

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

**KESİRLİ KALKÜLÜS İLE G-8 ÜLKELERİ VE TÜRKİYE'NİN EKONOMİK  
VERİLERİ KULLANILARAK GAYRİSAFİ YURT İÇİ HASILA BÜYÜME  
ORANLARININ İKİ DEĞİŞKENLİ FONKSİYON OLARAK MODELLENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Şeyma BEŞİR**

**Bilişim Uygulamaları Anabilim Dalı**

**Bilgi ve Haberleşme Mühendisliği Programı**

**TEMMUZ 2024**



**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

**KESİRLİ KALKÜLÜS İLE G-8 ÜLKELERİ VE TÜRKİYE'NİN EKONOMİK  
VERİLERİ KULLANILARAK GAYRİSAFİ YURT İÇİ HASILA BÜYÜME  
ORANLARININ İKİ DEĞİŞKENLİ FONKSİYON OLARAK MODELLENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Şeyma BEŞİR  
(708211002)**

**Bilişim Uygulamaları Anabilim Dalı**

**Bilgi ve Haberleşme Mühendisliği Programı**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ertuğrul KARAÇUHA  
Eş Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Nisa Özge ÖNAL TUĞRUL**

**TEMMUZ 2024**



**ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY ★ GRADUATE SCHOOL**

**MODELING OF GROSS DOMESTIC PRODUCT GROWTH RATES AS A  
BIVARIATE FUNCTION USING ECONOMIC DATA OF G-8 COUNTRIES  
AND TURKEY WITH FRACTIONAL CALCULUS**

**M.Sc. THESIS**

**Şeyma BEŞİR  
(708211002)**

**Applied Informatics Department**

**Information and Communications Engineering**

**Thesis Advisor: Prof. Dr. Ertuğrul KARAÇUHA  
Co Advisor: Dr. Öğr. Üyesi Nisa Özge ÖNAL TUĞRUL**

**JULY 2024**

**ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY ★ GRADUATE SCHOOL**

**MODELING OF GROSS DOMESTIC PRODUCT GROWTH RATES AS A  
BIVARIATE FUNCTION USING ECONOMIC DATA OF G-8 COUNTRIES  
AND TURKEY WITH FRACTIONAL CALCULUS**

**M.Sc. THESIS**

**Şeyma BEŞİR  
(708211002)**

**Applied Informatics Department**

**Information and Communications Engineering**

**Thesis Advisor: Prof. Dr. Ertuğrul KARAÇUHA  
Thesis Co-Advisor: Asst. Prof. Dr. Nisa Özge ÖNAL TUĞRUL**

**JULY 2024**



İTÜ, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nün 708211002 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Şeyma BEŞİR, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı "KESİRLİ KALKÜLÜS İLE G-8 ÜLKELERİ VE TÜRKİYE'NİN EKONOMİK VERİLERİ KULLANILARAK GAYRİSAFİ YURT İÇİ HASILA BÜYÜME ORANLARININ İKİ DEĞİŞKENLİ FONKSİYON OLARAK MODELLENMESİ" başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

**Tez Danışmanı :** **Prof. Dr. Ertuğrul KARAÇUHA** .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Eş Danışman :** **Dr. Öğr. Üyesi Nisa Özge ÖNAL TUĞRUL** .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Jüri Üyeleri :** **Dr. Öğr. Üyesi İlhan ÇAM** .....  
Gebze Teknik Üniversitesi

**Dr. Öğr. Üyesi Erdem BİLGİLİ** .....  
Piri Reis Üniversitesi

**Dr. Öğr. Üyesi Sebahattin EKER** .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Teslim Tarihi :** 24 Mayıs 2024  
**Savunma Tarihi :** 4 Temmuz 2024





*Aileme ve arkadaşlarıma,*



## ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitimim süresince akademik gelişimime destek olan, tez konusu seçiminde ve tez yazım sürecinde bana gerekli yönlendirmeleri yapan, bu çalışmanın ortaya konmasında beni yönlendiren, engin bilgisini, tecrübesini benden esirgemeyen, her konuda bana destek olan danışman hocam Sayın Prof. Dr. Ertuğrul KARAÇUHA'ya, tez çalışmalarım süresince kıymetli görüşlerini benimle paylaşan, sabırla yol gösteren ve süreç boyunca desteğini esirgemeyen hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi Nisa Özge ÖNAL TUĞRUL' a teşekkürlerimi sunarım.

Bugüne kadar benim için maddi ve manevi her türlü özveride bulunan, hayatımın her anında büyük emekleri olan ve desteklerini benden hiç esirgemeyen kıymetli annem Melek BEŞİR ve babam Ali Kemal BEŞİR' e, çalışmalarım sırasında her türlü desteği ve motivasyonu sağlayan kardeşlerime ve arkadaşlarıma sevgi ve teşekkürlerimi sunarım.

Nisan 2024

Şeyma BEŞİR  
Elektrik-Elektronik Mühendisi



## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖNSÖZ</b> .....	<b>ix</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>xi</b>
<b>KISALTMALAR</b> .....	<b>xiii</b>
<b>SEMBOLLER</b> .....	<b>xv</b>
<b>ÇİZELGE LİSTESİ</b> .....	<b>xvii</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	<b>xx</b>
<b>ÖZET</b> .....	<b>xxi</b>
<b>SUMMARY</b> .....	<b>xxiii</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
1.1 Tezin Anlam ve Önemi .....	2
1.2 Tezin Amacı ve Kapsamı .....	3
1.3 Literatür Araştırması .....	4
<b>2. MATEMATİKSEL YÖNTEM</b> .....	<b>9</b>
<b>3. UYGULAMA SONUÇLARI</b> .....	<b>17</b>
3.1 Modelleme Sonuçları .....	17
3.2 Modelleme Grafikleri .....	24
<b>4. SONUÇLAR</b> .....	<b>35</b>
<b>KAYNAKLAR</b> .....	<b>39</b>
<b>EKLER</b> .....	<b>43</b>
EK A: Kullanılan veri seti .....	45
<b>ÖZGEÇMİŞ</b> .....	<b>51</b>



## KISALTMALAR

<b>ABD</b>	: Amerika Birleşik Devletleri
<b>G-8</b>	: Group of Eight - Sekizler Grubu
<b>GSYİH</b>	: Gayrisafi Yurt İçi Hasıla
<b>MAPE</b>	: Mean Absolute Percentage Error - Ortalama Yüzdesel Mutlak Hata





## SEMBOLLER

$M$	: Kesme Sayısı
$K$	: Veri Seti Boyutu
$x, y$	: Fonksiyon Parametreleri
$\alpha, \gamma$	: Kesir dereceleri





## ÇİZELGE LİSTESİ

### Sayfa

<b>Çizelge 3.1 :</b> Modellemede kullanılan ekonomik faktörler. ....	<b>17</b>
<b>Çizelge 3.2 :</b> Kanada için $M = 7$ değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları $(\alpha, \gamma, MAPE)$ .	<b>18</b>
<b>Çizelge 3.3 :</b> Fransa için $M = 7$ değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları $(\alpha, \gamma, MAPE)$ .	<b>19</b>
<b>Çizelge 3.4 :</b> Rusya için $M = 7$ değeri ile 1998-2021 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları $(\alpha, \gamma, MAPE)$ .	<b>20</b>
<b>Çizelge 3.5 :</b> Almanya için $M = 7$ değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları $(\alpha, \gamma, MAPE)$ .	<b>20</b>
<b>Çizelge 3.6 :</b> Japonya için $M = 7$ değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları $(\alpha, \gamma, MAPE)$ .	<b>21</b>
<b>Çizelge 3.7 :</b> İtalya için $M = 7$ değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları $(\alpha, \gamma, MAPE)$ .	<b>21</b>
<b>Çizelge 3.8 :</b> İngiltere için $M = 7$ değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları $(\alpha, \gamma, MAPE)$ .	<b>22</b>
<b>Çizelge 3.9 :</b> Türkiye için $M = 7$ değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları $(\alpha, \gamma, MAPE)$ .	<b>22</b>
<b>Çizelge 3.10 :</b> ABD için $M = 7$ değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları $(\alpha, \gamma, MAPE)$ .	<b>23</b>
<b>Çizelge 4.1 :</b> Sonuçların genel değerlendirmesi (MAPE(%)). ....	<b>34</b>
<b>Çizelge A.1 :</b> Kanada 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri. ....	<b>43</b>
<b>Çizelge A.2 :</b> Fransa 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri. ....	<b>44</b>
<b>Çizelge A.3 :</b> Almanya 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri. ....	<b>44</b>
<b>Çizelge A.4 :</b> Japonya 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri. ....	<b>45</b>
<b>Çizelge A.5 :</b> Türkiye 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri. ....	<b>45</b>
<b>Çizelge A.6 :</b> İtalya 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri. ....	<b>46</b>
<b>Çizelge A.7 :</b> İngiltere 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri. ....	<b>46</b>
<b>Çizelge A.8 :</b> ABD 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri. ....	<b>47</b>
<b>Çizelge A.9 :</b> Rusya 1998-2021 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri. ....	<b>47</b>



## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

- Şekil 3.1 :** Caputo kesirli türevi kullanılarak iki değişkenli fonksiyon ile modelleme. .... 18
- Şekil 3.2 :** Kanada'nın ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri. .... 25
- Şekil 3.3 :** Fransa'nın ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri. .... 26
- Şekil 3.4 :** Rusya'nın ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2021 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri. .... 27
- Şekil 3.5 :** Almanya'nın ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri. .... 28
- Şekil 3.6 :** Japonya'nın ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri. .... 29

<b>Şekil 3.7 :</b> İtalya'nın ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri. ....	<b>30</b>
<b>Şekil 3.8 :</b> İngiltere'nin ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri. ....	<b>31</b>
<b>Şekil 3.9 :</b> Türkiye'nin ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri. ....	<b>32</b>
<b>Şekil 3.10 :</b> ABD 'nin ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri. ....	<b>33</b>

# KESİRLİ KALKÜLÜS İLE G-8 ÜLKELERİ VE TÜRKİYE’NİN EKONOMİK VERİLERİ KULLANILARAK GAYRİSAFİ YURT İÇİ HASILA BÜYÜME ORANLARININ İKİ DEĞİŞKENLİ FONKSİYON OLARAK MODELLENMESİ

## ÖZET

Kesirli kalkülüs, klasik kalkülüsün bir uzantısı olarak kabul edilen, reel veya karmaşık mertebelerle karakterize edilen, diferansiyel ve integral operatörlerin özelliklerini inceleyen bir matematik dalıdır. Kesirli kalkülüs, geleneksel kalkülüs gibi üç asırlık bir geçmişe sahip olsa da bilim ve mühendislik alanlarında kullanımı çok yaygın değildir. Bu nedenle geçtiğimiz üç yüzyıl boyunca bu konu daha çok matematikçilerin ilgi alanındaydı. Ancak son yıllarda kesirli kalkülüsün fizik, mühendislik, biyoloji ve ekonomi dahil olmak üzere birçok bilimsel alanda uygulanmasına yönelik araştırma faaliyetlerinde belirgin bir artış yaşanmıştır. Bunun nedeni, kesirli mertebeden diferansiyel ve integral denklemlerin, tamsayı mertebesi ile sınırlı olanlara kıyasla doğa ve toplum olgularını matematiksel olarak daha iyi modelleyebilmesidir.

Kesirli analiz yöntemleri, hafızalı ve yerel olmayan süreçleri ve sistemleri tanımlamak için güçlü araçlardır. Bu nedenle kesirli analiz yöntemleri, ekonomi ve finans alanlarında uygulanmakta ve geliştirilmektedir.

Ekonomik büyüme, gayrisafi yurt içi hasılanın büyüme oranındaki artışı göstermektedir. Ekonomik büyümeyi belirleyen birçok faktör bulunmaktadır. Bu faktörler hem tek başına hem de karşılıklı etkileşim ile ekonomik büyümeyi etkilemektedir. İhracat, ithalat, doğrudan yabancı yatırımlar ve enflasyon değişkenleri, ekonomik büyümenin değerlendirilmesi için istatistiksel olarak anlamlı etkiye sahip olan ekonomik faktörlerdir.

Bu tezde kesirli kalkülüs ve en küçük kareler yöntemi kullanılarak iki değişkenli fonksiyon ile matematiksel modelleme çalışması yapılmıştır. Matematiksel modellemede Caputo tipi kesirli türevden faydalanılmıştır. Matematiksel modellerin uygulamasında MATLAB kullanılmıştır. Bu çalışmada 1998-2022 yılları arası, G-8 ülkeleri ve Türkiye’nin genel ekonomik durumunun değerlendirilebileceği ekonomik faktörler olarak İhracat (yıllık büyüme %), İthalat (yıllık büyüme %), GSYİH Büyüme Oranı (yıllık %), Doğrudan Yabancı Yatırım, net girişler (% GSYİH), Enflasyon (% yıllık) ve İşsizlik Oranı verileri kullanılarak uygulamalar gerçekleştirilmiştir. (Rusya için veri eksikliği nedeniyle 1998-2021 yılları arası veriler kullanılmıştır). Veriler Dünya Bankası’ndan alınmıştır. Çalışmada iki değişkenli fonksiyonun parametreleri, ekonomik faktörlerin çeşitli kombinasyonları şeklinde verilerek GSYİH Büyüme Oranı (yıllık %) modellenmiştir. Modellemede fonksiyon parametreleri olarak ülkelerin ilgili ekonomik faktörleri sırasıyla şu şekilde kombine edilmiştir: ithalat-ihracat, ithalat-doğrudan yabancı yatırım, ithalat-işsizlik oranı, ithalat-enflasyon, ihracat-enflasyon, ihracat-doğrudan yabancı

yatırım, ihracat-işsizlik oranı, enflasyon-doğrudan yabancı yatırım, enflasyon-işsizlik oranı ve işsizlik-doğrudan yabancı yatırım. Modelleme performansı Ortalama Yüzdese Mutlak Hata (Mean Absolute Percentage Error – MAPE) ile değerlendirilmiştir. Modellemede kesme sayısı  $M = 7$  olarak alınmıştır.

Sonuç olarak çalışma genelinde tüm ülkeler için yüksek modelleme başarısı elde edilmiştir. En düşük modelleme hatası  $1.0252 \times 10^{-8}$  değeri ile Japonya için ihracat-enflasyon ekonomik faktörlerinde elde edilmişken, en yüksek modelleme hatası  $3.6727 \times 10^{-1}$  değeri ile Rusya'nın enflasyon-işsizlik oranı ekonomik faktörleri ile elde edilmiştir.

Genel olarak işsizlik oranı ve enflasyon ekonomik faktörlerinde diğer faktörlere kıyasla daha düşük modelleme başarısı gözlemlenmişken, ithalat ve ihracat ekonomik faktörlerinde daha yüksek modelleme başarısı gözlemlenmiştir. Ancak çalışma sonuçları genel olarak değerlendirildiğinde tüm ülkeler için ekonomik faktör kombinasyonlarının tamamında yüksek modelleme başarısı elde edilmiştir.



# **MODELING OF GROSS DOMESTIC PRODUCT GROWTH RATES AS A BIVARIATE FUNCTION USING ECONOMIC DATA OF G-8 COUNTRIES AND TURKEY WITH FRACTIONAL CALCULUS**

## **SUMMARY**

Fractional calculus is a branch of mathematics, considered as an extension of classical calculus, that studies the properties of differential and integral operators characterized by real or complex orders. For this reason, for the past three centuries, the subject has been mainly of interest to mathematicians, but in recent years there has been a marked increase in research activity into the application of fractional calculus in many scientific fields, including physics, engineering, biology, and economics. This is due to the fact that differential and integral equations of fractional order can mathematically model natural and social phenomena better than those restricted to integer order.

Mathematical modeling in economics generally uses methods such as derivative and integral calculus, differential and difference equations. These mathematical methods have enabled the description of various economic processes and phenomena by creating economic models in a mathematical form. However, economic models based on differential equations of integer order cannot describe memory and non-local processes. Therefore, important aspects of economic processes and phenomena are not taken into account.

Fractional analysis methods are powerful tools for describing non-local processes and systems with memory. Therefore, fractional analysis methods are applied and developed in the fields of economics and finance. Economic growth refers to the increase in the growth rate of gross domestic product. There are many factors that determine economic growth. These factors affect economic growth both individually and through mutual interaction. Export, import, foreign direct investment and inflation variables are the economic factors that have statistically significant effects for the evaluation of economic growth. In this thesis, a mathematical modeling study was carried out with a bivariate function using fractional calculus and least squares method. Caputo type fractional derivative is used in the mathematical modeling. MATLAB was used for the implementation of the mathematical models.

In this study, the economic factors that we can evaluate the general economic situation of G-8 countries and Turkey for the period 1998-2022 are Exports (annual % growth), Imports (annual % growth), GDP Growth Rate (annual %), Foreign Direct Investment net inflows (% of GDP), Inflation (annual %) and Unemployment Rate (due to lack of data for Russia, data for the period 1998-2021 were used). Data taken from the World Bank. In the study, the parameters of the bivariate function are given as various combinations of economic factors and GDP Growth Rate (annual %) is modeled. In the modeling, the relevant economic factors of the countries as function parameters are combined as follows: import-export, import-foreign

direct investment, import-unemployment rate, import-inflation, export-inflation, export-foreign direct investment, export-unemployment rate, inflation-foreign direct investment, inflation-unemployment rate and unemployment rate-foreign direct investment. Modeling performance is evaluated by the Mean Absolute Percentage Error (MAPE). The number of intercepts in the modeling is taken as  $M = 7$ .

In the first chapter of this thesis, the meaning, importance, purpose, scope and literature review of the thesis are explained. In the literature review, the studies conducted using fractional calculus in economics and various fields and modeling studies conducted using fractional calculus in economics are mentioned. In the second section, the proposed mathematical method is introduced. The definitions of fractional derivative and integral transform used, Laplace transform used in solving fractional differential equations and its properties, least squares method used as an optimization method are included. The third section contains the application results and graphs. In the fourth section, the results obtained are evaluated.

As a result, high modeling success was achieved for all countries throughout the study. If we look at the results obtained in terms of countries, for Canada, the lowest modeling error was obtained for import-export economic factors with a value of  $1.1450 \times 10^{-7}\%$ , while the highest modeling error is obtained for unemployment rate- foreign direct investment economic factors with a value of  $4.4413 \times 10^{-2}\%$ .

For France, the lowest modeling error was obtained for export-inflation economic factors with a value of  $3.2137 \times 10^{-6}\%$ , while the highest modeling error is obtained for import-unemployment rate economic factors with a value of  $4.0608 \times 10^{-2}\%$ .

For Russia, the lowest modeling error was obtained for the import-export economic factors with a value of  $7.8435 \times 10^{-8}\%$ , while the highest modeling error is obtained for the inflation-unemployment rate economic factor with a value of  $3.6727 \times 10^{-1}\%$ .

For Germany, the lowest modeling error is obtained for the import-inflation economic factors with a value of  $9.3484 \times 10^{-6}\%$ , while the highest modeling error was obtained for the inflation - foreign direct investment economic factors with a value of  $1.0887 \times 10^{-2}\%$ .

For Japan, the lowest modeling error is obtained for export-inflation economic factors with a value of  $1.0252 \times 10^{-8}\%$ , while the highest modeling error is obtained for import-unemployment rate economic factors with a value of  $1.0003 \times 10^{-4}\%$ .

For Italy, the lowest modeling error is obtained for the economic factors exports - foreign direct investment with a value of  $6.8832 \times 10^{-7}\%$ , while the highest modeling error is obtained for the economic factors inflation - unemployment rate with a value of  $5.9027 \times 10^{-4}\%$ .

For the UK, the lowest modeling error is obtained for exports-foreign direct investment economic factors with a value of  $3.0153 \times 10^{-7}\%$ , while the highest modeling error is obtained for import-inflation economic factors with a value of  $1.1989 \times 10^{-3}\%$ .

For Turkey, the lowest modeling error is obtained for import- export economic factors with a value of  $2.4654 \times 10^{-8}\%$  while the highest modeling error is  $5.5321 \times 10^{-2}\%$  for inflation-unemployment rate economic factors.

For the USA, the lowest modeling error is obtained for import- export economic factors with a value of  $3.2077 \times 10^{-7}\%$ , while the highest modeling error is obtained for inflation-unemployment rate economic factors with a value of  $6.4021 \times 10^{-4}\%$ .

The overall result for all countries, the lowest modeling error is  $1.0252 \times 10^{-8}\%$  for the export-inflation economic factors for Japan, while the highest modeling error is  $3.6727 \times 10^{-1}\%$  for the inflation-unemployment rate economic factors for Russia.

When the results are evaluated, the lowest MAPE value for the USA, Canada, Russia and Turkey is obtained with the import-export economic factor combination. The highest MAPE value for the USA, Italy, Russia and Turkey is obtained with the inflation-unemployment rate economic factor combination.

Overall, lower modeling success was observed for the economic factors of unemployment rate and inflation compared to other factors, while higher modeling success was observed for the economic factors of imports and exports. However, when the results of the study are evaluated in general, high modeling success has been obtained in all economic factor combinations for all countries.



## 1. GİRİŞ

Kesirli kalkülüs, klasik kalkülüsün bir uzantısı olarak kabul edilen, reel veya karmaşık mertebelerle karakterize edilen, diferansiyel ve integral operatörlerin özelliklerini inceleyen bir matematik dalıdır [1]–[3].

Kesirli kalkülüs, XVII. yüzyılın sonlarında Gottfried Leibniz'in fikirleriyle başlamış ve günümüze kadar aşamalı olarak geliştirilmiştir. 30 Eylül 1695 tarihinde, zamanının önde gelen matematikçilerinden ve kalkülüs üzerine ilk Fransız tezinin yazarı olan L'Hopital, Leibniz'e bir mektup yazarak bir fonksiyonun türev mertebesinin bir tamsayı yerine gerçek bir sayı olması durumunda ne olacağını sordu. Leibniz'in cevabı: "Bu, bir gün faydalı sonuçların çıkarılacağı açık bir paradoksa yol açacaktır." olmuştur. L'Hopital ve Leibniz arasındaki bu fikir alışverişi genellikle kesirli kalkülüsün başlangıcı olarak kabul edilir [3]–[6].

Daha sonra sırasıyla; Euler (1730), Lagrange (1772), Lacroix (1819), Fourier (1822), Louville (1832), Riemann (1853), Holmgren (1864), Grünwald (1867), Letnikov (1868), Krug (1890) ve Caputo (1967) kesirli kalkülüsün gelişimine önemli katkıda bulunmuşlardır [5].

Kesirli kalkülüs, geleneksel kalkülüs gibi üç asırlık bir geçmişe sahip olsa da bilim ve mühendislik alanlarında kullanımı çok yaygın değildi. Bu nedenle son üç yüzyıl boyunca bu konu daha çok matematikçilerin ilgi alanındaydı [6]. Ancak son yıllarda kesirli kalkülüsün fizik [7], mühendislik [8]–[10], biyoloji [11] ve ekonomi [12,13] dahil olmak üzere birçok bilimsel alanda uygulanmasına yönelik araştırma faaliyetlerinde belirgin bir artış yaşanmıştır. Bunun nedeni, kesirli mertebeden diferansiyel ve integral denklemlerin, tamsayı mertebesi ile sınırlı olanlara kıyasla doğa ve toplum olgularını matematiksel olarak daha iyi modelleyebilmesidir. [1,3,14].

Bu tezin birinci bölümünde tezin anlamı, önemi, amacı, kapsamı ve literatür araştırması açıklanmıştır. Literatür araştırmasında kesirli kalkülüs kullanılarak

ekonomi ve çeşitli alanlarda yapılmış çalışmalardan, ekonomi alanında kesirli kalkülüs kullanılarak yapılan modelleme çalışmalarından bahsedilmiştir.

İkinci bölümde önerilen matematiksel yöntem tanıtılmıştır. Kullanılan kesirli türev ve integral dönüşüm tanımları, kesirli diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılan Laplace dönüşümü ve özellikleri, optimizasyon yöntemi olarak kullanılan en küçük kareler metodu bulunmaktadır.

Üçüncü bölümde elde edilen uygulama sonuçları ve grafikler yer almaktadır. Dördüncü bölümde elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

### **1.1 Tezin Anlam ve Önemi**

Ekonomide matematiksel modelleme için genel olarak türev ve integral hesapları, diferansiyel ve fark denklemleri gibi yöntemler kullanılmaktadır. Bu matematiksel yöntemler, ekonomik modelleri matematiksel bir formda oluşturarak çeşitli ekonomik süreçlerin ve olguların tanımlanmasına olanak sağlamıştır. Ancak tamsayı mertebesindeki diferansiyel denklemlere dayanarak oluşturulan ekonomik modeller, hafızalı ve yerel olmayan süreçleri tanımlayamamaktadır. Bu sebeple ekonomik süreç ve olguların önemli yönlerinin dikkate alınmasına engel olmaktadır. Kesirli analiz yöntemleri, hafızalı [16] ve yerel olmayan (non-local) [17] süreçleri ve sistemleri tanımlamak için güçlü araçlardır. Bu nedenle kesirli analiz yöntemleri, ekonomi ve finans alanlarında uygulanmakta ve geliştirilmektedir [2,15].

Ekonomik büyüme, gayrisafi yurt içi hasılanın büyüme oranındaki artışını göstermektedir. Ekonomik büyüme kavramı; gelişmişliğin ve aynı zamanda toplumsal refahın önemli bir göstergesidir. Ekonomik büyümeyi belirleyen birçok faktör bulunmaktadır. Bu faktörler hem tek başına hem de karşılıklı etkileşim ile ekonomik büyümeyi etkilemektedir. İhracat, ithalat, doğrudan yabancı yatırımlar ve enflasyon değişkenleri ekonomik büyümenin değerlendirilmesi için istatistiksel olarak anlamlı etkiye sahip olan ekonomik faktörlerdendir. İhracat, doğrudan yabancı yatırımlar, ithalat faktörleri ekonomik büyümeye pozitif etki sağlarken, enflasyon faktörü ekonomik büyüme üzerinde negatif etkiye sahiptir [18,19].

Bu tez çalışmasında kesirli kalkülsten faydalanılarak geliştirilen bir matematiksel model ile ekonomik faktörlerin modellenmesi üzerine çalışma yapılmıştır.

## 1.2 Tezin Amacı ve Kapsamı

Bu tezde kesirli kalkülüs ve en küçük kareler yöntemi kullanılarak iki değişkenli fonksiyon ile matematiksel modelleme çalışması yapılmış, ayırık verilerin minimum hatayla sürekli eğri şeklinde modellenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada G-8 ülkeleri ve Türkiye'nin 1998-2022 yılları arası ekonomik verileri kullanılarak uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Önerilen matematiksel model Caputo kesirli türev tanımından faydalanılarak ve seri açılımından esinlenerek geliştirilmiştir. Matematiksel modellerin uygulamasında MATLAB kullanılmıştır.

G-8 kavramı "Sekizler Grubu-Group of Eight" ülkeleri anlamına gelmektedir. Kurucu bir uluslararası anlaşmaya dayanmayan, merkezi ve bürokratik yapısı ile bir "hayalet örgüt" olarak değerlendirilen 8'ler Grubu (G-8) uluslararası ekonomik ve siyasi düzenin baş konumuna oturan gayri resmi bir forumdur [20,21].

Fransa, Almanya, İtalya, Japonya, İngiltere, Amerika Birleşik Devletleri, Kanada ve Rusya Federasyonu'ndan oluşan G-8, dünya nüfusunun yaklaşık %14 ünü teşkil etmesine rağmen dünyanın ekonomik verimlilik ölçüsü olan brüt iç hasılanın üçte ikisinden sorumludur yani dünya ekonomisinin yaklaşık %65 ini temsil etmektedir [21].

Bu nedenlerle çalışmada 1998-2022 yılları arası, G-8 ülkeleri ve Türkiye'nin genel ekonomik durumunun değerlendirilebileceği ekonomik faktörler olarak İhracat (yıllık büyüme %), İthalat (yıllık büyüme %), GSYİH Büyüme Oranı (yıllık %), Doğrudan Yabancı Yatırımlar net girişler (% GSYİH), Enflasyon (% yıllık) ve İşsizlik Oranı verileri kullanılmıştır. Veriler dünya bankasından alınmıştır [22].

Çalışmada iki değişkenli fonksiyonun parametreleri, her ülke için yukarıda belirtilen ekonomik faktörlerin çeşitli kombinasyonları şeklinde verilerek ülkelerin GSYİH Büyüme Oranları (yıllık %) modellenmiştir. Modelleme performansı Ortalama Yüzdese Mutlak Hata (Mean Absolute Percentage Error – MAPE) ile değerlendirilmiştir. Modellemede kesme sayısı  $M = 7$  olarak alınmıştır.

### 1.3 Literatür Araştırması

Kesirli kalkülüs, yakın zamana kadar uygulamaları olmayan oldukça gizli bir matematik teorisi olarak görülmekteydi, ancak son yıllarda birçok farklı alanda araştırmacıların ilgisini çekmiştir [1,3,7]. Sistem kontrol uygulamaları [23,24], görüntü işleme [25], mühendislik çözümleri [9,10], tıp alanında kanser çalışmaları [26,27] kesirli kalkülüsün kullanıldığı örnek çalışmalardandır.

Son yıllarda kesirli kalkülüsün ekonomi alanında da birçok uygulamaları karşımıza çıkmaktadır [12,13,29,30,35]–[37]. Çin'in 2012-2016 yılları arasındaki GSYİH büyüme oranlarının Caputo tipi kesirli analiz yöntemi kullanılarak modellenmesi [35], Portekiz'in 1960-2012 yılları arasındaki GSYİH büyüme oranlarının, dokuz değişkenli bir vektörün fonksiyonu olarak modellenmesi [12] kesirli kalkülüsten faydalanılarak yapılmış olan ekonomik modelleme çalışmalarındandır.

[28]'de kesirli kalkülüs kullanılarak önerilen iki matematiksel yaklaşım (Fractional Model-1 , Fracational Model-2); Almanya, Fransa, İtalya, İspanya, Türkiye ve OECD ülkelerinin 1997-2018 yıllarında yaptıkları telekomünikasyon yatırım verilerinin modellenmesinde kullanılmıştır. Çalışmada MAPE eşitliği kullanılarak "Polinom Model" ve "Kesirli Model" karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, kesirli modelin polinom modele göre verileri daha az hata ile daha doğru şekilde modellediği gözlemlenmiştir.

[29]'da Fransa, İtalya, Türkiye, Almanya, İspanya ve İngiltere'nin 2010-2019 yılları arasındaki sabit ve mobil genişbant abone sayısı verileri, geliştirilen matematiksel yaklaşım kullanılarak modellenmiştir. Çalışmada daha önceki çalışmalarda önerilen Fractional Model-1, Fractional Model-2, geleneksel Polinom Model ve bu çalışmada önerilen Fractional Model-3 olmak üzere dört farklı matematiksel model kıyaslanmıştır. Fractional Model-3'te Caputo kesirli türevinden faydalanılmıştır. Sonuç olarak, sabit ve mobil bant aboneleri açısından Fractional Model-3' ün diğer modellere göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Aynı zamanda Fractional Model-1,

Fractional Model-2 ve Fractional Model-3'ün polinom modeline göre daha az hata ile modelleme yaptığı sonucuna varılmıştır.

Kesirli kalkülüs, “En küçük kareler metodu” ve error minimizing kullanılarak bir matematiksel model önerilmiştir. Önerilen yöntem kullanılarak 2011-2018 yılları arasındaki Türkiye’de kişi başına düşen Gayri Safi Yurtiçi Hasıla (GSYİH), Türkiye’deki mobil operatörlerin (Turkcell,Vodafone,Türk Telekom) kullanıcı başına ortalama geliri ve Türkiye’deki özel iletişim vergisi verileri modellenmiştir. Çalışmada Polinom Model, Fractional Model-1 ve Fractional Model-1 ile Error Modelling kullanılarak yapılan modellemelerin sonuçları karşılaştırılmıştır. Üç çeşit veri için Fractional Model-1 ve Fractional Model-1 ile Error Modelling kullanılarak yapılan modellemenin, diğerlerine göre daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir [30].

Kesirli kalkülüs teorisinden faydalanılarak geliştirilen Fractional Model-1 kullanılarak 0-18 yaş grubu çocukların fiziksel gelişimi modellenmiştir. Çocukların yaş, vücut ağırlığı, boy, vücut kitle endeksi verileri birbiri arasında kıyaslanarak değerlendirilmiştir. Önerilen matematiksel model, lineer ve polinom modelleriyle karşılaştırılmış, çok daha başarılı sonuçlar elde edildiği gözlemlenmiştir. Bu metod sürekli eğri elde edilmesi sayesinde, çocuğun gelişim sürecinde elde edilen önceki verilerden yararlanılarak çocuğun geleceğe yönelik beklenen değerlerinin tahmin edilmesine olanak sağlamaktadır [31].

[32]’de Almanya, Fransa, İtalya, Türkiye, İngiltere ve OECD üyelerinin 2000-2018 yılları arasındaki gayrisafi yurtiçi hasılda telekomünikasyon gelir yüzdesi verileri, yeni geliştirilen Fractional Model-2 kullanılarak modellenmiştir. Klasik Polinom model ile yeni önerilen Fractional Model-2 karşılaştırılmıştır. Çalışma sonucunda, Kesirli yaklaşımın, polinom yaklaşımına göre MAPE açısında ortalama %0.1329 oranında daha başarılı sonuç verdiği gözlemlenmiştir. Sonuçlara göre MAPE açısından modelleme hatası en yüksek olan ülke Türkiye olurken, İtalya en düşük modelleme hatası sonucunu vermiştir.

[33]’te Türkiye’deki mobil ağ operatörlerinin (Turkcell, Türk Telekom ve Vodafone) yıllık toplam abone sayılarının 2004-2018 yıllarına göre modellenmesi amaçlanmıştır. Kesirli yaklaşım kullanılarak yapılan modelleme, polinom yaklaşımı ile kıyaslanmıştır.

Sonuçlar MAPE açısından farklı kesme numaraları ile değerlendirildiğinde Fractional Model, Polinom Model'e göre daha iyi modelleme başarısı göstermiştir. Ayrıca kesme numarası değeri arttıkça MAPE sonucunun azaldığı görülmüştür.

[34]'te Çin, Almanya, Fransa, İtalya, İspanya, Türkiye, Birleşik Krallık ve ABD dahil olmak üzere sekiz ülkenin COVID-19 salgını toplam ölüm, iyileşme ve teyit edilmiş vaka sayısı verileri için kesirli kalkülüs kullanılarak geliştirilen Derin Değerlendirme Yaklaşımı (Deep Assessment Methodology-DAM) ile modelleme ve tahmin çalışması yapılmıştır. Sonuç olarak DAM ile teyit edilmiş vaka, ölüm ve iyileşme sayısı verileri için sırasıyla ortalama %0.6671, %0.6957 ve %0.5756 MAPE sonuçları ile başarılı bir şekilde modellediği görülmüştür. Ayrıca DAM'nin COVID-19 veri kümesi üzerindeki performansını değerlendirmek için model, zaman serisi problemlerinin analizinde kullanılan özel bir yapay sinir ağı türü olan Uzun Kısa Süreli Bellek (LSTM) ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar, DAM'nin LSTM'den daha üstün olduğunu göstermiştir.

Çin'in 2012-2016 yılları arasındaki gayrisafi yurt içi hasıla (GSYİH) büyümesinin, Caputo tipi kesirli analiz kullanılarak R yazılımı ile simülasyon çalışması yapılmıştır. Aynı zamanda kesirli model ile tamsayı dereceli modelin sonuçlarının kıyaslaması da yapılmıştır. Sonuç olarak Caputo kesir dereceli hesabın tamsayı dereceli hesaba göre daha iyi bir model üretebileceğine ve daha iyi bir performans gösterdiğine ulaşılmıştır [35].

[36]'da dünyanın en önemli ulusal ekonomileri olan Yirmiler Grubu'nda (G20) yer alan ülkelerin 1970–2018 dönemi için ekonomik büyümeleri incelenmiştir. Çok girişli, tamsayı ve kesirli dereceli diferansiyel denklem modelleri elde edilmiş, çıktı olarak G20 ülkelerinin gayrisafi yurt içi hasılları (GSYİH) değerlendirilmiştir. Modellere girdi olarak; ülkenin arazi alanı, ekilebilir arazi, nüfus, okula devam, brüt sermaye oluşumu, mal ve hizmet ihracatı, genel hükümetin nihai tüketim harcamaları ve geniş para değişkenlerinin hepsi veya bazıları verilerek çıktı olarak GSYİH elde edilmiştir. Sonuç olarak, kesirli modellerin daha iyi performans gösterdiği doğrulanmıştır.

[37]'de [9]'a benzer olarak Yediler Grubu'nun üyesi olan (G7) ülkelerin 1973–2016 dönemindeki ekonomik büyümeleri incelenmiştir. Modeller hem tam sayı hem

de kesirli mertebeden diferansiyel denklemlerden oluşur. Gayrisafi yurt içi hasıla (GSYİH); ülkenin yüzölçümü, ekilebilir arazi, nüfus, okula devam, brüt sermaye oluşumu, mal ve hizmet ihracatı, genel hükümetin nihai tüketim harcamaları ve geniş para değişkenlerinin bir fonksiyonudur. Sonuçlar, parametre sayısını artırmadan çeşitli özet istatistiklerle ölçülen kesirli modellerin daha iyi bir performansa sahip olduğunu göstermektedir.

[9]'da termal sistem modellemesi için kesirli modellerin verimliliği, transistör bağlantı noktalarındaki sıcaklığın tahminine dayanan bir uygulama ile gösterilmiştir. Uygulama kesirli bir model kullanılarak yapılmıştır. Çalışmada geliştirilen tahmin edici modelin performansını değerlendirmek için ölçülen ve tahmin edilen sıcaklık değerleri karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak çok doğru bağlantı sıcaklığı tahminleri elde edilmiştir. Böyle bir tahmin edicinin, motor kontrolörü, kaynak, DC/DC ve AC/DC dönüştürücüler gibi elektronik sistemlerin izlenmesinde ve söz konusu transistörlerin veya benzer bileşenlerin kullanıldığı elektronik sistemlerdeki hasarların önlenmesinde kullanılması gerektiği önerisinde bulunulmuştur.



## 2. MATEMATİKSEL YÖNTEM

Kesirli kalkülüsün birçok önemli tanımı bulunmaktadır. Bunlardan en yaygın kullanılanları Grünwald – Letnikov, Riemann-Liouville ve Caputo tanımlarıdır [5].

Bu tezde Caputo kesirli türev tanımından faydalanılarak G-8 ülkeleri ve Türkiye'nin 1998-2022 yılları arasındaki ekonomik büyümeleri iki değişkenli fonksiyon ile modellenmiştir. İki değişkenli, sürekli ve sınırlı  $f(x,y)$  fonksiyonunun seri açılımı aşağıdaki gibi ifade edilsin:

$$f(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} a_{nm} x^{n\alpha} y^{m\gamma} \quad (2.1)$$

Eşitlik (2.1)'in değişkenlere göre birinci türevi alınırsa (2.2)'deki eşitlik elde edilir:

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} n\alpha x^{n\alpha-1} m\gamma y^{m\gamma-1} \quad (2.2)$$

(2.2) ifadesi genelleştirilerek ( $\alpha = \gamma = 1$  için birinci kısmi türevleri olur),  $f(x,y)$  fonksiyonunun kesirli türevinin (2.2)'nin sağ tarafına eşit olduğu varsayılarak işlemlere devam edilir.

$$\frac{\partial^{\alpha+\gamma} f(x,y)}{\partial x^\alpha \partial y^\gamma} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} n\alpha x^{n\alpha-1} m\gamma y^{m\gamma-1} \quad (2.3)$$

Burada  $\alpha$  ve  $\gamma$ ,  $[0, 1]$  aralığında değişen kesir dereceleridir. Yani, ( $0 < \alpha < 1$  ve  $0 < \gamma < 1$ ) koşulları sağlanmaktadır.

İki değişkenli  $f(x,y)$  fonksiyonu için Caputo kesirli türev tanımı aşağıdaki gibidir [38]:

$$\begin{aligned} {}_y^c D_{0^+}^\gamma {}_x^c D_{0^+}^\alpha f(x,y) &= \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)\Gamma(m-\gamma)} \int_0^y \int_0^x (y-\tau)^{m-\gamma-1} (x-\xi)^{n-\alpha-1} \\ &\times \frac{\partial^{m+n} f(\xi, \tau)}{\partial \tau^m \partial \xi^n} d\xi d\tau \end{aligned} \quad (2.4)$$

Burada  $n-1 < \mathbb{R}(\alpha) \leq n$ ,  $m-1 < \mathbb{R}(\gamma) \leq m$  ve  $n, m \in \mathbb{N}$ 'dir.

Caputo kesirli türevinin Laplace dönüşümü aşağıdaki gibidir [38]:

$$\begin{aligned} L_y L_x \{ {}_y^c D_{0^+}^\gamma {}_x^c D_{0^+}^\alpha f(x,y) \} &= p^\alpha q^\gamma \left[ L_y L_x \{ f(x,y) \} - \sum_{i=0}^{n-1} p^{-1-i} L_y \left\{ \frac{\partial^i f(0,y)}{\partial x^i} \right\} \right. \\ &\left. - \sum_{j=0}^{m-1} q^{-1-j} L_x \left\{ \frac{\partial^j f(x,0)}{\partial y^j} \right\} + \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} p^{-i-1} q^{-j-1} \frac{\partial^{i+j}}{\partial y^j \partial x^i} f(0,0) \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

Burada  $i = 0, 1, \dots, n; j = 0, 1, \dots, m; \alpha, \gamma > 0; n - 1 < \alpha \leq n; m - 1 < \gamma \leq m$  ve  $n, m \in \mathbb{N}$ 'dir.

$f(x, y)$  fonksiyonunu elde edebilmek için (2.3)'ün her iki tarafının Laplace dönüşümü alınır.

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{\partial^{\alpha+\gamma} f(x, y)}{\partial x^\alpha \partial y^\gamma} \right\} = \mathcal{L} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} n \alpha x^{n\alpha-1} m \gamma y^{m\gamma-1} \right\} \quad (2.6)$$

Aşağıda bazı Laplace dönüşümü özellikleri verilmiştir [39,40].

$$\mathcal{L}_2 \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right\} = p q \bar{u}(p, q) - q \bar{u}_1(q) - p \bar{u}_2(p) + u(0, 0) \quad (2.7)$$

$$\bar{u}_1(q) = \mathcal{L}[u(0, y)]$$

$$\bar{u}_2(p) = \mathcal{L}[u(x, 0)] \quad (2.8)$$

$$\bar{u}(p, q) = \mathcal{L}_2[u(x, y)]$$

Burada  $\mathcal{L}_2$  double Laplace dönüşümü anlamına gelmektedir.  $u$  fonksiyonu ise  $f(x, y)$  fonksiyonunu temsil etmektedir. (2.7)'de bulunan  $\bar{u}$ ,  $\bar{u}_1$  ve  $\bar{u}_2$  gösterimleri (2.8)'de gösterildiği gibi ifade edilmektedir.

$$\mathcal{L}\{x^{n\alpha-1}\} = \frac{\Gamma(n\alpha)}{p^{n\alpha}} \quad (2.9)$$

$$\mathcal{L}\{y^{m\gamma-1}\} = \frac{\Gamma(m\gamma)}{q^{m\gamma}} \quad (2.10)$$

(2.3)'ün sağ tarafının Laplace dönüşümü, (2.9) ve (2.10) özellikleri kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\mathcal{L} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} n \alpha x^{n\alpha-1} m \gamma y^{m\gamma-1} \right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} \frac{\Gamma(n\alpha+1)}{p^{n\alpha}} \frac{\Gamma(m\gamma+1)}{q^{m\gamma}} \quad (2.11)$$

(2.7) kullanılarak eşitlik (2.3)'ün sol tarafının double Laplace dönüşümü alınır;

$$\mathcal{L}_2 \left\{ \frac{\partial^{\alpha+\gamma} f(x, y)}{\partial x^\alpha \partial y^\gamma} \right\} = p^\alpha q^\gamma \bar{\bar{F}}(p, q) - p^\alpha q^{\gamma-1} \bar{F}(p, 0) - p^{\alpha-1} q^\gamma \bar{F}(0, q) + p^{\alpha-1} q^{\gamma-1} f(0, 0) \quad (2.12)$$

(2.12) elde edilir. İfade (2.12) düzenlenirse (2.13) elde edilir.

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{\partial^{\alpha+\gamma} f(x, y)}{\partial x^\alpha \partial y^\gamma} \right\} = p^\alpha q^\gamma \left[ \bar{\bar{F}}(p, q) - \frac{1}{q} \bar{F}(p, 0) - \frac{1}{p} \bar{F}(0, q) + \frac{1}{pq} f(0, 0) \right] \quad (2.13)$$

(2.6) eşitliğinden (2.14) elde edilir.

$$p^\alpha q^\gamma \left[ \bar{\bar{F}}(p, q) - \frac{1}{q} \bar{F}(p, 0) - \frac{1}{p} \bar{F}(0, q) + \frac{1}{pq} f(0, 0) \right] \quad (2.14)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} \frac{\Gamma(n\alpha+1)}{p^{n\alpha}} \frac{\Gamma(m\gamma+1)}{q^{m\gamma}}$$

(2.14) denkleminde (2.15) elde edilir.

$$\begin{aligned} \bar{F}(p, q) = & \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} \frac{\Gamma(n\alpha + 1)}{p^{n\alpha + \alpha}} \frac{\Gamma(m\gamma + 1)}{q^{m\gamma + \gamma}} + \frac{1}{q} \bar{F}(p, 0) + \frac{1}{p} \bar{F}(0, q) - \frac{1}{pq} f(0, 0) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Buradan  $f(x, y)$  fonksiyonunu elde edebilmek için (2.15)'in her iki tarafının ters Laplace dönüşümü alınır.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \bar{F}(p, q) \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} \frac{\Gamma(n\alpha + 1)}{p^{n\alpha + \alpha}} \frac{\Gamma(m\gamma + 1)}{q^{m\gamma + \gamma}} + \frac{1}{q} \bar{F}(p, 0) \right. \\ \left. + \frac{1}{p} \bar{F}(0, q) - \frac{1}{pq} f(0, 0) \right\} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Aşağıdaki ters Laplace dönüşümü özellikleri kullanılacaktır:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\Gamma(n\alpha + \alpha)}{p^{n\alpha + \alpha}} \right\} = x^{n\alpha + \alpha - 1} \quad (2.17)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\Gamma(m\gamma + \gamma)}{q^{m\gamma + \gamma}} \right\} = y^{m\gamma + \gamma - 1} \quad (2.18)$$

(2.17) ve (2.18) kullanılarak (2.16)'dan aşağıda gösterilen  $f(x, y)$  fonksiyonu elde edilmiş oldu:

$$f(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} x^{n\alpha + \alpha - 1} y^{m\gamma + \gamma - 1} \frac{\Gamma(n\alpha + 1)\Gamma(m\gamma + 1)}{\Gamma(n\alpha + \alpha) + \Gamma(m\gamma + \gamma)} + f(x, 0) + f(0, y) - f(0, 0) \quad (2.19)$$

Amacımız en düşük hata ile modelleme yapılabilecek, ifade (2.19) ile elde edilen ve değeri belli olmayan katsayıları ( $a_{nm}$ ,  $f(0, 0)$ ) ve kesir derecelerini ( $\alpha$  ve  $\gamma$ ) bulmaktır. En düşük hata değerini verecek bilinmeyen katsayıları ve kesir derecelerini bulmak için En Küçük Kareler Metodu (Least Square Method) kullanılacaktır. Sonlu ayrık data elde edebilmek için  $M$  ile ifade edilecek olan kesme sayısına ihtiyaç vardır.

Verilerin doğası gereği  $f(x, 0) = f(0, y) = f(0, 0)$  varsayılarak aşağıdaki ifade elde edilir:

$$f(x, y) \cong \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M a_{nm} C_{nm}(x, y) + f(0, 0) \quad (2.20)$$

$$C_{nm}(x, y) = \frac{\Gamma(n\alpha + 1) + \Gamma(m\gamma + 1)}{\Gamma(n\alpha + \alpha) + \Gamma(m\gamma + \gamma)} x^{n\alpha + \alpha - 1} y^{m\gamma + \gamma - 1} \quad (2.21)$$

$$P_i = [P_1 P_2 \dots P_K]$$

$$x_i = [x_1 x_2 \dots x_K] \quad (2.22)$$

$$y_i = [y_1 y_2 \dots y_K]$$

$K$  kullanılan veri seti boyutu olup kullanılan veri setindeki yıl sayısını ifade eder. 2022 yılı için Rusya'nın enflasyon verisinin eksik olması nedeniyle  $K$  değeri Rusya için 24 alınmıştır. Diğer ülkeler için  $K = 25$ ' dir.

$x_i$  ve  $y_i$  ülkelerin yıllara göre değişen ithalat, ihracat, işsizlik oranı, enflasyon, doğrudan yabancı yatırım verilerini ifade eder.

$P_i$ , ülkelerin yıllara göre GSYİH büyüme (% yıllık) verilerini göstermektedir.  $i$  ise kullanılan veri setindeki yılları ifade etmektedir.  $i = 1, 2, 3, \dots, K$ . Örneğin 1998 yılı için  $i = 1$ , 1999 yılı için  $i = 2$  ve 2022 için  $i = K$ ' ya denk gelmektedir.

$$P = [P_{1998}, P_{1999}, \dots, P_{2022}]$$

$P_i$  ve  $f(x_i, y_i)$  arasındaki hata (2.23)'te  $\varepsilon_i$  olarak tanımlanmıştır. Amacımız her veri noktasındaki toplam hatayı minimize etmektir.

$$\varepsilon_i^2 = [P_i - f(x_i, y_i)]^2 \quad (2.23)$$

Hataların karelerinin toplamı (2.24)'te verilmiştir. (2.24)'teki toplam hatayı minimize etmek için (2.25)'te verilen en küçük kareler metodu uygulanır [41].

$$\varepsilon_T^2 = \sum_{i=1}^K \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^K [P_i - f(x_i, y_i)]^2 = \sum_{i=1}^K [P_i - \{ \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M a_{nm} C_{nm}(x_i, y_i) + f(0, 0) \}]^2 \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_T^2}{\partial f(0, 0)} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon_T^2}{\partial a_{11}} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon_T^2}{\partial a_{12}} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon_T^2}{\partial a_{21}} = 0, \quad \dots \quad \frac{\partial \varepsilon_T^2}{\partial a_{rp}} = 0 \quad (2.25)$$

Eşitlik (2.24)'ten (2.26) elde edilir.

$$\varepsilon_T^2 = \sum_{i=1}^K \left[ \left( P_i - \left\{ \sum_{n=1}^M (a_{n1} C_{n1}(x_i, y_i) + a_{n2} C_{n2}(x_i, y_i) + \dots + a_{nM} C_{nM}(x_i, y_i)) + f(0, 0) \right\} \right) \right]^2 \quad (2.26)$$

(2.26) eşitliğinden;

$$\varepsilon_T^2 = \sum_{i=1}^K \left[ \left( P_i - \left\{ (a_{11} C_{11}(x_i, y_i) + a_{12} C_{12}(x_i, y_i) + a_{21} C_{21}(x_i, y_i) + \dots + a_{MM} C_{MM}(x_i, y_i)) \right\} + f(0, 0) \right) \right]^2 \quad (2.27)$$

(2.27) elde edilir.

$$\frac{\partial \varepsilon_T^2}{\partial f(0, 0)} = 0 = 2 \sum_{i=1}^K \left[ \left( P_i - \left\{ (a_{11} C_{11}(x_i, y_i) + a_{12} C_{12}(x_i, y_i) + a_{21} C_{21}(x_i, y_i) + \dots + a_{MM} C_{MM}(x_i, y_i)) \right\} + f(0, 0) \right) \right] \quad (2.28)$$

(2.28)'den (2.29) elde edilir.

$$\sum_{i=1}^K P_i = \sum_{i=1}^K \left[ (a_{11}C_{11}(x_i, y_i) + a_{12}C_{12}(x_i, y_i) + \dots + a_{MM}C_{MM}(x_i, y_i)) + f(0, 0) \right] \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_T^2}{\partial a_{rp}} = 0 = 2 \sum_{i=1}^K \left[ P_i - \left\{ [a_{11}C_{11}(x_i, y_i) + a_{12}C_{12}(x_i, y_i) + a_{21}C_{21}(x_i, y_i) + \dots + a_{MM}C_{MM}(x_i, y_i)] + f(0, 0) \right\} \right] C_{rp}(x_i, y_i) \quad (2.30)$$

(2.30)'dan (2.31) elde edilir.

$$\sum_{i=1}^K P_i C_{rp}(x_i, y_i) = \sum_{i=1}^K \left[ (a_{11}C_{11}(x_i, y_i) + a_{12}C_{12}(x_i, y_i) + \dots + a_{MM}C_{MM}(x_i, y_i)) + f(0, 0) \right] C_{rp}(x_i, y_i) \quad (2.31)$$

Buradan  $(1 \leq r \leq M)$  ve  $(1 \leq p \leq M)$  olmak üzere sırayla değiştirilerek  $(M \times M)$  adet denklem elde edilir.

Örneğin  $p = 1, r = 1$  için;

$$\sum_{i=1}^K P_i C_{11}(x_i, y_i) = \sum_{i=1}^K \left[ (a_{11}C_{11}(x_i, y_i) + a_{12}C_{12}(x_i, y_i) + \dots + a_{MM}C_{MM}(x_i, y_i)) \cdot C_{11}(x_i, y_i) \right] + f(0, 0) \sum_{i=1}^K C_{11}(x_i, y_i) \quad (2.32)$$

(2.32)'den (2.33) elde edilir.

$$\sum_{i=1}^K P_i C_{11}(x_i, y_i) = \left( a_{11} \sum_{i=1}^K C_{11}(x_i, y_i) C_{11}(x_i, y_i) + a_{12} \sum_{i=1}^K C_{12}(x_i, y_i) C_{11}(x_i, y_i) + \dots + a_{MM} \sum_{i=1}^K C_{MM}(x_i, y_i) \cdot C_{11}(x_i, y_i) \right) + f(0, 0) \sum_{i=1}^K C_{11}(x_i, y_i) \quad (2.33)$$

Örneğin  $p = M$  ve  $r = M$  için ;

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^K P_i C_{MM}(x_i, y_i) = \sum_{i=1}^K \left[ \left( a_{11} C_{11}(x_i, y_i) + a_{12} C_{12}(x_i, y_i) \right. \right. \\ \left. \left. + \dots + a_{MM} C_{MM}(x_i, y_i) \right) \cdot C_{MM}(x_i, y_i) \right] \\ + f(0, 0) \sum_{i=1}^K C_{MM}(x_i, y_i) \end{aligned} \quad (2.34)$$

(2.34)'ten (2.35) elde edilir.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^K P_i C_{MM}(x_i, y_i) = \left( a_{11} \sum_{i=1}^K C_{11}(x_i, y_i) C_{MM}(x_i, y_i) \right. \\ \left. + a_{12} \sum_{i=1}^K C_{12}(x_i, y_i) C_{MM}(x_i, y_i) \right. \\ \left. + \dots + a_{MM} \sum_{i=1}^K C_{MM}(x_i, y_i) C_{MM}(x_i, y_i) \right) \\ + f(0, 0) \sum_{i=1}^K C_{MM}(x_i, y_i) \end{aligned} \quad (2.35)$$

En küçük kareler metodu yaklaşımıyla  $a_{rp}$  ve  $f(0, 0)$  katsayılarını bulmak için elde edilen eşitlikler matris biçiminde yazılır. Böylece (2.36)'daki lineer denklem sistemi elde edilir.  $[B]$  matrisi bilinmeyen  $a_{rp}$  ve  $f(0, 0)$  katsayılarını içermektedir.

$$[A] \cdot [B] = [C] \quad (2.36)$$

$[A]$ ,  $[B]$  ve  $[C]$  matrisleri sırasıyla (2.37), (2.38) ve (2.39)'da gösterilmektedir.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} K & \Sigma C_{11} & \Sigma C_{12} & \dots & \Sigma C_{1M} & \Sigma C_{21} & \dots & \Sigma C_{2M} & \dots & \Sigma C_{MM} \\ \Sigma C_{11} & \Sigma C_{11}C_{11} & \Sigma C_{12}C_{11} & \dots & \Sigma C_{1M}C_{11} & \Sigma C_{21}C_{11} & \dots & \Sigma C_{2M}C_{11} & \dots & \Sigma C_{MM}C_{11} \\ \Sigma C_{12} & \Sigma C_{11}C_{12} & \Sigma C_{12}C_{12} & \dots & \Sigma C_{1M}C_{12} & \Sigma C_{21}C_{12} & \dots & \Sigma C_{2M}C_{12} & \dots & \Sigma C_{MM}C_{12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Sigma C_{1M} & \Sigma C_{11}C_{1M} & \Sigma C_{12}C_{1M} & \dots & \Sigma C_{1M}C_{1M} & \Sigma C_{21}C_{1M} & \dots & \Sigma C_{2M}C_{1M} & \dots & \Sigma C_{MM}C_{1M} \\ \Sigma C_{21} & \Sigma C_{11}C_{21} & \Sigma C_{12}C_{21} & \dots & \Sigma C_{1M}C_{21} & \Sigma C_{21}C_{21} & \dots & \Sigma C_{2M}C_{21} & \dots & \Sigma C_{MM}C_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Sigma C_{2M} & \Sigma C_{11}C_{2M} & \Sigma C_{12}C_{2M} & \dots & \Sigma C_{1M}C_{2M} & \Sigma C_{21}C_{2M} & \dots & \Sigma C_{2M}C_{2M} & \dots & \Sigma C_{MM}C_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Sigma C_{MM} & \Sigma C_{11}C_{MM} & \Sigma C_{12}C_{MM} & \dots & \Sigma C_{1M}C_{MM} & \Sigma C_{21}C_{MM} & \dots & \Sigma C_{2M}C_{MM} & \dots & \Sigma C_{MM}C_{MM} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$B = [f(0,0) \ a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1M} \ a_{21} \ \dots \ a_{2M} \ \dots \ a_{MM}]^T \quad (2.38)$$

$$C = [\sum_{i=1}^K P_i \ \sum_{i=1}^K P_i C_{11} \ \sum_{i=1}^K P_i C_{12} \ \dots \ \sum_{i=1}^K P_i C_{1M} \ \sum_{i=1}^K P_i C_{21} \ \dots \ \sum_{i=1}^K P_i C_{2M} \ \dots \ \sum_{i=1}^K P_i C_{MM}]^T \quad (2.39)$$

$T$ , matris traspozunu ifade etmektedir. Lineer denklemlerin çözümünden sonra  $a_{rp}$  ve  $f(0,0)$  katsayıları elde edilir. Daha sonra  $f(x,y)$  elde edilince ayrık veriler, minimum hata ile sürekli eğri olarak modellenmiş olur.





### 3. UYGULAMA SONUÇLARI

#### 3.1 Modelleme Sonuçları

Bu çalışmada, G-8 ülkeleri ve Türkiye'nin 1998-2022 yılları arasında GSYİH verileri (Rusya için 1998-2021 yılları arası veriler kullanıldı)  $M = 7$  değeri ile modellenmiştir. Şekil 3.1'de gösterildiği gibi  $x, y$  fonksiyon parametreleri olarak ülkelerin ilgili ekonomik faktörleri sırasıyla şu şekilde kombine edilmiştir: ithalat-ihracat, ithalat-doğrudan yabancı yatırım, ithalat-işsizlik oranı, ithalat-enflasyon, ihracat-enflasyon, ihracat-doğrudan yabancı yatırım, ihracat-işsizlik oranı, enflasyon-doğrudan yabancı yatırım, enflasyon-işsizlik oranı ve işsizlik oranı-doğrudan yabancı yatırım. Modellemede kullanılan ekonomik faktörler Çizelge 3.1'de verilmiştir. Modelleme performansı Ortalama Yüzdesele Mutlak Hata (Mean Absolute Percentage Error – MAPE) ile değerlendirilmiştir. Eşitlik 3.1'de MAPE formülü verilmiştir [13,30]. Formülde  $v(i)$  gerçek verileri,  $\hat{v}(i)$  modellenmiş verileri ve  $k$ , veri boyutunu göstermektedir.

$$MAPE = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left| \frac{v(i) - \hat{v}(i)}{v(i)} \right| \times 100 \quad (3.1)$$

**Çizelge 3.1** : Modellemede kullanılan ekonomik faktörler [22].

Ekonomik Faktörler	İngilizce Karşılığı
GSYİH	GDP growth (annual %)
İthalat	Imports of goods and services (annual % growth)
İhracat	Exports of goods and services (annual % growth)
Doğrudan Yabancı Yatırım	Foreign direct investment, net inflows (% of GDP)
İşsizlik Oranı	Unemployment, total (% of total labor force)
Enflasyon	Inflation, consumer prices (annual %)



**Şekil 3.1 :** Caputo kesirli türevi kullanılarak iki değişkenli fonksiyon ile modelleme.

Çizelge 3.2’de Kanada’nın GSYİH verilerinin  $M = 7$  için modelleme sonuçlarına yer verilmiştir. Çizelgede kesir dereceleri  $(\alpha, \gamma)$  ve MAPE değerleri gösterilmiştir. En düşük modelleme hatası  $\%1.1450 \times 10^{-7}$  değeri ile ithalat-ihracat ekonomik faktörleri için elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%4.4413 \times 10^{-2}$  değeri ile işsizlik oranı-doğrudan yabancı yatırım ekonomik faktörleri için elde edilmiştir. Şekil 3.2’de modellemeye ilişkin grafikler verilmiştir.

**Çizelge 3.2 :** Kanada için  $M = 7$  değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları  $(\alpha, \gamma, MAPE)$ .

$x$	$y$	$\alpha$	$\gamma$	MAPE (%)
İthalat	İhracat	0.44	0.57	$1.1450 \times 10^{-7}$
İthalat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.73	0.43	$3.5570 \times 10^{-6}$
İthalat	İşsizlik Oranı	0.71	0.96	$3.2308 \times 10^{-4}$
İthalat	Enflasyon	0.73	0.54	$1.9763 \times 10^{-6}$
İhracat	Enflasyon	0.65	0.53	$1.1196 \times 10^{-5}$
İhracat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.57	0.43	$2.8620 \times 10^{-4}$
İhracat	İşsizlik Oranı	0.45	0.91	$2.9997 \times 10^{-3}$
Enflasyon	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.51	0.73	$1.9627 \times 10^{-4}$
Enflasyon	İşsizlik Oranı	0.62	0.97	$6.7495 \times 10^{-3}$
İşsizlik Oranı	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.94	0.90	$4.4413 \times 10^{-2}$

Çizelge 3.3'te Fransa'nın GSYİH verilerinin  $M = 7$  için modelleme sonuçlarına yer verilmiştir. Çizelgede kesir dereceleri  $(\alpha, \gamma)$  ve MAPE değerleri gösterilmiştir. En düşük modelleme hatası  $\%3.2137 \times 10^{-6}$  değeri ile ihracat-enflasyon ekonomik faktörleri için elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%4.0608 \times 10^{-2}$  değeri ile ithalat-işsizlik oranı ekonomik faktörleri için elde edilmiştir. Şekil 3.3'te modellemeye ilişkin grafikler verilmiştir.

**Çizelge 3.3 :** Fransa için  $M = 7$  değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları  $(\alpha, \gamma, MAPE)$ .

$x$	$y$	$\alpha$	$\gamma$	MAPE (%)
İthalat	İhracat	0.41	0.67	$6.2522 \times 10^{-4}$
İthalat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.57	0.90	$8.6716 \times 10^{-6}$
İthalat	İşsizlik Oranı	0.76	0.93	$4.0608 \times 10^{-2}$
İthalat	Enflasyon	0.79	0.48	$4.2891 \times 10^{-6}$
İhracat	Enflasyon	0.67	0.65	$3.2137 \times 10^{-6}$
İhracat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.85	0.65	$6.0888 \times 10^{-6}$
İhracat	İşsizlik Oranı	0.65	0.94	$4.0835 \times 10^{-3}$
Enflasyon	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.49	0.95	$3.7339 \times 10^{-4}$
Enflasyon	İşsizlik Oranı	0.87	0.99	$3.4957 \times 10^{-3}$
İşsizlik Oranı	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.97	0.88	$8.8121 \times 10^{-3}$

Çizelge 3.4'te Rusya'nın GSYİH verilerinin  $M = 7$  için modelleme sonuçlarına yer verilmiştir. Çizelgede kesir dereceleri  $(\alpha, \gamma)$ , ve MAPE değerleri gösterilmiştir. En düşük modelleme hatası  $\%7.8435 \times 10^{-8}$  değeri ile ithalat-ihracat ekonomik faktörleri için elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%3.6727 \times 10^{-1}$  değeri ile enflasyon-işsizlik oranı ekonomik faktörleri için elde edilmiştir. Şekil 3.4'te modellemeye ilişkin grafikler verilmiştir.

**Çizelge 3.4 :** Rusya için  $M = 7$  değeri ile 1998-2021 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları ( $\alpha, \gamma, MAPE$ ).

$x$	$y$	$\alpha$	$\gamma$	MAPE (%)
İthalat	İhracat	0.76	0.44	$7.8435 \times 10^{-8}$
İthalat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.72	0.72	$9.2958 \times 10^{-6}$
İthalat	İşsizlik Oranı	0.75	0.76	$3.1457 \times 10^{-6}$
İthalat	Enflasyon	0.86	0.49	$9.7790 \times 10^{-6}$
İhracat	Enflasyon	0.54	0.27	$5.1583 \times 10^{-5}$
İhracat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.74	0.80	$7.6297 \times 10^{-7}$
İhracat	İşsizlik Oranı	0.72	0.77	$1.0110 \times 10^{-3}$
Enflasyon	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.33	0.78	$1.1673 \times 10^{-4}$
Enflasyon	İşsizlik Oranı	0.27	0.94	$3.6727 \times 10^{-1}$
İşsizlik Oranı	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.95	0.97	$4.8771 \times 10^{-5}$

Çizelge 3.5'te Almanya'nın GSYİH verilerinin  $M = 7$  için modelleme sonuçlarına yer verilmiştir. Çizelgede kesir dereceleri ( $\alpha, \gamma$ ) ve MAPE değerleri gösterilmiştir. En düşük modelleme hatası  $\%9.3484 \times 10^{-6}$  değeri ile ithalat-enflasyon ekonomik faktörleri için elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%1.0887 \times 10^{-2}$  değeri ile enflasyon- doğrudan yabancı yatırım ekonomik faktörleri için elde edilmiştir. Şekil 3.5'te modellemeye ilişkin grafikler verilmiştir.

Çizelge 3.6'da Japonya'nın GSYİH verilerinin  $M = 7$  için modelleme sonuçlarına yer verilmiştir. Çizelgede kesir dereceleri ( $\alpha, \gamma$ ) ve MAPE değerleri gösterilmiştir. En düşük modelleme hatası  $\%1.0252 \times 10^{-8}$  değeri ile ihracat-enflasyon ekonomik faktörleri için elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%1.0003 \times 10^{-4}$  değeri ile ithalat-işsizlik oranı ekonomik faktörleri için elde edilmiştir. Şekil 3.6'da modellemeye ilişkin grafikler verilmiştir.

Çizelge 3.7'de İtalya'nın GSYİH verilerinin  $M = 7$  için modelleme sonuçlarına yer verilmiştir. Çizelgede kesir dereceleri ( $\alpha, \gamma$ ) ve MAPE değerleri gösterilmiştir. En düşük modelleme hatası  $\%6.8832 \times 10^{-7}$  değeri ile ihracat- doğrudan yabancı yatırım

**Çizelge 3.5 :** Almanya için  $M = 7$  değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları ( $\alpha, \gamma, MAPE$ ).

$x$	$y$	$\alpha$	$\gamma$	MAPE (%)
İthalat	İhracat	0.61	0.64	$1.3487 \times 10^{-5}$
İthalat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.73	0.39	$7.2772 \times 10^{-4}$
İthalat	İşsizlik Oranı	0.67	0.97	$1.3473 \times 10^{-5}$
İthalat	Enflasyon	1.00	0.68	$9.3484 \times 10^{-6}$
İhracat	Enflasyon	0.65	0.60	$2.6129 \times 10^{-5}$
İhracat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.40	0.35	$4.9142 \times 10^{-3}$
İhracat	İşsizlik Oranı	0.47	0.95	$3.8931 \times 10^{-5}$
Enflasyon	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.64	0.54	$1.0887 \times 10^{-2}$
Enflasyon	İşsizlik Oranı	0.78	0.93	$1.7983 \times 10^{-5}$
İşsizlik Oranı	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.90	0.32	$3.5399 \times 10^{-4}$

**Çizelge 3.6 :** Japonya için  $M = 7$  değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları ( $\alpha, \gamma, MAPE$ ).

$x$	$y$	$\alpha$	$\gamma$	MAPE (%)
İthalat	İhracat	0.42	0.45	$1.3734 \times 10^{-6}$
İthalat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.77	0.42	$1.2696 \times 10^{-6}$
İthalat	İşsizlik Oranı	0.68	0.89	$1.0003 \times 10^{-4}$
İthalat	Enflasyon	0.67	0.29	$1.3288 \times 10^{-5}$
İhracat	Enflasyon	0.58	0.35	$1.0252 \times 10^{-8}$
İhracat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.60	0.55	$8.1095 \times 10^{-7}$
İhracat	İşsizlik Oranı	0.38	0.72	$1.4265 \times 10^{-5}$
Enflasyon	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.48	0.32	$7.1953 \times 10^{-7}$
Enflasyon	İşsizlik Oranı	0.51	0.99	$1.4977 \times 10^{-5}$
İşsizlik Oranı	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.99	0.60	$1.3037 \times 10^{-5}$

ekonomik faktörleri için elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%5.9027 \times 10^{-4}$  değeri ile enflasyon-işsizlik oranı ekonomik faktörleri için elde edilmiştir. Şekil 3.7’de modellemeye ilişkin grafikler verilmiştir.

**Çizelge 3.7 :** İtalya için  $M = 7$  değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları ( $\alpha, \gamma, MAPE$ ).

$x$	$y$	$\alpha$	$\gamma$	MAPE (%)
İthalat	İhracat	0.40	0.55	$1.8652 \times 10^{-5}$
İthalat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.65	0.60	$9.4879 \times 10^{-7}$
İthalat	İşsizlik Oranı	0.55	0.93	$1.0081 \times 10^{-5}$
İthalat	Enflasyon	0.67	0.38	$1.8761 \times 10^{-6}$
İhracat	Enflasyon	0.58	0.33	$4.7994 \times 10^{-6}$
İhracat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.59	0.80	$6.8832 \times 10^{-7}$
İhracat	İşsizlik Oranı	0.58	0.92	$3.1081 \times 10^{-4}$
Enflasyon	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.45	0.57	$5.5839 \times 10^{-4}$
Enflasyon	İşsizlik Oranı	0.53	0.97	$5.9027 \times 10^{-4}$
İşsizlik Oranı	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.99	0.74	$1.0699 \times 10^{-4}$

Çizelge 3.8’de İngiltere’nin GSYİH verilerinin  $M = 7$  için modelleme sonuçlarına yer verilmiştir. Çizelgede kesir dereceleri ( $\alpha, \gamma$ ) ve MAPE değerleri gösterilmiştir. En düşük modelleme hatası  $\%3.0153 \times 10^{-7}$  değeri ile ihracat- doğrudan yabancı yatırım ekonomik faktörleri için elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%1.1989 \times 10^{-3}$  değeri ile ithalat-enflasyon ekonomik faktörleri için elde edilmiştir. Şekil 3.8’de modellemeye ilişkin grafikler verilmiştir.

Çizelge 3.9’da Türkiye’nin GSYİH verilerinin  $M = 7$  için modelleme sonuçlarına yer verilmiştir. Çizelgede kesir dereceleri ( $\alpha, \gamma$ ) ve MAPE değerleri gösterilmiştir. En düşük modelleme hatası  $\%2.4654 \times 10^{-8}$  değeri ile ithalat-ihracat ekonomik faktörleri için elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%5.5321 \times 10^{-2}$  değeri ile enflasyon-işsizlik oranı ekonomik faktörleri için elde edilmiştir. Şekil 3.9’da modellemeye ilişkin grafikler verilmiştir.

**Çizelge 3.8 :** İngiltere için  $M = 7$  değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları ( $\alpha, \gamma, MAPE$ ).

$x$	$y$	$\alpha$	$\gamma$	MAPE (%)
İthalat	İhracat	0.50	0.61	$7.7467 \times 10^{-5}$
İthalat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.66	0.58	$8.2753 \times 10^{-7}$
İthalat	İşsizlik Oranı	1.00	0.95	$3.0643 \times 10^{-4}$
İthalat	Enflasyon	0.89	0.42	$1.1989 \times 10^{-3}$
İhracat	Enflasyon	0.64	0.76	$2.5559 \times 10^{-4}$
İhracat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.37	0.59	$3.0153 \times 10^{-7}$
İhracat	İşsizlik Oranı	0.62	1.00	$9.9379 \times 10^{-5}$
Enflasyon	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.72	0.50	$9.7743 \times 10^{-6}$
Enflasyon	İşsizlik Oranı	0.71	0.95	$4.3784 \times 10^{-4}$
İşsizlik Oranı	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.93	0.64	$2.2335 \times 10^{-5}$

**Çizelge 3.9 :** Türkiye için  $M = 7$  değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları ( $\alpha, \gamma, MAPE$ ).

$x$	$y$	$\alpha$	$\gamma$	MAPE (%)
İthalat	İhracat	0.62	0.67	$2.4654 \times 10^{-8}$
İthalat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.46	0.58	$9.5563 \times 10^{-7}$
İthalat	İşsizlik Oranı	0.64	1.00	$1.8597 \times 10^{-6}$
İthalat	Enflasyon	0.62	0.36	$1.6986 \times 10^{-5}$
İhracat	Enflasyon	0.67	0.44	$1.0049 \times 10^{-4}$
İhracat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.51	0.81	$6.9688 \times 10^{-6}$
İhracat	İşsizlik Oranı	0.78	1.00	$7.6778 \times 10^{-3}$
Enflasyon	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.70	0.81	$5.3535 \times 10^{-4}$
Enflasyon	İşsizlik Oranı	0.50	0.93	$5.5321 \times 10^{-2}$
İşsizlik Oranı	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.88	0.79	$1.1389 \times 10^{-3}$

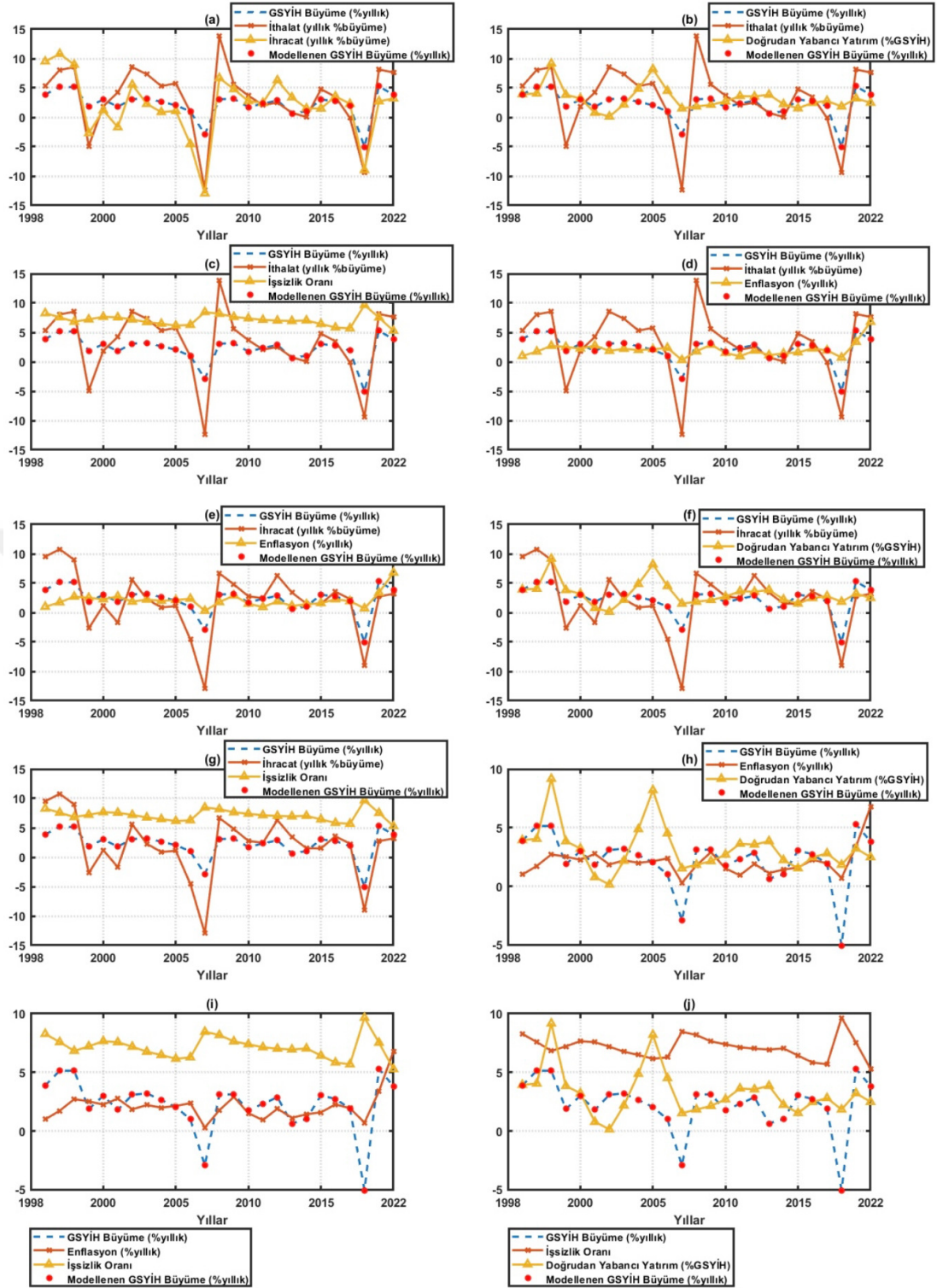
Çizelge 3.10’da ABD’nin GSYİH verilerinin  $M = 7$  için modelleme sonuçlarına yer verilmiştir. Çizelgede kesir dereceleri  $(\alpha, \gamma)$  ve MAPE değerleri gösterilmiştir. En düşük modelleme hatası  $\%3.2077 \times 10^{-7}$  değeri ile ithalat-ihracat ekonomik faktörleri için elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%6.4021 \times 10^{-4}$  değeri ile enflasyon-işsizlik oranı ekonomik faktörleri için elde edilmiştir. Şekil 3.10’da modellemeye ilişkin grafikler verilmiştir.

**Çizelge 3.10 :** ABD için  $M = 7$  değeri ile 1998-2022 yılları arası GSYİH modelleme sonuçları  $(\alpha, \gamma, MAPE)$ .

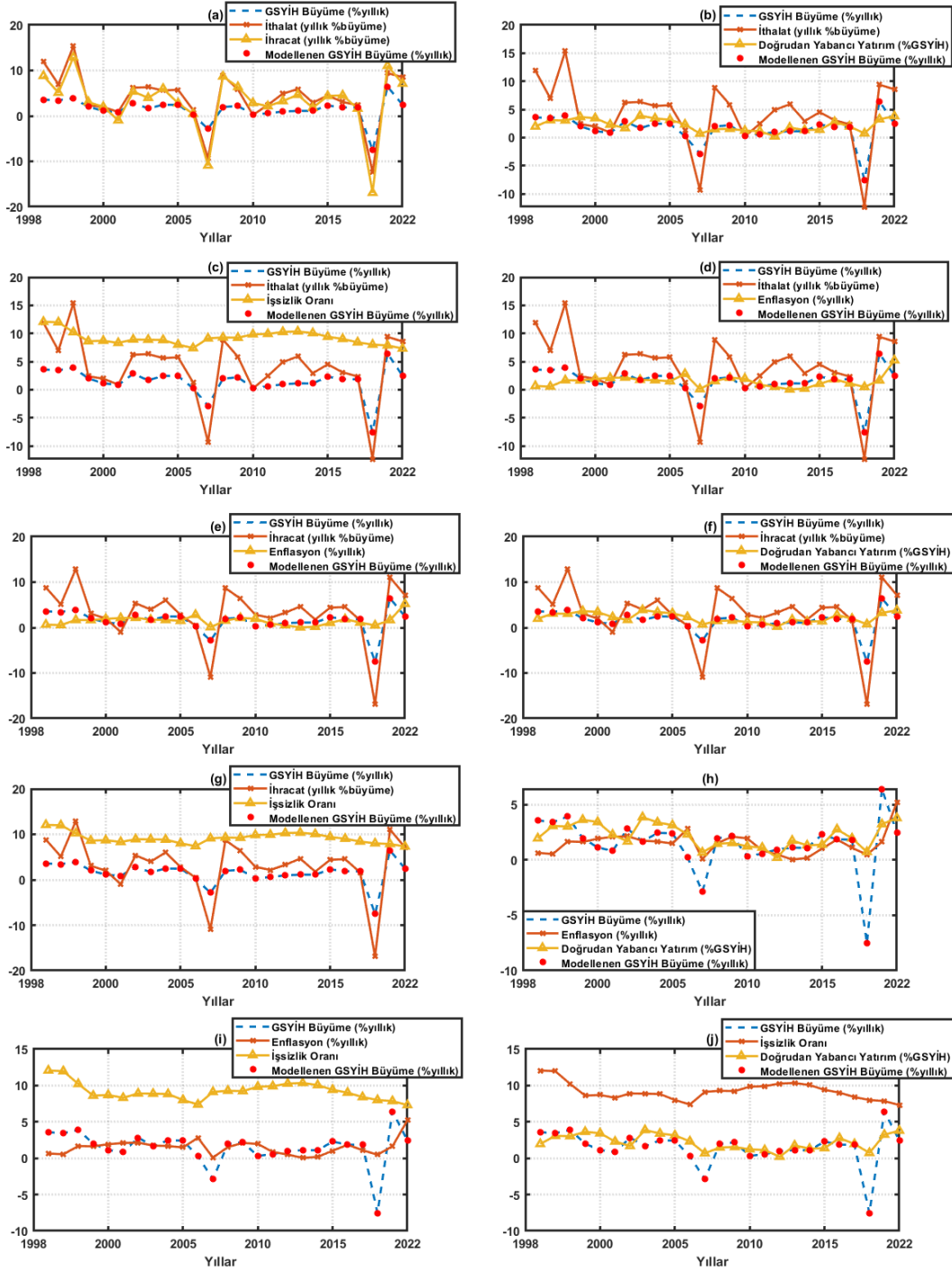
$x$	$y$	$\alpha$	$\gamma$	MAPE (%)
İthalat	İhracat	0.42	0.65	$3.2077 \times 10^{-7}$
İthalat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.48	0.75	$6.1731 \times 10^{-6}$
İthalat	İşsizlik Oranı	0.48	0.98	$1.7918 \times 10^{-5}$
İthalat	Enflasyon	0.58	0.53	$8.5328 \times 10^{-6}$
İhracat	Enflasyon	0.84	0.47	$8.7044 \times 10^{-6}$
İhracat	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.89	0.99	$4.8810 \times 10^{-6}$
İhracat	İşsizlik Oranı	0.63	0.98	$1.9858 \times 10^{-4}$
Enflasyon	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.79	0.98	$7.2491 \times 10^{-5}$
Enflasyon	İşsizlik Oranı	0.96	0.85	$6.4021 \times 10^{-4}$
İşsizlik Oranı	Doğrudan Yabancı Yatırım	0.97	1.00	$4.3216 \times 10^{-5}$

### 3.2 Modelleme Grafikleri

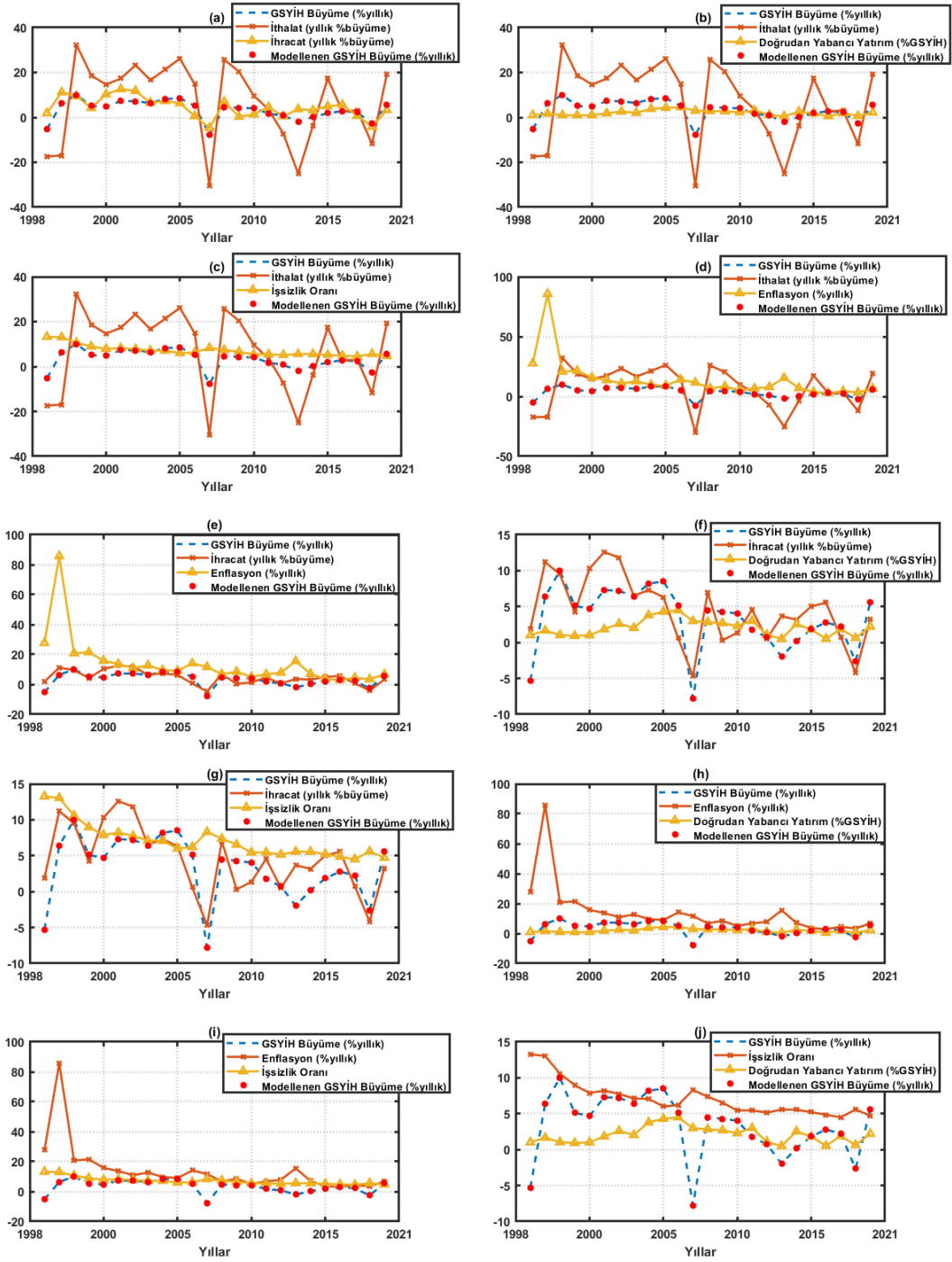
Şekil 3.2-3.10 arasında modelleme grafikleri verilmiştir. Grafiklerde gerçek veriler mavi kesikli çizgi ile, modellenen veriler kırmızı nokta ile gösterilmektedir. Grafiklerde her bir ülke için iki değişkenli  $f(x, y)$  fonksiyonunun parametreleri olarak kullanılan ekonomik faktör verilerine de yer verilmiştir. Grafiklerden de görüleceği üzere modelleme sonucu elde edilen eğri ile gerçek verilerin eğrisinin örtüştüğü görülmektedir. Buradan yüksek modelleme başarısı elde edildiği gözlemlenmektedir.



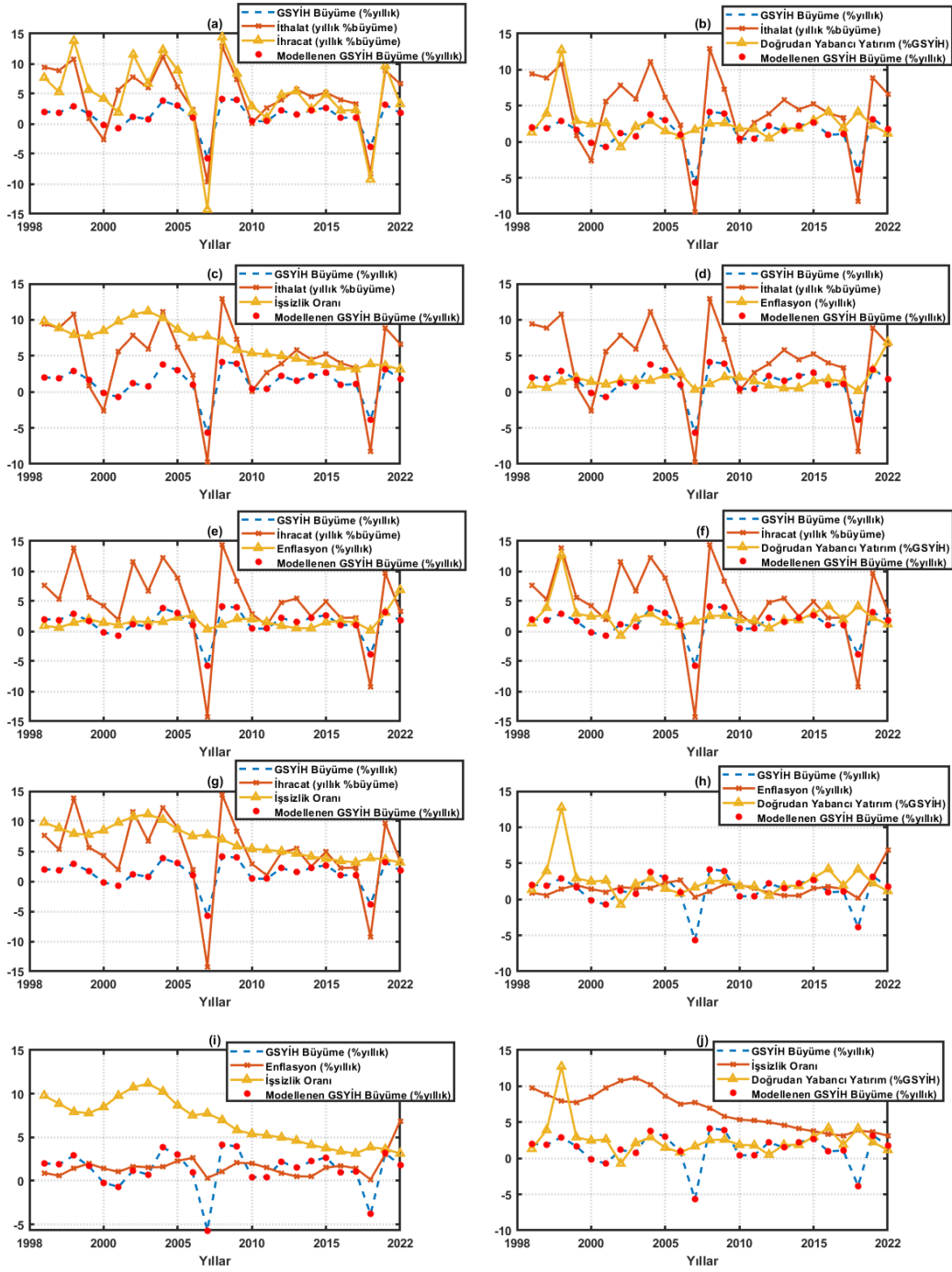
**Şekil 3.2 :** Kanada'nın ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri.



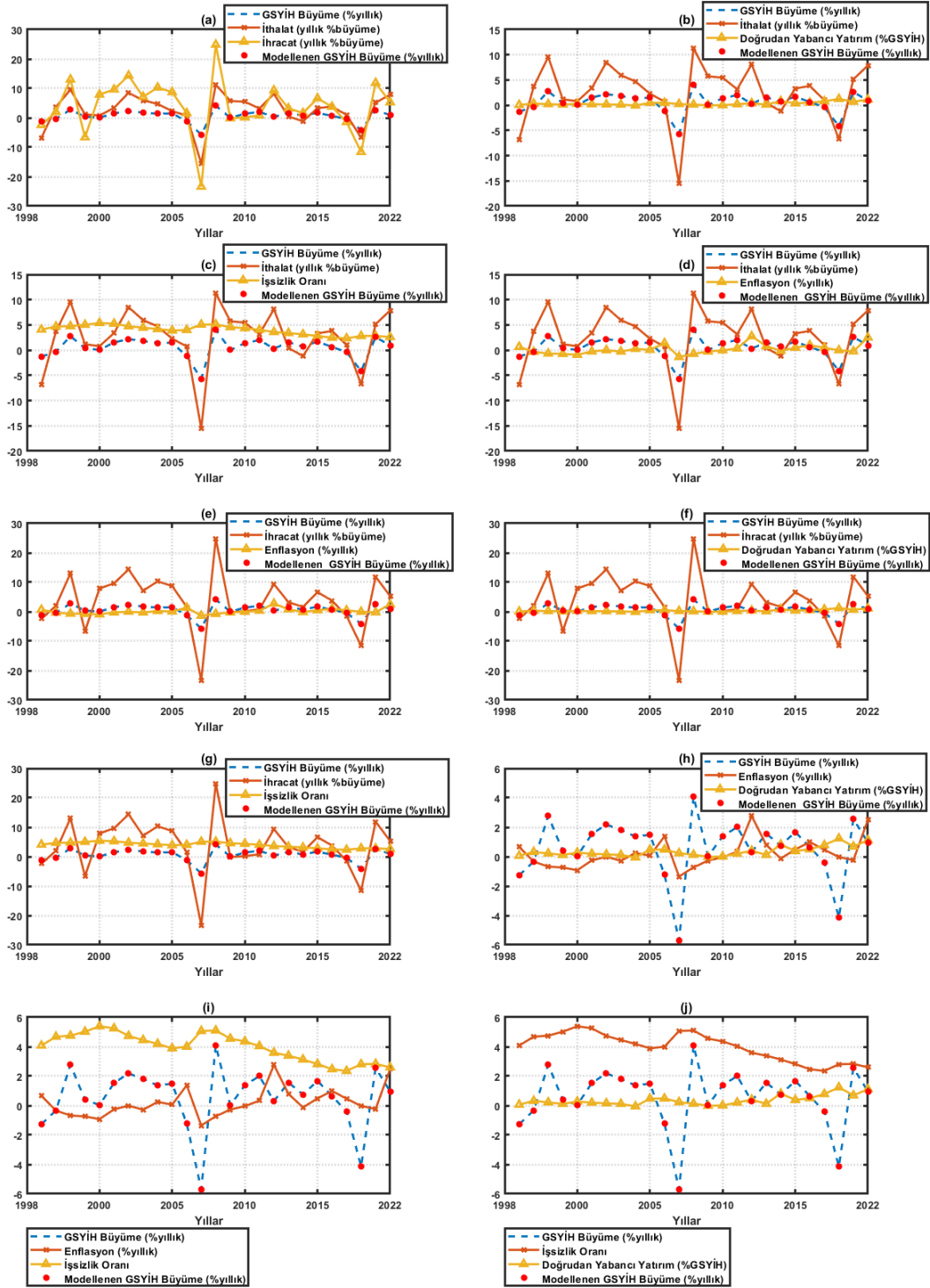
**Şekil 3.3 :** Fransa'nın ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri.



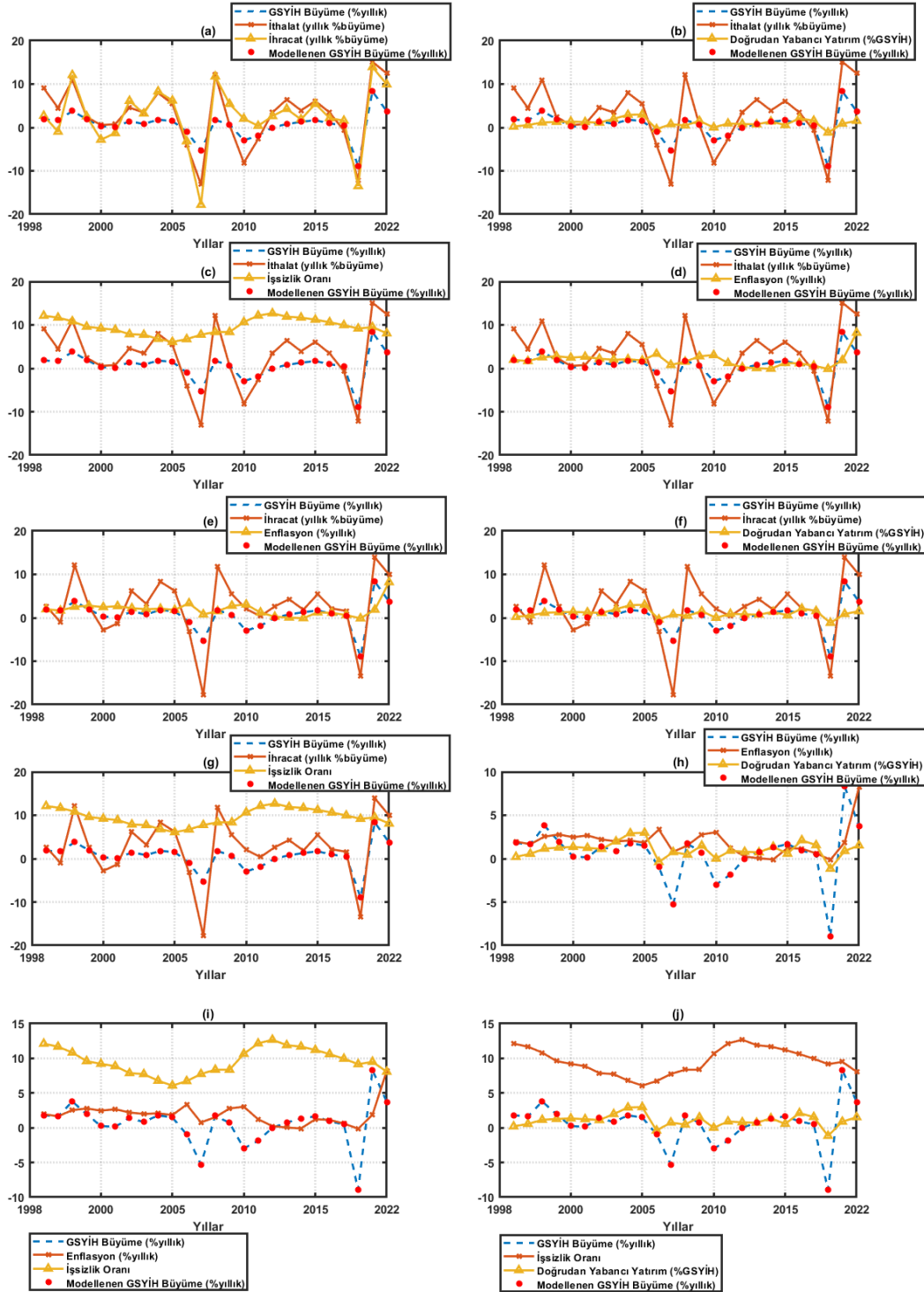
**Şekil 3.4 :** Rusya'nın ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2021 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri.



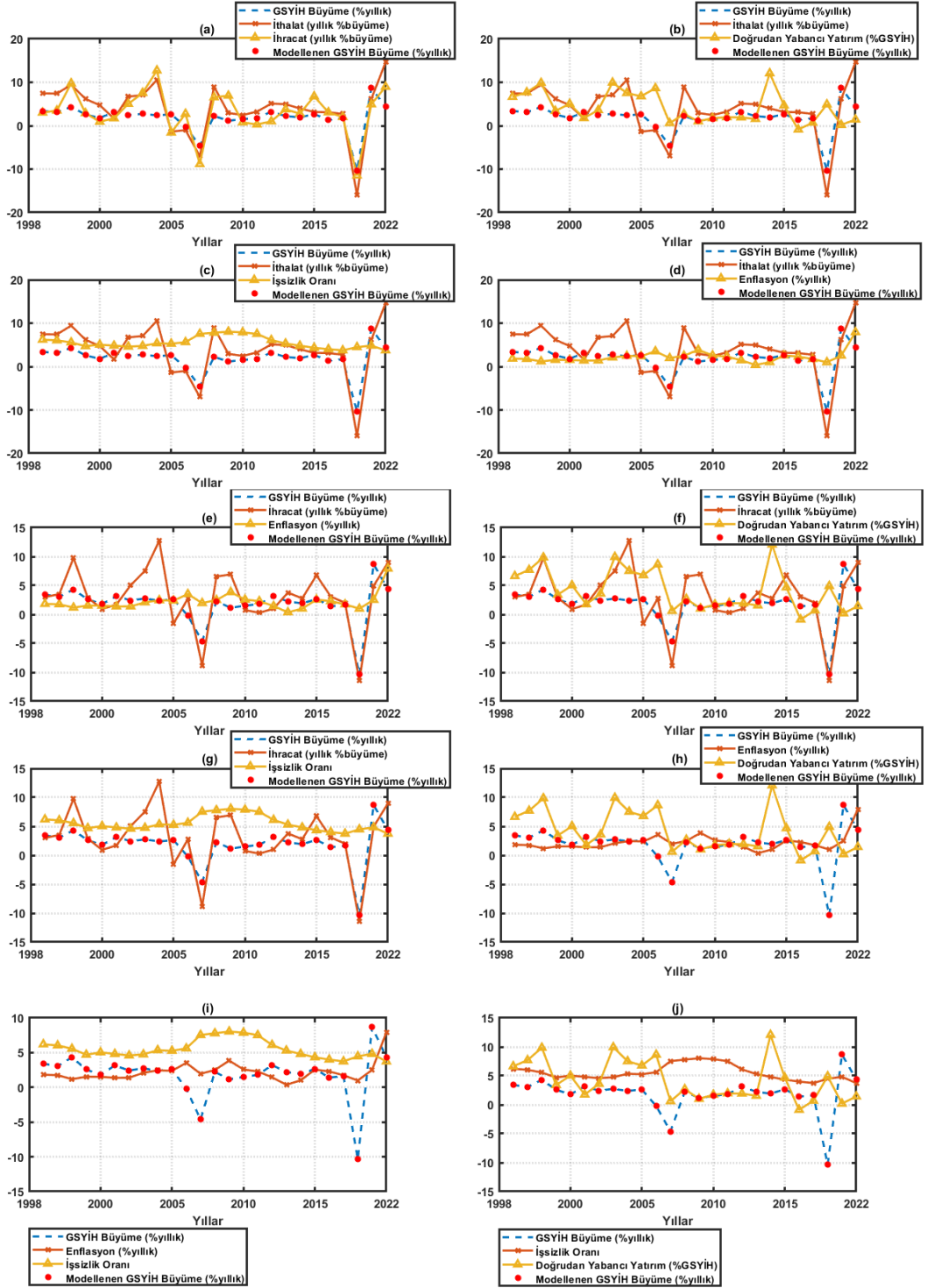
**Şekil 3.5 :** Almanya'nın ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri.



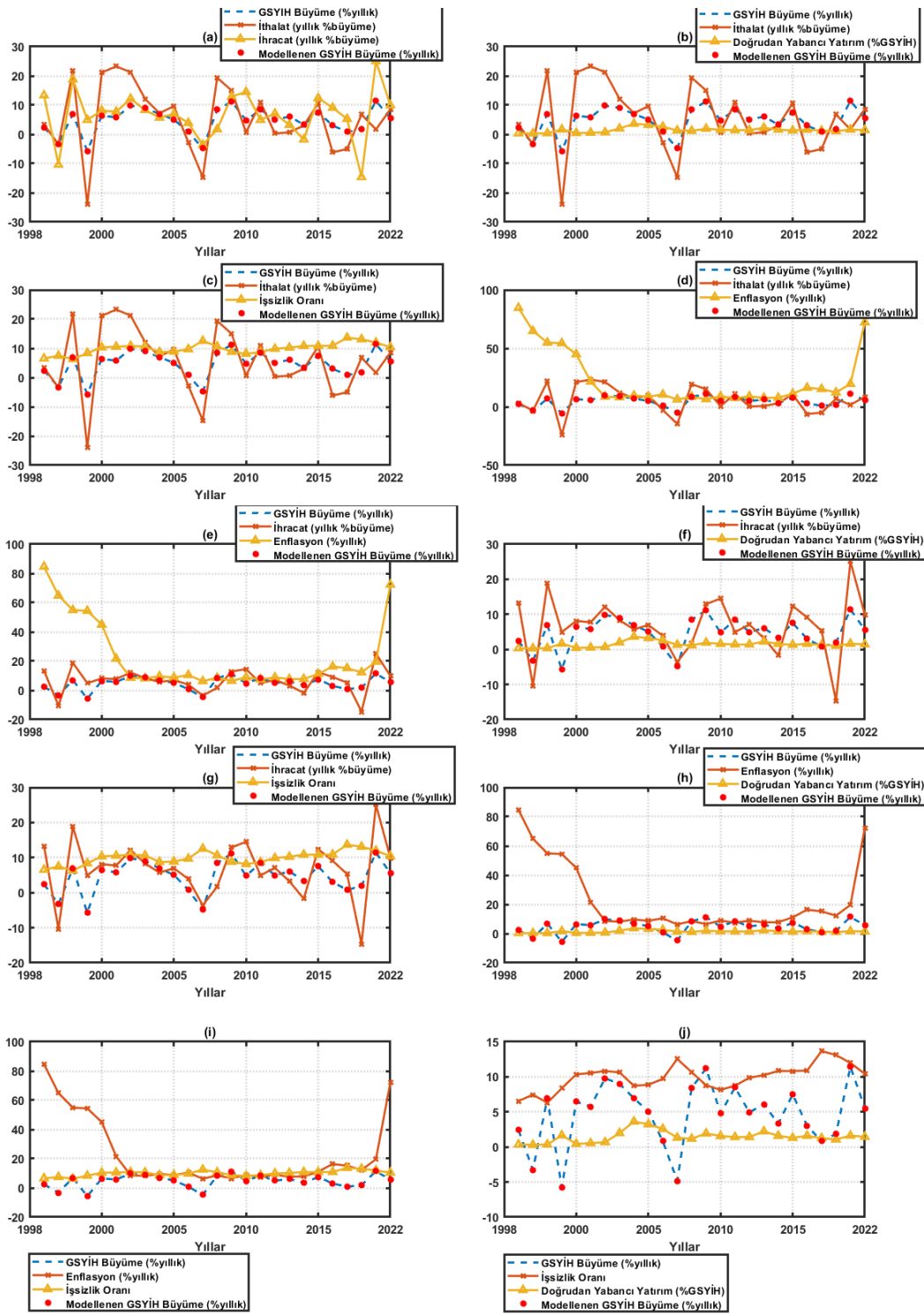
**Şekil 3.6 :** Japonya'nın ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri.



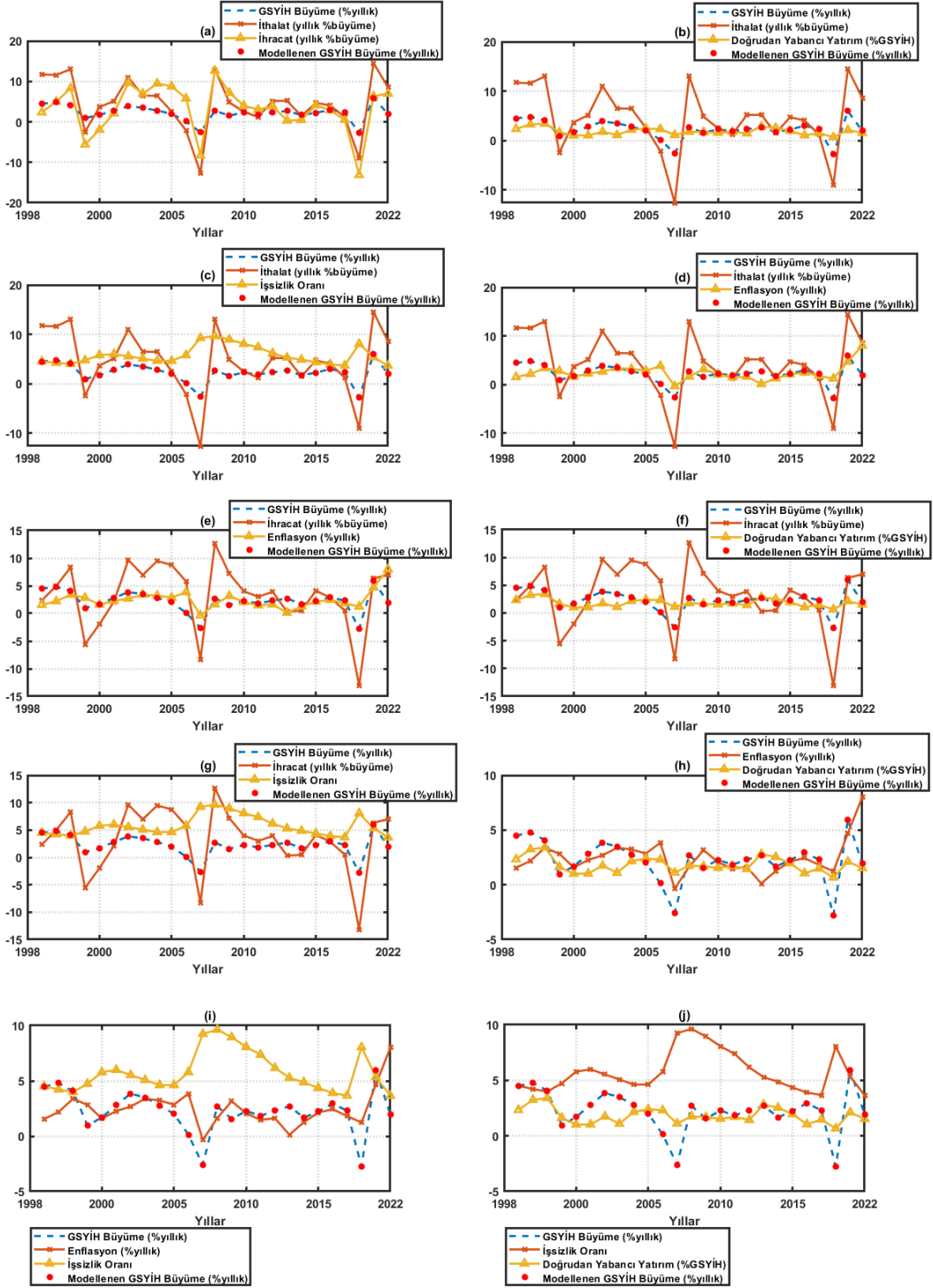
**Şekil 3.7 :** İtalya'nın ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri.



**Şekil 3.8 :** İngiltere'nin ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri.



**Şekil 3.9 :** Türkiye'nin ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri.



**Şekil 3.10 :** ABD 'nin ekonomik faktör kombinasyonlarıyla (İthalat-İhracat (a), İthalat-Doğrudan Yabancı Yatırım (b), İthalat-İşsizlik Oranı (c), İthalat-Enflasyon (d), İhracat-Enflasyon (f), İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım (e), İhracat-İşsizlik Oranı (g), Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım (h), Enflasyon-İşsizlik Oranı(i) ve İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım (j)) 1998-2022 yılları arasında GSYİH modelleme sonuç grafikleri.



#### 4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, G-8 ülkeleri ve Türkiye'nin 1998-2022 yılları arasında GSYİH verileri modellenmiştir. Rusya için 1998-2021 yılları arasındaki veriler kullanılmıştır. İki değişkenli fonksiyon ile modelleme yapılmıştır. Modellemede fonksiyona girdi olarak ülkelerin ilgili ekonomik faktörleri sırasıyla şu şekilde kombine edilmiştir: ithalat-ihracat, ithalat-doğrudan yabancı yatırım, ithalat-işsizlik oranı, ithalat-enflasyon, ihracat-enflasyon, ihracat-doğrudan yabancı yatırım, ihracat-işsizlik oranı, enflasyon-doğrudan yabancı yatırım, enflasyon-işsizlik oranı ve işsizlik-doğrudan yabancı yatırım. En küçük kareler metodu ile veri seti en az hata ile modellenmiştir. Modelleme performansı Ortalama Yüzdese Mutlak Hata (Mean Absolute Percentage Error – MAPE) ile değerlendirilmiştir.

Veriler  $M = 7$  değeri ile modellenmiştir. Sonuçlar incelendiğinde çalışma genelinde tüm ülkeler için yüksek modelleme başarısı elde edildiği gözlemlenmiştir. Ülkeler açısından elde edilen sonuçlara bakıldığında, Kanada için en düşük modelleme hatası  $\%1.1450 \times 10^{-7}$  değeri ile ithalat-ihracat ekonomik faktörlerinde elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%4.4413 \times 10^{-2}$  değeri ile işsizlik oranı-doğrudan yabancı yatırım ekonomik faktörü için elde edilmiştir.

Fransa için en düşük modelleme hatası  $\%3.2137 \times 10^{-6}$  değeri ile ihracat-enflasyon ekonomik faktörlerinde elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%4.0608 \times 10^{-2}$  değeri ile ithalat-işsizlik oranı ekonomik faktörleri için elde edilmiştir.

Rusya için en düşük modelleme hatası  $\%7.8435 \times 10^{-8}$  değeri ile ithalat-ihracat ekonomik faktörlerinde elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%3.6727 \times 10^{-1}$  değeri ile enflasyon-işsizlik oranı ekonomik faktörü için elde edilmiştir.

Almanya için en düşük modelleme hatası  $\%9.3484 \times 10^{-6}$  değeri ile ithalat-enflasyon ekonomik faktörlerinde elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%1.0887 \times 10^{-2}$  değeri ile enflasyon–doğrudan yabancı yatırım ekonomik faktörleri için elde edilmiştir.

Japonya için en düşük modelleme hatası  $\%1.0252 \times 10^{-8}$  değeri ile ihracat-enflasyon ekonomik faktörlerinde elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%1.0003 \times 10^{-4}$  değeri ile ithalat-işsizlik oranı ekonomik faktörleri için elde edilmiştir.

İtalya için en düşük modelleme hatası  $\%6.8832 \times 10^{-7}$  değeri ile ihracat-doğrudan yabancı yatırım ekonomik faktörlerinde elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%5.9027 \times 10^{-4}$  değeri ile enflasyon – işsizlik oranı ekonomik faktörleri için elde edilmiştir.

İngiltere için en düşük modelleme hatası  $\%3.0153 \times 10^{-7}$  değeri ile ihracat-doğrudan yabancı yatırım ekonomik faktörlerinde elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%1.1989 \times 10^{-3}$  değeri ile ithalat-enflasyon ekonomik faktörleri için elde edilmiştir.

Türkiye için en düşük modelleme hatası  $\%2.4654 \times 10^{-8}$  değeri ile ithalat-ihracat ekonomik faktörlerinde elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%5.5321 \times 10^{-2}$  değeri ile enflasyon-işsizlik oranı ekonomik faktörleri için elde edilmiştir.

ABD için en düşük modelleme hatası  $\%3.2077 \times 10^{-7}$  değeri ile ithalat-ihracat ekonomik faktörlerinde elde edilirken, en yüksek modelleme hatası  $\%6.4021 \times 10^{-4}$  değeri ile enflasyon-işsizlik oranı ekonomik faktörleri için elde edilmiştir.

Tüm ülkeler için genel sonuç değerlendirilecek olursa, en düşük modelleme hatası  $\%1.0252 \times 10^{-8}$  değeri ile Japonya için ihracat-enflasyon ekonomik faktörlerinde elde edilmişken, en yüksek modelleme hatası  $\%3.6727 \times 10^{-1}$  değeri ile Rusya'nın enflasyon-işsizlik oranı ekonomik faktörleri için elde edilmiştir.

**Çizelge 4.1 : Sonuçların genel değerlendirmesi (MAPE(%)).**

Ülkeler	En büyük MAPE(%) sonucunu veren kombinasyon	En küçük MAPE(%) sonucunu veren kombinasyon
Kanada	İşsizlik Oranı-Doğrudan Yabancı Yatırım	İthalat-İhracat
Fransa	İthalat-İşsizlik Oranı	İhracat-Enflasyon
Rusya	Enflasyon-İşsizlik Oranı	İthalat-İhracat
Almanya	Enflasyon-Doğrudan Yabancı Yatırım	İthalat-Enflasyon
Japonya	İthalat-İşsizlik Oranı	İhracat-Enflasyon
İtalya	Enflasyon-İşsizlik Oranı	İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım
İngiltere	İthalat-Enflasyon	İhracat-Doğrudan Yabancı Yatırım
Türkiye	Enflasyon-İşsizlik Oranı	İthalat-İhracat
ABD	Enflasyon-İşsizlik Oranı	İthalat-İhracat

Sonuçlar değerlendirildiğinde çizelge (4.1)'de görüldüğü üzere ülkeler arası gruplandırma yapılırsa ABD, Kanada, Rusya ve Türkiye için en düşük MAPE değeri ithalat-ihracat ekonomik faktör kombinasyonu ile elde edilmiştir. ABD, İtalya, Rusya ve Türkiye için en yüksek MAPE değeri enflasyon-işsizlik oranı ekonomik faktör kombinasyonu ile elde edilmiştir.

Ayrıca Fransa ve Japonya için en düşük MAPE değeri ihracat-enflasyon ekonomik faktör kombinasyonu ile elde edilmişken, en yüksek MAPE değeri ithalat-işsizlik oranı kombinasyonunda elde edilmiştir. İtalya ve İngiltere için en düşük MAPE değeri ihracat-doğrudan yabancı yatırım ekonomik faktör kombinasyonu ile elde edilmiştir.

Genel olarak işsizlik oranı ve enflasyon ekonomik faktörlerinde diğer faktörlere kıyasla daha düşük modelleme başarısı gözlemlenmişken, ithalat ve ihracat ekonomik faktörlerinde daha yüksek modelleme başarısı gözlemlenmiştir. Ancak çalışma sonuçları genel olarak değerlendirildiğinde tüm ülkeler için ekonomik faktör kombinasyonlarının tamamında yüksek modelleme başarısı elde edilmiştir.



## KAYNAKLAR

- [1] **Tarasov, V.E. ve Tarasova, S.S.** (2020). Fractional derivatives and integrals: What are they needed for?, *Mathematics*, 8(2), 164.
- [2] **Tarasov, V.E.** (2020). *Mathematical economics: Application of fractional calculus*.
- [3] **Machado, J.T. ve Kiryakova, V.** (2017). The chronicles of fractional calculus, *Fractional Calculus and Applied Analysis*, 20(2), 307–336.
- [4] **Fallahgoul, H., Focardi, S. ve Fabozzi, F.** (2016). *Fractional calculus and fractional processes with applications to financial economics: Theory and application*, Academic Press.
- [5] **Oldham, K. ve Spanier, J.** (1974). *The fractional calculus theory and applications of differentiation and integration to arbitrary order*, Elsevier.
- [6] **Das, S.** (2011). *Functional fractional calculus*, cilt 1, Springer.
- [7] **Ok Bayrakdar, Z.** (2016). Matematiksel fizikte bazı diferensiyel denklemlerin kesirsel matematikle çözümlerinin incelenmesi.
- [8] **Bozaner, F.** (2022). *Kesirli türev ile modellenen bir bilgisayar virüsü yayılımının sistem analizi ve optimal kontrolü*.
- [9] **Sabatier, J., Nguyen, H., Farges, C., Deletage, J.Y., Moreau, X., Guillemard, F. ve Bavoux, B.** (2011). Fractional models for thermal modeling and temperature estimation of a transistor junction, *Advances in Difference Equations*, 2011, 1–12.
- [10] **Çalık, A.E. ve Şirin, H.** (2017). Türkiye'deki elektrik enerji ihtiyacının matematiksel bir modellemesi., *Sakarya University Journal of Science*, 21(6).
- [11] **Magin, R.L.** (2010). Fractional calculus models of complex dynamics in biological tissues, *Computers & Mathematics with Applications*, 59(5), 1586–1593.
- [12] **Tejado, I., Valério, D. ve Valério, N.** (2014). Fractional calculus in economic growth modeling. The Portuguese case, *ICFDA'14 International Conference on Fractional Differentiation and Its Applications 2014*, IEEE, s.1–6.
- [13] **Önal Tuğrul, N.Ö.** Kesirli kalkülüs ve derin değerlendirme yaklaşımı ile G-8 ülkeleri ve Türkiye için ekonomik verilerin modellenmesi, etki faktörlerinin analizi ve öngörü çalışması.

- [14] **Machado, J.T., Kiryakova, V. ve Mainardi, F.** (2011). Recent history of fractional calculus, *Communications in nonlinear science and numerical simulation*, 16(3), 1140–1153.
- [15] **Tarasov, V.E.** (2019). On history of mathematical economics: Application of fractional calculus, *Mathematics*, 7(6), 509.
- [16] **Tarasov, V.E.** (2018). Generalized memory: Fractional calculus approach, *Fractal and Fractional*, 2(4), 23.
- [17] **Tarasov, V.E.** (2022). Nonlocal probability theory: General fractional calculus approach, *Mathematics*, 10(20), 3848.
- [18] **Yağcı, C. ve Anavatan, A.** (2022). Ekonomik Büyüme Etkileyen Faktörlerin İncelenmesi: Kurucu OECD Ülkeleri İçin Panel Veri Analizi, *JOEEP: Journal of Emerging Economies and Policy*, 7(2), 263–273.
- [19] **Alper, F.Ö.** (2019). Determinants of Economic Growth: The Case of Turkey Under Structural Breaks, *Fiscaoeconomia*, 3(1), 202–227.
- [20] **Dışişleri Bakanlığı**, <https://www.mfa.gov.tr/g-8-zirveleri.tr.mfa>, accessed: 11.03.2024.
- [21] **Dışişleri Bakanlığı**, [https://www.mfa.gov.tr/g-8-grubu-ve-heiligendamm-sureci\\_.tr.mfa](https://www.mfa.gov.tr/g-8-grubu-ve-heiligendamm-sureci_.tr.mfa), accessed: 11.03.2024.
- [22] (2024). *World Bank Open Data*, <https://databank.worldbank.org/source/world-development-indicators#>, accessed: March 2024.
- [23] **Korkmaz, M.** (2021). Kontrol Teorisinde Sık Kullanılan Bazı Fonksiyonların Kesirli Dereceden Çeşitli Türevlerinin Farklı Yöntemlere Göre Hata Değerlendirilmesi, *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (28), 381–385.
- [24] **Yuan, J., Shi, B., Zhang, D. ve Cui, S.** (2015). A formulation for fractional optimal control problems via Left and Right Caputo derivatives, *The 27th Chinese Control and Decision Conference (2015 CCDC)*, IEEE, s.816–821.
- [25] **Henriques, M., Valério, D., Gordo, P. ve Melicio, R.** (2021). Fractional-order colour image processing, *Mathematics*, 9(5), 457.
- [26] **Uçar, E.** (2022). Kanser ve bağışıklık sistemi hücreleri arasındaki ilişkiyi temsil eden modellerin üretilmesi ve incelenmesi.
- [27] **Alinei-Poiana, T., Dulf, E.H. ve Kovacs, L.** (2023). Fractional calculus in mathematical oncology, *Scientific Reports*, 13(1), 10083.
- [28] **Karaçuha, K., Sağlamol, S., Ergün, E., Önal Tuğrul, N., Şimşek, K. ve Karaçuha, E.** (2022). Mathematical Modeling of European Countries' Telecommunication Investments Avrupa Ülkelerinin Haberleşme Sektöründeki Yatırımlarının Matematiksel Modellenmesi, *El-Cezeri Journal of Science and Engineering*, 9(3).

- [29] **Tuğrul, N., Başer, C., Ergün, E., Karaçuha, K., Tabatadze, V., Eker, S. ve Şimşek, K.** (2022). Modeling of mobile and fixed broadband subscriptions of countries with fractional calculus, *Transport and Telecommunication Journal*, 23(1), 1–10.
- [30] **Önal, N.Ö., Karaçuha, K. ve Karaçuha, E.** (2022). Modelling on economic growth and telecommunication sector of Turkey using a fractional approach including error minimizing, *AIP Conference Proceedings*, cilt2471, AIP Publishing.
- [31] **Önal, N.Ö., Karaçuha, K., Erdinç, G.H., Karaçuha, B.B. ve Karaçuha, E.** (2019). A Mathematical Approach with Fractional Calculus for the Modelling of Children’s Physical Development, *Computational and mathematical methods in medicine*, 2019.
- [32] **Tuğrul, N.Ö.Ö., ERGÜN, E., KÖSEOĞLU, D.C., Karacuha, K., ŞİMŞEK, K. ve Karacuha, E.** (2021). Modeling of telecommunication revenue as a percentage of gross domestic product’s for countries with fractional calculus, *The Journal of Cognitive Systems*, 6(1), 28–34.
- [33] **Önal, N., Karacuha, K. ve Karacuha, E.** (2019). A comparison of fractional and polynomial models: Modelling on number of subscribers in the Turkish mobile telecommunications market, *Int. J. Appl. Phys. Math*, 10, 41.
- [34] **Karaçuha, E., Önal, N.Ö., Ergün, E., Tabatadze, V., Alkaş, H., Karaçuha, K., Tontuş, H.Ö. ve Nu, N.V.N.** (2020). Modeling and prediction of the covid-19 cases with deep assessment methodology and fractional Calculus, *Ieee Access*, 8, 164012–164034.
- [35] **Ming, H., Wang, J. ve Fečkan, M.** (2019). The application of fractional calculus in Chinese economic growth models, *Mathematics*, 7(8), 665.
- [36] **Tejado, I., Pérez, E. ve Valério, D.** (2020). Fractional derivatives for economic growth modelling of the group of twenty: Application to prediction, *Mathematics*, 8(1), 50.
- [37] **Tejado, I., Pérez, E. ve Valério, D.** (2019). Fractional calculus in economic growth modelling of the group of seven, *Fractional Calculus and Applied Analysis*, 22, 139–157.
- [38] **Anwar, A., Jarad, F., Baleanu, D. ve Ayaz, F.** (2013). Fractional Caputo heat equation within the double Laplace transform, *Romanian Journal of Physics*, 58, 15–22.
- [39] **Debnath, L.** (2015). The Double Laplace Transforms and Their Properties with Applications to Functional, Integral and Partial Differential Equations, *International Journal of Applied and Computational Mathematics*, 2.
- [40] **Basheer, H.** (2015). *The double laplace transform*.
- [41] **Hansen, P.C., Pereyra, V. ve Scherer, G.** (2013). *Least squares data fitting with applications*, JHU Press.



## **EKLER**

**EK A : Kullanılan veri seti**





**EK A: Kullanılan veri seti.**

**Çizelge A.1 : Kanada 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri.**

Yıllar	GDP growth (annual %)	Inflation, consumer prices (annual %)	Exports of goods and services (an- nual % growth)	Imports of goods and services (an- nual % growth)	Unemployment, total (% of total labor force)	Foreign direct investment, net inflows (% of GDP)
1998	3.89288653	0.995942457	9.519735558	5.309811948	8.28	3.939938217
1999	5.141003	1.734843	10.79228	8.076368	7.58	4.047104
2000	5.138539	2.71944	8.965365	8.52418	6.83	9.171024
2001	1.875098	2.52512	-2.69394	-4.87961	7.22	3.841921
2002	2.999255	2.258394	1.200489	1.882049	7.66	3.219148
2003	1.806385	2.758563	-1.69176	4.241937	7.57	0.782968
2004	3.092364	1.857259	5.558726	8.520537	7.19	0.141466
2005	3.210454	2.213552	2.280533	7.340141	6.76	2.178164
2006	2.637944	2.002025	0.886689	5.316006	6.48	4.874101
2007	2.049905	2.138384	1.083612	5.783604	6.16	8.200559
2008	0.995406	2.370271	-4.55393	0.912584	6.28	4.515137
2009	-2.91509	0.299467	-12.9503	-12.4122	8.46	1.524131
2010	3.090806	1.776872	6.675848	13.78412	8.18	1.837256
2011	3.137194	2.912135	4.797254	5.592304	7.64	2.137833
2012	1.755661	1.515678	2.764197	3.677597	7.39	2.700169
2013	2.325814	0.938292	2.453414	2.081262	7.14	3.629804
2014	2.873467	1.906636	6.319079	2.51653	7.02	3.553903
2015	0.649971	1.125241	3.398837	0.759808	6.95	3.853895
2016	1.038551	1.42876	1.525246	0.052145	7.04	2.23835
2017	3.033835	1.596884	1.490838	4.781136	6.43	1.537521
2018	2.742963	2.268226	3.574122	3.497829	5.84	2.469312
2019	1.908432	1.949269	2.286556	-0.10816	5.69	2.806767
2020	-5.03823	0.717	-8.98088	-9.41716	9.66	1.835165
2021	5.286957	3.395193	2.729318	8.137415	7.53	3.224305
2022	3.819866	6.802801	3.200737	7.638415	5.28	2.484647

**Çizelge A.2 : Fransa 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri.**

Yıllar	GDP growth (annual %)	Inflation, consumer prices (annual %)	Exports of goods and services (annual % growth)	Imports of goods and services (annual % growth)	Unemployment, total (% of total labor force)	Foreign direct investment, net inflows (% of GDP)
1998	3.588659425	0.651126868	8.812540704	11.90040808	12.07	1.963825255
1999	3.421373799	0.537141639	5.111921499	6.950599802	11.98	3.07880407
2000	3.923669227	1.675959887	12.88554421	15.35348874	10.22	3.030746972
2001	1.983721419	1.634780795	3.072397094	2.381767891	8.61	3.639660784
2002	1.135531482	1.923412287	1.997254116	1.94558527	8.7	3.433472871
2003	0.823160757	2.098472191	-0.958891771	0.893617042	8.31	2.296002833
2004	2.829752929	2.142089646	5.358050642	6.204036885	8.91	1.679938591
2005	1.66321998	1.745869364	3.975619735	6.320066914	8.88	3.875247351
2006	2.449323601	1.675124496	5.997733577	5.600584028	8.83	3.402534856
2007	2.424736243	1.48799806	2.791189943	5.75570182	8.01	3.148833873
2008	0.25494596	2.812861949	0.440686648	1.295002635	7.39	2.320491389
2009	-2.873313828	0.087620478	-10.89804241	-9.35456279	9.12	0.682106492
2010	1.949437623	1.531122704	8.695173397	8.892522592	9.28	1.470195727
2011	2.192700633	2.111597952	6.363889724	5.837368345	9.23	1.542875408
2012	0.313134751	1.954195316	2.842135544	0.200223647	9.84	1.227596621
2013	0.576326675	0.863715498	2.140711692	2.418481061	9.91	1.123423424
2014	0.956183052	0.507758823	3.272421028	4.89868639	10.27	0.203254563
2015	1.112912341	0.037514381	4.645919204	5.898053683	10.35	1.755723741
2016	1.095464404	0.183334861	1.775862602	2.928765377	10.06	1.326491698
2017	2.291419994	1.032282751	4.385892502	4.486842018	9.41	1.38212039
2018	1.865066071	1.850815083	4.526985173	3.079156125	9.02	2.776578144
2019	1.842971814	1.108254923	1.618733498	2.344320626	8.41	1.960494002
2020	-7.540459162	0.476498853	-16.90380968	-12.3244967	8.01	0.731611887
2021	6.435209621	1.64233141	11.03185559	9.389210589	7.86	3.239382005
2022	2.454758177	5.222367484	7.114197818	8.558675308	7.31	3.793503383

**Çizelge A.3 : Almanya 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri.**

Yıllar	GDP growth (annual %)	Inflation, consumer prices (annual %)	Exports of goods and services (annual % growth)	Imports of goods and services (annual % growth)	Unemployment, total (% of total labor force)	Foreign direct investment, net inflows (% of GDP)
1998	2.013932785	0.911183535	7.678197834	9.413686746	9.79	1.318741891
1999	1.887261154	0.585433064	5.281090214	8.881298817	8.85	3.919717995
2000	2.912502964	1.440268387	13.8233919	10.78431373	7.92	12.73150359
2001	1.681468481	1.983857313	5.666125509	0.84955782	7.77	2.926755399
2002	-0.197973835	1.420806156	4.20910995	-2.614953492	8.48	2.466615193
2003	-0.700116686	1.034222186	1.899669092	5.640656311	9.78	2.614345224
2004	1.175088132	1.665736967	11.52941141	7.830093001	10.73	-0.725154707
2005	0.731707164	1.546911148	6.686140019	5.964245866	11.17	2.101793081
2006	3.816441913	1.577426428	12.29084333	11.15258258	10.25	2.91996036
2007	2.976455131	2.298344007	8.886480278	6.205506826	8.66	1.484338647
2008	0.959879134	2.628379816	1.940781854	2.301757728	7.52	0.826503411
2009	-5.693836336	0.312739007	-14.27874119	-9.692174183	7.74	1.662198034
2010	4.179882499	1.103810378	14.40774522	12.8678987	6.97	2.530762023
2011	3.925192705	2.075172837	8.34992512	7.325651503	5.82	2.601419304
2012	0.418497594	2.008488848	2.905708724	0.101706978	5.38	1.855413408
2013	0.437591303	1.504723303	1.004463968	2.675547333	5.23	1.799764604
2014	2.209543431	0.906794	4.795580079	3.92523346	4.98	0.502227193
2015	1.491931528	0.514426137	5.440742334	5.797714957	4.62	1.860729182
2016	2.229999868	0.491747008	2.470000127	4.489999664	4.12	1.865906917
2017	2.680231114	1.509494851	4.898994739	5.225380758	3.75	2.966416856
2018	0.981232606	1.732168798	2.223462424	3.99272366	3.38	4.1997218
2019	1.075471636	1.445659769	2.275209323	3.358405209	3.14	1.902059228
2020	-3.826768716	0.144877926	-9.25431548	-8.283974014	3.86	4.136109564
2021	3.163819942	3.066666667	9.668562345	8.884583631	3.64	2.241530947
2022	1.806208967	6.872574386	3.308297443	6.634468886	3.14	1.160447552

**Çizelge A.4 : Japonya 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri.**

Yıllar	GDP growth (annual %)	Inflation, consumer prices (annual %)	Exports of goods and services (annual % growth)	Imports of goods and services (annual % growth)	Unemployment, total (% of total labor force)	Foreign direct investment, net inflows (% of GDP)
1998	-1.270330495	0.661974191	-2.42366092	-6.803898397	4.08	0.061293304
1999	-0.333929958	-0.341296928	2.000582052	3.702456236	4.68	0.318821542
2000	2.764647551	-0.676578684	13.0238932	9.562400674	4.75	0.215124715
2001	0.386103426	-0.740055504	-6.633823934	1.16294738	5.02	0.112602474
2002	0.041962499	-0.923494027	7.892537607	0.78727942	5.39	0.27630407
2003	1.535125499	-0.256541816	9.629038995	3.393965213	5.25	0.194079344
2004	2.186115694	-0.008573388	14.37086551	8.50406015	4.73	0.153847736
2005	1.803900872	-0.282946069	7.11973424	5.945933211	4.45	0.113001254
2006	1.372350128	0.249355116	10.30604918	4.704135626	4.19	-0.052087901
2007	1.483969412	0.060039454	8.703067736	2.270819174	3.89	0.472322727
2008	-1.224289001	1.380078862	1.587887261	0.732843712	4.00	0.482208589
2009	-5.693236359	-1.35283673	-23.38277052	-15.56032021	5.07	0.231146375
2010	4.097917919	-0.728243208	24.8607371	11.28551363	5.10	0.12920449
2011	0.023809524	-0.272455616	-0.119600974	5.727995086	4.55	-0.013648274
2012	1.374750999	-0.04406451	0.145733293	5.453191658	4.36	0.008720202
2013	2.005100177	0.335037912	0.810553199	3.16904343	4.04	0.204293384
2014	0.296205514	2.759226714	9.341806747	8.124892011	3.59	0.403354543
2015	1.560626697	0.795279631	3.211234756	0.439964097	3.39	0.118161988
2016	0.753826746	-0.127258844	1.618284418	-1.175364557	3.13	0.818481615
2017	1.675331752	0.484199796	6.619072394	3.306787319	2.82	0.381319638
2018	0.643391023	0.989094598	3.7595997	3.813561895	2.47	0.501685482
2019	-0.402169201	0.468776159	-1.458490573	0.988306807	2.35	0.780785313
2020	-4.147118899	-0.024995834	-11.59467703	-6.751026751	2.81	1.237931782
2021	2.559320239	-0.233352779	11.87217693	5.142160374	2.83	0.688616709
2022	0.954736938	2.497702782	5.283076875	7.885840298	2.60	1.116490156

**Çizelge A.5 : Türkiye 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri.**

Yıllar	GDP growth (annual %)	Inflation, consumer prices (annual %)	Exports of goods and services (annual % growth)	Imports of goods and services (annual % growth)	Unemployment, total (% of total labor force)	Foreign direct investment, net inflows (% of GDP)
1998	2.404150257	84.64134348	13.33234128	3.286715668	6.55	0.340651308
1999	-3.263168406	64.86748764	-10.38817601	-3.408019795	7.45	0.30538706
2000	6.933239705	54.91537058	18.80470507	21.7092381	6.3	0.358009205
2001	-5.750006555	54.40018876	4.931829189	-24.03027802	8.37	1.661436481
2002	6.447722047	44.96412095	8.141235321	21.13008473	10.35	0.450365944
2003	5.763206067	21.60243845	7.708244162	23.24930677	10.55	0.541012065
2004	9.795936389	8.598261681	12.16385797	21.23146662	10.83	0.681153209
2005	8.992304936	8.179160368	8.331541186	12.14211626	10.63	1.98117883
2006	6.947988086	9.597242123	5.701051915	7.239166693	8.72	3.623382498
2007	5.043507932	8.75618091	6.976941575	9.641389265	8.87	3.235919042
2008	0.815024573	10.44412838	3.883589792	-2.760215764	9.71	2.576549074
2009	-4.823153953	6.250976631	-3.616906527	-14.6617009	12.55	1.32221487
2010	8.427104323	8.566444206	1.721515212	19.36516604	10.66	1.171091807
2011	11.20011058	6.471879671	12.92105453	14.97768739	8.8	1.929218383
2012	4.788492711	8.891569965	14.49775413	0.618577567	8.15	1.560832223
2013	8.485816997	7.493090305	4.932653541	10.92074377	8.73	1.416058933
2014	4.939715161	8.854572714	7.077929125	0.29931489	9.88	1.420439706
2015	6.084486904	7.670853648	3.23879844	0.66240083	10.24	2.228704409
2016	3.323084208	7.775134153	-1.74188879	2.995930839	10.84	1.590809741
2017	7.501997489	11.14431108	12.40929144	10.63507619	10.82	1.302694983
2018	3.013179908	16.3324639	9.090606721	-6.172328997	10.89	1.598259861
2019	0.818525936	15.17682157	5.278520453	-5.011971152	13.67	1.254786515
2020	1.85983969	12.27895745	-14.62375264	6.774326834	13.11	1.068941896
2021	11.43938474	19.59649269	25.05632475	1.65261748	11.98	1.625267072
2022	5.533469266	72.30883599	9.932072045	8.567890749	10.43	1.443471931

**Çizelge A.6 : İtalya 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri.**

Yıllar	GDP growth (annual %)	Inflation, consumer prices (annual %)	Exports of goods and services (annual % growth)	Imports of goods and services (annual % growth)	Unemployment, total (% of total labor force)	Foreign direct investment, net inflows (% of GDP)
1998	1.810615162	1.955085577	2.694132503	9.035771109	12.12	0.207870545
1999	1.625727599	1.66345995	-0.978272835	4.494825141	11.68	0.554256596
2000	3.786955143	2.537685321	12.0846452	10.9908182	10.83	1.148796315
2001	1.951371556	2.785165427	2.571156434	2.430980883	9.6	1.273783228
2002	0.253942999	2.465323192	-2.804626466	0.562751835	9.21	1.350232927
2003	0.138626891	2.672555528	-1.298363609	0.739811925	8.87	1.240657798
2004	1.423594158	2.206736614	6.12957466	4.573083886	7.87	1.112663427
2005	0.817848974	1.985292985	3.216572869	3.440307948	7.73	1.978351837
2006	1.790639681	2.09084391	8.310327372	7.95854329	6.78	2.92351747
2007	1.48707298	1.829741122	6.197332434	5.45420841	6.08	2.981133303
2008	-0.962012841	3.347832584	-3.169132053	-4.024321844	6.72	-0.394476496
2009	-5.280937208	0.774768131	-17.81641254	-13.11816502	7.75	0.754896991
2010	1.713295839	1.525516021	11.76156395	12.1668588	8.36	0.464889359
2011	0.707333347	2.780632729	5.419871476	0.56323092	8.36	1.501767646
2012	-2.980905768	3.041363332	2.032309504	-8.119492766	10.65	0.00167234
2013	-1.841065451	1.219993423	0.374187156	-2.702130672	12.15	0.911862937
2014	-0.004547542	0.24104743	2.615222878	3.452286711	12.68	0.787819995
2015	0.778304351	0.0387904	4.274025708	6.463675291	11.9	0.724336604
2016	1.293462732	-0.094016657	1.865502485	3.92707415	11.69	1.366845175
2017	1.667859041	1.226533166	5.436440978	6.091371221	11.21	0.567766927
2018	0.925810941	1.137487636	2.141987139	3.438160066	10.61	2.115255482
2019	0.483198317	0.611246944	1.573533126	-0.699962528	9.95	1.550498698
2020	-8.974192121	-0.137707574	-13.50762273	-12.12805201	9.16	-1.164236567
2021	8.313760318	1.873783258	13.91546899	15.13264056	9.5	0.877417111
2022	3.724549463	8.201289912	9.935450135	12.44548685	8.07	1.523516081

**Çizelge A.7 : İngiltere 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri.**

Yıllar	GDP growth (annual %)	Inflation, consumer prices (annual %)	Exports of goods and services (annual % growth)	Imports of goods and services (annual % growth)	Unemployment, total (% of total labor force)	Foreign direct investment, net inflows (% of GDP)
1998	3.414269874	1.820561637	3.016896441	7.460098679	6.2	6.640741936
1999	3.066176125	1.752950801	3.49644323	7.396796096	6.04	7.695772086
2000	4.318727058	1.182956242	9.758078589	9.43362304	5.56	9.854512069
2001	2.578741046	1.532349603	2.888452579	6.180363116	4.7	3.39980591
2002	1.791985616	1.520402459	0.920754256	4.719181809	5.04	5.026548637
2003	3.146572528	1.376500385	1.70687074	1.646840042	4.81	1.752864088
2004	2.426496549	1.390397567	5.037683145	6.714329421	4.59	3.595239298
2005	2.738842404	2.08913649	7.555619161	7.029342871	4.75	9.9345464
2006	2.386275368	2.455661664	12.72099798	10.56340018	5.35	7.518583129
2007	2.620331222	2.386561508	-1.565916453	-1.374963211	5.26	6.779300045
2008	-0.225726975	3.521408563	2.733352595	-1.008840487	5.62	8.652048202
2009	-4.614957402	1.961731736	-8.84008755	-7.024467627	7.54	0.602903981
2010	2.238688634	2.492654725	6.545463701	8.963955836	7.79	2.68497359
2011	1.145101541	3.856112447	6.928212749	2.928354202	8.04	1.014039752
2012	1.512936749	2.573234797	0.760115582	2.454003218	7.88	1.726975994
2013	1.792322216	2.291666667	0.284523361	3.243248021	7.52	1.95605174
2014	3.195782466	1.451120163	1.004984746	5.095061173	6.11	1.921567748
2015	2.220258322	0.368046842	3.773421854	4.955662331	5.3	1.548321685
2016	1.921063414	1.008417368	2.774381153	3.976550236	4.81	12.07885281
2017	2.655069668	2.557755776	6.765555799	3.164551301	4.33	4.677309144
2018	1.403792086	2.292839903	3.086065102	3.098049365	4	-0.872604334
2019	1.641610996	1.738104601	1.996940273	2.718045825	3.74	0.694070008
2020	-10.35990082	0.989486704	-11.46971253	-16.00264011	4.472	4.910508973
2021	8.674904114	2.518371096	4.941180142	6.14237338	4.826	0.188516351
2022	4.346561401	7.922048831	8.970320917	14.60775279	3.73	1.428483802

**Çizelge A.8 : ABD 1998-2022 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri.**

Yıllar	GDP growth (annual %)	Inflation, consumer prices (annual %)	Exports of goods and services (annual % growth)	Imports of goods and services (annual % growth)	Unemployment, total (% of total labor force)	Foreign direct investment, net inflows (% of GDP)
1998	4.481394432	1.552279099	2.335725411	11.68874025	4.51	2.329849229
1999	4.794499045	2.188027197	4.979719763	11.59421977	4.22	3.244142242
2000	4.077159479	3.376857271	8.313501816	12.99954878	3.99	3.405782569
2001	0.954338729	2.826171119	-5.582093417	-2.461316877	4.73	1.630099648
2002	1.695942923	1.586031627	-1.953701476	3.669427333	5.78	1.016139191
2003	2.796209101	2.270094973	2.106482227	5.124490105	5.99	1.02218472
2004	3.852552601	2.677236693	9.6438738	10.98146759	5.53	1.748691345
2005	3.48322032	3.392746845	6.947477023	6.491207075	5.08	1.091662133
2006	2.782810626	3.225944101	9.475888558	6.420254879	4.62	2.160335287
2007	2.010507552	2.852672482	8.761360384	2.563232756	4.62	2.394690938
2008	0.122188443	3.839100297	5.789743535	-2.147047704	5.78	2.309379021
2009	-2.599888351	-0.355546266	-8.312533832	-12.62753166	9.25	1.112600342
2010	2.708856694	1.640043442	12.64900205	12.96908794	9.63	1.754532686
2011	1.54989495	3.156841569	7.178158379	4.816092973	8.95	1.689112771
2012	2.280687603	2.069337265	4.018170766	2.44836965	8.07	1.540208119
2013	1.841875395	1.464832656	3.010343739	1.213003744	7.37	1.710667534
2014	2.287775933	1.622222977	3.902322561	5.160977388	6.17	1.435021307
2015	2.706369582	0.118627136	0.319626118	5.190803661	5.28	2.809147629
2016	1.667472076	1.261583206	0.474057153	1.456628045	4.87	2.537497659
2017	2.241921216	2.130110004	4.114380824	4.710078144	4.36	1.955210863
2018	2.945384831	2.442583297	2.854086253	4.037844308	3.9	1.045703992
2019	2.294439078	1.812210075	0.511353288	1.197293599	3.67	1.477874528
2020	-2.767802511	1.233584396	-13.12944921	-9.014446535	8.05	0.656979527
2021	5.945484761	4.697858864	6.343282895	14.47246506	5.35	2.114875815
2022	1.935634592	8.002799821	6.959662795	8.58410793	3.65	1.525481826

**Çizelge A.9 : Rusya 1998-2021 yılları arası ekonomik faktörlerin verileri.**

Yıllar	GDP growth (annual %)	Inflation, consumer prices (annual %)	Exports of goods and services (annual % growth)	Imports of goods and services (annual % growth)	Unemployment, total (% of total labor force)	Foreign direct investment, net inflows (% of GDP)
1998	-5.299961627	27.68567981	1.899743465	-17.40023183	13.26	1.019119425
1999	6.399914691	85.7464941	11.19956454	-17.00012028	13.04	1.662282546
2000	10.00006681	20.79876066	9.499479899	32.399401	10.58	1.031161116
2001	5.100051226	21.47700721	4.200311071	18.69892002	8.98	0.928663004
2002	4.699991909	15.78873079	10.30004558	14.60055943	7.88	1.005535945
2003	7.299952345	13.66329302	12.59977148	17.30010997	8.21	1.842378885
2004	7.19994787	10.88861573	11.80013818	23.29933917	7.76	2.606185281
2005	6.399965448	12.68530395	6.500035399	16.59974964	7.12	2.029807038
2006	8.200068255	9.668654548	7.300046543	21.29991173	7.06	3.797712094
2007	8.499977769	9.007298689	6.299815807	26.19992001	6	4.298955948
2008	5.199969264	14.11076778	0.599852686	14.79994181	6.21	4.502694249
2009	-7.799993913	11.64732958	-4.700150125	-30.40007602	8.3	2.99212552
2010	4.499999999	6.849392303	7.000254252	25.79971913	7.37	2.830828698
2011	4.300029186	8.440464859	0.30012346	20.30028167	6.54	2.692361181
2012	4.024086157	5.074743008	1.360421664	9.681343576	5.44	2.290798699
2013	1.755422149	6.753710262	4.561727799	3.539025298	5.46	3.019402114
2014	0.736267222	7.823411839	0.510432046	-7.260442493	5.16	1.06987641
2015	-1.972719226	15.53440505	3.673262303	-25.03877488	5.57	0.502607961
2016	0.193690071	7.04244763	3.168854896	-3.672042601	5.56	2.548499988
2017	1.825790064	3.683329444	5.013643181	17.31519269	5.21	1.814092975
2018	2.807245411	2.878297236	5.554217178	2.656747628	4.85	0.530060791
2019	2.198075713	4.470366608	0.732544576	3.130357973	4.5	1.888517316
2020	-2.653654501	3.381659372	-4.170377317	-11.88112458	5.59	0.634851184
2021	5.614290376	6.69445892	3.280495435	19.11134579	4.72	2.202088546
2022	-2.069711525	..	-13.88677765	-14.99000977	3.867	-1.787319191



## ÖZGEÇMİŞ

**Adı SOYADI: Şeyma BEŞİR**

### ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lise:** 2016, Trabzon Yomra Fen Lisesi.
- **Lisans:** 2020, Gazi Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği.
- **Tezsiz Y. Lisans:** 2021, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İş Sağlığı ve Güvenliği.

### MESLEKİ DENEYİMLER VE ÖDÜLLER:

- 2022-2023 yılları arasında Maltepe Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği bölümünde bir yıl süreyle araştırma görevlisi olarak çalışmıştır.
- 2023 Nisan'dan beri TÜBİTAK SAGE'de Yazılım ve Benzetim Grubu'na bağlı Yazılım Test Birimi'nde Araştırmacı olarak çalışmaktadır.

### DİĞER YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- **Beşir, Ş., Önal Tuğrul, N. Ö., Karaçuha, K., Tabatadze, V., Karaçuha, E.** 2024. Modeling the GDP growth of G-8 countries and Turkey as a two-variable function using import and export data with fractional calculus. 3rd International Graduate Research Symposium, May 8-10, 2024 Istanbul, Turkey.