

T.C.  
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

# HERTZ ELEKTRODİNAMİĞİNDE KANONİK SAÇILMA PROBLEMLERİ

**Ramazan DAŞBAŞI**

DOKTORA TEZİ  
Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı  
Haberleşme Programı

Danışman  
Prof. Dr. Abdullah Burak POLAT

Temmuz, 2021

T.C.  
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HERTZ ELEKTRODİNAMİĞİNDE KANONİK SAÇILMA  
PROBLEMLERİ

Ramazan DAŞBAŞI tarafından hazırlanan tez çalışması 16.07.2021 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı Haberleşme Programı **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Abdullah Burak POLAT  
Yıldız Teknik Üniversitesi  
Danışman

**Jüri Üyeleri**

Prof. Dr. Abdullah Burak POLAT, Danışman  
Yıldız Teknik Üniversitesi

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Ahmet Serdar TÜRK, Üye  
Yıldız Teknik Üniversitesi

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Ali ALKUMRU, Üye  
Gebze Teknik Üniversitesi

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Nurhan TÜRKER TOKAN, Üye  
Yıldız Teknik Üniversitesi

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Alp Oral SALMAN, Üye  
Kocaeli Üniversitesi

\_\_\_\_\_

Danışmanım Prof. Dr. Abdullah Burak POLAT sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Hertz Elektrodinamiğinde Kanonik Saçılma Problemleri başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Ramazan DAŞBAŞI

İmza



Bu çalışma Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından FDK-2019-3680 proje numarası ile desteklenmiştir.

*Cumhuriyetimizin kurucusu Gazi Mustafa Kemal Atatürk'e  
ve aziz şehitlerimize*



## TEŞEKKÜR

---

Doktora eğitimim boyunca her türlü desteği sunan, engin bilgi ve tecrübesi ile yolumu aydınlatan, elektrik-elektronik mühendisliğine bakış açımı yeni baştan şekillendiren çok kıymetli hocam ve danışmanım Prof. Dr. Abdullah Burak POLAT'a;

Bu süreçte verdiği sınırsız destek ve gösterdiği sabırdan ötürü eşim Melek DAŞBAŞI'ya;

Desteklerini hiç esirgemeyen değerli arkadaşlarım Yunus Emre YAMAÇ, Mehmet Nazım TAMKOÇ, Yunus TOPBAŞ ve Giray GERİM'e;

Ayrıca doktora öğrenimim boyunca 2211-A Genel Yurtiçi Doktora Burs Programı kapsamında beni destekleyen TÜBİTAK BİDEB'e;

sonsuz şükranlarımı sunarım.

Ramazan DAŞBAŞI

# İÇİNDEKİLER

---

|                                                                                                                               |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| SİMGE LİSTESİ                                                                                                                 | ix        |
| KISALTMA LİSTESİ                                                                                                              | x         |
| ŞEKİL LİSTESİ                                                                                                                 | xi        |
| TABLO LİSTESİ                                                                                                                 | xiv       |
| ÖZET                                                                                                                          | xv        |
| ABSTRACT                                                                                                                      | xvii      |
| <b>1 GİRİŞ</b>                                                                                                                | <b>1</b>  |
| 1.1 Literatür Özeti . . . . .                                                                                                 | 1         |
| 1.1.1 Hareketli Bünyelerin Elektrodinamiği . . . . .                                                                          | 1         |
| 1.1.2 Pervane Modülasyonu . . . . .                                                                                           | 4         |
| 1.2 Tezin Amacı . . . . .                                                                                                     | 7         |
| 1.3 Orijinal Katkı . . . . .                                                                                                  | 8         |
| <b>2 HAREKETLİ HACİMSSEL KAYNAKLARDAN IŞIMA VE SAÇILMA</b>                                                                    | <b>9</b>  |
| 2.1 Genel Formülasyon . . . . .                                                                                               | 9         |
| 2.1.1 $E$ -gözlemcisi için Hertz-Heaviside Alan Denklemleri . . . . .                                                         | 9         |
| 2.1.2 $L$ -gözlemcisi için Hertz-Heaviside Alan Denklemleri . . . . .                                                         | 11        |
| 2.1.3 $\mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D}$ Bölgesinde Konuşlu $L$ -gözlemcisi için Hertz-Heaviside Alan Denklemleri . . . . . | 12        |
| 2.2 Hacimsel Bölgeler Arasında Alan Dönüşümleri . . . . .                                                                     | 13        |
| 2.2.1 $\mathcal{D}$ Bölgesinde Alan Dönüşümleri . . . . .                                                                     | 14        |
| 2.2.2 $\mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D}$ Bölgesinde Alan Dönüşümleri . . . . .                                              | 15        |
| 2.3 Hareketli Hacimsel Kaynaklardan Saçılma . . . . .                                                                         | 16        |
| <b>3 HAREKETLİ MÜKEMMEL ELEKTRİK İLETKEN DÜZLEMDEN YANSIMA</b>                                                                | <b>22</b> |
| 3.1 Düzgün Doğrusal Hareket Halindeki Mükemmel Elektrik İletken Düzlem                                                        | 22        |
| 3.1.1 Düzleme Paralel Düzgün Doğrusal Hareket . . . . .                                                                       | 22        |
| 3.1.2 Düzleme Dik Düzgün Doğrusal Hareket . . . . .                                                                           | 33        |

|          |                                                                                            |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.2      | İvmeli Doğrusal Hareket Halindeki Mükemmel Elektrik İletken Düzlem                         | 34        |
| 3.2.1    | Düzleme Dik Sabit İvmeli Doğrusal Hareket                                                  | 39        |
| 3.2.2    | Düzleme Paralel Sabit İvmeli Doğrusal Hareket                                              | 41        |
| 3.3      | Dik Eksen Etrafında Dönen Mükemmel Elektrik İletken Düzlem                                 | 43        |
| 3.3.1    | Gelen Alanlar                                                                              | 43        |
| 3.3.2    | Yansıyan Alanlar                                                                           | 46        |
| <b>4</b> | <b>HAREKETLİ HACİMSEL OLMAYAN KAYNAKLARDAN IŞIMA VE SAÇILMA</b>                            | <b>48</b> |
| 4.1      | Dejenere Hertz-Heaviside Alan Denklemleri                                                  | 48        |
| 4.2      | Hareketli Hacimsel Olmayan Kaynaklardan Saçılma                                            | 49        |
| <b>5</b> | <b>DÜZGÜN DOĞRUSAL HAREKET HALİNDEKİ MÜKEMMEL ELEKTRİK İLETKEN YARIM DÜZLEMDEN SAÇILMA</b> | <b>53</b> |
| 5.1      | Düzleme Paralel Düzgün Doğrusal Hareket                                                    | 54        |
| 5.1.1    | $E$ - ve $L$ -çerçevelerinde Gelen Alanlar                                                 | 54        |
| 5.1.2    | $L$ -çerçevesinde Saçılan Alanlar                                                          | 55        |
| 5.1.3    | $S$ Üzerinde Konuşlu $L$ -gözlemcisi için Saçılan Dalga                                    | 55        |
| 5.1.4    | $\mathbb{R}_3 \setminus S$ Bölgesinde Konuşlu $L$ -gözlemcisi için Saçılan Dalga           | 57        |
| 5.1.5    | $L$ -çerçevesinde Uzak Alan Saçılan Dalga                                                  | 58        |
| 5.1.6    | Kırınım Katsayısının Değerlendirilmesi                                                     | 63        |
| 5.1.7    | $E$ -çerçevesinde Uzak Alan Saçılan Dalgalar                                               | 65        |
| 5.2      | Düzleme Dik Düzgün Doğrusal Hareket                                                        | 66        |
| 5.3      | Sayısal Sonuçlar                                                                           | 66        |
| 5.4      | Özel Görelilik Kuramı Sonuçları ile Karşılaştırma                                          | 70        |
| <b>6</b> | <b>DİK EKSENİ ETRAFINDA DÖNEN MÜKEMMEL ELEKTRİK İLETKEN ŞERİTTEN SAÇILMA</b>               | <b>72</b> |
| 6.1      | I. Alt Problem: Durağan Mükemmel Elektrik İletken Şeritten TE Düzlem Dalga Saçılması       | 73        |
| 6.1.1    | Sınır-Değer Probleminin Kuruluşu                                                           | 74        |
| 6.1.2    | Skaler $u^{TE}(x_1, x_2)$ Alanının Spektral Gösterimi                                      | 76        |
| 6.1.3    | Modifiye Wiener-Hopf Denkleminin Türetilmesi                                               | 77        |
| 6.1.4    | Kuple Integral Denklem Sisteminin Elde Edilişi                                             | 78        |
| 6.1.5    | Kuple Integral Denklem Sisteminin İteratif Çözümü                                          | 79        |
| 6.1.6    | Saçılan Alanların İntegral Yapıda Gösterimi                                                | 81        |
| 6.1.7    | Birinci Mertebe Saçılan Alanların Asimptotik Değerlendirmesi                               | 83        |
| 6.1.8    | İkinci Mertebe Saçılan Alanların Asimptotik Değerlendirmesi                                | 85        |
| 6.1.9    | Saçılan Alanların Uzak Alan Gösterimleri                                                   | 86        |
| 6.2      | II. Alt Problem: Durağan Mükemmel Elektrik İletken Şeritten TM Düzlem Dalga Saçılması      | 87        |

|          |                                                                                                               |            |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 6.3      | Ana Problem: Dik Eksen Etrafında Dönen Mükemmel Elektrik İletken<br>Şeritten Düzlem Dalga Saçılması . . . . . | 91         |
| 6.3.1    | $E$ -çerçevesinde Gelen Alanlar . . . . .                                                                     | 91         |
| 6.3.2    | Hareket Mekanizmasının Kinematik Özellikleri . . . . .                                                        | 91         |
| 6.3.3    | $L$ -çerçevesinde Gelen Alanlar . . . . .                                                                     | 93         |
| 6.3.4    | Şerit Üzerinde Konuşlu $L$ -gözlemcisi için Saçılan Alanlar . . . . .                                         | 96         |
| 6.3.5    | Şerit Dışında Konuşlu $L$ -gözlemcisi için Saçılan Alanlar . . . . .                                          | 96         |
| 6.3.6    | $E$ -çerçevesinde Kırınan Toplam Elektrik Alan . . . . .                                                      | 98         |
| 6.4      | Sayısal Hesaplamalar . . . . .                                                                                | 100        |
| 6.4.1    | Bulgular . . . . .                                                                                            | 101        |
| 6.4.2    | Temsilî Normalize $E_{d3}$ Spektrumu . . . . .                                                                | 105        |
| <b>7</b> | <b>SONUÇ VE ÖNERİLER</b>                                                                                      | <b>107</b> |
|          | <b>KAYNAKÇA</b>                                                                                               | <b>112</b> |
| <b>A</b> | <b>DOĞRUSAL VE DAİRESEL HAREKETİN KİNEMATİĞİ</b>                                                              | <b>117</b> |
| A.1      | Düzgün Doğrusal Hareket . . . . .                                                                             | 119        |
| A.2      | Genel Doğrusal Hareket . . . . .                                                                              | 119        |
| A.3      | Dairesel Hareket . . . . .                                                                                    | 120        |
|          | <b>TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR</b>                                                                              | <b>121</b> |

## SİMGE LİSTESİ

---

|                 |                                                     |
|-----------------|-----------------------------------------------------|
| $c$             | Elektromanyetik dalganın basit ortamdaki hızı [m/s] |
| $c_0$           | Elektromanyetik dalganın boşluktaki hızı [m/s]      |
| $\varepsilon$   | Basit ortamın dielektrik gerçirgenlik sabiti [F/m]  |
| $\varepsilon_0$ | Boşluğun dielektrik gerçirgenlik sabiti [F/m]       |
| $f$             | Frekans değışkeni [Hz]                              |
| $k$             | Basit ortamın dalga sayısı [rad/m]                  |
| $\mu$           | Basit ortamın manyetik gerçirgenlik sabiti [H/m]    |
| $\mu_0$         | Boşluğun manyetik gerçirgenlik sabiti [H/m]         |
| $\omega$        | Açısai frekans değışkeni [rad/s]                    |
| $\omega_{gel}$  | Gelen dalganın açısai frekansı [rad/s]              |
| $\omega_{saç}$  | Saçılan dalganın açısai frekansı [rad/s]            |
| $\omega_{yan}$  | Yansıyan dalganın açısai frekansı [rad/s]           |
| $\Omega$        | Açısai dönme hızı [rad/s]                           |
| $R_{TE}$        | TE modu geliş durumunda yansıma katsayısı           |
| $R_{TM}$        | TM modu geliş durumunda yansıma katsayısı           |
| $t$             | Zaman değışkeni [s]                                 |
| $T$             | Zaman periyodu [s]                                  |
| $Z$             | Basit ortamın karakteristik empedansı [Ohm]         |

## KISALTMA LİSTESİ

---

|       |                                         |
|-------|-----------------------------------------|
| 1-B   | Bir Boyutlu                             |
| 2-B   | İki Boyutlu                             |
| 3-B   | Üç Boyutlu                              |
| EDİÇ  | En Dik İniş Çizgisi                     |
| EM    | Elektromanyetik                         |
| emk   | Elektromotor Kuvvet                     |
| GO    | Geometrik Optik                         |
| HE    | Hertz Elektrodinamiği                   |
| HFD   | Hızlı Fourier Dönüşümü                  |
| HHAD  | Hertz-Heaviside Alan Denklemleri        |
| MÇDİ  | Maddesel Çerçevenin Değişmezliği İlkesi |
| mmk   | Manyetomotor Kuvvet                     |
| MD    | Maxwell Denklemleri                     |
| MEİ   | Mükemmel Elektrik İletken               |
| MMİ   | Mükemmel Manyetik İletken               |
| MWHD  | Modifiye Wiener-Hopf Denklemi           |
| ÖGK   | Özel Görelilik Kuramı                   |
| PM    | Pervane Modülasyonu                     |
| SDP   | Sınır-Değer Problemi                    |
| SHM   | Sürekli Hâl Mekaniği                    |
| TE    | Transverse Electric                     |
| TM    | Transverse Magnetic                     |
| WHT   | Wiener-Hopf Tekniği                     |
| y.d.t | Yüksek Dereceli Terimler                |

## ŞEKİL LİSTESİ

|            |                                                                                                                                                              |    |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 1.1  | Helikopter kanadından kaynaklanan pervane modülasyonu. . . . .                                                                                               | 4  |
| Şekil 1.2  | Rüzgâr türbininden kaynaklanan pervane modülasyonu. . . . .                                                                                                  | 7  |
| Şekil 2.1  | Hareket halindeki bir elektromanyetik kaynaktan ışınan alanlar (a) $L$ -gözlemcisine göre (b) $E$ -gözlemcisine göre . . . . .                               | 10 |
| Şekil 2.2  | Hareket halindeki hacimsel $\mathcal{D}$ cisiminden saçılma a) $E$ -gözlemcisine göre b) $L$ -gözlemcisine göre . . . . .                                    | 16 |
| Şekil 3.1  | Düzgün doğrusal hareket halindeki MEİ düzleminden yansıma probleminin geometrisi. . . . .                                                                    | 23 |
| Şekil 3.2  | Düzleme paralel hareket modunda dalga yansımasının gerçekleşebilmesi için $\beta$ 'nın durumuna göre izin verilen $\phi_{gel}$ açılar (boyalı alan). . . . . | 30 |
| Şekil 3.3  | $(\phi_{gel}, \beta)$ düzleminde uzay ve yüzey dalgası yansıma mekanizmalarına karşılık gelen bölgelerin iki farklı ölçekte gösterimi. . . . .               | 30 |
| Şekil 3.4  | Zıt yönlerde düzleme paralel düzgün doğrusal hareketler için uzay dalgası yansıma mekanizmalarının gösterimi. . . . .                                        | 31 |
| Şekil 3.5  | Zıt yönlerde düzleme paralel düzgün doğrusal hareketler için yüzey dalgası yansıma mekanizmalarının gösterimi. . . . .                                       | 31 |
| Şekil 3.6  | Düzleme dik hareket tipi için $\beta < 0$ durumunda dalga yansımasının meydana gelmesini sağlayan $\phi_{gel}$ açısının $\beta$ ile değişimi . . . . .       | 34 |
| Şekil 3.7  | $ A(\omega) / A(0) $ değerlerinin $\omega/\sqrt{2\pi}\alpha$ ile değişimi . . . . .                                                                          | 37 |
| Şekil 3.8  | $\vartheta_p$ bölgesinde Poynting Teoreminin uygulanması. . . . .                                                                                            | 38 |
| Şekil 3.9  | Dik eksen yönünde sabit ivme ile hareket eden MEİ düzlem. . . . .                                                                                            | 40 |
| Şekil 3.10 | Düzleme paralel sabit ivme ile hareket eden MEİ düzlem. . . . .                                                                                              | 42 |
| Şekil 3.11 | Kendi eksen etrafında dönen MEİ düzlem . . . . .                                                                                                             | 43 |
| Şekil 3.12 | Dik eksen etrafında dönen MEİ düzlem düzlem dalga gelişi . . . . .                                                                                           | 47 |
| Şekil 4.1  | Hareket halindeki hacimsel olmayan cisimden saçılma a) $E$ -gözlemcisi için b) $L$ -gözlemcisi için . . . . .                                                | 49 |
| Şekil 4.2  | $L$ -gözlemcisi için yüzeye gelen ve yüzeyden saçılan alanlar . . . . .                                                                                      | 52 |
| Şekil 5.1  | Düzgün doğrusal hareket halindeki MEİ yarım düzleminden saçılma probleminin geometrisi. . . . .                                                              | 54 |

|                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |     |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Şekil 5.2</b>  | Spektral $t$ -düzleminde $\Gamma$ integrali, (a) uzay dalgası kutupları (b) yüzey dalgası kutupları. . . . .                                                                                                                                                                                                                       | 59  |
| <b>Şekil 5.3</b>  | Kırınım mekanizmalarının harekete göre bükülme yönleri. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                    | 67  |
| <b>Şekil 5.4</b>  | I. durum: (a) $\phi_{gel} = 30^\circ$ iken $\beta = 0$ ve $\beta = -1/20$ durumları için $ D(k\rho' = 20\pi; \phi_{yan} = 161.47^\circ, \phi') $ ifadesinin $\phi'$ ile değişimi (b) $k\rho' = 20\pi$ iken $(\phi_{gel}, \beta) = (30^\circ, -1/20)$ için dB cinsinden $ u'_{top} $ toplam alanın $\phi'$ ile değişimi . . . . .   | 68  |
| <b>Şekil 5.5</b>  | II. durum: (a) $\phi_{gel} = 150^\circ$ iken $\beta = 0$ ve $\beta = -1/20$ durumları için $ D(k\rho' = 20\pi; \phi_{yan} = 37.15^\circ, \phi') $ ifadesinin $\phi'$ ile değişimi (b) $k\rho' = 20\pi$ iken $(\phi_{gel}, \beta) = (150^\circ, -1/20)$ için dB cinsinden $ u'_{top} $ toplam alanın $\phi'$ ile değişimi . . . . . | 68  |
| <b>Şekil 5.6</b>  | $(\phi_{gel}, \beta) = (30^\circ, -1/10)$ için dB cinsinden $ u'_d $ ve $ u'_{yd} $ 'nin $\phi'$ ile değişimi (a) $k\rho' = 3\pi$ için, (b) $k\rho' = 30\pi$ için. . . . .                                                                                                                                                         | 69  |
| <b>Şekil 5.7</b>  | $(\phi_{gel}, \beta) = (30^\circ, -1/10)$ için dB cinsinden $ u'_{top} $ 'un $\phi'$ ile değişimi a) $k\rho' = 3\pi$ için, (b) $k\rho' = 30\pi$ için. . . . .                                                                                                                                                                      | 69  |
| <b>Şekil 6.1</b>  | (a) helikopter pervanesi, (b) rüzgâr türbini kaynaklı pervane modülasyonu mekanizmaları. . . . .                                                                                                                                                                                                                                   | 72  |
| <b>Şekil 6.2</b>  | Kendi düzleminde dönen MEİ şeritten EM dalga saçılması. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                    | 73  |
| <b>Şekil 6.3</b>  | Durağan şeride TE geliş durumu (a) 3-B (b) 2-B gösterim. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                   | 74  |
| <b>Şekil 6.4</b>  | Spektral domen ve integrasyon çizgileri. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 77  |
| <b>Şekil 6.5</b>  | $O_1(-\ell, 0)$ , $O(0, 0)$ ve $O_2(\ell, 0)$ noktalarını referans alan kutupsal gösterimler. . . . .                                                                                                                                                                                                                              | 82  |
| <b>Şekil 6.6</b>  | Spektral $\theta$ -düzleminde $\Gamma$ eğrisi, kutup ve semer noktaları. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                   | 82  |
| <b>Şekil 6.7</b>  | Birinci derece saçılma mekanizmalarının 2-B geometrisi. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                    | 85  |
| <b>Şekil 6.8</b>  | İkinci derece saçılma mekanizmalarının 2-B geometrisi. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                     | 85  |
| <b>Şekil 6.9</b>  | Durağan şeride TM modu geliş durumu (a) 3-B (b) 2-B gösterim. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                              | 88  |
| <b>Şekil 6.10</b> | MEİ şeridin $E$ - ve $L$ -çerçevesindeki anlık konumu. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                     | 92  |
| <b>Şekil 6.11</b> | $L$ -çerçevesinde gelen alanların TE ve TM dekompozisyonu. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                 | 95  |
| <b>Şekil 6.12</b> | Helikopter pervanesi için $\phi \in [0, \pi]$ gözlem açısı aralığında $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0}/4 \left  \left[ (1/Z) E_{d1}^{'TM}(\rho', \phi') + u_d^{TE}(\rho', \phi') \right] \right _{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} \right)$ değişimi. . . . .                                                               | 101 |
| <b>Şekil 6.13</b> | Helikopter pervanesi için $\phi \in [0, \pi]$ gözlem açısı aralığında $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0}/2 \left  \left[ -(1/Z) E_{d1}^{'TM}(\rho', \phi') + u_d^{TE}(\rho', \phi') \right] \right _{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} \right)$ değişimi. . . . .                                                              | 102 |
| <b>Şekil 6.14</b> | Helikopter pervanesi için $\phi \in [0, \pi]$ gözlem açısı aralığında $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0} \left  E_{d3}(\rho_0, \phi; t) \right  \right)$ değişimi. . . . .                                                                                                                                                        | 102 |
| <b>Şekil 6.15</b> | Helikopter pervanesi için $t \in (0, T]$ zaman aralığında $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0} \left  E_{d3}(\rho_0, \phi = \pi/2; t) \right  \right)$ değişimi. . . . .                                                                                                                                                            | 103 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Şekil 6.16</b> Rüzgâr türbini için $\phi \in [0, \pi]$ gözlem açısı aralığında $20 \log_{10} \left[ \sqrt{k\rho_0}/4 \left  \left( (1/Z) E_{d1}'^{TM}(\rho', \phi') + u_d^{TE}(\rho', \phi') \right) \right _{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t)\cdot\vec{r}} \right]$ değişimi. . . . .  | 103 |
| <b>Şekil 6.17</b> Rüzgâr türbini için $\phi \in [0, \pi]$ gözlem açısı aralığında $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0}/2 \left  \left[ -(1/Z) E_{d1}'^{TM}(\rho', \phi') + u_d^{TE}(\rho', \phi') \right] \right _{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t)\cdot\vec{r}} \right $ değişimi. . . . . | 104 |
| <b>Şekil 6.18</b> Rüzgâr türbini için $\phi \in [0, \pi]$ gözlem açısı aralığında $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0} \left  E_{d3}(\rho_0, \phi; t) \right  \right)$ değişimi. . . . .                                                                                         | 104 |
| <b>Şekil 6.19</b> Rüzgâr türbini için $t \in (0, T]$ zaman aralığında $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0} \left  E_{d3}(\rho_0, \phi = \pi/2; t) \right  \right)$ değişimi. . . . .                                                                                             | 105 |
| <b>Şekil 6.20</b> $\sqrt{k\rho_0} E_{d3}(\rho_0, \phi = \pi/2; t)$ genlik spektrumu, $t \in (0, 4T]$ . . . . .                                                                                                                                                                  | 106 |
| <b>Şekil A.1</b> Hareket halindeki bir elektromanyetik kaynaktan ışıyan alanlar (a) $L$ -gözlemcisine göre (b) $E$ -gözlemcisine göre . . . . .                                                                                                                                 | 118 |

## TABLO LİSTESİ

---

|                  |                                                                                                                |     |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Tablo 3.1</b> | Çeşitli vasıtaların tipik hızlarına göre yüzey dalgası yansıması oluşması için geliş açısı aralıkları. . . . . | 32  |
| <b>Tablo 5.1</b> | Klasik ve göreci sürekli hâl mekaniğinin terminolojik karşılaştırması. . . . .                                 | 70  |
| <b>Tablo 5.2</b> | HE ve ÖGK arasında düzleme paralel hareket için MEİ düzlemden yansıma sonuçlarının karşılaştırması. . . . .    | 71  |
| <b>Tablo 5.3</b> | HE ve ÖGK arasında düzleme dik hareket için MEİ düzlemden yansıma sonuçlarının karşılaştırması. . . . .        | 71  |
| <b>Tablo 6.1</b> | (6.12) MWHD'deki fonksiyonların analitik özellikleri. . . . .                                                  | 78  |
| <b>Tablo 6.2</b> | Benzetimde kullanılan fiziksel ve geometrik parametreler. . . . .                                              | 100 |
| <b>Tablo 7.1</b> | Düzgün doğrusal hareket halindeki MEİ düzlemden yansıma parametreleri. . . . .                                 | 107 |
| <b>Tablo 7.2</b> | $\vec{a} = \text{sabit}$ ivmesi ile hareket halindeki MEİ düzlemden yansıyan dalga. . . . .                    | 108 |
| <b>Tablo 7.3</b> | Dik eksen etrafında dönen MEİ düzlemden yansıma parametreleri. . . . .                                         | 108 |
| <b>Tablo 7.4</b> | Dik eksen etrafında dönen MEİ şeritten saçılan harmonikler. . . . .                                            | 109 |

## Hertz Elektrodinamiğinde Kanonik Saçılma Problemleri

Ramazan DAŞBAŞI

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Danışman: Prof. Dr. Abdullah Burak POLAT

Hareketli bünyelerin ışıma, saçılma, yansıma, kırınım gibi elektromanyetik mekanizmaları Hertz Elektrodinamiği çerçevesinde açıklanmaktadır. Bu tez çalışmasında tamamı mükemmel elektrik iletken özelliğe sahip olan düzgün doğrusal hareket halindeki düzlem, sabit ivmeli doğrusal hareket halindeki düzlem, dik eksen etrafında dönen düzlem, düzgün doğrusal hareket halindeki yarım düzlem ve dik eksen etrafında dönen şerit bünyelerinden meydana gelen elektromanyetik dalga saçılması mekanizmaları Hertz Elektrodinamiği yasaları kullanılarak incelenmiştir.

Hareket halindeki mükemmel elektrik iletken düzlemlerden yansıma mekanizmaları eğik geliş açılı homojen monokromatik düzlem dalgalar için incelenmiş, hareketin yansıyan dalga genliğine, frekasına ve yansıma açısına etkisi gözlemlenmiştir. Düzgün doğrusal hareket halindeki yarım düzlemden saçılan alanlar ise yansıyan ve kırılan alanların toplamı olarak değerlendirilmiş, kırılan alanlar Wiener-Hopf Tekniği ile ele alınmıştır.

Bu ilk dört saçılma problemi hareketli kanonik bünyelerden yansıma ve kırınım mekanizmalarını kavramak üzere kurgulanmış problemler olup doğrusal hareketler düzleme paralel ve düzleme dik olmak üzere iki ayrı senaryoda incelenmiştir. Diğer yönlerdeki doğrusal hareketler bu iki hareketin doğrusal kombinasyonu şeklinde düşünülebilir.

Dik eksen etrafında dönen mükemmel elektrik iletken şeritten saçılma problemi ise gerçek hayatta yayılım doğrultusu üzerinde bulunan hareketli pervaneye bağlı olarak ortamdaki elektromanyetik dalgaların yapısında meydana gelen bozulmalar

şeklinde nitelenen *pervane modülasyonu* mekanizmasını anlama noktasında kritik öneme sahiptir. Bu problem öncelikle durağan halde TE ve TM modu dalga geliş durumları için Wiener-Hopf Tekniği ile formüle edilmiş, spektral iterasyon tekniği ile çözülmüştür. Elde edilen sonuçlara daha sonra hareket mekanizması dahil edilerek dik eksen etrafında dönen şeritten meydana gelen saçılmaların analitik ifadeleri elde edilmiştir. Gerçek helikopter pervanesi ve rüzgâr türbini kanadı ebatları için sayısal hesaplamalar gerçekleştirilmiş ve elde edilen sonuçlar grafikler üzerinde verilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** elektromanyetik dalga saçılması, helikopter pervanesi, Hertz Elektrodinamiği, mükemmel elektrik iletken düzlem, mükemmel elektrik iletken şerit, mükemmel elektrik iletken yarım düzlem, pervane modülasyonu, radar, rüzgâr türbini, Wiener-Hopf Tekniği



# Canonical Scattering Problems in Hertzian Electrodynamics

Ramazan DAŞBAŞI

Department of Electronics and Communication Engineering

Doctor of Philosophy Thesis

Advisor: Prof. Dr. Abdullah Burak POLAT

Electromagnetic mechanisms such as radiation, scattering, reflection, and diffraction of moving bodies are explained within the framework of Hertzian Electrodynamics. In this thesis, electromagnetic wave scattering mechanisms generated by perfect electric conductor bodies with certain canonical geometries in motion are investigated under uniform monochromatic plane wave incidence using the laws of Hertzian Electrodynamics. These canonical bodies are the plane in uniform rectilinear motion, the plane in rectilinear motion with constant acceleration, the plane rotating around its normal axis, the half-plane in uniform rectilinear motion, and the strip rotating around its normal axis.

Wave reflections from perfect electric conductor planes in motion are analyzed for oblique incidences, and the effects of motion on amplitude, frequency, and angle of the reflected wave are observed. The scattered wave from the half-plane in uniform rectilinear motion is evaluated as a superposition of the reflected and diffracted waves. The diffracted wave is investigated using the Wiener-Hopf Technique.

The first four scattering problems are intended to grasp the reflection and diffraction mechanisms from canonical bodies in motion. The rectilinear motions are evaluated in two different scenarios, parallel to the plane and perpendicular. In other directions, it can be considered as a superposition of these two motions.

The scattering from the perfect electric conductor strip rotating around its normal axis has critical importance for understanding the rotor blade modulation mechanism,

which is the interferences at the receiver due to scattering from the rotor blades in the direction of wave propagation. The problem is first formulated with Wiener-Hopf Technique as sub-problems of scattering by a stationary perfect electric conductor strip under TE and TM mode wave incidences and solved using spectral iteration technique. Then the motion is introduced into the results of the stationary case and the analytical expressions for the scattered fields of the rotating strip are obtained. Numerical computations for simulation of electromagnetic scattering by rotating strips with actual helicopter blade and wind turbine sizes are implemented. The results are given in graphs.

**Keywords:** electromagnetic wave scattering, helicopter blade, Hertzian Electrodynamics, perfectly conducting half-plane, perfectly conducting plane, perfectly conducting strip, radar, rotor blade modulation, wind turbine, Wiener-Hopf Technique

Günümüzde kullanılan şekliyle hareketsiz bünyeler için makroskobik elektromanyetizma kuramı, 19. yy.ın ortalarına kadar bu alanda ortaya konmuş tüm kuramsal ve deneysel bulguların James Clerk Maxwell tarafından, yer değiştirme akımı (İng. displacement current) kavramının ortaya atılıp o dönem için bilinen yasalara eklenmesiyle, Maxwell Denklemleri (MD) olarak isimlendirilen ve elektrik/manyetik alan büyüklüklerinin aralarında birinci mertebeden uzay ve zaman kısmi türevleriyle kuple olduğu dört denklemlilik bir sistem şeklinde bütünleşmiştir [1]. Hareketsiz olma durumu genel anlamda hareketin özel bir hali olup hız vektörünün  $\vec{v} = \vec{0}$  olduğu durum olarak değerlendirilebilir. Ancak günlük hayatta tamamen durağan olma hali ender karşılaşılabilecek bir durumdur. İnsanlar, taşıtlar, uçaklar, uzay istasyonu, gezegenler, galaksiler sürekli hareket halindedir. Bu nedenle *hareket* ve *hareketsizlik* kavramları göreceli bir tanım gerektirir.

Elektromanyetizma kuramı açısından *hareketsizlik*, elektromanyetik (EM) dalgayı üreten kaynak, dalganın yayıldığı ortam, saçıcı cisim veya hedef ve alıcı (gözlemci) dörtlüsünün tamamının aynı anda birbirlerine göre sabit bir konumda oldukları durum olarak tanımlanabilir. EM dalga yayılım mekanizmasında bu dört temel unsurdan herhangi birisinin diğerlerine göre hareket ediyor olması sistemin *hareketsiz* olma niteliğini kaybetmesine sebep olmaktadır. Böyle bir durumda MD, bu sisteme ilişkin elektromanyetik mekanizmaları (yayılım, yansıma, saçılma, kırınım) modellemekte ve açıklamakta yeterli değildir. Zira MD sadece tüm temel unsurların birbirlerine göre hareketsiz olduğu durumda geçerlidir.

## 1.1 Literatür Özeti

### 1.1.1 Hareketli Bünyelerin Elektrodinamiği

MD üzerindeki bu kısıtlamayı aşmak, alan denklemlerini hareket halindeki bünyeler için de geçerli kılmak amacıyla ilk çalışmaları çağının büyük bilim insanı Heinrich Rudolf Hertz gerçekleştirmiş, 19. yy.ın sonlarına doğru Sürekli Hâl Mekaniği (SHM)

disiplinine ait kinematik yasaları MD'ye dahil ederek "Hareketli Cisimlerin Hertz Elektrodinamiği" olarak bilinen kuramı geliştirmiştir [2]. Hertz, MD'deki kısmi zaman türevi  $\partial/\partial t = \partial_t$  operatörü yerine SHM'de bir dış gözlemci açısından hareketli bir bünye içerisindeki zamansal değişimi ifade eden konvektif türev  $\partial_t + \vec{v}(t) \cdot \text{grad}$  operatörünü kullanmıştır. Burada  $\vec{v}(t)$ , hareketsiz bir laboratuvar gözlemcisine göre bünyenin sahip olduğu çizgisel hız vektörüdür. Kendisinin ardından Hertz Elektrodinamiği (HE) olarak anılan bu denklem sistemi 1893 yılında Oliver Heaviside tarafından  $\vec{v}(\vec{r}; t)$  genel yapısına sahip hız vektör alanları için konvektif türev operatörünün yerine eş-hareketli zaman türevi operatörü (İng. co-moving time derivative operator)  $\partial_t + L_{\vec{v}}$ , yerleştirilerek en genel şekline getirilmiştir [3]. Burada  $L_{\vec{v}}$  Lie türevi olarak bilinmektedir. Buna göre  $\varphi$  ve  $\vec{A}$  herhangi skaler ve vektörel alan büyüklükleri olmak üzere bu büyüklüklerin eş-hareketli zaman türevleri sırasıyla

$$\partial_t \varphi + \vec{v} \cdot \text{grad } \varphi + \varphi \text{div } \vec{v}, \quad \partial_t \vec{A} + \vec{v} \cdot \vec{A} + \vec{v} \cdot \text{grad } \vec{A} - \vec{A} \cdot \text{grad } \vec{v} + \vec{A} \text{div } \vec{v}$$

olarak ifade edilir.

Rastgele hareket halindeki döner çerçevelerin uçları arasında indüklenen elektromotor kuvvetin (emk) hesabı ve sabit hız halinde iyi bilinen (doğrusal yapıdaki) Doppler kayması başta olmak üzere Hertz-Heaviside Alan Denklemleri (HHAD), 20. yy.ın başından itibaren Elektrik-Elektronik Mühendisliğinin çeşitli disiplinlerinde karşımıza çıkan çok sayıdaki mekanizmayı anlaşılır hale getirmiş ve teknolojik devrimlerin önünü açmıştır

Yine 20. yy.ın başlarında ortaya atılan ve Öklid Uzayında Newton Yasaları temelli klasik fizik disiplinlerinden farklı bir dünya görüşü olan Özel [4] ve Genel [5] Görelilik Kuramları ise, ortaya konuş amacı itibariyle elektron fiziği, nükleer fizik, uzay mühendisliği, kozmoloji vb. disiplinlerinde yoğun ilgi görmüştür. Bu ilgi, HE'nin mühendislik alanındaki genel, kolay anlaşılır ve basit deneylerle ispat edilebilir niteliklerine alternatif oluşturmamaktadır. Bu bağlamda Özel Görelilik Kuramının (ÖGK) MD'ye izdüşümü olan Maxwell-Minkowski Elektrodinamiği [6], ancak her  $t$  anı için *sabit* bir yönde *sabit* bir hızla ilerleyen sistemlere yönelik bir çözüm ortaya koymaktadır. Bu da günlük hayatta mümkün olmayan hareket tipidir. Zira hız vektörünün her  $t$  anı için sabit bir yön ve skaler değere sabit olması şeklinde bir kısıtlama, elektromekanik disiplini ve radar sistemleri gibi çok önemli uygulamalar (ör. doğrusal motorlar, elektromanyetik frenler, manyetohidrodinamik jeneratörler, manyetik kaldırma sistemleri, hareketli hedef seçici radarlar, titreşen yüzeyler üzerinden radyo dalgası yayılımı, iyonosfer çalışmaları vb.) dikkate alındığında, mühendislik problemlerine çözüm getirebilecek bir kullanışlılığa sahip değildir. Bu tür yaklaşımların doğal sonucu olarak, ortaya konan bulguların hem kuramsal çelişkiler

hem de deneysel sonuçlarla tutarsızlık içermesi kaçınılmazdır. Örneklemek gerekirse, EM dalgaların salınım halindeki bir yüzeyden yansıma mekanizması üzerine yapılan [7] çalışmasında en başından itibaren mantık hataları yapılmakta, problem formüle edilirken sadece hareketsiz halde geçerli olan MD kullanılmaktadır. Hâlbuki yüzey salınım halindedir, bir hız vektörü vardır ve böyle durumlarda MD geçerliliğini yitirir. Benzer şekilde, salınım halindeki nesneler üzerine yapılan bir diğer çalışmada [8], yansıyan alanın fazı yansıma anında yüzey sabit duruyormuş gibi varsayılarak ifade edilmekte, zaman ise yüzeyin bulunduğu pozisyonu belirleyen bir parametre olarak kullanılmaktadır. Yani, yüzeyin bir hız vektörü yokmuş, fakat yüzey her  $t$  anında başka bir pozisyonda sabit duruyormuş gibi kabul edilmektedir. Ayrıca yansıma katsayısı gerekçe belirtilmeksizin ÖGK'dan ödünç alınmaktadır.

ÖGK'nın elektrik mühendisliği uygulamaları ile ilgili ortaya koyduğu yaklaşım, deneysel olarak HE ile aynı mekanizma için ortaya konan formülü yanlışlayacak bir hassasiyette doğrulanabilmiş değildir. [9–12] çalışmalarındaki başarısız olan "Görelî Doppler Etkisi/Kayması" deneyleri ve Küresel Konumlandırma Sistemi (GPS) "görelilik düzeltmeleri"nin yapılmıyor olmaları [13] bu durumun ispatıdır. Emk ve enerji dönüşümlerini tanımlayan ve yaygın olarak bilinen Faraday Yasası da ÖGK ile uyuşmamaktadır [14].

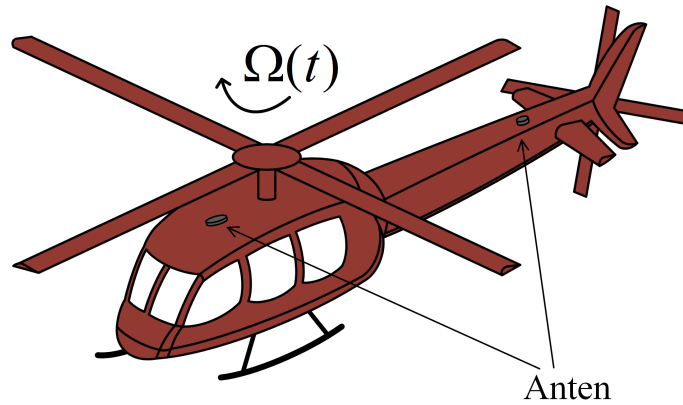
Öte yandan, HHAD Öklid Uzayında Newton Yasaları temeline dayanan bir kuramdır; Maddesel Çerçevenin Değişmezliği İlkesinin (MÇDİ) makroskobik elektromanyetizma üzerine izdüşümü olarak değerlendirilebilir. Bu nedenle HHAD, MÇDİ ile formüle edilen SHM disiplinleri ile sıkı bir ilişki içerisinde. MÇDİ 20.yy.ın ortalarında başlayan ve Truesdell, Toupin ve Noll'un [15, 16] çalışmaları ile zenginleşip uygulama alanı ve kapasitesi artan, deneysel doğrulamalar ve mühendislik uygulamaları sayesinde SHM disiplinlerini birleştirmeye yarayan bir yaklaşımdır. MÇDİ üzerine tarihsel bakış için [17], EM alanlar ile elastik sürekli hâl arasındaki benzeşimler için [18–21] çalışmalarına bakılabilir.

Hız vektörü hem konum hem de zamanın rastgele bir fonksiyonu iken ( $\vec{v}(\vec{r}; t)$ ) hareketli bünyelere ilişkin genel sınır-değer problemlerini (SDP) HE'ye dayalı olarak formüle etmeye yönelik somut adımlar literatürde [22–24] çalışmalarında ortaya konmuştur. Bu çalışmalarda HE'nin kısa tarihçesi verilmiş, aksiyomatik yapısı ortaya konmuş, dyadik cebri kullanarak eş-hareketli zaman türevi operatörü ile grad, div, curl vektör operatörleri arasındaki genel komütatif teoremler ilk kez elde edilmiştir. Dalga operatörleri çıkartılarak SDP'nin genel bir formülasyonu yapılmış, ardından bu formülasyon ile düzlemsel dalgaların doğrusal ve titreşimli hareket hallerindeki basit yarı-uzay ortamlarından ve iki boyutlu silindirden saçılma problemleri sistematik olarak incelenmiştir. Doğrusal ivmesiz hareket özel

durumlarında elde edilen sonuçlar ÖGK ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırmalı şekilde sunulmuştur. Devamında 2019 yılından itibaren yapılan çalışmalarda dik eksenli etrafında dönen dalga kılavuzu sonlandırması, harmonik hareket yapan mükemmel elektrik iletken (MEİ) düzlem, HE’de emk’nın korunumu gibi bir takım problemler çözüme kavuşmuştur [25–28]. HE’nin tarihsel gelişimine yönelik kapsamlı bilgi için [22] çalışmasına ve bu çalışmanın atıf yaptığı kaynaklara başvurulabilir.

### 1.1.2 Pervane Modülasyonu

Yayımlı doğrultusu üzerinde bulunan bir hareketli pervaneye bağlı olarak ortamdaki elektromanyetik dalgaların analitik yapısında (genlik-faz-frekans) tespit edilen bozulmalara pervane modülasyonu (PM) (İng. rotor blade modulation) denilmektedir. Literatürde ölçümlere dayalı olarak bu bozucu etkinin işaretin nominal genlik seviyesinde 30-50 dB’i bulabilen periyodik düşüşlere neden olabildiği vurgulanmıştır. Pervane modülasyonu yaygın olarak iki farklı teknolojik alanda karşımıza çıkmaktadır. Bunlardan ilki helikopter-uydu-helikopter haberleşmesi, ikincisi ise hava alanı, askeri üs, meteoroloji istasyonu gibi radar konuşlandırılmış bölgelere yakın bulunan rüzgâr türbinleri ve rüzgâr tarlalarıdır. Bu iki durum Şekil 1.1 ve Şekil 1.2’de göreselleştirilmiştir. Her iki durumda da pervane modülasyonundan kaynaklanan önemli sorunlar gözlemlendiği bilgisi literatürde mevcuttur. Bu problemin literatür incelemesi iki alt başlık altında verilmiştir.



Şekil 1.1 Helikopter kanadından kaynaklanan pervane modülasyonu.

#### 1.1.2.1 Helikopter Pervanesi

[29, Kısım 10.5] çalışması PM’ye ilişkin ilk laboratuvar gözlemlerinin radar teknolojisinin henüz doğduğu İkinci Dünya Savaşı döneminde yapılmaya başlandığını göstermektedir. Uçuş halindeki iki motorlu pervaneli eğitim uçaklarının pervane kanatlarından kaynaklanan müdahale sinyallerinin, genlik modülasyonlu radar

darbelerine ilişkin ses spektrumunda yeterli genliğe sahip birçok harmoniğin algılanması şeklinde gözlemlendiği MIT üniversitesi Radyasyon Laboratuvarı çalışmasında belirtilmiştir [30].

Pervane kanatlarının bozucu etkisini analiz etmeye çalışan yayınlara 1970'lerin başından itibaren rastlanmaktadır. Bir 1973 yılı çalışmasında [31] Kadar, helikopter-uydu haberleşmesi senaryosunu incelemiş, saçılma problemini dik düzlem dalga gelişi durumunda Babinet ilkesi ve Kirchoff kırınım formülü ile formüle etmiştir. Bu çalışmada pervane kanadı UH-1B model helikopter ile uyumlu olması amacıyla yaklaşık olarak 30,5 [cm] genişliğinde, 7,31 [m] uzunluğunda dikdörtgen bir levha olarak modellenmiştir. Bu levha tipi pervane kanadına uydudan L-bandında, yaklaşık 18,3 [cm] dalga boyu ile gelen bir monokromatik düzlem dalga çarpmaktadır. Kırınan alanların Hızlı Fourier Dönüşümü (HFD) (İng. Fast Fourier Transform (FFT)) algoritmaları ile incelenmesi sonucunda bu alanların dar bant sinyaller olarak ortaya çıktığı gözlemlenmiş ve sinyal - bozucu girişim oranı çıkarılmıştır.

1978'de yapılan [32] çalışmasında helikopterde konuşlu X-bant darbe Doppler radar sisteminde oluşan PM girişimi düz plakanın bilinen bistatik radar kesit alanı ifadesi üzerinden fizik optik yaklaşıklığı ve ışın takibi yöntemi ile incelenmiştir. Yer düzlemi ile oluşan çoklu etkileşimler incelemeye dahil edilmiş, pervane ve yer düzleminden kaynaklanan kargaşalar karşılaştırılmıştır. [33] çalışmasında ise aynı senaryo için radar anteninin dikdörtgen yarım dalga yarık anten dizisi olduğu varsayılarak dik dalga gelişi durumunda yakın alan analizleri Babinet ilkesi ile incelenmiştir.

Burada amaç konu hakkındaki literatürde mevcut yayınları sıralamaktan ziyade problemi çözmek için kullandıkları yaklaşımların geçerliliğini sorgulamaktır. Bu açıdan bakıldığında 1970'lerden bu yana PM analizi için yapılan çalışmaların ya yukarıda verilen kaynaklar ve benzerleri [31–42] gibi sadece durağan halde geçerli olan MD'yi kullanmak üzerine olduğu veya [43–50] çalışmaları gibi ÖGK temeline dayandığı anlaşılmaktadır. Bu ikinci yaklaşımda zaman, pervanelerin anlık pozisyonunu belirleyen bir parametre olarak algılanmaktadır ve kökleri Van Bladel'in 1976 yılı [51] çalışmasına dayanmaktadır (ayrıca bkz. [52, Kısım 9.6, 9.7, 10.11, 10.14]). [51] çalışmasında Van Bladel, sadece düzgün doğrusal hareket durumunda geçerli olarak verilen ÖGK'yı genel serbest hareket durumlarındaki alan dönüşümleri için kullanmak amacıyla sezgisel olarak "anlık durağan çerçeve" (İng. instantaneous rest frame) kavramını ortaya atmaktadır. Ancak bu yaklaşım bilimsellikten uzaktır.

Benzer bir sezgisel yaklaşım [53] çalışmasında mevcuttur. Bu tür formülasyonlar, indüklenen harmonikleri belli ölçüde tahmin edebilse de, birden fazla pervane kanadı olması durumunda doğrusal Doppler etkisi gibi fiziksel mekanizmaları, yansıma

açısında sapma ve asimetrik saçılma örüntüleri dahil olmak üzere saçılan dalganın genlik, frekans ve faz örüntülerinde meydana gelen gerçek girişimi tanımlamada başarısız olmuşlardır. Burada yaklaşım gelen dalganın saçıcı cismin üzerine çarpma anında cismin “zamanda donmuş” olduğu fikri (diğer bir deyişle “yarı-durağan yaklaşım”) üzerine inşa edilmektedir; fakat bu yaklaşım nedensellik ilkesiyle çelişmektedir.

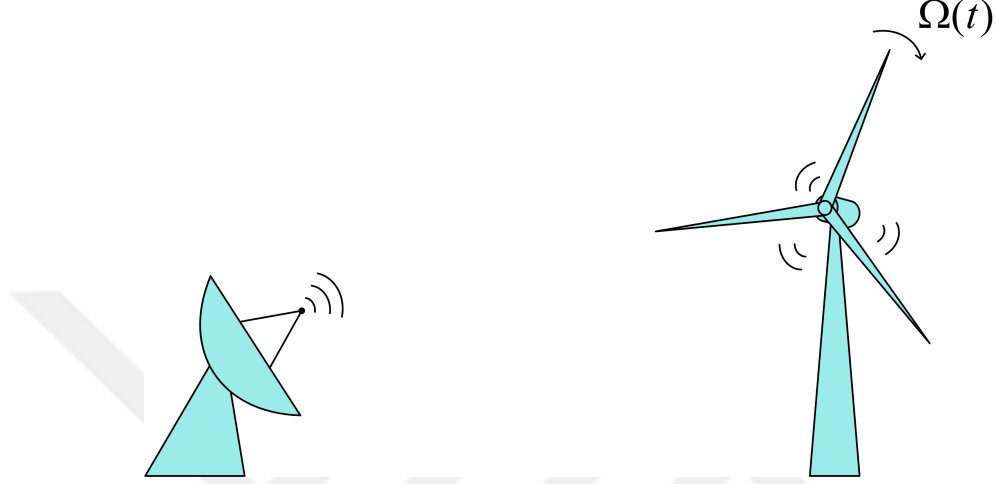
Ayrıca üçüncü bir grup çalışmada [54–61] yazarlar *mikro-Doppler analizi* olarak adlandırılan yöntem ile PM’yi analiz etmeye çalışmışlardır. Burada rastgele hareket halindeki hedefin mükemmel bir yansıtıcı olduğu varsayılır ve saçılan dalga, fizik optik yaklaşımı altında yüzey indüksiyon akımlarının yerini alan bir dizi nokta kaynağının ışınım alanlarının süperpozisyonu olarak sentezlenir. Saçılan dalganın yaklaşık ifadesinde yerel yansıma katsayısı ve doğrusal Doppler kaymasından kaynaklanan saçılma dikkate alınmakta; zaman ve frekans domeni radar sinyal işleme tekniklerine dayalı olarak hedefin hareketi (titreşim, dönme, yuvarlanma vs. gibi) tanımlanmaktadır. Günümüzde artan drone kullanımı ve buna bağlı PM bu tür çalışmaların sıklığını arttırmaktadır.

#### 1.1.2.2 Rüzgâr Türbini

Rüzgâr türbinleri nedeniyle oluşan PM, 1920’lerin başlarında rüzgârdan büyük ölçekli elektrik enerjisi üretimi üzerinde yapılan deneysel çalışmalarda dikkati çekmiştir. Enerji ihtiyacının ve rüzgâr enerjisine yapılan yatırımların giderek artması, türbinlerin daha büyük boyutlarda üretilmesi, daha yüksek çizgisel hızlarda dönmeleri gibi nedenlerle 1970’lerde kırsal ve şehir bölgelerinde rüzgâr türbinlerin alçak irtifada uçan helikopterler ile aynı tip bozucu etki yarattığı, FM radyo ve TV alıcılarını olumsuz etkilediği [62] çalışmasında belirtilmektedir.

Amerikan Kongresi Savunma Komitesine sunulan bir raporda [63] rüzgâr türbinlerinin askeri sistemler üzerinde etkileri değerlendirilmiştir. Bu değerlendirmeye göre belirli bir bölgedeki rüzgâr türbinlerinin kule yüksekliği 110[m], kanat çapı 77[m] ve dönüş hızı 10 ~ 20 [dev/dk] dikkate alındığında pervane kanatlarının uç noktalarının çizgisel hızı 144 ~ 288 [km/s] aralığına karşılık gelmektedir ve bu kanat çapı ve çizgisel hızlar ile bu rüzgâr türbininin radarın görüş hattında kalması durumunda cepheden veya kenardan aydınlatılmış olması fark etmeksizin hareketli hedef olarak görüleceği ve uçak olarak algılanabileceği değerlendirilmiştir. Başka bir çalışmada [64] Sandifer ve arkadaşları rüzgâr türbinleri ve hava durumu takip radarlarının etkileşimini incelemiştir. Hava durumu radar sahaları civarında kurulan rüzgâr türbinlerinin radarın doğrudan görüş hattında kalması durumunda toplanan veri kalitesini ve hava tahmini yapan bilgisayar algoritmalarının performanslarını olumsuz

etkilediği bildirilmiştir. Hava durumu radarının birkaç kilometre yakınlarında bulunan türbinler görüş hattında olması durumunda ilerleyen radar işaretlerini sönümlemekte, yoğun geri yansımalar sebep olmakta ve radar ekranında kargaşa olarak gözükmemekte, algoritmaların yanlış yağmur yağışı alarmı vermesine, fırtınaların hızlarının yanlış hesaplanmasına sebep olabilmektedir. İlgili çalışmada bu duruma karşı alınabilecek önlemlere ilişkin önerilerde de bulunmaktadır.



**Şekil 1.2** Rüzgâr türbininden kaynaklanan pervane modülasyonu.

PM analizi açısından rüzgâr türbini ile helikopter kanadı aynı kategoriye girmektedir ve literatürde bu konuyu değerlendiren mevcut yöntemler hakkında helikopter kısmında belirtilen çekinceler aynen geçerlidir. Bu nedenle, mevcut yaklaşımlar arasında görece en güvenli olanı mikro-Doppler incelemeleri olarak değerlendirilebilir (bkz. [57, Ch.12], [61, Kısım 3.5]).

## 1.2 Tezin Amacı

Bu çalışmanın amacı MEİ özelliğe sahip olduğu varsayılan ve çeşitli hareket mekanizmaları ile hareket halindeki kanonik yapılardan meydana gelen elektromanyetik dalga saçılması mekanizmalarını HE yasaları kapsamında incelemektir. Bu kanonik yapılar ve hareket mekanizmaları:

- i. düzgün doğrusal hareket halindeki MEİ düzlem
- ii. ivmeli doğrusal hareket halindeki MEİ düzlem
- iii. dik eksen etrafında dönen MEİ düzlem
- iv. doğrusal hareket halindeki MEİ yarım düzlem

v. dik eksenî etrafında dönen MEİ şerit

şeklindedir.

### 1.3 Orijinal Katkı

Hareketli bünyelerin elektromanyetizma etkileşimleri HE tarafından açıklanmaktadır. Bu tez çalışması kapsamında yukarıda belirtilen kanonik problemler HE yasaları çerçevesinde çözülmüş olup bu kanonik yapılardan saçılan alanlara ilişkin elde edilen ileri kuramsal formülasyonlar ile HE yetkinliğinin genişletilmesi ve özgün mikrodalga ve radar uygulamalarının kapısının aralanması hedeflenmektedir. Nitekim PM mekanizmasına ilişkin analitik altyapı bu tez çalışması kapsamında oluşturulmuş, elde edilen çıktılar alanında saygın *Wave Motion* dergisinde yayınlanmaya hak kazanmıştır [65].

## 2 HAREKETLİ HACİMSEL KAYNAKLARDAN IŞIMA VE SAÇILMA

---

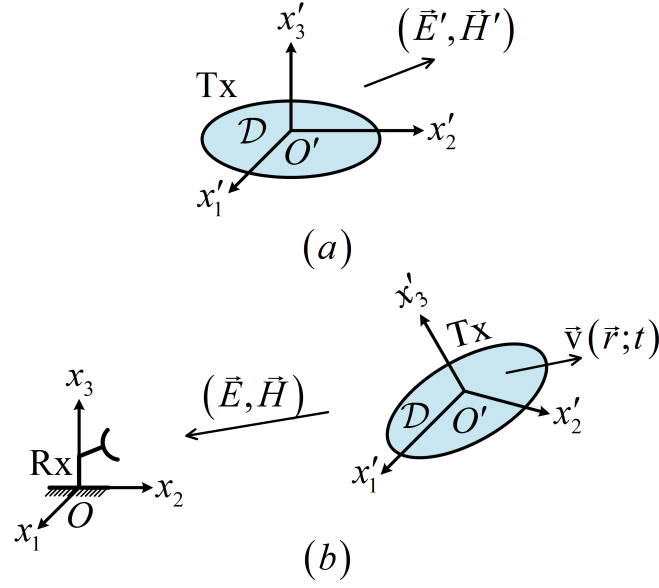
Bu bölümde HE yasaları [2, 3] çerçevesinde hareketli kaynaklardan ışıma ve saçılma mekanizmalarına ilişkin genel kinematik dönüşümler ve alan denklemleri verilmektedir.

Elektromanyetizma mühendisliği uygulamalarında sıkça kullanılan şekilleriyle burada "Tx" kısaltması kaynak veya saçıcı, "Rx" kısaltması ise alıcı (gözlemci) anlamında kullanılmaktadır. SHM terminolojisine bağlı kalarak bu çalışmada sabit gözlemcinin bulunduğu  $Ox_1x_2x_3t$  Kartezyen Koordinat sistemi Euler çerçevesi, kısaca  $E$ -çerçevesi ve bu çerçevede bulunan sabit gözlemci  $E$ -gözlemcisi olarak anılmaktadır. Benzer şekilde hareketli maddesel ortamın bulunduğu  $Ox'_1x'_2x'_3t$  Kartezyen koordinat sistemi Lagrange çerçevesi, kısaca  $L$ -çerçevesi ve bu çerçevede bulunan gözlemci  $L$ -gözlemcisi olarak isimlendirilmektedir. Sabit ve hareketli Kartezyen koordinat sistemlerinin birim vektörleri sırasıyla  $\hat{x}_i$  ve  $\hat{x}'_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  şeklinde tanımlanmıştır. Zamana bağlılık ise  $\exp(-i\omega t)$  olarak alınmıştır. Eşitliklerdeki tüm fiziksel büyüklükler argüman olarak  $E$ -çerçevesinde  $(\vec{r}; t)$  ve  $L$ -çerçevesinde  $(\vec{r}'; t)$  içermektedir.

### 2.1 Genel Formülasyon

#### 2.1.1 $E$ -gözlemcisi için Hertz-Heaviside Alan Denklemleri

Genel hız vektörü  $\vec{v}(\vec{r}; t)$  için Şekil 2.1'de verilen hareketli kaynağın  $E$ -gözlemcisi için yaptığı ışıma mekanizması için [22, 23] çalışmalarında geliştirilen HHAD tüm  $\mathbb{R}_3$  uzayında



**Şekil 2.1** Hareket halindeki bir elektromanyetik kaynaktan ışınan alanlar (a)  $L$ -gözlemcisine göre (b)  $E$ -gözlemcisine göre

$$\begin{cases} \text{curl } \vec{E} + (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B} = \vec{0} & (2.1a) \\ \text{curl } \vec{H} - (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D} = \vec{J}_{Tx} & (2.1b) \\ \text{div } \vec{D} = \rho_{Tx} & (2.1c) \\ \text{div } \vec{B} = 0 & (2.1d) \end{cases}$$

$$\text{div } \vec{J}_{Tx} + (\partial_t + L_{\vec{v}}) \rho_{Tx} = 0 \quad (2.2)$$

$$-\text{div } \vec{P} = \vec{E} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D} + \vec{H} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B} + \vec{E} \cdot \vec{J}_{Tx} \quad (2.3)$$

şeklinde ve  $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$  Poynting vektörüdür.  $\mathcal{D}$  bölgesinin dışında kalan noktaların hız vektörü  $\vec{v} = \vec{0}$  şeklindedir. Burada  $L_{\vec{v}}$ ,

$$\begin{cases} L_{\vec{v}} \vec{B} = \vec{v} \text{div } \vec{B} - \text{curl}(\vec{v} \times \vec{B}) = -\text{curl}(\vec{v} \times \vec{B}) & (2.4a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_{\vec{v}} \vec{D} = \vec{v} \text{div } \vec{D} - \text{curl}(\vec{v} \times \vec{D}) = \vec{v} \rho_{Tx} - \text{curl}(\vec{v} \times \vec{D}) & (2.4b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_{\vec{v}} \rho_{Tx} = \text{div}(\vec{v} \rho_{Tx}) = \vec{v} \cdot \text{grad } \rho_{Tx} + \rho_{Tx} \text{div } \vec{v} & (2.4c) \end{cases}$$

ile tanımlı Lie türevi operatörüdür. Konveksiyon akımı  $\vec{J}_{\vec{v}} = \vec{v} \rho_{Tx}$  mekanik hareket (yer değiştirme) kaynaklı olup HHAD'nin bir sonucudur. MD sadece durağan ortamlar için geçerli olup, maddesel yer değiştirme olayları içermemektedir. (2.4a),(2.4b)'deki

diğer ifadeler;

$$\begin{cases} \vec{J}_{Bv} = \text{curl}(\vec{v} \times \vec{B}): \text{manyetik yer değiştirme akım yoğunluğu} & (2.4d) \\ \vec{J}_{Dv} = \text{curl}(\vec{v} \times \vec{D}): \text{elektrik yer değiştirme akım yoğunluğu} & (2.4e) \end{cases}$$

şeklindeğir. Ayrıca (2.4) eşitliklerini (2.1a),(2.1b) ve (2.2)'de yerine koyarak Faraday Yasası, Ampère Yasası ve süreklilik denkleminin aşağıdaki alternatif gösterimi elde edilmiş olur:

$$\text{curl}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) + \partial_t \vec{B} = \vec{0} \quad (2.5a)$$

$$\text{curl}(\vec{H} - \vec{v} \times \vec{D}) - \partial_t \vec{D} = \vec{J}_{Tx} + \vec{J}_{\vec{v}} \quad (2.5b)$$

$$\text{div}(\vec{J}_{Tx} + \vec{J}_{\vec{v}}) + \partial_t \rho_{Tx} = 0 \quad (2.5c)$$

$\mathcal{D}$  bölgesinin bir maddesel noktaya yozlaşması durumunda (2.4d,e) denklemleri ortadan kalkar ve HHAD

$$\begin{cases} \text{curl} \vec{E} + \partial_t \vec{B} = \vec{0} & (2.6a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{curl} \vec{H} - \partial_t \vec{D} = \vec{J}_{Tx} + \vec{J}_{\vec{v}} & (2.6b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{div} \vec{D} = \rho_{Tx} & (2.6c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{div} \vec{B} = 0 & (2.6d) \end{cases}$$

$$\text{div} \vec{J}_{Tx} + (\partial_t + L_{\vec{v}}) \rho_{Tx} = 0 \quad (2.7)$$

$$\text{div} \vec{P} = \vec{E} \cdot \partial_t \vec{D} + \vec{H} \cdot \partial_t \vec{B} + \vec{E} \cdot \vec{J}_{Tx} + \vec{E} \cdot \vec{J}_{\vec{v}} \quad (2.8)$$

şeklinde sadeleşir. (2.6)-(2.8) denklemleri *dejenere* HHAD olarak adlandırılmaktadır. Bu denklemler, yapısal olarak durağan ortamlar için geçerli olan MD'nin konveksiyon akımı eklenmiş halidir. Ancak  $\rho_{Tx}$  ve  $\vec{J}_{Tx}$  kaynaklarının zamanla değiştiği durumlar hariç konveksiyon akımlarının varlığı (hareket tipinden bağımsız olarak) dalga yayılım mekanizması meydana getirmez.

### 2.1.2 $L$ -gözlemcisi için Hertz-Heaviside Alan Denklemleri

$\mathcal{D}$  bölgesinde sabit bir noktada yerleşik olan bir  $L$ -gözlemcisi için bu bölgenin dışında kalan tüm  $\mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D}$  bölgesi  $\vec{v}'(\vec{r}'; t)$  bağlı hızı ile hareket halindedir. Bu durumda

$L$ -gözlemcisi için HHAD tüm  $\mathbb{R}_3$  uzayında

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}' + (\partial_t + L_{\vec{v}'} ) \vec{B}' = \vec{0} & (2.9a) \\ \text{curl}' \vec{H}' - (\partial_t + L_{\vec{v}'} ) \vec{D}' = \vec{J}'_{Tx} & (2.9b) \\ \text{div}' \vec{D}' = \rho'_{Tx} & (2.9c) \\ \text{div}' \vec{B}' = 0 & (2.9d) \end{cases}$$

$$\text{div}' \vec{J}'_{Tx} + (\partial_t + L_{\vec{v}'} ) \rho'_{Tx} = 0 \quad (2.10)$$

$$-\text{div}' \vec{P}' = \vec{E}' \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}'} ) \vec{D}' + \vec{H}' \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}'} ) \vec{B}' + \vec{E}' \cdot \vec{J}'_{Tx} \quad (2.11)$$

biçimindedir. Burada  $\vec{P}' = \vec{E}' \times \vec{H}'$  ilgili bölgedeki Poynting vektörüdür.  $L_{\vec{v}'}$  ise,

$$\begin{cases} L_{\vec{v}'} \vec{B}' = \vec{v}' \text{div}' \vec{B}' - \text{curl}' (\vec{v}' \times \vec{B}') = -\text{curl}' (\vec{v}' \times \vec{B}') & (2.12a) \\ L_{\vec{v}'} \vec{D}' = \vec{v}' \text{div}' \vec{D}' - \text{curl}' (\vec{v}' \times \vec{D}') = \vec{v}' \rho'_{Tx} - \text{curl}' (\vec{v}' \times \vec{D}') & (2.12b) \\ L_{\vec{v}'} \rho'_{Tx} = \text{div}' (\vec{v}' \rho'_{Tx}) = \vec{v}' \cdot \text{grad}' \rho'_{Tx} + \rho'_{Tx} \text{div}' \vec{v}' & (2.12c) \end{cases}$$

ile tanımlı Lie türevi operatörüdür. (2.12) vasıtasıyla (2.9a), (2.9b) ve (2.10) eşitlikleri  $\vec{J}'_{\vec{v}'} = \vec{v}' \rho'_{Tx}$  ile birlikte

$$\text{curl}' (\vec{E}' + \vec{v}' \times \vec{B}') + \partial_t \vec{B}' = \vec{0} \quad (2.13a)$$

$$\text{curl}' (\vec{H}' - \vec{v}' \times \vec{D}') - \partial_t \vec{D}' = \vec{J}'_{Tx} + \vec{J}'_{\vec{v}'} \quad (2.13b)$$

$$\text{div}' (\vec{J}'_{Tx} + \vec{J}'_{\vec{v}'}) + \partial_t \rho'_{Tx} = 0 \quad (2.13c)$$

şeklini alır.  $E$ - ve  $L$ -gözlemcilerine göre hız vektörleri arasındaki bağlantılar EK A kısmında verilmiştir.

### 2.1.3 $\mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D}$ Bölgesinde Konuşlu $L$ -gözlemcisi için Hertz-Heaviside Alan Denklemleri

$\mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D}$  bölgesinde sabit bir noktada yerleşik olan bir  $L$ -gözlemcisi için Tx kaynağı ve ortamdaki diğer tüm noktalar  $-\vec{v}'(\vec{r}'; t)$  hızı ile hareket etmektedir. Bu durumda HHAD tüm  $\mathbb{R}_3$  uzayında

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}' + (\partial_t + L_{-\vec{v}'} ) \vec{B}' = \vec{0} & (2.14a) \\ \text{curl}' \vec{H}' - (\partial_t + L_{-\vec{v}'} ) \vec{D}' = \vec{J}'_{Tx} & (2.14b) \\ \text{div}' \vec{D}' = \rho'_{Tx} & (2.14c) \\ \text{div}' \vec{B}' = 0 & (2.14d) \end{cases}$$

$$\text{div}' \vec{J}'_{Tx} + (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \rho'_{Tx} = 0 \quad (2.15)$$

$$-\text{div}' \vec{P}' = \vec{E}' \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{D}' + \vec{H}' \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{B}' + \vec{E}' \cdot \vec{J}'_{Tx} \quad (2.16)$$

şeklindedir. Burada  $L_{-\vec{v}'}$ , Lie türevi operatörüdür ve

$$\begin{cases} L_{-\vec{v}'} \vec{B}' = -\vec{v}' \text{div}' \vec{B}' + \text{curl}' (\vec{v}' \times \vec{B}') = \text{curl}' (\vec{v}' \times \vec{B}') & (2.17a) \\ L_{-\vec{v}'} \vec{D}' = -\vec{v}' \text{div}' \vec{D}' + \text{curl}' (\vec{v}' \times \vec{D}') = -\vec{v}' \rho'_{Tx} + \text{curl}' (\vec{v}' \times \vec{D}') & (2.17b) \\ L_{-\vec{v}'} \rho'_{Tx} = -\text{div}' (\vec{v}' \rho'_{Tx}) = -\vec{v}' \cdot \text{grad}' \rho'_{Tx} - \rho'_{Tx} \text{div}' \vec{v}' & (2.17c) \end{cases}$$

ile tanımlıdır. (2.14a),(2.14b) ve (2.13) alternatif olarak  $-\vec{v}' \rho'_{Tx} = \vec{J}'_{-\vec{v}'}$  ile birlikte

$$\text{curl}' (\vec{E}' - \vec{v}' \times \vec{B}') + \partial_t \vec{B}' = \vec{0} \quad (2.18a)$$

$$\text{curl}' (\vec{H}' + \vec{v}' \times \vec{D}') - \partial_t \vec{D}' = \vec{J}'_{Tx} + \vec{J}'_{-\vec{v}'} \quad (2.18b)$$

$$\text{div}' (\vec{J}'_{Tx} + \vec{J}'_{-\vec{v}'}) + \partial_t \rho'_{Tx} = 0 \quad (2.18c)$$

biçiminde de gösterilebilir. Tx kaynağı bir noktasal kaynak ise (2.18a),(2.18b) denklemleri yozlaşarak

$$\text{curl}' \vec{E}' + \partial_t \vec{B}' = \vec{0} \quad (2.19a)$$

$$\text{curl}' \vec{H}' - \partial_t \vec{D}' = \vec{J}'_{Tx} + \vec{J}'_{-\vec{v}'} \quad (2.19b)$$

halini alır.

## 2.2 Hacimsel Bölgeler Arasında Alan Dönüşümleri

HE, SHM'nin tüm disiplinlerinde geçerli olan MÇDİ'ye dayanmaktadır. Bu ilkeye göre  $E$ - ve  $L$ -gözlemcileri

- i. fiziksel bir büyüklüğün yapısı
- ii. korunum yasalarının içeriği ve yapısı
- iii. iki gözlemciye göre yapılan ölçümlerin sonuçları

konularında tam mutabakat halindedir. MÇDİ'ye göre bir kapalı çevre boyunca ölçülen emk ve manyetomotor kuvvetin (mmk) anlık değerleri, hacimsel bir bölgedeki toplam elektrik ve manyetik yükler ve bir hacimsel bölgeden çıkan toplam elektrik ve manyetik akı gözlemcinin bulunduğu çerçeveden bağımsızdır [27].

### 2.2.1 $\mathcal{D}$ Bölgesinde Alan Dönüşümleri

Tx kaynak bölgesinin hacimsel  $\mathcal{D}$  bölgesi olduğu varsayımı altında,  $\vec{v}' = \vec{0}$  için (2.1)-(2.4) ve (2.9)-(2.12) denklemleri göz önüne alındığında, MÇDİ gereği

$$\int_{S'} \text{curl}' \vec{E}' \cdot d\vec{S}' = \int_S \text{curl} \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (2.20a)$$

$$\int_{S'} \text{curl}' \vec{H}' \cdot d\vec{S}' = \int_S \text{curl} \vec{H} \cdot d\vec{S} \quad (2.20b)$$

$$emk \triangleq \oint_{C'=\partial S'} \vec{E}' \cdot d\vec{C}' = \oint_{C=\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{C} \quad (2.20c)$$

$$mmk \triangleq \oint_{C'=\partial S'} \vec{H}' \cdot d\vec{C}' = \oint_{C=\partial S} \vec{H} \cdot d\vec{C} \quad (2.20d)$$

$$\int_{S'} \partial_t \vec{B}' \cdot d\vec{S}' = \int_S (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (2.20e)$$

$$\int_{S'} \partial_t \vec{D}' \cdot d\vec{S}' = \int_S (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D} \cdot d\vec{S} \quad (2.20f)$$

$$\int_{\vartheta'} \text{div}' \vec{D}' d\vartheta' = \int_{\vartheta} \text{div} \vec{D} d\vartheta \quad (2.20g)$$

$$\int_{\vartheta'} \text{div}' \vec{B}' d\vartheta' = \int_{\vartheta} \text{div} \vec{B} d\vartheta \quad (2.20h)$$

$$\int_{S'} \vec{B}' \cdot d\vec{S}' = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (2.20i)$$

$$\int_{S'} \vec{D}' \cdot d\vec{S}' = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} \quad (2.20j)$$

$$\int_{\vartheta'} \text{div}' \vec{J}'_{Tx} d\vartheta' = \int_{\vartheta} \text{div} \vec{J}_{Tx} d\vartheta \quad (2.20k)$$

$$\int_{\vartheta'} \partial_t \rho'_{Tx} d\vartheta' = \int_{\vartheta} (\partial_t + L_{\vec{v}}) \rho_{Tx} d\vartheta \quad (2.20l)$$

eşitlikleri geçerlidir.

Denklem (A.1) ile verilen genel kinematik dönüşümler dikkate alındığında, katı (ing. rigid) bünyeler için  $F^T = F^{-1}$  ve  $J = 1$  ile birlikte, (2.20) eşitlikleri

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{E}', & \vec{E}' = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{E} \\ \vec{H} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{H}', & \vec{H}' = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{H} \\ \vec{B} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{B}', & \vec{B}' = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{B} \\ \vec{D} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{D}', & \vec{D}' = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{D} \\ \rho_{Tx} = \rho'_{Tx}, & \rho'_{Tx} = \rho_{Tx} \\ \vec{J}_{Tx} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{J}'_{Tx}, & \vec{J}'_{Tx} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{J}_{Tx} \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.21a) \\ (2.21b) \\ (2.21c) \\ (2.21d) \\ (2.21e) \\ (2.21f) \end{matrix}$$

$$\begin{cases} \text{curl } \vec{E} = \vec{\bar{F}} \cdot \text{curl}' \vec{E}', & \text{curl}' \vec{E}' = \vec{\bar{F}}^T \cdot \text{curl } \vec{E} \\ \text{curl } \vec{H} = \vec{\bar{F}} \cdot \text{curl}' \vec{H}', & \text{curl}' \vec{H}' = \vec{\bar{F}}^T \cdot \text{curl } \vec{H} \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.22a) \\ (2.22b) \end{matrix}$$

$$\begin{cases} (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B} = \vec{\bar{F}} \cdot \partial_t \vec{B}', & \partial_t \vec{B}' = \vec{\bar{F}}^T \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B} \\ (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D} = \vec{\bar{F}} \cdot \partial_t \vec{D}', & \partial_t \vec{D}' = \vec{\bar{F}}^T \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D} \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.23a) \\ (2.23b) \end{matrix}$$

dönüşümlerini beraberinde getirir.

### 2.2.2 $\mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D}$ Bölgesinde Alan Dönüşümleri

$\mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D}$  bölgesinde,  $\vec{v} = \vec{0}$  için (2.1)-(2.4) ve (2.9)-(2.12) denklemleri göz önüne alındığında MÇDİ gereği (2.20a-d,g-k) aynen korunurken (2.20e), (2.20f) ve 2.20l denklemleri sırasıyla

$$\int_S \partial_t \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{S'} (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{B}' \cdot d\vec{S}' \quad (2.24a)$$

$$\int_S \partial_t \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{S'} (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{D}' \cdot d\vec{S}' \quad (2.24b)$$

$$\int_{\vartheta} \partial_t \rho_{Tx} d\vartheta = \int_{\vartheta'} (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \rho'_{Tx} d\vartheta' \quad (2.24c)$$

şeklinde güncellenir. (2.21) ve (2.22) geçerliliğini korur, (2.23) ise

$$\begin{cases} \vec{\bar{F}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{B}' = \partial_t \vec{B}, & \vec{\bar{F}}^T \cdot \partial_t \vec{B} = (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{B}' \\ \vec{\bar{F}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{D}' = \partial_t \vec{D}, & \vec{\bar{F}}^T \cdot \partial_t \vec{D} = (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{D}' \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.25a) \\ (2.25b) \end{matrix}$$

olarak güncellenir.

### 2.3 Hareketli Hacimsel Kaynaklardan Saçılma

Şekil 2.2’da veriliği üzere herhangi bir  $\mathcal{D}$  bölgesinin/hedefinin herhangi bir  $\vec{v}(\vec{r}; t)$  hızıyla, sabit Tx ve Rx kaynak ve alıcısına göre hareket halinde olduğunu varsayalım. Bu hedefe Tx kaynağının yaydığı elektromanyetik dalga çarpmaktadır ve dalganın taşıdığı alanlar MD ile

$$\begin{cases} \text{curl } \vec{E}_{gel} + \partial_t \vec{B}_{gel} = \vec{0} \\ \text{curl } \vec{H}_{gel} - \partial_t \vec{D}_{gel} = \vec{J}_{Tx} \end{cases} \quad (2.26a) \quad (2.26b)$$

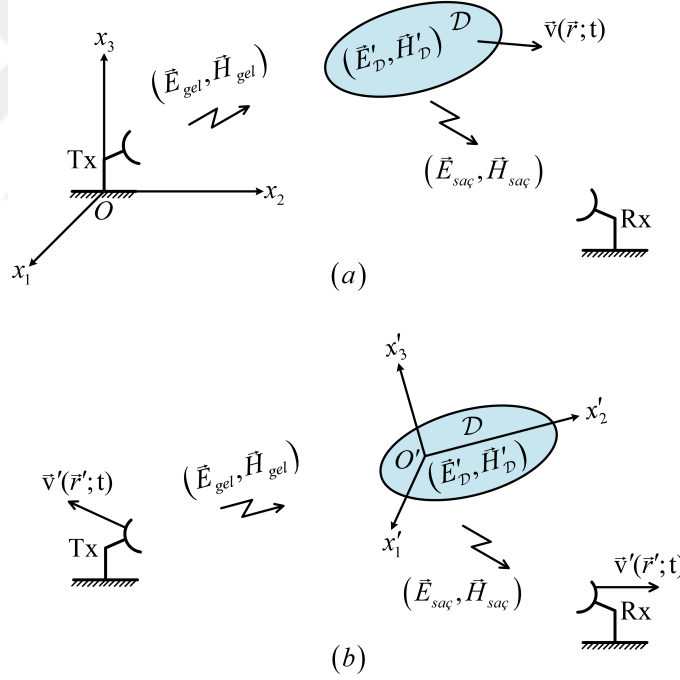
$$\text{div } \vec{D}_{gel} = \rho_{Tx} \quad (2.26c)$$

$$\text{div } \vec{B}_{gel} = 0 \quad (2.26d)$$

$$\text{div } \vec{J}_{Tx} + \partial_t \rho_{Tx} = 0 \quad (2.27)$$

$$-\text{div } \vec{P}_{gel} = \vec{E}_{gel} \cdot \partial_t \vec{D}_{gel} + \vec{H}_{gel} \cdot \partial_t \vec{B}_{gel} + \vec{E}_{gel} \cdot \vec{J}_{Tx} \quad (2.28)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada  $\vec{P}_{gel} = \vec{E}_{gel} \times \vec{H}_{gel}$  Poynting vektörüdür.



Şekil 2.2 Hareket halindeki hacimsel  $\mathcal{D}$  cisminden saçılma a)  $E$ -gözlemcisine göre b)  $L$ -gözlemcisine göre

$E$ - ve  $L$ -gözlemcileri için toplam elektrik ve manyetik alanlar

$$\vec{W}_{top} = \begin{cases} \vec{W}_{gel} + \vec{W}_{saç} & , \vec{r} \in \mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D} \\ \vec{W}_{\mathcal{D}} & , \vec{r} \in \mathcal{D} \end{cases} \quad (2.29a)$$

$$\vec{W}'_{top} = \begin{cases} \vec{W}'_{gel} + \vec{W}'_{saç} & , \vec{r}' \in \mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D} \\ \vec{W}'_{\mathcal{D}} & , \vec{r}' \in \mathcal{D} \end{cases} \quad (2.29b)$$

jenerik formu ile gösterilebilir. Burada amaç Rx alıcısının gözlemlediği saçılan alanları hesaplamaktır.  $L$ -gözlemcisi için gelen alanlar HHAD ile

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{gel} + (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{B}'_{gel} = \vec{0} & (2.30a) \\ \text{curl}' \vec{H}'_{gel} - (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{D}'_{gel} = \vec{J}'_{Tx} & (2.30b) \\ \text{div}' \vec{D}'_{gel} = \rho'_{Tx} & (2.30c) \\ \text{div}' \vec{B}'_{gel} = 0 & (2.30d) \end{cases}$$

$$\text{div}' \vec{J}'_{Tx} + (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \rho'_{Tx} = 0 \quad (2.31)$$

$$-\text{div}' \vec{P}'_{gel} = \vec{E}'_{gel} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{D}'_{gel} + \vec{H}'_{gel} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{B}'_{gel} + \vec{E}'_{gel} \cdot \vec{J}'_{Tx} \quad (2.32)$$

olarak ifade edilir;  $\vec{P}'_{gel} = \vec{E}'_{gel} \times \vec{H}'_{gel}$  Poynting vektörüdür.

**1. Adım:** Gelen alan ifadeleri

$$\begin{cases} \vec{E}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{E}_{gel}, & \vec{H}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{H}_{gel} & (2.33a) \\ \vec{B}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{B}_{gel}, & \vec{D}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{D}_{gel} & (2.33b) \\ \rho_{Tx} = \rho'_{Tx}, & \vec{J}'_{Tx} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{J}_{Tx} & (2.33c) \end{cases}$$

ile dönüştürülerek  $L$ -gözlemcisine için gelen alan ifadeleri elde edilir. Her iki gözlemci için alan ifadeleri

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \text{curl} \vec{E}_{gel} & (2.34a) \\ \text{curl}' \vec{H}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \text{curl} \vec{H}_{gel} & (2.34b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{B}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \partial_t \vec{B}_{gel} & (2.34c) \\ (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{D}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \partial_t \vec{D}_{gel} & (2.34d) \end{cases}$$

denklemlerini sağlarlar.

**2. Adım:**  $L$ -gözlemcisi için  $\mathcal{D}$  bölgesindeki toplam alan ifadeleri MD ile

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl}' \vec{E}'_{\mathcal{D}} + \partial_t \vec{B}'_{\mathcal{D}} = \vec{0} \\ \text{curl}' \vec{H}'_{\mathcal{D}} - \partial_t \vec{D}'_{\mathcal{D}} = \vec{J}'_{\mathcal{D}} \\ \text{div}' \vec{D}'_{\mathcal{D}} = \rho'_{\mathcal{D}} \\ \text{div}' \vec{B}'_{\mathcal{D}} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (2.35a) \\ (2.35b) \\ (2.35c) \\ (2.35d) \end{array}$$

$$\text{div}' \vec{J}'_{\mathcal{D}} + \partial_t \rho'_{\mathcal{D}} = 0 \quad (2.36)$$

$$-\text{div}' \vec{P}'_{\mathcal{D}} = \vec{E}'_{\mathcal{D}} \cdot \partial_t \vec{D}'_{\mathcal{D}} + \vec{H}'_{\mathcal{D}} \cdot \partial_t \vec{B}'_{\mathcal{D}} + \vec{E}'_{\mathcal{D}} \cdot \vec{J}'_{\mathcal{D}} \quad (2.37)$$

biçiminde gösterilir. Burada  $\vec{P}'_{\mathcal{D}} = \vec{E}'_{\mathcal{D}} \times \vec{H}'_{\mathcal{D}}$  Poynting vektörüdür. Aynı alanlar HHAD ile,  $E$ -gözlemcisi için

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl} \vec{E}_{\mathcal{D}} + (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B}_{\mathcal{D}} = \vec{0} \\ \text{curl} \vec{H}_{\mathcal{D}} - (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D}_{\mathcal{D}} = \vec{J}_{\mathcal{D}} \\ \text{div} \vec{D}_{\mathcal{D}} = \rho_{\mathcal{D}} \\ \text{div} \vec{B}_{\mathcal{D}} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (2.38a) \\ (2.38b) \\ (2.38c) \\ (2.38d) \end{array}$$

$$\text{div} \vec{J}_{\mathcal{D}} + (\partial_t + L_{\vec{v}}) \rho_{\mathcal{D}} = 0 \quad (2.39)$$

$$-\text{div} \vec{P}_{\mathcal{D}} = \vec{E}_{\mathcal{D}} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D}_{\mathcal{D}} + \vec{H}_{\mathcal{D}} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B}_{\mathcal{D}} + \vec{E}_{\mathcal{D}} \cdot \vec{J}_{\mathcal{D}} \quad (2.40)$$

olarak ifade edilir. Burada  $\vec{P}_{\mathcal{D}} = \vec{E}_{\mathcal{D}} \times \vec{H}_{\mathcal{D}}$  Poynting vektördür.  $E$ -gözlemcisinin gözlemlediği  $\mathcal{D}$  bölgesindeki alanlar,

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_{\mathcal{D}} = \vec{F} \cdot \vec{E}'_{\mathcal{D}}, \quad \vec{H}_{\mathcal{D}} = \vec{F} \cdot \vec{H}'_{\mathcal{D}} \\ \vec{D}_{\mathcal{D}} = \vec{F} \cdot \vec{D}'_{\mathcal{D}}, \quad \vec{B}_{\mathcal{D}} = \vec{F} \cdot \vec{B}'_{\mathcal{D}} \\ \rho_{\mathcal{D}} = \rho'_{\mathcal{D}}, \quad \vec{J}_{\mathcal{D}} = \vec{F} \cdot \vec{J}'_{\mathcal{D}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (2.41a) \\ (2.41b) \\ (2.41c) \end{array}$$

dönüşümleri ile hesaplanır. Ayrıca bu alanlar

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl} \vec{E}_{\mathcal{D}} = \vec{F} \cdot \text{curl}' \vec{E}'_{\mathcal{D}} \\ \text{curl} \vec{H}_{\mathcal{D}} = \vec{F} \cdot \text{curl}' \vec{H}'_{\mathcal{D}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (2.42a) \\ (2.42b) \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B}_{\mathcal{D}} = \vec{F} \cdot \partial_t \vec{B}'_{\mathcal{D}} \\ (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D}_{\mathcal{D}} = \vec{F} \cdot \partial_t \vec{D}'_{\mathcal{D}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (2.42c) \\ (2.42d) \end{array}$$

eşitliklerini sağlarlar.

**3. Adım:**  $L$ -gözlemcisi için  $\mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D}$  bölgesinde saçılan alanlar

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{sa\check{c}} + (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{B}'_{sa\check{c}} = \vec{0} & (2.43a) \\ \text{curl}' \vec{H}'_{sa\check{c}} - (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{D}'_{sa\check{c}} = \vec{0} & (2.43b) \\ \text{div}' \vec{D}'_{sa\check{c}} = 0 & (2.43c) \\ \text{div}' \vec{B}'_{sa\check{c}} = 0 & (2.43d) \end{cases}$$

$$-\text{div}' \vec{P}'_{sa\check{c}} = \vec{E}'_{sa\check{c}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{D}'_{sa\check{c}} + \vec{H}'_{sa\check{c}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{B}'_{sa\check{c}} \quad (2.44)$$

şeklinde elde edilir. Burada  $\vec{P}'_{sa\check{c}} = \vec{E}'_{sa\check{c}} \times \vec{H}'_{sa\check{c}}$  biçimindedir.  $E$ -gözlemcisi için  $\mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D}$  bölgesinde saçılan alanlar

$$\begin{cases} \text{curl} \vec{E}_{sa\check{c}} + (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B}_{sa\check{c}} = \vec{0} & (2.45a) \\ \text{curl} \vec{H}_{sa\check{c}} - (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D}_{sa\check{c}} = \vec{0} & (2.45b) \\ \text{div} \vec{D}_{sa\check{c}} = 0 & (2.45c) \\ \text{div} \vec{B}_{sa\check{c}} = 0 & (2.45d) \end{cases}$$

$$-\text{div} \vec{P}_{sa\check{c}} = \vec{E}_{sa\check{c}} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D}_{sa\check{c}} + \vec{H}_{sa\check{c}} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B}_{sa\check{c}} \quad (2.46)$$

denklemleri ile elde edilir. Burada  $\vec{P}_{sa\check{c}} = \vec{E}_{sa\check{c}} \times \vec{H}_{sa\check{c}}$  Poynting vektörüdür. Her iki çerçevedeki saçılan alanlar

$$\begin{cases} \vec{E}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{E}'_{sa\check{c}}, & \vec{H}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{H}'_{sa\check{c}} & (2.47a) \\ \vec{D}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{D}'_{sa\check{c}}, & \vec{B}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{B}'_{sa\check{c}} & (2.47b) \end{cases}$$

dönüşümleri ile birbirine bağlanır. Ayrıca bu alanlar,

$$\begin{cases} \text{curl} \vec{E}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot \text{curl}' \vec{E}'_{sa\check{c}} & (2.48a) \\ \text{curl} \vec{H}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot \text{curl}' \vec{H}'_{sa\check{c}} & (2.48b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{B}'_{sa\check{c}} & (2.48c) \\ (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{D}'_{sa\check{c}} & (2.48d) \end{cases}$$

denklemlerini sağlar. Genel çözüm, radyasyon koşulu altında (2.43) veya (2.45) ile bulunur.

**4. Adım:**  $\mathcal{D}$  bölgesi çevresi ( $\partial\mathcal{D}$ ) üzerinde sınır koşulları

$\mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D}$  bölgesinde saçılan alanlar (2.43) eşitliklerinde verilen HHAD ile ifade edilirken, gözlem noktası  $\vec{r}'$  bölgenin sınırına geldiğinde Lie türevleri kaybolur. Bu durumda sınır üzerinde alan ifadeleri MD'nin distribüsyon anlamında analizi ile elde edilir.

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{top} + \partial_t \vec{B}'_{top} = \vec{0} & (2.49a) \\ \text{curl}' \vec{H}'_{top} - \partial_t \vec{D}'_{top} = \vec{J}'_{\mathcal{D}} H_{\mathcal{D}} & (2.49b) \\ \text{div}' \vec{D}'_{top} = \rho'_{\mathcal{D}} H_{\mathcal{D}} & (2.49c) \\ \text{div}' \vec{B}'_{top} = 0 & (2.49d) \end{cases}$$

Burada  $H_{\mathcal{D}}$ ,  $\mathcal{D}$  bölgesinin karakteristik fonksiyonudur.  $\partial\mathcal{D}$ 'nin basit arayüzey olması durumunda sınır koşulları

$$\begin{cases} \hat{n}' \times \Delta [\vec{E}'_{top}] = \vec{0} & (2.50a) \\ \hat{n}' \times \Delta [\vec{H}'_{top}] = \vec{J}'_{\partial\mathcal{D}} & (2.50b) \\ \hat{n}' \cdot \Delta [\vec{D}'_{top}] = \rho'_{\partial\mathcal{D}} & (2.50c) \\ \hat{n}' \cdot \Delta [\vec{B}'_{top}] = 0 & (2.50d) \end{cases}$$

şeklinde. Burada  $\hat{n}'$ ,  $\partial\mathcal{D}$  yüzey normalinin birim vektörüdür ve yönü yüzeyden dışarı doğrudur.  $\rho'_{\partial\mathcal{D}}$  ve  $\vec{J}'_{\partial\mathcal{D}}$  yüzey üzerindeki serbest yük yoğunluğu ve iletkenlik akım yoğunluğudur. Yüzey üzerinde toplam alanların değişim miktarı  $\partial\mathcal{D}$  yüzeyine dışarıdan ve içerden yaklaşıldığı durumdaki alanların farklarıdır.

$$\Delta [\vec{W}'_{top}] = \vec{W}'_{gel}(\vec{r}'_{\partial\mathcal{D}}; t) + \vec{W}'_{saç}(\vec{r}'_{\partial\mathcal{D}}; t) - \vec{W}'_{\mathcal{D}}(\vec{r}'_{\partial\mathcal{D}}; t) \quad (2.51)$$

Öklid hareketinde vektörel çarpımlar yön değiştirmedikinden,  $E$ -gözlemcisi için sınır koşulları

$$\begin{cases} \hat{n} \times \Delta [\vec{E}_{top}] = \vec{0} & (2.52a) \\ \hat{n} \times \Delta [\vec{H}_{top}] = \vec{J}_{\partial\mathcal{D}} & (2.52b) \\ \hat{n} \cdot \Delta [\vec{D}_{top}] = \rho_{\partial\mathcal{D}} & (2.52c) \\ \hat{n} \cdot \Delta [\vec{B}_{top}] = 0 & (2.52d) \end{cases}$$

$$\Delta [\vec{W}_{top}] = \vec{W}_{gel}(\vec{r}_{\partial\mathcal{D}}; t) + \vec{W}_{saç}(\vec{r}_{\partial\mathcal{D}}; t) - \vec{W}_{\mathcal{D}}(\vec{r}_{\partial\mathcal{D}}; t) \quad (2.53)$$

şeklinde dönüştürülebilir. (2.50) ve (2.52) denklemleri  $\hat{n} = \vec{\bar{F}} \cdot \hat{n}'$ ,  $\rho_{\partial\mathcal{D}} = \rho'_{\partial\mathcal{D}}$ ,  $\vec{J}_{\partial\mathcal{D}} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{J}'_{\partial\mathcal{D}}$  dönüşümleri ile birbirine bağlıdır.

**5. Adım:** Son olarak (2.52) uyarınca  $\mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D}$  ve  $\mathcal{D}$  bölgelerinde sınır bağıntıları, ayırıt ve radyasyon koşulları ile  $\vec{W}'_{saç}(\vec{r}'_{\partial\mathcal{D}}; t)$  ve  $\vec{W}'_{\mathcal{D}}(\vec{r}'_{\partial\mathcal{D}}; t)$  için tek değerli çözümlerin elde

edilmesi gerekmektedir.

#### Özel durum: Geçirgen Olmayan Ortam

$\mathcal{D}$  bölgesinin geçirgen olmadığı durumlarda (ör: MEİ, MMİ), birinci ve üçüncü adımlar aynen korunurken ikinci adım ortadan kalkar. Bu durumda;

**4. Adım:** Sınır üzerinde alan ifadeleri MD'nin distribüsyon anlamında analizi ile

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl}' \vec{E}'_{top} + \partial_t \vec{B}'_{top} = -\vec{J}'^m_{\partial \mathcal{D}} \delta_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.54a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl}' \vec{H}'_{top} - \partial_t \vec{D}'_{top} = \vec{J}'^e_{\partial \mathcal{D}} \delta_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.54b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div}' \vec{D}'_{top} = \rho'^e_{\partial \mathcal{D}} \delta_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.54c)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div}' \vec{B}'_{top} = \rho'^m_{\partial \mathcal{D}} \delta_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.54d)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{n}' \times [\vec{E}'_{gel} + \vec{E}'_{saç}] = -\vec{J}'^m_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.55a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{n}' \times [\vec{H}'_{gel} + \vec{H}'_{saç}] = \vec{J}'^e_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.55b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{n}' \cdot [\vec{D}'_{gel} + \vec{D}'_{saç}] = \rho'^e_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.55c)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{n}' \cdot [\vec{B}'_{gel} + \vec{B}'_{saç}] = \rho'^m_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.55d)$$

şeklinde elde edilir. Burada,  $\rho'^{(e,m)}_{\partial \mathcal{D}}$  ve  $\vec{J}'^{(e,m)}_{\partial \mathcal{D}}$  yüzey üstündeki elektrik/manyetik serbest yük yoğunluğu ve iletkenlik akım yoğunluğudur.  $\delta_{\partial \mathcal{D}}$ ,  $\partial \mathcal{D}$  üzerinde yoğunlaşmış Dirac Delta dağılımıdır. Bu sınır koşulları  $E$ -gözlemcisi için

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{n} \times [\vec{E}_{gel} + \vec{E}_{saç}] = -\vec{J}^m_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.56a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{n} \times [\vec{H}_{gel} + \vec{H}_{saç}] = \vec{J}^e_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.56b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{n} \cdot [\vec{D}_{gel} + \vec{D}_{saç}] = \rho^e_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.56c)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{n} \cdot [\vec{B}_{gel} + \vec{B}_{saç}] = \rho^m_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.56d)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho^{(e,m)}_{\partial \mathcal{D}} = \rho'^{(e,m)}_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.57a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{J}^{(e,m)}_{\partial \mathcal{D}} = \vec{F} \cdot \vec{J}'^{(e,m)}_{\partial \mathcal{D}} \end{array} \right. \quad (2.57b)$$

biçiminde görünür.

## HAREKETLİ MÜKEMMEL ELEKTRİK İLETKEN DÜZLEMEN YANSIMA

---

Bu bölümde sabit hız vektörü ile, sabit ivme vektörü ile ve dik eksen etrafında dönen MEİ düzlemlerden saçılma mekanizmaları inceleyeceğiz.

### 3.1 Düzgün Doğrusal Hareket Halindeki Mükemmel Elektrik İletken Düzlem

Bu kısımda sabit hız vektörü ile doğrusal hareket halinde olan bir MEİ düzlemden meydana gelen yansıma mekanizmaları incelenmektedir. Hareket düzleme paralel ve düzleme dik olmak üzere iki ayrı senaryoda irdelenmiştir. Diğer herhangi bir yöndeki doğrusal hareket, bu iki yönün doğrusal kombinasyonu şeklinde ifade edilebileceğinden ilave bir incelemeye ihtiyaç duyulmamıştır.

#### 3.1.1 Düzleme Paralel Düzgün Doğrusal Hareket

##### 3.1.1.1 $E$ -çerçevesinde Gelen Alanlar

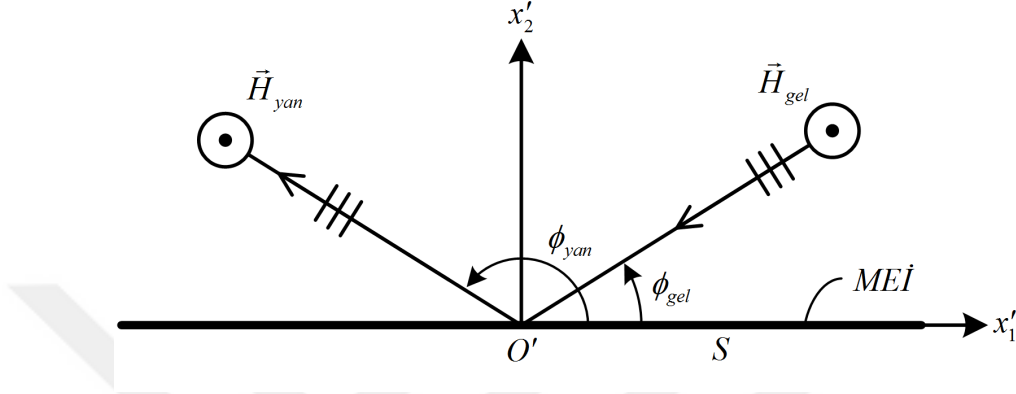
$E$ -çerçevesinde düzleme gelen homojen düzlem dalganın alan bileşenleri tüm  $\mathbb{R}_3$  uzayında MD'yi sağlarlar.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl } \vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) + \partial_t \vec{B}_{gel}(\vec{r}; t) = \vec{0} \\ \text{curl } \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) - \partial_t \vec{D}_{gel}(\vec{r}; t) = \vec{0} \\ \text{div } \vec{D}_{gel}(\vec{r}; t) = 0 \\ \text{div } \vec{B}_{gel}(\vec{r}; t) = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.1a) \\ (3.1b) \\ (3.1c) \\ (3.1d) \end{array}$$

Burada, Şekil 3.1'de verildiği üzere,  $L$ -çerçevesinde  $S = \{(x'_1, x'_2, x'_3) | x'_2 = 0, x'_1, x'_3 \in (-\infty, \infty)\}$  ile tanımlanan düzleme alan bileşenleri

$$\begin{cases} \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) = \text{Re} \{ \vec{H}_{gel}(\vec{r}) e^{-i\omega_{gel}t} \} = \hat{x}_3 \text{Re} \{ u_{gel}(x_1, x_2) e^{-i\omega_{gel}t} \} & (3.2a) \\ u_{gel}(x_1, x_2) = e^{ik\hat{n}_{gel} \cdot \vec{r}} = e^{-ik(x_1 \cos \phi_{gel} + x_2 \sin \phi_{gel})} & (3.2b) \\ \vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) = Z \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) \times \hat{n}_{gel} & (3.2c) \end{cases}$$

şeklinde olan TM modu homojen düzlem dalga geldiği varsayılmaktadır.



**Şekil 3.1** Düzgün doğrusal hareket halindeki MEİ düzlemden yansıma probleminin geometrisi.

Gelen alanlar zaman ve fazör domenlerinde sırasıyla

$$\left( \text{lap} - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \right) \begin{pmatrix} \vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) \\ \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) \end{pmatrix} = \vec{0}, \quad (\text{lap} + k^2) \begin{pmatrix} \vec{E}_{gel}(\vec{r}) \\ \vec{H}_{gel}(\vec{r}) \end{pmatrix} = \vec{0} \quad (3.3)$$

dalga denklemlerini sağlar. Burada,  $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$  basit kayıpsız ortamın karakteristik empedansı,  $c = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$  dalganın bu ortamdaki hızı,  $\omega_{gel} > 0$  dalganın açısal frekansı ve  $k = \omega_{gel}/c = 2\pi/\lambda$  dalga sayısıdır. Dalganın geliş açısı düzlemin yapısı gereği  $\phi_{gel} \in (0, \pi)$  şeklinde tanımlanmıştır. Düzlem  $\hat{x}_1$  yönünde  $\vec{v} = \hat{x}_1 G$ ,  $G = \text{sabit}$  hız vektörü ile hareket etmektedir. Durağan ve hareketli kartezyen koordinat sistemleri arasındaki Galilei dönüşümleri

$$x_1 = x'_1 + Gt, \quad x_2 = x'_2, \quad x_3 = x'_3, \quad i = 1, 2, 3. \quad (3.4)$$

ile gerçekleştirilir.

### 3.1.1.2 L-çerçevesinde Gelen Alanlar

L-çerçevesinde MEİ düzlem durağan halde iken ortamdaki düzlem dışında kalan tüm maddesel noktalar  $(\mathbb{R}_3 \setminus S)$  bölgesi

$$\vec{v}' = -\vec{v}(t) \cdot \vec{I} = -\hat{x}'_1 G, \quad (3.5)$$

hız vektörü ile bağıl hareket halindedir. Burada,  $\bar{I} = \hat{x}_1\hat{x}'_1 + \hat{x}_2\hat{x}'_2 + \hat{x}_3\hat{x}'_3$  birim dyadiktir.  $L$ -çerçevesinde gelen alanlar zaman domeni HHAD ve buna ilişkin dalga denklemini sağlar.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl}' \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) + (\partial_t + L_{\vec{v}'})\vec{B}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \vec{0} \\ \text{curl}' \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) - (\partial_t + L_{\vec{v}'})\vec{D}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \vec{0} \\ \text{div}' \vec{D}'_{gel}(\vec{r}'; t) = 0 \\ \text{div}' \vec{B}'_{gel}(\vec{r}'; t) = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.6a) \\ (3.6b) \\ (3.6c) \\ (3.6d) \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{\vec{v}'} \vec{B}'_{gel} = \vec{v}' \text{div}' \vec{B}'_{gel} - \text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{B}'_{gel}) = -\text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{B}'_{gel}) \\ L_{\vec{v}'} \vec{D}'_{gel} = \vec{v}' \text{div}' \vec{D}'_{gel} - \text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{D}'_{gel}) = -\text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{D}'_{gel}) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.6e) \\ (3.6f) \end{array}$$

$$\left( \text{lap}' - \frac{1}{c^2} (\partial_t + L_{\vec{v}'})^2 \right) \begin{pmatrix} \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) \\ \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) \end{pmatrix} = \vec{0}, \quad \vec{r}' \in \mathbb{R}_3. \quad (3.7)$$

Burada,  $L_{\vec{v}'}$  Lie türevi operatörüdür.  $E$ — ve  $L$ — çerçevelerinde dalga sayısının değişmezlik özelliği sayesinde (3.6) ve (3.7) eşitlikleri fazör domende

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl}' \vec{E}'_{gel}(\vec{r}') - i\omega_{gel} \vec{B}'_{gel}(\vec{r}') = \vec{0} \\ \text{curl}' \vec{H}'_{gel}(\vec{r}') + i\omega_{gel} \vec{D}'_{gel}(\vec{r}') = \vec{0} \\ \text{div}' \vec{D}'_{gel}(\vec{r}') = 0 \\ \text{div}' \vec{B}'_{gel}(\vec{r}') = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.8a) \\ (3.8b) \\ (3.8c) \\ (3.8d) \end{array}$$

ve

$$(\text{lap}' + k^2) \begin{pmatrix} \vec{E}'_{gel}(\vec{r}') \\ \vec{H}'_{gel}(\vec{r}') \end{pmatrix} = \vec{0}, \quad \vec{r}' \in \mathbb{R}_3. \quad (3.9)$$

şeklinde ifade edilir (bk. [22], Böl.7). MÇDİ gereği çerçeveler arasında alanlar

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}'_{gel} = \vec{E}_{gel} \cdot \bar{I}, \quad \vec{H}'_{gel} = \vec{H}_{gel} \cdot \bar{I} \\ \vec{D}'_{gel} = \vec{D}_{gel} \cdot \bar{I}, \quad \vec{B}'_{gel} = \vec{B}_{gel} \cdot \bar{I} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.10a) \\ (3.10b) \end{array}$$

ile dönüştürülür. Ayrıca, gelen alanlar her iki çerçevede de

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl}' \vec{E}'_{gel} = \text{curl} \vec{E}_{gel} \cdot \bar{I} \\ \text{curl}' \vec{H}'_{gel} = \text{curl} \vec{H}_{gel} \cdot \bar{I} \\ \partial_t \vec{B}_{gel} = (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{B}'_{gel} \cdot \bar{I} \\ \partial_t \vec{D}_{gel} = (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{D}'_{gel} \cdot \bar{I} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.11a) \\ (3.11b) \\ (3.11c) \\ (3.11d) \end{array}$$

denklemlerini sağlar. Böylece, (3.2) ile verilen gelen alan ifadesinin  $L$ -çerçevesine dönüşümü

$$\begin{cases} \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \hat{x}'_3 \text{Re} \left\{ u'_{gel}(x'_1, x'_2) e^{-i\omega'_{gel} t} \right\} \end{cases} \quad (3.12a)$$

$$\begin{cases} u'_{gel}(x'_1, x'_2) = e^{ik\hat{n}'_{gel} \cdot \vec{r}'} = e^{-ik(x'_1 \cos \phi_{gel} + x'_2 \sin \phi_{gel})} \end{cases} \quad (3.12b)$$

$$\begin{cases} \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) = Z \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) \times \hat{n}'_{gel} \end{cases} \quad (3.12c)$$

ile elde edilir ve  $\omega'_{gel} = \omega_{gel}(1 + \beta \cos \phi_{gel})$ ,  $\beta = G/c$  şeklindedir.

Gelen alanın hareket eden düzlemi yakalayabilmesi için gereken  $(\phi_{gel}, \beta)$  ikilisi üzerine konacak  $(1 + \beta \cos \phi_{gel}) > 0$  kinematik kısıtı altında gelen alanlar  $L$ -çerçevesinde de homojen monokromatik düzlem dalga özelliğini korur.

### 3.1.1.3 $S$ Üzerinde Bulunan $L$ -gözlemcisine Göre Saçılan Dalga

$S$  yüzeyi üzerinde konuşlu bir  $L$ -gözlemcisi için  $\mathbb{R}_3 \setminus S$  bölgesindeki tüm maddesel noktalar  $\vec{v}'$  hızı ile hareket etmektedir. Buna ilişkin saçılma mekanizması

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t) + (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{B}'_{yan}(\vec{r}'; t) = \vec{0} \end{cases} \quad (3.13a)$$

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{H}'_{yan}(\vec{r}'; t) - (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{D}'_{yan}(\vec{r}'; t) = \vec{0} \end{cases} \quad (3.13b)$$

$$\begin{cases} \text{div}' \vec{D}'_{yan}(\vec{r}'; t) = 0 \end{cases} \quad (3.13c)$$

$$\begin{cases} \text{div}' \vec{B}'_{yan}(\vec{r}'; t) = 0 \end{cases} \quad (3.13d)$$

$$\begin{cases} L_{\vec{v}'} \vec{B}'_{yan} = \vec{v}' \text{div}' \vec{B}'_{yan} - \text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{B}'_{yan}) = -\text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{B}'_{yan}) \end{cases} \quad (3.13e)$$

$$\begin{cases} L_{\vec{v}'} \vec{D}'_{yan} = \vec{v}' \text{div}' \vec{D}'_{yan} - \text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{D}'_{yan}) = -\text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{D}'_{yan}) \end{cases} \quad (3.13f)$$

$$\left( \text{lap}' - \frac{1}{c^2} (\partial_t + L_{\vec{v}'})^2 \right) \begin{pmatrix} \vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t) \\ \vec{H}'_{yan}(\vec{r}'; t) \end{pmatrix} = \vec{0}, \quad \vec{r}' \in \mathbb{R}_3 \setminus S. \quad (3.14)$$

denklemleri ile karakterize edilir. Bu doğrultuda, (3.13a), (3.13b) denklemleri

$$\begin{cases} \text{curl}' (\vec{E}'_{yan} - \vec{v}' \times \vec{B}'_{yan}) + \partial_t \vec{B}'_{yan} = \vec{0} \end{cases} \quad (3.15a)$$

$$\begin{cases} \text{curl}' (\vec{H}'_{yan} + \vec{v}' \times \vec{D}'_{yan}) - \partial_t \vec{D}'_{yan} = \vec{0} \end{cases} \quad (3.15b)$$

biçiminde de ifade edilebilir. Bu saçılma probleminde hacimsel serbest yük ve akım yoğunlukları sadece  $S$  yüzeyi üzerinde dağılmıştır.

$$\rho'_f(\vec{r}'; t) = \rho'_s(x'_1; t) \delta_S \quad (3.16a)$$

$$\vec{J}'_C(\vec{r}'; t) = \hat{x}'_1 J'_S(x'_1; t) \delta_S \quad (3.16b)$$

Burada  $\delta_S$  Dirac Delta dağılımını temsil etmektedir. Akımın sürekliliği ilkesi

$$\text{div}' \vec{J}'_C(\vec{r}'; t) + \partial_t \rho'_f(\vec{r}'; t) = 0 \quad (3.16c)$$

denkleminin sağlanmasını gerektirir ve bu denklem distribüsyon anlamında da geçerliğini korur.  $S$  yüzeyi üzerinde sınır bağıntıları  $\vec{v}' \rightarrow \vec{0}$  iken (3.13)-(3.15) denklemlerinin distribüsyon anlamında analizi ile elde edilir.  $S$  yüzeyi üzerindeki sınır bağıntıları durağan ortamlar için MD ile elde edilen sınır bağıntılarının aynalarına karşılık gelmektedir.

$$\begin{cases} \hat{x}'_2 \times [\vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) + \vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t)] = \vec{0} \end{cases} \quad (3.17a)$$

$$\begin{cases} \hat{x}'_2 \times [\vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) + \vec{H}'_{yan}(\vec{r}'; t)] = \vec{J}'_S(\vec{r}'_S; t) \end{cases} \quad (3.17b)$$

$$\begin{cases} \hat{x}'_2 \cdot [\vec{D}'_{gel}(\vec{r}'; t) + \vec{D}'_{yan}(\vec{r}'; t)] = \rho'_S(\vec{r}'_S; t) \end{cases} \quad (3.17c)$$

$$\begin{cases} \hat{x}'_2 \cdot [\vec{B}'_{gel}(\vec{r}'; t) + \vec{B}'_{yan}(\vec{r}'; t)] = 0 \end{cases} \quad (3.17d)$$

#### 3.1.1.4 $\mathbb{R}_3 \setminus S$ Bölgesinde Konuşlu $L$ -gözlemcisi için Saçılan Alanlar

Yarım düzlem dışında kalan  $\mathbb{R}_3 \setminus S$  bölgesindeki sabit bir  $L$ -gözlemcisi için  $S$  bünyesi ve ortamdaki diğer tüm maddesel noktalar  $-\vec{v}'$  hızı ile hareket etmektedir. Bu durumda saçılma mekanizması

$$\begin{cases} \text{curl}' (\vec{E}'_{yan} + \vec{v}' \times \vec{B}'_{yan}) + \partial_t \vec{B}'_{yan} = \vec{0} \end{cases} \quad (3.18a)$$

$$\begin{cases} \text{curl}' (\vec{H}'_{yan} - \vec{v}' \times \vec{D}'_{yan}) - \partial_t \vec{D}'_{yan} = \vec{J}'_C + \vec{J}_{-\vec{v}'} \end{cases} \quad (3.18b)$$

$$\begin{cases} \text{div}' \vec{D}'_{yan} = \rho'_f \end{cases} \quad (3.18c)$$

$$\begin{cases} \text{div}' \vec{B}'_{yan} = 0 \end{cases} \quad (3.18d)$$

$$\text{div}' (\vec{J}'_C(\vec{r}'; t) + \vec{J}_{-\vec{v}'}(\vec{r}'; t)) + \partial_t \rho'_f(\vec{r}'; t) = 0 \quad (3.19)$$

$$\left( \text{lap}' - \frac{1}{c^2} (\partial_t + L_{-\vec{v}'})^2 \right) \begin{pmatrix} \vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t) \\ \vec{H}'_{yan}(\vec{r}'; t) \end{pmatrix} = \vec{0}, \quad \vec{r}' \in \mathbb{R}_3 \setminus S \quad (3.20)$$

ile karakterize edilir. Burada  $\vec{J}_{-\vec{v}'} = -\vec{v}' \rho'_f$ ,  $S$  yüzeyi üzerindeki konveksiyon akımlarına karşılık gelmektedir. Gelen dalganın monokromatik olması özel durumu  $L$ -çerçevesinde tüm saçılan alan büyüklüklerinin de  $\exp(-i\omega'_{yan} t)$  zaman bağıllığı ile monokromatik olmasını gerektirir. Bu nedenle  $L$ -çerçevesinde  $\mathbb{R}_3 \setminus S$  bölgesinde alan ifadeleri indirgenmiş alan ve dalga denklemlerini sağlarlar.

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{yan}(\vec{r}') - i\omega_{gel} \vec{B}'_{yan}(\vec{r}') = \vec{0} & (3.21a) \\ \text{curl}' \vec{H}'_{yan}(\vec{r}') + i\omega_{gel} \vec{D}'_{yan}(\vec{r}') = \vec{J}'_C(\vec{r}') + \vec{J}'_{-\vec{v}}(\vec{r}') & (3.21b) \\ \text{div}' \vec{D}'_{yan}(\vec{r}') = \rho'_f(\vec{r}') & (3.21c) \\ \text{div}' \vec{B}'_{yan}(\vec{r}') = 0 & (3.21d) \end{cases}$$

$$\text{div}' (\vec{J}'_C(\vec{r}') + \vec{J}'_{-\vec{v}}(\vec{r}')) - i\omega_{gel} \rho'_f(\vec{r}') = 0 \quad (3.22)$$

$$(\text{lap}' + k^2) \begin{pmatrix} \vec{E}'_{yan}(\vec{r}') \\ \vec{H}'_{yan}(\vec{r}') \end{pmatrix} = \vec{0}, \quad \vec{r}' \in \mathbb{R}_3 \setminus S \quad (3.23)$$

### 3.1.1.5 L-çerçevesinde Yansıyan Dalga

$x'_2 = 0$  üzerindeki MEİ düzleminden yansıyan alanlar

$$\begin{cases} \vec{H}'_{yan}(\vec{r}'; t) = \hat{x}'_3 \text{Re} \left\{ u'_{yan}(x'_1, x'_2) e^{-i\omega'_{yan} t} \right\} & (3.24a) \\ u'_{yan}(x'_1, x'_2) = R_{TM} e^{ik\hat{n}'_{yan} \cdot \vec{r}'} = R_{TM} e^{ik(x'_1 \cos \phi_{yan} + x'_2 \sin \phi_{yan})} & (3.24b) \\ \vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t) = Z \vec{H}'_{yan}(\vec{r}'; t) \times \hat{n}'_{yan} & (3.24c) \end{cases}$$

formuna sahiptir. (3.24) denklemlerinde bilinmeyen büyüklükler

$$\begin{cases} \left( \text{lap}' - \frac{1}{c^2} (\partial_t + L_{-\vec{v}})^2 \right) \vec{E}'_{yan}(x'_1, x'_2; t), \quad x'_2 > 0 & (3.25a) \\ \hat{x}'_2 \times [\vec{E}'_{gel}(x'_1, 0; t) + \vec{E}'_{yan}(x'_1, 0; t)] = \vec{0} & (3.25b) \\ \lim_{|\vec{r}'| \rightarrow \infty} (\vec{E}'_{yan} \times \vec{r}' + |\vec{r}'| \vec{H}'_{yan}) = \vec{0}, \quad x'_2 > 0 & (3.25c) \end{cases}$$

SDP'nin çözümü ile belirlenir. (3.25) SDP'nin tanım aralığı  $x'_1 \in (-\infty, \infty)$ ,  $\forall t$  şeklindedir. Düzleme paralel hareket için Snell Yasası

$$\cos \phi_{yan} = -\frac{\cos \phi_{gel}}{1 + 2\beta \cos \phi_{gel}} = \frac{\cos \phi_{yan}^0}{1 + 2\beta \cos \phi_{gel}} \quad (3.26a)$$

sonucunu verir.  $\phi_{yan}^0 = \pi - \phi_{gel}$  durağan haldeki ( $\beta = 0$ ) yansıma açısıdır.

$$\omega'_{yan} = \omega_{gel}(1 + \beta \cos \phi_{yan}) = \omega_{gel} \frac{1 + \beta \cos \phi_{gel}}{1 + 2\beta \cos \phi_{gel}} \quad (3.26b)$$

$$R_{TM} = \frac{\sin \phi_{gel}}{\sin \phi_{yan}} \quad (3.26c)$$

Dalga yansıması mekanizmasının gerçekleşebilmesi için  $(\phi_{gel}, \beta)$  ikilisi üzerine konacak ikinci kinematik kısıt

$$\omega'_{yan} > 0; \text{ yani, } \frac{1 + \beta \cos \phi_{gel}}{1 + 2\beta \cos \phi_{gel}} > 0 \quad (3.27)$$

olarak belirir.

TE modu dalga gelişi durumunda yansıma açısı ve yansıyan dalganın frekansı TM modu geliş durumu ile aynı olurken, yansıma katsayısı  $R_{TE} = -1$  olur.

### 3.1.1.6 E-çerçevesinde Yansıyan Dalga

L-çerçevesinde yansıyan  $(\vec{E}'_{yan}, \vec{H}'_{yan})$  alanları E-çerçevesine

$$\begin{cases} \vec{H}_{yan}(\vec{r}; t) = \vec{H}'_{yan}(\vec{r}'; t) \cdot \vec{I} = \hat{x}_3 \text{Re} \{ u_{yan}(x_1, x_2) e^{-i\omega_{yan}t} \} \end{cases} \quad (3.28a)$$

$$\begin{cases} u_{yan}(x_1, x_2) = R_{TM} e^{ik\hat{n}_{yan} \cdot \vec{r}} = R_{TM} e^{ik(x_1 \cos \phi_{yan} + x_2 \sin \phi_{yan})} \end{cases} \quad (3.28b)$$

$$\begin{cases} \vec{E}_{yan}(\vec{r}; t) = Z \vec{H}_{yan}(\vec{r}; t) \times \hat{n}_{yan} \end{cases} \quad (3.28c)$$

ile dönüştürülür ve yansıyan dalganın açısal frekansı

$$\omega_{yan} = \omega_{gel} (1 + 2\beta \cos \phi_{yan}) = \frac{\omega_{gel}}{1 + 2\beta \cos \phi_{gel}} \quad (3.29)$$

şeklinde dir. (3.29) eşitliği gelen dalganın harekete paralel bileşeninin maruz kaldığı Doppler etkisini göstermektedir. Yansıyan dalganın açısal frekansı  $\omega_{yan} = \omega_{gel} + \Delta\omega$  biçiminde yazıldığında hareketten kaynaklanan Doppler kayması miktarı

$$\Delta\omega = -\frac{2\beta \cos \phi_{gel}}{1 + 2\beta \cos \phi_{gel}} \omega_{gel} \quad (3.30)$$

olarak elde edilir. Dalga yansıması mekanizmasının gerçekleşebilmesi için  $(\phi_{gel}, \beta)$  ikilisi üzerine konulması gereken üçüncü kinematik kısıt

$$\omega_{yan} > 0; \text{ yani, } 1 + 2\beta \cos \phi_{gel} > 0 \quad (3.31)$$

olarak karşımıza çıkmaktadır. Burada  $\beta \cos \phi_{gel} \geq 0$  iken, yani;  $\phi_{gel} \in (0, \pi/2]$ ,  $\beta > 0$  veya  $\phi_{gel} \in (\pi/2, \pi]$ ,  $\beta < 0$  durumlarında  $\Delta\omega \leq 0$  gözlemlenir. Benzer şekilde  $\beta \cos \phi_{gel} \leq 0$  iken, yani;  $\phi_{gel} \in (0, \pi/2]$ ,  $\beta < 0$  veya  $\phi_{gel} \in (\pi/2, \pi]$ ,  $\beta > 0$  durumlarında  $\Delta\omega \geq 0$  olarak gözlemlenir.

Düzleme TM ve TE modu dalga gelişi durumlarının her ikisinde de geliş açısının dik olması halinde ( $\phi_{gel} = \pi/2$ ) düzleme paralel hareketin yansıyan dalga üzerinde bir

etkisi olmamaktadır. Ayrıca,  $\beta \rightarrow \infty$  asimptotik durumunda  $\phi_{gel} \neq \pi/2$  iken

$$\phi_{yan} \rightarrow \pi/2, \quad R_{TM} \rightarrow \sin \phi_{gel}, \quad \omega'_{yan} \rightarrow \omega_{gel}/2, \quad \omega_{yan} \rightarrow 0$$

olarak gözlemlenmektedir.

### 3.1.1.7 Dalga Mekanizmasının $(\phi_{gel}, \beta)$ 'ya Bağılılığı

Bu noktaya kadar elde edilen bilgiler ışığında  $(\phi_{gel}, \beta)$  ikilisi üzerinde konulan koşullar aşağıda sıralanmıştır.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{I. koşul : } 1 + \beta \cos \phi_{gel} > 0 \\ \text{II. koşul : } \frac{1 + \beta \cos \phi_{gel}}{1 + 2\beta \cos \phi_{gel}} > 0 \\ \text{III. koşul : } 1 + 2\beta \cos \phi_{gel} > 0 \end{array} \right.$$

Bu üç koşul üzerinde;

- III. koşul sağlandığında I. koşul da sağlanmaktadır.
- I. koşul ve III. koşul sağlandığında II. koşul sağlanmaktadır.

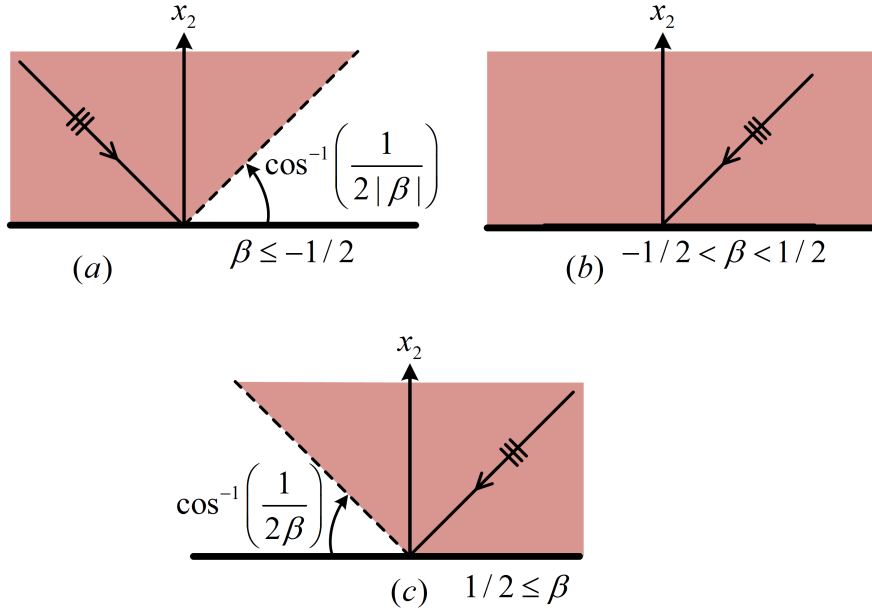
çıkarımlarına varılmıştır. Bu durumda III. koşulun sağlanması diğer iki koşulun sağlanması için yeterlidir. III. koşul  $|\beta| < 1/2$  iken  $\forall \phi_{gel} \in (0, \pi]$  için geçerlidir. Bu da  $\beta \leq -1/2$  için  $\phi_{gel} \in (\cos^{-1}(1/2|\beta|), \pi]$  ve  $\beta \geq 1/2$  için  $\phi_{gel} \in (0, \pi - \cos^{-1}(1/2\beta))$  durumlarını ortaya çıkarmaktadır. Şekil 3.2'de bu durumlar görselleştirilmiştir. Dalga yansıması mekanizması  $\forall \beta$  için

$$\phi_{gel} \in \left( \cos^{-1}\left(\frac{1}{2|\beta|}\right), \pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{2|\beta|}\right) \right) \quad (3.32)$$

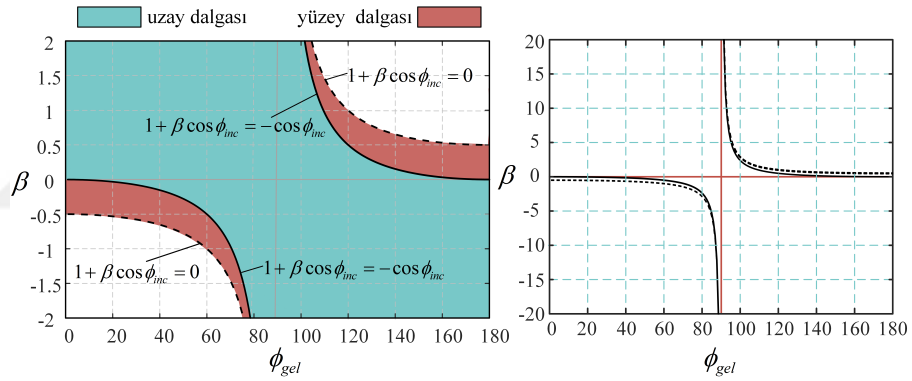
aralığında meydana gelmektedir. III. koşul dalga yayılım ve yansıma mekanizmalarının işlemesi için  $(\phi_{gel}, \beta)$  düzlemi üzerine izin verilen belirli bir bölgeye işaret etmektedir. Bu bölge (3.26a) ile verilen Snell yasası tarafından belirlenen sınır eğrileri ile ayrılmış alt bölgelerden meydana gelir.

$$|\cos \phi_{yan}| = \frac{|\cos \phi_{gel}|}{|1 + 2\beta \cos \phi_{gel}|} \quad (3.33)$$

Bu bitişik alt bölgeler  $|\cos \phi_{yan}| \leq 1$  ve  $|\cos \phi_{yan}| > 1$  durumları ile belirlenir ve bu alt bölgelerde yansıyan dalgalar sırasıyla uzay dalgası ve yüzey dalgası olarak bulunur. Bu bölgeler Şekil 3.3'te görselleştirilmiştir.



**Şekil 3.2** Düzleme paralel hareket modunda dalga yansımalarının gerçekleşebilmesi için  $\beta$ 'nin durumuna göre izin verilen  $\phi_{gel}$  açı aralıkları (boyalı alan).



**Şekil 3.3**  $(\phi_{gel}, \beta)$  düzleminde uzay ve yüzey dalgası yansıma mekanizmalarına karşılık gelen bölgelerin iki farklı ölçekte gösterimi.

Uzay dalgası yansıma mekanizması  $\beta$ 'ya bağlı olarak aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\begin{cases} \phi_{yan} > \phi_{yan}^0 = \pi - \phi_{gel}, & \omega_{yan} > \omega_{gel}, & R_{TM} > 1 & \beta < 0 \text{ için} \end{cases} \quad (3.34a)$$

$$\begin{cases} \phi_{yan} < \phi_{yan}^0, & \omega_{yan} < \omega_{gel}, & R_{TM} < 1 & \beta > 0 \text{ için} \end{cases} \quad (3.34b)$$

Bu eşitlikler  $\phi_{gel} \in (0, \pi/2]$  için Şekil 3.4'te görsel olarak verilmiştir.

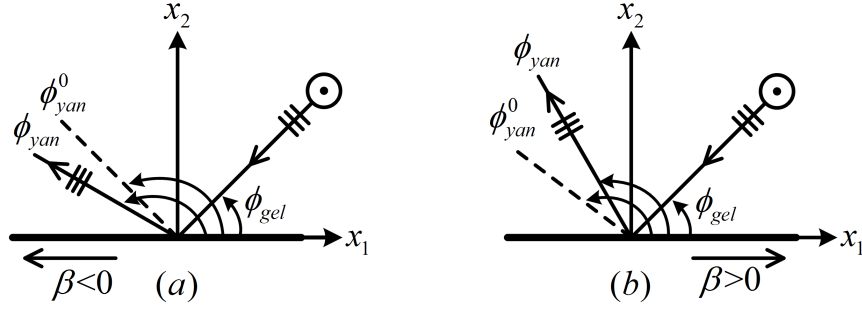
Yüzey dalgası yansıma mekanizması için ise  $N = \sqrt{\cos^2 \phi_{yan} - 1} > 0$  olmak üzere

$$\sin \phi_{yan} = \sqrt{1 - \cos^2 \phi_{yan}} = iN \quad (3.35a)$$

eşitliği geçerlidir. Böylece,

$$u'_{yan}(x'_1, x'_2) = R_{TM} e^{ikx'_1 \cos \phi_{yan}} e^{-kN x'_2} \quad (3.35b)$$

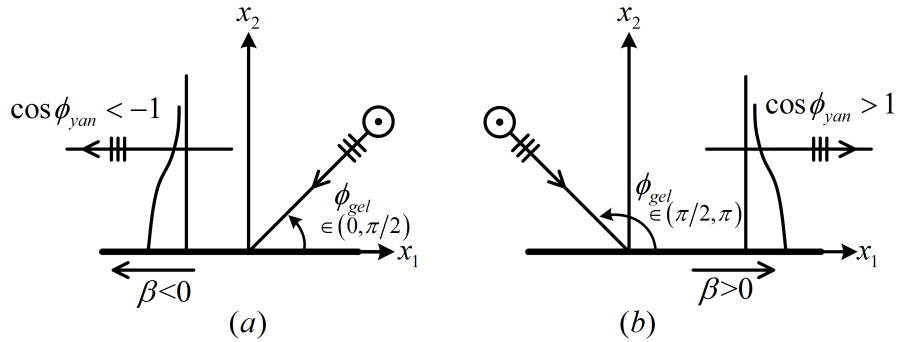
yapısındaki yansıyan alanın üst yarı uzayda ( $x'_2 > 0$ ,  $x'_1 \in (-\infty, \infty)$ ) üstel



**Şekil 3.4** Zıt yönlerde düzleme paralel düzgün doğrusal hareketler için uzay dalgası yansıma mekanizmalarının gösterimi.

zayıflaması sağlanmış olur. Bu durum Şekil 3.5'te görselleştirilmiştir.  $\phi_{yan} = \text{Re}\{\phi_{yan}\} + i \text{Im}\{\phi_{yan}\}$  ifadesi (3.35a)'da yerine konularak ve  $\sin(a + ib) = \sin(a) \cosh(b) + i \cos(a) \sinh(b)$  özdeşliğini kullanılarak yansıma açısının pozitif sanal eksen üzerinde konuşlandığı görülür.

$$\phi_{yan} = i \sinh^{-1} N. \quad (3.35c)$$



**Şekil 3.5** Zıt yönlerde düzleme paralel düzgün doğrusal hareketler için yüzey dalgası yansıma mekanizmalarının gösterimi.

### 3.1.1.8 $\beta$ 'nın Küçük Değerleri için Yüzey Dalgası Yansıma Mekanizması

Tablo 3.1'de pratikte mevcut olan uçak, roket, vb. gibi çeşitli vasıtalardan yansıyan alanların yüzey dalgası oluşturma mekanizmalarına ilişkin özet bilgiler verilmiştir. Günlük hayatta bu hareketli vasıtalar her ne kadar yüksek hızlı olarak tanımlansa da, hızlarına karşılık düşen  $\beta$  değerleri oldukça küçük olduğundan bu araçlara ilişkin

yüzey dalgası yansıma mekanizmaları ancak geliş açısının yüzeye çok yaklaştığı  $\phi_{gel} \rightarrow 0, \pi$  durumlarında gerçekleşebilmektedir. Bu durumda (3.26a) ile verilen Snell Yasası asimptotik gösterim ile,

$$\cos \phi_{yan} = -\cos \phi_{gel} (1 - 2\beta \cos \phi_{gel}) + \text{y.d.t. } \beta \quad (3.36a)$$

$$\rightarrow \mp (1 + 2|\beta|) + \text{y.d.t. } |\beta|, \quad \phi_{gel} \rightarrow 0, \pi$$

$$\sin \phi_{yan} = i \sqrt{\cos^2 \phi_{yan} - 1} = i \sqrt{\cos^2 \phi_{gel} (1 - 4\beta \cos \phi_{gel}) - 1} + \text{y.d.t. } \beta \quad (3.36b)$$

$$\rightarrow i \sqrt{4|\beta|} + \text{y.d.t. } |\beta|, \quad \phi_{gel} \rightarrow 0, \pi$$

şeklinde ifade edilebilir ve (3.35b) denkleminin bileşenleri içinde

$$R_{TM} = \frac{\sin \phi_{gel}}{\sin \phi_{yan}} \Big|_{\phi_{gel} \rightarrow 0, \pi} \rightarrow \frac{\sin \phi_{gel}}{i \sqrt{4|\beta|} + \text{y.d.t. } |\beta|} \quad (3.37a)$$

$$e^{ikx'_1 \cos \phi_{yan}} \Big|_{\phi_{gel} \rightarrow 0, \pi} \rightarrow e^{\mp i(1+2|\beta| + \text{y.d.t. } |\beta|)kx'_1} \quad (3.37b)$$

$$e^{-kx'_2 \sqrt{\cos^2 \phi_{yan} - 1}} \Big|_{\phi_{gel} \rightarrow 0, \pi} \rightarrow e^{-kx'_2 \sqrt{4|\beta| + \text{y.d.t. } |\beta|}} \quad (3.37c)$$

şeklinde yerini alır. Bu durumda  $\beta$ 'nın birinci derece yaklaşıklığı altında yansıyan yüzey dalgaları

$$u'_{yan}(x'_1, x'_2) \Big|_{\phi_{gel} \rightarrow 0, \pi} \rightarrow \frac{\sin \phi_{gel}}{i2\sqrt{|\beta|}} e^{-2\sqrt{|\beta|}kx'_2} e^{\mp i(1+2|\beta|)kx'_1} \quad (3.38)$$

şeklinde davranır. Burada  $x'_2$ -ekseni boyunca üstel zayıflama düşüktür ve  $\sin \phi_{gel} / (2\sqrt{|\beta|})$  teriminin genliği düşük değerler almayabilir.

**Tablo 3.1** Çeşitli vasıtaların tipik hızlarına göre yüzey dalgası yansıması oluşması için geliş açısı aralıkları.

| Vasıta                      | Tipik hız $G$ ve $\beta$                  | $\phi_{gel}$ aralıkları                                               |
|-----------------------------|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| Uluslararası uzay istasyonu | $G = 7660$ [m/s]<br>$\beta = \pm 2.55e-5$ | $\phi_{gel} \in (0^\circ, 0.41^\circ) \cup (179.59^\circ, 180^\circ)$ |
| Savaş uçağı                 | $G = 1200$ [m/s]<br>$\beta = \pm 4e-6$    | $\phi_{gel} \in (0^\circ, 0.16^\circ) \cup (179.84^\circ, 180^\circ)$ |
| Balistik füze               | $G = 5000$ [m/s]<br>$\beta = \pm 1.67e-5$ | $\phi_{gel} \in (0^\circ, 0.33^\circ) \cup (179.67^\circ, 180^\circ)$ |
| Yolcu uçağı                 | $G = 260$ [m/s]<br>$\beta = \pm 8.67e-7$  | $\phi_{gel} \in (0^\circ, 0.07^\circ) \cup (179.93^\circ, 180^\circ)$ |

### 3.1.2 Düzleme Dik Düzgün Doğrusal Hareket

Bu hareket tipi için hız vektörü ve Galilei dönüşümleri

$$\vec{v} = \hat{x}_2 G, \quad G = \text{sabit} \quad (3.39a)$$

$$x_1 = x'_1, \quad x_2 = x'_2 + Gt, \quad x_3 = x'_3, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.39b)$$

eşitlikleri ile verilmiştir.  $L$ -çerçevesinde MEİ yarım düzlem üzerindeki  $\mathbb{R}_3 \setminus S$  ortamının hızı ve bu gelen dalganın bu çerçevedeki açısal frekansı

$$\vec{v}' = -\hat{x}'_2 G \quad (3.40a)$$

$$\omega'_{gel} = \omega_{gel} (1 + \beta \sin \phi_{gel}) \quad (3.40b)$$

biçimindedir. Dalga yansımasının gerçekleşebilmesi için  $(\phi_{gel}, \beta)$  ikilisi üzerine konulacak kinematik kısıt

$$\omega'_{gel} > 0 \Rightarrow 1 + \beta \sin \phi_{gel} > 0 \quad (3.41)$$

olmaktadır. Bu durumda (3.25)'da verilen SDP ile

$$\phi_{yan} = \phi_{yan}^0 = \pi - \phi_{gel} \quad (3.42a)$$

$$\omega'_{yan} = \omega_{gel} (1 + \beta \sin \phi_{yan}) = \omega_{gel} (1 + \beta \sin \phi_{gel}) \quad (3.42b)$$

$$R_{TM} = \frac{\sin \phi_{gel}}{\sin \phi_{yan}} = 1 \quad (3.42c)$$

sonuçları elde edilir. (3.42a) denklemi, bu hareket modunda yüzey dalgası oluşumu gözlemlenmeyeceği çıkarımını ortaya koymaktadır. TE modunda yansıma açısı ve yansıyan dalganın frekansı TM modundaki karşılıkları ile aynıdır; fakat yansıma katsayısı  $R_{TE} = -1$ 'dir.

$E$ -çerçevesinde gözlemlenen yansıyan dalganın açısal frekansı

$$\omega_{yan} = \omega_{gel} (1 + 2\beta \sin \phi_{gel}) \quad (3.42d)$$

olarak elde edilir. (3.42d) ifadesi gelen dalganın düzlemin hareketine paralel olan bileşeninin maruz kaldığı Doppler kaymasıdır. Yansıyan dalganın açısal frekansı  $\omega_{yan} = \omega_{gel} + \Delta\omega$  biçiminde ifade edildiğinde

$$\Delta\omega = 2\beta \sin \phi_{gel} \omega_{gel} \quad (3.43)$$

elde edilmektedir. Gözlemci  $\beta \geq 0$  iken  $\Delta\omega \geq 0$  ve  $\beta \leq 0$  iken  $\Delta\omega \leq 0$  gözlemler.

**Şekil 3.6** Düzleme dik hareket tipi için  $\beta < 0$  durumunda dalga yansımasının meydana gelmesini sağlayan  $\phi_{gel}$  açısının  $\beta$  ile değişimi

Boş uzayda genel doğrusal öteleme hareketi yapan düzleme  $E$ -çerçevesinde monokromatik homojen düzlem dalga geldiğini varsayalım. Dalganın alan bileşenleri  $(\vec{E}(\vec{r}; t), \vec{D}(\vec{r}; t), \vec{B}(\vec{r}; t), \vec{H}(\vec{r}; t))$  jenerik fazör formda

gösterim ile verildiği durumda  $\vec{k}_{gel} \times \vec{E}_0 - \omega_{gel} \vec{B}_0$ ,  $\vec{k}_{gel} \times \vec{H}_0 + \omega_{gel} \vec{D}_0$ ,  $\vec{k}_{gel} \cdot \vec{D}_0 = 0$ ,  $\vec{k}_{gel} \cdot \vec{B}_0 = 0$  özelliklerine sahiptir. Öteleme hareketinde çerçeveler arası konum vektörlerinin dönüşümü EK A bölümünde (A.5) denklemleri ile verildiği üzere

ile sağlanır. Burada öteleme vektörü  $\vec{c}(t)$  genel bir vektör olup hareket türüne göre değişmektedir.

$$\vec{W}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \text{Re} \left\{ \vec{W}'_0 e^{i\vec{k}'_{gel} \cdot \vec{r}'} e^{-i\omega_{gel}t} \right\} \quad (3.46)$$

formuna sahiptir. Öteleme hareketi

$$\vec{k}_{gel} \cdot \vec{r} = \vec{k}'_{gel} \cdot \vec{r}' + \vec{k}_{gel} \cdot \vec{c}(t), \quad \vec{W}_0' = \vec{I}^T \vec{W}_0 \quad (3.47)$$

dönüşümlerini beraberinde getirir. Bu durumda  $L$ -çerçevesinde gelen alanlar

$$\vec{W}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \text{Re} \left\{ \vec{W}_0' e^{i\vec{k}'_{gel} \cdot \vec{c}(t)} e^{i\vec{k}'_{gel} \cdot \vec{r}'} e^{-i\omega_{gel} t} \right\} \quad (3.48)$$

şeklini alır. Burada  $t > 0$  koşulu altında  $\exp(i\vec{k}'_{gel} \cdot \vec{c}(t))$  terimi dalga yayılımında spektral bileşenlerin varlığına işaret etmektedir. Bu spektral bileşenler

$$e^{i\vec{k}'_{gel} \cdot \vec{c}(t)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_L A(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.49a)$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{c}(t)} e^{-i\omega t} dt \quad (3.49b)$$

Fourier dönüşüm çifti ile ifade edilebilir.  $\omega'_{gel}(\omega) = \omega_{gel} - \omega$  olmak üzere zaman domeninde gelen alan ifadeleri

$$\vec{W}'_{gel}(\vec{r}'; t; \omega) = \vec{W}_0' A(\omega) e^{i\vec{k}'_{gel} \cdot \vec{r}'} e^{-i\omega'_{gel}(\omega) t}, \quad t > 0 \quad (3.50)$$

$$\vec{W}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \text{Re} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_L \vec{W}'_{gel}(\vec{r}'; t; \omega) d\omega \right\} \quad (3.51)$$

yapısında gösterilir. Burada  $\vec{W}'_{gel}(\vec{r}'; t; \omega)$  zaman domeninde sabit  $\vec{k}'_{gel}$  yönünde gelen doğrusal kutuplu,  $\omega'_{gel}(\omega)$  frekansa ve  $A(\omega)$  genlik katsayısına sahip spektral dalganın spektral elektrik/manyetik alan bileşenlerini temsil etmektedir. Rotasyonel operatörünün

$$\text{curl}' \vec{W}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \text{Re} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_L \text{curl}' \vec{W}'_{gel}(\vec{r}'; t; \omega) d\omega \right\} \quad (3.52)$$

değişme özelliğini kullanarak

$$\begin{aligned} (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{W}'_{gel}(\vec{r}'; t) &= \vec{I}^T \cdot \partial_t \vec{W}_{gel}(\vec{r}; t) \Big|_{\vec{r}=\vec{c}(t)+\vec{I}^T \cdot \vec{r}'} = \vec{I}^T \cdot \partial_t \text{Re} \left\{ \vec{W}_0 e^{i\vec{k}_{gel} \cdot \vec{r}} e^{i\omega_{gel} t} \right\} \Big|_{\vec{r}=\vec{c}(t)+\vec{I}^T \cdot \vec{r}'} \\ &= \text{Re} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_L (-i\omega'_{gel}) \vec{W}'_{gel}(\vec{r}'; t; \omega) d\omega \right\} \end{aligned} \quad (3.53)$$

elde edilir. Burada  $\vec{W}'_{gel}(\vec{r}'; t; \omega) = \vec{W}_0' A(\omega) e^{i\vec{k}'_{gel} \cdot \vec{r}'} e^{-i\omega'_{gel}(\omega) t}$  ve  $\vec{W}_0' = \vec{I}^T \vec{W}_0$ 'dır.

$L$ -çerçevesinde indirgenmiş homojen HHAD

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t; \omega) - i\omega_{gel} \vec{B}'_{gel}(\vec{r}'; t; \omega) = \vec{0} \\ \text{curl}' \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t; \omega) + i\omega_{gel} \vec{D}'_{gel}(\vec{r}'; t; \omega) = \vec{0} \\ \text{div}' \vec{D}'_{gel}(\vec{r}'; t; \omega) = 0 \\ \text{div}' \vec{B}'_{gel}(\vec{r}'; t; \omega) = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (3.54a) \\ (3.54b) \\ (3.54c) \\ (3.54d) \end{matrix}$$

$\vec{k}'_{gel} \times \vec{E}'_0 - \omega_{gel} \vec{B}'_0$ ,  $\vec{k}'_{gel} \times \vec{H}'_0 + \omega_{gel} \vec{D}'_0$ ,  $\vec{k}'_{gel} \cdot \vec{D}'_0 = 0$ ,  $\vec{k}'_{gel} \cdot \vec{B}'_0 = 0$  özelliklerine sahiptir.

Spektral  $A(\omega)$  katsayısının değerleri hareket tipine göre değerlendirilmelidir. Bu amaçla düzlemin sabit bir yönde sabit  $\vec{a}$  ivmesi doğrusal hareket ettiğini varsayalım. Bu durumda hız ve konum vektörleri

$$\vec{v}(t) = \vec{a}tH(t), \quad \vec{c}(t) = \frac{1}{2}\vec{a}t^2H(t) \quad (3.55)$$

Burada  $H(t)$  Heaviside birim basamak fonksiyonudur.

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(1/2)\vec{k} \cdot \vec{a}t^2H(t)} e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-i(1/2)\vec{k} \cdot \vec{a}t^2} e^{-i\omega t} dt \quad (3.56)$$

Burada iki durum söz konusudur.

(i)  $\vec{k}_{gel} \cdot \vec{a} > 0$  durumu: Burada  $\alpha^2 = (1/2)\vec{k}_{gel} \cdot \vec{a} > 0$ ,  $\alpha = \sqrt{(1/2)\vec{k}_{gel} \cdot \vec{a}} > 0$  olsun. Bu durumda yarı sonsuz integral

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-i\alpha^2 t^2} e^{-i\omega t} dt = \frac{e^{i(\omega/2\alpha)^2}}{\sqrt{2\pi}\alpha} \int_{\omega/2\alpha}^{\infty} e^{-is^2} ds \quad (3.57)$$

olarak yazılabilir. Fresnel sinüs ve kosinüs integrallerinin

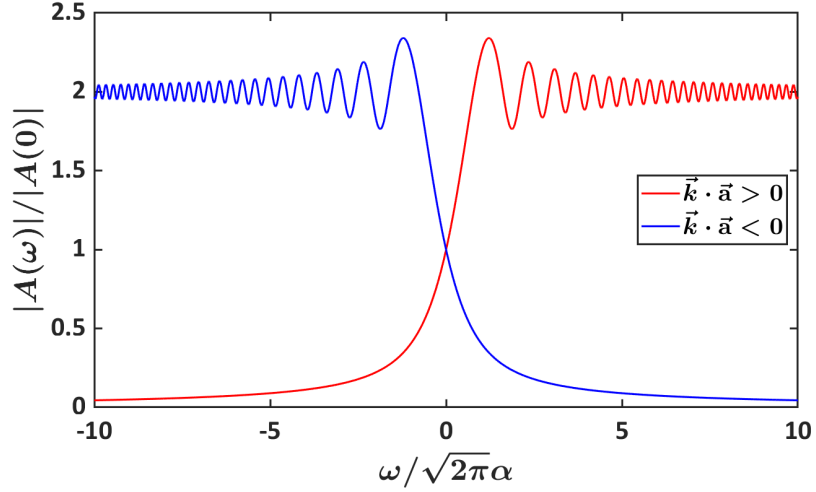
$$S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt, \quad S(-x) = -S(x), \quad S(\infty) = \frac{1}{2} \quad (3.58a)$$

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt, \quad C(-x) = -C(x), \quad C(\infty) = \frac{1}{2} \quad (3.58b)$$

özelliklerinden faydalananarak  $A(\omega)$  hesaplanır.

$$A(\omega) = \frac{e^{i(\omega/2\alpha)^2}}{\sqrt{2\pi}\alpha} \left[ \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2}} - C\left(\frac{\omega}{\sqrt{2\pi}\alpha}\right) + iS\left(\frac{\omega}{\sqrt{2\pi}\alpha}\right) \right] \quad (3.59)$$

elde edilmiştir. Limit durumlarda  $|A(0)| = \frac{1}{2\sqrt{2}\alpha}$ ;  $|A(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}\alpha}$ ,  $\omega \rightarrow -\infty$ ;  $A(\omega) \rightarrow 0$ ,  $\omega \rightarrow \infty$ , sonuçlarına varılmıştır.



Şekil 3.7  $|A(\omega)|/|A(0)|$  değerlerinin  $\omega/\sqrt{2\pi\alpha}$  ile değişimi

- (ii)  $\vec{k}_{gel} \cdot \vec{a} < 0$  durumu: Burada  $-\beta^2 = (1/2)\vec{k}_{gel} \cdot \vec{a} < 0$ ,  $\beta = \alpha > 0$  olsun. Bu durumda yarı sonsuz integral

$$\begin{aligned} A(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{i\beta^2 t^2} e^{-i\omega t} dt = \frac{e^{-i(\omega/2\beta)^2}}{\sqrt{2\pi}\beta} \int_{-\omega/2\beta}^\infty e^{is^2} ds \\ &= \frac{e^{-i(\omega/2\alpha)^2}}{\sqrt{2\pi}\alpha} \left[ \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2}} + C\left(\frac{\omega}{\sqrt{2\pi}\alpha}\right) + iS\left(\frac{\omega}{\sqrt{2\pi}\alpha}\right) \right] \end{aligned} \quad (3.60)$$

elde edilmiştir. Yine  $|A(0)| = \frac{1}{2\sqrt{2}\alpha}$ ;  $|A(\omega)| = 0$ ,  $\omega \rightarrow -\infty$ ;  $A(\omega) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}\alpha}$ ,  $\omega \rightarrow \infty$ , sonuçlarına varılmıştır. Şekil 3.7'te normalize spektral genlik katsayısı fonksiyonu  $A(\omega)$ 'nın  $\omega/\sqrt{2\pi}$  ile değişimi görselleştirilmiştir.  $\vec{k}_{gel} \cdot \vec{a} > 0$  ve  $\vec{k}_{gel} \cdot \vec{a} < 0$  durumları için pozitif/negatif frekansların saçılmaları aynı mekanizmaya tabi olduğundan kırmızı ve mavi eğrilerin simetrik davranışa sahip olması beklenen bir olgudur.

$\mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D}$  ortamında bulunan  $L$ -çerçevesindeki sabit bir gözlemci saçıcı bünneyi ve ortamdaki tüm maddesel noktaları  $-\vec{v}'(\vec{r}'; t)$  hızı ile hareket ediyor olarak gözlemler. O halde  $\mathbb{R}_3 \setminus \mathcal{D}$  bölgesindeki yansıyan alanlar HHAD'yi sağlar.

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{sa\check{c}} + (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{B}'_{sa\check{c}} = \vec{0} & (3.61a) \\ \text{curl}' \vec{H}'_{sa\check{c}} - (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{D}'_{sa\check{c}} = \vec{J}'_S \delta_S & (3.61b) \\ \text{div}' \vec{D}'_{sa\check{c}} = \rho'_S \delta_S & (3.61c) \\ \text{div}' \vec{B}'_{sa\check{c}} = 0 & (3.61d) \end{cases}$$

$$\text{div}'_S \vec{J}'_S + (\partial_t + L_{-\vec{v}'})\rho'_S = 0, \quad \hat{n}' \cdot \vec{J}'_S = 0 \quad (3.62)$$

$$-\text{div}' \vec{P}'_{sa\check{c}} = \vec{E}'_{sa\check{c}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'})\vec{D}'_{sa\check{c}} + \vec{H}'_{sa\check{c}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'})\vec{B}'_{sa\check{c}} + \vec{E}'_{sa\check{c}} \cdot \vec{J}'_S \delta_S \quad (3.63)$$

Burada,  $\vec{P}'_{sa\check{c}} = \vec{E}'_{sa\check{c}} \times \vec{H}'_{sa\check{c}}$  Poynting vektörüdür. MEİ düzlemin dışı doğru sürekli bir  $\hat{n}'$  normal vektörü olduğu varsayımıyla  $S = \partial \mathcal{D}$  sürekli yüzeyi üzerindeki sınır koşulları  $\vec{v}' \rightarrow \vec{0}$  limit durumu için (3.54) and (3.61) eşitliklerinin distribüsyon anlamında analizi ile

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{n}' \times [\vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) + \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t)] = \vec{0} \end{array} \right. \quad (3.64a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{n}' \times [\vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) + \vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t)] = \vec{J}'_S(\vec{r}'; t) \delta_S \end{array} \right. \quad (3.64b)$$

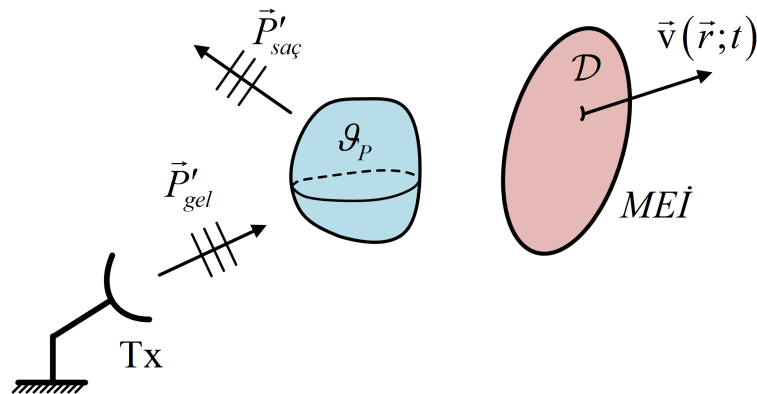
$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n}' \cdot [\vec{D}'_{gel}(\vec{r}'; t) + \vec{D}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t)] = \rho'_S(\vec{r}'; t) \delta_S \end{array} \right. \quad (3.64c)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n}' \cdot [\vec{B}'_{gel}(\vec{r}'; t) + \vec{B}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t)] = 0 \end{array} \right. \quad (3.64d)$$

şeklinde elde edilir; bu da saçıcı bünyenin hareketsiz olması durumundaki MD ile tanımlanan sınır koşulları ile aynı ifadedir.  $L$ -çerçevesinde Şekil 3.8'te verilen biçimde herhangi bir  $\vartheta_p$  bölgesinde toplam gücün korunumu ilkesi gereği, (2.32) ve (3.63) eşitliklerinin birleşimi ile Tx ve saçıcıdan kaynaklanan tüm bileşenlerin

$$\begin{aligned} - \oint_{\partial \vartheta_p(t)} (\vec{P}'_{gel} + \vec{P}'_{sa\check{c}}) \cdot d\vec{S}_p &= \oint_{\vartheta_p(t)} [\vec{E}'_{gel} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}'})\vec{D}'_{gel} + \vec{E}'_{sa\check{c}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'})\vec{D}'_{sa\check{c}}] d\vartheta_p \\ + \oint_{\vartheta_p(t)} [\vec{H}'_{gel} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}'})\vec{B}'_{gel} + \vec{H}'_{sa\check{c}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'})\vec{B}'_{sa\check{c}}] d\vartheta_p &+ \oint_{\vartheta_p(t)} [\vec{E}'_{gel} \cdot \vec{J}'_{Tx} + \vec{E}'_{sa\check{c}} \cdot \vec{J}'_S \delta_S] d\vartheta_p \end{aligned} \quad (3.65)$$

sağlaması gerekir.



Şekil 3.8  $\vartheta_p$  bölgesinde Poynting Teoreminin uygulanması.

Sabit ivmeli hareket durumunda (3.64a) ile verilen sınır bağıntısı yansıyan elektrik

alanın

$$\vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t) = \text{Re} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_L \vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t; \omega) d\omega \right\} \quad (3.66a)$$

$$\vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t; \omega) = -\vec{E}'_0 A(\omega) e^{i\vec{k}'_{yan}(\omega) \cdot \vec{r}'} e^{-i\omega'_{yan}(\omega)t} \quad (3.66b)$$

şeklinde olmasını gerektirir. Burada  $\vec{k}'_{yan}(\omega)$  ve  $\omega'_{yan}(\omega)$  ilişkili SDP'nin çözümü ile belirlenecektir. Her bir yansıyan spektral  $\vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t; \omega)$  elektrik alan vektörü, (3.50) verilen biçimde hareketli MEİ düzleme  $\vec{v}(t; \omega) = \hat{v} G(\omega) H(t)$  hız vektörü ve sabit  $G(\omega) = \omega / (\vec{k}_{gel} \cdot \hat{v})$  spektral hızı ile gelen spektral  $\vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t; \omega)$  alan vektörleri ile ilişkilidir.  $E$ -çerçevesinde toplam yansıyan alanlar

$$\vec{E}_{yan}(\vec{r}; t) = \vec{I}^T \cdot \vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t) \Big|_{\vec{r}' = \vec{I} \cdot (\vec{r} - \vec{v}(t; \omega)t)} = \text{Re} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_L \vec{E}_{yan}(\vec{r}; t; \omega) d\omega \right\} \quad (3.67a)$$

$$\vec{E}_{yan}(\vec{r}; t; \omega) = -\vec{E}_0 A(\omega) e^{i\vec{k}_{yan}(\omega) \cdot \vec{r}} e^{-i\omega_{yan}(\omega)t}, \quad \vec{E}_0 = \vec{I}^T \cdot \vec{E}'_0 \quad (3.67b)$$

olarak elde edilir. Sabit ivmeli hareketin düzleme dik ve düzleme paralel olmasına göre yansıyan alanlar aşağıda değerlendirilmiştir.

### 3.2.1 Düzleme Dik Sabit İvmeli Doğrusal Hareket

MEİ düzlemin Şekil 3.9'te verilen biçimde düzleme dik, sabit ivme ile hareket ettiğini varsayalım. Bu hareket durumunda her bir spektral bileşen için hız vektörü ve buna ilişkin Galilei dönüşümleri

$$\vec{v}(t; \omega) = \hat{x}_2 G(\omega) H(t) \quad (3.68a)$$

$$x_1 = x'_1, x_2 = x'_2 + G(\omega)t H(t), x_3 = x'_3; \quad \hat{x}_i = \hat{x}'_i, i = 1, 2, 3 \quad (3.68b)$$

şeklinde verilmektedir.  $L$ -çerçevesinde MEİ düzlem üzerinde bulunan bir gözlemci için  $\mathbb{R}_3 \setminus S$  ortamının hız vektörü ve gelen dalgaının açısal frekansı

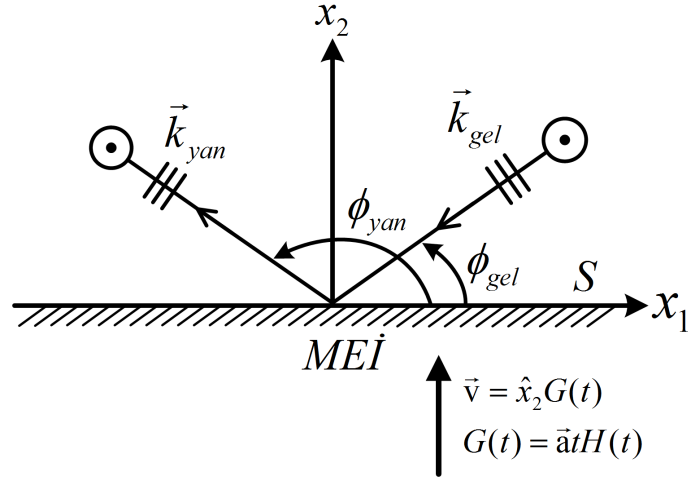
$$\vec{v}'(t; \omega) = -G(\omega) H(t) \hat{x}'_2 \quad (3.69a)$$

$$\omega'_{gel}(t; \omega) = \omega_{gel} (1 + \beta(\omega) \sin \phi_{gel} H(t)) \quad (3.69b)$$

ve  $\beta(\omega) = G(\omega)/c$  şeklindedir. Burada  $c$  dalgaının hareketsiz basit ve kayıpsız mevcut ortamdaki hızıdır.  $\omega'_{gel}(t; \omega) = \omega_{gel} - \omega H(t)$  tanımı ışığında bu hareket modunun spektral hızı

$$G(\omega) = -\frac{\omega}{k \sin \phi_{gel}}, \quad \beta(\omega) = -\frac{\omega}{\omega_{gel} \sin \phi_{gel}} \quad (3.70)$$

şeklinde hesaplanır. Fiziksel ve geometrik büyüklükleri ifade etmek amacıyla [23] çalışmasında düzgün doğrusal hareket için elde edilmiş



Şekil 3.9 Dik eksenini yönünde sabit ivme ile hareket eden MEİ düzlem.

$$\phi_{yan}(\omega) = \phi_{yan}^0 = \pi - \phi_{gel} \quad (3.71a)$$

$$\omega'_{yan}(t; \omega) = \omega_{gel} (1 + \beta(\omega) \sin \phi_{yan} H(t)) \quad (3.71b)$$

$$= \omega_{gel} (1 + \beta(\omega) \sin \phi_{gel} H(t)) = \omega'_{gel}(t; \omega)$$

$$\vec{k}'_{yan}(\omega) = k [\hat{x}'_1 \cos \phi_{yan}^0 + \hat{x}'_2 \sin \phi_{yan}^0] \quad (3.71c)$$

$$\vec{k}_{yan}(\omega) = k [\hat{x}_1 \cos \phi_{yan}^0 + \hat{x}_2 \sin \phi_{yan}^0] \quad (3.71d)$$

sonuçları kullanarak

$$e^{i\vec{k}'_{yan} \cdot \vec{r}'} \Big|_{\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}(t; \omega)t} = e^{i\vec{k}_{yan} \cdot \vec{r}} e^{-i\vec{k}_{yan} \cdot \vec{v}(t; \omega)t} = e^{i\vec{k}_{yan} \cdot \vec{r}} e^{+i\omega t H(t)} \quad (3.72a)$$

$$\vec{E}_{yan}(\vec{r}; t) = \text{Re} \left\{ \frac{-1}{\sqrt{2\pi}} \vec{E}_0 e^{i\vec{k}_{yan} \cdot \vec{r}} \int_L A(\omega) e^{-i(\omega_{gel} - 2\omega H(t))t} d\omega \right\} \quad (3.72b)$$

sonucuna varılır. Modlar arası kuplajdan dolayı yansıyan gücün  $|A(\omega)|^2$  ile tanımlanması doğru değildir.

(3.72a) denkleminde  $t < 0$  için

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_L A(\omega) d\omega = e^{i\vec{k}_{gel} \cdot \vec{c}(0)} = 1,$$

ve  $t > 0$  için

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_L A(\omega) e^{i2\omega t} d\omega = e^{i\vec{k}_{gel} \cdot \vec{c}(2t)} = e^{i2\vec{k}_{gel} \cdot \vec{a} t^2}$$

eşitliklerinin yerine konması ile zaman dönemi yansıyan elektrik alan ifadesi

$$\vec{E}_{yan}(\vec{r}; t) = \begin{cases} -\vec{E}_0 \cos(\vec{k}_{yan} \cdot \vec{r} - \omega_{gel} t), & t < 0 \\ -\vec{E}_0 \cos(\vec{k}_{yan} \cdot \vec{r} - \omega_{gel} t + 2\vec{k}_{gel} \cdot \vec{a} t^2), & t > 0 \end{cases} \quad (3.73a)$$

$$\vec{H}_{yan}(\vec{r}; t) = \frac{1}{Z} \hat{k}_{yan} \times \vec{E}_{yan}(\vec{r}; t) \quad (3.73b)$$

olarak elde edilir. İvme vektörünün ilerleme yönündeki izdüşümü,  $\vec{k}_{gel} \cdot \vec{a}$ , alınan işaretin fazında doğrudan gözlemlenebilmektedir.

$t > 0$  için ivmenin olmadığı düzgün doğrusal hareket özel durumu için (3.72b) denkleminde  $\vec{k}_{gel} \cdot \vec{c}(2t)$  yerine  $\vec{k}_{gel} \cdot (\vec{v}2t)$ ,  $\vec{v} = \hat{v}G$ ,  $G = \text{sabit}$  yerleştirilerek

$$\begin{aligned} \vec{E}_{yan}(\vec{r}; t) &= \text{Re} \left\{ -\vec{E}_0 e^{i\vec{k}_{yan} \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_{gel} - 2\vec{k}_{gel} \cdot \vec{v}H(t))t} \right\} \\ &= -\vec{E}_0 \times \begin{cases} \cos(\vec{k}_{yan} \cdot \vec{r} - \omega_{gel} t), & t < 0 \\ \cos(\vec{k}_{yan} \cdot \vec{r} - (\omega_{gel} - 2\vec{k}_{gel} \cdot \vec{v})t), & t > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.74)$$

sonucu elde edilir. Bu sonuç alınan işaretin frekansında  $2\vec{k}_{gel} \cdot \vec{v}$  kadar Doppler kaymasına tekabül etmektedir. Yansıyan dalganın açısal frekansı  $E$ -çerçevesinde

$$\omega_{yan} = \begin{cases} \omega_{gel}, & t < 0 \\ \omega_{gel}(1 + 2\beta \sin \phi_{gel}), & t > 0 \end{cases} \quad (3.75)$$

şeklinde elde edilmiş olur. Burada  $\hat{k}_{gel} \cdot \hat{v} > 0$  ise  $\beta = -G/c$ ,  $\hat{k}_{gel} \cdot \hat{v} < 0$  ise  $\beta = +G/c$  olarak karşımıza çıkar. Bu durumda  $\beta \geq 0$  iken  $\omega_{yan} > \omega_{gel}$ ,  $\beta < 0$  iken  $\omega_{yan} < \omega_{gel}$  sonucu elde edilir. Bu sonuç önceki kısımda (3.42d) ile elde edilen sonuçla tutarlıdır.

### 3.2.2 Düzleme Paralel Sabit İvmeli Doğrusal Hareket

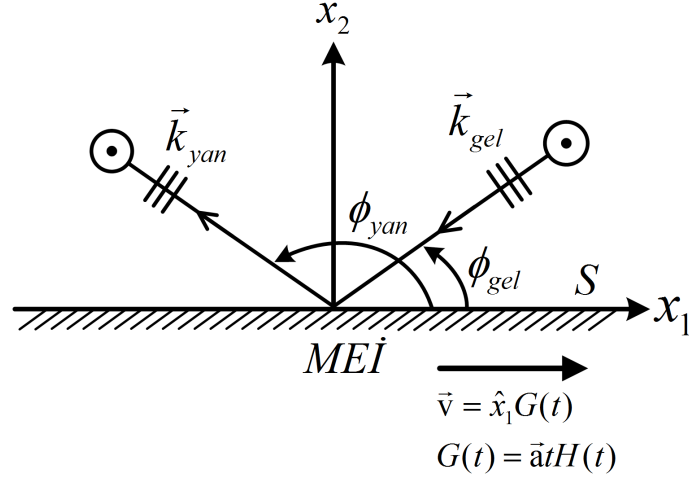
MEİ düzlemin Şekil 3.10'te verilen biçimde düzleme paralel, sabit ivme ile hareket ettiğini varsayalım. Bu hareket tipinde  $t > 0$  için

$$\vec{v}(t; \omega) = \hat{x}_1 G(\omega) H(t) \quad (3.76a)$$

$$x_1 = x'_1 + G(\omega)tH(t), \quad x_2 = x'_2, \quad x_3 = x'_3; \quad \hat{x}_i = \hat{x}'_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.76b)$$

$$\vec{v}'(t; \omega) = -\hat{x}'_1 G(\omega), \quad G(\omega) = -\frac{\omega}{k \cos \phi_{gel}} \quad (3.77)$$

$$\omega'_{gel}(\omega) = \omega_{gel}(1 + \beta(\omega) \cos \phi_{gel}), \quad \beta(\omega) = -\frac{\omega}{\omega_{gel} \cos \phi_{gel}} \quad (3.78)$$



Şekil 3.10 Düzleme paralel sabit ivme ile hareket eden MEİ düzlem.

$$\cos \phi_{yan}(\omega) = -\frac{\cos \phi_{gel}}{1 + 2\beta(\omega) \cos \phi_{gel}} = -\frac{\cos \phi_{gel}}{1 - 2\omega/\omega_{gel}} \quad (3.79)$$

$$\begin{aligned} \omega'_{yan}(\omega) &= \omega_{gel} (1 + \beta(\omega) \cos \phi_{yan}) = \omega_{gel} \frac{1 + \beta(\omega) \cos \phi_{gel}}{1 + 2\beta(\omega) \cos \phi_{gel}} \\ &= \omega_{gel} \frac{1 - \omega/\omega_{gel}}{1 - 2\omega/\omega_{gel}} \end{aligned} \quad (3.80)$$

$$\vec{k}'_{yan}(\omega) = k [\hat{x}'_1 \cos \phi_{yan}(\omega) + \hat{x}'_2 \sin \phi_{yan}(\omega)] \quad (3.81a)$$

$$\vec{k}_{yan}(\omega) = k [\hat{x}_1 \cos \phi_{yan}(\omega) + \hat{x}_2 \sin \phi_{yan}(\omega)] \quad (3.81b)$$

$$e^{i\vec{k}'_{yan} \cdot \vec{r}'} \Big|_{\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}(\omega)t} = e^{i\vec{k}_{yan}(\omega) \cdot \vec{r}} e^{-i\vec{k}_{yan}(\omega) \cdot \vec{v}(\omega)t} = e^{i\vec{k}_{yan}(\omega) \cdot \vec{r}} e^{-i \frac{\omega}{(1 - 2\omega/\omega_{gel})} t} \quad (3.82)$$

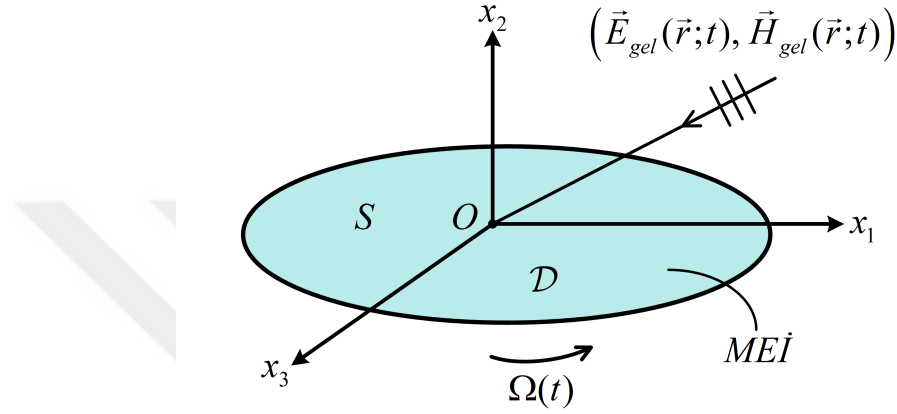
$$\vec{E}_{yan}(\vec{r}; t) = \text{Re} \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \vec{E}_0 \int_L A(\omega) e^{i\vec{k}_{yan}(\omega) \cdot \vec{r}} e^{-i \frac{\omega_{gel} t}{1 - 2\omega/\omega_{gel}}} d\omega \right\} \quad (3.83a)$$

$$\vec{H}_{yan}(\vec{r}; t) = \frac{1}{Z} \hat{k}_{yan} \times \vec{E}_{yan}(\vec{r}; t) \quad (3.83b)$$

şeklinde elde edilmiş olur.

### 3.3 Dik Ekseni Etrafında Dönen Mükemmel Elektrik İletken Düzlem

Bu kısımda elektromanyetik dalgaların kendi dik ekseni etrafında dönen mükemmel iletken düzlemden yansıması ele alınmaktadır. Şekil 3.11’de verilen biçimde  $\mathcal{D}$  bölgesini dolduran mükemmel iletken düzlemin herhangi bir  $\Omega(t)$  açısal hızı ile dik ekseni ( $x_2$ ) etrafında döndüğü varsayılmaktadır.  $E$ - ve  $L$ -çerçevesleri arasındaki Kartezyen koordinat dönüşümleri



Şekil 3.11 Kendi ekseni etrafında dönen MEİ düzlem

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \bar{\bar{Q}} \cdot \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{bmatrix}, \quad \bar{\bar{Q}} = \begin{bmatrix} \cos \varphi(t) & 0 & \sin \varphi(t) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi(t) & 0 & \cos \varphi(t) \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

ile yapılır. Dönme matrisi  $\bar{\bar{Q}}^{-1} = \bar{\bar{Q}}^T$  özelliğine sahiptir.  $(\rho, \varphi, x_2)$  silindirik koordinat sisteminde anlık dönme açısı  $\varphi(t)$  açısal hıza bağlı olarak  $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t \Omega(\tau) d\tau$  ile elde edilir. Düzlemin herhangi bir noktasının çizgisel hızı ise  $\vec{v}(\vec{r}; t) = \vec{v}(\rho, \varphi, x_2; t) = \hat{\varphi}(t)\rho\Omega(t)$  şeklinde bulunur. Burada  $\rho = \sqrt{x_1^2 + x_3^2}$  noktanın merkezden uzaklığıdır ve çizgisel hareketin yönü  $\hat{\varphi}(t) = \hat{x}_1 \cos \varphi(t) - \hat{x}_3 \sin \varphi(t)$  ile belirlenir.

#### 3.3.1 Gelen Alanlar

$E$ -çerçevesinde gelen alanlar kartezyen  $Ox_1x_2x_3t$  koordinat sisteminde ifade edilir ve bu alanlar durağan ortamlar için geçerli olan MD'yi sağlar.

$$\begin{cases} \text{curl } \vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) + \partial_t \vec{B}_{gel}(\vec{r}; t) & (3.85a) \\ \text{curl } \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) - \partial_t \vec{D}_{gel}(\vec{r}; t) & (3.85b) \\ \text{div } \vec{D}_{gel}(\vec{r}; t) = 0 & (3.85c) \\ \text{div } \vec{B}_{gel}(\vec{r}; t) = 0 & (3.85d) \end{cases}$$

Ortamın basit ve kayıpsız ( $\epsilon, \mu$ ) olduğunu varsayarak,  $E$ -çerçevesinde gelen alanların zaman ve fazör ifadeleri durağan haldeki dalga ve Helmholtz denklemlerini sağlar.

$$\left( \text{lap} - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \right) \begin{pmatrix} \vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) \\ \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) \end{pmatrix} = \vec{0} \quad (3.86a)$$

$$(\text{lap} + k^2) \begin{pmatrix} \vec{E}_{gel}(\vec{r}) \\ \vec{H}_{gel}(\vec{r}) \end{pmatrix} = \vec{0} \quad (3.86b)$$

Burada  $c = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$  dalga hızı ve  $\omega_{gel}$  dalga açılal frekansı olmak üzere  $k = \omega_{gel}/c = 2\pi/\lambda$  dalga sayıdır.

Hareket halindeki MEİ düzlemin üzerinde bulunan bir  $L$ -gözlemcisi ise  $Ox'_1x'_2x'_3t$  koordinat sisteminde ifade edilir. Bu gözlemciye göre MEİ düzlem durağandır ve düzlemi çevreleyen tüm ortam  $\vec{v}(\vec{r}'; t)$  hızı ile hareket etmektedir.  $L$ -çerçevesinde gelen alanlar

$$\begin{cases} \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \vec{Q}^T \cdot \vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) & (3.87a) \\ \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \vec{Q}^T \cdot \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) & (3.87b) \end{cases}$$

dönüşümleri ile elde edilir ve bu alan ifadeleri

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) + (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{B}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \vec{0} & (3.88a) \\ \text{curl}' \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) - (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{D}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \vec{0} & (3.88b) \\ \text{div}' \vec{D}'_{gel}(\vec{r}'; t) = 0 & (3.88c) \\ \text{div}' \vec{B}'_{gel}(\vec{r}'; t) = 0 & (3.88d) \end{cases}$$

$$[\text{lap}' - (\partial_t + L_{\vec{v}'})^2] \begin{pmatrix} \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) \\ \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) \end{pmatrix} = \vec{0} \quad (3.89)$$

denklemlerini sağlar. Burada  $L_{\vec{v}'} = -\Omega(t)\partial_\phi + \Omega(t)\hat{x}_2 \times$  Lie Türevi operatörüdür.

İndirgenmiş alan denklemlerini elde etmek amacıyla herhangi bir skaler/vektör alan veya kaynağın  $L$ - ve  $E$ -çerçevelerinde sırasıyla  $W'_{gel} = g'(\vec{k}' \cdot \vec{r}' - \omega'_{gel}t)$  ve  $W_{gel} = g(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_{gel}t)$  ile gösterildiğini varsayalım. Bu fiziksel büyüklükler birbirlerine (3.84) ile verilen Öklid dönüşümleri ile bağlıdır ve bu dönüşümler  $\vec{k}' \cdot d\vec{r}' - \omega'_{gel}dt =$

$\vec{k} \cdot d\vec{r} - \omega_{gel} dt = 0$  şeklinde verilen herhangi konum ve anda faz değişmezliğini ortaya koymaktadır. Bu koşul ise ancak ve ancak  $\vec{k} = \vec{k}' \cdot \vec{Q}^T$ ,  $\omega_{gel} = \omega'_{gel}$  eşitlikleri altında sağlanmaktadır. Bu sonuç bir gözlemcinin  $E$ - ve  $L$ -çerçevelerinde herhangi bir Doppler etkisine maruz kalmaksızın aynı dalga sayısını gözlemlediğini ( $k = k'$ ) göstermektedir.  $E$ -düzleminde gelen alanlar fazör formda

$$\vec{W}_{gel}(\vec{r}; t) = \text{Re} \{ \vec{W}_{gel}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \}, \quad \vec{W}_{gel}(\vec{r}) = \vec{W}_0 e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} = \vec{W}_0 e^{i\phi(x_1, x_2, x_3)} \quad (3.90)$$

olarak ifade edildiğinde

$$(\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{W}'_{gel}(\vec{r}; t) = \text{Re} \{ -i\omega \vec{W}'_{gel}(\vec{r}') e^{-i\omega_{gel} t} \} \quad (3.91)$$

elde edilir. Burada,

$$\vec{W}'_{gel}(\vec{r}') = \vec{W}_{gel}(\vec{r}) \Big|_{\vec{r}=\vec{Q}^T \cdot \vec{r}', \vec{k}=\vec{Q}^T} = \vec{W}'_0 e^{i\vec{k}' \cdot \vec{r}'} = \vec{W}'_0 e^{i\phi(x'_1, x'_2, x'_3)}, \quad \vec{W}'_0 = \vec{Q} \cdot \vec{W}_0$$

$$\phi(x'_1, x'_2, x'_3) = \phi(x_1, x_2, x_3) \Big|_{\vec{r}=\vec{Q}^T \cdot \vec{r}'}$$

şeklindeir. Bu durumda indirgenmiş alan denklemleri

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{gel}(\vec{r}') - i\omega \vec{B}'_{gel}(\vec{r}') = \vec{0} \end{cases} \quad (3.92a)$$

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{H}'_{gel}(\vec{r}') + i\omega \vec{D}'_{gel}(\vec{r}') = \vec{0} \end{cases} \quad (3.92b)$$

$$\begin{cases} \text{div}' \vec{D}'_{gel}(\vec{r}'; t) = 0 \end{cases} \quad (3.92c)$$

$$\begin{cases} \text{div}' \vec{B}'_{gel}(\vec{r}'; t) = 0 \end{cases} \quad (3.92d)$$

ve Helmholtz dalga denklemleri

$$(\text{lap}' + k^2) \begin{pmatrix} \vec{E}'_{gel}(\vec{r}') \\ \vec{H}'_{gel}(\vec{r}') \end{pmatrix} = \vec{0} \quad (3.93)$$

olarak elde edilir. (3.92) ve (3.93) denklemleri Fourier serisi veya integral gösterimleri ile sinüzoidlerin toplamı şeklinde ifade edilebilen herhangi bir dalga formu için de geçerlidir.

Vektörel çarpımın  $\vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) \times \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) = \vec{Q} \cdot (\vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) \times \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t))$  rotasyonel değişmezlik özelliği,  $E$ -çerçevesinde  $\vec{k}$  dalga sayısı vektörü ile yayılan düzlem dalgaların,  $L$ -çerçevesinde elektrik/manyetik alan vektörleri dönme matrisine göre şekillenen,  $\vec{k}' = \vec{Q} \cdot \vec{k}$  dalga sayısı vektörü ile yayılan düzlem dalgalar olarak gözlemleneceği sonucunu ortaya koyar. Burada  $\vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) = \vec{Q} \cdot \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t)$  ve  $\vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) = \vec{Q} \cdot \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t)$  dönüşümleri geçerlidir.

### 3.3.2 Yansıyan Alanlar

$E$ - ve  $L$ -çerçevelerinde toplam alan ifadeleri  $(\vec{E}_{top}, \vec{H}_{top}) = (\vec{E}_{gel}, \vec{H}_{gel}) + (\vec{E}_{yan}, \vec{H}_{yan})$  ve  $(\vec{E}'_{top}, \vec{H}'_{top}) = (\vec{E}'_{gel}, \vec{H}'_{gel}) + (\vec{E}'_{yan}, \vec{H}'_{yan})$  şeklinde ifade edilsin.  $L$ -çerçevesinde  $\mathbb{R} \setminus \mathcal{D}$  bölgesinde bulunan bir gözlemci, MEİ düzlemin hareketine referansla, kaynaksız ortamı ve MEİ düzlemi  $-\vec{v}'(\vec{r}'; t)$  anlık hızı ile hareket halinde görür. Buna göre  $\mathbb{R} \setminus \mathcal{D}$  bölgesinde yansıyan alanlar

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t) + (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{B}'_{yan}(\vec{r}'; t) = \vec{0} & (3.94a) \\ \text{curl}' \vec{H}'_{yan}(\vec{r}'; t) - (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{D}'_{yan}(\vec{r}'; t) = \vec{0} & (3.94b) \\ \text{div}' \vec{D}'_{yan}(\vec{r}'; t) = 0 & (3.94c) \\ \text{div}' \vec{B}'_{yan}(\vec{r}'; t) = 0 & (3.94d) \end{cases}$$

$$[\text{lap}' - (\partial_t + L_{-\vec{v}'})^2] \begin{pmatrix} \vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t) \\ \vec{H}'_{yan}(\vec{r}'; t) \end{pmatrix} \quad (3.95)$$

denklemlerini sağlar. Burada  $L_{-\vec{v}'} = \Omega(t)\partial_\phi - \Omega(t)\hat{x}_3 \times$  Lie Türevi operatörüdür. Yansıyan alanlar  $\exp(-i\omega'_{yan} t)$  gibi bir zamana bağlılık ile monokromatik ise yansıyan alanların sağladığı indirgenmiş alan ve Helmholtz dalga denklemleri

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{yan}(\vec{r}') - i\omega'_{yan} \vec{B}'_{yan}(\vec{r}') = \vec{0} & (3.96a) \\ \text{curl}' \vec{H}'_{yan}(\vec{r}') + i\omega'_{yan} \vec{D}'_{yan}(\vec{r}') = \vec{0} & (3.96b) \\ \text{div}' \vec{D}'_{yan}(\vec{r}'; t) = 0 & (3.96c) \\ \text{div}' \vec{B}'_{yan}(\vec{r}'; t) = 0 & (3.96d) \end{cases}$$

$$(\text{lap}' + k^2) \begin{pmatrix} \vec{E}'_{yan}(\vec{r}') \\ \vec{H}'_{yan}(\vec{r}') \end{pmatrix} = \vec{0} \quad (3.97)$$

biçimindedir.

MEİ düzlemin  $S = \partial\mathcal{D}$  yüzeyinin (ayrıntlar hariç tutularak) dışa doğru sürekli bir  $\hat{n}'$  birim normal vektöre sahip olduğunu ve üzerinde  $\rho'_s(\vec{r}'; t)\delta_s$  yüzey yük yoğunluğu ile  $\vec{J}'_s(\vec{r}'; t)\delta_s$  yüzey akım yoğunluğu barındırdığını varsayalım. Yüzey üzerinde  $\vec{v} \rightarrow 0$  limit durumunda (3.88) ve (3.94) denklemlerinin distribüsyon anlamında analizi ile

$$\begin{cases} \hat{n}' \times [\vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) + \vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t)] = \vec{0} \end{cases} \quad (3.98a)$$

$$\begin{cases} \hat{n}' \times [\vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) + \vec{H}'_{yan}(\vec{r}'; t)] = \vec{J}'_s(\vec{r}'; t) \delta_s \end{cases} \quad (3.98b)$$

$$\begin{cases} \hat{n}' \cdot [\vec{D}'_{gel}(\vec{r}'; t) + \vec{D}'_{yan}(\vec{r}'; t)] = \rho'_s(\vec{r}'; t) \delta_s \end{cases} \quad (3.98c)$$

$$\begin{cases} \hat{n}' \cdot [\vec{B}'_{gel}(\vec{r}'; t) + \vec{B}'_{yan}(\vec{r}'; t)] = 0 \end{cases} \quad (3.98d)$$

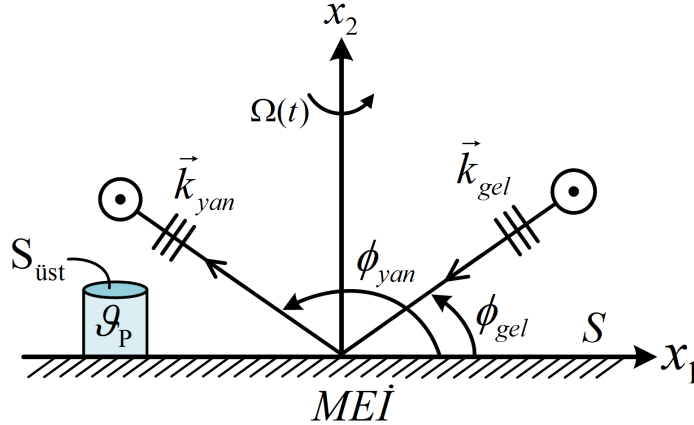
elde edilir. Bu sınır koşulları durağan halde geçerli olan MD ile elde edilen sınır koşulları ile aynıdır.  $L$ -çerçevesinde gelen elektrik alan

$$\vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \text{Re} \left\{ \vec{E}'_0 e^{-i\vec{k}'_{gel} \cdot \vec{r}'} e^{-i\omega_{gel} t} \right\}$$

yapısında olduğunda (3.98a) ışığı altında  $L$ -çerçevesinden yansıyan elektrik alan gelen elektrik alan ile aynı formda olmak durumundadır.

$$\vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t) = \text{Re} \left\{ -\vec{E}'_0 e^{-i\vec{k}'_{yan} \cdot \vec{r}'} e^{-i\omega'_{yan} t} \right\} \quad (3.99)$$

Buradan  $\vec{k}'_{gel} \cdot \hat{x}'_{1,3} = \vec{k}'_{yan} \cdot \hat{x}'_{1,3}$ , ve  $\omega'_{yan} = \omega_{gel}$  sonuçlarına varılır. Öte taraftan



**Şekil 3.12** Dik eksen etrafında dönen MEİ düzleme düzlem dalga gelişi

(3.65) ile verilen Poynting teorimi Şekil 3.12'teki yüzey üzerinde bulunan  $\vartheta_p$  silindiri üzerinde uygulandığında  $\vec{k}'_{gel} \cdot \hat{x}'_2 = -\vec{k}'_{yan} \cdot \hat{x}'_2$  elde edilir. Bu sonuçların  $E$ -çerçevesine ters dönüşümü ile  $\vec{k}_{gel} \cdot \hat{x}_{1,3} = \vec{k}_{yan} \cdot \hat{x}_{1,3}$ ,  $\vec{k}_{gel} \cdot \hat{x}_2 = -\vec{k}_{yan} \cdot \hat{x}_2$  ve

$$\vec{E}_{yan}(\vec{r}; t) = \text{Re} \left\{ -\vec{E}_0 e^{-i\vec{k}_{yan} \cdot \vec{r}} e^{-i\omega_{gel} t} \right\} \quad (3.100)$$

şeklinde elde edilir. Bu ise hareketsiz haldeki MEİ düzlemden yansıma mekanizması ile aynı sonucu vermektedir. Bu sonuç [25] çalışmasında bir dikdörtgen dalga kılavuzunun dik eksen etrafında dönen bir bakır levha ile sonlandırılması durumunda yansıyan alanların gözlemlenmesi ile doğrulanmıştır.

## HAREKETLİ HACİMSEL OLMAYAN KAYNAKLARDAN IŞIMA VE SAÇILMA

---

### 4.1 Dejenere Hertz-Heaviside Alan Denklemleri

Şekil 2.1’de verilen kaynağın ısıdığı alanları ve  $\mathcal{D}$  bölgesini dikkate alalım. (2.4d),(2.4e) eşitliklerini (2.5a),(2.5b)’de eşitliğin sağ tarafına alarak  $E$ -çerçevesinde HHAD

$$\begin{cases} \text{curl } \vec{E} + \partial_t \vec{B} = \vec{J}_{Bv} & (4.1a) \\ \text{curl } \vec{H} - \partial_t \vec{D} = \vec{J}_{Tx} - \vec{J}_{Dv} + \vec{J}_v & (4.1b) \\ \text{div } \vec{D} = \rho_{Tx} & (4.1c) \\ \text{div } \vec{B} = 0 & (4.1d) \end{cases}$$

formunda yazılabilir ve süreklilik denklemi

$$\text{div}(\vec{J}_{Tx} + \vec{J}_v) + \partial_t \rho_{Tx} = 0 \quad (4.2)$$

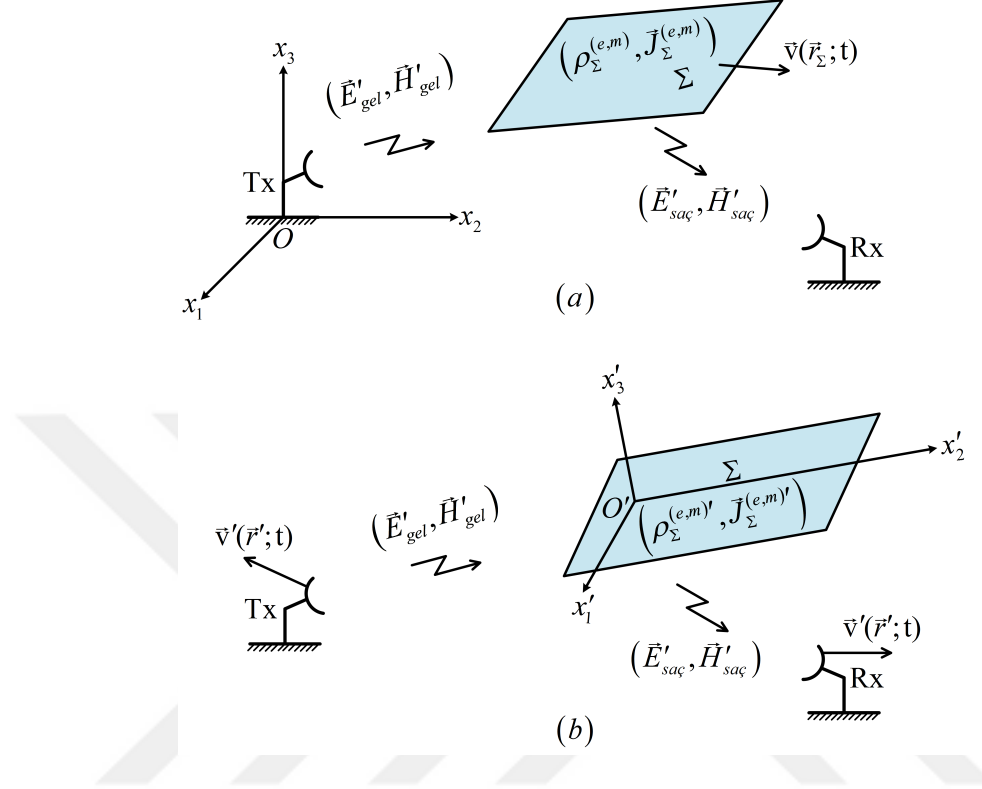
şeklindedir.  $\mathcal{D}$  bölgesinin bir  $\Sigma$  yüzeyine yozlaşması durumunda (4.1)’deki  $\vec{J}_{Dv}$  ve  $\vec{J}_{Bv}$  ortadan kalkar. MEİ yüzeyin varlığı durumunda (4.1) denklemleri

$$\begin{cases} \text{curl } \vec{E} + \partial_t \vec{B} = \vec{0} & (4.3a) \\ \text{curl } \vec{H} - \partial_t \vec{D} = \vec{J}_{Tx} + \vec{J}_v & (4.3b) \\ \text{div } \vec{D} = \rho_{Tx} & (4.3c) \\ \text{div } \vec{B} = 0 & (4.3d) \end{cases}$$

şeklini alır. Burada HHAD durağan ortamla için geçerli MD ile aynı analitik yapıya sahiptir ancak yüzey akımları konveksiyon akımları ile çoğaltılmıştır.

## 4.2 Hareketli Hacimsel Olmayan Kaynaklardan Saçılma

Şekil 4.1 ile verilen senaryoyu dikkate alalım. Saçılan alanların analizi Kısım 2.3'te verilen adımlara benzemekle birlikte,  $\mathcal{D}$  bölgesi açık  $\Sigma$  yüzeyine yozlaşmaktadır.



Şekil 4.1 Hareket halindeki hacimsel olmayan cisimden saçılma a)  $E$ -gözlemcisi için b)  $L$ -gözlemcisi için

1. Adım: Gelen alan ifadeleri

$$\begin{cases} \vec{E}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{E}_{gel}, & \vec{H}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{H}_{gel} \end{cases} \quad (4.4a)$$

$$\begin{cases} \vec{B}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{B}_{gel}, & \vec{D}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{D}_{gel} \end{cases} \quad (4.4b)$$

$$\begin{cases} \rho'_{Tx} = \rho_{Tx}, & \vec{J}'_{Tx} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \vec{J}_{Tx} \end{cases} \quad (4.4c)$$

dönüşümleri ile dönüştürülerek  $L$ -gözlemcisine için gelen alan ifadeleri elde edilir. Her iki gözlemci için alan ifadeleri

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \text{curl} \vec{E}_{gel} \\ \text{curl}' \vec{H}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \text{curl} \vec{H}_{gel} \end{cases} \quad (4.5a)$$

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{H}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \text{curl} \vec{H}_{gel} \end{cases} \quad (4.5b)$$

$$\begin{cases} (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \partial_t \vec{B}_{gel} \end{cases} \quad (4.5c)$$

$$\begin{cases} (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D}'_{gel} = \vec{\bar{F}}^T \cdot \partial_t \vec{D}_{gel} \end{cases} \quad (4.5d)$$

denklemlerini sağlarlar.

**2. Adım:**  $L$ -gözlemcisi için  $\mathbb{R}_3 \setminus \Sigma$  bölgesinde saçılan alanlar

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{sa\check{c}} + (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{B}'_{sa\check{c}} = \vec{0} & (4.6a) \\ \text{curl}' \vec{H}'_{sa\check{c}} - (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{D}'_{sa\check{c}} = \vec{0} & (4.6b) \\ \text{div}' \vec{D}'_{sa\check{c}} = 0 & (4.6c) \\ \text{div}' \vec{B}'_{sa\check{c}} = 0 & (4.6d) \end{cases}$$

$$-\text{div}' \vec{P}'_{sa\check{c}} = \vec{E}'_{sa\check{c}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{D}'_{sa\check{c}} + \vec{H}'_{sa\check{c}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{B}'_{sa\check{c}} \quad (4.7)$$

şeklinde elde edilir. Burada  $\vec{P}'_{sa\check{c}} = \vec{E}'_{sa\check{c}} \times \vec{H}'_{sa\check{c}}$  biçimindedir.  $E$ -gözlemcisi için  $\mathbb{R}_3 \setminus \Sigma$  bölgesinde saçılan alanlar

$$\begin{cases} \text{curl} \vec{E}_{sa\check{c}} + (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B}_{sa\check{c}} = \vec{0} & (4.8a) \\ \text{curl} \vec{H}_{sa\check{c}} - (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D}_{sa\check{c}} = \vec{0} & (4.8b) \\ \text{div} \vec{D}_{sa\check{c}} = 0 & (4.8c) \\ \text{div} \vec{B}_{sa\check{c}} = 0 & (4.8d) \end{cases}$$

$$-\text{div} \vec{P}_{sa\check{c}} = \vec{E}_{sa\check{c}} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D}_{sa\check{c}} + \vec{H}_{sa\check{c}} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B}_{sa\check{c}} \quad (4.9)$$

denklemleri ile elde edilir. Burada  $\vec{P}_{sa\check{c}} = \vec{E}_{sa\check{c}} \times \vec{H}_{sa\check{c}}$  Poynting vektörüdür. Her iki çerçevedeki saçılan alanlar

$$\begin{cases} \vec{E}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{E}'_{sa\check{c}}, & \vec{H}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{H}'_{sa\check{c}} & (4.10a) \\ \vec{D}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{D}'_{sa\check{c}}, & \vec{B}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot \vec{B}'_{sa\check{c}} & (4.10b) \end{cases}$$

dönüşümleri ile birbirine bağlanır. Ayrıca bu alanlar,

$$\begin{cases} \text{curl} \vec{E}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot \text{curl}' \vec{E}'_{sa\check{c}} & (4.11a) \\ \text{curl} \vec{H}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot \text{curl}' \vec{H}'_{sa\check{c}} & (4.11b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{B}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{B}'_{sa\check{c}} & (4.11c) \\ (\partial_t + L_{\vec{v}}) \vec{D}_{sa\check{c}} = \vec{\bar{F}} \cdot (\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{D}'_{sa\check{c}} & (4.11d) \end{cases}$$

denklemlerini sağlar. Genel çözüm, radyasyon koşulu altında (4.6) veya (4.8) ile bulunur.

**3. Adım:** Sınır üzerinde alan ifadeleri MD'nin distribüsyon anlamında analizi ile

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{top} + \partial_t \vec{B}'_{top} = -\vec{J}'^m_{\Sigma} \delta_{\Sigma} & (4.12a) \\ \text{curl}' \vec{H}'_{top} - \partial_t \vec{D}'_{top} = \vec{J}'^e_{\Sigma} \delta_{\Sigma} & (4.12b) \\ \text{div}' \vec{D}'_{top} = \rho'_{\Sigma} \delta_{\Sigma} & (4.12c) \\ \text{div}' \vec{B}'_{top} = \rho'^m_{\Sigma} \delta_{\Sigma} & (4.12d) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{n}' \times [\vec{E}'_{gel} + \vec{E}'_{saç}] = -\vec{J}'^m_{\Sigma} & (4.13a) \\ \hat{n}' \times [\vec{H}'_{gel} + \vec{H}'_{saç}] = \vec{J}'^e_{\Sigma} & (4.13b) \\ \hat{n}' \cdot [\vec{D}'_{gel} + \vec{D}'_{saç}] = \rho'^e_{\Sigma} & (4.13c) \\ \hat{n}' \cdot [\vec{B}'_{gel} + \vec{B}'_{saç}] = \rho'^m_{\Sigma} & (4.13d) \end{cases}$$

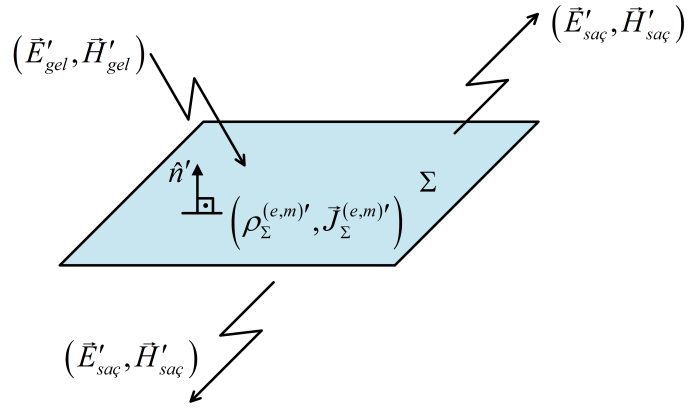
şeklinde elde edilir. Burada,  $\rho'^{(e,m)}_{\Sigma}$  ve  $\vec{J}'^{(e,m)}_{\Sigma}$  yüzey üstündeki elektrik/manyetik serbest yük yoğunluğu ve iletkenlik akım yoğunluğudur.  $\delta_{\Sigma}$ ,  $\Sigma$  üzerinde yoğunlaşmış Dirac Delta dağılımıdır. Bu sınır koşulları  $E$ -gözlemcisi için

$$\begin{cases} \hat{n} \times [\vec{E}_{gel} + \vec{E}_{saç}] = -\vec{J}^m_{\Sigma} & (4.14a) \\ \hat{n} \times [\vec{H}_{gel} + \vec{H}_{saç}] = \vec{J}^e_{\Sigma} & (4.14b) \\ \hat{n} \cdot [\vec{D}_{gel} + \vec{D}_{saç}] = \rho^e_{\Sigma} & (4.14c) \\ \hat{n} \cdot [\vec{B}_{gel} + \vec{B}_{saç}] = \rho^m_{\Sigma} & (4.14d) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho^{(e,m)}_{\Sigma} = \rho'^{(e,m)}_{\Sigma} & (4.15a) \\ \vec{J}^{(e,m)}_{\Sigma} = \vec{F} \cdot \vec{J}'^{(e,m)}_{\Sigma} & (4.15b) \end{cases}$$

şeklindedir.

**4. Adım:** Son olarak (4.13) uyarınca  $\Sigma$  üzerinde sınır bağıntıları, ayırıt ve radyasyon koşulları ile  $\vec{W}'_{saç}(\vec{r}'_{\Sigma}; t)$ 'ın tek değerli çözümünün elde edilmesi gerekmektedir.



**Şekil 4.2**  $L$ -gözlemcisi için yüzeye gelen ve yüzeyden saçılan alanlar

# 5

## DÜZGÜN DOĞRUSAL HAREKET HALİNDEKİ MÜKEMMEL ELEKTRİK İLETKEN YARIM DÜZLEMEN SAÇILMA

---

Bu bölümde Hertz Elektrodinamiği çerçevesinde homojen düzlem dalgaların düzgün doğrusal hareket halindeki MEİ yarım düzlemden saçılma mekanizması Wiener-Hopf Tekniği (WHT) ile incelenmektedir. Üçüncü bölüm, Kısım 3.1’de incelenen düzgün doğrusal hareket halindeki MEİ düzlem için geliştirilen analiz ve elde edilen yansıyan alan ifadeleri bu bölümde doğrudan kullanılmaktadır. Bu nedenle gelen ve yansıyan alanlara ilişkin saçıcı mekanizmanın yarım düzlem olması dışındaki tüm parametre ve özellikler Kısım 3.1’de verilenler ile aynıdır. Monokromatik düzlem dalgalar  $S$  yüzeyine sahip MEİ yarım-düzleme Şekil 5.1’de verilen biçimde gelmektedir. Yarım düzlemin kendisine paralel ve dik hareket etmesi durumları ayrı ayrı ele alınmaktadır.

Ortaya çıkan SDP’nin çözümünde uygulanan prosedür

- i.  $E$ -çerçevesinde gelen dalganın kinematik dönüşümler ve korunum yasaları uyarınca  $L$ -çerçevesine dönüştürülmesi
- ii. Sınır, ışıma ve ayırıt koşulları dikkate alınarak ilişkili SDP’nin  $L$ -çerçevesinde çözümlenerek saçılan dalganın elde edilmesi
- iii.  $L$ -çerçevesinde saçılan dalganın  $E$ -çerçevesine geri dönüştürülmesi

şeklindedir. Ardından, saçılma mekanizmasının gerçekleşebilmesi açısından dalganın geliş açısı ve düzlemin hızına ilişkin kısıtlamalar analiz edilmiştir. Düzleme paralel hareket durumunda yansıyan alanlar içinde yüzey dalgası oluşma ihtimali bulunmaktadır ve oluşması durumunda ayırıt kırınımına katkıda bulunmaktadır. Elde edilen analitik çözümler sayısal sonuçlar ile desteklenmiştir.

## 5.1 Düzleme Paralel Düzgün Doğrusal Hareket

### 5.1.1 $E$ - ve $L$ -çerçevelerinde Gelen Alanlar

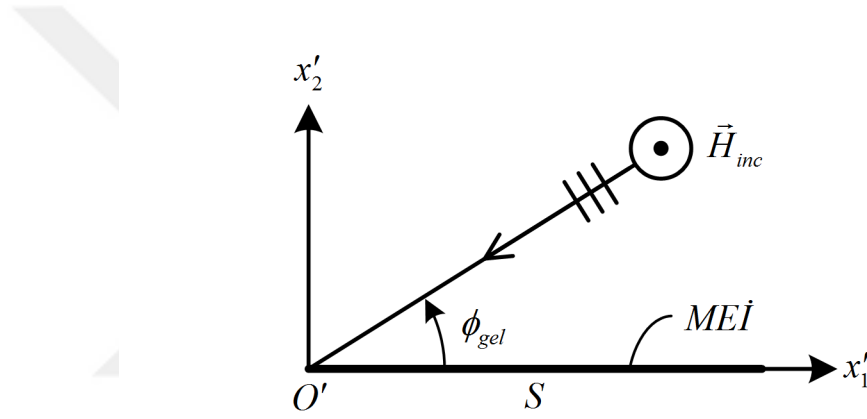
$L$ -çerçevesinde  $S = \{(x'_1, x'_2, x'_3) | x'_1 > 0, x'_2 = 0, x'_3 \in (-\infty, \infty)\}$  ile tanımlanan yarım düzleme gelen TM kutuplu homojen düzlem dalganın alan bileşenleri

$$\begin{cases} \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) = \text{Re} \{ \vec{H}_{gel}(\vec{r}) e^{-i\omega_{gel}t} \} = \hat{x}_3 \text{Re} \{ u_{gel}(x_1, x_2) e^{-i\omega_{gel}t} \} \end{cases} \quad (5.1a)$$

$$\begin{cases} u_{gel}(x_1, x_2) = e^{ik\hat{n}_{gel} \cdot \vec{r}} = e^{-ik(x_1 \cos \phi_{gel} + x_2 \sin \phi_{gel})} \end{cases} \quad (5.1b)$$

$$\begin{cases} \vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) = Z \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) \times \hat{n}_{gel} \end{cases} \quad (5.1c)$$

şeklindedir. Bu alanlar (3.2) ile verilen ifadelerle aynı olup ilişkili tüm değişken ve parametreler ilgili kısımda tanımlanan şekildedir.



**Şekil 5.1** Düzgün doğrusal hareket halindeki MEİ yarım düzlemden saçılma probleminin geometrisi.

Yarım düzlem  $\hat{x}_1$  yönünde  $\vec{v} = \hat{x}_1 G$ ,  $G = \text{sabit}$  hız vektörü ile hareket etmektedir. Sabit ve hareketli kartezyen koordinat sistemleri arasındaki Galilei dönüşümleri

$$x_1 = x'_1 + Gt, \quad x_2 = x'_2, \quad x_3 = x'_3, \quad i = 1, 2, 3. \quad (5.2)$$

ile sağlanmaktadır.

$L$ -çerçevesinde MEİ yarım düzlem durağan halde iken ortamdaki düzlem dışında kalan tüm maddesel noktalar  $(\mathbb{R}_3 \setminus S)$  bölgesi

$$\vec{v}' = -\vec{v}(t) \cdot \vec{\bar{I}} = -\hat{x}'_1 G, \quad (5.3)$$

hız vektörü bağıl hareket halindedir. Burada,  $\vec{\bar{I}} = \hat{x}_1 \hat{x}'_1 + \hat{x}_2 \hat{x}'_2 + \hat{x}_3 \hat{x}'_3$  birim dyadiktir.  $L$ -çerçevesinde gelen alanlar zaman domeni Hertz-Heaviside alan ve dalga

denklemlerini sağlar. (5.1) ile verilen gelen alan ifadesinin  $L$ -çerçevesine dönüşümü

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \hat{x}'_3 \text{Re} \left\{ u'_{gel}(x'_1, x'_2) e^{-i\omega'_{gel}t} \right\} \end{array} \right. \quad (5.4a)$$

$$u'_{gel}(x'_1, x'_2) = e^{ik\hat{n}'_{gel} \cdot \vec{r}'} = e^{-ik(x'_1 \cos \phi_{gel} + x'_2 \sin \phi_{gel})} \quad (5.4b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) = Z \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) \times \hat{n}'_{gel} \end{array} \right. \quad (5.4c)$$

şeklindedir. Burada  $\omega'_{gel} = \omega_{gel}(1 + \beta \cos \phi_{gel})$ ,  $\beta = G/c$  olarak hesaplanır. Gelen alanın hareket eden yarım düzlemi yakalayabilmesi için  $(\phi_{gel}, \beta)$  ikilisi üzerine konan  $(1 + \beta \cos \phi_{gel}) > 0$  kinematik kısıtı altında gelen alanlar  $L$ -çerçevesinde de homojen monokromatik düzlem dalga özelliğini korur.

### 5.1.2 $L$ -çerçevesinde Saçılan Alanlar

Toplamsallık İlkesi gereği ortamdaki toplam alan ifadeleri sabit ve hareketli çerçevelerde sırasıyla

$$\left\{ \begin{array}{l} (\vec{E}_{top}, \vec{H}_{top}) = (\vec{E}_{gel}, \vec{H}_{gel}) + (\vec{E}_{saç}, \vec{H}_{saç}) \end{array} \right. \quad (5.5a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\vec{E}'_{top}, \vec{H}'_{top}) = (\vec{E}'_{gel}, \vec{H}'_{gel}) + (\vec{E}'_{saç}, \vec{H}'_{saç}) \end{array} \right. \quad (5.5b)$$

formunda yazılabilir. Aynı şekilde, incelenen problem dikkate alındığında toplam saçılan alanlar da yansıyan ve kırılan alanların toplamı şeklinde ifade edilebilir.

$$\left\{ \begin{array}{l} (\vec{E}_{saç}, \vec{H}_{saç}) = (\vec{E}_{yan}, \vec{H}_{yan}) + (\vec{E}_d, \vec{H}_d) \end{array} \right. \quad (5.6a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\vec{E}'_{saç}, \vec{H}'_{saç}) = (\vec{E}'_{yan}, \vec{H}'_{yan}) + (\vec{E}'_d, \vec{H}'_d) \end{array} \right. \quad (5.6b)$$

Bu alanlar bulunduğu çerçevede saçılan alanların sağladığı alan ve dalga denklemlerini sağlar. Aynı koşullar altında MEİ yarım düzlemden yansıyan alanlar ile MEİ düzlemden yansıyan alanlar aynıdır. Düzgün doğrusal hareket halindeki MEİ düzlemden yansıyan alanların analizi Kısım 3.1'de yapılmış olduğundan burada tekrar edilmeyecek ilgili kısımda elde edilen sonuçlar burada doğrudan kullanılacaktır.

### 5.1.3 $S$ Üzerinde Konuşlu $L$ -gözlemcisi için Saçılan Dalga

$S$  yüzeyi üzerinde konuşlu bir  $L$ -gözlemcisi için  $\mathbb{R}_3 \setminus S$  bölgesindeki tüm maddesel noktalar  $\vec{v}'$  hızı ile hareket etmektedir. Buna ilişkin saçılma mekanizması

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl}' \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) + (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{B}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = \vec{0} \\ \text{curl}' \vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) - (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{D}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = \vec{0} \\ \text{div}' \vec{D}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = 0 \\ \text{div}' \vec{B}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (5.7a) \\ (5.7b) \\ (5.7c) \\ (5.7d) \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{\vec{v}'} \vec{B}'_{sa\check{c}} = \vec{v}' \text{div}' \vec{B}'_{sa\check{c}} - \text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{B}'_{sa\check{c}}) = -\text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{B}'_{sa\check{c}}) \\ L_{\vec{v}'} \vec{D}'_{sa\check{c}} = \vec{v}' \text{div}' \vec{D}'_{sa\check{c}} - \text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{D}'_{sa\check{c}}) = -\text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{D}'_{sa\check{c}}) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (5.7e) \\ (5.7f) \end{array}$$

$$\left( \text{lap}' - \frac{1}{c^2} (\partial_t + L_{\vec{v}'})^2 \right) \begin{pmatrix} \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) \\ \vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) \end{pmatrix} = \vec{0}, \quad \vec{r}' \in \mathbb{R}_3 \setminus S. \quad (5.8)$$

denklemleri ile karakterize edilir. Bu doğrultuda, (5.7a), (5.7b) denklemleri

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl}' (\vec{E}'_{sa\check{c}} - \vec{v}' \times \vec{B}'_{sa\check{c}}) + \partial_t \vec{B}'_{sa\check{c}} = \vec{0} \\ \text{curl}' (\vec{H}'_{sa\check{c}} + \vec{v}' \times \vec{D}'_{sa\check{c}}) - \partial_t \vec{D}'_{sa\check{c}} = \vec{0} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (5.9a) \\ (5.9b) \end{array}$$

biçiminde de ifade edilebilir. Bu sağılma probleminde hacimsel serbest yük ve akım yoğunlukları sadece  $S$  yüzeyi üzerinde dağılmıştır.

$$\rho'_f(\vec{r}'; t) = \rho'_s(x'_1; t) \delta(x'_2) H(x'_1) \quad (5.10a)$$

$$\vec{J}'_C(\vec{r}'; t) = \hat{x}'_1 J'_S(x'_1; t) \delta(x'_2) H(x'_1) \quad (5.10b)$$

Burada  $\delta(\cdot)$  Dirac Delta dağılımı ve  $H(\cdot)$  Heaviside birim basamak fonksiyonudur. Akımın sürekliliği ilkesi

$$\text{div}' \vec{J}'_C(\vec{r}'; t) + \partial_t \rho'_f(\vec{r}'; t) = 0 \quad (5.10c)$$

eşitliğinin sağlanmasını gerektirir ve distribüsyon anlamında da geçerliğini korur.  $S$  yüzeyi üzerinde sınır bağıntıları  $\vec{v}' \rightarrow \vec{0}$  iken (5.7)-(5.9) denklemlerinin distribüsyon anlamında incelenmesi ile elde edilir.  $S$  yüzeyi üzerindeki sınır bağıntıları durağan ortamda MD ile elde edilen sınır bağıntıları ile aynıdır.

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{x}'_2 \times [\vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t)|_{s^+} - \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t)|_{s^-}] = \vec{0} \\ \hat{x}'_2 \times [\vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t)|_{s^+} - \vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t)|_{s^-}] = \vec{J}'_S(\vec{r}'_S; t) \\ \hat{x}'_2 \cdot [\vec{D}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t)|_{s^+} - \vec{D}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t)|_{s^-}] = \rho'_S(\vec{r}'_S; t) \\ \hat{x}'_2 \cdot [\vec{B}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t)|_{s^+} - \vec{B}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t)|_{s^-}] = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (5.11a) \\ (5.11b) \\ (5.11c) \\ (5.11d) \end{array}$$

Durağan MEİ bir bünyeye ilişkin sınır bağıntısı

$$\hat{x}'_2 \times \left[ \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) + \vec{E}'_{saç}(\vec{r}'; t) \right] \Big|_S = \vec{0}, \quad (5.11e)$$

biçimindedir. (5.11) denkleminde  $S^\pm$ ,  $S$  yüzeyine  $x_2 \rightarrow 0^+$  ve  $x_2 \rightarrow 0^-$  yönlerinden sonsuz yaklaşıldığı durumdaki yarım düzlemleri temsil etmektedir.

#### 5.1.4 $\mathbb{R}_3 \setminus S$ Bölgesinde Konuşlu $L$ -gözlemcisi için Saçılan Dalga

Yarım düzlem dışında kalan  $\mathbb{R}_3 \setminus S$  bölgesindeki sabit bir  $L$ -gözlemcisi için  $S$  bünyesi ve ortamdaki diğer tüm maddesel noktalar  $-\vec{v}'$  hızı ile hareket etmektedir. Bu durumda saçılma mekanizması

$$\begin{cases} \text{curl}'(\vec{E}'_{saç} + \vec{v}' \times \vec{B}'_{saç}) + \partial_t \vec{B}'_{saç} = \vec{0} \end{cases} \quad (5.12a)$$

$$\begin{cases} \text{curl}'(\vec{H}'_{saç} - \vec{v}' \times \vec{D}'_{saç}) - \partial_t \vec{D}'_{saç} = \vec{J}'_C + \vec{J}_{-\vec{v}'} \end{cases} \quad (5.12b)$$

$$\begin{cases} \text{div}' \vec{D}'_{saç} = \rho'_f \end{cases} \quad (5.12c)$$

$$\begin{cases} \text{div}' \vec{B}'_{saç} = 0 \end{cases} \quad (5.12d)$$

$$\text{div}'(\vec{J}'_C(\vec{r}'; t) + \vec{J}_{-\vec{v}'}(\vec{r}'; t)) + \partial_t \rho'_f(\vec{r}'; t) = 0 \quad (5.13)$$

$$\left( \text{lap}' - \frac{1}{c^2} (\partial_t + L_{-\vec{v}'})^2 \right) \begin{pmatrix} \vec{E}'_{saç}(\vec{r}'; t) \\ \vec{H}'_{saç}(\vec{r}'; t) \end{pmatrix} = \vec{0}, \quad \vec{r}' \in \mathbb{R}_3 \setminus S \quad (5.14)$$

eşitlikleri ile ortaya konur. Burada  $\vec{J}_{-\vec{v}'} = -\vec{v}' \rho'_f$ ,  $S$  yüzeyi üzerindeki konveksiyon akımlarına karşılık gelmektedir. Gelen dalganın monokromatik olması özel durumu  $L$ -çerçevesinde tüm saçılan alan büyüklüklerinin de  $\exp(-i\omega'_{saç} t)$  zaman bağıllığı ile monokromatik olmasını gerektirir. Bu nedenle  $L$ -çerçevesinde  $\mathbb{R}_3 \setminus S$  bölgesindeki alan ifadeleri indirgenmiş alan ve dalga denklemlerini sağlar.

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{saç}(\vec{r}') - i\omega_{gel} \vec{B}'_{saç}(\vec{r}') = \vec{0} \end{cases} \quad (5.15a)$$

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{H}'_{saç}(\vec{r}') + i\omega_{gel} \vec{D}'_{saç}(\vec{r}') = \vec{J}'_C(\vec{r}') + \vec{J}_{-\vec{v}'}(\vec{r}') \end{cases} \quad (5.15b)$$

$$\begin{cases} \text{div}' \vec{D}'_{saç}(\vec{r}') = \rho'_f(\vec{r}') \end{cases} \quad (5.15c)$$

$$\begin{cases} \text{div}' \vec{B}'_{saç}(\vec{r}') = 0 \end{cases} \quad (5.15d)$$

$$\text{div}'(\vec{J}'_C(\vec{r}') + \vec{J}_{-\vec{v}'}(\vec{r}')) - i\omega_{gel} \rho'_f(\vec{r}') = 0 \quad (5.16)$$

$$(\text{lap}' + k^2) \begin{pmatrix} \vec{E}'_{saç}(\vec{r}') \\ \vec{H}'_{saç}(\vec{r}') \end{pmatrix} = \vec{0}, \quad \vec{r}' \in \mathbb{R}_3 \setminus S. \quad (5.17)$$

### 5.1.5 $L$ -çerçevesinde Uzak Alan Saçılan Dalga

$L$ -çerçevesinde saçılan dalgalar (5.12) eşitliklerinin (5.11) ve (3.24b) ile verilen sınır koşulları,  $\rho' = \sqrt{x_1'^2 + x_2'^2} \rightarrow 0$  ayırıt koşulu ve  $\rho' \rightarrow \infty$  ışıma koşulu altında çözülmesi ile elde edilir. İlk olarak, (3.24b)'yi (5.11e) içinde yerine koyarak

$$\hat{x}_2' \times \left[ -\vec{E}'_{yan}(\vec{r}'; t) + \vec{E}'_{saç}(\vec{r}'; t) \right] \Big|_S = \vec{0}. \quad (5.18)$$

elde edilir. Daha sonra,

$$\begin{cases} \vec{H}'_{saç}(\vec{r}'; t) = \hat{x}_3' \text{Re} \{ u'(x_1', x_2') e^{-i\omega'_{yan} t} \} & (5.19a) \\ \vec{H}'_d(\vec{r}'; t) = \hat{x}_3' \text{Re} \{ u'_d(x_1', x_2') e^{-i\omega'_{yan} t} \} & (5.19b) \\ \vec{J}'_s(\vec{r}'_s; t) = \hat{x}_1' \text{Re} \{ J'_s(x_1') e^{-i\omega'_{yan} t} \} & (5.19c) \end{cases}$$

şeklinde tanımlayarak (5.17) ile verilen Helmholtz denklemi üzerine indirgenmiş SDP kurulur.

$$\begin{cases} (\text{lap}' + k^2) u'(x_1', x_2') = 0, & (x_1', x_2') \notin S \\ \partial_2' u'(x_1', 0) = ik \sin \phi_{yan} R_{TM} e^{ikx_1' \cos \phi_{yan}}, & x_1' > 0 \\ \partial_2' u'(x_1', +0) - \partial_2' u'(x_1', -0) = 0, & x_1' > 0 \\ u'(x_1', +0) - u'(x_1', -0) = J'_s(x_1'), & x_1' > 0 \\ u'(x_1', +0) - u'(x_1', -0) = 0, & x_1' < 0 \\ \partial_2' u'(x_1', +0) - \partial_2' u'(x_1', -0) = 0, & x_1' < 0 \\ u'(x_1', 0) = O(1), \quad \partial_2' u'(x_1', 0) = O(|x_1'|^{-1/2}), & x_1' \rightarrow 0 \\ u'(x_1', 0) = O(e^{-ikx_1'}), & x_1' \rightarrow -\infty \\ u'(x_1', 0) = O(e^{-ikx_1' \cos \phi_{yan}}), & x_1' \rightarrow \infty \end{cases} \quad (5.20)$$

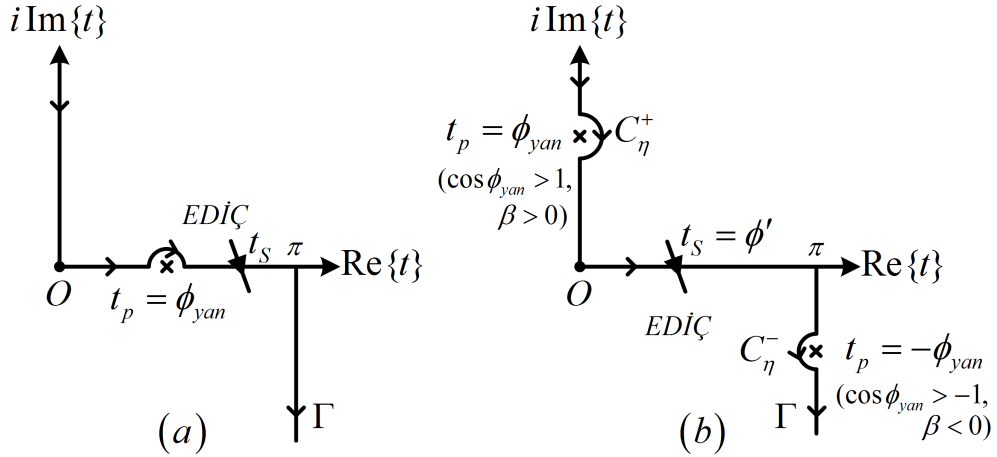
(5.20) ile verilen SDP durağan haldeki SDP ile benzerdir;  $\beta = 0$  için  $R_{TM} \rightarrow 1$ ,  $\phi_{yan} \rightarrow \phi_{yan}^0 = \pi - \phi_{gel}$  konulmasıyla durağan haldeki SDP ile aynı hale gelirler. Bu nedenle, durağan haldeki durum için WHT ile elde edilmiş olan literatürdeki mevcut sonuçlara [66] uygun parametrelerin yerleştirilmesi ile

$$u'(\rho', \phi') = \begin{cases} \frac{1}{2\pi i} R_{TM} \sqrt{1 - \cos \phi_{yan}} \int_{\Gamma} \frac{e^{ik\rho' \cos(\phi' - t)} \sqrt{1 + \cos t}}{\cos t - \cos \phi_{yan}} dt, & \phi' \in (0, \pi) \\ \frac{-1}{2\pi i} R_{TM} \sqrt{1 - \cos \phi_{yan}} \int_{\Gamma} \frac{e^{ik\rho' \cos(\phi' + t)} \sqrt{1 + \cos t}}{\cos t - \cos \phi_{yan}} dt, & \phi' \in (\pi, 2\pi) \end{cases} \quad (5.21)$$

sonucu elde edilir.

Spektral  $t$ -düzlemindeki  $\Gamma$  kontur integrali ( $\text{Re}\{t\} \in (0, \pi)$ ) Riemann yaprağında tanımlı) Şekil 5.2'de tasvir edilmiştir.  $(\rho', \phi')$ ,  $L$ -çerçevesindeki kutupsal koordinatlar olup  $x_1' = \rho' \cos \phi'$ ,  $x_2' = \rho' \sin \phi'$  biçiminde tanımlıdır. (5.21) denkleminde semer noktası reel eksen üzerinde  $t_s \in (0, \pi)$  ortaya çıkmaktadır. Kutup noktası  $t_p$ 'nin yeri

ise  $(\phi_{gel}, \beta)$  ikilisine bağlıdır.



Şekil 5.2 Spektral  $t$ -düzleminde  $\Gamma$  integrali, (a) uzay dalgası kutupları (b) yüzey dalgası kutupları.

#### Durum I: $|\cos \phi_{yan}| \leq 1$ : Uzay Dalgası Saçılması

$(\phi_{gel}, \beta)$  değişkenleri Şekil 3.3a'da mavi renk ile temsil edilen uzay dalgası bölgesinde kaldıkları sürece

- i.  $\phi' \in (0, \phi_{yan})$  yansıma bölgesinde semer noktası  $t_s = \phi' \in (0, \phi_{yan})$  aralığında belirir ve bu sebeple,  $\Gamma$  eğirisi En Dik İniş Çizgisi (EDİÇ) üzerine yozlaşırken kaçınılmaz olarak (uzay dalgası) kutup üzerinden geçilir. Rezidü katkısı yansıyan dalgaya eşittir.
- ii.  $\phi' \in (\phi_{yan}, \pi)$  bölgesinde semer noktası  $t_s = \phi' \in (\phi_{yan}, \pi)$  aralığında belirir, bu nedenle yozlaşma sürecinde kutup üzerinden geçilmez.
- iii.  $\phi' \in (\pi, 2\pi - \phi_{yan})$  bölgesinde semer noktası  $t_s = 2\pi - \phi' \in (\phi_{yan}, \pi)$  aralığında belirir; yozlaşma sürecinde kutup üzerinden geçilmez.
- iv.  $\phi' \in (2\pi - \phi_{yan}, 2\pi)$  gölge bölgesinde semer noktası  $t_s = 2\pi - \phi' \in (0, \phi_{yan})$  aralığında belirir;  $\Gamma$  eğirisi EDİÇ üzerine yozlaşırken kaçınılmaz olarak kutup üzerinden geçilir. Rezidü katkısı bu bölgedeki gelen alanları sıfırlar.

Sonuç olarak, toplam saçılan alanlar

$$u' = u'_d + \begin{cases} R_{TM} e^{ik\rho' \cos(\phi' - \phi_{yan})}, & 0 < \phi' < \phi_{yan} \\ 0, & \phi_{yan} < \phi' < 2\pi - \phi_{yan} \\ -R_{TM} e^{ik\rho' \cos(\phi' + \phi_{yan})}, & 2\pi - \phi_{yan} < \phi' < 2\pi \end{cases} \quad (5.22)$$

şeklinde yazılır.  $R_{TM}e^{ik\rho'\cos(\phi'-\phi_{yan})}$ ,  $0 < \phi' \leq \phi_{yan}$  terimi  $u'_{yan}$  ifadesine karşılık gelmektedir. Hareketin varlığı,  $L$ -çerçevesinde  $2\pi - \phi_{yan} \leq \phi' < 2\pi$  bölgesinde toplam manyetik alanın sıfırdan farklı bir Geometrik Optik (GO) bileşeni  $u'_{gel} - R_{TM}e^{ik\rho'\cos(\phi'+\phi_{yan})}$  meydana gelmesine sebep olmaktadır. Kırınan manyetik alanlar semer noktası katkısı ile

$$\begin{cases} u'_d \cong D(\pi - \phi_{yan}, \phi') \frac{e^{ik\rho'}}{\sqrt{k\rho'}}, & k\rho' \gg 1 \end{cases} \quad (5.23a)$$

$$\begin{cases} D(\pi - \phi_{yan}, \phi') = -\frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} R_{TM} \frac{\sqrt{1 + \cos(\pi - \phi_{yan})} \sqrt{1 + \cos \phi'}}{\cos(\pi - \phi_{yan}) + \cos \phi'} \end{cases} \quad (5.23b)$$

şeklinde hesap edilebilir. (5.22) denkleminin EDİÇ boyunca düzgün asimptotik değerlendirmesi,  $\phi' = \phi_{yan}$  yansıma sınırında sonlu değerler alır ve ( $\beta = 0$  için iyi bilinen) Sommerfeld kırınım katsayısını ortaya çıkarır.

$$D(k\rho'; \pi - \phi_{yan}, \phi') = -\frac{e^{i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} R_{TM} \times \left[ \sec\left(\frac{\phi' + \phi_{yan} - \pi}{2}\right) F\left(2k\rho' \cos^2\left(\frac{\phi' + \phi_{yan} - \pi}{2}\right)\right) + \sec\left(\frac{\phi' - \phi_{yan} + \pi}{2}\right) F\left(2k\rho' \cos^2\left(\frac{\phi' - \phi_{yan} + \pi}{2}\right)\right) \right] \quad (5.23c)$$

Burada  $F(z) = -2i\sqrt{z}e^{-iz} \int_{\sqrt{z}}^{\infty} e^{i\eta^2} d\eta$  modifiye Fresnel integralidir.  $L$ -çerçevesinde saçılan elektrik alan (5.15) ile verilen alan denklemlerinden hesaplanabilir. Kırınan alanlar sıçrama süreksizliği göstermektedir;

$$u'_d|_{\phi'=\phi_{yan}+0^-} - u'_d|_{\phi'=\phi_{yan}+0^+} = -R_{TM} e^{ik\rho'\cos(\phi'-\phi_{yan})}|_{\phi'=\phi_{yan}} = -R_{TM}e^{ik\rho'} \quad (5.24)$$

bu da (5.22) ile verilen toplam saçılan alanın yansıma sınırında sürekliliğini sağlar. Bu bağıntı (5.23) eşitliklerinde

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\phi' + \phi_{yan} - \pi}{2}\right)\Big|_{\phi'=\phi_{yan}+0^\pm} &= \sin \phi_{yan} \\ \cos\left(\frac{\phi' - \phi_{yan} + \pi}{2}\right)\Big|_{\phi'=\phi_{yan}+0^\pm} &= \cos\left(\frac{\pi}{2} + 0^\pm\right) = 0^\mp \\ F(z) &\sim \sqrt{\pi z} e^{-iz/4} e^{-iz}, \quad z \rightarrow 0 \\ \sec\left(\frac{\phi' + \phi_{yan} - \pi}{2}\right) F\left(2k\rho' \cos^2\left(\frac{\phi' + \phi_{yan} - \pi}{2}\right)\right)\Big|_{\phi'=\phi_{yan}+0^\pm} &= \frac{F(2k\rho' \sin^2 \phi_{yan})}{\sin \phi_{yan}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sec\left(\frac{\phi' + \phi_{yan} + \pi}{2}\right) F\left(2k\rho' \cos^2\left(\frac{\phi' + \phi_{yan} + \pi}{2}\right)\right) \Big|_{\phi'=\phi_{yan}+0^\pm} \\
&= \text{sign}\left(\cos\left(\frac{\phi' - \phi_{yan} + \pi}{2}\right)\right) \Big|_{\phi'=\phi_{yan}+0^\pm} e^{-i\pi/4} \sqrt{2\pi k\rho'} \\
&= \mp e^{-i\pi/4} \sqrt{2\pi k\rho'}
\end{aligned}$$

ifadeleri konularak görülebilir ve

$$u'_d \Big|_{\phi'=\phi_{yan}+0^+} = -\frac{e^{ik\rho'}}{\sqrt{k\rho'}} \frac{e^{i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} R_{TM} \left[ \frac{F(2k\rho' \sin^2 \phi_{yan})}{\sin \phi_{yan}} - e^{-i\pi/4} \sqrt{2\pi k\rho'} \right] \quad (5.25a)$$

$$u'_d \Big|_{\phi'=\phi_{yan}+0^-} = -\frac{e^{ik\rho'}}{\sqrt{k\rho'}} \frac{e^{i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} R_{TM} \left[ \frac{F(2k\rho' \sin^2 \phi_{yan})}{\sin \phi_{yan}} + e^{-i\pi/4} \sqrt{2\pi k\rho'} \right] \quad (5.25b)$$

elde edilir.  $S$  üzerindeki yüzey akım yoğunluğu  $kx'_1 \gg 1$  için (5.11b) ile  $J'_s(x'_1) = 2R_{TM} e^{ikx'_1 \cos \phi_{yan}}$  şeklinde hesaplanabilir; bu ifade GO akımlara karşılık gelir.

## Durum II: $|\cos \phi_{yan}| > 1$ : Yüzey Dalgası Saçılması

Bu saçılma durumunda saçılma mekanizması

- (5.23)'te EDİÇ katkısı ile ifade edilen ayırttan kırınan alan ve
- $C_\eta^\pm$  etrafındaki çembersel girintilerin Cauchy anlamında integrali ile elde edilen yüzey dalgası yansıması katkısı

bileşenlerinde oluşur. Buna göre, saçılan toplam manyetik alan

$$u' = u'_d + u'_{yd}. \quad (5.26)$$

şeklinde yazılabilir.  $u'_d$  (5.23)'teki ile aynı gösterime sahiptir. Ancak (5.23b)'deki kosinüs teriminin

$$\sqrt{1 + \cos(\pi - \phi_{yan})} = \sqrt{1 - \cos \phi_{yan}} = i \sqrt{\cos \phi_{yan} - 1}, \quad \cos \phi_{yan} > 1$$

şeklinde hesaplanması gerekir. Öte yandan, ışıma koşulu (5.23c)'deki ifadeleri  $N = \sqrt{\cos^2 \phi_{yan} - 1} > 0$  olmak üzere

$$\sin \phi_{yan} = \begin{cases} +iN, & x'_2 > 0 \\ -iN, & x'_2 < 0 \end{cases} \quad (5.27a)$$

ve

$$R_{TM} = \begin{cases} +\sin \phi_{gel}/(iN), & x'_2 > 0 \\ -\sin \phi_{gel}/(iN), & x'_2 < 0 \end{cases} \quad (5.27b)$$

şeklinde seçmeyi gerektirir.

$u'_{yd}$ 'yi  $\cos \phi_{yan} > 1$  için  $C_\eta^+$  yarım çemberi üzerinde hesaplarken  $t_p = \phi_{yan} = i \sinh^{-1} N$ ,  $\sin \phi_{yan} = iN$ ,  $t = t_p + \eta e^{i\varphi}$ ,  $dt = i\eta e^{i\varphi} d\varphi$ ,  $\varphi : \pi/2 \rightarrow -\pi/2$  şeklinde ve  $\cos \phi_{yan} < -1$  için  $C_\eta^-$  yarım çemberi üzerinde  $t_p = -\phi_{yan} = \pi - i \sinh^{-1} N$ ,  $\sin \phi_{yan} = -iN$ ,  $t = t_p + \eta e^{i\varphi}$ ,  $dt = i\eta e^{i\varphi} d\varphi$ ,  $\varphi : \pi/2 \rightarrow 3\pi/2$  şeklinde seçilir.  $\eta \rightarrow 0$  iken Cauchy anlamında alınan integral ile

$$u'_{yd} = \frac{1}{2} R_{TM} \times \begin{cases} e^{ik\rho' \cos(\phi' - \phi_{yan})}, & \phi' \in (0, \pi) \\ -e^{ik\rho' \cos(\phi' + \phi_{yan})}, & \phi' \in (\pi, 2\pi) \end{cases}, \quad \cos \phi_{yan} > 1 \quad (5.28a)$$

$$u'_{yd} = \frac{1}{2} R_{TM} \times \begin{cases} e^{ik\rho' \cos(\phi' + \phi_{yan})}, & \phi' \in (0, \pi) \\ -e^{ik\rho' \cos(\phi' - \phi_{yan})}, & \phi' \in (\pi, 2\pi) \end{cases}, \quad \cos \phi_{yan} < -1 \quad (5.28b)$$

sonuçları elde edilir. Bu da rezidü katkısının yarısına eşittir.  $u'_{yd}$ 'nin nihai ifadesi

$$u'_{yd} = -\frac{1}{2Ni} \sin \phi_{gel} e^{-Nk\rho' |\sin \phi'|} e^{ik\rho' \cos \phi' \cos \phi_{yan}} \quad (5.29a)$$

$\cos \phi_{yan} < -1$  &  $\phi' \in (0, \pi)$  ve  $\cos \phi_{yan} > 1$  &  $\phi' \in (\pi, 2\pi)$  için

$$u'_{yd} = +\frac{1}{2Ni} \sin \phi_{gel} e^{-Nk\rho' |\sin \phi'|} e^{ik\rho' \cos \phi' \cos \phi_{yan}} \quad (5.29b)$$

$\cos \phi_{yan} < -1$  &  $\phi' \in (\pi, 2\pi)$  ve  $\cos \phi_{yan} > 1$  &  $\phi' \in (0, \pi)$  için

biçimindedir ve  $x'_1 = 0$  düzleminden doğup  $+x'_1$  ve  $-x'_1$  yönlerine yayılan dalgalar olarak yorumlanabilir.

Uzak alanda her gözlem noktasında  $|u'_{yd}| \ll |u'_d|$  olarak gözlemlenir. Ancak  $\phi' = 0, \pi$  açıları buna dahil değildir.  $\phi' = 0, \pi$  komşuluklarında  $|\sin \phi'| \rightarrow 0$  olur ve sırasıyla  $\cos \phi_{yan} < -1$  and  $\cos \phi_{yan} > 1$  için yüzey dalgaları

$$u'_{yd}|_{\phi' \rightarrow 0^+} = \mp \frac{1}{2Ni} \sin \phi_{gel} e^{ik\rho' \cos \phi_{yan}}, \quad u'_{yd}|_{\phi' \rightarrow 2\pi^-} = \pm \frac{1}{2Ni} \sin \phi_{gel} e^{ik\rho' \cos \phi_{yan}} \quad (5.30a)$$

$$u'_{yd}|_{\phi' \rightarrow \pi^+} = \pm \frac{1}{2Ni} \sin \phi_{gel} e^{-ik\rho' \cos \phi_{yan}}, \quad u'_{yd}|_{\phi' \rightarrow \pi^-} = \mp \frac{1}{2Ni} \sin \phi_{gel} e^{-ik\rho' \cos \phi_{yan}} \quad (5.30b)$$

şeklinde davranır.  $\phi' = 0, \pi$  açılara zıt yönlerden yaklaşıldığında  $u'_{yd}$ 'nin zıt

işaretili limit değerler aldığı gözlemlenmektedir. Ayrıca  $x'_1$ —ekseni üzerinden geçilmesi durumunda  $180^\circ$  faz farkı oluşmaktadır. Yapısal simetriden dolayı  $u'_d$  ve  $u'_{yd}$ ,  $x'_1$ —ekseni etrafında simetrik davranış göstermektedir.

(5.11b) ile verilen  $S$  üzerindeki yüzey akım yoğunluğu dağılımı  $kx'_1 \gg 1$  iken

$$J'_S(x'_1) = \mp \frac{1}{iN} \sin \phi_{gel} e^{ikx'_1 \cos \phi_{yan}}$$

şeklinde hesaplanır. Önceki bölümde bahsedildiği üzere  $\beta$ 'nın çok küçük değerleri için yüzey dalgası mekanizması yüzeye çok yakın dalga gelişi durumlarında meydana gelmektedir. Bu doğrultuda  $\phi_{gel} \rightarrow 0, \pi$  için (5.23)-(5.30) eşitliklerinde  $\cos \phi_{yan} \rightarrow \mp (1 + 2|\beta|)$  yazılabilir.

### 5.1.6 Kırınım Katsayısının Değerlendirilmesi

(5.23c)'de verilen modifiye Fresnel integral fonksiyonu,

$$C_1(z) + iS_1(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^z e^{i\eta^2} d\eta, \quad C_1(\infty) + iS_1(\infty) = \frac{1}{2}(1 + i)$$

$$C(z) + iS(z) = \int_0^z e^{i\frac{\pi}{2}\eta^2} d\eta = C_1\left(z\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right) + iS_1\left(z\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)$$

Fresnel sinüs ve kosinüs fonksiyonları cinsinden  $z \in \mathbb{C}$  olmak üzere

$$F(z) = -2i\sqrt{z}e^{-iz} \int_{\sqrt{z}}^{\infty} e^{i\eta^2} d\eta = -2i\sqrt{z}e^{-iz} \left[ \int_0^{\infty} e^{i\eta^2} d\eta - \int_0^{\sqrt{z}} e^{i\eta^2} d\eta \right]$$

$$= -2i\sqrt{z}e^{-iz} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[ \frac{1+i}{2} - [C_1(\sqrt{z}) + iS_1(\sqrt{z})] \right] \quad (5.31a)$$

$$= -2i\sqrt{z}e^{-iz} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[ \frac{1+i}{2} - \left[ C\left(\sqrt{\frac{2z}{\pi}}\right) + iS\left(\sqrt{\frac{2z}{\pi}}\right) \right] \right]$$

şeklinde ifade edilebilir (bkz.[67], Bl. 7.3). Ayrıca

$$C\left(\sqrt{\frac{2z}{\pi}}\right) + iS\left(\sqrt{\frac{2z}{\pi}}\right) = \frac{1+i}{2} [1 - e^{iz} \varpi(e^{i\pi/4} \sqrt{z})] \quad (5.31b)$$

bağıntısını kullanarak (5.31a) eşitliği

$$F(z) = -i\sqrt{\pi z} e^{i\pi/4} \varpi(e^{i\pi/4} \sqrt{z}), \quad z \in \mathbb{C} \quad (5.31c)$$

kompleks Faddeeva fonksiyonu türünden

$$\varpi(z) = e^{-z^2} \operatorname{erfc}(-iz) = e^{-z^2} \left[ 1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{t^2} dt \right], \quad z \in \mathbb{C} \quad (5.31d)$$

şeklinde ifade edilebilir. Böylece, kırınım katsayısı uzay dalgası saçılması için ( $|\cos \phi_{yan}| \leq 1$ );

$$D(k\rho'; \pi - \phi_{yan}, \phi') = -\frac{R_{TM}}{2} \sqrt{k\rho'} \times \left[ \begin{aligned} &\varpi \left( e^{i\pi/4} \sqrt{2k\rho'} \left| \cos \left( \frac{\phi' + \phi_{yan} - \pi}{2} \right) \right| \right) \\ &+ \varpi \left( e^{i\pi/4} \sqrt{2k\rho'} \left| \cos \left( \frac{\phi' - \phi_{yan} + \pi}{2} \right) \right| \right) \end{aligned} \right] \quad (5.32a)$$

ve yüzey dalgası saçılması için ( $|\cos \phi_{yan}| > 1$ )

$$D(k\rho'; \pi - \phi_{yan}, \phi') = -\frac{R_{TM}}{2} \sqrt{k\rho'} \times \left[ \begin{aligned} &\varpi \left( e^{i\pi/4} \sqrt{2k\rho'} \cos \left( \frac{\phi' + \phi_{yan} - \pi}{2} \right) \right) \\ &+ \varpi \left( e^{i\pi/4} \sqrt{2k\rho'} \cos \left( \frac{\phi' - \phi_{yan} + \pi}{2} \right) \right) \end{aligned} \right] \quad (5.32b)$$

biçiminde elde edilir. Burada (5.28) üzerinden gidildiğinden ilişkili kosinüs ifadeleri  $x'_2 > 0$  ( $\phi' \in (0, \pi)$ ) için

$$\cos \left( \frac{\phi' \mp (\pi - \phi_{yan})}{2} \right) = \cos \left( \frac{\pi \mp \phi'}{2} \right) \sqrt{\frac{1}{2} (|\cos \phi_{yan}| + 1)} \quad (5.33a)$$

$$+ i \sin \left( \frac{\pi \mp \phi'}{2} \right) \sqrt{\frac{1}{2} (|\cos \phi_{yan}| - 1)} \quad (5.33b)$$

ve  $x'_2 < 0$  ( $\phi' \in (\pi, 2\pi)$ ) için

$$\cos \left( \frac{\phi' \mp (\pi - \phi_{yan})}{2} \right) = \cos \left( \frac{\pi \mp \phi'}{2} \right) \sqrt{\frac{1}{2} (|\cos \phi_{yan}| + 1)} \quad (5.33c)$$

$$- i \sin \left( \frac{\pi \mp \phi'}{2} \right) \sqrt{\frac{1}{2} (|\cos \phi_{yan}| - 1)} \quad (5.33d)$$

biçiminde hesaplanır. (5.11b) sınır koşulu ışığında

$$D(k\rho'; \pi - \phi_{yan}, \phi') \Big|_{\phi' \rightarrow 0^+} \neq D(k\rho'; \pi - \phi_{yan}, \phi') \Big|_{\phi' \rightarrow 2\pi^-} \quad (5.34)$$

olması beklenir. Bu durum  $\varpi(z) \neq \varpi(-z)$ ,  $z \in \mathbb{C}$  ile doğrulanır. Bu hususi durumda  $z = e^{i\pi/4} \sqrt{2k\rho'} \sin(\phi_{yan}/2)$  biçimindedir.

Uzay dalgalarının varlığı durumunda (reel değerli) Faddeeva fonksiyonunun büyük argümanlar için birinci derece asimptotik davranışı, asimptotik davranışları bilinen Fresnel sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının

$$C(z) \simeq \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{\pi z} \cos\left(\frac{\pi}{2}z^2 + \frac{\pi}{4}\right), \quad z \rightarrow \infty, \quad S(z) \simeq \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{\pi z} \cos\left(\frac{\pi}{2}z^2 - \frac{\pi}{4}\right), \quad z \rightarrow \infty$$

(5.31b) denkleminde yerlerine konması ile

$$\varpi(e^{i\pi/4}\sqrt{z}) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-iz}}{e^{i\pi/4}\sqrt{z}} \left[ \cos\left(z + \frac{\pi}{4}\right) + i \cos\left(z - \frac{\pi}{4}\right) \right], \quad z \rightarrow \infty \quad (5.35)$$

olarak elde edilir. Bu sonuç (5.32a)'da verilen  $|D|$ 'nin uzak alanda  $k\rho'$  bağıllığının zayıf olduğu sonucunu ortaya çıkarır.

(5.32b)'de verilen  $|D|$ 'nin davranışı Faddeeva fonksiyonunun kompleks argümanlı olduğu durumdaki asimptotik davranışı ile kestirilebilir [68].

$$\varpi(z) \sim \frac{i}{\sqrt{\pi}} \frac{\exp(-2z^2)}{z} \left( 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{(2z^2)^n} \right), \quad \text{Im}\{z\} \geq 10. \quad (5.36)$$

Simetrik  $(\phi_{gel}, \beta)$  ve  $(\pi - \phi_{gel}, -\beta)$  parametreleri aynı  $u'_d$  ve  $u'_{yd}$  genlik desenleri üretmektedir.

### 5.1.7 E-çerçevesinde Uzak Alan Saçılan Dalgalar

E-çerçevesinde saçılan nihai manyetik alan

$$\begin{cases} \vec{H}_d(\vec{r}; t) = \hat{x}_3 \text{Re} \{ u_d(x_1, x_2; t) e^{-i\omega_{yan}t} \} \\ \vec{H}_{saç}(\vec{r}; t) = \hat{x}_3 \text{Re} \{ u(x_1, x_2; t) e^{-i\omega_{yan}t} \} \end{cases} \quad (5.37a)$$

$$\begin{cases} \vec{H}_d(\vec{r}; t) = \hat{x}_3 \text{Re} \{ u_d(x_1, x_2; t) e^{-i\omega_{yan}t} \} \\ \vec{H}_{saç}(\vec{r}; t) = \hat{x}_3 \text{Re} \{ u(x_1, x_2; t) e^{-i\omega_{yan}t} \} \end{cases} \quad (5.37b)$$

şeklinde ifade edilir. Burada

$$u_d(x_1, x_2; t) = u'_d \Big|_{\substack{\rho' \rightarrow \bar{\rho} \\ \phi' \rightarrow \bar{\phi}}}, \quad u(x_1, x_2; t) = u' \Big|_{\substack{\rho' \rightarrow \bar{\rho} \\ \phi' \rightarrow \bar{\phi}}} \quad (5.37c)$$

yerleştirmeleri ile bulunur ve

$$\rho' \rightarrow \bar{\rho} = \sqrt{(x_1 - Gt)^2 + x_2^2}, \quad \phi' \rightarrow \bar{\phi} = \tan^{-1} \left( \frac{x_2}{x_1 - Gt} \right) \quad (5.38)$$

şeklindedir.

## 5.2 Düzleme Dik Düzgün Doğrusal Hareket

Bu hareket tipi için hız vektörü ve Galilei dönüşümleri

$$\vec{v} = \hat{x}_2 G, \quad G = \text{sabit} \quad (5.39a)$$

$$x_1 = x'_1, \quad x_2 = x'_2 + Gt, \quad x_3 = x'_3, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.39b)$$

şeklinde. Kısım 3.1.2'de düzleme dik düzgün doğrusal hareket halinde için elde edilen yansıma sonuçları

$$\phi_{yan} = \phi_{yan}^0 = \pi - \phi_{gel} \quad (5.40a)$$

$$R_{TM} = \frac{\sin \phi_{gel}}{\sin \phi_{yan}} = 1 \quad (5.40b)$$

$$\omega_{yan} = \omega_{gel} (1 + 2\beta \sin \phi_{gel}) \quad (5.40c)$$

yarım düzlem için de geçerlidir. (5.40a), bu hareket modunda yüzey dalgası oluşumu gözlemlenmeyeceğini ortaya koymaktadır.  $L$ - ve  $E$ - çerçevelerinde kırılan manyetik alanlar (5.23) ve (5.37) denklemleri ile aynı ifadelerdir. Fakat (5.38) ile verilen kinematik dönüşümler bu kez

$$\rho' \rightarrow \bar{\rho} = \sqrt{x_1^2 + (x_2 - Gt)^2}, \quad \phi' \rightarrow \bar{\phi} = \tan^{-1} \left( \frac{x_2 - Gt}{x_1} \right) \quad (5.41)$$

şeklinde değiştirilir.

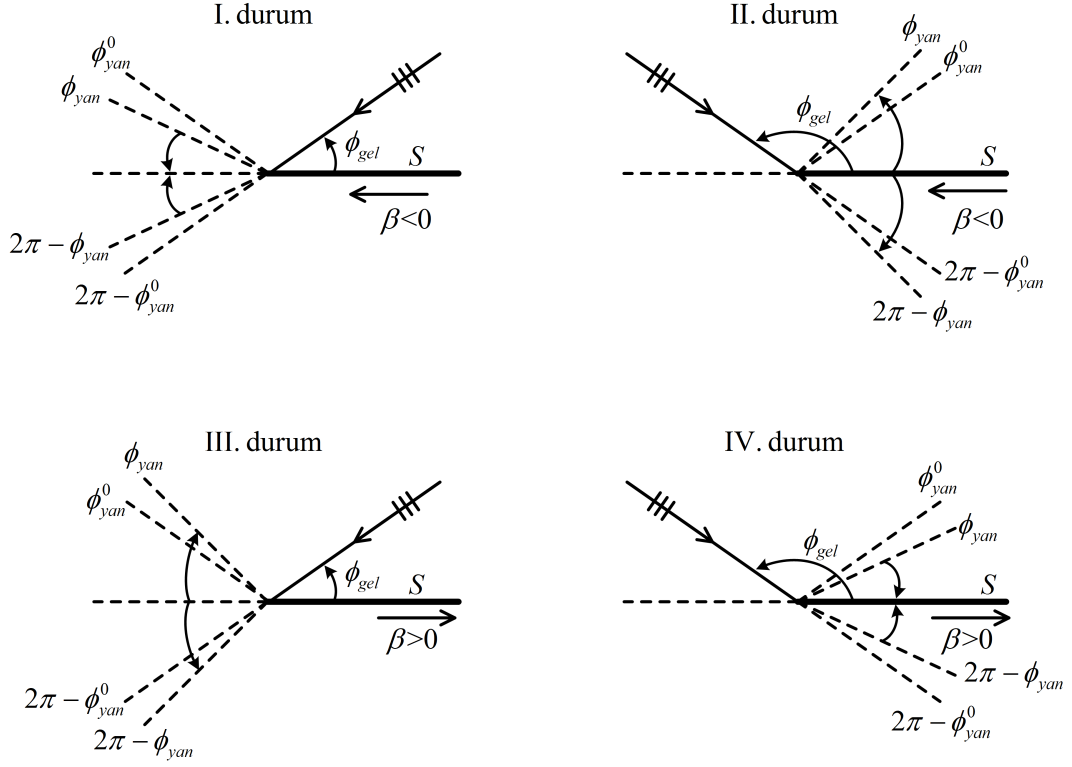
## 5.3 Sayısal Sonuçlar

Bu kısımda düzleme paralel düzgün doğrusal hareket modunda  $L$ -çerçevesinde elde edilen analitik sonuçlar için sayısal hesaplama sonuçları verilmektedir. Düzleme dik hareket modu duruğan haldeki yarım düzlem ile aynı sonuçları verdiği için bu hareket modu için sayısal benzetime ihtiyaç duyulmamıştır. (5.31d) ifadesinin hesaplanmasında Abrarov ve Quinne tarafından üretilmiş olan "Faddeeva.m" dosyası kullanılmıştır [69]. Bu dosya tüm karmaşık düzlemde  $10^{-13}$  hata hassasiyeti ile sonuç vermektedir.

Uzay dalgası kırınım mekanizması  $(\phi_{gel}, \beta)$  parametrelerinin dört farklı kombinasyonu için irdelenmiştir:

- I. durum :  $\phi_{gel} \in (0, \pi/2), \quad \beta < 0$
- II. durum :  $\phi_{gel} \in (\pi/2, \pi), \quad \beta < 0$

- III. durum :  $\phi_{gel} \in (0, \pi/2)$ ,  $\beta > 0$
- IV. durum :  $\phi_{gel} \in (\pi/2, \pi)$ ,  $\beta > 0$



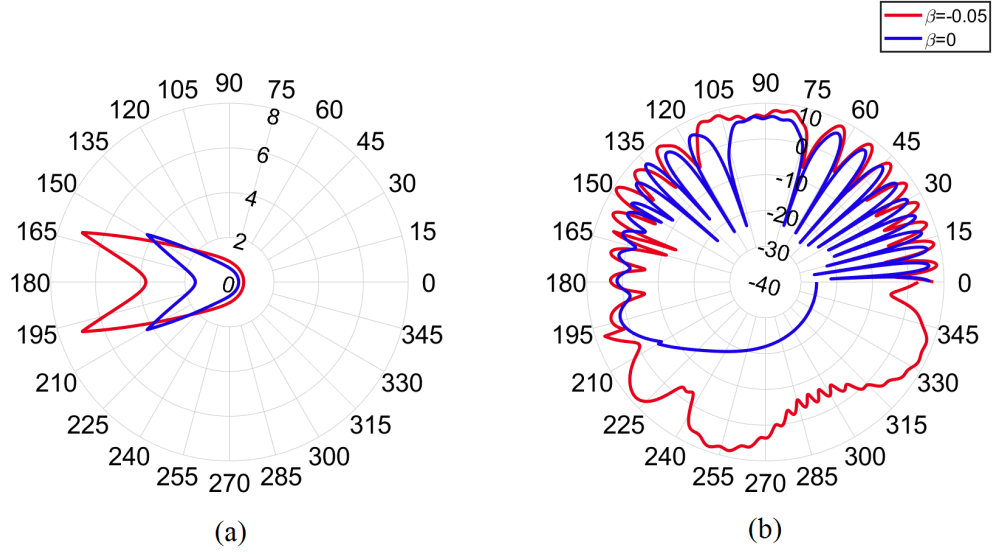
**Şekil 5.3** Kırınım mekanizmalarının harekete göre bükülme yönleri.

Tüm durumlar için gözlemlenen ortak bulgular:

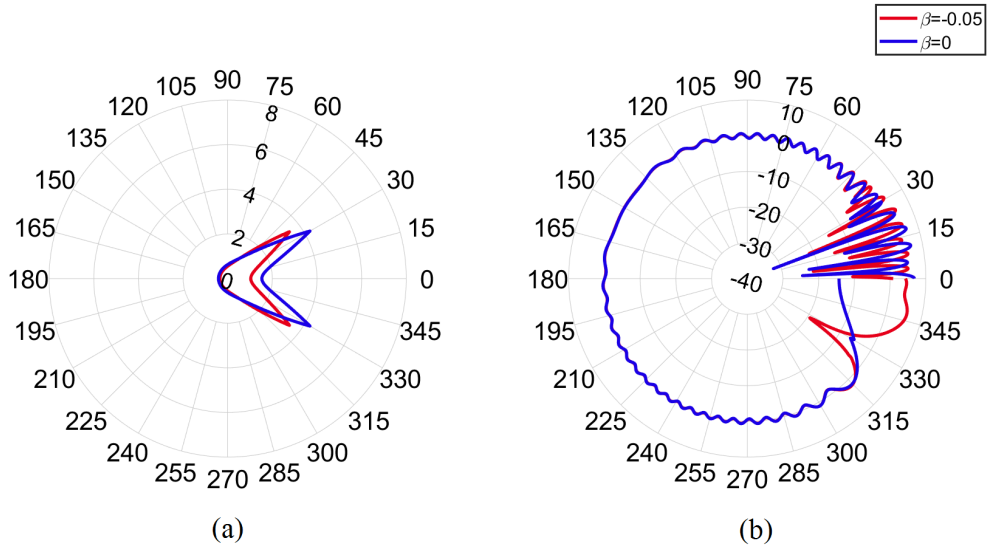
- Hareketsiz durumdaki  $2\pi - \phi_{yan}^0 < \phi' < 2\pi$  gölge bölgesi hareketli durumda ortadan kalkmaktadır. Bu durumun sebebi sıfırdan farklı  $u'_{gel} - R_{TM} e^{ik\rho' \cos(\phi' + \phi_{yan})}$  GO terimidir.
- Kırınım desenleri I. ve IV. durumlarda daralırken II. ve III. durumlarda genişlemektedir.  $|\beta|$ 'nin artması bu daralma ve genişlemeleri arttırmaktadır. Bu değişimler Şekil 5.3'de görselleştirilmiştir. I. ile IV. durum ve II. ile III. durum birbirlerinin ayna simetriği kırınım katsayılarına sahiptir.

şeklindedir. Bu bulguları görselleştirmek amacıyla, I. ve II. durumlardaki saçılma mekanizmalarında  $k\rho' = 20\pi$  için  $\phi' \in (0, 2\pi)$  aralığında dB cinsinden  $|D(k\rho'; \phi_{yan}, \phi')|$  ve toplam manyetik alan  $|u'_{top}| = |u'_{gel} + u'|$  ifadeleri çizdirilmiş ve Şekil 5.4 -5.5'da kutupsal gösterim ile verilmiştir.  $\phi' = 0$ 'da gözlemlenen sıçrama süreksizliği, yarım düzlem üzerindeki yüzey akım yoğunluğu miktarı ile orantılıdır.  $|D|$ 'nin  $|\beta|$  ile artımı MEİ düzlemin momentumunun saçılma mekanizmasına katkısı

ile ilişkilidir. Ancak bu katkı kendisini  $\beta$ 'nın 1'e mukayese edilebilecek değerlerinde hissettirmektedir.



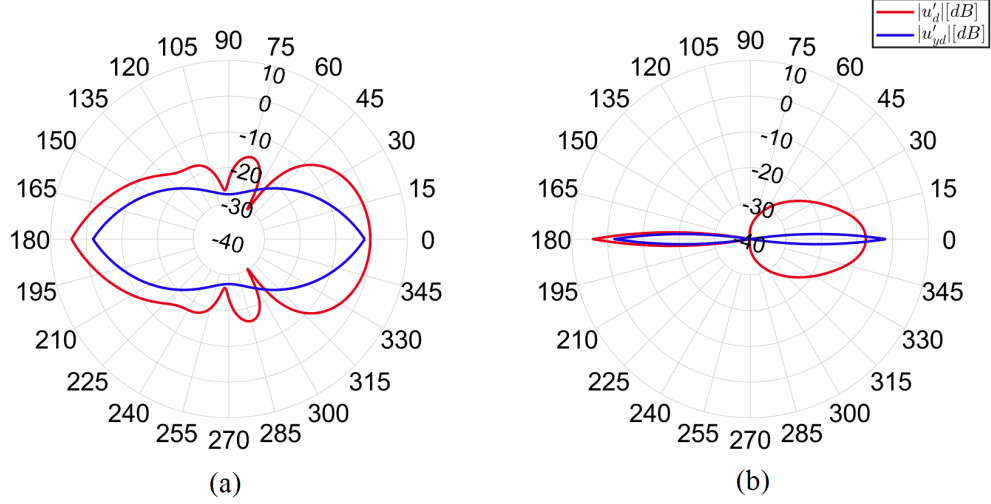
**Şekil 5.4** I. durum: (a)  $\phi_{gel} = 30^\circ$  iken  $\beta = 0$  ve  $\beta = -1/20$  durumları için  $|D(k\rho' = 20\pi; \phi_{yan} = 161.47^\circ, \phi')|$  ifadesinin  $\phi'$  ile değişimi (b)  $k\rho' = 20\pi$  iken  $(\phi_{gel}, \beta) = (30^\circ, -1/20)$  için dB cinsinden  $|u'_{top}|$  toplam alanın  $\phi'$  ile değişimi



**Şekil 5.5** II. durum: (a)  $\phi_{gel} = 150^\circ$  iken  $\beta = 0$  ve  $\beta = -1/20$  durumları için  $|D(k\rho' = 20\pi; \phi_{yan} = 37.15^\circ, \phi')|$  ifadesinin  $\phi'$  ile değişimi (b)  $k\rho' = 20\pi$  iken  $(\phi_{gel}, \beta) = (150^\circ, -1/20)$  için dB cinsinden  $|u'_{top}|$  toplam alanın  $\phi'$  ile değişimi

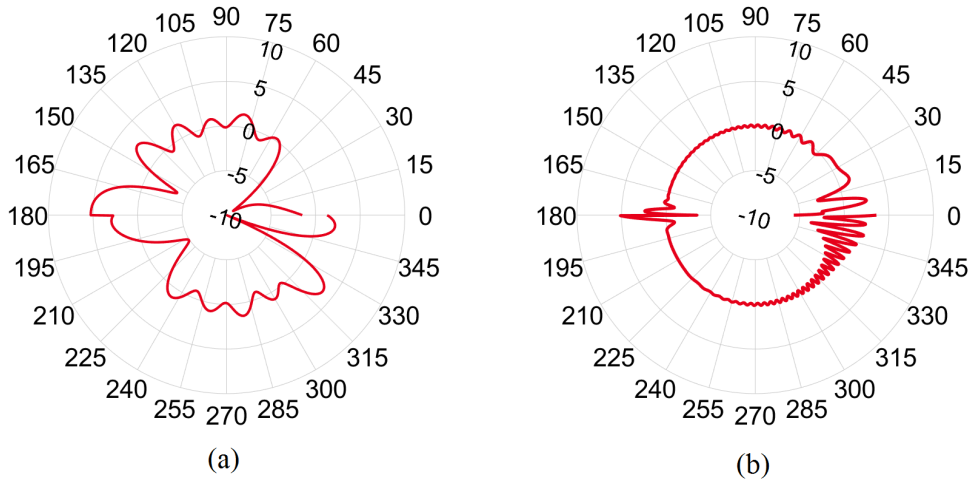
Yüzey dalgalarının kırınımına katkısını gözlemlemek amacıyla toplam kırınan alanın bileşenleri,  $|u'_d|$  ve  $|u'_{yd}|$ ,  $(\phi_{gel}, \beta) = (30^\circ, -1/10)$  ve  $\cos \phi_{yan} < -1$  durumu için (III. duruma karşılık gelmektedir) uzak alan yaklaşıklığında iki farklı elektriksel uzunluk değerine göre dB cinsinden çizdirilerek Şekil 5.6'de görselleştirilmiştir. Beklenildiği

üzere (5.29) ile verilen yüzey dalgalarının  $x'_2$ -ekseni boyunca üstel zayıflaması,  $k\rho'$ 'nün artan değerleri ile daralan  $\phi' = 0, \pi$  komşulukları haricindeki tüm gözlem noktalarında  $|u'_{yd}| \ll |u'_d|$  eşitsizliğini sergiler. Bu parametrelerin simetriği olan  $(\phi_{gel}, \beta) = (150^\circ, 1/10)$  ve  $\cos \phi_{yan} > 1$  durumları için aynı  $|u'_d|$  ve  $|u'_{yd}|$  desenleri sergilenir. Çeşitli elektriksel uzaklıklarda  $(\phi_{gel}, \beta) = (30^\circ, -1/10)$  için toplam



**Şekil 5.6**  $(\phi_{gel}, \beta) = (30^\circ, -1/10)$  için dB cinsinden  $|u'_d|$  ve  $|u'_{yd}|$ 'nin  $\phi'$  ile değişimi  
(a)  $k\rho' = 3\pi$  için, (b)  $k\rho' = 30\pi$  için.

manyetik alan  $u'_{top} = u'_{gel} + u'_{yd} + u'_d$  Şekil 5.7'de dB cinsinden görselleştirilmiştir. Toplam manyetik alanda  $\phi' = \pi$ 'de sıçrama süreksizliği sergilemektedir. Yüzey dalgası katkısı  $\phi' \rightarrow \pi^\pm$  iken açıkça gözlemlenmektedir ve tüm yönlerde  $k\rho'$  arttıkça toplam alan zayıflamaktadır.



**Şekil 5.7**  $(\phi_{gel}, \beta) = (30^\circ, -1/10)$  için dB cinsinden  $|u'_{top}|$ 'un  $\phi'$  ile değişimi a)  $k\rho' = 3\pi$  için, (b)  $k\rho' = 30\pi$  için.

## 5.4 Özel Görelilik Kuramı Sonuçları ile Karşılaştırma

Mevcut problem [70] çalışmasında ÖGK çerçevesinde incelenmiştir. HE ve ÖGK, tahminleri birbirleri ile çelişen iki farklı dünya görüşü olup, aralarındaki farklılıklar Tablo 5.1’de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

**Tablo 5.1** Klasik ve göreci sürekli hâl mekaniğinin terminolojik karşılaştırması.

| Klasik SHM                                | Göreci SHM                                  |
|-------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Genel değişmezlik                         | Genel kovaryans                             |
| Çerçeve değişmezliği                      | Form değişmezliği                           |
| Newton uzay ve zamanı                     | Minkowski uzay-zamanı                       |
| Öklid dönüşümleri                         | Lorentz dönüşümleri                         |
| Maddesel çerçevenin değişmezliği ilkesi   | Genel uzay-zaman kovaryansı ilkesi          |
| Hertz-Heaviside Elektrodinamiği<br>(1893) | Maxwell–Minkowski Elektrodinamiği<br>(1908) |

1-B Lorentz dönüşümleri

$$x' = \gamma(x - \beta ct), \quad t' = \gamma(t - \beta x/c), \quad \gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2} \quad (5.42a)$$

şeklindedir ve  $\beta$ ’nın birinci derece yaklaşıklığı altında

$$x' = x - \beta ct, \quad t' = t - \beta x/c \quad (5.42b)$$

olarak indirgenir. 1-B Galilei dönüşümleri ise

$$x' = x - \beta ct, \quad t' = t. \quad (5.43)$$

şeklindedir. (5.42b) ve (5.43) arasındaki fark, herhangi bir senaryoda HE ve ÖGK tahminleri arasında  $\beta$ ’nın en az birinci dereceden (bazen daha yüksek) sapma beklenmesi gerektiğini gösterir. Bu iki yaklaşım için yansıyan uzay dalgalarının fiziksel ve geometrik parametreleri Tablo 5.2 ve 5.3’te özetlenmiştir. ÖGK ile ilgili sonuçların detayları [52, Böl. 5] ve burada belirtilen referanslardan kontrol edilebilir.

Düzleme paralel hareket modunda, ÖGK, HE’den farklı olarak Doppler kayması öngörmez. Bu iki yöntemle hesaplanan sonuçlar arasında  $\beta$  üzerinde birinci dereceden sapma gözlemlenir. Düzleme dik hareket modunda, HE yansıma açısının değişmediğini, ÖGK ise  $\beta$ ’ya ikinci dereceden bağlı olarak değiştiğini öngörür. Öte yandan, her iki yaklaşım da bir miktar Doppler kayması öngörürken, bu kayma miktarları arasındaki sapma  $\beta^2$  mertebesinde.

**Tablo 5.2** HE ve ÖGK arasında düzleme paralel hareket için MEİ düzleminden yansıma sonuçlarının karşılaştırması.

| HE çözümü                                                                 | ÖGK çözümü                      |
|---------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| $R_{TE} = -1, R_{TM} = \sin \phi_{gel} / \sin \phi_{yan}$                 | $R_{TE/TM} = \mp 1$             |
| $\cos \phi_{yan} = \cos(\pi - \phi_{gel}) / (1 + 2\beta \cos \phi_{gel})$ | $\phi_{yan} = \pi - \phi_{gel}$ |
| $\omega_{yan} = \omega_{gel} / (1 + 2\beta \cos \phi_{gel})$              | $\omega_{yan} = \omega_{gel}$   |

**Tablo 5.3** HE ve ÖGK arasında düzleme dik hareket için MEİ düzleminden yansıma sonuçlarının karşılaştırması.

| HE çözümü                                                  | ÖGK çözümü                                                                                              |
|------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $R_{TE/TM} = \mp 1, \phi_{gel} = \pi/2$                    | $R_{TE/TM} = \mp(1 - \beta)/(1 + \beta), \phi_{gel} = \pi/2$                                            |
| $\phi_{yan} = \pi - \phi_{gel}$                            | $\sin \phi_{yan} = \frac{(1 + \beta^2) \sin \phi_{gel} - 2\beta}{1 - 2\beta \sin \phi_{gel} + \beta^2}$ |
| $\omega_{yan} = \omega_{gel} (1 + 2\beta \sin \phi_{gel})$ | $\omega_{yan} = \omega_{gel} (1 - \beta \sin \phi_{gel}) / (1 + \beta \sin \phi_{yan})$                 |

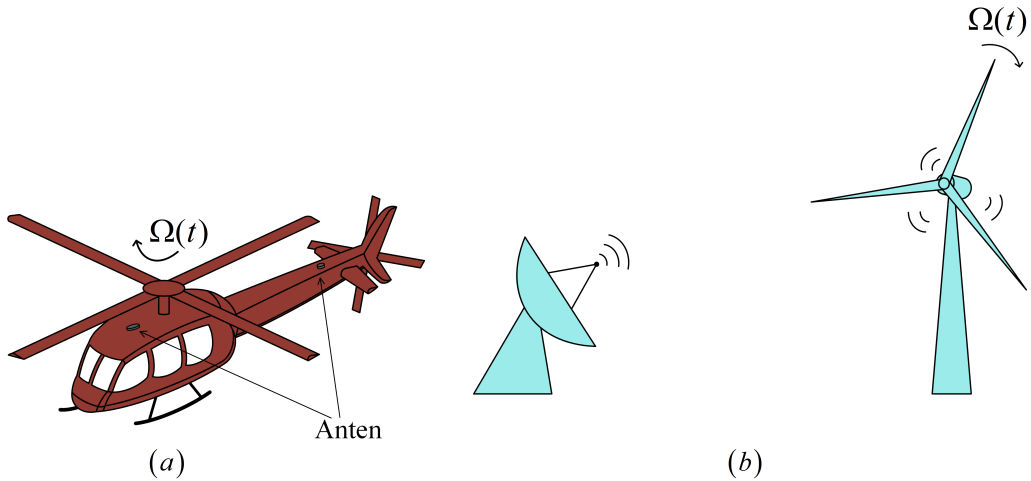
Bununla birlikte, bu iki yaklaşımın mevcut probleme ilişkin ortak tarafları:

- $E$ -çerçevesinde kırılan alanların harmonik olmayan doğası,
- yansıma ve gölge sınırlarının harekete bağlılığı
- hareket ile birlikte gölge bölgesinin kaybolması,
- enerji/momentum aktarımı nedeniyle hareketle birlikte saçılan alanın kuvvetlenmesi,

şeklindedir.

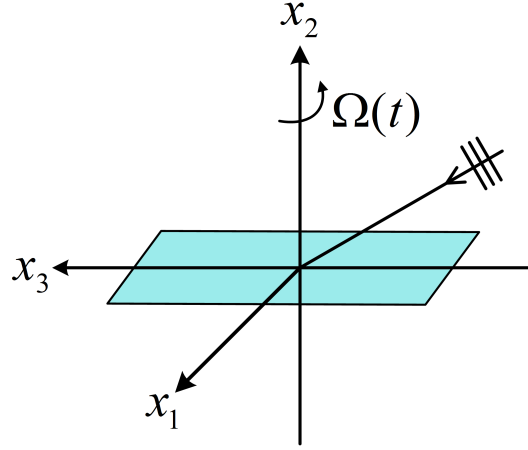
## DİK EKSENİ ETRAFINDA DÖNEN MÜKEMMEL ELEKTRİK İLETKEN ŞERİTTEN SAÇILMA

Bu bölümde Şekil 6.1’de gösterildiği üzere ağırlıklı olarak dönmekte olan helikopter pervanesi ve rüzgâr türbinlerinden kaynaklanan pervane modülasyonu (PM) mekanizmasını tam analitik olarak anlamak amacıyla dik eksenli etrafında dönen MEİ şeritten saçılan alanların analizi gerçekleştirilmektedir. MEİ şerit Şekil 6.2’de verilen biçimde  $(Ox_1x_3)$ —düzleminde  $x_2$ — eksenli etrafında sabit açısal hız ile dönmektedir. Analiz EM dalgaların şeride dik geldiği durum için yapılmış olup aynı yöntem izlenerek eğik geliş durumu için de genişletilebilir. Ancak şerit kalınlığı (sonsuz) ince varsayıldığından eğik geliş durumunda  $Ox_1x_3$ —düzlemine paralel yönde gelen dalgaların kırınım mekanizmasına bir katkısı bulunmamaktadır. Ek olarak eğik geliş durumunda, yansıyan dalgaların frekansı üzerinde dik geliş durumunda gözlemlenmeyen Doppler kayması meydana gelecektir.



**Şekil 6.1** (a) helikopter pervanesi, (b) rüzgâr türbini kaynaklı pervane modülasyonu mekanizmaları.

Kısım 6.1 ve 6.2’de durağan haldeki sonsuz uzun MEİ şeritten TE ve TM modu dalga geliş durumlarında meydana gelen düzlem dalga saçılması alt problemlerinin



**Şekil 6.2** Kendi düzleminde dönen MEİ şeritten EM dalga saçılması.

çözümleri incelenmiştir. Daha sonra bu alt problem çözümleri Kısım 6.3'te verilen formülasyon ile dik eksen etrafında dönen MEİ şerit ana probleminin çözümünde kullanılmıştır. Şekil 6.3 ve Şekil 6.9'da gösterildiği üzere şeridin uzanım yönünde ( $x_3$ -ekseni) saçılan alanlarda herhangi bir değişim olmadığından bu alt problemler 2-boyutludur; WHT ile ele alınabilir. Modifiye Wiener-Hopf Denklemleri (MWHĐ) üzerinde faktörizasyon ve Cauchy dekompozisyonu prosedürleri uygulandığında ikinci türden Fredholm tipi integral denklem çifti ortaya çıkmaktadır. Bu denklemler [71] çalışmasında verilen spektral iterasyon tekniği ile çözülmüştür. Spektral kırınım integrallerinin asimptotik değerlendirmesi genel çözümün uzak alan yaklaşıklığında ve şerit genişliği elektriksel olarak yeterince uzun değerlere sahipken yapılmasını gerektirmektedir. Bu kısıtlar ( $1 - 40$  [GHz]) mikrodalga bandında Şekil 6.1'de verilen senaryolarda alıcı/verici anten ile dönen kanat arasındaki mesafe ve kanat genişliği dikkate alındığında kolayca karşılanmaktadır.

Şekil 6.1'de görsel olarak verilen senaryolar için Kısım 6.4'te sayısal benzetim sonuçları hesaplanmış ve grafikler halinde verilmiştir.  $\omega$  dalga yayılımının açısal frekansı olmak üzere tüm (skaler/vektör) fazör büyüklükler  $W(\vec{r}; t) = \text{Re} \{ W(\vec{r}) e^{-i\omega t} \}$  şeklinde monokromatik gösterime sahiptir.

## 6.1 I. Alt Problem: Durağan Mükemmel Elektrik İletken Şeritten TE Düzlem Dalga Saçılması

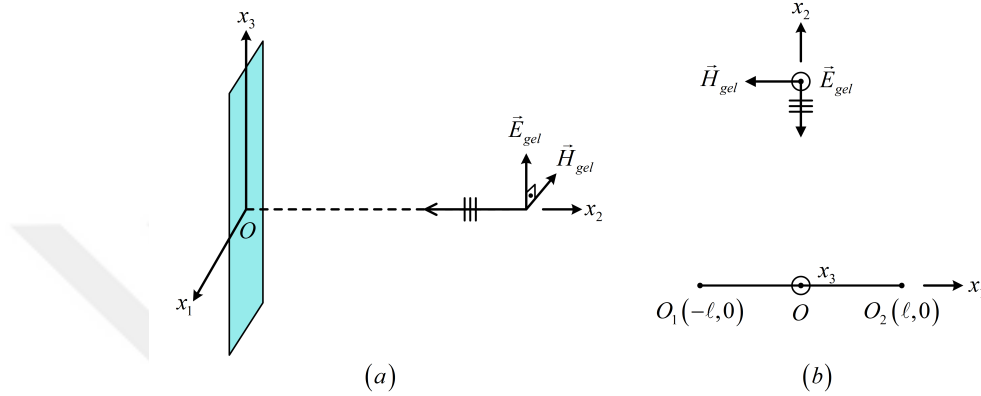
$S = \{(x_1, x_2, x_3) | x_1 \in (-\ell, \ell), x_2 = 0, x_3 \in (-\infty, \infty)\}$  yüzeyi ile tanımlanan MEİ şerit  $2\ell$  genişliğe sahip olup 2-B gösterimde ayrıt noktaları  $O_1(-\ell, 0)$  ve  $O_2(\ell, 0)$  ile belirtilmektedir. Şeride Şekil 6.3'te verilen biçimde gelen TE kutuplu dalganın alan

bileşenleri

$$\begin{cases} \vec{E}_{gel}(\vec{r}) = \hat{x}_3 u_{gel}(x_2), & u_{gel}(x_2) = e^{-ikx_2} \\ \vec{H}_{gel}(\vec{r}) = \frac{1}{Z}(-\hat{x}_2) \times \vec{E}_{gel}(\vec{r}) = -\hat{x}_1 \frac{1}{Z} e^{-ikx_2} \end{cases} \quad (6.1a)$$

$$\quad (6.1b)$$

şeklinde tanımlanmıştır.  $(\epsilon, \mu)$  kayıpsız, basit ortamın bünye parametreleri olmak üzere  $k = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$  ortamın dalga sayısı,  $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$  ortamın karakteristik empedansı ve  $c = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$  ise dalganın bu ortamdaki yayılma hızıdır.



Şekil 6.3 Durağan şeride TE geliş durumu (a) 3-B (b) 2-B gösterim.

$S$  üzerinde hacimsel iletkenlik akımı yoğunluğu ve serbest yük yoğunluğu fonksiyonları  $\vec{J}_C(\vec{r}) = \vec{J}_S(x_1) \delta(x_2) H_S$  ve  $\rho_C(\vec{r}) = \rho_S(x_1) \delta(x_2) H_S$  şeklinde tanımlanmaktadır. Burada  $H_S = H(x_1 + \ell) - H(x_1 - \ell)$  yüzeyin karakteristik fonksiyonudur ve Heaviside birim basamak fonksiyonu  $H(x_1) = \begin{cases} 1, & x_1 > 0 \\ 0, & x_1 < 0 \end{cases}$  ile tanımlanmaktadır. Yüzey yoğunluk fonksiyonları  $(\rho_S(x_1), \vec{J}_S(x_1))$  MEİ yüzey üzerinde regüler davranış göstermektedir. Süreklilik bağıntısı  $\text{div} \vec{J}_C(\vec{r}) - i\omega \rho_C(\vec{r}) = 0$  distribüsyon anlamında

$$\begin{cases} \frac{d}{dx_1} (\vec{J}_S(x_1) \cdot \hat{x}_1) - i\omega \rho_S(x_1) = 0, & x_1 \in (-\ell, \ell) \end{cases} \quad (6.2a)$$

$$\begin{cases} \vec{J}_S(x_1) \cdot \hat{x}_2 = 0, & x_1 \in (-\ell, \ell) \text{ \& } \vec{J}_S(\pm\ell) \cdot \hat{x}_1 = 0 \end{cases} \quad (6.2b)$$

sonuçlarını verir.

### 6.1.1 Sınır-Değer Probleminin Kuruluşu

Toplam alanlar  $\mathbb{R}_2$ 'de, gelen ve saçılan alanların toplamı şeklinde  $(\vec{E}_{top}(\vec{r}), \vec{H}_{top}(\vec{r})) = (\vec{E}_{gel}(\vec{r}), \vec{H}_{gel}(\vec{r})) + (\vec{E}_{saç}(\vec{r}), \vec{H}_{saç}(\vec{r}))$  ifade edilebilir. Bu alanlar uygun sınır, ayırıt ve

radyasyon koşulları altında indirgenmiş alan ve dalga denklemlerini sağlar.

$$\begin{cases} \text{curl } \vec{E}_{top}(\vec{r}) - i\omega\mu\vec{H}_{top}(\vec{r}) = \vec{0} \end{cases} \quad (6.3a)$$

$$\begin{cases} \text{curl } \vec{H}_{top}(\vec{r}) + i\omega\epsilon\vec{E}_{top}(\vec{r}) = \vec{J}_C(\vec{r}) \end{cases} \quad (6.3b)$$

$$\begin{cases} \text{div } \vec{E}_{top}(\vec{r}) = \rho_C(\vec{r})/\epsilon \end{cases} \quad (6.3c)$$

$$\begin{cases} \text{div } \vec{H}_{top}(\vec{r}) = 0 \end{cases} \quad (6.3d)$$

$$\begin{cases} (\text{lap} + k^2) \vec{E}_{top}(\vec{r}) = -i\omega\mu\vec{J}_C(\vec{r}) + (1/\epsilon) \text{grad } \rho_C(\vec{r}) \end{cases} \quad (6.4a)$$

$$\begin{cases} (\text{lap} + k^2) \vec{H}_{top}(\vec{r}) = -\text{curl } \vec{J}_C(\vec{r}) \end{cases} \quad (6.4b)$$

S üzerinde sınır ve MEİ koşulları

$$\begin{cases} \hat{x}_2 \times (\vec{E}_{top}(x_1, +0) - \vec{E}_{top}(x_1, -0)) = \vec{0} \\ \hat{x}_2 \times (\vec{H}_{top}(x_1, +0) - \vec{H}_{top}(x_1, -0)) = \vec{J}_S(x_1) \\ \hat{x}_2 \cdot (\vec{E}_{top}(x_1, +0) - \vec{E}_{top}(x_1, -0)) = \rho_S(x_1)/\epsilon, \quad x_1 \in (-\ell, \ell) \\ \hat{x}_2 \cdot (\vec{H}_{top}(x_1, +0) - \vec{H}_{top}(x_1, -0)) = 0 \\ \text{MEİ koşulu: } \hat{x}_2 \times \vec{E}_{top}(x_1, 0) = \vec{0} \end{cases} \quad (6.5)$$

biçimindedir.

$\vec{E}_{top}$  yerine  $\vec{E}_{saç}$  yazıldığında saçılan alanlar da aynı şekilde (6.3), (6.4) denklem setlerini  $\hat{x}_2 \times \vec{E}_{saç}(x_1, 0) = -\hat{x}_2 \times \vec{E}_{gel}(x_1, 0)$ ,  $x_1 \in (-\ell, \ell)$  MEİ koşulu ile sağlar.

Şeride TE modu dalga gelişi durumunda saçılan alanlar

$$\begin{cases} \vec{E}_{saç}(\vec{r}) = \hat{x}_3 u^{TE}(x_1, x_2) \end{cases} \quad (6.6a)$$

$$\begin{cases} \vec{H}_{saç}(\vec{r}) = \frac{1}{i\omega\mu} \text{curl } \vec{E}_{saç}(\vec{r}) = \frac{1}{i\omega\mu} (\hat{x}_1 \partial_2 u^{TE} - \hat{x}_2 \partial_1 u^{TE}) \end{cases} \quad (6.6b)$$

formundadır. Böylece;  $\vec{J}_S = \hat{x}_3 J_S(x_1)$ ,  $\rho_S(x_1) = 0$  meydana gelir ve skaler

$u^{TE}(x_1, x_2)$  alanı üzerindeki SDP

$$\left\{ \begin{array}{l} (\text{lap} + k^2) u^{TE}(x_1, x_2) = -i\omega\mu J_s(x_1) \delta(x_2) H_s, \quad (x_1, x_2) \in \mathbb{R}_2 \\ u^{TE}(x_1, +0) - u^{TE}(x_1, -0) = 0, \quad x_1 \in (-\infty, \infty) \\ \partial_2 u^{TE}(x_1, +0) - \partial_2 u^{TE}(x_1, -0) = \begin{cases} -i\omega\mu J_s(x_1), & x_1 \in (-\ell, \ell) \\ 0, & x_1 \in (-\infty, -\ell) \cup (\ell, \infty) \end{cases} \\ u^{TE}(x_1, 0) = -1, \quad x_1 \in (-\ell, \ell) \\ \partial_2 u^{TE}(x_1, 0) = \begin{cases} ik + O(|x_1 + \ell|^{-1/2}), & x_1 \rightarrow -\ell \\ ik + O(|x_1 - \ell|^{-1/2}), & x_1 \rightarrow \ell \end{cases} \\ u^{TE}(x_1, 0) = \begin{cases} -1 + O(|x_1 + \ell|^{1/2}), & x_1 \rightarrow -\ell \\ -1 + O(|x_1 - \ell|^{1/2}), & x_1 \rightarrow \ell \end{cases} \end{array} \right. \quad (6.7)$$

şeklinde kurulur.

### 6.1.2 Skaler $u^{TE}(x_1, x_2)$ Alanının Spektral Gösterimi

Skaler  $u^{TE}(x_1, x_2)$  alanı ve onun Fourier dönüşümü olan  $U(\alpha, x_2)$ ,  $u^{TE}(x_1, x_2) = O(e^{ik|x_1|}) \rightarrow 0, |x_1| \rightarrow \infty$  radyasyon koşulu altında

$$u^{TE}(x_1, x_2) = \begin{cases} \int_L A(\alpha) e^{iK(\alpha)x_2} e^{-i\alpha x_1} d\alpha, & x_2 > 0 \\ \int_L B(\alpha) e^{-iK(\alpha)x_2} e^{-i\alpha x_1} d\alpha, & x_2 < 0 \end{cases} \quad (6.8a)$$

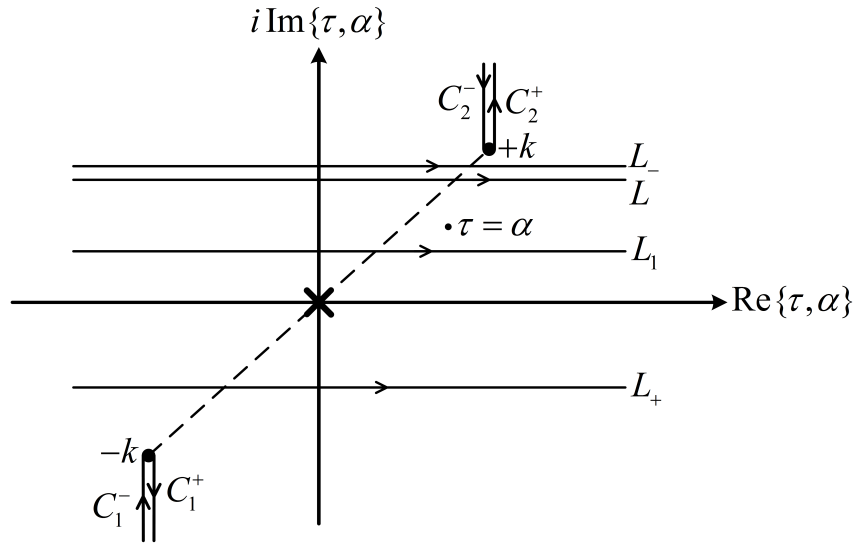
$$U(\alpha, x_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u^{TE}(x_1, x_2) e^{i\alpha x_1} dx_1 = \begin{cases} A(\alpha) e^{iK(\alpha)x_2}, & x_2 > 0 \\ B(\alpha) e^{-iK(\alpha)x_2}, & x_2 < 0 \end{cases} \quad (6.8b)$$

denklem çifti ile ifade edilmiştir.  $\alpha$ -domeninde Şekil 6.4'teki gibi bir  $\text{Im}\{-k\} < \text{Im}\{\alpha\} < \text{Im}\{k\}$  regülerlik şeridi tanımlayabilmek amacıyla geçici olarak dalga sayısının pozitif sanal kısma sahip olduğunu varsayalım  $k = \text{Re}\{k\} + i \text{Im}\{k\}$ ,  $\text{Im}\{k\} > 0$ . Radyasyon koşulu ile uyumlu olması açısından  $K(\alpha) = \sqrt{k^2 - \alpha^2}$ ,  $K(0) = k$  Riemann yaprağında tanımlı karekök fonksiyonudur. Böylece,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \partial_1 u^{TE}(x_1, x_2) e^{i\alpha x_1} dx_1 = -i\alpha U(\alpha, x_2) \end{array} \right. \quad (6.9a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \partial_1^2 u^{TE}(x_1, x_2) e^{i\alpha x_1} dx_1 = (-i\alpha)^2 U(\alpha, x_2) = -\alpha^2 U(\alpha, x_2) \end{array} \right. \quad (6.9b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (\text{lap} + k^2) u^{TE}(x_1, x_2) e^{i\alpha x_1} dx_1 = \left( \frac{d^2}{dx_2^2} - \alpha^2 \right) U(\alpha, x_2) \end{array} \right. \quad (6.9c)$$



Şekil 6.4 Spektral domen ve integrasyon çizgileri.

$$\begin{cases} A(\alpha) = U(\alpha, +0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u^{TE}(x_1, +0) e^{i\alpha x_1} dx_1 \end{cases} \quad (6.10a)$$

$$\begin{cases} iK(\alpha)A(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \partial_2 u^{TE}(x_1, +0) e^{i\alpha x_1} dx_1 \end{cases} \quad (6.10b)$$

$$\begin{cases} B(\alpha) = U(\alpha, -0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u^{TE}(x_1, -0) e^{i\alpha x_1} dx_1 \end{cases} \quad (6.10c)$$

$$\begin{cases} iK(\alpha)B(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \partial_2 u^{TE}(x_1, -0) e^{i\alpha x_1} dx_1 \end{cases} \quad (6.10d)$$

özellikleri elde edilir.

### 6.1.3 Modifiye Wiener-Hopf Denkleminin Türetilmesi

(6.9) ve (6.10) sayesinde (6.7) ile verilen SDP

$$\begin{cases} A(\alpha) = e^{-i\alpha\ell} \Phi_-(\alpha) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\ell}^{\ell} u^{TE}(x_1, +0) e^{i\alpha x_1} dx_1 + e^{i\alpha\ell} \Phi_+(\alpha) \end{cases} \quad (6.11a)$$

$$\begin{cases} B(\alpha) = A(\alpha), \quad K(\alpha)A(\alpha) \triangleq P(\alpha) \end{cases} \quad (6.11b)$$

eşitliklerini meydana getirir. Burada

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\ell}^{\ell} u^{TE}(x_1, +0) e^{i\alpha x_1} dx_1 = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\ell}^{\ell} e^{i\alpha x_1} dx_1 = -\frac{1}{2\pi i\alpha} [e^{i\alpha\ell} - e^{-i\alpha\ell}]$$

$$\Phi_-(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{-\ell} u^{TE}(x_1, +0) e^{i\alpha(x_1+\ell)} dx_1, \quad \Phi_-(\alpha) = O(\alpha^{-1}), \quad |\alpha| \rightarrow \infty, \quad \alpha \in B_-$$

$$\Phi_+(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{\ell}^{\infty} u^{TE}(x_1, +0) e^{i\alpha(x_1-\ell)} dx_1, \quad \Phi_+(\alpha) = O(\alpha^{-1}), \quad |\alpha| \rightarrow \infty, \quad \alpha \in B_+$$

$$P(\alpha) = \frac{1}{4\pi i} \int_{-\ell}^{\ell} [\partial_2 u^{TE}(x_1, +0) - \partial_2 u^{TE}(x_1, -0)] e^{i\alpha x_1} dx_1$$

ve

$$B_- = \{\alpha = \text{Re}\{\alpha\} + i \text{Im}\{\alpha\} \mid \text{Im}\{\alpha\} < \text{Im}\{k\}\}$$

$$B_+ = \{\alpha = \text{Re}\{\alpha\} + i \text{Im}\{\alpha\} \mid \text{Im}\{\alpha\} > \text{Im}\{-k\}\}$$

şeklindedir. Bu fonksiyonların analitik özellikleri Tablo 6.1’de verilmiştir. Bu bağıntılar  $B = B_- \cap B_+$  regülerlik şeridinde tanımlı

$$\frac{P(\alpha)}{K(\alpha)} = e^{-i\alpha\ell} \Phi_-(\alpha) - \frac{1}{2\pi i \alpha} [e^{i\alpha\ell} - e^{-i\alpha\ell}] + e^{i\alpha\ell} \Phi_+(\alpha) \quad (6.12)$$

MWHD’yi vermektedir.

**Tablo 6.1** (6.12) MWHD’deki fonksiyonların analitik özellikleri.

| Fonksiyon          | Analitik davranış                                                                                                      |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\Phi_-(\alpha)$   | $B_-$ ’de regüler                                                                                                      |
| $\Phi_+(\alpha)$   | $B_+$ ’de regüler                                                                                                      |
| $P(\alpha)$        | tam fonksiyon                                                                                                          |
| $e^{i\alpha\ell}$  | $ \alpha  \rightarrow \infty$ iken esaslı tekillik,<br>$\text{Im}\{\alpha\} \rightarrow \infty$ iken asimptotik sönme  |
| $e^{-i\alpha\ell}$ | $ \alpha  \rightarrow \infty$ iken esaslı tekillik,<br>$\text{Im}\{\alpha\} \rightarrow -\infty$ iken asimptotik sönme |
| $K(\alpha)$        | $B = B_- \cap B_+$ şeridinde regüler<br>$\alpha = \pm k$ ’da dallanma noktası                                          |

#### 6.1.4 Kupla Integral Denklem Sisteminin Elde Edilişi

Standart Wiener-Hopf prosedüründe (6.12) denkleminin her iki tarafını  $e^{i\alpha\ell} \sqrt{k - \alpha}$  ve  $e^{-i\alpha\ell} \sqrt{k + \alpha}$  ile çarparak ve sırasıyla Cauchy dekompozisyonu uygulayarak

$$\sqrt{k - \alpha} M_-(\alpha) = \frac{\sqrt{k}}{2\pi i \alpha} + \frac{1}{2\pi i} \int_{L_-} e^{i2\tau\ell} \sqrt{k - \tau} M_+(\tau) \frac{d\tau}{\tau - \alpha} \quad (6.13a)$$

$$\sqrt{k + \alpha} M_+(\alpha) = -\frac{\sqrt{k}}{2\pi i \alpha} - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} e^{-i2\tau\ell} \sqrt{k + \tau} M_-(\tau) \frac{d\tau}{\tau - \alpha} \quad (6.13b)$$

ikinci tür kuple Fredholm tipi integral denklem çifti elde edilir. Burada  $M_-(\alpha) = \Phi_-(\alpha) + 1/(2\pi i\alpha)$  ve  $M_+(\alpha) = \Phi_+(\alpha) - 1/(2\pi i\alpha)$  sırasıyla  $B_- - \{0\}$  ve  $B_{0+} = \{\alpha = \text{Re}\{\alpha\} + i \text{Im}\{\alpha\} | \text{Im}\{\alpha\} > 0\}$  bölgelerinde regüler fonksiyonlardır.

### 6.1.5 Kuple Integral Denklem Sisteminin İteratif Çözümü

Şeridin elektriksel uzunluğunun yeterince büyük ( $2k\ell \gg 1$ ) olduğu varsayımıyla (6.13) denkleminin çözümünde ikinci dereceye kadar spektral iterasyon tekniği uygulanması yeterince hassas sonuçlar vermektedir. Bu durum

$$M_+(\alpha) \cong M_+^{[1]}(\alpha) + M_+^{[2]}(\alpha), \quad M_-(\alpha) \cong M_-^{[1]}(\alpha) + M_-^{[2]}(\alpha)$$

yaklaşık ifadelerine karşılık gelmektedir. Burada;

$$\begin{aligned} M_-^{[1]}(\alpha) &= \frac{\sqrt{k}}{2\pi i\alpha} \frac{1}{\sqrt{k-\alpha}}, & M_+^{[1]}(\alpha) &= -\frac{\sqrt{k}}{2\pi i\alpha} \frac{1}{\sqrt{k+\alpha}} \\ M_-^{[2]}(\alpha) &= \frac{I_+(\alpha)}{\sqrt{k-\alpha}}, & M_+^{[2]}(\alpha) &= \frac{I_-(\alpha)}{\sqrt{k+\alpha}} \\ I_-(\alpha) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{L_-} e^{i2\tau\ell} \sqrt{k-\tau} \tilde{M}_+^{[1]}(\tau) \frac{1}{\tau} \frac{d\tau}{\tau-\alpha} \end{aligned} \quad (6.14a)$$

$$I_+(\alpha) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} e^{-i2\tau\ell} \sqrt{k+\tau} \tilde{M}_-^{[1]}(\tau) \frac{1}{\tau} \frac{d\tau}{\tau-\alpha} \quad (6.14b)$$

ve  $\tilde{M}_\pm^{[1]}(\alpha) \triangleq M_\pm^{[1]}(\alpha)\alpha$  şeklindedir.

#### $I_+(\alpha)$ 'nın hesaplanması

Cauchy teoremi ve Jordan lemması uyarınca  $L_+$  çizgisini  $C_1^+ \cup C_1^-$  üstüne deforme ederek ve  $C_1^\pm$  üzerinde

$$C_1^+ \text{ üzerinde : } \begin{cases} \tau - (-k) = t e^{-i\pi/2}, & t > 0 \\ \tau - \alpha = -k - \alpha - it \\ d\tau = -i dt \\ \sqrt{\tau - (-k)} = \sqrt{t} e^{-i\pi/4} \\ \tau : -k \rightarrow -k + \infty e^{-i\pi/2} \\ t : 0 \rightarrow \infty \end{cases}$$

$$C_1^- \text{ üzerinde : } \begin{cases} \tau - (-k) = t e^{i3\pi/2}, & t > 0 \\ \tau - \alpha = -k - \alpha - it \\ d\tau = -i dt \\ \sqrt{\tau - (-k)} = \sqrt{t} e^{i3\pi/4} \\ \tau : -k + \infty e^{i3\pi/2} \rightarrow -k \\ t : \infty \rightarrow 0 \end{cases}$$

değişken dönüşümlerini yaparak (6.14b) denklemi

$$I_+(\alpha) \simeq \frac{e^{i\pi/4}}{\pi} \frac{e^{i2k\ell}}{\alpha} \tilde{M}_-^{[1]}(-k) \int_0^\infty e^{-2t\ell} \sqrt{t} \left[ \frac{1}{t - i(k + \alpha)} - \frac{1}{t - ik} \right] dt, \quad \tilde{M}_-^{[1]}(-k) = \frac{1}{2\pi i \sqrt{2}}$$

şeklini alır. [72] kaynağından

$$\int_0^\infty e^{-\mu t} \frac{\sqrt{t}}{t + \beta} dt = \sqrt{\frac{\pi}{\mu}} [1 - F(i\beta\mu)], \quad \text{Re}\{\mu\} > 0$$

fomülünü kullanarak; burada  $F(z) = -i\sqrt{\pi z} e^{i\pi/4} \varpi(e^{i\pi/4} \sqrt{z})$ ,  $z \in \mathbb{C}$  Modifiye Fresnel integrali ve  $\varpi(z) = e^{-z^2} \text{erfc}(-iz) = e^{-z^2} \left[ 1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{t^2} dt \right]$ ,  $z \in \mathbb{C}$  kompleks Faddeeva fonksiyonu olmak üzere

$$I_+(\alpha) \simeq e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{k}{\pi}} \frac{e^{i2k\ell}}{\sqrt{2k\ell}} \frac{1}{\alpha} \tilde{M}_-^{[1]}(-k) [F(2k\ell) - F(2(k + \alpha)\ell)], \quad \tilde{M}_-^{[1]}(-k) = \frac{1}{2\pi i \sqrt{2}} \quad (6.15)$$

elde edilir.

### $I_-(\alpha)$ 'nın hesaplanması

$L_-$  çizgisini  $C_2^+ \cup C_2^-$  üzerine deforme ederek ve önceki hesaplamadakiler ile benzer adımları takip ederek

$$C_2^+ \text{ üzerinde : } \begin{cases} \tau - k = t e^{i\pi/2}, & t > 0 \\ k - \tau = t e^{i3\pi/2}, & t > 0 \\ \tau - \alpha = k - \alpha + it \\ d\tau = i dt \\ \sqrt{k - \tau} = \sqrt{t} e^{i3\pi/4} \\ \tau : k \rightarrow k + \infty e^{i\pi/2} \\ t : 0 \rightarrow \infty \end{cases}$$

$$C_2^- \text{ üzerinde : } \begin{cases} \tau - k = t e^{-i3\pi/2}, & t > 0 \\ k - \tau = t e^{-i\pi/2}, & t > 0 \\ \tau - \alpha = k - \alpha + it \\ d\tau = i dt \\ \sqrt{k - \tau} = \sqrt{t} e^{-i\pi/4} \\ \tau : k + \infty e^{-i3\pi/2} \rightarrow k \\ t : 0 \rightarrow \infty \end{cases}$$

değişken dönüşümleri ile (6.14a) denklemi

$$I_-(\alpha) \simeq e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{k}{\pi}} \frac{e^{i2k\ell}}{\sqrt{2k\ell}} \frac{1}{\alpha} \tilde{M}_+^{[1]}(k) [F(2k\ell) - F(2(k-\alpha)\ell)], \quad \tilde{M}_+^{[1]}(k) = -\frac{1}{2\pi i \sqrt{2}} \quad (6.16)$$

biçiminde hesaplanır.

### 6.1.6 Saçılan Alanların İntegral Yapıda Gösterimi

(6.15) ve (6.16)'da elde edilen ifadeler,  $\alpha = -k \cos \theta$  spektral dönüşümü ve Şekil 6.5'te gösterilen biçimde

$$\begin{aligned} x_1 + \ell &= \rho_1 \cos \phi_1, & x_2 &= \rho_1 \sin \phi_1 \\ x_1 - \ell &= \rho_2 \cos \phi_2, & x_2 &= \rho_2 \sin \phi_2 \\ x_1 &= \rho \cos \phi, & x_2 &= \rho \sin \phi \end{aligned}$$

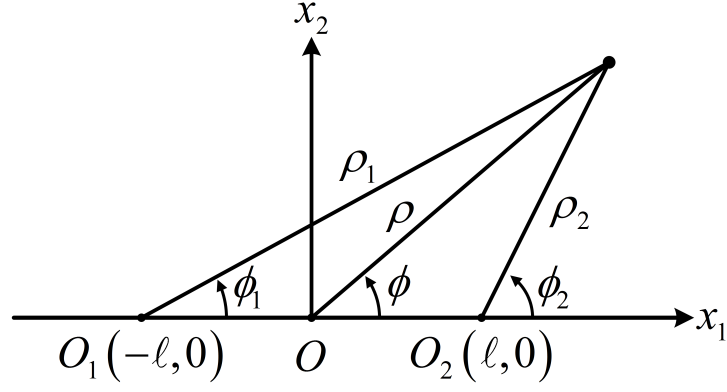
kutupsal dönüşümler ile (6.8a) ve  $\vec{H}_{saç}^{TE}(\vec{r})$  ifadeleri Şekil 6.6'da verilen  $\theta$ -düzleminde  $\Gamma$  eğrisi boyunca

$$u^{TE}(x_1, x_2) = \int_{\Gamma} \left[ \begin{array}{c} M_-(-k \cos \theta) e^{ik\rho_1 \cos(\theta \mp \phi_1)} \\ + M_+(-k \cos \theta) e^{ik\rho_2 \cos(\theta \mp \phi_2)} \end{array} \right] k \sin \theta d\theta, \quad \begin{cases} x_2 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases} \quad (6.17a)$$

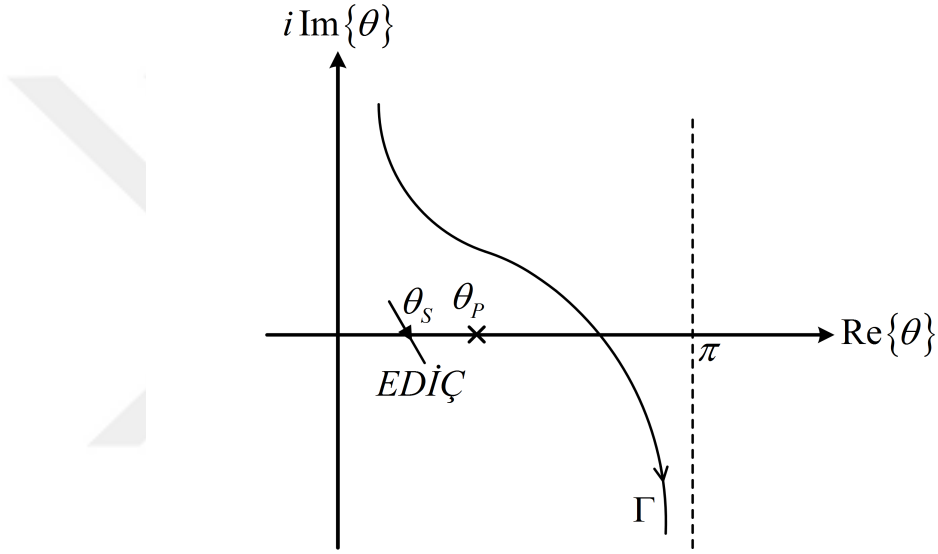
$$\vec{H}_{saç}^{TE}(\vec{r}) = \frac{1}{Z} \int_{\Gamma} \left( \pm \hat{x}_1 \sin \theta - \hat{x}_2 \cos \theta \right) \left[ \begin{array}{c} M_-(-k \cos \theta) e^{ik\rho_1 \cos(\theta \mp \phi_1)} \\ + M_+(-k \cos \theta) e^{ik\rho_2 \cos(\theta \mp \phi_2)} \end{array} \right] k \sin \theta d\theta, \quad \begin{cases} x_2 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases} \quad (6.17b)$$

integral denklem yapıları haline gelir.

Toplam saçılan alanlar birinci ve ikinci derece saçılan alanların toplamı şeklinde



Şekil 6.5  $O_1(-\ell, 0)$ ,  $O(0, 0)$  ve  $O_2(\ell, 0)$  noktalarını referans alan kutupsal gösterimler.



Şekil 6.6 Spektral  $\theta$ -düzleminde  $\Gamma$  eğrisi, kutup ve semer noktaları.

yazılabilir.

$$u^{TE} \simeq u_{O_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) + u_{O_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) + u_{O_2 O_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) + u_{O_1 O_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) \quad (6.18a)$$

$$\vec{H}_{sa\zeta}^{TE}(\vec{r}) = \vec{H}_{sa\zeta O_1}^{TE}(\vec{r}) + \vec{H}_{sa\zeta O_2}^{TE}(\vec{r}) + \vec{H}_{sa\zeta O_2 O_1}^{TE}(\vec{r}) + \vec{H}_{sa\zeta O_1 O_2}^{TE}(\vec{r}) \quad (6.18b)$$

Burada;

$$u_{O_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) = \int_{\Gamma} M_-^{[1]}(-k \cos \theta) e^{ik\rho_1 \cos(\theta \mp \phi_1)} k \sin \theta d\theta, \quad \begin{cases} x_2 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases}$$

$$u_{O_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) = \int_{\Gamma} M_+^{[1]}(-k \cos \theta) e^{ik\rho_2 \cos(\theta \mp \phi_2)} k \sin \theta d\theta, \quad \begin{cases} x_2 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}\vec{H}_{sa\varphi O_1}^{TE}(\vec{r}) &= \frac{1}{Z} \int_{\Gamma} (\pm \hat{x}_1 \sin \theta - \hat{x}_2 \cos \theta) M_-^{[1]}(-k \cos \theta) e^{ik\rho_1 \cos(\theta \mp \phi_1)} k \sin \theta d\theta, & \begin{cases} x_2 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases} \\ \vec{H}_{sa\varphi O_2}^{TE}(\vec{r}) &= \frac{1}{Z} \int_{\Gamma} (\pm \hat{x}_1 \sin \theta - \hat{x}_2 \cos \theta) M_+^{[1]}(-k \cos \theta) e^{ik\rho_2 \cos(\theta \mp \phi_2)} k \sin \theta d\theta, & \begin{cases} x_2 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}M_-^{[1]}(-k \cos \theta) &= \frac{\sqrt{k}}{2\pi i (-k \cos \theta)} \frac{1}{\sqrt{k + k \cos \theta}}, \\ M_+^{[1]}(-k \cos \theta) &= -\frac{\sqrt{k}}{2\pi i (-k \cos \theta)} \frac{1}{\sqrt{k - k \cos \theta}}\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}u_{O_2 O_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) &= \int_{\Gamma} M_-^{[2]}(-k \cos \theta) e^{ik\rho_1 \cos(\theta \mp \phi_1)} k \sin \theta d\theta, & \begin{cases} x_2 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases} \\ u_{O_1 O_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) &= \int_{\Gamma} M_+^{[2]}(-k \cos \theta) e^{ik\rho_2 \cos(\theta \mp \phi_2)} k \sin \theta d\theta, & \begin{cases} x_2 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{H}_{sa\varphi O_2 O_1}^{TE}(\vec{r}) &= \frac{1}{Z} \int_{\Gamma} (\pm \hat{x}_1 \sin \theta - \hat{x}_2 \cos \theta) M_-^{[2]}(-k \cos \theta) e^{ik\rho_1 \cos(\theta \mp \phi_1)} k \sin \theta d\theta, & \begin{cases} x_2 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases} \\ \vec{H}_{sa\varphi O_1 O_2}^{TE}(\vec{r}) &= \frac{1}{Z} \int_{\Gamma} (\pm \hat{x}_1 \sin \theta - \hat{x}_2 \cos \theta) M_+^{[2]}(-k \cos \theta) e^{ik\rho_2 \cos(\theta \mp \phi_2)} k \sin \theta d\theta, & \begin{cases} x_2 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}M_-^{[2]}(-k \cos \theta) &\simeq e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{k}{\pi}} \frac{e^{i2k\ell}}{\sqrt{2k\ell}} \frac{\tilde{M}_-^{[1]}(-k)}{(-k \cos \theta) \sqrt{k + k \cos \theta}} [F(2k\ell) - F(2(k - k \cos \theta)\ell)] \\ M_+^{[2]}(-k \cos \theta) &\simeq e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{k}{\pi}} \frac{e^{i2k\ell}}{\sqrt{2k\ell}} \frac{\tilde{M}_+^{[1]}(k)}{(-k \cos \theta) \sqrt{k - k \cos \theta}} [F(2k\ell) - F(2(k + k \cos \theta)\ell)]\end{aligned}$$

şeklindedir.

### 6.1.7 Birinci Mertebe Saçılan Alanların Asimptotik Değerlendirmesi

Birinci derece saçılan alanlar yansıyan ve Şekil 6.7'de verilen yarım düzlemin ayırıtından kırılan alanların toplamıdır.

$$u_O^{TE} = u_{O_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) + u_{O_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) \quad (6.19a)$$

$$\vec{H}_{sa\varphi}^{TE}(\rho_1, \phi_1) = \vec{H}_{sa\varphi O_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) + \vec{H}_{sa\varphi O_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) \quad (6.19b)$$

$$\begin{aligned}
u_{O_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) &= u_{rO_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) + u_{dO_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) \\
u_{O_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) &= u_{rO_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) + u_{dO_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) \\
\vec{H}_{saçO_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) &= \vec{H}_{rO_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) + \vec{H}_{dO_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) \\
\vec{H}_{saçO_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) &= \vec{H}_{rO_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) + \vec{H}_{dO_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2).
\end{aligned}$$

Burada,  $\phi_1 \in (0, \pi)$  aralığında  $\theta_p = \pi/2$ 'de yalın kutup ve  $\theta_s = \phi_1$ 'de semer noktası gözlemlenir. Böylece, ayrıttan saçılan toplam alanlar

$$\begin{aligned}
u_{rO_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) &= -e^{ik\rho_1 \sin \phi_1} H(\theta_p - \theta_s) \\
\vec{H}_{rO_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) &= -\hat{x}_1 \frac{1}{Z} e^{ik\rho_1 \sin \phi_1} H(\theta_p - \theta_s) \\
u_{dO_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) &\simeq \frac{e^{i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik\rho_1}}{\sqrt{k\rho_1}} \left\{ \begin{aligned} &\sec\left(\frac{\phi_1 - \pi/2}{2}\right) F\left(2k\rho_1 \cos^2\left(\frac{\phi_1 - \pi/2}{2}\right)\right) \\ &-\sec\left(\frac{\phi_1 + \pi/2}{2}\right) F\left(2k\rho_1 \cos^2\left(\frac{\phi_1 + \pi/2}{2}\right)\right) \end{aligned} \right\} \\
\vec{H}_{dO_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) &= -\hat{x}_1 \frac{1}{2\pi i} \frac{1}{Z} \frac{\sqrt{2\pi}}{2} e^{-i\pi/4} \sin \phi_1 \sqrt{1 - \cos \phi_1} \sec\left(\frac{\phi_1 - \pi/2}{2}\right) \\
&\quad \times \sec\left(\frac{\phi_1 + \pi/2}{2}\right) F\left(2k\rho_1 \cos^2\left(\frac{\phi_1 + \pi/2}{2}\right)\right) \frac{e^{ik\rho_1}}{\sqrt{k\rho_1}} \\
&\quad + \hat{x}_2 \frac{1}{2\pi i} \frac{1}{Z} \sqrt{2\pi} e^{-i\pi/4} \sqrt{1 - \cos \phi_1} \frac{e^{ik\rho_1}}{\sqrt{k\rho_1}} \\
u_{dO_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) &= u_{dO_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) \Big|_{\substack{\rho_1 \rightarrow \rho_2 \\ \phi_1 \rightarrow \pi - \phi_2}} \\
&\simeq \frac{e^{i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik\rho_2}}{\sqrt{k\rho_2}} \left\{ \begin{aligned} &\sec\left(\frac{\pi/2 - \phi_2}{2}\right) F\left(2k\rho_2 \cos^2\left(\frac{\pi/2 - \phi_2}{2}\right)\right) \\ &-\sec\left(\frac{3\pi/2 - \phi_2}{2}\right) F\left(2k\rho_2 \cos^2\left(\frac{3\pi/2 - \phi_2}{2}\right)\right) \end{aligned} \right\} \\
\vec{H}_{dO_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) &= \vec{H}_{dO_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) \Big|_{\substack{\rho_1 \rightarrow \rho_2 \\ \phi_1 \rightarrow \pi - \phi_2}} \\
&= -\hat{x}_1 \frac{1}{2\pi i} \frac{1}{Z} \frac{\sqrt{2\pi}}{2} e^{-i\pi/4} \sin \phi_2 \sqrt{1 + \cos \phi_2} \sec\left(\frac{\pi/2 - \phi_2}{2}\right) \sec\left(\frac{3\pi/2 - \phi_2}{2}\right) \\
&\quad \times F\left(2k\rho_2 \cos^2\left(\frac{\pi/2 - \phi_2}{2}\right)\right) \frac{e^{ik\rho_2}}{\sqrt{k\rho_2}} + \hat{x}_2 \frac{1}{2\pi i} \frac{1}{Z} \sqrt{2\pi} e^{-i\pi/4} \sqrt{1 + \cos \phi_2} \frac{e^{ik\rho_2}}{\sqrt{k\rho_2}}
\end{aligned}$$

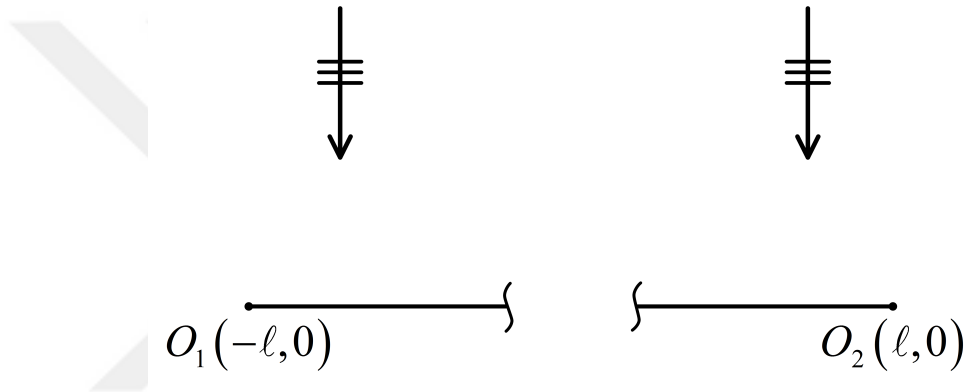
şeklinde hesaplanır.

$\phi_1 \in (\pi, 2\pi)$  aralığında  $\theta_p = \pi/2$  yalın kutup ve  $\theta_s = 2\pi - \phi_1 \in (0, \pi)$ 'de semer

noktası gözlemlenir.  $\phi_1 \in (2\pi - \theta_p, 2\pi)$  gölge bölgesindeki rezidü katkısı gelen alanları sıfırlar:

$$\begin{aligned} -2\pi i \operatorname{Res}|_{\theta=\theta_p} \mathbf{H}(\theta_p - \theta_S) &= -2\pi i \lim_{\theta \rightarrow \theta_p} (\theta - \theta_p) M_-^{[1]}(-k \cos \theta) \\ &\quad \times e^{ik\rho_1 \cos(\theta + \phi_1)} k \sin \theta \mathbf{H}(\theta_p - \theta_S) \\ &= -e^{-ik\rho_1 \sin \phi_1} \mathbf{H}(\theta_p - \theta_S) \\ &= -u_i^{TE} \end{aligned}$$

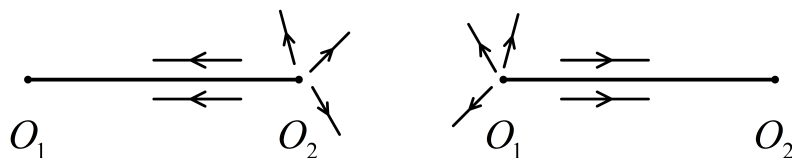
Öte yandan, semer noktası katkısı  $\phi_1 \in (0, \pi)$  aralığı için elde edilen kırınan alan ifadelerinin aynılarını vermektedir; böylece  $\phi_1 \in (0, 2\pi)$  gözlem aralığında kırınan alanlar yekpare bir gösterime sahip olur.



**Şekil 6.7** Birinci derece saçılma mekanizmalarının 2-B geometrisi.

### 6.1.8 İkinci Mertebe Saçılan Alanların Asmptotik Değerlendirmesi

İkinci derece lokal kırınım mekanizmaları Şekil 6.8’de görselleştirilmiştir.  $\phi_1 \in (0, \pi)$  ve  $\phi_1 \in (\pi, 2\pi)$  gözlem aralıklarında semer noktaları sırasıyla  $\theta_s = \phi_1$  ve  $\theta_s = 2\pi - \phi_1 \in (0, \pi)$  noktalarında belirir. EDİÇ değerlendirmeleri ile



**Şekil 6.8** İkinci derece saçılma mekanizmalarının 2-B geometrisi.

$$\begin{aligned}
u_{O_2O_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) &\simeq \sqrt{2\pi} e^{-i\pi/4} M_-^{[2]}(-k \cos \phi_1) k \sin \phi_1 \frac{e^{ik\rho_1}}{\sqrt{k\rho_1}}, \quad \phi_1 \in (0, 2\pi) \\
u_{O_1O_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) &\simeq \sqrt{2\pi} e^{-i\pi/4} M_-^{[2]}(k \cos \phi_2) k \sin \phi_2 \frac{e^{ik\rho_2}}{\sqrt{k\rho_2}}, \quad \phi_2 \in (0, 2\pi) \\
\vec{H}_{sa\phi O_2O_1}^{TE}(\rho_1, \phi_1) &\simeq \sqrt{2\pi} e^{-i\pi/4} \frac{1}{Z} (\sin \phi_1 \hat{x}_1 - \cos \phi_1 \hat{x}_2) M_-^{[2]}(-k \cos \phi_1) \\
&\quad \times k \sin \phi_1 \frac{e^{ik\rho_1}}{\sqrt{k\rho_1}}, \quad \phi_1 \in (0, 2\pi) \\
\vec{H}_{sa\phi O_1O_2}^{TE}(\rho_2, \phi_2) &\simeq \sqrt{2\pi} e^{-i\pi/4} \frac{1}{Z} (\sin \phi_2 \hat{x}_1 + \cos \phi_2 \hat{x}_2) M_-^{[2]}(k \cos \phi_2) \\
&\quad \times k \sin \phi_2 \frac{e^{ik\rho_2}}{\sqrt{k\rho_2}}, \quad \phi_2 \in (0, 2\pi)
\end{aligned}$$

elde edilir.

### 6.1.9 Saçılan Alanların Uzak Alan Gösterimleri

Uzak alan yaklaşıklıkları  $\frac{e^{ik\rho_1}}{\sqrt{k\rho_1}} \simeq \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{ikl \cos \phi}$ ,  $\frac{e^{ik\rho_2}}{\sqrt{k\rho_2}} \simeq \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{-ikl \cos \phi}$  altında kırınan elektrik ve manyetik alanlar

$$\begin{aligned}
u_d^{TE}(\rho, \phi) &= u_{dO_1}^{TE}(\rho, \phi) + u_{dO_2}^{TE}(\rho, \phi) + u_{O_2O_1}^{TE}(\rho, \phi) + u_{O_1O_2}^{TE}(\rho, \phi) \\
\vec{H}_d^{TE}(\rho, \phi) &= \vec{H}_{dO_1}^{TE}(\rho, \phi) + \vec{H}_{dO_2}^{TE}(\rho, \phi) + \vec{H}_{O_2O_1}^{TE}(\rho, \phi) + \vec{H}_{O_1O_2}^{TE}(\rho, \phi)
\end{aligned}$$

toplamı ile ifade edilebilir. Burada

$$\begin{aligned}
u_{dO_1}^{TE}(\rho, \phi) &\simeq \frac{e^{i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{ikl \cos \phi} \left[ \begin{array}{c} \sec\left(\frac{\phi - \pi/2}{2}\right) F\left(2k\rho \cos^2\left(\frac{\phi - \pi/2}{2}\right)\right) \\ -\sec\left(\frac{\phi + \pi/2}{2}\right) F\left(2k\rho \cos^2\left(\frac{\phi + \pi/2}{2}\right)\right) \end{array} \right] \\
u_{dO_2}^{TE}(\rho, \phi) &\simeq \frac{e^{i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{-ikl \cos \phi} \left[ \begin{array}{c} \sec\left(\frac{\pi/2 - \phi}{2}\right) F\left(2k\rho \cos^2\left(\frac{\pi/2 - \phi}{2}\right)\right) \\ -\sec\left(\frac{3\pi/2 - \phi}{2}\right) F\left(2k\rho \cos^2\left(\frac{3\pi/2 - \phi}{2}\right)\right) \end{array} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_{O_2O_1}^{TE}(\rho, \phi) &\simeq \sqrt{2\pi} e^{-i\pi/4} M_-^{[2]}(-k \cos \phi) k \sin \phi \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{ikl \cos \phi} \\
u_{O_1O_2}^{TE}(\rho, \phi) &\simeq \sqrt{2\pi} e^{-i\pi/4} M_-^{[2]}(k \cos \phi) k \sin \phi \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{-ikl \cos \phi}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{H}_{dO_1}^{TE}(\rho, \phi) = & -\hat{x}_1 \frac{e^{-i3\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2Z} \sin \phi \sqrt{1 - \cos \phi} \sec\left(\frac{\phi - \pi/2}{2}\right) \\ & \times \sec\left(\frac{\phi + \pi/2}{2}\right) F\left(2k\rho \cos^2\left(\frac{\phi + \pi/2}{2}\right)\right) \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{ikl \cos \phi} \\ & + \hat{x}_2 \frac{e^{-i3\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{Z} \sqrt{1 - \cos \phi} \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{ikl \cos \phi}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{H}_{dO_2}^{TE}(\rho, \phi) = & -\hat{x}_1 \frac{e^{-i3\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2Z} \sin \phi \sqrt{1 + \cos \phi} \\ & \times \sec\left(\frac{\pi/2 - \phi}{2}\right) \sec\left(\frac{3\pi/2 - \phi}{2}\right) F\left(2k\rho \cos^2\left(\frac{\pi/2 - \phi}{2}\right)\right) \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{-ikl \cos \phi} \\ & + \hat{x}_2 \frac{e^{-i3\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{Z} \sqrt{1 + \cos \phi} \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{-ikl \cos \phi}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{H}_{O_2O_1}^{TE}(\rho, \phi) \simeq & \sqrt{2\pi} e^{-i\pi/4} \frac{1}{Z} (\hat{x}_1 \sin \phi - \hat{x}_2 \cos \phi) M_-^{[2]}(-k \cos \phi) k \sin \phi \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{ikl \cos \phi} \\ \vec{H}_{O_1O_2}^{TE}(\rho, \phi) \simeq & \sqrt{2\pi} e^{-i\pi/4} \frac{1}{Z} (\hat{x}_1 \sin \phi + \hat{x}_2 \cos \phi) M_-^{[2]}(k \cos \phi) k \sin \phi \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{-ikl \cos \phi}\end{aligned}$$

olarak bulunur.

## 6.2 II. Alt Problem: Durağan Mükemmel Elektrik İletken Şeritten TM Düzlem Dalga Saçılması

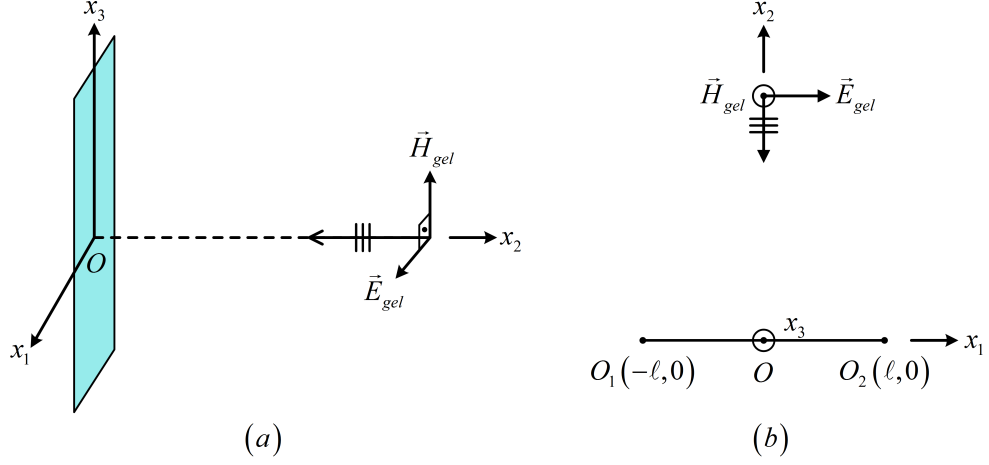
MEİ şeride TM modu dalga geliş durumu da gelen alan ifadeleri Şekil 6.9'da verilen biçimde

$$\begin{cases} \vec{H}_{gel}(\vec{r}) = \hat{x}_3 u_{gel}(x_2), & u_{gel}(x_2) = e^{-ikx_2} \\ \vec{E}_{gel}(\vec{r}) = Z \vec{H}_{gel}(\vec{r}) \times (-\hat{x}_2) = Z e^{-ikx_2} \hat{x}_1 \end{cases}$$

formundadır. Yüzey kaynakları

$$\begin{cases} \frac{d}{dx_1} (\vec{J}_s(x_1) \cdot \hat{x}_1) - i\omega \rho_s(x_1) = 0, & x_1 \in (-\ell, \ell) \\ \vec{J}_s(x_1) \cdot \hat{x}_2 = 0, & x_1 \in (-\ell, \ell), \quad \vec{J}_s(\pm\ell) \cdot \hat{x}_1 = 0 \end{cases}$$

süreklilik denklemini sağlar.  $\vec{E}_{top}$  yerine  $\vec{E}_{saç}$  yazılması ile saçılan alanlar (6.3)-(6.5) denklemlerini sağlar ve



Şekil 6.9 Durağan şeride TM modü geliş durumu (a) 3-B (b) 2-B gösterim.

$$\begin{cases} \vec{H}_{sa\check{c}}(\vec{r}) = \hat{x}_3 u^{TM}(x_1, x_2) \\ \vec{E}_{sa\check{c}}(\vec{r}) = -\frac{1}{i\omega\epsilon} \text{curl} \vec{H}_{sa\check{c}}(\vec{r}) = -\frac{1}{i\omega\epsilon} (\hat{x}_1 \partial_2 u^{TM} - \hat{x}_2 \partial_1 u^{TM}), (x_1, x_2) \notin S \\ \text{div} \vec{E}_{sa\check{c}}(\vec{r}) = \rho_C / \epsilon \end{cases}$$

yapısındadır. Buna göre  $u^{TM}(x_1, x_2)$  alanı üstündeki SDP

$$\begin{cases} (\text{lap} + k^2) u^{TM}(x_1, x_2) = -\text{curl}(J_S(x_1) \delta(x_2) H_S), (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \\ \partial_2 u^{TM}(x_1, +0) - \partial_2 u^{TM}(x_1, -0) = 0, x_1 \in (-\infty, \infty) \\ u^{TM}(x_1, +0) - u^{TM}(x_1, -0) = \begin{cases} -i\omega\mu J_S(x_1), & x_1 \in (-\ell, \ell) \\ 0, & x_1 \in (-\infty, -\ell) \cup (\ell, \infty) \end{cases} \\ \partial_2 u^{TM}(x_1, 0) = ik, x_1 \in (-\ell, \ell) \\ u^{TM}(x_1, 0) = O(1), x_1 \rightarrow \pm\ell \\ \partial_2 u^{TM}(x_1, 0) = \begin{cases} -1 + O(|x_1 + \ell|^{1/2}), & x_1 \rightarrow -\ell \\ -1 + O(|x_1 - \ell|^{1/2}), & x_1 \rightarrow \ell \end{cases} \end{cases}$$

şeklinde kurulur. (6.8)-(6.10) gösterimleri TM modü geliş durumunda da geçerlidir ve  $B = B_- \cap B_+$  şeridinde MWHĐ

$$K(\alpha)P(\alpha) = e^{-i\alpha\ell} \Phi_-(\alpha) + \frac{k}{2\pi\alpha} [e^{i\alpha\ell} - e^{-i\alpha\ell}] + e^{i\alpha\ell} \Phi_+(\alpha) \quad (6.20)$$

olarak elde edilir. Burada

$$\Phi_-(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{-\ell} \partial_2 u^{TM}(x_1, +0) e^{i\alpha(x_1 + \ell)} dx_1, \quad \Phi_-(\alpha) = O(\alpha^{-1}), |\alpha| \rightarrow \infty, \alpha \in B_-$$

$$\Phi_+(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\ell}^{\infty} \partial_2 u^{TM}(x_1, +0) e^{i\alpha(x_1 - \ell)} dx_1, \quad \Phi_-(\alpha) = O(\alpha^{-1}), \quad |\alpha| \rightarrow \infty, \quad \alpha \in B_+$$

$$P(\alpha) = \frac{i}{4\pi} \int_{-\ell}^{\ell} [u^{TM}(x_1, +0) - u^{TM}(x_1, -0)] e^{i\alpha x_1} dx_1$$

biçimindedir. Standart Wiener-Hopf prosedüründe (6.20) denkleminin her iki tarafını  $e^{i\alpha\ell}/\sqrt{k-\alpha}$  ve  $e^{-i\alpha\ell}/\sqrt{k+\alpha}$  ile çarparak ve sırasıyla Cauchy dekompozisyonu uygulayarak

$$\frac{N_-(\alpha)}{\sqrt{k-\alpha}} = -\frac{\sqrt{k}}{2\pi\alpha} + \frac{1}{2\pi i} \int_{L_-} e^{i2\tau\ell} \frac{N_+(\tau)}{\sqrt{k-\tau}} \frac{d\tau}{\tau-\alpha},$$

$$\frac{N_+(\alpha)}{\sqrt{k+\alpha}} = \frac{\sqrt{k}}{2\pi\alpha} - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} e^{-i2\tau\ell} \frac{N_-(\tau)}{\sqrt{k+\tau}} \frac{d\tau}{\tau-\alpha}$$

kupl e integral denklem seti elde edilir. Burada  $N_-(\alpha) = \Phi_-(\alpha) - k/(2\pi\alpha)$  ve  $N_+(\alpha) = \Phi_+(\alpha) + k/(2\pi\alpha)$  sırasıyla  $B_- - \{0\}$  ve  $B_{0+} = \{\alpha = \text{Re}\{\alpha\} + i \text{Im}\{\alpha\} \mid \text{Im}\{\alpha\} > 0\}$  bölgelerinde regüler fonksiyonlardır. İkinci dereceye kadar spektral iterasyon yönteminin uygulanması ile

$$N_+(\alpha) \cong N_+^{[1]}(\alpha) + N_+^{[2]}(\alpha), \quad N_-(\alpha) \cong N_-^{[1]}(\alpha) + N_-^{[2]}(\alpha)$$

$$N_-^{[1]}(\alpha) = -\frac{\sqrt{k}}{2\pi\alpha} \sqrt{k-\alpha}, \quad N_+^{[1]}(\alpha) = \frac{\sqrt{k}}{2\pi\alpha} \sqrt{k+\alpha}$$

$$N_-^{[2]}(\alpha) = \sqrt{k-\alpha} J_-(\alpha), \quad N_+^{[2]}(\alpha) = \sqrt{k+\alpha} J_+(\alpha)$$

$$J_-(\alpha) \triangleq \frac{1}{2\pi i} \int_{L_-} e^{i2\tau\ell} \frac{\tilde{N}_+^{[1]}(\tau)}{\sqrt{k-\tau}} \frac{1}{\tau} \frac{d\tau}{\tau-\alpha}, \quad J_+(\alpha) \triangleq -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} e^{-i2\tau\ell} \frac{\tilde{N}_-^{[1]}(\tau)}{\sqrt{k+\tau}} \frac{1}{\tau} \frac{d\tau}{\tau-\alpha}$$

elde edilir;  $\tilde{N}_{\pm}^{[1]}(\alpha) \triangleq N_{\pm}^{[1]}(\alpha) \alpha$ .  $J_{\pm}(\alpha)$ 'nın  $2k\ell \gg 1$  koşulu altında değerlendirilmesi ile

$$J_+(\alpha) \simeq -e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{k}{\pi}} \frac{\tilde{N}_-^{[1]}(-k)}{\alpha} \frac{e^{i2k\ell}}{\sqrt{2k\ell}} \left[ \frac{F(2(k+\alpha)\ell)}{(k+\alpha)} - \frac{F(2k\ell)}{k} \right]$$

$$J_-(\alpha) \simeq -e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{k}{\pi}} \frac{\tilde{N}_+^{[1]}(k)}{\alpha} \frac{e^{i2k\ell}}{\sqrt{2k\ell}} \left[ \frac{F(2(k-\alpha)\ell)}{(k-\alpha)} - \frac{F(2k\ell)}{k} \right]$$

ifadelerine ulaşılır. Uzak alan yaklaşıklığı altında,  $\phi \in (0, 2\pi)$  aralığında EDİÇ değerlendirmesi birinci ve ikinci derece kırınan alanları

$$u_d^{TM}(\rho, \phi) = u_{dO_1}^{TM}(\rho, \phi) + u_{dO_2}^{TM}(\rho, \phi) + u_{O_2O_1}^{TM}(\rho, \phi) + u_{O_1O_2}^{TM}(\rho, \phi)$$

$$\vec{E}_d^{TM}(\rho, \phi) = \vec{E}_{dO_1}^{TM}(\rho, \phi) + \vec{E}_{dO_2}^{TM}(\rho, \phi) + \vec{E}_{O_2O_1}^{TM}(\rho, \phi) + \vec{E}_{O_1O_2}^{TM}(\rho, \phi)$$

olarak verir; burada

$$u_{dO_1}^{TM}(\rho, \phi) \simeq -\frac{e^{i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{ikl \cos \phi} \left[ \begin{aligned} &\sec\left(\frac{\phi - \pi/2}{2}\right) F\left(2k\rho \cos^2\left(\frac{\phi - \pi/2}{2}\right)\right) \\ &+ \sec\left(\frac{\phi + \pi/2}{2}\right) F\left(2k\rho \cos^2\left(\frac{\phi + \pi/2}{2}\right)\right) \end{aligned} \right]$$

$$u_{dO_2}^{TM}(\rho, \phi) \simeq -\frac{e^{i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{-ikl \cos \phi} \left[ \begin{aligned} &\sec\left(\frac{\pi/2 - \phi}{2}\right) F\left(2k\rho \cos^2\left(\frac{\pi/2 - \phi}{2}\right)\right) \\ &+ \sec\left(\frac{3\pi/2 - \phi}{2}\right) F\left(2k\rho \cos^2\left(\frac{3\pi/2 - \phi}{2}\right)\right) \end{aligned} \right]$$

$$u_{O_2O_1}^{TM}(\rho, \phi) \simeq \sqrt{2\pi} e^{-i3\pi/4} N_-^{[2]}(-k \cos \phi) \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{ikl \cos \phi}$$

$$u_{O_1O_2}^{TM}(\rho, \phi) \simeq \sqrt{2\pi} e^{-i3\pi/4} N_-^{[2]}(k \cos \phi) \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{-ikl \cos \phi}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_{dO_1}^{TM}(\rho, \phi) = & \hat{x}_1 \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{Z}{2} \sin \phi \sqrt{1 - \cos \phi} \sec\left(\frac{\phi - \pi/2}{2}\right) \\ & \times \sec\left(\frac{\phi + \pi/2}{2}\right) F\left(2k\rho \cos^2\left(\frac{\phi + \pi/2}{2}\right)\right) \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{ikl \cos \phi} \\ & - \hat{x}_2 \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} Z \sqrt{1 - \cos \phi} \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{ikl \cos \phi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_{dO_2}^{TM}(\rho, \phi) = & \hat{x}_1 \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{Z}{2} \sin \phi \sqrt{1 + \cos \phi} \sec\left(\frac{\pi/2 - \phi}{2}\right) \\ & \times \sec\left(\frac{3\pi/2 - \phi}{2}\right) F\left(2k\rho \cos^2\left(\frac{\pi/2 - \phi}{2}\right)\right) \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{-ikl \cos \phi} \\ & - \hat{x}_2 \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} Z \sqrt{1 + \cos \phi} \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{-ikl \cos \phi} \end{aligned}$$

$$\vec{E}_{O_2O_1}^{TM}(\rho, \phi) \simeq \sqrt{2\pi} e^{-i\pi/4} Z (\hat{x}_1 \sin \phi - \hat{x}_2 \cos \phi) N_-^{[2]}(-k \cos \phi) \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{ikl \cos \phi}$$

$$\vec{E}_{O_1O_2}^{TM}(\rho, \phi) \simeq \sqrt{2\pi} e^{-i\pi/4} Z (\hat{x}_1 \sin \phi + \hat{x}_2 \cos \phi) N_-^{[2]}(k \cos \phi) \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} e^{-ikl \cos \phi}$$

şeklindedir.

### 6.3 Ana Problem: Dik Eksen Etrafında Dönen Mükemmel Elektrik İletken Şeritten Düzlem Dalga Saçılması

#### 6.3.1 E-çerçevesinde Gelen Alanlar

E-çerçevesinde  $Ox_1x_3$ -düzlemine dik olarak gelen alanlar

$$\begin{cases} \vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) = \text{Re} \{ \vec{E}_{gel}(\vec{r}) e^{-i\omega_{gel}t} \} = \text{Re} \{ \vec{E}_0 u_{gel}(x_2) e^{-i\omega_{gel}t} \} \\ = \hat{x}_3 \text{Re} \{ u_{gel}(x_2) e^{-i\omega_{gel}t} \}, \quad \vec{E}_0 = \hat{x}_3 \end{cases} \quad (6.21a)$$

$$\begin{cases} u_{gel}(x_2) = e^{i\vec{k}_{gel} \cdot \vec{r}} = e^{-ikx_2}, \quad \vec{k}_{gel} = k\hat{n}_{gel}, \quad \hat{n}_{gel} = -\hat{x}_2 \end{cases} \quad (6.21b)$$

$$\begin{cases} \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) = \frac{1}{Z} \hat{n}_{gel} \times \vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) = \text{Re} \{ \vec{H}_0 u_{gel}(x_2) e^{-i\omega_{gel}t} \}, \quad \vec{H}_0 = -\hat{x}_1 \frac{1}{Z} \end{cases} \quad (6.21c)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Gelen alanlar zaman/fazör formda alan ve dalga denklemlerini sağlar.

$$\begin{cases} \text{curl} \vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) + \mu \partial_t \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) = \vec{0} \end{cases} \quad (6.22a)$$

$$\begin{cases} \text{curl} \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) - \epsilon \partial_t \vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) = \vec{0} \end{cases} \quad (6.22b)$$

$$\begin{cases} \text{div} \vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) = 0 \end{cases} \quad (6.22c)$$

$$\begin{cases} \text{div} \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) = 0 \end{cases} \quad (6.22d)$$

$$\left( \text{lap} - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \right) \begin{pmatrix} \vec{E}_{gel}(\vec{r}; t) \\ \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) \end{pmatrix} = \vec{0} \quad (6.23)$$

$$\begin{cases} \vec{k}_{gel} \times \hat{x}_3 - \omega_{gel} \mu \vec{H}_0 = \vec{0} \end{cases} \quad (6.24a)$$

$$\begin{cases} \vec{k}_{gel} \times \vec{H}_0 + \omega_{gel} \epsilon \vec{E}_0 = \vec{0} \end{cases} \quad (6.24b)$$

$$\begin{cases} \vec{k}_{gel} \cdot \vec{E}_0 = 0 \end{cases} \quad (6.24c)$$

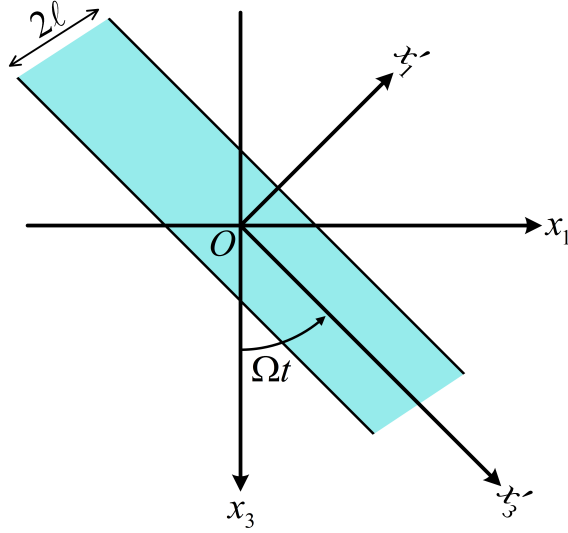
$$\begin{cases} \vec{k}_{gel} \cdot \vec{H}_0 = 0 \end{cases} \quad (6.24d)$$

$$(\text{lap} + k^2) \begin{pmatrix} \vec{E}_{gel}(\vec{r}) \\ \vec{H}_{gel}(\vec{r}) \end{pmatrix} = \vec{0} \quad (6.25)$$

#### 6.3.2 Hareket Mekanizmasının Kinematik Özellikleri

MEİ şerit  $Ox_1x_3$ - düzleminde sabit  $\Omega$  açısal hızı ile dönmektedir. Şeridin yüzeyi Şekil 6.10'da verilen biçimde  $L$ -çerçevesinde

$$S = \{ (x'_1, x'_2, x'_3) | x'_1 \in (-\ell, \ell), x'_2 = 0, x'_3 \in (-\infty, \infty) \}$$



**Şekil 6.10** MEİ şeridin  $E$ - ve  $L$ -çerçevesindeki anlık konumu.

olarak tanımlanmıştır.  $E$ - ve  $L$ -çerçevesinde konum vektörleri sırasıyla

$$\vec{r} = (x_1, x_2, x_3) \text{ ve } \vec{r}' = (x'_1, x'_2, x'_3)$$

şeklindedir ve birbirlerine  $\vec{r} = \bar{\bar{Q}}(t) \cdot \vec{r}'$ ,  $\vec{r}' = \bar{\bar{Q}}^T(t) \cdot \vec{r}$  dönüşümleri ile bağlanır. Dönme matrisi  $\bar{\bar{Q}}(t)$  ve transpozu  $\bar{\bar{Q}}^T(t) = \bar{\bar{Q}}^{-1}(t)$ 'nin açık ifadeleri

$$\bar{\bar{Q}}(t) = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & 0 & \sin(\Omega t) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\Omega t) & 0 & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (6.26a)$$

$$= \hat{x}_1 \hat{x}'_1 \cos(\Omega t) + \hat{x}_1 \hat{x}'_3 \sin(\Omega t) + \hat{x}_2 \hat{x}'_2 - \hat{x}_3 \hat{x}'_1 \sin(\Omega t) + \hat{x}_3 \hat{x}'_3 \cos(\Omega t)$$

$$\bar{\bar{Q}}^T(t) = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & 0 & -\sin(\Omega t) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\Omega t) & 0 & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (6.26b)$$

$$= \hat{x}'_1 \hat{x}_1 \cos(\Omega t) - \hat{x}'_1 \hat{x}_3 \sin(\Omega t) + \hat{x}'_2 \hat{x}_2 + \hat{x}'_3 \hat{x}_1 \sin(\Omega t) + \hat{x}'_3 \hat{x}_3 \cos(\Omega t)$$

biçimindedir. Bu tensörlerin zaman türevleri üzerlerine "." işareti konularak belirtilmiştir.

$$\dot{\bar{\bar{Q}}}(t) = \Omega \begin{bmatrix} -\sin(\Omega t) & 0 & \cos(\Omega t) \\ 0 & 0 & 0 \\ -\cos(\Omega t) & 0 & -\sin(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (6.27a)$$

$$= \Omega \left[ -\hat{x}_1 \hat{x}'_1 \sin(\Omega t) + \hat{x}_1 \hat{x}'_3 \cos(\Omega t) - \hat{x}_3 \hat{x}'_1 \cos(\Omega t) - \hat{x}_3 \hat{x}'_3 \sin(\Omega t) \right]$$

$$\begin{aligned}\dot{\bar{Q}}^T(t) &= \Omega \begin{bmatrix} -\sin(\Omega t) & 0 & -\cos(\Omega t) \\ 0 & 0 & 0 \\ \cos(\Omega t) & 0 & -\sin(\Omega t) \end{bmatrix} \\ &= \Omega [-\hat{x}'_1 \hat{x}_1 \sin(\Omega t) - \hat{x}'_1 \hat{x}_3 \cos(\Omega t) + \hat{x}'_3 \hat{x}_1 \cos(\Omega t) - \hat{x}'_3 \hat{x}_3 \sin(\Omega t)]\end{aligned}\quad (6.27b)$$

Uzaydaki maddesel noktaların hız vektörleri ve  $E$ - ve  $L$ - çerçevelerinde

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \dot{\bar{Q}}(t) \cdot \vec{r}' = \dot{\bar{Q}}(t) \cdot \bar{Q}^T(t) \cdot \vec{r} = \Omega [\hat{x}_1 x_3 - \hat{x}_3 x_1] \quad (6.28a)$$

$$\vec{v}'(\vec{r}'; t) = \dot{\bar{Q}}^T(t) \cdot \vec{r} = \dot{\bar{Q}}^T(t) \cdot \bar{Q}(t) \cdot \vec{r}' \quad (6.28b)$$

$$\vec{v}(\vec{r}; t) = \dot{\bar{Q}}(t) \cdot \bar{Q}^T(t) \cdot \vec{r} = \dot{\bar{Q}}(t) \cdot \bar{Q}^T(t) \cdot \dot{\bar{Q}}(t) \cdot \vec{v}'(\vec{r}'; t) = -\bar{Q}(t) \cdot \vec{v}'(\vec{r}'; t) \quad (6.28c)$$

$$\vec{v}'(\vec{r}'; t) = -\bar{Q}^T(t) \cdot \vec{v}(\vec{r}; t) \quad (6.28d)$$

dönüşümlerini sağlar.

### 6.3.3 $L$ -çerçevesinde Gelen Alanlar

$L$ -çerçevesinde gelen zaman domeni alan ifadeleri HHAD'yi sağlar.

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{gel} + \mu(\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{H}'_{gel} = \vec{0} \\ \text{curl}' \vec{H}'_{gel} - \varepsilon(\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{E}'_{gel} = \vec{0} \\ \text{div}' \vec{E}'_{gel} = 0 \\ \text{div}' \vec{H}'_{gel} = 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} (6.29a) \\ (6.29b) \\ (6.29c) \\ (6.29d) \end{aligned}$$

Burada Lie türevi operatörü

$$\begin{cases} L_{\vec{v}'} \vec{H}'_{gel} = \vec{v}' \text{div}' \vec{H}'_{gel} - \text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{H}'_{gel}) = -\text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{H}'_{gel}) \\ L_{\vec{v}'} \vec{E}'_{gel} = \vec{v}' \text{div}' \vec{E}'_{gel} - \text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{E}'_{gel}) = -\text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{E}'_{gel}) \end{cases}$$

biçimindedir.  $E$ - ve  $L$ -çerçeveleri arası alan dönüşümleri

$$\begin{cases} \vec{E}_{gel} = \bar{Q} \cdot \vec{E}'_{gel}, & \vec{E}'_{gel} = \bar{Q}^T \cdot \vec{E}_{gel} \\ \vec{H}_{gel} = \bar{Q} \cdot \vec{H}'_{gel}, & \vec{H}'_{gel} = \bar{Q}^T \cdot \vec{H}_{gel} \end{cases} \quad \begin{aligned} (6.30a) \\ (6.30b) \end{aligned}$$

ile sağlanır ve MÇDİ gereği

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{curl } \vec{E}_{gel} = \bar{\vec{Q}} \cdot \text{curl}' \vec{E}'_{gel}, \quad \text{curl}' \vec{E}'_{gel} = \bar{\vec{Q}}^T \cdot \text{curl } \vec{E}_{gel} \\ \text{curl } \vec{H}_{gel} = \bar{\vec{Q}} \cdot \text{curl}' \vec{H}'_{gel}, \quad \text{curl}' \vec{H}'_{gel} = \bar{\vec{Q}}^T \cdot \text{curl } \vec{H}_{gel} \\ \partial_t \vec{H}_{gel} = \bar{\vec{Q}} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{H}'_{gel}, \quad (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{H}'_{gel} = \bar{\vec{Q}}^T \cdot \partial_t \vec{H}_{gel} \\ \partial_t \vec{E}_{gel} = \bar{\vec{Q}} \cdot (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{E}'_{gel}, \quad (\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{E}'_{gel} = \bar{\vec{Q}}^T \cdot \partial_t \vec{E}_{gel} \\ \text{div } \vec{E}_{gel} = \text{div}' \vec{E}'_{gel}, \quad \text{div } \vec{H}_{gel} = \text{div}' \vec{H}'_{gel} \end{array} \right.$$

eşitlikleri geçerlidir. Homojen dalga alan bileşenşeri söz konusu olduğunda bu dönüşümler

- Dönme hareketinden bağımsız faz:

$$\vec{k}_{gel} = \vec{k}'_{gel} \cdot \bar{\vec{Q}}^T(t), \quad \vec{r} = \bar{\vec{Q}}(t) \cdot \vec{r}' \rightarrow \vec{k}_{gel} \cdot \vec{r} = \vec{k}'_{gel} \cdot \bar{\vec{Q}}^T(t) \cdot \bar{\vec{Q}}(t) \cdot \vec{r}' = \vec{k}'_{gel} \cdot \vec{r}'$$

- Dönme hareketinden bağımsız alan genlikleri:

$$\vec{W}_{gel}(\vec{r}; t) = \text{Re} \left\{ \vec{W}_0(t) e^{i\vec{k}_{gel} \cdot \vec{r}} e^{-i\omega_{gel}t} \right\}, \quad \vec{W}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \text{Re} \left\{ \vec{W}'_0(t) e^{i\vec{k}'_{gel} \cdot \vec{r}'} e^{-i\omega_{gel}t} \right\}$$

$$\vec{W}'_0(t) = \bar{\vec{Q}}^T(t) \cdot \vec{W}_0, \quad |\vec{W}'_0(t)| = |\vec{W}_0|$$

- Dönme hareketinden bağımsız düzlem dalga:

$$\vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) = \bar{\vec{Q}}^T \cdot \vec{H}_{gel}(\vec{r}; t) = \frac{1}{Z} \bar{\vec{Q}}^T \cdot \bar{\vec{Q}} \cdot (\hat{n}'_{gel} \times \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t)) = \frac{1}{Z} \hat{n}'_{gel} \times \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t)$$

özelliklerini beraberinde getirir. Son özelliğin çıkarılmasında vektör çarpımın

$$\hat{n}_{gel} \times \vec{W}_{gel} = (\bar{\vec{Q}} \cdot \hat{n}'_{gel}) \times (\bar{\vec{Q}} \cdot \vec{W}'_{gel}) = \bar{\vec{Q}} \cdot (\hat{n}'_{gel} \times \vec{W}'_{gel}).$$

rotasyonel değişmezlik özelliği kullanılmıştır. Sonuç olarak  $L$ -çerçevesinde gelen elektrik ve manyetik alanlar

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) = [-\hat{x}'_1 \sin(\Omega t) + \hat{x}'_3 \cos(\Omega t)] \text{Re} \left\{ e^{-ikx'_2} e^{-i\omega_{gel}t} \right\} \end{array} \right. \quad (6.31a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t) = -\frac{1}{Z} [\hat{x}'_1 \cos(\Omega t) + \hat{x}'_3 \sin(\Omega t)] \text{Re} \left\{ e^{-ikx'_2} e^{-i\omega_{gel}t} \right\} \end{array} \right. \quad (6.31b)$$

şeklinde elde edilir.

$L$ -çerçevesinde toplam gelen alanlar TE ve TM modu geliş durumlarının birleşimi şeklinde düşünülebilir;

$$(\vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t), \vec{H}'_{gel}(\vec{r}'; t)) = (\vec{E}'_{gel}^{\parallel}(\vec{r}'; t), \vec{H}'_{gel}^{\perp}(\vec{r}'; t)) + (\vec{E}'_{gel}^{\perp}(\vec{r}'; t), \vec{H}'_{gel}^{\parallel}(\vec{r}'; t)).$$

TE modu gelen dalganın alan bileşenleri  $(\vec{E}_{gel}^{\parallel}(\vec{r}'; t), \vec{H}_{gel}^{\prime\perp}(\vec{r}'; t))$  ve TM modu gelen dalganın alan bileşenleri  $(\vec{E}_{gel}^{\prime\perp}(\vec{r}'; t), \vec{H}_{gel}^{\parallel}(\vec{r}'; t))$

$$\begin{cases} \vec{E}_{gel}^{\parallel}(\vec{r}'; t) = \hat{x}'_3 \cos(\Omega t) \operatorname{Re} \{ e^{-ikx'_2} e^{-i\omega_{gel}t} \} \\ \vec{H}_{gel}^{\prime\perp}(\vec{r}'; t) = \frac{1}{Z} \hat{n}'_{gel} \times \vec{E}_{gel}^{\parallel}(\vec{r}'; t) = -\hat{x}'_1 \frac{1}{Z} \cos(\Omega t) \operatorname{Re} \{ e^{-ikx'_2} e^{-i\omega_{gel}t} \}, \quad \hat{n}'_{gel} = -\hat{x}'_2 \\ \vec{H}_{gel}^{\parallel}(\vec{r}'; t) = -\hat{x}'_3 \frac{1}{Z} \sin(\Omega t) \operatorname{Re} \{ e^{-ikx'_2} e^{-i\omega_{gel}t} \} \\ \vec{E}_{gel}^{\prime\perp}(\vec{r}'; t) = Z \vec{H}_{gel}^{\parallel}(\vec{r}'; t) \times \hat{n}'_{gel} = -\hat{x}'_1 \sin(\Omega t) \operatorname{Re} \{ e^{-ikx'_2} e^{-i\omega_{gel}t} \}, \quad \hat{n}'_{gel} = -\hat{x}'_2 \end{cases}$$

bağıntılarını sağlar.

$$\sin(\Omega t) = \frac{1}{2i} (e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t}), \quad \cos(\Omega t) = \frac{1}{2} (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t})$$

Euler özdeşliklerinden faydalanarak TE ve TM bileşenler

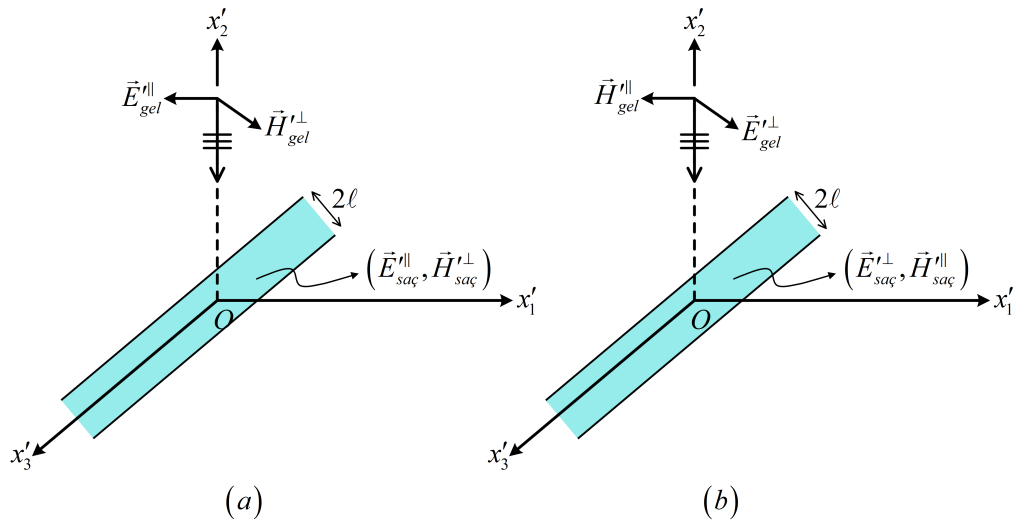
$$\left\{ \begin{aligned} \vec{E}_{gel}^{\parallel}(\vec{r}'; t) &= \hat{x}'_3 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2} e^{-ikx'_2} e^{-i(\omega_{gel}-\Omega)t} \right\} + \hat{x}'_3 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2} e^{-ikx'_2} e^{-i(\omega_{gel}+\Omega)t} \right\} \end{aligned} \right. \quad (6.32a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{H}_{gel}^{\prime\perp}(\vec{r}'; t) &= \hat{x}'_1 \operatorname{Re} \left\{ \frac{-1}{2Z} e^{-ikx'_2} e^{-i(\omega_{gel}-\Omega)t} \right\} + \hat{x}'_1 \operatorname{Re} \left\{ \frac{-1}{2Z} e^{-ikx'_2} e^{-i(\omega_{gel}+\Omega)t} \right\} \end{aligned} \right. \quad (6.32b)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{H}_{gel}^{\parallel}(\vec{r}'; t) &= \hat{x}'_3 \operatorname{Re} \left\{ \frac{-e^{-ikx'_2}}{2iZ} e^{-i(\omega_{gel}-\Omega)t} \right\} + \hat{x}'_3 \operatorname{Re} \left\{ \frac{e^{-ikx'_2}}{2iZ} e^{-i(\omega_{gel}+\Omega)t} \right\} \end{aligned} \right. \quad (6.32c)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{E}_{gel}^{\prime\perp}(\vec{r}'; t) &= \hat{x}'_1 \operatorname{Re} \left\{ \frac{-1}{2i} e^{-ikx'_2} e^{-i(\omega_{gel}-\Omega)t} \right\} + \hat{x}'_1 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2i} e^{-ikx'_2} e^{-i(\omega_{gel}+\Omega)t} \right\} \end{aligned} \right. \quad (6.32d)$$

şeklinde yazılabilir; bu durum Şekil 6.11'de görselleştirilmiştir. Ayrıca bu TE ve TM modu gelen dalgaların her biri  $-\hat{x}'_2$  yönünde ilerleyen  $\omega_{gel} - \Omega$  ve  $\omega_{gel} + \Omega$  açısal frekanslarına sahip iki farklı dalganın toplamı olarak düşünülebilir.



Şekil 6.11 L-çerçevesinde gelen alanların TE ve TM dekompozisyonu.

### 6.3.4 Şerit Üzerinde Konuşlu $L$ -gözlemcisi için Saçılan Alanlar

$S$  yüzeyi üzerinde konuşlu bir  $L$ -gözlemcisi için şerit dışında kalan  $\mathbb{R}_3 \setminus S$  bölgesindeki (kısaca  $L_S$ -çerçevesi) tüm maddesel noktalar  $\vec{v}'(\vec{r}'; t)$  hızı ile hareket halindedir. Bu çerçevede saçılan alanlar HHAD ve ilişkili dalga denklemini sağlar.

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) + \mu(\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = \vec{0} & (6.33a) \\ \text{curl}' \vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) - \varepsilon(\partial_t + L_{\vec{v}'}) \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = \vec{0} & (6.33b) \\ \text{div}' \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = 0 & (6.33c) \\ \text{div}' \vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = 0 & (6.33d) \end{cases}$$

$$\left( \text{lap}' - \frac{1}{c^2} (\partial_t + L_{\vec{v}'})^2 \right) \begin{pmatrix} \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) \\ \vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) \end{pmatrix} = \vec{0}, \quad \vec{r}' \in \mathbb{R}_3 \setminus S \quad (6.34)$$

Burada Lie türevi operatörü

$$\begin{cases} L_{\vec{v}'} \vec{H}'_{sa\check{c}} = \vec{v}' \text{div}' \vec{H}'_{sa\check{c}} - \text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{H}'_{sa\check{c}}) = -\text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{H}'_{sa\check{c}}) \\ L_{\vec{v}'} \vec{E}'_{sa\check{c}} = \vec{v}' \text{div}' \vec{E}'_{sa\check{c}} - \text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{E}'_{sa\check{c}}) = -\text{curl}'(\vec{v}' \times \vec{E}'_{sa\check{c}}) \end{cases}$$

şeklde tanımlıdır.

$L_S$ -çerçevesi,  $L$ -çerçevesindeki şerit üzerinde sınır bağıntılarını belirlemek için kullanılan bir araçtır.  $S$  üzerinde  $\vec{v}' = \vec{0}$  iken HHAD durağan ortamlarda geçerli MD'ye indirgenir. Sınır bağıntıları

$$\begin{cases} \hat{x}'_2 \times [\vec{E}'_{sa\check{c}}(x'_1, +0) - \vec{E}'_{sa\check{c}}(x'_1, -0)] = \vec{0} \\ \hat{x}'_2 \times [\vec{H}'_{sa\check{c}}(x'_1, +0) - \vec{H}'_{sa\check{c}}(x'_1, -0)] = \vec{J}'_S(x'_1) \\ \hat{x}'_2 \cdot [\vec{E}'_{sa\check{c}}(x'_1, +0) - \vec{E}'_{sa\check{c}}(x'_1, -0)] = \rho'_S(x'_1)/\varepsilon \\ \hat{x}'_2 \cdot [\vec{H}'_{sa\check{c}}(x'_1, +0) - \vec{H}'_{sa\check{c}}(x'_1, -0)] = 0 \\ \text{MEİ koşulu: } \hat{x}'_2 \times \vec{E}'_{sa\check{c}}(x'_1, 0) = -\hat{x}'_2 \times \vec{E}'_{gel}(x'_1, 0) \end{cases}, \quad x'_1 \in (-\ell, \ell) \quad (6.35)$$

şeklinde elde edilir.

### 6.3.5 Şerit Dışında Konuşlu $L$ -gözlemcisi için Saçılan Alanlar

MEİ şerit dışında konuşlu bir  $L$ -gözlemcisi için şerit ve  $\mathbb{R}_3$ 'teki tüm maddesel noktalar  $-\vec{v}'(\vec{r}'; t)$  hızı ile hareket ediyor olarak algılanır. Bu gözlemci için alanlar

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) + \mu(\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = \vec{0} \end{cases} \quad (6.36a)$$

$$\begin{cases} \text{curl}' \vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) - \varepsilon(\partial_t + L_{-\vec{v}'}) \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = \vec{J}'_C + \vec{J}_{-\vec{v}'} \end{cases} \quad (6.36b)$$

$$\begin{cases} \text{div}' \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = \rho'_f / \varepsilon \end{cases} \quad (6.36c)$$

$$\begin{cases} \text{div}' \vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = 0 \end{cases} \quad (6.36d)$$

$$\left( \text{lap}' - \frac{1}{c^2} (\partial_t + L_{-\vec{v}'})^2 \right) \begin{pmatrix} \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) \\ \vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) \end{pmatrix} = \vec{0}, \quad \vec{r}' \in \mathbb{R}_3 \setminus S \quad (6.37)$$

denklemleri ile karakterize edilir. Burada,  $\vec{J}'_C$  ve  $\vec{J}_{-\vec{v}'} = -\vec{v}'\rho'_f$  şerit üzerinde tanımlı iletkenlik ve konveksiyon akımlarıdır ve

$$\text{div}' (\vec{J}'_C(\vec{r}'; t) + \vec{J}_{-\vec{v}'}(\vec{r}'; t)) + \partial_t \rho'_f(\vec{r}'; t) = 0$$

süreklilik bağıntısını sağlarlar.

Trigonometrik fonksiyonların diklik özelliğinden faydalanarak, MEİ koşulunun açık ifadesi,

$$\begin{aligned} \hat{x}'_2 \times \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) \Big|_S &= -\hat{x}'_2 \times \vec{E}'_{gel}(\vec{r}'; t) \Big|_S \\ &= -\hat{x}'_2 \times [-\hat{x}'_1 \sin(\Omega t) + \hat{x}'_3 \cos(\Omega t)] \text{Re} \{ e^{-ikx'_2} e^{-i\omega_{gel}t} \} \Big|_{x'_2=0}, \forall t \end{aligned}$$

saçılan alanların

$$\vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = [-\hat{x}'_1 \sin(\Omega t) + \hat{x}'_3 \cos(\Omega t)] \text{Re} \{ u(x'_1, x'_2) e^{-i\omega_{gel}t} \} \quad (6.38)$$

formunda olmasını gerektirir. Burada,  $u(x'_1, x'_2)$  fazör alanı hareketten bağımsız, durağan haldeki şeritten saçılma problemi ile ilişkilidir. (6.38), (6.37)'de yerine konulduğunda  $(\text{lap}' + k^2)u(x'_1, x'_2) = 0$ ,  $\vec{r}' \in \mathbb{R}_3 \setminus S$  Helmholtz denklemini sağlamaktadır. Bu sonuç durağan şerit için alt problemlerde TE ve TM modu düzlem dalga saçılması için elde edilen sonuçların  $L$ -çerçevesinde saçılan toplam alanları bulmak için doğrudan kullanılabileceği anlamına gelmektedir.

$$\begin{aligned} \vec{E}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) &= \vec{E}'_{sa\check{c}}{}^{\parallel}(\vec{r}'; t) + \vec{E}'_{sa\check{c}}{}^{\perp}(\vec{r}'; t), \quad \vec{H}'_{sa\check{c}}(\vec{r}'; t) = \vec{H}'_{sa\check{c}}{}^{\parallel}(\vec{r}'; t) + \vec{H}'_{sa\check{c}}{}^{\perp}(\vec{r}'; t) \\ \vec{E}'_{sa\check{c}}{}^{\parallel}(\vec{r}'; t) &= \hat{x}'_3 \text{Re} \left\{ \frac{1}{2} u^{TE}(\rho', \phi') e^{-i(\omega_{gel} - \Omega)t} \right\} + \hat{x}'_3 \text{Re} \left\{ \frac{1}{2} u^{TE}(\rho', \phi') e^{-i(\omega_{gel} + \Omega)t} \right\} \\ \vec{E}'_{sa\check{c}}{}^{\perp}(\vec{r}'; t) &= \text{Re} \left\{ \frac{-1}{2iZ} \vec{E}'_{sa\check{c}}{}^{TM}(\rho', \phi') e^{-i(\omega_{gel} - \Omega)t} \right\} + \text{Re} \left\{ \frac{1}{2iZ} \vec{E}'_{sa\check{c}}{}^{TM}(\rho', \phi') e^{-i(\omega_{gel} + \Omega)t} \right\} \\ &= \hat{x}'_1 E'_{sa\check{c}1}{}^{\perp}(\rho', \phi') + \hat{x}'_2 E'_{sa\check{c}2}{}^{\perp}(\rho', \phi') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{H}'_{sa\zeta}(\vec{r}'; t) &= \hat{x}'_3 \operatorname{Re} \left\{ \frac{-1}{2iZ} u^{TM}(\rho', \phi') e^{-i(\omega_{gel}-\Omega)t} \right\} + \hat{x}'_3 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2iZ} u^{TM}(\rho', \phi') e^{-i(\omega_{gel}+\Omega)t} \right\} \\
\vec{H}'_{sa\zeta}(\vec{r}'; t) &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2} \vec{H}'_{sa\zeta}{}^{TE}(\rho', \phi') e^{-i(\omega_{gel}-\Omega)t} \right\} + \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2} \vec{H}'_{sa\zeta}{}^{TE}(\rho', \phi') e^{-i(\omega_{gel}+\Omega)t} \right\} \\
&= \hat{x}'_1 H'^{\perp}_{sa\zeta 1}(\rho', \phi') + \hat{x}'_2 H'^{\perp}_{sa\zeta 2}(\rho', \phi')
\end{aligned}$$

Burada  $(\rho', \phi')$  kutupsal koordinatları  $x'_1 = \rho' \cos \phi'$ ,  $x'_2 = \rho' \sin \phi'$  şeklinde tanımlanmaktadır. Buna göre,  $L$ -çerçevesinde toplam saçılan alanlar

$$\vec{E}'_{sa\zeta}(\vec{r}'; t) = \operatorname{Re} \left\{ \left( \frac{1}{2} \hat{x}'_3 u^{TE}(\rho', \phi') + \frac{-1}{2iZ} \vec{E}'_{sa\zeta}{}^{TM}(\rho', \phi') \right) e^{-i(\omega_{gel}-\Omega)t} \right\} \quad (6.39a)$$

$$+ \operatorname{Re} \left\{ \left( \frac{1}{2} \hat{x}'_3 u^{TE}(\rho', \phi') + \frac{1}{2iZ} \vec{E}'_{sa\zeta}{}^{TM}(\rho', \phi') \right) e^{-i(\omega_{gel}+\Omega)t} \right\}$$

$$\begin{aligned}
\vec{H}'_{sa\zeta}(\vec{r}'; t) &= \operatorname{Re} \left\{ \left( \hat{x}'_3 \frac{-1}{2iZ} u^{TM}(\rho', \phi') + \frac{1}{2} \vec{H}'_{sa\zeta}{}^{TE}(\rho', \phi') \right) e^{-i(\omega_{gel}-\Omega)t} \right\} \quad (6.39b) \\
&+ \operatorname{Re} \left\{ \left( \hat{x}'_3 \frac{1}{2iZ} u^{TM}(\rho', \phi') + \frac{1}{2} \vec{H}'_{sa\zeta}{}^{TE}(\rho', \phi') \right) e^{-i(\omega_{gel}+\Omega)t} \right\}
\end{aligned}$$

olarak elde edilir.

### 6.3.6 $E$ -çerçevesinde Kırınan Toplam Elektrik Alan

$E$ -çerçevesinde toplam kırınan alanlar

$$\begin{aligned}
\vec{E}_d(\rho, \phi; t) &= \vec{Q}(t) \cdot \vec{E}'_d(\rho', \phi'; t) \Big|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} = \vec{Q}(t) \cdot (\vec{E}'_d{}^{\parallel}(\vec{r}'; t) + \vec{E}'_d{}^{\perp}(\vec{r}'; t)) \Big|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} \\
&= \operatorname{Re} \left\{ \vec{Q}(t) \cdot \left( \frac{1}{2} \hat{x}'_3 u_d^{TE}(\rho', \phi') + \frac{-1}{2iZ} \vec{E}'_d{}^{TM}(\rho', \phi') \right) \Big|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_{gel}-\Omega)t} \right\} \quad (6.40) \\
&+ \operatorname{Re} \left\{ \vec{Q}(t) \cdot \left( \frac{1}{2} \hat{x}'_3 u_d^{TE}(\rho', \phi') + \frac{1}{2iZ} \vec{E}'_d{}^{TM}(\rho', \phi') \right) \Big|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_{gel}+\Omega)t} \right\}
\end{aligned}$$

ters dönüşümleri ile elde edilir. Kutupsal  $(\rho, \phi)$  koordinatları  $x_1 = \rho \cos \phi$ ,  $x_2 = \rho \sin \phi$  şeklinde tanımlıdır. Kartezyen ve kutupsal koordinatlar  $L$ -çerçevesinden  $E$ -çerçevesine

$$\begin{cases} x'_1 \Rightarrow x_1 \cos(\Omega t) - x_3 \sin(\Omega t) \\ x'_2 \Rightarrow x_2 \\ x'_3 \Rightarrow x_1 \sin(\Omega t) + x_3 \cos(\Omega t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho' = \sqrt{x_1'^2 + x_2'^2} \Rightarrow \sqrt{[x_1 \cos(\Omega t) - x_3 \sin(\Omega t)]^2 + x_2^2} \\ \phi' = \tan^{-1}(x'_2/x'_1) \Rightarrow \tan^{-1}[x_2/(x_1 \cos(\Omega t) - x_3 \sin(\Omega t))] \\ \sin \phi' = x'_2/\rho' \Rightarrow x_2/\sqrt{(x_1 \cos(\Omega t) - x_3 \sin(\Omega t))^2 + x_2^2} \\ \cos \phi' = x'_1/\rho' \Rightarrow [(x_1 \cos(\Omega t) - x_3 \sin(\Omega t)]/\sqrt{(x_1 \cos(\Omega t) - x_3 \sin(\Omega t))^2 + x_2^2} \end{cases}$$

şeklinde dönüştürülür. Bu dönüşümler (6.40)'de yerlerine konulduğunda kırınan toplam elektrik alanın  $E$ -çerçevesindeki Kartezyen bileşenleri

$$\vec{E}_d(\rho, \phi; t) = \hat{x}_1 E_{d1}(\rho, \phi; t) + \hat{x}_2 E_{d2}(\rho, \phi; t) + \hat{x}_3 E_{d3}(\rho, \phi; t) \quad (6.41a)$$

$$E_{d1}(\rho, \phi; t) = -\frac{1}{4} \text{Re} \left\{ \begin{aligned} & i \left( -\frac{1}{Z} E'_{d1}{}^{TM}(\rho', \phi') + u_d^{TE}(\rho', \phi') \right) \Big|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_{gel}-2\Omega)t} \\ & + i \left( \frac{1}{Z} E'_{d1}{}^{TM}(\rho', \phi') - u_d^{TE}(\rho', \phi') \right) \Big|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_{gel}+2\Omega)t} \end{aligned} \right\} \quad (6.41b)$$

$$E_{d2}(\rho, \phi; t) = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \frac{i}{Z} \left[ \begin{aligned} & E'_{d2}{}^{TM}(\rho', \phi') \Big|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_{gel}-\Omega)t} \\ & - E'_{d2}{}^{TM}(\rho', \phi') \Big|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_{gel}+\Omega)t} \end{aligned} \right] \right\} \quad (6.41c)$$

$$E_{d3}(\rho, \phi; t) = \frac{1}{4} \text{Re} \left\{ \begin{aligned} & \left( \frac{1}{Z} E'_{d1}{}^{TM}(\rho', \phi') + u_d^{TE}(\rho', \phi') \right) \Big|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_{gel}-2\Omega)t} \\ & + 2 \left( -\frac{1}{Z} E'_{d1}{}^{TM}(\rho', \phi') + u_d^{TE}(\rho', \phi') \right) \Big|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} e^{-i\omega_{gel}t} \\ & + \left( \frac{1}{Z} E'_{d1}{}^{TM}(\rho', \phi') + u_d^{TE}(\rho', \phi') \right) \Big|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_{gel}+2\Omega)t} \end{aligned} \right\} \quad (6.41d)$$

ve

$$\begin{aligned} E'_{d1}{}^{TM}(\rho', \phi') &\simeq \hat{x}'_1 \cdot [\vec{E}_{dO_1}^{TM}(\rho', \phi') + \vec{E}_{dO_2}^{TM}(\rho', \phi') + \vec{E}_{O_2O_1}^{TM}(\rho', \phi') + \vec{E}_{O_1O_2}^{TM}(\rho', \phi')] \\ E'_{d2}{}^{TM}(\rho', \phi') &\simeq \hat{x}'_2 \cdot [\vec{E}_{dO_1}^{TM}(\rho', \phi') + \vec{E}_{dO_2}^{TM}(\rho', \phi') + \vec{E}_{O_2O_1}^{TM}(\rho', \phi') + \vec{E}_{O_1O_2}^{TM}(\rho', \phi')] \end{aligned}$$

işlemleri ile elde edilir.

Buna göre; gelen elektrik alan  $x_3$ -ekseni yönünde ve  $\omega_{gel}$  açısal frekansa sahipken toplam kırınan elektrik alan  $\vec{E}_d$  her üç Kartezyen bileşene de sahiptir.  $E_{d1}$ ,  $\omega_{gel} - 2\Omega$  ve  $\omega_{gel} + 2\Omega$  açısal frekanslara sahip iki monokromatik dalganın birleşimi iken,  $E_{d2}$   $\omega_{gel} - \Omega$  ve  $\omega_{gel} + \Omega$ ,  $E_{d3}$  ise  $\omega_{gel} - 2\Omega$ ,  $\omega_{gel}$  ve  $\omega_{gel} + 2\Omega$  açısal frekanslara sahip monokromatik dalgalardan oluşmaktadır.

## 6.4 Sayısal Hesaplamalar

Bu kısımda gelen elektrik alanla aynı yönde olan kırınan alan  $E_{d3}$ 'ün sayısal olarak hesaplanmış normalize değerlerinin gözlem açısına göre ve zamana göre çizdirilmiş grafikleri verilmektedir. Alıcı anten  $x_3$ —ekseni boyunca yerleştirilmiş ideal dipol olarak varsayılmış, benzetimler boş uzay ortamında gerçek helikopter pervanesi ve rüzgâr türbini boyutları için seçilen parametreler üzerinden gerçekleştirilmiştir. Benzetimde kullanılan parametreler ve değerleri Tablo 6.2'de verilmiştir.

**Tablo 6.2** Benzetimde kullanılan fiziksel ve geometrik parametreler.

| Parametre                             | Helikopter pervanesi  | Rüzgâr türbini          |
|---------------------------------------|-----------------------|-------------------------|
| frekans ( $f$ ):                      | 10 [GHz]              | 2.7 [GHz]               |
| dalga boyu ( $\lambda$ ):             | 3 [cm]                | 11.11 [cm]              |
| dalga sayısı ( $k$ ):                 | 209.44 [rad/m]        | 56.55 [rad/m]           |
| şerit genişliği ( $2\ell$ ):          | $10\lambda = 30$ [cm] | $24.3\lambda = 2.7$ [m] |
| gözlem yarıçapı ( $\rho_0$ ):         | 2 [m]                 | 3 [km]                  |
| elektiriksel uzaklık ( $k\rho_0$ ):   | 418.88 [m]            | 169650 [rad]            |
| şeridin açısal hızı ( $\Omega$ ):     | $2\pi$ [rad/s]        | $2\pi$ [rad/s]          |
| dönme periyodu ( $T = 2\pi/\Omega$ ): | 1 [s]                 | 1 [s]                   |

$\phi \in [0, \pi]$  aralığında,  $\sqrt{k\rho_0}|E_{d3}(\rho_0, \phi; t)|$  normalize genlik ifadesinin  $Ox_1x_2$ —düzlemi üzerinde  $x_1 = \rho_0 \cos \phi$ ,  $x_2 = \rho_0 \sin \phi$  kutupsal dönüşümleri ile tanımlı  $\rho_0 =$  sabit radyal uzaklık çemberi üzerindeki değişimini temsil etmek üzere helikopter pervanesi için Şekil 6.12-6.13, rüzgâr türbini için Şekil 6.16-6.17 grafikleri üretilmiştir. Şeridin yapısal simetrisi gereği  $|E_{d3}(\rho_0, \phi; t)| = |E_{d3}(\rho_0, \pi + \phi; t)|$  kırınım paternleri simetrik çıkmaktadır; bu nedenle şekillerde sadece  $[0, \pi]$  gözlem aralığındaki değişimler verilmiştir.

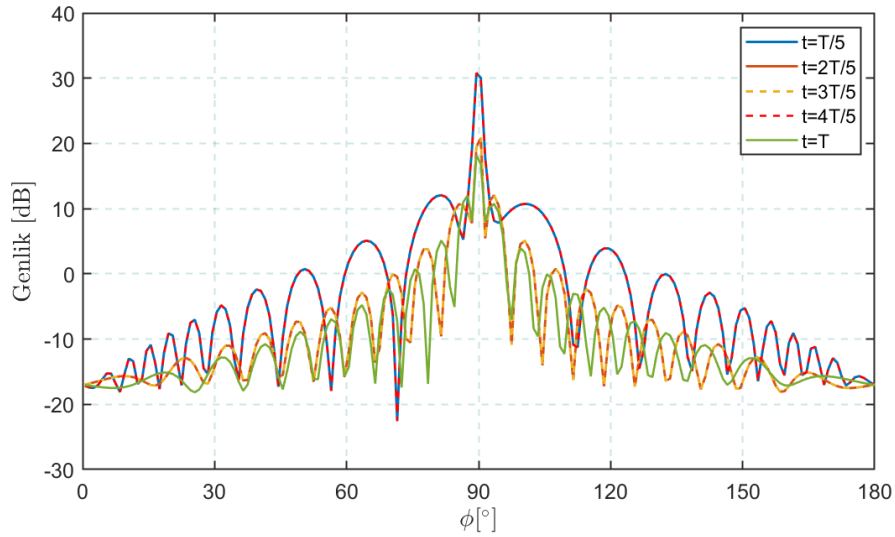
$\sqrt{k\rho_0}|E_{d3}(\rho_0, \phi; t)|$  işaretinin genliği  $T = 2\pi/\Omega$  ile periyodik olduğundan genliğin zamana göre değişimini göstermek amacıyla  $t = nT/5$ ,  $n = 1, 2, 3, 4, 5$  anlarında örnekler alınmış, helikopter pervanesi için Şekil 6.14 ve rüzgâr türbini için Şekil 6.18'de çizdirilmiştir. Her bir örnek anında şerit bir önceki konuma kıyasla  $72^\circ$  dönmüş bulunmaktadır.  $t = T/5$  ve  $t = 4T/5$  anları ile  $t = 2T/5$  ve  $t = 3T/5$  anlarında şerit  $x_3$ —eksenine göre simetriktir; bu nedenle bu örnekleme anı çiftleri için belirli bir gözlem açısında alınan genlik seviyeleri birbirinin aynısıdır. Saçılma

örüntülerini çizdirmek için kullanılan koordinat dönüşümleri

$$\begin{cases} x'_1 \Rightarrow x_1 \cos(\Omega t) \Rightarrow \rho_0 \cos \phi \cos(\Omega t) \\ x'_2 \Rightarrow x_2 = \rho_0 \sin \phi \\ x'_3 \Rightarrow x_1 \sin(\Omega t) \Rightarrow \rho_0 \cos \phi \sin(\Omega t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho' = \sqrt{x'^2_1 + x'^2_2} \Rightarrow \rho_0 \sqrt{1 - \cos^2 \phi \sin^2(\Omega t)}, & \phi' \Rightarrow \tan^{-1} \left( \frac{\tan \phi}{\cos(\Omega t)} \right) \\ \sin \phi' \Rightarrow \frac{\sin \phi}{\sqrt{1 - \cos^2 \phi \sin^2(\Omega t)}}, & \cos \phi' \Rightarrow \frac{\cos \phi \cos(\Omega t)}{\sqrt{1 - \cos^2 \phi \sin^2(\Omega t)}} \end{cases}$$

şeklinde.  $x_2$ —ekseni üzerindeki bir gözlem noktasında toplam (normalize)  $|E_{d3}|$  alan genliğinin bir periyot boyunca ne şekilde değiştiğini gözlemlemek amacıyla helikopter pervanesi ve rüzgâr türbini için sırasıyla Şekil 6.15 ve Şekil 6.19 grafikleri üretilmiştir.



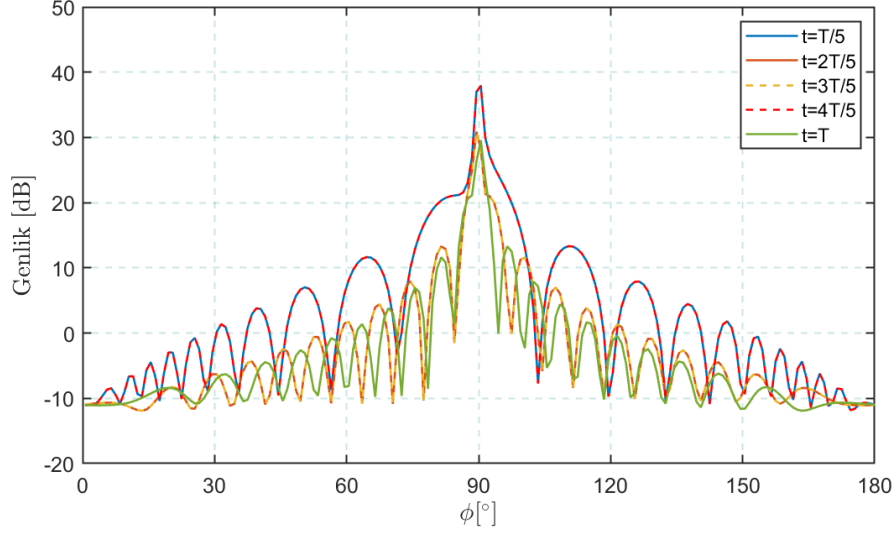
**Şekil 6.12** Helikopter pervanesi için  $\phi \in [0, \pi]$  gözlem açısı aralığında  $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0}/4 \left| \left[ (1/Z) E'^{TM}_{d1}(\rho', \phi') + u_d^{TE}(\rho', \phi') \right] \Big|_{\vec{r}' = \vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} \right| \right)$  değişimi.

#### 6.4.1 Bulgular

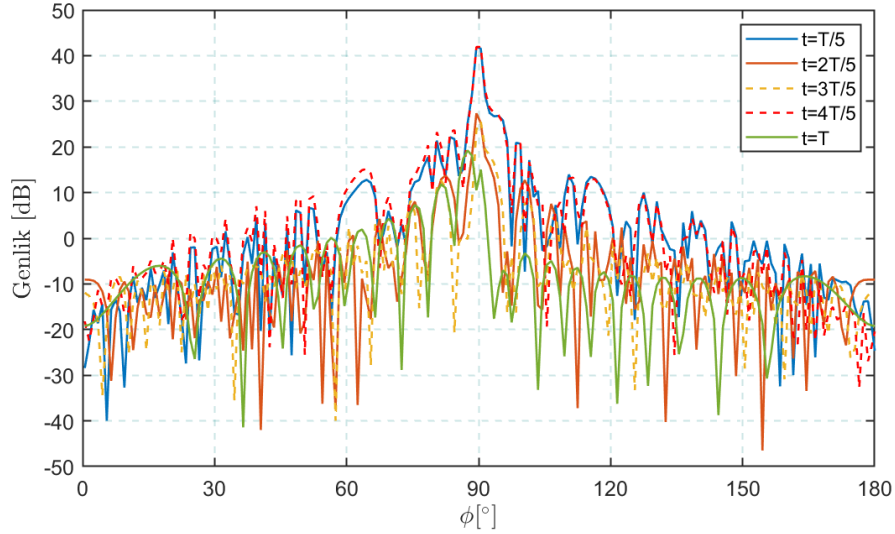
Pervane modülasyonuna ilişkin gerçekleştirilen analitik işlemler ve sayısal benzetimlerden edinilen gözlemler iki alt başlıkta aşağıda verilmiştir:

##### Ortak yönler:

- Kırınan alanın genliği şeridin  $x_1$ —ekseni ile yaptığı dar açıyla ters orantılı olarak değişmektedir.  $t = 0, T$  anlarında şerit  $x_3$ —ekseni boyunca uzanmaktadır



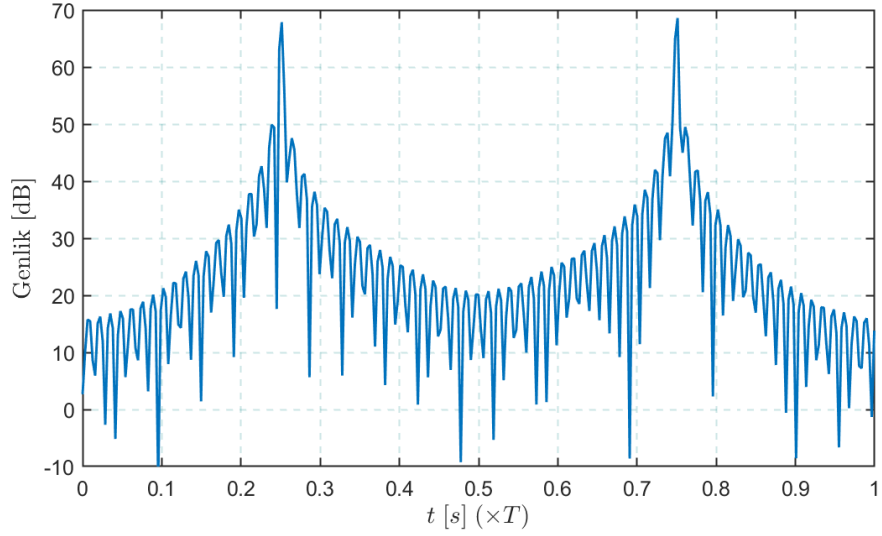
**Şekil 6.13** Helikopter pervanesi için  $\phi \in [0, \pi]$  gözlem açısı aralığında  $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0}/2 \left| \left[ -(1/Z)E_{d1}^{'TM}(\rho', \phi') + u_d^{TE}(\rho', \phi') \right] \right|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t)\cdot\vec{r}} \right)$  değişimi.



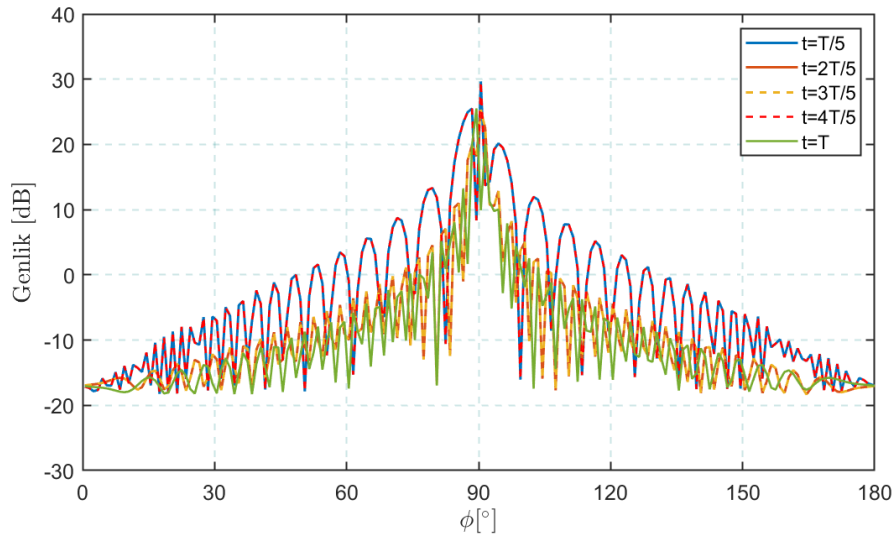
**Şekil 6.14** Helikopter pervanesi için  $\phi \in [0, \pi]$  gözlem açısı aralığında  $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0} |E_{d3}(\rho_0, \phi; t)| \right)$  değişimi.

ve kırınan alan genliği en düşük seviyesindedir. Bu değer  $t = 2T/5, 3T/5$  anlarında daha yüksek,  $t = T/5, 4T/5$  anlarında ise en yüksek seviyesindedir. Bu durumun gerekçesi, şerit  $x_1$ -eksenine yaklaştıkça kırınan alan içerisinde daha yüksek kırınım genliğine sahip TM modu katkısının artmasıdır.

- Kırınan alan yansıma ve gölge sınırlarında ( $\phi = \pi/2, 3\pi/2$ ) en yüksek değerlerine ulaşırken en düşük değerlerini de  $Ox_1x_3$  düzlemi üzerinde, yani  $\phi = 0, \pi$  açıları civarında alır. Şeritlerin elektriksel uzunlukları



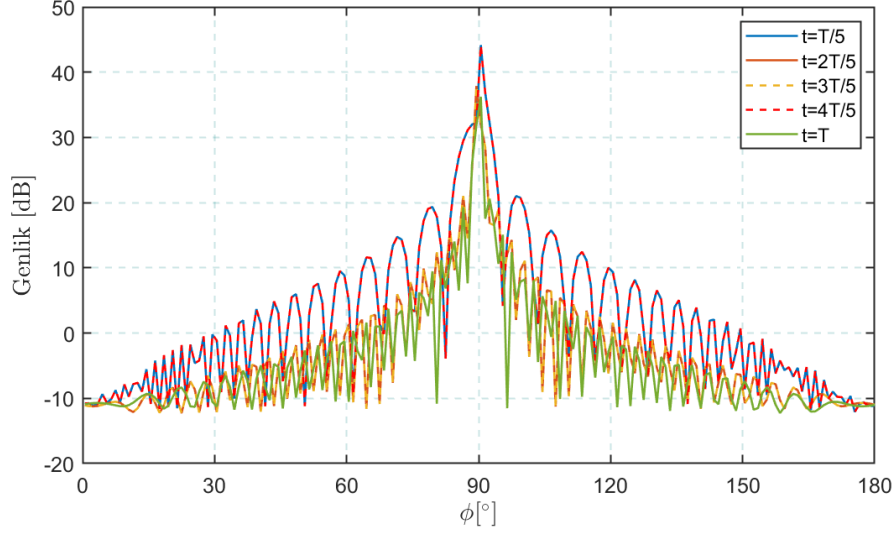
**Şekil 6.15** Helikopter pervanesi için  $t \in (0, T]$  zaman aralığında  $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0} |E_{d3}(\rho_0, \phi = \pi/2; t)| \right)$  değişimi.



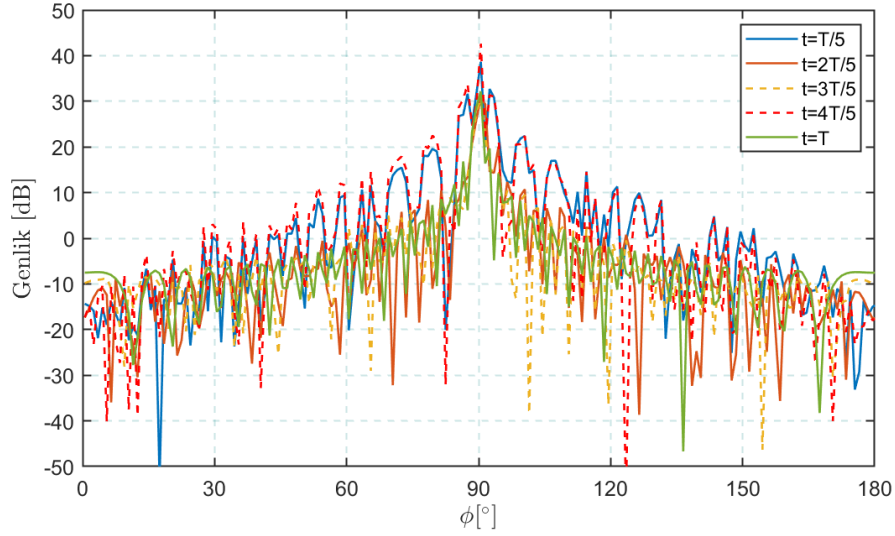
**Şekil 6.16** Rüzgâr türbini için  $\phi \in [0, \pi]$  gözlem açısı aralığında  $20 \log_{10} \left[ \sqrt{k\rho_0}/4 \left| \left( (1/Z) E_{d1}^{'TM}(\rho', \phi') + u_d^{TE}(\rho', \phi') \right) \right|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t) \cdot \vec{r}} \right]$  değişimi.

birbirlerinden farklı olsalar da aynı uyarım altında kırınım teorisinin bir sonucu olarak yansıma/gölge sınırlarında ve  $Ox_1x_3$  düzlemi üzerinde ortak genlik seviyelerinde buluşurlar.

- $\omega_{gel} - 2\Omega$  ve  $\omega_{gel} + 2\Omega$  frekanslı ikinci harmoniklerin genlik değerleri  $-18 \text{ dB} \sim 30 \text{ dB}$  aralığında değişim göstermektedir ve dönme hareketine bağlı olarak alıcısındaki işaret bir  $T$  periyodu boyunca en fazla 10 dB oynama gösterir.
- Sıfırıncı harmoniğin ( $\omega_{gel}$ ) genlik değerleri  $(-10 \text{ dB} \sim 40 \text{ dB})$  aralığında değişim



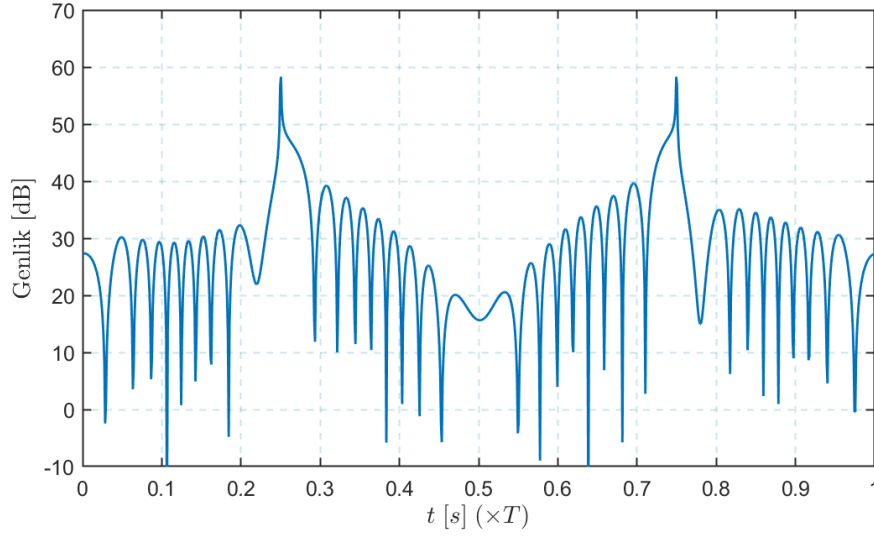
**Şekil 6.17** Rüzgâr türbini için  $\phi \in [0, \pi]$  gözlem açısı aralığında  $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0}/2 \left| \left[ -(1/Z)E_{d1}'^{TM}(\rho', \phi') + u_d^{TE}(\rho', \phi') \right] \right|_{\vec{r}'=\vec{Q}^T(t)\cdot\vec{r}} \right)$  değişimi.



**Şekil 6.18** Rüzgâr türbini için  $\phi \in [0, \pi]$  gözlem açısı aralığında  $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0} \left| E_{d3}(\rho_0, \phi; t) \right| \right)$  değişimi.

göstermektedir.

- Toplam kırınan işaretin seviyesi ise ( $-40 \text{ dB} \sim 40 \text{ dB}$ ) aralığında değişim göstermektedir.
- Yansıma sınırı üzerinde bir  $T$  periyodu boyunca toplam kırınan alan seviyesi  $30 \text{ dB}$  civarında değişim gösterir.



**Şekil 6.19** Rüzgâr türbini için  $t \in (0, T]$  zaman aralığında  $20 \log_{10} \left( \sqrt{k\rho_0} |E_{d3}(\rho_0, \phi = \pi/2; t)| \right)$  değişimi.

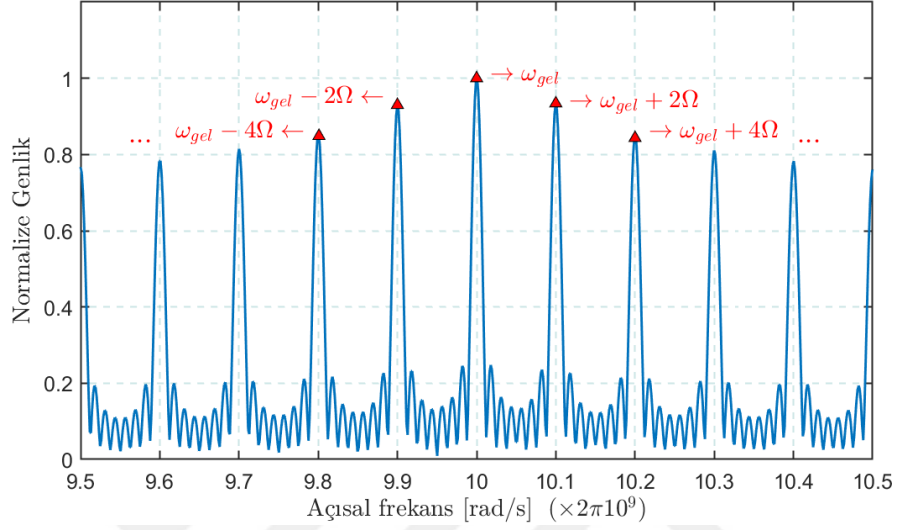
#### Farklı yönler:

- Rüzgâr türbini kanadı genişliğinin helikopter pervanesine göre daha büyük elektriksel uzunluğa sahip olması nedeniyle hemen tüm gözlem açılarında rüzgâr türbin kanadından kırılan alan seviyesi ve dilimlenme (lob) sayısı çok daha yüksektir. Bu farkın en belirgin olduğu bölge yansıma ve gölge sınır çizgisi civarındır ve 10 dB değerini bulmaktadır.
- Rüzgâr türbini kanadından kırınım mekanizmasının genlik seviyesinde daha derin dip noktalar gözlenmektedir.

#### 6.4.2 Temsilî Normalize $E_{d3}$ Spektrumu

Bu kısımda helikopter pervanesinden kırılan  $E_{d3}$  alanı genliğinin temsilî frekans spektrumuna ilişkin benzetim sonuçları verilmektedir. Diğer tüm geometrik ve fiziksel parametreler Tablo 6.2’de helikopter pervanesi sütununda verilenler ile aynı kalmak kaydıyla,  $\Omega = 2\pi \times 5 \cdot 10^7$  [rad/s] şeklinde seçilmiştir. Bu seçimin sebebi grafik üzerinde PM nedeniyle oluşan harmoniklerin ana harmonikten görsel olarak ayrışmasını sağlamaktır. Helikopter pervanesinin gerçek mekanik açısal hız aralığında bir değer seçmemiz durumunda bu mekanik açısal hız pervane üzerine gelen EM dalganın açısal frekansına kıyasla çok çok küçük kalacağından grafik üzerinde görsel olarak ayrışan harmoniklerin oluşturacağı bir spektrum görmek mümkün olmamaktadır. Bu nedenle verilen spektrum temsilîdir.  $E_{d3}(\rho_0, \phi = \pi/2; t)$ ’ün  $t = (0, 4T]$  aralığında 15080 örnekten oluşan veri dizisi üretilmiştir; burada  $T = 2\pi/\Omega$ ’dır. Ardından bu veri üzerinde  $2^{17}$  noktalı ayırık Fourier dönüşümü MATLAB™

HFD algoritması ile uygulanmış, elde edilen sonuçlar Şekil 6.20’de verilmiştir. Verilen spektrum ana harmoniğin genliğine göre normalize edilmiştir. Buna göre  $\omega_{gel} \pm 2\Omega$  frekanslarında oluşan ilk harmonikler 0.93 genliğe sahiptir, ardından gelen harmonikler de beklenildiği üzere  $2\Omega$  aralıklarla ve azalan genlik değerleriyle belirmektedir.



Şekil 6.20  $\sqrt{k\rho_0}E_{d3}(\rho_0, \phi = \pi/2; t)$  genlik spektrumu,  $t \in (0, 4T]$ .

# 7

## SONUÇ VE ÖNERİLER

### Sonuç

Bu tez çalışmasında Hertz Elektrodinamiği Yasaları çerçevesinde çeşitli hareket mekanizmalarına sahip MEİ kanonik yapılardan elektromanyetik dalga saçılması olayları incelenmiştir. Bu hareketli kanonik yapıların ilk üçü düzgün doğrusal hareket halindeki, sabit ivmeli doğrusal hareket halindeki ve dik eksen etrafında dönen MEİ düzlemlerdir. Düzgün doğrusal hareket halindeki düzlemden uzay dalgası yansımaya ilişkin elde edilen sonuçlar Tablo 7.1’de özetlenmiştir.  $\beta$  ve  $\phi_{gel}$  ikilisinin

**Tablo 7.1** Düzgün doğrusal hareket halindeki MEİ düzlemden yansıma parametreleri.

|                | Düzleme paralel hareket                                          | Düzleme dik hareket                        |
|----------------|------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| $\omega_{yan}$ | $\omega_{gel}/(1 + 2\beta \cos \phi_{gel})$                      | $\omega_{gel}(1 + 2\beta \sin \phi_{gel})$ |
| $\phi_{yan}$   | $\cos^{-1}(\cos(\pi - \phi_{gel})/(1 + 2\beta \cos \phi_{gel}))$ | $\pi - \phi_{gel}$                         |
| $R_{TE}$       | -1                                                               | -1                                         |
| $R_{TM}$       | $\sin \phi_{gel}/\sin \phi_{yan}$                                | 1                                          |

aldığı değerlere bağlı olarak ve geliş açısı yüzeye yaklaştığı durumlarda daha olası olmak üzere  $|\cos \phi_{yan}| > 1$  durumunda yüzey dalgası yansıması meydana gelmektedir.

Sabit ivmeli düzgün doğrusal hareket durumunda dalga yansıması düzgün doğrusal hareket durumuna benzemekle birlikte  $\beta$  yerine spektral bağılılığı olan  $\beta(\omega)$  gelmektedir. Bu hareket tipinde yansıyan elektrik alan ifadeleri  $t > 0$  için Tablo 7.2’de verilmiştir. Manyetik alanlar ise  $\vec{H}_{yan} = \hat{k}_{yan} \times \vec{E}_{yan}/Z$  ile hesaplanır.

Dik eksen etrafında dönen MEİ düzlemden yansıma olayında dönme hareketinin yansıma mekanizmasına bir etkisi gözlemlenmemiş; MEİ düzlem hareketsiz iken gerçekleşen yansıma olayı ile aynı sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçlar Tablo 7.3 ile verilmiştir.

**Tablo 7.2**  $\vec{a} = \text{sabit}$  ivmesi ile hareket halindeki MEİ düzlemden yansıyan dalga.

|                         |                                                                                                                                                                                                    |
|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Düzleme paralel hareket | $\vec{E}_{yan} = \text{Re} \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \vec{E}_0 \int_L A(\omega) e^{i\vec{k}_{yan}(\omega) \cdot \vec{r}} e^{-i\frac{\omega_{gel}t}{1-2\omega/\omega_{gel}}} d\omega \right\}$ |
| Düzleme dik hareket     | $\vec{E}_{yan} = -\vec{E}_0 \cos(\vec{k}_{yan} \cdot \vec{r} - \omega_{gel}t + 2\vec{k}_{gel} \cdot \vec{a} t^2)$                                                                                  |

**Tablo 7.3** Dik eksen etrafında dönen MEİ düzlemden yansıma parametreleri.

|                | Dairesel hareket   |
|----------------|--------------------|
| $\omega_{yan}$ | $\omega_{gel}$     |
| $\phi_{yan}$   | $\pi - \phi_{gel}$ |
| $R_{TE}$       | -1                 |
| $R_{TM}$       | 1                  |

Düzgün doğrusal hareket halindeki bir MEİ yarım düzlemden saçılan alanlar yansıma ve kırınım olmak üzere iki ayrı mekanizmadan kaynaklanmaktadır. MEİ yarım düzlem ve MEİ düzlemden yansıma mekanizmaları aynı şekilde gerçekleşmektedir ve Tablo 7.1’de verilen bilgiler burada da geçerlidir.  $\beta$ ,  $\phi_{gel}$  ikilisinin aldığı değerlere bağlı olarak yansıma mekanizması yüzey dalgası veya uzay dalgası şeklinde meydana gelmektedir.

Kırınım mekanizması HE yasaları kapsamında  $L$ -çerçevesinde kırınan alanların WHT ile hesaplanması ve elde edilen sonuçların  $E$ -çerçevesine dönüşümü ile analiz edilmiştir. Burada yine  $\beta$ ,  $\phi_{gel}$  ikilisinin aldığı değerlere bağlı olarak uzay veya yüzey dalgası mekanizmaları meydana gelmektedir. Kırınım katsayısı uzay dalgası saçılması için ( $|\cos \phi_{yan}| \leq 1$ );

$$D(k\rho'; \pi - \phi_{yan}, \phi') = -\frac{R_{TM}}{2} \sqrt{k\rho'} \times \left[ \begin{aligned} &\varpi \left( e^{i\pi/4} \sqrt{2k\rho'} \left| \cos \left( \frac{\phi' + \phi_{yan} - \pi}{2} \right) \right| \right) \\ &+ \varpi \left( e^{i\pi/4} \sqrt{2k\rho'} \left| \cos \left( \frac{\phi' - \phi_{yan} + \pi}{2} \right) \right| \right) \end{aligned} \right]$$

ve yüzey dalgası saçılması için ( $|\cos \phi_{yan}| > 1$ )

$$D(k\rho'; \pi - \phi_{yan}, \phi') = -\frac{R_{TM}}{2} \sqrt{k\rho'} \times \left[ \begin{aligned} &\varpi \left( e^{i\pi/4} \sqrt{2k\rho'} \cos \left( \frac{\phi' + \phi_{yan} - \pi}{2} \right) \right) \\ &+ \varpi \left( e^{i\pi/4} \sqrt{2k\rho'} \cos \left( \frac{\phi' - \phi_{yan} + \pi}{2} \right) \right) \end{aligned} \right]$$

biçiminde hesaplanmaktadır.

Dik eksen etrafında sabit açısal hız ile dönen MEİ şeride dik gelen dalgaının saçılma

analizi HE yasaları çerçevesinde WHT ile gerçekleştirilmiştir. MEİ şeride dik gelen dalganın saçılması ile oluşan harmonikler Tablo 7.4'te verilmiştir.

**Tablo 7.4** Dik eksen etrafında dönen MEİ şeritten saçılan harmonikler.

|             | Harmonikler                                                    |
|-------------|----------------------------------------------------------------|
| $x_1$ -yönü | $\omega_{gel} - 2\Omega, \omega_{gel} + 2\Omega$               |
| $x_2$ -yönü | $\omega_{gel} - \Omega, \omega_{gel} + \Omega$                 |
| $x_3$ -yönü | $\omega_{gel} - 2\Omega, \omega_{gel}, \omega_{gel} + 2\Omega$ |

Bu problem literatürde pervane modülasyonu olarak anılan olayın anlaşılmasında çok kritik öneme sahiptir. Bu bağlamda dönen MEİ şerit için elde edilen analitik ifadeler gerçek helikopter pervanesi ve rüzgâr türbini kanadı ebatları için sayısal benzetimlere tabi tutulmuş, elde edilen sonuçlar grafikler halinde verilmiştir. Bu sonuçlara göre pervanenin veya türbin kanadının bir tur dönmesi saçılan alanların genliğinde 30 ~ 50 dB değişimlere sebebiyet verdiği gözlemlenmiştir.

Saçılan alanların genliğinde meydana gelen bu sert değişimlerin

- hem TE, hem de TM modu dalgaların kırınım mekanizmalarına eş zamanlı katılımı,
- şeridin (mekanik) momentumu nedeniyle kırılan alanın kuvvetlenmesi,
- şeridin ayrıtları arasında kırılan alanların çoklu etkileşimleri nedeniyle alan genliklerinin artıp azalması

durumlarından kaynaklandığı yorumu yapılabilir.

Uzak alanda alınan işaretin genliğinin serbest uzay kaybı  $20 \log_{10}(\sqrt{k\rho_0})$  nedeniyle azalmasının, dönen pervanenin bağıl bozucu etkisini azaltmadığı gözlemlenebilir. Yani pervane modülasyonu, serbest uzay koşullarında her mesafede etkilidir.

## İleriye Yönelik Çalışmalar

Gelecek dönemde pervane modülasyonu konusunda elde edilen mevcut analitik sonuçların doğrulanması için laboratuvar deney ve ölçüm prosedürlerinin geliştirilmesi ve pervane modülasyonunu daha gerçekçi şartlar altında analiz etmek amacıyla analitik/hesaplamalı yöntemler ile laboratuvar ölçümlerinin yapılması planlanmaktadır. Bu bağlamda planlanan araştırmalar:

- tek şeritli pervane yapısından sonlu uzunluklu, çok şeritli pervane yapısına geçiş yapılması: Bu durumda saçılan dalga, fizik optik yüzey indüksiyon akımlarını destekleyen düz MEİ plakaların ışıma alanlarının bir süperpozisyonu olarak düşünülebilir. Tek bir MEİ plakadan saçılmanın analitik sonuçları [73] çalışmasında elde edilmiştir. Bu yüzey fizik optik formülasyonu, ayırtlardan kırılan alan katkılarını dikkate alarak ve gerçek helikopter/rüzgâr türbinlerinin tam bünye benzetimlerini elde etmek amacıyla kavisli yüzeyler için uygun baz fonksiyonlarının kullanımıyla daha da geliştirilecektir.
- yeryüzü şekillerinden kaynaklanan etkileri hesaba katmak amacıyla formülasyona [74] çalışmasında durağan hâl için geliştirilene benzer biçimde ve uygun Green fonksiyonları ile bir kayıplı yarı-uzay toprak düzleminin dahil edilmesi,
- rüzgâr türbini kulesi ve rotor yatağını modelleyen kanonik geometrilerin probleme dahil edilmesi,
- homojen monokromatik dalga yerine gerçek zamanlı haberleşme ve/veya radar dalga formlarının kullanılması,
- dönen tekli ve çoklu pervane konfigürasyonlarından kaynaklanan saçılmanın oluşturacağı Doppler spektrumlarının ölçülmesi,

şeklindedir.

Planlanan bu çalışmalar ile:

- helikopter-uydu-helikopter haberleşmesinde meydana gelen pervane modülasyonunun tespit edilip uygun şekilde filtrelenmesi için gereken yöntem ve prosedürlerin geliştirilmesi, haberleşme kalitesinin artırılması,
- askeri/sivil hava tarama ve takip radarlarının, meteoroloji radarlarının alıcılarında rüzgâr türbinlerinden kaynaklanan pervane modülasyonu etkisinin belirlenmesi ve yanlış alarm sinyallerinin önlenmesi için algoritmaların geliştirilmesi,
- kullanım alanları sürekli artış eğiliminde olan askeri veya sivil insansız hava aracı, drone gibi pervane kullanan küçük ölçekli hava araçlarının oluşturdukları pervane modülasyonu sayesinde tespit ve takibi,
- pervane barındıran bir hedeften saçılan dalga içinde mevcut olan pervane açısall dönüş frekansı ( $\Omega$ ) bilgisinin tespit edilmesi ile hedef cismin türünün teşhis edilebilmesi, dost/düşman ayrımının yapılabilmesi,

- gelen EM dalganın doğrudan görüş hattında olmasa bile jet motoru barındıran savaş uçağı, güdümlü füze vb. gibi uçan cisimlerin motor kısmında bulunan pervanelerden kaynaklanacak modülasyon etkisinin tespit edilmesi, bu tür hedeflerin tanımlanması konusunda ayırt edici bilgilerin sağlanması,
- yüksek devir hızları ile dönen askeri, tıbbi, bilimsel veya endüstriyel sistemlerin dönüş hızlarının temassız bir şekilde tespit edilmesi,

gibi yüksek öneme sahip konulara bilimsel katkı sağlanması hedeflenmektedir.



- [1] J. C. Maxwell, "VIII. A dynamical theory of the electromagnetic field," *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, no. 155, pp. 459–512, 1865. DOI: 10.1098/rstl.1865.0008.
- [2] H. Hertz, "Ueber die grundgleichungen der electrodynamik für bewegte körper," *Annalen der Physik*, vol. 277, no. 11, pp. 369–399, 1890.
- [3] O. Heaviside, *Electromagnetic Theory Vol. 1*. Electrician Printing and Publishing Company, 1893.
- [4] A. Einstein, "Zur elektrodynamik bewegter körper," *Annalen der physik*, vol. 4, 1905.
- [5] A. Einstein, "Die grundlage der allgemeinen relativitätstheorie," in *Das Relativitätsprinzip*, Springer, 1923, pp. 81–124.
- [6] A. Sommerfeld, *Electrodynamics*. New York, Academic Press, 1952.
- [7] S. Borkar, R. F. Yang, "Reflection of electromagnetic waves from oscillating surfaces," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 23, no. 1, pp. 122–127, 1975.
- [8] J. Van Bladel, D. De Zutter, "Reflections from linearly vibrating objects: Plane mirror at normal incidence," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 29, no. 4, pp. 629–637, 1981. DOI: 10.1109/TAP.1981.1142645.
- [9] L. A. Pobedonostsev, "Experimental studies of the doppler effect," *Chinese Journal of Systems Engineering and Electronics*, vol. 6, no. 4, pp. 115–128, 1995.
- [10] H. W. Thim, "Absence of the relativistic transverse doppler shift at microwave frequencies," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 52, no. 5, pp. 1660–1664, 2003. DOI: 10.1109/TIM.2003.817916.
- [11] A. Sfarti, "Comment on "the case of absence of transverse doppler effect"," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 59, no. 2, pp. 494–495, 2010. DOI: 10.1109/TIM.2009.2034324.
- [12] H. Thim, "Response: The case of absence of transverse doppler effect," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 59, no. 2, pp. 495–495, 2010. DOI: 10.1109/TIM.2009.2034326.
- [13] R. R. Hatch, *Escape from Einstein*. Kneat Kompany, 1992.
- [14] A. L. Kholmetskii, "On the non-invariance of the faraday law of induction," *Apeiron*, vol. 10, no. 1, p. 32, 2003.
- [15] C. Truesdell, R. Toupin, "The classical field theories," in *Principles of classical mechanics and field theory / Prinzipien der Klassischen Mechanik und Feldtheorie*, Springer, 1960, pp. 226–858.

- [16] C. Truesdell, W. Noll, *The Non-linear Field Theories of Mechanics*. Springer Heidelberg, 1965.
- [17] M. Frewer, "More clarity on the concept of material frame-indifference in classical continuum mechanics," *Acta Mechanica*, vol. 202, pp. 213–246, 2009.
- [18] C. Christov, "On the analogy between the maxwell electromagnetic field and the elastic continuum," *Annuaire de L'Universite de Sofia*, vol. 95, pp. 109–121, 2001.
- [19] C. I. Christov, "On the material invariant formulation of maxwell's displacement current," *Foundations of Physics*, vol. 36, no. 11, pp. 1701–1717, 2006.
- [20] C. Christov, "On the nonlinear continuum mechanics of space and the notion of luminiferous medium," *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, vol. 71, no. 12, e2028–e2044, 2009.
- [21] C. I. Christov, "Frame indifferent formulation of maxwell's elastic-fluid model and the rational continuum mechanics of the electromagnetic field," *Mechanics Research Communications*, vol. 38, no. 4, pp. 334–339, 2011.
- [22] B. Polat, "On the axiomatic structure of hertzian electrodynamics," *TWMS Journal of Applied and Engineering Mathematics*, vol. 2, no. 1, pp. 17–41, 2012.
- [23] B. Polat, "Scattering by a moving pec plane and a dielectric half-space in hertzian electrodynamics," *TWMS Journal of Applied and Engineering Mathematics*, vol. 2, no. 2, pp. 123–144, 2012.
- [24] B. Polat, "Scattering by a moving circular cylinder in hertzian electrodynamics," *Selcuk University Research Center of Applied Mathematics*, 2012.
- [25] B. Polat, R. Daşbaşı, "Validation of hertzian electromagnetism in a rectangular waveguide with rotating pec termination," in *2019 Photonics Electromagnetics Research Symposium - Spring (PIERS-Spring)*, 2019, pp. 2850–2856. DOI: 10.1109/PIERS-Spring46901.2019.9017394.
- [26] B. Polat, R. Daşbaşı, "Plane wave reflection by a pec plane in harmonic motion," in *2020 International Conference on Electrical, Communication, and Computer Engineering (ICECCE)*, 2020, pp. 1–6. DOI: 10.1109/ICECCE49384.2020.9179436.
- [27] B. Polat, R. Daşbaşı, "On conservation of electromotive force in hertzian electrodynamics," in *2020 International Conference on Electrical, Communication, and Computer Engineering (ICECCE)*, 2020, pp. 1–6. DOI: 10.1109/ICECCE49384.2020.9179200.
- [28] B. Polat, R. Daşbaşı, "Hertzian formulation of scattering by moving pec bodies," in *2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW)*, 2020, pp. 486–493. DOI: 10.1109/UkrMW49653.2020.9252730.
- [29] J. L. Lawson, G. E. Uhlenbeck, *Threshold Signals*. McGraw-Hill, 1950.
- [30] R. M. Ashby, F. W. Martin, J. L. Lawson, "Modulation of radar signals from airplanes," RL Report, Tech. Rep. 914, 1946.
- [31] I. Kadar, "An analysis of helicopter rotor modulation interference," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-9, no. 3, pp. 434–441, 1973. DOI: 10.1109/TAES.1973.309729.

- [32] M. K. Moaveni, "Radio interference in helicopter-borne pulse doppler radars," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-14, no. 2, pp. 319–328, 1978. DOI: 10.1109/TAES.1978.308654.
- [33] M. K. Moaveni, M. Mohseni, "Near-field analysis of helicopter rotating blades modulation interference," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-15, no. 1, pp. 47–57, 1979. DOI: 10.1109/TAES.1979.308795.
- [34] H. E. Green, "Electromagnetic backscattering from a helicopter rotor in the decametric wave band regime," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, no. 4, pp. 501–509, 1994. DOI: 10.1109/8.286218.
- [35] K. K. Chan, F. Tremblay, S. Laird, "Physical optics analysis of rotating blades in a cylinder," in *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. 1995 Digest*, vol. 1, 1995, pp. 34–37. DOI: 10.1109/APS.1995.529958.
- [36] J. L. Whitrow, W. G. Cowley, "An analysis of the radar cross-section of helicopter rotors," DSTO Tech. Rep. ERL-0398-TR, Tech. Rep., 1987.
- [37] K. Marák, T. Pető, S. Bilicz, S. Gyimóthy, J. Pávó, "Electromagnetic simulation of rotating propeller blades for radar detection purposes," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 54, no. 3, pp. 1–4, 2018. DOI: 10.1109/TMAG.2017.2752904.
- [38] Z. Zhou, J. Huang, "Influence of rotor dynamic scattering on helicopter radar cross-section," *Sensors*, vol. 20, no. 7, p. 2097, 2020.
- [39] Z. Zhou, J. Huang, J. Wang, "Compound helicopter multi-rotor dynamic radar cross section response analysis," *Aerospace Science and Technology*, vol. 105, p. 106047, 2020.
- [40] I. Lahaie, D. Sengupta, "Scattering of electromagnetic waves by a slowly rotating rectangular metal plate," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 27, no. 1, pp. 40–46, 1979. DOI: 10.1109/TAP.1979.1142020.
- [41] Y.-S. Sun, N.-H. Myung, "Analysis of electromagnetic scattering by a rotating rotor with flat blades," in *Proceedings of ICCS'94*, IEEE, vol. 3, 1994, pp. 1044–1048.
- [42] G. A. Somers, D. M. Bruno, "Spectral characteristics of electromagnetic wave scattering by rotating propellers and its effect on clutter discrimination," in *Proceedings of IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium and URSI National Radio Science Meeting*, vol. 1, 1994, pp. 144–147. DOI: 10.1109/APS.1994.407827.
- [43] T.-L. Yang, S.-S. Bor, "Comparison of monostatic doppler and radar cross-section spectra by rotating multiple skew-plated metal fan blades," *International journal of electronics*, vol. 72, no. 4, pp. 659–668, 1992.
- [44] S.-S. Bor, T.-L. Yang, S.-Y. Yang, "Radar cross-sectional spectra of rotating multiple skew-plated metal fan blades by physical optics / physical theory of diffraction, equivalent currents approximation," *Japanese journal of applied physics*, vol. 31, no. 5R, p. 1549, 1992.
- [45] I. Tardy, G. -. Piau, P. Chabrat, J. Rouch, "Computational and experimental analysis of the scattering by rotating fans," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, no. 10, pp. 1414–1421, 1996. DOI: 10.1109/8.537337.

- [46] K. K. Chan, R. Martin, F. Tremblay, "Scattering from a cylinder with two sets of rotating blades," in *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium 1997. Digest*, vol. 1, 1997, pp. 274–277. DOI: 10.1109/APS.1997.630139.
- [47] C. R. Birtcher, C. A. Balanis, D. DeCarlo, "Rotor-blade modulation on antenna amplitude pattern and polarization: Predictions and measurements," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 41, no. 4, pp. 384–393, 1999. DOI: 10.1109/15.809828.
- [48] A. C. Polycarpou, C. A. Balanis, "Rotor modulation of helicopter antenna characteristics," in *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. Transmitting Waves of Progress to the Next Millennium. 2000 Digest. Held in conjunction with: USNC/URSI National Radio Science Meeting (C)*, vol. 3, 2000, pp. 1322–1325. DOI: 10.1109/APS.2000.874448.
- [49] A. C. Polycarpou, C. A. Balanis, A. Stefanov, "Helicopter rotor-blade modulation of antenna radiation characteristics," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 49, no. 5, pp. 688–696, 2001. DOI: 10.1109/8.929622.
- [50] P. Pouliguen, L. Lucas, F. Muller, S. Quete, C. Terret, "Calculation and analysis of electromagnetic scattering by helicopter rotating blades," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 50, no. 10, pp. 1396–1408, 2002. DOI: 10.1109/TAP.2002.800693.
- [51] J. Van Bladel, "Electromagnetic fields in the presence of rotating bodies," *Proceedings of the IEEE*, vol. 64, no. 3, pp. 301–318, 1976. DOI: 10.1109/PROC.1976.10111.
- [52] J. Van Bladel, *Relativity and Engineering*. Springer-Verlag, 1984.
- [53] D. Censor, "The quasi lorentz transformation for rotating objects," in *2012 IEEE 27th Convention of Electrical and Electronics Engineers in Israel*, 2012, pp. 1–5. DOI: 10.1109/EEEI.2012.6377053.
- [54] V. C. Chen, H. Ling, *Time-Frequency Transforms for Radar Imaging and Signal Analysis*. Artech House, 2002.
- [55] V. C. Chen, F. Li, S. .-. Ho, H. Wechsler, "Micro-doppler effect in radar: Phenomenon, model, and simulation study," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 42, no. 1, pp. 2–21, 2006. DOI: 10.1109/TAES.2006.1603402.
- [56] R. Melino, C. Bourne, H.-T. Tran, "Modelling helicopter radar backscatter," Defence Science, Technology Organisation Edinburgh (Australia) Electronic Warfare, and Radar Division, Tech. Rep., 2011.
- [57] V. C. Chen, D. Tahmoush, W. J. Miceli, *Radar Micro-Doppler Signatures*. Institution of Engineering and Technology, 2014.
- [58] B. Yuan, Z. Chen, S. Xu, "Micro-doppler analysis and separation based on complex local mean decomposition for aircraft with fast-rotating parts in isar imaging," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 52, no. 2, pp. 1285–1298, 2014. DOI: 10.1109/TGRS.2013.2249588.
- [59] G. Point, L. Savy, "Simple modelling of the radar signature of helicopters," in *International Conference on Radar Systems (Radar 2017)*, IET, 2017, pp. 1–6. DOI: 10.1049/cp.2017.0425.

- [60] P. Sathe, A. Dyana, K. P. Ray, D. Shashikiran, A. Vengadarajan, "Helicopter main and tail rotor blade parameter extraction using micro-doppler," in *2018 19th International Radar Symposium (IRS)*, 2018, pp. 1–10. DOI: 10.23919/IRS.2018.8448242.
- [61] V. C. Chen, *The Micro-Doppler Effect in Radar*. Artech House, 2019.
- [62] T. Senior, D. L. Sengupta, J. E. Ferris, "TV and FM interference by windmills," University of Michigan. Radiation Laboratory, Tech. Rep., 1977.
- [63] "Report to the congressional defense committees on the effect of windmill farms on military readiness," Office of the Director of Defense Research, Engineering, Undersecretary for Space, and Sensor Systems, Tech. Rep., 2006.
- [64] J. Sandifer, T. Crum, E. Ciardi, R. Guenther, "A way forward: Wind farm—weather radar coexistence," *WINDPOWER 2009*, 2009.
- [65] R. Daşbaşı, B. Polat, "An analytical approach to rotor blade modulation," *Wave Motion*, vol. 105, p. 102762, 2021. DOI: 10.1016/j.wavemoti.2021.102762.
- [66] B. Noble, *Methods Based on the Wiener-Hopf Technique for the Solution of Partial Differential Equations*. Pergamon Press New York, 1959.
- [67] M. Abramowitz, I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions, with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover Publications, 1974.
- [68] G. P. Poppe, C. M. Wijers, "More efficient computation of the complex error function," *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, vol. 16, no. 1, pp. 38–46, 1990.
- [69] S. M. Abrarov, B. M. Quine, R. K. Jagpal, "A sampling-based approximation of the complex error function and its implementation without poles," *Applied Numerical Mathematics*, vol. 129, pp. 181–191, 2018.
- [70] M. Idemen, A. Alkumru, "Relativistic scattering of a plane-wave by a uniformly moving half-plane," *IEEE transactions on antennas and propagation*, vol. 54, no. 11, pp. 3429–3440, 2006.
- [71] A. Büyükaksoy, A. H. Serbest, G. Uzgören, "Secondary diffraction of plane waves by an impedance strip," *Radio science*, vol. 24, no. 04, pp. 455–464, 1989.
- [72] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 7th Ed. Academic press, 2007.
- [73] B. Polat, R. Daşbaşı, "Free space doppler analysis and rcs of a moving pec plate under physical optics approximation," in *2021 8th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ICEEE)*, 2021, pp. 27–31. DOI: 10.1109/ICEEE52452.2021.9415919.
- [74] B. Polat, R. Daşbaşı, "Physical optics scattering by a pec plate located vertically over a dielectric half-space," *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 88, pp. 151–173, 2020. DOI: 10.2528/PIERB20052802.

# A

## DOĞRUSAL VE DAİRESEL HAREKETİN KİNEMATİĞİ

---

Hacimsel  $\mathcal{D}$  bölgesindeki genel bir doğrusal  $\vec{v}(\vec{r}; t)$  hız vektörü ve  $\vec{a}(\vec{r}; t)$  ivmesi ile hareket eden bir elektromanyetik kaynağa ilişkin senaryo Şekil A.1'de verilmiştir. Burada kaynak Tx ile gösterilmiştir. Rx ile gösterilen alıcı  $Ox_1x_2x_3t$  Kartezyen koordinat sisteminin merkezindedir. Kaynağın bulunduğu hareketli hacimsel bölgenin yerel Kartezyen koordinatları  $Ox'_1x'_2x'_3t$  olarak verilmiştir. Üslü değişkenler ile verilen bu koordinat sistemine göre kaynak hareket etmemektedir. Sürekli hâl mekaniği terminolojisinde hareketli bölgenin üzerinde  $Ox'_1x'_2x'_3t$  sistemi içinde bulunan gözlemciye Lagrange gözlemcisi (kısaca  $L$ -gözlemcisi), hareketsiz  $Ox_1x_2x_3t$  sisteminde bulunan gözlemciye ise Euler gözlemcisi (kısaca  $E$ -gözlemcisi) denilmektedir.  $L$ -gözlemcisi için Tx durağandır, Rx ise  $\vec{v}'(\vec{r}'; t)$  hızı ve  $\vec{a}'(\vec{r}'; t)$  ivmesi ile hareket ediyor olarak görünür.

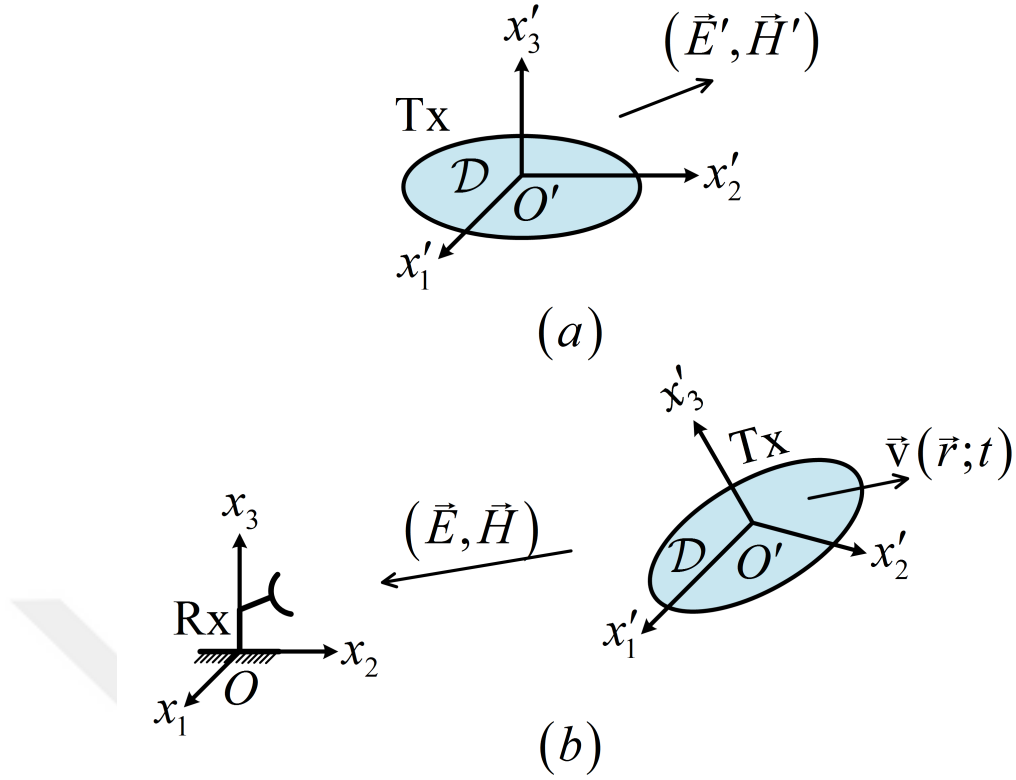
Kaynaktan ışınan alanlar  $E$ -gözlemcisine göre  $\vec{E}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{H}$  ile  $L$ -gözlemcisine göre  $\vec{E}', \vec{D}', \vec{B}', \vec{H}'$  ile ifade edilmektedir. Sabit koordinatlar (üssüz) ile hareketli (üslü) koordinatlar arasında  $x'_i = f'_i(x_j; t)$  ve  $x_i = f_i(x'_j; t)$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ ,  $f_i, f'_i \in C^2(\mathbb{R}_3)$  dönüşümleri geçerlidir. Bu dönüşümler ile sabit referans koordinatlar ile hareketli bünyenin lokal ortogonal eğrisel koordinatları arasında geçiş yapılabilir. Toplam/indis notasyonu kullanarak konum vektörleri  $\vec{r} = \hat{x}_i x_i$  ve  $\vec{r}' = \hat{x}'_i x'_i$  şeklinde ifade edilmektedir.  $E$ - ve  $L$ -gözlemcisi için diferansiyel çizgi, yüzey ve hacim elemanları

$$\begin{cases} d\vec{C} = \bar{\bar{F}} \cdot d\vec{C}' & (A.1a) \\ d\vec{S} = J\bar{\bar{F}}^{-T} \cdot d\vec{S}' & (A.1b) \\ d\vartheta = Jd\vartheta' & (A.1c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} d\vec{C}' = \bar{\bar{F}}^{-1} \cdot d\vec{C} & (A.1d) \\ d\vec{S}' = (1/J)\bar{\bar{F}}^T \cdot d\vec{S} & (A.1e) \\ d\vartheta' = (1/J)d\vartheta & (A.1f) \end{cases}$$

biçimindedir. Burada  $\bar{\bar{F}}$  deformasyon gradyanı tensörü ve  $J = \det[F_{ij}] > 0$  anlık hacimsel deformasyonu gösteren Jacobi determinatıdır. Bu tensör alanların elemanları dyadik gösterim ile

$$\begin{cases} \bar{\bar{F}} = \text{grad}' \vec{r} = F_{ij} \hat{x}_i \otimes \hat{x}'_j, & F_{ij} = \partial'_j x_i & (A.1g) \\ \bar{\bar{F}}^{-1} = \text{grad} \vec{r}' = F_{ij}^{-1} \hat{x}'_i \otimes \hat{x}_j, & F_{ij}^{-1} = \partial_j x'_i & (A.1h) \end{cases}$$



**Şekil A.1** Hareket halindeki bir elektromanyetik kaynaktan ışınan alanlar (a)  $L$ -gözlemcisine göre (b)  $E$ -gözlemcisine göre

şeklinde. Burada  $\partial_j$  ve  $\partial'_j$  kısmi türev operatörünün kısa gösterilmiş halidir ve açık ifadeleri  $\partial_j = \partial/\partial x_j$  ve  $\partial'_j = \partial/\partial x'_j$  şeklindedir.  $\bar{\bar{F}}$  ve  $J$ 'nin tek değerli olarak bulunabilmesi için (A.1) denklemleri ile verilen tüm dönüşümlerin birebir, örten ve sürekli türevlenebilir olduğu varsayılmaktadır.

Hacimsel  $\mathcal{D}$  bölgesini dolduran cismin katı olması, yani deforme edilemez, sıkıştırılmaz olması (İng. *rigid*)

$$\bar{\bar{F}}^{-1} = \bar{\bar{F}}^T \quad \text{veya} \quad \bar{\bar{F}}^T \bar{\bar{F}} = \bar{\bar{I}} \quad (\text{A.2a})$$

$$D_{\vec{v}} J = J \operatorname{div} \vec{v} \quad (\text{A.2b})$$

eşitliklerinin sağlanmasını gerektirir. Burada

$$D_{\vec{v}} = \partial_t + \vec{v} \cdot \operatorname{grad} \quad (\text{A.2c})$$

konvektif türev operatörüdür. Bu türev işlemi materyal türev veya Lagrange Türevi olarak da bilinir. Üst simge olarak verilen  $T$  ilgili tensörün diyadik transpozunu ifade eder,  $\bar{\bar{I}} = \hat{x}_i \hat{x}'_i$  ise birim diyadtır. Birim diyadın tersi ise  $\bar{\bar{I}}^{-1} = \bar{\bar{I}}^T = \hat{x}'_i \hat{x}_i$  şeklindedir. Maddesel parçacıkların  $E$ - ve  $L$ -gözlemcisine göre hız ve ivmeleri

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}(\vec{r}; t) = \partial_t \vec{r}|_{x'_j=\text{sabit}} = \hat{x}_i \partial_t f_i(x'_j; t)|_{x'_j=\text{sabit}} \\ \vec{a}(\vec{r}; t) = \partial_t \vec{v}(\vec{r}; t)|_{x'_j=\text{sabit}} = \hat{x}_i \partial_t^2 f_i(x'_j; t)|_{x'_j=\text{sabit}} = D_{\vec{v}} \vec{v}(\vec{r}; t) \end{array} \right. \quad (\text{A.3a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}(\vec{r}; t) = \partial_t \vec{r}|_{x'_j=\text{sabit}} = \hat{x}_i \partial_t f_i(x'_j; t)|_{x'_j=\text{sabit}} \\ \vec{a}(\vec{r}; t) = \partial_t \vec{v}(\vec{r}; t)|_{x'_j=\text{sabit}} = \hat{x}_i \partial_t^2 f_i(x'_j; t)|_{x'_j=\text{sabit}} = D_{\vec{v}} \vec{v}(\vec{r}; t) \end{array} \right. \quad (\text{A.3b})$$

$$\begin{cases} \vec{v}'(\vec{r}'; t) = \partial_t \vec{r}'|_{x'_j=sabit} = \hat{x}'_i \partial_t f'_i(x_j; t)|_{x'_j=sabit} & (A.3c) \\ \vec{a}'(\vec{r}'; t) = \partial_t \vec{v}'(\vec{r}'; t)|_{x'_j=sabit} = \hat{x}'_i \partial_t^2 f'_i(x_j; t)|_{x'_j=sabit} = D_{\vec{v}'} \vec{v}'(\vec{r}'; t) & (A.3d) \end{cases}$$

olarak elde edilir. Burada,  $\partial_t^n = \partial^n / \partial t^n$ ,  $n = 1, 2$  ve  $D_{\vec{v}'} = \partial_t + \vec{v}' \cdot \text{grad}'$  şeklindedir. Eğer dönüşümde cismin veya bölgenin hacmi korunuyorsa  $\text{div} \vec{v}(\vec{r}; t) = 0$  ve  $J D_{\vec{v}} = 0$  olur.

## A.1 Düzgün Doğrusal Hareket

Şekil A.1'de verilen bünyenin  $t = 0$  anından başlamak üzere düzgün doğrusal hareket yaptığını varsayalım. Bu durumda harekete ilişkin denklemler

$$\begin{cases} \vec{r} = \bar{\bar{I}} \cdot \vec{r} + \vec{v} t H(t) & (A.4a) \\ \vec{v}(t) = \vec{v} H(t), \quad \vec{v} = \hat{v}_i G_i, \quad \hat{v}_i = \text{sabit}, \quad G_i = \text{sabit} & (A.4b) \\ \vec{a}(t) = \vec{0}, \quad t > 0 & (A.4c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{r}' = \bar{\bar{I}}^{-1} \cdot [\vec{r} - \vec{v} t H(t)] & (A.4d) \\ \vec{v}'(t) = -\bar{\bar{I}}^{-1} \cdot \vec{v}(t) & (A.4e) \\ \vec{a}'(t) = \vec{0}, \quad t > 0 & (A.4f) \end{cases}$$

olarak elde edilir. Bu denklemler *Galilei Dönüşümleri* olarak anılmaktadır. Burada deformasyon gradyanı tensörü  $\bar{\bar{F}} = \bar{\bar{I}}$ , Jacobi Determinantı  $J = 1$  ve Heaviside birim basamak fonksiyonu  $H(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$  şeklindedir.

## A.2 Genel Doğrusal Hareket

$$\begin{cases} \vec{r} = \bar{\bar{I}} \cdot \vec{r}' + \vec{c}(t) & (A.5a) \\ \vec{v}(t) = \dot{\vec{c}}(t) & (A.5b) \\ \vec{a}(t) = \ddot{\vec{c}}(t) & (A.5c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{r}' = \bar{\bar{I}}^{-1} \cdot [\vec{r} - \vec{c}(t)] & (A.5d) \\ \vec{v}'(t) = -\bar{\bar{I}}^{-1} \cdot \dot{\vec{c}}(t) = -\bar{\bar{I}}^{-1} \cdot \vec{v}(t) & (A.5e) \\ \vec{a}'(t) = -\bar{\bar{I}}^{-1} \cdot \ddot{\vec{c}}(t) = -\bar{\bar{I}}^{-1} \cdot \vec{a}(t) & (A.5f) \end{cases}$$

olarak elde edilir. Burada  $\vec{c}(t)$  genel öteleme vektörüdür. Değişkenlerin üzerinde bulunan tek ve çift nokta işaretleri değişkene sırasıyla bir ve iki kez adi zaman türevi uygulanması anlamına gelmektedir. Burada yine,  $\bar{\bar{F}} = \bar{\bar{I}}$ ,  $J = 1$  olarak yerlerini almıştır.

### Özel Durum: Sabit İvmeli Doğrusal Hareket

$$\begin{cases} \vec{v}(t) = \vec{a}t H(t), \quad \vec{a} = \text{sabit} \\ \vec{c}(t) = \int_{-\infty}^t \vec{v}(\tau) d\tau = \frac{1}{2} \vec{a}t^2 H(t) \end{cases} \quad \begin{matrix} (A.6a) \\ (A.6b) \end{matrix}$$

### A.3 Dairesel Hareket

$$\begin{cases} \vec{r} = \bar{\bar{Q}}(t) \cdot \vec{r}' + \vec{c}(t) & (A.7a) \\ \vec{r}' = \bar{\bar{Q}}^{-1}(t) \cdot [\vec{r} - \vec{c}(t)] = \bar{\bar{Q}}^T(t) \cdot [\vec{r} - \vec{c}(t)] & (A.7b) \\ \vec{v}(\vec{r}; t) = \dot{\bar{\bar{Q}}} \cdot \vec{r}' + \dot{\vec{c}} = \dot{\bar{\bar{Q}}} \cdot \bar{\bar{Q}}^T \cdot (\vec{r} - \vec{c}) + \dot{\vec{c}} & (A.7c) \\ \vec{v}'(\vec{r}'; t) = \dot{\bar{\bar{Q}}}^T \cdot (\vec{r} - \vec{c}) - \bar{\bar{Q}}^T \cdot \dot{\vec{c}} = \dot{\bar{\bar{Q}}}^T \cdot \bar{\bar{Q}} \cdot \vec{r}' - \bar{\bar{Q}}^T \cdot \dot{\vec{c}} = -\bar{\bar{Q}}^T \cdot \dot{\bar{\bar{Q}}} \cdot \vec{r}' - \bar{\bar{Q}}^T \cdot \dot{\vec{c}} & (A.7d) \end{cases}$$

Burada  $\bar{\bar{Q}}(t)$  dönme diyadiğı,  $\vec{c}(t)$  genel öteleme vektörüdür. Katı bünyeler için  $\bar{\bar{Q}}^{-1}(t) = \bar{\bar{Q}}^T(t)$ ,  $\bar{\bar{Q}}_{ij} = \hat{x}_i \cdot \hat{x}'_j$  ve  $\bar{\bar{F}} = \bar{\bar{Q}}$ ,  $J = 1$  şeklindedir. (A.7c), (A.7d) eşitlikleri (A.7a) veya (A.7b)'de yerine konularak  $E$ - ve  $L$ -gözlemcisi için konum, hız ve ivme vektörleri

$$\begin{cases} \vec{r} = \bar{\bar{Q}}(t) \cdot \vec{r}' + \vec{c}(t) & (A.8a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{v}(\vec{r}; t) = -\dot{\bar{\bar{Q}}}(t) \cdot \vec{v}'(\vec{r}'; t) & (A.8b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{a}(\vec{r}; t) = -\dot{\dot{\bar{\bar{Q}}}}(t) \cdot \vec{v}'(\vec{r}'; t) = \bar{\bar{Q}}(t) \cdot \vec{a}'(\vec{r}'; t) & (A.8c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{r}' = \bar{\bar{Q}}^T(t) \cdot (\vec{r} - \vec{c}(t)) & (A.8d) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{v}'(\vec{r}'; t) = -\dot{\bar{\bar{Q}}}^T(t) \cdot \vec{v}(\vec{r}; t) & (A.8e) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{a}'(\vec{r}'; t) = -\dot{\dot{\bar{\bar{Q}}}^T}(t) \cdot \vec{v}(\vec{r}; t) = \bar{\bar{Q}}^T(t) \cdot \vec{a}(\vec{r}; t) & (A.8f) \end{cases}$$

denklemleri ile elde edilir. Bünyenin bir eksen etrafında öteleme hareketi olmaksızın dönmesi durumunda  $\vec{c}(t) = \vec{0}$  yazılır.

## TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR

---

### İletişim Bilgileri:

#### Makale

1. R. Daşbaşı and B. Polat, "An Analytical Approach to Rotor Blade Modulation" Wave Motion, Vol. 105, 2021, doi: 10.1016/j.wavemoti.2021.102762.
2. R. Daşbaşı and B. Polat, "Plane Wave Scattering by a PEC Half-Plane in Uniform Rectilinear Motion," Progress In Electromagnetics Research B, Vol. 89, 111–132, 2020, doi:10.2528/PIERB20061004.

#### Konferans Bildirisi

1. B. Polat and R. Daşbaşı, "Hertzian Formulation of Scattering by Moving PEC Bodies," 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW), Kharkiv, Ukraine, 2020, pp. 486–493, doi: 10.1109/UkrMW49653.2020.9252730.
2. B. Polat and R. Daşbaşı, "Plane Wave Reflection by a PEC Plane in Harmonic Motion," 2020 International Conference on Electrical, Communication, and Computer Engineering (ICECCE), Istanbul, Turkey, 2020, pp. 1–6, doi: 10.1109/ICECCE49384.2020.9179436.
3. B. Polat and R. Daşbaşı, "Validation of Hertzian Electromagnetism in a Rectangular Waveguide with Rotating PEC Termination," 2019 Photonics & Electromagnetics Research Symposium - Spring (PIERS-Spring), Rome, Italy, 2019, pp. 2850–2856, doi: 10.1109/PIERS-Spring46901.2019.9017394.

#### Proje

1. Hertz Elektrodinamiğinde Kanonik Saçılma Problemleri, YTÜ BAP Koordinatörlüğü Doktora Tez Projesi: FDK-2019-3680