduğu biliniyorken 4 lt oksijen elde etmek için kaç gram mangandioksit lazımdır? (Oksijenin 1litresi 1,43 gramdır.)

Çözüm: Yukarıdaki kimyasal denklemde işaretler yerine atom ağırlıkları konulacak olursa $3(55+32) = \text{Mn}_2\text{O}_3 + 2\text{MnO}$, $261 = \text{Mn}_2\text{O}_3 + 32$ görülür ki, 261 gram mangandioksit 32 gram oksijen verir. 4 lt oksijen de $1,43 \times 4 = 5,72$ gramdır. Bundan dolayı istenenin oluşması için $\frac{261 \times 5,72}{32} = 46,62$ gram mangandioksite ihtiyaç vardır.

Rodos Lisesi Müdür Yardımcısı
Edibzade Tevfik

Bir Hesap Sorusu

$\sqrt[2]{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[4]{4}$... $\sqrt[n]{n}$ dizisinin en büyük terimini bulunuz.

Çözüm: Dizinin $\sqrt[n]{n}$ terimini dikkate alalım. x eğer asal değilse, $x = b \times m$ (burada b , m tekilinden büyük bir tamsayıdır) çarpımına ayrılabilceğinden bu terim $\sqrt[b \times m]{b \times m}$ şeklinde gösterilebilir. $b > m$ ise $\sqrt[b \times m]{b \times m} < \sqrt[b]{b}$ olup buradan $b \times m < b^m$ olur. Esasen $b > m$ olduğundan bu netice aşıkardır. $b < m$ ise $\sqrt[b \times m]{b \times m} < \sqrt[m]{m}$ olduğu da aynı şekilde düşünülür. Bundan dizide asal olmayan sayılar içeren terimlerin asal sayıları içeren terimlerden daha az oldukları ve bu nedenle dizinin en büyük terimini asal sayı

içeren köklü ifadeler arasında aramak gerektiği anlaşılır. Şimdi öncelikle, $\sqrt[2]{2} < \sqrt[3]{3}$ 'dür. Çünkü $2^2 < 3^3$ 'dür. Diğer asal sayılara gelince, bunlar genellikle teorik hesabın bir teoremine göre $6x \pm 1$ şeklinde gösterilir. Burada da, $\sqrt[3]{3} > \sqrt[6x+1]{6x \pm 1}$ dir. Gerçekten, $3^{6x+1} > (6x \pm 1)^3$ olacağı, x için 1,2,3,...değerleri verilerek doğruluğu anlaşılır. Bunun x için doğru olduğunu kabul ederek x+1 için de doğru olacağını ispat edersek meseleyi iyice ispat etmiş oluruz. $6x+1$ şeklini ele alalım. x+1 için doğru olduğunu kabul ettiğimizden $3^{6x+1} > (6x+1)^3$ yazılabilir. $6x+1=k$ kabulüyle $3^k > k^3$ bulunur. x yerine x+1 koyalım. O halde $3^{k+6} > (k+6)^3$ olacaktır. Gerçekten, $3^k \times 3^6 > k^3 \left(1 + \frac{18}{k} + \frac{108}{k^2} + \frac{216}{k^3}\right)$ (1) olur. Çünkü $3^k > k^3$ (2) idi. Diğer taraftan k ne olur ise olsun $3^6 > 1 + \frac{18}{k} + \frac{108}{k^2} + \frac{216}{k^3}$ (3) olacağı görülmekte olduğundan (2),(3) numaralı eşitsizliklerinin taraf tarafa çarpımından meydana gelen (1) eşitsizliği de doğrudur. Eğer asal sayılar $6x-1$ şeklinde düşünülürse yine $3^{6x-1} > (6x-1)^3$ olacağı kolaylıkla ispat edilir. Şimdi $6x \pm 1$ şekli tüm asal sayıları kapsadığından asallar arasında en büyük değere sahip olan köklü ifadenin $\sqrt[3]{3}$ olduğu ve bundan dolayı dizinin en büyük teriminin bu terimden meydana geldiği ispatlanmış olur.

Abdülkerim

Lise Kısmı

114. (Fizik) 695 kg kütleli bir gemi demiri denize bırakılsa, demirin yoğunluğu 7,7 deniz suyunun yoğunluğu 1,03 olduğu biliniyorken, bu demirin ne kadar bir kuvvetle yukarı kaldırılabilceğini hesap ediniz.

Çözüm: Öncelikle bu demirin hacmini belirleyelim. Kütlenin hacme oranı yoğunluğa eşit olduğundan aranılan hacim h ile gösterilerek, $\frac{695000}{h} = 7,7$ veya $h = \frac{695000}{7,7}$ ve buradan $90259,7 \text{ cm}^3$ bulunur. İşte demir suya bırakıldığında kendi hacmine eşit deniz suyunu yer değiştirecek ve söz konusu su kütlesi kadar kütleinde kayıp olacaktır. O halde bu hacmi dolduracak deniz suyunun kütlesi, $90259,7 \times 1,03 = 92967,491$ gram olup gemi demiri, kütlelerinden bu kadar gram

kaybedeceğinden, $695000 - 92967,491 = 602032,509$ gram kalır ki demirin yukarıya kaldırılması için uygulanması gereken kuvvettir.

115. (Cebir) $\frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{c+a}}{\frac{1}{b} + \frac{1}{c+a}} \div \frac{\frac{1}{c} - \frac{1}{a+b}}{\frac{1}{c} + \frac{1}{a+b}}$ ifadesini düzenleyiniz.

Çözüm: Pay ve paydadaki kesirler birleştirilerek, $\frac{\frac{c+a-b}{b(c+a)}}{\frac{c+a+b}{b(c+a)}} : \frac{\frac{a+b-c}{c(a+b)}}{\frac{a+b+c}{c(a+b)}}$ ve

$\frac{c+a-b}{c+a+b} : \frac{a+b-c}{a+b+c}$ ve buradan $\frac{c+a-b}{c+a+b} \times \frac{a+b+c}{a+b-c} = \frac{c+a-b}{a+b-c}$ bulunur.

116. $\frac{x}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}$ kesrini mantıklı bir hale getiriniz.

Çözüm: Bu kesrin pay ve paydası, paydanın eşleniği olan $\sqrt{b}+\sqrt{c}$ ile çarpılarak, $\frac{x}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} = \frac{x(\sqrt{b}+\sqrt{c})}{(\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{b}+\sqrt{c})} = \frac{x(\sqrt{b}+\sqrt{c})}{b-c}$ bulunur.

117. Ortak farkı 4 olan dört terimli bir aritmetik dizinin terimleri çarpımı 585 olduğuna göre bu terimleri belirleyiniz.

Çözüm: Dizinin ilk terimi b olsun. Diğer terimleri $b+4$, $b+8$, $b+12$ olacağından mevcut ifadeye göre, $b(b+4)(b+8)(b+12)=585$ denklemi oluşturulur. 2. ve 3. parantezler ayrı ve b ile $(b+12)$ ayrı çarpılarak denklem, $(b^2+12b)(b^2+12b+32)=585$ haline getirilir. Şimdi $b^2+12b=a$ (1) kabul edelim. O halde, $a(a+32)=585$ ve buradan $a^2+32a-585=0$ ikinci dereceden denklemi elde edilir. Bilinen kurala göre $a = -16 \pm \sqrt{256+585}$, $a = -16 \pm \sqrt{841}$, $a = -16 \pm 29$ bulunup pozitif değere göre $a=13$ ve $a=-45$ olur. a nın 13 değeri (1) numaralı ifadeye konulur ise $b^2+12b-13=0$ denklemi oluşup buradan $b = -6 \pm \sqrt{36+13}$, $b = -6 \pm \sqrt{49}$, $b = -6 \pm 7$ bulunarak $b=1$, $b=-13$ ilk terimine ulaşılır. Bu iki ilk terime göre diziler, 1,5,9,13 ve -13,-9,-5,-1 den ibarettir. Eğer a 'nın -

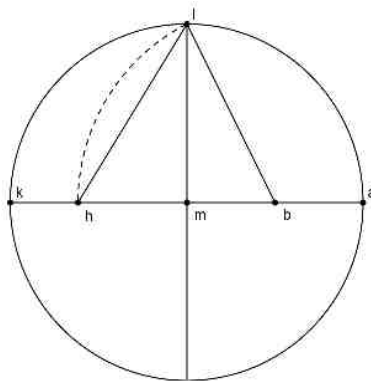
45 değeri kabul edilirse yine b için iki değer bulunur. Bunlardan biri $b = -6 + 3\sqrt{-1}$ diğeri $b = -6 - 3\sqrt{-1}$ olup, $-6 + 3\sqrt{-1}$, $-2 + 3\sqrt{-1}$, $2 + 3\sqrt{-1}$, $6 + 3\sqrt{-1}$ ve $-6 - 3\sqrt{-1}$, $-2 - 3\sqrt{-1}$, $2 - 3\sqrt{-1}$, $6 - 3\sqrt{-1}$ dizileri meydana gelir.

118. (Trigonometri) $\cos s \cos 3s = \frac{5}{18}$ olur ise $\sin^2 s = \frac{1}{6}$ olacağını ispat ediniz.

Çözüm: $\cos s \cos(2s + s) = \frac{5}{18}$, $\cos s(\cos 2s \cos s - \sin 2s \sin s) = \frac{5}{18}$,
 $\cos 2s \cos^2 s - \sin 2s \sin s \cos s = \frac{5}{18}$, $(\cos^2 s - \sin^2 s) \cos^2 s - 2 \sin s \cos s \sin s \cos s = \frac{5}{18}$
 $\cos^4 s - \sin^2 s \cos^2 s - 2 \sin^2 s \cos^2 s = \frac{5}{18}$, $\cos^4 s - 3 \sin^2 s \cos^2 s = \frac{5}{18}$ olup $\sin^2 s$
yerine $1 - \cos^2 s$ ifadesi yazılarak, $\cos^4 s - 3(1 - \cos^2 s) \cos^2 s = \frac{5}{18}$,
 $4 \cos^4 s - 3 \cos^2 s - \frac{5}{18} = 0$, $\cos^4 s - \frac{3}{4} \cos^2 s - \frac{5}{72} = 0$, $\cos^2 s = \frac{3}{8} \pm \sqrt{\frac{9}{64} + \frac{5}{72}}$,
 $\cos^2 s = \frac{3}{8} \pm \frac{11}{24}$ bulunarak $1 - \cos^2 s = \sin^2 s$ ifadesinden yerine konularak
 $1 - \frac{5}{6} = \sin^2 s$ ve buradan $\sin^2 s = \frac{1}{6}$ bulunup aranan elde edilmiş olur.

119. (Düzlem Geometrisi) Pratik geometride çember içine çizilen düzgün beşgen ve düzgün ongenin birer kenarlarını belirlemek için anılan yöntemin ispatını bulunuz.

Çözüm: Pratik geometride düzgün beşgen ve düzgün ongenin birer kenarlarını belirlemek için aşağıdaki yöntem dile getirilmektedir.



Çemberin birbirine dik olan iki çapı alındıktan sonra am yarıçapının b orta noktasını merkez ve bl 'yi yarıçap kabul ederek çizilen lh yayıyla h noktası belirlenir. lh yayının kirişi olan lh doğru parçası m çemberi içinde çizilen düzgün beşgenin ve mh da düzgün ongenin birer kenarlarından meydana gelir. İşte bu hususu ispat edeceğiz. Şöyle ki, oluşan mlh dik üçgenden $lh = \sqrt{ml^2 + mh^2}$ ve çemberin yarıçapı r ile gösterilerek, $lh = \sqrt{r^2 + mh^2}$ (1) olur. Ayrıca $mh = bh - bm$ olup $bh = bl$, $bm = \frac{r}{2}$ olduklarından

yerlerine konulduğunda, $mh = bl - \frac{r}{2}$ ve ayrıca $bl = \sqrt{r^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2}$ olduğundan

$$mh = \sqrt{r^2 + \frac{r^2}{4}} - \frac{r}{2} \text{ ve } mh = \sqrt{\frac{5r^2}{4}} - \frac{r}{2} \text{ ve buradan } mh = \frac{r}{2}\sqrt{5} - \frac{r}{2}, \quad mh = \frac{r(\sqrt{5}-1)}{2} \text{ ve}$$

düzenlenerek, $mh^2 = \frac{r^2(\sqrt{5}-1)^2}{4}$ bulunup (1) numaralı ifadede yerine konularak,

$$lh = \sqrt{r^2 + \frac{r^2(\sqrt{5}-1)^2}{4}} \text{ ve } lh = \frac{\sqrt{4r^2 + r^2(5-2\sqrt{5}+1)}}{2}, \quad lh = \frac{\sqrt{r^2(4+5-2\sqrt{5}+1)}}{2},$$

$$lh = \frac{r\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2} \text{ bulunur ki, söz konusu ifade bu çemberin içine çizilen düzgün}$$

beşgenin bir kenarının, çemberin yarıçapı cinsinden değerini gösterdiğinden lh doğru parçasının hakikaten düzgün beşgenin bir kenarını gösterdiği ve çizim yönteminin doğruluğunu ortaya koyar. Geometrice bilindiği üzere, düzgün beşgenin bir kenarıyla çemberin yarıçapı ve düzgün ongenin bir kenarı arasında dik üçgen çizilebileceği ve bunun hipotenüsü beşgenin kenarını oluşturur. Bundan dolayı $\sqrt{lh^2 - r^2} = mh$ ifadesi düzgün ongenin yarıçap cinsinden değerini gösterecektir. Gerçekten, $lh^2 = \frac{r^2(10-2\sqrt{5})}{4}$

değeri yerine konularak

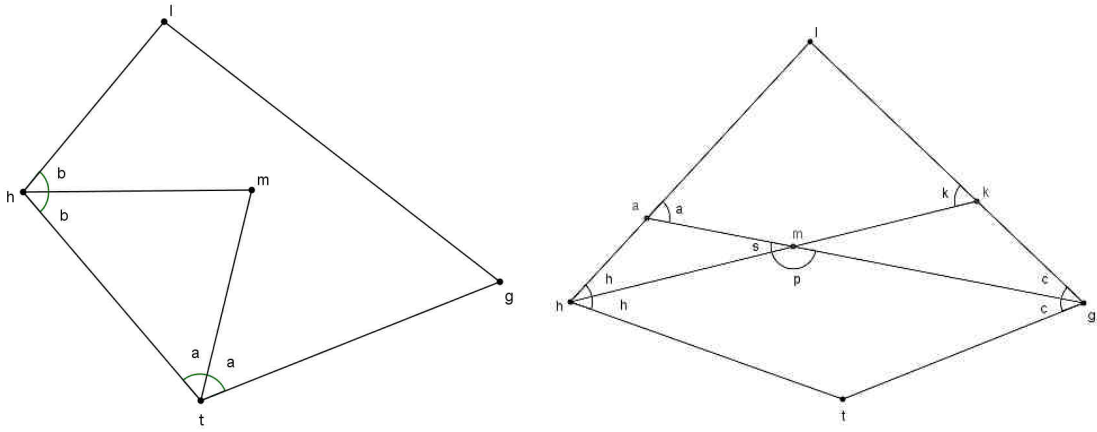
$$mh = \sqrt{\frac{r^2(10-2\sqrt{5})}{4} - r^2} = \frac{\sqrt{r^2(10-2\sqrt{5}) - 4r^2}}{2} = \frac{\sqrt{r^2(10-2\sqrt{5}-4)}}{2} = \frac{r\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{2}$$

$$\text{bulunur. Şimdi, } 6-2\sqrt{5} = 5-2\sqrt{5}+1 = (\sqrt{5}-1)^2 \text{ olup, } mh = \frac{r\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}{2} = \frac{r(\sqrt{5}-1)}{2}$$

bulunur. Bu da çember içinde çizilen düzgün ongenin yarıçap cinsinden değerini göstermektedir ki mh kenarının da söz konusu kenarı oluşturduğu ispatlanmış olur.

120. Herhangi bir dörtgenin bir kenarına komşu iki açının açıortaylarıyla oluşan açı, dörtgenin diğer iki açısının toplamının yarısına eşittir. İkinci olarak, dörtgenin karşılıklı iki açısının açıortaylarıyla oluşan açı, dörtgenin diğer iki açısının farkının yarısına eşittir.

Çözüm:

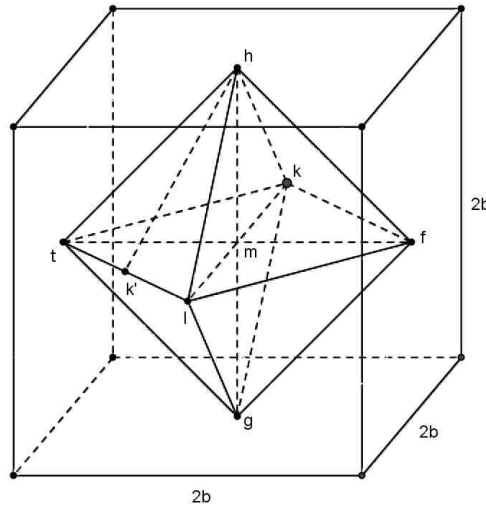


lgth dörtgeninde komşu h,t açılarının açıortayları ile oluşan m açısı, diğer iki açının toplamının yarısına yani $\frac{l+g}{2}$ 'ye eşittir. Gerçekten, her dörtgende dört açının toplamı dört dik açıya eşit olduğundan, $l+g+2b+2a=4.90$ ve $l+g=4.90-2(a+b)$ ve her iki taraf 2 ile bölünerek $\frac{l+g}{2} = 2.90 - (a+b)$ (1) bulunur. Ayrıca açıortaylarla oluşan mht üçgeninde açılar toplamı iki dik açıya eşit olduğundan, $m+b+a=2.90$ ve $m=2.90-(a+b)$ bulunup 1 numaralı ifadeye göre $m = \frac{l+g}{2}$ olduğu bulunur. İkinci olarak, g,h gibi karşılıklı iki açının açıortaylarıyla oluşan s açısı diğer iki açının farkının yarısına yani $\frac{t-l}{2}$ ye eşittir. Gerçekten, lkh, lag üçgenlerinde açılar ikişer dik açıya eşit olduğundan $l+h+k=2.90$, $l+a+c=2.90$ ve taraf tarafa toplanarak, $2l+h+a+k+c=4.90$ (1) bulunur. k açısı kmg üçgeninde, a açısı amh üçgeninde dış açılar olduğundan $k=s+c$, $a=s+h$ değerleri bulunarak (1) no.lu ifadede yerine konularak, $2l+2h+2s+2c=4.90$, $l+h+s+c=2.90$ ve s yalnız bırakılarak $s=2.90-(l+h+c)$ (2) bulunur. ag açıortayının bir

tarafında kalan s,p açıları toplamı iki dik açı edeceğinden, $s+p=2.90$ olup p ise $gmht$ dörtgeninden $p=4.90-(c+t+h)$ olup bu değer yerine konularak, $s+4.90-c-t-h=2.90$ ve $s=c+t+h-2.90$ elde edilir. Bu son ifade ile (2) numaralı ifade taraf tarafa toplanarak $2s=t-l$ ve buradan $s = \frac{t-l}{2}$ bulunarak istenen elde edilmiş olur.

121. Bir kenarının uzunluğu $2b$ olan bir küpün içine çizilen ve köşeleri küpün yüzlerinin merkezlerine değen bir düzgün sekiz yüzlünün alan ve hacmini hesaplayınız.

Çözüm:



Küpün yüzlerinin merkezleri sıra ile t,g,f,h,l,k olsun. Uzay geometrice bilindiği üzere, bir düzgün sekiz yüzlü, sekiz yüze sahip olup, yüzleri birer eşkenar üçgenden meydana gelir. Bundan başka sekiz yüzlünün hg, ft, kl köşegenleri birbirine eşit oldukları gibi birbirlerini dik keserler ve ortalarlar. Bu nedenle khtg, khlg, fktl şekilleri birer kareden ibarettir. Sekiz yüzlünün alanını bulmak için yüzlerinden birinin alanını belirleyerek onun 8 katını almak yeterlidir. Şimdi, m noktasından fktl düzlemi içinde çizilmiş olan lt doğru parçasına mk' dikmesi indirilir ve k' ile h birleştirilirse 3 dikme kuralı gereğince hk' doğru parçası lt doğru parçasına dik olup lht yüzünde bu hk doğru parçası, yüksekliktir. Şimdi bu yüzün alanını hesap edelim. Alan $lht = \frac{1}{2}lt \times hk'$

ifadesinden lt , hk' kenarlarının $2b$ cinsinden değerlerini yerlerine yazalım. mtl dik üçgeninde lt kenarı hipotenüs olduğundan $lt = \sqrt{ml^2 + mt^2}$ ve $ml = mt = \frac{lt}{2} = b$ olup, $lt = \sqrt{b^2 + b^2} = \sqrt{2}b$ bulunur. Diğer taraftan mtl üçgeninin alanının iki katını gösterdiklerinden dolayı $mk' \times lt$, $ml \times mt$ ifadeleri birbirine eşit olup $mk' \times lt = ml \times mt$ ve $mk' = \frac{ml \times mt}{lt}$, $mk' = \frac{b \times b}{\sqrt{2}b}$, $mk' = \frac{b}{\sqrt{2}}$ bulunarak mhk' dik üçgeninden $hk' = \sqrt{mh^2 + mk'^2}$ ifadesi bulunup buradan $hk' = \sqrt{b^2 + \frac{b^2}{2}}$, $hk' = \sqrt{\frac{3b^2}{2}}$, $hk' = b\sqrt{\frac{3}{2}}$ elde edilir. Elde edilen lt , hk' kenarlarının değerleri alan formülünde yerlerine yazılır ve 8 katı alınır ise aranan alan, $8 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2}b \times \frac{b\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ ve aranan alan $4b^2\sqrt{3}$ olduğu bulunur.

Sekiz yüzlünün hacmine gelince; h-fktl piramidinin eksik hacminden oluşarak 2 hacim piramit $= 2 \left[\frac{1}{3} \times \text{satih}(fktl) \times mh \right]$ formülünden aranan hacim $= 2 \left[\frac{1}{3} \times 2b^2 \times b \right] = \frac{4}{3}b^3$ bulunur. Şimdi küpün hacim ölçüsü $(2b)^3 = 8b^3$ olduğuna göre $b^3 = \frac{1}{8}$ hacim küp veya $\frac{4}{3}b^3 = \frac{4}{3} \times \frac{1}{8}$ hacim veya $\frac{4}{3}b^3 = \frac{1}{6}$ hacim bulunarak bundan sekiz yüzlünün hacminin küpün 6'da 1'ine eşit olduğu anlaşılır.

122. (Aritmetik) $\frac{11}{18}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{26}{43}$ kesirlerine eşit ve her birinin paydası kendisinden sonra gelen kesrin payına eşit olmak üzere en basit 3 kesir bulunuz.

Çözüm: Öncelikle 18 ile 8'i birleştirelim. 2×3^2 , 2^3 çarpanlarına ayrılmış olduğundan en küçük ortak kat $3^2 \times 2^3 = 72$ olup $\frac{11 \times 4}{18 \times 4}$, $\frac{8 \times 9}{15 \times 9}$ ve $\frac{44}{72}$, $\frac{72}{135}$ olur. Şimdi 135 ile 26'yı birleştirelim. Bunlar aralarında asaldır. En küçük ortak katları 135×26 dır. $\frac{44 \times 26}{72 \times 26}$, $\frac{72 \times 26}{135 \times 26}$, $\frac{135 \times 26}{135 \times 43}$ kesirleri aranan kesirlerdir.

Ortaokul Kısım

123. (Aritmetik) $\frac{3}{5}, \frac{7}{8}, \frac{6}{7}$ kesirlerini en küçüğünden başlayarak büyüklük sırasıyla yazınız.

Çözüm: Bu kesirlerin paydalarını eşitleyelim. Birinci kesrin pay ve paydası 56, ikinci kesrin pay ve paydası 35, üçüncü kesrin pay ve paydası 40 ile çarpıldığında $\frac{3 \times 56}{5 \times 56}, \frac{7 \times 35}{8 \times 35}, \frac{6 \times 40}{7 \times 40}$ ve $\frac{168}{280}, \frac{245}{280}, \frac{240}{280}$ kesirleri oluşup küçüklük sırasıyla $\frac{168}{280}, \frac{240}{280}, \frac{245}{280}$ yazılır.

124. $\frac{3}{7}$ kesri 1'e eşit olabilmek için kendisine hangi kesir eklenmelidir.

Çözüm: $\frac{3}{7}$ kesri 1'in yedi parçasından 3 parçasına sahip olup tam bire eşit olabilmek için daha $\frac{4}{7}$ parçanın ilavesi gereklidir. Gerçekten $\frac{3}{7} + \frac{4}{7} = \frac{7}{7} = 1$ olur.

125. Karekökünden 5 noksanı 116 eden sayıyı bulunuz.

Çözüm: Verilen bilgilere göre aranılan sayının karekökü $116+5=121$ olup aranılan sayı, $(121)^2=14641$ sayısıdır.

126. 3, 27 sayılarının aritmetik ortalamasını ve geometrik ortalamasını tayin ediniz.

Çözüm: Söz konusu sayılar arasında aritmetik ortalama, ortalaması birbirine eşit olan bir orantı sayısı aracılığıyla belirleneceğinden $27 - s = s - 3$ ve $s = \frac{3+27}{2} = 15$ bulunur. Gerçekten, $27 - 15 = 15 - 3$ orantı sayısı doğrusur. Bu sayılar arasındaki geometrik ortalamaya gelince, ortalaması birbirine eşit olan bir geometrik orantı aracılığıyla belirleneceğinden, $\frac{3}{s} = \frac{s}{27}$ ve $s^2 = 81$ ifadesinden $s=9$ bulunur. Gerçekten

$\frac{3}{9} = \frac{9}{27}$ geometrik orantının her iki tarafının çarpımının sonucu ortalamanın çarpımına eşit olduğu için doğrudur.

127. 3 takım işçi tarafından ortaklaşa yapılan bir iş için 6885 kuruş kazanıp 1. takım 13 ve 2. takım 15 ve 3. takım 17 işçiden oluşsa, söz konusu kazancı bu 3 takım arasında orantılı olarak bölüştürünüz.

Çözüm: Söz konusu meblağ $13+15+17=45$ eş parçaya bölünerek içinden 13 kısmı 1. takım işçiye, 15 kısmı 2. takım işçiye ve 17 kısmı 3. takım işçiye dağıtılır. Gerçekten, $6885:45=153$,

1. takım işçi, $13 \times 153 = 1989$

2. takım işçi, $15 \times 153 = 2295$

3. takım işçi, $17 \times 153 = 2601$ alacaklardır. Gerçekten de hisseler toplamı 6885 kuruştur.

128. Martın 1. günü %4 hesabıyla faize yatırılmış olan bir sermaye 16 Eylülde faizi ile birlikte toplam 18514 kuruş olsa, söz konusu sermaye kaç kuruştur.

Çözüm: Öncelikle 100 kuruşun bu süre boyunca kaç kuruş faiz getireceğini hesaplayalım. Martın 1'inden Eylülün 16'sına kadar geçen müddet 200 gündür. Şimdi 100 kuruş 360 günde 4 kuruş faiz getirir ise bir günde $\frac{4}{360}$ kuruş ve 200

günde ise $200 \times \frac{4}{360} = \frac{20}{9} = 2,3$ kuruş faiz getirir. O halde faize yalnız 100 kuruş verilse

idi 200 gün sonra 102,3 kuruşa ulaşacaktı. Şimdi 102,3 kuruş faiziyle birlikte sermaye, 100 kuruş sermaye eder ise 18514 faiziyle birlikte sermaye, kaç kuruş sermaye eder

diyerek orantıyı oluşturalım. $s = \frac{100 \times 18514}{102,3}$ ve $s=18000$ bulunur ki $18514-18000=514$

kuruş da kazanılan faizdir. (Doğru cevap: $s=18097,8$ olmalıydı.)

129. 72 gün vadeli 10100 kuruşluk senedin %5'ten iskontosu ne kadardır.

Çözüm: Iskonto miktarı, sarraf tarafından bize iade olunan meblağın söz konusu vade süresince getireceği faiz gibi düşünülerek yapılan hesaba, iskonto denilir.

Öncelikle 1 kuruşun bu müddet zarfında getireceği faizi hesaplayalım.

$$s = \frac{72 \times 5}{36000} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ kuruştur. Şimdi 1,01 kuruşluk bir senet \%5'ten bu müddet için}$$

ıskonto ettirilse idi sarrafın alıkoyacağı miktar 0,01 kuruş olacaktı. O halde 1,01 kuruş ıskonto ettirilecek 1 kuruşa indirilirse 10100 kuruş ıskonto ettirilecek kaç kuruşa

$$\text{indirilir orantısından, } s = \frac{10100}{101} = 10000 \text{ kuruş sarrafın iade edeceği anlaşır. Bu nedenle}$$

$10100 - 10000 = 100$ kuruş ıskonto bedeli olarak sarrafa bırakılmıştır. Malumdur ki, dahili ıskonto da sarrafın alıkoyduğu miktar, bize verdiği paranın söz konusu müddet boyunca getireceği faizden oluşup bundan dolayı iade olunan para ile faizi toplamı senedin asıl değerine eşit olacağından $100 + 10000 = 10100$ olduğu görülür.

130. Yarıçapı 6 m olan bir çemberde uzunluğu 37,6992 m olan yayın derecesini belirleyiniz.

Çözüm: Geometride bir çemberin çevresinin uzunluğu $2\pi r$ ifadesiyle belirlendiği bilinmektedir. Verilen çemberin yarıçapı 6m ve $\pi = 3,1416$ olduğuna göre $2\pi r = 2 \times 3,1416 \times 6$ ifadesi çevrenin yani 360° lik bir yayın uzunluğunu gösterir. Bu ifade düzenlenerek $2 \times 3,1416 \times 6 = 37,6992$ m bulunur. Şimdi sorunun bilinenleriyle bu miktar karşılaştırılırsa derecesi, aranılan yayın bir çevreden ibaret yani 360° olduğu doğrulanır. Şayet verilen bilgi 37,6992 metreden az 18,8496 m olduğunu kabul edilirse, bu yayı ait derece aşağıdaki bir basit orantı ile bulmak mümkündür. Gerçekten, 37,6992 metrelik bir yayın derecesi 360° olur ise, 18,8496 metrelik bir yayın derecesi ne kadar olur tarzında yani, $s = \frac{360 \times 37,6992}{18,8496}$ şeklinde kurulan bir orantı $s = 180^\circ$ olduğu yani

aranılan yayın yarım çevre olacağı doğrulanır. Hakikaten $18,8492 = \frac{37,6992}{2}$ olduğu doğrulanabildiğinden aranılan yarım yaydır.