

**T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI**



**ÖZEL YETENEKLİ ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN
PROBLEM ÇÖZME SÜREÇLERİNDE DİNAMİK
MATEMATİK YAZILIMININ ROLÜ**

Yüksek Lisans Tezi

Azra ERGÜN

Danışman

Doç. Dr. Rezan YILMAZ

SAMSUN
2024

TEZ KABUL VE ONAYI

Azra ERGÜN tarafından, Doç. Dr. Rezan YILMAZ danışmanlığında hazırlanan “ÖZEL YETENEKLİ ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZME SÜREÇLERİNDE DİNAMİK MATEMATİK YAZILIMININ ROLÜ ” başlıklı bu çalışma, jürimiz tarafından 18.7.2024 tarihinde yapılan sınav sonucunda oy birliği ile başarılı bulunarak Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

	Unvanı Adı Soyadı Üniversitesi Ana Bilim/Ana Sanat Dalı	Sonuç
Başkan	Doç. Dr. Emine ŞENDURUR Ondokuz Mayıs Üniversitesi Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi Ana Bilim Dalı	☒ Kabul ☐ Ret
Üye	Doç. Dr. Gönül YAZGAN SAĞ Gazi Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı	☒ Kabul ☐ Ret
Üye	Doç. Dr. Rezan YILMAZ Ondokuz Mayıs Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı	☒ Kabul ☐ Ret

Bu tez, Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen ve yukarıda adları yazılı jüri üyeleri tarafından uygun görülmüştür.

Prof. Dr. Ahmet TABAK
Enstitü Müdürü

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI

Hazırladığım Yüksek Lisans tezinin bütün aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara riayet ettiğimi, çalışmada doğrudan veya dolaylı olarak kullandığım her alıntıya kaynak gösterdiğimi ve yararlandığım eserlerin Kaynaklar'da gösterilenlerden oluştuğunu, her unsurun enstitü yazım kılavuzuna uygun yazıldığını ve TÜBİTAK Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu Yönetmeliği'nin 3. bölüm 9. maddesinde belirtilen durumlara aykırı davranılmadığını taahhüt ve beyan ederim.

Etik Kurul Gerekli mi ?

Evet ☒ (Gerekli ise ekler kısmına ekleyiniz)

Hayır ☐

12 / 08 / 2024

Azra ERGÜN

TEZ ÇALIŞMASI ÖZGÜNLÜK RAPORU BEYANI

Tez Başlığı : ÖZEL YETENEKLİ ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN
PROBLEM ÇÖZME SÜREÇLERİNDE DİNAMİK MATEMATİK YAZILIMININ
ROLÜ

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışması için şahsım tarafından 12.08.2024 tarihinde intihal tespit programından alınmış olan özgünlük raporu sonucunda;

Benzerlik oranı : % 15

Tek kaynak oranı : % 4 çıkmıştır.

12 / 08 / 2024
Doç. Dr. Rezan YILMAZ

ÖZET

ÖZEL YETENEKLİ ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZME SÜREÇLERİNDE DİNAMİK MATEMATİK YAZILIMININ ROLÜ

Azra ERGÜN

Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

Yüksek Lisans, Temmuz/2024

Danışman: Doç. Dr. Rezan YILMAZ

Bu araştırmanın genel amacı matematikte özel yetenekli öğrencilerin problem çözme süreçlerini incelemek ve dinamik matematik yazılımı desteğinin problem çözme süreçlerindeki rolünü ortaya koymaktır.

Araştırmada nitel araştırma yöntemi kullanılmış ve durum çalışması ile desenlenerek veriler derinlemesine incelenmiştir. Araştırmanın katılımcılarını, Karadeniz Bölgesinin büyük bir iline bağlı bir Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim görmekte olan amaçlı örneklem yöntemi ile seçilmiş 5., 6., 7. ve 8. sınıfta öğrenim gören her bir sınıf seviyesinden iki olmak üzere toplam sekiz ortaokul öğrencisi oluşturmaktadır. Bu öğrencilerin problem çözme süreçleri derinlemesine incelenerek probleme yönelik bakış açıları, kullandıkları yöntem ve stratejilerin özgünlüğü araştırılmıştır. Beraberinde öğrencilerin dinamik matematik yazılımlarından GeoGebra'yı problem çözme sürecine dâhil etme yolları ve yazılımın orijinal fikir üretmeye katkısı incelenmiştir. Katılımcılara uzman görüşleri alınarak hazırlanmış üst düzey, katılımcıların düşünme süreçlerini ortaya çıkaracağı ve birden farklı yolla çözümlenebileceği düşünülen bağlamsal bir problem sorulmuştur. Her bir katılımcı ile yarı yapılandırılmış bireysel görüşmelerde problem çözme süreçleri incelenmiştir. Görüşmelerdeki ses ve video kayıtlarının transkriptinden, bireysel çalışma kâğıtları ve GeoGebra görüntülerinden elde edilen veriler, Schoenfeld'in belirlediği bilişsel ve üstbilişsel davranışlar kuramsal çerçevesinde içerik analizi ile değerlendirilmiştir.

Araştırmanın sonucunda okuma-anlama sürecinde dört katılımcı problemi karmaşık bulduklarını söylemişlerdir. Problemin verilenlerini yalnızca iki katılımcı doğru ifade etmiştir. Analiz etme sürecinde katılımcıların tamamının problemi anlamlandırmak için bir bakış açısı geliştirdiği fakat problemin tüm verilenlerini çözüm süreçlerine tam olarak yansıtamadıkları görülmüştür. Katılımcılar yönlendirilme ve izleme-kontrol etme süreçleriyle hatalarını fark etmişlerdir. Üç katılımcı iyi yapılandırılmış bir plan geliştirmişken, diğerleri planlamada zorlanmışlardır. Katılımcıların tamamı planlarını uygularken geriye dönük değerlendirme yapmaya ya da problemin ilerleyen aşamalarını gerçekleştirmeye yönelik bakış açısı geliştirmeye çalışmışlardır. Değerlendirme aşamasında katılımcılar problemde elde ettikleri sonucu kesinleştirme ihtiyacı hissetmemişlerdir. GeoGebra ortamında tüm katılımcılar sonuçlarını doğrulayarak GeoGebra ortamının daha doğru sonuçlar verdiğini, sürüklemeye özelliğinin bunu desteklediğini söylemişlerdir.

Araştırma sonucunda dinamik matematik yazılımının problem çözme sürecinde etkili olduğu görülmüştür. Araştırma bulgularına göre özel yetenekli öğrencilerin problem çözme süreçleri ile ilgili ileride yapılabilecek araştırmalara ilişkin öneriler sunulmuştur.

Anahtar Sözcükler: Özel yetenek, Dinamik matematik yazılımı, GeoGebra, Problem çözme, Bağlamsal problem



ABSTRACT

THE ROLE OF DYNAMIC MATHEMATICS SOFTWARE IN THE PROBLEM SOLVING PROCESS OF GIFTED MIDDLE SCHOOL STUDENTS

Azra ERGÜN

Ondokuz Mayıs University

Graduate School of Education

Department of Mathematics and Science Education

Mathematics Education Programme

Master, July/2024

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Rezan YILMAZ

This research investigates the problem-solving processes of mathematically gifted middle school students and the role of a dynamic mathematics software during their problem solving processes. Conducted through qualitative method and a case study design, the research involves eight participants purposively selected from a Science and Art Center in a central city in the Black Sea Region. Two students were chosen from each grade level from 5th to 8th. The students' problem-solving processes were deeply examined to investigate their perspectives on complex and contextual problems, and the originality of the methods and strategies they used. Additionally, the ways in which students incorporated the dynamic mathematics software (GeoGebra) into their problem-solving process and the software's contribution to generating original ideas were explored.

Participants engaged in solving a high-level problem designed to elicit various problem-solving strategies. Semi-structured individual interviews were conducted to delve deeply into each participant's problem-solving process. Data were collected from transcripts of audio and video recordings of these interviews, individual worksheets used by participants, and screenshots from the dynamic software during problem-solving sessions. The data was analyzed within Schoenfeld's (1985a) framework of cognitive and metacognitive behaviors.

Findings revealed that while participants generally developed perspectives on the problem presented, they varied in their ability to accurately incorporate all relevant information into their solutions. Some struggled with errors in their plans, yet all participants demonstrated retrospective evaluation and adaptation of their problem-solving strategies. The GeoGebra environment proved valuable, with participants confirming the accuracy of their results through its interactive features.

In conclusion, dynamic mathematics software significantly supported the problem-solving abilities of mathematically gifted students. This study contributes insights into effective strategies for integrating technology into education, particularly for fostering creativity and critical thinking among gifted learners. Further research could explore broader implications for educational practices aimed at nurturing advanced problem-solving skills in students.

Keywords: Special ability, Dynamic mathematics software, GeoGebra, Problem solving, Contextual problem

ÖN SÖZ VE TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın tüm aşamalarında bana destek olan, fikirleri ile bana yol gösteren, akademik hayatındaki duruşu ile kendime örnek aldığım sayın danışmanım Doç. Dr. Rezan YILMAZ hocama sonsuz teşekkür ediyorum.

Değerli önerileriyle tezime katkı sağlayan, bilgi ve tecrübeleri ile beni aydınlatan sayın hocalarım Doç. Dr. Gönül YAZGAN SAĞ ve Doç. Dr. Emine ŞENDURUR'a çok teşekkür ediyorum.

Akademik hayattaki gelişimime katkıda bulunan Ondokuz Mayıs Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi bölümündeki kıymetli hocalarıma çok teşekkür ediyorum.

Uygulamanın yapıldığı Bilim ve Sanat Merkezinde bana her türlü desteği sağlayan başta Halil YILMAZ olmak üzere tüm öğrenci, idareci ve öğretmenlere teşekkür ediyorum. Yüksek lisans sürecim boyunca bana her zaman anlayış ve kolaylık sağlayan okul müdürüm Süleyman YAZICI'ya çok teşekkür ediyorum.

Tez çalışmam boyunca bana destek olan, güvenen ve her zaman yanımda olduklarını bildiğim canım aileme sonsuz teşekkür ediyorum.

Azra ERGÜN

İÇİNDEKİLER

TEZ KABUL VE ONAYI	i
BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI	ii
TEZ ÇALIŞMASI ÖZGÜNLÜK RAPORU BEYANI	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT	v
ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
TABLolar DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ	1
1.1 Araştırmanın Amacı	5
1.2. Araştırmanın Problemleri.....	6
1.3. Araştırmanın Önemi	7
1.4. Araştırma Sınırlılıkları.....	9
1.5. Araştırmanın Varsayımları.....	9
1.6. Tanımlar.....	10
2. KURAMSAL ÇERÇEVE	11
2.1. Özel Yeteneklilik.....	11
2.1.1. Zekâ ve Özel Yetenek	11
2.1.2. Özel Yeteneklilik Modelleri	13
2.1.3. Özel Yetenekli Bireylerin Özellikleri	16
2.1.4. Özel yetenekli bireylerin eğitim gereksinimleri	18
2.1.5. Matematikte Özel Yetenek	21
2.2. Problem Çözme	23
2.2.1. Problem nedir?.....	23
2.2.2. Problem Türleri	24
2.2.3. Problem Çözme Öğretimi.....	25
2.2.4. Problem Çözme Süreç ve Stratejileri	28
2.3. Matematik Eğitiminde Teknoloji Kullanımı	32
2.3.1. Teknoloji ve Matematik Eğitimi	32
2.3.2. Dinamik Matematik Yazılımları	40
2.3.3. GeoGebra (GGB) Yazılımı	42
3. YÖNTEM	48
3.1. Araştırmanın Türü ve Deseni	48
3.2. Araştırmanın Tasarlanması ve Yürütülmesi.....	48
3.3. Pilot Uygulama.....	49
3.4. Katılımcılar	50
3.5. Veri Toplama Araçları.....	52
3.5.1. Görüşmeler	52

3.5.2. Bireysel Çalışma Kâğıtları	53
3.5.3. GGB Ekran Görüntüleri	53
3.6. Etkinlikler ve Veri Toplama Süreci	54
3.7. Verilerin Analizi	56
3.8. Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliği	57
3.8.1. İnandırıcılık/İnanılrlık Sağlama Yöntemleri (İç Geçerlik)	58
3.8.2. Aktarılabirlik Sağlama Yöntemleri (Dış Geçerlik)	59
3.8.3. Tutarlık Sağlama Yöntemleri (İç Güvenirlik)	60
3.8.4. Teyit Edilebilirlik Sağlama Yöntemleri (Dış Güvenirlik)	61
4. BULGULAR VE YORUM	62
4.1. Okuma-Anlama Sürecine Yönelik Bulgular	62
4.2. Analiz Sürecine Yönelik Bulgular	65
4.3. Araştırma (Keşif) Sürecine Yönelik Bulgular	78
4.4. Planlama ve Uygulama Sürecine Yönelik Bulgular	90
4.5. Değerlendirme Sürecine Yönelik Bulgular	100
4.6. Problem Çözme Sürecinde DMY Rolüne Yönelik Bulgular	106
5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	142
5.1. Sonuç ve Tartışma	142
5.1.1. Okuma ve Anlama Sürecine Ait Sonuçlar	143
5.1.2. Analiz Etme Sürecine Ait Sonuçlar	144
5.1.3. Araştırma (Keşfetme) Sürecine Ait Sonuçlar	145
5.1.4. Planlama ve Uygulama Süreçlerine Ait Sonuçlar	146
5.1.5. Değerlendirme Sürecine Ait Sonuçlar	147
5.1.6. Problem Çözme Süreçlerinde DMY Rolüne Ait Sonuçlar	147
5.2. Öneriler	151
KAYNAKLAR	153
EKLER	172
ÖZ GEÇMİŞ	185

SİMGELER VE KISALTMALAR

BCS	: Bilgisayar Cebir Sistemleri
BDÖ	: Bilgisayar Destekli Öğretim
BDMÖ	: Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi
BİLSEM	: Bilim ve Sanat Merkezi
BİT	: Bilgi ve İletişim Teknolojileri
DGY	: Dinamik Geometri Yazılımları
DMY	: Dinamik Matematik Yazılımı
GGB	: GeoGebra
GSP	: Geometer's Sketchpad
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics)
OECD	: Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı (Organization of Economic Cooperation and Development)
PISA	: Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment)
TÜBİTAK	: Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu
TZV	: Türkiye Zekâ Vakfı

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Beşgen Kuramı'nın boyutları (Sternberg ve Zhang, 1995)	16
Şekil 3.1. Veri toplama sürecine yönelik gerçekleştirilen adımlar	55
Şekil 4.1. ÖE'nin bireysel çalışma kâğıdı 1	66
Şekil 4.2. ÖE'nin bireysel çalışma kâğıdı 2	66
Şekil 4.3. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 1	67
Şekil 4.4. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 2	67
Şekil 4.5. ÖN'nin bireysel çalışma kâğıdı 1	68
Şekil 4.6. ÖZ'nin bireysel çalışma kâğıdı 1	69
Şekil 4.7. ÖZ'nin bireysel çalışma kâğıdı 2	69
Şekil 4.8. ÖA'nın bireysel çalışma kâğıdı 1	70
Şekil 4.9. ÖA'nın bireysel çalışma kâğıdı 2	71
Şekil 4.10. ÖB'nin bireysel çalışma kâğıdı 1	72
Şekil 4.11. ÖY'nin bireysel çalışma kâğıdı 1	73
Şekil 4.12. ÖY'nin bireysel çalışma kâğıdı 2	74
Şekil 4.13. ÖE'nin bireysel çalışma kâğıdı 3	78
Şekil 4.14. ÖE'nin bireysel çalışma kâğıdı 4	79
Şekil 4.15. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 3	80
Şekil 4.16. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 4	81
Şekil 4.17. ÖB'nin bireysel çalışma kâğıdı 2	82
Şekil 4.18. ÖZ'nin bireysel çalışma kâğıdı 3	83
Şekil 4.19. ÖZ'nin bireysel çalışma kâğıdı 4	84
Şekil 4.20. ÖN'nin bireysel çalışma kâğıdı 2	85
Şekil 4.21. ÖY'nin bireysel çalışma kâğıdı 3	86
Şekil 4.22. ÖY'nin bireysel çalışma kâğıdı 4	86
Şekil 4.23. ÖY'nin bireysel çalışma kâğıdı 5	87
Şekil 4.24. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 5	87
Şekil 4.25. ÖE'nin bireysel çalışma kâğıdı 5	89
Şekil 4.26. ÖA'nın bireysel çalışma kâğıdı 3	90
Şekil 4.27. ÖN'nin bireysel çalışma kâğıdı 3	93
Şekil 4.28. ÖB'nin bireysel çalışma kâğıdı 3	95
Şekil 4.29. ÖE'nin bireysel çalışma kâğıdı 6	96
Şekil 4.30. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 5	98
Şekil 4.31. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 6	99
Şekil 4.32. ÖK'nin bireysel çalışma kâğıdı 1	100
Şekil 4.33. ÖE'nin bireysel çalışma kâğıdı 7	101
Şekil 4.34. ÖB'nin bireysel çalışma kâğıdı 4	103
Şekil 4.35. ÖZ'nin bireysel çalışma kâğıdı 5	103
Şekil 4.36. ÖY'nin bireysel çalışma kâğıdı 6	104
Şekil 4.37. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 7	104
Şekil 4.38. ÖK'nin bireysel çalışma kâğıdı 2	105
Şekil 4.39. ÖN'nin bireysel çalışma kâğıdı 4	105
Şekil 4.40. ÖK'nin GGB ekran görüntüsü 1	106
Şekil 4.41. ÖA'nın GGB ekran görüntüsü 1	107
Şekil 4.42. ÖK'nin GGB ekran görüntüsü 2	107
Şekil 4.43. ÖY'nin GGB ekran görüntüsü 1	108
Şekil 4.44. ÖY'nin GGB ekran görüntüsü 2	109
Şekil 4.45. ÖY'nin GGB ekran görüntüsü 3	110
Şekil 4.46. ÖE'nin GGB ekran görüntüsü 1	110

Şekil 4.47. ÖE'nin GGB ekran görüntüsü 2.....	111
Şekil 4.48. ÖR'nin GGB ekran görüntüsü 1	112
Şekil 4.49. ÖR'nin GGB ekran görüntüsü 2	112
Şekil 4.50. ÖR'nin GGB ekran görüntüsü 3	113
Şekil 4.51. ÖR'nin GGB ekran görüntüsü 4	113
Şekil 4.52. ÖN'nin GGB ekran görüntüsü 1	114
Şekil 4.53. ÖN'nin GGB ekran görüntüsü 2	115
Şekil 4.54. ÖN'nin GGB ekran görüntüsü 3	115
Şekil 4.55. ÖN'nin GGB ekran görüntüsü 4	116
Şekil 4.56. ÖA'nın GGB ekran görüntüsü 2	117
Şekil 4.57. ÖB'nin GGB ekran görüntüsü 1	118
Şekil 4.58. ÖZ'nin GGB ekran görüntüsü 1.....	118
Şekil 4.59. ÖE'nin GGB ekran görüntüsü 3.....	119
Şekil 4.60. ÖE'nin GGB ekran görüntüsü 4.....	120
Şekil 4.61. ÖA'nın GGB ekran görüntüsü 3	122
Şekil 4.62. ÖA'nın GGB ekran görüntüsü 4	123
Şekil 4.63. ÖB'nin GGB ekran görüntüsü 2	124
Şekil 4.64. ÖB'nin GGB ekran görüntüsü 3	125
Şekil 4.65. ÖZ'nin GGB ekran görüntüsü 2.....	127
Şekil 4.66. ÖZ'nin GGB ekran görüntüsü 3.....	128
Şekil 4.67. ÖZ'nin GGB ekran görüntüsü 4.....	129
Şekil 4.68. ÖY'nin GGB ekran görüntüsü 4	131
Şekil 4.69. ÖR'nin GGB ekran görüntüsü 5	133
Şekil 4.70. ÖR'nin GGB ekran görüntüsü 6	133
Şekil 4.71. ÖR'nin GGB ekran görüntüsü 7	134
Şekil 4.72. ÖR'nin GGB ekran görüntüsü 8	135
Şekil 4.73. ÖK'nin GGB ekran görüntüsü 2	137
Şekil 4.74. ÖK'nin GGB ekran görüntüsü 3	137
Şekil 4.75. ÖK'nin GGB ekran görüntüsü 4	138
Şekil 4.76. ÖN'nin GGB ekran görüntüsü 5	139
Şekil 4.77. ÖN'nin GGB ekran görüntüsü 6	139
Şekil 4.78. ÖN'nin GGB ekran görüntüsü 7	140

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 2.1. Bilişsel ve Üstbilişsel Davranış Kuramsal Çerçevesi (Schoenfeld (1985)'ten uyarlanmıştır.)	31
Tablo 3.1. Araştırma Takvimi	49
Tablo 3.2. Katılımcı Bilgileri	51
Tablo 3.3. Araştırmada sağlanan geçerlik ve güvenirlik kavramları (Lincoln ve Guba, 1985; Yıldırım ve Şimşek, 2011'ten, uyarlanmıştır.).....	57

1. GİRİŞ

Küreselleşen dünyada yaşanan bilimsel ve teknolojik gelişmelerin insanların günlük hayatlarını yakından etkilediği görülmektedir. İnsanlar tüm bu gelişmeleri takip ederek yaşamlarına entegre etmek durumunda kalmışlardır. Dünyanın herhangi bir yerinde yaşanan bilimsel gelişmeler kısa zamanda tüm dünyadaki insanlar için erişilebilir olmaktadır. Aslında var olan ve ileride yapılması hedeflenen bu gelişmeler insan düşünmesinin ürünleridir. Ülkeler de bu durumun sonucu olarak zeki, üretken ve yenilikçi insan gücü yetiştirmeyi hedeflemektedirler. Bu sayede toplumların kendilerini geliştirebilecekleri ve çağın gerekliliklerini yerine getirebilecekleri düşünülmektedir. Uzun yıllardır, dünya çapında birçok araştırma, hedefleri gerçekleştirme potansiyeline sahip özel yetenekli öğrencileri tanımlamanın önemini vurgulamıştır. Tarihte ilk olarak Yunanlılar, Romalılar, Çinliler ve Japonların özel yetenekli bireylerin sahip oldukları becerileri devlet yararına kullandıkları ve bireylerin bu becerilerini geliştirmelerine destek oldukları görülmektedir. İlerleyen dönemlerde de özel yetenekli bireylere yönelik ilgi ve destek artarak devam etmiştir. Rönesans Dönemi'nde Avrupa'da, 1700'lü yıllarda ise Amerika'da özel yeteneklilere yönelik destek artmıştır. 1916'da Los Angeles ve Cincinnati'de özel yetenekli bireyler için özel sınıflar açılmıştır. Astronomi ve uzay bilimlerine olan ilginin artmasıyla birlikte, özellikle matematik ve fen alanında özel yetenekli bireylere ilgi artmış ve bu bireylerin beyin yapıları da incelenerek bu alandaki çalışmalar genişletilmiştir (Koç Koca, 2022). Gelişen teknoloji, bilimsel birçok alanda yaratıcı bireylerin yetiştirilmesini önemli kılmıştır. Bu durum özellikle matematik alanında özel yetenekliliğin araştırmacılar için önemli bir odak noktası haline gelmesine neden olmuştur. Matematik, modern dünyada çok çeşitli endüstri ve disiplinlerde hayati bir rol oynamaktadır ve bu alandaki yeteneklerin geliştirilmesi, gelecekteki teknolojik ve bilimsel gelişmeler için kritik bir öneme sahiptir (Sheffield, 2018).

Gardner (2019), kavrama yeteneği yüksek kişiyi, toplumda alışılmadık durumlar üzerine mantıklı çözümler üretebilen kişi olarak tanımlamıştır. Özel yetenekli olmak, karmaşık problemler çözmek anlamına gelir (Maker, 1994). Sisk (1990) de bu bireyleri bir problem için birden farklı çözüm üreten, orijinal yorumlar yapan, problem çözümünde analiz, sentez ve değerlendirme basamaklarına odaklanan, yaşitlarına göre zihinsel çevikliğe ve kavrama yeteneğine sahip bireyler şeklinde tanımlamıştır.

Mingus ve Grassl (1999), akranlarına göre daha fazla matematik yeteneği ve yaratıcılığı olan bireylerin özel yetenekli olduklarını ifade etmişlerdir. Davis ve Rimm (2004) ise bu öğrencilerin oldukça meraklı ve başarıya motivasyonu yüksek bireyler olduklarını belirtmektedir. Özel yetenekli bireyler “Zeka, yaratıcılık, sanat, liderlik kapasitesi, motivasyon veya özel akademik alanlarda yaşıtlarına göre yüksek düzeyde performans gösteren bireyler” şeklinde de tanımlanmaktadır (MEB, 2017). Tüm bu tanımlar göz önüne alındığında özel yetenekli öğrencilerin dünyaya matematiksel yönden bakma, alternatif çözüm yolları bulma, matematiğe karşı ilgili olma, düşüncelerini aktarma, genelleme yapma, ilişkiler kurma ve alternatif çözümler üretme gibi yeteneklerinin yüksek olduğu çıkarımları yapılabilir (Johnson, 2000). Bu da bizi matematikte özel yeteneğin ne şekilde konumlandığını düşünmeye itmektedir.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) matematik dersi öğretim programında matematiksel yetkinlik, günlük hayatta karşılaşılan problemleri çözebilmek için matematiksel düşünmeyi geliştirip uygulamak şeklinde tanımlanmaktadır (MEB, 2018a). Matematiksel kavramları günlük hayatla ilişkilendirebilen, matematiksel terminolojiyi ve dili doğru kullanabilen, problem çözerken kullandığı akıl yürütmeleri ifade edebilen ve problem çözümlerinde özgüvenli bir yaklaşıma sahip bireyler yetiştirmek amaçlanmaktadır (MEB, 2018a).

Genel özel yeteneğe sahip olan öğrencilerle matematikte özel yetenekli öğrenciler kabiliyet yönünden farklı becerilere sahip olabilirler fakat bu öğrencileri tamamen birbirlerinden ayırtmak doğru değildir. (Sheffield, 1999). Matematikte özel yetenekliliği tek bir şekilde tanımlamak oldukça zordur (Kattou vd., 2011; Özdemir, 2016; Yazgan Sağ, 2012). Matematikte özel yeteneklilik için farklı araştırmacılar tarafından yapılmış farklı tanımlar bulunmaktadır. Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics – NCTM) bu öğrencileri “gelecek vaat eden (mathematically promising)” şeklinde ifade etmiştir (Sheffield, 2017). Alan yazında ise bu öğrenciler “Matematik alanında yetenekli” ve “Matematik alanında yüksek seviyede yetenekli” şeklinde ifade edilmektedir (Boran ve Aslaner, 2008). Miller (1990)’a göre matematikte özel yetenek, matematiksel düşünmede herkesin sahip olamadığı olağanüstü yetenek durumudur. Krutetskii (1976)’ye göre matematikte özel yetenekli bireylerin standart düzeyde yetenekli bireylerden farklı bir zihin şeması vardır. Bu öğrenciler karşılaştıkları tüm olaylara matematiksel bir bakış açısıyla yaklaşır. Özel yetenekli

bireylerin kendi içlerinde de farklı zihinsel yapılaraya sahip olduğu düşünülmektedir. Bu öğrencileri belli bir kalıba sokmak doğru değildir (Usiskin, 1999). Bu yüzden matematikte özel yetenekli öğrencilerin var olan yeteneklerinin keşfedilip geliştirilme sürecinde matematik derslerinin işlenişi oldukça önemlidir. Öğrenciler birbirinden farklı düşünce ve algılayış biçimlerinde olabilirler. Bu farklılıklar göz önünde bulundurularak öğretim sürecinde öğrencilerin var olan yetenek ve potansiyellerini geliştirecek, ilgi ve motivasyonlarını canlı tutacak önlemler alınabilir.

21. yy.'da birçok ülke, üretken ve yenilikçi bireylerin yetişmesini hedefleyerek matematik eğitime daha fazla önem verme eğilimindedir. Bu kapsamda, Ekonomik İş birliği ve Kalkınma Teşkilatı (Organisation for Economic Cooperation and Development - OECD)'nın 2009 raporuna göre, bu ülkeler matematik müfredatlarında köklü değişikliklere gitmişlerdir. Bu değişikliklerin amacı, sadece matematiksel becerilerin geliştirilmesi değil, aynı zamanda bu becerilerin eleştirel düşünme ve yaratıcılıkla birleştirilerek kullanılmasına da olanak sağlamaktır (Cai ve Howson, 2013; Stacey, 2005).

Matematik eğitimindeki bu değişimler, 21. yy. becerileri arasında akıl yürütme ve ilişkilendirme yeteneklerinin yanı sıra problem çözme becerisinin de temel kabul edilmesine yol açmıştır (Barell, 2010). Böylece, öğrencilerin sadece matematiksel kavramları anlamakla kalmayıp, aynı zamanda bu kavramları gerçek dünya problemlerine uygulama ve çözme yetenekleri geliştirilmektedir. Bu şekilde, matematik eğitimi, öğrencilerin sadece bilgiyi ezberlemek yerine, onu anlama, sorgulama ve uygulama becerilerini geliştirmelerini sağlayarak daha nitelikli bir öğrenme deneyimi sunmaktadır. Bireyler günlük hayatında birçok problemle karşı karşıya kalmaktadırlar. Toplumlar da kendilerini geliştirmek ve refah düzeyini arttırmak amacıyla problem çözme becerilerini geliştirmek zorundadır.

Özel yetenekli öğrencilerin matematiksel düşünmeyi ne şekilde kullandıklarını belirlemek için problem çözme süreçlerini incelemek oldukça önemlidir. Öğrenciler problem çözerken matematiksel düşünme becerilerini kullanır ve ihtiyaç duymaları halinde bunları sentezleyebilir. Karşılaştıkları problem durumları üzerinde alternatif çözüm yolları geliştirebilirler (Johnson, 2000). Koberg ve Bagnal (1981), yaratıcı ve eleştirel düşünerek mantıklı ve nesnel davranabilen bireylerin problem çözme becerisine sahip olduklarını belirtmiştir. Problem çözme becerileri, olumlu bir benlik algısına sahip olan öğrenciler arasında daha belirgin bir şekilde görülmektedir (Güçlü,

2003). Özel yetenekli öğrencilerin bu niteliklere sahip olduğu akademik literatürde sıkça vurgulanmaktadır. Bu nedenle, potansiyel problem çözücülerin yeteneklerinin geliştirilmesi öncelikli bir hale gelmektedir (Özdemir, 2016). Öğrencilerin problem çözerken uygun stratejileri kullanmaları ve süreci doğru bir şekilde yönlendirmeleri önemlidir (Cutts ve Moseley, 2004). Tüm bu noktalar göz önüne alındığında, matematiksel yetenek ile problem çözme becerisi arasındaki ilişki açıktır ve bu nedenle problem çözme süreçlerinin daha derinlemesine incelenmesi gerekmektedir (Demirel, 2006).

Günümüzde, hızla değişen ve gelişen teknolojinin eğitim sistemleri üzerinde önemli bir etkisi olduğu gözlemlenmektedir. Bu durum, eğitimcilerin ve politika yapıcıların mevcut öğretim yöntemlerini gözden geçirmelerini ve öğrencilerin bu değişen dünyada başarılı olmalarını sağlayacak yeni stratejiler geliştirmelerini gerektirmektedir. Özel yetenekli öğrencilerin sadece matematiği uygulamakla kalmayıp matematik bilgisini üretebilen uzmanlar olabilmeleri için de imkânlar sunulması oldukça önemlidir (Sheffield, 2003). Bu nedenle bu öğrencilere verilecek eğitim, öğrencilerin var olan matematiksel uzmanlıklarının ortaya çıkarılmasından ziyade matematiksel kabiliyetlerinin geliştirilmesine yönelik olabilir (Yazgan Sağ, 2018). Özel yetenekli öğrenciler fikirleri ve problemleri yaşatlarından daha önce keşfederler (Marland, 1971). Bu öğrenciler özel eğitime ihtiyacı olan bireylerdir ve akranlarından farklı eğitim ortamlarına gereksinim duyarlar (Bakioğlu ve Levent, 2013). Özel yetenekli öğrencilerin yeteneklerinin keşfedilmesi ve geliştirilmesi için ihtiyaçlarına uygun şekilde eğitim almaları gerekir (Ataman, 2005). Matematiğe yönelik olumlu tutum gelişimi için öğrenme sürecinde aktif öğrenme stratejileri kullanılmalıdır (Altun, 2004). Çünkü özel yetenekli bireyler okulda aldıkları eğitimden tatmin olmadıklarında mutsuzluk ve isteksizlikle birlikte var olan potansiyellerinin tümünü kullanmaya gereksinim duymayarak pasifleşen bireyler haline dönüşebilmektedirler (Dimitriadis, 2011; İnan, 2019). Özel yeteneklerin, çocuğun hazır bulunuşluluğuna uygun öğrenme ortamlarıyla desteklenerek geliştirilebileceği alan yazında vurgulanmaktadır (Clark, 1992). Bu bağlamda, özel yetenekli öğrencilerin öğrenme ortamlarında teknolojiye yer verilmesi ve problem çözme becerilerinin bu şekilde desteklenmesi, öğrenme sürecini hem daha ilgi çekici hem de daha verimli kılabilir (Ünsal, 2018). Yapılandırmacı öğretim yaklaşımıyla, öğrencilerin amaçlı, özgün, işbirlikli ve etkin bir şekilde öğrenmeleri hedeflenirken

teknolojinin kullanılması da önemli bir rol oynamaktadır (Jonassen vd., 1999). Bu bağlamda, matematik eğitiminde teknolojinin etkili bir şekilde kullanılması, öğrencilerin kavramsal anlamalarını, bilişsel becerilerini, sorgulama ve yorumlama yeteneklerini artırabilir (Doğan, 2013).

Ancak, teknolojinin sadece rutin uygulamalar için kullanılması, öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin gelişimini engelleyebilir (Wiest, 2001). Bu nedenle, özel yetenekli öğrencilerin teknoloji destekli ortamlarda seçkin problem çözme süreçlerinin incelenmesi ve bu sürecin geliştirilmesine dair yapılan araştırmaların, eğitim alanında önemli katkılar sağlayabileceği düşünülmektedir.

1.1 Araştırmanın Amacı

Araştırmada matematikte özel yetenekli öğrencilerin dinamik matematik yazılımı destekli ortamda problem çözme süreçlerinin derinlemesine incelenmesi amaçlanmaktadır. Beraberinde teknolojinin özel yetenekli öğrencilerin problem çözme süreçlerindeki rolü ve teknolojiye duyulan ihtiyaç durumlarının incelenmesi planlanmaktadır. Özel yetenekli öğrenciler yetenek, ilgi, motivasyon ve beceri yönünden akranlarından üst düzey performans gösterebilirler de özel eğitimde göz ardı edilen bir grupta oldukları görülür. Hızlı öğrendikleri için standart eğitim programları uygulanırken motivasyon düşüklüğü yaşamaktadırlar (Ataman, 2005). Bu yüzden özel yetenekli öğrencilerin eğitim süreçlerinin verimini arttırmak amacıyla farklı yöntem ve tekniklerin kullanımı önem kazanmaktadır. Araştırmada dinamik matematik yazılımı (DMY) destekli bir öğrenme ortamı oluşturulup öğrencilerin bu ortamdaki problem çözme süreçlerine odaklanılacaktır.

21. yy.'da teknolojinin gelişmesiyle problem çözme becerisi gelişmiş bireylere olan ihtiyaç artmıştır. Problem çözme süreçlerini inceleyen araştırmalar bu açıdan çok önemlidir. Ayrıca özel yetenekli öğrencilerin alan yazında iyi bir problem çözücü oldukları bilinmektedir. Bu öğrencilerin problem çözme süreçleri derinlemesine incelenerek problemlere yönelik bakış açıları, kullandıkları yöntem ve stratejiler, özgün çözüm metotları geliştirme durumları gözlenmiştir. Bu amaçla araştırmada kullanılan problemin üst düzey düşünme becerilerini içerecek şekilde seçilmesine özen gösterilmiştir.

Alan yazında özel yetenekli öğrencilerin matematiği öğrenme ve problem çözme süreçlerini inceleyen ulusal araştırmaların yeterli düzeyde olmadığı ve belli bir

perspektifte kaldığı gözlenmektedir (Levent, 2011). Bu araştırma kapsamında, özel yetenekli öğrencilerin problem çözme süreçleri, problemlere yönelik bakış açıları, kullandıkları stratejiler, ulaştıkları orijinal çözüm yolları ve fikirler detaylı bir şekilde incelenmiştir. Ayrıca, özel yetenekli öğrencilerin DMY özelinde teknolojiyi problem çözme sürecine dahil etme yöntemleri ve teknolojinin orijinal fikir üretmeye katkısı, problem çözme süreçlerinden elde edilen verilerle desteklenerek incelenmiştir. Bu şekilde, özel yetenekli öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi ve desteklenmesi için daha etkili stratejiler belirlenmeye çalışılmıştır.

1.2. Araştırmanın Problemleri

Bu tezde ele alınmak üzere iki farklı araştırma problemi belirlenmiştir. Bu problemlerden ilki aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir:

1- Özel yetenekli ortaokul öğrencilerinin problem çözme süreçleri nasıldır?

Bu probleme bağlı alt problemler ise şöyledir:

Özel yetenekli ortaokul öğrencilerinin problemi okuma ve anlama süreçleri nasıldır?

Özel yetenekli ortaokul öğrencilerinin problemi analiz etme süreçleri nasıldır?

Özel yetenekli ortaokul öğrencilerinin problemi araştırma (keşfetme) süreçleri nasıldır?

Özel yetenekli ortaokul öğrencilerinin problem çözümünü planlama ve bunu uygulama süreçleri nasıldır?

Özel yetenekli ortaokul öğrencilerinin problemi değerlendirme süreçleri nasıldır?

Tezde ele alınan diğer problem ise aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir:

2- Özel yetenekli ortaokul öğrencilerinin problem çözme süreçleri DMY ortamında nasıl farklılaşmaktadır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Öğrencileri hayata hazırlamak ve günlük hayatı kolaylaştıracak fikirler ortaya çıkarmak yüzyılın en temel problemlerindendir. 21. yy.'da ülkeler bilgiyi üreten ve kullanan, problem çözme ve eleştirel düşünme becerisi gelişmiş, teknolojiyi aktif kullanabilen bireylere ihtiyaç duymaktadır (Trilling ve Fadel, 2009). Bu durumun yansımaları eğitim sisteminde de görülmüştür. Okullarda problem çözme, eleştirel düşünme ve iletişim gibi özelliklere sahip bireyler yetiştirilmelidir (National Research Council, 2012, s.15). OECD ülkeleri Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment - PISA) vasıtasıyla kendi ülkelerini diğer ülkelerle karşılaştırma imkânı bularak eğitim politikalarını düzenlemektedirler (Anagün, 2011). Bu amaçla MEB tarafından öğretim programları yenilenmiş ve 21. yy. becerilerini günlük hayata uyarlayacak şekilde düzenlenmiştir (MEB, 2018b).

Toplumların çağın hızına ayak uydurmaları ve kendilerini geliştirebilmeleri için günümüzde yaşanan bilimsel ve teknolojik gelişmeleri takip etmeleri çok önemlidir. Bu anlamda hem hızlı öğrenen hem de öğrendiklerini uygulamaya geçirme konusunda başarılı olan özel yetenekli öğrenciler, toplumda yaşanan gelişmeler için itici bir güç kaynağı oluşturur (Kulaksızoğlu, 2004). Toplumlar da özel yetenekli öğrencilerin bu niteliklerini fark etmiş ve bu öğrencilerin eğitime önem vererek onları topluma kazandırmaya çalışmışlardır. Özel yeteneklilerin eğitime verilen önem arttıkça toplumları geliştirecek bireylerin de sayısının ve niteliğinin artacağına inanılmaktadır (Sisk, 1990).

Toplumlar için bu denli önemli olan özel yetenekli öğrencilerin yetenek ve potansiyellerini geliştirecek olan eğitimin sağlanması oldukça önemlidir. Eğitim süreci sistematik bir program dahilinde olmalıdır (Lupkowski-Shoplik, 1996). Bu öğrenciler kendi ilgi, ihtiyaç ve yeteneklerine uygun bir eğitime ihtiyaç duyarlar. Fakat genellikle bu özelliklerine uygun bir program yerine standart öğretim programına dahil olmaktadır. Bu öğrenciler için farklı eğitim metotları kullanılarak öğrencilerin hedeflenen başarıya ulaşmaları sağlanmalıdır (Davaslıgil ve Zeana, 2004: 85).

Matematik eğitiminde uygulanan etkinliklerin standart ve yüzeysel olması ve ortalama zekâ düzeyindeki öğrencilere hitap etmesi özel yetenekli öğrencileri sıkabilir. Standart eğitimde özel yetenekli öğrenciler bilgiyi çabuk kavradıkları için tekrarlardan sıkılabilir ve derse katılım için yeterli motivasyon sağlayamayabilir (Cutts ve Moseley,

2004). Bu öğrenciler üst düzey durumlarla karşılaşmayı ve bunları çözümlemeyi, yeni şeyler keşfetmeyi, yaratıcılık gerektiren yeni ürünler ortaya çıkarmayı severler. Wagner (2008) tarafından 21. yy. öğrencilerinin sahip olması beklenen becerilerden olan problem çözme becerisinin geliştirilmesi de bu anlamda oldukça önemlidir. Özel yetenekli öğrenciler problem çözme süreçlerinde ortalama bir gelişim düzeyi gösteren öğrencilere göre daha başarılı olurlar (Renzulli, 1978). Bu öğrenciler farklı bakış açılarıyla problemlere orijinal çözümler geliştirir ve toplum kalkınmasında rol oynarlar. (Bakioğlu ve Levent, 2013). Çözümlemesi zor ve uğraş gerektiren geniş ve derin içerikler, farklı bakış açıları gerektiren problem durumları ile karşılaşmak öğrencilerin matematik yaşantılarına katkı sağlayacaktır (Johnson, 1994). Bu anlamda özel yeteneklilerin eğitiminde temel düzeyde ve ezbere dayalı şekilde cevaplanabilen sorular yerine üst düzey bilişsel düzeyleri ölçen sorular kullanılmalıdır (Batdal Karaduman, 2010). Bu açıdan bakıldığında özel yetenekli öğrencilerin problem çözme sürecini inceleyen araştırmaların bu öğrencilerin eğitim ve öğretim faaliyetlerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

OECD'nin (2012) çalışmasına göre teknolojinin hayatın içinde olma durumu öğrencilerin bilişsel özelliklerini etkilemiştir. Bilgi ve İletişim Teknolojileri (BİT), 21.yy. temel becerilerindendir (Cansoy, 2018). Özgün ve etkin öğrenmede teknoloji kullanımı oldukça önemlidir (Jonassen vd., 1999). Bu amaçla ülkeler eğitim politikalarında bireyleri geleceğe hazırlarken dijital araç kullanımına önem vermişlerdir (Thomas vd., 2014). Yaşanan teknolojik gelişmeler öğrencilerin teknolojiye olan merakını arttırmıştır. Teknoloji kullanımıyla öğrencilerin öğrenme seviyelerine göre öğretim sağlamak kolaylaşabilir (Kepceoğlu ve Yavuz, 2017). Öğrenciler kendi seviyelerinde ilgi çekici ve interaktif durumlarla karşılaştırılarak öğretim süreci zenginleştirilebilir (Norton, 1959). Bu doğrultuda özel yetenekli öğrencilerin matematik eğitiminde de teknoloji kullanımının katkıları açıktır. Dolayısı ile bu çalışmada bu öğrencilerin problem çözme becerilerini incelerken teknoloji destekli ortam oluşturmaya çalışılmış ve DMY kullanılmıştır.

Matematik eğitiminde teknoloji kullanımı ve problem çözme stratejilerinin incelenmesine yönelik daha önce yapılan çalışmaların genellikle standart düzeyde yetenekli öğrencilerle ve nicel araştırma yöntemleriyle gerçekleştirildiği görülmektedir (Açıkgül, 2012; Demir, 2011; Karaaslan, 2013; Koç Koca, 2022; İpek, 2010). Ancak özel yetenekli öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerini inceleyen

araştırmaların yetersiz olduğu ve özellikle matematikte özel yetenekli öğrencilerin problem çözme süreçlerini ele alan araştırmaların oldukça sınırlı olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle, konu alanının genişletilmesi ve özel yetenekli öğrencilerin potansiyellerini geliştirebilecekleri programlar ile ilgili araştırmaların yapılmasının önemli olduğu ifade edilmektedir (Levent, 2011).

Bu bağlamda, özel yetenekli  ğrencilerin DMY destekli ortamlarda problem çözme süreçlerinin derinlemesine incelendiği bu araştırmada; öncelikle öğrencilerin problemlere bakış açıları, kullandıkları stratejiler, ulaştıkları orijinal çözüm yolları ve fikirler incelenmiş, daha sonra teknolojinin problem çözme sürecine dahil edilme yöntemleri ve teknolojinin orijinal fikir üretmeye katkısı incelenmiştir. Bu araştırmanın, özel yetenekli  ğrencilerin DMY destekli ortamlarda problem çözme süreçleri ile ilgili alandaki boşluğu dolduracağı ve alana önemli katkılar sağlayacağı öngörülmektedir.

1.4. Araştırma Sınırlılıkları

- Bu araştırma Bilim ve Sanat Merkezi (B LSEM)  ğrencisi 8 katılımcı ile sınırlıdır.
- Araştırmada problem çözme sürecini ortaya çıkarmak amacıyla kullanılan problem durumu ile sınırlıdır.
- Araştırma; araştırmanın gerçekleştirildiği ortam ve öğrencilere sunulan DMY olan GeoGebra yazılımı ile sınırlıdır.
- Öğrencilerle görüşme saatleri birbirinden farklı olduğundan, yorgunluk ve motivasyon düzeylerinin değişkenliği araştırmanın sınırlılıklarındandır.

1.5. Araştırmanın Varsayımları

Araştırmadaki problemde alınan uzman görüşlerinin doğru olduğu, problem durumunun hedeflenen şekilde üst düzey düşünme becerilerini ve problem çözme sürecini ortaya çıkaracağı, GeoGebra yazılımı ve matematiksel materyallerin etkili kullanıldığı, katılımcıların düşünme süreçlerini açıkça ifade ettikleri ve görüşme sorularının süreci anlamlandırarak şekilde seçildiği varsayılmaktadır.

1.6. Tanımlar

Bu tezde yer alan anahtar kavram ve terimler, aşağıdaki açıklanmaya çalışılan anlamlarda kullanılmaktadır.

Özel yetenekli birey: Yaşıtlarına göre daha hızlı öğrenen, yaratıcılık, sanat, liderlik kapasitesi önde olan, özel akademik yeteneğe sahip, soyut fikirleri anlayabilen, ilgi duyduğu alanlarda bağımsız hareket etmeyi seven ve yüksek düzeyde performans gösteren bireydir (MEB, 2021).

GeoGebra: Ortaokuldan üniversite seviyesine kadar matematik öğrenimini desteklemek için dinamik geometrinin özelliklerini bilgisayar cebir sistemlerinin bazı yetenekleriyle birleştiren dinamik bir matematik yazılımıdır. Dinamik çalışma sayfaları olarak adlandırılan etkileşimli web sayfalarını dışa aktarmamıza olanak sağlayan, matematiği öğrenmek ve öğretmek için kullanımı kolay bir araçtır (Hohenwarter ve Preiner, 2007).

Problem çözme: Çözüm yolunun önceden bilinmediği bir görevi yerine getirmek anlamına gelmektedir (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi- NCTM, 2000: s.52). Öğrencilerin matematiksel bilgilere ek olarak deneyim ve bakış açılarını da kullandıkları bir süreçtir (Schoenfeld, 1985b).

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde özel yeteneklilik, matematikte özel yetenek, problem çözme ve matematik eğitiminde teknoloji kullanımı ile ilgili teorik bilgiler yer almaktadır.

2.1. Özel Yeteneklilik

2.1.1. Zekâ ve Özel Yetenek

Zekâ ve özel yetenek kavramları, eğitim bilimlerinde kullanılan soyut kavramlardandır. Zekâ kavramı üzerinde yapılmış birçok araştırma vardır fakat tüm araştırmacılar tarafından kabul edilen ortak bir tanım yapılamamıştır. Terman (1919) 'a göre zekâ, soyut fikirlere dayalı olarak düşünme yeteneğidir. Gardner (1983)'e göre ise farklı kültürlerde değer gören problem çözme veya yeni ürünler oluşturabilme becerisidir. Sternberg (2002) ise zekâyı güçlü ve zayıf yönlerimizi dengeleyerek hedeflerimize ulaşabilme becerisi olarak tanımlamıştır. Alan yazında farklı tanımları yapılan zekâ kavramı “İnsanın düşünme, akıl yürütme, objektif gerçekleri algılama, yargılama ve sonuç çıkarma yeteneklerinin tamamı, anlak, dirayet, zeyreklik, feraset” olarak tanımlanabilir (TDK, 2020).

Zekâ kavramı gibi özel yetenek kavramı da sosyal olarak oluşturulmuş soyut bir kavramdır. Bu kavramlar insanlar tarafından oluşturulmuştur ve psikolojide de yapısal olarak incelenmektedir (Borland, 2021). Marland (1971)'a göre özel yeteneklilik merak, sabır, yaratıcı ve eleştirel düşünebilme, problem çözme gibi becerileri de içine alan özel bir bilişsel beceridir. Özel yeteneklilik soyut, karmaşık ve çok yönlü olmasından dolayı bu kavram üzerinde tanım birliğine varılamamış (Davashgil, 2004), çağın ve toplumun ihtiyaçlarına göre farklılıklar göstermiştir (Sak, 2008).

İlk toplumlarda erkek çocukları arasında askeri alanda başarılı olan çocuklar seçilmiş ve özel bir eğitimden geçirilmiştir. İlerleyen dönemlerde Atina'da sadece üst sınıfa mensup erkek çocuklarına eğitim verilmiştir. Aynı dönemde Platon, akademisine sınıfsal ayırım yapmadan fiziksel ve zihinsel ölçütlere dayanarak hem kız hem de erkek öğrenciler seçmiştir. Eski Roma'da ise mimari, hukuk ve yönetim gibi konular ön planda tutulmuştur. Çin, özel yetenek kavramını dört prensip altında incelemiştir. İlki; çoklu üstün yetenek yaklaşımıdır. Mantık, liderlik, algılama hızı gibi zihinsel yetenekleri bu prensip altında incelemiştir. İkincisi; özel yetenek kavramını belirginleşmiş özel yetenek ve potansiyel özel yetenek şeklinde çeşitlendirmesidir.

Üçüncüsü; özel yetenekli öğrencilerin özel bir eğitim almadıklarında potansiyelleri ölçüsünde gelişemeyeceklerinin düşünülmesidir. Dördüncüsü ise tüm çocuklara potansiyelleri doğrultusunda eğitim verilmesinin gerekliliğidir. (Davis ve Rimm, 1994). Osmanlı Devleti'nde ise belirli kriterlere göre seçilmiş çocuklar, Enderun'da eğitim görmüşlerdir. Bu öğrencilerin seçilirken yeteneklerini geliştirebilecekleri yaş aralığında olmalarının gerekliliği düşünülmüştür. Ayrıca seçilen öğrenciler ön eğitime tabi tutulup yetenekleri gözlemlenmiş ve potansiyelleri doğrultusunda eğitim almışlardır. Dinine ve ırkına bakılmaksızın yetenekli bireylerin yeteneklerini geliştirmelerine fırsat verilmiştir (Akyüz, 2001).

Geçmiş zamanlarda da şimdiki zamanda olduğu gibi ilerleyen bilimsel ve teknolojik gelişmelerle birlikte, ülkeler hem kültürel anlamda hem de ülkelerinin güvenliğini sağlama amacıyla çağın gerisinde kalmamak için eğitime önem verildi. O dönemki Sovyet eğitim sistemi incelenerek Amerikan eğitim sisteminde değişikliğe gidildiği görülmektedir. Matematik ve fen bilimleri müfredatları geliştirilerek öğrenmeyi kolaylaştırıcı materyaller geliştirilmiştir (Davis ve Rimm, 1994). Özel yetenekli bireylerin potansiyellerinin belirlenebilmesi ve geliştirilmesi için yapılması gerekenler konusunda çalışmalar yapılmıştır.

Özel yeteneklilerle ilgili çocukları da kapsayan ilk çalışma Lewis M. Terman tarafından 1926 yılında yapılmıştır. Alfred Binet ve Theodore Simon'un geliştirdiği zekâ testi Lewis Terman tarafından genişletilmiştir. Terman, hala kullanılmakta olan zekâ sınıflandırma şemasını geliştirmiş, 135 puan ve üstünü özel yetenek olarak tanımlamıştır (Tunnicliffe, 2010). Hollingworth ise özel yeteneklilik kavramını 130 ve üzeri zekâ bölümü veya %1'lik üst dilime giren kişiler olarak tanımlamış ve yapmış olduğu tanıma yaratıcılık ve liderlik gibi özellikler ekleyerek tanımını genişletmiştir (Jolly, 2005). 1972'de Amerika Birleşik Devletleri'nde ortaya atılan Marland raporuna göre tek ölçüte dayalı testler yerine çok ölçüte dayalı değerlendirme yapılması gerektiği fikri ortaya çıkmıştır (Davaslıgil, 1991). Özel yetenekli öğrenciler genel bilişsel yetenek, alana özgü akademik yetenek, yaratıcı düşünme yeteneği, psiko-motor yetenek, liderlik yeteneği ve sanatsal yeteneklerden biri ya da birkaçında akranlarına göre yüksek performans göstermektedirler (Davis ve Rimm, 2004)

Gagné (1985), özel yetenekliliği bireyin en az bir alanda var olan potansiyeli doğrultusunda geliştirmiş olduğu yetenekler olarak tanımlamıştır. Gagné, özel yeteneği ortaya çıkaran 5 farklı bileşenin olduğunu belirtmiş ve bunları doğal

yetenekler, içsel katalizörler, gelişimsel faktörler, çevresel faktörler ve şans şeklinde belirlemiştir. Renzulli (1978) ise özel yeteneği akademik üstünlük ve yaratıcı üstünlük olarak ikiye ayırmış ve özel yeteneğin genel yetenek, adanmışlık ve yaratıcılık bileşimi sonucu ortaya çıkacağını savunmuştur. MEB (2016) ise bu bireyleri zekâ, yaratıcılık, sanat, liderlik kapasitesi, motivasyon veya özel akademik alanlarda yaşıtlarına göre yüksek düzeyde performans gösteren bireyler olarak tanımlamıştır.

2.1.2. Özel Yeteneklilik Modelleri

Yıllar içinde zekâ ve özel yetenek kavramlarının açıklanmasında çevresel faktörlerin de etkili olduğu düşüncesi oluşmaya başlamıştır. Dolayısıyla yalnızca Zekâ Katsayısı (Intelligence Quotient-IQ) puanlarına dayalı yapılan sınıflandırmanın yeterli olmadığı, çevresel ve gelişimsel faktörlerin de önemli olduğu görüşü yaygınlaşmıştır. İlerleyen dönemlerde ise özel yeteneklilik kavramı üzerindeki tanımların daha somut modeller üzerinde yapılmaya çalışıldığı görülmüştür. Bu bölümde özel yeteneklilikle ilgili ortaya atılmış bazı modeller açıklanmaya çalışılacaktır.

2.1.2.1. Joseph Renzulli – Üç Halka Modeli ve Eş-Bilişsel Eklemeler (1986)

Renzulli, Üç Halka Modeli'nde (*Three ring definition of giftedness*) özel yeteneğin boyutlarını; *ortalamanın üstünde yetenek, yaratıcılık ve göreve adanmışlık* olarak belirlemiştir (1986). Özel yetenek bu boyutların birbiriyle etkileşimine bağlıdır. Bu boyutlar tek başına özel yeteneğin ortaya çıkması için yeterli değildir. Ayrıca bu model akademik üstünlük (*schoolhouse giftedness*) ve yaratıcı üstünlük (*creative giftedness*) ayrımı yapmaktadır. Akademik üstünlükte yüksek IQ veya başarı testi puanları ön plandadır. Yaratıcı üstünlükte ise yeni ürün ve orijinal fikirlerin üretilmesi değerlendirilir. Dolayısı ile yaratıcı üstünlükte çevre desteği ön plandadır. Bu modelde bilişsel yetenek için ortalamanın üzerinde bir IQ puanı yeterlidir. Modelde yüksek IQ puanına sahip fakat yaratıcılık ve adanmışlık boyutunda yeterli olmayan bireyler özel yetenekli olarak kabul görmemiştir.

Ortalamanın üzerinde yetenek boyutu hem genel hem de özel yetenekleri kapsar. Genel yetenek, zekâ ve başarı testleriyle ölçülebilen becerileri içerir. Özel yetenek ise fotoğrafçılık, modacılık, eleştirmenlik gibi performans değerlendirmesi yapılan alanları içerir. Adanmışlık boyutundaki becerileri nesnel olarak tanımlamak zordur. Bazı kaynaklarda adanmışlık yerine motivasyon ifadesi kullanılmaktadır, fakat adanmışlık; motivasyon, çaba, dayanıklılık gibi özellikleri de kapsar. Adanmışlık, çaba ve odaklanma gibi özellikler başarı için oldukça önemlidir (Duckworth vd.,

2007). Yaratıcılık boyutunda ise yenilikçilik ve özgünlük gibi beceriler yer alır (Renzulli ve Reis, 2021).

Araştırmacılar modelde farklı faktörlerin de değerlendirilmesi gerektiğini savunmuşlardır. Dolayısıyla iyimserlik, cesaret, bir konu veya alana yönelik yoğun ilgi, insani kaygılara yönelik hassasiyet, fiziksel ve zihinsel enerji, vizyon ve kader duygusu olacak şekilde altı eş-bilişsel faktör tanımlanmıştır. Bu faktörlerin değerlendirilmesi de özel yetenekliliğin belirlenmesinde önemlidir (Renzulli ve Reis, 2021).

2.1.2.2. François Gagné – Bütüncül Yetenek Gelişim Modeli (1985)

Gagné, Ayrımsal Üstün Zekâ ve Üstün Yetenek Modeli'nde (Differentiated model of giftedness and talent- DMGT) özel yetenek ve beceri kavramlarını birbirinden ayırmaktadır. DMGT Modeli'nde üstün zekânın özel yeteneğe dönüşümünü incelemiştir. Modele göre üstün zekâ doğuştan gelir fakat özel yetenek geliştirilebilir. Özel yetenek deneyimlerle geliştirilerek herhangi bir alanda akranlarına göre üst %10'luk dilimin içerisinde bulunan kişileri kapsar (Gagné, 2003). Bu model üstün zekâ, yetenekler, yetenek gelişim süreci, içsel ve çevresel faktörler olmak üzere beş bileşenden oluşur. Gagné'nin bu kuramı daha önce üzerinde durulmayan çevresel faktörler üzerinde durması açısından önemlidir.

Gagné, bu konudaki çalışmalarını devam ettirerek Doğal Yeteneklerin Gelişimsel Modeli'ni (*Developmental model of natural abilities – DMNA*) ortaya koymuş ve DMGT ve DMNA Modellerini birleştirerek yetenek gelişimini açıklamayı amaçlayan kapsamlı bir model olan Bütüncül Yetenek Gelişim Modelini (*Integrative model of talent development – IMTD*) oluşturmuştur. Model yetenek gelişim sürecini biyolojik temeller, katalizörler, gelişimsel süreç, doğuştan gelen yetenekler bileşenleri altında anne karnından yetişkinliğe kadar geçen süreç içinde incelemektedir.

Gagné'ye göre bir akademik yetenek gelişim programı aşağıdaki özellikleri barındırmalıdır (Gagné, 2017).

1. Zenginleştirilmiş K-12 programı
2. Sistematik günlük zenginleştirme
3. Tam zamanlı yetenek gruplaması
4. Bireye özgü hızlandırma uygulamaları

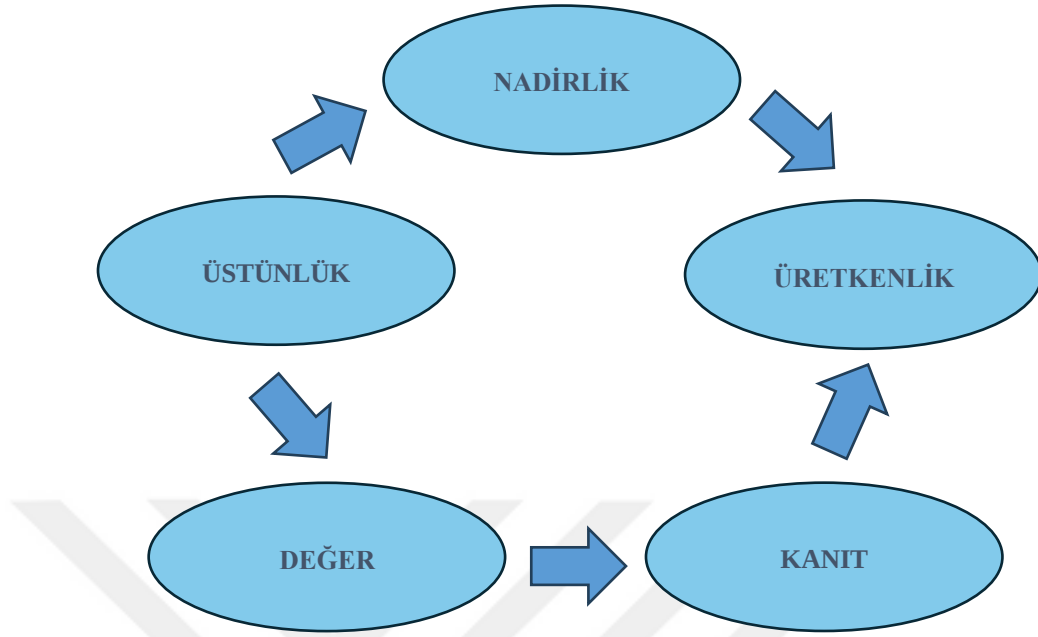
5. Zorlu hedefler
6. Seçici erişim
7. Erken tanılama ve müdahale

2.1.2.3. Robert Sternberg – Bilgelik, Zekâ, Yaratıcılık Sentezi (1985)

Sternberg'e göre zekâ, bilgelik ve yaratıcılık üzerinde kalıtımın etkisi vardır fakat gelişim sürecinin etkisi çok daha fazladır. Herhangi bir düşünce ortaya atılırken yaratıcılık, bu düşünce değerlendirilirken analitik zekâ, düşüncenin uygulanmasında pratik zekâ, ortaya çıkan sonucun herkesin yararına olduğu düşünülürken ise bilgelik boyutu ortaya çıkar (Sternberg vd., 2011). Bu boyutların hepsinde üstünlük aranmaz ve güçlü tarafların belirlenip eksik tarafların giderilmeye çalışılması daha önemlidir. Ayrıca Sternberg insanlığın dünya üzerindeki artan olumsuz etkilerinin de dikkate alınarak özel yetenek kavramı üzerinde bilgelik boyutunun etkisinin arttığını savunmuştur. Akademik beceri odaklı kuramların insanlığı olumsuz etkileyebileceğini ifade etmiştir (Sternberg, 2021). Model özel yetenek türlerinin tamamının değerlendirilememesi (Baker ve Cote, 2003), ölçme aracı eksikliği ve bilgelik boyutuna verilen ağırlık (Heller, 2003) gibi sebeplerden ötürü eleştirilmektedir.

2.1.2.4. Sternberg ve Zhang'ın Beşgen Kuramı (1995)

Beşgen Kuramı'na göre özel yetenek üstünlük, nadirlik, üretkenlik, kanıt ve değer boyutlarından oluşur. Üstünlük boyutu özel yetenekli öğrencilerin herhangi bir alanda akranlarından daha iyi olma durumudur. Nadirlik boyutunda ise özel yetenekli öğrencilerin ender rastlanan bir niteliğe sahip olma durumu değerlendirilir. Üretkenlik boyutu yaratıcılıkla ilişkilidir ve özel yetenekli öğrencilerin potansiyellerini geliştirebileceği ortamlarda bulunmasını savunur. Kanıt boyutu özel yeteneğin sınanabilir olmasıyla ilişkilidir. Özel yetenekli olma durumu sınanabilir ve belirli tanılanma süreçlerine göre değerlendirilir. Değer boyutunda ise toplumsal anlamda değer görülen bir alanda özel yeteneğe sahip olmayı gerektirir. Kuramda insanların özel yeteneklilikle ilgili bakış açılarını sistemleştirmek amaçlanmıştır. Beşgen Kuramı'nın boyutlarını gösteren şema Şekil 2.1'de gösterilmiştir.



Şekil 2.1. Beşgen Kuramı'nın boyutları (Sternberg ve Zhang, 1995)

Tüm bu kuramlar incelendiğinde sadece IQ testlerinin özel yetenekli bireylerin performanslarını ölçmede yetersiz kalacağı görülmektedir (Cutts ve Moseley, 2001; MEB, 2007). Yaratıcılık ve motivasyon, modellerde üzerinde durulan önemli kavramlar olarak karşımıza çıkmaktadır.

2.1.3. Özel Yetenekli Bireylerin Özellikleri

Özel yetenekli bireyleri bilişsel ve duyuşsal anlamda akranlarından ayıran birtakım özellikleri bulunur. Bu özellikler tüm özel yeteneklilerde aynı düzeyde ve şekilde görülmez. Yüksek performans gösterdikleri alanlar birbirlerinden farklılık gösterebilir. Her özel yetenekli öğrencilerin akranlarından farklı olarak sahip olduğu yetenekler olabileceği gibi, belli alanlarda akranlarından yüksek performans da gösterebilirler. Bu anlamda özel yetenekli öğrencilerin bilişsel, duygusal, sosyal ve kişisel özellikleri hakkında fikir sahibi olmak düşünme biçimlerini yorumlamada fayda sağlayabilir.

2.1.3.1. Özel yetenekli bireylerin bilişsel özellikleri

Özel yetenekli bireylerin verilen bilgiyi akranlarına kıyasla daha hızlı işleyerek daha hızlı düşündükleri ve öğrendikleri söylenebilir (Clark, 2002; Davis ve Rimm, 1989). Problem çözme becerileri yüksektir (Levent, 2011). Analitik ve soyut düşünme becerisine sahiptirler (Silverman, 1993). Yaratıcılık gerektiren durumları algılamada başarılıdır (Mathews, 1992). Farklı konulara ilgi duyup bu konular hakkında detaylı bilgi sahibi olmak istedikleri görülmüştür (Renzulli vd., 2002). Oldukça meraklı oldukları ve yeni bilgiler edinmeye oldukça istekli oldukları söylenebilir (Cutts ve Moseley, 2004; Mathews, 1992). Dil gelişim düzeyleri akranlarına göre ileri seviyededir ve okumayı daha hızlı öğrendikleri görülmüştür (Cutts ve Moseley, 2004; Kocaoğlu, 2020).

2.1.3.2. Özel yetenekli bireylerin duyuşsal ve sosyal özellikleri

Özel yetenekli bireylerin özgüvenli oldukları ve sosyal beceriler yönünden kendilerini geliştirdikleri görülmektedir (Çitil ve Ataman, 2018). Espri ve mizah yetenekleri gelişmiştir (Çitil ve Ataman, 2018; Davis ve Rimm, 1998; Levent, 2011). Karşılarındaki insanları anlayabilir ve kolayca empati kurabilirler (Levent, 2011). Etik olmayan davranışlardan kaçınır ve her zaman adil ve dürüst olmaya çalışırlar (Clark, 1992; Çitil ve Ataman, 2018; Silverman, 1994). Akranlarına göre uygun bir tavırları vardır ve kendilerinden büyüklerle vakit geçirmekten zevk alırlar (Clark, 1983).

2.1.3.3. Özel yetenekli bireylerin kişisel özellikleri

Özel yetenekli bireylerin hem kendilerinden hem de çevrelerindeki insanlardan beklentileri yüksektir ve yaptıkları işlerde her zaman mükemmele ulaşmaya çalışırlar (Ataman, 2007; Clark, 1992; Çitil ve Ataman, 2018; Levent, 2011; Sak, 2010; Silverman, 1994). Yapabileceklerinin farkındadırlar ve başarmak istedikleri hedefler için dışsal bir uyarıcıya ihtiyaç duymazlar (Ataman, 2005). Bu bireyler bulundukları grupta liderlik özelliklerinin güçlü olmasıyla dikkat çekerler (Roepers, 1992). Duygusal olarak naif ve kırılgan oldukları görülür. Davranışları oldukça doğaldır. Yapmacık davranışlar sergilemezler (Levent, 2011).

2.1.4. Özel yetenekli bireylerin eğitim gereksinimleri

Özel yetenekli öğrencilerin özellikleri göz önünde bulundurulduğunda bu öğrenciler için standartlaştırılmış bir eğitim programı uygulamanın istenen düzeyde başarı getirmeyeceği düşünülmektedir. Her öğrencinin birbirinden farklı yetenekleri vardır ve bu yetenekleri geliştirici bir eğitim programıyla karşılaştırılmaları beklenir. Fakat okullarda müfredat ve çerçeve plan dahilinde verilen eğitim, özel yeteneklilerin potansiyellerinin tam anlamıyla ortaya çıkmasını engelleyebilir. Çünkü bu öğrenciler akranlarından daha hızlı öğrenir ve bilişsel anlamda daha üst düzey gelişim gösterirler (Xenos vd., 1992). Standart eğitim programında ilgilerini çekecek ve düzeylerine uygun etkinlik ve uygulamalarla karşılaşmadıklarında ders süreci onlar için sıkıcı geçebilir. Bu da derse olan ilgi ve motivasyonlarının düşmesine sebep olabilir (Tsai, 2007). Bu öğrenciler araştırmaktan, keşfetmekten, üst düzey problem durumlarını çözümlenmekten zevk alır. Eğitim programı da öğrencilerin bu isteklerine karşılık verecek şekilde zenginleştirilmeli ve her bir öğrencinin bireysel olarak farklılaşan yetenek ve ihtiyaçlarını kapsayacak şekilde belirlenmelidir. Bu durum özel yetenekli her öğrenci için bireyselleştirilmiş eğitim programı (BEP) hazırlanmasını gerektirir (Koshy, 2002). Özel yetenekli öğrencilerin sahip olduğu bu farklılıklar dikkate alınarak öğrenme yaşantısı zenginleştirilmelidir. Eğitim programları düzenlenerek bu sağlanabilir (Chan, 2001; Maker ve Nielson, 1996; VanTassel-Baska ve Satmbaug, 2005).

Özel yetenekli öğrencilere yönelik düzenlenen eğitim programlarında *hızlandırma, gruplama, zenginleştirme ve farklılaştırma modelleri* kullanılır (Levent, 2011).

Hızlandırma modelinde özel yetenekli öğrenciler eğitim programlarına daha erken yaşlarda dâhil olurlar. Eğitim sürecinin hızı ve içeriği öğrencinin bireysel özelliklerine göre düzenlenerek daha hızlı öğrenme şansına ve daha üst içeriklere erişmesi sağlanır (Bencik, 2006; Sak, 2010; Yıldız, 2010).

Gruplama modelinde bütün öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal özelliklerinin farklı olma durumu öğretim programlarına yansımıştır. Bu modelde normal sınıflardaki özel yetenekli öğrenciler özel uygulamalarla gruplanır ve özel çalışmalarla desteklenirler (Levent, 2011).

Farklılaştırma modelinde öğretmen sadece özel yetenekli öğrencilerin değil, tüm öğrencilerin ihtiyaçlarını dikkate alarak öğrenme ortamlarını düzenler ve tüm sınıfın eğitsel ihtiyaçlarını karşılamaya çalışır. Bu modelde süreci planlayan ve uygulayan kişi öğretmen olduğundan öğretmenlerin yeterliği ve motivasyonu oldukça önemlidir (Tomlinson ve Jarvis, 2009).

Zenginleştirme modelinde ise müfredat programı farklı içerik ve metotlarla düzenlenir (Webb vd., 2016). Özel yetenekli öğrenciler diğer arkadaşlarından ayrılmadan farklı seviyelerdeki öğrenme gruplarında uygulanabildiği için kullanışlı bir modeldir (Ataman, 2005; Bencik, 2006; Strip vd., 2000).

2.1.4.1. Dünya’da özel yetenekli çocukların eğitim uygulamaları

Özel yetenekli öğrencilerin eğitiminin öneminin farkında olan birçok ülke, kendi eğitim politikaları doğrultusunda özel yetenekli öğrencilerin eğitim uygulamalarını düzenlemişlerdir. Örneğin ABD’de özel yetenekli öğrenciler bilişsel değerlendirmeler sonucu eğitim öğretime erken başlama, sınıf atlama, üniversiteye erken başlama gibi seçeneklerle karşılaşmaktadır. Ayrıca eğitsel kamplar, bilimsel ve sanatsal faaliyetler düzenlenerek eğitim süreci zenginleştirmeye çalışılmaktadır (Çakın, 2005). Avustralya’da okul öncesi dönemden itibaren özel yetenekli öğrencilerin eğitimine başlandığı görülmektedir. 4 kişilik sınıflarda 2 yıl boyunca eğitim gören öğrenciler 6 yaşından itibaren ilgi ve yetenekleri doğrultusunda 3 yıl sürecek bir bireyselleştirilmiş eğitime tabi olmaktadır (Aydın, 1994). Çin’de olimpiyat okulları, çocuk sarayları, yaz ve kış kampları gibi uygulamalarla özel yeteneklilerin eğitim süreci desteklenmektedir. Bu uygulamalarda mevcut müfredata bağlı kalınmamaktadır (Stevenson, 1994). İngiltere’de ise yöneticilerin çoğunun da eğitim gördüğü özel yetenekli öğrencilerin eğitimi amacıyla kurulmuş hem devlet okulları hem de özel okullar bulunmaktadır. Eğitim programlarında zenginleştirme ve farklılaştırma çalışmalarına önem verildiği görülmektedir (Akarsu, 2001). Rusya’da özel yetenekli öğrenciler için açılmış iki farklı türde okul bulunmaktadır (Gür, 2017). Okullardan birinde matematik, fizik, biyoloji alanlarında eğitim verilirken (Oya, 2005) diğerinde müzik, resim, edebiyat gibi alanlarda eğitim verilmektedir (Akarsu, 2004).

2.1.4.2. Türkiye’de özel yetenekli çocukların eğitim uygulamaları

Ülkemizin kurulduğu günden bugüne özel eğitimli öğrenciler için çalışmalar yapıldığı bilinmektedir. Fakat bunlar içinde en çok yaygınlaşan ve günümüzde de aktif olarak faaliyet gösteren eğitim kurumları olan Bilim ve Sanat Merkezleri (BİLSEM) 1992’de MEB tarafından pilot bir proje olarak kurulmuştur. 1993’te ise Ankara, İstanbul, İzmir, Denizli ve Bayburt illerinde 5 pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. 1995 yılında ise bu pilot uygulamalardan sadece birisi resmî olarak hayata geçirilmiştir. Bu resmîleşen kurum, Ankara Yasemin Karakaya BİLSEM’dir (Sezginsoy, 2007; Özer, 2021). Ardından 1996’da İstanbul Ataşehir’de İstanbul BİLSEM ve 1997’de Bayburt BİLSEM kurulmuştur. BİLSEM’ler yıllar içerisinde farklı şehirlerde yaygınlaşmaya başlamıştır ve özellikle son 10 yıldır öğrenci ve eğitim personeli sayısında gözle görülür bir artış yaşanmaktadır (Özer, 2021).

BİLSEM’ler MEB bünyesinde yer alan Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğündeki yedi daire başkanlığından “Özel Yeteneklilerin Geliştirilmesi Daire Başkanlığına” bağlı olarak faaliyet göstermektedirler. Özel yetenekli öğrenciler örgün öğrenim gördükleri okulun ders saatleri dışında belirlenen saatlerde hafta içi veya hafta sonu eğitim görmektedirler. BİLSEM’lerde öğrencilerin yaratıcı düşünme becerileri geliştirilmeye çalışılarak keşifler ve icatlar yapmaları desteklenir. İnsanlarla kurdukları sosyal ilişkilerin ve iletişim becerilerinin geliştirilmesine çalışılır. Onların yenilikçi ve liderlik yönü yüksek bireyler olmaları hedeflenir. Sanatsal ve estetik becerilere sahip olmaları istenir. Özel yetenekleri doğrultusunda disiplinler arası bağlantı kurmaları sağlanarak sorunları çözme ve belirlenen ihtiyaçları karşılamaya yönelik bilimsel çalışma disiplininin ön planda tutulduğu projeler gerçekleştirmelerine katkıda bulunmaktadır (MEB, 2020).

BİLSEM’lerde uygulanan programların öğrenciyi merkeze alan, yaratıcı düşünme ve problem çözme gibi üst düzey düşünme becerilerini geliştirici yapıda olduğu görülmektedir. Yalnız bireysel değil kişisel ve sosyal becerileri de kapsayacak şekilde öğrencilerin ilgi ve yeteneklerine göre düzenlenmektedir. Planlama, uygulama ve değerlendirme süreçlerinde öğrencilerin yaparak yaşayarak öğrenmeleri sağlanmakta ve gerçek yaşam problemlerine çözümler aranmaktadır. Hazırlanan çerçeve programların ise disiplinler arası bir yaklaşımda olması ve belli bir disiplinin bilgi, beceri ve davranışlarını kazandırması hedeflenmektedir. Esas amaç ise yapılan uygulamalar neticesinde öğrencilerin bireysel ilgi duydukları bir konuda proje

geliştirmeleridir. Bu süreçte ihtiyaç durumlarında üniversitelerle de iş birliği yapılabilmektedir.

2.1.5. Matematikte Özel Yetenek

Özel yetenekli öğrencilerin bireysel ilgi ve ihtiyaçları göz önünde bulundurulduğunda bu öğrencilerin hepsinin aynı alanda başarılı olmalarını beklemek doğru olmayabilir. Bu durum öğrencilerin genel yetenekten ziyade belli alanlarda yetenekli olabileceği fikrini doğurmuştur. Matematik, fen bilimleri gibi belirli bir alanda, yaşıtlarına oranla belirgin bir şekilde farklı zihinsel yeteneğe sahip olmak, alana özgü özel yetenek olarak ifade edilebilir (Lupkowski- Shoplik vd., 2003). Matematikte özel yeteneklilik de bu durumun bir sonucu olarak gündeme gelmeye başlamıştır.

Matematiksel düşünme kendi içinde farklı boyutlara sahiptir. Matematikte özel yetenekli her öğrencinin aynı düşünce ve algılayış biçiminde olmadığı görülmektedir (Usiskin, 1999). Krutetskii (1976) bu düşünce biçimlerini incelediği araştırmasında üç tür matematiksel düşünce biçimi ortaya atmıştır:

i. *Analitik düşünme*: Matematiği soyut yapıda algılamaya çalışırlar. Mantıksal-sözel algıları gelişmiştir. Görsel yapılar kullanmaya ihtiyaç duymazlar.

ii. *Geometrik düşünme*: Görsel algıları gelişmiştir ve soyut durumları algılamaya çalışırken görsel şemalar kullanmaya ihtiyaç duyarlar.

iii. *Harmonik düşünme*: Bu öğrencilerin hem mantıksal hem de görsel algılarının gelişmiş olduğu görülür. Hem analitik hem de geometrik yaklaşımı uyumlu bir şekilde kullanırlar.

Matematikte özel yetenekli olmanın sadece matematik dersindeki notlarının yüksekliğine bağlamak doğru değildir (Chang, 1985; Niederer vd., 2003). Matematikte özel yeteneklilikle ilgili farklı araştırmacılar tarafından yapılmış tanımlar incelendiğinde Wagner ve Zimmermann (1986) matematikte özel yetenekliliği matematiksel ilişkileri belirleme, kompleks yapıları kavrama, problemleri farklı formda ifade ederek yeniden yorumlama gibi yeteneklerin bir kümesi olarak tanımlamışlardır. Miller (1990) matematiksel özel yeteneği, matematiksel akıl yürütmedeki üstün kabiliyet olarak ifade etmiştir. Villani (1998)'ye göre ise bu öğrencilerin sadece analitik değil kavramsal yeteneklerinin de yüksek olması gerekir. Problem çözme sürecinde istekli olmaları beklenir. Bu öğrencilerden özgün

problemler durumları da oluşturabilmeleri beklenmektedir. Mingus ve Grassl (1999), matematiksel özel yeteneği, bireylerdeki üst düzey yaratıcılık ve çalışma motivasyonu ile ilişkilendirmiştir. Sheffield (2003) ise hızlı ve hatasız işlem yapma yeteneği, bilgi ve formülleri ezberleme, üç boyutlu düşünme gibi bazı davranışların matematikte özel yetenekli öğrencileri tanımlamada tek başına yeterli olamayacağını savunmuştur. Yetenekle birlikte yüksek motivasyon gösteren ve yeterli deneyime ulaşan öğrenciler matematikte özel yetenekli olarak tanımlanmıştır.

Krutetskii (1976), matematiksel özel yeteneği, matematiksel bilgiyi alma, işleme ve akılda tutma şeklinde üç bileşen halinde açıklamıştır. Matematiksel bilgiyi alma, problem durumunun genel yapısının kavrama, matematiksel bilgiyi işleme, problem çözümündeki düşünme süreçlerini ve sorgulama durumunu yansıtır. Matematiksel bilgiyi akılda tutma ise genelleme yapma, ispat yapma ve problem çözme stratejilerini içeren, matematiksel bilginin hafızada kalan bileşenidir. Problem çözümlerinde birden fazla (Johnson, 2000) ve yaratıcı (Kim vd., 2003) çözümler üretme becerisiyle ilişkilidir.

George Polya (1962), matematik alanında yetenekli öğrencilerin sahip olması beklenen davranışları problem çözme temelinde incelemiş ve bu öğrencilerin problem çözme sürecinde üst düzey düşünme becerilerini kullandığı, farklı stratejiler kullanarak yaratıcı ve orijinal çözümler ürettiklerini görmüştür (Polya, 2017). Krutetskii (1976) ise Polya (1962)'nın var olan tanımlamalarını genişleterek matematikte özel yetenekli öğrencilerin *matematiksel düşünüş şekline (mathematical cast of mind)* sahip olduğunu belirtmektedir. Bu düşünme şekline sahip insanların dünyadaki tüm olgulara matematiksel bir yaklaşımla baktığı ve her şeyi nicel ve uzaysal boyutlarıyla beraber algıladığı düşünülmektedir.

MEB'e göre matematikte özel yetenekli bireylerin sahip olduğu özellikler şöyle sıralanabilir (Uzun, 2004):

- Problemleri akranlarından daha hızlı çözerler.
- Üst düzey problemleri çözme konusunda başarılıdırlar.
- Problem çözme sürecinde planlama, uygulama ve değerlendirme süreçlerine dikkat ederler.
- Problem çözme sürecinde farklı yöntem ve stratejiler kullanarak orijinal çözüm metotları geliştirebilirler.

- Disiplinler arası bağlantı kurarak matematiği başka alanlara entegre edebilirler.
- Algılama kapasiteleri yüksektir.
- Yazılı iletişim kurmaktan ziyade sözlü iletişimi tercih ederler.
- Yanlış ve doğruyu birbirinden ayırma yetenekleri güçlüdür.
- Birbiriyle bağlantısız gözükten durumlar arasında bağlantı kurabilirler.

2.2. Problem Çözme

2.2.1. Problem nedir?

İlk çağlardan itibaren insanlar hayatın akışı içinde bazı olumsuzluklarla karşılaşmış ve bunları aşmaya çalışmışlardır. Yaşanılan çağın gereksinim ve beklentilerine göre bu olumsuz durumlar çeşitlilik gösterse de insanlık tarihi içerisinde her zaman varlığını korumuşlardır. Problem kavramı ise karşılaşılan bu olumsuz durumların sonucu olarak ortaya çıkmıştır. Hayatımızın her alanında karşımıza çıkan bu kavramla ilgili alan yazında da birçok tanım bulunmaktadır.

Schoenfeld (1985a) problemi, zor ve çözümün açıkça belli olmadığı, yaratıcı düşünme ve araştırmalar sonucunda çözüme ulaşılan sorular olarak tanımlamaktadır. John Dewey'e göre problem, insan zihnini karıştıran ve ona meydan okuyan, inancı belirsizleştiren her şeydir (akt: Baykul, 2014). Bloom ve Niss (1991)'e göre ise cevaplanacak algoritma ve yöntem bilgisine sahip olunmayan soruların bulunduğu, ilgi çekici durumlardır. Olkun ve Toluk (2003) için problem, kişide çözme isteği uyandıran ve çözüm prosedürünün açık bir şekilde belli olmadığı, bilgi ve deneyimlerin kullanılmasıyla çözümlenebilecek durumlardır. Nezu vd. (2007) ise problemi, mevcut durum ve hedeflenen durum arasındaki farklılık ve hedeflenen sonuca ulaşmayı engelleyen birbirinden farklı sorunlar oluşması durumu şeklinde tanımlamıştır.

Altun (2005)'e göre problemlerin üç temel özelliği vardır. Problemler, çözen kişi için güç bir durum oluşturmali, çözüm için belli yöntemler gerektirmeli ve daha önce karşılaşılmamış bir durum olmalıdır. Hershkovitz vd. (2009)'e göre ise problemler basit, orta düzey ve orijinal çözüm yolları kullanılarak birden fazla yolla çözümlenecek şekilde belirlenmelidir. Soyutlama ve genelleme becerileri kullanılabilmesi ve

soruların kapsamı genişletilebilmelidir. Çözüm sürecinde olası durumlar sorgulanmalı ve matematiksel bilgi ve kuralların kullanımı sağlanmalıdır.

2.2.2. Problem Türleri

Problemler sunuş şekilleri, içerikleri ve çözüm şekilleri açısından gruplandırılarak incelenebilir (Özmen vd., 2012). Matematik öğretimindeki amaçlar doğrultusunda problemler rutin (sıradan) ve rutin olmayan (sıra dışı) problemler olarak sınıflandırılmıştır (Altun, 2014; Polya, 1985; Van De Walle, 2004).

2.2.2.1. Rutin (Sıradan) Problemler

Belirli matematiksel kural ve algoritmalar kullanılarak çözülebilen problemler rutin problemler olarak nitelendirilir (Polya, 1957). Bu problemlerle genellikle okul yaşamı öncesinde karşılaşılır (Polya, 1990). Ders esnasında öğretilen bilgi ve becerilerin pekiştirilmesi amacıyla bu tür problemler kullanılabilir. Bu problemler genellikle dört işlem becerileriyle (Altun, 2014) ve öğrencinin aşına olduğu formül ve metotlarla çözümlenebilir (Woodward vd., 2012). Bu problemler işlem becerisini geliştirmeleri ve bilgileri matematiksel dile dönüştürme becerisi kazandırmaları bakımından önemlidir (Yazgan, 2007). Fakat öğrencilerin yalnızca rutin problem durumlarıyla karşı karşıya bırakılmaları yaratıcı düşünme becerilerinin gelişmesini engelleyebilir (Polya, 1957).

2.2.2.2. Rutin Olmayan (Sıra Dışı) Problemler

Çözümlemlenirken işlem becerisine ek olarak verileri organize edip sınıflandırma, ayrıntılı olarak analiz etme, verilenler ve istenen durumlar arasında bağlantı kurularak (Altun, 2005) alışılmışın dışında bir çözüm yöntemi gerektiren (Inoue, 2005) problemler rutin olmayan (sıra dışı) problemler olarak tanımlanır. Bu tür problemlerin çözümünün nasıl yapılacağı açık bir şekilde belli olmadığı için çözüm üzerine düşünme ve akıl yürütme gerekebilir (Polya, 1957). Öğrenciler akıl yürütme sürecinde çözüme ulaşmakta zorlandıkları durumlarda üst düzey düşünme becerilerini kullanacağı düşünüldüğünde (Kolovou vd., 2009) bu problemlerin öğrencilerin zihinsel gelişimlerine de katkıda bulunacağı düşünülebilir.

Bu tür problemleri çözmeye çalışmak öğrencilerin sadece ders sürecinde değil, gerçek yaşamda da karşısına çıkabilecek zorluklar karşısında mantıklı düşünme ve karar verme yeteneği kazanmalarına yardımcı olur (MEB, 2013a).

2.2.3. Problem Çözme Öğretimi

Kaçınılması zor olan güçlükler ve aniden karşılaşılan olumsuzluklar hayatımızın her alanında karşı karşıya kaldığımız durumlardır. Bireylerden ise bu durumlardan kendi kendilerine kurtulma becerisine sahip olmaları beklenir. Karşımıza çıkan bu problemleri çözüme kavuşturup sorunları ortadan kaldırmak ise iyi bir problem çözme becerisi gerektirir (Andrews vd., 2004). Problemleri çözüme kavuşturmak bir anda olup biten bir durum değildir. Sistematik bir şekilde davranılmasını gerektiren bir süreç becerisidir (Altun, 2010; MEB, 2009). Belli bir sorunla karşılaşıldığında bu sorundan nasıl kurtulacağı hakkında düşünmek problem çözmedir (Altun, 2005). Hayatın olağan akışına aykırı durumlar problem, bu problemlerin çözümlenmesi ve ortadan kaldırılması süreci ise problem çözme olarak tanımlanmaktadır (Karataş, 2008).

Matematiğin hemen her disiplinde bir araç olarak kullanılmasının yaygınlığı göz önüne alındığında, öğrencilerden beklenen matematiksel yeterlilikler de önemli ölçüde dönüşüm geçirmiştir. Günümüzde matematiksel yeterlilik, sadece temel aritmetik işlemleri yapabilme kabiliyetinin çok ötesine geçmiştir. Artık öğrencilerin, karşılaştıkları gerçek yaşam sorunlarını tanımlamaları, bu sorunları matematiksel bir problem olarak formüle etmeleri ve elde ettikleri sonuçları kendi yaşam bağlamlarında anlamlandırarak yorumlamaları beklenmektedir. Bu dönüşüm, öğrencilerin matematiği günlük yaşamlarına entegre edebilme ve matematiksel düşünme becerilerini geliştirme gerekliliğini ortaya koymaktadır (OECD, 2003).

Borasi (1986), “bağlam” kavramını ilk kullanan araştırmacı olarak, bağlamı “problemin içine gömülü olduğu yaşamsal durum” şeklinde tanımlamıştır (Altun, 2011). Bağlamsal problemler ise öğrencinin gerçek deneyimlerinden meydana gelen problem durumları olarak tanımlanmaktadır (Gravemeijer ve Doorman, 1999). Bağlamlar gerçek hayat problemleri yoluyla, matematiksel kavramların daha kolay anlaşılmasını sağlayarak ve öğrencilerin duyuşsal yönlerinin gelişimine destek olarak matematik eğitime çeşitli katkılar sağlamaktadır (Chapman, 2006).

Bu anlamda, Gravemeijer ve Doorman (1999)’a göre, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmek için gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirilen problemler kullanmak, onların öğrenme süreçlerini daha anlamlı ve motive edici hale getirebilir. Ayrıca bağlamsal yaklaşımlar, öğrencilerin soyut matematiksel kavramları somut deneyimlerle ilişkilendirerek daha derinlemesine anlamalarını sağlar ve

matematiksel bilgiyi daha kalıcı hale getirir (Chapman, 2006). Bu sebeple matematik derslere zengin bağlamlarla başlamak oldukça önemlidir (Van den Heuvel-Panhuizen, 2005). Kullanılan bağlamların niteliği, çeşitliliği ve görevlerin açıklığının öğrencilerin anlamalarını desteklemesi gerekmektedir (Boaler, 1993).

Gelişen teknolojiye ayak uydurabilen ve toplumsal kalkınmayı sağlayacak öğrencilerin yetiştirilmesinde öğrencilerin bilişsel potansiyellerini destekleyici eğitim ortamları oldukça önemlidir. Bunu yaparken öğrencilerin problem çözme durumlarıyla karşılaşmalarını sağlayarak düşünme süreçleri zenginleştirilebilir. Matematik eğitiminde problem çözmeyi Silver vd. (1980), gerçek yaşam durumları bağlamında rutin ve rutin olmayan problem türlerinin çözümü olarak ifade etmektedir. Altun (2005)'a göre ise matematiksel problemin kural ve işlemler yardımıyla bilişsel süreçler kullanılarak çözülmesidir. Matematik eğitiminde problem çözme, muhakeme ve kanıt, iletişim, ilişki, temsil şeklinde beş standart belirlenmiştir (NCTM, 2000). Görüldüğü gibi bunlar problem çözme ve problem çözme için gerekli görülen temel becerilerdir. Bu sebepten problem çözme sürecinden bağımsız bir matematik öğretimi düşünülemez (Lester, 1994; Voskoglou, 2008; Wilson vd., 1993). Matematiksel problem durumlarının zihinsel becerilerden yararlanılarak çözüme kavuşturulması ve çözüm yolunun önceden kestirilememesi gerekir (MEB, 2011).

Öğrenme ortamlarında problem çözme süreçlerinin merkeze alınması öğrencilerin ders sürecinde de bilgi ve deneyimlerini kullanarak sorunlara çözümler üretmelerini sağlar. Öğrenciler matematiksel düşünme süreçlerinden akıl yürütme, muhakeme etme, algoritmik düşünme gibi becerileri kullanıp problemleri çözmeye çalışırlar. Bunu yaparken matematiksel bilgileri ve işlem yeteneğini birlikte kullanmak durumunda kalırlar (Van de Walle, 2004). Öğrenciler hedeflenen kazanıma yönelik kuralları öğrenirken aynı zamanda farklı kazanım veya problem durumlarında kullanabilecekleri stratejiler ve matematiksel çıkarımlar geliştirmiş olurlar (Olkun ve Toluk, 2003). Yani öğrenciler önceden bildikleri matematiksel kavram, kural ve formülleri karşılaştıkları yeni problem durumuna yansıtırlar. Tüm bu becerilerin oluşması bir anda olmaz. Deneyimlerle zenginleştirilecek uzun bir zaman diliminde yavaş yavaş gelişir (Lester, 1994; Yazgan ve Bintaş, 2005). Genel olarak problem çözme, öğrencilerin matematiksel bilgilere ek olarak deneyim ve bakış açılarını da kullandıkları bir süreçtir (Schoenfeld, 1985b).

Öğrenci problem çözme sürecinde işine yarayacak bilgileri kendisi seçer ve kullanır. Süreci kendileri yönettikleri için sonuçta ulaştıkları bilgi ve genellemeleri daha kolay özümser ve gerçek hayatta da karşılaştıkları problemlere uyarlama yeteneği kazanır (MEB, 2008).

Bazı öğrencilerin problem çözerken yeni stratejiler geliştirmek için çaba harcamayarak daha önce kullandıkları bir çözüm yolunu kullanmak zorunda hissetmeleri doğru değildir (Altun, 2010). Çünkü problemi daha önceden bildiği yollarla çözemediklerinde problemi çözmekten tamamıyla vazgeçebilirler. Bu durum da problem çözerken gelişmesini beklediğimiz yaratıcı ve eleştirel düşünme gibi becerilerin gelişmesini engelleyebilir. Alternatif çözüm yolları arayan öğrenciler ise muhakeme ederek ve bağlantılar kurarak farklı çözüm yolları geliştirirler ve problem çözme sürecinden zevk alırlar (Schoenfeld, 1983). Ders sırasında uygulanan bir problem çözme etkinliğinde, öğretmen öğrencilerin problemde ne anladıklarını, problemde bize verilenleri ve problemde bizden ne istendiğini öğrencilerle soru cevap şeklinde sorgulatabilir. Öğrencilerin çözüm süreçlerini gözlemlemeli ve gerektiğinde ipucu vererek sürecin ilerlemesine yardımcı olabilmelidir. Çözümün doğruluğunu kontrol ettirerek genelleme durumlarını ve alternatif çözüm yollarını sorgulatarak daha önce benzer bir problemle karşılaşmış karşılaşılmadığını sorabilir (Lester, 1987).

Problem çözme süreci öğrenciler için yalnızca bilişsel gelişmeyi sağlamakla kalmaz, aynı zamanda hayatın her alanında karşılaştıkları problemler karşısında pes etmeme, farklı ihtimalleri değerlendirerek sorunları çözme gücü ve özgüveni de sağlamış olurlar (NCTM, 2000).

Günlük hayat durumlarını içeren sözel problemler, matematiksel bilgi ve becerilerin pratikte kullanılmasına imkan tanır (Greer, 1997). Öğrenciler, bu tür problemleri çözerken daha önceki deneyimlerinden ve öğrendikleri çözüm yöntemlerinden faydalanırlar (Yılmaz, 2022). Sözel problemler genellikle karmaşık ve gerçek hayat durumlarını yansıttığı için özel durumların dikkate alınmasını gerektirir ve kolayca çözülemezler (Kılıç, 2011). Günlük hayat durumları içeren sözel matematiksel problemlerin eğitimde kullanılması farklı problem durumları dikkate alındığında oldukça önemlidir. Bu nedenle, günlük hayatta karşılaşılan çeşitli problem durumlarını içeren sözel matematiksel problemler eğitimde sıklıkla kullanılmaktadır (Chapman, 2002).

Ders sürecinde yalnızca rutin problem durumlarını kullanmak yerine karmaşık problemlerden de yararlanmak oldukça önemlidir (NCTM, 2000). Öğrencilerin daha önce karşılaşmadıkları, zihinlerini zorlayıcı üst düzey problemlerle karşılaşmaları düşünme becerilerini geliştirebilir. Herhangi bir problemde kullandıkları orijinal çözüm yaklaşımını karşılaştıkları başka bir problemde de kullanabilirler. Problemlere farklı açıdan bakarak düşüncelerine boyut kazandırabilirler.

2.2.4. Problem Çözme Süreci ve Stratejileri

2.2.4.1. Problem Çözme Süreci

Tüm problemler için genel geçer bir çözüm yöntemi yoktur (Baykul, 2003). Fakat araştırmacılar tüm problemlere uygulanabilecek sistematik bir yaklaşım geliştirmeye çalışmışlardır (Altun, 2014). Bunlardan hareketle problem çözme stratejileri belirlenmiştir. Öğrencilerin bu stratejileri sistematik bir şekilde kullanmaları problemleri çözmeleri için gereklidir (Bal, 2015). Doğru strateji kullanımının problem çözme sürecinin başarısındaki payı büyüktür (Cai, 2003). Farklı stratejiler arasında doğru stratejiyi belirlemek birçok anahtarın içinde kapıyı açacak doğru anahtarı seçmek gibidir (Schoenfeld, 1999). Öğrenciler hem matematiksel bilgiye sahip olmalı hem de seçtiği stratejiyi doğru bir şekilde kullanabilmelidir (Okur, 2008).

Polya (1957)'ya göre problem çözme süreci; problemin anlaşılması, çözüm stratejisinin belirlenmesi, stratejinin uygulanması ve çözümün değerlendirilmesi şeklinde dört aşamadan oluşur (Olkun ve Toluk-Uçar, 2006). Lester vd. (1989) ise bu aşamaları; yönelim, düzenleme, doğrulama ve uygulama olarak belirlemiştir. Stevens (1998)'a göre bu süreç basamakları, problemi tanımlama, analiz, alternatif çözümler deneme, değerlendirme ve en uygun çözümü kullanma şeklinde açıklamıştır. Kneeland (2001) ise problemin anlaşılması, çözüm için ihtiyaç duyulan bilgilerin toplanması, problemi derinlemesine inceleme, çözüm yolları geliştirme, en iyi çözüm yolunu seçme ve problemi çözme basamaklarını belirlemiştir. Dewey (1991) ise bu sürecin basamaklarını; problemin sınırlarını belirlemek, problemin nedenlerini araştırarak bilgi toplamak, varsayımlarda bulunarak olası çözüm yollarını belirlemek, çözüm yollarını test etmek, problemi çözmek, çözümü değerlendirmek ve çözümü uygulamak olarak belirlemiştir. Kapa (2001), Polya'nın modelinden etkilenmiş ve problemi belirleme ve tanımlama, problemi zihinsel olarak temsil etme, problemin nasıl devam

edeceğini planlama, çözümü plana göre yürütme, problem çözen kişinin performansını değerlendirme, geri bildirim verme basamaklarından oluşan bir model geliştirmiştir. OECD (2010) ise bu süreci keşfetme ve anlama, temsil etme ve formüle etme, plan yapma ve uygulama, gözlemleme ve ifade etme şeklinde belirlemiştir.

Alan yazında birbirinden farklı stratejiler vardır fakat en çok kullanılan stratejiler Polya tarafından belirlenen aşağıdaki stratejilerdir (Güler, 2006).

- Sistemantik liste yapma
- Tahmin ve kontrol
- Diyagram (şekil) çizme
- Bağlantı (örüntü) bulma
- Eşitlik yazma
- Tahmin etme
- Benzer basit problemlerin çözümünü kullanma
- Geriye doğru çalışma
- Eleme
- Tablo yapma
- Muhakeme etme

Üstbiliş, bireyin kendi düşünme süreçlerinin farkındalığı ve bu süreçleri yönetebilme kapasitesini ifade eder (Beauford, 1996; Brown, 1978; Flavell, 1979; Hacker ve Dunlosky, 2003; Wellman, 1985). Flavell (1979), üstbilişi bireyin kendi bilişsel süreçleri hakkında bilgi sahibi olması olarak tanımlarken, Brown (1978) bu kavramı planlı öğrenme ve problem çözme durumlarında kullanılan düşünme süreçlerinin farkındalığı ve düzenlenmesi olarak açıklamaktadır. Üstbiliş, bilişten farklıdır; üstbiliş, bilişsel süreçlerin farkındalığı ve bu farkındalığın uygun durumlarda kullanımı ile karakterizedir (Brown, 1980). Bilişsel öğretim stratejilerin öğrenilmesine odaklanırken, üstbiliş öğretimi bu stratejileri izleme ve kontrol etme becerilerinin geliştirilmesine vurgu yapar (Loper, 1982).

Flavell (1979), üstbiliş, bireyin kendi bilişsel süreçlerinin farkında olması ve bu süreçleri kontrol edebilmesi yetisi olarak tanımlamıştır. Üstbiliş becerilerinin problem çözme konusundaki başarıyı açıklayan en önemli faktörlerden biri olduğunu ortaya koymuştur. Üstbiliş, bireyin düşünme süreçlerini planlama, izleme, değerlendirme ve düzenleme becerilerini içerir. Bu bağlamda, öğrencilerin matematiksel problemleri çözerken zihinlerinde neler olduğunu daha iyi anlamak ve bu süreçleri daha etkili bir şekilde yönetebilmek için üstbiliş kavramı kullanılmaktadır. Üstbilişsel farkındalık ve kontrol, öğrencilerin problem çözme stratejilerini seçme, uygulama ve gerektiğinde değiştirme yeteneklerini geliştirmelerine yardımcı olur. Dolayısıyla, üstbilişsel beceriler, akademik başarıyı artıran kritik bir unsur olarak değerlendirilmektedir.

Schoenfeld (1985a), üstbiliş geliştirmek amacıyla problem çözme stratejilerini içeren dersler düzenlemiştir. Bu dersler hem küçük hem de geniş gruplarda uygulanarak öğrencilerin kendi çalışmalarını izleme deneyimi kazanmalarını sağlamıştır. Uygulamalar sırasında, modelin ve yöntemin öğrencilerin üstbilişsel farkındalıklarını artırdığı ve kendi öğrenme süreçlerini daha etkin bir şekilde izleyip değerlendirebildikleri gözlemlenmiştir. Araştırma sonuçları, bu yaklaşımın öğrencilerin problem çözme başarılarını anlamlı düzeyde yükselttiğini göstermiştir. Özellikle, önceden başarısız olan öğrencilerde kayda değer bir başarı artışı gözlenmiştir. Schoenfeld'e (1987) göre, bu geniş perspektifli matematik öğretimi yaklaşımı, öğrencilere bir matematik kültürü kazandırmanın yanı sıra, sınıf içinde edinilen bilgi ve becerilerin gerçek hayatla ilişkilendirilmesini kolaylaştıracaktır. Böylece, öğrenciler matematiksel düşünme becerilerini hem akademik hem de günlük yaşam bağlamlarında daha etkili bir şekilde kullanabileceklerdir.

Schoenfeld (1985a), Polya'nın problem çözme basamaklarını geliştirerek, bilgiyi işleme kuramından da faydalanarak bu süreci yeniden yapılandırmıştır. Schoenfeld, problem çözme sürecini ve bu süreçte sergilenmesi beklenen ideal bilişsel ve üstbilişsel davranışları "*Bilişsel ve Üstbilişsel Davranış Kuramsal Çerçevesi*" şeklinde ifade ederek beş ana bölüme ayırmıştır: Okuma/Anlama, Analiz, Araştırma, Planlama/Uygulama ve Değerlendirme. Ancak, bazı aşamalarda bilişsel ve üstbilişsel süreçleri kesin bir şekilde ayırmak zor olabilir. Özellikle Araştırma, Uygulama ve Değerlendirme aşamalarında bilişsel ve üstbilişsel eylemler sıklıkla iç içe geçer ve birbirlerini tamamlar (Artz ve Armour-Thomas, 1992). Bu durum, bireylerin problem çözme sırasında hem bilgi işlemede hem de bu işlemleri denetlemede karmaşık ve çok

boyutlu stratejiler kullanmasını gerektirir. Dolayısıyla, bu aşamalar sadece bilişsel veya sadece üstbilişsel olarak sınıflandırılmaz; her iki tür eylemin de iç içe geçmiş bir biçimde var olduğu karmaşık süreçler olarak değerlendirilmelidir. Schoenfeld'in (1985a) problem çözme sürecine yönelik ifade ettiği '*Bilişsel ve Üstbilişsel Davranış Kuramsal Çerçevesi*' basamakları Tablo 2.1'de verilmiştir.

Tablo 2.1. Bilişsel ve Üstbilişsel Davranış Kuramsal Çerçevesi (Schoenfeld (1985)'ten uyarlanmıştır.)

BİLİŞSEL VE ÜST BİLİŞSEL SÜREÇLER	AÇIKLAMALAR
Okuma/Anlama	Problemin verilenlerini ve istenilenlerini açık veya gizli şekilde ifade etme.
Analiz	Uygun bir bakış açısı seçme, problemi yeniden formüle etme, verilenler ve istenilenler arasındaki ilişkileri belirleme.
Araştırma	Problemin verilenleri ve/veya istenilenlerine dayalı araştırma yapma, izleme ve kontrol etme süreçleriyle çözümü değerlendirme.
Planlama ve Uygulama	Çözüme uygun ve iyi yapılandırılmış bir plan yapma ve bu planla uyumlu şekilde gerçekleştirilen uygulamayı değerlendirme.
Değerlendirme	Çözümü gözden geçirme, kontrol etme ve çözüm sürecini veya sonucu değerlendirme.

2.3. Matematik Eğitiminde Teknoloji Kullanımı

2.3.1. Teknoloji ve Matematik Eğitimi

Her toplum içinde bulunduğu çağın gereklerine uygun, öğrencilerin beklenti ve ihtiyaçlarını karşılayacak bir eğitim politikası geliştirmeye çalışmıştır. 21. yy. bilim ve teknolojinin gelişimi, öğrenenlerden beklenen nitelikler ve becerilerde önemli değişikliklere yol açmıştır. Bu değişim, toplumun, toplumun paydaşlarının ve sosyal sistemlerin öğrenenlere yönelik beklentilerini de dönüştürmüştür. "21. Yüzyıl Becerileri" olarak adlandırılan bu yetenekler, öğrenenlerin sahip olması gereken beceri ve yeterliliklerdir (Ananiadou ve Claro, 2009). Ekonomik İş Birliği ve Kalkınma Örgütü'ne (The Organisation for Economic Cooperation and Development-OECD) göre, öğrenenlerin net ve belirgin hedefler koyabilmesi, olaylara farklı açılardan bakarak başkalarıyla iş birliği yapabilmesi, fırsatları değerlendirebilmesi ve problemlere alternatif çözümler üretebilmesi için bu becerilerin kazandırılması son yıllarda giderek daha fazla önem kazanmıştır (OECD, 2018). Bu açıdan değerlendirildiğinde içinde bulunduğumuz 21. yüzyılın niteliklerini tanımak ve buna uygun bir eğitim politikası geliştirmek oldukça önemlidir.

Günümüzde yaygın bir eğitim yaklaşımı olan yapılandırmacı yaklaşıma göre verimli bir eğitim süreci üzerinde öğrenme ortamının etkisi büyüktür (Umay, 2007). Gelişen teknolojiye paralel olarak tüm dünyadaki eğitim anlayışı da bu duruma ayak uyduracak şekilde düzenlenmiştir. Üretilen bilginin hızla çoğalması eğitim sürecinde çeşitli sorunlara neden olmuştur. Bu sebeple, eğitimde kalitenin artırılmasında kritik öneme sahip olan yeni teknolojilerin eğitim kurumlarında kullanılmaya başlandığı görülmektedir.

Eğitim teknolojisi, öğrenme ve öğretme süreçlerinin tasarımı, uygulanması, değerlendirilmesi ve geliştirilmesi sürecini ifade eder (Alkan, 1997). Eğitim teknolojisinin bir alt dalı olan öğretim teknolojisi ise bu süreçlerdeki öğrenmelere odaklanmaktadır. Birçok araştırmacı, etkin kullanılan öğretim teknolojilerinin eğitim sistemini iyileştirme potansiyeline sahip olduğunu belirtmektedir (Jonassen ve Reeves, 1996). Eğitim teknolojisi, tüm eğitim faaliyetlerini kapsamlı bir şekilde ele alırken, öğretim teknolojisi yalnızca örgün eğitimin öğrenme ve öğretme faaliyetlerine odaklanmaktadır (Molenda, 2004). Günümüzde ise eğitim ve öğretim teknolojileri terimlerinin birbirinin yerine kullanıldığı görülmektedir (Reiser, 2002).

Eğitim bilimlerinde öğrenme süreçlerini daha etkili, verimli ve çekici hale getirerek derinlemesine öğrenmeyi teşvik etmek oldukça önemlidir (Reigeluth, 1983). Bu bağlamda eğitim bilimciler öğretim kuramlarını temel alarak uygulayıcıların kullanabileceği ve belirlenen hedeflere ulaşmayı sağlayan öğretim stratejilerini geliştirme görevini üstlenirler. Öğretim tasarımı, öğretimin etkin, sistemli ve disiplinli bir şekilde yürütülmesini ve elde edilen sonuçlara göre düzenlenmesini sağlayan bir disiplindir. Bireysel farklılıkların artan önemi, teknolojik gelişmeler ve eğitimdeki yenilikçi uygulamalar, sınıflarda materyal kullanımının çeşitlenmesine yol açmış ve bu durum öğretim tasarımı öğretim temeli bileşenlerinden biri haline getirmiştir.

Bu alana ilişkin çeşitli tanımlar bulunmaktadır. Reigeluth'a (1999) göre, öğretim tasarımı, öğretim materyallerinin bir konunun etkili bir şekilde öğretilmesi için nasıl yapılandırılması gerektiğini, öğrenme sürecinde gerekli zaman ile etkililik arasındaki oranı nasıl belirleyeceğini ve öğrenmenin öğrenci perspektifinden nasıl daha cazip hale getirileceğini detaylandırır. Öğretim tasarımı, öğretimin etkinliğini, materyal çeşitliliğini ve zamanın verimli kullanılmasını temel kavramlar olarak ele alır ve belirlenen hedeflere en kısa ve en hızlı yoldan ulaşmayı hedefler. Dolayısıyla, etkili bir öğretim için bireysel farklılıklar gözetilerek öğretim tasarımının geliştirilmesi, içeriğin uygun bir şekilde hazırlanması ve düzenlenmesi kritik öneme sahiptir. Reigeluth (1983), öğretim tasarımının hedeflere ulaşmada, içeriği desteklemede, içerik oluşturma ve öğrenmeyi farklılaştırmada önemli bir rol oynadığını ifade etmektedir. Reiser'in (2002) öğretim tasarımı ve teknolojisi tanımı, öğrenme ve performansın geliştirilmesi amacıyla öğrenme ve performans sorunlarının kapsamlı bir analizini, öğretimsel ve öğretimsel olmayan kaynakların tasarımı, geliştirilmesi, uygulanması, değerlendirilmesi ve yönetimi süreçlerini içeren bir alan olarak tanımlanmaktadır. Bu tanıma göre, öğretim teknolojisi alanı, öğrenme ve performansın iyileştirilmesi üzerine yoğunlaşmakta ve bu hedefe ulaşmak için çeşitli stratejiler ve yöntemler geliştirmektedir. Bu bağlamda, öğretim teknolojisi, eğitim süreçlerinin etkinliğini artırmayı ve performans hedeflerine ulaşmayı sağlayacak araç ve yöntemlerin sistematik bir şekilde tasarlanması ve uygulanmasını kapsamaktadır.

Öğretim tasarımının esas amacı, öğrenmeyi destekleyen koşulları içeren etkili bir sistem geliştirmektir (Şimşek, 1998). Bu bağlamda, öğretim tasarımı, öğretim süreçlerini daha zorlu öğrenme deneyimleri sunacak şekilde yapılandırarak, müfredatın sosyal ve kültürel bağlamına uygun öğrenci sorunlarını ele alma fırsatı

sağlar (Zepke ve Leach, 2010). Öğretim tasarımı, böylece eğitim süreçlerinde hem öğrenme etkinliğini artırarak hem de öğrencilerin çeşitli sosyal ve kültürel kimliklerine hitap eden sorunları dikkate alarak müfredatın kapsamını ve içeriğini yeniden şekillendirme imkânı sunar. Bu süreç, öğrenme ortamlarının daha bağlamsal ve anlamlı hale getirilmesini hedefler.

Öğretim tasarımında kullanılan araçlar arasında bilgisayarlar ve bilgisayar teknolojileri öne çıkmaktadır. Teknolojinin eğitimde kullanımı, modern öğrenme kuramları ışığında öğretim süreçlerine nasıl entegre edileceği gibi konular, dünya genelinde birçok araştırmacının ilgi odağı olmuştur ve kapsamlı araştırmaların konusu haline gelmiştir (Lowther vd., 2008). 18. yy.'a kadar sanayi ve üretim amaçlı geliştirilen teknolojiler, 19. yüzyılda özellikle Amerika Birleşik Devletleri (ABD) ve diğer ülkelerde eğitim alanında kullanılmaya başlanmıştır (Reiser, 2001). Bu geçiş, teknolojinin eğitimdeki rolünün ve potansiyelinin farkına varılmasına ve eğitim süreçlerinin modernleşmesine katkı sağlamıştır.

McCain (2005), “21. yy.’da asıl önemli konu sınıfta teknoloji kullanılırken aynı zamanda öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirmektir. Böylece öğrenciler, teknolojik araçların sağladığı imkanları etkili bir şekilde kullanarak sorunları çözme ve anlamlı işler üretme kapasitesine sahip olabileceklerdir.” (s. 84) şeklinde ifade etmiştir. Bu görüş, teknolojinin eğitimdeki rolünün, öğrencilere düşünme becerileri kazandırma hedefiyle uyumlu bir şekilde değerlendirilmesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Teknolojik araçların hem görsel hem de işitsel duyuya hitap etmesi eğitimde kullanımını avantajlı hale getirmiştir (Mayer, 2014). Bu araçlarda eğitimin verimliliğinin artırılabilmesi için yapılan eylemlerin ardından geribildirim alınması da önemlidir (Moreno ve Mayer, 2007). Bilgisayarların kullanıldığı öğrenme ortamları somut materyal kullanılan ortamlara kıyasla öğrenciler için daha ilgi çekicidir (Baki, 2001; Kaput, 1992). Öğrenci öz yeterliliğini geliştirerek başarıyı arttırmaya yardımcı olur (Mistretta, 2005). Eğitimde bilgisayarlar kullanımında amaca uygun hareket etmek gerekir (Baki 1996). Teknolojinin öğretimin zenginleştirilmesi ve öğrencilerin gelişen dünyaya uyum sağlanması amaçlarının önüne geçmemesi gerekir (Yiğit, 2007).

Bilgisayarların eğitim ve öğretim süreçlerinde bir araç olarak kullanılması, bilgisayar destekli eğitim olarak adlandırılmaktadır (Ornstein ve Levine, 1993). Bu tanımın daha özel bir biçimi ise bilgisayar destekli öğretim (BDÖ) olarak alan yazında yer almaktadır. BDÖ, öğretim programlarında yer alan dersler aracılığıyla öğrencilere belirli bir konu veya kavramı öğretmek veya önceden kazandırılmış olan davranışları pekiştirmek amacıyla bilgisayar teknolojilerinin kullanımını ifade eder (Ornstein ve Levine, 1993; Soe vd., 2000). BDÖ, bilgisayarların öğretim sürecinde belirli hedefler doğrultusunda etkin bir araç olarak kullanılmasıdır. Buna karşılık, bilgisayar destekli eğitim, bilgisayar teknolojilerinin eğitim sürecinin tüm aşamalarında ve çeşitli biçimlerde kullanımını kapsar. Bu kullanım, yalnızca öğretim değil, aynı zamanda öğrenme, değerlendirme ve yönetim süreçlerini de içerebilir. Dolayısıyla bilgisayar destekli eğitim, bilgisayarların eğitimdeki çok yönlü rolünü ve geniş kapsamını belirtirken BDÖ, bu teknolojilerin yalnızca öğretim amaçlı kullanımına odaklanır. Bu ayrım, bilgisayarların eğitimdeki rolünün kapsamını ve amaçlarını daha net bir şekilde tanımlamaktadır.

BDÖ, ilk olarak davranışçı kuram çerçevesinde tasarlanmış ve temelleri Skinner tarafından atılmıştır. Skinner'ın (1954) geliştirdiği Programlı Öğretim Modeli, öğrencileri sürekli doğru yanıtlar vermeye teşvik ederek bireysel öğrenme süreçlerini desteklemeyi amaçlamıştır. İlk yıllarında büyük bir popülerite kazanmış olan bu model, zamanla önemini kaybetmiştir.

İlk BDÖ araçları, öğrenenlerin bağımsız çalışmalarını teşvik etmeyi ve kendi başlarına öğrenmelerini sağlamayı hedeflemiştir. Bu çerçevede, ilk tasarımlarda pekiştireçler ve geri bildirim mekanizmalarına yoğun bir şekilde odaklanılmıştır (Alkan, 1997). Skinner'ın Programlı Öğretim Modeli, öğrencilerin kendi hızlarına göre öğrenmelerine olanak tanıırken, rehberlik hizmetleri sunma ve eksik konularda tekrar yapma fırsatları sağlama gibi olumlu etkiler göstermiştir. Bu model, bilgisayarların öğretim süreçlerinde davranışçı ilkelere dayalı olarak nasıl kullanılabileceğine dair bir örnek sunmuş, böylece BDÖ'nün gelişimine önemli bir katkıda bulunmuştur. Ancak, materyallerin hazırlanmasındaki zorluklar, eğitim programlarındaki tüm kazanımları kapsayamama durumu ve sınırlı etkileşim gibi dezavantajlar, modelin etkinliğini sınırlamıştır (Reigeluth, 1983). Bu sınırlamalar, BDÖ'nün gelişimine ve modern öğretim uygulamalarının evrimine katkıda bulunmuştur.

BDÖ, bilgisayarların hem bir öğretim aracı olarak hem de öğrenmenin gerçekleştiği bir ortam olarak kullanılmasıdır. BDÖ, “Bilgisayarın ders içeriklerini doğrudan sunma, alternatif yöntemlerle öğrenilenleri pekiştirme, problem çözme, alıştırmalar yapma ve benzeri etkinliklerde araç olarak kullanılmasını esas alan eğitim teknolojisi sistemi” olarak tanımlanmaktadır (Moersch, 1987). Bu tanım, bilgisayarların eğitim süreçlerinde çok yönlü bir şekilde nasıl entegre edildiğini ve çeşitli öğretim ve öğrenme aktivitelerindeki rolünü vurgular.

Baki (2002), bilgisayarın öğretim faaliyetlerinde öğrencinin potansiyelini ve öğrenme eksiklerini fark etmesi, geri bildirimlerle öğrenmeyi kontrol altına alması, farklı duyu organlarına hitap ederek derse olan ilgi ve motivasyonu artırması amacıyla kullanılmasını BDÖ olarak tanımlamaktadır. Bu yöntemde öğretmen öğretim aracı olarak bilgisayarı kullanır ve bilgisayar desteğiyle oluşturulmuş ortamda öğrenme gerçekleşir (MEB, 2005). Bilgisayar kullanımı bilgiye ulaşma ve bilgiyi yerinde kullanmayı kolaylaştırmış ayrıca edinilen bilginin korunmasına da olanak sağlamıştır (Baki, 2008). Eğitimde bilgisayar kullanımı ile bu bireyleri yetiştirme sürecine katkı sağlanabilir (Baki 2001). BDÖ, öğrencinin etkileşimler yoluyla kendini tanımasını sağlayan, kendi öğrenmesini kontrol edecek dönütler veren, görsel ve interaktif imkanlarıyla öğrencinin derse ilgisini canlı tutan bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır (Baki, 2002). BDÖ’i yapılandırmacı yaklaşımdaki bir öğrenme ortamında uygulamak öğrenme ortamlarını zenginleştirebilir (Baki, 2006). Öğretmenler öğrenci merkezli bir ortam oluşturarak öğrencinin potansiyelini ortaya çıkarmaya çalışırlar (Demirel, 2011). Öğrenciler hem kendi yetenek ve öğrenme hızlarında ilerleyecekleri etkinlikler, hem de arkadaşlarıyla ortak bir grup etkinliği gerçekleştirebilme fırsatı bulurlar (Çiftçi, 2006).

Pollock ve Reigeluth (1994), bilgisayar destekli öğretim ortamlarının, geçmişte elde edilen tüm teknolojik kazanımları öğrencilere tek başına sunma kapasitesine sahip olduğunu belirtmişlerdir (Şimşek, 1998). Bu bağlamda, yüksek kaliteli bir BDÖ uygulaması, diğer öğretim ortamlarında uygulanan öğretim süreçlerinin bilgisayar ortamlarına doğrudan aktarılmasından ziyade, bu süreçlerin bilgisayarların özgül özelliklerine uygun olarak yeniden düzenlenmesini gerektirir. BDÖ programlarının başarısı, öğrencilerin bilgiyi organize etme, birleştirme, bütünleştirme ve zihinsel olarak kodlama süreçlerine yönelik etkili mekanizmaların tasarlanması ve uygulanmasına dayanır. Bu mekanizmaların özenle geliştirilmesi, öğrencilerin

öğrenme süreçlerini daha etkili ve verimli hale getirecektir (Carroll ve Rosson, 1987).

Taylor (1980)'a göre bilgisayarların öğretimde üç rolü bulunmaktadır. Bunlardan ilkinde bilgisayar bir öğretici (tutor) işlevi görür, ikincisinde bir araç (tool), üçüncüsünde ise kendisine öğretilen (tutee) rolündedir.

Bilgisayarların öğretici rolünde uzmanlar tarafından geliştirilmiş yazılımlar sayesinde bilgisayar tarafından öğrenim verilir. Dinamik matematik yazılımı (DMY) destekli ortamlarda kendi öğrenmesini yöneterek sonuca ulaşmaya çalışır. Öğrenenler bireysel ilgi ve yeteneklerine göre oluşturulmuş bir ortamda eğitim alabilirler. Unutulan bilgilerin tekrarına imkan sunabilir. Çeşitli interaktif etkinliklerle süreç zenginleştirilebilir. Ayrıca olası veri kayıplarının yaşanma ihtimalini en aza indirir. Fakat tüm bu niteliklere erişmek için uzmanların yazılımlar üzerinde kapsamlı bir çalışma yapması gerekebilir (Bull, 2009; Heid, 1997; Kabaca, 2016; Pea, 1987) .

Bilgisayarların araç rolünde öğretim ortamlarını zenginleştirme amacıyla bilgisayar araç olarak kullanılır. Gerçekleştirilmek istenen herhangi bir matematiksel işlem yazılımlar sayesinde kolayca gerçekleştirilebilir (Gray ve Tall, 1991). Yazılımlar yardımıyla farklı temsil biçimleri yardımıyla kavramsal anlama kolaylaşır. Üst düzey hesaplamalar yapmayı kolaylaştıracak yazılımlar geliştirilerek öğrencilerin üst düzey problem ve işlemlere yönelik ön yargıları kırılmış olur. Kullanıcılar yalnızca bilgisayar ve yazılımın yapabileceklerinin sınırları dahilinde kalmak durumundadır (Bull, 2009).

Bilgisayarın öğretilen rolünde ise öğrenci yazılımın kullanıcısı değil tasarlayıcısıdır. Amaç matematiği öğrenmek değil matematik yapmaktır (Kabaca 2016). Kullanıcının (öğretmen veya öğrenci) bilgisayarı bir öğrenci gibi düşünerek yazılımın istediği görevi bilgisayar üzerinde gerçekleştirir. Bunun için öğretilecek şeyin kullanıcı tarafından bilinmesi gerekir. Kullanıcı verilen görevi yerine getirirken matematiksel bilgilerini yapılandırma fırsatı bulmuş olur (Papert, 1980).

Bu rollerin tümünün üst düzey düşünme becerilerini geliştirdiği görülmüştür (Aksu, 1985; Demir, 2013). Ayrıca keşfederek öğrenmeye (Marrades ve Gutierrez, 2000) ve kavramsal anlama ve ilişkilendirmeye (Tienken ve Wilson, 2007) yardımcı olur.

Teknoloji kullanımının matematiği etkili öğrenme ve öğretme üzerinde olumlu etkileri vardır (Artigue, 2000; Kaput, 1992). Günümüzde yaşadığımız teknolojik gelişmeler sonucunda öğrencilerin matematiği etkileşimli öğrenme ortamlarında öğrenmeleri önem kazanmıştır (Ersoy, 2005). Teknoloji kullanımı sayesinde öğrenme ortamı da zenginleştirilmiş olur (NCTM, 2000).

Matematik öğretiminde bilgisayar teknolojisi destekli bilişsel araçlar kullanılmasına Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi (BDMÖ) denilmektedir (Baki, 2020; Eberts, 1997). ABD'ne göre dünyada gelişen teknolojik gelişmeler matematik derslerinde teknoloji kullanımını zorunlu hale getirmiştir. Teknoloji verimli kullanıldığında tüm öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerilere kolaylıkla ulaşması sağlanmış olur (NCTM 2000; NCTM 2008).

Matematik derslerinde teknoloji kullanımı öğrencilerin matematiği daha iyi öğrenmelerine katkı sağlar (NCTM, 2000). Öğrenciler bilgisayar donanımlı bir ortamda matematiğin kavramlarını, yapılarını ve işlemlerini kendi kişisel deneyimleri yoluyla keşfetme ve öğrenme fırsatı bulurlar. Bu eğitim yaklaşımı, öğrencilerin problemi tanımlama, planlama, çözümleme ve yapı oluşturma becerilerini geliştirmelerini sağlar. Ayrıca, öğrenciler, daha önce başkaları tarafından elde edilmiş sonuçları ezberlemek yerine, bu sonuçları kendi kendilerine ispat etme ve uygulama yeteneğini kazanırlar. Bu süreç, öğrencilere aktif bir öğrenme deneyimi sunarak matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerini derinleştirir (Geba vd., 1992). Öğretim sürecinde teknoloji kullanımı üst düzey düşünme becerilerinin gelişmesine katkıda bulunur. Teknoloji destekli öğrenme ortamlarında matematiği öğrenme ve öğretme kolaylaşır (Wenglinsky, 1998). Bu teknoloji ile zenginleştirilmiş ortam sayesinde öğrenciler kâğıt kalem kullanarak çözülmesi zor veya imkansız durumlar üzerinde çalışabilir ve bu durumları çözümleyebilirler (NCTM, 2000). Teknoloji ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamları, matematikteki soyut kavramların somutlaştırılmasını sağlayarak öğrencilerin kavramları anlamlandırmalarını kolaylaştırabilir (Baki, 1996; Lesh, 1990). Ayrıca hareketli modeller yapılmasına ve öğrencilerin bilgileri kendi kendilerine inşa etmesine olanak sağlar (Schwartz, 2007).

Matematik eğitiminde kullanılan teknolojiler üç kategoride incelenebilir (Battista, 2001):

Genel Teknolojik Araçlar: Teknolojinin tüm alanlarında kullanılabilen, matematik eğitime özel olmayan araçlardır.

Matematik Yapmada Kullanılan Teknolojik Araçlar: Matematik yaparken işimizi kolaylaştıran araçlardır. İstatistiksel programlar ve grafik programları, Excel araçlar örnek verilebilir.

Matematik Öğretimi İçin Teknolojik Araçlar: Özel olarak matematik öğrenme sürecini geliştirip zenginleştirmek için oluşturulmuş araçlardır. Buna yönelik yazılım programları ve mikro dünyalar örnek gösterilebilir.

Ülkemizdeki eğitim politikasında da üst düzey matematiksel becerilerin geliştirilmesini sağlayacak öğrenme ortamları geliştirirken Bilgi ve İletişim Teknolojileri (BİT) kullanımının önemli olduğu düşünülmektedir (MEB, 2013a). BİT'in kullanımının etkili düşünme ve karar verme süreçlerini kolaylaştırdığı belirlenmiştir (NCTM, 2000).

Teknolojiyi öğrenme ve öğretme sürecinde teknolojinin dört farklı rolü belirlenmiştir (Cullen vd., 2020):

i) *Kanıt döngülerini teşvik etmek:* Bu tema; matematiksel bir fenomeni keşfetmek, araştırma hipotezleri üretmek, bu hipotezleri test ederek gerektiğinde revize etmek ve hipotezleri kanıtlamak şeklinde kullanılır.

ii) *Çoklu temsil sunma ve bağlama:* Araştırmacılar tarafından teknolojiyi etkin kullanmanın yollarından biri de birden fazla temsili sunmak ve birbiriyle birleştirmek olduğu düşünülmüştür (Cuoco ve Goldenberg, 1996; Doerr ve Zangor, 2000; Laborde, 2007; Lee ve Hollebrands, 2008). Bu tema genellikle ilk temadaki kanıt döngülerini teşvik etme ile kullanılır. Çünkü matematiksel temsiller öğrenciler için yeni araştırma ve varsayımda bulunma fırsatları sunabilir.

iii) *Vaka tabanlı akıl yürütmeyi destekleme:* Birçok araştırmacı teknolojiyi vakalar hakkında akıl yürütme amacıyla teknolojiyi kullanmaya sürecini araştırmışlardır (örneğin, Cuoco ve Goldenberg, 1996; Doerr ve Zangor, 2000; Lee ve Hollebrands, 2008). Bu temada odak temsiller hakkında akıl yürütmekten ziyade veri üretmek, düzenlemek ve analiz etmek gibi durumlar için teknolojiyi kullanmaktır. Bu

temada teknoloji; veri üretmek (dinamik geometrik şekiller oluşturmak), veri toplamak (ölçüm problemleri kullanmak), verileri düzenlemek ve analiz etmek (istatistiksel bir yazılım paketi kullanmak) amacıyla kullanılabilir.

iv) *Öğretilen (Tutee) olarak hizmet etme*: Bu tema teknolojiyi öğretilen olarak kullanmaktır. Taylor (1980)'un eğitsel sınıflandırma kategorisinde de “bilgisayara ders vermek” olarak ifade ettiği bu temaya göre öğrenci ve öğretmenin bilgisayarla anladığı dilde konuşmayı öğrenmesi gerekir. Bu temanın kullanımının yararları vardır. Bilmediğimiz şeyi öğretemeyeceğimiz için öncelikle konuyu öğrenmek gerekir. Böylece süreç içerisinde hem bilgisayarın çalışma mekanizması üzerinde hem de kendi düşüncesi hakkında bilgi sahibi oluruz. Ayrıca programlama ve öğretim kişinin kendisi tarafından yapıldığı için zaman ve para kaybı yaşanmaz. Papert (1980) de çalışmasında Taylor’u destekleyen bir görüş savunarak teknolojik aletleri kontrol etmeyi ve manipüle etmeyi öğrendiklerinde teknolojiye tam anlamıyla hâkim olacaklarını belirtmiştir.

2.3.2. Dinamik Matematik Yazılımları

Matematik eğitiminde kullanılan araçlar araştırmacılar tarafından farklı şekillerde kategorilere ayrılmıştır. Olkun ve Toluk (2003) bu araçları üç gruba ayırarak değerlendirmiştir:

1. *Hazır Etkileşimli CD’ler*: Öğrencilerin matematik yaparken oyunlardan yararlanması ve eğlenerek öğrenmesini sağlayan araçlardır. Tangram, Sihirli Fırça örnek gösterilebilir.

2. *Matematik Eğitimi Programları*: Geometer’s Sketchpad (GSP), GeoGebra (GGB) ve Logo gibi matematik öğreniminde sıklıkla kullanılan yazılım programlarıdır.

3. *Grafik Programları*: Microsoft Excel gibi tablo yapmayı kolaylaştıran programlar örnek verilebilir.

Baki (2002) ise matematik eğitiminde kullandığımız araçların özelliklerini ayrı ayrı açıklayarak ifade etmiştir.

Basic: Eğitimde kullandığımız ilk programlama dillerindendir.

Logo: Basit komutlarla çalışan kullanımı pratik bir programlama dilidir. Matematiğin soyut dünyasının somutlaştırılmasına katkı sağlar.

Excel: Cebirsel ve grafik temsil oluşturmada oldukça kullanışlıdır.

Coypu: Grafik çizimlerinde sıklıkla kullandığımız esnek bir programdır.

Derive: Cebirsel işlemleri yapmamıza, grafik çizmemize, sayısal ve sembolik sonuçlara ulaşmamıza olanak sağlayan bir yazılımdır.

Dinamik Geometri Yazılımları: Geometrik yapıları elde etmeye, bu yapılar üzerinde sabitler ve değişkenler tanımlanıp aralarında ilişki kurmaya bu yapıları hareket ettirmeye olanak veren dinamik yazılımlardır.

Hohenwarter ve Fuchs (2004) ve Laborde (2003) ise matematik eğitimindeki yazılımları *Dinamik Geometri Yazılımları (DGY)* ve *Bilgisayar Cebir Sistemleri (BCS)* olacak şekilde iki kategoriye ayırmışlardır.

Bilgisayar Cebir Sistemleri (BCS): Matematikteki sembolik işlemleri yapmak ve kavramları görselleştirmek amacıyla kullanılan bilgisayar yazılımlarıdır. Bilgisayarlar aracılığıyla hesaplama yapma deneyimleri 1953'te H.G. Kahrmanian ve J. Nolan tarafından başlamıştır. İlerleyen yıllarda ise sayıları giderek artan şekilde Maple, Mathematica, Derive gibi yazılımlar geliştirilmiştir (Aktümen ve Kaçar 2008, s.14). BCS'ler matematik ve cebir öğretiminde sıklıkla kullanılırken geometri öğretiminde kullanılan yazılımlar da vardır. Bunlar da DGY olarak nitelendirilmektedir.

Dinamik Geometri Yazılımları (DGY): Dinamik geometri, bilgisayar destekli geometri öğretiminde kullanılan yazılımların ortak adıdır (Gomes ve Vergnaud, 2004). Geometrik şekilleri sanal ortamda oluşturabildiğimiz, bu şekiller arasında ilişki kurabildiğimiz, bu ilişkilerden hareketle teoremleri ispatlama ve verileri değiştirme şansı elde ettiğimiz bilgisayar programlarına DGY denir (Bintaş ve Akıllı, 2008). DGY, teknolojik bir öğretim aracı olarak kullanılır. Bu yazılımlar sayesinde basit geometrik çizimler yapma (Van de Walle, 2004), geometri problemlerini algılama ve derinlemesine inceleme kolaylaşabilir (Strober, 2002). Aynı zamanda DGY'ler geometrik şekilleri hareket ettirmemizi, şekiller üzerinde değişiklik yapmamızı, oluşan değişiklikleri gözlemlene ve ölçmemizi sağlayabilir (Cuoco ve Goldenberg, 1997). DGY sayesinde “çizim” ile “geometrik şekil” arasındaki fark belirgin hale gelmiştir (Güven, 2002; Laborde, 1993). Dinamik ortam matematiksel kavramların daha rahat algılanmasına ve kavram yanlışlarının engellenmesine yardımcı olur (Borazan, 2019; Buckley vd., 2004). Bu yazılımlar sayesinde ekran üzerinde çeşitli yapılar

oluşturularak hareket ettirilebilir (Wares, 2010). Hareket ettirilerek oluşturulan geometrik şekilde matematiksel özellikler korunurken çizimde bu mümkün değildir. Bu yazılımlar sayesinde değişiklikleri gözlemleme ve ilişkileri fark etme imkanı doğar (Baydaş, 2010; Güven ve Karataş, 2005; Kutluca ve Zengin, 2011; Tatar vd., 2011). Bu tür yazılımlar sayesinde geometri dinamik bir biçimde gözlemlenebilir. Hem geometrik şekillerin hem de cebirsel ifadelerin görselleştirilmesi ve somutlaştırılmasında kullanılır.

Matematik, matematiksel olgu ve genellemelerden oluşan bir bilim dalı olmaktan çok bir düşünme biçimidir (Goldenberg, 1999). DGY öğrencilerin bilgileri keşfetmelerine ve buna bağlı genellemelere ulaşmalarına yardımcı olur (Güven 2002). DGY sayesinde hipotez oluşturup bu hipotezleri test etme fırsatı sunması açısından matematik eğitiminde sıklıkla kullanılır. Bu yazılımların yardımıyla öğrenciler bir matematikçi gibi düşünebilmektedir (Kabaca 2016). Bu açıdan düşünüldüğünde matematik ve geometri öğretimine katkıları açıktır (Baki, 2000). Bunlara GeoGebra, Geometer's Sketchpad, Cabri, Cinderella gibi programlar örnek gösterilebilir (İçel 2011).

2.3.3. GeoGebra (GGB) Yazılımı

Matematikte eğitiminde kavram oluşumunu destekleyen ilk yazılımlar Cabri ve Geometer's Sketchpad (GSP) yazılımlarıdır. Ardından matematiği dinamik hale getirerek hipotez oluşturma ve test etme fırsatı sunan GeoGebra (GGB), Euklides, Calques3D, Cindrella gibi yazılımlar geliştirilmiştir (Güven ve Karataş, 2003; Karakırık, 2011).

BCS ile DGY hem geometri hem matematik eğitimini derinden etkilemiştir. Fakat genellikle geometri ve cebir için ayrı ayrı programlar geliştirilmiştir. GGB; geometri, cebir ve analizi birleştiren dinamik bir matematik ve geometri yazılımıdır. GGB, ortaokuldan üniversite düzeyine kadar matematik öğrenimini desteklemek için dinamik geometrinin özelliklerini BCS'nin bazı yetenekleriyle birleştiren dinamik bir matematik yazılımıdır (Hohenwarter ve Preiner 2007). GGB yazılımı 2001 yılında Markus Hohenwarter tarafından yüksek lisans tez çalışması olarak hazırlanmıştır. Cebir ve geometriyi aynı anda içinde barındırması GGB'yi diğer yazılımlardan ayıran özelliklerin başında gelmektedir (Doğan, 2011, s.97). Dolayısı ile bu yazılım hem BCS hem DGY olarak düşünülebilir. Çünkü sembolik hesaplamalar yapabilmesi açısından BCS, çizimler ve görselleştirmeye izin vermesi açısından da DGY gibi çalışır

(Hohenwarter, 2002; Hohenwarter ve Fuchs 2004; Hohenwarter 2013). Soyut kavramların incelenmesini de kolaylaştırmaktadır (Leung, 2008). Bu sebepler yazılımın cebir ile geometri gibi matematiksel disiplinleri ilişkilendirmesine olanak verir (Hohenwarter ve Jones 2007). GGB’da geometri penceresi ve cebir penceresi aracılığıyla geometri ve cebir arasında ilişki kurulabilir (Hohenwarter ve Jones, 2007). Cebir penceresi ile grafik penceresi aynı sayfadadır ve arasında dönüşümler gerçekleştirilir (Hohenwarter ve Hohenwarter, 2011). GGB’daki sürüklenme özelliğinin avantajları birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir. Sürüklenme özelliği sayesinde kâğıt-kalem kullanarak gözlemleyemeyeceğimiz özellikleri inceleyerek problemlerde kullanma olanağı sağlanır (Arzarello vd., 2002).

Ayrıca bu yazılımın Türkçe dahil 40’tan fazla dil seçeneği bulunması kullanıcılar açısından tercih edilmesini kolaylaştırmış olabilir. Ayrıca yazılım öğretmen rehberliğinde hem bireysel çalışmaya hem de grup çalışmasına fırsat tanır (Hohenwarter ve Fuchs 2004). Yazılımın Türkçe olması ve ücretsiz olarak hizmet vermesi araştırmacılar tarafından kullanılabilirliğini arttırmıştır (Baydaş, 2010; Baydaş vd., 2010; Choi, 2010; Chrysanthou, 2008; Contay vd., 2010; Dikovic, 2009; Filiz, 2009; Lu, 2008; Reis ve Gülseçen, 2010; Taş, 2010; Selçik ve Bilgici, 2011).

Yazılım sayesinde herhangi bir yapıyı etkileşimli web sayfası şeklinde dışa aktarabiliriz. Aynı zamanda dinamik çalışma sayfaları sayesinde etkileşimli uygulamalar gerçekleştirilebilir. GeoGebraWiki ise kullanıcıların kendi projelerini geliştirmelerini veya mevcut bir çalışma sayfasını alıp özelleştirmeye imkan tanıyan bir materyal havuzudur. Wiki ve forum gibi iş birliğine dayalı yazılım desteğiyle öğretmenlere projeleri ve fikirleri tartışma fırsatı ile iş birliğini geliştirirler.

Okullarda GGB yazılımının kullanım amaçları Hohenwarter ve Fuchs (2004) tarafından aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

- GGB desteğiyle birlikte geometri dinamik bir formda ifade edilerek şekillerin inşasında ve sürüklenme yaparak değişiklikleri izleme gibi kâğıt-kalemle yapılandan çok daha fazlasının yapılmasını sağlar.

- Matematiksel bilgilerin keşfinde kullanılabilir. GGB sayesinde soyut matematiksel konu ve kazanımlar etkileşimli bir şekilde keşfedilmiş olur (Bhagat ve Chang, 2015; Lichti ve Roth, 2018; Shadaan ve Leong, 2013).

- Matematiksel yapıların görselleştirilmesine ve matematiksel temsillerin

gösterilmesine yardımcı olur.

- Materyal hazırlamada GGB'dan yararlanılabilir. Bu sayede gerekli sınıf içi düzenlemelerle iletişim ve iş birliği de sağlanır.

2.4. İlgili Araştırmalar

Matematik eğitiminde teknoloji kullanımı ve problem çözme stratejileri üzerine yapılan araştırmalar incelendiğinde, çoğunlukla standart yetenek seviyesindeki (özel yetenekli olmayan) öğrencilere odaklandığı ve genellikle nicel araştırma yöntemlerinin tercih edildiği gözlemlenmektedir (örneğin, Açıkgül, 2012; Demir, 2011; İpek, 2010; Karaaslan, 2013; Koç Koca, 2022). Eğitim alan yazınında, özel yetenekli öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerini inceleyen çalışmaların sınırlı olduğu ve matematikte özel yetenekli öğrencilerin problem çözme süreçlerini ele alan araştırmaların ise oldukça az olduğu kanısına varılmaktadır. Tarih boyunca, özel yeteneklilik alanındaki araştırmalar ise genellikle bu bireylerin tanımlanması yerine, özellikle düşünme tarzlarına odaklanarak yürütülmüştür. Bu sebeple, yapılan çoğu incelemede, matematiksel yeteneklere sahip bireylerin karakteristik özelliklerini belirleme amacı güdülmüştür (Yazgan Sağ, 2019).

Baltacı vd. (2016)'nin yapmış oldukları çalışmalarında BİLSEM matematik öğretmenleri ile etkinlik geliştirilmiş ve özel yetenekli öğrencilere uygulanmıştır. Özel yetenekli öğrencilerin istenilenleri hem kâğıt-kalem ortamında hem de GGB yazılımını kullanarak keşfettikleri ve sonuca ulaştıkları gözlenmiştir. Aydos (2015) ve Baki vd. (2012) tarafından yürütülen çalışmalar ise, özel yetenekli öğrencilerin eğitiminde GGB kullanımının öğretim etkililiğini artırdığını ve bu araştırmalardan elde edilen bulguların, özel yetenekli öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişimine teknolojinin olumlu yönde katkı sağladığını göstermiştir. Aygün (2010), ortaokul seviyesindeki özel yetenekli öğrencilerin matematik eğitime yönelik gereksinimleri belirlemek amacıyla öğretmen, uzman ve öğrenci görüşlerini araştırmıştır. Elde edilen sonuçlar, özel yetenekli öğrencilerin özelliklerine uygun etkinliklerin ve materyallerin tasarlanması gerektiğini, problem çözme, soyut düşünme ve akıl yürütme becerilerini geliştirecek, derinleştirilmiş ve zenginleştirilmiş matematik programlarına ihtiyaç duyulduğunu ortaya koymaktadır. Turkut (2021) da benzer şekilde matematikte özel yetenekli öğrencilerin problem çözme süreçlerindeki davranışlarını incelemiş ve bilişsel becerilerin problem çözme sürecine yansıdığını tespit etmiştir. Durmaz (2014), özel yetenekli öğrencilerin problem çözme stratejilerini

incelediği çalışmasında deneysel öğretimin ardından rutin olmayan problemleri çözme stratejilerini öğrenme düzeylerinde anlamlı farklılıklar olduğunu görmüştür. Katılımcılar, kâğıt kalem kullanarak yapılan çözümde çeşitli hatalar yapmışlar ve kesinliğinden emin olamadıkları sonuçlara ulaşmışlardır. Fakat yazılım desteğiyle birlikte hipotez kurma ve genelleme yapma fırsatı bulmuşlar ve yaptıkları çözümün doğruluğundan emin olmuşlardır.

DMY'nın problem çözme becerilerini geliştirmedeki olumlu etkilerine vurgu yapılan araştırmalar da vardır (Baki, 2001; Baki vd., 2002; Battista, 2001; Güven ve Karataş, 2003; Johnson, 2002; Karataş, 2011). Teknoloji, öğrencilere problem çözme sürecinde farklı fırsatlar sunarak açık uçlu ortamlar oluşturabilir. Birçok araştırmacı, teknoloji kullanımının öğrencilerin problem çözme yeteneklerini artıracığını vurgulamıştır (Aksoy, 2007; Aydoğmuş, 2010; Tutkun vd., 2011). Bu bağlamda, teknoloji destekli öğrenme ortamları, öğrencilerin kendi çözüm yollarını keşfetmelerine ve eleştirel düşüncelerini geliştirmelerine olanak tanır. Baki (2008), teknolojinin kullanılmasıyla öğrencilerin karmaşık araştırmalara odaklanma becerisi kazanabileceklerini ve çeşitli çözüm stratejilerini deneyebileceklerini belirtmiştir. Dhayanti vd. (2018)'in sekizinci sınıf öğrencileri üzerinde yaptığı araştırmada DMY'nın öğrencilere yeni anlayışlar kazanma ve mevcut bilgilerini geliştirme konusunda yardımcı olduğunu vurgulamıştır. Ayrıca, DMY'nin öğrencilere çeşitli çözüm yollarını bulma ve problemleri tanımlama konusunda destek sağladığını, bu sayede öğrencilerin düşünme becerilerini tek bir çözümle sınırlamadan geliştirmelerine imkan tanıdığını belirtmiştir. Curaoğlu (2012) tarafından gerçekleştirilen araştırma, teknoloji ile zenginleştirilmiş matematik öğretiminin öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumlarına ve problem çözme becerilerine etkisini değerlendirmeyi amaçlamaktadır. Toplanan nitel ve nicel verilerin analizi sonucunda, teknoloji ile zenginleştirilmiş öğretim uygulamasının altıncı sınıf öğrencilerinin matematikle ilgili tutumlarında anlamlı bir fark bulunamamıştır. Ancak, problem çözme becerilerine olumlu yönde etkisi olduğu tespit edilmiştir. Erbaş'a (2005) göre ise öğrenciler, problem çözüm süreçlerinde teknoloji kullanımının etkisiyle soruda verilenleri farklı perspektiflerden analiz edebilme yeteneği kazanabilirler. Ayrıca çözümlerini sorgulayabilir ve bu şekilde yaratıcı düşünme yeteneklerini geliştirebilirler. Karaaslan (2013) tarafından yürütülen çalışmada ise görselleştirmenin matematiğin soyut yapısından kaynaklanan öğrenme zorluklarını

gidermek amacıyla soyut kavramların mümkün olduğunca somutlaştırılmasını sağlayan bir araç olarak değerlendirilmiştir.

DGY'nın geometri öğretiminde kullanımıyla ilgili alan yazındaki çalışmalar incelendiğinde; Köse vd. (2013) tarafından yürütülen çalışmada, DGY'nda sürüklemeye işleminin önemi üzerinde durulmuştur. Bu tür ortamların öğretmenlere ve öğrencilere, yeni anlayışlar ve yöntemler sunarak öğrencilerin anlamalarını desteklemek ve geliştirmek açısından faydalı olduğu ifade edilmiştir. Erdener ve Gür (2019) tarafından yürütülen araştırmada, ortaokul matematik derslerinde DGY kullanımına yönelik öğrenci görüşleri ele alınmıştır. Çalışmanın kapsamında, öğrencilere matematik derslerinde DGY kullanımına ilişkin düşünceleri sorulmuş ve bu veriler içerik analizi metoduyla değerlendirilmiştir. Araştırma sonuçları, öğrencilerin matematik öğrenme deneyimlerinin DGY kullanımıyla olumlu bir şekilde değiştiğini göstermiştir. Ayrıca, DGY'nın matematik derslerinde kullanılmasının öğrencilere geometri kavramlarını öğrenmeyi kolaylaştırdığı ve öğrenilen kavramların daha iyi hatırlanmasını desteklediği ortaya konmuştur. Uzun (2013) tarafından yürütülen çalışmada, 6. sınıf matematik dersinde geometrik cisimler konusunda DGY'nın BDÖ ve akıllı tahta ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarındaki etkisi incelenmiştir. Bilgisayar destekli şekilde akıllı tahta kullanılarak gerçekleştirilen öğretim, öğrencilerin akademik başarıları ve uzamsal görselleştirme becerileri üzerinde olumlu bir etki yapmıştır. Ancak, öğrencilerin görsel-uzamsal düşünme becerisine yönelik tutumları üzerinde anlamlı bir etki gözlemlenmemiştir. Günhan ve Açı'nın (2016) araştırmasında, DGY kullanımının öğrencilerin geometri başarısını olumlu bir şekilde etkilediği ve bu yazılımın öğretimin her düzeyinde uygulanabileceği sonucuna varılmıştır. Erdener ve Gür'ün (2019) araştırmasında, DGY'nın öğrencilerin geometri öğrenme sürecini eğlenceli buldukları, doğru ve kolay şekil çizimi ile görsel özelliklerin öğrenci motivasyonunu artırdığı sonucuna varılmıştır. Uygun'un (2019) çalışmasında ise, DGY destekli ortamın kullanıcıların geometrik şekillerle ilgili öğrenme ve alan bilgisi gelişimine katkı sağladığı belirtilmiştir. Özellikle geometrik şekillerin tanımlarının oluşturulmasında önemli olan unsurlarla ilgili derinlemesine bilgi edinme sürecini teknolojinin kolaylaştırdığı vurgulanmıştır.

DMY'dan GGB destekli ortamda yapılan araştırmalar da vardır. Genç ve Öksüz (2016) tarafından yapılan çalışmada, 5. sınıf öğrencilerine çokgenler ve dörtgenler konusunun öğretiminde GGB yazılımıyla kullanılmasının etkileri araştırılmıştır. Elde

edilen bulgulara göre, GGB ile öğrenen deney grubu öğrencileri ile bu yazılımın kullanılmadığı kontrol grubu öğrencileri arasında son testlerde istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık ortaya çıkmış ve deney grubu öğrencilerinin konuyla ilgili bilgilerini daha uzun süre muhafaza ettikleri gözlemlenmiştir. Shadaan ve Leong (2013) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, GGB'nın öğrencilerin çember kavramını anlama üzerindeki etkisini ölçmeyi amaçlamaktadırlar. Yapılan yarı deneysel çalışmanın sonuçlarına göre, deney ve kontrol grubundaki öğrenciler arasındaki uygulama sonrası ortalama puanlar arasındaki farkın anlamlı düzeyde olduğu belirlenmiştir. GGB yazılımının kullanıldığı deney grubundaki öğrencilerin daha üstün performans sergiledikleri vurgulanmıştır. Ayrıca, GGB yazılımının öğrencilerin algılarında olumlu bir etki yarattığı ifade edilmiştir. Chrysanthou (2008) çalışmasında, 6. sınıf öğrencilerine matematik öğreten bir öğretmenin ve öğrencilerinin GGB destekli hazırlanmış matematik derslerinde sergiledikleri davranışları incelemiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre, GGB destekli matematik dersleri öğrencilerin öğrenmelerini destekleyecek zengin matematik ortamları oluşturmuştur. Öğrenciler daha istekli bir şekilde derse katılmışlardır. Ayrıca, öğretmenin merkezi rolü değişmemiş, aksine öğrencileri yönlendirme konusunda daha fazla görev üstlenmiştir. Reis (2010) tarafından gerçekleştirilen başka bir araştırma, GGB destekli öğretimin öğrenci başarısına etkisinin geleneksel öğretim yöntemine kıyasla daha üstün olduğunu göstermektedir. Bu deneysel desenli çalışmada, tam sayılar konusunda öğrencilerin başarıları ve öğrenmeleri ele alınmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre, GGB ile desteklenen öğretim uygulanan deney grubundaki öğrenciler daha başarılı olmuş ve öğretim ortamının duysal organlara daha fazla hitap ettiği, bu nedenle hatırlama düzeylerini olumlu yönde etkilediği gözlemlenmiştir. Genel olarak BDMÖ, GGB aracılığıyla öğrencilere kalıcı bir öğrenme ve etkili bir matematik eğitimi sunmuştur.

Özel yetenekli bireyler, problemlere orijinal çözümler üreterek ve toplumun gelişimine katkı sağlayarak farklı perspektifler sunarlar. Bu sebeple, gerçekleştirilen araştırmalar, özel yetenekli bireylere ve genel olarak topluma değerli katkılarda bulunacaktır (Bakioğlu ve Levent, 2013). Yapılan bu araştırmada, özel yetenekli bireylerin problem çözme süreçlerinde dinamik matematik yazılımlarından GGB'nın rolü incelenerek alan yazına katkı sağlanacağı ve alan yazındaki önemli bir boşluğu tamamlayacağı düşünülmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın türü, deseni, katılımcıları, veri toplama araçları hakkında bilgi verilmiştir. Araştırmanın tasarlanması ve yürütülmesi, pilot çalışma, veri toplama ve analiz süreci detaylı olarak açıklanmıştır. Geçerlik ve güvenilirliği sağlamak için alınan tedbirlere değinilmiştir.

3.1. Araştırmanın Türü ve Deseni

Bu araştırmada özel yetenekli ortaokul öğrencilerinin problem çözme süreçlerinde DMY'nın rolünün incelenmesi amaçlanmıştır. Problem çözme becerisinin çözümlenmesinin karmaşık bir süreç olması ve bu sürecin derinlemesine incelenmesi amaçlandığından nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Bu sayede öğrencilerin problemi ne şekilde algılayıp yorumladıkları, problem çözme sürecindeki bilişsel düzeyleri ve problemle ilgili durumları DMY ortamına ne şekilde aktardıkları detaylı şekilde incelenip değerlendirilebilecektir. Araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden olan durum çalışması ile desenlenmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Durum çalışması, araştırmacının gerçek yaşamdaki bir ya da birden fazla durum hakkında çoklu veri toplama araçları ile detaylı ve derinlemesine bilgi topladığı nitel bir desendir (Creswell, 2013). Bu araştırmada ele alınan durumlar ise 5., 6., 7. ve 8. sınıf özel yetenekli öğrencilerdir. Araştırmada özel yetenekli öğrencilerin gerçek yaşam durumu içeren bir problemdeki düşünme süreçleri inceleme ve beraberinde problemi DMY'larından GGB destekli ortamda çözümleme ve yorumlama şekilleri üzerine odaklanılmıştır. Özel yetenekli her bir öğrencinin probleme yönelik bakış açısı farklı olacağından araştırmadaki durumlarla ilgili tüm öğrencileri kapsayan bir sonuca ulaşılması mümkün değildir.

3.2. Araştırmanın Tasarlanması ve Yürütülmesi

Bu araştırmada ilk olarak araştırmanın yapılacağı sınıf düzeyleri belirlenmiştir. Daha sonra özel yetenekli öğrencilerin problem çözerken kullandıkları düşünme süreçlerini açığa çıkaracak, birden fazla çözümü bulunan bir problem belirlenmiştir. Problemin daha ilgi çekici hale getirilmesi, aynı zamanda öğrencilerin günlük yaşamda karşılaşılan durumları yorumlama becerilerinin değerlendirilebilmesi amacıyla araştırmadaki problem bağlamsal bir forma dönüştürülmüş ve öğrencilere bu şekilde sunulmuştur. Bu problem oluşturulurken GGB ortamına da yansıtılabilecek şekilde düzenlenmiştir. Görüşme soruları oluşturulmuş ve pilot çalışma gerçekleştirilmiştir.

Pilot çalışma sonuçlarına göre gerekli düzenlemeler yapılmış ve veri toplama süreci gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın araştırma takvimi Tablo 3.1’de verilmiştir.

Tablo 3.1. Araştırma Takvimi

Tarih	Planlanan Çalışmalar
2022-2023	Problem çözme ortamlarının tasarlanması
Güz Dönemi	Veri toplama araçlarının hazırlanması ve uzman görüşü alınması
2022-2023	Pilot çalışma için katılımcı belirlenmesi
Bahar Dönemi	Pilot çalışmanın yapılması
	Veri toplama araçlarının revize edilmesi ve gerekli düzenlemelerin yapılması
2023-2024	Asıl uygulama için katılımcıların belirlenmesi
Güz Dönemi	Asıl uygulamanın yapılması

3.3. Pilot Uygulama

Veri toplama sürecine geçilmeden önce araştırmacının veri toplama ve analiz etme becerisinin geliştirilmesi, ortaya çıkabilecek muhtemel hata ve eksikliklerin belirlenerek ortadan kaldırılması, bu sayede araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğini arttırmak amacıyla pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulamanın GGB kullanımının problem çözme sürecindeki rolünün belirlenmesi konusundaki güçlü ve zayıf yönleri ortaya koyarak, zayıf yönlerin giderilmesine yardımcı olacağı düşünülmüştür. Özel yetenekli 5.sınıf öğrencilerinin bilişsel düzeylerinin araştırmada kullanılan problemi çözmeye hazır olup olmadığı düşüncesi pilot çalışmada elde edilen veriler sayesinde ortadan kalkmıştır.

Pilot çalışmada katılımcılar Karadeniz bölgesinde büyük bir ilinde bulunan bir BİLSEM’de öğrenim gören iki tane 5. sınıf, bir tane 6. sınıf, bir tane 7. sınıf ve bir tane de 8. sınıf olmak üzere toplam beş özel yetenekli öğrencidir. Katılımcılar farklı sınıf seviyelerinde seçilerek problem çözme ve GGB’ya yansıtma süreçlerindeki farklılıkların da gözlemlenebileceği düşünülmüştür. Katılımcılar seçilirken aynı kurumda görev yapan matematik öğretmenlerinin öğrenciler hakkındaki görüşleri dikkate alınmıştır. Gönüllü olan öğrenciler velilerinden de onay alınarak pilot uygulamaya dahil edilmişlerdir.

Her bir katılımcı ile yarı yapılandırılmış bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiş ve problemin çözüm süreci incelenmiştir. Yapılan görüşmelerin süreleri 44 dakika ile 72 dakika arasında değişkenlik göstermiştir. Problemin GGB ile desteklenen ortama nasıl aktarıldığı ve katılımcıların bu ortamdaki problem çözme süreçlerinin ne şekilde değiştiği değerlendirilmiştir. Bağlamsal problemin sözel ifadesinde yer alan uzun bir cümle bazı öğrencilere karmaşık gelmiştir. Bu kısım anlaşılabilirlik ve dil bilgisi bakımından düzenlenerek probleme son şekli verilmiştir. Pilot çalışma sayesinde bireysel görüşmeler sırasında öğrencilerle etkili iletişim kurma ve doğru anda doğru sorularla problem çözme süreçlerini açığa çıkarma konusunda tecrübe kazanılmıştır.

Pilot çalışmanın sonuçları göz önünde bulundurulduğunda, sınıf seviyelerine göre problemin çözümünde bariz bir fark gözlemlenmemiştir. Problemin hem kâğıt üzerinde çözümünde hem de GGB ortamına aktarılmasında her bir katılımcının çözüm sürecinde değişiklikler olduğu fakat bunun sınıf seviyesiyle ilişkisi bulunmadığı tespit edilmiştir. Dolayısı ile araştırmaya 5. sınıf öğrencileri de katılımcı olarak dahil edilmiş ve araştırma problemlerinde sınıf seviyesine odaklanılmamıştır.

3.4. Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını, Karadeniz Bölgesinin büyük bir iline bağlı bir BİLSEM’nde 2023-2024 eğitim öğretim yılında öğrenim gören amaçlı örneklem yöntemi ile seçilmiş özel yetenekli sekiz ortaokul öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmanın yapıldığı ilde, ilçeleri dahilinde altı BİLSEM bulunmakla birlikte araştırma en eski, öğrenci sayısı en fazla ve öğretmenlerinin en deneyimli olduğu merkez BİLSEM’de gerçekleştirilmiştir. Böylece BİLSEM seçimi amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Katılımcıların seçiminde araştırmanın gerçekleştirileceği BİLSEM’de bulunan matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik görüşleri, öğrencilerin araştırmaya

katılmada gönüllülükleri ve güçlü iletişim becerisine sahip olmaları dikkate alınmıştır. Öğrencilerin problem çözme sürecindeki başarıları, üst düzey düşünebilme potansiyelleri, rutin olmayan problemlere yönelik bakış açıları öğretmenlerden görüş alınan kriterler olarak belirlenmiştir. Dolayısı ile çalışmaya tamamen gönüllü olanlar arasından dördü erkek dördü kız öğrenci olmak üzere 8 öğrenci ölçüt örnekleme ile katılımcı olarak belirlenmiştir (Tablo 3.2).

Tablo 3.2. Katılımcı Bilgileri

Katılımcı Kodu	Cinsiyeti	Sınıf Seviyesi
ÖE	Erkek	5
ÖA	Erkek	5
ÖZ	Kız	6
ÖB	Erkek	6
ÖY	Kız	7
ÖR	Kız	7
ÖN	Erkek	8
ÖK	Kız	8

3.5. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın veri toplama araçları bireysel görüşmeler, görüşme sürecinde katılımcıların kullandıkları bireysel çalışma kâğıtları ve GGB ekran görüntüleridir.

3.5.1. Görüşmeler

Problem çözme süreci ile ilgili detaylı bilgi toplamak, ortam kontrolünü sağlamak ve veri kaynağını teyit etmek amacıyla katılımcılarla bireysel görüşmeler yapılmıştır. Bu sayede araştırmada elde edilen verilerin geçerliğini yükseltmek hedeflenmiştir. Görüşmeler gerçekleştirilmeden önce araştırma problemine yönelik tüm detayları kapsayacak şekilde, problem çözme sürecine yönelik ifade edilen bilişsel ve üstbilişsel davranış kuramsal çerçevesinin tüm basamaklarını kapsayan yarı-yapılandırılmış görüşme soruları hazırlanmıştır. Belirli düzeyde standartlık ve esnekliğe sahip olduğu için yarı yapılandırılmış görüşme tekniği araştırmalarda kolaylık sağlamaktadır (Türnüklü, 2000). Bu yüzden nitel araştırmalarda sıklıkla kullanılan bir yöntem olarak kullanılmaktadır.

Problem çözme bir süreç olduğundan sürecin gidişatına göre düzenleme yapılabilmesi ihtimaline karşın yarı-yapılandırılmış sorular tercih edilmiştir. Görüşme formundaki soruların kolay anlaşılabilir, odaklı, açık uçlu, yönlendirmeden kaçınan, çok boyut içermeyen ve belirli bir mantık çerçevesinde ilerleyen farklı türden sorular olmasına dikkat edilmiştir. Katılımcıların problem çözme sürecine yönelik yöntem ve stratejilerini derinlemesine incelemek ve problemi GGB destekli ortama yansıtma durumlarını belirleyebilmek için hazırlanan sorularla ilgili uzmanların görüşlerine başvurulmuştur. Bir akademisyen matematik eğitimi alan uzmanı, katılımcılarla aynı kurumda (BİLSEM) görev yapan bir matematik öğretmeni ve farklı devlet okullarında görev yapan ve lisansüstü matematik eğitimini yapmış üç matematik öğretmenin dönüt ve düzeltmelerine göre görüşme soruları düzenlenmiştir. Yapılan pilot çalışma ile görüşme sorularına son hali verilmiştir (EK 1).

Görüşmeye başlamadan önce katılımcıların kendilerini daha rahat hissetmeleri için kimliklerinin saklı kalacağı ve BİLSEM’de öğrenim gördükleri derslere etkisinin olmadığı anlatılmıştır. Verileri tam ve eksiksiz toplanması ve analiz etmede kolaylık sağlanması açısından ses ve görüntü kaydı yapılacağı söylenmiş ve sadece bu araştırmada kullanılacağı açıklanmıştır. Doğru ya da yanlış olması önemli olmaksızın düşündükleri her türlü fikri sesli ifade etmeleri gerektiği, düşüncelerinin doğruluğu ya da yanlışlığından ziyade neyi nasıl düşündüklerinin öğrenilmeye çalışıldığı, herhangi

bir süre kısıtlanmasının bulunmadığı belirtilmiştir. Böylelikle katılımcılar rahatlatılmaya çalışılmıştır. Her bir katılımcı ile bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir ve her bir görüşme ortalama olarak 50 dakika ile 80 dakika arasında sürmüştür. Görüşmeler katılımcıların eğitim gördüğü BİLSEM'in Matematik Atölyesi'nde sessiz ve dış etkenlerden uzak bir ortam içinde gerçekleştirilmiştir. Katılımcılara rahat düşünmeleri sağlamak için yeterli zaman tanınmış, süreç içinde katılımcıların matematiksel problem çözme süreçlerini detaylı incelemek adına görüşmenin seyrine göre yarı-yapılandırılmış sorular sorulmuştur. Görüşmede katılımcıların matematiksel problem çözme süreci ve bu sürece GGB'nın etkisi incelenerek zengin veriye ulaşmak hedeflenmiştir.

3.5.2. Bireysel Çalışma Kâğıtları

Katılımcılara öncelikle problem çözme süreçlerini ortaya çıkaracağı düşünülen bağlamsal problem metni kâğıt üzerinde sunulmuştur. Problem metnini okuduktan sonra üzerinde yapmak istedikleri işlemler ve görsellemeler için katılımcılara ihtiyaç duydukları kadar ve istedikleri renkte A4 kâğıtlarını kullanabilecekleri söylenmiştir. Katılımcılara çalışma kâğıtları üzerinde problem çözümlerini gerçekleştirerek eksik ve yanlış düşündükleri durumlar için farklı bir çalışma kâğıdında çözümlerini yenileme imkanı verilmiştir. Ayrıca istedikleri takdirde çizimlerini renklendirerek vurgu yaptıkları noktaları belirtebilme; cetvel, pergel, açıölçer gibi materyaller kullanarak istedikleri ölçümleri yapabilme ortamları sağlanmıştır.

3.5.3. GGB Ekran Görüntüleri

Yapılan görüşmelerde bağlamsal hale getirilen problem öğrenciler tarafından çözüldükten sonra öğrencilere GGB destekli ortam sağlanmıştır. Katılımcılara sunulan problem üst düzey düşünmeyi ve orijinal çözümler üretmeyi gerektirdiğinden problem çözme süreçleri ve ulaşılan çözümlerin farklılık gösterebileceği düşünülmüştür.. Problem çözme süreçlerinde katılımcıların GGB'ya ihtiyaç hissetme durumları olabileceğinden GGB ortamında gerçekleştirilen çizimlere yönelik ekran görüntüleri alınarak düşünme süreçlerinin ortaya çıkması adına değerlendirilmiştir.

3.6. Etkinlikler ve Veri Toplama Süreci

Araştırmada katılımcıların üst düzey düşünmelerini ve orijinal çözümler üretmelerini ortaya çıkarabilmek ve GGB'ya ihtiyaç durumlarını belirlemek amaçlanmıştır. Bu sebeple çözüm yöntemini kolayca geliştirebilecekleri rutin problemlerden ziyade, birkaç çemberin kesişme veya teğet olma gibi farklı durumlarda oluşturdukları çizimleri temel alan ve bu çizim sonucunda ortaya çıkabilecek geometrik şeklin incelenmesine dayalı bir matematiksel durum bağlamsal şekilde oluşturulmuştur (EK 2).

Katılımcıların problemi okuyup anlama süreçlerinden sonra çalışma kâğıtlarına problemin bağlamında tarif edilen duruma yönelik ortamı oluşturmaları beklenmiştir. Bağlamda yer alan golf oyunundaki atışlar ve oluşturulan müsabaka ortamı, içerisinde birçok geometrik şekil ve kavramı içerisinde barındırmaktadır. Süreçte öğrenciler yarım çember şeklinde vuruşları, doğrusal zemini, işaretlenmesi istenen rastgele noktaları, bu noktalar üzerine inşa edilen doğru parçaları ve kesişim noktalarını oluşturmak durumundadır. Bunu yaparken geometrik anlamda dikkat edilmesi gereken etkenleri de göz önünde bulundurmaları gerekmektedir.

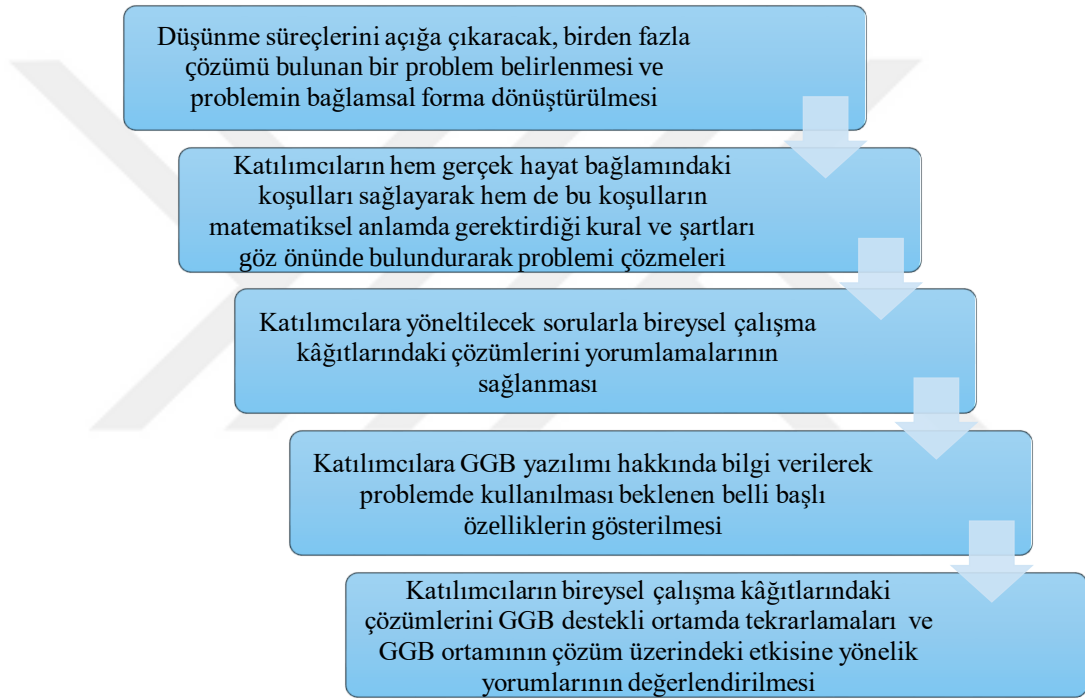
Problem çözme sürecinde katılımcıların çizimlerini doğru ve ölçülü bir şekilde yapabilmeleri için ihtiyaç duyabilecekleri cetvel, pergel açölçer gibi materyaller ortamda bulundurulmuştur. Aynı zamanda istedikleri kadar, istedikleri renkte ve boyutta çalışma kâğıdı üzerinde çalışabilecekleri söylenmiştir.

Katılımcılar problem çözme sürecinde hem gerçek hayat bağlamındaki koşulları sağlamalı, hem de bu koşulların matematiksel anlamda gerektirdiği kural ve şartları göz önünde bulundurmalıdır. Çizim sonucunda ortaya çıkması beklenen geometrik şeklin incelenmesi ve bu şekil hakkında değerlendirilmelerin yapılması gerekmektedir. Hangi şartlar altında bu şeklin oluşacağı, değişken şartlara bağlı olarak oluşan geometrik şekilde farklılık olup olmayacağı, çizimden kaynaklı oluşan sorunların çözüm sürecine ve ulaşılan sonuca etkisi, çözümün genellenme imkanının olup olmadığı ve değerlendirilmesi katılımcılara yöneltilecek ve yorumlanması istenecek sorulardandır.

Katılımcılar bireysel çalışma kâğıtları üzerinde problem çözümlerini tamamladıktan sonra GGB destekli ortamda çözümlerini tekrarlamaları istenmiştir. Katılımcılara öncelikle GGB yazılımı hakkında bilgi verilmiştir. Bilgi verilirken çok fazla detaya inilmemiş, problemde kullanmaları beklenen belli başlı özellikler

gösterilmiş ve yazılım genel çerçevesiyle anlatılmıştır. Katılımcılar çalışma kâğıtları üzerine yapmış oldukları çizimleri daha sonra GGB’da yapmışlardır. Süreç boyunca ihtiyaç duydukları durumlarda yazılımla ilgili rehberlik edilmiştir.

Çalışma kâğıtları kullanılarak yapılan çözüm ile GGB ortamında yapılan çözüm arasındaki benzerlikler ve farklılıklar araştırmacı tarafından gözlenmiş ve katılımcıların GGB ortamında oluşturdukları görsele, problemdeki değişken koşullara, çizimden kaynaklı oluşan sorunlara ve çözümün genellenme imkanına etkisi hakkındaki yorumları da değerlendirilmiştir. Veri toplama sürecine yönelik gerçekleştirilen adımları gösteren şema Şekil 3.1’de gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Veri toplama sürecine yönelik gerçekleştirilen adımlar

3.7. Verilerin Analizi

Araştırmada elde edilen veriler içerik analizi ile değerlendirilmiştir. İçerik analizinde birbirine benzeyen veriler belirli kavramlar ve temalar etrafında bir araya getirilerek okuyucunun daha iyi anlayabilmesi sağlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). İçerik analizinin yapılışında izlenmesi gereken bazı aşamalar aşağıda belirtildiği gibidir:

- Verilerin kodlanması
- Temaların bulunması
- Verilerin kodlara ve temalara göre düzenlenmesi ve tanımlanması
- Bulguların yorumlanması

Görüşmenin video kayıtları yazılı metinler haline getirilmiştir. Problem çözme sürecini derinlemesine ve bütüncül şekilde incelemek için katılımcıların bireysel çalışma kâğıtlarında yapmış oldukları çizimler, GGB ekran kayıtları ve videolarda bulunan diğer görsel veriler detaylı bir şekilde birçok kez analiz edilmiştir. Metinlerin ve bireysel çalışma kâğıtlarının analizi ve görüntülerin tekrar izlenmesi farklı zamanlarda yinelenerek veri kaybının önlenmeye çalışılmıştır. Görüşme süresince yapılan gözlemler ve tutulan notlar da analize dâhil edilmiştir. Veriler içerisinde doğrudan fark edilemeyen bilişsel süreç ve durumlar da tespit edilmeye çalışılmıştır.

Analiz sürecinde yapılmak istenen, benzer verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek, bu verileri düzenlemek ve yorumlamaktır. Öncelikle incelenen veriler kendi içlerinde anlamlı bütünler oluşturacak şekilde gruplandırılmıştır ve tümevarımcı anlayışla kodlanmıştır. Veriler kodlandıktan sonra tekrarlı bir şekilde incelenmiş, karşılaştırılmış, ilişkilendirilmiş ve kavramsallaştırılmıştır. Temalar oluşturularak açıklanmaya çalışılmıştır. Analiz sürecinde temaların hem kendi içlerinde hem de birbirleriyle anlamlı bir bütün oluşturup oluşturmadığının belirlenmesi için alan uzmanı ile değerlendirme yapılmış ve mutabakata varılmıştır (Strauss ve Corbin, 1990; Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Problem çözme sürecine yönelik kod-kategori tablosu EK 3, GGB ortamında problem çözme sürecine yönelik kod-kategori tablosu EK 4'te verilmiştir.

3.8. Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Araştırma sonuçlarının inandırıcılığı, bilimsel araştırmaların en önemli ölçütlerinden biridir. Bu yüzden “geçerlik” ve “güvenirlik” araştırmalarda en yaygın kullanılan ölçütlerdir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Nitel çalışmalarda araştırmacının gerekli önlemleri alıp doğru bilgiye ulaşarak geçerliği sağlaması ve elde ettiği verileri detaylı bir şekilde sunarak güvenirlik çalışması yapması beklenir. Bulgular açıkça ifade edilerek ulaşılan sonuçların okuyucular tarafından değerlendirilebilmesine olanak sağlar (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Lincoln ve Guba (1985), nicel araştırmalarda kabul edilen geçerlik ve güvenirlik kavramlarından farklı olarak nitel araştırmanın doğasına uygun olarak yeniden oluşturmuşlardır (Tablo 3.3).

Tablo 3.3. Araştırmada sağlanan geçerlik ve güvenirlik kavramları (Lincoln ve Guba, 1985; Yıldırım ve Şimşek, 2011’ten, uyarlanmıştır.)

Ölçüt	Nicel Araştırma	Nitel Araştırma	Kullanılan Yöntem	Gerçekleştirilme Durumu
Araştırma sonuçları yoluyla gerçeğin doğru temsili	İç geçerlik	İnandırıcılık	Uzun süreli etkileşim	✓
			Derinlik odaklı veri toplama	✓
			Çeşitleme	✓
			Uzman incelemesi	✓
			Katılımcı teyidi	X
Sonuçların Uygulanması	Dış geçerlik	Aktarılabilirlik	Ayrıntılı betimleme	✓
			Amaçlı örnekleme	✓
Tutarlılığı sağlama	Dış Geçerlik (genelleme)	Tutarlılık	Tutarlılık incelemesi	✓
Nesnel, yansız olma	Dış güvenirlik	Teyit Edilebilirlik	Teyit incelemesi	✓

Yukarıda belirtilen özelliklerden en az ikisinin sağlanması durumunda yapılan nitel çalışmanın geçerli ve güvenilir olduğu kabul edilmiştir (Creswell, 2021). Bahsedilen dokuz özellikten sekizinin sağlandığı bu araştırma ile ilgili geçerlik ve güvenilirlik durumları aşağıda verilmiştir. Bu çalışmada yukarıdaki tabloda gösterilen inandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlık ve teyit edilebilirlik yöntemlerinden katılımcı teyidi ve negatif durum analizi hariç diğer yöntemler aşağıda belirtildiği şekilde yerine getirilmiştir.

3.8.1. İnandırıcılık/İnanılrlık Sağlama Yöntemleri (İç Geçerlik)

Nitel çalışmada elde edilen verilerin doğruluğu ve gerçekliğine okuyucunun inandırılması önemlidir (Merriam, 2013). Bulguların doğruluğunu tespit etmede belli başlı yöntemler bulunmaktadır.

Uzun süreli etkileşim: Veri toplama sürecinde gözlem sayısı ve süresi uzadıkça, gözlenen süreç kendi doğal ortamına dönecektir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Lincoln ve Guba (1985)'ya göre uzun süreli etkileşim ve sürekli gözlem yapmak inandırıcılığı arttırmada oldukça önemlidir. Bu çalışmada katılımcılar problem çözme süreci içerisinde zamanla kendilerini daha rahat hissetmiş ve düşüncelerini daha kolay ifade etmeye başlamışlardır.

Araştırmadaki katılımcılar seçilirken matematik dersine giren öğretmenlerden matematiksel gelişimleri ve sosyal iletişimleri hakkında detaylı bilgi alınmıştır. Ön görüşmeler yapılarak katılımcılarla tanışıp kaynaşmış ve katılımcılar tanınmaya çalışılmıştır. Katılımcılar süreç hakkında bilgilendirilmiş ve asıl görüşmelerin yapılacağı tarih belirlenmiştir. Uzun süreli etkileşimlerle güvene dayalı bir araştırma ortamının oluşturulması sağlanmıştır.

Derinlik Odaklı Veri Toplama: Araştırmacılar, topladıkları verileri detaylı bir şekilde inceleyerek yeterliliğini sorgulamalı ve anlamlı bir bütün haline getirebilmelidir. Verileri sürekli yorumlayıp karşılaştırarak ulaşılan sonuçların gerçeğe uygun olup olmadığını belirlemesi beklenir (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Yapılan çalışmada katılımcıların matematiksel problem çözme süreçlerini derinlemesine incelemek amacıyla veri toplama araçlarının etkililiğini artırmak için video kaydı, ses kaydı bireysel çalışma kâğıtları, GGB ekran görüntüleri ve gözlemler sürece dahil edilmiştir. Böylelikle derinlemesine veri toplanmış ve araştırmanın

inandırıcılığına katkı sağlanmıştır. Çoklu veri kaynakları yardımıyla derinlemesine veri toplanmış ve araştırmanın inandırıcılığı arttırmaya çalışılmıştır.

Çeşitleme (triangulation): Araştırmacı çokluğu, veri kaynağının fazla olması, çoklu veri toplama yönteminin kullanılması, verileri yorumlamada farklı bakış açılarının kullanılması olarak tanımlanan çeşitleme (triangulation) inandırıcılığı arttırmanın yollarındandır (Merriam, 2013).

Bu çalışmada yarı yapılandırılmış görüşme soruları ile yapılan görüşme ve katılımcıların DMY ortamındaki performanslarının gözlemi şeklinde iki ayrı veri toplama yöntemi kullanılmıştır. Bireysel çalışma kâğıtları, GGB üzerinde yapılan etkinliklere ait kayıtlar, ekran görüntüleri, görüşme transkriptleri, katılımcıların tuttukları notlar, görüşme sorularına verilen cevaplar ve gözlemler sırasında elde edilen notlar ile veri toplama süreçleri zenginleştirilmiştir. Bu süreçte alanında uzman araştırmacıdan destek alınmıştır.

Uzman incelemesi: Nitel araştırma yöntemleri konusuna hâkim olan kişilerin araştırmayı ve elde edilen bulguları farklı boyutlarıyla incelemesi ve inanırılık konusunda alınabilecek önlemleri belirlemesi uzman incelemesi olarak tanımlanır (Creswell, 2013).

Bu çalışmada nitel çalışma konusunda deneyimli bir uzman matematik eğitimcisi ile veri toplama araçları, verilerin toplanması ve verilerin analizi gibi araştırmanın tüm aşamalarında değerlendirme görüşmeleri yapılmıştır. Gerekli görülen durumlarda düzenlemeler yapılmış ve geçerlik ve güvenirlik çalışmaları yürütülmüştür.

3.8.2. Aktarılabilirlik Sağlama Yöntemleri (Dış Geçerlik)

Nitel araştırmalarda nicel araştırmalardan farklı olarak araştırmacılar verilerin genellenmesini amaçlamaz. Bunun yerine, titizlikle analiz edilen verinin derinliğine inmek ve anlamak isterler (Merriam, 2013). Bu yüzden nitel araştırmalarda bulguların benzer ortamlara aktarılabilirlik değerini ortaya koymak için ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yöntemleri kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Ayrıntılı betimleme, araştırmanın tüm aşamalarında elde edilen bulguların detaylı bir şekilde tanımlanması (Merriam, 2013) ve yorum katmadan, verinin doğasına mümkün olduğunca sadık kalınarak aktarılmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu sayede bulguların benzer ortamlara aktarılması sağlanacaktır (Creswell,

2013). Yapılan araştırmada katılımcıların belirlenme süreci ve ayırt edici özellikleri, çalışmanın yapılacağı ortamın belirlenmesi, veri toplama araçlarının oluşturulması, çalışma ortamında kullanılan araç-gereçler, veri toplama sürecinden bahsedilmesi, elde edilen bulgulara doğrudan yer verilmesi gibi başlıklara detaylı bir şekilde yer verilmiştir. Katılımcılarından direkt alıntılara da yer verilerek çalışmanın aktarılabilirliğine katkı sağlamak amaçlanmıştır

Amaçlı örnekleme, nitel araştırmalarda aktarılabilirliği arttırmak amacıyla kullanılır ve genele ait bilgileri ortaya koymak yerine hem genele hem de özele ait bilgilere ulaşmayı amaçlar (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Çalışma grubunun amaçlı örnekleme ile seçilmesi, bulguların okuyucular tarafından farklı durumlara transfer edebilecek hale gelmesine katkı sunacaktır (Merriam, 2013). Bu araştırmada amaçlı örnekleme yöntemiyle sekiz kişilik özel yetenekli öğrenci belirlenmiş ve araştırmanın geçerliğine katkı sunulmaya çalışılmıştır.

3.8.3. Tutarlık Sağlama Yöntemleri (İç Güvenirlik)

Nitel araştırmalar nicel araştırmalardan farklı olarak tek ve her ölçümde aynı çıkan bulgulara ulaşmayı hedeflemez (Merriam, 2013). Nitel araştırmada çalışmanın tekrarlanması aynı sonuçlara ulaşmak amacıyla değil araştırma bulgularından farklı ve sayısız yoruma ulaşma amacıyla yapılır. Okuyucuların verilerden anlam çıkarabilmesi ve bu verileri güvenilir bulması önemsenir (Merriam, 2013). Bu amaçla araştırmanın güvenilirliği sağlayabilmek için tutarlılık incelemesi gerçekleştirilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Tutarlılık incelemesi, araştırmaya bir uzman gözünden bakılması ve araştırmacının görüşme süreci boyunca araştırma etkinliklerinin uygulanmasında tutarlı ve yansız davranıp davranmadığının kontrol edilmesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu araştırmada araştırma desenini, veri toplama yöntemi ve araçlarını belirlenen kuramsal çerçeve doğrultusunda alanında uzman iki araştırmacı incelemiştir. Bu süreçte iki uzman dışarıdan bir gözle olayı değerlendirmiş elde edilen verilerin analizi ve yorumlanması aşamasında araştırmacıya yön vererek gerekli tutarlık incelemesi yapılmıştır.

3.8.4. Teyit Edilebilirlik Sağlama Yöntemleri (Dış Güvenirlik)

Okuyucunun araştırmada elde edilen verilerin tarafsız bir şekilde değerlendirildiği yönünde ikna edilmesi ve verilerin nesnelliğinin sağlanması amacıyla toplanan veriler sürekli olarak teyit edilmelidir (Yıldırım ve şimşek, 2011). Güvenirliğin arttırılması amacıyla araştırmada teyit incelemesi yapılmıştır.

Teyit incelemesi, araştırmada elde edilen verilerin, ulaşılan yargıların, yorumların ve önerilerin araştırmacı ve farklı uzmanlar tarafından karşılaştırılması ve ham verilerin teyit edilip edilmediğinin değerlendirilmesidir (Yıldırım ve şimşek, 2018). Bu nedenle araştırmadaki tüm veriler (görsel, yazılı ve ses kayıtları, transkriptler, görüşme notları vb.), analiz aşamasında yapılan kodlamalar ve rapora temel oluşturan notlar oluşabilecek farklı bakış açılarıyla tekrar değerlendirilebilecek şekilde muhafaza edilmiştir.

4. BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde problem çözme sürecinde öğrencilerle gerçekleştirilen bireysel görüşmelere dair ses ve video kayıtları, bireysel çalışma kâğıtları ve GGB ekran görüntülerinin analizinden elde edilen bulgular yer almaktadır. Katılımcılara bağlamsal problem sunulmuş ve bireysel çalışma kâğıdı üzerinde problemi çözmeleri istenmiştir. İsterlerse renkli bireysel çalışma kâğıdı ve kalemler, pergel, cetvel, açıölçer gibi materyallerden yararlanabilecekleri söylenmiştir. Tek oturum halinde gerçekleştirilen görüşmelerde problemi önce bireysel çalışma kâğıtları üzerinde çözmeleri sağlanmıştır. Problem çözümü tamamlandığında ise aynı problem durumunu GGB ortamında çözmeleri istenmiş ve GGB yazılımının problem çözme sürecine yansımalarını yorumlamaları istenmiştir. Problem çözme sürecindeki aşamalar Schoenfeld'in (1985a) problem çözme sürecine yönelik ifade ettiği "*Bilişsel ve Üstbilişsel Davranış Kuramsal Çerçevesi*" basamaklarına göre analiz edilmiştir (Tablo 2.1). Bu araştırmanın odağı olmadığı için bulgular açıklanırken sınıf seviyeleri belirtilmemiş fakat her bir katılımcının hangi sınıf seviyesinde olduğu Tablo 3.2'de verilmiştir. Araştırmadan elde edilen verilerin analizi ve yorumlanması sonucu elde edilen bulgular özel yetenekli öğrencilerin "*Bilişsel ve Üstbilişsel Davranış Kuramsal Çerçevesi*" basamaklarındaki problem çözme süreçleri çerçevesinde sunulacaktır.

4.1. Okuma-Anlama Sürecine Yönelik Bulgular

Okuma-anlama sürecinde katılımcıların problemin verilenlerini ve istenilenlerini açık veya gizli şekilde ifade etmelerine yönelik elde edilen bulgular incelenmiştir.

Öğrencilere problem sunulmuş ve tercihlerine göre sesli ya da sessiz okuyabilecekleri söylenmiştir. ÖE ve ÖZ problemi sesli okumuş, diğer katılımcılar ise sessiz okumayı tercih etmiştir. Okuma sürecinin ardından tekrar okumak isteyip istemedikleri sorulduğunda ÖE problem metninin ilk paragrafını göstererek "...*Tekrar okuyacağım oraya kadar.*" demiştir. ÖB "*Biraz daha okusam...*", ÖZ ise "*Tekrar bi bakayım*" diyerek tekrar okuma ihtiyacı hissettiklerini belirtmişlerdir.

Katılımcılara problemi ilk okuduklarında neler düşündükleri sorulduğunda ÖE "*İkinci bölüm birazcık karışık geldi ama...çözebileceğimi düşündüm.*" demiştir. ÖN de benzer şekilde "*İlk etap kolay sonu karışık ama yapılabilecek bir soru.*" diyerek problemin ikinci kısmının daha karmaşık olduğunu düşünmüştür. ÖK "*Zor*

geldi... karmaşık... Yapılabilir ama önce soruyu anlamam lazım” diyerek problemdeki vuruşların belirlenmesine yönelik ilk bölümü anladığını fakat ikinci bölümü anlamakta zorlandığını belirtmiştir. ÖA problemin ilk paragrafı ile ilgili *“Değişik bir şey çıkacak. Bence daha çok şuraya önem vereceğiz.”* diyerek problem çözümünde hangi kısma daha çok önem vereceğini belirtmiştir. ÖR ise problemi okuduktan sonra *“Zor değil ama karışık geldi... Minik bir çizim yaparak daha kolay anlayabilirim”* diyerek problem hakkındaki görüşlerini ifade etmiştir.

Katılımcılardan problemde neler anladıklarını paylaşmaları istendiğinde ÖZ *“Şimdi burası attıkları yer şurada çukur var. Şimdi Erva ile Kerem yarım çember çizerek golf atmışlar. Ervanınki direk bir seferde yarım çember çizerek girmiş ama Kereminki yine girmemiş. Sonra o topun düştüğü yerden tekrar vurmuş ve deliğe girmiş.”* şeklinde açıklamıştır. ÖK *“Golf oyunu varmış. Erva yarım çember atarak tek vuruşta hedefi çukura atıyormuş. Kerem de aynı yönde yarım çember vuruş yapıyor bi daha vuruş yapıyor.”* diyerek anladıklarını paylaşmıştır. Probleme nasıl başlamak istediği sorulduğunda *“Önce anlamam lazım.”* diyerek problemi tekrar incelemiş ve herhangi bir çizim yapmadan önce problemi anlamaya çalışmıştır. ÖZ ve ÖK’nın problemi doğru bir şekilde anladıkları ve kendi cümleleriyle ifade ettikleri görülmektedir.

ÖR *“İkisi de aynı çukuru hedef alıyorlar ama Erva birincide atmışken Kerem iki kere oynamış. Sonunda ikisi de ulaştırıyor.”* diyerek vuruşların yarım çember şeklinde yapıldığından ve aynı noktadan başladığından bahsetmemiştir. Erva’nın ve Kerem’in vuruşlarının başlangıç noktalarının aynı olup olmadığı sorulduğunda *“İkisi de aynı çukuru hedef alıyorlar ama ikisi de aynı noktada olmayabilir.”* demiştir. ÖR’nin başlangıç noktalarının aynı olduğu bilgisini fark etmediği görülmektedir. Vuruşların ne şekilde yapılacağı sorulduğunda ise problemi tekrar okumuş ve *“Çember”* demiştir. ÖE ise *“Antrenmana gitmişler. İkisi de aynı çukuru hedef alarak topu yarım çemberler şeklinde atmışlar ama Kereminki bir yerde düşmüş. Düz zeminde fırlatmışlar. Ervanınki çukura ulaşmış. Tekte girmiş.”* şeklinde problemde neler anladıklarını paylaşmıştır. Problemin genel çerçevesini doğru bir biçimde açıklamış ancak ÖR’ye benzer şekilde Erva’nın ve Kerem’in vuruşlarının aynı başlangıç noktasından yapıldığından bahsetmemiştir. ÖN de *“2 kişi vuruş yapmışlar düz bir zeminde. Bi tane yarım daire şeklinde dönerek gitmiş. Diğeri de tam gitmemiş. Durduğu yerden bir daha vurmuş. Bu kez ulaşmış.”* şeklinde problemi açıklamıştır. Buradan ÖR, ÖE ve ÖN’nin

problemde verilen bilgilere tam anlamıyla hâkim olmadığı ve problemde verilenleri eksik bir şekilde anladığı söylenebilir.

ÖA problemden anladıklarını “*Kerem Erva golf oynuyorlar. İkisi de deliğe atmaya çalışıyorlar. Erva attığında oluyor ama Kerem ilk attığında yarıda duruyor ama ikinci attığında olabiliyor.*” şeklinde açıklamıştır. ÖA vuruşların nasıl bir ortamda ve ne şekilde gerçekleştiğinden bahsetmemiştir. Ayrıca Kerem’in ilk vuruşuyla ilgili “*...Kerem ilk attığında yarıda duruyor...*” diyerek Kerem’in vuruşunu kısıtlı bir şekilde algıladığı görülmektedir. Vuruşların yarım çember şeklinde gerçekleştiği bilgisini yanlış yorumlayarak Kerem’in ilk vuruşunda topun vuruş doğrultusunun tam ortasında duracağını düşünmüştür.

ÖB problemi okuduktan sonra “*Hocam işaretlenen bu nokta ile başlangıç noktası aynı hizada olduğu için nasıl iki tane?*” diyerek çizime başlamadan önce problem metni içerisinde verilen bilgileri sorgulamaya başlamıştır. ÖB’ye “*İstersen aklındakileri çizebilirsin.*” denilerek problemden anladıklarını çizime yansıtması sağlanmıştır. Problemde anladıklarını paylaşması istendiğinde ÖB “*Bir tane hedef var. Bir tane de başlangıç var. Erva başlangıç noktasından hedefi vurmuş. Kerem vuramamış. Top aynı hizada gitmiş. Sonra topun durduğu yerden bir kere daha vurmuş top çukura girmiş.*” şeklinde problemde anladıklarını paylaşmıştır. Problemin genel çerçevesini doğru bir biçimde açıklamış ancak ÖA ve ÖR gibi ÖB de vuruşların yarım çember şeklinde gerçekleştiğinden bahsetmemiştir. “*Peki top nasıl bir yol izliyor?*” diye sorulduğunda ise ilk önce “*Top düz gider.*” diyerek problemde bahsedilen vuruşların yapılma biçimini yanlış anladığı görülmüştür. ÖB, tüm bu sorgulamaları yaparken herhangi bir çizim yapmamış, çizim yapabileceği hatırlatılınca da “*Hocam çizimim birazcık kötü.*” demiştir. Çok güzel bir çizim yapmasının gerekmediği konusunda cesaretlendirilince çizime başlamıştır.

ÖY, “*Erva’nın attığı yerle Kerem’in attığı yer aynı diyor. Ama vuruşlar yarım çember şeklinde gideceği için topa...hangi hızla vurdukları da önemli. Çünkü yüksek bir hızla vursa top yükselerek gider ama topa daha alçak vursa hafif havalanır.*” diyerek topun ne şekilde ilerleyeceğini anlamaya çalışmıştır. Erva ve Kerem’in vuruşlarını tarif ederken “*Yani Erva yüksek ihtimal hızlı ve yüksekte vurmuştur ama Kerem alçaktan vurduğu için hem alçaklığından hem de hava sürtünmesi daha çok yavaşlattığından tam deliğe girememiştir diye düşünüyorum.*” diyerek Kerem’in

vuruşunda topun iki seferde Erva'nın vuruşunda ise tek seferde hedefe ulaştığı bilgisini atlamıştır.

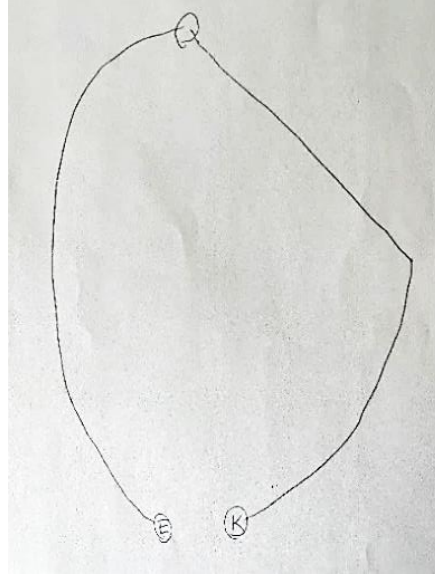
ÖN çözüme başlamadan önce *“Sonunu bir daha okuyacağım.”* diyerek problemi tekrar incelemiş ve *“Tamamdır. Sonunu okumamıştım. Noktalar belirlenmiş ve hangi geometrik şeklin oluştuğunu sormuş.”* diyerek problemde isteneni doğru bir şekilde belirledikten sonra çizimine başlamıştır. ÖY ise *“...Bize buradaki sembolü yani şekli sormuş.”* diyerek problemde belirlenmesi istenen noktaları göz ardı etmiş ve bu noktaları belirlemeden geometrik bir şekil oluşturmaya çalışmıştır. Problemde istenen geometrik şekil oluşma durumunu eksik anlamıştır. Bu durum problem çözümünün ilerleyen aşamalarında incelenecektir.

4.2. Analiz Sürecine Yönelik Bulgular

Analiz sürecinde katılımcıların problem çözümünde uygun bir bakış açısı seçme, problemi yeniden formüle etme, verilenler ve istenilenler arasındaki ilişkileri belirlemelerine yönelik elde edilen bulgular incelenmiştir.

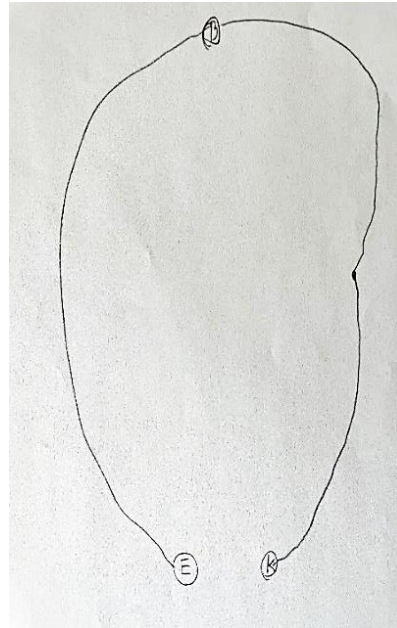
Katılımcılar problemi okuduktan ve anladıkları şekliyle açıkladıktan sonra ilk olarak Erva'nın ve Kerem'in vuruşlarını oluşturmaya çalışmışlardır. ÖE vuruşlarla ilgili *“İkisi de yarım daire atıyorlar. Erva'nın topu tekte giriyor ama Kerem'in topu düşüyor. Sonra tekrar atıyor. Bu sefer bence düz gider.”* diyerek vuruşların nasıl yapılacağını ifade etmiştir. Okuma basamağında da ifade ettiği gibi Şekil 4.1'deki çiziminde Erva ile Kerem'in farklı başlangıç noktalarından vuruş yaptıkları görülür. Erva'nın vuruşu hedefe ulaşmıştır. Kerem'in vuruşu ise önce çembersel bir yörünge izlemiş ardından düz bir şekilde devam etmiştir.

Aslında ÖE vuruşların yarım çember şeklinde olması gerektiğini ifade etmiş olmasına rağmen Kerem'in ikinci vuruşunun düz gideceğini düşünmesi ise problemde verilen bir bilgiyi çözüme yansıtmadığını göstermektedir. *“Niye düz gideceğini düşündün?”* diye sorulduğunda *“...Çünkü buradayken yarım daireyi tamamlayacak bir vuruş yapamaz.”* demiştir. Yani ÖE Kerem'in vuruşunu yarım çember şeklinde başlattıktan sonra ikinci vuruşun hedefe ulaşacak yarım çember şeklinde yapılamayacağını düşünmüş ve düz olarak devam ettirmiştir. Bu durumla ilgili *“Tam yarım yaparsak çukura ulaşır bence...Ervanınki ulaştığına göre Kereminki de ulaşır.”* diyerek yarım çember şeklindeki vuruşları aynı başlangıç noktasından başlatmadığı halde topların aynı doğrultuda giderek ikisinin de tek seferde hedefe ulaşacağını düşünmüştür.



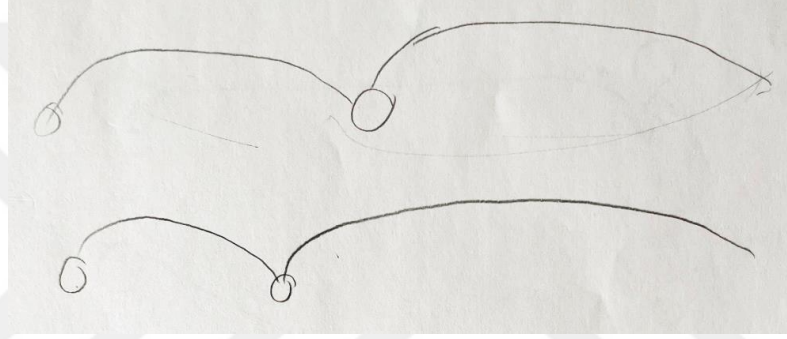
Şekil 4.1. ÖE'nin bireysel çalışma kâğıdı 1

ÖE, Tekrar bir çizim yapmak istemiş ve bu sefer Kerem'in vuruşunu Şekil 4.2'deki gibi yarım çember şeklinde başlatmış fakat devam ettirdiğinde hedefe ulaşacağını düşündüğü için belli bir yerde durdurmuş ve hedefe ulaşacak bir yarım çember daha çizmeye çalışmıştır. *"Bunlar tam olarak yarım çember oldu mu?"* diye sorulduğunda ise *"İkisi birleşince yarım çember oldu ama bunlar tek başına çeyrek çember."* diyerek hem problemde vuruşlar için belirlenen şartları çözüme yansıtmamış hem de çember kavramıyla ilgili problem yaşadığı görülmüştür.



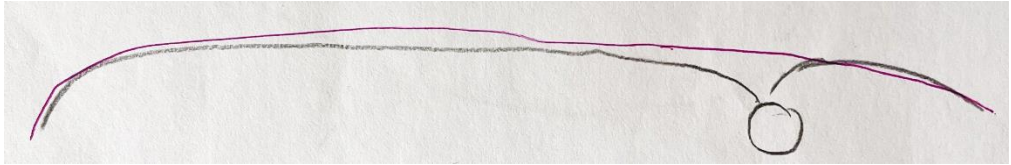
Şekil 4.2. ÖE'nin bireysel çalışma kâğıdı 2

ÖR ise Erva ile Kerem'in vuruşlarını oluştururken *"İkisi de düz bir zemin ama farklı yerlerde. Yani Erva burada Kerem burada olabilir."* diyerek ÖE'ye benzer şekilde vuruşların aynı başlangıç noktasından başlaması gerektiği bilgisini gözden kaçırmıştır. Kerem'in vuruşları ile ilgili *"...İkisi de havalanarak gidiyor ikisi de yarım çember..."* demiştir. Kerem'in Erva'nın vuruşundan farklı olarak ne yaptığı sorulduğunda *"Bir vuruş daha yapıyor."* demiştir. Yeni bir çizim yaparak Kerem'in vuruşunu oluşturmaya çalışmıştır. *"Birinci vuruşunda yarım ya da çemberin çeyreği büyüklüğünde bir vuruş yapıp diğerinde de onu tamamlamış olabilir. Ya da tam noktasına gelip tekrardan...."* demiş ve Kerem'in vuruşu ile ilgili düşündüğü ihtimalleri çizmiştir (Şekil 4.3).



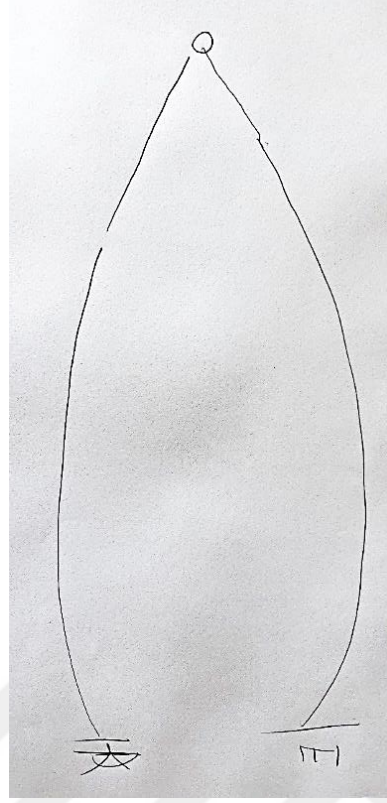
Şekil 4.3. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 1

ÖR Kerem'in vuruşlarını belirledikten sonra *"Bu sefer daha farklı çizeceğim."* diyerek hem Erva'nın hem de Kerem'in vuruşlarını Şekil 4.4'teki gibi aynı şekil üzerinde oluşturmuştur.



Şekil 4.4. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 2

ÖN başlangıç ve hedef çukur noktalarını belirlemiş fakat ÖE ve ÖR'ye benzer şekilde Erva ve Kerem'in vuruşlarını farklı başlangıç noktalarından başlatmıştır (Şekil 4.5). Ardından *"...Buradan vuruyorlar. Böyle paralel şekilde buraya gidiyor. Ervanınki direk giriyor. Kereminki girmiyor orada kalıyor..."* diyerek Erva'nın vuruşunu oluşturmuştur. Kerem'in vuruşunu ise çembersel şekilde başlatmış ve topun durduğu yerden *"Kerem buradan bir daha vuruş yapıyor bu kez giriyor."* diyerek Erva'nın ve Kerem'in vuruşlarını Şekil 4.5'teki gibi oluşturmuştur.



Şekil 4.5. ÖN'nin bireysel çalışma kâğıdı 1

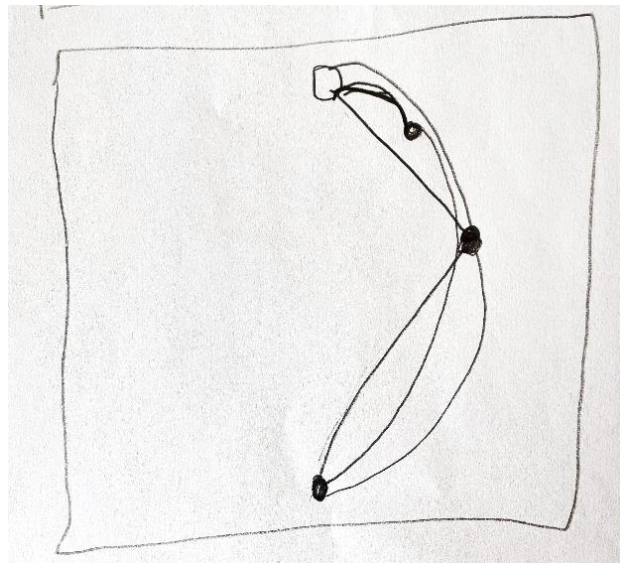
ÖN'ye vuruşların nasıl olması gerektiği sorulduğunda “*Havalandırarak yarım çember şeklinde oluşturmak lazım.*” demiş ve yaptığı çizimdeki hatasını fark etmiştir. Vuruşların aynı noktadan başladığını fark ettirebilmek için “*Erva ile Kerem farklı yerlerden mi vurmuş?*” diye sorulmuş ve “*Öyle bir şey dememiş ki...pardon söylemiş.*” diyerek Erva ve Kerem’in vuruşlarının aynı başlangıç noktasından başlaması gerektiğini fark etmiştir. Okuma basamağında fark edemediği bu bilgiyi problem çözümünün analiz etme basamağında kullanmıştır.

ÖZ'nin problemi açıklarken vuruşlarla ilgili verilenleri doğru bir biçimde ifade ettiği görülmüştür. Erva'nın vuruşunu yarım çember şeklinde oluşturduktan sonra hedef çukur noktasının sol tarafında herhangi bir nokta belirleyip Kerem'in ilk vuruşunu yeşil renkli kalemle başlangıç noktasından bu noktaya doğru çizmiştir. Belirlediği bu noktadan hedef çukur noktasına ulaşacak şekilde ikinci vuruşu oluşturmuştur (Şekil 4.6). ÖZ'nin yarım çember yapma amacıyla vuruşlara çembersel bir yörünge vermeye çalıştığı görülmüştür. Fakat bunu yaparken oluşturduğu vuruşların problemde istendiği şekilde yarım çember şeklinde olmadığını düşünememiştir.



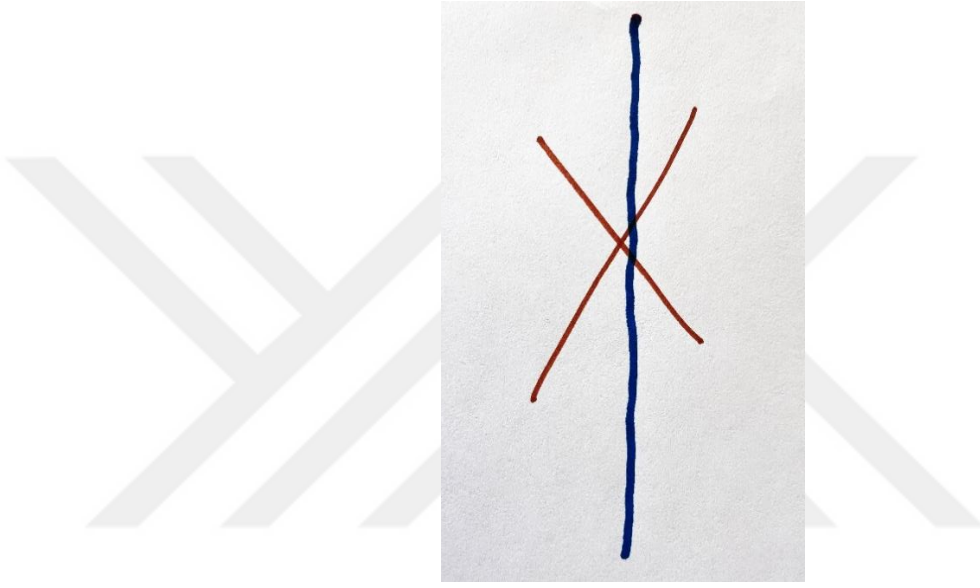
Şekil 4.6. ÖZ'nin bireysel çalışma kâğıdı 1

ÖZ, Şekil 4.6'daki çiziminde Kerem'in ilk vuruşunun yarım çember oluşturmadığını belirterek yeniden bir çizim yapmak istemiştir. Kerem'in ilk vuruşunda topun düştüğü yer için herhangi bir nokta belirlemiş ve belirlediği bu noktayı başlangıç ve bitiş noktaları ile çembersel şekilde birleştirerek Kerem'in vuruşlarını Şekil 4.7'deki gibi oluşturmuştur. Bu vuruşların yarım çember olup olmadığı sorulduğunda “...Oldu işte yarım.” cevabını vermiştir.



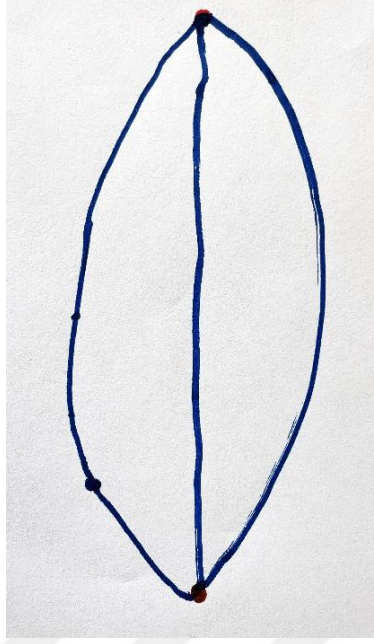
Şekil 4.7. ÖZ'nin bireysel çalışma kâğıdı 2

ÖA ise başlangıç noktasını belirleyerek çizime başlamıştır. Ardından Erva'nın vuruşunu Şekil 4.8'deki gibi mavi renkli kalemle düz bir çizgi şeklinde çizmiştir. *"Erva'nın vuruşu dümdüz mü?"* diye sorulduğunda *"Bir şey yazmıyor."* diyerek problemde verilen bilgileri çözüme yansıtmamıştır. Okuma basamağında problemlerin verilenlerine yönelik yanlış anlamasını analiz sürecine yansıttığı görülmüştür. Problemin verilenlerini tekrar incelediğinde bu durumun mümkün olmadığını fark etmiş ve belirlediği vuruş üzerine kırmızı kalemle çarpı atmıştır.



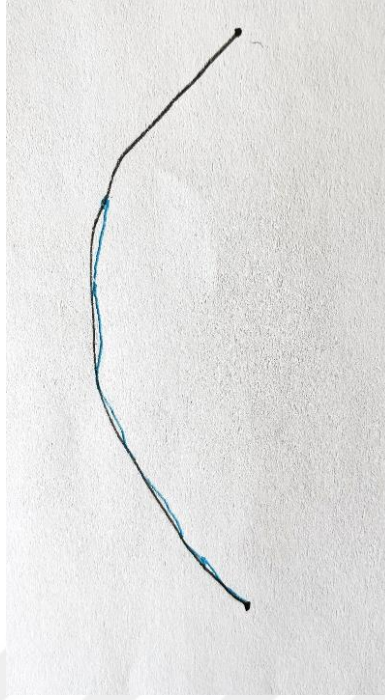
Şekil 4.8. ÖA'nın bireysel çalışma kâğıdı 1

ÖA problemi tekrar okuyarak tüm vuruşların yarım çember olduğunu fark edince yeniden çizim yapmak istemiştir. *"Yarım çember dediğimiz nasıl bir şekil?"* diye sorulduğunda *"...Böyle falsolu..."* diyerek Erva'nın vuruşunu oluşturmuştur. Kerem'in vuruşunu ise *"...Kerem yarım çember şeklinde atıyor. Sonra çukura ulaşmadan duruyor. Yine aynı yönde topu bitiş noktasına vuruyor..."* şeklinde açıklamıştır. Bu vuruşları oluştururken bir yarım çember çizmiş ve yarım çember doğrultusunun üzerine bir nokta koymuştur (Şekil 4.9). Daha sonra o noktadan tekrar bir vuruş yaptığını ve bu sefer topun hedefe ulaştığını belirtmiştir. ÖA'ya çizmiş olduğu bu vuruşların yarım çember olup olmadığı sorulduğunda *"Hayır olmadı."* cevabını vermiştir. ÖA, Kerem'in vuruşlarının ayrı ayrı yarım çember oluşturması gerektiğini biliyor olmasına rağmen problemde istendiği şekilde topun hedefe ulaşma durumunu gerçekleştirmek için yarım çember kavramının özelliklerini göz ardı etmiştir. ÖA'nın Erva ve Kerem'in vuruşlarına yönelik çizimi Şekil 4.9'da verilmiştir.



Şekil 4.9. ÖA'nın bireysel çalışma kâğıdı 2

ÖB ise vuruşları çizmeye başlamadan önce problemi tekrar okumuş ve “Çember şeklinde bir yol izliyor...Yarım.” diyerek okuma basamağındaki düz bir vuruş yapılacağı fikrinden vazgeçmiştir. ÖB, Erva'nın vuruşunun yarım çember şeklinde çizilmesi gerektiğini söylemiştir. Kerem'in vuruşu ile ilgili “Kerem burada aynı yönde bir vuruş yapar fakat top buraya gelmez. Bir yerde durur. Sonra durduğu yerden bir kere daha atar. Bu sefer girer. Aynı yöne olduğu için böyle yapmamız gerekir.” diyerek vuruşun Erva'nın vuruşunun tam üzerinden gitmesi gerektiğini düşünmüştür. Erva ile Kerem topu aynı yöne doğru atsalar da vuruş farklılıklarından dolayı oluşabilecek ihtimalleri düşünememiştir. ÖB, Kerem'in vuruşunu Erva'nın vuruşuyla çakışık bir şekilde herhangi bir noktaya kadar ilerletmiş ve mavi kalemle Şekil 4.10'daki gibi oluşturmuştur. Yapılan bu vuruşta tam olarak bir yarım çember oluşmadığı ve bu durumun yarıçap eşitliğine aykırı olduğunu fark edememiştir.



Şekil 4.10. ÖB'nin bireysel çalışma kâğıdı 1

Erva ve Kerem'in vuruşları ile ilgili ÖB ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

A: Tamamen üstünden gitse hedefe ulaşmadan durur mu?

ÖB: Aynı yere düşer.

A: O zaman öyle yapabilir miyiz?

ÖB: Yapabiliriz.

A: Üzerinden mi gitsin diyorsun?

ÖB: Bence hocam. Çünkü aynı yönde dediği için başka türlü vuramaz.

ÖY ise Kerem'in vuruşu ile ilgili “...İki olasılık oluyor. Ya Kerem alçaktan ve yavaş attı ya da Kerem çok yukarıdan attı. Bu yüzden çok yükseldikten sonra dik şekilde hızlıca aşağı indi...” diyerek iki farklı ihtimal olduğundan bahsetmiştir. Erva'nın ve Kerem'in vuruşlarının sayısı ve şekli ile ilgili bir yorum yapmamıştır. Problemi tekrar incelemiş ve “...Erva'nın vuruşuyla ilgili hiçbir sıkıntı yok. Tek seferde oradan oraya atıyor.” diyerek Erva'nın değil Kerem'in vuruşuyla ilgili belirsizlikler olduğunu söylemiştir.

Kerem'in ilk vuruşundan sonra topun hedefe nasıl ulaşacağı ile ilgili ÖY ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir:

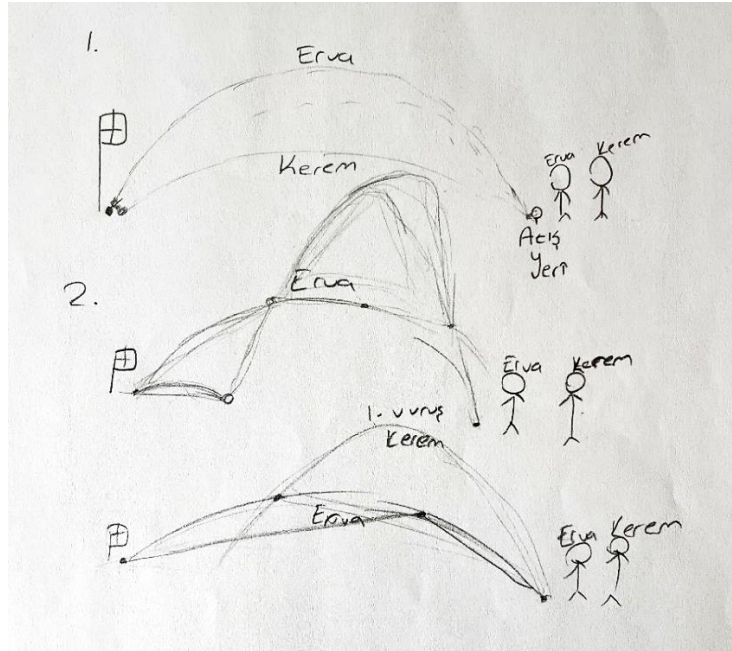
ÖY: Aslında illaki havadan atacaksa şöyle minik hafif bir vuruş yaparak yapabilir veya dümdüz yuvarlayabilir.

A: Dümdüz yuvarlayabilir mi?

ÖY: Dümdüz yuvarlayamaz çünkü havalanarak diyor. Havalanarak dediği için bunu illaki yarım çember şeklinde atacak. Onu da ayarlayarak hafif bir şekilde yapabilir. İkinci vuruşu garanti olarak atıyor zaten.

ÖY vuruşların yarım çember olduğu ve Kerem'in iki vuruş yapacağıyla ilgili ilk analizini gerçekleştirmiştir. Okuma basamağında fark edemediği problemde istenilen bazı durumları analiz basamağında fark ettiği görülmüştür. Fakat bu açıklamalarından sonra vuruşlarla ilgili "...ama mantiken şimdi Erva böyle yapınca Kerem yükseğine ya da alçağına atacak diye bir şey yok...yani Erva'ya göre bu yorumlanamaz bence. Erva'nın yukarısına atsaydı o zaman top girerdi diye düşünüyorum. Kerem'in vuruşu dik olacak desek daha mantıklı olur." diyerek vuruşların şekli ve sayısı ile ilgili daha önceki yorumlarına aykırı bir yorum yapmıştır. ÖY Kerem'in iki vuruşunun da yarım çember olduğunu düşünmemiş, mesafeye bağlı olarak ilk vuruşunu yarım çember şeklinde ikincisini ise dikey yönde havalanacak şekilde oluşturmuştur.

ÖY, Kerem'in vuruşu ile ilgili verilen bilgileri yorumladıktan sonra vuruşlara yönelik Şekil 4.11'de verilen ihtimalleri çizmiştir.



Şekil 4.11. ÖY'nin bireysel çalışma kâğıdı 1

Kerem'in vuruşlarının nasıl belirlendiği ile ilgili ÖY ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir:

A: Peki Kerem bu ikinci vuruşu farklı bir noktadan yapsaydı?

ÖY: Ama o zaman...yarım çember olduğu için bence burası olabildiğince açık olacak. Eğer Kerem ikinci vuruşunda tam yarım çember yapamadıysa...

A: Yapamama ihtimali var mı?

ÖY: Var ama soruda yazmadığı için yok.

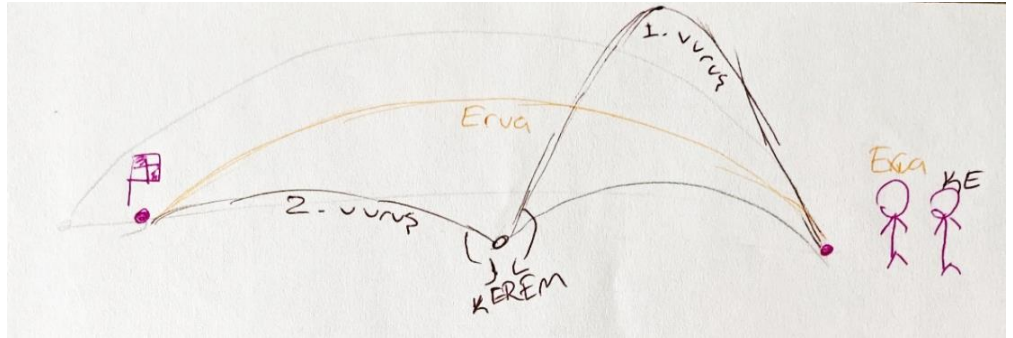
A: Peki ilk vuruşu daha küçük yarım çember olup ikinci vuruşu dik olamaz mıydı?

ÖY: Birazcık saçma olurdu ama öyle de yapılabilirdi.

A: Niye saçma?

ÖY: Yani ilk vuruş büyük olur. İkinci vuruş kısa olur genelde. Çünkü yani burada arada kısa mesafe var ama burada uzun mesafe olduğu için.

ÖY oluşturduğu vuruşlarda problemin ilerleyen aşamalarında sıkıntılar yaşayınca Şekil 4.12'deki çizimi yapmıştır. Bu çiziminde de Kerem'in vuruşunu yarım çember şeklinde oluşturmadığı görülünce "*Tüm vuruşlar yarım çember oldu mu sence?*" diye sorulmuş ve ÖY "*Evet orada bi hata yaptığımı şimdi fark ettim.*" demiştir. Dikey yönde çizdiği vuruşu "*Tam yarım çember olmadı. Biraz ovalin yarısı gibi...*" şeklinde tarif etmiştir. Erva ile Kerem'in vuruşlarındaki yarıçapın uzunluğu ile ilgili "*Erva'nın yarıçapı daha büyük*" demiştir. Kerem'in vuruşu daha yukarıdan olursa vuruş yarıçapının da artacağını düşünememiştir.



Şekil 4.12. ÖY'nin bireysel çalışma kâğıdı 2

ÖY vuruşların aynı yönde olmasını aynı başlangıç noktasından vuruş yapmak şeklinde düşünmüştür. Vuruşların yapıldığı yön ile ilgili ÖY ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

A: Peki aynı yönde vuruş ne anlama geliyor sence?

ÖY: Aynı yönde dediği için diyelim ki Erva topa şu kısımdan vurdu. Kerem de oradan vuracak.

A: Bu başlangıç noktalarının aynı olmasını mı gösteriyor yönün aynı olmasını mı?

ÖY: Yönün aynı olmasını gösteriyor.

ÖY problemde verilenleri analiz ederek Erva ile Kerem'in vuruşlarının birbirleriyle kesiştirileceğini düşünerek hata yapmıştır. Bu durumla ilgili ÖY ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır.

A: Neyi kesiştirmek istiyorsun?

ÖY: Kerem'le Erva'nın vuruş kesişimini istiyor.

A: Peki soruda bizden ne istiyor?

ÖY: Soruda bizden kesiştiği noktalarla bir şekil oluşturmamızı istiyor.

A: Peki neleri kesiştirmemizi istiyor?

ÖY: Kerem'de topun izlediği yol böyle oluyor. Erva'da böyle oluyor. Şurada bi kesişme yaşıyor.

Buna göre ÖY Kerem'in ilk vuruşunda topun yere düştüğü noktanın problemde istenen kesişim noktası olduğunu ve problemde oluşturulması beklenen geometrik şeklin Erva ile Kerem'in vuruşlarının kesişim noktaları yardımıyla bulunacağını düşünmüştür. Kesişim noktaları ile ilgili problemde verilen bilgileri problemde istenen geometrik şeklin oluşumu ile ilişkilendirerek kullanmaya çalışmış fakat kesişim noktalarını belirlerken hata yapmıştır.

Erva'nın vuruşu üzerinde rastgele bir nokta belirlenirken ÖE Erva'nın ve Kerem'in vuruşlarını düz bir zemin üzerinde çizdikten sonra hedef çukur noktasını *"Şöyle bayrak çizelim de..."* diyerek bayrak sembolüyle belirginleştirmiştir. Bu aşamada problemin ikinci paragrafını tekrar okumak isteyerek *"Erva'nın vuruşu dışarıdakiydi...Şu yolu izlemiş. İşaretleyebiliriz."* demiş ve problemde istendiği şekilde Erva'nın vuruşu üzerinde rastgele bir nokta işaretlemiştir.

ÖB vuruşları belirledikten sonra *"Erva'nın yaptığı vuruşta topun izlediği yol üzerinde bir nokta işaretleniyor."* demiştir. *"Neresi olduğu belli mi?"* diye sorulduğunda ise belli olmadığını söylemiş ve rastgele bir nokta işaretlemiştir. ÖK da benzer şekilde vuruşları belirledikten sonra Erva'nın vuruşu üzerinde rastgele bir nokta işaretlemiş ve *"Nerede olduğu fark eder mi?"* diye sorulunca *"Fark etmez yani herhangi bir yerden işaretleyebiliriz."* demiştir. ÖA ise rastgele nokta belirlerken Erva'nın vuruşunun tam ortasında bir nokta işaretlemeye çalışmıştır. *"Yerini söylemiş mi bize?"* diye sorulduğunda *"İstediğimiz yerde alabiliriz."* demiştir.

ÖK, Erva'nın vuruşu üzerinde belirlediği rastgele nokta ile başlangıç ve hedef çukur noktalarını birleştirmeyi tam olarak anlamlandıramamış ve bunu yaparken zorlandığı görülmüştür. ÖZ'nin düşüncesine benzer şekilde problemde istenen doğru parçasının başlangıç noktası ile Erva'nın vuruşundaki rastgele noktayı birleştiren çember yayı olduğunu düşünmüş fakat “...Doğru parçası düz olur.” diyerek bu düşüncesinin doğru olmadığını fark etmiştir. Diğer denemesinde ise “Başlangıç noktası ile hedef çukur noktasını birleştir diyor doğru parçası olarak...” diyerek problemde istenenden daha da uzaklaşmıştır.

Vuruşlar, doğru parçaları ve kesişim noktaları belirlendikten sonra işaretlenen nokta sayısını belirlerken ÖB başlangıç noktası ile bitiş noktasının da işaretlenen noktalar arasında olduğunu düşünmüştür. Bu durumla ilgili ÖB ile araştırmacı (A) arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

A: Sen kaç nokta işaretlemiş oldun şu an?

ÖB: 6 nokta işaretledim.

A: Peki bize başlangıç ve hedefi işaretleyin demiş mi?

ÖB: Kontrol edeyim.

Buna göre ÖB problemi gözden geçirmiş ve işaretlenen 4 nokta olduğunu ifade etmiştir. ÖA da benzer şekilde işaretlenmesi beklenen 4 noktaya ilave olarak başlangıç ve bitiş noktalarını da işaretlemiştir. Oysa problemde bu noktaların işaretlenmesi ile ilgili bir bilgi yoktur. ÖA'ya işaretlediği noktalardan emin olup olmadığı sorulduğunda tekrar problem metnine bakmış ve işaretlenmesi gereken 4 nokta olduğunu fark etmiştir.

ÖR ise işaretlenecek noktaları belirlerken araştırmacı (A) ile arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

A: Kaç tane nokta işaretledin?

ÖR: Burada toplamda 6 tane nokta var ama hepsi değil.

A: Hangileri olduğunu hatırlıyor musun?

ÖR: Tekrardan bi bakayım

A: Tamam.

ÖR: 4 nokta işaretledik. Yani zaten başlangıç ve bitiş noktalarını sadece doğru parçalarını yapmak ve şekli oluşturmak için kullandım. Bunları saymam biraz saçma olur.

Buna göre ÖR 4 nokta işaretlenmesi gerektiğini söylemiştir.

İşaretlenen noktaları belirlerken ÖY ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

ÖY: Şimdi zaten biz burada işaretlenen 3 noktayı birleştirmiştik.

A: Üç nokta mı var?

ÖY: Yok onların üçü var ama bu başlangıçla birleştirmedik...Bir de şunların ikisini birleştireceğiz.

A: Bu noktaları da işaretle diyor mu?

ÖY: İşaretlenen tüm noktalar diyor ama hedef başlangıç noktası...

A: Bunları işaretlemiş miydik?

ÖY: Burada işaretlemeye dayalı bir şey söylemiyor.

A: Yani sen şu an aslında noktaları 4 tane belirledin ve birleştirmiş oldun değil mi?

ÖY: Evet.

Buna göre ÖY problemde istendiği gibi 4 noktayı belirlemiştir.

ÖE ise işaretlenen noktaları belirlerken “*Şimdi diyor ki işaretlenen tüm noktaların birleşmesiyle hangi geometrik şekil oluşur? Neden?*” demiş ve belirlediği noktaları çizmek için başka bir çalışma kâğıdı istemiştir. Tereddüt etmeden 4 farklı noktayı belirlemiş ve farklı bir kâğıt üzerinde işaretlemiştir. ÖK ise işaretlemeye geçmeden önce problemi tekrar incelemiş ve işaretlenecek noktalar üzerinde düşünmüştür. ÖE, ÖZ, ÖK ve ÖN işaretlenmesi gereken 4 noktayı ilk değerlendirmelerinde doğru bir biçimde belirlemişlerdir.

4.3. Araştırma (Keşif) Sürecine Yönelik Bulgular

Araştırma sürecinde katılımcıların problemin verilenleri ve/veya istenilenlerine dayalı araştırma yapma, izleme ve kontrol etme süreçleriyle çözümü değerlendirmelerine yönelik elde edilen bulgular incelenmiştir.

ÖE problemi analiz ederken Kerem'in yaptığı vuruşları önce düz bir çizgi şeklinde ifade etmiştir. Bu durumun problemde verilenlere aykırı olduğunu görünce de “Çeyrek çember” olarak nitelendirdiği vuruşlar çizdiklerinden bahsetmişti. Fakat ÖE bu ihtimallerin doğru olamayacağını gözlemleyerek farklı bir çözüm arayışına girmiştir. ÖE topun vuruş yapılan doğrusal zemin üzerine düşeceğini fark edememiş ve Kerem'in vuruşunu belirlerken zorlanmıştır. Bu durumla ilgili ÖE ile araştırmacı (A) arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

A: Nasıl bir ortamda vuruş yapıyor?

ÖE :Dümdüz zemin.

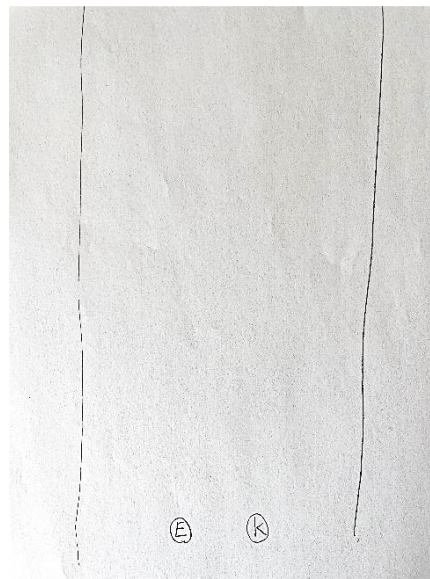
A:Peki top havada durur mu?

ÖE: Yerde durur.

A: Nokta koyduğun yer, düştüğü zemin şurası mı?

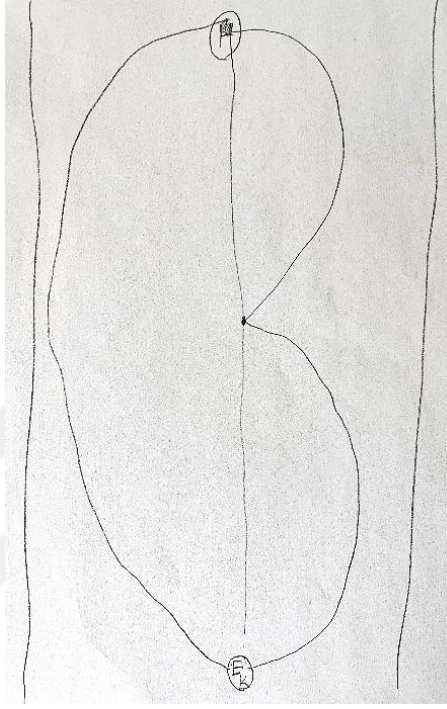
ÖE: Evet. Bu top havalandı havadan yere düştü. Dümdüz şöyle çizgi gibi.

ÖE yaptığı çizimde Kerem'in ikinci vuruşu için işaretlediği başlangıç noktasında topun doğrusal bir zemin üzerine düşmediğini fark etmekte zorlanmıştır. Bir zemin çizilmesi gerektiğini fark edince ise zemini düz bir yol olarak Şekil 4.13'teki gibi oluşturmuştur. Çizdiği bu yolun da problemin ilerleyişine pek bir etkisi olmamıştır.



Şekil 4.13. ÖE'nin bireysel çalışma kâğıdı 3

Topun havalandıktan sonra yere düştüğünü fark ettirmek amacıyla “Zeminin dümdüz bir çizgi olması gerektiğini söylemiştin.” diyerek ÖE’nin daha önce ifade ettiği bilgi hatırlatılmıştır. Daha sonra ÖE doğru parçası şeklinde zemini inşa ederek çizimini yapmıştır. Önce Erva’nın vuruşunu çizmiş ardından Kerem’in vuruşlarını zeminin ters tarafında iki vuruş şeklinde Şekil 4.14’teki gibi oluşturmuştur.



Şekil 4.14. ÖE’nin bireysel çalışma kâğıdı 4

ÖE vuruşları zeminin üzerine inşa etmesi gerektiğinin farkındadır. Fakat top doğrusal bir zemin üzerinde havalandığı için ters taraftan bir vuruşun mümkün olamayacağını düşünememiştir. Bu durumla ilgili “Erva’nın topu sağ tarafa Kerem’in topu sol tarafa doğru mu yükseldi?” diye sorulduğunda ÖE “Hayır...ikisinin de bakış açısı farklı. Böyle bakınca burası sağ oluyor, yok sol oluyor. Anladım şimdi. Böyle olmaz.” diyerek hatasını fark etmiştir.

ÖA ise Erva’nın vuruşunun tersi yönde yarım çembersel bir yörünge çizmiş ve bu yörünge üzerinde Kerem’in ikinci vuruşunda topun düştüğü rastgele bir nokta seçmiştir (Şekil 4.9). Bu durumla ilgili ÖA ile araştırmacı (A) arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

ÖA: Havalandı, yükseldi. Yere düşmeden havada asılı kaldı...O zaman böyle çizgi gibi çizelim.

A: Top nasıl yere düşecek?

ÖA: Üstten atsın.

A: Alttan atarsa olur mu sence?

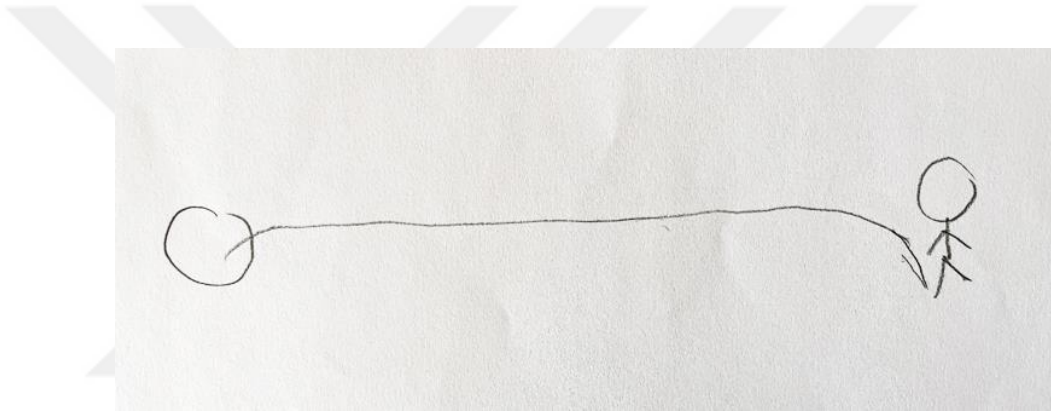
ÖA: Hayır.

A: Neden?

ÖA: Toprağın altından gidemez.

Böylece ÖA Kerem'in vuruşunun Erva ile ters yönde olamayacağını ifade etmiştir.

ÖR'ye vuruşların nasıl yapılacağı sorulduğunda problemi tekrar okumak istemiş ve vuruşlarla ilgili "*O zaman dümdüz değil şöyle havalanarak diyor ama sadece Kerem'inki mi böyle?*" diyerek tüm vuruşların yarım çember olduğunu problem metnini tekrar okuyarak fark etmiştir. "*Yani top yerden hafif havalanarak...*" diyerek Erva'nın vuruşunu Şekil 4.15'teki gibi çizmiştir.

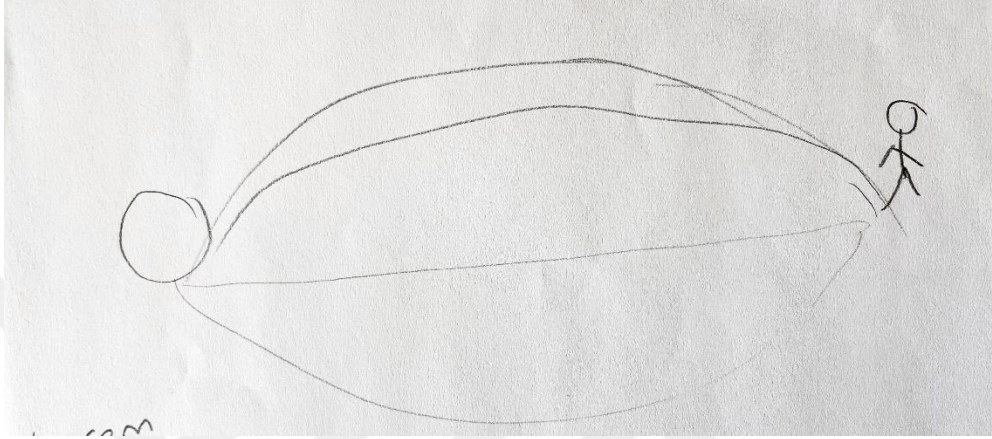


Şekil 4.15. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 3

ÖR vuruşları açıklarken düz bir zeminde gerçekleşeceğini ifade etmiş fakat bunu problem çözümüne yansıtmamıştır. Erva'nın vuruşunu oluştururken "*Hem üst taraftan hem daha aşağıdan başlayabilir.*" demiştir. Vuruşların düz bir zeminde gerçekleşeceğini söylediği hatırlatılınca "*...ama zaten düz bir zeminde yani aynı hizada olmasalar da...*" demiş ve vuruşların zemin üzerinde yatay bir doğrultuda gerçekleşeceğini düşünmüştür. "*Mesela kalemler böyle olsa ben buradan atsam yine buraya gelebilir ama...*" diyerek kalemler yardımıyla bu durumu göstermeye çalışmıştır. Topun havalanması gerektiği hatırlatılınca "*Yarım çember yerin altına indi gibi oldu. Evet böyle olmaz.*" demiştir.

ÖR Erva'nın vuruşu ile ilgili "*O zaman daha aşağıdan başlasa yani aynı düzlemde olmasalar...*" demiştir. "*Aşağıdan gider mi top?*" diye sorulunca "*Aynı hizada olmasalar da düz bir zeminde olduğu için olabilir.*" demiş ve doğrusal bir zemin üzerinde yapılan vuruşta topun yerin altına inemeyeceğini düşünememiştir. "*Bu*

oyun bir düzlemin üzerinde oynanıyor. Bir zeminimizin olması gerekmez mi?” diye sorulduğunda “Evet, yarım çember yerin altına indi gibi oldu.” diyerek düşüncesindeki hatayı keşfetmiştir. “Evet şöyle olmalı.” diyerek düz bir zemin çizmiş ve Erva’nın vuruşunu Şekil 4.16’daki gibi belirlemiştir. Çizdiği bu vuruştan emin olup olmadığı sorulunca “Pek emin değilim hala...” diyerek yaptığı uygulamanın doğruluğundan emin olmadığını ifade etmiştir.



Şekil 4.16. ÖR’nin bireysel çalışma kâğıdı 4

ÖR problemde Kerem’in vuruşlarını belirleme aşamasına geldiğinde “...Yani şu an aklıma bir şey gelmedi. Kerem daha acemi galiba.” demiştir. Kerem’in ikinci vuruşu yaptığı nokta ile ilgili ÖR “Kerem’in birinci vuruşunda top buraya gelir. İkincide de buraya gelir. Farklı durumlar olabilir. Topun nereye düştüğünü nasıl bilebilirim?” diye sorarak aslında problem çözme sürecinde bir kesinlik arayışına girmiştir. “Biz zaten şu an ihtimaller üzerine gitmiyor muyuz?” diye sorulduğunda “Evet. Yani düştüğü yerler değişik ama şekil olarak aynı.” diyerek vuruşların ihtimaller dahilinde belirleneceğini kavramış ve kesinlik arayışından kurtulmuştur.

ÖB ise problemi “Başlangıç noktasından Erva hedefi vurmuş. Kerem vuramamış. Top aynı hizada gitmiş. Sonra topun durduğu yerden bir kere daha vurmuş ve top çukura girmiş.” şeklinde açıklamıştır. ÖB Kerem’in yaptığı vuruşları düz bir çizgi şeklinde ifade etmiş, bu durumun problemde verilenlere aykırı olduğunu görünce “Çember şeklinde bir yol izliyor.” demiştir. Erva’nın vuruşunu oluşturmuş ve Kerem’in vuruşunun ne şekilde olacağı sorulduğunda “Aynı yönde...” diyerek vuruşları oluşturmuştur (Şekil 4.10).

Kerem'in vuruşlarıyla ilgili ÖB ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir:

ÖB: Burada durdu. Sonra oradan vuruyor. Tekrar giriyor.

A: Yani buraya kadar geldi burada durdu.

ÖB: Evet buradan geri vuruyor.

A: Şu an yere düştü mü?

ÖB: Düştü.

A: O zaman yükselip burada yere düşüp buradan bir daha mı vuruyor?

ÖB: Evet.

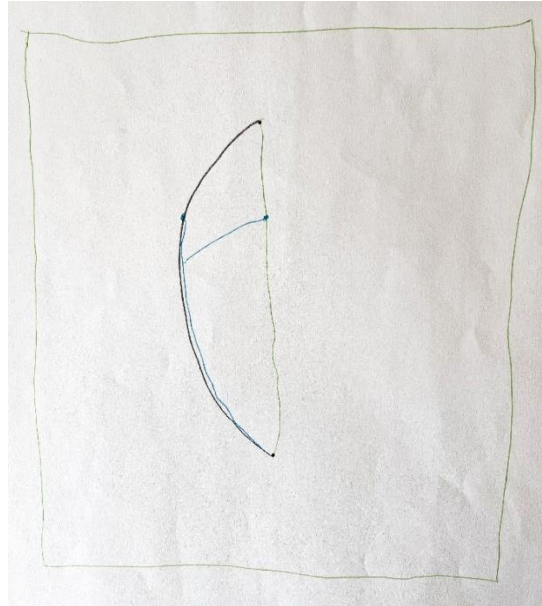
A: Peki ben bu topu attım. Ben topu atarsam burası ne oluyor?

ÖB: Topun durduğu yer. Zemin düz bir çim.

A: Peki biz düz zemin çizdik mi?

ÖB: Yok.

Buna göre ÖB'nin yapılan vuruşun bir zemin üzerinde havalanarak yere düşeceğini belirleyemediği görülmüştür. *"Hocam kare çizelim zemini...Biraz dikdörtgen oldu."* diyerek dikdörtgen bir bölge şeklinde zemin oluşturmuştur. Başlangıç ve bitiş noktasının aynı doğrultuda olması gerektiğini fark etmesi sağlanmaya çalışılarak *"Şu anda zemin çizdik ama zemin dediğimiz şeyin başlangıç ve bitişle aynı doğrultuda olması gerekmez mi?"* diye sorulmuş ve bunun üzerine ÖB *"Hocam buraya düşmesi gerekir."* diyerek zemin doğrultusunu belirlemiş ve üzerine vuruşları Şekil 4.17'deki gibi çizmiştir.



Şekil 4.17. ÖB'nin bireysel çalışma kâğıdı 2

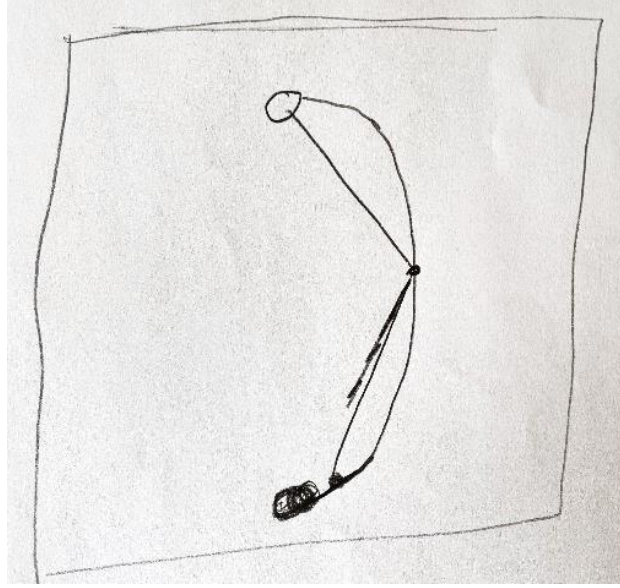
ÖZ ise zemin belirlemediği için Kerem'in vuruşunu çizmekte zorlanmış ve hatalar yapmıştır (Şekil 4.6). Şekil 4.7'de yapmış olduğu çizimde oluşturduğu vuruşların yarım çember olmadığını fark edememiştir. ÖZ'ye zeminimizin neresi olduğu sorulduğunda *"Golf sahası."* demiştir.

ÖZ Erva'nın vuruşu üzerindeki rastgele noktayı işaretledikten sonra buna bağlı doğru parçalarını oluşturmaya çalışmıştır. Bunu yaparken Erva'nın vuruşunun doğrultusunu *"Buranın yarısı desek şurası ayrı alınmış şurası da ayrı alınmış. İki tane doğru parçamız var."* demiştir. Bu doğru parçalarını çizmesi istendiğinde Şekil 4.18'deki çizimi yapmıştır. ÖZ'nin yarım çemberlerin doğrultularını doğru parçaları olarak düşündüğü görülmektedir.



Şekil 4.18. ÖZ'nin bireysel çalışma kâğıdı 3

Yeni bir çizim yaparak golf sahasını belirlemiş ve Kerem'in vuruşu için problemi tekrar gözden geçirmiştir. Kerem'in vuruşunda topun düştüğü yerin belirlenebilmesi için başlangıç ve hedef noktasının birbirlerine göre hangi konumda olması gerektiği sorulmuştur. *"Yan yana."* cevabını vermiştir. Bu düşünceden hareketle çiziminde cetvel kullanarak başlangıç ve hedef çukur noktalarını aynı doğrultuda olacak şekilde belirlemeye çalışmıştır. ÖZ ile araştırmacı (A) arasında Şekil 4.18'de yarım çemberlerin doğrultularını doğru parçası olarak düşünmesine yönelik *"Peki bunlar doğru parçası mı sence?"* diye sorulmuştur. ÖZ *"Değil...Sonuçta düz olması gerekiyor. Bu ikisini düz birleştirelim. Şu an oldu."* diyerek doğru parçalarını oluşturmuştur. (Şekil 4.19).



Şekil 4.19. ÖZ'nin bireysel çalışma kâğıdı 4

ÖZ'ye topun havalandığı hatırlatılmış ve buna bağlı olarak düşeceği yerin neresi olabileceğini şekil üzerinde göstermesi istenmiştir. Topun düşeceği yeri parmağıyla yanlış bir şekilde göstermiş ve topun yükselip düşme durumunu anlamlandıramadığı görülmüştür. ÖZ'ye gösterdiği bu noktalarda Kerem'in vuruşunun havada asılı kaldığı, başlangıç ve hedefle aynı doğrultuda olmadığı söylenmiştir. Bunun üzerine ÖZ “Anladım ne yapacağımı...” diyerek yeniden bir çizim yapmış ve bu sefer başlangıç ve hedef noktasını birleştirerek topun düşeceği zemini belirlemiştir.

ÖY problemi yorumlarken Kerem'in yaptığı vuruşlarla ilgili verilenlere aykırı çizimler yapmış fakat problemi tekrar okuyup incelediğinde yaptığı çizimlerin yanlış olduğunu görmüş ve ardından oluşturduğu tüm vuruşları düz bir zemin üzerine inşa etmiştir.

ÖN ise doğrusal zemini çizimine yansıtmamış olsa da vuruşları oluştururken düz bir zemin varlığının farkındadır. Vuruşların düz bir zeminde gerçekleştiğini ifade etmiştir. Bu durumu sorgulamak için ÖN ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

A: Problemimizde vuruşları aşağıdan atma şansları var mı?

ÖN: Yok

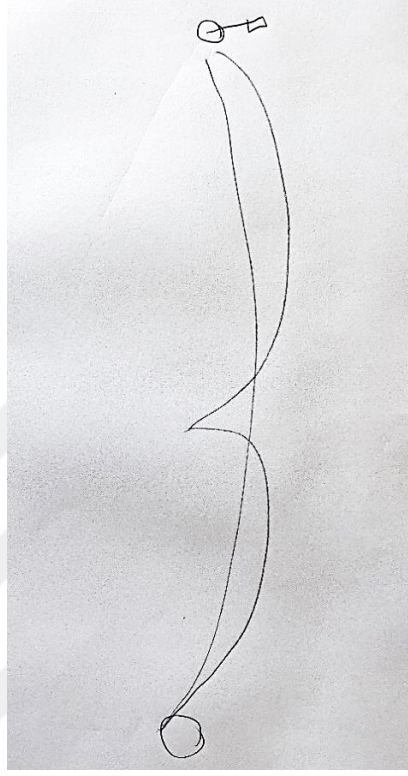
A: Neden?

ÖN: Yerin altından mı gidecek?

A: Başlangıç ve hedef çukur noktaları aynı hizada mı? Daha aşağıda ya da yukarıda olma şansı var mı?

ÖN: Yok yani doğru düz bir zemin olduğu için.

ÖN Kerem'in vuruşunun Erva'nın vuruşundan daha yüksekte olduğu Şekil 4.20'deki çizimi yapmıştır. Erva'nın ve Kerem'in vuruşlarında oluşan yarım çemberleri belirlerken Erva'nın vuruş yarıçapı daha büyük olduğu için Kerem'in vuruşundan daha yukarıda olması gerektiğini dikkate almamıştır.



Şekil 4.20. ÖN'nin bireysel çalışma kâğıdı 2

Vuruşların yarıçapları ile ilgili ÖN ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır.

A: Bu çizimine göre Erva'nın mı Kerem'in mi yarım çemberi daha büyük?

ÖN: Kerem'in yüksekliği daha büyük.

A: Peki yarıçapları nasıl?

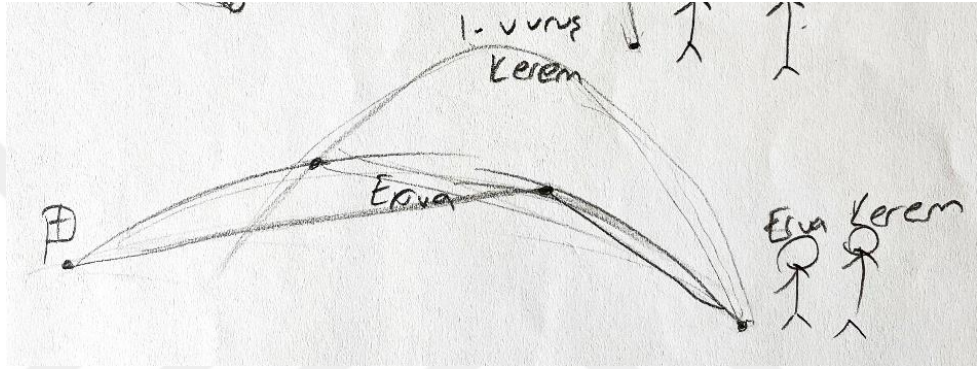
ÖN: Kerem'in daha küçük olmalı. Tamam tamam. Yarıçapı büyük olanın yüksekliği de büyük olur.

Bu şekilde ÖN vuruşlarda oluşan yarım çemberlerin boyutuyla ilgili hatasını fark etmiştir.

ÖY de Erva'nın ve Kerem'in yaptığı vuruşların yüksekliği ile ilgili "*Kerem'in vuruşunun yüksekliği Erva'dan yüksekte de olabilir alçakta da olabilir.*" diyerek ÖN'nin yaptığı yoruma benzer şekilde vuruşların bir yarım çember olduğunu ve yarıçapa bağlı olarak Erva'nın vuruşunun daha yüksekte olması gerektiğini düşünememiştir (Şekil 4.12).

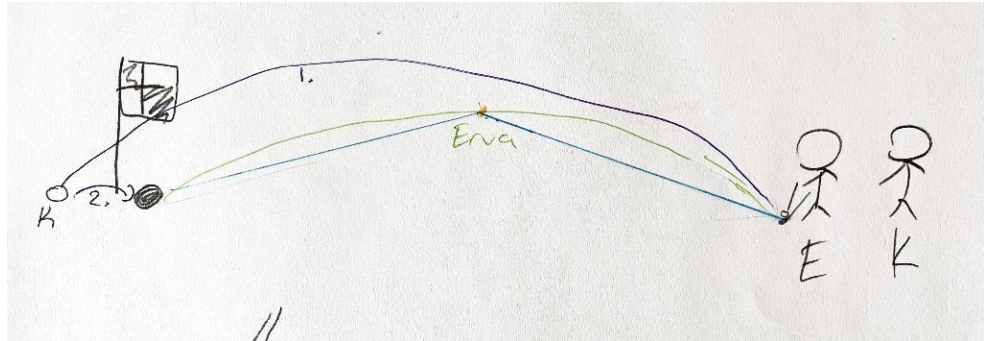
ÖK vuruşların yapıldığı doğrusal zeminin belirlenmesinde herhangi bir problem yaşamamış ve ilk olarak zemini belirleyip diğer çizimlerinin hepsini bu zemin üzerinde oluşturmuştur. Zemini oluşturan doğru parçasını işaret ederek “*Bu nedir?*” diye sorulunca ÖK “*Gittiği yer yani zemin.*” şeklinde ifade etmiştir.

ÖY yaptığı ilk denemelerde Erva’nın ve Kerem’in vuruşlarını doğru bir şekilde oluşturamadığı için doğru parçalarına bağlı kesişim noktalarını belirlerken de oldukça zorlanmıştır. İlk denemesinde Erva’nın vuruşu üzerinde herhangi bir nokta belirlemiş ve doğru parçalarını oluşturmuştur. Fakat bizden istenen kesişim noktalarını oluşturamamıştır. Bu durum Şekil 4.21’de gösterilmiştir.



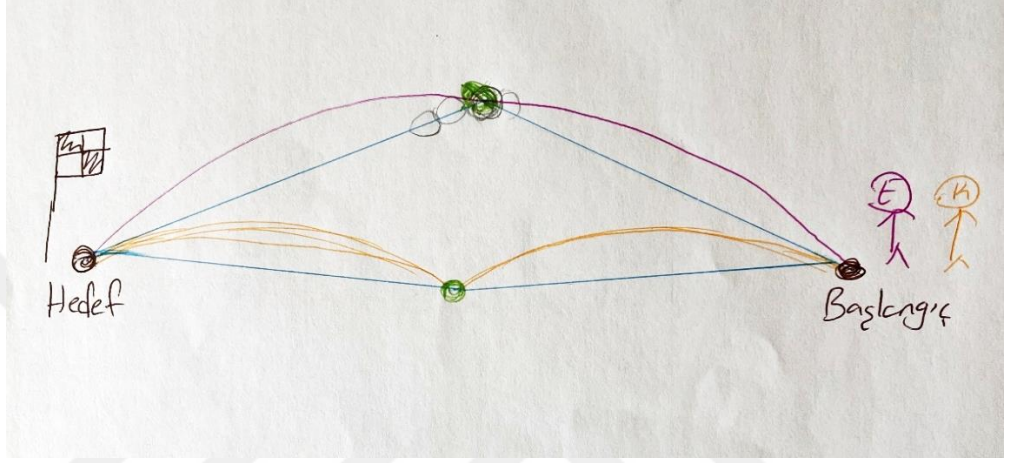
Şekil 4.21. ÖY’nin bireysel çalışma kâğıdı 3

ÖY yeni bir çizim yapmış ve Kerem’in ilk vuruşunu topun hedef çukur noktasının ilerisine düşecek şekilde çizmiştir (Şekil 4.22). Kerem’in vuruşunu doğru belirleyemediği için kesişim noktaları oluşmamıştır. ÖY “*Mantıken böyle bir kesişen nokta yok. Çünkü böyle kesişmiyor ve bir şekil bulamıyoruz...Sahanın dışına çıktığında bunlarla kesiştiği nokta olmuyor.*” demiştir.



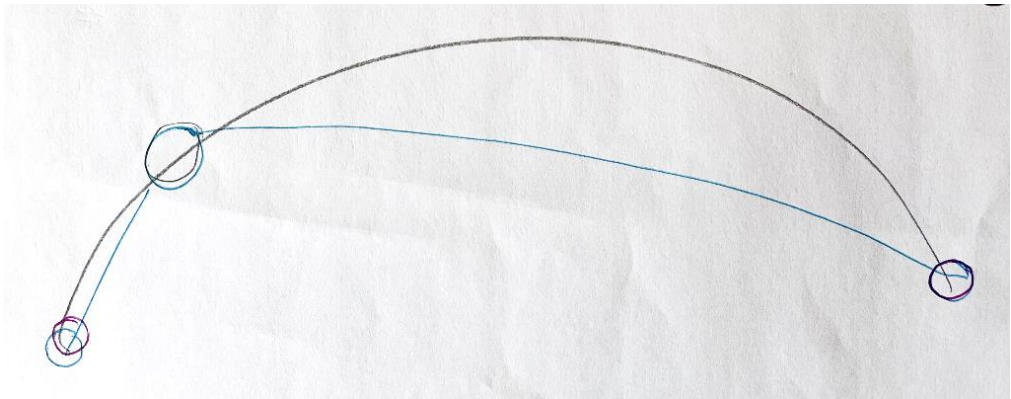
Şekil 4.22. ÖY’nin bireysel çalışma kâğıdı 4

Vuruşlarla ilgili yaptığı şekildeki çiziminde bir önceki düşüncelerinin yanlış olduğunu belirterek “Ben orayı tam düşünmeden işaretlemişim. Yani direkt burası işaretleniyor. Birinci vuruşla arasında kesiştiği yer.” diyerek ilk kesişim noktasını belirlemiştir. Diğer kesişim noktasını belirlemeden önce “Sonra bunları birleştiriyoruz.” diyerek problemde istenen geometrik şekli oluşturmaya çalışmıştır. İki tane kesişim noktası olduğu hatırlatılınca “Tamam doğru işaretlemişim. O zaman şurayı da işaretliyoruz.” diyerek Şekil 4.23’teki çizimi yapmıştır.



Şekil 4.23. ÖY’nin bireysel çalışma kâğıdı 5

ÖR ise Erva’nın ve Kerem’in vuruşunu aynı şekil üzerinde çizmediği için doğru parçalarını oluşturmuş fakat “Aynı yerde çizmemişiz. O yüzden kesişmiyor...Onun üstünde yapsaydım keşke.” diyerek Şekil 4.24’teki gibi doğru parçalarını çizmiş ama kesişim noktalarını belirleyememiştir.

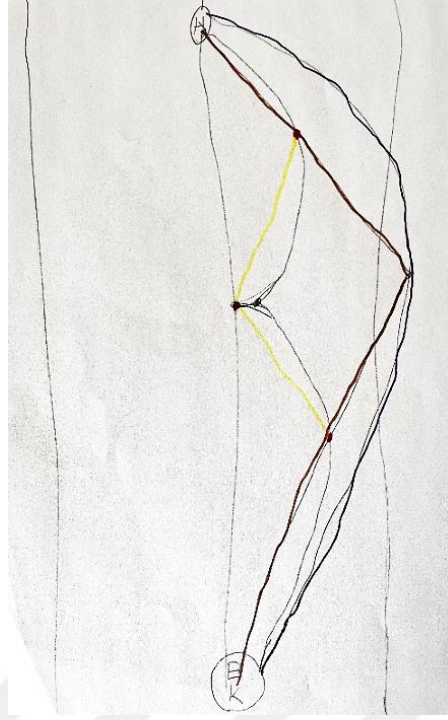


Şekil 4.24. ÖR’nin bireysel çalışma kâğıdı 5

ÖR Kerem'in ve Erva'nın vuruşunu aynı şekil üzerine taşımış ve *“Burayla burası yani...Kerem'in yaptığı birinci vuruşun noktası. İkinci vuruşta da zaten buraya gitti.”* diyerek vuruşların yapıldığı başlangıç noktasının problemde belirlenmesi istenen kesişim noktası olduğunu düşünmüştür.

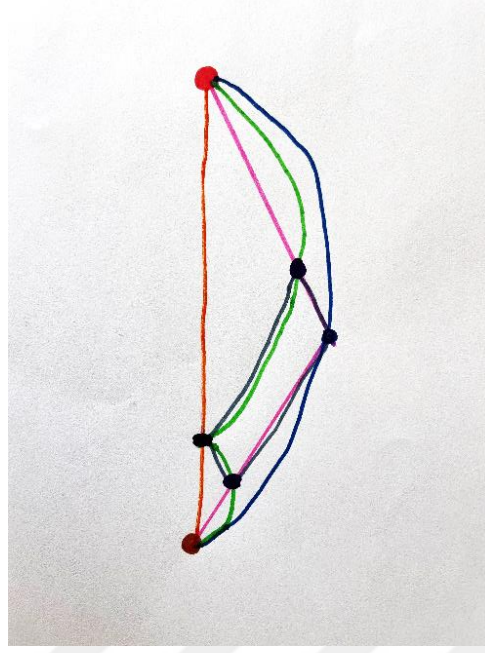
ÖB, başlangıç noktasıyla çizilen doğru parçasının Kerem'in ilk vuruşunda topun izlediği yolla kesiştiği nokta olarak Erva'nın vuruşu üzerinde seçilen rastgele nokta ve Kerem'in ikinci vuruşu yaptığı noktayı göstermiştir. Kerem'in ilk vuruşunda topun izlediği yol olarak ise Kerem'in ikinci vuruşu yaptığı noktayı göstermiştir. Kesişim noktalarını belirlemekte zorlanmıştır. Gerekli yönlendirmelerle doğru parçasını ve Kerem'in ilk vuruşunun doğrultusunu göstermesi istenmiş ve ardından ÖB kesişim noktalarını kendiliğinden belirlemiştir.

ÖE doğru parçalarını oluştururken *“Doğru dümdüz oluyor değil mi?”* diye sormuştur. ÖE'nin doğru ve doğru parçası kavramlarını birbirlerinin yerine kullandığı görülmüştür. Aynı zamanda doğru parçasının doğrusallığı ile ilgili de kavramsal bir çelişkiye düşmüştür. Erva'nın vuruşundaki rastgele noktayla başlangıç noktasını birleştirerek ilk doğru parçasını, hedef çukur noktasını birleştirerek ikinci doğru parçasını oluşturmuştur (Şekil 4.25). Çizimini renklendirmek istemiş ve doğru parçalarını belirginleştirmiştir. *“Başlangıç noktasıyla çizilen doğru parçasının Kerem'in ilk vuruşunda topun izlediği yolla kesiştiği nokta. Yani şurası. Kırmızı ile işaretleyeyim.”* diyerek ilk kesişim noktasını doğru bir biçimde göstermiştir. *“Daha sonra...şimdi de burası işaretleniyor.”* demiş ve ikinci kesişim noktasını da şekildeki gibi doğru bir biçimde belirlemiştir. Son olarak Kerem'in ikinci vuruşu yaptığı noktayı *“Şuradan atmıştı.”* diyerek işaretlemiş ve Şekil 4.25'teki gibi Erva'nın ve Kerem'in vuruşlarına son halini vermiştir.



Şekil 4.25. ÖE'nin bireysel çalışma kâğıdı 5

ÖA “İşaretlenen bu nokta ile başlangıç noktası ile hedef çukur noktası ayrı ayrı birleştirilerek iki doğru parçası oluşturulacak... Yani şöyle şöyle.” diyerek iki doğru parçasını da problemde istendiği şekilde oluşturmuştur. Bunu yaparken düzgün çizmek için cetvel kullanmak istemiştir. “Başlangıç noktası ile çizilen doğru parçasının Kerem’in ilk vuruşunda topun izlediği yolla kesiştiği nokta işaretleniyor.” diyerek isteneni ifade etmiştir. “Neresini kastediyor?” diye sorulduğunda doğru parçasını ve Kerem’in ilk vuruşunda izlediği yolu eliyle göstermiş fakat “Kesiştiği nokta neresi o zaman?” diye sorulduğunda kesişim noktasını doğru belirleyememiştir. Kesişim noktası olarak Kerem’in ikinci vuruşu yaptığı noktayı işaret etmiştir. “Burası burayla kesişiyor mu sence bu doğru parçasıyla?” diye sorulduğunda ise “Hayır.” diyerek hatasını fark etmiş ve kesiştikleri noktayı doğru biçimde göstermiştir. Benzer şekilde hedef çukur noktasıyla diğer doğru parçasının kesişim noktasını da doğru şekilde belirlemiştir. Bir önceki nokta belirlemede yapmış olduğu hatayı fark etmiş ve tekrar aynı hatayı yapmamıştır. Kerem’in ikinci vuruşu yaptığı noktayı da işaretleyerek Şekil 4.26’yı oluşturmuştur.



Şekil 4.26. ÖA'nın bireysel çalışma kâğıdı 3

4.4. Planlama ve Uygulama Sürecine Yönelik Bulgular

Planlama ve uygulama sürecinde katılımcıların çözüme uygun ve iyi yapılandırılmış bir plan yapma ve bu planla uyumlu şekilde gerçekleştirilen uygulamayı değerlendirmelerine yönelik elde edilen bulgular incelenmiştir.

ÖA problem çözümünde ilk paragrafta yazılan bilgilerin daha önemli olduğunu söylemiş fakat problem metnini tam olarak algılamadan ve sistematik bir plan yapmadan çözüme başladığı için hem Erva'nın hem de Kerem'in vuruşlarını belirlerken zorlandığı görülmüştür (Şekil 4.9). Vuruşların yarım çember şeklinde olduğunu sonradan fark etmiş ve vuruşlardaki zemin olgusunu algılayınca şekli en baştan çizmiştir (Şekil 4.26). Başlangıç ve hedef noktasını belirledikten sonra doğrusal zemini oluşturup problemin devamını bu zemin üzerine inşa etmiştir. Erva'nın vuruşu üzerindeki rastgele noktayı belirleyerek bu noktaya bağlı doğru parçalarını oluşturmuştur. Kesişim noktalarını belirledikten sonra işaretlenen tüm noktaları birleştirmeye çalıştığında fazladan nokta işaretlediğini fark ederek aslında dört noktanın birleştirilmesi gerektiğini söylemiştir. Süreç içerisinde karşılaştığı olumsuzlukları yerel değerlendirmelerle fark ederek çözmeye ve planına uygun hareket etmeye çalıştığı görülmüştür.

ÖB problem metnini okuduktan sonra tekrar okumak istediğini söylemiştir. Problemi yorumlamaya başladığında herhangi bir çizim yapma ihtiyacı hissetmeden problemde verilenleri sorgulamaya başladığı görülmüştür. İlk olarak başlangıç ve hedef çukur noktalarını belirleyerek Erva'nın ve ardından Kerem'in vuruşlarını belirlemeye çalışmıştır. Hem problemin tam olarak anlaşılamamış olmasından hem de zemin kavramının oluşturulmamasından kaynaklanan aksaklıklar yaşanmıştır (Şekil 4.10). Vuruşlar belirlendikten sonra problemde verilenleri sırasıyla uygulamaya yansıtmaya çalışmıştır.

ÖE problem metnini okuduktan sonra ilk olarak problemde anladıklarını açıklamış ardından başlangıç ve bitiş noktalarını belirlemiştir. İlk olarak vuruşlarla belirtilen yarım çemberleri şekil üzerinde oluşturmaya çalışmıştır. Erva'nın vuruşunu çizdikten sonra Kerem'in vuruşunu belirlemeye çalışmıştır. Kerem'in vuruşunu belirlemede olumsuzluklarla karşılaşmış ve öncelikle vuruşları belirleme planına göre hareket etmiştir (Şekil 4.2). Zemin olgusunu soruya yansıtıktan sonra kalan süreci problemde belirtilen sıraya göre devam ettirmiştir.

ÖR ise problemi okuduktan sonra *“Hocam aslında minik bir çizim yaparak daha kolay anlayabilirim.”* demiştir. Başlangıç ve hedef noktalarını belirlemiş, vuruşların nasıl olması gerektiğini ifade ederek Erva'nın vuruşunu çizmiştir (Şekil 4.15). Zemin kavramını probleme yansıtmadan vuruşları belirlemeye çalıştığı için başarılı olamamış, zemini oluşturduktan sonra *“...ama düşünüp yapmak daha mantıklı geldi.”* diyerek vuruşları oluşturmuştur (Şekil 4.16). Problemde verilen bilgileri kullanarak çözümü devam ettirdiğinde geometrik şeklin oluşacağını belirtmiştir.

ÖZ ise ilk okumada soruda verilenleri tam olarak algılayamamış ve tekrar okumak istediğini söylemiştir. Problemde verilenleri eksiksiz bir şekilde açıklamış ve ilk olarak başlangıç ve hedef çukur noktalarını belirlemiştir. Kerem'in vuruşunu belirlemeye çalışmış fakat başarılı olamayınca bu sefer Erva'nın vuruşu üzerinde rastgele nokta belirlemiş ve doğru parçalarını oluşturduktan sonra kesişim noktalarını belirlemeye çalışmıştır (Şekil 4.7). Kerem'in vuruşu henüz belli olmadığından kesişim noktalarını belirleyememiş ve ilk yaptığı plana geri dönmek zorunda kalmıştır. Zemin kavramını oluşturup Kerem'in vuruşunu inşa ettikten sonra kesişim noktalarının belirlenip 4 nokta işaretleneceğini söylemiş ve bu noktaları birleştirerek geometrik şeklin oluşturulacağını belirtmiştir.

ÖY problem metnini okuduktan sonra çizime başlamadan önce vuruşları ve problemde bizden isteneni sözlü olarak ifade etmiş fakat bunu yaparken bize verilen bilgilerin çoğunu göz ardı etmiştir. Erva'nın vuruşunu çizdikten sonra Kerem'in vuruşu için iki farklı olasılık olduğunu belirtmiş ve *“Oluşan şekli soruyor. Birinci olasılıkta böyle bir tam bir şekil göremiyoruz ama ikinci olasılıkta şöyle dik düştüğünü düşünürsek bir üçgen oluyor.”* diyerek aslında henüz vuruşları bile tam olarak belirleyememişken problemde oluşturulması istenen şekli belirlemiştir (Şekil 4.12). Herhangi bir planlama yapmamış ve direk sonuca ulaştığını düşünmüştür. Problemde verilen bilgilerle ilgili sorgulama yaptırılıp süreci devam ettirmesi sağlanmış ve Kerem'in vuruşunu doğru bir şekilde oluşturmadan diğer aşamalara geçtiği için *“Sıkıntıya girdik sanırım şu anda.”* diyerek sürekli başa dönmek durumunda kalmıştır.

ÖY alternatif bir çözüm arayışına girmiş ve *“Şöyle bir durum da olabilir. Kerem'in ikinci vuruşu illa bu sahanın içerisinde olacak diye bir şey yok.”* diyerek yeniden bir çizim yapmıştır. *“Erva'nın vuruşu zaten sabit oluyor. Kerem bunu böyle daha yukarısından ve daha uzağa atmış olabilir. Sonra bunu geriye doğru hedefe atmış olabilir.”* diyerek vuruşları oluşturmuştur (Şekil 4.22). Bunu yaparken vuruşların aynı yöne doğru yapıldığı bilgisini gözden kaçırmıştır. ÖY vuruşları belirledikten sonra Erva'nın vuruşu üzerindeki rastgele noktayı belirleyerek doğru parçalarını oluşturmuştur. Kesişim noktalarını da belirledikten sonra işaretlenen noktaları belirleyip geometrik şekli oluşturmaya çalışmıştır.

ÖN ise problemin başlangıcının kolay ama sonunun karışık olduğunu söylemiştir. Çizime başlamadan önce problemin sonunu tekrar okumak istemiştir. *“Problemi tek seferde mi çözmek istiyorsun yoksa parça parça mı?”* diye sorulduğunda *“Parça parça...gözümde canlandırmaya çalışıyorum.”* diyerek başlangıç ve hedef çukur noktasını belirledikten sonra Erva'nın ve Kerem'in vuruşlarını oluşturmuş ve problemi tekrar inceleyerek yapacaklarını zihninde canlandırmıştır. Erva'nın vuruşu üzerindeki rastgele noktaya bağlı doğru parçalarını oluşturmadan önce *“Şurada bir yere koyulsa şöyle birleşir.”* diyerek önce kesişim noktalarının yerini belirlemeyi düşünmüştür. ÖN çizdiği şekil üzerinde parmağıyla göstererek doğru parçalarının nasıl konumlandırılması gerektiğini ifade etmiş fakat doğru parçalarını hemen çizmek istemeyerek *“...Daha sonra çizeceğim.”* demiştir. Neden şu an çizmek istemediği sorulunca ise *“Nerede çizeceğimi bilmiyorum noktayı.”* diyerek rastgele noktanın yerine karar veremediği için doğru parçalarını

izmediğini belirtmiştir. “*Kerem’in ilk vuruşunda topun izlediği yolla kesişmez ki...*” diyerek kesişim noktalarını da çizim yapmadan önce zihninde canlandırmaya çalışmıştır. “*nce kesişim noktalarını belirleyelim.*” diyerek kesişim noktalarını belirlemiş ve daha sonra “*...tam şurada bi yere koysak...*” diyerek Erva’nın vuruşundaki rastgele noktayı işaretlemiştir. Bu noktayı kesişim noktalarından geçecek şekilde başlangıç ve hedef çukur noktasıyla ayrı ayrı birleştirerek şekil 4.27’yi oluşturmuştur.



şekil 4.27. N’nin bireysel çalışma kâğıdı 3

Ardından N bunun taslak olmasını istemiş ve cetvel kullanarak tekrar bir çizim yapmıştır. “*Orantılı bir çember çizimi yapmaya çalışıyorum.*” diyerek vuruşları oluşturmuştur. Problemin kalan kısmını “*Hani amaçlı şekil oluştursak...*” diyerek belirli bir geometrik şekil oluşturma hedefiyle zihninde canlandırarak çizmeye çalışmıştır.

K problemi okuduktan sonra karmaşık geldiğini belirterek çözüme başlamadan önce problemi anlaması gerektiğini söylemiştir. “*Problemin hepsini aynı anda yapmayı mı parça parça yapmayı mı düşündün?*” diye sorulmuş ve “*Hepsini aynı anda çizsek...ama şu an mümkün değil.*” demiştir.

Katılımcıların problemi planlama sürecine yönelik yorumlarından sonra bu planlarını ne şekilde uygulamaya yansıtıkları aşağıda açıklanmaya çalışılmıştır.

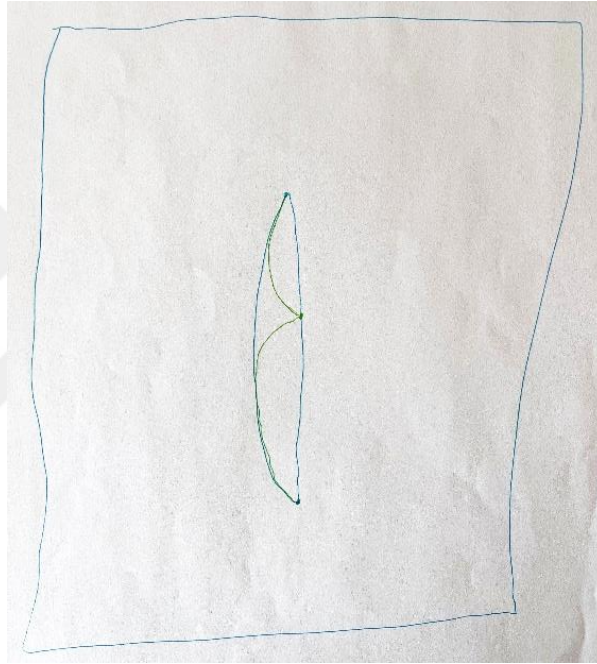
ÖE yapmış olduğu plana göre ilk olarak başlangıç ve hedef çukur noktalarını belirlemiş ve ardından Erva'nın vuruşunu belirlemiştir. Problemi açıklarken vuruşların yarım çember şeklinde olduğunu belirtmiş olmasına rağmen ilk etapta Kerem'in vuruşunu yarım çember şeklinde başlatıp ikinci vuruşunu düz bir doğru parçası şeklinde ilerletmiştir (Şekil 4.1). İlk vuruşun yarım çember olup olmadığı sorgulanınca “...Yani birazcık kısa oldu.” demiştir. Aslında planına uygun şekilde Kerem'in vuruşunu iki seferde hedefe ulaştırmaya çalışmıştır. Fakat bunu yaparken topun havalandıktan sonra yere düşeceği zemini hesaba katmadığı için plan uygulamada başarısız olmuştur. Zemini anlamlandırmakta zorlandığı için Kerem'in vuruşuyla ilgili problemde verilenlere aykırı çizimler yapmıştır. Vuruşun bir kısmını düz çizmesi, bunun yanlış olduğunu fark edip çeyrek çember çizme çabalarının sonucunda çözümün planladığı şekilde ilerlemediğini görmüştür.

ÖA ise başlangıç noktasını belirledikten sonra Erva'nın vuruşunu düz bir şekilde çizmiştir (Şekil 4.8). Vuruşlarla ilgili bir plan yapmadığı için uygulamada da başarısız olmuştur. Kerem'in vuruşlarında zemin kavramını oluşturamamaya bağlı problemler yaşamıştır. ÖB de yapmış olduğu plan doğrultusunda başlangıç ve hedef çukur noktalarını belirlemiş ve problemi okurken vuruşların nasıl olacağını dikkate almadığı için ÖA'ya benzer şekilde Erva'nın vuruşunu düz bir şekilde çizmiştir. Problemi tekrar okuyup bu sefer Erva'nın vuruşunu yarım çember şeklinde oluşturmuştur (Şekil 4.10).

ÖN ise uzun bir düşünme ve planlama sürecinden sonra problemdeki çıkarımlarını kâğıda yansıtmaya çalışmıştır. İlk kâğıdında yapmış olduğu çizimde Erva ve Kerem için iki ayrı başlangıç noktası çizmiş ve bu noktalardan başlayarak Erva ve Kerem'in vuruşlarını oluşturmuştur. Kerem'in vuruşlarını iki yarım çember yerine çembersel iki yay şeklinde belirlemiştir (Şekil 4.5). Hem başlangıç noktalarıyla hem de vuruşlarla ilgili hatasını fark edip cetvel kullanarak yeni bir çizim yapmıştır.

ÖR problemi daha iyi anlayabilmek için çizim yapacağını söylemiş, başlangıç ve hedef noktasını işaretlemiştir. İlk önce Erva ve Kerem için farklı başlangıç noktaları belirlese de problemi incelediğinde bunun problemde verilenlere aykırı olduğunu fark etmiştir. ÖE ise vuruşların havalanarak olabileceği gibi yatay zemin üzerinde sağa ve sola doğru da gidebileceğini düşünmüştür (Şekil 4.14). Bunların hepsi ÖE'yi uygulamada hataya götürmüştür. Yerinde değerlendirmelerle bu yanlışlarını aşip çözüm planını uygulamaya yansıtmaya çalışmıştır.

ÖB ise Kerem'in vuruşunu Erva'nın vuruşu ile çakışık bir şekilde belli bir noktaya kadar ilerlettiği Şekil 4.17'deki çiziminde oluşan şekillerin yarım çember oluşturmadığını fark edip yeni bir çizim yapmıştır (Şekil 4.28). Bu çizimde de vuruşların tam anlamıyla doğru bir şekilde oluşturulamadığı görülmektedir. Şekil 4.28 incelendiğinde ÖB'nin daha önceki çizimine benzer şekilde vuruşları ayırık bir şekilde oluşturmadığı ve vuruş yarıçaplarını anlamlandıramadığı görülmüştür. Zemin kavramını oluşturamadığı için Kerem'in vuruşunu belirlerken oldukça zorlandığı gözlemlenmiştir. Zemin oluşturulduktan sonra Kerem'in ve Erva'nın vuruşlarını düzenlemiş ve vuruşlara son şeklini vermiştir.

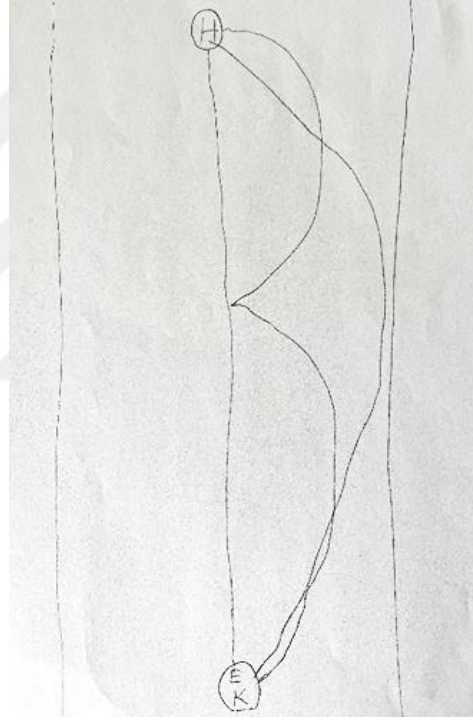


Şekil 4.28. ÖB'nin bireysel çalışma kâğıdı 3

ÖY ise Erva'nın vuruşunu belirledikten sonra Kerem'in vuruşu için “dümdüz yuvarlama” veya “yukarı doğru dik bir vuruş yapma” gibi farklı olasılıklardan bahsetmiştir. Problemde verilenlere aykırı olduğu için dümdüz yuvarlama fikrini elemiş fakat dik vuruşu çizdikten sonra “...zaten birinci olasılıkta böyle bir tam bir şekil göremiyoruz ama ikinci olasılıkta şöyle dik düştüğünü düşünürsek bir üçgen oluyor mesela...” deyip problemde istenen şekli oluşturduğunu düşünmüştür (Şekil 4.12). Oluşturduğu şeklin üçgen olup olmadığı sorgulanınca “Şuradaki vuruşuyla beraber dik açılı üçgen oluyor...ama sadece şurayı alırsak.” diyerek neden üçgen olduğunu düşündüğünü ifade etmiştir. “İkinci vuruşa bağlı olarak burada bir dik üçgenimsi bir şey şurada normal üçgenimsi bir şey oluştu.” demiştir.

Kerem'in vuruşunun dik bir şekilde yukarı doğru atılması ile ilgili ÖY “Şöyle bişey de fark ettim aslında...Küçük çizersem üst noktası da küçük ama çemberi ne kadar büyütürsem o kadar yüksek olur.” demiştir. “Yani sence Kerem'in vuruşunun dik gidip de yarım çember oluşturma şansı var mı?” diye sorulduğunda “Aslında evet öyle bir şey olamaz.” diyerek problem çözümünün başından beri kafasını kurcalayan Kerem'in dik ve yukarıya doğru vuruşunun mümkün olamayacağını görmüştür.

ÖE ise başlangıç ve hedef çukur noktalarını belirlemiş ve Kerem'in vuruşunu problemde istenene uygun şekilde çizmiştir. Erva'nın vuruşunu ise “Şu şöyle şurada birleşiyorlar.” diyerek Kerem'in iki farklı vuruşuyla da kesişecek biçimde Şekil 4.29'daki gibi çizmiştir.



Şekil 4.29. ÖE'nin bireysel çalışma kâğıdı 6

Bu durumla ilgili ÖE ile araştırmacı (A) arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

A: Erva böyle gelecek. Kerem de böyle. Kesişsinler diyorsun. Bunu senden soru kesişim noktası istediği için özellikle mi böyle yaptın?

ÖE: Evet.

A: Peki Erva'nın yarım çemberlerinin mi Kerem'in yarım çemberlerinin mi yarıçapı mı daha büyük?

ÖE: Erva büyük olan.

A: Büyük olan çember böyle dar mı gidecek?

ÖE: İkisi de aynı noktada buluşacakmış.

A: Yani sen problemin ilerleyen aşamalarını sağlamak için onları kesiştirdin. Yoksa Erva'yı dışarıdan mı çizerdin?

ÖE: Evet.

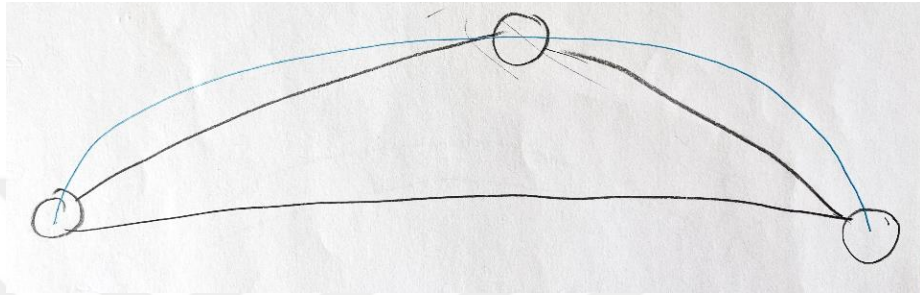
diyerek ÖE kendince problemin ilerleyen aşamasındaki kesişim noktalarını da şimdiden belirlemek istemiştir. Yarıçapı daha büyük olduğu için Erva'nın vuruşunu dışarıdan çizmesi gerektiğini fark edememiştir. Hedef noktası aynı olduğu için yarım çemberlerin büyüklüklerinin önemini kavrayamamıştır. Bir plan dahilinde yapmış olduğu çizim yarım çember kavramındaki kısıtlı algılama sebebiyle yanlış bir uygulamaya dönüşmüştür. ÖE'nin kesişim noktalarını belirlemeden önce doğru parçalarını oluştursaydı vuruşları kesiştirmek zorunda hissetmeyeceği düşünülmüştür.

ÖY ise vuruşları farklı renklerde yapmak isteyerek Kerem'in vuruşunda topun düştüğü noktayla ilgili *"Evet onu ben belirlemiştim çünkü bu bir yorum sorusu. Mesela benim düşünemediğim şeyleri başka insanlar düşünüyor olabilir."* demiştir. Kerem'in ilk vuruşunu hedefin daha da ilerisine götürüp ikinci vuruşunu ters yönde yapmayı düşünmüş fakat bunun da problemde verilenlere aykırı olduğunu görmüştür (Şekil 4.22). Yeni bir çizim yaparak *"Erva'nın vuruşundan herhangi bir yeri işaretledim ve başlangıçla arasında bir doğru kurdum. Sonra hedef yani topun gireceği yer arasında da bir çubuk kurdum. Sonra Kerem'in vuruşunu yaptım."* şeklinde yaptıklarını ifade ederek vuruşları oluşturmuştur (Şekil 4.23).

ÖZ ise başlangıç ve hedef çukur noktalarını belirlemiş ve Erva'nın vuruşunu oluşturmuştur. Kerem'in vuruşunda ise yarım çemberleri kavramsal olarak yanlış değerlendirmiş ve çizimini hatalı yapmıştır (Şekil 4.7). Bir şeylerin yanlış gittiğinin fark edip işin içinden çıkamayınca *"Burada karalayarak çizeyim."* diyerek Kerem'in vuruşunu taslak olarak çizdiğini söylemiştir. Kerem'in vuruşunu anlamlandıramayınca *"...Gerisini okuyayım da ona göre yapayım."* diyerek planındaki Kerem'in vuruşunu oluşturma durumunu askıya almış ve Erva'nın vuruşundaki rastgele noktayı belirlemeye çalışmıştır. Rastgele noktayı tam ortadan seçmiş ve bu noktanın Erva'nın vuruşunu iki doğru parçasına ayırdığını söylemiştir (4.19). Fakat çembersel şekilde oluşturduğu yörüngenin doğru parçası olamayacağını düşünememiştir. Çizimde belirlediği doğru parçalarını çizmesi istenmiş ve ilk önce çembersel bir yörünge şeklinde çizmiştir (Şekil 4.18). *"Bunlar doğru parçası oldu mu sence?"* diye sorulduğunda *"Düz olmalıydı değil mi?"* diyerek yanlışını fark etmiştir. ÖZ'nin doğru parçalarıyla ilgili büyük bir kavramsal yanılgıya sahip olduğu görülmüştür. Doğru parçalarını belirlemiş ama planına uygun şekilde Kerem'in vuruşunu belirlemediği

için kesişim noktalarını da belirleyememiş ve problemde ilerleyemeyeceğini anlayıp başa dönmüştür.

ÖR aynı başlangıç noktasından Erva'nın vuruşunu belirlemiş fakat zemini ve topun havalanacağını düşünmediği için Kerem'in vuruşunu yanlış oluşturmuştur (Şekil 4.3). Hatasını anlayıp vuruşların yapıldığı zemini belirlemiş ve vuruşları bu zemin üzerine inşa etmiştir. Vuruşlarla ilgili farklı olasılıkların da olabileceğini düşünerek Şekil 4.30'daki çizimi yapmış ve çizimini renklendirmiştir.



Şekil 4.30. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 5

ÖR'ye “Diğer aşamaya geçebilir miyiz?” diye sorulduğunda “Hala hazır değil gibi...Yine bir eksik var gibi ama buraya bakınca da bir şey göremedim.” diyerek vuruşlardan tam anlamıyla emin olamamış fakat yine de çözüme devam etmiştir. Vuruşlara rüzgarın etkisinin olup olmadığını gündeme getirmiş ve tüm noktaları belirlerken ÖR ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır.

ÖR: Mesela rüzgar falan etkili olmuyor değil mi?

A: Aynı yönde bir vuruş ne ifade ediyor sence

ÖR: İkisi de aynı rüzgar falan yani

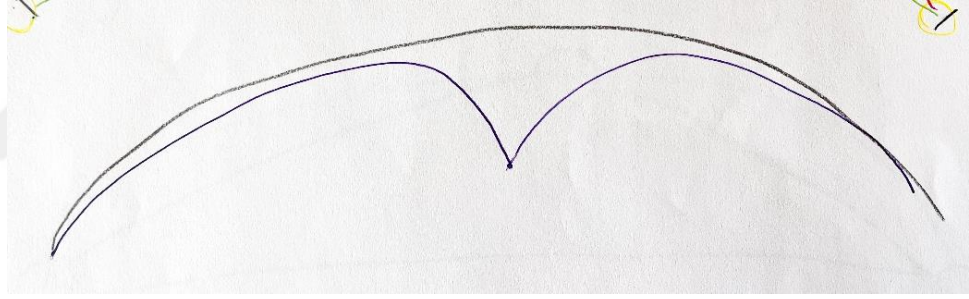
A: Sen zaten aynı yönde başlattın. Bunu bilinçli olarak mı yaptın?

ÖR: Evet bilerek. Çözüme devam edebiliriz o zaman.

Erva'nın vuruşu üzerine rastgele nokta belirlerken “Nasıl şimdi şöyle bir yere nokta mı koymalı? Ortaya koyması daha şey geliyor.” diyerek noktayı vuruşun tam ortasından belirleneceğini düşünmüştür. “Ortada olmak zorunda mı?” diye sorulunca “Değil ama ben öyle ortada çizmek istedim. Olasılık üzerine konuştuğumuz için.” demiştir. “Hangi nokta olduğunu bilebilir miyiz?” diye sorulunca “Diğer parçalarını tamamlayarak bulabiliriz.” demiştir. Tam emin olamasa da “O zaman ben istediğim noktayı işaretleyeceğim.” diyerek Erva'nın vuruşu üzerindeki rastgele noktayı belirlemiştir. Kerem'in vuruşunu problemde istenilen şekilde oluşturmadan önce Erva'nın vuruşu üzerindeki rastgele noktayı belirlemiş ve doğru parçalarını

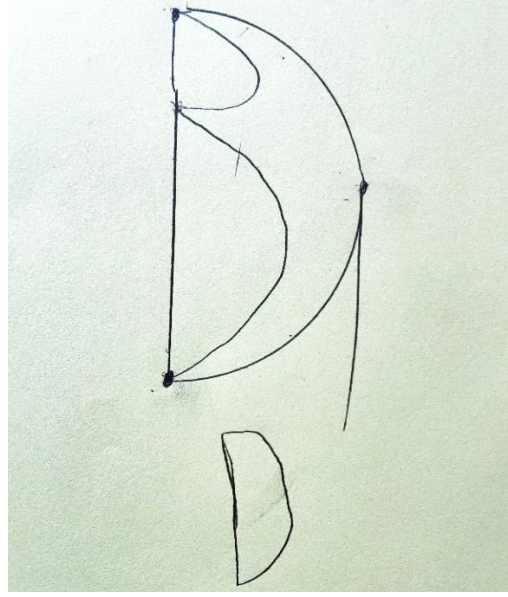
oluşturmuştur. “*Şu ana kadar yaptığımı düşünüyorum...ayrı ayrı birleştirdim.*” demiştir. Bu çizimde kesişim noktalarının oluşmadığını görünce yeni bir çizim yapmak zorunda kalmıştır. ÖR doğru parçalarını oluştururken ise “*Bu ve bu birleştiriliyor. Böyle çaprazlama bir şey oluyor.*” demiştir. Doğru parçaları oluştururken ilk denemesinde başlangıç ve hedef çukur noktalarını birleştirerek yanlış yapmış fakat kontrol etmek için tekrar bakınca “*Yani şöyle olması gerekiyordu değil mi?*” diyerek doğru parçalarını problemde istendiği gibi çizmiştir (Şekil 4.30).

ÖR buraya kadar yapmış olduğu çizimleri başka bir kâğıda aktarmış ve “*Tekrardan yapmam lazım. Eğer yani buna göre doğru çıkarsa buraya aktarırız.*” demiştir. Kerem’in vuruşunu oluşturmadan kesişim noktalarını belirleyememiş ve önce vuruşu çizip daha sonra kesişim noktalarını belirlemiştir. Erva’nın ve Kerem’in vuruşlarını aynı şekil üzerinde belirtmediği için pişman olmuş ve “*...onun üstünde yapsaydım keşke*” diyerek Şekil 4.31’deki çizimi yapmış ve daha önceki çizimlerinden farklı olarak Erva ve Kerem’in vuruşlarını aynı şekil üzerinde oluşturmuştur.



Şekil 4.31. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 6

ÖK yapmış olduğu plana uygun olarak zemini oluşturmuş, başlangıç ve hedef noktalarını belirlemiştir. Vuruşları belirlerken zorlanmamış ve tek seferde çizmiştir. Vuruşları belirlerken iletke kullanarak ölçülü bir çizim yapmaya çalışmıştır. Fakat doğru parçalarını oluştururken Erva’nın vuruşundaki rastgele noktayı ve başlangıç noktasını birleştiren doğru parçasını çizmek yerine bu noktalar arasındaki çember yayını işaret etmiştir. “*Dümdüz bir şekilde olmalı...*” diyerek hatasını anlamış ve doğru parçalarını oluşturmuştur. ÖK’nın bu süreçteki çizimleri Şekil 4.32’de verilmiştir.

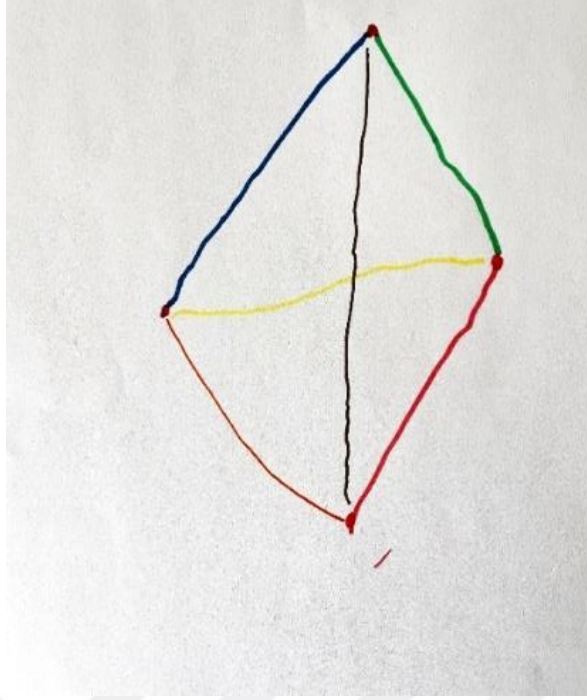


Şekil 4.32. ÖK'nin bireysel çalışma kâğıdı 1

4.5. Değerlendirme Sürecine Yönelik Bulgular

Bu bölümde katılımcıların bireysel çalışma kâğıtlarında yaptıkları çözümleri gözden geçirmeleri, kontrol etmeleri ve çözüm sürecini ya da sonucu değerlendirmelerine yönelik elde edilen bulgular incelenmiştir.

İşaretlenen noktaların birleştirilmesiyle oluşan geometrik şekil belirlenirken ÖE baştan bir çizim yaparak vuruşları çizmiş ardından doğru parçalarını ve kesişim noktalarını oluşturmuştur. Son olarak farklı bir kâğıtta çizimini yaparak renklendirmiş ve işaretlenen noktaları birleştirerek geometrik şekli oluşturmaya çalışmıştır. Belirlediği 4 noktayı tek seferde değil kendi içlerinde de ikili şekilde ayrı ayrı birleştirerek Şekil 4.33'teki geometrik şekli oluşturmuştur.



Şekil 4.33. ÖE'nin bireysel çalışma kâğıdı 7

Oluşan geometrik şekille ilgili ÖE “*Yarım ters kareye ne deniyordu? 4 tane üçgen oluştu...Şöyle bir tane kare.*” diyerek oluşan şekli belirlemiştir. “*Yani dışarıdaki kare, içeridekiler üçgen diyorsun.*” denildiğinde “*Evet.*” diyerek kare ve üçgenler gibi birden fazla geometrik şekil oluştuğunu düşünmüştür.

ÖA gerekli sorgulamalarla vuruşları belirlemiş ve Erva'nın vuruşunda herhangi bir nokta işaretlemiştir. Problemde istenen doğru parçaları belirlenmiştir. Kesişim noktalarını ilk etapta doğru biçimde belirleyememiş ama problemin ilgili kısmını tekrar okuyarak doğru biçimde işaretlemiştir. Problemin son aşamasına gelindiğinde başlangıç ve bitiş noktalarının da birleştirileceğini düşünmüş ve Şekil 4.26'da çizimi verilen geometrik şekli oluşturmuştur.

Oluşan geometrik şekille ilgili ÖA ile araştırmacı (A) arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

A: Hangi geometrik şekil oluşuyor?

ÖA: Üçgen.

A: Yani hepsinin üzerinden geçerek üçgen oldu.

ÖA: Evet.

A: Peki bizden işaretlenmesini istediği noktalar arasında hangi noktalar var?

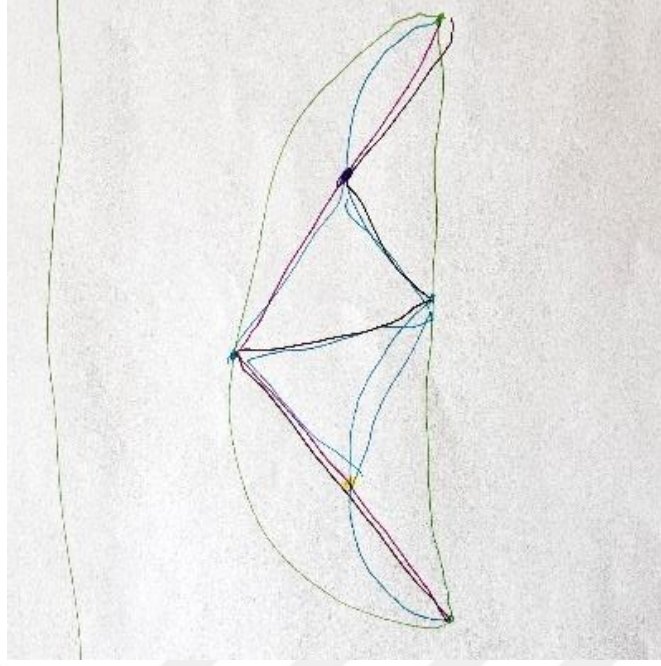
ÖA: Dört nokta mı? O zaman onları mı birleştireceğiz?

A: Ne olur onları birleştirirsek?

ÖA: Dikdörtgen.

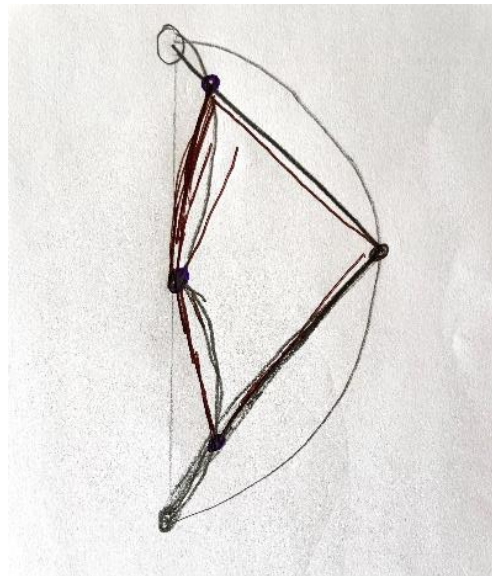
ÖA çözümü gözden geçirmeden hareket ettiği için 4 nokta birleştirileceğini ve bunun sonucunda bir dörtgen olması gerektiğini gözden kaçırmış ve problemde oluşan şeklin bir üçgen olacağını söylemiştir. İşaretlenmesi gereken nokta sayısı hatırlatıldığında sonucu değerlendirerek üçgen olmasının mümkün olmadığını fark etmiştir. Sonuçta problemde oluşması beklenen geometrik şeklin dikdörtgen olduğunu belirtmiştir.

ÖB ise Erva'nın vuruşu üzerinde rastgele nokta seçmiş ve doğru parçalarını oluşturmuştur. Kesişim noktalarını belirlemeye çalışmış fakat Kerem'in vuruşunu belirleyemediği için yanlış noktaları göstermiştir. Kesişim noktaları belirlendikten sonra işaretlenen 6 noktanın birleştirilmesi gerektiğini söyleyerek geometrik şekli oluşturmaya çalışmıştır. *“İşaretlenen tüm noktaların birleştirilmesiyle hangi geometrik şekil oluştu?”* diye sorulduğunda *“Hocam 2 üçgen gibi geldi. Bir üçgen oldu bu tarafa doğru dönük bi de bu tarafa doğru dönük iki üçgen oldu.”* diyerek 6 noktanın birleştirilmesiyle iki üçgen oluşacağını söylemiştir. ÖB başlangıç noktalarının da birleştirilecek noktalar arasında olduğunu düşünmüştür. ÖB de ÖA'ya benzer şekilde çözümü gözden geçirmeden hareket ettiği için birleştirilmesi gereken nokta sayısını yanlış belirlemiştir. Ayrıca Erva'nın vuruşundaki rastgele nokta ve Kerem'in ilk vuruşunda topun yere düştüğü noktayı birleştirmesi problemde istenen bir durum değildir. İşaretlenmesi istenen noktaları tek tek göstermesi istenmiş ve altı nokta değil dört noktanın birleştirileceğini fark etmesi sağlanmıştır. *“Hocam dikdörtgen veya kare”* diyerek oluşan geometrik şekli Şekil 4.34'teki gibi belirlemiştir.



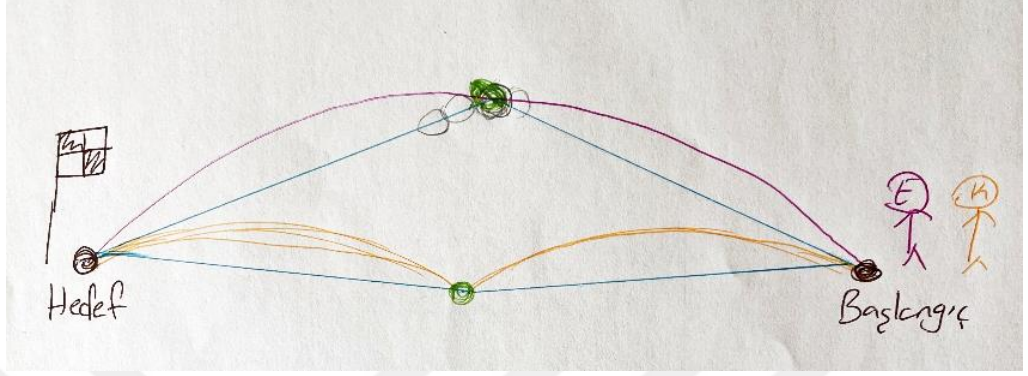
Şekil 4.34. ÖB'nin bireysel çalışma kâğıdı 4

ÖZ ise doğrusal zemin kavramını zihninde anlamlandırdıktan sonra Kerem'in vuruşunu belirlemiş ve doğru parçalarını oluşturduktan sonra bu vuruşu çizerek kesişim noktalarını belirlemiştir. Her şeyin eşit olmasını istediğini söyleyerek seçtiği noktaları göz kararı tam ortadan seçmeye çalışmıştır. Problemde işaretlenmesi istenen 4 noktayı da belirledikten sonra bunları birleştirme aşamasına gelmiştir. Bu 4 noktayı birleştirince ne olduğu ile ilgili “*Şöyle yamuk gibi bir şey.*” cevabını vermiştir. ÖZ'nin oluşan geometrik şekle ilişkin çizimi Şekil 4.35'te verilmiştir.



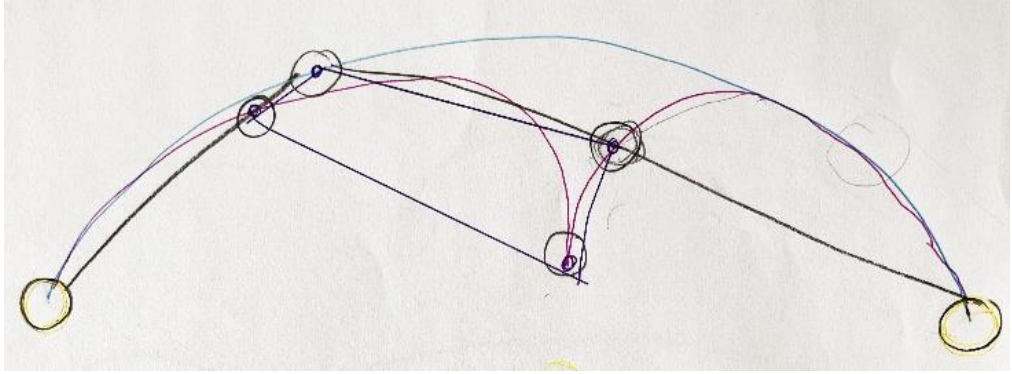
Şekil 4.35. ÖZ'nin bireysel çalışma kâğıdı 5

ÖY kesişim noktalarını ve Kerem'in ikinci vuruşu yaptığı noktayı da işaretleyerek bu 4 noktayı birleştirmiş ve geometrik şekli oluşturmuştur. Oluşan geometrik şekille ilgili “*Bu şekil eliptik bir baklava gibi. Yani aslında uçurtma gibi.*” demiştir. ÖY'nin oluşan geometrik şekle ilişkin çizimi Şekil 4.36'da verilmiştir.



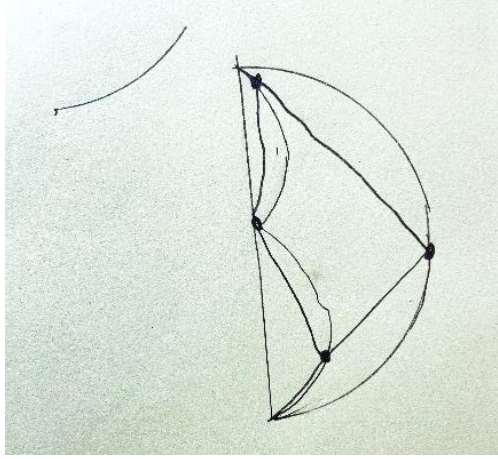
Şekil 4.36. ÖY'nin bireysel çalışma kâğıdı 6

ÖR baştan bir çizim yaparak vuruşları, rastgele noktayı, doğru parçalarına bağlı kesişim noktalarını ve işaretlenecek noktaları belirlemiş ve “*...dikdörtgen ortaya çıkıyor yani.*” demiştir. ÖR'nin oluşan geometrik şekle ilişkin çizimi Şekil 4.37'de verilmiştir.



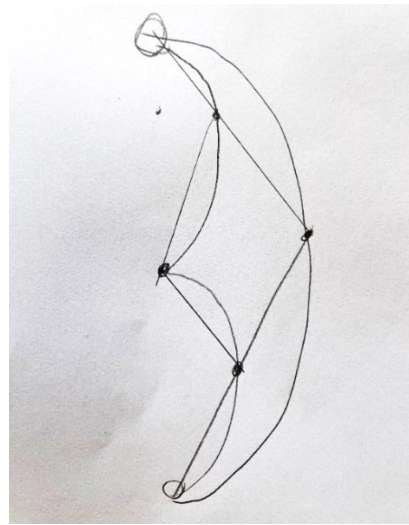
Şekil 4.37. ÖR'nin bireysel çalışma kâğıdı 7

ÖK ise doğru parçalarına bağlı kesişim noktalarını doğru bir biçimde belirlemiştir. Kerem'in ikinci vuruşu yaptığı nokta da işaretlendikten sonra işaretlenen dört noktayı birleştirmiş ve Şekil 4.38'deki şekilde bir dörtgen oluştuğunu söylemiştir.



Şekil 4.38. ÖK'nin bireysel çalışma kâğıdı 2

ÖN, Erva'nın vuruşu üzerinde rastgele nokta belirlemeden önce bir süre düşünmüş ve problemin ilerleyen aşamalarında işine yarayacak bir nokta seçmek istemiştir. Hem doğru parçalarını hem de kesişim noktalarını zihninde canlandırmaya çalışmıştır. Rastgele noktayı belirlemek yerine önce kesişim noktalarını belirlemiştir. Daha sonra bu noktaları başlangıç ve bitiş noktalarıyla birleştirmiş ve son olarak Erva'nın vuruşunda rastgele bir nokta belirleyip doğru parçalarını oluşturmuştur (Şekil 4.39). ÖN daha düzgün bir çizim yapmak istemiş ve tüm süreci baştan çizmiştir. Seçtiği noktaları sonuçta oluşması beklenen geometrik şeklin düzgün bir şekilde oluşması hedefine yönelik belirlemeye çalışmıştır. Fakat oluşan şekilde büyük bir fark oluşmamıştır. ÖN işaretlenmesi istenen 4 noktayı belirlemiştir. Bu noktaları birleştirmiş ve *“Tam kare olmadı. Köşeler eşit değil.”* demiştir.



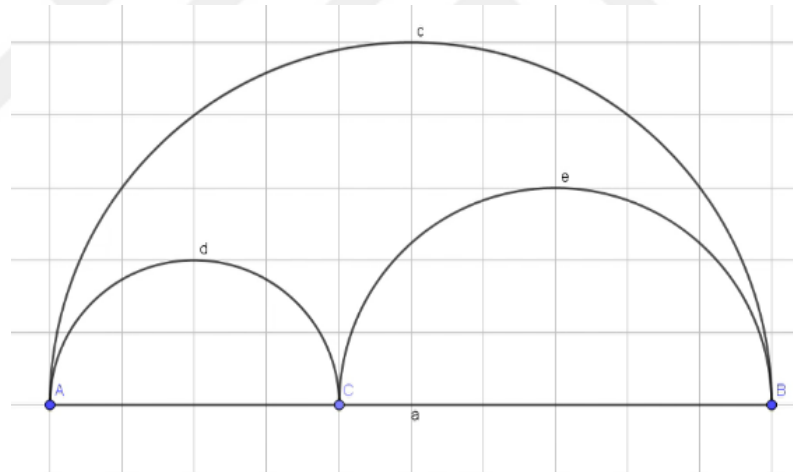
Şekil 4.39. ÖN'nin bireysel çalışma kâğıdı 4

4.6. Problem Çözme Sürecinde DMY Rolüne Yönelik Bulgular

GGB ortamına geçildiğinde yazılım öğrencilere kısa bir şekilde tanıtılmış ve problem çözümünde kullanılması beklenen özellikler kısa uygulamalarla gösterilmiştir. Ardından ekran kontrolü öğrencilere verilmiştir.

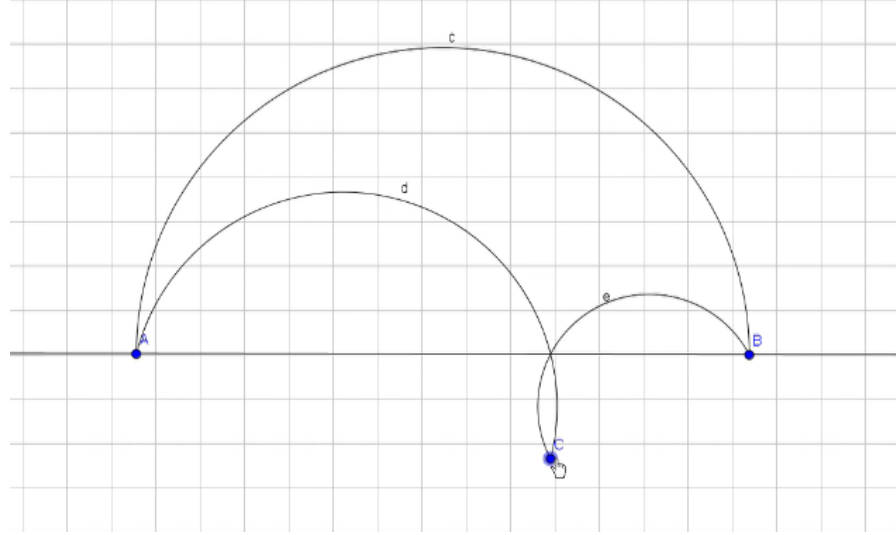
ÖE “*Oradaki çizimin aynısını yapacağız.*” diyerek GGB ortamında yapılması istenen durumu ifade etmiş ve süreci anlamlandırmaya çalışmıştır. Diğer katılımcılar herhangi bir sorgulamaya ihtiyaç duymadan bireysel çalışma kâğıdı üzerindeki çizimlerini GGB ortamına taşımaya çalışmışlardır.

ÖK, GGB destekli ortamda “*Orantılı yapmak istiyorum.*” diyerek birim karelerle yardımıyla doğru parçası çizmiş ve “*Bu ne oldu?*” diye sorulunca “*Oynadıkları yer yani zeminimiz.*” cevabını vermiştir. Zemini oluşturmaya yönelik bir bakış açısı geliştirmiş ve buna uygun bir çizim yapmaya çalışmıştır. Ardından belirlediği bu zemin üzerine yarım çember şeklinde Şekil 4.40’taki gibi Erva’nın ve Kerem’in vuruşlarını oluşturmuştur.



Şekil 4.40. ÖK'nın GGB ekran görüntüsü 1

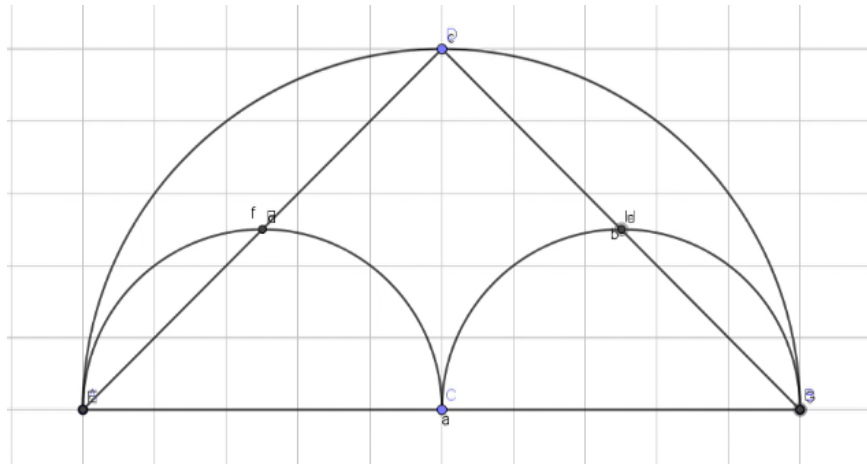
GGB ortamında ÖA başlangıç ve hedef çukur noktalarını belirledikten sonra Erva'nın vuruşunu çizmiştir. Bunu yaparken yarım çember komutunu kullanmıştır. Çizimi yaptıktan sonra yarım çemberin tepe kısmını kastederek “*Bunu indirebiliyor muyuz?*” diye sormuş ve yaptığı çizimin biçimsel olarak yarım çembere benzediğinden emin olamamıştır. ÖA GGB’de zemin oluşturmada önce Erva’nın ve Kerem’in vuruşlarını belirlemiştir. Vuruşlar belli bir zemin üzerine inşa edilmediği için doğrusal olmamış ve Kerem’in ikinci vuruşu yaptığı nokta genellenememiştir (Şekil 4.41).



Şekil 4.41. ÖA'nın GGB ekran görüntüsü 1

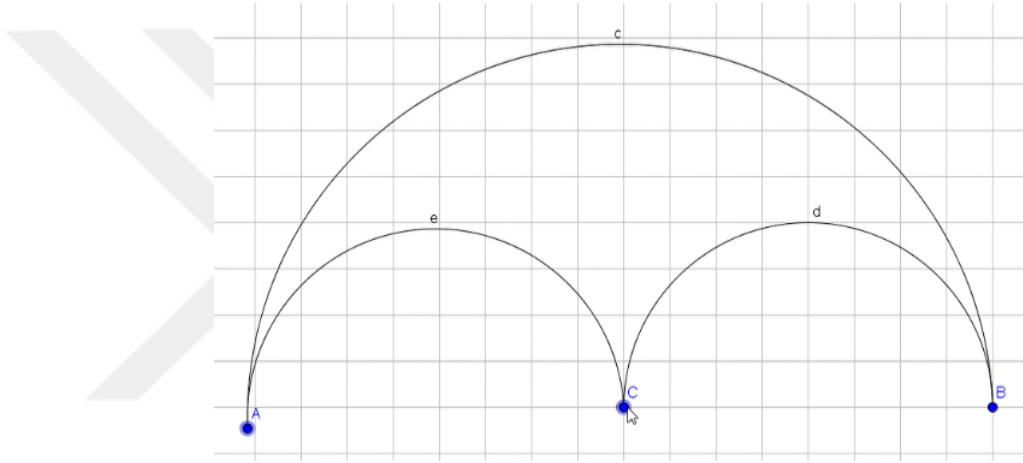
ÖR de ÖA'ya benzer şekilde GGB ortamında başlangıç ve bitiş noktalarını belirledikten sonra bu noktalarla yarım çember oluşturmuş ve *‘Bunu da düşürebiliyor muyuz böyle?’* diyerek bu yarım çemberin tepe noktasını aşağı doğru indirmek istemiştir. Bunu yaparsa yarım çember olma durumunun bozulacağını düşünememiştir.

ÖK, Erva'nın vuruşu üzerinde rastgele nokta belirlemeden önce doğru parçalarını belirlemeye çalışmıştır. *‘Neyle neyi birleştirip doğru parçası oluşturacağım?’* diyerek nokta belirlemesi gerektiğini fark etmiştir. Nokta belirledikten sonra doğru parçaları ve bunlara bağlı kesişim noktalarını *‘Kesıştır.’* komutuyla belirlemiştir (Şekil 4.42).



Şekil 4.42. ÖK'nin GGB ekran görüntüsü 2

GGB destekli ortamda problem çözümünü planlarken ÖY izometrik ortamda çalışmayı tercih etmiş ve başlangıç ve bitiş noktalarını belirlemiştir. “Başlangıç ve bitişinin arasındaki mesafeyi de çok fazla uzatmamak gerek. Çünkü uzattığımda birazcık sıkıntılar oldu.” demiş ve zemin oluşturmaya yönelik yaptığı uygulamayı değerlendirmiştir. Erva’nın vuruşunu oluşturmuş ve sürükleyerek yarım çemberin boyutunu değiştirebileceğini görmüştür. “Bence topun gözükmesi için de bir tane nokta yapmalıyım. Hem o zaman vuruşların daha iyi olmasını sağlayabilirim.” diyerek Kerem’in vuruşunda topun düştüğü noktayı belirlemek istemiş fakat bu noktanın başlangıç ve bitiş noktalarıyla doğrusal şekilde olması gerektiğini düşünmemiştir (Şekil 4.43).



Şekil 4.43. ÖY'nin GGB ekran görüntüsü 1

“Şu A, C ve B noktası doğrusal oldu mu sence?” diye sorulduğunda ÖY “Aslında çok olmamışlar. Biraz yükseltmem gerekiyor. Tam böyle hizalasam aslında...” demiştir. “Bu noktalar hizalı olmak zorunda mı?” sorusuna ise “Noktalar hizalı değiller aslında. Çizime göre değişir.” cevabını vererek golf oynanan doğrusal bir zemin olduğunu gözden kaçırmıştır.

ÖY ise yaptığı çizimlerinde zemin çizmeye gerek duymamıştır. Zemin olgusunu fark edebilmesi için ÖY ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog gerçekleştirilmiştir:

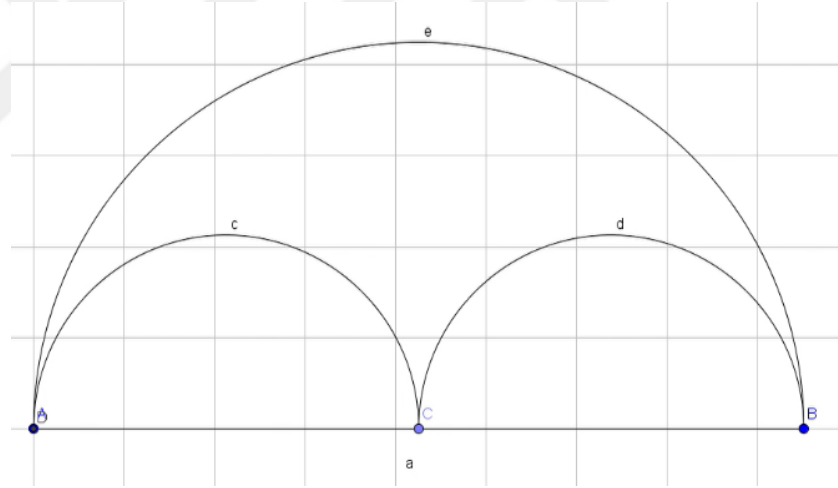
A: Peki bu oyun doğrusal bir zeminde oynanmıyor mu?

ÖY: Ha o açıdan, yani ben sadece çizim açısından şey yaptım da...

A: Problem çözümüne yansıtığımızda nasıl olur?

ÖY: Evet zemin olarak aldığımızda şöyle eğik bir zemin de olabilir. Soruda da belirtmediği için bilinmeyen bir şey ama biz şu anda doğrusal olarak alıyoruz evet.

Buna göre ÖY aslında problemde de belirtilmiş olmasına rağmen vuruşların eğik bir zeminde de gerçekleşebileceğini söylemiştir. Belirlediği bu noktaların doğrusal olduğuna emin olup olmadığı sorulmuş ve “...emin değilim yani...” demiştir. A, B ve C noktalarından geçtiğini düşünerek bir doğru parçası oluşturmuş fakat C noktasını her zaman bu doğru parçası üzerinde olacak şekilde belirlemediği için sürüklemeye yoluyla genelleme yapamamıştır. Bunun üzerine tekrar bir çizime başlamış ve ilk önce vuruşların yapılacağı doğrusal zemini belirlemiştir. Ardından bu doğru parçası üzerinde Kerem’in topunun düşeceği noktayı belirlemiş ve sürükleyerek genellemiştir. ÖY, Kerem’in vuruşunda topun düştüğü noktayı Erva’nın vuruşunun tepe noktası ile dikey yönde aynı hizaya getirmeye çalışmış ve “Ben birazcık mantıklı şekil çıkartmak istediğim için öyle yaptım.” diyerek yaptığı uygulamaların belli bir plan dahilinde yapıldığı görülmüştür. Ardından Kerem’in vuruşları için belirlediği yarım çemberleri oluşturmuştur ve bu yarım çemberlerin boyutlarını da değiştirebileceğini görmüştür (Şekil 4.44).

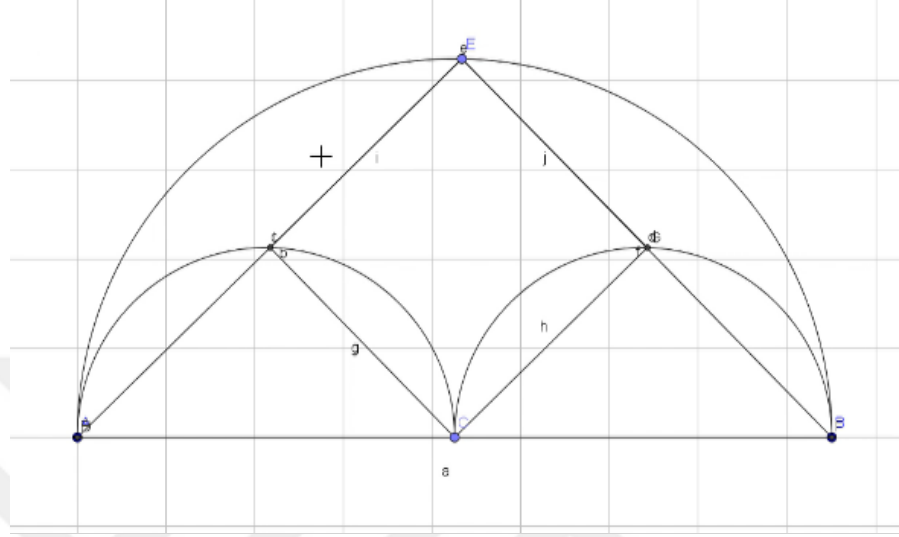


Şekil 4.44. ÖY'nin GGB ekran görüntüsü 2

ÖY çözümünde doğru parçası belirlemeyi atlamış ve başlangıç ve bitiş noktalarının problemde bizden istenen kesişim noktaları olduğunu düşünmüştür. Doğru parçalarını oluşturmadığı araştırmacı tarafından hatırlatılınca “...ha doğru şunlarla doğru parçası çizecektik.” demiş ve bu sefer de Erva’nın vuruşundaki noktayı seçmeden doğru parçalarını oluşturmaya çalışmıştır.

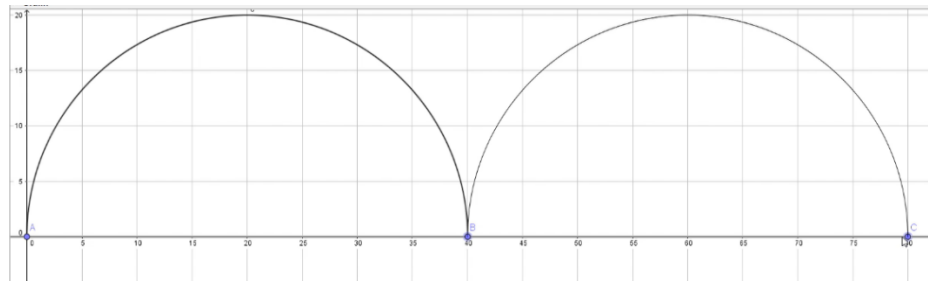
Doğru parçalarını oluşturduktan sonra kesişim noktaları belirlenirken “...şimdi bunlarla kesişen noktalar diyor ama kesişen bir nokta yok şu anda.” diyerek kesişen noktaları belirleyememiştir. Daha sonra ilk başta da söylediği gibi başlangıç ve bitiş

noktalarını kesişim noktaları olarak düşünmüştür. “Peki neleri kesiştirmemizi söylüyordu bize?” diye sorulunca “Şeyle vuruşlarla doğru parçaları, he burası.” diyerek kesişim noktalarını göstermiş ve “Kesiştir” komutuyla belirlemiştir. En son 4 noktayı birleştirip geometrik şekli oluşturmuştur (Şekil 4.45).



Şekil 4.45. ÖY'nin GGB ekran görüntüsü 3

GGB ortamına geçildiğinde ÖE çizim yapacağı ortamda eksenlerin de açık olmasını tercih etmiştir. Problem çözümünde eksenlerdeki “0” noktasına başlangıç noktasını yerleştirmiştir. Hedef noktasını da 80’in üzerine denk getirerek “Burası A noktası olsun. Şimdi 80’e kadar gidebilirim. Yarıısı 40. Kerem’in vuruşunun düşüş yeri burası olsun.” diyerek Kerem’in vuruşunu birbirine eşit iki yarım çember şeklinde oluşturmuştur (Şekil 4.46).

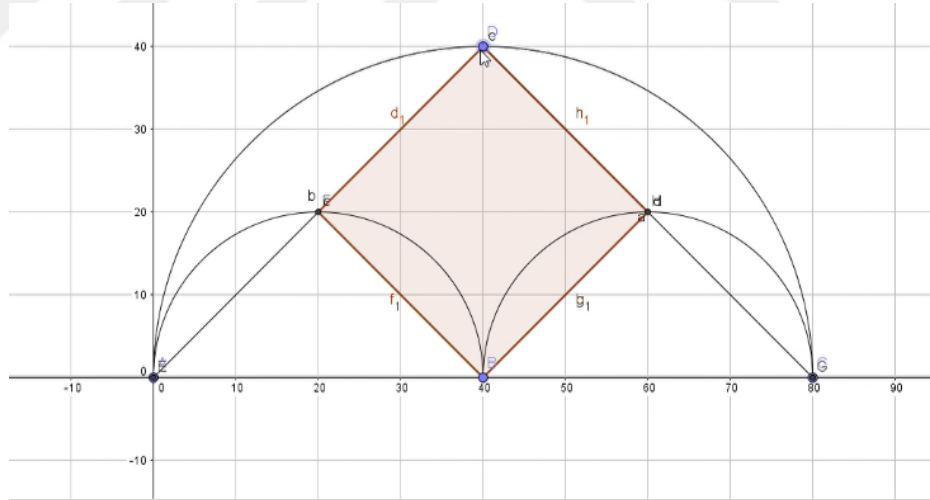


Şekil 4.46. ÖE'nin GGB ekran görüntüsü 1

ÖE Kerem’in vuruşlarından sonra Erva’nın vuruşundaki rastgele noktayı belirlerken “Nokta koyacağız çünkü işimiz noktalarla. Noktayı ortaya koyalım bence.” demiş ve yarım çemberlerle ilgili bireysel çalışma kâğıdı üzerindeki bakış açısını burada da devam ettirdiği görülmüştür. Rastgele noktayı belirledikten sonra doğru

parçaları ve kesişim noktalarını belirleyerek şeklin tamamlanacağını söylemiştir. Erva'nın vuruşu üzerinde rastgele nokta seçimi yaparken planını destekleyecek şekilde yarım çemberin tam orta noktasını işaretlemiştir. *"Tam ortaya koyuyorsun bilerek mi yapıyorsun bunu?"* diye sorulduğunda *"Ölçümlü yapmaya çalışıyorum."* cevabını vermiştir. Yarım çemberin üzerine noktanın işaretlenemeyeceğini düşündüğü için ÖE *"Bu şeyin yukarısı noktayı şuraya koyayım da karışmasın."* demiştir. *"Orası yol üzerinde mi?"* diye sorulduğunda *"İşte orası yol üzerinde gibi anlaşılın. Yolun üzerine nokta koyuluyor mu?"* diyerek yazılımın özelliklerini kavramaya çalışmıştır. Aslında bu özelliğin yazılımda mevcut olup olmadığını bilmiyor olması çok normaldir. Fakat rastgele noktayı yarım çemberin dışına çizmenin problemde verilenlere aykırı olduğunu fark etmesi ve sorgulaması beklenmiştir. Noktayı yarım çember üzerinde belirledikten sonra sürükleyerek herhangi bir genelleme yapmaya ihtiyaç duymamıştır.

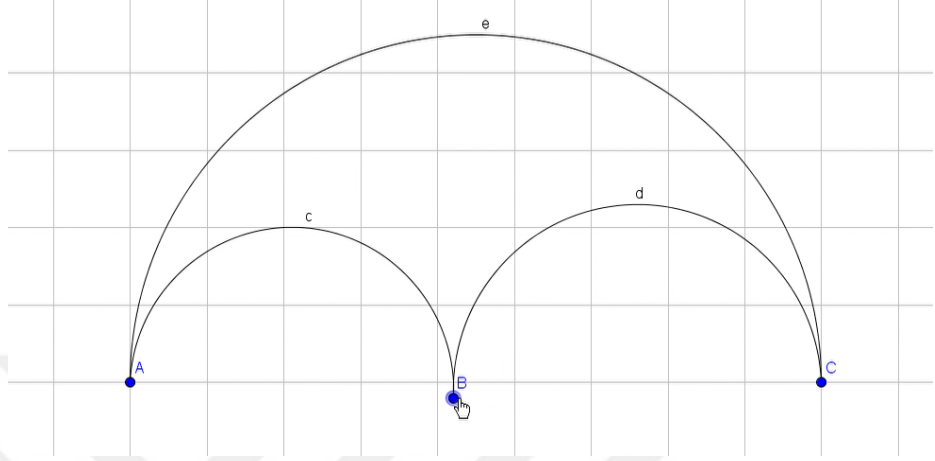
ÖE doğru parçalarını ve kesişim noktalarını belirledikten sonra doğru parçaları yardımıyla işaretlenen noktaları birleştirmiş ve *"Fazlalar gitsin. Şekli renklendirelim renksiz olanlarla işimiz bitsin."* diyerek oluşan şekli belirginleştirmek istemiştir. Çokgen oluşturma komutuyla şekil renklendirmiştir (Şekil 4.47).



Şekil 4.47. ÖE'nin GGB ekran görüntüsü 2

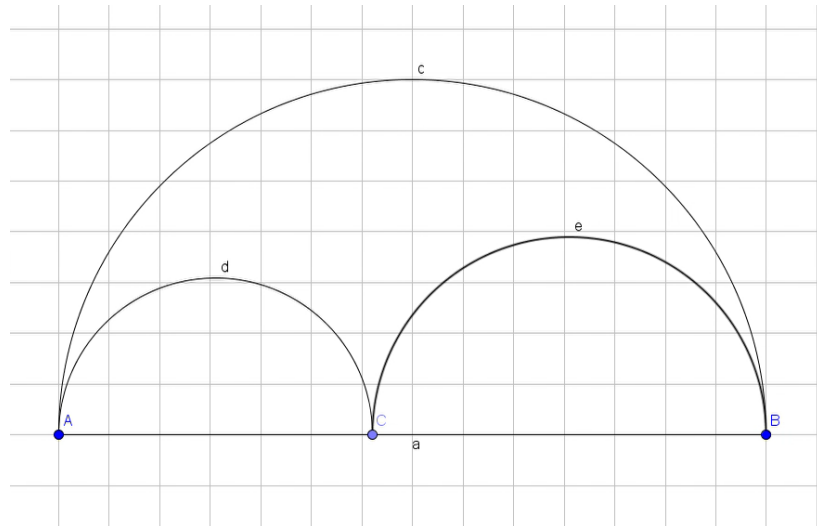
ÖR GGB ortamında *"Biri mavi biri kırmızı olarak 2 küçük hani yaptığımız gibi o dairelerden yapsak. Biri büyük biri küçük olarak..."* diyerek çözüme başlamıştır. Önce Erva'nın vuruşunu ardından Kerem'in vuruşunu belirlemiştir (Şekil 4.48). Başlangıç, bitiş ve Kerem'in ikinci vuruşa başladığı noktanın doğrusal olup olmadığı sorulduğunda *"Evet doğrusal olur."* demiş ama sürükleme yoluyla doğrusal olmadığını görmüştür. Bu durumla ilgili *"Ama noktalar hep aynı yerde olmalı. Çünkü"*

bi düzlem yani orası.” diyerek yaptığı çizimi değerlendirerek yanlış olduğunu düşünmüştür. Bununla ilgili ne yapılabileceği sorulduğunda “Buraya bir çizgi çekerek doğru parçası çizelim.” demiş fakat noktayı hareket ettirince “Ama yere inmesi gerekiyor.” diyerek isteneni elde edemediğini görmüştür.



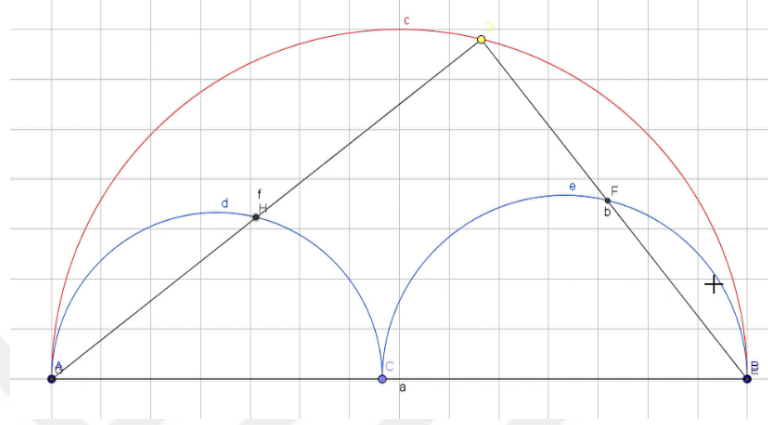
Şekil 4.48. ÖR'nin GGB ekran görüntüsü 1

“O zaman ilk önce bir düzlem oluşturmamız lazım.” diyerek doğru parçası şeklinde zemini oluşturmuş ve “...ilk önce büyüğünü yapıp küçüğünü içine yapalım...” diyerek Erva ve Kerem’in vuruşlarını oluşturmuştur (Şekil 4.49). Kerem’in ikinci vuruşu yaptığı noktayı sürükleyerek genellemiş ve “Şunların boyutlarını değiştiremiyorduk. Bu daha iyi oldu.” demiştir.



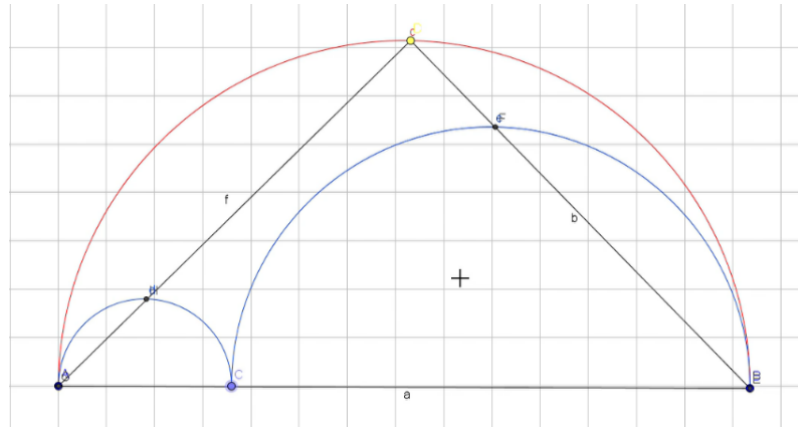
Şekil 4.49. ÖR'nin GGB ekran görüntüsü 2

ÖR vuruşları belirledikten sonra renklendirmiş ve Erva'nın vuruşu üzerindeki rastgele noktayı belirlemiş, sürükleyerek farklı nokta seçme durumunu genellemiştir. *“Noktamız var zaten A ve B noktalarıyla birleştirerek doğru parçalarını çizebiliriz.”* diyerek yaptığı plana uygun bir şekilde doğru parçalarını ve kesişim noktalarını Şekil 4.50'deki gibi oluşturmuştur.



Şekil 4.50. Ör'nin GGB ekran görüntüsü 3

ÖR kesişim noktalarını belirledikten sonra *“Şurayı yapalım kesiştiği noktayı, onu da hareket ettiririz değil mi?”* demiş, kesişen noktaların diğerlerinin değişimine bağlı hareket etmesi gerektiğini düşünememiştir. *“Şu an olmamalı. Kesişimlerin çizgiyle hareket etmesi lazım...”* diyerek hatasını fark etmiştir. Kerem'in ikinci vuruşu yaptığı nokta da işaretlendikten sonra *“...şu minik yuvarlakları biraz değiştirerek baksak...”* diyerek şekildeki gibi yarı çemberlerin boyutlarını değiştirerek incelemiştir (Şekil 4.51). Daha sonra ne yapılması gerektiği sorulduğunda *“En son hocam en baştan şurayı okusam...”* diyerek ne yapması gerektiğini kestirememiş ve problemi tekrar okumak istemiştir.



Şekil 4.51. Ör'nin GGB ekran görüntüsü 4

ÖR geometrik şekli oluşturduktan sonra sürükleyerek genellemiş ve bireysel çalışma kâğıdı üzerinde sebebini tam olarak belirleyemediği Erva'nın ve Kerem'in vuruşlarının belli bir yere kadar neden çakışık gidemeyeceği konusunu GGB ortamında incelemiştir. Problemdeki tüm şekli yeni bir çalışma kâğıdına baştan çizmiş ve Ör ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir.

ÖR: Vuruşları belirlemeye çalışıyorum. O yüzden bunu burada hayal etmemiz gerekiyor... Yani o buraya geldiğinde devam eder tak diye düşemez.

A: Neden olmaz?

ÖR: Çünkü bunun daha az bir mesafe kat etmesinin sebebi daha küçük bir vuruş yapılması

A: Belli bir yere kadar aynı yere gelseydi ne olurdu?

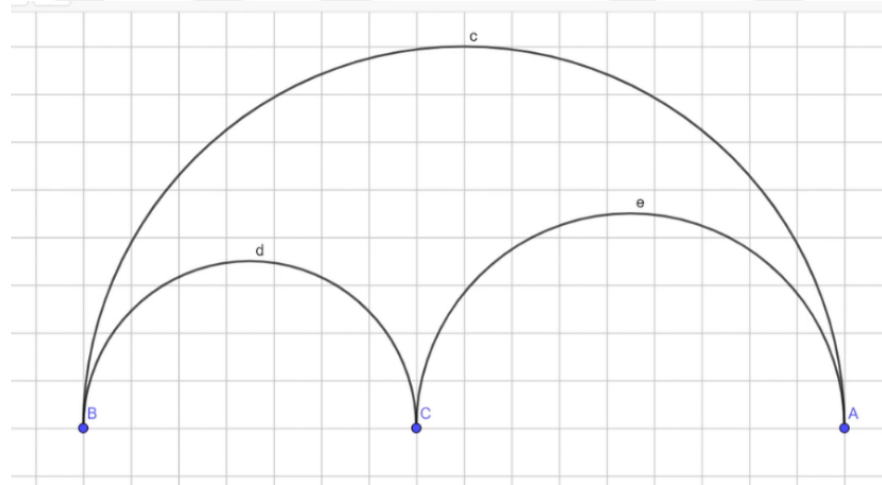
ÖR: Zaten o da devam ederdi. Ama yarıçapları farklı yani olmaz.

A: O da mı aynı noktaya düşerdi?

ÖR: Hedefe düşerdi Ervanınki gibi.

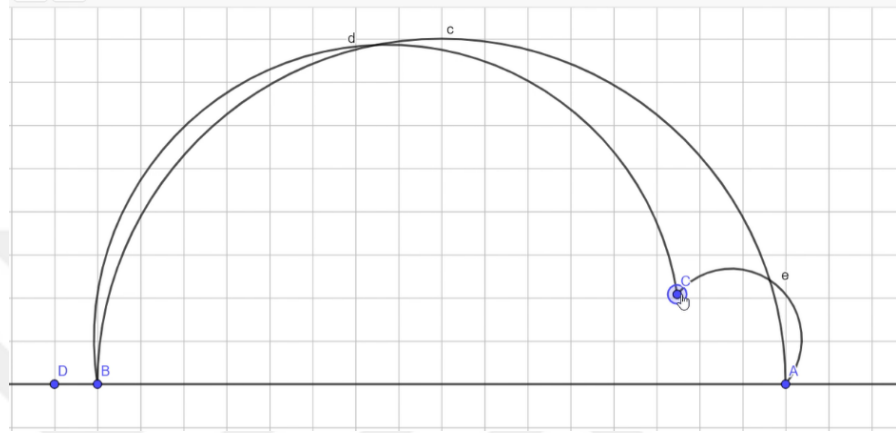
Bu şekilde Ör Kerem'in vuruşunun Erva ile aynı doğrultuda ilerleyememe sebebini GGB ortamında belirlemiştir.

ÖN ise GGB ortamında yarım çemberleri belirlerken “Uzunluk 7'ye 9 olsun.” diyerek yarım çemberlerin çap uzunluklarını bir plan dahilinde oluşturmuş fakat bunu yaparken zemin oluşturmayı atlamıştır (Şekil 4.52).



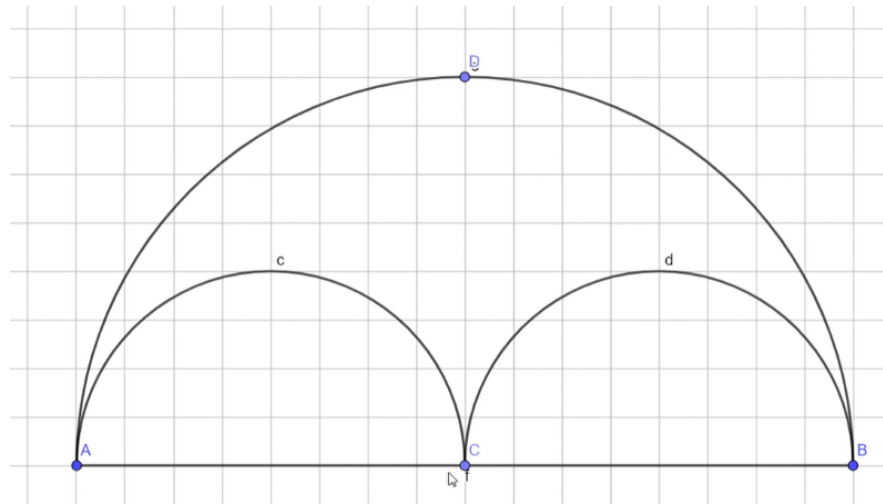
Şekil 4.52. ÖN'nin GGB ekran görüntüsü 1

Ardından “...Noktayı istediğim yere koyabiliyorum.” diyerek Erva’nın vuruşu üzerinde rastgele nokta belirlemeyi düşünmüştür. Yaptığı çizimde A, B ve C noktalarının aynı doğrultuda olduğunu söylemiştir. Fakat Şekil 4.53’teki gibi sürükleyerek aynı doğrultuda olmadığını fark etmiştir. “Noktalar zaten bir kere aşağıda olamaz yukarıda da olamaz.” diyerek çiziminde hata olduğunu ifade etmiştir.



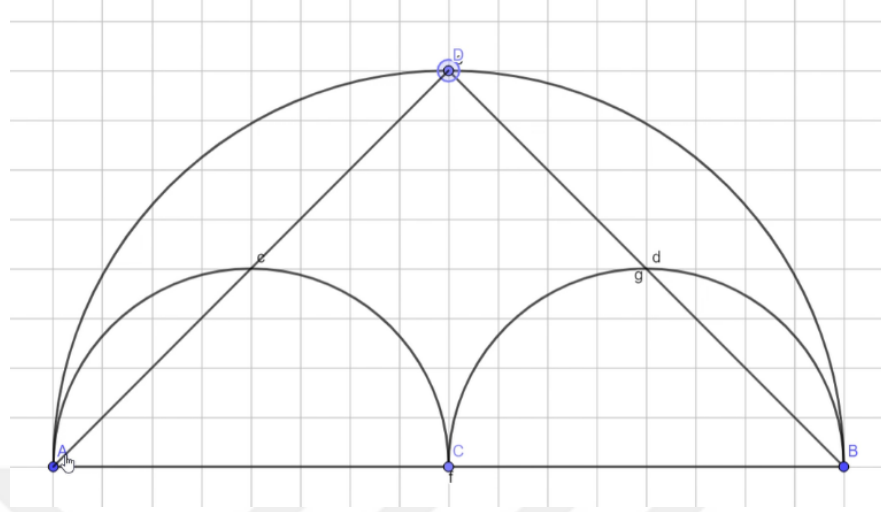
Şekil 4.53. ÖN'nin GGB ekran görüntüsü 2

Bunun üzerine ÖN baştan bir çizim yaparak önce zemin oluşturup yarım çemberleri de bunun üzerine inşa etmiştir. “Tam ortadan olsa...” diyerek rastgele noktayı belirlemiştir (Şekil 4.54).



Şekil 4.54. ÖN'nin GGB ekran görüntüsü 3

ÖN doğru parçalarını da problemde istenen şekilde Şekil 4.55'teki gibi belirlemiştir.



Şekil 4.55. ÖN'nin GGB ekran görüntüsü 4

GGB ortamında ÖA ise başlangıç ve hedef çukur noktalarını belirledikten sonra Erva'nın vuruşunu yarım çember şeklinde oluşturmuştur. Kerem'in vuruşunu iki yarım çember oluşturarak şekildeki gibi çizmiştir. *"Peki eksik bir şey var mı sence?"* diye sorulduğunda *"Zemin çizmedik."* cevabını vermiştir. Vuruşları belirlemeden önce zemini çizmeyi atlادığı için vuruşlar doğrusal olmamıştır. Ayrıca ÖA, Erva'nın vuruşu üzerinde rastgele nokta belirlemeden *"Doğru parçalarını çizelim."* demiş ve doğru parçalarını oluşturmaya çalışmıştır. *"Nokta çiziyorduk önce."* diyerek hatasını fark edip nokta belirleyerek çözüme devam etmiştir. Doğru parçaları ve kesişim noktalarını oluşturarak problem çözme sürecini devam ettirmiştir.

GGB ortamında oluşan şekille ilgili ÖE *"Burada şöyle bakınca kare oluyor. Düzgün bir kare..."* diyerek çizim sonunda oluşan şeklin bir kare olduğunu düşünmüş ama bireysel çalışma kâğıdında da düşündüğü gibi 4 noktanın kendi içinde ikişerli de kesişme durumu kafasını karıştırmıştır. Bununla ilgili ÖE ile araştırmacı (A) arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

ÖE: Ortadakileri birleştirmemize gerek var mı ki?

A: Kaç nokta var?

ÖE: 4 nokta.

A: Biz şu an hepsini birleştirdik mi?

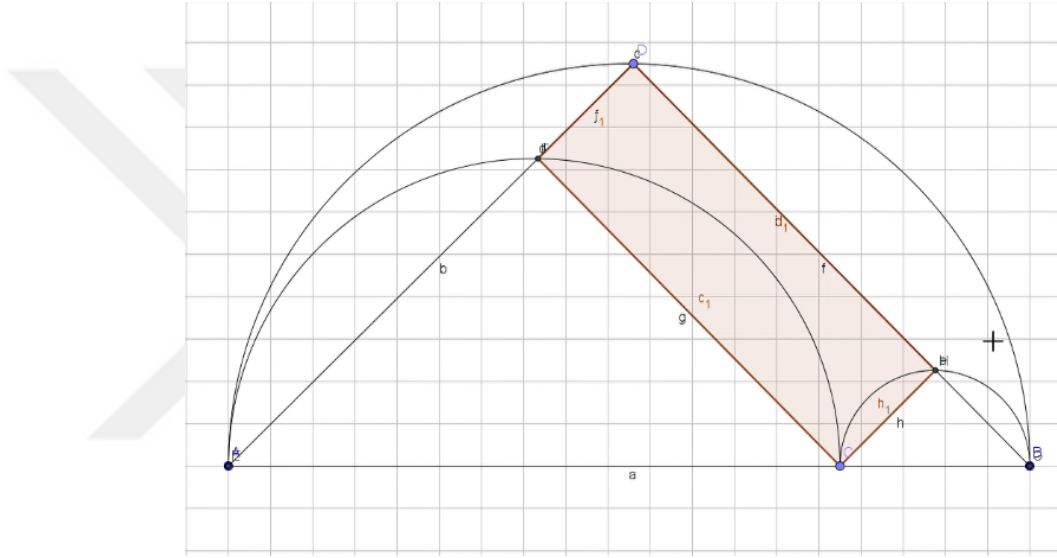
ÖE: Evet ama hepsini birleştir diyor da ayrı ayrı birleştir demiyor. Zaten birleştirdik.

A: Bu yani hangi şekil?

ÖE: Kare.

ÖE herhangi bir genellemeye ihtiyaç hissetmeden çözümünü tamamlamıştır.

ÖA ise GGB ortamındaki çözümünde Erva'nın ve Kerem'in vuruşlarını tamamladıktan sonra Kerem'in ikinci vuruşu yaptığı noktayı sürükleyerek değiştirebileceğini görmüştür. Bireysel çalışma kâğıdındaki çizimine benzer şekilde yarım çemberleri, rastgele noktayı, doğru parçalarını ve kesişim noktalarını belirlemiştir. “Çokgen oluştur.” komutunu kullanarak 4 noktayı birleştirmiş ve geometrik şekli oluşturmuştur (Şekil 4.56). Oluşan şeklin hangi geometrik şekil olduğu sorulduğunda herhangi bir sorgulamaya gerek duymadan “Dikdörtgen.” demiştir.

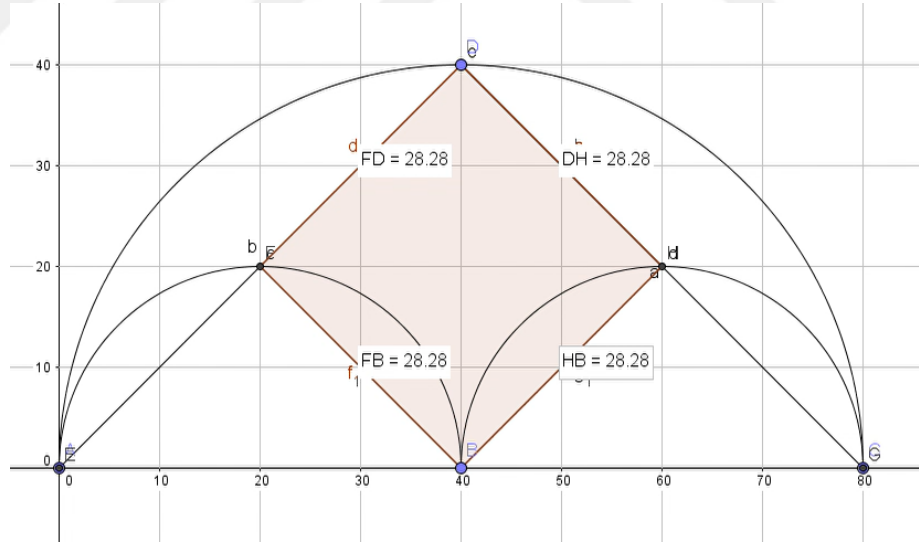


Şekil 4.56. ÖA'nın GGB ekran görüntüsü 2

GGB ortamında ÖB uygulama basamağındaki tüm süreci planladığı şekilde ilerletmiş ve çokgen oluşturma komutuyla geometrik şekli belirlemiş ve dikdörtgen oluştuğunu söylemiştir (Şekil 4.57).

GGB ortamında oluşan geometrik şeklin ne olduğu sorulduğunda ÖY “Baklavadır. 2 tane üçgen oluşuyor da onlar sayılmıyor.” demiştir (Şekil 4.45). Oluşan şekildeki üçgenleri de fark etmiş ama problemde oluşması istenen şeklin üçgenler olmadığını ifade etmiştir. “Bizim bu baklava dediğimiz şeklin geometrik olarak adı ne?” sorusuna ise “Aslında yani karenin yatay dönmüş hali olduğu için kare olabilir diye düşünüyorum.” diyerek oluşan şekil döndürülmüş olsa da kare olma durumunun bozulmayacağından emin olamamıştır.

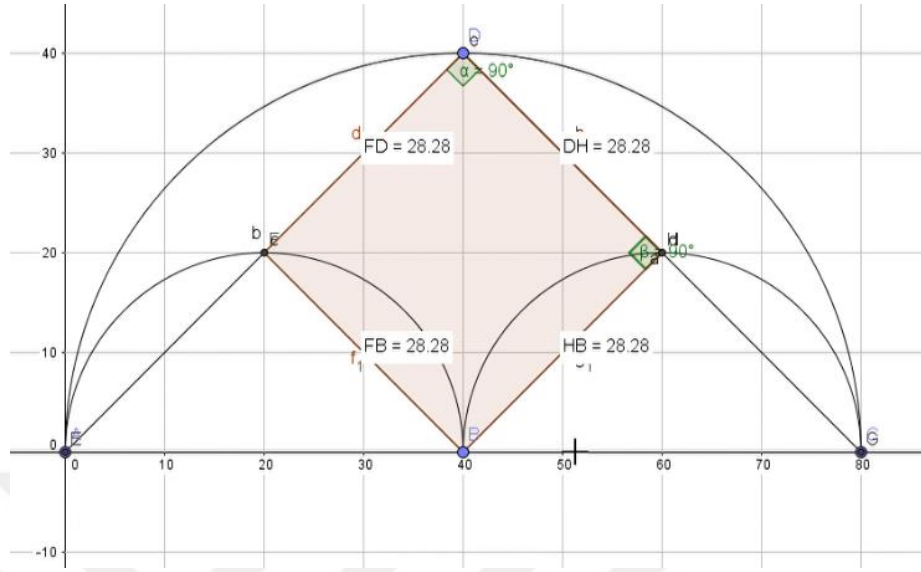
ÖE, GGB ortamındaki çözümünde oluşan şeklin kare olduğunu belirtmiş ve rastgele alınan noktalarla ilgili herhangi bir genellemeye ihtiyaç duymamıştır. ÖE’ye oluşan şeklin kare olduğundan nasıl emin olduğu sorulduğunda “Burada 2 kare var...burada da.” diyerek her şeyi orantılı çizdiği için oluşan geometrik şeklin kenar uzunluklarının eşit olacağını ifade etmiştir. Karenin açılarının kaç derece olduğu sorulduğunda “Dik... Dündüz.” demiştir. “Peki karenin en önemli özelliği nedir sence?” sorusuna ise “Kenarların birbirlerine eşit olması.” diyerek uzunluk ölçme komutuyla dört kenarın uzunluklarını ölçmüş ve Şekil 4.59’da görüldüğü gibi 28,28 santimetre olduğunu görmüştür.



Şekil 4.59. ÖE'nin GGB ekran görüntüsü 3

“Emin misin şu an kare olduğundan?” diye sorulmuş ve “28 orası da 28. Karelerden belli oluyordu zaten.” diyerek emin olduğunu belirtmiştir. Açıların kaç derece olması gerektiği sorulduğunda 90 derece olması gerektiğini söylemiştir. Ardından açı ölçme komutuyla açı ölçmeye başlamıştır. “Zaten hepsi eşit. İki açısına baksak yetiyor.” diyerek açılarını ölçerken şekildeki gibi iki açının 90 derece olmasının

kare olduğunu ispatladığını söylemiştir. “Biz gene ne olur ne olmaz...” diyerek tüm açıları ölçmüştür (Şekil 4.60).



Şekil 4.60. ÖE'nin GGB ekran görüntüsü 4

ÖE oluşan şeklin kare olduğundan emindir. Bireysel çalışma kâğıdı üzerinde de yarım çemberleri birbirine eşit ve rastgele noktayı tam ortada belirlemiştir. Fakat problemi yorumlarken bunların değişebileceğinin farkındadır. GGB ortamında ise noktaların yerlerini değiştirerek genelleme yapmaya ihtiyaç duymamıştır. Bu durumla ilgili ÖE ile araştırmacı arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

A: Peki sana bir şey sorsam, sen bunları eşit aldın ya, bunları eşit almasaydık...

ÖE: Bunu buraya koysaydık...

A: Koyalım mı?

ÖE: Koyalım. Şimdi de dikdörtgen olur.

A: Sürüklemeye devam etsek?

ÖE: Orası da dikdörtgen. O zaman yani her durumda kare olmuyor. Sadece eşit olduğunda kare oluyor.

Buna göre ÖE Erva'nın vuruşundaki rastgele nokta değişimine bağlı olarak dikdörtgen oluştuğunu, yalnızca tam ortadan alındığında kare oluşacağını görmüştür. “Peki Kerem’in vuruşu değişseydi?” diye sorulmuş ve “Dikdörtgen olurdu.” demiştir. “Şunları çeksek...” diyerek kesişim noktalarını da değiştirmeyi düşünmüştür. Kesişim noktasının diğer değişkenlere bağlı hareket ettiğini düşünememiştir. “Yani bu sorunun doğru cevabı sence ne?” diye sorulduğunda “Ya dikdörtgen ya kare.” demiştir. “Peki her kare dikdörtgen midir?” sorusuna ise “Sayılır.” diyerek dikdörtgen ve kare ilişkisini yorumlaması hedeflenmiş fakat detaylı bir karşılaştırma yapmamıştır. ÖE

oluşan geometrik şekille ilgili “*Daha aritmetik çizmek için aslında başka yerler olduğunu da biliyordum ama kare çizmeye çalıştım. Şu şekil çok hoşuma gitti.*” diyerek problem çözümünde her şeyi orantılı çizme sebebini de açıklamıştır.

GGB yazılımı üzerinde yapılacak işlemler tamamlanınca bireysel çalışma kâğıdı ve GGB arasındaki çözüm farkını kıyaslaması için ÖE ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

A: Peki GGB’de bulduk. Burada niye bulamadık?

ÖE: Burada hem karelerin boyutu aynı hem ölçümler doğru...Noktaların büyüklüğü falan her şey aynı. Burada her şey rastgele. Düz çizgi bile yok.

A: Her şeyi rastgele çizdik. O yüzden tam olmadı diyorsun. Peki çok düzgün çizseydik. Hani şuraları sürükledik ya...

ÖE: Yapamazdık.

diyerek aslında GGB ortamında rahatlıkla yapabildiğimiz genellemeyi kâğıt üzerinde yapamayacağımızı ifade etmiştir. Bireysel çalışma kâğıdı üzerinde yapmış olduğu çizimde genelleme yapabilmesi için denemesi gereken nokta sayısı ile ilgili ÖE ile araştırmacı arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

A: Peki Erva’nın vuruşu üzerinde kaç tane nokta var?

ÖE: Çok

A: Sonsuz mu?

ÖE: Sonsuz olabilir.

A: Sayabilir miyiz?

ÖE: Sayamayız.

A: Mesela kâğıt üzerinde on tane dikdörtgen bulmuş olsaydın her durumda dikdörtgen olduğuna emin olur muydun?

ÖE: Dikdörtgen oluşturmayacak başka noktalar olabilir.

A: Yani ne kadar düzgün çizersek çizelim bu soruyu tam olarak bireysel çalışma kâğıdı üzerinde çizme ihtimalimiz var mı?

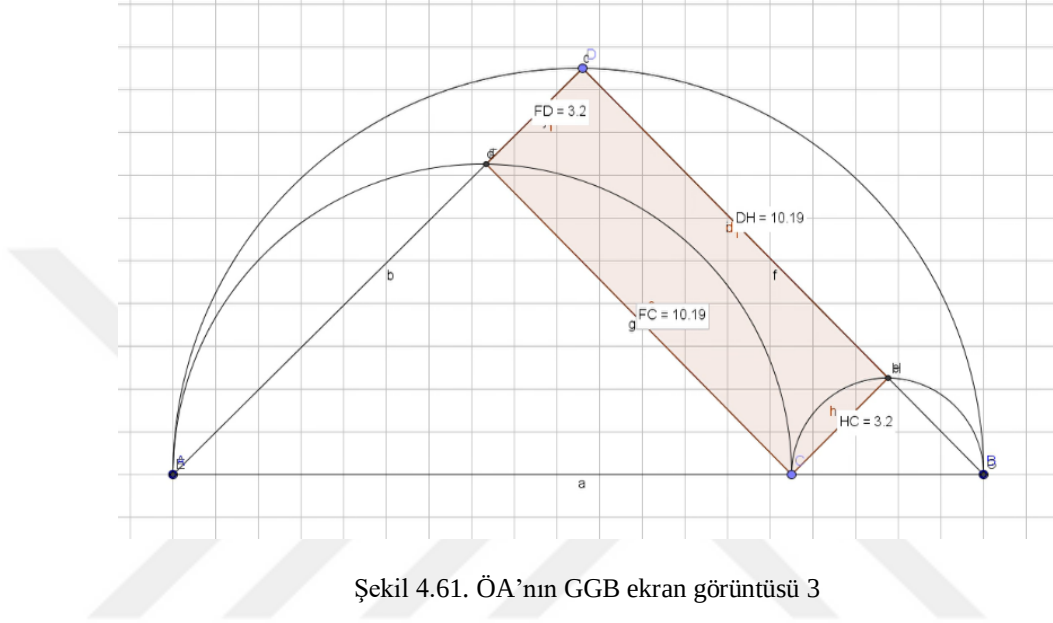
ÖE: Bulma ihtimalimiz daha az. Yani dikdörtgeni birkaç kere bulurduk ama yine emin olamazdık. Burada hem açılarını öğrendik hem boyutlarını öğrendik.

A: Yani bireysel çalışma kâğıdı üzerinde her zaman dikdörtgen oluşur diyebilir miydik sence?

ÖE: Diyemezdik.

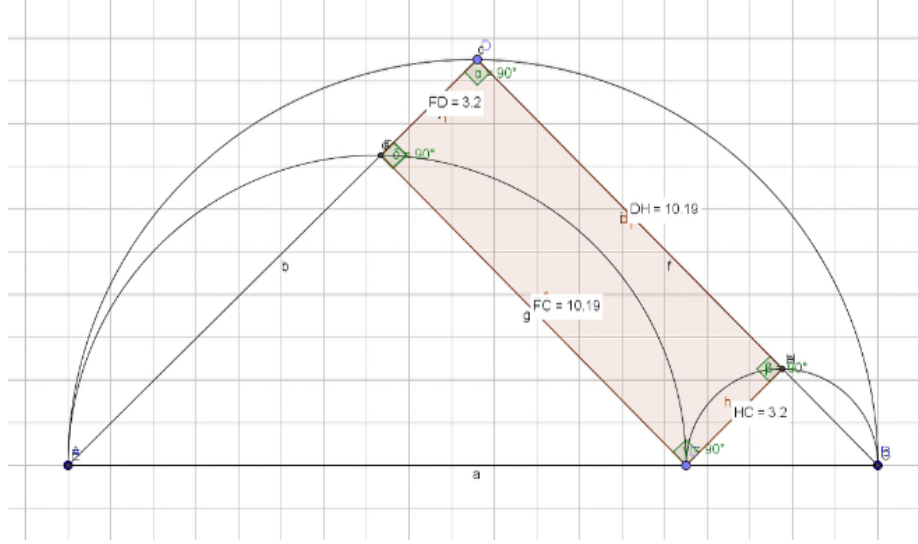
ÖE’nin bireysel çalışma kâğıdı üzerinde yapılan çizime bağlı olarak ne kadar fazla deneme yapılırsa yapılsın sonuca ulaşamayacağını düşünmüş olduğu görülmektedir.

GGB’de oluşan şeklin ne olduğu sorulduğunda ÖA dikdörtgen oluştuğunu söylemiştir. “Dikdörtgenin özelliklerini sayabilir misin peki?” diye sorulduğunda “İki uzun iki kısa kenarı var. Kısa uzun kenarlar birbirine eşit olmak zorunda...Ölçmemiz lazım.” diyerek oluşan şeklin dikdörtgen olma durumunu sorgulamaya başlamıştır. GGB yardımıyla uzunluk ölçerek karşılıklı kenar uzunluklarının Şekil 4.61’deki gibi eşit olduğu görülmüştür.



Şekil 4.61. ÖA’nın GGB ekran görüntüsü 3

ÖA kenar uzunluklarını ölçmeyi düşünmüş fakat açılarla ilgili herhangi bir değerlendirme yapmayı düşünmemiştir. “Peki açılarını ölçmeye gerek var mı dikdörtgen olduğundan emin olmak için?” diye sorulduğunda “Evet.” demiştir. Açılarının kaç derece olduğu sorulduğunda 90 derece olması gerektiğini söylemiştir. Açı ölçme komutu yardımıyla açılarını ölçmeye başlamış ve şekildeki gibi tüm açılarının 90 derece olduğunu görmüştür (Şekil 4.62). “Tüm açılara bakmamız gerekir mi? Hepsine bakmadan bilemez miyiz?” diye sorulduğunda “Tüm açılara bakmak gerekir.” cevabını vermiştir. Tüm açılarının 90 derece olduğundan emin olmak için tüm açılarının ölçülmesi gerektiğini düşünmüştür. “Peki bu kare olabilir miydi?” diye sorulduğunda “Olamaz.” diyerek gerekli şartlar sağlandığında kare olabileceğini düşünmemiştir.



Şekil 4.62. ÖA'nın GGB ekran görüntüsü 4

Rastgele seçilen noktaya bağlı olarak oluşan geometrik şeklin değişip değişmediği sorulduğunda problemin cevabının değiştiğini düşünmüştür. Her zaman dikdörtgen olduğunu fark edememiştir. GGB ortamında geometrik şekli sürüklediğinde ise dikdörtgen olma durumunun değişmediğini fark etmiştir. Kerem'in ikinci vuruşunun başlangıç noktasını değiştirdiğinde şeklin dikdörtgen olma durumunun değişmeyeceğini sürükleyerek fark etmiştir.

Bireysel çalışma kâğıdı üzerindeki çizimde neden sonuca tam olarak ulaşamadığımız sorgulandığında ise cetvelle çizmediğimiz için şeklin düzgün olmadığını söylemiştir. Bireysel çalışma kâğıdı üzerindeki genelleme süreciyle ilgili ÖA ile araştırmacı (A) arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

A: Peki bireysel çalışma kâğıdı üzerinde on tane şekil çizseydin ve hepsi dikdörtgen olsaydı her durumda dikdörtgen olduğuna emin olur muydun?

ÖA: Evet. Her zaman dikdörtgen olurdu.

A: Peki bireysel çalışma kâğıdı üzerinde tüm noktaları deneyerek bulabilir miydik?

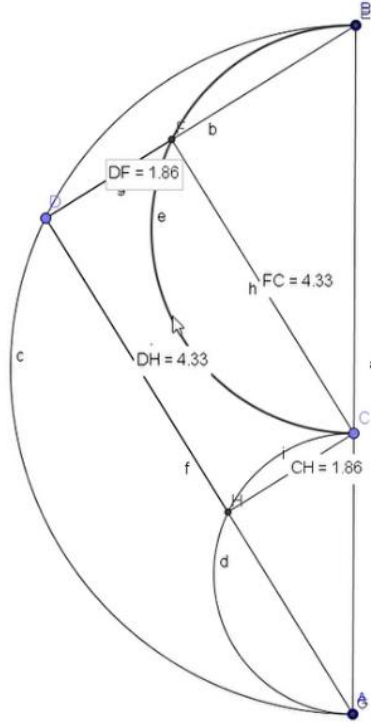
ÖA: Zor olurdu ama denerdik. Olurdu.

A: Peki GGB kullanarak?

ÖA: GGB ile daha kolay oldu.

Buna göre ÖA bireysel çalışma kâğıdı üzerindeki çizimde denenecek çok fazla nokta olduğunu fakat zor da olsa deneyerek çözüme ulaşılabileceğini belirtmiştir. Sonsuz nokta kavramını düşünmediği için çözümün bireysel çalışma kâğıdı üzerinde de genellenebileceğini düşünmüştür.

ÖB GGB ortamında “*Dikdörtgen hocam.*” diyerek kenar uzunluklarını ölçmeden dikdörtgen olduğundan emin olduğunu söylemiştir. Kenar uzunluklarını ve açıları ölçmeye gerek duymadan oluşan şeklin dikdörtgen olduğundan emin olduğunu söyleyen ÖB sadece çizdiği görsele bakıp ölçüm yaparak dikdörtgen olma durumunu ispatlamaya gerek duymamıştır. Dikdörtgenin özellikleri sorulduğunda ise “*Dikdörtgenin kısa kenarları eşit uzun kenarlarının eşit olması lazım.*” demiştir. Ölçebileceği hatırlatılınca uzun ve kısa kenar uzunluklarını da ölçmüş ve Şekil 4.63’teki gibi eşit olduğunu görmüştür.



Şekil 4.63. ÖB'nin GGB ekran görüntüsü 2

Açıları ölçmeye gerek duymadan dikdörtgen olma durumu için “*Kesin eminim.*” demiştir. “*Karşılıklı kenarlar eşit olduğunda hep dikdörtgen olmak zorunda mı?*” diye sorulunca “*Evet zorunda.*” demiştir. Açıların dik olma durumunu düşünmesi için ÖB ile araştırmacı (A) arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

A: Paralelkenarın özelliklerini hatırlıyor musun?

ÖB: Tam hatırlamıyorum

A: Paralelkenarla dikdörtgenin ne farkı var?

ÖB: Hocam biri normal olacak yani burası düz, paralelkenarda birazcık yana kaymış.

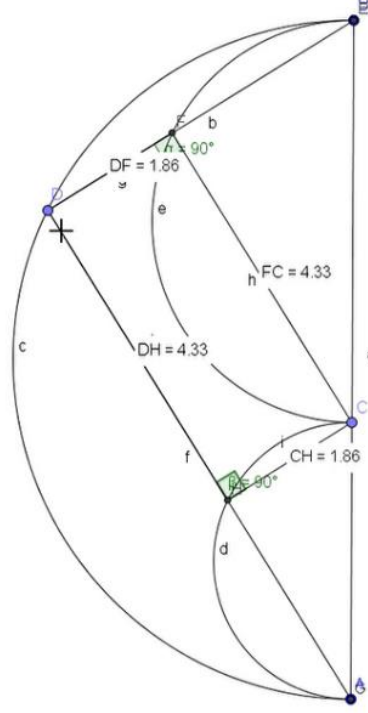
A: Peki senin düz ya da yana kaymış dediğin şeye ne diyoruz aslında?

ÖB: Açı.

A: Hıh açı bunun da açısı var bunun da açısı var.

ÖB: Bu açı 90 derece onun 90 değil.

Bu sayede açılara da bakılması gerektiğini fark etmiştir. Açılardan karşılıklı iki tanesini ölçerek Şekil 4.64'teki gibi 90 derece olduğunu görmüştür. Diğerlerini ölçmeye gerek olup olmadığı sorulduğunda “*Bence yeterli hocam. İkisi de aynı hizada burası 90 burası da 90.*” demiştir. İki açı karşılıklı değil de yan yana seçilseydi yine yeterli olduğunu düşündüğünü söylemiştir.



Şekil 4.64. ÖB'nin GGB ekran görüntüsü 3

ÖB'ye Erva'nın vuruşu üzerinde başka bir nokta belirlerse oluşan şeklin etkilenip etkilenmeyeceği sorulduğunda sürükleme özelliğini kullanarak her durumda dikdörtgen oluşacağını da görmüştür. Problemde tercihe bağlı olarak belirlenen başka bir nokta olup olmadığı sorulunca Kerem'in ikinci vuruşu yaptığı noktayı göstermiştir. Sürükleyerek her durumda dikdörtgen oluşacağını görmüştür. Çalışma kâğıdı üzerindeki çiziminde noktaların değişimine bağlı olarak yamuk da oluşabileceğini söylemiş fakat GGB üzerinde dikdörtgen oluştuğu genellemesine varmıştır. GGB ortamında kare oluşma durumuna ise “*Hayır kare oluşmaz.*” demiştir.

Bireysel çalışma kâğıdı üzerindeki çözümünün genellenemeyeceğini fark edip etmediğini sorgulamak için ÖB ile araştırmacı (A) arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

A: Peki diyelim bireysel çalışma kâğıdı üzerinde 10 tane şekil çizdik hepsi dikdörtgen oldu. Her durumda dikdörtgen olduğunu düşünür müydün?

ÖB: Evet

A: Burada kaç nokta var bu doğrultu üzerinde sence sayabilir miyiz?

ÖB: Baya var.

A: Baya var derken sonsuz mu 1000 mi 100 mü?

ÖB: Noktalar sonsuz değildir belirli sayıdadır.

ÖB bireysel çalışma kâğıdı üzerinde de çözümün genellenebileceğini düşünmüş ve denenmesi gereken sonsuz nokta olduğunu düşünememiştir.

Bireysel çalışma kâğıdı üzerinde tam bir dikdörtgen oluşturulamama sebebi sorulduğunda ise ÖB GGB ortamını kastederek *“Hocam burada küsuratlı şeyleri gösterdi. Burada oynatamadık orada oynattık.”* demiştir. Bireysel çalışma kâğıdı üzerinde dikdörtgen oluşmamasının çizimden mi kaynaklandığı sorulduğunda ilk önce *“Çizim değil başka bir şey”* demiştir. Fakat bu sorgulamayı devam ettirince neden dikdörtgeni belirleyemediğimiz hakkında *“Hocam biraz yamuk gibi. Tam düz çizemediğim için...”* demiştir. Bu anlamda teknolojinin işimize yaradığını belirtmiştir.

ÖZ, GGB ortamında işaretlenen noktaları birleştirdiğinde oluşan şeklin kareye benzediğini söylemiş, emin olup olmadığı sorulunca da *“Yani tam bir açısına bakmak lazım.”* diyerek kare olma durumunu değerlendirmek istemiştir. İki açıyı ölçüp Şekil 4.65'teki gibi 90 derece olduğunu görünce bunun kare olması için yeterli olup olmadığı ile ilgili ÖZ ile araştırmacı (A) arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

ÖZ: Evet iki kenarı zaten 90. Yani kesin olur.

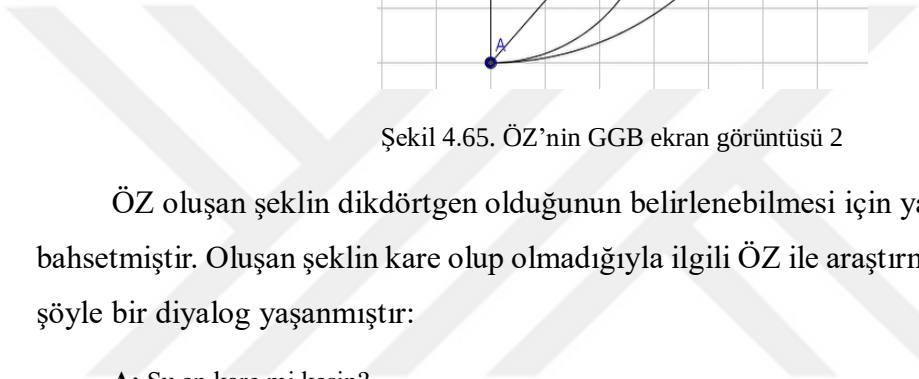
A: Peki karşılıklı ya da yan yana olup olmaması önemli mi?

ÖZ: Bence her türlü 90 olur.

A: Peki bir tanesinin 90 derece olması yeterli mi?

ÖZ: Yok onunla ilgili bir şey yapamayız.

ÖZ tüm açıların 90 derece olduğunun belirlenebilmesi için sadece iki açısının 90 derece olmasının yeterli olacağını savunmuştur.



Şekil 4.65. ÖZ'nin GGB ekran görüntüsü 2

ÖZ oluşan şeklin dikkörtgen olduğunun belirlenebilmesi için yalnızca açılardan bahsetmiştir. Oluşan şeklin kare olup olmadığıyla ilgili ÖZ ile araştırmacı (A) arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

A: Şu an kare mi kesin?

ÖZ: Kare çünkü tüm kenarları 90

A: Dikdörtgen niye değil?

ÖZ: Çünkü benim çizimim taslak olduğu için.

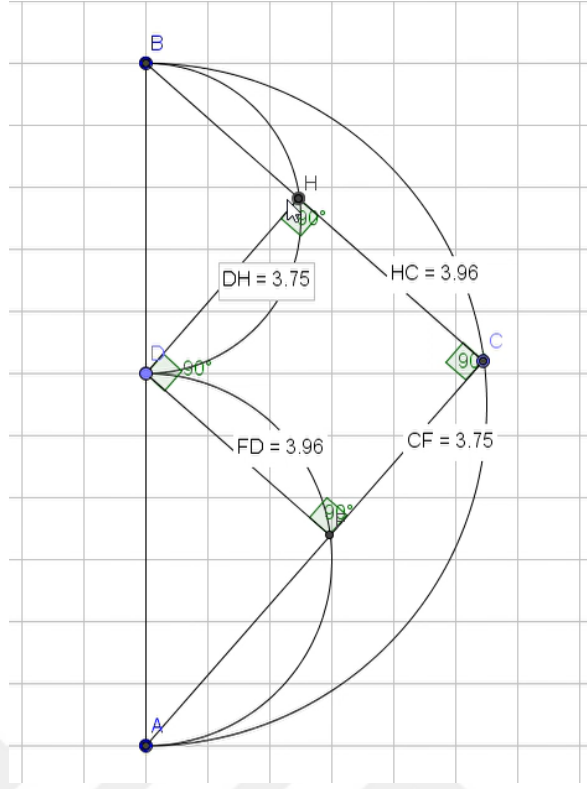
A: Kareyi dikdörtgenden ayıran başka özellik yok mu?

ÖZ: Tüm kenarları eşit.

A: Eşit mi?

ÖZ: Bilmiyoruz. Bakabiliriz.

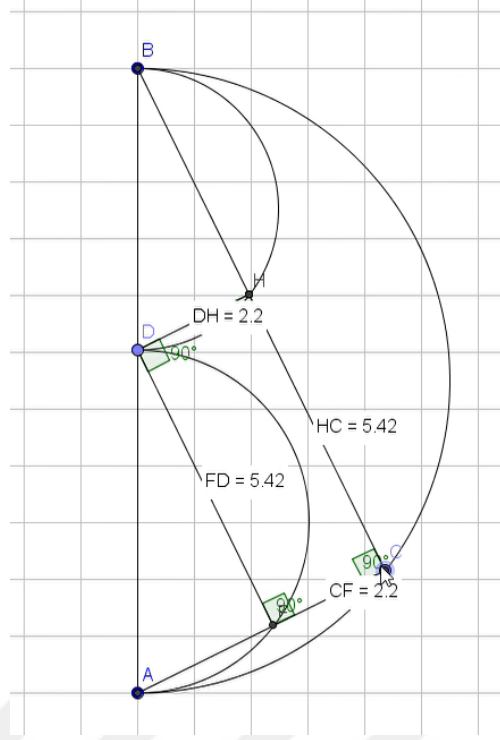
ÖZ uzunlukları Şekil 4.66'daki gibi ölçmüş ve kenar uzunluklarının eşit olmadığını görmüştür. “*Şekil bizi yanılttı. Dikdörtgenmiş.*” diyerek oluşan şeklin dikdörtgen olduğunu söylemiştir.



Şekil 4.66. ÖZ'nin GGB ekran görüntüsü 3

ÖZ' ye oluşan şeklin kare olup olmayacağı sorulunca ise “*Kesişim noktalarını oynatarsak kare olabilir diye düşünüyorum.*” demiştir. Sürüklemeye çalışmış ama bu noktaların sabit olduğunu görmüştür. “*Kesişim noktalarını oynatsak da işimize yaramaz zaten.*” demiştir. “*Peki her kare dikdörtgen midir sence?*” diye sorulduğunda ise “*Olmaz çünkü dikdörtgenin karşılıklı kenarları eşit karenin tüm.*” cevabını vermiştir. Buradan dikdörtgen ve kare kavramlarını ilişkilendiremediği görülmektedir.

Bireysel çalışma kâğıdı üzerinde oluşturduğu şeklin neden yamuk olduğu ile ilgili ÖZ “*Çünkü bilgisayar çizimi çok ince hesaplamaları falan yapıyor. Ben tüm kâğıda taslak olarak çizdim.*” demiştir. Erva'nın vuruşundaki rastgele nokta değişince oluşan şeklin değişeceğini, Kerem'in ikinci vuruşunu yaptığı noktanın değişiminin ise sonucu etkilemeyeceğini söylediği hatırlatılınca sürükleyerek noktaları değiştirmiş ve Şekil 4.67'deki gibi “*Hep dikdörtgen oluyor.*” demiştir.



Şekil 4.67. ÖZ'nin GGB ekran görüntüsü 4

Bireysel çalışma kâğıdındaki çözümün genellenebilme durumu ile ilgili ÖZ ile araştırmacı (A) arasında şöyle bir diyalog yaşanmıştır:

A: Peki biz çalışma kâğıdında niye yapamadık?

ÖZ: Çizimden dolayı yapamadık.

A: Peki bireysel çalışma kâğıdı üzerinde çizim hatamız olmadan dikdörtgen bulsaydık her zaman dikdörtgen olduğundan emin olabilir miydin?

ÖZ: Kafadan düşünürsem belki şey yapabilirdim ama bilgisayar programında daha net görebildik.

A: Neden emin olamazdın peki?

ÖZ: Yani sonuçta kafadan yapıyorum kafadan yapınca net olmaz.

A: GGB'da neden eminsin dikdörtgen olduğundan?

ÖZ: Eminim çünkü burada iyi hesaplama yapabildim...net şey yaptım...yerlerini değiştirebiliyoruz

A: Peki farklı nokta denemelerini bireysel çalışma kâğıdı üzerinde yapabilir miydik?

ÖZ: Yani farklı çizim yaparak yapabilirim.

A: Mesela bireysel çalışma kâğıdı üzerinde 10 farklı çizimde dikdörtgen bulsaydın her durumda dikdörtgen olduğuna emin olur muydun?

ÖZ: Ya ama yine ince bir şeyi var mı yok mu bilemem. Ben şüphe ederim. Her şeyin kesin olmasını isterim.

Buna göre ÖZ bireysel çalışma kâğıdı üzerinde dikdörtgen oluşumunda genelleme yapma konusunda şüpheleri olduğunu söylemiştir.

Çalışma kâğıdı üzerinde denenmesi gereken kaç nokta olduğuyla ilgili ÖZ ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

A: Denememiz gereken kaç nokta var?

ÖZ: Çok.

A: Ne kadar çok?

ÖZ: Yani deneye deneye olur tahmin yapabilirim.

A: Bir doğru parçası üzerinde kaç nokta var mesela?

ÖZ: Uzunluğuna göre değişir ki. Sonsuz da olabilir yani minik minik noktalar sonuçta.

A: Sonsuz mudur buradan buraya?

ÖZ: Sonsuzdur.

A: Sonsuz tane noktayı deneyip emin olma şansın var mı?

ÖZ: Yok

A: Ama GGB’da emin oldun mu?

ÖZ: Evet eminim dikdörtgen oldu. Zaten aslında biraz ulaşmamızı hedeflediğimiz sonuçta buydu galiba.

ÖZ’nin problemin kesin çözüm şeklinde genellenmesinin bireysel çalışma kâğıdı üzerinde mümkün olmadığını, GGB’nin ise bu genellemeye imkan tanıdığını düşündüğü görülmektedir.

GGB ortamında oluşan şekille ilgili ÖY oluşan şeklin “Karenin yatay dönmüş hali” olduğunu söylemiştir. Kare olduğundan emin olmak için GGB ortamında açı ve uzunluk ölçümü yapmıştır (Şekil 4.68). Bu durumla ilgili ÖY ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

A: Kare olması için neye bakmamız lazım?

ÖY: Açıların eşitliğine. 90 oluyor diğeri de mantıken 90 olur

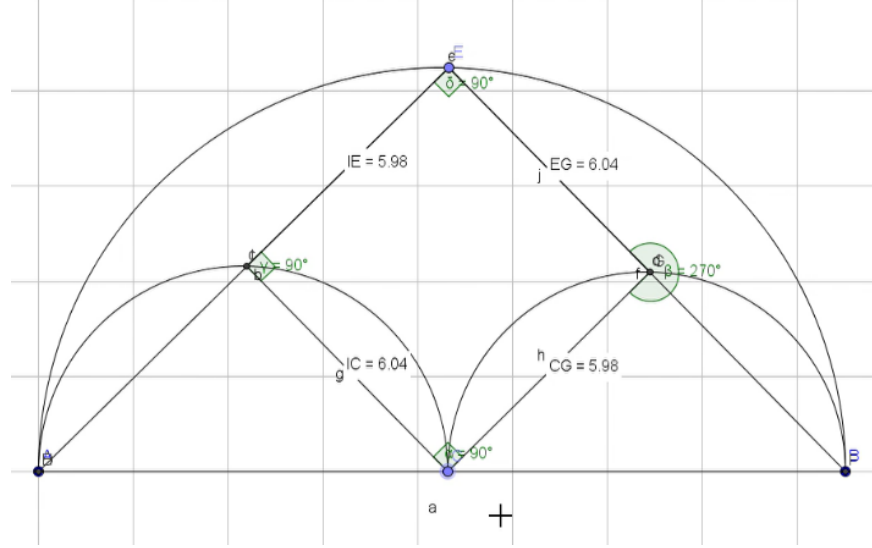
A: Yani kaç tanesinin 90 olması yeterli?

ÖY: 3 tanesi.

A: Peki köşeleri 90 derece olan her dörtgen kare midir?

ÖY: Hayır değildir. Kenarlarının da eşit olması lazım.

Ardından ÖY kenar uzunluklarını ölçmüş ve tüm kenarların değil yalnızca karşılıklı kenarların eşit olduğunu görmüştür. ÖY. “Yani bu bir dikdörtgen...Kare de yapabiliriz. Dikdörtgen de zaten karenin aslında bi benzeri.” diyerek oluşan şekli değerlendirmiştir.



Şekil 4.68. ÖY'nin GGB ekran görüntüsü 4

ÖY hem Erva'nın vuruşundaki rastgele noktanın hem de Kerem'in ikinci vuruşu yaptığı noktanın yerlerini sürükleyerek değiştirmiş ve *"Hala dikdörtgen."* demiştir. Noktaların yerlerini sürükleyerek değiştirmiş ve *"Kare yapmaya çalışıyorum."* demiştir. Sonuçta oluşan geometrik şekille ilgili *"Bu sorunun tek bir cevabı yok. Kare de olabilir dikdörtgen de olabilir."* diyerek karenin dikdörtgenin özel bir hali olduğunu düşünmemiştir.

Oluşan geometrik şekille ilgili ÖY ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır.

A: Yani bu sorunun cevabı yamuk olabilir mi?

ÖY: Olabilir ama aslında şu kenarları eşit olmadığı için tam yamuk olmuyor. Beş tane kenarı olsa beşgen olurdu kesin.

A: Şu an beşgen olur mu?

ÖY: Beşgen olmaz...Çünkü 4 nokta işaretliyoruz.

A: Peki rastgele noktaları değiştirirsek oluşan şekil değişir mi?

ÖY: Noktaları değiştirsek de şekil değişmez çünkü hepsi aynı oranda artıp aynı oranda azalıyor.

Buna göre ÖY Erva'nın ve Kerem'in vuruşunda seçilen rastgele noktalar değişse bile oluşan şeklin dikdörtgen ya da kare olacağını söylemiştir.

Bireysel çalışma kâğıdında yaptığı çözümle ilgili ÖY ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

A: Peki bireysel çalışma kâğıdı üzerinde niye olmadı? Sence neyi farklı yaptık?

ÖY: Çünkü biz burada çemberleri birazcık daha yüksek ve daha çemberimsi çizdik ama kâğıtta birazcık ovalimsi oluyor.

A: Yani yarım çemberlerden mi kaynaklandı diyorsun?

ÖY: Evet yarım çemberleri çizmemden dolayı.

A: Peki pergelle çizseydik ya da mükemmel bir çizim yapsaydık doğru olur muydu?

ÖY: Mükemmel çizseydik doğru olurdu.

A: Peki kâğıt üzerinde bunu yapmak kolay mı sence?

ÖY: Hayır zor.

Buna göre ÖY bireysel çalışma kâğıdı üzerinde mükemmel bir çizimle dikdörtgen oluşturulabileceğini fakat bunun zor olduğunu söylemiştir.

Bireysel çalışma kâğıdı üzerinde genelleme imkanının mümkün olup olmadığını sorgulama amacıyla “*Bunları diyelim ki bireysel çalışma kâğıdında mükemmel çizdin ve dikdörtgen oluştu. Her zaman dikdörtgen olur diyebilir miydik?*” diye sorulmuş ve “*Diyebiliriz evet...Mükemmel çizersek olur. Zaten ikisi de aynı problemin aynı sonuçları sadece çizimin farkı var.*” diyerek bireysel çalışma kâğıdı üzerinde de genelleme yapılabileceğini düşünmüştür. Sürüklemeye özelliği ile ilgili ÖY ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

A: Peki biz şu an sürükleyerek her durumda dikdörtgen olduğunu gördük. Kâğıt üzerinde bunu yapabilir miydik?

ÖY: Kâğıtta da yapabiliriz ama öyle noktaları hareket ettirerek falan yapamazdık. Bunu çizmek gerekirdi yani her noktasında.

A: Peki böyle bir şey mümkün mü? Her noktasını çizmek.

ÖY: Noktaları çizmek yani mümkün ama biraz zor.

A: Kaç nokta var peki buradan buraya yani?

ÖY: Biraz fazla oluyor.

A: Mesela sana buradan 10 tane çizsem hepsi dikdörtgen olsa sen ikna olur musun?

ÖY: Hayır noktaların hepsini çizmem gerekir.

A: Peki kaç nokta var?

ÖY: Bayağı fazla var yani.

A: Sonsuz olur mu peki?

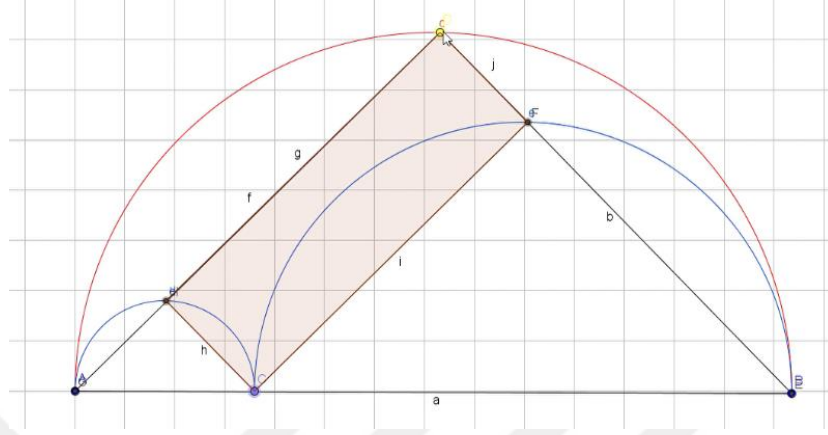
ÖY: Yani aslında sonsuz nokta olamaz belli bir sayıda var ama onu da belirlemek herkese göre farklı olur yani.

A: Teknoloji kullanmadan yapamayacağımız bir şey miydi sence bu?

ÖY: Yani yapabiliydik de bayağı fazla zaman alırdı ve bayağı uğraştırıcı bir şey olurdu. Onun içinde zaten çizimlerimizin gayet de iyi olması gerekirdi.

Buna göre ÖY çizimlerin doğruluğuna bağlı olarak bireysel çalışma kâğıdı üzerinde de genelleme yapılabileceğini savunmuştur.

ÖR ise problem çözüm süreci sonunda işaretlenen tüm noktaları tek tek kontrol etmiş ve “*Bi dikdörtgen*” diyerek oluşan şeklin dikdörtgen olduğunu söylemiştir. Çokgen oluşturma komutuyla Şekil 4.69’daki çizimdeki geometrik şekli belirlemiştir.



Şekil 4.69. Ör'nin GGB ekran görüntüsü 5

Oluşan geometrik şekille ilgili Ör ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

ÖR: Dikdörtgen yani başta dediğim doğruymuş.

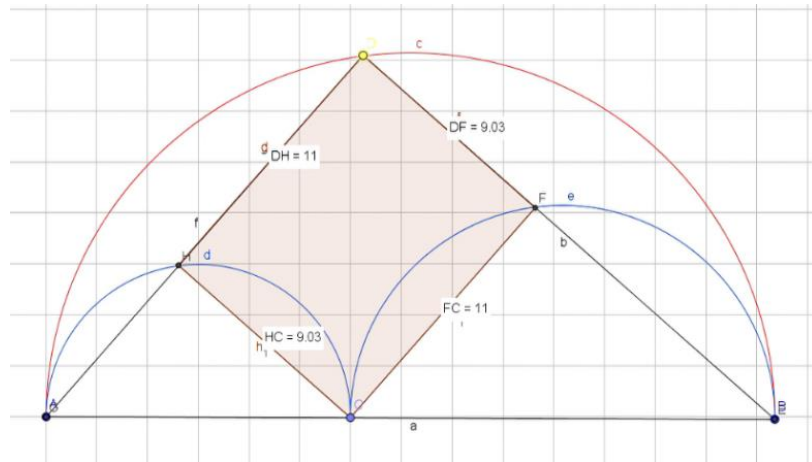
A: Emin misin?

ÖR: Başka bir şey de çıkabilir gibi ama...

A: Ne mesela?

ÖR: Kare de olabiliyor. Hani baklava gibi bir şekil de çıkar bence.

ÖR'ye “*Dikdörtgen olduğuna nasıl emin oldun?*” diye sorulmuş ve “*İki uzun kenarıyla kısa kenarının eşit olması.*” diyerek kenar uzunluklarını ölçmüş ve Şekil 4.70’teki gibi karşılıklı kenarların eşit uzunlukta olduğunu görmüştür.



Şekil 4.70. Ör'nin GGB ekran görüntüsü 6

Oluşan şeklin dikdörtgen olduğundan emin olma durumu ile ilgili ÖR ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

ÖR: Evet ispatlandı yani.

A: İspatlandı mı sence? Paralelkenar nasıldı?

ÖR: O da bir dikdörtgen çünkü.

A: Paralelkenarla dikdörtgenin ne farkı var?

ÖR: Her kare dikdörtgendir ama her dikdörtgen kare değildir değil mi?

A: Evet her dikdörtgen kare değildir. Karenin özelliği ne uzunluk anlamında?

ÖR: Tüm kenarlarının eşit olması. Bunun tüm kenarları eşit değil.

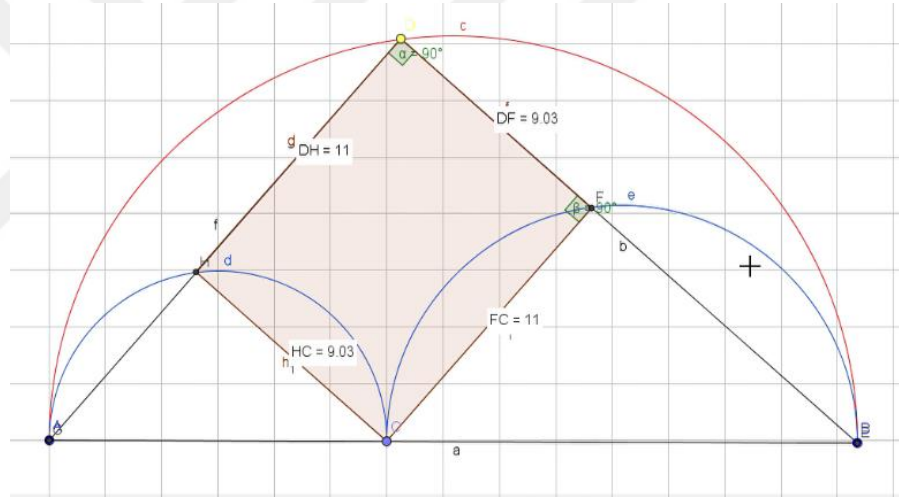
A: Açıları düşün desem sana ne dersin?

ÖR: O daha mı büyük olmalı ama hayır onu da küçük yapabiliriz

A: Dikdörtgen açıları kaç derece mesela?

ÖR: Her şeyi 90, 90, 90.

Buna göre ÖR açıları Şekil 4.71'deki gibi ölçmüştür.



Şekil 4.71. ÖR'nin GGB ekran görüntüsü 7

Oluşan şeklin açıları ile ilgili ÖR ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

A: Kaç derece?

ÖR: 90.

A: Peki bunun sadece 90 olması dikdörtgen olduğunu garantiler mi?

ÖR: Sadece bir tanesi 90, diğerlerine bakmadık.

A: Bakalım mı bakmak zorunda mıyız öyle sorayım?

ÖR: Bence zorundayız.

A: Hepsini ayrı ayrı bakmamız mı lazım yani?

ÖR: Yani şu ikisi aslında verir.

A: 2 tanesi olsa yeterli mi? Mesela yan yana ikisi yeterli mi sence?

Böylece ÖR hem Erva'nın vuruşundaki rastgele noktanın hem de Kerem'in ikinci vuruşu yaptığı noktanın sonsuz sayıda olduğunu söylemiştir.

Bireysel çalışma kâğıdı üzerinde çözümün genellenebilirliğiyle ilgili ÖR ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır.

A: Peki bunu çözmemiz mümkün müydü? Sonsuz tane şeyi deneyebilir miyiz?

ÖR: Hayır.

A: Yani zor mu olurdu? Çizemez miydik?

ÖR: Kâğıtta çizemezdik ama zaten o kadar minnacık şeyleri denemek de saçma olurdu.

A: Mesela ben sana burada 10 tane dikdörtgen bulsaydım bireysel çalışma kâğıdı üzerinde, sen her durumda dikdörtgen olduğuna emin olur muydun?

ÖR: Yok inanmazdım.

Buna göre ÖR bireysel çalışma kâğıdı üzerinde oluşan şeklin genellenmesinin mümkün olamayacağını belirtmiştir. Çalışma kâğıdı üzerinde yeni bir çizim yapmak istemiş ve bu sefer tam olarak bir dikdörtgen oluşacağını düşünmüştür. Bununla ilgili ÖR ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır:

ÖR: Tam şey olmadı.

A: Ne yapmaya çalışıyordun? Tam bir dikdörtgen yapmak mı?

ÖR: Bunları birleştireceğiz şu kesişim noktaları da vardı sanki.

A: Peki diyelim dikdörtgen çizdik. Mükemmel oldu. Rastgele noktaları değiştirdiğimizde yine dikdörtgen olacağından emin olabilir miydin?

ÖR: Ben o sırada şunu da düşünüyordum...o buraya geldiğinde devam eder. Buraya düşemez.

A: Çalışma kâğıdında anlayamamıştın. GGB ortamında anladın mı şimdi neden olmadığını?

ÖR: Evet. Çünkü bunun daha az bir mesafe kat etmesinin sebebi daha küçük bir vuruş yapılması.

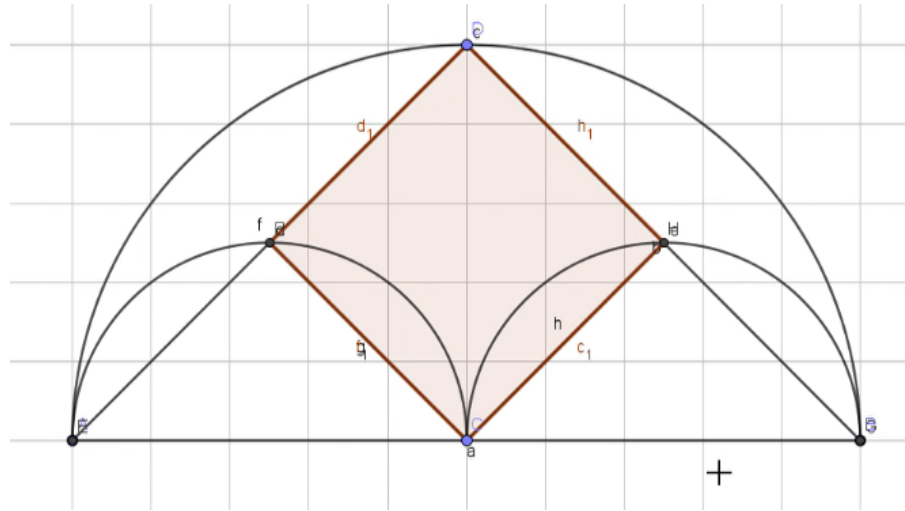
A: Yani yarı çapın küçülmesi gibi.

ÖR: Evet. Zaten o da devam ederdi. Aynı noktaya düşerdi. Onun yarı çapı farklı yani.

A: Yani bu seçtiğimiz noktalara bağlı olarak yeri mi değişiyor?

ÖR: Evet.

GGB destekli ortamda ÖK işaretlenen noktaları doğru parçalarıyla birleştirerek geometrik şekli Şekil 4.73'teki gibi oluşturmuştur. “*Çokgen Oluştur*” komutuyla renklendirerek belirginleştirmiştir.



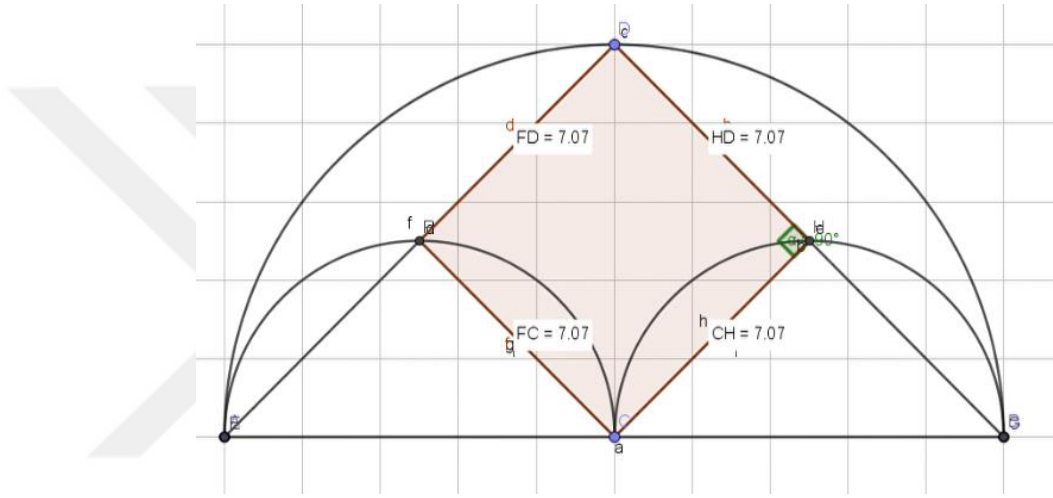
Şekil 4.73. ÖK'nin GGB ekran görüntüsü 2

ÖK oluşan şekille ilgili “*Bu kare...eminim.*” demiş ve kare olmasıyla ilgili açığı veya uzunluk ölçümü yapmaya ihtiyaç duymamıştır. Kare olduğundan nasıl emin olduğu sorulduğunda ise “*Uzunluk ölçebiliriz.*” demiştir. Kenar uzunluklarını ölçmüş ve Şekil 4.74’teki gibi tüm kenarların değil yalnızca karşılıklı kenarların eşit olduğunu görmüştür. “*Dikdörtgen oldu. Kare de olabilirdi az şu tarafları dışarıdan şey yapsam.*” diyerek oluşan şeklin dikdörtgen olduğunu söylemiştir.

Şekil 4.74. ÖK'nin GGB ekran görüntüsü 3

Geometrik şekli oluşturduktan sonra “*Bu sorunun net cevabı ne sence?*” diye sorulduğunda ÖK “*Net bir cevabı yok...Bütün şekiller olabilir.*” diyerek sürüklemeye özelliğini kullanma gereği duymamıştır. Daha sonra oluşan şekli sürüklemeye özelliğiyle genelleyerek sorgulamış ve “*Hep dikdörtgen.*” demiştir.

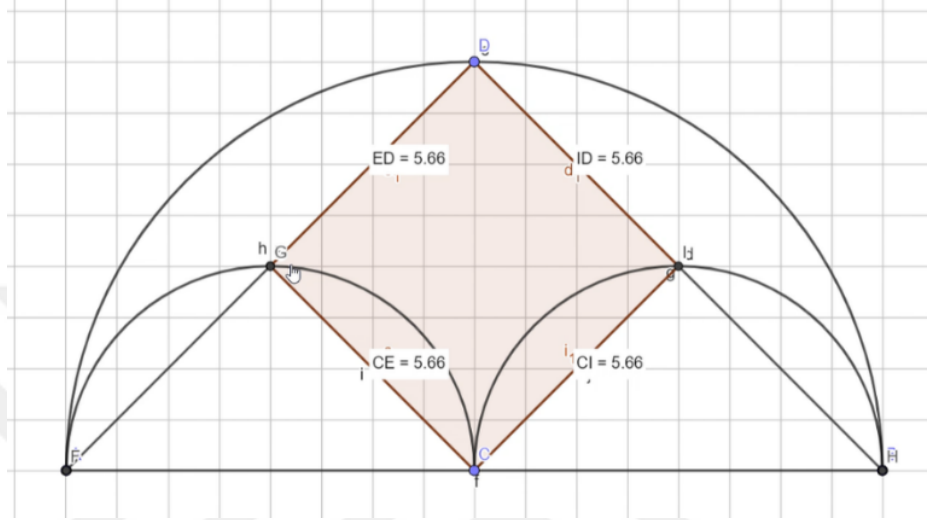
ÖK oluşan geometrik şeklin dikdörtgen olduğunu belirlerken sadece uzunlukları ölçmüş ama açıları ölçmeye gerek duymamıştır. “*Karşılıklı kenar uzunlukları eşit olan her dörtgen dikdörtgen midir?*” diye sorulduğunda “*Hayır değildir. Paralelkenar da olabilir.*” demiş ve açıları ölçmek istemiştir. Bir açıyı Şekil 4.75’teki gibi ölçmüş ve 90 derece olduğunu gördükten sonra “*Bir tanesinin 90 olması yetiyor mu?*” diye sorulduğunda “*Evet. 90 olacağından eminim ama yine de bakayım.*” demiştir. Bunun üzerine tüm açıları ölçmüş ve hepsinin 90 derece olduğunu görmüştür. Yani bu problemin cevabının ne olduğu sorulduğunda “*Kare veya dikdörtgen*” demiştir. Her karenin aslında dikdörtgenin özel bir hali olduğu bilgisini kullanmamıştır.



Şekil 4.75. ÖK'nin GGB ekran görüntüsü 4

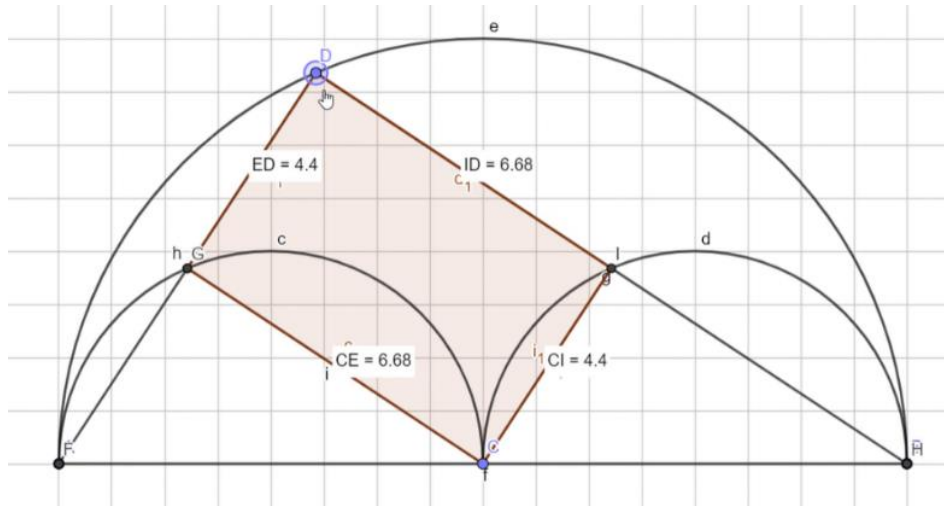
ÖK'ya bireysel çalışma kâğıdı üzerinde neden dikdörtgen oluşturamadığı sorulduğunda “*Çünkü kâğıtta santimetreleri falan ayarlayamadık.*” demiştir. Bireysel çalışma kâğıdı üzerinde genelleme süreciyle ilgili “*Bireysel çalışma kâğıdı üzerinde bir kere dikdörtgen bulsaydık sen bu sorunun cevabının dikdörtgen olduğundan emin olur muydun?*” diye sorulduğunda “*Olmazdım. Çünkü şekli değişebilir.*” demiştir. “*Peki bireysel çalışma kâğıdı üzerinde birden fazla kez dikdörtgen olsaydı emin olur muydun?*” diye sorulduğunda ise “*Olmazdım. Çünkü her vuruşumuz değiştiği için çizdiğimiz noktalar da değişir.*” demiştir. Bireysel çalışma kâğıdı üzerinde denememiz gereken nokta sayısı ile ilgili “*Bireysel çalışma kâğıdı üzerinde kaç farklı nokta denememiz lazım?*” sorusuna “*Bayağı bir...sonsuz nokta deneriz.*” diyerek sonsuz ihtimalden bahsetmiştir. GGB destekli ortamda oluşan geometrik şekilden nasıl emin olduğu sorulduğunda ise “*Yani bütün şekilleri ve ihtimalleri görebiliyoruz.*” demiştir. GGB kullanımının etkisini “*Çizim yaparak emin olduk. Farklı alternatifleri oynatarak gördük.*” diyerek ifade etmiştir.

ÖN ise GGB ortamında oluşan şeklin kare olduğunu söylemiştir. Emin olup olmadığı sorulduğunda ise “Ölçmediğimiz için bilmiyorum.” diyerek oluşan şeklin kare olduğunu kenar uzunluklarını ölçerek kontrol etmiştir. Tüm kenar uzunluklarının birbirine eşit olduğunu görmüştür (Şekil 4.76).



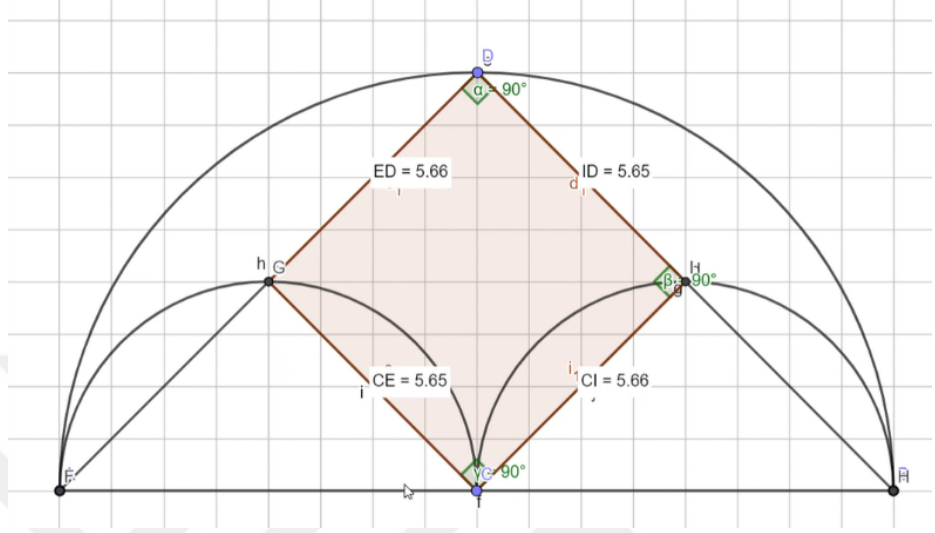
Şekil 4.76. Ön'nin GGB ekran görüntüsü 5

ÖN'ye noktaları sürükleyebileceği hatırlatılınca sürüklemiş ve “Belki dikdörtgen olabilirdi ama kare de oluyor.” diyerek Şekil 4.77'deki gibi dikdörtgen oluştuğunu fark etmiştir.



Şekil 4.77. Ön'nin GGB ekran görüntüsü 6

ÖN, açı ölçmesi gerektiğini gözden kaçırmış ve hatırlatıldığında “*Evet ölçmek gerekir.*” demiştir. 3 tane iç açısının 90 derece olduğunu görünce “*...Yeter zaten toplamı 360.*” diyerek dörtgenlerin iç açılar toplamının 360 derece olmasından dolayı son açığı ölçmeye gerek duymamıştır (Şekil 4.78).



Şekil 4.78. ÖN'nin GGB ekran görüntüsü 7

Sonuç olarak problemde oluşması istenen geometrik şekille ilgili “*...Tam ortadaki kare. Her kare zaten diktörtgen.*” diyerek kare ve diktörtgen ilişkisini ifade etmiştir. Problemin çözümünün GGB ortamında bireysel çalışma kâğıdından farklı olma nedeni ile ilgili ise “*Kareli alan yoktu yani zeminimiz kareli zemin değildi. Bir de düz çizemedim.*” demiştir. Ayrıca kâğıt üzerinde “*...yanlış çizdiysem...*” kaygısı yaşadığını belirtmiştir. “*Güzel çizersen var ...*” diyerek kâğıt üzerinde de oluşan şeklin kesin olarak belirlenme ihtimali olduğunu söylemiştir. “*Peki kâğıt üzerinde 10 diktörtgen olsaydı emin olur muydun?*” diye sorulduğunda “*Düşünmezdim. Yani 10 kere olduyorsa artık olmuştur herhalde diye düşünürdüm. Sonuçta hangi şeklin oluştuğunu sormuş. Ben şekli bulmuşum.*” diyerek şeklin kâğıt üzerinde de genellenebileceğini savunmuştur. Kâğıt üzerinde sürüklemenin mümkün olma ihtimali sorulduğunda “*...Mümkün değil.*” diyerek bunun sadece GGB ortamında mümkün olduğunu söylemiştir. Denenmesi gereken nokta sayısı sorulduğunda ise “*Belli bir sınırı yok...sonsuz.*” demiştir. Daha önce söylediğinin aksine “*...denenir ama hepsi bitmez.*” diyerek kâğıt üzerinde sonsuz noktanın denenemeyeceğini bu aşamada fark etmiştir. Kâğıt üzerinde bu problemin çözümünün mümkün olup olmadığı sorulduğunda “*...Hayır. Kâğıtta çözülmez...*” diyerek hatasını fark etmiş ve kesin sonucun sadece GGB ortamında oluştuğunu belirtmiştir.

Katılımcılar dinamik matematik yazılımı destekli ortamda bireysel çalışma kâğıdından farklı olarak daha kolay ve düzgün çizim yapmışlardır. Kâğıt üzerinde ölçülü çizim yapamadıkları için oluşan şeklin doğruluğundan tam anlamıyla emin olamadıkları gözlenmiştir. GGB ortamında ise sürükleme özelliği sayesinde problem çözme sürecinin farklı aşamalarında oluşabilecek durumları incelemişler ve süreci çözümlerinden emin bir şekilde tamamlamışlardır.

Katılımcılardan bazıları çözümün genellenebilir olma durumunun yalnızca dinamik matematik yazılımı destekli ortamda mümkün olduğunu kavrayamamış, kâğıt üzerinde cetvel ve pergel kullanarak da bunun mümkün olabileceğini düşünmüşlerdir.

GGB ortamında katılımcıların çözüm kolaylığından dolayı farklı alternatif çizimler denemeye hevesli olduğu ve bu sayede problem çözme sürecinin zenginleştiği gözlemlenmiştir.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma

Matematiksel düşünme ve muhakeme yeteneklerinin gelişiminde problem çözme becerisi büyük önem taşır. Günlük yaşamın içinden gelen çeşitli problemlere çözümler üretmek, öğrencilerin eleştirel düşünme, yaratıcılık ve analitik becerilerini geliştirmeye yardımcı olur. Problem odaklı öğrenme ortamları, öğrencilerin farklı durumları değerlendirmelerine, varsayımlar oluşturmalarına, hipotezler kurmalarına ve bu hipotezleri test etmelerine imkan tanır. Bu süreç, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini güçlendirirken aynı zamanda problem çözme yeteneklerini de geliştirir. Özellikle özel yetenekli öğrencilerin bu becerileri geliştirmesi önemlidir, çünkü bu, onların potansiyellerini maksimize etmelerine yardımcı olur.

Bu sürecin başarılı olması için ilgi çekici ve etkileşimli öğrenme ortamları oluşturmak önemlidir. Öğrencilerin konuya ilgi duymalarını sağlayacak etkinlikler ve uygulamalar, öğrenme motivasyonlarını artırır ve dolayısıyla becerilerinin gelişimine katkı sağlar. Ayrıca, iletişimi destekleyici ortamlar da önemlidir çünkü öğrencilerin birbirleriyle etkileşime geçerek fikir alışverişinde bulunmaları, problem çözme sürecini zenginleştirir.

Teknolojinin eğitimdeki rolü de giderek artmaktadır. DMY, öğrencilerin problemleri daha kolay anlamalarına, farklı çözüm yolları geliştirmelerine ve matematiksel kavramları daha derinlemesine öğrenmelerine olanak tanır. Bu yazılımlar, öğrencilere interaktif bir öğrenme deneyimi sunarak motive edici bir ortam sağlar ve matematikle ilgili korkularını azaltır. Bu nedenle, teknoloji destekli öğrenme ortamları, problem çözme becerilerinin gelişiminde önemli bir rol oynar.

Bu araştırmanın amacı matematikte özel yetenekli öğrencilerin DMY destekli ortamda problem çözme süreçlerinin derinlemesine incelenmesi olarak belirlenmiştir. Bununla birlikte teknolojinin özel yetenekli öğrencilerin problem çözmelerindeki rolü ve teknolojiye duyulan ihtiyaç durumları incelenmiştir. Bu süreçte bilgisayar destekli ortam hazırlanarak GGB yazılımı kullanılmıştır. Schoenfeld'in (1985a) problem çözme sürecine yönelik ifade ettiği "*Bilişsel ve Üstbilişsel Davranış Kuramsal Çerçevesi*" basamaklarındaki bulgular ışığında ortaya çıkan sonuçlar ilgili alan yazınıla desteklenerek sunulmuştur (Tablo 2.1).

Bu araştırmadan elde edilen sonuçlar altı alt başlık altında incelenmiştir. Bu başlıklar; okuma ve anlama süreçlerine ait sonuçlar, analiz etme süreçlerine ait sonuçlar, araştırma (keşfetme) süreçlerine ait sonuçlar, planlama ve uygulama süreçlerine ait sonuçlar, değerlendirme süreçlerine ait sonuçlar ve problem çözme süreçlerinde DMY rolüne ilişkin sonuçlar şeklindedir.

5.1.1. Okuma ve Anlama Sürecine Ait Sonuçlar

Okuma ve anlama sürecinde katılımcıların problemi kendi cümleleriyle ifade etmesi ve problemin anlaşılması beklenmiştir. Problemin anlaşılıp anlaşılmadığının tespit edilebilmesi için katılımcıların problemde verilenleri ve istenilenleri ne şekilde ifade ettiği incelenmiştir. Problemi *doğru (tam)*, *eksik ya da yanlış anlama durumları* detaylandırılarak ifade edilmeye çalışılmıştır.

Okuma sürecinde ÖE ve ÖZ problemi sesli okumuş, diğer katılımcılar sessiz okumayı tercih etmiştir. ÖE, ÖZ ve ÖB problemi tekrar okumak istediklerini söylemişlerdir. Sessiz okumayı tercih eden katılımcılar problemi daha uzun sürede okumuş ve okurken yer yer duraksayarak anlamaya çalışmıştır. Sesli okuyanların ise sessiz bir şekilde ikinci kez okumaya ihtiyaç duydukları görülmüştür. ÖE, ÖN, ÖK ve ÖR problemi karmaşık bulduklarını ifade etmişlerdir.

ÖZ ve ÖK, Erva ve Kerem'in vuruşlarına yönelik verilenleri doğru bir biçimde ifade etmiş ve *problemi doğru anladıkları* görülmüştür. ÖR problemi açıklarken vuruşların yarım çember şeklinde yapıldığından ve vuruşların aynı başlangıç noktasından başladığından bahsetmemiştir. Benzer şekilde ÖE ve ÖN de başlangıç noktalarının aynı olduğunu gözden kaçırmış ve *problemi eksik anladıkları* görülmüştür.

ÖA, Kerem'in vuruşunda topun vuruş yörüngesinin tam ortasında durması gerektiğini söylemiş ve problemi kısıtlı algılamıştır. ÖB ise vuruşlarda topların düz bir şekilde hedefe ulaşacağını belirterek problemde verilen bir bilgiyi gözden kaçırmıştır. ÖY ise Kerem'in vuruşunu tek seferde hedefe ulaşacak şekilde tarif etmiştir. Buna göre ÖA, ÖB ve ÖY'nin *problemi yanlış anladıkları* görülmüştür.

ÖN'nin *problemdeki istenilenleri doğru ifade ettiği* görülmüştür. ÖY ise geometrik şekil oluşturulmadan önce noktaların belirleneceği ve bunların birleştirilmesi gerektiğini dikkate almayarak *problemdeki istenilenleri eksik ifade*

etmiştir. Diğer katılımcıların ise problemdeki istenilenleri ifade etmeden çözüme başladıkları görülmüştür.

5.1.2. Analiz Etme Sürecine Ait Sonuçlar

Bu bölümde katılımcıların analiz etme sürecinde problemi anlamlandırmak ve/veya yorumlamak için bakış açısına sahip olma durumları, eylemlerin problemin verilenleri ve istenilenleri tarafından desteklenme durumları ve verilenlerle istenilenler arasındaki ilişkiye dair görüşlerinden elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

ÖR, ÖE ve ÖN problemi açıklarken de belirttikleri gibi Erva'nın ve Kerem'in vuruşlarını farklı başlangıç noktalarından başlatmışlardır. Katılımcılar vuruşların ne şekilde yapıldığı ile ilgili bir *bakış açısı* geliştirmeye çalışmışlardır. ÖE, ÖZ ve ÖA verilen tüm vuruşların düz yapılması gerektiği bilgisini eyleme yansıtmamışlar ve bazı vuruşları düz çizmişlerdir. Bunun verilenlere aykırı olduğunu fark ettiklerinde yeniden çizim yapmışlar fakat topun yere düştüğü bir zemin olduğunu çözüme yansıtmadıkları için çizimleri yine hatalı olmuştur. Benzer şekilde ÖN ve ÖA yarım çembersel bir yörünge üzerinde herhangi bir noktada ikinci vuruşun yapıldığı çizimler yapmış ve zemin oluşturmadıkları için hata yapmışlardır. ÖB ise vuruş yarıçaplarına bağlı olarak Erva'nın ve Kerem'in vuruşlarının çakışık gidemeyeceklerini gözden kaçırarak bu vuruşları üst üste çizmiştir. Vuruş üzerinde rastgele bir nokta belirleyerek Kerem'in ikinci vuruşu buradan yaptığını düşünmüş ama bu şekilde de vuruşlar yarım çember şeklinde olmamıştır. ÖY de benzer şekilde vuruş yüksekliklerinin yarıçapa bağlı olarak belirlenmesi gerektiğini dikkate almamıştır.

Katılımcılar analiz etme sürecinde vuruşları belirledikten sonra problemin ilerleyen aşamalarına geçmişlerdir. ÖY tam bu esnada rastgele nokta ve doğru parçalarını oluşturmadan önce Erva ve Kerem'in vuruşlarının kesiştirileceğini düşünmüş ve problemde istenilen geometrik şekli oluşturduğunu savunmuştur. Problemde verilen bilgileri analiz etmeden sonuca ulaşmaya çalıştığı görülmüştür. Diğer katılımcıların ise Erva'nın vuruşu üzerinde rastgele nokta belirlerken sorun yaşamadığı görülmüştür. Vuruş üzerinde herhangi bir nokta alınacağını farkında olmalarına rağmen bazı katılımcılar bilinçli olarak bu noktayı tam ortadan seçmeye çalışmışlardır.

Rastgele nokta ile başlangıç ve hedef çukur noktalarını birleştirirken bazı katılımcılar başarılı olamamış ve yönlendirmeye ihtiyaç duymuşlardır. ÖK ve ÖZ doğru parçasının düz olması gerektiğini dikkate almamış ve çembersel yörüngelerin

problemde istenen doğru parçası olduğunu düşünmüşlerdir. ÖZ aynı zamanda problemde istenen doğru parçalarının başlangıç ve hedef çukur noktaları birleştirilerek oluşturulacağını düşünmüştür. Eylemlerin problemin istenilenleri tarafından desteklenme durumu incelenirken katılımcıların işaretlenen noktaları nasıl belirlediği önem kazanmıştır. ÖB ve ÖA başlangıç ve bitiş noktalarının da işaretlendiğini düşünmüş ve 6 nokta işaretlemiştir. ÖR ve ÖY de ilk önce başlangıç ve bitiş noktalarından şüphe etmiş fakat ÖR bu noktaların sadece doğru parçalarını yapmak ve şekli oluşturmak için kullanıldığını söylemiştir. ÖY ise problemde bu noktaları işaretlemeye dayalı bir bilgi olmadığını ifade etmiştir. ÖE, ÖZ, ÖK ve ÖN ise işaretlenmesi gereken 4 noktayı ilk değerlendirmelerinde doğru bir biçimde belirlemişlerdir.

5.1.3. Araştırma (Keşfetme) Sürecine Ait Sonuçlar

Bu bölümde katılımcıların araştırma (keşfetme) sürecinde problemin verilenlerine ve/veya istenilenlerine dayalı araştırma yapma durumları, yönlendirilmiş ya da odaklandırılmış eylemler, izleme ve kontrol etme süreçlerinin çözüm üzerindeki etkilerini değerlendirme durumlarına ilişkin görüşlerinden elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

Katılımcıların zemin oluşturma konusunda zorlandıkları görülmüştür. ÖE, ÖB ve ÖZ zemini vuruşlardan bağımsız şekilde düz bir çizgi, kare ya da dikdörtgen şekilde oluşturmuşlardır. Aynı zamanda ÖE, ÖA ve ÖB zeminin her iki tarafında da vuruşlar oluşturmuş ve bu durumun topun yerin altından gitmesi anlamına geleceği için mümkün olamayacağını düşünememişlerdir. ÖN ve ÖK'nın ise zemin oluştururken problemin verilenlerine ve/veya istenilenlerine dayalı hareket ettikleri ve zemini oluşturmada sorun yaşamadıkları görülmüştür.

Katılımcılar zemin oluştururken, vuruş yüksekliklerini belirlerken ve doğru parçalarını oluştururken yönlendirilmeye ya da odaklandırılmaya ihtiyaç duymuşlardır. ÖY ve ÖN Erva'nın vuruşunu ilk önce daha aşağıdan çizmiş fakat yarıçapa bağlı yönlendirmelerle hatalarını fark etmişlerdir. Doğru parçalarını oluştururken ise ÖZ ve ÖE bunları düz bir çizgi şeklinde değil de çizdikleri çembersel yörünge üzerinde olacak şekilde belirlemişler ve doğru parçasının doğrusal olması gerektiğini gözden kaçırmışlardır. ÖR ise bu problemde seçilen bazı noktaların ihtimaller üzerine kurulu olduğunu fark etmiştir.

Katılımcılar zemin oluştururken, kesişim noktalarını ve işaretlenen noktaları belirlerken izleme ve kontrol etme süreçleriyle yaptıkları çözümü değerlendirmişlerdir. Vuruşların yerin altına inmesinin mümkün olmayacağını anlamışlardır. ÖY ve ÖR vuruşları belirlerken yaptıkları hatalardan dolayı ilk önce kesişim noktalarını belirleyememişlerdir. ÖB ve ÖA ise kesişim noktalarının yerlerini yanlış belirlemişlerdir. İşaretlenen noktaların belirlenme sürecinde de katılımcıların çoğu işaretleme yaparken problemi kontrol ederek işaretledikleri noktaları değerlendirmişlerdir.

5.1.4. Planlama ve Uygulama Süreçlerine Ait Sonuçlar

Bu bölümde katılımcıların planlama yaptığına dair (açık veya eylemlerden anlaşılan) kanıtları; planın çözümle ilişkili, çözüme uygun ve iyi yapılandırılmış olması; uygulamanın yapılan planla uyumu ve uygulamayı değerlendirme durumlarına ilişkin görüşlerinden elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

ÖA, ÖB, ÖZ ve ÖY önceki aşamalarda yaptıkları hatalardan dolayı yapmış oldukları planı uygularken sorunlarla karşılaşmışlardır. Katılımcılardan bazıları problemi parça parça çözmeyi düşünürken bir kısmı da problemi bir bütün halinde çözmeyi düşünmüşlerdir. ÖE, ÖR ve ÖK ise planlarını çözüme uygun şekilde oluşturmuş ve iyi yapılandırmışlardır. Katılımcılar planlamalarında genellikle vuruşların ardından önce doğru parçalarını daha sonra kesişim noktalarını belirleme eğilimindedirler. Fakat bu sıralamanın değiştiği de görülmüştür.

Katılımcıların çoğu uygulamalarında yapılan plana uygun hareket etmeye çalışmışlardır. Fakat vuruşları belirlerken yapmış oldukları hatalar uygulamada da aksaklıklara sebep olmuştur. Katılımcılar problem çözme sürecinde karşılaştıkları sorunlarda ya geriye dönük bir değerlendirme yapmaya çalışmışlar ya da şu an yaptıkları çözümü askıya alarak problemin ilerleyen aşamalarını gerçekleştirmeye yönelik bir bakış açısı geliştirmeye çalışmışlardır. Bunu yaparken bazı katılımcıların yeni bir çizim yapma ihtiyacı hissettikleri görülmüştür.

5.1.5. Değerlendirme Sürecine Ait Sonuçlar

Bu bölümde katılımcıların çözümü gözden geçirme, kontrol etme ve çözüm sürecini ya da sonucu değerlendirme durumlarına ilişkin görüşlerinden elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

Katılımcılar bu süreçte öncelikle problemde istenilen geometrik şekli oluşturmak için işaretlenecek noktaları belirlemeye çalışmışlardır. Katılımcılardan bazıları başlangıç ve hedef çukur noktalarının da işaretlenecek noktalar arasında olduklarını düşünerek geometrik şekli yanlış belirlemişlerdir. Bu şekilde oluşan geometrik şeklin üçgen olduğunu savunmuşlardır. Çözümü gözden geçirdiklerinde ise 4 nokta işaretleneceğini fark edip dikdörtgen ya da kare oluşması gerektiğini belirtmişler fakat çözümü kontrol etmeye gerek duymamışlardır. Bazı katılımcılar da noktaları kendi içinde ikili şekilde birleştirerek sonuçta üçgenler ve kare oluştuğunu söylemişlerdir. 5 katılımcı ise dört noktayı belirleyerek birleştirmiş ve oluşan şeklin yamuk, dörtgen, dikdörtgen, eliptik baklava olduğuna dair yorumlar yapmışlardır. Oluşan şekli değerlendirmeleri istendiğinde ise herhangi bir materyal kullanmaya ihtiyaç duymadan yalnızca görsel olarak değerlendirme yaptıkları ve bu yüzden değerlendirmelerine güvenmedikleri görülmüştür.

5.1.6. Problem Çözme Süreçlerinde DMY Rolüne Ait Sonuçlar

Bu bölümde katılımcıların problem çözme süreçlerinde DMY rolüne ilişkin elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

Katılımcılar GGB ortamına geçtiklerinde problemde verilenleri tekrar ifade etmeye gerek duymadan çözüme başlamışlardır. İstenilenleri ise yalnızca ÖE'nin ifade ettiği görülmüştür. Problemi analiz etme sürecine dair ise yalnızca ÖK orantılı bir çizim yapmak istediğini söyleyerek problem çözümüne yönelik bakış açısını belirtmiştir.

Araştırma yapma sürecinde katılımcılar doğru parçalarının oluşturulması ve kesişim noktalarının belirlenmesinde problemin verilenlerine dayalı hareket etmiş, yönlendirilmiş eylemlerle izleme ve kontrol etme süreçlerinin çözüm üzerindeki etkilerini değerlendirmişlerdir. Katılımcılardan bazıları planlama yaparken kendilerince mantıklı bir şekil oluşturmak amacıyla rastgele noktayı tam ortaya koymayı ya da yarım çemberleri birbirine eşit büyüklükte çizmeyi düşünmüşlerdir. ÖE koordinat sistemi üzerinde başlangıç ve hedef noktalarını belirledikten sonra eşit büyüklükte yarım çemberler oluşturmuştur. ÖZ ise rastgele noktayı tam ortadan

seçmiştir. Planı yapılandırırken ÖR, Erva'nın ve Kerem'in vuruşlarındaki yarım çemberlerin çakışık gidememe sebebini GGB ortamında keşfetmiştir. Katılımcıların çoğu önce düzlem oluşturulup ardından doğru parçalarının birleştirileceğini düşünmüştür. Buna uygun olarak yarım çemberler oluşturulduktan sonra doğru parçaları ve kesişim noktalarını belirlemişlerdir.

Planı uygulama sürecinde ÖA, ÖY ve ÖR zemin oluşturmadan yarım çemberleri belirlemeye çalıştıkları için Kerem'in ikinci vuruşu yaptığı noktayı genelleymemişlerdir. ÖK hangi noktaları birleştirerek doğru parçalarını oluşturması gerektiğini sorgulamıştır. ÖY ise doğru parçası ve kesişim noktaları oluşmadığını söylemiştir. Katılımcılardan bazıları ise kesişim noktalarını yanlış belirlemiş ya da genelleme sürecinde kesişim noktalarını da hareket ettirmek istemişlerdir. Yaptıkları uygulamayı değerlendirdiklerinde ise bunun mümkün olamayacağını fark etmişlerdir. İşaretlenen noktalar birleştirilirken noktaların ikişerli olarak kendi aralarında birleşme durumu düşünülmüş fakat problemde istenenin bu olmadığı belirlenmiştir.

Katılımcılar problemde işaretlenen noktaların birleştirilmesiyle oluşan geometrik şekli oluşturduklarında 4 katılımcı kare, 3 katılımcı dikdörtgen elde edildiğini söylemişlerdir. Katılımcılardan biri ise oluşan şekli "*karenin yatay dönmüş hali, baklava*" olarak ifade etmiştir. Bu aşamada ÖN hariç diğer katılımcılar çözümü kontrol etmeye gerek duymadan oluşan şekilden emin olduklarını ifade etmişlerdir. Kendilerine uzunluk ve açı ölçümü yapabilecekleri hatırlatılmıştır. Katılımcıların çoğu öncelikle uzunluk ölçümü yapmışlar ve karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olduğunu görünce açı ölçümü yapmaya gerek duymamışlardır. Benzer şekilde önce açı ölçümü yapanlar da bunun yeterli olduğunu düşünmüşlerdir. Açıların dikliğine karar verirken ise dört katılımcı sadece iki açısının dik olmasının dikdörtgen oluşması için yeterli olduğunu belirtmişlerdir. Yalnızca ÖA tüm açılara bakılması gerektiğini belirtmiştir. 2 katılımcı hariç diğerleri oluşan şeklin hem dikdörtgen hem de kare olabileceğini ifade ederken 2 katılımcı ise kare oluşamayacağını belirtmiştir.

GGB ortamında ulaştıkları sonucun bireysel çalışma kâğıdından farklı olma sebebi sorgulandığında katılımcılar GGB ortamında çizimlerin daha düzgün olduğunu, GGB ortamında daha ölçümlü çizim yapabildiklerini, sürüklemeye özelliğinin kâğıt üzerinde mümkün olmadığını söylemişlerdir.

Çalışma kâğıdındaki çözümün genellenebilir olma durumu ile ilgili sorgulama yapıldığında katılımcıların bazıları her iki ortamda da oluşan geometrik şeklin her

durumda dikdörtgen ya da kare olduğundan emin olduklarını söylerken bazıları sadece GGB ortamında bunun mümkün olduğunu belirtmişlerdir. Denenmesi gereken nokta sayısı sorulduğunda ise üç katılımcı sonsuz değil belirli sayıda nokta olduğunu söylemişlerdir. Buna bağlı olarak zor da olsa düzgün bir çizim yaptıklarında ve tek tek tüm noktaları denediklerinde kâğıt üzerinde de oluşan geometrik şekilden emin olabileceklerini belirtmişlerdir. Genellemenin yalnızca GGB ortamında mümkün olduğunu ve ne kadar fazla deneme yapsalar da sonsuz ihtimali denemenin mümkün olmadığını fark edememişlerdir.

Araştırma sonuçları, genel olarak, DMY'nin problem çözme süreçlerine sağladığı katkıyı ortaya koymaktadır. Bu bulgu, Curaoglu'nun (2012) teknolojinin problem çözme becerileri üzerindeki etkisini incelediği araştırmasında elde ettiği sonuçlarla uyumlu bir şekilde örtüşmektedir. Söz konusu çalışmada, teknoloji destekli ortamların problem çözme becerilerini olumlu yönde etkilediği belirlenmiştir. GGB yazılımının problem çözme süreçlerindeki önemi ve sağladığı faydalar da bu çalışmada gözlemlenmiştir. Aydos'un (2015) ve Baki vd.'nin (2012) çalışmaları da özel yetenekli öğrencilerin eğitiminde GGB kullanımının öğretimin kalitesini artırdığı sonucuna varmıştır. Bu da özel yetenekli öğrencilerin problem çözme becerilerinin teknolojinin katkısıyla gelişebileceğini işaret etmektedir. Baltacı vd. (2016)'nın gerçekleştirdiği çalışma, BİLSEM matematik öğretmenlerinin hazırladıkları etkinliklerin özel yetenekli öğrenciler üzerindeki etkisini değerlendirmiştir. Araştırma, öğrencilerin kâğıt-kalem veya GGB yazılımı kullanarak problemleri çözerken farklı stratejiler geliştirdiğini ve çeşitli bilişsel süreçlerden geçtiğini ortaya koymuştur. Bu anlamda yapılan araştırmanın sonuçlarıyla uyumlu bir şekilde GGB kullanımının problem çözme süreçlerindeki önemi görülmüştür. Teknolojinin eğitimde kullanımının önemi ve öğrencilerin kâğıt-kalem kullanımına göre GGB destekli ortamdaki uygulamalarının farklı stratejiler geliştirmeyi sağladığı ile ilgili araştırmaya benzer sonuçlara ulaşıldığı söylenebilir.

Pugalee (2001) tarafından yapılan çalışma, özel yetenekli öğrencilerin problem çözme süreçlerini ayrıntılı bir şekilde incelediği ve bu öğrencilerin problem çözme aşamalarına uygun davrandıklarını gözlemlediği önemli bir araştırmadır. Araştırmada, katılımcılara aşına olmadıkları bir problem durumu sunulmuştur. Bu araştırmadaki katılımcılar da Pugalee (2001)'nin araştırmasındaki katılımcılar gibi problemin çözümü için farklı çözüm yollarını ve olası durumları değerlendirmişlerdir. Bu süreçte,

sık sık geriye doğru düşünmüş ve çözüm önerileri sunmaya çalışmışlardır. Pativisan ve Neiss (2007) ise beş özel yetenekli öğrencinin problem çözme süreçlerini inceledikleri bir çalışmada, öğrencilerin çözüm sürecinde farklı alternatifler üzerinde düşündüklerini belirlemişlerdir. Bu araştırmadaki problem çözme sürecine benzer şekilde katılımcılar çeşitli çözüm yollarını göz önünde bulundurarak problemi çözmeye çalışmış ve bu süreçte farklı düşünme şekillerini ortaya koymuşlardır.

Yazgan Sağ (2012) ise araştırmasında bu araştırmadaki probleme benzer şekilde özel yetenekli öğrencilerin kendi çözüm yollarını üretebildikleri uzun metin veya görsel model gerektiren problemleri kullanmıştır. Bu tür problemler, her iki araştırmada da öğrencilerin analitik düşünme süreçlerini geliştirmelerine ve alternatif çözüm yolları bulmalarına olanak tanımıştır.

Koç Koca (2022) ise araştırmasında özel yetenekli öğrencilerin problem çözerken kullandıkları stratejileri detaylı bir şekilde incelemiş ve farklı çözüm yollarının kullanıldığına dair nitelikli kanıtlar bulmuştur. Bahsedilen araştırmadaki kanıtlar bu araştırmadaki bulgulara paralel şekilde özel yetenekli öğrencilerin problem çözme süreçlerinde çeşitlilik ve esneklik gösterdiğini ortaya koymaktadır. Bu bağlamda, özel yetenekli öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmek için çeşitli yöntemlerin kullanılması gerektiği fikrini de desteklemektedir.

Problemde oluşturulmak istenen şeklin doğrudan verilmemesi ve öğrencilerden bu şekli kendilerinin oluşturmalarının beklenmesi, problem çözme sürecinin önemli bir bölümünü teşkil etmiştir. Yazılım desteğinin kullanılması, problemin görselleştirilmesi ve dinamik hale getirilmesi açısından büyük avantaj sağlamıştır. Bu sonuç, Karaaslan (2013)'ın DMY kullanımının öğrencilerin problem çözme süreçlerine olumlu yansıdığını ve performanslarını iyileştirdiğini ortaya koyan çalışmasıyla örtüşmektedir. Katılımcılar, yazılım desteği sayesinde hipotez oluşturma ve genelleme yapma imkanı bulmuşlar ve gerçekleştirdikleri çözümleri değerlendirme fırsatı elde etmişlerdir. Bu durum, problemin görselleştirilmesi ve dinamik özellik kazanması açısından büyük avantaj sağlamıştır. Elde edilen bu bulgular, Baki vd. (2002), Açıkgül (2012) ve Ceylan (2012)'in yazılım desteğinin matematik eğitime olumlu etkilerini inceleyen çalışmalarında ulaştıkları sonuçlarla da paralellik göstermektedir.

Yazılım destekli problem çözme süreçlerinde öğrenciler, verilen problemlerin çözümünde daha etkin stratejiler geliştirebilmiş ve bu stratejileri dinamik yazılım araçlarıyla test etme fırsatı bulmuşlardır. Karaaslan (2013)'ın çalışmasında olduğu gibi, yazılım kullanımı öğrencilerin problem çözme yeteneklerini artırmakta ve onların matematiksel düşünme becerilerini geliştirmektedir. Öğrenciler, yazılım desteğiyle problemlerin görselleştirilmesini daha kolay bir şekilde yapabilmış, bu da onların problemi anlama ve çözme süreçlerini hızlandırmıştır.

Ayrıca, Baki vd. (2002), Açıkgül (2012) ve Ceylan (2012)'in çalışmaları da yazılım desteğinin matematik eğitimindeki faydalarını vurgulamaktadır. Bu çalışmalar, teknolojinin eğitime entegrasyonunun öğrencilerin akademik başarılarını artırdığını ve onların problem çözme süreçlerini daha etkili hale getirdiğini göstermektedir. Bu çalışmalara paralel olarak araştırmanın sonuçları da yazılımın sağladığı dinamik ve etkileşimli ortamlarda, öğrencilerin problem çözümü sürecinde ilişkilendirdikleri matematiksel kavramlar üzerine daha derinlemesine düşüncelerine yardımcı olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda, DMY destekli ortamların problem çözme süreçleri odağında direkt olarak beceri bağlamında matematik öğretimine hizmet etmenin beraberinde, diğer taraftan problem içeriğinde yer verilen matematiksel kavramların ilişkilendirilmesinde ve genellemelerinde de önemli bir yere sahip olduğu görülmüştür.

5.2. Öneriler

Araştırma sonuçları, GGB destekli ortamların özel yetenekli öğrencilerin problem çözme yeteneklerine olumlu katkılar sağladığını göstermektedir. Bu araştırmayı gerçekleştirirken, Schoenfeld'in (1985a) bilişsel ve üstbilişsel davranış kuramsal çerçevesi temel alınmıştır. Farklı bilişsel teoriler kullanılarak da bu araştırmanın incelenmesi, alana değerli katkılar sunacaktır. Araştırmada, farklı sınıf seviyelerinden ortaokul öğrencileri çalışma grubu olarak seçilmiştir. Ancak sınıf seviyelerindeki farklılık araştırmanın odağı olmadığı için farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin problem çözme süreçlerinde anlamlı bir fark olup olmadığı da incelenebilir. Yapılan bu araştırmada yalnızca özel yetenekli öğrencilere odaklanılmıştır. Gelecek araştırmalarda, özel yetenekli öğrenciler ile normal gelişim düzeyindeki öğrencilerin problem çözme süreçleri karşılaştırılarak kapsam genişletilebilir ve daha kapsamlı karşılaştırmalı çalışmalar yapılabilir.

Bu araştırmada problem çözme oturumları bireysel olarak uygulanmıştır. Problem özme sürecinin grup çalışması şeklinde gerçekleştirilmesi, farklı fikirler ve bilişsel süreçlerin matematiksel düşünmeye etkisinin incelenmesini sağlayabilir. Okullarda teknoloji destekli eğitim ortamları oluşturarak, hem özel yetenekli öğrencilerin teknoloji desteğinden faydalanmaları hem de öğretmenlerin yazılım programlarını kullanma becerilerini geliştirerek öğrenme süreçlerini desteklemeleri teşvik edilebilir. Özel yetenekli öğrenciler için çeşitli ve alternatif öğrenme ortamları yaratılarak problem çözme süreçleri incelenebilir ve bu süreçler teknoloji destekli ortamlarla karşılaştırılabilir.

Ayrıca ğrencilerin bu araştırmada olduğu gibi, problem çözme sürecinde karşılaştıkları ve çözümünde yazılım desteğine ihtiyaç duyulan üst düzey problem durumlarıyla karşılaşmalarını sağlayacak ğretim programlarıyla problem çözme süreçlerine katkı sağlanabilir. Bu tür programlar, öğrencilerin analitik ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirerek onların problem çözme yeteneklerini daha da ileriye taşıyabilir. Böylelikle, özel yetenekli öğrencilerin akademik ve bilişsel gelişimleri için daha etkili ve verimli öğrenme deneyimleri sunulmuş olacaktır.

Araştırmada kullanılan problemin bağlamı gerçek hayata uygun şekilde tasarlanmış ve geometrik bir problem durumu ile ele alınmıştır. Bu anlamda ortaya çıkan sonuçlarda geometrik kavramların ilişkilendirilmesinin problem çözme süreçlerini etkilemiş olduğu düşünülebilir. Dolayısı ile problem çözme süreçleri geometrik kavramların oluşturulma süreçleri ya da geometri anlama düzeyleri ile ilişkilendirilerek detaylıca araştırılabilir. Benzer şekilde bağlamsal problemlerin beraberinde cebirsel problemlerin ele alındığı araştırmalar da problem çözme süreçlerini daha genel olarak ortaya kaymak adına alana katkı sağlayacaktır.

KAYNAKLAR

- Açıkgül, K. (2012). *Öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımı kullanarak geometrik yer problemlerini çözüm süreçlerinin ve bu süreçlere ilişkin görüşlerinin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi, İnönü Üniversitesi, Malatya.
- Akarsu, F. (2001). *Üstün yetenekli çocuklar: Aileleri ve sorunları*. İstanbul: EDUSER Yayınları.
- Akarsu, F. (2004). Üstün yetenekliler. M. R. Şirin, A. Kulaksızoğlu & A. E. Bilgili (Ed.), *Üstün Yetenekli Çocuklar Seçilmiş Makaleler Kitabı* (s.127-154). İstanbul: Çocuk Vakfı Yayınları.
- Aksoy, Y. (2007). *Türev Kavramının Öğretiminde Bilgisayar Cebiri Sistemlerinin Etkisi*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Aksu, M. (1985). Matematik öğretiminde bilgisayar kullanımı. *Eğitim ve Bilim*, 9(54).
- Aktümen, M. & Kaçar, A. (2008). Bilgisayar cebiri sistemlerinin matematiğe yönelik tutuma etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (HU Journal of Education)* 35, 13-26.
- Akyüz, Y. (2001). *Başlangıçtan 2001'e Türk Eğitim Sistemi*, Alfa Yayınevi, İstanbul.
- Altun, M. (2004). *İlköğretim İkinci Kademe (6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Basım Yayım.
- Alkan, C. (1997). *Eğitim teknolojisi* (5th ed.). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Altun, M. (2005). *İlköğretimde matematik öğretimi (4 .)*. Bursa: Aktüel Alfa.
- Altun, M. (2010). *İlköğretim 2. kademe (6, 7, 8. Sınıflarda) matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.
- Altun, M. (2011). *Eğitim Fakülteleri ve Lise Matematik Öğretmenleri İçin Liselerde Matematik Öğretimi*, Alfa Aktüel, Bursa.
- Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi. (10. Baskı)*. Bursa: Alfa Aktüel.
- Anagün, Ş. S. (2011). PISA 2006 sonuçlarına göre öğretme öğrenme süreci değişkenlerinin öğrencilerin fen okuryazarlıklarına etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 36(162), 84-102.
- Ananiadou, K. and Claro, M. (2009). 21st century skills and competences for new millennium learners in OECD countries. *OECD Education Working Papers*, No. 41, OECD Publishing.
- <http://dx.doi.org/10.1787/218525261154> (Erişim tarihi: 20.07.2024).
- Andrews, M., Ainley, M., & Frydenberg, E. (2004). *Adolescent engagement with problem solving tasks: The role of coping style, self-efficacy, and emotions*. In Proceeding of the AARE International Conference.
- Artigue, M. (2000). Instrumentation issues and the integration of computer technologies into secondary mathematics teaching. http://webdoc.gwdg.de/ebook/e/gdm/2000/artigue_2000.pdf. (Erişim tarihi: 12.11.2023).
- Artz, A.F. ve Armour-Thomas, E. (1992). *Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups*. *Cognition and Instruction*. 9(2), 37-75.

- Arzareello, F., Olivero, F., Paola, D., & Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, 34(3), 66-72.
- Ataman, A. (2005). Üstün zekâlı ve üstün yetenekli çocuklar. A. Ataman (Ed.), *Özel Eğitime Giriş* içinde (s. 283-306). Ankara: Gündüz Eğitim Yayıncılık.
- Ataman, A. (2007). *Üstün zekâlılar ve üstün yetenekliler*. S. Eripek (Ed.), *Özel Eğitim* içinde (s.172-194). Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Açıköğretim Fakültesi.
- Aydın, S., (1994). *Eğitime Farklı Bir Bakış*. İzmir: TÖV Yayınları
- Aydoğmuş, B. S. (2010). *Matematik öğretmenlerinin öğretim yazılımlarından yararlanma konusundaki görüşleri*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Aydos, M., 2015. *The impact of teaching mathematics with Geogebra on the conceptual understanding of limits and continuity: The case of Turkish gifted and talented students*. Yüksek Lisans Tezi, Bilkent University, Ankara, Turkey.
- Aygün, B. (2010). *Üstün Yetenekli İlköğretim İkinci Kademe Öğrencileri İçin Matematik Programına Yönelik İhtiyaç Analizi*. Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Baker, J. & Cote, J. (2003). Resources and commitment as critical factors in the development of 'Gifted' athletes, *High Ability Studies*, 14(2), 139-140. DOI: 10.1080/1359813032000163816
- Baki, A. (1996). Matematik Öğretiminde Bilgisayar Her Şey Midir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 135-143, Ankara.
- Baki, A. (2000). Bilgisayar donanımlı ortamda matematik öğrenme. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(19), 186-193.
- Baki, A. (2001). Bilişim teknolojisi ışığı altında matematik eğitiminin değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 149, 26-31.
- Baki, A. (2002). *Öğrenen ve Öğretenler İçin Bilgisayar Destekli Matematik*. İstanbul: Ceren Yayın-Dağıtım.
- Baki, A. (2006). Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi, Derya Kitabevi, Trabzon.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.
- Baki, A., Güven, B., & Karataş, İ. (2002). Dinamik Geometri Yazılımı Cabri ile Keşfederek Öğrenme. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16- 18 Eylül, ODTÜ, Ankara.
- Baki, A., Yıldız, A. & Baltacı, S.(2012). Mathematical thinking skills shown by gifted students while solving problems in a computer-aided environment. *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies*, Special Issue, 993-995.
- Bakioğlu, A. & Levent, F. (2013). Suggestions for Gifted Education in Turkey. *Üstün Yetenekli Eğitimi Araştırmaları Dergisi (Journal of Gifted Education Research)*, 1(1), 31-44.
- Baki, A. & Gürsoy, K. (2020). Bilgisayar destekli matematik öğretiminin matematik dersindeki akademik başarıya etkisi: Bir meta-analiz çalışması. *Turkish Journal of Mathematics Education*, 1(1), 31-56.
- <http://tujme.org/index.php/tujme/article/view/2> (Erişim tarihi: 02.12.2023).
- Bal, A. P. (2015). Sınıf öğretmeni adaylarının rutin ve gerçek yaşam problemlerine yönelik başarı düzeylerinin ve görüşlerinin incelenmesi. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi*, 5(3), 273-290.

- Baltacı, S., Yıldız, A., Kıymaz, Y., & Aytekin, C. (2016). Üstün Yetenekli Öğrencilere Yönelik Geogebra Destekli Etkinlik Hazırlamak İçin Yürütülen Tasarım Tabanlı Araştırma Sürecinden Yansımalar. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(39), 70-90.
- <https://doi.org/10.21764/efd.12232> (Erişim tarihi: 09.10.2023).
- Barell, J. (2010). Problem-based learning: The foundation for 21st Century skills. In J. Bellanca, & R. Brandt (Eds.), 21st Century skills: Rethinking how students learn (pp. 175-200). Bloomington: Solution Tree Press.
- Batdal-Karaduman, G. (2010). Üstün yetenekli öğrenciler için uygulanan farklılaştırılmış matematik eğitim programları. *HAYEF Journal of Education*, 7(1), 1-12.
- Battista, M. T. (2001). A research- Based Perspective on Teaching School Geometry. In Subject- Specific Instructional Methods and Activities. In J. Brophy (Eds.), *Advances in Research on Teaching Series*, v.8, Ny: JAI Pres, Elsevier Science.
- Baydaş, Ö., 2010. *Öğretim elemanlarının ve öğretmen adaylarının görüşleri ışığında matematik öğretiminde GeoGebra kullanımı*. Yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Baydaş, Ö., Göktaş, Y. & Tatar, E. (2010). *Öğretmen Adaylarının Bakışıyla GEOGEBRA ile Matematik Öğretimi*. 9. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Baykul, Y. (2003). *İlköğretimde matematik öğretimi 1-5 sınıflar için*. Ankara: Pegem.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda Matematik Öğretimi (5-8. Sınıflar)*. Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Beauford, J. (1996). *A Case Study of Adult Learners' Metacognitive Strategies in Factoring Polynomials over the Integers*. Unpublished doctoral dissertation, University of Texas, Austin.
- Bencik, S. (2006). *Üstün yetenekli çocuklarda mükemmelliyetçilik ve benlik algısı arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sağlık Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Bhagat, K. K., & Chang, C. (2015). Incorporating geogebra into geometry learning-a lesson from India. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 11(1), 77-86.
- Bloom, W. & Niss, M. (1991). *Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects: state, trends and issues in mathematics instruction*. Educational Studies in Mathematics, 22(1), 37-68.
- Bintaş, J. & Akıllı, B. (2008). *Bilgisayar destekli geometri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Boaler, J. (1993). The role of contexts in the mathematics classroom: Do they make mathematics more real? *For the Learning of Mathematics*, 13(2), 12-17.
- Boran, A. H. & Aslaner, B. (2008). Bilim ve sanat merkezlerinde matematik öğretiminde probleme dayalı öğrenme. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 15-32.
- Borasi, R. (1986). On the nature of problems. *Education Studies in Mathematics*, 17, 125-41.
- Borazan, A. (2019). *11. sınıf dönüşümler konusunun öğretiminde dinamik geometri yazılımlarının öğretmen ve öğrenci merkezli kullanımının öğrencilerin akademik başarılarına ve motivasyonlarına etkisi* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 545312)
- Borland, J. H. (2021). The trouble with conceptions of giftedness. In R. J. Sternberg & D. Ambrose (Eds.) *Conceptions of giftedness and talent* (pp. 37-49). Palgrave Macmillan.

- Brown, A. L. (1978). Knowing When, where, and how to remember: A problem of metacognition. In R. Glasser (Ed.), *Advances in instructional psychology*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Brown, A. L. (1980). Metacognitive development and reading. In R.J. Spiro, B. Bruce, W. Brewer (Eds.), *Theoretical issues in reading comprehension*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Buckley, J., Schneider, M., & Shang, Y. (2004). *The effects of school facility quality on teacher retention in urban school districts*. National Clearinghouse for Educational Facilities.
<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED539484.pdf> (Erişim tarihi: 21.01.2024).
- Bull, G., 2009. Tutor, tool, tutee: A vision revisited. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(2), 89-94.
- Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International journal of mathematical education in science and technology*, 34(5), 719-737.
- Cai, J., & Howson, A. G. (2013). Toward an international mathematics curriculum. In M. A. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & K. S. F. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education research* (pp. 949–978). Springer.
- Cansoy, R. (2018). Uluslararası çerçevelere göre 21. yüzyıl becerileri ve eğitim sisteminde kazandırılması. *İnsan ve Toplum Bilimleri Araştırmaları Dergisi*, 7(4), 3112-3134.
- Carroll, J. M. & Rosson, M. B. (1987), Paradox Of The Active User, In Carroll, J. M. ed. *Interfacing Thought: Cognitive Aspects of Human-Computer Interaction*, Cambridge, MIT Press.
- Ceylan, T. (2012). *Geogebra yazılımı ortamında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik ispat biçimlerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Chan D. W. (2001). Learning styles of gifted and nongifted secondary students in Hong Kong. *Gifted Child Quarterly*, 45(1),35-44.
- Chang, L. L., (1985). Who Are the Mathematically Gifted Elementary School Children?, *Roeper Review*, 8(2), 76-79.
- Chapman, O. (2002). *Teaching word problems: What high school mathematics teachers value. 24th Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1349-1361). Athens, GA.
- Chapman, O. (2006). Classroom practices for context of mathematics word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 62(2), 211–230.
- Choi, K. (2010). *Motivating students in learning mathematics with GeoGebra. First Eurasia Meeting Of GeoGebra (EMG): Proceedings*, Gülseçen, S., Ayvaz Reis, Z. ve Kabaca, T. (Eds.), İstanbul Kültür Üniversitesi Yayınları, Publication No:126.
- Chrysanthou, I. (2008). *The use of ICT in primary mathematics in Cyprus: the case of GeoGebra*, Master's thesis, University of Cambridge, UK.
- Clark, B. (1983). *Growing up gifted: Developing the potential of children at home and at school*. Prentice Hall.
- Clark, B. (1992). *Growing up gifted: Developing the potential of children at home and at school*. New York: Macmillan Publishing.
- Clark, B. (2002). *Growing up the gifted*. USA: New Jersey: Merrill Prentice Hall Press.

- Contay, E. G., Kabaca, T., & İymen, E. (2010). GeoGebra ile parabolün geometrik temsilinden cebirsel temsiline dinamik bir geçiş süreci. 9. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Creswell, J. W. (2013). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage publications.
- Creswell, J. W. (2021). *A concise introduction to mixed methods research*. SAGE publications.
- Cuoco, A., Goldenberg, E. P., & Mark, J. (1996). Habits of minds: An organizing principle for mathematics curricula. *Journal of Mathematical Behavior*, 15(1), 375-402.
- Cuoco, A. A., & Goldenberg, E. P. (1997). Dynamic geometry as a bridge from Euclidean geometry to analysis. In J. King & D. Schattschneider (Eds.) *Geometry turned on: Dynamic software in learning, teaching and research* (pp. 33-46). MAA NOTES
- Cullen, C.J., Hertel, J. T. & Nickels, M. (2020). The roles of technology in mathematics education. *The Educational Forum*, 84 (2), 166-178.
- Curaoglu, O. (2012). *Teknoloji ile Zenginleştirilmiş Öğretimin Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersine Karşı Tutumlarına ve Matematik Dersindeki Problem Çözme Becerilerine Etkisi*. Doktora tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Cutts, N. E. & Moseley, N. (2001). *Üstün zekâlı ve yetenekli çocukların eğitimi*. Ersevîm İ. (Çev.) Özgür Yayıncılık, İstanbul.
- Cutts, N. E., & Moseley, N. (2004). *Üstün zekâlı ve yetenekli çocukların eğitimi* (İsmail Ersevîm, Çev.). İstanbul: Özgür Yayınları.
- Çakın, N. (2005). *Bilim ve Sanat Merkezine Zihinsel Alandan Devam Eden Öğrencilerin Akranları ile Okul Başarıları Açısından Karşılaştırılması*. Afyon Kocatepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- Çiftçi, İ. (2006). Bir Öğretim Materyali Olarak Bilgisayar Destekli Matematik Yazılımlarının Değerlendirilmesi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Çitil, M., & Ataman, A. (2018). İlköğretim çağındaki üstün yetenekli öğrencilerin davranışsal özelliklerinin eğitim ortamlarına yansımaları ve ortaya çıkabilecek sorunlar. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38(1), 185-231.
- Davaslıgil, Ü. (1991). *Üstün olma niteliğini kazanma*. Eğitim ve Bilim, 15(82).
- Davaslıgil, Ü. (2004). *Üstün Çocuklar*. Yer Aldığı Eser R. Şirin, A. Kulaksızoğlu ve AE Bilgili (Ed.), *Üstün yetenekli çocuklar: seçilmiş makaleler kitabı*, (Ss. 211- 218). Çocuk Vakfı Yayınları, İstanbul.
- Davaslıgil, Ü. & Zeana, M. (2004). *Üstün yeteneklilerin eğitimi projesi*. MR Şirin, A. Kulaksızoğlu.
- Davis, G. A., & Rimm, S. B. (1989). *Education of the gifted and talented*. Prentice-Hall, Inc.
- Davis, G. A., & Rimm, S. B. (1994). *Education of the gifted and talented* (3rd ed.). Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.
- Davis, G. A. & Rimm, S. B. (1998). *Education of the Gifted*. England: Mc Graw-Hill Book Company.
- Davis, G.A. & Rimm, S.B. (2004). *Education of the gifted and talented* (5th ed.), Allynand Bacon, MA, USA.
- Demir, F. (2011). *Bir Dinamik Geometri Yazılımının İlköğretim Öğrencilerinin Geometride İspat Becerilerine Etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Erzincan Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzincan.

- Demir, S. (2013). *Bilgisayar destekli matematik öğretiminin (BDMÖ) akademik başarıya etkisi: Bir meta analiz çalışması*. Yüksek lisans tezi, Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tokat.
- Demirel, Ö. (2006). *Öğretimde Planlama ve Değerlendirme: Öğretme Sanatı*. Ankara: Pegem.
- Demirel, Ö. (2011). *Eğitimde program geliştirme: Kuramdan uygulamaya*. (17. bs). Ankara: Pegem Akademi.
- Dewey, J. (1991). *How we think*. New York: Prometheus Books, Buffalo.
- Dhayanti, D., Johar, R., & Zubainur, C. M. (2018). Improving students' critical and creative thinking through realistic mathematics education using geometer's sketchpad. *JRAMathEdu (Journal of Research and Advances in Mathematics Education)*, 3(1). <https://doi.org/10.23917/jramathedu.v3i1.5618> (Erişim tarihi: 10.12.2023).
- Dikovic, L. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems*, 6, 191–203.
- Dimitriadis, C. (2011). Developing mathematical ability in primary school through a 'pull-out' programme: a case study. *Education* 3-13, 39(5), 467–482. <https://doi.org/10.1080/03004271003769939> (Erişim tarihi: 22.11.2023).
- Doerr, H. M. & Zangor, R. (2000). Creating meaning for and with the graphing calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 41(2), 143-163.
- Doğan, A. (2013). "Metacognition and Metacognition Based Teaching". *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, 3, 6-21
- Doğan, M. (2011). Student teachers' views about assessment and evaluation methods in mathematics. *Educational Research and Reviews*, 6(5), 417–431.
- Duckworth, A. L., Peterson, C., Matthews, M. D., & Kelly, D. R. (2007). Grit: perseverance and passion for long-term goals. *Journal of personality and social psychology*, 92(6), 1087.
- Durmaz, B. (2014). *Üstün yetenekli ilköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenme düzeyleri*. Doktora tezi. Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Ebert, B. W. (1997). Dual-relationship prohibitions: A concept whose time never should have come. *Applied & Preventive Psychology*, 6(3), 137–156. [https://doi.org/10.1016/S0962-1849\(97\)80002-9](https://doi.org/10.1016/S0962-1849(97)80002-9) (Erişim tarihi: 02.01.2024).
- Elia, I., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 41, 605–618.
- Erbaş, A. K. (2005). Çoklu Gösterimlerle Problem Çözme ve Teknolojinin Rolü. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 88–92. <http://www.tojet.net/articles/v4i4/4412.pdf> (Erişim tarihi: 14.02.2024).
- Erdener, K., & Gür, H. (2019). Ortaokul matematik derslerinde dinamik geometri yazılımı Geometer's Sketchpad kullanımı ile ilgili öğrenci görüşleri. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 21(1), 364-377. <https://doi.org/10.25092/baunfbed.548536> (Erişim tarihi: 05.02.2024).
- Ersoy, Y. (2005). Matematik eğitimi yenileme yönünde ileri hareketler-I: Teknoloji destekli matematik öğretimi. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 4(2), 54.
- Filiz, M. (2009). *GeoGebra ve Cabri Geometri II Dinamik Geometri Yazılımlarının Web Destekli Ortamlarda Kullanılmasının Öğrenci Başarısına Etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

- Flavell, J. H. (1979). Metacognitive and Cognitive Monitoring: A New Area of Cognitive Developmental Inquiry. *American Psychologist*, 34, 906-911.
- Gagné, F. (1985). Giftedness and talent: Reexamining a reexamination of the definitions. *Gifted Child Quarterly*, 29(3), 103-112.
- Gagné, F. (2003). Transforming gifts into talents: The DMGT as a developmental theory. In N. Colangelo & G. A. Davis (Eds.), *Handbook of gifted education* (3rd ed., pp. 60-74). Allyn and Bacon.
- Gagné, F. (2017). Integrative model of talent development. In J. A. Plucker, A. Rinn, & M. Makel (Eds.), *From giftedness to gifted education: Reflecting theory in practice*. (pp. 149-182) Prufrock Press.
- Gardner, H. E. (1983). *Frames of mind: The theory of multiple intelligences*. New York: Basic Books.
- Gardner, H. (2019). *Intelligenze creative: fisiologia della creatività attraverso le vite di Freud, Einstein, Picasso, Stravinskij, Eliot, Gandhi e Martha Graham*. Feltrinelli Editore.
- Geban, Ö., Aşkar, P., & Özkan, İ. (1992). Effects of computer simulations and problem-solving approaches on high school students. *The Journal of Educational Research*, 86(1), 5-10.
- Genç, G. & Öksüz, C. (2016). Dinamik geometri yazılımı ile 5. sınıf çokgenler ve dörtgenler konularının kavratılması. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(3), 1551- 1566
- Goldenberg, E. P., (1999). Principles, art, and craft in curriculum design: The case of connected geometry, *international Journal of Computers for Mathematical Learning*, 4, 191-224.
- Gomes, A.S. & Vergnaud, G. (2004). On the learning of geometric concepts using dynamic geometry software. *Journal of Novas Technology Education*, 2(1), 12-15.
- Gravemeijer, K.P.E. & Doorman, L.M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1-3), pp. 111-129.
- Gray, E. & Tall, D., (1991). Duality, ambiguity and flexibility in successful mathematical thinking. In 18th Psychology of Mathematics Education Conference (Vol. 2, pp. 72-79), Lisbon, Portekiz.
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: *The case of word problems. Learning and Instruction*, 7(4), 293-307.
- Güçlü, N. (2003). Lise müdürlerinin problem çözme becerileri. *Milli Eğitim Dergisi*, 160(19), 272-300.
- Güler, A. (2006). *İlköğretim okullarında görev yapan öğretmenlerin duygusal zekâ düzeyleri ile problem çözme becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yeditepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Günhan, B. C. & Açı, H., 2016. Dinamik geometri yazılımı kullanımının geometri başarısına etkisi: Bir meta-analiz çalışması 1. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(1), 1-23
- Gür, Ç. (2017). *Eğitimsel ve sosyal-duygusal bakış açısıyla üstün yetenekli çocuklar*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Güven, B. (2002). *Dinamik geometri yazılımı Cabri ile keşfederek geometri öğrenme*. Yüksek Lisans Tezi, KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Güven, B. & Karataş İ. (2003). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile geometri öğrenme: öğrenci görüşleri, *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2(2), 67-78.

- Güven, B. & Karataş, İ. (2005). Dinamik Geometri Yazılımı Cabri ile oluşturmacı öğrenme ortamı tasarımı: bir model. *İlköğretim-Online*, 4(1), 62-72.
- Hacker, D. J. ve Dunlosky, J. (2003). Not all metacognition is created equal. *New Directions for Teaching and Learning*, 95, 73-79.
- Heid, M. K. (1997). The technological revolution and the reform of school mathematics. *American Journal of Education*, 106, 5-61.
- Heller, K. A. (2003). WICS—A prototype of synthetic approaches to giftedness in the new century? *High Ability Studies*, 14(2), 14–148.
- Hershkovitz, S., Peled, I. & Littler, G. (2009). Mathematical creativity and giftedness in elementary school: Task and teacher promoting creativity for all. R. Leikin, A. Berman ve B. Koichu (Editörler), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (s. 255–269). Rotterdam: Sense Publishers.
- Hohenwarter, M. (2002). *GeoGebra software system for dynamic geometry and algebra in the plane*. Yüksek lisans tezi, University of Salzburg, Austria.
- Hohenwarter, M. (2013). *Geogebra: Dynamics mathematics for everyone*. <https://prezi.com/nwr0hbh8rnmw/geogebra-dynamic-mathematics-for-everyone-august-2013/> (Erişim tarihi: 11.12.2023).
- Hohenwarter, M. & Fuchs, K. (2004). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system Geogebra. *Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conferenc*, Pecs, Hungary.
- Hohenwarter, M. & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: The case of GeoGebra. *Proceedings of British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 126-131.
- Hohenwarter, M. & Preiner, J. (2007). Dynamic Mathematics with GeoGebra. *Journal of Online Mathematics and its Applications*, 7(1), 2-12.
- Hohenwarter, J., & Hohenwarter, M. (2011). *GeoGebra resmi kullanma kılavuzu*. (M. Doğan, & E. Karakırık, Çev.). Ankara: Nobel Yayın.
- Hollingworth, L. S. (1931). The child of very superior intelligence as a special problem in social adjustment. *Mental Hygiene*. 15, 3-16.
- Inoue, N. (2005). The realistic reasons behind unrealistic solutions: The role of interpretive activity in word problem solving. *Learning and Instruction*, 15, 69-83.
- İçel, R. (2011). *Bilgisayar destekli öğretimin matematik başarısına etkisi: Geogebra örneği*. Yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- İnan, E. (2019). Özel Yetenekli Öğrenciler İçin Farklılaştırılmış Matematik Programı Etkinlik Örneği. *Bilim Armonisi*, 2(2), 15-23.
- İpek, S. (2010). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımlarını kullanarak gerçekleştirdikleri geometrik ve cebirsel ispat süreçlerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Johnson, D. T. (1994). Mathematics Curriculum for the Gifted. In: Joyce VanTassel-Baska. (Ed). *Comprehensive Curriculum for Gifted Learners. (Second edition)*. (ss. 231-262). United States of America: Ally and Bacon.awran
- Johnson, D. T. (2000). *Teaching Mathematics to gifted students in a mixed ability classroom*. (Report No. EDO-EC-00-3). Reston, VA: ERIC Clearinghouse on Disabilities and Gifted Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED441302).

- Johnson, C.D. (2002). *The effects of the geometer's sketchpad on the van hiele levels and academic of high school students*. Doctorate thesis, Wayne State University, Detroit, Michigan.
- Jolly, J. L. (2005). Pioneering definitions and theoretical positions in the field of gifted education. *Gifted Child Today*, 28(3), 38-44.
- Jonassen D H., K. L. Peck and B G. Wilson (1999). *Learning With Technology: A Constructivist Perspective*. New Jersey, Prentice Hall.
- Jonassen, D. and Reeves, T. (1996). *Learning with Technology: Using Computers as Cognitive Tools*, In D. H. Jonassen 8 (Ed.), *Handbook of Research on Educational Communications and Technology*, 693-719.
- Kabaca, T., 2016. *Matematik eğitiminde teknoloji kullanımına dair teorik yaklaşımlar*. E. Bingölbalı, S. Arslan, İ. Ö. Zembat (Ed.) *Matematik Eğitiminde Teoriler*, (s.820-838). Pegem Akademi: Ankara.
- Kapa, E. (2001). A metacognitive support during the process of problem solving in a computerized environment. *Educational Studies in Mathematics*, 47(3), 317-336.
- Kaput, J. J. (1992). *Technology and mathematics education*. D. A. Grouws (Haz.), *NCTM handbook of research on mathematics teaching and learning*, 515-556.
- Karaaslan, G. (2013). *Geometri dersine yönelik dinamik geometri yazılımlarıyla hazırlanan etkinliklerin öğrencilerin akademik başarısı ve uzamsal yetenekleri bağlamında incelenmesi*. Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Karakırık, E. (2011). Dinamik geometri ve Sketchpad ile geometri öğretimi. E. Karakırık (Ed.), *Matematik eğitiminde teknoloji kullanımı* (s. 67-96), Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Karataş, İ. (2002). *8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullanılan bilgi türlerini kullanma düzeyleri*. Yüksek lisans tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Karataş, İ. (2008). *Problem çözmeye dayalı öğrenme ortamının bilişsel ve duyuşsal öğrenmeye etkisi*. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Karataş, İ. (2011). Experiences of Student Mathematics-Teachers In Computerbased Mathematics Learning Environment. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*,
<http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/karatas.pd> (Erişim tarihi: 12.03.2024).
- Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2011). *On the comparison between mathematically gifted and non-gifted students' creative ability*. Presented at the 19th Biennial World Conference of the WCGTC. Prague, Czech Republic.
- Kepceoğlu, Yavuz. (2017). Dinamik Geometri Yazılımlarıyla Gerçekleştirilen Matematik Derslerinin Ölçme ve Değerlendirme Örneği, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 25(1), 373-384.
- Kılıç, Ç. (2011). İlköğretim Matematik Dersi (1-5 Sınıflar) Öğretim Programında Yer Alan Problem Kurma Çalışmalarının İncelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2, 54-65.
- Kim, J., Choi, S., & Ahn, H. (2003). A Novel Approach to Collaborative Filtering: Weighted Slope One Predictors. *Proceedings of the 2003 ACM SIGMOD international conference on Management of data* (s. 275-286). ACM.
- Kneeland, S. (2001). *Problem çözme*. (Çev. Kalaycı, N.). Ankara: Gazi Kitabevi.

- Kolovou, A., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Bakker, A. (2009). Non-routine problem solving tasks in primary school mathematics textbooks-A needle in a haystack. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 8(2), 31–68.
- Koberg, D., & Bagnall, J. (1981). *The all new universal traveler, a soft-systems guide to: Creativity, problem-solving, and the process of reaching goals* (Rev. ed.). LosAltos, CA: William Kaufmann.
- Kocaoğlu, D. (2020). *Üstün yetenekli Öğrencilerin Matematik Dersine Karşı Tutum ve Özyeterlilik Algılarının Bazı Değişkenler Açısından İncelenmesi*. Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Koç Koca, A. (2022). *Özel yetenekli öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçleri ve kullandıkları stratejiler*. Doktora Tezi. Adıyaman Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Adıyaman.
- Koshy, V. (2002). *Teaching gifted children 4-7: A guide for teachers*. London: David Fulton Publishers Ltd.
- Köse, N., Uygan, C., & Özen, D. (2013). Dinamik Geometri Yazılımlarındaki Sürüklenme ve Çeşitlerinin Geometri Öğretimindeki Rolü. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 3(1), 35-52. <https://doi.org/10.16949/turcomat.70140> (Erişim tarihi: 13.11.2023).
- Krutetskii, V. A.(1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in School Children*, J. Kilpatrick ve I. Wirszup (Eds.), University of Chicago Press, Chicago.
- Kulaksızoğlu, A. (2004). *Ergenlik dönemi: Ailede çocuk eğitimi*. Başbakanlık Aile ve Sosyal Araştırmalar Genel Müdürlüğü Yayını. Ankara, 103-133.
- Kutluca, T., & Zengin, Y. (2011). Matematik öğretiminde GeoGebra kullanımı hakkında öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 160-172.
- Laborde, C. (1993), *The computer as part of the learning environment; The case of geometry*. In C. Keitel and K. Ruthven (Eds.), *Learning from Computers: Mathematics Education and Technology*, Springer-Verlag, Berlin.
- Laborde, C. (2003). Technology used as a tool for mediating knowledge in the teaching of mathematics: the case of Cabri-geometry. *Proceedings of 8th. ACTM*, Chung Hua University, Hsinchu, Taiwan, R.O.C.
- Laborde, C. (2007). Towards theoretical foundations of mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 39, 137-144.
- Lee, H., & Hollebrands, K. (2008). Preparing to teach mathematics with technology: An integrated approach to developing technological pedagogical content knowledge. *Contemporary issues in technology and teacher education*, 8(4), 326-341.
- Lester, F.K., Garofalo, J., & Kroll, D.L. (1989) *The Role of metacognition in mathematical problem solving: a study of two grade seven classes*, (Final Report), Indiana University, Mathematics Education Development Center, Bloomington.
- Lester, F. K. (1994). Musings About Mathematical Problem-Solving Research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660-675.
- Lester, F.K. (1987). *Teaching Mathematical Problem Solving*. 14/12/2023 tarihinde http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/3243_88_3.pdf (Erişim tarihi: 05.12.2023).
- Leung, L. (2008) Linking Psychological Attributes to Addiction and Improper Use of the Mobile Phone among Adolescents in Hong Kong. *Journal of children and media*, 2, 93-113.

<https://doi.org/10.1080/17482790802078565> (Erişim tarihi: 03.12.2023).

- Levent, F. (2011). *Üstün Yetenekli Çocukların Hakları El Kitabı: Anne baba ve öğretmenler için*. İstanbul: Çocuk Vakfı Yayınları.
- Levent, F. (2011). *Üstün yeteneklilerin eğitime yönelik görüş ve politikaların incelenmesi*. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Levent, F., & Bakioğlu, A. (2013). Üstün yeteneklilerin eğitiminde Türkiye için öneriler. *Üstün yetenekliler eğitimi ve araştırmaları dergisi*, 1(1), 31-44.
- Lichti, M., & Roth, J. (2018). How to foster functional thinking in learning environments using computer-based simulations or real materials. *Journal for STEM Education Research*, 1, 148-172.
- Lincoln, S. Y., & Guba, E. G. (1985). Naturalistic inquiry. Thousand Oaks, CA: Sage, InElo, S., Kääriäinen, M., Kanste, O., Pölkki, T., Utriainen, K. ve Kyngäs, H. (2014). Qualitative content analysis: a focus on trustworthiness, SAGE Open, 1-10.
- Loper, A. B. (1982). Metacognitive training to correct academic deficiency. *Topics in Learning and Learning Disabilities*, 2(1), 61-68.
- Lowther, D., Strahl, J. D., Inan, F. A., & Ross, S. M. (2008). Does technology integration “work” when key barriers are removed? *Educational Media International*, 45, 195–213.
- Lu, Y. W. A. (2008). *Linking Geometry and Algebra: A multiple-case study of Upper-Secondary mathematics teacher's conceptions and practices of GeoGebra in England and Taiwan*. Yüksek lisans tezi, Cambridge: University of Cambridge, UK.
- Lupkowski Shoplik, A. (1996). Young Math Whizzes: Can Their Needs Be Met in the Regular Classroom?, *Tempo*, 16, 5-10.
- Lupkowski-Shoplik, A., Benbow, C. P., Assouline, S. G. & Brody, L. E. (2003). Talent Searches: Meeting the Needs of Academically Talented Youth, Handbook on Gifted Education (3rd ed.), N. Colangelo ve G. A. Davis (Eds.), Allyn & Bacon, Boston, 204-218.
- Maker, C. J., Nielson, A. B., & Rogers, J. A. (1994). Multiple intelligences: Giftedness, diversity, and problem-solving. *Teaching Exceptional Children*, 27(1), 4-19.
- Maker, C. & Nielson, A. (1996). *Curriculum development and teaching strategies for gifted learners*. Austin: PRO-ED.
- Marland Jr, S. P. (1971). Education of the Gifted and Talented-Volume 1: Report to the Congress of the United States by the US Commissioner of Education.
- Marrades, R. & Gutierrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 87-125.
- Matthews, M. (1992). Gifted students talk about cooperative learning. *Educational Leadership*, 5(2), 48–50.
- Mayer, R. E. (2014). Cognitive theory of multimedia learning. In R. E. Mayer (Ed.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (2nd ed., pp. 43–71). Cambridge University Press.
- <https://doi.org/10.1017/CBO9781139547369.005> (Erişim tarihi: 04.12.2023).
- McCain, T. (2005). *Teaching for tomorrow: Teaching content and problem-solving skills*. Thousand Oaks, CA: Corwin.
- Merriam, S. B. (2013). Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber (3. Baskıdan Çeviri, Çeviri Editörü: S. Turan). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

- Miller, R. C. (1990). Discovering Mathematical Talent, ERIC EC Digest E482, ED 321487
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2005). *Ortaöğretim Matematik Müfredatı*, Ankara: Milli Eğitim Yayınevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2007): *Bilim ve Sanat Merkezleri Yönergesi*.
http://mevzuat.meb.gov.tr/html/2593_0.html. (Erişim Tarihi: 11.12.2023).
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2008). *İlköğretim Matematik 6 Öğretmen Kılavuz Kitabı*. (3. baskı). Ankara: İmpress
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2011). *Ortaöğretim matematik (9, 10, 11 ve 12.sınıflar) dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013a). *Ortaokul matematik dersi 5-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: MEB Talim Terbiye Başkanlığı Yayınları.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013b). *Özel yetenekli bireyler strateji ve uygulama planı (2013-2017)*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2016). *Tebliğler Dergisi Bilim ve Sanat Yönergesi*. Sayı: 2710, Tarih: 4 Kasım 2016, s. 448– 489.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2017). *Bilim ve Sanat Merkezleri öğrenci tanılama kılavuzu 2017-2018*. MEB, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018a). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8.Sınıflar*, Ankara: MEB Talim Terbiye Başkanlığı Yayınları.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018b). *Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği*, Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2020). *BİLSEM Yönergesi*, Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara, Türkiye.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2021). *BİLSEM Öğretmen Seçme ve Atama Kılavuzu*, Millî Eğitim Bakanlığı, Ankara, Türkiye.
- Mingus, T. T., & Grassl, R. M. (1999). What constitutes a nurturing environment for the growth of mathematically gifted students?. *School Science and Mathematics*, 99(6), 286-293.
- Mistretta, R. M. (2005). Integrating technology into the mathematics classroom: The role of teacher preparation programs. *The Mathematics Educator*, 15(1), 18-24.
- Moersch, M.C. (1987). *The Effectiveness Of Computer-Assisted Instruction Cooperative Learning Peer Tutoring and Class Size On Academic Achievement*. A Review Son Diego State University, Instructional Leadership Institute.
- Molenda, M. (2004). The definition of educational technology, coauthor with Rhonda Robinson. *Unpublished draft prepared for the AECT Definition and Terminology Committee*.
- Moreno, R., & Mayer, R. (2007). Interactive multimodal learning environments: Special issue on interactive learning environments: Contemporary issues and trends. *Educational psychology review*, 19, 309-326.
- Morgan, C.T. (1999). *Introduction to psychology*. (Translated by H.Arıcı et al.). Ankara: Meteksan.

- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1). Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2008). *The Role of Technology in the Teaching and Learning of Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- National Research Council, (2012). *A Framework for K-12 Science Education: Practices, Crosscutting Concepts, and Core Ideas*. Washington, DC: The National Academies Press.
- <https://doi.org/10.17226/13165>. (Erişim tarihi: 14.10.2023).
- Nezu, A.M., Nezu, C.M., D' Zurilla, T. & J. (2007). *Solving Life's Problems: A 5 Step Guide To Enhanced Well-Being*, Springer Publishing Company.
- Niederer, K., Irwin, R. J., Irwin, K. C. & Reilly, I. L. (2003). Identification of mathematically gifted children in New Zealand. *High Ability Studies*, 14(1), 71-84.
- Norton, D. P. (1959). The relationship of study habits and other measures to achievement in ninth-grade general science. *The Journal of Experimental Education*, 27(3), 211-217.
- Okur, S. (2008). *PISA 2003 Matematik Okur Yazarlığı Soruları Bağlamında Öğrenci Stratejileri, Adımları Ve Üstbilişleri*. Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Olkun, S., & Toluk Z. (2003). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Olkun, S., & Toluk-Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar*. Ankara: Ekinoks Eğitim Danışmanlık.
- Organisation for Economic Cooperation and Development [OECD]. (2003). *Literacy skills for the world of tomorrow. Further results from PISA 2000*. Paris: OECD.
- Organisation for Economic Cooperation and Development [OECD]. (2009). *Learning mathematics for life: a perspective from PISA*. Paris: OECD Publishing.
- Organisation for Economic Cooperation and Development [OECD] (2010). *PISA 2012 field trial problem solving framework*.
<http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46962005.pdf>. (Erişim tarihi: 21.02.2024).
- Organisation for Economic Cooperation and Development [OECD]. (2012). *Main Science and Technology Indicators*. Paris: OECD Publishing.
- Organisation for Economic Cooperation and Development [OECD]. (2018). The future of education and skills: Education 2030. *OECD Education Working Papers*.
- Ornstein, A. C. & Levine, D. U. (1993). *Foundations of education* (5th ed.). Boston: Houghton Mifflin Co.
- Oya, R. (2005). Yabancı ülkelerde üstün yeteneklilere yönelik eğitim uygulamaları, *Eğitim Bülteni Dergisi*, (11). 1-4.
- Özdemir, D. (2016). *Beşinci ve altıncı sınıf matematikte üstün yetenekli öğrencilere yönelik farklılaştırılmış etkinliklerin tasarlanması ve geliştirilmesi*. Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Özer, M. (2021). Türkiye’de özel yeteneklilere yetenek geliştirme desteğinde bilim ve sanat merkezleri: Mevcut durum ve iyileştirme alanları. *OPUS–Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, 17(33), 727-749. DOI: 10.26466/opus.810856
- Özmen, Z.M., Taşkın, D., & Güven, B. (2012). İlköğretim 7.sınıf matematik öğretmenlerinin kullandıkları problem türlerinin belirlenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 37(165), 243-261.

- Papert, S. (1980). Personal computing and its impact on education. *The computer in the school: Tutor, tool, tutee*, 197-202.
- Pativisan, S., & Niess, M. L. (2007). *A mathematical problem solving process model of Thai gifted students*. Doctoral dissertation. Oregon State University, Corvallis.
- Pea, R. (1987). Cognitive technologies for math-ematics education. A.H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education* içinde (s. 89–122). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.
- Plucker, J. A., & Esping, A. (Eds.). (2014). Human intelligence: Historical influences, current controversies, teaching resources.
<http://www.intelltheory.com>. (Erişim tarihi: 15.01.2024).
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Garden City: Doubleday.
- Polya, G. (1962). *Mathematical Discovery: On understanding, teaching, and learning problem solving*. New York: John Wiley.
- Polya, G. (1985). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (Second edition). United States of America: Princeton University Press.
- Polya, G. (1990). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. (Çev. Halatçı, F.) İstanbul: Sistem Yayıncılık.
- Polya, G. (2017). *Nasıl Çözmeli: matematiksel yöneme yeni bir bakış*. (Çev. Burak Selçuk Soyer). Ankara: Tübitak Yayınları.
- Pugalee, D. K. (2001). Writing, mathematics, and metacognition: Looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School science and mathematics*, 101(5), 236-245.
- Reigeluth, C. M. (Ed.). (1983). *Instructional design theories and models: An overview of the current status*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Reigeluth, M. (1999). *Instructional Design Theories and Models*. Volume II Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. New Jersey USA.
- Reis, Z. A., (2010). Computer Upported With GeoGebra. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 9,1449-1455.
- Reis, Z. A. & Gülseçen, S. (2010). The Effect of the Geogebra Use in Mathematics Education: A Case Study on Integers in Turkey. *GeoGebra North America Conference*, Canada.
- Reiser, R. A. (2001). A history of instructional design and technology: Part I: A history of instructional media. *Educational Technology Research and Development*, 49(1), 53 64.
- Reiser, R. A. (2002). What field did you say you were in? Defining and naming our field. In R. A. Reiser ve J. V. Dempsey (Eds.), *Trends and issues in instructional design and technology* (pp. 5-15). Upper Saddle River, NJ: Merrill Prentice Hall.
- Renzulli, J. S., (1978). What makes giftedness? *Phi Delta Kappan*, 60, 180- 184.
- Renzulli, J.S. (1986). *The Three-ring Conception of Giftedness: A Developmental Model for Creative Productivity, Conceptions of Giftedness*, R. J. Sternberg & J.E. Davidson (Eds.), Cambridge University Press, Cambridge.
- Renzulli, J.S., Rizza, M., & Smith, L.H. (2002). *The learning styles inventory*. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.
- Renzulli, J. S. & Reis, S. M. (2021). The three ring conception of giftedness: A change in direction from being gifted to the development of gifted behaviors. In R. J. Sternberg &

- D. Ambrose (Eds.) *Conceptions of giftedness and talent* (pp. 335-357). Palgrave Macmillan, Cham.
- Roeper, A. (1992). Whose Problem is it? *Understanding Our Gifted*, 4,4- 5.
- Sak, U. (2008). *Özel Eğitime Gereksinim Olan Öğrenciler ve Özel Eğitim. Üstün zekâlı öğrenciler*, 497-535. Ankara: Pegem Akademi
- Sak, U. (2010). *Üstün zekâlılar: özellikleri, tanınmaları ve eğitimleri*. Ankara: Maya Akademi Yayınevi.
- Schoenfeld, A. H. (1983). *Problem solving in the mathematics curriculum: A report, recommendations, and an annotated bibliography*. Washington, D.C.: Mathematical Association of America.
- Schoenfeld, A. H. (1985a). *Mathematical problem solving*. New York: Academic press.
- Schoenfeld, A. (1985b). A framework for the analysis of mathematical behavior. A Schoenfeld içinde, *Mathematical Problem Solving* (s. 11-45). Newyork: Academic.
- Schoenfeld, A. (1987). What's all the fuss about metacognition? In: A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education*, 189-215. Lawrence Erlbaum.
- Schoenfeld, A. H. (1999). Looking toward the 21st century: Challenges of educational theory and practice. *Educational Researcher*, 28(7), 4-14.
- Schwartz, S. H. (2007). Universalism values and the inclusiveness of our moral universe. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, 38(6), 711-728.
<https://doi.org/10.1177/0022022107308992> (Erişim tarihi: 02.02.2024).
- Selçik, N., & Bilgici, G. (2011). GeoGebra yazılımının öğrenci başarısına etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 19(3), 913-924.
- Sezginsoy B. (2007). *Bilim ve Sanat Merkezi Uygulamasının Değerlendirilmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Balıkesir.
- Shadaan, P., & Leong , K. E. (2013). Effectiveness of using Geogebra on students' understanding in learning circles. *The Malaysian Online Journal of Educational Technology*, 1(4), 1-11.
<https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1086434.pdf>. (Erişim tarihi: 21.12.2023).
- Sheffield, L. J. (1999). Definition and Identification of Mathematical Promising, Developing Mathematically Promising Students, L. J. Sheffield (Ed.), NCTM Inc., Reston, Virginia.
- Sisk, D. (1987). *Creative teaching of the gifted*. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Sheffield, L. J. (2003). *Extending the Challenge in Mathematics: Developing Mathematical Promise in K-8 Students*, Corwin Press, California.
- Sheffield, L. J. (2017). Dangerous myths about “gifted” mathematics students. *ZDM Mathematics Education*, 49 (1), 13-23.
- Sheffield, L. J. (2018). Commentary paper: A reflection on mathematical creativity and giftedness. In F. M. Singer (Ed), *Mathematical creativity and mathematical giftedness* (pp. 405-428). Cham, Switzerland: Springer International Publishing.
- Silver, E. A., Branca, N., & Adams, V. (1980). *Metacognition: The missing link in problem solving?* In R. Karplus (Ed.), *proceedings of the IV international congress on mathematical education*. 429-433. Boston: Birkhäuser.
- Silverman, L. K. (1993). Social Development, Leadership, and Gender Issues, L. K. Silverman (Ed.), *Counseling the Gifted and Talented*, (ss. 291-327) Denver, CO: Love Publishing.

- Silverman, L.K. (1994). The moral sensitivity of gifted children and the evolution of society. *Roeper Review*, 17(2), 110-116.
- Sisk, D. A. (1990). The state of gifted education: toward a bright future. *Music Educators Journal*, 76(7), 35-39.
- Skinner, B. F. (1954). The science of learning and the art of teaching. *Cambridge, Mass, USA*, 99-113.
- Soe, K., Koki, S., & Chang, J. M. (2000). Effect of computer-assisted instruction (CAI) on Reading Achievement: A Meta-Analysis.
<http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED443079.pdf> (Erişim tarihi: 22.07.2024).
- Stacey, K. (2005). The place of problem solving in contemporary mathematics curriculum documents. *Journal of Mathematical Behavior*, 24(3-4), 341-350.
- Sternberg, R. J. (1985). Beyond IQ: A triarchic theory of human intelligence. New York, USA: Cambridge University Press.
- Sternberg, R. J., & Zhang, L. F. (1995). What do we mean by giftedness? A pentagonal implicit theory. *Gifted Child Quarterly*, 39(2), 88-94. doi.org/10.1177/001698629503900205
- Sternberg, R. J. (1997). *Successful intelligence*. Plume.
- Sternberg, R. J. (1999). The theory of successful intelligence. *Review of General psychology*, 3(4), 292-316.
- Sternberg, R. J. (2002). The Theory of Successful Intelligence. Ed. Robert J. Sternberg. General Factor of Intelligence. U.S.A: Lawrence Associates, Incorporated.
- Sternberg, R. J., Jarvin, L., & Grigorenko, E. L. (2011). *Explorations in giftedness*. Cambridge University Press.
- Sternberg, R. J. (2021). A new model of giftedness emphasizing active concerned citizenship and ethical leadership that can make a positive, meaningful, and potentially enduring difference to the world. In R. J. Sternberg & D. Ambrose (Eds.) *Conceptions of Giftedness and Talent* (pp. 407-424). Palgrave Macmillan, Cham.
- Stevens, M. (1998). *Sorun çözümleme*. (Çev. Çimen, A.). İstanbul: Timaş Yayınları.
- Stevenson, H. W. (1994). *Education of Gifted and Talented Students in China, Taiwan, and Japan*. ERIC Document Number: ED372582
- Strauss, A., & Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research* (Vol. 15). Newbury Park, CA: sage.
- Strip, C. A., Whitney, C. S., & Hirsch, G. (2000). *Helping gifted children soar: A practical guide for parents and teachers*. Great Potential Press, Inc.
- Strober, W., Fuss, I. J., & Blumberg, R. S. (2002). The immunology of mucosal models of inflammation. *Annual review of immunology*, 20, 495-549.
<https://doi.org/10.1146/annurev.immunol.20.100301.064816> (Erişim tarihi: 18.12.2023).
- şimşek N. (1998). *Öğretim Amaçlı Bilgisayar Yazılımlarının Değerlendirilmesi*. Ankara: Siyasal Yayınları.
- Taş, M., 2010. *Dinamik Matematik Yazılımı GeoGebra ile Eğrisel İntegrallerin Görselleştirilmesi*. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Tatar, E., Akkaya, A. & Kağızmanlı, T. B., 2011. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının Geogebra ile oluşturdukları materyallerin ve dinamik matematik yazılımı hakkındaki

- görüşlerinin analizi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(3), 181-197.
- Taylor, R. (Ed.) (1980). *The Computer in the School: Tutor, Tool, Tutee*. New York: Teachers College Press.
- Türk Dil Kurumu [TDK] (2020). *Genel Açıklamalı Sözlük*. Ankara: TDK Yayınları.
- Terman, L. M. (1919). *The intelligence of school children*. Houghton-Mifflin.
- Thomas, M., Gee, J., & Palfrey, J. (2014). Palgrave Macmillan's Digital Education and Learning Series Editors.
- Tienken, C. H. & Wilson, M. J., 2007. The impact of computer assisted instruction on seventh-grade students mathematics achievement. *Planning and Changing*, 38, 181- 190.
- Tomlinson, C. A., Kaplan, S. N., Renzulli, J. S., Purcell, J. H., Leppien, J. H., Burns, D. E., ... & Imbeau, M. B. (2008). *The parallel curriculum: A design to develop learner potential and challenge advanced learners*. Corwin Press.
- Tomlinson, C., & Jarvis, J. (2009). Differentiation : Making curriculum work for all students through responsive planning and instruction. In R. J. Renzulli, E. J. Gubbins, K. S. Micmillen, R. D. Eckert & C. A. Little (Eds) *Systems and Models for Developing Programs for the Gifted and Talented* (2nd ed., pp. 599-628). Creative Learning Press.
- Trilling, B. & Fadel, C. (2009). *21st century skills: Learning for life in our times: learning for life in our times*. John Wiley & Sons.
- Tsai, D.M. (2007). Differentiating Curriculum for Gifted Students by Providing Accelerated Options. *Gifted Education International*, 23(1), 88-97.
<https://doi.org/10.1177/026142940702300111> (Erişim tarihi: 02.12.2023).
- Tunnicliffe, C. (2010). *Teaching able, gifted and talented children: Strategies, activities & resources*. Sage Publications.
- Turkut, S. (2021). *Matematikte özel yetenekli çocukların problem çözme becerilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Antalya.
- Tutkun, Ö., Öztürk, B. & Demirtaş, Z. (2011). Matematik öğretiminde bilgisayar yazılımları ve etkililiği. *2nd International Conference on New Trends in Education and Their Implications*, 27-29 April, Antalya.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim araştırmalarında etkin olarak kullanılabilecek nitel bir araştırma tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 24(24), 543-559.
- Umay, A. (2007). *Eski arkadaşımız okul matematiğinin yeni yüzü*. Ankara: Aydan Web Tesisleri.
- Usiskin, Z. (1999). The Mathematically Promising and the Mathematically Gifted, Developing Mathematically Promising Students, L. J. Sheffield (Ed.), NCTM Inc., Reston, Virginia, USA, 57-70.
- Uzun, N. (2013). *Dinamik geometri yazılımlarının bilgisayar destekli öğretim ve akıllı tahta ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında kullanımının öğrencilerin akademik başarısına, uzamsal görselleştirme becerisine ve uzamsal düşünme becerisine ilişkin tutumlarına etkisi*. Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Uygun, T. (2019). Matematik Öğretmeni Adaylarının Geometrik Şekillerin Elemanları ile İlgili Konu Alan Bilgilerinin Geometer's Sketchpad Yardımıyla Geliştirilmesi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 7(1), 59-69.
<https://doi.org/10.18506/anemon.407666>

- Ünsal, G.T. (2018). *Matematik dersinde geogebra programı kullanımının 10.sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına, matematik kaygısına ve öğretim teknolojilerine yönelik tutumlarına etkilerinin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi. Mersin Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mersin.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2005). The role of context in assessment problems in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 25(2), 2-9.
- Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (5b). Boston, MA: Pearson Education.
- Van Tassel-Baska, J., & Stambaugh, T. (2005). Challenges and possibilities for serving gifted learners in the regular classroom. *Theory into practice*, 44(3), 211- 217.
- Villani, C, J. (1998). Meeting the Needs of the Gifted Student in Language Arts and Mathematics: An Evaluative Exploration, *American Educational Research Association*. April 13-17, 3-38.
- Voskoglou, M. G. (2008). Problem Solving in Mathematics Education: Recent Trends and Development. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Scienze Matematiche)*, 18, 22-28.
- Wagner, T. (2008). *The global achievement gap: Why even our best schools don't teach the new survival skills our children need-and what we can do about it*. Basic Books.
- Wagner, H. & Zimmermann, B. (1986). Identification and Fostering of Mathematically Gifted Students, *Educational Studies in Mathematics*, 17(3), 243-259.
- Wares, A. (2010). Using dynamic geometry to explore non-traditional theorems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(3), 351–358.
- Webb, J. T., Gore, J. L., Amend, E. R., & DeVries, A. R. (2016). *Üstün yetenekli çocuklar uzmanlar ve aileler için el kitabı*. (Çev: B. Uyaroğlu ve B. Bülbün Aktı). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Wellman, H. M. (1985). The origins of metacognition. In: D. L. Forrest-Presley, G.E. MacKinnon, T. GeryWaller (Eds.). *Metacognition, Cognition, and Human Performance*. Orlando: Academic Press.
- Wenglinsky, H. (1998). *Does It Compute? The Relationship between Educational Technology and Student Achievement in Mathematics*. Princeton, NJ: ETS Policy Information Center.
- Wiest, L. R., 2001. *The Role of Computers in Mathematics Teaching and Learning* (Ed. Took, J. & Handerson N.). Using Information Technology in Mathematics Education, The Howarth Press, 41-55.
- Wilson, J.W. Fernandez, & M.L., Hadaway, N. (1993). *Mathematical Problem Solving, Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics*, Wilson P.S. (ed), New York: Mac Millan, s.55.
- Woodward, J., Beckmann, S., Driscoll, M., Franke, M., Herzig, P., Jitendra, A., ... & Ogbuehi, P. (2012). *Improving mathematical problem solving in grades 4 through 8: A practice guide (NCEE 2012-4055)*. Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.
- <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED532215.pdf> (Erişim tarihi: 24.01.2024).
- Xenos-Whiston, M., & Leroux, J. A. (1992). Gifted education: Isn't this good for all children?. *Middle School Journal*, 23(4), 36-39.
- Yazgan, Y. (2007). Dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözme stratejileriyle ilgili gözlemler. *İlköğretim Online*, 6(2), 249-263.

- Yazgan Sağ, G. (2012). *Üstün yetenekli ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel problem çözme durumlarındaki öz düzenleme davranışları*. Doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Yazgan Sağ, G. (2018). *Matematikte Üstün Yeteneklilik: Teoriye Genel Bakış*. Vth International Eurasian Educational Research Congress (EJER), Antalya, Turkey.
- Yazgan Sağ, G. (2019). Matematikte Üstün Yetenekliliğe Teorik Bir Bakış. *Milli Eğitim Dergisi*, 48(221), 159-174.
- Yazgan, Y., & Bintaş, J. (2005). İlköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri: Bir öğretim deneyi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 210-218.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (11.baskı). Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Yıldız, H. (2010). *Üstün yeteneklilerin eğitiminde bir model olan bilim ve sanat merkezleri (BİLSEMLER) üzerine bir araştırma*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri enstitüsü, Ankara.
- Yılmaz, H. (2022). *Özel Yetenekli Öğrencilerin Dinamik Matematik Yazılımı ve Manipülatif Destekli Ortamda Matematiksel Genelleme Süreçleri*. Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Samsun.
- Yiğit, N., Alev, N., Özmen, H., Altun, T. & Akyıldız, S., 2007. *Öğretim teknolojileri ve materyal tasarımı*. Trabzon: Akademi Kitabevi.
- Zepke, N., & Leach, L. (2010). Improving student engagement: Ten proposals for action, *Active Learning in Higher Education*, 11(3), 167–177.

EKLER

EK 1. Görüşme Soruları

GÖRÜŞME SORULARI

Okuma Basamağı

1. Problemimizi okudun mu?
2. Bir kere okumak yeterli oldu mu?

Sonda

3. Neden birden fazla kez okuma ihtiyacı hissettin?

Anlama Basamağı

1. Çözüme geçmeden önce problemden anladıklarını paylaşır mısın?

Sonda

2. Problemde verilenler nelerdir ve ne istenmektedir?
3. Problemde verilenler arasında belirlediğin önemli bilgiler var mı? Nelerdir?
4. Problem metninde verilmeyen önemli bir bilgi olduğunu düşünüyor musun?
5. Daha önce buna benzer bir problemle karşılaştın mı?
6. Şekil çizmek veya önemli bilgileri not etmek ister misin?

Analiz Basamağı

1. Problemi matematiksel olarak nasıl yorumluyorsun?

Sonda

2. Bize verilenler ve istenenler arasında ilişki var mı? Nedir?

Keşfetme Basamağı

1. Sence problemde verilenlerden çözüme ulaştıracak asıl nokta hangisidir? Neden?

Sonda

2. Bu aşamada hangi bilgiyi kullanıyorsun?
3. Başa dönmek ister misin?
4. Problemi çözemeyeceğini mi düşünüyorsun? Neden?

Planlama Basamağı

1. Problemi çözmek için nasıl bir yol izlemeyi düşünüyorsun? Neden?

Sonda

2. Problem çözme sürecinde elindeki materyalleri/teknolojiyi nasıl kullanacaksın?

Uygulama Basamağı

1. Elindeki materyalleri/teknolojiyi kullanmak problem çözüm sürecine etki etti mi? Nasıl?

Sonda

2. Elindeki materyallerin/teknolojinin çözümü kolaylaştırdığını düşünüyor musun? Neden?
3. Teknolojiyi kullanmasaydık bir fark olurdu mu?

Değerlendirme Basamağı

1. Çözümünü değerlendirebilir misin?
2. GGB ortamının problem çözme sürecine etkisini değerlendirir misin?
3. Bu problemin çözümünde daha farklı cevaplara ulaşılabilir mi? Neden?
4. Bu problem çözümünün hem çalışma kâğıdı üzerinde hem de GGB ortamında genellenebilme durumunu yorumlar mısın?

Sonda

5. Çözüm adımlarını gözden geçirdin mi?
6. Problemden senden istenildiği şekilde çözüme ulaştığını düşünüyor musun?



EK 2. Golf Problemi

GOLF PROBLEMİ

Erva ve Kerem bir hafta sonu golf antrenmanına giderler. Antrenmanda, ikisi de aynı çukuru hedef alarak vuruş yaparlar. Her ikisinin de bütün vuruşları düz bir zeminde gerçekleştirilir ve top havalandırarak yarım çember şeklinde bir yol izler. Erva tek vuruşta topu hedef çukura gönderir. Kerem ise aynı başlangıç noktasından Erva ile aynı yönde bir vuruş yapar. Fakat top hedef çukura ulaşmadan durur. Kerem yine aynı yönde topun durduğu noktadan bir vuruş daha yaparak topu hedef çukura ulaştırır.



Erva'nın yaptığı vuruşta topun izlediği yol üzerinde bir nokta işaretleniyor. İşaretlenen bu nokta ile başlangıç noktası ve hedef çukur noktası ayrı ayrı birleştirilerek iki doğru parçası oluşturuluyor.

Başlangıç noktası ile çizilen doğru parçasının Kerem'in ilk vuruşunda topun izlediği yolla kesiştiği nokta işaretleniyor. Daha sonra, hedef çukur noktası ile çizilen doğru parçasının Kerem'in ikinci vuruşunda topun izlediği yolla kesiştiği nokta işaretleniyor. Son olarak Kerem'in ikinci vuruşu yaptığı nokta işaretleniyor. İşaretlenen tüm noktaların birleştirilmesiyle hangi geometrik şekil oluşur? Neden?

EK 3. Problem Çözme Sürecine Yönelik Kod Tablosu

PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNE YÖNELİK KOD-KATEGORİ-TEMA TABLOSU			
KOD ÖRNEĞİ	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
...Erva yarım çember atarak tek vuruşta hedefi çukura atıyormuş. Kerem de aynı yönde yarım çember vuruş yapıyor bi daha vuruş yapıyor... (ÖK)	Doğru (Tam) Anlama	Problemin <i>verilenlerini</i> açık veya gizli şekilde ifade eder.	OKUMA
...İkisi de aynı çukuru hedef alıyorlar ama Erva birincide atmışken Kerem iki kere oynamış. Sonunda ikisi de ulaştırıyor... (ÖR)	Eksik Anlama		
...Kerem ilk attığında yarıda duruyor. (ÖA) ...Top düz gider... (ÖB)	Yanlış Anlama		
...Noktalar belirlenmiş ve hangi geometrik şeklin oluştuğunu sormuş...(ÖN)	Doğru (Tam) Anlama	Problemin <i>istenilenlerini</i> açık veya gizli bir şekilde ifade eder.	
...Bize buradaki sembolü yani şekli sormuş...(ÖY)	Eksik Anlama		
	Yanlış Anlama		
...Birinci vuruşunda yarım ya da çemberin çeyreği büyüklüğünde bir vuruş yapıp diğerinde de onu tamamlamış olabilir. Ya da tam noktasına gelip tekrardan...(ÖR) ...Buradan vuruyorlar. Böyle paralel şekilde buraya gidiyor. Ervanınki direk giriyor. Kereminki girmiyor orada kalıyor...(ÖN)	Vuruşlara Bağlı Yarım Çemberlerin Oluşturulması	Problemi anlamlandırmak ve/veya yorumlamak için <i>bakış açısına sahiptir.</i>	ANALİZ
...İki olasılık oluyor. Ya Kerem alçaktan ve yavaş attı ya da Kerem çok yukarıdan attı. Bu yüzden çok yükseldikten sonra dik şekilde hızlıca aşağı indi...(ÖY)	Vuruş Yüksekliklerinin Belirlenmesi		
...İkisi de havalanarak gidiyor. İkisi de yarım çember...(ÖR) ...Kerem yarım çember şeklinde atıyor. Sonra çukura ulaşmadan duruyor. Yine aynı yönde topu bitiş noktasına vuruyor...(ÖA)	Vuruşlara Bağlı Yarım Çemberlerin Oluşturulması	<i>Eylemler problemin verilenleri tarafından desteklenmektedir.</i>	
...4 nokta işaretledik. Yani zaten başlangıç ve bitiş noktalarını sadece doğru parçalarını yapmak ve şekli oluşturmak için kullandım...(ÖR)	İşaretlenen Noktaları Belirleme	<i>Eylemler problemin istenilenleri tarafından desteklenmektedir.</i>	
...Soruda bizden kesiştiği noktalarla bir şekil oluşturmamızı istiyor... (ÖY) ...Kerem burada aynı yönde bir vuruş yapar fakat top...bir yerde durur. Sonra durduğu yerden bir kere daha atar. Bu sefer girer. Aynı yöne olduğu için böyle yapmamız gerekir...(ÖB)	Vuruşlara Bağlı Yarım Çemberlerin Oluşturulması	<i>Verilenler ve istenilenler arasındaki ilişkiyi araştırır.</i>	

...Toprağın altından gidemez...(ÖA) Yerin altından mı gidecek?... (ÖN)	Zemini Oluşturma		
...iki doğru parçası oluşturulacak... Yani şöyle şöyle...(ÖA)	Doğru Parçalarının Oluşturulması	Araştırma problemin verilenlerine ve/veya istenilenlerine dayalıdır.	
...Başlangıç noktasıyla çizilen doğru parçasının Kerem'in ilk vuruşunda topun izlediği yolla kesiştiği nokta... Kırmızı ile işaretleyeyim...(ÖE)	Kesişim Noktalarının Belirlenmesi		
Topun nereye düştüğünü nasıl bilebilirim?... (ÖR) ...ikisinin de bakış açısı farklı... burası sağ oluyor, yok sol oluyor. Anladım şimdi. Böyle olmaz...(ÖE)	Zemini Oluşturma	Eylemler yönlendirilmiş ya da odaklandırılmıştır.	ARAŞTIRMA (KEŞİF)
...Tamam tamam. Yarıçapı büyük olanın yüksekliği de büyük olur...(ÖN)	Vuruş Yüksekliklerinin Belirlenmesi		
Sonuçta düz olması gerekiyor. Bu ikisini düz birleştirelim. Şu an oldu...(ÖZ)	Doğru Parçalarının Oluşturulması		
...Yarım çember yerin altına indi gibi oldu...(ÖR)	Zemini Oluşturma		
...Bir şekil bulamıyoruz... Sahanın dışına çıktığında bunlarla kesiştiği nokta olmuyor...(ÖY) ...Aynı yerde çizmemişiz. O yüzden kesişmiyor...(ÖR)	Kesişim Noktalarının Belirlenmesi	<i>İzleme ve kontrol etme süreçlerinin çözüm üzerindeki etkilerini değerlendirir.</i>	
Tamam doğru işaretlemişim. O zaman şurayı da işaretliyoruz...(ÖY)	İşaretlenen Noktaları Belirleme		
...Parça parça...gözümde canlandırmaya çalışıyorum...(ÖN) ...Hepsini aynı anda çizsek...ama şu an mümkün değil...(ÖK)	Probleme Yönelik Bakış Açısı		
...Kerem bunu böyle daha yukarısından ve daha uzağa atmış olabilir. Sonra bunu geriye doğru hedefe atmış olabilir...(ÖY) ...Orantılı bir çember çizimi yapmaya çalışıyorum...(ÖN)	Vuruşlara Bağlı Yarım Çemberlerin Oluşturulması	<i>Planlama yaptığına dair (açık veya eylemlerden anlaşılan) kanıt sergiler.</i>	
...Ama düşünüp yapmak daha mantıklı geldi...(ÖR)	Zemini Oluşturma		
...Ben öyle ortada çizmek istedim. Olasılık üzerine konuştuğumuz için...(ÖR)	Vuruş Üzerinde Rastgele Nokta Belirlenmesi		
...Erva'nın vuruşundan herhangi bir yeri işaretledim ve başlangıçla arasında bir doğru kurdum. Sonra hedef yani topun gireceği yer arasında da bir çubuk kurdum...(ÖY)	Doğru Parçalarının Oluşturulması	Plan çözümle ilişkili, çözüme uygun ve iyi yapılandırılmıştır.	
...Önce kesişim noktalarını belirleyelim...(ÖN)	Kesişim Noktalarının Belirlenmesi		
...O zaman ben istediğim noktayı işaretleyeceğim...(ÖR)	Vuruş Üzerinde Rastgele Nokta Belirlenmesi	Uygulama yapılan <i>planla uyumludur.</i>	
...Hani amaçlı şekil oluştursak...(ÖN)	Oluşan Şekli Belirleme		
...Her ikisinin de bütün vuruşları...böyle çizemiyormuşuz...(ÖZ)	Vuruşlara Bağlı Yarım Çemberlerin Oluşturulması	<i>Uygulamayı yerel veya genel olarak değerlendirir.</i>	PLANLAMA VE UYGULAMA

...Yani birazcık kısa oldu...(ÖE)			
...Küçük çizersem üst noktası da küçük ama çemberi ne kadar büyütürsem o kadar yüksek olur...Aslında evet öyle bir şey olamaz...(ÖY)	Vuruş Yüksekliklerinin Belirlenmesi		
...Şu ana kadar yaptığımı düşünüyorum...ayrı ayrı birleştirdim...(ÖR)	Doğru Parçalarının Oluşturulması		
...Burası daha dik olsaydı...daha düzgün bir şekil olurdu. Mesela Erva'yı daha yükseğe çizseydim o zaman tam bir baklava olabilirdi...(ÖY)	Vuruş Yüksekliklerinin Belirlenmesi		
...Bir üçgen oldu bu tarafa doğru dönük. Bi de bu tarafa doğru dönük iki üçgen oldu...(ÖB) ...Şunu ortadan bir tane daha çizsek, 2 tane geometrik şekil oluştursak...(ÖN) ...Dikdörtgen olmuyor ama bakınca öyle anlaşıyor bence...(ÖR) ...Bu şekil eliptik bir baklava gibi. Yani aslında uçurtma gibi...(ÖY)	Oluşan Şekli Belirleme	Çözümü gözden geçirir.	
...Ama ortada bu çizgiler şey olabilirdi ama onlar da problem etmiyor diye düşünüyorum...(ÖY)	İşaretlenen Noktaların Birleştirilmesi	Çözümü kontrol eder.	
...Tam kare olmadı. Köşeler eşit değil...(ÖN)	Oluşan Şekli Belirleme		
...Üçgen de olabilir...Dört nokta ama ikisi aynı yere gelebilir...(ÖR)	İşaretlenen Noktaları Belirleme		
...Eğer biz bununla bunu birleştirecek ayrı ayrı olur...(ÖN) ...Birleştir diye bir şey söylememiş. O zaman tam bi baklava gibi bir şey oluyor...(ÖY)	İşaretlenen Noktaların Birleştirilmesi	Çözüm sürecini ya da sonucu değerlendirir.	
...Dikdörtgen ortaya çıkıyor yani...(ÖR) ...Dörtgen tam değil bu çünkü yamuk oldu bu... Yamuk herhangi bir şekle benzemediğinden dolayı yamuk deniyor... (ÖY) ...Şöyle yamuk gibi bir şey...(ÖZ)	Oluşan Şekli Belirleme		

DEĞERLENDİRME

EK 4. GGB Ortamında Problem Çözme Sürecine Yönelik Kod Tablosu

PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNE YÖNELİK KODLAMA TABLOSU			
KOD ÖRNEĞİ	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
	Doğru (Tam) Anlama	Problemin verilenlerini açık veya gizli şekilde ifade eder.	OKUMA
	Eksik Anlama		
	Yanlış Anlama		
...Oradaki çizimin aynısını yapacağız...(ÖE)	Doğru (Tam) Anlama	Problemin istenilenlerini açık veya gizli bir şekilde ifade eder.	
	Eksik Anlama		ANALİZ
	Yanlış Anlama		
...Orantılı yapmak istiyorum...(ÖK)	Zemini Oluşturma	Problemi anlamlandırmak ve/veya yorumlamak için bakış açısına sahiptir.	
		Eylemler problemin verilenleri tarafından desteklenmektedir.	
		Eylemler problemin istenilenleri tarafından desteklenmektedir.	ARAŞTIRMA (KEŞİF)
		Verilenler ve istenilenler arasındaki ilişkiyi araştırır.	
...Neyle neyi birleştirip doğru parçası oluşturacağım?...(ÖK)	Doğru Parçalarının Oluşturulması	Araştırma problemin verilenlerine ve/veya istenilenlerine dayalıdır.	
...Ama noktalar hep aynı yerde olmalı. Çünkü bi düzlem yani orası...(ÖR)	Zemini Oluşturma		
...ha doğru şunlarla doğru parçası çizecektik...(ÖY)	Doğru Parçalarının Oluşturulması	Eylemler yönlendirilmiş ya da odaklandırılmıştır.	PLANLAMA VE UYGULAMA
...Şimdi bunlarla kesişen noktalar diyor ama kesişen bir nokta yok şu anda...(ÖY)	Kesişim Noktalarının Belirlenmesi	İzleme ve kontrol etme süreçlerinin çözüm üzerindeki etkilerini değerlendirir.	
...Uzunluk 7'ye 9 olsun...(ÖN) ...Ben birazcık mantıklı şekil çıkartmak istediğim için öyle yaptım...(ÖY) ...bunu burada hayal etmemiz gerekiyor...Yani o buraya geldiğinde devam eder tak diye düşümez...(ÖR)	Zemini Oluşturma	Planlama yaptığına dair (açık veya eylemlerden anlaşılan) kanıt sergiler.	
...Noktayı ortaya koyalım bence...(ÖE) ...Noktayı istediğim yere koyabiliyorum...(ÖN) ...Nokta koyacağız çünkü işimiz noktalarla...(ÖE)	Vuruş Üzerinde Rastgele Nokta Belirlenmesi		
...Şu minik yuvarlakları biraz değiştirerek baksak...(ÖR)	Yarım Çemberlerin Boyutlarını Değiştirme		PLANLAMA VE UYGULAMA
...Burası A noktası olsun. Şimdi 80'e kadar gidebilirim. Yarısı 40. Kerem'in vuruşunun düşüş yeri burası olsun...(ÖE)	Vuruşlara Bağlı Yarım Çemberlerin Oluşturulması	Plan çözümle ilişkili, çözüme uygun ve iyi yapılandırılmıştır.	

...Biri mavi biri kırmızı olarak 2 küçük...dairelerden yapsak. Biri büyük biri küçük olarak...(ÖR)			
...O zaman ilk önce bir düzlem oluşturmamız lazım...(ÖR) ...Noktalar zaten bir kere aşağıda olamaz. Yukarıda da olamaz...(ÖN)	Zemini Oluşturma		
...Noktamız var zaten. A ve B noktalarıyla birleştirerek doğru parçalarını çizebiliriz...(ÖR)	Doğru Parçalarının Oluşturulması		
...İlk önce büyüğünü yapıp küçüğünü içine yapalım...(ÖR)	Vuruşlara Bağlı Yarım Çemberlerin Oluşturulması		
...Buraya bir çizgi çekerek doğru parçası çizelim...(ÖR)	Zemini Oluşturma	Uygulama yapılan planla uyumludur.	
...Onu da şöyle tam ortaya verdim...(ÖZ) ...Ölçümlü yapmaya çalışıyorum...(ÖE) ...Tam ortadan olsa...(ÖN)	Vuruş Üzerinde Rastgele Nokta Belirlenmesi		
...Zaten o da devam ederdi. Ama yarıçapları farklı yani olmaz...Hedefe düşerdi Ervanınki gibi...(ÖR)	Vuruşlara Bağlı Yarım Çemberlerin Oluşturulması		
...Şunların boyutlarını değiştiremiyorduk. Bu daha iyi oldu...(ÖR)	Yarım Çemberlerin Boyutlarını Değiştirme		
...Ama noktalar hep aynı yerde olmalı. Çünkü bi düzlem yani orası...(ÖR) ...Zemin çizmedik...(ÖA) ...Başlangıç ve bitişin arasındaki mesafeyi de çok fazla uzatmamak gerek. Çünkü uzattığımda birazcık sıkıntılar oldu...(ÖY)	Zemini Oluşturma	Uygulamayı yerel veya genel olarak değerlendirir.	
...Hepsini birleştir diyor da ayrı ayrı birleştir demiyor. Zaten birleştirdik...(ÖE)	İşaretlenen Noktaların Birleştirilmesi		
...Vuruşlarını daha düzgün çizseydim mesela Ervanınkini daha yüksekten, topun düşme yerini de Erva'nın tam hizasına çizseydim...düzgün şekil oluşmuş oluyordu...(ÖY) ...Kesişim noktalarını oynatarsak kare olabilir diye düşünüyorum...(ÖZ) ...Daha aritmetik çizmek için...kare çizmeye çalıştım...(ÖE)	Oluşan Şekli Gözden Geçirme	Çözümü gözden geçirir.	
...Noktalar sonsuz değildir belirli sayıdadır...(Ö.B) ...Yani deneye deneye olur. Tahmin yapabilirim...(Ö.Z) Yani noktayı aşımda büyük değil de küçük küçük belirleyince sonsuz olduğunu şu an anladım...(Ö.R)	Kesin Çözüm İçin Denenmesi Gereken Nokta Sayısını Belirleme		
...Kesişim noktalarını oynatsak da işimize yaramaz zaten...(ÖZ) ...Ölçmediğimiz için bilmiyorum...(ÖN)	Oluşan Şekli Kontrol Etme	Çözümü kontrol eder.	
			DEĞERLENDİRME

...Şu kesişim noktaları da vardı sanki...(ÖR) ...Şunları çeksek...(ÖE)			
...Zaten hepsi eşit. İki açısına baksak yetiyor...(ÖE) ...Tüm açılara bakmak gerekir...(ÖA) ...İkisi de aynı hizada burası 90 burası da 90...(ÖB) ...Yani tam bir açısına bakmak lazım...(ÖZ) ...Sadece bir tanesi 90, diğerlerine bakmadık...(ÖR) ...Evet ölçmek gerekir...(ÖN)	Açıları Kontrol Etme		
...Uzunluk ölçebiliriz...(ÖK) ...Kenarlarının da eşit olması lazım...(ÖY) ...Ölçmemiz lazım...(ÖA)	Kenar Uzunluklarını Kontrol Etme		
...Burada 2 kare var...burada da...(Ö.E) ...Hayır kare oluşmaz...(Ö.B) ...Şekil bizi yanılttı. ...Hep dikdörtgen oluyor...(ÖZ) ...Karenin yatay dönmüş hali...(ÖY) ...Bu kare...eminim...(ÖK)	Oluşan Şekli Değerlendirme		
...Hocam biraz yamuk gibi. Tam düz çizemediğim için...(ÖB) ...Mükemmel çizerek olur. Zaten ikisi de aynı problemin aynı sonuçları sadece çizimin farkı var...(ÖY) ...Kâğıtta çizemezdik...(ÖR) ...böyle çok geometrik bişey yok...her şeyini değiştirmek için santim santim çok zor...(Ö.R) ...Kâğıtta santimetreleri falan ayarlayamadık...(ÖK) ...Çizimden dolayı yapamadık...(ÖZ) ...Yani dikdörtgeni birkaç kere bulurduk ama yine emin olamazdık. Burada hem açılarını öğrendik hem boyutlarını öğrendik...(ÖE) ...Yanlış çizdiysem...(ÖN)	Kâğıt Üzerinde Elde Edilen Sonucu Değerlendirme		
...Kâğıtta da yapabiliriz ama öyle noktaları hareket ettirerek falan yapamazdık. Bunu çizmek gerekirdi yani her noktasında...(ÖY) ...Yani bütün şekilleri ve ihtimalleri görebiliyoruz...(ÖK) ...Burada hem karelerin boyutu aynı hem ölçümler doğru...Burada her şey rastgele. Düz çizgi bile yok...(ÖE) ...GGB ile daha kolay oldu...(ÖA) ...burada kusurlu şeyleri gösterdi. Burada oynatamadık orada oynattık...(ÖB)	GGB Ortamının Problem Çözme Sürecine Etkisini Değerlendirme		Çözüm sürecini ya da sonucu değerlendirir.

...Çünkü bilgisayar çizimi çok ince hesaplamaları falan yapıyor. Ben tüm kâğıda taslak olarak çizdim...(ÖZ) ...Kareli alan yoktu yani zeminimiz kareli zemin değildi. Bir de düz çizemedim...(ÖN)			
...Bu sorunun tek bir cevabı yok. Kare de olabilir dikdörtgen de olabilir...(ÖY) ...O zaman yani her durumda kare olmuyor. Sadece eşit olduğunda kare oluyor...(ÖE) ...Kare de olabiliyor. Hani baklava gibi bir şekil de çıkar bence...(ÖR) ...Net bir cevabı yok...Bütün şekiller olabilir...(ÖK)	Problemin Oluşabilecek Farklı Cevaplarının Değerlendirilmesi		
...Sonsuz nokta olamaz. Belli bir sayıda var ama onu da belirlemek herkese göre farklı olur...(ÖY) ...zaten o kadar minnacık şeyleri denemek de saçma olurdu...(ÖR) ...Bayağı bir...sonsuz nokta deneriz...(ÖK) ...İnce bir şeyi var mı yok mu bilemem. Ben şüphe ederim. Her şeyin kesin olmasını isterim...(ÖZ) ...Dikdörtgen oluşturmayacak başka noktalar olabilir...(ÖE) ...Belli bir sınırı yok...Sonsuz...(ÖN)	Çalışma Kâğıdındaki Çözümün Genellenme Durumunun Değerlendirilmesi		

EK 5. Veli Onay Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “Özel Yetenekli Ortaokul Öğrencilerinin Dinamik Matematik Yazılımı Destekli Ortamda Problem Çözme Süreçleri” adıyla, 23.04.2023 tarihinde yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Çalışmada matematikte özel yetenekli öğrencilerin dinamik matematik yazılımı destekli ortamda problem çözme süreçlerinin derinlemesine incelenmesi amaçlanmaktadır.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla.

Araştırmacı :
İletişim bilgileri:

*Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....’in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).*

...../...../.....

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :
Telefon Numarası :

EK 6. Etik Kurul Kararı



ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ARAŞTIRMALARI ETİK KURUL KARARLARI

KARAR TARİHİ	TOPLANTI SAYISI	KARAR SAYISI
25.11.2022	10	2022-1019

KARAR NO: Üniversitemiz Lisansüstü Eğitim Enstitüsü öğrencisi Azra ERGÜN' ün Doç. Dr. Rezan YILMAZ danışmanlığında “Özel Yetenekli Ortaokul Öğrencilerinin Dinamik Matematik Yazılımı Destekli Ortamda Problem Çözme Süreçleri” isimli yüksek lisans tezine ilişkin mülakat, gözlem ve video/film/görüntü kaydı çalışmasını içeren 92255 sayılı dilekçesi okunarak görüşüldü.

2022-1019

Üniversitemiz Lisansüstü Eğitim Enstitüsü öğrencisi Azra ERGÜN' ün Doç. Dr. Rezan YILMAZ danışmanlığında “Özel Yetenekli Ortaokul Öğrencilerinin Dinamik Matematik Yazılımı Destekli Ortamda Problem Çözme Süreçleri” isimli yüksek lisans tezine ilişkin mülakat, gözlem ve video/film/görüntü kaydı çalışmasının kabulüne oy birliği ile karar verildi.

EK 7. MEB Uygulama İzni



T.C.
SAMSUN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

40

Sayı : E-67180656-604.01.01-71393635
Konu : Azra ERGÜN'ün
Araştırma Uygulama İzni

02.03.2023

DAĞITIM YERLERİNE

- İlgi: a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21/01/2020 tarih ve 2020/2 sayılı Genelgesi.
b) Ondokuzmayıs Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğünün bila tarihli ve 408996 sayılı yazısı.

Ondokuzmayıs Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı yüksek lisans öğrencisi Azra ERGÜN'ün, ilçenizde bulunan Bilim ve Sanat Merkezlerindeki ortaokullarda öğrenim gören öğrencilere yönelik "Özel Yetenekli Ortaokul Öğrencilerinin Dinamik Matematik Yazılımı Destekli Ortamda Problem Çözme Süreçleri" konulu araştırma çalışması yapmak istediğine dair ilgi (b) yazı ve ekleri Müdürlüğümüz Araştırma ve Değerlendirme Komisyonu tarafından incelenmiştir.

İlgi (a) genelge gereği sonuçları Müdürlüğümüz Ar-Ge Birimiyle paylaşılacak üzere uygun görülmüş olup, söz konusu çalışmanın komisyon kararı doğrultusunda uygulama sorularının çalışmayı yapan kişi tarafından raporlanarak denetimi İlçe Millî Eğitim Müdürlükleri/Okul idaresinde olmak üzere, kurum faaliyetlerini aksatmadan gönüllülük esasına göre yapılmasının sağlanması hususunda;

Bilgilerinize rica ederim.

Hüseyin AKSAKAL

Vali a.

İl Millî Eğitim Müdürü V.

Ek:

1. Araştırma Değerlendirme Formu (1 sayfa)
2. İlgi b Yazı ve Ekleri

Dağıtım:

Gereği :

17 İlçe Kaymakamlığına
(İlçe Millî Eğitim Müdürlüğü)

Bilgi:

Ondokuzmayıs Üniversitesine

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Adres : Atatürk Bulvarı Hükümet Konagı İl Millî Eğitim Müdürlüğü Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>
İladam/SAMSUN Bilgi için
Telefon No : 0 362 435 80 63 Unvan : Memur
E-Posta : srgc55@meb.gov.tr İnternet Adresi : <http://samsun.meb.gov.tr> Faks : 3624324854
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evrakorgu.meb.gov.tr> adresinden C55A-0d3d-357c-b3cb-0903 kodu ile teyit edilebilir.



ÖZ GEÇMİŞ

Azra ERGÜN, Samsun Anadolu Lisesi’ni bitirdikten sonra Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünden 28.06.2021 tarihinde birincilikle onur öğrencisi olarak mezun oldu. 2021 yılında OMÜ LEE Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans programına girdi. ÇAP kapsamında Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Matematik Öğretmenliği bölümünden 17.07.2023 tarihinde mezun oldu. 03.02.2022 tarihinden bu yana matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır. İlçe Milli Eğitim müdürlüğünce oluşturulan Özel Büro ofisinde proje ekibinde görev alan Azra ERGÜN orta derecede İngilizce bilmektedir.

İletişim Bilgileri

ORCID ID : 0009-0003-8162- 0913

Yayınlar:

1. Ergün, A. & Yılmaz, R. (2023). Problem-Solving Processes of Gifted Secondary School Students in a Dynamic Mathematics Software Supported Environment. *6th International Symposium of Turkish Computer and Mathematics Education (Turkbilmat)*. October 28- 30, Kızılcahamam/Ankara, Turkey.

Kazanılan Ödüller, Teşvikler ve Burslar:

1. TÜBİTAK ve Kore Ulusal Araştırma Vakfı (NRF) İkili İşbirliği Programı tarafından desteklenen 221N088 nolu ve “*Türkiye ve Güney Kore’de Matematiksel Modelleme ve Matematiksel Değerler: Bir Kültürel Karşılaştırma Çalışması*” başlıklı projede bursiyer olarak görev almıştır.
2. TÜBİTAK 4005 Yenilikçi Eğitim Uygulamaları Destekleme Programı kapsamında 2023/1 çağrı döneminde 123B957 proje nolu “*Somut Manipülatif, Dinamik Geometri Yazılımı ve Gerçek Hayat Problemi Entegrasyonu ile Geometri İnşası*” isimli projede rehber olarak görev almıştır.
3. Erasmus+ 2021-2027 Okul Eğitimi Akreditasyonu 2023-1-TR01-KA121-SCH-000163845 numaralı proje kapsamında İspanya’nın Barselona kentinde “*Kurs Hareketliliği*” programına katılmıştır.

