



T.C.

**ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

MATEMATİK BİLİM DALI

**KUANTUM HESAPLAMADA SÜREKLİ DEĞİŞKENLER VE
UYGULAMALARI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

CUMALİ YAŞAR

**TEZ DANIŞMANI
DOÇ. DR. CAN AKTAŞ**

ÇANAKKALE – 2024



T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

**KUANTUM HESAPLAMADA SÜREKLİ DEĞİŞKENLER VE
UYGULAMALARI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

CUMALİ YAŞAR

TEZ DANIŞMANI
DOÇ. DR. CAN AKTAŞ

ÇANAKKALE – 2024



T.C.
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ



Cumali YAŞAR tarafından Doç. Dr. Can AKTAŞ yönetiminde hazırlanan ve 20/08/2024 tarihinde aşağıdaki jüri karşısında sunulan “**Kuantum Hesaplamada Sürekli Değişkenler ve Uygulamaları**” başlıklı çalışma, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü **Matematik Anabilim Dalı**’nda **YÜKSEK LİSANS** olarak oy birliği/oy çokluğu ile kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Doç. Dr. Can AKTAŞ

(Danışman)

Prof. Dr. Çetin CAMCI

Doç. Dr. Erol İMREN

.....

.....

.....

Tez No : 10599899

Tez Savunma Tarihi : 20/08/2024

Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

Enstitü Müdürü

../../2024

ETİK BEYAN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kuralları'na uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada; tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı, bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu, bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi taahhüt ve beyan ederim.

Cumali YAŞAR

20/08/2024

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının gerçekleştirilmesi sürecinde, başından sonuna kadar bana desteklerini ve yardımlarını esirgemeyen değerli danışmanım Doç. Dr. Can AKTAŞ'a en içten teşekkürlerimi sunarım. Bilgi birikimi, deneyimi ve sabrı ile bu yolculukta rehberim olmuştur.

Çalışma sürecim boyunca karşılaştığım zorluklara karşı sabır ve anlayış göstererek beni motive eden ve yanımda olan doktora tez danışmanım Prof. Dr. İhsan Yılmaz'a teşekkür ederim.

Hayatımın her anında yanımda olan, bana güç veren, desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen değerli eşim Semra'ya; varlıklarıyla hayatıma anlam katan, geleceğe dair umutlarımı yeşerten oğullarım Alperen ile Buğra ve Aileme sonsuz sevgi ve minnettarlığımı ifade etmek isterim. Ailemin varlığı, bu zorlu süreçte bana güç ve ilham kaynağı olmuştur.

Bu tez çalışmasının her aşamasında yanımda olan ve katkıda bulunan herkese teşekkür ederim.

Cumali YAŞAR
Çanakkale, Ağustos 2024

ÖZET

KUANTUM HESAPLAMADA SÜREKLİ DEĞİŞKENLER VE UYGULAMALARI

Cumali YAŞAR

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Can AKTAŞ

20/08/2024, 88

Bu tezde, sürekli değişkenlerin kuantum hesaplama alanındaki önemi vurgulanmış ve bu değişkenlerin kuantum bilgi işlemine olan katkıları teorik ve pratik açıdan incelenmiştir. Kuantum hesaplama, klasik hesaplama yöntemlerinden farklı olarak kuantum mekaniği prensiplerine dayanır ve süperpozisyon, dolanıklık gibi kavramlarla klasik bilgisayarlardan ayrılır. Sürekli değişkenler, kuantum optik ve kuantum mekaniği içinde kritik bileşenlerdir.

Temel kavramlar bölümünde, sürekli değişkenlerin kuantum hesaplamadaki yeri ve matematiksel modellemeleri açıklanmıştır. Bu değişkenler, kuantum optikte ışık yoğunluğu ve fazı gibi büyüklüklerle ilişkilendirilir ve kuantum hesaplama algoritmalarının optimizasyonuna katkı sağlar. Sürekli değişkenler, kuantum sistemlerin performansını artırmada önemli bir rol oynar.

Araştırma bölümünde, kuantum algoritmalarının optimizasyonu ve sürekli değişkenlerin bu süreçteki etkisi ele alınmıştır. Ayrıca, kuantum kriptografi, metroloji, optik ve fotonik sistemler gibi alanlardaki uygulamaları incelenmiştir. Sürekli değişkenlerin bu alanlarda güvenli bilgi aktarımı ve hassas ölçümlerde önemli bir potansiyele sahip olduğu vurgulanmaktadır.

Sonuç bölümünde, sürekli değişkenlerin kuantum hesaplama teknolojilerinde nasıl kullanılabileceğini ve gelecekteki gelişim potansiyelini ortaya koymaktadır.

Anahtar Kelimeler: Kuantum Hesaplama, Sürekli Değişkenler, Kuantum Sürekli Değişkenler, Kuantum Operatörler, Hilbert Uzayı, Kuantum Anahtar Üretimi

ABSTRACT

CONTINUOUS VARIABLES IN QUANTUM COMPUTING AND THEIR APPLICATIONS

Cumali YAŞAR

Çanakkale Onsekiz Mart University

School of Graduate Studies

Master of Science Thesis in Mathematics

Supervisor: Assoc. Prof. Can AKTAŞ

08/20/2024, 88

In this thesis, the importance of continuous variables in the field of quantum computing has been emphasized, and their contributions to quantum information processing have been examined from both theoretical and practical perspectives. Quantum computing, unlike classical computing methods, is based on the principles of quantum mechanics and differs from classical computers with concepts such as superposition and entanglement. Continuous variables are critical components in quantum optics and quantum mechanics.

In the fundamental concepts section, the role of continuous variables in quantum computing and their mathematical modeling are explained. These variables are associated with physical quantities such as light intensity and phase in quantum optics and contribute to the optimization of quantum computing algorithms. Continuous variables play an important role in enhancing the performance of quantum systems.

In the research section, the optimization of quantum algorithms and the impact of continuous variables in this process are discussed. Additionally, their applications in fields such as quantum cryptography, metrology, optics, and photonic systems are explored. It is emphasized that continuous variables have significant potential in secure information transfer and precise measurements in these fields.

In the conclusion, how continuous variables can be used in quantum computing technologies and their potential for future development are presented.

Keywords: Quantum Computing, Continuous Variables, Quantum Continuous Variables, Quantum Operators, Hilbert Space, Quantum Key Generation

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

JÜRİ ONAY SAYFASI	i
ETİK BEYAN	ii
TEŞEKKÜR	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER	vi
SİMGELER ve KISALTMALAR	x
ÇİZELGELER DİZİNİ	xiii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiv

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

1

1.1. Sürekli Değişkenlerin Temel Kavramları	2
1.1.1. Değişken Nedir?	2
Nicel (Kantitatif) Değişkenler	2
Kesikli Değişkenler ve Toplam İfadeleri	3
Sürekli Değişkenler ve İntegral İfadeleri	4
Fonksiyonlar ve Diferansiyel Denklemler	5
Nitel (Kalitatif) Değişkenler	5
1.2. Kuantum Sürekli Değişkenlerin Tanımı ve Önemi	6
1.3. Kuantum Mekaniğinde Ölçüm Teknikleri	7
1.3.1. Projeksiyon Ölçümleri (Projection Measurements)	8
1.3.2. Pozitif Operatör Değerli Ölçümler (POVM - Positive Operator-Valued Measurements)	9
1.3.3. Homodin ve Heterodin Ölçümler	9
Homodin Ölçüm	10
Heterodin Ölçüm	11
1.3.4. Yoğunluk Matrisi ve İz Operatörleri (Trace Operators)	13
1.4. Kuantum Mekaniğindeki Operatörler	14

1.4.1.	Matematiksel İfadeler ve Örnekler (Beşergil, 2020).....	15
1.4.2.	$\hat{a}$ Yok Etme (Annihilator) ve $\hat{a}^\dagger$ Yaratma (Creation) Operatörleri	16
1.4.3.	Sıkıştırma Operatörü	17
1.4.4.	Yer Değiştirme Operatörü ($D(\alpha)$)	18
1.4.5.	Koherent Durum	19
1.4.6.	Wigner Fonksiyonu	20
1.5.	Kuantum Sürekli Değişkenler İçin Kullanılan Kapılar	21
1.6.	De Broglie Hipotezi	21
1.7.	Kuantum Hesaplamanın Tarihçesi ve Sürekli Değişkenlerin Önemi	23

İKİNCİ BÖLÜM ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

27

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM MATERYAL YÖNTEM

30

3.1.	Yöntemin Kapsamı	30
3.2.	Sürekli Değişkenli Kuantum Hesaplama Modelleri	32
3.2.1.	Gottesman-Kitaev-Preskill (GKP) Kodları	32
3.2.2.	Kuantum Harmonik Osilatör (QHO)	36
3.2.3.	Gauss Boson Örnekleme (GBÖ)	45
	Gauss Boson Örnekleme (GBÖ) Matematiksel Modeli	45
3.2.4.	Küme Durumları ve Tek Yönlü Kuantum Hesaplama	48
3.3.	Kuantum Sürekli Değişkenlerin Uygulamaları	51
3.3.1.	İnterferometreler	51
	İnterferometrelerin Temel Çalışma Prensibi	52
	İnterferometre Çeşitleri ve Uygulama Alanları	52
	Michelson İnterferometresi	52
	Mach-Zehnder İnterferometresi	54
	Fabry-Pérot İnterferometresi	55
	Sagnac İnterferometresi	56
	Fizeau İnterferometresi	56
	İnterferometrelerin Önemi ve Kullanım Alanları	57
3.4.	Kuantum İletişim ve Şifreleme uygulamaları	57

3.4.1.	Kuantum Anahtar Dağıtımı (QKD)	58
3.4.2.	Kuantum Hesaplama	60
3.4.3.	Optik Kuantum Hesaplama	64
	Lineer Optik Kuantum Hesaplama (LOQC)	64
	CNOT Kapısının İşleyişi	66
	Boson Örneklemesi	67
3.4.4.	Kuantum Algılama ve Metroloji	69
	Kuantum Algılayıcılar	69
	Kuantum Metroloji	71
3.4.5.	Kuantum Simülasyon	71
3.4.6.	Hassas Ölçüm ve Görüntüleme	71
3.4.7.	Optik ve Telekomünikasyon	71
3.4.8.	Kuantum İnternet ve Dağıtılmış Hesaplama	72
	Kuantum İnternet	72
	Dağıtılmış Kuantum Hesaplama	72
3.4.9.	Kuantum Kriptoloji ve İletişim Protokolleri	72
3.4.10.	Kuantum Temelli Güvenli Kimlik Doğrulama	73
3.4.11.	Endüstriyel İmalat ve Kuantum Sensörleri	73
3.4.12.	Kuantum Tabanlı Yüksek Hassasiyetli Tıp Görüntüleme	73
3.4.13.	Finansal Piyasalarda Kuantum Simülasyonlar	74
3.4.14.	Akıllı Şehirlerde Kuantum Güvenlik Sistemleri	74

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ARAŞTIRMA BULGULARI

75

4.1.	Temel Bulgular	75
4.1.1.	Sürekli Değişkenli Kuantum Sistemlerin Avantajları	75
	Bilgi İşleme Kapasitesi ve Güvenlik	75
	Gürültüye Dayanıklılık ve Ölçeklenebilirlik	75
4.2.	Uygulamalar	76
4.2.1.	Kuantum Kriptografi	76
4.2.2.	Kuantum Algılama ve Metroloji	76
4.2.3.	Kuantum Hesaplama ve Algoritmalar	76
4.2.4.	Kuantum İletişim ve Bilgi Teorisi	77

4.3.	Sonuçlar ve Gelecek Perspektifler	77
4.3.1.	Gelecekteki Araştırma Alanları	77
4.3.2.	Uygulama Genişletmeleri	77
BEŞİNCİ BÖLÜM		
SONUÇ ve ÖNERİLER		79
5.1.	Araştırma Sonuçları	79
5.1.1.	Sürekli Değişkenler ve Kuantum Bilgi İşleme	79
5.1.2.	Gaussian Durumlar ve Kuadratur Ölçümleri	79
5.1.3.	GKP Kodları ve Hata Düzeltme	80
5.1.4.	QCV Tabanlı Kuantum Anahtar Dağıtımı (QKD)	80
5.1.5.	Gaussian Boson Sampling (GBS)	80
5.2.	Gelecek Araştırmalar için Öneriler	80
5.2.1.	QCV Sistemlerinin Dayanıklılığı ve Ölçeklenebilirliği	80
5.2.2.	Yeni Hata Düzeltme Kodları ve Protokolleri	81
5.2.3.	Pratik QKD Uygulamaları	81
5.2.4.	GBS ve Karmaşık Hesaplama Problemleri	81
5.2.5.	Kuantum Makine Öğrenmesi ve Yapay Zekâ	82
5.3.	Gelecek Yazarlara Öneriler	82
5.3.1.	Temel Kuantum Mekaniği ve Kuantum Optik Bilgisi	82
5.3.2.	DeneySEL Düzeneklerin Kurulumu ve Optimizasyonu	82
5.3.3.	Araştırma Bulgularının Paylaşımı ve İş Birliği	82
5.3.4.	Eğitim ve Bilinçlendirme Faaliyetleri	83
5.4.	Sonuç	83
KAYNAKÇA		84

SİMGELER VE KISALTMALAR

CV	Sürekli Değişkenler (Continuous Variables)
QCV	Kuantum Sürekli Değişkenler (Quantum Continuous Variables)
QKD	Kuantum Anahtar Dağıtımı (Quantum Key Distribution)
Q	Pozisyon Operatörü
P	Momentum Operatörü
$\hbar$	İndirgenmiş Planck Sabiti (h-bar)
QML	Kuantum Makine Öğrenmesi (Quantum Machine Learning)
QAI	Kuantum Yapay Zekâ (Quantum Artificial Intelligence)
ANOVA	Varyans Analizi (Analysis of Variance)
QFT	Kuantum Fourier Dönüşümü (Quantum Fourier Transform)
QEC	Kuantum Hata Düzeltme (Quantum Error Correction)
QIP	Kuantum Bilgi İşleme (Quantum Information Processing)
QO	Kuantum Optik (Quantum Optics)
QC	Kuantum Hesaplama (Quantum Computing)
QP	Kuantum Protokolleri (Quantum Protocols)
QE	Kuantum Dolanıklık (Quantum Entanglement)
QS	Kuantum Simülasyonu (Quantum Simulation)
QM	Kuantum Metroloji (Quantum Metrology)
SD	Sürekli Değişken (Symbolic Data)
DVM	Destek Vektör Makineleri (Support Vector Machines)
2B	İki Boyutlu (Two-Dimensional)
TBA	Temel Bileşen Analizi (Principal Component Analysis)
U	Birimsel (Unitary)
S	Uzay (Space)
T	Zaman (Time)
RAM	Rastgele Erişimli Bellek (Random Access Memory)
qRAM	Kuantum Rastgele Erişimli Bellek (Quantum Random Access Memory)
A	Vekil (Agent)
E	Çevre (Environment)
R	Kayıtçı (Register)

QMLT	Kuantum Makine Öğrenmesi Araç Kutusu (Quantum Machine Learning Tool)
QPU	Kuantum İşlemci Ünitesi (Quantum Processor Unit)
ROC	Alıcı İşletim Karakteristiği (Receiver Operating Characteristics)
AUC	Eğrinin Altındaki Alan (Area Under The Curve)
$\mathbb{Z}$	Tamsayılar Cümlesi
$\mathbb{Q}$	Rasyonel Sayılar Cümlesi
$\mathbb{R}$	Reel Sayılar
$\lfloor \cdot \rfloor$	$\lfloor x \rfloor$ olacak şekildeki x tamsayıları
$\oplus$	XOR İşlemi
$\wedge$	Bit düzeyinde ‘ve’ işlemi
$\vee$	Bit düzeyinde ‘veya’ işlemi
$\parallel$	Bağlantı İşlemi
IV	Başlangıç Değeri (Initialization Vector)
MDC	Mesaj Değişiklik Bulma Kodu (Manipulation Detection Code)
MAC	Mesaj Kanıtlama Kodu (Message Authentication Code)
NSA	Ulusal Güvenlik Ajansı (National Security Agency)
NIST	Ulusal Standartlar ve Teknoloji Enstitüsü (National Institute of Standards and Technology)
$\lfloor x \rfloor$	x ’e eşit veya x ’ten küçük en büyük tamsayı
$\lceil x \rceil$	x ’e eşit veya x ’ten büyük en küçük tamsayı
$ A $	A ’nın eleman sayısı
$\ln(x)$	x ’in doğal logaritması
$\lg(x)$	2 tabanında x ’in logaritması ($\log_2 x$)
$\mathbb{Z}^*$	Çarpımsal Grup
$\mathbb{Q}_n$	nmod ’e göre bütün kuadratik rezidülerin cümlesi
$\mathbb{Q}_n$	nmod ’e göre bütün kuadratik non-rezidülerin cümlesi
$\wedge$	Bit düzeyinde ve işlemi
$\vee$	Bit düzeyinde veya işlemi
$\neg$	Bit düzeyinde tamamlama, tümlleme operasyonu
eE	Şifreleme Dönüşümü
dD	Deşifreleme Dönüşümü

AES	İleri Şifreleme Sistemi (Advanced Encryption Standard)
BSI	İngiliz Standartlar Enstitüsü (The British Standards Institution)
BQP	Sınırlı-hata Kuantum Polinom-zamanı (Bounded-error Quantum Polynomial-time)
CRT	Çinli Kalan Teoremi (Chinese Remainder Theorem)
CVP	En Yakın Vektör Problemi (Closest Vector Problem)
DH	Diffie-Hellman
DSA	Elektronik İmzalama Algoritması (Digital Signature Algorithm)
ECC	Eliptik Eğri Kriptosistemi (Elliptic Curve Cryptography)
ECDH	Eliptik Eğri Diffie-Hellman (Elliptic Curve Diffie-Hellman)
ECDSA	Eliptik Eğri Elektronik İmzalama Algoritması (Elliptic Curve Digital Signature Algorithm)
LLL	Lenstra-Lenstra-Lovasz
LWE	Hatalarla Öğrenme (Learning With Errors)
IETF	İnternet Mühendisliği Görev Grubu (Internet Engineering Task Force)
IPSec	İnternet Protokolü Güvenliği (Internet Protocol Security)
ISIS	Homojen Olmayan Küçük Tamsayı Çözüm (Inhomogeneous Small Integer Solution)
ISO	Uluslararası Standartlaştırma Kurumu (The International Organization for Standardization)
MPKCS	McEliece Açık Anahtarlı Kriptosistemi (McEliece Public Key Cryptosystem)
NIST	Ulusal Standartlar ve Teknoloji Enstitüsü (The U.S. National Institute for Standards and Technology)
NP	Polinom-zamanda Çözümlemeyen (Non Polynomial-time)
NTRU	N. Dereceden Kesilmiş Polinom Halkaları (Nth. Truncated Polynomial Rings)
NTRU:KE	NTRU Anahtar Değişimi (NTRU Key Exchange)
P	Polinom-zamanda çözülebilen (Polynomial-Time)
RSA	Ron Rivest, Adi Shamir ve Leonard Aldeman
SIS	Küçük Tamsayı Çözümü (Small Integer Solution)

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge No	Çizelge Adı	Sayfa No
Çizelge 1	Klasik mekanik ile kuantum mekanik operatörler	16
Çizelge 2	Kuantum sürekli değişkenler ile kuantum kesikli değişkenler arasındaki farklar	31



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil No	Şekil Adı	Sayfa No
Şekil 1	Louis de Broglie	22
Şekil 2	Erwin Schrödinger'in makalesi	23
Şekil 3	(a) Başlangıç durumunun Wigner fonksiyonu (b) Belirli bir zaman anındaki Wigner fonksiyonu	36
Şekil 4	Kuantum sıkıştırma ile pozisyon dalga fonksiyonu	39
Şekil 5	Kovaryans matrisi görselleştirmesi	40
Şekil 6	Kuantum Fourier dönüşümü (QFT) ile momentum bazlı durum	42
Şekil 7	Kuantum Fourier dönüşümü (QFT) ile pozisyon bazlı durum	42
Şekil 8	Sıkıştırılmış vakum durumunun Wigner fonksiyonu	44
Şekil 9	Gauss Boson örnekleme: Foton sayısı dağılımı	48
Şekil 10	Lazer interferometre uzunluk ölçüm sistemi	51
Şekil 11.	Michelson interferometresi	52
Şekil 12	Michelson interferometresi girişim deseni	54
Şekil 13	Mach-Zehnder	55
Şekil 14	Fabry-Pérot interferometresi	55
Şekil 15	Fabry-Pérot interferometresi girişim deseni	55
Şekil 16	Sagnac interferometresi	56
Şekil 17	Fizeau interferometresi	56
Şekil 18	CV_QKD_simulation grafiği	60
Şekil 19	İki atomun learned jones potansiyeli	62
Şekil 20	İki atomun zamanla pozisyonlarının değişimi	63
Şekil 21	Ligo	70

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

Kuantum hesaplama, son yıllarda geleneksel hesaplama yöntemlerinin sınırlarını aşma potansiyeli gösteren ve büyük ilgi gören bir alandır. Kuantum mekaniği prensiplerine dayanan bu hesaplama paradigmaları, süperpozisyon ve dolanıklık gibi kuantum fenomenlerini kullanarak belirli hesaplama görevlerini daha hızlı ve daha etkili bir şekilde gerçekleştirme potansiyeline sahiptir(Sakar ve Yılmaz, 2015). Kuantum bitleri (qubitler) bu alandaki temel bilgi birimi olarak kabul edilmiş ve birçok kuantum algoritması ve protokolü qubitler üzerinde geliştirilmiştir.

Ancak, qubitlere dayalı yaklaşımların sınırlamaları da mevcuttur (Eryılmaz ve Yılmaz, 2019). Sürekli değişkenler, kuantum optik ve kuantum mekaniğinin diğer alanlarında yaygın olarak kullanılan bir kavramdır. Optik alanlarda ışık yoğunluğu ve fazı gibi sürekli değişkenlerin kuantum mekaniği prensiplerine tabi olduğu bilinmektedir. Bu prensipler, kuantum optik sistemlerin sürekli değişkenli kuantum durumlarından yararlanarak çeşitli hesaplama görevlerini gerçekleştirme potansiyelini ortaya koymaktadır (Akyüz, 2012).

Bu tez, kuantum hesaplama sürekli değişkenlerin önemini ve potansiyelini incelemektedir.

Tezde, aşağıdaki alt problemler üzerinde durulacaktır:

Sürekli değişkenlerin kuantum hesaplama algoritmalarındaki matematiksel formülasyonu nasıl optimize edilebilir?

Sürekli değişkenlere dayalı kuantum hesaplama sistemleri, kesikli değişkenlere göre nasıl bir performans sergiler?

Sürekli değişkenlerin kuantum sistemlerin ölçümlerindeki etkinliği nasıl iyileştirilebilir?

Sürekli değişkenlere dayalı kuantum hesaplama yöntemleri, optimize edilmiş sürekli optimizasyon problemlerinde nasıl kullanılabilir?

Sürekli değişkenlere dayalı kuantum hesaplama algoritmalarının çözebileceği yeni problemler nelerdir?

Sürekli değişkenlerin kuantum simülasyonunda kullanılmasıyla hangi alanlarda ilerleme sağlanabilir?

1.1. Sürekli Değişkenlerin Temel Kavramları

1.1.1. Değişken Nedir?

Türk Dil Kurumu'na (TDK) göre “değişken” terimi, farklı bağlamlarda çeşitli anlamlar taşıyan bir kavramdır. İlk olarak, değişken sıfat olarak, değişme özelliği gösteren, çok değişen veya değişebilir anlamında kullanılır. Adalet Ağaoğlu'nun bir eserinde belirttiği gibi, “Dekor, hayatın sahneleri kadar değişken olmalıydı,” ifadesi, sürekli olarak değişen veya değişebilir olma durumunu ifade etmektedir. Matematik alanında ise değişken, iki farklı anlamda kullanılır: Değişik sayı değerleri alabilen nicelik ve bir denklemin katsayılarındaki farklılık gösteren nicelik. Her iki anlamda da, değişken terimi, parametre terimi ile ilişkilidir. Geometri alanında, bir koninin odağından çıkan dikeyin konikle kesiştiği noktaya kadar olan parçanın uzunluğu anlamında kullanılmakta olup, bu da parametre olarak adlandırılır. Son olarak, istatistik biliminde değişken, bir istatistik bütünün belli başlı niteliklerini daha basit ve kısa olarak gösterme olanağı veren ölçülebilir büyüklük anlamına gelir ve yine parametre terimi ile ifade edilir. Bu bağlamda, değişken terimi, çeşitli bilim dallarında ve günlük dilde farklı anlamlara sahip olup, her bir bağlamda farklı işlev ve öneme sahiptir. Bu nedenle, terimin kullanım alanlarını ve anlamlarını bilmek, doğru ve etkili bir iletişim için oldukça önemlidir (Özmen vd., 2018; “TDK ‘Değişken’ Sözlük Anlamı”, 2024).

Nicel (Kantitatif) Değişkenler

Nicel değişkenler sayısal değerlerle ifade edilir ve genellikle iki ana kategoriye ayrılır: Sürekli ve kesikli (Yıldırım, 2022).

- **Sürekli Değişken:** Bir sürekli değişken, belirli bir aralıkta herhangi bir değeri alabilir. Örneğin, bir hastanın vücut sıcaklığı sürekli bir değişkendir çünkü teorik olarak herhangi bir sayısal değeri alabilir. Ayrıca, bir arabanın kilometre sayacındaki mesafe de bir sürekli değişkendir; araç sürdükçe bu değer artmaya devam eder.

Matematikte nicel (kantitatif) değişkenler, genellikle sayısal ifadeler ve fonksiyonlar kullanılarak modellenir. Bu modeller, değişkenlerin sayısal özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri matematiksel terimlerle ifade etmeye imkan tanır (Özmen vd., 2018; Yıldırım, 2022).

Bir sürekli değişken x , reel sayılar kümesinde herhangi bir değeri alabilir. Genellikle bir aralık veya bölge $\mathcal{R}$ içinde tanımlanır. Sürekli bir değişkenin matematiksel olarak modellemesi $x \in \mathbb{R}$ biçimindedir. Burada, $\mathbb{R}$ tüm reel sayıları ifade eder. Bir fonksiyonun sürekli bir değişkene bağlı olarak ifadesi $f(x)$, $(x \in [a, b] \subseteq \mathbb{R})$ biçimindedir. Olasılık yoğunluk fonksiyonu ile ifadesi

$$0 \leq f(x) \leq 1, \int_a^b f(x)dx = 1$$

biçimindedir (Karakuş, 2021) . Bir aracın hızı sürekli bir değişkendir ve zamanla değişebilir. Hızını zaman t cinsinden $v(t)$ fonksiyonu ile aşığıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$v(t) = at + b$$

Burada a ivme ve b başlangıç hızıdır. Bu fonksiyon, zamanın bir fonksiyonu olarak aracın hızının nasıl değiştiiğini modellemek için kullanılır.

Sürekli ve kesikli değişkenlerin tanımlanması, toplam ve integral ifadeleri kullanılarak matematiksel olarak farklılaştırılır. Bu farklılaştırma, bu değişken türlerinin nasıl ele alındığını ve analiz edildiğini gösterir.

Kesikli Değişkenler ve Toplam İfadeleri

Kesikli değişkenler, belirli, sayılabilir değerler alır ve genellikle toplam $\sum$ işareti kullanılarak tanımlanan matematiksel işlemlerle analiz edilir. Bir kesikli değişken üzerindeki toplam, değişkenin alabileceği her bir değer için fonksiyonun değerlerinin toplanmasını

ifade eder. Örneğin, bir zarın her bir yüzünün çıkma olasılığı eşit olduğunda, zarın beklenen değeri (E) aşağıdaki toplam kullanılarak hesaplanabilir (Karakuş, 2021; Özmen vd., 2018):

$$E(X) = \sum_{x=1}^6 x \cdot P(X = x) = \frac{1}{6} \sum_{x=1}^6 x = \frac{1}{6}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)$$

Bu örnekte, $P(X = x)$ ifadesi x değerinin olasılığını temsil eder ve zarın her yüzü için $\frac{1}{6}$ 'dır.

Sürekli Değişkenler ve İntegral İfadeleri

Sürekli değişkenler, belirli bir aralıkta herhangi bir değeri alabilir ve analizleri genellikle integral $\int$ işareti kullanılarak yapılır. Sürekli bir değişken üzerindeki integral, değişkenin alabileceği tüm değerler boyunca bir fonksiyonun alanının hesaplanmasını ifade eder. Örneğin, bir aracın belirli bir süre t boyunca aldığı yol, hız fonksiyonunun zamana göre integrali kullanılarak hesaplanabilir (Tutak ve Güder, 2014):

$$S = \int_{t_0}^t v(t) dt$$

Burada, S yol, $v(t)$ zamana bağlı hız fonksiyonu ve t_0 ile t aralığındaki süreyi temsil eder.

Toplam ve integral ifadeleri, kesikli ve sürekli değişkenlerin nasıl işlendiğini ve bu değişken türlerinin analitik açıdan nasıl farklı olduğunu gösterir. Kesikli değişkenler genellikle sayısal toplamlarla ele alınırken, sürekli değişkenlerin analizi için sürekli fonksiyonların integrali gereklidir. Bu matematiksel araçlar, değişkenlerin özelliklerini anlamada ve çeşitli bilimsel ve mühendislik problemlerini çözmede temel rol oynar.

Fonksiyonlar ve Diferansiyel Denklemler

Nicel değişkenlerin davranışlarını açıklamak için diferansiyel denklemler kullanılır. Örneğin, bir kimyasal reaksiyonun hızını ifade eden bir hız kanunu, reaktan konsantrasyonlarının bir fonksiyonu olarak ifade edilebilir:

$$\frac{d[A]}{dt} = -k[A]^n$$

Burada $[A]$ reaktanın konsantrasyonunu, t zamanı, k reaksiyon hız sabitini ve n reaksiyon mertebesini temsil eder.

Nicel değişkenlerin bu şekilde modellenmesi, matematiksel analizler ve çeşitli matematiksel yöntemler kullanılarak bu değişkenlerin davranışlarının daha iyi anlaşılmasını sağlar. Matematik bölümünde bu tür modeller sıklıkla diferansiyel denklemler, olasılık teorisi, istatistiksel modeller ve çeşitli optimizasyon teknikleri ile çalışılır (Tutak ve Güder, 2014).

• **Kesikli Değişken:** Bir kesikli değişken ise belirli ve sayılabilir değerler alır. Bir sınıftaki öğrenci sayısı kesikli bir değişkendir çünkü yalnızca tam sayı değerleri alabilir. Başka bir örnek, bir hastanede yatan hastaların sayısıdır; bu sayı yine tam sayı olmalıdır ve aralarda bir değer alamaz (Karakuş, 2021).

Nitel (Kalitatif) Değişkenler

Nitel değişkenler, sayısal olmayan kategorik bilgileri ifade eder ve genellikle nominal veya ordinal olarak sınıflandırılır.

• **Nominal Değişken:** Bir nominal değişken, bir sınıflandırma veya etiketleme işlevi görür ve matematiksel bir sıralama taşımaz. Örneğin, bir anket çalışmasında cinsiyet (erkek, kadın, diğer) nominal bir değişkendir. Benzer şekilde, bir arabanın rengi (kırmızı, mavi, yeşil) de nominal bir değişkendir.

• **Ordinal Değişken:** Ordinal değişkenler ise bir sıralama veya derecelendirme ifade eder. Bir film eleştirisi sırasında verilen yıldız sayısı (1 yıldız, 2 yıldız, 3 yıldız) ordinal bir değişkendir çünkü derecelendirme yapar. Eğitim seviyesi (ilkokul, ortaokul, lise, üniversite) da bir ordinal değişkendir çünkü eğitim düzeyleri arasında bir sıralama vardır.

Değişkenler, araştırma tasarımında ve sonuçların yorumlanmasında merkezi bir rol oynar. Farklı türdeki değişkenler, araştırmacıya veriler arasındaki ilişkileri inceleme, hipotez test etme ve sonuçları analiz etme imkanı verir. Değişkenlerin doğru bir şekilde tanımlanması ve ölçülmesi, bilimsel çalışmaların geçerliliği ve güvenilirliği için esastır (Yıldırım, 2022).

1.2. Kuantum Sürekli Değişkenlerin Tanımı ve Önemi

Kuantum Sürekli Değişkenlerin Tanımı: Kuantum mekaniği, parçacıkların ve ışığın kuantum özelliklerini inceleyen bir fizik dalıdır (Yılmaz, 2007). Kuantum sistemler, genellikle sayısal (diskrit) kuantum durumları (örneğin, bir elektronun spin durumu) veya sürekli değişkenler kullanılarak tanımlanır. Sürekli değişkenler, belirli bir aralıkta herhangi bir değeri alabilen ve genellikle dalga fonksiyonları veya alanlar tarafından tanımlanan kuantum sistemleridir (Akyüz, 2012). Örnekler arasında bir parçacığın konumu, momentumu ve elektromanyetik alanların genlikleri sayılabilir.

Matematiksel Tanım: Kuantum sürekli değişken sistemler, genellikle Heisenberg belirsizlik ilkesi ile tanımlanan pozisyon x ve momentum p operatörleri ile karakterize edilir. Bu operatörlerin komütasyon ilişkisi $[x, p] = i\hbar$ şeklindedir, burada i sanal birim, $\hbar$ ise indirgenmiş Planck sabitidir. Bu ilişki, bir kuantum sisteminin pozisyon ve momentumunun aynı anda kesin olarak belirlenemeyeceğini gösterir, bu da kuantum mekaniğinin temel bir özelliğidir (Griffiths ve Schroeter, 2018).

Sürekli değişken kuantum sistemlerinin bir başka önemli yönü, dalga fonksiyonlarının kullanımıdır (Griffiths ve Schroeter, 2018). Bir kuantum sisteminin dalga fonksiyonu $\Psi(x, t)$, sistemin bir konumda x bulunma olasılığının karesi ile orantılıdır ve zamanla t nasıl evrimleştiğini açıklar. Schrödinger denklemi, bu dalga fonksiyonlarının zamanla nasıl evrimleşeceğini tanımlar (Schrödinger, 1926):

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = \hat{H} \psi(x, t)$$

Burada, $\hat{H}$ Hamiltonyen operatörüdür ve sistemin toplam enerjisini temsil eder.

Kuantum Sürekli Değişkenlerin Önemi: Kuantum sürekli değişkenler, kuantum bilgi işleme, kuantum metroloji ve kuantum kriptografi gibi alanlarda önemli uygulamalara sahiptir. Örneğin, kuantum anahtar dağıtımı (QKD) protokolleri, güvenli iletişim kanalları oluşturmak için kuantum sürekli değişkenlerin özelliklerinden faydalanır. Ayrıca, kuantum sürekli değişkenler kullanılarak yapılan hassas ölçümler, gravitasyonel dalga deteksiyonu gibi alanlarda devrim yaratma potansiyeline sahiptir (Serafini, 2017).

Kuantum sürekli değişken sistemleri, kuantum bilgisayarların geliştirilmesinde de önemli bir role sahip olabilir. Özellikle, sürekli değişken kuantum bilgisayarları, klasik bilgisayarların çözemediği problemleri çözme kapasitesine sahiptirler, bu da bu teknolojinin araştırılmasını son derece değerli kılar (Serafini, 2017).

1.3. Kuantum Mekaniğinde Ölçüm Teknikleri

Kuantum mekaniğinde ölçüm teknikleri, kuantum sistemlerin durumlarını ve dinamiklerini belirlemek için yapılır. Projeksiyon ölçümleri, POVM, Homodin ve Heterodin ölçümler, Yoğunluk Matrisi ve İz operatörleri gibi çeşitli ölçüm teknikleri ve bunların matematiksel modelleri, kuantum bilgi teorisi ve kuantum teknolojilerinin temel taşlarını oluştururlar (Serafini, 2017).

Kuantum mekaniğinde ölçüm, bir kuantum sisteminin durumunu belirlemek için yapılan bir işlemdir. Ölçüm süreçleri ve bu süreçlerin matematiksel modelleri kuantum mekaniğinde temel bir rol oynar. Kuantum mekaniğinde ölçüm tekniklerinin ve bunların matematiksel modellerinin bazılarını aşağıdadır (Hofer, 1997; Pahlavani, 2012).

1.3.1. Projeksiyon Ölçümleri (Projection Measurements)

Projeksiyon ölçümleri, bir kuantum sisteminin belirli bir özdeğerle ilişkili öz durumunda olup olmadığını belirlemek için yapılır (Pahlavani, 2012). Matematiksel modelleme aşağıdaki gibidir:

Projeksiyon ölçüm operatörleri P_i olarak adlandırılır ve aşağıdaki özelliklere sahiptir:

$$P_i P_j = \delta_{ij} P_i$$

ve

$$\sum_i P_i = I$$

Ölçüm sonucunda sistemin durum vektörü $|\psi\rangle$, P_i projeksiyon operatörü ile ilişkili öz durumunda bulunuyorsa, ölçüm sonucunda bu durum korunur:

$$P_i |\psi\rangle = \lambda_i |\psi\rangle$$

Ölçüm sonucunda i -inci özdeğer elde edilme olasılığı

$$p_i = \langle \psi | P_i | \psi \rangle$$

biçimindedir. Ölçümden sonra sistemin yeni durumu:

$$|\psi'\rangle = \frac{P_i |\psi\rangle}{\sqrt{\langle \psi | P_i | \psi \rangle}}$$

1.3.2. Pozitif Operatör Değerli Ölçümler (POVM - Positive Operator-Valued Measurements)

POVM, kuantum sistemlerin ölçümünü daha genel bir şekilde tanımlar (Giovannetti vd., 2004). Bu teknik, projeksiyon ölçümlerinden daha esnek bir çerçeve sunar. Matematiksel modelleme aşağıdaki gibidir:

POVM ölçüm operatörleri $\{E_i\}$ ile tanımlanır ve aşağıdaki özelliklere sahiptir:

$$E_i \geq 0 \text{ ve } \sum_i E_i = I$$

Ölçüm sonucunda i inci sonuç elde edilme olasılığı:

$$p_i = \langle \psi | E_i | \psi \rangle$$

Ölçümden sonra sistemin durumu (Kraus operatörleri $\{K_i\}$ kullanılarak):

$$\rho' = \frac{K_i \rho K_i^\dagger}{\text{Tr}(K_i \rho K_i^\dagger)}$$

Burada $(E_i = K_i^\dagger K_i)$ ve ρ sistemin yoğunluk matrisi (density matrix) ile temsil edilen durumudur (Yaşar, 2024).

1.3.3. Homodin ve Heterodin Ölçümler

Bu ölçüm teknikleri, özellikle kuantum optikte kullanılır ve kuantum alanlarının kuadratur bileşenlerini ölçmek için kullanılır (Hofer, 1997).

Homodin Ölçüm

Homodin ölçümde, kuantum alanının belirli bir kuadratur bileşeni ölçülür. Bu ölçüm, sinyali güçlü bir koherent durum olan yerel osilatör ile karıştırarak yapılır. Matematiksel modelleme aşağıdaki gibidir (Johansson vd., 2013; Yaşar, 2024):

1. Sinyal Alanı ($\hat{a}$): Ölçülmek istenen kuantum alanı.

2. Referans Alanı (Yerel Osilatör) ($\hat{a}_{LO}$): Güçlü bir klasik referans ışık kaynağı, genellikle bir lazer. Bu alan genellikle klasik bir alan olarak kabul edilir ve büyük bir genliğe sahiptir (Pahlavani, 2012):

$$\hat{a}_{LO} = |\alpha_{LO}| e^{i\theta}$$

Burada $|\alpha_{LO}|$ yerel osilatörün genliğini ve θ faz açısını temsil eder.

3. Beamsplitter Etkileşimi:

Sinyal alanı ($\hat{a}$) ve yerel osilatör ($\hat{a}_{LO}$) bir beamsplitter'da karıştırılır. Beamsplitter'ın çıkışındaki alan operatörleri $\hat{a}_1$ ve $\hat{a}_2$ şu şekilde ifade edilir:

$$\hat{a}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a} + \hat{a}_{LO})$$

ve

$$\hat{a}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a} - \hat{a}_{LO})$$

4. Dedektör Sinyalleri:

Beamsplitter çıkışlarındaki alanlar, iki dedektör tarafından ölçülür. Dedektörler, foton sayıları arasındaki farkı ölçer. Bu fark akımı (I), kuadratur operatörü ($\hat{X}_\theta$) ile orantılıdır:

$$I \propto \hat{X}_\theta = \hat{a}e^{-i\theta} + \hat{a}^\dagger e^{i\theta}$$

Burada $\hat{X}_\theta$, sinyal alanının θ fazındaki kuadratur operatörüdür.

5. Ölçüm Sonucu:

Dedektör fark sinyali, sinyal alanının ilgili kuadratur bileşenini ölçer:

$$\hat{X}_\theta = \hat{X} \cos(\theta) + \hat{P} \sin(\theta)$$

Burada $\hat{X}$ ve $\hat{P}$, sinyal alanının pozisyon ve momentum kuadratur operatörleridir.

Heterodin Ölçüm

Heterodin ölçüm, kuantum optikte kuadratur bileşenlerini ölçmek için kullanılan bir başka tekniktir. Heterodin ölçüm, homodin ölçümden farklı olarak, aynı anda iki ortogonal kuadratur bileşenini (genellikle pozisyon ve momentum) ölçer. Heterodin ölçümde, kuantum alanının hem $\hat{X}$ hem de $\hat{P}$ kuadratur bileşenleri aynı anda ölçülür. Matematiksel modelleme aşağıdaki gibidir:

1. Sinyal Alanı ($\hat{a}$): Ölçülmek istenen kuantum alanı.

2. Referans Alanı (Yerel Osilatör) ($\hat{a}_{LO}$): Güçlü bir klasik referans ışık kaynağı, genellikle bir lazer. Yerel osilatör, iki farklı fazda (genellikle 0 ve $\frac{\pi}{2}$) bulunur (Pahlavani, 2012):

$$\hat{a}_{LO1} = |\alpha_{LO}|e^{i\theta_1}$$

ve

$$\hat{a}_{LO2} = |\alpha_{LO}|e^{i(\theta_1+\frac{\pi}{2})}$$

3. Beamsplitter Etkileşimi:

Sinyal alanı ($\hat{a}$) ve yerel osilatör ($\hat{a}_{LO1}$) ve ($\hat{a}_{LO2}$) bir beamsplitter'da karıştırılır. Beamsplitter'ın çıkışındaki alan operatörleri $\hat{a}_1$, $\hat{a}_2$, $\hat{a}_3$, $\hat{a}_4$ şu şekilde ifade edilir:

$$\hat{a}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} + \hat{a}_{LO1})$$

$$\hat{a}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} - \hat{a}_{LO1})$$

$$\hat{a}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} + \hat{a}_{LO2})$$

ve

$$\hat{a}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} - \hat{a}_{LO2})$$

4. Dedektör Sinyalleri:

Beamsplitter çıkışlarındaki alanlar, dört dedektör tarafından ölçülür. Dedektörler, foton sayıları arasındaki farkı ölçer. Bu fark akımı (I), iki ortogonal kuadratur operatörü ($\hat{X}$) ve $\hat{P}$ ile orantılıdır:

$$I_1 \propto \hat{X} = \hat{a} + \hat{a}^\dagger$$

ve

$$I_2 \propto \hat{P} = -i(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)$$

5. Ölçüm Sonucu:

Dedektör fark sinyali, sinyal alanının pozisyon ve momentum kuadratur bileşenlerini ölçer. Ölçüm operatörleri şu şekilde tanımlanır.

$$\hat{X} = \hat{a} + \hat{a}^\dagger$$

ve

$$\hat{P} = -i(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)$$

Burada $\hat{X}$ ve $\hat{P}$, sinyal alanının pozisyon ve momentum kuadratur operatörleridir.

1.3.4. Yoğunluk Matrisi ve İz Operatörleri (Trace Operators)

Yoğunluk matrisi, karışık durumları (mixed states) tanımlamak için kullanılır. İz operatörleri, yoğunluk matrisinden ölçüm olasılıklarını hesaplamak için kullanılır (Pahlavani, 2012). Matematiksel modellemesi aşağıdaki gibidir:

Yoğunluk matrisi

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$$

biçimindedir. Ölçüm operatörü M kullanılarak ölçüm sonucunda i -inci sonuç elde edilme olasılığı

$$p_i = \text{Tr}(M_i \rho)$$

biçimindedir. Ölçümden sonra sistemin durumu

$$\rho' = \frac{M_i \rho M_i^\dagger}{\text{Tr}(M_i \rho M_i^\dagger)}$$

biçimindedir (Johansson vd., 2013; Yaşar, 2024).

1.4. Kuantum Mekaniğindeki Operatörler

Hilbert uzayının elemanlarını birbirine dönüştüren komutlara operatör (işlemci) denir. Bir operatör dalga fonksiyonuna uygulandığı zaman sistemin gözlenebilen bir özelliğini vermektedir. Klasik mekaniğin dinamik değişken adı verilen her niceliğine kuantum mekaniğinde bir hermitik operatör karşılık gelmektedir (Yılmaz, 2007).

Kuantum mekaniğinde, fiziksel ölçülebilir nicelikler (gözlenebilirler), Hilbert uzayı üzerinde tanımlı Hermitik operatörler aracılığıyla temsil edilir. Bu bağlamda, bir operatörün matematiksel olarak detaylandırılması, operatörlerin temel özelliklerini ve kuantum mekaniğindeki rolünü daha iyi anlamak için önemlidir (Sakar ve Yılmaz, 2015).

Operatörler: Matematiksel olarak, bir operatör $\hat{A}$ bir fonksiyonu alıp başka bir fonksiyona dönüştüren bir işlemdir. Kuantum mekaniğinde, bu fonksiyonlar genellikle Hilbert uzayının elemanları olan dalga fonksiyonlarıdır. ψ Bir operatör $\hat{A}$ bir dalga fonksiyonu ψ üzerine uygulandığında yeni bir dalga fonksiyonu Φ elde edilir: $\hat{A}\psi = \Phi$.

Hermitik Operatörler: Bir operatörün Hermitik (veya kendine eşlenik) olması, onun tüm özdeğerlerinin gerçel sayı olması ve özvektörlerinin tam bir baz seti oluşturması demektir. Matematiksel olarak, bir operatör $\hat{A}$ 'nın Hermitik olması için $\langle \phi | \hat{A} \psi \rangle = \langle \hat{A} \phi | \psi \rangle$ olmalıdır, burada $\langle \cdot | \cdot \rangle$ iç çarpımı temsil eder. Bu özellik, gözlenebilir bir niceliğin her zaman gerçel bir değer vermesini sağlar, çünkü fiziksel ölçümler gerçel sayılardır (Yılmaz, 2007).

1.4.1. Matematiksel İfadeler ve Örnekler (Beşergil, 2020)

Konum Operatör $\hat{x}$: Konum operatörü $\hat{x}$, dalga fonksiyonuna uygulandığında, parçacığın konumunu çarpan olarak geri verir: $\hat{x}\Psi(x) = x\Psi(x)$.

Momentum Operatörü ($\hat{p}$): Kuantum mekaniğinde, momentum operatörü kısmi türev operatörü olarak ifade edilir: $\hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$. Dalga fonksiyonuna uygulandığında, parçacığın momentumunun bir gösterimini sağlar: $\hat{p}\Psi(x) = -i\hbar \frac{\partial \Psi(x)}{\partial x}$.

Hamiltonyen Operatörü $\hat{H}$: Sistemin toplam enerjisini temsil eder ve genellikle kinetik ve potansiyel enerji terimlerinin toplamı olarak ifade edilir: $\hat{H} = \hat{K} + \hat{V}$, burada $\hat{K}$ kinetik enerji ve $\hat{V}$ potansiyel enerji operatörüdür. Schrödinger denkleminde kullanılır: $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = \hat{H}\Psi(x, t)$.

Bu operatörler, kuantum mekaniğinde bir sistemin dinamiklerini ve fiziksel özelliklerini incelemek için kullanılır. Her bir operatör, kuantum sisteminin bir özelliğine karşılık gelir ve bu özelliklerin ölçümleri, operatörlerin özdeğerleri aracılığıyla elde edilir. Hermitik operatörlerin kullanımı, kuantum mekaniğindeki gözlemlerin gerçekliğini ve tutarlılığını garanti eder.

Çizelge 1

Klasik mekanik ile kuantum mekanik operatörler (Beşergil, 2020)

Klasik Mekanik		Kuantum Mekaniği
Konum	x	$\hat{x}$
	y	$\hat{y}$
	z	$\hat{z}$
Lineer Momentum	P_x	$P_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$
	P_y	$P_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}$
	P_z	$P_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}$
Enerji	E	$E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$
Hamiltonyen	$H = K + V$	$\mathcal{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V$

1.4.2. $\hat{a}$ Yok Etme (Annihilator) ve $\hat{a}^\dagger$ Yaratma (Creation) Operatörleri

Bu iki operatör, harmonik osilatörün Schrödinger denkleminin çözümünü büyük ölçüde basitleştirir. Bu operatörlerin kullanımı, ayrıca kuantum mekaniğindeki diğer pek çok problem için de uygundur, özellikle de parçacıkların yaratılması ve yok edilmesi gereken kuantum alan teorisi problemlerinde çok sık kullanılan operatörleridir. Bu operatörler aşağıdaki gibi tanımlanır (Jordan, 2012):

$$\hat{a}^\dagger = \frac{m\omega\hat{x} - i\hat{p}}{\sqrt{2m\hbar\omega}}$$

ve

$$\hat{a} = \frac{m\omega\hat{x} + i\hat{p}}{\sqrt{2m\hbar\omega}}$$

- $\hat{a}^\dagger$: Yaratma operatörü (veya artırma operatörü). Bu operatör, bir harmonik osilatörün enerji seviyesini bir birim yükseltir. Operatör uygulandığında, osilatörün kuantum durumu daha yüksek bir enerji seviyesine geçer.
- $\hat{a}$: Yok etme operatörü (veya azaltma operatörü). Bu operatör, bir harmonik osilatörün enerji seviyesini bir birim azaltır. Operatör uygulandığında, osilatörün kuantum durumu daha düşük bir enerji seviyesine geçer.

$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$ yaratma operatörü, tam tersine, enerji seviyeleri arasında yukarıya doğru bir geçiş sağlar. Bu operatör bir enerji durumuna etki ettiğinde, sistem bir üst enerji seviyesine çıkar:

$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$ Yok etme operatörü, harmonik osilatörün enerji seviyeleri arasında aşağıya doğru bir geçiş sağlar. Eğer bu operatör bir enerji durumuna etki ederse, sistem bir alt enerji seviyesine düşer.

1.4.3. Sıkıştırma Operatörü

Sıkıştırma operatörü $S(r, \phi)$, kuantum optikte sıkıştırılmış vakum durumlarını üretmek için kullanılır. Bu operatör, kuantum durumunun belirli bir bileşeninin belirsizliğini azaltırken diğer bileşeninin belirsizliğini artırarak çalışır. Matematiksel olarak, sıkıştırma operatörü şu şekilde tanımlanır (Serafini, 2017):

$$S(r, \phi) = e^{\left(\frac{r}{2}(e^{-i\phi}\hat{a}^2 - e^{i\phi}\hat{a}^{\dagger 2})\right)}$$

veya

$$S(r, \phi) = \cosh(r) + \sinh(r) (e^{-i\phi}\hat{a}^2 - e^{i\phi}\hat{a}^{\dagger 2})$$

Burada,

- r sıkıştırma parametresidir ve sıkıştırmanın derecesini belirler,
- ϕ faz açısıdır ve sıkıştırmanın yönünü belirler

ve

- $\hat{a}$ ve $\hat{a}^\dagger$ sırasıyla annihilation ve creation operatörleridir.

1.4.4. Yer Değiştirme Operatörü ($D(\alpha)$)

Yer değiştirme operatörü, koherent durumlar ve faz uzayındaki yer değiştirme işlemleri için kritik bir rol oynar. Bu operatör, sıkıştırılmış vakum durumları ve kuantum anahtar dağıtımı gibi uygulamalarda önemli bir bileşendir. Yer değiştirme operatörünün matematiksel formu ve özellikleri, kuantum optik ve kuantum bilgi teorisi çalışmalarında yaygın olarak kullanılır. Yer değiştirme operatörü, kuantum durumlarını faz uzayında yer değiştirmek için kullanılır ve koherent durumların tanımlanmasında temel bir rol oynar (Serafini, 2017).

Yer değiştirme operatörü $D(\alpha)$ şu şekilde tanımlanır:

$$D(\alpha) = e^{(\hat{\alpha}^\dagger - \alpha^* \hat{a})}$$

Burada, α , yer değiştirme parametresidir ve genellikle kompleks bir sayıdır ve α^* , α parametresinin kompleks eşleniğidir. Yer değiştirme operatörü ile ilgili bazı özellikler aşağıdaki gibidir:

1. Koherent Durumlar: Yer değiştirme operatörü, vakum durumuna uygulandığında bir koherent durum oluşturur:

$$D(\alpha)|0\rangle = |\alpha\rangle$$

2. İşlem Özellikleri: Yer değiştirme operatörleri, faz uzayında bir kuantum durumunu yer değiştirerek temsil edilir:

$$D(\alpha)D(\beta) = D(\alpha + \beta) \exp\left(\frac{1}{2}(\alpha\beta^* - \alpha^*\beta)\right)$$

3. Hermisyan Değil: Yer değiştirme operatörü Hermisyan değildir, yani $(D(\alpha) \neq D(\alpha)^\dagger$.

4. Birim Operatör: Yer değiştirme operatörü, koherent durumların oluşturulmasında temel bir rol oynar ve birim operatör olarak davranır:

$$D(\alpha)^\dagger D(\alpha) = I$$

1.4.5. Koherent Durum

Koherent durumlar, kuantum optiğinde çok önemli olan özel bir kuantum durumudur. Bu durumlar, klasik alanın kuvvetli olduğu durumlarda optik alanın kuantum doğasını tanımlamak için sıklıkla kullanılır. Ayrıca, belirli bir faz ve genlikle klasik bir elektromanyetik dalga ile aynı istatistiklere sahip olduklarından, klasik optiğe en yakın kuantum mekanik karşılığı olarak da görülürler (Serafini, 2017).

Bir koherent durum, yaratma operatörünün özdeğer denklemi ile tanımlanır:

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$$

Bu durumlar, $\hat{a}$ operatörünün özvektörleridir ve özdeğerleri kompleks sayı olan α ile verilir. Koherent durumların matematiksel ifadesi, Fock durumlarının (sayı durumları) bir süperpozisyonu olarak yazılabilir:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{\alpha^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$

Burada, $|n\rangle$, Fock durumlarını, n ise foton sayısını temsil eder. Ayrıca,

- e , doğal logaritmanın tabanı olan bir matematiksel sabittir,
- α , genellikle karmaşık bir sayı olan koherent durumun genlik parametresidir,
- $\sum$ sembolü toplam sembolünü temsil etmektedir,
- $n!$, n faktöriyelini temsil eder (yani, 1'den n 'ye kadar olan tüm tam sayıların çarpımıdır)
- $|n\rangle$, n fotonlu durumu temsil eder.

1.4.6. Wigner Fonksiyonu

Bir kuantum durumun faz uzayı dağılımını tanımlayan ve kuantum optikte sıkça kullanılan bir fonksiyondur. Kuantum mekaniği genellikle olasılıklar üzerinden anlaşılır, ancak Wigner fonksiyonu bir kuantum durumun faz uzayındaki tam dağılımı hakkında bilgi verir. Wigner fonksiyonu, genellikle bir durumun hem konum hem de momentum dağılımlarını aynı anda gösteren bir faz uzayı diyagramında çizilir (Wootters, 1987).

Bir koherent durumun Wigner fonksiyonu, bir Gaussian (normal) dağılımıdır. Bu, koherent durumun, klasik bir elektromanyetik dalga ile ilişkili olduğunu gösterir, çünkü bir klasik dalga, belirli bir genlik ve fazla karakterize edilir ve bu bilgiler bir koherent durumun Wigner fonksiyonunda görülebilir.

Matematiksel olarak, bir koherent durum $|\alpha\rangle$ için Wigner fonksiyonu $W(x, p)$ şu şekilde tanımlanabilir:

$$W(x, p) = \frac{1}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x - y) \psi(x + y) e^{ipy/\hbar} dy$$

Burada,

- x ve p sırasıyla konum ve momentum koordinatlarıdır,
- α , koherent durumun genlik parametresidir,
- $\text{Re}[\alpha]$ ve $\text{Im}[\alpha]$, α 'nın reel ve sanal parçalarıdır

ve

- exp fonksiyonu, e 'nin (doğal logaritma tabanı) üssünü alır.

1.5. Kuantum Sürekli Değişkenler İçin Kullanılan Kapılar

Sürekli değişkenli kuantum sistemleri için bazı temel kapılar aşağıdaki gibidir:

1. Displacement kapısı (Dgate): Bu kapı, bir kuantum durumunu faz uzayında hareket ettirir. Bu, bir durumun belirli bir genlik ve fazla "kaydırılmasına" neden olur.
2. Squeeze kapısı (Sgate): Bu kapı, kuantum durumun faz uzayında bir "sıkıştırma" işlemi gerçekleştirir. Bu, durumun belirli bir genlik ve fazda sıkıştırılmasına neden olur.
3. Rotation kapısı (Rgate): Bu kapı, bir kuantum durumun fazını döndürür.
4. Two-mode squeeze kapısı (BSgate): Bu kapı, iki mod arasında entanglement oluşturur. Bir çeşit ışık hüzmesi bölücüsü olarak düşünülebilir.
5. Kerr kapısı (Kgate): Bu kapı, bir kuantum durumunun fazını modifiye eder. Belirli bir genlikte non-lineer bir faz değişikliği uygular.
6. Fourier kapısı (Fourier): Bu kapı, modun Fourier transformunu uygular.
7. Gaussian Transform kapısı (GaussianTransform): Bu kapı, bir Gaussian dönüşüm matrisi uygular.
8. Interferometer kapısı (Interferometer): Bu kapı, bir interferometer matrisi uygular.
9. Cubic Phase kapısı (Vgate): Bu kapı, bir kuantum durumunun fazına kübik bir değişiklik uygular.
10. Quadratic Phase kapısı (Pgate): Bu kapı, bir kuantum durumunun fazına karesel bir değişiklik uygular.

1.6. De Broglie Hipotezi

Louis de Broglie'nin 1924'te ortaya koyduğu hipotez, kuantum mekaniğinde devrim yaratan bir paradigma değişikliği olarak kabul edilir. De Broglie, doğanın simetriyi sevdiğini

öne sürerek, ışık gibi radyasyonun belirli durumlar altında parçacık olarak ve diğer durumlar altında dalga olarak davranabildiğini belirtmiştir. Bu simetri ilkesi, klasik olarak parçacıklar olarak kabul edilen maddelerin (örneğin elektronlar) uygun koşullar altında dalga özellikleri gösterebileceğine dair hipotez ortaya atmıştır (De Broglie, 1929).

LOUIS DE BROGLIE

The wave nature of the electron

Nobel Lecture, December 12, 1929

When in 1920 I resumed my studies of theoretical physics which had long been interrupted by circumstances beyond my control, I was far from the idea that my studies would bring me several years later to receive such a high and envied prize as that awarded by the Swedish Academy of Sciences each year to a scientist: the Nobel Prize for Physics. What at that time drew me towards theoretical physics was not the hope that such a high distinction would ever crown my work; I was attracted to theoretical physics by the mystery enshrouding the structure of matter and the structure of radiations, a mystery which deepened as the strange quantum concept introduced by Planck in 1900 in his research on black-body radiation continued to encroach on the whole domain of physics.

To assist you to understand how my studies developed, I must first depict for you the crisis which physics had then been passing through for some twenty years.

Şekil 1. Louis de Broglie

De Broglie, her maddenin dalga benzeri davranışlar gösterebileceğini öne sürmüştür. Örneğin, bir elektron demeti, ışık demeti veya su dalgası gibi kırınım yapabilir. Madde ve radyasyonun hem dalga hem de parçacık özellikleri gösterdiği bu özellik, madde ve ışığın çift doğası olarak bilinir.

De Broglie Dalgaboyu: Bir fotonun enerjisi

Parçacık olduğu zaman $E = mc^2$

Dalga özelliği olduğu zaman $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

Burada, m parçacığın kütlesi, c ışık hızı, h Planck sabiti, ν frekans ve λ dalgaboyudur. De Broglie, bu iki ifadeyi karşılaştırarak parçacıklar için aşağıdaki gibi bir dalgaboyu tanımı yapmıştır:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Burada, p parçacığın momentumu ve v parçacığın hızıdır. Bu ilişki, parçacıkların da dalga özellikleri gösterdiğini ve bu dalgaların “madde dalgaları” olarak adlandırılabilceğini göstermektedir.

De Broglie hipotezinin doğrulanması, kuantum mekaniğinin gelişiminde önemli bir adım olmuştur ve parçacıkların dalga özellikleri gösterebileceğini kanıtlamıştır. Bu, daha sonraki teorik çalışmalar için bir temel oluşturmuş ve Schrödinger’in dalga mekaniği formülasyonuna yol açmıştır.

1.7. Kuantum Hesaplamanın Tarihçesi ve Sürekli Değişkenlerin Önemi

Kuantum sürekli değişkenler kavramı, 1926 yılında Erwin Schrödinger tarafından ortaya atıldı (Schrödinger, 1926). Schrödinger, elektronların davranışını daha iyi anlamak ve atomik sistemleri modellemek için Schrödinger denklemi olarak bilinen bir dalga denklemi geliştirdi (Schrödinger, 1926). Bu çalışması Şekil 2’de gösterilmektedir.

Second Series

December, 1926

Vol. 28, No. 6

THE PHYSICAL REVIEW

AN UNDULATORY THEORY OF THE MECHANICS OF ATOMS AND MOLECULES

BY E. SCHRÖDINGER

ABSTRACT

The paper gives an account of the author's work on a new form of quantum theory. §1. The Hamiltonian analogy between mechanics and optics. §2. The analogy is to be extended to include real “physical” or “undulatory” mechanics instead of mere geometrical mechanics. §3. The significance of wave-length; macro-mechanical and micro-mechanical problems. §4. The wave-equation and its application to the hydrogen atom. §5. The intrinsic reason for the appearance of discrete characteristic frequencies. §6. Other problems; intensity of emitted light. §7. The wave-equation derived from a Hamiltonian variation-principle; generalization to an arbitrary conservative system. §8. The wave-function physically means and determines a continuous distribution of electricity in space, the fluctuations of which determine the radiation by the laws of ordinary electrodynamics. §9. Non-conservative systems. Theory of dispersion and scattering and of the “transitions” between the “stationary states.” §10. The question of relativity and the action of a magnetic field. Incompleteness of that part of the theory.

Şekil 2. Erwin Schrödinger’in makalesi (Schrödinger, 1926)

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x) \right] \psi(x, t) \quad (1.1)$$

Denklem (1.1)'de

- i : İmajiner birimi temsil eder ve $\sqrt{-1}$ 'e eşittir,
 - $\hbar$: İndirgenmiş Planck sabiti olarak bilinir ve $\frac{h}{2\pi}$ ile ifade edilir,
 - $\frac{\partial}{\partial t}$: Zamanla ilgili kısmi türevi gösterir,
 - $\psi(x, t)$: Zaman ve uzay bağlamında parçacığın dalga fonksiyonudur,
 - ∇^2 : Laplace operatörüdür ve uzayda ikinci dereceden kısmi türevlerin toplamını temsil eder,
 - $V(x)$: Uzaya bağlı potansiyel enerji fonksiyonudur
- ve
- m : Parçacığın kütlesidir.

Bu denklem, sürekli değişkenlerin matematiksel ifadesini sağlayarak, kuantum mekaniğinin sürekli durumları ve olasılık dağılımlarını açıklamaktadır. Schrödinger denklemi, klasik mekanikte olduğu gibi pozisyon ve momentum gibi sürekli değişkenlere dayanır. Bu denklem, zamanla değişen dalga fonksiyonlarını tanımlayarak kuantum sisteminin durumunu açıklar. Zamandan bağımsız Schrödinger Denklemi (Denklem (1.2))

$$H\psi(x) = E\psi(x), \quad H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(x) \quad (1.2)$$

ile verilmiştir. Burada, H , Hamiltontendir.

Sürekli değişkenlerin kullanılması, kuantum mekaniğinde daha geniş bir matematiksel çerçeve sağlar ve sistemlerin sürekli bir şekilde değişen özelliklerini modellemeye imkân tanır.

Kuantum hesaplama, geleneksel bilgisayarların sınırlamalarını aşmayı hedefleyen ve kuantum mekaniği prensiplerine dayanan bir bilgi işlem paradigmasıdır. Kuantum hesaplamanın kökenleri, Richard Feynman tarafından 1982 yılında ortaya atılan bir fikirle başlamıştır. Feynman, doğal olarak gerçekleşen kuantum sistemlerini taklit eden bir bilgisayarın, belirli hesaplama görevlerini daha etkili bir şekilde gerçekleştirebileceğini öne sürmüştür.

Kuantum hesaplama alanındaki çalışmalar, 1990'lı yıllarda Peter Shor'un kuantum algoritmalarıyla büyük bir ilerleme kaydetmiştir. Shor, 1994 yılında faktörizasyon problemi üzerinde çalışan bir kuantum algoritması geliştirmiştir. Bu algoritma, RSA gibi yaygın olarak kullanılan kriptografik sistemleri çözebilecek bir potansiyele sahiptir. Shor'un çalışması, kuantum hesaplamanın gerçek bir tehdit oluşturabileceğini göstermiş ve bu alanda büyük bir ilgi uyandırmıştır.

Kuantum hesaplama alanındaki diğer önemli adımlardan biri, 1996 yılında Lov Grover tarafından geliştirilen Grover algoritmasıdır. Grover algoritması, arama problemlerini çözmek için kuantum hesaplama gücünü kullanır ve bazı durumlarda geleneksel arama algoritmalarından daha hızlı sonuçlar elde edebilir.

Bu dönemde kuantum hesaplama alanında büyük ilerlemeler kaydedilirken, pratik uygulamalar için hala birçok teknik zorluk vardı. Ancak 2001 yılında IBM, 7 qubitlik bir kuantum bilgisayarını oluşturarak ilk deneysel kuantum hesaplama başarısını elde etti. Bu başarı, kuantum hesaplamanın potansiyelinin gerçek bir fiziksel sistemde gerçekleştirilebileceğini göstermiştir.

Sonraki yıllarda, araştırmacılar daha fazla qubit içeren kuantum bilgisayarları oluşturma ve kuantum hata düzeltme tekniklerini geliştirme konusunda çalışmalara devam ettiler. 2019 yılında Google, Sycamore adlı 53 qubitlik bir kuantum bilgisayarıyla "kuantum üstünlüğü"nü gösterdi. Bu, belirli bir hesaplama görevini klasik bir bilgisayara göre çok daha hızlı bir şekilde gerçekleştirebildiğini gösteren bir dönüm noktası oldu.

Günümüzde kuantum hesaplama alanı hızla gelişmekte ve büyük ilgi görmektedir. Birçok şirket ve araştırma kuruluşu, daha fazla qubit içeren ve daha istikrarlı kuantum bilgisayarları geliştirmek için çalışmalarını sürdürmektedir. Ayrıca, kuantum algoritmalarının geliştirilmesi ve kuantum hesaplamanın pratik uygulamalarda kullanımı üzerine yapılan çalışmalar da devam etmektedir.

Sonuç olarak, kuantum hesaplama alanı, Feynman ve Shor gibi önemli isimlerin öncülüğünde büyük bir ilerleme kaydetmiş ve gelecekte geleneksel bilgisayarların sınırlamalarını aşabilen güçlü ve etkili bir bilgi işlem paradigmaları sunma potansiyeline sahip olmuştur. Sürekli olarak gelişen teknolojiler ve araştırmalar, kuantum hesaplamanın potansiyelini gerçekleştirmek ve pratik uygulamalarda kullanımını genişletmek için yeni fırsatlar sunmaktadır. Etnosentrizm, çalışma tarafından bireyin kendi grubunun her şeyin merkezi olmasının teknik adı olarak tanımlanmıştır. Bu tanıma devamla, grubun dışında kalan her şey de gruba ait değerler sistemi ile ölçülmekte ve değerlendirilmektedir.



İKİNCİ BÖLÜM

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Sürekli değişkenli kuantum hesaplama (CVQC), kuantum mekaniğinin sürekli değişkenler üzerine inşa edildiği ve kuantum bilgi işlemenin yalnızca kesikli kuantum bitleri (qubits) ile değil, aynı zamanda sürekli değişkenlerle de gerçekleştirilebileceğini öne süren bir hesaplama paradigmasıdır. Bu alandaki ilk önemli çalışma, Lloyd ve Braunstein (1999) tarafından yapılmıştır. Sürekli değişkenli kuantum sistemlerin, kuantum teleportasyonu ve kuantum anahtar dağıtımı gibi kritik kuantum bilgi işleme görevlerini yerine getirebileceğini kanıtlamışlardır, bu da CVQC'nin teorik ve pratik uygulamaları için sağlam bir temel oluşturmuştur (Serafini, 2017).

Bu temel çalışmadan sonra, Gottesman, Kitaev ve Preskill (Gottesman vd., 2001) , sürekli değişkenlerle kuantum hata düzeltme kodlarının nasıl oluşturulabileceğini araştırmışlardır. Bu, CVQC'nin pratikte uygulanabilirliğini artıran önemli bir ilerleme olarak kabul edilir. Kuantum metroloji ve hassas ölçüm tekniklerinin geliştirilmesinde de önemli bir rol oynamış olan sürekli değişkenli kuantum hesaplama, Giovannetti vd. (2004) tarafından incelenmiştir. Bu çalışmalar, CVQC'nin teorik temellerini daha da güçlendirerek, kuantum mekaniğinin temel prensiplerinin pratik teknolojilere nasıl uygulanabileceğini göstermiştir.

Braunstein ve van Loock (2005), sürekli değişkenli kuantum bilgi işlemenin temellerini ve çeşitli protokollerini ayrıntılı bir şekilde inceleyerek, CVQC'nin teorik altyapısını genişletmişlerdir. Bu çalışma, alandaki araştırmalara yön vermiş ve CVQC'nin uygulama potansiyelini ortaya koymuştur, özellikle kuantum optik ve fotonik sistemlerde.

Deng vd. (2016) ile Landon-Cardinal vd. (2018), sırasıyla kuantum harmonik osilatörlerinin zaman evriminin simülasyonu ve sürekli değişkenli kuantum sistemleri için niceliksel tomografi üzerine çalışmışlardır. Bu çalışmalar, sürekli değişkenli kuantum sistemlerinin kuantum tomografisi ve simülasyonu için kullanılma potansiyelini göstermiştir.

Sürekli değişkenli kuantum devrelerinin ve algoritmalarının geliştirilmesi üzerine olan araştırmalar hız kazanmış, özellikle Weedbrook vd. (2012) tarafından yapılan genel

inceleme ile. Bu araştırma, CVQC'nin temel konseptlerini ve tekniklerini özetlemiş ve kuantum bilgisayarların hesaplama kapasitesini artırma potansiyelini vurgulamıştır.

Pfister (2019) tarafından yapılan kapsamlı inceleme, kuantum optik frekans taramasında CVQC'nin büyük ölçekli hata toleranslı kuantum hesaplama ve kuantum simülasyonuna doğru kaymasını vurgulamıştır. Ayrıca, Diep vd. (2020), kriptografide CVQC'nin uygulamalarını tartışmış ve fiziksel gözlemlerin kuantum anahtar dağıtımı ve güvenli iletişim için nasıl kullanılabileceğini ortaya koymuştur.

Son yıllarda yapılan önemli ilerlemeler arasında, Asavanant vd. (2019) tarafından karmaşık iç içe geçmiş durumların oluşturulması ve Yang vd. (2021) tarafından sıkıştırılmış kuantum mikro tarakları üzerine yapılan çalışma bulunmaktadır (Yang, 2022). Bunlar, CVQC'nin ölçeklenebilir evrensel kuantum hesaplama ve kuantum ağ oluşturma potansiyelini sergilemektedir (Asavanant vd., 2019).

Asavanant ve Furusawa (2024) çalışmasında çok taraflı sürekli-değişken optik kuantum dolanıklığının üretilmesi ve uygulamaları üzerine yoğunlaşmaktadır. Araştırmacılar, çok modlu sürekli-değişken kuantum durumlarını doğrulamak için yeni metodlar geliştirerek, bu durumların kuantum bilgi işleme ve güvenli iletişimde nasıl kullanılabileceğini açıklamaktadır. Bu çalışma, tezimin sürekli-değişken kuantum sistemlerinin pratik uygulamalarını analiz etme bölümü için temel bir kaynak olarak hizmet edecektir.

Liu vd. (2024) nın bu araştırması, terahertz bandında sürekli-değişken ölçüm-cihazı bağımsız kuantum anahtar dağıtımını konu almaktadır. Çalışma, sürekli-değişken sistemlerin kuantum iletişimi alanında nasıl etkin bir şekilde kullanılabileceğini ve bu teknolojinin güvenliğini nasıl artırabileceğini göstermektedir. Bu bulgular, tezimde kuantum iletişimi üzerine yapacağım çalışmalar için değerli bir temel oluşturmaktadır.

Mazza ve Budroni (2024) rekabetçi düzenlerle kuantum malzemelerde kolektif dolanıklığı incelemişlerdir. Bu çalışma, sürekli değişkenler için dolanıklık kriterlerinin kuantum malzemelerdeki uygulamalarını detaylı bir şekilde analiz ederek, bu malzemelerin kuantum durumlarının daha iyi anlaşılmasını sağlamaktadır.

Son olarak, sürekli değişkenli kuantum algoritmaları ve kuantum hata düzeltme üzerine artan ilgi, Booth (2021) ve Hao vd. (2015) tarafından yapılan çalışmalarla temsil edilmiştir. Bu çalışmalar, qubit tabanlı modellerin ötesinde alternatif kuantum hesaplama

paradigmasını keşfetmeye katkıda bulunmuş ve kuantum bilgi işlemenin ilerletilmesi için yeni yollar sunmuştur.

Bu geniş çaplı araştırmalar, sürekli değişkenli kuantum hesaplamanın, teorik temellerden pratik uygulamalara kadar olan evrimini ve kuantum bilgi işleme, iletişim ve hesaplama için sürekli değişkenlerin benzersiz özelliklerinden nasıl yararlanılabileceğini göstermektedir.



ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

MATERYAL VE YÖNTEM

Tezimizde, Sürekli Değişkenli Kuantum Hesaplama (Continuous Variable Quantum Computing, CVQC) modelleri ve algoritmalarını incelemek üzere kapsamlı bir yöntem kullanılmıştır. CVQC, kuantum bilgi işleminin temel prensiplerine dayanan ve pozisyon ve momentum gibi sürekli değişkenlerin kullanıldığı bir hesaplama paradigmasıdır. Araştırmamızın temel amacı, CVQC modellerinin matematiksel temellerini ortaya koymak ve bu modellerin çeşitli kuantum algoritmalarındaki uygulamalarını değerlendirmektir.

3.1. Yöntemin Kapsamı

Sürekli Değişkenli Kuantum Hesaplama (Continuous Variable Quantum Computing, CVQC), kuantum bilgi işleminin belirli bir alt alanıdır ve klasik bitler yerine sürekli değişkenler (continuous variables, CV) kullanılarak bilgi işleme sürecini gerçekleştirir. Sürekli değişkenler, genellikle pozisyon $\hat{x}$ ve momentum $\hat{p}$ operatörleri gibi fiziksel büyüklükler tarafından temsil edilir. CVQC, kuantum optik ve kuantum bilgi işleme gibi alanlarda büyük ilgi görmektedir.

Sürekli değişkenli kuantum hesaplama, pozisyon $\hat{x}$ ve momentum $\hat{p}$ gibi sürekli değişkenlerle çalışır. Bu değişkenler, kuantum sistemlerinin durumlarını ve dinamiklerini tanımlamak için kullanılır. Sürekli değişkenlerin temel özellikleri şunlardır:

- Pozisyon Operatörü $\hat{x}$: Bir parçacığın uzaydaki konumunu temsil eder.
- Momentum Operatörü $\hat{p}$: Bir parçacığın hareket miktarını temsil eder.

Bu operatörler, kuantum mekaniğinde aşağıdaki komütasyon ilişkisi ile tanımlanır:

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$$

Bu ilişki, pozisyon ve momentumun aynı anda kesin olarak ölçülemeyeceğini gösterir ve Heisenberg belirsizlik ilkesini ifade eder (Adesso vd., 2007).

Çizelge 2

Kuantum sürekli değişkenler ile kuantum kesikli değişkenler arasındaki farklar

Özellik	Kuantum Sürekli Değişkenler (KSD)	Kuantum Kesikli Değişkenler (KKD)
Temsil	Pozisyon, momentum, elektromanyetik alan amplitüdü gibi sürekli değişkenler kullanılır.	Kubit, kübit gibi kesikli değişkenler kullanılır.
Fiziksel Sistemler	Optik ve elektromekanik sistemler gibi sürekli değişkenli sistemler.	Atomlar, elektronlar, fotonlar gibi kesikli değişkenli sistemler.
İşlem Kapasitesi	Genellikle daha yüksek işlem kapasitesine sahiptir.	Genellikle daha düşük işlem kapasitesine sahiptir, ancak özel algoritmalarla yüksek performans gösterebilir.
Hata Düzeltme	Kuantum hata düzeltme ve kuantum toleransı açısından daha dayanıklıdır. Çünkü sürekli değişkenlerle çalışan sistemlerde hata düzeltme teknikleri farklıdır.	Hata düzeltme ve tolerans konularında gelişmiş teknikler gerektirir, qubit tabanlı sistemlerde hata oranları daha belirgindir.
Enerji Etkinliği	Enerji ve bant genişliği kullanımı açısından daha verimlidir.	Enerji ve bant genişliği kullanımı açısından daha az verimlidir, ancak bu, uygulamaya bağlı olarak değişebilir.
Teknolojik Uyumluluk	Mevcut optik ve elektromekanik teknolojilerle daha kolay entegre edilebilir.	Mevcut teknolojilerle entegrasyon zorlukları yaşayabilir, ancak kuantum bilgisayarlar için özel olarak geliştirilen teknolojiler bu entegrasyonu kolaylaştırmaktadır.
Uygulama Alanları	Kuantum iletişim, kuantum anahtar dağıtımı, kuantum sıkıştırma, kuantum teleportasyon gibi alanlarda kullanılır.	Kuantum hesaplama, kuantum simülasyon, kuantum kimyası, kuantum optimizasyon gibi daha hesaplama yoğun alanlarda tercih edilir.

3.2. Sürekli Değişkenli Kuantum Hesaplama Modelleri

3.2.1. Gottesman-Kitaev-Preskill (GKP) Kodları

GKP kodları, Daniel Gottesman, Alexei Kitaev ve John Preskill tarafından 2001 yılında önerilmiştir. Bu kodlar, kuantum hata düzeltme teorisinde önemli bir gelişme olarak kabul edilir. GKP kodlarının geliştirilmesinin arkasındaki temel motivasyon, sürekli değişkenli kuantum sistemlerin hata düzeltme gereksinimlerine uygun bir çerçeve sunmaktır. Geleneksel kuantum hata düzeltme kodları genellikle kesikli değişkenler (qubitler) ile çalışırken, GKP kodları sürekli değişkenler (pozisyon ve momentum) ile çalışır (Gottesman vd., 2001).

Gottesman-Kitaev-Preskill (GKP) kodları, sürekli değişkenli kuantum hesaplamada hata düzeltme için kritik bir öneme sahiptir. Kuantum bilgisayarların güvenilir bir şekilde çalışabilmesi için kuantum hata düzeltme kodlarına ihtiyaç vardır. GKP kodları, sürekli değişkenli kuantum sistemler için hata düzeltme imkanı sunarak bu sistemlerin pratik ve güvenilir bir şekilde kullanılabilmesini sağlar. Bu kodlar, özellikle kuantum optik ve kuantum iletişim alanlarında geniş uygulama alanlarına sahiptir (Gottesman vd., 2001).

GKP kodları, kuantum bilgi işlem, kuantum iletişim ve kuantum kriptografi gibi çeşitli alanlarda uygulanmaktadır. Özellikle kuantum optik sistemlerde, bu kodlar hata düzeltme ve bilgi koruma amaçlı kullanılır. GKP kodları, kuantum anahtar dağıtımı (QKD) protokollerinde de güvenli iletişim sağlamak için kullanılabilir. Ayrıca, hassas ölçüm tekniklerinde ve kuantum metrolojide de uygulama alanları bulunmaktadır.

GKP kodları, sürekli değişkenli kuantum sistemlerde hata düzeltme teknikleri için kullanılır. Bu kodlar, kuantum hesaplamada hata düzeltmenin önemli bir yöntemidir. GKP kodları, sürekli değişkenli sistemlerin hata düzeltme için nasıl kullanılabileceğini gösterir:

$$|\bar{0}\rangle = \sum_{s \in \mathbb{Z}} |q = 2s\sqrt{\pi}\rangle$$

ve

$$|\bar{1}\rangle = \sum_{s \in \mathbb{Z}} |q = (2s + 1)\sqrt{\pi}\rangle$$

Bilginin Kodlanması:

GKP kodları için temel durumlar aşağıdaki gibidir:

- $|\bar{0}\rangle$ Durumu:

$$|\bar{0}\rangle = \sum_{s \in \mathbb{Z}} |q = 2s\sqrt{\pi}\rangle$$

Bu denklem, $|\bar{0}\rangle$ durumunun pozisyon uzayında nasıl temsil edildiğini gösterir. Bu durumda, q (pozisyon) değişkeni, $2s\sqrt{\pi}$ gibi belirli noktalarda kesikli bir şekilde konumlanmıştır. Burada s , tüm tam sayıları $\mathbb{Z}$ temsil eder. Başka bir deyişle, bu durum, pozisyon uzayında $2\sqrt{\pi}$ aralıklı bir dizi keskin pik içerir.

- $|\bar{1}\rangle$ Durumu:

$$|\bar{1}\rangle = \sum_{s \in \mathbb{Z}} |q = (2s + 1)\sqrt{\pi}\rangle$$

Bu denklem, $|\bar{1}\rangle$ durumunun pozisyon uzayında nasıl temsil edildiğini gösterir. Bu durumda, q değişkeni, $(2s + 1)\sqrt{\pi}$ gibi belirli noktalarda kesikli bir şekilde konumlanmıştır. Bu, $|\bar{0}\rangle$ durumundan $\sqrt{\pi}$ kadar kaydırılmış bir dizi keskin piktir.

“Pik” terimi, genellikle matematik ve fizik bağlamında bir fonksiyonun grafiğinde yüksek bir değeri temsil eden sivri bir noktayı ifade eder. Kuantum mekanik ve sürekli değişkenli sistemlerde, “pik” terimi belirli bir noktada yoğunlaşan olasılık dağılımlarını veya dalga fonksiyonlarını tanımlamak için kullanılır.

Uygulama: GKP kodlu bir qubit'in pozisyon $\hat{x}$ ve momentum $\hat{p}$ hatalarını düzeltmek için bir hata düzeltme prosedürü uygulanması işlemin matematiksel çözümü verilmiştir (Yaşar, 2024):

Adım 1. Başlangıç Durumu:

$$|\psi\rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n |x = 2n\sqrt{\pi}\rangle$$

- $|\psi\rangle$: Kuantum durumu
- α_n : Belirli pozisyonlarda kuantum durumunun genlikleri
- $|x = 2n\sqrt{\pi}\rangle$: Pozisyon bazında ifade edilen kuantum durumu

Adım 2. Pozisyon Hatası Uygulaması:

Pozisyon hatası (δ_p) uygulanarak qubit'in durumunu değiştirir:

$$|\psi'\rangle = e^{-i\delta_p \hat{x}} |\psi\rangle$$

- δ_p : Pozisyon hatasının büyüklüğü
- $\hat{x}$: Pozisyon operatörü
- $e^{-i\delta_p \hat{x}}$: Pozisyon hatasını uygulayan operatör

Adım 3. Hata Sendromu Ölçümü ve Düzeltme (Pozisyon):

Pozisyon hatasını ölçmek için $\hat{S}_x$ ölçüm operatörünü kullanın ve düzeltici işlemi uygulayınız:

$$\hat{S}_x = e^{-i\hat{p}\sqrt{\pi}}$$

ve

$$|\psi''\rangle = e^{i\delta_p \hat{x}} |\psi'\rangle$$

- $\hat{S}_x$: Pozisyon hatası sendromu ölçüm operatörü
- $\hat{p}$: Momentum operatörü
- $e^{i\delta_p \hat{x}}$: Pozisyon hatasını düzelten operatör

Adım 4. Momentum Hatası Uygulaması:

Momentum hatası (δ_x) uygulanarak qubit'in durumunu değiştirir:

$$|\psi'''\rangle = e^{i\delta_x \hat{p}} |\psi''\rangle$$

- δ_x : Momentum hatasının büyüklüğü
- $e^{i\delta_x \hat{p}}$: Momentum hatasını uygulayan operatör

Adım 5. Hata Sendromu Ölçümü ve Düzeltme (Momentum):

Momentum hatasını ölçmek için $\hat{S}_p$ ölçüm operatörünü kullanılır ve düzeltici işlemi uygulayınız:

$$\hat{S}_p = e^{i\hat{x}\sqrt{\pi}}$$

ve

$$|\psi''''\rangle = e^{-i\delta_x \hat{p}} |\psi'''\rangle$$

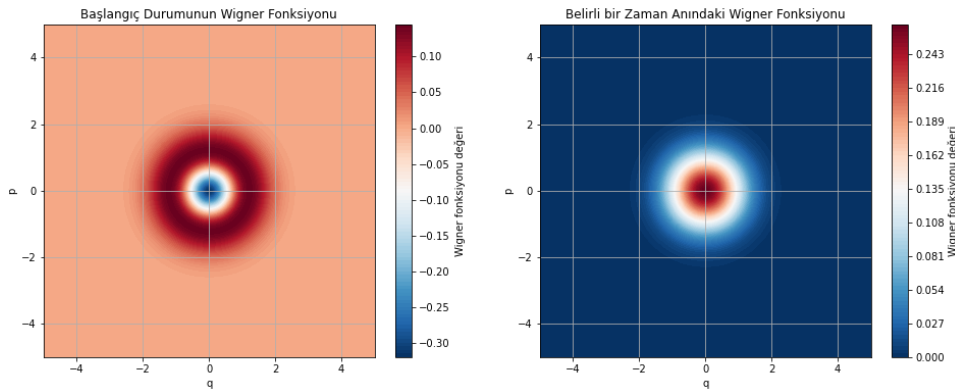
- $\hat{S}_p$: Momentum hatası sendromu ölçüm operatörü
- $e^{-i\delta_x \hat{p}}$: Momentum hatasını düzelten operatör

Örnek kod uygulaması GitHub (Yaşar, 2024) üzerinde bulunmaktadır. Bu örnek, sürekli değişken kuantum sistemlerinde GKP kodlarının nasıl kullanılabileceğini ve hataların nasıl düzeltilebileceğini göstermektedir. QuTiP kütüphanesi ile yapılan simülasyon, bu sürecin kuantum bilgisayarlarında nasıl gerçekleştirilebileceğini açıklamaktadır (Johansson vd., 2012; Yaşar, 2024).

3.2.2. Kuantum Harmonik Osilatör (QHO)

Sürekli değişkenli kuantum sistemlerin temel bir modelidir. Kuantum harmonik osilatör, enerji seviyeleri ve dalga fonksiyonları ile tanımlanır (Deng vd., 2016).

Kuantum Harmonik Osilatör, klasik harmonik osilatörün kuantum versiyonudur. Bu model, potansiyel enerjisi parabolik olan bir parçacığın dinamiklerini tanımlar. Bu konu ile ilgili uygulamalar GitHub uygulamalarında mevcuttur (Yaşar, 2024). Şekil 3'te Qutip kullanarak bir Kuantum Harmonik Osilatör (QHO)'ü simüle eden ve durumsal (state) analizini gerçekleştiren örnek bir uygulamadır (Yaşar, 2024).



Şekil 3. (a) Başlangıç durumunun Wigner fonksiyonu (b) Belirli bir zaman anındaki Wigner fonksiyonu

Matematiksel olarak, QHO'nun Hamiltonyen operatörü şu şekilde ifade edilir (Adesso vd., 2007):

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2$$

Burada,

- $\hat{H}$, Hamiltonyen operatörüdür,
- $\hat{p}$, momentum operatörüdür,
- m , parçacığın kütlesidir,
- ω , osilatörün açısal frekansdır

ve

- $\hat{x}$, konum operatörüdür.

Hamiltonyen operatörü, sistemin toplam enerjisini temsil eder ve kinetik enerji $\frac{\hat{p}^2}{2m}$ ile potansiyel enerjinin $\frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2$ toplamından oluşur. Fiziksel anlamı aşağıdaki gibidir:

Enerji Kuantizasyonu: QHO, enerji seviyelerinin kuantize olduğunu, yani sadece belirli ayırık değerler alabileceğini gösterir. Bu, kuantum mekaniğin temel özelliklerinden biridir ve klasik mekanikten önemli bir farktır (Wootters, 1987). Kuantum Harmonik Osilatör'ün enerji seviyeleri, aşağıdaki formüle göre kuantize edilmiştir.

$$E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$$

Burada $\hbar$ Planck sabitidir, ω osilatörün açısal frekansdır ve n pozitif tam sayılardır.

Dalga Fonksiyonlarının Şekli: QHO'nun dalga fonksiyonları, Hermite polinomları ve Gauss fonksiyonları ile ifade edilir. Her bir dalga fonksiyonu, sistemin belirli bir enerji seviyesindeki olasılık dağılımını tanımlar (Wootters, 1987).

Kuantum Harmonik Osilatör'ün dalga fonksiyonları (ψ_n), Hermite polinomları (H_n) ve Gauss fonksiyonları ile ifade edilir.

$$\psi_n(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2^n n!}}\right) \left(\frac{1}{\pi^{\frac{1}{4}}}\right) e^{-\frac{x^2}{2}} H_n(x)$$

Burada,

- $H_n(x)$ Hermite polinomudur,
- n kuantum sayısıdır $(0, 1, 2, \dots)$

ve

- x pozisyon uzayında bir noktadır.

Hermite polinomları, kuantum harmonik osilatörün dalga fonksiyonlarını ifade etmekte kullanılan ortogonal polinomlardır. Hermite polinomlarının genel denklemi şu şekildedir (Braunstein ve van Loock, 2005):

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$$

Burada,

- $H_n(x)$ Hermite polinomudur,
- n pozitif tam sayılardır

ve

- x pozisyon uzayında bir noktadır.

Bu denklem, Hermite polinomlarının n 'inci derecesini verir. Bu formüller, kuantum harmonik osilatörün dalga fonksiyonlarının Hermite polinomları ve Gauss fonksiyonları ile ifade edilmesini sağlar.

Zemin Durumu Enerjisi: QHO'nun en düşük enerji durumu olan zemin durumu $n = 0$ sıfır noktası enerjisi $(E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega)$ içerir. Bu, kuantum sistemlerin asla tamamen durgun olamayacağını ve her zaman bir miktar enerjiye sahip olacağını gösterir.

Kuantum Sıkıştırma (Quantum Squeezing): Kuantum sıkıştırma (Quantum Squeezing), sürekli değişkenli kuantum sistemlerde, Heisenberg'in belirsizlik ilkesine uyan bir şekilde, bir kuadratur bileşenin (pozisyon veya momentum) belirsizliğini azaltmak (sıkıştırmak) ve diğer bileşenin belirsizliğini artırmak için kullanılan bir tekniktir. Bu, kuantum optik ve sürekli değişkenli kuantum bilgi işlemede önemli bir kavramdır.

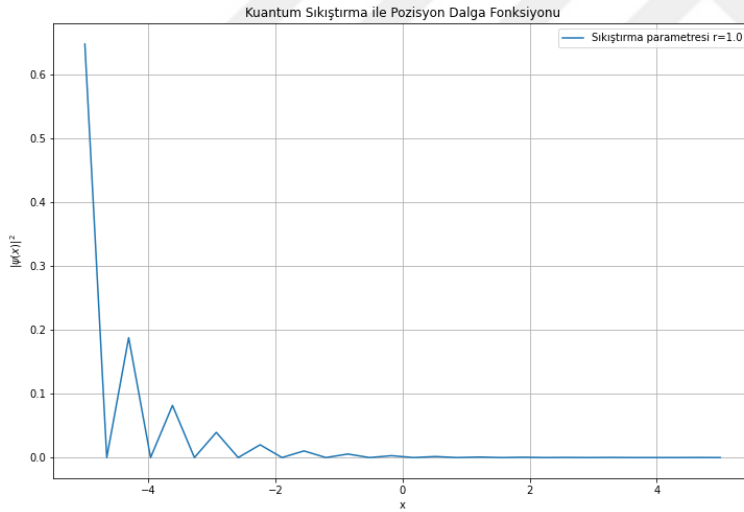
Belirsizlik ilkesi

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

biçimindedir. Kuantum sıkıştırma, sıkıştırma operatörü $S(r)$ kullanılarak elde edilir:

$$S(r) = e^{\frac{r}{2}(a^2 - a^{\dagger 2})}$$

Örnek uygulaması Şekil 4'te verilmiştir. Kod uygulaması GitHub sayfasındadır (Yaşar, 2024).



Şekil 4. Kuantum sıkıştırma ile pozisyon dalga fonksiyonu

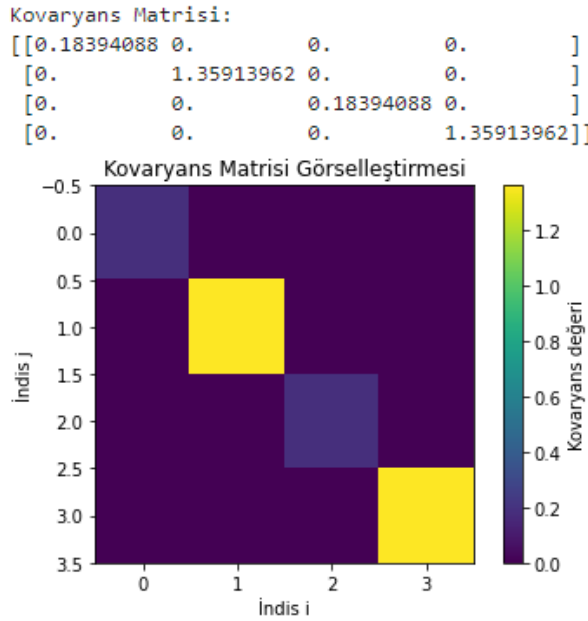
Kuantum Optik Kovaryans Matris Formalizmi: Sürekli değişkenli kuantum sistemlerin durumu, kovaryans matrisi kullanılarak tanımlanabilir. Bu formalizm, özellikle kuantum optik ve kuantum iletişimde yaygın olarak kullanılır.

Kovaryans Matrisi: Bir modlu bir sistem için kovaryans matrisi σ , pozisyon ve momentum operatörlerinin ikinci dereceden momentlerini içerir ve aşağıdaki gibi tanımlanır (Adesso vd., 2007):

$$\sigma = \begin{pmatrix} \langle \Delta \hat{x}^2 \rangle & \frac{1}{2} \langle \Delta \hat{x} \Delta \hat{p} + \Delta \hat{p} \Delta \hat{x} \rangle \\ \frac{1}{2} \langle \Delta \hat{x} \Delta \hat{p} + \Delta \hat{p} \Delta \hat{x} \rangle & \langle \Delta \hat{p}^2 \rangle \end{pmatrix}$$

Burada, $\Delta \hat{x} = \hat{x} - \langle \hat{x} \rangle$ ve $\Delta \hat{p} = \hat{p} - \langle \hat{p} \rangle$ biçimindedir. Bu ifade, pozisyon ve momentum arasındaki korelasyonları ve her birinin belirsizliklerini içerir.

Bu kovaryans matrisi, kuantum optik ve kuantum iletişimde kullanılan Gaussian durumları ve kuantum durumlarının genel bir tanımıdır. Kovaryans matrisi, sistemin tüm kuadratur bileşenlerinin ikinci dereceden momentlerini içerir ve sistemin durumu hakkında tam bilgi verir. Bu formalizmin temel avantajı, Gaussian durumlarının sadece kovaryans matrisi ve ortalama vektör ile tamamen tanımlanabilmesidir, bu da hesaplamaları oldukça basit hale getirir. Şekil 5'te bu gösterilmektedir.



Şekil 5. Kovaryans matrisi görselleştirme

Kuantum Fourier Dönüşümü (QFT): Sürekli değişkenli sistemlerde Fourier dönüşümünün kuantum versiyonudur. QFT, çeşitli kuantum algoritmalarında temel bir bileşendir. Sürekli değişkenli sistemler için Kuantum Fourier Dönüşümü, kuadratur operatörleri (pozisyon ve momentum) üzerinde çalışır (Yilmaz, 2017).

Klasik Fourier dönüşümü, bir fonksiyonu zaman veya uzay domeninden frekans domenine dönüştürür. Klasik Fourier dönüşümü şu şekilde tanımlanır:

$$\tilde{f}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx$$

Kuantum Fourier Dönüşümü (QFT), sürekli değişkenli kuantum sistemlerde pozisyon ve momentum operatörleri üzerinde tanımlanır. Bir pozisyon operatöründen momentum operatörüne geçişi sağlar (Yılmaz, 2017):

$$\hat{F} \hat{x} \hat{F} = \hat{p}$$

Burada, $\hat{F}$, QFT operatörüdür ve pozisyon operatörü $\hat{x}$ 'i momentum operatörüne $\hat{p}$ 'ye dönüştürür. QFT operatörü aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\hat{F} = e^{i\frac{\pi}{2}\hat{a}^\dagger \hat{a}}$$

Bu operatör, kuantum durumunu pozisyon uzayından momentum uzayına dönüştürür. QFT'nin tersini almak da mümkündür.

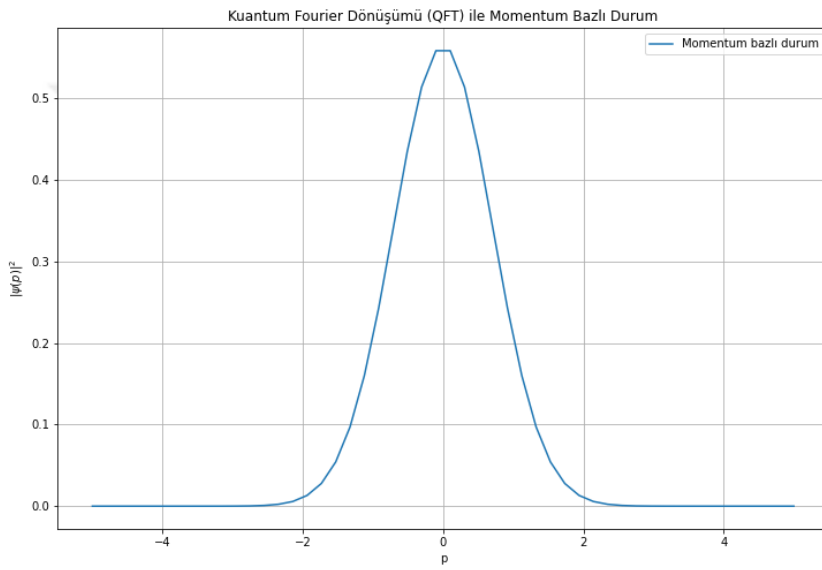
$$\hat{F}^\dagger = e^{-i\frac{\pi}{2}\hat{a}^\dagger \hat{a}}$$

Bu formül, momentum operatörünü pozisyon operatörüne geri dönüştürür. Kuantum Fourier Dönüşümü, kuadratur operatörlerindeki değişiklikleri sağlar. Örneğin:

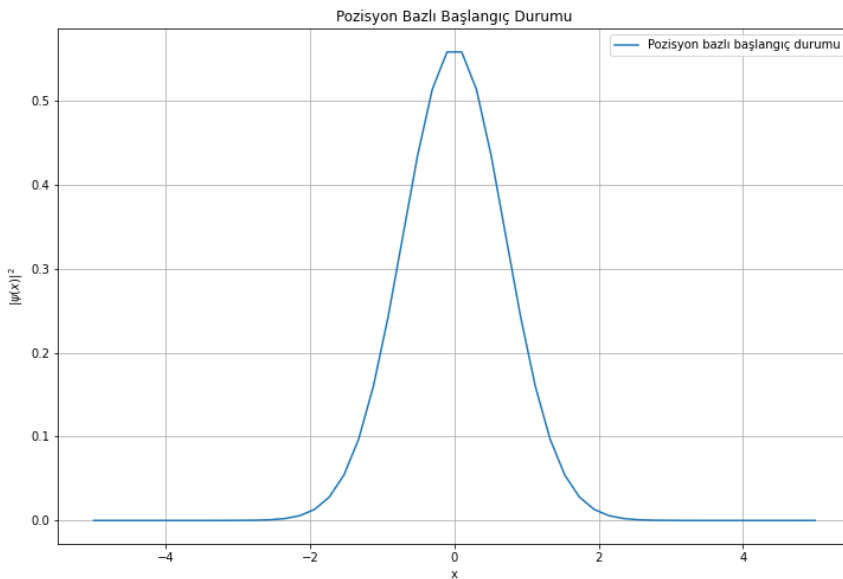
$$\hat{F}|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ixp} |p\rangle dp$$

Bu ifade, pozisyon bazında bir kuantum durumunu momentum bazına dönüştüren bir Fourier dönüşümü gerçekleştirir. QFT, özellikle kuantum algoritmalarında (örneğin, Shor'un algoritması) temel bir bileşendir ve sürekli değişkenli kuantum sistemlerinde sinyallerin veya kuantum durumlarının analizinde kullanılır.

Bu matematiksel tanımlar, Kuantum Fourier Dönüşümü'nün sürekli değişkenli kuantum sistemlerde nasıl çalıştığını göstermektedir. Örnek uygulaması Şekil 6 ve 7'de gösterilmiştir. Kodu GitHub sitesinde bulunmaktadır (Yaşar, 2024).



Şekil 6. Kuantum Fourier dönüşümü (QFT) ile momentum bazlı durum



Şekil 7. Kuantum Fourier dönüşümü (QFT) ile pozisyon bazlı durum

Wigner Fonksiyonu Formalizmi: Wigner fonksiyonu, sürekli değişkenli kuantum sistemlerin faz uzayındaki temsilini sağlamak için kullanılan bir kuantum durum dağılım fonksiyonudur (Wootters, 1987). Kuantum mekaniğinde bir durumu klasik faz uzayında temsil etmek zordur, çünkü Heisenberg belirsizlik ilkesi gereği pozisyon (x) ve momentum (p) aynı anda kesin olarak bilinmemektedir. Wigner fonksiyonu, bu durumu olasılık dağılımı gibi yorumlanabilir bir faz uzayı dağılımını şeklinde gösterir.

Bir kuantum durumunu temsil eden Wigner fonksiyonu $W(x, p)$ şu şekilde tanımlanır:

$$W(x, p) = \frac{1}{\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \left(x + \frac{y}{2} \right) \psi \left(x - \frac{y}{2} \right) e^{-2ipy/\hbar} dy$$

Burada, $\psi(x)$ pozisyon uzayındaki dalga fonksiyonudur. x ve p faz uzayındaki pozisyon ve momentum değişkenleridir. $\hbar$ indirgenmiş Planck sabitidir.

Wigner fonksiyonu, bir kuantum durumunun yoğunluk matrisi ρ ile de tanımlanabilir:

$$W(x, p) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \left\langle x - \frac{y}{2} \left| \hat{\rho} \right| x + \frac{y}{2} \right\rangle e^{-ipy/\hbar} dy$$

Burada, $\hat{\rho}$, sistemin yoğunluk matrisini temsil eder. İlgili özellikler aşağıdaki gibidir:

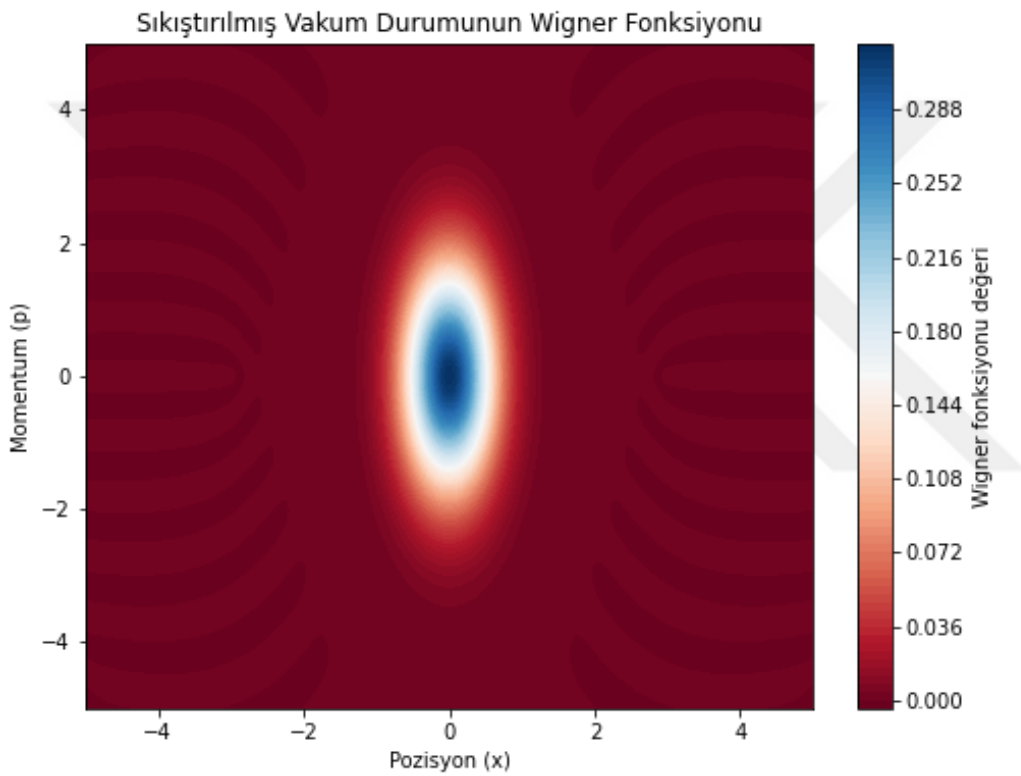
Gerçeklik: $W(x, p)$ gerçektir.

Normallik: Wigner fonksiyonunun tüm faz uzayı üzerinde integrali, 1'dir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(x, p) dx dp = 1$$

Negatiflik: Wigner fonksiyonu klasik olasılık dağılımı gibi düşünülebilir, ancak bazı kuantum durumları için negatif değerler alabilir. Bu, kuantum olmayan (klasik) durumların

karakteristik özelliği olan pozitiflikten farklıdır ve kuantum özelliklerin bir göstergesidir. Wigner fonksiyonu, bir kuantum durumunun faz uzayındaki dağılımını gösterir ve hem pozisyon hem de momentum değişkenlerinin kuantum korelasyonlarını incelemekte kullanılır (Wootters, 1987). Sürekli değişkenli kuantum sistemlerde, Wigner fonksiyonu kuantum durumlarının görselleştirilmesi ve analizi için güçlü bir araçtır. Örnek bir uygulaması Şekil 8’de verilmiştir. Çalışan kod GitHub sayfasında bulunmaktadır (Yaşar, 2024).



Şekil 8. Sıkıştırılmış vakum durumunun Wigner fonksiyonu

Kuantum Süzgeçleme (Quantum Filtering): Sürekli değişkenli sistemlerde kuantum ölçümlerinin optimizasyonu için kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntem, kuantum durumu hakkında en iyi bilgi edinmeyi amaçlar.

Kuantum Parametrik Kuvvetlendirme (Quantum Parametric Amplification): Sürekli değişkenli kuantum sinyallerin kuvvetlendirilmesi için kullanılan bir tekniktir. Parametrik kuvvetlendiriciler, kuantum iletişim ve kuantum bilgi işleme uygulamalarında önemlidir.

Gaussian Durumlar ve Operatörler: Sürekli değişkenli kuantum sistemlerin durumu genellikle Gaussian fonksiyonları ile temsil edilir. Gaussian durumlar, kuantum bilgi işleme ve kuantum iletişimde yaygın olarak kullanılır.

Kuantum Teleportasyon Protokolleri: Sürekli değişkenli sistemlerde kuantum bilgi teleportasyonu için kullanılan protokollerdir. Bu protokoller, klasik ve kuantum iletişim kanallarını kullanarak kuantum durumlarını bir yerden başka bir yere taşır.

3.2.3. Gauss Boson Örneklemesi (GBÖ)

Gauss Boson Örneklemesi, ışığın sıkıştırılmış halleri ve doğrusal optikler kullanarak, klasik bilgisayarlar için hesaplaması zor olan örnekleme görevlerini gerçekleştiren fotonik kuantum hesaplama modelidir. Bu modelin uygulama alanları şunlardır (Adesso vd., 2007).

- **Kuantum Kimyası:** Moleküler vibronik spektrumların hesaplanması.
- **Graf Teorisi:** Yoğun altgrafların bulunması ve graf izomorfizmi problemlerinin çözülmesi.
- **Makine Öğrenimi:** Optimizasyon algoritmalarının ve üretici modellerin iyileştirilmesi.

Gauss Boson Örneklemesi (GBÖ) Matematiksel Modeli

Sıkıştırılmış Durum Tanım: Gauss Boson Örneklemesi (Adesso vd., 2007), kuantum optikte sıkıştırılmış hal (squeezed state) olarak bilinen kuantum durumlarını kullanır. Tek modlu sıkıştırılmış vakum durumu şu şekilde ifade edilir (Adesso vd., 2007).

$$|\xi\rangle = e^{(\xi^* \hat{a}^2 - \xi \hat{a}^{\dagger 2})} |0\rangle$$

- $|\xi\rangle$ sıkıştırılmış vakum durumu
- $\xi = r e^{i\theta}$ sıkıştırma parametresi (r sıkıştırma büyüklüğü, θ faz açısı)
- $|0\rangle$ vakum durumu

Doğrusal Optik Dönüşüm: Sıkıştırılmış durumlar doğrusal optik devrelere girer. Bu devreler beam splitter ve faz kaydırıcılar gibi optik elemanlardan oluşur. Bu elemanlar, giriş durumlarını belirli bir unitary dönüşüm U uygular. n modlu bir sistemde bu dönüşüm şu şekilde gösterilir:

$$\hat{a}_i^\dagger \rightarrow \sum_{j=1}^n U_{ij} \hat{a}_j^\dagger$$

Burada, U , $n \times n$ boyutunda bir unitary matristir.

Çıkış Durumu

Doğrusal optik devreyi geçen sıkıştırılmış hallerin çıkış hali, giriş durumunun birimsel dönüşüm altında yeniden düzenlenmesiyle elde edilir. Elde edilen çıkış durumu şu şekilde ifade edilir (Adesso vd., 2007).

$$|\Psi\rangle_{\text{çıkış}} = U|\Psi\rangle_{\text{giriş}}$$

Olasılık Dağılımı ve Hafnian: Çıkış hallerinden fotonların tespit edilmesiyle elde edilen olasılık dağılımı, Gauss Boson Örnekleme’nde önemli bir rol oynar. Bu olasılık, belirli bir foton dağılımının oluşma olasılığıdır ve şu şekilde hesaplanır:

$$P(n_1, n_2, \dots, n_m) = \frac{1}{n_1! n_2! \dots n_m!} |\text{Haf}(A_S)|^2$$

Burada:

- $P(n_1, n_2, \dots, n_m)$ belirli bir foton dağılımı olasılığıdır,
- n_i , i . modda tespit edilen foton sayısıdır,
- A_S , sıkıştırılmış hallerin korelasyon matrisidir

ve

- $\text{Haf}(A_S), A_S$ matrisinin hafniandır.

Hafnian, simetrik bir matrisin özel bir fonksiyonudur ve matrisin belirli permütasyonlarının toplamını içerir. Matris A_S için hafnian, şu şekilde tanımlanır:

$$\text{Haf}(A) = \sum_{\text{tüm eşlenik çiftler}} \prod_{\{i,j\} \in \text{eşlenik çiftler}} A_{ij}$$

Örneğin, 4x4 boyutunda bir matris A için:

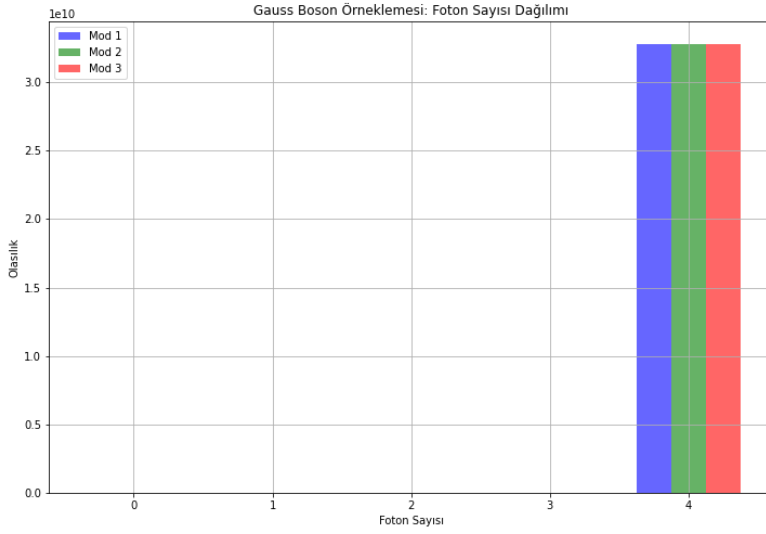
$$\text{Haf}(A) = A_{12}A_{34} + A_{13}A_{24} + A_{14}A_{23}$$

Moleküler Vibronik Spektrumların Hesaplanması

GBÖ'nün kuantum kimyada bir uygulaması, moleküler vibronik spektrumların hesaplanmasıdır. Bu süreç şu adımları içerir:

1. Molekülün Titreşim Modlarının Modellenmesi: İncelenen molekülün titreşim modları belirlenir. Her modun Hamiltonyeni ve sıkıştırma parametreleri hesaplanır.
2. Sıkıştırılmış Hallerin Hazırlanması: Hesaplanan parametrelere göre sıkıştırılmış vakum hallerini oluşturmak için gerekli optik ayarlamalar yapılır.
3. Doğrusal Optik Devre: Sıkıştırılmış haller doğrusal optik devrelerden geçirilir. Bu devre, modların karışmasını ve etkileşimini sağlar.
4. Foton Tespiti: Çıkış hallerindeki fotonlar tespit edilir. Her modda kaç foton bulunduğu sayılır ve kaydedilir.
5. Veri Analizi: Tespit edilen foton dağılımları kullanılarak molekülün vibronik spektrumu hesaplanır. Bu spektrum, molekülün enerji seviyelerini ve fotonlarla etkileşimlerini tanımlar.

Bu süreç, klasik bilgisayarların hesaplamada zorlandığı büyük boyutlu moleküler sistemlerde önemli avantajlar sağlar ve moleküler yapıların daha hızlı ve verimli bir şekilde incelenmesine olanak tanır. Şekil 9'da foton sayısına göre bir örnek verilmiştir.



Şekil 9. Gauss Boson örnekleme: Foton sayısı dağılımı

3.2.4. Küme Durumları ve Tek Yönlü Kuantum Hesaplama

Küme durumları, birden fazla kubitin yüksek derecede dolanık durumlarıdır ve tek yönlü kuantum hesaplama için bir kaynak olarak kullanılır. Bu modelde hesaplama, bir küme durumu hazırlanarak ve ardından bir dizi adaptif tek kubit ölçümü yapılarak gerçekleştirilir (Braunstein ve van Loock, 2005).

Bu ölçümlerin sonuçları, hesaplamanın ilerlemesini ve sonucunu belirler. Bu model, kuantum hata düzeltmeyi basitleştirme potansiyeli ve kuantum hesaplamanın devre modeline alternatif bir yaklaşım olmasıyla bilinir.

Küme durumları, bir kuantum hesaplama modeli olan tek yönlü kuantum hesaplamada önemli bir rol oynar. Bu model, hesaplamanın bir dizi önceden belirlenmiş ve ardından ölçüm sonuçlarına bağlı olarak ayarlanabilen tek kubit ölçümleri ile yapıldığı bir yöntemdir. Küme durumları, dolanıklığın maksimum seviyede olduğu çoklu kubit sistemleridir ve hesaplamanın temel kaynağını oluşturur. Tek yönlü kuantum hesaplama, geleneksel devre tabanlı kuantum hesaplama modellerine göre bazı avantajlar sunar ve özellikle hata düzeltme mekanizmalarının entegrasyonunda kolaylık sağlar. Matematiksel modellemesi aşağıdaki gibidir (Serafini, 2017).

$$|\text{Cluster}\rangle = CZ^{(i,j)}(\otimes_{k=1}^n |+\rangle_k)$$

Tek yönlü kuantum hesaplama (Measurement-Based Quantum Computation, MBQC), önceden hazırlanmış dolanık küme durumlarının (cluster states) adaptif ölçümleriyle hesaplamayı gerçekleştiren bir modeldir.

Küme durumları, genellikle iki boyutlu bir ızgara şeklinde düzenlenmiş kubitlerin dolanık halleridir. Bir küme durumu, şunlarla oluşturulur:

1. Her kubit $|+\rangle$ durumunda hazırlanır:

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

2. Komşu kubitler arasında *kontrol – Z* (CZ) kapıları uygulanır:

$$CZ_{ij} = |0\rangle_i \langle 0| \otimes I_j + |1\rangle_i \langle 1| \otimes Z_j$$

Tek yönlü kuantum hesaplamada, hesaplama adaptif tek kubit ölçümleriyle gerçekleştirilir. Ölçümler, Pauli-X ve Pauli-Z bazında yapılır ve sonuçlar, daha sonraki ölçümlerin bazlarını belirler. Ölçüm operatörleri:

$$M(\theta) = \cos(\theta) X + \sin(\theta) Y$$

ve

$$M(\theta) |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\theta} |1\rangle)$$

Örnek Uygulama: Kuantum Teleportasyon

Küme durumları ve tek yönlü kuantum hesaplama, kuantum teleportasyon protokolünde uygulanır. Kuantum teleportasyon, bilinmeyen bir kuantum durumunu bir noktadan başka bir noktaya güvenli bir şekilde iletmek için kullanılır.

3. Küme Durumunun Hazırlanması: Üç kübitli bir küme durumu hazırlanır:

$$|\text{Cluster}\rangle = CZ_{12} CZ_{23} (|+\rangle_1 |+\rangle_2 |+\rangle_3)$$

4. Giriş Durumu: İlk kübite aktarılacak giriş durumu $|\psi\rangle$ eklenir:

$$|\psi\rangle_1 \otimes |\text{Cluster}\rangle$$

5. Adaptif Ölçümler: İlk iki kübit Pauli-X bazında ölçülür:

$$M_1 = X_1 \text{ ve } M_2 = X_2$$

6. Sonuçların İşlenmesi: Ölçüm sonuçları (m_1, m_2) , üçüncü kübitin durumunu belirler. Son durumda, üçüncü kübit $|\psi\rangle$ durumundadır:

$$|\psi\rangle_3 = X^{m_1} Z^{m_2} |\psi\rangle$$

7. Durumun Düzgünleştirilmesi: Ölçüm sonuçlarına göre düzeltici Pauli operatörleri uygulanır.

Sonuç olarak, üçüncü kübitin durumu düzeltici Pauli operatörleriyle yeniden düzenlenir. Ölçüm sonuçlarına bağlı olarak X ve Z operatörleri uygulanır.

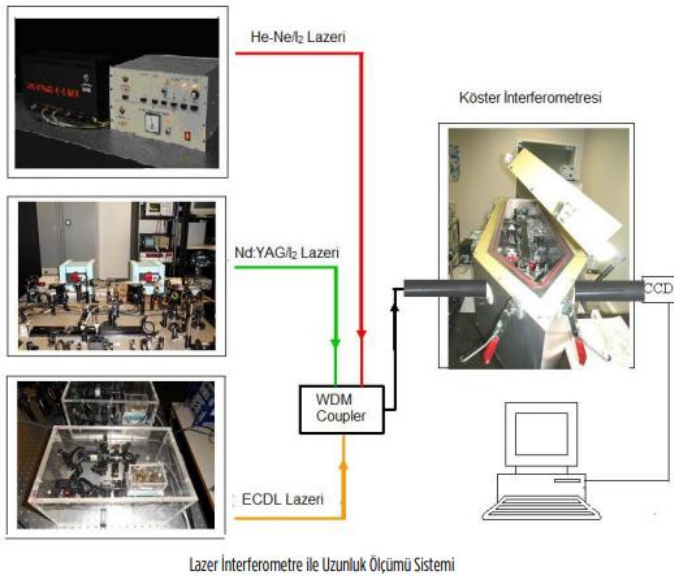
Bu süreç, küme durumları ve tek yönlü kuantum hesaplama kullanılarak kuantum bilgisi transferinin güvenli bir şekilde yapılabileceğini gösterir. Bu yöntem, klasik kuantum hesaplama yöntemlerine göre bazı avantajlar sunar ve kuantum hata düzeltme mekanizmalarının entegrasyonunda kolaylık sağlar.

3.3. Kuantum Sürekli Değişkenlerin Uygulamaları

Bu bölümde, QCV'nin ileri düzey teknolojilerdeki pratik uygulamalarını ve bu teknolojilerin bilimsel ve endüstriyel potansiyelini kapsamlı bir şekilde incelemeyi amaçlamaktadır. Kuantum Hall etkisinden atomik saatlere, manyetik alan ölçümlerinden gravitasyonel dalga algılayıcılarına kadar geniş bir yelpazede QCV'nin metrologi ve diğer kritik alanlardaki katkıları ele alınacaktır. Böylece, QCV'nin sunduğu yeniliklerin ve fırsatların, modern bilim ve teknoloji dünyasında nasıl bir dönüşüm yarattığı ortaya konulacaktır.

3.3.1. İnterferometreler

Dalgaların girişim (interferens) prensibini kullanarak çeşitli fiziksel büyüklükleri ölçen hassas cihazlardır (Caves, 1981). Bu cihazlar, ışık, radyo dalgaları, ses dalgaları veya diğer dalga türlerini kullanarak mesafe, kırılma indisi, dalga boyu, yüzey pürüzlülüğü gibi parametreleri tespit eder. İnterferometreler, iki veya daha fazla dalga demetini birleştirerek, dalga cephelerinin girişimini (yapıcı veya yıkıcı girişim) analiz eder. Bu girişim desenleri, dalgaların yol farklarını ve dolayısıyla ölçülmek istenen fiziksel büyüklükleri belirlemek için kullanılır (Demkowicz-Dobrzański vd., 2015).



Şekil 10. Lazer interformetre uzunluk ölçüm sistemi (Çetintaş, 2023)

İnterferometrelerin Temel Çalışma Prensibi

İnterferometrelerin temel çalışma prensibi, iki veya daha fazla dalga kaynağının oluşturduğu girişim desenlerinin analizine dayanır. Girişim, dalgaların süperpozisyonu sonucu ortaya çıkan bir olaydır ve dalga cephelerinin üst üste binmesi sonucu oluşur (Jarzyna ve Demkowicz-Dobrzański, 2012).

Yapıcı Girişim: İki dalga aynı fazda birleştiğinde, dalga genlikleri toplanır ve maksimum yoğunluk oluşur.

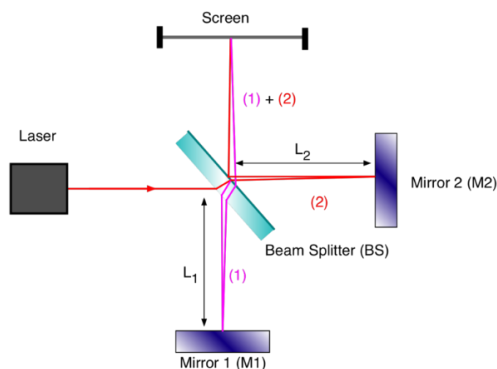
Yıkıcı Girişim: İki dalga zıt fazda birleştiğinde, dalga genlikleri birbirini nötrler ve minimum yoğunluk oluşur.

İnterferometrelerde bu girişim desenleri, genellikle iki dalga demetinin birleştirilmesiyle oluşturulur. Bir demet, referans olarak kullanılırken, diğeri ölçülecek değişkene maruz bırakılır. Sonuçtaki girişim deseni, bu değişken hakkında bilgi sağlar.

İnterferometre Çeşitleri ve Uygulama Alanları

Michelson İnterferometresi

Michelson interferometresi, ışığın bir ışın bölücü tarafından iki kola ayrıldığı ve bu kolların farklı yollar izleyip tekrar birleştiği bir sistemdir. Bu interferometre, dalga boyu, kırılma indisi ve optik yol farkı gibi parametreleri ölçmek için kullanılır. Michelson interferometresi, LIGO ve Virgo gibi yerçekimsel dalga dedektörlerinde de temel bir bileşendir.



Şekil 11. Michelson interferometresi (File, 2013; Michelson Interferometer, 2013)

Michelson interferometresi, iki ışık kolunun optik yol farkına bağlı olarak girişim desenleri oluşturur. Bu girişim desenleri, faz farkına göre maksimum (yapıcı girişim) veya minimum (yıkıcı girişim) şiddet gösterir. Michelson interferometresinin temel matematiksel denklemi, bu girişim şiddetini belirler.

Girişim deseninin şiddeti I , iki kol arasındaki optik yol farkı ΔL ile ilgilidir ve şu şekilde ifade edilir:

$$I = I_0[1 + \cos(\Delta\phi)]$$

Burada,

- I = Gözlemlenen girişim şiddeti
 - I_0 = Maksimum şiddet (tek bir koldan gelen ışık şiddeti)
 - $\Delta\phi$ = Faz farkı
- ve
- ΔL = Optik yol farkı

biçimindedir. Faz farkı $\Delta\phi$, optik yol farkı ΔL ve ışığın dalga boyu λ ile ilişkilidir:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L$$

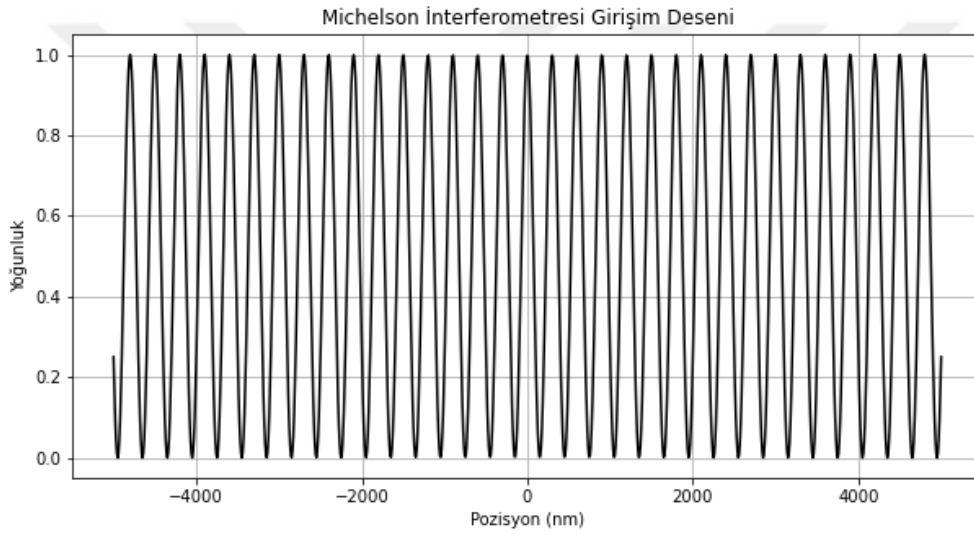
Bu denklemler birleştirildiğinde, Michelson interferometresinde gözlemlenen girişim deseninin şiddeti şu şekilde olur:

$$I = I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L\right) \right]$$

Yapıcı Girişim: Faz farkı ($\Delta\phi = 2n\pi$) olduğunda n tam sayı, maksimum şiddet $I = 2I_0$ gözlenir. Bu, iki dalganın aynı fazda birleştiği anlamına gelir.

Yıkıcı Girişim: Faz farkı $\Delta \phi = (2n + 1)\pi$ olduğunda, minimum şiddet $I = 0$ gözlenir. Bu, iki dalganın zıt fazda birleştiği anlamına gelir.

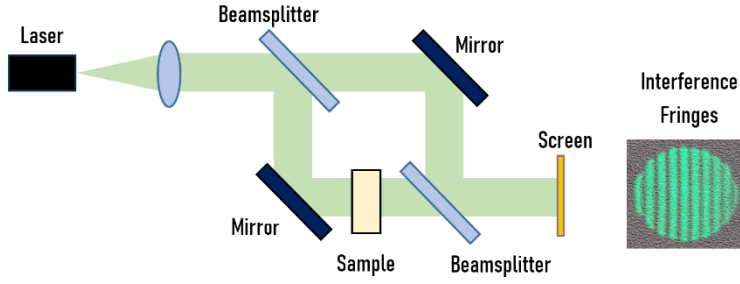
Michelson interferometresinde optik yol farkı genellikle aynalardan birinin hareketi ile değiştirilebilir. Bu sayede, faz farkı ve dolayısıyla girişim desenindeki şiddet değişiklikleri gözlemlenerek, hassas mesafe ölçümleri veya diğer optik özellikler hakkında bilgi elde edilebilir. Bu matematiksel model, interferometrenin temel çalışma prensibini ve uygulamalarını açıklar. Şekil 12, Michelson İnterferometresi Girişim Deseni'nin şeklini göstermektedir.



Şekil 12. Michelson interferometresi girişim deseni

Mach-Zehnder İnterferometresi

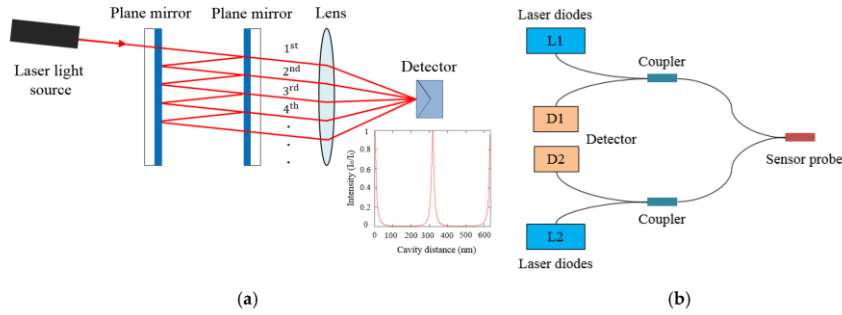
Mach-Zehnder interferometresi, ışık dalgalarının iki farklı yoldan geçip tekrar birleştiği bir interferometre türüdür. Bu tür interferometreler, ışık dalgalarının faz kaymalarını ölçmek için kullanılır ve kuantum bilgi işleminde kuantum durumlarının manipülasyonu için de kullanılabilir (What is a Mach-Zehnder Interferometer? - GoPhotonics.com, t.y.).



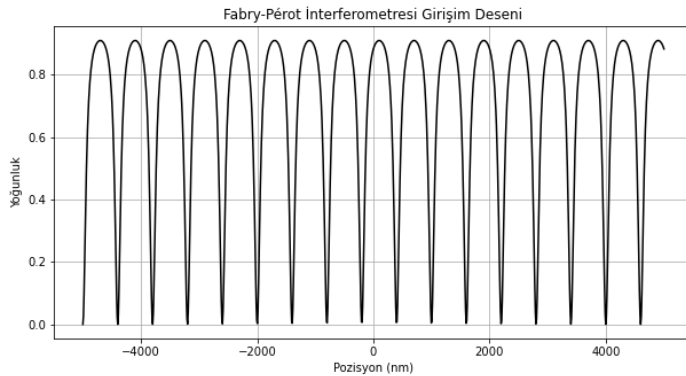
Şekil 13. Mach-Zehnder (What is a Mach-Zehnder Interferometer? - GoPhotonics.com, t.y.)

Fabry-Pérot İnterferometresi

Fabry-Pérot interferometresi, iki paralel yansıtıcı yüzey arasında çoklu yansımalarından oluşan bir interferometredir. Bu interferometre, spektral çözümleme ve yüksek çözünürlüklü spektroskopi gibi alanlarda kullanılır(Shih vd., 2020). Optik rezonatör olarak da işlev görür ve lazer teknolojisinde önemli bir rol oynar. Şekil 13 ve 14'te grafik desenleri görülmektedir.



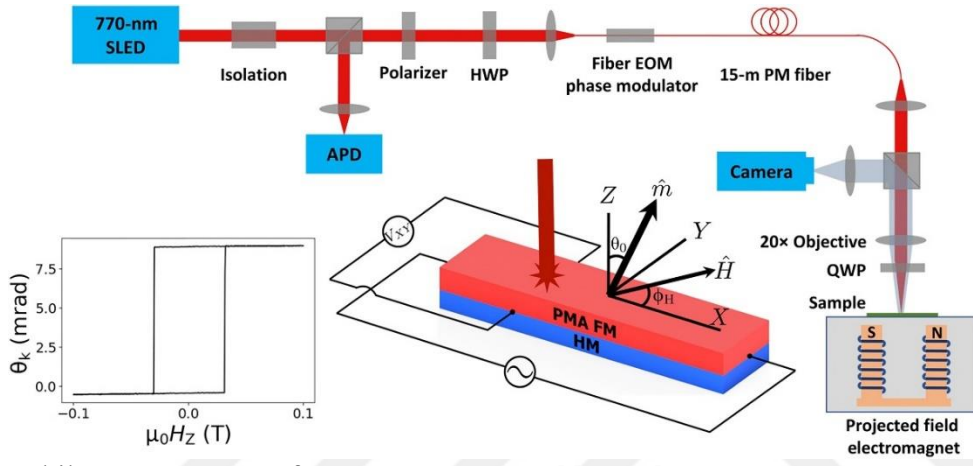
Şekil 14. Fabry-Pérot interferometresi (Shih vd., 2020)



Şekil 15. Fabry-Pérot interferometresi girişim deseni

Sagnac İnterferometresi

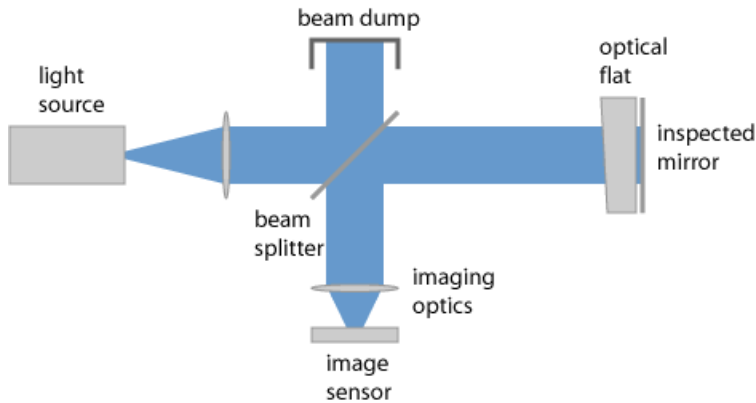
Sagnac interferometresi, dönen bir sistemde ışık demetlerinin farklı yollar izleyip birleştirildiği bir interferometredir. Bu tür interferometreler, dönme hızı ve açısal hızın ölçümünde kullanılır. Gyroskoplar, Sagnac etkisinden faydalanarak hassas yönlendirme ve navigasyon sistemlerinde kullanılır.



Şekil 16. Sagnac interferometresi (Karimeddiny vd., 2023)

Fizeau İnterferometresi

Fizeau interferometresi, genellikle optik elemanların yüzey pürüzlülüğünü ve düzgünlüğünü ölçmek için kullanılır. Fizeau interferometresi, ışık dalgalarının yüzeyden yansımaları ve girişim desenlerinin analiz edilmesi yoluyla yüzeydeki sapmaları tespit eder.



Şekil 17. Fizeau interferometresi (Kajava vd., 1994)

İnterferometrelerin Önemi ve Kullanım Alanları

İnterferometreler, bilim ve teknoloji alanında geniş bir uygulama yelpazesine sahiptir. Bunlar arasında

- Optik ve Lazer Teknolojileri: Lazerlerin dalga boylarının ölçülmesi ve stabilizasyonu,
- Astronomi: Yerçekimsel dalgaların tespiti ve astronomik ölçümler,
- Mühendislik ve Malzeme Bilimi: Malzeme yüzeylerinin analizi ve ölçümü,
- Metrologi: Hassas mesafe ölçümleri ve standartların kalibrasyon

ve

- Navigasyon: Gyroskoplar ve diğer yönlendirme sistemleri
- yer almaktadır.

İnterferometrelerin yüksek hassasiyeti ve doğruluğu, birçok alanda kritik ölçümlerin yapılmasına olanak tanır. Kuantum teknolojilerinin gelişmesiyle birlikte, interferometreler kuantum bilgi işlem, kuantum iletişim ve kuantum sensörler gibi alanlarda da önemli bir rol oynamaktadır.

3.4. Kuantum İletişim ve Şifreleme uygulamaları

Kuantum Sürekli Değişkenli (QCV) sistemler, kuantum iletişim ve kuantum şifreleme alanlarında giderek daha fazla ilgi gören bir teknolojidir. Geleneksel kuantum bilgi işleme ve iletişim yöntemleri genellikle ayrık değişkenler (kuantum bitleri veya kübitler) üzerine kuruludur. Ancak QCV, klasik bitlerin yerine elektromanyetik alanın kuadratur bileşenleri gibi sürekli spektruma sahip kuantum gözlemlerini kullanarak kuantum bilgi işleme süreçlerini gerçekleştirir. Bu yaklaşım, yüksek veri hızları, daha büyük bant genişlikleri ve mevcut telekomünikasyon altyapıları ile daha yüksek uyumluluk gibi önemli avantajlar sunar (Diep vd., 2020).

QCV tabanlı kuantum iletişim sistemlerinde, bilgi genellikle koherent durumlar veya sıkıştırılmış durumlar gibi kuantum durumları kullanılarak kodlanır. Bu durumlar, Gauss modülasyonu veya sıkıştırma teknikleri ile işlenir ve kuadratur ölçümleri ile elde edilen

veriler üzerinden iletilir. QCV sistemleri, özellikle kuantum anahtar dağıtımı (QKD) gibi güvenli iletişim protokollerinde güçlü bir araç olarak karşımıza çıkar. Bu sistemler, kuantum mekaniğin belirsizlik ilkesi sayesinde, herhangi bir dinleme girişiminin tespit edilmesini ve iletişimin güvenli bir şekilde gerçekleştirilmesini sağlar (Diep vd., 2020).

Kuantum Şifreleme alanında, QCV protokolleri Gauss modülasyonlu koherent durumları kullanarak veri iletimini gerçekleştirir. Bu yöntem, klasik iletişim sistemleriyle uyumlu optik altyapıları kullanarak uzun mesafelerde güvenli veri iletimi sağlar. QCV sistemleri, mevcut fiber optik ağlarla entegre edilebilir ve bu sayede geniş çapta ticari uygulamalar için uygun hale gelir.

3.4.1. Kuantum Anahtar Dağıtımı (QKD)

QCV, kuantum anahtar dağıtımında klasik bitlerin yerine sürekli değişkenlerin kullanılmasıyla, daha yüksek veri hızları ve güvenlik seviyeleri sağlar. Gauss modülasyonlu koherent durumlar (GMKD) ve sıkıştırılmış durumlar gibi kuantum durumlarını kullanılır (Buck vd., 2021). Matematiksel model ve algoritması aşağıdaki gibidir:

CV-QKD protokolleri genellikle Gauss modülasyonlu koherent durumları veya sıkıştırılmış vakum durumlarını kullanır.

Adım 1. Kuantum Durumlarının Hazırlanması

Alice, rastgele seçilen sıkıştırma ve yer değiştirme parametrelerine göre koherent durumlar veya sıkıştırılmış vakum durumları oluşturur. Bu durumların matematiksel gösterimi:

$$|\alpha\rangle = D(\alpha)|0\rangle$$

Burada, $D(\alpha)$ yer değiştirme operatörüdür

Adım 2. Kuantum Durumlarının Gönderilmesi

Alice, oluşturduğu kuantum durumlarını bir kuantum kanalı üzerinden Bob'a gönderir. Bu kanal genellikle optik fiber veya serbest uzayda ışık yoluyla iletilir.

Adım 3. Kuantum Durumlarının Ölçülmesi

Bob, gelen kuantum durumlarını homodin veya heterodin ölçüm kullanarak ölçer. Homodin ölçümde, Bob tek bir kuadratur bileşeni (X veya P) ölçer. Heterodin ölçümde ise, her iki kuadratur bileşeni (X ve P) aynı anda ölçülür.

Homodin ölçüm operatörü:

$$\hat{X} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \text{ ve } \hat{P} = \frac{1}{\sqrt{2}i}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)$$

Adım 4. Sinyal ve Gürültü Analizi

Bob, ölçüm sonuçlarını analiz eder ve Alice ile karşılaştırmalı olarak paylaşılan anahtarı oluşturur. Kuantum kanalın karakteristiklerine bağlı olarak, kanalın gürültü ve kayıpları hesaba katılır.

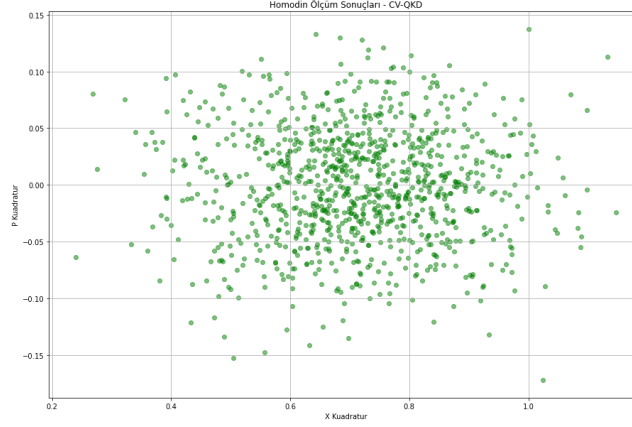
Adım 5. Hata Düzeltme ve Gizlilik Geliştirme

Alice ve Bob, klasik bir iletişim kanalı üzerinden hata düzeltme protokolleri (örn. bilgi uzlaştırma) ve gizlilik geliştirme protokolleri (örn. sıkıştırma) kullanarak ortak anahtarı oluşturur.

Adım 6. Anahtar Üretimi

Son adımda, Alice ve Bob arasında güvenli bir kuantum anahtarı oluşturulur. Bu anahtar, daha sonra simetrik şifreleme algoritmalarıyla güvenli veri iletimi için kullanılabilir.

Şekil 18'de Gauss modülasyonlu koherent durumların kuadratur ölçümleri sonucunda elde edilen X ve P kuadratur bileşenlerini göstermektedir. Simülasyon, Alice ve Bob arasındaki güvenli kuantum anahtar dağıtımını (CV-QKD) temsil eder.



Bu grafik, Gauss modülasyonu koherent durumların kuadratur ölçümleri sonucunda elde edilen X ve P kuadratur bileşenlerini göstermektedir. Simülasyon, Alice ve Bob arasındaki güvenli kuantum anahtar dağıtımını (CV-QKD) temsil eder.

Şekil 18. CV_QKD_simulation grafiği

3.4.2. Kuantum Hesaplama

Kuantum Simülasyon: Sürekli değişkenler, moleküler simülasyonlar ve malzeme bilimi gibi alanlarda kuantum etkilerini modellemek için kullanılır (Braunstein ve van Loock, 2005). Özellikle, kimyasal reaksiyonların simülasyonu ve malzeme özelliklerinin tahmini gibi uygulamalarda önemlidir.

Örnek: Bu örnekte (Şekil 19), iki atomun etkileşimini ve bu etkileşimin zamanla nasıl evrildiğini inceleyeceğiz. Atomlar arasındaki potansiyel enerji yüzeyi ve zamanla pozisyon ve momentum değişikliklerini simüle edeceğiz.

Adım 1. Hamiltonian Tanımı: İki atom arasındaki potansiyel enerji ve kinetik enerji terimleri.

İki atom arasındaki toplam Hamiltonian şu şekildedir:

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}(\hat{q})$$

Burada,

- $\hat{T}$ kinetik enerji operatörü

ve

- $\hat{V}(\hat{q})$ ise potansiyel enerji operatörüdür.

Atomlar arasındaki potansiyel enerji fonksiyonu olarak basit bir harmonik osilatör potansiyelini kullanacağız:

$$\hat{V}(\hat{q}) = \frac{1}{2} m \omega^2 \hat{q}^2$$

Adım 2. Gaussian Durumlar: Atomların başlangıç durumları sıkıştırılmış vakum durumları olarak tanımlanacak.

Başlangıç durumu olarak sıkıştırılmış vakum durumları kullanacağız:

$$|\psi\rangle = \hat{S}(r)|0\rangle$$

Burada, $\hat{S}(r)$ sıkıştırma operatörüdür ve r sıkıştırma parametresidir.

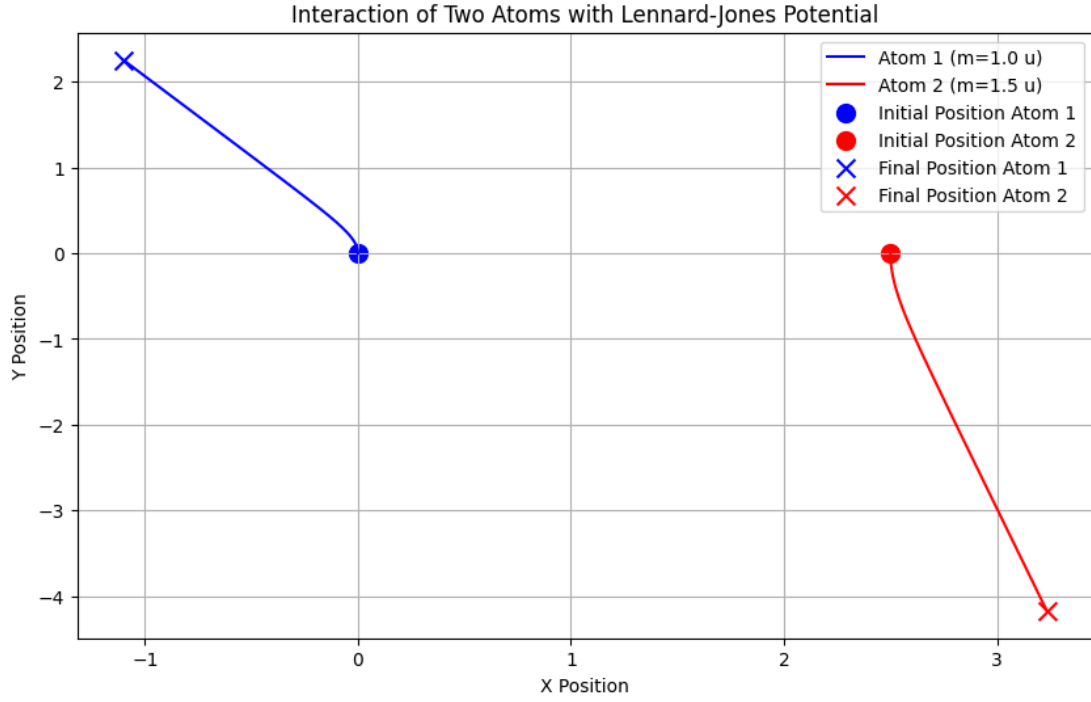
Adım 3. Zaman Evrimi: Schrödinger denklemi kullanılarak atomların durumu zamanla evrilecek.

Zaman bağımlı Schrödinger denkleminin çözümü, zaman evrimi operatörü

$$\hat{U}(t) = e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t} |\psi(0)\rangle$$

kullanılarak elde edilir. Zaman evrimi operatörü şu şekilde tanımlanır:

Adım 4. Sonuçların Görselleştirilmesi: Atomların pozisyon ve momentumlarının zamanla nasıl değiştiğini gösteren grafikler oluşturulacak.



Şekil 19. İki atomun Lennard-Jones potansiyeli

Burada kullanılan adımların matematiksel modellemesi aşağıdaki gibidir:

Lennard-Jones Potansiyeli (Prabhat ve Behera, 2021): İki atom arasındaki potansiyel enerji $U(r)$ şu şekilde tanımlanır:

$$U(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]$$

Burada, ϵ potansiyelin derinliği ve σ atomlar arasındaki karakteristik mesafedir.

Lennard-Jones Kuvveti (Prabhat ve Behera, 2021): Potansiyel enerjinin türevini alarak elde edilen kuvvet $F(r)$:

$$F(r) = -\frac{dU(r)}{dr} = 48\epsilon \left[\left(\frac{\sigma^{12}}{r^{13}} \right) - 0.5 \left(\frac{\sigma^6}{r^7} \right) \right]$$

Hız ve Pozisyon Güncellemesi: Her zaman adımında, atomların hızları ve pozisyonları şu şekilde güncellenir:

Hız güncellemesi (Newton'un ikinci yasasına göre):

$$v_i = v_i + \frac{F_{12}}{m_i} \cdot dt$$

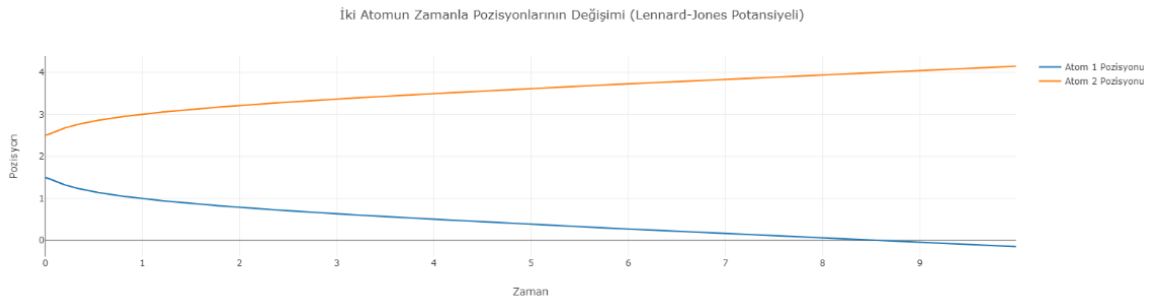
Burada, v_i , i -inci atomun hızı, F_{12} iki atom arasındaki kuvvet, m_i i -inci atomun kütlesi ve dt zaman adımdır.

Pozisyon güncellemesi:

$$r_i = r_i + v_i \cdot dt$$

Burada, r_i , i -inci atomun pozisyonu ve v_i atomun hızıdır.

Bu denklemler, iki atom arasındaki kuvveti ve bu kuvvetin atomların hızları ve pozisyonları üzerindeki etkisini modellemek için kullanılır. Simülasyon, bu adımları tekrar ederek atomların zaman içindeki hareketini hesaplar. Şekil 20'de İki Atomun Zamanla Pozisyonlarının Değişimi (Lennard-Jones Potansiyeli) gösterilmektedir.



Şekil 20. İki atomun zamanla pozisyonlarının değişimi (Lennard-Jones Potansiyeli)

3.4.3. Optik Kuantum Hesaplama

Optik kuantum hesaplama (OQC), kuantum bilgiyi ve hesaplamayı ışığın özelliklerini kullanarak gerçekleştiren bir teknolojidir. Bu alan, ışığın kuantum özelliklerini manipüle ederek karmaşık hesaplamalar yapma kapasitesine sahiptir. Optik kuantum hesaplamada, sürekli değişkenler, kuantum bilgiyi kodlamak ve işlemek için kullanılır. Sürekli değişkenli kuantum hesaplama (CVQC), genellikle kuantum durumlarının özelliklerini sürekli bir spektrumda tanımlayan kuantum optik sistemlerde uygulanır (Deng vd., 2016).

Sürekli değişkenler, optik kuantum hesaplamada kullanılarak daha karmaşık hesaplamaların gerçekleştirilmesini sağlar. Lineer optik kuantum hesaplama (LOQC) ve boson sampling gibi yaklaşımlar burada öne çıkar.

Optik kuantum hesaplama, ışığın kuantum özelliklerini kullanarak bilgi işleme yapar. İki ana yaklaşım öne çıkar:

Lineer Optik Kuantum Hesaplama (LOQC)

LOQC, kuantum bilgi işleme ve hesaplama yapmak için lineer optik cihazlar (örneğin, beam splitters, phase shifters ve single-photon detectors) kullanır. Temel prensip, giriş fotonlarını istenilen kuantum mantık kapılarına yönlendirmek ve sonrasında çıkışları ölçmektir. Bu süreçte kullanılan fotonlar, kuantum bilgi taşıyıcı ve lineer optik elemanlarla manipüle edilir (Deng vd., 2016).

Lineer Optik Kuantum Hesaplama (LOQC), kuantum bilgiyi fotonlar ve lineer optik elemanlar kullanarak işleten bir kuantum hesaplama modelidir. LOQC'nin matematiksel temelleri, kuantum mekaniği ve lineer cebir üzerine kuruludur. İşte LOQC'nin matematiksel yapı taşlarının daha ayrıntılı bir incelemesi:

LOQC'de kuantum mantık kapıları, fotonların kuantum durumlarını değiştiren optik elemanlar kullanılarak gerçekleştirilir. Bunlar arasında beam splitters (ışın ayırıcılar), phase shifters (faz kaydırıcılar) ve polarizers (polarizatörler) bulunur.

Beam Splitter (BS): İki mod arasında fotonları karıştırarak kuantum durumlarını dönüştürür. Bir beam splitter'ın etkisi, aşağıdaki unitary matrisle ifade edilir:

$$U_{BS} = \begin{pmatrix} t & r \\ r & t \end{pmatrix}$$

Burada,

- t (transmisyon katsayısı) ve r (refleksiyon katsayısı) kompleks sayılardır ve
- Beam splitter'ın unitary doğası gereği $|t|^2 + |r|^2 = 1$ olmalıdır.

Örneğin, 50:50 beam splitter için $t = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ve $r = \frac{i}{\sqrt{2}}$ seçimi yapılabilir.

Phase Shifter (Faz Kaydırıcı): Phase shifter, bir optik modun fazını değiştirir. Faz kaydırıcının etkisi, şu unitary operatörle temsil edilir:

$$U_{\phi} = \begin{pmatrix} e^{i\phi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Burada, ϕ , faz kaymasıdır ve bu, fotonun ilgili modda geçirdiği faz kaymasını ifade eder.

Kuantum Kapıları: LOQC'de kuantum kapıları, klasik kuantum hesaplama kapılarına benzer şekilde optik elemanlar kullanılarak gerçekleştirilir.

Hadamard Kapısı (H): Hadamard kapısı, bir fotonu süperpozisyon durumuna sokar. LOQC'de bu kapı, beam splitter'lar ile uygulanır ve aşağıdaki matrisle temsil edilir:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Bu kapı fotonu eşit olasılıkla iki mod arasında böler.

CNOT Kapısı: CNOT (Kontrollü NOT) kapısı, iki qubit’lik bir kapıdır. LOQC’de, bu kapı genellikle doğrusal olmayan optik süreçler veya doğrusal optik elemanlarla birlikte yardımcı fotonlar (ancilla) kullanılarak gerçekleştirilir.

$$CNOT = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes \sigma_x$$

Örneğin, iki fotonlu sistemde, birinci fotonun mod durumu (kontrol qubit) ikinci fotonun mod durumunu (hedef qubit) kontrol eder.

Burada,

- $|0\rangle\langle 0|$ ve $|1\rangle\langle 1|$ kontrol qubitinin projeksiyon operatörleridir,
- I hedef qubit üzerinde etki eden birim operatördür

ve

- σ_x ise hedef qubit üzerinde etki eden Pauli-X (NOT) operatörüdür.

Bu operatör, şu şekilde de ifade edilebilir:

$$CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Bu matris, iki qubit sisteminin dört temel durumu üzerindeki CNOT operasyonunu temsil eder (Yılmaz, 2007).

CNOT Kapısının İşleyişi

CNOT kapısı, kontrol ve hedef qubitlerin giriş durumlarına göre aşağıdaki dönüşümleri gerçekleştirir:

1. **Kontrol qubit $|0\rangle$** durumundaysa, hedef qubitin durumu değişmez:

- $|00\rangle \rightarrow |00\rangle$

- $|01\rangle \rightarrow |01\rangle$

2. **Kontrol qubit $|1\rangle$** durumundaysa, hedef qubitin durumu NOT (Pauli-X) kapısından geçer:

- $|10\rangle \rightarrow |11\rangle$
- $|11\rangle \rightarrow |10\rangle$

Bu, kontrol qubitinin hedef qubit üzerindeki etkisini göstermektedir.

Lineer optik kuantum hesaplamada, CNOT kapısı genellikle aşağıdaki adımlarla gerçekleştirilir:

1. **Beam Splitter ve Faz Kaydırıcılar:** Optik yollar arasında dolanıklık yaratmak ve kuantum durumları değiştirmek için kullanılır.

2. **Yardımcı Fotonlar (Ancilla):** CNOT işlemini desteklemek için kullanılır. Bu yardımcı fotonlar, süreçte gerekli olan dolanıklık veya süperpozisyon durumlarını sağlamak için kullanılır.

3. **Ölçüm ve Koşullu Operasyonlar:** İlgili kuantum durumların ölçümü ve bu ölçüme bağlı olarak diğer kuantum bitleri üzerinde koşullu işlemler gerçekleştirilir.

Örneğin, bir optik CNOT kapısı, polarize edilmiş fotonlar kullanılarak, polarizasyon durumlarının kontrol edilmesi ve değiştirilmesiyle oluşturulabilir. Yardımcı fotonlar ve polarizasyon bazlı ölçüm cihazları kullanılarak, LOQC’de klasik CNOT kapısına eşdeğer bir işlem gerçekleştirilir.

LOQC’de kuantum durumları ölçmek için foton detektörleri kullanılır. Ölçüm, fotonun belirli bir modda var olup olmadığını tespit eder ve bu, sistemin çökmesine ve klasik bir bilgi bitinin (bit) üretilmesine yol açar.

Boson Örneklemesi

Boson sampling, klasik bilgisayarların hesaplama gücünü aşan belirli bir problem türünü çözmek için kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntem, çoklu fotonların bir dizi beam splitter’den geçişini simüle eder. Fotonlar arasındaki girişim desenleri, klasik algoritmalar tarafından simüle edilemeyecek kadar karmaşık hale gelir, bu da boson sampling’i kuantum hesaplamada kullanışlı kılar (Serafini, 2017).

Uygulama Örneği: Boson Örneklemesi, LOQC’de yaygın olarak araştırılan bir problem türüdür. Bu problem, fotonların bir dizi beam splitter (ışın ayırıcı) ve faz kaydırıcı gibi optik bileşenlerden geçerek belirli çıkış modlarına dağılmasını içerir. Boson Örneklemesi, kuantum bilgisayarların klasik bilgisayarların erişemeyeceği hesaplama kapasitelerini göstermek için kullanılabilecek bir problemdir (Hamilton vd., 2017).

Deneysel Kurulum:

Boson Örneklemesi deneyleri, fotonların optik bir ağda (interferometre) ilerlediği ve çıkışta tespit edildiği bir düzenek kullanır. Bu optik ağ, bir dizi beam splitter ve faz kaydırıcı içerir ve fotonların farklı çıkış kanallarına geçiş yapma olasılıklarını belirler. İşte temel adımlar:

Foton Kaynakları: Tek fotonlar veya çift foton kaynakları kullanılarak, belirli bir sayıda foton üretilir. Bu fotonlar, kuantum durumları taşıyan temel bilgi birimleridir.

Optik Ağ: Fotonlar, beam splitter’lar ve faz kaydırıcılar içeren bir optik ağdan geçer. Her bir beam splitter, fotonların bir yol üzerinden diğerine geçiş yapma olasılığını kontrol eder, faz kaydırıcılar ise faz farkı oluşturarak girişim desenlerini etkiler.

Detektörler: Çıkış modlarında yer alan fotonlar, tek foton detektörleri ile tespit edilir. Detektörler, her çıkış modunda kaç foton bulunduğunu sayar.

Deney Sonuçları:

Boson Örneklemesi, fotonların interferometre içindeki hareketlerinden kaynaklanan kuantum girişim desenlerine dayanır. Klasik bilgisayarlar, belirli sayıda foton ve çıkış moduna sahip bir interferometre için tüm olasılıkları hesaplayamazlar, çünkü bu olasılıkların sayısı hızla üstel olarak artar. Bu, Boson Örneklemesi’nin klasik bilgisayarlara göre üstünlüğünü göstermesi için bir araç sağlar.

Örnek Çalışma: 2013 yılında Scott Aaronson ve Alex Arkhipov (Aaronson ve Arkhipov, 2010) tarafından önerilen Boson Örneklemesi, ilk defa Londra’daki UCL (University College London) araştırmacıları tarafından deneysel olarak gerçekleştirilmiştir. Deneyde, 3 fotonlu bir sistemde Boson Örneklemesi problemi çözülmüştür. Bu çalışma, klasik bilgisayarların hesaplayamayacağı bir hızda kuantum örneklemesi gerçekleştirebilme kapasitesini göstermiştir.

Uygulama Alanları:

Boson Örnekleme, kuantum üstünlüğünü göstermek için ideal bir problem olsa da, doğrudan ticari veya pratik uygulamalara sahip değildir. Bununla birlikte, kuantum optik ve fotonik cihazların geliştirilmesi ve test edilmesi için bir benchmark olarak kullanılır. Ayrıca, kuantum bilgisayarların potansiyelini anlamak ve geliştirmek için bir araştırma aracı olarak hizmet eder.

3.4.4. Kuantum Algılama ve Metrologi

Kuantum Algılayıcılar

Sürekli değişkenler, çok hassas ölçüm cihazlarının geliştirilmesinde kullanılır. Örneğin, sıkışmış ışık kullanarak yer çekimi dalgalarının daha hassas tespit edilmesi veya manyetik alan ölçümleri yapılmaktadır (Proctor vd., 2018).

Kuantum algılayıcılar, kuantum bilgi biliminin en önemli uygulama alanlarından birini temsil eder. Bu algılayıcılar, ölçüm hassasiyetini artırmak için kuantum mekaniksel ilkeleri kullanır ve bu bağlamda kuantum sürekli değişkenler (QCV) önemli bir rol oynar. Sürekli değişkenler, elektromanyetik alanın kuadratur bileşenleri gibi kesintisiz spektruma sahip kuantum gözlemlerini kapsar. Bu teknolojinin en dikkat çekici uygulamalarından biri, sıkışmış ışık kullanarak yer çekimi dalgalarının tespit edilmesidir (Abbott vd., 2020).

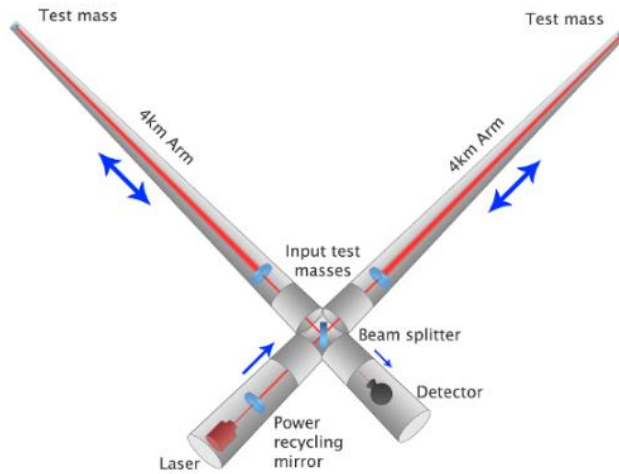
Yer çekimi dalgalarının tespit edilmesi, genellikle LIGO (Abbott vd., 2020) ve Virgo (Abbott vd., 2020) gibi büyük ölçüm cihazlarıyla gerçekleştirilir. Bu cihazlar, iki uzak nokta arasında lazer ışığını yansıtarak interferometri kullanır. Ancak, bu tür ölçümlerin hassasiyeti, kuantum belirsizlik prensibi ile sınırlıdır. Bu sınırı aşmak için, sıkışmış ışık kullanımı devreye girer. Sıkışmış ışık, belirli kuadratur bileşenlerinde kuantum belirsizliğini azaltarak ölçüm hassasiyetini artırabilir. Böylece, yer çekimi dalgalarının tespitinde daha düşük yoğunlukta dalgalar bile saptanabilir.

Kuantum algılayıcıların bir diğer önemli uygulama alanı, manyetik alan ölçümleridir. Manyetik alanların hassas ölçümü, çeşitli bilimsel ve teknolojik alanlarda kritik öneme sahiptir. Özellikle biyomanyetik alanların ölçümünde, insan vücudunun ürettiği zayıf manyetik alanların algılanması gerekebilir. Kuantum sürekli değişkenler, bu tür uygulamalarda da kullanılabilir. Örneğin, manyetometrelerde kullanılan sıkışmış ışık,

manyetik alanların daha hassas ölçümüne olanak tanır. Bu teknoloji, hem tıbbi teşhislerde hem de temel bilimsel araştırmalarda büyük potansiyele sahiptir (Abbott vd., 2020).

Kuantum algılayıcıların geliştirilmesi, ayrıca kuantum optomekanik ve kuantum metrologi gibi alanlarla da ilişkilidir. Kuantum optomekanik, ışık ve mekanik sistemler arasındaki kuantum düzeydeki etkileşimleri inceleyen bir alandır. Bu alanda, sıkışmış ışık ve optomekanik rezonatörler kullanılarak ultra-hassas pozisyon ve kuvvet ölçümleri yapılabilir. Bu tür ölçümler, temel fizik araştırmalarında ve nanoteknoloji uygulamalarında kritik öneme sahiptir.

LIGO, Amerika Birleşik Devletleri'nde bulunan iki büyük interferometreden oluşur: biri Washington eyaletindeki Hanford'da, diğeri ise Louisiana'daki Livingston'da. Her iki interferometre de 4 kilometre uzunluğunda vakum tüpleriyle kaplanmış L-şeklinde kollar içerir. Bu kollar, lazer ışığının serbestçe geçmesine olanak tanır ve lazer ışınları bir beam splitter (ışık ayırıcı) ile iki kola ayrılır. Lazer ışınları, kolların sonundaki aynalardan yansıtılır ve tekrar birleşir. Eğer bir yer çekimi dalgası Dünya'dan geçerse, bu dalga uzay-zaman dokusunu deforme eder ve interferometre kollarının uzunluğunu çok az miktarda değiştirir. Bu değişim, ışık yollarında bir faz kaymasına yol açar ve bu da interferometre tarafından tespit edilebilir.



Şekil 21. Ligo (Beckman, 2021)

Kuantum Metrologi

Kuantum metrologi, en yüksek hassasiyetle fiziksel sabitlerin ölçülmesinde kullanılır. Sürekli değişkenler, özellikle sıkışmış ışık ve diğer kuantum halleriyle daha hassas saatler ve sensörler yapılmasını sağlar (Giovannetti vd., 2011).

3.4.5. Kuantum Simülasyon

Kuantum many-body sistemleri: Sürekli değişkenler, çoklu parçacık sistemlerinin kuantum mekaniksel özelliklerini simüle etmek için kullanılır. Bu, özellikle malzeme bilimi ve yoğun madde fiziğinde faydalıdır.

3.4.6. Hassas Ölçüm ve Görüntüleme

Kuantum Görüntüleme: Sürekli değişkenler, özellikle biyomedikal görüntüleme ve astronomik gözlemler gibi alanlarda kullanılabilir. Kuantum ışık kaynakları kullanarak, daha yüksek çözünürlükte ve düşük gürültü seviyelerinde görüntüler elde edilebilir.

3.4.7. Optik ve Telekomünikasyon

- **Sıkışmış Durumlar:** Optik sıkışma, sürekli değişkenlerin optik iletişimde veri aktarım hızını ve güvenliğini artırmak için kullanılır.
- **Quantum Repeater'lar:** Sürekli değişkenler, kuantum tekrar edicilerde daha uzun mesafeli kuantum iletişim ağlarının kurulmasını sağlar.

3.4.8. Kuantum İnternet ve Dağıtılmış Hesaplama

Kuantum İnternet

Kuantum internet, kuantum bilgisayarları ve diğer kuantum cihazları birbirine bağlayarak kuantum bilgiyi (kuantum bitleri veya qubitler) uzak mesafelere taşımayı amaçlayan bir teknolojidir. Bu, kuantum dolanıklık ve kuantum durumların süperpozisyon gibi kuantum mekaniksel özelliklerini kullanarak yapılır. Kuantum internetin potansiyel uygulamaları arasında kuantum iletişim, güvenli kuantum kriptografi (örneğin, kuantum anahtar dağıtımı), kuantum sensör ağları ve dağıtılmış kuantum hesaplama bulunur (Cacciapuoti vd., 2018; Proctor vd., 2018).

Dağıtılmış Kuantum Hesaplama

Dağıtılmış kuantum hesaplama, CV tabanlı kuantum bilgisayarların ağlar üzerinde ortak hesaplama görevlerini gerçekleştirmesini içerir. Bu sistemlerde, kuantum durumları arasında dolanıklık oluşturularak ve bu durumlar üzerinde kuadratur ölçümleri yapılarak karmaşık kuantum hesaplamalar gerçekleştirilebilir.

Örneğin, iki CV kuantum bilgisayar arasında bir kuantum Fourier dönüşümü yapmak, dolanık CV durumlarının paylaşımını ve bu durumlar üzerinde Fourier dönüşümünü içerebilir. Bu tür protokoller, özellikle paralel hesaplama gerektiren büyük ölçekli problemler için önemlidir.

Tabii, kuantum sürekli değişkenlerin kullanıldığı daha ilginç ve endüstriye yönelik uygulamalara devam edelim:

3.4.9. Kuantum Kriptoloji ve İletişim Protokolleri

Kuantum sürekli değişkenler, kriptografi alanında büyük potansiyel sunar. Özellikle, sıkıştırılmış ışık kullanarak veri şifreleme ve iletme teknikleri, klasik yöntemlere göre daha güvenli iletişim sağlar. Bu teknoloji, kuantum zayıflatma saldırılarına karşı dayanıklıdır ve kuantum anahtar dağıtımı (QKD) ile entegre edilerek, kritik bilgilerin güvenli bir şekilde

iletilmesini sağlar. Özellikle finans, sağlık ve askeri alanlarda, hassas verilerin güvenliği için bu tür kriptografik uygulamalar önemlidir.

3.4.10. Kuantum Temelli Güvenli Kimlik Doğrulama

Kuantum sürekli değişkenler, güvenli kimlik doğrulama protokolleri geliştirmede de kullanılabilir. Özellikle biyometrik veriler gibi kişisel bilgilerin güvenli bir şekilde saklanması ve iletilmesi için kuantum kriptografi teknikleri kullanılabilir. Bu tür sistemler, kimlik doğrulama sırasında kuantum parmak izi gibi benzersiz kuantum durumlarını kullanarak kimlik hırsızlığı ve veri manipülasyonunu önler.

3.4.11. Endüstriyel İmalat ve Kuantum Sensörleri

Endüstriyel imalat, kuantum sürekli değişkenler kullanılarak geliştirilmiş sensörler, malzeme özelliklerinin ultra yüksek hassasiyetle ölçülmesini sağlar. Bu sensörler, stres, sıcaklık, manyetik alanlar ve diğer çevresel faktörleri ölçmek için kullanılabilir. Örneğin, uçak parçalarının üretimi sırasında kullanılan malzemelerin özelliklerini izlemek, kalite kontrol süreçlerini iyileştirir ve güvenliği artırır.

3.4.12. Kuantum Tabanlı Yüksek Hassasiyetli Tıp Görüntüleme

Kuantum sürekli değişkenler, tıbbi görüntüleme tekniklerinde devrim yaratabilir. Özellikle düşük ışık seviyelerinde daha yüksek çözünürlükte görüntüleme yapabilen kuantum ışık kaynakları, MRI ve ultrason gibi geleneksel tıbbi görüntüleme tekniklerinin sınırlarını zorlar. Bu, kanser taraması gibi erken teşhis gerektiren durumlarda daha doğru ve erken teşhis olanağı sağlar.

3.4.13. Finansal Piyasalarda Kuantum Simülasyonlar

Finansal piyasalarda, kuantum sürekli değişkenler kullanılarak yapılan simülasyonlar, risk analizi ve portföy optimizasyonu gibi alanlarda büyük avantajlar sunar. Kuantum bilgisayarlar, karmaşık finansal modelleri daha hızlı ve etkili bir şekilde analiz edebilir. Bu, hedge fonları ve yatırım bankaları için stratejik avantajlar sağlayarak, piyasa dalgalanmalarına karşı daha iyi koruma ve yatırım fırsatlarının daha hızlı değerlendirilmesi anlamına gelir.

3.4.14. Akıllı Şehirlerde Kuantum Güvenlik Sistemleri

Akıllı şehirler, enerji yönetimi, trafik kontrolü ve güvenlik sistemleri gibi kritik altyapıları içerir. Kuantum sürekli değişkenler, bu altyapılarda kullanılan verilerin güvenliğini artırabilir. Örneğin, trafik ışık sistemlerinin, enerji şebekelerinin veya güvenlik kameralarının kontrolü sırasında iletilen verilerin kuantum kriptografisi kullanılarak şifrelenmesi, siber saldırılara karşı önemli bir koruma sağlar.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ARAŞTIRMA BULGULARI

Bu tezde, Kuantum Sürekli Değişkenli Hesaplama (CVQC) paradigmasının temel ilkeleri ve uygulamaları kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Araştırma yöntemi, kuantum bilgi işlemde kullanılan sürekli değişkenlerin teorik analizini ve deneysel doğrulamalarını içermektedir. Sürekli değişkenler, pozisyon ve momentum gibi fiziksel büyüklüklerle modellenmiş ve bu büyüklüklerin kuantum bilgi işlem süreçlerindeki rollerine odaklanılmıştır. Teorik altyapı, kuantum mekaniği ve kuantum optik kavramlarına dayanmakta olup, bu alanlarda derinlemesine matematiksel analizler gerçekleştirilmiştir.

4.1. Temel Bulgular

4.1.1. Sürekli Değişkenli Kuantum Sistemlerin Avantajları

Bilgi İşleme Kapasitesi ve Güvenlik

Sürekli değişkenli kuantum sistemler, klasik bitler yerine sürekli spektruma sahip kuantum gözlemleri kullanarak bilgi işleme kapasitesini artırmaktadır. Bu yaklaşım, daha karmaşık kuantum durumlarının daha verimli bir şekilde işlenmesine olanak tanır. Özellikle kuantum kriptografi ve kuantum metroloji alanlarında CVQC'nin kullanımı, bu sistemlerin sağladığı güvenlik ve hassasiyet avantajlarını göstermektedir. Sürekli değişkenler, klasik sistemlere göre daha fazla bilgi taşıyabilme kapasitesine sahiptir ve bu da daha karmaşık veri işleme yeteneklerine olanak tanır.

Gürültüye Dayanıklılık ve Ölçeklenebilirlik

CVQC sistemlerinin bir diğer önemli avantajı, gürültü ve bozulmalara karşı doğal dayanıklılıklarıdır. Özellikle Gaussian durumlar, bu sistemlerin temel yapı taşlarını oluşturur ve bu durumların özellikleri, gürültüye karşı dayanıklılıklarını artırır. Bu özellik, kuantum bilgiyi koruma ve iletme süreçlerinde kritik bir rol oynar. Ayrıca, CVQC sistemleri, mevcut

telekomünikasyon altyapılarıyla uyumlu oldukları için, geniş ölçekte uygulanabilirlik sunarlar.

4.2. Uygulamalar

4.2.1. Kuantum Kriptografi

Sürekli değişkenli kuantum sistemlerin en dikkat çekici uygulamalarından biri kuantum kriptografi alanında gerçekleşmektedir. Kuantum Anahtar Dağıtımı (QKD) protokollerinde, sıkıştırılmış ışık kullanılarak daha yüksek güvenlik seviyeleri elde edilir. Bu tür protokoller, klasik saldırı yöntemlerine karşı koruma sağlar ve kuantum iletişimi daha güvenli hale getirir. Terahertz bandında sürekli değişkenli ölçüm-cihazı bağımsız QKD, mevcut telekomünikasyon altyapısıyla entegrasyon sağlama yeteneği nedeniyle önemli bir avantaj sunmaktadır.

4.2.2. Kuantum Algılama ve Metroloji

Sürekli değişkenli sistemler, hassas ölçüm cihazlarının geliştirilmesinde önemli bir rol oynar. Özellikle yer çekimi dalgalarının tespiti gibi yüksek hassasiyet gerektiren alanlarda, sıkıştırılmış ışığın kullanımı ölçüm doğruluğunu önemli ölçüde artırır. Bu, kuantum metroloji ve algılama alanında devrim niteliğinde bir gelişme olarak kabul edilmektedir. Sıkıştırılmış durumlar, Heisenberg belirsizlik ilkesinin sınırlamalarını aşarak daha düşük gürültü seviyeleri ve daha yüksek hassasiyet sağlar.

4.2.3. Kuantum Hesaplama ve Algoritmalar

Sürekli değişkenler, kuantum hesaplama alanında da önemli uygulamalara sahiptir. Özellikle Boson Örneklemesi gibi kuantum üstünlüğü gösteren problemler, CVQC'nin hesaplama kapasitelerinin klasik bilgisayarların ötesine geçtiğini göstermektedir. Bu tür algoritmalar, belirli problemler için üstel hızlanma sağlar ve klasik bilgisayarlarla çözülemeyecek kadar karmaşık olan problemleri çözmektedir.

4.2.4. Kuantum İletişim ve Bilgi Teorisi

CVQC, kuantum iletişim protokollerinde de önemli bir yer tutar. Özellikle kuantum teleportasyon ve kuantum kanal kapasiteleri gibi alanlarda sürekli değişkenlerin kullanımı, klasik sınırların ötesine geçerek daha yüksek veri iletim hızları ve güvenlik sağlamaktadır. Bu, kuantum internetin geliştirilmesi için kritik öneme sahiptir ve gelecekte bu teknolojilerin daha da yaygınlaşması beklenmektedir.

4.3. Sonuçlar ve Gelecek Perspektifler

Araştırma sonuçları, sürekli değişkenli kuantum sistemlerin hem teorik hem de pratik açılardan büyük bir potansiyele sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Bu sistemler, güvenli iletişim kanalları oluşturma, yüksek hassasiyetli ölçümler yapma ve karmaşık hesaplama problemlerini çözme gibi birçok alanda ileriye dönük çözümler sunmaktadır. Gelecekte, bu teknolojinin daha fazla gelişmesi ve geniş çapta benimsenmesi beklenmektedir.

4.3.1. Gelecekteki Araştırma Alanları

Gelecek araştırmalar, sürekli değişkenli kuantum sistemlerin performansını ve dayanıklılığını artırmaya yönelik olabilir. Özellikle gürültü yönetimi, hata düzeltme kodları ve sistemlerin ölçeklenebilirliği gibi konular, bu alandaki önemli araştırma alanlarını oluşturacaktır. Ayrıca, sürekli değişkenli kuantum sistemlerin klasik bilgi işlem sistemleriyle entegrasyonunu sağlamak için hibrit sistemler geliştirme çalışmaları da yapılabilir.

4.3.2. Uygulama Genişletmeleri

CVQC'nin potansiyel uygulama alanları, mevcut uygulamaların ötesine geçmektedir. Örneğin, kuantum finans, kuantum kimya ve malzeme bilimi gibi alanlarda sürekli değişkenli sistemlerin kullanımı, bu alanlardaki araştırmaları ve teknolojik

gelişmeleri hızlandırabilir. Ayrıca, kuantum yapay zeka ve makine öğrenimi gibi alanlarda da sürekli değişkenli kuantum hesaplamanın katkıları incelenebilir.

Bu sonuçlar, sürekli değişkenli kuantum hesaplama teknolojilerinin geliştirilmesine ve daha geniş bir uygulama yelpazesine katkıda bulunacak önemli veriler sunmaktadır. Bu tez, CVQC'nin mevcut durumunu ve potansiyelini ortaya koyarak, bu alanda gelecekte yapılacak çalışmalar için sağlam bir temel oluşturmayı amaçlamaktadır. Bu bağlamda, sürekli değişkenli kuantum sistemlerin gelişimi, bilim ve teknolojide yeni ufuklar açacaktır.



BEŞİNCİ BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde, kuantum hesaplamada sürekli değişkenler (QCV) üzerine yapılan araştırmanın sonuçları ve gelecekte yapılacak çalışmalar için öneriler sunulacaktır. Bu çalışmanın temel amacı, QCV sistemlerinin kuantum hesaplama ve iletişimdeki uygulamalarını incelemek ve bu alandaki mevcut durumu özetlemektir. Araştırma bulguları, QCV sistemlerinin teorik temelleri, pratik uygulamaları ve gelecekteki potansiyel gelişmeleri hakkında kapsamlı bir bakış açısı sunmaktadır.

5.1. Araştırma Sonuçları

5.1.1. Sürekli Değişkenler ve Kuantum Bilgi İşleme

Sürekli değişkenler, kuantum bilgi işleminde önemli bir rol oynamaktadır. Elektromanyetik alanın kuadratur bileşenleri gibi sürekli spektruma sahip kuantum gözlemlerini kullanarak, daha hassas ve güvenilir kuantum bilgi işleme teknikleri geliştirilmiştir. Bu çalışmada elde edilen bulgular, sürekli değişkenlerin kuantum bilgi işleminde yüksek doğruluk ve düşük hata oranları ile kullanılabileceğini göstermektedir.

5.1.2. Gaussian Durumlar ve Kuadratur Ölçümleri

Gaussian durumlar, ortalama değerleri ve kovaryans matrisleri ile tamamen karakterize edilir ve QCV sistemlerinde yaygın olarak kullanılır. Bu durumlar, kuantum bilgiyi manipüle etmek ve taşımak için son derece uygundur. Kuadratur ölçümleri ise pozisyon ve momentum benzeri değişkenlerin ölçülmesini sağlayarak, kuantum bilgiyi daha etkin bir şekilde işleme olanağı sunar. Araştırma bulguları, Gaussian durumların ve kuadratur ölçümlerinin QCV sistemlerinde yüksek performans gösterdiğini ortaya koymuştur.

5.1.3. GKP Kodları ve Hata Düzeltme

Gottesman-Kitaev-Preskill (GKP) kodları, kuantum bilgisayarlarda hata düzeltme için tasarlanmış kodlardır. Bu kodlar, kuantum bilgiyi gürültü ve decoherence'a karşı koruyarak hataya dayanıklı kuantum hesaplama sağlar. Araştırmada, GKP kodlarının QCV sistemlerinde başarılı bir şekilde uygulanabileceği ve hata oranlarını önemli ölçüde azaltılabileceği gösterilmiştir.

5.1.4. QCV Tabanlı Kuantum Anahtar Dağıtımı (QKD)

Kuantum Anahtar Dağıtımı (QKD), kuantum mekaniği ilkelerini kullanarak güvenli iletişim sağlar. QCV teknikleri, mevcut telekomünikasyon altyapısı ile uyumlu olup, daha geniş bir uygulama yelpazesine sahiptir. QCV tabanlı QKD sistemlerinin, klasik yöntemlere göre daha yüksek güvenlik sağladığı ve pratik uygulamalarda başarılı olduğu tespit edilmiştir.

5.1.5. Gaussian Boson Sampling (GBS)

Gaussian Boson Sampling (GBS), sıkıştırılmış ışığın özelliklerini kullanarak klasik bilgisayarlar için zor olan belirli hesaplama problemlerini çözer. Bu çalışmada, GBS'in kuantum hesaplama kapasitelerinin artırılması ve karmaşık hesaplama problemlerinin çözümünde etkin bir araç olduğu gösterilmiştir. Araştırma bulguları, GBS'in hesaplama gücünün ve hızının klasik yöntemlerle karşılaştırıldığında üstün olduğunu ortaya koymaktadır.

5.2. Gelecek Araştırmalar için Öneriler

5.2.1. QCV Sistemlerinin Dayanıklılığı ve Ölçeklenebilirliği

QCV sistemlerinin dayanıklılığı ve ölçeklenebilirliği, gelecekteki araştırmaların odak noktası olmalıdır. Kuantum sistemlerin daha büyük ölçeklerde uygulanabilirliği, pratik

kuantum hesaplama ve iletişim sistemlerinin geliştirilmesi için kritik öneme sahiptir. Bu bağlamda, daha büyük kuantum sistemlerin inşası ve bu sistemlerin hata toleransının artırılması üzerine çalışmalar yapılmalıdır.

5.2.2. Yeni Hata Düzeltme Kodları ve Protokolleri

GKP kodları gibi mevcut hata düzeltme tekniklerinin yanı sıra, yeni ve daha etkili hata düzeltme kodları ve protokolleri geliştirilmelidir. Bu kodlar, QCV sistemlerinde daha yüksek doğruluk ve güvenilirlik sağlayarak, kuantum bilgiyi daha etkili bir şekilde koruyabilir. Gelecekteki araştırmalar, bu alanda yenilikçi yaklaşımlar ve teknolojiler geliştirmeye odaklanmalıdır.

5.2.3. Pratik QKD Uygulamaları

QCV tabanlı QKD sistemlerinin pratik uygulamaları üzerine daha fazla çalışma yapılmalıdır. Bu sistemlerin gerçek dünya koşullarında test edilmesi ve performanslarının değerlendirilmesi, kuantum iletişim teknolojilerinin güvenilirliğini ve yaygınlığını arttıracaktır. Bu bağlamda, QKD sistemlerinin entegrasyonu ve optimizasyonu üzerine çalışmalar yapılması önerilmektedir.

5.2.4. GBS ve Karmaşık Hesaplama Problemleri

Gaussian Boson Sampling (GBS) üzerine yapılan çalışmalar, kuantum hesaplama alanında önemli ilerlemeler kaydedilmesini sağlamıştır. Gelecekteki araştırmalar, GBS'in daha karmaşık hesaplama problemlerinin çözümünde nasıl daha etkili bir şekilde kullanılabileceğine odaklanmalıdır. Ayrıca, GBS'in performansını arttıracak yeni algoritmalar ve teknikler geliştirilmelidir.

5.2.5. Kuantum Makine Öğrenmesi ve Yapay Zekâ

Kuantum makine öğrenmesi (QML) ve kuantum yapay zeka (QAI) alanlarında daha fazla araştırma yapılmalıdır. QCV teknikleri, bu alanlarda yeni ve daha etkili algoritmalar geliştirmek için kullanılabilir. Bu bağlamda, QML ve QAI alanlarında yenilikçi projeler ve araştırmalar teşvik edilmelidir. Gelecekteki çalışmalar, kuantum teknolojilerini kullanarak daha güçlü ve akıllı sistemler geliştirmeye odaklanmalıdır.

5.3. Gelecek Yazarlara Öneriler

5.3.1. Temel Kuantum Mekanîği ve Kuantum Optik Bilgisi

Gelecek yazarlar, QCV sistemleri üzerine çalışmaya başlamadan önce temel kuantum mekanîği ve kuantum optik bilgisine sahip olmalıdır. Bu alanlarda sağlam bir teorik temel, QCV sistemlerini anlamak ve uygulamak için gereklidir. Ayrıca, sürekli değişkenler ve Gaussian durumlar hakkında detaylı bilgi sahibi olmak, araştırmaların daha etkili ve verimli olmasını sağlayacaktır.

5.3.2. Deneysel Düzeneklerin Kurulumu ve Optimizasyonu

QCV deneyleri için uygun laboratuvar ortamını ve ekipmanları hazırlamak, araştırmaların başarılı olması için kritik öneme sahiptir. Lazerler, detektörler, sıkıştırma cihazları gibi ekipmanların doğru bir şekilde kurulumu ve optimizasyonu, deneysel sonuçların doğruluğunu ve güvenilirliğini arttıracaktır. Bu nedenle, deneysel düzeneklerin kurulumu ve optimizasyonu üzerine dikkatlice çalışılması gerekmektedir.

5.3.3. Araştırma Bulgularının Paylaşımı ve İş Birliği

QCV alanında yapılan araştırmaların bulguları, akademik topluluk ve endüstri ile paylaşılmalıdır. Bu paylaşım, alandaki ilerlemeleri hızlandıracak ve daha geniş bir bilgi tabanı oluşturacaktır. Ayrıca, farklı araştırma grupları ve kurumlar arasındaki işbirliği, QCV

sistemlerinin geliştirilmesine ve uygulanmasına yönelik daha yenilikçi çözümler ortaya çıkaracaktır.

5.3.4. Eğitim ve Bilinçlendirme Faaliyetleri

Kuantum teknolojileri ve QCV sistemleri hakkında eğitim ve bilinçlendirme faaliyetleri yürütülmelidir. Bu faaliyetler, hem akademik hem de endüstriyel topluluklarda kuantum teknolojilerine olan ilgiyi arttıracaktır. Eğitim programları, konferanslar ve seminerler gibi etkinlikler düzenlenerek, kuantum teknolojileri hakkında daha geniş bir kitleye bilgi verilebilir.

5.4. Sonuç

Bu çalışma, kuantum hesaplamada sürekli değişkenler ve uygulamaları üzerine yapılan kapsamlı bir araştırmayı sunmaktadır. QCV sistemlerinin kuantum bilgi işlemdeki potansiyeli, Gaussian durumların ve kuadratur ölçümlerinin avantajları, GKP kodları ve QKD uygulamaları gibi birçok önemli konu ele alınmıştır. Araştırma bulguları, QCV sistemlerinin kuantum bilgi işleme, iletişim ve hesaplama alanlarında güçlü bir potansiyele sahip olduğunu göstermektedir. Gelecek araştırmaların, bu alandaki mevcut bilgiyi daha da genişletmesi ve kuantum teknolojilerinin pratik uygulamalarını geliştirmesi beklenmektedir.

Bu çalışmanın sonuçları, QCV sistemlerinin kuantum bilgi işlemdeki rolünü daha iyi anlamamıza ve bu alandaki gelecekteki araştırmalar için bir temel oluşturmaya yardımcı olacaktır. QCV sistemlerinin daha geniş bir alanda uygulanabilirliği ve bu sistemlerin geliştirilmesine yönelik çalışmalar, kuantum teknolojilerinde önemli bir adım olarak görülmektedir.

KAYNAKÇA

- Aaronson, S., ve Arkhipov, A. (2010). The Computational Complexity of Linear Optics. *arXiv preprint arXiv:1011.3245*.
- Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., Abraham, S., Acernese, F., Ackley, K., Adams, C., Adya, V. B., Affeldt, C., Agathos, M., Agatsuma, K., Aggarwal, N., Aguiar, O. D., Aiello, L., Ain, A., Ajith, P., Akutsu, T., Allen, G., Allocca, A., ... Zweizig, J. (2020). Prospects for observing and localizing gravitational-wave transients with Advanced LIGO, Advanced Virgo and KAGRA. *Living Reviews in Relativity*, 23(1), 1-69. <https://doi.org/10.1007/s41114-020-00026-9>
- Adesso, G., Serafini, A., ve Illuminati, F. (2007). Continuous-variable quantum information with three-mode Gaussian states: Allotment, trade-off, teleportation, and telecloning. *2007 First International Conference on Quantum, Nano, and Micro Technologies (ICQNM'07)*. <https://www.semanticscholar.org/paper/Continuous-variable-quantum-information-with-and-Adesso-Serafini/5880b139c1b72a35522ef8d08601327eeef477f1>
- Akyüz, E. (2012). *Sürekli Değişkenli Kuantum Dolanıklık ve Kuantum Bilişim Kuramındaki Uygulamaları* [Yüksel Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi]. https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezDetay.jsp?id=9EIQSded5L4NcI1T6_O7jA&no=F7B8yBGeYDSsZTJIvOGhQQ
- Asavanant, W., Shiozawa, Y., Yokoyama, S., Charoensombutamon, B., Emura, H., Alexander, R. N., Takeda, S., Yoshikawa, J., Menicucci, N. C., Yonezawa, H., ve Furusawa, A. (2019). Generation of Time-Domain-Multiplexed Two-Dimensional Cluster State. *Science*. <https://doi.org/10.1126/science.aay2645>
- Beckman, J. E. (2021). Gravitational Wave Astronomy. İçinde *Multimessenger Astronomy* (ss. 223-258). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-68372-6_8
- Beşergil, B. (2020, Kasım 14). *Kuantum Mekaniğinde Operatörler (operators in quantum mechanics)*. <http://bilsenbesergil.blogspot.com/p/kuantum-mekaniginde-operatorler.html>

- Braunstein, S. L., ve van Loock, P. (2005). Quantum information with continuous variables. *Reviews of Modern Physics*, 77(2), 513-577. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.77.513>
- Buck, S., Coleman, R., ve Sargsyan, H. (2021). *Continuous Variable Quantum Algorithms: An Introduction* (arXiv:2107.02151). arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2107.02151>
- Cacciapuoti, A. S., Caleffi, M., Tafuri, F., Cataliotti, F. S., Gherardini, S., ve Bianchi, G. (2018). *Quantum Internet: Networking Challenges in Distributed Quantum Computing*. <https://arxiv.org/abs/1810.08421v2>
- Caves, C. M. (1981). Quantum-mechanical noise in an interferometer. *Physical Review D*, 23(8), 1693. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.23.1693>
- Çetintaş, M. (2023). *TÜBİTAK Ulusal Metroloji Enstitüsü (UME) Tanıtım Kitabı*. https://www.ume.tubitak.gov.tr/sites/images/ume/laboratuvar_tanitim_kitabi.pdf
- De Broglie, L. (1929). The wave nature of the electron. *Nobel lecture*, 12, 244-256.
- Demkowicz-Dobrzański, R., Jarzyna, M., ve Kołodyński, J. (2015). Quantum Limits in Optical Interferometry. İçinde *Progress in Optics* (C. 60, ss. 345-435). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/bs.po.2015.02.003>
- Deng, X., Hao, S., Guo, H., Xie, C., ve Su, X. (2016). Continuous Variable Quantum Optical Simulation for Time Evolution of Quantum Harmonic Oscillators. *Scientific Reports*. <https://doi.org/10.1038/srep22914>
- Diep, D. N., Nagata, K., ve Wong, R. (2020). Continuous-Variable Quantum Computing and Its Applications to Cryptography. *International Journal of Theoretical Physics*. <https://doi.org/10.1007/s10773-020-04571-5>
- Eryılmaz, Ö., ve Yılmaz, İ. (2019). Sürekli Değişken Modele Dayalı Gözetimli Kuantum Makine Öğrenmesi ile Kişilerin Satın Alma Davranışlarının Tespitinin Simülasyonu. *Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 5(1), Article 1. <https://doi.org/10.28979/comufbed.535060>
- File:Michelson Interferometer scheme.png—Wikimedia Commons*. (2013, Mayıs 20). https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Michelson_Interferometer_scheme.png

- Giovannetti, V., Lloyd, S., ve Maccone, L. (2004). Quantum-Enhanced Measurements: Beating the Standard Quantum Limit. *Science*, 306(5700), 1330-1336.
- Giovannetti, V., Lloyd, S., ve Maccone, L. (2011). Advances in quantum metrology. *Nature Photonics*, 5(4), Article 4. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2011.35>
- Gottesman, D., Kitaev, A., ve Preskill, J. (2001). Encoding a qubit in an oscillator. *Physical Review A*, 64(1), 012310.
- Griffiths, D. J., ve Schroeter, D. F. (2018). *Introduction to quantum mechanics*. Cambridge university press.
<http://sampa.if.usp.br/~suaide/MecQuantica1/Introduction%20to%20Quantum%20Mechanics%20-%20David%20J%20Griffiths-Darrell%20F%20Schroeter.pdf>
- Hamilton, C. S., Kruse, R., Sansoni, L., Barkhofen, S., Silberhorn, C., ve Jex, I. (2017). Gaussian Boson Sampling. *Physical Review Letters*, 119(17), 170501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.170501>
- Hofer, W. A. (1997). Measurement processes in quantum physics: A new theory of measurements in terms of statistical ensembles. *arXiv.Org*. <https://arxiv.org/abs/quant-ph/9704006v2>
- Jarzyna, M., ve Demkowicz-Dobrzański, R. (2012). Quantum interferometry with and without an external phase reference. *Physical Review A*, 85(1), 011801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.85.011801>
- Johansson, J. R., Nation, P. D., ve Nori, F. (2012). QuTiP: An open-source Python framework for the dynamics of open quantum systems. *Computer Physics Communications*, 183(8), 1760-1772. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2012.02.021>
- Johansson, J. R., Nation, P. D., ve Nori, F. (2013). QuTiP 2: A Python framework for the dynamics of open quantum systems. *Computer Physics Communications*, 184(4), 1234-1240. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2012.11.019>
- Jordan, T. F. (2012). *Linear operators for quantum mechanics*. Courier Corporation.
- Kajava, T. T., Lauranto, H. M., ve Friberg, A. T. (1994). Interference pattern of the Fizeau interferometer. *Journal of the Optical Society of America A*, 11(7), 2045. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.11.002045>

- Karakuş, C. (2021). *Veri Analitiği için Olasılık Kuramı*. <https://ckk.com.tr/Kitap.html>
- Karimeddiny, S., Jerald Cham, T. M., Smedley, O., C. Ralph, D., ve Kelly Luo, Y. (2023). Sagnac interferometry for high-sensitivity optical measurements of spin-orbit torque. *Science Advances*. <https://doi.org/10.1126/sciadv.adi9039>
- Michelson Interferometer*. (2013). <http://www.physicsbootcamp.org/section-michelson-interferometer.html>
- Özmen, A., Er, F., Atlas, M., Aslanargun, A., Peker, K. Ö., Işıklar, E., ve Sönmez, H. (2018). *İstatistik*. Anadolu Üniversitesi. <https://ets.anadolu.edu.tr/storage/nfs/IST203U/ebook/IST203U-12V3S1-8-0-1-SV1-ebook.pdf>
- Pahlavani, M. R. (2012). *Measurements in Quantum Mechanics*. Intech. http://www.issp.ac.ru/ebooks/books/open/Measurements_in_Quantum_Mechanics.pdf
- Prabhat, ve Behera, B. K. (2021, Ocak 22). *Simulation of Lennard-Jones Potential on a Quantum Computer*. arXiv.Org. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.24765.08167>
- Proctor, T. J., Knott, P. A., ve Dunningham, J. A. (2018). Multiparameter Estimation in Networked Quantum Sensors. *Physical Review Letters*, 120(8), 080501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.080501>
- Sakar, F. M., ve Yilmaz, A. (2015). Matematik ve Kuantum Fiziği. *Journal of Life Sciences*, 5(2), 14.
- Schrödinger, E. (1926). An Undulatory Theory of the Mechanics of Atoms and Molecules. *Physical Review*, 28(6), 1049-1070.
- Serafini, A. (2017). *Quantum Continuous Variables: A Primer of Theoretical Methods*. CRC Press, Taylor & Francis Group.
- Shih, Y.-C., Tung, P.-C., Jywe, W.-Y., Chang, C.-P., Shyu, L.-H., ve Hsieh, T.-H. (2020). Investigation on the Differential Quadrature Fabry–Pérot Interferometer with Variable Measurement Mirrors. *Applied Sciences*, 10(18), Article 18. <https://doi.org/10.3390/app10186191>

- TDK “Değişken” Sözlük Anlamı. (2024). İçinde *Türk Dil Kurumu Sözlükleri*. Türk Dil Kurumu. <https://sozluk.gov.tr/?kelime=degisken>
- Tutak, T., ve Güder, Y. (2014). Matematiksel Modellemenin Tanımı, Kapsamı ve Önemi. *Turkish Journal of Educational Studies*, 1(1), Article 1.
- What is a Mach-Zehnder Interferometer?* - GoPhotonics.com. (t.y.). Geliş tarihi 28 Temmuz 2024, gönderen <https://www.gophotonics.com/community/what-is-a-mach-zehnder-interferometer>
- Wootters, W. K. (1987). A Wigner-function formulation of finite-state quantum mechanics. *Annals of Physics*, 176(1), 1-21. [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(87\)90176-X](https://doi.org/10.1016/0003-4916(87)90176-X)
- Yang, M. (2022). *Application of Assembly Construction in Intelligent Construction Under the Background of Artificial Intelligence*. <https://doi.org/10.2991/ahis.k.220601.044>
- Yaşar, C. (2024). *Continuous Variables in Quantum Computing and Their Applications* [Yazılım]. <https://github.com/cyasar/yukseklisanstezi>
- Yıldırım, E. (2022). *Değişkenler ve Tanımlayıcı Değişkenler*. Web. https://www.gokselarmagan.com/TEAT/09_degiskenler.pdf
- Yılmaz, İ. (2007). *Kuantum Bilgisayarlara Giriş- I-II*.
- Yılmaz, İ. (2017). Quantum Group Proxy Digital Signature based on Quantum Fourier Transform by Using Blinded and Non Blinded Trent. *International Journal of Information Security Science*, 6(4), 79-86.