T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ÖZEL YETENEKLİ ÖĞRENCİLERE YÖNELİK TASARLANAN TEKNOLOJİ DESTEKLİ GEOMETRİ ÖĞRETİM MODÜLÜNÜN İSPAT VE MUHAKEME SÜREÇLERİ AÇISINDAN İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

DERYA ZENGİN
0000-0001-9854-9664

BURSA-2024

T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ÖZEL YETENEKLİ ÖĞRENCİLERE YÖNELİK TASARLANAN TEKNOLOJİ DESTEKLİ GEOMETRİ ÖĞRETİM MODÜLÜNÜN İSPAT VE MUHAKEME SÜREÇLERİ AÇISINDAN İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

Derya ZENGİN
0000-0001-9854-9664

Danışman:
Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

BURSA-2024

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim.

Derya ZENGİN

Tarih: 12/06/2024

TEZ YAZIM KILAVUZU'NA UYGUNLUK ONAYI

"Özel Yetenekli Öğrencilere Yönelik Tasarlanan Teknoloji Destekli Geometri Öğretim Modülünün İspat Ve Muhakeme Süreçleri Açısından İncelenmesi" adlı Doktora tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan	Danışman
Derya ZENGİN	Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Başkanı
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOKTORA BENZERLİK YAZILIM RAPORU

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 12/06/2024

Tezin Başlığı: Özel Yetenekli Öğrencilere Yönelik Tasarlanan Teknoloji Destekli Geometri Öğretim Modülünün İspat ve Muhakeme Süreçleri Açısından İncelenmesi

Yukarıda başlığı verilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç, Tartışma ve Öneriler kısımlarından oluşan toplam 337 sayfalık kısmına ilişkin, 20/05/2024 tarihinde şahsım tarafından turnitin adlı benzerlik tespit programından (turnitin)* aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak oluşturulan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 7'dir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Kaynakça hariç

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir benzerlik içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim. Gereğini saygılarımla arz ederim.

Tarih ve İmza

12/06/2024

Adı Soyadı:	Derya ZENGİN
Öğrenci No:	811852009
Ana Bilim Dalı:	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı
Programı:	Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Statüsü:	☐ Y. Lisans ☒ Doktora

Danışman

Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

12/06/2024

T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE,

Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı'nda 811852009 numara ile kayıtlı Derya Zengin'in hazırladığı "Özel Yetenekli Öğrencilere Yönelik Tasarlanan Teknoloji Destekli Geometri Öğretim Modülünün İspat Ve Muhakeme Süreçleri Açısından İncelenmesi" konulu Doktora çalışması ile ilgili tez savunma sınavı, 12/06/2024 günü 11:00-12:30 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin **başarılı** olduğuna **oy birliği** ile karar verilmiştir.

Sınav Komisyonu Başkanı
Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN
Bursa Uludağ Üniversitesi
ORCID: 0000-0002-1860-852X

Üye
Prof. Dr. Çiğdem ARSLAN
Bursa Uludağ Üniversitesi
ORCID: 0000-0001-7354-8155

Üye
Doç. Dr. Nuray PARLAK YILMAZ
Bursa Uludağ Üniversitesi
ORCID: 0000-0001-8368-4556

Üye
Dr. Öğr. Üyesi Burcu Nur BAŞTÜRK ŞAHİN
İzmir Demokrasi Üniversitesi
ORCID: 0000-0001-5186-0981

Üye
Dr. Öğr. Üyesi Murat KESKIN
Afyon Kocatepe Üniversitesi
ORCID: 0000-0002-3497-6461

ÖN SÖZ

Özel yetenekli öğrenciler, sahip oldukları potansiyelleri en üst düzeyde geliştirebilmek için özgün ve zenginleştirilmiş eğitim programlarına ihtiyaç duyarlar. Matematik ve özellikle geometri, bu öğrencilerin analitik düşünme, problem çözme ve soyut kavramları anlama becerilerini geliştirmede kritik bir rol oynar. Bu çalışmanın amacı, özel yetenekli öğrencilere yönelik tasarlanan teknoloji destekli geometri öğretim modülünün ispat ve muhakeme süreçleri açısından incelemektir.

Geometri, matematiğin temel taşlarından biri olarak, öğrencilerin mantıksal düşünme, doğru akıl yürütme ve ispat yapabilme becerilerini geliştirmelerine olanak sağlar. Bu bağlamda, özel yetenekli öğrenciler için tasarlanan bir öğretim modülünün, onların geometri alanındaki derinlemesine anlayışlarını ve yaratıcı düşünme becerilerini nasıl geliştirebileceği üzerine odaklanmak, eğitsel anlamda büyük bir öneme sahiptir.

Bu çalışma kapsamında geliştirilen geometri öğretim modülü, öğrencilerin hem teorik bilgi birikimlerini arttırmayı hem de pratik uygulamalar yoluyla bu bilgileri pekiştirmelerini hedeflemektedir. Modül, öğrencilerin geometriye olan ilgisini arttırmakla kalmayıp, aynı zamanda onların ispat ve muhakeme süreçlerini de desteklemektedir. Özellikle ispat yapabilme yeteneği, matematiğin anlaşılması ve uygulanmasında temel bir rol oynamakta olup, bu modülün en önemli bileşenlerinden biri olarak öne çıkmaktadır.

Bu projenin hazırlanmasında emeği geçen tüm akademisyenlere, eğitimcilere ve araştırmacılara teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca, modülün uygulanması sürecinde gösterdikleri çaba ve özveri için öğrencilere ve ailelerine de teşekkür ederim. Geleceğin bilim insanları, mühendisleri ve düşünürleri olarak özel yetenekli öğrencilerin, bu modül sayesinde geometri alanında daha ileri seviyelere ulaşacaklarına inanıyorum.

Bu çalışmanın, özel yetenekli öğrencilerin eğitimine katkı sağlaması ve gelecekte yapılacak araştırmalar için bir kaynak teşkil etmesi dileğiyle...

Derya ZENGİN

ÖZET

Yazar Adı ve Soyadı	Derya Zengin
Üniversite	Bursa Uludağ Üniversitesi
Enstitü	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Ana Bilim Dalı	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı
Bilim Dalı	Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Tezin Niteliği	Doktora Tezi
Sayfa Sayısı	xxiii + 459
Mezuniyet Tarihi	12/06/2024
Tez Danışmanı	Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

ÖZEL YETENEKLİ ÖĞRENCİLERE YÖNELİK TASARLANAN TEKNOLOJİ DESTEKLİ GEOMETRİ ÖĞRETİM MODÜLÜNÜN İSPAT VE MUHAKEME SÜREÇLERİ AÇISINDAN İNCELENMESİ

Bu çalışmada, özel yetenekli öğrencilere yönelik tasarlanan teknoloji destekli geometri öğretim modülünün ispat ve muhakeme süreçleri açısından incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada, nitel bir araştırma olup tasarım tabanlı yaklaşım ile desenlenmiştir. Tasarım tabanlı araştırmada süreç üç aşamada tamamlanmıştır. Birinci aşamada, taslak modeli geliştirilmiş ve ders planları hazırlanmıştır. İkinci aşamada, ilk uygulama yapılmış ve tasarım revize edilmiştir. Üçüncü aşamada, ikinci uygulama yapılmış ve tasarıma son hali verilmiştir. Bu süreç sonucunda, Zengin öğretim modeli geliştirilmiş ve bu model kapsamında 9. sınıf Matematik dersindeki üçgenler ünitesi için 7 örnek ders planlarını içeren bir öğretim modülü tasarlanmıştır.

Çalışmanın uygulamaları, 2022-2023 öğretim yılı güz ve bahar dönemlerinde yapılmıştır. Birinci aşamada 50 BİLSEM öğrencisi ve 57 BİLSEM matematik öğretmeni ile ikinci aşamada 2 BİLSEM öğrencisi ve üçüncü aşamada 8 BİLSEM öğrencisi ile çalışmalar gerçekleştirilmiştir.

Araştırmada veri toplama aracı olarak; Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu, Açık Uçlu Geometri Alan Bilgisi Testi, Çoklu Zekâ Alanı Envanteri ve Yaratıcılık Ölçeği kullanılmıştır. Aynı zamanda, uygulama sürecinde ders gözlemleri, ses, ekran ve video kayıtları ile veriler toplanmıştır.

Çalışmada, görüşme formları içerik analizi ile analiz edilmiştir. Ayrıca, Açık Uçlu Geometri Alan Bilgisi Testi, Çoklu Zekâ Alanı Envanteri ve Yaratıcılık Ölçeği'nden elde edilen veriler veri çözümleme yöntemleri ile analiz edilerek gerekli değerlendirmeler yapılmıştır. Öğrencilerin muhakeme ve ispat süreci, nitel analiz kapsamında Toulmin tartışma modeli ile analiz edilmiştir. Elde edilen veriler düzenlenerek muhakeme ve ispat sürecine yönelik bir analitik çerçeve elde edilmiştir.

Araştırma sürecinde, öğretmenlerin ve öğrencilerin BİLSEM 'de uygulanan matematik öğretim programına yönelik bakış açıları ayrıntılı bir şekilde ortaya konulmuştur. Öğrencilerin başarı seviyeleri, yaratıcılıkları ve baskın zekâ alanları benzer olmakla birlikte ispat basamakları süreçlerine yönelik analitik çerçeve incelendiğinde, ispatlarının genellikle alt basamaklarda kaldığı tespit edilmiştir. Matematik öğretim sürecinde ders işleniş şekli, sınıf içi öğrenme yaşantıları, bireysel ispat çalışmaları, öğrenme ortamı ve GeoGebra yazılımının öğrenme sürecinde önemli bir rol oynadığı görülmüştür. Bu bağlamda, hem kişisel hem de çevresel faktörlerin ispat yetenekleri üzerinde etkili olduğu sonucuna varılmıştır.

Çalışmada elde edilen sonuçlar göz önünde bulundurulduğunda araştırmanın matematik öğretim süreçlerine katkı sağlayacağı, matematik öğretmenleri için örnek ve kaynak teşkil edeceği ve ileride yapılacak çeşitli çalışmalara katkı sunacağı düşünülmektedir.

Anahtar sözcükler: Dinamik Geometri Yazılımı, Farklılaştırılmış Öğretim, Geometri Öğretimi, Muhakeme ve İspat, Özel Yetenekli Öğrenciler

ABSTRACT

Name and Surname	Derya Zengin
University	Bursa Uludag University
Institution	Education Sciences Institute
Field	Department of Mathematics and Science Education
Branch	Mathematics Education
Degree Awarded	PhD Thesis
Page Number	xxiii + 459
Degree Date	12/06/2024
Supervisor	Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

INVESTİGATİON OF PROOF AND REASONİNG PROCESSES İN A TECHNOLOGY-SUPPORTED GEOMETRY TEACHİNG MODULE DESİGNED FOR GİFTED STUDENTS

This study aims to examine the proof and reasoning processes of a technology-supported geometry teaching module designed for gifted students. The study is qualitative research structured with a design-based approach. The design-based research process was completed in three stages. In the first stage, the draft model was developed, and lesson plans were prepared. In the second stage, the initial application was conducted, and the design was revised. In the third stage, the second application was conducted, and the final design was completed. As a result of this process, the Zengin teaching model was developed, and within this model, an instructional module containing seven sample lesson plans for the triangles unit in the 9th-grade mathematics course was designed.

The applications of the study were carried out during the fall and spring semesters of the 2022-2023 academic year. In the first stage, 50 BİLSEM students and 57 BİLSEM mathematics teachers participated; in the second stage, 2 BİLSEM students; and in the third stage, 8 BİLSEM students were involved.

Data collection tools used in the research included a Semi-Structured Interview Form, an Open-Ended Geometry Content Knowledge Test, a Multiple Intelligence Inventory, and a

Creativity Scale. Additionally, during the application process, data were collected through classroom observations, audio, screen, and video recordings.

In the study, the interview forms were analyzed using content analysis. Furthermore, data obtained from the Open-Ended Geometry Content Knowledge Test, the Multiple Intelligence Inventory, and the Creativity Scale were analyzed using data analysis methods, and necessary evaluations were made. The students' reasoning and proof processes were analyzed using Toulmin's argumentation model within the scope of qualitative analysis. The data obtained were organized to develop an analytical framework for the reasoning and proof processes.

During the research process, the perspectives of teachers and students on the mathematics teaching program implemented at BİLSEM were detailed. While students' success levels, creativity, and dominant intelligence areas were similar, the analytical framework for the proof steps indicated that their proofs generally remained at lower levels. The method of lesson delivery, in-class learning experiences, individual proof studies, the learning environment, and the use of GeoGebra software were found to play significant roles in the mathematics teaching process. In this context, it was concluded that both personal and environmental factors influence proof abilities.

Considering the results obtained from the study, it is believed that the research will contribute to mathematics teaching processes, serve as an example and resource for mathematics teachers, and provide insights for future studies.

Keywords: Differentiated Instruction, Dynamic Geometry Software, Geometry Content Knowledge, Geometry Teaching, Gifted Students, Reasoning and Proof

TEŞEKKÜR

Doktora tezimin bu aşamaya gelmesinde desteklerini esirgemeyen birçok değerli kişiye teşekkürlerimi sunmak istiyorum. Öncelikle, bu süreç boyunca yanımda olan ve her an destek veren sevgili kocam Ömer Zengin'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Onun anlayışı, sabrı ve sevgisi olmasaydı, bu zorlu yolculukta bu kadar ilerleyemezdim.

Ayrıca, hayatımın neşesi ve ilham kaynağı olan oğullarım Yiğit Alp ve Yağız Efe'ye içten teşekkürlerimi sunuyorum. Onların varlığı, bana her daim güç ve motivasyon kaynağı olmuştur.

Bu çalışmanın bilimsel rehberliğinde, bilgi ve tecrübesiyle bana yol gösteren değerli hocam Prof. Dr. Menekşe Seden Tapan Broutin'e en derin teşekkürlerimi sunarım. Onun desteği ve yönlendirmeleri, tezimin şekillenmesinde büyük rol oynamıştır. Kendisine minnettarım.

Son olarak, "Özel Yetenekli Öğrencilere Yönelik Tasarlanan Teknoloji Destekli Geometri Öğretim Modülünün İspat Ve Muhakeme Süreçleri Açısından İncelenmesi" başlıklı tezimin hazırlanmasında emeği geçen tüm arkadaşlarıma, aileme ve akademik çevreme teşekkür ederim. Destekleri ve teşvikleri, bu çalışmayı mümkün kılmıştır.

Derya Zengin

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI ..... **iv**

ÖN SÖZ ..... **v**

ÖZET ..... **vi**

ABSTRACT ..... **viii**

TEŞEKKÜR ..... **x**

İÇİNDEKİLER ..... **xi**

TABLOLAR LİSTESİ ..... **xviii**

ŞEKİLLER LİSTESİ ..... **xx**

GÖRSELLER LİSTESİ ..... **xxii**

KISALTMALAR LİSTESİ ..... **xxiii**

1. BÖLÜM

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu 9

1.2. Araştırmanın Amacı 9

1.3. Araştırmanın Önemi 9

1.4. Araştırmanın Varsayımları 12

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları 12

1.6. Tanımlar 12

2. BÖLÜM

KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Özel Yeteneklilik 13

2.1.1. Özel Zeka/Yetenek Kavramı 13

2.1.1.1. Üç Element Modeli *14*

2.1.1.2. Üç Halka Modeli *15*

2.1.1.3. Beşgen Kuramı Modli *15*

2.1.1.4. Abraham Tannenbaum Üstün Yeteneğe Yaklaşım Modeli *16*

2.1.1.5. Taylor'un Çoklu Yetenek Yaklaşımı Kuramı Modeli *17*

2.1.2. Özel Yetenekli Bireylerin Eğitimi 18

2.1.3. Özel Yetenekli Bireylere Yönelik Eğitim Modelleri 22

2.1.3.1. Purdue 3 Basamaklı Zenginleştirme Modeli *22*

2.1.3.2. Izgara Modeli (The Grid Model) *24*

2.1.3.3. Maker Modeli *26*

2.1.3.4. Müfredat Daraltma Modeli 28

2.1.3.5.Bloom Taksonomisine Göre Kazanımların Farklılaştırılması 28

2.1.3.6. Üstün Yetenekliler Eğitim Programı (ÜYEP) Müfredat Modeli 29

2.2. Argümantasyon Tabanlı Öğrenme 31

2.2.1. Giere Modeli (1991) 33

2.2.2. Zohar ve Nemet (2002) Modeli 34

2.2.3. Kelly ve Takao'nun Epistemik Seviyeler Modeli (2002) 35

2.2.4. Downing Modeli (2001) 36

2.2.5. Erduran, Simon ve Osborne'un Argümantasyon Seviyeleri Modeli (2004) 36

2.2.6. Schwarz, Neuman, Gil ve İlya modeli (2003) 37

2.2.7. Stylianides'in argümantasyon modeli (2007) 38

2.2.8. Toulmin Argüman Modeli 38

2.3. Matematik Eğitiminde Muhakeme ve İspat Süreci 44

2.3.1. Balacheff'in İspat Basamakları Sınıflaması 45

2.3.2. Miyazaki'nin İspat Basamakları Sınıflaması 47

2.3.3. Boero'nun İspat Basamakları Sınıflaması 47

2.3.4. Heinze Ve Reiss'in İspat Basamakları Sınıflaması 48

2.3.5. Waring'in Ispat Basamakları Sınıflaması 49
2.3.6. Weber'in İspat Basamakları Sınıflaması 50
2.3.7. Yang Ve Lin'in Ispat Basamakları Sınıflaması 50
2.4. Matematiksel Akıl Yürütme 51
2.5. İspat Basamakları Modeli 53
2.6. Öğretim Modeli 55
2.7. Matematik Eğitiminde Dinamik Geometri Yazılımlarının Rolü 64
2.8. İlgili Çalışmalar 65
2.8.1. Farklılaştırılmış öğretim ile İlgili Çalışmalar 65
2.8.2. İspat ve Muhakeme ile ilgili Çalışmalar 68

3. BÖLÜM

YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Modeli 72
3.2. Araştırma Süreci 78
3.3. Araştırmacının Rolü 83
3.4. Çalışma Grubu 85
3.5. Veri Toplama Araçları 88
3.5.1. Açık Uçlu Geometri Alan Bilgisi Testi 88
3.5.2. Öğrenciler İçin Çoklu Zekâ Alanları Envanteri 91
3.5.3. "Ne Kadar Yaratıcısınız?" Yaratıcılık Ölçeği 93
3.5.4. Görüşme Formları 94
3.5.4.1. Öğretmenlere yönelik görüşme formu 94
3.5.4.2. Öğrencilere yönelik görüşme formu 95
3.5.5. Gözlem 96
3.5.6. Ekran, Ses ve Video Kaydı 96

3.6. Verilerin Toplanması ve Çözümlenmesi 96

3.6.1. Hazırlık evresinde Veri Çözümleme Yöntemleri 96

3.6.2. Uygulama Sürecinde Veri Çözümleme Yöntemleri 97

3.7. Öğretim Modeli 99

3.8. Ders Planları 100

3.9. Geçerlik ve Güvenilirlik 103

4. BÖLÜM

BULGULAR

4.1. Mevcut Programa İlişkin Öğretmen ve Öğrenci Görüşlerine Yönelik Bulgular 106

4.1.1. Öğretmenlerin Mevcut Programa İlişkin Görüşlerine Yönelik Bulgular 106

4.1.2. Öğrencilerin Mevcut Programa İlişkin Görüşlerine Yönelik Bulgular 117

4.2. İspat ve Muhakeme Sürecine ilişkin Bulgular 125

4.2.1. Birinci Probleme İlişkin (Dronefest Finali) Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci 126

4.2.1.1. Fırat ve Okan'ın Argümantasyon Süreci 127

4.2.1.2. Emre ve Ali'nın Argümantasyon Süreci 134

4.2.1.3. Nil ve Selim 'in Argümantasyon Süreci 139

4.2.1.4. Burak ve Murat 'in Argümantasyon Süreci 143

4.2.1.5. Birinci Probleme İlişkin (Dronefest Finali) İspat Süreci Analiz Basamakları…….. …. 149

4.2.2. İkinci Probleme (İki Dağın Zirvesi) İlişkin Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci 151

4.2.2.1. Fırat ve Okan'ın Argümantasyon Süreci 152

4.2.2.2. Emre ve Ali'nin Argümantasyon Süreci 160

4.2.2.3. Nil ve Selim'in Argümantasyon Süreci 167

4.2.2.4. Burak ve Murat'ın Argümantasyon Süreci 174

4.2.1.5. İkinci Probleme İlişkin (İki Dağın Zirvesi) İspat Süreci Analiz Basamakları..... 179

4.2.3. Üçüncü Probleme (Asma Köprü) İlişkin Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci 182

4.2.3.1. Fırat ve Okan'ın Argümantasyon Süreci…… 182

4.2.3.2. Emre ve Ali'nin Argümantasyon Süreci 190

4.2.3.3. Nil ve Selim'in Argümantasyon Süreci..... 195

4.2.3.4. Burak ve Murat'ın Argümantasyon Süreci..... 200

4.2.3.5. Üçüncü Probleme İlişkin (Asma Köprü) İspat Süreci Analiz Basamakları.....205

4.2.4. Dördüncü Probleme (Duvar Boyama) İlişkin Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci 207

4.2.4.1. Fırat ve Okan'ın Argümantasyon Süreci…… 207

4.2.4.2. Emre ve Ali'nin Argümantasyon Süreci 213

4.2.4.3. Nil ve Selim'in Argümantasyon Süreci..... 218

4.2.4.4. Burak ve Murat'ın Argümantasyon Süreci..... 223

4.2.4.5.Dördüncü Probleme İlişkin (Duvar Boyama) İspat Süreci Analiz Basamakları.....228

4.2.5. Beşinci Probleme (Masa Lambası) İlişkin Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci 231

4.2.5.1. Fırat ve Okan'ın Argümantasyon Süreci…… 232

4.2.5.2. Emre ve Ali'nin Argümantasyon Süreci 239

4.2.5.3. Nil ve Selim'in Argümantasyon Süreci..... 246

4.2.5.4. Burak ve Murat'ın Argümantasyon Süreci..... 255

4.2.5.5.Beşinci Probleme İlişkin (Masa Lambası) İspat Süreci Analiz Basamakları.....262

4.2.6. Altıncı Probleme İlişkin (Dönme Dolap) İlişkin Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci 265

4.2.6.1. Fırat ve Okan'ın Argümantasyon Süreci …… 266

4.2.6.2. Emre ve Ali'nin Argümantasyon Süreci 271

4.2.6.3. Nil ve Selim'in Argümantasyon Süreci 276

4.2.6.4. Burak ve Murat'ın Argümantasyon Süreci 281

4.2.6.5.Altıncı Probleme İlişkin (Duvar Boyama) İspat Süreci Analiz Basamakları 286

4.2.7. Yedinci Probleme (Su Dağıtım) İlişkin Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci 287

4.2.7.1. Fırat ve Okan'ın Argümantasyon Süreci …… 288

4.2.7.2. Emre ve Ali'nin Argümantasyon Süreci 295

4.2.7.3. Nil ve Selim'in Argümantasyon Süreci 301

4.2.7.4. Burak ve Murat'ın Argümantasyon Süreci 307

4.2.7.5.Yedinci Probleme İlişkin (Su Dağıtım) İspat Süreci Analiz Basamakları …….312

4.3. Muhakeme Ve İspat Basamakları Süreçlerine Yönelik Analitik Çerçeve 314

4.4. Akıl Yürütme Türlerine Yönelik Analitik Çerçeve 316

5. BÖLÜM

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma 318

5.1.1. Öğretmen ve Öğrencilerin Mevcut Programa İlişkin Görüşlerine Yönelik Sonuçlar … 318

5.1.1.1. Öğretmenlerin Mevcut Programa İlişkin Görüşlerine Yönelik Sonuçlar ….. 318

5.1.1.2. Öğrencilerin Mevcut Programa İlişkin Görüşlerine Yönelik Sonuçlar 322

5.1.2. Geogebra Dinamik Geometri Programı İle Oluşturulan Öğretim Modülünde Özel Yetenekli Öğrencilerin Öğrenme Süreçlerine İlişkin Sonuçlar İspat ve Muhakeme Sürecine İlişkin Sonuçlar 325

5.1.2.1. Muhakeme ve İspat Basamaklarına İlişkin Sonuçlar ……..…….325

5.1.2.2. Argümantasyon Sürecine Yönelik Sonuçlar *332*

5.2. Öneriler..... 335

KAYNAKÇA 338

EKLER..... 380

EK 1: ETİK KURUL İZNİ..... 381

EK 2: KURUM İZNİ..... 382

EK 3: VERİ TOPLAMA ARAÇLARI İZİNLERİ 383

EK 4: DERS PLANLARI 384

EK 5: VERİ TOPLAMA ARAÇLARI..... 442

ÖZ GEÇMİŞ..... 458

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo *Sayfa*

1 Tasarım Geliştirme Aşamaları 76

2 Tasarım Tabanlı Araştırmanın Uygulama Basamakları 78

3 Geometri Dersi Öğrenme Kazanımları 81

4 Araştırmada Yer Alan Çalışma Grubuna Ait Bilgiler 84

5 Katılımcıların Grup ve Cinsiyetlere Göre Sayıları 87

6 Katılımcılara İlişkin Demografik Bilgiler 89

7 Veri Toplama Araçları Kullanım Amacı ve Kullanım Zamanı 90

8 Hedef Davranış Belirtke Tablosu 91

9 Açık Uçlu Geometri Alan Bilgisi Testi Sonuçları 93

10 "Çoklu Zekâ Envanteri" Zekâ Alanlarına Yönelik Puanlar 94

11 Çoklu Zekâ Envanteri" Sonucu Zekâ Alanlarına Yönelik Öğrenci Puanları 94

12 Yaratıcılık Ölçeğine İlişkin Puanlar ve Yaratıcılık Düzeyleri 96

13 Yaratıcılık Ölçeğine İlişkin Öğrencilerin Puan Ve Yaratıcılık Düzeyleri 96

14 Özel Yetenekli Öğrencilerin Farklı Özelliklerine Yönelik Öğretmen Görüşleri 109

15 Özel Yetenekli Öğrencilerin Eğitim İhtiyaçlarına Yönelik Öğretmen Görüşleri 111

16 Geometri Öğretim Sürecinde Derste Yapılan Destekleyici Etkinliklere Yönelik Öğretmen Görüşleri 113

17 Dinamik Geometri Yazılımlarının Kullanımına Yönelik Öğretmen Görüşleri 116

18 Dinamik Geometri Teknolojilerinin Etkili Bir Şekilde Kullanılması İçin Yeterliklere Yönelik Öğretmen Görüşleri 116

19 Matematiksel İspat Sürecine Yönelik Öğretmenlerin Görüşleri 118

20 Matematik Dersi Hakkında Öğrenci Düşünceleri 120

21 Genel Matematik Konularında Derste Yapılan Etkinlikler ile İlgili Öğrenci Düşünceleri 122

22 Geometri Konularında Derste Yapılan Etkinlikler ile İlgili Öğrenci Düşünceleri 123

23 Matematik Dersinde Kullanılan Materyaller Hakkında Öğrenci Görüşleri 124

24 Matematiksel ispat Hakkında Öğrenci Görüşleri 126

25 Birinci Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları 152

26 İkinci Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları 182

27 Üçüncü Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları 208
28 Dördüncü Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları 231
29 Beşinci Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları 265
30 Altıncı Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları 289
31 Yedinci Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları 315
32 Muhakeme ve İspat Basamakları Süreçlerine Yönelik Analitik Çerçeve 317
33 Akıl Yürütme Türlerine Yönelik Analitik Çerçeve 318

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil *Sayfa*

1 Üç Element Modeli 15
2 Üç Halka Modeli 15
3 Beşgen Kuramı Modeli 16
4 Abraham Tannenbaum Üstün Yeteneğe Yaklaşım Modeli 17
5 Taylor'un Çoklu Yetenek Yaklaşımı Kuramı Modeli 17
6 Munic Üstün Zekâlılık Ve Yeteneklik Modelinin Çok Boyutlu Bileşenleri 18
7 Farklılaştırılmış Öğretim Yaklaşımı Modeli 19
8 İçerik, Süreç Ve Ürün Döngüsü 20
9 Purdue Üç Aşamalı Zenginleştirme Modeli 22
10 Paralel Müfredat Modelinin Her Basamağa Özgü Yeterlilikleri 23
11 Izgara Modeli (The Grid Model) 24
12 Izgara Modeline (The Grid Model) Dayalı Öğretim Süreci 26
13 Maker Model İçerik Boyutu 26
14 Maker Model Süreç Boyutu 27
15 Maker Model Ürün Boyutu 27
16 Maker Müfredat Farklılaştırma Boyutları (Sak, 2009) 28
17 Altı Bileşenli ÜYEP Modeli 29
18 ÜYEP Müfredatı Modeli 30
19 Giere Argümantasyon Değerlendirme Modeli 34
20 Zohar ve Nemet Argümantasyon Değerlendirme Modeli 35
21 Epistemik Seviyeler Modeline Ilişkin Bir Değerlendirme Örneği (Sampson & Clark, 2008) 36
22 Downing Argümantasyon Değerlendirme Modeli 36
23 Erduran, Simon Ve Osborne'un Argümantasyon Seviyeleri Modeli 37
24 Schwarz, Neuman, Gil Ve İlya Argümantasyon Modeli 38
25 Stylianides'in Argümantasyon Öğeleri 39
26 Toulmin Argümantasyon Modeli 40
27 Toulmin Modelinin Temel Yapısının Şematik Gösterimi 41

28 Toulmin Modeline Niteleyici Öğesinin Eklenmesiyle Oluşan Şema 41
29 Toulmin Modelinin Temel Ve Yardımcı Bileşenleri 42
30 Balacheff (1998) Basamaklandırma Örneği 47
31 Miyazaki'nin İspat Düzeyleri 48
32 Boero İspat Süreci 50
33 Heinze ve Reiss İspat Süreci 50
34 İspat Basamakları Süreci 56
35 Kazanım Belirleme Evresi 58
36 İçerik Belirleme Evresi 60
37 Uygulama Müfredatı Bileşenleri 61
38 Öğrenme Süreci Evresi 63
39 Ürün Evresi 64
40 Değerlendirme Süreci 65
41 Tasarım Tabanlı Araştırmanın Uygulama Basamakları 77
42 Araştırma Sürecine Ait Tasarım Döngüleri 83
43 Araştırmanın Aşamaları 85
44 Tasarım Tabanlı Araştırma Süreci Aşamaları 86
45 İspat Basamakları 101
46 Zengin Öğretim Modeli 103

GÖRSELLER LİSTESİ

Görsel *Sayfa*

1 Dronefest Finali Etkinliği 129

2 Asma Köprü Etkinliği 185

3 Duvar Boyama Etkinliği 210

4 Masa Lambası Etkinliği 234

5 Dönme Dolap Etkinliği 268

6 Su Dağıtımı Etkinliği 290

KISALTMALAR LİSTESİ

BİLSEM: Bilim ve Sanat Merkezi

DGO: Dinamik Geometri Ortamları

DGY: Dinamik Geometri Yazılımları

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teacher of Mathematics (Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

ÜYEP: Üstün Yetenekliler Eğitim Programları

ATÖ: Argümantasyon Tabanlı Öğrenme

ATMÖ: Argümantasyon Temelli Matematik Öğretimi

PMM: Paralel Müfredat Modeli

BYF: Bireysel Yetenekleri Fark Ettirme

SEM: Schoolwide Enrichment Triad Model

1.BÖLÜM
GİRİŞ

1.1.Problem Durumu

21. yüzyılda matematik, bir ülkenin gelişmesinde ve geleceğinde en önemli bilim dallarından biridir. Aynı şekilde bireylerin de düşünce yapısının ve hayata bakış açısının gelişmesini sağlayan en temel eğitim de matematik öğretimidir (Aydın, 2003). Matematik öğretimi, bireye çok yönlü fayda sağlayan bir dil ve araç olarak kabul edilmektedir (Ersoy, 2003).Günümüzde matematiksel düşünce yapısı ile bireylerin; matematiksel problemlere çözüm üretmesi, muhakeme ve ispat becerilerine sahip olması, matematiği günlük hayatla ilişkilendirebilmesi ve matematiksel akıl yürütme becerilerine sahip olması amaçlanmaktadır (Millî Eğitim Bakanlığı, 2018). Matematiğin hem ülke hem de birey için kritik önemi sebebiyle öğrenme-öğretme sürecinde çeşitli matematiksel çalışmalar gerçekleştirilmektedir. Bu çalışmaların temeli zihinsel becerilerin geliştirilmesine dayanmaktadır. Çünkü matematik öğretimi doğası gereği genel olarak soyut ve zor olduğundan bireylerin matematiksel tutum ve becerileri kazanmaları için matematiksel kavramları ve bunların birbirleriyle ilişkilerini zihinsel olarak yapılandırmaları oldukça önemlidir. Bununla birlikte soyut olan matematik öğrenme sürecinde daha somut verileri içeren geometri, birtakım doğruluğu kanıtlanabilen karmaşık yapıların oluşturduğu matematiğin önemli bir alt öğrenme alanıdır (Millî Eğitim Bakanlığı, 2018).

Geometri, tabiatta yer alan nesnelerin biçim ve şekillerinin, çeşitli sembol ve imgeler aracılığıyla adlandırılmasıyla ortaya çıkmış olup temel anlamda Latincedeki "yer" anlamında kullanılan "geo" ve ölçme anlamında kullanılan "metrie" kelimelerinden oluşmaktadır (Olkun ve Toluk, 2006). İnsan hayatının her evresinde hem günlük yaşamı kolaylaştırmak hemde bilimsel çalışmalar yapmak için insanların ilgisini çeken bir alan olan geometri, bireyin yaşadığı dünyayı anlamlandırmasında da en önemli araçlardan biridir. Günümüzde de eğitimin önemli amaçları arasında geometrik kavramları tanımak, bu kavramlar arasında ilişki kurabilmek ve farklı alanlarla ilişkilendirebilmek böylece geometrik muhakeme yürütebilen bireyler yetiştirebilmek yer almaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı, 2018). Eğitim alanında öğrencilerin eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerinin gelişmesine olanak tanıyan düşünme biçimlerinden biride geometrik düşünmedir.

Geometrik düşünme, kendine özgü içeriğe sahip olan matematiksel bir düşünme biçimidir. Bireylerin geometrik düşünme düzeylerinin gelişmesi sağlanarak geometrik

muhakeme yürütebilen bireyler yetiştirebilmek için hangi bilgi, beceri ve deneyimleri kazanmaları gerektiğinin belirlenmesi oldukça önemlidir. Bireylerde ki geometrik düşünmenin gelişmesi için belli aşamaları içeren geometrik akıl yürütme süreci gereklidir. Geometrik akıl yürütme, matematiğin tüm öğrenme alanları için temel süreç becerilerinden birisi olarak açıklanmaktadır (National Council of Teacher of Mathematics, 2000). Bununla birlikte matematiksel kanıt için gerekli olan temel becerilerin kazanılmasında geometrik akıl yürütme becerilerinin gelişimi oldukça önemlidir. Bu doğrultuda öğrencilerin geometrik yapılar arasındaki var olan ilişkiler üzerinde düşündükleri, yeni fikirler ürettikleri, genellemelere ulaşıp yeni kurallar inşa ettikleri, düşüncelerini sınıfta savundukları öğrenme süreçlerinin gerçekleşmesi için en önemli unsur öğretim programlarıdır (Battista ve Clements, 1995; De Villiers, 1999; Jones, 2000).

Eğitim sisteminin bir unsuru olan öğretim programlarının, öğrencilere üst düzey düşünme becerilerini kazandırmada ve bu becerileri geliştirmede önemli bir rolü vardır. Öğretim programları, ulaşılacak hedefler ile birlikte öğretim tarzını da şekillendirir (Atkıncı, 2001). Bu sebeple oluşturulacak geometri öğretim programlarında öğrencilerin çeşitli şekiller ve bu şekillerin farklı formları üzerinde deneyim kazanmaları sağlanmalıdır. Öğrencilerin bu deneyimleri kazanırken şekillerin doğal ortamında gözlenmesi, şekil bloklarının kullanımı, geometri öğretim araçları ve bilgisayar gibi materyallerin kullanılması oldukça önemlidir. Geometri, akıl yürütme becerilerinin gelişimi için en uygun öğrenme alanlarından biridir (Arıcı, 2012; Milli Eğitim Bakanlığı, 2017). Bu sebeple geometri öğretim programı geometrik muhakemeyi ve uzamsal düşünceyi geliştirmeyi amaçlamalıdır (Van De Walle, 2004).

Ülkemizde 2010 yılında uygulanmaya başlanan geometri öğretim programı; içerik zenginleştirme, Van Hiele geometri düşünme düzeyleri ve ispat yaklaşımları temeline oturtulmuştur. Geometri öğretim sürecinde içerik zenginleşmiş, ispata ve ispat çeşitlerine (analitik, sentetik, vektörel) daha fazla yer verilmiş aynı zamanda geometrik muhakemeyi ve uzamsal düşünceyi geliştirmek amaçlanmıştır. Fakat bu program 9. sınıfta uygulanmaya başlanmasına rağmen, 12. sınıfta uygulama sonuçları beklenmeden kaldırılmıştır. Daha sonra tekrar matematik ve geometri dersleri birleştirilerek yeni matematik dersi öğretim programı oluşturulmuştur (Milli Eğitim Bakanlığı, 2017).

Çağdaş eğitim anlayışına uygun ve toplumsal kalkınmaya katkı verebilecek yeterliliğe sahip bireyler yetiştirebilmek için eğitim sisteminin temel bir parçası olan öğretim programlarının rolü oldukça önemlidir. Nitelikli bir öğretim süreci ise nitelikli bir şekilde hazırlanmış ve organize edilmiş öğretim programları ile mümkündür (Gözütok, 2006).Öğretim

programlarının temel öğelerini; programın amaçları, müfredat içeriği, öğretme ve öğrenme yaşantıları ve ölçme-değerlendirme oluşturmaktadır. Bu öğelerden programın amaçları belirlenirken eğitim psikolojisi ve felsefesi dikkate alınmaktadır. Öğretme ve öğrenme yaşantıları ise öğretmen ve öğrencilerin süreç içerisindeki rolleri ile birlikte ders içinde veya dışında öğretim sürecini de ifade eder. Müfredat içerikleri program amaçları dikkate alınarak bireysel ve toplumsal ihtiyaçlara göre belirlenir. Diğer bir öğe olan ölçme ve değerlendirme öğretim programı kapsamında hedeflenen amaçların kazandırılıp kazandırılmadığını belirler (Aydın ve Çakıroğlu, 2010; Demirel, 2010; Kubat, 2015). İfade edilen öğretim programlarının temel öğeleri üzerinde nitelikli eğitim için çeşitli değişiklikler yapılabilir. Bu sebeple Matematik öğretiminde istenilen niteliği yakalamak için çağın gerektirdiği 21.yüzyıl becerilerine ve çağın özelliklerini yansıtacak biçimde matematik dersi öğretim programlarına ihtiyaç duyulmaktadır (Özkaya, 2021). Matematik, eğitim sistemi içerisinde önemli bir alan olup eğitim kurumlarında uygulanan matematik öğretim programlarının hem çağın gereksinimleri hem de bilimsel, teknolojik ve sosyokültürel gelişmelerin etkisiyle güncellenmesi gerekmektedir. Çünkü bulunduğu çağın gereksinimleri ve öğrencilerden beklenen yeterlilikler doğrultusunda öğretim programlarının değişimi oldukça önemlidir (Xenofontos, 2019). Dolayısıyla farklı zekâ ve yetenek grubundaki bireylerin ihtiyaçlarının karşılanması açısından öğretim programların zenginleştirilmesi oldukça önemlidir (Regina, 2000).

Öğretim programları bireyin özelliklerini dikkate alarak, bireyler ile yaşantıları arasında bir köprü olma özelliği taşır. Türk eğitim sistemine bakıldığında 1923 ile 1966 yılları arasında eğitim kurumlarında öğrenci özellikleri dikkate alınmamıştır. Farklı dönemlerde sadece o dönemin özellikleri göz önünde bulundurularak tek tip öğretim programları uygulanmıştır. 1966 yılından sonraki dönemlerde ise daha çok öğrencilerin özellikleri ve okul türleri dikkate alınarak farklı öğretim programları uygulanmıştır (Akaygün, Elmas, Kara, Karataş ve Yıldırım, 2016; Ünal, Coştu ve Karataş, 2004). Bu öğretim programları içinde göze çarpan programlardan biride özel yetenekli öğrencilerin özelliklerinin dikkate alındığı programlardır. Özel yeteneklilik kavramı literatürde farklı tanımlanmakta ve çeşitli parametrelerle açıklanmaya çalışılmaktadır. Genel olarak bu kavram; bireyin sahip olduğu üstün bilişsel ve duyuşsal becerilerini merak, yaratıcılık ve motivasyon ile bütünleştirerek akademik ve sanat alanlarda başarı gösterebilmesi olarak tanımlanmaktadır (Ravenna, 2008; Reis ve Renzulli, 2010; Ilik, 2019). Özel yetenekli bireylerin farklı yönlerden üstün yeteneğe sahip, sosyal ihtiyaçları farklı olan ve normal bireylerden farklı bir eğitime ihtiyaç duyan bireyler olduğu görülmektedir

(Creasy, 2012). Özel yetenekli bireylerin dünyaya yön veren yaratıcılık, liderlik, üretkenlik gibi üst düzey becerilere sahip olan bireyler olduğu ifade edilmektedir (Atik, 2007; Çelikdelen, 2010). Bu sebeple toplumların gelişmesinde aktif rol üstlenebilecek bu bireylerin sahip olduğu becerileri etkili bir şekilde kullanabilmesi için onların ihtiyaçlarına yönelik özel eğitim kurumları tarafından uygulanacak ve desteklenecek özel programlara ihtiyaç vardır (Bakioğlu ve Levent, 2013; Çetinkaya ve Döner, 2012; Tolppanen ve Tirri, 2014).

Farklı zekâ ve yetenek grubundaki bireyler arasında özel yetenekli bireyler önemli bir yere sahiptir. Son zamanlar da ülkemizde özel yetenekli bireylerin eğitimine yönelik çalışmalar başlamıştır (Altıntaş, 2009). Yapılan araştırmalar da genelde mevcut çalışmaların özel yetenekli çocukların üzerindeki etkililiğine bakılmıştır. Bu çalışmalar özel yetenekli öğrencilerin geometri öğrenme alanındaki öğrenme süreçlerine (Aydoğdu, 2014; Dayan, 2017; Gürlevik, 2017; Harput, 2019; Taşkın, 2016; Uygan, 2016), üstbiliş becerilerine (Boran, 2016; Karaaslan, 2019), matematiksel düşünme becerilerine (Aygün, 2019; Dinamit, 2020; Nemutlu İnanır, 2019; Şimşekler, 2017; Yavuz Açıl, 2018; Yılmaz, 2019), problem çözme becerilerine (Arıkan, 2019; Ayvaz, 2019; Dervişoğulları, 2019; Güneş, 2015; Karabey, 2010; Karabulut, 2018; Koçyiğit, 2015; Özer, 2020; Öztelli Ünal, 2010; Sıdar, 2011; Şengil Akar, 2017; Yazgan Sağ, 2012) ve matematik etkinliklerinin geliştirilmesi (Akay, 2018; Ergut, 2019; Altıntaş, 2009) 'ne yönelik çeşitli çalışmalara rastlanmıştır. Fakat önemli olan bu öğrencilerin zekâ, yetenek ve kabiliyetlerinin gelişebilmesi için farklılaştırılmış bir öğretim süreci ile birlikte özel müfredatlar, programlar ve yazılımlar hazırlanmasıdır.

Ülkemizde özel yetenekli öğrencilerin, ihtiyaçları doğrultusunda eğitim gördüğü Milli Eğitim Bakanlığına [MEB] bağlı özel eğitim kurumları olan Bilim ve Sanat Merkezleri (BİLSEM) 1995 yılında kurulmuştur (Levent, 2011). BİLSEM; öğrencilerin üst düzey becerilerini özel eğitim etkinlikleri yoluyla geliştirerek, örgün eğitim kurumlarındaki programlara destek olacak şekilde bilimle estetik değerleri birleştiren, düşünme becerilerine sahip olan, üretken ve problem çözen bireyler olmalarını amaçlamaktadır. BİLSEM'lerde üstün yetenekli öğrencilerin eğitimlerine yönelik Üstün Yetenekliler Eğitim Programları (ÜYEP) ugulanmaktadır. ÜYEP, özel yetenekli öğrencilere özgü tanılama, içerik, öğretim, değerlendirme, öğretmen eğitimi gibi bileşenlerinden oluşan, kapsamlı bir öğretim programıdır (Sak, 2009; Sak ve Karabacak, 2010). Bu öğretim programı; beş basamak üzerinden ilerlemektedir. Bu basamaklar uyum, destek eğitim, bireysel yetenekleri fark ettirme (BYF), özel yetenekleri geliştirme (ÖYG), proje üretimi ve yönetimi şeklindedir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2018). BİLSEM 'de öğrenciler belli tanılama kriterlerinden geçerek belirlenen

öğrenci grupları ile birlikte kendi öğrenme hızları doğrultusunda ilerlemektedirler. Böylece öğrencilerin üst düzey düşünme ve grupla çalışma becerileri geliştirilecek şekilde proje eğitimi verilmektedir (Yıldız, 2010).

Özel yetenekli öğrencilerin sahip olduğu farklı özelliklerden dolayı tüm potansiyellerini ortaya çıkarmak ve başarılı olmalarını sağlamak için farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş bir eğitim programına ihtiyaç vardır (Davaslıgil ve Zeana, 2004). Çünkü bu öğrencilerin hem kendi ülkelerine hem de dünyaya katkı yapmalarını sağlamak için ihtiyaç duydukları özel eğitim mutlaka giderilmelidir (Stuart ve Beste, 2008). Aynı zamanda çağın gereklerine, öğrenci özelliklerine, bilim ve teknolojideki gelişmelere, konu alanındaki değişimlere ve öğretmen rollerine uygun olarak yeni programların geliştirilmesi veya var olan programın güncellenmesi oldukça önemlidir (Özyurt ve Kuşdemir Kayıran, 2020). Bununla birlikte matematik ve geometri alanında özel yetenek, aritmetik hesaplamaları yapmada yüksek kabiliyet göstermekle birlikte, matematiksel mantığı ve matematiksel fikirleri anlamada da üst düzey yeteneği ifade eder (Dağlıoğlu, 2004). Özellikle matematik alanın da özel yeteneğe sahip olan öğrenciler yaşıtlarından farklı öğrenirler ve bu gereksinimlerine uygun olarak farklılaştırılmış öğretime ihtiyaç duyarlar (Johnson, 2000). Aksi takdirde matematik dersine karşı motivasyonlarını ve ilgilerini kaybedebilirler. Bu sebeple oluşturulacak matematik öğretim programlarında da çağın gereklerini karşılamak, gelişen teknolojiyi kullanmak, öğrencileri düşünmeye teşvik eden, zorlayıcı ve birçok çözüme sahip açık uçlu matematik görevlerini kullanmak ve programın etkililiğini arttırmak için öğretim programı üzerinde farklılaştırmalar ve zenginleştirmelerin yapılması oldukça önemlidir (Dimitriadis, 2011). Dolayısıyla matematik öğretim programının etkililiğini arttırmak ve öğretim programlarının üstün yanları ile birlikte zayıf yanlarını ortaya çıkarmak için öğretim sürecinin en temel yapıtaşı olan öğrencilerin fikir ve düşüncelerine başvurmak oldukça önemlidir.

Farklılaştırılmış eğitimde, özel yetenekli bireylerin öğrenme sürecine dâhil edilebilmeleri farklı öğrenme modelleri aracılığı ile gerçekleşir. Çünkü her özel yetenekli öğrenci sahip olduğu bireysel farklılıklara göre konularda ilerleme sağlar. Bu ilerleme için ise özel yetenekli öğrencilerin farklı ilgi alanlarına hitap etmek, müfredatta yer alan konuların zorluk seviyesini farklılaştırmak veya ders anlatım hızını değiştirmek gerekebilir (Tomlinson, 2001). Bu sebeple öğretim programları farklılaştırılırken kullanılan elemanlar içerik, süreçler ve ürünlerdir (Kaplan, 1986). Farklılaştırılmış öğretim programlarının çerçevesi oluşturulurken, bu elemanlarının birbiriyle etkileşimi dikkate alınmalıdır (VanTassel Baska, 2000).

Farklılaştırılmış öğretim ile ilgili matematik öğretimine yönelik yapılan çalışmalar oldukça azdır. Literatürde incelendiğinde; yaratıcı düşünme ve paralel öğretim modeli temele alınarak farklılaştırılmış geometri öğretiminin incelenmesi (Kök, 2012), özel zekâlı öğrencilerin ihtiyaçları dikkate alınarak "Geometri-Ölçme" ve "Geometri-Ölçme-Sayılar" üniteleri için yeni program oluşturulması (Batdal Karaduman, 2012), farklılaştırılmış problem çözme öğretiminin matematik problemlerini çözme sürecine etkisi (Akkaş, 2014), "kesirler" konusunun farklılaştırılarak özgün bir ünite programı hazırlanması (Deringöl Karataş, 2013), cebir alanında seçilen birkaç konu ile içerik, süreç, ürün ve öğrenme çevresi bakımından bir takım farklılaştırmalar yapılması (Altıntaş, 2014), "Denklemler" ve "Çizgi Grafikleri" üniteleri farklılaştırılarak özgün bir ünite programı oluşturulması (Özyaprak, 2012), özel yetenekli öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmelerini sağlayacak anlama (Understanding by Design-UbD) yaklaşımından faydalanılarak öğretim programı geliştirmesi (Durmaz, 2014), öğrencilerinin zihinsel, duygusal ve sosyal ihtiyaçlarını karşılamaya yönelik farklılaştırılmış materyallerin tasarlanması ve geliştirilmesi (Özdemir, 2016), 2. sınıf matematik dersi özel yeteneklilere yönelik özgün matematik program tasarısı oluşturulması (Özçelik, 2017), özel yetenekli öğrencilere yönelik hazırlanan farklılaştırılmış bilgisayar destekli matematik etkinliklerinin hazırlanması (Taş, 2018) şeklinde çalışmalara rastlanmıştır. Aynı zamanda farklılaştırılmış öğretime yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde özel yetenekli öğrencilere yönelik çalışmalardan (Aydoğdu ve Keşan, 2016; Batdal Karaduman, 2012; Karataş, 2021; Kanbur Teker ve Argün, 2022; Kök, 2012; Öksüz, 2010; Yıldız ve Baltacı, 2017; Baltacı, Yıldız, Kıymaz ve Aytekin, 2016) bazıları geometri öğretimine yönelik olarak gerçekleştirmiştir.

Günümüzde bilim insanları, öğrencilerin matematiğin temelinde yer alan somut ve sonlu nesneleri, kavramları ve bunlar arasındaki ilişkileri daha kolay anlamlandırabilmesi için, öğretim sürecinin iyi planlanması gerektiğini ifade etmektedir. Aynı zamanda daha kolay gözlemlenebilecek ve algılayabilecek konuların ele alınması öğretim süreci açısından oldukça önemlidir. Bu sebeple geometri konuları anlatılırken öğrencilerin geometrik cisimlerin veya şekillerin bir araya getirildiğinde veya ayrıldığında ortaya çıkacak sonuçları detaylı bir şekilde analiz etmeleri sağlanmalıdır (Milli Eğitim Bakanlığı, 2004). Geometri öğretim sürecinde öğrencilerin bu analizleri kolayca yapabilmeleri için Sketchpad, Geogebra, Cabri3D, Matematica, Maple ve benzeri birçok programları kullanabilmelerine imkân verilmelidir. Geometri öğretimi sürecinde araştırmacıların origami (Aksu, 2020; Arıcı, 2012; Dağdelen, 2012; Polat, 2013) , somut materyallerin (Akkaş, 2014; Aydoğdu, Erşen ve Tutak, 2014; Batdal

Karaduman, 2012; Demir, 2019; Dokur, 2013; Okuyucu, 2019) , kavram haritaları (Alyeşil, 2005; Baroody ve Bartels, 2000; Kök, 2012; Şahin ve Keşan, 2020; Şekerci, 2021; Takunyacı, 2007; Yürekli ve Gökçek, 2020), akıllı tahta araçları (Davison, 2003; Ekici, 2008; Keskin ve Tapan Broutin, 2019; Önal, 2017; Tataroğlu, 2009; Ulaş ve Tuna, 2020), manipülatifler (Mutluoğlu, 2019; Taş, 2018; Yaman ve Şahin, 2013), grafik/sembolik hesap makineleri (Altıntaş, 2014; Drijvers ve Gravemeijer, 2005; Guin ve Trouche, 1999) ve dinamik geometri yazılımları (Chino, Morozumi, Arai, Ogihara, Oguchi ve Miyazaki, 2007; Dur, 2016; Özen, 2009; Panorkou ve Pratt, 2011; Uygan, 2016) gibi farklı materyalleri kullandıkları görülmektedir. Yapılan araştırmalar dinamik geometri yazılımlarının kullanımının geometri öğretimine büyük katkı sağladığını göstermektedir (Balcı, 2022; Battista, 2001; Deniz, 2016; Denizli, 2018; Driskell, 2004; Dur, 2016; Erez ve Yerushalmy, 2006; Han, 2007; Jones, 2000; Lai ve White, 2012; Okumuş, 2011; Özçakır Sümen, 2022; Özçakır, 2013; Uygan, 2016; Yu, 2004). Aynı zaman da ülkemizde son olarak yürürlüğe giren matematik öğretim programında teknoloji destekli matematik öğretiminin önemli olduğu ve öğretim sürecinin tamamlayıcısı olarak görüldüğü ifade edilmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2018).

Matematik ve geometri öğretiminin temelinde bilgiyi alma ve düzenleme, bilgileri birbiriyle ilişkilendirme, veriye dayalı akıl yürütme, genellemelere varma, problem çözme, ispat ve muhakeme yapma yer almaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı, 2013; Nasibov ve Kaçar, 2005). İspat ve muhakeme, geometri öğretim sürecinde bilginin anlamlı hale getirilmesinde önemli bir yere sahiptir (González ve Herbst, 2006; Mariotti, 2006). İspat ve muhakeme süreci matematiksel bilgilerin ilişkilendirilmesine, sistematikleştirilmesine ve matematiksel bilginin formüle edilmesine katkıda bulunur. Dolayısıyla ispat ve muhakeme sürecinin geometrideki rolü, elde edilen bilgilerin neden doğru olduğunu ifade etmekle birlikte matematiksel dil kullanımı açısından oldukça önemlidir (Hanna, 2000; Schoenfeld, 2009). Özel yetenekli öğrencilerle yapılan ispat ve muhakeme sürecine yönelik çalışmalar incelendiğinde, görsel uzamsal zekâ ile akıl yürütmeleri (Aziz ve Gürlevik, 2017; Aziz, Juniati ve Wijayanti, 2020; Batdal Karaduman, 2012; Kök, 2012), rutin ve rutin olmayan problem çözme süreçleri (Akkaş, 2014; Boran, 2016; Durmaz, 2014; Garofalo, 1993; Koçyiğit, 2015), düşünme süreçleri (Akgül, 2014; Altıntaş, 2009; Aydın Güç, Aygün ve Orbay, 2021; Güneş, 2015; Şimşekler, 2017; Taş, 2018;Özçakır, Özdemir ve Kıymaz, 2020), mantıksal muhakeme becerileri (Yıldız, 2022), normal başarıda olan öğrencilerle karşılaştırılmaları (Aydın Güç, Aygün ve Orbay, 2021; Berg ve McDonald, 2018; Dayan, 2017), ispat yapma süreçleri (Dinamit, 2020; Lee, 2005), problem kurma süreçleri (Uçar, Uçar ve Çalışkan, 2017; Yılmaz, 2019; Yıldız, 2022) ve ilişkilendirme

becerileri (Aydın Güç, Aygün ve Orbay, 2021) hakkında araştırmalar mevcuttur. Bu çalışmalar da genel olarak Van Hiele geometri testleri gibi literatürde var olan veri toplama araçları, deneysel yöntem veya sınıflandırma yöntemleri kullanılmıştır. Dolayısıyla bireylerin düşünme şekilleri, matematiksel akıl yürütme süreçleri ve kendilerini ifade ederken nasıl bir matematiksel dil kullandıkları hakkında yeterli bilgi edinilememiştir.

Özel yetenekli öğrencilere yönelik tasarlanan teknoloji destekli geometri öğretim modülünün ispat ve muhakeme süreçleri açısından incelenmesi hedeflenmektedir. Bu araştırmanın amacı farklı bireysel özelliklere sahip özel yetenekli öğrencilerin uygun ortamlarda, var olan potansiyellerini açığa çıkarmalarına ve yeteneklerini en üst düzeye ulaştırmalarına imkân sağlayarak, bireylerin farklı eğitim ihtiyaçlarını karşılamak üzere dünyada uygulanan örneklerden faydalanarak GeoGebra dinamik geometri programı kullanımını içeren geometri öğretim modülünün tasarlanmasıdır. Buna göre tasarlanan Zengin öğretim modeli doğrultusunda 9. sınıf Matematik dersindeki üçgenler ünitesi için örnek ders planları oluşturulmuştur. Öğretim sürecinde uygulanan ders planları kapsamında elde edilen argümanların analizi için Toulmin tartışma modeli ile öğrencilerin ispat ve muhakeme becerileri incelenmiştir. İfade edilen bu amaç kapsamında " Özel yetenekli öğrencilere yönelik mevcut matematik öğretim programı hakkında öğrenci ve öğretmen görüşleri nasıldır?" ve "Özel yetenekli öğrencilere yönelik tasarlanan geometri öğretim modülünde öğrencilerin ispat ve muhakeme süreçleri nasıldır?" sorularına yanıt aranmıştır. Bu genel araştırma sorusunu ayrıntılı bir şekilde cevap verebilmek için tüm bu söz edilenler bağlamında araştırmada aşağıda belirtilen alt problemlere cevap aranmıştır:

a) Özel yetenekli öğrencilere yönelik matematik öğretim programı hakkında öğrenci görüşleri nasıldır?

b) Özel yetenekli öğrencilere yönelik matematik öğretim programı hakkında öğretmen görüşleri nasıldır?

c)Üçgenler konusunda GeoGebra dinamik geometri programı ile oluşturulan öğretim modülünde özel yetenekli öğrencilerin öğrenme süreçleri nasıldır?

c.1) Üçgenler konusunda GeoGebra dinamik geometri programı ile oluşturulan öğretim modülü uygulanması sürecinde özel yetenekli öğrencilerin muhakeme ve ispat süreçleri nasıldır?

c.2) Üçgenler konusunda GeoGebra dinamik geometri programı ile oluşturulan öğretim modülünün uygulanması sürecinde özel yetenekli öğrencilerin muhakeme ve ispat sürecinde argümantasyon yapıları nasıldır?

1.2.Araştırmanın Amacı

Çalışmada özel yetenekli öğrencilere yönelik tasarlanan teknoloji destekli geometri öğretim modülünün ispat ve muhakeme süreçleri açısından incelenmesi hedeflenmektedir. Özel yetenekli öğrencilere sunulan eğitimin, farklı bireysel özelliklere sahip özel yetenekli öğrencilerin var olan potansiyellerini açığa çıkarmalarına ve farklı eğitim ihtiyaçlarını karşılamaya yetmediği belirtilmektedir (Subban, 2006). Bu sebeple öncelikle farklı bireysel özelliklere sahip özel yetenekli öğrencilerin uygun ortamlarda, var olan potansiyellerini açığa çıkarmalarına ve yeteneklerini en üst düzeye ulaştırmalarına imkân sağlayarak, bireylerin farklı eğitim ihtiyaçlarını karşılamak üzere dünyada uygulanan örneklerden faydalanarak GeoGebra dinamik geometri programı kullanımını içeren Zengin öğretim modeli tasarlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda tasarlanan Zengin öğretim modeli temel alınarak ders planlarını içeren öğretim modülü hazırlamış ve öğrencilere uygulamıştır.

Yapılan çalışma öğrencilerin ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik derin bir bakış açısı da içermektedir. Çalışmanın temel hedefleri arasında yer alan akıl yürütme ve matematiksel ispat matematiğinin temel unsurları arasında gösterilmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2013; Strausova ve Hasek, 2012). Dolayısıyla araştırma sürecinde öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirebilmelerine, akıl yürütme becerisi kazanmalarına, soyut bilgilere ilişkin daha somut bir anlayış sağlamalarına, ispat ve muhakeme yapabilmelerine çalışma kapsamında argümantasyon süreci imkân tanır (Çakan Akkaş ve Kabataş Memiş, 2020). Argümantasyon sürecinde bilimsel tartışmanın uygulanmasını göstermede, tartışmanın hangi öğelerden oluştuğunun ifade edilmesinde, iddiaların açıkça ortaya konmasında ve argümanların kalitesinin değerlendirilmesinde en çok kullanılan analitik çerçeve Toulmin tartışma modelidir (Altun ve Aydın, 2019).Bu kapsamda araştırma sürecinde geometri öğretim modülünün uygulanması ile elde edilen argümanların analizi için ise Toulmin tartışma modeli ile öğrencilerin ispat ve muhakeme becerilerinin incelenmesi sağlanmıştır.

1.3. Araştırmanın Önemi

Yaşadığımız yüzyılda bilim ve teknolojide meydana gelen gelişmelerle birlikte eğitim-öğretim sürecinde de yenilikler yapılması zorunlu hale gelmiştir. Bu sebeple öğretim programlarının sürekli olarak yenilenmesi ile birlikte artık toplumlar bilgiye sahip bireylerin dışında 21.yüzyıl becerileri (düşünen, eleştiren, yapıcı, yaratıcı, üretici, keşfedici, aktif, kendini sürekli değiştiren ve yenileyen) ile donatılmış bireylere ihtiyaç duymaktadır. Dolayısıyla öğretim programları yapılandırılarak bu hedeflere ulaşılması sağlanmalıdır (Kaptan ve Kuşakçı, 2002). Toplumun çeşitli alanlarında özel yetenekli bireyler, ülkenin gelişimine katkıda bulunan

kesimin büyük bir bölümünü oluşturmaktadır. Bu sebeple, bu öğrenciler bulundukları toplum için büyük bir öneme sahiptir. Dolayısıyla bu öğrencilerin eğitimleri de tüm dünyada olduğu gibi ülkemizde de hassas konulardan biridir (Davaslıgil, 2004). Alan yazında yapılan çalışmalar incelendiğinde ülkemizde uygulanan öğretim programlarının özel yetenekli öğrencilerin ihtiyaçlarına uygun olarak hazırlanmadığı tespit edilmiştir. Bu sebeple özel yetenekli öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin geliştirilmesi ve sahip oldukları potansiyellerinin ortaya çıkarılması mümkün olmamaktadır. Dolayısıyla özel yetenekli öğrencilerin öğrenme süreci ve farklı eğitimsel ihtiyaçlarına uygun olarak eğitim-öğretim programında düzenlemelerin yapılması gerekli görülmektedir.

Türkiye'de özel yetenekli öğrencilere uygulanan matematik öğretim programının öğrencilerin özelliklerine göre yeterince farklılaştırılmadığı alanda yapılan çalışmalarda görülmüştür (Akgül, 2014; Akkaş, 2014; Altıntaş, 2014; Batdal Karaduman, 2012; Kontaş, 2009; Kök, 2012; Kurnaz, Tüybek ve Taşkesen, 2009; Özçelik, 2017; Özdemir, 2016; Özkan, 2009; Taş, 2018; Taşkın, 2016). Türkiye'de özel yetenekli öğrencilerle ilgili yapılan çalışmalar oldukça yenidir. Bu sebeple öğretim programı ile ilgili yapılan çalışmalarda birçok problemle karşılaşıldığı görülmektedir. (Altıntaş,2009; Çepni, Gökdere ve Küçük, 2003). Üzerinde duurlması gereken problemlerden biri de özel yetenekli öğrencilerin eğitiminde kullanılan geometri öğretim modülünün yetersizliğidir (Kök,2012; Batdal Karaduman, 2012).

Geometri öğretiminde, birçok farklı teoriye dayanan ve farklı yöntemler kullanılarak yapılan çalışmalar mevcuttur. Bu çalışmalar içerisinde öğretim sürecini bir araç (cetvel, pergel, dinamik geometri yazılımları vb.) ile destekleyen çalışmalar ön plana çıkmaktadır. Teknoloji desteğiyle yapılan bu çalışmalar içerisinde dinamik geometri yazılımlarının kullandığı çalışmalar dikkat çekmektedir (Balcı, 2022; Baltacı, Yıldız, Kıymaz ve Aytekin, 2016; Deniz, 2016; Denizli, 2018; Dur, 2016; Gürhan, 2020; Kanbur Teker ve Argün, 2022; Karataş, 2021; Taş, 2022; Yıldız ve Güleş, 2022). Fakat özel yetenekli öğrencilere yönelik dinamik geometri yazılımlarının kullanıldığı çalışmaların sayısı oldukça azdır (Baltacı, Yıldız, Kıymaz ve Aytekin, 2016; Karataş, 2021; Kanbur Teker ve Argün, 2022) .

Dinamik geometri yazılımlarının kullanıldığı, öğrenme ortamlarının özel yetenekli öğrenciler üzerindeki etkisini inceleyen farklı alanlarda çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmalar doğru ve düzlem (Öksüz, 2010) , çokgenler (Kanbur Tekerek ve Argün, 2022) ,dörtgenler (Aydoğdu, 2014; Dur, 2016), üçgenler (Aygün, 2019; Dinamit, 2020; Karataş, 2021) ve katı cisimler (Harput, 2019) gibi alanlar da yapılmıştır. Dinamik geometri yazılımlarının kullanıldığı bu tarz çalışmalarda farklı teori ve yöntemlerin kullanıldığı fakat farklı ve özgün

modellerin geliştirilmediği görülmüştür. Bu çalışmalarda ise genellikle yaygın olarak kullanılan Van Hiele Modeli (Aydoğdu, 2014; Öksüz, 2010) , RBC soyutlama modeli (Karataş, 2021) , Heinze ve Reiss'in modeli (Dinamit, 2020) ,Matematiksel düşünme modeli (Aydoğdu, 2014) gibi yaklaşımlar kullanılmıştır.

İspat ve muhakeme süreci, matematiksel ifadelerin doğruluğunu teyit etmek için kullanılır (De Villiers, 1999). Fakat yapılan çalışmalar da ispat, sadece matematiksel durumların doğruluğunu değil aynı zaman da "açıklama, buluş, tanımların ve varsayımların sonuçlarını keşfetme, sistematikleştirme, iletişim, deneysel teoriler kurma ve bilinen gerçekleri yeni bir çerçevede birleştirme" gibi üst düzey düşünme becerilerinin kazanılması içinde önemlidir (Yackel ve Hanna, 2003). Bu üst düzey düşünme becerileri içerisinde ispat ve muhakeme sürecinin temelini oluşturan matematiksel akıl yürütme becerisi önemli bir yer tutar. Akıl yürütme becerisinin en verimli kullanıldığı öğrenme alanlarında biri de geometridir (Arıcı, 2012; Milli Eğitim Bakanlığı, 2017). Matematiksel akıl yürütme, geometri öğrenme alanı ile iç içe geçmiştir (Kilpatrick, Swafford ve Findell, 2001).

Özel yetenekli öğrencilerin eleştirel düşünme, keşfetme, fikir üretme ve soyut düşünme gibi üst düzey düşünme becerilerinin iyi olduğu bilinmektedir. İspat ve muhakeme, üst düzey düşünme becerilerinin en üst seviyesi olarak görülmekle birlikte bu süreç için yeni yollar araştırmalarla ortaya çıkarılmaya çalışılmaktadır (Hanna, 2000). Özel yetenekli öğrencilerle yapılan ispat ve muhakeme sürecine yönelik çalışmalar oldukça azdır (Aygün, 2019; Aydoğdu, 2014; Aydoğdu ve Keşan, 2016; Dinamit, 2020; Kanbur Tekerek ve Argün, 2022; Öztürk, Akkan ve Kaplan, 2017; Vatandaş, 2022). Bu sebeple dinamik geometri yazılımlarının kullanıldığı modellerle birlikte ve özel yetenekli öğrencilerin ispat ve muhakeme sürecinin incelendiği güncel çalışmalara ihtiyaç olduğu görülmektedir.

Türkiye'de eğitim sistemleri çağdaş düzeyde yeniden yapılandırılırken, özel yetenekli öğrencilerin eğitiminde kullanılabilecek ve ileride örnek teşkil edebilecek geometri öğretim modülünün tasarlaması oldukça gerekli görülmektedir. Tüm bunlar göz önünde bulundurulduğunda özel yetenekli öğrenciler için farklılaştırılmış, yaratıcılığın ve üretkenliğin geliştirildiği bir geometri öğretim modülünün, öğrencilerin ispat ve muhakeme süreçleri açısından incelenmesi üst düzey soyut düşünme becerilerinin sistematik bir şekilde nasıl geliştirilebileceğini göstermesi açısından oldukça önemli görülmektedir. Son olarak; araştırma kapsamında ulaşılan sonuçlar ve ortaya çıkan ilişkilerin alanda yeni açılımlara ve yeni araştırmalara başlangıç noktası oluşturması düşünülmektedir.

1.4.Araştırmanın Varsayımları

Bu araştırmada hazırlanan ölçekler yanıtlanırken katılımcılar, yöneltilen sorulara dürüst bir şekilde ve samimiyetle cevap vermişlerdir.

1.5.Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Bu araştırmanın katılımcıları Bursa'nın Nilüfer ilçesinde bulunan bir Bilim ve Sanat Merkezi (BİLSEM)'nde öğrenim gören öğrenciler ve ülke genelinde sınırlı sayıda BİLSEM'de görev yapan öğretmenler,

2. Araştırma 2021-2022 eğitim-öğretim yılında sınırlı sayıda öğretmen ve öğrencilerden elde edilen veriler,

3."Üçgenler" dersi konuları ile sınırlıdır.

1.6.Tanımlar

Özel Zekâlı ve Yetenekli Birey: Zekâ seviyesi 130'un üzerinde olan bununla birlikte yüksek seviyede genel ve özel yetenek düzeyi, yaratıcılık ve motivasyona sahip olan bireyler "özel zekâlı ve yetenekli" birey olarak kabul edilmiştir (Davaslıgil, 2004).

Farklılaştırılmış Öğretim: Öğretim öncesinde bireylerin hazırbulunuşluklarını, kişisel özelliklerini, ilgi ve yeteneklerini belirleyen; müfredat kapsamında konu alanının içerik ve kazanımlarını düzenleyen; öğrenme ortamını düzenleyerek farklı öğrenme yöntem ve tekniklerini kullanan; öğrenme süreci sonundaki değerlendirmeyi çeşitli yollarla gerçekleştiren böylece içerik, süreç ve ürün için farklı imkânlar sunan bir öğretim yaklaşımıdır (Tomlinson, 2001).

Dinamik Geometri Ortamı: Geometrik yapıların özelliklerinin ve bu yapılar arasındaki ilişkilerin incelenmesine olanak tanıyan teknolojiye dayanan öğrenme ortamlarıdır (Güven ve Karataş, 2003; Leung, 2008).

Matematiksel İspat: İddia niteliğinde olan matematiksel bir ifadenin bütün şartlarda doğru ya da yanlış olduğunun kanıtlanmasıdır (Baki, 2008).

Argümantasyon Tabanlı Öğrenme: Öğrencilerin problem çözme ve bilgi edinme süreçlerinde araştırma ve sorgulamaya dayalı öğrenme ortamında argüman üretme, argümanları değerlendirme ve savunma becerilerini kullanarak öğrenme sürecini düzenleyen eğitim yaklaşımıdır (Nam, Choi & Hand, 2011).

2. BÖLÜM

KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde araştırmanın kuramsal çerçevesini oluşturan teorik yaklaşım ile birlikte kavramsal yapılara ilişkin bilgilere ve alınyazındaki ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

2.1.Özel Yeteneklilik

2.1.1.Özel Zekâ/Yetenek Kavramı: Zekâ/yetenek kavramı ile ilgili ilk düşünceler Sir Francis Galton tarafından ortaya atılmıştır. Galton zekâ kavramını açıklarken zekâyı bölümlere ayırarak basit bir şekilde algısal, duygusal ve motor süreçleri olarak incelemiştir. Zekânın kalıtımsal olduğunu ve sosyal ilişkiler ile farklılaştığını ifade etmiştir. Aynı zamanda öğrenme ve problem çözme gibi bilişsel işlemlerin de zekâ ürünü olduğunu iddia etmiştir (Bildiren, 2018).

Günümüzde zekâ kavramı ile ilgili farklı tanımlar mevcuttur. Kültürlerin zekâ kavramına bakış açılarının aynı olmaması sebebiyle ortak bir tanım oluşmamıştır (Sousa, 2003). Literatürde yer alan tanımların bir kaçı şu şekildedir;

Alfred Binet, karmaşık zihinsel işlemlerle birlikte zekânın yapısının ortaya çıktığını ve basit zihinsel işlemlerin aksine karmaşık işlemlerle bu yapının geliştiğini ifade etmiştir. Aynı zamanda Binet, zekâ testini geliştiren ilk bilim adamıdır (Sak, 2013). Binet o dönem okullarda öğrenme güçlüğü çeken öğrencileri tespit edebilmek için Binet-Simon ölçeğini geliştirmiştir. Terman'a göre ise zekâ daha çok soyut düşünebilme gücüydü (Kayral, 1969). Dolayısıyla Daha sonra Terman, Binet-Simon ölçeğini revize ederek günümüzde kullanılan zekâ testinin ilk hali olan Stanford-Binet Zekâ Testini oluşturmuştur (Sak, 2014).

Piaget, bireyin çevreye olan adaptasyon ile zekâsının geliştiğini ifade etmiştir. Piaget, zekânın bireyin çevreyle olan etkileşimi sonucunda edindiği bilgileri özümseyerek kendinde var olan şemaya yerleştirmesi ile geliştiğini ileri sürmüştür. Böylece hem çevreye uyum sağlanmış hem de zihinsel yapısını ifade eden şeması da korunmuş olmaktadır (Nicolopoulou, 2004).

Sternberg; pratik, yaratıcı ve analitik olarak kategorize ettiği bir zekâ modeli ileri sürmüştür. Bu modele göre bu alanlar denge içerisinde olursa birey yetenekli kabul edilir. Bu modelde birey zayıf yönlerinin farkına vararak belli bir amaç doğrultusunda bu yönlerini geliştirip ilerleyebilme becerisine sahip olmalıdır (Kuzgun,2004).

Grigorenko, zekâyı katı kalıpların içerisinden çıkarmış ve daha çok esnek ve dinamik bir yapı olduğunu ifade etmiştir. Aynı zamanda bireyin yaşamı boyunca daha üst biliş seviyesine geçmek için bir dizi beceriyi elde etmesi ve pekiştirmesinin zekâsı açısından önemli

bir süreç olduğunu söylemiştir. Bu süreç içerisinde bireyin her alanda yetenekli olamayabileceğini bazen bir alanda yetenekliyken bir başka alanda yeteneğinin az olabileceğini öne sürmüştür (Renzulli, 2005).

Thorndike, zekâyı ifade ederken üç tür üzerine temellendirmiştir. Bu türler kavram ve sayıları anlama yeteneğini ifade eden soyut zekâ, araç ve makineden anlama yeteneğini ifade eden mekanik zekâ ve başkalarıyla iyi ilişkiler kurma yeteneğini ifade eden toplumsal zekâ olarak tanımlanabilmektedir. Aynı zamanda sözcükleri anlama, sayılarla akıl yürütme, kavrama ve ilişkileri görsel algılama olarak zekânın birbirinden bağımsız etmenlerden oluştuğunu savunmaktadır (Başaran, 1994; akt. Gürel ve Tat, 2010).

Gardner, çoklu zekâ kuramını geliştirerek zekâyı sekiz farklı türe ayırmıştır. Bu türler; matematik, beden, müzik, dil, doğal, sosyal, kişisel ve mekândan oluşmaktadır. Bireylerin farklı türlerini aynı anda kullanarak çeşitli eylemlerde bulunabileceklerini ifade etmiştir. Bu kurama göre bir bireyin her alanda başarılı olması mümkün olacağı gibi aynı zamanda bazı alanlarda yeterli başarıyı gösterememiş olması da mümkün olabilmektedir (Başaran, 2004).

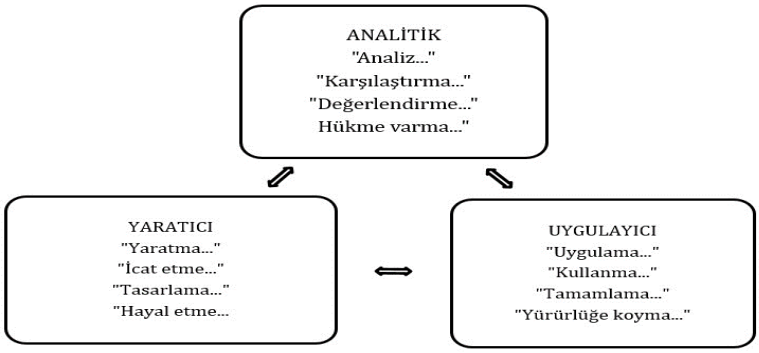
Yukarıda belirtildiği gibi her bilim adamının zekâya bakış açısı farklı olduğu için çok sayıda zekâ kuramı ortaya atılmıştır. Bu yaklaşımların bir kısmı insan zekâsını ölçmeye yönelik çalışmalar (Stanford-Binet zekâ testini vb.) içermekte iken diğer kısmı zekânın gelişimini ve 20. yüzyıl başlarında Lewis Terman ilk kez "özel yetenekli çocuk" kavramını ortaya atmıştır (Conklin ve Frei, 2016). Lewis Terman, özel yetenekli bireyleri zekâ testlerinden elde edilen puanların üst %1'lik dilimi olarak ifade edilen yüksek zekâ katsayısıyla (Intelligence Quotient [IQ]) ilişkilendirmiştir (Mendaglio, 2016). Sonraki dönemlerde klasik IQ ölçütü haricinde özel yetenekli bireylerin; genel ve özel alanlarında akademik yeteneğe sahip, liderlik yönleri güçlü, yaratıcı, motivasyonları ve benlik algıları yüksek ve sanat alanında yetenekleri olan bireyler olduğu ifade edilmiştir (Bildiren, 2013).

Literatürde özel yeteneklilik kavramı detaylı bir şekilde açıklanırken, çeşitli modellemeler kullanılmıştır. Bu modellerden bazıları şunlardır:

2.1.1.1. Üç Element Modeli: J. Sternberg, özel yeteneklilik kavramını Analitik- hafıza yetenekleri, sentetik-yaratıcı düşünce yetenekleri ve içerik uygulamalı (pratik) yetenekler olmak üzere 3 unsur üzerine temellendirmiştir (Sak, 2013). Şekil 1'de Üç Element Modeli gösterilmiştir.

Şekil 1

Üç Element Modeli



***2.1.1.2. Üç Halka Modeli*:** Renzulli, özel yeteneklilik kavramını ifade ederken ortalama üstü kabiliyet, göreve bağlılık ve yaratıcılık öğelerinin etkileşiminden bahsetmiştir. Renzulli'nin üstün yeteneklilik hakkında oluşturduğu üç halka modelinde yer alan üç ölçüt ifadesi şu şekildedir (Renzulli, 2005);

Ortalama üstü kabiliyet: Bireyin genel yetenek (sözel veya sayısal akıl yürütme, sözcük dağarcığının zengin olması vb.) ya da özel yetenek (müzik, resim, tiyatro veya dans gibi sanatsal beceri vb.) alanın da yüksek potansiyele sahip olmasıdır.

Göreve bağlılık: önemli bir işi yürütürken hayranlık, sebat, ilgi ve bağlılık gibi yüksek motivasyona sahip olmasıdır.

Yaratıcılık: Açık, anlaşılır ve esnek olma, risk alma, ürettiklerinde özgün olma, yeniliğe açık olma ve problem çözme yeteneği gibi özelliklere sahip olmasıdır.

Şekil 2

Üç Halka Modeli



2.1.1.3. Beşgen Kuramı Modeli: Sternberg ve Zhang (1995), tarafından ileri sürülen Beşgen kuramın da bir bireyin özel yetenekli olarak kabul edilmesi için değer kriteri, kanıt kriteri, üretkenlik kriteri, mükemmellik kriteri ve enderlik kriteri şeklinde beş kritere sahip olması gerektiği ifade edilmiştir (Sak, 2013). Bu kriterler şu şekildedir:

Değer Kriteri: Bireyin sahip olduğu özel yeteneğin toplumca değerli görülmesidir.

Kanıt Kriteri: Bireyin üstün olduğu alanlar da testlerle ya da ürünlerle kanıta dayalı olarak üstün olduğunun kabul edilmesidir.

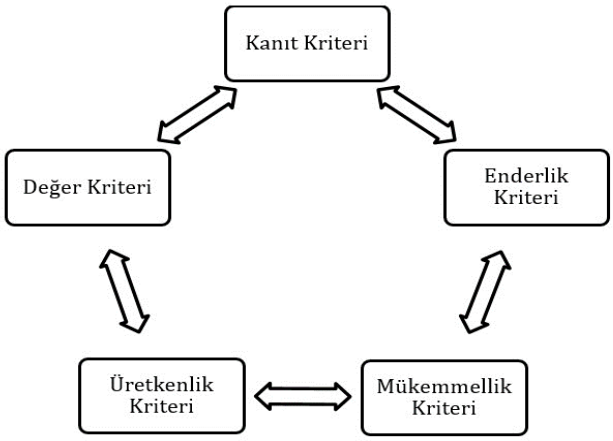
Üretkenlik Kriteri: Bireyin akranlarına kıyasla yaratıcı olması ve bu yaratıcılığını sürdürebilmesidir.

Mükemmellik Kriteri: Bireyin en az bir alanda kendine özgü ve olağan üstü performans göstermesi olarak kabul edilmektedir.

Enderlik Kriteri: Bireyin sahip olduğu potansiyel ve yeteneğin kendine özel olmasıdır. Kişinin bir alanında gösterdiği performansın nadir görülür nitelikte olması anlamına gelir.

Şekil 3

Beşgen Kuramı Modeli



2.1.1.4. Abraham Tannenbaum Üstün Yeteneğe Yaklaşım Modeli: Abraham Tannenbaum tarafından ileri sürülen modele göre bir bireyin özel yetenekli olarak kabul edilmesi için genel yetenek, ayırt edici özel yetenek, zihinsel olmayan faktörler, çevresel faktörler ve şans faktörüne sahip olması gerekir (Sak, 2013). Özel yetenekli bireyin bu beş faktörden her birine sahip olması gerekir (Sternberg ve Davidson, 2005). Bu faktörler şu şekildedir:

Genel yetenek: Genel zekâ olarak ifade edilmekle birlikte belli bir seviyenin üzerinde IQ puanını sahip olmayı ifade etmektedir. Bir bireyin sahip olduğu IQ puanın farklı yetenek alanlarında belli bir eşik değerinin üzerinde olması gerektiği ifade edilir (Tannebaum,2003).

Ayırt edici yetenek: Bireyin belli bir alanda özel kapasiteye sahip olması demektir. Özel yetenekli bireyin bu özelliği belirgin olarak onu akranlarından ayırt eder (Sternberg ve Davidson, 2005).

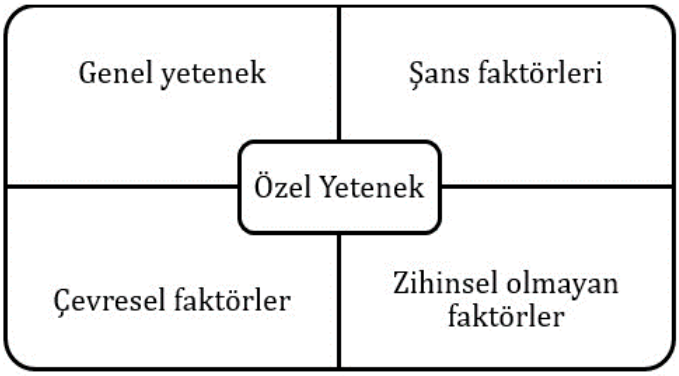
Zihinsel olmayan faktörler: Başarılı olma arzusu, göreve adanmışlık, tatmin duygusu, benlik kontrolü, sorumluluk gibi kişiliğin oluşumuyla yakından ilgili olan psikolojik etmenleri içerir (Tannebaum, 2003).

Çevresel faktörler: Bireyin günlük yaşamında karşılaştığı uyaranları ifade etmektedir. Bu uyaranlar ile birey sahip olduğu potansiyeli en üst düzeye çıkarır (Sternberg ve Davidson, 2005).

Şans faktörü: Kişilerin bazı yeteneklerinin ortaya çıkması beklenmedik olayların gerçekleşmesi ile olabilir (Tannebaum, 2003).

Şekil 4

Abraham Tannenbaum Üstün Yeteneğe Yaklaşım Modeli



2.1.1.5. Taylor'un Çoklu Yetenek Yaklaşımı Kuramı Modeli: Taylor, bireyin özel yetenekli olarak tanınması için altı farklı yeteneğin incelenmesi gerektiğini savunmuştur. Şekil 5'te Taylor'un çoklu yetenek yaklaşım kuram modeli şu şekilde ifade edilmiştir (Sak, 2013):

Şekil 5

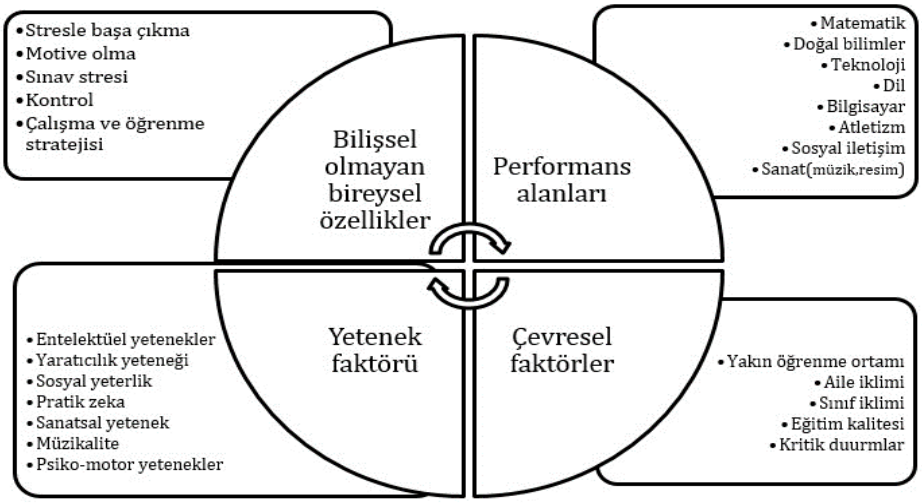
Taylor'un Çoklu Yetenek Yaklaşımı Kuramı Modeli



Şekil 5'te açıklanan modeli incelediğimizde; akademik yeteneği yüksek, liderlik yönleri güçlü, yaratıcı, motivasyonları ve benlik algıları yüksek, değişimlere karşı algıları açık, bağımsız hareket etmeyi seven, kolay uyum sağlayabilen ve sanat alanında yetenekleri olan bireyler özel yetenekli bireyler olarak görülebilir. Ziegler ve Heller (2000) tarafından yapılan araştırmada, özel yetenekli bireylerin özellikleri Munich Üstün Zekâ ve Yetenek Modeli ile çok boyutlu olarak ortaya konulmuştur.

Şekil 6

Munic Üstün Zekâlılık ve Yeteneklik Modelinin Çok Boyutlu Bileşenleri



Şekil 6'da bahsettiğimiz bu özellikler doğrultusunda özel yetenekli bireylerin ihtiyaçları akranlarına göre farklılık göstermektedir. Bu doğrultuda özel yetenekli bireylerin eğitimine yönelik belirlenen ortak düşünce bu çocukların özel bir programa duydukları ihtiyaçtan dolayı eğitim sürecinin farklılaştırılmasıdır (Levent, 2014).

2.1.2.Özel Yetenekli Bireylerin Eğitimi: Ülkemizde kullanılan eğitim programları özel yetenekli öğrencilerden ziyade normal öğrencilere hitap etmektedir. Bu sebeple özel yetenekli öğrencilerin gelişim süreçlerinin sağlıklı olarak ilerleyebilmesi için öğrencilere uygun eğitim ortamları ve eğitim programları hazırlamak gereklidir (Eripek ve diğerleri, 2001). Bu doğrultuda özel yetenekli öğrencilerin özellikleri doğrultusunda farklı alanlarda, çeşitli yetenekleri ile birlikte üst düzey düşünme becerilerinin gelişimi için farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş eğitim ortamlarına ihtiyaç duyulmaktadır (VanTassel Baska, 2003; Porter, 2005).

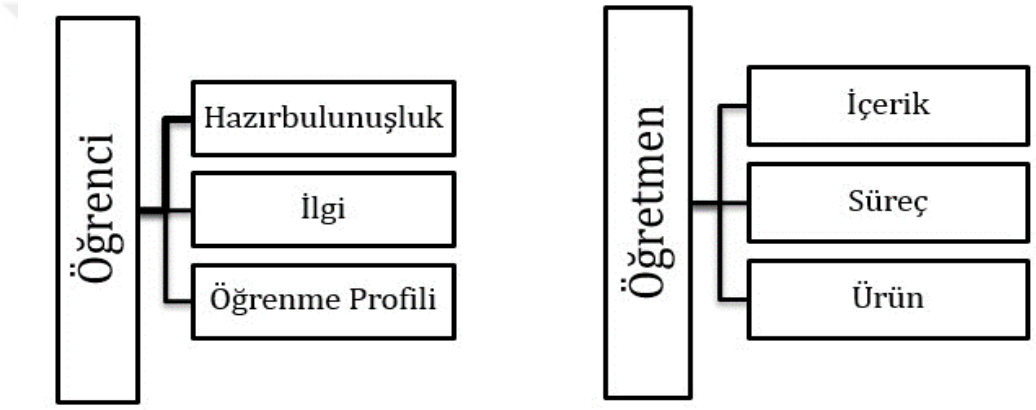
Farklılaştırılmış öğretim, özel yetenekli öğrencilerin ihtiyaçlarını karşılamak ve potansiyellerini ortaya çıkarmak için gerekli olan öğrenme yaşantısıdır (Ward, 1961; akt. Bloom, 2009). Farklılaştırma; öğrencilerin ilgileri, ihtiyaçları ve hazırbulunuşlukları

doğrultusunda öğretim programlarında meydana getirilen değişikliklerdir (Tomlinson, 1999). Öğretimde farklılaştırma yapılırken temel alınan nokta özel yetenekli öğrencilerin hazırbulunuşlukları, ilgi ve yetenekleri, öğrenme gereksinimleri ve öğrenme stilleri gibi bireye has özelliklerdir (Anderson, 2007; Tomlinson, 1999).

Powers (2008), birbirinden farklı özelliklere sahip öğrencilerin hazırbulunuşlukları dikkate alınarak öğrenme ihtiyaçlarına cevap vermek amacıyla oluşturulan programların içerik, süreç ve ürün alanlarında farklılaştırılabileceğini ifade etmektedir. Farklılaştırılmış öğretim yaklaşımının temel öğeleri Şekil 7'de verilmiştir.

Şekil 7

Farklılaştırılmış Öğretim Yaklaşımı Modeli



Öğretimin farklılaştırma sürecinde öğrencilerin hazırbulunuşluk, ilgi ve öğrenme profilleri dikkate alınarak öğretmenler tarafından içerik, süreç ve ürün gibi program öğelerinde değişiklik yapılabilir.

Müfredat farklılaştırılırken kullanılan yardımcı elemanlar şu şekildedir:

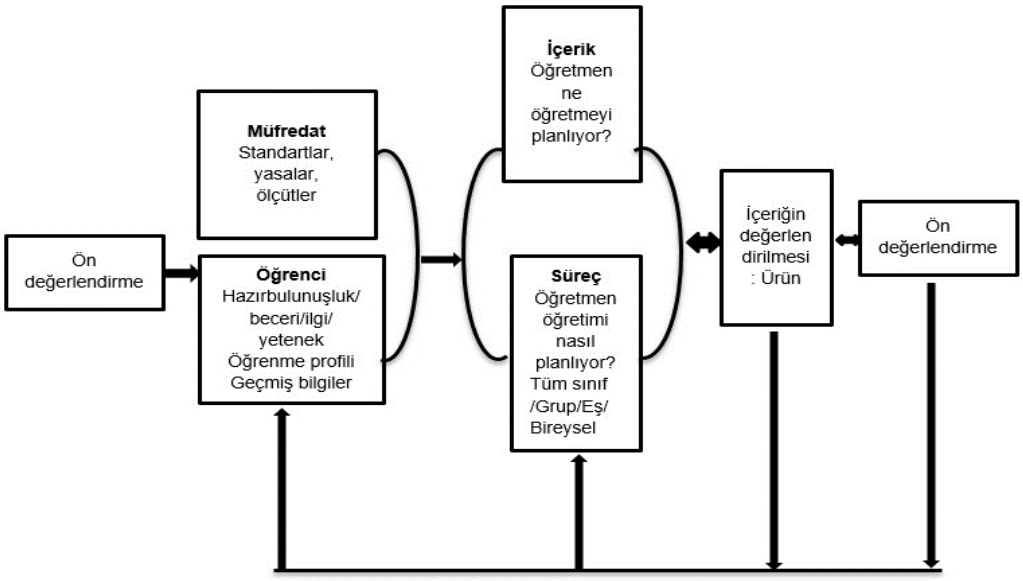
İçerik: Öğrencilere öğretmek istediğimiz şeyler "girdi" olarak ifade edilmektedir. İçeriği farklılaştırırken öğrettiğimiz bilgileri güncelleyip zenginleştirebileceğimiz gibi öğrenmeleri istediğimiz bilgileri veriliş şeklimizi de değiştirebilmemiz mümkündür (Tomlinson, 2001).

Süreç: Öğrencilerin nasıl öğreneceği ve öğrenciye kazandırılması planlanan içeriğin nasıl öğretileceği üzerine odaklanan kısımdır. Öğrenciler yeni bilgi ve beceriler ile karşılaştıklarında bunları anlamlandırmak için bir dizi uygulamaya ihtiyaç duyarlar. Bu uygulamalar içerisinde hazırlanan etkinlikler öğrencilerin ilgi, ihtiyaç ve hazırbulunuşlukları dikkate alınarak farklılaştırılır. Bu süreçte daha çok öğrenciye sağlanacak desteğin miktarı, öğrenciden alınacak geri dönütler, ayarlanan süre ve öğrencilerin etkinliklere katılımı gibi planlanan öğretim sürecine odaklanılmalıdır (Levy, 2008).

Ürün: Öğrencilerin öğrenme süreci sonucunda neleri, ne kadar öğrendiklerini gösterir. Bu ürünlerin belirlenmesi proje, test, sözel sunum ve yazılı sınav gibi klasik yöntemlerle birlikte poster hazırlama, film çekme, şarkı söyleme, koleksiyon yapma, sergi açma gibi alternatif değerlendirme yöntemlerine de başvurulabilir (Prater, 2006). Şekil 8'de İçerik, süreç ve ürün döngüsü gösterilmiştir:

Şekil 8

İçerik, Süreç ve Ürün Döngüsü



Özel yetenekli öğrencilerin eğitimsel ihtiyaçlarının karşılanması ve bu yönde uygulamaların yapılması için geliştirilen modellerde amaç; özel yetenekli öğrencilerin ilgi, ihtiyaç ve hazırbulunuşlukları dikkate alınarak eğitim ortamlarının düzenlenmesidir. Geliştirilen eğitim modellerinin ortak yönleri genel olarak üç başlık altında toplanır. Bunlar; hızlandırma, gruplama ve zenginleştirmedir (Dağlıoğlu, 2004) .

Hızlandırma: Özel yetenekli öğrencilerin sahip olduğu en önemli özelliklerden biri de herkesten daha hızlı öğrenme ve öğrendiklerini uygulama potansiyeline sahip olmalarıdır. Bu sebeple diğer öğrencileri beklerken sıkılmalarını ve sınıfta uyumsuz davranışlar göstermelerini engellemek için hazırlanan programlar da öğrenci seviyelerine uygun çeşitli ayarlamalar yapılmaktadır (Levent, 2014). Bu ayarlamalar genelde sınıf atlatma, okula erken başlama, sınıf birleştirme, özel seminerler, özel yaz kursları, çeşitli çalışma merkezlerindeki (müzeler, üniversiteler, bilim laboratuvarları ve endüstri gibi) özel çalışmalar şeklinde olmaktadır (MEGEP, 2007).

Gruplama: Özel yetenekli öğrencilerin bir arada eğitimlerini sürdürebilecekleri uygun öğrenme ortamlarının sağlanıp, bu öğrencilerin bireysel özelliklerine göre onlara ayrı eğitimin

verilmesi olarak ifade edilmektedir. Bu eğitim verilirken hazırlanmış olan özel araçlar ve özel programlar kullanılmaktadır. Aynı zamanda ders süreci dışında özel yetenekli öğrencilerin normal öğrencilerle etkileşim içinde olmalarına da dikkat edilmelidir (Tekbaş, 2004).

Zenginleştirme: Özel yetenekli öğrencilerin akranlarıyla aynı öğrenme ortamında aynı müfredatı paylaşırken aynı zamanda öğrenme ortamlarının çeşitli çalışma, etkinlik, gezi veya projelerle desteklenmesinin sağlanmasıdır (Daştan, 2016). Öğretim süreci zenginleştirilirken ürüne (şiir, öykü, proje gibi) yönelik zenginleştirme veya sürece (yaratıcı, eleştirel veya kritik düşünme gibi) yönelik zenginleştirme kullanılabilinir (Sak, 2014).

Özel yetenekli öğrencilere yönelik programlar hazırlanırken öne sürülen bu modellerin ortak özelliklerinden içerik, süreç ve ürün farklılaştırması gibi ortak boyutlar dikkate alınmıştır. Aynı zamanda öğrenme ortamlarının farklılaştırılıp zenginleştirilmesinde akıl yürütme, analiz etme, araştırma, problem çözme, neden ve sonuç ilişkisi belirleme gibi üst düzey beceriler belirgindir. Bu modellerin temelinde öğrenme sürecini anlatan "derinlik ve karmaşıklık" ön plana çıkmaktadır (Kaplan, 2009).

Derinlik: Özel yetenekli öğrenciler için hazırlanan öğrenme ortamlarında, öğrencilerin ilgi alanlarına hitap eden konularda ayrıntılı bir şekilde çalışmalarına imkân verilmesidir. Öğrencilerin ilgi alanlarında ayrıntılı ve derinlemesine çalışması için öğrencinin kavramları ve kavramlar arası ilişkileri ortaya koyması, genellemeleri sorgulaması, yeni bilgiler üretmesi ve bu fikirleri paylaşması sağlanabilir (Dodds, 2010).

Karmaşıklık: Hazırlanan öğretim modellerinde özel yetenekli öğrencilerin "neyin" ve "nasıl" nın daha ötesine geçen eleştirel düşünceye sahip olmalarına fırsat verilmesidir (Dodds, 2010). Öğrencilerin problem çözmesi, alışagelmişin dışında sorular ve cevaplar üretmesi, neden ve sonuç ilişkisi kurması gibi üst düzey düşünme becerilerinin kullanılması için karmaşık ve zorlayıcı öğrenme ortamının oluşturulması sağlanabilir.

Özel yetenekli öğrencilerin potansiyellerini tam olarak ortaya çıkarabilmek için standart eğitim programlarının yetersiz olduğu görülmektedir (Dweck, 2006; Ford, 2011; Gagne, 2007; Reis, 2003; Renzulli ve Reis, 2014; Silverman, 2012; Winner, 2000) . Dolayısıyla özel yetenekli öğrencilerin potansiyellerini geliştirebilmek için farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş bir eğitim yaklaşımına ihtiyaçları olduğu alan yazında yapılan çalışmalarda vurgulanmaktadır (Dweck, 2006; Gagne, 2004; Renzulli ve Reis, 2014; Reis, 2003; Silverman, 1993; Tomlinson, 2001). Dolayısıyla özel yetenekli öğrencilerin benzersiz yeteneklerine, ilgi alanlarına ve öğrenme stillerine uygun olarak kaliteli bir öğretim programı hazırlamak için çeşitli eğitim modelleri temel alınmaktadır. Bu modeller aşağıda detaylı olarak açıklanmıştır.

2.1.3.Özel Yetenekli Bireylere Yönelik Eğitim Modelleri: Aşağıda özel yetenekli öğrencilere yönelik hazırlanan Zengin öğretim modelinde kazanım, içerik, öğrenme süreci ve ürün bakımından bir takım farklılaştırma ve zenginleştirmeler yapılmıştır. Bu değişiklikler yapılırken literatür taranmış, özel yetenekli öğrencilere yönelik olarak tasarlanmış çeşitli öğrenme modelleri dikkate alınmıştır. Bu modeller aşağıda detaylı olarak anlatılmıştır:

2.1.3.1. Purdue Üç Basamaklı Zenginleştirme Modeli: Purdue üç basamaklı zenginleştirme modeli, Feldhusen ve öğrencileri tarafından ortaya atılıp 1979 yılında son halini almıştır. Bu zenginleştirme modelinde yaratıcılık ön planda olmakla beraber özel yetenekli öğrenci, basitten karmaşığa doğru çeşitli etkinliklerle karşılaşmaktadır. Bu etkinliklerle elde edilmek istenen temel amaç öğrencilerin genel ve özel yetenek alanlarında gereksinimlerini karşılamaktır. Öğrenciler bu tarz öğrenme ortamlarında çeşitli etkinliklerle karşılaştıkça gereksinimleri değişip farklı bir boyuta evirilecektir. Ayrıca her öğrencinin bireysel özelliklerinin farklı olduğu; bu sebeple bazı öğrencilerin sadece zenginleştirme, bazılarının sadece hızlandırma bazen de birkaç özelliğin bir arada verilmesi gerektiği unutulmamalıdır (Feldhusen ve Robinson, 1986).

Purdue Üç Aşamalı Zenginleştirme Modeli (Feldhusen ve Treffigner, 1985; Feldhusen ve Kolloff, 1986; Davis ve Rimm, 2004) üç aşamaya odaklanır. Bu aşamalar Şekil 9'da şu şekildedir:

Şekil 9

Purdue Üç Aşamalı Zenginleştirme Modeli

Modelin Basamakları	Genel İçerik	Detaylı İçerik
• **1.Aşama:** Ayırıcı ve birleştirici düşünme becerileri	• Bütünleştirilmiş ve temel bilimsel süreç becerileri	• Öğretmen kısa süreli etkinliklere izin verir. Konu alanında beceri geliştirecek uygulamalar yapılır. Zihinsel ve görsel etkinlikler arasında bir denge vardır.
• **2.Aşama:** Problem çözme ve yaratıcı problem çözme teknikleri	• Öğretmenin seçtiği problem üzerinde grup çalışması	• Öğretmenin kontrolünde etkinlikler yapılır. Birçok araştırma ve soruşturma tekniğinin uygulaması yapılır. (Beyin fırtınası gibi)
• **3.Aşama:** Bağımsız proje çalışması	• Derinlemesine araştırma	• Öğrenci kontrolündedir. Öğretmen rehberdir. Bireysel veya küçük gruplarla konular seçilir. Araştırma metotlarının uygulamaları yapılır. Çalışma sonunda elde edilen ürün sunum için hazırlanır.

1.aşama (Ayrıştırıcı ve birleştirici düşünme becerileri); esneklik, akıcılık, orijinallik, karşılaştırma ve soru sorma gibi daha alt seviyede düşünme becerilerinin gelişimine odaklanılan aşamadır. Öğrenme içeriğinin temel alt yapısını oluşturan akademik kısımla birlikte ödevler,

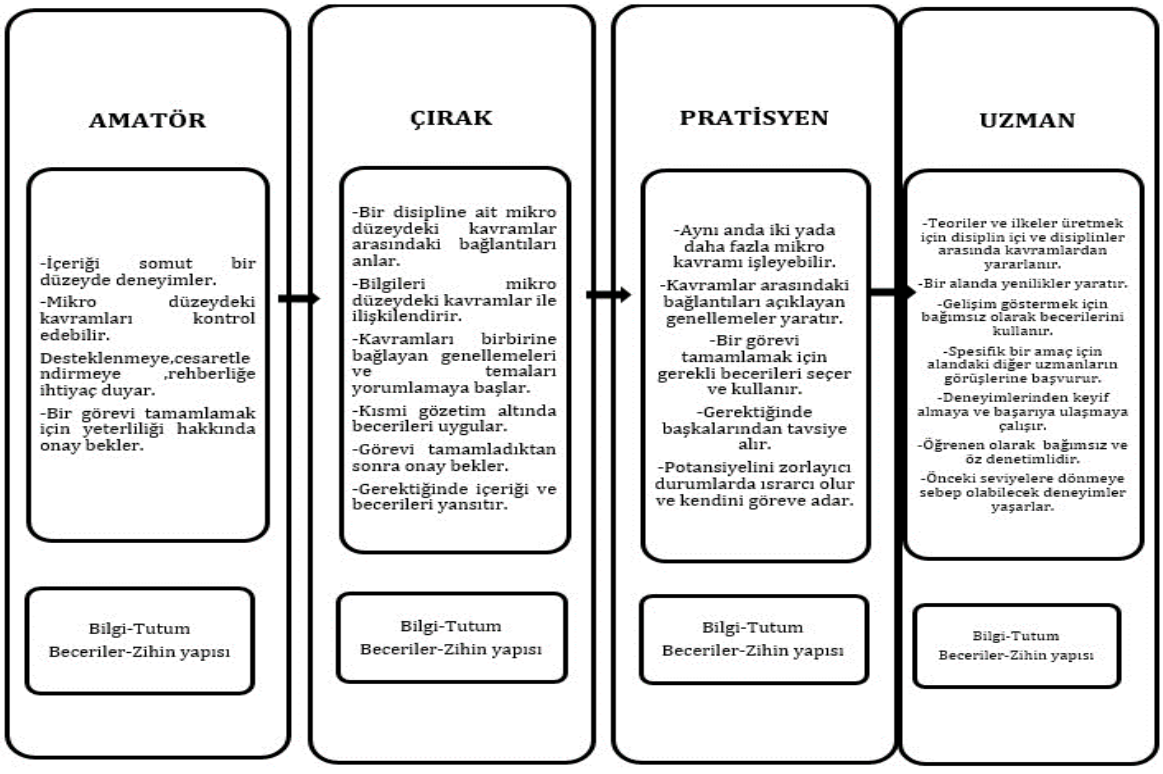
okumalar, bulmacalar, problemler, merak uyandıran durumlar gibi genelde öğretmenler tarafından düzenlenen ve öğrencinin motive edilmesine olanak sağlayan zenginleştirilmiş etkinlikleri içerir.

2.aşama (Problem çözme ve yaratıcı problem çözme teknikleri); bu evrede daha çok özel yetenekli bireylerin karmaşık problem çözme şeklindeki zenginleştirilmiş etkinliklerle karşılaşması sağlanır. Bu tarz etkinlikler standart dışı matematik problemleri, sorgulama ve probleme dayalı öğrenme çalışmalarını içerir. Böylece öğrencilerin daha fazla karmaşık düşünmelerini sağlayacak mantıksal düşünme, eleştirel düşünme ve yaratıcı düşünme gibi üst düzey düşünme becerileri ön plana çıkarılır. Öğretmen bu aşamada daha çok yol gösterici ve destekleyici konumdadır.

3.aşama (Bağımsız proje çalışması); özel yetenekli öğrenciler daha önceki aşamada öğrendikleri bilgi ve becerileri gerçek hayat problemlerine uygulamaya başlarlar. Bu süreçte alanında uzman bir profesyonel gibi tek başlarına veya grup halinde çalışarak çeşitli ürünler ortaya koyar ve bunları ilgili kişilere sunarlar. Bu aşamada daha çok öz denetim ve düzenleme gibi bireylerin kişisel becerilerinin gelişimi ön plandadır. Öğretmenin bu evrede rolü daha çok öğrencilerin kaynaklara ulaşmasında yardımcı olmaktır.

Şekil 10

Paralel Müfredat Modelinin Her Basamağa Özgü Yeterlilikleri



2.1.3.2. Izgara Modeli (The Grid Model): Izgara modeli, 1973 yılında oluşturulmaya başlanan ve geliştirilmeye devam edilen öğretim programlarının temelini oluşturan karmaşıklık ve derinlik ilkeleri doğrultusunda yönlendirilen farklılaştırılmış bir çerçeve öğretim programı modelidir. Öğrenme modelinde; müfredat oluşturulurken içerik, süreç, öğrenme ortamı ve ürün bileşenlerinde kapsamlı bir tema altında farklılaşmaya gidilmektedir (Kaplan, 2009; Sak, 2009). Model uygulanırken öncelikle içerik, süreç ve ürün boyutları bir tablonun sütunlarına yerleştirilir ve farklılaştırılmış etkinlikler bu sütunlarda yerini alır. Bu şekilde oluşturulan görünüm ızgara yapısına benzediği için model adını bu görünümden almaktadır (Kaplan, 2009).

Özel yetenekli öğrencilere yönelik hazırlanan farklılaştırılmış öğretim programının temel bileşenleri Şekil 11'de şu şekilde ifade edilebilir (Kaplan, 1986):

Şekil 11

Izgara Modeli (The Grid Model)

<table>
<tr><td colspan="3">Tema: Müfredatın devamını sağlamakla sorumlu, içerik, süreç ve ürünü birbiri ile ilişkilendiren yapı.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Büyük fikir: Tema ile bağlantı kuran genellemenin, prensibin ifadesi.</td></tr>
<tr><td>Süreç: X</td><td>İ-çerik: 0</td><td>Ürün : [ ]</td></tr>
<tr><td>Üstünlerin sahip olması gereken, temel ve gerekli beceriler ötesinde, üretici düşünme becerileri, eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, problem çözme vs. Ve bir alanda araştırma yapmak için gerekli olan araştırma becerileri, bilgiye ulaşma becerileri, yorumlama, özetleme ve bilgiyi rapor halinde sunma gibi beceriler ve üstün bireyin eğilimleri doğrultusunda oluşturulan bireysel beceriler.</td><td>Tüm öğrencilerin öğrenmesi zorunlu olan konular ve üstünlerin bireysel ihtiyaçlarına ve ilgilerine yanıt veren bilgi ve konular.</td><td>Bir konu alanında üstünlerin özümsedikleri bilgi ve becerileri, özetleyerek veya bilgiyi aktararak, bir dizi araç, teknoloji veya materyalleri kullanarak, uygun ve doğru bir şekilde ürettiği, paylaşarak ve dönütler alarak geliştirdiği iletişim o çalışma alanıyla ilgili, iletişim kurmak için oluşturduğu farklı yapılar ve şekilleri içeren araçlar</td></tr>
<tr><td colspan="3">Öğrenme Deneyimi: Bu süreçler arasındaki bağlantının oluşturduğu ve öğrenme-öğretme sürecini yönlendiren amaçveya deneyimlerdir. Öğrenme deneyimleri esas olarak öğrenme-öğretme sürecinin beklenen çıktılarıdır. Çalışma, kurslar, ders planları ve bağımsız çalışmalar için bir çerçeve sunarlar.</td></tr>
</table>

Tema: Çalışılan disiplini ve bu disiplinle bağlantılı konuları kapsayan kavramlardır (Kaplan, 2009).

Büyük Fikirler: Çalışılan disiplin kapsamındaki verilerle ilişkili evrensel ve genel geçer ilkeler, teoriler, genellemeler bütünüdür (Kaplan, 2009).

Öğrenme Deneyimi: Öğrenme deneyimleri, modelde yer alan içerik, süreç ve ürün elemanları arasında oluşturulan anlamlı ilişkiyi ifade etmektedir (Kaplan, 2009).

İçeriğin Seçimi: İçerik oluşturulurken müfredatta yer alan ana konu kapsamında öğrencilerin hazır bulunuşlukları dikkate alınmaktadır. Ele alınan temanın evrensel olması, disiplinler arası bağlantıları içermesi, çeşitli ilke ve teorileri barındırması ve seçilen temanın çalışmaya değer olmasına dikkat edilmelidir (Kaplan, 2009).

Süreç Becerilerinin Seçimi: Temel beceriler, araştırma ve üretici düşünme becerilerinin kazanılmasının hedeflendiği süreçtir. Bu beceriler seçilirken öğrencilerin ilgi, ihtiyaç ve becerileri dikkate alınarak adım adım becerilerinin seviyelerinin artması beklenir (Kaplan, 2009). Öğrencinin üst düzey düşünme becerilerini kazanması için her bir beceri, bir sonraki becerinin temelini oluşturarak ilerlemelidir (Sak, 2011). Öğrencilerin yaratıcı düşünme, eleştirel düşünme, analitik düşünme ve problem çözme becerileri gibi üst düzey düşünme becerilerinin gelişimini sağlamak için karmaşık problemlerin çözümü sağlanmalıdır (Akkaş ve Tortop, 2015; Sak, 2012). Öğrenme sürecinde kazanılması hedeflenen beceriler aşağıda ifade edilmiştir (New South Wales Department Of Education And Training, 2004):

- Temel beceriler: Soru sorma, gözlem yapma, veri toplama ve kayıt etme, analiz yapma vb.
- Araştırma becerileri: Sentez yapma, dizayn etme vb.
- Üretici düşünme becerileri: Yaratıcı düşünme, eleştirel düşünme, analitik düşünme vb.

Ürün Seçimi: Müfredat kapsamında yer alan ana konu üst düzey düşünme becerileri ile desteklenerek içerik ve sürecin harmanlanması ile çeşitli ürünler ortaya çıkar. Öğrenciler bilgi ve becerilerini kullanarak gerçek hayat problemlerine yönelik çözüm üretmeye çalışırlar. Öğrenme deneyimi sonucunda elde edilen ürün, öğrenmenin gerçekleştiğine dair hem kanıt hem de araç işlevini görür (Sak, 2012). Bu ürünler rapor yazmak, proje üretmek, sözü ve yazılı sunum, tiyatro yapmak, farklı sanatsal çalışmalar yapmak veya gerçek hayat problemleri çözmek gibi öğrenme deneyimlerini yansıtacak çeşitli fırsatlar olmalıdır (Kaplan, 2009).

Şekil 12'de ızgara modeline (the grid model) dayalı ders planı çerçevesi gösterilmektedir (New South Wales Department Of Education And Training, 2004):

Şekil 12

Izgara Modeline (The Grid Model) Dayalı Öğretim Süreci

TEMA (Theme)	TEMEL BECERİ (Basic Skill)	ARAŞTIRMA BECERİSİ (Research Skill)	ÜRETİCİ BECERİ (Productive Skill)	ÜRÜN (Product)
-Konu	-Sınıflandırma -Tanımlama -İletişim kurma -Kaydetme -Analiz etme... gibi.	-Bilgi beceri sürecinin kullanımı... gibi	-İstenen ve istenmeyen sonuçları ayırt etmek -Güvenilir ve güvenilmez bilgi kaynaklarını ayırtetmek -Fikirleri, problemleri çözümleri yenileme, değiştirme, yeniden formüle etme... gibi.	(Zorunlu+isteğe bağlı) -Sözel sunum -Şiir -Resim -Araştırma raporu -Makale -Oyun... gibi

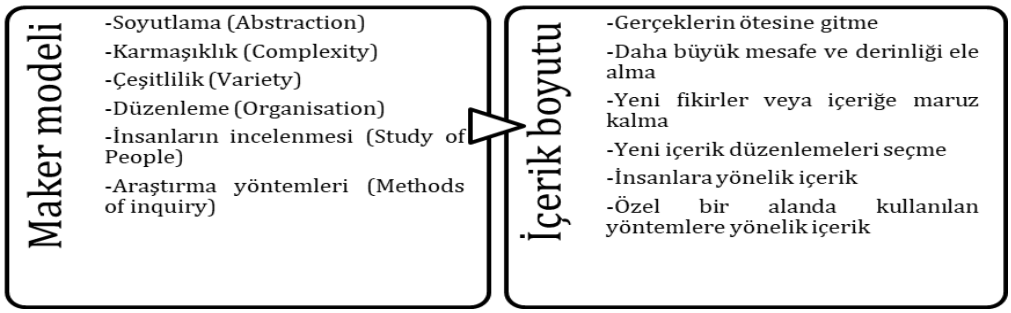
2.1.3.3. Maker Modeli: Maker tarafından 1982 yılında ortaya atılan özel yetenekli öğrencilerin ilgi, yetenek ve hazır bulunuşlukları dikkate alınarak içerik, süreç, ürün ve öğrenme ortamı olmak üzere dört ana alanda farklılaştırmaya gidilen stratejiler bütünüdür (Sak, 2009; Tortop, 2016). Maker (1982), bu modelde dört ana boyutta yapılan farklılaştırmaları şu şekilde açıklamaktadır:

İçerik boyutu: Maker modelinde müfredatta yer alan ana konu etrafında düzenlenen içerik boyutu, daha çok normal müfredattan farklı soyut ve karmaşık konulara odaklanır. Bu konular öğrencilerin hazır bulunuşlukları dikkate alınarak hazırlanır. Bu modelde hazırlanan içeriğin gerçek hayat problemlerini barındırmasına ve ana disiplin dışında diğer disiplinlerle bağlantılı olmasına önem verilir.

İçerik boyutunda meydana gelen değişiklikler Şekil 13'te gösterilmiştir (New South Wales Department Of Education And Training, 2006; akt. Gross, Sleap ve Pretorius, 1999):

Şekil 13

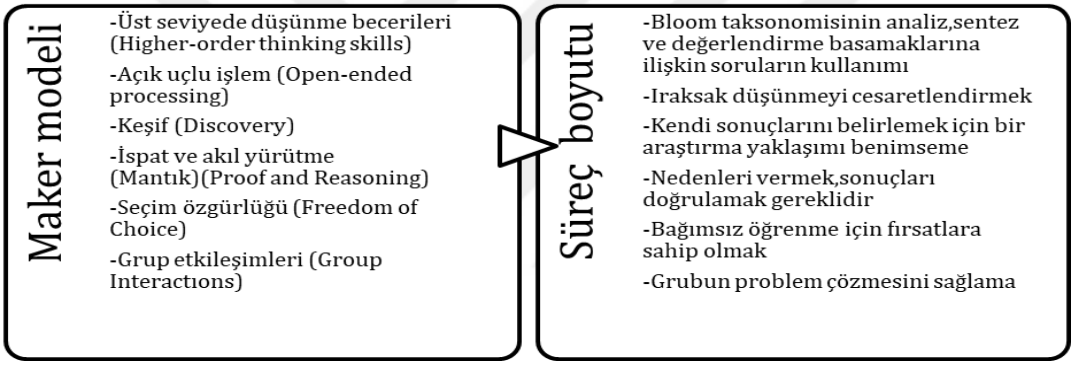
Maker Model İçerik Boyutu



Süreç boyutu: Maker modelinin süreç aşamasında daha çok öğrencilerin üst düzey becerilerini ve bilimsel düşünme süreçlerini geliştirmeye yönelik etkinliklerin hazırlanmasına dikkat edilir. Dolayısıyla gerçek hayat problemlerini yer verilmesi ile öğrencilerin eleştirel, analitik ve yaratıcı düşünme becerileri ön plana çıkarılır. Özel yetenekli her öğrencinin ilgi ve ihtiyaçları ile birlikte öğrenme hızları da birbirinden farklıdır. Bu sebeple her öğrencinin öğrenme stiline hitap etmek için çeşitli öğrenme stratejilerinin kullanılması sağlanmalıdır. Aynı zamanda öğrencilerin bireysel veya küçük gruplar halinde öğrenme deneyimleri yaşamalarını sağlamak da oldukça önemlidir. Süreç boyutunda meydana gelen değişiklikler Şekil 14'te gösterilmiştir (New South Wales Department Of Education And Training, 2006; akt. Gross, Sleap ve Pretorius, 1999):

Şekil 14

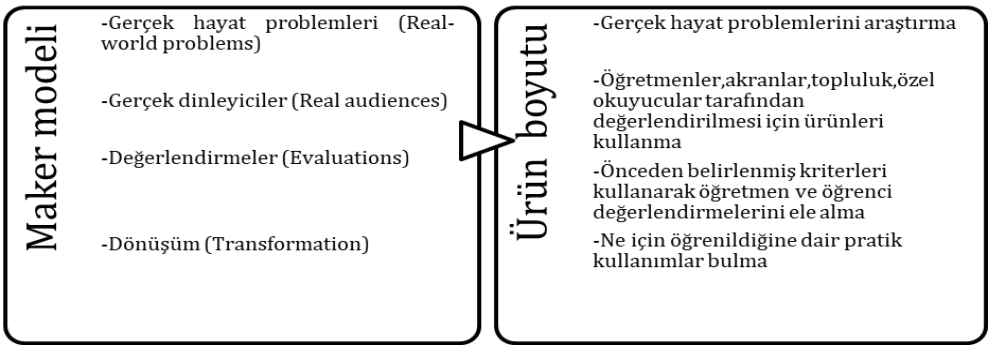
Maker Model Süreç Boyutu



Ürün boyutu: Ürün olarak özel yetenekli öğrencilerin gerçek yaşama dayalı ve gerçek dünya sorunlarını içeren problemleri çözmesi beklenir. Bu süreçte öğrencilerin, bir profesyonel gibi ürünlerini ortaya koyması ve hedef kitleye sunması amaçlanır (Sak, 2012). Ürün boyutunda meydana gelen değişiklikler Şekil 15'de gösterilmiştir (New South Wales Department Of Education And Training, 2004):

Şekil 15

Maker Model Ürün Boyutu



Öğrenme ortamı boyutu: Öğrencilerin öğrenme deneyimlerini yaşadığı ortamların öğrenci merkezli, yaratıcılığı ön plana çıkaran, bağımsız, esnek ve destekleyici olması sağlanır. Aynı zamanda okul dışı geziler, toplumsal projeler, sanatsal faaliyetler gibi öğrenme deneyimleri yaşayabilecekleri ortamların da ayarlaması oldukça önemlidir (Sak, 2012). Şekil 16'da Maker müfredat farklılaştırma boyutları gösterilmiştir.

Şekil 16

Maker Müfredat Farklılaştırma Boyutları (Sak, 2009)

Ana boyutlar	İçerik	Süreç	Ürün	Öğrenme ortamı
Alt boyutları	• Soyutluk • Karmaşıklık • Çeşitlilik • Organizasyon • Seçkin kişilerin yaşamları	• Araştırma yöntemleri • Üst düzey düşünme • Açık uçluluk • Keşifle öğrenme • Akıl yürütme • Çeşitlilik • Öğretim hızı	• Gerçek yaşam problemleri • Gerçek alıcı • Değerlendirme • Sentezleme • Çeşitlilik	• Öğrenen merkezli-öğreten merkezli • Kabul edicilik-yargılayıcılık • Değişken gruplama-benzer gruplama • Bağımsızlık-bağımlılık • Karmaşıklık-basitlik • Açıklılık-kapalılık

2.1.3.4. Müfredat Daraltma Modeli: *Reis* ve Renzulli (1978) tarafından ortaya atılan müfredat daraltma modeli, genel müfredatta yer alan tekrarların azaltılarak önemli görülen kısımlara veya yeni kazanımlara daha fazla vakit ayırmayı sağlayan bir müfredat modelidir. Genel olarak müfredatta tekrar eden kazanımlar sıkıştırılarak üst düzey düşünme becerilerine hitap eden kazanımlara yer verilir veya tekrarlar azaltılarak elde edilen zamana farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş etkinlikler yerleştirilir (Reis ve Renzulli, 2010).

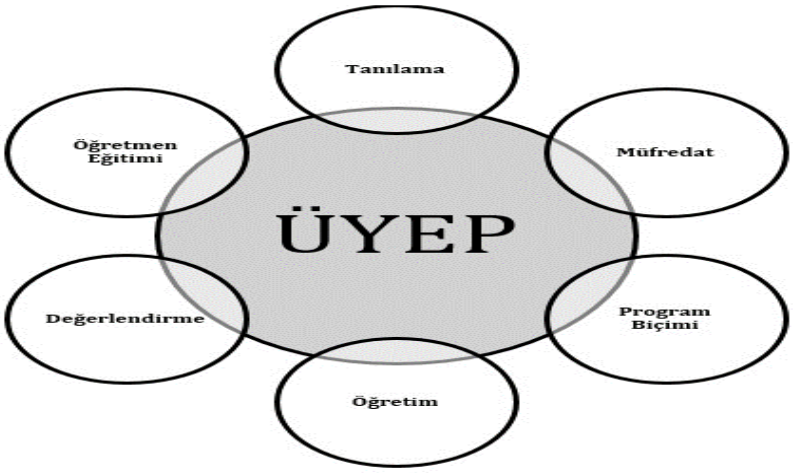
2.1.3.5. Bloom Taksonomisine Göre Kazanımların Farklılaştırılması: Öğretim sürecine yön verecek olan hedeflerinin bloom taksonomisi doğrultusunda hiyerarşik bir şekilde düzenlenmesini içermektedir (Anderson ve Krathwohl 2010; akt. Özçelik, 2010). Kazanımlar farklılaştırılırken bloom taksonomisinin ileri seviye becerileri olan özümleme, değerlendirme, sentez basamaklarının kullanımına dikkat edilir (Feldhusen, 1996; akt. Güçyeter, 2016).

2.1.3.6. Üstün Yetenekliler Eğitim Programı (ÜYEP) Müfredat Modeli: Özel yetenekli öğrencilerin bireysel özellikleri ve yetenek alanları dikkate alınarak geliştirilmiş bir eğitim programıdır. ÜYEP modelin de müfredat mevcut öğretim programında yer alan müfredata paralel olmakla birlikte zenginleştirme ve hızlandırma ilkeleri doğrultusunda farklılaştırılmıştır (Sak, 2009). Maker müfredatı farklılaştırma ilkeleri, paralel müfredat modeli ve müfredat daraltma modeli temel alınarak oluşturulmuştur. Model kapsamında, öğrenme kazanımlarının ve bilişsel alanların düzenlenmesi için paralel müfredat modeli; kazanımların şekillendirilip etkinliklere dönüştürülmesi için Maker modeli ve müfredatta gereksiz kısımların çıkarılması ile zenginleştirilmiş etkinliklerin yerleştirilmesi için müfredat daraltma modeli rehber olarak kullanılmaktadır (Sak, 2009).

ÜYEP, altı ana bileşenden oluşmaktadır. Bu bileşenler program biçimi, kendine özgü tanılama, müfredat, öğretim, değerlendirme ve öğretmen eğitimidir (Sak, 2009). Şekil 17'de Üyep modeli gösterilmiştir.

Şekil 17

Altı Bileşenli ÜYEP Modeli



Program Biçimi: ÜYEP, Özel yetenekli öğrencilere yönelik matematik ve fen bilimleri alanları ağırlıklı olmak üzere zenginleştirme ve hızlandırma ilkeleri üzerine kurulmuş öğretim programıdır. Bu program türü genel olarak okul sonrası, hafta sonları veya yazın uygulanan homojen gruplama stratejisinin kullanıldığı modeldir. Özel yetenekli öğrencilerin program türü belirlenirken yetenek düzeyleri, yetenek alanları, sınıf düzeyi, toplumsal ve ailesel değerleri, ilgi ve ihtiyaçları gibi çok çeşitli faktörler dikkate alınır (Sak, 2009).

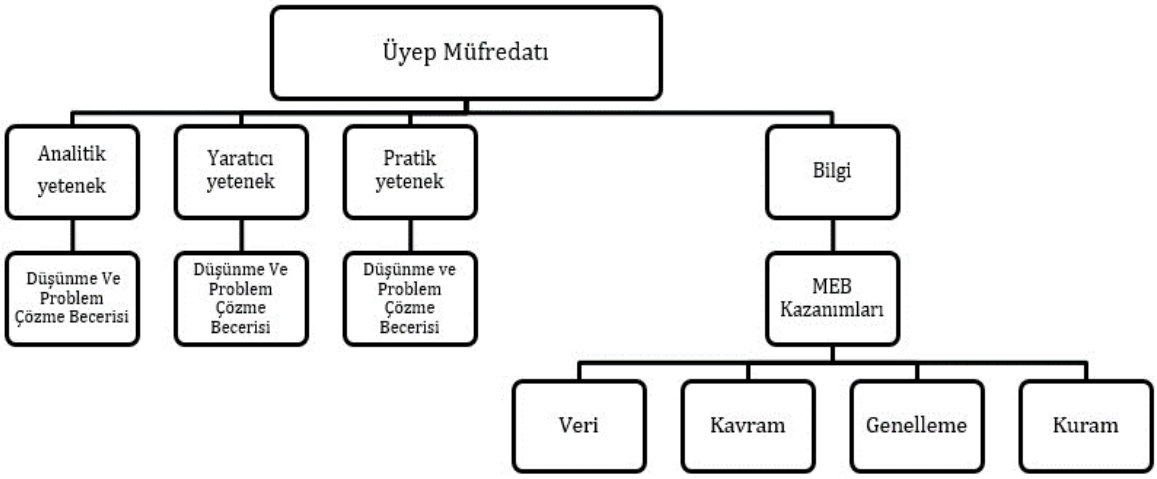
Tanılama: ÜYEP' te tanılama bir süreç olarak uygulanmakla birlikte örneklem tabanlı tanılama yöntemi kullanılmaktadır. Öncelikle matematik ve fen bilimleri alanında özel yeteneği olduğu düşünülen öğrenciler doğal seçim yaparak ÜYEP'e başvururlar. ÜYEP'e başvurup

kazanan özel yetenekli öğrenciler program sürecinde tanılamadan geçmektedir. Bu süreçte özel yetenekli olup tanılanan öğrenciler eğer programda başarısız olurlarsa ya da ilgi ve motivasyon düşüklüğü yaşarlarsa zamanla programı bırakırlar veya bırakmaları tavsiye edilir.

Müfredat: ÜYEP'te müfredat boyutu analitik yetenek, pratik yetenek ve yaratıcı yetenek olmak üzere üç yetenek boyutu temel alınarak hazırlanan ayrıntılı problem çözme becerilerinden oluşmaktadır. Müfredat kısmında yer alan bu üç yetenek boyutuna daha sonra bilgi bileşeni de eklenmiştir (Sak ve Karabacak, 2010; Sak, Karabacak, Kılıç ve Öksüz, 2010). Bu dört yetenek boyutu toplam da 44 adet kapsamlı problem çözme ve düşünme becerisini içermektedir. Sonuç olarak, MEB kazanımları ile entegre edilen bu beceriler doğrultusunda ÜYEP ders müfredatı oluşturulmaktadır (Sak, 2009). Şekil 18'de ÜYEP müfredatı modeli gösterilmiştir.

Şekil 18

ÜYEP Müfredatı Modeli



Öğretim: ÜYEP modelinde öğretim süreci tüm alanlar için standart bir yapıya sahiptir. Bu süreç üç aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar aşağıda ifade edilmiştir:

1.aşama: Disiplin alanı ile ilgili bir video ya da belgesel izletilerek öğrencilerin dikkati çekilir. Böylece öğrencilerde merak uyandırılarak hazırbulunuşluk seviyeleri arttırılmaya çalışılır.

2.aşama: Bu aşamada bir akademisyen aracılığıyla disiplin alanı ve günlük yaşam arasındaki bağlantılar öğrencilere açıklanır. Öğrencilerin kafalarında oluşan sorular tartışılır.

3.aşama: Bu evre öğrenme etkinliklerini, öğretim stratejileri ve tekniklerini içermektedir.

Öğretmen eğitimi: Özel yetenekli öğrencilere yönelik ders planlarının hazırlanması, öğretim stratejilerinin belirlenmesi, etkinliklerin tasarlanması ve öğrenme ortamının zenginleştirilmesi gibi alanlarda öğretmen niteliklerinin arttırılması için Üstün Zekâlı ve Yeteneklilerin Eğitiminde Öğretmen Hazırlama Standartları temel alınmıştır (VanTassel Baska ve Johnsen, 2007).

Değerlendirme: ÜYEP' te değerlendirme yaparken objektif kriterlerin kullanılmasına dikkat edilir. Bu sebeple matematik ve fen bilimleri alanlarında öğrencilerin yaratıcı yeteneklerinde oluşan gelişimi ölçmek için "Matematiksel Üretkenlik Testi" ve "Bilimsel Üretkenlik Testi", öntest ve sontest olarak kullanılmaktadır (Şengil, Sak ve Türkan, 2009; Türkan, 2010) .

Öğretim sürecinde programlar geliştirilirken kullanılan çeşitli öğretim modelleri ile birlikte öğrencilerin daha etkin bir şekilde derse katılımlarını sağlamada oldukça önemlidir. Etkili bir öğretim süreci için öğrencilerin derin düşünmesini sağlama, öğrendiklerini sorgulamaya teşvik etme ve öğrenme sürecinde etkileşimli tartışma ortamları oluşturma gibi çeşitli görevlerin yerine getirilmesi gerekmektedir. Öğrencilerin bilgi oluşturma sürecine aktif olarak katılmalarına olanak tanıyan çeşitli öğrenme yaklaşımları vardır. Bu öğrenme yaklaşımlarından biri de argümantasyon tabanlı öğrenme yaklaşımıdır.

2.2.Argümantasyon Tabanlı Öğrenme

Son zamanlarda bilimsel çalışmalar da yaşanan gelişmelerle birlikte bilgi toplumu kavramı ön plana çıkmaktadır. Bilgi toplumu insanı; yaşadığı toplumun çevresel, ekonomik ve sosyal sorunlarına duyarlı aynı zamanda sorgulayan, araştıran, eleştiren, yaratıcı ve kritik düşünme becleri gibi üst düzey düşünme becerilerine sahip bireyler olarak tanımlanabilir. Bu sebeple bilgi toplumu insanını ortaya çıkarmak için çağdaş bir eğitim süreciyle birlikte en etkin yöntem araştırma-sorgulama yaklaşımıdır (Biber, 2012). Araştırma sorgulama yaklaşımında bireyler daha çok araştırma sürecine odaklanarak çeşitli düşünme faaliyetleri gerçekleştirirler. Bu faaliyetleri içerisinde bireyler veri ve delilleri kullanarak tartışma ortamı yaratırlar ve etkili iletişim yoluyla çeşitli sorular sorarlar (Çakan Akkaş ve Kabataş Memiş, 2020). Dolayısıyla bu yakalaşım sayesinde üst düzey düşünme becerilerine sahip, özgüveni yüksek, iletişim becerileri kuvvetli ve içinde bulunduğu bilimsel süreci yöneten bireylerin yetiştirilmesi amaçlanmaktadır (Kabataş Memiş, 2017). Bu becerilere sahip bireylerin yetiştirilmesi araştırma sorgulama yaklaşımı altında çeşitli yöntemlerle mümkün olmaktadır. Bu yöntemlerden biri de

argümantasyon yöntemidir (Çetin, Kutluca ve Kaya, 2013). Argümantasyon; iddiaların ortaya atıldığı, bu iddiaların gerekçelerle desteklendiği ve bu sürecin verilerle ilişkisinin yapılandırıldığı düşünme biçimidir (Toulmin, 1958). Bu doğrultuda argümantasyona dayalı olarak gerçekleştirilen öğretim sürecinde; bir konu hakkında fikirler ortaya atılarak görüş bildirilir, çeşitli tartışmalar ile olası sonuçlar üzerinde durulur, bu sonuçlar çeşitli kanıtlarla doğrulanmaya ve doğru sonuca ulaşılmaya çalışılır (Meral ve Akbaş, 2021). Argümantasyon, argümanların geliştirildiği bir süreç olarak da tanımlanmaktadır. Tartışma sürecinde ortaya atılan fikir ve görüşlerin argüman olarak kabul edilmesi için de tartışılan konu ile ilgili mantıksal bir temele dayanan çeşitli ifadeler içermesi gerekmektedir (Douek, 2009).

Argümantasyona dayalı olarak gerçekleştirilen öğretim, ATÖ yaklaşımı olarak ifade edilmektedir. Yaklaşımda; öncelikle bir konu ya da problem hakkında görüşler ortaya konulur, bunlar çeşitli verilerle desteklenerek tartışma ortamı yaratılır, çeşitli gerekçeler ve kanıtlar aracılığıyla ortaya atılan görüşler desteklenmeye ve karşı taraf ikna edilmeye çalışılarak çeşitli sonuçlara ulaşılır (Meral ve Akbaş, 2021). Yore (2000)'e göre ATÖ yaklaşımı; öğrencilerin daha çok bilimsel olaylar üzerine tartışırken üst düzey bilişsel becerileri (karar verme, işlemleme hızı, problem çözme, duygu regülasyonu, akıl ve mantık yürütme vb.) ile birlikte muhakemelerini güçlendiren bir dizi yapıdan oluşan bir tartışma süreci şeklinde ifade etmektedir. Bu tartışma süreci sayesinde öğrenciler verilerini değerlendirerek iddialarını öne sürmekte ve bu doğrultuda geçerli bir gerekçeye dayanan argümanlar oluşturmalarına yardımcı olmaktadır (Keys, 2000). ATÖ yaklaşımının gerektirdiği bazı kritik noktalar vardır (Burke, Greenbow ve Hand, 2005):

-Sorgulamaya dayalı aktiviteler,

-Yüksek etkileşimli grup çalışması,

-Ortak muhakeme sonucu argümanların değişimi ve anlam oluşturulması,

-Yansıtıcı düşünme ve yazma etkinlikleri

ATÖ yaklaşımının uygulandığı öğrenme ortamları öğrencilerin bilimsel olay ve durumları arkadaşları ile birlikte yapmalarına olanak sağlamaktadır (Hohenshell, 2004). Bu sayede öğrenciler iddia ile delil ve iddia ile gerekçe arasındaki ilişkiyi elde ettikleri verilere dayalı olarak muhakeme ederler ve bu sayede öğrenciler kaliteli tartışma yapma imkânı elde ederler (Erduran, Ardaç ve Güzel, 2006). Normal bir tartışmanın argümantasyona dayalı bir tartışma olarak değerlendirilebilmesi için öğrencilerin öne sürdükleri argümanların mantık çerçevesinde bir zemine yerleştirilmesi gerekmektedir (Küçük ve Aycan, 2014). Normal tartışmadan farklı olarak argümantasyona dayalı yaklaşım daha çok süreç odaklıdır (Arık ve

Akçay, 2017). Bu süreçte öğrenciler becerilerini geliştirdikleri gibi yeni beceriler de kazanma olanağı bulmaktadır (Yakmacı Güzel, Erduran ve Ardaç, 2009). Bu doğrultuda ATÖ, bir kazanan ya da kaybedeni olan tartışma veya karşılıklı gerçekleşen münakaşadan farklı olarak sürece dayanan ve öğrenciler bilimsel bilgi üretebilmelerine olanak tanıyan öğrenme ortamları olarak görülmektedir (Aymen Peker, Apaydın ve Taş, 2012). Argümantasyon sürecinde öğrenciler, eğitim ortamlarında verilen bilimsel tartışma etkinliklerini bireysel ya da grup içerisinde sözlü, yazılı veya online olarak farklı şekillerde gerçekleştirebilmektedir (Demirel, 2015). Sözlü, yazılı ve online argümantasyonda, bilgi ve becerilerin gelişmesi için öğrencilerin bir süreç içerisinde olması gerekmektedir (Yakmacı Güzel, Erduran ve Ardaç, 2009).

ATÖ yaklaşımının uygulandığı öğrenme ortamlarında bilimsel temele dayanan kaliteli bir tartışma ortamının oluşturulması için çeşitli şartlar yerine getirilmelidir. Bu şartlar şu şekilde ifade edilmiştir (Maher, 1998):

-Öğrencilere güvenli, huzurlu ve bilimsel açıdan destekleyici tartışma ortamının sağlanması,
-Öğrencilere tartışma ortamında yeterli süre tanınması konusunda dikkat edilmesi,
-Öğrencilerin tartışma ortamında cesaretlendirilmesi ve içsel motivasyonunun sağlanması,
-Öğrencilerin tartışma sürecine başlamadan önce bilgilendirilmesi,
-Öğrencilerin tartışmalarını sürdürdükleri ortamın donanımsal açıdan hazır hale getirilmesi,
-Tartışma sürecinin bilimsel bir tabana dayandırılması,
-Öğretmenlerin gerekli yerlerde tartışma sürecine müdahale etmeleri şeklinde sıralamıştır.

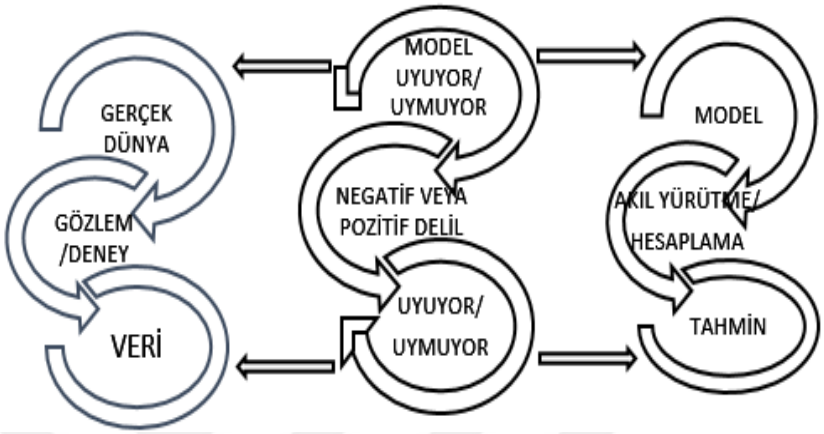
ATÖ, çeşitli argümanların geliştirildiği bir tartışma süreci olarak tanımlanmaktadır. Dolayısıyla kaliteli bir tartışma ortamının sağlanması ile birlikte üretilen argümanların analizini yapmak için argümantasyon değerlendirme yöntemlerinin geliştirilmesi de oldukça önemlidir (Duschl, 2007). Bu sebeple ATÖ yaklaşımının öğretim sürecinde kullanılması ile birlikte farklı modeller ortaya atılmıştır. Bu modeller üretilen argümanın değerlendirilme şekilleri açısından farklılıklar göstermektedir. Burada argümantasyon değerlendirme modellerine ilişkin bazı örneklere yer verilmiştir. Bu modellerden bazıları şöyledir:

2.2.1. Giere Modeli (1991) : Giere argümantasyon değerlendirme modelinde öncelikle günlük hayata yönelik gözlem ve deney yapma sürecinden sonra çeşitli veriler elde edilir. Elde edilen verilerin üzerine yapılan değerlendirmeler sonucunda çeşitli teoriler üretilmeye başlanır. Bu süreçte daha çok bilim insanlarının muhakeme, hesaplama ve değerlendirme gibi çalışmalar yapması beklenir. Dolayısıyla üzerinde çalışılan teoriler içerisinde veriler, iddialar ve gerekçelere en uygun teori belirlenir. En uygun teori kabul edildikten sonra eğer farklı ve yeni deliller ortaya çıkarsa kabul edilen teori gözden geçirilir ve tekrar argümantasyon sürecine

girilir (Ceylan, 2012). Giere modelinde amaç gerçek dünya ile teorik olan dünya arasında bağlantı kurarak en kabul edilebilir bilimsel açıklamaya ulaşmaktır. Şekil 19'da bilimsel düşüncelerin geliştirilmesi sürecindeki etkileşim gösterilmiştir.

Şekil 19

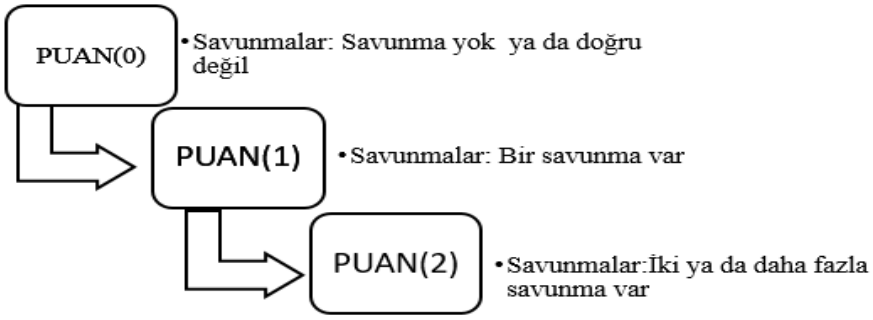
Giere Argümantasyon Değerlendirme Modeli



2.2.2. Zohar ve Nemet (2002) Modeli: Zohar ve Nemet (2002), modelin temel yapısını konu ile ilgili doğru bir gerekçenin üzerine kurmuşlardır. Bu değerlendirme modeline göre ortaya atılan argüman eğer doğru ve konuyla ilgili bilimsel bilgi içeriyorsa "Güçlü Argüman ", eğer yanlış ve ilgisiz bir bilimsel bilgi içeriyorsa "Zayıf Argüman" olarak adlandırılmaktadır (Erduran, 2006). Dolayısıyla Zohar ve Nemet (2002) modellerinde, argümanları değerlendirirken kriter olarak tartışma sürecinde ortaya atılan savunmaların kaliteli ve konuyla ilgili olmasını dikkate almaktadır. Dolayısıyla tartışma sürecinde ortaya atılan argümanlar değerlendirilirken savunma yapılarına ve sayılarına göre 0-2 puan arasında değerlendirilmektedir (0= savunma yok, 1= bir tane geçerli savunma var, 2= iki veya daha fazla geçerli savunma var). Şekil 20'de Zohar ve Nemet (2002) argümantasyon değerlendirme modeli gösterilmiştir.

Şekil 20

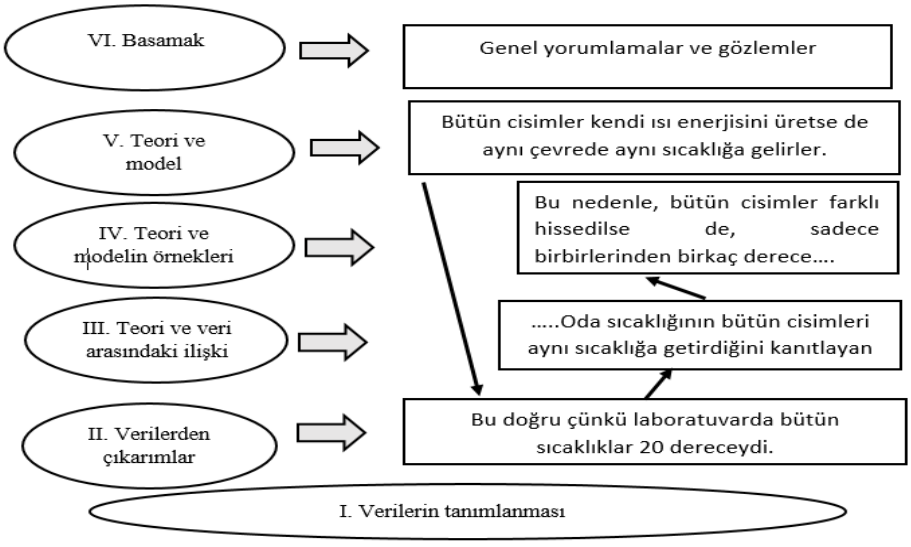
Zohar ve Nemet Argümantasyon Değerlendirme Modeli



2.2.3.Kelly ve Takao'nun Epistemik Seviyeler Modeli (2002): Kelly ile Takao'nun (2002) oluşturdukları model incelendiğinde en alt basamakta daha özel ve temel iddiaların yer aldığı bir epistemik basamak bulunmakta, en üste doğru çıkıldığında ise daha genel olan teorik iddiaların yer aldığı bir epistemik basamağa ulaşılmaktadır. Model epistemik basamaklardan oluşmak ile birlikte ortaya atılan argümanlara destek olmak amacıyla fazla sayıda iddianın kullanılmasının da önünü açmaktadır. Bu modele göre oluşturulan argümanların güçlü olması, genel olan teorik iddialardan ziyade alt epistemik basamaktaki özel ve temel iddiaların fazla olduğu değerlendirmelere bağlıdır. Dolayısıyla elde edilen argümanlar özelden genele doğru 6 epistemik basamağa göre sınıflandırılmaktadır. İlk basamak verilerin tanımlanması ile başlayarak genel anlamda teorik yapının olduğu kısımdır. 2. basamakta elde edilen veriler gözlemlenmekte ve değerlendirilmektedir. 3. basamakta ise temelde oluşturulan teorik iddia ile veriler arasında bağlantılar kurulmakta ve çeşitli çıkarımlar yapılmaktadır. 4. basamakta öğrencinin kurduğu bu yapı günlük hayatta gözlemlenen bir duruma uygulanır ve çeşitli örneklerle açıklanmaya çalışılır. 5. basamakta ise teori ve günlük hayat birlikte değerlendirilerek özel bir teori ve model üretilir. 6. basamakta ise genel bir yorumlamanın olduğu basamaktır. Bu doğrultuda argümantasyon sürecinde elde edilen argümanların bu basamaklar çerçevesinde değerlendirilmesi sonucunda daha yüksek yapısal bir kalite elde edilmeye çalışılır. Şekil 21'de Kelly ve Takao (2002) argümantasyon modeline göre bir örneğin değerlendirilmesi gösterilmiştir:

Şekil 21

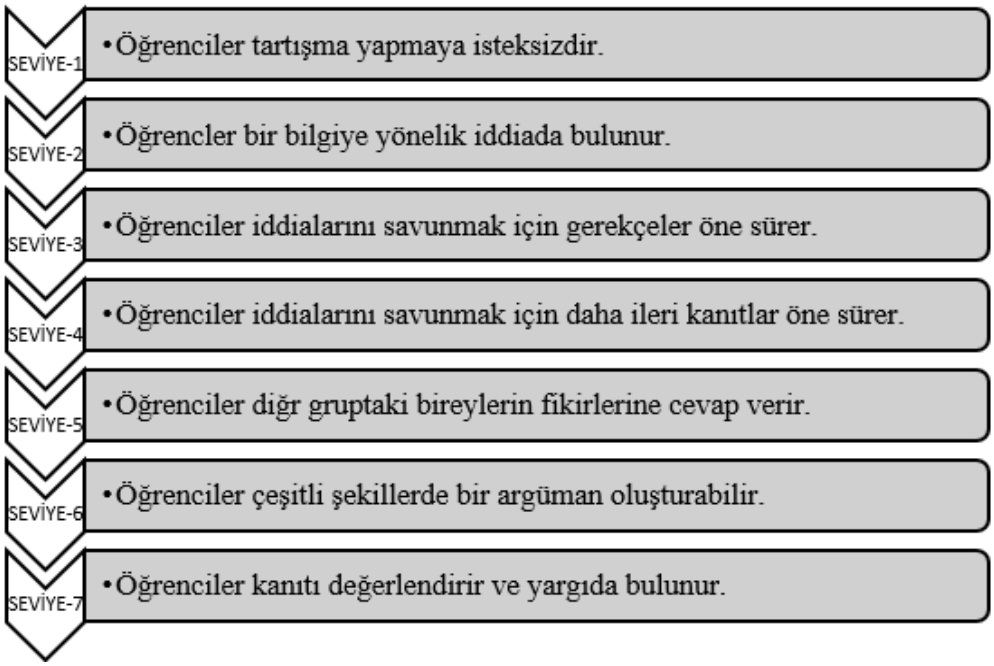
Epistemik Seviyeler Modeline İlişkin Bir Değerlendirme Örneği (Sampson ve Clark, 2008)



2.2.4.Downing Modeli (2001): Downing modelinde, argümantasyon sürecinde oluşturulan argümanların içeriğine yönelik değerlendirmelerden ziyade tartışma sürecine katılan gruplar arasındaki etkileşim sürecine odaklanılmaktadır (Naylor, Keogh ve Downing, 2007). Downing modelinde, gruplar arasındaki iletişime yönelik farklı özelliklerini ifade eden yedi seviye bulunmaktadır. Şekil 22'de modeli oluşturan seviyeler gösterilmiştir:

Şekil 22

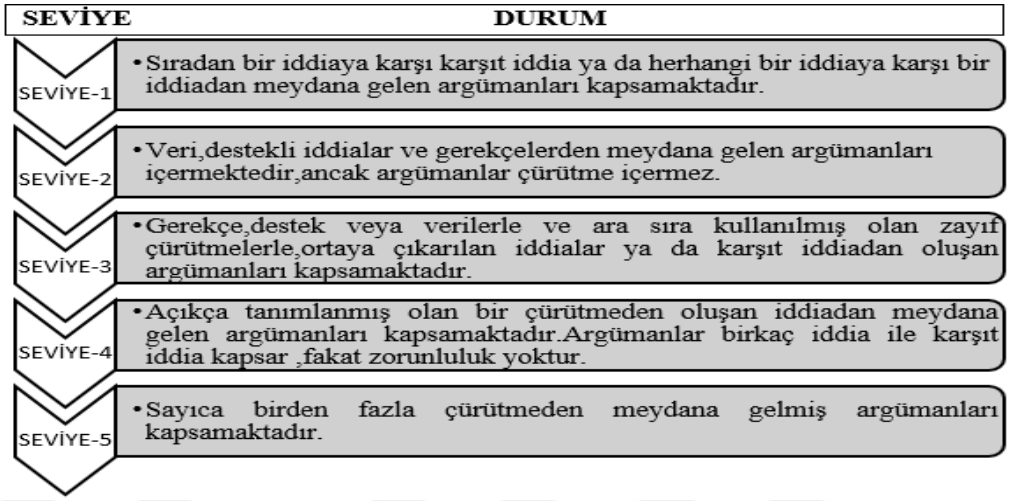
Downing Argümantasyon Değerlendirme Modeli



2.2.5.Erduran, Simon ve Osborne'un Argümantasyon Seviyeleri Modeli (2004): Erduran, Simon ve Osborne (2004)'un argümantasyon modelinde, tartışma sürecinde ortaya çıkan argümanların seviyesi belirlenirken içerdiği çürütme öğesinin sayısı dikkate alınmaktadır. Bu model, Toulmin argümantasyon modelini temel almaktadır. Bu doğrultuda argümantasyon değerlendirme modeli içerdiği çürütme öğelerinin sayısına göre beş seviyeden oluşmaktadır. Bu seviyelerde sadece iddiaları temel alan argümanlardan oluşan tartışma grubu Seviye-1 ve bu argümanların savunmadan yoksun olduğu sadece iddia, veri, gerekçe ile desteklenen argümanların oluşturduğu tartışma grubu ise Seviye-2 olarak değerlendirilmektedir. Eğer bu argümanlar içinde çürütme unsuru yer alıyorsa, bu çürütme unsurunun kalitesi dikkate alınarak, Seviye-3, 4 ve 5 belirlenmektedir. Bu tartışma seviyeleri, Şekil 23'te yer almaktadır.

Şekil 23

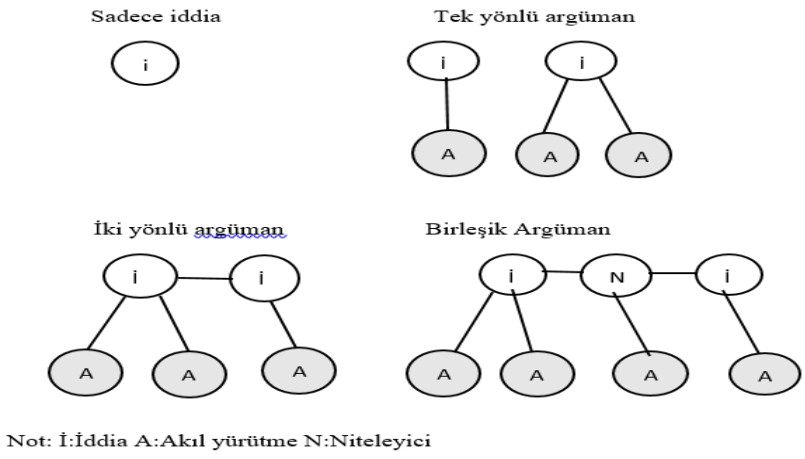
Erduran, Simon ve Osborne'un Argümantasyon Seviyeleri Modeli



2.2.6. Schwarz, Neuman, Gil ve İlya Modeli (2003): Schwarz, Neuman, Gil ve İlya (2003)'nın argümantasyon değerlendirme modelinde, tartışma sürecinde elde edilen argümanların kalitesini değerlendirmek için bu süreçte bireyler tarafından ileri sürülen gerekçelerin yapısal karmaşıklığına ve kabul edilebilirliğine odaklanmışlardır (Aktamış ve Hiğde, 2015; Erduran ve Jimenez Aleixandre, 2007). Bu model daha çok öğrencilerin yapılandırılmış görüşmelerdeki yazılı metinlerde ifade ettikleri argümanlar için tasarlanmıştır (Sampson ve Clark, 2008; Soysal, 2012;). Bu süreçte tartışmalarda öğrencilerin açık olmaları beklenmektedir (Ben Zvi, 2006). Argümantasyon sürecinde yazılı metinlerin incelenmesi sonucunda elde edilen argümanların barındırdığı gerekçelerin yapısı doğrultusunda farklı yönlü argümanlara ulaşılabilmektedir. Bu argümanlar, Şekil 24'te yer almaktadır.

Şekil 24

Schwarz, Neuman, Gil ve İlya Argümantasyon Modeli



Bu modelde argümanalar seviyelerine göre basit iddia şeklinde olabileceği gibi tek yönlü, iki yönlü veya birleşik argümanlar şeklinde de olabilmektedir. Yıldırır (2013)' ın görüşüne göre;

i. Basit iddialar; tartışma sürecinde elde edilen argümanlar gerekçelerle desteklenmeyen sonuçlar içermektedir.

ii. Tek-taraflı argümanlar; argümanlardan bir sonuç elde edilir ve bu sonuçlar en az bir sebep içerir.

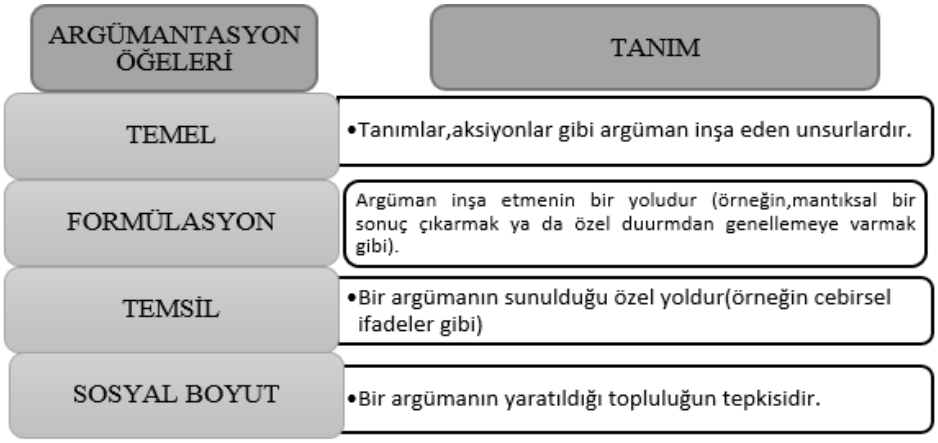
iii. İki taraflı argümanlar; argümanlardan elde edilen çeşitli sonuçlar ve sebepler vardır fakat tartışma süreci değerlendirildiğinde olumlu ve olumsuz tarafları net bir şekilde ayrışmamaktadır.

iv. Birleşik argümanlarda; "…., eğer…, ancak ,eğer, buna bağlı olarak …" gibi süreci analiz etmeye yönelik cümleler kullanılmaktadır ve argümanlar üzerinde tartışma sürecine bağlı olarak net bir tahlil yapılmaktadır.

2.2.7. Stylianides'in Argümantasyon Modeli (2007): Stylianides (2007) oluşturduğu argümantasyon değerlendirme modeli, argüman inşa etmenin üzerine kurulan ve dört öğeyi temel alan bir modeldir. Bu dört temel öğe; "Temel, Formülasyon, Temsil ve Sosyal Boyut " şeklindedir. Stylianides'in dört öğesi, Şekil 25'te yer almaktadır.

Şekil 25

Stylianides'in Argümantasyon Öğeleri

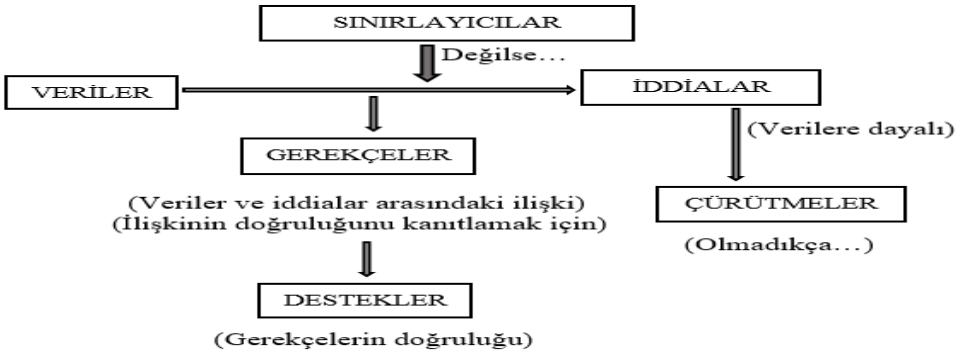


2.2.8. Toulmin Argüman Modeli: Toulmin (1958), formal mantık çerçevesinde yapılan tartışmaların günlük hayattaki çeşitli konu ve problemleri açıklamada yetersiz kaldığını ve geleneksel çıkarım teknikleriyle tartışma sürecinden yeterince verim alınmayacağını ifade etmiştir. Bu sebeple Toulmin argümantasyon modelini kurallara ve ilkelere bağlı olmadan, tümevarımsal bir yolla ve informel mantık çerçevesinde geliştirmiştir. Toulmin argümantasyon

modeli, tartışma sürecinde temel alınan bir konuya ilişkin verileri ortaya atıp iddialarını veriler ile destekleyebilme, iddialarını çeşitli gerekçeler ile karşı tarafa savunabilme, karşı taraftan gelen görüşleri çeşitli yollarla çürütebilme, böylece kendi iddialarını karşı tarafa kabul ettirme veya karşı tarafın fikirlerini kabul ederek iddiasını değiştirme şeklinde kaliteli bir tartışma ortamı sağlanması olarak tanımlanabilir. Toulmin, argümantasyon sürecinde neden sonuç ilişkisinden ziyade argümanlara gerekçelenen iddialar bütünü olduğu anlayışını getirmiştir (Toulmin, 2001). Bu doğrultuda Toulmin, argümanların belli bir düzende ifade edilmesi için her biri farklı bir göreve hizmet eden altı temel bileşenden oluşan bu argümantasyon modelini geliştirmiştir. Bu bileşenler; veri, iddia, gerekçe, sınırlayıcı (niteleyici), destek ve çürütmedir. Bu modelde ilk olarak kanıtları ve akıl yürütmeyi temel alan veriler tartışma zeminini oluşturmaktadır. İddia, veriler tarafından desteklenen tartışma sürecinde bireylerin bakış açısını yansıtan düşünce ve görüşlerdir. İddialar gücünü verilerden almaktadır. Gerekçeler ise veriler ve iddia arasındaki köprüyü oluşturmaktadır. Gerekçeler, verilerden iddiaya nasıl ulaşıldığını açığa çıkaran bileşendir. Gerekçeler, Toulmin argüman modelinde oldukça önemlidir çünkü gerekçe argümantasyonda temel bir rol oynar (Pedemonte, 2007). Veri ve gerekçeler ise niteleyicilerin temelini oluşturur. Niteleyiciler genel olarak iddianın hangi koşullarda geçerli olduğunu ve tartışmanın gücünü ifade eden bileşendir. Verileri ve iddiayı destekleyen her şey destek bileşeni olarak kabul edilmektedir. Son olarak çürütme bileşeni ise iddianın geçerli olmadığı koşulları ifade eden bileşendir. Şekil 26'da Toulmin argümantasyon modelinin temelini oluşturan bileşenler gösterilmiştir:

Şekil 26

Toulmin Argümantasyon Modeli



Bileşenler kısaca şöyle tanımlanmaktadır (Driver, Newton ve Osborne, 2000):

Veri: Tartışma sürecinde iddianın dayandığı veya iddiayı destekleyen tartışma zeminini oluşturan olgulardır.

İddia: Tartışmanın temelini oluşturan olay hakkında çeşitli çözüm önerileri olarak ortaya atılan, süreci açıklayan önermelerdir.

Gerekçe: Veri ve iddia arasındaki ilişkiyi, verilerin ne şekilde iddiayı desteklediğini ifade eden deneyim, kanaat, fikir ve genellemelerdir. Bireylerin verileri nasıl değerlendirerek iddia oluşturduklarını içeren çeşitli açıklamalardır.

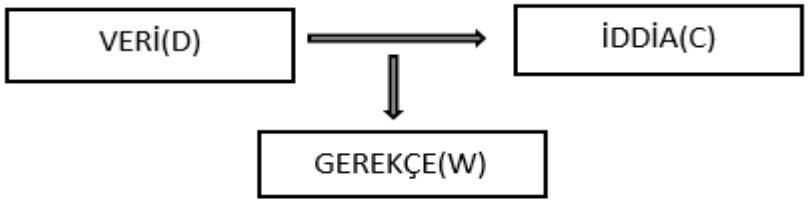
Destekleyiciler: Gerekçelerin içeriğini ve kabul edilebilirliğini destekleyen olgu ve bilgilerdir.

Çürütücü (Çürütme): İddianın doğru olmadığını ifade eden karşıt görüşlerdir.

Toulmin Modelinde Temel Bileşenler (İddia-Veri-Gerekçe)*:* Toulmin'in argümantasyon modelinde ifade edilen ilk temel bileşen iddia (claim) olarak ifade edilmektedir. İkincisi argümantasyon sürecinin temelini oluşturan iddianın üzerine inşa edildiği verilerden oluşmaktadır. Üçüncüsü veriler ve iddia arasındaki bağlantının gücünü gösteren ve süreci destekleyen gerekçe (warrant) bileşenidir. Genel olarak temel bileşenleri Pedemonte (2007) ise Toulmin modeline yönelik yaptığı araştırmalarında iddia bileşenini konu hakkındaki fikir; veri bileşenini iddiayı destekleyen ifade; gerekçe bileşenini ise veri ile iddiayı birbirine bağlayan varsayımsal ifadeler olarak belirtmiştir. Şekil 27'de Toulmin modeline yönelik temel bileşenler gösterilmiştir:

Şekil 27

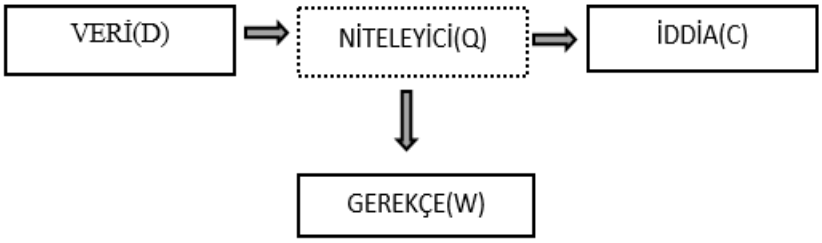
T*oulmin Modelinin Temel Yapısının Şematik Gösterimi*



Toulmin Modelindeki Yardımcı Bileşenler (Niteleyici-Çürütücü-Destek): Toulmin'in (1958) argümantasyon modelinde ilk yardımcı bileşen niteleyici (qualifier) öğesidir. Niteleyici (qualifier) öğe, gerekçeyi temel alarak belirlenen verilerin iddia üzerindeki etkisinin ne derece olduğunu göstermektedir. Bu sebeple iddia bileşeninden hemen önceye yerleştirilir. Niteleyici; eğer gerekçe doğru ise iddiaya yönelik söylemlerde "kesinlikle, mutlaka" gibi zarflarla nitelendirilebilir. Fakat bazı gerekçeler ise koşullara, sınırlamalara ya da istisnalara bağlı olarak net ifade edilemiyorsa iddiaya yönelik söylemlerde "muhtemelen, büyük ihtimalle, galiba" gibi zarflarla nitelendirilir. Şekil 28 'de Toulmin modeline niteleyici öğesinin eklenmesiyle oluşan şema gösterilmiştir:

Şekil 28

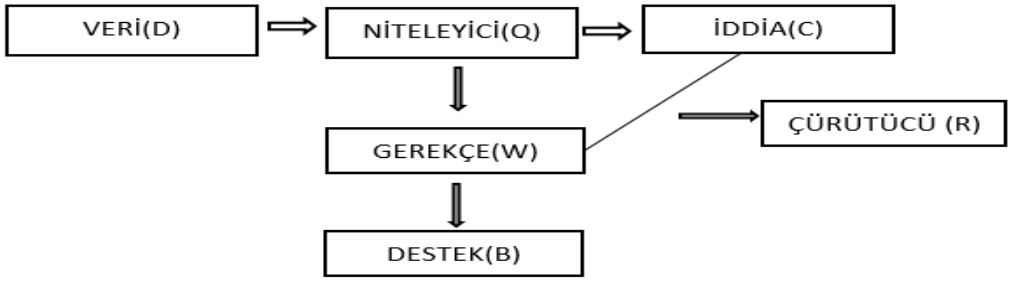
Toulmin Modeline Niteleyici Öğesinin Eklenmesiyle Oluşan Şema



Toulmin modelinde; "çürütücü" öğe gerekçe ve iddianın geçersiz olduğunu ifade eden bileşen olarak kullanılmaktadır. İddia her zaman doğru olmayabilir ve çeşitli istisnalar aracılığıyla zayıflayabilir. Bu sebeple bir olay veya konu hakkında öne sürülen iddialar çürütülebilir. "Destek" öğesi ise tartışma sürecini yönlendiren, gerekçenin doğru ve güvenilir olup olmadığını ifade eden bileşendir. Destek öğesi aynı zaman da çeşitli istatistikler, örnek durumlar ya da bireylerin kişisel fikirlerini içerebilir. Şekil 29'da Toulmin modeline çürütücü ve destek bileşeni eklendiğinde aşağıdaki şema elde edilmektedir:

Şekil 29

Toulmin Modelinin Temel Ve Yardımcı Bileşenleri



Toulmin argüman modeli hem öğretim hem öğrenme sürecinde aktif olarak kullanılabilecek bir tartışma modeli olup çeşitli avantajlara sahiptir. Bu avantajlar şu şekildedir (Aldağ, 2006; Çiftçi, 2016; Johnson, 2000; Kaya ve Kılıç, 2008):

-Öğrenenler ve öğretenler bu model sayesinde tartışma sürecinin bir parçası haline gelerek süreci yönetmektedir.

-Bu model ile öğretmenlere, öğretmen adaylarına ve öğrencilere argümantasyon sürecinin yapısı ve işleyişini açıklama konusunda çeşitli kolaylıklar sağlar.

-Argümnatasyon sürecinde öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin gelişimi ile birlikte iletişim ve işbirliği becerisi de gelişmektedir.

-Öğrencilerin tartışma sürecini yöneterek aktif rol alması sağlanır. Bu şekilde öğrencilerin soru sorma, karar verme ve değerlendirme konusunda deneyim kazanması sağlanır.

-Öğrencilerin akıl yürütme süreci ile nitelikli argümnalar ortaya çıkarması sağlanır.

-Açık olarak varsayımlarını ortaya koyamayan öğrencilerin fikirlerini ifade edebilmelerine olanak sağlar.

-Öğrencilere eleştirel bakış açısı kazandırmaktadır.

Toulmin argüman modeli sahip olduğu dezavantajlar sebebiyle de çeşitli eleştiriler almıştır. Bu dezavantajlar şu şekildedir (Driver vd., 2000; Kind, Kind, Hofstein ve Wilson, 2011; Mercan, 2015; Oğuz ve Demir, 2016; Simosi, 2003; Toulmin, 2003; Yerrick, 2000) :

-Model uzun ve karmaşık tartışmaların analizine uygun olmayabilir.

-Argümantasyon sürecinde tartışma sadece konu alanı ile sınırlıdır. Öğrencilerin konu alanı ile ilgili öne sürdüğü argümanlar farklı alanlarda geçerli olmayabilir.

-Argümantasyon sürecinde öğrencilerin ifadelerinde kullanılan "biliyorum, biliyordu, öyle gibi, bilmiyordum, muhtemelen öyle görünüyordu, tahmin ediyorum." gibi net olmayan ifadeler öğrencilerin ileri sürdükleri iddiaların geçerlilik derecesini düşürmektedir.

-Toulmin argümantasyon modelinde öğelerin net çizgilerle birbirinden ayrılmaması, bu sebeple de analiz sürecinde kullanılan ölçütlerin belirlenmesini güçleştirmektedir.

-Tartışma sürecinde argümanlar analiz edildiğinde aynı argüman içerisinde karşıt fikirler barındırabilir. Dolayısıyla bu argümanlar öğrencilerin ortaya koyduğu iddialar açıısndan hem destekleyici hem de çürütücü olabilmektedir.

-Tartışma sürecinde elde edilen veriler konuşma veya yazma yolu dışında beden dili veya ima yolu ile de elde edilebilir ve bu veri kaybına sebep olmaktadır.

Toulmin tartışma modeli muhakeme ve ispat sürecini anlamlandırmak aynı zamanda argümanın yapısını ve mantığını analiz etmek için araştırmacılara bir çerçeve sunmaktadır. Oluşturulan argümanların ne şekilde yapılandırılacağını ve öne sürülen iddiaya ulaşmak için nasıl bir yol izleneceğini açıklayan rehber bir model niteliğindedir. Dolayısıyla araştırma sürecinde kullanılma sebebi, araştırmacıların ve öğrencilerin derinlemesine düşünmelerini sağlayarak sağlam argümanlar oluşturma becerilerini geliştirmelerine olanak tanımaktır. Bu sebeple araştırma sürecinin daha etkili ve güvenilir bir şekilde ilerlemesi sağlamak için öğretim sürecinde bu model kullanılmıştır. Aynı zamanda karmaşık konuları anlamak ve analiz etmek için öğrencilere bir çerçeve sunarak rehberlik de etmektedir.

Matematik dersi kapsamında öğrencilerin bilimsel sürecin farkına varması, bu süreci bilimin doğası ile özdeşleştirip anlaması, bu süreçte ortaya çıkan bilgiyi özümsemesi ve çeşitli araştırmalar yoluyla yeni matematiksel argümanlar üretmesi oldukça önemlidir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2013). Öğrencilerin matematiksel sorgulamalar gerçekleştirdiği, belli koşullar altında akıl yürütebildiği ve tartışmalara etkin katılım sağladığı bu tarz tartışma ortamlarının yaratılması sağlanmalıdır (Tekin Dede, 2018). Bilimsel bilgileri temel alan bu tarz matematiksel öğrenmelerin gerçekleştiği öğrenme ortamlarında öğrencilerin mantıksal, eleştirel, üstbilişsel, yansıtıcı ve yaratıcı düşünme becerilerini geliştirme olanakları daha fazladır. Matematik öğretim sürecinde gerçekleştirilen aktif tartışmalar; matematiksel sorgulamalar gerçekleştirilmeyi ve bu sorgulamalar gerçekleştirilirken " gösterim, grafik, gözlem, deney, rapor vb." olgulara atıfta bulunmayı, matematiksel nesneler hakkında akıl yürütmeyi, problem çözmeyi, yaratıcı düşünmeyi, fikirlerini açıklamayı ve argümanlar oluşturmayı içermektedir (Hunter ve Anthony, 2011). Öğretim sürecinde gerçekeştirilen bu aktif tartışmalarda öğrenciler ya da öğretmenler kendi matematiksel düşüncelerini açıklamakta, yeri geldiğinde sorgulamak için matematiksel açıklamalar yapmakta ve çeşitli matematiksel gerekçeler sunmaktadırlar (Cobb, Wood, Yackel ve McNeal, 1992). Öğrenciler ya da öğretmenlerin açıklamalarını gerekçeler aracılığıyla ifade ettikleri bu süreç ATÖ yaklaşımını temel almaktadır (Schwarz ve Asterhan, 2010).

ATÖ yaklaşımının matematik öğretim sürecine entegre edilmesi ile argümantasyon temelli matematik öğretim (ATMÖ) yöntemi karşımıza çıkmaktadır. ATMÖ için matematiksel temele dayanan konu, durum ya da problem karşısında argüman üretme ve ürettikleri argümanları sorgulayabilme imkânı sağlayan öğretim yöntemidir (Küçük Demir ve İşleyen, 2019). ATMÖ sürecinde üretilen argümanlar, "Bir iddianın ortaya atılması ve bu iddianın savunulması ya da çürütülmesi için geliştirilen neden ya da nedenler" şeklinde kullanılmaktadır (Douek, 2000; Pedemonte, 2007). Bu yöntem ile öğrencilerin çeşitli gözlemler sonucu elde ettiği metemetiksel verileri analiz etmeleri, matematiksel verilerle ilgili argümanlar oluşturmaları, iddialarını ortaya koymaları, bu doğrultuda iddialarını savunmaları ve gerekçelerini ifade etmeleri böylece matematiksel temele dayanan üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeleri amaçlanır (Yackel ve Cobb, 1996). Aynı zamanda argümantasyon temelli matematik öğretimi sürecinin en önemli parçası olan öğretmenler; öğrencilerin verilerini değerlendirebileceği, argümanlarını üretebilecekleri böylece akıl yürütüp iddia ve gerekçelerini savunabilecekleri öğrenme ortamlarının düzenlenmesi ile birlikte farklı sorular ve

etkinlikler tasarlamalıdır (Baig ve Halai, 2006). Bu sebeple ATMÖ'nün eğitim-öğretim sürecinde kullanılması önem arz etmektedir.

ATMÖ öğrencilerin birbirleriyle etkileşim içinde oldukları, ortaya çıkabilecek matematiksel sonuçlar hakkında tartıştıkları, gerekçelerini kanıtlarla destekledikleri argümanlarını öne sürdükleri ve bir sonuca ulaşmak için bilimsel kanıtlarla birbirlerini ikna etmeye çalıştıkları zihinsel olduğu kadar sosyal etkinlikleri de içeren bir süreçtir. Bu süreçte öğrencilerin problemlerin çözümüne yönelik ATMÖ kullanmaları matematiksel muhakeme ve ispat sürecinin temelini oluşturmaktadır. Matematiksel muhakeme ve ispat becerileri, öğrencilerin problemleri çözerken çeşitli argümanlar üretip bunları tartışmaya dayalı öğrenme aktiviteleriyle sunmalarını içerir. Aynı zamanda öğrencilerin muhakeme ve ispat süreci sonunda ortaya koydukları öncüllerin kullanıldığı ispat basamaklarına vurgu yapan çeşitli modellere de literatürde rastlanmıştır.

2.3.Matematik Eğitiminde Muhakeme ve İspat Süreci

İspat, matematik öğretim sürecinde karşılaşılan ifadelerin doğruluğunu sağlamak ve kesinliğini ifade etmek için kullanılan en temel yollardan biridir (Mejia Ramos ve Inglis, 2008). Muhakeme ise bir olay, problem ya da durumu belli bir plan ve program çerçevesinde ve mantık kuralları doğrultusunda düşünüp altında yatan nedenleri detaylandırarak anlamlandırma sürecini ifade eden üst düzey düşünme becerilerini içerir (Erdem, 2011). Dolayısıyla matematiğin temelinde daha çok araştırma ve sorgulama olduğu için öğretme ve öğrenme sürecinde ispat ve muhakeme becerilerini içeren etkinliklerden en yüksek derecede verim alındığı ifade edilmektedir (Jimenez Aleixandre ve Erduran, 2007; Lithner, 2000; Polaki, 2002). Ayrıca bir olay, problem ya da durum hakkında yürütülen ispat ve muhakeme sürecin de öğrencilerin oldukça zorlandıkları fakat öncesinde geçirilen argümantasyon sürecinin genel olarak kanıtlama süreci üzerinde olumlu yönde etkileri olduğu ifade edilmiştir. Argümantasyon sürecinin tanımı yapılırken çoğunlukla ileri sürülen argümanların değerlendirme sürecinde ispat ve muhakeme yoluyla yapılan ve içerik olarak üst düzey düşünme becerilerini içeren bir muhakeme stratejisi olduğu belirtilmektedir (Jimenez Aleixandre, Rodriguez ve Duschl, 2000). Bu sebeple öğrencilerin matematiksel muhakeme ve ispat becerilerini arttırmak için etkileşime ve iletişime dayalı sosyal ve mantıksal bir süreci temel alan ATÖ'nün yararlı olabileceği söylenebilir. Çünkü bu süreç öğrencilere hem muhakeme yapma hem de bilim insanları gibi süreçler yaşayarak öğrenme fırsatı sunar (Uluay, 2012). Dolayısıyla argümantasyon ve muhakeme sürecinin birbirleriyle yakından ilişkili olduğu görülmektedir (Conner, Singletary, Smith, Wagner ve Francisco, 2014).

Matematiksel ispat ve muhakeme sürecine yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde ispat basamaklarını temel alan çeşitli modeller oluşturulduğu görülmüştür. Bu modeller doğrultusunda ispat sürecini kategorilere ayırıp yorumlamak için çeşitli basamaklardan oluşan bir model geliştirilmiştir. Bu modelde yaratıcı, bütünleştirici analitik, analojik ve sezgisel ispat basamakları oluştıırulurken sözü edilen tüm ispat basamakları modelleri incelenmekle birlikte özellikle Balacheff'in (1987), Mizayaki (2000), Boero (1999), Heinze ve Reiss (2004), Waring (2000) ve Yang ve Lin (2008)'in ispat basamakları modelleri temel alınarak düzenleme yapılmıştır. Bu modeller aşağıda detaylı olarak anlatılmaktadır.

2.3.1.Balacheff'in İspat Basamakları Sınıflaması: Balacheff (1998)'e göre ispat doğruluğu ve geçerliliği kanıtlanmış tezler üzerine kurulan mantık çerçevesine oturtulmuş, hem ispatlama eylemine hem de bunu gerçekleştirirken süreçte kullanılan öncüllerin yer aldığı basamaklara vurgu yapan bir süreçtir (Uğurel, 2020). Balacheff matematiksel ispat sürecini; pragmatik ispat, entellektüel ispat ve demonstrasyon ispat şeklinde üç ispat seviyesine ayırmıştır. En alt seviyede yer alan 'pragmatik ispatlar', daha çok örnek vererek yapılan doğrulamalardır. Bu evrede ispat yapılırken matematiksel nesnelerin temsilleriyle işlem yapılır. Orta seviyede yer alan 'entellektüel ispatlar' evresinde, işlemden ziyade formüller kullanılarak yapılan ispatlar ön plandadır. Daha çok formülasyona dayalı olarak yapılan ispatlardır. En ileri seviyede yer alan 'demonstrasyon ispatlar', genelde bir teori ya da kuram aracılığıyla yapılan ispatlardır. Aynı zaman da Balacheff; matematiksel ispatta bu ayrımları yaparken 4 önemli kategoriyi de vurgulamıştır. Bu kategoriler saf deneycilik (Naïve empiricism), önemli deney (Crucial experiment), sosyal örnek (Generic example) ve düşünce deneyi (Thought experiment) şeklindedir.

• Saf Deneycilik (Naïve empiricism) : Öğrenciler birkaç durum için deneme yapar ve sonrasında genel için geçerli olduğunu kabul eder. Deneme yapılırken örnekler rastgele seçilir. İspat sürecinde en temel ve basit düzey olarak kabul edilmektedir. Basit deneycilik olarak da kabul edilen bu süreç doğruluğu açıkça görülebilen matematiksel ifadelerin deneysel yolla kanıtlandığı genelleme sürecinin ilk formundan biri olan ispat düzeyidir.

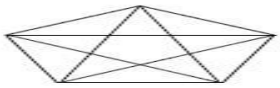
• Önemli Deney (Crucial experiment) : Öğrenciler bir olay veya durum içerisinde sorunun farkındadırlar ve bu duruma göre bilinçli olarak örnek seçerek doğrulama yapmaktadırlar. Öğrenciler bu evrede de sorular sorarak ve genelleme yaparak çeşitli gerekçeler doğrultsunda ispat yapmaya çalışmaktadırlar. Bu aşamanın basit deneycilikten farkı öğrencilerin ispat sürecinin farkında olmalarıdır.

• Sosyal Örnek (Generic example): Öğrenciler daha çok matematiksel işlemler ve dönüşümler doğrultuusnda seçtikleri örnek üzerinden doğrulama yaparlar. Öğrenciler argümanlarını genel bir örneğe dayalı olarak geliştirmektedirler.

• Düşünce Deneyi (Thought experiment) : Bu süreçte öğrenciler daha çok delilleri kullanarak ispat yaparlar. İspat süreci, örneklerden ziyade matematiğin yapısal özellikleri ile bağlantılıdır. İspat süreci dilsel, bilişsel ve anlatımsal yönden karmaşık bir yapı barındırmaktadır.

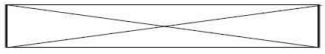
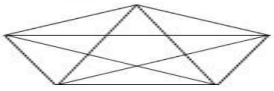
Şekil 30

Balacheff (1998) Basamaklandırma Örneği

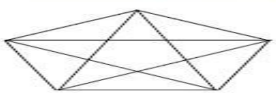
<table>
<tr>
<td>Genelleyici Örnek</td>
<td>
Beşgen 5 kenara ve 5 köşeye sahiptir.

Köşe=v=5
Köşegen=d=5
Dolayısıyla d=v dir.

Bir beşgenin 5 kenarı (n=5) ve doğal olarak da 5 köşesi (v=5) vardır. Her köşeden, 2 tane köşegen çizilebilir. Çünkü yan yana iki köşe birleştirilince köşegen elde edilmeyip kenar elde edilir. Böylece her köşeden, çokgenin kenar sayısının 3 eksiği kadar köşegen çizilir. Dahası, beşgenin 5 kenarı ve 5 köşesi olduğu için toplam 5.2=10 tane köşegen elde edilir. Köşegenler iki nokta ile sonlanır. Bu yüzden her köşegen iki kere sayılır. Dolayısıyla toplam köşegen sayısı olan 10, 2 ile bölünür.

Bu örnek GÖ düzeyinde kabul edildi. Çünkü hesaplamalar ve cevaplar gerçeğin özel durumudur. Bir başka öğrenci altıgen seçerek de aynı sonuca ulaşabilir.

GÖ yi sözel olarak ifade etmek kolaydır. Fakat kağıtta ifade edildiği zaman muhakemenin doğasını ölçmek için anlatım şeklinde yazarak açıklamaya ihtiyaç vardır.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Düşünce Deneyi</td>
<td>
"v" kenarı olan bir çokgen düşünün. Eğer v kenarı varsa, v tane de köşesi vardır. Her bir köşeden başlayarak, bir köşeden v-3 tane köşegen çizilebilir (burada ardışık iki köşenin birleştirilmesiyle köşegen değil, kenar elde edildiği vurgulanır). v kenarlı bir çokgen olduğu için toplamda v.(v-3) tane köşegen çizilir. Bu yaklaşım, her köşenin bitimiyle hesaplanır. Bu her köşegenin iki kere sayıldığı anlamına gelir. Böylece, doğru köşegen sayısını elde etmek için sonuç 2 ile bölünür. Yani köşegen sayısı için formül, $d = \frac{v.(v-3)}{2}$ dir.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Basit Deneycilik</td>
<td>
Bir dikdörtgenin 4 köşesi ve 2 tane de köşegeni vardır.

Köşe=v=4
Köşegen=d=2
Bir beşgenin 5 tane kenarı ve 5 tane köşegeni vardır.

Köşe=v=5
Köşegen=d=5

Dahası eğer v çift ise köşegen sayısı; $d = \frac{v}{2}$.
v tek ise köşegen sayısı; $d = v$ dir.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Kritik Deney</td>
<td>
Hem Balachęff (1988, 1991) hem de Knuth & Elliot (1998), KD düzeyinde olan öğrencilerin kasıtlı olarak uç bir örnek seçtiğini belirttiler. Öğrencilere göre örnek ispat için doğruysa onların tahminleri de doğrudur ve ispat yapılmıştır.

Örneğin, kasten uç bir durum olan beşgen seçiyorum. Çünkü beşgen, çok sayıda kenara sahip bir çokgendir ve bu çokgeni de rahatlıkla çizebilirim.
Bir beşgenin 5 kenarı ve 5 köşegeni vardır.

Köşe=v=5
Köşegen=d=5
Dolayısıyla d=v dir.
</td>
</tr>
</table>

2.3.2.Miyazaki' nin İspat Basamakları Sınıflaması: Miyazaki (2000) ispat sürecini dört gruba ayırmış ve ispat basamaklarını ispat A, ispat B, ispat C ve ispat D olarak sınıflandırmıştır. Miyazaki'ye göre İspat A; genel bilgilerden özel bilgilere ulaşıldığı, sonuçların öncüllerden çıkarıldığı, tümdengelimsel muhakemenin kullanıldığı ve gösterimlerde verilerin direkt olarak değiştirilmeden alındığı fonksiyonel bir yapı içeren süreçtir. İspat B düzeyinde tümdengelimsel muhakeme kullanılır aynı zamanda bu evre de çeşitli objelerle, dil veya çizimlerle ispat yapılabilmektedir. İspat C düzeyinde ise tümevarımsal muhakeme kullanılır ve çeşitli objeler, dil veya çizimlerle ispatların yapıldığı basamaktır. İspat D süreci ise tümevarımsal muhakemenin kullanıldığı ve ispat yapılırken fonksiyonel dilin kullanıldığı ispat basamağıdır. Mizayaki ispat basamaklarını değerlendirirken en avantajlı ve uygun basamağın İspat A ve en avantajsız basamağın ise İspat C olduğunu ifade etmiştir. İspat B ve İspat D ise orta düzeyde kabul edilen ispat basamaklarıdır. Miyazaki'nin ispat düzeyleri Şekil 31'de sunulmuştur.

Şekil 31

Miyazaki'nin İspat Düzeyleri

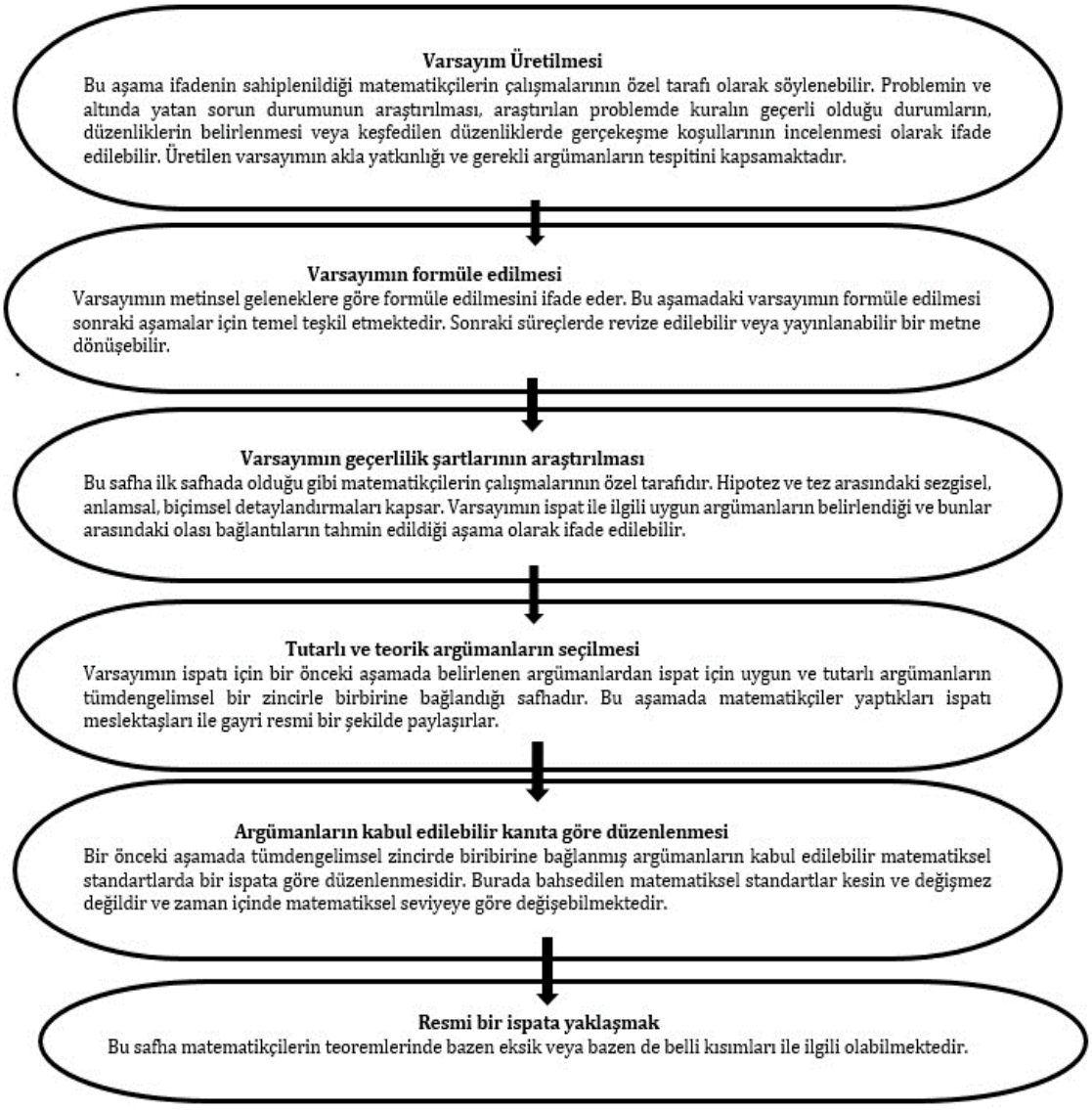
İçerikler / Gösterim	Tümevarımsal Muhakeme	Tümdengelimsel Muhakeme
Fonksiyonel dilin kullanılması	İspat D	İspat A
Diğer dil, çizimler veya hareket edebilen objelerin kullanılması	İspat C	İspat B

2.3.3. Boero'nun İspat Basamakları Sınıflaması: Boero ispat sürecini, teoremlerin kültürüne girmek olarak ifade etmektedir. Bu teorik bilgilerin çerçevesinde çeşitli varsayımların üretilmesi, formüle edilmesi, çeşitli geçerlilik şartlarının sağlanması ve bu doğrultuda oluşturulan argümanların kabul edilebilir kanıta göre düzenlenerek gerçek bir ispata yaklaşılması anlamındadır. Boero'nun ispat basamakları daha çok matematikçilerin çeşitli kurallara hâkim olma ve zengin argümantasyon yapabilme becerisine dayanmaktadır. İspat sürecinin erişilebilir ve matematiksel açıdan anlamlı olması için matematikçilerin bilgi yönünden donanımlı olmasına ve çeşitli bilişsel analizler yapabilmelerine ihtiyaç duyulmaktadır (Boero, 1999). Boero'nun ispat basamakları varsayım üretmek, varsayımı

formüle etmek, varsayımın geçerlilik şartlarını araştırmak, tutarlı ve teorik argümanları seçmek, argümanları kabul edilebilir kanıta göre düzenlemek ve resmi bir ispata yaklaşmak şeklinde altı aşamada oluşmaktadır. Bu aşamalar doğrusal olmayan bir sırada ilerleyebilmektedir. Herhangi bir aşamada oluşan bir hatada tekrar ilk aşamalara dönülüp düzenleme yapılabilir. Boero'nun ifadeleri doğrultusunda ortaya koyulan ispat sürecinin aşamaları Şekil 32'de gösterilmiştir:

Şekil 32

Boero İspat Süreci

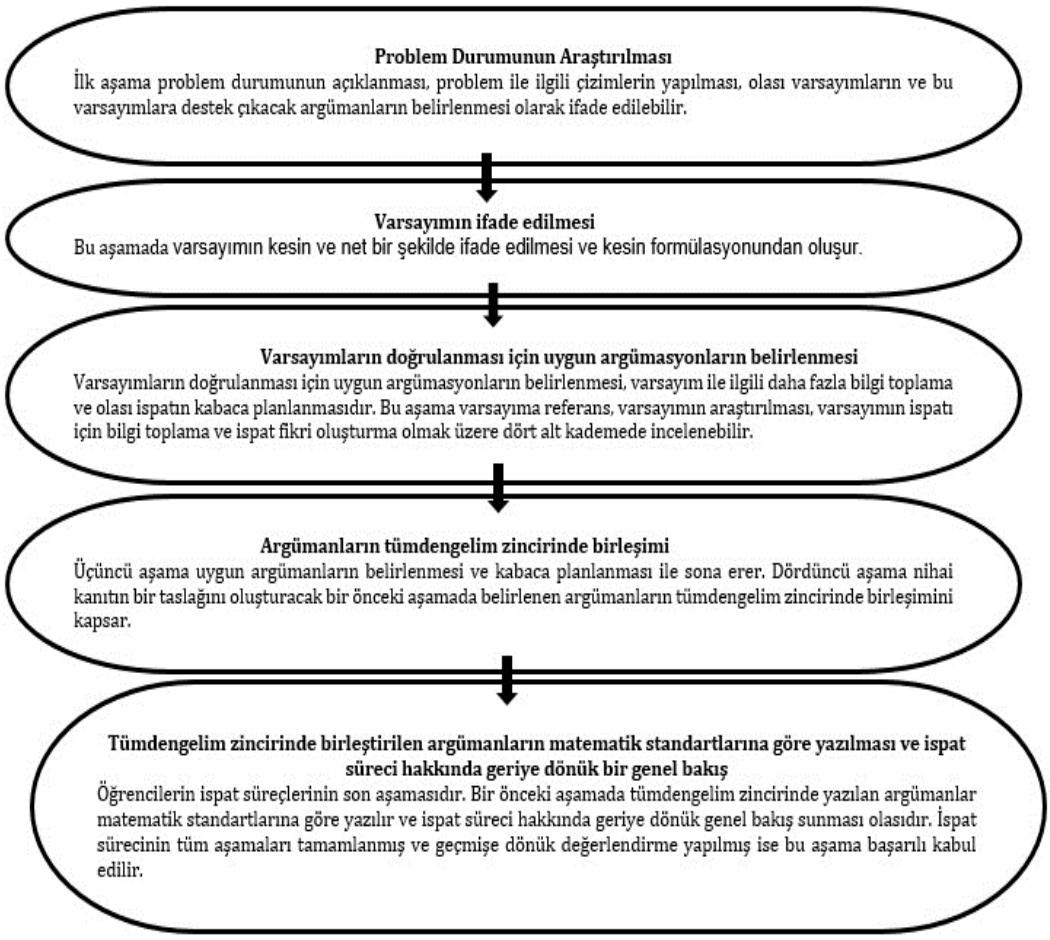


2.3.4. Heinze Ve Reiss'in İspat Basamakları Sınıflaması: Heinze ve Reiss (2004) 'in ispat basamakları, Boero (1999)'nun ispat basamaklarının öğrenciler için düzenlenmesi şeklinde ortaya çıkmıştır. Çünkü öğrenciler ile matematikçilerin ispat yapma becerileri birbirinden farklıdır. Öğrencilerin ispat yapma sürecinde kaliteli argümanlar üretebilme ve ispat

yollarına hâkim olma açısından zorluklar yaşadığı ifade edilmiştir. Bu sebeple ispat basamaklarının okul matematiğine uyarlanması konusunda Boero'nun ispat basamakları üzerinde çeşitli değerlendirmeler sonucu bazı değişiklikler yapılmış ve beş basamak oluşturulmuştur. Heinze ve Reiss 'in ifadeleri doğrultusunda ortaya koyulan ispat sürecinin aşamaları Şekil 33'te gösterilmiştir:

Şekil 33

Heinze ve Reiss İspat Süreci



2.3.5. Waring'in İspat Basamakları Sınıflaması: Waring (2000); ispat sürecini farklı düzeylerde ele almıştır. Waring'in 6 düzeyde belirttiği ispat basamakları şu şekildedir:

-İspat düzeyi 0: Bu düzeydeki öğrenciler, ispatın ne olduğunun farkında değillerdir.

-İspat düzeyi 1: Bu düzeydeki öğrenciler, ispatın ne olduğunun farkındadırlar fakat ispat sürecinde daha çok tümevarım yöntemini kullanarak genel birkaç örnek üzerinden doğrulama yaparlar.

-İspat düzeyi 2: Bu düzeydeki öğrenciler, ispatı farklı veya rastgele seçilmiş örneklerle doğrulamaya çalışırlar.

-İspat düzeyi 3: Bu düzeydeki öğrenciler, zorluk seviyesine göre ispatın çözümünü anlayabilirler fakat ispat sürecini tamamlayamazlar.

-İspat düzeyi 4: Bu düzeydeki öğrenciler, ispatın ne olduğunu bilirler fakat sadece bilindik ispatları oluşturabilirler.

-İspat düzeyi 5: Bu düzeydeki öğrenciler, bazı formal ispatları ve yeni karşılaştıkları ispatları oluşturabilirler.

2.3.6. Weber'in İspat Basamakları Sınıflaması: Weber (2005), üniversite öğrencilerinin ispat süreçlerini incelemiş ve ispat sürecini üç basamak altında düzenlemiştir.

-İşlemsel ispat süreci: Öğrenciler İspat yapmak için bilindik ispatları şablon olarak kullanırlar. Öğrenciler ispatı daha çok egzersiz şeklinde yaparlar.

-Sentetik ispat süreci: Öğrenciler matematiksel kuralları ve teoremleri kullanarak ispat yapmaya çalışırlar.

-Semantik ispat süreci: Öğrenciler ispatı informal olarak veya doğruluğunu göstermek için ilgili kavramların sezgisel gösterimlerini ele alırlar.

2.3.7. Yang ve Lin'in İspat Basamakları Sınıflaması: Yang ve Lin (2008), dört seviyeden oluşan geometriyi ispat okuyarak anlama modelini geliştirmiştir. İspat süreci ile ilgili 4 basamak şu şekildedir:

1. Yüzeysel seviye (surface): Yüzeysel seviyede yer alan öğrenciler, ispat sürecinde kullanacakları ifade ve semboller hakkında temel seviyede yer alan bilgiyi edinirler.

2. Elemanları tanıma (recognizing the elements): Öğrenciler bu seviyede, ispat sürecinde kullandıkları ifade ve gösterimlerin mantıksal açıdan durumunu ifade edebilirler.

3. Bağlantılı elemanlar (containing the elements): Öğrenciler ispat sürecinde, kullanılan bilgi ve ifadeler arasındaki mantıksal ilişkileri dikkate alarak çeşitli bağlantılar kurabilirler.

4. Genelleme (encapsulation): Öğrenciler, ispatı farklı durumlarda tam olarak kullanabilirler.

Matematik alanında muhakeme ve ispat sürecinin temelini matematiksel akıl yürütme oluşturur. Özellikle matematiksel problemleri anlamak, çözümlemek ve sonuçlarını ispatlamak için kullanılan temel beceriler içerisinde matematiksel akıl yürütme oldukça önemli bir yer tutar. Matematiksel akıl yürütme; bir problemi anlamaya, elde edilen verileri analiz etmeye, bu veriler arasında bağlantılar kurmaya ve mantıksal bir çözüm stratejisi geliştirmeye yönelik çeşitli adımların atılmasında matematiksel argümanlar kullanmayı içeren bir süreçtir. Bu süreç detaylı bir şekilde aşağıda anlatılmıştır.

2.4.Matematiksel Akıl Yürütme

Akıl yürütme süreci, bir yargıya varmak için fikirler arasında bağlantı kurmayı ve bu bağlantılar doğrultusunda yeni bir yargıya varma sürecini kapsayan zihinsel bir etkinliktir. Akıl yürütmenin temelini, elde edilen verilerin analiz edilmesi ile bilinmeyenlerden bilinenlerin türetilerek yeni fikirler üretilmesi oluşturmaktadır (Emiroğlu, 2013). Sonuç olarak akıl yürütme, bir dizi önermeden yola çıkarak ve bu önermeler arasında akıl yürütmeye dayalı bağlantılar kurarak başka bir önerme çıkarma eylemidir. Buradaki önermelerin, yalnızca basit bir iddiayı ya da kesin bir sonuca varmayan argümanları içermesi yine de akıl yürütme olarak kabul edilmektedir (Baki, 2008).

Akıl yürütme, argümantasyon sürecinde bütün verileri analiz ederek, iddiaları ve gerekçeleri değerlendirerek kanıtlarla birlikte bir genellemeye ulaşma amacıyla araç olarak kullanılmaktadır. Argümantasyon sürecinde bir konu hakkında akıl yürütmek için yeterli bilgiye sahip olan kişinin o konu hakkında akıl yürütebildiği söylenebilir. Dolayısıyla herhangi bir birey, yeni karşılaştığı bir durumu tüm yönleriyle iyice inceledikten ve araştırdıktan sonra makul varsayımlar ve tahminler oluşturur. Öne sürdüğü varsayım ve tahminleri gerekçelendirir, belirli sonuçlara varır, ardından bu sonuçlara ilişkin bir açıklama ve savunma geliştirir (Umay, 2007).

Akıl yürütme becerileri ve matematiksel bilgi birbiriyle bağlantılıdır. Öğretim sürecinde akıl yürütme ve matematiksel bilgi aynı anda hem edinilmekte hem de kullanılmaktadır. Dolayısıyla matematik öğretiminde akıl yürütme teknikleri ve matematiksel bilginin birbirinden bağımsız olarak kullanılması alışılmadık bir durumu ifade etmektedir. Çocuklar akıl yürütme ve problem çözme tekniklerini anaokulu öncesi gibi erken bir dönemde geliştirmeye başlarlar. Bu teknikleri geliştirirken de bağlantı kurma, çıkarım yapma, genelleme, temsil etme, benzerlik, doğrulama, kontrol etme ve gözden geçirme gibi strateji ve yöntemleri kullanmaktadırlar (Greenes, Dacey, Cavanagh, Findell, Sheffield ve Small, 2003). Bu yöntem ve stratejilerle birlikte matematik öğretiminde bu süreç matematiksel akıl yürütme olarak ifade edilmektedir.

Matematiksel akıl yürütme; muhakeme yapabilmek için matematiksel nesneleri kullanmak (Brodie, 2010), problem çözerken süreci formüle etmek, çeşitli varsayımlar üreterek doğruluğu test etmek ve ileriye dönük genellemeler yapmak şeklinde tanımlanabilir (Mata Pereira ve da Ponte, 2017). Başka bir deyişle matematiksel akıl yürütme; tanımlar, semboller, tümevarım ve tümdengelim gibi belirli matematiksel araçları kullanarak yeni bilgiler öğrenme eylemidir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2013).

Düşünme ve yorumlama gibi temel becerilere sahip olan insanlar için matematiksel akıl yürütme doğuştan gelen bir yetenek olarak görülebilir (Ball ve Bass, 2003). Dolayısıyla sayısal verileri içeren matematiksel durumların yanı sıra günlük yaşamın içinde de matematiksel akıl yürütmenin olduğu söylenebilir (Yeşildere ve Türnüklü, 2007). Matematiksel akıl yürütmenin geliştirilebilmesi için uygun öğrenme ortamlarının oluşturulması ve stratejilerinin geliştirilmesi gerekir. Bu öğrenme ortamı ve stratejiler ise eğitim-öğretim sürecinde kullanılan öğretim programları ile oluşturulur (Altıparmak ve Öziş, 2005).

Düşünme süreci, ortaya çıkan akıl yürütme türlerini şekillendirir. Başka bir deyişle, düşünme süreçleri akıl yürütme türlerinin bileşenleridir. Tümdengelim (dedüksiyon), tümevarım (indüksiyon) , benzeşim (analoji) ve abdüktif akıl yürütme (abdüksiyon) şeklinde dört temel akıl yürütme türü vardır. Bu akıl yürütme türlerini detaylı inceleyecek olursak:

Tümdengelim (Dedüksiyon): Bir veya daha fazla önermeden mantıksal çıkarım doğrultusunda kesin sonuca ulaşmaktır. Bu anlamda tümdengelimsel akıl yürütme ile önermeler ve sonuç arasında mantıksal olarak bir bağlantı kurulur. Bu süreçte tüm önermeler doğruysa, terminoloji anlaşılmışsa ve tümdengelim doğru bir şekilde takip edilmişse sonuç doğru olmalıdır. Zorunluluk, bu bağlamda tümdengelimsel akıl yürütmenin kilit bileşenidir. Tümdengelim yoluyla akıl yürütmenin en etkili olduğu alanlar geometri ve matematiktir. Temel geometrinin tamamı belirli basit önermeler kullanılarak elde edilir. İspatlar yoluyla, her önerme daha önceki aksiyomlar, tanımlar ve önermelerle ilişkilendirilir (Aliseda,2006).

Tümevarım (Endüksiyon): Belirli olgulardan genellemeler türetmek için kullanılan akıl yürütme süreci tümevarım olarak bilinir. Dolayısıyla gözlem ve deneyler aracılığıyla bireysel olaylar ve varlıklar hakkında genel yasalara ulaşma yöntemi şeklinde de ifade edilebilir (Uyanık, 2012). Tümdengelimden farklı olarak tümevarım bir çıkarım değil, bir varoluş içerir. Başka bir deyişle, "tümden gelme" veya "tümden tüme geçme" değil, "tüme varma" söz konusudur (Özlem, 2004). Doğrulamak için belirli yöntemler uygulanabilir. Tümevarımın uygulanması, uygulayıcının çözümlemesinin nedensel bağlantıları belirleme kapasitesine bağlıdır. Ancak tümdengelimin aksine, tümevarım herhangi bir kurallar dizisi tarafından yönetilmez (Özdağ, 2014).

Benzeşim (Analoji) : Zihnin bir olay ya da nesneden karşılaştırılabilir başka bir olay ya da nesneye doğru çıkarım yapma sürecine analoji adı verilir (Topçu, 2008). Analojiyi tümevarım ve tümdengelimin bir kombinasyonu olarak düşünülebilir. Bir analojide sonuç önermeleri aşar. Özel örnekler özel sonuçlara temel teşkil eder. Genellemeler gereklilik ifade etmediği gibi ulaşılan sonuç da zorunluluk ifade etmez. Sadece bir olasılığa işaret eder.

Abdüktif akıl yürütme (Abdüksiyon) : Abdüktif akıl yürütme, birbirinden tamamen farklı ve bağımsız argümanların ilişkilendirilerek ve analiz edilerek en iyi sonuçların ortaya çıkarıldığı akıl yürütme biçimidir (Patokorpi, 2006). Bu akıl yürütme biçimi ile bireyler süreç sonucunda daha önce sahip olduklarından daha fazla bilgiye sahip olurlar. Abdüktif akıl yürütmede, olası varsayımlardan biri vurgulanır ve diğer varsayımların yanlış olduğu veya doğru kabul edilen varsayıma benzerliği vurgulanmaya çalışılır (Kamer, 2014).

Matematiksel akıl yürütmeyi temel alan bu süreçle birlikte teknoloji alanında gelişmeler, matematik eğitiminde öğretme yaklaşımlarına yönelik seçenekleri yeniden düşünmemizi sağlayan önemli değişimlere neden olmuştur. Bilimsel düşüncenin temelini oluşturan muhakeme ve ispat sürecinde teknolojinin sağladığı kolaylıklardan yararlanarak ilerlemek bu süreci büyük ölçüde etkilemektedir. Bu süreçte hem cebir hem de geometri alanında çeşitli yazılımlar matematik eğitimini kökten değiştirmiştir. Yeni öğretim teknolojilerinin daha fazla kullanılması ile öğretim yaklaşımlarına bakış açıları da sürekli değişmiştir. Özellikle teknolojinin ilerlemesiyle birlikte matematik eğitiminde dinamik geometri yazılımlarının rolü ön plana çıkmaktadır. Bu yazılımlar öğrencilere dinamik bir öğrenme ortamı sağlamakta böylece matematiksel akıl yürütmeyi temel alan muhakeme ve ispat yeteneklerini güçlendirmektedir. Dolayısıyla, teknolojik gelişmelerin muhakeme ve ispat yeteneklerinin geliştirilmesinde önemli bir rol oynadığı görülmektedir.

2.5.İspat Basamakları Modeli

Matematiksel ispat ve muhakeme sürecine yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde ispat basamaklarını temel alan çeşitli modellere rastlanmıştır. Bu modellerden Balacheff'in (1987) ispat basamakları modeli hem ispatlama sürecini hem de bu süreçte kullanılan öncüllerin kullanımını temel alan bir modeldir. Bu modelde ispat basamakları saf deneycilik (Naïve empiricism) ,önemli deney (Crucial experiment) ,sosyal örnek (Generic example) ve düşünce deneyi (Thought experiment) şeklinde sınıflandırılmıştır. Bu düşünce sistematiğinde basamaklar öğrencilerin çeşitli örneklerle deneme yanılma yaparak başladığı ve ilerleyen basamaklarda dilsel, bilişsel ve anlatımsal yönden karmaşık bir yapıyı temel alıp delillerle kanıt sunan bir yapıya doğru ilerleme mevcuttur. Miyazaki (2000) ise ispat sürecini dört gruba ayırmış ve ispat basamaklarını ispat A, ispat B, ispat C ve ispat D olarak sınıflandırmıştır. Mizayaki (2000) ispat basamaklarında en avantajsız olan İspat C basamağında tümevarımsal muhakeme kullanılır ve çeşitli objelerle, dil veya çizimlerle ispatların yapıldığı basamaktır. En avantajlı ve uygun basamakta olan ispat A basamağında tümdengelimsel muhakemenin kullanıldığı ve gösterimlerde fonksiyonel bir yapı içeren ispat sürecidir. Boero (1999)'nun ispat

basamakları ise varsayım üretilmesi, varsayımın formüle edilmesi, varsayımın geçerlilik şartlarının araştırılması, tutarlı ve teorik argümanların seçilmesi, argümanların kabul edilebilir kanıta göre düzenlenmesi ve resmi bir ispata yaklaşmak şeklinde altı basamaktan oluşmaktadır. Heinze ve Reiss (2004) 'in ispat basamakları Boero (1999)'nun ispat basamaklarının öğrenciler için düzenlenmesi şeklinde ortaya çıkmıştır. Waring (2000) ispat basamakları sürecini açıklarken ispat düzeyi 0, ispat düzeyi 1, ispat düzeyi 2, ispat düzeyi 3, ispat düzeyi 4 ve ispat düzeyi 5 şeklinde ifade etmiştir. Bu süreçte ispat düzeyi 0 basamağında öğrenciler, ispatın ne olduğunun farkında değillerdir, ispatın varlığından habersizdirler. En son basamak olan ispat düzeyi 5'te ise öğrenciler, bazı formal ispatları ve yeni karşılaştıkları ispatları oluşturabilirler. Yang ve Lin (2008) ise dört seviyeden oluşan geometriyi ispat okuyarak anlama modeli (RCGP)' ni geliştirmiştir. Bu modelde yüzeysel seviye (surface), elemanları tanıma (recognizing the elements), bağlantılı elemanlar (containing the elements) ve genelleme (encapsulation) şeklinde ispat basamakları ifade edilmiştir. Bu modeller incelenirken ispat basamakları sınıflandırıldığın da genelde en alt basamaklar da ispatın ne olduğunun farkında olmayan; çeşitli obje, dil veya çizimler ile ispatların yapıldığı; örneklerin kullanılarak benzetme veya tümevarımsal muhakemenin kullanıldığı basamaklar olduğu görülmüştür. En üst basamak seviyesinde ise genel bilgilerden özel bilgilere ulaşıldığı, sonuçların öncüllerden çıkarıldığı, tümdengelimsel muhakemenin kullanıldığı ve gösterimlerde verilerin direkt olarak değiştirilmeden alındığı fonksiyonel bir yapı içeren ispat süreci şeklinde bir yapı olduğu görülmüştür.

İncelenen modeller doğrultusunda Balacheff'in (1987), Mizayaki (2000), Boero (1999), Heinze ve Reiss (2004), Waring (2000) ve Yang ve Lin (2008)'in ispat basamakları modelleri temel alınarak matematiksel ispat süreçlerini anlamak için çeşitli basamaklardan oluşan bir model geliştirilmiştir. Bu model, ispat sürecinin anlaşılmasını kolaylaştırmak amacıyla adım adım ilerleyen bir yöntem sunmaktadır. Geliştirilen modelde basamaklar yaratıcı, bütünleştirici, analitik, analojik ve sezgisel ispat basamaklarından oluşmaktadır. Bu modelde basamaklar Şekil 34'te gösterilmiştir:

Şekil 34

İspat Basamakları Süreci



2.6.Öğretim Modeli

Özel yetenekli öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal ihtiyaçlarını karşılamak aynı zaman da üst düzey becerilerini geliştirmek için öncelikle öğrencilerin seviyelerine uygun MEB eğitim müfredatı yanında BİLSEM'lerde matematik derslerinde uygulanması için Zengin öğretim modeli geliştirilmiştir. Bu süreçte öncelikle alan yazın incelendiğinde özel yetenekli öğrencilerin potansiyellerine, yaratıcılıklarına, zekâ ve ilgi alanlarına uygun dünyada uygulanan çeşitli model ve programlara rastlanmıştır (Anderson ve Krathwohl, 2010; Davis, 2006; Davis ve Rimm, 1998; Feldhusen ve Kolloff, 1986; Feldhusen ve Treffigner, 1985; Feldhusen, 1996; akt. Güçyeter; Gross, Sleap ve Pretorius, 1999; Hlasny, 2008; Kaplan, 2009; Maker, 1997; Moon,2003; akt. Davis ve Rimm, 1998; Özçelik, 2010; Reis ve Renzulli, 1985; Renzulli, 1977; Sak, 2011; Sternberg, 1999; Tortop,2016; VanTassel Baska, 2000). Fakat ülkemizde özel yetenekli öğrencilere yönelik öğretim sürecinde uygulanmak üzere ihtiyaç duyulan farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş öğretim modellerine olan ihtiyaca rağmen, bu konuyla ilgili yapılan çalışmaların yetersizliği göze çarpmaktadır. Yapılan bu çalışmalar kapsamında MEB bünyesinde yer alan BİLSEM'lerde uygulanan program ve Anadolu Üniversitesi ile İstanbul Üniversitesi'nde yürütülen programlar gibi bu öğrencilerin eğitimine yönelik birkaç program dışında farklı programlara rastlanmamıştır (Sak, 2011). Dolayısıyla bu öğrencilerle çok fazla ilgilenilmemekte ve program hazırlamada yetersiz kalınmaktadır.

Özel yetenekli öğrenciler açısından alanda uzman olan eğitimcilerin görüşleri incelendiğinde var olan öğretim programlarının bu öğrencilerin ihtiyaçlarını karşılamadığını dolayısıyla özel öğretim model ve programlarının hazırlanması gerektiğinin ifade edildiği görülmüştür (Colangelo, Assouline ve Gross, 2004; Renzulli ve Reis, 1997; Robinson ve Moon, 2003). Bu sebeple farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş model veya programların özel yetenekli öğrencilerde öğrenme sürecinin temel yapıtaşı olduğu anlaşılmaktadır (Roberts ve Inman, 2009; VanTassel Baska, 2013). Dolayısıyla matematik alanında da özel yetenekli öğrencilerin ihtiyaçları doğrultusunda bir öğretim programı geliştirmek oldukça önemlidir. Bu tür öğrenciler için matematik eğitimi literatüründe vurgulanan farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş programlara olan ihtiyaca rağmen, hem farklılaştırmanın hem de zenginleştirmenin yapıldığı aynı zaman da matematiksel düşünme ve yaratıcılığın vurgulandığı programların sayısı oldukça azdır (Gavin, Casa, Adelson, Carroll, Sheffield ve Spinelli, 2007). Bu araştırmalar ise genelde yeni bir model ortaya koymaktan ziyade var olan programlar üzerinde yapılan farklılaştırma ve zenginleştirmeleri içermektedir (Akkaş, 2014; Altıntaş, 2014; Aydoğdu ve Keşan, 2016; Baltacı, Yıldız, Kıymaz ve Aytekin, 2016; Batdal Karaduman, 2012; Deringöl Karataş, 2013;

Durmaz, 2014; Kanbur Teker ve Argün, 2022; Karataş, 2021; Kök, 2012; Öksüz, 2010; Özçelik, 2017; Özdemir, 2016; Özyaprak, 2012; Taş, 2018; Yıldız ve Baltacı, 2017). Bu çalışmalar içerisinden geometri konularını içerenler ise çok daha azdır (Aydoğdu ve Keşan, 2016; Baltacı, Yıldız, Kıymaz ve Aytekin, 2016; Batdal Karaduman, 2012; Kanbur Teker ve Argün, 2022; Karataş, 2021; Kök, 2012; Öksüz, 2010; Yıldız ve Baltacı, 2017).

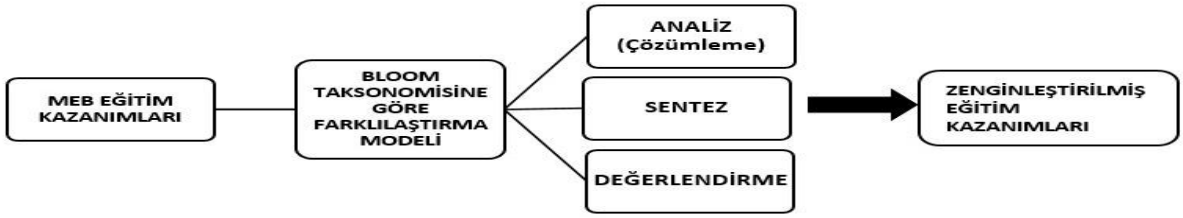
Özel yetenekli öğrencilere yönelik literatürde yer alan bu çalışmalar incelendiğinde özel yetenekli öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal özellikleri, yaratıcılıkları, zekâ alanları ve üst düzey becerileri gibi çeşitli özellikleri dikkate alınarak yeni bir öğretim model geliştirilmiştir. Bu sebeple hazırlanan bu modelin alana öncülük ve rehberlik etmesi açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Özel yetenekli öğrencilerin ihtiyaçları dikkate alınarak bir öğretim modeli veya programı geliştirmek oldukça zordur (Batdal Karaduman, 2010; Hertberg Davis, 2009; Kanevsky, 2011; Kennedy-Clark, 2013; Masole, 2011; McKenney, Nieveen ve Van den Akker, 2006; Plomp ve Nieveen, 2013; Reger, 2006). Fakat bu çalışma tasarım tabanlı araştırma yöntemi doğrultusunda yürütülmüş olup, bu sayede süregelen ve geriye dönük değerlendirmeler ile araştırmanın amacı doğrultusunda yapılandırılan bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Araştırma sürecinde geliştirilen Zengin öğretim modeli farklılaştırma ve zenginleştirme kapsamında kazanım belirleme, içerik belirleme, öğrenme sürecini düzenleme, ürün ve değerlendirme süreci şeklinde boyutlara ayrılmıştır. Tasarım tabanlı yöntem ile bu boyutlar öğretim sürecine entegre edilerek programlar oluşturulurken temeli teorik bir yapıya dayanan pratik bir ürün ortaya konmuştur. Bu çalışmanın dayandığı temellerde kilit noktalar literatür taramaları, öğrencilerin özelliklerine yönelik analizler, uzman görüşleri, özel yetenekli öğrencilerle ilgili deneyimler ve görüşmeler olup çalışmanın ana çıktısı ise prototipleme-değerlendirme aşamasında uygulanabilirliği ve etkililiği temin edilen ürün şeklindedir.

Özel yetenekli öğrencilere yönelik olarak tasarlanmış Zengin öğretim modelinin uygulama basamaklarına aşağıda ayrıntılı olarak yer verilmiştir.

1. Kazanım Belirleme Evresi

Şekil 35

Kazanım Belirleme Evresi



MEB Eğitim Kazanımları: Derste işlenecek konuyla ilgili Milli Eğitim müfredatındaki kazanımların yer aldığı bölümdür.

Zenginleştirilmiş Kazanımlar: Milli Eğitim müfredatındaki kazanımların; özel yetenekli öğrencilerin bilişsel gelişimleri göz önüne alındığında MEB'in bu konuyla ilgili kazanımlarının onların hazırbulunuşluklarının altında olduğu söylenebilir. Bu bağlamda zenginleştirilmiş kazanımlar, Bloom taksonomisinin analiz, sentez ve değerlendirme basamağı doğrultusunda üstün zekâlı öğrencilerin özellikleri, ihtiyaçları ve program farklılaştırma ilkeleri temel alınarak yeniden düzenlenmiştir. Böylece MEB kazanımları incelenmiş, farklılaştırılarak ve zenginleştirilerek bu kazanımların üzerine oturtulmuştur.

2.İçerik

İçerik bölümü Purdue, Izgara, Paralel eğitim ve Müfredat sıkıştırma modellerinden belirli kesitler alınarak oluşturulmuştur. Kullanılan eğitim modelleri kısaca şu şekildedir;

Purdue Üç Aşamalı Zenginleştirme Modeli: Özel yetenekli öğrencilerin özellikleri, ihtiyaçları ve amaçları doğrultusunda gerçekleştirilen öğretim süreçlerinde Purdue üç aşamalı zenginleştirme modeli bir rehber olarak kullanılmaktadır. Model doğrultusunda, özel yetenekli öğrencilerin özel yeteneklerinin seviyeleri belirlenerek sadece yetenekli olup olmadığı değil, özel eğitimsel koşulları gerektiren çok üst yetenekler ve/veya zekâlara sahip olup olmadığının araştırılması gerekir (Feldhusen ve Kolloff, 1986).

Purdue 3 aşamalı zenginleştirilmiş model doğrultusun da özel yetenekli öğrencilerin özel eğitimsel koşulları gerektiren üst düzey yetenek veya zekâlara sahip olup olmadığının belirlenmesine yönelik uygun tanımlayıcı tekniklerin uygulanması gerekmektedir. Böylece öğrenci seviyelerine uygun konunun öğretiminin tasarlanması ve bireyselleştirilmiş eğitim programının kullanımı ile birlikte daha üst seviyedeki düşünme becerilerinin öğretimini sağlayan kapsamlı bir program elde edilir (Feldhusen ve Kolloff, 1986).

Izgara Modeli: Izgara modeli; içerik, süreç ve ürün bileşenlerinin kapsamlı bir tema altında ön plana çıkarılmasıyla oluşur. Izgara modeli doğrultusunda hazırlanan farklı ve zenginleştirilmiş etkinlikler içerik, süreç ve ürün bileşenleri şeklinde hazırlanan sütunların içine yerleştirilir. Bu tablo ızgara görünümde olduğundan modelin adı Izgara Modelidir (Kaplan, 2009).

İçerik; Milli Eğitim müfredatı doğrultusunda özel yetenekli öğrencilere yönelik hazırlanan içeriğin çok disiplinli olması, entegre (bütünleşik) olması ve alanındaki konuları kapsaması gerekir. Aynı zamanda belirlenen içeriğin her sınıf seviyesi doğrultusunda bir zaman

örgüsü içermesi ve sarmal yapıda ilerlemesi gerekir (New South Wales Department Of Education and Training, 2004).

Bu modelde özel yetenekli öğrenciler için belirlenen müfredat içeriğine rehberlik eden kurallar şöyle sıralanmaktadır (New South Wales Department Of Education and Training, 2004):

- Temel konular ve kavramlara odaklanma
- Konular arasındaki ilişkileri ön plana çıkarma
- Öğrencileri araştırmaya sevk etme
- Üst düzey düşünme becerilerini geliştirme
- Arttırılmış sürat ve zorluk
- Öğrenci öz düzenleme becerisini geliştirme

Paralel Müfredat Modeli: Paralel Müfredat Modeli (PMM), genel müfredat, bağlantılar müfredatı, uygulamalar müfredatı ve farkındalık müfredatı olmak üzere birbirine bağlantılı dört müfredattan oluşur (Sak, 2014).

Genel (çekirdek) müfredatı; bir ülkenin uzak hedeflerine göre hazırlanmış kazanımları doğrultusun da oluşturulan müfredatı içerir (Akkaş ve Tortop, 2015). Konunun temel ilke, kavram, bilgi ve becerilerinin öğretilmesi hedeflenmektedir. İyi planlanmıştır, sonuçları nettir. Bağlantılar Müfredatı; öğrenilen yeni bilgiler ile farklı disiplinleri ilişkilendirme, bu bilgileri farklı ortamlarda kullanabilme, öğrendiği yeni bilgi ile konu, kavram ve olaylara, farklı bakış açıları getirmeyi amaçlar (Sak, 2014).

Uygulamalar müfredatı; öğrencilerin alanda uzmanlaşmasını sağlayan etkinlikleri içerir. Öğrencilerin alanın uzmanıymış gibi düşünüp çalışmasını sağlar. Etkinlikleri yaparken öğrencilerin bilgi ve becerilerini, uzmanların çalışma biçimlerinde olduğu gibi kullanmaları beklenir (Sak, 2014) .

Farkındalık müfredatı; Öğrencilerin, belirlenen alan da farkındalık oluşturmalarını, alan uzmanlarına benzer bir anlayış geliştirmelerini sağlamaktadır (Tortop, 2015).

Paralel eğitim modeli, öğretim sürecinde öğretmenlere bir başlangıç noktası sunmaktadır. Hazırlanan eğitim programı doğrultusunda öğrencilerin acemilikten uzmanlığa doğru ilerlemesi için düzenlemeler yapılır. Kaliteli bir eğitim programının amacı, öğrencilerde uzmanlığı oluşturacak bilgi, beceri ve anlayışı geliştirmektir.

Müfredat Daraltma Modeli: Reis ve Renzulli (1978)'nin önerdiği genel müfredatlardaki tekrarların azaltılmasına yönelik modeldir. Genel müfredatta tekrar eden

kazanımlar sıkıştırılır, bunun yerine üst öğreme düzeyinden kazanımlar konur. Böylece üstün yeteneklilere yönelik müfredat sıkıştırılarak kazanılan zamanda daha fazla etkinlikler yapılarak zenginleştirme ve derinleşme yapılabilir.

Yukarıda belirtilen modeller doğrultusunda hazırlanan modelde içerik kısmı şekil 36'da gösterilmiştir:

Şekil 36

İçerik Belirleme Evresi



Genel Müfredat (Milli Eğitim Bakanlığı müfredatı) : MEB müfredatı doğrultusun da çalışılan konuya yönelik içerikle ilgili bilgilerin yer aldığı kısımdır.

İçerik Düzenleme (Yetenek Havuzu): MEB müfredatı öğrencilerin özellikleri dikkate alınarak yeniden düzenlenir. Bu doğrultu da ızgara modelinde yer alan öğrenci özelliklerinin belirlenmesine yönelik izlenmesi gereken adımlar şöyle sıralanabilir (New South Wales Department Of Education and Training, 2004):

- Özel yetenekli öğrencilerin özelliklerini belirleme (ilgileri, gelişim seviyeleri, zekâ türleri…)
- Ön değerlendirme çalışması yapma
- İçeriği kapsamlı temalar etrafında organize etme
- Seçilen çıktıları etkili bir şekilde değerlendiren uygun üst seviyede sorular, etkinlikler ve görevler oluşturma
- Değerlendirme kriterleri tanımlama

Bu model doğrultusunda öğrencilerin yetenek alanlarını belirlemek için aşağıdaki çalışmalar yapılmış ve içerik düzenlenmiştir,

- Çoklu zekâ envanteri
- Yaratıcılık ölçeği
- Başarı testi

Öğrencilere yapılan bu üç test sonucunda çeşitli veriler elde edilmiştir. Bu veriler doğrultusun da MEB müfredatı ve öğrenme çevresi şekillendirilmiştir.

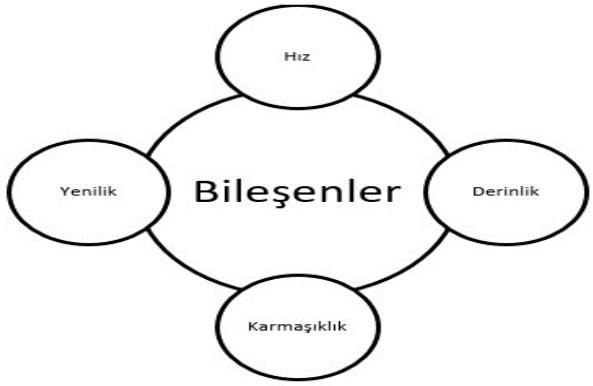
Müfredat Sıkıştırma: Genel müfredatta tekrar eden kazanımlar sıkıştırılır, bunun yerine üst öğrenme düzeyinden kazanımlar konur. Böylece üstün yeteneklilere yönelik müfredat sıkıştırılarak kazanılan zamanda daha fazla etkinlikler yapılarak zenginleştirme ve derinleşme yapılabilir.

Bağıntılar Müfredatı: Öğrenilen yeni bilgiler ile farklı disiplinler ilişkilendirilir böylece edinilen bilgileri farklı ortamlarda kullanabilme, öğrendiği yeni bilgi ile konu, kavram ve olaylara, farklı bakış açıları getirebilme amaçlanır.

Uygulama Müfredatı:

Şekil 37

Uygulama Müfredatı Bileşenleri



Öğrencilerin alanda uzmanlaşmasını sağlayan etkinlikleri içerir. Öğrencilerin alanın uzmanıymış gibi düşünüp çalışmasını sağlar. Etkinlikleri yaparken öğrencilerin bilgi ve becerilerini, uzmanların çalışma biçimlerinde olduğu gibi kullanmaları beklenir (Sak, 2014) . Bu kısımda verilen etkinliler ile acemilikten uzmanlığa doğru öğrencilerin kendilerini geliştirmeleri sağlanır. Bu evrenin doğru işleyip işlemediğini görmek için Tomlinson, Kaplan, Renzulli, Purcell, Leppien, Burns ve Imbeau (2017) çeşitli rehber sorular önermişlerdir. Bu sorular "Elde ettiğiniz bilgiler günlük hayatta nasıl kullanılır? Bu alanda uzman olan kişiler sorunları çözmek için hangi yöntemleri kullanırlar? Daha kaliteli ürünler çıkarmak için ölçütler nelerdir? " şeklindedir. Aynı zamanda etkinlikler oluşturulurken de hız, yenilik, derinlik ve karmaşıklık dikkate alınmıştır. Öğrencilere basit düzeyde etkinlikler yerine daha kapsamlı, karmaşık, üst düzey düşünmelerini gerektiren etkinliklere yer verilmiştir.

Farkındalık Müfredatı: Farkındalık Müfredatı ile modül sona erdikten sonra öğrencilerin uygulaması için günlük hayata yönelik problemler sunulur. Öğrencinin uygulayıcı rolünü üstlenmesi sağlanır. Öğrencilerin, belirlenen alan da farkındalık oluşturmalarını, alan uzmanlarına benzer bir anlayış geliştirmelerini sağlamak amaçlanmaktadır (Tortop, 2015).

2. Öğrenme Sürecini Düzenleme (Süreç)

Geometri tanımlardan çok şekiller arasındaki ilişkileri fark etme ve bu ilişkileri değerlendirebilmektir. Farklılaştırılmış geometri programı hazırlanırken öğrencilerin sadece iki boyutlu değil üç boyutlu düşünmeleri hedeflenmiştir. Öğrencilerin üst düzey düşünme becerileri ile birlikte görsel uzamsal yetenekleri de devreye konmak istenmiştir. Uzamsal yetenek, geometri açısından önemli bir üst düzey beceri olmakla birlikte, geometrik şekilleri tanımada, yorumlamada eğitimciler için önemli bir araç olabilmektedir (Turgut, Cantürk Gürhan ve Yılmaz, 2009). Dolayısıyla hazırlanan Zengin öğretim modelinde süreç buna göre düzenlenmiştir.

Süreç kısmı oluşturulurken Purdue ve Izgara modellerinden belirli kesitler alınmıştır. Kullanılan eğitim modelleri kısaca şu şekildedir;

Izgara modeli: Izgara modeli; özel yetenekli öğrencilerin özelliklerini tanımayı, bu özellikleri geliştirmeyi ve daha ileri düzeye taşımayı hedeflemektedir (Kaplan, 2009).

Süreç**,**

Öğrencilerin öğrenme süreci boyunca kazanması beklenen becerileri içerir. Bu beceriler şu şekildedir (New South Wales Department Of Education and Training, 2004):

- Temel beceriler (basic skills): Gözlem, kayıt, analiz, not alma, iletişim, özetleme, öğrenmeyi öğrenme, teknolojiyi kullanma, temel yaşam becerileri vb.
- Araştırma becerileri: Bilgi yetenekleri süreci, bir araştırma yöntemi dizayn etme (düzenleme),bilgi toplama ve bilgiyi ayıklama vb.
- Üretici düşünme becerileri: Eleştirel düşünme becerileri, yaratıcı düşünme becerileri, problem çözme vb.

Pardue modeli: Pardue modelinin temelde dört hedefi vardır (Moon vd., 1994).):

1. Öğrencilerin zihinsel kapasitelerini etkin bir şekilde kullanmaları,

2. Öğrencilerin küçük grup etkileşimi ile seçilen etkinliklerde çalışması,

3. Zorlayıcı eğitim etkinlikleri ile öğrencilerin mevcut zihinsel ve yaratıcı düşünme kabiliyetlerini en yüksek seviyede kullanmaları,

4. Yetenekli çocukları özgür çalışmalar yapabilen ve etkili öğrenen bireyler haline getirmektir.

Pardue 3 aşamalı zenginleştirilmiş model de yer alan aşamalar şu şekildedir:

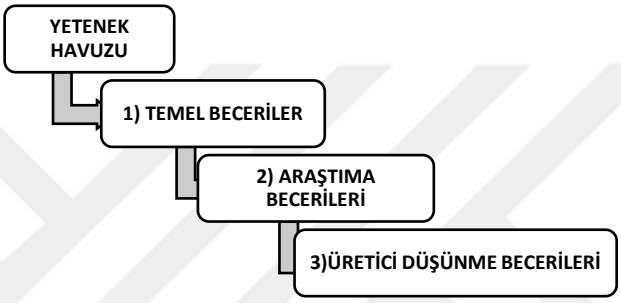
- Modelin Basamakları: Ayrıştırıcı ve birleştirici düşünme becerileri, problem çözme ve yaratıcı problem çözme teknikleri ve bağımsız proje çalışması şeklinde kademeli olarak ilerler.

- Genel İçerik: Bütünleştirilmiş ve temel bilimsel süreç becerileri, öğretmenin seçtiği problem üzerinde grup çalışması ve derinlemesine araştırma yapılarak ilerleme sağlanır.
- Detaylı İçerik: Öğretmen kısa süreli etkinliklere izin verir, öğretmenin kontrolünde ve öğrenci kontrolünde devam eden etkinlikler yapılır.

Hazırlanan Zengin öğretim modelinde yetenek havuzundan elde edilen özellikler dikkate alınarak Pardue ve Izgara modelleri doğrultusunda kademeli bir şekilde üç aşamada ilerleyen öğretim süreci şekil 38'de düzenlenmiştir:

Şekil 38

Öğrenme Süreci Evresi



1. Aşama (Temel Süreç Becerileri) : Bu evrede temel süreç becerilerini kazanmak için GeoGebra yazılımında çeşitli uygulamalar tasarlanmıştır. Bu uygulamalar ile öğrencilerin çoklu fikir üretimini sağlaması (akıcılık), alternatif durumları göz önüne alması (esnek düşünebilme), yaratıcılığı ön plana çıkararak orijinal çözüm yollarına ulaşması (orijinallik) ve detaylı düşünebilmesi gibi becerilerin geliştirilmesi hedeflenmiştir.

2. Aşama (Araştırma Becerileri): Bu evrede öğrencilerin araştırma becerilerini kazanması için GeoGebra yazılımında çeşitli uygulamalar tasarlanmıştır. Bu uygulamalar ile belirsiz durumlarda sorular sorabilme (açıklayıcılık), problem analizi yapma, problem çözümünde farklı teknikler kullanma, alternatif fikir ve çözümleri değerlendiren bakış açısı geliştirme gibi üst düzey düşünme becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmiştir.

3. Aşama (Üretici Düşünme Becerileri): Bu evrede öğrencilerin üretici düşünme becerilerini kazanması için GeoGebra yazılımında çeşitli uygulamalar tasarlanmıştır. Bu uygulamalar öğrencinin yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmek, bağımsız öğrenmesini sağlamak, küçük grup etkinliklerinde aktif görev almasını sağlamak ve proje geliştirmelerine yardımcı olmak amacıyla geliştirilmiştir.

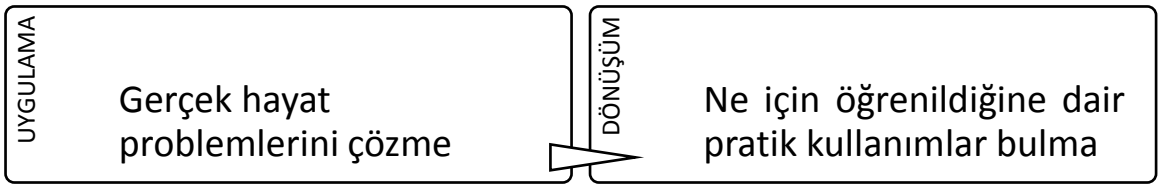
4.Ürün

Farkındalık Müfredatı ile modül sona erdikten sonra öğrencilerin uygulaması için günlük hayata yönelik problemler sunulur. Öğrencinin uygulayıcı rolünü üstlenmesi sağlanır.

Öğrencilerin günlük hayata yönelik hazırlanan açık uçlu sorulardan oluşan problem durumları ile öğrendiklerini uygulaması ve kendini değerlendirmesi sağlanır.

Şekil 39

Ürün Evresi

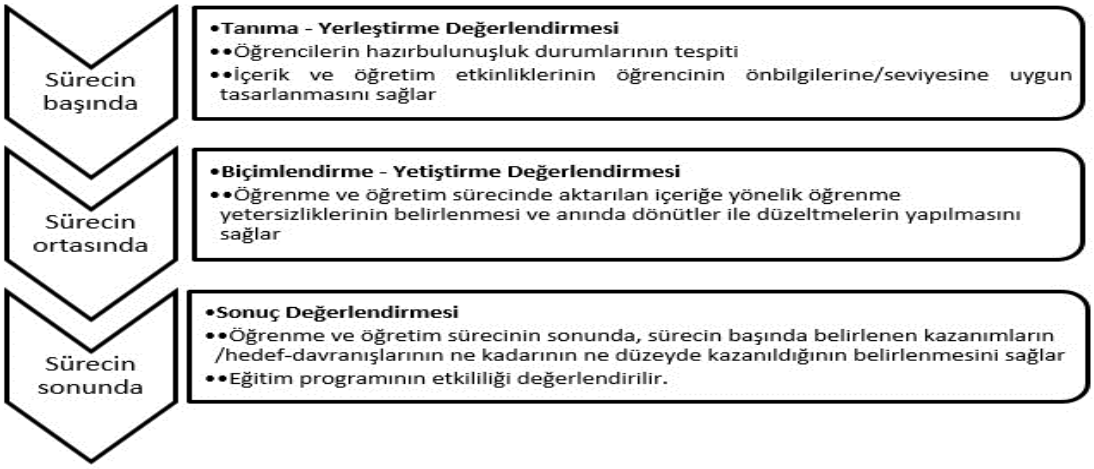


5.Değerlendirme süreci

Programın uygulama sürecinde geriye dönük değerlendirmelerin yapılmasına önem verilmiştir. Bu değerlendirme sürecinde daha çok şu üç aşamadan yararlanılmıştır. Bu aşamalar Şekil 40'da gösterilmektedir;

Şekil 40

Değerlendirme Süreci



Hazırlanan Zengin öğretim modeli uygulanırken yapılan değerlendirmeler şu şekildedir;

- Sürecin başında; çoklu zekâ envanteri, yaratıcılık ölçeği ve başarı testi uygulanarak öğrencilerin hazırbulunuşluk durumları tespit edilmiş ve içerik bu doğrultu da hazırlanmıştır.
- Sürecin ortasında; öğretim sürecine yönelik öğrencilere anında geri dönütler verilmiş ve düzeltmeler yapılmıştır.
- Sürecin sonunda; ürün kısmında yer alan açık uçlu problem durumu ile sürecin başında belirlenen kazanımların ne düzeyde kazanıldığının belirlenmesi sağlanmıştır.

2.7.Matematik Eğitiminde Dinamik Geometri Yazılımlarının Rolü

Yüzyıllar boyunca bilim ve teknoloji alanında meydana gelen gelişmeler ile birlikte teknoloji insan hayatının vazgeçilmez bir parçası haline gelmiştir (Öz, 2015). Teknolojik gelişmeler sonucunda bilgisayar teknolojisinin öğretim hayatında kullanılması ile birlikte öğrencilerin araştırmalar yapabileceği, uzamsal ve geometrik düşüncelerini geliştirebilecekleri ve kendi bilgilerini yapılandırabileceği öğrenme ortamlarının yaratılması ile birlikte matematik eğitiminde de değişiklikler meydana gelmiştir (Baki, 2008). Bilgisayar teknolojilerinin özellikle matematik alanında geom etri konularının öğretiminde kullanılması ile soyut kavramları somutlaştırma, geometrik şekilleri farklı alanlara sürükleme, çeşitli çizimler yapma, istenilen boyutlarda şekilleri çoğaltma ve etkileşimli ortamların geliştirilmesi gibi imkânların sağlandığı dinamik ortamların oluşturulması sağlanmıştır (Altun, 2010).

Teknolojinin gelişimi ile birlikte öğrencilerin bireysel farklılıkları, öğrenme becerileri ve öğrenme süreci dikkate alındığında eğitimciler daha etkili öğrenme ortamları oluşturmak için teknolojiye başvurmaktadır. Özellikle dinamik geometri yazılımlarının kullanılması ile oluşturulan dinamik ortamlar öğrencilerin geometrik ve uzamsal düşünmelerinin, akıl yürütme ve ispat becerilerinin geliştirilmesine yardımcı olan öğrenme ortamlarıdır (Milli Eğitim Bakanlığı, 2013). Bu yazılımlar içerisinde özellikle öklid geometrisini temel alan Cabri, Geogebra gibi dinamik programlar; öğrencilerin çeşitli geometrik yapıları modelleyebilmesine, bu modellerin özelliklerini keşfetmesine, matematiksel ifadeleri grafik haline getirebilmesine, çeşitli matematiksel kuralları inşa edebilmesine, hipotezler kurup test edebilmesine ve öğrencilerin kendilerine karmaşık gelen kavramları görselleştirerek zihinlerinde var olan düşünceleri ekrana aktarabilmesi gibi becerilerini geliştirilmesine olanak sağlayan yazılımlardır (Baki, 2014). Bu yazılımlar ile öğrenciler oluşturdukları geometrik modelleri istedikleri gibi şekillendirebilirler, bu şekilleri sürükleyerek istedikleri formları oluşturabilirler, bu doğrultuda değişen veya değişmeyen özellikleri fark edebilirler, elde ettikleri verilere dayanarak yaptıkları gözlemler sonucunda çeşitli genellemelere ulaşabilirler (Marrades ve Gutaerrez, 2001).

Dinamik özelliğe sahip olan geometri yazılımları öğrencilere soyut yapılar üzerinde çalışma fırsatı vermektedir. Bu sayede öğrenciler geometri yazılımlarının sunduğu imkânlar sayesinde öğrenme ortamlarında çeşitli araştırmalar yapıp yeni yollar keşfetme, hipotezler üretme, bu hipotezleri test etme, gerekli durumlarda hipotezleri reddetme, hipotezlerin doğruluğu durumunda çeşitli formüller üretme ve açıklama yapma olanaklarına sahip olurlar. Bu sebeple dinamik geometri ortamları ispat sürecine temel hazırlamada ve ispat etme için fikir geliştirmede önemli bir role sahiptir (Jones, 2000). Öğrenciler ispat yapma sürecinde çeşitli

aşamları takip etmek zorundadırlar. Dolayısıyla dinamik geometri yazılımları sayesinde ispat yapma sürecinde özellikle verilen bilgiyi analiz etmek, çeşitli gerekçe ve hipotezleri tanımlamak, ispat sürecine yönelik belli bir sırada ara basamakları takip etmek ve ispata ulaşmak daha kolay olmaktadır (Scher, 2005). Böylece dinamik geometri yazılımları informel muhakeme ile formel ispat arasında öğrencilere yeni imkanlar sunduğu görülmektedir (Mariotti, 2006).

Geometri ve matematik başarısının artmasını sağlayan temel etkenler içinde öğrencilerin kavramları daha derinlemesine anlamasını sağlayan argümantasyon süreci öğrenme için bir önkoşuldur (Lee, 2015). Geleneksel öğrenme ortamlarının aksine argümantasyon tabanlı öğrenme ortamlarında öğrenciler matematiksel fikir ve düşüncelerini sorgulayarak bulundukları ortamlarda argümanlarını savunmaktadırlar. Bu sebeple argümantasyon, kanıt ve muhakeme süreci matematik ve geometri konularını öğrenme ve öğretmede de önemli rol oynayan aktivitelerdir. Bununla birlikte bilgi ve iletişim teknolojilerinin insan hayatının her alanına hükmettiği bu çağda matematik eğitiminde de teknoloji kullanımı vazgeçilmez hale gelmiştir. Teknolojik ortamlarda öğrencilerin kullandığı çoklu temsil biçimleri (tablolar, sembol, grafik ve çeşitli sayısal veriler vb.) sayesinde argümantasyon sürecini destekleyen, argümanlarını doğrulayan, sorgulayan ve matematiksel açıdan akıl yürütme ve sorgulamayı ön plana çıkaran bir öğrenme ortamı oluşmaktadır (Heid, Hollebrands ve Iseri, 2002). Dolayısıyla matematik ve geometri öğretiminde öğrencilerin argümantasyon sürecinden verim almasını sağlayacak ortam teknolojiyle desteklenen öğretim sürecidir (Erkek ve Bostan, 2019). Özellikle geometrinin çeşitli konularında öğrencilerin geometrik teoremleri ve yapıları ve bunların birbirleriyle ilişkilerini teknoloji destekli argümantasyon ortamında yapılandırılmalarının etkili öğrenmeye daha fazla katkı sağlayabileceği düşünülmektedir (Şahin Doğruer ve Akyüz, 2020).

2.8.İlgili Çalışmalar

2.8.1.Farklılaştırılmış Öğretim İle İlgili Çalışmalar: Kök (2012) araştırmasında özel yetenekli öğrencilerde paralel öğretim programı modeli ve yaratıcı düşünme dikkate alınarak farklılaştırılmış geometri öğretimi oluşturulup bu sürecin başarıya, yaratıcılığa ve uzamsal yeteneğe etkisini değerlendirmiştir. Araştırmada, deneme modellerinden ön test ve son test deseni kullanılmıştır. İstanbul Bilim ve Sanat Merkezinde 5. Sınıfta öğrenim gören 30 öğrenci (15‟i deney grubunda, 15‟i de kontrol grubunda) ile araştırma gerçekleştirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda geliştirilen geometri öğretim programının öğrencilerin başarı, uzamsal düşünme ve yaratıcılık becerilerini arttırdığı gözlenmiştir.

Batdal Karaduman (2012) yaptığı araştırma kapsamında özel yetenekli öğrencilere yönelik bir geometri programı geliştirmiş, uygulamış ve bu doğrultuda öğrencileri akademik yönden sınanmıştır. Araştırma İstanbul ilinde Beyazıt Ford Otosan İlköğretim Okulunda 32 özel yetenekli öğrenci ile yapılmıştır. Bu öğrencilerden 16'sı deney grubunda, 16'sı da kontrol grubunda yer alacak şekilde araştırma gerçekleştirilmiştir. Uygulanan Geometri Başarı Testi, Yaratıcı Düşünme Testi ve Uzamsal Test Bataryası (Spatial Test Battery) testi analiz edilmiş ve öğrencilerin başarı, uzamsal yetenek ve yaratıcı düşünmelerini olumlu yönde etkilediği görülmüştür.

Özyaprak (2012) özel yetenekli öğrencilerin akademik ve bilişsel beklentilerine cevap verebilecek şekilde "Denklemler" ve "Çizgi Grafikleri" üniteleri kapsamında bir Matematik programı geliştirmiş, uygulamış ve etkililiğini sınamıştır. Araştırma Beyazıt Ford Otosan İlköğretim Okulu'nda 5. sınıfa devam eden 12'si deney 12'si kontrol grubundaki 24 özel yetenekli öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Veri toplama araçları olarak Matematik başarı testi, Yaratıcı Düşünme-Resim Oluşturma Testi, açık uçlu matematik testi, WISC-R, RAVEN Standart Progresif Matrisler Testi ve Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği kullanılmıştır. Araştırma sonucunda farklılaştırılmış matematik programının öğrencilerin başarılarını, matematiğe karşı tutumlarını ve yaratıcı düşünme düzeylerini anlamlı düzeyde arttırdığı görülmüştür.

Deringöl Karataş (2013) "Kesirler" konusunda farklılaştırılmış matematik programını geliştirmiş, uygulamış, sınamış ve sonuçlarını analiz ederek ortaya koymuştur. Araştırma İstanbul ilinde Beyazıt Ford Otosan İlköğretim Okulunda 12'si deney ve 12'si kontrol grubunda olmak üzere 24 özel yetenekli öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada çeşitli veri toplam araçları kullanılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre farklılaştırılmış programın özel yetenekli öğrencilerin başarılarını, yaratıcılıklarını, tutumlarını ve akademik benlik durumlarını anlamlı düzeyde arttırdığı tespit edilmiştir.

Altıntaş (2014) çalışmasında, ortaokulda eğitim alan özel yetenekli öğrencilerin matematik öğretimine yönelik bir farklılaştırma yaklaşımı geliştirmiş ve hem özel yetenekli hem de özel yetenekli olmayan öğrencilerin başarıları ve yaratıcı düşünme becerileri üzerindeki etkisine bakmıştır. Aynı zamanda, öğrenci ve öğretmen görüşleri dikkate alınarak değerlendirme yapılmıştır. Araştırmada karma yöntem kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemi, 5-6 ve 7. sınıflarında öğrenim gören 68 özel yetenekli ve 144 özel yetenekli olmayan öğrencilerden oluşmaktadır. Farklılaştırma yaklaşımı doğrultusunda tasarlanan dersler; Purdue modeline dayalı olarak tasarlanan, MEB kapsamında normal müfredat çerçevesinde ve Bireysel

Yetenekleri Farkettirici Program çerçevesinde işlenen dersler ile kıyaslandığında öğrencilerin başarıları ve yaratıcı düşünme becerileri puanlarında anlamlı bir artış olmuştur.

Akkaş (2014) çalışmasında, farklılastırılmıs problem çözme öğretimini tasarlayarak özel yetenekli öğrencilerin problem çözme başarısını, problem çözme tutumunu ve yaratıcı düşünme becerisini geliştirmeyi amaçlamıştır. Araştırma sürecinde ön test son test kontrol gruplu deneysel desen kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak Torrance Yaratıcı Düşünme Testi, Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçegi ve Problem Çözme Başarı Testi kullanılmıştır. Araştırma Düzce Bilim ve Sanat Merkezi'nde gerçekleştirilmiş olup 7'si deney, 8'i kontrol grubu olmak üzere 15 özel yetenekli öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda, farklılaştırılmış problem çözme öğretimi bakımından problem çözme başarı testi, yaratıcı düşünme testi açısından deney grubu lehine anlamlı farklılık tespit edilmiş olup matematik problemi çözme tutum ölçegi yönünden ise anlamlı farklılık bulunmamıştır.

Özdemir (2016) araştırmasında beşinci ve altıncı sınıfta okuyan özel yetenekli öğrencilere yönelik matematik alanında materyaller tasarlamış ve geliştirmiştir. Bu materyallerin karakteristik özellikleri, çocukların ihtiyaçlarını karşılamaya yönelik faydaları ve araştırmanın öğretmenlere olan faydaları incelenmiştir. Araştırma 2014-2015 eğitim öğretim yılında, Ankara ilinde, iki farklı devlet okulunda öğrenim gören 15 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda tasarlanan farklılaştırılmış matematik materyaller, özel yetenekli öğrencilerin bilişsel ve duygusal gelişimleri için önemli faydalar sağlamıştır. Ayrıca bu materyaller ile öğrenciler aktif olarak derslerde yer alabilmiş bu durumda öğretmenlerin özel yetenekli öğrencilere ilişkin öğretim sürecinde karşılaştıkları problemleri de azaltmalarına yardımcı olmuştur.

Özçelik (2017) 2.sınıfta öğrenim gören özel yetenekli öğrencilere yönelik farklılaştırılmış bir matematik öğretim programı tasarlamış ve tasarladığı programın öğrenciler üzerindeki etkisine bakmıştır. Uygulama yaklaşık 14 hafta sürmüştür. Araştırma deneysel olarak yürütülmüş olup nicel ve nitel veri toplama araçları birlikte kullanılmıştır. Veri toplama araçları olarak başarı testi, gözlem formu, görüşme formu, akran ve öz değerlendirme formları uygulanmıştır. Tasarlanan ve geliştirilen bu öğretim programı ile özel yetenekli öğrencilerin matematik başarısında, yaratıcılık ve sosyal becerilerinin gelişmesinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca araştırma sonuçları dikkate alınarak özel yetenekli öğrencilerin eğitim sürecinde yapılabilecek düzenlemelere yönelik MEB ve üniversite uygulamalarına ilişkin önerilerde bulunulmuştur.

Taş (2018) özel yetenekli öğrencilere yönelik hazırlanan farklılaştırılmış bilgisayar destekli matematik etkinlikleri ile öğrencilerin bilgi işlemsel düşünme özyeterliklerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisini incelenmiştir. Ayrıca çalışmada bu etkinliklere yönelik öğrenci-öğretmen görüşleri de değerlendirilmiştir. Araştırmada hem nicel yöntem (Ön-test, son test kontrol gruplu deneysel desen) hem de nitel yöntem (durum çalışması) kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubu 22 özel yetenekli öğrenciden (11'i deney grubunda ve 11'i kontrol grubunda) oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak "Bilgi İşlemsel Düşünme Özyeterlikleri Düzeyi Ölçeği" ile "Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği" kullanılmıştır. Veriler SPSS programında kestirimsel analiz ve içerik analizi ile değerlendirilmiştir. Farklılaştırılmış bilgisayar destekli matematik etkinlikleri bilgi işlemsel düşünme özyeterliklerini ve matematiğe yönelik tutumlarına (çalışma ve kaygı boyutu) olumlu yönde etkilemiştir. Öğrenci ve öğretmenlerle yapılan görüşmelerde ise olumlu düşünceler tespit edilmiştir.

Aygün (2019) özel yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin dinamik matematik yazılımları ile birlikte kâğıt-kalem kullanımını içeren problem çözme süreçlerinin matematiksel düşünme açısından farklılaşıp farklılaşmadığını araştırmıştır. Araştırma nitel araştırma deseninde yürütülmüştür. Giresun ilindeki BİLSEM'de öğrenim gören 7.sınıf öğrencisi 3 üstün yetenekli öğrenci ve bir devlet okulunda öğrenim gören 3 öğrenci ile çalışma yürütülmüştür. Öğrencilerle kâğıt-kalem ve dinamik yazılımlar ile çeşitli etkinlikler yapılmıştır. Ayrıca etkinliklerde öğrenme süreçlerinde yaptıkları çözümlere ilişkin öğrenciler ile derinlemesine görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda üstün yetenekli tanısı konulmuş ve üstün yetenekli tanısı konulmamış öğrencilerin, özelleştirme ve genelleme basamaklarında matematiksel düşünme süreçleri açısından kâğıt-kalem kullanarak yaptıkları etkinliklerin ayırt edici olduğu ifade edilmiştir. Bununla birlikte özelleştirme ve genelleme basamaklarında dinamik matematik yazılımının kullanımı açısından etkinliklerde net bir ayrım yapılmamıştır. Matematiksel düşünme süreçlerinin varsayımda bulunma ve ispat basamaklarında ise dinamik yazılım kullanılarak yapılan etkinliklerde ayırt ediciliğin daha fazla olduğu görülmüştür. Araştırma sürecinde yapılan değerlendirmeler sonucunda bazı basamaklarda ayırt edici süreçler gözlenirken, bazılarında görülmemiştir. Değerlendirme sonucunda yapılan öneriler içerisinde tanılama yapmanın, dinamik matematik yazılımlarının ders içerisinde kullanmanın ve farklı ortamlar da ders işlemenin öneminden bahsedilmiştir.

2.8.2. İspat ve Muhakeme İle İlgili Çalışmalar: Healy ve Hoyles (2000), araştırmalarında başarı seviyesi yüksek olan 14-15 yaş arası öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları kanıtların özelliklerini, öne sürdükleri argümanlar ardındaki sebepleri ve süreçte

kanıt oluştururken kullandıkları yolları incelemişlerdir. Araştırmada, öğrencilerin ispat süreci hakkında genel görüşlerini ve ispat yaparken yeterliliklerini oraya çıkarmak için iki anket kullanılmıştır. Araştırmanın bulgularında, öğrencilerin genel ve açıklayıcı argümanlar oluşturdukları fakat geçerli kanıtlara ulaşamadıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin ispat sürecinde öne sürdükleri kanıtlar için deneysel argümanlar kullansalar da bu kanıtların statülerinin düşük olduğunu ve ispatlarında nadiren cebire başvurdukları görülmüştür. Sonuç olarak öğrencilerin ispat sürecinde ve matematiksel fikirlerini açıklamada cebirsel dönüşümleri kullanmadıkları görülmüştür.

Sriraman (2004) özel yetenekli 9. sınıf öğrencilerinin geometri derslerinde matematiksel ispat yapma süreçlerine yönelik yaptıkları işlemler ile profesyonel matematikçiler tarafından yapılan işlemleri karşılaştırmıştır. 4 öğrenci ile rutin olmayan bir geometri sorusunun ispatı yapılmıştır. Öğrencilerin ispat yaparken zihinsel bir süreci tersine çevirme ve doğru sonuca ulaşma becerilerini kullanmadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Lee (2005) özel yetenekli öğrencilerin ispat süreçlerini incelemiş ve matematiksel düşünme ile ilgili bilgi seviyelerini de arttırmayı amaçlamıştır. Araştırma sürecinde altıncı sınıfta öğrenim gören 32 öğrenci ile iki çalışma grubu oluşturulmuştur. Çalışma gruplarında geometrik akıl yürütme ve doğrulamayı içeren öğretim deneyi uygulanmıştır. Bu süreç sonucunda öğrencilerin bireysel ispat çalışmaları yazılı olarak toplanmış ve üç öğrenci ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin ispat çalışmaları incelenmiş ve anlamsal, pragmatik ve entelektüel akıl yürütme süreçleri ile birlikte yaratıcı ve özgün ispatlar tespit edilmiştir. Çalışma incelendiğinde özel yetenekli öğrencilerin matematiksel ispatlama yeteneklerinin geliştirilmesinde yaratıcı ispat süreçlerinin önemsenmesi ayrıca geometrik akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi gerektiği ifade edilmiştir.

Uğurel, Moralı, Karahan ve Boz (2016) araştırmalarında; özel yetenekli öğrenciler ile sözsüz ispat çalışmaları yapmışlar, öğrencilerden sözsüz ispatlarını oluşturmalarını istemiş ve öğrencilerin sözsüz ispatlarla ilgili bakış açılarını incelemişlerdir. Araştırmanın çalışma grubunu 9. Sınıfta öğrenim gören üç öğrenci oluşturmaktadır. Çalışmada elde edilen veriler analiz edildiğinde "temel modifikasyon, ileri modifikasyon ve tümevarımsal temel çizim" şeklinde üç kategori belirlenmiştir. Öğrenciler sözsüz ispatları "eğlenceli, zevkli, pratik, entelektüel, orijinal, şık" bulduklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca sözsüz ispat çalışmalarının yaratıcılık, problem çözme ve görselleştirme becerilerini geliştirdiğini ve geniş uygulama imkânı tanıdığını ifade etmişlerdir.

Öztürk, Akkan ve Kaplan (2017) çalışmalarında, "özel yetenekli lise öğrencilerinin ispatla ilgili kavram bilgilerini ve kavramlar arasındaki farkındalıklarını belirlemeyi" amaçlamışlardır. Araştırmanın çalışma grubunu 14 özel yetenekli lise öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırma sürecinde ise nitel araştırma kapsamında durum çalışması kullanılmıştır. Öğrencilerin ispat süreci ile ilgili görüşleri yarı yapılandırılmış görüşme formu ile toplanmış ve içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Çalışma sonucunda özel yetenekli öğrencilerin ispatla ilgili kavram bilgilerinin olduğu fakat kavramlar arasındaki farkındalıklarının düşük seviyede olduğu tespit edilmiştir.

Öztürk ve Kaplan (2019) çalışmalarında, cebirsel ispat yapma süreçlerini bilişsel açıdan incelemişlerdir. Araştırma süreçlerini ise karma yöntem ile sürdürmüşlerdir. Nitel veriler toplanırken sesli düşünme protokolü kullanılmıştır. Bu protokol uygulanırken etkinlik kartları ve gözlem formları ile nitel veriler toplanmıştır. Etkinlik kartları kullanılırken bu kartlara cebirsel önermeler yazılmış ve öğrencilerin bu önermeleri ispatlamaları istenmiştir. Öğrencilerden elde edilen veriler incelendiğinde bilişsel beceriler kapsamında "ispat önermesini okuma, doğruluğunu değerlendirme, strateji belirleme, işlem süreci ve sezgisel kestirme yolları" şeklinde beş kategori elde edilmiştir. Üst bilişsel beceriler açıısndan ise "işlemleri kolaylaştırma, sorgulama, farkındalık, planlama, strateji belirleme, kontrol etme, ilişkilendirme ve analojik akıl yürütme" şeklinde sekiz kategori elde edilmiştir.

Yıldız (2019) araştırmasında, "9. sınıf öğrencilerinin matematiksel ispatla ilgili öğrenme güçlüklerini belirlemeyi' amaçlamıştır. Araştırmada yöntem olarak durum çalışması kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu Mersin ilinde, bir fen lisesinde, 9.sınıfta öğrenim gören 12 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışmada veri toplama aracı olarak Matematiksel İspat Bilgi Testi kullanılmış ve öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen veriler analiz edilirken betimsel analiz kullanılmıştır. Verilerin analizi sonucunda öğrencilerin, matematiksel ispat sürecinde ispata karşı ön yargılı oldukları, ispatı zaman kaybı olarak gördükleri, doğru matematiksel dil ve notasyonları kullanamadıkları, ispatı genelde bilindik yöntemlerle ezbere yaptıkları ve ispat sürecinden hoşlanmadıkları tespit edilmiştir.

Dinamit (2020) araştırmasında 2019-2020 eğitim öğretim yılında Gaziantep ilindeki bir BİLSEM'e devam eden 11 özel yetenekli öğrencinin matematiksel ispat yapma süreçlerini incelemiştir. Bunun için araştırmacı tarafından hazırlanan 'İspat Klinik Görüşme Formu' kullanılmıştır. Bu görüşmeler sonucunda veriler analiz edilirken betimsel analiz tekniği ile Polat'ın (2018) analiz süreci aşamaları kullanılmıştır. Araştırma sonucunda özel yetenekli

öğrencilerin ispata yönelik bilgi ve tutuma sahip oldukları fakat ispat yapma sürecine dair becerilerinin yetersiz olduğu görülmüştür.

Vatandaş (2022) , özel yetenekli 8.sınıf öğrencilerinin ispat yapma süreçlerini, bu süreçte öğrencilerin yaşadıkları güçlükleri, ispat yapma becerilerini ve öğrencilerin ispata ilişkin görüşlerini incelemiştir. Araştırma nitel yöntem kapsamında durum çalışması ile desenlenmiştir. Araştırma Aydın Bilim Sanat Merkezine devam eden 8. sınıf öğrencileri arasından seçilen 10 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilerin ispat süreci incelenirken İspat Beceri Testi ve İspat Görüşme Formu kullanılmıştır. Uygulama sürecinde 5 öğrenci ile yaklaşık 60 dk süren klinik görüşme yapılmıştır. Elde edilen veriler analiz edilirken Boero'nun ispat basmakları temel alınarak betimsel analiz kullanılmıştır. Uygulama sonucunda öğrencilerin ispat için strateji geliştirebildikleri fakat matematiksel rotasyonları kullanarak ispatı ilerletemedikleri görülmüştür. Aynı zamanda öğrencilerin matematik eğitiminde ispatın gerekliliği ve kullanımına yönelik görüşlerinin olumlu olduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla özel yetenekli öğrencilerle yapılacak matematik öğretiminde ispat sürecinin kullanılmasının olumlu etki yaratacağı görülmüştür.

Kanbur Tekerek ve Argün (2022) özel yetenekli öğrencilerin geometri alanında akıl yürütme becerilerini araştırmışlardır. Araştırma nitel araştırma desenlerinden durum çalışması ile yürütülmüştür. Çalışma grubunu araştırmaya gönüllü olarak katılan 3 özel yetenekli öğrenci oluşturmuştur. Öğrenciler ile ispat yapmayı ve ilişki kurmayı gerektiren, akıl yürütme becerilerini ortaya koyan "ne?" ve "nasıl?" soru köklü 27 soru tartışılmıştır. Uygulama sürecinde bireysel tartışmalar yapılmış ve süreç kamera kaydına alınmıştır. Elde edilen veriler içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Araştırmanın bulgularında "ne?" ile biten ve açık uçlu olmayan sorulara öğrencilerin daha net cevaplar verdikleri fakat "nasıl?" ile biten ispat yapmayı ve ilişki kurmayı içeren sorulara cevap verirken zorlandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin görüşleri incelendiğinde ise "nasıl?" ile biten açık uçlu sorularla daha önce karşılaşmadıkları için zorlandıkları görülmüştür. Bu sebeple öğrencilerin öğrenme ortamlarında akıl yürütme becerilerini geliştirecek, ispat yapma ve ilişki kurmayı içeren sorularla karşılaşmasının sağlanması önerilmiştir.

3.BÖLÜM

YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, araştırma süreci, araştırmacının rolü, çalışma grubu, kullanılan veri toplama araçları, verilerin toplanması ve çözümlenmesi, öğretim modeli, ders planları ve çalışmanın geçerlik ve güvenirliğine ilişkin bilgilerden bahsedilecektir.

3.1.Araştırma Modeli

Bu araştırma, tasarım tabanlı araştırma yöntemi ile yürütülmüştür. Tasarım tabanlı araştırma hem öğrencilerin öğrenme sürecini hem de öğretmenlerin öğretim sürecini kolaylaştıracak öğrenme ortamlarının tasarlanması amaçlayan bir araştırma yöntemidir (Baltacı, 2014). Araştırma; araştırmacı ve katılımcı arasında karşılıklı iletişime ve işbirliğine dayanan, eğitim uygulamalarını daha sistemli, döngüsel ve esnek geliştirmeyi amaçlayan, yapılan çalışmalar sonucunda tasarım ilke ve teorileri ortaya koyan analiz, tasarım, geliştirme, uygulama ve değerlendirme basamaklarından oluşan bir araştırma metodolojisidir (Wang ve Hannafin, 2005). Bu yöntem; öğrenme ortamı ve öğretim teknolojilerinin geliştirilmesi sürecinde kullanılan önemli yöntemlerden biridir (Kuzu, Çankaya ve Mısırlı, 2011). Yenilikçi bir etkinlik, teknoloji destekli eğitsel bir ortam tasarımı veya eğitim yönetimi ile ilgili bir uygulama gibi çeşitli çalışmalar bu yönteme örnek olarak verilebilir (Anderson ve Shattuck, 2012; Brown, 1992; Collins, 1992; Kuzu, Çankaya ve Mısırlı, 2011). Belirlenen problemlere yönelik geliştirilen çözümlerin, süreç içerisinde gerçekleştirilen döngüler doğrultusunda eşzamanlı olarak iyileştirilmesini sağlar (Anderson ve Shattuck, 2012).

Temelde tasarım tabanlı araştırma yönteminde analiz, tasarım, geliştirme, uygulama ve değerlendirme basamakları yer almaktadır. Bu basamaklarda yapılan işlemler şu şekilde özetlenebilir (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2017; McKenney ve Reeves, 2012):

Analiz aşaması: Tasarım tabanlı araştırma yönteminin ilk basamağıdır. Bu basamakta bir sonrakiler için temel teşkil edecek olan problem durumu ortaya koyulur. Böylece problem durumunun tanımlanması ve teşhisi ile ilgili paydaşlardan veri toplanır. Aynı zamanda problemi, bağlamını ve ilgili konuları anlamak için alan yazın taraması yapılır. Böylece problem durumu detaylı bir şekilde incelenerek durum ve özellikler ortaya konur. Analiz aşamasında yapılan çalışmalar:

-Literatür taraması ve problemin tanımlanması

-İhtiyaç analizi

-Hedef Kitle analizi

Tasarım aşaması: Analiz aşamasında, özellikleri belirlenen probleme yönelik literatürdeki bilgiler, uzman görüşleri ve ihtiyaç analizlerinden elde edilen bilgiler dikkate alınarak kavramsal bir çerçeve ışığında çözüm önerileri sunulur. Bu çözüm önerileri araştırılır ve değerlendirilir, daha sonrasında çeşitli teknikler kullanılarak bir yol haritası oluşturulur. Elde edilen problemin çözümüne yönelik geliştirilen materyalin özellikleri, tasarımı, nasıl kullanılacağı bu aşamada belirlenir. Tasarım aşamasında yapılan çalışmalar:

-Kavramsal çerçevenin belirlenmesi

-Geliştirilecek platformun sahip olması gereken özelliklerin belirlenmesi

Geliştirme aşaması: Tasarım aşamasında meydana getirilen yol haritası hayata geçirilir. Bu süreçte çeşitli faz çalışmaları ile bir platform geliştirmek amaçlanır. Bu aşamanın sonunda uygulanabilir bir ürün ortaya çıkar. Geliştirme aşamasında yapılan çalışmalar:

-Platform geliştirilmesi

-Gözlem formunun geliştirilmesi

-Görev formunun geliştirilmesi

-Birinci faz bulgularına ve literatür taramasına göre tasarımda gerekli değişikliklerin yapılması.

-İkinci faz bulgularına ve literatür taramasına göre tasarımda gerekli değişikliklerin yapılması.

-Üçüncü faz bulgularına ve literatür taramasına göre tasarımda gerekli değişikliklerin yapılması.

Uygulama aşaması: Geliştirme aşamasında yapılan ürün hedef kitleye uygulanmaktadır. Bu basamakta geliştirilen ürünün verimliliği, etkililiği ve çekiciliğine dair oluşturulan veri toplama araçlarıyla bilimsel veriler toplanmaktadır. Uygulama aşamasında yapılan çalışmalar:

-Platformun değerlendirilmesi (1. Faz)

-Kullanılabilirlik testi sonucu verilerin toplanması ve analizi

-Platformun değerlendirilmesi (2. Faz)

-Kullanılabilirlik testi sonucu verilerin toplanması ve analizi

-Platformun değerlendirilmesi (3. Faz)

-Kullanılabilirlik testi sonucu verilerin toplanması ve analizi

Değerlendirme aşaması: Bu aşamada literatür taraması, uzman görüşleri ve ihtiyaç analizlerinden elde edilen bilgiler dikkate alınarak hazırlanan ve kuramsal bilgi doğrultusunda geliştirilen tasarımın, gerçek hayatta sağladığı fayda test edilmektedir. Teorik bilgiler, deneysel çalışmalardan elde edilen bulgular ve öznel tepkiler gibi tasarım süreçlerinden elde edilen verilerin bir araya getirilmesiyle çeşitli sonuçlar elde edilir. Bu sonuçlar dikkate alınarak

geliştirilen tasarımın genel etkisi, güçlü ve eksik yönleri değerlendirme sürecinde ortaya koyulmaktadır. Ayrıca değerlendirme işleminin yalnızca bu basamakta değil, sürecin tüm aşamalarında olması sağlanabilir ve bu süreçte nitel veya nicel veri toplama araçlarının yardımıyla ölçülebilir ve değerlendirilebilir. Değerlendirme aşamasında yapılan çalışmalar:

-Birinci faz sonucu yansımalar

-İkinci faz sonucu yansımalar

-Üçüncü faz sonucu yansımalar

-Tasarım ilkelerinin belirlenmesi

-Tasarımda gerekli olan son düzeltmelerin yapılması

-Kullanılabilirlik test sonuçlarının raporlaştırılması

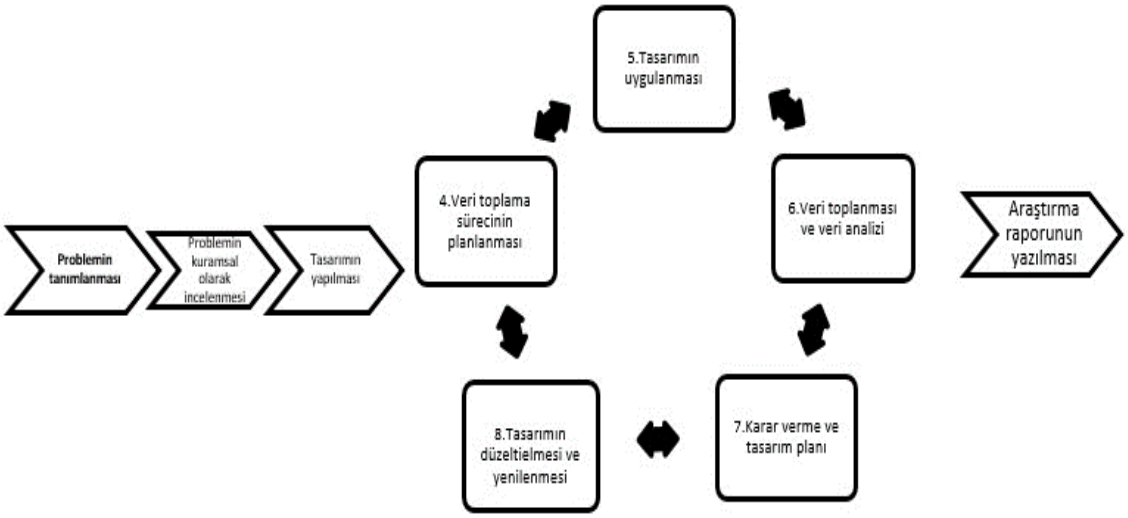
Tasarım tabanlı araştırma yöntemlerinde sıralanan bu aşamaların amacı; eğitim ortamlarında gerçekleştirilen öğrenme ve öğretme süreci için farklı kuram ve çalışmalar tasarlamaktır. Sıralanan bu aşamalarda tasarlanan ürünler sürekli test edilmekte ve değerlendirilmektedir. Yapılan bu değerlendirmeler sayesinde gerekli düzeltmeler yapılmaktadır (Kuzu, Çankaya ve Mısırlı, 2011). Tasarlanan öğretim programı çeşitli aşamalarda değerlendirilerek sistematik ve ardıl tasarımlar ortaya konulur. Kullanışlı programlar oluşturmak için tasarım, geliştirme ve değerlendirme döngüsel basamaklarını kullanarak oluşturulan tasarımlar geliştirilir (Derin, 2017). Tasarım tabanlı araştırma yönteminde analiz, tasarım, geliştirme, uygulama ve değerlendirme basamakları ve bu basamaklarda yapılan çalışmalar Tablo 1'de akış şemasında gösterilmiştir:

Tablo 1

Tasarım Geliştirme Aşamaları

	ANALİZ	TASARIM	GELİŞTİRME	UYGULAMA	DEĞERLENDİRME
TASARIM TABANLI ARAŞTIRMA	• Literatür taraması ve problemin tanımlanması • İhtiyaç analizi • Hedef Kitle analizi	• Kavramsal çerçevenin belirlenmesi • Geliştirilecek platformun sahip olması gereken özelliklerin belirlenmesi	• Platform geliştirilmesi • Gözlem formunun geliştirilmesi • Görev formunun geliştirilmesi • Birinci faz bulgularına ve literatür taramasına göre tasarımda gerekli değişikliklerin yapılması. • İkinci faz bulgularına ve literatür taramasına göre tasarımda gerekli değişikliklerin yapılması. • Üçüncü faz bulgularına ve literatür taramasına göre tasarımda gerekli değişikliklerin yapılması.	• Platformun değerlendirilmesi (1.Faz) • Kullanılabilirlik testi sonucu verilerin toplanması ve analizi • Platformun değerlendirilmesi (2.Faz) • Kullanılabilirlik testi sonucu verilerin toplanması ve analizi • Platformun değerlendirilmesi (3.Faz) • Kullanılabilirlik testi sonucu verilerin toplanması ve analizi	• Birinci faz sonucu yansımalar • İkinci faz sonucu yansımalar • Üçüncü faz sonucu yansımalar • Tasarım ilkelerinin belirlenmesi • Tasarımda gerekli olan son düzeltmelerin yapılması • Kullanılabilirlik testleri sonucunda raporlaştırma

Tasarım tabanlı araştırmanın uygulama basamakları araştırma süreçlerine bağlı olarak büyük farklılıklar gösterilebilmektedir. Ancak yapılan araştırmalarda genel olarak izlenecek adımlar benzerdir. Tasarımcı tasarıma başlarken ilk olarak tasarımının birinci sürümünü geliştirir ve tasarımı uygulamaya koyar. Zamanla yapılan değerlendirme ve düzenlemelerle tasarım en verimli hale getirilmeye çalışılır. Son olarak araştırma raporu yazılır. Uygulamada tasarımın nasıl çalıştığı ise Şekil 41'deki akış şemasında gösterilmiştir (Kuzu, Çankaya ve Misirli, 2011):



Şekil 41

Tasarım Tabanlı Araştırmanın Uygulama Basamakları

Tasarım tabanlı araştırmalarda her araştırmaya özgü olarak tasarımın uygulamasında çeşitli farklılıklar oluşmaktadır. Bu sebeple tasarımın kritik öğeleri ve bu öğelerin birbirleriyle olan ilişkileri iyi analiz edilmelidir. Tasarım tabanlı araştırmalarda her araştırmaya özgü olarak tasarımın bazı öğeleri hiç kullanılmazken bazı öğeleri çok az kullanılabilir. Aynı zamanda bu tasarım öğeleri bir başka uygulamada daha yoğun olarak da kullanılabilir. Burada önemli olan tasarım öğelerinin birbirleri ile nasıl etkileştiğini incelemek ve tasarımın bütünü ile ilgili bir profil geliştirmektir (Collins, Joseph ve Bielaczyc, 2004).

Tasarım tabanlı araştırma yöntemi (Anderson ve Shattuck, 2012; Brown, 1992; Collins, 1992; Kuzu, Çankaya ve Mısırlı, 2011) temel alınarak bu çalışmada, Cihan (2019), Doğan (2020), Durmuş (2020), Özmen (2020) ve Ünlüer (2021) çalışmalarında olduğu gibi tasarım süreci 3 aşamalı geliştirilmiştir. Bu aşamalar, araştırmanın sistematik ve döngüsel bir şekilde ilerlemesini sağlamıştır. Araştırmada, belirlenen tasarım tabanlı model çerçevesinde oluşturulan akış şeması Tablo 2'de gösterilmiştir:

Tablo 2

Tasarım Tabanlı Araştırmanın Uygulama Basamakları

Aşamalar	Tasarım Tabanlı Araştırma Süreci	Sistemin Tasarım Süreci
Analiz	**Problemin tanımlanması**	Alan yazın taraması ve uzman görüşleri sonucunda "Özel yetenekli öğrencilere yönelik mevcut matematik öğretim programı hakkında öğrenci ve öğretmen görüşleri nasıldır?" ve "Özel yetenekli öğrencilere yönelik tasarlanan geometri öğretim modülünde öğrencilerin ispat ve muhakeme süreçleri nasıldır?" probleminin belirlenmesi
	Problemin kuramsal olarak incelenmesi	Öğretim tasarımı alan uzmanları ve matematik eğitimi alan uzmanlarıyla ilgili alan yazın taraması ve mevcut sistemlerin incelenmesi
	Yarı yapılandırılmış görüşme formu	-Başarı testi, -Yaratıcı düşünme ölçeği (ne kadar yaratıcısınız?), -Çoklu zekâ alanları envanteri, -Öğretmenler için görüşme formu, -Öğrenciler için görüşme formu, Bu formlar aracılığıyla öğretim modülü için verilerin toplanması
	Hedef Kitle Analizi	Dokuzuncu sınıf seviyesindeki öğrenciler belirlenen ölçütlere göre seçilmiştir. Bu ölçütler: -Hazırlanacak ön test ile öğrencilerin belirlenmesi, -DG ortamında çalışabilecek gerekli teknolojik ekipmanlara sahip olan öğrencilerin seçilmesi, -Öğrencilerin gönüllü olarak çalışmaya katılması, -Araştırmacının çalıştığı bilim sanat merkezine devam zorunluluğu olmasıdır.
Tasarım	**Kavramsal çerçevenin belirlenmesi**	Öğretim tasarımı alan uzmanları ve matematik eğitimi alan uzmanlarıyla ilgili alan yazın taramasının yapılmış ve mevcut sistemler incelenmiştir.
	Geliştirilecek platformun sahip olması gereken özelliklerin belirlenmesi	Literatür taranması sonucu, özel yetenekli öğrencilere yönelik olarak tasarlanmış 12 temel öğrenme modeli ile birlikte yaklaşık 17 öğrenme modeli

		dikkate alınmış ve incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda hazırlanacak Zengin öğretim modelinin özellikleri belirlenmiştir.
Geliştirme	**Var olan prensiplerle ve kuramlarla tasarımın yapılması**	Literatür taramasından elde edilen verilere göre ve uzmanların görüşleri doğrultusunda "Zengin Öğretim Modeli" tasarlanmıştır.
	Gözlem ve görev formlarının geliştirilmesi	Zengin Öğretim modeli doğrultusunda ders planları hazırlanmıştır. Aynı zamanda elde edilen argümanlar Toulmin Argüman Modeli ile analiz edilmiştir.
	Faz uygulamaları ve literatür taramasına göre tasarımda gerekli değişiklilerin yapılması	Ülkemizde kullanılmakta olan MEB ders kitapları, özel yetenekli öğrenciler için hazırlanan dokümanlar ve bu konuda yapılan ulusal ve uluslararası akademik çalışmalar dikkate alınarak tasarımda gerekli değişiklikler yapılmıştır.
	Veri toplama sürecinin planlanması	1.uygulama çalışması iki öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. 2.uygulama çalışması ise sekiz öğrenci ile yürütülmüştür. Uygulamalar dinamik geometri yazılımı (DGY) temel alınarak argümantasyon tabanlı çalışma kapsamında yapılmıştır.
Uygulama	**Tasarımın uygulanması**	Uygulama süreci gerçekleştirilmiştir.
	Tasarımın değerlendirilmesi ve uygulama sonucunda verilerin toplanması ve analizi	1.uygulama çalışmasında öğrencilerin sistemi kullanırken görüşleri alınmış ve analiz edilmiştir. Tasarımda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Daha sonra 2.uygulama çalışması gerçekleştirilmiş ve veriler toplanıp tekrar analiz edilmiştir.
Değerlendirme	**Tasarımın düzeltilmesi ve yenilenmesi**	Uygulama sonrası yapılan analizler sonucunda tasarımda gerekli düzenlemeler yapılmış ve tasarıma son hali verilmiştir.
	Araştırma raporunun yazılması	Raporun yazılması

Bu araştırmada sistem tasarlanırken analiz aşamasında problem tanımlanmış ve tasarımın geliştirilmesi için gerekli olan araştırmalar yapılmıştır. Bu araştırmalar için öncelikle problemin kuramsal temellerini belirlemek amacıyla ülkemizde kullanılmakta olan MEB ders kitapları, özel öğretime yönelik dokümanlar, bu konuda yapılan ulusal ve uluslararası akademik çalışmalar incelenmiştir. Bununla birlikte başarı testi, yaratıcı düşünme ölçeği (Ne kadar yaratıcısınız?), çoklu zekâ alanları envanteri, öğretmenler için yarı yapılandırılmış görüşme

formu ve öğrenciler için yarı yapılandırılmış görüşme formu uygulanarak hazırlanacak tasarım için veriler toplanmıştır. Ayrıca hedef kitle analizi için bir ön test hazırlanmış ve belirlenen ölçütlere göre öğrenciler seçilmiştir. Tasarım aşamasında, incelemeler sonucunda kavramsal çerçeve ve geliştirilecek platformun sahip olması gereken özellikler belirlenmiştir. Geliştirme aşamasında belirlenen prensipler doğrultusunda ve kuramlara dayanarak tasarım yapılmıştır. Bu aşama devam ederken alan yazında gerçekleştirilen taramalara ve uzman görüşlerine göre tasarımda değişiklikler gerçekleştirilmiştir. Bununla birlikte geliştirme basamağından uygulama basamağına geçmeden veri toplamak için belli bir süreç planlanmıştır. Uygulama basamağında tasarım uygulanmış ve bu uygulama sonucunda veriler toplanmış ve analiz edilmiştir. Değerlendirme basamağında ise uygulama sonrası yapılan analizler sonucunda tasarımda gerekli düzenlemeler yapılmış ve tasarıma son hali verilmiştir. Bu kısımda aynı zamanda yapılan çalışmalara ilişkin rapor yazılmıştır.

Tasarım tabanlı araştırma süreci özellikle eğitim sürecinde kullanılan bir metodolojidir. Araştırma sürecinde tasarım tabanlı araştırma yöntemi kullanılmasının en önemli nedeni, problemi anlamak ve çözmek için problem çözüm odaklı yaklaşım sergileyen etkili bir araç olmasıdır. Aynı zamanda bu süreç yaratıcı çözümlerin ve yenilikçi fikirlerin geliştirilmesine olanak sağlayan ve inovasyonu teşvik eden bir yöntemdir. Tasarım tabanlı araştırma sonucunda elde edilen ürünlerin hemen kullanılabilir olması araştırmanın etkililiği açısından oldukça önemlidir. Bu sebeple hızlı bir şekilde fikirleri test etmeye ve geri bildirim alarak tasarımlarını iyileştirmelerine imkân sağlamaktadır. Bu yöntemi temele alarak ilerlenen araştırma süreci aşağıda ayrıntılı olarak verilmiştir.

3.2. Araştırma Süreci

Araştırma sürecinde öncelikle literatür taraması yapılmış ve problem durumları doğrultusunda araştırmanın amacı belirlenmiştir. Özel yetenekli öğrencilere yönelik tasarlanan Zengin öğretim modeli kullanılarak hazırlanan geometri öğretim modülünde özel yetenekli öğrencilerin, geometride ispat ve muhakeme süreçlerini nasıl gerçekleştirdiklerini, karşılaştıkları durumlara matematiksel bakış açısıyla yaklaşarak süreci nasıl anlamlandırdıklarını, matematiksel düşünme süreçlerini nasıl gerçekleştirdiklerini, ispat ve muhakeme becerilerini nasıl kullandıklarını ve ispat ve muhakeme sürecinde karşılaştıkları güçlüklerin neler olduğunun tespit etmek amacıyla uygulama sürecinin çerçevesi çizilmiştir. Uygulama süreci kapsamında ilk etapta özel yetenekli öğrencilerin eğitiminde kullanılan birtakım öğretim modelleri incelenmiştir. Bu süreçte farklı modeller dikkate alınmış ve kazanım, içerik, öğrenme süreci, ürün ve değerlendirme bakımından bir takım faklılaştırmalar ve zenginleştirmeler yapılarak taslak bir Zengin öğretim modeli oluşturulmuştur. Böylece

oluşturulan taslak kapsamında öğrenci ve öğretmenlere yarı yapılandırılmış görüşme formları uygulanmış, matematik eğitimi alan uzmanların görüşleri alınmış, alan yazın taraması tekrar yapılmış ve mevcut sistemler incelenmiştir. Elde edilen bütün veriler analiz edildikten sonra taslak öğretim modeli geliştirilmiştir. Daha sonra 9.sınıf MEB müfredatı kapsamında geometri konuları ayrıntılı bir şekilde incelenmiş ve araştırmanın hangi konuları ve kazanımları kapsayacağına karar verilmiştir. Böylece oluşturulan Zengin öğretim modeli doğrultusunda üçgenler ünitesine ilişkin ders planları hazırlanmıştır. Aynı zamanda dinamik geometri yazılımı ile desteklenen argümantasyon tabanlı öğrenme yaklaşımı temel alınmnıştır. Planlar hazırlanırken MEB ders kitapları, özel yetenekli öğrenciler için hazırlanan dökümanlar, akademik kitaplar ve bu konuda yapılan ulusal ve uluslararası akademik çalışmalar dikkate alınmıştır. Geliştirilen ders planları ve etkinlikler ikisi öğretim üyesi olmak üzere dört matematik öğretmenine gösterilmiş ve görüşleri alınmıştır. Görüşler doğrultusunda ders planları gözden geçirilmiş ve 1.uygulama çalışmasına hazır hale getirilmiştir. Tablo 3'te hazırlanan geometri öğretim modülünde yer alan öğrenme kazanımları sunulmuştur.

Tablo 3

Geometri Dersi Öğrenme Kazanımları

	Geometri Öğretim Modülünde Yer Alan Kazanımlar:
1	Üçgenlerde temel kavramlar (Ders planı-1)
2	Üçgen eşliği ve benzerlik (Ders planı-2)
3	Dik üçgende Pisagor ve Öklid Teoremi (Ders planı-3)
4	Üçgenlerin Yardımcı Elemanları (Ders planı-4)
5	Dik Üçgen ve Trigonometri (Ders planı-5)
6	Birim çember ve Trigonometri (Ders planı-6)
7	Üçgenin Alanı (Ders planı-7)

Uygulama evresinde öğrencilere öğretim süreci hakkında bilgilendirme yapılmıştır. Öğrencilerin ders işleyişine uygun olarak öğrenme ortamı düzenlenmiştir. Öğrenme ortamında kullanılan bilgisayarlara GeoGebra dinamik geometri programı ve ders işleyişini kayıt altına alacak programlar yüklenmiştir. Öğrencilere GeoGebra ile ilgili eğitim verilmiş ve eksiklikler giderilmiştir. Uygulama süreci boyunca her ders başlangıcında bir önceki ders yapılan çalışmalar öğrencilere hatırlatılmış ve geometri bilgileri arasında kopukluk olması engellenmeye çalışılmıştır.

Araştırma sürecinde ilk etapta BİLSEM'de öğrenim gören özel yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgilerini ayrıntılı olarak inceleyebilmek, ön bilgilerini ortaya koymak, zekâ ve yetenekleri hakkında bilgi edinmek amacıyla çeşitli testler uygulanmış ve katılımcılar bu

testlerden elde edilen sonuçların analiz edilmesiyle belirlenmiştir. Katılımcıların belirlenmesi ile birlikte araştırmanın problem durumlarının daha net olarak belirlenmesi, farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş öğrenme modelinin aşamalarının işlevselliği hakkında bilgi edinilmesi, öğrenme ortamında ortaya çıkabilecek aksaklıkların görülmesi ve araştırmacının deneyim kazanması bakımından 1.uygulama çalışması yapılmış ve bu süreçte oldukça belirleyici veriler elde edilmiştir. 1.uygulama çalışmasına, 2021-2022 eğitim öğretim yılı güz döneminde Eylül ayında başlanmış Aralık ayına kadar süren zaman diliminde iki öğrenci ile ön çalışma gerçekleştirilmiştir. 1.uygulama çalışması haftada iki saat olmak üzere blok halinde yürütülmüştür. Sonrasında öğrenme süreci değerlendirilmiştir. Değerlendirme sonucunda tasarımların yeniden düzenlenmesi ve öğrenme ortamını daha verimli bir hale getirebilmesi amacıyla 1.uygulama çalışması sonucunda hem tasarım hemde öğrenme ortamı üzerinde aşağıda belirtilen değişikliklerin yapılması öngörülmüştür:

-Geliştirilen model üzerinde öğrencilerin ispat ve muhakeme sürecindeki katkısının belirlenmesini ve amaca hizmet etmeyen kazanım, içerik, öğrenme süreci ve ürün bölümün de etkili olduğu görülen eksik durumların ise yenilenmesi sağlanmıştır.

-Uygulanan etkinlikler de yönergelere yönelik düzenlemeler yapılarak bu yönergeler daha anlaşılır ve sade bir hale getirilmiştir.

-Uygulanan etkinliklerin bazılarında yer alan sorulara yönelik zorluklar yaşandığı belirlenmiştir. Bu tür durumlara yol açan sorular üzerinde değişiklikler yapılıp çalışma yapraklarının yeniden düzenlenmesi ile bu durumun üstesinden gelinmeye çalışılmıştır.

-Öğrenme ortamında öğrencilerin yaşadıkları durumları daha iyi resmedebilmek ve ispat sürecindeki çalışmalar ile ilgili aralarında geçen konuşmalardan haberdar olabilmek adına ekran ve ses kaydında ki eksiklikler giderilmiştir.

-Hazırlanan modülde öğrenciler dinamik geometri yazılımlarından yararlanarak problem durumunu çözmektedir. 1.uygulama ön çalışmasında dinamik geometri yazılımları ile yapılan etkinliklerin tamamlama süresinin uzadığı fark edilmiştir. Bu sebeple etkinlikleri tamamlama süresinin uzatılması uygun görülmüştür.

-Öğrenciler dinamik geometri yazılımlarını kullanırken ispat ve muhakeme süreçlerinde ispat etkinliklerini bir an önce bitirme çabası ile ispatın tutarlılığını inceleme aşamasına gerekli özeni göstermemiştir. Ortaya çıkan olumsuzlukları önlemek amacıyla ispata yönelik değerlendirmeler yaparken olabildiğince yanlarında yer almaya çalışılmış ve nasıl değerlendirileceklerine yönelik örnekler vererek teşvik etme çalışılmasının yararlı olabileceği düşünülmüştür.

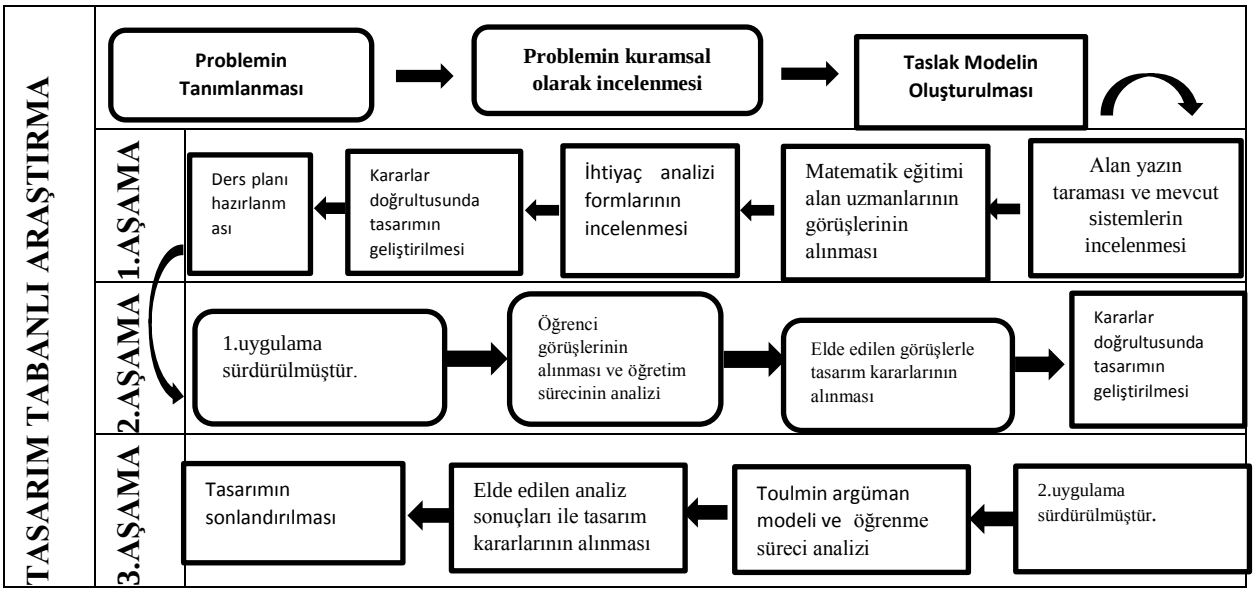
2.uygulama çalışması, 2021-2022 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Şubat-Haziran ayları arasında 8 öğrenci ile haftalık 2 ders saati olacak şekilde devam etmiştir. İki saatlik

oturumlar blok halinde işlenmiş ve öğrencilerin ihtiyaç duydukları zamanlarda ara vermeleri sağlanmıştır. Bu süreçte geliştirilen Zengin öğretim modeli doğrultusunda GeoGebra ile hazırlanan ders planları kullanılmıştır. Öğrencilerin ikişerli gruplar halinde bilgisayar ortamında GeoGebra ile çalışmaları sağlanmış ve aynı zamanda öğrencilere üzerinde istedikleri gibi işlem yapabilmeleri için kullanılan etkinlikler yazılı olarak da dağıtılmıştır. Öğrencilerin aldıkları bu notlar ilerki süreçte veri olarak kullanılmak üzere saklanmıştır. Öğretim süreci boyunca öğrenciler gözlemlenerek gerekli yerlerde yönerge doğrultusunda dönütler verilmiştir. Öğrenciler geri dönütleri dikkate alarak etkinlikleri GeoGebrada uygulamış ve grup içi tartışmalarla süreci değerlendirmişlerdir. Yaptıkları ispat ve muhakeme süreçlerini tamamlamaları, gözlemlerini not etmeleri ve oluşturdukları argümanları matematiksel olarak ifade etmeleri için gerekli süre tanınmış ve bu süre sonunda ispat süreçleri incelenmiştir.

Tüm öğretim süreci, öğrencilerin yaptığı çalışmalar video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Aynı zamanda öğretim modülünün öğretim süreci içerisinde değerlendirilmesi için öğrenciler ile sürekli iletişim halinde olunmuştur. Bunlarla birlikte veriler toplanırken video kayıtları, ses kayıtları, öğrenci defterleri ve araştırmacı günlükleri de dikkate alınmıştır. Ders süreci konusunda detaylı veriler geçerlik güvenilirlik çalışmaları da dikkate alınarak analiz edilmiş ve gerekli değerlendirmeler yapılmıştır. Tüm bu süreç sonucunda elde edilen analiz sonuçları ile tasarım kararları tekrar gözden geçirilmiş ve gerekli yerlerde düzenlemeler yapılıp tasarıma son hali verilmiştir. Tasarım tabanlı araştırma yöntemine göre araştırma süreci Şekil 42'deki akış şemasında gösterilmiştir:

Şekil 42

Araştırma Sürecine Ait Tasarım Döngüleri



Tasarım tabanlı araştırma doğrultusunda problem durumu belirlendikten sonra uygulanacak taslak model oluşturulmuş ve araştırma süreci 3 aşama kapsamında tamamlanmıştır. Birinci aşamada oluşturulan taslak modelini geliştirmek için alan yazın taraması yapılmış, mevcut sistemler incelenmiş ve görüşme formları uygulanarak veriler analiz edilmiştir. Bu aşama sonucunda tasarım geliştirilmiş ve ders planları hazırlanmıştır. İkinci aşamada 1.uygulama yapılmış, öğrencilerden görüşler alınmış ve öğretim sürecinde elde edilen veriler analiz edilmiştir. Değerlendirmeler sonucunda tasarım tekrar geliştirilmiştir. Üçüncü aşamada 2.uygulama 8 öğrenci ile üç ay boyunca sürdürülmüş ve elde edilen veriler Toulmin argüman modeli ile analiz edilmiştir. Bu analizler sonucunda tasarım da gerekli düzenlemeler yapılmış ve aşama tamamlanmıştır. Aynı zamanda Tablo 4'te araştırmada her bir aşamada yer alan çalışma gruplarına ait bilgiler verilmiştir.

Tablo 4

Araştırmada Yer Alan Çalışma Grubuna Ait Bilgiler

Çalışma Aşaması	Çalışma Grubu	Katılımcı Sayısı	Yapılan Çalışmalar
1.Aşama	BİLSEM Öğrencisi	50	-Prototip Tasarımı Geliştirme
	BİLSEM Matematik Öğretmen Grubu	57	
2.Aşama	BİLSEM Öğrencisi (1. Uygulama)	2	- İlk uygulama -Tasarım Gözden Geçirme
3.Aşama	BİLSEM Öğrencisi (2.Uygulama)	8	-İkinci uygulama -Tasarıma son halinin verilmesi

Tablo 4 incelendiğinde, çalışma 2022-2023 öğretim yılı güz ve bahar dönemlerinde üç aşamada gerçekleştirilmiştir:

Birinci Aşama:

- 50 BİLSEM öğrencisi ve 57 BİLSEM Matematik Öğretmeni ile çalışmalar yapılmıştır.
- Çalışmalar sonucunda, bir prototip tasarımı geliştirilmiştir.

İkinci Aşama:

- 2 BİLSEM öğrencisi ile çalışmalar yapılmıştır.
- İlk uygulama gerçekleştirilmiş ve hazırlanan tasarım gözden geçirilip yeniden dizayn edilmiştir.

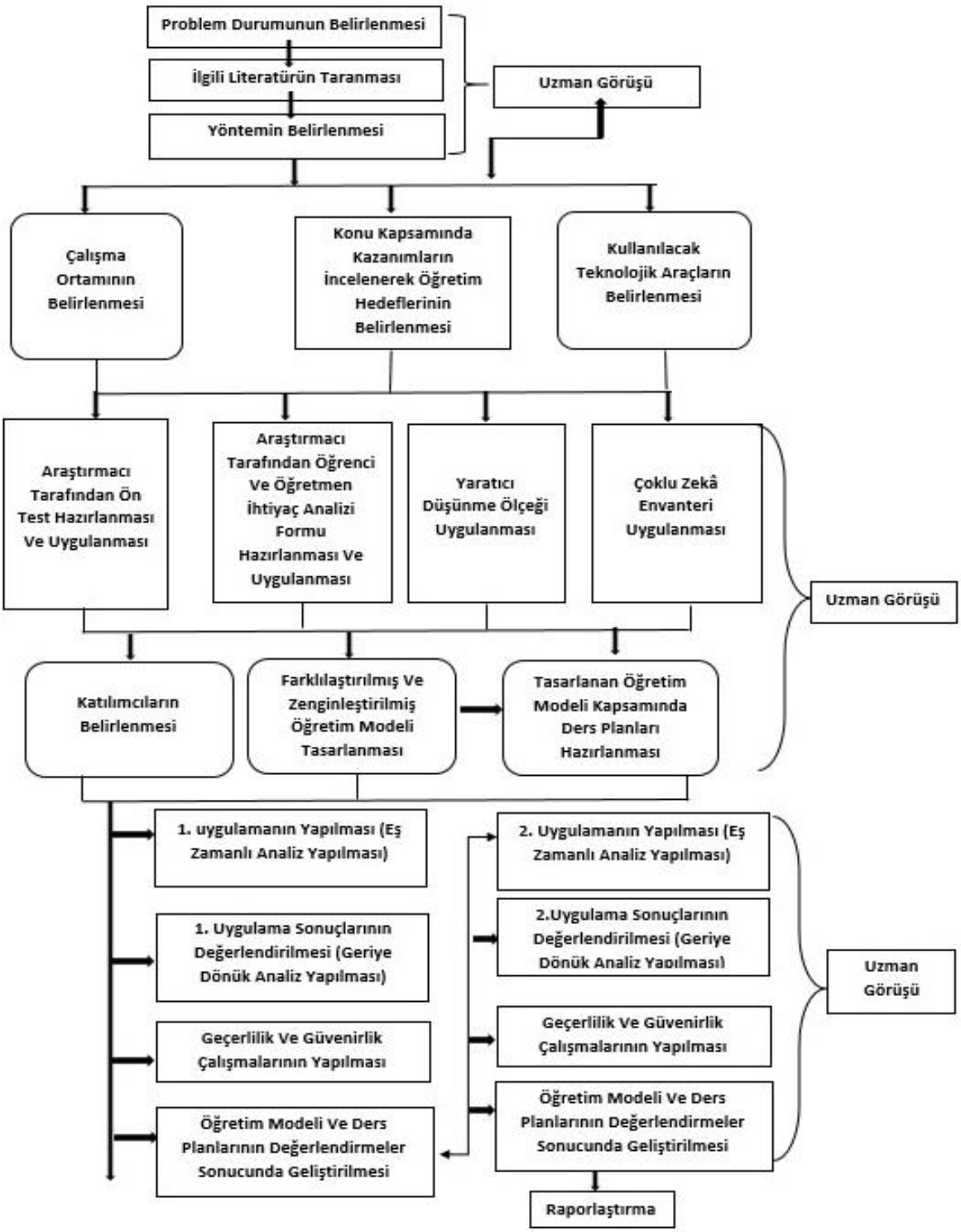
Üçüncü Aşama:

- 8 BİLSEM öğrenci ile çalışmalar yürütülmüştür.
- İkinci uygulama çalışması gerçekleştirilmiş ve tasarıma son hali verilmiştir.

Çalışmanın her aşamasında yapılanlar ve katılımcılar net bir şekilde belirtilmiştir.

Şekil 43

Araştırmanın Aşamaları



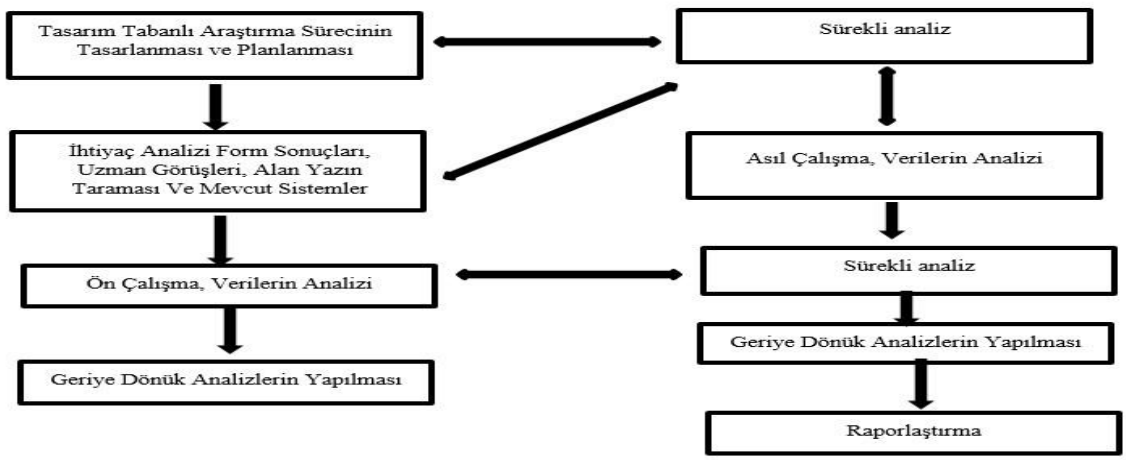
3.3. Araştırmacının Rolü

Uygulama süreci, araştırmacı tarafından iki öğrenciden oluşan gruplar şeklinde, her defasında bir grup ile birebir olacak şekilde yürütülmüştür. Bu sayede öğrencilerle etkileşim

halinde iken onları gözleme fırsatı elde edilmiştir. Aynı zamanda gerekli görülen yerlerde araştırmacı tarafından öğrencilere yönlendirmeler ve geri dönütler verilmiştir. Böylece araştırmacı rehber niteliğinde olmuş aynı zaman da öğrencilerin düşüncelerini anlatmaları veya değiştirmeleri için fırsatlar yaratmaya çalışmıştır. Tasarım tabanlı araştırma sürecinde, özellikle araştırmacının öğrenme sürecine aktif katılımı döngüsel olarak gerçekleştirilen analiz, tasarım, geliştirme, uygulama sürecinin katılımcılar ile işbirliği içinde ilerletilmesi açısından oldukça önemlidir. Dolayısıyla araştırmacı öğrencilerin öğrenme ortamından en yüksek seviyede yararlanması için gerekli gördükleri yerlerde önlemler alma ve öğrenme ortamında değişiklikler yapma imkânına sahiptir. Bu süreçte aynı zamanda tasarım geliştirilirken sürekli olarak süregelen ve geriye dönük analizler yürütülerek bu doğrultuda düzenlemelerin yapılabileceği sistematik ve esnek bir süreçtir. Süregelen ve geriye dönük analizler yapılırken aynı zamanda süreç boyunca matematik eğitimi alanında profesör unvanına sahip ve geometri öğretiminde teknoloji kullanımı ile ilgili çalışmaları mevcut olan uzman bir akademisyenin görüşleri alınmıştır. Aynı zamanda bu akademisyen araştırmacının doktora tez danışmanıdır. Bununla birlikte her döngü sürecinde farklı akademisyenlerden ve öğretmenlerden de sürece yönelik düzenlemelerde yardım alınmıştır. 1.uygulamada dersler esnasında alınan kamera kayıtları, gözlem notları, öğrencilerin tuttukları notlar ve öğrenci görüşleri doğrultusunda tüm veriler analiz edilmiş ve tasarım geliştirilmiştir. 2. uygulamaya geçildiğinde ise tekrar araştırmacı tarafından ve öğretim üyelerinin gözetiminde dersler sırasında sürekli süregelen ve geriye dönük analizler yapılmıştır. 2. uygulama sonucunda tüm veriler tekrar toplanmış, geçerlilik ve güvenirlik çalışmaları yapılmıştır. Böylece tekrar tasarımın aksayan yönleri gözden geçirilmiş ve geliştirilmiştir. Şekil 44'te tasarım tabanlı araştırma sürecinde analiz aşamaları sunulmuştur.

Şekil 44

Tasarım Tabanlı Araştırma Süreci Aşamaları



Çalışma Grubu

Özel yetenekli öğrencilere yönelik tasarlanan teknoloji destekli geometri öğretim modülünün ispat ve muhakeme süreçleri açısından incelenmesi kapsamında oluşturulan çalışma grupları üç kısımdan oluşmaktadır. Birinci kısım, muhakeme ve ispat sürecine yönelik araştırma grubunu; ikinci kısım, öğretmenlerin mevcut programa yönelik görüşlerinin alındığı çalışma grubunu; üçüncü kısım ise, öğrencilerin mevcut programa yönelik görüşlerinin alındığı çalışma grubunu içermektedir.

Muhakeme ve ispat sürecine yönelik araştırma öğretim ile eş zamanlı yürütüleceğinden bir çalışma grubu üzerinde yürütülmüştür. Çalışma grubu 2022-2023 öğretim yılında, Bursa Halil İnalcık Bilim sanat merkezinde, ÖYG grubunda matematik alanında öğrenim gören ve belirli ölçütler doğrultusunda belirlenen, 9.sınıfta okuyan 8 öğrenciden oluşmaktadır. 1. uygulama 2 öğrenci ile 2. uygulama 8 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilerin tamamının geometri alt yapısının olmasına dikkat edilmiştir. Aynı zamanda bu öğrencilerin GeoGebra programı üzerine herhangi bir eğitim almamış oldukları için öğrencilere bu yazılımla ilgili eğitim verilmiştir. Katılımcıların grup ve cinsiyetlere göre sayıları Tablo 5'te gösterilmiştir.

Tablo 5

Katılımcıların Grup ve Cinsiyetlere Göre Sayıları

	Kız öğrenci	**Erkek öğrenci**	**Toplam**
1. uygulama	1	1	2
2.uygulama	3	5	8

1. ve 2. uygulamalarda belirlenen katılımcılar, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme yönteminin kullanılması araştırmacıya istediği durum hakkında derinlemesine çalışma olanağı sağlamaktadır (Patton, 2002). Araştırmacı çalışmanın amacına uygun olarak katılımcı sayılarını belirleme ve katılımcıları seçme olanağına sahip olmaktadır. Amaçlı örnekleme, çalışmanın amacı dikkate alınarak araştırmacı tarafından kendi bilgi ve deneyimleri doğrultusunda en uygun katılımcıları seçme sürecidir. Bu yöntemde, çalışmanın problem durumuna en iyi şekilde yanıt vereceği düşünülen ölçüt örnekleme tercih edilmiştir. Ölçüt örneklemede araştırmacı tarafından önceden belirlenen standartlara göre seçim gerçekleştirilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Buna göre zengin ilişkilendirmeler yapabilmek için araştırma grubu belirlenirken dokuzuncu sınıf seviyesindeki öğrencilere yönelik göz önüne alınan ölçütler şu şekildedir:

- Uygulanan test ve ölçeklerin sonuçlarına göre öğrencilerin seçilmesi
- DG ortamında çalışabilecek gerekli teknolojik ekipmanlara sahip olan öğrencilerin seçilmesi
- Öğrencilerin gönüllü olarak çalışmaya katılması
- Araştırmacının çalıştığı bilim sanat merkezine devam zorunluluğu olmasıdır.

Öğretmenlerin mevcut programa yönelik görüşleri alınırken oluşturulan çalışma grubunu, 2022-2023 öğretim yılında Türkiye genelinde BİLİM sanat merkezlerinde ve destek eğitim odalarında özel yetenekli öğrenciler ile çalışan 57 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme ile katılımcılar önceden belirlenen ölçütler doğrultusunda seçilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Çalışmadaki ölçütler şu şekilde belirlenmiştir: Özel yetenekli öğrencilerle çalışmış olması ve katılımcıların matematik öğretmeni olması. Öğretmenlerin çalışmaya katılırken gönüllü olmalarına dikkat edilmiştir. Araştırmaya katılan öğretmenlerin mezun oldukları üniversiteler incelendiğinde Gazi Üniversitesi (7 kişi), Atatürk Üniversitesi (5 kişi), Selçuk Üniversitesi (4 kişi), Cumhuriyet Üniversitesi (4 kişi), Balıkesir Üniversitesi (4 kişi), Yalova Üniversitesi (4 kişi), On Dokuz Mayıs Üniversitesi (4 kişi), Dokuz Eylül Üniversitesi (4 kişi), Anadolu Üniversitesi (3 kişi), Ankara Üniversitesi (3 kişi), Uludağ Üniversitesi (3 kişi), Amasya Üniversitesi (2 kişi), Kocaeli Üniversitesi (2 kişi), Hacettepe Üniversitesi (2 kişi), Fırat Üniversitesi (2 kişi), Karadeniz Teknik Üniversitesi (2 kişi), Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi (2 kişi), Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi (1 kişi), Erciyes Üniversitesi (1 kişi) şeklindedir. Araştırmaya dâhil edilen katılımcıların dağılımı incelendiğinde, 57 katılımcının mezun olduğu üniversitelerin Türkiye'nin farklı şehirlerinden olduğu görülmüştür. Aynı zamanda çalışmaya katılan matematik öğretmenlerinin tanımlanması için K1,K2,K3…K57 şeklinde kodlamalar kullanılmış ve katılımcıların çeşitli özellikleri Tablo 6 ’da verilmiştir

Tablo 6

Katılımcılara İlişkin Demografik Bilgile

Branş	İlköğretim Matematik	37
	Lise Matematik	20
Cinsiyet	Kadın	32
	Erkek	25
Deneyim Yılları	0-5 arası	4
	6-10 arası	14
	11-15 arası	13
	16 ve sonrası	26
BİLSEM 'de Çalışma Süreleri	0-3 arası	24
	4-6 arası	15
	7-9 arası	11
	10 ve sonrası	7
Özel Yetenekli Öğrencilerle Destek Eğitim Odasında veya Sınıfınızda Çalışma Süresi	0-3 arası	23
	4-6 arası	15
	7-9 arası	10
	10 ve sonrası	9
Dinamik Yazılım Kullanımı	Evet	32
	Hayır	25
	Toplam katılımcı	57

Tablo 6'da görüldüğü gibi katılımcıların demografik özellikleri incelendiğinde; 37 tanesinin ilköğretim matematik öğretmeni ve 20 tanesinin lise matematik öğretmeni olduğu, kadın ve erkek katılımcı sayılarının benzer olduğu ve 26 tane öğretmenin 16 yıl ve fazla çalışma deneyimine sahip olduğu görülmektedir. Aynı zamanda BİLSEM'lerin geçmişi çok eskiye dayanmadığı için katılımcıların daha çok 0-3 yıl arası BİLSEM deneyimine sahip olduğu ve aynı şekilde destek eğitim odalarında özel yetenekli öğrencilerle çalışan katılımcıların da en çok 0-3 yıl arasın da olduğu görülmektedir. Dinamik geometri yazılımlarından haberdar olan ve bunları kullanan 32 öğretmen vardır.

Öğrencilerin mevcut programa yönelik görüşleri alınırken çalışma grubunu 2022-2023 eğitim-öğretim yılında Bursa Halil İnalcık BİLSEM'de ÖYG grubunda 9. sınıfta öğrenim gören 50 öğrenci oluşturmaktadır. Katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme ile katılımcılar için kullanılan özellikler önceden belirlenen ölçütler doğrultusunda seçilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Zengin ilişkilendirmeler yapabilmek için yeterli matematiksel alt yapıya sahip olmaları bakımından öğrenciler için belirlenen ölçütler; BİLSEM öğrencisi olması, ÖYG grubunda matematik alanında ders alması, gönüllü olarak çalışmaya katılması şeklindedir. Aynı zamanda

çalışmaya katılan öğrencilerin tanımlanması için Ö1,Ö2,Ö3…Ö50 şeklinde kodlamalar kullanılmıştır.

3.5. Veri Toplama Araçları

Tasarım tabanlı araştırma yöntemi; üstün yetenekli öğrencilerin gereksinimlerine uygun farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş öğretim programının hazırlanması konusunda kullanılabilecek en uygun araştırma yöntemlerinden biridir. Bu sebeple uygulama öncesinde çalışma grubunun belirlenmesi için geometri alan bilgisi testi, çoklu zekâ alanları envanteri ve yaratıcılık ölçeği uygulanmıştır. Aynı zamanda mevcut programa yönelik öğretmen ve öğrencilerin görüşlerinin alınması ve öğretim modülü hazırlanırken elde edilen bilgilerin kullanılması için yarı yapılandıırlmış görüşme formları uygulanmıştır. Uygulama sürecinde, öğrencilerin muhakeme ve ispat süreçleri hakkında bilgi edinmek için gözlem yapılmış ayrıca ekran, ses ve video kaydı alınmıştır. Bu bölümde kullanılan veri toplama araçlarının hazırlanması, 1. ve 2. uygulamada kullanımları ile ilgili bilgi verilmiş ve ayrıntıları sunulmuştur. Veri toplama araçlarının, kullanım amacı ve kullanım zamanı Tablo 7'de sunulmuştur.

Tablo 7

Veri Toplama Araçları Kullanım Amacı ve Kullanım Zamanı

Veri Toplama Araçları	Kullanım Amacı	Kullanım Zamanı
Açık uçlu geometri alan bilgisi testi	Öğrencilerin üçgenler konusu ile ilgili alan bilgisi ölçülmesi	1.uygulama öncesi hazırlık aşaması
Çoklu zekâ alanı envanteri	Öğrencilerin çoklu zekâ alanlarının tespiti	1.uygulama öncesi hazırlık aşaması
Yaratıcılık ölçeği	Öğrencilerin yaratıcılıklarının tespiti	1.uygulama öncesi hazırlık aşaması
Öğretmenlere yönelik görüşme formu	Eğitim ihtiyaçlarının tespiti	Zengin öğretim modeli hazırlık evresi
Öğrencilere yönelik görüşme formu	Eğitim ihtiyaçlarının tespiti	Zengin öğretim modeli hazırlık evresi
Gözlem	Öğrencilerin ispat ve muhakeme süreci analizi	1. uygulama ve 2. uygulama evresi
Ekran, ses ve video kaydı	Öğrencilerin ispat ve muhakeme süreci analizi	1. uygulama ve 2. uygulama evresi

3.5.1. Açık Uçlu Geometri Alan Bilgisi Testi: Araştırma kapsamında öğretim sürecinin sağlıklı ilerleyebilmesi için farklı zekâ düzeyi ve yeteneğe sahip özel yetenekli öğrenciler içerisinden istenen özelliklere sahip öğrencilerin tespit edilmesi için ön test olarak araştırmacı tarafından açık uçlu geometri alan bilgisi testi geliştirilmiştir. Açık uçlu sorulardan oluşan test ekte sunulmuştur (Ek 5). Öğrencilerin uygulamaya başlamadan önce sahip olması gereken konu alan bilgisi üçgenler ünitesi ile ilgilidir. Çünkü matematik, başlı başına bir dil olup

matematiksel bilginin gelişimi açısından konuların alt yapısındaki kavramlar öğrenmenin yapıtaşlarıdır ve iyi bilinmeleri gerekir (Altun, 2010). Bu sebeple öğretim sürecinde matematik konularının temelinde kavram bilgileri ile işlem bilgileri ilişkilendirilmeli ve kaynaştırılmalıdır (Milli Eğitim Bakanlığı, 2005). Bu süreç kapsamında hem katılımcıları belirlemek hem de öğrencilerin eksik kaldığı noktaları tespit edip onları sürece hazırlamak için ülkemizde kullanılmakta olan MEB ders kitapları, test kitapları, özel öğretime yönelik dökümanlar, akademik çalışmalar incelenmiş ve açık uçlu geometri alan bilgisi testi geliştirilmiştir. Test temel beceriler ve düşünme becerileri şeklinde iki bölümden oluşturulmuştur. Temel beceriler kısmı, öğrencilerin üçgenler konusu ile ilgili temel düzeyde alan becerisini ölçmek amacıyla 14 soru içermektedir. Düşünme becerileri kısmı ise, daha çok öğrencilerin problem çözme, karar verme ve kavramlaştırma şeklinde zihinsel işlem ve süreçlerini harekete geçirip daha çok muhakeme ve sorgulama becerilerini ortaya çıkarmayı hedeflemektedir. Bu amaçla üçgenler ünitesinin bütün kazanımlarını içerecek şekilde 14 açık uçlu sorudan oluşturulmuştur. Test öğrencilere uygulamadan önce bilimsel doğruluk, kullanılan dil, geçerlilik ve teknik açıdan uygunluk kriterleri çerçevesinde bir öğretim üyesi olmak üzere üç uzman matematik öğretmeninin görüşleri eşliğinde tekrar gözden geçirilmiştir. 1.uygulamada ise 2 öğrenciye test uygulanmış ve bu öğrencilerin görüşleri doğrultusunda karmaşık ifadeler sadeleştirilmiş ve sorularda düzenlemeler yapılmıştır. Ayrıca testin uygulanması için gerekli süre iki ders saati olarak belirlenmiştir. Hazırlanan test açık uçlu sorulardan oluştuğu için güvenirlik katsayısı hesabı yapılmamış, yordama ve kapsam geçerliği sağlanmaya çalışılmıştır. Kapsam geçerliliği doğrultusunda hedef davranış belirtke tablosu hazırlanmıştır ve Tablo 8'de gösterilmiştir.

Tablo 8

Hedef Davranış Belirtke Tablosu

Kazanımlar	**Sorular**
Üçgenlerde Temel Kavramlar **1.** Çemberin temel elemanlarını ve özelliklerini bilir. (Analiz) **2.** Yeterli sayıda elemanının ölçüleri verilen bir üçgeni çizer ve bu üçgen üzerinden kenar uzunlukları ile bu kenarların karşılarındaki açıların ölçülerini ilişkilendirir. (Sentez) **3**.Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğu arasındaki ilişkiyi değerlendirir ve günlük hayat problemlerine örnek verir. (Değerlendirme)	**Temel Beceriler** **1,2 ve 3. Soru** **Düşünme Becerileri** **1,2 ve 3. soru**

Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik 1. İki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir. (Analiz) **2.** Üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurar. (Sentez) **3**. Üçgenler benzerliği ile ilgili günlük hayat problemlerini çözer ve örnek verir. (Değerlendirme)	**Temel Beceriler** **4 ve 5.soru** **Düşünme Becerileri** **4 ve 5.soru**
Üçgenlerin Yardımcı Elemanları 1. Üçgenlerin Yardımcı Elemanlarını tespit eder. (Analiz) 2. Üçgenlerin Yardımcı Elemanlarının özelliklerini elde eder. (Sentez) 3.Üçgenlerin Yardımcı Elemanları ile ilgili problemler çözer ve gerçek hayat problemlerine yer verilir. (Değerlendirme)	**Temel Beceriler** **6,7,8 ve 9. Soru** **Düşünme Becerileri** **6,7,8 ve 9.soru**
Dik Üçgen ve Trigonometri 1. Dikdörtgenler Prizmasının açılımını çizer .(Analiz) 2. Pisagor teoremini inşa eder. (Sentez) 3. Öklid teoremini elde eder. (Sentez) 4. Pisagor teoremini kullanarak hesaplamalar yaptığı günlük hayat problemlerine örnek verir. (Değerlendirme) 5.Öklid teoremi ile ilgili problemler çözer ve gerçek hayat problemlerine örnek verir. (Değerlendirme)	**Temel Beceriler** **10 ve 11.soru** **Düşünme Becerileri** **10 ve 11.soru**
Dik Üçgen ve Trigonometri 1. Trigonometrik oranlar ve özelliklerini bilir. (Analiz) 2. Dik üçgende dar açıların trigonometrik oranlarını elde eder. (Sentez) 3. Trigonometrik oranlar ile ilgili problemler çözer ve gerçek hayat problemlerine yer verilir. (Değerlendirme)	**Temel Beceriler** **12.soru** **Düşünme Becerileri** **12.soru**
Üçgenin Alan 1.Birim çemberi tanımlar . (Analiz) 2. Trigonometrik oranları birim çemberin üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirir. (Sentez) 3. Trigonometrik oranlar ile ilgili problemler çözer ve gerçek hayat problemlerine yer verilir .(Değerlendirme)	**Temel Beceriler** **13.soru** **Düşünme Becerileri** **13.soru**
Üçgenin Alanı 1. Üçgenlerde iç teğet çemberi açılımını çizer ve özelliklerini belirtir. (Analiz) 2. Üçgen alanını hesaplar. (Sentez) 3.Üçgen alanını hesaplamalar yaptığı günlük hayat problemlerine örnek verir. (Değerlendirme)	**Temel Beceriler** **14.soru** **Düşünme Becerileri** **14.soru**

Araştırmacı tarafından hazırlanan ölçme aracı 2021-2022 eğitim-öğretim yılında 1.uygulama öncesinde 20 öğrenciye uygulanmış ve içlerinden 10 öğrenci belirlenmiştir. Bu öğrencilerin açık uçlu geometri alan bilgisi testinden aldığı puanlar ve eksik oldukları konular Tablo 9'da gösterilmiştir.

Tablo 9

Açık Uçlu Geometri Alan Bilgisi Testi Sonuçları

ÖĞRENCİLER	PUANLAR	Eksik konular
İNCİ	77 p	Diklik merkezi ve benzerlik
ALİ	68 p	Birim çember, alan, benzerlik ve Öklid bağıntısı
MURAT	61 p	Alan, benzerlik, diklik merkezi, Öklid bağıntısı ve alan
OKAN	67 p	Öklid bağıntısı, diklik merkezi, kenarortay, dış açıortay, alan ve trigonometrik değerler
FERİT	66 p	Diklik merkezi, Öklid bağıntısı, benzerlik ve birim çember
EMRE	67 p	Benzerlik, dış açıortay, diklik merkezi, alan ve Öklid bağıntısı
NİL	65 p	Öklid bağıntısı, diklik merkezi, alan, benzerlik ve birim çember
BURAK	68 p	Diklik merkezi, kenarortay, alan ve birim çember
SELİM	60 p	Öklid bağıntısı, diklik merkezi, kenarortay, dış açıortay, alan ve trigonometrik değerler
RÜYA	60 p	Alan, benzerlik, dış açıortay, öklid bağıntısı ve alan

Tablo 9'da görüldüğü gibi öğrencilerin puanları ve eksik olduğu konular belirlendikten sonra seçilen öğrencilerle çeşitli çalışmalar yapılıp eksiklikleri giderilmiştir.

3.5.2. Öğrenciler İçin Çoklu Zekâ Alanları Envanteri: Araştırma kapsamında öğrencilerin çoklu zekâ alanlarını tespit edip özellikle mantıksal-matematiksel zekâ, görsel-uzamsal zekâ ve sosyal zekâ yönünden daha baskın olanları belirlemek için "Öğrenciler için Çoklu Zekâ Alanları Envanteri" uygulanmıştır. Bu envanter ile öğrencilerin baskın olduğu zeka alanları tespit edilerek araştırma sürecine en uygun olanlar belirlenmiştir. Dolayısıyla bu envanter sadece uygulama öncesi öğrencileri tespit etmek için kullanılmıştır. Ayrıca çoklu zekâ alanlarının tespiti sonucunda elde edilen veriler geometri öğretim modülü oluşumunda, öğrencilerin ilgi ve yeteneklerine hitap ederek motivasyonlarının arttırılmasında da kullanılmıştır. Çoklu zekâ alanları envanteri (Ek 5) Saban (2005) tarafından hazırlanmıştır. Çoklu Zekâ Alanları Envanteri likert tipte olup on bölüm ve bu bölümler kapsamında 80 maddeden oluşmaktadır. Bu maddeler beşli dereceleme sistemine göre düzenlenmiştir. Envanter öğrencilere uygulandıktan sonra puanlar değerlendirilirken Saban (2005)'ın bu

envanter kapsamında oluşturduğu "Çoklu Zekâ Alanları Envanteri Değerlendirme Profili" (Bkz: Ek 5) kullanılmıştır. Bu değerlendirme profilinde yer alan puanlar incelendiğinde "32–40 arası olanlar çok gelişmiş, 24–31 arası olanlar gelişmiş, 16-23 arası olanlar orta düzeyde gelişmiş, 8–15 arası olanlar biraz gelişmiş, 0–7 arası olanlar gelişmiş değil" şeklinde belirlenmiştir. Puanların aralığı ve gelişmişlik düzeyi Tablo 10'da gösterilmiştir.

Tablo 10

"Çoklu Zekâ Envanteri" Zekâ Alanlarına Yönelik Puanlar

PUAN	**Zekâ Alanındaki Gelişmişlik Düzeyi**
0-7 puan arası	Gelişmiş değil
8-15 puan arası	Biraz gelişmiş
16-23 puan arası	Orta düzeyde gelişmiş
24-31 puan arası	Gelişmiş
32-40 puan arası	Çok gelişmiş

Envanter uygulandıktan sonra Tablo 10'da yer alan değerlendirme profilinde puanlar doğrultusunda öğrencilerin elde ettiği puanlar toplanmış ve baskın olduğu zekâ alanları derecelenerek belirlenmiştir. Envanterin uygulanması için öğrencilere 30 dakika süre verilmiştir. Elde edilen sonuçlar kullanılarak baskın zekâ dağılımı Tablo 11 'de gösterilmiştir.

Tablo 11

Çoklu Zekâ Envanteri" Sonucu Zekâ Alanlarına Yönelik Öğrenci Puanları

Zekâ alanı /Öğrenci ismi	**İnci**	**Ali**	**Murat**	**Okan**	**Fırat**	**Emre**	**Nil**	**Burak**	**Selim**	**Naz**
Sözel-Dil	29	22	23	30	22	11	21	23	37	23
Mantıksal-Matematiksel	34	34	38	34	38	40	38	30	30	25
Görsel-Uzamsal	32	28	35	28	32	36	29	28	20	28
Müziksel-Ritmik	21	21	23	21	15	15	11	12	18	18
Bedensel-Kinestetik	29	27	37	21	25	37	36	18	18	21
Sosyal	31	25	36	28	23	37	37	28	32	25
İçsel	26	31	31	28	25	29	17	28	24	24
Doğacı	24	26	20	26	14	15	20	19	5	15

Tablo 11 doğrultusunda öğrencilerin baskın zekâ alanları belirlenmiş olup bu öğrencilerden Selim ve Naz 1.uygulama için diğerleri ise 2.uygulama için seçilmiştir.

3.5.3. "Ne Kadar Yaratıcısınız?" Yaratıcılık Ölçeği: Araştırmada, özel yetenekli öğrencilerin ispat ve muhakeme süreçleri incelenirken yaratıcılıkları yüksek olanların seçilmesine dikkat edilmiştir. Yaratıcılıklarını tespit etmek amacıyla orijinal hali Whetton ve Cameron (2002) tarafından geliştirilen "How Creative Are You?" olup Türkçe'ye Aksoy (2004) tarafından "Ne Kadar Yaratıcısınız?" şeklinde çevrilen ölçek kullanılmıştır (Bkz: Ek 5). Bu ölçek; öğrencilerin ilgileri, tutumları, değerleri ve güdüleri gibi özellikleri belirleyip bu doğrultuda öğrencilerin yüksek yaratıcı kişiliklerini ortaya çıkarmak amacıyla geliştirilmiştir. Aksoy tarafından "How Creative Are You?" ölçeği incelenmiş ve 40 maddenin ölçeğe alınmasına karar verilmiştir. Geçerlik ve güvenirlik çalışmaları yapılmış olup ölçekteki ilk 39 maddenin güvenirlik katsayısı Cronbach Alfa 0,94 gibi oldukça yüksek bir değer bulunmuştur. Aynı zamanda maddeler tek tek incelendiğinde ölçekteki 39 maddeden 8 tanesinin korelasyonu 0,30'un altında iken bir madde 0,30'a eşit, diğer bir madde ise 0,31'lik madde toplam korelasyonu göstermiştir. Kalan maddelerin madde toplam korelasyonları ise 0,35 ile 0,92 arasında değişen değerler almıştır. 8 maddenin korelasyonu 0,30'un altında olup düşük bir korelasyon göstermesine rağmen güvenirlik çalışması daha önce yapıldığı için ve ölçek için önem taşıdığından Aksoy (2004) tarafından yaratıcılık ölçeğine alınmıştır. Ölçekte her bir sorunun cevapları "Katılıyorum", "Kararsızım" ve "Katılmıyorum" seçenekleri ile değerlendirilmiştir. Ölçekte yer alan 39 madde, en düşük puan (-2) ve en yüksek puan ise (+4) olmak üzere, bu puan aralığında değerlendirilmiştir. 40. Madde de ise dereceleme ölçeği kullanılmayıp, yaratıcılıkla ilgili 54 tane sıfat kullanılmıştır. Öğrencilerden 40. madde de yer alan sıfatlardan 10 tanesini seçmeleri istenmiştir. Bu sıfatlar, en düşük puan (0) ve en yüksek puan (+2) olmak üzere bu puan aralığında değerlendirilmiştir. Bu 40 maddeden alınan puanlar değerlendirilip toplam yaratıcılık puanları elde edilmektedir. Yaratıcılık ölçeğine ilişkin puanlar ve yaratıcılık düzeyleri Tablo 12'da gösterilmektedir (Aksoy, 2004).

Tablo 12

Yaratıcılık Ölçeğine İlişkin Puanlar ve Yaratıcılık Düzeyleri

Puan	**Yaratıcılık Düzeyi**
10 puandan az	"Yaratıcılığı Olmayan"
10–19 puan arası	"Ortanın Altında Yaratıcı"
20–39 puan arası	"Orta Düzeyde Yaratıcı"
40–64 puan arası	"Ortanın Üzerinde Yaratıcı"
65–94 arası	"Oldukça Yaratıcı"
95–116 puan arası	"Olağanüstü Yaratıcı"

Araştırmada "Ne kadar Yaratıcısınız?" yaratıcılık ölçeğinin uygulanması için öğrencilere bir ders saati (40 dakika) verilmiş ve uygulama sonucu elde edilen verilerin analiz edilmesiyle öğrencilerin yaratıcılık puanları hesaplanmıştır. Yaratıcılık ölçeğine ilişkin öğrencilerin puan ve yaratıcılık düzeyleri Tablo 13'te gösterilmektedir.

Tablo 13

Yaratıcılık Ölçeğine İlişkin Öğrencilerin Puan ve Yaratıcılık Düzeyleri

Öğrenciler	Puan	Yaratıcılık Düzeyi
İNCİ	77	65–94 arası , "Oldukça Yaratıcı"
ALİ	75	65–94 arası , "Oldukça Yaratıcı"
MURAT	81	65–94 arası , "Oldukça Yaratıcı"
OKAN	84	65–94 arası , "Oldukça Yaratıcı"
FERİT	80	65–94 arası , "Oldukça Yaratıcı"
EMRE	78	65–94 arası , "Oldukça Yaratıcı"
NİL	70	65–94 arası , "Oldukça Yaratıcı"
BURAK	70	65–94 arası , "Oldukça Yaratıcı"
SELİM	60	40-64 arası, "Ortanın Üzerinde Yaratıcı"
Naz	64	40-64 arası, "Ortanın Üzerinde Yaratıcı"

Tablo 13'te yer alan veriler doğrultusunda öğrencilerin yaratıcılık ölçeğine ilişkin puanları ve yaratıcılık düzeyleri dikkate alındığında öğrencilerden Selim ve Naz 1. uygulama için diğer öğrenciler ise 2.uygulama için seçilmiştir.

3.5.4. Görüşme Formları: Mevcut programa ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşlerinin belirlenmesinde yarı yapılandırılmış görüşme formları kullanılmıştır. Bunlar ile elde edilen veriler tasarlanan öğretim modülü için oldukça önemli bilgiler içermektedir.

3.5.4.1. Öğretmenlere Yönelik Görüşme Formu: Özel yetenekli öğrencilere yönelik matematik öğretim programının, öğretmen görüşlerine dayalı olarak incelenmesi amacıyla veri toplama aracı olarak çeşitli sorulardan oluşan yarı yapılandıırlmış bir görüşme formu oluşturulmuştur (Bkz: Ek 5) . Görüşler alınırken google form ile hazırlanan form kullanılmıştır. Formlar öğretmenlere Google form aracılığıyla gönderilmiş ve cevapları bilgisayar ortamında kaydedilmiştir. Öğretmenlerden görüşlerini ayrıntılı bir şekilde yazılı olarak ifade etmeleri istenmiştir. Bu form oluşturulurken özel yetenekli öğrencilerle ilgili araştırmalar yapılmış, sorunlar tespit edilmiş, uzman görüşü ve 1. uygulama doğrultusunda düzenlemeler yapılmıştır. Form iki bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde katılımcılara yönelik bilgiler bulunmaktadır. İkinci bölümde ise araştırmamıza yönelik 13 adet açık uçlu soru yer almaktadır. Araştırma

süreci boyunca, görüşme sorularının hazırlanması ve verilerin analizi aşamasında alanının uzmanı olan bir öğretim üyesinin görüşlerine başvurulmuştur. Oluşturduğumuz forma son hali verildikten sonra matematik eğitimi alanında doktora yapmış bir BİLSEM öğretmeni ile yarı yapılandırılmış görüşme formunda yer alan soruların anlaşılırlığı ile ilgili 1.uygulama gerçekleştirilmiştir. Daha sonra 2. uygulama yürütülmüştür. Söz konusu sorulardan elde edilen verilere araştırmanın bulgular bölümünde yer verilmiştir.

Araştırmanın verileri gönüllülük esası dikkate alınarak yarı yapılandırılmış görüşme formu ile toplanmıştır. Veriler kelime, cümle ve paragraf analiz birimlerine ayrılarak incelenmiştir. Yapılan içerik analizi sonucunda; veriler temel kategori (Tema) adı altında alt kategorilere ayrılmıştır. Bu kategoriler doğrultusun da bulgular bir araya getirilmiş ve çeşitli kodlar belirlenmiştir. Belirlenen kategori ve kodlar birbiriyle ilişkili bir biçimde düzenlenerek tablo haline getirilmiştir. Örneğin; özel yetenekli öğrencilerin farklı özelliklerine yönelik öğretmen görüşleri analiz edildiğinde "farklı özellikler" ana kategorisi "destekleyici özellikler" ve "zorlayıcı özellikler" alt kategorilerine ayrılmıştır. Daha sonra bu kategoriler doğrultusunda çabuk öğrenme, aşırı merak, geniş bakış açısı, analitik düşünme, sosyal iletişim zorluğu ve yüksek kaygı gibi kodlar elde edilmiştir. Ayrıca katılımcıların cevaplarından doğrudan alıntılara da yer verilmiştir. Veriler doğrultusunda ortaya çıkan sonuçlar bir uzman görüşüne göre değerlendirilmiş ve yorumlanmıştır.

3.5.4.2. Öğrencilere Yönelik Görüşme Formu: Özel yetenekli öğrencilerin BİLSEM'de uygulanan matematik öğretim programına yönelik görüşlerini ortaya çıkarmak amacıyla yarı yapılandırılmış görüşme formu hazırlanmıştır. Bu form oluşturulurken özel yetenekli öğrenciler ve BİLSEM'de uygulanan matematik öğretim programı ile ilgili araştırmalar yapılmış, sorunlar tespit edilmiş ve uzman görüşü doğrultusunda düzenlenmiştir. Veri toplamak için gerekli mercilerden izinler alınmış ve BİLSEM 'de belirli gün ve saatlerde öğrencilerle ayrı ayrı görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşme tekniği; bireyin ilgi, tutum ve davranışları dikkate alınarak sosyal bir ortamda basit ve gerçeğe dayalı bilgi toplamak için kullanılan bir tekniktir (Balcı, 2013). Bu teknik doğrultusunda öğrencilerin görüşme formunda yer alan sorulara yazılı cevap vermesi sağlanmış, aynı zamanda veri kaybının olmaması, öğrencilerin cevaplarını detaylandırması ve yazılı cevapları dışında görüşlerini ortaya çıkarmak amacıyla görüşmeler kayıt altına alınmıştır.

Araştırmanın verileri gönüllülük esası dikkate alınarak yarı yapılandırılmış görüşme formu ile toplanmıştır. Formlar aracılığıyla elde edilen veriler içerik analizi kullanılarak analiz edilmiştir. Öğrencilere yönlendirilen her araştırma sorusu analiz edilerek veriler ana tema ve alt tema şeklinde kategorilere ayrılmıştır. Bu doğrultuda çeşitli kodlar tespit edilmiştir. Bu içerik

analizi sürecinde veriler hem araştırmacı hem de alanında uzman bir öğretim görevlisi tarafından incelenmiştir. Değerlendirme sonucunda veriler temel kategori (Ana Tema) adı altında alt kategorilere ve kodlara ayrılmış birbiriyle ilişkili bir biçimde düzenlenerek tablo haline getirilmiştir. 5 temel kategori, 9 alt kategori ve çeşitli kodlar içeren tablolar oluşturulduğu görülmüştür. Bu aşamada araştırmacı ve uzman görüşleri arasında 4 temel kategori ve çeşitli alt kategorilerde görüş birliğine varılmış ve yaklaşık %80 oranında görüşlerin tutarlı olduğuı görülmüştür. Ayrıca katılımcıların cevaplarından doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Araştırmadan elde edilen veriler doğrultusunda ortaya çıkan sonuçlar değerlendirilmiş ve yorumlanmıştır.

3.5.5. Gözlem: Bu çalışmada, araştırmacı aynı zamanda öğretmen rolünde olup ders esnasında ve derslerden sonra veri kaybını önlemek amacıyla ortaya çıkan farklı durumaları kaydetmek için çeşitli notlar tutmuştur. Bu notlar sayesinde hem uygulama sürecinde ortaya çıkabilecek çeşitli durumların önüne geçilmiş hem de analiz sürecine destek olunmuştur. Aynı zaman da öğrencilerin ders sırasında kullandıkları çalışma kâğıtları da her uygulama sonrası toplamış ve bu kâğıtlarda öğrencilerin aldığı notlar, yaptıkları işlemler ve çizimler incelenerek verilerin analiz sürecine katkıda bulunulmuştur.

3.5.6. Ekran, Ses ve Video Kaydı: Uygulama sürecinde, öğrencilerin ders planları üzerinde çalışırken ispat ve muhakeme süreçlerini ayrıntılı olarak inceleyebilmek için öğrencilerin GeoGebra programı ile çalışırken bilgisayarda yaptıklarını ve öğrencilerin aralarında geçen diyalogları kaydeden bir ekran kayıt programı (Recfort) kullanılmıştır. Öğrencilerin kullandığı bütün bilgisayarlara bu program kurulmuş bu sayede kayıt altına alınan her ders sürecini tekrar tekrar inceleyebilme ve çeşitli verileri karşılaştırabilme imkânı bulunmuştur. Ayrıca veri kaybını engellemek için ses kayıt cihazı da kullanılmıştır.

3.6.Verilerin Toplanması ve Çözümlenmesi

Veri toplama ve çözümleme süreci, çalışma grubu oluşturulmadan önce araştırmanın amacı doğrultusunda öğrencilere Açık uçlu geometri alan bilgisi testi, Çoklu zekâ alanı envanteri, Yaratıcılık ölçeği, Öğretmenlere yönelik görüşme formu ve Öğrencilere yönelik görüşme formu uygulama çalışmaları ile başlamıştır. Uygulama süreci boyunca öğrencilerin muhakeme ve ispat süreçlerine yönelik elde edilen verilerin analizinde ise Toulmin tartışma modeli kullanılarak analiz sürecine devam edilmiştir.

3.6.1. Hazırlık Evresinde Veri Çözümleme Yöntemleri: Hazırlık evresinde öğrencilere uygulanan Açık uçlu geometri alan bilgisi testi, Çoklu zekâ alanı envanteri, Yaratıcılık ölçeği, Öğretmenlere yönelik görüşme formu ve Öğrencilere yönelik görüşme formu ile elde edilen veriler analiz edilmiştir. Açık uçlu geometri alan bilgisi testi uygulanmadan önce

bir öğretim üyesi olmak üzere üç uzman matematik öğretmeninin görüşleri eşliğinde gözden geçirilmiştir. Aynı zaman da 1.uygulama kapsamında ise 2 öğrenciye test uygulanmış ve bu öğrencilerin görüşleri doğrultusunda karmaşık ifadeler düzenlenmiş ve sorular üzerinde düzenlemeler yapılmıştır. Testin analizi yapılırken doğru sayıları tespit edilmiş ve analizlerinde puanlar 100'lük sisteme dönüştürülerek hesaplanmıştır. Yaratıcılık ölçeğinden elde edilen puanların 100 üzerinden karşılıkları hesaplanmıştır ve analizler bu puanlara göre yapılmıştır. Çoklu zekâ alanları envanteri kullanılarak toplanan veriler analiz edilmiştir. Envanterden 32–40 arası puan alınan zekâlar "çok gelişmiş" ve 24–31 arası olanlar "gelişmiş" kabul edilerek baskın zekâ alanları dağılımları belirlenmiştir. Öğrenciler ve öğretmenler ile yapılan görüşmelerden sonra elde edilen veriler değerlendirilirken nitel analiz yöntemelerinden içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Görüşmelerden sonra elde edilen veriler temalara ayrılmış ve çeşitli kodlar elde edilmiştir. Bu doğrultuda yarı yapılandıırlmış görüşme formlarından elde edilen kodlar ve her bir koda karşılık gelen frekans değerleri tablolar halinde belirtilmiştir.

3.6.2. Uygulama Sürecinde Veri Çözümleme Yöntemleri: Araştırmada sürecinde özel yetenekli öğrencilere yönelik tasarlanan teknoloji destekli geometri öğretim modülünün ispat ve muhakeme süreçleri açısından incelenmesi amacıyla elde edilen verilerin analizinde nitel analiz yöntemi kullanılmıştır. Nitel veri analizi üç aşamada gerçekleştirilmiştir. Bu aşamalar verilerin betimlendiği "verinin işlenmesi" aşaması, sınıflandırma yolu ile anlamlı ilişkilerin ortaya konduğu "verinin görsel hale getirilmesi" aşaması ve bulguların yorumlandığı "sonuç çıkarma ve teyit etme" aşaması şeklindedir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu süreçte nitel veri analizi ile hem süregelen analiz hem de geriye dönük analizler yapılarak veriler işlenmiş, çeşitli aşamalardan geçilerek sınıflandırılmış ve elde edilen sonuçlar doğrultusunda ileriye dönük tasarımlar gerçekleştirilmiştir. Tasarım tabanlı araştırma modelinde veriler analiz edilirken önceki müdahalenin sonuçları değerlendirilir ve sonraki müdahale için zemin hazırlanır. Bu süreçte gerek 1. uygulama gerekse 2. uygulama boyunca yapılan analizler sonucu uzman görüşleri doğrultusunda gerekli düzeltme ve iyileştirmeler yapılarak süreç boyunca ilerleme kaydedilmiştir. 2. uygulamaya geçilmeden önce, 1. uygulama sürecinde araştırmanın tamamı uygulanmış ve geçerlilik-güvenirlik kapsamında veri toplama araçları kullanılmıştır. Uygulama sonucunda öğretim sürecinin analizi için 1. ve 2. uygulamada tüm öğretim bölümleri kaydedilmiş, bu bölümler incelenerek çeşitli dökümler çıkarılmış, transkriptler oluşturulmuş ve öğretim süreci bir bütün olarak incelenerek öğrencilerin nasıl ve ne derece etkilendikleri yorumlanmaya çalışılmıştır.

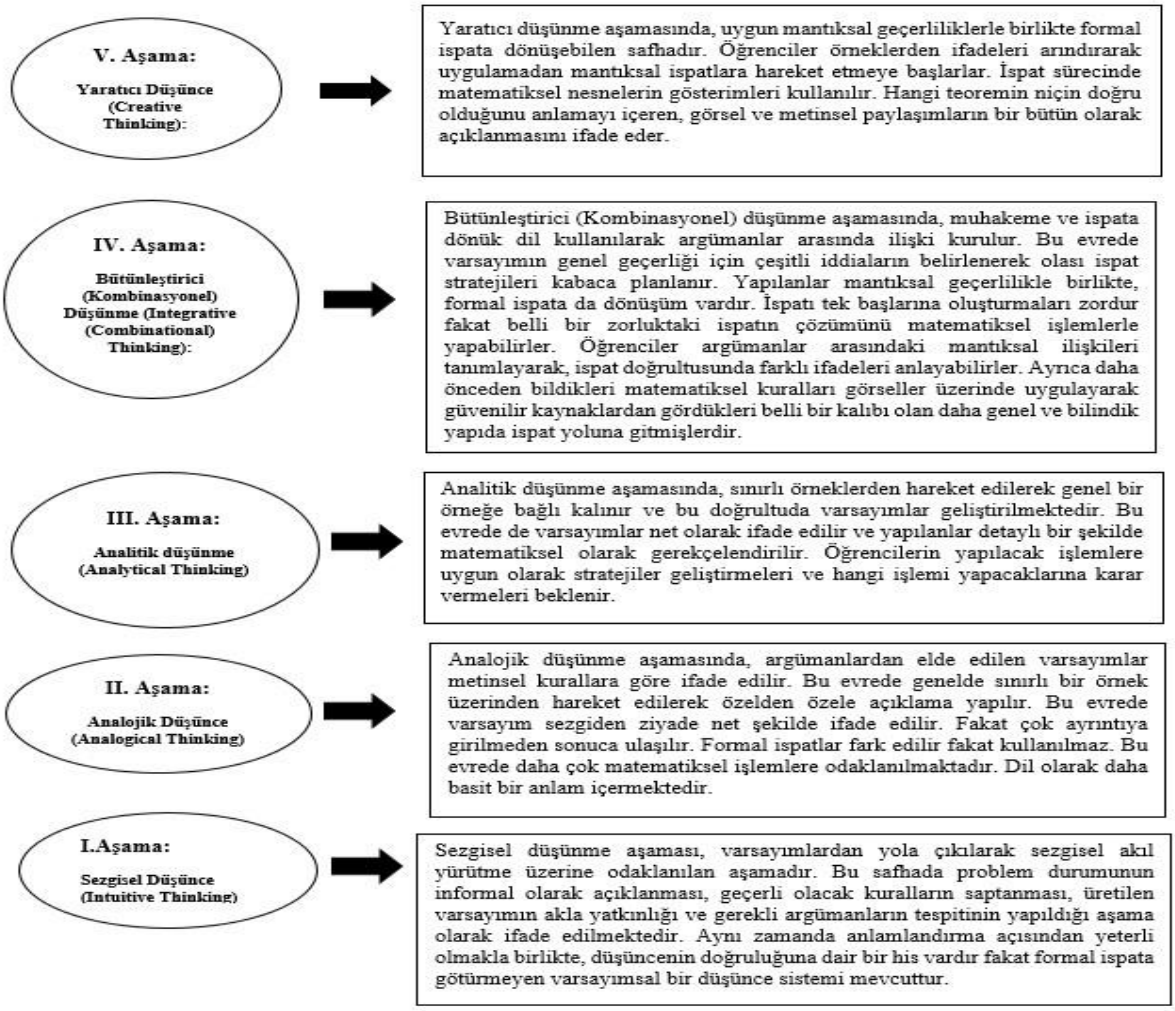
Toulmin tartışma modeli: Öğretim sürecinde öğrencilerin muhakeme ve ispat süreci analiz edilirken toulmin tartışma modeli kullanılmıştır. Öğrencilerin çalışmalarında elde edilen

veriler analiz edilirken tartışma modelinin bileşenleri kullanılarak ispat ve muhakeme süreci nitelikli hale getirilmeye çalışılmıştır. Model kapsamında tartışma sürecinde yer alan argümanlar analiz edilirken temel noktalara değinilerek sistematik bir düşünce yapısı oluşturulmuştur. Veriler analiz edildikten sonra elde edilen bulgular geliştirilen ispat basamakları modeli ile düzenlenmiştir.

İspat basamakları modeli: İncelenen modeller doğrultusunda ispat sürecini kategorilere ayırıp yorumlamak için çeşitli basamaklardan oluşan bir model geliştirilmiştir. Bu modelde yaratıcı, bütünleştirici analitik, analojik ve sezgisel ispat basamakları oluştıırulurken sözü edilen tüm ispat basamakları modelleri incelenmekle birlikte özellikle Balacheff'in (1987), Mizayaki (2000), Boero (1999), Heinze ve Reiss (2004), Waring (2000) ve Yang ve Lin (2008)'in ispat basamakları modelleri temel alınarak düzenleme yapılmıştır. Bu model Şekil 45'te detaylı olarak anlatılmaktadır.

Şekil 45

İspat Basamakları



İspat ve muhakeme süreci analiz edildikten sonra elde edilen bulgular, geliştirilen ispat basamakları modeli kullanılarak sınıflandırılmış ve belirli bir düzen içinde sunulmuştur. Aşağıda Toulmin tartışma modeli ve ispat basamakları modeli temel alınarak yapılan örnek bir analiz sunulmuştur:

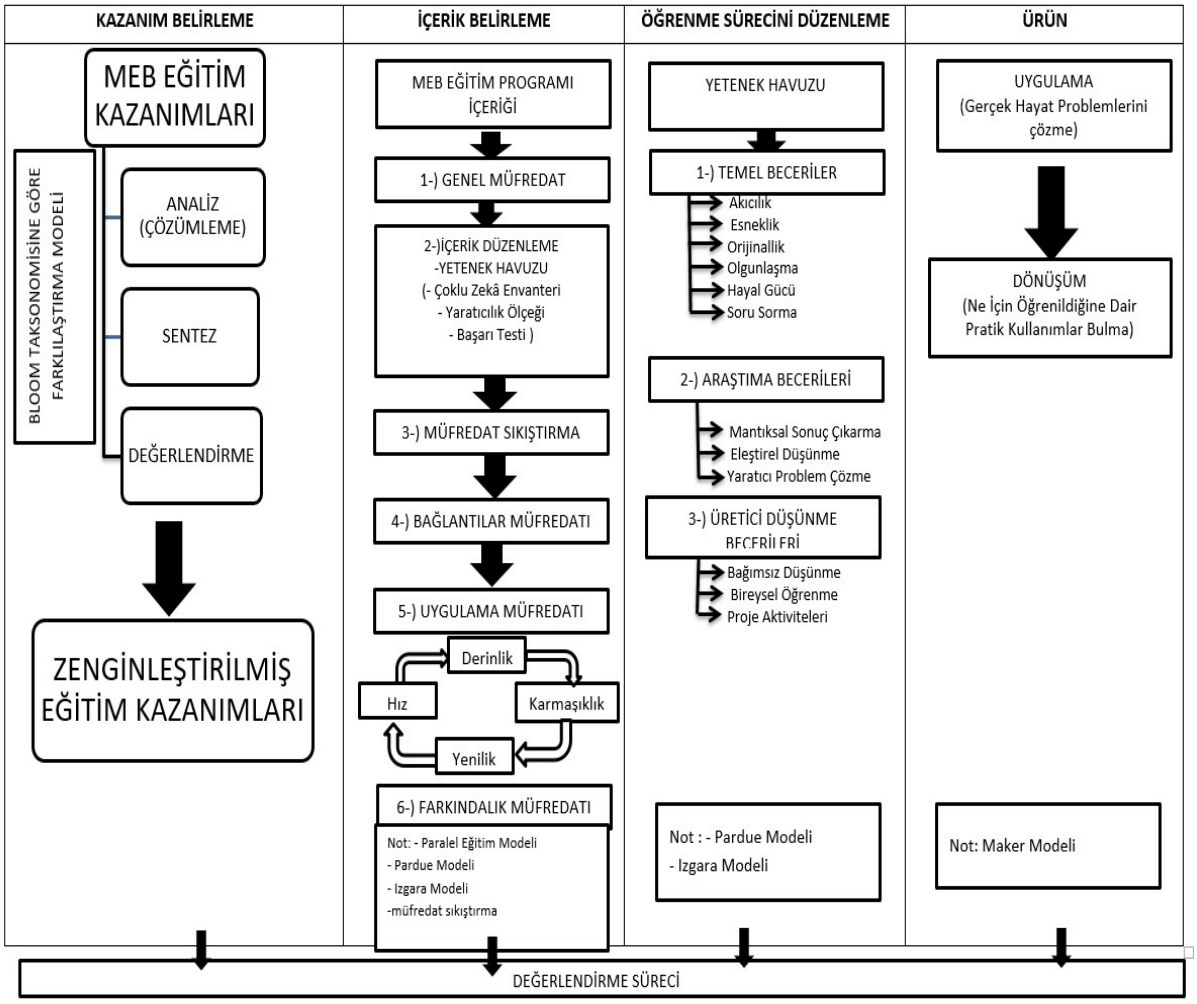
3.7.Öğretim Modeli

Zengin öğretim modeli, etkili matematik öğretimini sağlamak ve öğrencilerin matematiksel yetkinliklerini artırmak amacıyla geliştirilmiştir. Yeni bir matematik öğretim modelinin geliştirilmesinde birkaç temel nedene dayanılmaktadır. Bu nedenlerin başında gelişen teknolojiye ayak uydurmak yer almaktadır. Geliştirilen teknoloji destekli öğretim, öğrencilere daha interekatif bir öğrenme ortamı sunmaktadır. Özel yetenekli öğrenciler geleneksel öğretim süreciden ziyade yeteneklerini ve potansiyellerini ortaya çıkaran yaratıcı ve esnek bir öğretim modeline ihtiyaç duymaktadır. Özellikle öğrencilerin problem çözme, muhakeme, işbirliği ve dijital okuryazarlık gibi 21.yüzyıl becerilerini ön plana çıkaran teknoloji entegre edilmiş etkili bi öğretim modeli öğrencilerin öğrenmeye olan ilgisini ve motivasyonunu da arttırmaktadır. Aynı zamanda teknoloji destekli öğretim modeli, öğrencinin performansını daha kolay ve detaylı bir şekilde izleme ve değerlendirme imkânı da sunabilmektedir. Dolayısıyla geliştirilen Zengin öğretim modeli, öğretim süreinde kaliteyi artırmayı hedefler ve özel yetenekli öğrencilerin potansiyellerini en üst düzeyde gerçekleştirmelerine yardımcı olur. Bu sebeple matematik öğretiminde öğrencilerin anlamlı öğrenme deneyimleri yaşamasını sağlamak, matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına yardımcı olmak, muhakeme ve ispat becerilerini geliştirmeleri amacıyla oluşturulan bu yeni modelde ilk olarak kazanımlar belirlenerek bloom taksonomisine göre zenginleştirilmiştir. İçerik belirlenirken MEB müfredatı temel alınarak ve çeşitli modellerden yararlanılarak genel müfredat, içerik düzenleme, müfredat sıkıştırma, bağlantılar müfredatı, uygulama müfredatı ve farkındalık müfredatı şeklinde aşamalar ile özel yetenekli öğrencilere uygun müfredat oluşturulmuştur. Öğrenme süreci temel beceriler, araştırma becerileri ve üretici düşünme becerileri üzerine temellendirilerek düzenlenmiştir. Bu süreçlerin sonunda oluşturulan ürün ise uygulama ve dönüşüm şeklinde iki başlık altında verilmiştir. Tüm süreç boyunca da değerlendirme hem süregelen hem de geriye dönük gerçekleştirilmiştir. Bu doğrultuda hazırlanan model ile birlikte özel yetenekli öğrencilere uygun bir öğrenme ortamı sağlanması hedeflenmiştir.

Oluşturulan model kapsamında kazanım, içerik, öğrenme süreci, ürün ve değerlendirme boyutları Şekil 46'da açıklanmıştır:

Şekil 46

Zengin Öğretim Modeli



3.8.Ders Planları

Geliştirilen Zengin öğretim modeli çerçevesinde ders planlarını içeren geometri öğretim modülü hazırlanmıştır. Hazırlanan ders planlarının temeli kazanım, içerik, öğretim süreci, ürün ve değerlendirme boyutuna dayanmaktadır. Planlar oluşturulurken kazanım boyutu kapsamında özel yetenekli öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmek için Bloom'un (1956) revize edilmiş taksonomisinin (Anderson vd., 2001) üst düzeyleri kullanılmıştır. Kazanımlar kapsamında içerik oluşturulurken öğretmen ve öğrenci görüşleri de dikkate alındığında farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş etkinliklere ihtiyaç olduğu alan yazında yapılan çalışmalarda görülmüştür (Cürebal, 2004; Gülkaya, 2016; Kunt, 2012). Etkinliklerin geliştirilirken özellikle özel yetenekli öğrencilerin seviyelerine uygun ve öğrencilerin özellikleri doğrultusunda yapılandırılan, üst düzey düşünme becerilerini geliştiren, eleştirel düşünmeyi öğreten, sorgulama yeteneklerini ön plana çıkaran ve analitik düşünme becerilerini kullanarak karşılaştığı problemleri çözen bireylerin yetiştirilmesine imkân tanıyan bir niteliğe

sahip olması gerektiği ilgili alan yazında görülmektedir (Akkaş ve Tortop, 2015; Çelikdelen, 2010; Sak, 2011; Sak, 2017; Tomlinson, 2015; VanTassel Baska ve Wood, 2010). Bu sebeple geometri öğretim modülü kapsamında üçgenler konusuna yönelik etkinlikler düzenlenirken öğrencilerin özel nitelikleri (bilişsel, duyuşsal ve sosyal özellikleri) dikkate alınarak etkinliklerin sıkıcı ve tekrarlayan olmaktan ziyade zorluk seviyesinin yüksek ve güncel olmasına dikkat edilmelidir. Alan yazın incelendiğinde özel yetenekli öğrencilerin öğrenme sürecinde matematiksel olarak daha zorlayıcı etkinliklerle mücadele etmeye eğilimli oldukları savunulmuş ve bu sebeple "zorluk" öğrencilerin öğrenme sürecinde önemli bir boyut olarak ele alınmıştır (Batdal Karaduman, 2010; Chamberlin, 2002; Deizmann ve Watters, 2001; Freiman, 2006; Gavin vd., 2007; Hammer, 2002; Leikin, 2010; Sriraman, 2004). Aynı zamanda alan yazında çeşitli araştırmacılar (Akkaş ve Tortop, 2015; Batdal Karaduman, 2010; Chamberlin ve Chamberlin, 2010; Freiman, 2006; Johnson, 2000; Kaplan Sayı, 2013; Leikin, 2010; McComas, 2011; Miri, David ve Uri, 2007; Page ve Mukherjee 2007; Sak, 2011; Sriraman, 2004; Tomlinson, 2015;VanTassel Baska, 2010 ; Wilkins, Wilkins ve Oliver ,2006) tarafından da ifade edilen farklı ilgi alanlarına sahip öğrencilerin dikkatini çekecek şekilde ilginç ve yaratıcı etkinliklerin hazırlanmasıda oldukça önemlidir. Bu sebeple etkinliklerde yer alan problemlerin günlük hayatla bağlantılı, öğrencilerin ilgisini çekecek, analitik ve eleştirel düşünme becerilerini harekete geçiren ve öğrencilerin aktif katılımını sağlayan bir niteliğe sahip olmasına dikkat edilmiştir. Aynı zamanda etkinlikler oluşturulurken seçilen soruların gerçek hayatı yansıtan, diğer disiplinlerle bağlantılı, rutin olmayan, matematiksel modellemeye dayalı ve teknoloji entegreli problemler olmasına da özen gösterilmiştir. Bu nedenle araştırmada etkinlikler hazırlanırken müfredatın ötesinde daha karmaşık görevlerin uygun olduğu düşünülmüş ve bu durum farklı araştırmacılar tarafından da ifade edilmiştir (Baykoç, 2011; Berger, 1991; Freiman, 2006; Greenes, 1997; Johnson, 2000; Karaduman, 2010; Renzulli, 1986; Rotigel ve Fello, 2004; Siegle, 2004; Sriraman ve Sondergaard, 2009).

Farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş öğretim programları hazırlanırken özel yetenekli öğrencilerin öğrendiklerini yapılandırmaları ve keşfederek öğrenmelerinin sağlanması için öğrenme ortamlarının oluşturulması oldukça önemlidir. Bu sebeple hazırlanan geometri öğretim programının öğrencilere matematiksel düşüncelerinin görsellerini sağlamak, analiz etmelerini ve yorumlamalarını kolaylaştırmak için GeoGebra yazılımı kullanılmıştır. Bu yazılım sayesinde öğrencilerin öğrenme sürecine aktif katılımı sağlanmakla birlikte grup çalışmalarına da ortam hazırladığı görülmüştür. Alan yazında yapılan çalışmalarda da GeoGebra yazılımı kullanımının öğrencilere geometrik yapıları oluşturup bu yapılar arasındaki ilişkileri araştırabilecekleri, öğrendikleri kavramları somutlaştırabilecekleri bir öğrenme ortamı

sağladığı belirtilmiştir (Çelikdelen, 2010; Güven ve Kösa, 2008; Köse ve Özdaş, 2009; Tutak, Türkdoğan ve Birgin, 2009). Aynı zamanda özel yetenekli öğrencilerin öğrenme sürecine aktif katılımını sağlamak için pratik ve etkili uygulama yöntemi olan argümantasyon kullanılmıştır. Argümantasyonun; öğrencilerin araştırma, sorgulama, eleştirel düşünme, analitik düşünme ve kavramsal anlama gibi üst düzey becerilerini geliştirmek için yapısal olarak temel teşkil ettiği çeşitli araştırmalarda ortaya konulmuştur (Rudd, Joiner ve Rajab, 2001; Von Aufschnaiter, Erduran, Osborne ve Simon, 2008). Erkek ve Işıksal Bostan'ın (2019) yaptığı çalışmada da geometri konularında kullanılan argümantasyon uygulamalarının çizimleri doğru yapma ve farklı ölçümlere dayalı olarak iddia ve gerekçelerini temellendirmeye imkân tanıma gibi avantajları tespit edilmiştir. Argümantasyon yönteminde öğrencilerin çeşitli veriler elde etmeleri, bu verilere dayalı olarak iddialarını öne sürmeleri, iddiaları ile veriler arasında geçerli ve kabul edilebilir gerekçeler sunmaları, iddialarına yönelik itirazlarını çürütebilmeleri veya kabul edip farklı grup arakadaşları ile bu iddialarını karşılaştırabilmeleri için Toulmin modelinin en uygun tartışma modeli olduğu alan yazında yapılan çalışmalarda görülmüştür (Aldağ, 2006; Balcı, 2015; Hohenshell, 2004; Sampson ve Clark, 2008). Dolayısıyla argümantasyon temelli olarak yapılan araştırmada Toulmin tartışma modeli kullanılmıştır. Bu modelin aynı zamanda geometri öğretiminde öğrencilerin yeterliliklerin de arttırdığı görülmektedir (Cheng ve Lin, 2008) .

Farklılaştırılmış öğretim programı doğrultusunda öğretim süreçleri değerlendirirken hem süregelen hemde geriye dönük değerlendirme yapılmasına dikkat edilmiştir. Değerlendirme sürecinden elde edilen dönütlerle tasarım temelli araştırma yöntemi kapsamında hazırlanan geometri öğretim modülü geliştirilerek süreç tamamlanmıştır. Modül ile hazırlanan planlar uygulanırken öğrencilerin neleri, ne kadar öğrendiklerini tespit etmek için ürün başlığı adı altında çeşitli görevler hazırlanmıştır. Öğrencilere bilgileri kendilerinin yapılandırdığı bu sürecin ardından değerlendirme yapılırken görev olarak açık uçlu sorular kullanılmıştır. Bu sorular özellikle özel yetenekli öğrencileri zorlayıcı, üst düzey düşünme gerektiren, eleştirel ve analitik düşünmelerini sağlayan, yaratıcılıklarını ortaya çıkarıp öğrencilerin ispat ve muhakeme yapmalarına olanak tanıyan problem durumları içerir. Öğrenciler ikişerli gruplar halinde çalışmış genelde hipotez kurup, iddia ve gerekçelerini sunup, buldukları argümanları değerlendirip sonuçlara kendileri ulaşmışlardır. Bu görevler genelde rutin olmayan gerçek hayat problemlerinden seçilmiştir. Özel yetenekli öğrencilerin bu tarz problemleri çözmeleri farklı araştırmacılar tarafından da desteklenmektedir (Alkan, 2013; Atalay, 2014; Freiman, 2006; Karaduman, 2010). Dolayısıyla Zengin öğretim modeli temel alınarak yedi adet ders planı (Ek 2 Bkz.) hazırlanmıştır. Bu ders planları oluşturulurken ülkemizde kullanılmakta olan

MEB ders kitapları, özel yetenekli öğrenciler için hazırlanan dokümanlar ve bu konuda yapılan ulusal ve uluslararası akademik çalışmalar dikkate alınmıştır. Öğretim esnasında öğrencilere planlarda yer alan etkinlikler çalışma yaprakları şeklinde verilmiş ve öğrencilerin GeoGebra dinamik geometri programında da çalışırken ihtiyaç duyduklarında kâğıt-kalem kullanmaları da sağlanmıştır.

3.9.Geçerlik ve Güvenirlik

Geçerlilik ve güvenirlik; bilimsel çalışmalarda sonuçların doğruluğunu ve genellenebilirliğini arttırmak amacıyla kullanılan en yaygın iki ölçüttür. Ayrıca nitel araştırmalarda, geçerlilik ve güvenirliğin sağlanması için araştırma sürecinde elde edilen verilerin detaylı bir şekilde sunulması ve bilgilerin doğruluğunun sağlanması oldukça önemlidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Nitel araştırmalarda iç güvenirlik kavramı yerine tutarlılık ve dış güvenirlik kavramı yerine teyit edilebilirlik; iç geçerlik kavramı yerine inandırıcılık, dış geçerlik kavramı yerine aktarılabilirlik şeklinde kategorilerin kullanılması süreci detaylandırması açısından daha işlevseldir (Lincoln ve Guba, 1985). Araştırmada geçerlilik ve güvenilirlik kapsamında alınan önlemler aşağıdaki gibidir:

Tutarlık: Bu kavram bulguların tekrar elde edilmesinden ziyade sonuçların elde edilen verilerle tutarlı olmasıdır (Merriam, 2013). Araştırmada tutarlılığı sağlamak için öncelikle araştırma sorularının açık ve anlaşılır olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca araştırma soruları ile araştırma yönteminin uyumlu olması sağlanmıştır. Araştırma sürecinde araştırmacı rolünün de açıkça tanımlanmasına özen gösterilmiştir. Araştırmada seçilen katılımcılar, belirlenen içerik, verilerin elde edilmesi için ayrılan süre ve öğrenme ortamı gibi bileşenler ile elde edilen bulgular arasında anlamlı bir ilişki olması da tutarlılığın sağlanması adına önemli görülmüş ve bu hususlara dikkat edilmiştir. Tutarlılığı artırmak amacıyla alınan bir diğer önlem ise yapılan analizler sonucunda; elde edilen verilerin ve ulaşılan sonuçların uzman görüşü doğrultusunda incelenmesidir.

Teyit edilebilirlik: Teyit edilebilirlik, araştırmacının araştırma sürecinde toplanan veriler ile araştırma sonuçlarını mantıklı bir çerçeveye oturtması ve geriye dönük olarak sürekli teyit etmesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu sebeple araştırmanın teyit edilebilirliğini sağlamak için araştırmacı araştırma sürecini bir bütün olarak açık ve net, herhangi bir soruya yer bırakmayacak şekilde raporlamıştır. Araştırma süreci raporlanırken genel yöntem ve prosedürlerin, veri toplama araçlarının, veri toplama ve analiz sürecinin, yorumlanan bulguların ayrıntılı bir şekilde ortaya konulması şeklinde izlenen prosedürler ilgili başlıklar altında sunulmuştur. Bu açıdan araştırmada toplanan veriler yedeklenmiş ve farklı araştırmacıların yeniden analizine imkân tanıyacak şekilde korunmuştur. Aynı zamanda teyit edilebilirliği

sağlamak için araştırma sonucunda elde edilen bulgular ile yapılan yorumlar arasındaki ilişkilerin tutarlılığını sağlamak için süreç boyunca uzman görüşüne başvurulmuştur. Bu aşamada araştırmacı ve uzman görüşü arasında yaklaşık %80 oranında uyum sağlanmıştır. Böylece araştırma süreci bir uzman tarafından değerlendirildiğinde veya denetlendiğinde açıklığının, doğruluğunun ve tutarlılığının kabul edilebileceği düşünülmektedir.

İnandırıcılık: Nitel araştırmalarda inandırıcılığın sağlanması için derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, uzun süreli etkileşim, katılımcı teyidi ve uzman incelemesi gibi birtakım stratejiler kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Uzun süreli etkileşim, araştırma sürecinde elde edilen verilerin anlık veya dönemsel olduğunun tespit edilmesiyle ilgilidir. Dolayısıyla araştırmacının katılımcı ile geçirdiği süre elde edilen verilerin inandırıcılığı bakımından oldukça önemlidir. Bu araştırma süreci yaklaşık 20 hafta sürmüş olup, dönemsel süren araştırma süreci ile zaman kısıtı ve veri kaybı en aza indirilmeye çalışılmıştır. Derinlik odaklı veri toplama, araştırmacı verileri herhangi bir kayıt cihazı ile toplarken aynı zamanda sürecide gözlemleyerek farklı veri toplama araçları ile durumlar arasında ilişki kurmasıdır. Araştırmada, araştırmacı hem ekran kaydıyla verileri toplarken aynı zamanda öğretim sürecinde de öğrencileri gözlemleyerek notlar almıştır. Aynı zamanda öğrenci notları, çeşitli formlar ve testler aracılığıyla da katılımcılardan veriler toplanmıştır. Çeşitleme, verilerin farklı yöntemlerle elde edilerek birbirini teyit etmesidir. Dolayısıyla veri kaybını engellemek ve gözden kaçan kısımları yakalamak amacıyla ekran ve ses kaydı alınmıştır. Ayrıca öğretmen gözlem notları, öğrenci notları, çeşitli formlar ve testler de dikkate alınmıştır. Geçerlik ve güvenirlik açısından diğer bir strateji ise uzman incelemesidir. Uzman incelemesinde ise araştırma süreci boyunca alanın da uzman olan bir öğretim üyesinin görüşlerine başvurulmuştur. Araştırmanın inandırıcılığını artırmak için verilerin toplanmasından hemen sonra veriler kontrol edilmiş ve analizleri yapılmıştır böylece ifade edilen görüşlerin araştırmacı tarafından doğru anlaşılıp anlaşılmadığı teyit edilmiştir.

Aktarılabilirlik: Nitel araştırmalarda elde edilen sonuçların doğrudan benzer ortamlara aktarılması oldukça güçtür. Dolayısıyla elde edilen sonuçların benzer ortamlara aktarılabilmesi için çeşitli önlemler alınmaktadır. Bu önlemler amaçlı örnekleme ve ayrıntılı betimlemedir. Amaçlı örnekleme de hedeflenen amaçlara ulaşmak için örneklemin en uygun katılımcılardan seçilmesi oldukça önemlidir. Bu sebeple aktarılabilirliği sağlamak için öncelikle araştırma grubun da katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Çalışmadaki ölçütler şu şekilde belirlenmiştir: Ön test ile belirlenmesi, dinamik geometri ortamında çalışabilecek gerekli teknolojik ekipmanlara sahip olan öğrencilerden seçilmesi, gönüllü olarak çalışmaya katılması ve araştırmacının çalıştığı

BİLSEM'E devam zorunluluğu olmasıdır. Bu ölçütlerin nitel araştırma desenine en uygun verilerin toplanmasına ve araştırmacılara en kapsamlı bilgilerin sunulmasına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıntılı betimleme ise elde edilen verilerin çeşitli kavram ve temalara göre verinin doğasına uygun ve açık bir şekilde yeniden düzenlenmesidir. Dolayısıyla aktarılabilirliği sağlamak için elde edilen veriler analiz edilirken doğrudan alıntılara ve ayrıntılı anlatımlara yer vermeye dikkat edilmiştir. Bununla birlikte araştırma süreçleri, araştırma grubunun seçimi, araştırma yöntemi, veri toplama araçları, veri analiz yöntemleri, analiz edilen verilerden elde edilen kodlar ve temalar ayrıntılı bir şekilde açıklanarak araştırmanın başka ortamlara aktarılma şansının da arttırılabilirliğine dikkat edilmiştir.

4. BÖLÜM
BULGULAR

4.1. Mevcut Programa İlişkin Öğretmen ve Öğrenci Görüşlerine Yönelik Bulgular

Özel yetenekli bireylerin eğitim ihtiyaçlarını belirlemek amacıyla matematik öğretim süreci öğretmen ve öğrenci görüşlerine dayalı olarak incelenmiştir. Öğrenci ve öğretmenler ile görüşmeler yapmak üzere açık uçlu sorulardan oluşan, yarı yapılandırılmış görüşme formları hazırlanmış ve çeşitli veriler elde edilmiştir. Elde edilen veriler ana kategori ve alt kategorilere ayrılarak çeşitli kodlar belirlenerek tablolaştırılmıştır.

4.1.1. Öğretmenlerin Mevcut Programa İlişkin Görüşlerine Yönelik Bulgular: Çalışmanın amacı doğrultusunda öğretmenlerin mevcut programa ilişkin görüşlerine yönelik elde edilen bulgular içerik analizi sonucunda belirlenen ana kategorilere ve alt kategorilere ayrılarak incelenmiştir. Bulgular altı farklı kategoriye ayrılmıştır. Bu kategoriler ; ”özel yetenekli öğrencilerin farklı özelliklerine yönelik öğretmen görüşleri”, ” özel yetenekli öğrencilerin eğitim ihtiyaçlarına yönelik öğretmen görüşleri”, ” geometri öğretim sürecinde derste yapılan destekleyici etkinliklere yönelik öğretmen görüşleri”, ” dinamik geometri yazılımlarının kullanımına yönelik öğretmen görüşleri”, ” dinamik geometri teknolojilerinin etkili bir şekilde kullanılması için yeterliklere yönelik öğretmen görüşleri” ve “matematiksel ispat sürecine yönelik öğretmen görüşleri” şeklinde incelenmiştir. Daha sonra bu kategoriler alt kategorilere ayrılmış ve içerik analizi sonucunda çeşitli kodlar elde edilmiştir. Bu bölümde, toplanan verilerin analiz edilmesi ile elde edilen bulgular belirlenen kategorilere göre düzenlenerek tablo haline getirilmiştir.

Özel Yetenekli Öğrencilerin Farklı Özellikleri

Özel yetenekli öğrencilerin farklı özelliklerine yönelik öğretmen görüşleri doğrultusunda elde edilen veriler analiz edilerek oluşturulan kodlar ve ait oldukları kategoriler Tablo 14’te gösterilmektedir.

Tablo 14

Özel Yetenekli Öğrencilerin Farklı Özelliklerine Yönelik Öğretmen Görüşleri

Kategori	Alt kategori	Kodlar	Belirten öğretmenler	*f*
		Çabuk öğrenme	K1,K6,K12,K13,K25,K26,K28,K32, K38,K40, K41,K49,K51,K53	14
		Aşırı Merak	K1,K2,K18,K20,K24,K50,K51,K54,K57	9
		Geniş bakış açısı	K4,K5,K13,K28,K32,K48,K50,K52,K53	9
		Gözlem yeteneği	K1,K27	2
		Soyut düşünme	K22,K41,K51	3
		Problem çözme yeteneği	K5,K21,K35	3

Farklı Özellikler	Destekleyici Özellikler	Güçlü bellek	K1,K6,K51	3
		Muhakeme gücü	K1,K5,K7,K8,K17,K25,K56,K57	8
		Motivasyon	K2,K7,K16,K31,K44,K52	6
		Pratiklik	K2	1
		Dikkat	K3,K5,K6,K9,K55	5
		Analitik düşünme	K3,K20,K29,K47,K55,K57	6
		Eleştirel düşünme	K7,K20	2
		Liderlik	K7,K28,K51,K54	4
		Özgün fikir	K15,K35,K36,K42,K51	5
		Duyarlılık	K8,K14,K16,K20,K47,K55	6
		Hızlı işlem	K7,K19,K25,K31,K33,K40,K48	7
	Zorlayıcı Özellikler	Mükemmeliyetçilik	K1,K17	2
		Sosyal iletişim zorluğu	K7,K11,K34, K37,K45,K49,K50	7
		Aşırı duygusal	K14,K15,K28	3
		Sorumsuz	K15,K7	2
		Yüksek kaygı	K17,K20,K46,K56	4
		Sıkılgan	K45	1
		Dikkat dağınıklığı	K17,K25,K54	3

Tablo 14'te görüldüğü gibi "Özel yetenekli öğrencilerin farklı özellikleri" ana kategorisi, "Destekleyici Özellikler" ve "Zorlayıcı Özellikler" şeklinde iki alt kategoriye ayrılarak incelenmiştir. Destekleyici özellikler içerisinde; çabuk öğrenme, aşırı merak, geniş bakış açısı, analitik düşünme, hızlı işlem ve muhakeme gücü ön plana çıkmıştır. Zorlayıcı özellikler içerisinde ise ön plana çıkan özelliklerin sosyal iletişim zorluğu ve yüksek kaygı olduğu görülmüştür. Bu kodlar incelendiğinde özel yetenekli öğrencilerin olumlu özellikleri bakımından 14 katılımcı çabuk öğrendiğini, 9 katılımcı aşırı meraklı olduklarını, 9 katılımcı geniş bakış açılarına sahip olduklarını, 6 katılımcı analitik düşündüklerini, 7 katılımcı hızlı işlem yaptıklarını, 8 katılımcı muhakeme güçlerinin yüksek olduğunu belirtmiştir. Ayrıca özel yetenekli öğrencilerin olumsuz özellikleri açısından ise 7 katılımcı sosyal iletişim zorluğu yaşadıklarını ve 4 katılımcı yüksek kaygılarının olduğunu ifade etmiştir. Örneğin katılımcılardan K57 ; "Özel yetenekli öğrencilerin ilgi alanlarına giren konularda uzun süreli odaklandıkları, her şeyi merak ettikleri ve sorguladıkları, çok dikkatli ve detaycı olduklarını gördüm. Bununla birlikte doğa sevgisinin yüksek olduğunu ve duygusal hassasiyetlerinin fazla olduğunu gördüm." şeklinde görüşünü ifade etmiştir. K57'nin cevabı incelendiğinde; "Özel yetenekli öğrencilerin ilgi alanlarına giren konularda uzun süreli odaklandıkları, her şeyi merak ettikleri ve sorguladıkları" ifadesi ile aşırı merak,"çok dikkatli ve detaycı olduklarını gördüm." ifadesi ile analitik düşünme kodları elde edilmiştir. Katılımcılardan K25; "Özel yetenekli öğrenciler çabuk kavrayıp hızlı cevap verebilecek potansiyele sahiplerdir, muhakeme

yetenekleri güçlü ancak bunu ortaya çıkarabilmek için onlara sorulacak soruların da o derecede iyi hazırlanması gerekiyor.” şeklinde görüşünü ifade etmiştir. Bu cevap doğrultusunda ”Özel yetenekli öğrenciler çabuk kavrayıp hızlı cevap verebilecek potansiyele sahiptirler“ ifadesi ile çabuk öğrenme ve hızlı işlem, ”muhakeme yetenekleri güçlü” ifadesi ile muhakeme gücü kodları elde edilmiştir. Katılımcılardan K45’in kullandığı; “öğrenciler İçe kapanık olmaları, çok çabuk sıkılmaları ve sosyal iletişim zorluğu öne çıkan özelliklerindendir.” ifade ile sosyal iletişim zorluğu ve K20’nin; ”Bu öğrenciler aşırı duyarlıdırlar, kaygıları çok yüksektir, durmadan eleştirirler, detaycıdırlar ve çok fazla soru sorarlar.” ifadesi ile yüksek kaygı kodu elde edilmiştir.

Özel Yetenekli Öğrencilerin Eğitim İhtiyaçları

Özel yetenekli öğrencilerin eğitim ihtiyaçlarına yönelik öğretmen görüşleri doğrultusunda elde edilen veriler analiz edilerek oluşturulan kodlar ve ait oldukları kategoriler Tablo 15’te gösterilmektedir.

Tablo 15

Özel Yetenekli Öğrencilerin Eğitim İhtiyaçlarına Yönelik Öğretmen Görüşleri

Kategori	Alt kategori	Kodlar	Belirten Öğretmenler	ƒ
Eğitim İhtiyaçları	Genel Alanda Eğitim İhtiyaçları	Eğitim programın güncellenmesi	K7, K8, K20, K23, K24, K36, K47, K50, K51, K52, K55, K57	12
		Homojen gruplar	K2, K6, K8, K17, K53	5
		Kaynak, materyal ve donanım eksikliği	K4, K15, K21, K24, K25, K28, K29, K33, K34, K35, K39, K41, K48, K49, K50, K51, K36, K52, K53	19
		Zenginleştirmiş ve farklılaştırmış etkinlikler	K3, K5, K6, K8, K11, K17, K18, K23, K24,K34, K35, K42, K46, K50, K51, K52, K56	17
		Öğretmen eğitimi	K21, K37, K48	3
		Motivasyonun arttırılması	K12, K16, K25, K28, K33, K35, K40, K55, K56, K57	10
		Anlaşılma isteği	K1, K10, K30, K35, K45, K54, K56, K57	8
		Başarılı olma isteği	K1, K33, K55	3
		Ölçme araçları	K13, K25, K33, K57	4
	Matematik Alanında Eğitim İhtiyaçları	Programlarının güncellenmesi	K3, K5, K6, K16, K44	5
		Homojen matematik grupları	K7, K9, K11, K23	4
		Donanımlı Matematik atölyeleri	K1, K15, K25, K36, K49, K53	6
		Dinamik yazılımlar kullanımı	K8, K12, K25, K26, K49, K55	6
		Zenginleştirilmiş ve Farklılaştırılmış matematik etkinlikleri	K9, K14, K15, K35, K38, K41, K44, K50	8
		Matematiksel ispat öğretimi	K8, K20, K22, K28, K29, K45, K51	7

	Gerçek hayat problemlerine yer verme	K8, K12, K22, K28, K45, K51, K56	7
	Matematiğe karşı ilgilerini arttırma	K3, K5, K7, K14, K17, K21, K24, K27, K32, K36, K38, K48, K54, K56, K57	15

Tablo 15'te görüldüğü gibi "Özel yetenekli öğrencilerin eğitim ihtiyaçları " ana kategorisi , "Genel Alanda Eğitim İhtiyaçları" ve "Matematik Alanında Eğitim İhtiyaçları" şeklinde iki alt kategoriye ayrılarak incelenmiştir. Araştırmada öğretmenlerin genel eğitim ihtiyaçlarına yönelik görüşleri incelendiğinde ön plana çıkan kodlar; eğitim programının güncellenmesi (12 katılımcı) , zenginleştirilmiş ve farklılaştırılmış etkinliklerin hazırlanması (17 katılımcı), atölyelerin kaynak, materyal ve donanım eksikliğinin giderilmesi (19 katılımcı), öğrencilerin motivasyonun arttırılması (10 katılımcı) ve öğrencilerin anlaşılma isteğinin giderilmesi (8 katılımcı) gerektiği şeklindedir. Örneğin katılımcılardan K8'in ifadesi; "Özel yetenekli öğrenciler daha hızlı öğrendikleri için farklı etkinlikler tasarlamak gerekir. Bu etkinlikler daha karmaşık ve güncel olmalıdır. Genel olarak üst düzey düşünme becerilerini işe koşan etkinlikler ayarlamak gerekir. Bu da zaman ve yetkinlik isteyen bir süreçtir." şeklindedir. Bu ifade analiz edildiğinde zenginleştirilmiş ve farklılaştırılmış etkinliklerin hazırlanması gerektiği koduna ulaşılmıştır. K48'in; "Öğretmenler, materyal yetersizliği nedeniyle çocukların ihtiyaçlarına yeterli cevap verememektedir." ifadesinden kaynak, materyal ve donanım eksikliğinin giderilmesi koduna ulaşılmıştır. K56'nın; "Öğrencilerin çabuk sıkılmaları sebebiyle geribildirim sık sık yapılmalıdır. Motivasyon da arttırılmalıdır. Kararsızlıkları çok fazla bu sebeple öğrencileri iyi anlamak gereklidir." ifadesinde de görüldüğü gibi motivasyonun arttırılması ve öğrencilerin anlaşılma isteğinin giderilmesi kodları elde edilmiştir. K7'nin; "Program üstünkörü hazırlanmıştır. Destek, BYF, ÖYG programlarının kesinlikle yeniden düzenlenmesi gerekir." ifadesinde de görüldüğü gibi eğitim programının güncellenmesi kodu elde edilmiştir.

Araştırmada matematik eğitim alanındaki eğitim ihtiyaçlarına yönelik öğretmen görüşleri incelendiğinde; matematiğe karşı ilgilerini arttırma (15 katılımcı), zenginleştirilmiş ve farklılaştırılmış matematik etkinlikleri tasarlama (8 katılımcı), ispat öğretimi (7 katılımcı), donanımlı matematik atölyeleri oluşturma (6 katılımcı) ve dinamik yazılımlarının kullanımı (6 katılımcı) şeklinde kodların ön plana çıktığı görülmektedir. Elde edilen bu bulgulara yönelik örnek ifadeler incelenmiştir. Örneğin katılımcılardan K27'nin; "Daha erken konuyu adapte olabiliyorlar. Maalesef kolayca dikkatleri dağılabiliyor. Yapamadıklarında istekleri azalıyor. Bu sebeple matematiğe karşı ilgilerini diri tutmak gerekiyor." görüşünden matematiğe karşı ilgilerini arttırma koduna ulaşılmıştır. K35'in; "İçerik hazırlama noktasında vakit alıcı fakat

matematik etkinlikleri zenginleştirilince öğrencilerle öğretim aşamasında sorun yaşamadım. Öğrenci öğretmenden farklı bilgiler ve beceriler edineceğini anladığında tamamen derse yöneldiğini gözlemledim." ifadesinden zenginleştirilmiş ve farklılaştırılmış matematik etkinlikleri tasarlama koduna ulaşılmıştır. K36'nın; "Matematik dersini çok seviyorlar ve zorlanmıyorlar, fakat teknoloji donanım ve bilgi alt yapı eksikliği çok fazla var." ifadesinden donanımlı matematik atölyeleri oluşturma kodu elde edilmiştir. K8'in; "Matematikte daha karmaşık ve gerçek hayat problemleri öğrencilere sunmak gerekir aynı zamanda dinamik yazılım ortamları matematik dersi için oldukça önemlidir. Aynı şekilde çok hızlı anlamaları ve çözüm sürecine odaklanmaları daha kolay ispat yapmayı öğrenmelerini sağlamaktadır." ifadesinden ise ispat öğretimi ve dinamik yazılımlarının kullanımı kodlarına ulaşılmıştır.

Geometri Öğretim Sürecinde Derste Yapılan Destekleyici Etkinlikler

Geometri öğretim sürecinde derste yapılan destekleyici etkinliklere yönelik öğretmen görüşleri doğrultusunda elde edilen veriler analiz edilerek oluşturulan kodlar ve ait oldukları kategoriler Tablo 16'da gösterilmektedir.

Tablo 16

Geometri Öğretim Sürecinde Derste Yapılan Destekleyici Etkinliklere Yönelik Öğretmen Görüşleri

Kategori	Kodlar	Belirten Öğretmenler	ƒ
Derste Yapılan Destekleyici Etkinlikler	Temel geometri bilgisi	K10, K29, K44, K46	4
	Gerçek Hayat Problemleri	K3, K34, K35, K51	4
	Üç Boyutlu Cisimleri Tasarlama	K20, K47	2
	Dinamik Yazılımlara Uygun Etkinlikler	K2, K8, K9, K11, K12, K13, K21, K24, K26, K27, K30, K31, K32, K33, K39, K48, K53	17
	Uygulama Atölyeleri	K7, K14, K36, K37, K41, K43, K51, K55	8
	Somut Materyaller	K5, K8, K9, K12, K24, K25, K32, K33, K45, K49	10
	İspat Yapma	K16, K18, K23, K34, K40, K45, K46, K48, K53, K54, K55, K56	12

Tablo 16'da görüldüğü gibi geometri öğretim sürecinde derste yapılan destekleyici etkinliklere yönelik öğretmen görüşleri analiz edildiğinde çeşitli kodlar elde edilmiştir. Bu kodlar içerisinde dinamik yazılımlara uygun etkinlikler tasarlanması (17 katılımcı), somut materyaller kullanımı (12 katılımcı) ve ispat yapma (12 katılımcı) kodları hakkında öğretmenlerin ortak görüşlere sahip olduğu görülmektedir. Örneğin bu ortak görüşler hakkında katılımcılardan K9; "Geometri soyut bir ders olduğu için öğrencileri sürece odaklamak zor

olabilir, bu sebeple daha somut materyaller veya yazılımlar kullanılabilir.” ifadesi ile somut materyaller ve dinamik geometri yazılımlarının öneminden bahsedilmiştir. K53; “Ders öğretmeni araştırma gerektirecek, teknoloji kullandıracak, sorgulatacak çıkarım yapmasını sağlayacak vs dinamik yazılımlara uygun ekstra etkinlikler vermelidir.” ifadesinde dinamik yazılımlara uygun etkinlikler tasarlanması ve öğrencilerin sorgulama yaparak ispat becerilerinin gelişmesi gerektiğini belirtmiştir.

Dinamik Geometri Yazılımlarının Kullanımı

Dinamik geometri yazılımlarının kullanımına yönelik öğretmen görüşleri doğrultusunda elde edilen veriler analiz edilerek oluşturulan kodlar ve ait oldukları kategoriler Tablo 17’de gösterilmektedir.

Tablo 17

Dinamik Geometri Yazılımlarının Kullanımına Yönelik Öğretmen Görüşleri

Kategori	Alt kategori	Kodlar	Belirten Öğretmenler	*f*
Dinamik Geometri Yazılımı Kullanımına Yönelik Düşünceler	Dinamik Geometri Yazılımı Kullanımının Sağladığı Kolaylıklar	Kullanışlı Ara yüzler	K8, K12, K15, K17, K18, K19, K21, K22, K25, K27, K28, K29, K30, K32, K33, K35, K38, K54	18
		Zenginleştirilmiş Etkinlikler	K4, K15, K24, K26, K31, K35, K36	7
		Somutlaştırma	K4, K5, K8, K12, K13, K16, K21, K24, K25, K26, K27, K28, K29, K30, K31, K32, K33, K36, K37, K38, K39, K40, K41, K44	24
		İspat ve Muhakeme Sürecini Kolaylaştırma	K19, K20, K22, K24, K25, K26, K31, K44, K46	9
		Dersi Eğlenceli Hale Getirme	K3, K6, K7, K14, K15, K18, K33, K34, K38, K40, K49	11
		Zaman Tasarrufu	K1, K10, K14, K20, K22, K25, K34	7
		Cevaba Hızlı Ulaşma	K1, K4, K10, K12, K22, K25	6
		Sürece Odaklanma	K1, K4, K6, K20, K22, K25, K40	7
		Motivasyonu Yüksek Tutma	K14, K15, K16, K17, K19, K20, K21, K22, K23, K25, K31, K34, K55	13
		İçerik Üretilmesi İmkânı	K4, K14, K18, K21, K23	5
		Üst Düzey Beceri Geliştirme	K11, K18, K22, K23, K33	5
		Etkin Katılım	K10, K32, K33, K41	4
		Algılama Da Kolaylık	K11, K13, K15, K17, K19, K22, K25, K27, K31, K33, K37, K39, K40, K41, K42, K44, K45	17
		Donanımlı Atölyelerin Azlığı	K2, K5, K6, K8, K13, K18, K20, K25, K53	9

Dinamik Geometri Yazılımı Kullanımına Yönelik Güçlükler	Öğrenci Eğitimi	K3, K4, K5, K12, K14, K15, K24, K25, K28, K30, K38	11
	Öğretmen Eğitimi	K7, K8, K12, K13, K14, K16, K17, K18, K20, K30, K47, K50	12
	İçerik Hazırlama Da Zorluk	K1, K4, K5, K7, K9, K10, K11, K14, K15,K17, K21, K23, K25, K27, K32, K46	16
	Yazılımı Anlatırken Vakit Kaybı	K1, K12, K30	3

Tablo 17'de görüldüğü gibi "Dinamik geometri yazılımlarının kullanımına yönelik düşünceler " ana kategorisi , "Dinamik geometri yazılımı kullanımının sağladığı kolaylıklar" ve "Dinamik geometri yazılımı kullanımına yönelik güçlükler" şeklinde iki alt kategoriye ayrılarak analiz edilmiştir. Dinamik geometri yazılımlarının sağladığı kolaylıklara yönelik ön plana çıkan kodlar incelendiğinde; 18 katılımcı yazılımların kullanışlı ara yüzlere sahip olduğunu, 24 katılımcı soyut bir ders olan geometriyi somutlaştırdığını, 13 katılımcı öğrencilerin motivasyonlarını yükselttiğini ve 17 katılımcı da algılamada kolaylık sağladığını belirtmiştir. Örneğin K34' ün; "Özel yetenekli çocuklar tek yönlü olmadıkları için derslerinin teknoloji ile ya da diğer derslerle birleştirilmesine alışıktırlar. Öğrendiklerinden daha fazla doyum sağlamalarına ve motivasyonlarının artmasına yardımcı olur" ifadesi analiz edildiğinde dinamik yazılımların öğrencilerin motivasyonlarını yükselttiği tespit edilmiştir. K8'in; "Sürükleme hareketi ile süreç yaşatılarak kullanışlı olan kavramsal arka planı görme şansı elde ediliyor. İspat süreçleri için de oldukça etkili ve öğrencilerin neyin neden olduğunu anlamasını sağlar." ifadesi analiz edildiğinde yazılımların kullanışlı ara yüzlere sahip olduğu, algılamada kolaylık sağladığı ve soyut bir ders olan geometriyi somutlaştırdığı şeklinde kodlar elde edilmiştir.

Dinamik geometri yazılımının kullanımına yönelik öğretmenlerin yaşadığı güçlükler incelendiğinde ise; 9 katılımcı donanımlı atölyelerin azlığı, 16 katılımcı içerik hazırlamada zorluk, 23 katılımcı ise öğrenci ve öğretmen eğitiminin gerekliliğinden bahsetmiştir. Örneğin K2'nin; "Her öğrencinin erişimini sağlayacak donanımlı ortam sağlanamaması en zorlayıcı kısmı oluşturmaktadır." ve K18'in ; " Bilgisayar ve tablet gerekli o yönden bulmak zor olabilir bazıları ise ücretli oluyor." ifadeleri analiz edildiğinde donanımlı atölyelerin azlığı koduna ulaşılmıştır. K32'nin; "Öğrenciler için geometri eğitimi ile ilgili içerik hazırlama kısmı bizi oldukça zorluyor." ifadesinden öğretmenlerin içerik hazırlamada zorluk yaşadığı tespit edilmiştir. K30'un; "Tamamen kendi imkânlarımla yazılımları öğrendim ve öğrencilere öğrettim. BİLSEM matematik öğretmenlerine özel hizmet içi eğitimler olsa hiç fena olmazdı." ifadesinden ise öğrenci ve öğretmen eğitiminin gerekliliği kodu elde edilmiştir.

Dinamik Geometri Teknolojilerinin Etkili Bir Şekilde Kullanılması İçin Yeterlikler

Dinamik geometri teknolojilerinin etkili bir şekilde kullanılması için yeterliklere yönelik öğretmen görüşleri doğrultusunda elde edilen veriler analiz edilerek oluşturulan kodlar ve ait oldukları kategoriler Tablo 18'de gösterilmektedir.

Tablo 18

Dinamik Geometri Teknolojilerinin Etkili Bir Şekilde Kullanılması İçin Yeterliklere Yönelik Öğretmen Görüşleri

Kategori	Alt kategori	Kodlar	Belirlenen Öğretmenler	f
Dinamik Geometri Teknolojilerinin Etkili Bir Şekilde Kullanılması İçin Yeterlikler/ Bilgiler	Öğretmen Yeterlilikleri	Yazılım Kullanımı	K1, K2, K3, K4, K5, K6, K7, K8, K10, K11, K12, K13, K16, K17, K19, K20, K22, K23, K24, K25, K26, K28, K29, K30, K31, K32, K33, K34, K35, K36, K38, K39, K40, K41, K42, K44, K45, K46, K48, K49, K50, K51, K52, K53	44
		İçerik Üretme	K1, K5, K6, K8, K11, K17, K19, K21, K22, K25, K27, K29, K30, K32, K33, K36, K37, K39, K45, K47	20
		Alan Bilgisi	K1, K17, K25, K29, K30, K32, K35, K44, K55, K56	10
		Kodlama Becerisi	K20, K31, K34, K35, K36, K54	6
		Zamanın Etkin Kullanımı	K28, K29, K47, K49, K55, K56	6
		Pedagojik Alan Bilgisi	K9, K17, K25, K29, K38	5
		Yeniliklere Açık Olmak	K2, K3, K4, K8, K10, K12, K14, K19, K21, K27, K29, K30, K37, K41, K43, K53	16
	Kullanılan Öğretim Yöntemleri	Yaparak Yaşayarak Öğrenme	K1, K2, K4, K10, K12, K20, K33, K36, K46, K49, K50, K56	12
		Gösterip Yaptırma	K23, K24, K25, K27, K32, K34, K37, K39, K42, K43, K45, K51, K53	13
		Sunum Yöntemi	K1, K8, K21, K39, K54	5
		Buluş Yöntemi	K3, K5, K8, K9, K12, K19, K22, K37, K41, K45, K50	11
		Problem Çözme	K17, K25, K34, K52	4
		5E model	K6, K15, K29	3
		Soru cevap	K1, K24, K32, K50, K55	5
	Öğretim Sürecine Hazırlık	Donanımlı Atölyeler	K2, K8, K9, K11, K13, K19, K24, K29, K30, K36, K38, K39, K53, K54	14
		Yazılım Bilgisi	K2, K3, K4, K6, K7, K12, K33, K39, K40, K46, K47, K48, K49, K54	14

	Güncel Programlar	K4, K9, K11, K16, K17, K19, K21, K24, K27, K29, K31, K49, K50, K55	14
	Pilot uygulama	K9, K14, K15, K20, K22, K24, K28, K29, K31, K34, K37, K40, K45, K49 K54, K55, K56	17
	Zenginleştirilmiş ve Farklılaştırılmış Etkinlikler	K5, K7, K9, K15, K19, K21, K22, K24, K26, K29, K31, K33, K31, K39, K44, K45, K47, K49, K51, K53, K54	21

Tablo 18'de görüldüğü gibi "Dinamik geometri teknolojilerinin etkili bir şekilde kullanılması için yeterlikler" ana kategorisi , "Öğretmen yeterlilikleri" ,"Kullanılan öğretim yöntemleri" ve "Öğretim sürecine hazırlık" şeklinde üç alt kategoriye ayrılarak incelenmiştir. Araştırmada katılımcıların görüşleri incelendiğinde öğretmen yeterliliklerine yönelik alt kategori doğrultusunda çeşitli kodlar belirlenmiştir. Bu kodlar içerisinde 45 öğretmen yazılım kullanımının, 20 öğretmen içerik üretiminin, 10 öğretmen alan bilgisinin ve 16 öğretmen de yeniliklere açık olmanın öneminden bahsetmiştir. Örneğin K1'in; "Öğretmen kendisi bizzat bahsi geçen uygulamaları etkili şekilde kullanıp etkinlikler hazırlayabilir düzeyde de alanda birikime sahip olmalıdır." ifadesi analiz edildiğinde öğretmenlerin yazılım kullanımının, alan bilgisinin ve içerik üretmenin önemli olduğu hakkında görüşlerine yönelik kodlara ulaşılmıştır. K37'nin; " Teknolojiye hâkim kendini sürekli geliştiren ve yenileyen, öğrencilere uygulama imkânı tanıyan, onlara tartışma ortamları yaratan ve tartışmaları için fırsat tanıyan yeterliliklere sahip öğretmen olmalıdır." ifadesinden ise öğretmenlerin yeniliklere açık olması gerektiği kodu tespit edilmiştir.

Araştırmada öğretim yöntemlerine yönelik alt kategori doğrultusunda da çeşitli kodlar belirlenmiştir. Bu kodlar içerisinde 12 öğretmen yaparak yaşayarak öğrenme, 13 öğretmen gösterip yaptırma ve 11 öğretmen ise buluş yoluyla öğrenme yöntemini en fazla kullandıklarını ifade etmişlerdir. Elde edilen bu bulgulara yönelik örnek öğretmen görüşleri incelenmiştir. Örneğin K27'nin ; "Ben Geogebra ile ders işlerken gösterip yaptırma yöntemini kullanıyorum. Daha sonra öğrencinin kendi içeriğini üretmesine fırsat veriyorum." şeklinde ifadesi analiz edildiğinde öğretmenlerin gösterip yaptırma yöntemini kullandıkları tespit edilmiştir. K50'nin; "Yaparak yasayarak öğrenme ile yazılımları kullanarak bizzat oluşturma surecinde etkin rol almaları somutlaştırma becerisi açısından geliştirici olacaktır." ifadesinden yaparak yaşayarak öğrenme yöntemini kullandıkları belirlenmiştir. K37'nin; "Buluş yoluyla öğretim ile yazılımları kullanmak geometrinin temel ilkelerinden yola çıkarak ana problemi sorgulama ve farklı bakış açılarıyla çözüme ulaşma becerisi kazandırır." ifadesinden ise buluş yoluyla öğrenme yöntemi ile ilgili kod elde edilmiştir.

Araştırmada öğretmenler, geometri yazılımlarını kullanmadan önce çeşitli hazırlıklar yapılması gerektiğini ifade etmiştir. Bu hazırlıklar içerisinde 21 öğretmen dersten önce zenginleştirilmiş ve farklılaştırılmış etkinlikler hazırlanması gerektiğini, 17 öğretmen dersten önce hazırlanan etkinliklerle pilot uygulama yapılabileceğini ve 14 öğretmen de atölyelerin fiziki ve teknik olarak donanımlı hale getirilmesi gerektiğini belirtmiştir. Örneğin K45'in; "Öncelikle teknoloji dâhil olduğunda öncesinde derste anlatılacak konu için uzun bir ön hazinlik yapılmalıdır. Çünkü teknoloji kullanımı düz konu anlatımı gibi değildir. Etkinlikler hazırlamak gerekir. Sürekli aktif olmak ve hata yapmamak gerekir." ifadesi incelendiğinde öğretmenler zenginleştirilmiş ve farklılaştırılmış etkinliklerin öneminden bahsetmiştir. K40'ın; "Tabiki etkinliklere teknolojiyi adapte etmek ve ön hazırlık olarak öğretmenin kendisinin uygulaması gerekecek, bu sebeple önceden etkinliğini uygulamalı. Teknoloji eklendiğinde derslerin daha etkileşimli geçtiğini düşünüyorum." ifadesi analiz edildiğinde öğretmenler daha önceden pilot uygulama yapılabileceğini belirtmiştir. K8'in; "Öncelikle teknik sorunlar giderilmeli internet, bilgisayar vs atölyeler derse hazırlanmalı." görüşünden ise öğretmenlerin yazılımların kullanılmadan önce atölyelerin fiziki ve teknik olarak donanımlı hale getirilmesinin faydalı olabileceğini ifade etmiştir.

Matematiksel İspat Süreci

Matematiksel ispat sürecine yönelik öğretmenlerin görüşleri doğrultusunda elde edilen veriler analiz edilerek oluşturulan kodlar ve ait oldukları kategoriler Tablo 19'da gösterilmektedir.

Tablo 19

Matematiksel İspat Sürecine Yönelik Öğretmenlerin Görüşleri

Kategori	Alt kategori	Kodlar	Belirten Öğretmenler	f
Matematiksel	Matematiksel İspatın Anlamı	Türetimsel Akıl Yürütme	K1, K2, K8, K17, K41, K46, K50, K51, K55	9
		Mantıksal Açıklama	K1, K2, KP6, K8, K11, K20, K21, K28, K32, K34, K39, K40, K41, K55	14
		Formüllerin Anlamlandırılması	K3, K5, K7, K15, K18, K22, K29, K35, K37, K38, K42, K49, K52, K56	14
	Matematiksel İspatın Önemi	Yaparak Yaşayarak Öğrenme	K2, K3, K9, K35	4
		Kalıcı Öğrenme	K1, K4, K5, K11, K24, K25, K26, K27, K28, K45, K52, K55, K56, K57	14
		Öğrendiklerini Pekiştirme	K8, K14, K18, K54	4
		Formülleri Anlamlandırma	K3, K15, K20, K21, K22, K38, K41, K49	8

İspat Süreci		Somutlaştırma	K2, K19, K21, K22, K24, K25, K44, K55	8
		İkna Etme	K4, K29, K32	3
	matematiksel ispat sürecine teknoloji entegre etme	Yapay zekâ	K9, K33, K56	3
		Kodlama	K36, K38	2
		Calculation and graphics tools	K15, K47, K54	3
		GeoGebra Geometri Programı Kullanımı	K1, K3, K4, K7, K8, K10, K11, K15, K19, K21, K27, K34, K35, K44, K47, K50, K54	17
		Cabri kullanımı	K1, K2, K3, K4, K7, K17, K26, K44, K50, K54	10

Tablo 19'da görüldüğü gibi "Matematiksel ispat süreci " ana kategorisi , "Matematiksel ispatın anlamı" , "Matematiksel ispatın önemi" ve " Matematiksel ispat sürecine teknoloji entegre etme " şeklinde üç alt kategoriye ayrılarak incelenmiştir. Öncelikle öğretmenlere matematiksel ispatın ne anlama geldiği sorulmuştur ve alınan cevaplar incelenerek çeşitli kodlar elde edilmiştir. Matematiksel ispatı; 14 öğretmen mantıksal açıklama, 9 öğretmen türetimsel akıl yürütme ve 14 öğretmen de formüllerin anlamlandırılması şeklinde ifade etmiştir. Örneğin K21'in; "Matematiksel ispat, aksiyomlardan başlanarak ilerleyen mantıksal açıklama ve doğrulamalardır. Bu doğrulamanın somutlaşması daha iyi olur." ifadesi incelendiğinde matematiksel ispatı mantıksal açıklama şeklinde ifade ettiği görülmüştür. K41; "matematiksel ispat için türetilmiş varsayımların mantıksal olarak doğru olduğu sonucunu garantileyen başka bir argüman denilebilir." ifadesi analiz edildiğinde matematiksel ispatı türetimsel akıl yürütme olarak belirtmiştir. K22'nin ; "Matematiksel formül ve işlemlerin nerden ve nasıl elde edildiğini görmektir. Teknoloji yardımıyla kolayca somutlaştırılabilir." görüşü incelendiğinde ise matematiksel ispatı formüllerin anlamlandırılması şeklinde tanımlamıştır.

Öğretmenlerin ispatın önemi hakkında görüşleri incelendiğinde ise somutlaştırma (8 katılımcı), kalıcı öğrenme (14 katılımcı) ve formülleri anlamlandırma (8 katılımcı) şeklinde kodların ön plana çıktığı görülmüştür. Örneğin katılımcılardan K55; " İspat ile sorgulayarak düşünsel beceriyi ve muhakemeyi de pekiştirmiş oluruz. Farklı matematik ve geometri yazılımları da bu ispatları yaparken bize yardımcı olur, öğrencilerin ispatları somutlaştırmasını, sonuçları gözleri ile görmelerini sağlar." görüşü ile ispatların somutlaştırılabileceğini ifade etmiştir. K27; " Öğrencilerin direkt kuralı ezberlemek yerine kuralı oluşturma sürecine dâhil olduğundan daha kalıcı öğrenme sağlanacağını düşünüyorum." görüşü ile çocukların ispat yaparak kalıcı öğrenmeyi gerçekleştirebileceğini ifade etmiştir. K15 ise; "Anlamlı öğrenmede olmazsa olmazdır. Kural hatırlanmazsa bile ispatından hatırlanabilir. Örneğin ilk n terim

toplamını veren bağıntı ispatı ile kalıcı oluyor.” ifadesi ile formüllerin anlamlandırılabileceğini tespit etmiştir.

Öğretmenler matematiksel ispat sürecine teknoloji entegre ederken farklı yollara başvurmaktadır. Özellikle matematiksel ispat yaparken Geogebra (17 katılımcı) ve Cabri (10 katılımcı) gibi dinamik geometri yazılımlarını kullandıklarını belirtmişlerdir. Örneğin katılımcılardan K1; ”Matematiksel ispat ezberin önüne geçmesi açısından oldukça önemlidir. Geogebra veya Cabri gibi yazılımlar görsellik açısından ispat sürecini oldukça kolaylaştırır.” ve K7; ”Matematiksel bir kuralın niçin ve nedenlerini keşfetmeye yönelik çalışmalar içermelidir. Teknoloji burada ispatı doğrulamak için kullanılabilir. Örneğin çemberde çevre / çap oranının pi sayısını verdiğini Geogebra yazılımı ile farkı çemberler üzerinde çalışarak hesap yoluyla, keşfettirilip bu sabit oranın pi sayısını ifade ettiğini buldurabiliriz.” şeklinde ifadeleri incelendiğinde daha çok Geogebra ve Cabri dinamik geometri programlarını kullandıkları görülmektedir.

4.1.2. Öğrencilerin Mevcut Programa İlişkin Görüşlerine Yönelik Bulgular: Çalışmanın amacı doğrultusunda elde edilen bulgular içerik analizi sonucunda belirlenen ana kategorilere ve alt kategorilere ayrılarak incelenmiştir. Çalışmanın bulgularının tamamı beş farklı kategoriye ayrılmıştır. Bu kategoriler ; ”matematik dersi hakkında öğrenci düşünceleri”, ”Genel matematik konularında derste yapılan etkinlikler”, ”geometri konularında derste yapılan etkinlikler”, ”matematik dersinde kullanılan materyaller” ve ”matematiksel ispat” şeklinde incelenmiştir. Daha sonra bu kategoriler alt kategorilere ayrılmış ve içerik analizi sonucunda çeşitli kodlar elde edilmiştir. Bu bölümde, toplanan verilerin analiz edilmesi ile elde edilen bulgular belirlenen kategorilere göre düzenlenerek tablo haline getirilmiştir.

Matematik Dersi Hakkında Öğrenci Düşünceleri

Özel yetenekli öğrencilerin matematik dersi hakkında görüşleri doğrultusunda elde edilen veriler analiz edilerek oluşturulan kodlar ve ait oldukları kategoriler Tablo 20’de gösterilmektedir.

Tablo 20

Matematik Dersi Hakkında Öğrenci Düşünceleri

Kategori	Alt kategori	Kodlar	Belirten öğrenciler	f
	Matematik	İnteraktif etkinlikler	Ö3, Ö5, Ö7, Ö9, Ö12, Ö15, Ö20, Ö29, Ö35, Ö37, Ö40	11
		Düşündürücü, zor sorular çözmek	Ö1, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö14, Ö15, Ö18, Ö20, Ö21, Ö25, Ö31, Ö39, Ö40,	19

Matematik Dersi Hakkında Öğrenci Düşünceleri	*Dersinde Yapmaktan Hoşlandıkları Şeyler*	Gerçek hayat problemleri çözmek	Ö8, Ö10, Ö11, Ö16, Ö24, Ö25, Ö29, Ö30, Ö32,Ö34, Ö35 ,Ö36, Ö43, Ö45, Ö48	15
		Formül ve kural ispatlamak	Ö8, Ö10, Ö11, Ö16, Ö19, Ö25, Ö32, Ö38, Ö45	9
		Teorem, formül ve ispat öğrenmek	Ö6, Ö8, Ö10, Ö12, Ö15, Ö20, Ö24, Ö29, Ö36	9
		Derse aktif katılmak	Ö1, Ö2, Ö9, Ö10, Ö15, Ö16, Ö20, Ö33, Ö34	9
		Geometri konuları	Ö5, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö20, Ö41, Ö44	8
		Eğlenerek öğrenmek	Ö6, Ö8, Ö17, Ö27, Ö37, Ö38, Ö39, Ö40, Ö45	9
		Konunun mantığını kavramak	Ö1, Ö3, Ö4, Ö16, Ö19, Ö20, Ö23, Ö25, Ö28, Ö29, Ö37, Ö41	12
	Matematik Dersinde Yapmaktan Hoşlanmadıkları Şeyler	Ezber yapmak	Ö1, Ö7, Ö10, Ö13, Ö16, Ö18, Ö19, Ö29, Ö32, Ö37, Ö39	11
		Monoton bir şekilde ders işlemek	Ö2, Ö3, Ö4, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö20, Ö21, Ö22, Ö23, Ö24, Ö25, Ö26, Ö30, Ö33, Ö44	18
		Kâğıt üzerinde ispat yapmak	Ö6, Ö12, Ö15, Ö20, Ö28, Ö34, Ö35, Ö36, Ö42, Ö43,	10
		Soruyu veya problemi çözememek	Ö16, Ö41, Ö7, Ö18, Ö27,	5
		Kolay sorular	Ö3, Ö4, Ö5, Ö12, Ö15, Ö16, Ö18, Ö20,	8
		Konuların sözel olarak anlatılması	Ö4,Ö5,Ö6,Ö12,Ö15,Ö20,Ö22, Ö25,Ö27,Ö30,Ö31,Ö35,Ö37, Ö40	14

Tablo 20'de görüldüğü gibi "Matematik dersi hakkında öğrenci düşünceleri" ana kategorisi, "Matematik dersinde yapmaktan hoşlandıkları şeyler" ve "Matematik dersinde yapmaktan hoşlanmadıkları şeyler" şeklinde iki alt kategoriye ayrılarak incelenmiştir. Öğrencilerin görüşleri analiz edildiğinde matematik dersinde yapmaktan hoşlandıkları şeyler içerisinde; düşündürücü ve zor sorular çözmek, gerçek hayat problemleri çözmek ve konunun mantığını kavramak şeklinde kodların ön plana çıktığı görülmüştür. Bu kodlar incelendiğinde özel yetenekli öğrencilerden 19'u düşündürücü ve zor sorular çözmenin, 15'i gerçek hayat problemleri çözmenin ve 12'si de konunun mantığını kavramanın öneminden bahsetmiştir. Örneğin Ö16; "Zor soru çözmekten hoşlanırım, ilgi çekici konuları öğretmenin detaylı anlatmasından hoşlanırım, derste kullanılan formül veya kuralların ispatının yapılması ya da bir çıkış noktasına dayandırılmasından hoşlanırım." şeklinde görüşünü ifade etmiştir." Ö16'nin cevabı incelendiğinde "Zor soru çözmekten hoşlanırım" ifadesi ile düşündürücü ve zor sorular

çözmek , ”Derste kullanılan formül veya kuralların ispatının yapılması ya da bir çıkış noktasına dayandırılmasından hoşlanırım“ ifadesi ile de konunun mantığını kavramak kodları elde edilmiştir. Öğrencilerden Ö29; ”Matematiği gerçek hayata uyarlamasından oldukça hoşlanırım, dersi örnek kurma ve problem çözme ile ilerlemesini severim.” ifadesi ile de gerçek hayat problemleri çözmek koduna ulaşılmıştır. Öğrencilerin görüşleri analiz edilmeye devam edildiğinde ise matematik dersinde yapmaktan hoşlanmadıkları şeyler içerisinde; monoton bir şekilde ders işlemek, ezber yapmak ve sözel olarak anlatılması şeklinde kodların ön plana çıktığı görülmüştür. Ön plana çıkan bu kodlardan 18 kişi monoton bir şekilde ders işlemekten, 11 kişi ezber yapmaktan ve 14 kişi konuların sözel olarak anlatılmasından hoşlanmadıklarını ifade etmişlerdir. Örneğin öğrencilerden Ö1; ”Ezberden nefret ederim, formül ezberlemek yerine ispatları ile birlikte öğrensek çok daha iyi olur bizim için.” ifadesi ile ezber yapmak koduna, öğrencilerden Ö3; ”Tanım yapılmasından hoşlanmam, tanım yerine basit ve akılda kalıcı yöntemler kullanılmasını çok isterim.” ifadesi ile konuların sözel olarak anlatılması koduna ve öğrencilerden Ö20; “Oturup pasif olarak dinlemeyi sevmem. Soru çözmek veya etkinlik yapmak isterim.” ifadesinden de monoton bir şekilde ders işlemek koduna ulaşılmıştır.

Genel Matematik Konularında Derste Yapılan Etkinlikler

Özel yetenekli öğrencilerin genel matematik konularında derste yapılan etkinlikler ile ilgili görüşleri incelendiğinde elde edilen veriler analiz edilerek belirlenen kategori, alt kategori ve kodlar Tablo 21’de gösterilmektedir.

Tablo 21

Genel Matematik Konularında Derste Yapılan Etkinlikler ile İlgili Öğrenci Düşünceleri

Kategori	Alt kategori	Kodlar	Belirten öğrenciler	f
Genel Matematik Konularında Derste Yapılan Etkinlikler ile İlgili Öğrenci Düşünceleri	*Etkinlikler ile ilgili Olumlu Öğrenci Düşünceleri*	İlgi ve yeteneğe Katkıda Bulunma	Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö14 ,Ö18, Ö29	9
		Kalıcı öğrenme	Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12, Ö14, Ö17, Ö19, Ö22, Ö24, Ö30, Ö36, Ö41, Ö42, Ö43, Ö47, Ö48	19
		Eğlenerek öğrenmek	Ö1, Ö4, Ö7, Ö11, Ö14, Ö19, Ö21, Ö23, Ö24, Ö34, Ö38, Ö40, Ö44	13
		Kendini ifade etmeye fırsat vermesi	Ö7, Ö9, Ö15, Ö17, Ö25, Ö32, Ö45, Ö47, Ö48	9
		Etkinliklerde grupça çalışma fırsatı	Ö9, Ö10, Ö12, Ö13, Ö15, Ö20, Ö21, Ö23, Ö25, Ö27, Ö28, Ö30, Ö35, Ö40, Ö42, Ö47	16
		Etkinliklere aktif katılmak	Ö3, Ö4, Ö8, Ö23, Ö25, Ö30, Ö39, Ö44, Ö45, Ö48, Ö49, Ö50	12

Etkinlikler ile ilgili Olumsuz Öğrenci Düşünceleri	Karışık ve zor olması	Ö2, Ö5, Ö13, Ö15, Ö19, Ö22, Ö31, Ö35, Ö36, Ö39, Ö41, Ö45	12
	Uzun vakit harcamak	Ö3, Ö7, Ö11, Ö13, Ö16, Ö17, Ö21, Ö23, Ö24, Ö25, Ö27, Ö31, Ö41, Ö44	14
	Kolay sorular	Ö4, Ö8, Ö10, Ö13, Ö18, Ö20, Ö33, Ö43	8
	Tekrarlayıcı etkinlikler	Ö1, Ö5, Ö7, Ö12, Ö34, Ö37, Ö42, Ö49, Ö50	9

Tablo 21' de görüldüğü gibi "Genel matematik konularında derste yapılan etkinlikler ile ilgili öğrenci düşünceleri" ana kategorisi, "Etkinlikler ile ilgili olumlu öğrenci düşünceleri" ve "Etkinlikler ile ilgili olumsuz öğrenci düşünceleri" şeklinde iki alt kategoriye ayrılarak incelenmiştir. Öğrencilerin görüşleri analiz edildiğinde etkinlikler ile ilgili olumlu öğrenci düşünceleri bağlamında; 19 öğrenci kalıcı öğrenmenin, 16 öğrenci etkinliklerde grupça çalışma fırsatının ve 13 öğrenci eğlenerek öğrenmenin öneminden bahsetmiştir. Örneğin öğrencilerden Ö22; " Yapılan çalışmalar ilgi ve yeteneğimize daha çok hitap ettiği için öğrendiklerimiz daha kalıcı bir hale geliyor." şeklinde görüşünden kalıcı öğrenmenin sağlanabileceğini ifade etmiştir. Ö28'in cevabı incelendiğinde "Arkadaşlarımla etkinliği yapmak beni çok motive ediyor" ifadesi ile grupla çalışma fırsatının öneminden ve Ö40'ın ifadesinden "Etkinlikler içeriği açısından daha günlük hayatla bağlantılı olup eğlenerek öğrenmeme yardımcı oluyor ve zamanı daha güzel değerlendirebiliyorum." ise eğlenerek öğrenmenin öneminden bahsedilmiştir. Öğrencilerin görüşleri analiz edilmeye devam edildiğinde ise etkinlikler ile ilgili olumsuz öğrenci düşünceleri içerisinde; etkinliklerin karışık ve zor olması ve uzun vakit harcamak şeklinde kodların ön plana çıktığı görülmüştür. Ön plana çıkan bu kodlardan 14 kişi uzun vakit harcamak ve 12 kişi ise konuların karışık ve zor olmasından bahsetmiştir. Örneğin öğrencilerden Ö17; " Çok karışık, bütün ders tek bir soruyla uğraştığımı hatırlıyorum." ifadesi ile uzun vakit harcamak koduna, öğrencilerden Ö45; " Bence etkinlikler karışık ve zor bunların yerine daha yaratıcı etkinlikler üzerine olmalı.." ifadesi ile konuların karışık ve zor olması koduna ulaşılmıştır.

Geometri Konularında Derste Yapılan Etkinlikler

Özel yetenekli öğrencilerin geometri konularında derste yapılan etkinlikler ile ilgili görüşleri incelendiğinde elde edilen veriler analiz edilerek ilgili kategori ve kodlar Tablo 22'de gösterilmektedir.

Tablo 22

Geometri Konularında Derste Yapılan Etkinlikler ile İlgili Öğrenci Düşünceleri

Kategori	Kodlar	Belirten öğrenciler	f
Geometri Konularında Derste Yapılan Etkinlikler ile İlgili Öğrenci Düşünceleri	Teorem ve formülleri görselleştirmek	Ö4, Ö5, Ö7, Ö16, Ö21, Ö22, Ö24, Ö25, Ö36, Ö43, Ö45,	11
	İnteraktif etkinlikler	Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11, Ö14, Ö15, Ö16, Ö18, Ö19, Ö23, Ö24, Ö27, Ö28, Ö29, Ö33, Ö34, Ö35, Ö36, Ö43, Ö44,	21
	Düşündürücü, zor sorular çözmek	Ö1, Ö14, Ö18, Ö23, Ö33, Ö34, Ö35, Ö40, Ö42,	9
	Günlük hayatla ilişkilendirmek	Ö1, Ö17, Ö32, Ö38,	4
	Formül ve kural ispatlamak	Ö16, Ö22, Ö25, Ö44, Ö45	5
	Geometrik materyallerle somutlaştırılarak ders işlemek	Ö6, Ö7, Ö14, Ö24, Ö26, Ö30, Ö31, Ö32, Ö43,	9
	Geometri tarihi hakkında bilgi sahibi olmak	Ö1, Ö32, Ö38,	3
	Eğlenerek öğrenmek	Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö11, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö28, Ö33, Ö34, Ö35 ,Ö37, Ö39, Ö40, Ö41,	17
	Karışık ve uzun etkinlikler	Ö8, Ö9, Ö12, Ö23, Ö25, Ö33, Ö37,	7
	Vakit kaybı	Ö2, Ö18, Ö37, Ö44,	4

Tablo 22'de görüldüğü gibi "Geometri konularında derste yapılan etkinlikler ile ilgili öğrenci düşünceleri" kategorisi incelenmiştir. Öğrencilerin görüşleri analiz edildiğinde interaktif etkinlikler (21 Öğrenci), eğlenerek öğrenmek (17 Öğrenci), teorem ve formülleri görselleştirmek (11 Öğrenci) şeklinde kodların ön plana çıktığı görülmüştür. Örneğin öğrencilerden Ö5; "Derste yapılan etkinlikler yeterli değil, daha teknolojik ve etkileşimli alternatifler kullanılabilir." şeklinde görüşü incelendiğinde interaktif etkinlikler kodu elde edilmiştir. Öğrencilerden Ö25'in ; "Teorem ve formüllerin nasıl meydana geldiğini bilmek isterim. Aynı zamanda görsel olarak ispatlarını isterim." ifadesinden teorem ve formülleri görselleştirmek kodu elde edilmiştir. Ö20'nin; "Derste etkinlik yapmıyoruz, soru çözüyoruz, ben olsam konunun akılda kalmasını sağlayacak şekilde oyun ve yarışmalar yapardım. Böylece etkileyici olurdu." görüşünden ise teorem ve formülleri görselleştirmek kodu elde edilmiştir.

Matematik Dersinde Kullanılan Materyaller

Özel yetenekli öğrencilerin matematik dersinde kullanılan materyaller ile ilgili öğrencilerin görüşleri analiz edilerek ilgili kategori ve kodlar Tablo 23'te gösterilmektedir.

Tablo 23

Matematik Dersinde Kullanılan Materyaller Hakkında Öğrenci Görüşler

Kategori	Alt kategori	Kodlar	Belirten öğrenciler	f
Matematik Dersinde Kullanılan Materyaller Hakkında Öğrenci Görüşleri	*BİLSEM' de Matematik Dersinde Öğrencilerin Hoşuna Giden Materyaller*	Akıllı tahta uygulamaları	Ö2, Ö3, Ö11, Ö13, Ö25, Ö45	6
		Mühendislik Programları	Ö7, Ö30	2
		Geogebra ve Cabri dinamik geometri programları	Ö10, Ö15, Ö22, Ö24, Ö25, Ö29, Ö32, Ö41, Ö42, Ö44	10
		Hesap makinesi	Ö10, Ö41, Ö44	3
		Scratch	Ö6, Ö20, Ö24, Ö27, Ö29, Ö36	6
		Online oyunlar	Ö15, Ö22, Ö27	3
		Video	Ö23, Ö33, Ö34	3
		Somut materyaller	Ö8, Ö10, Ö13, Ö22, Ö35	5
	BİLSEM 'de Matematik Dersinde Öğrencilerin Materyalleri Kullanma Sebepleri	İnteraktif etkinlikler	Ö1, Ö10, Ö19, Ö25, Ö28, Ö29, Ö37, Ö38, Ö39, Ö40, Ö43, Ö44, Ö45	13
		Pratik kullanım	Ö3, Ö10, Ö11, Ö14, Ö19, Ö27, Ö30,Ö35, Ö36, Ö40, Ö43	11
		Zamandan tasarruf	Ö2, Ö16,	2
		Somutlaştırma	Ö6, Ö13, Ö17, Ö25, Ö43,	5
		Kalıcılığı arttırma	Ö3, Ö12, Ö24, Ö27, Ö36, Ö42, Ö43,	7
		Konunun mantığını kavrama	Ö3, Ö4, Ö5, Ö7, Ö15, Ö18, Ö23, Ö26, Ö32, Ö34, Ö43, Ö44,	12
		Üç boyutlu düşünmeyi sağlama	Ö15, Ö16, Ö18, Ö20, Ö25, Ö30, Ö40	7
		Öğrenmeyi kolaylaştırma	Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö16, Ö18, Ö19, Ö21, Ö24, Ö31, Ö33, Ö40, Ö43, Ö44,	16

Tablo 23'te görüldüğü gibi "Matematik dersinde kullanılan materyaller hakkında öğrenci görüşleri" ana kategorisi, "BİLSEM' de matematik dersinde öğrencilerin hoşuna giden materyaller" ve "BİLSEM'de matematik dersinde öğrencilerin materyalleri kullanma sebepleri" şeklinde iki alt kategoriye ayrılarak incelenmiştir. Öğrencilerin hoşuna giden en önemli materyallerin başında GeoGebra, Cabri gibi yazılımlarda interaktif uygulamalar ve

akıllı tahta uygulamaları gelmektedir. Bu uygulamalarda 10 kişi GeoGebra, Cabri gibi yazılımlarda interaktif uygulamaları ve 6 kişi de akıllı tahta uygulamalarının öneminden bahsetmiştir. Örneğin öğrencilerden Ö42'nin; "GeoGebra ile okulda etkinlik yapmıştık, çok hoşuma gitti, derste hep ben aktiftim." görüşünden GeoGebra, Cabri gibi yazılımlarda interaktif uygulamalar kodu ve Ö25'in "Akıllı tahtada yaptığımız uygulamalar çok güzel, en azından farklı bir şey görüyoruz." görüşünden ise akıllı tahta uygulamaları kodu elde edilmiştir. Öğrencilerin matematik dersinde materyalleri kullanma sebepleri incelendiğinde ise genel olarak 13 kişi interaktif etkinlikler, 11 kişi pratik kullanım, 12 kişi konunun mantığını kavrama ve 16 kişi ise öğrenmeyi kolaylaştırma gibi ifadeleri kullanmışlardır. Öğrencilerin görüşleri analiz edildiğinde örneğin öğrencilerden Ö25; "GeoGebra bize öğretilmeli ve ben zorlanıyorum geometri sorularını çözerken en azından 3 boyutlu düşünme bize kazandırılmalı. " ifadesinden interaktif etkinlikler kodu elde edilmiştir. Öğrencilerden Ö16'nın; "Teknoloji pek çok konunun içeriğini görme ve tam olarak kavrayabilme hususunda zamandan tasarruf sağlar ve öğrenmeyi kolaylaştırır." ifadesinden ise pratik kullanım, konunun mantığını kavrama ve öğrenmeyi kolaylaştırma kodları elde edilmiştir.

Matematiksel İspat

Özel yetenekli öğrencilerin matematiksel ispat hakkında görüşleri analiz edilerek ilgili kategori ve kodlar Tablo 24'te gösterilmektedir.

Tablo 24

Matematiksel ispat Hakkında Öğrenci Görüşleri

Kategori	Alt kategori	Kodlar	Belirten öğrenciler	f
Matematiksel ispat ve muhakeme	*Matematiksel ispat ve muhakemenin anlamı ile ilgili öğrenci görüşleri*	Matematiksel yollarla desteklenen kesinleşmemiş ifadeler	Ö4, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö16, Ö26, Ö28, Ö32, Ö39, Ö41, Ö43	13
		Doğru kabul edilen ifadeler	Ö5, Ö10, Ö15, Ö19, Ö20, Ö21, Ö22, Ö25, Ö30, Ö34, Ö35, Ö40, Ö44,	13
		Diyalektik düşünme	Ö3, Ö43, Ö13,	3
		Formülleri anlamlandırabilmek	Ö1, Ö7, Ö14, Ö17, Ö18, Ö23, Ö24, Ö25, Ö29, Ö31, Ö32, Ö36, Ö37, Ö38, Ö39,	15
		Karşı fikri değiştirmek veya ortaya yeni fikir koymak	Ö2, Ö23, Ö33, Ö36, Ö37, Ö43, Ö45,	7
		Bilimselliğin ve bilimin ispatı	Ö27, Ö12	2
	Matematiksel ispat ve muhakemeye	Hipotezleri kanıtlama	Ö8, Ö9, Ö12, Ö15, Ö16, Ö19, Ö20 ,Ö24, Ö25, Ö30, Ö31, Ö32, Ö34, Ö35, Ö36, Ö37,	16

Hakkında Öğrenci Görüşleri	*duyulan ihtiyaç hakkında öğrenci görüşleri*	Karışık formülleri anlamak	Ö1, Ö2, Ö7, Ö9, Ö11, Ö13, Ö16, Ö20, Ö21, Ö23, Ö28, Ö30, Ö41,	13
		Formülün doğruluğundan emin olmak	Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö20, Ö21, Ö22, Ö24, Ö28, Ö41, Ö43,	11
		Karşıt düşünceleri çürütmek	Ö10, Ö13, Ö16, Ö42, Ö45,	5
		Kalıcılığı arttırma	Ö3, Ö8, Ö9, Ö10, Ö20, Ö23, Ö25, Ö26, Ö27, Ö28, Ö29, Ö36,	12
	Matematiksel ispat ve muhakeme sürecinde kullanılan yöntemler	Tümevarım ile ispat	Ö2, Ö4, Ö7, Ö9, Ö20, Ö21, Ö25, Ö32, Ö39, Ö40, Ö41, Ö43, Ö45, Ö50	14
		Çelişki ile ispat	Ö3, Ö6, Ö11, Ö15, Ö25, Ö29, Ö30, Ö33, Ö35, Ö41, Ö44	11
		Doğrudan ispat	Ö1, Ö9, Ö11, Ö17, Ö24, Ö29, Ö33, Ö45	9
		Geometrik şekillerle İspat	Ö4, Ö9, Ö11, Ö16, Ö19, Ö23, Ö32, Ö34, Ö37, Ö41, Ö46, Ö47, Ö50	13

Tablo 24'te görüldüğü gibi "Matematiksel ispat ve muhakeme hakkında öğrenci görüşleri" ana kategorisi, "Matematiksel ispatın ve muhakemenin anlamı ile ilgili öğrenci görüşleri" , "Matematiksel ispata ve muhakemeye duyulan ihtiyaç hakkında öğrenci görüşleri" ve "Matematiksel ispat ve muhakeme sürecinde kullanılan yöntemler" şeklinde üç alt kategoriye ayrılarak incelenmiştir. Öğrencilerin matematiksel ispat ve muhakemenin anlamı ile ilgili görüşleri incelendiğinde matematiksel yollarla desteklenen kesinleşmemiş ifadeler, doğru kabul edilen ifadeler ve formülleri anlamlandırabilmek şeklinde kodlar ön plana çıkmıştır. Matematiksel ispat ve muhakemenin anlamını öğrencilerden 13'ü matematiksel yollarla desteklenen kesinleşmemiş ifadeler, 13'ü doğru kabul edilen ifadeler ve 15'i ise formülleri anlamlandırabilmek şeklinde tanımlamıştır. Örneğin öğrencilerden Ö16; "Teoremlerin çeşitli matematiksel yollarla desteklenmesi sonucu ortaya çıkan ama kesin olmayan doğrulamalardır, teoremler direkt olarak kabul edilmez, ispatlanmaya ihtiyaçları vardır. İspat ve muhakeme bu yüzden yapılır. Böylece doğru kabul ettiğimiz ifadeler ortaya çıkar" ifadesi incelendiğinde "Teoremlerin çeşitli matematiksel yollarla desteklenmesi sonucu ortaya çıkan ama kesin olmayan doğrulamalardır." kısmından matematiksel yollarla desteklenen kesinleşmemiş ifadeler kodu ve "Teoremler direkt olarak kabul edilmez, ispatlanmaya ihtiyaçları vardır. İspat ve muhakeme bu yüzden yapılır. Böylece doğru kabul ettiğimiz ifadeler ortaya çıkar" kısmından ise doğru kabul edilen ifadeler kodu elde edilmiştir. Ö25; "Formül ya da teoremin neden o şekilde olduğunu ayrıntılı açıklamaktır. Formülü ya da teoremi nasıl kullanacağımızı daha iyi kavramak için yapılır." görüşünden ise formülleri anlamlandırabilmek kodu tespit edilmiştir.

Öğrencilerin matematiksel ispat ve muhakemeye neden ihtiyaç duydukları hakkındaki alt kategoriye yönelik olarak öğrenci görüşleri incelendiğinde; hipotezleri kanıtlamak (16 kişi), karışık formülleri anlamak (13 kişi), kalıcılığı arttırmak (12 kişi) ve somutlaştırmak (13 kişi) şeklinde kodlar elde edilmiştir. Örneğin öğrencilerden Ö16; "Ortaya atılan bir hipotezin doğruluğu ancak ispat yoluyla sağlanır. Ayrıca ispat ve muhakeme konunun derinliğini anlama ve mantığını oturtmada böylece somutlaştırmada vazgeçilmezdir." ifadesinin içerisinde yer alan "hipotezin doğruluğu ancak ispat ve muhakeme yoluyla sağlanır." cümlesinden hipotezleri kanıtlamak kodu elde edilmiştir. Ö20'nin; " Bir konu, formül veya teoriyi anlamak için ispat ve muhakeme yapmaya gerek vardır. Öğrenirken anlamayı kolaylaştırır ve akılda kalıcılığı artar." şeklinde cümlesinden ise "Bir konu, formül veya teoriyi anlamak kısmından "karışık formülleri anlamak" kodu ve "Öğrenirken anlamayı kolaylaştırır ve akılda kalıcılığı artar." kısmından da kalıcılığı arttırmak kodu elde edilmiştir.

Öğrencilerin matematiksel ispat ve muhakeme sürecinde kullanılan yöntemlere yönelik ifadeleri incelendiğinde daha çok öğrencilerin tümevarım ile ispat (14 kişi), çelişki ile ispat (11 kişi) ve geometrik şekillerle ispatı (13 kişi) kullandıkları görülmüştür. Örneğin öğrencilerden Ö39; "Ben ispat yaparken genelde önce çeşitli örnekler üzerinden hareket ederim bunun sonucunda genelleme yaparım bu galiba tümevarım yöntemiydi, en kolay bu şekilde ispat yapıyorum." ifadesi incelendiğinde tümevarım ile ispat kodu elde edilmiştir. Ö11 ise; "Teoremler direkt olarak ispatlayamam ama tam tersi durumlarda denerim ona göre ispata giderim. İspat ve muhakemeyi böyle daha kolay yaparım. Böylece doğru kabul ettiğimiz ispatlar ortaya çıkar" kısmından ise çelişki ile ispat kodu elde edilmiştir. Ö47; "Formül ya da teoremin neden o şekilde olduğunu geometrik şekillerle ispat edebilirim. Formülü ya da teoremi nasıl kullanacağımızı yazılımlarla çok rahat gösterebilirim ve ispatta çok kolay olur." görüşünden ise geometrik şekillerle ispat kodu tespit edilmiştir.

4.2. İspat ve Muhakeme Sürecine ilişkin Bulgular

Özel yetenekli öğrenciler ile ders planları kapsamında öğretim süreci gerçekleştirilmiş ve her plan kapsamında çeşitli etkinlikler aracılığıyla öğrencilerin ispat ve muhakeme süreçleri incelenmiştir. Daha sonra elde edilen verilerden yararlanarak öğrencilerin oluşturdukları matematiksel argümanlar Toulmin tartışma modeli ile detaylandırılarak incelenmiş ve ispat basamaklarına ayrılarak tablolar halinde sunulmuştur.

4.2.1. Birinci Probleme İlişkin (Dronefest Finali) Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci:

Problem: Dronefest Finali Etkinliği

Üçgen eşitsizliğini içeren günlük hayata yönelik MEB modelleme kitabında yer alan Dronefest finali etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra ile uygulama yapmaları sağlanır.

Görsel 1

Dronefest Finali Etkinliği



İnsansız hava araçları ya da yaygın olarak bilinen adıyla drone uzaktan kumanda edilen, başta savunma sanayii olmak üzere değişik sektörlerde kullanılan bir uçak türüdür. Ülkemizde de kullanımı giderek yaygınlaşan drone ile ilgili birçok yarışma düzenlenmektedir. Düzenlenen yarışmalardan bir tanesi olan Dronefest' te finale kalan iki takım için parkur bilgileri ve yarışmaya dair koşullar aşağıda verilmiştir.

• Düzenlenen parkur üçgen şeklindedir.

• Takımlar yarışmaya üç adet drone ile katılacaktır.

• Her drone bulunduğu noktadan alacağı yükü bir sonraki noktaya kadar en kısa mesafeden gitmek koşuluyla taşıyacaktır.

• Dronelar ya parkurun farklı köşelerine yerleştirilip kullanılan yolu başka bir drone kullanmamak şartıyla birbirinden farklı köşelere ya da parkurun iç bölgesinden alınacak herhangi bir noktadan her bir drone parkurun farklı bir köşesine yüklerini taşıyacaklardır.

• Yarışma bittiğinde droneların aldıkları mesafeler toplanarak takımların kat ettikleri yol bulunacaktır.

Yarışmayı, en uzun mesafeyi kateden takım kazanacağına göre yarışmayı kazanabilmesi için takımların stratejilerine yardımcı olacak bir güzergâh belirleyiniz.

4.2.1.1.Fırat ve Okan'ın Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Evet bu soru hakkında ne düşünüyorsunuz? Nasıl çözebiliriz?

2.(F): Bu tarz soruları daha önce çözmüştüm, zaten konuyu da iyi biliyorum hocam. Şimdi öncelikle soruyu anlamak için parkuru çizmemiz gerekiyor bence. (Veriler)

3.(Ö): Evet iyi fikir. Nasıl geldin buraya, nasıl düşündün? (Onay rehber desteği)

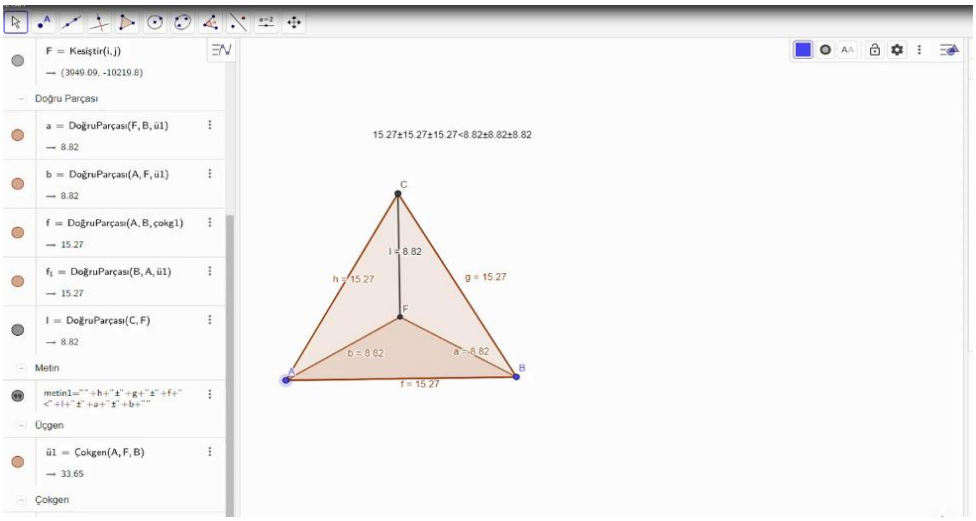
4.(O): Parkuru üçgen şeklinde çizeceğiz ya, önce bir genel soruyu görelim buna göre droneları uçurup hareket ettireceğiz. Şimdi 2 takım var burada biri kenarlardan uçacak anladığım kadarıyla, biride parkurun içinde bir noktadan. (Veriler)

5.(F): Tamam ama yukarıda demiş ki her drone bulunduğu noktadan alacağı yükü bir sonraki noktaya kadar en kısa mesafeden götürmek zorunda yani en azından ortada öyle bir nokta seçmeliyiz ki kısa mesafe olsun. Çözme planımız bunun üzerine olmalı bence. (Veriler)

6. (O): Şimdi kenarları yaparız ama önce bir iç kısımda nokta seçme durumunu nasıl çözelim.

7.(F): Tamam üçgende orta nokta mı seçelim, ya da noktayı nerede çizelim daha kısa olacak şekilde? Ölçerek mi yapsak?

8.(O): Ben eşkenar üçgen çizip bulabilirim. Geogebra da çizerek ayarlayabilirim. Şöyle ki bence bu üçgen parkurda iç bölgede dronların hareket rotası, kenarlardaki hareket rotasından daha küçük çıkabilir. (İddia)



9.(O):Şimdi eşkenar üçgende seçtiğim orta nokta hem açıortay, hem kenarortay hem de yüksekliklerin buluştuğu nokta ve aynı zamanda iç teğet çemberin merkezi, dolayısıyla bu bulunan bir drone uçarken en kısa yolu alıyor. Yukarıda eşitsizliği yazdım. (Gerekçe)

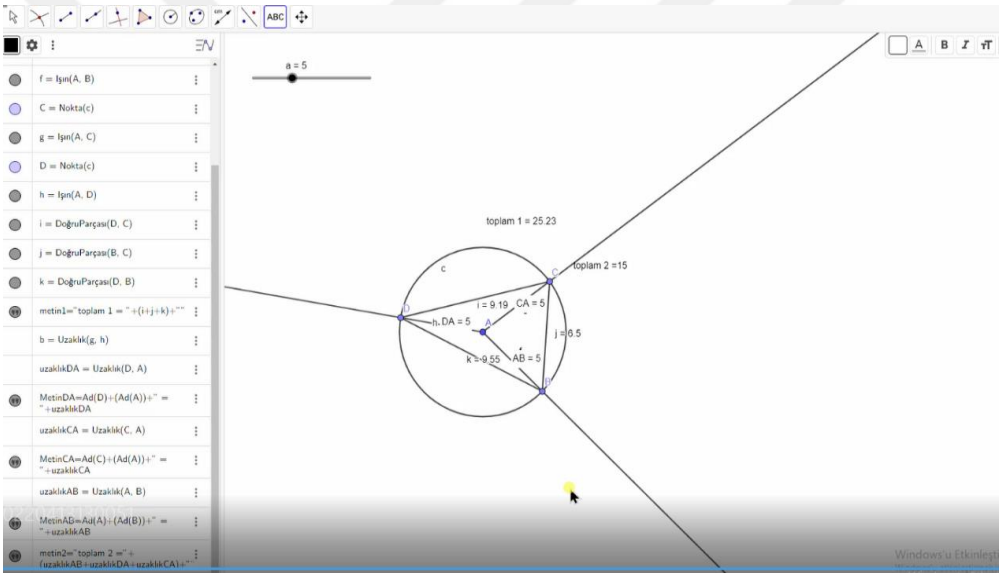
10.(F): Yani dışta hareket eden droneların aldığı yol toplamı, içte hareket eden dronların aldığı yoldan küçük demişsin, olmamış bence. (Çürüten)

11.(O): O kısmı yanlış yazdım tersi olacak yani dışta hareket eden dronların aldığı yol toplamı, içte hareket eden dronların aldığı yoldan fazla olacak, doğru yani bu benim düşündüğüm bir yol sen ne dersin peki?

12.(F): Bu durum doğru olabilir ama eşkenar olmazsa ne olacak sadece orada takıldım. (Sınırlandıran)

13. (F): Biz üçgen yaparken çember kullanabiliyoruz ya orta noktayı öyle de bulabiliriz, İç teğet çember mi çizelim çevrel çember mi? şimdi İç teğet değil sanki hani orta nokta bulacağız ya tüm üçgeni kapsayacak bir çevrel çember çizelim. Parkurda iç bölgede droneın hareket rotası, kenarlardaki hareket rotasından daha küçük ya da eşit çıkabilir bence de. (İddia)

14.(Ö): Evet çok daha iyi olabilir. Çiz bakalım. (Onay rehber desteği)



15.(F): A noktası şeklinde seçtiğimiz merkez noktanın köşelere uzunluğunu 5 cm seçtik ya droneların içerisinde aldığı yol 15 olsa, kenarlardan aldığı yol hesaplayınca 25.23 olacaktır. Dolayısıyla içte alınan yol daha az. (Gerekçe)

16.(O): Benim bulduğum sonuç gibi senin de.

17.(F): Ben biraz önce birkaç farklı noktaya hareket ettirdim bu dinamik ortam sayesinde daha kolay oluyor böyle çok güzel hocam ya. Şimdi yani sadece A noktasında kalmadım daha sonra iç bölgede köşelere uzunlukları toplamı, kenarların toplamından hep küçük çıktı. Yani her üçgende ve her noktada denedim. (Gerekçe)

18.(O): Acaba böyle bir kural oluşur mu ya da var mı? Araştırmamız lazım.

19.(F): Araştıralım vardır bence de. Hocaya da sorabiliriz.

20.(Ö): Genelleme yapmak isterseniz ne söyleyebilirsiniz. Bence çok güzel ilerlediniz. (Onay rehber desteği)

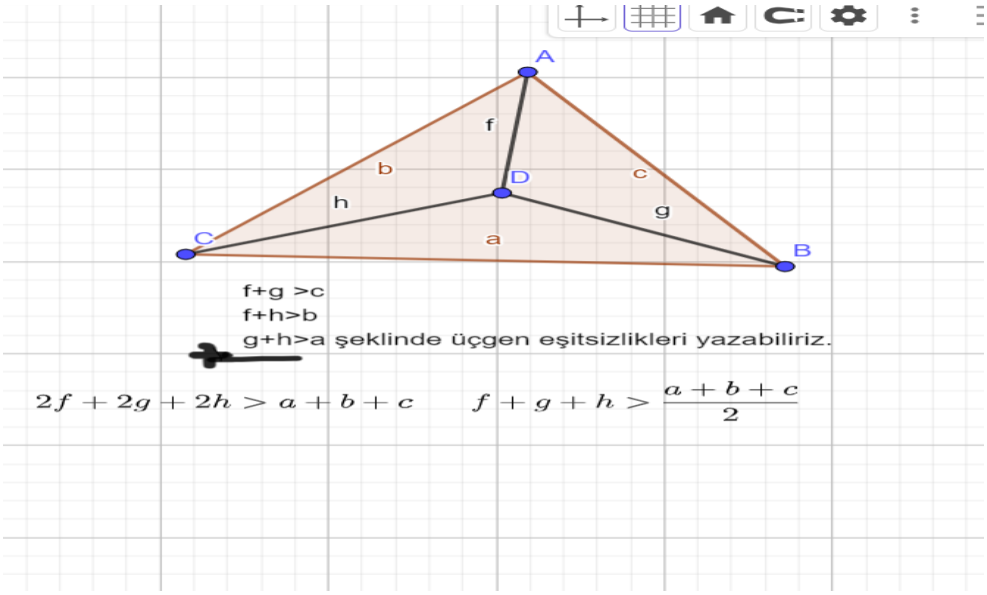
21. (O): Biz bir genellemeye ulaşabiliriz. Yani formüle dökerim ben bu çok kolay olur. Buradan şöyle diyelim :" Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları k, l, m diyelim mesala k + l + m toplamı a + b + c toplamından küçüktür. Yani a+b+c > k+l+m" diyebiliriz. (İddia)

22.(F): Baya iyi bir genelleme çıkardın ☺. (Onay rehber desteği)

23.(Ö): Bence de güzel bir genellemeye ulaştınız. Ama farklı bir noktası daha var bu genellemenin. Fark etmemeniz normal şöyle ki; Fermat - Toricelli Noktası olarak da geçiyor bu teorem : "Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir P noktasının üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları x, y, z ise x + y + z toplamı a + b + c toplamından küçük ve bu toplamın yarısından büyüktür. Yani üçgenin çevresi olan a + b + c toplamı kısaca 2u ile gösterilirse u < x + y + z < 2u eşitsizlikleri geçerlidir" şeklin de bir teorem var. (Referans rehber desteği)

24.(F): Aslında baktığımda benim sonucuma iç noktada uzunlukları toplamı 15 çıkmıştı, üçgenin çevireside yaklaşık 25 cm 'di. O halde 12.5<15<25 gibi olur. Birçok deneme yapabiliriz galiba geogebranın en çok bu tarafını sevdim. (Gerekçe)

25.(O): Aynen bende baktım şimdi hep böyle çıkıyor. Ama bunu örnek dışında da ispatlayabiliriz sanki Fırat, yani şöyle düşün geogebra da göstereyim aklıma bir şey geldi; bu şekilde yapabiliriz. Yani her üçgene eşitsizlik kuralını uygularım. Yani buda bir yol hocam ne dersiniz. (Gerekçe)



26.(Ö): Çok iyi çocuklar. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ,4. ve 5. kodla analiz edilen tartışmada Okan ve Fırat ortaya koydukları iddiaya yönelik verilerini ifade etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla öğrenciler parkuru nasıl oluşturacaklarını ve bu parkur da droneların nasıl hareket edeceğini konuşmuşlardır. Böylece bu veriler aracılığıyla tartışma zemini oluşturulmaya başlanmıştır.
- 8. ve 13. kodla analiz edilen tartışmada Okan ve Fırat verilere dayalı olarak tartışmanın temel amacına yönelik iddialarını ortaya koymuşlardır. İki öğrencinin de ifadeleri birbirine benzer olup parkurun iç bölgesinde droneların hareket rotası, kenarlardaki droneların hareket rotasından daha küçük ya da eşit çıkabilir, şeklinde iddialarını ortaya koymuşlardır. 21. kodda ise Okan iddiasına yönelik bir genelleme ortaya koyarak iddiasını güçlendirmiştir.
- 9. ,15. ,17. ve 24. kodla analiz edilen tartışmada Okan ve Fırat iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koymuşlardır. Öğrenciler iddiaların nedenlerini, kendi ulaştıkları sonuçları savunmak için GeoGebra yazılımında oluşturdukları çözüm yöntemleri ile açıklama yapmışlardır. Argümantasyon sürecine abdüktif akıl yürütme şeklinde başlayarak dedüktif akıl yürütme ile süreci ilerletmişlerdir. Böylece öne sürdükleri gerekçeleri kullanarak iddialarını doğrulamaya çalışmışlardır.
- 14. , 19. ve 21. kodla analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle öğrencilere onay rehber desteği verilmiştir.
- 12. kodla analiz edilen tartışmada ise Fırat, Okan'ın çözümüne yönelik sadece eşkenar üçgen ile çalıştığını ifade ederek genele yönelik bir çözüm olmadığı için sınırlı olabileceğini ifade etmiştir.
- 10. kodla analiz edilen tartışmada ise Fırat, Okan'uın iddiasına yönelik gerekçede droneların aldığı yol ile ilgili çeşitli yanlışlar bulmuş ve Okan'ın ifadesinin geçersiz olabileceğini belirterek, görüşünü çürütmeye çalışmıştır.
- 23. kodla analiz edilen tartışmada ise öğretmen Fermat - Toricelli noktası olarak da geçen teoreme atıfta bulunarak öğrencilere referans rehber desteği vermiştir.
- 25. kodla analiz edilen tartışmada öğrenciler argümanlarını GeoGebra yazılımında tartışarak, matematiksel ifadeler aracılığıyla ispat süreçlerini ilerletmişlerdir.
- 26. kodla analiz edilen tartışmada ise "Çok iyi çocuklar." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Çürüten-Fırat

Yani dışta hareket eden dronların aldığı yol toplamı, içte hareket eden dronların aldığı yoldan küçük demişsin, olmamış bence.

4

Veri-Okan

Parkuru üçgen şeklinde çizeceğiz ya, buna göre droneları uçurup hareket ettireceğiz. Şimdi 2 takım var burada biri kenarlardan uçacak anladığım kadarıyla, biride parkurun içinde bir noktadan.

1

Sınırlandıran-Fırat

Bu durum doğru olabilir ama eşkenar olmazsa ne olacak sadece orada takıldım.

5

İddia-Okan

Ben eşkenar üçgen çizip bulabilirim. Geogebra da çizerek ayarlayabilirim. Şöyle ki bence bu üçgen parkurda iç bölgede dronein hareket rotası, kenarlardaki hareket rotasından daha küçük çıkabilir.

Veri-Fırat

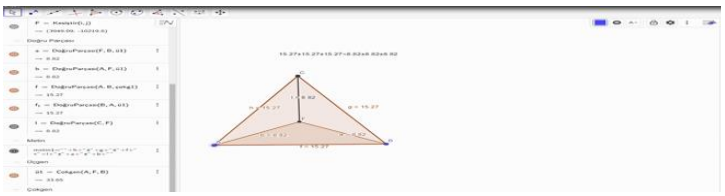
Her drone bulunduğu noktadan alacağı yükü bir sonraki noktaya kadar en kısa mesafeden götürmek zorunda yani en azından ortada öyle bir nokta seçmeliyiz ki kısa mesafe olsun.

2

3

Gerekçe-Okan

Şimdi eşkenar üçgende seçtiğim orta nokta hem açıortay, hem kenarortay hem de yüksekliklerin buluştuğu nokta ve aynı zamanda iç teğet çemberin merkezi, dolayısıyla bu bulunan bir drone uçarken en kısa yolu alıyor. Yukarıda eşitsizliği yazdım.



6

İddia-Fırat

Biz üçgen yaparken çember kullanabiliyoruz ya orta noktayı öyle de bulabiliriz, İç teğet çember mi çizelim çevrel çember mi? şimdi İç teğet değil sanki hani orta nokta bulacağız ya tüm üçgeni kapsayacak bir çevrel çember çizelim. Parkurda iç bölgede dronein hareket rotası, kenarlardaki hareket rotasından daha küçük ya da eşit çıkabilir bence de.

8

Gerekçe-Fırat

A noktası şeklinde seçtiğimiz merkez noktanın köşelere uzunluğunu 5 cm seçtik ya droneların içerisinde aldığı yol 15 olsa, kenarlardan aldığı yol hesaplayınca 25.23 olacaktır. Dolayısıyla içte alınan yol daha az.

9

Ben biraz önce birkaç farklı noktaya hareket ettirdim yani sadece A noktasında kalmadım daha sonra iç bölgede köşelere uzunlukları toplamı, kenarların toplamından hep küçük çıktı. Yani her üçgende ve her noktada denedim.



7

10

Onay rehber desteği

Evet, çok daha iyi olabilir. Çiz bakalım.

Devamı;

Onay rehber desteği

Genelleme yapmak isterseniz ne söyleyebilirsiniz. Bence çok güzel ilerlediniz.

11

İddia-Okan

Biz bir genellemeye ulaşabiliriz. Buradan şöyle diyelim: ”Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları k, l, m diyelim mesala k + l + m toplamı a + b + c toplamından küçüktür.” diyebiliriz.

Referans rehber desteği

Bence de güzel bir genellemeye ulaştınız. Ama farklı bir noktası daha var bu genellemenin. Fark etmemeniz normal şöyle ki; Fermat - Toricelli Noktası olarak da geçiyor bu teorem:

” Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir P noktasının üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları x, y, z ise x + y + z toplamı a + b + c toplamından küçük ve bu toplamın yarısından büyüktür. Yani üçgenin çevresi olan a + b + c toplamı kısaca 2u ile gösterilirse u < x + y + z < 2u eşitsizlikleri geçerlidir” şeklinde bir teorem var.

12

13

Onay rehber desteği

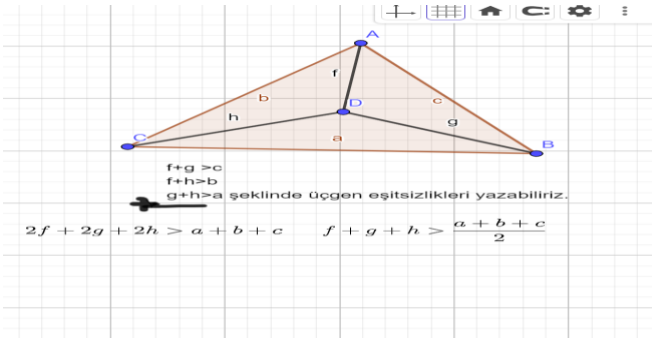
Baya iyi bir genelleme çıkardın ☺. Peki bu genellemeyi ispatlamaya çalışın desem ne yaparsınız?

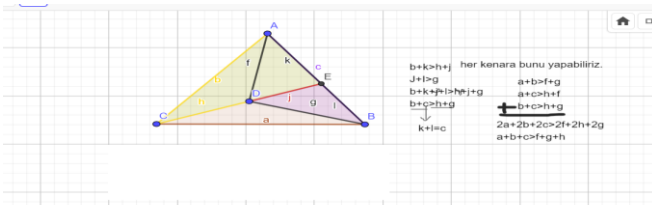
15

16

Gerekçe-Okan

Yani her üçgene eşitsizlik kuralını uygularım. Genel formüle ulaşabilirim:





14

Gerekçe-Fırat

Aslında baktığımda benim sonucuma iç noktada uzunlukları toplamı 15 çıkmıştı, üçgenin çevireside yaklaşık 25 cm ‘di. O halde 12.5<15<25 gibi olur. Birçok deneme yapabiliriz galiba geogebranın en çok bu tarafını sevdim.

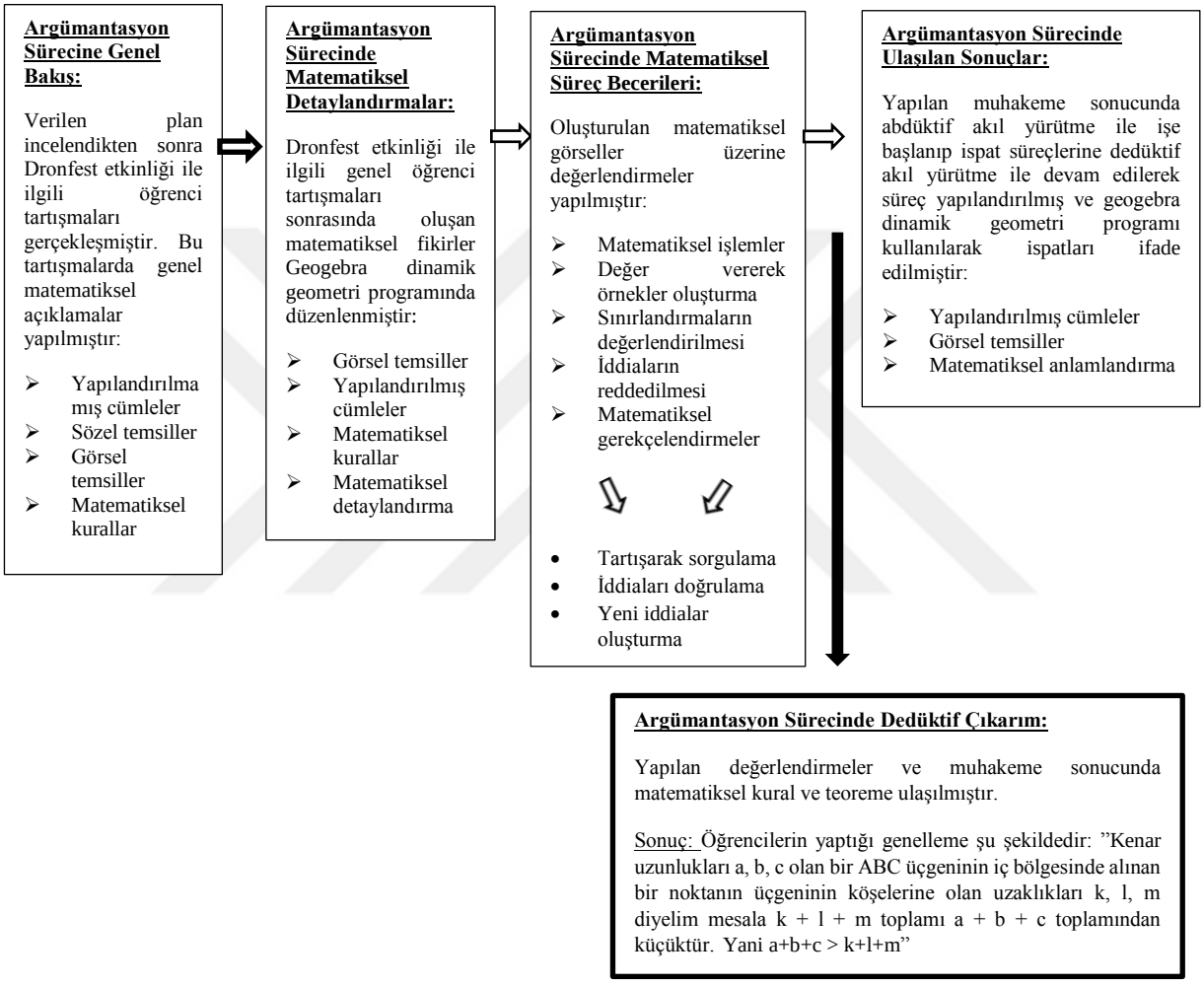
Sonlandırıcı rehber desteği

Çok iyi çocuklar

17

*Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar***:**

Öğrencilere yönelik hazırlanan I.planın ürün bölümünde yer alan Dronefest finali etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve bu argümanların detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Araştırmada elde edilen veriler incelendiğinde öncelikle öğrenciler konu hakkında yeterince bilgi sahibi olduklarını ve daha önce de bu tarz sorularla karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin ispat ve muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar ile başladıkları görülmüştür. Bu süreçte başlangıçta oluşturdukları matematiksel açıklamaları ifade ederken genelde yapılandırılmamış cümleler, sözel temsiller, görsel temsiller ve matematiksel kurallar kullanmışlardır. Bu süreçte GeoGebra yazılımında daha çok görsel ve sözel temsiller arasında bir geçiş yapmaya çalışarak bir yandan da matematiksel kurallardan yararlanmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte etkinliği GeoGebra

yazılımında düzenleyerek yapılandırılmış cümleler kullanmışlardır. Görsel temsilleri daha çok sözel temsillerle desteklemişlerdir. Öğrenciler daha çok soru kalıbından yola çıkarak matematiksel kuralları anlamlı bir şekilde kullanmaya çalışmışlardır. Soruyu çözerken ilerleyen süreçlerde matematiksel becerilerini kullanarak matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Matematiksel süreç becerileri kapsamında çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş, sınırlandırmaları değerlendirmiş, çeşitli iddiaları reddetmiş bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Bu süreçte karşılıklı tartışarak sorgulamalar yapmış, öne sürdükleri bazı iddialarını kabul etmiş ya da bazılarını reddederek ilgili göreve ilişkin yeni iddialar oluşturmuşlardır. Öne sürdükleri matematiksel iddialar ve bu kapsamda oluşturdukları argümanlar arasında içsel sorgulama sonucunda mantıklı bir bağ oluşturmaya çalışmışlardır. Ayrıca öğrencilerin ispat yaparken argümanlar üretebildiği ve çeşitli stratejiler geliştirebildikleri görülmüştür. Diğer yandan ifadelerini matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler yapılan değerlendirmeler ve muhakeme sonucunda çeşitli matematiksel kural ve teoremlere ulaşmışlardır. Yapılan muhakeme sürecinde abdüktif akıl yürütme ile işe başlayıp ispat süreçlerine dedüktif akıl yürütme ile devam ederek süreci yapılandırmış ve GeoGebra yazılımında ispatlarını ifade etmeye çalışmışlardır. Bu süreçte referans ve argümanlarından yola çıkarak kullandıkları matematiksel kuralları anlamlandırmışlardır. Öğrencilerin yaptığı genelleme: ”Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları k, l, m diyelim mesala k + l + m toplamı a + b + c toplamından küçüktür. Yani a+b+c > k+l+m” şeklindedir.

4.2.1.2. Emre ve Ali'nin Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Çocuklar soruyu incelediniz mi? Neler düşünüyorsunuz? Daha önce bu tarz sorularla karşılaştınız mı?

2.(A): Ben BİLSEM ‘de karşılaştım okulda pek çözmedim böyle soru ama değişik bir soruymuş. Öncelikle parkuru çizmemiz gerekiyor bence. Çok zor bir parkur değil yani üçgen şeklinde bir parkur var hem içinde bir noktadan hareket ediyor dronlar; hem de kenarlardan hareket ediyorlar, bunların aldığı yolu karşılaştıracağız. (Veriler)

3.(Ö): Evet iyi fikir. Sen ne dersin Emre? (Onay rehber desteği)

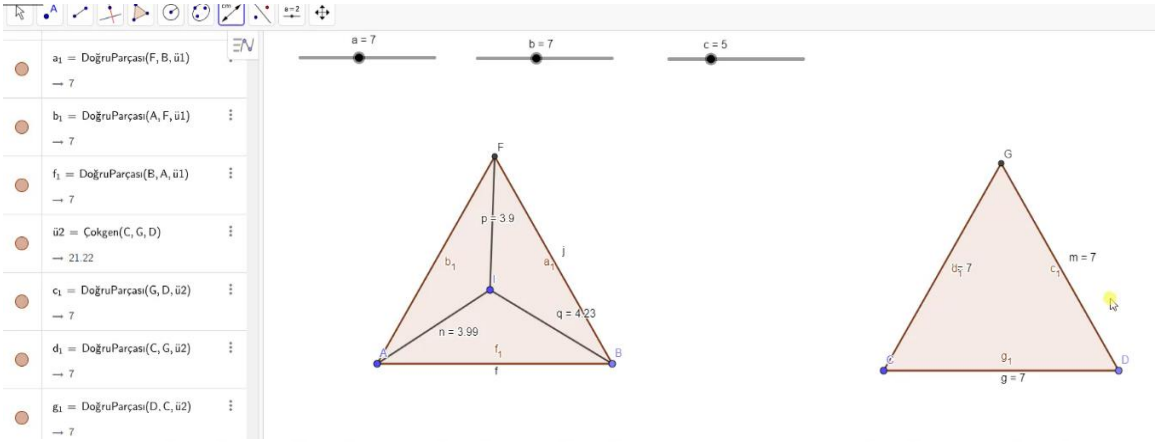
4.(E): Hocam bende çözdüm ama çok sık karşılaşmadım yani ispat yapmadım açıkçası bu tarz sorularla. Bende şöyle söyleyebilirim, parkuru üçgen şeklinde çizeceğiz ya, buna göre droneları uçurup hareket ettireceğiz. Şimdi 2 takım var burada biri kenarlardan uçacak anladığım

kadarıyla, biride parkurun içinde bir noktadan alacağı yükü bir sonraki noktaya kadar en kısa mesafeden götürmek zorunda olan bir nokta seçeceğiz.(Veriler)

5.(A): Tamam üçgende orta nokta mı seçelim, ya da noktayı nerede çizelim daha kısa olacak şekilde? Ölçerek mi yapsak?

6.(E): Üçgen çizip bulabiliriz. Geogebra da çizerek ayarlayabiliriz. Şöyle ki bence bu üçgen parkurda iç bölgede dronların hareket rotası, kenarlardaki hareket rotasından daha küçük çıkabilir. (İddia)

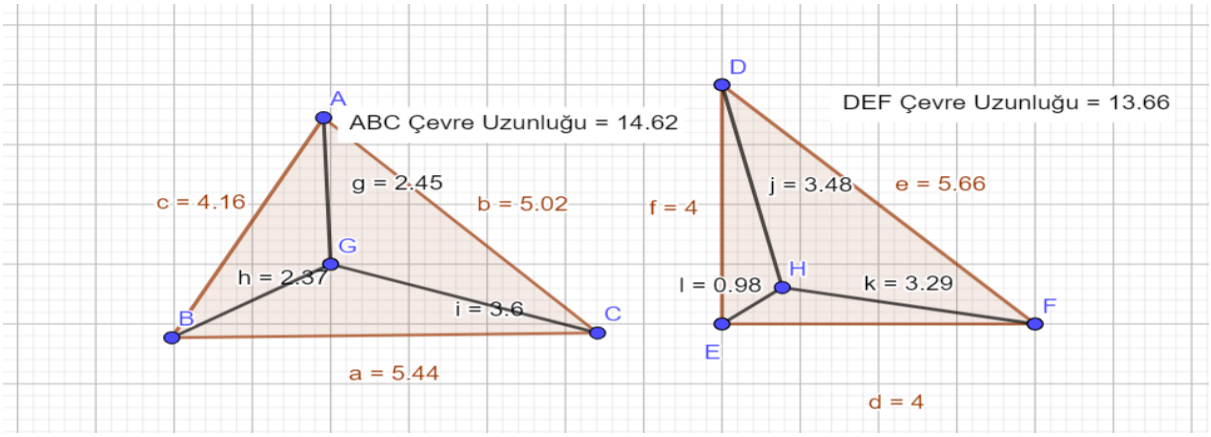
7.(A): Şimdi eşkenar üçgende kolayca gösterebiliriz, seçtiğim orta noktada bir drone uçarken bir yol alıyor ve bu alınan yolları karşılaştırdığımız da iç bölgede alınan yollar hep kenardan küçük çıkıyor. Yani 3,9+3,99+4,23=7+7+7. (Gerekçe)



8.(E): Bu durum doğru olabilir ama her üçgen için nasıl gösterebiliriz Ali tekrar bakalım? (Sınırlandıran)

9.(Ö): Evet çok güzel ilerlediniz ama Emre'nin dediği gibi acaba her üçgen için doğru mu? (Onay rehber desteği)

10. (A): Biz üçgen içerisinde bir nokta alırken nerede alırsak fark etmez bence, bunu da çeşitli örneklerle genelleyebiliriz. Birçok üçgen çizeriz. Örneğin; (Gerekçe)



A G ve H noktası şeklinde seçtiğimiz merkez noktaların köşelere uzaklıkları hesaplandığında

Üçgen içerisinde droneların aldığı yol, kenarlardan aldığı yoldan her zaman daha küçüktür.

11.(Ö): Evet örneklerle ispat yapmaya çalışıyorsunuz galiba peki en son nasıl genelleyebilirsiniz. Matematiksel olarak ifade edebilir misiniz? (Onay rehber desteği)

12. (E): Biz Ali ile tartıştık yani şöyle bir genellemeye ulaşabiliriz. Yani çok derslerde bu tarz ispat soruları çözdüğümüz söylenmez açıkçası ama buradan şöyle diyelim: ”Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninin iç bölgesinde örneklerde gösterdiğimiz gibi herhangibir yerde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları x, y, z diyelim mesala x + y + z toplamı a + b + c toplamından küçüktür. a+b+c > x+y+z ” diyebiliriz.(İddia)

13.(Ö): Peki**,** bence de güzel bir genellemeye ulaştınız. Çok iyi çocuklar, tebrikler. (Onay rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 4. kodlar ile analiz edilen tartışmada Ali ve Emre soruyu incelemiş ve verilerini şekillendirmişlerdir. Öğrenciler bu verileri kullanarak üçgen parkuru nasıl oluşturacaklarını ve bu parkur da droneların hareket rotalarının nasıl olabileceğini konuşmuşlardır. Böylece bu veriler aracılığıyla argümanlarını oluşturmaya başlamışlardır.
- 6. ve 12. kodlar ile analiz edilen tartışmada Ali ve Emre; ”Parkurun iç bölgesindeki droneların hareket rotasını, kenarlardaki droneların hareket rotasından daha küçük ya da eşit çıkabilir “ şeklinde iddialarını ortaya koymuşlardır.
- 7. ve 10. kodlarla analiz edilen kısımda Ali ve Emre iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koymuşlardır. İddialarının nedenlerini açıklamak ve kendi ulaştıkları sonuçları savunmak için dinamik ortamda ürettikleri argümanlar ile açıklama yapmışlardır.
- 3. , 9. ve 11. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 8. kodda ise Emre, Ali’nin çözümüne yönelik sadece eşkenar üçgen ile çalıştığını ifade ederek genele yönelik bir çözüm olmadığı için sınırlı olabileceğini ifade etmiştir.
- 13. kodda ise “Çok iyi çocuklar.” şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Ali

Öncelikle parkuru çizmemiz gerekiyor bence. Çok zor bir parkur değil yani üçgen şeklinde bir parkur var hem içinde bir noktadan hareket ediyor dronlar; hem de kenarlardan hareket ediyorlar, bunların aldığı yolu karşılaştıracağız.

1

İddia-Emre

Üçgen çizip bulabiliriz. Geogebra programın da çizerek ayarlayabiliriz. Şöyle ki bence bu üçgen parkurda iç bölgede dronların hareket rotası, kenarlardaki hareket rotasından daha küçük çıkabilir.

2

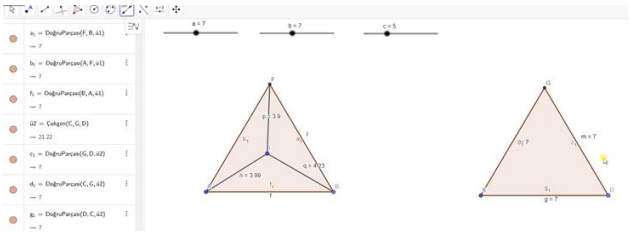
Veri-Emre

Parkuru üçgen şeklinde çizeceğiz ya, buna göre droneları uçurup hareket ettireceğiz. Şimdi 2 takım var burada biri kenarlardan uçacak anladığım kadarıyla, biride parkurun içinde bir noktadan alacağı yükü bir sonraki noktaya kadar en kısa mesafeden götürmek zorunda olan bir nokta seçeceğiz.

4

Gerekçe-Okan

Şimdi eşkenar üçgende kolayca gösterebiliriz, seçtiğim orta noktada bir drone uçarken bir yol alıyor ve bu alınan yolları karşılaştırdığımız da iç bölgede alınan yollar hep kenardan küçük çıkıyor. Yani 3,9+3,99+4,23=7+7+7.



3

Onay rehber desteği

Evet, iyi fikir. Sen ne dersin Emre

5

Sınırlandıran-Emre

Bu durum doğru olabilir eşkenar üçgende ama her üçgen için nasıl gösterebiliriz

6

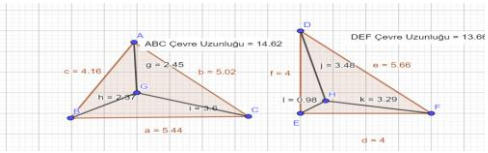
Onay rehber desteği

Evet, çok güzel ilerlediniz ama Emre'nin dediği gibi acaba her üçgen için doğru mu?

7

Gerekçe-Okan

Biz üçgen içerisinde bir nokta alırken nerede alırsak fark etmez bence, bunu da çeşitli örneklerle genelleyebiliriz. Birçok üçgen çizeriz. Örneğin; (Gerekçe)



A G ve H noktası şeklinde seçtiğimiz merkez noktaların köşelere uzaklıkları hesaplandığında üçgen içerisinde droneların aldığı yol, kenarlardan aldığı yoldan her zaman daha küçüktür.

8

Onay rehber desteği

Evet örneklerle ispat yapmaya çalışıyorsunuz galiba peki en son nasıl genelleyebilirsiniz. Matematiksel olarak ifade edebilir misiniz?

9

İddia-Emre

Biz bir genellemeye ulaşabiliriz. Buradan şöyle diyelim :" Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları x, y, z diyelim mesala x + y + z toplamı a + b + c toplamından küçüktür. a+b+c > x+y+z " divebiliriz.

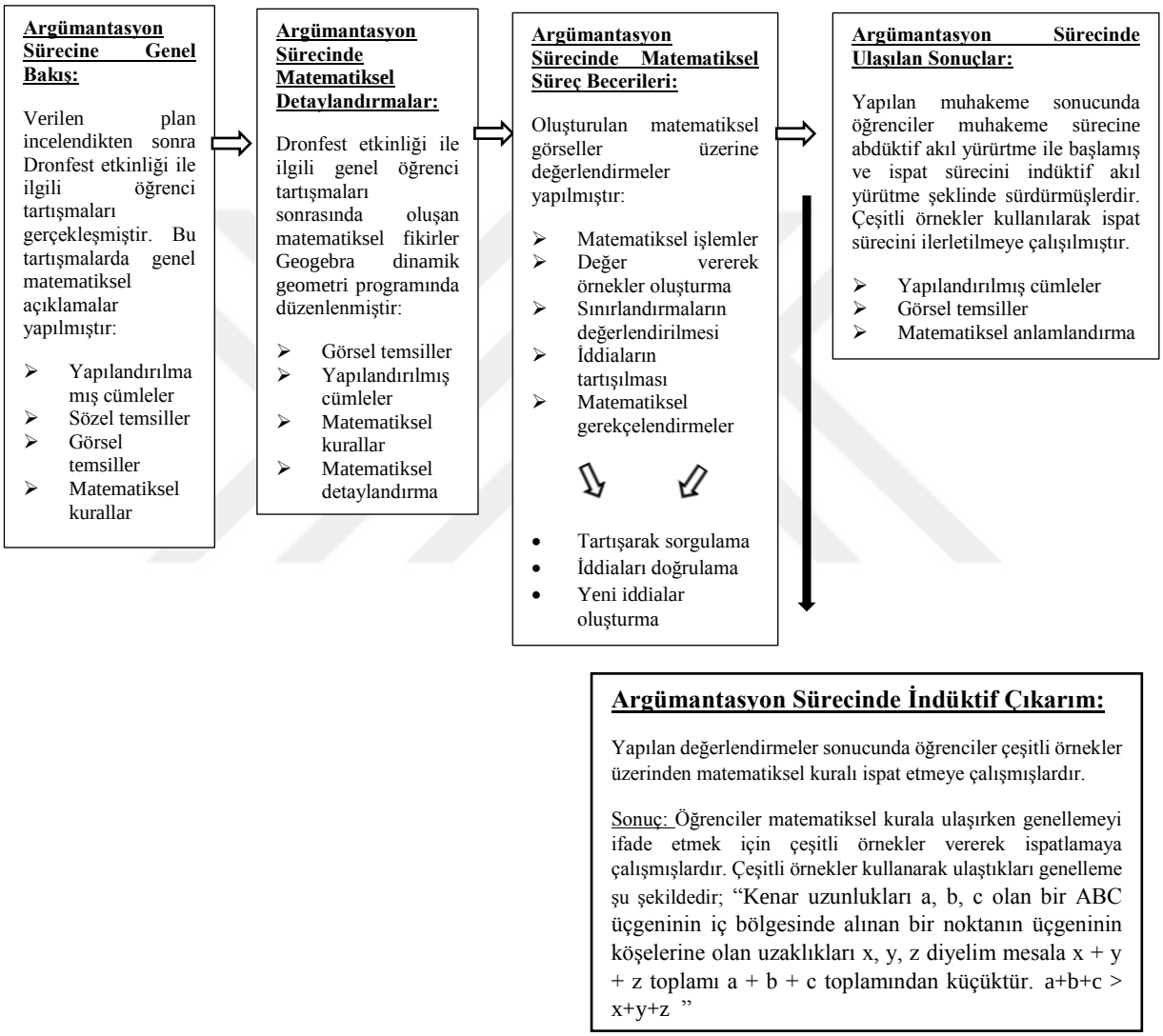
10

Sonlandırıcı rehber desteği

Bence de güzel bir genellemeye ulaştınız.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan I.planın ürün bölümünde yer alan Dronefest finali etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımında uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Araştırmada öğrencilerin argümantasyon süreci incelendiğinde konu hakkında yeterince bilgi sahibi olduklarını fakat daha önce de bu tarz sorularla sadece BİLSEM'de karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Öğrenciler ispat ve muhakeme sürecine başlarken karşılaştıkları soruyu öncelikle sözel temsiller kullanarak açıklamışlardır. Argümantasyon temelli tartışmanın ilerleyen sürecinde ise sözel temsilleri, yapılandırılmamış cümleler ve görsel temsiller ile destekleyerek argümantasyon sürecini detaylandırmışlardır. Bu süreçte GeoGebra yazılımında

daha çok görsel ve sözel temsiller arasında bir geçiş yapmaya çalışarak bir yandan da matematiksel kurallardan yararlanmışlardır. Öğrenciler GeoGebra'da görsel temsillerle fikirlerini pekiştirmişlerdir. Ayrıca argümantasyon sürecinde matematiksel süreç becerileri kapsamında matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yaparken daha önce bildikleri matematiksel kuralları kullanmışlardır. Öğrenciler iddialarına yönelik gerekçelerini ifade ederken daha önceden çok fazla ispat yapmadıklarını ifade etmişlerdir. Bu sebeple ispat süreçleri incelendiğinde öncelikli olarak ispatlarını matematiksel işlemler ve örneklere dayandırdıkları görülmüştür. Bu süreçte karşılıklı tartışarak sorgulamalar yapmış, öne sürdükleri iddialarını yönelik matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. İspat yaparken ürettikleri argümanlar arasında mantıklı bir bağ oluşturmaya çalışmışlardır. Ayrıca ifadelerini örneklerle destekleyen öğrenciler yapılan değerlendirmeler ve muhakeme sonucunda matematiksel kurala ulaşılmışlardır. Fakat ulaştıkları bu kuralların doğruluğundan emin olmak için çeşitli örnekler kullanarak muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini ise indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Bunun sonucunda ulaştıkları kural; "Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları x, y, z diyelim mesala x + y + z toplamı a + b + c toplamından küçüktür." şeklindedir.

4.2.1.3.Nil ve Selim 'in Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Dronfest finali etkinliği hakkında ne düşünüyorsunuz çocuklar? Soruyu incelediniz mi?

2.(N): Şimdi hocam bu değişik bir soru gibi çözmesi zevkli olacak yani derslerde çok karşılaşmıyoruz böyle sorularla o yüzden zorlanabilirim ama deneyeceğim çözümü. Öncelikle Üçgen şeklinde bir alan var hem içinde bir noktadan hareket ediyor hem de üçgen alanın çevresinde hareket eden dronlar var ve bunların aldığı yolu karşılaştıracağız. (Veriler)

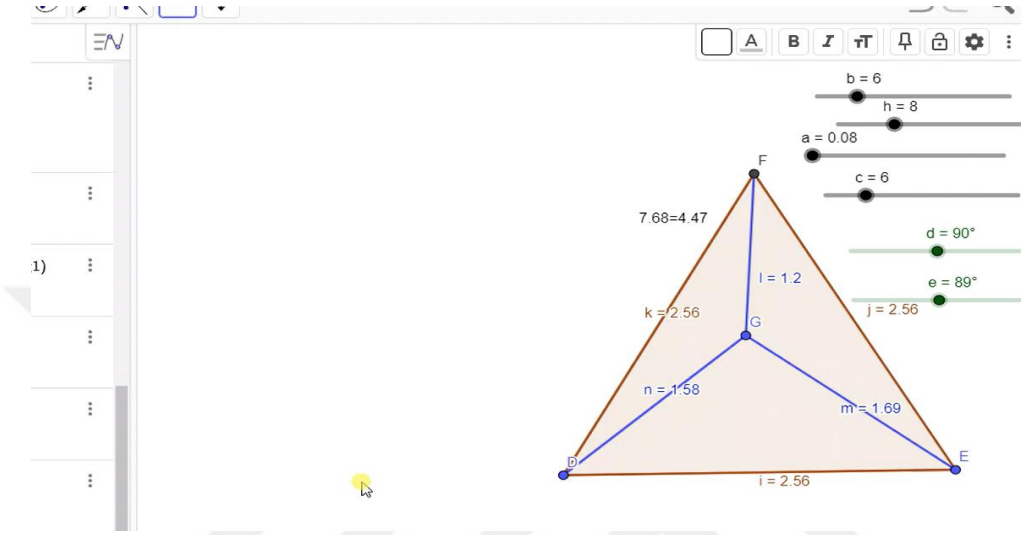
3.(Ö): Evet iyi fikir. Selim sen ne düşünüyorsun soru hakkında? (Onay rehber desteği)

4.(S): Ben de Nil gibi düşünüyorum**,** üçgen şeklinde bir alan var ve droneları uçurup hareket ettireceğiz. Şimdi 2 takım var, biri kenarlardan uçacak diğeri de alanın içinde bir noktadan alacağı yükü alanın uç noktalarına kadar en kısa mesafeden götürecek bir nokta seçeceğiz ve aldığı yolları karşılaştıracağız. (Veriler)

5.(N): Şimdi Selim geogebra programında soruyu şöyle çizdim. Üçgenin içerisinde bir nokta seçip üçgenin köşelerine uzaklıklarına bakalım, sonra üçgende kenarların uzunluklarını toplayalım, sonra karşılaştıralım bence herhangi bir üçgen çizsek yeter. Sence? (İddia)

6.(S): Bende senin gibi düşünüyorum, üçgen çizip bulabiliriz. Geogebra da herhangi bir üçgen çizelim Nil; eşkenarda hızlıca gösterebiliriz ama sınırlandırmayalım sen sabit üçgen çizmişsin

ben Geogebrada pratik çok yapmıştım oradan biliyorum ben üçgeni sürgüler ile bağladım, zaten bununla çeşitli üçgenler haline getiririz. Seçtiğim üçgenin iç noktasında bir drone uçarken bir yol alıyor ve bu alınan yolları karşılaştırdığımız da iç bölgede alınan yollar hep kenardan küçük çıkıyor. Bak hareket ettiriyorum bir sürü üçgen çıkıyor. Yani örneğin: 1,2 +1,58 +1,69 = 2.56 + 2.56 + 2.56 buradan 7.68 > 4.47'den. Sürgü ile oluşturduğum üçgenlerde hep iç noktada seçtiğimiz noktanın köşelere uzaklığı hep çevreden küçük oluyor. (Gerekçe)



7.(Ö): Evet çok güzel ilerlediniz, Selim geogebra dinamik geometri programının kolaylaştırıcı özelliğini de kullanmış güzel bir yol seçtiniz. Evet, örneklerle ispat yapıyorsun gibi peki en son nasıl genelleyebilirsiniz. (Onay rehber desteği)

8. (N): Biz bir genellemeye ulaşabiliriz yani hani matematiksel olarak ifade edersek. Yani ifade ederken baş harflerimizi de kullanıcam ☺: " Kenar uzunlukları a, b,c olan bir ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları n, s, d diyelim mesala a + b+ c toplamı n + s + m toplamından büyüktür." diyebiliriz. (İddia)

9.(Ö): Bence de güzel bir genellemeye ulaştınız. Ama daha matematiksel sembollerle gösterebilir misiniz? (Onay rehber desteği).

10.(S): Hocam bence yeterli daha farklı nasıl ifade edebiliriz ki?

11.(Ö): Peki, çok iyi çocuklar, tebrikler. (Onay rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 4. kodlar ile analiz edilen tartışmada Nil ve Selim ortaya koydukları iddialarına yönelik verilerini ifade etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla üçgen parkuru nasıl oluşturacaklarını ve bu parkurda droneların nasıl hareket edeceğini ifade etmişlerdir.
- 5. ve 8. kodlar ile analiz edilen tartışmada Ali ve Emre verilere dayalı olarak tartışmanın temel amacına yönelik iddialarını ortaya koymuşlardır. Öğrencilerden biri parkurun iç bölgesinde

droneların hareket rotasını, kenarlardaki droneların hareket rotasından daha küçük ya da eşit çıkabilir, şeklinde iddialarını ortaya koymuşlardır.

- 6. kodda analiz edilen tartışmada Nil ve Emre iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koymuşlardır. İddiaların nedenlerini, kendi ulaştıkları sonuçları savunmak için GeoGebra'da oluşturdukları çözüm yöntemleri ile açıklama yapmışlardır. Bu süreci indüktif gerekçe olarak kullanıp doğrulamışlardır.
- 3. , 7. , 9. ve 11. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 11. kodda ise "Çok iyi çocuklar." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Nil

Üçgen şeklinde bir alan var hem içinde bir noktadan hareket ediyor hem de üçgen alanın çevresinde hareket eden dronlar var ve bunların aldığı yolu karşılaştıracağız.

1

İddia-Nil

Üçgenin içerisinde bir nokta seçip üçgenin köşelerine uzaklıklarına bakalım, sonra üçgende kenarların uzunluklarını toplayalım, sonra karşılaştıralım bence herhangi bir üçgen çizsek yeter.

2

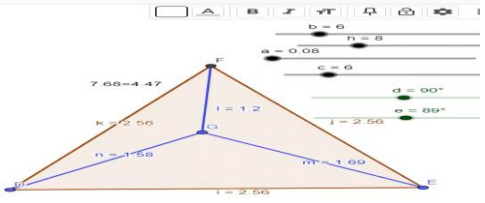
Veri-Selim

Üçgen şeklinde bir alan var ve droneları uçurup hareket ettireceğiz. Şimdi 2 takım var, biri kenarlardan uçacak diğeri de alanın içinde bir noktadan alacağı yükü alanın uç noktalarına kadar en kısa mesafeden götürecek bir nokta seçeceğiz ve aldığı yolları karşılaştıracağız.

4

Gerekçe-Selim

Seçtiğim üçgenin iç noktasında bir drone uçarken bir yol alıyor ve bu alınan yolları karşılaştırdığımız da iç bölgede alınan yollar hep kenardan küçük çıkıyor. Bak hareket ettiriyorum bir sürü üçgen çıkıyor. Yani örneğin: 1,2 + 1,58 + 1,69 = 2.56 + 2.56 + 2.56 buradan 7.68 > 4.47'den.Sürgü ile oluşturduğum üçgenlerde hep iç noktada seçtiğimiz noktanın köşelere uzaklığı hep çevreden küçük oluyor.



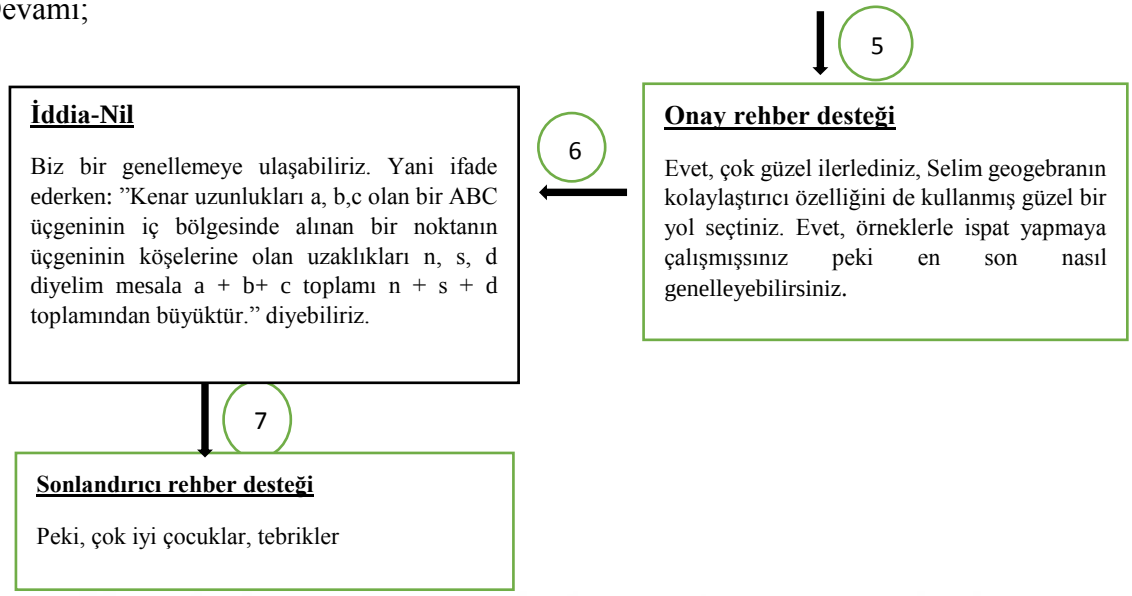
3

Onay rehber desteği

Evet, iyi fikir. Nasıl ilerleyeceksiniz peki?

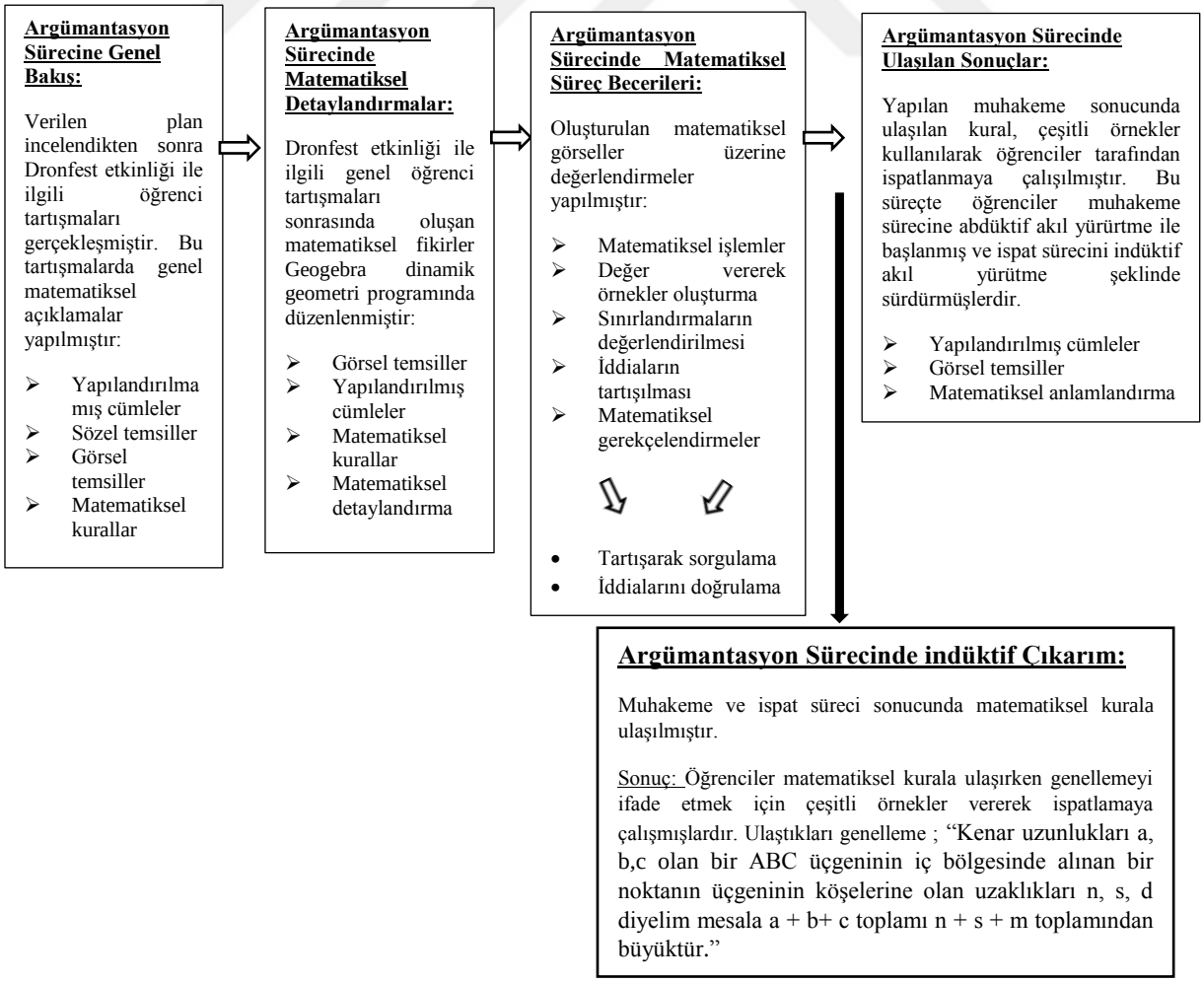
5

Devamı;



Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan I. planın ürün bölümünde yer alan Dronefest finali etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra'da uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Araştırmada elde edilen veriler incelendiğinde öğrenciler, derslerinde bu tarz sorularla çok fazla karşılaşmadıklarını ifade etmişlerdir. Öğrenciler ispat ve muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar yaparak başlamışlardır. Yapılan matematiksel açıklamaların temelini genel olarak sözel temsiller ve görsel temsiller oluşturmuştur. Öğrenciler, oluşturdukları görsel temsilleri ifade ederken GeoGebra yazılımını ve yazılımın çeşitli özelliklerini kullanarak fikirlerini dinamik ortamda düzenlemişlerdir. Bu süreçte GeoGebra'da düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Argümantasyon sürecinde matematiksel süreç becerileri kapsamında çeşitli değerlendirmeler yapmışlardır. Bu değerlendirmeler daha çok matematiksel kuralları temel alan işlemler üzerine kurulmuştur. Matematiksel süreç becerileri kapsamında çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş, sınırlandırmaları değerlendirmiş ve matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Bu süreçte matematiksel detaylandırmalar ve matematiksel süreç becerileri arasında mantıklı bir bağ oluşturarak kurdukları strateji üzerinden ilerlemişlerdir. Dinamik ortamın özelliklerinden yararlanarak informal düzeyde ve matematiksel işlemler aracılığı ile ispat yaptıkları görülmüştür. İspatlarını örneklerle destekleyen öğrenciler yapılan değerlendirmeler ve muhakeme sonucunda matematiksel kurala ulaşılmışlardır. Ulaştıkları matematiksel kuralların doğruluğundan emin olmak için çeşitli örnekler kullanarak muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Bunun sonucunda öğrencilerin ulaştıkları kuralları ifade ederken matematiksel dil ve notasyon kullanımında eksiklikler olduğu görülmüştür. Örencilerin ulaştıkları kural; "Kenar uzunlukları a, b,c olan bir ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları n, s, d diyelim mesala a + b+ c toplamı n + s + m toplamından büyüktür." şeklindedir.

4.2.1.4.Burak ve Murat 'ın Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Şimdi 1.planı incelediniz, ürün kısmında yer alan Dronfest finali etkinliği hakkında ne düşünüyorsunuz çocuklar? Söyleyin bakalım? Bu tarz sorular ile daha önce karşılaştınız mı?

2.(B): Hocam arada denk geliyorum ama çok sık değil daha çok BİLSEM'de karşılaştım. Şimdi soruyu inceledik parkuru üçgen şeklinde çizelim, bir alan var hem içinde bir noktadan hareket ediyor hem de üçgenin kenarlarında hareket eden dronlar var ve bunların aldığı yolu karşılaştıracağız. (Veriler)

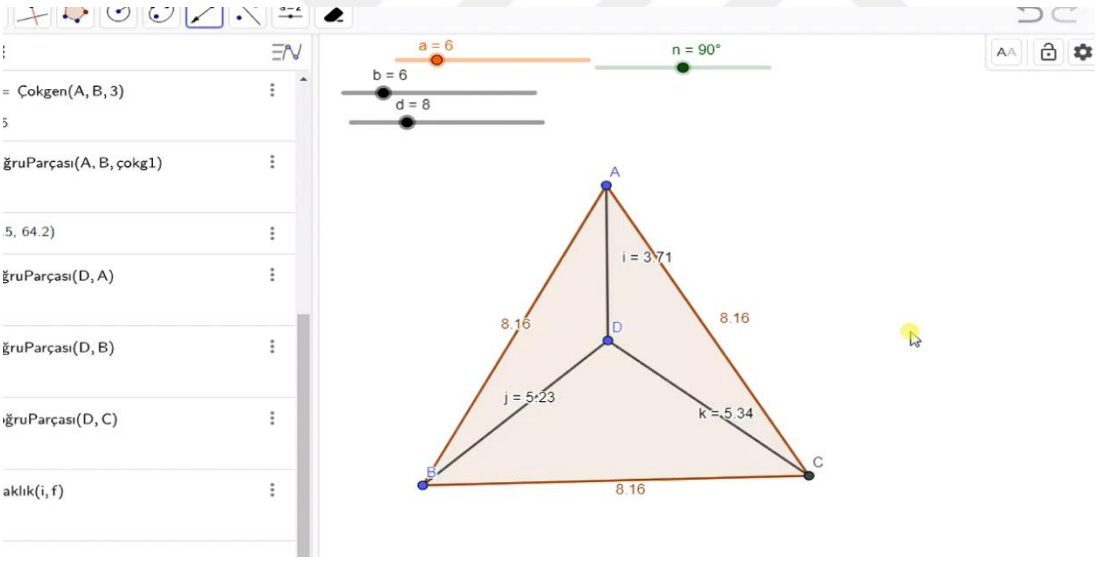
3.(M): Hocam bende çok karşılaşmadım ama son zamnalarda denemelerde böyle uzun sorulara denk geliyoruz artık. Yani keşke daha çok karşılaşsak**.** Şimdi hocam**,** üçgen şeklinde bir alan

var ve droneları uçurup hareket ettireceğiz. Burak ‘a katılıyorum, 2 takım var biri kenarlardan uçacak diğeri de alanın içinde bir noktadan alacağı yükü alanın uç noktalarına kadar götürecek bir nokta seçeceğiz ve bu yolun en kısa mesafe olup olmaması çok önemli değil bence ama aldığı yolları karşılaştırınca göreceğiz tabiki. (Veriler)

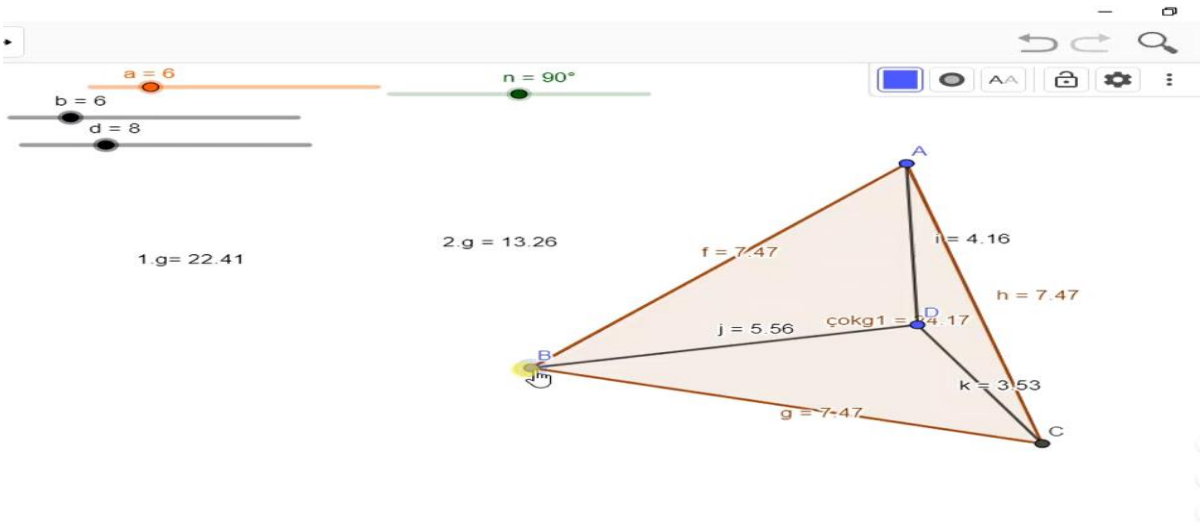
4.(Ö): Evet soruyu anlamışsınız, peki nasıl devam edeceksiniz? Arkadaşınla süreci nasıl ierleteceksiniz? (Onay rehber desteği)

5.(B): Herhangi şimdi Murat bir üçgen çizip bu üçgen içinde herhangi bir bölgede nokta seçelim ve droneları ona göre uçurup, sonra karşılaştıralım. Çünkü içerisinde her noktada bu kural geçerli olmalı. Bence noktanın köşelere uzaklığı hep çevreden küçük çıkmalı, sonunda üçgenin içinde bir nokta. (İddia)

6.(M): Burak bak şimdi üçgen çizerken her üçgende geçerli olduğunu ifade etmek için üçgeni sürgü ile bağlayalım ama aynı zamanda içinde herhangi bir noktadan droneları hareket ettirmek için bu kısmıda sürgü ile bağlayalım. Seçtiğim üçgenin iç noktasında bir drone uçarken bir yol alıyor ve kenarlardan alınan yolları karşılaştırmamız gerekiyor. Örneğin; 5,23+5,34+3,71 <8,16+8,16+8,16 yani 14,28<24,48 küçük çıktı. (Gerekçe)



7.(B): Dur şu sürgülerle hem üçgenin kenarlarının uzunluklarını hem de iç noktanın yerini değiştirerek başka üçgende denedim Murat iç bölgede alınan yollar hep kenarlardan alınan yollardan küçük çıkıyor. Yani 5,56+4,16+3,53=7.47+7.47+7.47 buradan 13.25 > 22.41 elde ediliyor. Üçgenlerde hep iç noktada seçtiğimiz noktanın köşelere uzaklığı hep çevreden küçük oluyor. (Gerekçe)



8.(Ö): Evet güzel ilerlediniz, GeoGebra dinamik geometri programı hakkında ne düşünüyorsunuz, soruda baya kullandınız. Çocuklar ayrıca, örneklerle bir ispat yapmışsınız bu düşüncenizi matematiksel olarak genelleyebilir misiniz? (Onay rehber desteği)

9. (M): Şöyle hocam geogebra bir sürü örnekle göstermemizi sağladı işimizi kolaylaştırdı ama geogebrayı iyi bilmek gerekiyor yani partik yapmak gerekiyor kullanımı zor biraz. Şimdi hani "ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları kenarların toplamından küçüktür." diyebiliriz. Burak senin başka düşüncen var mı? (İddia)

10.(B): Yani bende böyle derdim matematiksel olarak biraz daha şöyle desek bir üçgenin kenarları A,B,C olsun bunun içinde aldığımız noktanın köşelere uzaklığı d,e ve f olsun o zaman A+B+C > d+e+f şeklinde diyebiliriz. Yani başka daha nasıl söyleriz bilmiyorum. Hocam peki normal kuralı ne bunu bizede anlatır mısınız? (İddia)

11.(Ö): Bence de güzel bir genellemeye ulaştınız. Çok iyi çocuklar, tebrikler. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar ile analiz edilen tartışmada Burak ve Murat öncelikle soruyu incelemiş ve ortaya koydukları iddialara yönelik verilerini ifade etmişlerdir. Öğrenciler bu verileri kullanarak üçgen parkuru nasıl oluşturacaklarını ve bu parkur da droneların hareket şekillerine yönelik görüşlerini ortaya koymuşlardır.
- 5., 9. ve 10. kodlar ile analiz edilen tartışmada Burak ve Murat verilere dayalı olarak tartışmanın temel amacına yönelik iddialarını belirtmişlerdir. Tartışma sonucunda "ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları kenarların toplamından küçüktür." şeklinde iddialarını ortaya koymuşlardır.

- 10. kodda ayrıca düşüncelerini matematiksel olarak "Bir üçgenin kenarları A,B,C olsun bunun içinde aldığımız noktanın köşelere uzaklığı d,e ve f olsun o zaman A+B+C > d+e+f şeklinde diyebiliriz."şeklinde ifade etmişlerdir.
- 6. ve 7. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğrenciler iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koymuşlardır. İddiaların nedenlerini, kendi ulaştıkları sonuçları savunmak için GeoGebra'da oluşturdukları çözüm yöntemleri ile açıklama yapmışlardır.
- 4. ve 8. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek ve tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 11. kodda ise "Bence de güzel bir genellemeye ulaştınız. Çok iyi çocuklar, tebrikler." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Burak

Hocam parkuru üçgen şeklinde çizelim, bir alan var hem içinde bir noktadan hareket ediyor hem de üçgenin kenarlarında hareket eden dronlar var ve bunların aldığı yolu karşılaştıracağız.

1

İddia-Burak

Herhangi bir üçgen çizip bu üçgen içinde herhangi bir bölgede nokta seçelim ve droneları ona göre uçurup, sonra karşılaştıralım. Çünkü içerisinde her noktada bu kural geçerli olmalı. Bence noktanın köşelere uzaklığı hep çevreden küçük çıkmalı, sonunda üçgenin içinde bir nokta.

2

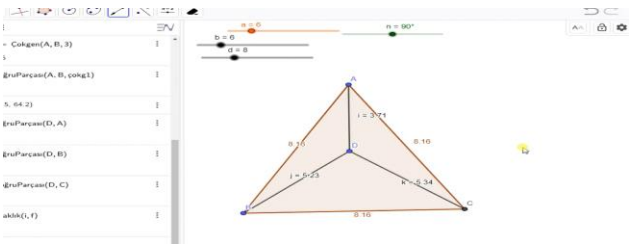
Veri-Murat

Üçgen şeklinde bir alan var ve droneları uçurup hareket ettireceğiz. Ali'ye katılıyorum;2 takım var biri kenarlardan uçacak diğeri de alanın içinde bir noktadan alacağı yükü alanın uç noktalarına kadar götürecek bir nokta seçeceğiz ve bu yolun en kısa mesafe olup olmaması çok önemli değil bence ama aldığı yolları karşılaştırınca göreceğiz tabiki.

4

Gerekçe-Murat

Ali'nin dediği gibi üçgen çizerken her üçgende geçerli olduğunu ifade etmek için üçgeni sürgü ile bağladım ama aynı zamanda içinde herhangi bir noktadan droneları hareket ettirmek için bu kısmıda sürgü ile bağladım. Seçtiğim üçgenin iç noktasında bir drone uçarken bir yol alıyor ve kenarlardan alınan yolları karşılaştırmamız gerekiyor. Örneğin; 5,23+5,34+3,71<8,16+8,16+8,16 yani 14,28<24,48 küçük çıktı.



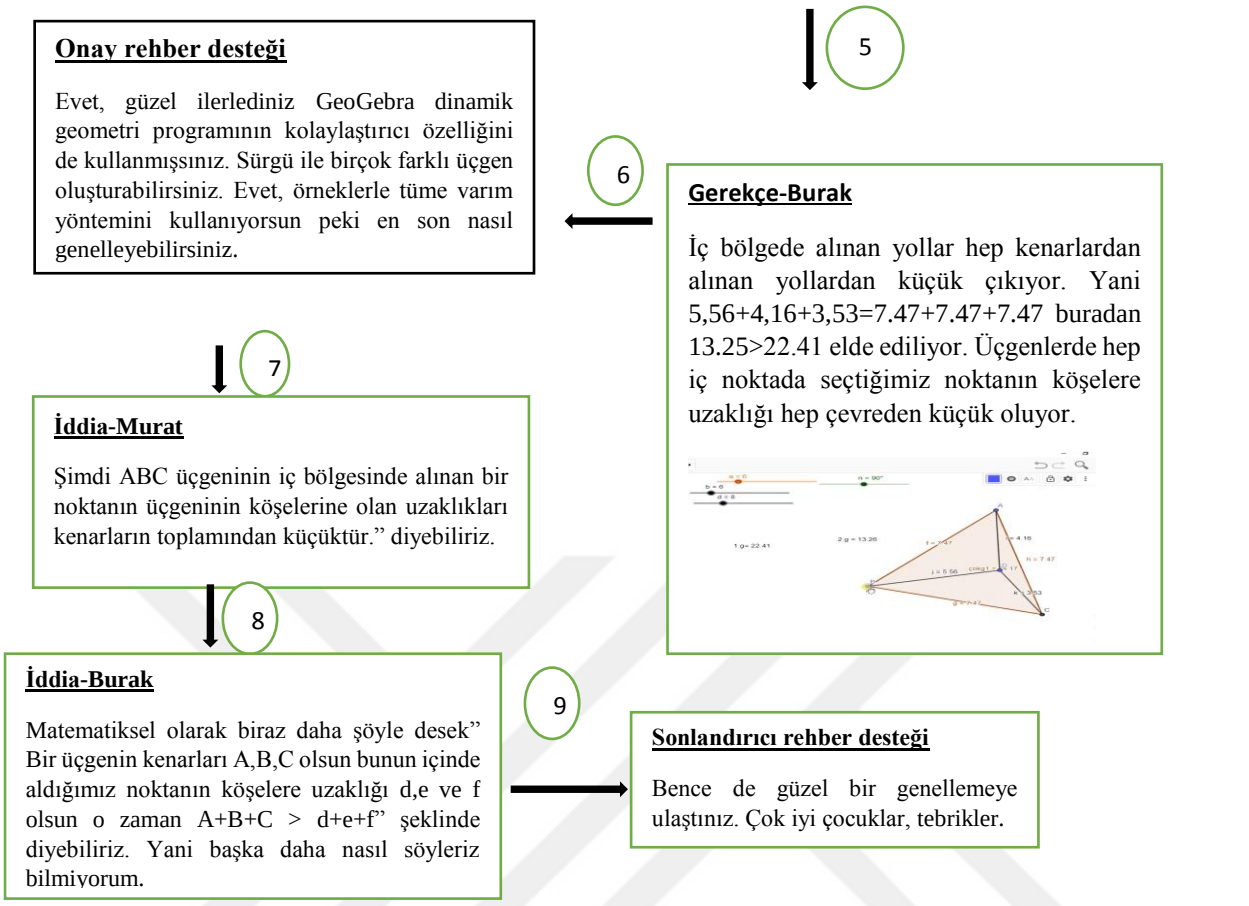
3

Onay rehber desteği

Evet, soruyu anlamışsınız, peki nasıl devam edeceksiniz? Arkadaşınla süreci nasıl ierleteceksiniz?

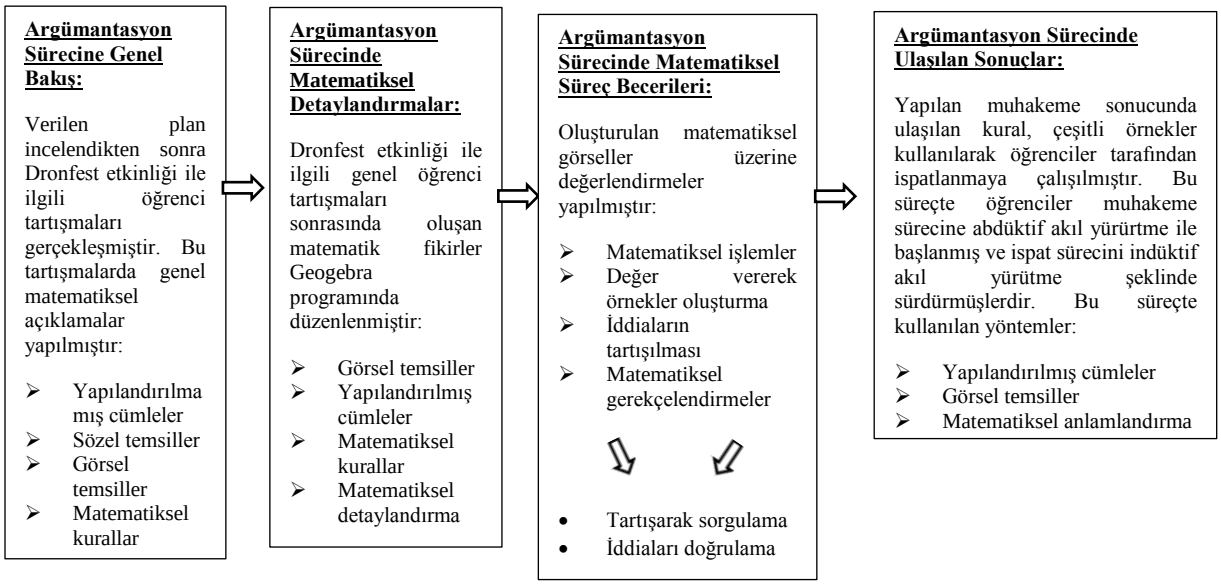
5

Devamı;



Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan I.planın ürün bölümünde yer alan Dronefest finali etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Argümantasyon Sürecinde İndüktif Çıkarım:

Muhakeme ve ispat sürecinde indüktif akıl yürütme sonucunda matematiksel kurala ulaşılmıştır.

Sonuç: Öğrenciler matematiksel kurala ulaşırken genellemeyi ifade etmek için çeşitli örnekler vererek ispatlamaya çalışmışlardır. Ulaştıkları genelleme; "Bir üçgenin kenarları A,B,C olsun bunun içinde aldığımız noktanın köşelere uzaklığı d,e ve f olsun o zaman A+B+C > d+e+f." şeklindedir.

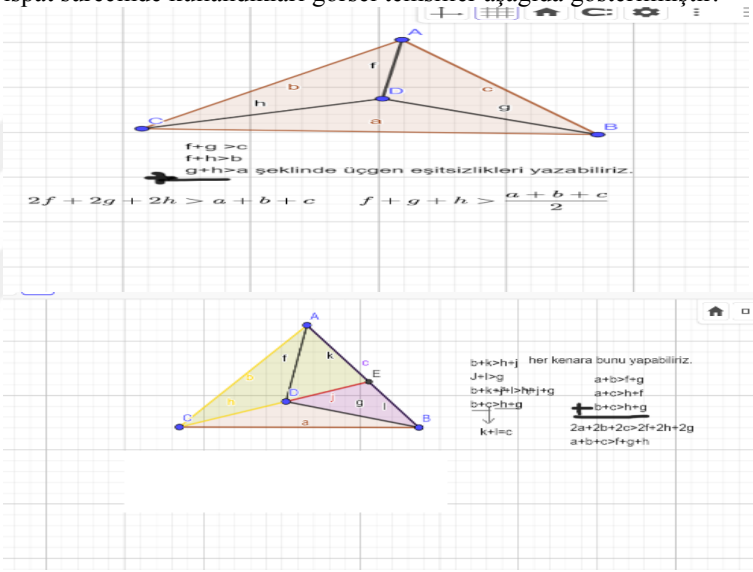
Araştırma sürecinde öğrenciler bu tarz sorulara çok sık denk gelmediklerini daha çok BİLSEM'deki derslerinde bu tarz sorularla karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Argümantasyon sürecine bakıldığında öğrencilerin muhakeme ve ispat sürecine matematiksel açıklamalar yaparak başladıkları görülmüştür. Matematiksel açıklamalar yaparken genel olarak yapılandırılmamış cümleler ve sözel temsiller kullanmışlardır. Özellikle problemi çözerken sözel temsiller kullanarak açıklama yapmışlardır. Bu süreci görsel temsiller ile matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Görsel temsilleri GeoGebra yazılımın kolaylaştırıcı özelliklerini kullanarak oluşturmuşlardır. Aynı zamanda GeoGebra yazılımını ispat sürecinde etkili bir şekilde kullanmak için yazılımı iyi bilmek ile birlikte pratik yapmak gerektiğini ifade etmişlerdir. Öğrenciler argümantasyon sürecinde matematiksel süreç becerileri kapsamında matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu değerlendirmeler daha çok matematiksel kurallar ve işlemler üzerine yapılandırılmıştır. Matematiksel süreç becerileri kapsamında öğrenciler çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş ve matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. İçsel sorgulama sonucunda öne sürdükleri matematiksel iddialar ve bu kapsamda oluşturdukları argümanlar arasında mantıklı bir bağ oluşturmaya çalışmışlardır. Ayrıca ifadelerini matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler yapılan muhakeme sonucunda kullandıkları matematik kuralını ispatlamaya çalışmışlardır. İspat yaparken çeşitli örnekler kullanarak muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Ulaştıkları kuralları ifade ederken matematiksel dil ve notasyon kullanımında eksiklikler olduğu görülmüştür. Bunun sonucunda ulaştıkları kural; "Bir üçgenin kenarları A,B,C olsun bunun içinde aldığımız noktanın köşelere uzaklığı d,e ve f olsun o zaman A+B+C > d+e+f şeklinde diyebiliriz." şeklindedir.

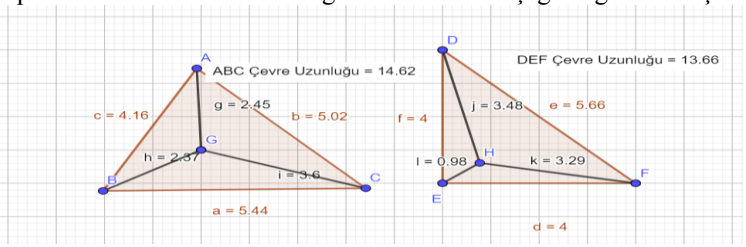
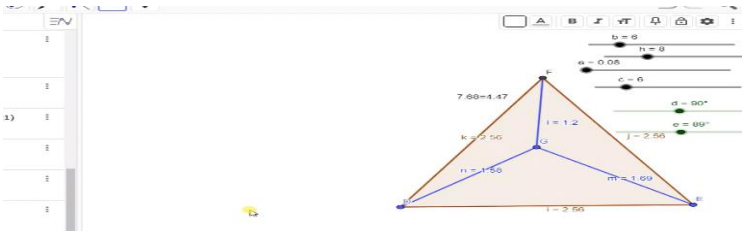
4.2.1.5. Birinci Probleme İlişkin (Dronefest Finali) İspat Süreci Analiz Basamakları:

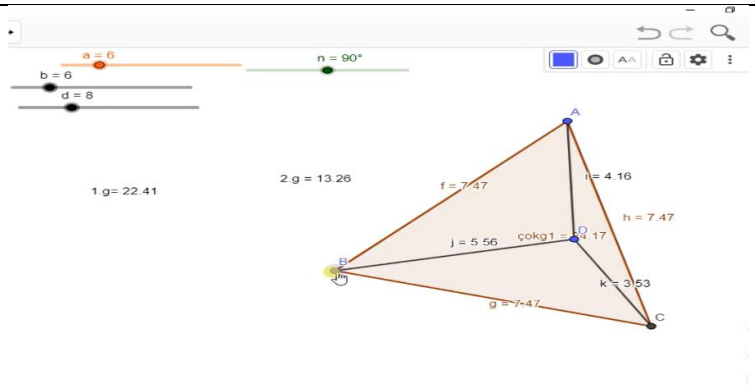
Öğrencilere yönelik hazırlanan I. planın ürün bölümünde yer alan Dronefest finali etkinliğine ilişkin ispat süreci analiz basamakları Tablo 25'te gösterilmiştir.

Tablo 25

Birinci Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları

İspat Basamakları	**Katılımcılar**	**Örnek ifadeler**
V. Aşama: **Yaratıcı düşünce (Creative Thinking):**	Fırat & Okan	Öğrenciler ispat sürecinde ifadelerini örneklerden arındırmış şekilde matematiksel dil ve notasyon kullanarak ifade etmişlerdir. Öğrenciler " kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıklarına k, l, m diyelim mesala k + l + m toplamı a + b + c toplamından küçüktür. Yani a+b+c > k+l+m" şeklinde düşüncelerini ifade etmişlerdir. Buldukları bu kuralı ispatlarken üçgen eşitsizliğini kullanmışlardır. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıda gösterilmiştir.  Yapılan muhakeme sonucunda öğrenciler abdüktif akıl yürütme ile işe başlamış ve ispat süreçlerine dedüktif akıl yürütme ile devam ederek süreci yapılandırılmışlardır. Bu evrede öğrenciler hem muhakeme hem de ispat süreçlerinde sözel temsiller, görsel temsiller ve matematiksel öğeler kullanarak bu süreçler arasında üst düzey düşünme becerilerini kullanarak bilişsel bütünlük kurmuşlardır.

III. Aşama: Analitik düşünme (Analytical Thinking)	Emre & Ali	Öğrenciler matematiksel kurala ulaşırken genellemeyi ifade etmek için çeşitli örnekler vererek ispatlamaya çalışmışlardır. Öğrencilerin ulaştıkları genelleme; "Kenar uzunlukları a, b, c olan bir ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları x, y, z diyelim mesala x + y + z toplamı a + b + c toplamından küçüktür. a+b+c > x+y+z " şeklindedir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıda gösterilmiştir.  Öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Ulaştıkları bu kuralların doğruluğundan emin olmak için çeşitli örnekler kullanarak ispat sürecini tamamlamışlardır.
III. Aşama: Analitik düşünme (Analytical Thinking)	Nil & Selim	Öğrenciler matematiksel kurala ulaşırken genellemeyi ifade etmek için çeşitli örnekler kullanarak ispatlamaya çalışmışlardır. Öğrenciler geogebra dinamik geometri programında çizim yapmış oluşturdukları çizimde sürgüleri kullanarak üçgen boyutlarını istedikleri gibi değiştirmiş ve bu doğrultuda birçok üçgen örneği ile deneme yapmışlardır. Öğrenciler; "Kenar uzunlukları a, b,c olan bir ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları n, s, d diyelim mesala a + b+ c toplamı n + s + d toplamından büyüktür." şeklinde düşüncelerini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıda gösterilmiştir.  Bu süreçte öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlanmış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Ulaştıkları bu kuralların doğruluğundan emin olmak için çeşitli örnekler kullanarak ispat sürecini tamamlamışlardır.
III. Aşama: Analitik düşünme (Analytical Thinking)	Burak & Murat	Öğrenciler matematiksel kurala ulaşırken geogebra dinamik geometri programında sürgüler aracılığıyla üçgen boyutlarını istedikleri gibi değiştirerek birçok üçgen örneği ile deneme yapmışlardır. Böylece "ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan bir noktanın üçgeninin köşelerine olan uzaklıkları kenarların toplamından küçüktür." Ve "Bir üçgenin kenarları A,B,C olsun bunun içinde aldığımız noktanın köşelere uzaklığı d,e ve f olsun o zaman A+B+C > d+e+f" şeklinde sonuçlara ulaşmışlardır. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıda gösterilmiştir.

		 Yapılan muhakeme sonucunda ulaşılan kural, çeşitli örnekler kullanılarak öğrenciler tarafından ispatlanmaya çalışılmıştır. Öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir.

Birinci probleme ilişkin ispat süreci analiz basamakları incelendiğinde sadece bir öğrenci grubunun yaratıcı düzeyde ispat yapabildiği geri kalan öğrenci gruplarının ise analitik düzeyde ispat yaptıkları görülmüştür.

4.2.2. İkinci Probleme (İki Dağın Zirvesi) İlişkin Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci:

Problem: İki Dağın Zirvesi Etkinliği

Aylin, iki dağın zirvesi arasındaki yaklaşık mesafeyi ölçmek için sırasıyla şu adımları izlemektedir:

I.Adım: Bulunduğu noktadan dağlara baktığında elindeki iki çubuğu, uç noktaları dağların zirveleri ile aynı hizaya gelecek şekilde göz hizasında "V" şeklinde tutuyor.

II. Adım: Bu şekilde elde ettiği üçgenin resmini, tabanı dağların zirvelerinin bulunduğu hatta paralel olacak şekilde karton üzerine çiziyor. Çizdiği üçgenin taban uzunluğunu 30 cm, yüksekliğini ise 4 cm olarak ölçüyor.

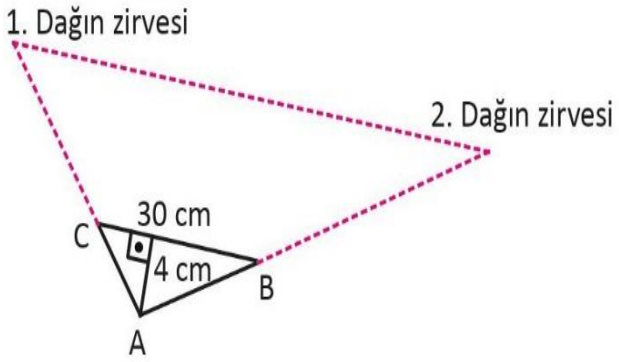
III. Adım: Bulunduğu noktadan 100 m geriye giderek (dağların zirvelerinin bulunduğu hatta dik olacak şekilde) D noktasına geldiğinde de aynı şekilde bir üçgen daha oluşturuyor. Yeni elde ettiği üçgenin taban uzunluğunu 25 cm, yüksekliğini ise 5 cm olarak ölçüyor.

Verilenlere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

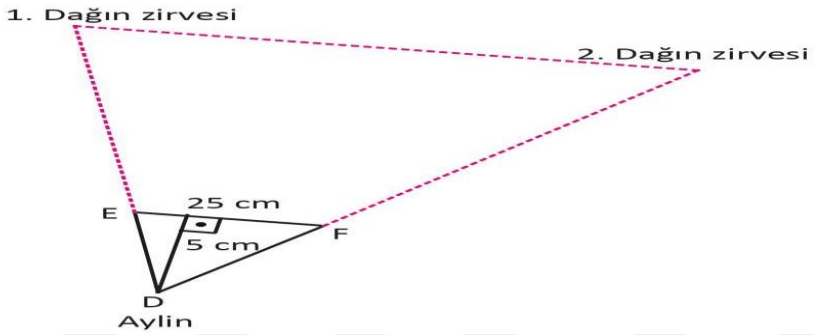
a) Dağların zirveleri arasındaki mesafe yaklaşık kaç metredir?

b) Aylin'in bulunduğu A noktasından 150 m geriye giderek geldiği K noktasında oluşturacağı temsili bir KLM üçgeninin taban 15 cm ise yükseklik uzunluğunu bulunuz.

1.Durum:



2.durum:



4.2.2.1. *Fırat ve Okan'ın Argümantasyon Süreci:*

Süreç Analizi:

1.(Ö): Evet şimdiki sorumuz iki dağın zirvesi, bu soruyu nasıl çözmeyi düşünüyorsunuz? Daha önce böyle sorularla karşılaştınız mı? Googebra da nasıl gösterirsiniz?

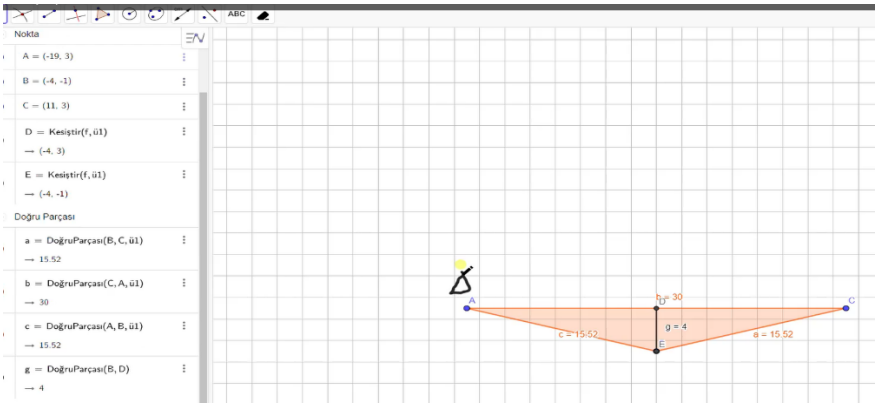
2.(O): Soru biraz farklı ben çok karşılaşmadım böyle sorularla, yani soruyu okudum adımlara baktım geogebra da böyle gösterebiliriz çok zor değil, önce bunu şekle dökmemiz lazım bence, Fırat' ta soruya bakarsa öncelikle şekil çizelim bence. (Veriler)

3.(F): Bende okudum hocam ilk etapta anlaşılması zor ama bende çok sık karşılaşmamakla birlikte derslerde ve BİLSEM'de gördüm bu sorulardan yani geogebra da gösteririz. Ben geogebra da alıştırma yaptım daha önce o yüzden çok rahat özelliklerini kullanıyorum. Soru da ise Okan'ın dediği gibi adım adım çizelim ama tabanı dağların zirvesi olan bir üçgen diyor, yani şeklimiz üçgen. (Veriler)

4.(O): Tamam o zaman Fırat demek ki üçgenin tepe noktası göz hizasında olan "V" harfinin tepe noktası olacak. Ya bi kâğıt üzerinde çizelimde öyle sonra bakalım geogebra da. Şimdi üçgenin taban uzunluğunu 30 cm, yüksekliğini ise 4 cm şeklinde söylüyor. Şunu bi çizmeye çalışalım. (Veriler)

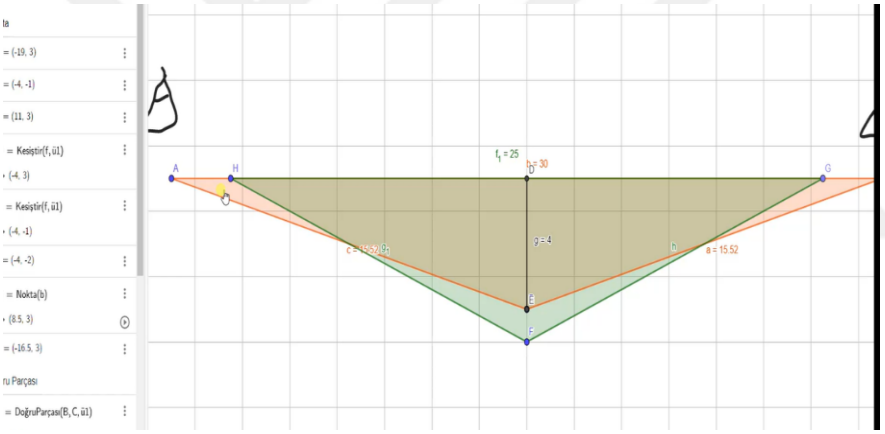
5.(Ö): Peki devam edin bakalım. Acaba nasıl çizeceksiniz? (Onay rehber desteği)

6.(O): Ben ilk birinci üçgeni çizdim. Yüksekliği 4 cm görünen dağların örnek görüntüsünde iki dağ arası mesafe 30 cm oldu. Üçgen görünümünde olan sistemin kenarları 15,52 cm çıkıyor. (Veriler)

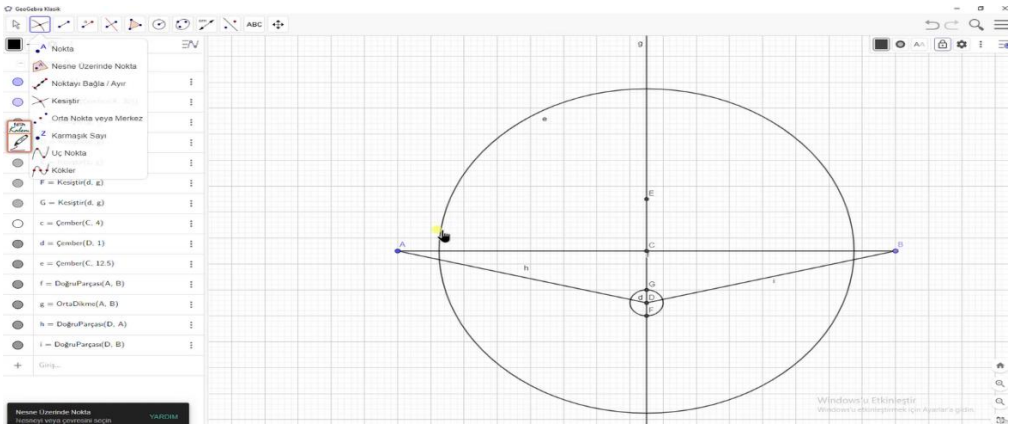


7.(Ö): Sonrasında ne düşündün. Biraz daha detaylı anlatır mısın? (Onay rehber desteği)

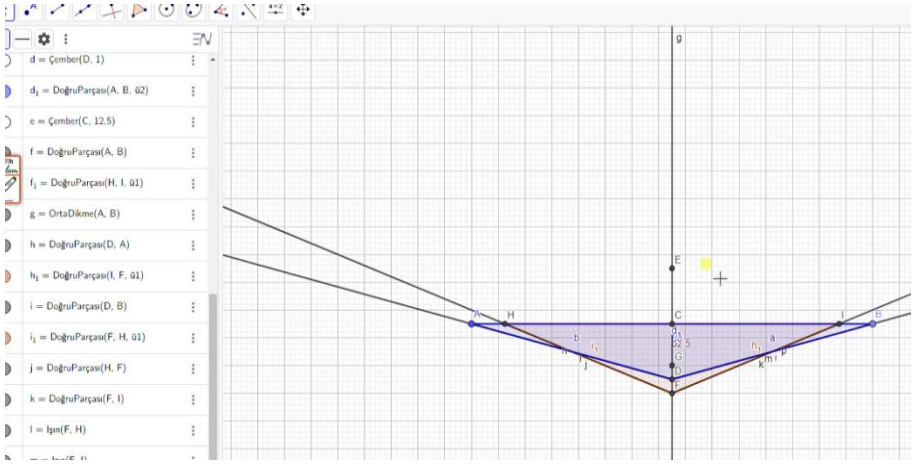
8.(O): Sonra bir üçgen daha çizdim tabanı 25 cm ve yüksekliği 5 cm çünkü adam 100 m geri çekilip bakmıştı. Onu da şöyle çizdim: (Veriler)



9.(F): Ben de bir deneme yapayım. Bende şöyle çizdim. Öncelikle ben çemberi pergel kullanmayı ve bu şekilde çalışmayı seviyorum. İlk olarak yarıçapı 4 cm olan çember ve 30 cm' lik tabanı çizdim. Sonra 1 cm' lik küçük bir çember çizdim. Yüksekliği 5 cm' e çıkardım ve 25 cm' lik tabanı çizdim. Sonrasında sistemi oturttum. Şöyle göstereyim: (Veriler)



10.(F):Şimdi bir dakika son halini oluşturayım. Şöyle ayarladım:



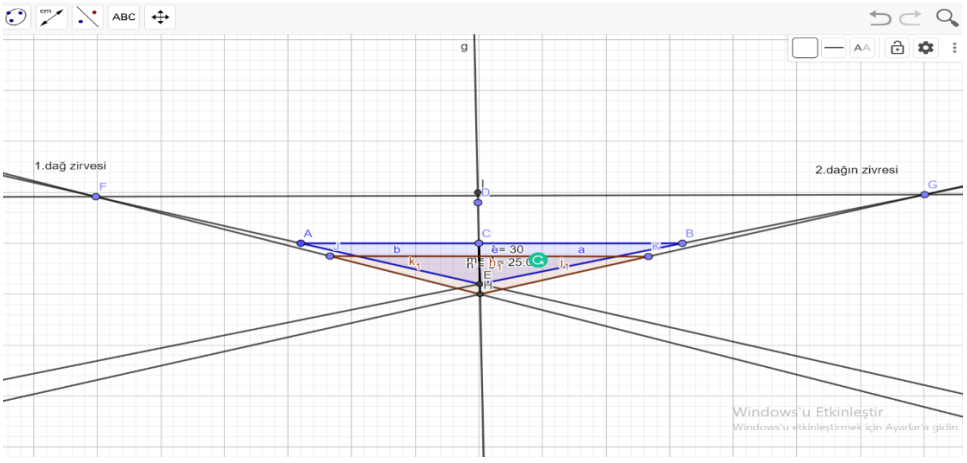
11. (O): Fırat'ın yaptığı ile son halimiz aynı oldu. Şimdi bunun sonrasında ilk soruda "dağların zirveleri arasındaki mesafe yaklaşık kaç metredir? " bunun cevabı 100 m geri çekiliyor ya oradan işlem yapacağız. (İddia)

12.(F): Ya biz böyle çizdik ama 1. Ve 2. Dağın zirvesini belirtmemiz lazım, zirveleri belirleyip üçgenler arasında ilgi kursak sanki daha iyi olur. Şurada deneyelim istersen Okan. (Çürüten)

13. (O): Tamam bence de, aralarındaki ilişkiyi, yapacağımız işlemi daha iyi görebilmemiz için bu çizim daha faydalı olabilir. (Gerekçe)

14.(Ö): Çiziminizden emin değil misiniz? Nasıl bir yol izleyeceksiniz? Aslında bakış açınızı farklı yönlere çevirmek daha doğrusu soruya farklı yönden bakmak çok faydalı olabilir. (Onay rehber desteği)

15.(F): Evet hocam deneyebiliriz, çizeyim hemen ama geogebra da pratik yaptıkça daha iyi çiziyoruz sanki çok fazla kolaylıkları var bunlardan yararlanabiliyoruz. Şimdi Okan, aralarındaki ilişkiyi, yapacağımız işlemi daha iyi görebilmemiz için bu çizim daha faydalı olacaktır. Şimdi çizimim şöyle Okan; (Sonuç)



16.(F): Ben işlem yaparken fark ettim benzerlik oranı kullanabilirim, bence bu sorunumuzu halleder. (Veriler)

17.(O): Benzerliği denemek lazım bence de doğru olabilir. Çünkü tabanlar paralel ve dağların zirvesinden yükseklikler ile tabanlar arasında ilişki kurabiliriz.(iddia)

18.(F): Denklemi şöyle kuralım mı ya da başka fikrin var mı? Örnek vereyim önce; $\frac{4}{30}=\frac{h}{x}$ bu mavi üçgen ile büyük üçgen arasındaki ilişkiyi veren denklemdir. Diğer denklem $\frac{5}{25}=\frac{h}{x}$ gibi mi yapalım. (Gerekçe)

19.(O):Şu 100 m geri gitmesi varya onu da işin içine katmak gerek. Sanki ikinci denklem olmadı. Biraz düşüneyim bir dakika Fırat. (Çürüten)

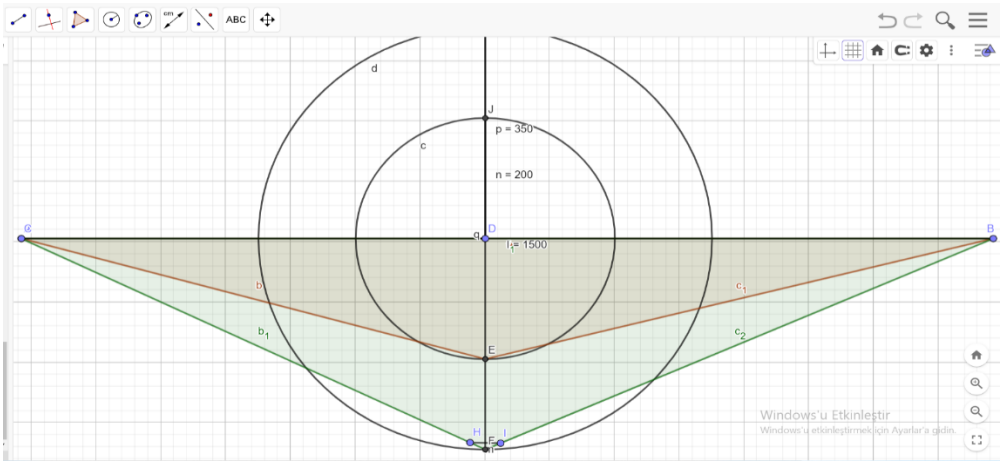
20.(Ö): 100 m geri gitmesi işin içinde olabilir haklısınız, peki ne düşünüyorsunuz? (Onay rehber desteği)

22.(O): Aslında haklısın 100 m geriye gidince büyük üçgen değişiyor, yeni bir büyük üçgende oluşuyor. O zaman şöyle yapsak; denklem $\frac{5}{25}=\frac{h+100}{x}$ olacak. Şimdi bu iki denklemi bir çözelim. Şimdi ilk denklem 4x=30h yani 2x=15h, ikinci denklem 5x=25h+2500 yani x=5h+500 olacak, düzenlersek 10h+1000=15h ve h=200 m buradan x=1500m yani 1.dağ ve 2.dağ arasındaki mesafe 1500m olur. (Gerekçe)

23.(F): Haklısın bence de doğru oldu.

24.(Ö): Bence çok güzel ilerlediniz. Aylin'in bulunduğu A noktasından 150 m geriye giderek oluşturduğu yeni sistemde yükseklik uzunluğunu nasıl buluruz. (Onay rehber desteği)

25.(F): Aslında sistem aynı bence, yani sonuçta asıl üçgen ortaya çıktı iki dağ arası 1500m ve yüksekliği ise 200 m oldu. Şimdi150 m bu noktadan geri gidince yeni bir üçgen oluştu. Bu üçgenin tabanı 15cm ona göre aynı sistemi kuracağız, bunun denklemini de şöyle gösterelim;

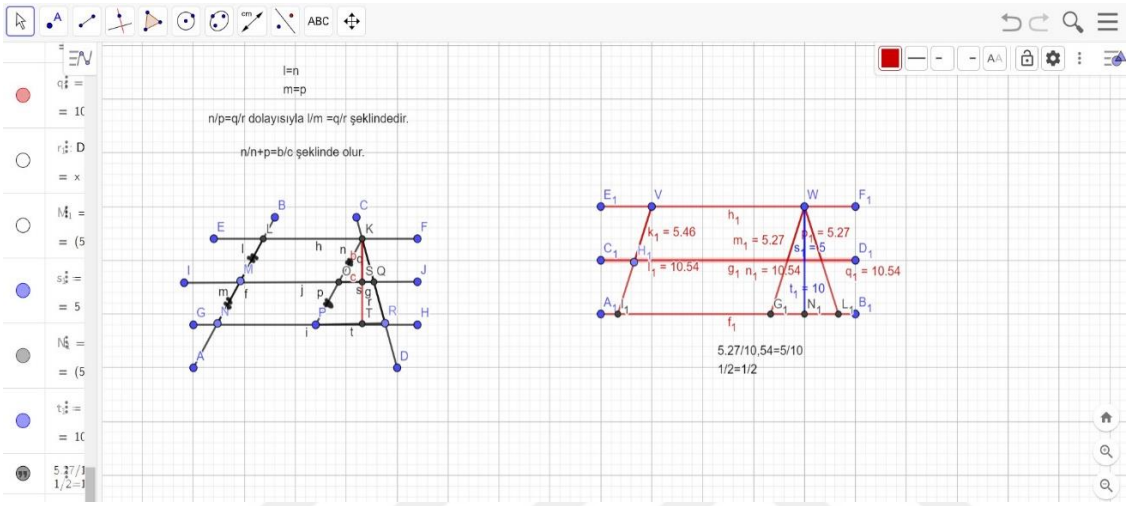


denklem $\frac{350}{1500}=\frac{h}{15}$ olacak. Buradan h=3,5 cm çıkar. Aslında çizerek geogebradan da bulduk bunu ama benzerliği de kurduk. (Gerekçe)

26.(Ö): Çok güzel ilerlediniz, şimdi bunu neye dayandırarak buldunuz. İspatlayabilir misiniz?(Onay rehber desteği)

27.(O): Benzerlik kuralı vardı ya hocam, onu kullandık. Yani benzer üçgenlerde orantılı kenarlara ait yüksekliklerin oranı benzerlik oranına eşittir. Burada da tabanlar paralel zaten, açılar aynı ve yükseklikler arasında ilişki kurduk. Dolayısıyla bu kuraldan yola çıkarak ilerledik. (İddia)

28.(F): Yani ispatını şöyle yapalım, Okan biz bu kuralı ders işlerken birkaç soruda kullanmıştık bak şimdi şöyle temel benzerlik teoreminden hareket edelim, sonra paralellikten üçgen oluşturunca yine aynı kurala dönüyoruz. Sonra örnekle tekrar gösteririz. (Gerekçe)



29.(O): Tamam bak burayı da çizdim ben. Dur bak örneğide tamamladım. Demek ki gittiğimiz yol doğru.

30.(Ö): Çok iyi çocuklar. (Sonlandırıcı rehber desteği)

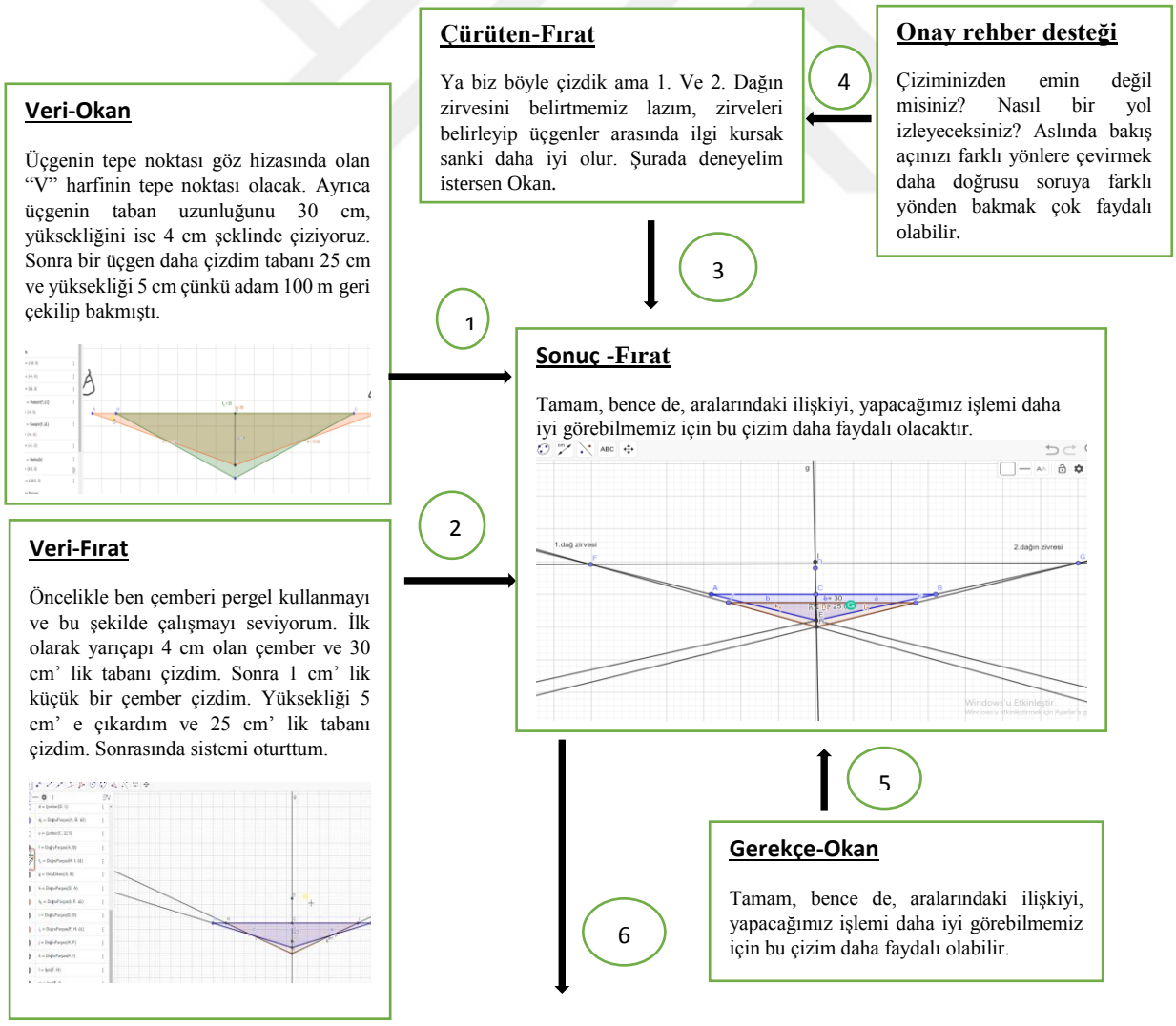
Tartışma Analizi:

- 2.,4.,6.,8.,9. ve 10., kodlar ile analiz edilen tartışmada Okan ve Fırat ortaya koydukları iddiaya yönelik verilerini ifade etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla dağların zirvelerini ve soruda ifade edilen yeni durumları çizerek soruyu anlamlandırmaya çalışmışlardır. Böylece bu veriler aracılığıyla tartışma zemini oluşturulmaya başlanmıştır.
- 11.,12.,13. ve 15. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğrenciler verilere dayalı olarak hazırladıkları çizimler üzerinde tekrar tartışarak verilerini daha iyi ifade eden farklı çizimler yapmışlardır. İddia ve gerekçelerini ifade ederek düşüncelerini en iyi ifade eden şekli bulmaya çalışmışlardır.
- 14., ve 20. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 16.,17.,18.,19., 21.,22. ve 23. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğrenciler oluşturdukları çizim doğrultusunda iddialarını ve gerekçelerini doğrulamak için çeşitli işlemler yaparak

sorunun çözümünü bulmak için uğraşmışlardır. Dağların zirveleri arasındaki mesafeyi hesaplamak için oluşturdukları üçgenler arasında benzerlik ilişkisini kurmuş ve soruyu çözmeye çalışmışlardır. Çeşitli uğraşlar sonucunda doğru cevaba ulaşmışlardır.

- 24. kodda öğretmen, GeoGebra yazılımında oluşturdukları çözüm yöntemlerini onaylayan cümleler kullanmış ve sonraki çözüm yöntemlerine geçmeleri için yönlendirmiştir.
- 25. kodda öğrenciler soruyu çözmek için bir önceki çözümlerinden ilham aldıklarını ifade etmişlerdir. GeoGebra'da çizimlerini yapıp soruyu görselleştirmişlerdir. Daha sonra benzerlik yöntemini kullanarak gerekçelerini ifade etmiş ve soruyu çözmüşlerdir.
- 26. ,27. Ve 28. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla kullandıkları benzerlik yöntemini açıklamalarını istemiştir. Öğrenciler soruyu çözmek için dayandırdıkları gerekçelerini açıklamışlardır.
- 30. kodda ise "çok iyi çocuklar." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:



Devamı;

Veri-Fırat

Ben işlem yaparken fark ettim benzerlik oranı kullanabilirim, bence bu sorunumuzu halleder.

7

8

İddia-Okan

Benzerliği denemek lazım bence de doğru olabilir. Çünkü tabanlar paralel ve dağların zirvesinden yükseklikler ile tabanlar arasında ilişki kurabiliriz.

Çürüten-Okan

Şu 100 m geri gitmesi varya onu da işin içine katmak gerek. Sanki ikinci denklem olmadı. Biraz düşüneyim bir dakika Fırat

9

Gerekçe-Fırat

Denklemi şöyle kuralım; 4/30=h/x bu mavi üçgen ile büyük üçgen arasında Şu 100 m geri gitmesi varya onu da işin içine katmak gerek. Sanki ikinci denklem olmadı. Biraz düşüneyim bir dakika Fırat. aki ilişkiyi veren denklemdir. Diğer denklem 5/25=h/x gibi mi yapalım.

10

Onay rehber desteği

100 m geri gitmesi işin içinde olabilir haklısınız, peki ne düşünüyorsunuz?.

11

Gerekçe-Okan

Aslında haklısın 100 m geriye gidince büyük üçgen değişiyor, yeni bir büyük üçgende oluşuyor. O zaman şöyle yapsak; denklem $\frac{5}{25}=\frac{h+100}{x}$ olacak. Şimdi bu iki denklemi bir çözelim. Şimdi ilk denklem 4x=30h yani 2x=15h, ikinci denklem 5x=25h+2500 yani x=5h+500 olacak, düzenlersek 10h+1000=15h ve h=200 m buradan x=1500m yani 1.dağ ve 2.dağ arasındaki mesafe 1500m olur.

12

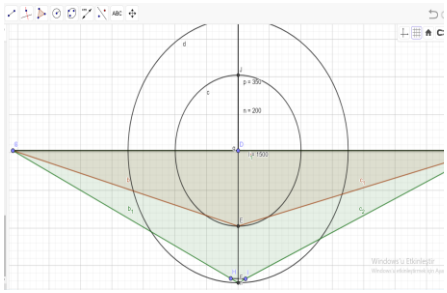
Onay rehber desteği

Bence çok güzel ilerlediniz. Aylin'in bulunduğu A noktasından 150 m geriye giderek oluşturduğu yeni sistemde yükseklik uzunluğunu nasıl buluruz?

13

Gerekçe-Fırat

Aslında sistem aynı bence, yani sonuçta asıl üçgen ortaya çıktı iki dağ arası 1500m ve yüksekliği ise 200 m oldu. Şimdi150 m bu noktadan geri gidince yeni bir üçgen oluştu. Bu üçgenin tabanı 15cm ona göre aynı sistemi kuracağız, bunun denklemini de şöyle gösterelim;



denklem $\frac{350}{1500}=\frac{h}{15}$ olacak. Buradan h=3,5 cm çıkar. Aslında cizerek geogebradan da bulduk bunu ama

Onay rehber desteği

Çok güzel ilerlediniz, şimdi bunu neye dayandırarak buldunuz.

15

İddia-Okan

Benzerlik kuralı vardı ya hocam, onu kullandık. Yani benzer üçgenlerde orantılı kenarlara ait yüksekliklerin oranı benzerlik oranına eşittir. Burada da tabanlar paralel zaten, açılar aynı ve yükseklikler arasında ilişki kurduk. Dolayısıyla bu kuraldan yola çıkarak ilerledik.

16

Gerekçe-Fırat

Yani ispatını şöyle yapalım, Okan biz bu kuralı ders işlerken birkaç soruda kullanmıştık bak şimdi şöyle temel benzerlik teoreminden hareket edelim, sonra paralellikten üçgen oluşturunca yine aynı kurala dönüyoruz. Sonra örnekle tekrar gösteririz.



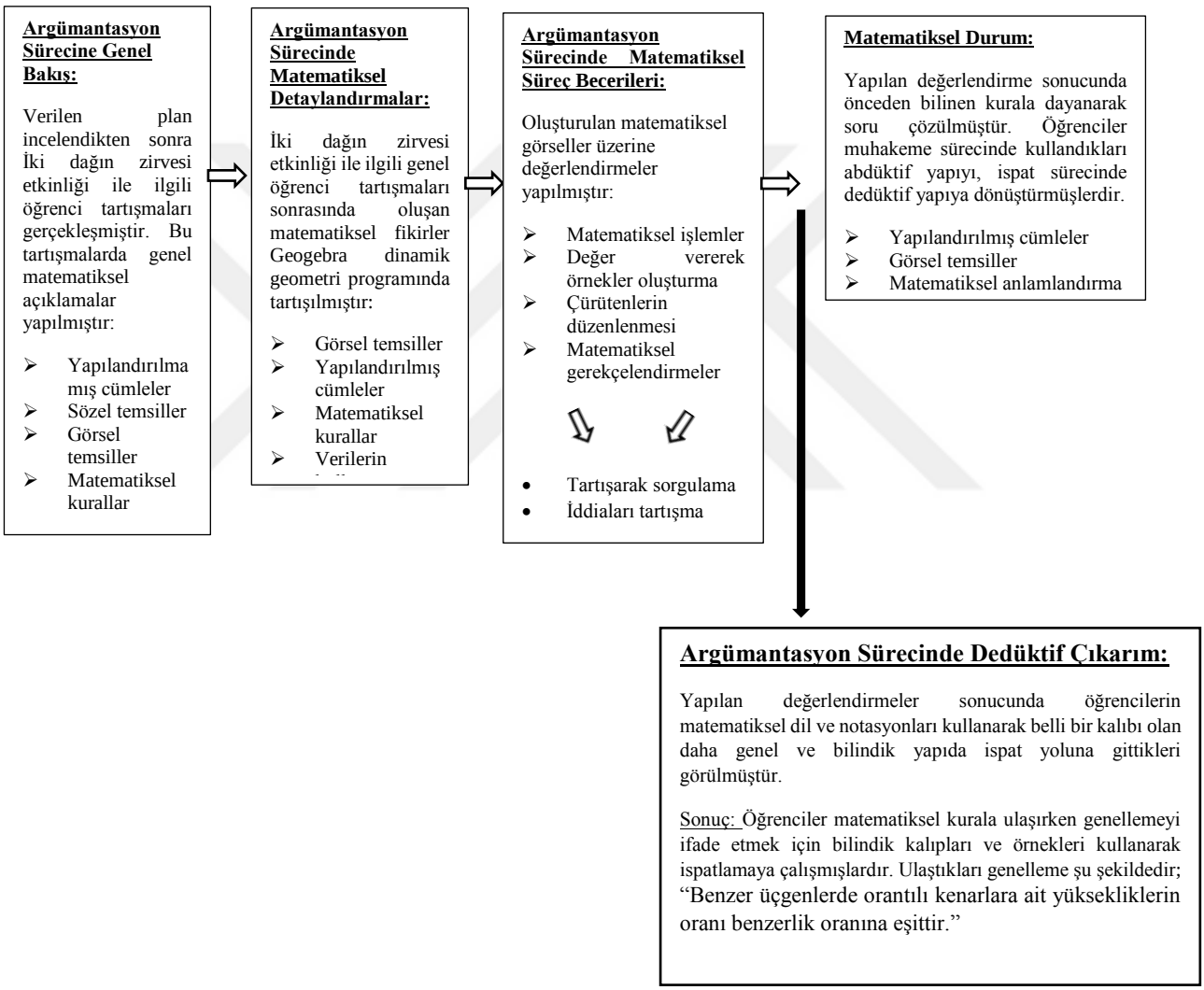
17

Sonlandırıcı rehber desteği

Çok iyi çocuklar

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan II. planın ürün bölümünde yer alan İki Dağın Zirvesi etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Araştırmada kapsamında elde edilen veriler incelendiğinde öncelikle öğrenciler konu hakkında yeterince bilgi sahibi olduklarını ve daha önce de bu tarz sorularla çok sık olmasada karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin ilk olarak verileri inceledikleri ve muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar ile başladıkları görülmüştür. Matematiksel işlemler yaparken genelde yapılandırılmamış cümleler, sözel temsiller, görsel temsiller ve matematiksel

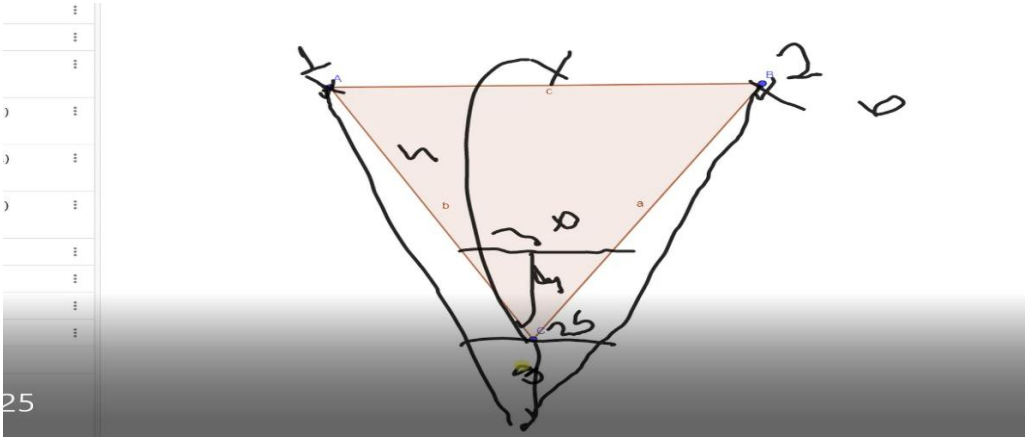
kurallar kullanmışlardır. Öğrenciler sözel ifadelerini geogebrada görsele dökerek ifade etmişlerdir. Böylece sözel ve görsel temsiller arasında bağlantı kurmuşlar ve matematiksel çıkarımlarda bulunmuşlardır. Argümantasyon sürecinde matematiksel detaylandırmalar yaparken ise iddialarını ifade etmiş ve GeoGebra'da bu iddialarını çeşitli görsel temsiller ile ifade etmeye çalışmışlardır. Fakat bu süreçte öğrenciler daha çok soru kalıbından yola çıkarak daha önceden bildikleri kuralları kullanmış ve matematiksel kuralları anlamlandıramaya çalışmışlardır. Tartışma sürecinde matematiksel becerilerini kullanarak matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Öğrenciler çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş, çeşitli iddiaları reddetmiş bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Argümanlarını kullanarak iddiaları ve gerekçelendirmeleri arasında bir bağ oluşturmaya çalışmışlardır. Kullandıkları ifadeleri matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler ispat sürecinde matematiksel işlemleri yapmış ve GeoGebra yazılımını aktif olarak kullanmışlardır. Öğrencilerin hem muhakeme hem de ispat sürecinde matematiksel dil ve notasyonları kullandıkları fakat yaratıcılıktan ziyade güvenilir kaynaklardan görüp hatırladıkları belli bir kalıbı olan daha genel ve bilindik yapıda ispat yoluna gittikleri görülmüştür. Muhakeme sürecinde kullandıkları abdüktif yapıyı, ispat sürecinde dedüktif yapıya dönüştürdükleri görülmüştür. Bu süreçte öğrenciler referans ve argümanlarından yola çıkarak kullandıkları matematiksel kuralları anlamlandırmışlardır. Ulaştıkları kural , "Benzer üçgenlerde orantılı kenarlara ait yüksekliklerin oranı benzerlik oranına eşittir."

4.2.2.2. Emre ve Ali'nin Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Evet çocuklar iki dağın zirvesi etkinliği hakkında ne düşünüyorsunuz, bu soruyu nasıl çözmeyi düşünüyorsunuz? Daha önce bu tarz sorularla karşılaştınız mı? Geogebra hakkında ne düşünüyorsunuz?

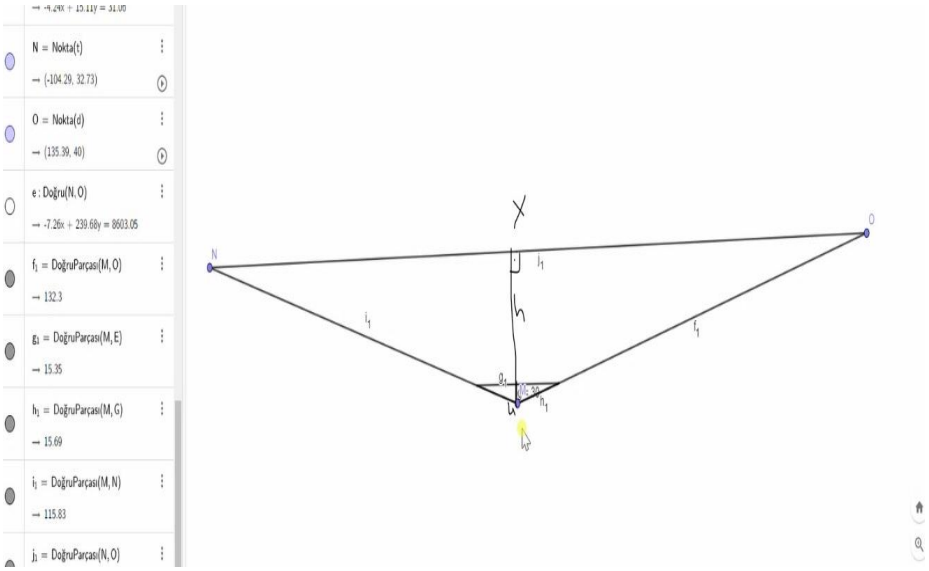
2.(A): Hocam güzel ve farklı bir soru biz okulda genelde test çözdüğümüz kısa sorulardan bunlar farklı geliyor şimdi soruda iki dağın zirvesi var, iki çubuğu V şeklinde tutuyor göz hizasında üçgenin resmini, tabanı dağların zirvelerinin bulunduğu hatta paralel olacak şekilde karton üzerine çiziyor. Çizdiği üçgenin taban uzunluğunu 30 cm, yüksekliğini ise 4 cm olarak ölçüyor. Bulunduğu noktadan 100 m geriye giderek, üçgenin taban uzunluğunu 25 cm, yüksekliğini ise 5 cm olarak ölçüyor. Şimdi bunlara göre geogebrada üçgenleri çizmemiz gerekiyor. Ben tam çizemedim geogebra da biraz alıştırma yapmam gerekiyor galiba. Şimdi çizdiğim kadarıyla şöyle ki; (Veriler)



3.(E): Okan'ın dediği gibi güzel soru hocam keşke hep çözsek bunlardan, kendimiz pekiştirerek öğreniyoruz açıkçası. Şimdi adım adım çizelim ama tabanı dağların zirvesi olan bir üçgen diyor, yani şeklimiz üçgen. Ben ilk birinci üçgeni çizelim derim. Yüksekliği 4 cm görünen dağların örnek görüntüsünde iki dağ arası mesafe 30 cm oldu. İlk olarak Ali ile üçgeni çizdik tabi biraz kötü oldu. (Veriler)

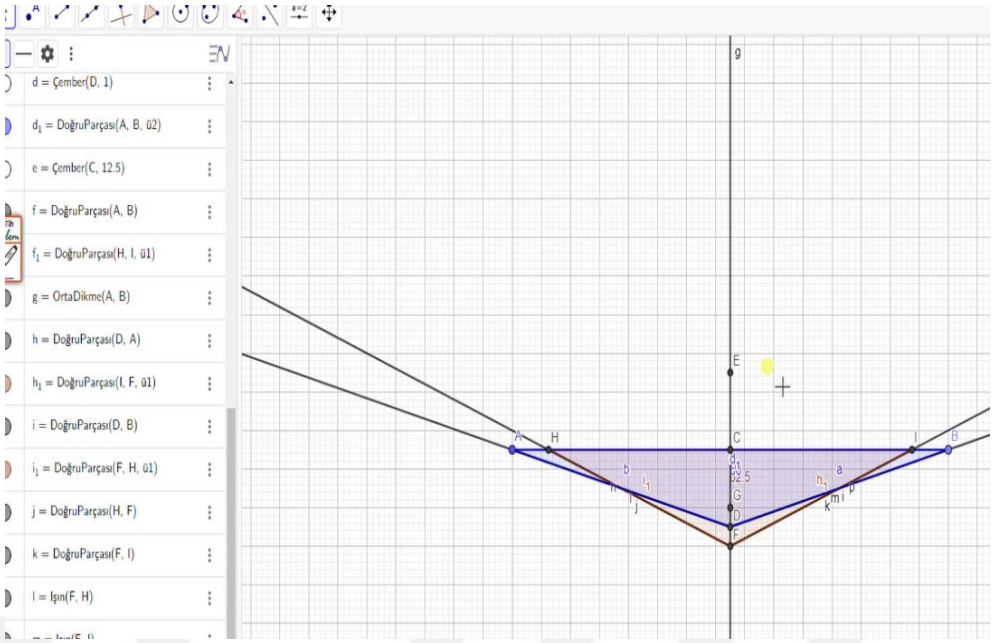
5.(Ö): Güzel anlamış gibisiniz soruyu ama önemli olan nasıl çizeceksiniz? (Onay rehber desteği)

6.(A): Şimdi Emre ben verilenleri çizdim, Yani burada bence benzerlik uygulayabiliriz, diyelim ki ; $\frac{4}{30} = \frac{h}{x}$ şimdi burada 100 m geri gittik o sebeple yeni bir denklem ortaya çıkacak bence. (İddia)



7.(Ö): Sonrasında ne düşündünüz. Biraz daha detaylı anlatır mısınız? (Onay rehber desteği)

8.(E): Sonra bir üçgen daha çizdik tabanı 25 cm ve yüksekliği 5 cm çünkü adam 100 m geri çekilip bakmıştı. Şimdi bir dakika son halini oluşturayım. Şöyle ayarladık ve yeni bir denklem çıktı ortaya yine benzerlik var burada: $\frac{5}{25} = \frac{h+100}{x}$ olur.(İddia)



9. (Ö): Peki iki denklem elde ettiniz sonra ne yapacaksınız? (Onay rehber desteği)

10.(A): Hocam iki denklem $\frac{4}{30} = \frac{h}{x}$ ve $\frac{5}{25} = \frac{h+100}{x}$ var, şimdi Emre ile kâğıt üstünde çözdük, bunların ikisini çözersek x=1500 çıkar. Yani dağlardaki zirvelerin arası 1500 m olur. Sonra yerine yerleştirirsek h= 200 m çıkar. (Gerekçe)

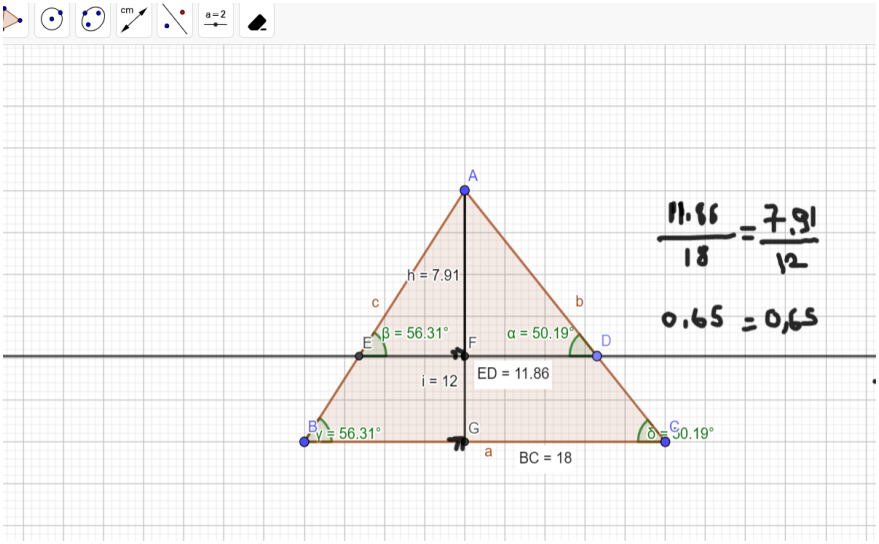
11.(Ö): Bence çok güzel ilerlediniz. Aylin'in bulunduğu A noktasından 150 m geriye giderek oluşturduğu yeni üçgende yükseklik uzunluğunu nasıl bulursunuz. (Onay rehber desteği)

12.(E): Yine benzerlik uygularız, iki dağ arası 1500m ve yüksekliği ise 200 m oldu. Şimdi150 m bu noktadan geri gidince yeni bir üçgen oluştu. Bu üçgenin tabanı 15cm ona göre aynı sistemi kuracağız, bunun denklemini de şöyle gösterelim; denklem $\frac{350}{1500}=\frac{h}{15}$ olacak. Buradan h=3,5 cm çıkar. Aslında çizerek geogebradan bulduk değerleri ama kağıt üstünde de işlemleri yaparak benzerliği de kurduk. (Gerekçe)

13.(Ö): Evet güzelce sonuca vardınız. Burada hangi matematik kuralını uyguladınız. (Onay rehber desteği)

14.(A): Hocam zaten uygulayabileceğimiz tek kural benzerlikti onu da kullandık. Yani benzer üçgenlerde orantılı kenarlara ait yüksekliklerin oranı benzerlik oranına eşittir. Burada da tabanlar paralel zaten, açılar aynı ve yükseklikler arasında ilişki kurduk. Dolayısıyla bu kuraldan yola çıkarak ilerledik. (İddia)

15.(A): Hocam bunu şöyle örnek ile ispatlarız, yani Emre ile çizdik bir sürü örnekle de gösteririz. Biz böyle ispatlarız daha farklı nasıl yapıcaz bilemedik. (Gerekçe)



16.(Ö): Paki, aferin çocuklar. (Sonlandırıcı rehber desteği)

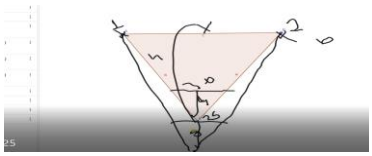
Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar ile analiz edilen tartışmada Ali ve Emre soruyu inceledikten sonra elde ettikleri veriler doğrultusunda iddialarını ortaya koymuşlardır. Bu veriler aracılığıyla dağların zirvesi adlı etkinliği anlamlandırmaya çalışmış ve çözmek için çeşitli görsellere tartışma zemini hazırlamışlardır.
- 6.,8. ve 14. kodlar ile analiz edilen tartışmada Ali ve Emre elde ettikleri verileri düzenleyerek görsel temsillerle ifade etmişlerdir. Görsel temsiller üzerinden düşüncelerini en iyi ifade eden iddialarını ortaya koymuşlardır.
- 10.,12. ve 15. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğrenciler GeoGebrada oluşturdukları çizimler doğrultusunda iddialarını doğrulamak için çeşitli matematiksel işlemler aracılığıyla gerekçelerini ifade etmişlerdir. Dağların zirveleri arasındaki mesafeyi hesaplamak için oluşturdukları üçgenler arasında benzerlik ilişkisini kurmuş ve soruyu çözmeye çalışmışlardır. Çeşitli uğraşlar sonucunda doğru cevaba ulaşmışlardır.
- 5., 6., 9.,11., ve 13. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 16. kodda ise "Çok iyi çocuklar." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Ali

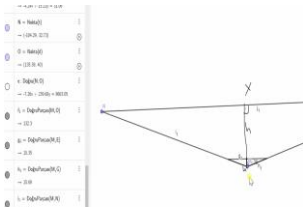
Hocam soruda iki dağın zirvesi var, iki çubuğu V şeklinde tutuyor göz hizasında üçgenin resmini, tabanı dağların zirvelerinin bulunduğu hatta paralel olacak şekilde karton üzerine çiziyor. Çizdiği üçgenin taban uzunluğunu 30 cm, yüksekliğini ise 4 cm olarak ölçüyor. Bulunduğu noktadan 100 m geriye giderek, üçgenin taban uzunluğunu 25 cm, yüksekliğini ise 5 cm olarak ölçüyor. Şimdi bunlara göre üçgenleri çizmemiz gerekiyor. Şöyle ki;



1

İddia-Ali

Şimdi hocam ben verilenleri çizdim, Yani burada bence benzerlik uygulayabiliriz, diyelim ki ; $\frac{4}{30} = \frac{h}{x}$ şimdi burada 100 m geri gittik o sebeple yeni bir denklem ortaya çıkacak bence.(İddia)



4

Onay rehber desteği

Güzel ilerlemişsin, sonrasında ne düşündünüz. Biraz daha detaylı anlatır mısınız?

Veri-Emre

Okan'ın dediği gibi adım adım çizelim ama tabanı dağların zirvesi olan bir üçgen diyor, yani şeklimiz üçgen. Ben ilk birinci üçgeni çizelim derim. Yüksekliği 4 cm görünen dağların örnek görüntüsünde iki dağ arası mesafe 30 cm oldu. İlk olarak bu üçgeni çizelim.

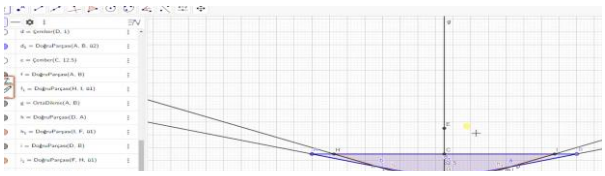
2

5

3

İddia-Emre

Sonra bir üçgen daha çizdik tabanı 25 cm ve yüksekliği 5 cm çünkü adam 100 m geri çekilip bakmıştı. Şimdi bir dakika son halini oluşturayım. Şöyle ayarladık ve yeni bir denklem çıktı ortaya yine benzerlik var burada: $\frac{5}{25} = \frac{h+100}{x}$ olur.(İddia)



Onay rehber desteği

Güzel anlamış gibisiniz soruyu ama önemli olan nasıl çizeceksiniz?

6

Onay rehber desteği

Peki iki denklem elde ettiniz sonra ne yapacaksınız?

7

Gerekçe-Ali

Hocam iki denklem $\frac{4}{30} = \frac{h}{x}$ ve $\frac{5}{25} = \frac{h+100}{x}$ var, bunların ikisini çözersek x=1500 çıkar. Yani dağlardaki zirvelerin arası 1500 m olur. Sonra yerine yerleştirirsek h= 200 m çıkar.

8

Devamı;

8

Onay rehber desteği

Bence çok güzel ilerlediniz. Aylin'in bulunduğu A noktasından 150 m geriye giderek oluşturduğu yeni üçgende yükseklik uzunluğunu nasıl bulursunuz.

9

Gerekçe-Emre

Yine benzerlik uygularız, iki dağ arası 1500m ve yüksekliği ise 200 m oldu. Şimdi150 m bu noktadan geri gidince yeni bir üçgen oluştu. Bu üçgenin tabanı 15cm ona göre aynı sistemi kuracağız, bunun denklemini de şöyle gösterelim; denklem $\frac{350}{1500}=\frac{h}{15}$ olacak. Buradan h=3,5 cm çıkar. Aslında çizerek geogebradan da bulduk bunu ama benzerliği de kurduk.

10

Onay rehber desteği

Evet güzelce sonuca vardınız. Burada hangi matematik kuralını uyguladınız.

11

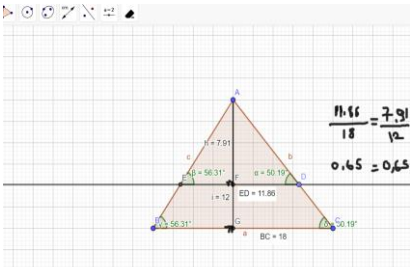
İddia-Ali

Hocam zaten uygulayabileceğimiz tek kural benzerlikti onu da kullandık. Yani benzer üçgenlerde orantılı kenarlara ait yüksekliklerin oranı benzerlik oranına eşittir. Burada da tabanlar paralel zaten, açılar aynı ve yükseklikler arasında ilişki kurduk. Dolayısıyla bu kuraldan yola çıkarak ilerledik.

12

Gerekçe-Ali

Hocam bunu şöyle örnek ile ispatlarız, yani Emre ile çizdik bir sürü örnekle de gösteririz. Biz böyle ispatlarız daha farklı nasıl yapıcaz bilemedik.(Gerekçe)



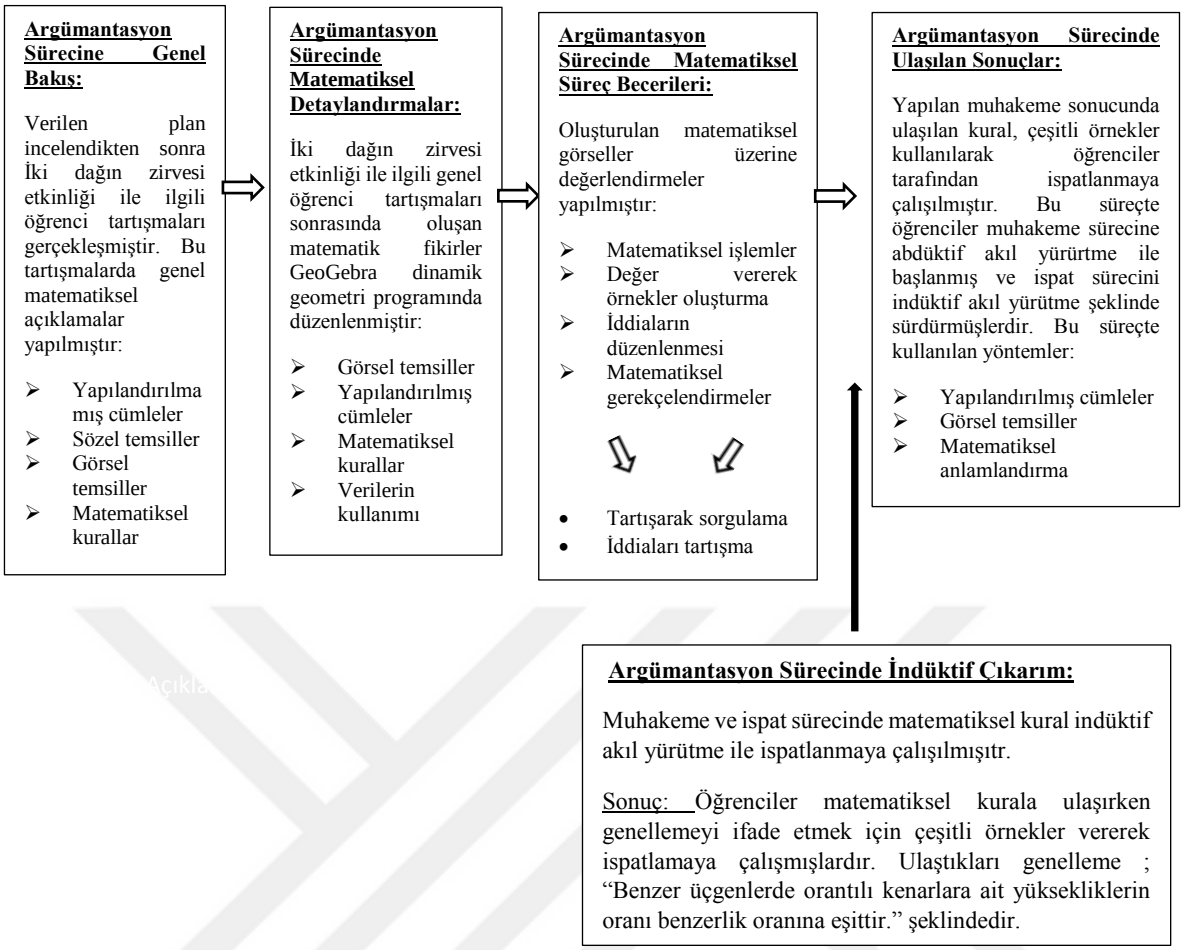
13

Sonlandırıcı rehber desteği

Peki, aferin iyi çocuklar.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan II. planın ürün bölümünde yer alan İki Dağın Zirvesi etkinliği ile öğrencilerin geogebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Araştırma sürecinde öğrenciler derslerinde bu tarz sorulara çok sık karşılaşmadıklarını ifade etmişlerdir. Araştırmada elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin genellikle ispat ve muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar ile başladıkları görülmüştür. Öğrenciler matematiksel açıklamalar yaparken sözel ve görsel temsilleri matematiksel kurallara dayandırmışlardır. Argümantasyon sürecinde düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte etkinliği GeoGebra programında düzenleyerek yapılandırılmış cümleler kullanmışlardır. Görsel temsilleri daha çok sözel temsillerle desteklemişlerdir. Fakat bu süreçte öğrenciler soru kalıbından yola çıkarak daha önceden karşılaştıkları kuralları kullanmışlardır. Öğrenciler soruyu çözerken ilerleyen aşamalarda argümantasyon sürecinde matematiksel süreç becerileri kapsamında oluşturulan matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu değerlendirmeler doğrultusunda çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş ve matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Öne sürdükleri matematiksel iddialar ve bu kapsamda oluşturdukları gerekçelendirmeler arasında mantıklı bir ilişki kurmuşlardır. Bu süreçte argümanları değerlendirmiş ve bu değerlendirmelerden yola çıkarak kullandıkları matematiksel kuralları ispatlamaya çalışmışlardır. İspat yaparken çeşitli örnekler kullanarak muhakeme sürecine

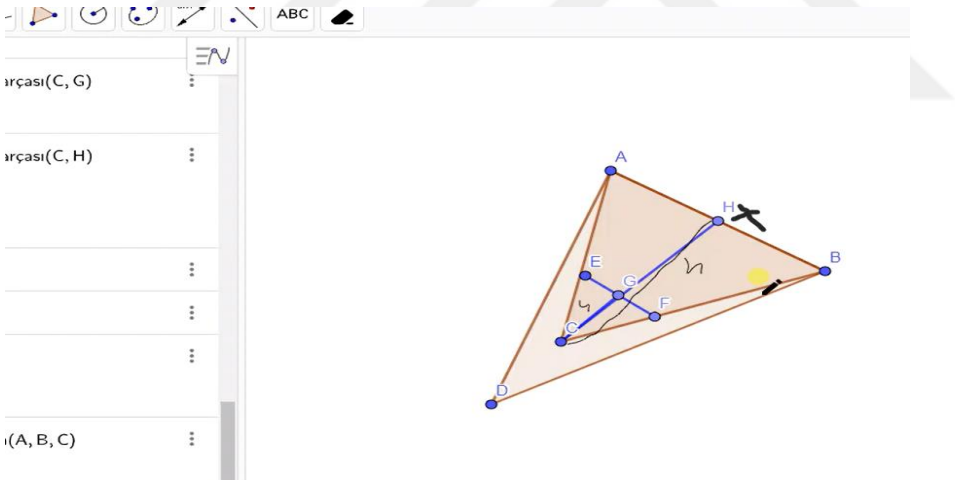
abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Ulaştıkları kuralları ifade ederken matematiksel dil ve notasyon kullanımında eksiklikler olduğu görülmüştür. Bunun sonucunda ulaştıkları kural; "Benzer üçgenlerde orantılı kenarlara ait yüksekliklerin oranı benzerlik oranına eşittir." şeklindedir.

4.2.2.3. Nil ve Selim'ın Argümantasyon Süreci:

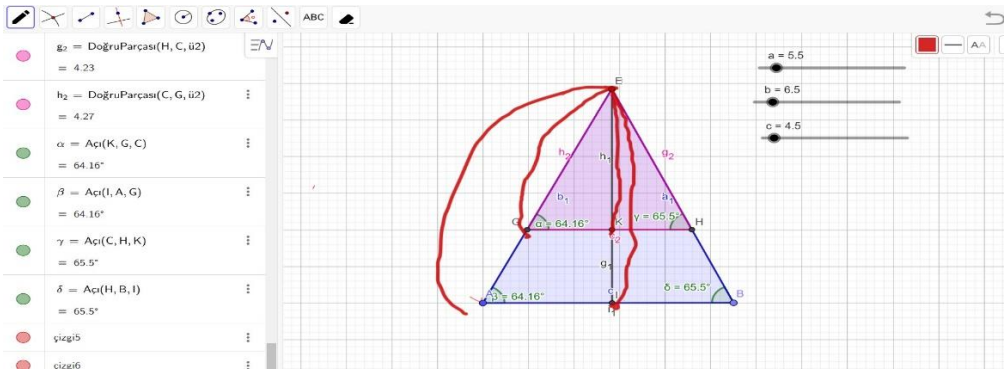
Süreç Analizi:

1.(Ö): Evet Selim ve Nil, iki dağın zirvesi etkinliği hakkında ne düşünüyorsunuz, bu soruyu nasıl çözmeyi düşünüyorsunuz? Geogebra kullanarak çözmek işinizi kolaylaştırdı mı?

2.(S): Ben böyle sorularla çok karşılaşmadım işte sizle ders işlerken yapıyoruz bu sorulardan yani BİLSEM'de ayrıca geogebra her soruda işimizi çok kolaylaştırıyor. Şimdi biz Nil ile soruyu inceledik şöyle anladık soruyu iki dağın zirvesine belli bir uzaklıktan bakan bir çocuk var, iki çubuğu V şeklinde tutuyor göz hizasında dağın zirvelerine doğru tutuyor, zirveleri sabitleyerek belli bir çizim yapıyor. Çizdiği üçgenin tabanı 30 cm, yüksekliğini ise 4 cm olarak ölçüyor. Bulunduğu noktadan 100 m geriye doğru bir hareketi var, bu kez yeni oluşan üçgende üçgenin taban uzunluğunu 25 cm, yüksekliğini ise 5 cm olarak ölçüyor. Şimdi bunlara göre işlem yapmak lazım, şöyle ki hemen çizelim Nil baksana bi ; (Veriler)

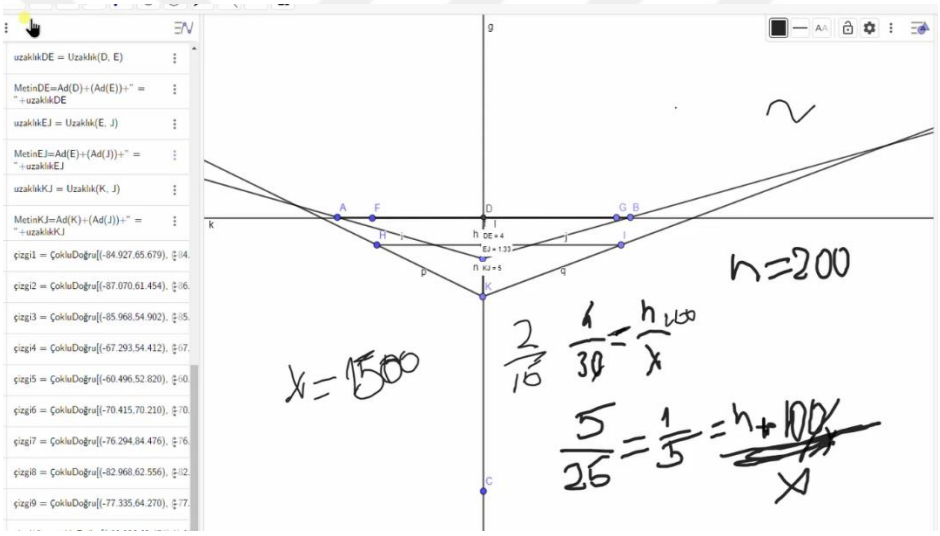


3.(N): Şimdi bizde Selim ile çizdiğimiz şekilde 4 cm görünen dağların örnek görüntüsünde iki dağ arası mesafe 30 cm oldu. Hocam biz verilenleri çizdik, yani burada tabanlar ortak bize göre bence benzerlik uygulayabiliriz, kenarlar paralel, açılar paralel tabanlardan aynı dolayısıyla tabanlar ve yükseklikler arasında benzerlik uygulayabiliriz. Bakın hocam çizmde bu kuralı neden uygulamamız gerektiğini çizerek gösterdik. (İddia)



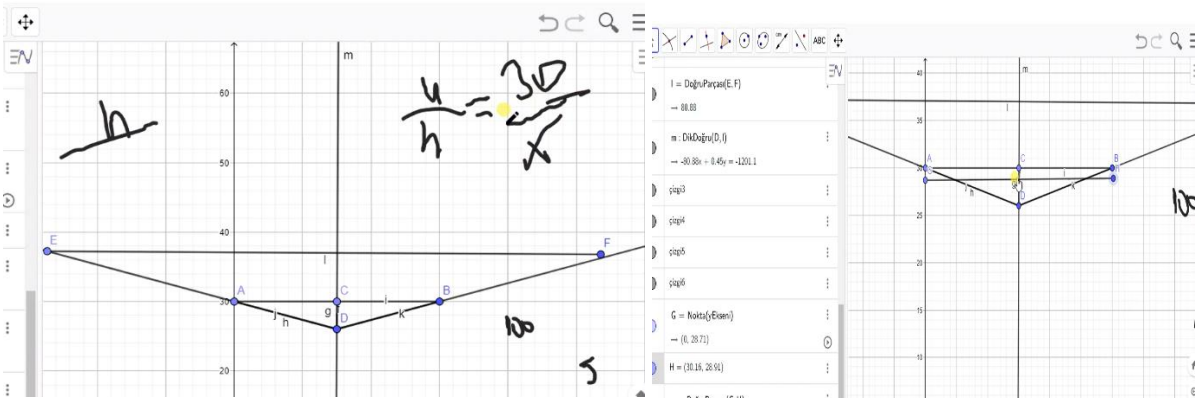
4.(Ö): Peki sonra nasıl devam edeceksiniz? (Onay rehber desteği)

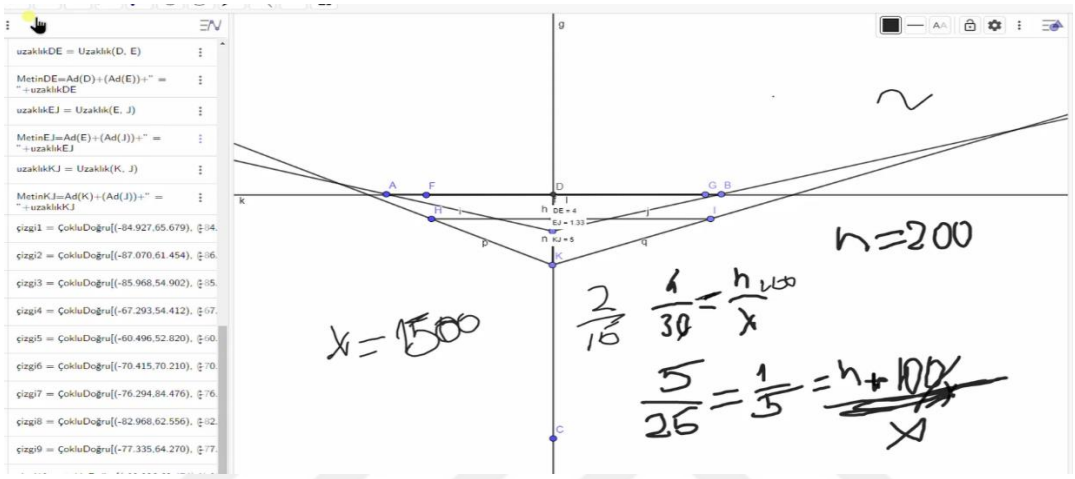
5.(S): Şimdi hocam burada benzerlik uygulayabiliriz, diyelim ki ; $\frac{30}{x} = \frac{4}{h}$ şimdi burada 100 m geri gittik o sebeple yeni bir denklem ortaya çıkacak bence. Çünkü üçgenin yüksekliği 100 m artacak. Onu da şöyle yaptık. $\frac{5}{25} = \frac{h+100}{x}$ (İddia)



6.(Ö): Peki dağların zirveleri arasındaki mesafe yaklaşık kaç metredir? (Onay rehber desteği)

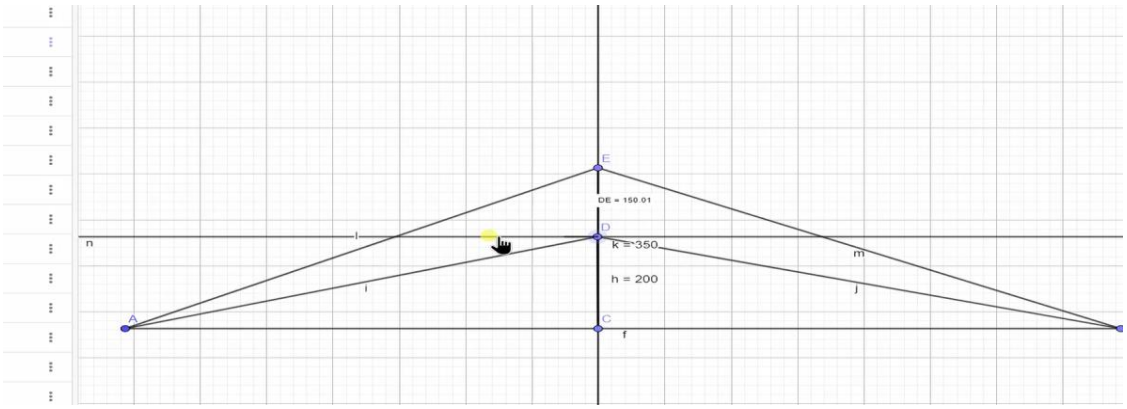
7.(S): Şimdi bir dakika son halini oluşturayım. Hocam iki denklem $\frac{30}{x} = \frac{4}{h}$ ve $\frac{5}{25} = \frac{h+100}{x}$ var, bunların ikisini çözersek x=1500 çıkar. Yani dağlardaki zirvelerin arası 1500 m olur. Sonra yerine yerleştirirsek h= 200 m çıkar.(Gerekçe)

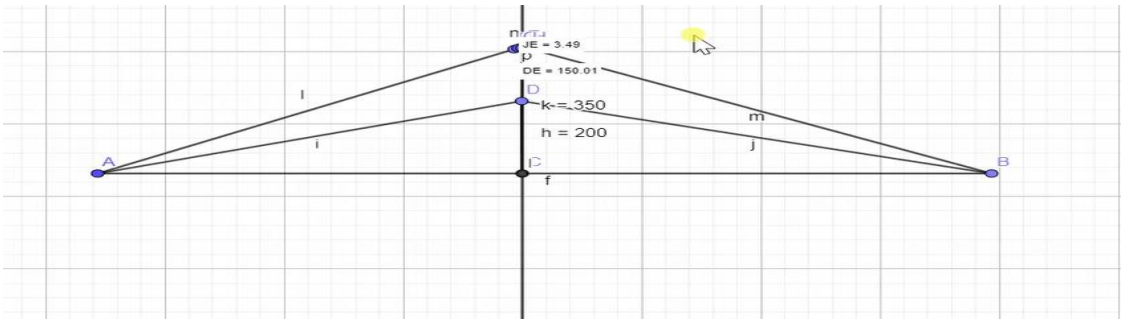




8.(Ö): Bence güzel ilerlediniz. Aylin'in bulunduğu A noktasından 150 m geriye giderek oluşturduğu yeni üçgende yükseklik uzunluğunu nasıl bulursunuz. (Onay rehber desteği)

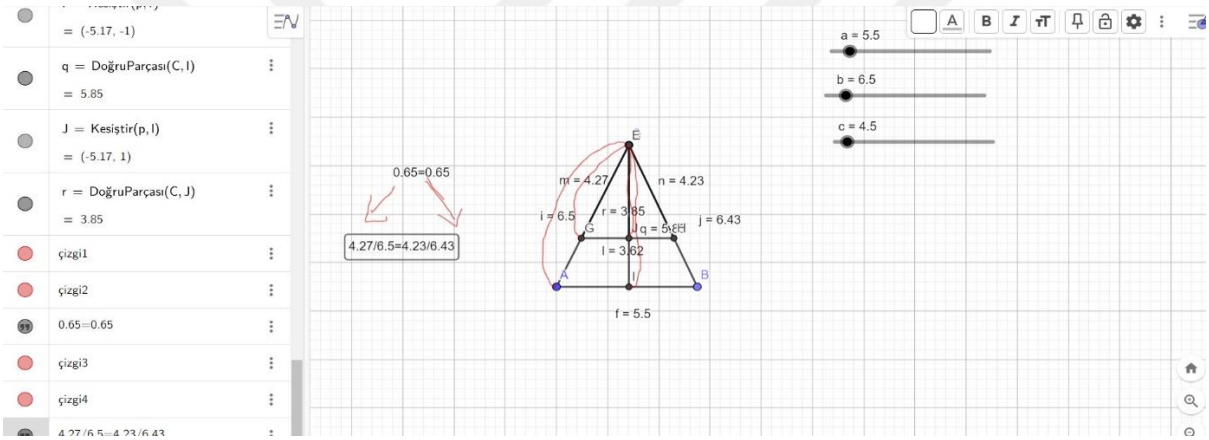
9.(N): Yine benzerlik uygularız, iki dağ arası 1500m ve yüksekliği ise 200 m oldu. Şimdi150 m bu noktadan geri gidince yeni bir üçgen oluştu. Bu üçgenin tabanı 15cm ona göre aynı sistemi kuracağız, bunun denklemini de şöyle gösterelim; denklem $\frac{350}{1500}=\frac{h}{15}$ olacak. Buradan h=3,5 cm çıkar. (Gerekçe)





10.(Ö): Evet güzelce sonuca vardınız. Peki, uyguladığınız matematik kurallarını nasıl ispatlarsınız. (Onay rehber desteği)

11.(A): Hocam zaten uygulayabileceğimiz tek kural benzerlikti onu da kullandık. Hatırladığımız kuralı uyguladık. Dolayısıyla bu kuraldan yola çıkarak ilerledik. Şimdi bu kuralı örneklerle çok kolay gösteririz. Geogebra da sürgü ile bir sürü üçgen oluşturduk ve birçok üçgen ile bunu gösterdik. Görüldüğü gibi benzerlilk oranı aynı çıktı. (Gerekçe)



12.(Ö): Peki, Çok iyi çocuklar. (Sonlandırıcı rehber desteği)

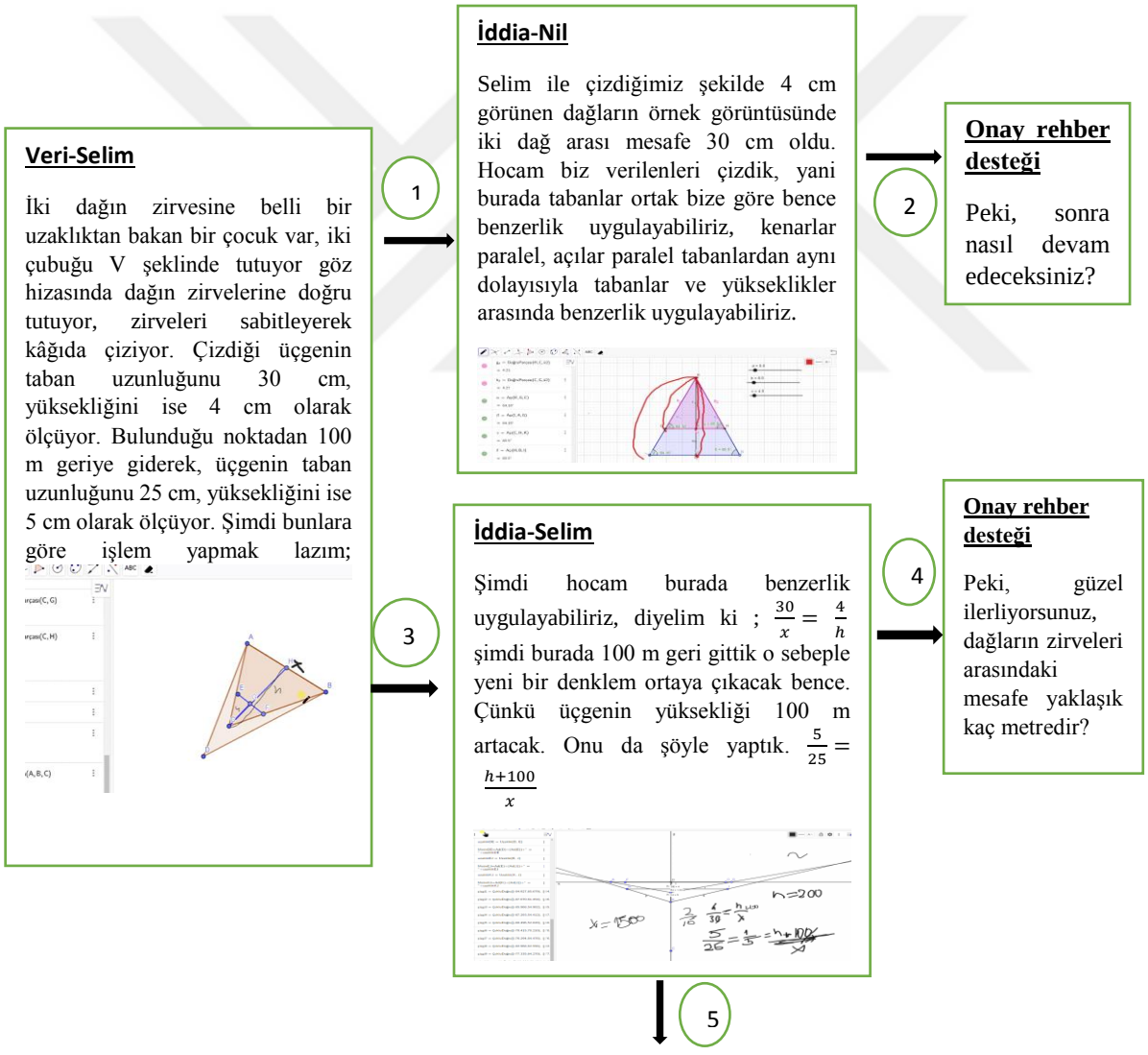
Tartışma Analizi:

- 2. kodda Selim ve Nil ortaya koydukları iddiaya yönelik verilerini ifade etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla öğrenciler dağların zirvesi adlı etkinliği anlamlandırmaya çalışmış ve çözmek için çeşitli görsellere zemin hazırlamışlardır. Böylece bu veriler aracılığıyla tartışma zemini oluşturulmaya başlanmıştır.
- 3. ve 5. kodlar ile analiz edilen tartışmada Selim ve Nil ortaya koydukları verileri değerlendirerek çeşitli görsel temsiller ortaya koymuş ve görsel temsiller üzerinde tartışarak verilerini daha iyi ifade eden iddialar ortaya koymuşlardır.
- 7., 9. ve 11. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğrenciler oluşturdukları çizim doğrultusunda iddialarını doğrulamak için çeşitli işlemler yaparak sorunun çözümünü bulmak için gerekçelerini ifade etmişlerdir. Dağların zirveleri arasındaki mesafeyi hesaplamak için

oluşturdukları üçgenler arasında benzerlik ilişkisini kurmuş ve soruyu çözmeye çalışmışlardır. Çeşitli uğraşlar sonucunda doğru cevaba ulaşmışlardır.

- 11. kodda öğrenciler kullandıkları benzerlik kuralını çeşitli örneklerle açıklayarak ispatlamaya çalışmışlardır.
- 4., 6., 8. ve 10. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 12. kodda ise "Peki, Çok iyi çocuklar." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

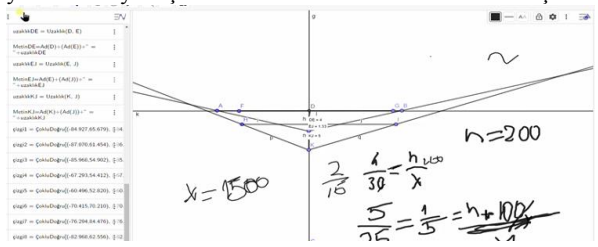


Devamı;

5

Gerekçe-Selim

Şimdi bir dakika son halini oluşturayım. Hocam iki denklem $\frac{30}{x} = \frac{4}{h}$ ve $\frac{5}{25} = \frac{h+100}{x}$ var, bunların ikisini çözersek x=1500 çıkar. Yani dağlardaki zirvelerin arası 1500 m olur. Sonra yerine yerleştirirsek h= 200 m çıkar.



6

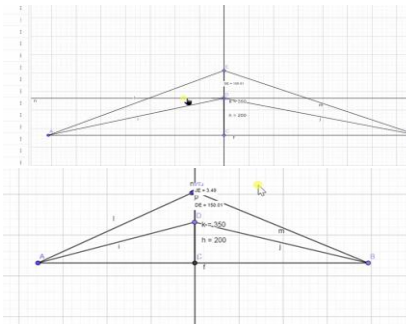
Onay rehber desteği

Bence güzel ilerlediniz. Aylin'in bulunduğu A noktasından 150 m geriye giderek oluşturduğu yeni üçgende yükseklik uzunluğunu nasıl bulursunuz?

7

Gerekçe-Nil

Yine benzerlik uygularız, iki dağ arası 1500m ve yüksekliği ise 200 m oldu. Şimdi150 m bu noktadan geri gidince yeni bir üçgen oluştu. Bu üçgenin tabanı 15cm ona göre aynı sistemi kuracağız, bunun denklemini de şöyle gösterelim; denklem $\frac{350}{1500}=\frac{h}{15}$ olacak. Buradan h=3,5 cm çıkar. Aslında çizerek geogebradan da bulduk bunu ama benzerliği de kurduk.



8

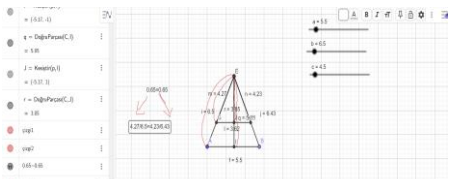
Onay rehber desteği

Evet güzelce sonuca vardınız. Peki, uyguladığınız matematik kurallarını nasıl ispatlarsınız.

9

Gerekçe-Selim

Hocam zaten uygulayabileceğimiz tek kural benzerlikti onu da kullandık. Hatırladığımız kuralı uyguladık. Dolayısıyla bu kuraldan yola çıkarak ilerledik. Şimdi bu kuralı örneklerle çok kolay gösteririz. Geogebra da sürgü ile bir sürü üçgen oluşturduk ve birçok üçgen ile bunu gösterdik. Görüldüğü gibi benzerlilk oranı aynı çıktı.



10

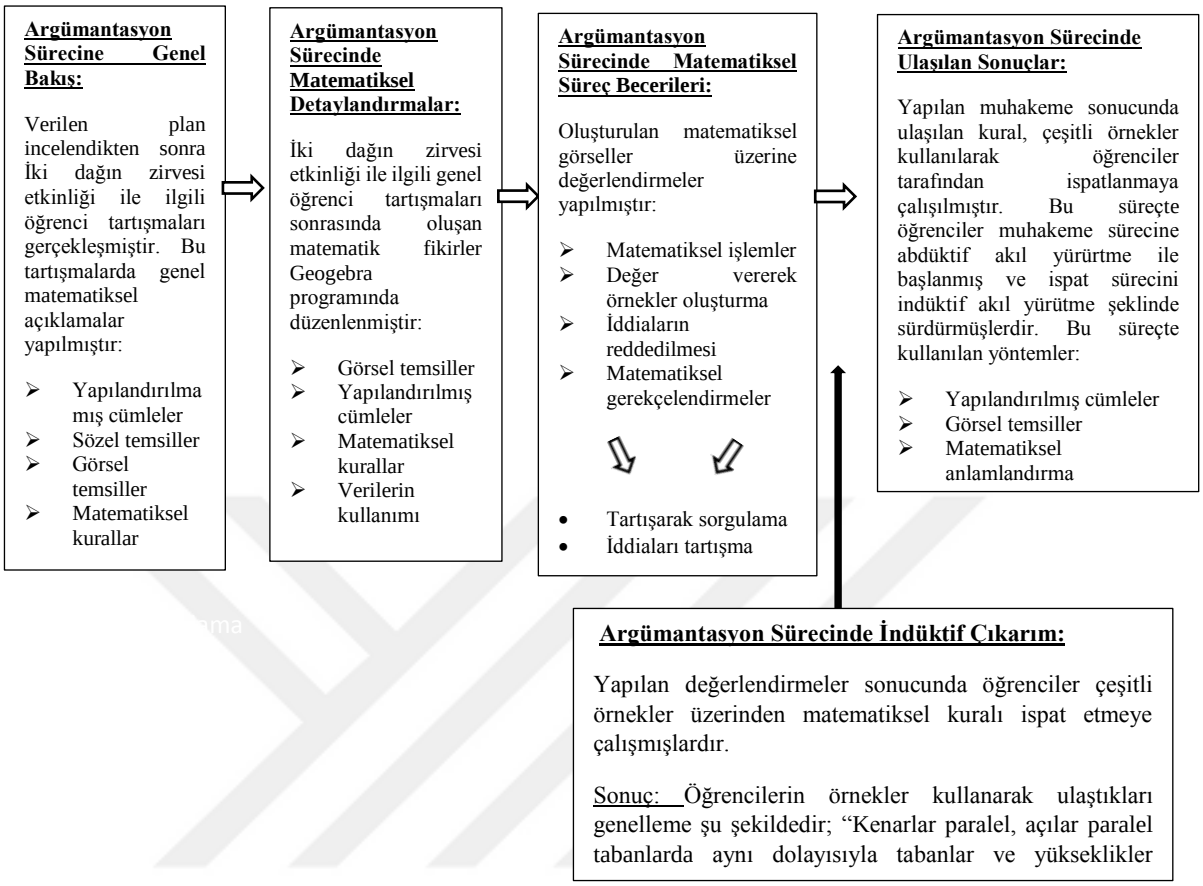
Sonlandırıcı rehber desteği

Peki, Çok iyi çocuklar.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan II. planın ürün bölümünde yer alan İki Dağın Zirvesi etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik

matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Argümantasyon sürecine başlarken öğrenciler bu tarz sorularla daha çok BİLSEM'de karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Araştırmada elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin genellikle ispat ve muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar ile başladıkları görülmüştür. Bu süreçte öğrenciler başlangıçta oluşturdukları matematiksel açıklamaları ifade ederken genelde sözel temsiller, görsel temsiller ve matematiksel kuralları kullanmışlardır. Matematiksel olarak yaptıkları açıklamalara dayanarak GeoGebra'da oluşturdukları görsel temsilleri daha çok sözel temsillerle desteklemişlerdir. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Öğrenciler ortaya koydukları argümanları detaylı bir şekilde ifade ederken hem görsel ve sözel temsiller arasında mantıksal bağlantılar kurarak ilerlemişler hemde daha önceden bildikleri matematiksel kurallara değinmişlerdir. Matematiksel süreç becerileri kapsamında oluşturulan görsel temsiller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu değerlendirmeler doğrultusunda çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş ve matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Öne sürdükleri matematiksel iddialar ve bu kapsamda oluşturdukları argümanlar arasında mantıklı bir bağ oluşturmaya çalışmışlardır. Bu süreçte öğrenciler referans ve argümanlarından yola çıkarak

kullandıkları matematiksel kuralları anlamlandırmışlardır. İspat yaparken çeşitli örnekler kullanarak muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Bunun sonucunda ulaştıkları kural; "Kenarlar paralel, açılar paralel tabanlardan aynı dolayısıyla tabanlar ve yükseklikler arasında benzerlik uygulayabiliriz." şeklindedir.

4.2.2.4. Burak ve Murat'ın Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Evet Burak ve Murat, iki dağın zirvesi etkinliğini incelediniz, ne düşünüyorsunuz soru hakkında, bu soruyu nasıl çözmeyi düşünüyorsunuz? Daha önce karşılaştığınız sorulara benziyor mu?

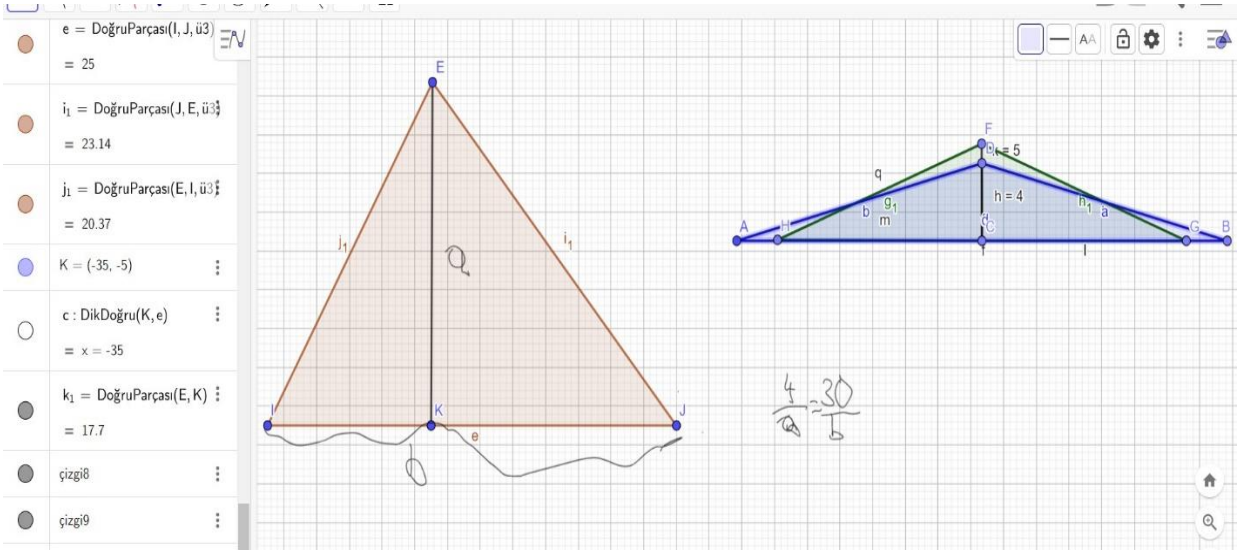
2.(B): Hocam böyle sorularla az karşılaşıyoruz, konu yetişsin diye ispat falan yapamıyoruz zaten. Şimdi biz bu soruya baktığımızda, iki dağın zirvesine belli bir uzaklıktan bakan bir çocuk olduğunu gördük. Dağların kabataslak çizimini kâğıda yapıyor. Biz geogebra da daha kolay çizeriz. Devam edelim çizdiği üçgenin taban uzunluğunu 30 cm, yüksekliğini ise 4 cm olarak ölçüyor. Bulunduğu noktadan 100 m geriye giderek, üçgenin taban uzunluğunu 25 cm, yüksekliğini ise 5 cm olarak ölçüyor. Şimdi bunu dikkate alarak çizim yapmak gerek. (Veriler)

3.(M): hocam bende BİLSEM'de karşılaşıyorum böyle sorularla onun dışında çok fazla karşılaşmadım, Burak ile şekli çizip sonra ilerleyebiliriz bence.

4.(Ö): Peki bundan sonra süreç nasıl ilerleyecek? (Onay rehber desteği)

5.(M): Yani bize göre soruyu incelediğimizde önce bir kâğıt üzerinde verilenleri çizdik geogebra da hemen kurgulayıp çizemedik o yüzden kâğıt üzerinde verilenleri çizmeyi denedik, yani burada Pisagor ya da diklik yok bence benzerlik uygulayabiliriz, kenarlar paralel, dolayısıyla açılar aynı dolayısıyla iki üçgen arasında benzerlik uygulayabiliriz. (İddia)

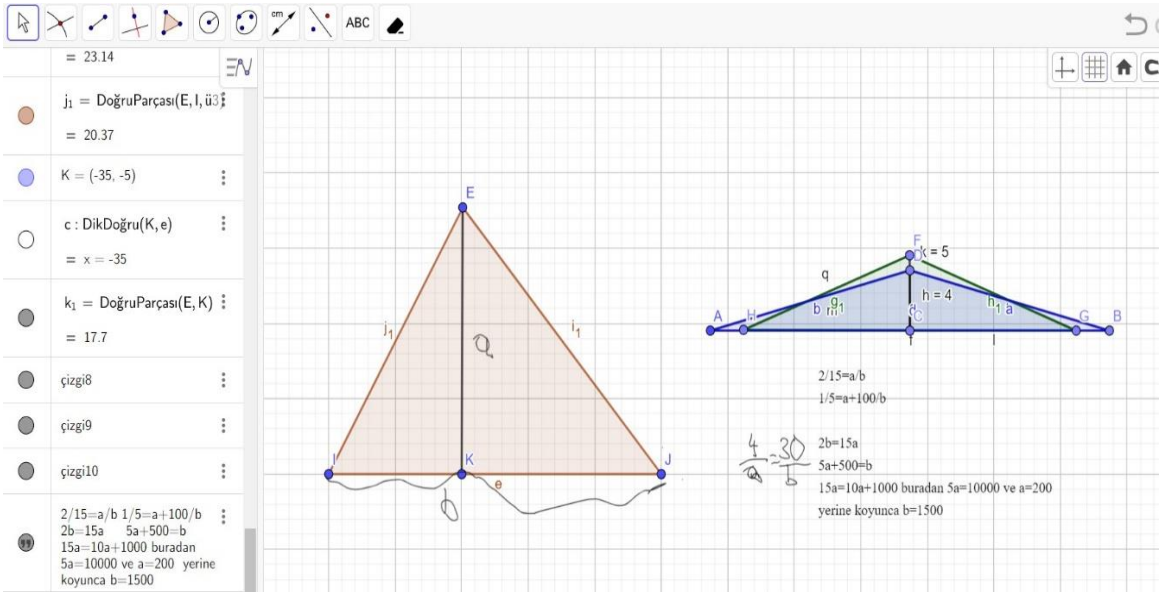
6.(B): Biz baya uğraştık soruyla kâğıt üzerinde sonra şöyle bir şeyler ortaya çıkardık. Şimdi Murat'ın dediği gibi yapalım şimdi hocam burada benzerlik uygulayabiliriz, diyelim ki dağın gerçek taban uzunluğu b olsun gerçek yüksekliğide a olsun ; $\frac{4}{30} = \frac{a}{b}$ şimdi burada tabanlar ve yükseklikler arasında benzerlik kurduk.(İddia)



7.(M): Tamam bunu yaptık ama 100 m geri gittik o sebeple yeni bir üçgen çıkacak yani taban daralıyor çünkü daha uzaktan bakıyor yani yükseklik artacak yeni denklem ortaya çıkacak bence. Çünkü üçgenin yüksekliği 100 m artacak. Yeni yükseklik 5 cm ve taban 25 ama normalden 100 m fazla yükseklik ve tabiki dağın tabanı aynı yien b olarak alabiliriz dolayısıyla yeni denklem kurabiliriz. Onu da şöyle yaptık: $\frac{5}{25} = \frac{a+100}{b}$ (İddia)

8.(Ö): Peki bu iki denklemi nasıl çözeceksiniz, dağların zirveleri arasındaki mesafe yaklaşık kaç metredir? (Onay rehber desteği)

9.(B): Şimdi bir dakika son halini oluşturayım. Hocam iki denklem $\frac{a}{b} = \frac{4}{30}$ ve $\frac{5}{25} = \frac{a+100}{b}$ var, bunların ikisini çözersek şimdi kâğıda karalayıp yapacağız b=1500 çıkar. Evet, Murat bende öyle yaptım. Yani dağlardaki zirvelerin arası 1500 m olur. Sonra yerine yerleştirirsek a= 200 m çıkar. (Gerekçe)



10.(Ö): Bence güzel ilerlediniz. A noktasından 150 m geriye giderek oluşturduğu yeni üçgende yükseklik uzunluğunu nasıl bulursunuz. (Onay rehber desteği)

11.(M): Yine benzerlik uygularız, iki dağ arası 1500m ve yüksekliği ise 200 m oldu. Şimdi150 m bu noktadan geri gidince yeni bir üçgen oluştu. Bu temsili üçgenin tabanı 15cm olarak soruda verilmiş. Ona göre aynı sistemi kuracağız, bunun denklemini de şöyle gösterelim; denklem $\frac{350}{1500}=\frac{h}{15}$ olacak. Şimdi bu denklemi çözmemiz gerekecek dolayısıyla yeni h=3.5 oldu. (Gerekçe)

12.(Ö): Peki, benzerlik hakkında ne dersiniz? Nasıl bir ispat yaparsınız? (Onay rehber desteği)

13.(B): Hocam zaten uygulayabileceğimiz tek kural benzerlikti onu da kullandık uyguladık. Dolayısıyla bu kuraldan yola çıkarak ilerledik. Onu da soruda gösterdik zaten. Başka ispat ben bilmiyorum. (Gerekçe)

14.(M): Bende bilmiyorum hocam.

15.(Ö): Peki çocuklar. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. kodda Burak ve Murat soruyu inceleyerek çeşitli veriler elde etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla öğrenciler dağların zirvesi adlı etkinliği anlamlandırmaya çalışmış ve çeşitli görseller ile verilerini detaylandırmışlardır.
- 5., 6., ve 7. kodda Burak ve Murat verilere dayalı olarak hazırladıkları çizimler üzerinde tekrar tartışarak verilerini daha iyi ifade eden iddialar ortaya koymuşlardır. İddialarını şekillendirerek düşüncelerini en iyi ifade eden şekli bulmaya çalışmışlardır.
- 9. ve 11. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğrenciler oluşturdukları çizim doğrultusunda iddialarını doğrulamak ve çeşitli işlemler yaparak sorunun çözümünü bulmak için gerekçelerini ifade etmişlerdir. Dağların zirveleri arasındaki mesafeyi hesaplamak için oluşturdukları üçgenler arasında benzerlik ilişkisini kurmuş ve soruyu çözmeye çalışmışlardır. Çeşitli uğraşlar sonucunda doğru cevaba ulaşmışlardır.
- 4., 8., 10. ve 12. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 15. satırda ise "Peki çocuklar." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Burak

Hocam böyle sorularla az karşılaşıyoruz, konu yetişsin diye ispat falan yapamıyoruz zaten. Şimdi biz bu soruya baktığımızda, iki dağın zirvesine belli bir uzaklıktan bakan bir çocuk olduğunu gördük. Dağların kabataslak çizimini kâğıda yapıyor. Biz geogebra da daha kolay çizeriz. Devam edelim çizdiği üçgenin taban uzunluğunu 30 cm, yüksekliğini ise 4 cm olarak ölçüyor. Bulunduğu noktadan 100 m geriye giderek, üçgenin taban uzunluğunu 25 cm, yüksekliğini ise 5 cm olarak ölçüyor. Şimdi bunu dikkate alarak çizim yapmak gerek.

1

İddia-Murat

Yani bize göre soruyu incelediğimizde önce bir kâğıt üzerinde verilenleri çizdik geogebra da hemen kurgulayıp çizemedik o yüzden kağıt üzerinde verilenleri çizmeyi denedik, yani burada Pisagor ya da diklik yok bence benzerlik uygulayabiliriz, kenarlar paralel, dolayısıyla açılar aynı dolayısıyla iki üçgen arasında benzerlik uygulayabiliriz.

3

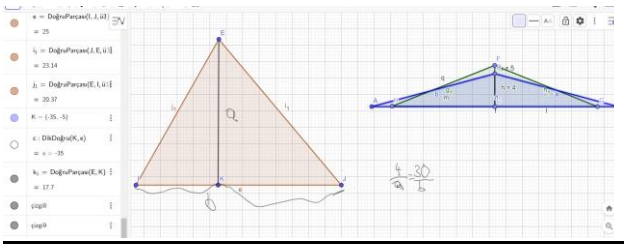
2

Onay rehber desteği

Peki, bundan sonra süreci nasıl ilerleteceksiniz?

İddia-Burak

Murat'ın dediği gibi yapalım şimdi hocam burada benzerlik uygulayabiliriz, diyelim ki dağın gerçek taban uzunluğu b olsun gerçek yüksekliğide a olsun ; $\frac{4}{30} = \frac{a}{b}$ şimdi burada tabanlar ve yükseklikler arasında benzerlik kurduk.



4

Onay rehber desteği

Peki, bu iki denklemi nasıl çözeceksiniz, dağların zirveleri arasındaki mesafe yaklaşık kaç metredir?

5

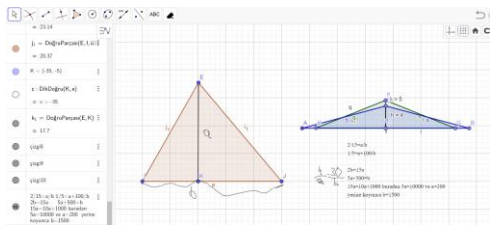
İddia-Murat

Tamam bunu yaptık ama 100 m geri gittik o sebeple yeni bir üçgen çıkacak yani taban daralıyor çünkü daha uzaktan bakıyor yani yükseklik artacak yeni denklem ortaya çıkacak bence. Çünkü üçgenin yüksekliği 100 m artacak. Yeni yükseklik 5 cm ve taban 25 ama normalden 100 m fazla yükseklik ve tabiki dağın tabanı aynı yien b olarak alabiliriz dolayısıyla yeni denklem kurabiliriz. Onu da şöyle yaptık: $\frac{5}{25} = \frac{a+100}{b}$

6

Gerekçe-Burak

Şimdi bir dakika son halini oluşturayım. Hocam iki denklem $\frac{a}{b} = \frac{4}{30}$ ve $\frac{5}{25} = \frac{a+100}{b}$ var, bunların ikisini çözersek şimdi kâğıda karalayıp yapacağız b=1500 çıkar. Evet, Murat bende öyle yaptım. Yani dağlardaki zirvelerin arası 1500 m olur. Sonra yerine yerleştirirsek a= 200 m çıkar.



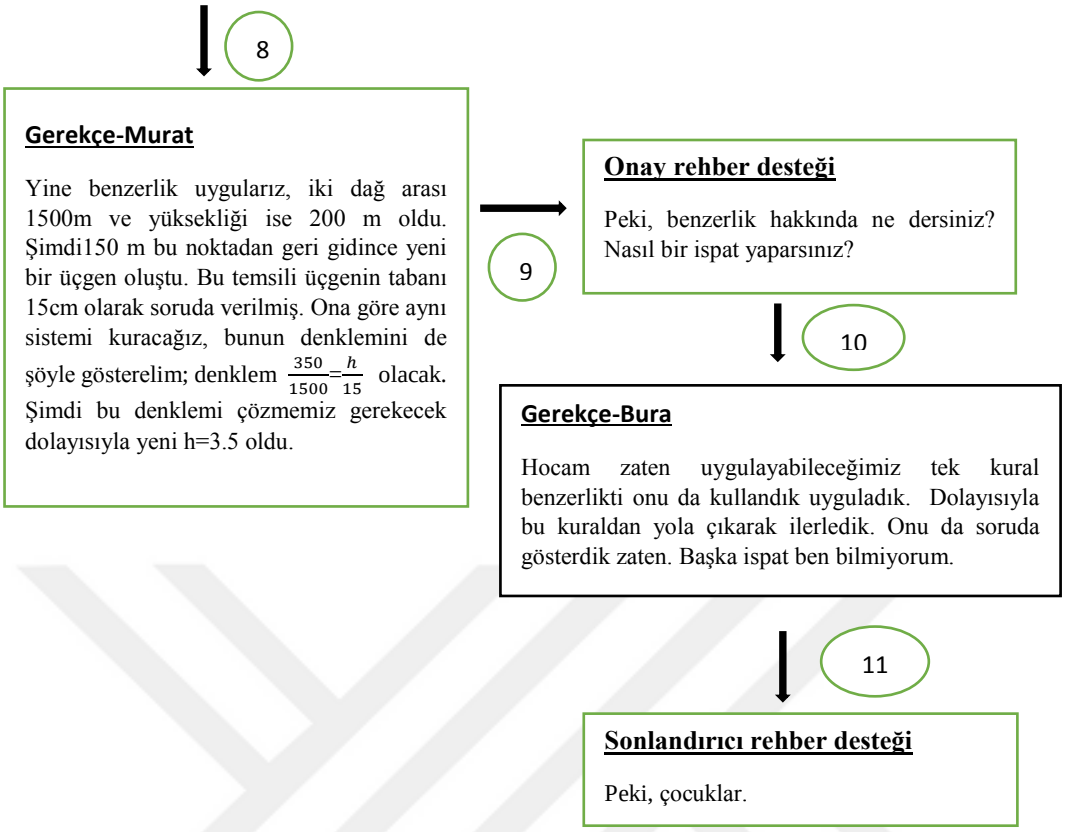
7

Onay rehber desteği

Bence güzel ilerlediniz. A noktasından 150 m geriye giderek oluşturduğu yeni üçgende yükseklik uzunluğunu nasıl bulursunuz.

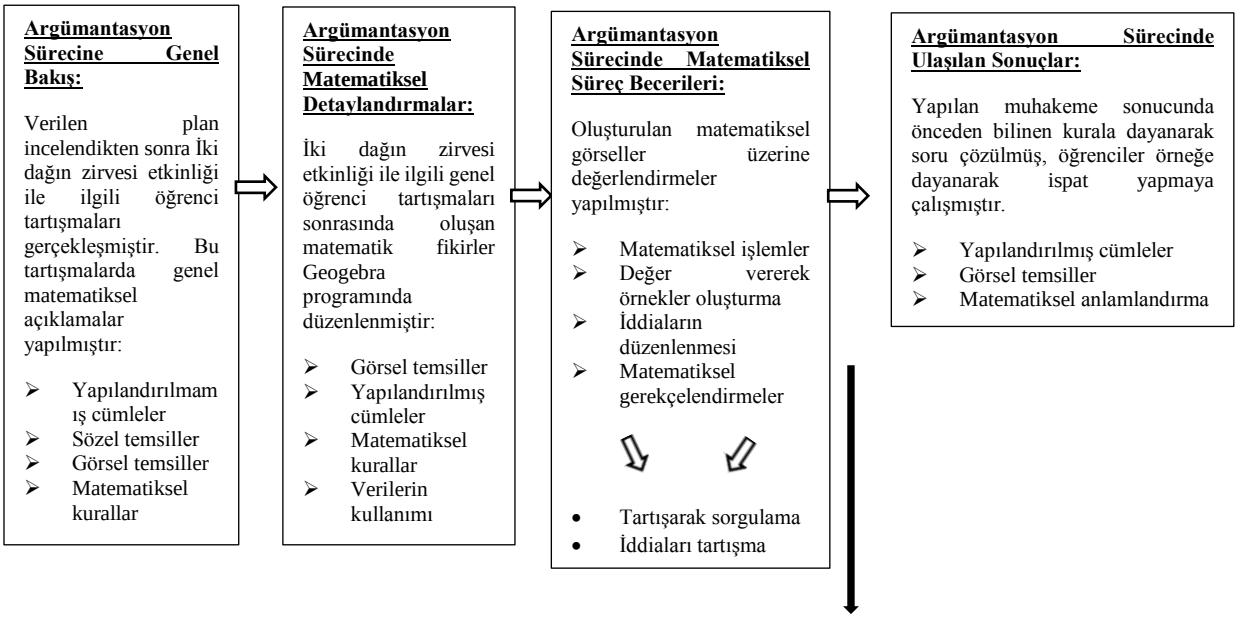
8

Devamı;



Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan II. planın ürün bölümünde yer alan İki Dağın Zirvesi etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra dinamik geometri programın ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Argümantasyon Sürecinde Analojik Akıl

Yürütme:

Muhakeme ve ispat sürecinde analojik akıl yürütme sonucunda matematiksel kurala ulaşılmıştır.

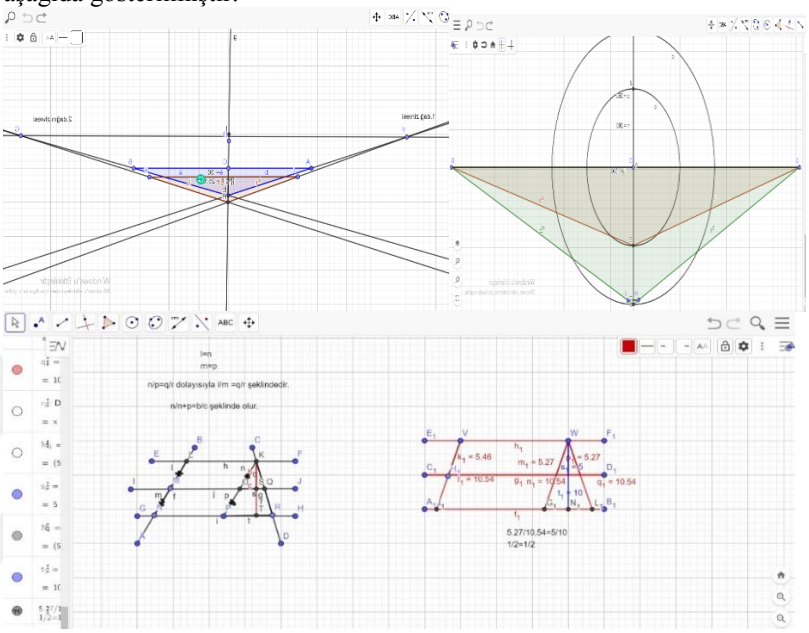
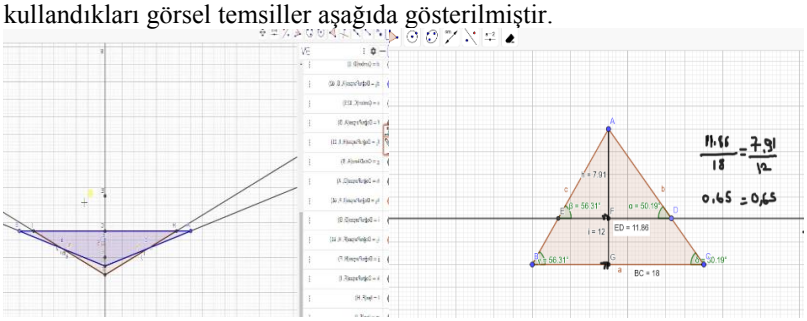
Sonuç: Öğrenciler matematiksel kurala ulaşırken genellemeyi ifade etmek için benzer örnek ile özelden özele ispat yapmıştır. Ulaştıkları genelleme ; "benzerlik uygulayabiliriz, kenarlar paralel, dolayısıyla açılar aynı dolayısıyla iki üçgen arasında benzerlik uygulayabiliriz.." şeklindedir.

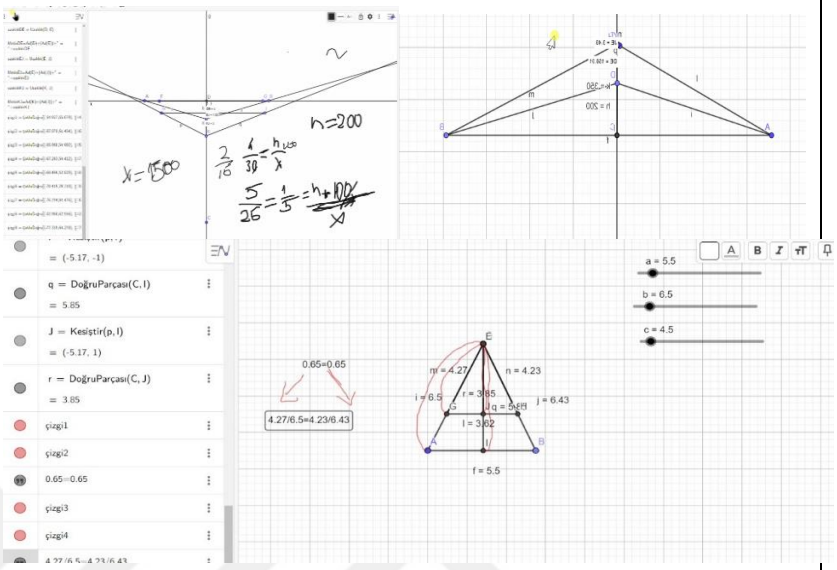
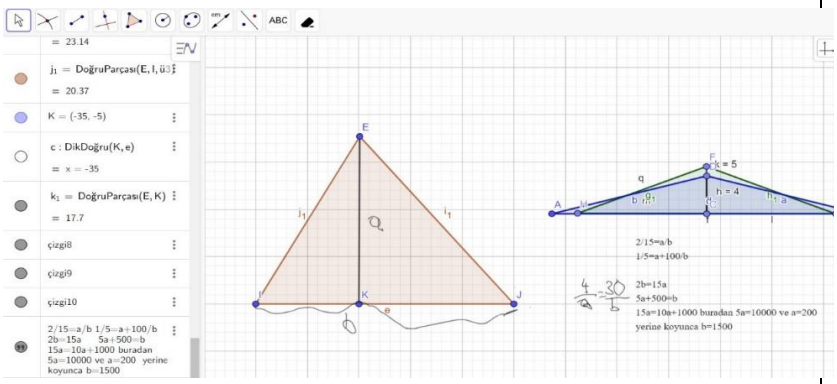
Araştırmada öğrenciler konu hakkında yeterince bilgi sahibi olduklarını fakat daha önce bu tarz sorularla çok fazla karşılaşmadıklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca genelde bu tarz sorularla daha çok BİLSEM'deki matematik derslerinde karşılaştıklarını belirtmişlerdir. Araştırmada elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin ispat ve muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar ile başladıkları görülmüştür. Bu süreçte öğrenciler başlangıçta oluşturdukları matematiksel açıklamaları ifade ederken sözel ve görsel temsilleri kullanmışlardır. Ayrıca açıklama sürecinde matematiksel dil ve notasyonlardan ziyade daha basit bir anlam içeren dil kullanmışlardır. Daha sonra öğrenciler düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Öğrencilerin matematiksel detaylandırmalar yaparken formal ispatları fark ettikleri ama süreçte kullanmadıkları görülmüştür. Öğrenciler matematiksel detaylandırma sürecinde görsel temsilleri GeoGebra' da düzenleyerek argümanlarını ifade etmişlerdir. Fakat bu süreçte soru kalıbından yola çıkarak kuralları ezbere kullanmışlardır. Soruyu çözerken ilerleyen aşamalarda matematiksel becerilerini kullanarak matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Öne sürdükleri matematiksel iddialar ve bu kapsamda oluşturdukları argümanlar arasında içsel sorgulama sonucunda mantıklı bir bağ oluşturmaya çalışmışlardır. Argümantasyon süreci sonucunda öğrenciler muhakeme süreçlerine abdüktif argümantasyon ile başlamış ve ispat sürecini analojik argümantasyon ile devam etmişlerdir. İspat süreçlerinde benzer örnek ile özelden özele ispat yaparak argümantasyon sürecini dedüktif kanıt aşamasına taşıyamamışlardır.

4.2.2.5 İkinci Probleme İlişkin (İki Dağın Zirvesi) İspat Süreci Analiz Basamakları: Öğrencilere yönelik hazırlanan II. planın ürün bölümünde yer alan İki Dağın Zirvesi etkinliğine ilişkin ispat süreci analiz basamakları Tablo 26'da gösterilmiştir.

Tablo 26

İkinci Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları

İspat Basamakları	Katılımcılar	Örnek ifadeler
IV. Aşama: Bütünleştirici (Kombinasyonel) Düşünme (Integrative (Combinational) Thinking)	Fırat & Okan	Okan ve Fırat; ”Benzerlik kuralını kullandık. Yani benzer üçgenlerde orantılı kenarlara ait yüksekliklerin oranı benzerlik oranına eşittir. Burada da tabanlar paralel zaten, açılar aynı ve yükseklikler arasında ilişki kurduk. Dolayısıyla bu kuraldan yola çıkarak ilerledik.” şeklinde düşüncelerini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıda gösterilmiştir.  Yapılan muhakeme sonucunda abdüktif akıl yürütme ile işe başlanıp ispat süreçlerine dedüktif akıl yürütme ile devam edilerek süreç yapılandırılmış ve GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak ispatlarını ifade edilmiştir. Bu süreçte öğrenciler GeoGebra dinamik geometri programında oluşturdukları görseller ile matematiksel kurallar arasında bir geçiş yapmaya çalışmışlardır. Ayrıca gerekli olan yerlerde daha önceden bildikleri matematiksel kuralları görseller üzerinde uygulayarak ispatlamış ve güvenilir kaynaklardan gördükleri belli bir kalıbı olan daha genel ve bilindik yapıda ispat yoluna gitmişlerdir.
III. Aşama: Analitik düşünme (Analytical Thinking)	Emre & Ali	Öğrenciler; ”Uygulayabileceğimiz tek kural benzerlikti onu da kullandık. Yani benzer üçgenlerde orantılı kenarlara ait yüksekliklerin oranı benzerlik oranına eşittir. Burada da tabanlar paralel zaten, açılar aynı ve yükseklikler arasında ilişki kurduk. Dolayısıyla bu kuraldan yola çıkarak ilerledik. “şeklinde düşüncelerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıda gösterilmiştir.  Yapılan muhakeme sonucunda ulaşılan kural, çeşitli örnekler kullanılarak öğrenciler tarafından ispatlanmaya çalışılmıştır. Bu süreçte öğrenciler

		muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlanmış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir.
III. Aşama: Analitik düşünme (Analytical Thinking)	Nil & Selim	Nil ve Selim "Hocam biz verilenleri çizdik, yani burada tabanlar ortak bize göre bence benzerlik uygulayabiliriz, kenarlar paralel, açılar paralel tabanlardan aynı dolayısıyla tabanlar ve yükseklikler arasında benzerlik uygulayabiliriz." şeklinde düşüncelerini belitmişlerdir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıda gösterilmiştir.  Yapılan muhakeme sonucunda ulaşılan kural, çeşitli örnekler kullanılarak öğrenciler tarafından ispatlanmaya çalışılmıştır. Bu süreçte öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir.
II. Aşama: Analojik Düşünce (Analogical Thinking)	Burak & Murat	Öğrenciler "Biz verilenleri çizdik, yani burada Pisagor ya da diklik yok bence benzerlik uygulayabiliriz, kenarlar paralel, dolayısıyla açılar aynı dolayısıyla iki üçgen arasında benzerlik uygulayabiliriz." şeklinde düşüncelerini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıda gösterilmiştir.  Argümantasyon süreci sonucunda öğrenciler muhakeme süreçlerine abdüktif argümantasyon ile başlamış ve ispat sürecini analojik argümantasyon ile devam etmişlerdir. Öğrenciler İspat süreçlerinde benzer örnek ile özelden özele ispat yaparak argümantasyon sürecini dedüktif kanıt aşamasına taşıyamamışlardır.

İkinci probleme ilişkin ispat süreci analiz basamakları incelendiğinde bir öğrenci grubunun bütünleştirici düşünme, iki öğrenci grubunun analitik ve bir öğrenci grubunun ise analojik düşünme basamağında ispat yaptıkları görülmüştür.

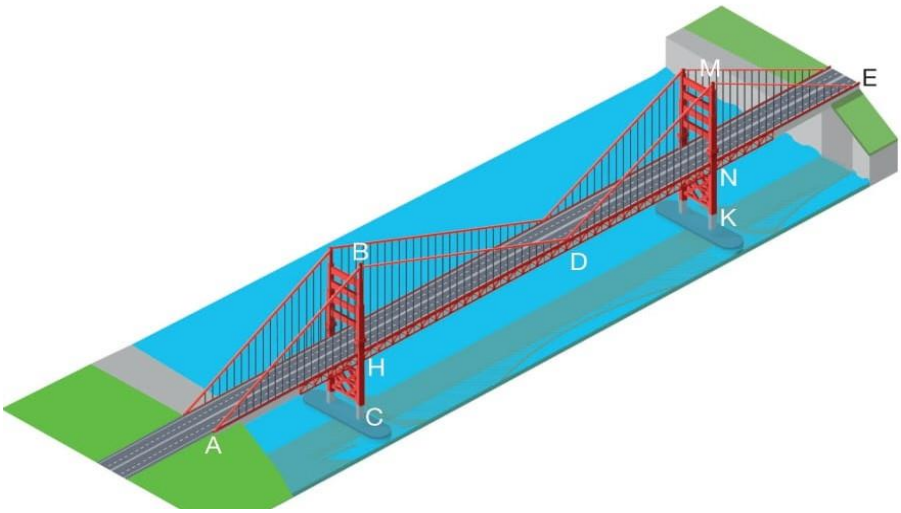
4.2.3. Üçüncü Probleme (Asma Köprü) İlişkin Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci:

Problem: Asma Köprü Etkinliği

Öklid ve Pisagor teoremini kullanarak gerçek hayat problemlerini çözebilmesi hedeflenmektedir.

Görsel 2

Asma Köprü Etkinliği



$[AB] \perp [AC], [AB] \perp [BD],$
$[BH] \perp [AD], [DM] \perp [ME],$
$[ME] \perp [EK], [MN] \perp [DE],$
$m(\widehat{BDH}) = m(\widehat{MDN}),$
$|BC| = |MK| = 40\ m,$
$|HD| = |DN|$ ve
$|AH| = 2 \cdot |HC|$ tir.

Asma köprü, ayaklar arasına gerilen halat ya da çelik kablolara tepeden asılarak taşıtılan köprüdür. Geniş açıkların aşılmasında en çok tercih edilen köprü türüdür.

Şekilde görüldüğü gibi bir akarsuyun iki yakasını birleştirmek için bir asma köprü yapılmak isteniyor. Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre aşağıda yer alan soruları cevaplayınız.

1. A ve E noktaları arasındaki halatın uzunluğu kaç metredir?

2. Köprünün ayakları arasındaki mesafe kaç metredir?

4.2.3.1. Fırat ve Okan'ın Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Asma Köprüsü sorusunu incelediniz mi çocuklar, bu soruyu nasıl çözmeyi düşünüyorsunuz? Daha önce bu tarz sorular ile karşılaştınız mı? Geogebra dinamik geometri programında çözmek size ne hissettiriyor?

2.(O): Yani bu tarz sorularla çok az karşılaşıyoruz hocam sadece test çözüyoruz genelde ayrıca geogebra da soru çözmek çok keyifli. Soruyu anladım ama kafamda çizerek anlamlandırmam gerekiyor. Fırat soruya baktın mı? Geogebra da şekil çizelim bence. (Veriler)

3.(F): Bende çok karşılaşmadım hocam işte BİLSEM'de çözüyoruz böyle soruları. Ben geogebra da iyiyim o yüzden çok seviyorum dinamik ortamda çözmeyi. Okan verilen değerlere göre çizince haklısın anlamlandırmamız daha kolay olacak gibi, yalnız biraz soruya baktım hangi özelliği uygulayacağız daha kestiremedim tam olarak. (Veriler)

4.(O): Bende tam olarak kafamda oluşturamadım ama biraz soruyu incelediğimde çeşitli yerlerde Pisagor bağıntısını uygulayacağımızı düşünüyorum o yüzden beraber çizelim istersen. (İddia)

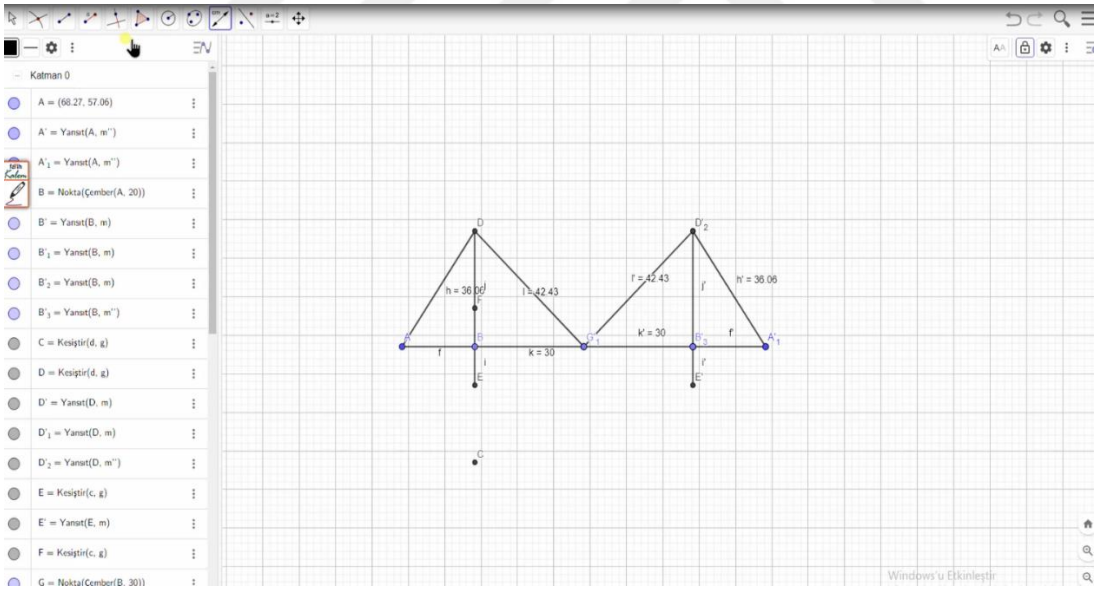
5.(F): Asma köprü sorusunu verilen değerlere uygun olarak hemen çizelim , [AH]=2.[HC] olacak soruda onu ayarlayalım bence sonra devam ederiz. (Veriler)

6**.(O):** Haklısın Fırat bide şunu fark ettim aslında asma köprüyü ikiye bölebiliriz diğer yarısı da aynısı olacak simetri ekseni ile o kısmı da kolayca çizeriz. (Veriler)

7.(Ö): Evet iyi fikir. Acaba nasıl çizeceksiniz? (Onay rehber desteği)

8.(F): Ayrıca şu dikmelere falan açılara da dikkat edersek bence çizim yaparken birçok şey çıkar ortaya. (Veriler)

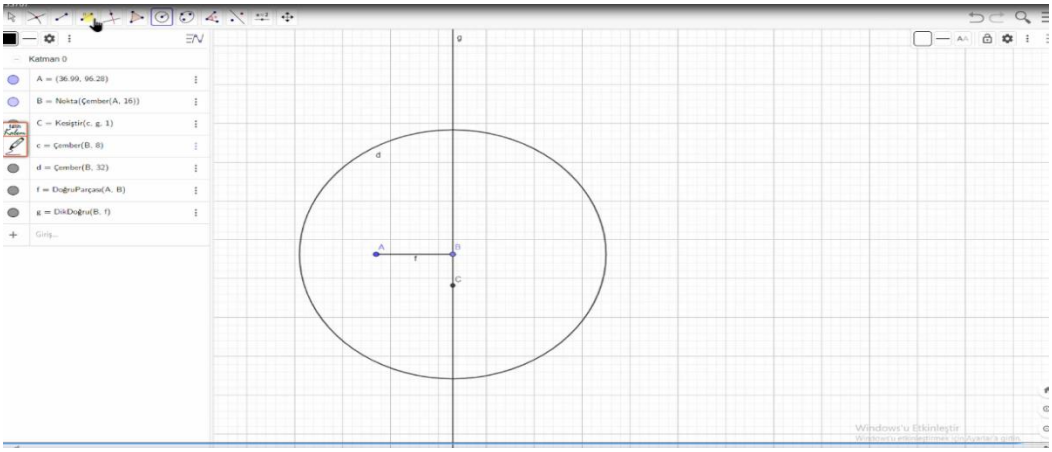
9.(O): Tamam hadi çizelim. Hocam bir şeyler çıkardık ortaya. Şimdi çizimimiz şöyle ama hala düzenlemek gerek. (Veriler)



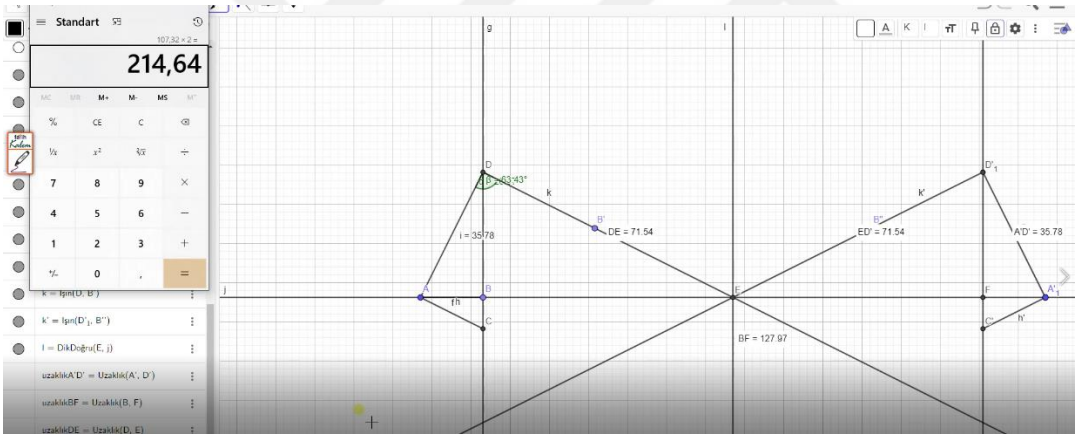
10.(Ö): Sonrasında ne düşündünüz. Biraz daha detaylı anlatır mısınız? (Onay rehber desteği)

11.(F): Farklı bir yoldan gidelim Okan olur mu? Çünkü sanki olmadı, tam dört kat uzunluğu yapmak için ben çemberi pergel olarak kullanalım derim, böylece şu diklikler daha net ortaya çıkar. Bu haliyle veriler oturmuyor. (Çürüten)

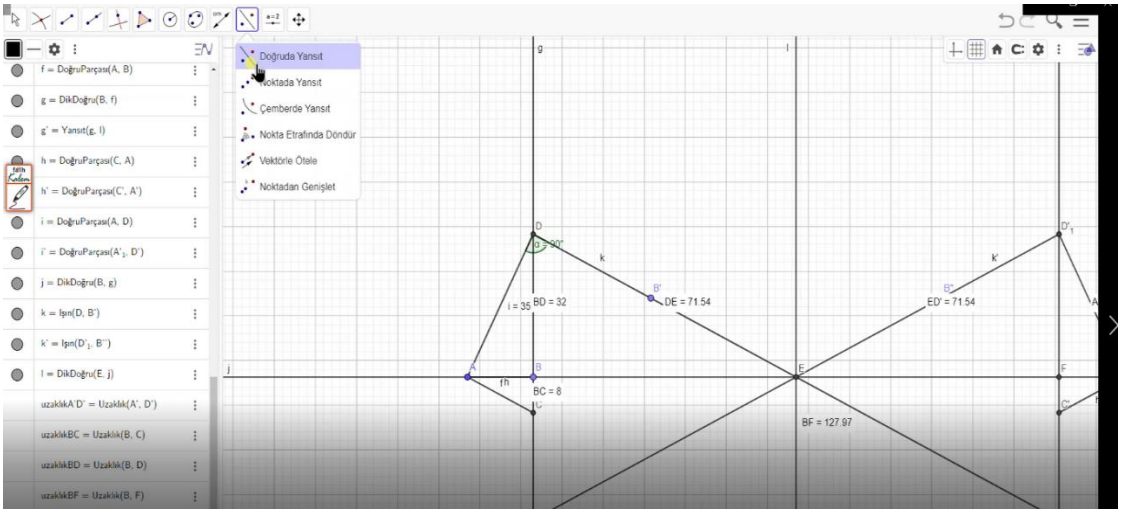
12.(F): Ben pergeli kullanarak şöyle oluşturdum. Şöyle ki yüksekliği öyle bir yerden kesmeliyiz ki 4 kat aralarında olsun sonra 40 m'ye göre ayarlarız zaten; (Gerekçe)



13.(O): Şimdi çizimini tamamlayalım, diklikleri de ben ayarlayayım ve simetri ekseni çizelim duruma göre böylece tek çizimde oluştururuz. Şimdi ben şöyle tamamladım senin çizimini. Yalnız oranı bire dört olarak tamamladım. Normalde 1cm ve 4 cm yani 5 cm oluyor ya hâlbuki 40 cm olmalı yani 8 kat, buradan ne olur kısa kenar=8 ve uzun kenar =32cm bundan sonrası çıkar zaten. (İddia)

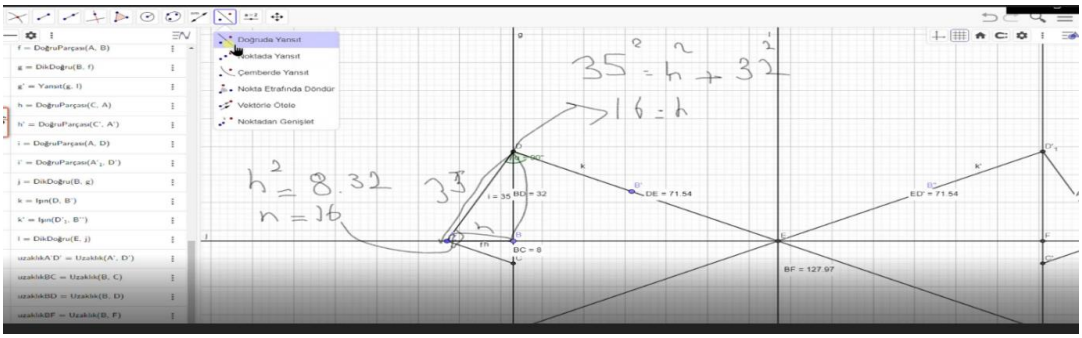


14.(F): Ben de sonrasında sistemi oturttum. Çok haklısın, şöyle göstereyim:



Senin de hesapladığın gibi halatlar toplamı 214 oluyor ve köprünün ayakları arasındaki mesafe de 126 cm oluyor. Ben burada Pisagor uyguladım ama farklı yolu var mı bakalım. (Gerekçe)

15.(O):Şimdi bir dakika hep diklik var ya sanki onunla ilgili bir kural vardı. Dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşit, dur ekranda ispat yapalım, merak ettim. (iddia)



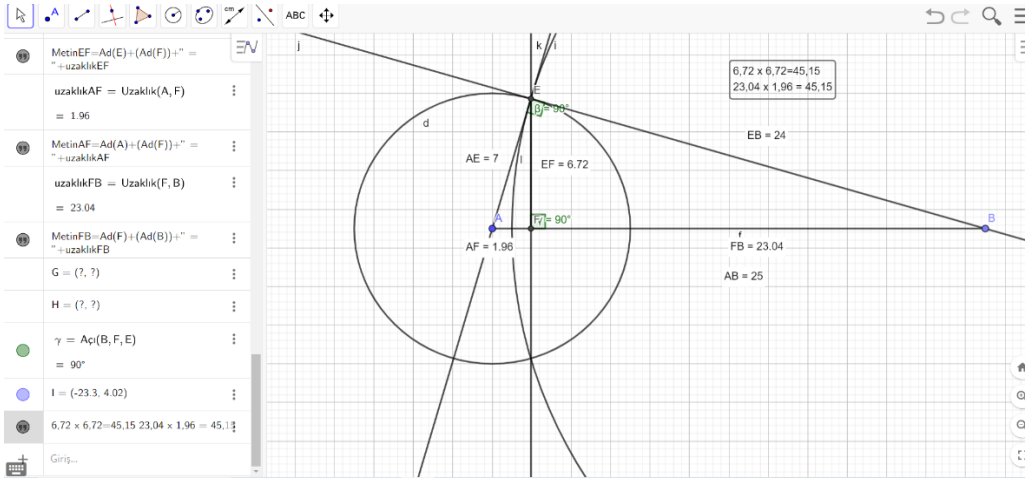
16.(Ö): Evet böyle bir kural var haklısınız ama burada denk gelmişte olabilir nasıl emin olacaksınız peki? (Referans rehber desteği)

17.(O): Fırat peki bu soruda denk gelmiş olabilir mi? Farklı şekilde göstermemiz lazım sanki. (Sınırlandıran)

18.(F): Haklısın Okan farklı örneklerde deneyelim. Geogebra üzerinde denesem olur mu hocam?

19.(Ö): Tabiki yapabilirsin. (Onay rehber desteği)

20.(F): Şöyle yaptım 7-24-25 üçgeni varya oradan geogebra da çizim yaptım ve yükseklik indirdim, çıktı aynı. Farklı örnekler de yapabiliriz. (Gerekçe)



21.(Ö): Aslında bakış açınızı farklı yönlere çevirmek güzel olabilir daha doğrusu soruya farklı yönden bakmak çok faydalı olabilir. Mesela farklı ispat yapabilir misiniz hani tam emin olmak için**.** (Referans rehber desteği)

22.(O) : Bence örnekler üzerinde ispat yeterli olur.

23.(F): Bence de yeterli hocam bir sürü örmek yaparız.

24.(Ö): Peki, Çok güzel ilerlediniz**.** (Onay rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2., 3., 5., 6., 8. ve 9. kodlar ile analiz edilen tartışmada Okan ve Fırat ortaya koydukları iddiaya yönelik verilerini ifade etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla asma köprü sorusunu ve soruda ifade edilen yeni durumları çizerek soruyu anlamlandırmaya çalışmışlardır. Böylece bu veriler aracılığıyla tartışma zemini oluşturulmaya başlanmıştır.
- 4., 12., 13., 14., 15. ve 20. kodlar ile analiz edilen tartışmada Okan ve Fırat verilerini değerlendirerek hazırladıkları çizimleri tekrar tartışmış ve verilerini daha iyi ifade eden farklı çizimler yapmışlardır. Bu çizimlerini yaparken farklı yöntemler kullanmışlardır. İddia ve gerekçelerini ifade ederek soruyu doğru bir şekilde çözmek için düşüncelerini en iyi ifade eden çizimi bulmaya çalışmışlardır.
- 12., 13., 14. ve 20. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğrenciler oluşturdukları çizim doğrultusunda iddialarını yönelik gerekçelerini doğrulamak için çeşitli işlemler yaparak sorunun çözümünü bulmak için uğraşmışlardır. Asma köprü sorusunda mesafeleri hesaplamak için oluşturdukları üçgende simetri yaparak eşlik ilişkisini kurmuş ve soruyu çözmeye çalışmışlardır. Çeşitli uğraşlar sonucunda doğru cevaba ulaşmışlardır.
- 11. kodda ise Fırat, Okan'ın çizimine yönelik eleştirilerde bulunmuş ve yanlışlıklar olduğunu ifade etmiştir. Çünkü çiziminde kenarlar arasındaki orana dikkat edilmediğini ifade etmiştir. Dolayısıyla Okan'ın ifadesinin geçersiz olabileceğini ifade ederek, görüşünü çürütmeye çalışmıştır.
- 17. kodda ise Okan, Fırat'ın çözümüne yönelik sadece bu dik üçgende matematiksel kuralın geçerli olduğunu farklı dik üçgenlerde çalışıp çalışmadığını bilemediklerini ifade ederek genele yönelik bir matematiksel ifade olup olmadığını tam olarak bilemedikleri için sınırlı olabileceğini ifade etmiştir.
- 7., 10., 19. ve 24. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 16. ve 21. kodlar ile analiz edilen tartışmada ise öğretmen, öğrencilerin bakış açılarını farklı yönlere çevirerek buldukları matematiksel kurallara atıfta bulunarak öğrencilere referans rehber desteği vermiştir.
- 24. kodda ise "Peki, Çok güzel ilerlediniz." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışmayı sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Fırat

Asma köprü sorusunu verilen değerlere uygun olarak hemen çizelim , [AH]=2.[HC] olacak soruda onu ayarlayalım bence sonra devam ederiz.

1

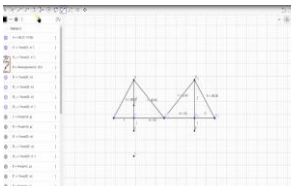
İddia-Okan

Bende tam olarak kafamda oluşturamadım ama biraz soruyu incelediğimde çeşitli yerlerde Pisagor bağıntısını uygulayacağımızı düşünüyorum o yüzden beraber çizelim istersen.

3

Gerekçe-Okan

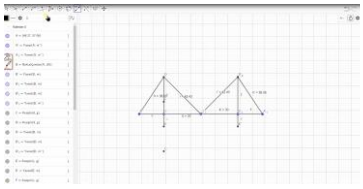
Tamam, hadi çizelim. Hocam bir şeyler çıkardık ortaya. Şimdi çizimimiz şöyle ama hala düzenlemek gerek.



2

Veri-Okan

Haklısın Fırat bide şunu fark ettim aslında asma köprüyü ikiye bölebiliriz diğer yarısı da aynısı olacak bu sebeple simetri ekseni ile o kısmı da kolayca çizeriz. Şimdi çizimimiz şöyle ama hala düzenlemek gerek.



4

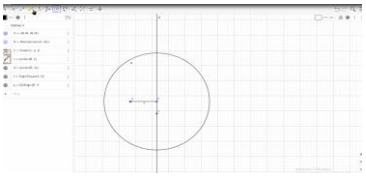
Cürüten-Fırat

Farklı bir yoldan gidelim Okan olur mu? Çünkü sanki olmadı, tam dört kat uzunluğu yapmak için ben çemberi pergel olarak kullanalım derim, böylece şu diklikler daha net ortaya çıkar. Bu haliyle veriler oturmuyor.

5

Gerekçe-Fırat

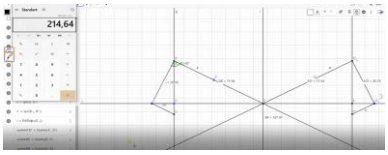
Ben pergeli kullanarak şöyle oluşturdum. Şöyle ki yüksekliği öyle bir yerden kesmeliyiz ki 4 kat aralarında olsun sonra 40 m'ye göre ayarlarız zaten;



6

İddia-Okan

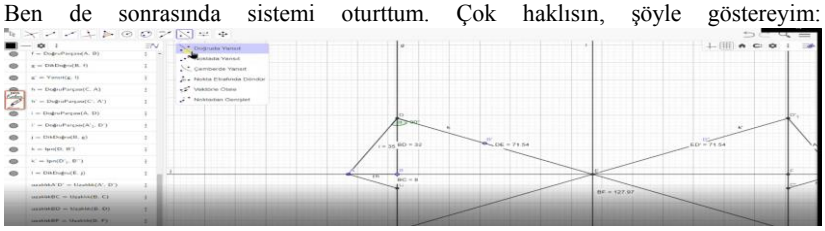
Şimdi çizimini tamamlayalım, diklikleri de ben ayarlayayım ve simetri ekseni çizelim duruma göre böylece tek çizimde oluştururuz. Şimdi ben şöyle tamamladım senin çizimini. Yalnız oranı bire dört olarak tamamladım. Normalde 1cm ve 4 cm yani 5 cm oluyor ya hâlbuki 40 cm olmalı yani 8 kat, buradan ne olur kısa kenar=8 ve uzun kenar =32cm bundan sonrası çıkar zaten.



7

Gerekçe-Fırat

Ben de sonrasında sistemi oturttum. Çok haklısın, şöyle göstereyim:



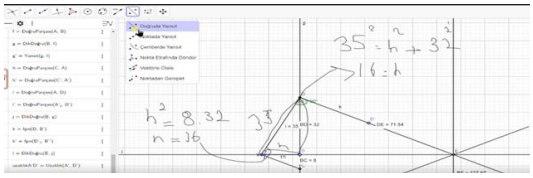
Senin de hesapladığın gibi halatlar toplamı 214 oluyor ve köprünün ayakları arasındaki mesafe de 126 cm oluyor. Ben burada Pisagor uyguladım ama farklı yolu var mı bakalım.

Devamı;

8

İddia-Fırat

Şimdi bir dakika hep diklik var ya sanki onunla ilgili bir kural vardı. Dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşit, dur ekranda ispat yapalım, merak ettim.



10

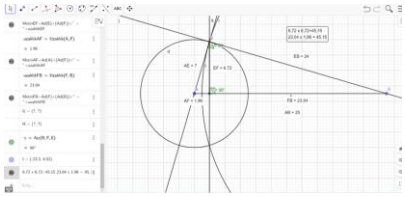
Sınırlandıran-Okan

Fırat peki bu soruda denk gelmiş olabilir mi? Farklı şekilde göstermemiz lazım

11

Gerekçe-Fırat

Haklısın Okan farklı örneklerde deneyelim. Şöyle yaptım 7-24-25 üçgeni varya oradan geogebra da çizim yaptım ve yükseklik indirdim, çıktı aynı. Farklı örnekler de yapabiliriz.



12

9

Referans rehber desteği

Evet, böyle bir kural var haklısınız ama burada denk gelmişte olabilir nasıl emin olacaksınız peki?

13

Okan

Bence örnekler üzerinde ispat yeterli olur.

Fırat

Bence de yeterli hocam bir sürü örmek yaparız.

14

Referans rehber desteği

Aslında bakış açınızı farklı yönlere çevirmek güzel olabilir daha doğrusu soruya farklı yönden bakmak çok faydalı olabilir. Mesela farklı ispat yapabilir misiniz hani tam emin olmak için.

15

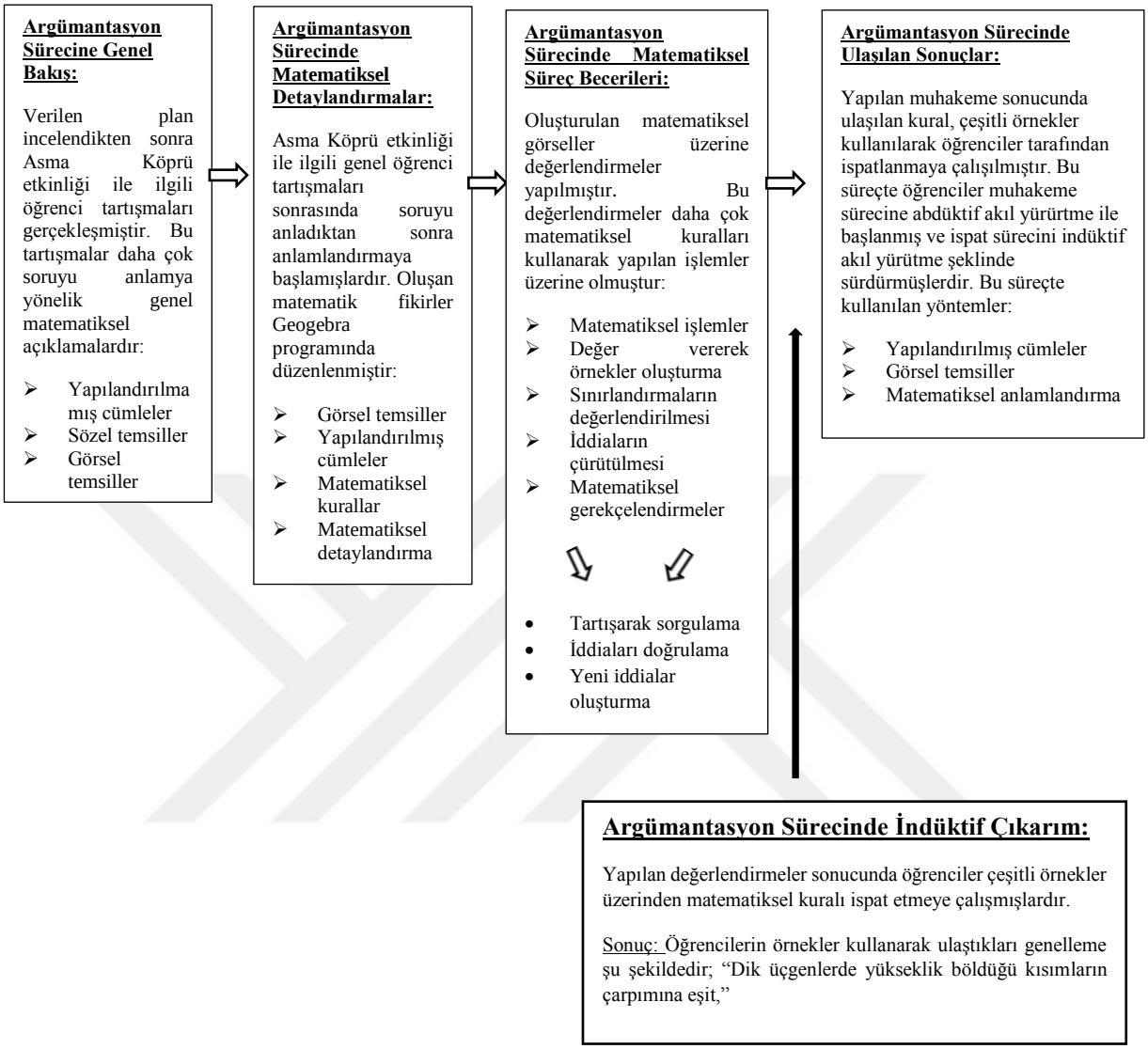
Sonlandırıcı rehber desteği

Çok iyi çocuklar

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan III. planın ürün bölümünde yer alan Asma Köprü finali etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik

matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Argümantasyon sürecine başlarken öğrenciler bu tarz sorularla daha çok BİLSEM'de karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Aynı zamanda GeoGebra yazılımında da işlem yapmanın eğlenceli olduğunu belirtmişlerdir. Araştırmada öğrencilerin ilgili soruya ilişkin verileri inceleyerek muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar ile başladıkları görülmüştür. Öğrenciler matematiksel açıklamalar yaparken genelde sözel ve görsel temsiller kullanmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte GeoGebra yazılımında sorunun görsel temsilini çizerek çözüm sürecini ilerletmişlerdir. Ayrıca daha önceden bildikleri matematiksel kuralları uygulamışlardır. Matematiksel süreç becerileri kapsamında matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu değerlendirmeler daha çok matematiksel kuralları kullanarak yapılan işlemler üzerine oluşmuştur. Öğrenciler çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler

oluşturmuş, sınırlandırmaları değerlendirmiş, çeşitli iddiaları reddetmiş bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Bu süreçte referans ve argümanlarından yola çıkarak kullandıkları matematiksel kuralları anlamlandırmışlardır. İspat yaparken çeşitli örnekler kullanarak muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Bunun sonucunda ulaştıkları kural; "Dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşit." şeklindedir.

4.2.3.2. Emre ve Ali'nin Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

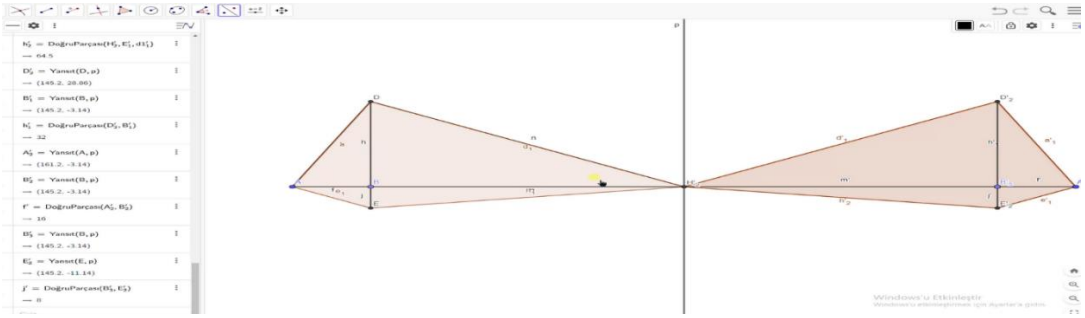
1.(Ö): Çocuklar asma köprüsü sorusu hakkında ne düşünüyorsunuz, soruyu incelediğinizde neler anladınız? Bu tarz sorularla daha önce karşılaştınız mı? GeoGebra dinamik geometri programında da çözüm üretmek nasıl geliyor size?

2.(A): Hocam bu tarz sorular çok eğlenceli ama çok karşılaştığım söylenemez. Geogebra da çözmek güzel ama bazen zor oluyor. Şimdi soruya bakınca şöyle ortadan ikiye bölünce köprüyü simetrik sistemler görüyorum o sebeple, yarımını çözsek yeterli bence. Geogebra da şekil çizelim zaten köprü ayakları falan hep dik. (Veriler)

3.(E): Hocam bende diğer sorular gibi çok karşılaşmadım, geogebra da güzel ama biraz pratik yapmak gerek yoksa çok eğlenceli oluyor. Bide verilen değerleri yerleştireceğiz Ali, şimdi dik üçgen var bide yükseklik var. Asma köprü sorusunu verilen değerlere uygun olarak hemen çizelim , [AH]=2.[HC]; [HD]=[DN] ; [BC]=[MK]=40m olacak soruda onu ayarlayalım bence sonra devam ederiz. Zaten yarısını bulsak köprünün diğer yarısı da çıkar. (Veriler)

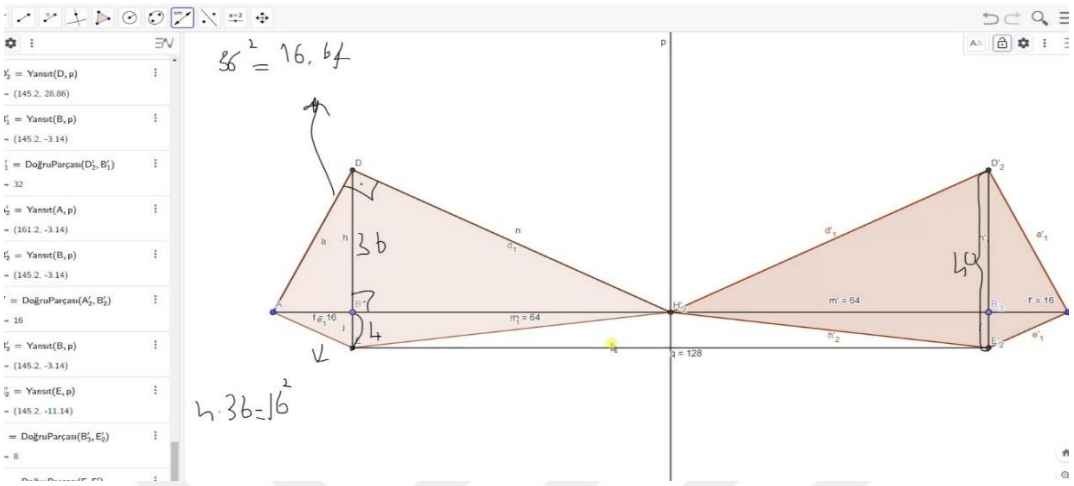
4.(Ö): Evet iyi fikir. Acaba nasıl çizeceksiniz? İstenen değerleri nasıl bulacaksınız. (Onay rehber desteği)

5.(A): Şimdi burada dik üçgenler var sistemi çizdikten sonra Pisagor'la ya da öğrendiğimiz dik üçgene dair özellikler var onları uygulayarak değerlerin hepsini kolayca buluruz. Yani Emre ile soruya baktık hep Pisagor falan var. Şimdi çizelim şekli zaten birbirinin yansıması hocam. (İddia)



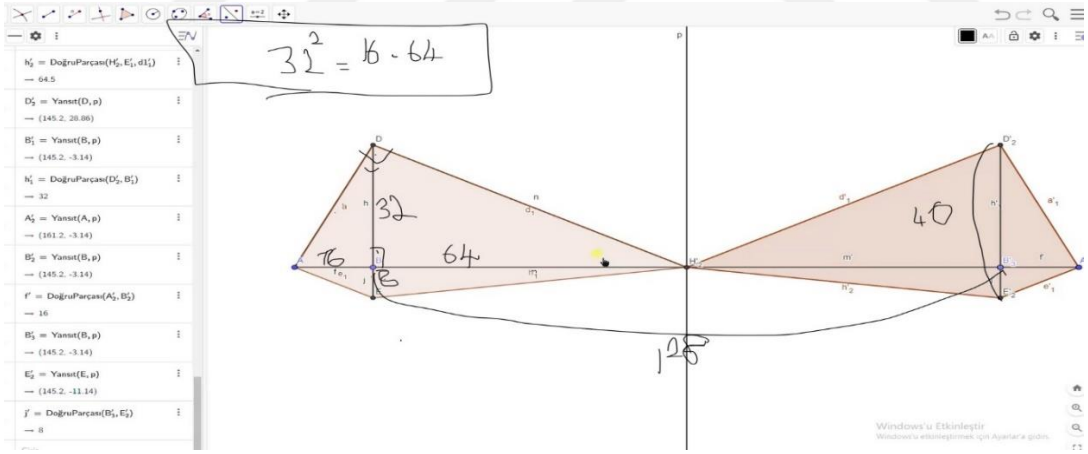
6.(Ö): Baya iyi bir çizim olmuş, sonrasında ne planlıyorsunuz. (Onay rehber desteği)

7.(E): Ali ile çok güzel çizdik, simetri ekseni ile çok kolay oldu. İşte geogebra da pratik yaptıkça öğreniyoruz bunları. Şimdi değerleri gösterelim. Aslında çizmeden önce değerleri bulduk şöyle ki dik üçgenlerde hipotenüse inen dikmenin yani yüksekliğin uzunluyu böldüğü kenarın uzunlukları çarpımına eşittir. Ben öyle hatırlıyorum. Yani şöyle bulduk; (İddia)



8.(A): Burada 36'nın karesi 16.64'e eşit olmuyor bir yerde hata yaptık. Şu değerleri tekrar kontrol etmemiz gerekir. (Çürüten)

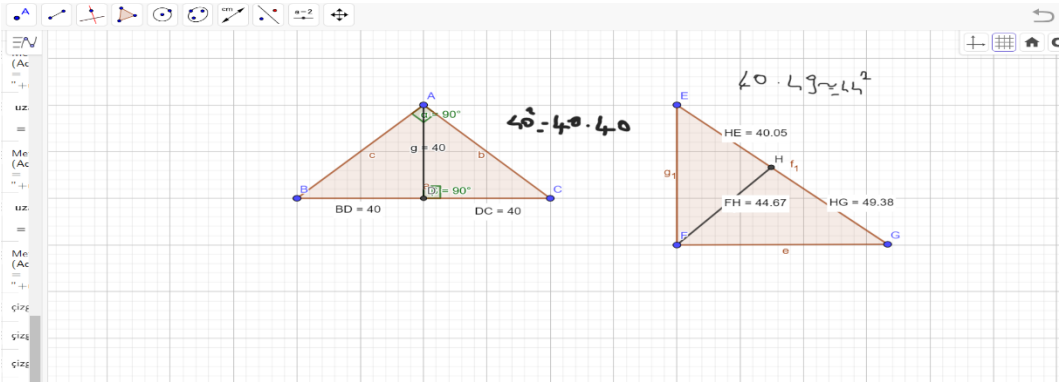
9.(E): Evet doğru, o zaman birkaç deneme yapalım, şekli tekrar çizmeyelim üstünde kalemle gösterelim, şimdi 40 m uzunluğu farklı şekilde bölmek yeterli oldu. (Gerekçe)



10.(Ö): Evet güzel düşünmüşsünüz ama uyguladığınız bir matematik kuralı var ve bunun doğruluğunu göstermeniz gerekiyor. (Onay rehber desteği)

11.(A): Şimdi hocam kullandığımız matematik kuralı; dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşit şeklinde düşündük. Bunu işte her üçgende geçerli olur mu ona bakmamız lazım. (Sınırlandıran)

12(E): Hocam farklı üçgenlerde örneklerle gösterebiliriz. Bakın Ali ile çizdik üçgenleri. (Gerekçe)



13.(Ö): Peki, Çok güzel ilerlediniz**.** Tebrikler. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar ile analiz edilen tartışmada Ali ve Emre soruyu inceledikten sonra elde ettikleri veriler doğrultusunda asma köprü sorusunda ifade edilen durumları çizerek soruyu anlamlandırmaya çalışmışlardır. Böylece bu veriler aracılığıyla görsel temsiller oluşturulmaya başlamışlardır.
- 5. ve 7. kodlar ile analiz edilen tartışmada Ali ve Emre verilerini değerlendirerek oluşturdukları görsel temsilleri detaylandırmışlardır. Böylece ileriye sürdükleri argümanları en iyi ifade eden görsel temsilleri şekillendirmişlerdir.
- 9. ve 12. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğrenciler görsel temsiller ile destekledikleri iddialarını yönelik ortaya koydukları gerekçelerini doğrulamak için çeşitli matematiksel işlemler yapmışlardır. Asma köprü sorusunda mesafeleri hesaplamak için köprüde simetriyi kullanarak soruyu çözmeye çalışmışlardır.
- 8. kodda ise Ali, Emre'nin çizimde yaptıkları matematiksel işlemlere yönelik yanlışlıklar olduğunu ifade etmiştir. Dolayısıyla Emre'nin ifadesinin geçersiz olabileceğini ifade ederek, görüşünü çürütmeye çalışmıştır.
- 11.kodda ise Ali, Emre ile yaptıkları çözümde çeşitli sınırlılıklar olabileceğini ifade etmiştir. Bu sınırlılıklardan biride soruyu çözdükleri dik üçgende matematiksel kuralın geçerli olduğunu fakat farklı dik üçgenlerde geçerli olup olmadığını bilmediklerini belirtmişlerdir.
- 4., 6. ve 10. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 13. kodda ise "Peki, Çok güzel ilerlediniz." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışmayı sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

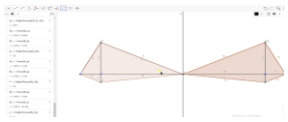
Veri-Ali

Şimdi soruya bakınca şöyle ortadan ikiye bölünce köprüyü simetrik sistemler görüyorum o sebeple, yarımını çözsek yeterli bence. Soruyu anladım ama kafamda çizerek anlamlandırmam gerekiyor. Geogebra da şekil çizelim zaten köprü ayakları falan hep dik.

1

İddia-Ali

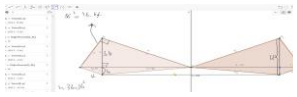
Şimdi burada dik üçgenler var sistemi çizdikten sonra Pisagor'la ya da öğrendiğimiz dik üçgene dair özellikler var onları uygulayarak değerlerin hepsini kolayca buluruz. Şimdi çizelim şekli zaten birbirinin yansıması hocam



5

İddia-Emre

Ali ile çok güzel çizdik, simetri ekseni ile çok kolay oldu. Şimdi değerleri gösterelim. Aslında çizmeden önce değerleri bulduk şöyle ki dik üçgenlerde hipotenüse inen dikmenin yani yüksekliğin uzunluyu böldüğü kenarın uzunlukları çarpımına eşittir. Ben öyle hatırlıyorum. Yani şöyle bulduk;



2

Veri-Emre

Bide verilen değerleri yerleştireceğiz, şimdi dik üçgen var bide yükseklik var. Asma köprü sorusunu verilen değerlere uygun olarak hemen çizelim , [AH]=2.[HC]; [HD]=[DN] ; [BC]=[MK]=40m olacak soruda onu ayarlayalım bence sonra devam ederiz. Zaten yarısını bulsak köprünün diğer varısı da cıkar.

4

Onay rehber desteği

Baya iyi bir çizim olmuş, sonrasında ne planlıyorsunuz.

6

Çürüten-Ali

Burada 36'nın karesi 16x64'e eşit olmuyor bir yerde hata yaptık. Şu değerleri tekrar kontrol etmemiz gerekir.

3

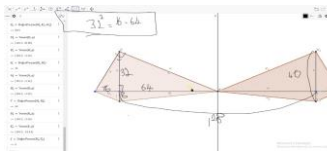
Onay rehber desteği

Evet iyi fikir. Acaba nasıl çizeceksiniz? İstenen değerleri nasıl bulacaksınız.

7

Gerekçe-Ali

Evet doğru, o zaman birkaç deneme yapalım, şekli tekrar çizmeyelim üstünde kalemle gösterelim, şimdi 40 m uzunluğu farklı şekilde bölmek yeterli oldu.



8

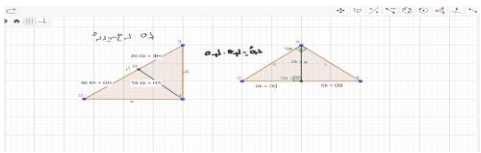
Onay rehber desteği

Evet, güzel düşünmüşsünüz ama uyguladığınız bir matematik kuralı var ve bunun doğruluğunu göstermeniz gerekiyor.

9

Gerekçe-Emre

Dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşit olduğunu farklı üçgenlerde örneklerle gösterebiliriz.(Gerekçe)



10

Sınırlandıran-Ali

Evet, güzel düşünmüşsünüz ama uyguladığınız bir matematik kuralı var ve bunun doğruluğunu göstermeniz gerekiyor.

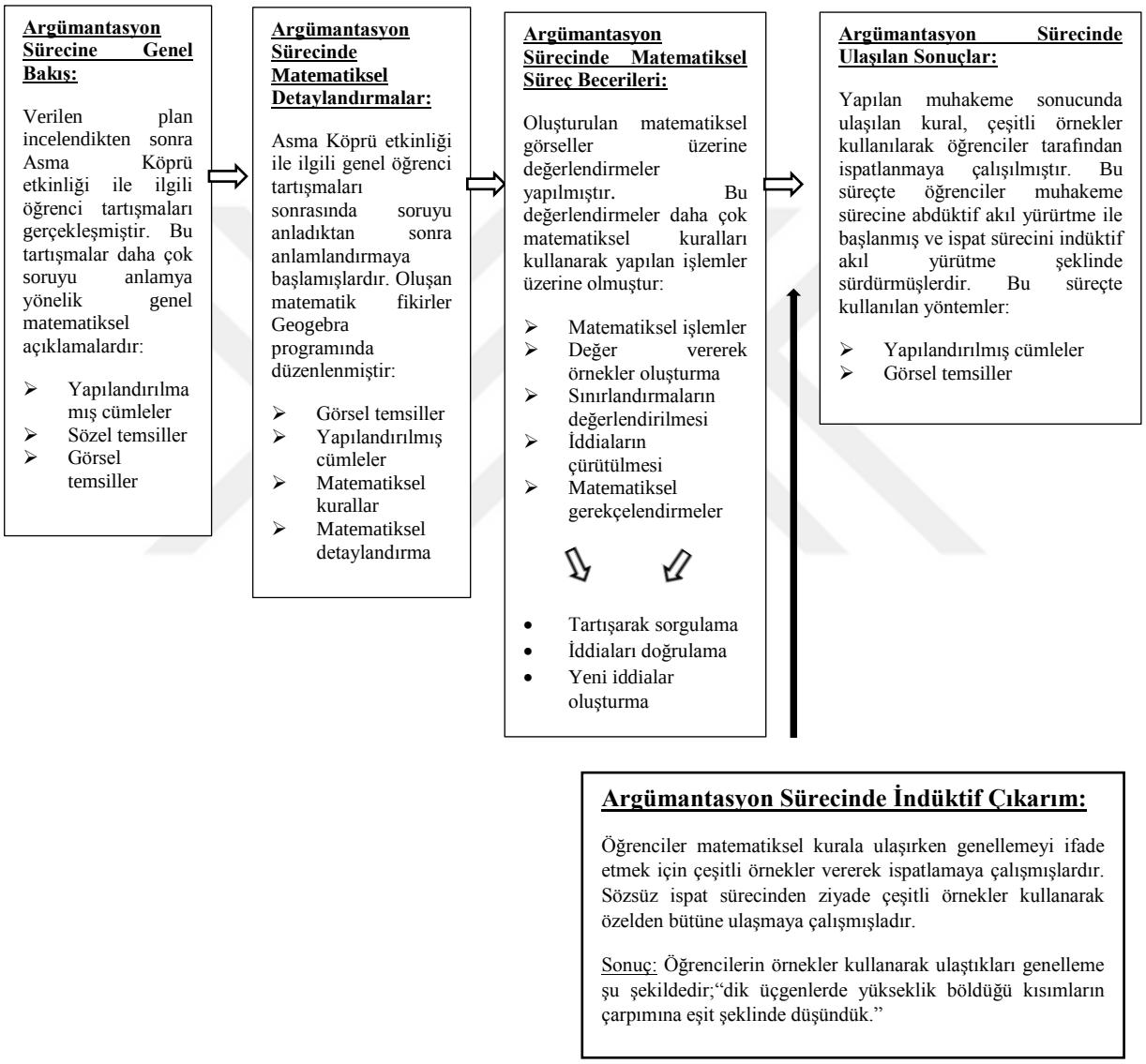
11

Sonlandırıcı rehber desteği

Peki, Çok güzel ilerlediniz. Tebrikler.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan III. planın ürün bölümünde yer alan Asma Köprü finali etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Argümantasyon sürecine başlarken öğrenciler çözdükleri soru tarzıyla sadece BİLSEM' de karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Aynı zamanda GeoGebra' da işlem yapmanın eğlenceli olduğunu fakat soruları daha rahat çözmek için pratik yapmak gerektiğini belirtmişlerdir. Öğrenciler öncelikle soru hakkında çeşitli matematiksel açıklamalar yaparak çeşitli veriler öne sürmüşlerdir. Matematiksel açıklamaları genelde soruyu anlamak için kullanmışlardır. Bu

açıklamaları yaparken genelde GeoGebra‘ da görsel temsilleri sözel temsiller ile destekleyerek ifade etmişlerdir. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte GeoGebra’ da oluşturdukları görsel temsiller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Öğrenciler ilerleyen aşamalarda argümanlarını ifade ederken matematiksel süreç becerileri kapsamında çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş, sınırlandırmaları değerlendirmiş, çeşitli iddiaları reddetmiş bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Argümantasyon süreci sonucunda ispat yaparken çeşitli örnekler kullanarak muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Bunun sonucunda ulaştıkları kural; “dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşittir.” şeklindedir.

4.2.3.3. Nil ve Selim ’in Argümantasyon Süreci:

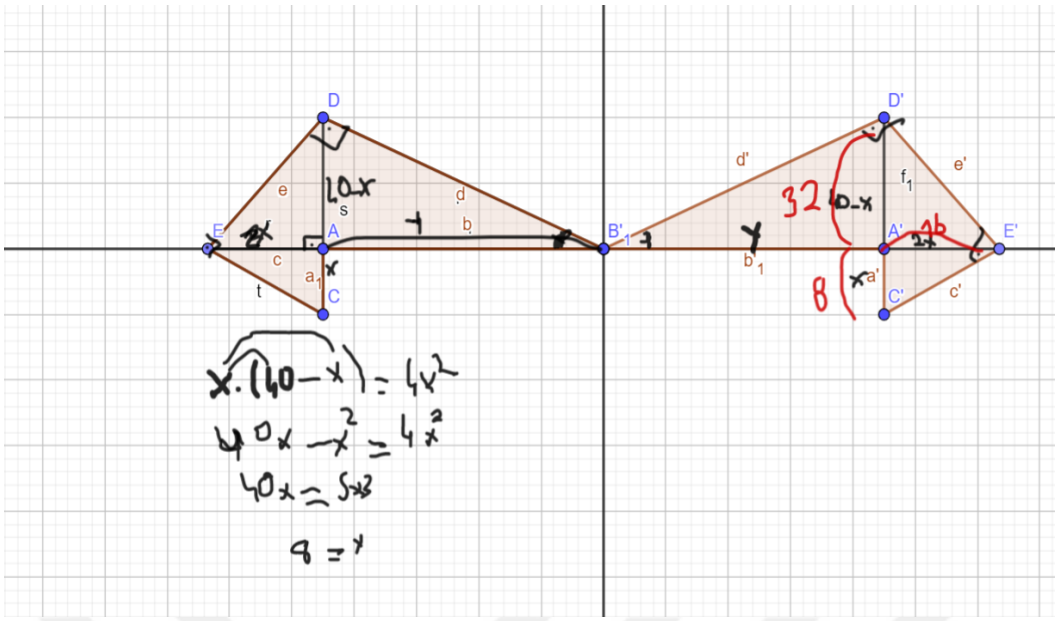
Süreç Analizi:

1.(Ö): Çocuklar asma köprüsünü incelediniz mi, nasıl bir soru? Ne yapabilirsiniz? Bu tarz sorularla karşılaştınız mı? GeoGebra dinamik geometri programını bu sorularda nasıl kullanırsınız?

2.(N): Yani hocam bu etkinlikleri yaparken çözdüğümüz sorularla çok karşılaşmadık zaten buda dâhil. Şimdi köprüyü verilenlere göre çizdiğimizde soru çok zor görünmüyor. Geogebra programında şekil çizelim zaten köprü ayakları falan hep dik. [AH]=2.[HC]; [HD]=[DN] ; [BC]=[MK]=40m olacak soruda bu verilere göre ayarlama yapmamız lazım. (Veriler)

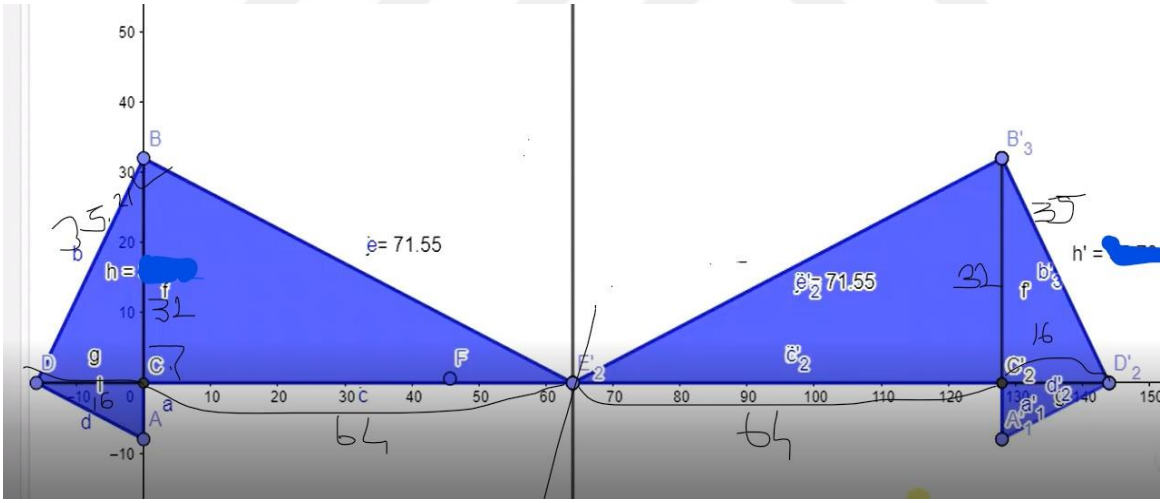
3.(S): Bende hocam çok fazla bu tarz sorularla karşılaşmıyoruz. Bide verilen değerleri yerleştireceğiz, şimdi dik üçgen var bide yükseklik var. Asma köprü sorusunu verilen değerlere uygun olarak Nil ile kabataslak çizdik. Bide Pisagor da özellik vardı yani matematiksel kural işte bu kural da dik üçgende yükseklik var; yüksekliğin karesi, böldüğü kısımların çarpımına eşit. Bunu kullanabiliriz bence. (İddia)

4.(N): Şimdi Selim ile çizdiğimiz soruda ben devam edeyim, bu kurala göre çizim yaptık ve bazı değerler bulduk, şimdi bu değerlere baktığımızda 8x32=16x16 değerini veriyor aynı şeyi 32x32=16xY şeklinde de kullanabiliriz=64 çıkıyor. (Gerekçe)



5.(Ö): Güzel ilerlediniz. Şimdi sizden istenen şeyler; 1)A ve E noktaları arasındaki halatın uzunluğu kaç metredir? 2) Köprünün ayakları arasındaki mesafe kaç metredir? Ne dersiniz bunlar için. (Onay rehber desteği)

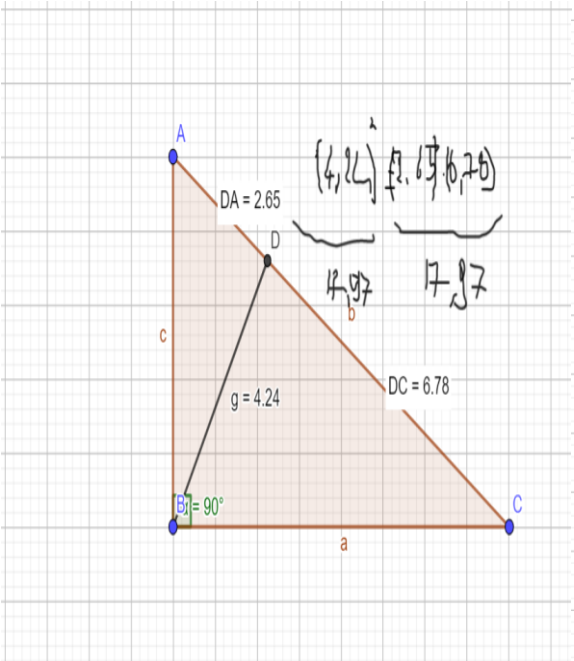
6.(S): Nil ile çok güzel çizdik, simetrik iki bölümlü köprü var, burada. Şimdi 1.soru cevabı gösterelim. 2x(35+71)= 212 ve 2.soru ise 2x64=128 oluyor. (Gerekçe)

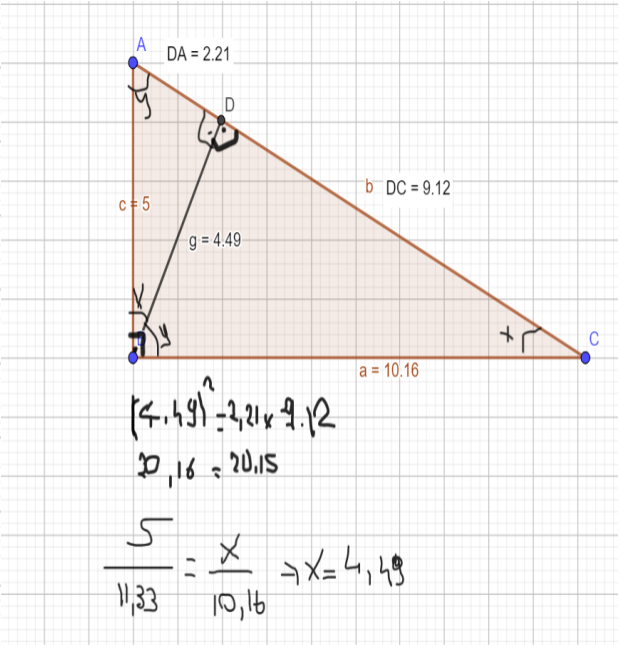


7.(Ö): Evet güzel düşünmüşsünüz ama uyguladığınız bir matematik kuralı var ve bunun doğruluğunu göstermeniz gerekiyor. (Onay rehber desteği)

8.(N): Şimdi hocam kullandığımız matematik kuralı; dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşit şeklinde düşündük. Bunu bu üçgende yaptık ama işte her üçgende geçerli olur mu onu göstereceğiz. Selim bunu nasıl gösterelim. (Sınırlandıran)

9.(S): Nil farklı üçgenlerde örneklerle gösterebiliriz. Ama benzerlik uygulayarak örneklerle aracılığıyla da gösterip değerleri bulabiliriz. (Gerekçe)





10.(Ö): Peki, Çok güzel ilerlediniz**.** Tebrikler. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. kodda Nil ve Selim soruyu incelemiş ve bu doğrultuda verilerini ifade etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla öğrenciler asma köprü sorusunu ve soruda ifade edilen yeni durumlar ile ilgili matematiksel açıklamalar yapmışlardır.
- 3. kod ile analiz edilen tartışmada Nil ve Selim verilerini değerlendirerek hazırladıkları görsel temsilleri tekrar tartışmış ve iddialarını ortaya atmışlardır. İddia ve gerekçelerini ifade ederek soruya yönelik çözümlerini detaylandırmışlardır.
- 4. ve 6. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğrenciler oluşturdukları çizim doğrultusunda iddialarını yönelik gerekçelerini doğrulamak için çeşitli matematiksel işlemler yaparak sorunun çözümüne yönelik fikirlerini tartışmışlardır.
- 8.kodda ise Nil, ispat ve muhakeme sürecine yönelik oluşturdukları argümanlar doğrultusunda çeşitli sınırlılıklarla karşılaşabileceklerini ifade etmiştir.
- 9.kodda kullandıkları matematiksel kuralları ispatlamak için örnekler kullanmışlardır.
- 5.ve 7. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 10. kodda ise "Peki, Çok güzel ilerlediniz." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışmayı sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Nil

Köprüyü verilenlere göre çizdiğimizde soru çok zor görünmüyor. Geogebra da şekil çizelim zaten köprü ayakları falan hep dik. [AH]=2.[HC]; [HD]=[DN] ; [BC]=[MK]=40m olacak soruda bu verilere göre ayarlama yapmamız lazım.

1

İddia-Selim

Bende hocam çok fazla bu tarz sorularla karşılaşmıyoruz. Bide verilen değerleri yerleştireceğiz, şimdi dik üçgen var bide yükseklik var. Asma köprü sorusunu verilen değerlere uygun olarak Nil ile kabataslak çizdik. Bide Pisagor da özellik vardı yani matematiksel kural işte bu kural da dik üçgende yükseklik var; yüksekliğin karesi, böldüğü kısımların çarpımına eşit. Bunu kullanabiliriz bence

2

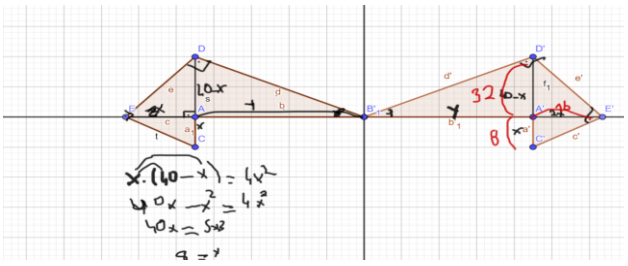
Onay rehber desteği

Güzel ilerlediniz. Şimdi sizden istenen şeyler; 1)A ve E noktaları arasındaki halatın uzunluğu kaç metredir? 2) Köprünün ayakları arasındaki mesafe kaç metredir? Ne dersiniz bunlar için.

3

Gerekçe-Nil

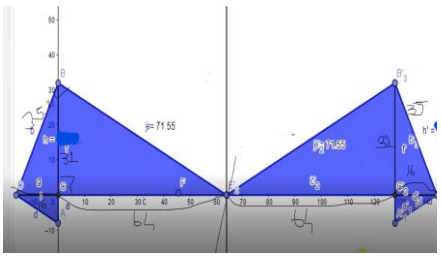
Bu kurala göre çizim yaptık ve bazı değerler bulduk, şimdi bu değerlere baktığımızda 8x32=16x16 değerini veriyor aynı şeyi 32x32=16xY şeklinde de kullanabiliriz=64 çıkıyor.



4

Gerekçe-Selim

Nil ile çok güzel çizdik, simetrik iki bölümlü köprü var, burada. Şimdi 1.soru cevabı gösterelim. 2x(35+71)= 212 ve 2.soru ise 2x64=128 oluyor.



5

Onay rehber desteği

Evet güzel düşünmüşsünüz ama uyguladığınız bir matematik kuralı var ve bunun doğruluğunu göstermeniz gerekiyor.

6

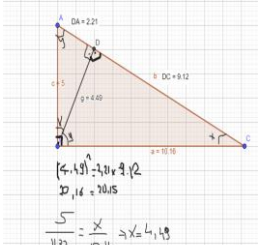
Sınırlandıran-Nil

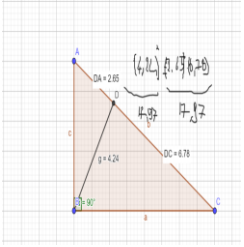
Şimdi hocam kullandığımız matematik kuralı; dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşit şeklinde düşündük. Bunu bu üçgende yaptık ama işte her üçgende geçerli olur mu onu göstereceğiz. Selim bunu nasıl gösterelim.

7

Gerekçe-Selim

Nil farklı üçgenlerde örneklerle gösterebiliriz. Ama asıl benzerlik uygulayarak hiç örneklerle uğraşmadan da gösterip değerleri bulabiliriz. Gel bakalım Nil;





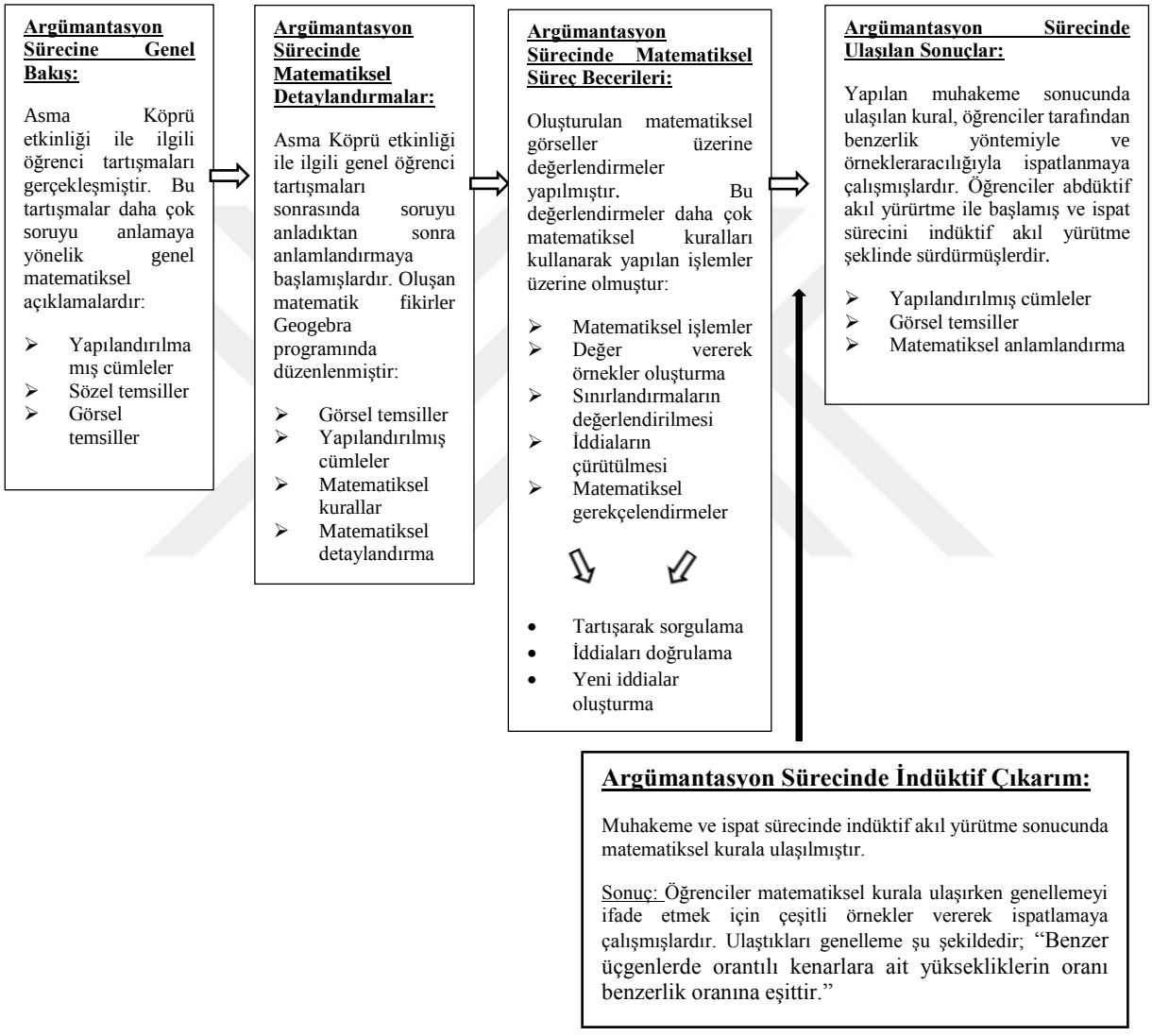
8

Sonlandırıcı rehber desteği

Peki, Çok güzel ilerlediniz. Tebrikler.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan III. planın ürün bölümünde yer alan Asma Köprü finali etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Araştırmada kapsamında öğrenciler daha önce bu tarz sorularla çok sık karşılaşmadıklarını ifade etmişlerdir. Araştırmada elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin genellikle ispat ve muhakeme sürecine soruyu anlamak için yaptıkları matematiksel açıklamalar ile başladıkları görülmüştür. Matematiksel açıklamalar yaparken sözel ve görsel temsilleri beraber kullanmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Özellikle görsel temsillerle soruyu anlamaya çalışmışlardır.

Soruyu anlarken daha önce bildikleri matematik kurallarından yararlanmışlardır. İlerleyen süreçlerde matematik becerilerini ortaya koyan öğrenciler matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu değerlendirmeler daha çok matematiksel kuralları kullanarak yapılan işlemler üzerine oluşmuştur. Matematik süreç becerilerini kullanırken karşılıklı olarak tartışarak çeşitli sorgulamalar yapmışlardır. Bu sorgulamalarını matematiksel işlemlere, değer vererek örnekler oluşturmaya ve matematiksel gerekçelendirmelere dayandırmışlardır. Diğer yandan ifadelerini matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler yapılan değerlendirmeler ve muhakeme sonucunda çeşitli matematiksel kurallara ulaşmışlardır. Yapılan muhakeme sürecinde abdüktif akıl yürütme ile işe başlayıp ispat süreçlerine indüktif akıl yürütme ile devam ederek süreci yapılandırmış ve GeoGebra'da ispatlarını ifade etmeye çalışmışlardır. Bu süreçte öğrenciler çeşitli örneklerden yola çıkarak kullandıkları matematiksel kuralları anlamlandırmışlardır. Öğrencilerin yaptığı genelleme: "Benzer üçgenlerde orantılı kenarlara ait yüksekliklerin oranı benzerlik oranına eşittir."

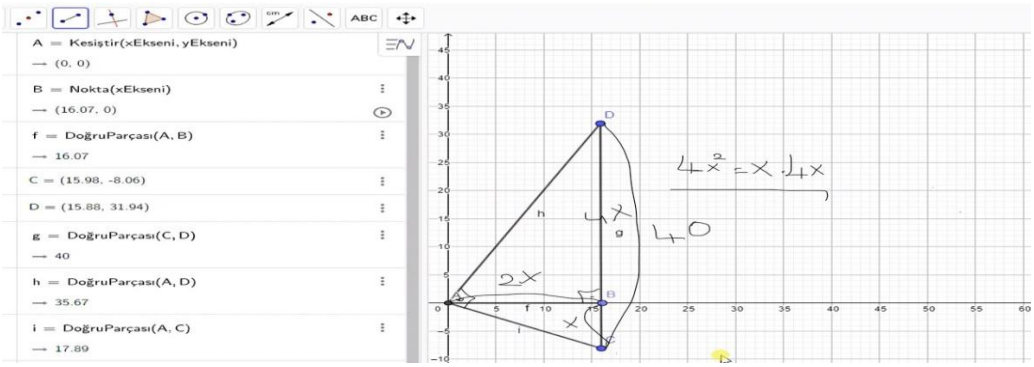
4.2.3.4. Burak ve Murat 'ın Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

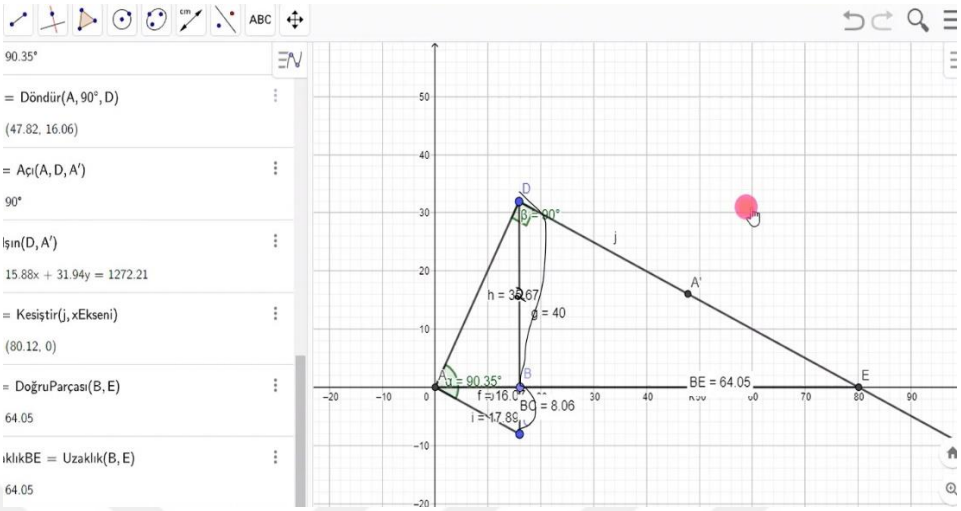
1.(Ö): Çocuklar şimdi 3.planda baya geogebra programında soru çözdünüz, şimdi ürün kısmında asma köprüsünü inceleyin bakalım? Ne yapabilirsiniz? Nasıl bir soru? Geogebra programında soru çözmek nasıl?

2.(B): Bu tarz sorularla BİLSEM'de karşılaştık, derslerde daha çok test çözüyoruz. Ayrıca geogebrada daha rahat sorular çözülüyor. Şimdi soruyu incelediğimizde asma köprüde [AH]=2.[HC]; [HD]=[DN] ; [BC]=[MK]=40m olacak soruda verilenlere göre çizdiğimizde soru çok zor görünmüyor. Zaten dik üçgenler var, ayrıca köprü ikiye bölünmüş zaten. (Veriler)

3.(M): Bende sizinle yaptığım derslerde bu tarz sorular ile karşılaştık. Gogebra baya zevkli şimdi verilenleri yerleştireceğiz, dik üçgenleri belirleyeceğiz. Kabataslak bir çizim yaptık, bu çizimde dik üçgende yükseklik var; yüksekliğin karesi, böldüğü kısımların çarpımına eşit. Bunu kullanabiliriz bence. (İddia)



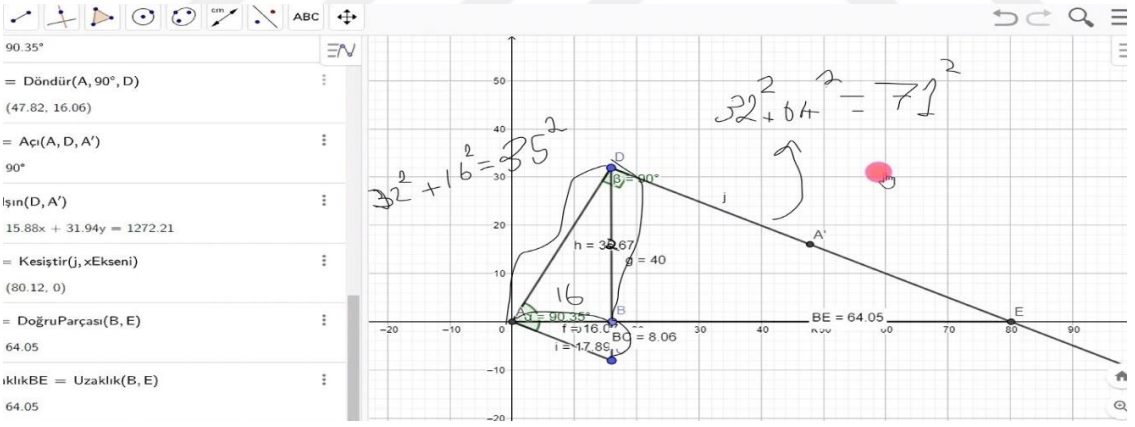
4.(B): Bu kurala göre çizim yaptık ve bazı değerler bulduk, şimdi bu değerlere baktığımızda 8x32=16x16 değerini veriyor aynı şeyi 32x32=16xY şeklinde de kullanabiliriz. Y=64 çıkıyor. (Gerekçe)

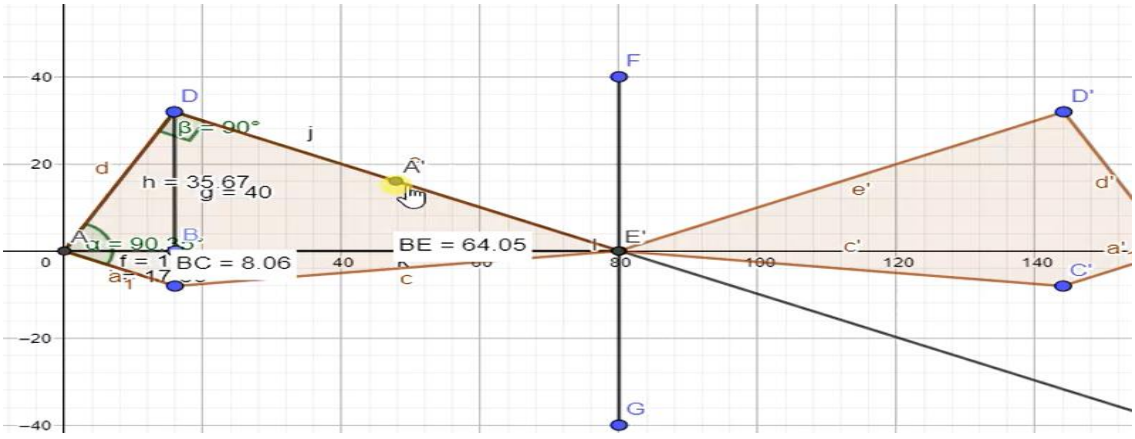


5.(Ö): Peki güzel, şimdi bu verilere göre A ve E noktaları arasındaki halatın uzunluğu ve köprünün ayakları arasındaki mesafe kaç metredir? (Onay rehber desteği)

6.(B): Biz şöyle devam ettik, köprü ikiye bölündü demiştik. Şimdi halatın uzunluğunu bulmak istiyorsak Pisagor uygulayacağız ona göre yapacağız.

1.soru cevabı gösterelim. 2x(35+71)= 212 ve 2.soru ise 2x64=128 oluyor. (Gerekçe)

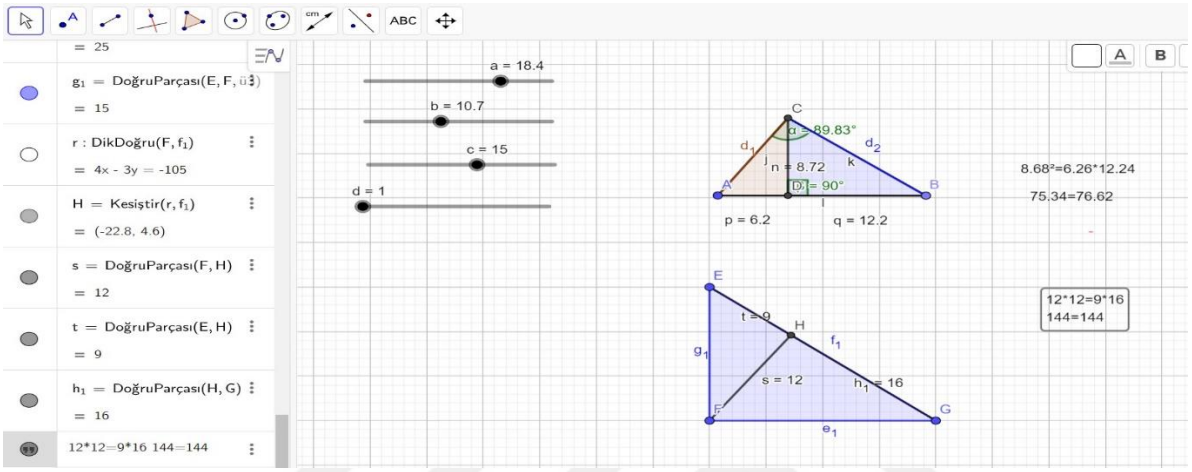




7.(Ö): Evet güzel düşünmüşsünüz ama uyguladığınız bir matematik kuralı var ve bunun doğruluğunu göstermeniz gerekiyor. (Onay rehber desteği)

8.(M): Şimdi hocam kullandığımız matematik kuralı; dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşit şeklinde düşündük. Bunu genele yayarak bulmmaız lazım .(Sınırlandıran)

9.(B): Hocam örnekler aracılığıyla tümevarım yapabiliriz. Farklı üçgenlerde örneklerle gösterebiliriz. Zaten sürgü de kullandık istediğimiz kadar örnek sayısını arttırırıız. (Gerekçe)



10.(Ö): Peki, Çok güzel ilerlediniz**.** Tebrikler. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. kodda öğrenciler inceledikleri soru kapsamında verilerini ifade etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla öğrenciler asma köprü sorusunu incelemiş ve geogebra yazılımında sorunun görsel temsilini çizerek soruyu anlamlandırmaya çalışmışlardır.
- 3. kodda Burak ve Murat verilerini değerlendirerek oluşturdukları görsel temsilleri sözel temsiller ile desteklemiş ve çözümlerini detaylandırmışlardır.
- 4., 6. ve 9. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğrenciler oluşturdukları çizim doğrultusunda iddialarını yönelik gerekçelerini doğrulamak ve soruyu çözmek için çeşitli matematiksel işlemler yapmışlardır. Çeşitli uğraşlar sonucunda doğru cevaba ulaşmışlardır.
- 8. kodda ise öğrenciler, kullandıkları matematiksel kuralın her dik üçgende geçerli olup olmadığını bilemediklerini ifade ederek sınırlılıklardan bahsetmiştir.
- 5.ve 7. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 10. kodda ise "Peki, Çok güzel ilerlediniz. Tebrikler." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışmayı sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi**:**

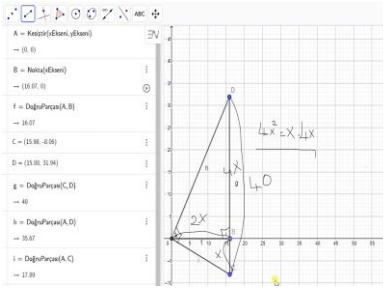
Veri-Burak

Şimdi soruyu incelediğimizde asma köprüde [AH]=2.[HC]; [HD]=[DN] ; [BC]=[MK]=40m olacak soruda verilenlere göre çizdiğimizde soru çok zor görünmüyor. Zaten dik üçgenler var, ayrıca köprü ikiye bölünmüş zaten.

1

İddia-Murat

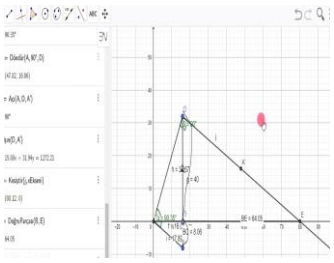
Bide verilenleri yerleştireceğiz, dik üçgenleri belirleyeceğiz. Kabataslak bir çizim yaptık, bu çizimde dik üçgende yükseklik var; yüksekliğin karesi, böldüğü kısımların çarpımına eşit. Bunu kullanabiliriz bence.



2

Gerekçe-Burak

Bu kurala göre çizim yaptık ve bazı değerler bulduk, şimdi bu değerlere baktığımızda 8x32=16x16 değerini veriyor aynı şeyi 32x32=16xY şeklinde de kullanabiliriz=64 çıkıyor.



3

Onay rehber desteği

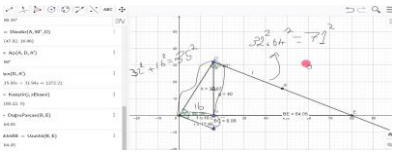
Peki, güzel, şimdi bu verilere göre A ve E noktaları arasındaki halatın uzunluğu ve köprünün ayakları arasındaki mesafe kaç metredir?

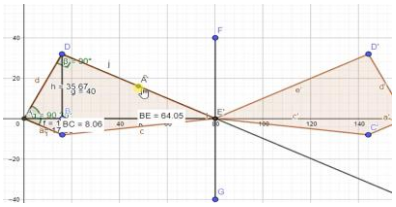
4

Gerekçe-Burak

Biz şöyle devam ettik, köprü ikiye bölündü demiştik. Şimdi halatın uzunluğunu bulmak istiyorsak Pisagor uygulayacağız ona göre yapacağız.

1.soru cevabı gösterelim. 2x(35+71)= 212 ve 2.soru ise 2x64=128 oluyor.





5

Onay rehber desteği

Evet, güzel düşünmüşsünüz ama uyguladığınız bir matematik kuralı var ve bunun doğruluğunu göstermeniz gerekiyor.

6

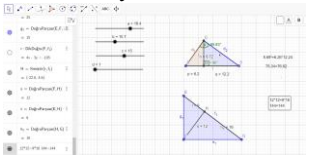
Sınırlandıran-Murat

Şimdi hocam kullandığımız matematik kuralı; dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşit şeklinde düşündük. Bunu genele yayarak bulmamız lazım.

7

Gerekçe-Burak

Hocam örnekler aracılığıyla tümevarım yapabiliriz. Farklı üçgenlerde örneklerle gösterebiliriz. Zaten sürgü de kullandık istediğimiz kadar örnek sayısını arttırırıız.



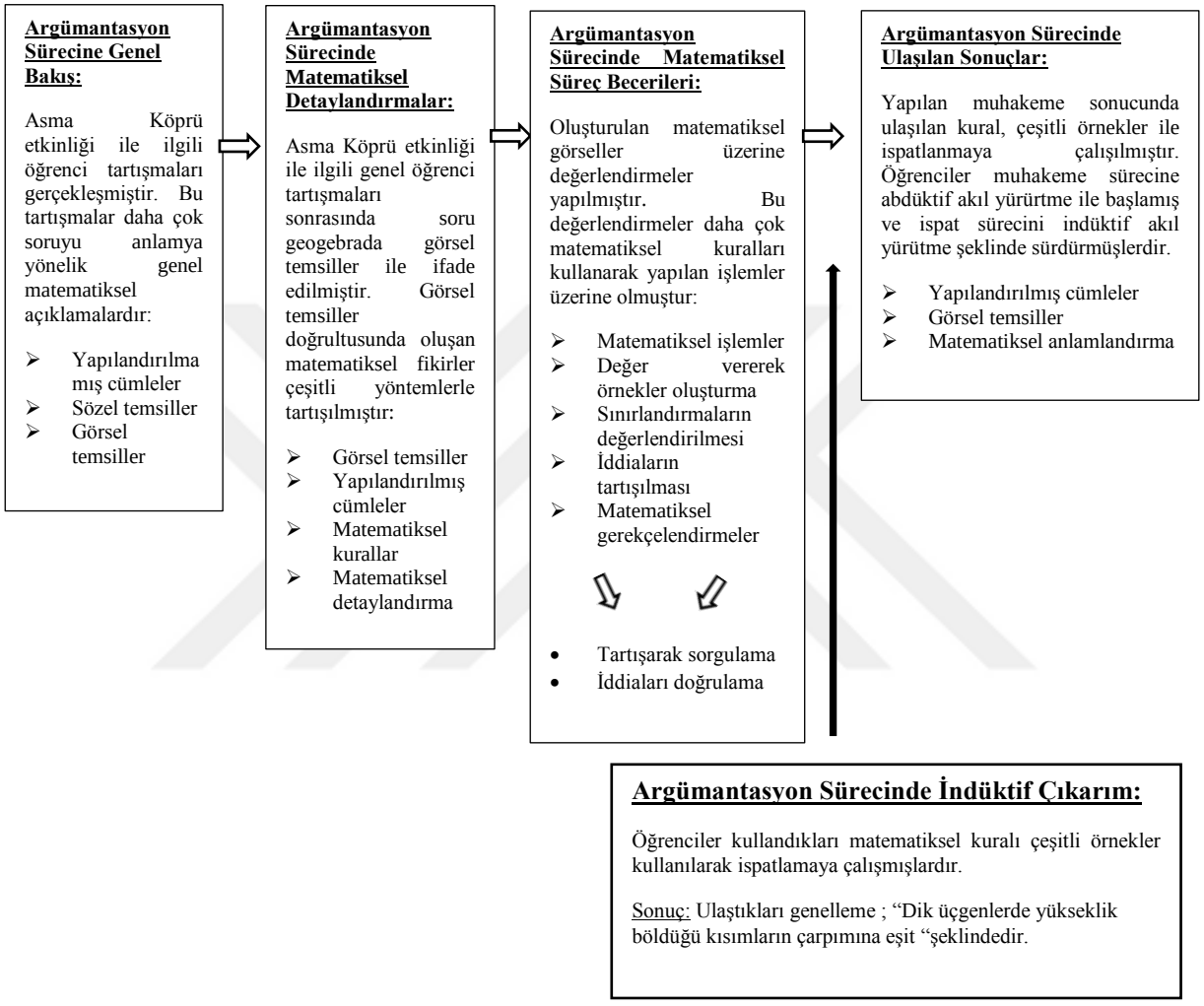
8

Sonlandırıcı rehber desteği

Peki, Çok güzel ilerlediniz**.** Tebrikler.

*Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar***:**

Öğrencilere yönelik hazırlanan III. planın ürün bölümünde yer alan Asma Köprü finali etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra dinamik geometri programın ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



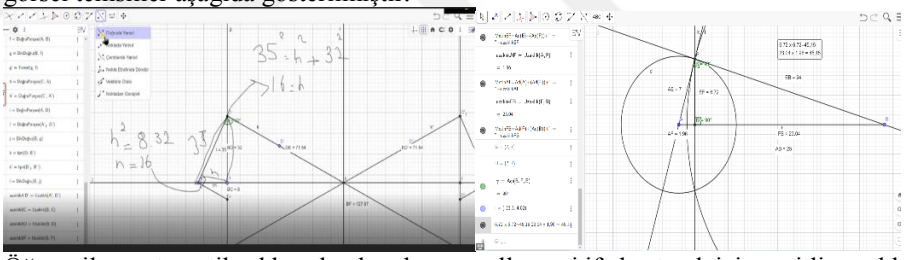
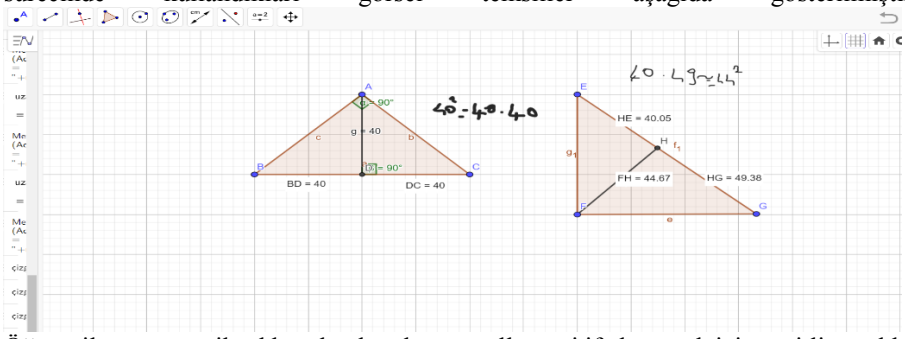
Araştırma sürecinde öğrenciler bu tarz sorulara çok sık denk gelmediklerini daha çok BİLSEM'deki derslerinde bu tarz sorularla karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Argümantasyon sürecine bakıldığında öğrencilerin muhakeme ve ispat sürecine matematiksel açıklamalar yaparak başladıkları görülmüştür. Matematiksel açıklamalar yaparken genel olarak yapılandırılmamış cümleler ve sözel temsiller kullanmışlardır. Özellikle problemi çözerken sözel temsiller kullanarak açıklama yapmışlardır. Bu süreci görsel temsiller ile matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Görsel temsilleri GeoGebra yazılımını ve kolaylaştırıcı özelliklerini kullanarak çizmişlerdir. Öğrenciler argümantasyon sürecinde matematiksel süreç becerileri kapsamında matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu

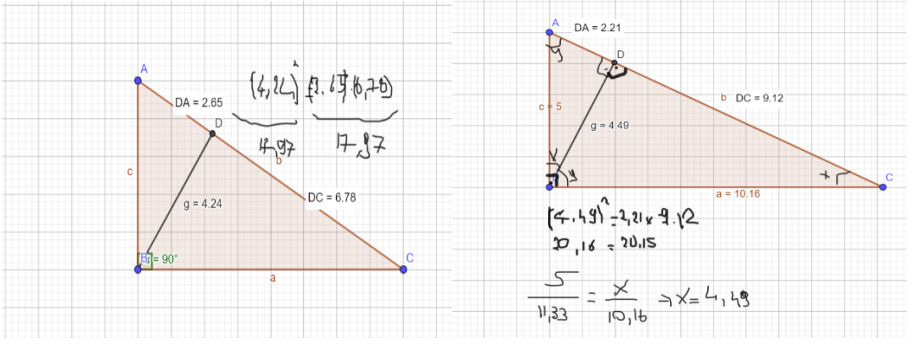
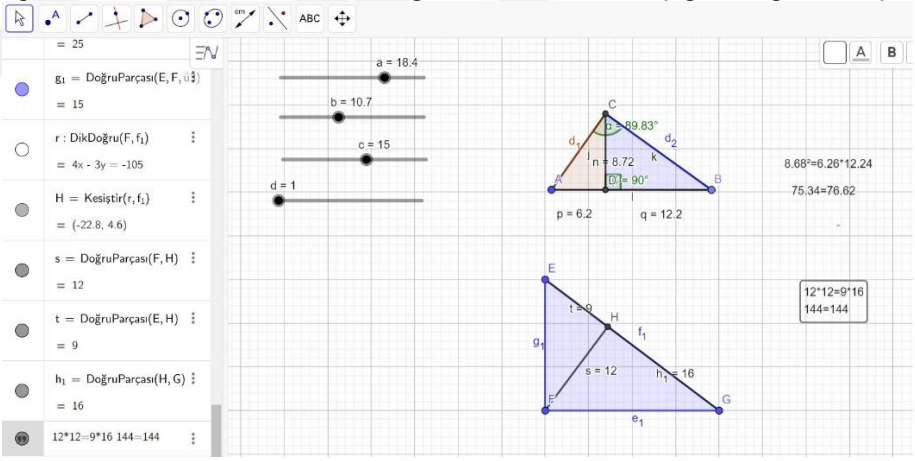
değerlendirmeler daha çok matematiksel kurallar ve işlemler üzerine yapılandırılmıştır. Matematiksel süreç becerileri kapsamında öğrenciler çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş ve matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Öğrenciler tüm bu süreçler boyunca yapılan değerlendirmeler sonucunda kullandıkları matematik kuralını ispatlamaya çalışmışlardır. İspat yaparken çeşitli örnekler kullanarak muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Bunun ile birlikte ulaştıkları kural; "Dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşit "şeklindedir.

4.2.3.5. Üçüncü Probleme İlişkin (Asma Köprü) İspat Süreci Analiz Basamakları: Öğrencilere yönelik hazırlanan III. planın ürün bölümünde yer alan Asma Köprüsü etkinliğine ilişkin ispat süreci analiz basamakları Tablo 27'de gösterilmiştir.

Tablo 27

Üçüncü Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları

İspat Basamakları	**Katılımcılar**	**Örnek ifadeler**
III. Aşama: Analitik düşünme (Analytical Thinking)	Fırat & Okan	Öğrenciler ; " Dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşit"şeklinde matematiksel kuralı çözümlerinde kullanmışlardır. Buldukları bu kuralı ispatlarken farklı örnekleri kullanarak ilerlemişlerdir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıda gösterilmiştir.  Öğrenciler matematiksel kurala ulaşırken genellemeyi ifade etmek için çeşitli örnekler vererek ispatlamaya çalışmışlardır. Bu süreçte öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir.
III. Aşama: Analitik düşünme (Analytical Thinking)	Emre & Ali	Öğrenciler , " Dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşit olduğunu farklı üçgenlerde örneklerle gösterebiliriz." şeklinde düşüncelerini belirtmişlerdir. Buldukları bu kuralı ispatlarken farklı örnekleri kullanmışlardır. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıda gösterilmiştir.  Öğrenciler matematiksel kurala ulaşırken genellemeyi ifade etmek için çeşitli örnekler vererek ispatlamaya çalışmışlardır. Bu süreçte öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif

		akıl yürürtme ile başlanmış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir.
III. Aşama: Analitik düşünme (Analytical Thinking)	Nil & Selim	Öğrenciler; "Dik üçgenlerde yükseklik böldüğü kısımların çarpımına eşit şeklinde düşündük. Bunu işte her üçgende geçerli olur mu ona bakmamız lazım ." şeklinde düşüncelerini ifade etmişlerdir. Bu düşünceleri doğrultusunda kullandıkları matematiksel kuralı ispatlarken çeşitli örnekler kullanmışlardır. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıda gösterilmiştir.  Yapılan muhakeme sonucunda ulaşılan kural, öğrenciler tarafından benzerlik yöntemi ile çeşitli örnekler kullanılarak ispatlanmaya çalışılmıştır. Öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini dedüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir
III. Aşama: Analitik düşünme (Analytical Thinking)	Burak & Murat	Öğrenciler; matematiksel kurala ulaşırken genellemeyi ifade etmek için bilindik kalıpları ve çeşitli örnekleri kullanarak ispatlamaya çalışmışlardır. Ulaştıkları genelleme şu şekildedir; "Kabataslak bir çizim yaptık, bu çizimde dik üçgende yükseklik var; yüksekliğin karesi, böldüğü kısımların çarpımına eşit". Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıda gösterilmiştir.  Yapılan muhakeme sonucunda ulaşılan kural, çeşitli örnekler kullanılarak öğrenciler tarafından ispatlanmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin ortaya attıkları iddialarını ispatlayabilmeleri için argüman geliştirilirken ilk etapta kendilerine daha yakın olan deneysel örneklerden yararlandıkları görülmüştür. Bu süreçte öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlanmış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir.

Üçüncü probleme ilişkin ispat süreci analiz basamakları incelendiğinde öğrenci gruplarının analitik düşünme basamağında ispat yaptıkları görülmüştür.

4.2.4. Dördüncü Probleme İlişkin (Duvar Boyama) Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci

Problem: Duvar Boyama Etkinliği

Duvar boyama etkinliği ile öğrencilerden beklenen üçgenin elemanlarını kullanarak ilgili problemleri çözmesidir. Etkinlik GeoGebra yazılımı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.

Görsel 3

Duvar Boyama Etkinliği



Yukarıdaki görselde görüldüğü gibi bir boyacı duvarı boyamaktadır. Yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği bulunan duvarın boyanması istenmektedir. Duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven yerleştiriliyor ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven yerleştiriliyor. Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre C noktasının ile merdivenlerin kesim noktası olan F noktası arasındaki mesafe kaç santimetredir?

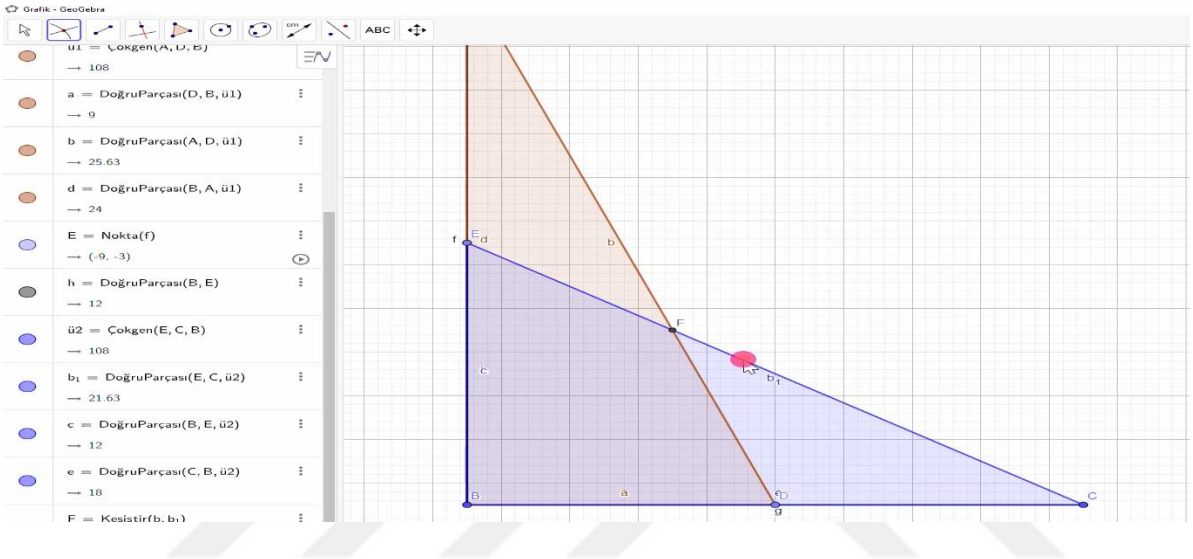
4.2.4.1. Fırat ve Okan'ın Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

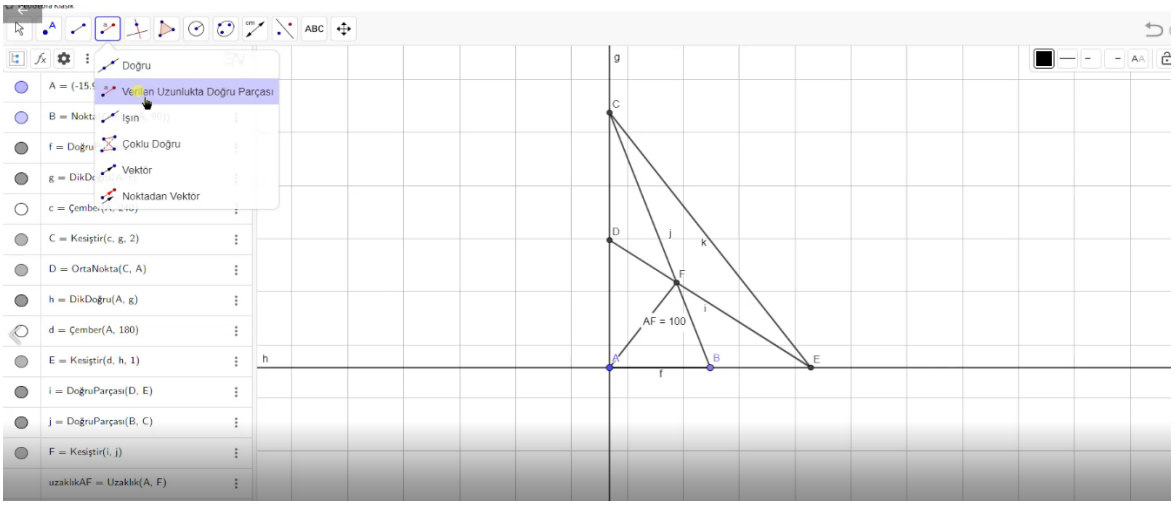
1.(Ö): Soruyu incelediniz mi çocuklar? Ne düşünüyorsunuz? Nasıl bir soru? Geogebra programında rahat çizebildiniz mi?

2.(F): Geogebra da çizmeyi seviyorum ben ve soruyu geogebra da çizerek öncelikle içeriğini anlayabiliriz. Ben denedim ve burada iç içe geçmiş iki üçgen oluşuyor böylece ilgili değerleri inceleyeceğiz. (Veriler)

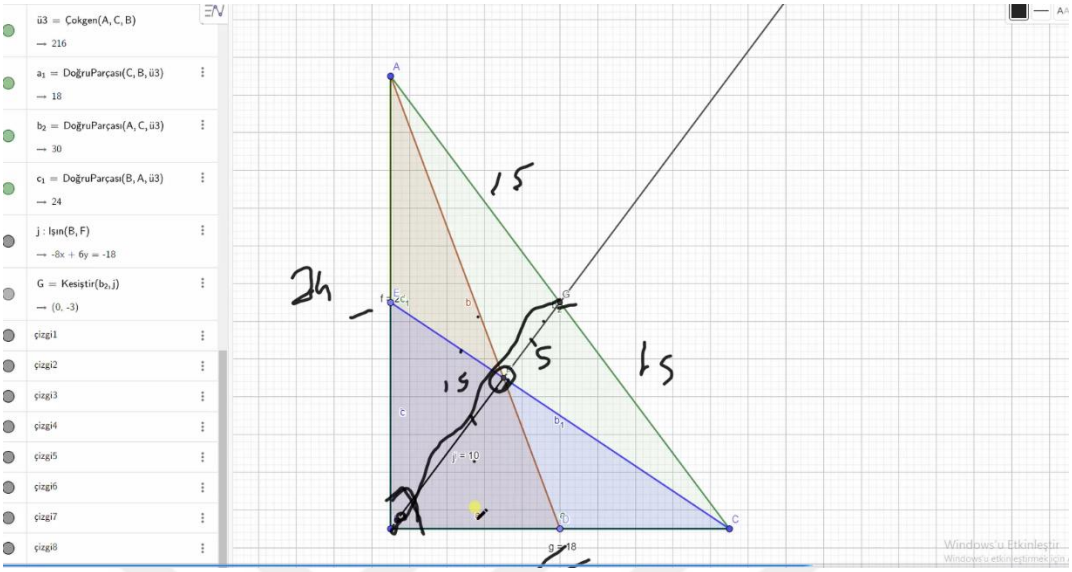
3.(O): Güzel bir soru hocam zevkli görünüyor, geogebra programında Fırat ile denedik çizmeyi. Şimdi yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği duvarın boyunu vermektedir. Duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven yerleştiriliyor ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven yerleştiriliyor. Bunları çizebiliriz. (Veriler)



4.(F): Görselde F noktasını belirledik o bölgeden ben çizimleri şöyle yaptım. Yani üçgen oluşturdum tamamladım çünkü bu üçgeni kullanarak çözüm yapabiliriz bence. (İddia)

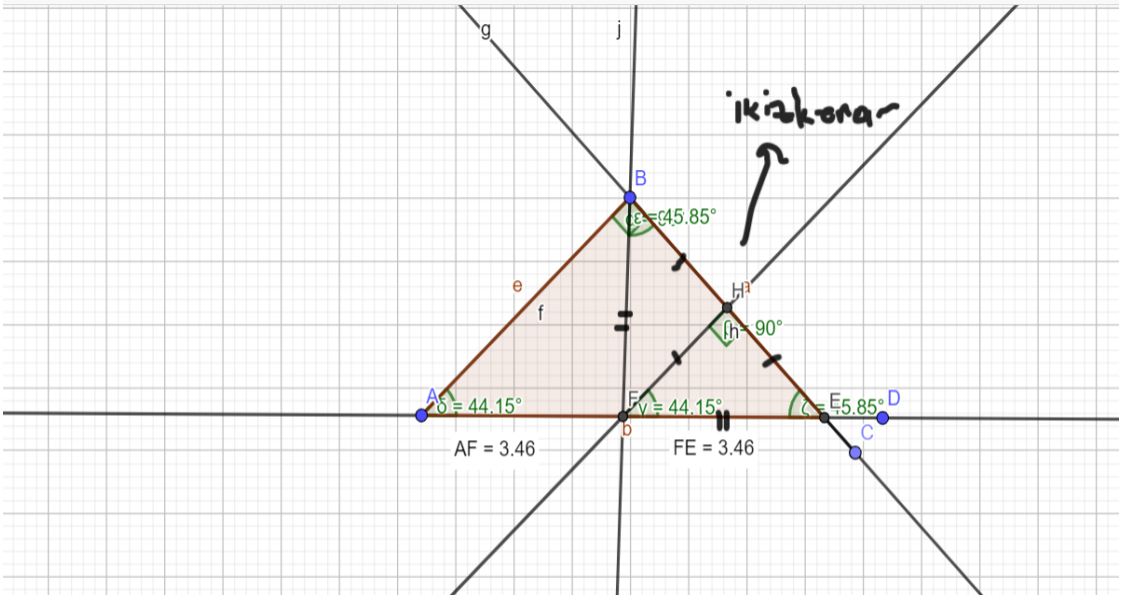


5.(O): Şimdi üçgenlere ve kenarlardaki kesim noktalarına bakalım, ben F noktasının kenarortayların kesim noktası olduğunu düşünüyorum ayrıca dik üçgende hipotenüse inen kenarortay da kenarı ikiye böler ve kenarortayda kenarın yarı uzunluğuna eşit olur. Aynı zamanda F noktası ağırlık merkezi ve bire iki oranı var. Yani ICFI = 10 cm çıkıyor. (İddia)



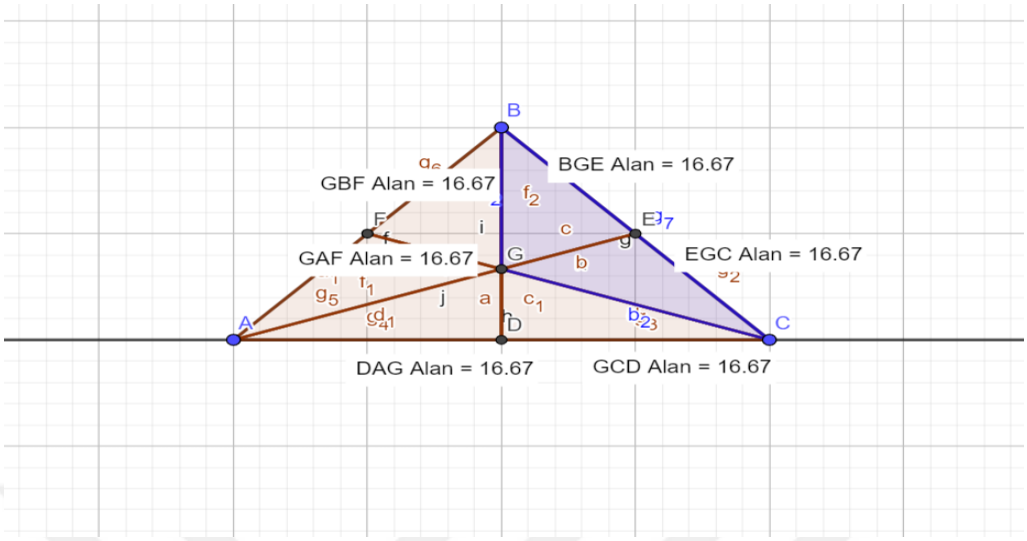
6.(Ö): Güzel bir mantıkla ilerlediniz, âmâ emin misiniz ağırlık merkezi durumundan. (Onay rehber desteği)

7.(F): Evet haklısın ölçtüğümüzde hepsi kenarortay oluyor ağırlık merkezi olayından emin misin ben şuan hatırlayamadım. Ama bak benzerlikten hemen kenarortayın özelliğini ortaya çıkarabiliriz ben bu ispatı biliyorum ayrıca zaten geogebrada ispat çok kolay oluyor. (Gerekçe)



8.(O): Evet gerçekten basit oldu küçük üçgende gösterdin yani, peki ağırlık merkezi olayına bir bakalım nasıl yapıcaz. Aslında onun doğruluğunu deneyebiliriz. Alan taban ilişkisinden çıkabilir bence, alanlarda bire iki oranı varsa kenarlar arasında da bire iki oranı vardır. (İddia)

9.(F): Onu da çizip çok kolay gösteririz bence de alan kenar ilişkisini şöyle gösterelim. (Gerekçe)



10.(Ö): Bence çok güzel ilerlediniz. Tebrikler yaptığınız analizler güzel. (Sonlandırıcı rehber desteği)

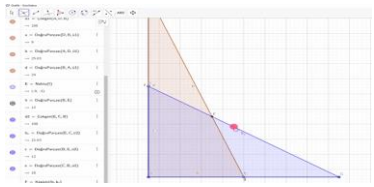
Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar ile analiz edilen tartışmada Okan ve Fırat ortaya koydukları iddiaya yönelik verilerini ifade etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla öğrenciler duvar boyama etkinliğin de verilenlere dikkat ederek tartışma zemini oluşturulmaya başlamışlardır.
- 4. ve 5. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğrenciler verilere dayalı olarak tartışmanın temel amacına yönelik iddialarını ortaya koymuşlardır. İki öğrenci de dik üçgende muhteşem üçlü ve ağırlık merkezine yönelik bir takım iddialarda bulunmuşlardır.
- 5. kodda Okan ve Fırat iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koymuşlardır ve iddialarını gerekçelendirmişlerdir. Öğrenciler iddiaların nedenlerini, kendi ulaştıkları sonuçları savunmak için GeoGebra yazılımında oluşturdukları çözüm yöntemleri ile açıklama yapmışlardır. Öğrenciler bu süreci dedüktif gerekçe olarak kullanıp iddialarını doğrulamaya çalışmışlardır.
- 7. ve 9. kodlar ile analiz edilen tartışmada buldukları kuralları temel bilgilerine dayanarak örnekler dışında, matematiksel ifadeler aracılığıyla GeoGebra yazılımında ispatlamaya çalışmışlardır.
- 6. kodda "Güzel bir mantıkla ilerlediniz, âmâ emin misiniz ağırlık merkezi durumundan." onay rehber desteği ve 10. kodda ise "Bence çok güzel ilerlediniz. Yaptığınız analizler güzel." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Okan

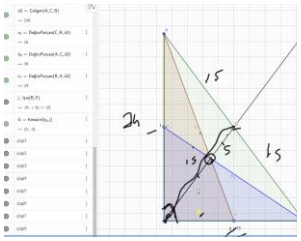
Yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği duvarın boyunu vermektedir. Duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven yerleştiriliyor ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven yerleştiriliyor. Bunları çizebiliriz.



1

İddia-Okan

Şimdi üçgenlere ve kenarlardaki kesim noktalarına bakalım, ben F noktasının kenarortayların kesim noktası olduğunu düşünüyorum ayrıca dik üçgende hipotenüse inen kenarortay da kenarı ikiye böler ve kenarortayda kenarın yarı uzunluğuna eşit olur. Aynı zamanda F noktası ağırlık merkezi ve bire iki oranı var. Yani ICFI = 10 cm çıkıyor.



3

Onay rehber desteği

Güzel bir mantıkla ilerlediniz, âmâ emin misiniz ağırlık merkezi durumundan.

Veri-Fırat

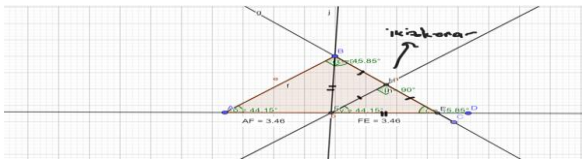
Geogebra da çizmeyi seviyorum ben ve soruyu geogebra da çizerek öncelikle içeriğini anlayabiliriz. Ben denedim ve burada iç içe geçmiş iki üçgen oluşuyor böylece ilgili değerleri inceleyeceğiz.

2

4

Gerekçe-Fırat

Evet, haklısın ölçtüğümüzde hepsi kenarortay oluyor ağırlık merkezi olayından emin misin ben şuan hatırlayamadım. Ama bak benzerlikten hemen kenarortayın özelliğini ortaya çıkarabiliriz ben bu ispatı biliyorum ayrıca zaten geogebrada ispat çok kolay oluyor.



5

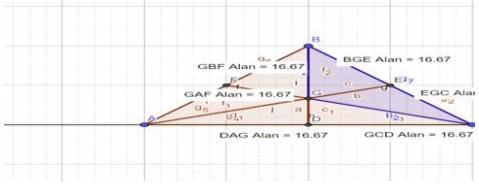
İddia-Okan

Evet, gerçekten basit oldu küçük üçgende gösterdin yani, peki ağırlık merkezi olayına bir bakalım nasıl yapıcaz. Aslında onun doğruluğunu deneyebiliriz. Alan taban ilişkisinden çıkabilir bence, alanlarda bire iki oranı varsa kenarlar arasında da bire iki oranı vardır.

6

Gerekçe-Fırat

Onu da çizip çok kolay gösteririz bence de alan kenar ilişkisini şöyle gösterelim.



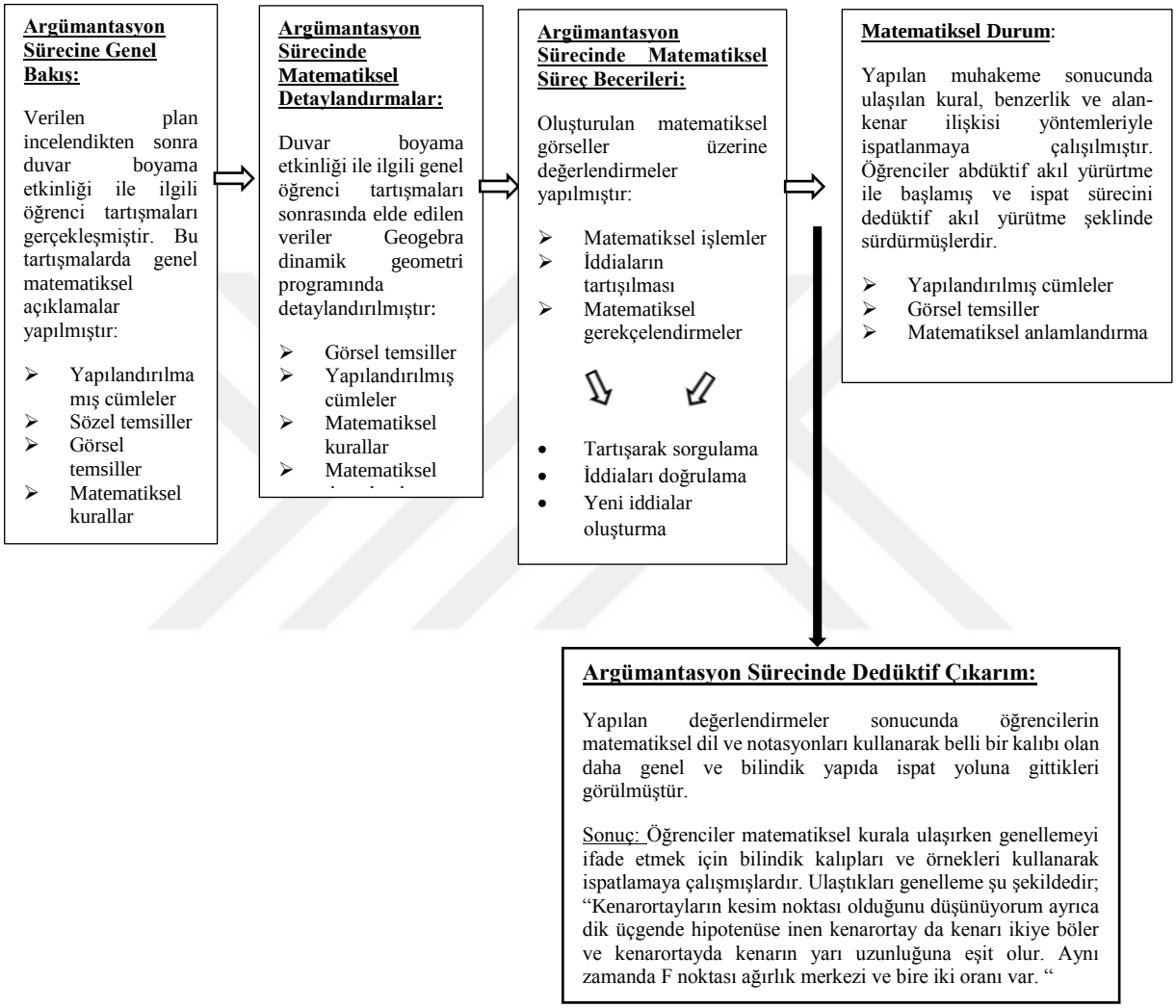
7

Sonlandırıcı rehber desteği

Bence çok güzel ilerlediniz. Yaptığınız analizler güzel.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan IV. planın ürün bölümünde yer alan duvar boyama etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Araştırma sürecinde elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin ispat ve muhakeme sürecine öncelikle soruyu inceleyerek ve matematiksel açıklamalar yaparak başladıkları görülmüştür. Öğrenciler soru hakkında argümanlarını öne sürereken sözel temsiller, görsel temsiller ve matematiksel kurallar kullandıkları görülmüştür. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte daha çok soru kalıbından yola çıkarak kuralları kullanmış ve matematiksel kuralları anlamlandırmak için sonrasında GeoGebra yazılımında ispat çalışmaları yapmışlardır. Tartışma sürecinde matematiksel becerilerini kullanarak matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Öğrenciler çeşitli

matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş, çeşitli iddiaları reddetmiş bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Oluşturdukları argümanları kullanarak iddiaları ve gerekçelendirmeleri arasında bir bağ oluşturmaya çalışmışlardır. Gerekçelendirmelerini ifade ederken dik üçgenlerde muhteşem üçlü ve üçgenlerde ağırlık merkezi ile ilgili kullandıkları matematik kurallarını ispatlamışlardır. Kullandıkları ifadeleri matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler ispat sürecinde matematiksel işlemleri yapmış ve GeoGebra yazılımını aktif olarak kullanmışlardır. Öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini dedüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Bunun sonucunda ulaştıkları kural; "kenarortayların kesim noktası olduğunu düşünüyorum ayrıca dik üçgende hipotenüse inen kenarortay da kenarı ikiye böler ve kenarortayda kenarın yarı uzunluğuna eşit olur. Aynı zamanda F noktası ağırlık merkezi ve bire iki oranı var. " şeklindedir.

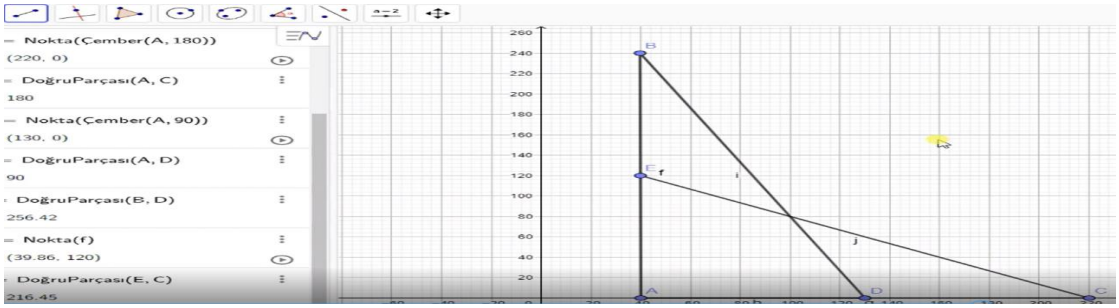
4.2.4.2. Emre ve Ali'nin Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Soru hakkında neler düşünüyorsunuz çocuklar? Nasıl bir soru? Geogebra programında rahat çizebildiniz mi?

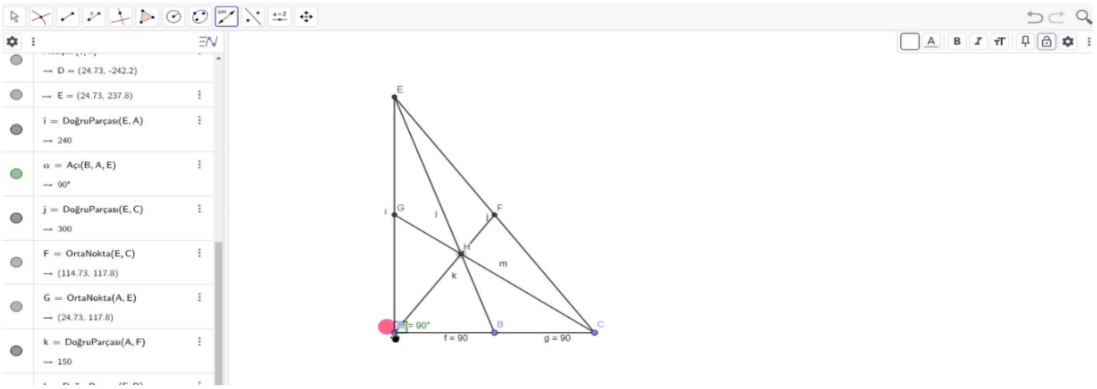
2.(A): Karışık bir soru gibi görünüyor ama geogebra da rahat çözülecek gibi. Şimdi bir boyacı duvarı boyamaktadır. Yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği bulunan duvarın boyanması istenmektedir. Duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven yerleştiriliyor ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven yerleştiriliyor. Geogebra da soruyu çizerek öncelikle içeriğini anlayabiliriz. Burada iç içe geçmiş iki merdivenin oluşturduğu üçgen var gibi. (Veriler)

3.(E): Bende Ali gibi düşünüyorum, Yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği duvarın boyunu çizdim. Sonra duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven yerleştiriliyor ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven iç içe geçmiş görünüyor. (Veriler)

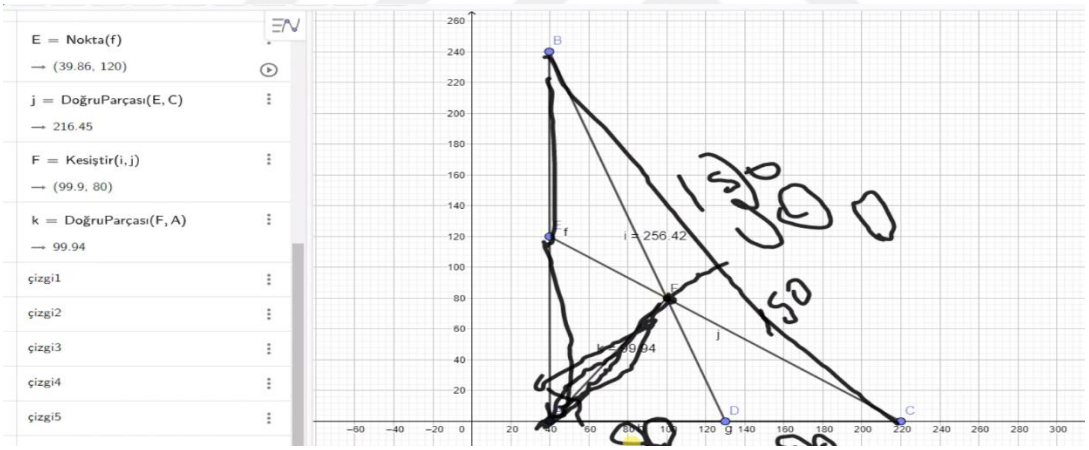


4.(Ö): Güzel bir çizim oldu, peki sonra nasıl ilerlediniz. (Onay rehber desteği)

5.(A): Bu çizimimiz üzerinden ilerlersek biz üçgene tamamladık şekli hocam, yani üçgen oluşturduk çünkü bu üçgeni kullanarak çözüm yapabiliriz bence. Üçgene tamamlayınca hepsi kenarortay oluyor. (İddia)

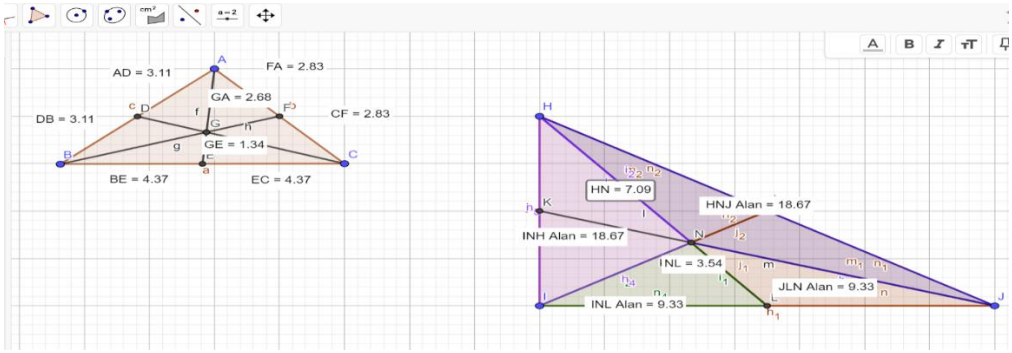


6. (E): Üçgenlere ve kenarlardaki kesim noktalarına bakalım, biz H noktasının kenarortayların kesim noktası olduğunu bulduk ayrıca dik üçgende hipotenüse inen kenarortay da kenarı ikiye böler ve kenarortayda kenarın yarı uzunluğuna eşit olur şeklinde muhteşem üçlü matematik kuralını biliyoruz. Aynı zamanda H noktası ağırlık merkezi ve bire iki oranı var. Yani IHFI = 50.IHAI=100 cm çıkıyor. (İddia)

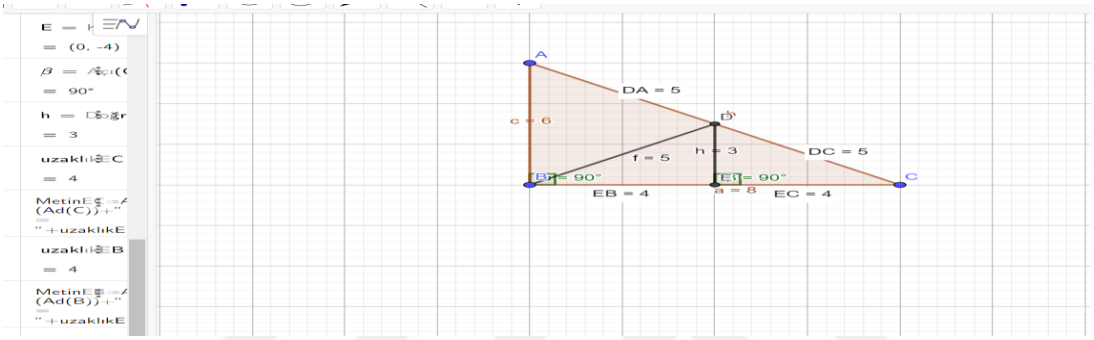


7.(Ö): Güzel bir mantıkla ilerlediniz, âmâ kullandığınız matematik kurallarını göstermeniz gerekir. (Onay rehber desteği)

8.(A): Evet üçgeni incelediğimizde hepsi kenarortay oluyor, kenarortayların kesim noktası ağırlık merkezi oluyor. Ağırlık merkezinde bire iki oranı var, Geogebra da çizelim birkaç tane örnek; bu örneklerde üçgen çizebiliriz ve bu üçgenlerin kenarlarını ölçtüğümüzde çıkar ayrıca alan taban oranından da çıkarırız. (Gerekçe)



9.(E): Evet muhteşem üçlüye de bakmamız lazım. Örnekler yapalım; 6-8-10 üçgeni çizelim sonra hipotenüse kenarortay çizdim ve oradan dik üçgene paralel çizince zaten pisagordan çıkıyor. (Gerekçe)



10.(Ö): Bence çok güzel ilerlediniz. Yaptığınız analizler güzel. Tebrikler. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar ile analiz edilen tartışmada Ali ve Emre soruyu inceleyerek ortaya koydukları iddiaya yönelik verilerini ifade etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla duvar boyama etkinliğinin görsel temsillerini GeoGebra yazılımında göstermişlerdir.
- 5. ve 6. kodlar ile analiz edilen tartışmada Ali ve Emre görsel temsilleri sözel temsiller ile destekleyerek iddialarını ortaya koymuşlardır. İddialarını dik üçgende muhteşem üçlü ve üçgenlerde ağırlık merkezi kurallarına dayandırarak bir takım iddialarda bulunmuşlardır.
- 8. ve 9. kodlar ile analiz edilen tartışmada Ali ve Emre GeoGebra' da oluşturdukları görsel temsiller ile iddialarını doğrulamak için gerekçelerini ortaya koymuşlardır. Bu gerekçelerini kullanarak matematiksel kuralları GeoGebra yazılımı yardımıyla ispatlamaya çalışmışlardır.
- 4. ve 7. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen onay rehber desteği ile tartışmanın olumlu ilerlediğini belirtmiş ve 10. kodda ise sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

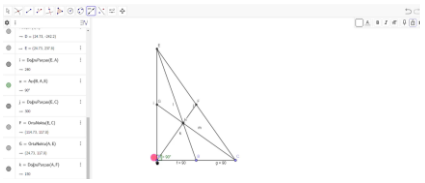
Veri-Ali

Bir boyacı duvarı boyamaktadır. Yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği bulunan duvarın boyanması istenmektedir. Duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven yerleştiriliyor ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven yerleştiriliyor. Geogebra da soruyu çizerek öncelikle içeriğini anlayabiliriz. Burada iç içe geçmiş iki merdivenin oluşturduğu üçgen var gibi.

1

İddia-Ali

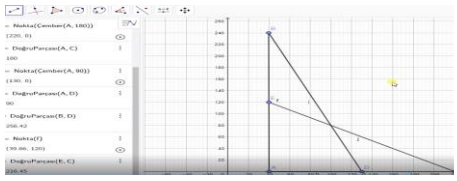
Bu çizimimiz üzerinden ilerlersek biz üçgene tamamladık şekli hocam, yani üçgen oluşturduk çünkü bu üçgeni kullanarak çözüm yapabiliriz bence. Üçgene tamamlayınca hepsi kenarortay oluyor.



2

Veri-Emre

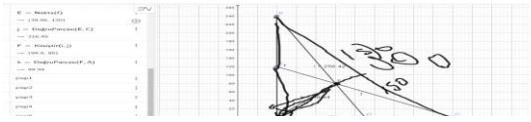
Yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği duvarın boyunu çizdim. Sonra duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven yerleştiriliyor ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven iç içe geçmiş görünüyor.



4

İddia-Emre

Üçgenlere ve kenarlardaki kesim noktalarına bakalım, biz H noktasının kenarortayların kesim noktası olduğunu bulduk ayrıca dik üçgende hipotenüse inen kenarortay da kenarı ikiye böler ve kenarortayda kenarın yarı uzunluğuna eşit olur şeklinde muhteşem üçlü matematik kuralını biliyoruz. Aynı zamanda H noktası ağırlık merkezi ve bire iki oranı var. Yani IHFI = 50.IHAI=100 cm çıkıyor.



3

Onay rehber desteği

Güzel bir çizim oldu, peki sonra nasıl ilerlediniz.

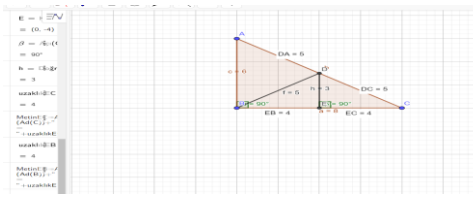
5

Onay rehber desteği

Güzel bir mantıkla ilerlediniz, âmâ kullandığınız matematik kurallarını göstermeniz gerekir.

Gerekçe-Emre

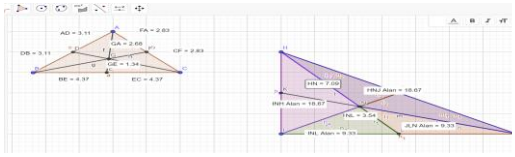
Evet muhteşem üçlüye de bakmamız lazım. Örnekler yapalım;6-8-10 üçgeni çizelim sonra hipotenüse kenarortay çizdim ve oradan dik üçgene paralel çizince zaten pisagordan çıkıyor.



6

5

Evet üçgeni incelediğimizde hepsi kenarortay oluyor, kenarortayların kesim noktası ağırlık merkezi oluyor. Ağırlık merkezinde bire iki oranı var, Geogebra da çizelim birkaç tane örnek; bu örneklerde üçgen çizebiliriz ve bu üçgenlerin kenarlarını ölçtüğümüzde çıkar ayrıca alan taban oranından da çıkarırız.



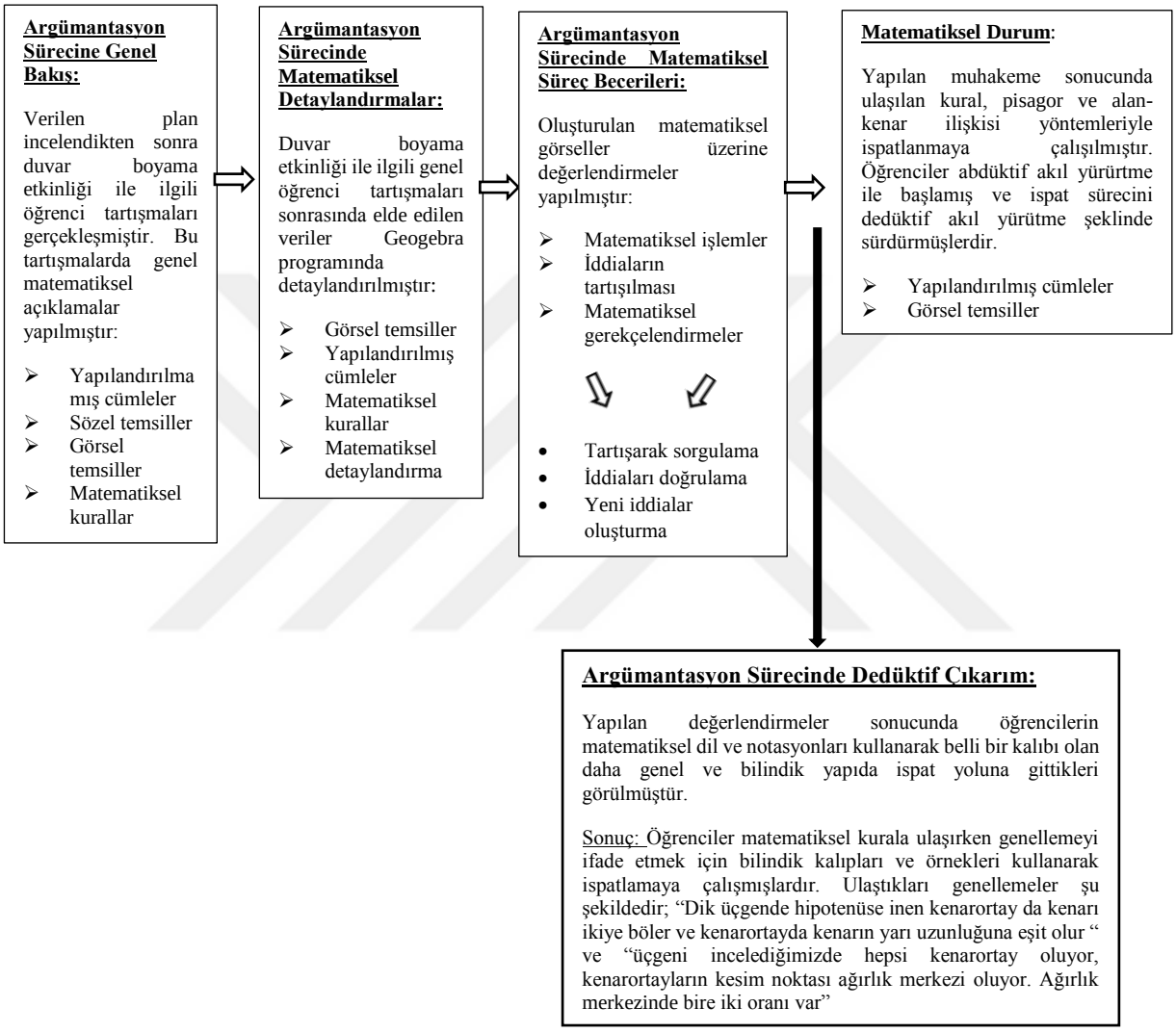
7

Sonlandırıcı rehber desteği

Bence çok güzel ilerlediniz. Yaptığınız analizler güzel. Tebrikler.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan IV. planın ürün bölümünde yer alan duvar boyama etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Argümantasyon sürecinde öğrenciler öncelikle soruyu incelemiş ve soru çözümüne matematiksel açıklamalar yaparak başlamışlardır. Soru hakkında ileri sürdükleri argümanları görsel temsiller ile ifade ederek, bu argümanları yapılandırılmamış cümleler ile desteklemişlerdir. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte soruyu GeoGebra yazılımında görsel temsillerle ifade ederken matematiksel kurallar ve yapılandırılmış cümleler ile çizimlerini detaylandırmışlardır. Öğrenciler tartışma sürecinde matematiksel becerilerini kullanarak matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler

yapmışlardır. Çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş, çeşitli iddiaları düzenlemiş bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Bu süreçte öğrenciler daha çok soru kalıbından yola çıkarak kuralları kullanmış ve matematiksel kuralları anlamlandırmak için sonrasında GeoGebra yazılımında ispat çalışmaları yapmışlardır. Öğrenciler bu ispatları yaparken dik üçgenlerde muhteşem üçlü ve üçgenlerde ağırlık merkezi ile ilgili kullandıkları matematik kurallarını Pisagor bağıntısı ve alan kavramlarını dikkate alarak ispatlamaya çalışmışlardır. Muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini dedüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Bunun sonucunda ulaştıkları kural; "Dik üçgende hipotenüse inen kenarortay da kenarı ikiye böler ve kenarortayda kenarın yarı uzunluğuna eşit olur " ve "üçgeni incelediğimizde hepsi kenarortay oluyor, kenarortayların kesim noktası ağırlık merkezi oluyor. Ağırlık merkezinde bire iki oranı var" şeklindedir.

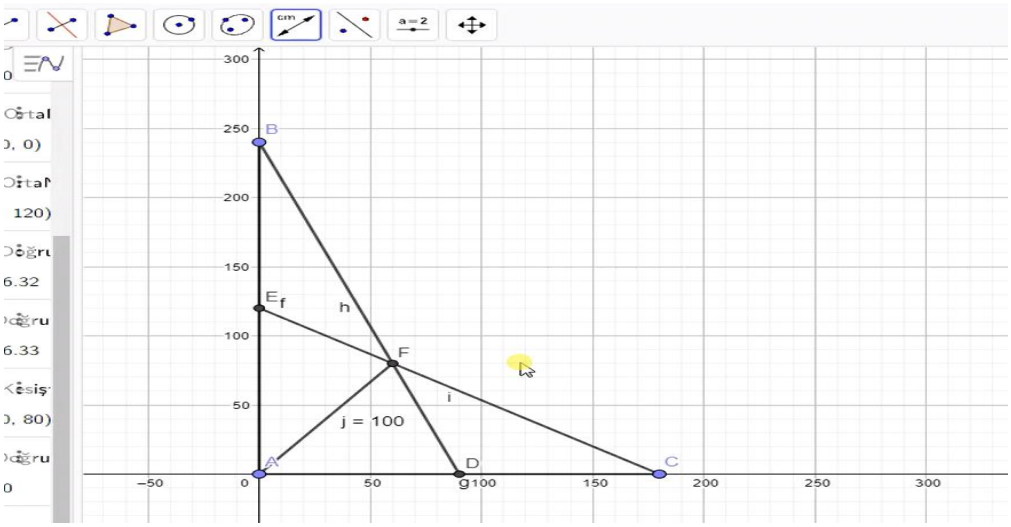
4.2.4.3. Nil ve Selim 'in Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Duvar boyama etkinliği hakkında hakkında neler düşünüyorsunuz çocuklar? Tek tek konuşun sonra tartışırsınız? Soru hakkında ne düşünüyorsunuz? Geogebra programında rahat çözebilir misiniz?

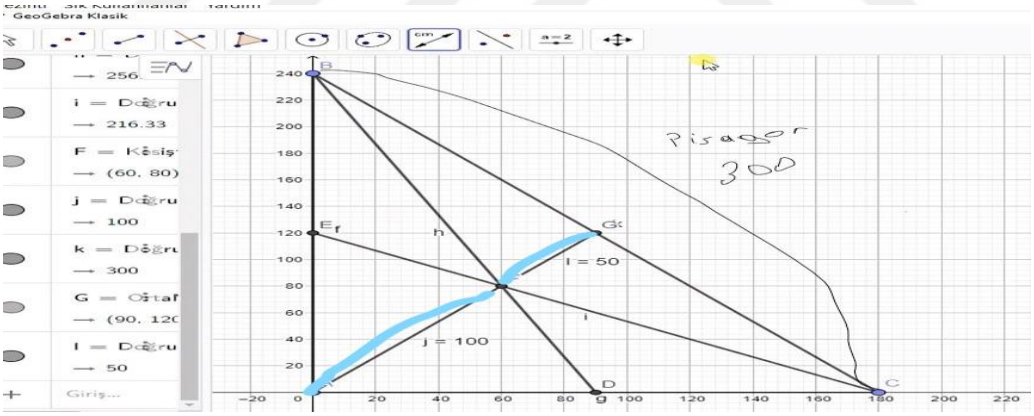
2.(N): Hocam güzel bir soru, bu tarz sorular ile genelde BİLSEM'de karşılaşıyoruz. Geogebra da rahat çözülür bence. Bir boyacı duvarı boyamaktadır. Yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği bulunan duvar var. Duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven yerleştiriliyor ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven yerleştiriliyor. Burada iç içe geçmiş iki merdivenin var ve üçgenler iç çe geçmiş görünüyor. (Veriler)

3.(S): Hocam bu soruları BİLSEM'de gördüm bende ayrıca geogebra da rahat çizebiliyorum. Yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği var, duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven iç içe geçmiş görünüyor. Çizimimizi yapalım; (Veriler)

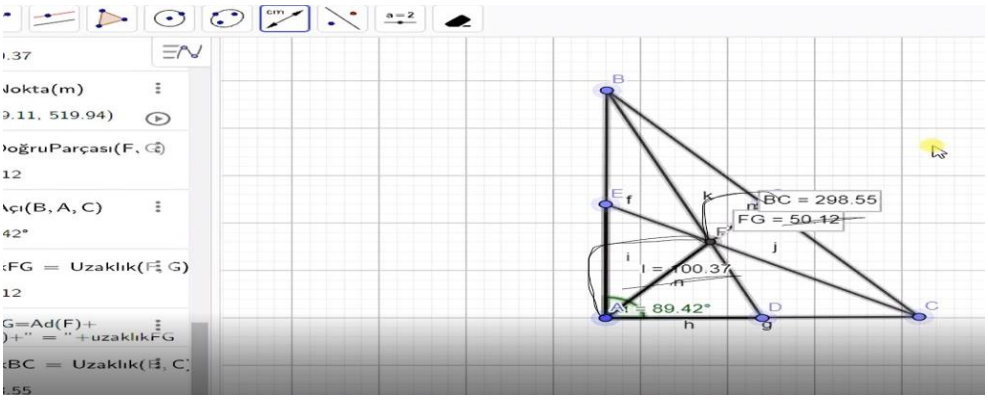


4.(Ö): Soruyu güzel çizdiniz, nasıl ilerlemeyi düşünüyorsunuz. (Onay rehber desteği)

5.(N): Şimdi hocam şekli çizince üçgen içinde doğruların tam kenarların orta noktalarından geçtiğini fark ettik yani diğer doğruyu da çizersek kenarın ortasına denk gelecek, biz zaten biliyoruz kenarortaylar bir noktada kesişir. Çizimimizi ona göre yapalım. Şimdi üçüncü kenar uzunluğunu Pisagor'dan bulalım.240-180-? Bir şey üçgeni vardı, Selim neydi tam hatırlayamadım. Şimdi tamam 3-4-5 üçgeninin 60 katıdır. Yani kenar 300 cm oluyor. Ayrıca dik üçgende hipotenüse inen kenarortay, kenarın yarısına eşit oluyordu. Yani 150 cm. (İddia)

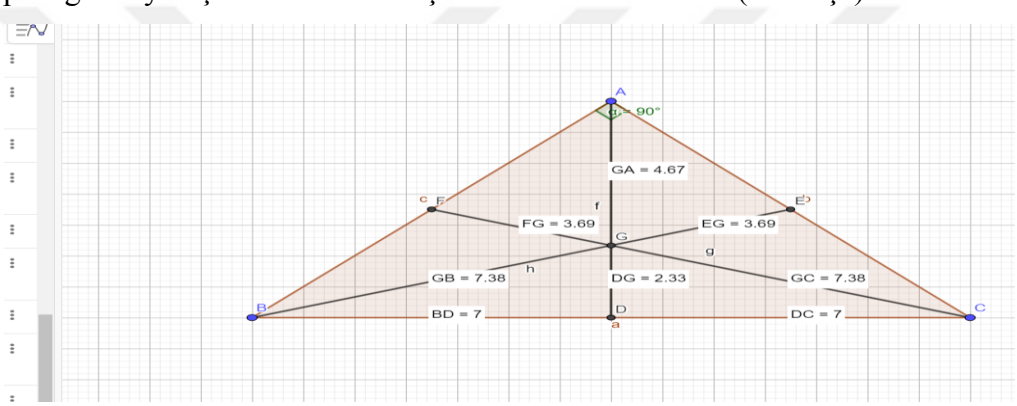


6. (S): Üçgenlere ve kenarlardaki kesim noktalarına bakalım, kenarortayların kesim noktası olduğunu bulduk ayrıca muhteşem üçlü matematik kuralını biliyoruz. Aynı zamanda kesişim noktası ağırlık merkezi ve bire iki oranı var. Yani IHFI = 50.IHAI=100 cm çıkıyor. (İddia)



7.(Ö): Güzel bir mantıkla ilerlediniz, peki size matematik kurallarını gösterin desem ne dersiniz. (Onay rehber desteği)

8.(S): zaten bildiğimiz matematik kuralları hocam yani hatırladığımız kurallar, bilindik şeyler çokta ispata gerek yok çok istersek birkaç örnekle deneriz zaten. (Gerekçe)



9.(Ö): Peki güzel ilerlediniz. Yaptığınız analizler güzel. Tebrikler. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar ile analiz edilen tartışmada Nil ve Selim inceledikleri soruya yönelik çeşitli veriler elde etmişlerdir. Bu veriler doğrultusunda duvar boyama etkinliğini GeoGebra' da görsel temsillerle ifade etmeye çalışmışlardır.
- 5. ve 6. kodlar ile analiz edilen tartışmada Nil ve Selim verilere dayalı olarak tartışmanın temel amacına yönelik iddialarını ortaya koymuşlardır. İki öğrenci de dik üçgende muhteşem üçlü ve ağırlık merkezine yönelik bir takım iddialarda bulunmuşlardır.
- 8. kodda Nil ve Selim ortaya koydukları iddialarını doğrulamak için gerekçelerini ortaya koymuşlardır.
- 4. ve 7. kodlar ile analiz edilen tartışmada onay rehber desteği tartışmanın olumlu ilerlediğini ve 9. kodda ise sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

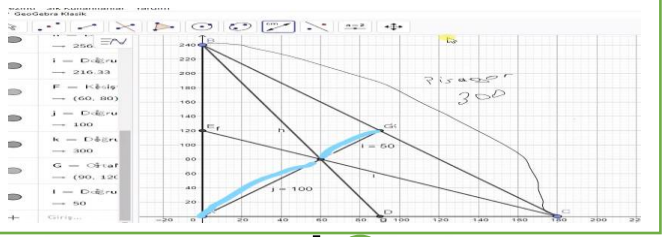
Veri-Nil

Bir boyacı duvarı boyamaktadır. Yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği bulunan duvar var. Duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven yerleştiriliyor ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven yerleştiriliyor. Burada iç içe geçmiş iki merdivenin var ve üçgenler iç çe geçmiş görünüyor.

1

İddia-Nil

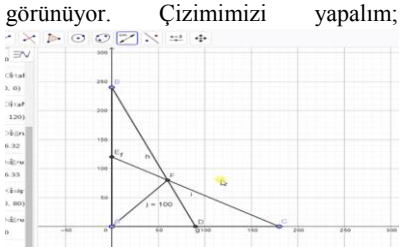
Şimdi hocam şekli çizince üçgen içinde doğruların tam kenarların orta noktalarından geçtiğini fark ettik yani diğer doğruyu da çizersek kenarın ortasına denk gelecek, biz zaten biliyoruz kenarortaylar bir noktada kesişir. Çizimimizi ona göre yapalım. Şimdi üçüncü kenar uzunluğunu Pisagor'dan bulalım.240-180-? bir şey üçgeni vardı, şimdi tamam 3-4-5 üçgeninin 60 katıdır. Yani kenar 300 cm oluyor. Ayrıca dik üçgende hipotenüse inen kenarortay, kenarın yarısına eşit oluyordu. Yani 150 cm.



2

Veri-Selim

Yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği var, duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven iç içe geçmiş görünüyor. Çizimimizi yapalım;



3

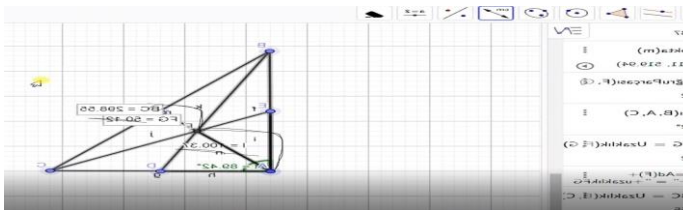
Onay rehber desteği

Soruyu güzel çizdiniz, nasıl ilerlemeyi düşünüyorsunuz.

4

İddia-Selim

Üçgenlere ve kenarlardaki kesim noktalarına bakalım, kenarortayların kesim noktası olduğunu bulduk ayrıca muhteşem üçlü matematik kuralını biliyoruz. Aynı zamanda kesişim noktası ağırlık merkezi ve bire iki oranı var. Yani IHFI = 50.IHAI=100 cm çıkıyor .



5

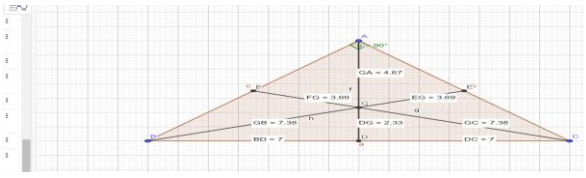
Onay rehber desteği

Güzel bir mantıkla ilerlediniz, peki size matematik kurallarını gösterin desem ne dersiniz.

6

Gerekçe-Selim

Zaten bildiğimiz matematik kuralları hocam yani hatırladığımız kurallar, bilindik şeyler çokta ispata gerek yok çok istersek birkaç örnekle deneriz zaten.



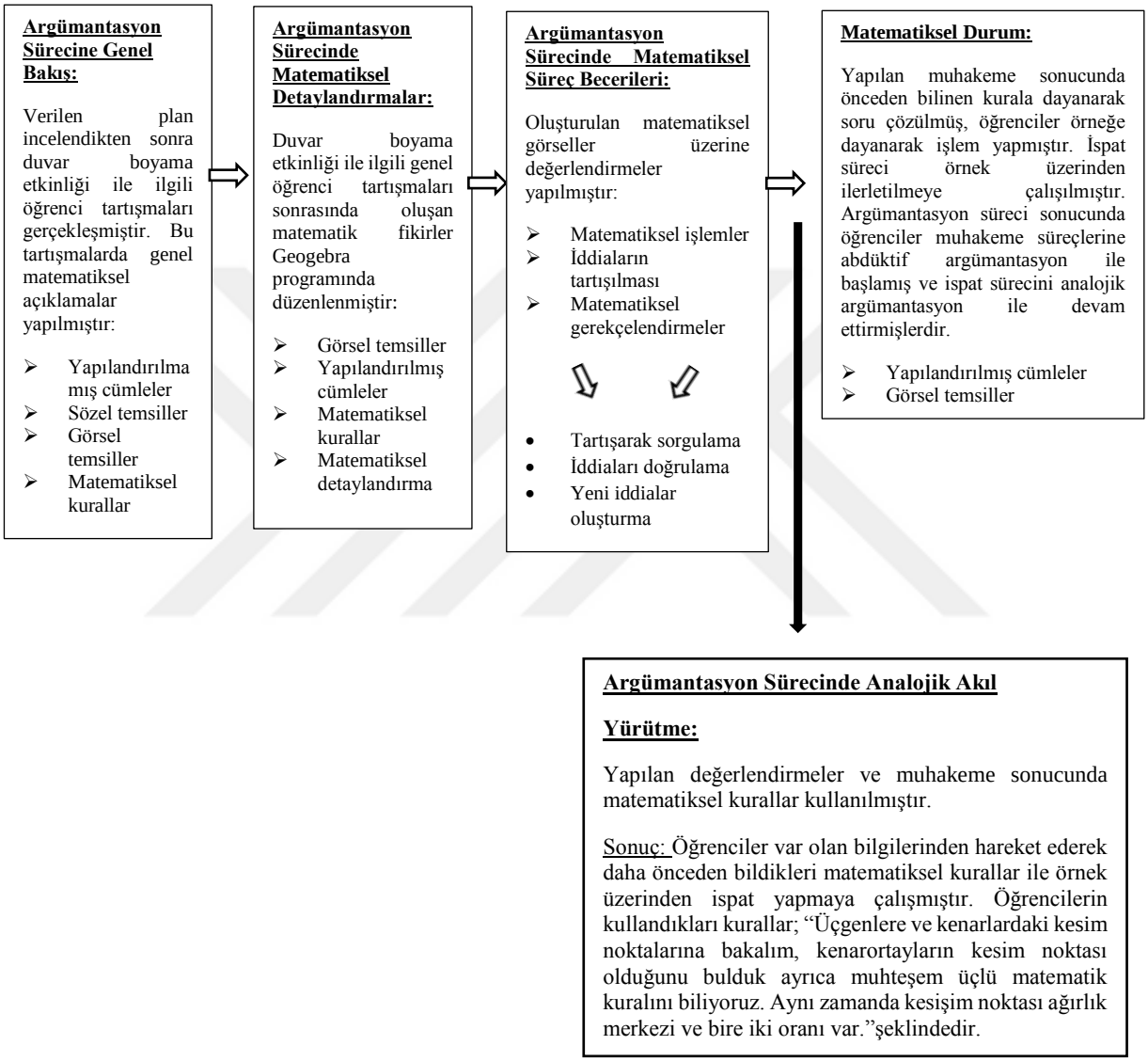
7

Sonlandırıcı rehber desteği

Peki, güzel ilerlediniz. Yaptığınız analizler güzel. Tebrikler.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan IV. planın ürün bölümünde yer alan duvar boyama etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Argümantasyon sürecine başlarken öğrenciler bu tarz soruları daha çok BİLSEM'deki matematik derslerinde çözdüklerini belirtmişlerdir. Öğrenciler ilk olarak soruyu inceleyerek çeşitli matematiksel açıklamalar yapmışlardır. Bu süreçte başlangıçta oluşturdukları matematiksel açıklamaları ifade ederken sözel ve görsel temsilleri kullanmışlardır. Ayrıca açıklama sürecinde matematiksel dil ve notasyonlardan ziyade daha basit bir anlam içeren yapılandırılmamış bir dil kullanmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak

detaylandırmışlardır. Matematiksel detaylandırma sürecinde görsel temsilleri GeoGebra yazılımında düzenleyerek argümanlarını ifade etmişlerdir. Detaylandırmalar yaparken formal ispatları fark ettikleri ama süreçte kullanmadıkları görülmüştür. Bu süreçte daha çok soru kalıbından yola çıkarak matematiksel kuralları kullanmış ve bu kuralları anlamlandırmak için GeoGebra yazılımını kullanmışlardır. Soruyu çözerken ilerleyen aşamalarda matematiksel becerilerini kullanarak matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Öne sürdükleri matematiksel iddialar ve bu kapsamda oluşturdukları gerekçeler arasında mantıklı bir bağ oluşturmaya çalışmışlardır. Öğrenciler argümantasyon süreci sonucunda muhakeme süreçlerine abdüktif argümantasyon ile başlamış ve ispat sürecini analojik argümantasyon ile devam ettirmişlerdir. İspat süreçlerinde benzer örnek ile özelden özele ispat yaparak argümantasyon sürecini dedüktif kanıt aşamasına taşıyamamışlardır.

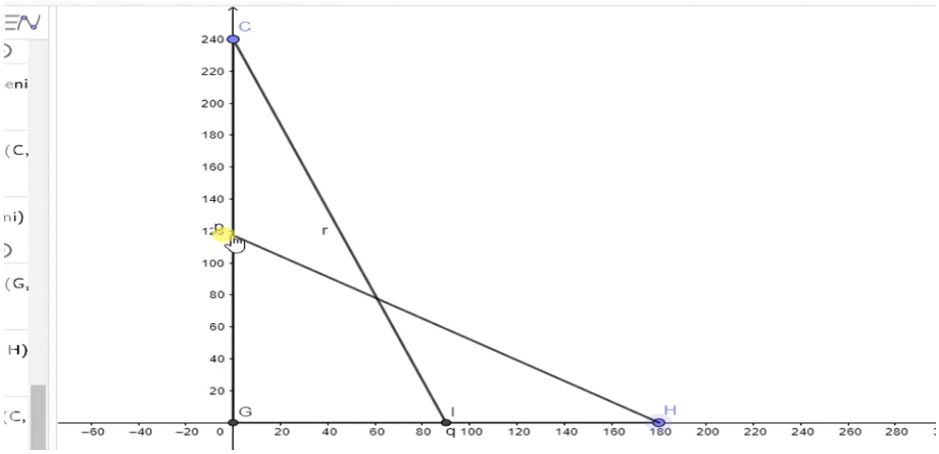
4.2.4.4. Burak ve Murat'ın Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Duvar boyama etkinliğini inceleyin bakalım çocuklar? Fikirlerinizi söyleyin, neler düşünüyorsunuz soru hakkında?

2.(M): Diğer sorular gibi çözmesi güzel hocam. Şimdi boyacının boyamak istediği duvar, yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği bulunan duvar var. Duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven yerleştiriliyor ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven yerleştiriliyor. Şimdi bu merdivenlerin kesişim noktası isteniyor. (Veriler)

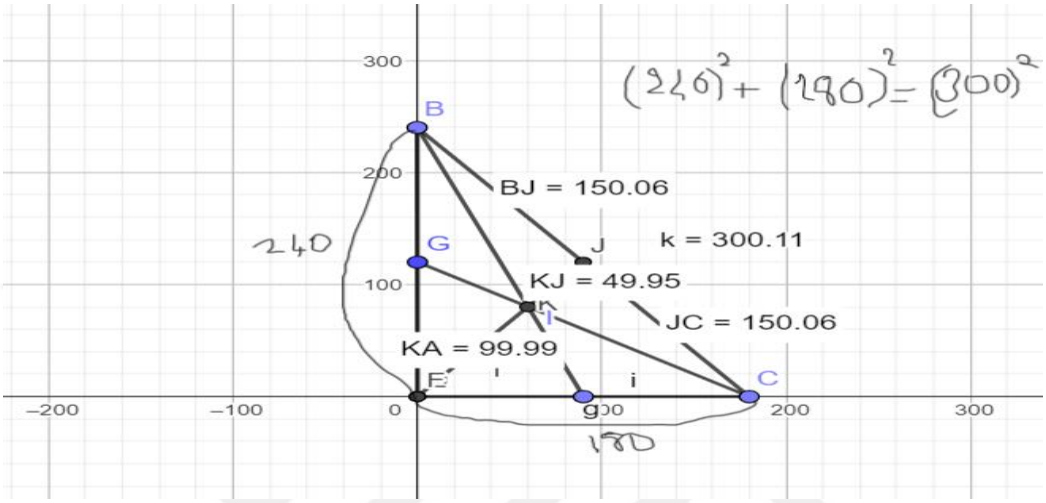
3.(B): Şimdi Murat bak bir taslak çizdim, |AC|=240 cm ,|CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven yerleştirdim ve şöyle gösterdim; (Veriler)



4.(Ö): Taslağınız güzel, peki ne düşünüyorsunuz. (Onay rehber desteği)

5.(M): Şimdi Burak bak bi çizdiğim şekile hep kenarortaylar var ona göre çizdim, biliyoruz kenarortaylar bir noktada kesişir. Yani merdivenlerin kesişme noktası karşı kenara inen kenarortay olacak. Çizimimizi ona göre yaptım. Üçgeni de tamamladım. Pisagor ile karşı kenarı bulmamız lazım. Ayrıca dik üçgende hipotenüse inen kenarortay, kenarın yarısına eşit oluyordu. (İddia)

6. (B): Şimdi bu bilgilerimizin hepsini birleştirip, şekli çizdim bak şimdi Murat;

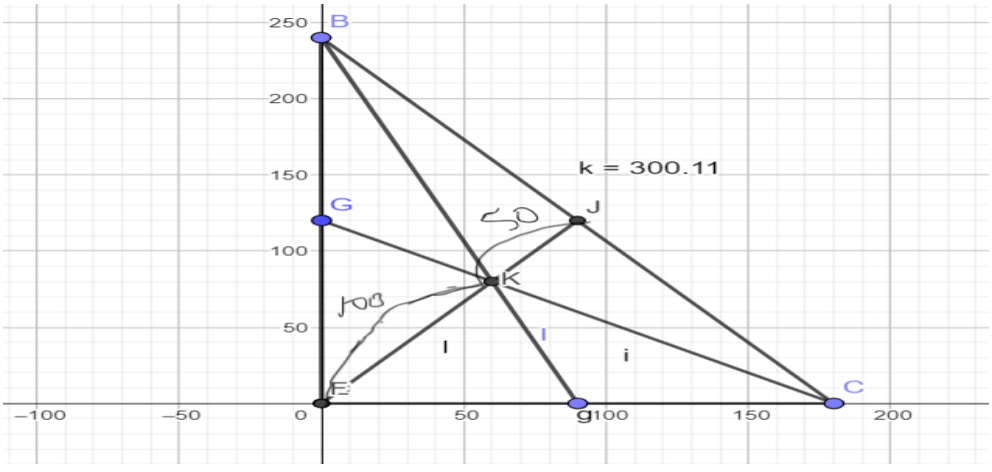


Üçgenlere ve kenarlardaki kesim noktalarına bakalım, kenarortayların kesim noktası olduğunu bulduk ayrıca muhteşem üçlü matematik kuralını biliyoruz. Dolayısıyla kenarortay uzunluğu 150 cm çıkıyor. Sen ne dersin Murat. (Gerekçe)

7.(M): Buradan benim aklıma da geldi derste de işlemiştik ağırlık merkezini de kullanırız ve buna göre hareket ederiz.

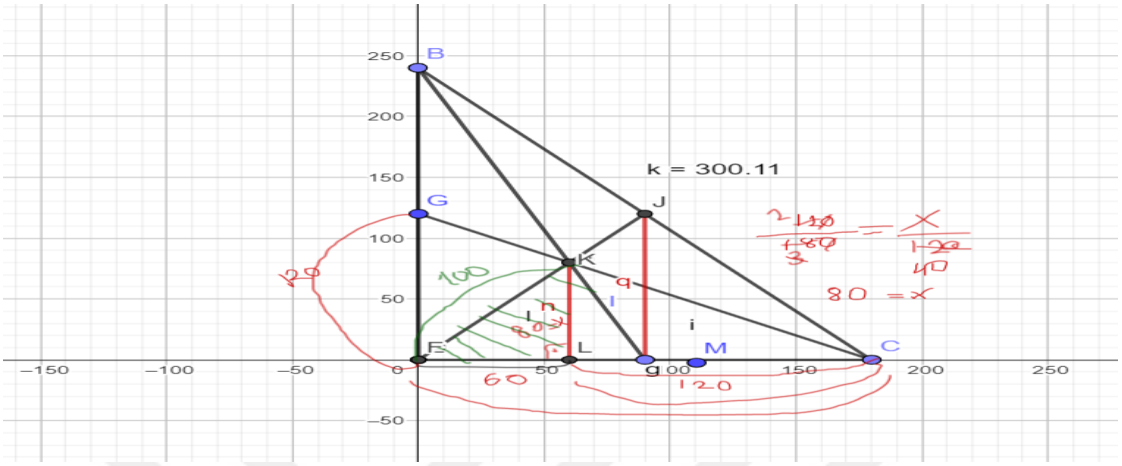
8.(Ö): Güzel bir mantıkla ilerlediniz, sonrasında ne düşünüyorsunuz. (Onay rehber desteği)

9.(M): Şimdi hocam kenarortayların kesişim noktası ağırlık merkezi ve bire iki oranı var. Yani IHFI = 50.IHAI=100 cm çıkıyor. Zaten geogebrada da çözdüğümüz soruda ifade ettik. (Gerekçe)



10.(Ö): Evet güzel düşünmüşsünüz ama uyguladığınız bir matematik kuralı var ve bunun doğruluğunu göstermeniz gerekiyor. (Onay rehber desteği)

11.(B): Zaten bildiğimiz matematik kuralları ama biz Murat ile bu süreçte benzerlik yaparak kolayca ispat ettik, şimdi gösterelim; (Gerekçe)



12.(Ö): Peki güzel ilerlediniz. Yaptığınız analizler güzel. Tebrikler. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar ile analiz edilen tartışmada Murat ve Burak soruyu inceledikten sonra elde ettikleri verileri görsel temsillerle ifade etmişlerdir. Öğrenciler duvar boyama etkinliğin de verilenlere dikkat ederek bu veriler arasında mantıksal bağlantılar kurmaya çalışmışlardır.
- 5. kodda Murat ve Burak oluşturdukları görsel temsiller üzerinde çeşitli değerlendirmeler yaparak tartışmanın temel amacına yönelik iddialarını ortaya koymuşlardır.
- 6., 9. ve 11. kodlar ile analiz edilen tartışmada Murat ve Burak iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koymuşlar ve bu iddialarını gerekçelendirmişlerdir. Öğrenciler iddialarına yönelik gerekçelerini GeoGebra yazılımında oluşturdukları görsel temsiller ile detaylandırmışlardır.
- 11. kodda öğrenciler kullandıkları matematik kurallarını temel benzerlik bilgilerine ve Pisagor bağıntısına dayandırarak matematiksel ifadeler aracılığıyla GeoGebra yazılımında ispatlamaya çalışmışlardır.
- 4., 7. ve 10. kodlar ile analiz edilen tartışmada onay rehber desteği tartışmanın olumlu ilerlediğini ve 12. kodda ise sonlandırıcı rehber desteği ile tartışmanın sonlandırıldığını ifade edilmiştir.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Murat

Boyacının boyamak istediği duvar, yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği bulunan duvar var. Duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven yerleştiriliyor ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven yerleştiriliyor. Şimdi bu merdivenlerin kesişim noktası isteniyor.

1

2

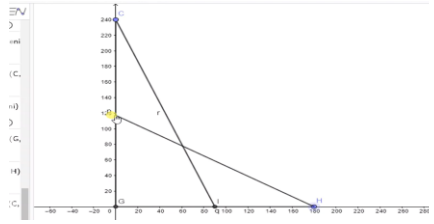
İddia-Murat

Şimdi Burak bak bi çizdiğim şekile hep kenarortaylar var ona göre çizdim, biliyoruz kenarortaylar bir noktada kesişir. Yani merdivenlerin kesişme noktası karşı kenara inen kenarortay olacak. Çizimimizi ona göre yaptım. Üçgeni de tamamladım. Pisagor ile karşı kenarı bulmamız lazım. . Ayrıca dik üçgende hipotenüse inen kenarortay, kenarın varısına esit oluvordu.

4

Veri-Burak

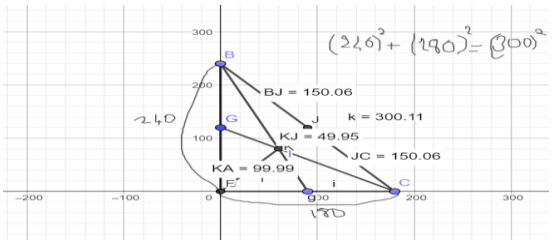
Şimdi Murat bak bir taslak çizdim, |AC|=240 cm ,|CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven yerleştirdim ve şöyle gösterdim;



3

Gerekçe-Burak

Şimdi bu bilgilerimizin hepsini birleştirip, şekli çizmemiz gerekiyor.



Üçgenlere ve kenarlardaki kesim noktalarına bakalım, kenarortayların kesim noktası olduğunu bulduk ayrıca muhteşem üçlü matematik kuralını biliyoruz. Kenarortay

Onay rehber desteği

Taslağınız güzel, peki ne düşünüyorsunuz.

5

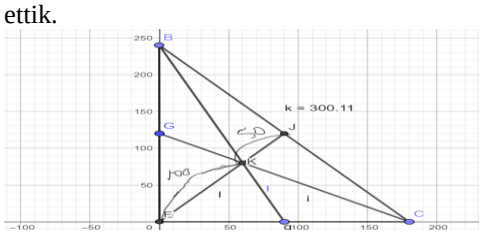
Onay rehber desteği

Güzel bir mantıkla ilerlediniz, sonrasında ne düşünüyorsunuz.

6

Gerekçe-Murat

Şimdi hocam kenarortayların kesişim noktası ağırlık merkezi ve bire iki oranı var. Yani IHFI = 50.IHAI=100 cm çıkıyor. Zaten geogebrada da çözdüğümüz soruda ifade ettik.



7

Onay rehber desteği

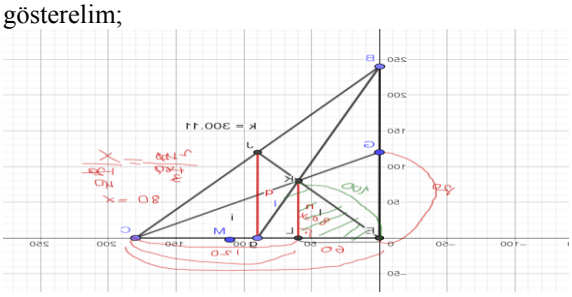
Evet, güzel düşünmüşsünüz ama uyguladığınız bir matematik kuralı var ve bunun doğruluğunu göstermeniz gerekiyor.

8

Devamı; 8

Gerekçe-Burak

Zaten bildiğimiz matematik kurallar ama biz benzerlikle de kolayca ispat edebiliriz, şimdi gösterelim;



9

Sonlandırıcı rehber desteği

Peki, güzel ilerlediniz. Yaptığınız analizler güzel. Tebrikler

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan IV. planın ürün bölümünde yer alan duvar boyama etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:

Argümantasyon Sürecine Genel Bakış:

Verilen plan incelendikten sonra duvar boyama etkinliği ile ilgili öğrenci tartışmaları gerçekleşmiştir. Bu tartışmalarda genel matematiksel açıklamalar yapılmıştır:

- Sözel temsiller
- Görsel temsiller
- Matematiksel kurallar

Argümantasyon Sürecinde Matematiksel Detaylandırmalar:

Duvar boyama etkinliği ile ilgili genel öğrenci tartışmaları sonrasında oluşan matematik fikirler Geogebra programında düzenlenmiştir:

- Görsel temsiller
- Yapılandırılmış cümleler
- Matematiksel kurallar

Argümantasyon Sürecinde Matematiksel Süreç Becerileri:

Oluşturulan matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapılmıştır:

- Matematiksel işlemler
- İddiaların tartışılması
- Matematiksel gerekçelendirmeler

- Tartışarak sorgulama
- İddiaları gerekçelendirme

Argümantasyon Sürecinde Ulaşılan Sonuçlar:

Yapılan değerlendirmeler ve muhakeme sonucunda daha önceden öğrenilen matematiksel kurallar kullanılmıştır. Öğrenciler muhakeme sürecinde kullandıkları abdüktif yapıyı, ispat sürecinde dedüktif yapıya dönüştürmüşlerdir.

- Yapılandırılmış cümleler
- Görsel temsiller
- Sözel temsiller

Argümantasyon Sürecinde Dedüktif Çıkarım:

Yapılan değerlendirmeler sonucunda öğrencilerin matematiksel dil ve notasyonları kullanarak belli bir kalıbı olan daha genel ve bilindik yapıda ispat yoluna gittikleri görülmüştür.

Sonuç: Öğrenciler matematiksel kurala ulaşırken genellemeyi ifade etmek için bilindik kalıpları ve örnekleri kullanarak ispatlamaya çalışmışlardır. Ulaştıkları genelleme şu şekildedir; "kenarortaylar bir noktada kesişir. Ayrıca dik üçgende hipotenüse inen kenarortay, kenarın yarısına eşit oluyordu."

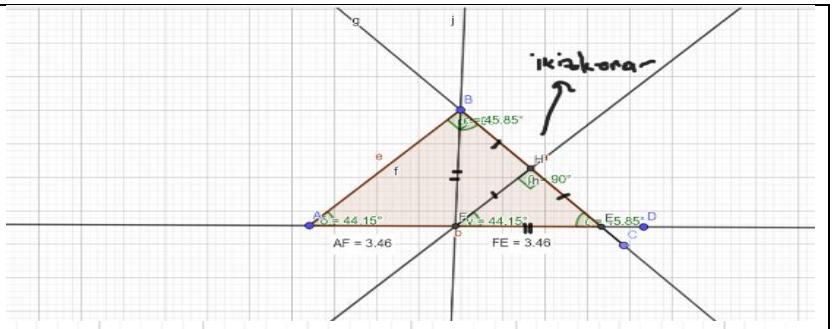
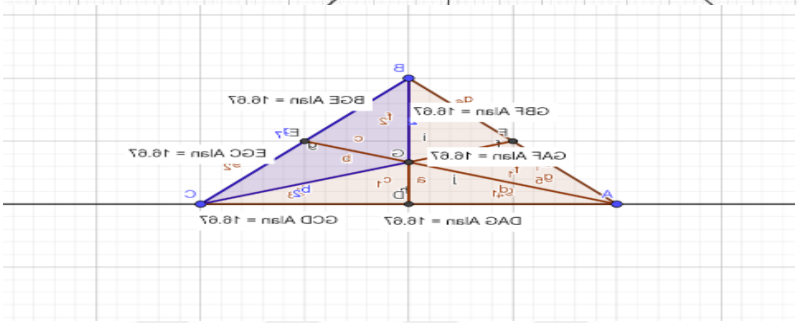
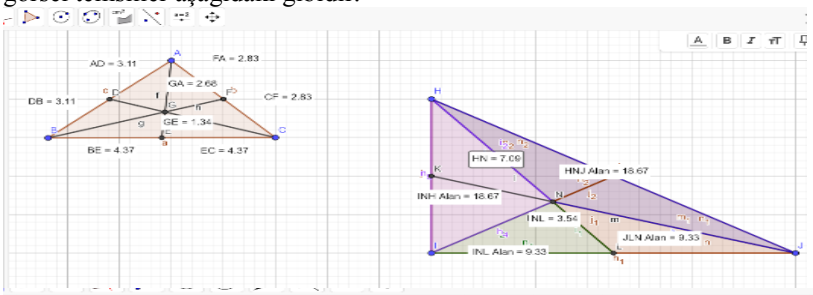
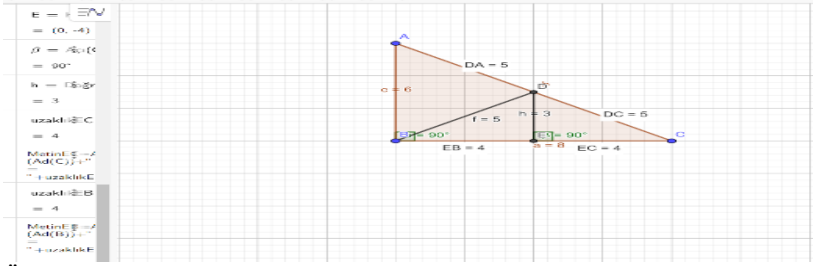
Argümantasyon sürecinde öğrenciler soruyu inceledikten sonra çeşitli veriler elde etmişlerdir. Bu veriler ile sorunun çözümüne yönelik matematiksel açıklamalar yapmışlardır. Bu süreçte öğrenciler başlangıçta oluşturdukları matematiksel açıklamaları ifade ederken genelde sözel temsiller, görsel temsiller ve matematiksel kurallar kullanmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Soruyu detaylandırırken GeoGebra yazılımında oluşturdukları görseller ile matematiksel kurallar arasında mantıksal ilişkiler kurmuşlardır. Fakat bu süreçte soru kalıbından yola çıkarak daha önceden bildikleri kuralları kullanmış ve matematiksel kuralları anlamlandıramaya çalışmışlardır. Tartışma sürecinde matematiksel becerilerini kullanarak matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Öğrenciler çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş ve matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Öğrencilerin muhakeme sürecinde kullandıkları abdüktif yapıyı, ispat sürecinde dedüktif yapıya dönüştürdükleri görülmüştür. Yapılan değerlendirmeler ve muhakeme sonucunda öğrenciler referans ve argümanlarından yola çıkarak kullandıkları matematiksel kuralları ispatlamaya çalışmışlardır. Ulaştıkları kural , "kenarortaylar bir noktada kesişir. Ayrıca dik üçgende hipotenüse inen kenarortay, kenarın yarısına eşit oluyordu."şeklindedir.

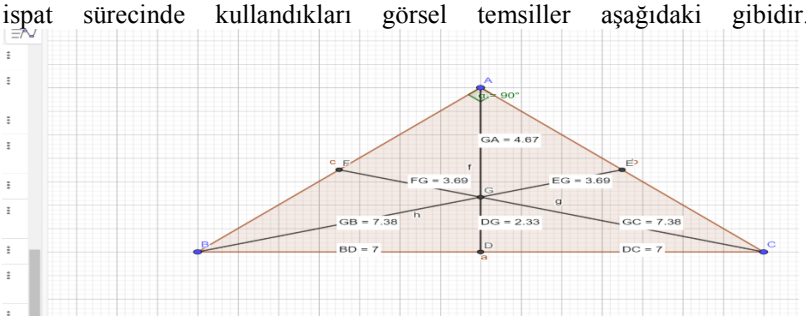
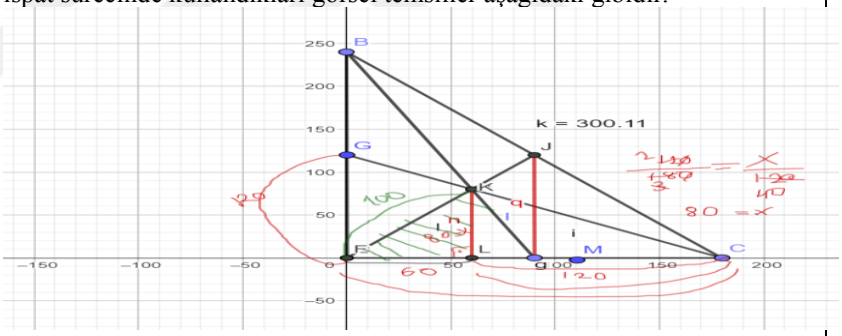
4.2.4.5. Dördüncü Probleme İlişkin (Duvar Boyama) İspat Süreci Analiz Basamakları: Öğrencilere yönelik hazırlanan IV. planın ürün bölümünde yer alan Duvar Boyama etkinliğine ilişkin ispat süreci analiz basamakları Tablo 28'de gösterilmiştir.

Tablo 28

Dördüncü Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları

İspat Basamakları	**Katılımcılar**	**Örnek ifadeler**
IV. Aşama: Bütünleştirici (Kombinasyonel) Düşünme (Integrative (Combinational) Thinking)	Fırat & Okan	Öğrenciler ;" Şimdi üçgenlere ve kenarlardaki kesim noktalarına bakalım, ben F noktasının kenarortayların kesim noktası olduğunu düşünüyorum ayrıca dik üçgende hipotenüse inen kenarortay da kenarı ikiye böler ve kenarortayda kenarın yarı uzunluğuna eşit olur. Aynı zamanda F noktası ağırlık merkezi ve bire iki oranı var."şeklinde kullandıkları matematik kuralını benzerlik ve alan-kenar ilişkisi yöntemiyle ispatlamaya çalışmışlardır. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıdaki gibidir.

		  Yapılan muhakeme sonucunda abdüktif akıl yürütme ile işe başlanıp ispat süreçlerine dedüktif akıl yürütme ile devam edilerek süreç yapılandırılmış ve Geogebra programı kullanılarak ispatlar ifade edilmiştir. Bu süreçte öğrenciler GeoGebra dinamik geometri programında oluşturdukları görseller ile matematiksel kurallar arasında bir geçiş yapmaya çalışmışlardır. Ayrıca gerekli olan yerlerde daha önceden bildikleri matematiksel kuralları görseller üzerinde uygulayarak ispatlamış ve güvenilir kaynaklardan gördükleri belli bir kalıbı olan daha genel ve bilindik yapıda ispat yoluna gitmişlerdir.
IV. Aşama: Bütünleştirici (Kombinasyonel) Düşünme (Integrative (Combinational) Thinking)	Emre & Ali	Öğrenciler "Evet üçgeni incelediğimizde hepsi kenarortay oluyor, kenarortayların kesim noktası ağırlık merkezi oluyor. Ağırlık merkezinde bire iki oranı var, GeoGebra dinamik geometri programında çizelim birkaç tane örnek; bu örneklerde üçgen çizebiliriz ve bu üçgenlerin kenarlarını ölçtüğümüzde çıkar ayrıca alan taban oranından da çıkarırız. " şeklinde düşüncelerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıdaki gibidir.   Öğrenciler tarafından yapılan muhakeme sonucunda ulaşılan kural, pisagor ve alan-kenar ilişkisi kullanılarak ispatlanmaya çalışılmıştır. Bu süreçte öğrenciler GeoGebra dinamik geometri programında oluşturdukları görseller ile matematiksel kurallar arasında bir geçiş yapmaya çalışmışlardır. Öğrenciler abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini dedüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Ayrıca gerekli olan yerlerde daha

		önceden bildikleri matematiksel kuralları görseller üzerinde uygulayarak ispatlamış ve güvenilir kaynaklardan gördükleri belli bir kalıbı olan daha genel ve bilindik yapıda ispat yoluna gitmişlerdir.
II. Aşama: Analojik Düşünce (Analogical Thinking)	Nil & Selim	Öğrenciler ; "Üçgenlere ve kenarlardaki kesim noktalarına bakalım, kenarortayların kesim noktası olduğunu bulduk ayrıca muhteşem üçlü matematik kuralını biliyoruz. Aynı zamanda kesişim noktası ağırlık merkezi ve bire iki oranı var." şeklinde düşüncelerini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıdaki gibidir.  Öğrenciler var olan bilgilerinden hareket ederek daha önceden bildikleri matematiksel kurallar ile örnek üzerinden özelden özele ispat yapmaya çalışmışlardır. Argümantasyon süreci sonucunda öğrenciler muhakeme süreçlerine abdüktif argümantasyon ile başlamış ve ispat sürecini analojik argümantasyon ile devam ettirmişlerdir.
IV. Aşama: Bütünleştirici (Kombinasyonel) Düşünme (Integrative (Combinational) Thinking)	Burak & Murat	Öğrenciler "Kenarortaylar bir noktada kesişir. Yani merdivenlerin kesişme noktası karşı kenara inen kenarortay olacak. Pisagor ile karşı kenarı bulmamız lazım. Ayrıca dik üçgende hipotenüse inen kenarortay, kenarın yarısına eşit oluyordu." şekinde düşüncelerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıdaki gibidir.  Yapılan muhakeme ve ispat süreci sonucunda daha önceden öğrenilen matematiksel kurallar kullanılmıştır. Öğrenciler muhakeme sürecinde kullandıkları abdüktif yapıyı, ispat sürecinde dedüktif yapıya dönüştürmüşlerdir. Öğrenciler gerekli olan yerlerde daha önceden bildikleri matematiksel kuralları görseller üzerinde uygulayarak ispatlamış ve güvenilir kaynaklardan gördükleri belli bir kalıbı olan daha genel ve bilindik yapıda ispat yoluna gitmişlerdir.

Beşinci probleme ilişkin ispat süreci analiz basamakları incelendiğinde üç öğrenci grubunun bütünleştirici ve bir öğrenci grubunun ise analitik düşünme basamağında ispat yaptıkları görülmüştür.

4.2.5. Beşinci Probleme İlişkin (Masa Lambası) Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci:

Problem: Masa Lambası Etkinliği

Masa Lambası etkinliği ile trigonometrik oranları kullanarak gerçek hayat problemlerini çözebilmesi hedeflenmektedir.

Sare, sulu boya çalışmalarında daha iyi açıdan ışık alabilmek için bir masa lambası alıyor. Aşağıdaki 1. Şekil 'de masa lambası INMI = IMTI= 10 cm olacak şekilde iki kol, bu kollar arasında M noktasında üst kolun dönmesini sağlayan bir dirsek ve T noktasında bulunan T, M ve N noktalarının bulunduğu düzlemde hareket edebilen dairesel başlıklı lambadan oluşmaktadır.

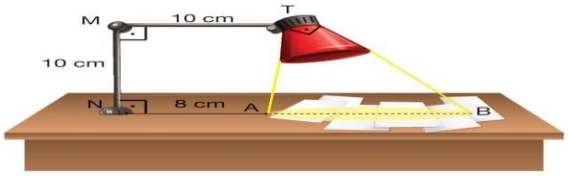
Masa lambası N noktasından masaya dik bir şekilde yerleştirilmiştir. T noktasından çıkan ışığın masada aydınlattığı alan içindeki en büyük uzunluk IAB I, m (ATB) = 90^c, N, A ve B noktaları doğrusal ve T noktasında bulunan lambanın yüksekliği her seferinde NB doğrusu üzerine düşmektedir.

Sare, masa lambasının duruşunu çeşitli şekillerde ayarlayarak aşağıdaki gibi üç farklı durumda masasını aydınlatıyor.

Görsel 4

Masa Lambası Etkinliği

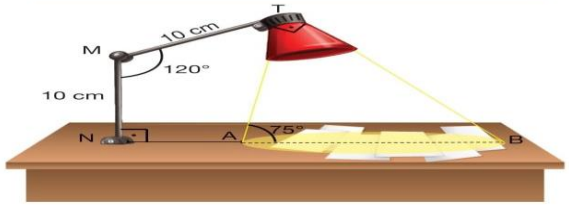
1. Şekil



I. durumda Sare masa lambasını
- $m(\widehat{NMT}) = 90°$ *ve*
- $|NA| = 8$ *cm*

olacak şekilde ayarlıyor.

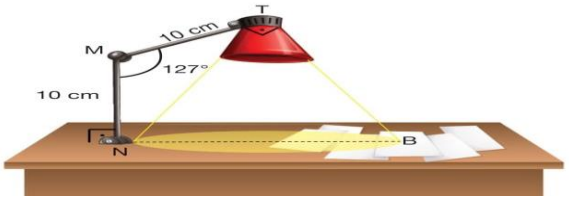
2. Şekil



II. durumda Sare masa lambasını
- $m(\widehat{NMT}) = 120°$ *ve*
- $m(\widehat{TAB}) = 75°$

olacak şekilde ayarlıyor.

3. Şekil



III. durumda Sare masa lambasını
- $m(\widehat{NMT}) = 127°$ *ve*
- N *ile* A *noktaları çakışacak*

şekilde ayarlıyor.
$(\sin 53° \approx \frac{4}{5})$.

Sare'nin ayarladığı masa lambasının yukarıda verilen üç farklı durumu için,

• T noktasının masadan yüksekliği sırasıyla $h_{1,}$ $_{h2}$ ve h_3;

• Lambanın ışığının masada aydınlattığı yatay mesafenin uzunluğu IAB I sırasıyla L1, L2 ve L3 tür. Yukarıda verilen görsellere ve bilgilere göre aşağıda yer alan soruları cevaplayınız.

① 1. Tablo'ya masa lambasının üç farklı durumu için h_1, h_2 ve h_3 yüksekliklerini yazınız.

1. Tablo

Yükseklik	h_1	h_2	h_3
Uzunluk (cm)			

② 2. Tablo'ya masa lambasının üç farklı durumu için L_1, L_2 ve L_3 uzunluklarını yazınız.

2. Tablo

	L_1	L_2	L_3
Uzunluk (cm)			

4.2.5.1. Fırat ve Okan'un Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Evet çocuklar masa lambası etkinliğimiz var, siz bu soru hakkında ne düşünüyorsunuz? Nasıl çözebiliriz? Daha önce karşılaştığınız sorulara benziyor mu? GeoGebra dinamik geometri programında rahat çözebilir misiniz?

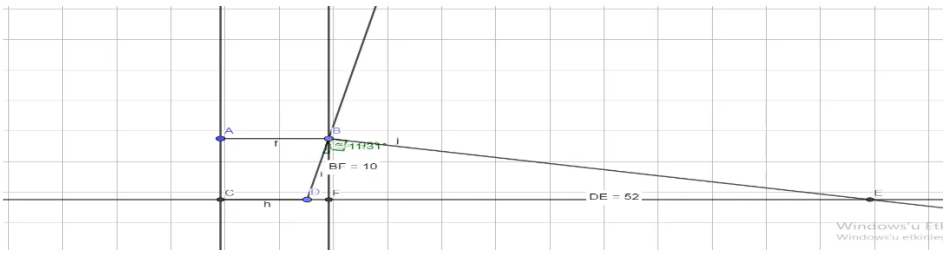
2.(F): Hocam çok güzel farklı bir soru daha önce karşılaşmadım ayrıca ben GeoGebra dinamik geometri programında çözmeyi seviyorum. Öncelikle hocam burada masa lambasının belli açılarda kolları hareket edilerek çeşitli açılarda verilmiş. Şimdi öncelikle INMI = IMTI= 10 cm olacak şekilde iki kol, biri sabit diğeri hareket edecek şekilde fraklı açılarda kol hareket ettiriliyor. (Veriler)

3.(O): Hocam değişik bir soru olmuş yeni karşılaştığım soru tiplerinden, GeoGebra dinamik geometri programında çok iyi olmasam da Fırat ile çözebiliyorum. Evet, bu süreçte her defasında yükseklik ve lambanın aydınlattığı uzunluğu istiyor. İlk lambadan başlayalım. (Veriler)

4.(Ö): Evet soruyu doğru anlamışsınız, şimdi nasıl ilerleyeceksiniz. (Onay rehber desteği)

5.(F): Tamam şimdi ilkini hemen GeoGebra dinamik geometri programında çizelim, böylece burada yüksekliği çizdikten sonra, Pisagor uygulayacağız ve kolayca istenenleri bulacağız. (İddia)

6. (O): Çok haklısın Fırat o zaman çizelim ve bakalım nasıl olacak. Şimdi çizmeye başlayalım bence, şöyle çizdim sende bak istersen:

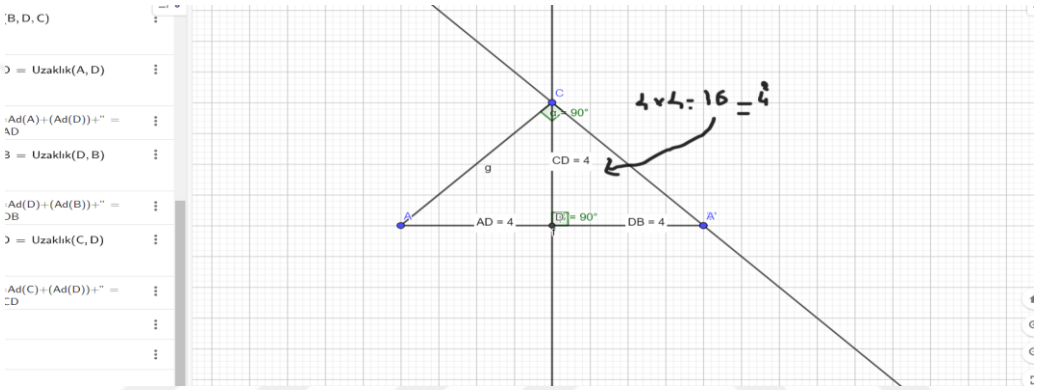


Şimdi yükseklik, IBFI=10 cm çıkar, IABI=10 cm ve ICDI=8 cm olup IDFI=2cm oluyor. Şimdi matematiksel bir kural vardı, dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir. Bu özelliği kullanabiliriz yani 10^2 =2.IFEI buradan IFEI=50 çıkar, dolayısıyla IDEI=52 olur. (Gerekçe)

7.(F): Evet bence de doğru bu kuralın sadece bu soru için olmadığını göstermemiz lazım. (Sınırlandıran)

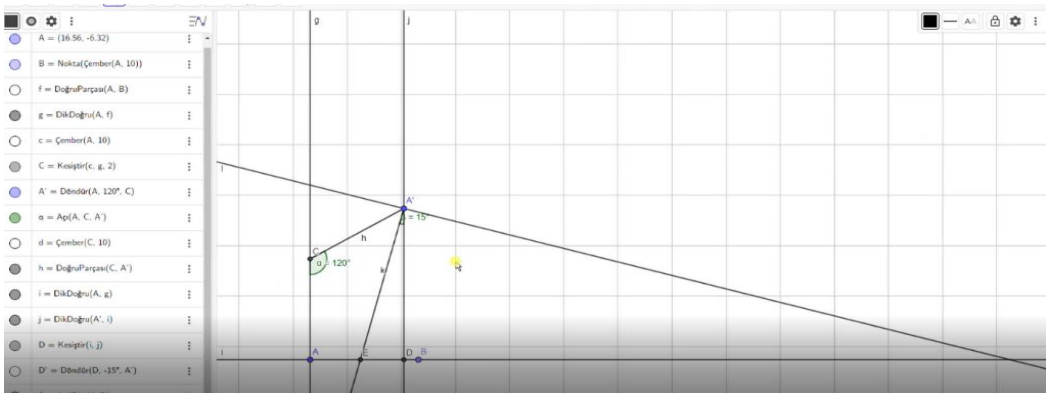
8.(Ö): Evet şimdi böyle bir kural var, dik üçgende özel bağıntılardan ama şimdi bana nasıl bu kural doğru olur göstermeniz lazım. (Referans rehber desteği)

9.(F): Başka örneklerde deneyebiliriz bence hemen deneyelim hocam. Bir üçgen çizip hemen gösterelim. Bir sürü örnekle ispat ederiz zaten. (İddia)

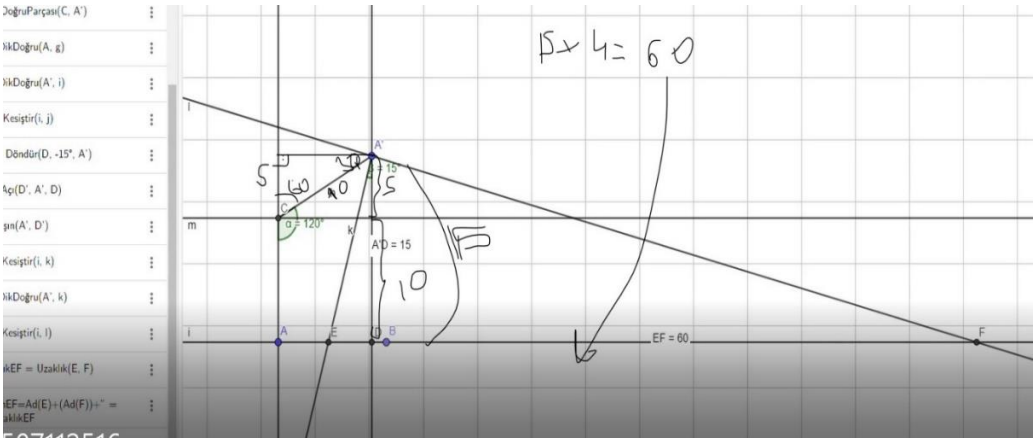


10.(Ö): Örneklerden hareket ediyorsunuz yani doğru bir yöntem ama farklı yöntemlerde var biliyorsunuz. Peki devam edelim. (Onay rehber desteği)

11.(O): Fırat çok doğru söylüyor şimdi diğer soruyu çizelim bence. Ben şöyle çizdim en azından soruyu anladığımı düşünüyorum. Çizimimiz aşağıda. (Veriler)

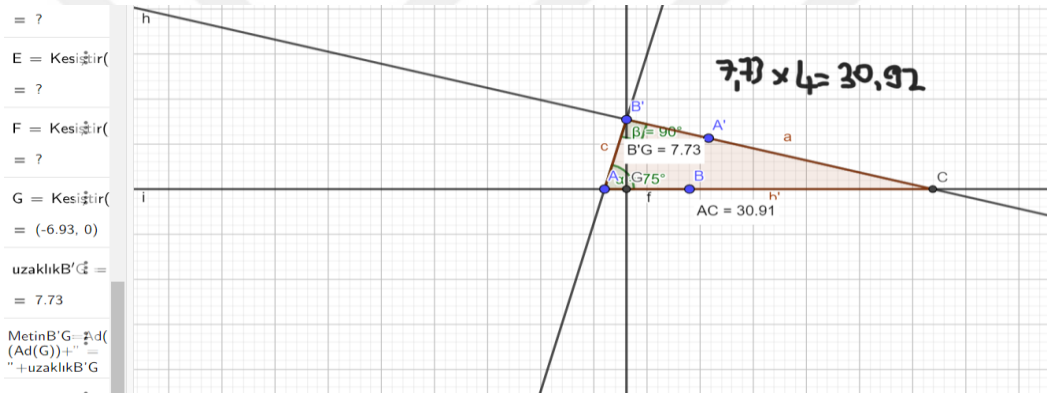


12.(F): Çizimimiz soruyu yansıtıyor bence de, evet şimdi değerleri yerleştirip, çözüm yapalım. Şimdi önce yüksekliği bulmak için yan tarafta üst kısımdan 90-60-30 üçgeni çizdim ve yüksekliği 15 buldum, ayrıca 90-15-75 üçgeninden ise yüksekliğin 4 katı taban oluyordu onu yaptım. Sonuç 60 çıktı. (Gerekçe)



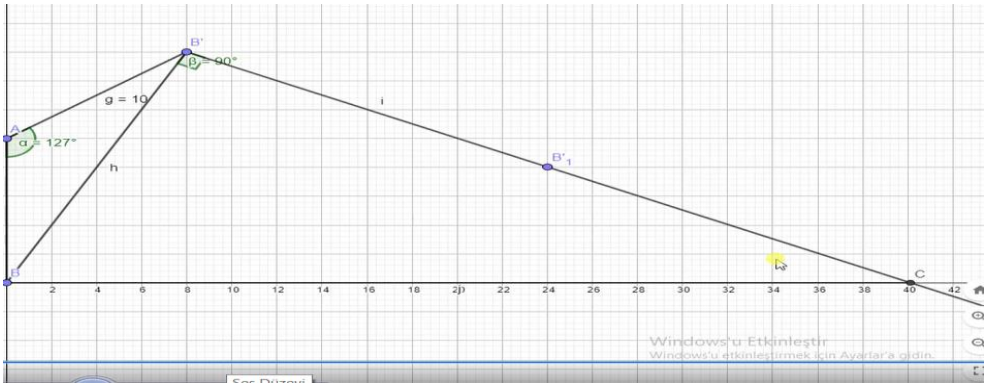
13.(Ö): Evet çok güzel ilerliyorsunuz, evet doğru bir matematik kuralı uyguladınız. Bu matematik kuralı hakkında bir fikriniz var mı, neden böyle.(Referans rehber desteği)

14.(O): Hocam o kadar ayrıntılı bilmiyorum ama örneklerle yine gösterebilirim. Bir üçgen çizip hemen gösterelim. Örneğin : (İddia)



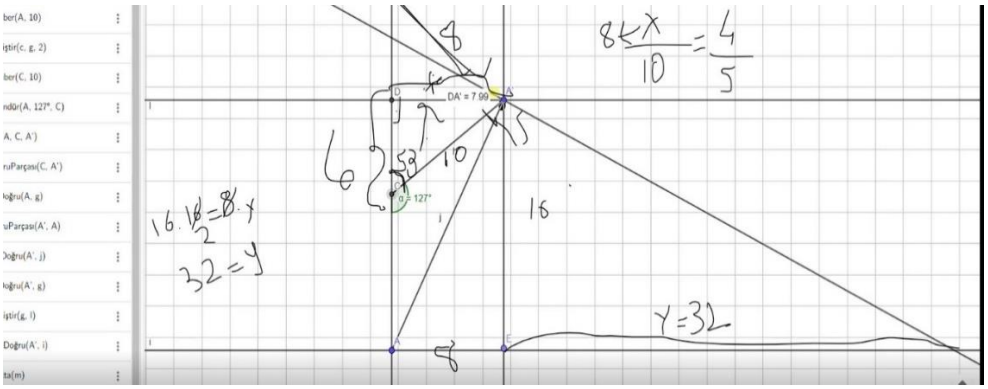
15.(Ö): Evet örneklerle göstermeyi tercih ediyorsunuz, yine de çiziminiz çok iyi. (Onay rehber desteği)

16. (F): Biz şimdi son soruya bir bakalım. Onu hemen çizelim geogebrada, verileri geogebrada görsele dökelim. (Veriler)



17.(O): Evet çizimimiz çok uydu şimdi muhtemelen 127^0 'yi kullanacağız. Soruda $\sin 53^0 = 4/5$ ifadesini kullanacağız. Şimdi şu üst kısımdan yine üçgen oluşturalım. Orada 6-8-10 üçgeni var

ve yükseklik=16 çıkıyor. Diğer yandan da yüksekliğin hipotenüstü ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir. Yani taban uzunluğu =40 çıkar. (Gerekçe)



18.(Ö): Bence çok güzel ilerlediniz. Tebrikler. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2., 3., 11. ve 16. kodla analiz edilen tartışmada Okan ve Fırat inceledikleri soruya yönelik çeşitli veriler ileri sürmüşlerdir. Öğrenciler elde ettiği bu verileri GeoGebra yazılımı aracılığıyla görsele temsil ile ifade etmeye çalışmışlardır. Böylece bu veriler aracılığıyla tartışma zemini oluşturulmaya başlanmıştır.
- 5., 9. ve 14. kodla analiz edilen tartışmada Okan ve Fırat inceledikleri sorunun çözümüne yönelik iddialarını ortaya koymuşlardır.
- 6. ,12. ve 17. kodla analiz edilen tartışmada Okan ve Fırat iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koyarak gerekçelerini ifade etmişlerdir. Öğrenciler iddiaların nedenlerini, kendi ulaştıkları sonuçları savunmak için GeoGebra' da oluşturdukları çözüm yöntemleri ile açıklama yapmışlardır.
- 4., 10. ve 15. kodla analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere tartışma sürecinin olması gerektiği gibi ilerlediğini ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 8. ve 13. kodlar ile analiz edilen tartışmada ise öğretmen, öğrencilere kullandıkları matematik kurallarının doğru olduğunu ifade ederek referans rehber desteği vermiştir.
- 7. kodda ise Fırat; kullandıkları matematik kuralının sadece bu soru için geçerli olabileceğini belirterek sınırlı olabileceğini ifade etmiştir.
- 18. kodda ise "Bence çok güzel ilerlediniz. Tebrikler." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Okan

Evet, bu süreçte her defasında yükseklik ve lambanın aydınlattığı uzunluğu istiyor. İlk lambadan başlayalım.

1

İddia-Fırat

Tamam, şimdi ilkini hemen geogebrada çizelim, böylece burada yüksekliği çizdikten sonra, Pisagor uygulayacağız ve kolayca istenenleri bulacağız.

2

Veri-Fırat

Öncelikle hocam burada masa lambasının belli açılarda kolları hareket edilerek çeşitli açılarda verilmiş. Şimdi öncelikle INMI = IMTI= 10 cm olacak şekilde iki kol, biri sabit diğeri hareket edecek şekilde fraklı açılarda kol hareket ettiriliyor.

3

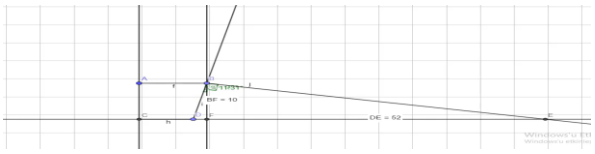
Onay rehber desteği

Evet, soruyu doğru anlamışsınız, şimdi nasıl ilerleyeceksiniz.

4

Gerekçe-Okan

Çok haklısın Fırat o zaman çizelim ve bakalım nasıl olacak. Şimdi çizmeye başlayalım bence, şöyle çizdim sende bak istersen:



Şimdi yükseklik, IBFI=10 cm çıkar, IABI=10 cm ve ICDI=8 cm olup IDFI=2cm oluyor. Şimdi matematiksel bir kural vardı, dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir. Bu özelliği kullanabiliriz yani 10^2 =2.IFEI buradan IFEI=50 çıkar, dolayısıyla IDEI=52 olur.

5

Sınırlandıran-Fırat

Evet, bence de doğru bu kuralın sadece bu soru için olmadığını göstermemiz lazım.

6

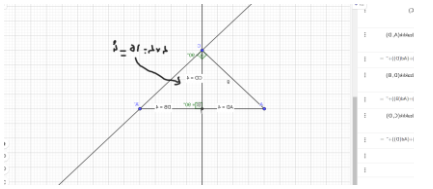
Onay rehber desteği

Evet, şimdi böyle bir kural var, dik üçgende özel bağıntılardan ama şimdi bana nasıl bu kural doğru olur göstermeniz lazım.

7

İddia-Fırat

Başka örneklerde deneyebiliriz bence hemen deneyelim hocam. Bir üçgen çizip hemen gösterelim. Bir sürü örnekle ispat ederiz zaten.



8

Onay rehber desteği

Örneklerden hareket ediyorsunuz yani doğru bir yöntem ama farklı yöntemlerde var biliyorsunuz. Peki devam edelim.

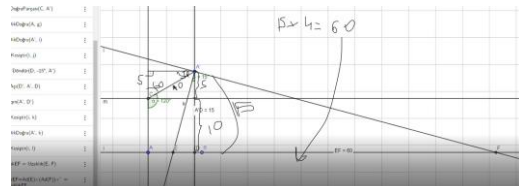
9

Devamı;

9

Gerekçe-Fırat

Çizimimiz soruyu yansıtıyor bence de, evet şimdi değerleri yerleştirip, çözüm yapalım. Şimdi önce yüksekliği bulmak için yan tarafta üst kısımdan 90-60-30 üçgeni çizdim ve yüksekliği 15 buldum, ayrıca 90-15-75 üçgeninden ise yüksekliğin 4 katı taban oluyordu onu yaptım. Sonuç 60 çıktı.



11

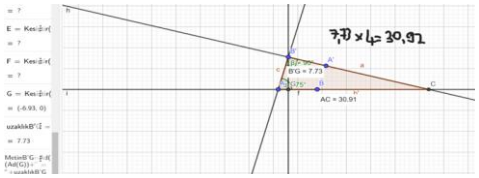
Referans rehber desteği

Evet, çok güzel ilerliyorsunuz, evet doğru bir matematik kuralı uyguladınız. Bu matematik kuralı hakkında bir fikriniz var mı, neden böyle?

12

İddia-Okan

Hocam o kadar ayrıntılı bilmiyorum ama örneklerle yine gösterebilirim. Bir üçgen çizip hemen gösterelim. Örneğin:



13

Onay rehber desteği

Evet, örneklerle göstermeyi tercih ediyorsunuz, yine de iziminiz cok iyi.

14

Veriler-Fırat

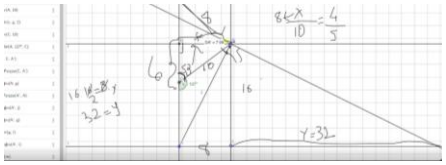
Biz şimdi son soruya bir bakalım. Onu hemen çizelim geogebrada, verileri görsele dökelim.



15

Gerekçe-Okan

Evet, çizimimiz çok uydu şimdi muhtemelen 127^0 'yi kullanacağız. Soruda $\sin 53^0 = 4/5$ ifadesini kullanacağız. Şimdi şu üst kısımdan yine üçgen oluşturalım. Orada 6-8-10 üçgeni var ve yükseklik=16 çıkıyor. Diğer yandan da yüksekliğin hipotenüstü ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir. Yani taban uzunluğu =40 çıkar.



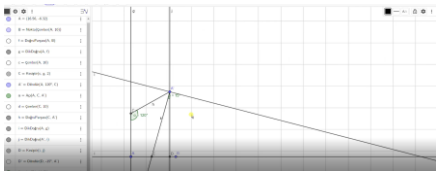
16

Sonlandırıcı rehber desteği

Bence çok güzel ilerlediniz. Tebrikler.

Veriler-Okan

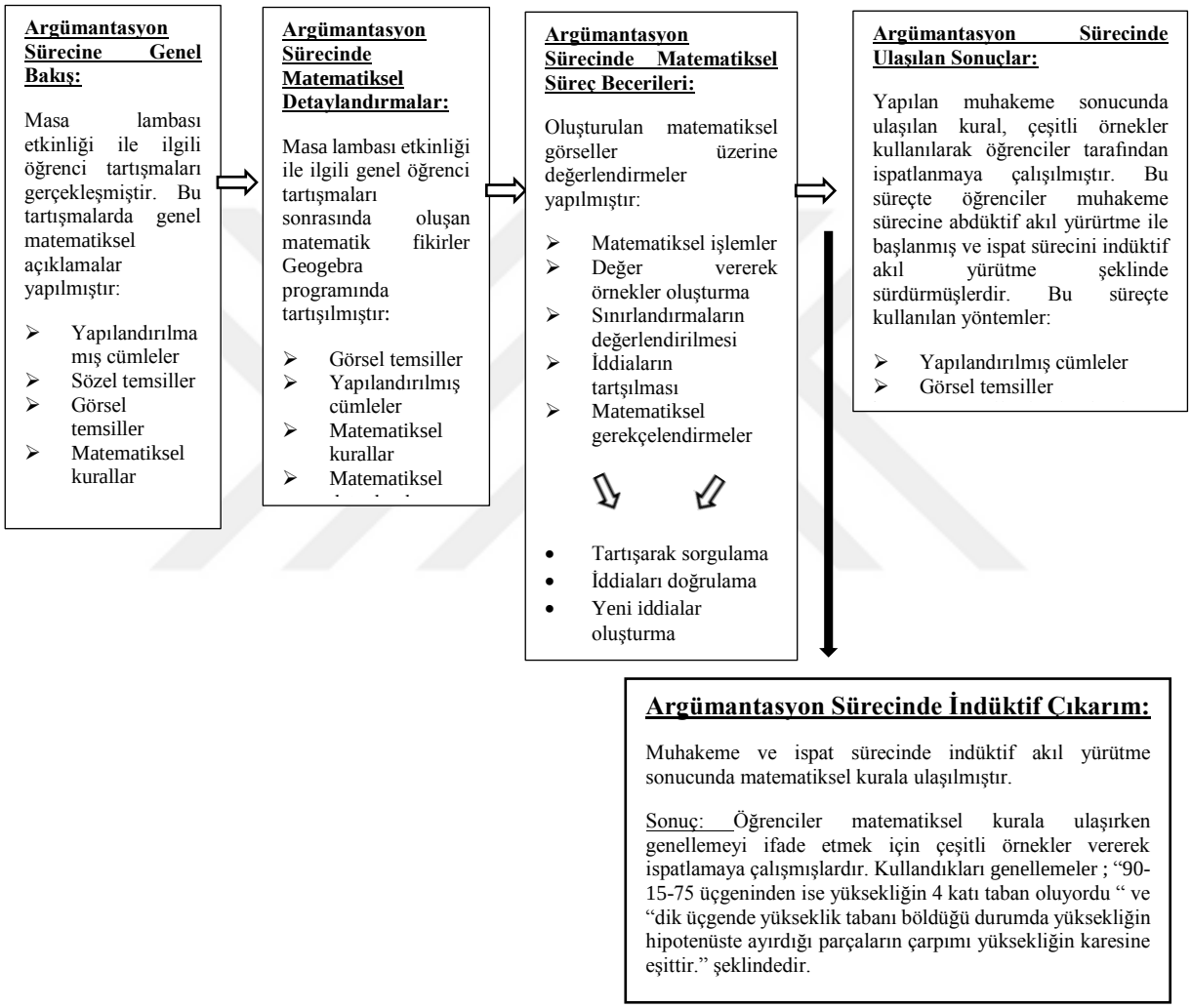
Fırat çok doğru söylüyor şimdi diğer soruyu çizelim bence. Ben şöyle çizdim en azından soruyu anladığımı düşünüyorum. Çizimimiz aşağıda.



10

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan V.planın ürün bölümünde yer alan masa lambası etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Argümantasyon sürecinde öğrenciler bu tarz sorulara çok sık denk gelmediklerini belirtmişlerdir. Sonrasında argümantasyon süreci devam ederken soru hakkında genel fikirlerini matematiksel açıklamalar ile ifade etmişlerdir. Bunu yaparken de sözel ve görsel temsilleri kullanmışlardır. Özellikle matematiksel açıklamalar ve görsel temsillerle soruyu anlamaya çalışmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte öğrenciler GeoGebra yazılımında oluşturdukları görsel temsillerle fikirlerini anlamlandırmak için yapılandırılmış cümleler kullanmışlardır. Ayrıca daha önceden bildikleri

matematiksel kuralları uygulamışlardır. Argümantasyon sürecinde matematiksel süreç becerileri kapsamında matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yaparken daha çok matematiksel kuralları ve işlemleri kullanmışlardır. Ayrıca matematiksel becerileri kapsamında değer vererek örnekler oluşturmuş, sınırlandırmaları değerlendirmiş bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Bu süreçte öğrenciler tartışarak çeşitli sorgulamalar yapmışlardır. Ayrıca ifadelerini matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler muhakeme sonucunda kullandıkları matematik kuralını ispatlamaya çalışmışlardır. İspat yaparken çeşitli örnekler kullanarak muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Ulaştıkları kuralları ifade ederken matematiksel dil ve notasyon kullanımında eksiklikler olduğu görülmüştür. Bunun sonucunda ulaştıkları kural; "90-15-75 üçgeninden ise yüksekliğin 4 katı taban oluyordu " ve "dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir." şeklindedir**.**

4.2.5.2. Emre ve Ali'nin Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Masa lambası etkinliğini incelediniz mi çocuklar, ne düşünüyorsunuz soru hakkında?

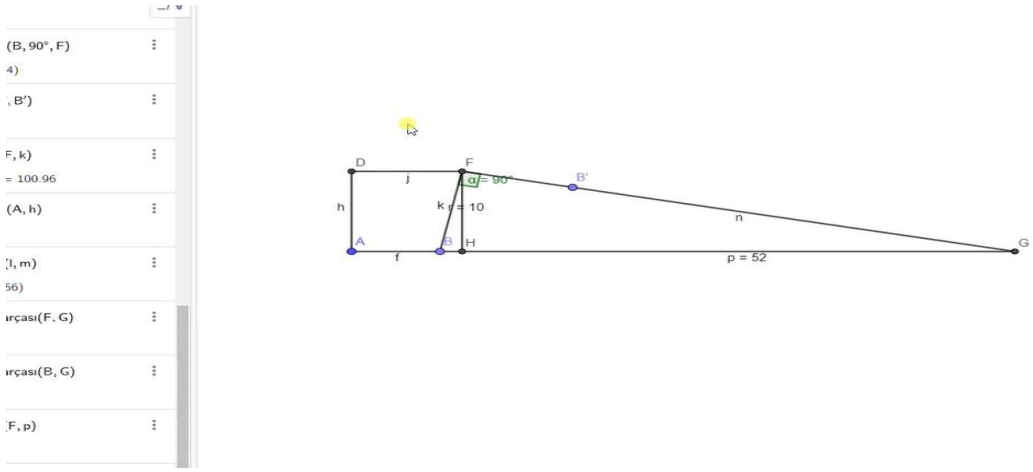
2.(A): Değişik bir soru, güzelmiş hocam. BİLSEM'de çözdüğümüz sorulara benziyor. Öncelikle hocam burada masa lambası etkinliği ile çeşitli açılarda üç farklı görünüm var. INMI = IMTI= 10 cm olacak şekilde iki kol, biri sabit diğeri hareket edecek şekilde fraklı açılarda kol hareket ettiriliyor. (Veriler)

3.(E): Evet daha önce BİLSEM'de çözdüğümüz sorulardan. Evet bu süreçte her defasında yükseklik ve lambanın aydınlattığı uzunluğu istiyor. N noktasından masaya dik bir şekilde yerleştirilmiş bir lamba var ve farklı açılarla yüksekliği ve aydınlattığı alan değişiyor. Lambada sürekli m (ATB) = 90^c oluyor. (Veriler)

4.(Ö): Evet güzel soruyu genel olarak anlamışsınız, şimdi ne düşünüyorsunuz. (Onay rehber desteği)

5.(E): Ali şimdi ilk soruyu geogebrada çizelim, zaten dik üçgen var, yükseklik belli böylece burada yüksekliği çizdikten sonra, dik üçgenlere ait özellikleri kullanabiliriz. (İddia)

6. (A): Peki, Emreçizelim ve bakalım nasıl olacak. Şimdi geogebra da şöyle çizdim. Bak bakalım;

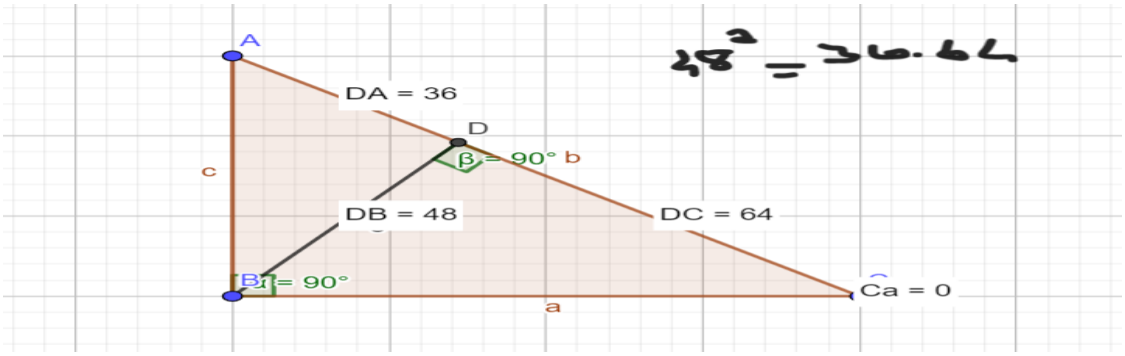


Şimdi yükseklik, IFHI=10 cm çıkar, IDFI=10 cm ve IABI=8 cm olup IBFI=2cm oluyor. Şimdi matematiksel bir kural vardı, diğer sorularda da kullanmıştık. Üçgen dik olduğunda tabana yükseklik indiğinde, yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir. Bu özelliği kullanabiliriz yani 10^2 =2.IHGI buradan IHGI=50 çıkar, dolayısıyla IBGI=52 olur. (Gerekçe)

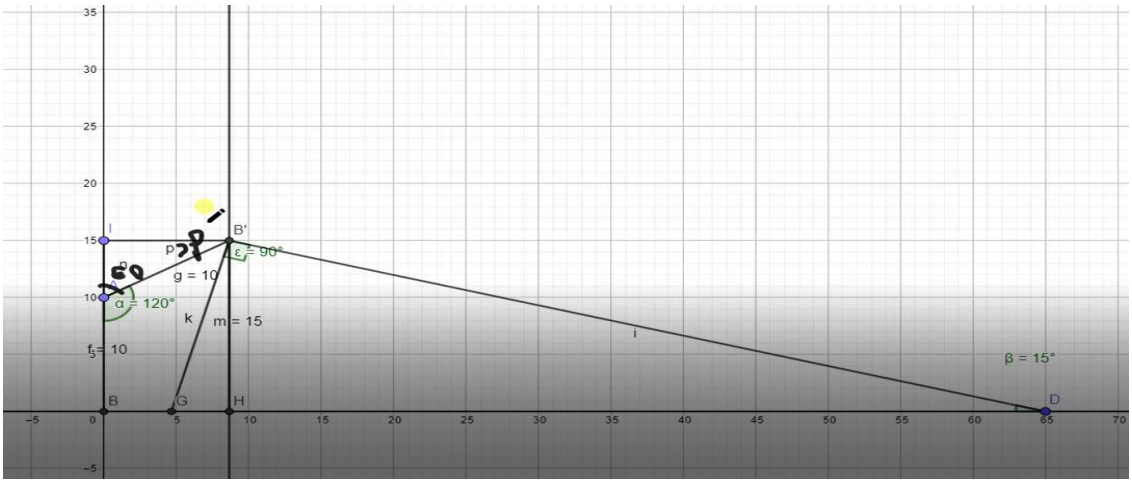
7.(E): Bu kural inşallah rastgele olmamıştır. Biz sadece bu soru için olmadığına nasıl bakalım. (Sınırlandıran).

8.(Ö): Evet şimdi böyle bir kural var, yani dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir. Dik üçgende özel bağıntılardan biri ama şimdi bana nasıl bu kural doğru olur göstermeniz lazım. (Referans rehber desteği)

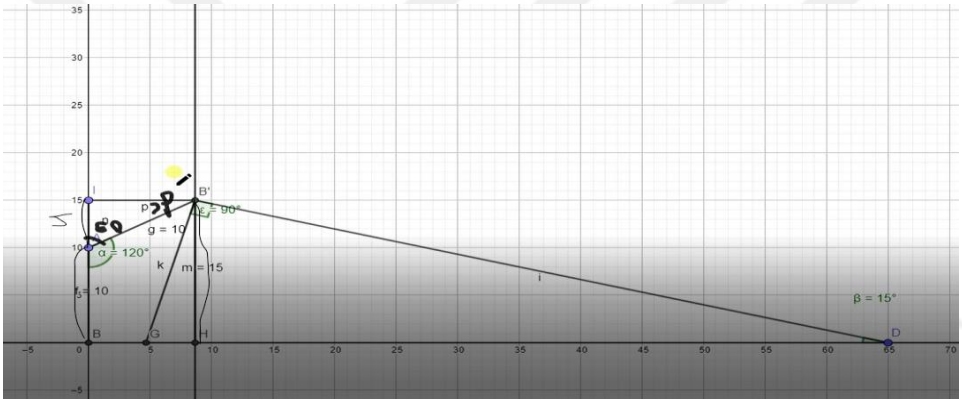
9.(A): Birkaç üçgen çizip, örneklerle ispat ederiz zaten. Bu kolay bence şimdi aşağıda çizdim hemen bak bi Emre; (İddia)



10.(E): Şimdi ikinci soruyu çizelim. Burada biraz daha farklı açılar 120^0 ve 75^0 şeklinde açılar var soruda. Çizince burada 90-60-30 üçgeni çıkıyor buradan zaten yükseklik çıkar. Ayrıca Ali 90-15-75 üçgeninden ne yapıcaz. (İddia)

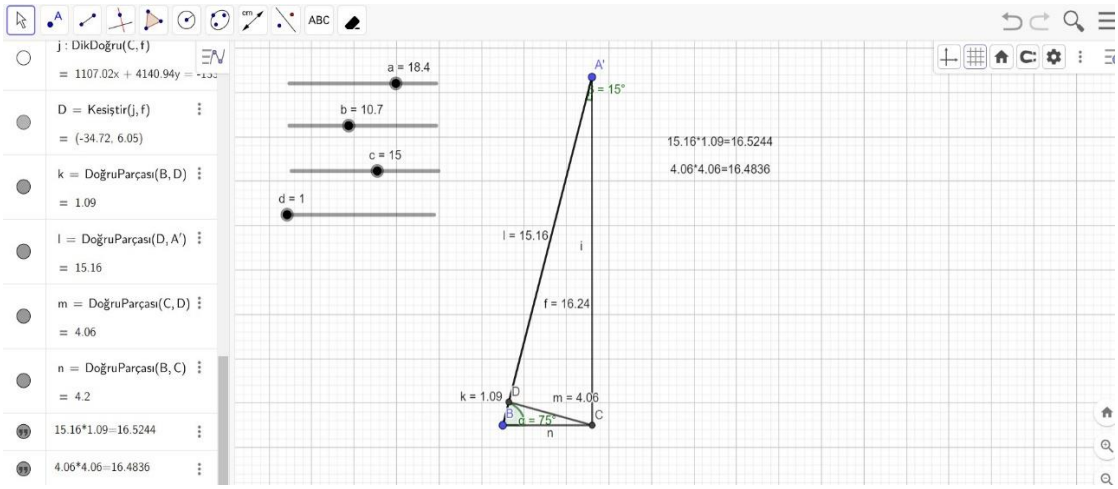


11.(A): Emre yan tarafta üst kısımdan 90-60-30 üçgeni çizdik ve yüksekliği 15 bulduk, tamam ayrıca 90-15-75 üçgeninde ise yüksekliğin 4 katı taban oluyordu sanki oradan yapalım. Sonuç 60 çıktı. Bu matematik kuralı geçerli oluyor yapalım buradan işte. (Gerekçe)



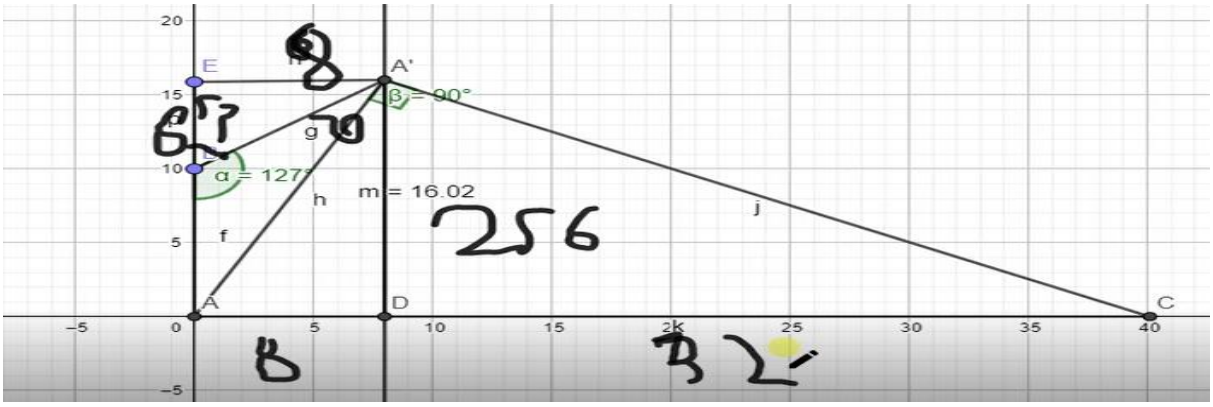
12.(Ö): Evet doğru bu matematik kuralı hakkında ne düşünüyorsunuz.(Referans rehber desteği)

13.(E): Hocam o kadar ayrıntılı bildiğimiz bir kural değil, sadece hatırladığım bir kural. Doğruluğu için sürgüler ile örnekler yaparız, başka türlü gösteremem hocam bu kuralı. Şimdi şöyle çizdim bir dik üçgen hemen hemen değerler aynı çıktı;



14.(Ö): Peki örneklerle göstermeyi tercih ediyorsunuz, Peki devam edin bakalım. (Onay rehber desteği)

15. (A): Hadi Emre son soruya bakalım. Onu da geogebra da çizelim. (Gerekçe)



Soruda $\sin 53^0 = 4/5$ ifadesini kullanacağız. Şu üst kıısm üçgen çizimini deneyelim. Orada Pisagor uygulayalım ve yükseklik=16 çıkıyor. Diğer yandan yine yüksekliğin karesini alacağız da yüksekliğin hipotenüstü ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşitti biraz önce kullanmıştık. Yani taban uzunluğu 32+8=40 çıkar. (Gerekçe)

16.(Ö): Bence çok güzel ilerlediniz. Tebrikler. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar ile analiz edilen tartışmada Ali ve Emre iddialarını ortaya koymadan önce soruya yönelik elde ettikleri verilerini ifade etmişlerdir. Bu veriler görsel ve sözel temsillerle ifade edilerek tartışma zemini oluşturulmaya başlanmıştır.
- 5., 9. ve 10. kodlar ile analiz edilen tartışmada Ali ve Emre elde ettikleri verilere dayalı olarak iddialarını ortaya koymuşlardır. Bu iddiaları ortaya atarken matematiksel açıklamlar ile desteklemişlerdir.
- 6., 11. ve 15. kodlar ile analiz edilen tartışmada Ali ve Emre iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koyarak gerekçelerini ifade etmişlerdir. Öğrenciler iddiaların nedenlerini, kendi ulaştıkları sonuçları savunmak için GeoGebra yazılımında oluşturdukları çözüm yöntemleri ile açıklama yapmışlardır.
- 4., 12. ve 14. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 8. kodda ise öğretmen, öğrencilere kullandıkları matematik kurallarının doğru olduğunu ifade ederek referans rehber desteği vermiştir.
- 7. kodda ise Fırat; kullandıkları matematik kuralının sınırlı olabileceğini ifade etmiştir.
- 16. kodda ise "Bence çok güzel ilerlediniz. Tebrikler." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Ali

Öncelikle hocam burada masa lambası etkinliği ile çeşitli açılarda üç farklı görünüm var. INMI = IMTI= 10 cm olacak şekilde iki kol, biri sabit diğeri hareket edecek şekilde fraklı açılarda kol hareket ettiriliyor.

1

İddia-Emre

Ali şimdi ilk soruyu geogebrada çizelim, zaten dik üçgen var, yükseklik belli böylece burada yüksekliği çizdikten sonra, dik üçgenlere ait özellikleri kullanabiliriz.

2

Veri-Emre

Evet, bu süreçte her defasında yükseklik ve lambanın aydınlattığı uzunluğu istiyor. N noktasından masaya dik bir şekilde yerleştirilmiş bir lamba var ve farklı açılarla yüksekliği ve aydınlattığı alan değişiyor. Lambada sürekli m (ATB) = 90^c oluyor.

3

Onay rehber desteği

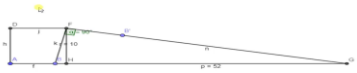
Evet, güzel soruyu genel olarak anlamışsınız, şimdi ne düşünüyorsunuz.

4

Gerekçe-Ali

Peki ,Emre çizelim ve bakalım nasıl olacak. Şimdi geogebra da şöyle çizdim.Bak bakalım;





Şimdi yükseklik, IFHI=10 cm çıkar, IDFI=10 cm ve IABI=8 cm olup IBFI=2cm oluyor. Şimdi matematiksel bir kural vardı, diğer sorularda da kullanmıştık. Üçgen dik olduğunda tabana yükseklik indiğinde, yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir. Bu özelliği kullanabiliriz yani 102 =2.IHGI buradan IHGI=50 çıkar, dolayısıyla IBGI=52 olur.

5

Sınırlandıran-Emre

Bu kural inşallah rastgele olmamıştır. Biz sadece bu soru için olmadığına nasıl bakalım

6

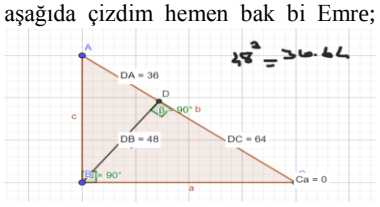
Referans rehber desteği

Evet, şimdi böyle bir kural var, yani dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir. Dik üçgende özel bağıntılardan biri ama şimdi bana nasıl bu kural doğru olur göstermeniz lazım.

7

İddia-Ali

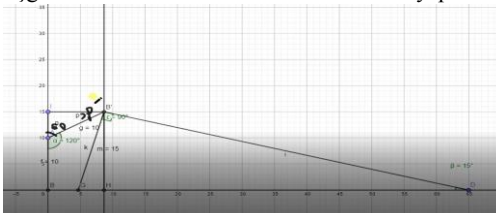
Birkaç üçgen çizip, örneklerle ispat ederiz zaten. Bu kolay bence şimdi aşağıda çizdim hemen bak bi Emre;



8

İddia-Emre

Şimdi ikinci soruyu çizelim. Burada biraz daha farklı açılar 120^0 ve 75^0 şeklinde açılar var soruda. Çizince burada 90-60-30 üçgeni çıkıyor buradan zaten yükseklik çıkar. Ayrıca Ali 90-15-75 üçgeninde ne yapıcaz.



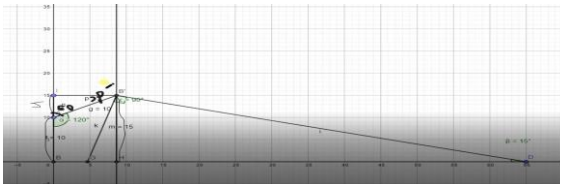
9

Devamı;

9

Gerekçe-Ali

Emre yan tarafta üst kısımdan 90-60-30 üçgeni çizdik ve yüksekliği 15 bulduk, tamam ayrıca 90-15-75 üçgeninde ise yüksekliğin 4 katı taban oluyordu sanki oradan yapalım. Sonuç 60 çıktı. Bu matematik kuralı geçerli oluyor yapalım buradan işte.



10

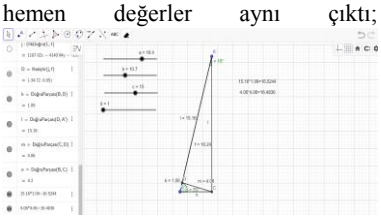
Onay rehber desteği

Evet, doğru bu matematik kuralı hakkında ne düşünüyorsunuz.

11

Emre

Hocam o kadar ayrıntılı bildiğimiz bir kural değil, sadece hatırladığım bir kural. Doğruluğu için sürgüler ile örnekler yaparız, başka türlü gösteremem hocam bu kuralı. Şimdi şöyle çizdim bir dik üçgen hemen hemen değerler aynı çıktı;



12

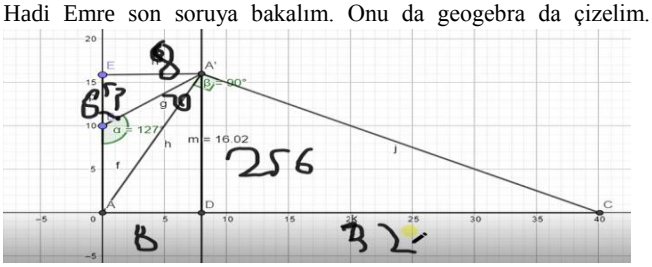
Onay rehber desteği

Evet, örneklerle göstermeyi tercih ediyorsunuz, Peki devam edin bakalım

13

Gerekçe-Ali

Hadi Emre son soruya bakalım. Onu da geogebra da çizelim.



Soruda $\sin 53^0 = 4/5$ ifadesini kullanacağız. Şu üst kısım üçgen çizimini deneyelim. Orada Pisagor uygulayalım ve yükseklik=16 çıkıyor. Diğer yandan yine yüksekliğin karesini alacağız da yüksekliğin hipotenüstü ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşitti biraz önce kullanmıştık. Yani taban uzunluğu 32+8=40 çıkar.

14

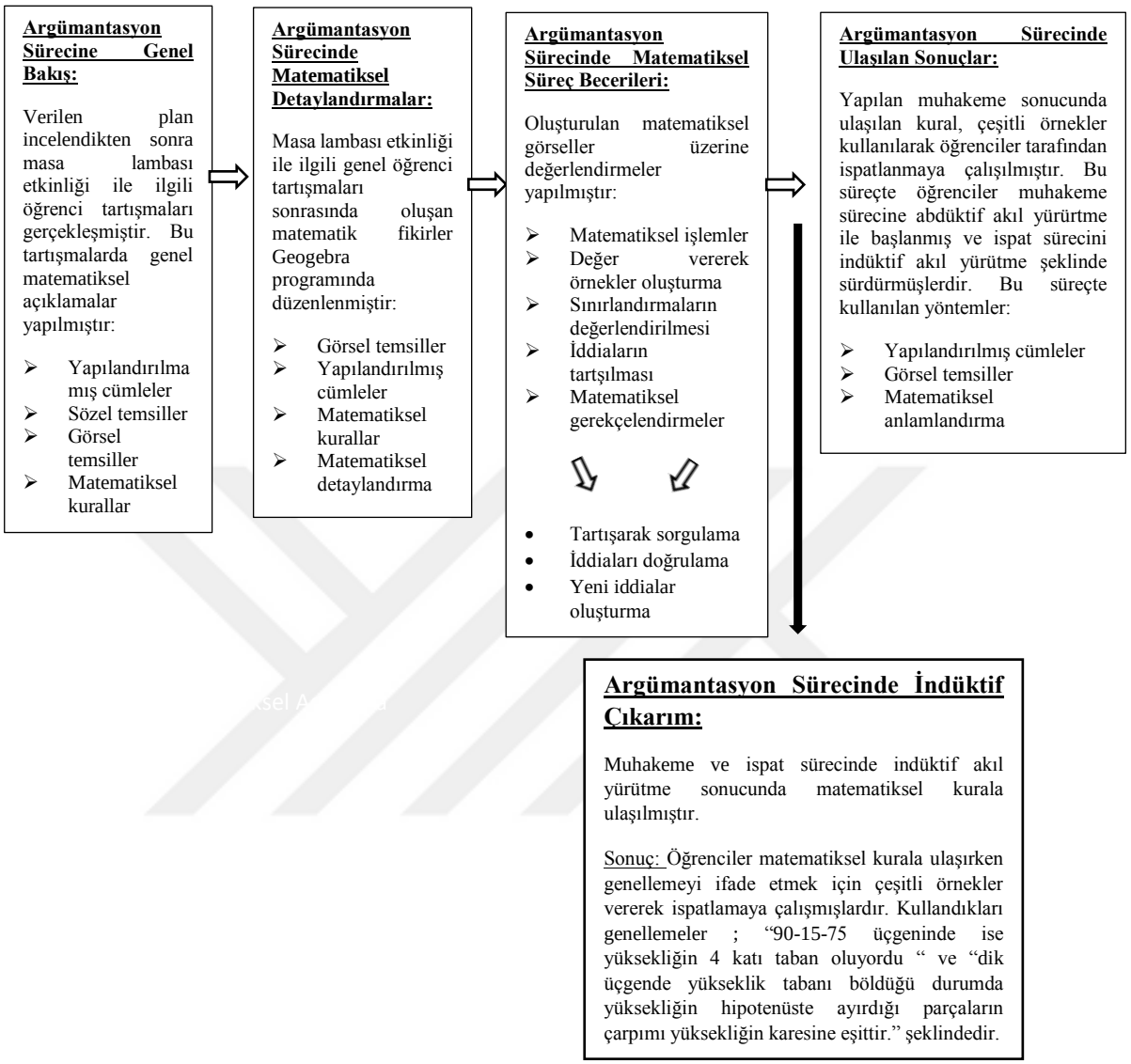
Sonlandırıcı rehber desteği

Bence çok güzel ilerlediniz. Tebrikler.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan V.planın ürün bölümünde yer alan masa lambası etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik

matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Öğrenciler etkinlikte kullanılan soruya benzer sorularla daha önceden BİLSEM'de karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Araştırmada sürecinde ise elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin genellikle ispat ve muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar ile başladığı görülmüştür. Öğrenciler matematiksel açıklamalar kapsamında yapılandırılmamış cümleler, sözel temsiller ve görsel temsiller ile soruyu anlamaya çalışmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Matematiksel detaylandırma sürecinde görsel temsilleri GeoGebra' da düzenleyerek argümanlarını ifade etmişlerdir. Soruyu çözerken öğrenciler ilerleyen aşamalarda matematiksel becerilerini kullanarak matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Öne sürdükleri matematiksel iddialar ve bu kapsamda oluşturdukları argümanlar arasında içsel sorgulama sonucunda mantıklı bir bağ oluşturmaya

çalışmışlardır. Bu değerlendirmeler daha çok matematiksel kuralları kullanarak yapılan işlemler üzerine oluşmuştur. Matematik prosedür kapsamında çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş, sınırlandırmaları değerlendirmiş bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Bu süreçte GeoGebra yazılımında oluşturdukları görsel temsillerle fikirlerini anlamlandırmak için yapılandırılmış cümleler kullanmışlardır. Ayrıca daha önceden bildikleri matematiksel kuralları uygulamışlardır. Kullandıkları ifadeleri matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler ispat sürecinde matematiksel işlemleri yapmış ve GeoGebra yazılımını aktif olarak kullanmışlardır. Muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini dedüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Bunun sonucunda ulaştıkları kural; "90-15-75 üçgeninde ise yüksekliğin 4 katı taban oluyordu " ve "dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir." şeklindedir.

4.2.5.3. Nil ve Selim'in Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Etkinliğimiz masa lambası, ne düşünüyorsunuz soru hakkında?

2.(S): Güzel ve karmaşık bir soru hocam. Konuyu öğrendik zaten şimdi soru şöyle. Hareketli bir masa lambası var ve masa lambasının kolu çeşitli açılarla kullanılıyor. INMI = IMTI= 10 cm olacak şekilde iki kol, biri sabit diğeri hareket edecek şekilde fraklı açılarda kol hareket ettiriliyor. (Veriler)

3.(N): Bilsem de karşılaştırığımız tarzda hocam, Evet lambanın aydınlattığı uzunluğu ve yüksekliği istiyor. Masaya dik bir şekilde yerleştirilmiş bir lamba var ve farklı açılarla yüksekliği ve aydınlattığı alan değişiyor. Lambada açı m (ATB) = 90^c oluyor. (Veriler)

4.(Ö): Evet peki nasıl ilerleyeceksiniz. (Onay rehber desteği)

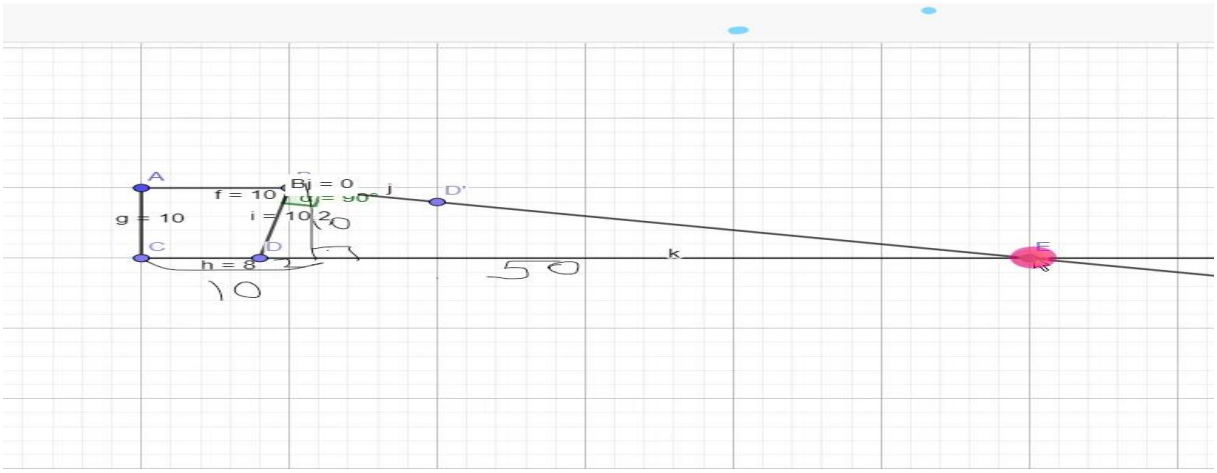
5.(S): Üç madde var önce ilk maddeden başlayalım. Burada dik üçgen var, yüksekliği çizdikten sonra, dik üçgende Pisagor bağıntısını kullanabiliriz. Başka bir şey gelmiyor aklıma şuan. (İddia)

6. (S): Peki şimdi çizmeye başlayalım bence Nil, sonra değerleri yerleştiririz:



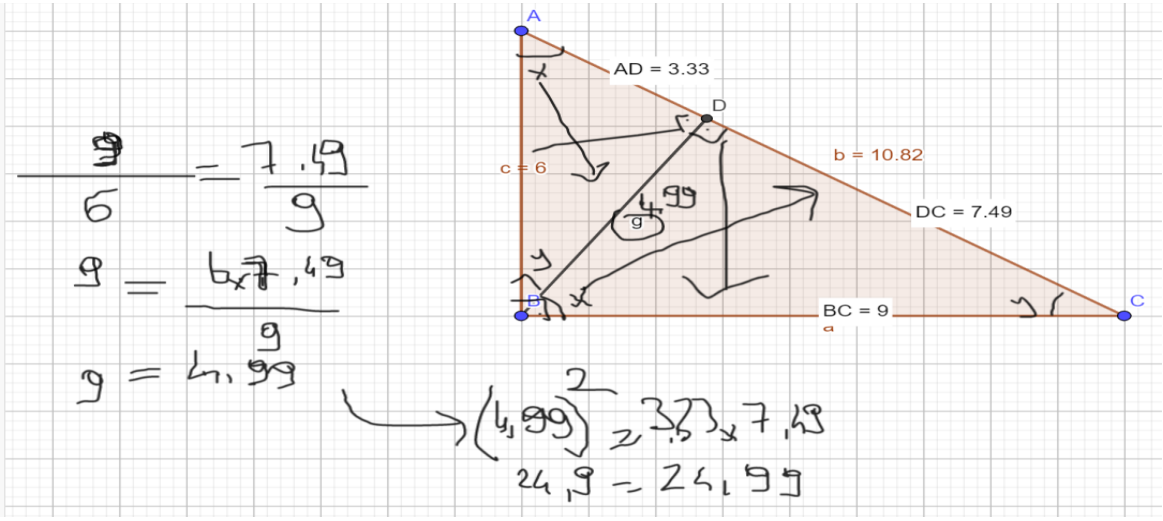
Burada zaten karşılıklı kenarlar paralel ve dik dolayısıyla IACI=10 dolayısıyla yükseklikte 10 oluyor. Sonra bildiğimiz ve soruda uyguladığımız kural vardı onu uygulayacağız. Dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir. (İddia)

7.(N): Evet bu özelliği kullanabiliriz. Yani 10^2 =2.50 buradan ışıklandırılan alan 50 çıkar, dolayısıyla IDEI=52 olur. (Gerekçe)



8.(Ö): Dik üçgende özel bağıntılardan kullandığınız bu kuralın doğru olup olmadığını nasıl ifade edebilirsiniz? (Referans rehber desteği)

9.(S): Hocam açıkçası benzerlikten çok kolay çıkar ki bu durum; yani şöyle yaparız. Böylece normal sayı olmasa bile harf koysam x,y,z gibi yine ispatlarız. (Gerekçe)

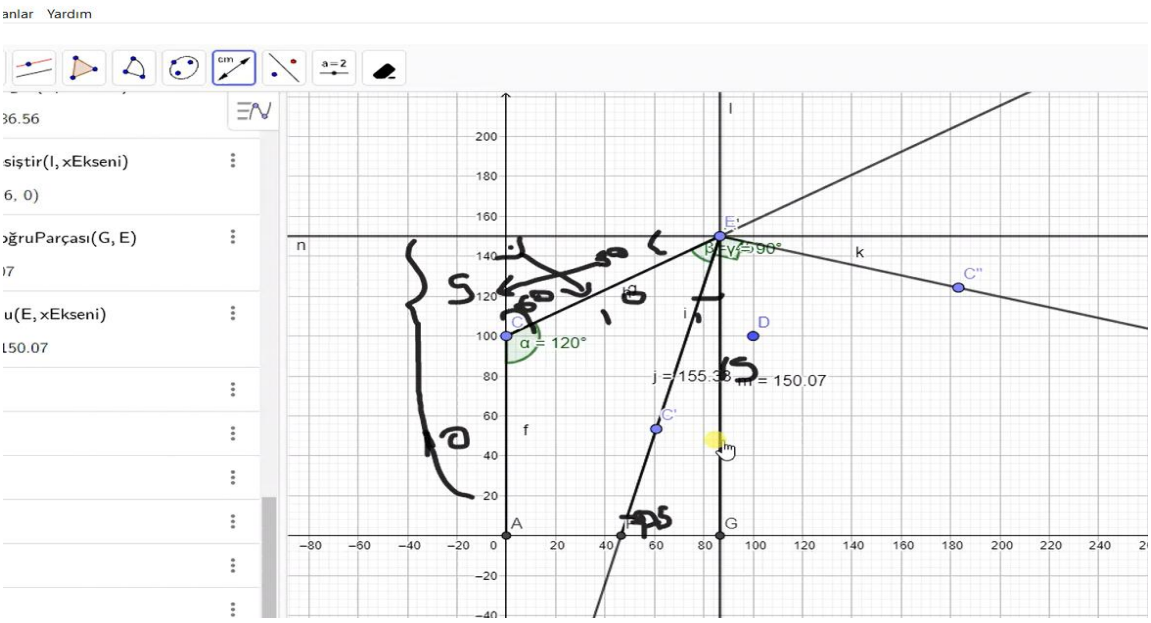


10.(Ö): Güzel bir mantıkla ilerlediniz çocuklar tebrikler. Hadi ikinci soru o zaman. (Onay rehber desteği)

11.(N): Şimdi ikinci soruyu çizelim o zaman. Burada açı 120^0 oluyor. Üçgene tamamlarsak burada 90-60-30 üçgeni çıkıyor buradan zaten yükseklik çıkar. (İddia)

12.(S): Nil güzel gidiyorsun, devam et bence çizimi yap.

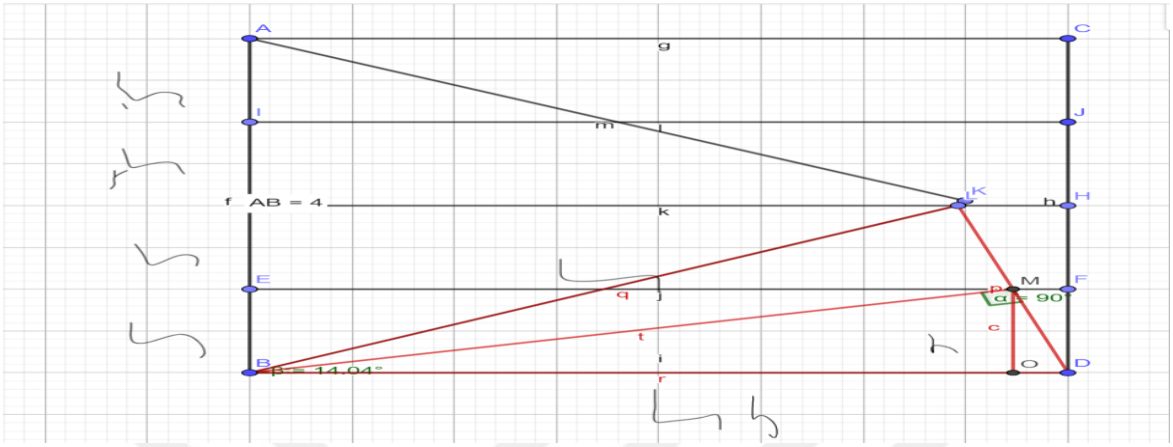
13.(N): Tamam Selim, şöyle çizdim zaten 30 derecenin karşısındaki kenar 90'ın karşısındaki kenarın yarısıdır. Dolaysısıyla yükseklik 15 cm oldu. Aydınlattığı alanı nasıl bulacağız sence Selim? (Gerekçe).



14.(S): 90-15-75 üçgeninde galiba yüksekliğin 4 katı taban oluyordu. Sonuç o zaman 15.4=60 çıktı. Bu matematik kuralı geçerli oluyor ya, oradan ilerledik. (İddia)

15.(Ö): Evet doğru, 90-15-75 üçgeninde yüksekliğin 4 katı taban oluyor. Bu matematik kuralı hakkında ne düşünüyorsunuz, ispat yapabilir misiniz? (Referans rehber desteği)

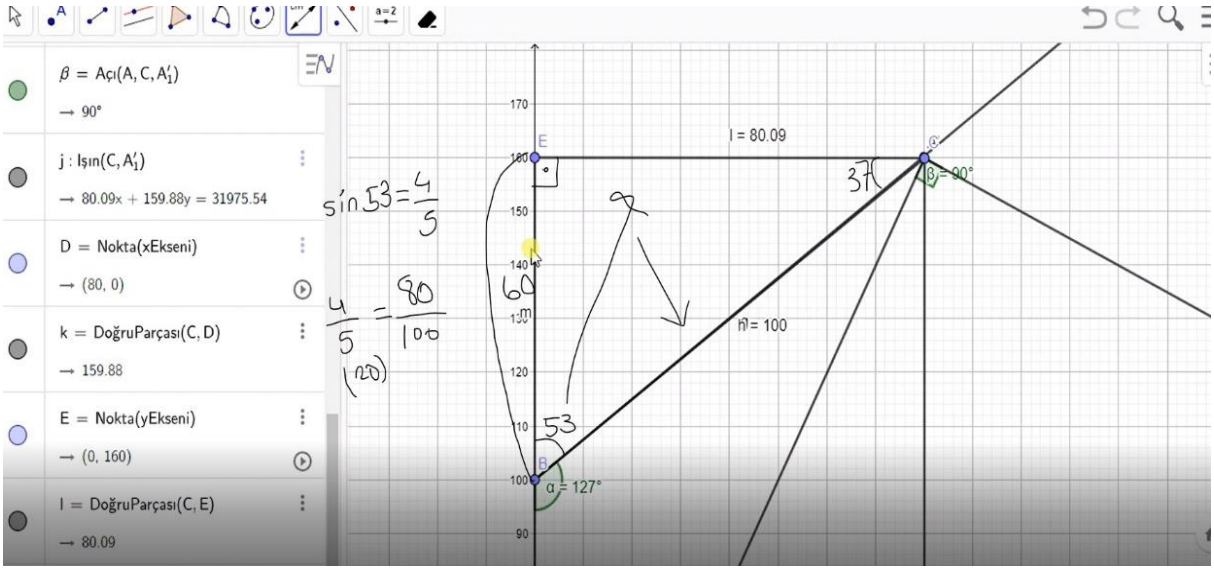
16.(S): Hocam biz bu kuralı biliyoruz şöyle ispatladık şöyle ki;4h kenarı olan bir kare çizdik, sonra bir kenarı taban kabul eş kenar üçgen çizdik. Sonra kenara ikizkenar üçgen kaldı tepe açısı 30 olan, yükseklik çizdik sonra zaten 90-15-75 üçgeni oluştu. Oradan özellik çıktı zaten. (Gerekçe)



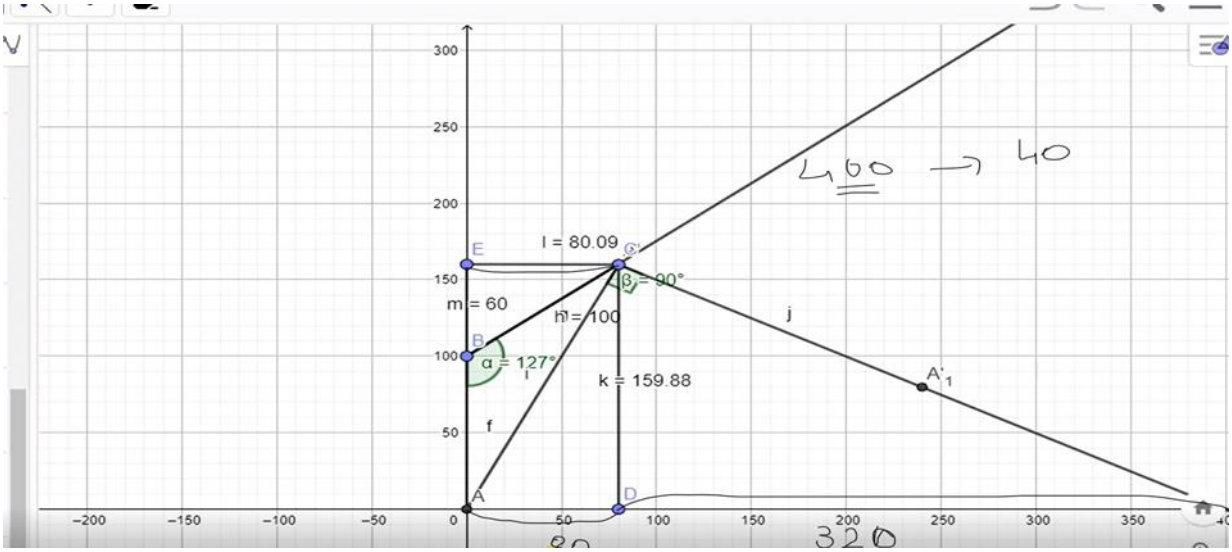
17.(Ö): Evet gerçekten güzel bir ispat, peki devam edelim, sırada 3.soru var. (Onay rehber desteği)

18. (N): şimdi hocam burada trigonometrik oranlar var, yine dik üçgen oluşturup; değerleri yerleştirmek lazım, şöyle ki; Soruda $\sin 53^0 = 4/5$ ifadesini kullanacağız. (İddia)

19.(N): Şimdi şu üst kısımdan yine üçgen oluşturduk. Orada $\frac{4}{5} = \frac{80}{100}$ üçgeni var ve yükseklik=160 yani 16 çıkıyor. Yani sin 53'ü kullandık. (Gerekçe)



20.(S): Diğer yandan da yüksekliğin hipotenüstü ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir. Yani taban uzunluğu =40 çıkar. Şekil üzerinde de gösterdik hocam. (Gerekçe)



21.(Ö): Tebrik ederim, güzel bir tartışma ve çözüm süreciydi. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar ile analiz edilen tartışmada Nil ve Selim soruyu inceledikten sonra elde ettikleri verileri görsel temsillerle ifade etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla masa lambası etkinliğini GeoGebra'da görsele temsiller ile ifade etmeye çalışmışlardır. Böylece bu veriler aracılığıyla tartışma zemini oluşturulmaya başlanmıştır.
- 5., 6., 11., 14. ve 18. kodlar ile analiz edilen tartışmada Nil ve Selim verilere dayalı olarak çözüme yönelik iddialarını ortaya koymuşlardır.
- 7., 9., 13., 16., 19. ve 20. kodlar ile analiz edilen tartışmada Nil ve Selim iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koyarak gerekçelerini ifade etmişlerdir. İddiaların nedenlerini, kendi ulaştıkları sonuçları savunmak için GeoGebra yazılımında oluşturdukları çözüm yöntemleri ile açıklama yapmışlardır.
- 4., 10. ve 17. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere tartışma sürecinin olması gerektiği gibi ilerlediğini ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 8. ve 15. kodlar ile analiz edilen tartışmada ise öğretmen tarafından öğrencilere kullandıkları matematik kurallarının doğru olduğunu ifade eden referans rehber desteği verilmiştir.
- 21. kodda ise "Bence çok güzel ilerlediniz. Tebrikler." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Selim

Hareketli bir masa lambası var ve masa lambasının kolu çeşitli açılarla kullanılıyor. INMI = IMTI= 10 cm olacak şekilde iki kol, biri sabit diğeri hareket edecek şekilde fraklı açılarda kol hareket ettiriliyor.

1

İddia-Selim

Üç madde var önce ilk maddeden başlayalım. Burada dik üçgen var, yüksekliği çizdikten sonra, dik üçgende Pisagor bağıntısını kullanabiliriz. Başka bir şey gelmiyor aklıma şuan.

Veri-Nil

Evet, lambanın aydınlattığı uzunluğu ve yüksekliği istiyor. Masaya dik bir şekilde yerleştirilmiş bir lamba var ve farklı açılarla yüksekliği ve aydınlattığı alan değişiyor. Lambada açı m (ATB) = 90^c oluyor.

2

4

İddia-Selim

Peki, şimdi çizmeye başlayalım bence, sonra değerleri yerleştiririz:



Burada zaten karşılıklı kenarlar paralel ve dik dolayısıyla IACI=10 dolayısıyla yükseklikte 10 oluyor. Sonra bildiğimiz kural vardı onu uygulayacağız. Dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir.

3

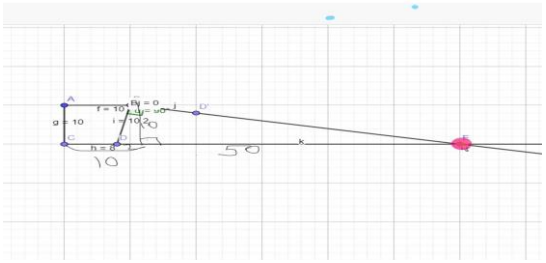
Onay rehber desteği

Evet, peki nasıl ilerleyeceksiniz.

5

Gerekçe-Nil

Evet bu özelliği kullanabiliriz. Yani 10^2 =2.50 buradan ışıklandırılan alan 50 çıkar, dolayısıyla IDEI=52 olur.



6

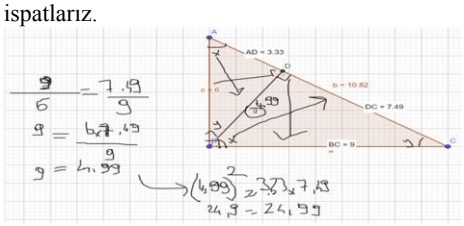
Referans rehber desteği

Dik üçgende özel bağıntılardan kullandığınız bu kural var ve bu kuralın doğru olup olmadığını nasıl ifade edebilirsiniz?

7

Gerekçe-Selim

Hocam açıkçası benzerlikten çok kolay çıkar ki bu durum; yani şöyle yaparız. Böylece normal sayı olmasa bile harf koysam x,y,z gibi yine ispatlarız.



8

Devamı; 8

Onay rehber desteği

Güzel bir mantıkla ilerlediniz çocuklar tebrikler. Hadi ikinci soru o zaman.

9

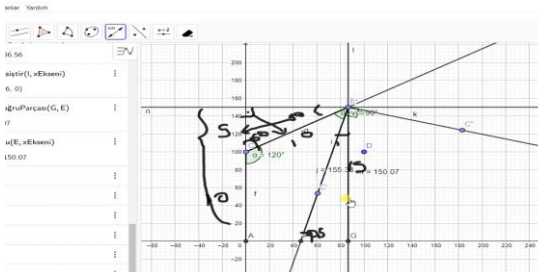
İddia-Nil

Şimdi ikinci soruyu çizelim o zaman. Burada açı 120^0 oluyor. Üçgene tamamlarsak burada 90-60-30 üçgeni çıkıyor buradan zaten yükseklik çıkar.

10

Gerekçe-Nil

Tamam, Selim, şöyle çizdim zaten 30 derecenin karşısındaki kenar 90'ın karşısındaki kenarın yarısıdır. Dolaysısıyla yükseklik 15 cm oldu. Aydınlattığı alanı nasıl bulacağız sence Selim?



11

İddia-Selim

90-15-75 üçgeninde galiba yüksekliğin 4 katı taban oluyordu. Sonuç o zaman 15.4=60 çıktı. Bu matematik kuralı geçerli oluyor ya, oradan ilerledik.

12

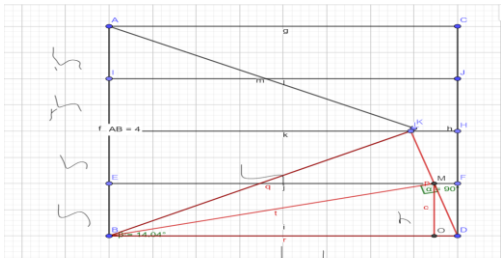
Referans rehber desteği

Dik üçgende özel bağıntılardan kullandığınız bu kural var ve bu kuralın doğru olup olmadığını nasıl ifade edebilirsiniz?

13

Gerekçe-Selim

Hocam biz bu kuralı biliyoruz şöyle ispatladık şöyle ki;4h kenarı olan bir kare çizdik, sonra bir kenarı taban kabul eş kenar üçgen çizdik. Sonra kenara ikizkenar üçgen kaldı tepe açısı 30 olan, yükseklik çizdik sonra zaten 90-15-75 üçgeni oluştu. Oradan özellik çıktı zaten.



14

Onay rehber desteği

Evet, gerçekten güzel bir ispat, peki devam edelim, sırada 3.soru var.

15

İddia-Nil

Şimdi hocam burada trigonometrik oranlar var, yine dik üçgen oluşturup; değerleri yerleştirmek lazım, şöyle ki; Soruda $\sin 53^0 = 4/5$ ifadesini kullanacağız.

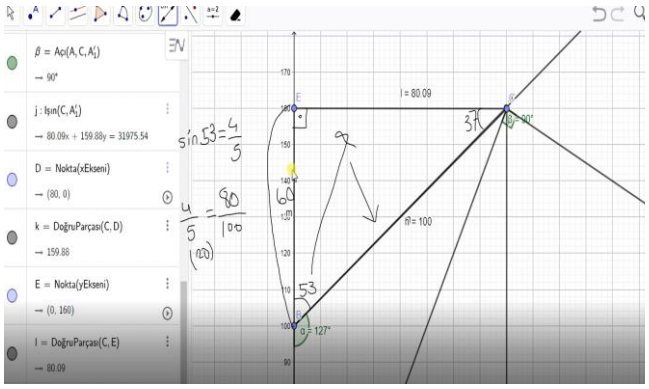
16

Devamı;

16

Gerekçe-Nil

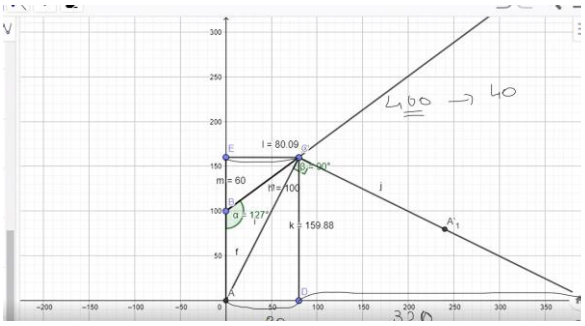
Şimdi şu üst kısımdan yine üçgen oluşturduk. Orada $\frac{4}{5} = \frac{80}{100}$ üçgeni var ve yükseklik=160 yani 16 çıkıyor. Yani sin 53'ü kullandık.



17

Gerekçe-Selim

Diğer yandan da yüksekliğin hipotenüstü ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir. Yani taban uzunluğu =40 çıkar. Şekil üzerinde de gösterdik hocam.



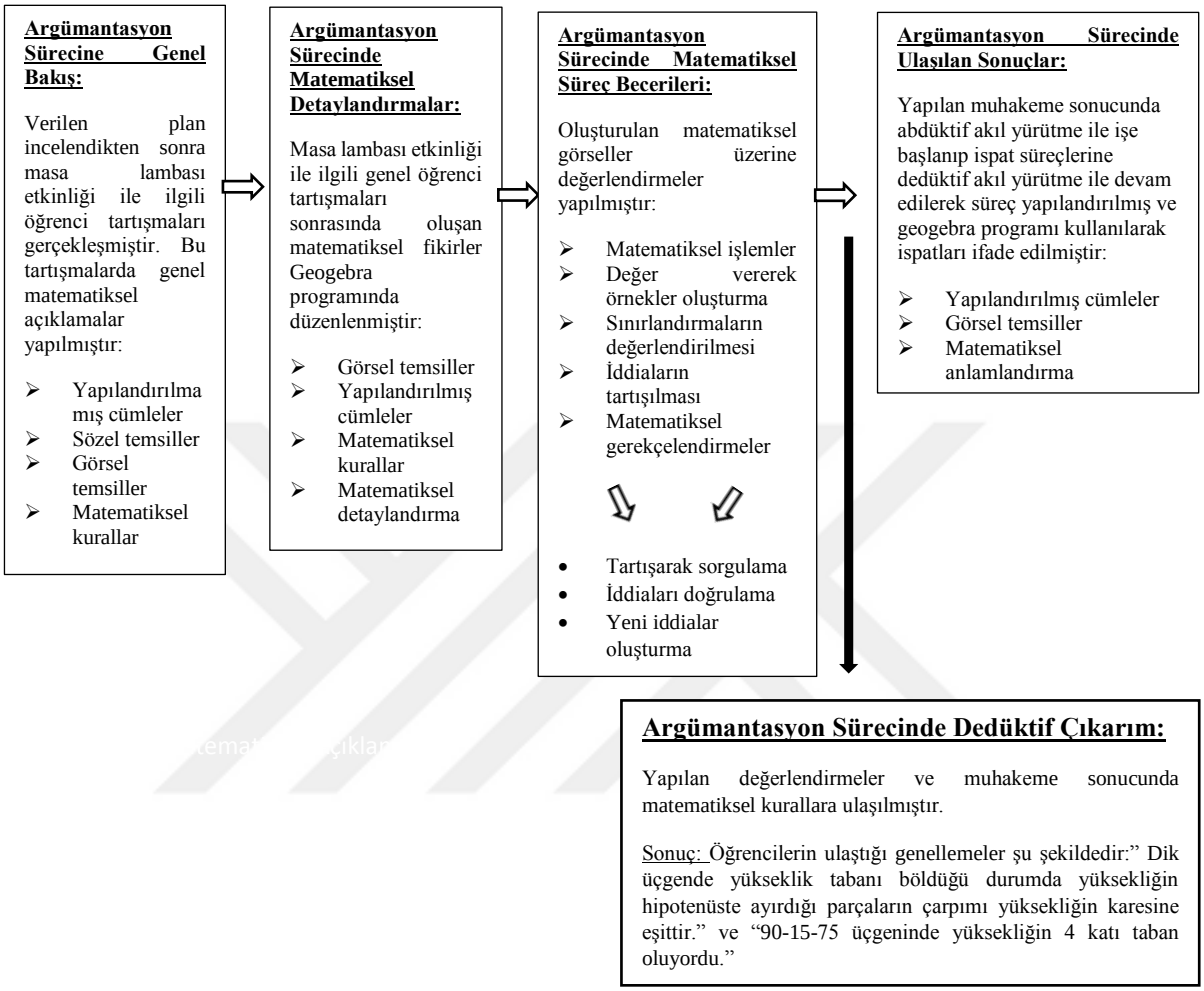
18

Sonlandırıcı rehber desteği

Tebrik ederim, güzel bir tartışma ve çözüm süreciydi.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan V.planın ürün bölümünde yer alan masa lambası etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Argümnatasyon sürecinde elde edilen veriler incelendiğinde öncelikle öğrenciler konu hakkında yeterince bilgi sahibi olduklarını ve daha önce de bu tarz sorularla BİLSEM'de karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Araştırmada elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin ispat ve muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar ile başladıkları görülmüştür. Matematiksel açıklamaları genelde soruyu anlamlandırmak için kullanmışlardır. Bu süreçte başlangıçta oluşturdukları matematiksel açıklamaları ifade ederken yapılandırılmamış cümleler, sözel temsiller ve görsel temsiller kullanmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte GeoGebra yazılımında daha çok görsel ve sözel temsiller arasında bir geçiş yapmaya çalışarak bir yandan da matematiksel kurallardan yararlanmışlardır. Özellikle soruya yönelik görsel temsiller ile GeoGebra' da fikirlerini anlamlandırmak için yapılandırılmış cümleler kullanmışlardır. Soruyu çözerken öğrenciler ilerleyen süreçlerde matematiksel becerilerini kullanarak matematiksel görseller üzerine

değerlendirmeler yapmışlardır. Matematiksel süreç becerileri kapsamında çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş, iddialarını tartışmış bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Matematiksel beceriler kapsamında öne sürdükleri matematiksel iddialar ve bu kapsamda oluşturdukları argümanlar arasında içsel sorgulama sonucunda mantıklı bir bağ oluşturmaya çalışmışlardır. Ayrıca öğrencilerin ispat yaparken argümanlar üretebildiği ve çeşitli stratejiler geliştirebildikleri görülmüştür. Diğer yandan ifadelerini matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler yapılan değerlendirmeler ve muhakeme sonucunda çeşitli matematiksel kurallara ulaşmışlardır. Yapılan muhakeme sürecinde öğrenciler abdüktif akıl yürütme ile işe başlayıp ispat süreçlerine dedüktif akıl yürütme ile devam ederek süreci yapılandırmış ve GeoGebra dinamik geometri programında ispatlarını ifade etmeye çalışmışlardır. Bu süreçte referans ve argümanlarından yola çıkarak kullandıkları matematiksel kuralları anlamlandırmışlardır. Öğrencilerin ulaştığı genellemeler şu şekildedir: ”Dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir.” ve “90-15-75 üçgeninde yüksekliğin 4 katı taban oluyordu.”

4.2.5.4. Burak ve Murat'ın Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Çocuklar masa lambası etkinliğimiz hakkında ne düşünüyorsunuz? Nasıl bir soru? Daha önce karşılaştığınız sorulara benziyor mu? Geogebra programında rahat çözebilir misiniz?

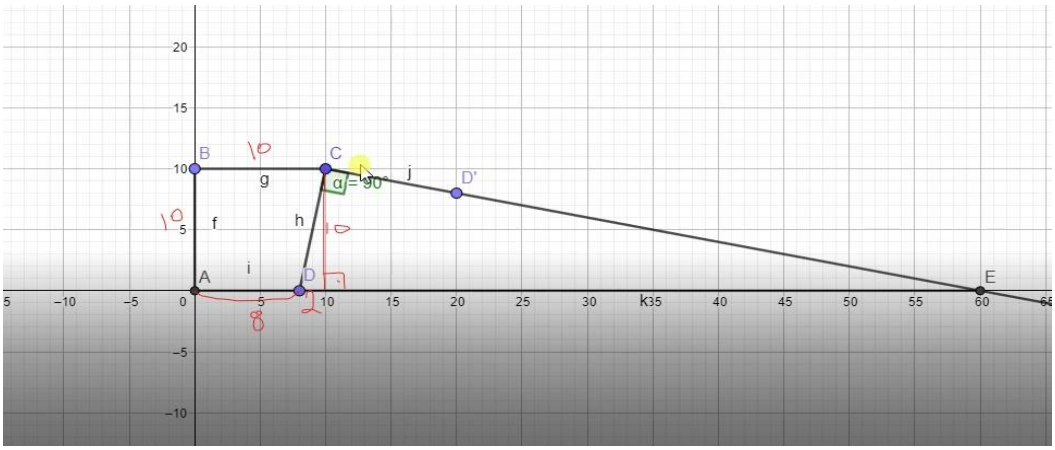
2.(B): Hocam BİLSEM'de gördük böyle soruları ama ara sıra derslerde de görüyoruz. Geogebra da çizim güzel oluyor ama biraz çalışmak gerek. Şimdi hareketli bir masa lambası var ve masa lambasının kolu çeşitli açılarla kullanılıyor. INMI = IMTI= 10 cm olacak şekilde iki kol, biri sabit diğeri hareket edecek şekilde fraklı açılarda kol hareket ettiriliyor. Yani çizimde kullanacağımız veriler bunlar. (Veriler)

3.(M): Ara sıra karşılaşıyoruz böyle sorularla hep test çözdüğümüz için süreç böyle işlemiyor hocam, çizimler Geogebra da bildiğimiz gibi kolay oluyor. Evet, lambanın aydınlattığı uzunluğu ve yüksekliği istiyor. Masaya dik bir şekilde yerleştirilmiş bir lamba var ve farklı açılarla yüksekliği ve aydınlattığı alan değişiyor. Lambada açı m(ATB) = 90^c oluyor. Yani çizmeyi deneyelim Burak. (Veriler)

4.(Ö): Evet peki nasıl ilerleyeceksiniz. (Onay rehber desteği)

5.(B): Şimdi ilk sorudan başlayalım; çizim yapalım geogebra da, burada dik üçgen var, yüksekliği çizdikten sonra, dik üçgende Pisagor bağıntısını kullanabiliriz. (İddia)

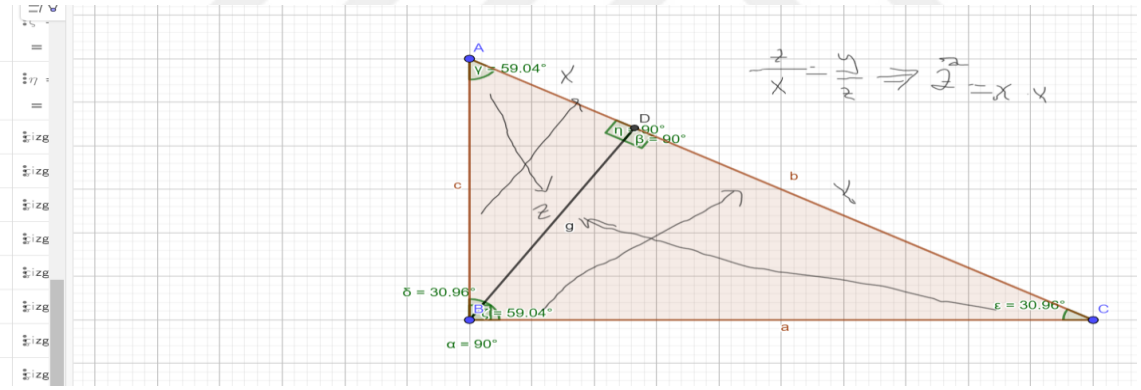
6. (M): Peki bir taslak çizip, değerlere bakalım Burak:



Şimdi burada IBCI=10, karşılıklı kenarlar paralel ve dik yani burada bir kare var sanki böyle oluşturabiliriz. Şimdi IABI=10 dolayısıyla yükseklikte 10 oluyor. Sonra dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir, bu matematik kuralını uygulamalarda görmüştük yani 10^2 =2.50 buradan ışıklandırılan alan 50 çıkar, dolayısıyla IDEI=52 olur. (Gerekçe)

7.(Ö): Dik üçgende özel bağıntılardan kullandığınız bu kuralın doğru olup olmadığını nasıl ifade edebilirsiniz? (Referans rehber desteği)

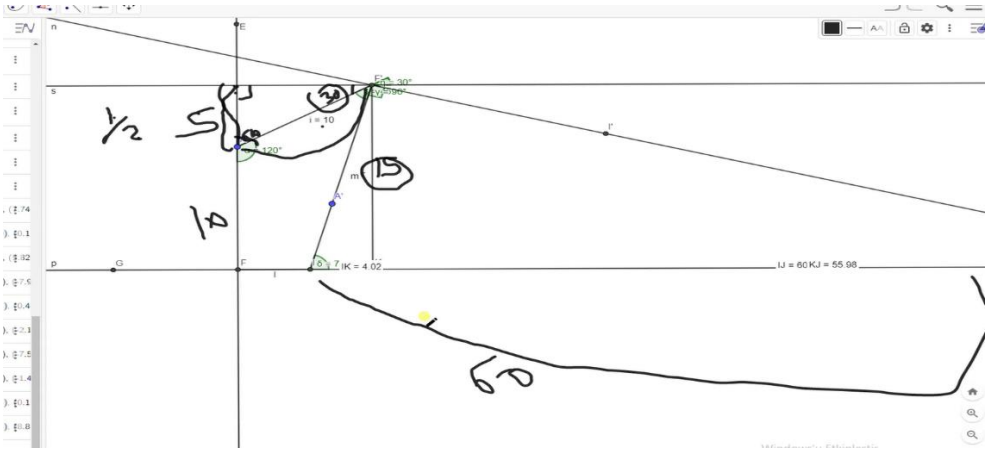
8.(B): Hocam açıkçası benzerlikten çok kolay çıkar ki bu durum; yani şöyle yaparız: (Gerekçe)



9.(Ö): Peki, güzel ve kolay bir yoldan ispat yaptınız. Peki, ikinci soru o zaman. (Onay rehber desteği)

10.(M): İkinci soruda aynı şekilde çizeceğiz açı 120^0 oluyor. Aynı yoldan üçgene tamamlarsak burada 90-60-30 üçgeni çıkıyor buradan zaten yükseklik çıkar. Sonra orada 90-75-15 üçgeni oluşuyor, burada da yüksekliğin 4 katının taban olduğu üçgen kuralı vardı. (İddia)

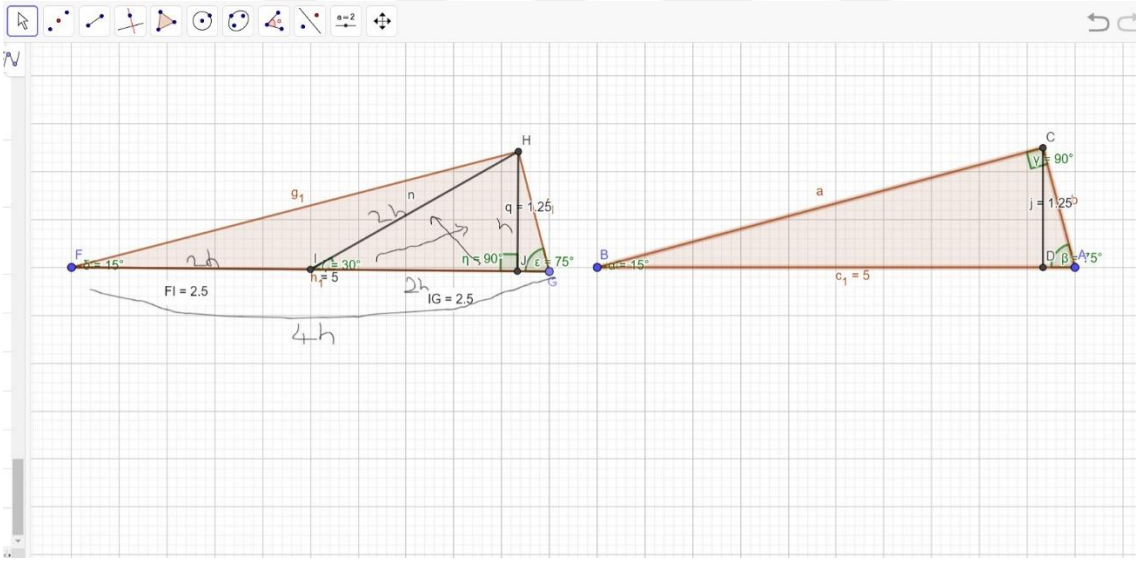
11.(B): Şimdi hocam üçgeni şöyle çizdik;



Zaten 30 derecenin karşısındaki kenar 90'ın karşısındaki kenarın yarısıdır. Dolaysısıyla yükseklik 15 cm oldu. Aydınlattığı alanı ise 15.4=60 çıktı. Bu matematik kuralı geçerli oluyor ya, oradan ilerledik. (Gerekçe)

12.(Ö): Peki güzel bir matematik kuralı uyguladınız, bu matematik kuralı hakkında ne düşünüyorsunuz, ispat yapabilir misiniz? (Referans rehber desteği)

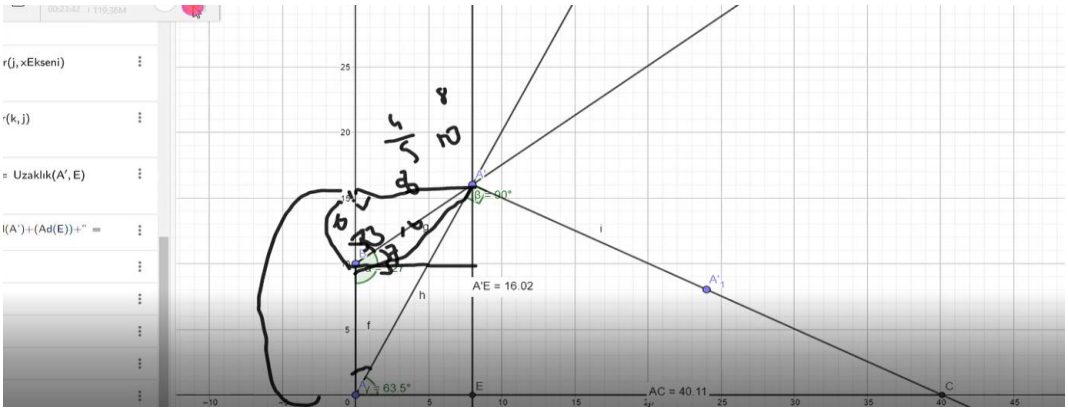
13.(M): Hocam zaten 30-60-90 üçgeni hep kullandığımız şeyler ayrıca, 90-15-75 üçgeni 'de hatırladığım kural açıkçası ispatını Burak ile şöyle yaptık. (Gerekçe)



14.(Ö): Peki devam edelim, sırada 3.soru var. (Onay rehber desteği)

15. (B): Bu soruda trigonometrik oranlar var, dik üçgen oluşturup; değerleri yerleştirmek lazım, şöyle ki; Soruda $\sin 53^0 = 4/5$ ifadesini kullanacağız. (İddia)

16.(M): Şimdi şu üst kısımdan yine üçgen oluşturduk. Orada $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ üçgeni var ve yükseklik=16 yani 16 çıkıyor. Yani sin 53'ü kullandık. Sonrasında zaten yüksekliğin hipotenüstü ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir. Yani 16^2 =8x32 yani taban uzunluğu 40 çıkıyor. (Gerekçe)



17.(Ö): Tebrik ederim, güzel bir tartışma ve çözüm süreciydi. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar ile analiz edilen tartışmada Burak ve Murat ortaya koydukları iddiaya yönelik verilerini ifade etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla masa lambası etkinliğini GeoGebra' da görsel temsile dökerek anlamaya çalışmışlardır. Öğrenciler duvar boyama etkinliğin de verilenlere dikkat ederek bu veriler arasında mantıksal bağlantılar kurmaya çalışmışlardır.
- 5., 10. ve 15. kodlar ile analiz edilen tartışmada Burak ve Murat verilere dayalı olarak iddialarını ortaya koymuşlardır.
- 6., 8., 11., 13. ve 16. kodlar ile analiz edilen tartışmada Burak ve Murat iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koyarak gerekçelerini ifade etmişlerdir. Öğrenciler iddiaların nedenlerini, kendi ulaştıkları sonuçları savunmak için GeoGebra yazılımında oluşturdukları çözüm yöntemleri ile açıklama yapmışlardır.
- 4., 9., 12. ve 14. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 7. ve 15. kodlar ile analiz edilen tartışmada ise öğretmen, öğrencilere kullandıkları matematik kurallarının doğru olduğunu ifade ederek referans rehber desteği vermiştir.
- 17. kodda ise "Bence çok güzel ilerlediniz. Tebrikler." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Burak

Hareketli bir masa lambası var ve masa lambasının kolu çeşitli açılarla kullanılıyor. INMI = IMTI= 10 cm olacak şekilde iki kol, biri sabit diğeri hareket edecek şekilde fraklı açılarda kol hareket ettiriliyor. Yani çizimde kullanacağımız veriler bunlar.

1

İddia-Burak

Şimdi ilk sorudan başlayalım; burada dik üçgen var, yüksekliği çizdikten sonra, dik üçgende Pisagor bağıntısını kullanabiliriz.

4

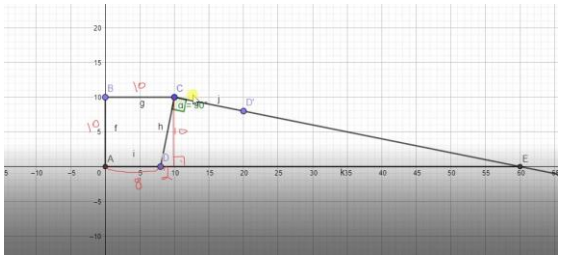
Veri-Murat

Evet, lambanın aydınlattığı uzunluğu ve yüksekliği istiyor. Masaya dik bir şekilde yerleştirilmiş bir lamba var ve farklı açılarla yüksekliği ve aydınlattığı alan değişiyor. Lambada açı m (ATB) = 90^c oluyor.

2

Gerekçe-Murat

Peki, bir taslak çizip, değerlere bakalım Burak:



Şimdi burada IBCI=10, karşılıklı kenarlar paralel ve dik yani burada bir kare var sanki böyle oluşturabiliriz. Şimdi IABI=10 dolayısıyla yükseklikte 10 oluyor. Sonra dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir, bu matematik kuralını uygulamalarda görmüştük yani 10^2 =2.50 buradan ışıklandırılan alan 50 çıkar, dolayısıyla IDEI=52 olur.

3

Onay rehber desteği

Evet, peki nasıl ilerleyeceksiniz.

5

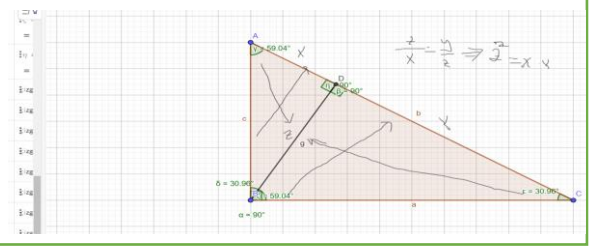
Referans rehber desteği

Dik üçgende özel bağıntılardan kullandığınız bu kuralın doğru olup olmadığını nasıl ifade edebilirsiniz?

6

Gerekçe-Burak

Hocam açıkçası benzerlikten çok kolay çıkar ki bu durum; yani şöyle yaparız:



7

Onay rehber desteği

Peki, güzel ve kolay bir yoldan ispat yaptınız. Peki, ikinci soru o zaman.

8

Devamı; 8

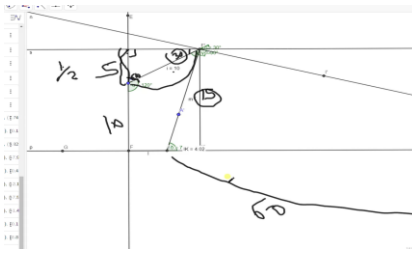
İddia-Murat

İkinci soruda aynı şekilde çizeceğiz açı 120^0 oluyor. Aynı yoldan üçgene tamamlarsak burada 90-60-30 üçgeni çıkıyor buradan zaten yükseklik çıkar. Sonra orada 90-75-15 üçgeni oluşuyor, burada da yüksekliğin 4 katının taban olduğu üçgen kuralı vard.

9

Gerekçe-Burak

Şimdi hocam üçgeni şöyle çizdik;



Zaten 30 derecenin karşısındaki kenar 90'ın karşısındaki kenarın yarısıdır. Dolaysısıyla yükseklik 15 cm oldu. Aydınlattığı alanı ise 15.4=60 çıktı. Bu matematik kuralı geçerli oluyor ya, oradan ilerledik.

10

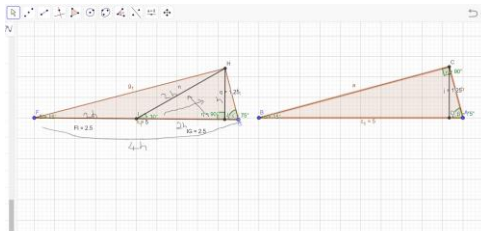
Onay rehber desteği

Peki, güzel bir matematik kuralı uyguladınız, bu matematik kuralı hakkında ne düşünüyorsunuz, ispat yapabilir misiniz?

11

Gerekçe-Murat

Hocam zaten 30-60-90 üçgeni hep kullandığımız şeyler ayrıca, 90-15-75 üçgeni 'de hatırladığım kural açıkçası ispatını Burak ile şöyle yaptık.(Gerekçe)



12

Onay rehber desteği

Peki devam edelim, sırada 3.soru var.

13

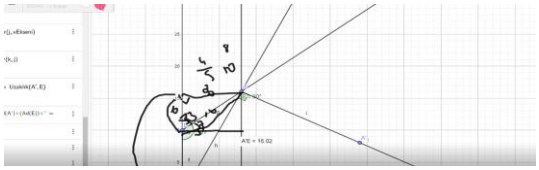
İddia-Burak

Bu soruda trigonometrik oranlar var, dik üçgen oluşturup; değerleri yerleştirmek lazım, şöyle ki; Soruda $\sin 53^0 = 4/5$ ifadesini kullanacağız.

14

Gerekçe-Murat

Şimdi şu üst kısımdan yine üçgen oluşturduk. Orada $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ üçgeni var ve yükseklik=16 yani 16 çıkıyor. Yani sin 53'ü kullandık. Sonrasında zaten yüksekliğin hipotenüstü ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir. Yani 16^2 =8x32 yani taban uzunluğu 40 çıkıyor.



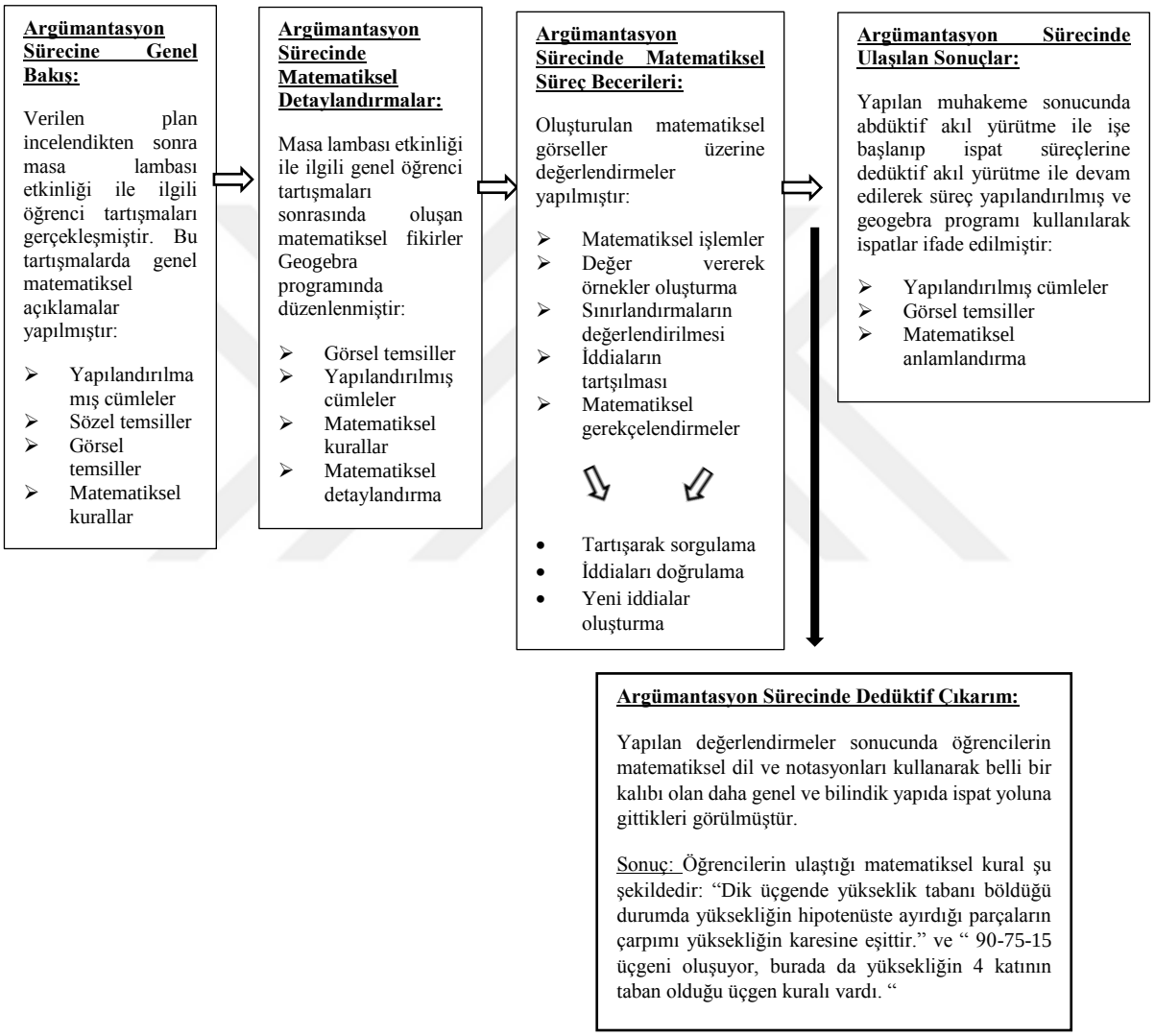
15

Sonlandırıcı rehber desteği

Tebrik ederim, güzel bir tartışma ve çözüm süreciydi.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan V.planın ürün bölümünde yer alan masa lambası etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Araştırmada elde edilen veriler incelendiğinde öncelikle öğrenciler bu tarz sorularla BİLSEM'de karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Daha sonra öğrencilerin ispat ve muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar ile başladıkları görülmüştür. Öğrenciler matematiksel açıklamaları genelde soruyu anlamak için kullanmışlardır. Bunu yaparken de genelde yapılandırılmamış cümleler, sözel temsiller ve görsel temsiller kullanmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte etkinliği GeoGebra yazılımında düzenleyerek yapılandırılmış cümleler kullanmışlardır. Görsel temsilleri daha çok

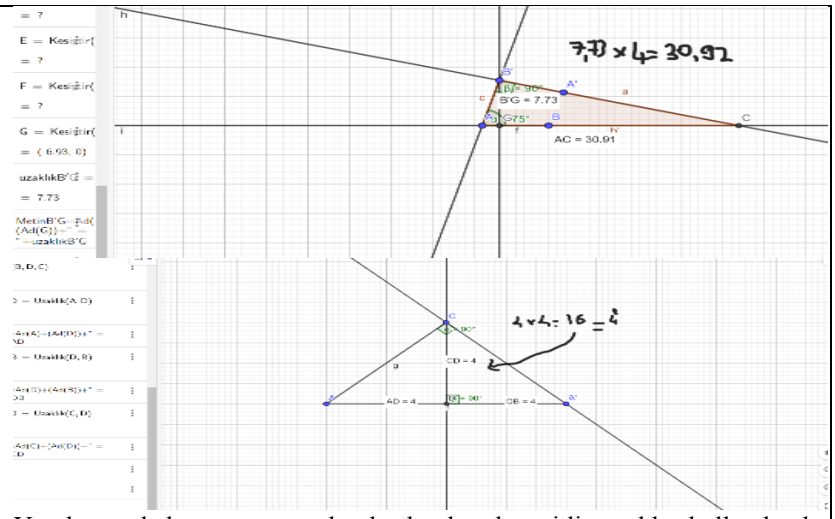
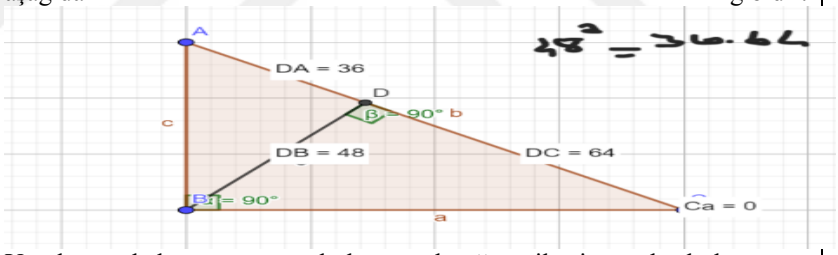
sözel temsillerle desteklemişlerdir. Soru kalıbından yola çıkarak matematiksel kuralları anlamlı bir şekilde kullanmaya çalışmışlardır. Soruyu çözerken öğrenciler ilerleyen süreçlerde matematiksel becerilerini kullanarak matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Matematiksel süreç becerileri kapsamında çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş, çeşitli ispatlar yapmış bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Bu süreçte öğrenciler tartışarak sorgulamalar yapmış ve iddialarını değerlendirmişlerdir. Kullandıkları ifadeleri matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler ispat sürecinde matematiksel işlemleri yapmış ve GeoGebra yazılımını aktif olarak kullanmışlardır. Öğrencilerin hem muhakeme hem de ispat sürecinde matematiksel dil ve notasyonları kullandıkları fakat yaratıcılıktan ziyade güvenilir kaynaklardan görüp hatırladıkları belli bir kalıbı olan daha genel ve bilindik yapıda ispat yoluna gittikleri görülmüştür. Muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini dedüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Bunun sonucunda ulaştıkları kurallar; "Dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir." ve " 90-75-15 üçgeni oluşuyor, burada da yüksekliğin 4 katının taban olduğu üçgen kuralı vardı. " şeklindedir.

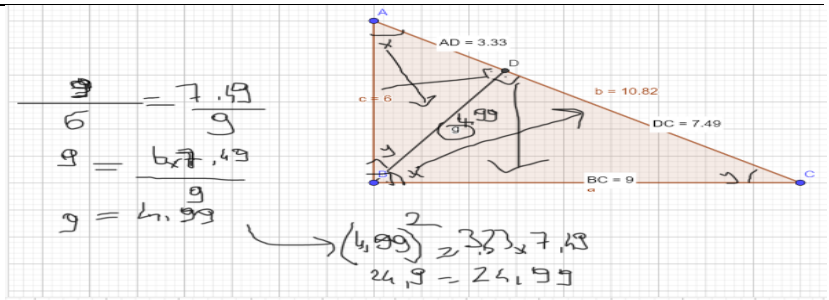
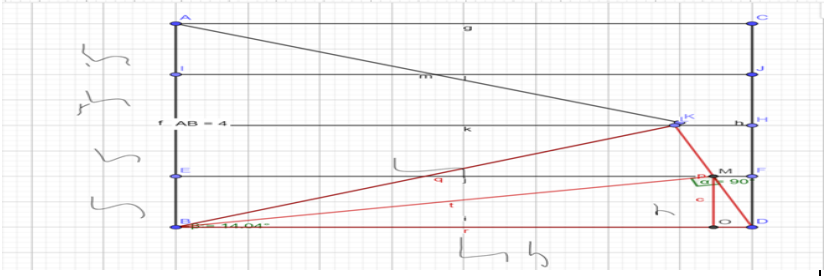
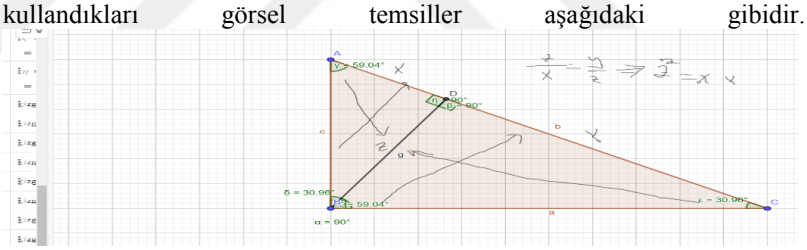
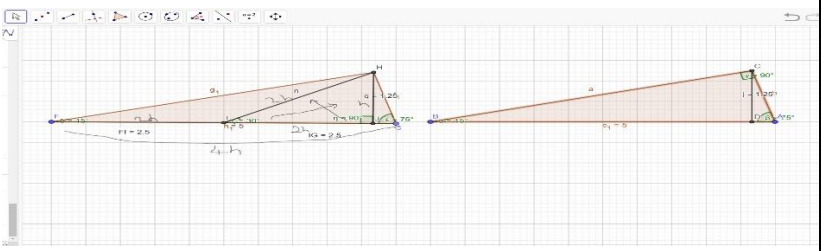
4.2.5.5. Beşinci Probleme İlişkin (Masa Lambası) İspat Süreci Analiz Basamakları: Öğrencilere yönelik hazırlanan V. planın ürün bölümünde yer alan Masa Lambası etkinliğine ilişkin ispat süreci analiz basamakları Tablo 29'da gösterilmiştir.

Tablo 29

Beşinci Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları

İspat Basamakları	**Katılımcılar**	**Örnek ifadeler**
III. Aşama: Analitik düşünme (Analytical Thinking)	Fırat & Okan	Öğrenciler ; "90-15-75 üçgeninden ise yüksekliğin 4 katı taban oluyordu " ve "Dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir." şeklinde düşüncelerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıdaki gibidir.

		 Yapılan muhakeme sonucunda ulaşılan kural, çeşitli örnekler kullanılarak öğrenciler tarafından ispatlanmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin ortaya attıkları iddialarını ispatlayabilmeleri için argüman geliştirilirken ilk etapta kendilerine daha yakın olan deneysel örneklerden yararlandıkları görülmüştür. Bu süreçte öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlanmış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir.
II. Aşama: Analojik Düşünce (Analogical Thinking)	Emre & Ali	Öğrenciler matematiksel kurala ulaşırken genellemeyi ifade etmek için genelde tek örnek üzerinden ispatlamaya çalışmışlardır. Kullandıkları genellemeler ; "90-15-75 üçgeninde ise yüksekliğin 4 katı taban oluyordu " ve "Dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir." şeklindedir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıdaki gibidir.  Yapılan muhakeme sonucunda bu evrede öğrenciler ispata başlarken aynı tip soru türlerini tercih ederek daha basit örneklerle özelden özele ispat yapmaya çalışmışlardır. Bu süreçte öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlanmış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir.
V. Aşama: Yaratıcı düşünce (Creative thinking):	Nil & Selim	Öğrenciler matematiksel kurala ulaşırken genellemeyi ifade etmek için çeşitli örnekler vererek ispatlamaya çalışmışlardır. Kullandıkları genellemeler; "90-15-75 üçgeninde galiba yüksekliğin 4 katı taban oluyordu" ve "Dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir." şeklindedir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıdaki gibidir.

		  Bu süreçte öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Bu evrede öğrenciler hem muhakeme hem de ispat süreçlerinde sözel temsiller, görsel temsiller ve matematiksel öğeler kullanarak bu süreçler arasında üst düzey düşünme becerilerini kullanarak bilişsel bütünlük kurmuşlardır.
IV. Aşama: Bütünleştirici (Kombinasyonel) Düşünme (Integrative (Combinational) Thinking):	Burak & Murat	Öğrenciler "Dik üçgende yükseklik tabanı böldüğü durumda yüksekliğin hipotenüste ayırdığı parçaların çarpımı yüksekliğin karesine eşittir " ve "90-75-15 üçgeni oluşuyor, burada da yüksekliğin 4 katının taban oluyor." şeklinde düşüncelerini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıdaki gibidir.   Yapılan muhakeme sonucunda abdüktif akıl yürütme ile işe başlanıp ispat süreçlerine dedüktif akıl yürütme ile devam edilerek süreç yapılandırılmış ve GeoGebra dinamik geometri programında kullanılarak ispatlar ifade edilmiştir. Bu süreçte öğrenciler GeoGebra dinamik geometri programında oluşturdukları görseller ile matematiksel kurallar arasında bir geçiş yapmaya çalışmışlardır. Ayrıca gerekli olan yerlerde daha önceden bildikleri matematiksel kuralları görseller üzerinde uygulayarak ispatlamış ve güvenilir kaynaklardan gördükleri belli bir kalıbı olan daha genel ve bilindik yapıda ispat yoluna gitmişlerdir.

Beşinci probleme ilişkin ispat süreci analiz basamakları incelendiğinde dört öğrenci grubunun farklı düzeylerde ispat yaptıkları görülmüştür. Bu düzeyler analitik, analojik, yaratıcı ve bütünleştirici düşünme basamağı şeklindedir.

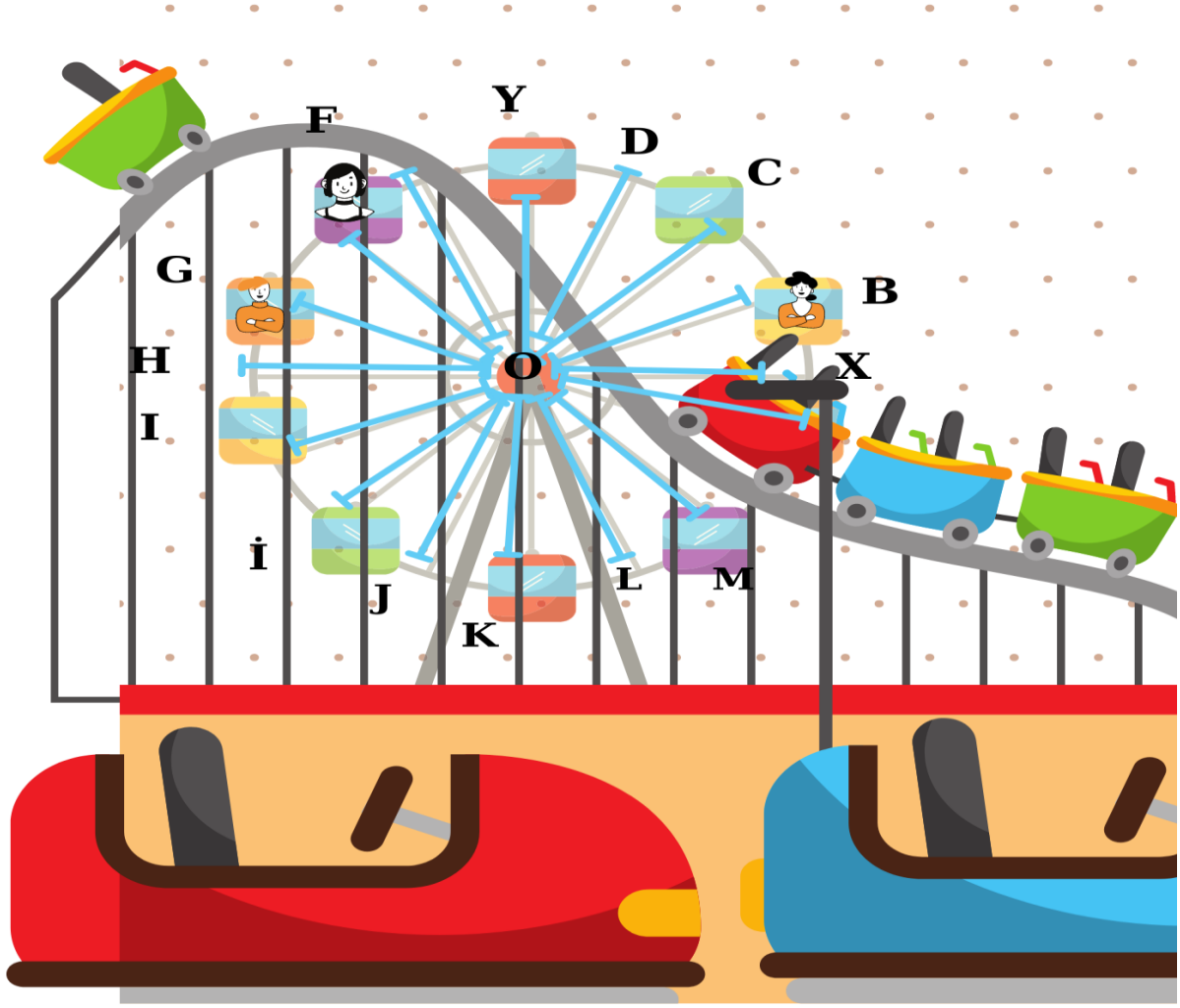
4.2.6. Altıncı Probleme İlişkin (Dönme Dolap) Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci

Problem: Dönme Dolap Etkinliği

Aşağıdaki görselde birim çemberden esinlenerek yapılmış bir bisiklet yarış pisti ile üç yarışmacının yarışın herhangi bir anındaki konumları gösterilmiştir.

Görsel 5

Dönme Dolap Etkinliği



IOAI = 30 m'dir. Doğu-batı doğrultusu x ekseniyle, kuzey-güney doğrultusu y ekseniyle çakışıktır. Çember üzerindeki noktalar yarım çemberi 8 eş parçaya bölecek şekilde tasarlanmıştır. Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre aşağıda yer alan soruları cevaplayınız:

1. B noktasında yer alan dönme dolabın G noktasına geldiğinde m (BOG)' nün sinüsü, kosinüsü, tanjantı ve cotanjantı kaçtır?
2. C noktasındaki dönme dolap ile F noktasındaki dönme dolap arasındaki uzaklık kaç metredir?

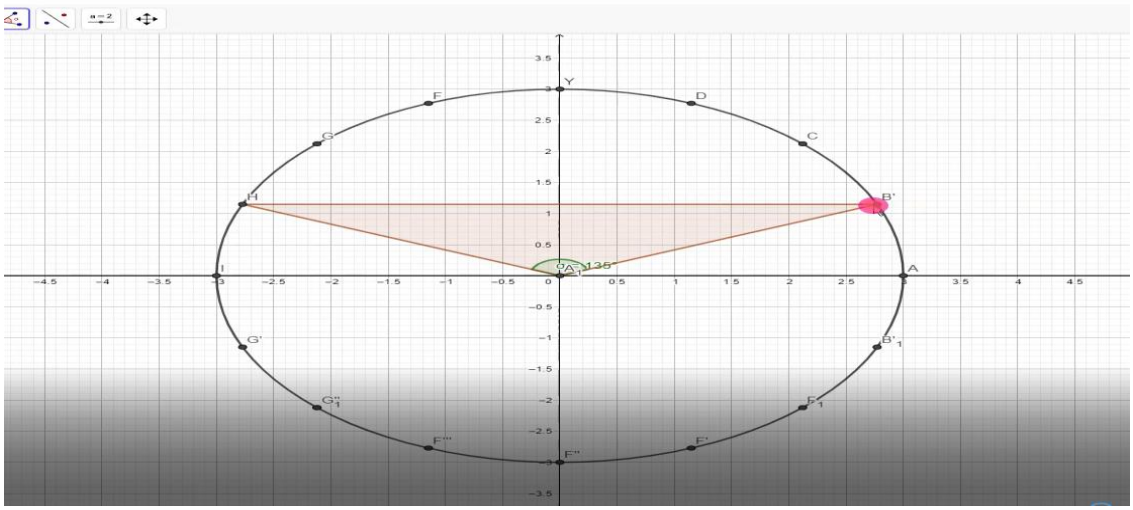
4.2.6.1. Fırat ve Okan'ın Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Evet bu soru hakkında ne düşünüyorsunuz? Nasıl çözebiliriz?

2.(F): Trigonometri konusunu farklı bir konu, çok yakın olduğum bir konu değil ama güzel bir soru görünüyor. Bence geogebra da çok rahat çizip çözebiliriz. Öncelikle dönme dolabı çizmemiz gerekiyor bence. Dönme dolabı çizip IOAI = 30 m'yi belirlememiz gerekiyor. Çember üzerindeki noktalar yarım çemberi 8 eş parçaya bölecek şekilde tasarlamamız gerekiyor. (Veriler)

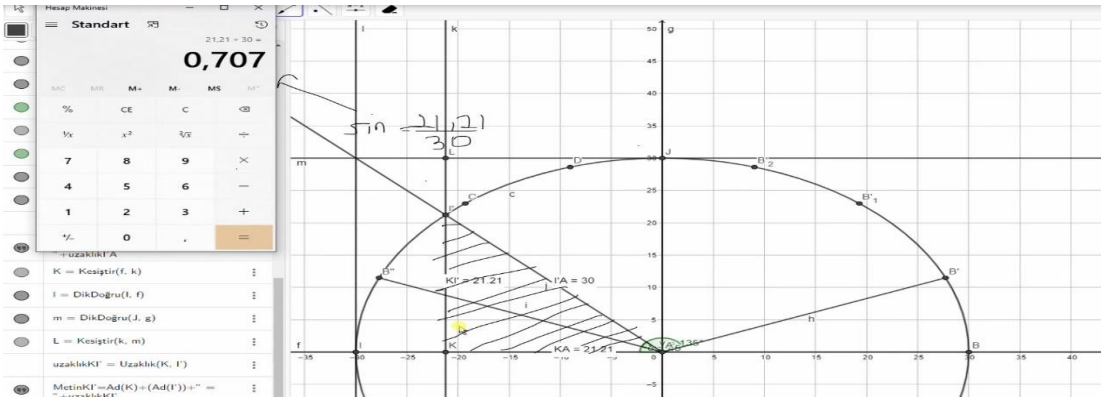
3.(O): Bende konuyu tam kafamda anlamlandıramıyorum yani çokta sevdiğim söylenemez ama değişik sorulardan bence tam geogebra da çözmelik soru. Tamam, yani tüm dönme dolabı çizerken çemberi 16 eş parçaya böleceğiz, buna göre oluşan üçgen şekillerinde sinüsü, kosinüsü, tanjantı ve cotanjant değerlerini belirleyeceğiz. Bence çizelim beraber bakalım nasıl oluyor. (Veriler)



4.(Ö): Evet iyi gidiyorsunuz çocuklar, nasıl devam edeceksiniz? (Onay rehber desteği)

5.(F): Evet güzel çizim oldu şimdi ilk durum için bakalım, m (BOG)' nün sinüsü, kosinüsü, tanjantı ve cotanjantına bakalım. Şimdi açıyı 135 derece bulduk, bu geniş açıya bakıp 90+45 mantığından ilerleyeceğiz bence. Çünkü $\sin(90+\alpha)=\cos(\alpha)$,$\cos(90+\beta)=-\sin(\beta)$, $\tan(90+\mu)=-\cot(\mu)$ ve $\cot(90+\mu)= -\tan(\mu)$ şeklinde 90 derecelik açıda dönüşüm vardı. Yani $\sin 135^{0} = \sin 45^{0}$ oluyordu. (İddia)

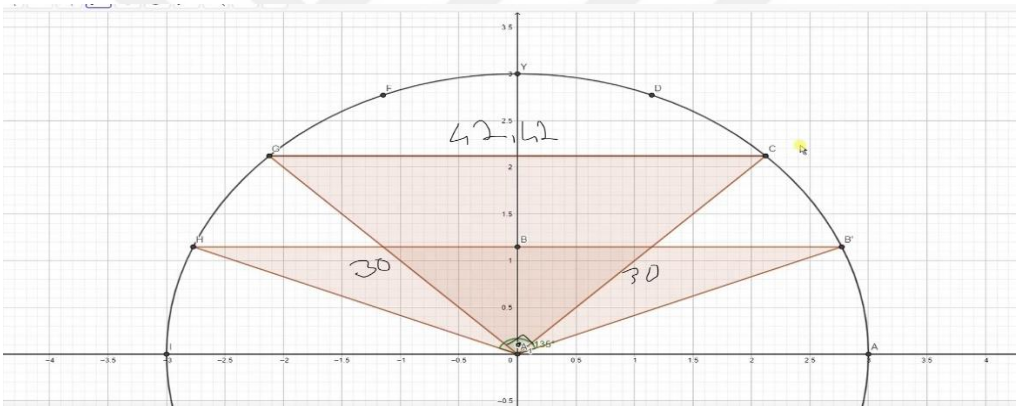
6. (O): Şimdi Fırat çok haklı ama ben bulurken üçgen çizip değerleri yapıyorum. Yani örnek bir üçgen çizip değerleri tespit edebiliriz. Ben ezbere değerleri bilmiyorum. Ayrıca sin=karşı kenar /hipotenüs; cos=komşu kenar/hipotenüs; tan=karşı kenar/komşu kenar ve cot=komşu kenar /karşı kenar şeklindeydi. Sin $135^{0}=0,7$; $\cos135^{0}=-0,7$; $\tan135^{0}=-1$ ve $\cot135^{0}=-1$ şeklindedir. Şöyle çizelim: (Gerekçe)



7.(Ö): Güzel bir mantık kurup ilerlediniz çocuklar. (Onay rehber desteği)

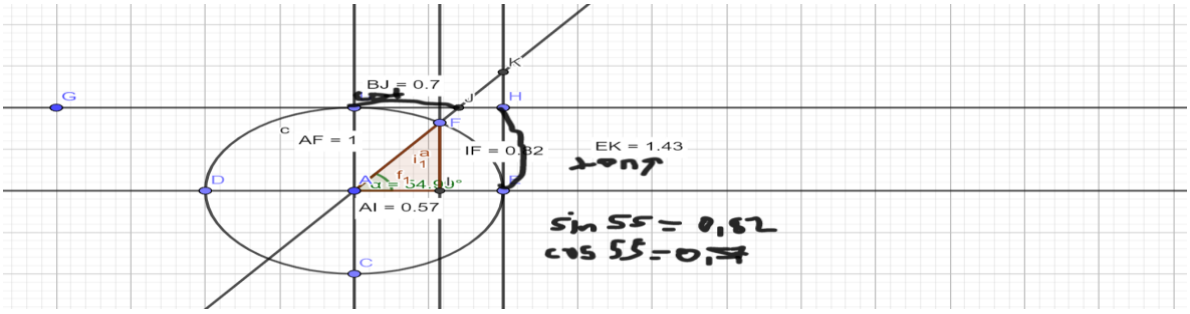
8.(F): Şimdi ikinci soruya bakalım, C noktasındaki dönme dolap ile F noktasındaki dönme dolap arasındaki uzaklığa bakalım. Ben şöyle çizdim. Açı zaten 90^o oldu, Pisagor'dan kolayca çıkar. (İddia)

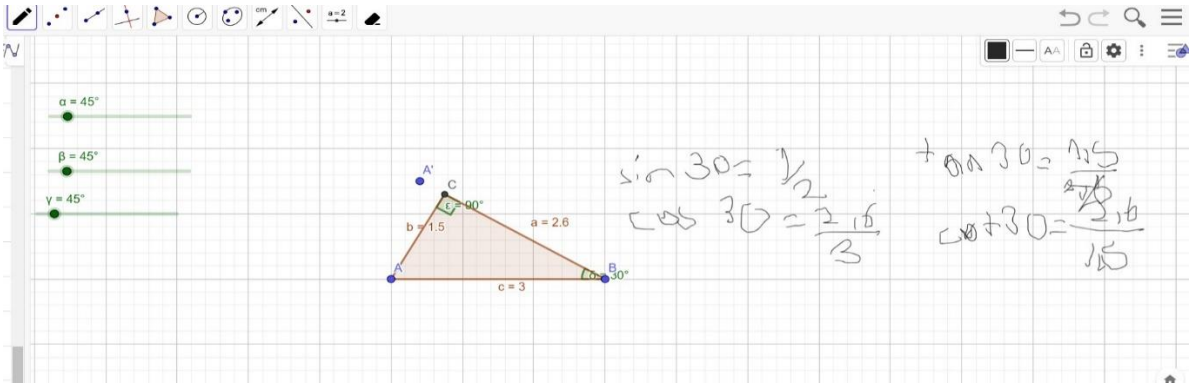
9.(O): Bende senin söylediklerini geogebrada görsele döktüm ve Pisagor uyguladım şöyle çıktı. Sonuç 42,42. (Gerekçe)



10.(Ö): Genelleme yapmak isterseniz ne söyleyebilirsiniz. Bence çok güzel ilerlediniz. (Onay rehber desteği)

11.(O): Bence hocam birim çember üzerinde gösterebiliriz değerleri, Dar açı olsun, geniş açı olsun karşılaştırırız, kolayca çıkar. Yani yine örnek olacak ama başka türlü nasıl gösteririm bilmiyorum mesela; (İddia)





12.(Ö): Çok iyi çocuklar. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar ile analiz edilen tartışmada Okan ve Fırat ortaya koydukları iddiaya yönelik verilerini ifade etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla öğrenciler dönme dolabı nasıl oluşturacaklarını ve bu değerleri nasıl bulacaklarını ifade etmişlerdir. Böylece bu veriler aracılığıyla tartışma zemini oluşturulmaya başlanmıştır.
- 5., 8. ve 11. kodlar ile analiz edilen tartışmada Okan ve Fırat verilere dayalı olarak tartışmanın temel amacına yönelik iddialarını ortaya koymuşlardır. İki öğrencinin de ifadeleri birbirine benzer olup çözüme yönelik trigonometrik değerlerle ilgili iddialarını ortaya koymuşlardır.
- 6. ve 9. kodlar ile analiz edilen tartışmada Okan ve Fırat iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koymuşlardır. İddiaların nedenlerini, kendi ulaştıkları sonuçları savunmak için GeoGebra' da oluşturdukları çözüm yöntemleri ile açıklama yapmışlardır.
- 11. kodda buldukları kuralı matematiksel ifadeler aracılığıyla GeoGebra yazılımında ispatlamaya çalışmışlardır.
- 4., 7. ve 10. kodlar ile analiz edilen tartışmada öğretmen tarafından öğrencilere tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 12. kodda ise "çok iyi çocuklar." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Fırat

Öncelikle dönme dolabı çizmemiz gerekiyor bence. Dönme dolabı çizip IOAI = 30 m'yi belirlememiz gerekiyor. Çember üzerindeki noktalar yarım çemberi 8 eş parçaya bölecek şekilde tasarlamamız gerekiyor.

1

İddia-Fırat

Evet, güzel çizim oldu şimdi ilk durum için bakalım, m (BOG)' nün sinüsü, kosinüsü, tanjantı ve cotanjantına bakalım. Şimdi açıyı 135 derece bulduk, bu geniş açıya bakıp 90+45 mantığından ilerleyeceğiz bence. Çünkü sin(90+α)=cos(α) ,cos(90+β)=-sin(β), tan(90+μ)=-cot(μ) ve cot(90+μ)= -tan(μ) şeklinde 90 derecelik açıda dönüşüm vardı. Yani sin 135 ^{0} = sin 45^{0} oluyordu.

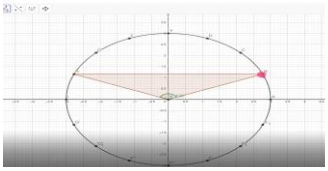
5

Onay rehber desteği

Güzel bir mantık kurup ilerlediniz çocuklar.

Veri-Okan

Dönme dolabı çizerken çemberi 16 eş parçaya böleceğiz, buna göre oluşan üçgen şekillerinde sinüsü, kosinüsü, tanjantı ve cotanjant değerlerini belirleyeceğiz. Bence çizelim beraber bakalım nasıl oluyor.



2

3

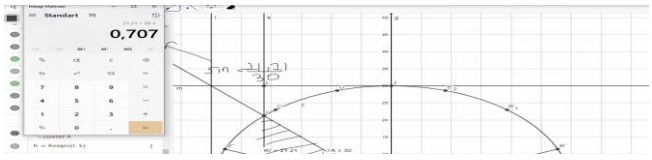
Onay rehber desteği

Evet, iyi gidiyorsunuz çocuklar, nasıl devam edeceksiniz?

4

Gerekçe-Okan

Şimdi Fırat çok haklı ama ben bulurken üçgen çizip değerleri yapıyorum. Yani örnek bir üçgen çizip değerleri tespit edebiliriz. Ben ezbere değerleri bilmiyorum. Ayrıca sin=karşı kenar /hipotenüs; cos=komşu kenar/hipotenüs; tan=karşı kenar/komşu kenar ve cot=komşu kenar /karşı kenar şeklindeydi. Sin 135^{0}=0,7; cos135^{0}=-0,7; tan135^{0}=-1 ve cot135^{0}=-1 şeklindedir. Şöyle çizelim:



6

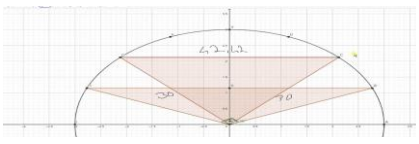
İddia-Fırat

Şimdi ikinci soruya bakalım, C noktasındaki dönme dolap ile F noktasındaki dönme dolap arasındaki uzaklığa bakalım. Ben şöyle çizdim. Açı zaten 90^{o} oldu, Pisagor'dan kolayca çıkar.

7

Gerekçe-Okan

Bende senin söylediklerini geogebrada görsele döktüm ve Pisagor uyguladım şöyle çıktı. Sonuç 42,42.



8

Onay rehber desteği

Genelleme yapmak isterseniz ne söyleyebilirsiniz. Bence çok güzel ilerlediniz.

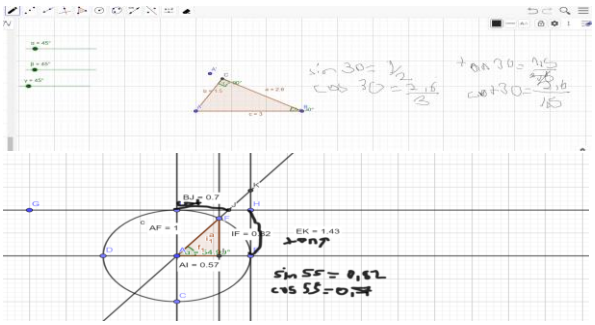
9

Devamı;

9

İddia-Okan

Bence hocam birim çember üzerinde gösterebiliriz değerleri, Dar açı olsun, geniş açı olsun karşılaştırırız, kolayca çıkar. Yani yine örnek olacak ama başka türlü nasıl gösteririm bilmiyorum mesela;



10

Sonlandırıcı rehber desteği

Çok iyi çocuklar

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan VI. planın ürün bölümünde yer alan dönme dolap etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:

Argümantasyon Sürecine Genel Bakış:

Verilen plan incelendikten sonra dönme dolap etkinliği ile ilgili öğrenci tartışmaları gerçekleşmiştir. Bu tartışmalarda genel matematiksel açıklamalar yapılmıştır:

- Yapılandırılmamış cümleler
- Sözel temsiller
- Görsel temsiller
- Matematiksel kurallar

Argümantasyon Sürecinde Matematiksel Detaylandırmalar:

Dönme dolap etkinliği ile ilgili genel öğrenci tartışmaları sonrasında oluşan matematiksel fikirler Geogebra dinamik geometri yazılımında düzenlenmiştir:

- Görsel temsiller
- Yapılandırılmış cümleler
- Matematiksel kurallar
- Matematiksel detaylandırma

Argümantasyon Sürecinde Matematiksel Süreç Becerileri:

Oluşturulan matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapılmıştır:

- Matematiksel işlemler
- Değer vererek örnekler oluşturma
- İddiaların gerekçelendirilmesi

- Tartışarak sorgulama
- İddiaları doğrulama

Argümantasyon Sürecinde Ulaşılan Sonuçlar:

Yapılan muhakeme sonucunda ulaşılan kural, çeşitli örnekler kullanılarak öğrenciler tarafından ispatlanmaya çalışılmıştır. Bu süreçte öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürütme ile başlanmış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Bu süreçte kullanılan yöntemler:

- Yapılandırılmış cümleler
- Görsel temsiller
- Matematiksel anlamlandırma

Argümantasyon Sürecinde Analitik Akıl Yürütme:

Muhakeme ve ispat sürecinde indüktif akıl yürütme sonucunda matematiksel kurala ulaşılmıştır.

Sonuç: Öğrenciler matematiksel kurala ulaşırken genellemeyi ifade etmek için çeşitli örnekler vererek ispatlamaya çalışmışlardır. Ulaştıkları genelleme ; "sin=karşı kenar /hipotenüs; cos=komşu kenar/hipotenüs; tan=karşı kenar/komşu kenar ve cot=komşu kenar /karşı kenar." ve "sin(90+α)=cos(α) ,cos(90+β)=-sin(β), tan(90+μ)=-cot(μ) ve cot(90+μ)= -tan(μ) seklinde 90 derecelik acıda dönüsüm vardı. " seklindedir.

Araştırmada öğrenciler konuya aşina olmadıklarını, konunun farklı olduğunu fakat geogebra kullanarak soruyu görsel temsillerle ifade etmenin çözüm sürecini kolaylaştırdığını ifade etmişlerdir. Araştırma sürecinde elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin genellikle ispat ve muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar yaparak başladıkları görülmüştür. Öğrenciler matematiksel açıklamaları genelde soruyu anlamak için kullanmışlardır. Bunu yaparken de genelde yapılandırılmamış cümleler, sözel temsiller ve görsel temsiller kullanmışlardır. Özellikle görsel temsillerle soruyu anlamaya çalışmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte görsel temsilleri detaylandırarak çözüm sürecine başlamışlardır. Ayrıca daha önceden bildikleri matematiksel kuralları uygulamışlardır. Argümantasyon sürecinde matematiksel süreç becerileri kapsamında matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu değerlendirmeler daha çok hatırladıkları matematiksel kuralları kullanarak yapılan işlemler üzerine oluşmuştur. Öğrenciler matematik becerileri kapsamında çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Ayrıca ifadelerini matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler yapılan muhakeme sonucunda kullandıkları matematik kuralını ispatlamaya çalışmışlardır. İspat yaparken çeşitli örnekler kullanarak muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Ulaştıkları kuralları ifade ederken matematiksel dil ve notasyon kullanımında eksiklikler olduğu görülmüştür.

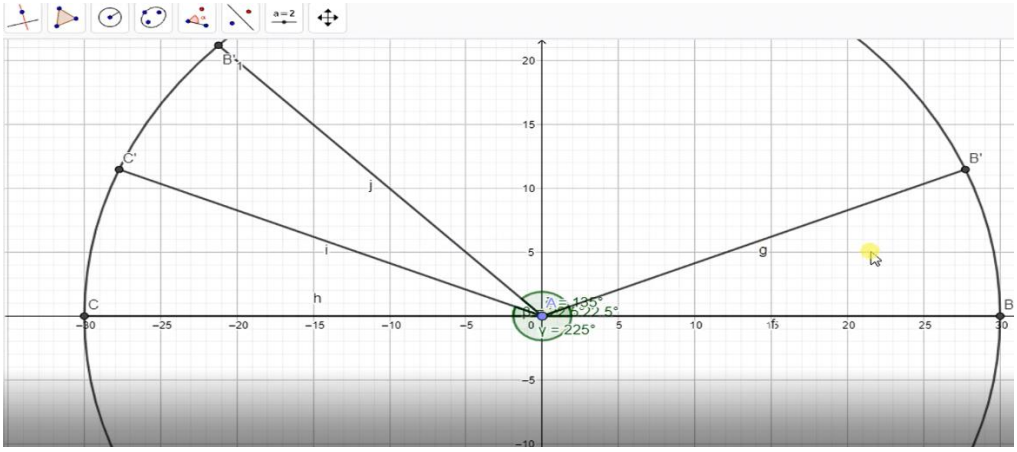
4.2.6.2. Emre ve Ali'nin Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Evet bu soru hakkında ne düşünüyorsunuz? Nasıl çözebiliriz?

2.(E): Hocam konuyla pek aram yok ama çözmeye çalışacağım. Dönme dolabını çember gibi düşünüp 16 eşit bölmeye ayıracağız. Dönme dolabı çizip IOAI = 30 m'yi belirlememiz gerekiyor. (Veriler)

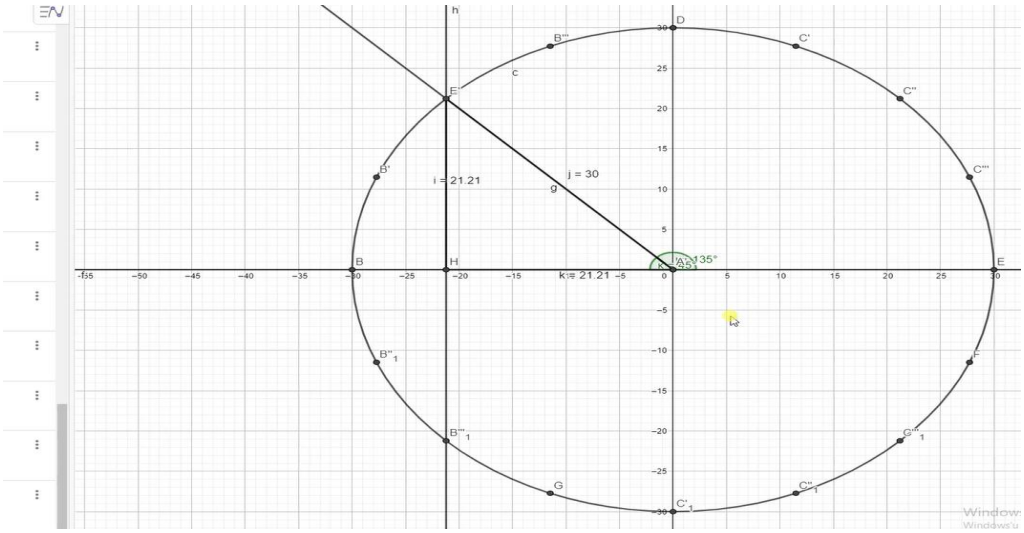
3.(A): Bende konuyu çok sevmiyorum ama çözebiliriz bencede. Şimdi Dönme dolabı çizip, çemberi 16 eş parçaya böleceğiz, buna göre çeşitli trigonometrik değerler belirleyeceğiz. Bence çizelim beraber bakalım nasıl oluyor. Her bir açısı $22{,}5^0$ oluyor. (Veriler)



4.(Ö): Evet sorulardan elde ettiğiniz verilere göre çiziminize başladınız, iyi gidiyorsunuz çocuklar, nasıl devam edeceksiniz? (Onay rehber desteği)

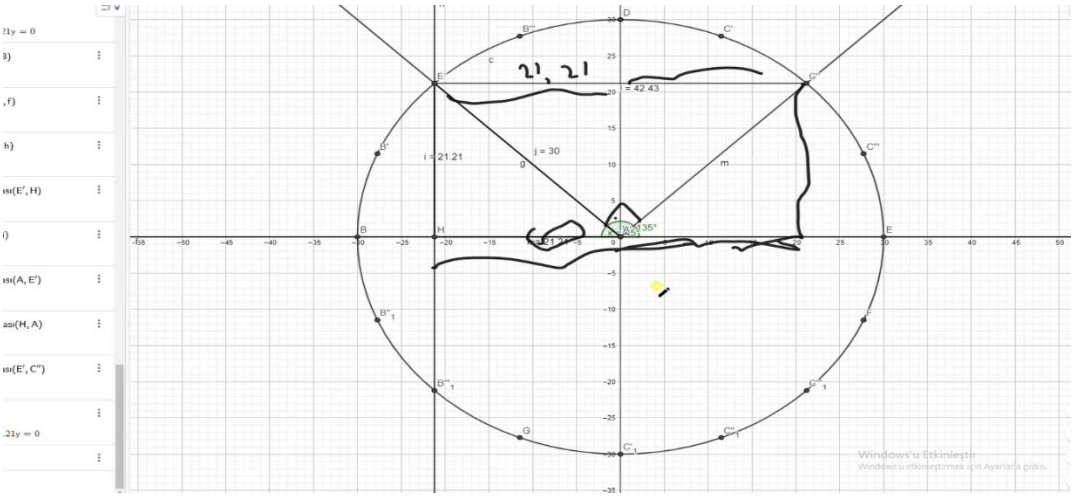
5.(E): Evet güzel çizim oldu şimdi ilk durum için bakalım, m (BOG)' nin açısını 135 derece bulduk. Bu geniş açıya bakıp 90+45 şeklinde ayarlama yapıp trigonometrik oranlarına bakabiliriz. Çünkü geniş açı üzerinden hareket ederken sin(90+a)=cos(a) ,cos(90+b)=-sin(b) bu şekilde yapıyoruz. Şimdi mantığından ilerleyeceğiz bence. Yani sin 135 ^{0} = cos 45^{0} oluyordu. Buradan bütün trigonometrik değerleri bulabiliriz. (İddia)

6.(A): Evet Emre ile çizimi şu şekilde yaptık, buradan bütün trigonometrik oranları bulabiliriz. Ayrıca sin=karşı kenar /hipotenüs; cos=komşu kenar/hipotenüs; tan=karşı kenar/komşu kenar ve cot=komşu kenar /karşı kenar şeklindeydi. Ama işaretlere dikkat edersek çok iyi olur. Mesela; sin 45=21/30, cos45= -21/30, tan45=-21/21,cot45=-21/21 şeklinde ifadeler elde edebiliriz. (Gerekçe)



7. (E): Şimdi diğer soruya bakalım, bizden C noktasındaki dönme dolap ile F noktasındaki dönme dolap arasındaki uzaklığı istiyor, açısı 90 ^{0} çıkıyor. İstersek Pisagor bağıntısı

uygulayacağımız gibi, dikdörtgen özelliğinden yani karşılıklı kenarların eşitliğinden de bulabiliriz. Şöyle çizelim: (Gerekçe)



8.(Ö): Güzel bir mantık kurup ilerlediniz çocuklar. Peki kullandığınız matematiksel kurallar hakkında ne söylersiniz. (Onay rehber desteği)

9.(A): Hocam biz hatırladığımız kurallarla yaptık dik üçgenlerde örneklerle falan ispat yapabiliriz ama ben ispatı konusunda çok bir şey bilmiyorum.

10.(Ö): Peki güzel ilerlediniz. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. satırda Ali ve Emre soruyu incelemiş ve bu doğrultuda elde ettikleri verileri ortaya koymuşlardır. Bu veriler aracılığıyla öğrenciler dönme dolabı nasıl oluşturacaklarını ve bu değerleri nasıl bulacaklarını ifade etmişlerdir.
- 5. satırda Ali ve Emre verilere dayalı olarak tartışmanın temel amacına yönelik trigonometrik değerler kapsamında sorunun çözümüne yönelik iddialarını ortaya koymuşlardır.
- 6. ve 7. satırda Ali ve Emre iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koymuşlardır. İddiaların nedenlerini, kendi ulaştıkları sonuçları savunmak için GeoGebra'da oluşturdukları çözüm yöntemleri ile açıklama yapmışlardır.
- 9. satırda kullandıkları matematiksel kuralın doğruluğuna dair bir his vardır fakat formal ispata götürmeyen varsayımsal bir düşünce sistemi mevcuttur.
- 4. ve 8. satırda öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 10. satırda ise "Peki güzel ilerlediniz." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Emre

Dönme dolabını çember gibi düşünüp 16 eşit bölmeye ayıracağız. Dönme dolabı çizip IOAI = 30 m'yi belirlememiz gerekiyor.

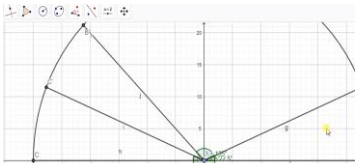
1

İddia-Emre

Evet, güzel çizim oldu şimdi ilk durum için bakalım, m (BOG)' nin açısını 135 derece bulduk. Bu geniş açıya bakıp 90+45 şeklinde ayarlama yapıp trigonometrik oranlarına bakabiliriz. Çünkü geniş açı üzerinden hareket ederken sin(90+a)=cos(a) ,cos(90+b)=-sin(b) bu şekilde yapıyoruz. Şimdi mantığından ilerleyeceğiz bence. Yani sin 135 ^{0} = cos 45^{0} oluyordu. Buradan bütün trigonometrik değerleri bulabiliriz.

Veri-Ali

Dönme dolabı çizip, çemberi 16 eş parçaya böleceğiz, buna göre çeşitli trigonometrik değerler belirleyeceğiz. Bence çizelim beraber bakalım nasıl oluyor. Her bir açısı 22,5^{0} oluyor.

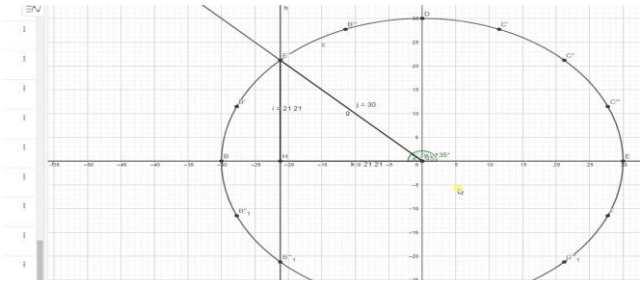


2

4

Gerekçe-Ali

Evet, Emre ile çizimi şu şekilde yaptık, buradan bütün trigonometrik oranları bulabiliriz. Ayrıca sin=karşı kenar /hipotenüs; cos=komşu kenar/hipotenüs; tan=karşı kenar/komşu kenar ve cot=komşu kenar /karşı kenar şeklindeydi. Ama işaretlere dikkat edersek çok iyi olur. Mesela; sin 45=21/30, cos45= -21/30, tan45=-21/21,cot45=-21/21 şeklinde ifadeler elde edebiliriz.



3

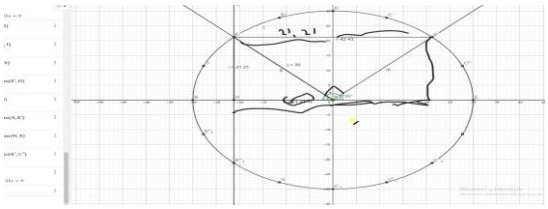
Onay rehber desteği

Evet, sorulardan elde ettiğiniz verilere göre çiziminize başladınız, iyi gidiyorsunuz çocuklar, nasıl devam edeceksiniz?

5

Gerekçe-Ali

Şimdi Emre ile verileri toparladığımızda çizimimizden açısı 90 ^{0} çıkıyor. İstersek Pisagor bağıntısını uygulayabiliriz ya da dikdörtgen özelliğinden yani karşılıklı kenarların eşitliğinden de bulabiliriz. Şöyle çizelim:



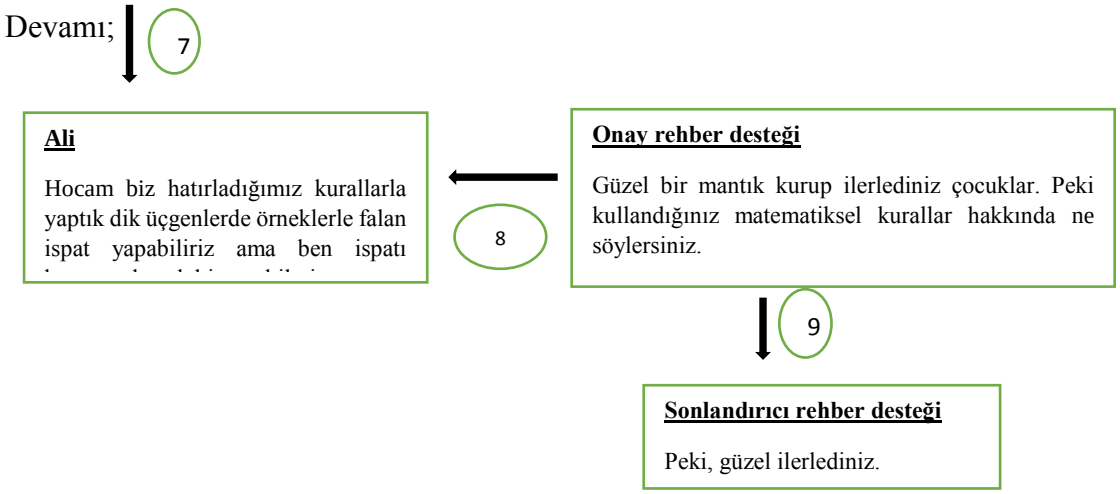
6

İddia-Emre

Şimdi diğer soruya bakalım, bizden C noktasındaki dönme dolap ile F noktasındaki dönme dolap arasındaki uzaklığı istiyor, açısı 90 ^{0} çıkıyor. İstersek Pisagor bağıntısını uygulayabiliriz.

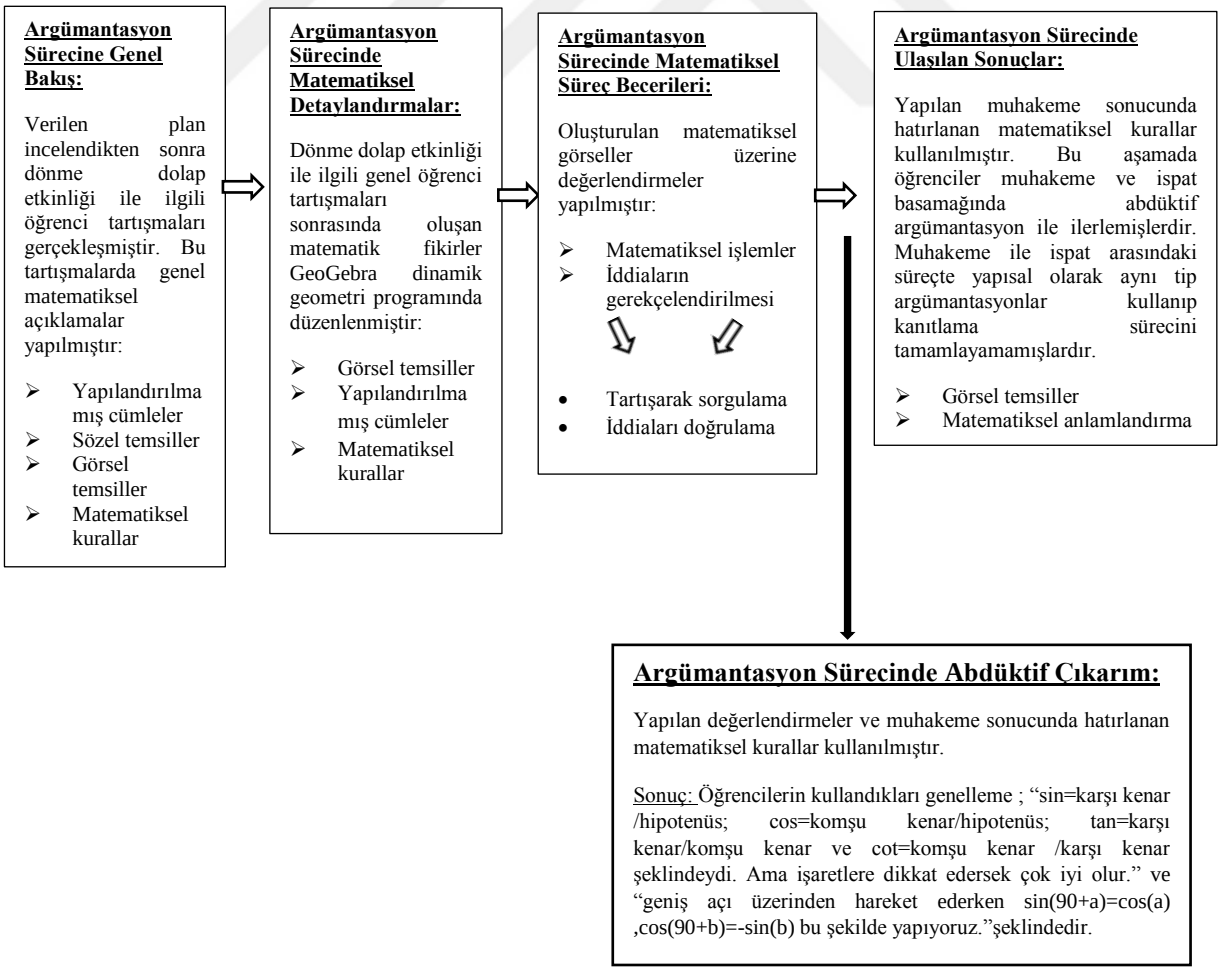
7

Devamı;



Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan VI. planın ürün bölümünde yer alan dönme dolap etkinliği ile öğrencilerin geogebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Argümantasyon süecinde öğrenciler konuya aşina olmadıklarını ve konuyu çok sevmediklerini ifade etmişlerdir. Araştırma sürecinde elde edilen veriler incelendiğinde ise öğrencilerin muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar yaparak başladıkları görülmüştür. Öğrenciler matematiksel açıklamaları genelde soruyu anlamak için kullanmışlardır. Bunu yaparken de genelde yapılandırılmamış cümleler, sözel temsiller ve görsel temsiller kullanmışlardır. Özellikle görsel temsiller ile soruyu anlamaya çalışmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte görsel temsillerle geogebra programında fikirlerini anlamlandırmaya çalışmışlardır. Argümantasyon sürecinde matematiksel süreç becerileri kapsamında matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu değerlendirmeler daha çok hatırladıkları matematiksel kuralları kullanarak yapılan işlemler üzerine oluşmuştur. Matematik becerileri kapsamında çeşitli matematiksel işlemler yapmış ve bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Ayrıca ifadelerini matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler yapılan muhakeme sonucunda hatırladıkları matematiksel kuralları kullanmış fakat ispat sürecine geçememişlerdir. Öğrencilerde ispat sürecine yönelik düşüncenin doğruluğuna dair bir his vardır fakat formal ispata götürmeyen varsayımsal bir düşünce sistemi mevcuttur. Bu aşamada öğrenciler muhakeme ve ispat basamağında abdüktif argümantasyon ile ilerlemişlerdir. Muhakeme ile ispat arasındaki süreçte yapısal olarak aynı tip argümantasyonlar kullanıp kanıtlama sürecini tamamlayamamışlardır.

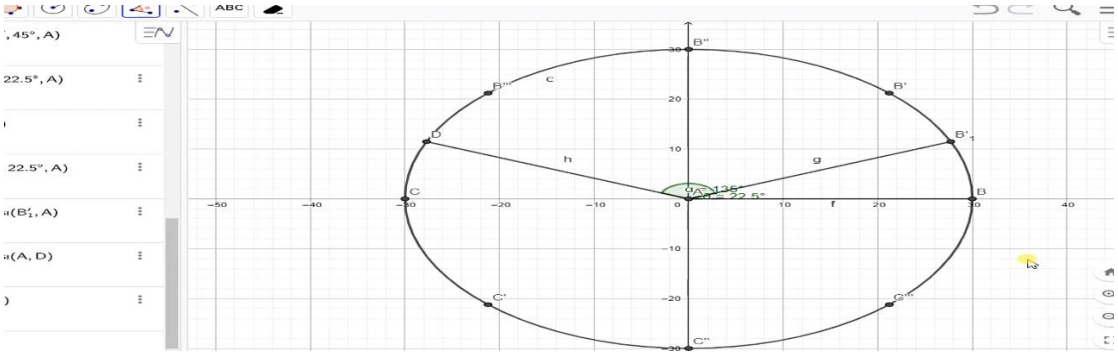
4.2.6.3. Nil ve Selim'in Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Evet bu soru hakkında ne düşünüyorsunuz? Nasıl çözebiliriz?

2.(S): Yani hocam bu konuda çok soru çözdüğüm söylenemez**.** O yüzden sık karşılaştım denemez hatta böyle sorularla sadece bislem de karşılaşıyoruz. Şimdi hocam dönme dolap zaten çember**,** çember 16 eşit parçaya bölünüyor. Çemberin yarıçapı ise 30 m'ye denk geliyor. (Veriler)

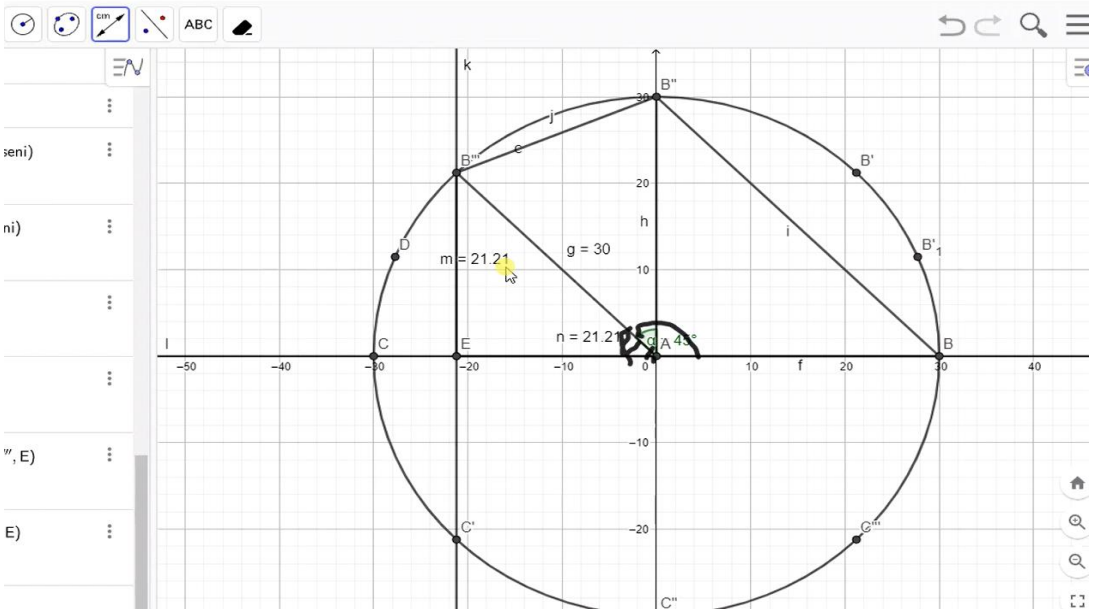
3.(N): Bende çok karşılaşmadım bu tarz soruyla. Şimdi çemberi 16 eş parçaya bölünce her bir iç açısı $22{,}5^0$ oluyor. Buna göre çeşitli trigonometrik değerler belirleyeceğiz. Bize ilk soru için B noktasında yer alan dönme dolabın G noktasına geldiğinde m (BOG)' nün ölçüsünü önce bulalım. Soruyu bu şekliyle önce çizelim; burada açı:135^0 oluyor. (Veriler)



4.(Ö): Güzel mantığı oturtmuşsunuz? Peki, nasıl devam ettiniz. (Onay rehber desteği)

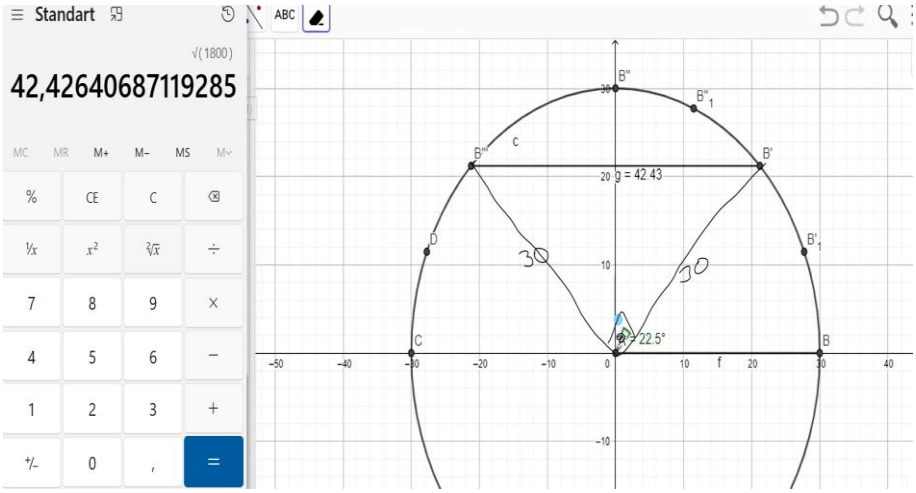
5.(S): Şimdi hocam m (BOG)' nin açısını 135 derece oluyor. Bu geniş açıya bakıp 180-45 şeklinde ayarlama yapıp trigonometrik oranlarına bakabiliriz. Çünkü açıları kullanarak bu şekilde yapabiliriz. Yani şöyle sin(a)=sin(180-a) ,cos(180-a)=-cos(a) gibi bu mantıktan ilerleyeceğiz bence. Yani sin 135 ^{0} = sin (180-45)=sin 45^{0} oluyordu. Buradan bütün trigonometrik değerleri bulabiliriz. (İddia)

6.(N): Evet Selim'ın dediği gibi çizimi şu şekilde yaptık, buradan bütün trigonometrik oranları bulabiliriz. Ayrıca sin=karşı kenar /hipotenüs; cos=komşu kenar/hipotenüs; tan=karşı kenar/komşu kenar ve cot=komşu kenar /karşı kenar şeklindeydi. Ama işaretlere dikkat edersek çok iyi olur. Mesela; sin 45=21/30, cos45= -21/30, tan45=-21/21,cot45=-21/21 şeklinde ifadeler elde edebiliriz. (Gerekçe)



7. (Ö): Tamam güzel ilerliyorsunuz, sorunun ikinci kısmında ne yapacaksınız? (Onay rehber desteği)

8. (S): Hocam Nil'in yaptığı gibi çember de C noktasındaki dönme dolap ile F noktasındaki dönme dolap arasındaki açı 90 ^{0} çıkıyor. Zaten dik üçgen ve Pisagor bağıntısı uygulayacağız. Şöyle çizelim, buradan 42,43 çıkıyor. (Gerekçe)



9.(Ö): Güzel bir mantık kurup ilerlediniz çocuklar. Peki kullandığınız matematiksel kurallar hakkında ne söylersiniz. (Onay rehber desteği)

10.(N): Hocam zaten trigonometrik değerleri kullandık onu da ezbere biliyorduk. Açıkçası hani dik üçgen çizip örnekle ancak gösteririz bizde konuştuk ama ilerleyemedik.

11.(Ö): Peki güzel ilerlediniz. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. satırda Nil Selim ve soruyu inceledikten sonra çeşitli veriler elde etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla dönme dolabı nasıl oluşturacaklarını ve bu değerleri nasıl bulacaklarını ifade etmişlerdir.
- 5. satırda Nil ve Selim verileri inceledikten sonra çözüm sürecine yönelik iddialarını ortaya koymuşlardır. Öğrenciler çözüme yönelik trigonometrik değerlerle ilgili iddialarını ortaya koymuşlardır.
- 6. ve 8.satırda Nil ve Selim iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koymuşlardır. İddiaların nedenlerini, kendi ulaştıkları sonuçları savunmak için GeoGebra' da oluşturdukları çözüm yöntemleri ile ilgili gerekçelerini sunmuşlardır.
- 4., 7. ve 9. satırda öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 10. satırda ise "Peki güzel ilerlediniz." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Selim

Şimdi hocam dönme dolap zaten çember, çember 16 eşit parçaya bölünüyor. Çemberin yarıçapı ise 30 m'ye denk geliyor.

1

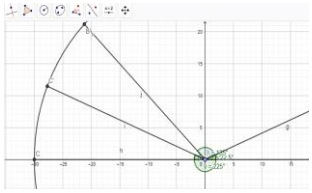
İddia-Selim

Şimdi hocam m (BOG)' nin açısını 135 derece oluyor. Bu geniş açıya bakıp 180-45 şeklinde ayarlama yapıp trigonometrik oranlarına bakabiliriz. Çünkü açıları kullanarak bu şekilde yapabiliriz. Yani şöyle sin(a)=sin(180-a) ,cos(180-a)=-cos(a) gibi bu mantıktan ilerleyeceğiz bence. Yani sin 135 ^{0} = sin (180-45)=sin 45^0 oluyordu. Buradan bütün trigonometrik değerleri bulabiliriz.

2

Veri-Nil

Dönme dolabı çizip, çemberi 16 eş parçaya böleceğiz, buna göre çeşitli trigonometrik değerler belirleyeceğiz. Bence çizelim beraber bakalım nasıl oluyor. Her bir açısı 22,5^0 oluyor.

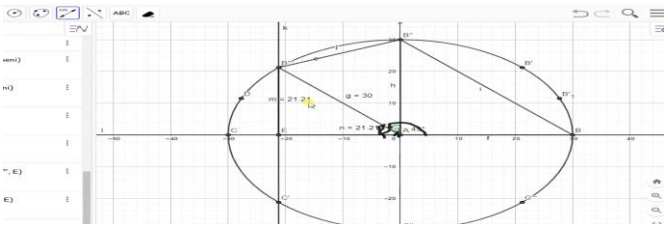


3

4

Gerekçe-Nil

Evet, Selim'in dediği gibi çizimi şu şekilde yaptık, buradan bütün trigonometrik oranları bulabiliriz. Ayrıca sin=karşı kenar /hipotenüs; cos=komşu kenar/hipotenüs; tan=karşı kenar/komşu kenar ve cot=komşu kenar /karşı kenar şeklindeydi. Ama işaretlere dikkat edersek çok iyi olur. Mesela; sin 45=21/30, cos45= -21/30, tan45=-21/21,cot45=-21/21 şeklinde ifadeler elde edebiliriz.



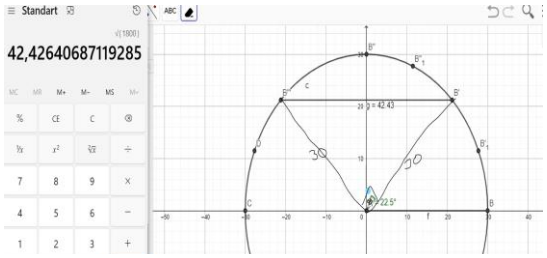
5

Onay rehber desteği

Güzel mantığı oturtmuşsunuz? Peki nasıl devam ettiniz.

Gerekçe-Selim

Hocam Nil'in yaptığı gibi çember de C noktasındaki dönme dolap ile F noktasındaki dönme dolap arasındaki açı 90 ^{0} çıkıyor. Zaten dik üçgen ve Pisagor bağıntısı uygulayacağız. Şöyle çizelim, buradan 42,43 çıkıyor.



Onay rehber desteği

Tamam, güzel ilerliyorsunuz, sorunun ikinci kısmında ne yapacaksınız?

6

7

Onay rehber desteği

Güzel bir mantık kurup ilerlediniz çocuklar. Peki, kullandığınız matematiksel kurallar hakkında ne söylersiniz.

8

Ali

Hocam zaten trigonometrik değerleri kullandık onu da ezbere biliyorduk.

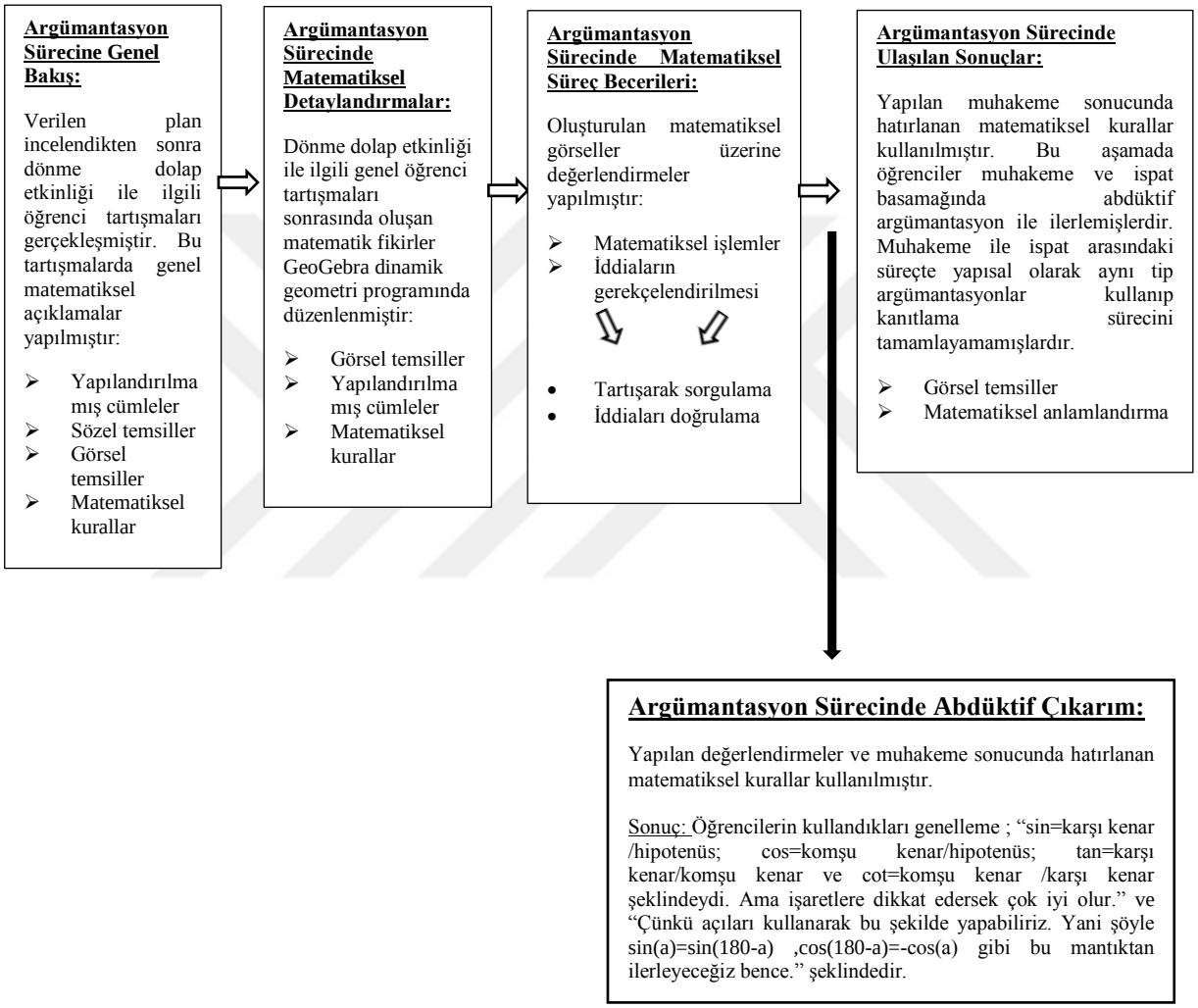
9

Sonlandırıcı rehber desteği

Peki, güzel ilerlediniz.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan VI. planın ürün bölümünde yer alan dönme dolap etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Argümantasyon sürecinde öğrenciler ilgili konu hakkında çok fazla soru çözmediklerini ve konuya aşina olmadıklarını ifade etmişlerdir. Muhakeme sürecinde başlarken ise öğrencilerin öncelikle soruyu inceleyerek çeşitli matematiksel açıklamalar yaptıkları görülmüştür. Öğrenciler matematiksel açıklamaları genelde soruyu anlamak için kullanmışlardır. Bunu yaparken de genelde sözel temsiller ve görsel temsiller kullanmışlardır. Özellikle görsel temsiller ile soruyu anlamaya çalışmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte geogebra yazılımında oluşturdukları

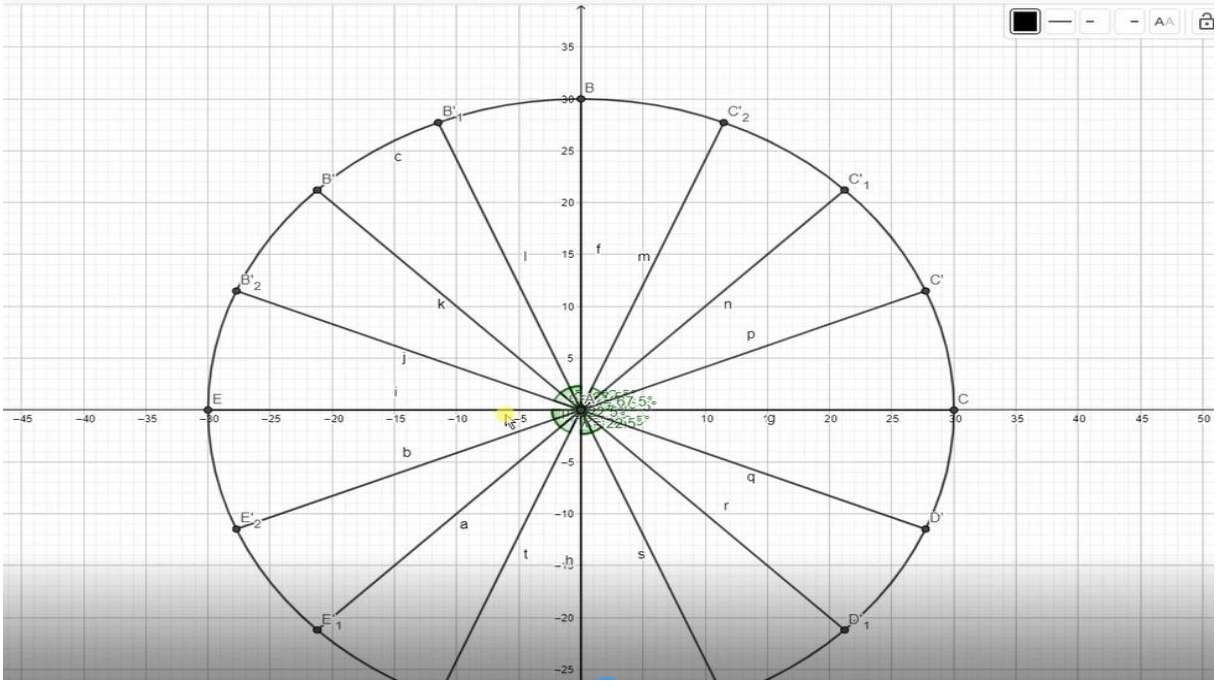
görsel temsiller ile matematiksel kurallar arasında bağlantılar kurmaya çalışmışlardır. Sonrasında argümantasyon süreci devam ederken matematiksel süreç becerileri kapsamında matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu değerlendirmeler daha çok hatırladıkları matematiksel kuralları kullanarak yapılan işlemler üzerine oluşmuştur. Matematik becerileri kapsamında çeşitli matematiksel işlemler yapmış ve bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Ayrıca ifadelerini matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler yapılan muhakeme sonucunda hatırladıkları matematiksel kuralları kullanmış fakat muhakeme sürecinden ispat sürecine geçememişlerdir. Öğrencilerde ispat sürecine yönelik düşüncenin doğruluğuna dair bir his vardır fakat formal ispata götürmeyen varsayımsal bir düşünce sistemi mevcuttur. Bu aşamada öğrenciler muhakeme ve ispat basamağında abdüktif argümantasyon ile ilerlemişlerdir. Muhakeme ile ispat arasındaki süreçte yapısal olarak aynı tip argümantasyonlar kullanıp kanıtlama sürecini tamamlayamamışlardır.

4.2.6.4. Burak ve Murat 'ın Argümantasyon Süreci:

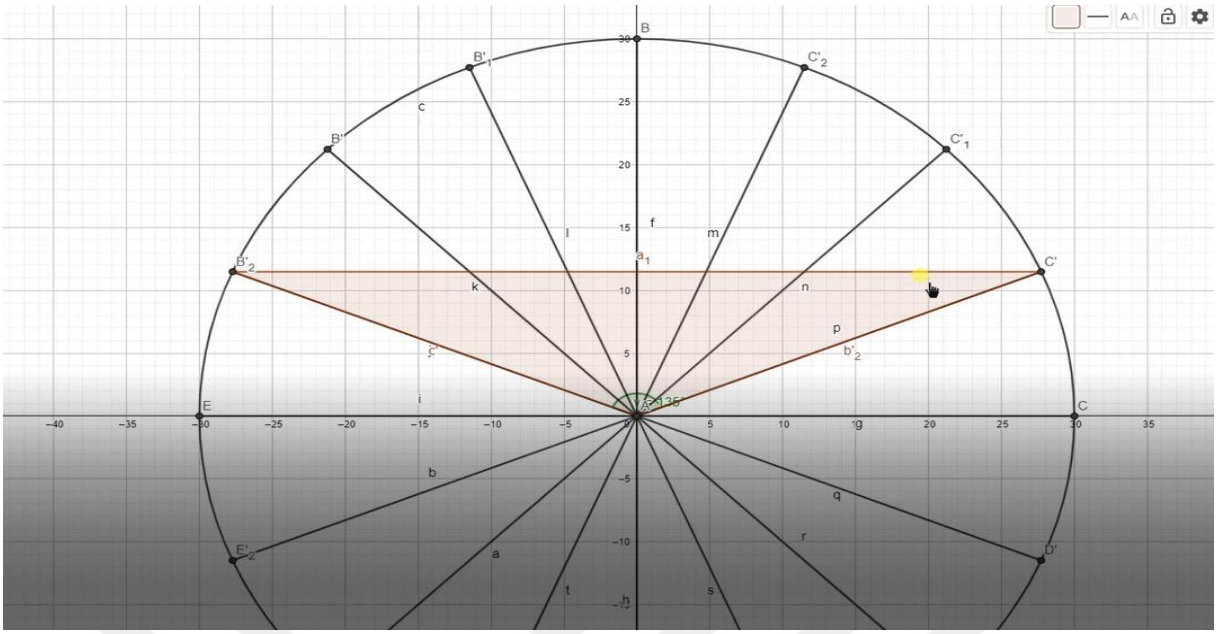
Süreç Analizi:

1.(Ö): Evet bu soru hakkında ne düşünüyorsunuz? Nasıl çözebiliriz? Nasıl bir soru?

2.(M): Yani güzel değişik bir soru. Çemberin yarıçapı 30 m olup, çember 16 eşit parçaya ayrılıyor. Biz şöyle çizdik onu ilk olarak; (Veriler)



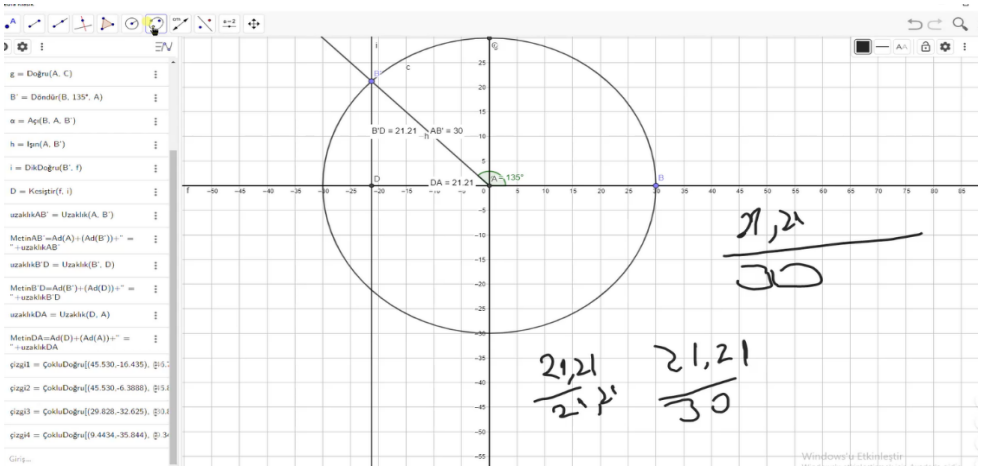
3.(B): Bence de hocam güzel, değişik bir soru yani geogebrada güzel çözülür. Şimdi çemberi 16 eş parçaya bölünce her bir iç açısı $22{,}5^0$ oluyor. Buna göre çeşitli trigonometrik değerler belirleyeceğiz. Soruda bizden istenen m (BOG)' nün ölçüsü 135^0 oluyor. (Veriler)



4.(Ö): Güzel mantığı oturtmuşsunuz? Peki, nasıl devam ettiniz. (Onay rehber desteği)

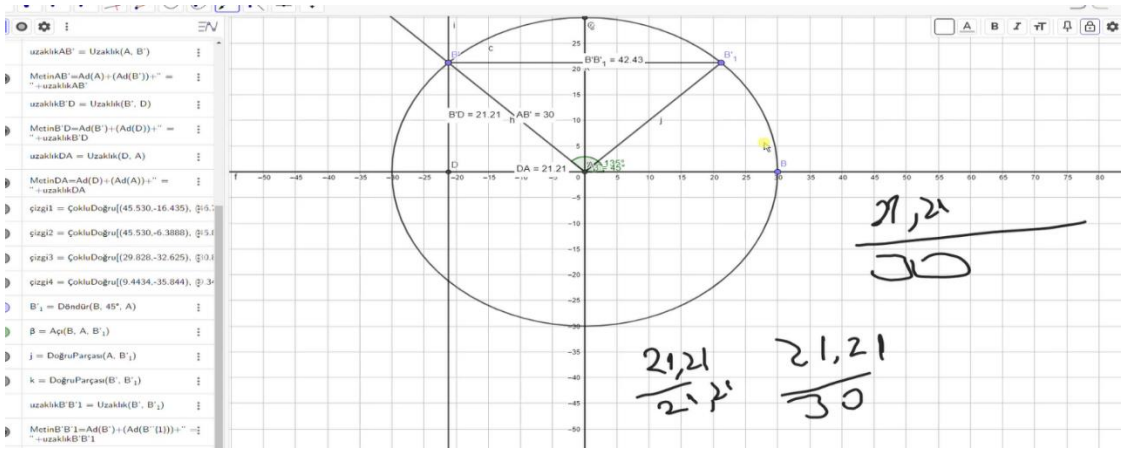
5.(M): Hocam şimdi Burak ile baktığımızda cos(180-α)=-cos(α),sin(180-β)=sin (β) gibi hatırladığımız kurallarımız vardı. Buradan m (BOG)' nin açısını 135 derece oluyor. Bu geniş açıya bakıp 180-45 =35 yani sin 135 ^{0} = sin (180-45)=sin 135^{0} oluyordu. Buradan trigonometrik değerleri ve işaretlerini bulabiliriz. (İddia)

6.(B): Ayrıca sin=karşı kenar /hipotenüs; cos=komşu kenar/hipotenüs; tan=karşı kenar/komşu kenar ve cot=komşu kenar /karşı kenar şeklindeydi. Ama işaretlere dikkat edersek çok iyi olur. Mesela; sin 45=21/30, cos45= -21/30, tan45=-21/21,cot45=-21/21 şeklinde ifadeler elde edebiliriz. (Gerekçe)



7. (Ö): Peki, sorunun ikinci kısmında ne yapacaksınız? (Onay rehber desteği)

8. (M): Hocam Burak ile şöyle çizdik çember de C noktasındaki dönme dolap ile F noktasındaki dönme dolap arasındaki açı 90 ^{0} çıkıyor. Pisagor teoremini uygulayarak buradan 42,43 çıkıyor. (Gerekçe)



9.(Ö): Güzel, peki kullandığınız matematiksel kurallar hakkında ne söylersiniz. (Onay rehber desteği)

10.(B): Hocam zaten trigonometrik değerleri kullandık, bildiğimiz değerler. Hatırladığımız kadarıyla yaptık belki üçgenleri kullanarak ispat yaparız ama hani koordinat sistemide olur yani ama nasıl yapıcaz bilmiyoruz. (Gerekçe)

11.(Ö): Peki güzel ilerlediniz. (Sonlandırıcı rehber desteği)

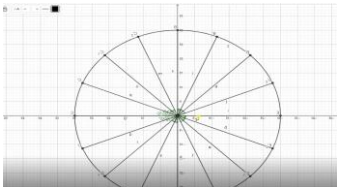
Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar ile analiz edilen tartışmada Burak ve Murat soruyu incelemiş ve bu doğrultuda elde ettikleri veriler aracılığıyla görsel temsiller ortaya koymuşlardır. Bu veriler aracılığıyla dönme dolabı nasıl oluşturacaklarını ve bu değerleri nasıl bulacaklarını ifade etmişlerdir.
- 5. kodda Burak ve Murat verilere dayalı olarak sorunun çözümüne yönelik trigonometri konusu kapsamında iddialarını ortaya koymuşlardır.
- 6., 8. ve 10. kodlar ile analiz edilen tartışmada Burak ve Murat iddialarını doğrulamak için gerekçeleri doğrultusunda çeşitli argümanlar ortaya koymuşlardır. Ulaştıkları sonuçların doğruluğunu savunmak için GeoGebra' da oluşturdukları çözüm yöntemleri ile açıklama yapmışlardır.
- 4., 7. ve 9. satırda öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek için çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 11. satırda ise "Peki güzel ilerlediniz." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Murat

Çemberin yarıçapı 30 m olup, çember 16 eşit parçaya ayrılıyor. Biz şöyle çizdik onu ilk olarak;



1

İddia-Murat

Hocam şimdi Burak ile baktığımızda cos(180-α)=-cos(α),sin(180-β)=sin (β) gibi hatırladığımız kurallarımız vardı. Buradan m (BOG)' nin açısını 135 derece oluyor. Bu geniş açıya bakıp 180-45 =35 yani sin 135 ^{0} = sin (180-45)=sin 135^0 oluyordu. Buradan trigonometrik değerleri ve işaretlerini bulabiliriz.

3

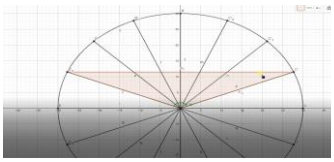
Onay rehber desteği

Güzel mantığı oturtmuşsunuz? Peki, nasıl devam ettiniz.

4

Veri-Burak

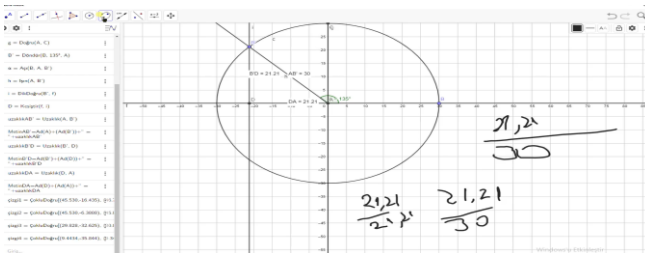
Şimdi çemberi 16 eş parçaya bölünce her bir iç açısı 22,5^0 oluyor. Buna göre çeşitli trigonometrik değerler belirleyeceğiz. Soruda bizden istenen m (BOG)' nün ölçüsü 135^0 oluyor.(Veriler)



2

Gerekçe-Burak

Ayrıca sin=karşı kenar /hipotenüs; cos=komşu kenar/hipotenüs; tan=karşı kenar/komşu kenar ve cot=komşu kenar /karşı kenar şeklindeydi. Ama işaretlere dikkat edersek çok iyi olur. Mesela; sin 45=21/30, cos45= -21/30, tan45=-21/21,cot45=-21/21 şeklinde ifadeler elde edebiliriz.



5

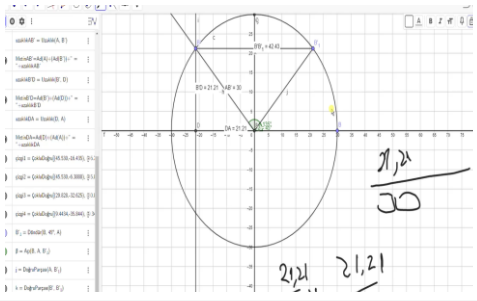
Onay rehber desteği

Peki, sorunun ikinci kısmında ne yapacaksınız?

6

Gerekçe-Murat

Hocam Burak'ın yaptığı gibi çember de C noktasındaki dönme dolap ile F noktasındaki dönme dolap arasındaki açı 90 ^{0} çıkıyor. Pisagor teoremini uygulayarak buradan 42,43 çıkıyor.



7

Onay rehber desteği

Güzel, peki kullandığınız matematiksel kurallar hakkında ne söylersiniz.

8

Gerekçe -Burak

Hocam zaten trigonometrik değerleri kullandık, bildiğimiz değerler. Hatırladığımız kadarıyla yaptık belki üçgenleri kullanarak ispat yaparız ama hani koordinat sistemide olur yani ama nasıl yapıcaz bilmiyoruz.

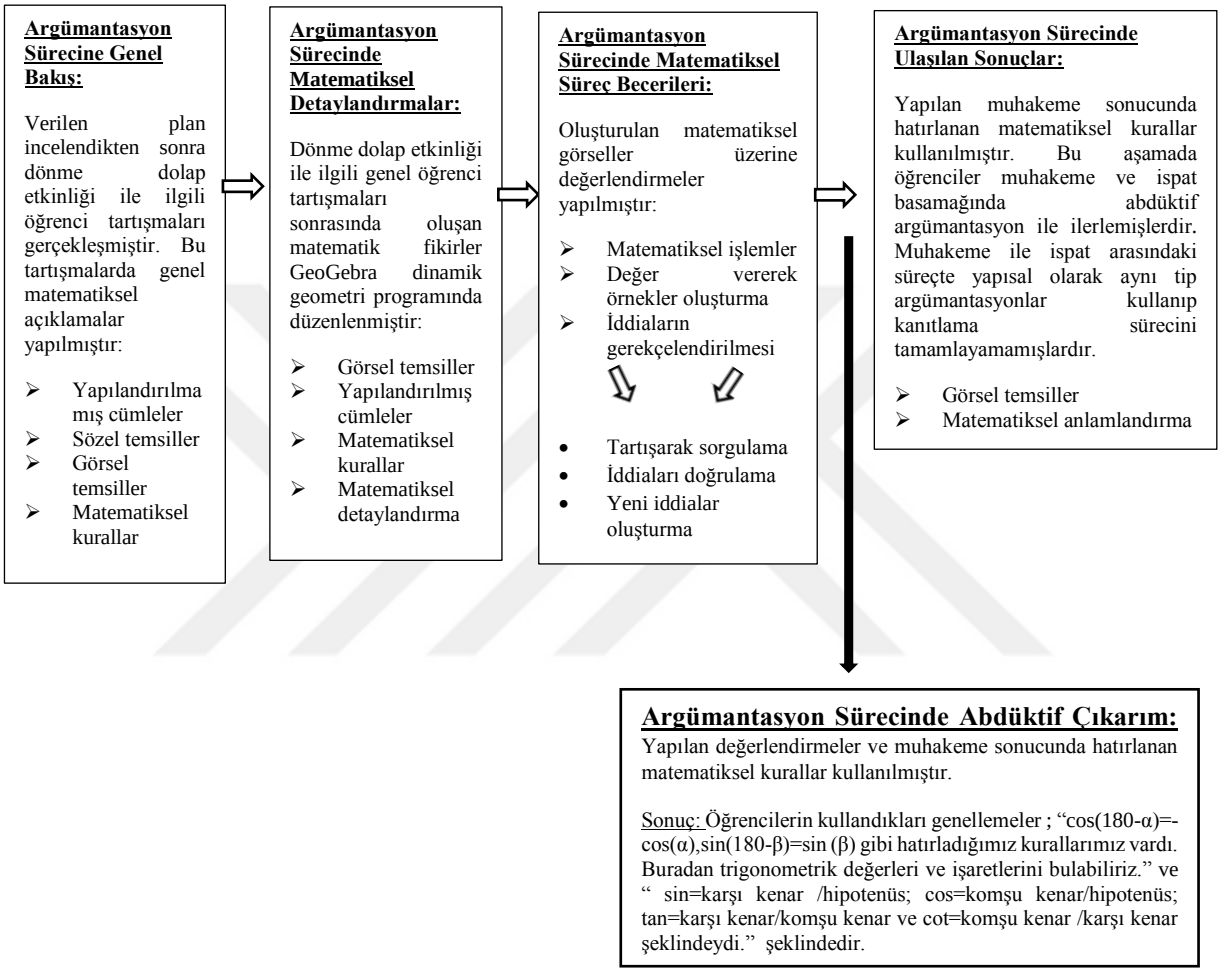
8

Sonlandırıcı rehber desteği

Peki, güzel ilerlediniz.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan VI. planın ürün bölümünde yer alan dönme dolap etkinliği ile öğrencilerin geogebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



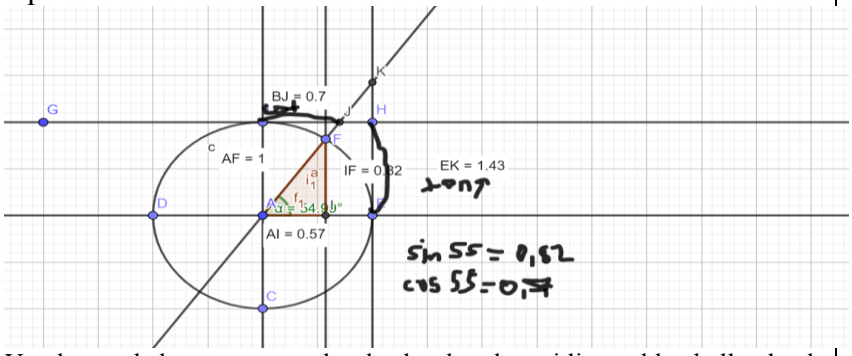
Argümantasyon süreci incelendiğinde öğrencilerin muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar yaparak başladıkları görülmüştür. Öğrenciler matematiksel açıklamaları yaparken görsel temsilleri sözel temsillerle destekleyerek ilerlemişlerdir. Özellikle görsel temsillerle soruyu anlamaya çalışmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte geogebra' da oluşturdukları görsel temsilleri daha önceden bildikleri matematiksel kurallar ile ilişkilendirmeye çalışmışlardır. Argümantasyon sürecinde matematiksel süreç becerileri kapsamında matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu değerlendirmeler daha çok hatırladıkları matematiksel kuralları kullanarak yapılan işlemler üzerine oluşmuştur. Matematik becerileri kapsamında çeşitli matematiksel

işlemler yapmış ve bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Ayrıca ifadelerini matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler yapılan muhakeme sonucunda hatırladıkları matematiksel kuralları kullanmışlardır. Bu süreçte öğrenciler tartışarak çeşitli sorgulamalar yapmış fakat muhakeme sürecini ispat sürecine taşıyamamışlardır. Öğrencilerde informal boyutta olan varsayımsal bir düşünce sistemi ile cevap vermeye çalışmışlardır. Bu aşamada öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif argümantasyon ile başlamış ve ispat sürecini bu düşünce sistemi ile ilerlemişlerdir. Muhakeme ile ispat arasındaki süreçte yapısal olarak aynı tip argümantasyonlar kullanıp kanıtlama sürecini tamamlayamamışlardır.

4.2.6.5. Altıncı Probleme İlişkin (Dönme Dolap) İspat Süreci Analiz Basamakları: Öğrencilere yönelik hazırlanan VI. planın ürün bölümünde yer alan Dönme Dolap etkinliğine ilişkin ispat süreci analiz basamakları Tablo 30'da gösterilmiştir.

Tablo 30

Altıncı Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları

İspat Basamakları	**Katılımcılar**	**Örnek ifadeler**
III. Aşama: Analitik düşünme (Analytical Thinking)	Fırat & Okan	Öğrenciler : "sin(90+α)=cos(α) ,cos(90+β)=-sin(β), tan(90+μ)=-cot(μ) ve cot(90+μ)= -tan(μ) şeklinde 90 derecelik açıda dönüşüm vardı. Yani sin 135 ^{0} = sin 45^0 oluyordu." ve "sin=karşı kenar /hipotenüs; cos=komşu kenar/hipotenüs; tan=karşı kenar/komşu kenar ve cot=komşu kenar /karşı kenar şeklindeydi. Sin 135^0=0,7; cos135^0=-0,7; tan135^0=-1 ve cot135^0=-1" şeklinde düşüncelerini ifade etmişlerdir. İspat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıdaki gibidir. aqöm  Yapılan muhakeme sonucunda ulaşılan kural, çeşitli örnekler kullanılarak öğrenciler tarafından ispatlanmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin ortaya attıkları iddialarını ispatlayabilmeleri için argüman geliştirilirken ilk etapta kendilerine daha yakın olan deneysel örneklerden yararlandıkları görülmüştür. Bu süreçte öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürütme ile başlanmış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir.
I.Aşama:		Öğrencilerin kullandıkları matematiksel kurallar ; "sin=karşı kenar /hipotenüs; cos=komşu kenar/hipotenüs; tan=karşı kenar/komşu kenar ve cot=komşu kenar /karşı kenar şeklindeydi. Ama işaretlere dikkat edersek çok iyi olur." ve "Geniş açı üzerinden hareket ederken sin(90+a)=cos(a) ,cos(90+b)=-sin(b) bu şekilde yapıyoruz." şeklindedir. Öğrenciler muhakeme süreçlerinde hatırladıkları bu matematiksel kuralları kullanmışlardır. Bu aşamada öğrenciler muhakeme ve ispat basamağında abdüktif

Sezgisel Düşünce (Intuitive Thinking)	Emre & Ali	argümantasyon ile ilerlemişlerdir. Muhakeme ile ispat arasındaki süreçte yapısal olarak aynı tip argümantasyonlar kullanıp kanıtlama sürecini tamamlayamamışlardır.
I.Aşama: Sezgisel Düşünce (Intuitive Thinking)	Nil & Selim	Öğrencilerin kullandıkları matematiksel kurallar ; "sin=karşı kenar /hipotenüs; cos=komşu kenar/hipotenüs; tan=karşı kenar/komşu kenar ve cot=komşu kenar /karşı kenar şeklindeydi. Ama işaretlere dikkat edersek çok iyi olur." ve "Çünkü açıları kullanarak bu şekilde yapabiliriz. Yani şöyle sin(a)=sin(180-a) ,cos(180-a)=-cos(a) gibi bu mantıktan ilerleyeceğiz bence" şeklindedir. Yapılan muhakeme sonucunda hatırlanan matematiksel kurallar kullanılmıştır. Bu aşamada öğrenciler muhakeme ve ispat basamağında abdüktif argümantasyon ile ilerlemişlerdir. Muhakeme ile ispat arasındaki süreçte yapısal olarak aynı tip argümantasyonlar kullanıp kanıtlama sürecini tamamlayamamışlardır.
I.Aşama: Sezgisel Düşünce (Intuitive Thinking)	Burak & Murat	Öğrencilerin kullandıkları matematiksel kurallar ; "cos(180-α) =-cos(α),sin (180-β)=sin (β) gibi hatırladığımız kurallarımız vardı. Buradan trigonometrik değerleri ve işaretlerini bulabiliriz." ve "sin=karşı kenar /hipotenüs; cos=komşu kenar/hipotenüs; tan=karşı kenar/komşu kenar ve cot=komşu kenar /karşı kenar şeklindeydi." şeklindedir. Yapılan muhakeme sonucunda hatırlanan matematiksel kurallar kullanılmıştır. Öğrencilerde informal boyutta olan varsayımsal bir düşünce sistemi ile cevap vermeye çalışmışlardır. Bu aşamada öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif argümantasyon ile başlamış ve ispat sürecini bu düşünce sistemi ile ilerlemişlerdir. Muhakeme ile ispat arasındaki süreçte yapısal olarak aynı tip argümantasyonlar kullanıp kanıtlama sürecini tamamlayamamışlardır.

Altıncı probleme ilişkin ispat süreci analiz basamakları incelendiğinde bir öğrenci grubunun analitik düşünme, üç öğrenci grubunun ise sezgisel düşünme basamağında ispat yaptıkları görülmüştür.

4.2.7. Yedinci Probleme İlişkin (Su Dağıtım) Üretilen Matematiksel Argümanların Analiz Süreci

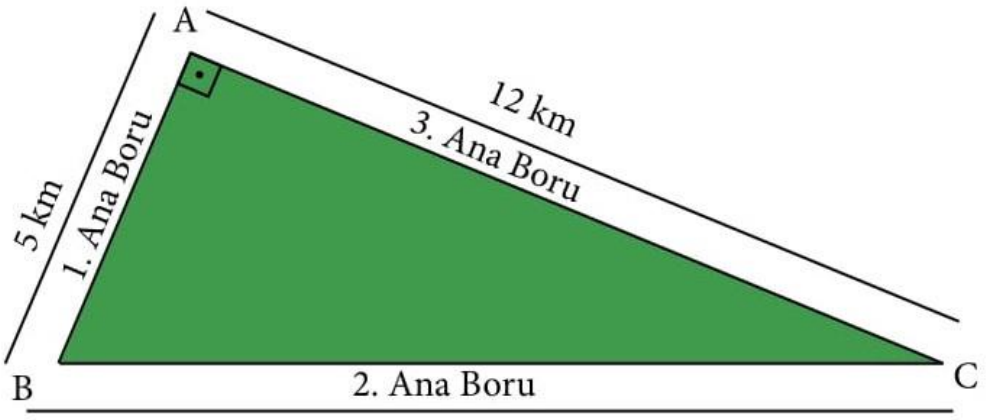
Problem: Su Dağıtım Etkinliği

Görsel 6

Su Dağıtımı Etkinliği



Ahmet Bey su dağıtım şirketinde, şehirdeki bölgelere en uygun şebeke suyu dağıtımını gerçekleştirmek için modelleme yapmaktadır. Yerleşime yeni açılan şekildeki üçgensel bölgenin suyu üç ana boruya bağlı besleme borularıyla sağlanacaktır.



Bu dağıtım ile ilgili yapılan planlamanın koşulları şu şekildedir:

• Ana boruya bağlanan besleme boruları doğrusaldır.

• Yerleşim bölgelerinin hangi ana borudan yararlanacağını, bölge üzerindeki yapıların ana borulardan hangisine daha yakın olduğu belirler.

• Üç ana boruya da eşit uzaklıkta bulunan noktadan A, B ve C köşelerini birleştiren doğrusal hatlar üzerine fidan dikilerek ağaçlandırma çalışması yapılacaktır. Ağaçlar köşelerde ve üç ana boruya eşit uzaklıkta bulunan noktada da olacak şekilde 8 metre aralıklarla dikilecektir.

a)Buna göre üç ana borudan beslenen bölgelerin alanlarını ayrı ayrı hesaplayıp, şekil üzerinde göstererek rapor ediniz.

b)Ağaçlandırma için gerekli olan fidan sayısını yaklaşık olarak hesaplayınız.

4.2.7.1. Fırat ve Okan'ın Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Evet bu soru hakkında ne düşünüyorsunuz? Okan ve Fırat ne düşünüyorsunuz? Nasıl çözebiliriz? GeoGebra' da çözülebilir mi?

2.(F): Yine farklı bir soru ama bu sorular eğlenceli, geogebra da da rahat çizebiliriz. Öncelikle su dağıtımı etkinliğini çizmemiz gerekiyor bence. Yerleşime yeni açılan üçgensel bölge var ve üç ana boruya bağlı besleme boruları var. Üç ana boruya da eşit uzaklıkta bulunan noktadan A, B ve C köşelerini birleştiren doğrusal hatlar çizmek gerekli. Şimdi bu bilgileri görsele aktarmak gerekli (Veriler)

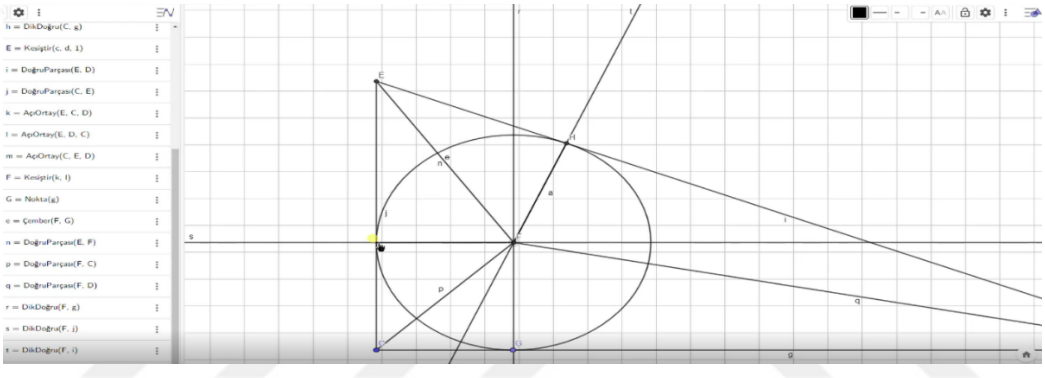
3.(O): Güzel bir soru hocam ben bunu çok rahat GeoGebra' da çözerim. Şimdi haklısın Fırat sorunun devamında ada Ağaçlar köşelerde ve üç ana boruya eşit uzaklıkta bulunan noktada da olacak şekilde 8 metre aralıklarla dikilecektir, diyor. Ama öncelikle üç ana borudan beslenen bölgelerin alanlarını bulmamız gerekli. (Veriler)

4.(F): Ben sorudaki püf noktayı, üç ana boruya eşit uzaklıkta bulunan nokta ve bu borular doğrusal diyor ya, şimdi üç ana boruya eşit uzaklıkta üçgen içinde bir nokta bulmalıyız. Bu noktayı nasıl bulabiliriz. (İddia)

5. (O): Şimdi öyle bir nokta bulmalıyız ki, her noktaya eşit uzaklıkta bir şey çemberde var, hani bir şey vardı ya iç teğet ya dış teğet çemberdi**.** (İddia)

6.(Ö): Evet iyi gidiyorsunuz çocuklar, yakaladığınız nokta güzel, evet dış teğet çember merkezide çizebilirsiniz, iç teğet çemberde hangisi size uygun peki? (Referans rehber desteği)

7.(F):Şimdi hocam iç noktada bir nokta ve kenarlara eşit uzaklıkta bir nokta yani iç teğet çember daha mantıklı onu bir çizelim bence, şimdi Okan şöyle çizelim. Önce bir çember çizdim içine sonra baktım her kenara eşit uzaklığı yakaladık mı diye, zaten yarıçaplar eşit uzaklığı gösteriyor. (İddia)

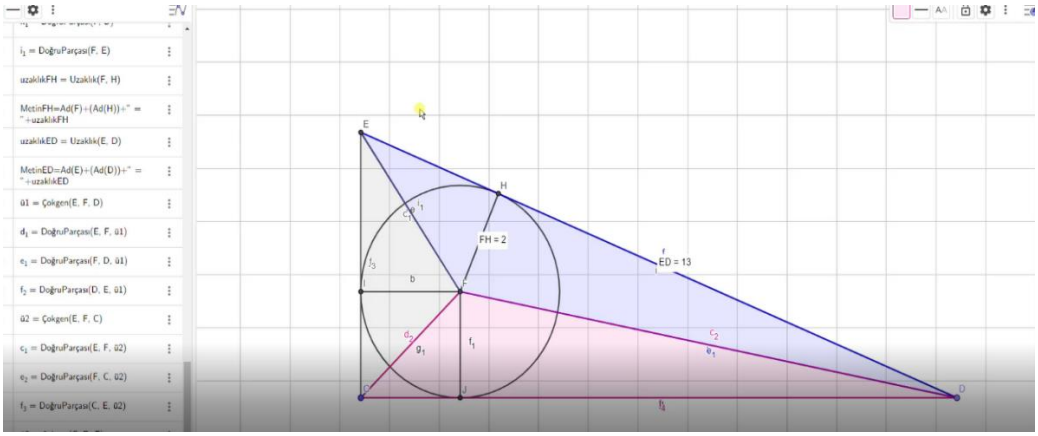


8.(Ö): Güzel bir mantık kurup ilerlediniz çocuklar. Tebrik ediyorum. Peki, sonra nasıl devam edeceksiniz: (Onay rehber desteği)

8.(O): Tamam, çok güzel çizdik bide istenen alanları belirleyelim, ana borular ve alanları şöyle çizdim: (Gerekçe)

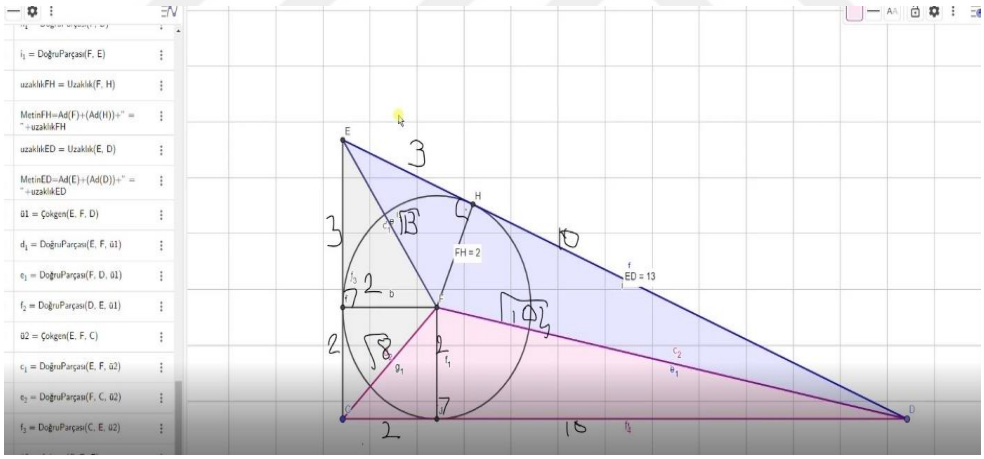


9.(F): Bence alanlar yanlış oldu sanki soruda ana borulara yakın bölgeler diyor ya, sanki ana borular şu dik çizdiklerimiz olacak ben şöyle anladım, daha ana borulara yakın alanalar oldu. Bu alanlar 13+5+12=30 çeklindedir. (Çürüten)



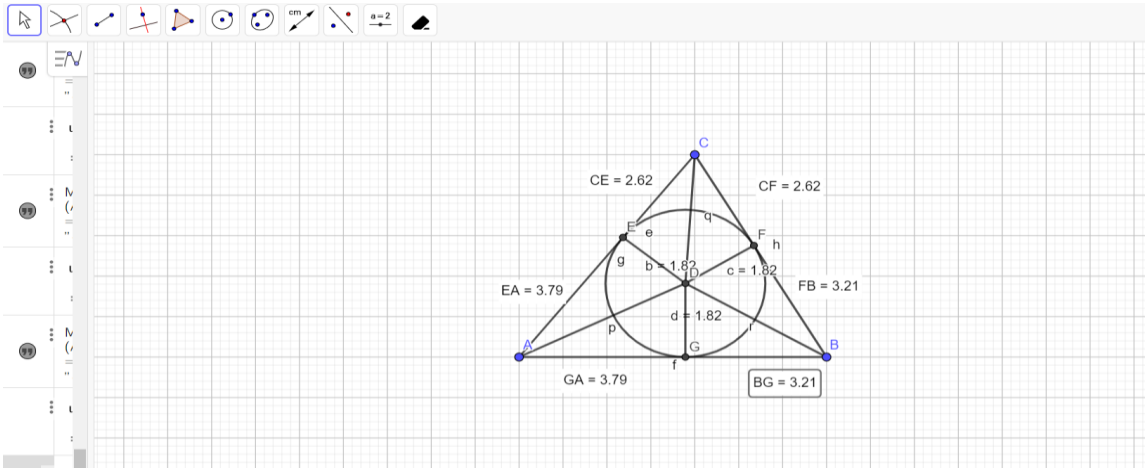
10.(Ö): Bence çok güzel ilerlediniz. (Onay rehber desteği)

11.(O): Doğru ben ana boruları tam oturtamadım, ana borular bunlarsa o boruların uzaklıklarını bulup fidan sayılarını belirleyebiliriz. Bu uzunlukları da bulurken Pisagor bağıntısını kullanabiliriz. Bu arada iç teğet çember, açıortayların kesim noktası ve iç açıortaylarda bir noktadan çizilen diklikler eşit açıortay uzunlukları oluşturur. Toplam uzunluk 2,8+10,2+3,6=16,6 yani 16600 m ve 8 metrede bir ağaç yani 2075 ağaç bide ortada bir ağaç yani 2076 olur. (Gerekçe)



12.(Ö):çok iyi çocuklar. Ama bazı matematiksel kurallar kullandınız bunlar hakkında ne dersiniz. (Onay rehber desteği)

13.(F): Şimdi hocam aslında geogebrada bir üçgen çizeriz açıortayları da çizeriz ve her kenara uzaklığına bakarız yani çizerek anlatalım. Önce açıortayları çizdik sonrasında açıortay kesim noktasından kenarlara dikme indirdik, sonra zaten çember özelliğinden iç teğet çember oldu. Sonrasında bir örnekle gösterebildik.



14.(O):biz böyle açıkladık hocam örnekte yaparız ama sanki bu açıklama yeterli.

15.(Ö): Peki tebrikler güzel çözdünüz. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar analiz edildiğinde Okan ve Fırat inceledikleri soru dağıtımı etkinliği sonrası çeşitli veriler elde edilmiştir. Bu veriler aracılığıyla ösu dağıtımı nasıl oluşturacaklarını ve bu değerleri nasıl bulacaklarını ifade etmişlerdir. Böylece bu veriler kapsamında argümantasyon süreci oluşturulmaya başlanmıştır.
- 4., 5. ve 7. kodlar analiz edildiğinde Okan ve Fırat elde ettikleri verilere dayalı olarak tartışmanın temel amacına yönelik iddialarını ortaya koymuşlardır. İç teğet çember ve açıortay konularını temel alarak ilgili soru kapsamında iddialarını yapılandırmışlardır.
- 8. ve 11. kodlar analiz edildiğinde Okan ve Fırat iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koymuşlardır. Bu argümanlar kapsamında GeoGebra' da oluşturdukları çözüm yöntemleri ile gerekçelerini ortaya koymuşlardır.
- 6. kodda ise öğretmen iç teğet çember ve açıortay ile ilgili öğrencilere referans rehber desteği vermiştir.
- 13. kodda öğrenciler kullandıkları kuralı bir örnek aracılığıyla GeoGebra' da ispatlamaya çalışmışlardır.
- 9. kodda ise Fırat, Okan'ın iddiasına yönelik ifade ettiği gerekçede ana borular ile ilgili çeşitli yanlışlar bulmuş ve Okan'ın ifadesinin geçersiz olabileceğini ifade ederek, görüşünü çürütmeye çalışmıştır.
- 8., 10. ve 12. Kodlar analiz edildiğinde öğretmen tarafından öğrencilere tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 15. satırda ise "çok iyi çocuklar." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma süreci sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

Veri-Okan

Haklısın Fırat sorunun devamında ada Ağaçlar köşelerde ve üç ana boruya eşit uzaklıkta bulunan noktada da olacak şekilde 8 metre aralıklarla dikilecektir, diyor. Ama öncelikle üç ana borudan beslenen bölgelerin alanlarını bulmamız gerekli.

1

İddia-Fırat

Ben sorudaki püf noktayı, üç ana boruya eşit uzaklıkta bulunan nokta ve bu borular doğrusal diyor ya, şimdi üç ana boruya eşit uzaklıkta üçgen içinde bir nokta bulmalıyız. Bu noktayı nasıl bulabiliriz.

3

İddia-Okan

Şimdi öyle bir nokta bulmalıyız ki, her noktaya eşit uzaklıkta bir şey çemberde var, hani bir şey vardı ya iç teğet ya dış teğet çemberdi.

Veri-Fırat

Öncelikle su dağıtımı etkinliğini çizmemiz gerekiyor bence. Yerleşime yeni açılan üçgensel bölge var ve üç ana boruya bağlı besleme boruları var. Üç ana boruya da eşit uzaklıkta bulunan noktadan A, B ve C köşelerini birleştiren doğrusal hatlar çizmek gerekli. Şimdi bu bilgileri görsele aktarmak gerekli

2

4

Referans rehber desteği

Evet iyi gidiyorsunuz çocuklar, yakaladığınız nokta güzel, evet dış teğet çember merkezide çizebilirsiniz, iç teğet çemberde hangisi size uygun peki?

5

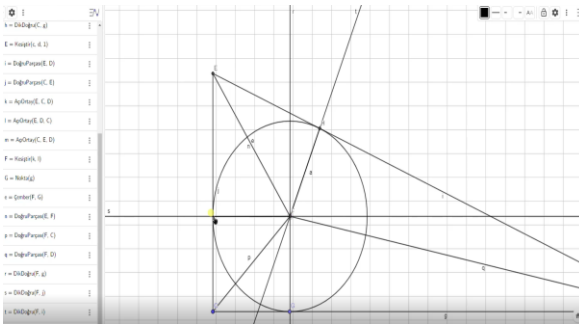
Onay rehber desteği

Güzel bir mantık kurup ilerlediniz çocuklar. Tebrik ediyorum. Peki, sonra nasıl devam edeceksiniz?

6

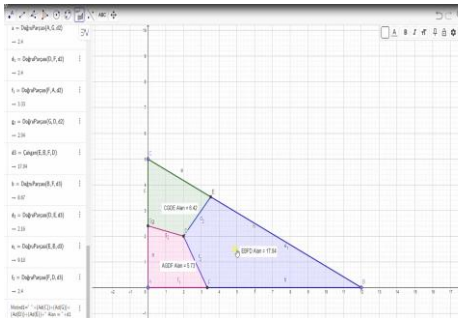
İddia-Fırat

Şimdi hocam iç noktada bir nokta ve kenarlara eşit uzaklıkta bir nokta yani iç teğet çember daha mantıklı onu bir çizelim bence, şimdi Okanşöyle çizelim. Önce bir çember çizdim içine sonra baktım her kenara eşit uzaklığı yakaladık mı diye, zaten yarıçaplar eşit uzaklığı gösteriyor.



7

Tamam, çok güzel çizdik bide istenen alanları belirleyelim, ana borular ve alanları şöyle çizdim:



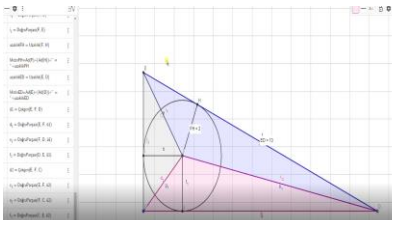
8

Devamı;

8

Çürüten-Fırat

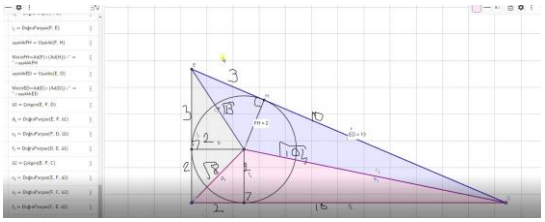
Bence alanlar yanlış oldu sanki soruda ana borulara yakın bölgeler diyor ya, sanki ana borular şu dik çizdiklerimiz olacak ben şöyle anladım, daha ana borulara yakın alanalar oldu. Bu alanlar 13+5+12=30.



9

İddia-Fırat

Doğru ben ana boruları tam oturtamadım, ana borular bunlarsa o boruların uzaklıklarını bulup fidan sayılarını belirleyebiliriz. Bu uzunlukları da bulurken Pisagor bağıntısını kullanabiliriz. Bu arada iç teğet çember, açıortayların kesim noktası ve iç açıortaylarda bir noktadan çizilen diklikler eşit açıortay uzunlukları oluşturur. Toplam uzunluk 2,8+10,2+3,6=16,6 yani 16600 m ve 8 metrede bir ağaç yani 2075 ağaç bide ortada bir ağaç yani 2076 olur.



10

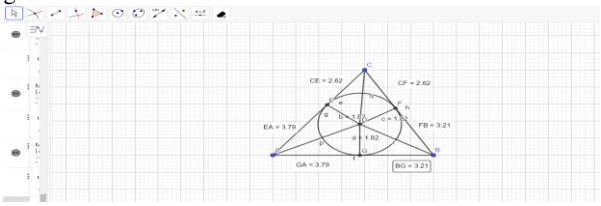
Onay rehber desteği

Çok iyi çocuklar. Ama bazı matematiksel kurallar kullandınız bunlar hakkında ne dersiniz.

11

Gerekçe-Fırat

Şimdi hocam aslında geogebrada bir üçgen çiziriz açıortayları da çiziriz ve her kenara uzaklığına bakarız yani çizerek anlatalım. Önce açıortayları çizdik sonrasında açıortay kesim noktasından kenarlara dikme indirdik, sonra zaten çember özelliğinden iç teğet çember oldu. Sonrasında bir örnekle gösterebildik.



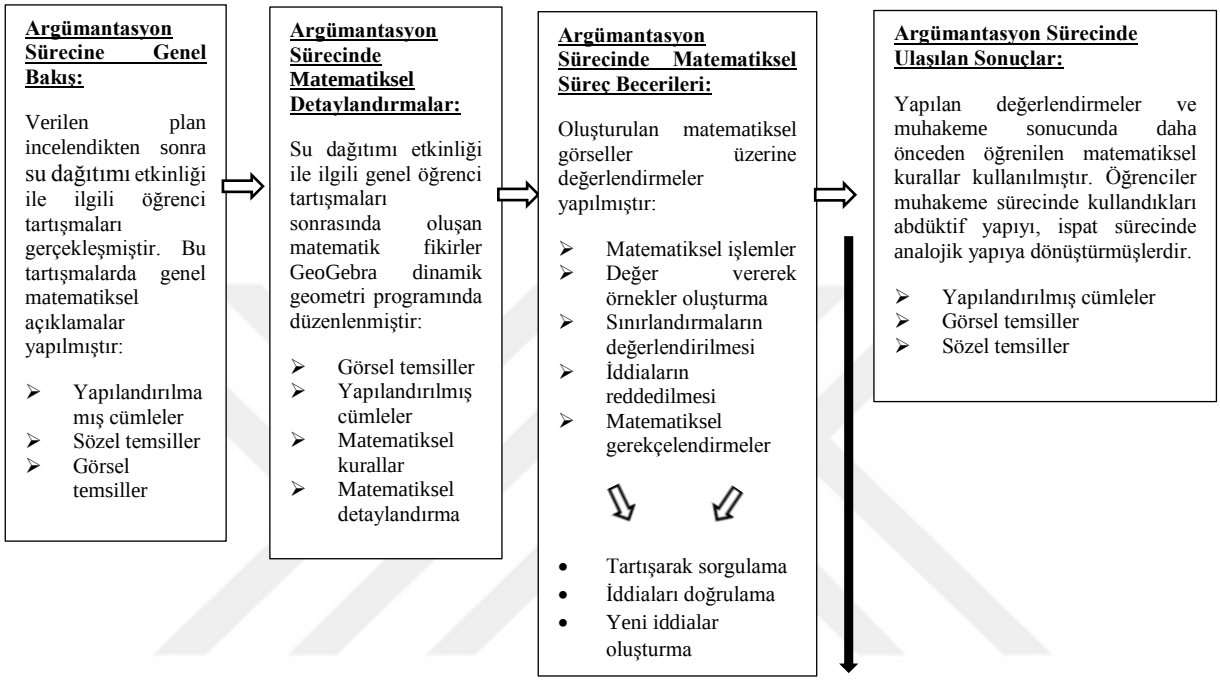
12

Sonlandırıcı rehber desteği

Peki, tebrikler güzel çözdünüz.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan VII. planın ürün bölümünde yer alan su dağıtımı etkinliği ile öğrencilerin geogebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Öğrenciler argümantasyon sürecine başlamadan önce farklı bir soru ile karşılaştıklarını ve geogebrada da bu soruyu rahat çözebileceklerini ifade etmişlerdir. Araştırma sürecinde öğrencilerin ispat ve muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar yaparak başladıkları görülmüştür. Bu süreçte öğrenciler başlangıçta oluşturdukları matematiksel açıklamaları ifade ederken genelde yapılandırılmamış cümleler, sözel temsiller ve görsel temsiller kullanmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte etkinliği GeoGebra' da düzenleyerek sözel ve görsel temsiller arasında bir geçiş yapmaya çalışmışlardır.

Öğrenciler tartışma sürecinde matematiksel becerilerini kullanarak matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu aşamada çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş, sınırlandırmaları değerlendirmiş bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Öne sürdükleri matematiksel iddialar ve bu kapsamda oluşturdukları argümanlar arasında çeşitli ilişkiler kurarak mantıklı bir bağ oluşturmaya çalışmışlardır. Bu süreçte öğrenciler tartışarak sorgulamalar yapmış, öne sürdükleri bazı iddialarını kabul etmiş ya da bazılarını reddederek ilgili göreve ilişkin yeni bir iddialar oluşturmuşlardır. Diğer yandan öğrencilerin muhakeme sürecinde kullandıkları abdüktif yapıyı, ispat sürecinde analojik yapıya dönüştürdükleri görülmüştür. Yapılan değerlendirmeler sonucunda ise öğrenciler referans ve argümanlarından yola çıkarak kullandıkları matematiksel kuralları ispatlamaya çalıştıkları görülmüştür. Öğrencilerin ulaştıkları kurallar , "açıortayları çizdik sonrasında açıortay kesim noktasından kenarlara dikme indirdik, sonra zaten çember özelliğinden iç teğet çember oldu." ve "iç teğet çember, açıortayların kesim noktası ve iç açıortaylarda bir noktadan çizilen diklikler eşit açıortay uzunlukları oluşturur."şeklindedir.

4.2.7.2. Emre ve Ali'nin Argümantasyon Süreci:

Süreç Analizi:

1.(Ö): Ali ve Emre bu soru hakkında ne düşünüyorsunuz? Nasıl çözebiliriz? Geogebra programı işe yarar mı?

2.(A): Hocam çok çözmedim ben bu sorulardan yani derste test çözdüğümüz için daha çok BİLSEM'de karşılaşıyoruz. Geogebrada da rahat çözülür bence. Şimdi burada yerleşime yeni açılan üçgensel bölge var ve üç ana boruya bağlı besleme boruları var. Üç ana boruya da eşit uzaklıkta bulunan noktadan A, B ve C köşelerini birleştiren doğrusal hatlar çizmek gerekli. Yani üçgen var ve bunu geogebra da çizmemiz gerekli. Emresen ne diyorsun bu duruma (Veriler)

3.(E): Öncelikle güzel ve farklı bir soru bende böyle uzun soruları çözmeyi seviyorum. Geogebrada da çözmesi kolay olur bence. Sorunun devamında ağaçlar köşelerde ve üç ana boruya eşit uzaklıkta bulunan noktada da olacak şekilde 8 metre aralıklarla dikilecektir, diyor. Şimdi Ali'nin dediği gibi üçgeni çizmemiz gerekiyor. (Veriler)

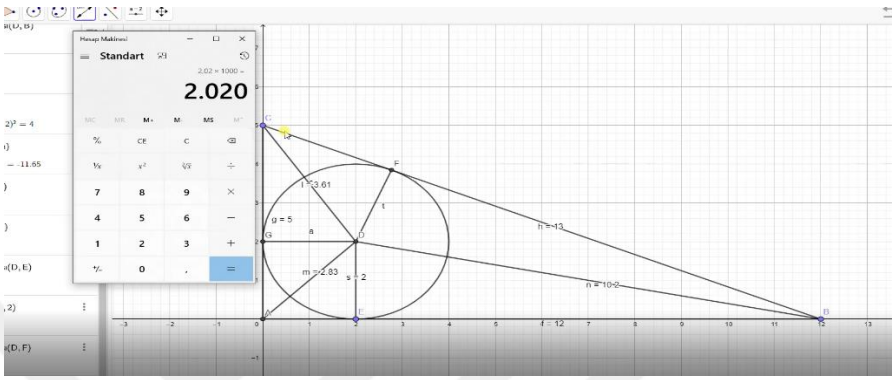
4.(A): Şimdi alanımız üçgensel bölge, üç ana boruya var ve bu borulara eşit uzaklıkta bulunan merkez noktayı bulmamız lazım ve üç doğrusal ana boruya eşit uzaklıkta üçgen içinde bir nokta tespit etmemiz gerek. Üçgenlerde içinde merkez nokta nasıl bulunuyordu acaba ona odaklanmamız gerekiyor. (İddia)

5.(Ö): Güzel gidiyorsunuz ama bu noktayı nasıl bulacağınız da önemli, ne düşünüyorsunuz? (Onay rehber desteği)

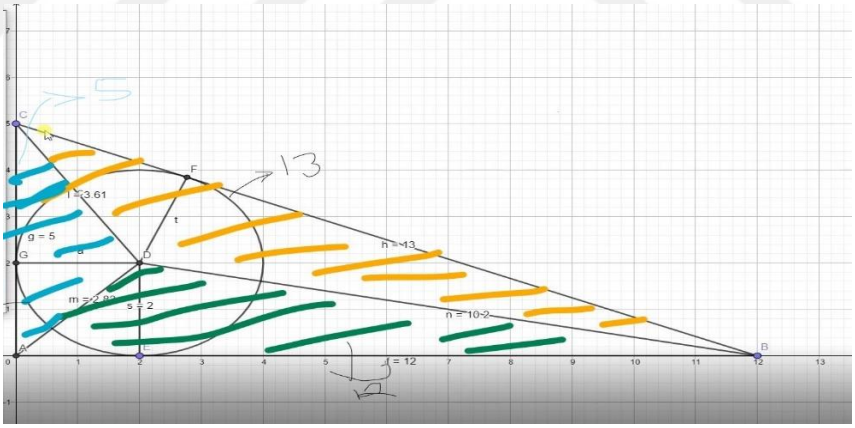
6. (E): Şimdi hocam Ali ile düşündük öyle bir nokta bulmalıyız ki, her kenara eşit uzaklıkta ve en kısa mesafe olsun buda ancak kenarlara inilen dikmelerin eşit uzaklıkta olması demek. Bunun içinde çember geldi aklımıza, iç teğet çemberi kullanabiliriz. (İddia)

7.(Ö): Evet iyi gidiyorsunuz çocuklar, yakaladığınız nokta güzel. (Onay rehber desteği)

8.(E): Şimdi verilen bilgilere göre şeklimizi çizelim,5-12-13 üçgeni var burada ona göre çizim yapalım. İç teğet çember çizince kenarlara dik uzaklıklar 2cm oluyor, şimdi alanları belirlemek önemli, hangi kısımlar alanları oluşturacak o bölgelere bakmamız lazım. (Gerekçe)

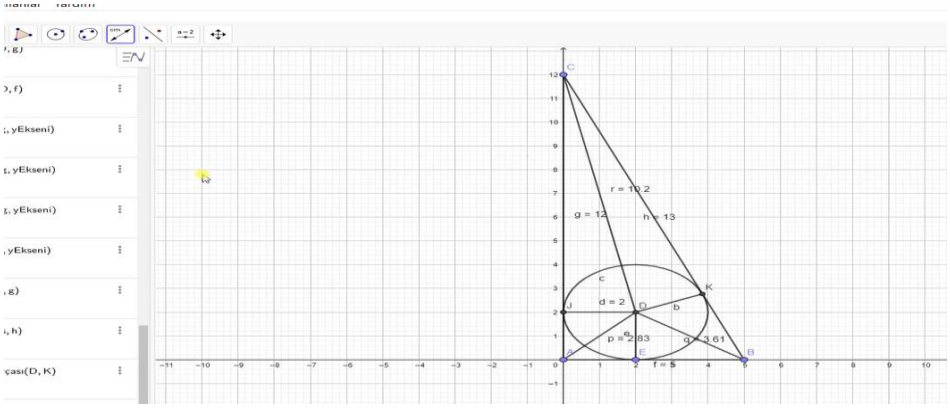


9.(A): Tamam, çok güzel çizdik bide istenen alanları belirleyelim, ana borular ve alanları şöyle çizdim, buradan zaten yükseklikler 2 cm ve tabanlar 13+12+5=30. Böylece ilerlersek 30.2/2=30 alanı. (Gerekçe)



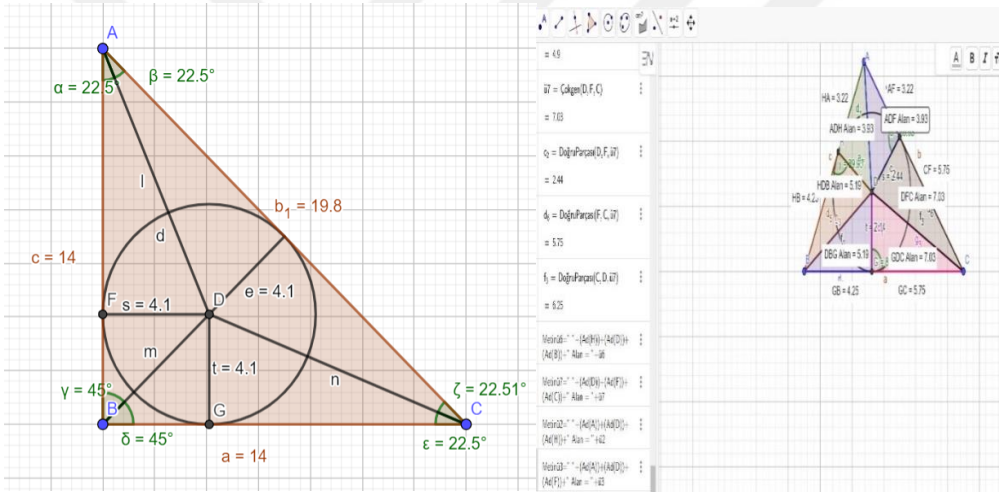
10.(Ö): Güzel ilerlediniz çocuklar. Peki, sonra nasıl devam edeceksiniz? (Onay rehber desteği),

11.(E): Ana boruları bulmak için Pisagor bağıntısını kullanabiliriz. Bulduğumuz toplam uzunluk; 2,8+10,2+3,6=16,6 yani 16600 m ve 8 metrede bir ağaç yani 2075 ağaç bide ortada bir ağaç yani 2076 olur. (Gerekçe)



12.(Ö): Çok iyi çocuklar. Ama bazı matematiksel kurallar kullandınız bunlar hakkında ne dersiniz. (Onay rehber desteği)

13.(E): Üçgen içerisinde iç teğet çemberden kenarlara dikme inerse bunlar yarıçap özelliğinden eşit olur. Şekli çizince de açılarına falan bakınca zaten açıortayların kesişim noktası olduğunu görürüz, örneklerle gösterebiliriz. (Gerekçe)



14.(Ö): Peki tebrikler güzel çözdünüz. (Sonlandırıcı rehber desteği)

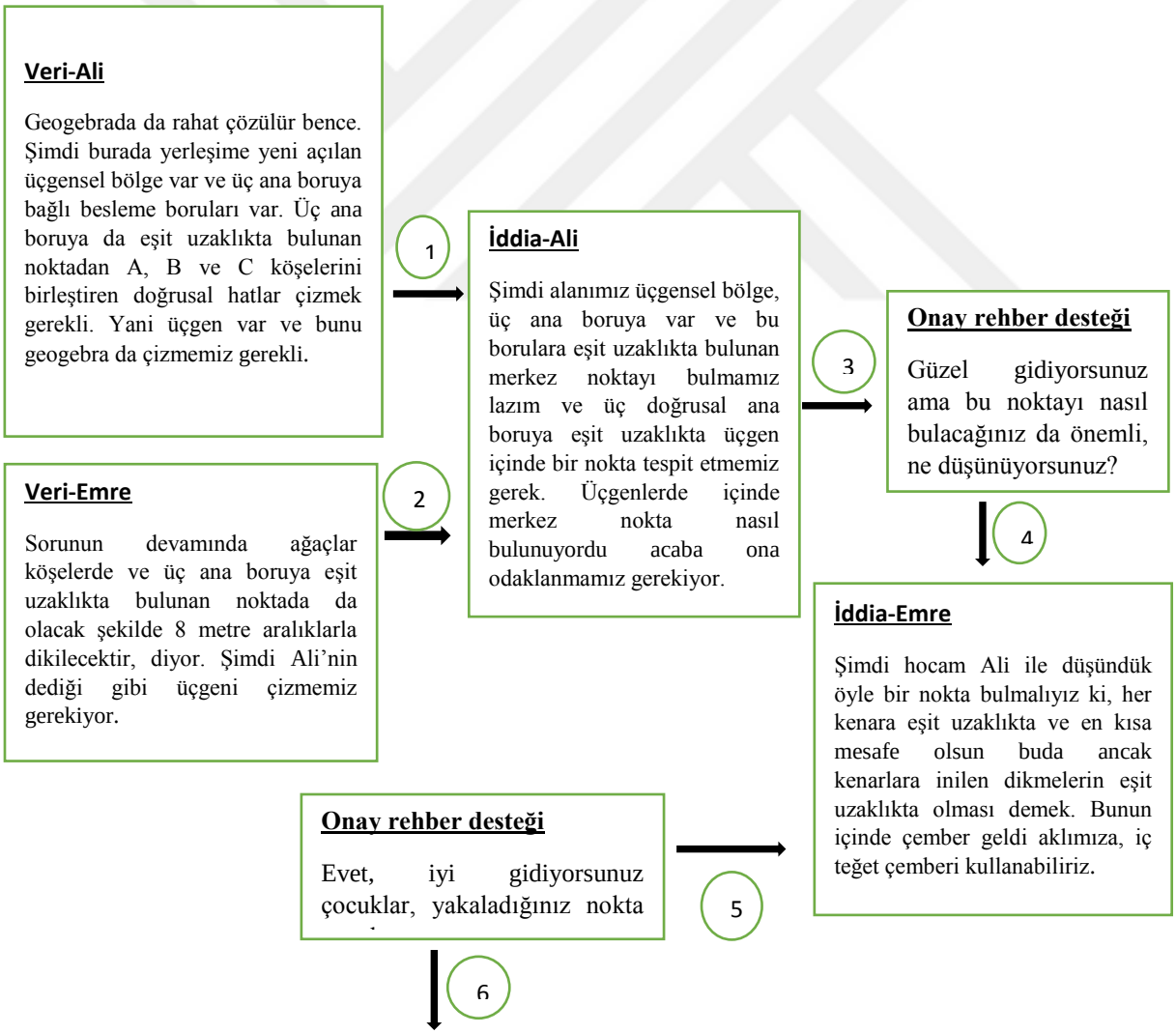
Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. satırda Ali ve Emre öncelikle soruyu incelemiş ve bu doğrultuda çeşitli veriler ortaya koymuşlardır. Bu veriler aracılığıyla su dağıtımı sisteminin işleme şeklini ve nasıl oluşturacaklarını ve görsel temsiller üzerinde ifade etmişlerdir. Böylece bu verileri temel alan argümantasyon süreci başlamıştır.
- 4. ve 6. satırda Ali ve Emre elde ettikleri veriler kapsamında çözüme yönelik iddialarını ortaya koymuşlardır.
- 8.,9.,11. ve 13.satırda Ali ve Emre iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar doğrultusunda gerekçelerini ortaya koymuşlardır. İddiaların nedenlerini, kendi ulaştıkları

sonuçları savunmak için GeoGebra'da oluşturdukları çözüm yöntemleri ile açıklama yapmışlardır.

- 6.satırda ise öğretmen öğrencilere ifade ettikleri gerekçeler doğrultusunda referans rehber desteği vermiştir.
- 13.satırda öğrenciler kullandıkları matematiksel kuralları çeşitli örnekler aracılığıyla geogebra programın da ispatlamaya çalışmışlardır.
- 5. ,7., 10. ve 12. satırda öğretmen tarafından öğrencilere tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek amacıyla çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 14. satırda ise "Peki tebrikler güzel çözdünüz." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

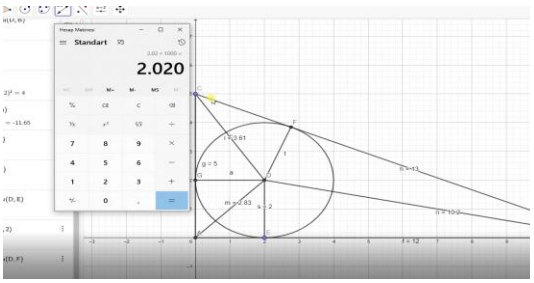


Devamı;

6

Gerekçe-Emre

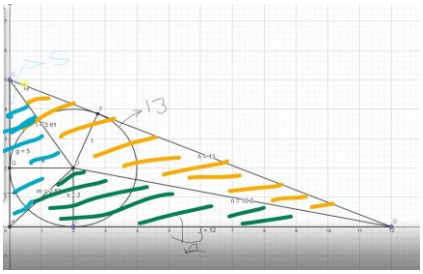
Şimdi verilen bilgilere göre şeklimizi çizelim,5-12-13 üçgeni var burada ona göre çizim yapalım. İç teğet çember çizince kenarlara dik uzaklıklar 2cm oluyor, şimdi alanları belirlemek önemli, hangi kısımlar alanları oluşturacak o bölgelere bakmamız lazım.



7

Gerekçe-Ali

Tamam, çok güzel çizdik bide istenen alanları belirleyelim, ana borular ve alanları şöyle çizdim, buradan zaten yükseklikler 2 cm ve tabanlar 13+12+5=30. Böylece ilerlersek 30.2/2=30 alanı.



8

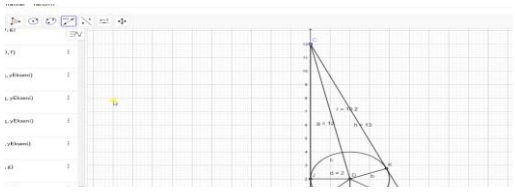
Onay rehber desteği

Güzel ilerlediniz çocuklar. Peki, sonra nasıl devam edeceksiniz?

9

Gerekçe-Emre

Ana boruları bulmak için Pisagor bağıntısını kullanabiliriz. Bulduğumuz toplam uzunluk; 2,8+10,2+3,6=16,6 yani 16600 m ve 8 metrede bir ağaç yani 2075 ağaç bide ortada bir ağaç yani 2076 olur.



10

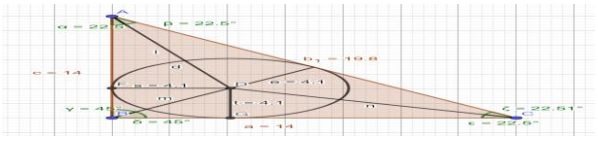
Onay rehber desteği

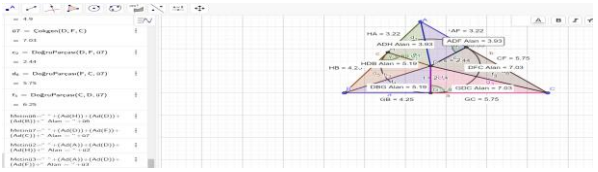
Çok iyi çocuklar. Ama bazı matematiksel kurallar kullandınız bunlar hakkında ne dersiniz.

11

Gerekçe-Fırat

Üçgen içerisinde iç teğet çemberden kenarlara dikme inerse bunlar yarıçap özelliğinden eşit olur. Şekli çizince de açılarına falan bakınca zaten açıortayların kesişim noktası olduğunu görürüz, örneklerle gösterebiliriz.





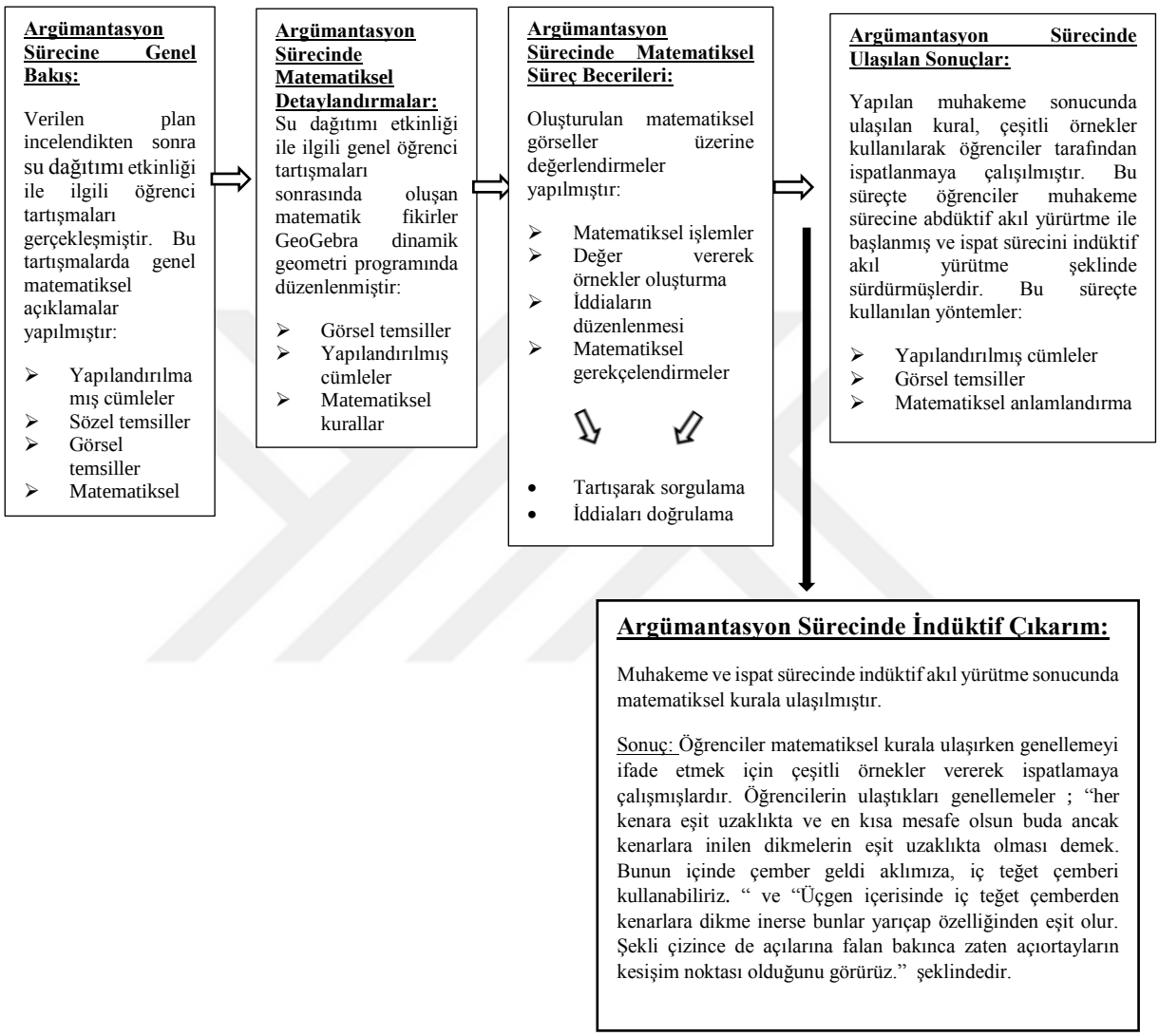
12

Sonlandırıcı rehber desteği

Peki, tebrikler güzel çözdünüz.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan VII. planın ürün bölümünde yer alan su dağıtımı etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Araştırma sürecinde öğrenciler bu tarz sorulara çok sık denk gelmediklerini ve daha çok BİLSEM'deki derslerinde bu tarz sorular ile karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca öğrenciler bu sorunun GeoGebra 'da çok rahat çözülebileceğini de ifade etmişlerdir. Araştırmada elde edilen veriler incelendiğinde ise öğrencilerin genellikle ispat ve muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar ile başladıkları görülmüştür. Bu süreçte başlangıçta oluşturdukları matematiksel açıklamaları ifade ederken genelde yapılandırılmamış cümleler, sözel temsiller, görsel temsiller ve matematiksel kurallar kullanmışlardır. Bu süreçte daha çok görsel ve sözel temsiller arasında bir geçiş yapmaya çalışarak bir yandan da matematiksel

kurallardan yararlanmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte etkinliği geogebra programında düzenleyerek sözel temsillerle de desteklemişlerdir. Fakat bu süreçte öğrenciler daha çok soru kalıbından yola çıkarak kuralları ezbere kullanmış ve matematiksel kuralları tam olarak anlamlandıramamışlardır. Sonrasında matematiksel süreç becerileri kapsamında ilerleyen aşamalarda oluşturulan matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu görseller üzerinde matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Ayrıca ifadelerini matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler yapılan muhakeme sonucunda kullandıkları matematik kuralını ispatlamaya çalışmışlardır. İspat yaparken çeşitli örnekler kullanarak muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlamış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir. Ulaştıkları kuralları ifade ederken matematiksel dil ve notasyon kullanımında eksiklikler olduğu görülmüştür. Fakat bu süreçte öğrenciler referans ve argümanlarından yola çıkarak kullandıkları matematiksel kuralları anlamlandırmışlardır. Ulaştıkları genellemeler ; "Her kenara eşit uzaklıkta ve en kısa mesafe olsun buda ancak kenarlara inilen dikmelerin eşit uzaklıkta olması demek. Bunun içinde çember geldi aklımıza, iç teğet çemberi kullanabiliriz. " ve "Üçgen içerisinde iç teğet çemberden kenarlara dikme inerse bunlar yarıçap özelliğinden eşit olur. Şekli çizince de açılarına falan bakınca zaten açıortayların kesişim noktası olduğunu görürüz." şeklindedir.

4.2.7.3. Nil ve Selim 'in Argümantasyon Süreci:

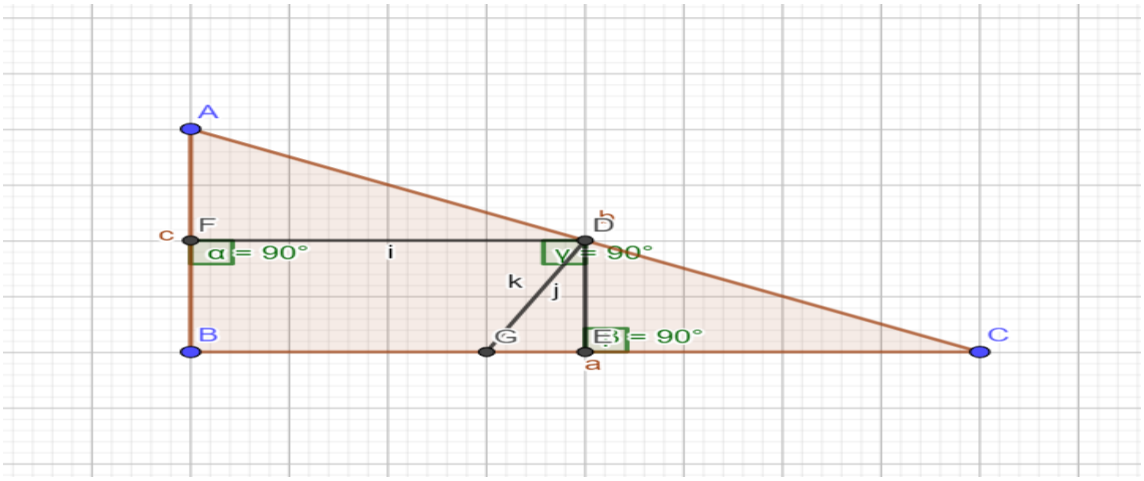
Süreç Analizi:

1.(Ö): Su dağıtımı etkinliği hakkında ne düşünüyorsunuz? Nasıl çözebiliriz?

2.(N): Güzel farklı soru hocam. Şimdi yerleşime yeni açılan üçgensel bölge var ve üç ana boru tarafından su ihtiyacı karşılanacaktır. Üç ana boruya da eşit uzaklıkta bulunan bir nokta belirlememiz gerekir; ayrıca üçgenin köşelerini birleştiren doğrusal hatlar çizmemiz gerekiyor. (Veriler)

3.(S): Güzel soru hocam şimdi Nil'in dediği gibi ilerleyeceğiz ama sorunun devamında üç ana borudan beslenen bölgelerin alanlarını bulmamız gerekli. (Veriler)

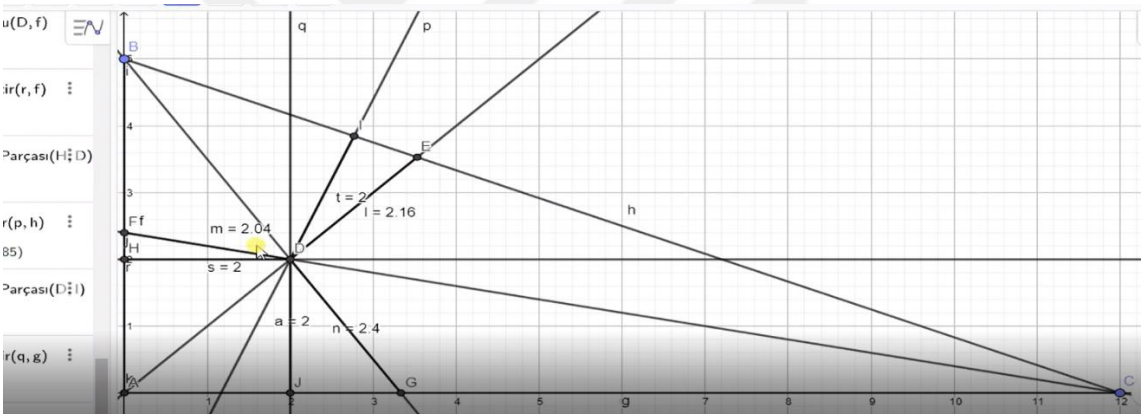
4.(N): Üçgense bölge, üç ana boruya eşit uzaklıkta bulunan üçgen içinde bir nokta bulmalıyız. Bunu bulurken kenar orta dikmelerini kullanabilir miyiz acaba? Çünkü uzaklık hesaplanırken kenarlara dik uzunluklara bakmak gerekiyor ya, ben öyle düşünüyorum ama bide çizeyim öyle bakalım: (İddia)

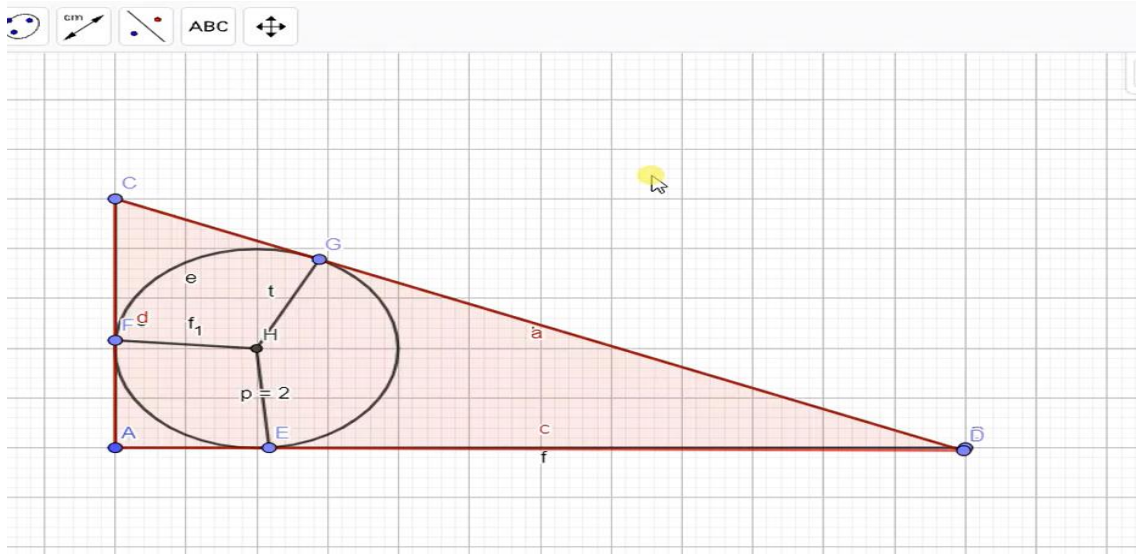


5.(S): Kenarlara eşit uzaklıkta diyor ya, burada eşit uzaklık yok o sebeple olmaz. (Çürüten)

6.(Ö): Peki daha farklı ne düşünebilirsiniz? Ne yapacaksınız? (Onay rehber desteği)

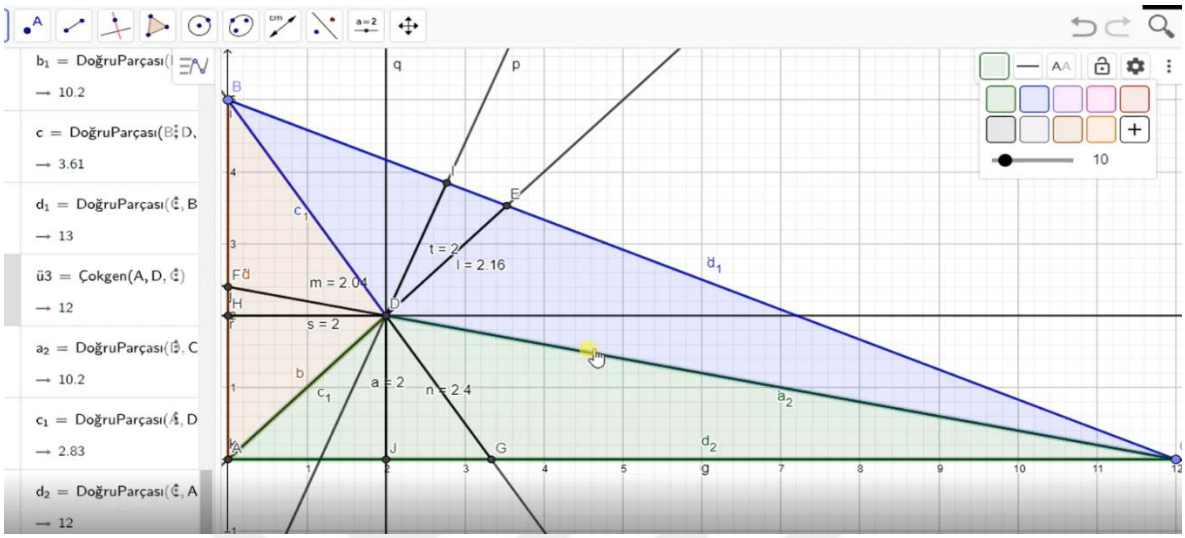
7. (S): Belirlediğimiz noktanın kenarlara eşit uzaklıkta olsun buda ancak kenarlara inilen dikmelerin eşit uzaklıkta olması demek, iç teğet çemberi veya dış teğet çember kullanabiliriz. (İddia)





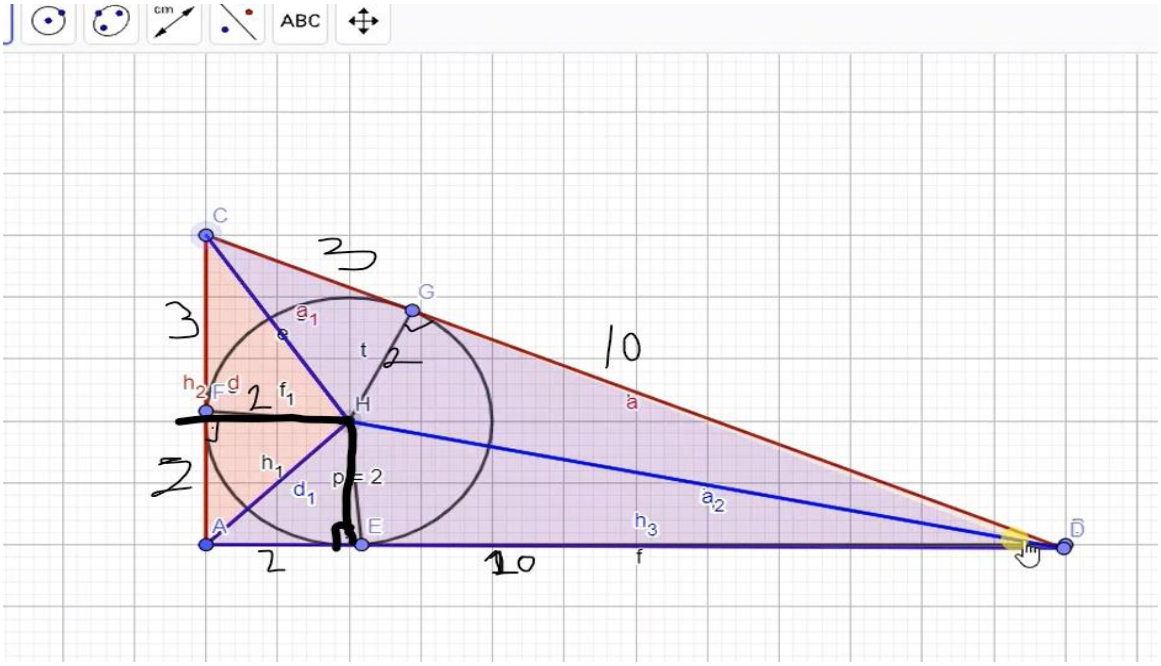
8.(Ö): Evet iyi gidiyorsunuz çocuklar, yakaladığınız nokta güzel. (Onay rehber desteği)

9.(N): Şimdi 5-12-13 üçgeni var, İç teğet çember çizince kenarlara dik uzaklıklar 2cm oluyor, sonrasında hangi kısımlar alanları oluşturacak o bölgeleri ayarlayalım şimdi. Hepsinde yükseklik 2 oldu. Alanlar zaten üçgen alanından çıkar. Yükseklikler 2 cm ve tabanlar 13+12+5=30. Böylece ilerlersek 30.2/2=30 alanı. (Gerekçe)



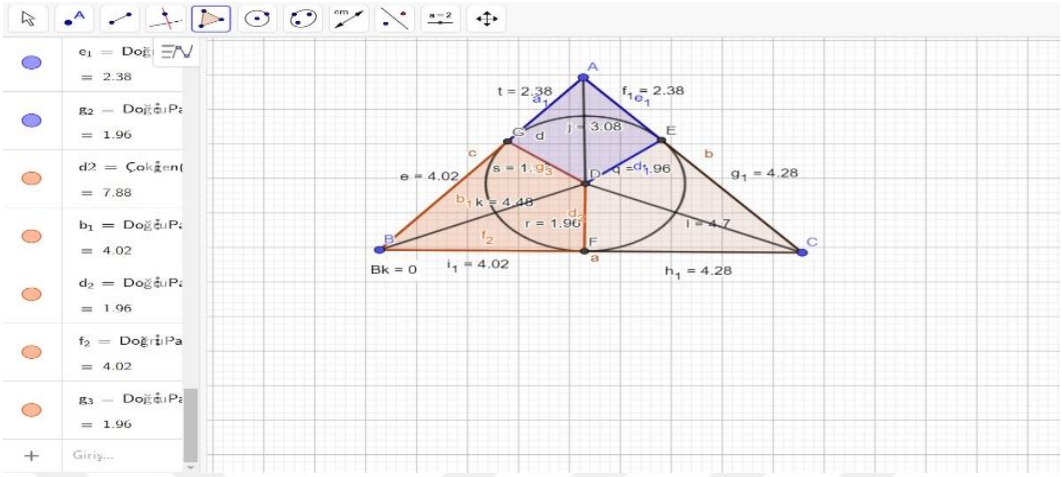
10.(Ö): Evet güzel buldunuz çocuklar. Şimdi devam edin bakalım. (Onay rehber desteği),

11.(S): Ağaçlar üçgenin köşelerini birleştiren doğrusal hatlar üzerine 8 metre aralıklarla dikilecektir, merkeze de ağaç dikiliyor. Ana boruları bulmak için Pisagor bağıntısını kullanabiliriz veya geogebradan zaten uzunluk hesaplamadan bulabiliriz. Şimdi öyle yaptık bulduğumuz uzunluk bulduğumuz toplam uzunluk; 2,8+10,2+3,6=16,6 yani 16600 m oluyor düzenlersek ve 8 metrede bir ağaç yani 2075 ağaç bide ortada bir ağaç yani 2076 olur. (Gerekçe)



12.(Ö): Peki kullandığınız matematiksel kuralları nasıl anlamlandıracaksınız? (Onay rehber desteği)

13.(N): Zaten iç teğet çemberin merkezi açıortayların kesişim noktasıdır. İç teğet çemberden kenarlara dikme inerse bunlar yarıçap özelliğinden eşit olur. Yani bildiğimiz kuralları kullandık zaten en fazla örnek veririz. Aşağıdaki örnek var başka da bilemiyoruz hocam ; (Gerekçe)



14.(Ö): Peki tebrikler güzel çözdünüz. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. ve 3. kodlar analiz edildiğinde Nil ve Selim inceledikleri soru kapsamında çeşitli veriler ortaya koymuşlardır. Bu veriler aracılığıyla öğrenciler su dağıtımı şebekesi hakkında elde ettikleri verileri görsel temsile dökmüşlerdir.
- 4. ve 7. kodlar analiz edildiğinde öğrenciler elde ettikleri veriler doğrultusunda çeşitli iddialarını ortaya koymuşlardır.
- 9., 11. ve 13. kodlar analiz edildiğinde öğrenciler iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koymuşlardır. Bu argümanlar çerçevesinde iddialarına yönelik gerekçelerini ortaya koymuşlardır.
- 5.kodda ise Selim, Nil'in iddiasındaki hataları tespit ederek bu iddiayı çürütmeye yönelik ifadelerini ortaya koymuştur.
- 6. ,8. ,10. ve 12. kodlar analiz edildiğinde öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü belirtmek için çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 14. kodda ise "Peki tebrikler güzel çözdünüz." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

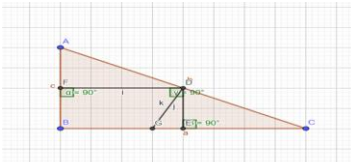
Veri-Nil

Yerleşime yeni açılan üçgensel bölge var ve üç ana boru tarafından su ihtiyacı karşılanacaktır. Üç ana boruya da eşit uzaklıkta bulunan bir nokta belirlememiz gerekir; ayrıca üçgenin köşelerini birleştiren doğrusal hatlar çizmemiz gerekiyor.

1

İddia-Nil

Üçgensel bölge, üç ana boruya eşit uzaklıkta bulunan üçgen içinde bir nokta bulmalıyız. Bunu bulurken kenar orta dikmelerini kullanabilir miyiz acaba? Çünkü uzaklık hesaplanırken kenarlara dik uzunluklara bakmak gerekiyor ya, ben öyle düşünüyorum ama bide çizeyim öyle bakalım:



3

Çürüten-Selim

Kenarlara eşit uzaklıkta diyor ya, burada eşit uzaklık yok o sebeple olmaz.

4

Veri-Selim

Güzel soru hocam şimdi Nil'in dediği gibi ilerleyeceğiz ama sorunun devamında üç ana borudan beslenen bölgelerin alanlarını

2

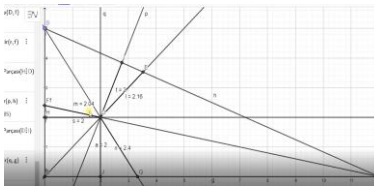
Onay rehber desteği

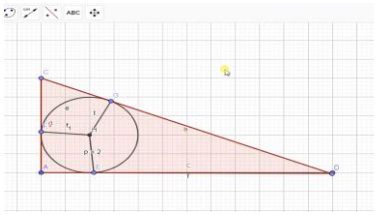
Peki, daha farklı ne düşünebilirsiniz? Ne yapacaksınız?

5

İddia-Selim

Belirlediğimiz noktanın kenarlara eşit uzaklıkta olsun buda ancak kenarlara inilen dikmelerin eşit uzaklıkta olması demek, iç teğet çemberi veya dış teğet çember kullanabiliriz.

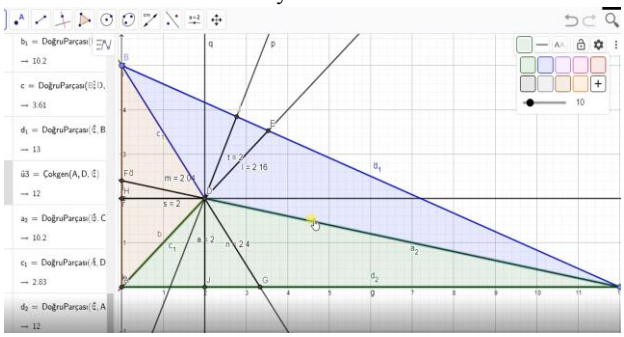




7

Gerekçe-Nil

Şimdi 5-12-13 üçgeni var, İç teğet çember çizince kenarlara dik uzaklıklar 2cm oluyor, sonrasında hangi kısımlar alanları oluşturacak o bölgeleri ayarlayalım şimdi. Hepsinde yükseklik 2 oldu. Alanlar zaten üçgen alanından çıkar. Yükseklikler 2 cm ve tabanlar 13+12+5=30. Böylece ilerlersek 30.2/2=30 alanı.



6

Onay rehber desteği

Evet, iyi gidiyorsunuz çocuklar, yakaladığınız nokta güzel.

8

Onay rehber desteği

Evet, güzel buldunuz çocuklar. Şimdi devam edin bakalım.

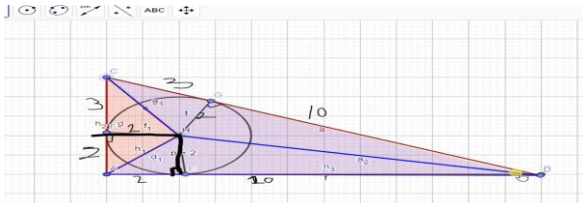
9

Devamı;

9

Gerekçe-Selim

Ağaçlar üçgenin köşelerini birleştiren doğrusal hatlar üzerine 8 metre aralıklarla dikilecektir, merkeze de ağaç dikiliyor. Ana boruları bulmak için Pisagor bağıntısını kullanabiliriz veya geogebradan zaten uzunluk hesaplamadan bulabiliriz. Şimdi öyle yaptık bulduğumuz uzunluk bulduğumuz toplam uzunluk; 2,8+10,2+3,6=16,6 yani 16600 m oluyor düzenlersek ve 8 metrede bir ağaç yani 2075 ağaç bide ortada bir ağaç yani 2076 olur.



10

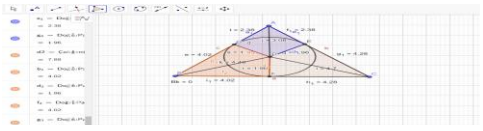
Onay rehber desteği

Peki, kullandığınız matematiksel kuralları nasıl anlamlandıracaksınız?

11

Gerekçe-Nil

Zaten iç teğet çemberin merkezi açıortayların kesişim noktasıdır. İç teğet çemberden kenarlara dikme inerse bunlar yarıçap özelliğinden eşit olur. Yani bildiğimiz kuralları kullandık zaten en fazla örnek veririz. Aşağıdaki örnek var başka da bilemiyoruz hocam;



12

Sonlandırıcı rehber desteği

Peki, tebrikler güzel çözdünüz.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan VII. planın ürün bölümünde yer alan su dağıtımı etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:

Argümantasyon Sürecine Genel Bakış:

Verilen plan incelendikten sonra su dağıtımı etkinliği ile ilgili öğrenci tartışmaları gerçekleşmiştir. Bu tartışmalarda genel matematiksel açıklamalar yapılmıştır:

- Yapılandırılmamış cümleler
- Sözel temsiller
- Görsel temsiller
- Matematiksel kurallar

⇨

Argümantasyon Sürecinde Matematiksel Detaylandırmalar:

Su dağıtımı etkinliği ile ilgili genel öğrenci tartışmaları sonrasında oluşan matematik fikirler Geogebra programında düzenlenmiştir:

- Görsel temsiller
- Yapılandırılmış cümleler
- Matematiksel kurallar
- Matematiksel detaylandırma

⇨

Argümantasyon Sürecinde Matematiksel Süreç Becerileri:

Oluşturulan matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapılmıştır:

- Matematiksel işlemler
- Değer vererek örnekler oluşturma
- Çürütenlerin düzenlenmesi
- Matematiksel gerekçelendirmeler

⇨

Argümantasyon Sürecinde Ulaşılan Sonuçlar:

Yapılan muhakeme sonucunda önceden bilinen kurala dayanarak soru çözülmüş, öğrenciler örneğe dayanarak işlem yapmıştır. İspat süreci örnek üzerinden ilerletilmeye çalışılmıştır. Argümantasyon süreci sonucunda öğrenciler muhakeme süreçlerine abdüktif argümantasyon ile başlamış ve ispat sürecini analojik argümantasyon ile devam ettirmişlerdir.

- Yapılandırılmış cümleler
- Görsel temsiller
- Matematiksel anlamlandırma

Argümantasyon Sürecinde Analojik Akıl Yürütme:

Yapılan değerlendirmeler ve muhakeme sonucunda matematiksel kurallar kullanılmıştır.

Sonuç: Öğrenciler var olan bilgilerinden hareket ederek daha önceden bildikleri matematiksel kurallar ile benzer örnek üzerinden ispat yapmaya çalışmıştır. Öğrencilerin kullandıkları kural; "iç teğet çemberin merkezi açıortayların kesişim noktasıdır. İç teğet çemberden kenarlara dikme inerse bunlar yarıçap özelliğinden eşit olur."şeklindedir.

Araştırmada elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin genellikle ispat ve muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar ile başladıkları görülmüştür. Bu süreçte öğrenciler başlangıçta oluşturdukları matematiksel açıklamaları ifade ederken genelde yapılandırılmamış cümleler ve sözel temsiller kullandıkları görüşmüştür. Bu süreçte daha çok görsel ve sözel temsiller arasında bir geçiş yapmaya çalışarak bir yandan da matematiksel kurallardan yararlanmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte etkinliği GeoGebra' da düzenleyerek yapılandırılmış cümleler kullanmışlardır. Görsel temsilleri daha çok sözel temsillerle desteklemişlerdir. Fakat bu süreçte soru kalıbından yola çıkarak kuralları ezbere kullanmış ve matematiksel kuralları tam olarak anlamlandıramamışlardır. Detaylandırmalar yaparken formal ispatları fark ettikleri ama süreçte kullanmadıkları görülmüştür. Soruyu çözerken ilerleyen aşamalarda matematiksel becerilerini kullanan öğrenciler matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu kapsamında çeşitli matematiksel işlemler yapmış, değer vererek örnekler oluşturmuş, sınırlandırmaları değerlendirmiş, çeşitli iddiaları tartışmış bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Argümantasyon süreci sonucunda muhakeme süreçlerine abdüktif argümantasyon ile başlamış ve ispat sürecini analojik argümantasyon ile devam ettirmişlerdir. İspat süreçlerinde benzer örnek ile özelden özele ispat yaparak argümantasyon sürecini dedüktif kanıt aşamasına taşıyamamışlardır. Öğrencilerin kullandıkları kural; "iç teğet çemberin merkezi açıortayların kesişim noktasıdır. İç teğet çemberden kenarlara dikme inerse bunlar yarıçap özelliğinden eşit olur." şeklindedir.

4.2.7.4. Burak ve Murat 'ın Argümantasyon Süreci:

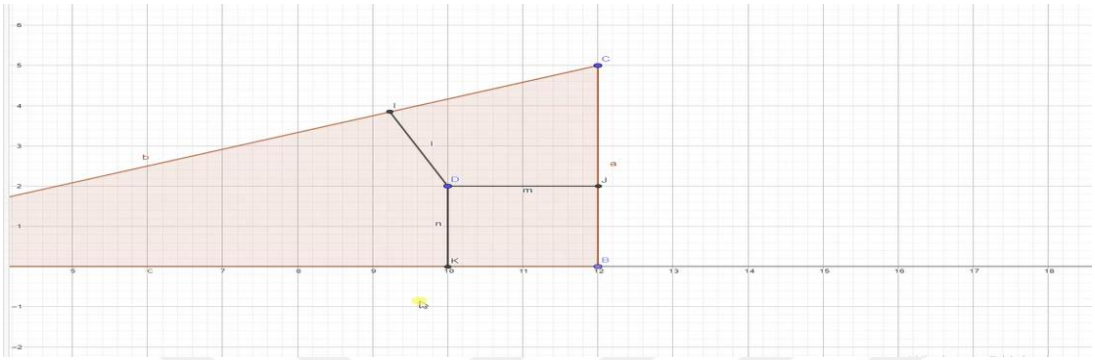
Süreç Analizi:

1.(Ö): Su dağıtımı etkinliği hakkında ne düşünüyorsunuz? Nasıl çözebiliriz?

2.(B): Yine BİLSEM'de karşılaştığımız bir etkinlik türü oldu. Şimdi hocam soruyu incelediğimizde Murat ile yerleşime yeni açılan üçgensel bölge var ve üç ana boru tarafından

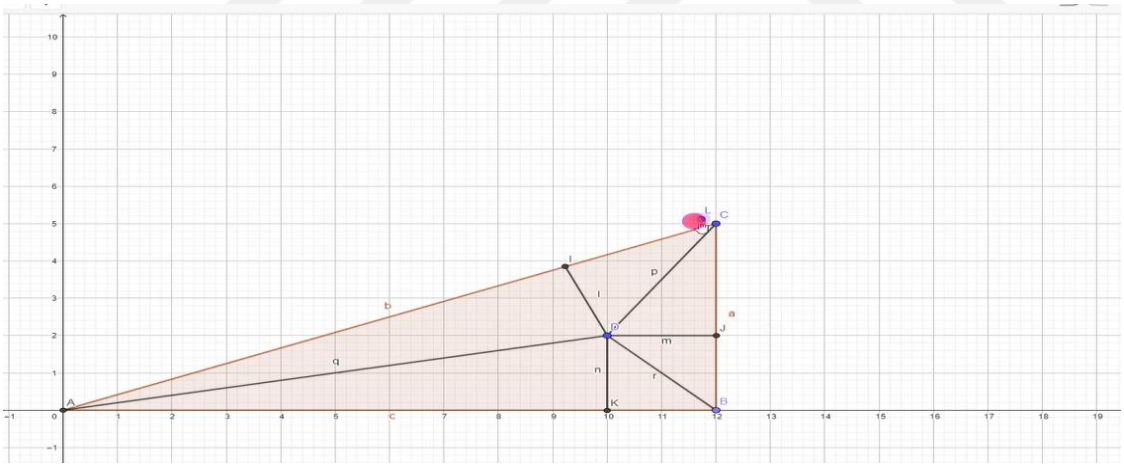
su ihtiyacı karşılanacaktır. Üç ana boruya da eşit uzaklıkta bulunan bir nokta belirlememiz gerekir; ayrıca üçgenin köşelerini birleştiren doğrusal hatlar çizmemiz gerekiyor. (Veriler)

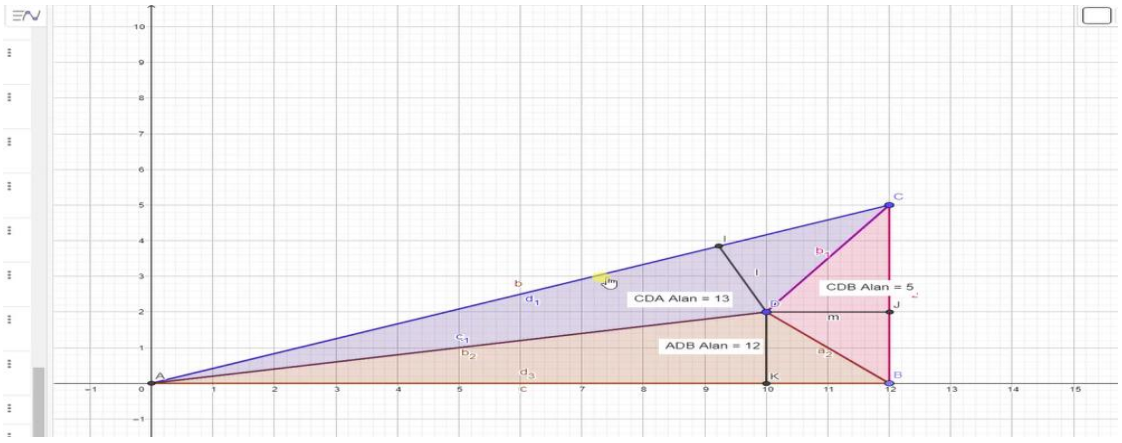
3.(M): Evet hocam farklı bir etkinlik ilk etapta anlaşılması güç oldu bizim için**.** Şimdi hocam öyle bir nokta seçmeliyiz ki, merkez bir nokta olsun ve seçip kenarlara uzaklıklarına baktık bunların dik olmasına dikkat etmeliyiz, kenarlara eşit uzaklıkta olsun. Bunlara bakınca iç teğet çember çizmeliyiz dedik Burak ile hocam çünkü başka türlü bulamayız; (İddia)



6.(Ö): Peki güzel düşündünüz, sonra ne olacak? (Onay rehber desteği)

7. (B): üçgenin köşelerini birleştiren doğrusal hatlar çizmemiz gerekiyor ve üç ana alanı belirledik; alanları belirleyince daha sonra tekrar alan hesaplaması yaptık ve toplam alana 30 oldu. (Gerekçe)





8.(Ö): Evet iyi gidiyorsunuz çocuklar, yakaladığınız nokta güzel. Sorunun diğer kısmını nasıl çözeceksiniz: (Onay rehber desteği)

9.(M): Ağaçlar üçgenin köşelerini birleştiren doğrusal hatlar üzerine 8 metre aralıklarla dikilecektir, merkeze de ağaç dikiliyor. Ana boruları bulmak için Pisagor bağıntısını kullanabiliriz ya da geogebra özelliğinden yararlanırız. Bulduğumuz toplam uzunluk; 2,8+10,2+3,6=16,6 yani 16600 m ve 8 metrede bir ağaç yani 2075 ağaç bide ortada bir ağaç yani 2076 olur. (Gerekçe)

10.(Ö): Peki kullandığınız matematiksel kuralları nasıl anlamlandıracaksınız? (Onay rehber desteği)

13.(N): Zaten iç teğet çemberin merkezi açıortayların kesişim noktasıdır. İç teğet çemberden kenarlara dikme inerse bunlar yarıçap özelliğinden eşit olur. Bildiğimiz kurallar hocam, Selim ile tatıştık ama yani nasıl ispat yapılacağını bilmedik. (Gerekçe)

14.(Ö): Peki tebrikler güzel çözdünüz. (Sonlandırıcı rehber desteği)

Tartışma Analizi:

- 2. kodda Burak ve Murat inceledikleri soru kapsamında verilerini ifade etmişlerdir. Bu veriler aracılığıyla öğrenciler soruya yönelik düşüncelerini görsel temsllerle ifade etmişlerdir.
- 3. kodda Burak ve Murat verilere dayalı olarak tartışmanın temel amacına yönelik iddialarını ortaya koymuşlardır. Bu iddialarını görsel ve sözel temsillerle ifade ederek matematiksel kurallarla desteklemişlerdir.
- 7., 9. ve 13. kodlar analizedildiğinde Burak ve Murat iddialarını doğrulamak için çeşitli argümanlar ortaya koymuşlardır. İddiaların nedenlerini, kendi ulaştıkları sonuçları savunmak için Geogebra' da oluşturdukları çözüm yöntemleri ile gerekçelerini açıklamışlardır.
- 6., 8. ve 10. kodlar analiz edildiğinde öğretmen tarafından öğrencilere gerekçelerini desteklemek amacıyla tartışma sürecinin olması gerektiği gibi sürdüğünü ifade etmek için çeşitli göstergelerle onay rehber desteği verilmiştir.
- 14. kodda ise "Peki tebrikler güzel çözdünüz." şeklinde sonlandırıcı rehber desteği ile tartışma sonlandırılmıştır.

Tartışmanın Toulmin Diyagramı ile Gösterilişi:

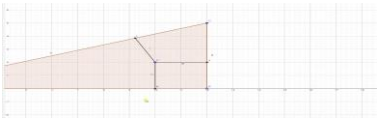
Veri-Burak

Hocam soruyu incelediğimizde Murat ile yerleşime yeni açılan üçgensel bölge var ve üç ana boru tarafından su ihtiyacı karşılanacaktır. Üç ana boruya da eşit uzaklıkta bulunan bir nokta belirlememiz gerekir; ayrıca üçgenin köşelerini birleştiren doğrusal hatlar çizmemiz gerekiyor.

1

İddia-Murat

Evet, hocam farklı bir etkinlik ilk etapta anlaşılması güç oldu bizim için. Şimdi hocam öyle bir nokta seçmeliyiz ki, merkez bir nokta olsun ve seçip kenarlara uzaklıklarına baktık bunların dik olmasına dikkat etmeliyiz, kenarlara eşit uzaklıkta olsun. Bunlara bakınca iç teğet çember çizmeliyiz dedik Burak ile hocam çünkü başka türlü bulamayız;



2

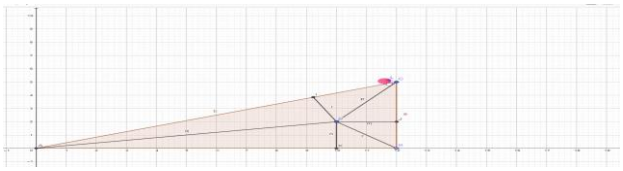
Onay rehber desteği

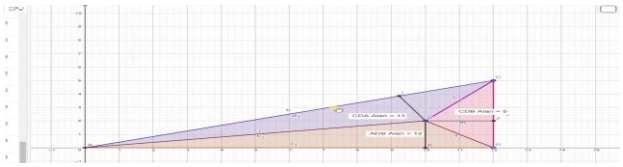
Peki, güzel düşündünüz, sonra ne olacak?

3

Gerekçe-Burak

Üçgenin köşelerini birleştiren doğrusal hatlar çizmemiz gerekiyor ve üç ana alanı belirledik; alanları belirleyince daha sonra tekrar alan hesaplaması yaptık ve toplam alana 30 oldu.





4

Onay rehber desteği

Evet, iyi gidiyorsunuz çocuklar, yakaladığınız nokta güzel. Sorunun diğer kısmını nasıl çözeceksiniz?

5

Gerekçe-Murat

Ağaçlar üçgenin köşelerini birleştiren doğrusal hatlar üzerine 8 metre aralıklarla dikilecektir, merkeze de ağaç dikiliyor. Ana boruları bulmak için Pisagor bağıntısını kullanabiliriz ya da geogebra özelliğinden yararlanırız. Bulduğumuz toplam uzunluk; 2,8+10,2+3,6=16,6 yani 16600 m ve 8 metrede bir ağaç yani 2075 ağaç bide ortada bir ağaç yani 2076 olur.

6

Onay rehber desteği

Peki, kullandığınız matematiksel kuralları nasıl anlamlandıracaksınız?

7

Gerekçe-Burak

Zaten iç teğet çemberin merkezi açıortayların kesişim noktasıdır. İç teğet çemberden kenarlara dikme inerse bunlar yarıçap özelliğinden eşit olur. Bildiğimiz kurallar hocam, Murat ile tatıştık ama yani nasıl ispat yapılacağını bilmedik.

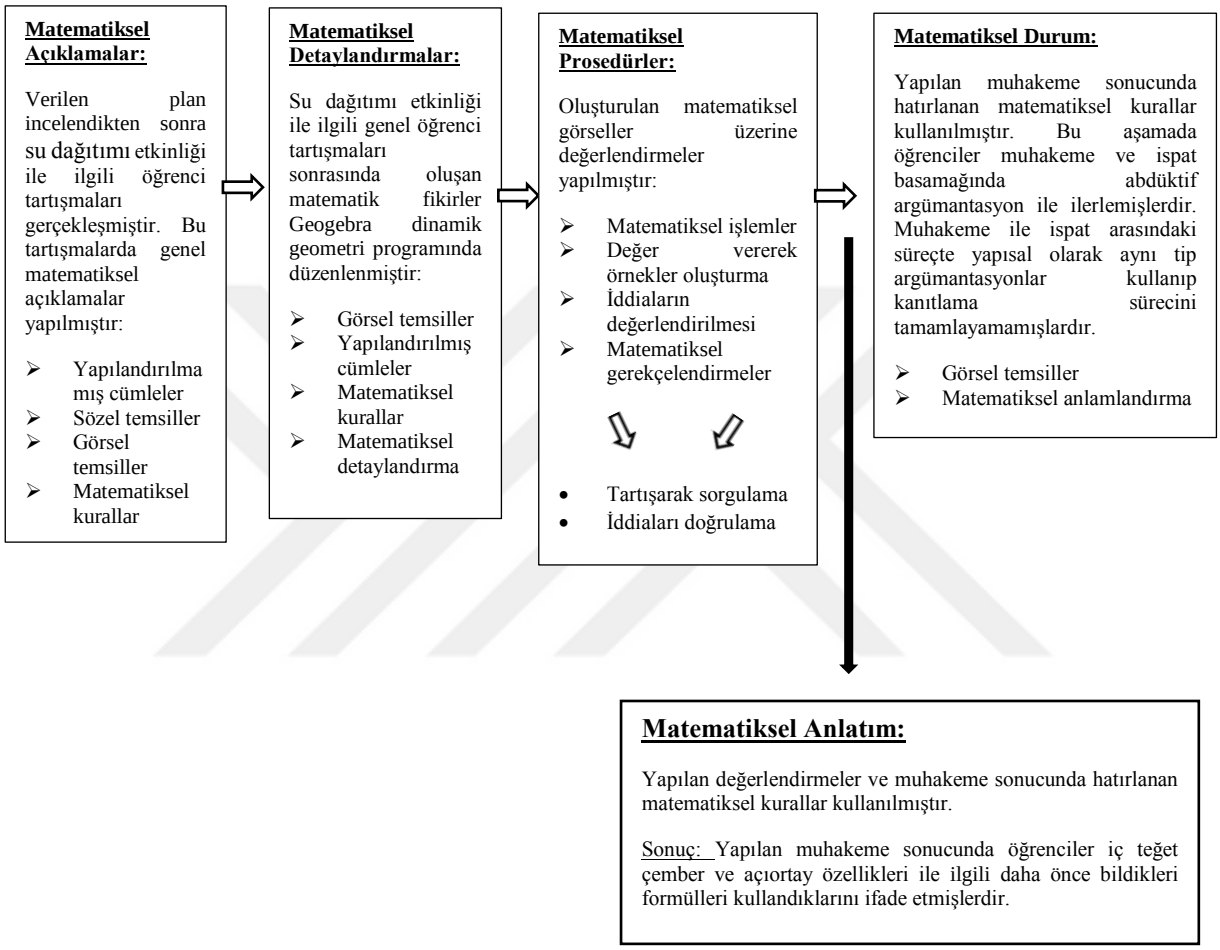
8

Sonlandırıcı rehber desteği

Peki, tebrikler güzel çözdünüz.

Üretilen Matematiksel Argümanlardan Elde Edilen Sonuçlar:

Öğrencilere yönelik hazırlanan VII. planın ürün bölümünde yer alan su dağıtımı etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile uygulama yapmaları sağlanmıştır. Bu uygulama sonucunda Toulmin tartışma modeli doğrultusunda elde edilen argümanlar analiz edilmiş ve çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrencilerin ürettikleri ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik matematiksel argümanlar ve detaylandırmalarından elde edilen sonuçların akış şeması şu şekildedir:



Argümantasyon sürecinde öğrenciler bu tarz sorular ile BİLSEM ‘de karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Araştırma sürecinde elde edilen veriler incelendiğinde ise öğrencilerin muhakeme sürecine matematiksel açıklamalar yaparak başladıkları görülmüştür. Matematiksel açıklamaları genelde soruyu anlamak için kullanmışlardır. Bunu yaparken de genelde yapılandırılmamış cümleler, sözel temsiller ve görsel temsiller kullanmışlardır. Daha sonra düşüncelerini matematiksel olarak detaylandırmışlardır. Bu süreçte daha çok görsel ve sözel temsiller arasında bir geçiş yapmaya çalışarak bir yandan da matematiksel kurallardan yararlanmışlardır. Özellikle görsel temsiller ile soruyu anlamaya çalışmışlardır. Argümantasyon sürecinde matematiksel süreç becerileri kapsamında matematiksel görseller üzerine değerlendirmeler yapmışlardır. Bu değerlendirmeler daha çok hatırladıkları

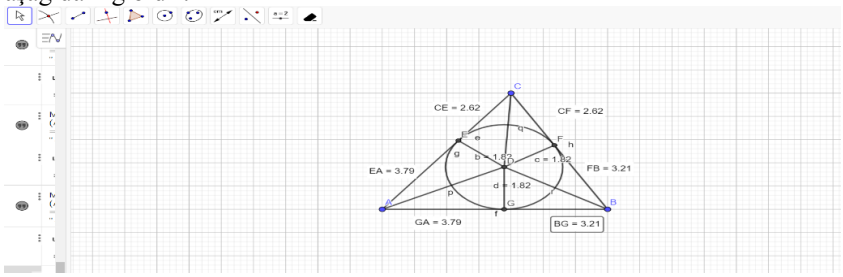
matematiksel kuralları kullanarak yapılan işlemler üzerine oluşmuştur. Fakat bu süreçte daha çok soru kalıbından yola çıkarak kuralları ezbere kullanmış ve matematiksel kuralları tam olarak anlamlandıramamışlardır. Matematik becerileri kapsamında çeşitli matematiksel işlemler yapmış ve bunu yaparken de matematiksel gerekçelendirmelerini açıklamışlardır. Ayrıca ifadelerini matematiksel olarak anlatmaya başlayan öğrenciler yapılan muhakeme sonucunda hatırladıkları matematiksel kuralları kullanmış fakat ispat sürecine geçememişlerdir. Yapılan değerlendirmeler sonucunda öğrencilerde ispat sürecine yönelik düşüncenin doğruluğuna dair bir his vardır fakat formal ispata götürmeyen varsayımsal bir düşünce sistemi mevcuttur. Bu aşamada öğrenciler muhakeme ve ispat basamağında abdüktif argümantasyon ile ilerlemişlerdir. Muhakeme ile ispat arasındaki süreçte yapısal olarak aynı tip argümantasyonlar kullanıp kanıtlama sürecini tamamlayamamışlardır.

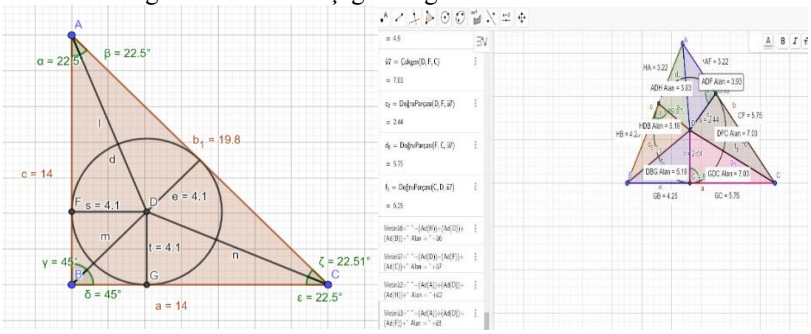
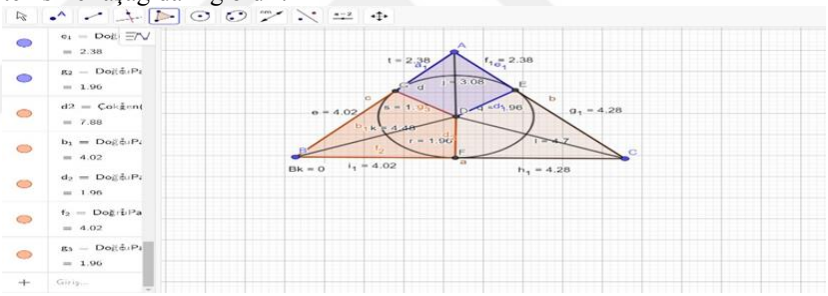
4.2.7.5. Yedinci Probleme İlişkin (Su Dağıtımı) İspat Süreci Analiz Basamakları:

Öğrencilere yönelik hazırlanan VII. planın ürün bölümünde yer alan Su Dağıtımı etkinliğine ilişkin ispat süreci analiz basamakları Tablo 31'de gösterilmiştir.

Tablo 31

Yedinci Probleme İlişkin İspat Süreci Analiz Basamakları

İspat Basamakları	Katılımcılar	Örnek ifadeler
II. Aşama: Analojik Düşünce (Analogical Thinking)	Fırat & Okan	Öğrenciler : "Açıortayları çizdik sonrasında açıortay kesim noktasından kenarlara dikme indirdik, sonra zaten çember özelliğinden iç teğet çember oldu." ve "İç teğet çember, açıortayların kesim noktası ve iç açıortaylarda bir noktadan çizilen diklikler eşit açıortay uzunlukları oluşturur."şeklinde düşüncelerini ifade etmişlerdir. İspat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıdaki gibidir.  Yapılan muhakeme sonucunda önceden bilinen kurala dayanarak soru çözülmüş, öğrenciler örneğe dayanarak işlem yapmıştır. İspat süreci örnek üzerinden ilerletilmeye çalışılmıştır. Argümantasyon süreci sonucunda öğrenciler muhakeme süreçlerine abdüktif argümantasyon ile başlamış ve ispat sürecini analojik argümantasyon ile devam ettirmişlerdir.

III. Aşama: Analitik düşünme (Analytical Thinking)	Emre & Ali	Öğrenciler ; “Her kenara eşit uzaklıkta ve en kısa mesafe olsun buda ancak kenarlara inilen dikmelerin eşit uzaklıkta olması demek. Bunun içinde çember geldi aklımıza, iç teğet çemberi kullanabiliriz. “ ve “Üçgen içerisinde iç teğet çemberden kenarlara dikme inerse bunlar yarıçap özelliğinden eşit olur. Şekli çizince de açılarına falan bakınca zaten açıortayların kesişim noktası olduğunu görürüz.” şeklinde düşüncelerini ifade etmişlerdir. İspat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıdaki gibidir.  Yapılan muhakeme sonucunda ulaşılan kural, öğrencilerin yaptığı genelleme ile iç teğet çember ve açıortay özellikleri ile ilgili örnekler üzerinden öğrenciler tarafından ispatlanmaya çalışılmıştır. Bu süreçte öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif akıl yürürtme ile başlanmış ve ispat sürecini indüktif akıl yürütme şeklinde sürdürmüşlerdir.
II. Aşama: Analojik Düşünce (Analogical Thinking)	Nil & Selim	Öğrencilerin kullandıkları kural; “İç teğet çemberin merkezi açıortayların kesişim noktasıdır. İç teğet çemberden kenarlara dikme inerse bunlar yarıçap özelliğinden eşit olur.” şeklindedir. İspat sürecinde kullandıkları görsel temsiller aşağıdaki gibidir.  Yapılan muhakeme sonucunda önceden bilinen kurala dayanarak soru çözülmüş, öğrenciler örneğe dayanarak işlem yapmıştır. İspat süreci örnek üzerinden ilerletilmeye çalışılmıştır. Argümantasyon süreci sonucunda öğrenciler muhakeme süreçlerine abdüktif argümantasyon ile başlamış ve ispat sürecini analojik argümantasyon ile devam ettirmişlerdir.
I.Aşama: Sezgisel Düşünce (Intuitive Thinking)	Burak & Murat	Öğrenciler “Zaten iç teğet çemberin merkezi açıortayların kesişim noktasıdır. İç teğet çemberden kenarlara dikme inerse bunlar yarıçap özelliğinden eşit olur. Bildiğimiz kurallar hocam ” şeklinde düşüncelerini ifade etmişlerdir. Yapılan muhakeme sonucunda hatırlanan matematiksel kurallar kullanılmıştır. Öğrencilerde informal boyutta olan varsayımsal bir düşünce sistemi ile cevap vermeye çalışmışlardır. Bu aşamada öğrenciler muhakeme sürecine abdüktif argümantasyon ile başlamış ve ispat sürecini bu düşünce sistemi ile ilerlemişlerdir. Muhakeme ile ispat arasındaki süreçte yapısal olarak aynı tip argümantasyonlar kullanıp kanıtlama sürecini tamamlayamamışlardır. .

Yedinci probleme ilişkin ispat süreci analiz basamakları incelendiğinde iki öğrenci grubunun analojik, bir öğrenci grubunun analitik ve bir öğrenci grubunun ise sezgisel düşünme basamağında ispat yaptıkları görülmüştür.

4.3. Muhakeme Ve İspat Basamakları Süreçlerine Yönelik Analitik Çerçeve

Özel yetenekli öğrencilerin muhakeme ve ispat basamakları süreçleri incelenerek oluşturulan analitik çerçeve Tablo 32'de gösterilmiştir.

Tablo 32

Muhakeme ve İspat Basamakları Süreçlerine Yönelik Analitik Çerçeve

		Öğrenci grupları			
		I.Grup	**II. Grup**	**III. Grup**	**IV. Grup**
Problemler	**Problem-1**	V. Aşama: Yaratıcı Düşünme (Creative Thinking):	III. Aşama: Analitik Düşünme (Analytical Thinking)	III. Aşama: Analitik Düşünme (Analytical Thinking)	III. Aşama: Analitik Düşünme (Analytical Thinking)
	Problem-2	IV. Aşama: Bütünleştirici (Kombinasyonel) Düşünme (Integrative (Combinational) Thinking)	III. Aşama: Analitik Düşünme (Analytical Thinking)	III. Aşama: Analitik Düşünme (Analytical Thinking)	II. Aşama: Analojik Düşünme (Analogical Thinking)
	Problem-3	III. Aşama: Analitik Düşünme (Analytical Thinking)	III. Aşama: Analitik Düşünme (Analytical Thinking)	III. Aşama: Analitik Düşünme (Analytical Thinking)	III. Aşama: Analitik Düşünme (Analytical Thinking)
	Problem-4	IV. Aşama: Bütünleştirici (Kombinasyonel) Düşünme (Integrative (Combinational) Thinking)	IV. Aşama: Bütünleştirici (Kombinasyonel) Düşünme (Integrative (Combinational) Thinking)	II. Aşama: Analojik Düşünme (Analogical Thinking)	IV. Aşama: Bütünleştirici (Kombinasyonel) Düşünme (Integrative (Combinational) Thinking)

Problem-5	III. Aşama: Analitik Düşünme (Analytical Thinking)	II. Aşama: Analitik Düşünme (Analytical Thinking)	V. Aşama: Yaratıcı Düşünme (Creative thinking):	IV. Aşama: Bütünleştirici (Kombinasyonel) Düşünme (Integrative (Combinational) Thinking):
Problem-6	III. Aşama: Analitik Düşünme (Analytical Thinking)	I.Aşama: Sezgisel Düşünme (Intuitive Thinking)	I.Aşama: Sezgisel Düşünme (Intuitive Thinking)	I.Aşama: Sezgisel Düşünme (Intuitive Thinking)
Problem-7	II. Aşama: Analojik Düşünme (Analogical Thinking)	III. Aşama: Analitik Düşünme (Analytical Thinking)	II. Aşama: Analojik Düşünme (Analogical Thinking)	I.Aşama: Sezgisel Düşünme (Intuitive Thinking

Özel yetenekli öğrencilerin muhakeme ve ispat basamakları süreçlerine yönelik analitik çerçeve incelendiğinde öğrencilerin problem-1'e yönelik ispat basamakları incelendiğinde sadece bir grubun yaratıcı düşünme basamağında geri kalan üç grubun ise analitik düşünme basamağında ispat yapabildikleri görülmüştür. Dolayısıyla Problem-1 kapsamında ispat yaparken analitik düşünme basamağında kalan öğrencilerin öncelikle ispat sürecinde uygun stratejiler geliştirdikleri ve hangi işlemi yapacaklarına karar verdikleri tespit edilmiştir. Sınırlı örneklerden hareket ederek genel bir örneğe bağlı kalıp varsayımlar geliştirdiği görülmüştür. Varsayımları net olarak ifade etmiş ve yapılanları matematiksel olarak detaylı bir şekilde gerekçelendirmişlerdir. Yaratıcı öğrenme basamağında ispat yapan öğrenciler ise uygun mantıksal geçerliliklerle birlikte örneklerden ifadeleri arındırarak iddia ve gerekçelerini formal ispata dönüştürmüşlerdir. Öğrenciler mantıksal ispatlar yapmışlar ve matematiksel nesnelerin gösterimlerini kullanmışlardır. Problem-2 incelendiğinde bir grubun bütünleştirici düşünme, bir grubun analojik düşünme ve diğer iki grubun ise analitik düşünme basamağında ispat yapabildikleri görülmüştür. Bütünleştirici düşünme basamağında ispat yapan grubun muhakeme ve ispata dönük dil kullanarak argümanlar arasında ilişki kurdukları görülmüştür. İddiaları doğrultusunda ispat stratejilerini kabaca planlamışlardır. Öğrencilerin mantıksal

geçerlilik kapsamında formal ispata döndükleri ve belli bir zorluktaki ispatın çözümünü anlayabildikleri tespit edilmiştir. Analojik düşünme basamağında kalan grubun ise ispat yaparken sınırlı bir örnek üzerinden hareket ederek özelden özele açıklama yaptıkları görülmüştür. Öğrenciler bu açıklamalarını metinsel kurallara göre ifade etmişlerdir. Formal ispatlar fark etmiş fakat kullanmamışlardır. Daha çok matematiksel işlemler ile açıklamışlardır. Çok fazla ayrıntıya girmeden ve basit bir dil kullanarak ispat yapmışlardır. Problem-3'e yönelik öğrencilerin çözümleri ve ispatları değerlendirildiğinde dört grubunda analitik düşünmede kaldığı görülmüştür. Problem-4 'te öğrencilerin ispat basamakları incelendiğinde dört grup öğrenciden üçünün bütünleştirici düşünme, bir grubun ise analojik düşünme de ispat yaptıkları tespit edilmiştir. Problem-5 'te öğrencilerin probleme yönelik ispat seviyeleri farklı basamakları ve düşünme biçimlerini içermektedir. Bunlar analitik, bütünleştirici ve yaratıcı şeklinde ispat basamaklarıdır. Problem-6'da üç grubun sezgisel düşünme bir grubun ise analitik düşünme basamağında kaldığı görülmüştür. Sezgisel düşünme basamağında kalan öğrenciler daha çok varsayımlardan yola çıkılarak sezgisel akıl yürütmüşlerdir. Sezgisel akıl yürütme basamağında öğrencilerin düşüncelerinin doğru olduğuna dair hisleri vardır. Fakat öğrenciler ispat sürecini tamamlayamamışlardır. Problem durumunu informal olarak açıklamışlardır. Problem-7'de ise dört gruptan ikisinin analojik düşünme, birinin sezgisel düşünmede ve bir grubun ise analitik düşünme basamağında kaldığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin muhakeme ve ispat basamakları incelendiğinde genelde problem çözümlerinde çok az sayıda yaratıcı düşünme basamağında ispata rastlanmıştır. Yapılan analizlerde öğrencilerin daha çok alt basamaklarda yani informal düzeyde ve matematiksel rotasyonları kullanmadan sınırlı örneklerle ispat yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Dolayısıyla öğrencilerin muhakeme ve ispat süreçleri genel olarak incelendiğinde ortaya çıkan ispat basamaklarının yaratıcı düşünme (2 kez), bütünleştirici (kombinasyonel) düşünme (5 kez), analojik düşünce (4 kez), analitik düşünme (13 kez) ve sezgisel düşünme (4 kez) şeklinde olduğu tespit edilmiştir.

4.4. Akıl Yürütme Türlerine Yönelik Analitik Çerçeve

Özel yetenekli öğrencilerin muhakeme ve ispat basamakları incelenmiş ve her ispat basamağına denk gelen akıl yürütme türlerine yönelik analitik çerçeve Tablo 33'de gösterilmiştir.

Tablo 33

Akıl Yürütme Türlerine Yönelik Analitik Çerçeve

		AKIL YÜRÜTME TÜRLERİ	
		Muhakeme Süreci	**İspat Süreci**
İspat Basamakları	**Yaratıcı düşünme (Creative Thinking):**	Abdüktif Akıl Yürütme	Dedüktif Akıl Yürütme
	Bütünleştirici (Kombinasyonel) Düşünme (Integrative (Combinational) Thinking)	Abdüktif Akıl Yürütme	Dedüktif Akıl Yürütme
	Analitik düşünme (Analytical Thinking)	Abdüktif Akıl Yürütme	İndüktif Akıl Yürütme
	Analojik Düşünme (Analogical Thinking)	Abdüktif Akıl Yürütme	Analojik Akıl Yürütme
	Sezgisel Düşünme (Intuitive Thinking)	Abdüktif Akıl Yürütme	Abdüktif Akıl Yürütme

Özel yetenekli öğrencilerin muhakeme ve ispat süreci incelendiğinde öğrencilerin ispat basamakları süreçlerinde farklı şekillerde akıl yürüttükleri görülmüştür. Yaratıcı düşünme ve bütünleştirici düşünme basamağında muhakeme sürecinde abdüktif şekilde akıl yürüttükleri, ispat sürecine geçişte ise dedüktif şekilde akıl yürüttükleri görülmüştür. Analitik düşünme basamağında muhakeme sürecinde abdüktif şekilde akıl yürüttükleri, ispat sürecine geçerken ise indüktif şekilde akıl yürüttükleri görülmüştür. Analojik Düşünme basamağında muhakeme sürecine başlarken abdüktif şekilde akıl yürüttükleri ispat sürecine geçerken ise analojik şekilde akıl yürüttükleri görülmüştür. Sezgisel düşünme basamağında ise muhakeme ve ispat sürecinde akıl yürütme sürecini ilerletemedikleri Abdüktif Akıl yürütme de kaldıkları görülmüştür.

5. BÖLÜM
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Özel yetenekli öğrencilere yönelik tasarlanan teknoloji destekli geometri öğretim modülünün ispat ve muhakeme süreçleri açısından incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma İkişerli gruplarda toplamda sekiz öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada her bir grup ile DGY destekli bilgisayar ortamında üçgenler konusunda hazırlanan ders planları temel alınarak üç aylık uygulama sureci boyunca öğretim gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte elde edilen veriler nitel yöntemler kullanılarak analiz edildikten sonra öğrencilerin ispat ve muhakeme süreçlerine yönelik bulgular elde edilmiştir.

Bu bölümde araştırmanın bulguları kapsamında ortaya çıkan sonuçlar, araştırma problemleri temelinde ve ilgili alan yazın doğrultusunda tartışılarak sunulmuştur. Ardından araştırma kapsamında ortaya çıkan bazı önerilere yer verilmiştir.

5.1. Sonuç ve Tartışma

5.1.1. Öğretmen ve Öğrencilerin Mevcut Programa İlişkin Görüşlerine Yönelik Sonuçlar:

Bu bölümde ortaya çıkan sonuçlar araştırma problemleri kapsamında, sırasıyla özel yetenekli öğrencilerin eğitim ihtiyaçlarını belirlemek amacıyla öğretmenler ve öğrencilerin mevcut programa ilişkin görüşlerine yönelik sonuçlar ve ilgili alan yazın tartışılarak sunulmuştur.

5.1.1.1.Öğretmenlerin Mevcut Programa İlişkin Görüşlerine Yönelik Sonuçlar: Araştırmada özel yetenekli öğrencilerin farklı özelliklerine, eğitim ihtiyaçlarına, öğretmen yeterliklerine, DGY kullanımına ve matematiksel ispat süreçlerine yönelik matematik öğretmenlerinin görüşleri dikkate alınarak çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır.

Araştırma sonucunda ilk olarak öğretmenler özel yetenekli öğrencilerin farklı özellikleri kapsamında; gözlem yeteneklerinin yüksek olduğunu, hızlı öğrendiklerini, karmaşık problemleri rahatça çözebildiklerini, uzun süre odaklanabildiklerini, üst düzey düşünme becerilerine sahip olduklarını, belleklerinin güçlü olduğunu ve özgün fikir bulmakta zorlanmadıklarını belirtmiştir. Aynı zamanda aşırı merak, yüksek motivasyon, liderlik, duyarlılık gibi destekleyici kişisel özelliklerinin yanında mükemmeliyetçilik, sosyal iletişim zorluğu, aşırı duygusallık, yüksek kaygı, sorumsuzluk, çabuk sıkılma ve dikkat dağınıklığı gibi zorlayıcı kişisel özelliklere de sahip oldukları görülmüştür. Literatür incelediğinde elde edilen bu sonuçları destekleyen çeşitli çalışmalara rastlanmıştır. Bu çalışmalar; akademik başarılarının yüksek olması (Akkanat, 2004; Davis ve Rimm, 2004), problem çözme yeteneklerini kullanmaları (Ataman, 2009, Doğan ve Çetin, 2018; Miller, 1990; Sisk, 1987), dikkatlerini uzun süre yoğunlaştırmaları (Çağlar, 2004; Sriraman, 2004), kolay öğrenmeleri (Calero, Belen ve

Robles, 2011; Levent, 2014), üst düzey düşünme becerilerine sahip olmaları (Bonner, 2000; Kettler, 2014) ve özgün fikir üretmeleri (Csikszentmihaly ve Robinson, 1986; Çitil ve Ataman, 2018; Janos, Fung ve Robinson, 1985; Özbay, 2013; Renzulli, 1978) gibi özel yetenekli öğrencilerin çeşitli bilişsel özelliklere sahip olduğunu ifade eden çalışmalardır. Bununla birlikte özel yetenekli öğrencilerin aşırı duyarlı olmaları, motivasyonlarının yüksek olması (Renzulli, 1978), liderlik (Bain ve Bell, 2004), çabuk sıkılıp dikkatlerinin dağılması, sosyal iletişim zorluğu yaşamları (Bahtiyar ve Şahin, 2017; Çetin ve Doğan, 2018; Özbay, 2013) ve mükemmeliyetçilik (Çitil ve Ataman, 2018; Davis ve Rimm, 2004; Milli Eğitim Bakanlığı, 2015; Saranlı ve Metin, 2012) gibi duyuşsal özelliklerini vurgulayan çalışmalar ile araştırmanın sonuçları benzerlik göstermektedir. Talas, Talas ve Sönmez (2013) ise yaptığı çalışmalarında bu çalışmadan farklı olarak özel yetenekli öğrenciler ve kendi gibi olan arkadaşları arasında iletişimin iyi olduğunu fakat diğer akranlarıyla sorunlar yaşadıklarını ve yalnız kalmayı tercih ettiklerini tespit etmişlerdir.

Matematik öğretmenlerinin görüşleri doğrultusunda özel yetenekli öğrencilerin genel alandaki ve matematik alanındaki eğitim ihtiyaçlarına yönelik çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğretmenler genel eğitim ihtiyaçlarına yönelik; özel yetenekli öğrencilerin belirlenmesinde kullanılan tanılama sürecinin güncellenmesi gerektiğini ve tanılama sonucunda BİLSEM'ler de oluşturulacak öğrenci gruplarının homojen olmasının önemli olduğunu belirtmişlerdir. BİLSEM sürecine velilerin de adapte olması için veli eğitimlerinin verilmesini gerektiğini vurgulamıştır. Aynı zamanda öğretmeler, meslektaşlarının çağa ayak uydurup yeniliklerden haberdar olması için gerektiğinde eğitim almaları gerektiği üzerinde durmuştur. Bununla birlikte zenginleştirmiş ve farklılaştırmış etkinlikler kullanılarak güncellenen eğitim programlarının öğretimin kalitesini arttıracağını da belirtmiştir. Fiziki donanım olarak ise atölyelerin materyal ve teknik donanımlarındaki eksikliklerin giderilmesi gerektiğini söylemiştir. Aynı zamanda öğrencilerin özel olduğunun hissettirilmesi, motivasyonlarının arttırılması, anlaşılma isteği, kaygı kontrolü, başarılı olma isteği gibi duyuşsal ihtiyaçlarının da göz ardı edilmemesi gerektiğini belirtmiştir. Elde ettiğimiz bu sonuçlar alan yazında benzer sonuçlar içeren çalışmalar ile örtüşmektedir. Bu çalışmalar; eğitim programlarının özel yetenekli çocukların eğitimsel ihtiyaçlarını karşılamadığı bu sebeple güncellenmesinin önemli olduğu (Baykoç Dönmez, 2009; Davaslıgil, 2004; Heward ve Orlansky, 1980), zenginleştirmiş ve farklılaştırmış etkinlikler, atölye çalışmaları, okul dışı uygulamalar vb. standartların oturtulması gerektiği (Ataman, 2009; Davaslıgil,2004; Davis ve Rimm, 2004; Göktepe Yıldız ve Özdemir, 2018; Kanlı, 2011; Yıldız, 2010), kaynak, materyal ve donanım eksikliğinin giderilmesi (Şenol, 2011), öğretmenlerin yetiştirilmesi (Levent,2014) , öğrencilere özel

olduğunun hissettirilmesi ve motivasyonun arttırılması (Gross, 2002; Kelly ve Jordan, 1990; Levine ve Tucker, 1986; Özsoy, Özyürek ve Eripek, 1998) gibi ihtiyaçları içermektedir. Bununla birlikte yapılan çalışma da sadece öğretmen ve öğrenci yeterliliklerinden bahsedilmiştir. Fakat Summak ve Çelik Şahin (2013)'in çalışması incelendiğinde öğretim programlarının kalitesinin arttırılması ve öğrenme ortamlarının oluşturulabilmesi için BİLSEM müdürlerinin de öğretimsel liderlik becerilerinin yeterli olması gerektiği görülmektedir. Bu sebeple bu tarz çalışmalar yapılırken BİLSEM'ler tüm yönleriyle incelenmeli ve genel ihtiyaçlar bir bütün olarak ortaya çıkarılmalıdır.

Matematik alanındaki eğitim ihtiyaçlarına yönelik ise öğretmenler; matematik programlarının güncellenmesi gerektiğinin, gerçek hayat problemlerini içeren zenginleştirilmiş matematik etkinliklerinin hazırlamasının, soyut olan geometri konularının somut hale getirilmesi için dinamik yazılımlar kullanımının önemli olduğunu belirtmiştir. Ayrıca öğretmenler öğrencilerin matematiksel ifadeler arasında anlamlı ilişkiler kurması için matematiksel ispat öğretiminin de oldukça önemli olduğunu vurgulamıştır. Matematik atölyelerinin donanımlı olması gerektiği de önemli ihtiyaçlar arasında yer almaktadır. Literatürde de matematik alanındaki eğitim ihtiyaçlarına yönelik; matematik atölyelerinin donanımlı hale getirilmesi (Çakır, 2009; Kazu ve Şenol, 2012; Sezginsoy, 2007; Tantay, 2010), zenginleştirilmiş ve farklılaştırılmış matematik etkinliklerinin oluşturulması (Even, Karsenty ve Friedlander, 2009; Kurtdede Fidan, 2008) ve öğrencilerin matematiğe karşı ilgilerini arttıracak ortamların yaratılması (Camcı Erdoğan, 2014; Meşin, 2008; Orbeyi, 2007) gibi sonuçlar içeren benzer çalışmalara rastlanmıştır. Bahsedilen ihtiyaçlar dışında öğretmenlerin öğretim programının değerlendirme boyutundan bahsetmediği görülmüştür. Yetim Karaca ve Türk (2020)'ün yaptığı çalışmada öğrencilerin çok yönlü değerlendirilmesine olanak sağlandığında öğrencilerin derse karşı ilgi ve motivasyonlarının arttığını ifade etmişlerdir.

Araştırma kapsamında geometri öğretim sürecinde derste yapılan destekleyici etkinlikler ile ilgili öğretmenler; öğrencilere temel geometri bilgisinin ve teknik resim becerisinin kazandırılması gerektiğini belirtmiştir. Aynı zamanda; öğrencilerin görsel-uzamsal yeteneklerini geliştirmek için karmaşık etkinliklerin tasarlanmasının, gerçek hayat problemlerine yer verilmesinin ve üç boyutlu cisimleri içeren çeşitli etkinliklerin tasarlanmasının önemine değinmiştir. Bu etkinlikler tasarlanırken somut materyallerin ve DGY'lerin (geogebra, cabri…) sağladığı imkânlardan yararlanılması gerektiğini belirtmiştir. Aynı zamanda, ispat çalışmaları ile öğretim sürecinin pekiştirilmesi gerektiğini de ifade etmiştir. Literatürde elde ettiğimiz bu sonuçlara paralel çeşitli çalışmalara rastlanmıştır. Bu çalışmalarda; etkinliklerin öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirecek şekilde

karmaşık olarak tasarlamasının, DGY ile desteklenmesinin, ispat gücünü ön plana çıkarmasının ve gerçek hayat problemlerine dayanmasının oldukça önemli olduğu belirtilmiştir (Antohe, 2009; Baydaş, 2010; Güven ve Karataş, 2003).

Araştırma sürecinde öğretmenler elde edilen sonuçlara göre DGY kullanımının çeşitli avantaj ve dezavantajlara sahip olduğu ifade etmişlerdir. Avantajlarından bahsederken; kullanışlı ara yüze sahip olduğunu, öğretim sürecini somutlaştırdığını, algılamada kolaylık sağladığını, ispat ve muhakeme sürecini desteklediğini, zamandan tasarruf sağladığını ve böylece dersi eğlenceli hale getirerek öğrencilerin motivasyonlarını artırdığını belirtmiştir. Aynı zamanda öğretmenler, DGY'lerin sebep olduğu dezavantajların ise öğrencilerin ve öğretmenlerin yetkinliklerin yeterli olmadığı için motivasyonlarını bozup vakit kaybına sebep olabileceğini ifade etmiştir. Elde edilen bu sonuçlara paralel olarak Genç (2010)' in GeoGebra yazılımının kolay ara yüze sahip olmasının, dilinin türkçe olmasının ve ücretsiz olmasının öğrencilerde olumlu düşünceler yarattığını ifade etmiştir. Cengiz (2017) ise çalışmasında DGY'ler ile öğrencilerin şekilleri rahatça hareket ettirebildiklerini, formülleri kolayca öğrenebildiklerini ve öğrenme sürecinin eğlenceli hale geldiğini belirtmiştir.

Araştırmada öğretmenler DGY'nin etkili bir şekilde kullanılması için çeşitli hazırlıklar yapılması gerektiğini belirtmiştir. Bu hazırlıklar hakkında öğretmenler; atölyelerin materyal ve teknik olarak donanımlı hale getirilmesi, programların güncellenmesi, öğretmen ve öğrencilere yazılım hakkında eğitim verilmesi, etkinliklere teknolojinin entegre edilmesi ve öncesinde gerekirse pilot uygulama yapılması gerektiğini ifade etmiştir. Benzer olarak Kocasaraç (2003), öğretmenlerin bilgisayar destekli öğretim hakkında yeterli becerilere sahip olmadığını ve eğitim almaları gerektiğini belirtmiştir. Bozkurt, Bindak ve Demir (2011) 'de geometri yazılımlarını kullanmak için etkinlikler hazırlanması gerektiğini ayrıca öğretmen ve öğrencilerin de yazılımları kullanmak için eğitim alması gerektiğini ifade etmiştir. Sezginsoy (2007), Tantay (2010), Kazu ve Şenol'un (2012) ise araştırmalarında öğretmenlerin üstün yetenekli öğrencilerin eğitiminde en sık karşılaştıkları sorunun BİLSEM'lerin fiziki ortam şartları ile ilgili olduğunu saptamıştır. Bu sonuçlar araştırmanın sonuçlarını destekler niteliktedir.

Araştırmaya katılan öğretmenler, matematiksel ispatı ifade ederken formüllerin geçerliliğinin sağlanması, mantıksal açıklama ve türetimsel akıl yürütme gibi ifadeleri kullanmıştır. Aynı zamanda matematiksel ispatın yaparak yaşayarak öğrenme, öğrendiklerini pekiştirme, disiplinleri ilişkilendirebilme, formülleri anlamlandırma ve ikna etme gibi imkânları sağladığı için oldukça önemli olduğunu ifade etmiştir. Matematiksel ispat sürecinde geogebra, cabri gibi kullanılan dinamik yazılımların şekilleri modelleme, şekillere dinamik yapı kazandırma ve süreci somutlaştırmada oldukça işe yaradığını da belirtmiştir. Elde edilen bu

sonuçlar alan yazında çeşitli çalışmalarla desteklenmiştir. Harel ve Sowder (1998) tarafından, öğrencilerin şekilleri sürükleyerek döndürmesi ve hareket ettirmesi ile dinamik görselleştirme becerilerinin geliştiğini ve uzamsal muhakeme üzerinde olumlu etkiler yarattığı belirlenmiştir. Aynı şekilde Güven ve Karataş (2003) 'da DGY'lerin kullanılmasıyla matematiksel ifadelerin formüllerinin ezberlenmesi gerektiği fikirlerinin değiştiğini ve bunun yerine matematiksel ifadeleri anlamlı ilişkiler bütünü olarak görmeye başladıklarını tespit etmişlerdir.

5.1.1.2. Öğrencilerin Mevcut Programa İlişkin Görüşlerine Yönelik Sonuçlar: BİLSEM'de öğrenim gören özel yetenekli öğrencilerin, BİLSEM'de uygulanan matematik öğretim programına ilişkin öğrenci görüşlerinin analiz edilmesi sonucu elde edilen bulgular, literatürde önceden yapılan araştırma sonuçları ile birlikte tartışılarak verilmiştir. Programın matematik modülünün içeriği ile ilgili öğrencilerin görüşleri alınırken genel olarak matematik dersine ve yapılan etkinliklere, geometri konuları ile ilgili etkinliklere aynı zaman da modül de kullanılan etkinliklerin içeriğinde yer alan materyallere ve matematiksel ispat ve muhakeme içeren etkinliklere yönelik özel yetenekli öğrencilerin görüşleri dikkate alınarak matematik programı hakkında çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır.

Araştırma sonucunda öğrenciler matematik dersinde yapmaktan hoşlandıkları şeyleri düşündürücü ve zor sorular çözmek, gerçek hayat problemleri çözmek ve konunun mantığını kavramak şeklinde olduğunu belirtmişlerdir. Hoşlanmadıkları şeyler ise monoton bir şekilde ders işlemek, ezber yapmak ve derslerin sözel olarak anlatılması şeklinde olduğunu ifade etmişlerdir. Literatür incelediğinde elde edilen bu sonuçları destekleyen çeşitli çalışmalara rastlanmıştır. Güneş (2015) ve Karabey (2010) özel yetenekli öğrencilere yönelik yaptığı çalışmalarında, öğrencilerin birçoğunun matematik dersinde yapılan çalışmaların ve kullanılan etkinliklerin daha çok konunun mantığını kavramak için soyut kavramları somutlaştıran, dersleri sözel olarak anlatmaktan ziyade günlük hayatla ilişkilendiren ve öğrenciyi aktif hale getiren çalışmalar olması gerektiğini ifade etmiştir. Özdemir (2016) yaptığı çalışmasında ise öğrencilerin monoton olarak ders işlemekten ziyade etkinliklerin güncel uygulama örnekleri içermesi gerektiğini, içeriklerin zenginleştirilmesini böylece ekstra etkinliklerle dersi monotonluktan kurtarabileceklerini ifade etmişlerdir. Bu şekilde farklılaştırılmış ve zenginleştirilmiş etkinlik veya yöntemlerin öğretim programına dâhil edilmesi araştırmacılar (Cash, 2017; Dreeszen, 2009; Hertberg Davis, 2009; Kanevsky, 2011; Renzulli ve Reis, 2004) tarafından da desteklenmektedir.

Öğrenciler matematik dersinde yapılan etkinliklerin kalıcı öğrenmeye imkân tanıdığını, eğlenerek öğrendiklerini ve grupça çalışma fırsatı elde ettiklerini ifade etmişlerdir. Bununla birlikte bazı öğrenciler ise uygulanan etkinliklerin karışık ve zor olduğunu aynı zamanda

uygulama süreci için çok uzun vakit gerektiğini bazen de soruların çözülmeden kaldığını ifade etmişlerdir. Bu sonuçları destekler nitelikte çeşitli çalışmalara rastlanmıştır. Özdemir (2016) tarafından yapılan çalışmada da görülebileceği gibi, öğrencilerin bilişsel seviyelerini zorlayıcı fakat aynı zamanda ilgi çekici farklı etkinliklerin derslerde kullanılması özel yetenekli öğrencilerin eğitim ihtiyaçları için oldukça faydalıdır. Kirk, Gallagher ve Coleman (2017) ise öğrencilerin bağımsızlıklarını ve yaratıcılıklarını destekleyen, becerilerini ve yeteneklerini ortaya çıkaran, öğrenme zevki ve heyecanı yaşatan etkinlik ve öğretim stratejilerini öğretim sürecine dâhil edilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Ecker Lyster ve Niileksela (2017) çalışmalarında özel yetenekli öğrenciler için en iyi uygulamaların araştırılması ve boşluğun doldurulması gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu tarz etkinliklerin matematik öğretim programı içinde yer alması birçok araştırmacı tarafından (Cash, 2017; Dreeszen, 2009; Enç, 2005; Henshon, 2018; Hertberg Davis, 2009; Kanevsky, 2011; Kaya,2013; Laine ve Tirri, 2015; Renzulli ve Reis, 2004; Rogers, 2007) da desteklenmektedir.

Öğrencilerin, geometrik etkinliklerle ilgili görüşleri incelendiğinde, çeşitli sonuçlara ulaşılmıştır. Öğrenciler geometri konularına yönelik interaktif (Geogebra, Cabri, Scratcah vb.) etkinlikleri kullanmanın ve bu etkinlikler sayesinde formülleri görselleştirerek ezber yapmak yerine mantığını kavramanın önemli olduğunu ifade etmişlerdir. Bununla birlikte geometri dersinin monoton işlenmesinden ziyade günlük hayatla ilişkilendirilip eğlenerek öğrenilmesinin önemini vurgulamışlardır. Literatür incelediğinde araştırmamızla benzer sonuçlar ortaya koyan çeşitli çalışmalara ulaşılmıştır (Baki, 2013; Baki, Yıldız ve Baltacı, 2012; Fahlberg Stojanovska ve Trifunov, 2010; Uşun, 2004; Yüksel, 2019; Zengin ve Tatar, 2015). Bu çalışmalar DGY ile hazırlanan öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometri becerilerinin geliştirilmesine katkı sağladığını göstermiştir. Bununla birlikte Topuz ve Birgin (2020) çalışmalarında öğrencilerin büyük çoğunluğunun Geogebra gibi araçları kullanmanın matematik öğretimi için önemli olduğunu, konuların daha iyi anlaşılmasını sağladığını ve dersi görsel açıdan zenginleştirdiği ifade ettiklerini belirtmişlerdir. Kutluca ve Zengin (2011) ise öğrencilerin interaktif (Geogebra, Cabri, Scratcah vb.) etkinlikler ile öğrencilerin matematiksel nesneler arasındaki ilişkileri daha iyi kavradıklarını, öğrenme sürecinde kalıcılığın arttığını, öğrenmenin daha eğlenceli ve ilgi çekici olduğunu, görsellik ve canlandırma ile zor konuların daha iyi öğrenilebileceğini belirttiklerini ifade etmiştir. Ayrıca bu sonuçlar dışında Kağızmanlı ve Tatar (2016) GeoGebra öğrenme ortamlarının öğrenci-öğrenci ve öğrenci-öğretmen arasındaki işbirliği ve iletişimi artırarak anlamlı ve kalıcı öğrenmeyi desteklediğini ifade etmiştir.

Matematik dersinde uygulanan etkinliklerin içerdiği materyallere yönelik öğrenci görüşleri incelendiğinde; matematik öğretim sürecinde kullanmayı tercih ettikleri materyallerin başında Geogebra, Cabri, Scratch gibi interaktif uygulamalar ve akıllı tahta uygulamalarının geldiğini belirtmişlerdir. Aynı zamanda matematik dersinde materyalleri kullanma sebeplerini ise genel olarak derste interaktif etkinlikleri kullanma istekleri, teknolojik uygulamaların pratik kullanımlarından yararlanma, konunun mantığını kolay kavrama ve öğrenmeyi kolaylaştırma olduğunu ifade etmişlerdir. Alan yazın incelendiğinde Çetin ve Özgeldi (2018) yaptıkları araştırmada interaktif uygulamaların zengin içerik ve dinamik yapıları sayesinde, birçok öğrencinin matematik dersine karşı motive olabildiklerini, daha kolay odaklandıklarını, konuları somut olarak kavrayabildiklerini ve bu uygulamaların daha kolay çizimler yapma ve keşfetme imkanı tanıdığını belirtmişlerdir. Baki, Yıldız ve Baltacı (2012) özel yeteneklilerle ilgili yaptıkları çalışmada Geogebra, Cabri gibi interaktif uygulamaların önemli olduğunu ve etkili bir öğretimin gerçekleşebileceğini ortaya koymuşlardır. Benzer şekilde Karakuş ve Baki (2020)‘ ye göre öğrencilerin çeşitli materyaller aracılığıyla farklı öğrenme ortamlarını deneyimleyerek anlamlı matematiksel ilişkileri görmeleri ve kurmaları, problem çözme, akademik başarı ve bilimsel süreç becerileri geliştirdiği gibi motive olmalarını da sağlamaktadır. Ayrıca Topuz ve Birgin (2020) yaptıkları çalışmada dinamik geometri yazılımlarına ve kullanıldıkları öğrenme ortamının özelliklerine farklı bir yönden değinmişlerdir. Engelli öğrencilere yönelik dinamik geometri yazılımlarına ses, alt yazı ve videolu anlatım gibi özelliklerin eklenmesine yönelik talep olduğunu ifade etmişlerdir. Bu yönden engelli özel yetenekli öğrencilere de yönelik bu tarz çalışmaların yapılması oldukça etkili olacaktır.

Araştırmada, öğrenciler muhakeme ve ispatı ifade ederken matematiksel yollarla desteklenen kesinleşmemiş söylemler, doğru kabul edilen önermeler ve formülleri anlamlandırabilme şeklinde düşüncelerini belirtmişlerdir. Aynı zamanda, matematiksel ispat ve muhakemeye neden ihtiyaç duyduklarını da açıklamışlardır. Öğrenciler, hipotezleri kanıtlamak, karmaşık formülleri anlamak, kalıcılığı artırmak ve öğretim sürecini somutlaştırmak için matematiksel ispat ve muhakemeyi kullandıklarını ifade etmişlerdir. Öztürk, Akkan ve Kaplan (2017) yürüttükleri çalışmada öğrenciler; “Güçlü kanıtlarla desteklenen kesinleşmemiş ifadelerdir”, “Doğru kabul edilen ifadelerdir”, “Bir araştırmada ulaşılan sonuçtur” ve “Doğruluğu ispatlanmamış ifadelerdir” şeklinde ispat kavramı ile ilgili tanımlamalarda bulunmuştur. Bu tanımlamalar çalışmada elde edilen sonuçlarla benzerlik göstermektedir. Harel ve Sowder (2007) ise ispatı daha çok “Tespit etmeye karşı ikna etme” şeklinde kullandıklarını ifade etmiştir. Yani tespit etme kavramı ile kendi şüphelerini ortadan

kaldırdıklarını belirtirken, ikna etme ile de başkalarının şüphelerini ortadan kaldırdıklarını ifade etmişlerdir. Bu sonuçlarında çalışmada ortaya çıkan hipotezleri kanıtlamak, karışık formülleri anlamlandırmak ve karşı tarafı ikna etmek gibi ifadelerle uyumlu olduğu görülmektedir. Aynı zamanda öğrenciler ispat ve muhakeme ile ilgili etkinliklerde genelde tümevarım ile ispat, çelişki ile ispat ve geometrik şekillerle ispatı kullandıklarını ifade etmişlerdir. Çalışmada Sriraman (2005)'ın özel yeteneklilerle yaptığı çalışmada özel yetenekli öğrencilerin ispat yapma süreçlerinde hangi yöntemleri kullandıklarının da araştırılması bu çocukların özellikleri hakkında da ayrıntılı fikir edinilmeye çalışması ile benzerdir. Ayrıca Dinamit (2020), çalışmasında özel yetenekli öğrencilerin çoğunlukla ispat için geçerli argüman üretebildiği ve stratejiler geliştirebildiğini ifade etmiştir; bu da çalışmada ulaşılan sonuçlarla benzerlik göstermektedir.

5.1.2. Geogebra Dinamik Geometri Programı İle Oluşturulan Öğretim Modülünde Özel Yetenekli Öğrencilerin Öğrenme Süreçlerine İlişkin Sonuçlar: Bu bölümde özel yetenekli öğrencilerin muhakeme ve ispat basamakları ve argümantasyon süreçlerine ilişkin sonuçlar alan yazın ile tartışılarak sunulmuştur.

5.1.2.1. Muhakeme ve İspat Basamaklarına İlişkin Sonuçlar: Bu araştırmada, muhakeme ve ispat basamaklarına yönelik analitik çerçeve incelendiğinde öğrencilerin yaptıkları ispatların genelde alt basamaklarda kaldığı görülmüştür. Elde edilen analitik çerçeve kapsamında ispat basamakları incelendğinde şu sonuçlara ulaşılmıştır:

Öğrencilerin muhakeme ve ispat basamakları incelendiğinde iki kez yaratıcı düşünme basamağında ispatlara rastlanmıştır. Öğrencilerin yaratıcı düşünme basamağında ispat yaparken argümanlar üretebildiği ve çeşitli stratejiler geliştirebildikleri görülmüştür. Bu durum yaratıcı düşünme becerilerinin ispat süreçlerinde oldukça önemli olduğunu göstermektedir. Bu sonuçlar alan yazında araştırma yapan çeşitli araştırmacıların sonuçları ile uyumludur (Dinamit, 2020; Selden ve Selden, 1995; Tertemiz ve Karakaş, 2017; Yıldız, Baltacı, Kurak ve Güven, 2012). Yaratıcı düşünme basamağında ispat yapan öğrencilerin ilgili problemi çözerken matematiksel becerilerinin ve kavramsal bilgilerinin oldukça yüksek olmasının en önemli sebebinin daha önceden çalıştıkları ve çeşitli ispatlarla karşılaştıkları konu ile ilgili olması gösterilebilir. Yıldırım ve Köse (2018)'nin çalışmasında da öğrencilerin aşina olduğu problemleri çok hızlı anlamlandırdıkları fakat farklı problemlerle karşılaştıklarında daha zor argüman ürettikleri görülmüştür. Stylianides, Stylianides ve Philippou (2007)' da öğrencilerin erken yaşlarda ispat kavramları ve yöntemleri hakkında bilgi sahibi olmaları dolayısıyla ispat sürecini keşfetmelerinin sonraki süreçlerde daha başarılı olmak için gerekli olduğunu ifade etmiştir. Bu basamakta ispat yapan öğrenciler yapılan ispat kapsamında bilgilerini anlamlı bir şekilde

kullanmışlardır. Bu durum öğrencilerin ispat yapma süreçlerinde ilgili problem kapsamında matematiksel bilgi seviyelerinin yüksek olduğunu dolayısıyla anlamlı bir öğrenme süreci geçirdiklerini ve kavramlar arasında ilişklendirme yapabildiklerini göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin ispat sürecinde soyut kavramları somut hale getirmeye çalışırken çeşitli temsil, model ve notasyon kullanmaları da ispat becerileri, argüman üretme ve strateji geliştirme yetenekleri üzerinde kritik bir rol oynadığını göstermektedir. Polat (2018) çalışmasında çeşitli teoremlerin soyut olarak kalmaması ve öğrencilerin sembolik ifadelere anlam verebilmesi için görsel ilişkiler ve somut temsillerin sunulmasının gerekli olduğunu ifade etmiştir. King ve Schattschneider (1997) çalışmasında, ispatlanmak istenen problemlerde nesnelerin şeklini çizmenin ya da taslağını yapmanın görülemeyen bir ilişkinin ortaya çıkarılmasında oldukça önemli bir adım olduğunu belirtmektedirler (Akt., Aktaş ve Cansız Aktaş, 2012). Bu süreçte özellikle öğrenme ortamı olarak GeoGebra yazılımı kullanmanın öğrencilere soyut ifadeleri somutlaştıracağı, karşılaştığı problemlere çözümler arayacağı ve çeşitli ilişkilendirmeler yapacağı imkânlar tanıdığı görülmüştür. Dolayısıyla ispat sürecinde kullanılan GeoGebra' nın öğrencilerin matematik becerilerini geliştirmede güçlü bir yazılım olduğunu ve öğrenme sürecinde önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Dinamik yazılımlarla oluşturulan öğrenme ortamlarının keşfederek öğrenmeye uygun ve öğrencilere mikrodünyalar sağladığı alan yazında ifade edilmiştir (Baki, 2001). Aynı zamanda, özellikle bu yazılımların, problem durumlarına hâkim olma ve somutlaştırma açısında, dinamik olarak nesneleri görselleştirme ve sürükleme özelliklerinin bireylere analiz yapma ve varsayımda bulunma imkânı sağladığı da belirtilmiştir (Baki, 2014).

Öğrencilerin muhakeme ve ispat basamakları incelendiğinde problemler çözülürken yedi kez bütünleştirici (kombinasyonel) düşünme basamağında ispatlara rastlanmıştır. Öğrencilerin bütünleştirici düşünme basamağında sahip oldukları bilgiler ile birlikte problemin mantığını kavradığı, varolan matematiksel bilgileri ile karşılaştıkları yeni bilgiler arasında ilişkilendirme yaparak ispatlarını tamamladıkları görülmüştür. Ayrıca daha önceden bildikleri matematiksel kuralları görseller üzerinde uygulayarak güvenilir kaynaklardan gördükleri belli bir kalıbı olan daha genel ve bilindik yapıda ispat yoluna gitmişlerdir. Öğrencilerin bu basamakta daha önceden öğrendikleri matematiksel kural ve teoremleri kullandıkları belirlenmiştir. Dolayısıyla ispat sürecinde önceden bilinen kural veya teoremlerin etkin bir şekilde kullanılması, bu süreci daha sistematik hale getirmesi açısından oldukça önemli görünmektedir. Aynı zamanda bu durum, ispatın bir sonuca ulaşmaktan ziyade bilgilerin pekiştirilmesine ve daha derin bir anlayışın geliştirilmesine imkân tanıdığını da göstermektedir. Alan yazın incelendiğinde Arslan (2007)'a göre de ispat sürecinde matematik alanında birden

çok konunun ilişkilendirilmesi ile matematiksel kuralların kullanılması sayesinde ezber ağırlıklı öğrenmelerin önüne geçilebileceği ifade edilmiştir. Öğrecilerin ispat yaparken matematiksel dil kullanarak argümanlar arasında ilişki kurdukları ve formal ispata başvurdukları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin matematiksel dil kullanma becerilerinin argüman üretme ve karmaşık kavramları anlamlandırma açısından oldukça önemli olduğunu göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin Geogebra'da çeşitli çözümlerle ispatı daha kolay anladıkları fark edilmiştir. Dolayısıyla bu durum GeoGebra'nın öğretim sürecinde güçlü bir araç olduğu ve öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmede önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Albayrak İhtiyari (2010) yaptığı çalışmada, öğrencilerin geometri ile ilgili ispat sorularında, çeşitli çizimlerle problemi anlamaya çalıştıklarını ve ispat sürecinde argüman üretirkende çizimleri kullandıklarını belirtmiştir.

Öğrencilerin muhakeme ve ispat basamakları incelendiğinde problemler çözülürken on üç kez analitik düşünme basamağında ispatlara rastlanmıştır. Öğrencilerin analitik düşünme aşamasında, derine inerek ispatı anlamlandırmak yerine örnekler ile süreci anlamaya çalıştıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini desteklediği ve problem çözme becerilerini geliştirdiğini göstermektedir. Fakat derinlemesine düşünme ile birlikte farklı stratejiler geliştirme yeteneklerine ket vurduğu belirlenmiştir. Alan yazında çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin ortaya attıkları iddialarını ispatlayabilmeleri için argüman geliştirilirken ilk etapta kendilerine daha yakın olan deneysel örneklerden yararlandıkları ifade edilmiştir (Albayrak İhtiyari, 2010; Alpay, 2018; Aylar, 2014; Cooper, Walkington, Williams, Akınsiku, Kalish, Ellis ve Knuth, 2011; Güler, 2013; Knuth, Choppın ve Bieda, 2012; Pesen, 2018; Turan, 2019; Vatandaş, 2022; Zaimoğlu, 2012). Bu çalışmalar içerisinde Cooper ve diğerleri (2011) tümdengelimsel bir ispat stratejisi geliştirmek için varsayımları doğrulama aşamasında örneklerin kullanıldığını ifade etmişlerdir. Aylar (2014) çalışmasında öğrencilerin ispat sürecinde farklı strateji geliştiremedikleri için genelde örnekler vererek ispat yapma eğiliminde olduklarını belirtmiştir. Vatandaş (2022) araştırmasında öğrencilerin ispat sürecinde argüman üretebilmelerinin deneysel örnekleri kullanmalarından kaynaklandığı ve geçerli argüman için deneysel örneklerin temel oluşturduğunu ifade etmiştir. Ayrıca Vatandaş (2022) birçok araştırmacının çalışmasında da öğrencilerin ispat sürecinde gerekçelere dayanan argüman üretirken örneklere çok fazla başvurduklarını ortaya koymuştur. Öğrencilerin analitik düşünme aşamasında örnekler dışında farklı ispat stratejileri geliştiremedikleri ve bu süreçte sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Bu sürecin öğrendikleri bilgileri hatırlamalarına dayandığını göstermektedir. Elde edilen sonuçlar Çalışkan (2012) ve Heinze ve Reiss (2004)'in yaptığı çalışmaların sonuçları ile uyumludur. Çalışkan (2012) çalışmasında 8.sınıf öğrencilerinin

matematik başarısı ile ispat yapabilme süreçlerini incelemiş ve öğrencilerin anlamlı bir şekilde ispatlarını yapılandıramadıklarını, uygulayacakları stratejileri seçerken zorlandıklarını belirtmiştir. Heinze ve Reiss (2004) ise 7 ve 8. sınıftaki başarılı öğrencilerin geometrik ispat becerilerini incelediklerinde tümdengelimsel yolla yaptıkları ispatın yetersiz olduğunu ifade etmişlerdir. Aynı zamanda bu aşamada dinamik yazılımların kullanılması ile oluşturulan öğrenme ortamları öğrencilerin örnekler aracılığıyla ispat yapmalarına imkân tanımış ve bu süreci öğrenciler için kolaylaştırmıştır. Bu durum dinamik ortamın özelliklerinden yararlanarak informal düzeyde ve daha çok matematiksel işlemler aracılığı ile ispat yaptıklarını göstermektedir. Aynı zamanda ilgili problem kapsamında konuyla ilgili yeterince bilgilerinin olduğu fakat ispatı formal boyuta taşıyamadıklarını da göstermektedir. Ayrıca bu süreç öğrencilerin derslerde çok fazla ispat ile karşılaşmamalarına da dayandırılabilir. Bu sonuç Dinamit (2020)'in çalışmasındaki sonuçla benzerlik göstermektedir. Dinamit (2020)'in araştırmasında 11.sınıf özel yetenekli öğrencilerin ispat süreçlerinde matematiksel dil ve notasyon kullanımında eksik olduklarını ve bu eksikliğin giderilmesi için etkinlik ve öğrenme ortamlarının düzenlenmesi gerektiğini ifade etmiştir. Polat (2018) ise çalışmasında 9. sınıflar öğrencilerin matematiksel dil ve notasyon konusundaki eksikliklerinin ispat sürecini tamamlamalarına engel olduğunu belirtmiştir.

Öğrencilerin muhakeme ve ispat basamakları incelendiğinde dört kez analojik düşünme basamağında ispatlara rastlanmıştır. Analojik düşünme basamağında öğrenciler ispata başlarken aynı tip soru türlerini tercih ederek daha basit örneklerle özelden özele ispat yapmaya çalışmışlardır. Bu durum öğrencilerin düşündükleri varsayımı ispatlayabilmek için argüman üretmede zorluk yaşadıklarını ve ilk olarak deneysel örnekleri kullanarak argüman geliştirdiklerini göstermektedir. Doruk (2016) öğretmen adayları ile yaptığı bir çalışmada, adayların yarısının tümevarımsal argümanın geçerli bir ispat yöntemi olduğunu ve gerekçe olarak özel örneği kullanıldıkları argümanların doğru bir ispat süreci şeklinde algılandığını ifade etmiştir. Öğrenciler ispata nasıl ve nereden başlayacaklarını tam olarak bilemeden bir örnek üzerinden açıklama yapmışlardır. Öğrencilerin deneysel örnek kullanarak ispat sürecini açıklamaya çalışması onların argüman üretmede sıkıntı yaşadıklarını göstermektedir. Yeşildere ve Akkoç (2011) ise öğrencilerin ispat sürecinde zorlandıklarında genelde deneme yanılma ile bu zorluğun üstesinden gelme eğiliminde olduklarını vurgulamaktadır. Alan yazında Cooper ve diğerleri (2012), matematikçilerin genel olarak argüman geliştirirken öğrencilerin içgörü ve farkındalık kazanması için örnekleri kullandıklarını fakat ispat aracı olarak örnek kullanmanın çokta uygun olmadığını belirtmiştir. Ortaya çıkan bu sonuç normal gelişim gösteren öğrenciler

ile yapılan çalışmalarla da benzerlik göstermektedir (Karaoğlu, 2010; Moralı, Uğurel, Türnüklü ve Yeşildere, 2006; Polat ve Akgün, 2016; Yılmaz, 2015). Aynı zamanda bu evrede ispat yapan öğrencilerin deneysel örnekler aracılığıyla ispat yapmasının onların yaratıcılıklarına da engel olduğunu göstermiştir. Bu durum Harel ve Sowder (2007)'ın çalışmasında ulaştıkları, öğrencilerin doğruluğuna inandıkları durumlarda araştırma ve inceleme yaparken merak duygusuyla hareket edemediklerini dolayısıyla ispat sürecinde ezbere öğrendikleri kuralların yaratıcı düşünmelerine engel olduğu sonucu ile benzerdir. Bu aşamada yapılan gözlemlerde öğrencilerin, konu hakkında bilgilerinin olduğu fakat ispat yapma sürecinde kullanmaları gereken kavramsal bilgileri ve nasıl kullanmaları gerektiğini tam olarak bilemedikleri gözlemlenmiştir. İspat yaparken ezbere dayalı işlemleri, metinsel kuralları, sözel bilgileri ve matematiksel işlemleri kullandıkları görülmüştür. Bu süreç ispatların informal düzeyde olup öğrencilerin matematiksel dil ve notasyon kullanmada sıkıntı yaşadıklarını göstermektedir. Ercan (2020) de çalışmasında öğrencilerin matematik öğretim sürecinde kendilerine anlatılan matematiksel bilgileri ve durumları, eski bilgilerle yeni bilgiler arasında ilişki kurmadan ezberlediklerinde ispatlarda başarılı olmadığını ifade etmiştir. Biber ve Argün (2012) de matematiksel kural ve genellemelerin kavramsal ifadeler üzerine inşa edildiğini vurgulamaktadır.

Öğrencilerin muhakeme ve ispat basamakları incelendiğinde dört kez sezgisel düşünme basamağında ispatlara rastlanmıştır. Öğrencilerin sezgisel düşünme basamağında yaptıkları ispatlar incelendiğinde öğrencilerin ilgili probleme yönelik matematiksel dil ve notasyondan ziyade informal ifadeler kullandıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin konu hakkında yeterli bilgi sahibi olduklarını fakat konuyu tam olarak anlamlandıramadıkları için ispat sürecinde hatırladıkları kuralları yüzeysel olarak kullandıkları göstermektedir. Dolayısıyla bu evrede öğrencilerin hatırlama becerilerinin ön plana çıktığı düşünülmketedir. Alan yazın incelendiğinde Polat (2018) sözsüz ispata yönelik çalışmasında öğrencilerin, ileri sürdükleri varsayımları matematiksel dil kullanarak ifade edemediklerini belirtmiştir. Aynı zamanda Güler (2013), Moore (1994), Uğurel ve Moralı (2010)' nın öğretmen adayları ile yaptığı çalışmalarında öğrencilerin ispat sürecini formal boyuta taşıyamadıkları ve bunun sebebinin ise matematiksel dil ve notasyon kullanımında yaşadıkları sıkıntı olarak tespit edilmiştir. Öğrenciler sezgisel olarak ispata nasıl ve nereden başlayacağını fark ettikleri fakat bu süreçte varsayımdan ileri gitmedikleri tespit edilmiştir. İspat sürecinde öğrencilerin varsayım üretirken veya argüman geliştirirken bilgi birikimlerine dayanarak gerekçesini bilmeden ezberledikleri kuralları uyguladıklarını göstermektedir. Bu durum öğrencilerin istendik düzeye ispat

yapamamalarına sebep olmuştur. Literatür incelendiğinde benzer sonuçlara Coşkun (2020), Dinamit (2020), İskenderoğlu (2003), Pesen(2018), Ross (1998), Zeybek Şimşek ve Üstün'ün (2019) çalışmalarında da rastlanmıştır. Örneğin İskenderoğlu (2003) çalışmasında öğrencilerin bilgileri akıl yürütme yoluyla anlamlı olarak yapılandırmadıkları için bilgileri ezberlediğini dolayısıyla ilerki süreçte bu bilgilerin yanlış hatırlandığını ifade etmiştir. Bu sebeple ispat sürecinin ezber bilgiye ve genelde hatırlanarak kullanılan kurallara dayandığı için bu süreçten verim alınamadığına değinilmiştir. Pesen (2018) ise öğrencilerin argümantasyon ve ispat yapma becerilerinin hem içerik bilgilerinden hemde kavram yanılgılarından etkilendiğini belirtmiştir. Özellikle matematik öğretiminde eski bilgiler üzerine yeni bilgilerin yapılandırılmadığı takdirde öğrencilerin bilgileri ezberlediğini dolayısıyla süreçte kurala dayalı ve gerekçesiz işlem yapıldığını ifade etmiştir. Hâlbuki matematiğin temelinde gözlem, varsayımda bulunma, açıklama, keşif, akıl yürütme, muhakeme ve ispat vardır (Baki, 2020). Sezgisel düşünme basamağında öğrencilerin varsayım ve argüman üretmek yerine ilk olarak bilgileri ve kuralı hatırlamaya odaklandıkları gözlemlenmiştir. Problemi çözerken GeoGebra yazılımının oldukça kolaylık sağladığını da ifade etmişlerdir.

Öğrencilerin ispat süreçleri tüm boyutları ile incelendiğinde başarı seviyeleri, yaratıcılıkları, baskın zekâ alanları ve görüşleri benzer olmakla birlikte ispat sürecinde farklı sonuçlar sergiledikleri görülmüştür. Aynı zamanda çalışmaya katılan öğrencilerin aynı BİLSEM'de olup aynı öğretim sürecinden geçmişlerine rağmen öğrenme süreçlerinin çoğunu farklı okullarda geçirmelerinin bu sonuçlarla bağlatılı olduğu düşünülmektedir. Çünkü matematik öğretim sürecinde her konuya dönük olarak ders işleniş şekli, farklı sınıf içi öğrenme yaşantıları, öğrenciler ile ispat çalışmaları yapılması ve bireysel olarak ispat çalışmaları yapması ispat sürecini etkileyen önemli faktörler arasındadır. Bunlarla birlikte konuya karşı tutumları ve bakış açılarıda muhakeme ve ispat boyutunda önemli etkenlerden biridir. Ayrıca öğrenme ortamının da ispat süreci üzerinde etkili olduğu söylenebilir. Öğrenciler GeoGebra yazılımını kullanarak dinamik bir ortamda ispat yapmaya çalıştıkları için programı kullanma yetenekleri de bunun üzerinde etkili olduğu düşünülmektedir. Dolayısıyla ispat yetenekleri üzerinde hem kişisel hemde çevresel faktörlerin etkili olduğu sonucuna varılabilir. Özel yetenekli öğrencilerin genel olarak ispatı anlayabildikleri, stratejiler geliştirdikleri fakat birden fazla stratejiyi aynı anda düşünemedikleri görülmüştür. Bu durum aynı şekilde öğrencilerin okullarında ve BİLSEM'de matematik öğretim süreçlerinde yeterince ispat çalışmalarına yer verilmemesinin sonucu olarak gösterilebilir.

Öğrencilerin muhakeme ve ispat basamakları incelendiğinde, bazı konularda ispat yaparken alt basamaklarda kaldığı görülmüştür. Bunun sebebinin ise öğrencilerin anlamlı

öğrenme gerçekleştiremedikleri için bilgileri ezberledikleri şeklinde ifade edilmiştir. Bu sebeple matematik öğretim sürecinde ezberden uzak bir öğrenme gerçekleştirilebilmesi için problemler çözülürken kuralların ve formüllerin matematiksel notasyon ve semboller kullanılarak nedenlerinin açıklanması oldukça önemlidir. Albayrak İhtiyari (2010) de ispatı açıklarken ifadelerin doğruluğunu açıklamak ile birlikte öğrencilerin öğrendiklerini mantıksal bir zemine oturtmasını sağlamak içinde kullanılacağını belirtmiştir. Bu süreçte en önemli faktör ispat becerilerini geliştirmek için öğretmenlerin öğrencilere rehberlik etmesidir.

Öğrencilerin ispat süreçlerinde argümanlar üretme, varsayımda bulunma, kanıtlama, özelleştirme veya genellemeler yapma gibi ispat sürecinde ortaya çıkan davranışların, her etkinlikte ortaya çıkmadığı görülmüştür. Bunun sebebi hazırlanan problem durumlarının yapısı ve içeriği ile ilgili olabileceği gibi; öğrencilerin karşılaştığı zor durumlarda deneme yanılma stratejilerini geliştirmeleri (Biber ve Argün, 2012; Healy ve Hoyles (2000); Yeşildere ve Akkoç, 2011), tahmin etme stratejisinin öğrenciler tarafından tercih edilmemesi (Yıldız vd., 2012) ve ispat yaparken bir vaya birkaç örnek ile genellemeye varması (Aylar, 2014; Çalışkan, 2012) ile açıklanabilir. Ayrıca çeşitli durumlarda argüman üretip varsayımlar geliştirmelerine rağmen ispat sürecini matematiksel sembol ve notasyonlarla ifade edemedikleri görülmüştür. Bunun sebebinin ise formal düzeyde ispat yapmakta zorlanmaları ve notasyon konusunda eksikliklerinin olması gösterilebilir. Alan yazında Güler (2013), öğretmen adaylarının ispat süreçlerini incelediği çalışmasında ispatlarda dil ve notasyon kullanımının genellikle yetersiz ve yanlış olduğunu ifade etmiş ve tüm ispatlarda doğru notasyon ve matematiksel dil kullanan öğretmen adayının olmadığını ifade etmiştir. Moore (1994), üniversite öğrencilerinin formal ispata ulaşma sürecinde yaşadığı bilişsel güçlükleri incelemeye yönelik yaptığı araştırmasında matematiksel dil ve notasyonun öğrenciler için bir engel olduğu sonucuna varmıştır. Uğurel ve Moralı' ya (2010) göre matematik derslerinde teste yönelik öğretim anlayışının benimsenmesi öğrencilerin matematiksel dil ve notasyon kullanmalarını engellemektedir. Dolayısıyla bu durum matematiksel standartlarına uygun ispat yapmalarına engel olmuştur. Bu sebeple öğretmenler tarafından erken yaşlardan itibaren matematiğin kendine has bir dili olduğu fark ettirilmeli ve derslerde kullandırılmalıdır (Vatandaş, 2022).

Özel yetenekli öğrencilerin ispatları incelendiğinde üst düzey düşünme becerisi gerektiren yaratıcı düşünme basamağında ispatlara çok az rastlanmıştır. İspat basamaklarında fikir oluşturma, iddia etme, varsayımda bulunma, doğrulama ve yanlışlama gibi ispat göstergelerini yaratıcı formda ortaya koyan argümanlar bazı sorularda nadir ortaya çıkmış bazılarında ise hiç ortaya çıkmamıştır. Öğrenciler ispat yaparken çoğu problem durumlarında deneme yanılma ve örneklendirme yolunu tercih etmişlerdir. Bu doğrultuda her basmak

düzeyinde öğrencilerin problem durumlarına yaklaşımları incelendiğinde ispatları yapmada zorluk yaşadıkları (Albayrak İhtiyari, 2010; Aylar, 2014; Çalışkan, 2012) özellikle de yaratıcı düşünmeyi içeren ispatlara çok az rastlandığı görülmüştür. Çünkü genelde sonuç odaklı düşündükleri ve sonuca ulaştıklarında farklı stratejileri kullanmaya ihtiyaç duymadıkları görülmüştür (Kanbur Tekerek ve Argün, 2022). Fakat özel yetenekli öğrencilerden bu tarz rutin olmayan açık uçlu problemlerde üst düzey düşünme becerileri yürütmeleri beklenmektedir. Çünkü alan yazın incelendiğinde de bu öğrencilerin karşılaştıkları bir sorun karşısında çözüm üreten, araştıran, sorgulayan, merak eden, farklı yollar düşünen ve kavramlar arasında ilişki kuran öğrenciler olarak tanımlandığı görülmektedir (Clark, 2013; Davis ve Rimm, 2004; Sak, 2013; Tortop, 2018; Yılmaz, 2015). Bunun sebebinin öğrencilerin BİLSEM dışında normal öğretim gördüğü okullarda da öğretim sürecinde bu öğrencileri zorlayan rutin olmayan problemlerle çok fazla karşılaşmamaları gösterilebilir. Bununla birlikte özellikle özel yetenekli öğrencilerin normal gelişim gösteren öğrencilerle aynı öğretim programına tabi olmaları, derslerde sınav odaklı rutin sorularla karşılaşmaları, BİLSEM'lerde verilen öğretimin okul derslerini destekleyici düzeyde kalması da neden olarak gösterilebilir. Yapılan çalışmada ise hazırlanan planların farklılaştırılmış ve zenginleştirlmiş öğretim sürecini yansıtmasına rağmen öğrencilerle yapılan etkinliklerin sadece BİLSEM derslerinde uygulanması, öğrencilerin problemlerde sayısal veriler aramaları, soru çözme alışkanlıkları ve rutin problemlerde başarılı oldukları fakat rutin olmayan problemlerde aynı başarıyı gösteremedikleri bulgusu da sonuçları desteklemektedir. Aynı zamanda Çitil (2018) de ülkemizde özel yetenekli öğrenciler hakkında planlı ve sistemli bir eğitim politikasının geliştirilemediği, farklılaştırılmış bir eğitim programının olmaması, değerlendirme sürecinin yetersizliği ve BİLSEM 'de verilen eğitimin verimliliği şeklinde çeşitli sorunlara değinmiştir.

5.1.2.2.Argümantasyon Sürecine Yönelik Sonuçlar: Çalışmaya katılan öğrencilerin çeşitli geometri problemleri kapsamında geçirdikleri ispat ve muhakeme süreci incelenerek argümantasyon süreci Toulmin tartışma modeline göre analiz edilmiştir. Üretilen argümanların kalitesi kapsamında bu süreç çeşitli basamaklara ayrılmıştır. Bu basamaklar yaratıcı, bütünleştirici, analitik, analojik ve sezgisel düşünme şeklinde sınıflandırılmıştır.

Öğrencilerin argümantasyon süreci incelendiğinde üst düzeylerde muhakeme ve ispat yapmada zorlandıkları görülmüştür. Üretilen argümanların kalitesine dikkat edildiğinde yaratıcı düzeyde daha az ispata rastlanmıştır. Bunun en önemli nedenlerinin başında matematik derslerinde sınırlı sayıda ispatla karşılaşmaları gösterilebilir. Özellikle geleneksel (reproductive) öğretme tarzının öğrencileri ezbere yönlendirdiği ve onları düşünmekten alıkoyduğu tespit edilmiştir. Bu sebeple öğrencilerin hem matematik hem de geometri öğretim

programlarında daha fazla ispat kavramı ile karşılaşmaları ve argümantasyon temelli ders işlemelerinin sağlanması oldukça önemlidir. Ayrıca argümantasyon temelli çalışmalar yaparken GeGebra yazılımını kullanarak dinamik bir ortamda ispat yapmaya çalıştıkları için programı kullanma yetenekleri de ispat süreçleri üzerinde etkili olmuştur. Argümantasyon süreci tüm aşamaları ile aşağıda tartışılmıştır.

Yaratıcı düşünme basamağında öğrenciler, problem çözerken iddia ve gerekçeleri arasında ilişkiler kurdukça argüman kaliteleri artmıştır. Argümantasyon sürecine başlarken iddialar ileri sürebildikleri ve nedenleri ile ilgili argümanlar ürettikleri görülmüştür. Aynı zamanda etkinlik sürecinde adım adım ilerlerken sorgulama becerilerinin arttığı, argümanları ifade ederken detaylara yer verdikleri, destekleyici ve çürütücü argümanları kullandıkları da görülmüştür. Bilimsel tartışma ortamında öğrencilerin iddialarını oluşturup, gerekçelendirdiği ve gerekli durumlarda karşıt iddialarını çürütüp yeniden argümanlar ürettiği alan yazında yapılan çalışmalarda da görülmektedir (Demirci, 2008; Iordanou; 2008; Pedemonte, 2007; Sampson ve Clark, 2008). Yaratıcı düşünme basamağında öğrenciler hem muhakeme hem de ispat süreçlerinde sözel temsiller, görsel temsiller ve matematiksel öğeler kullanarak bu süreçler arasında üst düzey düşünme becerilerini kullanarak bilişsel bütünlük kurmuşlardır. Muhakeme sürecinde kullandıkları abdüktif yapıyı, ispat sürecinde dedüktif yapıya dönüştürdükleri görülmüştür. Bu sebeple yaratıcı ispat basamağında kaliteli argümanlar oluşturarak muhakeme evresinden ispat evresine geçtiklerinde yapısal bir değişiklik oluşturdukları görülmüştür. Bu sonuç Dinçer'in (2011) çalışmasında, ortaya koyduğu argümantasyon sürecinden kanıtlama sürecine geçerken, yapı değişikliğinin olduğunu ve bu yapılar arasındaki boşluğu mantık çerçevesinde doldurarak abdüktif yapıdan kanıtlama sürecinde dedüktif yapıya geçmeleri gerektiği sonucu ile benzerlik göstermektedir. Aynı zamanda tartışma süreci iki kişilik grup ile sürdürülmüş olup öğrencilerin argümantasyon sürecine aktif katılarak tartışma havasında ilerletmesi sağlanmıştır. Bozkurt ve Doğru (2016) çalışmasında, etkinliklerin küçük gruplar halinde, kaliteli tartışma havasında ve sosyal bir yapı içinde inşa edilmesinin argümantasyon süreci açısından önemli olduğunu ifade etmiştir. Topuz ve Günhan (2021) çalışmasında ise öğrencilerin argümantasyon sürecinde ortaklaşa bir şekilde argümanlar üretmelerinin, tartışma sürecine aktif olarak katılmalarının grup dinamiğini olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşmıştır.

Bütünleştirici düşünme basamağında öğrencilerin öne sürdükleri iddilarını savunmak için gerekçeler sundukları, gerekçeleri aralarında tartıştıkları eğer öne sürdükleri iddialarda yanlışlıklar varsa bunları çürüttükleri görülmüştür. Bu durum öğrencilerin hem kendi iddialarını açıklamak için argümanlar sunabildiklerini hem de karşı tarafın sunduğu argümanları

anlamlandırabildiklerini göstermektedir. Ayrıca argüman üretirken hem muhakeme hem de ispat sürecinde matematiksel dil ve notasyonları etkilli bir şekilde kullandıkları görülmüştür. Dolayısıyla bu bulgular öğrencilerin oluşturduğu argümanları üretmelerinde ve ispat sürecinde mantıksal çıkarımlar yaparak sistematik hale getirmelerinde matematiksel dil kullanımının etkin rol oynadığını göstermektedir. Öğrencilerin muhakeme sürecinde kullandıkları abdüktif yapıyı, ispat sürecinde dedüktif yapıya dönüştürdükleri görülmüştür. Fakat öğrenciler bu süreçte yaratıcılıktan ziyade güvenilir kaynaklardan gördükleri belli bir kalıbı olan daha genel ve bilindik yapıda ispat yoluna gitmişlerdir. Bu yaklaşım öğrencilerin daha çok soru kalıbından yola çıkarak matematiksel kuralları kullanmalarına dolayısıyla matematik alanındaki yetkinliklerinin ön plana çıkmasına bağlı olduğu görülmektedir. Alan yazın incelendiğinde ulaşılan sonuçlar Özdem, Ertepınar, Çakıroğlu ve Erduran'ın (2013) çalışmasında ispat sürecine yönelik üretilen argümanların daha çok öğrencilerin gözlem yeteneğine ve ulaşabildikleri güvenilir kaynaklara dayalı olarak ortaya koydukları argümantasyon şemaları kullandıkları sonucu ile benzerdir.

Analitik düşünme basamağında öğrencilerin hem muhakeme hemde ispat sürecinde benzer matematiksel işlemler yaptıkları görülmüştür. Bu durum muhakeme ve ispat süreçlerinde sundukları argümanların benzer özellikler taşıdığını göstermektedir. Aynı zamanda öğrencilerin oluşturduğu iddialar, gerekçeler, çürütmeler gibi argümanların temelinin somut örneklere dayandığı ve öğrencilerin kaliteli argümanlar üretemedikleri görülmüştür. Öğrencilerin GeoGebra yazılımı kullanmaları kolayca işlem yapmalarını sağlamış ve argümantasyon şemalarını oluşturan bileşenlerin de örneklerden oluşmasına sebep olmuştur. Bu süreç öğrencilerin formal ispat yapmasına da engel olmuştur. Alan yazın incelendiğinde elde edilen sonuçlar Keith (2006) ve Wagner ve diğerlerinin (2014) yaptıkları araştırmalar sonucunda öğrencilerin iddialarını açıklamak için oluşturdukları gerekçeleri genelde örnekler kullanarak açıklamaları ile benzerlik göstermektedir. Ayrıca muhakeme sürecinde abdüktif argümantasyon yürüten öğrenciler ispat sürecinde indüktif argümantasyon ile devam ettirmiş dedüktif argümantasyon sürecine geçememişlerdir. Elde edilen bu sonuçlar Urhan ve Bülbül'ün (2016) çalışmasındaki öğrencilerin abdüktif argümantasyon'dan dedüktif kanıt sürecine geçememeleri ve yapısal boşluğu tamamlayamadıkları sonucu ile benzerdir.

Anolojik düşünme basamağında öğrencilerin iddialarını, gerekçelerini, destekleyici ve çürütücülerini ortaya koyarken zorlandıkları görülmüştür. Bu sonuçlar Uygun ve Akyüz'ün (2019) çalışmalarındaki sonuçlarla örtüşmektedir. Öğrencilerin sundukları argümanların kalitesi istendik düzeyde değildir. Bu argümanların temeli matematiksel işlemlere dayanmaktadır. Süreç içerisinde öğrenciler gerekçe ve iddia gibi argümanlarını zamanla

geliştirememişlerdir. Bu sonuç Demirel, Somyürek ve Yılmaz‘ ın (2017) çalışmasında öğrencilerin argüman üretme becerilerinin düşük kaldığı sonucu ile benzerdir. Muhakeme ve ispat basamağında, muhakeme süreçlerine abdüktif argümantasyon ile başlamış ve ispat sürecini analojik argümantasyon ile devam etmişlerdir. İspat süreçlerinde benzer örnek ile özelden özele ispat yaparak argümantasyon sürecini dedüktif kanıt aşamasına taşıyamamışlardır. Urhan ve Bülbül (2016) ve Dinçer de (2011) çalışmalarında, öğrencilerin ispat sürecinde abdüktif argümantasyonda takılı kaldıklarını ve ispat süreçlerini dedüktif kanıt aşamasına taşıyamadıklarını ifade etmişledir.

Argümantasyon sürecinde yapılan ispatlarda sezgisel basamakta kalan öğrencilerin, iddia ve gerekçelerini sunmada zorluk yaşadıkları veya çürütücüler ortaya atamadıkları aynı zamanda ispatlarının farkında oldukları fakat ilerletemedikleri görülmüştür. Bu aşamada muhakeme ve ispat basamağında abdüktif argümantasyon ile ilerlemişlerdir. Muhakeme ile ispat arasındaki süreçte yapısal olarak aynı tip argümantasyonlar kullanıp kanıtlama sürecini tamamlayamamışlardır. Abdüktif muhakeme tarzını ispat sürecinde de devam ettiren öğrencilerin ispat ve muhakeme yaparken sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Çalışmada elde edilen sonuçlar Dinçer’ in (2011) çalışmasındaki öğrencilerin ileri sürdükleri varsayımları matematiksel gerekçeler üretmek yerine matematiksel bilgiye dayandırıp düşündüklerinin doğru olduğunu varsayıp ilerledikleri sonucu ile benzerlik göstermiştir.

5.2.Öneriler

Araştırma kapsamında oğretmenler, program geliştiriciler ve araştırmacılar icin çeşitli oneriler öne sürülmüştür.

Öğretmenler icin oneriler;

- Etkili bir matematik öğretimi için hem matematik hem de geometri derslerinde ispat ile ilgili etkinliklere yer verilmeli ve derslerde öğrencilere daha çok fırsat tanınmalıdır.

-Öğrencilerin ispat ile ilgili çalışmaları incelendiğinde ispat sürecinde görsel temsil kullanımının önemli bir yere sahip olduğu görülmüştür. Bu sayede öğrencilerin somuttan soyuta doğru daha sağlam adımlar ile ilerledikleri tespit edilmiştir. Bu sebeple öğrencilerin geogebra progamının hakkında yeterince bilgi sahibi olmaları ve bu programı etkin bir şekilde kullanmaları sağlanmalıdır.

-Araştırma kapsamında ispat öncesinde oluşan argümantasyon sürecinin önemi ortaya koyulmuştur. Fakat öğrencilerin argümantasyon süreci incelendiğinde öğrencilerin veri, iddia, gerekçe, çürüten gibi argümantasyon öğelerini kullanmada çeşitli güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin ispatlama becerilerini geliştirmek için argümantasyon tabanlı öğretimi temel alan ispat öğretim yöntemleri geliştirilebilir ve derslerde kullanılabilir.

- İspat ve muhakeme süreci incelendiğinde özellikle ispat süreçlerinde matematiksel dil ve notasyon kullanımı hakkında öğrencilerin çeşitli eksikleri oldukları görülmüştür. Öğretmenlerin bu eksikliği gidermesi için öğrencilere bu yönde çeşitli eğitimler vermeleri aynı zamanda etkinlik ve öğrenme ortamlarını bu doğrultuda düzenlemesi oldukça faydalı olacaktır.

Program geliştiriciler icin öneriler;

-Araştırma kapsamında oluşturulan Zengin öğretim modeli farklı konulara ve alanlara entegre edilerek çeşitli öğretim modüllerinin geliştirilmesi önerilmektedir.

- Özel yetenekli öğrenciler için hazırlanan öğretim programlarında muhakeme ve ispat sürecini içeren çeşitli öğretim modüllerinin öğrencilerin bilişsel gelişim seviyeleri dikkate alınarak hazırlanan öğretim programlarında yer alması önerilmektedir.

- Argümantasyon tabanlı öğretimi temel alan çeşitli öğretim programları geliştirilebilir. Hazırlanan bu programların öğretmenlere kavratılması için hizmet içi eğitim seminerleri hazırlanarak eğitimler verilebilir.

- Muhakeme ve ispat yapma sürecine ilişkin yapılan bu araştırma genelinde elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde öğrencilerin matematiksel ispatlarla tanıştırılmasının bilişsel gelişimleri dikkate alınarak çok geciktirilmemesi ve öğretim programları oluşturulurken bu ayrıntıya önem verilmesi gerektiği dikkate alınmalıdır.

Araştırmacılar icin öneriler;

-Araştırma kapsamında geliştirilen Zengin öğretim modelinin farklı konulara ve alanlara entegre edilerek çeşitli öğretim modüllerinin geliştirilmesi ve bu öğretim modellerinin uygulanması sağlanarak ilerleyen aşamalarda öğretim süreci açısından ayrıntılı olarak incelenebilir.

- Argümantasyon tabanlı gerçekleştirilen öğretim sürecinde oğrenciler ikişerli gruplar halinde çalışmıştır. Bu durumda da öğrenciler kendi aralarında çeşitli tartışmalar gerçekleştirmiş ve bazı süreçlerde baskın olan oğrencinin fikirlerinin benimsenmesine yol açmıştır. Bu sebeple farklı çalışmalarda teknik donanım sağlanarak her öğrencinin bireysel çalışmasına imkân tanınabilir. Böylece farklı çalışmalarda incelenen ispat ve muhakeme süreçleri ile bu calışmanın sonuclarının karşılaştırılmasına imkân sağlanabilir.

-Geliştirilen Zengin öğretim modeli ve bu model kapsamında hazırlanan öğretim modüllerinin farklı örneklem gruplarına uygulanarak araştırma kapsamı genişletilebilir. Aynı zamanda sonuçların paylaşılmasının hazırlanan modelin kullanılabilirliğine katkıda bulunacağı da düşünülmektedir.

- Özel yetenekli öğrencilere yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde argümantasyon ile ispat arasındaki ilişkiye yönelik yapılan çalışmaların oldukça sınırlı olduğu görülmüştür.

Yapılan bu çalışmada ispat yapılmadan önce argümantasyon sürecinin önemi ortaya koyulmuştur. Bu sebeple öğrencilerin muhakeme ve ispat becerilerinin geliştirilebilmesi için argümantasyon yöntemini de içeren çeşitli ispat yöntemleri kullanılarak çeşitli araştırmalar yapılabilir. Bu alanda yapılacak çalışmalar literatüre katkı sağlayacağı gibi öğrencilerin ispat sürecinde yaşadıkları zorlukları da ortaya koyabilir.

-9.sınıf düzeyinde üçgenler konusunda gerçekleştirilen muhakeme ve ispat süreci doğrultusunda yapılan bu çalışma boylamsal olarak kurgulanıp bilişsel süreçlerine açısından ayrıntılı olarak incelenebilir.

KAYNAKÇA

Akay, M. (2018). Üstün yetenekli öğrencilerin eğitiminde kullanılabilecek matematik temelli stem etkinliklerinin geliştirilmesi (Yayın no. 525287) [Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Akaygün, S., Elmas, R., Kara, H., Karataş F. Ö., & Yıldırım, G. (2016). Fen lisesi kimya öğretmenlerinden bir yansıtma: Güncellenen kimya öğretim programı ile ilgili görüşler. Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18(2), 737-770. DOI: 10.17556/jef.36724

Akgül, S. (2014). Üstün yetenekli öğrencilerin matematik yaratıcılıklarını açıklamaya yönelik bir model geliştirilmesi (Yayın no.356629) [Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Akkanat, H. (2004). Üstün veya özel yetenekliler. In M. R. Şirin, A. Kulaksızoğlu, & A. E. Bilgili (Eds.), Üstün Yetenekli Çocuklar: Seçilmiş Makaleler (pp. 169–194). İstanbul: Çocuk Vakfı.

Akkaş, E. (2014). Farklılaştırılmış problem çözme öğretiminin üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilerin matematik problemlerini çözmelerine, tutumlarına ve yaratıcı düşünmelerine etkileri (Yayın no.357727) [Doktora Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Akkaş, E., & Tortop, H.S. (2015). Üstün yetenekliler eğitiminde farklılaştırma: Temel kavramlar, modellerin karşılaştırılması ve öneriler. Üstün Zekâlılar Eğitimi ve Yaratıcılık Dergisi, 2(2), 31-44.

Aksoy, B. (2004). Coğrafya öğretiminde probleme dayalı öğrenme yaklaşımı (Yayın no.145065) [Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Aksu, H.H. (2020). Origami tabanlı öğrenme yaklaşımı ile üçgenler konusunun öğretiminin 9. sınıf öğrencilerinin başarısına etkisi. Turkish Studies - Educational Sciences, 15(4), 2343 – 2354. DOI:http://dx.doi.org/10.47423/TurkishStudies.43628

Aktamış, H., & Hiğde, E. (2015). Fen eğitiminde kullanılan argümantasyon modellerinin değerlendirilmesi. Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2015(35), 136 -172. DOI:10.21764-efd.01738-181527

Aktaş, D. Y., & Cansız-Aktaş, M. (2012). 8. sınıf öğrencilerinin özel dörtgenleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik sınıflamayı anlama durumları. İlköğretim Online, 11(3), 714-728. https://dergipark.org.tr/tr/pub/ilkonline/issue/8588/106722#article_cite

Albayrak İhtiyari, Ö. (2010). 8. sınıf matematik öğretiminde ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkındalığı (Yayın no.266577) [Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Aldağ, H. (2006). Toulmin tartışma modeli. Ç.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 15(1), 13-34.

Aliseda, A. (2006). Abductive Reasoning: Logical Investigations into Discovery and Explanation. Springer Link

Alkan, M. (2013). PISA 2009 okuma becerileri açık uçlu sorularının puanlanmasında genellenebilirlik kuramındaki farklı desenlerin karşılaştırılması (Yayın no.321957) [Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi

Altun, M. (2010). Matematik Öğretimi. Bursa: Aktüel Alfa Yayıncılık.

Altıntaş, E. (2009). Purdue modeline dayalı matematik etkinliği ile öğretimin üstün yetenekli öğrencilerin başarılarına ve eleştirel düşünme becerilerine etkisi (Yayın no.231838) [Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Altıntaş, E. (2014). Üstün zekâlı öğrenciler için yeni bir farklılaştırma yaklaşımının geliştirilmesi ve matematik öğretiminde uygulanması (Yayın no.372284) [Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Altıparmak, K., & Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. Ege Eğitim Dergisi, 6(21), 25-37.

Altun, H., & Aydın, S. (2019). Çağdaş yaklaşımlarla destekli fen öğretimi: Teoriden uygulamaya etkinlik örnekleri [E-kitap sürümü]

Alyeşil, D. (2005). Kavram haritaları destekli ve problem çözme merkezli geometri öğretimi 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri üzerindeki rolü (Yayın no.162664) [Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Anderson, K. M. (2007). Differentiating instruction to include all students. Preventing School Failure, 51(3), 49-54.

Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (2001). A Taxonomy for Learning, Teaching and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives: Complete Edition. New York: Longman.

Anderson, L. W., Krathwohl, D. R., Airasian, P. W., Cruikshank, K. A., Mayer, R. E., Pintrich, P. R., Raths, J., & Wittrock, M. C. (2010). Öğrenme, Öğretim ve Değerlendirme ile İlgili bir Sınıflama (A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing) (Çev. D. A. Özçelik). Ankara: PegemA.

Anderson, T., & Shattuck, J. (2012). Design-based research: A decade of progress in education research? .Educational Researcher, 41(1), 16-25.

Antohe, V. (2009). Limits of Educational Software "GeoGebra" in a Critical Constructive Review. Annals. Computer Science Series, 7th Tome 1st Fasc, Tibiscus University of Timisoara, Romania.

Arıcı, S. (2012). Origami temelli öğretimin 10. sınıf öğrencilerinin uzamsal görselleştirme, geometri başarısı ve geometrik akıl yürütmeleri üzerine etkisi (Yayın no.301704) [Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Arıkan, F. (2019). Matematikte yetenekli öğrencilerin aparatlı matematik problemlerine yaklaşımları (Yayın no.609972) [Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Arık, M., & Akçay, B. (2017). Argümantasyon tabanlı öğrenme. Pegem Yayınları.

Arslan, Ç. (2007). İlköğretim öğrencilerinde muhakeme etme ve ispatlama düşüncesinin gelişimi (Yayın no.210145) [Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Atalay, Z.Ö.(2014). Üstün zekâlı ve yetenekli bireyler için farklılaştırılmış sosyal bilgiler dersinde uygulanabilecek öğretim stratejileri. Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi, 11(22), 339-358.

Ataman, A. (2009). Özel gereksinimli çocuklar ve özel eğitime giriş. (7. Baskı) Ankara: Gündüz Yayınları.

Ateş Alpay, Ü. (2018). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin kanıt imajının incelenmesi (Yayın no.512103) [Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Atik, S. Y. (2007). İlköğretimdeki üstün yetenekli öğrencilere uygulanan öğretim yöntemlerinin değerlendirilmesi (Yayın no.211580) [Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Atkıncı, H. (2001). İlköğretim birinci kademe eğitim programlarının yaratıcı düşünmenin gelişmesine etkileri (Yayın no.101969) [Yüksek Lisans Tezi, Onsekiz Mart Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Aydın, B. (2003). Bilgi toplumu oluşumunda bireylerin yetiştirilmesi ve matematik öğretimi. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2(14), 183-190.

Aydın, S., & Çakıroğlu, J. (2010). İlköğretim fen ve teknoloji dersi öğretim programına ilişkin öğretmen görüşleri: Ankara örneği. İlköğretim Online, 9(1), 301-315. https://dergipark.org.tr/tr/pub/ilkonline/issue/8596/106970

Aydın Güç, F., Aygün, Y. İ., & Orbay, K. (2021). Üstün yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin karşılaştırılması. Milli Eğitim Dergisi, 50(229), 337-362.

Aydoğdu, M.Z. (2014). 9.Sınıf üstün zekâlı öğrencilerin geometri problem çözme stratejileri ve Van hiele geometri düşünme düzeyleri ile ilişkilendirmesi (Yayın no.368276) [Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Aydoğdu, M.Z., & Keşan, C. (2016). 9.sınıf üstün zekâlı öğrencilerin geometri problem çözme stratejileri. Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 5 (2), 48-55. chrome-http://www.jret.org/FileUpload/ks281142/File/07.mustafa_zeki_aydogdu.pdf

Aydoğdu, M., Erşen, A., & Tutak, T.(2014). Materyal destekli matematik öğretiminin ortaokul 6. sınıf öğrenci başarısına ve tutumuna etkisi. Turkish Journal of Educational Studies, 1(3), 166– 185. https://dergipark.org.tr/tr/pub/turkjes/issue/34152/377650

Aygün, Y.İ. (2019). Üstün yetenekli tanısı konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerin farklı ortamlarda matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi (Yayın no.626456) [Yüksek Lisans Tezi, Amasya Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Aylar, E. (2014). 7. Sınıf Öğrencilerinin İspata Yönelik Algı ve İspat Yapabilme Becerilerinin İrdelenmesi (Yayın no.363234) [Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Aymen Peker, E., Apaydın, Z., & Taş, E. (2012). Isı yalıtımını argümantasyonla anlama: İlköğretim 6. sınıf öğrencileri ile durum çalışması. Dicle Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 4(8), 79-100. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file / 1716 215

Ayvaz, Ü. (2019). Problem kurma temelli etkinliklerle özel yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının geliştirilmesi üzerine bir eylem araştırması (Yayın no.593298) [Doktora Tezi, Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Aziz, J. A., Juniati, D., & Wijayanti, P. (2020). Students' reasoning with logical mathematical and visual spatial intelligence in geometry problem solving. International Joint Conference on Science and Engineering, 196, 203-207. DOI:10.2991/aer. k.201124.038

Bahtiyar, M., & Şahin, F. (2017). Üstün Yetenekli Öğrencilerin Rehberlik Gereksinimi. SDÜ Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi, 4(2) ,140-154. https://Dergipark. org.tr/tr/pub/sduijes/issue/32846/337179

Baig, S., & Halai, A. (2006). Learning mathematical rules with reasoning. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 2(2), 15-39. https://doi.org/10.1 2973/ ejmste/75451

Bain, S. K., & Bell, S. M. (2004). Social self-concept, social attributions, and peer relationships in fourth, fifth, and sixth graders who are gifted compared to high achievers. Monthly Journal of Gifted Children, 48(3),168-178. https:// doi.org/ 10.1177/001 698620404800 302

Baki, A. (2008). Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi (4. Baskı). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık

Baki, M. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemi ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. Eğitim ve Bilim, 38(167). 300-311. https://egitimvebilim. ted. org.tr/index. php/EB/article/view/1837

Baki, A. (2014). Matematik tarihi ve felsefesi. Pegem Akademi Yayıncılık.

Baki, A. (2020). Matematiği Öğretme Bilgisi. Pegem Akademi.

Baki, A., Yıldız, A., & Baltacı, S. (2012). Mathematical thinking skills shown by gifted students while solving problems in a computer-aided environment. Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies, Special Issue, 993-995.

Bakioğlu, A., & Levent, F. (2013). Suggestions for gifted education in Turkey. Üstün Yetenekli Eğitimi Araştırmaları Dergisi (Journal of Gifted Education Research), 1(1), 31-44. https://www.acarindex.com/dosyalar/makale/acarindex-1423937374.pdf

Balacheff, N. (1998). Construction of meaning and teacher control of learning. In Tinsley, D. J., & Johnson, D. C. (Eds.), Information and Communication Technologies in School Mathematics (pp. 111-120). Chapman & Hall.

Balcı, A. (2013). Sosyal bilimlerde araştırma: Yöntem, teknik ve ilkeler. Ankara: Pegem

Balcı, C. (2015). 8. sınıf öğrencilerine "hücre bölünmesi ve kalıtım" ünitesinin öğretilmesinde bilimsel argümantasyon temelli öğrenme sürecinin etkisi (Yayın no.392478) [Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Balcı, S. (2022). Dinamik geometri yazılımlarıyla dönüşüm geometrisi öğretimine semiyotik arabuluculuk perspektifinden bir bakış (Yayın no.723529) [Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Ball, D., & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. In J. Kilpatrick, G. Martin, and D. Schifter (Eds.), A Research Companion To Principles And Standards For School Mathematics (Pp. 27–44). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Baltacı, S. (2014). Dinamik matematik yazılımının geometrik yer kavramının öğretiminde kullanılmasının bağlamsal öğrenme boyutundan incelenmesi (Yayın no.381086) [Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Baltacı, S., Yıldız, A., Kıymaz, Y., & Aytekin, C. (2016). Üstün yetenekli öğrencilere yönelik geogebra destekli etkinlik hazırlamak için yürütülen tasarım tabanlı araştırma sürecinden yansımalar. Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 70-90. https://doi.org/10.21764/efd.12232

Başaran, B. I. (2004). Etkili öğrenme ve çoklu zekâ kuramı: Bir inceleme. Ege Eğitim Dergisi, 5, 7-15.

Başaran, İ. E. (1994). Eğitim psikolojisi: Modern eğitimin psikolojik temelleri. Ankara: Yargıcı Matbaası

Batdal Karaduman, G. (2010). Üstün yetenekli öğrenciler için uygulanan farklılaştırılmış matematik eğitim programları. Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi,13(1),1-12. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/93121

Batdal Karaduman, G. (2012). İlköğretim 5. sınıf üstün yetenekli öğrenciler için farklılaştırılmış geometri öğretiminin yaratıcı düşünme, uzamsal yetenek düzeyi ve erişiye etkisi (Yayın no.351574) [Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Battista, M. T. (2001). Shape makers: A computer environment that engenders students' construction of geometric ideas and reasoning. Computers İn The Schools, 17(1-2), 105-120. https://doi.org/10.1300/J025v17n01_09

Battista, M. T., & Clements, D. H. (1995). Geometry and proof. Mathematics Teacher, 88(1), 48–54.

Baroody, A. J., & Bartels, B. H. (2000). Using concept maps to link mathematical ideas. Mathematics Teaching İn The Middle School, 5(9), 604-609. DOI:10. 5951/MTMS.5. 9.0604

Baydaş, Ö. (2010). Öğretim elemanlarının ve öğretmen adaylarının görüşleri ışığında matematik öğretiminde GeoGebra kullanımı (Yayın No. 269698) [Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Baykoç, N. (2014). Üstün yetenek gelişimleri ve eğitimleri. Vize Yayıncılık.

Baykoç Dönmez, N. (2004). Üstün yetenekli çocukların eğitimlerinde bilim sanat merkezlerinin kuruluşu ve işleyişinde yapılması gereken düzenlemeler. İstanbul: Çocuk Vakfı.

Benbow, C. P. (1986). SMPY's model for teaching mathematically precocious students. In J. S. Renzulli (Ed.), Systems and Models for Developing Programs for the Gifted and Talented (pp. 2–24). Mansfield, CT: Creative Learning Press.

Ben Zvi, D. (2006). Scaffolding students' informal inference and argumentation. In A. Rossman and B. Chance (Eds.), Proceedings of the seventh ınternational conference on teaching

of statistics (CD-ROM), Salvador, Bahia, Brazil, 2-7 July, 2006. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Berg,D.H., & McDonald,P.A.(2018). Differences in mathematical reasoning between typically achieving and gifted children. Journal of Cognitive Psychology ,30(3),281-291. https://doi.org/10.1080/20445911.2018.1457034

Berger, S. L. (1991). Differentiating curriculum for gifted students. ERIC Clearinghouse on Handicapped and Gifted Children

Betts, G. T. (1986). The Autonomous Learner Model: For the Gifted and Talented. Greeley, CO: ALPS Publishing.

Besnard, P., & Hunter, A. (2008). Elements of Argumentation. Publisher: The MIT Press

Biber, B. (2012). Fen ve teknoloji öğretmenlerinin yazmaya dair algıları ve öğrenme amaçlı yazma aktivitelerini uygulama düzeyleri (Yayın No. 319665) [Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Biber, A., & Argün, Z. (2012). Matematik öğretmen adaylarında iki değişkenli fonksiyonların limiti kavramının yapılandırılmasının incelenmesi. Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 8(2), 56-66. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/160837

Bildiren, A. (2013). Üstün yetenekli çocuklar (2. bs.). İstanbul: Doğan Kitap.

Bildiren, A. (2018). Üstün yetenekli çocuklar. Ankara: Pegem Yayıncılık.

Bloom, R. M. (2009). Implementation practices of differentiated ınstruction in the upper elementary and middle school math classroom: A discovery through grounded theory .(Doctoral dissertation). Cambridge College.

Boero, P. (1999). Argumentation and mathematical proof: A complex, productive, unavoidable relationship in mathematics and mathematics education. International Newsletter on The Teaching and Learning of Mathematical Proof, 7(8). http://www. Lettredelapreuve. org/OldPreuve/Newsletter/990708Theme/990708ThemeUK.html

Bonner, F. A. (2000). African American giftedness: Our nation's dream deferred. Journal of Black Studies, 30(5),643–653. https://www.jstor.org/stable/2645874

Boran, M. (2016). Üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilerin algılanan problem çözme becerilerinin üstbilişsel farkındalıkları ve eleştirel düşünme eğilimleri açısından incelenmesi (Yayın no.439274) [Yüksek Lisans Tezi, Mersin Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Bozkurt, A., Bindak, R., & Demir, S. (2011). Mathematics teachers' views about the use of computers in lessons and suitability of their workplace. E-Journal of New World Sciences Academy, 6(2),1747-1758. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/185590

Bozkurt, O., & Doğru, S. (2021). Argümantasyon temelli sınıf içi etkinliklerin ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına, mantıksal düşünme becerilerine ve tartışmaya istekliliklerine olan etkisi. Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, (58), 624-644. DOI: 10.21764/ maeuefd.631239

Brodie, K. (2010). Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms. New York: Springer.

Brown, A. L. (1992). Design experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. The Journal of the Learning Sciences, 2, 141–178. http://www.jstor.org/stable/1466837

Burke, K. A., Greenbowe, T. J., & Hand, B. M. (2005). Excerpts from the process of using inquiry and the science writing heuristic. [Doctoral dissertation]. The Middle Atlantic Discovery Chemistry Program, Moravian College, Bethlehem.

Bülbül, A., & Urhan, S. (2016). Argümantasyon ve matematiksel kanıt süreçleri arasındaki ilişkiler. Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 10(1), 351-373. https://doi.org/10.17522/nefefmed.00387

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, E. O., Karadeniz, S., & Demirel, F. (2016). Bilimsel araştırma yöntemleri (22. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Calero, M. D., Belen, G.M., & Robles, M. A. (2011). Learning potential in high IQ children: the contribution of dynamic assessment to the identification of gifted children. Learning and Individual Differences, 21(2),176-181. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2010.11.025

Camcı Erdoğan, S. (2014). Üstün zekâlı ve yetenekli öğrenciler için fen bilimleri eğitiminde farklılaştırmanın gerekliliği. Genç Bilim İnsanı Eğitimi ve Üstün Zekâ Dergisi, 2(2),1-10. https:// dergipark.org.tr /tr/ download/article-file/487606

Cash, R. M. (2017). Advancing differentiation: Thinking and learning for the 21st century. Free Spirit Publishing.

Cengiz, N. (2017). Teknoloji destekli matematik öğretiminin öğrencilerin matematik başarısına ve matematik kaygısına etkisi (Yayın No. 488652) [Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Ceylan, K. E. (2012). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerine dünya ve evren öğrenme alanında bilimsel tartışma (argümantasyon) odaklı yöntem ile öğretimi (Yayın no.310954) [Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Chamberlin, M. T., & Chamberlin, S. A. (2010). Enhancing preservice teacher development: Field experiences with gifted students. Journal for the Education of the Gifted, 33(3), 381-416. https://doi.org/10.1177/016235321003300305

Chino, K., Morozumi, T., Arai, H., Ogihara, F., Oguchi, Y., & Miyazaki, M. (2007). The effects of 'spatial geometry curriculum with 3-D DGS' in lower secondary school mathematics. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (Eds.), Proceedings Of The 31st Conference Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 137-144). Seoul, Korea: The Korea Society of Educational Studies in Mathematics.

Cihan, A. (2019). Matematik öğretmen adaylarının ispatla ilgili alan ve pedagojik alan bilgilerini geliştirmeye yönelik bir ders tasarımı (Yayın no.570220) [Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Clark, B. (2013). Growing Up Gifted: Developing the Potential of Children at School and at Home (Çev. Ed. Kaya & Ogurlu). Pearson.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., & McNeal, B. (1992). Characteristics of classroom mathematics traditions: An interactional analysis. American Educational Research Journal, 29(3), 573-604. https://doi.org/10.2307/1163258

Colangelo, N., Assouline, S. G., & Gross, M. U. (2004). A nation deceived: How schools hold back America's brightest students (Vol. 1). The Belin-Blank Center.

Collins, A. (1992). Toward a design science of education. In New Directions in Educational Technology (pp. 15-22). Springer Berlin Heidelberg.

Collins, A., Joseph, D., & Bielaczyc, K. (2004). Design research: Theoretical and methodological issues. Journal of the Learning Sciences, 13(1), 15-42. https:// doi.org/ 10.1207/s15327809jls1301_2

Conklin, W., & Frei, S. (2016). Üstün zekâlı ve yetenekliler için eğitim programının farklılaştırılması (N. G. Kahveci, Çeviri.). İstanbul: Özgür Yayınları.

Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Identifying kinds of reasoning in collective argumentation. Mathematical Thinking and Learning, 16(3), 181-200. https://doi.org/10.1080/10986065.2014.921131

Cooper, J., Walkington, C., Williams, C., Akinsiku, O., Kalish, C., Ellis, A., & Knuth, E. (2011). Adolescent reasoning in mathematics: Exploring middle school students' strategic approaches in empirical justifications. Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society, 33(33). https://escholarship.org/uc/item/04b122tk

Creasy, L. A. (2012). An Examination of the Relationship Between Gifted Students' Self-Image, Gifted Program Model, Years in the Program, and Academic Achievement. Keiser University.

Csikszentmihaly, M., & Robinson, R. E. (1986). Culture, time and the development of talent. In R. J. Steinberg & J. E. Davidson (Eds.), Conceptions of giftedness (pp. 264-284). New York: Cambridge University Press.

Coşkun, M. (2020). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometri alanında ispat yapabilme becerilerinin incelenmesi (Yayın No. 624669) [Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Çağlar, D. (2004). Üstün zekâlı çocukların özellikleri. In M. R. Şirin, A. Kulaksızoğlu, & A. E. Bilgili (Eds.), Üstün yetenekli çocuklar: Seçilmiş makaleler (pp. 111–125). İstanbul: Çocuk Vakfı Yayınları.

Çakan Akkaş, B. N., & Kabataş Memiş, E. (2020). Argümantasyon uygulamalarının 5. sınıf öğrencilerinin madde ve değişim ünitesi başarılarına ve bireysel değişimlerine yansıması. Kastamonu Eğitim Dergisi, 28(3), 1407-1417. https:// doi.org /10.24106 /kef dergi. 4043

Çakır, İ. (2009). İlköğretim beşinci sınıf matematik ders kitaplarının öğretmen ve öğrenci görüşleri doğrultusunda değerlendirilmesi (Yayın No. 228935) [Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Çalışkan, Ç. (2012). 8. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarıyla ispat yapabilme seviyelerinin ilişkilendirilmesi (Yayın No. 328655) [Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Çelikdelen, H. (2010). Bilim Sanat Merkezlerinde bilim birimlerinden destek alan üstün yetenekli öğrencilerin kendi okullarında fen ve teknoloji dersinde karşılaştıkları güçlüklerin değerlendirilmesi (Yayın no.249909) [Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Çetin, A., & Doğan, A. (2018). Bilim ve Sanat Merkezlerinde görev yapan matematik öğretmenlerinin karşılaştıkları sorunlar. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi, 19(4),615-641. https://doi.org/10.21565/ozelegitimdergisi.370355

Çetin, P. S., Kutluca, A. Y., & Kaya, E. (2014). Öğrencilerin Argümantasyon Kalitelerinin İncelenmesi. Fen Bilimleri Öğretimi Dergisi, 2(1), 56-66. https://dergipark. Org.tr/ en/ pub/fbod/issue/71985/1157990

Çetin, O., & Özgeldi, M. (2018). 7. sınıf ortaokul öğrencilerinin GeoGebra ile öteleme ve yansıma konusundaki deneyimlerinin incelemesi. In H. Gür & H. H. Şahan (Eds.), Uluslararası Necatibey Eğitim ve Sosyal Bilimler Araştırmaları Kongresi Bildiriler Kitabı (Vol. 5, pp. 92-106). Ankara: Akademisyen Yayınevi.,

Çetinkaya, Ç., & Döner, İ. (2012). Türkiye'de üstün yeteneklilere tanınan hakların incelenmesi. Sakarya University Journal of Education, 2(3), 7-20. https://dergipark.org.tr/tr/pub/suje/issue/20631/219951

Çiftçi, A. (2016). 5., 6. ve 7. sınıflarda fen derslerinde argümantasyon kalitesinin incelenmesi (Yayın no.418614) [Yüksek Lisans Tezi, Muş Alparslan Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Çitil, M. (2018). Türkiye'de üstün yeteneklilerin eğitimi politikalarının değerlendirilmesi. Milli Eğitim Dergisi, 47(1), 143-172. https:// dergipark.org.tr/en/pub/ milliegitim /issue / 40518/480017

Çitil, M., & Ataman, A. (2018). İlköğretim çağındaki üstün yetenekli öğrencilerin davranışsal özelliklerinin eğitim ortamlarına yansıması ve ortaya çıkabilecek sorunlar. Gazi University Journal of Gazi Educational Faculty, 38(1),185-231. https:// dergipark.org.tr /en/pub/gefad/issue/36713/328023

Dağdelen, İ. (2012). İlköğretim Geometri Öğretiminde Simetri Kavramının Origami ile Modelleme (Yayın no.311866) [Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Dağlıoğlu, H. E. (2004). Okul öncesi çağındaki üstün yetenekli çocukların eğitimi. In I. Türkiye Üstün Yetenekli Çocuklar Kongresi (s. 75-84). İstanbul: Marmara

Daştan, Ş. (2016). Okul öncesi öğretmenlerinin öz yeterlik düzeyleri ile üstün yeteneklilerin eğitimine yönelik tutumlarının karşılaştırılması (Yayın no.451836) [Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Davaslıgil, Ü. (2004). Üstün çocuklar. İstanbul: Çocuk Vakfı Yayınları.

Davaslıgil, Ü. (2004). Üstün Çocuklar. In R. ġirin, A. Kulaksızoğlu, & A. Bilgili (Eds.), Üstün Yetenekli Çocuklar: Seçilmiş Makaleler Kitabı (pp. 211-218). İstanbul: Çocuk Vakfı Yayınları. (I. Türkiye Üstün Yetenekli Çocuklar Kongresi Yayın Dizisi:1).

Davaslıgil, Ü., & Zeane, M. (2004). Üstün zekâlıların eğitimi projesi. In 1. Türkiye Üstün Yetenekli Çocuklar Kongresi Bildiriler Kitabı (pp. 42-50). İstanbul: Çocuk Vakfı Yayınları.

Davis, G. A. (2006). Gifted Children and Gifted Education: A Handbook for Teachers and Parents. United States: Great Potential Press.

Davison, I. (2003). Using an interactive whiteboard to facilitate pupil understanding of quadrilateral definitions. In S. Pope (Ed.), Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics (Vol. 23/1, pp. 13-18). Sheffield, UK: Sheffield Hallam University.

Davis, G. A., & Rimm, S. B. (1998). Education of the gifted and talented. Boston: Allyn and Bacon.

Davis, G. A., & Rimm, S. B. (2004). Education of the gifted and talented (5th ed.). Needham Heights, MA: Allyn & Bacon.

Dayan, Ş. (2017). Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin matematiksel örüntü başarılarının incelenmesi (Yayın no.477016) [Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Dede, Y. (2013). Matematikte ispat: önemi, çeşitleri ve tarihsel gelişimi (ss. 1534). Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar. Ankara: Pegem Akademi.

Demir, Ö. (2019). Geometrik cisimlerin öğretiminde somut materyal kullanımının öğrencilerin başarısına, tutumlarına ve öz-yeterliğine etkisi (Yayın no.594695) [Yüksek Lisans Tezi, Bartın Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Demir, F., & Oğuz, S. (2016). Sosyal bilgiler öğretim programının ve ders kitabının toulmın argüman modeline göre değerlendirilmesi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16(2), 491-521. https://hdl.handle.net/20.500.12597/8117

Demirel, Ö. (2015). Eğitimde program geliştirme: Kuramdan uygulamaya (22. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Demirel, R., 2015. The effect of individual and group argumentation on student academic achievement in force and movement issues. Eğitimde Kuram ve Uygulama, 11(3), 916-948. https://dergipark. org.tr/en/pub/eku/issue/5466/74187

Demirel, R. (2015). Argümantasyonun öğrencilerinin kavramsal anlama ve tartışma istekliklerine etkisi. Kastamonu Education Journal, 24(3), 1087-1108. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/210077

Demirel, T., Somyürek, S., & Yılmaz, G. (2017). Ortaokul öğrencilerinin geometrik cisimler ve hacim ölçme konusuna yönelik yazılı argümantasyon becerilerinin incelenmesi. Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 18(1), 191-211. https:// dergi park .org.tr/tr/pub/kefad/issue/59268/851428

Deniz, S. (2016). Doğrusal denklemlerin 7. sınıflarda öğretiminde geometri sketchpad kullanımının çoklu temsil ve enstrümantal yaklaşım boyutundan incelenmesi (Yayın no.425491) [Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Denizli, Z. (2018). Dönüşüm geometrisi öğretimde dinamik geometri yazılımlarının kullanımının enstrümantal teori açısından incelenmesi (Yayın no.530387) [Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Deringöl Karataş, Y. (2013). Farklılaştırılmış matematik öğretiminin üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilerde erişiye, yaratıcılığa, tutuma ve akademik benliğe etkisi (Yayın no.370186) [Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Dervişoğulları, M. (2019). Özel yetenekli öğrencilerin problem çözme ve yaşam boyu öğrenme becerileri arasındaki ilişki (Yayın no.555150) [Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

De Villiers, M. (1999). Rethinking proof with the Geometer's Sketchpad. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

Diezmann, C. M., & Watters, J. (2001). The collaboration of mathematically gifted students on challenging tasks. Journal for the Education of the Gifted, 25, 7-31. DOI:10.1177/01 6 235320102500102

Dimitriadis, C. (2011). Developing mathematical ability in primary school through a 'pull-out'programme: A case study. Education 3-13, 39(5), 467-482. https://doi.org/ 10. 10 80/03004271003769939

Dinamit, D. (2020). Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel ispat yapma süreçlerinin incelenmesi (Yayın no.636332) [Yüksek Lisans Tezi, Aydın Adnan Menderes Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Dinçer, S. (2011). Matematik lisans derslerindeki tartışmaların Toulmin modeline göre analizi (Yayın no.305936) [Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Dodds, K. M. (2010). Effects of the prompts of depth and complexity on gifted and non-gifted students (Doctoral dissertation). University of Southern California, Los Angeles.

Doğan, A. (2020). Beşinci sınıf fen bilimleri dersi ünitelerinin bütünleşik stem eğitimi yaklaşımı ile tasarlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi (Yayın no.631382) [Doktora Tezi, Pamukkale Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Doğan, A., & Çetin, A. (2018). Üstün yetenekli öğrencilerin matematik problemi çözme tutumuna ve süreçlerine yönelik algılarının incelenmesi. Cumhuriyet International Journal of Education, 7(4), 510-533. https://doi.org/10.30703/cije.459434

Dokur, N. (2013). Somut materyal ve Geometer's Sketchpad destekli eğitimlerin matematik öğretmenliği öğrencilerinin başarılarına ve çözümlerini açıklamalarına etkilerinin incelenmesi (Yayın no.345540) [Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Doruk, M. (2016). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının analiz alanındaki argümantasyon ve ispat süreçlerinin incelenmesi (Yayın no.433823) [Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Douek, N. (2000). Comparing argumentation and proof in a Mathematics education perspective. Ninth International Congress on Mathematical Education (ICME-9), Tokyo/Makuhari.

Douek, N. (2009). Approaching proof in school: From guided conjecturing and proving to a story of proof construction. Proceedings of the 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Lyo, France, January 28-February 1, 2009, CERME'6, 332-342.

Dreeszen, J. L. (2009). The impact of differentiation on the critical thinking of gifted readers and the evolving perspective of the fifth grade classroom teacher [Doctoral dissertation]. Kansas State University.

Driskell, S. O. (2004). Fourth-grade students' reasoning about properties of two-dimensional shapes. (UMI No. 3112931) [Doctoral dissertation]. ProQuest Dissertations and Theses database.

Drijvers, P., & Gravemeijer, K. (2005). Computer algebra as an instrument: Examples of algebraic schemes. In D. Guin, K. Ruthven, & L. Trouche (Eds.), The Didactical Challenge Of Symbolic Calculators: Turning A Computational Device İnto A Mathematical İnstrument (pp. 163-196). Boston: Springer Science and Business Media, Inc

Driver, R., Newton, P., & Osborne, J. (2000). Establishing the norms of scientific argumentation in classrooms. Science Education, 84, 287-312. https:// doi.org/ 10.1002/ (SICI)1098-237X(200005)84:3<287::AID-SCE1>3.0.CO;2-A

Dur, Z. (2016). 7.Sınıf öğrencilerinin bir dinamik geometri ortamında kullandıkları sürükleme ve ölçme araçlarının enstrümantal oluşumlarının incelenmesi. (Yayın no.449975) [Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Durmaz, B. (2014). Üstün yetenekli ilköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenme düzeyleri (Yayın no.382053) [Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Durmuş, A. (2024). Özel yetenekli öğrencilerin proje üretme süreçlerine yönelik beceri temelli modüllerin geliştirilmesi ve etkililiğinin değerlendirilmesi (Yayın no.769349) [Doktora Tezi, Trabzon Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Duschl, R. A. (2007). Argumentation in science education: An overview. In S. Erduran & M. P. Jimenez Aleixandre (Eds.), Argumentation İn Science Education: Perspectives From Classroom-Based Research (pp. 159-175). Springer

Dweck, C. S. (2006). "Mindset: The New Psychology of Success." New York, NY: Random House.

Ecker Lyster, M., & Niileksela, C. (2017). Enhancing gifted education for underrepresented students: Promising recruitment and programming strategies. Journal For The Education Of The Gifted, 40(1), 79-95. https://doi.org/10.1177/0162353216686216

Ekici, F. (2008). Akıllı tahta kullanımının ilköğretim öğrencilerinin matematik başarılarına etkisi (Yayın no.226423) [Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Enç, M. (2005). Üstün beyin gücü gelişim ve eğitimleri. Ankara: Gündüz Eğitim ve Yayıncılık.

Ercan, N. (2020). Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin a-didaktik bir ortamda geometri konularında kullandıkları kanıt şemaları (Yayın no.631275) [Yüksek Lisans Tezi, Kastamonu Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Erdem, E. (2011). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin incelenmesi (Yayın no.301094) [Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Erduran, S. (2006). Argumentation in ınitial teacher training: Empowering prospective chemistry teachers with evidence and justification. In I. Eilks & B. Ralle (Eds.), Towards Research-Based Science Teacher Education (pp. 41-52). Shaker Verlag.

Erduran, S., Ardaç, D., & Güzel, B. Y. (2006). Learning to teach argumentation: Case studies of pre-service secondary science teachers. Eurasia Journal Of Mathematics, Science and Technology Education, 2(2), 1-13. https://doi.org/10.12973/ejmste/75442

Erduran, S., Simon, S., & Osborne, J. (2004). Tapping into Argumentation: Developments in the Application of Toulmin's Argument Pattern for Studying Science Discourse. Science Education, 88(6), 915-933. https://doi.org/10.1002/sce.20012

Erduran, S., & Jiménez Aleixandre, M. P. (2007). Argumentation in Science Education: Perspectives from Classroom-Based Research. Springer.

Erez, M. M., & Yerushalmy, M. (2006). "If you can turn a rectangle into a square, you can turn a square into a rectangle..." Young students experience the dragging tool. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 11(3), 271-299. https ://link. Spring er.com/article/10.1007/s10758-006-9106-7

Ergut, G. (2010). Felsefi sorgulama ile birleştirilmiş matematik etkinliklerinin üstün yetenekli öğrencilerin soru sorma becerilerine etkisi (Yayın no.608969 [Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Erkek,Ö., & Işıksal Bostan,M. (2019). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının muhakeme süreçlerine farklı bir bakış: Global argümantasyon yapısı. Eğitim ve Bilim, 44(199),75-101. https://egitimvebilim. ted. org.tr/index. php/EB/article/view/7867

Ersoy, Y. (2003). Teknoloji destekli matematik eğitimi-1: Gelişmeler, politikalar ve stratejiler. İlköğretim Online, 2(1), 18-27. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/429478

Even, R., Karsenty, R., & Friedlander, A. (2009). Mathematical creativity and giftedness in teacher professional development. The Netherlands: Sense Publishers

Fahlberg Stojanovska, L., & Trifunov, Z. (2010). Constructing and exploring triangles with GeoGebra. Annals Computer Science Series, 8(2), 45-54. https:// www.researchgate.net /publication/319186154_Constructing_and_Exploring_Triangles_with_GeoGebra

Feldhusen, J. F. (1986). A new conception of giftedness and programming for the gifted. Illinois Council For The Gifted Journal, 5, 1–5.

Feldhusen, R., & Robinson, N. (1986). Purdue secondary model for gifted and talented youth. In J. S. Renzulli (Ed.), Systems And Models For Developing Programs For The Gifted And Talented (pp. 126-152). Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.

Feldhusen, J., & Treffinger, D. (1985). Creative Thinking & Problem-Solving in Gifted Education (3rd ed.). Dubuque, IA: Kendall/Hunt.

Feldhusen, J., & Kolloff, P. B. (1986). The Purdue three-stage enrichment model for gifted education at the elementary level. In J. S. Renzulli (Ed.), Systems And Models For Developing Programs For The Gifted And Talented (pp. 153-179). Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.

Ford, D. Y. (2011). "Multicultural Gifted Education." Waco, TX: Prufrock Press.

Freiman, V. (2006). Problems to discover and to boost mathematical talent in early grades: A challenging situations approach. The Mathematics Enthusiast, 3(1), 51-75. https:// doi. org/10.54870/1551-3440.1035

Gagné, F. (2007). "Ten Commandments for Academic Talent Development." Gifted Child Quarterly, 51(2), 93-118.

Garofalo, J. (1993). Mathematical problem preferences of meaning-oriented and number-oriented problem solvers. Journal For The Education of The Gifted, 17, 26-40. https :// doi.org/10.1177/016235329301700104

Gavin, M. K., Casa, T. M., Adelson, J. L., Carroll, S. R., Sheffield, L. J., & Spinelli, A. M. (2007). Project M3: Mentoring mathematical minds: Challenging curriculum for talented elementary students. Journal of Advanced Academics, 18, 566–585. https:// gi fted.uconn.edu/wp-content/uploads/sites/961/2015/02/Project_M3.pdf

Genç, G. (2010). Dinamik geometri yazılımı ile 5. sınıf çokgenler ve dörtgenler konularının kavratılması (Yayın No. 312322) [Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

González, G., & Herbst, P. (2006). Competing arguments for the geometry course: Why were American high school students supposed to study geometry in the 20th century? International Journal For The History Of Mathematics Education, 1(1), 7–33.

Gökdere, M. & Küçük, M. (2003). Üstün yetenekli çocukların fen eğitimindeki durum: Bilim sanat merkezleri örneklemi. Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, 3(1), 101-124. https://dergipark.org.tr/tr/pub/tebd/issue/26123/275184

Göktepe Yıldız, S., & Özdemir, A. Ş. (2018). Ortaokul öğrencilerinin matematik öğrenme yaklaşımlarının belirlenmesi. İlköğretim Online, 17(3), 1378-1401. https://doi.Org/10. 17051/ilkonline.2018.466358

Gözütok, D. (2006). Öğretim ilke ve yöntemleri. Ankara: Ekinoks Yayıncılık.

Greenes, C. (1997). Honing the abilities of the mathematically promising. The Mathematics Teacher, 90(7), 582. https://eric.ed.gov/?id=EJ552884

Greenes, C. E., Dacey, L., Cavanagh, M., Findell, C. R., Sheffield, L. J., & Small, M. (2003). Navigating through problem solving and reasoning in prekindergarten-kindergarten. principles and standards for school mathematics navigations series. USA: National Council of Teachers of Mathematics.

Gross, M. U. (2002). Exceptionally gifted children. New York: Routledge.

Gross, M. U. M., Sleap, B., & Pretorius, M. (1999). Gifted Students in Secondary Schools: Differentiating the Curriculum. Sydney: Gifted Education Research, Resource and Information Centre (GERRIC).

Guin, D., & Trouche, L. (2002). Mastering by the teacher of the instrumental genesis in CAS environments: Necessity of instrumental orchestrations. ZDM, 34(5), 204-211. DOI : 10 .1007/BF02655823

Güçyeter, Ş. (2016). Assessment of mathematical giftedness: A new research on psychometric properties of the Similarity and Relation Based Test of Thinking in Math. Paper presented at The 15th International ECHA Conference Talents in Motion, Vienna, Austria.

Güler, G. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının cebir öğrenme alanındaki ispat süreçlerinin incelenmesi (Yayın no.331712) [Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Güneş, K. (2015). Bilim sanat merkezi öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri, matematik dersine yönelik tutumları ve matematik başarılarının incelenmesi (Yayın no.398264) [Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Gürel, E., & Tat,M. (2010). Çoklu zekâ kuramı: Tekli Zekâ anlayışından çoklu zekâ yaklaşımına. Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi, 3(11), 336-356.

Gürhan, S. (2020). 7 ortaokul öğrencilerinin teknoloji destekli ortamda üçgenleri ve dörtgenleri sınıflandırma süreçlerinin enstrümantal yaklaşım çerçevesinde incelenmesi (Yayın no.662270) [Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Güven, B., & Karataş, İ. (2003). Dinamik geometri yazılımı cabri ile geometri öğrenme: Öğrenci görüşleri. The Turkish Online Journal of Educational Technology, 2(2), 67-78. http://tojet.net/articles/v2i2/2210.pdf

Güven, B., & Kösa,T.(2008). The effect of dynamic geometry software on student mathematics teachers' spatial visualization skills. Turkish Online Journal of Educational Technology,7(4),100-107. https://eric.ed.gov/?id=EJ1102930

Han, H. (2007). Middle school students' quadrilateral learning: A comparison study (UMI No. 3273133)[Doctoral dissertation]. ProQuest Dissertations and Theses database.

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. Educational Studies in Mathematics, 44, 5-23. https://link.springer.com/article/10.1023/A:1012737223465

Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. American Mathematical Society, 7, 234-283. https:// math web. Ucsd. edu/ ~hare l/Stu dents %27%20Proof%20Schemes.pdf

Harel, G., & Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. In F. K. Lester Jr. (Ed.), Second Handbook Of Research On Mathematics Teaching And Learning (Vol. 2, pp. 805-842).

Harput, D. (2019). Üstün zekâlı ve normal zekâlı ortaokul öğrencilerinin uzamsal düşünme yeteneklerinin karşılaştırmalı olarak incelenmesi (Yayın no.556288) [Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Healy, L., & Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in algebra. Journal for Research in Mathematics Education, 31(4), 396-428. https://doi.org/10.2307/749651

Heid, M. K ., Hollebrands, K. F., & Iseri, L. (2002). Reasoning and justification with examples from technological environments. Mathematics Teacher, 95(3), 210-216. https:// www. jstor .org/stable/i20870968

Heinze, A., & Reiss, K. (2004). The teaching of proof at the lower secondary level-a video study. ZDM – Mathematics Education,36(3), 98-104. https://link. springer. com/article /10.1007/BF02652777

Henshon, S. E. (2018). Serving the needs of gifted learners around the globe: An interview with Julia Link Roberts. Roeper Review, 40 (1), 4-6. https://eric.ed.gov/?id=EJ1169249

Hersh, R. (1993). Proving is convincing and explaining. Educational Studies in Mathematics, 24(4), 389-399. https://www.jstor.org/stable/3482651

Hertberg Davis, H. (2009). Myth 7: Differentiation in the regular classroom is equivalent to gifted programs and is sufficient: Classroom teachers have the time, the skill, and the will to differentiate adequately. The Gifted Child Quarterly, 53(4), 251. https:// doi.org /10.1177/0016986209346927

Heward, W. L., & Orlansky, M. D. (1980). Exceptional children. USA: Merrill Publishing Company

Hlasny, J. G. (2008). Creativity: A Comparison of Gifted Students. [Doctoral Dissertation]. Capella University.

Hohenshell, L.(2004). Enhancing science literacy though ımplementation of writing- to – learn strategies: Exploratory studies in high school biology. [Doctoral Dissertation]. Iowa State University, USA.

Hohenshell, L. M., & Hand, B. (2006). Writing to learn strategies in secondary school cell biology: A mixed method study. International Journal of Science Education, 28 (23),
261-289.

Hunter, R., & Anthony, G. (2011). Learning to "friendly argue" in a community of mathematical inquiry (Teaching and learning research ınitiative report). Wellington: New Zealand Educational Research Council.

Ilik, Ş. Ş. (2019). Üstün yetenekli öğrencilerin eğitiminde görev yapan öğretmenlerin bireyselleştirilmiş eğitim programları hazırlamaya, uygulamaya ve izlemeye yönelik görüşlerinin değerlendirilmesi. Kastamonu Education Journal, 27(2). https://doi.org/10.24106/kefdergi.2569

İskenderoğlu, T. A. (2003). Farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin matematik problemlerini kanıtlama süreçleri (Yayın no.137767) [Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Janos, P. M., Fung, H. C., & Robinson, N. M. (1985). Self-concept, self-esteem, and peer relations among gifted children who feel "different". Gifted Child Quarterly, 29(2),78–82. https://doi.org/10.1177/001698628502900207

Jimenez Aleixandre, M. P., & Erduran, S. (2007). Argumentation in science education: An overview. In S. Erduran & M. P. Jimenez Aleixandre (Eds.), Argumentation İn Science Education: Perspectives From Classroom-Based Research (pp. 3-28). Holland: Springer.

Jimenez Aleixandre, M., Rodriguez, M., & Duschl, R. A. (2000). 'Doing the lesson' or 'doing science': Argument in high school genetics. Science Education, 84(6), 757- 792.

Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. Educational Studies İn Mathematics, 44(1-2), 55-85.

Johnson, D. T. (2000). Teaching mathematics to gifted students in a mixed-ability classroom. Arlington, VA: The Council for Exceptional Children.

Kabataş Memiş, E. (2017). Argümantasyon uygulamalarına katılan öğretmen adaylarının küçük grup tartışmalarına ilişkin görüşleri. Kastamonu Eğitim Dergisi, 25(5), 20372056. https://search.trdizin.gov.tr/tr/publication/detail/264458

Kağızmanlı, T. B., & Tatar, E. (2016). Using Computer Supported Collaborative Dynamic Learning Environment in the Instruction of Conics-1. International Journal of Educational Studies İn Mathematics, 3(2), 9-30. https ://dergipark .org.tr/en/pub ijesim /issue/33759/373897

Kamer, V. (2014). İnformel mantık açısından 'Akılyürütme' kavramı üzerine bir araştırma (Yayın no.386893) [Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Kaplan, S. N. (2009). The Grid: A model to construct differentiated curriculum for the gifted. In J. S. Renzulli, E. J. Gubbins, K. S. McMillen, R. D. Eckert, & C. A. Little (Eds.), Systems And Models For Developing Programs For The Gifted And Talented (2nd ed., pp. 235–252). Creative Learning Press.

Kaplan, S. N. (1986). The Grid: A Model to Construct Differentiated Curriculum for Gifted. In Systems and Models for Developing Programs for the Gifted and Talented. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.

Kaplan Sayı, A. (2018). Dezavantajlı özel yetenekli çocuklar için zenginleştirilmiş destek eğitim programı projesi katılımcı görüşlerinin incelenmesi. Turkish Studies,13 (4) 749-770. DOI:http://dx.doi.org/10.7827/TurkishStudies.13104

Kaptan, F., & Kuşakçı, F. (2002). Fen öğretiminde beyin fırtınası tekniğinin öğrenci yaratıcılığına etkisi. In V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitapçığı (pp. 16-18), 16-18 Eylül, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Karaaslan, G. (2019). Özel yetenekli öğrencilerin karmaşık sayılar konulu etkinlikler ile üst bilişsel bilgi ve becerilerinin incelenmesi (Yayın no.585389) [Doktora Tezi, Hacattepe Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Karabey, B. (2010). İlköğretimdeki üstün yetenekli öğrencilerin yaratıcı problem çözmeye yönelik erişi düzeylerinin ve kritik düşünme becerilerinin belirlenmesi (Yayın no.265507) [Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Karabulut, R. (2018). İlkokula devam eden üstün yetenekli çocukların problem çözme becerilerine eğitimin etkisinin incelenmesi (Yayın no.526942) [Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Karaduman, G. B. (2010). Üstün yetenekli öğrenciler için uygulanan farklılaştırılmış matematik eğitim programları [Differentiated mathematics education programs for gifted students]. Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi, 13(1), 1-12. https://dergi park.Org. tr/tr/pub/iuhayefd/issue/8794/109899

Karakuş, F., & Baki, A. (2020). From chaotic to order: Using chaos game in mathematics teaching. Turkish Journal of Computer and Mathematics Education. Advanced publication. http://doi.org/10.16949/turkbilmat.541136

Karaoğlu, Ö. 2010. Matematik öğretmen adaylarının anahtar nokta ve fikirlere desteklenmiş ispatları yapabilme performansları (Yayın no. 278074) [Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Karataş, E. (2021). Matematik eğitiminde bir etkinlik örneği: Çevrel üçgenler. The Journal of International Education Science, 8(29), 138-16. DOI:1029228/INESJOURNAL.53840

Kanbur Tekerek, B., & Argün, Z. (2022). Üstün yetenekli öğrencilerin geometri öğrenme alanında akıl yürütme becerilerinin incelenmesi. Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi, 8(2), 306–332. https://dergipark.org.tr/tr/pub/gebd/issue/71501/1113889

Kanevsky, L. (2011). Differential differentiated: What types of differentiation do students want? Gifted Child Quarterly, 55(4), 279-299. DOI: 10.1177/0016986211422098

Kanlı, E. (2008). Fen ve teknoloji öğretiminde probleme dayalı öğrenmenin üstün ve normal zihin düzeyindeki öğrencilerin erişi, yaratıcı düşünme ve motivasyon düzeylerine etkisi (Yayın no.261852) [Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Kanlı, E.(2011). Üstün zekâlı ve yeteneklilerin alan eğitiminde hızlandırma. Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi, 8(2),85-104. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/93137

Kaya, N.G. (2013). Üstün yetenekli öğrencilerin eğitimi ve BİLSEM'ler. Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 15 (1), 115-122. https://dergipark.org.tr/tr/pub/erziefd/ issue /6010/79706

Kaya, O. N., & Kılıç, Z. (2008). Etkin bir fen öğretimi için tartışmacı söylev. Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 9(3), 89-100. https: //dergipark. org.tr/tr/ pub/kefad/issue/59524/855999

Kayral, S. S. (1969). İnsallığın kader çizgisi. İstanbul: M. Sucuoğlu Matbaası.

Kazu, İ.Y., & Şenol, C. (2012). Üstün Yetenekliler eğitim programlarına ilişkin öğretmen görüşleri (BİLSEM örneği). E-İnternational Journal of Educational Research, 3(2), 13-35. http://www.e-ijer.com/tr/pub/issue/8018/105329

Kelly, K.R., & Jordan, L.K. (1991). Effects of academic achievement and gender on academic and social self-concept: A replication study. Journal of Counseling And Development, 69 (2), 173-177. https://eric.ed.gov/?id=EJ424088

Kelly, G. J., & Takao, A. (2002). Epistemic levels in argument: An analysis of university oceanography students' use of evidence in writing. Science Education, 86(3), 314-342.

Kennedy Clark, S. (2013). Research by design: Design-based research and the higher degree research student. Journal of Learning Design, 6(2), 26-32.

Keskin, M., & Tapan Broutin, M. S. (2019). Akıllı tahta ortamında uygulanan çember ders modülüne ilişkin öğrenci görüşlerinin incelenmesi. Electronic Turkish Studies, 14(4), 2495-2514. http://dx.doi.org/10.29228/TurkishStudies.22883

Kettler, T. (2014). Critical thinking skills among elementary school students: comparing identified gifted and general education student performance. Gifted Child Quarterly, 58(2), 127-136. https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0016986214522508

Keys, C. W. (2000). Investigating the thinking processes of eighth-grade writers during the composition of a scientific laboratory report. Journal of Research in Science Teaching, 37(7), 676-690. DOI: 10.1002/1098-2736(200009)37:7<676::AID-TEA4>3.0.CO;2-6

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics. Washington, D.C.: National Academies Press.

Kind, P. M., Kind, V., Hofstein, A., & Wilson, J. (2011). Peer argumentation in the school science laboratory: Exploring effects of task features. International Journal of Science Education, 33(18), 2527-2558. https://doi.org/10.1080/09500693.2010.550952

Knuth, E. J., & Sutherland, J. (2004). Student understanding of generality. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education October 2004. Toronto, Ontario, Canada, 562.

Kocasaraç, H. (2003). Bilgisayarların öğretim alanında kullanımına ilişkin öğretmen yeterlilikleri. The Turkish Online Journal of Educational Technology, 2(3),77-85. http://www.tojet.net/articles/v2i3/2310.pdf

Koçyiğit, N. (2015). Üstün zekâlı ve normal zekâlı ortaokul öğrencilerinin problem çözme yaklaşımlarının karşılaştırmalı olarak incelenmesi (Yayın no.418049) [Doktora Tezi, Erciyes Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Kolitch, E. R., & Brody, L. E. (1992). Mathematics acceleration of highly talented students: An evaluation. Gifted Child Quarterly, 36(2), 78–86. https:/ /doi.org/10.1177/001698629203600205

Kontaş, H. (2009). Bilsem öğretmenlerinin program geliştirme ihtiyaçlarına ilişkin geliştirilen programın etkililiği (Yayın no.257616) [Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Kök, B. (2012). Üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilerde farklılaştırılmış geometri öğretiminin yaratıcılığa, uzamsal yeteneğe ve başarıya etkisi (Yayın no.314714) [Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Köse, N. Y. , & A. Özdaş (2009). İlköğretim 5. sınıf öğrencileri geometrik şekillerdeki simetri doğrularını Cabri geometri yazılımı yardımıyla nasıl belirliyorlar? İlköğretim-Online, 8(1), 159-175. https://dergipark.org.tr/tr/pub/ilkonline/issue/8599/107058

Kirk.S., Gallagher .J., & Coleman,M.R. (2017). Özel gereksinimli çocukların eğitimi. Nobel Yayıncılık.

Kubat, U. (2015). Beşinci sınıf fen bilimleri öğretim programı kazanımlarının öğretmen görüşlerine göre değerlendirilmesi (Yayın no.412178) [Yüksek Lisans Tezi, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Kurnaz, A., Tüybek, C., & Taşkesen, S. (2009). Sınıf öğretmenlerinin üstün yetenekli öğrencilere ilişkin görüş ve uygulamaları. In Üstün Yetenekli Çocuklar Ulusal Kongresinde (Ed.), Sunulan bildiri (ss. 81). 25-27 Mart 2009, Eskişehir, Türkiye: Anadolu Üniversitesi.

Kuşdemir Kayıran, B., & Özyurt, M. (2020). Sınıf öğretmenlerinin özel alan yeterliklerini kazanma durumlarının öğretmenlik eğitimlerine ve mesleki deneyimlerine göre incelenmesi. Kalem Uluslararası Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi, 10(1), 337-363.

Kurtdede Fidan, N. (2008). İlköğretimde araç gereç kullanımına ilişkin öğretmen görüşleri. Kuramsal Eğitim Bilim Dergisi, 1(1), 48-61. https:// acikerisim. aku.edu.tr /xmlui /handle 11630/4486

Kutluca, T., & Zengin, Y. (2011). Matematik öğretiminde Geogebra kullanımı hakkında öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 17,160-172. https://dergipark. org.tr/en/pub/zgefd/issue/47948/ 606660

Kuzgun, Y. (2004). Eğitide bireysel farklılıklar. In Y. Kuzgun & D. Deryakulu (Eds.), Zekâ Ve Yetenek (pp. 13-71). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Kuzu, A., Çankaya, S., & Misirli, Z. A. (2011). Tasarım tabanlı araştırma ve öğrenme ortamlarının tasarımı ve geliştirilmesinde kullanımı. Anadolu Journal of Educational Sciences International, 1(1), 19-35. https:// dergipark. org.tr/tr /pub/ ajesi/ issue/ 15 25 /18728

Küçük Demir, B. & İşleyen, T. (2019). Argümantasyon tabanlı bilim öğrenme yaklaşımının öğrencilerin matematik başarılarına etkisi. Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16(1), 1084-1109.

Küçük, H., & Aycan, H. (2014). 2007-2012 yılları arasında bilimsel tartışma üzerine gerçekleştirilmiş açık erişim araştırmaların bir incelemesi. Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1(1). https://doi.org/10.21666/mskuefd.05345

Lai, K., & White, T. (2012). Exploring quadrilaterals in a small group computing environment. Computers & Education, 59(3), 963-973. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.04.006

Laine, S., & Tirri, K. (2015). How Finnish elementary school teachers meet the needs of their gifted students. High Ability Studies, 27 (2), 149-164. https://doi.org/10.1080/1359 8139.2015.1108185

Lee, K. H. (2005). Mathematically gifted students' geometrical reasoning and informal proof. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings Of The 29th Conference Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education, Vol. 3 (pp. 241-248). Melbourne, Australia: PME.

Lee, T. N. (2015). Developing a theoretical framework to assess taiwanese primary students' geometric argumentation. In M. Marshman, V. Geiger & A. Bennison (Eds.), Mathematics Education İn The Margins (Proceedings Of The 38th Annual Conference Of The Mathematics Education Research Group Of Australasia), pp. 365–372. Sunshine Coast: MERGA.

Leikin, R. (2010). Teaching mathematically gifted. Gifted Education International, 27, 161-175. https://doi.org/10.1177/026142941002700206

Leung, I. K. (2008). Teaching and learning of inclusive and transitive properties among 461 quadrilaterals by deductive reasoning with the aid of SmartBoard. ZDM Mathematics Education, 40(6), 1007-1021.

Levent, F. (2011). Üstün Yetenekli Çocukların Hakları. İstanbul: Çocuk Vakfı Yayınları.

Levent, F. (2014). Üstün Yetenekli çocukları anlamak. İstanbul: Nobel Yayıncılık.

Levine, E. S., & Tucker, S. (1986). Emotional needs of gifted children: A primary, phenomenological view. The Creative Child and Adult Quarterly, 11(3), 156-165. https://eric.ed.gov/?id=EJ349292

Levy, H. M. (2008). Meeting the needs of all students through differentiated instruction: Helping every child reach and exceed standards. The Clearing House, 82, 161-164.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1986). But is it rigorous? Trustworthiness and authenticity in naturalistic evaluation. New Directions For Evaluation, (30), 73-84.

Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving. Educational Studies in Mathematics, 41, 165- 190.

Maher, C. A. (1998). Kommunikation och konstruktivistisk undervisning. In Arne Engrstom (Ed.), Matematik Och Reflektion (pp. 1–25). Lund, Sweden: Studenlitteratur.

Masole, T. M. (2011). Enhancing the quality of performance assessment in agriculture in Botswana schools (Master's thesis). University of Pretoria.

Maker, C. J. (1997). Dıscover: Problem Solving Assessment. Quest, 8(1), 3–9.

Marrades, R., & Gutierrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. Educational Studies in Mathematics, 44, 87-125.

Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), Handbook Of Research On The Psychology Of Mathematics Education (pp. 173–203). Rotterdam, UK: Sense.

Mata Pereira, J., & da Ponte, J. P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: Teacher actions facilitating generalization and justification. Educational Studies in Mathematics, 96(2), 169–186. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9773-4

McKenney, S., Nieveen, N., & Van den Akker, J. (2006). Design-based research from the curriculum perspective. In J. Van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Eds.), Educational Design-Based Research (pp. 67-90). London: Routledge.

McKenney, S., & Reeves, T. C. (2013). Systematic review of design-based research progress: Is a little knowledge a dangerous thing? Educational Researcher, 42(2), 97-100.

Millî Eğitim Bakanlığı, (2004). İlköğretim matematik dersi öğretim programı. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.

MEGEP. (2007). Çocuk gelişimi ve eğitimi üstün zekâ ve özel yetenekli çocuklar. Ankara: MEB Yayınları.

Meral, E., & Akbaş, Y. (2021). Argümantasyon temelli öğretim yaklaşımı. In S. Polat & B. Aksoy (Eds.), Kuramdan Uygulamaya Sosyal Bilgiler Öğretiminde Çağdaş Öğrenme Ve Öğretme Yaklaşımları (ss. 21-42). Pegem Akademi Yayıncılık.

Mercan, E. (2015). Fonksiyonlar konusunun öğretiminde argümantasyon tabanlı öğrenme yaklaşımının etkisinin farklı değişkenler açısından incelenmesi (Yayın no.418246) [Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Meşin, D. (2008). Yenilenen altıncı sınıf matematik öğretim programının uygulanması sürecinde öğretmenlerin karşılaştıkları sorunlar (Yayın No. 228747) [Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Millî Eğitim Bakanlığı. (2005). Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu (5-8. sınıflar). MEB: Ankara.

Mejia Ramos, J. P., & Inglis, M. (2008). What are the argumentative activities associated with proof? Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 28(2),67-72.

Miller, G. (1990). The assessment of clinical skills/competence/performance. Academic Medicine, 65, 63-67. http://dx.doi.org/10.1097/00001888-199009000-00045

Milli Eğitim Bakanlığı. (2013). Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı. Ankara: MEB Yayınları.

Milli Eğitim Bakanlığı .(2013). Ortaokul matematik dersi öğretim programı (5, 6, 7 ve 8. sınıflar). Ankara: MEB Yayınları.

Millî Eğitim Bakanlığı. (2015). Millî Eğitim Bakanlığı bilim ve sanat merkezleri yönergesi. Ankara

Millî Eğitim Bakanlığı .(2017). Matematik dersi öğretim programı. 1-8. sınıflar. Ankara.

Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). Millî Eğitim Bakanlığı ilköğretim kurumları (ilkokullar ve ortaokullar) matematik öğretim programı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu.

Miri, B., David, B. C., & Uri, Z. (2007). Purposely teaching for the promotion of higher-order thinking skills: A case of critical thinking. Research İn Science Education, 37(4), 353–369. https://doi.org/10.1007/s11165-006-9029-2

Miyazaki, M. (2000). Levels of proof in lower secondary school mathematics. Educational Studies in Mathematics, 41(1), 47-68.

Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. Educational Studies in Mathematics, 27, 249-266.

Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E., & Yeşildere, S. 2006. Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri. Kastamonu Eğitim Dergisi, 14(1): 147-160. https://dergipark.org.tr/tr/pub/kefdergi/issue/49106/626665

Mutluoğlu, A. (2019). 6. sınıf matematik dersi geometri ve ölçme öğrenme alanında geliştirilen bir sanal manipülatif takımının (matmap) öğrencilerin akademik başarılarına, geometriye yönelik tutumlarına ve geometrik muhakeme süreçlerine etkisi (Yayın no.559767) [Doktora Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Nasibov,F., & Kaçar,A.(2005).Matematik ve matematik eğitimi hakkında.Kastamonu Eğitim Dergisi,13(2),339-346. https://search.trdizin.gov.tr/tr/yayin/detay/117139/

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.

Naylor, S., Keogh, B., & Downing, B. (2007). Argumentation and primary science. Research in Science Education, 37, 17-39.

Nemutlu İnanır, Ş.(2019). Üstün yetenekli öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi (Yayın no.582917) [Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

New South Wales Department Of Education And Training. (2004). Policy and Implementation Strategies for the Education of Gifted and Talented Students: Support Package. Curriculum Differentiation. Retrieved from https://newcastleearlycareerteachers.files.wordpress.com/2013/05/polsuppcd.pdf.

Nicolopoulou, A. (2004). Oyun, bilişsel gelişim ve toplumsal dünya: Piaget, Vygotsky ve sonrası. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 37(2), 137-169.

Okumuş, S. (2011). Dinamik geometri ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma becerilerine etkilerinin incelenmesi (Yayın no.300408) [Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Okuyucu, Ü. (2019). Ortaokul düzeyinde hacim kavramına giriş: Somut materyal destekli bir öğretim örneği (Yayın no.543310) [Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Olkun, S., & Toluk, T. U. (2006). İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar. Ekinoks Yayınları.

Orbeyi, S. (2007). İlköğretim matematik dersi öğretim programının öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirilmesi (Yayın No. 204891) [Yüksek Lisans Tezi, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Öksüz, C. (2010). Seventh Grade Gifted Students' Misconceptions on "Point, Line and Plane" Concepts. Elementary Education Online, 9(2), 508–525.

Önal, N. (2017). Use of interactive whiteboard in the mathematics classroom: Students' perceptions within the framework of the Technology Acceptance Model. International Journal of Instruction, 10(4), 67-86. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1163267.pdf

Özdemir, D. (2016). Beşinci ve altıncı sınıf matematikte üstün yetenekli öğrencilere yönelik farklılaştırılmış etkinliklerin tasarlanması ve geliştirilmesi (Yayın no.439228) [Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Özen, D. (2009). İlköğretim 7. sınıf geometri öğretiminde dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin erişi düzeylerine etkisi ve öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi (Yayın no.239357) [Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Özer, M. (2020). Bilsem proje sürecinin işbirlikli problem çözme açısından değerlendirilmesi: bir acemi - deneyimli karşılaştırması (Yayın no.646397) [Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Özbay, Y. (2013). Üstün yetenekli çocuklar ve aileleri. Ankara: T.C. Aile ve Sosyal Politikalar Bakanlığı.

Özçakır, B. (2013). The effects of mathematics instruction supported by dynamic geometry activities on seventh grade students achievement in area of quadrilaterals (Yayın no.345124) [Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Özçakır Sümen, Ö. (2022). Using Dynamic Geometry Software in visualization of fourth-grade geometry objectives. Sivas Cumhuriyet University Educational Sciences Institute Journal, 1(1), 10-18. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/2305400

Özçakır, B., Özdemir, D., & Kıymaz, Y. (2020). Effects of dynamic geometry software on students' geometric thinking regarding probability of giftedness in mathematics. International Journal of Contemporary Educational Research, 7(2), 48-61. https://doi.org/10.33200/ijcer.664985

Özçelik, D. (2017). Üstün yetenekli öğrencilere yönelik geliştirilen farklılaştırılmış matematik dersi öğretim programının etkililiği (Yayın no.484072) [Doktora Tezi, Hacattepe Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Özdağ. Ü. (2014). İstihbarat teorisi. Ankara: Kripto Kitaplar Puplishing House.

Ozdem, Y., Ertepinar, H., Cakiroglu, J., & Erduran, S. (2013). The nature of pre-service science teachers' argumentationin inquiry-oriented laboratory context. International Journal of Science Education, 35(15), 2559–2586.

Özkan, D. (2009). Yönetici, öğretmen veli ve öğrenci görüşlerine göre bilim ve sanat merkezlerinin örgütsel etkililiği (Yayın no.290573) [Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Özlem, D. (2004). Mantık klasik/sembolik mantık, mantık felsefesi. (7. Baskı). Ankara: İnkılap.

Özmen, A. (2020). Geometri öğretimine teknolojinin entegrasyonu: Ortaöğretim öğrencileri ile tasarım tabanlı bir araştırma (Yayın no.635712) [Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Özsoy, Y. , Özyürek, M., & Eripek, S. (1998). Özel eğitime muhtaç çocuklar "özel eğitime giriş". Ankara: Karatepe Yayınları.

Öztelli Ünal, D. (2010). Matematikte üstün yetenekli Türk öğrencilerin rutin olmayan problem çözme süreçleri (Yayın no.603294) [Doktora Tezi, Boğaziçi Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Öztürk, M., Akkan, Y., & Kaplan, A. (2017). Üstün yetenekli lise öğrencilerinin ispatla ilgili kavramlara yönelik bilgi ve farkındalıklarının incelenmesi. Üstün Zekâlılar Eğitimi ve Yaratıcılık Dergisi, 4(2), 19-35. https://dergipark. org.tr/tr/pub /jgedc/issue/ 38702/ 449 431

Öztürk, M. ve Kaplan, A. (2019). Cebirsel ispat yapma sürecinin bilişsel açıdan incelenmesi: Bir karma yöntem araştırması. Eğitim ve Bilim, 44(197), 25-64. https://doi.org/10.15390/EB.2018.7504

Özyaprak, M. (2012). Üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilere yönelik farklılaştırılmış matematik öğretiminin erişi, tutum ve yaratıcılığa etkisi (Yayın no.377555) [Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Panorkou, N., & Pratt, D. (2011). Using Google SketchUp to research children's experience of dimension. In B. Ubuz (Ed.), Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 337–344). Ankara, Turkey: PME.

Pappas, T. (2003). Yaşayan matematik. (Çev. Silier Y.). Ankara: Doruk Yayınları.

Patokorpi, E.(2006). Abductive reasoning and ıct enhanced learning: towards the epistemology of digital nomads. The Information Society: Emerging Landscapes,101-117.

Patton, M. Q. (2002). Qualitative research and evaluation methods (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analyzed? .Educational Studies in Mathematics, 66, 23-41.

Pesen, M. (2018). An examination of the proof and argumentation skills of eighth-grade students (Yayın no.528226) [Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Plomp, T., & Nieveen, N. (2013). Introduction to the collection of illustrative cases of educational design research. In T. Plomp & N. Nieveen (Eds.), Educational Design Research – Part B: Illustrative Cases (pp. V-XX). Enschede, the Netherlands: SLO

Polaki, M. V. (2002). Using instruction to identify key features of Basotho elementary students' growth in probabilistic thinking. Mathematical Thinking and Learning, 4, 285-313. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0404_01

Polat, S. (2013). Origami ile matematik öğretimi. Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 10(21), 15– 27.

Polat, K. (2018). Alternatif bir ispat yöntemi olarak sözsüz ispatlar: Lise öğrencilerinin ispat yapabilme becerilerinin incelenmesi (Yayın no.503666) [Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Polat, K., & Akgün, L. 2016. Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının ispat kavramına ve ispat yapmanın zorluklarına yönelik görüşleri. The Journal of Academic Social Science Studies, 43, 423-438.

Porter, L. (2005). Gifted Young Children (2nd ed.). Buckhingham: Open University Press.

Powers, E. A. (2008). The use of independent study as a viable differentiation technique for gifted learners in the regular classroom. Gifted Child Today, 31(3), 57-65.

Prater, M. A. (2006). Teaching Strategies for Students with Mild to Moderate Disabilities. New Jersey: Pearson Allyn & Bacon.

Ravenna, G. (2008). Factors ınfluencing gifted students' preferences for models of teaching. Southern California: University of Southern California.

Renzulli, J. S. (1986). The three ring conception of giftedness: a developmental model of creative productivity. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), Conceptions Of Giftedness (pp. 53-92). Cambridge University Press.

Renzulli, J. S. (1977). The Enrichment Triad Model: A Guide for Developing Defensible Programs for the Gifted. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.

Renzulli, J. S. (1978). What makes giftedness? Re-examining a definition. Phi Delta Kappan, 60, 180-184.

Renzulli, J. S. (2005). The three-ring conception of giftedness: A developmental model for promoting creative productivity. In R. J. Sternberg, & J. E. Davidson (Eds.), Conceptions Of Giftedness (pp. 246-279). New York: Cambridge University Press. http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511610455.015

Renzulli, J. S., Reis, S. M., & Smith, L. H. (1981). Döner Kapı Tanımlama Modeli. Mansfield Center, CT: Yaratıcı Öğrenme Basını.

Renzulli, J. S., & Reis, S. M. (2004). Curriculum compacting: A research-based differentiation strategy for culturally diverse talented students. In D. Boothe, & J. C. Stanley (Eds.), In The Eyes Of The Beholder: Critical İssues For Diversity İn Gifted Education (pp. 87–100). Prufrock Press.

Renzulli, J. S., & Reis, S. M. (2014). "The Schoolwide Enrichment Model: A How-To Guide for Talent Development." Waco, TX: Prufrock Press.

Renzulli, J. S., & Smith, L. H. (1978). Kompaktör. Mansfield Center, CT: Yaratıcı Öğrenme Basını.

Regina, M. M. (2000, Summer). Enhancing Geometric Reasoning. Look Smart Find Articles, Online.

Reis, S. M. (2003). "Talent Development and the Pursuit of Personal Excellence." Phi Delta Kappan, 84(8), 658-664.

Reis, S. M., & Renzulli, J. S. (2010). Is there still a need for gifted education? An examination of current research. Learning and Individual Differences, 20(4), 308–317. DOI:10.1016/j.lindif.2009.10.012

Renzulli, J. S. (1976). The enrichment triad model: A guide for developing defensible programs for the gifted and talented. Gifted Child Quarterly, 20, 303-326.

Renzulli, J. S. (2005). The three-ring conception of giftedness: A developmental model for promoting creative productivity. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), Conceptions Of Giftedness (pp. 246-280). Cambridge University Press.

Renzulli, J. S., & Reis, S. M. (1997). The schoolwide enrichment model: A how to guide for educational excellence (2nd ed). Prufrock Press

Roberts, J. L., & Inman, T. F. (2009). Strategies for differentiating instruction: Best practices for the classroom (2nd ed.). Prufrock Press.

Robinson, A., & Moon, S. M. (2003). A national study of local and state advocacy in gifted education. Gifted Child Quarterly, 47(1), 8-25. https://doi.org/10.1177/001698620304700103

Rogers, J. A. (1998). Refocusing the Lens: Using Observation to Assess and Identify Gifted Learners. Gifted Education International, 12, 129–144.

Rogers, K. B. (2007). Lessons learned about educating the gifted and talented: A synthesis of the research on educational practice. Gifted Child Quarterly. 51 (4). 382–396.

Ross, K. A. (1998). Doing and proving: The place of algorithms and proofs in school mathematics. The American Mathematical Monthly, 105(3), 252-255.

Rotigel, J. V., & Fello, S. (2004). Mathematically gifted students: How can we meet their needs? Gifted Child Today, 27(4), 46- 51. https://doi.org/10.4219/gct-2004-150

Rudd, M. D., Joiner, T., & Rajab, M. H. (2001). Treating suicidal behavior: An effective, time-limited approach. Guilford Press.

Sak, U. (2009). Üstün yetenekliler eğitim programları. Ankara: Maya Akademi.

Sak, U. (2011). Üstün zekâlılar: Özellikleri, tanılanmaları, eğitimleri. Ankara: Maya Akademi Yayınları.

Sak, U. (2012). Üstün zekâlılar. Ankara: Vize Yayıncılık.

Sak, U. (2013). Üstün zekâlılar. Ankara: Vize Yayıncılık.

Sak, U. (2014). Üstün zekâlılar (2nd ed.). Ankara: Vize Basım Yayın.

Sak, U. (2017). Üstün zekâlılar özellikleri tanımlamaları eğitimleri. Vize Yayıncılık, Ankara

Sak, U., & Karabacak, F. (2010). What research says about the Education Programs for Talented Students (EPTS). 12th ECHA Conference, Paris, France.

Sak, U., Karabacak, F., Kılıç, A., & Öksüz, C. (2010). Proje MBE3: Üstün Zekâlı Öğrencilerin Tanılanmasında ve Eğitimlerinde Üçlü Matematiksel ve Bilimsel Tanılama ve Öğretim Yetenek Modeli. 107K059 Nolu Proje Sonuç Raporu, Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma Grubu, TÜBİTAK, Ankara.

Sampson, V., & Clark, D. B. (2008). Assessment of the ways students generate arguments in science education: Current perspectives and recommendations for future directions. Science Education, 92, 447-472.

Saranlı, A. G., & Metin, N. (2012). Üstün yetenekli çocuklarda gözlenen sosyal duygusal sorunlar. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 45 (1),139-163. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/508764

Scher, D. (2005). Square or not? Assessing constructions in an interactive geometry software environment. In W. J. Masalaski & P. C. Elliott (Eds.), Technology Supported Mathematics Learning Environments (pp. 113-124). Virginia: NCTM.

Schoenfeld, A. H. (2009). Series editor's foreword: The soul of mathematics. In D. Stylianou, M. Blanton, & E. Knuth (Eds.), Teaching and learning proof across the grades: A K-16 perspective (pp. xii-xvi). New York, NY: Routledge.

Schwarz, B. B., & Asterhan, C. S. C. (2010). Argumentation and reasoning. In K. Littleton, C. Wood & J. Kleine Staarman (Eds.), International Handbook Of Psychology İn Education (pp. 137–176). Bradford: Emerald Group.

Schwarz, B. B., Neuman, Y., Gil, J., & Ilya, M. (2003). Construction of collective and individual knowledge in argumentative activity: An empirical study. The Journal of the Learning Sciences, 12(2),219-256.

Selden, J., & Selden, A. (1995). Unpacking the logic of mathematical statements. Educational Studies in Mathematics, 29(2), 123-151.

Sezginsoy, B. (2007). Bilim ve sanat merkezi uygulamalarının değerlendirilmesi (Yayın No. 206477) [Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Sıdar, R. (2011). Bilim sanat merkezinde okuyan öğrencelerin yaratıcılıklarının problem çözme becerilerine etkisi (Yayın no.277430) [Yüksek Lisans Tezi, Niğde Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Siegle, D. (2004). Identifying students with gifts and talents in technology. Gifted Child Today, 27(4), 30-33. https://doi.org/10.4219/gct-2004-146

Silverman, L. K. (2012). "Giftedness 101." New York, NY: Springer Publishing Company.

Silverman, L. K. (1993). "Counseling the Gifted and Talented." Denver, CO: Love Publishing.

Simon, S. (2008). Using Toulmin's argument pattern in the evaluation of argumentation in school science. International Journal of Research & Method in Education, 31(3), 277-289. doi:10.1080/17437270802417176.

Simosi, M. (2003). Using Toulmin's framework for the analysis of everyday argumentation: Some methodological considerations. Argumentation, 17(2), 185-202.

Sisk, D. (1987). Creative teaching of the gifted. New York: McGraw-HillBook Company.

Sousa, D. A. (2003). How the gifted brain learns. California: Corwin Press.

Soysal, Y. (2012). Sosyobilimsel argümantasyon kalitesine alan bilgisi düzeyinin etkisi: Genetiği değiştirilmiş organizmalar (Yayın no.319977) [Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. The Mathematics Educator, 14(1), 19–34. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ848493.pdf

Sriraman, B. (2004). Gifted ninth graders' notion of proof: Investigating parallels in approaches of mathematically gifted students and professional mathematicians. Journal for the Education of the Gifted, 27(4), 267-292. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ682719.pdf

Sriraman, B. (2005). Are giftedness and creativity synonyms in mathematics? Journal of Secondary Gifted Education, 17(1), 20-36.

Sriraman, B., & Sondergaard, B. D. (2009). On bringing interdisciplinary ideas to gifted education. In L. V. Shavinina (Ed.), International Handbook On Giftedness (pp. 1235-1256). Springer.

Sternberg, R. J. (2005). The triarchic theory of successful intelligence. In D. P. Flanagan, J. L. Genshaft, and P. L. Harrison (Eds.), Contemporary Intellectual Assessment: Theories, Tests, And Issues (pp. 103-120). New York: The Guilford Press.

Sternberg, R. J. (1999). A Triarchic Approach to the Understanding and Assessment of Intelligence in Multicultural Populations. Journal of School Psychology, 37, 145–159.

Sternberg, R., & Davidson, J. E. (Eds.). (2005). Conceptions of Giftedness. New York: Cambridge University Press.

Stuart, T., &Beste, A.(2008).Farklı olduğunu biliyordum, üstün yeteneklileri anlayabilmek. A. Gönenli (Çev.).Ankara: Kök Yayıncılık.

Strausova, I., & Hasek, R. (2012). Dynamic visual proofs using DGS. The Electronic Journal of Mathematics and Technology, 7(2), 130-143. https://journal.ph-noe. ac. at /index. php/resource/article/view/84

Stylianides, A. J. (2007). Introducing young children to the role of assumptions in proving. Mathematical Thinking and Learning, 9(4), 361–385.

Stylianides, G. J. (2008). An analytic framework of reasoning-and-proving. For the Learning of Mathematics, 28(1), 9-16.

Stylianides, G.J., Stylianides, A.J., & Philippou, G.N. (2007). Preservice teachers' knowledge of proof by mathematical induction. J Math Teacher Educ. 10:145–166

Subban, P.(2006). Differentiated Instruction: A Research Basis. International Education Journal, 7(7), 935-947.

Summak, S.M., & Şahin, Ç.Ç. (2013). Bilim ve Sanat Merkezi müdürlerinin öğretimsel lider olarak öğretimsel uygulamalar hakkındaki görüşlerinin incelenmesi. Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9(2), 1-14.

Şahin Doğruer, S., & Akyüz, D. (2020). Mathematical practices of eighth graders about 3D shapes in an argumentation, technology, and design-based classroom environment. International Journal of Science and Mathematics Education, 18(8), 1485–1505.

Şahin, Z., & Keşan, C. (2020). Geometri öğretiminde kavram karikatürü kullanımı üzerine: Ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik tutumlarının incelenmesi. International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE), 9(4), 10-31.

Şekerci, H. (2021). Kavram haritaları öğretimin yedinci sınıf öğrencileri çokgenler konusundaki başarısına ve ilişkilendirme becerisine etkisi (Yayın no.665991) [Yüksek Lisans Tezi, Hacattepe Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Şengil, Ş., Sak, U., & Türkan, Y. (2009). Matematiksel Üretkenlik Testi (MÜT). Sözlü Bildiri. XVIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı, İzmir.

Şenol, C. (2011). Üstün yetenekliler eğitim programlarına ilişkin öğretmen görüşleri (Yayın no.289684) [Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Şimşekler, Z.H. (2017). Özel yetenekli çocuklarda matematiksel soyutlama (Yayın no.487363) [Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Takunyacı, M. (2022). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin geometri başarısında bilgisayar destekli öğretimin etkisi (Yayın no.512614) [Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Talas, S., Talas, Y., & Sönmez, A. (2013). Bilim sanat merkezlerine devam eden üstün yetenekli öğrencilerin okullarında yaşadıkları problemler. Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2013 (1), 42-50. https:// dergipa rk.org.tr /tr/pub /goputeb /issue/ 73 23/95837

Tannenbaum, A. J. (2003). Nature and nurture of giftedness. In N. Colangelo & G. A. Davis (Eds.), Handbook Of Gifted Education (3rd ed., pp. 45–59). Boston, MA: Pearson Education.

Tannenbaum, J. A. (1983). Gifted Children: Psychological and Educational Perspectives. New York, USA.

Tantay, Ş. (2010). Özel veya üstün yetenekli çocuklara eğitim veren okul ve merkezlerin incelenmesi (Yayın No. 278746) [Yüksek Lisans Tezi, Maltepe Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Taş, N. (2018). Farklılaştırılmış bilgisayar destekli matematik etkinliklerinin üstün yeteneklilerin bilgi işlemsel düşünme özyeterlikleri ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi (Yayın no.512614) [Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Taş, S. (2022). Addıe tasarım modeline göre 7. sınıf matematik dersi geometri ve ölçme öğrenme alanında öğrenme ortamının tasarlanması (Yayın no.715546) [Doktora Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Taşkın, D. (2016). Üstün yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematikte yaratıcılıklarının incelenmesi: bir özel durum çalışması (Yayın no.448308) [Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Tataroğlu, B. (2009). Matematik öğretiminde akıllı tahta kullanımının 10. sınıf öğrencilerinin akademik başarıları, matematik dersine karşı tutumları ve öz-yeterlik düzeylerine etkileri (Yayın no.239335) [Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Tekbaş, D. 2004. Kaynaştırma ortamında üstün zekâlı çocuğa uygulanan zenginleştirme programı hakkında örnek olay incelemesi ve programın etkililiğine ilişkin bir araştırma (Yayın no.145079) [Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Tekin Dede, A. (2018). Matematik eğitimi alanındaki ortaklaşa argümantasyon çalışmalarının incelenmesi. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 9(3), 636-661.

Tertemiz, N. I., Doğan, A., & Karakaş, H. (2017). 4. Sınıf Üstün Yetenekli Öğrenciler ile Başarılı Akranlarının Problem Çözme Stratejilerinin Karşılaştırılması. Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretim Çalışmaları Dergisi, 7(13), 161-188.

Thurston, W. P. (1995). On proof and progress in mathematics. For The Learning Of Mathematics, 15(1), 29-37.

Tolppanen, S., & Tirri, K. (2014). How an enrichment summer program is meeting the expectations of gifted science students: A Case Study from Finland. International Journal for Talent Development and Creativity, 2(1), 103-115.

Tomlinson, C. A. (2001). How to Differentiate Instruction in Mixed Ability Classrooms. Alexandria: Association for Supervision and Curriculum Development.

Tomlinson, C. A. (1999). The Differentiated Classroom: Responding to the Needs of All Learners. Alexandria: Association for Supervision and Curriculum Development.

Tomlinson, C. A., Kaplan, S. N., Renzulli, J. S., Purcell, J. H., Leppien, J. H., Burns, D. E., & Imbeau, M. B. (2017). Koşut eğitim programı (M. A. Sözer ve S. Emir, Çev.). Ankara: Pegem Akademi.

Topçu. M. S. (2008). Fen Öğretmen Adaylarının sosyobilimsel konular hakkındaki kritik düşünme yetenekleri ve bu yetenekleri etkileyen faktörler (Yayın no.228430) [Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Topuz, F., & Birgin, O. (2020). Yedinci sınıf "çember ve daire" konusunda yoğun Geogebra destekli öğretim materyaline ve öğrenme ortamına ilişkin öğrenci görüşü. Bilgisayar ve Eğitim Araştırmaları Dergisi, 8(15), 1-27.

Topuz, F., & Cantürk Günhan, B. (2021). Sekizinci sınıf öğrencilerinin ortaklaşa argümantasyon süreçlerinin geogebra destekli etkinlik ile incelenmesi: geometrik cisimler örneği. Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (59), 368-389.

Tortop, H. S. (2015). A comparison of gifted and non-gifted students' self-regulation skills for science learning. Journal for the Education of Gifted Young Scientists, 3(1), 42-57.

Tortop, H. S. (2016). Üstün zekâlılar eğitiminde farklılaştırılmış müfredat modelleri. Düzce: Genç Bilge Yayıncılık.

Toulmin, S. E. (1958). The uses of argument. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Toulmin, S. E. (2003). The uses of argument (Updated ed.). New York, NY: Cambridge University Press.

Turan, İ. (2019). Matematik akademik başarısı yüksek ortaokul öğrencilerinin ve matematik öğretmenlerinin ispat yapabilme becerilerinin ve argüman tercihlerinin incelenmesi (Yayın no.587913) [Yüksek Lisans Tezi, Gaziosmanpaşa Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Turgut, M., Cantürk Günhan, B., & Yılmaz, S. (2009). Uzamsal yetenek hakkında bir bilgi seviyesi incelenmesi. E-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences, 4(2), 317-326.

Tutak, T., Türkdogan, A., & Birgin, O . (2009). The effect of geometry teachıng wıth cabrı to learnıng levels of forth grade students. E-Journal Of New World Sciences Academy Physical Sciences, 4 (2) , 26- 35.

Türkan, Y. (2010). Matematiksel üretkenlik testi'nin psikometrik özelliklerinin ilköğretim 6., 7. ve 8. sınıflar düzeyinde incelenmesi (Yayın no.263145) [Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Uçar, F.M., & Uçar,M.B., & Çalışkan,M. (2017). Investigation of gifted students' problem-solving skills. Journal for the Education of Gifted Young Scientists, 5(3), 1–14.

Uğurel, I. (2020). İspatın sahip olduğu roller ve işlevler. In I. Uğurel (Ed.), Matematiksel İspat Ve Öğretimi (6. bs., ss. 113-146). Ankara: Anı Yayıncılık.

Uğurel, İ., & Morali, S. (2010). Ortaöğretim matematik derslerinde oyunların kullanılabilirliği. Milli Eğitim Dergisi, 40(185), 328-352.

Uğurel, I., Moralı, H. S., Karahan, Ö., & Boz, B. (2016). Mathematically gifted high school students' approaches to developing visual proofs (vp) and preliminary ideas about VP. International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 4(3), 174-197.

Ulaş, A., & Tuna, A. (2020). Matematik öğretiminde akıllı tahta kullanımının öğrencilerin akademik başarılarına etkisi. Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education (OJOMSTE), 1(1), 31–40.

Uluay, G., (2012). İlköğretim 7. sınıf fen ve teknoloji dersi kuvvet ve hareket konusunun öğretiminde bilimsel tartışma (argümantasyon) odaklı öğretim yönteminin öğrenci başarısına etkisinin incelenmesi (Yayın no.350316) [Yüksek Lisans Tezi, Kastamonu Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Umay, A.(2007). Eski arkadaşımız okul matematiğinin yeni yüzü, Ankara: Aydan web tesisleri. İlköğretim Online,10(1),1-3.

Uşun, S. (2004). Bilgisayar destekli öğretimin temelleri (2nd ed.). Ankara: Nobel yayın Dağıtım.

Uyanık, M. (2012). Tümevarım Meselesi -İbn Sînâ Merkezli Yeni Bir Okuma-. Hitit Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi, 11(21), 195-230.

Uygan, C. (2016). Ortaokul öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının kazanımına yönelik dinamik geometri yazılımındaki öğrenme süreçleri (Yayın no.449974) [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Uygun, T., & Akyüz, D. (2019). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının üçgen eşitsizliğini toplu argümantasyonla kavrayışları. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 20(1), 27-41.

Ünal, S., Coştu, B., & Karataş, F. Ö. (2004). Türkiye'de fen bilimleri eğitimi alanındaki program geliştirme çalışmalarına genel bir bakış. Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi, 24(2), 183-202.

Van De Walle, J. A. (2004). Elementary and middle school mathematics. (5th ed.). Virginia Commonwealth University.

VanTassel Baska, J. (2000). Theory and research on curriculum development for the gifted. In K. Heller, F. J. Monks, R. J. Sternberg, & R. F. Subotnik (Eds.), International Handbook Of Giftedness & Talent (2nd ed., pp. 345-366). Oxford, UK: Elsevier Science.

VanTassel Baska, J. (2003). Curriculum planning and ınstructional design for gifted learners. Denver, CO: Love Publishing Company.

VanTassel Baska, J. (Ed.). (2013). Using the common core state standards for english language arts with gifted and advanced learners. Prufrock Press.

VanTassel Baska, J., & Brown, E. (2009). An Analysis of gifted education curriculum models. In F. A. Karnes & S. M. Bean (Eds.), Methods And Materials For Teaching The Gifted (pp. 75-106). Waco, TX: Prufrock Press Inc.

VanTassel Baska, J., & Johnsen, S. K. (2007). Teacher education standards for the field of gifted education: A vision of coherence for personnel preparation in the 21st century. Gifted Child Quarterly, 51, 182-205.

VanTassel Baska, J., & Wood, S. (2010). The integrated curriculum model (ICM). Learning and Individual Differences, 20(4), 345–357.

Vatandaş, B. (2022). Üstün yetenekli 8. sınıf öğrencilerinin ispat yapma süreçlerinin incelenmesi (Yayın no.713630) [Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Von Aufschnaiter, C., Erduran, S., Osborne, J., & Simon, S. (2008). Arguing to learn and learning to argue: Case studies of how students' argumentation relates to their scientific knowledge. Journal of Research in Science Teaching, 45(1), 101–131.

Wang, F., & Hannafin, M. J. (2005). Design-based research and technology-enhanced learning environments. Educational Technology Research and Development, 53(4), 5-23.

Waring, S. (2000). Can you prove ıt?: Developing concepts of proof in primary and secondary schools. Leicester: Mathematical Association.

Weber, K. (2005). Problem solving, proving and learning: the relationship between problem solving processes and learning opportunities in the activity of proof contruction. Journal of Mathematical Behaviour, 24, 351-360.

Wilkins, M. M., Wilkins, J. L. M., & Oliver, T. (2006). Differentiating the curriculum for elementary gifted mathematics students. Teaching Children Mathematics, 13(1), 6-13.

Winner, E. (2000). "The Origins and Ends of Giftedness." American Psychologist, 55(1), 159-169.

Yackel, E., & Hanna, G. (2003). Reasoning and proof. In J. Kilpatrick, G. Martin, & D. Schifter (Eds.), A research Companion To Principles And Standards For School Mathematics (pp. 227–236). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Yakmacı Güzel, B., Erduran, S., & Ardaç, D. (2009). Aday kimya öğretmenlerinin kimya derslerinde bilimsel tartışma (argümantasyon) tekniğini kullanımları. Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi, 26(2), 33-48.

Yaman, H., & Şahin, T. (2013). Somut ve sanal manipülatif destekli geometri öğretiminin 5. sınıf öğrencilerinin geometrik yapıları inşa etme ve çizmedeki başarılarına etkisi. Türkiye Sosyal Araştırmalar Dergisi, 202–220.

Yang, K.L., & Lin, F.L. (2008). A model of reading comprehension of geometry proof. Educational Studies in Mathematics, 67, 59–76.

Yavuz Açıl, F.(2018). Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel üretkenlik düzeyleri ile eleştirel düşünme becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi (Yayın no.524912) [Yüksek Lisans Tezi, Bahçeşehir Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Yerrick, K.R. (2000). Lower track science students' argumentation and open ınquiry ınstruction. Journal of Research ın Scıence Teachıng, 37 (8), 807-838.

Yeşildere, S., & Akkoç, H. (2011). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30(30), 141-153.

Yeşildere, S., & Türnüklü, E. B. (2007). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 40(1), 181–213.

Yetim Karaca, S., & Türk, T. (2020). Ortaokul matematik dersi öğretim programının üstün yetenekli öğrencilerin eğitimi açısından öğretmen görüşlerine göre değerlendirilmesi. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 11(1), 241 - 279.

Yıldırır, H. E. (2013). Sınıf ortamında argümantasyona dayalı öğrenme ortamının değerlendirilmesi: Deneyimli kimya öğretmenleri ile kimya öğretmen adaylarına ilişkin durum çalışması (Yayın no. 324653) [Doktora Tezi, Balıkesir Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Yıldırım, D., & Köse, N. Y. (2018). Ortaokul öğrencilerinin çokgen problemlerindeki matematiksel düşünme süreçleri. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18(1), 605-633.

Yıldız, A. (2019). 9. Sınıf öğrencilerinin matematiksel ispatla ilgili öğrenme güçlüklerinin belirlenmesi (Yayın no. 569941) [Doktora Tezi, Mersin Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Yıldız, A. (2022). Examining gifted primary school students' logical reasoning ability. Turkish Journal of Educational Studies, 9(1), 84-99.

Yıldız, H. (2010). Üstün yeteneklilerin eğitiminde bir model olan bilsem üzerine bir araştırma (Yayın no.279748) [Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Yıldız, A., & Baltacı, S. (2017). Bilim sanat merkezi matematik öğretmenlerinin kurdukları geometrik inşa problemlerine bilişsel seviye düzeyleri açısından ders imecesi çalışmalarının etkisi. YYÜ Eğitim Fakültesi Dergisi, 14(1), 1481-1516.

Yıldız, A., Baltacı, S., Kurak, Y., & Güven, B. (2012). Üstün yetenekli ve üstün yetenekli olmayan 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma durumlarının incelenmesi. Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25(1), 123-143.

Yıldız, E., & Güleş, E. (2022). Dörtgenlerin hiyerarşik ilişkilerinin öğretiminde geogebra yazılımı kullanımının 8. sınıf öğrencilerinin erişi düzeylerine etkisi. Trakya Journal of Education, 12(1), 451-474. https://doi.org/10.24315/tred.910392

Yıldırım ,A., & Şimşek H. (2013). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A., & Şimşek,H. (2016). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yılmaz, K. (2015). Matematiksel modellerle teorem ispatlarının ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin ispat yapabilme becerilerine, ispatla ilgili görüşlerine ve akademik başarılarına etkisi (Yayın no.394787) [Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Yılmaz, K. (2019). Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine göre problem kurma süreçlerinin incelenmesi (Yayın no.569372) [Yüksek Lisans Tezi, Ahi Evran Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Yu, P. W. (2004). Prototype development and discourse among middle school students in a dynamic geometric environment (Doctoral dissertation). ProQuest Dissertations and Theses database. (UMI No. 3172886).

Yürekli, A., & Gökçek, T. (2020). Ortaokul 5.sınıf açılar konusunun öğretiminin kavram haritası ile değerlendirilmesi. Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi, 9(1), 88-107.

Zaimoğlu, Ş. (2012). 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ispat süreci ve eğilimleri (Yayın no.307591) [Yüksek Lisans Tezi, Kastamonu Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Zengin.Y., & Tatar,E. (2015). The teaching of polar coordinates with dynamic mathematics software. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology , 46(1),127-139. DOI:10.1080/0020739X.2014.904529

Zeybek Şimşek, Z., & Üstün, A. (2019). 7. Sınıf Öğrencilerinin Dörtgenler Konusundaki İspat Seviyelerinin İncelenmesi. Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 13(1), 196-216. DOI:10.17522/balikesirnef.541576

Ziegler, A., & Heller, K. A. (2000). Conceptions of giftedness: A meta-theoretical perspective. In K. A. Heller, F. J. Mönks, R. J. Sternberg, & R. F. Subotnik (Eds.), International Handbook Of Giftedness And Talent (2nd ed., pp. 3-22). New York: Elsevier.

Zohar, A., & Nemet, F. (2002). Fostering students' knowledge and argumentation skills through dilemmas in human genetics. Journal of Research in Science Teaching, 39(1), 35-62. https://doi.org/10.1002/tea.10008

Xenofontos, C. (2019). Primary teachers' perspectives on mathematics during curriculum reform: A collective case study from Cyprus. Issues in Educational Research, 29(3), 979-996.

EKLER

EK 1: ETİK KURUL İZNİ

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİK KURULLARI
(Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulu)
TOPLANTISI

OTURUM TARİHİ	**OTURUM SAYISI**
25 MART 2022	**2022-03**

KARAR NO 2: Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nden alınan Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora programı öğrencisi Derya ZENGİN'in Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTİN 'nin danışmanlığında yürüteceği "Özel Yetenekli Öğrencilere Yönelik Tasarlanan Geometri Öğretim Modülünde Kullanılan Araçların Öğrencilerin İspat ve Muhakeme Süreçlerine Katkısı" konulu tez çalışması kapsamında uygulanacak ölçek, test ve görüşme sorularının değerlendirilmesine geçildi.

Yapılan görüşmeler sonunda; Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora programı öğrencisi Derya ZENGİN'in, Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTİN'nin danışmanlığında yürüteceği "Özel Yetenekli Öğrencilere Yönelik Tasarlanan Geometri Öğretim Modülünde Kullanılan Araçların Öğrencilerin İspat ve Muhakeme Süreçlerine Katkısı" konulu tez çalışması kapsamında uygulanacak ölçek, test ve görüşme sorularının fikri, hukuki ve telif hakları bakımından metot ve ölçeğine ilişkin sorumluluğu başvurucuya ait olmak üzere uygun olduğuna oybirliği ile karar verildi.

Prof. Dr. Feridun YILMAZ
Kurul Başkanı

Prof. Dr. Abamüslim AKDEMİR
Üye

Prof. Dr. Doğan ŞENYÜZ
Üye

Prof. Dr. Ayşe OĞUZLAR
Üye

Prof. Dr. Vejdi BİLGİN
Üye

Prof. Gülay GÖĞÜŞ
Üye

Prof. Dr. Alev SINAR UĞURLU
Üye

EK 2: KURUM İZNİ

T.C.
BURSA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-86896125-605.01-48006062 18.04.2022
Konu : Derya ZENGİN'in Araştırma İzni

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

İlgi : Milli Eğitim Bakanlığı'nın Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri Yönergesi konulu 21/01/2020 tarih ve 1563891 (2020/2) sayılı Genelgesi.

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalıdoktora programı öğrencisi Derya ZENGİN'in "Özel Yetenekli Öğrencilere Yönelik Tasarlanan Geometri Öğretim Modülünde Kullanılan Araçların Öğrencilerin İspat ve Muhakeme Süreçlerine Katkısı" konulu araştırması, Bursa Uludağ Üniversitesi Rektörlüğü, Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 8.4.2022 tarih ve 53989 sayılı yazıları ile bildirilmektedir.

Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalıdoktora programı öğrencisi Derya ZENGİN'in "Özel Yetenekli Öğrencilere Yönelik Tasarlanan Geometri Öğretim Modülünde Kullanılan Araçların Öğrencilerin İspat ve Muhakeme Süreçlerine Katkısı" konulu araştırmasını Nilüfer ilçesi Halil İnalcık Bilim ve Sanat Merkezinde uygulama yapma isteği ilimizde oluşturulan "Araştırma Değerlendirme Komisyonu" tarafından incelenerek değerlendirilmiştir. Araştırma ile ilgili çalışmanın **okul/kurumlardaki eğitim öğretim faaliyetleri aksatılmadan, araştırma formlarının aslı okul müdürlüklerince görülerek ve gönüllülük esası ile** okul müdürlüklerinin gözetim ve sorumluluğunda ilgi Genelge çerçevesinde uygulanması ayrıca **araştırma sonuçlarının Müdürlüğümüz ile paylaşılması** komisyonumuzca uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Mahmut KARAKAYA
İl Milli Eğitim Şube Müdürü

OLUR

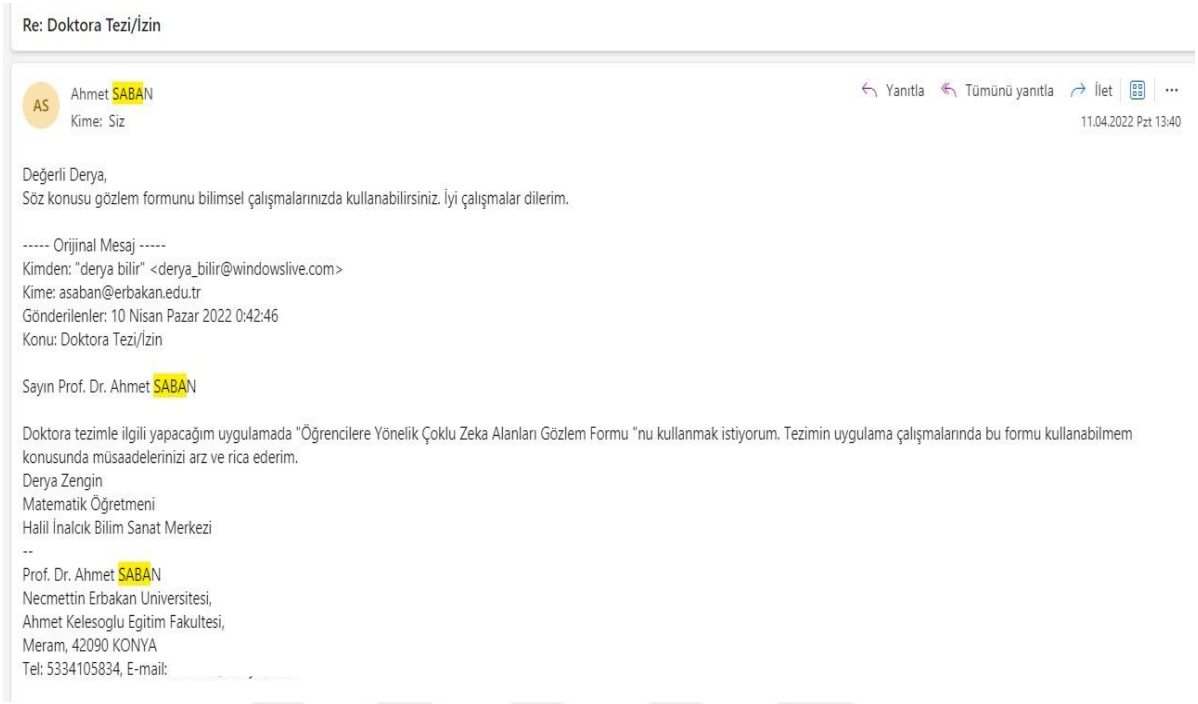
Serkan GÜR
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Hocahasan Mh. İlkbahar Cad. No:38
(Yeni Hükümet Konağı A Blok) 16050/Osmangazi/BURSA
Telefon No : 0 (224)225 25 78
E-Posta: argel6@meb.gov.tr
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr
Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için: Engin SEYMEN
Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni
İnternet Adresi: http://bursa.meb.gov.tr Faks: 445 18 10

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 8167-77df-3bb7-ba4b-aad5 kodu ile teyit edilebilir.

EK 3: VERİ TOPLAMA ARAÇLARI İZİNLERİ



Re: Doktora Tezi/İzin

AS Ahmet SABAN
Kime: Siz

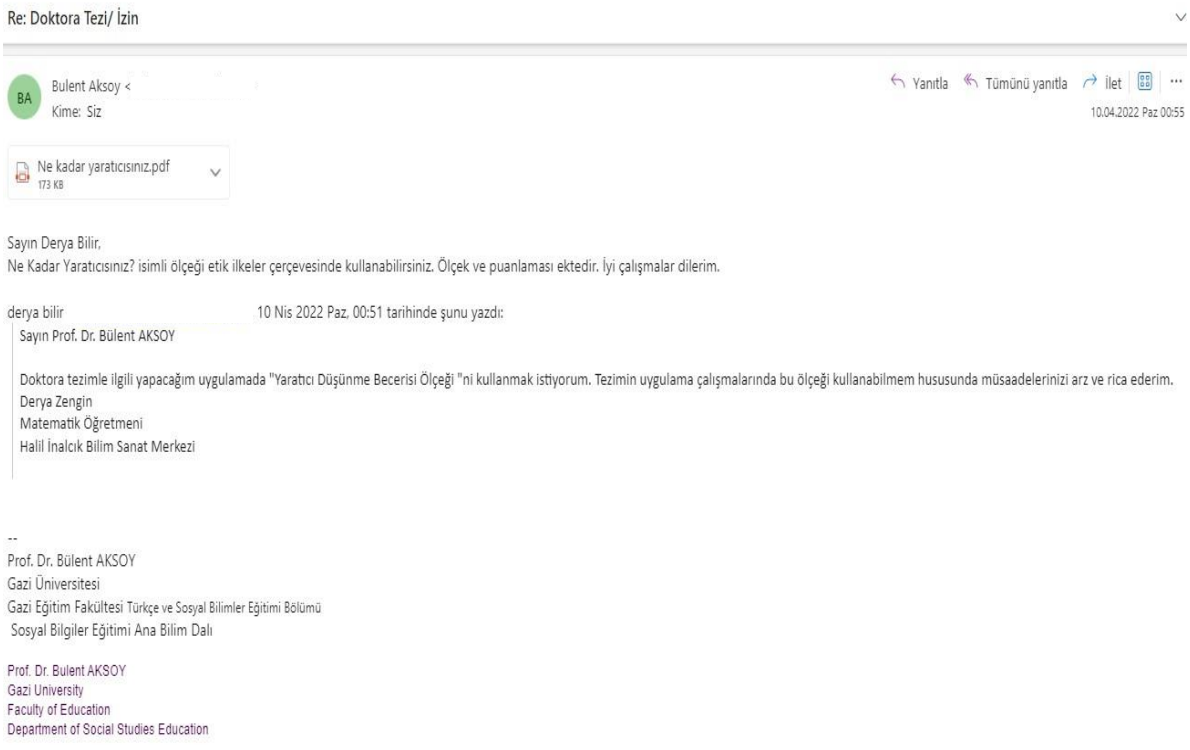
Yanıtla Tümünü yanıtla İlet ···
11.04.2022 Pzt 13:40

Değerli Derya,
Söz konusu gözlem formunu bilimsel çalışmalarınızda kullanabilirsiniz. İyi çalışmalar dilerim.

----- Orijinal Mesaj -----
Kimden: "derya bilir" <derya_bilir@windowslive.com>
Kime: asaban@erbakan.edu.tr
Gönderilenler: 10 Nisan Pazar 2022 0:42:46
Konu: Doktora Tezi/İzin

Sayın Prof. Dr. Ahmet SABAN

Doktora tezimle ilgili yapacağım uygulamada "Öğrencilere Yönelik Çoklu Zeka Alanları Gözlem Formu "nu kullanmak istiyorum. Tezimin uygulama çalışmalarında bu formu kullanabilmem konusunda müsaadelerinizi arz ve rica ederim.
Derya Zengin
Matematik Öğretmeni
Halil İnalcık Bilim Sanat Merkezi
--
Prof. Dr. Ahmet SABAN
Necmettin Erbakan Universitesi,
Ahmet Kelesoglu Egitim Fakultesi,
Meram, 42090 KONYA
Tel: 5334105834, E-mail:



Re: Doktora Tezi/ İzin

BA Bulent Aksoy <
Kime: Siz

Yanıtla Tümünü yanıtla İlet ···
10.04.2022 Paz 00:55

Ne kadar yaratıcısınız.pdf
173 KB

Sayın Derya Bilir,
Ne Kadar Yaratıcısınız? isimli ölçeği etik ilkeler çerçevesinde kullanabilirsiniz. Ölçek ve puanlaması ektedir. İyi çalışmalar dilerim.

derya bilir 10 Nis 2022 Paz, 00:51 tarihinde şunu yazdı:

> Sayın Prof. Dr. Bülent AKSOY
>
> Doktora tezimle ilgili yapacağım uygulamada "Yaratıcı Düşünme Becerisi Ölçeği "ni kullanmak istiyorum. Tezimin uygulama çalışmalarında bu ölçeği kullanabilmem hususunda müsaadelerinizi arz ve rica ederim.
> Derya Zengin
> Matematik Öğretmeni
> Halil İnalcık Bilim Sanat Merkezi

--
Prof. Dr. Bülent AKSOY
Gazi Üniversitesi
Gazi Eğitim Fakültesi Türkçe ve Sosyal Bilimler Eğitimi Bölümü
Sosyal Bilgiler Eğitimi Ana Bilim Dalı

Prof. Dr. Bulent AKSOY
Gazi University
Faculty of Education
Department of Social Studies Education

EK 4: DERS PLANLARI

DERS PLANI-1-

Ders: Matematik

Sınıf: 9. Sınıf

Öğrenme Alanı: Üçgenler

1. Hazırlık Evresi (Kazanım Belirleme Evresi):

Milli Eğitim Bakanlığı Eğitim Kazanımları:

- Üçgenlerde Temel Kavramlar

1. Üçgende açı özellikleri ile ilgili işlemler yapar.
2. Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşılarındaki açıların ölçülerini ilişkilendirir.
3. Uzunlukları verilen üç doğru parçasının hangi durumlarda üçgen oluşturduğunu değerlendirir.

Zenginleştirilmiş Kazanımlar:

- Üçgenlerde Temel Kavramlar

1. Çemberin temel elemanlarını ve özelliklerini bilir. (Analiz)

2. Yeterli sayıda elemanının ölçüleri verilen bir üçgeni çizer ve bu üçgen üzerinden kenar uzunlukları ile bu kenarların karşılarındaki açıların ölçülerini ilişkilendirir. (Sentez)

3.Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğu arasındaki ilişkiyi değerlendirir ve günlük hayat problemlerine örnek verir. (Değerlendirme)

2.İçerik:

1.Genel Müfredat (Milli Eğitim Bakanlığı Müfredatı) :

1.Üçgende açı özellikleri ile ilgili işlemler yapar.
- Kültür ve medeniyetimizden geometrinin tarihsel gelişim sürecine katkı sağlamış bilim insanları ve bilim insanlarının yaptığı çalışmalar tanıtılır. Mustafa Kemal Atatürk'ün geometri üzerine yaptığı çalışmalardan bahsedilir.
- Açı çeşitleri ve paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar hatırlatılır.
- Üçgende sadece iç ve dış açı özelliklerinin kullanıldığı sorulara yer verilir. İkizkenar ve eşkenar üçgenin açı özellikleri üzerinde durulur.

2. Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşılarındaki açıların ölçülerini ilişkilendirir.
- Bir üçgende en uzun kenarın karşısındaki açının ölçüsünün en büyük olduğu ve bunun tersinin de doğru olduğu gösterilir.
-Dinamik matematik yazılımları kullanılarak oluşturulan üçgenlerin kenar ve açıları arasındaki ilişkinin gözlemlenmesi sağlanır.

3.Uzunlukları verilen üç doğru parçasının hangi durumlarda üçgen oluşturduğunu değerlendirir.
- İki kenar uzunluğu verilen bir üçgenin üçüncü kenar uzunluğunun hangi aralıkta değerler alabileceğine ilişkin uygulamalar yapılır.
- Dinamik matematik yazılımlarından yararlanılarak hangi durumlarda üçgen oluşacağının test edilmesi sağlanır.

2.Yetenek Havuzu:

Öğrencilerin yetenek alanlarını belirleme,

- Çoklu zekâ envanteri
- Yaratıcılık ölçeği
- Başarı testi

3.Müfredat Sıkıştırma:

- Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşılarındaki açıların ölçülerini ilişkilendirir.
- Uzunlukları verilen üç doğru parçasının hangi durumlarda üçgen oluşturduğunu değerlendirir.
- İki kenar uzunluğu verilen bir üçgenin üçüncü kenar uzunluğunun hangi aralıkta değerler alabileceğine ilişkin uygulamalar yapılır.

4.Bağıntılar Müfredatı:

- Çember
- Günlük hayat problemleri

5.Uygulama Müfredatı:



- Öğrencilerle ilk önce üçgenlerde açılar bilgileri üzerine konuşulur. Yeterli sayıda elemanı verilerek bir üçgeni nasıl çizileceği tartışılır. "Üçgenleri günlük hayatta nerelerde hangi problem durumlarında kullanılır?" sorusu yöneltilir ve öğrencilerin cevapları alınır (Örneğin; dik üçgen şeklindeki bir parkı en kısa sürede aşmak için nasıl bir yoldan yürürüz? Ya da bir ağacı tepe noktasına baktığımızda aradaki görüş mesafesini nasıl hesaplarız?).
- Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açıların ölçüleri arasındaki ilişkiyi belirleyebilmek için geogebra dinamik geometri programı ile uygulama yapılır.
- Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğu arasındaki ilişkiyi belirleyebilmek için geogebra dinamik geometri programı ile uygulama yapılır.
- Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açıların ölçüleri arasındaki ilişkiyi belirleyebilmek için geogebra programı aracılığı ile Kavşak etkinliği yapılmıştır.
- Market etkinliği ile iki kenar uzunluğu verilen bir üçgenin üçüncü kenar uzunluğunun hangi aralıkta değerler alabileceğine ilişkin geogebra programı ile uygulama yapılır.

- Üçgen eşitsizliğini içeren günlük hayata yönelik golf oynayan çocuklar etkinliği ile öğrencilerin Geogebra programı ile uygulama yapmaları sağlanır. Böylece öğrencilerin üçgen oluşturmak için gerekli koşulları kavrayabilmeleri sağlanır.
- Farkındalık Müfredatı aşamasında Üçgen eşitsizliğini içeren günlük hayata yönelik MEB modelleme kitabında yer alan Dronefest finali etkinliği ile öğrencilerin Geogebra programı ile uygulama yapmaları sağlanır.

6.Farkındalık Müfredatı:

Farkındalık Müfredatı ile modül sona erdikten sonra öğrencilerin uygulaması için günlük hayata yönelik problemler sunulur. Öğrencinin uygulayıcı rolünü üstlenmesi sağlanır. Üçgen eşitsizliğini içeren günlük hayata yönelik MEB modelleme kitabında yer alan Dronefest finali etkinliği ile öğrencilerin Geogebra programı ile uygulama yapmaları sağlanır.

3.Süreç:

1.aşama: Temel süreç becerileri:

Öğrencilerle ilk önce üçgenlerde açılar bilgileri üzerine konuşulur. "Üçgenleri günlük hayatta nerelerde hangi problem durumlarında kullanılır?" sorusu yöneltilir ve öğrencilerin cevapları alınır (Örneğin; dik üçgen şeklindeki bir parkı en kısa sürede aşmak için nasıl bir yoldan yürürüz? Ya da bir ağacı tepe noktasına baktığımızda aradaki görüş mesafesini nasıl hesaplarız?). Bunlarla birlikte yapılan etkinliklerde üçgen çizimi, üçgenlerde açı-kenar bağıntıları ve bu bağıntıların ispatlarının yapılması hedeflenmektedir. Dinamik matematik programı yardımıyla öğrencilerin örnek durumları teknoloji yardımıyla çözmeleri amaçlanmıştır.

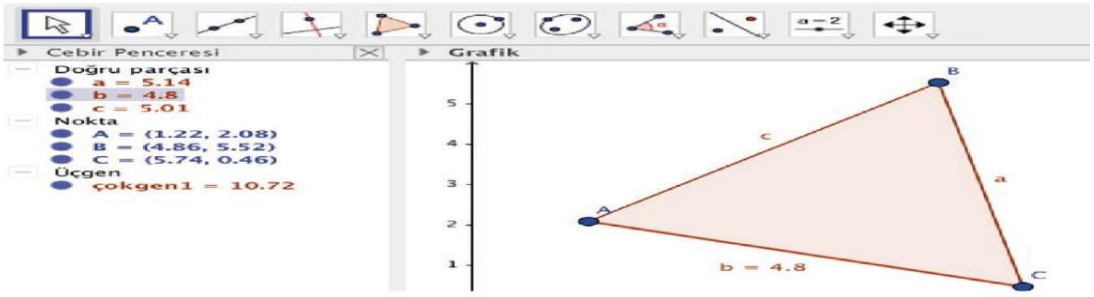
Etkinlik: Teknoloji Uygulaması

MEB matematik ders kitabında yer alan üçgenin kenar uzunluklarını ve iç açı ölçülerini karşılaştıran bir etkinlik geogebra programı aracılığı ile aşağıdaki yönergelerden yararlanarak öğrencilere yaptırılır. Öğrencilere çizdikleri üçgenin kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri hesaplattırılır.

Geogebra programını açtıktan sonra yönergeler takip edilir;

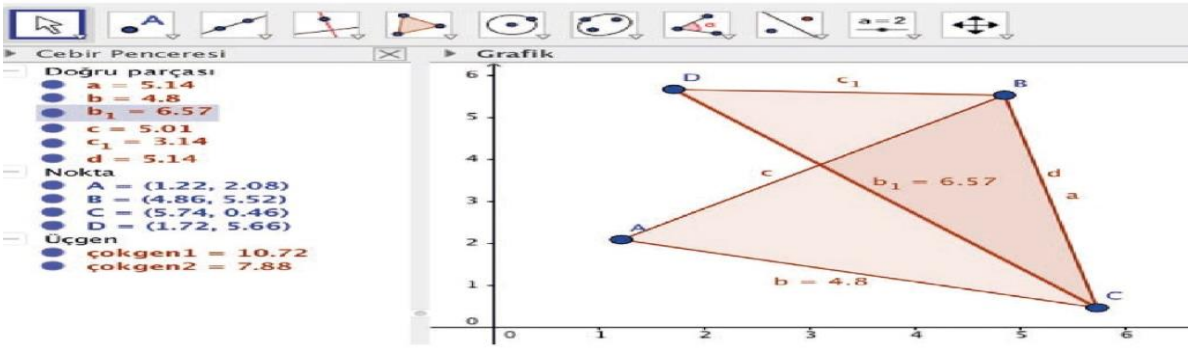
	Çokgen aracını etkinleştiriniz. ABC üçgeni oluşturmak için düzlemde A, B ve C şeklinde üç nokta seçiniz. (A noktasından başlayıp yine en son A noktasına tıklayınız.)
	Açı aracını etkinleştiriniz. Üçgenin iç açı ölçülerini belirlemek için sırasıyla köşeleri seçiniz.
	Uzunluk aracını etkinleştiriniz. Üçgenin kenar uzunluklarını ölçmek için kenarları seçiniz.
	Taşı aracını etkinleştiriniz. Üçgenin köşelerini hareket ettirerek farklı üçgenler oluşturunuz.

- Üçgenin açı ve kenarları arasındaki ilişkiyi inceleyebileceğiniz dinamik geometri programında çizilmiş benzer bir örnek aşağıda verilmiştir;
- Araç çubuğu bölümündeki 5. kutuya ve ardından açılan "Çokgen" sekmesine tıklayınız. Daha sonra grafik penceresinde önce üç farklı noktaya ve ardından ilk noktaya tıklayarak ABC üçgeni çiziniz.
- Araç çubuğundaki 8. kutuya ve ardından "Uzaklık veya Uzunluk" sekmesine tıklayınız. Ardından [AC] üzerine tıklayarak [AC] nın uzunluğunu ölçünüz. Ölçülen uzunluk cebir penceresinde yazacaktır. Aşağıdaki görselde ABC üçgeni ve |AC| = b = 4,8 görülmektedir.



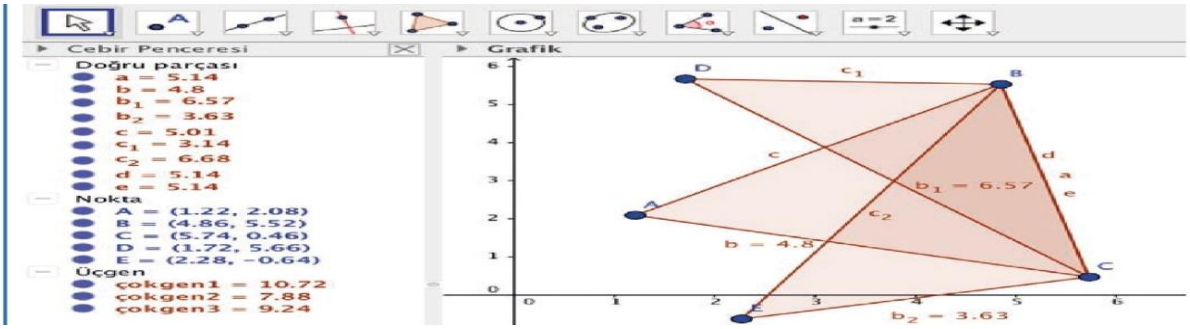
Şimdi ise bu üçgenin B köşesindeki açıyı daha büyük çizerek BDC üçgenini oluşturunuz. Ardından [DC] nın uzunluğunu ölçünüz.

Aşağıdaki görselde |DC| = b_1 = 6,57 olarak görülmektedir.



köşesindeki açıyı ilk duruma göre daha küçük çizerek BEC üçgenini oluşturunuz. Ardından [EC] nın uzunluğunu ölçünüz.

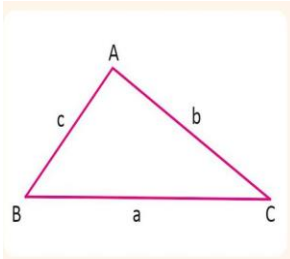
Aşağıdaki görselde |EC| = b_2 = 3,63 olarak görülmektedir.



Çizdiğiniz üçgene göre;

Sonuç olarak açının ölçüsü küçültüldükçe karşısındaki kenarın kısaldığı, büyütüldükçe karşısındaki kenarın uzadığı görülmektedir.

Etkinlik sonucunda, bilgiye ulaşması beklenir;



Bir üçgende büyük kenar karşısında büyük açı, küçük kenar karşında küçük açı bulunur. Başka bir ifadeyle büyük açı karşısında büyük kenar, küçük açı karşısında küçük kenar bulunur.

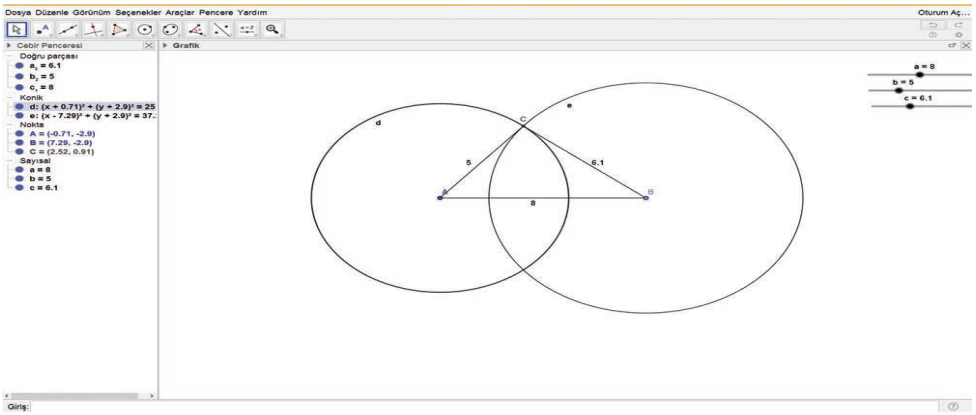
$\widehat{ABC}$ nde, $a > b > c \Rightarrow m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{C})$ veya

$m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{C}) \Rightarrow a > b > c$ olur.

II. uygulama: Geogebra programı açıldıktan sonra yönergeler takip edilir;

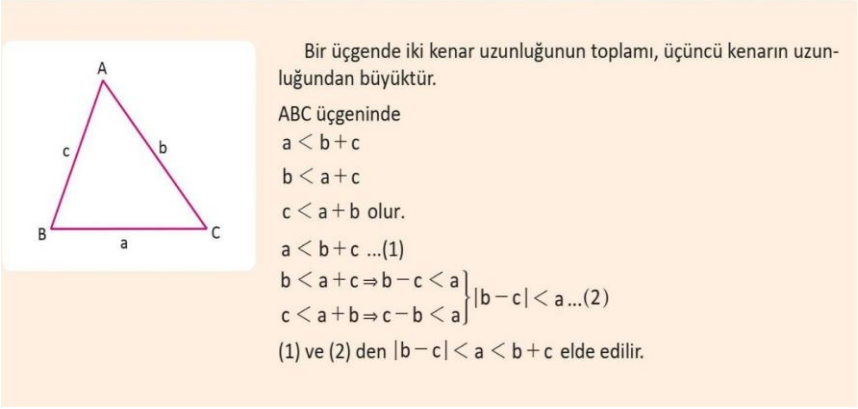
a=2	Sürgü aracını etkinleştiriniz. En küçük değeri 1, en büyük değeri 10 olacak şekilde a, b, c sürgülerini oluşturunuz.
a	Verilen uzunlukta doğru parçası aracını etkinleştiriniz. A noktasını seçiniz ve doğru parçasının uzunluğunu a olarak belirleyiniz. Bu şekilde AB doğru parçasın oluşturunuz.
	Merkez ve yarıçapla çember aracını etkinleştiriniz. A noktası, merkez olarak işaretleyiniz ve yarıçapı b olan çemberi çiziniz. B noktasını merkez olarak işaretleyiniz ve yarıçapı c olan çemberi çiziniz.
A	Nokta aracını etkinleştiriniz. Oluşturduğunuz iki çemberin kesiştikleri noktayı C noktası olarak belirleyiniz.
	Doğru parçası aracını etkinleştiriniz. A ve C noktalarını seçerek AC doğru parçasını oluşturunuz. B ve C noktalarını seçerek BC doğru parçasını oluşturunuz.

Sürgüleri hareket ettirerek oluşan şekilleri inceleyiniz. Bir dinamik geometri programında çizilmiş benzer bir örnek aşağıda verilmiştir.



- a, b ve c uzunluklarından herhangi ikisi sabit tutulduğunda üçüncü uzunluk hangi aralıkta değer alırsa bir üçgen oluşur? Bu durumu açıklayınız.

Etkinlik sonucunda, aşağıdaki bilgiye ulaşması beklenir;



Bir üçgende iki kenar uzunluğunun toplamı, üçüncü kenarın uzunluğundan büyüktür.

ABC üçgeninde

$a < b + c$

$b < a + c$

$c < a + b$ olur.

$a < b + c$ ...(1)

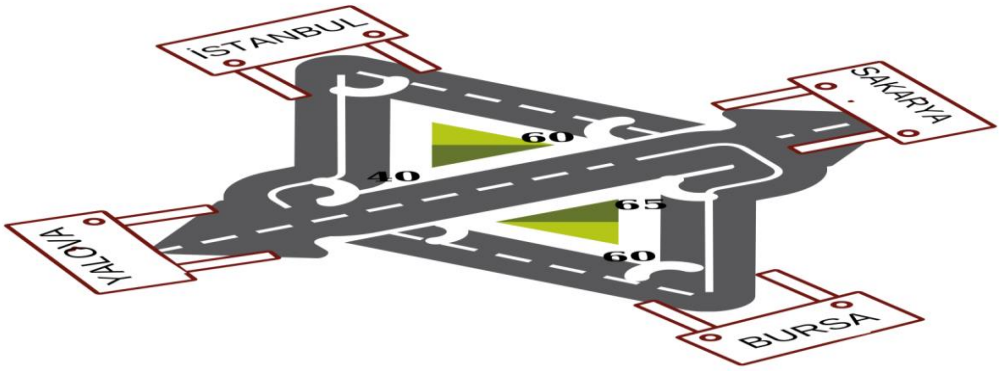
$\left.\begin{array}{l} b < a + c \Rightarrow b - c < a \\ c < a + b \Rightarrow c - b < a \end{array}\right\} |b - c| < a$ ...(2)

(1) ve (2) den $|b - c| < a < b + c$ elde edilir.

2.aşama: Araştırma becerileri:

Etkinlik: Kavşak

Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açıların ölçüleri arasındaki ilişkiyi belirleyebilmek için geogebra programı aracılığı ile Kavşak etkinliği yapılmıştır.



Yukarıdaki şekilde İstanbul, Yalova, Sakarya ve Bursa arasındaki doğrusal yollar ve bu yolların aralarında oluşan açıların bazılarının ölçüleri verilmiştir. Buna göre hangi şehirlerarasındaki yol daha uzundur?

Etkinlik: Market

Market etkinliği ile iki kenar uzunluğu verilen bir üçgenin üçüncü kenar uzunluğunun hangi aralıkta değerler alabileceğine ilişkin geogebra programı ile uygulama yapılır.



Korkmaz ailesi, Ahmet ve Leylanın evlerinin olduğu yerler yukarıda modellenmiştir. Korkmaz ailesi önce arkadaşları Ahmet'e daha sonra leylaya uğrayıp oradan manava gitmek için evlerinden yola çıkmışlardır. Leylanın evi ile manavın arası 8 km, Ahmet'in evi ile manavın arası ise 11 km'dir. Korkmaz ailesinin leylanın evine uzaklığı 5 km ve Ahmet'in evine uzaklığı ise 7 km olup bu yollar arasındaki açı geniş açıdır. Buna göre Korkmaz ailesinin kat edeceği en kısa mesafe kaç kilometredir?

3.aşama: Üretici Düşünme Becerileri:

Etkinlik: Golf oynayan çocuklar

Üçgen eşitsizliğini içeren günlük hayata yönelik golf oynayan çocuklar etkinliği ile öğrencilerin Geogebra programı ile uygulama yapmaları sağlanır. Böylece öğrencilerin üçgen oluşturmak için gerekli koşulları kavrayabilmeleri sağlanır.



Golf; çimle kaplı açık bir parkurda, topu golf sopasıyla vurup ilerleterek parkur üzerindeki deliklere sokmak üzerine kurulmuş bir spordur. Yukarıdaki görsel, bir golf oyununda yarışmacıların konumunu göstermektedir. Ali ile Serdar 'ın konumları doğrusal olup uzaklığı ise 6 m'dir. Aynı şekilde Serdar ve Ömer'in konumları da doğrusal olup aralarındaki mesafe 6 m'dir. Ali, Ömer ve Ayşe'nin de konumları doğrusal olup Ömer ve Ayşe'nin aralarındaki uzaklığı 8m'dir. Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre Serdar ve Ayşe arasındaki en küçük değer kaç metredir?

4.ÜRÜN:

Dronefest Finali

Üçgen eşitsizliğini içeren günlük hayata yönelik MEB modelleme kitabında yer alan Dronefest finali etkinliği ile öğrencilerin Geogebra programı ile uygulama yapmaları sağlanır.



İnsansız hava araçları ya da yaygın olarak bilinen adıyla drone uzaktan kumanda edilen, başta savunma sanayii olmak üzere değişik sektörlerde kullanılan bir uçak türüdür. Ülkemizde de kullanımı giderek yaygınlaşan drone ile ilgili birçok yarışma düzenlenmektedir. Düzenlenen yarışmalardan bir tanesi olan Dronefest' te finale kalan iki takım için parkur bilgileri ve yarışmaya dair koşullar aşağıda verilmiştir.

• Düzenlenen parkur üçgen şeklindedir.

• Takımlar yarışmaya üç adet drone ile katılacaktır.

• Her drone bulunduğu noktadan alacağı yükü bir sonraki noktaya kadar en kısa mesafeden gitmek koşuluyla taşıyacaktır.

• Dronelar ya parkurun farklı köşelerine yerleştirilip kullanılan yolu başka bir drone kullanmamak şartıyla birbirinden farklı köşelere ya da parkurun iç bölgesinden alınacak herhangi bir noktadan her bir drone parkurun farklı bir köşesine yüklerini taşıyacaklardır.

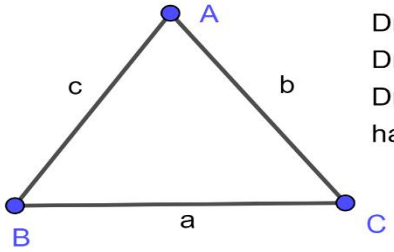
• Yarışma bittiğinde droneların aldıkları mesafeler toplanarak takımların kat ettikleri yol bulunacaktır.

Yarışmayı, en uzun mesafeyi kateden takım kazanacağına göre yarışmayı kazanabilmesi için takımların stratejilerine yardımcı olacak bir güzergâh belirleyiniz.

Örnek İspat Çözümü:

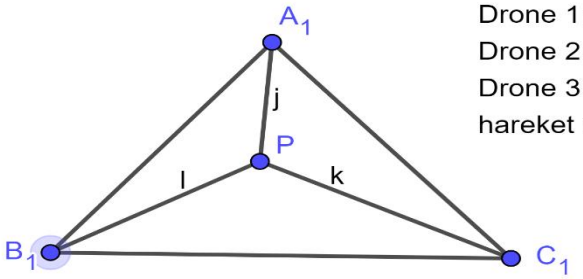
İki takım için ayrı ayrı güzergahları çizelim
ve toplam mesafelerini bulalım.
1.takım için üçgenin köşelerini
2.takım için üçgenin içerisinden
herhangi bir nokta seçelim.

1.Takım Güzergahı ve toplam mesafe:



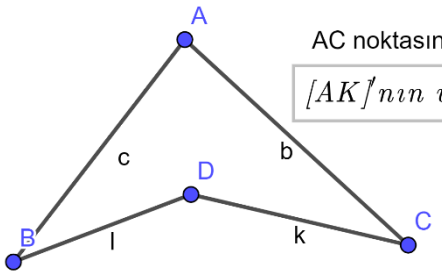
Drone 1:A noktasından B noktasına
Drone 2:B noktasından C noktasına
Drone 3:C noktasından A noktasına
hareket ederse alınacak toplam mesafe a+b+c olur.

2.Takım güzergahı ve toplam mesafe:



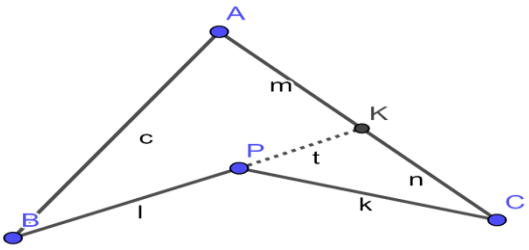
Üçgenin içinde herhangi bir P noktası alalım
Drone 1:P noktasından A noktasına
Drone 2:P noktasından B noktasına
Drone 3:P noktasından C noktasına
hareket ederse alınacak toplam mesafe j+k+l olur.

Bulunan iki sonucu üçgen eşitsizliği kullanarak sıralayalım;



AC noktasını K noktasında kesecek şekilde BP doğrusunu çizelim.

$[AK]$'nın uzunluğuna m, $[KC]$'nin uzunluğuna da n diyelim.



ABK üçgeninde üçgen eşitsizliğinden
l+t < c+m olur.
PKC üçgeninde üçgen eşitsizliğinden
k < t+n olur.
Bu iki eşitsizlik taraf tarafa toplanırsa
l+t+k < c+m+n+t
l+k < c+m+n
l+k< c+b elde edilir.

b+c >l+k
a+c > j+k
a+b > j+l
bu eşitsizlikler taraf tarafa toplanırsa
2a+2b+2c < 2j+2l+2k
a+b+c < j+l+k elde edilir.

1. takımın kullandığı güzergahın toplam uzunluğu,2.takımın kullandığı güzergahın toplam uzunluğundan daha fazladır.Takımlar 1.güzergahı seçerse yarışmayı kazanabilecektir.

DERS PLANI-2-

Ders: Matematik

Sınıf: 9. Sınıf

Öğrenme Alanı: Üçgenler

1. Hazırlık Evresi (Kazanım Belirleme Evresi):

Milli Eğitim Bakanlığı Eğitim Kazanımları:

1. İki üçgenin eş olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir.

2. İki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir.

3. Üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurar.

4. Üçgenlerin benzerliği ile ilgili problemler çözer.

Zenginleştirilmiş Kazanımlar:

1. İki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları bilir. (Analiz)

2. Üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurar ve ispatlar. (Sentez)

3.Üçgenler benzerliği ile ilgili günlük hayat problemlerini çözer ve örnek verir. (Değerlendirme)

2.İçerik:

1.Genel Müfredat (Milli Eğitim Bakanlığı müfredatı) :

- İki üçgenin eş olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir.

  İki üçgenin eşliği hatırlatılır

  - Kenar-Açı-Kenar (K.A.K.), Açı-Kenar-Açı (A.K.A.), Kenar-Kenar-Kenar (K.K.K.) eşlik kuralları, ölçümler yapılarak oluşturulur
  - Eş üçgenlerin karşılıklı yardımcı elemanlarının da eş olduğu gösterilir.

- İki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir.
  - Kenar-Açı-Kenar (K.A.K.), Kenar-Kenar-Kenar (K.K.K.) eşlik kuralları ölçümler yapılarak oluşturulur.
  - Eşlik ile benzerlik arasındaki ilişki incelenir.
  - Eş üçgenlerin karşılıklı yardımcı elemanlarının da eş olduğu gösterilir.
- Üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurar. Thales' in çalışmalarına yer verilir.
- Üçgenlerin benzerliği ile ilgili problemler çözer. Gerçek hayat problemlerine yer verilir

2.Yetenek Havuzu:

Öğrencilerin yetenek alanlarını belirleme,

- Çoklu zekâ envanteri
- Yaratıcılık ölçeği
- Başarı testi

3.Müfredat Sıkıştırma:

- İki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir.
- Üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurar.
- Thales teoreminin yer aldığı günlük hayat problemleri çözer.
- Üçgenlerin benzerliği ile ilgili gerçek hayat problemlerine yer verilir.

4.Bağıntılar Müfredatı:

- Prizmalar ve çember
- Günlük hayat problemleri

5.Uygulama Müfredatı:

- Öğrencilerle ilk önce eşlik bilgileri üzerine konuşulur. Üçgenlerin eş olması için gereken asgari koşullar tartışılır. Daha sonra üçgenlerin benzer olması için gereken asgari koşulların neler olabileceği öğrencilere sorulur. Asgari koşulların neler olacağı dinamik geometri yazılımları kullanılarak öğrencilere keşfettirilir. Geogebra dinamik geometri yazılımı ile I-Uygulama ve II-Uygulama öğrencilere yaptırılır ve sonuçlar analiz edilir.
- Bu koşulların pekişmesi üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurması ve üçgenlerde benzerlik özelliklerini kullanarak uzunluk hesaplamalarını yapabilmesi için MEB beceri temelli etkinlik kitabında yer alan zipline etkinliğinden esinlenerek hazırlanan Zipline ile uçuyorum etkinliği yapılır. Bu süreçte Geogebra yazılımı kullanılır.
- 'Benzerlik kavramı günlük hayatta nerelerde ve hangi problem durumlarında kullanılır?' sorusu yöneltilir ve öğrencilerin cevapları alınır (Örneğin; bir mimar inşaat projesi hazırlarken bu benzerlik kuralları bolca kullanılır… vb). Günlük hayatla bağdaştırmak için köprü etkinliği yapılır.
- Farkındalık Müfredatı ile günlük hayata yönelik MEB kitabında yer alan iki dağın zirvesi etkinliği ile öğrencilerin Geogebra programı ile uygulama yapmaları sağlanır.

6.farkındalık Müfredatı:

Farkındalık Müfredatı ile modül sona erdikten sonra öğrencilerin uygulaması için günlük hayata yönelik problemler sunulur. Öğrencinin uygulayıcı rolünü üstlenmesi sağlanır. Günlük hayata yönelik MEB kitabında yer alan İki Dağın Zirvesi etkinliği ile öğrencilerin Geogebra programı ile uygulama yapmaları sağlanır.

3.Süreç:

1.aşama: Temel süreç becerileri:

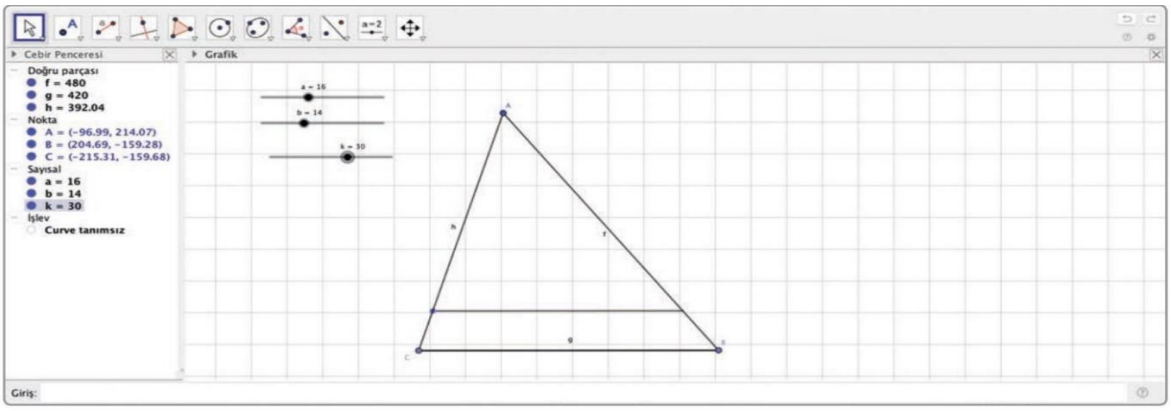
Öğrencilerle ilk önce eşlik bilgileri üzerine konuşulur. Üçgenlerin eş olması için gereken asgari koşullar tartışılır. Daha sonra üçgenlerin benzer olması için gereken asgari koşulların neler olabileceği öğrencilere sorulur. Asgari koşulların neler olacağı dinamik geometri yazılımları kullanılarak öğrencilere keşfettirilir. Geogebra dinamik geometri yazılımı ile MEB matematik ders kitabında yer alan I-Uygulama ve II-Uygulama öğrencilere yaptırılır ve sonuçlar analiz edilir. Bu etkinliklerde, üçgenlerde eşlik ve benzerlik ile ilgili verilen bağıntıların ispatlarının ve uygulamalarının yapılması hedeflenmektedir. Dinamik matematik programı yardımıyla öğrencilerin örnek durumları teknoloji yardımıyla çözmeleri amaçlanmıştır.

Etkinlik:

I-Uygulama:

Öğrencilerin dinamik geometri yazılımı ile iki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları kavrayabilmeleri hedeflenmektedir. Aşağıda dinamik geometri programı kullanılarak benzerlik oranı ve benzer üçgenlerin kenar uzunlukları arasındaki ilişki incelenmiştir.

	Sürgü aracını etkinleştiriniz. a, b ve k isimli sürgüleri tanımlayınız.
	Verilen Uzunlukta Doğru Parçası aracını etkinleştiriniz. Karşınıza çıkan uzunluk penceresine a*k yazıp AB doğru parçasını oluşturunuz. Daha sonra B noktasını seçip çıkan uzunluk penceresine b*k yazdıktan sonra tamamı seçiniz.
	Doğru Parçası aracını etkinleştiriniz. A ve C noktalarını birleştiren AC doğru parçasını oluşturunuz.
	AC Doğru Parçasını etkinleştiriniz. Farenin sağ tuşuna basıp açılan menüden İzi aç seçeneğini işaretleyiniz.
	a,b ve k sürgülerini değiştirdiğinizde oluşan üçgenleri inceleyiniz.

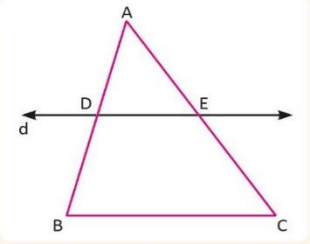


Bu uygulama sonrası temel orantı teoreminin üçgenin alanı kullanılarak aşağıdaki örnekte olduğu gibi ispatlanması istenir;

Kural:

Temel Orantı Teoremi: Öğrencilere uygulama sürecinde k sayısının benzerlik oranı olduğu ve benzerlik oranı değiştiğinde üçgenin kenarları arasındaki değişime dikkat edilmesi gerektiği keşfettirilir. Öğrencilerin yaptığı geogebra etkinlikleri sonrasında ulaşacağı temel orantı teoremi aşağıdadır. Temel Orantı teoremine ulaşmak için öğrencilerden aşağıdaki ispatları yapmaları istenir;

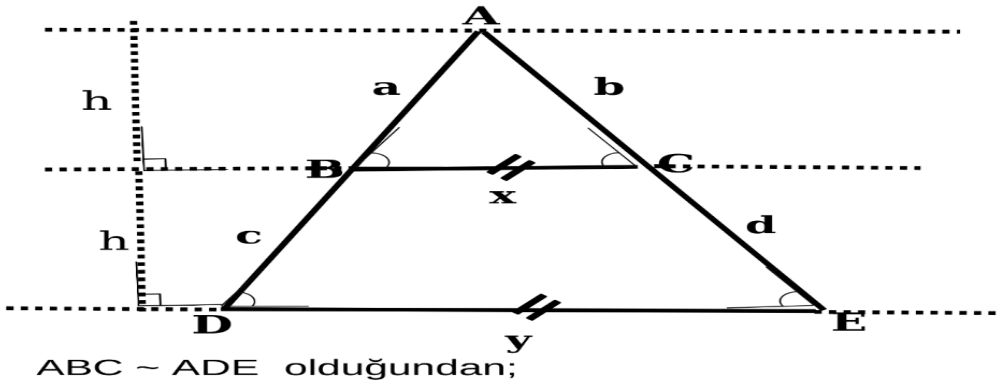
Temel Orantı Teoremi



Bir üçgenin bir kenarına paralel olan ve diğer iki kenarını kesen bir doğru, kestiği kenarları orantılı olarak böler.

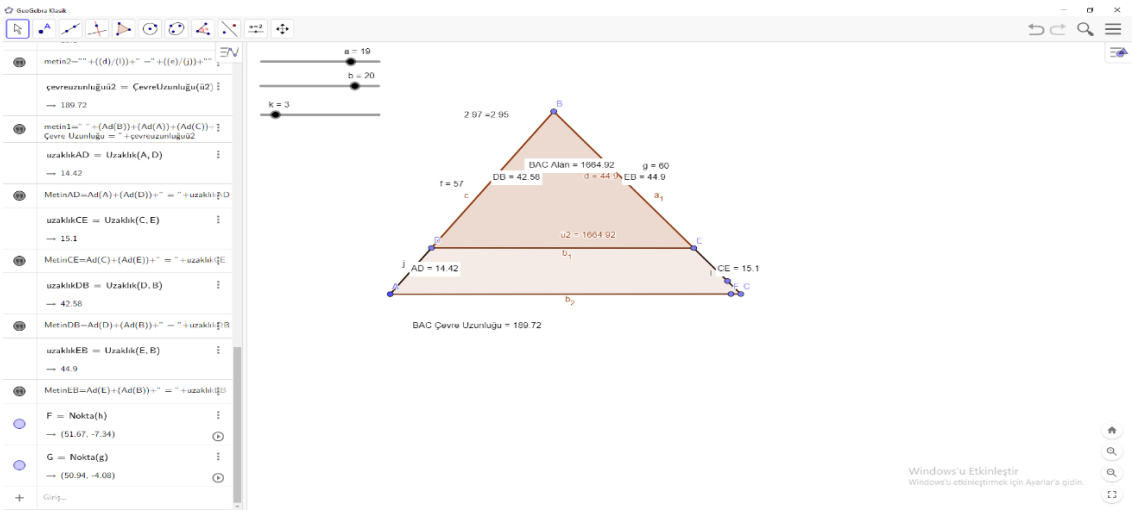
$d \parallel [BC]$ ise $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|}$ olur.

İspat.1:



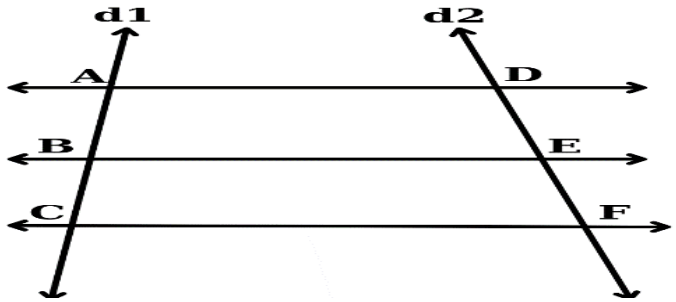
ABC ~ ADE olduğundan;

$\frac{b}{b+d} = \frac{a}{a+c} = \frac{x}{y}$ şeklindedir.



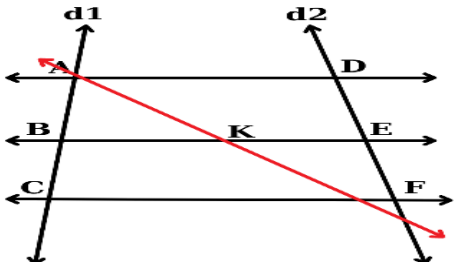
Kural:

Thales Teoremi: Birbirini paralel en az üç doğru ve bunları kesen iki doğru orantılı doğru parçaları oluşturur. Öğrencilerin örnek ispat eşliğinde kendi ispatlarını yapmaları sağlanır.



$\frac{|AB|}{|BC|}=\frac{|DE|}{|EF|}$ dir.

İSPAT:

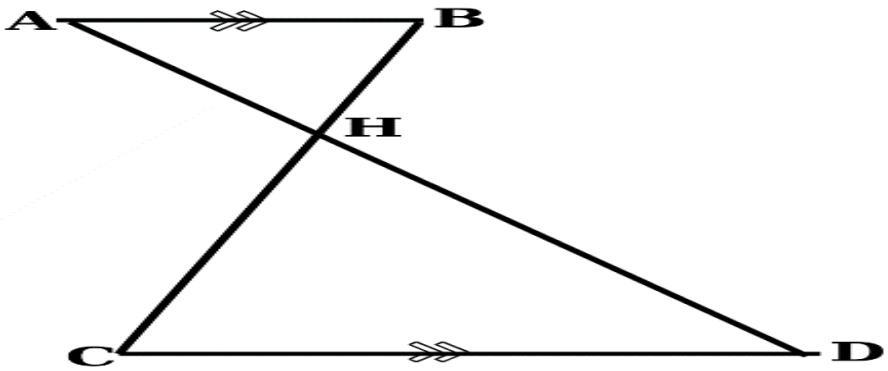


ACF üçgeninde Temel Orantı Teoremi'nden $\frac{|AB|}{|BC|}=\frac{|AK|}{|KF|}$

AFD üçgeninde Temel Orantı Teoremi'nden $\frac{|AK|}{|KF|}=\frac{|DE|}{|EF|}$

Elde edilen bağıntılardan $\frac{|AB|}{|BC|}=\frac{|DE|}{|EF|}$ elde edilir.

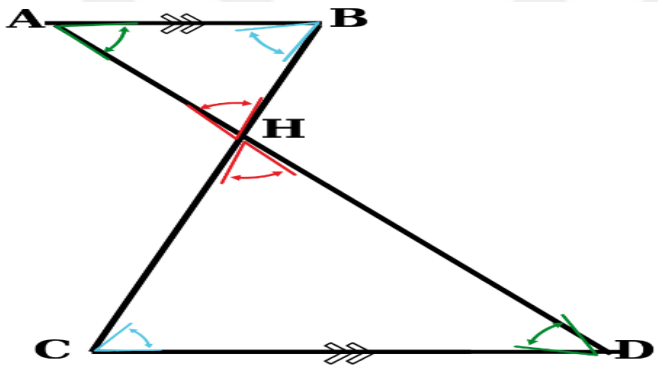
Kural: Kelebek Benzerliği



Elde edilen bağıntılardan;

[AB] $//$**[CD]** ise $\frac{|AH|}{|HD|}=\frac{|BH|}{|HC|}=\frac{|AB|}{|CD|}$ elde edilir**.**

İSPAT:



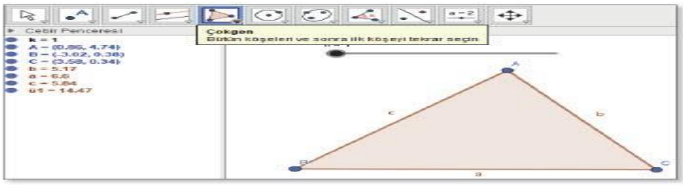
İç ters açılardan **m(DAB) = m(ADC)** ve **m(CBA) = m(DAB)** olduğundan **ABH~ DCH** bulunur. $\frac{|AH|}{|HD|}=\frac{|BH|}{|HC|}=\frac{|AB|}{|CD|}$ olur.

III. Uygulama:

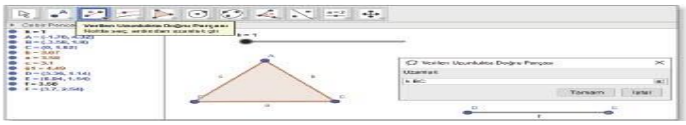
Dinamik matematik programında benzer üçgenlerin benzerlik oranına göre kenar uzunluklarının, çevrelerinin ve alanlarının değişimini inceleyelim.



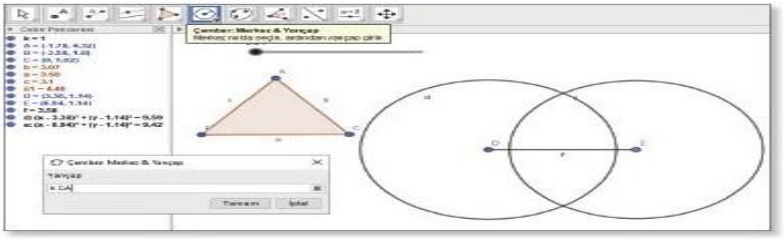
"Çokgen" komutundan ABC üçgeni oluşturulur.



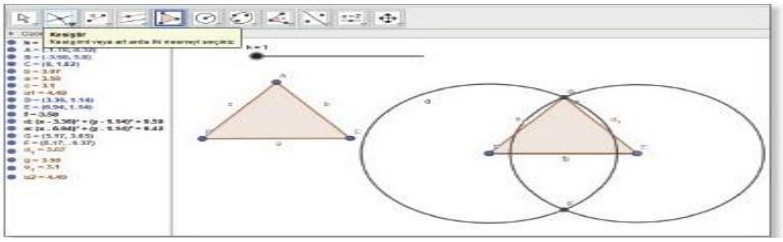
"Verilen Uzunlukta Doğru Parçası" komutuyla önce D noktası ve çıkan komut satırına "k AB" yazılarak k sürgüsüne bağlı |DE| = k . |AB| olacak [DE] çizilir.



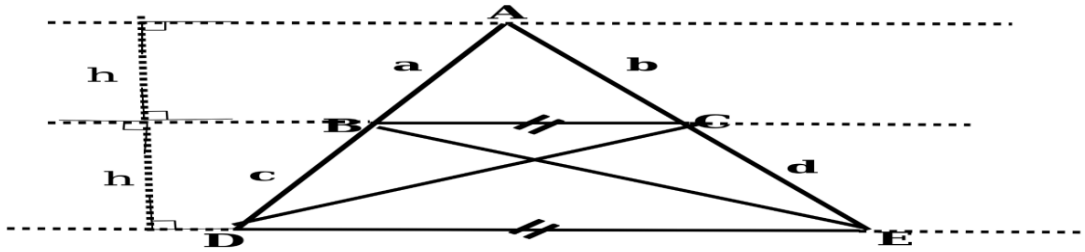
"Çember: Merkez Yarıçapla" komutu seçilip sırasıyla D noktası ve çıkan komut satırında yarıç değeri olarak "k BA" ve E noktası seçilerek çıkan komut satırında yarıçap değeri olarak "k CA" yazı çemberler oluşturulur.



Oluşan çemberler "Kesiştir" komutuyla kesiştirilir. Oluşan D, E, G noktalarından oluşturulan üçg ABC üçgeninin k oranında benzeridir. k sürgüsü hareket ettirilerek yeni oluşacak üçgenlerin çev uzunlukları, alan oranları cebir penceresindeki değerlerden incelenir.



İspat.2: Bu teoremi ispatlamak için üçgenlerde alan bağıntısını bilmek gerekir. Bir üçgenin alanı tabanı ile tabana ait yüksekliğin çarpımının yarısıdır.



$\rightarrow$ $\text{Alan}(BCD)=\frac{|BC|.h}{2}$ $\rightarrow$ $A(BCD)=A(BCE)$

$\rightarrow$ $\text{Alan}(BCE)=\frac{|BC|.h}{2}$

$\frac{(ABC)}{(BCD)}=\frac{(ABC)}{(BCE)}$ $=>$ $\frac{(a)}{(c)}=\frac{(b)}{(d)}$ bulunur.

2.aşama: Araştırma becerileri:

Bu koşulların pekişmesi üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurması ve üçgenlerde benzerlik özelliklerini kullanarak uzunluk hesaplamalarını yapabilmesi için MEB beceri temelli etkinlik kitabında yer alan zipline etkinliğinden esinlenerek hazırlanan Zipline ile uçuyorum etkinliği yapılır. Bu süreçte Geogebra yazılımı kullanılır.

Etkinlik: ZİPLİNE İLE UÇUYORUM

Üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğrunun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurması ve benzerlik yardımıyla günlük hayatta karşılaşılabilecek durumlarda gerçek uzunluğu hesaplayabilmesi amaçlanmaktadır.



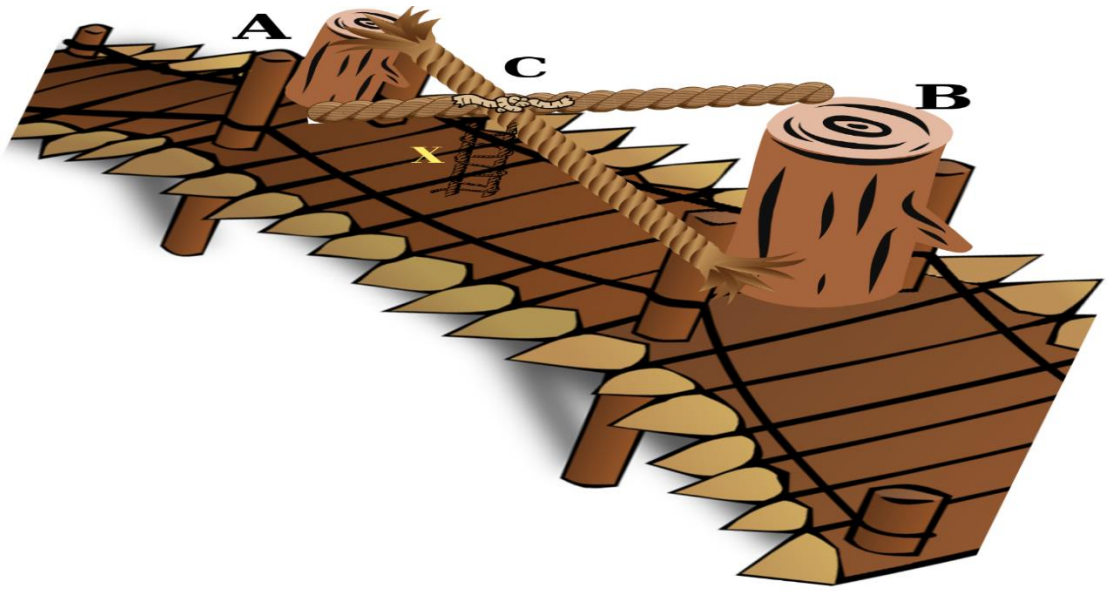
Bağlanmış çelik halat vasıtasıyla emniyet kemeri takarak vücut ağırlığı ve yerçekimi yardımıyla yüksek bir noktadan alçak bir noktaya kayma aktivitesine zipline denir.

Arkadaşlarıyla gittiği spor kampında zipline heyecanı yaşamaya karar veren Defne, Gökhan ve Yağmur yukarıda verilen şekildeki gibi ırmak üzerinde gerili halatın A noktasından B noktasına doğru kayacaktır. Defne, Gökhan ve Yağmur sırasıyla X,Y ve Z noktasında AB doğru parçasını eşit uzaklara bölecek şekilde asılı kaldıklarında her birinin CD doğru parçasına uzaklıkları toplamı kaç metredir?

3.aşama: Üretici Düşünme Becerileri:

Üçgenlerin benzerliği ile ilgili problemleri çözmesi, benzerlik kavramını gerçek hayatta kullanabilmesi ve üçgenlerde benzerlik özelliklerini kullanarak uzunluk hesaplamalarını yapabilmesi hedeflenmektedir. Bu amaçla köprü etkinliği hazırlanmıştır.

Etkinlik: Köprü



Birbirlerinden 8 m uzaklıkta, yere dik bir konumda yerleştirilen A ve B direklerinin yükseklikleri sırasıyla 6 m ve 10 m'dir. Bu direkler tepe noktalarından zemine, C noktasında düğümlenen ipler yardımıyla şekildeki gibi sabitlenmiştir. Düğüm yerinin yüksekliğini yani x değerini bulunuz.

4.Ürün :

Farkındalık müfredatı ile modül sona erdikten sonra öğrencilerin uygulaması için günlük hayata yönelik problemler sunulur. Öğrencinin uygulayıcı rolünü üstlenmesi sağlanır. Günlük hayata yönelik MEB kitabında yer alan İki Dağın Zirvesi etkinliği ile öğrencilerin Geogebra programı ile uygulama yapmaları sağlanır.

İki Dağın Zirvesi

Aylin, iki dağın zirvesi arasındaki yaklaşık mesafeyi ölçmek için sırasıyla şu adımları izlemektedir:

I.Adım: Bulunduğu noktadan dağlara baktığında elindeki iki çubuğu, uç noktaları dağların zirveleri ile aynı hizaya gelecek şekilde göz hizasında "V" şeklinde tutuyor.

II. Adım: Bu şekilde elde ettiği üçgenin resmini, tabanı dağların zirvelerinin bulunduğu hatta paralel olacak şekilde karton üzerine çiziyor. Çizdiği üçgenin taban uzunluğunu 30 cm, yüksekliğini ise 4 cm olarak ölçüyor.

III. Adım: Bulunduğu noktadan 100 m geriye giderek (dağların zirvelerinin bulunduğu hatta dik olacak şekilde) D noktasına geldiğinde de aynı şekilde bir üçgen daha oluşturuyor. Yeni elde ettiği üçgenin taban uzunluğunu 25 cm, yüksekliğini ise 5 cm olarak ölçüyor.

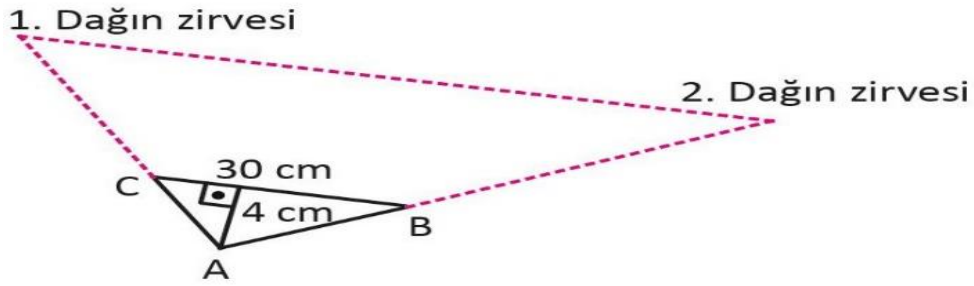
Verilenlere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Dağların zirveleri arasındaki mesafe yaklaşık kaç metredir?

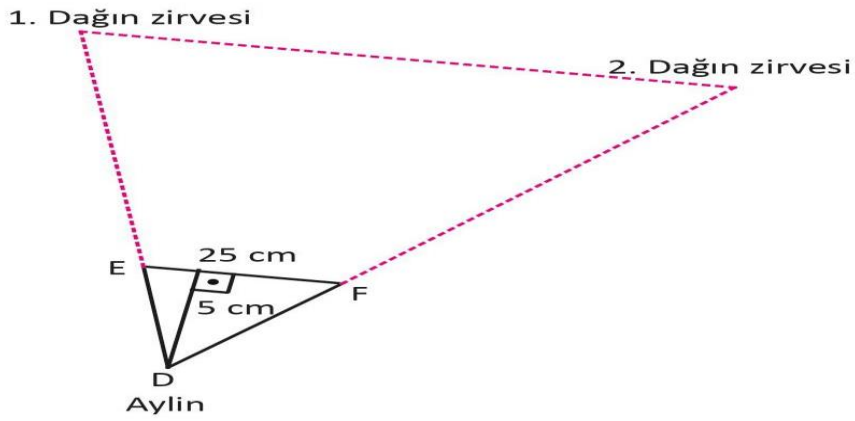
b) Aylin'in bulunduğu A noktasından 150 m geriye giderek geldiği K noktasında oluşturacağı temsili bir KLM üçgeninin taban 15 cm ise yükseklik uzunluğunu bulunuz.

Örnek Görsel Temsili:

1.Durum:



2.durum:



DERS PLANI-3-

Ders: Matematik

Sınıf: 9. Sınıf

Öğrenme Alanı: Üçgenler

1. Hazırlık Evresi:

MEB Eğitim Kazanımları:

1. Dik Üçgen ve Trigonometri

- Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.
- Öklid teoremini elde ederek problemler çözer

Zenginleştirilmiş Kazanımlar:

1. Dikdörtgenler Prizmasının açılımını çizer. (Analiz)

2. Pisagor teoremini inşa eder. (Sentez)

3. Öklid teoremini elde eder. (sentez)

4. Pisagor teoremini kullanarak hesaplamalar yaptığı günlük hayat problemlerine örnek verir. (Değerlendirme)

5.Öklid teoremi ile ilgili problemler çözer ve gerçek hayat problemlerine örnek verir. (Değerlendirme)

2.İçerik:

1.Genel Müfredat (Milli Eğitim Bakanlığı müfredatı) :

4.Dik Üçgen ve Trigonometri

1.Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.

a) Teorem elde edilirken model çeşitliliğine yer verilir.

b) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

c) Pythagoras'ın çalışmalarına yer verilir.

2. Öklid teoremini elde ederek problemler çözer.

a) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

2.Yetenek Havuzu:

Öğrencilerin yetenek alanlarını belirleme,

- Çoklu zekâ envanteri
- Yaratıcılık ölçeği
- Başarı testi

3.Müfredat Sıkıştırma:

- Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.
- Öklid teoremini elde ederek problemler çözer.

4.Bağıntılar Müfredatı:

- Dikdörtgenler prizması
- Günlük hayat problemleri

5.Uygulama Müfredatı:

- ‘Pisagor teoremi günlük hayatta nerelerde hangi problem durumlarında kullanılır?’ sorusu yöneltilir ve öğrencilerin cevapları alınır. (Örneğin dik üçgen şeklindeki bir parkı en kısa sürede aşmak için nasıl bir yoldan yürürüz? Ya da bir ağacı tepe noktasına baktığımızda aradaki görüş mesafesini nasıl hesaplarız?)
- Bulunduğumuz odanın karşı duvarlarında iki farklı nokta seçerek bu iki nokta arasındaki en kısa mesafeyi kaç farklı şekilde hesaplarsınız? sorusu yöneltilir. Cisimlerin karşı yüzeylerinde yer alan iki nokta arasındaki en kısa mesafeyi hesaplamaları için dik üçgen faydalanmaları istenir.
- Geogebra Programı kullanarak üç boyutlu düşünme becerileri ve açınımları çizme becerileri gözlemlenir. Öğrencilerle ilk önce Pisagor teoremi bilgileri üzerine konuşulur. Pisagor bağıntısının nasıl oluşturulabileceği tartışılır. Daha sonra MEB ders kitabında yer alan teknoloji etkinliği ile Pisagor teoreminin GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak gösterimi yapılır.
- Dik üçgenlerden yararlanarak Öklid teoremini uygulayabilmesi ve öklid teoreminden yararlanarak problem çözmesi hedeflenmektedir. Bu hedef doğrultusunda öğrencilerle Öklid teoremi bilgileri üzerine konuşulur. Daha sonra öklid teoreminin gösterimi GeoGebra programı kullanılarak öğrencilere yaptırılır.
- MEB beceri temelli etkinlik kitabında yer alan Teleferiğin Uzunluğu adlı etkinliğin öğrencilere yaptırılması hedeflenmektedir. Bu etkinlik ile öğrencilerden beklenen dik üçgende Pisagor teoreminin günlük hayat problemlerinde kullanılmasıdır. Etkinlik Geo Gebra programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.
- MEB beceri temelli etkinlik kitabında yer alan dağcılar adlı etkinliğin öğrencilere yaptırılması hedeflenmektedir. Bu etkinlik ile öğrencilerden beklenen dik üçgenlerden yararlanarak öklid teoremini uygulayabilmesi ve öklid teoreminden yararlanarak problem çözmesi hedeflenmektedir. Etkinlik GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.
- MEB kitabında yer alan Arşimet Vidası etkinliği ile Öklid teoreminin günlük hayatta kullanımına yönelik uygulama yaptırılmıştır. Aynı zamanda Pisagor ve Öklid teoreminin kullanımı pekiştirilmiştir.

• Farkındalık Müfredatı aşamasında MEB kitabında yer alan Asma Köprü etkinliği ile Öklid teoreminin günlük hayatta kullanımına yönelik uygulama yaptırılmıştır. Aynı zamanda Pisagor ve Öklid teoreminin kullanımı pekiştirilmiştir.

6.Farkındalık Müfredatı:

Farkındalık Müfredatı ile modül sona erdikten sonra öğrencilerin uygulaması için günlük hayata yönelik problemler sunulur. Öğrencinin uygulayıcı rolünü üstlenmesi sağlanır. Asma Köprü etkinliği ile Öklid teoremini kullanarak gerçek hayat problemlerini çözebilmesi hedeflenmektedir.

3.Süreç:

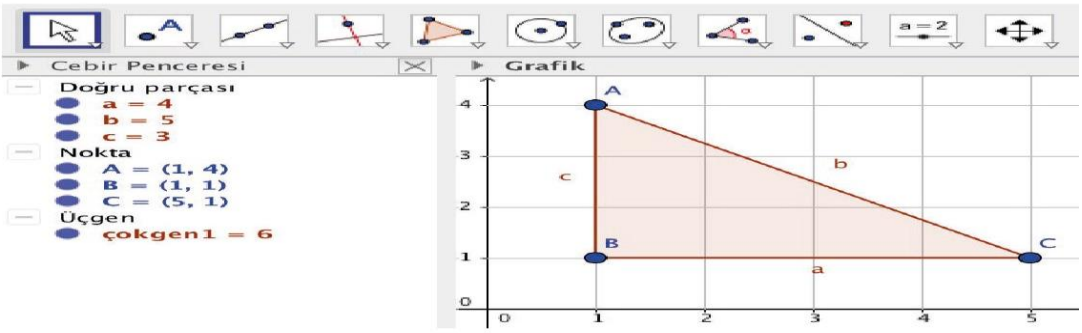
1.aşama: Temel süreç becerileri:

Etkinlik:

Öğrencilerle ilk önce Pisagor teoremi bilgileri üzerine konuşulur. Pisagor bağıntısının nasıl oluşturulabileceği tartışılır. Daha sonra MEB ders kitabında yer alan teknoloji etkinliği ile Pisagor teoreminin GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak gösterimi yapılır.

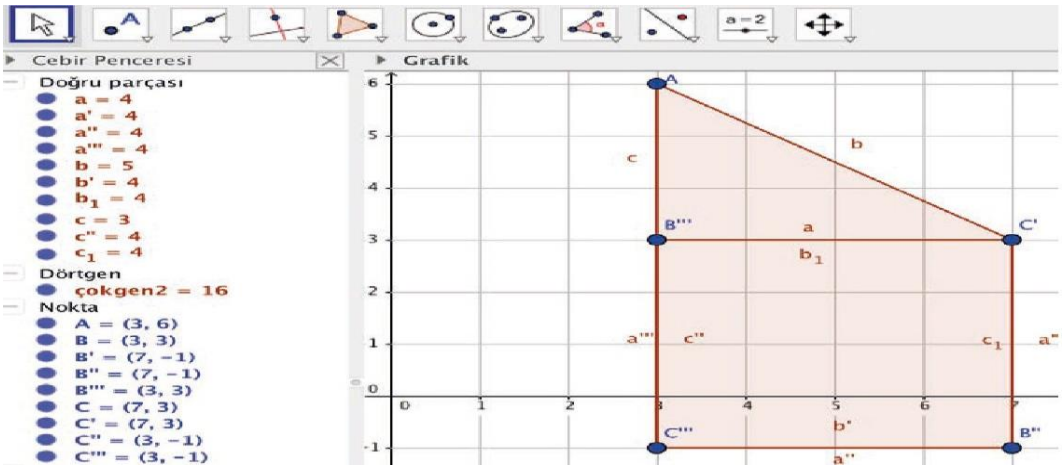
Örnek uygulama:

Araç çubuğundaki 5. kutuya ve ardından açılan "Çokgen "sekmesine tıklanır. Sonra grafik penceresinde bir dik üçgen çizilir. Grafik penceresinde boşluğa tıklanarak "Grid" sekmesi seçilirse dik üçgen daha kolay çizilebilir.

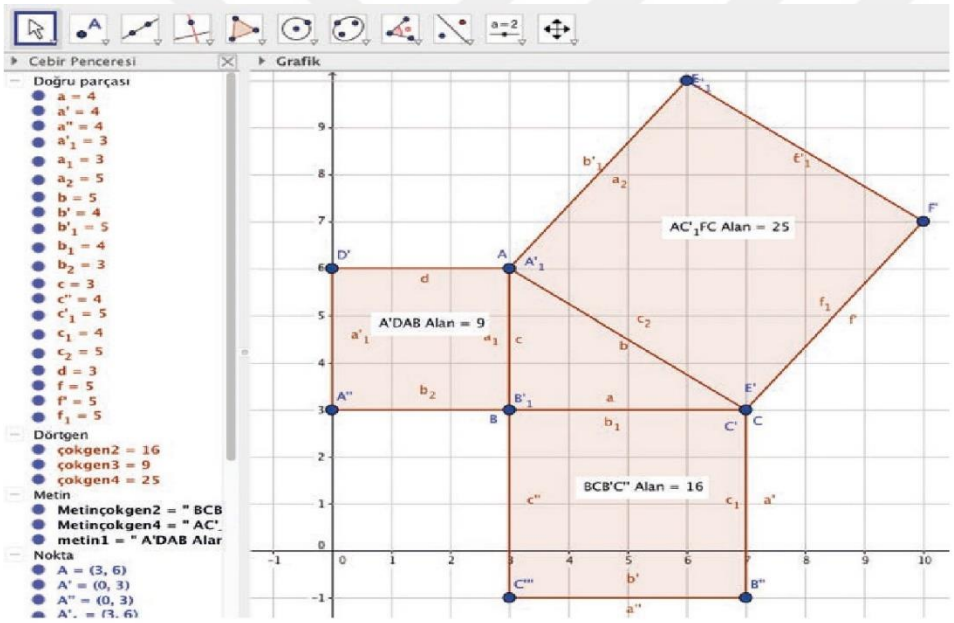


Araç çubuğundaki 9. kutuya ve ardından açılan "Nesneyi nokta etrafında döndür" sekmesine tıklanır. Sonra aşağıdaki adımlar uygulanır.

- Önce [BC] doğru parçasına, ardından C noktasına tıklanır ve açılan pencerede 90^0 yazılır. ''Saatin tersi yönünde'' seçeneği ile "Tamam" butonuna basılır.
- Yeni oluşan kenara ve ardından B noktasına tıklanarak bir önceki adımda yapılanlar tekrarlanır. Kenarlardan biri [BC] olan kare oluşana kadar bu işlemlere devam edilir.
- Araç çubuğundaki 5. kutuya ve ardından açılan "Çokgen" sekmesine tıklanıp [BC] kenarına ait kare oluşturulur.



Tüm bu işlemler [AB] ve [AC] içinde yapılarak aşağıdaki gibi bir görsel elde edilir. Araç çubuğundaki 8. kutuya, ardından açılan "Alan" sekmesine ve sonra oluşan karelerin iç bölgesine tıklanırsa her bir karenin alanı bulunmuştur. Tüm bu işlemler sonunda dik kenarlara ait karelerin alanları toplamının hipotenüse ait karenin alanına eşit olduğu görülür.

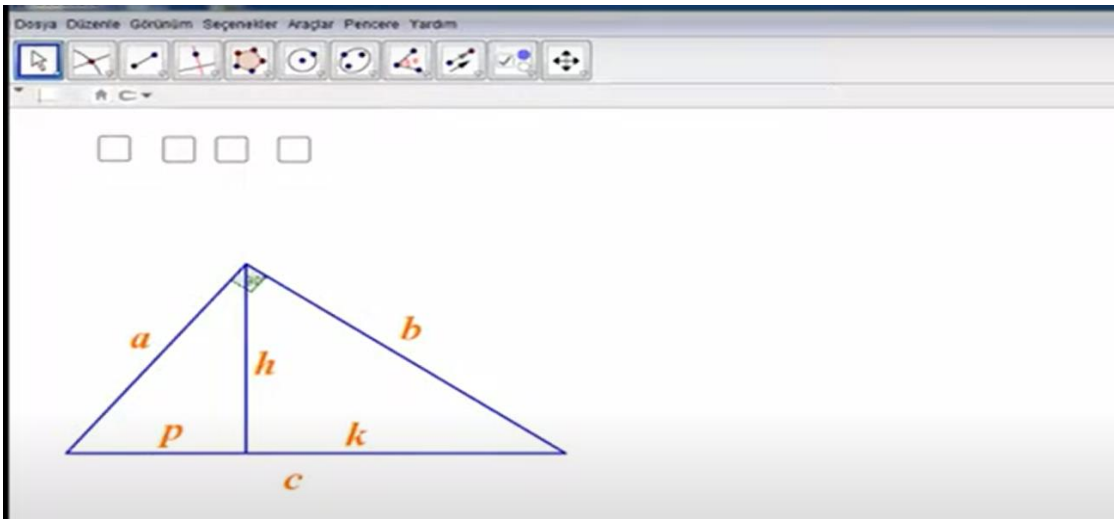


Etkinlik:

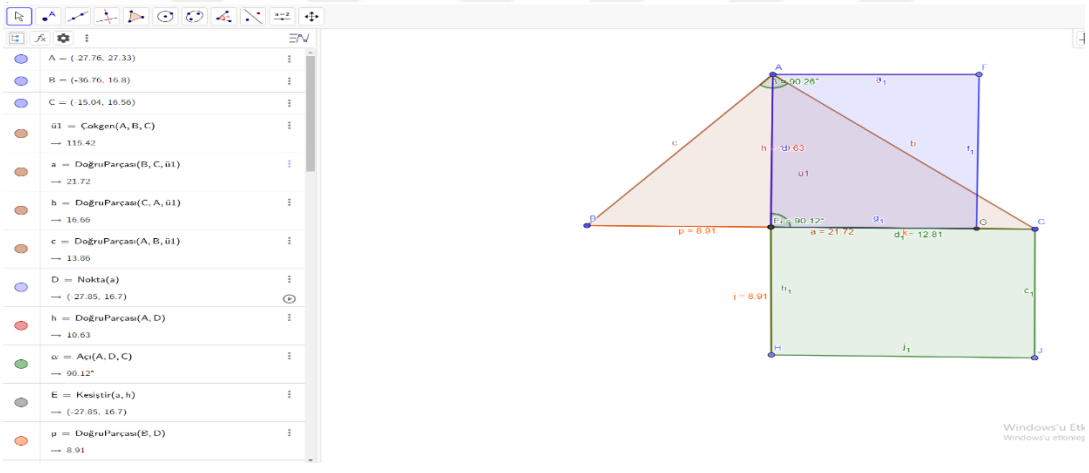
Öğrencilerle Öklid teoremi bilgileri üzerine konuşulur. Daha sonra öklid teoreminin gösterimi GeoGebra programı kullanılarak öğrencilere yaptırılır.

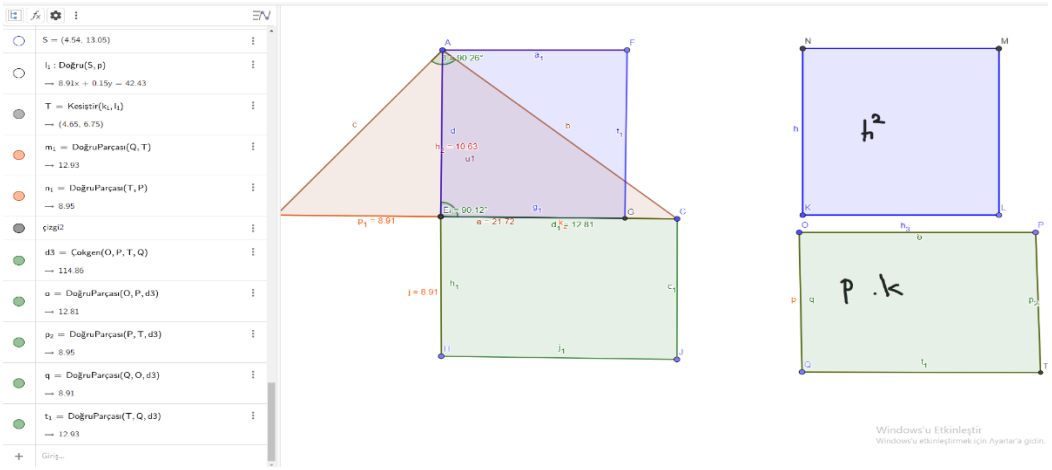
Örnek uygulama:

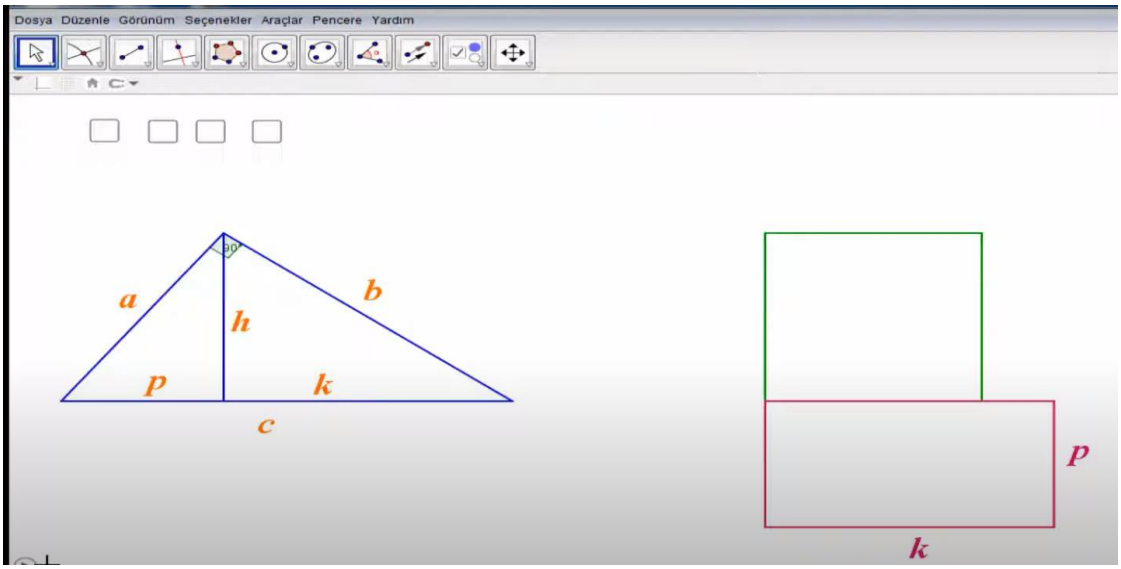
Araç çubuğundaki 5. kutuya ve ardından açılan "Çokgen "sekmesine tıklanır. Sonra grafik penceresinde bir dik üçgen çizilir. Grafik penceresinde boşluğa tıklanarak "Grid" sekmesi seçilirse dik üçgen daha kolay çizilebilir.



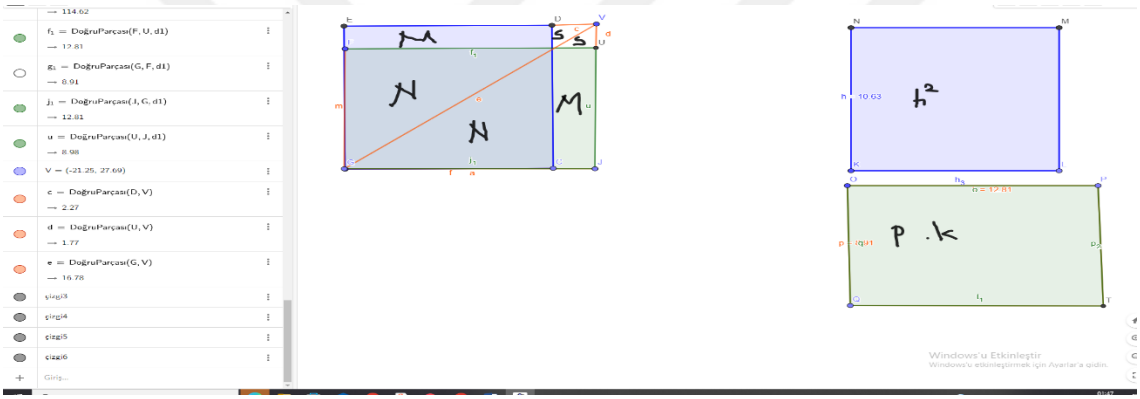
Araç çubuğundaki 9. kutuya ve ardından açılan “Nesneyi nokta etrafında döndür” sekmesine tıklanır. Araç çubuğundaki 5. kutuya ve ardından açılan “Çokgen” sekmesine tıklanıp aşağıdaki kare oluşturulur.

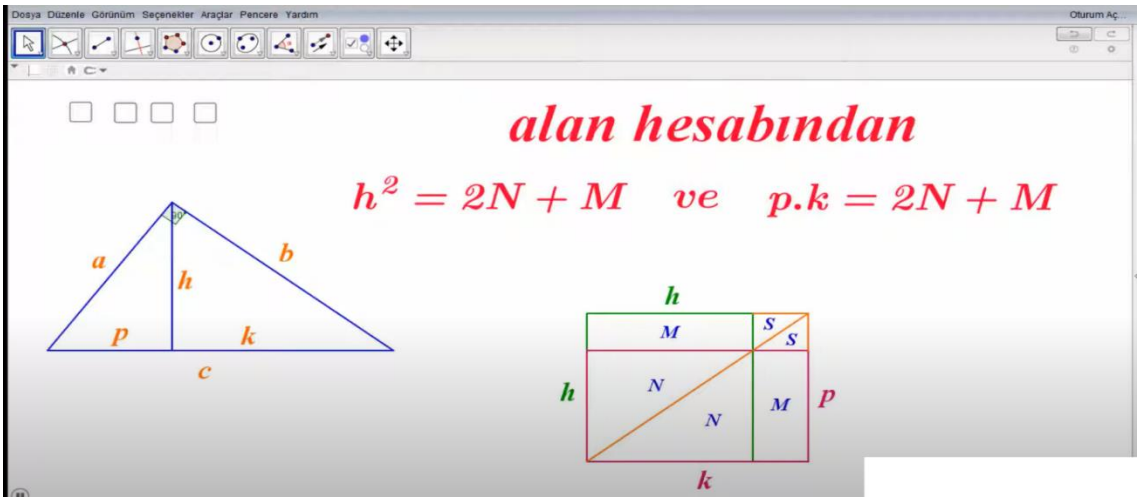






Sırasıyla alan hesaplamları yapılarak sonuca ulaşılır.



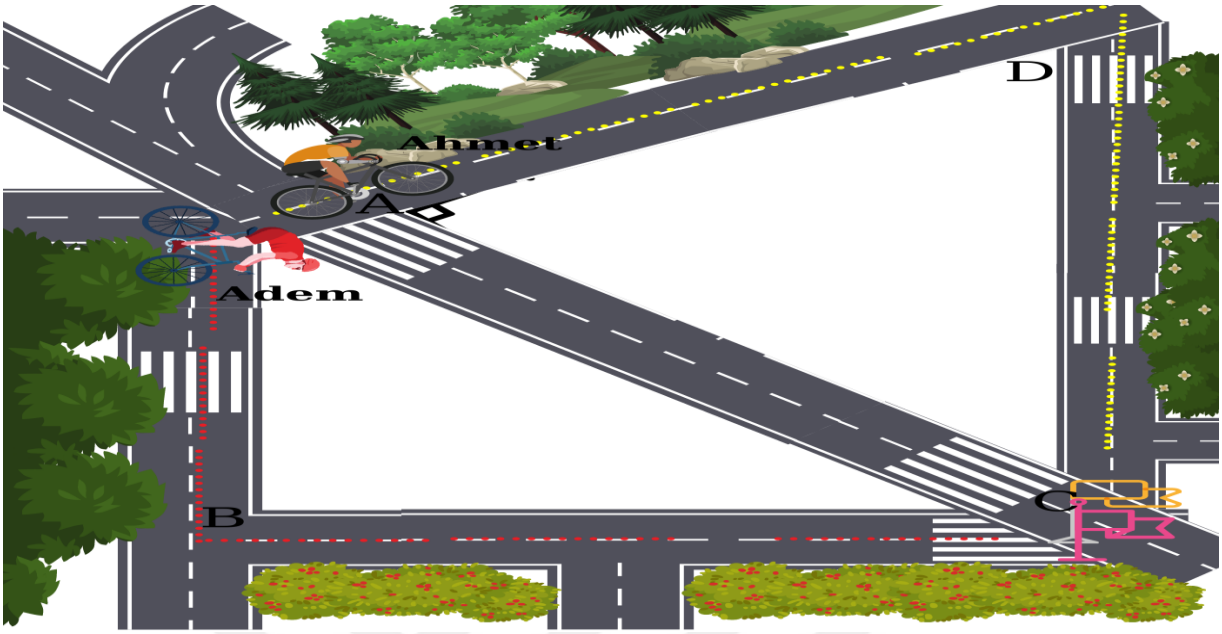


2.aşama: Araştırma becerileri:

ETKİNLİK: Bisiklet Turu

Bisiklet Turu adlı etkinliğin öğrencilere yaptırılması hedeflenmektedir. Bu etkinlik ile öğrencilerden beklenen dik üçgende Pisagor teoreminin günlük hayat problemlerinde

kullanılmasıdır. Etkinlik GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.



Yukarıdaki görselde parkın A köşesinde C köşesine doğru hareket eden Adem ve Ahmet farklı güzergahları tercih ettikleri gösterilmiştir. Ahmet saatte 30 km hızla ve Adem saatte 40 km hızla güzergahlarında hareket ederek C noktasına ulaşmışlardır.

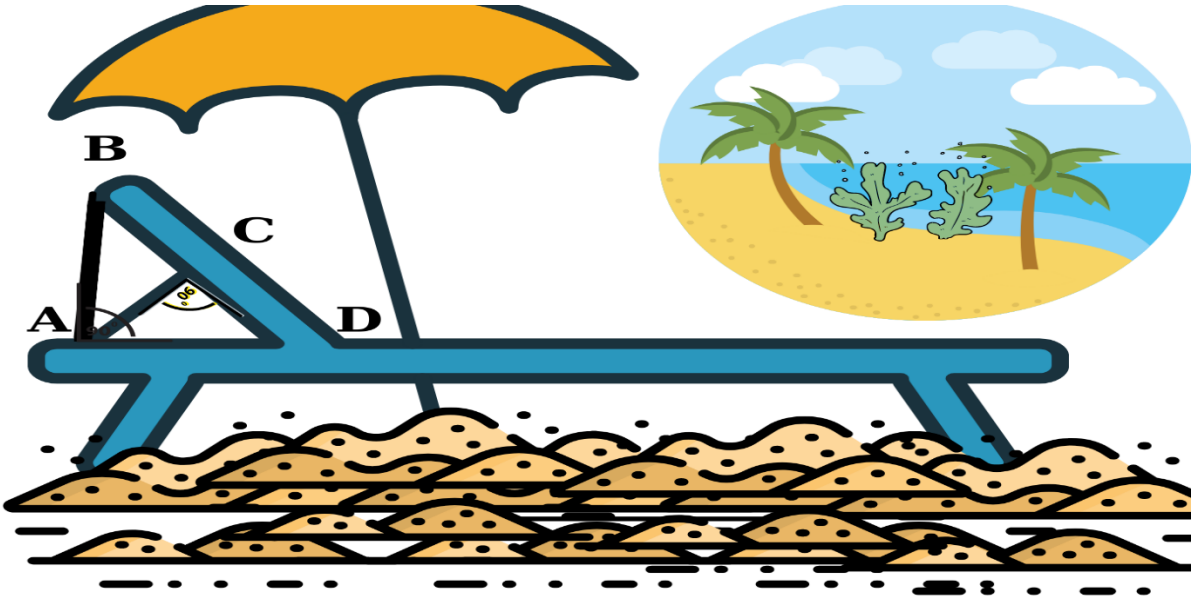
[AB] ⊥ [BC] ve [AD] ⊥ [AC] şeklinde olup |AB|=16 km , |BC|=12 km ve |AD|=15 km uzunluktadır.

Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre aşağıda yer alan soruları cevaplayınız.

1. Ahmet'in aldığı toplam yol ne kadardır?
2. Ahmet, C noktasına kaç dakikada gitmiştir?
3. Adem, C noktasına kaç dakikada gitmiştir?

ETKİNLİK: JEZLONG

Şezlong adlı etkinliğin öğrencilere yaptırılması hedeflenmektedir. Bu etkinlik ile öğrencilerden beklenen dik üçgenlerden yararlanarak öklid teoremini uygulayabilmesi ve öklid teoreminden yararlanarak problem çözmesi hedeflenmektedir. Etkinlik Geo Gebra programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.



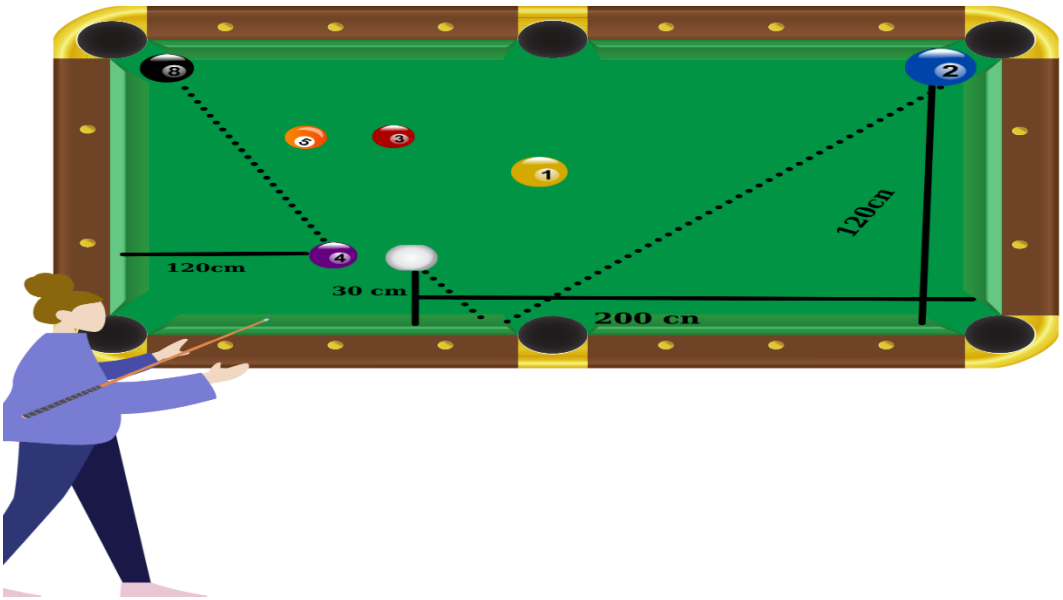
Bir şezlongun sırt yaslanan kısmı şekildeki gibi [AC]= 60 cm uzunluğundaki bir destekle kaldırılıyor. 60 cm uzunluğundaki bu destekle şezlongun arkası arasında 90^0 'lik bir açı oluşuyor. Şezlongun arkasının en üst noktası ile şezlongun ayakları arasındaki en kısa uzaklık olan |AB| =100 cm olduğuna göre şezlongun sırt kısmı olan [BD] uzunluğu kaç cm'dir?

3.aşama: Üretici Düşünme Becerileri:

Bilardo masası ve Asma Köprü etkinlikleri ile günlük hayatta kullanımlarına yönelik örnekler verilmiştir. Aynı zamanda Pisagor ve Öklid teoreminin kullanımı pekiştirilmiştir. Etkinlikler GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.

Etkinlik: Bilardo Masası

Pisagor teoremini kullanarak gerçek hayat problemlerini çözebilmesi hedeflenmektedir.

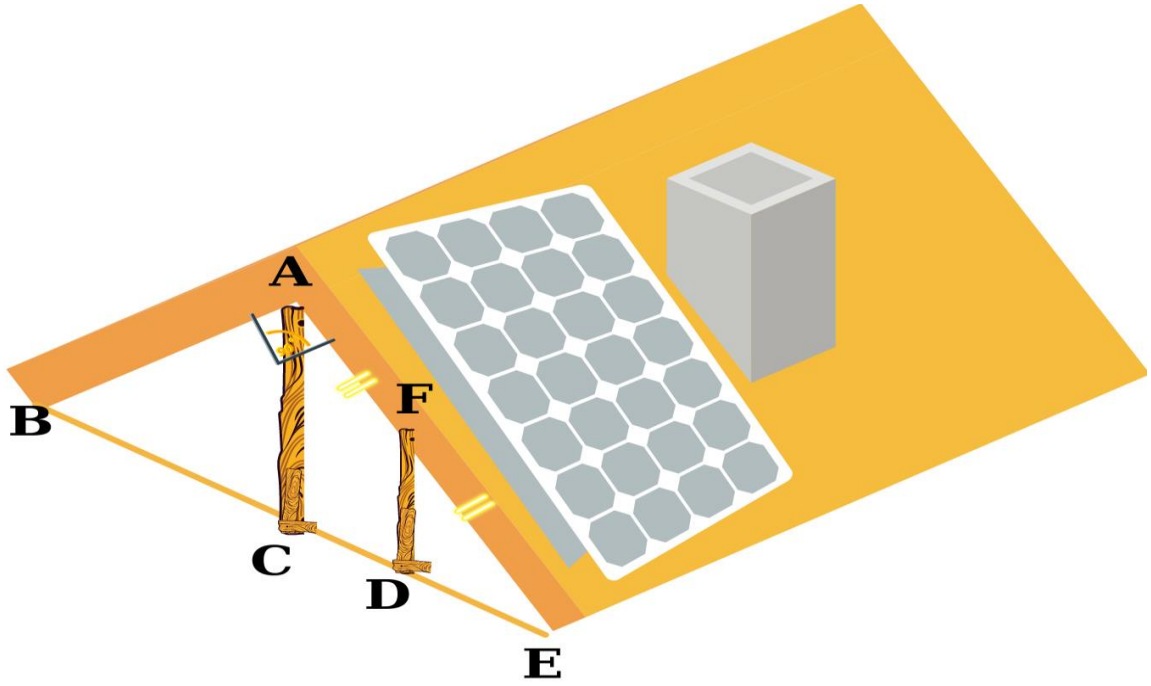


Bir bilardo oyuncusu oynarken iki vuruş yaparak topları deliklere sokmak istiyor. Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre aşağıda yer alan soruları cevaplayınız.

1. Beyaz bilardo topunun deliğe girmesi için alması gereken en kısa yol kaç cm'dir?
2. Mor bilardo topunun deliğe girmesi için alması gereken en kısa yol kaç cm'dir?

Etkinlik: Güneş paneli

Güneş paneli adlı etkinliğin öğrencilere yaptırılması hedeflenmektedir. Bu etkinlik ile öğrencilerden beklenen dik üçgenlerden yararlanarak öklid teoremini uygulayabilmesi ve öklid teoreminden yararlanarak problem çözmesi hedeflenmektedir. Etkinlik GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.



Bir evin çatısı şekildeki gibi modellenmiştir ve üzerine güneş enerjisi ile çalışan panel yerleştirilmiştir. Bu sebeple çatıya atılan [FD] desteğinin yeterli olmadığı düşünüldüğünden bu desteğe paralel olacak şekilde A köşesinden bir destek daha yerleştirilmiştir. Yukarıdaki görsele göre;

[AF] = [FE] , |DE| = 80 cm ve |BC| = 90 cm uzunluktadır.

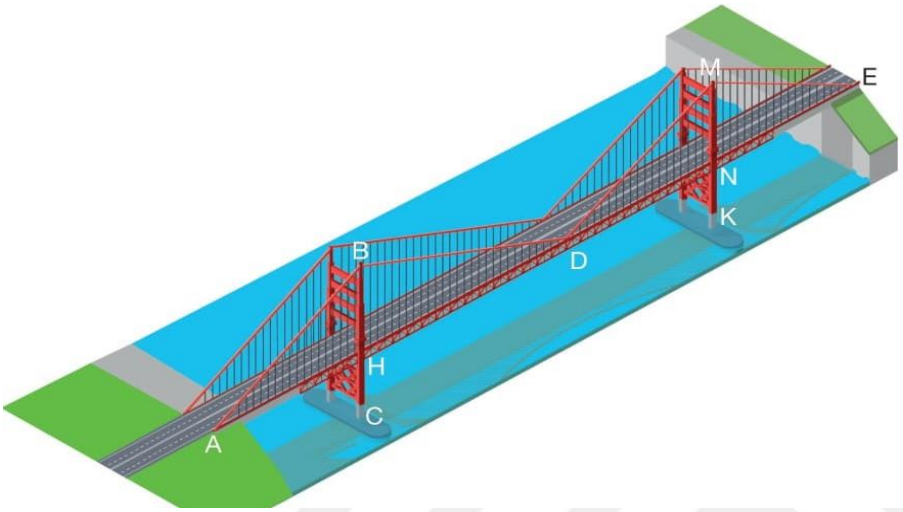
Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre aşağıda yer alan soruları cevaplayınız.

1. Yerleştirilen desteklerin uzunlukları toplamı nedir?
2. [AB]'nin uzunluğu nedir?

4.Ürün:

Etkinlik: Asma Köprü

Öklid ve Pisagor teoremini kullanarak gerçek hayat problemlerini çözebilmesi hedeflenmektedir. Günlük hayata yönelik MEB kitabında yer alan Asma Köprü etkinliği ile öğrencilerin Geogebra programı ile uygulama yapmaları sağlanır.



$[AB] \perp [AC], [AB] \perp [BD],$
$[BH] \perp [AD], [DM] \perp [ME],$
$[ME] \perp [EK], [MN] \perp [DE],$
$m(\widehat{BDH}) = m(\widehat{MDN}),$
$|BC| = |MK| = 40\ m,$
$|HD| = |DN|$ ve
$|AH| = 2 \cdot |HC|$ tir.

Asma köprü, ayaklar arasına gerilen halat ya da çelik kablolara tepeden asılarak taşıtılan köprüdür. Geniş açıkların aşılmasında en çok tercih edilen köprü türüdür. Şekilde görüldüğü gibi bir akarsuyun iki yakasını birleştirmek için bir asma köprü yapılmak isteniyor. Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre aşağıda yer alan soruları cevaplayınız.

1. A ve E noktaları arasındaki halatın uzunluğu kaç metredir?
2. Köprünün ayakları arasındaki mesafe kaç metredir?

DERS PLANI-4-

Ders: Matematik

Sınıf: 9. Sınıf

Öğrenme Alanı: Üçgenler

1. Hazırlık Evresi:

Milli Eğitim Bakanlığı Eğitim Kazanımları:

Üçgenlerin Yardımcı Elemanları

1. Üçgenin iç ve dış açıortaylarının özelliklerini elde eder.

2. Üçgenin kenarortaylarının özelliklerini elde eder.

3. Üçgenin kenar orta dikmelerinin bir noktada kesiştiğini gösterir.

4. Üçgenin çeşidine göre yüksekliklerinin kesiştiği noktanın konumunu belirler.

Zenginleştirilmiş Kazanımlar:

1. Üçgenlerin Yardımcı Elemanlarını tespit eder. (Analiz)

2. Üçgenlerin Yardımcı Elemanlarının özelliklerini elde eder. (Sentez)

3.Üçgenlerin Yardımcı Elemanları ile ilgili problemler çözer ve neden-sonuç ilişkisi kurarak gerçek hayat problemlerine yer verilir. (Değerlendirme)

2.İçerik:

3. Üçgenin Yardımcı Elemanları

1. Üçgenin iç ve dış açıortaylarının özelliklerini elde eder.

a) Açıortay üzerinde alınan bir noktadan açının kollarına indirilen dikmelerin uzunluklarının eşit olduğu gösterilir.

2. Üçgenin kenarortaylarının özelliklerini elde eder.

a) Kenarortayların kesiştiği nokta ile bu noktanın kenarortay üzerinde ayırdığı parçalar arasındaki ilişki üzerinde durulur.

b) Kenarortayların kesiştiği noktanın, üçgenin ağırlık merkezi olduğuna ve üçgenin ağırlık merkeziyle ilgili özelliklerine yer verilir.

c) Dik üçgende, hipotenüse ait kenarortay uzunluğunun hipotenüs uzunluğunun yarısı olduğu gösterilir.

ç) Kenarortay uzunluğunu veren bağıntı verilir.

c) Dik üçgende, hipotenüse ait kenarortay uzunluğunun hipotenüs uzunluğunun yarısı olduğu gösterilir.

ç) Kenarortay uzunluğunu veren bağıntı verilir.

d) Pergel-cetvel kullanarak veya bilgi ve iletişim teknolojileri yardımıyla üçgen üzerinde değişiklikler yapılarak ve üçgen çeşitlerine bağlı olarak değişikliklerin kenarortaylar üzerindeki etkisi gözlemlenir.

3. Üçgenin kenar orta dikmelerinin bir noktada kesiştiğini gösterir.

a) Bir doğru parçasının orta dikmesi üzerinde alınan her noktanın, doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıkta olduğu ve bunun karşıtının da doğru olduğu gösterilir.

b) Pergel-cetvel veya bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.

4. Üçgenin çeşidine göre yüksekliklerinin kesiştiği noktanın konumunu belirler.

a) Pergel-cetvel kullanarak veya bilgi ve iletişim teknolojileri yardımıyla bir üçgenin yükseklikleri çizilerek kesişimleri üzerinde durulur. Farklı üçgen çeşitleri üzerinde örnekler yapılır.

b) İkizkenar üçgenin tabanında alınan bir noktadan kenarlara çizilen dikmelerin uzunlukları toplamı ile üçgenin eş olan kenarlarına ait yükseklik arasındaki ilişki bulunur.

c) Eşkenar üçgen içerisinde alınan bir noktadan kenarlara indirilen dikmelerin uzunlukları toplamı ile üçgenin yüksekliği arasındaki ilişki bulunur.

2.Yetenek Havuzu:

Öğrencilerin yetenek alanlarını belirleme,

- Çoklu zekâ envanteri
- Yaratıcılık ölçeği
- Başarı testi

3.Müfredat Sıkıştırma:

• Üçgenlerin Yardımcı Elemanlarının özelliklerini elde eder.

• Üçgenlerin Yardımcı Elemanları ile ilgili gerçek hayat problemlerine yer verilir.

4.Bağıntılar Müfredatı:

• Prizmalar ve çember

• Günlük hayat problemleri

5.Uygulama Müfredatı:

• Öğrencilerle ilk önce üçgenlerin yardımcı elemanlarının neler olduğuna dair konuşulur. Üçgenlerin yardımcı elemanlarının özelliklerinin elde edilmesi için gerekli durumlar tartışılır. Bu özelliklerinin elde edilmesi için öğrencilerle ilk önce üçgenlerin günlük hayatta kullanımı hakkında konuşulur. Daha sonra üçgenin yardımcı elemanları hakkında fikir edinmeleri için Projeksiyon Cihazı etkinliği öğrencilere yaptırılır. Bu süreçte dinamik geometri yazılımları kullanılır.

- "GeoGebra" programı kullanarak öğrencilere açıortay çizimi yaptırılır ve açıortay özellikleri keşfettirilir. Geogebra aracılığıyla açıortay ile ilgili bağlantılara ulaşılması sağlanır. Uydu Frekansı adlı etkinlik ile üçgenin iç ve dış açıortaylarının özellikleri problem çözmede kullanılır.
- "GeoGebra" programı kullanarak öğrencilere üçgenlerde kenarortaylarının çizimi yaptırılır ve özellikleri keşfettirilir. Kamp etkinliği ile kenarortay özelliklerini problem çözmede kullanılır.
- Üçgenlerin yardımcı elemanlarını kullanarak gerçek hayat problemlerini çözmesi hedeflenmektedir. Uzun Atlama ve Kamp adlı etkinlik Geo Gebra programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.
- Farkındalık Müfredatı ile günlük hayata yönelik Duvar Boyama etkinliği ile üçgenin yardımcı elemanları problem çözmede kullanılır.

6.Farkındalık Müfredatı:

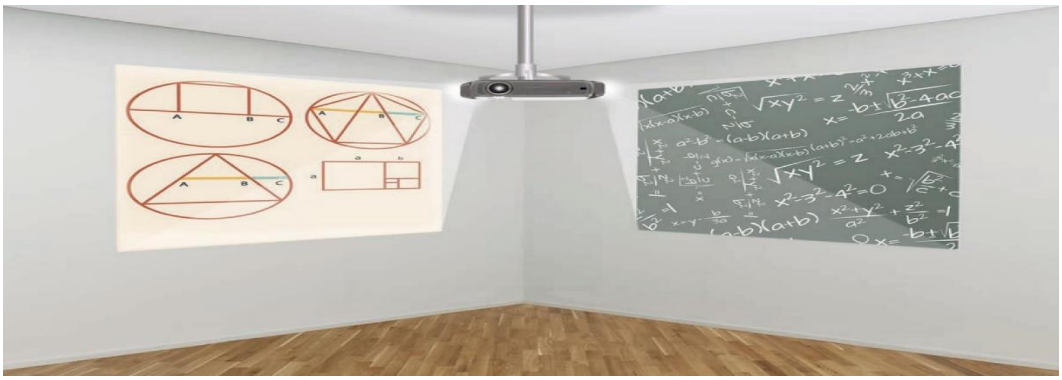
Farkındalık Müfredatı ile modül sona erdikten sonra öğrencilerin uygulaması için günlük hayata yönelik problemler sunulur. Öğrencinin uygulayıcı rolünü üstlenmesi sağlanır Duvar Boyama etkinliği ile öğrencilerden beklenen üçgenin kenar orta dikmelerinin günlük hayattaki kullanım alanlarını görebilmesidir. Etkinlik GeoGebra programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.

3.Süreç:

1.AŞAMA: TEMEL SÜREÇ BECERİLERİ:

Bu etkinlikte üçgenin yardımcı elamanları olan kenarortay, kenar orta dikmeleri, açıortay ve yükseklikleri ile ilgili verilen bağıntıların uygulamalarının yapılarak ispatlanması hedeflenmektedir. Dinamik matematik programı yardımıyla öğrencilerin örnek durumları teknoloji yardımıyla çözmeleri amaçlanmıştır. Öğrencilerle ilk önce üçgenlerin günlük hayatta kullanımı hakkında konuşulur. Daha sonra üçgenin yardımcı elemanları hakkında fikir edinmeleri için MEB matematik ders kitabında yer alan Projeksiyon Cihazı etkinliği öğrencilere yaptırılır.

Etkinlik: Projeksiyon Cihazı



Üçgen şeklindeki bir salonun tavanına duvarlara eşit uzaklıkta olacak şekilde bir çubuk sabitlenecek ve bu çubuğa 3 tane projeksiyon cihazı takılacaktır. Bu cihazların her biri farklı bir duvara yansıtılacağına göre çubuğun takıldığı noktayı üçgen geometrisi yönünden inceleyiniz. Bu nokta ile üçgenin köşe açıları ve kenarları arasında nasıl bir bağıntı vardır?

a) Eğer bu salon, bir kenarı 24 m olan bir eşkenar üçgen şeklinde ise çubuğun yerini hesaplayınız.

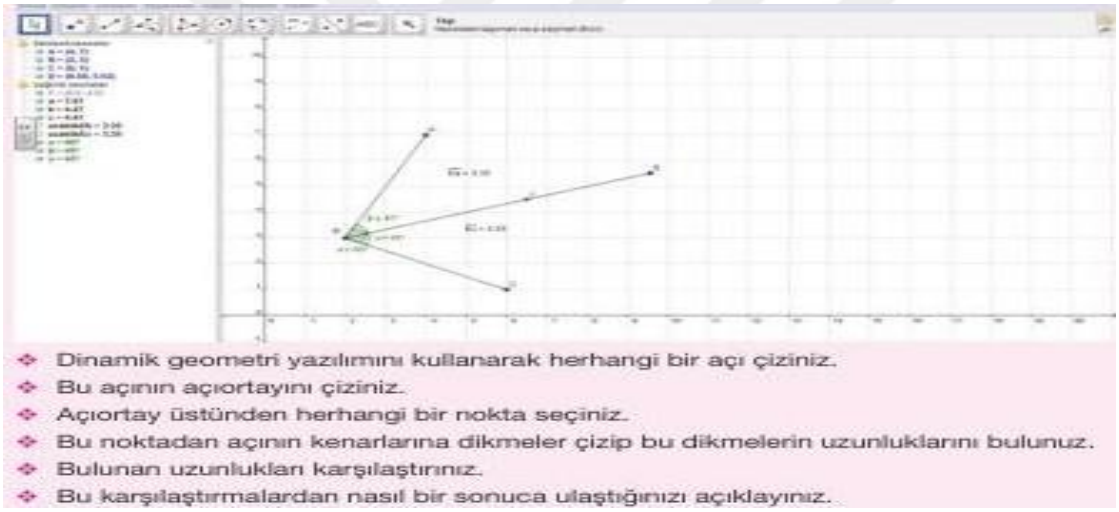
b) Boyutları 20-20-24 m olan ikizkenar üçgen bir salonda çubuk nereye takılmalıdır? Hesaplayınız.

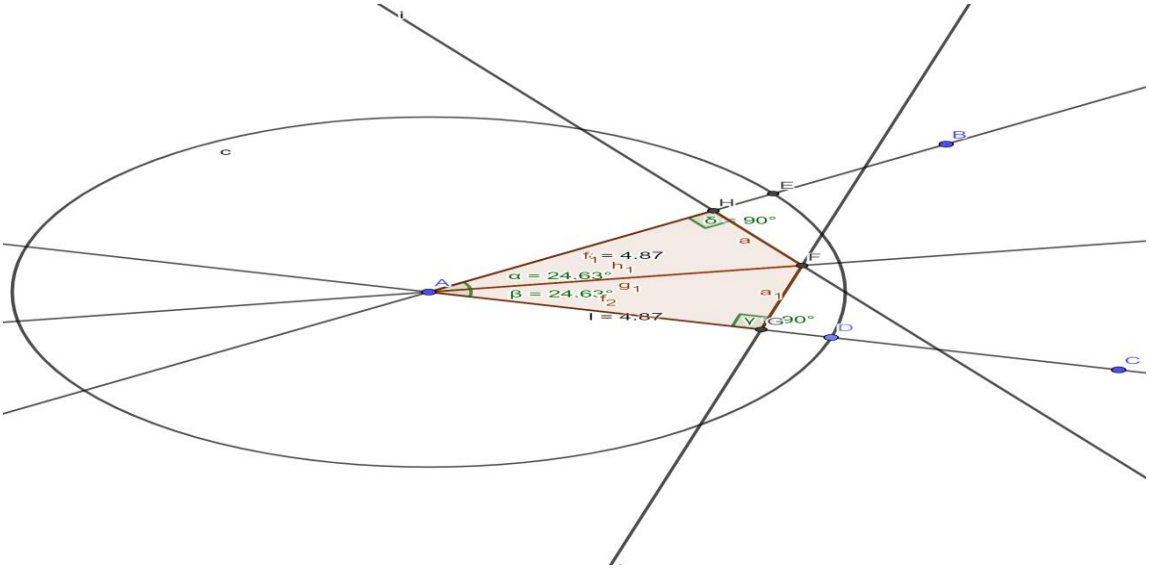
c) Boyutları 30-40-50 m olan dik üçgen bir salonda çubuğun yerini hesaplayınız.

Etkinlik: Üçgenin Açıortay Özellikleri:

"GeoGebra" programı kullanarak MEB matematik ders kitabında yer alan etkinlik ile öğrencilere açıortay çizimi yaptırılır ve açıortay özellikleri keşfettirilir.

ETKİNLİK:

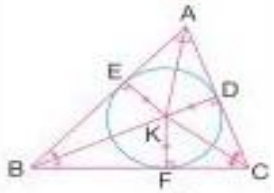


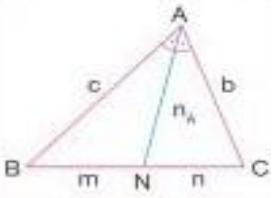


Beklenen sonuçlar, geogebra aracılığıyla aşağıdaki bağlantılara ulaşılması beklenmektedir.

Bir üçgenin iç açıortaylarının kesişim noktası, üçgenin kenarlarına eşit uzaklıktadır. K, iç açıortayların kesişim noktası olmak üzere |KE| = |KF| = |KD| eşitlikleri vardır. Bir üçgende iç açıortayların kesişim noktası **iç teğet çemberin merkezi** olarak isimlendirilir.

ABC üçgeninde AN iç açıortay doğru parçasının uzunluğu n_A şeklinde gösterilir. $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|NB|}{|NC|}$ bağıntısı, üçgende **iç açıortay teoremi** olarak isimlendirilir.





Etkinlik: Kenarortay Çizimi

Aşağıda dinamik geometri programı kullanılarak MEB matematik ders kitabında yer alan etkinlik ile bir üçgen ve bu üçgenin kenarlarına ait kenarortayları çizilmiştir. Farklı üçgen çeşitlerine göre kenarortayların kesiştiği nokta incelenmiştir.



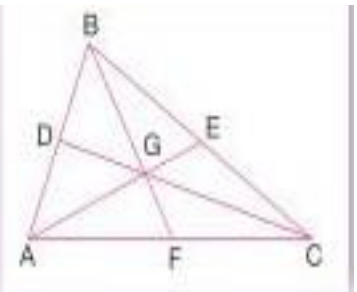
- Dinamik geometri yazılımı kullanarak dar açılı, dik açılı ve geniş açılı birer üçgen çiziniz.
- Her bir üçgenin kenarortaylarını çiziniz.
- Üçgen nasıl bir üçgen olursa olsun, kenarortayların bir noktada kesiştiğini gözlemleyeniz.
- Kenarortayların kesim noktasının, herhangi bir kenarortayda ayırdığı doğru parçalarının uzunluklarını cetvelle ölçerek karşılaştırınız.
- Elde ettiğiniz sonuçları tartışınız.

Öğrencilerin ulaşması beklenen sonuçları şöyledir:

Üçgende herhangi bir kenarın orta noktası ile bu kenarın karşısındaki köşeyi birleştiren doğru parçasına kenarortay denir. Bir üçgenin kenarortaylarının kesişim noktasına ise üçgenin ağırlık merkezi denir.

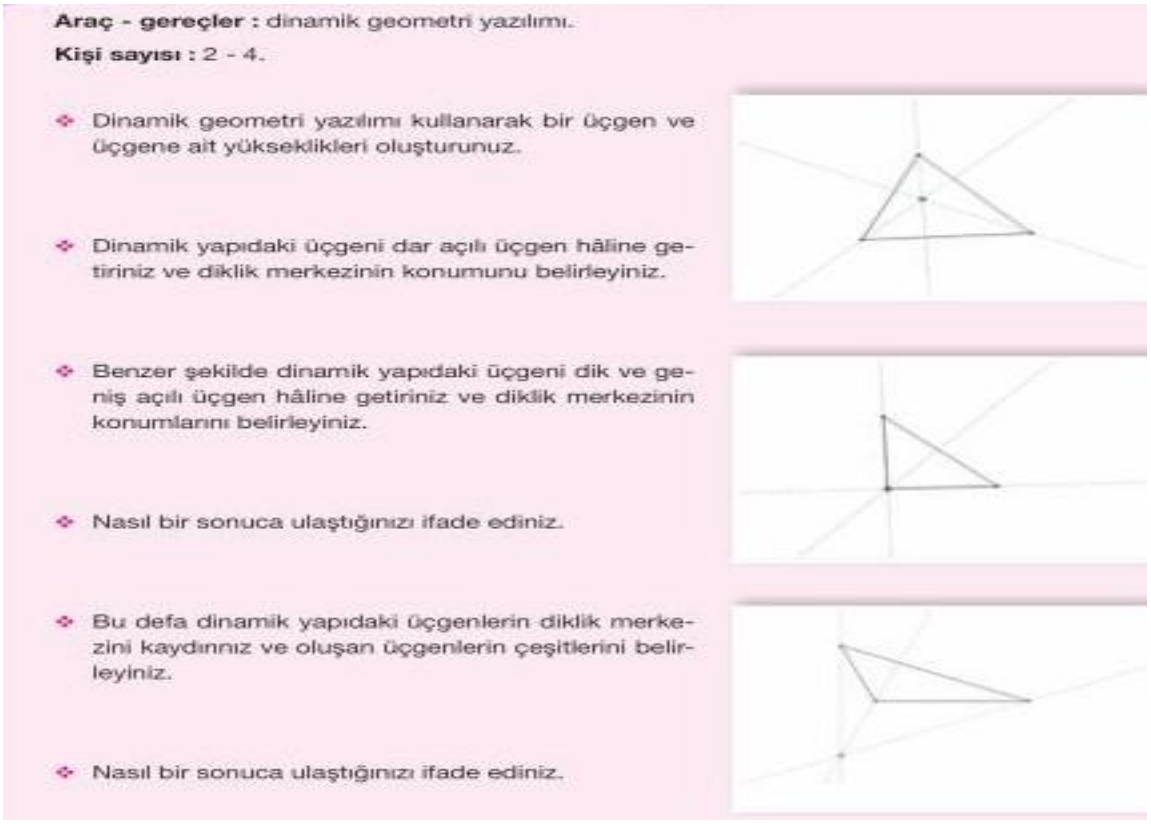
Üçgende herhangi bir kenarın orta noktası ile bu kenarın karşısındaki köşeyi birleştiren doğru parçasına **kenarortay** denir. Bir üçgenin kenarortaylarının kesişim noktasına ise üçgenin **ağırlık merkezi** denir.

ABC üçgeninin ağırlık merkezi G olmak üzere |AG| = 2|GE|, |BG| = 2|GF|, |CG| = 2|GD| eşitlikleri vardır.



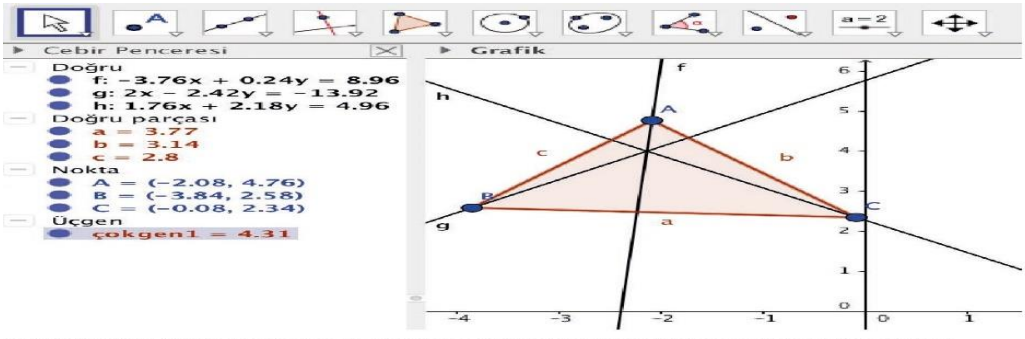
Etkinlik: Yükseklik Oluşturma

"GeoGebra" programı kullanarak MEB matematik ders kitabında yer alan etkinlik ile öğrencilere üçgenlerde yükseklik çizimi yaptırılır ve özellikleri keşfettirilir.



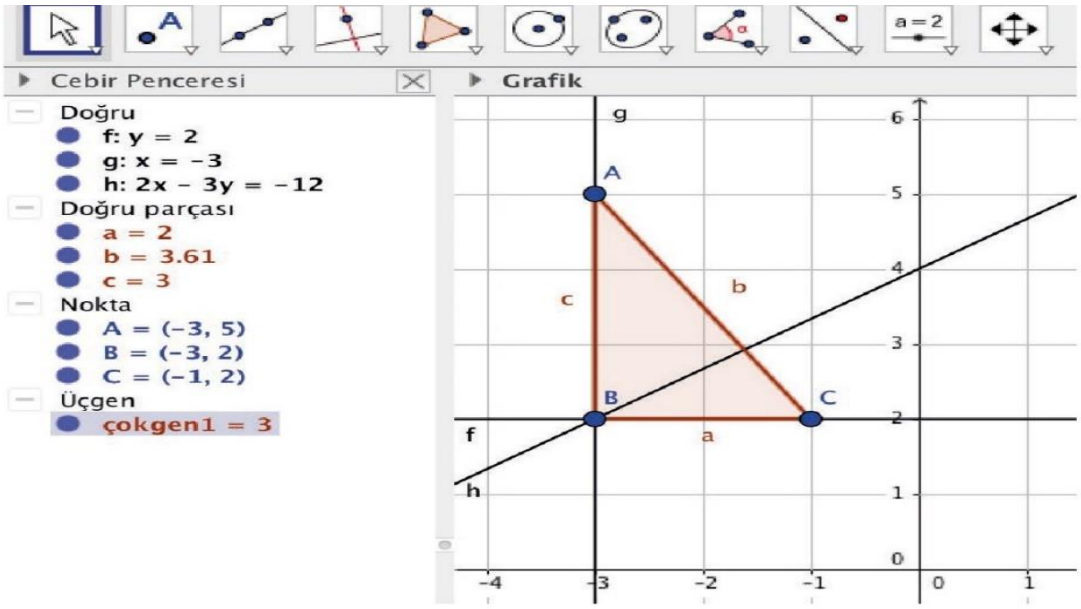
Öğrencilerin geogebra aracılığıyla ulaşması beklenen sonuçları aşağıdaki gibidir:

1. Dar açılı üçgende yüksekliklerin kesiştiği nokta üçgenin iç bölgesidir.

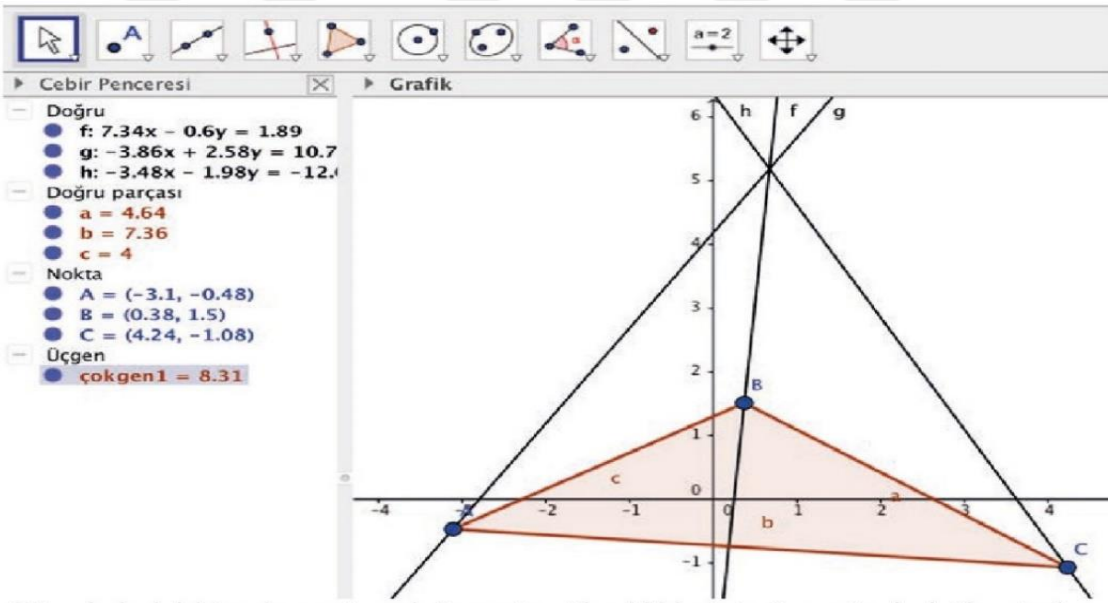


Görsele bakıldığında dar açılı üçgenin yüksekliklerinin üçgenin iç bölgesinde kesiştiği görülür.

2. Dik açılı üçgende yüksekliklerin kesiştiği nokta üçgenin köşesidir.



3. Geniş açılı üçgende yüksekliklerin kesiştiği nokta üçgenin dış bölgesidir.

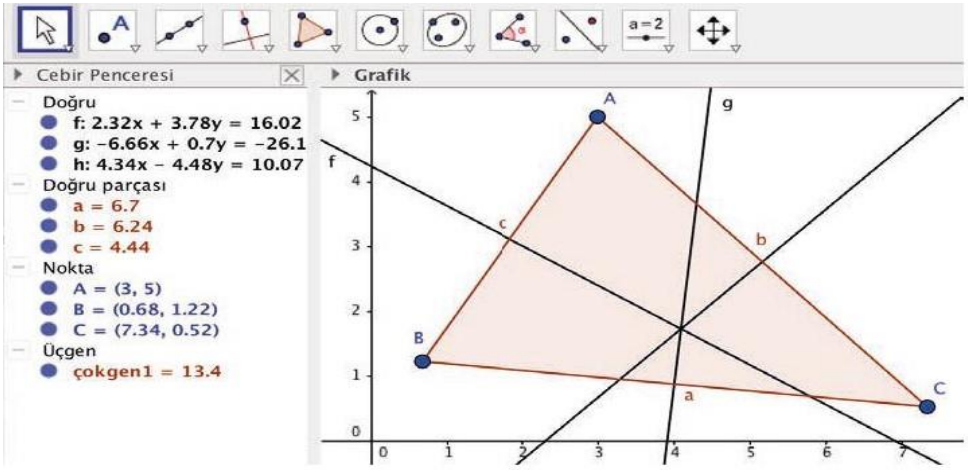


Görsele bakıldığında geniş açılı üçgenin yüksekliklerinin üçgenin dış bölgesinde ve geniş açının ters tarafında kesiştiği görülür.

Etkinlik: Kenar orta dikmesi oluşturma

"GeoGebra" programı kullanarak MEB matematik ders kitabında yer alan etkinlik ile öğrencilere üçgenlerde kenar orta dikme çizimi yaptırılır ve özellikleri keşfettirilir. Önce program açılarak bir ABC üçgeni çizilir. Daha sonra araç çubuğundaki 4. kutuya ve ardından "Orta Dikme" sekmesine tıklanır. Daha sonra üçgenin her kenarına ayrı ayrı tıklanırsa kenarlara ait orta dikmeler çizilmiş olur. Şekle bakılırsa kenar orta dikmelerin bir noktada kesiştiği görülür.

Örnek çizim aşağıdaki gibidir;

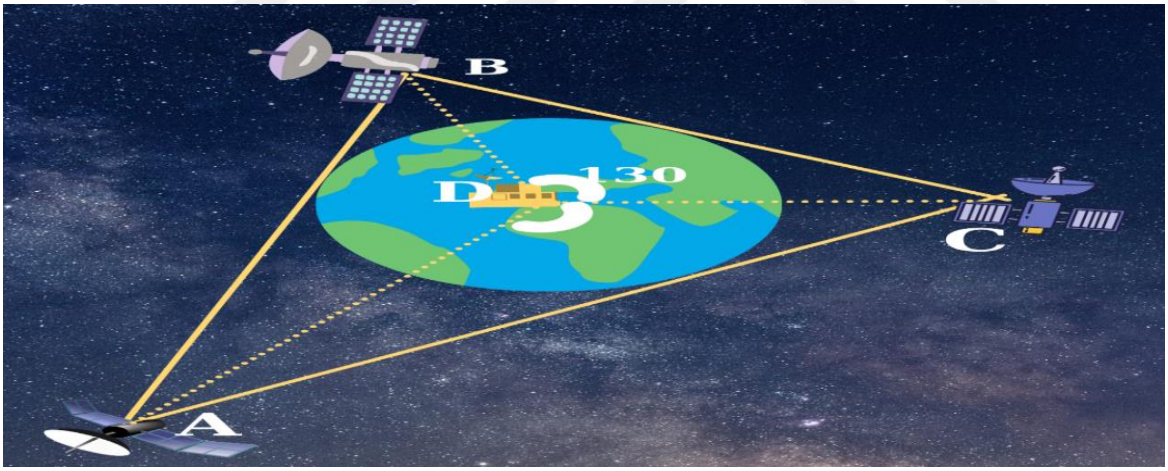


2.AŞAMA: ARAŞTIRMA BECERİLERİ:

Etkinlik: Uydu Frekansı

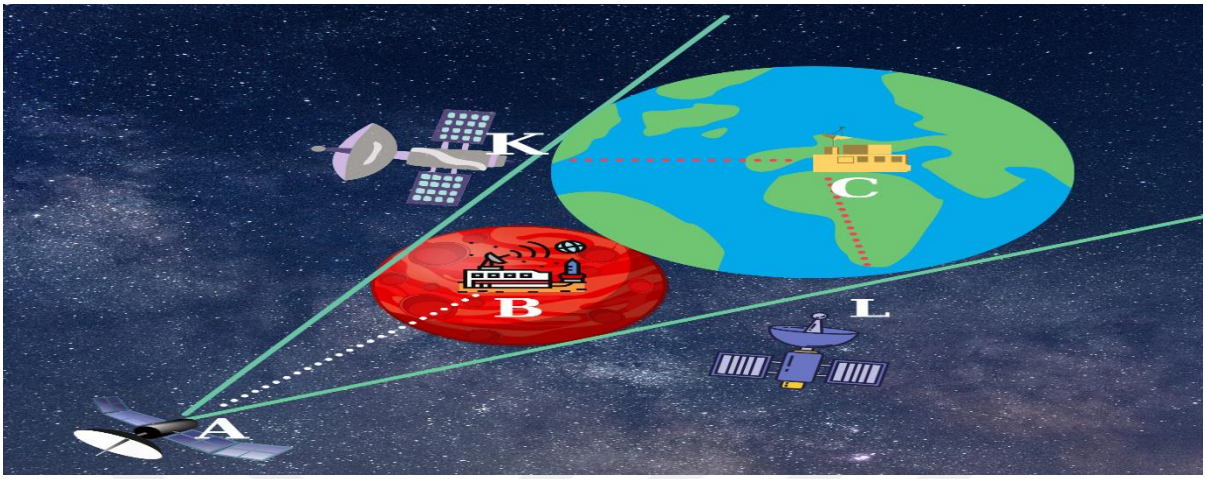
Uydu Frekansı etkinliği ile öğrencilerden beklenen üçgenin iç ve dış açıortay özelliklerinin problem çözmede kullanılabilmesidir. Etkinlik Geo Gebra programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.

a)



Dünyanın üç tarafına çeşitli uydular yerleştirilmiştir. Bu uydular dünyanın etrafında teğet geçecek şeklinde belirlenen yörüngelerde hareket etmektedirler. Uzaydaki uydulardan alınan sinyaller şekilde görüldüğü gibi D noktasındaki uzay üssüne gönderilmektedir. m(BDC)= 130^0 olup D noktası iç açıortayların kesim noktasıdır. Verilen görsellere ve bilgilere göre m(ADC) açısı kaç derecedir?

b)



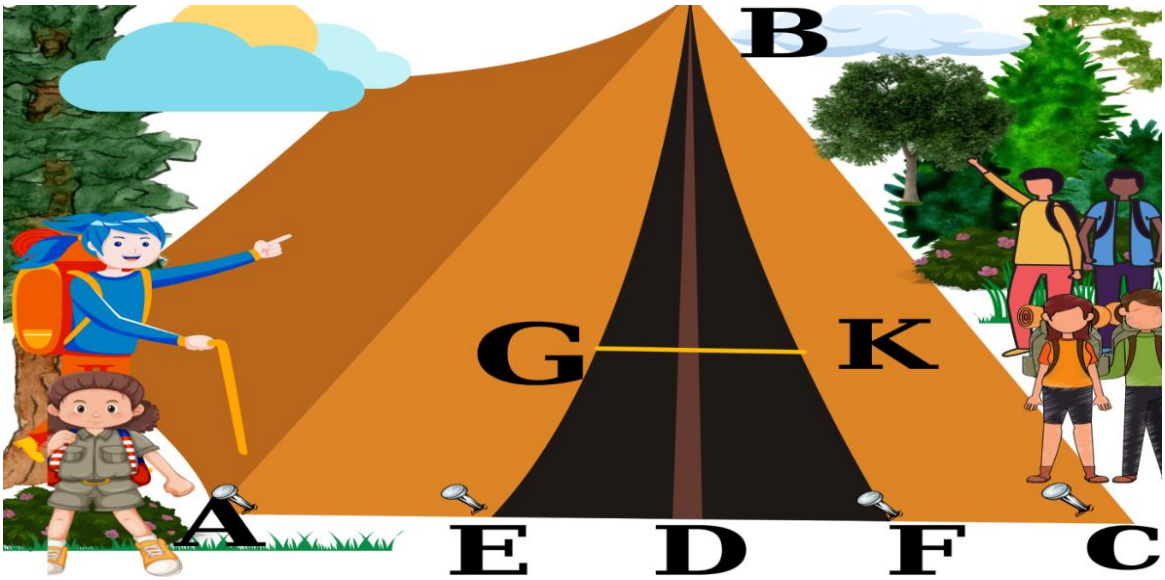
Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi uzaydaki K, A ve L noktalarındaki uydulardan Mars'ta ve Dünya'da kurulan uzay üslerine çeşitli sinyaller gönderilmektedir. Gelen sinyallerin açılarına baktığımızda; m(KCL) =70 ise m(KAB) açısı kaç derecedir?

3.AŞAMA: ÜRETİCİ DÜŞÜNME BECERİLERİ:

Üçgenlerin yardımcı elemanlarını kullanarak gerçek hayat problemlerini çözmesi hedeflenmektedir. Uzun atlama ve kamp adlı etkinlik GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.

ETKİNLİK: KAMP

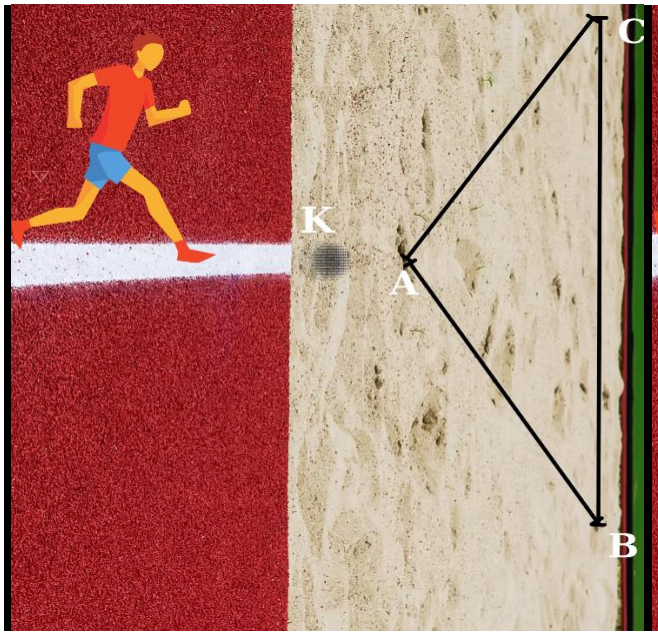
Kamp etkinliği ile öğrencilerden beklenen üçgenin kenarortay özelliklerini kullanarak ilgili problemleri çözmesidir. Etkinlik GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.



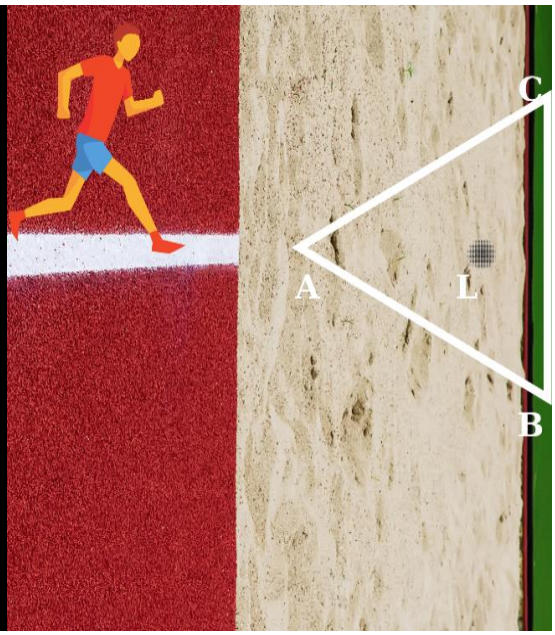
Ömer ve arkadaşları beraber kampa gidiyorlar ve çadır kurmaya başlıyorlar. G ve K noktalarını ağırlık merkezi olarak tespit ediyorlar. Çadırın kapısının kapalı durması için [GK]=48 cm uzunluğunda bir şerit ayarlıyorlar. A,E,F ve C noktalarından çadırı çiviliyorlar. |AE| =2|ED| ve |FC| =2|DF| olduğuna göre [EF] ve [AC] noktalarının mesafesi ne kadardır?

Etkinlik: UZUN ATLAMA

Uzun atlama etkinliği ile öğrencilerden beklenen üçgenin yükseklik özelliklerini kullanarak ilgili problemleri çözmesidir. Etkinlik GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.



ŞEKİL.1.



ŞEKİL.2.

Yukarıda şekilde görüldüğü gibi olimpiyatlarda uzun atlama yapan bir yarışmacı iki atlama gerçekleştiriyor. İlk atlamasında hedeflediği alanın dışında kalan K noktasına atlama gerçekleştirirken, ikinci atlamada ise hedeflediği alanı değiştirip istediği nokta olan L noktasına atlama gerçekleştiriyor. İki şekil incelendiğinde atletin atladığı K ve L noktalarının üçgenin diklik merkezi olduğu görülüyor. Şekil.1'de ilk atlamada ABC üçgeninde IABI kenarının uzunluğu 18 m, IACI kenarının uzunluğu 24 m olup tam sayı olan IBCI kenarının uzunluğu ise bilinmemektedir. Şekil.2'de ise L noktasının IABI kenarına en kısa uzaklığı 10 m, C köşesinin L noktasına uzaklığı 26 m 'dir. Şekil. 2'de L noktasının A, B ve C köşeleriyle oluşturduğu m(BAL) ve m(LAC)' nin ölçüleri eşittir. Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre;

1.Şekil.1.'de |BC| kenarının uzunluğu nedir?

2.Şekil.2.'de BC| kenarının uzunluğu nedir?

4.Ürün:

Duvar Boyama etkinliği ile öğrencilerden beklenen üçgenin yardımcı elemanlarının günlük hayattaki kullanım alanlarını görebilmesidir. Etkinlik GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.

ETKİNLİK: DUVAR BOYAMA

Duvar boyama etkinliği ile öğrencilerden beklenen üçgenin elemanlarını kullanarak ilgili problemleri çözmesidir. Etkinlik Geo Gebra programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.



Yukarıdaki görselde görüldüğü gibi bir boyacı duvarı boyamaktadır. Yere dik olan ve |AC|=240 cm yüksekliği bulunan duvarın boyanması istenmektedir. Duvarın tepe noktasının |CD|=90 cm ilerisine birinci merdiven yerleştiriliyor ve daha sonra duvarın tam orta noktasının |CE|= 180 cm ilerisine ikinci merdiven yerleştiriliyor. Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre C noktasının ile merdivenlerin kesim noktası olan F noktası arasındaki mesafe kaç santimetredir?

DERS PLANI-5-

Ders: Matematik

Sınıf: 9. Sınıf

Öğrenme Alanı: Üçgenler

1. Hazırlık Evresi:

Milli Eğitim Bakanlığı Eğitim Kazanımları:

Dik Üçgen ve Trigonometri

1. Dik üçgende dar açıların trigonometrik oranlarını hesaplar.

Zenginleştirilmiş Kazanımlar:

1. Trigonometrik oranlar ve özelliklerini bilir .(Analiz)

2. Dik üçgende dar açıların trigonometrik oranlarını elde eder. (sentez)

3. Trigonometrik oranlar ile ilgili problemler çözer ve gerçek hayat problemlerine yer verilir .(Değerlendirme)

2.İçerik:

1. Dik üçgende dar açıların trigonometrik oranlarını hesaplar.

a) Bir açının sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant değerleri dik üçgen üzerinde tanımlanır.

b) Dik üçgende; 30°, 45° ve 60°'nin trigonometrik değerleri özel üçgenler yardımıyla hesaplanır.

c) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

ç) Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.

2.Yetenek Havuzu:

Öğrencilerin yetenek alanlarını belirleme,

- Çoklu zekâ envanteri
- Yaratıcılık ölçeği
- Başarı testi

3.Müfredat Sıkıştırma:

• Dik üçgende dar açıların trigonometrik oranlarını elde eder.

• Dik üçgende dar açıların trigonometrik oranlarını ile ilgili gerçek hayat problemlerine yer verilir.

4.Bağıntılar Müfredatı:

• Trigonometri

• Günlük hayat problemleri

5.Uygulama Müfredatı:

- Derse başlamadan önce dik üçgenlerde trigonometrik değerlerin neler olduğuna dair öğrencilerle tartışmalar yapılır. MEB matematik ders kitabında yer alan etkinlikler ile GeoGebra programı yardımıyla kenarları belirli bir oranda büyütülen dik üçgenlerde trigonometrik değerlerin değişimini incelenerek derse başlanır. Dinamik geometri yazılımları ile bu oranlar tespit edilir.
- MEB beceri temelli matematik ders kitabında yer alan sorudan esinlenerek oluşturulan Karış ile hesaplama etkinliği ile "GeoGebra" programı kullanılarak dik üçgenlerde dar açıların trigonometrik oranları hesaplatılır ve trigonometrik değerlerin kullanımı keşfettirilir.
- MEB beceri temelli matematik ders kitabında yer alan sorudan esinlenerek oluşturulan Dayanak noktası etkinliği ile dik üçgenlerde dar açıların trigonometrik oranları ile ilgili günlük hayat problemlerinin çözülmesi hedeflenmektedir.
- Farkındalık Müfredatı aşamasında MEB beceri temelli matematik ders kitabında yer alan Masa Lambası etkinliği ile dik üçgenlerde dar açıların trigonometrik oranları ile ilgili günlük hayat problemlerinin çözülmesi hedeflenmektedir.

6.Farkındalık Müfredatı:

Farkındalık Müfredatı ile modül sona erdikten sonra öğrencilerin uygulaması için günlük hayata yönelik problemler sunulur. Öğrencinin uygulayıcı rolünü üstlenmesi sağlanır. Masa Lambası etkinliği ile trigonometrik oranları kullanarak gerçek hayat problemlerini çözebilmesi hedeflenmektedir.

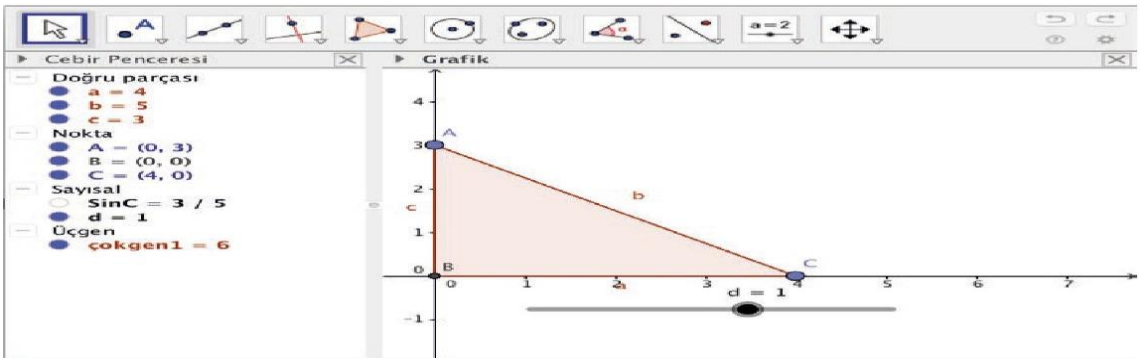
3.Süreç:

1.AŞAMA: Temel süreç becerileri:

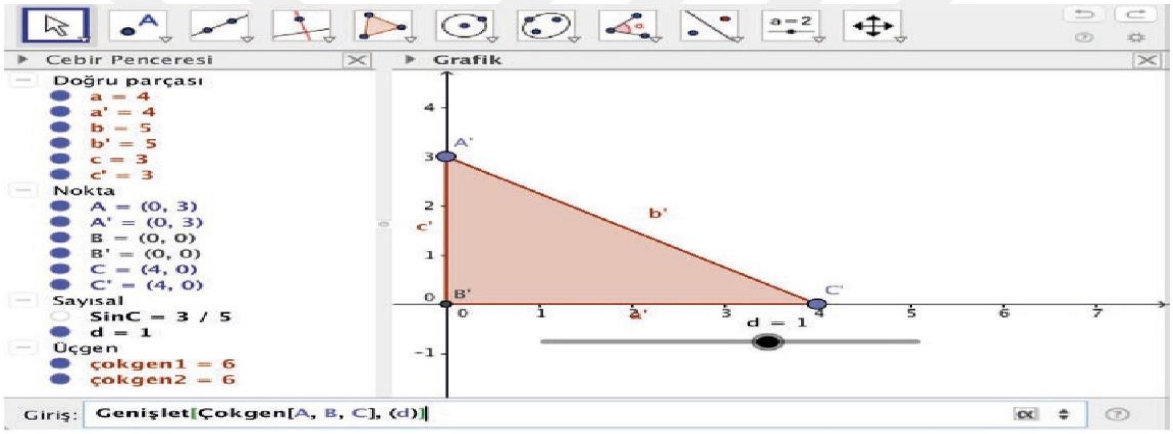
MEB ders kitabında yer alan etkinlikler ile GeoGebra dinamik geometri programı yardımıyla kenarları belirli bir oranda büyütülen dik üçgenlerde trigonometrik değerlerin değişimini incelenerek derse başlanır. Dinamik geometri yazılımları ile bu oranlar tespit edilir.

Etkinlik:

Araç çubuğundaki 5. kutuya ve ardından açılan “Çokgen” sekmesine tıklayarak Grafik penceresinde dik köşesi orijin ve dik kenarları eksenler üzerinde olan bir ABC dik üçgeni oluşturulur.

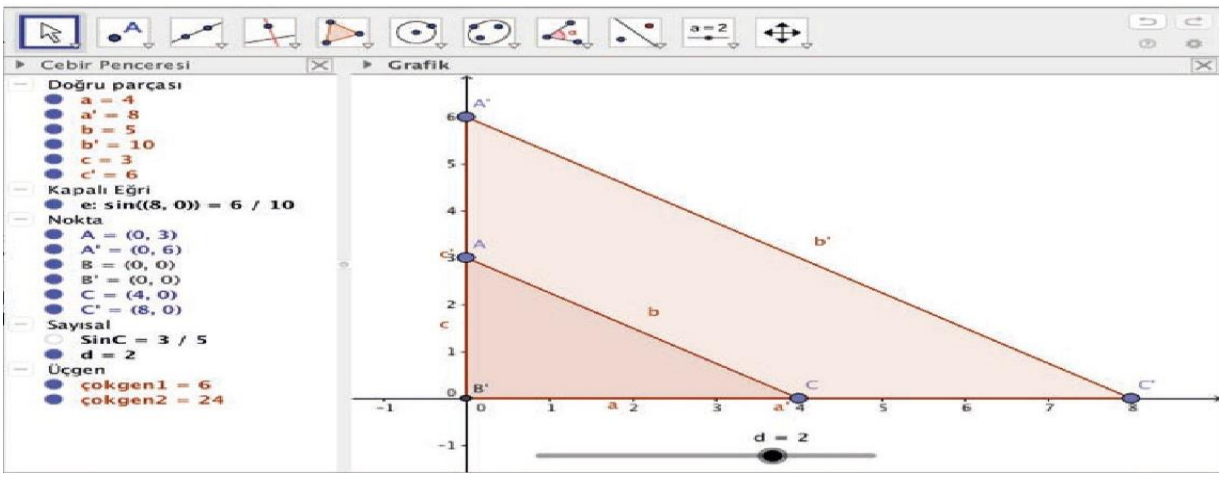


Daha sonra araç çubuğundaki 10. kutuya ve ardından açılan "Sürgü" sekmesine tıklanır. Grafik penceresinde boşluğa tıklanınca açılan pencerede d sürgüsü oluşturulur. Ekranın sol altındaki "Giriş" kısmına SinC = c/b yazılırsa C açısının sinüs değeri Cebir penceresinde görülür. Ekranın sol altındaki "Giriş" kısmına "Genişlet [Çokgen [A, B, C], (d)]" yazılır ve ENTER tuşuna basılır.



d sürgüsü sağa doğru sürüklenirse şeklin belirli bir oranda büyüdüğü görülür (Görselde sürgü d = 2 olarak alınmıştır).

"Giriş" kısmına Sin C' = c'/b' yazılırsa C' açısının sinüs değeri Cebir penceresinde görülür. Cebir penceresine bakıldığında C' açısının sinüs değeri ile daha önce bulunan C açısının sinüs değerinin eşit olduğu anlaşılır.



Sonuç olarak genişletilen üçgenlerin karşılıklı kenarlarının uzunlukları oranı değişmediği için açılarının sinüs değerleri aynı kalmaktadır.

2.AŞAMA: ARAŞTIRMA BECERİLERİ:

Karış ile hesaplama etkinliği ile GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak dik üçgenlerde dar açıların trigonometrik oranları hesaplatılır ve Trigonometrik değerlerin kullanımı keşfettirilir. Dik üçgende dar açıların trigonometrik oranlarını hesaplayabilmesi hedeflenmektedir.

Etkinlik: Karış ile hesaplama

Balkonda duran Ayşe ile annesi Aslı Hanım arasında aşağıdaki diyalog geçiyor:

Aslı Hanım:

-Ayşe, göz hizanın yerden yüksekliğini bulabilir misin?

Ayşe:

-Bir cetvel kullanırsam ve yerdeki bir cismin boyunu bilirsem bulabilirim.

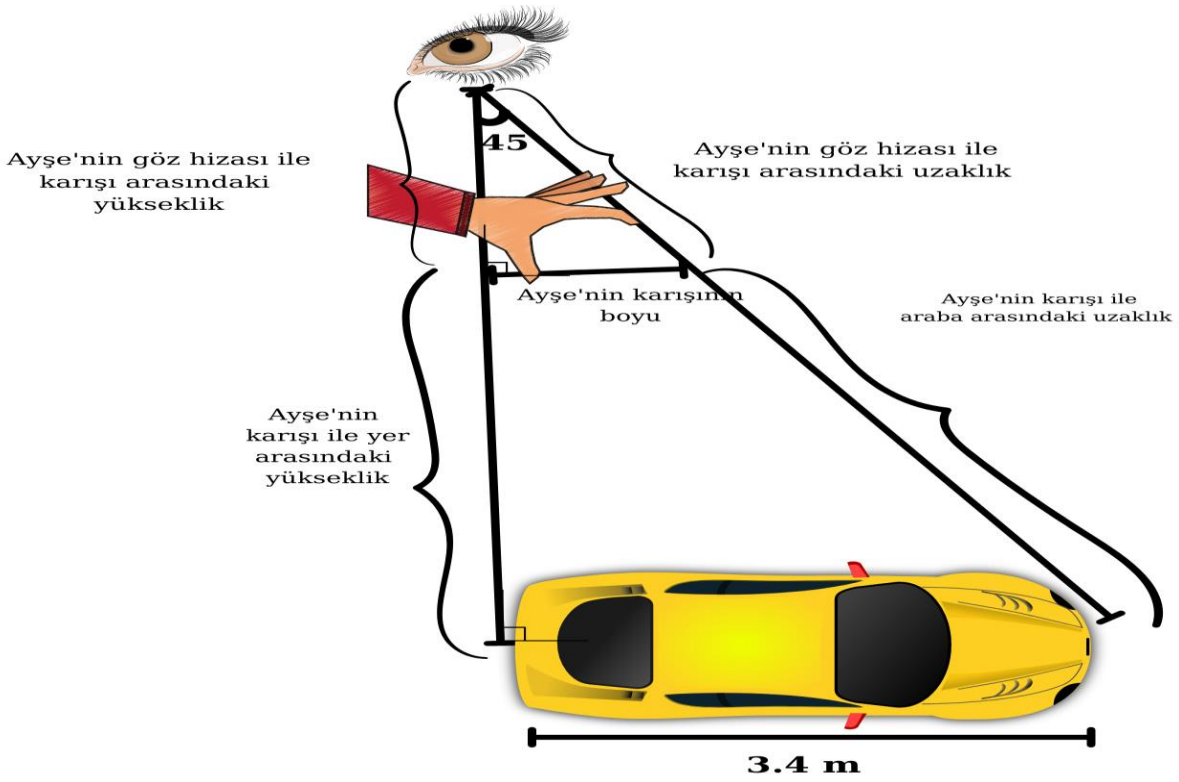
Aslı Hanım:

-Balkonun altında duran arabamızın boyu 3,4 m'dir.

Bu bilgi üzerine Ayşe,

• Kolunu uzatarak elini bir karış açıyor.

• Tek gözünü kapatan Ayşe; karışının uç noktalarını, arabanın uç noktalarına karşılık gelecek şekilde 45^0 'de konumlandırıyor.



Ayşe, göz hizasının yerden yüksekliğini bulabilmek için bir kâğıda yukarıdaki görseli çizmiştir. Yukarıdaki şekle ve verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları sırasıyla cevaplayınız.

- Ayşe 'nin bir karışının boyu 20 cm olduğuna göre karışını göz hizasından yaklaşık kaç cm aşağıda tutmuştur?
- Ayşe 'nin göz hizasının yerden yüksekliği yaklaşık kaç metredir?

3.AŞAMA: Üretici Düşünme Becerileri

Parka Gidiyoruz etkinliği ile GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak dik üçgenlerde dar açıların trigonometrik oranları hesaplatılır ve trigonometrik değerlerin kullanımı keşfettirilir. Dik üçgende dar açıların trigonometrik oranları ile ilgili günlük hayat problemlerinin çözülmesi hedeflenmektedir.

Etkinlik: Dayanak Noktası

Dik üçgende dar açıların trigonometrik oranlarını hesaplanması hedeflenmektedir.

Aşağıdaki görselde yol kenarında toprak kayması meydana gelen bir yere istinat duvarı yapılmıştır. Yere dik olan ve 240 cm yüksekliği bulunan istinat duvarının daha dayanaklı olması için güçlendirme çalışması yapılmak isteniyor. Duvara tepe noktasının 70 cm ilerisine α açısıyla birinci dayanak ve duvarın tam orta noktasının 90 cm ilerisine β açısıyla ikinci dayanak yerleştiriliyor.



Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre sin α ve cos β değerlerini bulunuz?

4.Ürün:

Etkinlik: Masa Lambası

Masa Lambası etkinliği ile trigonometrik oranları kullanarak gerçek hayat problemlerini çözebilmesi hedeflenmektedir.

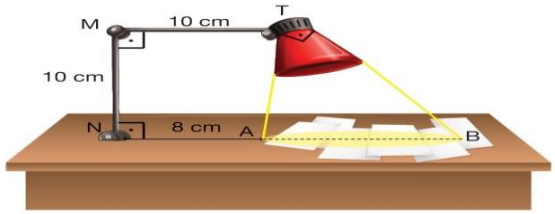
Sare, sulu boya çalışmalarında daha iyi açıdan ışık alabilmek için bir masa lambası alıyor. Aşağıdaki 1. Şekil ‘de masa lambası INMI = IMTI= 10 cm olacak şekilde iki kol, bu kollar arasında M noktasında üst kolun dönmesini sağlayan bir dirsek ve T noktasında bulunan T, M

ve N noktalarının bulunduğu düzlemde hareket edebilen dairesel başlıklı lambadan oluşmaktadır.

Masa lambası N noktasından masaya dik bir şekilde yerleştirilmiştir. T noktasından çıkan ışığın masada aydınlattığı alan içindeki en büyük uzunluk IAB I, m (ATB) = 90^0, N, A ve B noktaları doğrusal ve T noktasında bulunan lambanın yüksekliği her seferinde NB doğrusu üzerine düşmektedir.

Sare, masa lambasının duruşunu çeşitli şekillerde ayarlayarak aşağıdaki gibi üç farklı durumda masasını aydınlatıyor.

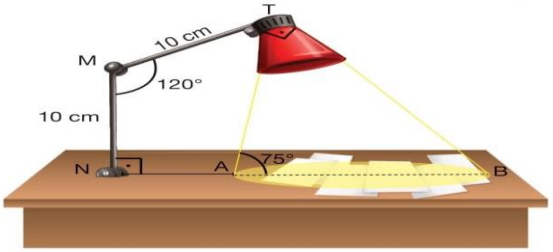
1. Şekil



I. durumda Sare masa lambasını
- $m(\widehat{NMT}) = 90°$ *ve*
- $|NA| = 8$ *cm*

olacak şekilde ayarlıyor.

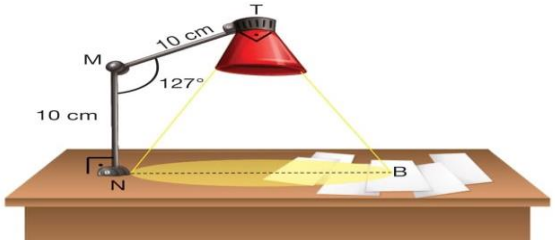
2. Şekil



II. durumda Sare masa lambasını
- $m(\widehat{NMT}) = 120°$ *ve*
- $m(\widehat{TAB}) = 75°$

olacak şekilde ayarlıyor.

3. Şekil



III. durumda Sare masa lambasını
- $m(\widehat{NMT}) = 127°$ *ve*
- N *ile* A *noktaları çakışacak*

şekilde ayarlıyor.
$(\sin 53° \approx \frac{4}{5})$.

Sare'nin ayarladığı masa lambasının yukarıda verilen üç farklı durumu için,

• T noktasının masadan yüksekliği sırasıyla h_1, h_2 ve h_3;

• Lambanın ışığının masada aydınlattığı yatay mesafenin uzunluğu IABI sırasıyla L1, L2 ve L3 tür. Yukarıda verilen görsellere ve bilgilere göre aşağıda yer alan soruları cevaplayınız.

(1.) 1. Tablo'ya masa lambasının üç farklı durumu için h_1, h_2 ve h_3 yüksekliklerini yazınız.

1. Tablo

Yükseklik	h_1	h_2	h_3
Uzunluk (cm)			

(2.) 2. Tablo'ya masa lambasının üç farklı durumu için L_1, L_2 ve L_3 uzunluklarını yazınız.

2. Tablo

	L_1	L_2	L_3
Uzunluk (cm)			

DERS PLANI-6-

Ders: Matematik

Sınıf: 9. Sınıf

Öğrenme Alanı: Üçgenler

1. Hazırlık Evresi:

Milli Eğitim Bakanlığı Eğitim Kazanımları:

Dik Üçgen ve Trigonometri

1. Birim çemberi tanımlar
2. Trigonometrik oranları birim çemberin üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirir.

Zenginleştirilmiş Kazanımlar:

1.Birim çemberi tanımlar (Analiz)

2. Trigonometrik oranları birim çemberin üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirir. (Sentez)

3. Trigonometrik oranlar ile ilgili problemler çözer ve gerçek hayat problemlerine yer verilir. (Değerlendirme)

2.İçerik:

1. Birim çemberi tanımlar ve trigonometrik oranları birim çemberin üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirir.

a) Sadece 0° ve 180° arasındaki açıların trigonometrik oranları birim çember yardımıyla hesaplatılır.

b) Ebu'l Vefa ve Gıyaseddin Cemşid'in trigonometrik oranlarla ilgili çalışmalarından bahsedilir.

2.Yetenek Havuzu:

Öğrencilerin yetenek alanlarını belirleme,

- Çoklu zekâ envanteri
- Yaratıcılık ölçeği
- Başarı testi

3.Müfredat Sıkıştırma:

- Sadece 0° ve 180° arasındaki açıların trigonometrik oranlarını birim çember yardımıyla elde eder.
- Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

4.Bağıntılar Müfredatı:

- Trigonometri
- Çember

- Günlük hayat problemleri

5.Uygulama Müfredatı:

- MEB ders kitabında yer alan etkinlik ile birim çemberde trigonometrik değerlerin değişimini incelenerek derse başlanır. Dinamik geometri yazılımı olan GeoGebra dinamik geometri programı yardımı ile Birim Çember incelenir.
- Dönme dolap ile birim çemberi tanımlaması ve trigonometrik oranları birim çemberin üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirmesi hedeflenmektedir.
- Dart tahtası etkinliği ile Trigonometrik oranları birim çemberin üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirerek uzunlukları hesaplayabilmesi hedeflenmektedir.
- Farkındalık Müfredatı aşamasında birim çemberi içeren günlük hayata yönelik MEB modelleme kitabında yer alan konser etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra dinamik geometri programı ile uygulama yapmaları sağlanır.

6.Farkındalık Müfredatı:

Farkındalık Müfredatı ile modül sona erdikten sonra öğrencilerin uygulaması için günlük hayata yönelik problemler sunulur. Öğrencinin uygulayıcı rolünü üstlenmesi sağlanır. Konser etkinliği ile trigonometrik oranları birim çemberin üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirerek gerçek hayat problemlerini çözebilmesi hedeflenmektedir.

3.Süreç:

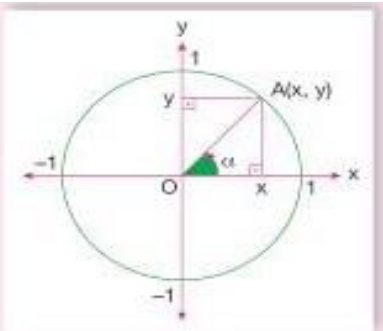
1.AŞAMA: TEMEL SÜREÇ BECERİLERİ:

MEB matematik ders kitabında yer alan teknoloji etkinliği ile birim çemberde trigonometrik değerlerin değişimini incelenerek derse başlanır. Bu süreçte GeoGebra dinamik geometri programı kullanılır.

Etkinlik: B**irim Çember**

Araç - gereçler : cetvel, pergel.
Kişi sayısı : 2 - 4.

- Koordinat sisteminde bir birim çember çiziniz.
- 1. bölgede birim çember üzerinde bir A noktası alınız.
- A noktasını sırasıyla şekildeki gibi orijine, yatay ve dikey eksenlere birleştiriniz.
- Noktanın koordinatlarını belirleyiniz.
- Birim çemberin yarıçapı ile x ekseni arasındaki açının trigonometrik oranlarını bulunuz.
- Bulduğunuz oranlardan x ve y uzunluklarının $\sin\alpha$ ve $\cos\alpha$ cinsinden değerlerini bulunuz.
- Bu değerler ile birim çemberin yarıçapının karesi arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- Nasıl bir sonuca ulaştığınızı ifade ediniz.



Bulunması beklenen değerler şöyledir:

Koordinatları (x, y) şeklinde gösterilen noktalar arasında $x^2 + y^2 = 1$ eşitliği varsa bu noktalar birim çemberi oluşturan noktalar kümesindendir.

$$\text{Sin } \alpha = \frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Hipotenüs}} = \frac{y}{1} = y$$

$$\text{Cos } \alpha = \frac{\text{Kaomşu dik kenar}}{\text{Hipotenüs}} == \frac{x}{1} = x$$

$$\text{Tan } \alpha = \frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Komşu dik kenar}} = \frac{x}{y}$$

$$\text{Cot } \alpha = \frac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Karşı dik kenar}} = \frac{y}{x}$$

Birim çemberdeki α açısının ölçüsünün kosinüs değeri, A noktasının apsisine, sinüs değeri A noktasının ordinatına eşittir.

α açısının tanjant değeri [OA nın x = 1 doğrusunu kestiği B noktasının ordinatına, kotenjant değeri [OA nın y = 1 doğrusunu kestiği C noktasının apsisine eşittir.

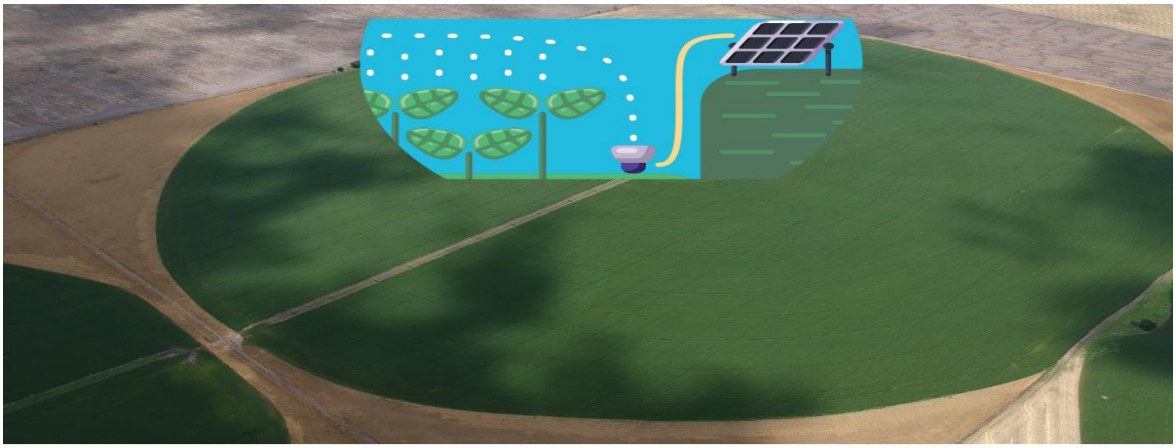
2.AŞAMA: ARAŞTIRMA BECERİLERİ:

Sulama alanı ile trigonometrik oranları birim çemberin üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirerek uzunluk ve alan hesabı yapması hedeflenmektedir.

Etkinlik: Sulama Alanı

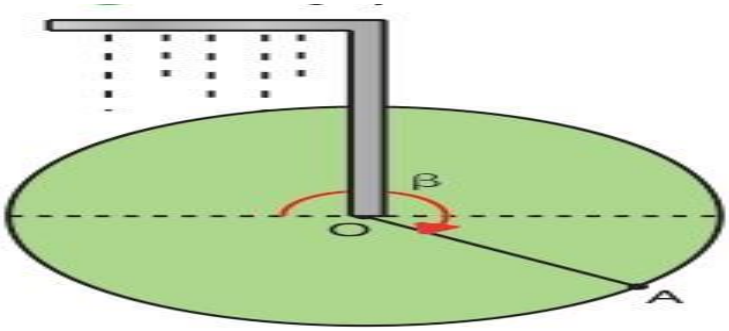


Şekilde görüldüğü gibi yuvarlak olarak parsellenmiş tarlalar görülmektedir. Tarlanın sahibi olan çiftçi bu tarlaları sulamak için güneş enerjisine bağlı bir sulama sistemi geliştirmiştir. Bu sulama sistemi tarlanın ortasına yerleştirilmiştir.



Sulama sisteminin çalışma şekli şu şekildedir; O merkezli daire biçiminde bir araziyi sulamak için dikey bir eksen etrafında saat yönünde hareket eden döner sulama sistemi gösterilmiştir. Sulama işlemi A noktasına kadar yapılmıştır. Dairenin yarıçapı r=6 birimdir. Cos ß = $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ 'dir.

Buna göre sulama yapılan alan kaç birim karedir?



3.AŞAMA: ÜRETİCİ DÜŞÜNME BECERİLERİ:

Dart tahtası ile Trigonometrik oranları birim çemberin üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirerek uzunlukları hesaplayabilmesi hedeflenmektedir.

Etkinlik: Dart Tahtası

Trigonometrik oranları birim çemberin üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirerek uzunlukları hesaplayabilmesi hedeflenmektedir.



Yukarıda verilen dart tahtasında |OA|= 1m olup, AOB açısının ölçüsü α ve sinα= $\frac{8}{10}$,AOC açısının ölçüsü β ve cos β =– $\frac{9}{10}$ olmaktadır. Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre;

1) α ve β yaklaşık kaç derecedir?

2) AB ve AC arasındaki uzunluğu nedir

4.Ürün:

Dönme dolap etkinliği ile birim çemberi tanımlaması ve trigonometrik oranları birim çemberin üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirmesi hedeflenmektedir.

Etkinlik: Dönme Dolap

Aşağıdaki görselde birim çemberden esinlenerek yapılmış bir bisiklet yarış pisti ile üç yarışmacının yarışın herhangi bir anındaki konumları gösterilmiştir.



IOAI = 30 m'dir. Doğu-batı doğrultusu x ekseniyle, kuzey-güney doğrultusu y ekseniyle çakışıktır. Çember üzerindeki noktalar yarım çemberi 8 eş parçaya bölecek şekilde tasarlanmıştır. Yukarıdaki görsele ve verilen bilgilere göre aşağıda yer alan soruları cevaplayınız:

3. B noktasında yer alan dönme dolabın G noktasına geldiğinde m (BOG)' nün sinüsü, kosinüsü, tanjantı ve cotanjantı kaçtır?
4. C noktasındaki dönme dolap ile F noktasındaki dönme dolap arasındaki uzaklık kaç metredir?

DERS PLANI-7-

Ders: Matematik

Sınıf: 9. Sınıf

Öğrenme Alanı: Üçgenler

1. Hazırlık Evresi:

Milli Eğitim Bakanlığı Eğitim Kazanımları:

1. Üçgenin Alanı

- Üçgenin alanı ile ilgili problemler çözer.

Zenginleştirilmiş Kazanımlar:

1. Üçgenlerde iç teğet çemberi açılımını çizer ve özelliklerini belirtir. (Analiz)

2. Üçgen alanını hesaplar. (Sentez)

3.Üçgen alanını hesaplamalar yaptığı günlük hayat problemlerine örnek verir. (Değerlendirme)

2.İçerik:

1.Genel Müfredat (Milli Eğitim Bakanlığı Müfredatı) :

1.Üçgenin Alanı

- Üçgenin alanı ile ilgili problemler çözer.

a) Üçgenin alanı, bir kenarı ile bu kenara ait yükseklik kullanılarak hesaplatılır.

b) İki kenarının uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açının ölçüsü verilen üçgenin alanını hesaplar.

c) Aynı yüksekliğe sahip üçgenlerin alanlarıyla tabanları; aynı tabana sahip üçgenlerin alanlarıyla yükseklikleri arasındaki ilişki vurgulanır.

ç) Benzer üçgenlerin alanları ile benzerlik oranları arasındaki ilişki belirtilir.

d) Bilgi ve iletişim teknolojileri yardımıyla alan, taban ve yüksekliği değiştirilen bir üçgenin alanının nasıl değiştiği gözler

2.Yetenek Havuzu:

Öğrencilerin yetenek alanlarını belirleme,

- Çoklu zekâ envanteri
- Yaratıcılık ölçeği
- Başarı testi

3.Müfredat Sıkıştırma:

- Geogebra yardımıyla alan, taban ve yüksekliği değiştirilen bir üçgenin alanının nasıl değiştiği gözler.
- Üçgenin alanını farklı durumlarda hesaplar.
- Üçgenin alanı ile ilgili problemler çözer

4.Bağıntılar Müfredatı:

- İç teğet çember
- Günlük hayat problemleri

5.Uygulama Müfredatı:

- "Üçgen alanı günlük hayatta nerelerde, hangi problem durumlarında kullanılır?"sorusu yöneltilir ve öğrencilerin cevapları alınır. (Örneğin üçgen şeklinde bir parkın alanı nasıl hesaplanır? ya da bir sokak lambasının aydınlattığı alanı nasıl hesaplarız?)
- İlk olarak temel süreç becerilerinde taban ve yüksekliği değiştirilen bir üçgenin alanındaki değişiminin incelenmesi hedeflenmektedir. Bu doğrultuda MEB matematik ders kitabında yer alan teknoloji etkinliği ile değerlerin değişimini incelenerek derse başlanır. GeoGebra dinamik geometri programı ile bu oranlar tespit edilir.
- Navigasyon etkinliği ile öğrencilerin GeoGebra dinamik geometri programı üçgenlerin alanlarıyla tabanları ve alanlarıyla yükseklikleri arasındaki ilişkiyi kavrayabilmeleri hedeflenmiştir.
- Askeriye etkinliği ile dik üçgenlerden yararlanarak Öklid teoreminin alan hesaplanmasında kullanılması hedeflenmektedir.
- MEB matematik ders kitabında yer alan piknik etkinliği ile yaklaşık alan değerini hesaplanması ve alan hesaplanmasını farklı problem durumları içerisinde kullanılması beklenmektedir. Etkinlik GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.
- Farkındalık Müfredatı aşamasında üçgen alanını içeren günlük hayata yönelik MEB modelleme kitabında yer alan su dağıtımı etkinliği ile öğrencilerin Geogebra dinamik geometri programı ile uygulama yapmaları sağlanır.

6.Farkındalık Müfredatı:

Farkındalık Müfredatı ile modül sona erdikten sonra öğrencilerin uygulaması için günlük hayata yönelik problemler sunulur. Öğrencinin uygulayıcı rolünü üstlenmesi sağlanır. Su Dağıtımı etkinliği ile üçgenin alanı kullanılarak gerçek hayat problemlerini çözebilmesi hedeflenmektedir.

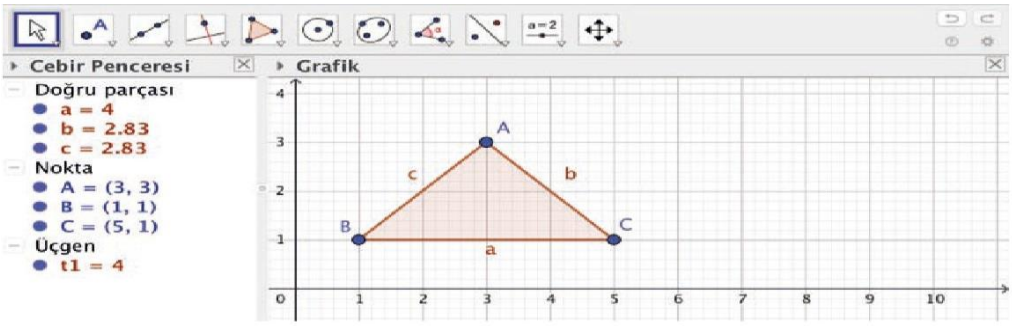
1.aşama: Temel süreç becerileri

Etkinlik:

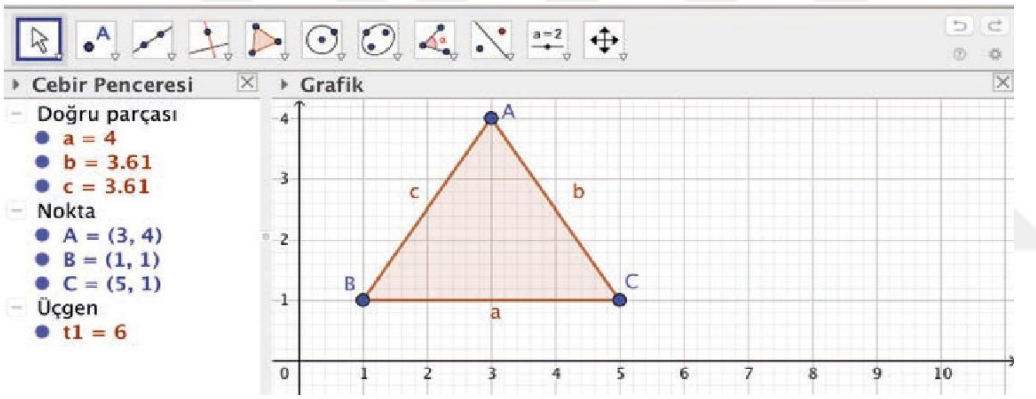
İlk olarak temel süreç becerilerinde taban ve yüksekliği değiştirilen bir üçgenin alanındaki değişiminin incelenmesi hedeflenmektedir. Bu doğrultuda MEB matematik ders kitabında yer alan teknoloji etkinliği ile değerlerin değişimini incelenerek derse başlanır. Dinamik geometri yazılımları ile bu oranlar tespit edilir.

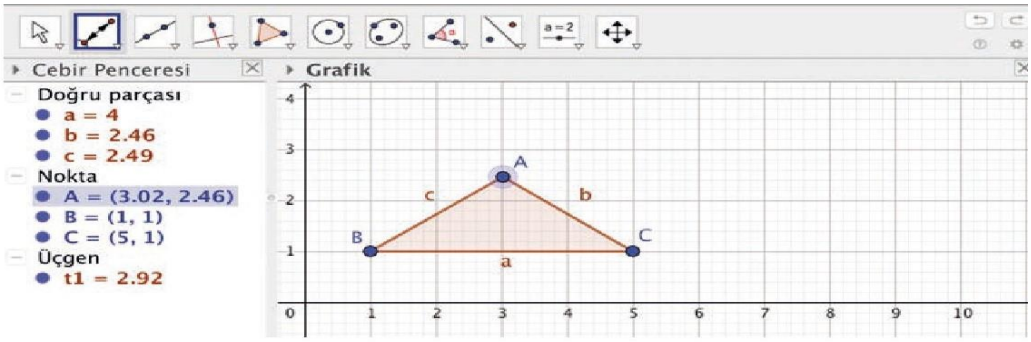
Örnek uygulama:

GeoGebra programını açarak A(3, 3), B (1, 1) ve C (5, 1) noktaları ile bir üçgen çiziniz. Aşağıdaki görselde çizilen üçgenin alanı cebir penceresinde t1 = 4 olarak görülmektedir.

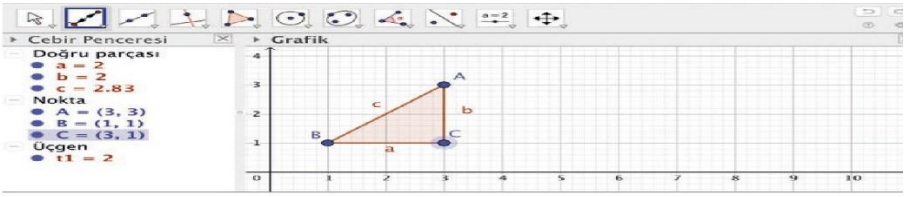


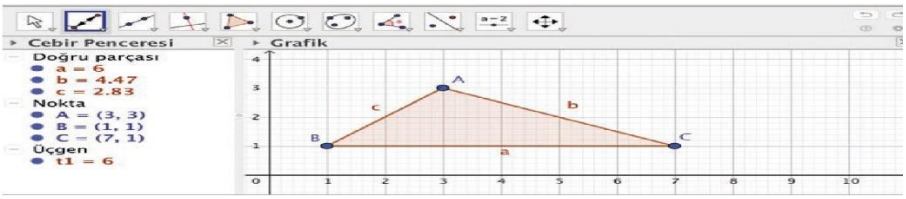
Araç çubuğundaki 2. kutuya ve ardından açılan "Noktayı Bağla / Ayır" sekmesine tıklanır. Daha sonra A köşesi yukarı aşağı oynatılır. Bu durumda üçgenin yüksekliği A köşesi yukarı oynatıldığında artacak, A köşesi aşağı oynatıldığında azalacaktır. Yükseklik arttıkça alanın arttığı yükseklik azaldıkça alanın azaldığı görülecektir.





Yükseklik sabit olacak şekilde [BC] tabanının C köşesini tutarak uzatıp kısaltınız. Yükseklik sabit iken taban uzunluğu arttıkça alanın arttığı taban uzunluğu azaldıkça alanın azaldığı görülür.





2.aşama: Araştırma becerileri:

Etkinlik: Navigasyon

Navigasyon etkinliği ile öğrencilerin üçgenlerin alanlarıyla tabanları ve alanlarıyla yükseklikleri arasındaki ilişkiyi kavrayabilmeleri hedeflenmiştir.



Ahmet ve arkadaşları Navigasyon üzerinden gezi planı organize etmişlerdir. Gezilerini 3 gün olarak planlamışlardır.1.gün **I** bölgesini, 2.gün **II.** bölgesini ve 3.gün ise **III.** bölgesini gezmeyi planlamışlardır. Bu gezi plana göre:

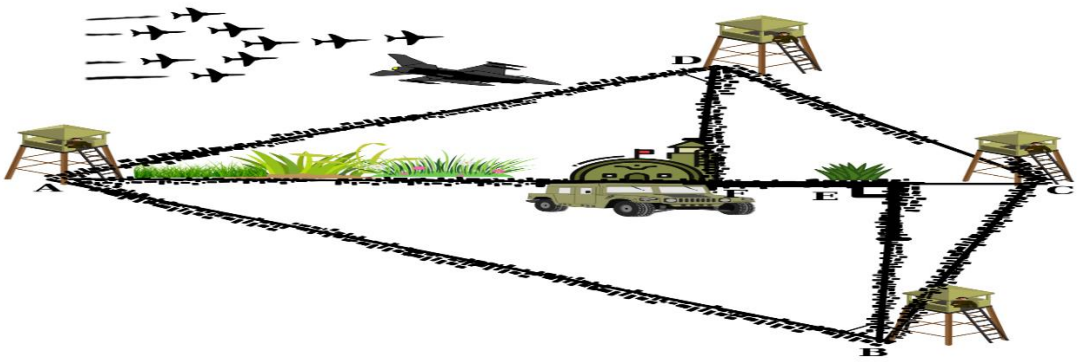
|AC| = 3.|AB|

|CE| = 4.|CF

||AE| = 4.|AD| şeklinde olup I İlk gün gezdikleri **I** bölgesinin alanının tüm bölgenin alanına oranı nedir?

ETKİNLİK: Askeriye

Askeriye etkinliği ile dik üçgenlerden yararlanarak Öklid teoreminin alan hesaplanmasında kullanılması hedeflenmektedir.



Şekilde gösterilen F noktasından hareket eden bir askeri araba sırasıyla A,B,C ve D ‘de bulunan gözetleme kulelerine uğrayarak en kısa yoldan tekrar merkeze gelmektedir. ABDC dörtgeni biçimindeki yolların B ve D köşelerinde oluşan m(ADC) ve m(ABC) açılarının ölçüleri 90^0 derecedir. Ayrıca |DC|=15 km, |EC|=9 km ‘dir. |EF|=4 km, |AD|=20 km’dir.

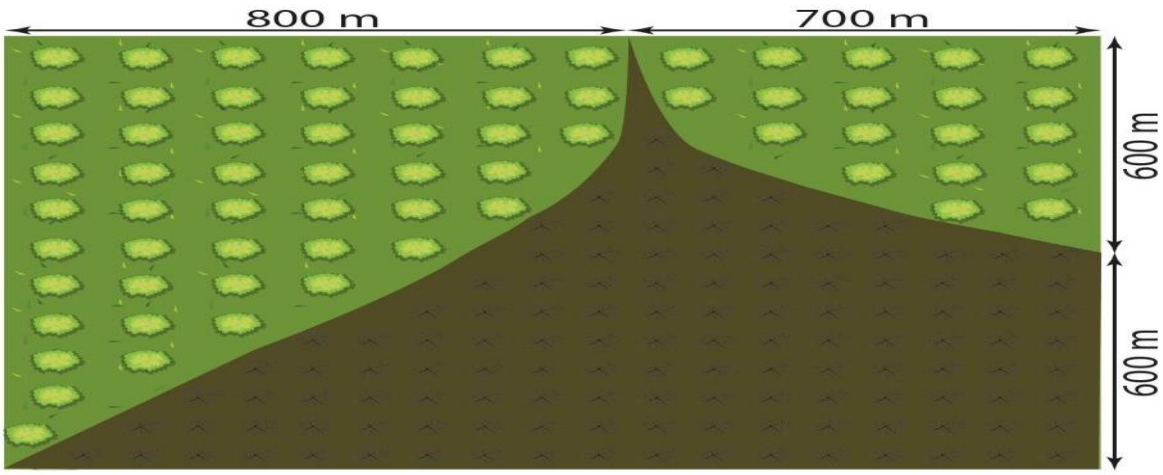
a) Yukarıda verilen bilgilere göre askeri arabanın alacağı en kısa yol toplamda kaç km’dir?
b) Askeriyenin kapladığı toplam alan kaç km^2 ‘dir?

3.Aşama: Üretici Düşünme Becerileri

MEB matematik ders kitabında yer alan piknik etkinliği ile yaklaşık alan değerini hesaplanması ve alan hesaplanmasını farklı problem durumları içerisinde kullanılması beklenmektedir. Etkinlik GeoGebra dinamik geometri programı kullanılarak yapılması için sınıfa sunulmuştur.

Etkinlik: Piknik

Melis ve ailesi, ormandaki piknik alanında piknik yapmaktadır. Piknik bitiminde Melis’in babası piknik ateşini söndürdüğünü düşünerek piknik alanından ayrılıyor. İki saat sonra piknik alanının kenarındaki ormanda yangın çıktığı haberi geliyor. Saatler süren söndürme çalışmaları sonucunda yangın söndürülüyor. Gün ağardığında yanan orman alanı hesaplanmak isteniyor. Yanan alanın görüntüsü aşağıda verilmiştir.



- Görüntüde kenar uzunlukları verilen bölgedeki yanan orman alanının yaklaşık değerini km^2 cinsinden hesaplayınız.

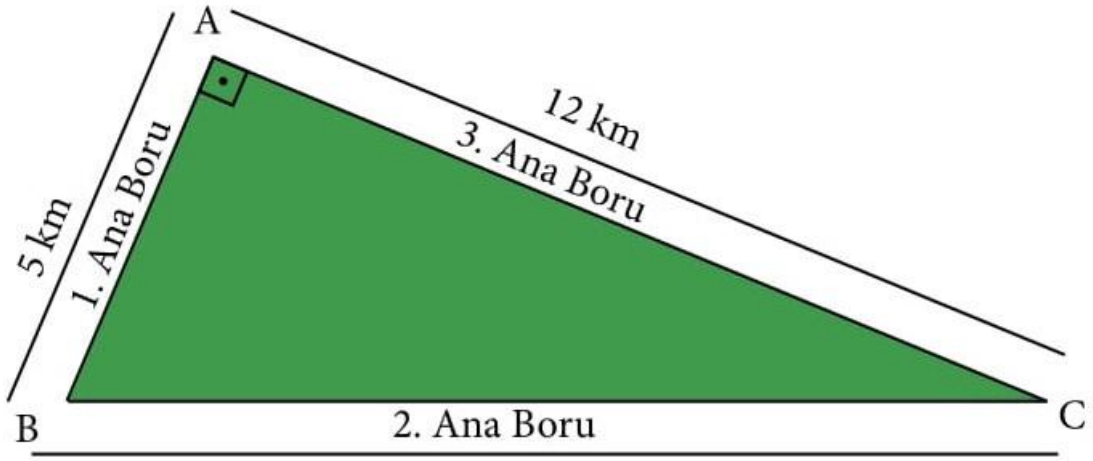
4.Ürün:

Etkinlik: Su Dağıtımı

Su Dağıtımı etkinliği ile üçgenin alanı kullanılarak gerçek hayat problemlerini çözebilmesi hedeflenmektedir.



Ahmet Bey su dağıtım şirketinde, şehirdeki bölgelere en uygun şebeke suyu dağıtımını gerçekleştirmek için modelleme yapmaktadır. Yerleşime yeni açılan şekildeki üçgensel bölgenin suyu üç ana boruya bağlı besleme borularıyla sağlanacaktır.



Bu dağıtım ile ilgili yapılan planlamanın koşulları şu şekildedir:

• Ana boruya bağlanan besleme boruları doğrusaldır.

• Yerleşim bölgelerinin hangi ana borudan yararlanacağını, bölge üzerindeki yapıların ana borulardan hangisine daha yakın olduğu belirler.

• Üç ana boruya da eşit uzaklıkta bulunan noktadan A, B ve C köşelerini birleştiren doğrusal hatlar üzerine fidan dikilerek ağaçlandırma çalışması yapılacaktır. Ağaçlar köşelerde ve üç ana boruya eşit uzaklıkta bulunan noktada da olacak şekilde 8 metre aralıklarla dikilecektir.

a)Buna göre üç ana borudan beslenen bölgelerin alanlarını ayrı ayrı hesaplayıp, şekil üzerinde göstererek rapor ediniz.

b)Ağaçlandırma için gerekli olan fidan sayısını yaklaşık olarak hesaplayınız.

EK 5: VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

ÖĞRETMEN GÖRÜŞME FORMU

Sevgili Öğretmenler,

Bu form bir doktora tez çalışmasına veri toplamak amacıyla hazırlanmıştır. Size yöneltilen soruları kendi bilgi ve birikiminiz doğrultusunda içtenlikle yanıtlamanız, çalışmadan elde edilen sonuçların güvenirliği açısından son derece önemlidir. Yanıtlarınız sadece araştırma amaçlı kullanılacak ve kimlik bilgileriniz gizli tutulacaktır. Katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

Derya ZENGİN

1.Üstün yetenekli öğrencilerde gözlemlediğiniz farklı özellikler nelerdir?

2. Özel yetenekli öğrencilerin eğitim ihtiyaçlarıyla ilgili neler düşünüyorsunuz? Karşılaştığınız zorluklar nelerdir?

3. Matematik alanında özel yetenekli öğrencilere öğretim yaparken karşılaştığınız güçlükler nelerdir? Kolaylıklar nelerdir? Birer örnek verir misiniz?

4.Okullarda geometri öğretim sürecinde derste yapılan etkinlikler üstün yetenekli öğrenciler için yeterli mi? Yetersiz olduğunu düşünüyorsanız Bilsem matematik öğretmeni olarak neler yapılması gerekir?

5. Özel yetenekli öğrencilerle gerçekleştirilen geometri öğretim sürecinde kullanılabilecek teknolojik materyallerle(geogebra, cabri….vb) ilgili neler düşünüyorsunuz?

6.Geometri öğretim sürecinde dinamik geometri teknolojileri (Geogebra, Cabri vb.) size ne tür kolaylıklar sağladı? Nedenleri ile birlikte açıklayınız.

7.Geometri öğretim sürecinde Dinamik geometri teknolojileri (Geogebra,Cabri vb) olmasaydı ne tür güçlüklerle karşılaşırdınız. Nedenleri ile birlikte açıklayınız.

8.Geometri derslerinde Dinamik geometri teknolojilerinin etkili bir şekilde kullanılması için bir matematik öğretmeninin sahip olması gereken yeterlikler/bilgiler nelerdir? Bir örnek verir misiniz?

9.Matematik derslerinde ispatın önemi hakkında ne düşünüyorsunuz?

10.Sizce matematiksel ispat nedir? Matematiksel ispat nasıl olmalıdır?

11.Teknoloji kullanarak anlatacağınız bir geometri dersinde hangi öğretim yöntemini kullanırsınız? Neden? Nasıl?

12.Teknoloji dahil olduğunda, ders hazırlığı ve işlenişinde bir değişikliğe gitmenize gerek olduğunu düşünüyor musunuz? Lütfen açıklayınız.

13.Eklemek istediğiniz farklı düşünceleriniz var mı?

ÖĞRENCİ GÖRÜŞME FORMU

Sayın katılımcı,

Bu görüşmenin amacı BİLSEM‟lerde kullanılması amacıyla geliştirilecek olan bilgisayar destekli matematik etkinlikleri (BDME) hakkında görüşlerinizin belirlenmesidir. Size yöneltilen soruları kendi bilgi ve birikiminiz doğrultusunda içtenlikle yanıtlamanız, çalışmadan elde edilen sonuçların güvenirliği açısından son derece önemlidir. Yanıtlarınız sadece araştırma amaçlı kullanılacak ve kimlik bilgileriniz gizli tutulacaktır. Katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

Derya ZENGİN

1. Okulda matematik dersinde neler yapmaktan hoşlanırsın?
2. Matematik dersinde neler yapmaktan hoşlanmazsın? Neden? Sen bu olumsuzluğu nasıl düzeltirsin?
3. Matematik dersi cebir ve geometri konularında derste yapılan etkinlikler hakkında neler düşünüyorsun? Değiştirme hakkın olsa ne yapardın? Somut bir örnek verir misin?
4. Matematik dersinde hoşuna giden teknolojik uygulamalar var mıdır? Örnek veriniz?
5. Sence matematiksel ispat nedir? Niçin yapılır?
6. Sence matematiksel ispat yapmaya ihtiyaç mıdır? Ne zaman ve hangi durumlarda matematiksel ispat yapmaya ihtiyaç duyarsınız?
7. Bilgisayar destekli matematik öğretimi BİLSEM'ler de geometri konularında kullanılmalı mı? Bu konuda düşünceleriniz nelerdir?
8. Eklemek istediğiniz farklı düşünceleriniz var mı?

Çoklu Zekâ Alanları Envanteri

Aşağıdaki test sahip olduğunuz kişisel özellikler, tutumlar, değerler, güdüler ve ilgileri karakterize etmektedir. Ayrıca Çoklu Zekâ Alanlarınızı belirlemenize yardımcı olacaktır. Bu seçeneklerin doğru veya yanlış cevabı yoktur. Her bir ifade için size en yakın seçeneği işaretleyiniz. Vereceğiniz samimi cevaplar için şimdiden teşekkür ederim.

Derya ZENGİN

Çoklu Zekâ Alanları Envanteri	Hiç uygun değil	Çok az uygun	Kısmen uygun	Oldukça uygun	Tamamen uygun
Sözel Dilsel Zekâ					
Diğer öğrencilerden daha iyi yazarım					
Uzun hikâyeler ve fıkralar anlatırım					
İsimler yerler ve tarihler hakkında hafızam güçlüdür					
Kelimeleri doğru Şekilde telaffuz ederim					
Kelime hazinem iyidir					
Başkalarıyla yüksek düzeyde sözel iletişime girerim ve sözel tartışmalarda başarılıyımdır					
Tekerlemeleri ve kelime oyunlarını çok severim					
Kitap okumayı çok severim					
Öğrendiğim yeni kelimeleri anlamlarına uygun olarak konuşma dilinde ve yazı dilinde kullanırım					
Dinleyerek öğrenmeyi severim					
Mantıksal Matematiksel Zekâ					
Olayların oluşumu ve işleyişi hakkında çok soru sorarım					
Sayılarla çalınmayı ve hesaplama yapmayı çok severim					
Matematik dersini çok severim					
Mantıksal bulmacalar çözmeyi ve satranç veya dama gibi stratejik oyunlar oynamayı çok severim					
Nesneleri kategorilere ayırmayı veya olayları belli bir mantıksal ilişki içinde düzenlemeyi severim					
Matematiksel hesaplama oyunlarını çok severim					
Bilgisayar oyunlarını ilginç bulurum					
Yeni Geçler denemeyi severim					
Soyut düşünebilme veya sebep sonuç ilişkisi kurabilme kabiliyetim çok					
Makinelerin nasıl çalıştığına dair çok soru sorarım					
Görsel Uzaysal Zekâ					
Renklere karşı çok hassas ve duyarlıyımdır					
Haritaları, çizelgeleri tabloları yazılı materyallere oranla daha kolay					
Sanat içerikli etkinlikleri severim					
Arkadaşlarıma oranla daha çok hayal kurarım					
Yüksek düzeyde beceri gerektiren figürler ve resimler					
Filmleri, slâyt ve v.b. gibi görsel sunumları izlemeyi					
Üç boyutlu yapılar ve modeller oluştururum					
Okurken kelimelere oranla resimlerden daha çok öğrenirim					
Varlıkların görsel imgelerini veya daha önceden bulunduğu yerleri çok iyi					
Okuma materyallerine sık karalamalar yaparım					
Müziksel-Ritmik Zekâ					
Şarkıların melodilerini çok iyi hatırlarım					

Güzel şarkı söyleyebilme sesine ve yeteneğine sahibim					
Bir müzik aletini çok iyi çalarım ve çalmayı çok severim					
Müzik dersini çok severim					
Konuşurken veya hareket ederken ellerim ve ayaklarımla ritim tutarım					
Farkında olmadan kendi kendime mırıldanırım					
Ders çalınırken farkında olmadan masaya vurarak ritim tutarım					
Çevremdeki seslere karşı aşırı duyarlı ve hassasım					
Bir şarkı duyduğumda farkında olmadan ona eşlik ederim					
Ders çalışırken veya bir şey öğrenirken müzik dinlemekten çok hoşlanırım					
Bedensel-Kin estetik Zekâ					
Bir veya birden fazla sportif faaliyette balarılıyım					
Bir yerde uzun süre kaldığımda hareket etmeye veya kımıldamaya başlarım					
Başkalarının yüz, jest ve mimiklerini kolaylıkla taklit ederim					
Gördüğüm her nesneyi dokunarak incelerim ve analiz ederim					
Koşmayı sıçramayı v.b fiziksel hareketleri yapmayı çok severim					
El becerisi gerektiren etkinliklerde çok başarılıyım					
Kendimi anlatırken vücut dilimi çok iyi kullanırım					
Değişik etkinliklere katılmayı severim					
Bir şeyi parçalarına ayırmayı ve onları teker teker birleştirmeyi çok severim					
Yaparak ve yaşayarak öğrenirim					
Sosyal Zekâ					
Arkadaşlarımla sosyalleşmeyi çok severim					
Grup içerisinde doğal bir lider görünümündeyim					
Problemi olan arkadaşlarıma her zaman yardım ederim					
Dışarıda iken kendi başımın çaresine bakabilirim					
Bankaları ile birlikte ders çalınmayı ve oyun oynamayı çok severim					
En az iki veya üç yakın arkadaşım vardır ve onları her zaman ararım					
Başkaları tarafından daima birlikte olunmak istenen birisiyim					
Başkalarına daima selam verir ve onların hatırlarını her zaman sorarım					
Empati yeteneğim daima gelişmiştir					
Bir şeyi başkalarıyla işbirliği yaparak öğrenmeyi ve öğretmeyi severim					
İçsel Zekâ					
Bağımsız olma eğilimindeyim					
Kendimin zayıf ve güçlü yönleri hakkında gerçekçi bir görüşe sahibim					
Yalnız oynadığım zaman veya ders çalıştığım zaman daha başarılı olurum					
Hobilerim vardır					
Hayattaki amacımın ne olduğunu çok iyi bilirim					
Duygularımı, hislerimi ve düşüncelerimi açıkça ifade ederim					
Başarılardan ve başarısızlıklardan ders almasını bilirim					
Kendime güvenim yüksektir					
Yaptığım için bilincindeyimdir ve başkalarına pek fazla akıl danışmam					
Kendime saygım yüksektir					
Doğacı Zekâ					
Doğaya, hayvanat bahçelerine veya müzelere olan gezileri çok severim					
Doğa olaylarına ve oluşumlarına karşı çok hassasımdır					
Sınıftaki ya da evdeki çiçekleri sular ve onların bakımını üstlenirim					
Ekoloji, doğa, bitkiler, hayvanlar v.b. gibi konulara karşı meraklıyımdır.					
Sınıfta hayvan hakları veya çevreyi koruma ile ilgili ateşli konuşmalar					
Kuş beslemek, kelebek ve böcek koleksiyonu oluşturmayı severim					
Doğayı ve canlıları içeren konularda başarılıyımdır					
Toprakla oynamayı ve bitki yetiştirmeyi çok severim					
Mevsimler ve iklim olaylarına karşı çok ilgiliyim					
Çevre bilincim çok iyi gelişmiştir.					

Öğrencinin Adı ve Soyadı:	Sınıfı:
Öğrencinin Numarası:	Cinsiyeti:

ZEKÂ ALANI	MADDELER/ÖNERMELER										TOPLAM PUAN
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Sözel-Dil											
Mantıksal-Matematikse l											
Görsel-Uzamsal											
Müziksel-Ritmik											
Bedensel-Kinestetik											
Sosyal											
İçsel											
Doğacı											

ZEKÂ ALANLARININ BELİRLENMESİ		ZEKÂ ALANINDAKİ TOPLAM PUAN	ZEKÂ ALANINDAKİ GELİŞMİŞLİK DÜZEYİ
Öğrenciye tamamen uygun	4	32-40 Arası	Çok gelişmiş
Öğrenciye oldukça uygun	3	24-31 Arası	Gelişmiş
Öğrenciye kısmen uygun	2	16-23 Arası	Orta düzeyde gelişmiş
Öğrenciye çok az uygun	1	8-15 Arası	Biraz gelişmiş
Öğrenciye hiç uygun değil	0	0-7 Arası	Gelişmiş değil

"NE KADAR YARATICISINIZ?" YARATICILIK ÖLÇEĞİ

Aşağıdaki test sahip olduğunuz kişisel özellikler, tutumlar, değerler, güdüler ve ilgileri karakterize etmektedir. Ayrıca yüksek yaratıcı kişiliğinizi belirlemenize yardımcı olacaktır. Bu seçeneklerin doğru veya yanlış cevabı yoktur. Her bir ifade için size en yakın seçeneği işaretleyiniz. Vereceğiniz samimi cevaplar için şimdiden teşekkür ederim.

Derya ZENGİN

Sıra No	YARATICILIK ÖLÇEĞİ SEÇENEKLER	Katılıyorum	Kararsızım	Katılmıyorum
1	Belirli bir problemi çözerken her zaman doğru işlemleri takip ettiğim konusunda büyük ölçüde emin olarak çalışırım			
2	Cevabını alamayacağımı düşündüğüm soruları sormak zaman kaybıdır			
3	Bir problemi çözerken bir işe yoğunlaşmam diğer insanların çoğundan daha düşük düzeydedir			
4	Problem çözmek için adım adım mantıklı basamakların en iyi yöntem olduğuna inanırım			
5	Grup çalışmalarında, bazen fikrimi sesli söyleyerek diğerlerinin sözünü keserim			
6	Zamanımın çoğunu başkalarının benim hakkımdaki düşünceleri düşünerek harcarım			
7	Benim için doğru olduğuna inandığım şeyleri yapmak, başkalarının onayını kazanmaya çalışmaktan çok daha önemlidir			
8	Olaylar karşısında kararsız görünen insanlara karşı saygımı yitiririm			
9	Diğer insanlardan daha çok, ilgilendiğim ve heyecan duyduğum şeylere gereksinim duyarım			
10	İçimden geçenleri nasıl kontrol altında tutacağımı bilirim			
11	Zamanımın çoğunu zor problemlerle uğraşarak geçirebilirim			
12	Bazen aşırı istekli olurum			
13	En iyi fikirlerimi özellikle belirli bir şeyle meşgul olmadığım zaman üretirim			
14	Bir sorunun çözümüne yaklaştığım zaman sezgilerime ve "doğruluk" veya "yanlışlık" hislerime güvenirim			
15	Problem çözümünde; problemi analiz ederken hızlı, topladığım bilgileri sentez ederken daha yavaş çalışırım			
16	Bazen kuralları ihlal ettiğim ve gerektiği gibi davranmadığım için eleştirilirim			
17	Koleksiyon hobisini severim			
18	Hayal alemine dalmak, çok önemli projelerimin ortaya çıkmasına neden olur			
19	Gerçekçi ve tarafsız insanları severim			

20	Eğer şimdiki mesleğim dışında iki tür meslekten birisini seçmek durumunda olsaydım kâşif yerine tıp doktoru olmayı tercih ederdim			

21	Benimle aynı sosyal sınıf ve meslek grubundan olan insanlarla daha kolay anlaşabilirim			
22	İleri düzeyde estetik duyarlığa sahibim			
23	Hayatımı yüksek statü ve güç elde etmek için sürdürürüm			
24	Kararlarının çoğundan emin olan insanları severim			
25	Sorunların başarılı şekilde çözülmesinde ilhamın rolü yoktur			
26	Bir tartışmada, görüşümün bir bölümünden vazgeçmek zorunda kalsam da en büyük zevkim hemfikir olmadığım insanla arkadaşlık kurmaktır			
27	insanlara kabul ettirmek yeni fikirler üretmek oldukça ilgimi çeker			
28	Derin düşünmek için bir günümü yalnız başıma geçirmekten hoşlanırım			
29	Kendimi yetersiz hissettiğim işlerden kaçınmaya çalışırım			
30	Bir bilgiyi değerlendirirken bilginin kaynağı içeriğinden daha önemlidir			
31	Belirsiz ve tahmin edilemeyen durumlardan hoşlanmam			
32	"Önce iş sonra memnuniyet" kuralını uygulayan insanları severim			
33	Bence başkalarına gösterdiği saygıdan çok, insanın kendine olan saygısı önemlidir.			
34	Mükemmel olmak için uğraşan insanların çok zeki olmadığını düşünürüm			
35	Grup halinde çalışmayı tek başına çalışmaya tercih ederim			
36	Başkalarını etkilemem gereken işleri severim			
37	Yaşamımda karşılaştığım çoğu problem doğru veya yanlış çözümü olmayan sorunlardır			
38	Her şey için bir yere sahip olmak ve her şeyin yerinde olması benim için önemlidir			
39	Tuhaf ve sıradışı kelimeler kullanan yazarlar sadece gösteriş meraklısıdır			
40	Aşağıdaki kelimeler insanları tanımlamak için kullanılan bir listedir. Sizi en iyi tanımlayan 10 kelimeyi işaretleyerek seçiniz.			

Aşağıdaki tabloda yer alan kelimelerden sizi en iyi tanımlayan 10 tanesini, karşısına (X) işareti yazarak işaretleyiniz.

Sıra	**SEÇENEKLER**	**X**	**Sıra**	**SEÇENEKLER**	**X**
1	Enerjik		28	Uyanık	
2	İkna edici		29	Tuhaf	
3	Dikkatli		30	Düzenli	
4	Revaçta olan		31	Duygusuz	
5	Özgüveni olan		32	Mantıklı düşünen	
6	Sebatlı		33	Anlayışlı	
7	Orijinal		34	Dinamik	
8	Tedbirli		35	Kendini isteyen	
9	Prensipli		36	Nezaketli	
10	Becerikli		37	Cesur	
11	Bencil		38	Verimli	
12	Bağımsız		39	Yardımsever	
13	Sert		40	Sezgili	
14	Kehanet sahibi		41	Hızlı	

15	Resmi		42	İyi huylu	
16	Gayri resmi		43	Esaslı	
17	Kendini işine adamış		44	Düşüncesiz	
18	İleri görüşlü		45	Kararlı	
19	Gerçeklere dayanan		46	Gerçekçi	
20	Açık fikirli		47	Alçakgönüllü	
21	Çok anlayışlı		48	İstekli	
22	Utangaç		49	Dalgın	
23	Tutkulu		50	Esnek	
24	Yenilikçi		51	Girişken	
25	Dengeli		52	Sevilen	
26	Meraklı		53	Huzursuz	
27	Pratik		54	Çekingen	

AÇIK UÇLU GEOMETRİ ALAN BİLGİSİ TESTİ

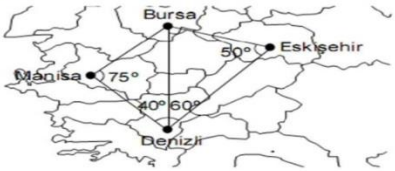
ÜÇGENLER AKADEMİK BAŞARI TESTİ

ADI: **SOYADI:** **I.KISIM**

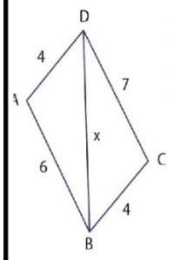
TEMEL BECERİLER

1-)

Aşağıdaki harita üzerinde bazı illerin birbirlerine göre durumları verilmiştir.
Bu haritaya göre hangi iki ilin merkezi birbirine daha uzaktır?

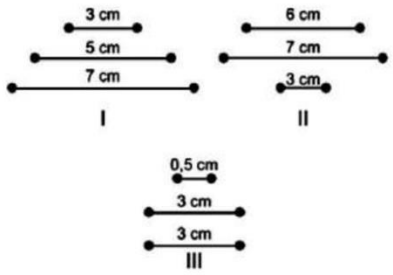


2-)



Yandaki şekilde |DA| = 4 cm, |AB| = 6 cm, |BC| = 4 cm ve |DC| = 7 cm olduğuna |DB| = x in **en küçük** tam sayı değeri ile **en büyük** tam sayı değerinin toplamını bulunuz.

3-)



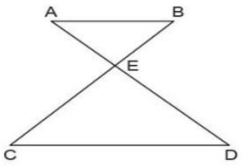
Geometrik şekillerden oluşan I, II ve III nolu veri gruplarından hangileri ile üçgen oluşturulabilir?

4-)



Bir firma yerden yüksekliği 25 cm olan otobüsler için uzunluğu 100 cm olan engelli rampaları üretmektedir. Bu firma yeni gelen otobüslerin yerden yüksekliğinin 30 cm olduğunu görmüş ve otobüse takılacak engelli rampalarının zeminle yaptığı açının ölçüsünün önceki otobüslere takılan engelli rampalarının zeminle yaptığı açının ölçüsüne eşit olmasını istemiştir. Yeni yapılacak engelli rampalarının uzunluğunun kaç cm olacağını bulunuz.

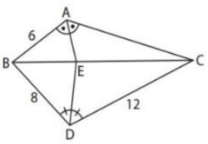
5-)



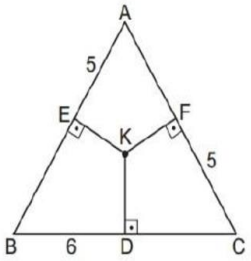
Şekildeki ABE ve CDE üçgenlerinde [AD] ∩ [BC] = {E}, [AB] // [CD]'dir.

2|AB| = |CD| ve |AD| = 12 cm olduğuna göre |AE| kaç santimetredir?

6-)

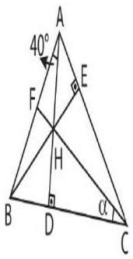


Yandaki şekilde [AE] ve [DE] sırasıyla A ve D açılarının açıortaylarıdır.
|AB| = 6 br, |DB| = 8 br ve |DC| = 12 br
ise |AC| nu bulunuz.



7-) K noktası ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezidir. $|AE| = |FC| = 5\ cm$, $|BD| = 6\ cm$ olduğuna göre ABC üçgeninin çevresi kaç santimetredir?

9)

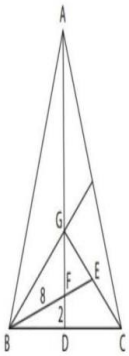


Yandaki şekilde H üçgenin diklik merkezi

$m(\widehat{BAD}) = 40°$ olduğuna göre

$m(\widehat{FCB}) = \alpha$ değerini bulunuz.

8-)



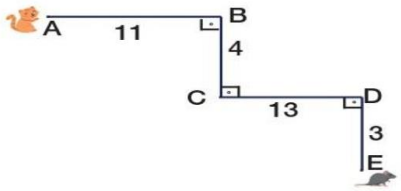
Yandaki şekilde G noktası ABC üçgenin, F noktası BGC üçgeninin ağırlık merkezleri, A, G, F, D ve B, F, E noktaları doğrusal

$|FD| = 2$ cm

$|BF| = 8$ cm

olduğuna göre $|AG| + |FE|$ kaçtır?

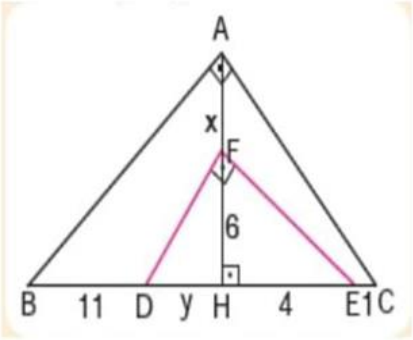
10-)



Yukarıda verilen şekilde;
$[AB] \perp [BC]$, $[BC] \perp [CD]$, $[CD] \perp [DE]$,
$|AB| = 11$ cm , $|BC| = 4$ cm ,
$|CD| = 13$ cm , $|DE| = 3$ cm 'dir.

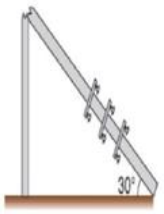
Buna göre, A noktasındaki kedinin E noktasındaki fareye en kısa uzaklığı kaç cm'dir?

11-)



10-) Şekilde verilenlere göre $x + y$ kaçtır?

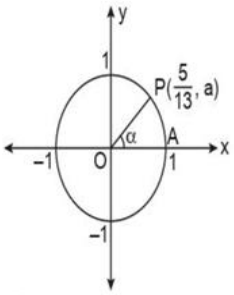
12-)



Bir elektrik direği yerden 1,4 m yüksekliken kırılarak yere 30° lik açı yapacak şekilde düşmüştür.

Elektrik direğinin kırılmadan önceki boyu kaç metredir?

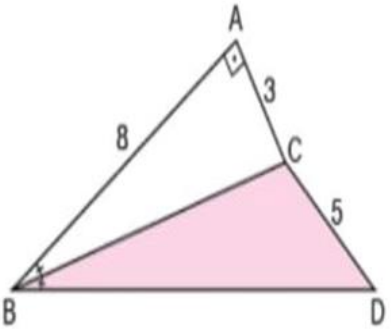
13-)



Şekilde $P\left(\frac{5}{13}, a\right)$ ve A noktaları birim çember üzerindedir.

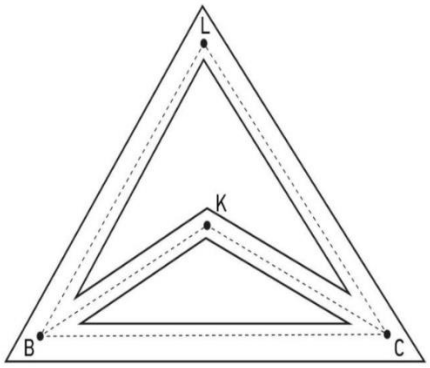
$m(\widehat{POA}) = \alpha$ olduğuna göre $\sin\alpha$ kaçtır?

14-)



Verilen şekilde $[BC]$ açıortay, $[AC] \perp [AB]$, $m(\widehat{ACB}) < m(\widehat{BCD})$, $|AC| = 3$ cm, $|AB| = 8$ cm ve $|CD| = 5$ cm olduğuna göre $A(CBD)$ kaç cm^2 dir?

II.KISIM
DÜŞÜNME BECERİLERİ



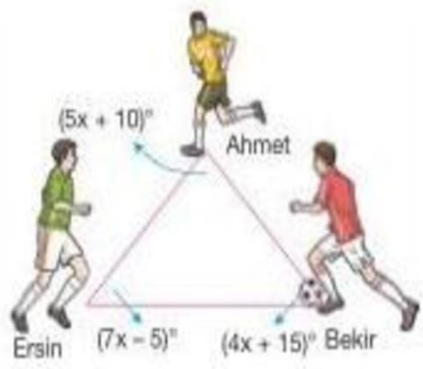
1-) K noktasından aynı anda aynı sabit hızla aralarında 120° 'lik açı oluşacak şekilde harekete başlayan iki araç doğrusal bir yol boyunca ilerleyerek aynı anda B ve C noktalarına ulaşıyorlar. Benzer şekilde L noktasından aynı anda aynı sabit hızla aralarında 80° 'lik açı oluşacak şekilde harekete başlayan iki araç da doğrusal bir yol boyunca ilerleyerek aynı anda B ve C noktalarına ulaşıyorlar. K dan C ye giden doğrusal yol ile L den C ye giden doğrusal yol arasında oluşan açı kaç derecedir?

Verilenler:

İstenenler:

Çözüm:

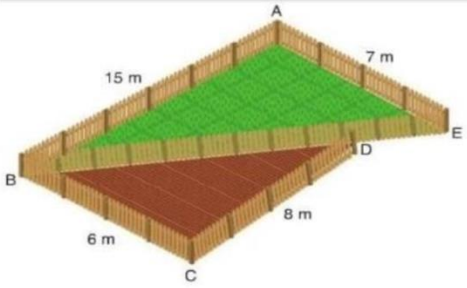
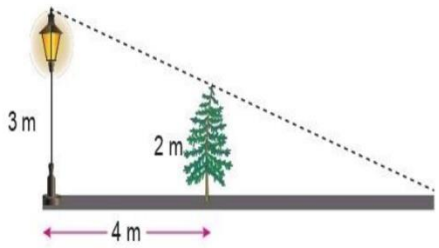
2-) Ahmet, Ersin ve Bekir pas çalışması yapmaktadırlar. Oyuncular arasındaki paslaşma şekilde gösterildiği gibidir. Top, en kısa mesafeyi hangi oyuncular arasında almaktadır? Bulunuz.



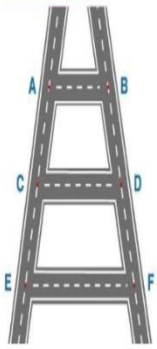
Verilenler:

İstenenler:

Çözüm:

3-)  Kenar uzunlukları şekildeki gibi verilen (IABI: 15, IAEI:7, IBCI:6, ICDI:8) üçgen biçimindeki iki bahçenin kenarlarından bir kısmı ortak olup ABCDE beşgensel bölgenin etrafına bir sıra tel çekilecektir. **BD ile DE kenarlarının uzunlukları metre cinsinden birer tam sayı olduğu bilindiğine göre en fazla kaç metre tel alınmalıdır?**	**Verilenler:** **İstenenler** **Çözüm:**
4-)  Şekildeki zemine dik 3 metre boyundaki aydınlatma direği ile 2 metre boyundaki ağaç arasındaki uzaklık 4 metredir. **Buna göre aydınlatma direğinin lambası yandığında ağacın gölgesinin uzunluğu kaç metre olur?**	**Verilenler:** **İstenenler:** **Çözüm:**

5-)



Bir semtin belirli bir bölgesindeki yol haritası şekildeki gibidir. Yatay yollar birbirine paralel olmak üzere |AB| = 60 m, |AC| = 100 m, |EC| = |CD|=200 m ve |BD| = 300 m dir.

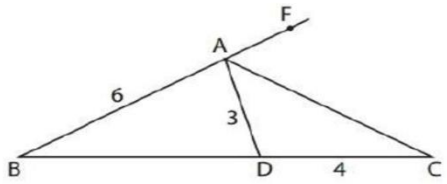
D noktasında bulunan bir sürücü sırasıyla F, E ve sonra da C noktasına gidiyor. Bu sürücünün gittiği yolun toplam kaç metre olduğunu bulunuz.

Verilenler:

İstenenler:

Çözüm:

6-)



Yukarıdaki ABC üçgeninde [AC],FAD açısının açıortayı, IABI=6 cm, IADI =3 cm, IDCI= 4 cm ise IBDI kaçtır?

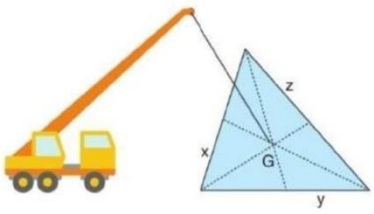
Verilenler:

İstenenler:

Çözüm:

7-)

Bir üçgende kenarortaylar bir noktada kesişirler. Bu kesişme noktasına üçgenin ağırlık merkezi denir ve "G" ile ifade edilir.



Çevre uzunluğu 36 metre olan çeşitkenar üçgen şeklinde kesilmiş bir mermer blok, vinç ile kolay taşınabilmesi için G ağırlık merkezinden tutularak çekilmiştir.

Buna göre üçgen şeklindeki mermerin üzerindeki x, y ve z uzunluklarının toplamı kaç metredir?

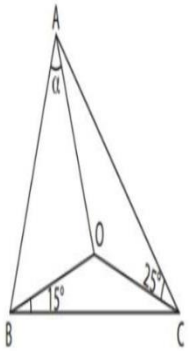
A) 36 B) 32 C) 24 D) 18

Verilenler:

İstenenler:

Çözüm:

8-)



Yandaki şekilde O, ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezidir.

$m(OBC) = 15°$, $m(\widehat{ACO}) = 25°$ ise

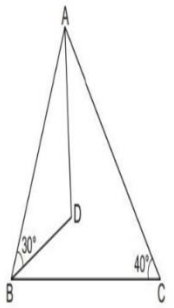
$m(\widehat{BAO}) = \alpha$ kaç derecedir.

Verilenler:

İstenenler:

Çözüm:

9-)



D noktası ABC üçgeninin diklik merkezidir.

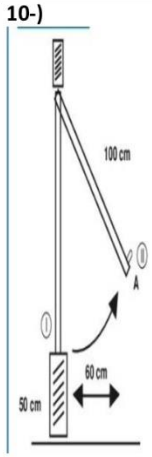
$m(\widehat{ACB}) = 40°$ ve $m(\widehat{ABD}) = 30°$ olduğuna göre $m(\widehat{ADB})$ kaç derecedir?

Verilenler:

İstenenler:

Çözüm:

10-)



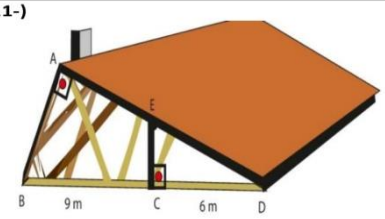
Yandaki şekilde yerden yüksekliği 50 cm olan duvarın üzerinde bulunan 100 cm uzunluğundaki pencerenin yandan görünümü verilmiştir. I nolu konumdaki pencere II nolu konuma getirildiğinde A noktası yatayda 60 cm yol alıyor. Buna göre A noktasının II nolu konumda iken yerden yüksekliğinin kaç cm olacağını bulunuz.

Verilenler:

İstenenler:

Çözüm:

11-)



Bir evin çatısı şekildeki gibi modellenmiştir. Çatıya atılan [EC] desteğinin yeterli olmadığı düşünüldüğünden bu desteğe paralel olacak şekilde A köşesinden bir destek daha atılacaktır.

$\widehat{ABD}$ için $m(\widehat{A}) = 90°$, $|AE| = |ED|$, $|BC| = 9$ m ve $|CD| = 6$ m veriliyor.
$[EC] \perp [BD]$ ise $|AB|$ nu bulunuz.

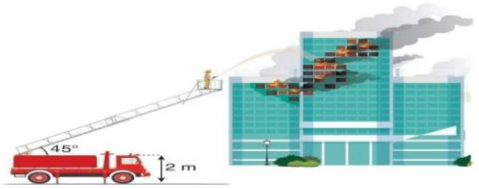
Verilenler:

İstenenler:

Çözüm:

12-)

. Bir itfaiye aracı çıkan yangını söndürmek için 45° lik bir açı ile binaya yaklaşarak müdahale etmektedir.



Aracın yerden yüksekliği 2 metre, merdiven uzunluğu 40 metre ve $\sin 45° \cong 0{,}7$ dir.

İtfaiyenin merdiveni, yangının başladığı ev ile aynı yüksekliğe çıkmaktadır.

Buna göre, yangının başladığı evin yerden yüksekliği metre cinsinden aşağıdakilerden hangisine en yakındır?

Verilenler:

İstenenler:

Çözüm:

13-)

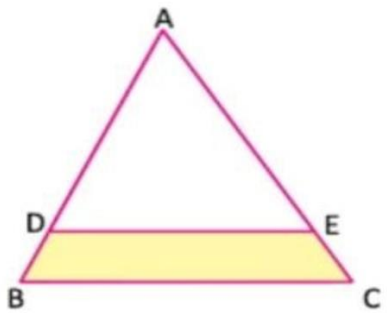
Birim çember üzerinde verilen $A(k, \frac{\sqrt{3}}{2})$ noktası analitik düzlemin 2. bölgesindedir. Buna göre k değeri kaçtır?

Verilenler:

İstenenler:

Çözüm:

14-)



Verilen şekilde $[DE]//[BC]$ olmak üzere $|AD| = 4|BD|$ ve $A(BDEC) = 18\ cm^2$ olduğuna göre ADE üçgeninin alanını bulunuz.

Verilenler:

İstenenler:

Çözüm:

ÖZ GEÇMİŞ			
Adı-Soyadı		Derya ZENGİN	
Bildiği Yabancı Diller		İngilizce	
Eğitim Durumu	**Başlama -**	**Bitirme**	**Kurum Adı**
Lise	2002	2005	Erzurum Kız Lisesi
Lisans	2006	2010	Atatürk Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Lisans	2016	2020	Bursa Uludağ Üniversitesi Hukuk Fakültesi
Yüksek Lisans	2014	2019	Atatürk Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Doktora	2019	2024	Bursa Uludağ Üniversitesi Matematik Eğitimi Doktora Programı
Çalıştığı Kurum	**Başlama – Devam ediyor**		**Çalışılan Kurumun Adı**
1. Halil İnalcık BİLSEM	2019	2024	MEB / Bursa
Üye Olduğu Bilimsel ve Meslekî Kuruluşlar			
Katıldığı Proje ve Eğitimler	-Erasmus + okul Eğitimi personel hareketliliği kapsamında: "Özel Yetenekli Öğrencilerin Öğretim Programında Farklılaştırma, Zenginleştirme ve Proje Tabanlı Öğrenme" başlıklı proje yazılmıştır. -Müfredat modelleri-üyep modeli eğitimi (Bütünleştirici eğitim için özel eğitim hizmetlerinin kalitesinin arttırılması hibe programı / europeaid/162216/ıd/act/tr) kapsamında 12 saat eğitim alınmıştır. - Farklılaştırma eğitimi (Bütünleştirici eğitim için özel eğitim hizmetlerinin kalitesinin arttırılması hibe programı / europeaid/162216/ıd/act/tr) kapsamında 12 saat eğitim alınmıştır. - Eğitimde yaşam temelli ölçme ve değerlendirme yaklaşımı (Helsinki & Talinn 'De Edufuture's Best Benchmarking Course alınıp işbaşı gözlem yapılmıştır) - Özel yetenekli öğrencilerin öğretim programlarında farklılaştırma, zenginleştirme ve proje tabanlı öğrenme (Vienna /Austria ve Berlin/Almanya 'da kurs alınmıştır)		
Yayınlar:	- Zengin, D., & Tapan Broutın, M. S. (2023). An investigation on the mathematics teaching programs for gifted students based on teachers' opinions. Journal for the Education of Gifted Young Scientists, 11(3), 467-485. https://doi.org/10.17478/jegys.1336705 -Zengin, D., & Tapan Broutın, M. S. (2019,Kasım). Matematik öğretiminde Toulmın tartışma modeli ve uygulamları. XI. Internatıonal Congress On Socıal Scıences Chına To Adrıatıc - Zengin, D., ve Kaleli Yılmaz, G. (2019,Nisan). Bilgisayar destekli öğretim yazılımının üstün yetenekli öğrencilerin "kesirler" konusundaki matematik başarısına etkisi ve üstbiliş		

	becerilerindeki rolü. 3rd Internatıonal Congress Of Eurasıan Socıal Scıences - Zengin, D., ve Tapan Broutın, M. S. (2019,Kasım). Üstün yetenekli öğrencilerinin enstümantal oluşum sürecinin bilgisayar destekli matematik öğretimi kapsamında incelenmesi. 3rd Internatıonal Congress Of Eurasıan Socıal Scıences -Zengin, D., ve Kaplan, A. (2019,Ocak). Bilgisayar destekli öğretim yazılımlarının üstün yetenekli çocukların akademik başarısına etkisinin değerlendirilmesi. Üstün yetenekliler ve eğitim Kongresi - Zengin, D., ve Tapan Broutın, M. S (2023). Argümantasyon tabanlı öğrenme. F.Erdoğan (Ed.), *Matematik Ve Fen Bilimleri Eğitiminde Yeni Yaklaşımlar 2023-II.* Efe Akademi Yayıncılık - Zengin, D., Kocaoğlu Er F. S. ve Sezgin Memnun, D., "ADDIE Öğretim Modeline Göre Beşinci Sınıfta Kesirler Konusu İçin Geliştirilen Bilgisayar Destekli Öğretim Tasarımı," In *Eğitim Bilimleri Alanında Araştırma Makaleleri* , NewYork/Ankara: Gece Akademi, 2019, pp.120-144. Zengin, D., ve Kaplan, A. (2019). MATEMATİK EĞİTİMİNDE BİLGİSAYAR DESTEKLİ ÖĞRETİM YAZILIMLARI. Ertual Akademi
Diğer:	
Tarih **Adı-Soyadı** **Mail**	12.06.2024 Derya ZENGİN