

**T.C.
SÜLEYMAN DEMİREL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**EYLEYİCİ, SENSÖR HATALARINA VE PARAMETRE
BELİRSİZLİKLERİNE SAHİP MOBİL ROBOTLARIN UYARLAMALI
HATA TOLERANS KONTROLÜ**

Mustafa AYYILDIZ

**Danışman
Dr. Öğr. Üyesi Umut TİLKİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRİK VE ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
ISPARTA - 2021**



© 2021 [Mustafa AYYILDIZ]

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
İÇİNDEKİLER.....	i
ÖZET	ii
ABSTRACT	iv
TEŞEKKÜR.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	x
1. GİRİŞ.....	1
2. LİTERATÜR TARAMASI	9
3. DİFERANSİYEL TAHRİKLİ MOBİL ROBOT MODELLEMESİ.....	16
3.1. Koordinat Sistemleri	16
3.2. Kinematik Model.....	19
3.2.1. Kinematik kısıtlamalar	22
3.3. Dinamik Model.....	25
3.3.1. Lagrange dinamiği yaklaşımı.....	26
4. DİFERANSİYEL TAHRİKLİ MOBİL ROBOTUN KONTROL YÖNTEMLERİ.....	41
4.1. Kinematik Kontrolcü	41
4.1.1. Kinematik kontrolcünün Lyapunov kararlılık analizi.....	42
4.2. Uyarlanabilir Kayan Kipli Kontrolcü (ASMC)	43
4.2.1. ASMC yapısının Lyapunov kararlılık analizi	47
4.3. PID Kontrolcü.....	49
4.4. Yapay Sinir Ağı Tabanlı Uyarlanabilir Geriadam Denetleyicisi	50
4.4.1. Sinir ağı modeli kullanılarak Jacobian matrisinin hesaplanması	53
5. BENZETİM SONUÇLARI	60
6. TARTIŞMA.....	93
KAYNAKLAR	95
ÖZGEÇMİŞ.....	99

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

EYLEYİCİ, SENSÖR HATALARINA VE PARAMETRE BELİRSİZLİKLERİNE SAHİP MOBİL ROBOTLARIN UYARLAMALI HATA TOLERANS KONTROLÜ

Mustafa AYYILDIZ

Süleyman Demirel Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Umut TİLKİ

Mekanik sistemler giderek daha karmaşık hale gelmesiyle hata tespit teorisi kontrol alanında uzun süredir yoğun bir çalışma konusu olmuştur. Bu sebeple tez çalışmasında dört farklı kontrol bloğu kullanılmıştır. Bunlar kinematik kontrolcü, yapay sinir ağı tabanlı uyarlanabilir geriadımlamalı kontrolcü, uyarlanabilir kayan kipli kontrolcü ve PID kontrolcüdür.

Son yıllarda, hassas denetim gerektiren görevlerde değişken yapılı (variable structure) kontrol algoritmalarının kullanımı artarak devam etmektedir. Bu kontrol yapılarının başında dış bozuculara karşı gürbüz olduğu bilinen kayan kipli kontrol yer almaktadır. Robotik sistemin (mobil robot, robot manipülatör, insansız hava aracı vb.) belirlenen referans yörüngeyi takibinde aktüatör hataları, sistem belirsizlikleri, sensör hataları gibi sebeplerden oluşan bozucu girişler sebebiyle takip edilen yörüngeye dışına çıkması ve hatta sistemin çalışmasının durması söz konusu olabilmektedir. Bu sebeple hata tolerans kontrolcüsü için seçilecek ideal sistemlerden biri olan kayan kipli kontrolcü gerçek uygulamalarda yeterli olmayabilir. Gerçek uygulamalarda robot parametrelerinin bilinmezliği, robot modelinin doğrusal olmaması ve dış bozulmalar denetleyicinin çalışmasını zorlayan faktörlerdir. Kayma durumunu koruyabilmek, belirsiz parametreler ve bozulmalardan kaynaklanan sorunları çözmek için uyarlanabilir bir yasa ile kayan kipli kontrolcü desteklenmelidir.

Yörünge takibinde robot, verilen bir başlangıç konumundan ve konfigürasyondan başlayarak kartezyen uzaydaki yörüngeye ulaşmalı ve yörüngeyi hatasız veya minimum hata ile takip etmelidir. Bu çalışmada, araç dinamiklerini ihmal eden ve direksiyon sistemine dayanan holonomik olmayan bir mobil robot için kararlı bir yörünge izleme denetleyicisi geliştirilmiştir. Mobil robotun tekerleklerine komut verilen referans hızlarının uygulanmasına izin veren bir kontrolcü yapısı olan kinematik kontrolcü tez çalışmasında önerilen bir diğer denetleyicidir. Kinematik kontrolcünün kazanç değerlerinin optimizasyonu için ekstra bir kontrolcüye tez kapsamında yer verilmiştir. Burada kullanılan kontrolcü yapısı yapay sinir ağı tabanlı uyarlanabilir geriadımlamalı denetleyicidir.

Lyapunov teorisi kullanılarak, mobil robotun oluşturulan dinamik ve kinematik model yapısı incelenmiş, izleme hatalarının kararlılığı ve yakınsaması kanıtlanmıştır.

Diferansiyel tahrikli mobil robot için doğrusal olmayan bir dinamik model tasarlanmıştır. Lagrange mekaniği yöntemi ile dinamik model formüle edilmiştir. Diferansiyel iki tahrik tekerlekli mobil robot dinamiği yapısındaki kinematik kısıtlamalara bir çözüm getirilerek, değiştirilmiş dinamik model oluşturulmuştur.

Kinematik model oluşturulurken aktüatör hataları tanımlanmıştır. Ayrıca kontrol sinyallerinin üzerine bozucu sinyaller uygulanmıştır. Tüm bu işlemlere rağmen mobil robot sistemi kararlı çalışmasını sürdürmüştür.

Mobil robotun parametre değerleri, kazançları, hata modellemesi ve yapay gürültü değerleri aynı tutularak PID denetleyicisi ile uyarlanabilir kayan kipli kontrolcü arasında karşılaştırma yapılmıştır. İki kontrolcünün simülasyon sonuçları tatmin edici performans göstermiştir. Matlab/Simulink ortamında gerçekleştirilen simülasyon sonuçları ile bu sistemin etkinliği kanıtlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Uyarlanabilir Hata Toleranslı Kontrolü, Dinamik Kontrol, Kinematik Kontrol, Uyarlanabilir Kayan Kipli Denetleyici, Yörünge Takibi, Yapay Sinir Ağı, PID Denetleyici, Mobil Robot.

2021, 99 sayfa

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

ADAPTIVE FAULT TOLERANT CONTROL OF MOBILE ROBOTS HAVING ACTUATOR, SENSOR FAULTS AND UNKNOWN PARAMETERS

Mustafa AYYILDIZ

**Süleyman Demirel University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Electrical and Electronics Engineering**

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Umut TİLKİ

Fault detection theory has long been the subject of intense study in the control field as mechanical systems become more complex. For this reason, four different control approaches have been proposed in the thesis study. These are kinematic controller, neural network based adaptive backstepping controller, adaptive sliding mode controller and PID controller.

In recent years, the use of variable structure control algorithms has been increasing in tasks that require precise control. At the beginning of these control structures is the sliding mode control, which is known to be robust against external disturbances. Some control strategies have been developed to solve various problems in robotic systems (mobile robot, manipulator robot, unmanned aerial vehicle, etc.) based on the sliding mode technique. Disruptive signals which occur due to the actuator and/or sensor faults and various reasons can be listed as the main problems of for the robots. The sliding mode controller which is one of the ideal systems to be selected for a fault tolerant controller cannot be sufficient in real time applications in case the robot parameters are unknown, and the robot model is nonlinear, and the overall system is subject to external disturbances. In this thesis, to maintain the sliding surface and solve the problem of unknown parameters, disturbances and faults, the sliding mode controller is supported by an adaptive law.

In trajectory tracking, the robot must reach and follow the reference trajectory in cartesian space, starting from the initial position and configuration. A stable trajectory tracking control rule for a non-holonomic mobile robot that neglects vehicle dynamics and relies on steering system is described in this thesis. The kinematic controller, which is a controller structure that allows the employ of commanded reference velocities to the wheels of the mobile robot, is another controller proposed in the thesis. An extra controller is included in the thesis for the optimization of the gain values of the kinematic controller. The controller structure used here is an artificial neural network based adaptive backstepping controller.

Using Lyapunov theory, the dynamic and kinematic model structure of the mobile robot is examined, the stability and convergence of tracking errors are proved.

A nonlinear dynamic model is designed for a differential drive mobile robot. The dynamic model is formulated with the Lagrangian mechanics method. A modified dynamic model structure is obtained by solving the kinematic constraints in the differential two-wheeled mobile robot dynamics structure.

Actuator faults are defined in the kinematic model structure. In addition to actuator faults, interference disturbance is added to the system by defining on top of the control signals. Despite all these processes, the mobile robot system continued can continue its stable movements.

Proposed controller structure is compared with PID controller by keeping the parameter values, gains, fault model and artificial disturbances values of the mobile robot the same. The simulation results of the two controllers showed satisfactory performance. The efficiency of this system has been proven with the simulation results realized in Matlab/Simulink environment.

Keywords: Adaptive Fault Tolerant Control, Dynamic Control, Kinematic Control, Adaptive Sliding Mode Controller, Trajectory Tracking, Neural Network, PID Controller, Mobile Robot.

2021, 99 pages

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasında fikirleriyle beni yönlendiren, karşılaştığım zorlukları bilgi ve tecrübesi ile aşmamda yardımcı olan, tezimin planlanmasından gerçekleşmesine kadar tüm aşamalarında bana yol gösteren değerli danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Umut TİLKİ'ye teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışmada gerekli kolaylıkları gösteren, çalışma ortamı sağlayan ve destekte bulunan Türkiye Radyo Televizyon (TRT) Kurumuna teşekkürlerimi sunarım.

Tezimin her aşamasında beni yalnız bırakmayan aileme sonsuz sevgi ve saygılarımı sunarım.

Mustafa AYYILDIZ
ISPARTA, 2021

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 3.1. DDMR genel koordinat sistemi	17
Şekil 3.2. DDMR yerel koordinat sistemi	17
Şekil 3.3. Mobil Robot, Koordinat Sistemleri ve Anlık Eğrilik Merkezi.....	18
Şekil 3.4. Mobil robotun holonomik olmayan kısıtlaması.....	22
Şekil 3.5. Mobil robotun sağ tekerleğinin zemin ile temas noktası.....	24
Şekil 3.6. DDMR üzerindeki noktaların koordinatları	27
Şekil 4.1. Nöronun basit matematiksel modeli.....	54
Şekil 4.2. İki nöron katmanına sahip iki katmanlı sinir ağı modeli	56
Şekil 5.1. Mobil robotun fiziksel yapısı.....	60
Şekil 5.2. ASMC sistemine sahip mobil robotun blok diyagramı.....	61
Şekil 5.3. PID sistemine sahip mobil robotun blok diyagramı	62
Şekil 5.4. Referans konum blok diyagramı	62
Şekil 5.5. Düzlem dönüşümü blok diyagramı	63
Şekil 5.6. Kinematik kontrolcü blok diyagramı.....	64
Şekil 5.7. Kinematik kontrolcü kazançlarını hesaplayan blok diyagramı.....	65
Şekil 5.8. Yapay sinir ağı blok diyagramı	65
Şekil 5.9. ASMC blok diyagramı.....	66
Şekil 5.10. Kayma yüzeyi blok diyagramı.....	67
Şekil 5.11. Sağlamlık ögesi blok diyagramı.....	67
Şekil 5.12. Geriadım ögesi blok diyagramı.....	68
Şekil 5.13. Uyarlanabilir kompanzasyon ögesi ve yasa blok diyagramı.....	68
Şekil 5.14. Uyarlanabilir yasa blok diyagramı	69
Şekil 5.15. Uyarlanabilir kompanzasyon ögesi blok diyagramı.....	70
Şekil 5.16. PID blok diyagramı.....	70
Şekil 5.17. Yapay gürültü blok diyagramı.....	71
Şekil 5.18. Doğrusal olmayan dinamik model blok diyagramı.....	71
Şekil 5.19. Kinematik model blok diyagramı	72
Şekil 5.20. LOE blok diyagramı.....	73
Şekil 5.21. ASMC'ye sahip mobil robotun yörünge izleme performansı	74
Şekil 5.22. ASMC'ye sahip mobil robotun eksen üzerinde yörünge takibi	75
Şekil 5.23. ASMC'ye sahip mobil robotun farklı başlangıç durumu için yörünge izleme performansı.....	76
Şekil 5.24. ASMC'ye sahip mobil robotun hata modellemesi olmadığı durum için yörünge izleme performansı.....	77
Şekil 5.25. ASMC'ye sahip mobil robotun tekerlere uyguladığı tork.....	78
Şekil 5.26. ASMC'ye sahip mobil robotun hata modellemesi olmadığı durum için tekerlere uyguladığı tork.....	79
Şekil 5.27. ASMC'ye sahip mobil robot gövdesinin doğrusal hızı	79
Şekil 5.28. ASMC'ye sahip mobil robot gövdesinin açısal hızı.....	80
Şekil 5.29. ASMC'ye sahip mobil robot gövdesinin yörünge hatası.....	81
Şekil 5.30. ASMC'ye sahip mobil robotun kontrolcü kazançlarının değişimi.....	82

Şekil 5.31. PID'ye sahip mobil robotun yörünge izleme performansı.....	83
Şekil 5.32. PID'ye sahip mobil robotun eksen üzerinde yörünge takibi.....	84
Şekil 5.33. PID'ye sahip mobil robotun farklı başlangıç durumu için yörünge izleme performansı.....	85
Şekil 5.34. PID'ye sahip mobil robotun hata modellemesi olmadığı durum için yörünge izleme performansı.....	86
Şekil 5.35. PID'ye sahip mobil robotun tekerlere uyguladığı tork.....	87
Şekil 5.36. PID'ye sahip mobil robotun hata modellemesi olmadığı durum için tekerlere uyguladığı tork.....	88
Şekil 5.37. PID'ye sahip mobil robot gövdesinin doğrusal hızı	88
Şekil 5.38. PID'ye sahip mobil robot gövdesinin açısal hızı	89
Şekil 5.39. PID'ye sahip mobil robot gövdesinin yörünge hatası	90
Şekil 5.40. PID'ye sahip mobil robotun kontrolcü kazançlarının değişimi	91



ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 5.1. Mobil Robotun Fiziksel Yapısının Parametreleri	61
Çizelge 5.2. Mobil Robotun Referans Konum Parametreleri	62
Çizelge 5.3. Mobil Robotun Referans Konum Parametreleri	63
Çizelge 5.4. Kazanç Parametrelerinin Başlangıç Koşulları	64
Çizelge 5.5. ASMC Yapısında Kullanılan Katsayı Parametreleri	66
Çizelge 5.6. Kazanç Parametrelerinin Başlangıç Koşulları	69
Çizelge 5.7. PID Kontrolcüsünde Kullanılan Parametre Değerleri	71
Çizelge 5.8. Mobil Robotun Başlangıç Konum Değerleri	72
Çizelge 5.9. ASMC'ye sahip mobil robotun RMS değerlerinin ortalama değerleri	81
Çizelge 5.10. ASMC'ye sahip mobil robotun farklı başlangıç durumu için RMS değerlerinin ortalama değerleri	82
Çizelge 5.11. PID'ye sahip mobil robotun RMS değerlerinin ortalama değerleri	91
Çizelge 5.12. PID'ye sahip mobil robotun farklı başlangıç durumu için RMS değerlerinin ortalama değerleri	91

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

ARC	Uyarlanabilir Gürbüz Kontrol (Adaptive Robust Control)
ASMC	Uyarlanabilir Kayan Kipli Kontrolcü
CM	Kütle Merkezi (Center of Mass)
DC	Doğru Akım (Direct Current)
DDMR	Diferansiyel Tahrikli Mobil Robot (Differential Drive Mobile Robot)
DRC	Rastgele Olmayan Gürbüz Kontrol (Deterministic Robust Control)
FTC	Hata Tolerans Kontrolü (Fault Tolerant Control)
ICC	Anlık Eğrilik Merkezi (Instantaneous Center of Curvature)
LOE	Etkinlik Kaybı (Loss of Effectiveness)
LPV	Yarı Doğrusal Parametre Değişimi (Quasi Linear Parameter Varying)
NN	Sinir Ağı (Neural Network)
PID	Oransal - İntegral - Türevsel Kontrolcü (Proportional - Integral - Derivative Controller)
RMS	Karekök Ortalama (Root Mean Square)
SMC	Kayan Kipli Kontrolcü (Sliding Mode Controller)
TT	Yörünge İzleme (Trajectory Tracking)
WMR	Tekerlekli Mobil Robot (Wheeled Mobile Robot)
$\dot{\phi}_L$	Sol tekerleğin dönme hızı
$\dot{\phi}_R$	Sağ tekerleğin dönme hızı
I_c	Robot kütle merkezindeki dikey eksen etrafındaki atalet momenti
I_m	Tahrik tekerleklerinin tekerlek eksen etrafındaki atalet momenti
I_w	Her bir tahrik tekerleğinin atalet momentidir.
K_x	Anlık doğrusal hızı etkileyen kazanç katsayısı
K_y	Anlık açısal hızı etkileyen kazanç katsayısı
K_θ	Anlık açısal hızı etkileyen kazanç katsayısı
m_c	Mobil robot gövdesinin ağırlığı
m_w	Mobil robotun tekerlek ağırlığı
N_h	Gizli katmandaki (hidden layer) nöronların sayısı
N_i	Sinir ağına gelen giriş (input) sayısı
N_o	Sinir ağındaki çıkış (output) sayısı
τ_d	Sınırlı bilinmeyen bozulmalar
A	Simetri ekseninin tahrik tekerlekleri eksen ile kesişimi
D	Mobil robotun kütle merkezi
d	Robot kütle merkezi ile tekerleklerinin merkezi arasındaki mesafe
L	Tahrik tekerleği ile robot simetri eksen etrafındaki mesafe
$q, \dot{q}$ ve $\ddot{q}$	Sırasıyla konum, hız ve ivme vektörleri
R	Tekerleğin yarıçapı
v	Robot çerçevede mobil robotun öteleme hızı
w	Robot ve evrensel çerçevelerde mobil robotun dönme hızı
δ	Momentum oranı (momentum rate)
ζ	Öğrenme oranı (learning rate)
η	Mobil robot tekerleklerinin açısal hızlarının vektörü
λ	Kısıtlama kuvvetlerinin vektörü
σ	Aktivasyon fonksiyonu
τ	Giriş vektörü

1. GİRİŞ

Robot, eyleyiciler (aktüatörler) tarafından üretilen torkları kullanarak harekete geçebilen elektro-mekanik bir sistemdir. Robotlarında dahil olduğu otonom sistemlerin birçoğu hatalara ve dış bozucu etkilere karşı savunmasızdırlar. Sensörlerde, aktüatörlerde, işlemin kendisinde veya kontrolörde meydana gelebilecek hatalar, sistem döngüsünün kapalı hale getirilmesi ile yani kapalı döngü sistemler kullanılarak güçlendirilebilir. Sistemin kendisinde veya denetleyici yapısında meydana gelebilecek hatalar döngüde arızalara yol açabilir. Otomatik süreçlerdeki hatalar genellikle istenmeyen eylemlere ve kontrollü bir sistemin çalışmamasına neden olabilmektedir. Bu hataların sonuçları mobil robotların kendisine veya çevresine zarar verebilir. Hata Tolerans Kontrolü (Fault Tolerant Control - FTC), hataların oluşumundan bağımsız olarak kararlılığı ve performansı koruyabilen kontrol algoritmalarını sisteme göre özel olarak tasarlayarak kullanılabilirliği ve güvenliği artırmayı amaçlayan bir araştırma alanıdır. Bu tür denetleyici yapısına sahip tahrik tekerlekli mobil robotlar hataya karşı dayanıklı mobil robot olarak isimlendirilirler. Bu sisteme sahip mobil robotlar hataları tespit etme, tanımlama ve bir hata meydana geldikten sonra istenilen şekilde çalışmaya devam etme özellikleriyle diğer mobil robotlardan ayrılır. Sistemin amacı, basit hataların ciddi arızalara dönüşmesini önlemektir. Hataya dayanıklı kontrol, yukarıda bahsedilen amaca ulaşmak için çevrimiçi arıza teşhisi, otomatik durum değerlendirmesi, hata tespit edildiğinde düzeltici eylemlerin belirlenmesi ve uygulanması dahil olmak üzere çeşitli disiplinleri birleştirir.

Hataya dayanıklı kontrol, bir denetleyicinin bulunduğu bir sistemde genel olarak sistemin içerisinde meydana gelen bileşen arızası veya dış bozuculardan kaynaklı arızalar sebebiyle istenilen davranışın gerçekleştirilemediği durumlarda gelişmiş kullanılabilirlik sağlayarak sistem için üstün bir kullanım ve güvenlik avantajı sunan bir denetim biçimidir. Hataya dayanıklı kontrol, birkaç disiplini (çevrimiçi hata teşhisi, otomatik durum değerlendirmesi ve bir hata tespit edildiğinde düzeltici eylemlerin hesaplanması) ortak hedefleri olan bir çerçevede birleştirir. Hataya dayanıklı özellikler, hata tespiti ve izolasyonu, otomatik durum

değerlendirmesi ve uygun iyileştirici önlemlerin hesaplanmasıyla elde edilir. Son adım ise gerekli eylemlerin yazılım aracılığıyla etkinleştirilmesidir. Simülasyonlar aracılığıyla test edilen sistemler sonrasında gerçek test uygulamalarıyla son halini alır.

Bir hatayı azaltmak için yapılan eylemler çok çeşitli olasılıkları ve altta yatan teorileri ve algoritmayı kapsar. Düşük derecede hatalar için basit yeniden ayarlama sistemleri bazen yeterli olabilmektedir. Fakat diğer durumlarda örneğin, hatalı bir sensörden ölçülen değer yerini alan bir bozucu sinyalin tahmin mekanizması ile elde edilmesi gerekebilir. Bazı durumlarda ise karmaşık yeniden yapılandırma veya çevrimiçi yeniden tasarım gerekebilmektedir. Düzeltici bir eylemin temeli, istenmeyen bir olayın saptanması ile durumun doğru değerlendirilmesi sonucu hatanın izolasyonunu sağlamaya ve sistemin yenilenmesine dayanır.

Normal olmayan koşulların ve olası iyileştirici mekanizma eylemlerinin etkilerinin analizi, mobil robot gibi kompleks sistemler üzerinde çoğu durumda karmaşık bir sorun olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu tez, mobil robotlarda hataya dayanıklı kontrol sistemlerini analiz etmek ve geliştirmek için teori ve yöntemlerdeki son gelişmeler hakkında literatürde yapılan çalışmaları inceleyerek genel bir bakış sunmayı hedeflemiştir. Literatürde bulunan yaklaşımlar benzetim sonuçları üzerinden değerlendirildikten sonra denetleyici yapısının geliştirilerek istenilen sistem davranışının daha hızlı bir şekilde elde edilmesi de tez çalışması kapsamında hedeflenmiştir. Sistem güvenilirliğinin belirlenmesi ve analizinin yapılabilmesi için hata yayılım analizi ve değerlendirmesinin temel araçlar olduğu görülmüştür. Literatürde diğer örneklerle bakıldığında (Mohareri, 2009; Mevo vd., 2018) sistem daha zorlu hale getirilmiş ve hata modellemesi yapılmıştır. Böylelikle denetleyici sistem gerçek uygulamalarda alınacak hata ve arıza değerleri için tatmin edici performans göstermiştir.

Hata tespit teorisi kontrol alanında kırk yılı aşkın bir süredir yoğun bir çalışma konusu olmuştur. Bununla birlikte, sistemlerin giderek daha karmaşık hale gelmesi, yeni zorluklara ve daha fazla gelişmeye neden olduğundan dolayı hataya dayanıklı mimarilerinde kullanım gereksinimlerini arttırmıştır. Sonuç olarak FTC, otonom, gürbüz, güvenilir mobil robotların oluşturulması ve hedeflenen sonuçların elde edilmesi sürecinde en önemli yapı taşlarından birisidir (Shen vd., 2018).

Yörünge izleme (Trajectory Tracking - TT) kontrolü, tekerlekli mobil robotların (Wheeled Mobile Robot - WMR) hareket kontrolünde önemli bir işlevdir ve TT kontrolünün amacı mobil robotların zamana bağlı değişen referans yörüngesini istenen doğrulukta izlemek ve önceden belirlenmiş olan referans yörüngesi ile navigasyon kontrolünü gerçekleştirmektir (Laumond, 1998).

TT kontrolörü Kanayama vd. (1990) tarafından önerilmiştir. Önerilen sistemin kararlılığı ve kontrol kuralı Lyapunov yaklaşımı kullanılarak kanıtlanmıştır. Ayrıca kinematik kontrolör kazançlarına odaklanılan çalışmada, kazançların sistem durumu üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Mevo vd. (2018), doğrusal olmayan dinamik modeli, sistem belirsizliklerini ve gürültüleri hesaba katarak izleme problemi için Uyarlanabilir Kayan Kipli Kontrolcü (Adaptive Sliding Mode Control - ASMC) çözümünü önermiştir. Bu çalışmanın önemli katkıları, ilk olarak simülasyon için doğrusal olmayan mobil robotu modellemek ve ikinci olarak kütle ve atalet belirsizliklerini telafi eden bir kontrolör tasarlamasıdır. Bu makaleye benzer çalışmalar olan Koubaa vd. (2015) ve Baek ve Kwon (2020) aynı konulara odaklanmışlardır.

Bir mobil robotun aktüatör arızası, mobil robot tekerleklerinin hızını azaltacağından sürüş performansını düşürebilir ve hatta kazalara sebebiyet verebilir. FTC, sistemde herhangi bir arıza olması durumunda robotun güvenli bir şekilde hedefine ulaşmasının ve sistem kararlılığını sağlamanın en etkili yoludur (Jin vd., 2019).

Yazdjerdi ve Meskin (2018) çalışmasında FTC sistemi olarak tasarlanan ASMC ile Diferansiyel Tahrikli Mobil Robottaki (Differential Drive Mobile Robot - DDMR) aktüatör hataları azaltılmıştır. Simülasyonlara ek olarak sistem Qbot-2 mobil robot üzerinde test edilmiştir.

Bu tezde, dört farklı kontrol bloğu kullanılmıştır. İlk denetleyici sistemi olarak kinematik kontrolcü yer almaktadır. Kinematik kontrolcü, düşük seviyeli geribesleme kontrolünün varlığı sayesinde mobil robotun tekerleklerine komut verilen referans hızlarının uygulanmasına izin veren bir kontrolcü yapısıdır. Bu geribesleme döngüleri, yalnızca kinematik tipte referans komutları belirleyebildiği kapalı bir kontrol mimarisi içinde bulunur. Bu şekilde, istenen hareketin çok hızlı olmaması veya büyük ivmeler gerektirmemesi koşuluyla kinematik kontrolcünün performansı çok tatmin edici olabilir. Kinematik kontrolcünün girişine uygulanan üç boyutlu vektör olan konum hataları ile mobil robotun referans hızları kullanılarak kinematik kontrolcü tarafından doğrusal ve açısız hızlar elde edilir. Kinematik kontrolcü kuralının kararlılığı, Lyapunov kararlılık yöntemi kullanılarak kanıtlanmıştır.

İkinci denetleyici sistemi olarak kinematik kontrolcünün kazanç katsayılarının optimizasyonunu yapacak olan yapay sinir ağı (Neural Network - NN) tabanlı kontrolcü önerilmiştir. Robot kontrolü sistemlerinde yapay zekâ çok önemli bir konu olmasının sebebi robot kontrolü içindeki karmaşık dinamik yapının modellenmesini daha basit hale getirecek olan bilgi bazlı sistemlerin yaratılmak istenmesidir (Bingül ve Küçük, 2017). Kinematik kontrolcünde pozitif sabit değerler alacak üç farklı kazanç değeri vardır. Sabit kazançlara sahip denetleyicinin dezavantajı, zaman içinde değişen referans yörüngesi için sabit olan kazanç değerlerinin yeterli olmamasıdır. Genellikle bu tip sistemlerin çözümleme işlemlerinde hata ile karşılaşılır. Önerilen NN tabanlı kontrol algoritması, kinematik kontrolcü tabanlı geriadım atan kontrolöre değişken yapıda ve anlık değişen yörüngeye göre uyarlanabilir kazançlar sağlar. Kazançlar tekerlerdeki tork değerlerini etkiler ve bu sebeple kazançların başlangıç koşulları iyi seçilmesi gerekmektedir.

Üçüncü denetleyici sistemi olarak ASMC önerilmiştir. Literatüre bakıldığında ASMC bilgi bazlı sistemlerin gerçekleştirilmesinde kullanılacak en uygun yöntemlerden birisidir. Uyarlanabilir bir sistem olması ise doğrusal olmayan dinamik modele, gürültüye, belirsizliklere ve hataya sahip mobil robotlar için tahmine dayalı bir kontrol şeması sunar. ASMC değişken yapılı kontrol (variable structure control) sistemlerinin özel bir durumudur. Değişken yapılı kontrol sistemleri karar verme kuralları ve geribesleme kontrol kanunlarını birlikte kullanan kompleks bir yapıya sahiptir. Karar verme kuralı modellemesi sistem davranışını etkileyen durumlara göre özel bir geribesleme kontrol yapısı seçer. Bu sistem anahtarlama fonksiyonu olarak isimlendirilir. ASMC yapısı, sistem durum uzayında kayma yüzeyi (sliding surface) olarak isimlendirilen bir yüzeye sürülecek şekilde tasarlanır. Kayma yüzeyine bir defa ulaşıldığında, ASMC durum değişkenlerini kayma yüzeyinin sınırında veya çok yakınında tutmaya çalışır. Bu yüzden ASMC yapısı iki kısımlı bir kontrol tasarımı gerektirmektedir. İlk kısım anahtarlama fonksiyonun tasarımı ve modellemesinden oluşmaktadır. Bu sebepten dolayı kayma hareketi tasarım özelliklerini sağlar. İkinci kısım ise kontrol kuralının seçiminden oluşmaktadır (Bingöl ve Küçük, 2017).

ASMC yönteminin amacı doğrusal olmayan bir sistemin durum yörüngesini, durum uzayında sistemi oluşturan kişi tarafından tanımlanmış bir kayma yüzeyinde bulunmasını sağlamaktır. Bu sistemdeki en önemli yapı sistem durumunu sistemi oluşturan kişi tarafından tanımlanan yüzeye yönlendirecek ve ilerleyen zamanlarda kayma yüzeyinde veya çok yakınında bulunmasını sağlayacak bir giriş sinyalinin belirlenmesidir. Erişme kuralı (reaching law) yaklaşımı faz uzayında kayma yüzeyine erişmeyi zorlayan bir yaklaşımdır. Erişim kuralının uygun seçilmesi denetimin sürekli bir şekilde olmasını ve kayma yüzeyindeki salınımların, keskin geçişlerin, azaltılması açısından önemlidir (Akat ve Efe, 2007).

ASMC yapısı, kinematik kontrolcünden elde edilen tekerleklerin açisal hızlarını, doğrusal olmayan modelden ve kinematik modelden elde edilen robot gövdesinin doğrusal ve açisal hızlarını kullanarak kontrol sinyalleri üretir. Kontrol sinyalleri üretildikten sonra üstüne harici olarak bozucu sinyal (yapay gürültü) eklenir ve

sistemin bu gürültüyü bastırması beklenir. Ayrıca bu tez çalışmasında ASMC yapısında sıklıkla karşılaşılan keskin geçişlerin (chattering) ortadan kaldırılması üzerine ASMC yapısında çalışmalar yapılmıştır.

Son önerilen denetleyici sistemi PID kontrolcüsüdür. Bu kontrolcü, ASMC ve PID arasındaki farkların kıyaslanması amacı ile sisteme eklenmiştir. Aynı mobil robot sisteminde hiçbir değişiklik yapılmadan ASMC yerine PID kontrolcüsü kullanılarak hata tolerans kontrolündeki kararlılığı üzerinde durulmuş ve karşılaştırmaları yapılmıştır. İki adet PID kontrolcüsü kullanılmıştır. Bunlardan biri kinematik kontrolcüden alınan doğrusal hız ve kinematik modelden alınan doğrusal hız farkı ile bulunan hatayı kullanarak kontrol sinyali üretir. Diğeri ise kinematik kontrolcüden alınan açısal hız ile kinematik modelden alınan açısal hız farkı ile bulunan hatayı kullanarak kontrol sinyali üretir. ASMC sisteminde olduğu gibi kontrol sinyallerinin üstüne harici olarak gürültü bindirilir ve sistemin bu gürültüyü bastırması beklenir.

Bir robotik sistemin tasarlanması, geliştirilmesi, yenilenmesi ve kontrolü robotik sistemin anlaşılmasını ve uygun bir gösterimini gerektirir. Bu yüzden sistem bir matematiksel modele ihtiyaç duyar. Birkaç farklı bileşen türünden oluşan robotik yapılar karma sistemler olarak adlandırılır. Bu tür sistem bileşenlerinin modellenmesi için benzer prosedürler kullanılır. Böylelikle, sistemin bileşen modelleri, genel modeli elde etmek için uygun bir şekilde entegre olabilir. DDMR yapısının modellenmesi, sistem aktüatörlerinin modellenmesiyle birlikte kinematik ve dinamik modellemeyi oluşturur. Kinematik modelleme, sistemi yöneten geometrik ilişkilerle ilgilenir ve sisteme etki eden kuvvetleri dikkate almadan hareketin matematiğini inceler. Dinamik modelleme ise kuvvetlerin ve enerjilerin modellendiği ve dahil edildiği hareketlerin incelenmesidir (Mohareri, 2009).

Bir mobil robotun hareket denklemlerinin ve dinamiğinin formüle edilmesi, robotun analizi, tasarım yapısı ve kontrolünde esas durumdur. Genel olarak dinamik modelleme, kuvvet durumlarının modellendiği bir sistem hareket yapısının incelenmesidir ve bu model hareketlerle ilişkili enerjileri ve hızları

içerebilir. Dinamik ve kinematik modelleme arasındaki temel fark, kinematikte hareketi etkileyen kuvvetler dikkate alınmadan robot hareketi incelenir. Sonuç olarak sadece sistemi yöneten geometrik ilişkilerle kinematik model oluşturulur.

Bu tezde iki model yapısı kullanılmıştır. Bunlar kinematik model ve dinamik modeldir.

Sisteme ait dinamik model, Lagrange denklemleri kullanılarak oluşturulmuştur. Lagrange denklemleri sistem enerjilerini ve zamana bağlı yapılan işin anlık olarak ele alındığı diferansiyel denklemlerdir. Dinamik denklemi bulmanın ilk adımı, sistemlerin kinetik ve potansiyel enerjisini bulmaktır. Hareket yerle sınırlı (yükseklik faktörü olmadığı durumlar) olduğu için sistemin potansiyel enerjisi yoktur. Bu koşullarda robotun kinetik enerji fonksiyonunun bulunması Lagrange için yeteridir. Elde edilen dinamik denklem doğrusal olmayan bir sistemdir. ASMC ile üretilen iki adet kontrol sinyalinin üzerine bozucu (gürültü) sinyaller eklenerek elde edilen sinyal kullanılarak dinamik model ile doğrusal ve açısız hızlar elde edilir. Gürültüye ilave olarak eklenen, aktüatördeki hata modeli dikkate alınarak kinematik model elde edilir ve sistem durumları bu hata doğrultusunda incelenir. Bu hata modeli mobil robot sisteminin dinamik yapısını etkiler ve tekerlek hızlarını düşürerek arızaya sebep olur.

Kinematik model yapısında kullanmak için doğrusal olmayan dinamik modelden alınan hız değerleri doğrusallaştırma yapılarak ve kritik sönüm için bir koşul oluşturularak bulunan durum (konum) parametreleri kontrolcüler için oluşturulur. Kinematik modelden alınan konum vektörü geribesleme (feedback) sinyali olarak sisteme verilir. Bu çalışmada önerilen kontrol kuralı, araçların kinematik modeline dayanmaktadır ve robot dinamiğinin etkilerini dikkate almamaktadır. Bu kontrolör mobil robottan bağımsızdır ve neredeyse her mobil robot sistemine uygulanabilir. Yukarıda belirtildiği gibi sistemin diferansiyel denklemleri doğrusallaştırılarak ve kritik sönüm için bir koşul bulunarak uygun kontrolör parametreleri bulunur.

İlerideki bölümlerde sırasıyla literatürde bulunan farklı sistemler için benzer kontrolcü yöntemlerinin analizleri, tez çalışmasında kullanılan sistemin matematiksel modelin elde edilmesi, dinamik ve kinematik model ve bu modellerin denklemlerinin çıkarımı, NN tabanlı uyarlanabilir geriadım kinematik denetleyici, ASMC ve PID kontrolcü yöntemlerinin işlem adımları, uygulanması, yöntemin başarısının test edilmesi ve iki kontrolcünün performans karşılaştırılması gösterilmiştir. Analizi gerçekleştirilen sonuçların ışığında tartışma kısmı ile gelecekte yapılabilecek çalışmalar konusu verilmektedir.



2. LİTERATÜR TARAMASI

Robotik sistemlerin dış gürültüler, aktüatör hataları, değişken sürtünmeler gibi belirsizlik içeren faktörler altında olduğu bilinmektedir (Nabil vd., 2010; Mevo vd., 2018; Yazdjerdi ve Meskin, 2018; G. Karras ve Furlas, 2019). Bu etkiler altında olan mobil robotun belirlenen yörüngeye yüksek hassasiyet ile izlenebilmesi ve hedef noktasına ulaşabilmesi için literatürde (örneğin Laumond, 1998; Blanke vd., 2000; 2001) FTC sistemlerinin konseptinden ve modellenmesinden bahsedilmiş ve bu sistemi gerçeklemek için birçok kontrolcü yapısı kullanılmıştır. Bu denetleyici yapıları robotik alanında farklı sistemler için de uygulanmaktadır. Günümüzde NN modeli ve derin öğrenme yapılarının kullanımının artması ve uyarlanabilir yapılar (örneğin Fierro ve Lewis, 1998; Velagic vd., 2008; Ye, 2008; Sastry ve Bodson, 2011) ile optimum bir şekilde yörünge takibini yapabilmek adına yapılan çalışmalar devam etmektedir. Bu tez çalışması kapsamında incelenmiş olan literatürdeki çalışmaların özetleri aşağıda verilmektedir.

Xu ve Yao (2007) yaptığı çalışma ile dinamik sürtünme etkilerinin varlığında mekanik bir sistem için uyarlanabilir gürbüz kontrol (Adaptive Robust Control - ARC) tabanlı bir sürtünme dengeleme stratejisi sunulmaktadır. Sistem hem parametrik belirsizliklere (örneğin, dinamik sürtünme modelindeki bilinmeyen parametreler) hem de harici bozucular ve modelleme hataları gibi belirsiz doğrusal olmayan durumlara maruz kalabilmektedir. Mevcut rastgele olmayan gürbüz kontrol (Deterministic Robust Control - DRC) ve uyarlamalı kontrol şemalarının aksine, önerilmiş ARC şeması hem dinamik sürtünme modelinin yapısal bilgisini hem de parametreler üzerindeki sınırlar gibi sistemin öncelikli bilgisini kullanır (örneğin, Ölçülmemiş iç sürtünme durumu). Özellikle, sürtünme durumu üzerindeki sınırlardan, durum gözlemcilerine belirli projeksiyon tipi modifikasyonlar oluşturmak için yapılan çalışmada, bozulmaların varlığında bile kontrollü bir durum tahmin süreci elde edilmiştir. Ortaya çıkan kontrolör, garantili bir geçici performans ve nihai izleme doğruluğu sağlanmıştır. Ayrıca, belirsiz doğrusal olmayan durumların yokluğunda asimptotik konum takibi sağlamaktadır.

Mohareri (2009) yaptığı çalışmada, mobil robotun modellemesi, yörünge izleme kontrolcülerinin tasarımı hakkında detaylı bilgiler vermiştir. İleri kinematik model ve kinematik kısıtlamalar (constraints) konusu üzerinde durulmuştur. Kinematik kontrolcü tasarlanırken direkt sinir ağı modeli (direct neural network model) ile kazanç değerleri hesaplanmıştır. Lagrange ve ayrıca Newton-Euler Dinamiği yaklaşımı yöntemi ile DDMR dinamik modeli tasarlanmıştır. İki yöntem arasındaki farklar ortaya konmuştur. Çalışmada kinematik model tabanlı geri adım (backstepping) denetleyici tasarlanmış ayrıca doğrusal olmayan kinematik tabanlı kontrolör kullanılmıştır. Bu kontrolcünün yanı sıra sinir ağı ters modeli (inverse neural network model) kullanarak diğer bir kontrolcüye de yer verilmiştir. Kinematik modelde ayrıca bir hata (fault) modeli tasarlanmamış fakat bozucu girişin etkisi ele alınmıştır. Simülasyon kısmında PID, NN tabanlı ve kinematik kontrolcülerin kıyaslaması farklı yörüngelerle (kare, daire, doğrusal) yapılmıştır.

Mevo vd. (2018) çalışmasında, parametre belirsizliklerini ve gürültüleri barındıran DDMR yapısının TT hatasını azaltmak için, doğrusal olmayan bir modele uygulanan ASMC sistemine dayalı bir yöntem önermiştir. Bu çalışmanın önemli katkıları, simülasyonda kullanılan DDMR modelinin doğrusal olmaması dolayısıyla önerilen kontrolör, kütle ve atalet belirsizliklerini telafi etmesi ve izleme hatalarının sıfıra yakınsamasıdır. Ayrıca Lyapunov teorisi kullanılarak, izleme hatalarının kararlılığı ve yakınsaması kanıtlanmıştır. Kinematik modelde ayrıca bir hata modeli tasarlanmamış fakat bozucu girişin etkisi ele alınmıştır.

Yazdjerdi ve Meskin (2017) çalışmasında, aktüatörlerde etkinlik kaybı (Loss of Effectiveness - LOE) hatası için kayma yüzeyi şeması oluşturarak DDMR için kayan kipli kontrolcü (Sliding Mode Controller - SMC) yapısını tasarlamıştır. Aktüatörlerde LOE hatası bir giriş bozulması olarak modellenmiştir. SMC sisteminin gürbzlük özelliği sayesinde, hata algılama ve izolasyon modülüne ihtiyaç duymadan mobil robot performansını etkileyen LOE hatasının değerini azaltabileceğini göstermiştir. Önerilen kontrolör şemasının verimliliğini doğrulamak amacıyla bilgisayar üzerinde simülasyonlar yapılmış ayrıca Qbot-2 mobil robotu üzerinde deneysel çalışmalar da gerçekleştirilmiştir.

Li ve Ye (2014) çalışmasında, kinematik ve dinamik belirsizliklere sahip bir DDMR sisteminin TT için uyarlanabilir gürbüz (robust) kontrole dayalı bir tork denetleyicisi önermiştir. Parametrik belirsizlikler olmasına rağmen uyarlanabilir kontrolcü ile sistemin çalışma verimliliği artırılmıştır. Parametrik ve parametrik olmayan belirsizlikler arasındaki farklar ayırt edilerek uyarlamalı kontrolün performansı optimize edilmiştir. Böylece sistemin çalışma verimliliği arttırılmıştır. Ayrıca, optimizasyon sayesinde belirsizlik sınırlarının ölçülmesine gerek duyulmamıştır. Sistemin bütün kontrolcöleri Lyapunov teorisi ile kanıtlanmıştır. Simölasyonlar, sistem belirsizliklerinin DDMR model yapısına olumsuz etkilerinin ortadan kaldırılabilceğini ve tatmin edici yörünge takibinin yapılabileceğini göstermiştir.

Kayma dinamikleri ve bilinmeyen kütle merkezi belirsizliklerine sahip asimetrik olarak çalıştırılan WMR için uyarlanabilir bir TT kontrol yapısı Shen vd. (2018) tarafından önerilmiştir. Çalışmada dört tekerlekli mobil robot kullanılmıştır. Kontrol yöntemlerinin çoğu, WMR sisteminin kütle merkezi (Center of Mass - CM) bilindiğı ve sabit olduğı temel varsayımına dayanmaktadır. Bu çalışmada dinamik yükleme ve yük kaydırma nedeniyle CM bilinemediğı ve hatta değıştiğı gerçeğı göz önünde bulundurularak WMR sisteminin dinamik modeli oluşturulmuştur. Ortaya çıkan model aynı zamanda kayma belirsizliklerinin etkisini de dikkate almaktadır. Çalışmada ayrıca aktüatör hatalarında çıktı sinyali kısıtlamaları verilmiştir. Kapalı döngü sisteminin kararlılığı Lyapunov teorisi ile sağlanmıştır.

Jin vd. (2019) yaptığı çalışmasında, aktüatör hatası olan bir DDMR sisteminde TT problemini çözmek için uyarlanabilir hataya dayanıklı geriadımlamalı kontrolcü sistemini önermiştir. Hataların etkilerini azaltmak, etkinlik faktörlerini ve hata eğilim sınırlarını tahmin etmek için uyarlamalı şemalar kullanılmıştır. Aktüatör hataları ve bilinmeyen robot parametrelerinin varlığında TT hatalarının sıfıra yakınsamasını sağlamak için uyarlanabilir hataya dayanıklı kontrolcünün kararlılığı Lyapunov teorisi ile sağlanmıştır. Simölasyon ile çalışmada önerilen yöntemin etkinliği gösterilmiştir.

Rotondo vd. (2015), dört tekerlekli çok yönlü bir mobil robotun referans model yaklaşımını kullanarak yörünge kontrol problemini ele almıştır. Çalışmada hata modeli geribesleme kontrolörü tasarımı için uygun bir yarı doğrusal parametre değiştiren (Quasi Linear Parameter Varying - LPV) forma getirilmiştir. Çalışmada giriş matrisinin olası değerlerinde görünen tekillik nedeniyle standart LPV çerçevesi içinde bir çözüm bulunamayacağı gösterilmiştir. Denetleyiciye bir anahtarlama bileşeni eklemek bu sorunun çözülmesini sağlamıştır. Ayrıca, nominal gözleyicinin yeniden ayarlanmasına gerek kalmadan aktüatör arızalarının etkisi altında kararlılığı, yörünge ve hız gibi performansları koruyarak, hataya dayanıklı bir sistem elde etmek için kontrol döngüsüne bir anahtarlama LPV aktüatörü eklenmiştir.

Liao vd. (2019) çalışmasında, sadece şasi kinematiğini hesaba katmakta ve robot dinamiklerini (özellikle tekerlek dinamiklerini) göz ardı etmektedir. Dört tahrik tekerleğinin aşırı çalıştırması nedeniyle, robot dönüşü sırasında kontrol girişlerinde meydana gelen keskin geçişler olayı (Chattering Phenomena) bazı performans sınırlamalarına yol açabilmektedir. Bu sorunları çözmek için, şasi kinematiği, şasi dinamikleri, tekerlek yüzey etkileşimi ve tekerlek dinamiklerini içeren bütünleşmiş dinamik modelleri bu çalışmada önerilmiştir. Kinematik kontrolden farklı olarak, genellikle robot dinamiğinin farklı bölümleri için üç seviyeli tasarımlardan oluşan ve dört tekerlek için doğrudan motor sürüş tork komutlarını üreten, model taban koordineli, uyarlanabilir gürbüz (robust) kontrolör geliştirilmiştir.

Koubaa vd. (2015) yaptığı çalışmasında, WMR sisteminde TT durumunda gerçek hızının, belirsizlikler ve bozulmalar varlığında bile hız komutuna ulaşmasını sağlamak için bir ASMC tasarlamıştır. İlk olarak, WMR sisteminin bir referans yörüngeyi izlemesini sağlamak için geriadımlama tekniğine dayalı bir kinematik denetleyici önerilmiştir. Lyapunov kararlılık teorisi kullanılarak, izleme hatalarının kararlılık analizi ve yakınsaklığı kanıtlanmıştır. Simülasyon sonuçları, önerilen denetleyicinin etkinliğini göstermiştir. Belirsizliklere ve gürültüye sahip bir sistem tasarlanmıştır.

Dhaouadi ve Hatab (2013) yaptığı çalışmasında, DDMR için birleşik bir dinamik modelleme çerçevesi sunmaktadır. DDMR sisteminin dinamik modeli tasarlanırken Lagrange ve Newton-Euler mekaniği olmak üzere iki sistem kullanılmıştır. Her iki yöntemde tasarlanırken holonomik olmayan sistemlerin modellenmesinde yaşanan büyük zorluklar gösterilmiş ve tasarım prosedürleri ana hatlarıyla verilmiştir. Tutarlılıklarını kontrol ederek, iki formülasyonun matematiksel olarak eşdeğer olduğu gösterilmiştir. Modelleme üzerine duran çalışma kapsamında kontrolcü tasarımına yer verilmemiştir. Yapılan modelin blok diyagramları gösterilmiş ama simülasyon sonuçlarına yer verilmemiştir.

Kanayama vd. (1990) yaptığı çalışma ile günümüze kadar oldukça sık kullanılan WMR sistemleri için kararlı bir TT kontrol yöntemi önermiştir. Kuralın kararlılığı, bir Lyapunov fonksiyonu kullanılarak kanıtlanmıştır. Bu makalenin temel amacı, doğrusal ve açısal hızları elde etmek için bir kontrol kuralı önermektir. Sistemin diferansiyel denkleminin doğrusallaştırılması, küçük gürültüler ve kritik sönümleme (damping) parametrelerine karar vermek için yararlıdır. Herhangi bir kaymayı önlemek için hız/ivme sınırlama şeması geliştirilmiştir. Önerilen kontrol kuralı ve sınırlama yöntemi robottan bağımsızdır ve bu nedenle ölü hesap yeteneği (dead reckoning ability) olan çeşitli mobil robotlara uygulanabilir. Bu çalışmada genel olarak kinematik kontrolcü kazançlarının sisteme etkisinin üzerinde durulmuş ve simülasyon sonuçları ile gösterilmiştir.

Fierro ve Lewis (1998) yaptığı çalışmasında, kapsamlı simülasyon sonuçları ile göz önüne çıkmaktadır. Holonomik olmayan mobil robotlar için bir kinematik kontrolör ve NN modeli hesaplanmış tork kontrolörünün entegrasyonunu mümkün kılan bir kontrol yapısı sunulmuştur. Geriadımlama kullanılarak birleşik kinematik ve tork kontrol yasası geliştirilmiştir. Sistemin kararlılığı Lyapunov teorisi ile asimptotik olacak şekilde garanti edilmiştir. Bu çalışmada önerilen NN denetleyicisi, araçtaki modellenmemiş sınırlı bozucular ve yapılandırılmamış dinamiklerle başa çıkabildiğini simülasyonlar aracılığıyla göstermiştir.

Fierro ve Lewis (1997) yaptığı çalışma ile holonomik olmayan mobil robotlar için bir kinematik kontrolör ve bir tork kontrolörünün entegrasyonunu mümkün kılan dinamik bir uzantı sunmuştur. Geriadımlama kullanılarak birleşik bir kinematik tork kontrol yasası geliştirilmiştir ve Lyapunov teorisi tarafından asimptotik kararlılık garanti altına alınmıştır. Ayrıca, bu kontrol algoritması, üç temel holonomik olmayan navigasyon problemine uygulanabilmektedir. Bunlar referans yörüngesinin izlenmesi, yol takibi ve istenen bir duruş hakkında stabilizasyondur. Bir mobil robotu kontrol etmek için genel bir yapı, tüm dinamikler bilindiğinde tork kontrolöründen uyarlamalı kontrolörlere kadar farklı kontrol tekniklerini barındırabilir. Doğrusal olmayan dinamik model çıkarımı ve kinematik kontrolcü tasarımı üzerinde duran çalışmada kinematik kontrolcü tasarımı yapılırken doğrusal olmayan geribesleme hızlanma kontrol girişi tasarımı da önerilmiştir.

Ye (2008) çalışmasında, analog bileşik ortogonal ağlar için geliştirilmiş bir öğrenme algoritması sunmuştur. NN modeli geriadımlama tekniğine entegre ederek holonomik olmayan mobil robotlar için izleme kontrol yaklaşımı önermiştir. Uyarlamalı kontrol ve çevrimiçi öğrenme algoritmaları sistem parametrelerin sürekli olarak ayarlanmasından dolayı konum hatasını hızlı bir şekilde sıfıra çekme ve izleme kontrol sürecinde daha düzgün hareket gösterme özelliklerini sahip kılmuştur.

Ye (2008) ile benzer bir çalışma olan Velagic vd. (2008) yaptığı çalışma ile mobil robotun hareket kontrolü için NN tabanlı kontrolör tasarlamıştır. Bu çalışma kinematik kısıtlamalarla mobil robotun yörünge izleme ve duruş stabilizasyonu sorunlarını ele almıştır. NN, uyarlanabilir bir öğrenme oranına sahip geri yayılım optimizasyon algoritması kullanılarak çevrimiçi olarak eğitilmiştir. Optimizasyon algoritması kullanılan sistemde optimal kontrol girdilerini hesaplamak için her örnekleme zamanında gerçekleştirilir. Önerilen sistemin performansı, mobil robotun kinematik modeli kullanılarak incelenmiştir ve simülasyon sonuçları ile gösterilmiştir.

Bayoumi (2016) yaptığı çalışmasında, holonomik olmayan DDMR sistemleri için bir kontrol stratejisini önermiştir. Robot modeli, kinematik ve dinamik hareket denklemlerini içermektedir. Robotun normal hızla hareket etmesi durumunda kinematik model kullanılarak hız kontrol sistemi geliştirilebilir. Bu çalışmada ise robotun yüksek hızla hareket etmesi durumu üzerinde durulmuştur. Bu sebeple dinamik model yapısı önemli olduğundan dolayı önerilen kontrol stratejisinin iki aşaması bulunmaktadır. İlki, sistemin kinematiği ile ilgilenir ve yönlendirme (steering) kontrolörü olarak adlandırılır. İkincisinde ise gürbüz kayan kipli kontrol tekniğine dayalı bir hız kontrolörü geliştirilmiştir. Anahtarlamalı geribesleme kazancı, sistemin ilk durumu göz önünde bulundurularak yeni bir matematiksel kurala göre belirlenmiştir. Simülasyon sonuçları, geliştirilen kontrolörün paralel tekerlekli DDMR sistemini, belirsizlikler ve gürültü altında hedef konuma ulaştırdığını göstermektedir. Simülasyonlar, DDMR sisteminin farklı başlangıç konumları ve referans yörüngeleri altında test edilmiştir.

Demirbaş ve Kalyoncu (2017) çalışmasında, holonomik olmayan bir aracın matematiksel modelini tasarlayarak, istenen yörüngeyi takip edebilmesi için bir PID ve kinematik tabanlı geriadımleme denetleyicisi tasarlamıştır. Kinematik kontrolcü, yörünge takibinin doğrusal olmama durumunun üstesinden gelmek için kullanılmıştır. PID kontrolcüsü ise DC motorun (aktüatör) hız ayarı için kullanılmıştır. Robot kontrolörünün kare şeklindeki referans yörüngedeki tepkileri alınmış ve sonuçlar grafiksel olarak sunulmuştur.

Tez çalışmasının ilerleyen kısımlarda, ilk olarak mobil robotun matematiksel modeli çıkarılacaktır. Daha sonra tez kapsamında geliştirilen kontrolcü yapılarından söz edilecektir. Matematiksel model oluşturulduktan sonra farklı denetleyici yapıları kullanılarak elde edilen simülasyon sonuçları benzetim sonuçları kısmında verilecek ve karşılaştırılacaktır.

3. DİFERANSİYEL TAHRIKLİ MOBİL ROBOT MODELLEMESİ

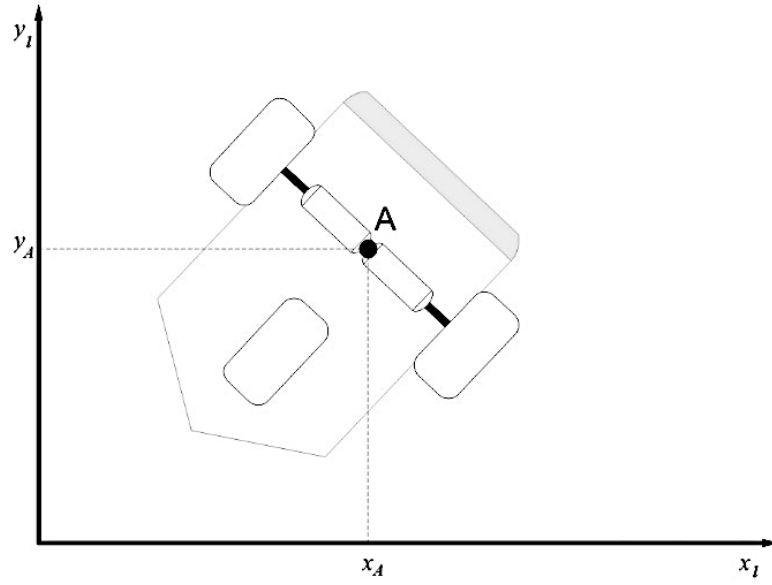
Bu bölümde, diferansiyel tahrikli mobil robotun koordinat sistemleri, kinematik ve dinamik modelleri sunulmaktadır. Bu çalışmada kullanılan mobil robotun üç tekerleği bulunmaktadır. DDMR, robot gövdesinin önünde her iki yanına yerleştirilmiş tahrikli iki ayrı tekerleğe dayanmaktadır. Stabil hareket ve robotun dengesi için gövdenin arkasına bir tekerlek daha eklenmektedir.

3.1 Koordinat Sistemleri

Robotlar kendi çevrelerindeki nesnelerinde içinde bulunduğu üç boyutlu uzayda hareket eden yapılardır. Bu durumdan dolayı, robotun ve çevresindeki nesnelerin birbirlerine göre konum ve yönelim tanımlarının yapılmasını gerektirir. Konum ve yönelimlerin belirlenebilmesi için üç boyutlu uzayda robotun kendisi ve nesnelere bir koordinat sistemi yerleştirilir. Nesneler ve bütün koordinat sistemleri evrensel koordinat sistemi içerisinde bulunur. Tanımlanan bütün konum ve yönelimler evrensel çerçeveye veya bu evrensel çerçeve içerisindeki yerleştirilen diğer koordinat sistemlerine göre gerçekleştirilir (Bingöl ve Küçük, 2019).

Örneğin evrensel çerçeve (atalet koordinat sistemi) içerisinde bulunan bir A noktasının (tekerlekler arasındaki eksen üzerindeki orta nokta) koordinat sisteminde gösterimi aşağıdaki Şekil 3.1’de verilmiştir. q^I , A noktasının evrensel koordinat sisteminin merkezine uzaklığını, (x^I, y^I, θ^I) eksenlerinde sayısal olarak tanımlanır. q^I vektörü denklem (3.1)’deki gibi gösterilir.

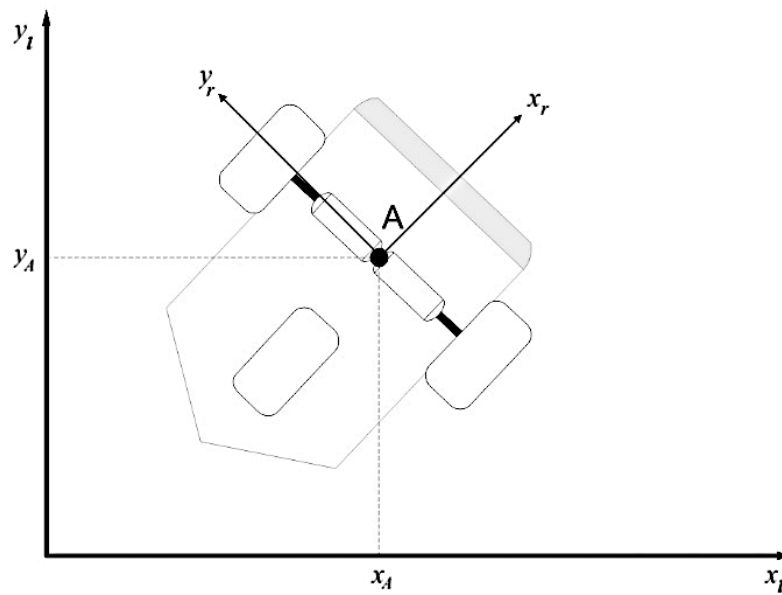
$$q^I = \begin{pmatrix} x^I \\ y^I \\ \theta^I \end{pmatrix} \quad (3.1)$$



Şekil 3.1. DDMR genel koordinat sistemi

Daha önceden belirtildiği gibi robota bir koordinat sistemi yerleştirilir. Şekil 3.2’de mobil robotun tekerlekler arasındaki eksen üzerindeki orta nokta olan A noktasına koordinat sistemi yerleştirilir. q^r vektörü denklem (3.2)’deki gibi gösterilir.

$$q^r = \begin{pmatrix} x^r \\ y^r \\ \theta^r \end{pmatrix} \quad (3.2)$$



Şekil 3.2. DDMR yerel koordinat sistemi

- A : Simetri ekseninin tahrik tekerlekleri ekseni ile kesişimi.
 D : Mobil robotun kütle merkezi.
 d : Kütle merkezi ile tahrik tekerleklerinin merkezi arasındaki mesafe.
 L : Tahrik tekerleği ile y yönündeki robot simetri ekseni arasındaki mesafe.
 R : Tekerleğin yarıçapı.
 $\dot{\phi}_R$: Sağ tekerleğin dönme hızı.
 $\dot{\phi}_L$: Sol tekerleğin dönme hızı.
 v : Robot çerçevede mobil robotun öteleme hızı.
 w : Robot ve evrensel çerçevelerde mobil robotun dönme hızı.

3.2 Kinematik Model

Geometrik bir sistemin yapısını ve hareketini inceleyen bilim dalına kinematik denir. Sistemin belirli şartlar altında nasıl hareket ettiğini anlayabilmek için bu sistemin kuvvet, atalet ve enerji gibi büyüklükleri gibi terimlere sahip model olan dinamiği hakkında bilgi sahibi olmak gerekir. Robotun ileri yön kinematiği (forward kinematics), robot fiziksel yapılarının konumları, hızları ve ivmeleri arasındaki ilişkiyle ilgilenir (Bingül ve Küçük, 2019). İki tekerleğin hızları değiştirilerek robotun yörüngesi değiştirilebilir. Yukarıdaki Şekil 3.3'e bakılarak, ICC etrafındaki açısal hız " ω " her iki tekerlek için de aynı olması gerektiğinden, aşağıdaki denklemler yazılabilir:

$$\begin{aligned} V_R &= w(R_a + L) \\ V_L &= w(R_a - L) \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$ICC = (x - R_a \sin(\theta), y + R_a \cos(\theta)) \quad (3.6)$$

V_R ve V_L , yer boyunca sağ ve sol tekerlek hızlarını gösterirken R_a , ICC noktasından tekerlekler arasındaki orta noktaya "A" olan mesafeye karşı gelmektedir. Herhangi bir zamanda, v ve w aşağıdaki şekilde çözülebilir (Hanna ve Joukhadar, 2015):

$$v = \frac{(V_R + V_L)}{2} = \frac{R(\dot{\phi}_R + \dot{\phi}_L)}{2} \quad (3.7)$$

$$W = \frac{(V_R - V_L)}{2L} = \frac{R(\dot{\phi}_R - \dot{\phi}_L)}{2L} \quad (3.8)$$

Y ekseninde hız olmadığından (bir başka ifadeyle yanal kayma hareketi tanımlanmadığından), A merkez noktasına göre hızlar robot çerçevesi için aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_A^r \\ \dot{y}_A^r \\ \dot{\theta}_A^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R/2 & R/2 \\ 0 & 0 \\ R/2L & -R/2L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi}_R \\ \dot{\phi}_L \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Yukarıdaki denklem (3.9)'da tekerleklerin dönme hızları aşağıdaki denklem (3.10)'daki gibi gösterilebilir.

$$\eta = \begin{pmatrix} w_R \\ w_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi}_R \\ \dot{\phi}_L \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Denklem (3.4)'teki standart ortogonal dönüşüm matrisi kullanılarak aşağıdaki denklem yazılabilir (Contreras vd., 2017):

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_A^I \\ \dot{y}_A^I \\ \dot{\theta}_A^I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_A^r \\ \dot{y}_A^r \\ \dot{\theta}_A^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R \cos\theta}{2} & \frac{R \cos\theta}{2} \\ \frac{R \sin\theta}{2} & \frac{R \sin\theta}{2} \\ \frac{R}{2L} & -\frac{R}{2L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi}_R \\ \dot{\phi}_L \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Yukarıdaki (3.11)'deki denklem, DDMR için genel ileri kinematik model denklemdir.

Denklem (3.11)'deki terimler (3.7) ve (3.8)'deki eşdeğer terimlerle değiştirilerek, aşağıdaki hale gelir (Lamraoui vd., 2017):

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_A^I \\ \dot{y}_A^I \\ \dot{\theta}_A^I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Bu kısma kadar kinematik modele hata durum modeli eklenmemiştir. Mobil robot sisteminin yalın kinematik modeli ortaya konmuştur. Bu aşamadan sonra sistemde hata varlığı göz önüne alınarak güncellenir.

Aktüatör etkinliği kaybı, robot modelinde meydana gelebilecek birçok sistem arızasından birisidir. LOE yapısal hatalar nedeniyle her an ortaya çıkabilir. Sistem dengesini bozmadan uygun bir kontrol stratejisi uygulamak için, bu aktif hataya dayanıklı kontrol yöntemi ve hızlı bir LOE tespitini yapabilecek bir sistem gerektirir (Yazdjerdi ve Meskin, 2018).

Sol ve sağ tekerlekteki LOE hatasını modellemek için, $0 < k_L, k_R < 1$ olarak tanımlanan etkinlik kaybı faktörleri sırasıyla $\dot{\phi}_R$ ve $\dot{\phi}_L$ ile aşağıdaki gibi çarpılır:

$$\begin{pmatrix} w_{Rf} \\ w_{Lf} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_R \dot{\phi}_R \\ k_L \dot{\phi}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi}_R + \Delta w_R \\ \dot{\phi}_L + \Delta w_L \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Yukarıdaki denklem (3.13)'deki Δw_R ve Δw_L yerine aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \Delta w_R &= (k_R - 1) \dot{\phi}_R \\ \Delta w_L &= (k_L - 1) \dot{\phi}_L \end{aligned} \quad (3.14)$$

w_{Rf} ve w_{Lf} sırasıyla sol ve sağ tekerlek açısal hızının hatalı değerini gösterir. Tanımlanan hataya sahip bir kinematik model aşağıdaki gibi temsil edilir:

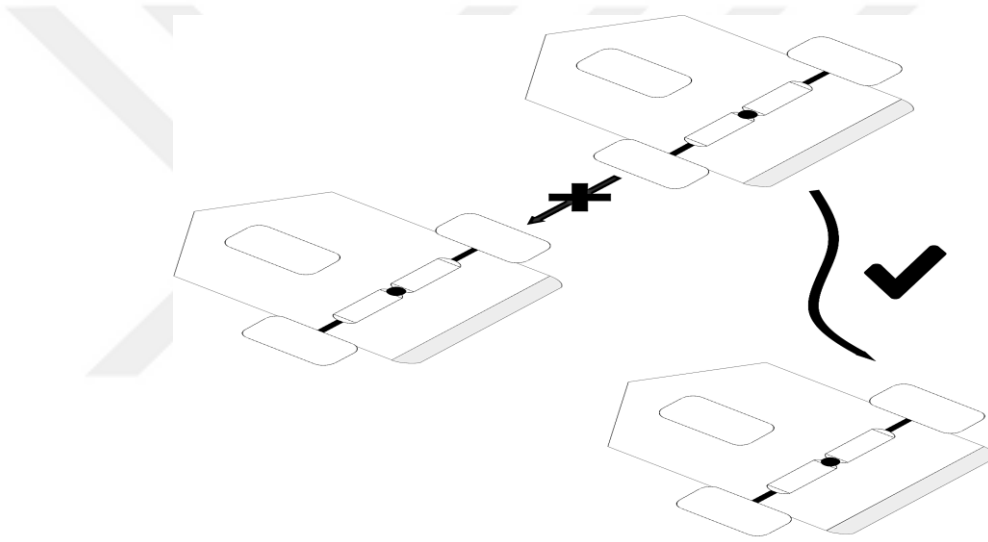
$$\begin{pmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{y}_A \\ \dot{\theta}_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta v \\ \Delta w \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Yukarıdaki denklem (3.15)'deki Δv ve Δw yerine aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{pmatrix} \Delta v \\ \Delta w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R}{2} (\Delta w_R + \Delta w_L) \\ \frac{R}{2L} (\Delta w_R - \Delta w_L) \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

3.2.1 Kinematik kısıtlamalar

Tekerlek hareketiyle ilgili yatay düzlemde robotun hareketi, tekerlekler ile zemin arasındaki temas noktası ve tekerlek etrafında dönüş için sürtünme olmaması gibi varsayımlar robotun kinematik kısıtlamalarına neden olacaktır. Yukarıdaki varsayımlar göz önüne alındığında, bir cismin uygulanabilir hızları üzerindeki bir kısıtlama olan holonomik olmayan kısıtlama adı verilen özel bir kısıtlamaya sahip olacaktır. DDMR söz konusu olduğunda, Şekil 3.4'te gösterildiği gibi robotun bazı yönlerde (ileri ve geri) hareket edebildiği ancak yanıl hareket edemediği anlamına gelir (Mohareri, 2009).



Şekil 3.4. Mobil robotun holonomik olmayan kısıtlaması

Yanal kayma kısıtlaması olmaması robotun, yalnızca kavisli bir hareketle (ileri ve geri) hareket edebileceği, ancak yanıl hareket yapamadığı anlamına gelir. Bu koşul, A merkez noktasının (Şekil 3.3) hızının yanıl eksen boyunca sıfır olduğu anlamına gelir (Dhaouadi ve Hatab, 2013; Bouzoualegh vd., 2018):

$$\dot{y}_a^r = 0 \quad (3.17)$$

Ortogonal dönme matrisi $R(\theta)$ kullanılarak, eylemsiz çerçevedeki hız aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\dot{y}_a \cos(\theta) - \dot{x}_a \sin(\theta) = 0 \quad (3.18)$$

Bu kısıtlama, robot merkez noktasının hızının simetri eksenini yönünde olacağı ve ortogonal düzlemdeki hareketin sıfır olacağı anlamına gelir.

Saf yuvarlanma kısıtlaması, Şekil 3.5'te gösterildiği gibi her bir tekerleğin zeminle tek bir "P" temas noktasını koruduğunu temsil eder. Tekerleğin boylam ekseninde (x_r), kayma ve dik ekseninde (y_r) savrulma yoktur. Robot koordinatında temas noktalarının hızları, aşağıdaki gibidir (Dhaouadi ve Hatab, 2013):

$$\begin{aligned} v_{pR} &= R\dot{\phi}_R \\ v_{pL} &= R\dot{\phi}_L \end{aligned} \quad (3.19)$$

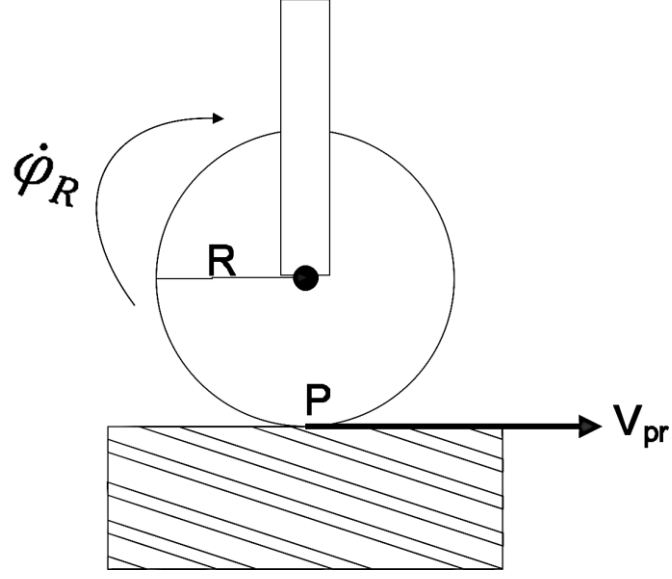
A noktasındaki X ve Y eksenindeki konum değerleri bulunarak atalet çerçevesindeki tekerlek hızları hesaplanabilir (Ushikoshi vd., 2018):

$$\begin{aligned} \dot{x}_{pR} &= \dot{x}_a + L\dot{\theta}\cos(\theta) \\ \dot{y}_{pR} &= \dot{y}_a + L\dot{\theta}\sin(\theta) \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{pL} &= \dot{x}_a - L\dot{\theta}\cos(\theta) \\ \dot{y}_{pL} &= \dot{y}_a - L\dot{\theta}\sin(\theta) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Denklem (3.4) kullanılarak, yuvarlanma kısıtlaması denklemleri formüle edilir:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{pR} \cos(\theta) + \dot{y}_{pR} \sin(\theta) &= R\dot{\phi}_R \\ \dot{x}_{pL} \cos(\theta) + \dot{y}_{pL} \sin(\theta) &= R\dot{\phi}_L \end{aligned} \quad (3.22)$$



Şekil 3.5. Mobil robotun sağ tekerleğinin zemin ile temas noktası

Denklem (3.22)'deki kısıtlama, tahrikli tekerleklerinin kaymadığını gösterir. Denklem (3.18) ve (3.22)'deki üç kısıtlama terimi kullanılarak $A(q)$ matrisi ve $\dot{q}$ vektörü oluşturulur. Bu sistem aşağıdaki biçimde gösterilebilir:

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (3.23)$$

Yukarıdaki denklem (3.23)'deki iki terim olan kısıtlamalarla ilgili matris ve robotun ve tekerleklerin hız vektörü aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$A(q) = \begin{pmatrix} -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 & 0 \\ \cos(\theta) & \sin(\theta) & L & -R & 0 \\ \cos(\theta) & \sin(\theta) & -L & 0 & -R \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

$$\dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{y}_a \\ \dot{\theta}_a \\ \dot{\phi}_R \\ \dot{\phi}_L \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Holonomik olmayan kısıtlamalar dinamik model yapısında bulunan terimlerdir. Dinamik model oluşturulurken elimine edilerek yeni bir doğrusal olmayan dinamik model yapısı oluşturulmuştur.

3.3 Dinamik Model

Mobil robot dinamiği, robotun kendi hareketinden dolayı oluşan eşitliklerin matematiksel olarak ifade biçimidir. Başka bir ifadeyle, mobil robotun hareketinden dolayı üretilen dinamik model, robotun dinamik davranışını tanımlayan bir dizi matematiksel ifadelerden oluşmaktadır. Mobil robotun dinamik analizi ise tekerlere aktüatör tarafından uygulanan tork veya kuvvet büyüklükleri ile mobil robotun zamana göre konumu, hızı ve ivmesi arasındaki ilişkilerin incelenmesi olarak tanımlanabilir. Dinamik ve kinematik modelleme arasındaki temel fark, kinematikte hareketi etkileyen kuvvetler dikkate alınmadan sadece sistemi yöneten geometrik ilişkilerle hareket incelenmektedir (Mohareri, 2009; Dhaouadi ve Hatab, 2013).

Lagrange dinamik yaklaşımı kullanılarak dinamik model aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + G(q) + \tau_d = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (3.26)$$

Burada:

- $M(q)$: Simetrik pozitif tanımlı atalet matrisi.
- $V(q, \dot{q})$: Merkezci ve Coriolis matrisi.
- $F(\dot{q})$: Yüzey sürtünme matrisi.
- $G(q)$: Yerçekimi vektörü.
- τ_d : Yapılandırılmamış ve modellenmemiş dinamikler de dahil olmak üzere sınırlı bilinmeyen bozulmalar.
- $B(q)$: Giriş dönüşüm matrisi.
- τ : Giriş vektörü.
- $A^T(q)$: Kısıtlamalarla ilişkili matrisi.
- λ : Kısıtlama kuvvetlerinin vektörü.
- $q, \dot{q}$ ve $\ddot{q}$: Sırasıyla konum, hız ve ivme vektörleri.

3.3.1 Lagrange dinamiği yaklaşımı

Bu bölümde, robotun dinamik modeli olan denklem (3.26)'yı ifade etmek için enerji tabanlı Lagrange yaklaşımı gösterilmiştir. Bu yaklaşımı formüle etmek ve uygulamak diğer yaklaşımlara (örneğin Newton-Euler metodolojisi) göre daha kolay olması büyük bir avantaj sağlar fakat Lagrange yaklaşımının dezavantajı ise modelleme sürecinde fiziksel içgörünün ve faydalı bilgilerin bir kısmının kaybolmasıdır (Dhaouadi ve Hatab, 2013; Mohareri, 2009).

Sistemde holonomik olmayan kısıt denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} dq_i + a_{jt} dt = 0, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.27)$$

a_{ij} 'in genelleştirilmiş koordinatların fonksiyonları olduğu durumlarda, Lagrange denkleminin genel formu aşağıdaki gibidir:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = \sum_{j=1}^n \lambda_j a_{ji} + Q_i \quad (3.28)$$

Burada:

$q_1, q_2, \dots, q_n$: Genelleştirilmiş koordinatları

$L = T - V$: Kinetik ve potansiyel enerji sistemleri arasındaki fark olan Lagrange denklemini

λ_j : Kısıtlamaları kısıtlama kuvvetleriyle ilişkilendiren Lagrange çarpanını

Q_i : Sistemdeki korunumsuz kuvvetlerini

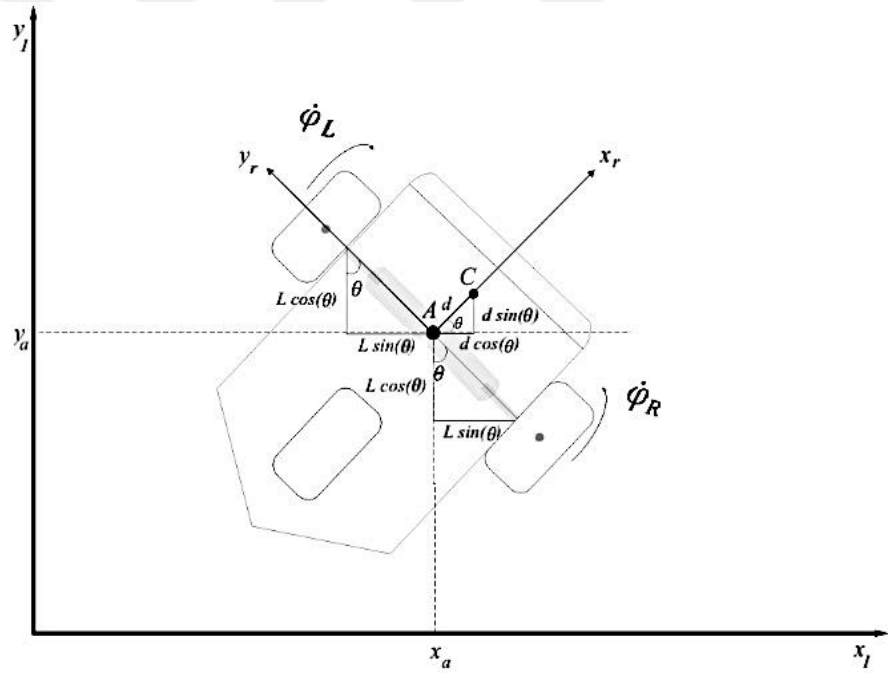
ifade etmektedir.

Denklem (3.27)'deki n adet denkleme ek olarak, $(m + n)$ bilinmeyen faktörler, yani q ve λ terimleri için çözülmesi gereken kısıtlamalar olan m adet denklem vardır.

Diferansiyel tahrikli mobil robot için genelleştirilmiş koordinatlar aşağıdaki şekilde seçilir:

$$q = \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \\ \theta_a \\ \varphi_R \\ \varphi_L \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Lagrange yaklaşımı metodunu kullanarak dinamik model oluşturmanın ilk adımı, mobil robot hareketini yöneten kinetik ve potansiyel enerjileri bulmaktır. Fakat mobil robot, X ve Y ekseninde (yükseklik faktörü yok) hareket ettiğinden, robotun potansiyel enerjisi sıfır olarak kabul edilir. Bu yüzden sistemin sadece kinetik enerjisinin bulunması Lagrange yaklaşımı sonucuna ulaştırır.



Şekil 3.6. DDMR üzerindeki noktaların koordinatları

Robot gövdesindeki C noktasının hızını bulmak için:

$$\begin{aligned} x_c &= x_a + d \cos(\theta) \\ y_c &= y_a + d \sin(\theta) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Buradan:

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= \dot{x}_a - d \dot{\theta} \sin(\theta) \\ \dot{y}_c &= \dot{y}_a + d \dot{\theta} \cos(\theta)\end{aligned}\tag{3.31}$$

Robot gövdesinin kinetik enerji formülü aşağıdaki gibidir:

$$T_c = \frac{1}{2} m_c v_c^2 + \frac{1}{2} I_c \dot{\theta}^2\tag{3.32}$$

Yukarıdaki (3.32)'deki denklemde, m_c tahrik tekerlekleri ve aktüatörler (DC motorlar) olmadan DDMR'nin kütlesidir. I_c mobil robotun merkezinden geçen dikey eksen etrafındaki atalet momentidir.

Robotun sağ ve sol tekerlerinin hızını bulmak için:

$$\begin{aligned}x_{wR} &= x_a + L \sin(\theta) \\ y_{wR} &= y_a - L \cos(\theta)\end{aligned}\tag{3.33}$$

$$\begin{aligned}x_{wL} &= x_a - L \sin(\theta) \\ y_{wL} &= y_a + L \cos(\theta)\end{aligned}\tag{3.34}$$

Buradan:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{wR} &= \dot{x}_a + L \dot{\theta} \cos(\theta) \\ \dot{y}_{wR} &= \dot{y}_a + L \dot{\theta} \sin(\theta)\end{aligned}\tag{3.35}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_{wL} &= \dot{x}_a - L \dot{\theta} \cos(\theta) \\ \dot{y}_{wL} &= \dot{y}_a - L \dot{\theta} \sin(\theta)\end{aligned}\tag{3.36}$$

Robotun sağ ve sol tekerleklerinin kinetik enerjisi:

$$\begin{aligned}T_{wR} &= \frac{1}{2} m_w v_{wR}^2 + \frac{1}{2} I_m \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_w \dot{\phi}_R^2 \\ T_{wL} &= \frac{1}{2} m_w v_{wL}^2 + \frac{1}{2} I_m \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_w \dot{\phi}_L^2\end{aligned}\tag{3.37}$$

Yukarıdaki (3.37) denklemde, m_w , her bir tahrik tekerleğinin (aktuatörlü) kütlesidir. I_w , motora ait her bir tahrik tekerleğinin tekerlek eksenini etrafındaki atalet momentidir. I_m , motora ait her bir tahrik tekerleğinin tekerlek çapı etrafında atalet momentidir.

Tüm hızlar, ilk olarak, atalet çerçevesindeki genel hız denklemi kullanılarak genelleştirilmiş koordinatların bir fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$v_i^2 = \dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 \quad (3.38)$$

Buradan:

$$v_c^2 = \dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 = \dot{x}_a^2 - 2 \dot{x}_a d \dot{\theta} \sin(\theta) + \dot{y}_a^2 + 2 \dot{y}_a d \dot{\theta} \cos(\theta) + d^2 \dot{\theta}^2 \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} v_{wR}^2 &= \dot{x}_{wR}^2 + \dot{y}_{wR}^2 = \dot{x}_a^2 + 2 \dot{x}_a L \dot{\theta} \cos(\theta) + \dot{y}_a^2 + 2 \dot{y}_a L \dot{\theta} \sin(\theta) + L^2 \dot{\theta}^2 \\ v_{wL}^2 &= \dot{x}_{wL}^2 + \dot{y}_{wL}^2 = \dot{x}_a^2 - 2 \dot{x}_a L \dot{\theta} \cos(\theta) + \dot{y}_a^2 - 2 \dot{y}_a L \dot{\theta} \sin(\theta) + L^2 \dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (3.40)$$

Yukarıdaki hız denklemleri (3.39) ve (3.40) kullanılarak aşağıdaki gibi kinetik enerji bulunur.

Robot gövdesinin kinetik enerjisi:

$$T_c = \frac{1}{2} m_c [\dot{x}_a^2 - 2 \dot{x}_a d \dot{\theta} \sin(\theta) + \dot{y}_a^2 + 2 \dot{y}_a d \dot{\theta} \cos(\theta) + d^2 \dot{\theta}^2] + \frac{1}{2} I_c \dot{\theta}^2 \quad (3.41)$$

$$T_c = \frac{1}{2} m_c (\dot{x}_a^2 + \dot{y}_a^2) - m_c d \dot{\theta} (\dot{x}_a \sin(\theta) - \dot{y}_a \cos(\theta)) + \frac{1}{2} m_c d^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_c \dot{\theta}^2 \quad (3.42)$$

Robotun sağ tekerleğinin kinetik enerjisi:

$$T_{wR} = \frac{1}{2} m_w [\dot{x}_a^2 + 2 \dot{x}_a L \dot{\theta} \cos(\theta) + \dot{y}_a^2 + 2 \dot{y}_a L \dot{\theta} \sin(\theta) + L^2 \dot{\theta}^2] + \frac{1}{2} I_m \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_w \dot{\phi}_R^2 \quad (3.43)$$

$$T_{wR} = \frac{1}{2} m_w (\dot{x}_a^2 + \dot{y}_a^2) + m_w L \dot{\theta} (\dot{x}_a \cos(\theta) + \dot{y}_a \sin(\theta)) + \frac{1}{2} m_w L^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_m \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_w \dot{\phi}_R^2 \quad (3.44)$$

Robotun sol tekerleğinin kinetik enerjisi:

$$T_{wL} = \frac{1}{2}m_w[\dot{x}_a^2 - 2\dot{x}_aL\dot{\theta}\cos(\theta) + \dot{y}_a^2 - 2\dot{y}_aL\dot{\theta}\sin(\theta) + L^2\dot{\theta}^2] + \frac{1}{2}I_m\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I_w\dot{\phi}_L^2 \quad (3.45)$$

$$T_{wL} = \frac{1}{2}m_w(\dot{x}_a^2 + \dot{y}_a^2) - m_wL\dot{\theta}(\dot{x}_a\cos(\theta) + \dot{y}_a\sin(\theta)) + \frac{1}{2}m_wL^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I_m\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I_w\dot{\phi}_L^2 \quad (3.46)$$

(3.42), (3.44) ve (3.45) denklemleri kullanılarak, mobil robotun toplam kinetik enerjisi şu şekilde elde edilir:

$$T = T_c + T_{wR} + T_{wL} = \left(\frac{1}{2}m_c + m_w\right)(\dot{x}_a^2 + \dot{y}_a^2) - m_cd\dot{\theta}(\dot{x}_a\sin(\theta) - \dot{y}_a\cos(\theta)) + \left(m_wL^2 + I_m + \frac{1}{2}m_cd^2 + \frac{1}{2}I_c\right)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I_w(\dot{\phi}_R^2 + \dot{\phi}_L^2) \quad (3.47)$$

Denklem (3.47) aşağıdaki terimler kullanarak yeniden oluşturulur.

Mobil robotun toplam kütlesi:

$$m = m_c + 2m_w \quad (3.48)$$

Toplam eşdeğer atalet:

$$I = I_c + m_cd^2 + 2m_wL^2 + 2I_m \quad (3.49)$$

Mobil robotun toplam kinetik enerjisi:

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{x}_a^2 + \dot{y}_a^2) - m_cd\dot{\theta}(\dot{x}_a\sin(\theta) - \dot{y}_a\cos(\theta)) + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I_w(\dot{\phi}_R^2 + \dot{\phi}_L^2) \quad (3.50)$$

Yukarıdaki kinetik enerji denklemi kullanılarak ve potansiyel enerjinin sıfır olduğu varsayılarak, Lagrange denklemi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{x}_a^2 + \dot{y}_a^2) - m_cd\dot{\theta}(\dot{x}_a\sin(\theta) - \dot{y}_a\cos(\theta)) + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I_w(\dot{\phi}_R^2 + \dot{\phi}_L^2) \quad (3.51)$$

Genelleştirilmiş koordinatları ve Lagrange denklemini kullanarak dinamik model denklemlerini bulmak için adım adım yaklaşımı aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_a} &= m\dot{x}_a - m_c d \dot{\theta} \sin(\theta) \\
\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_a} &= m\dot{y}_a + m_c d \dot{\theta} \cos(\theta) \\
\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} &= I\dot{\theta} - m_c d \dot{x}_a \sin(\theta) + m_c d \dot{y}_a \cos(\theta) \\
\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_R} &= I_w \dot{\phi}_R \\
\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_L} &= I_w \dot{\phi}_L
\end{aligned} \tag{3.52}$$

Yukarıdaki denklemlerin zaman türevleri aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_a} \right) &= m\ddot{x}_a - m_c d \ddot{\theta} \sin(\theta) - m_c d \dot{\theta}^2 \cos(\theta) \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_a} \right) &= m\ddot{y}_a + m_c d \ddot{\theta} \cos(\theta) - m_c d \dot{\theta}^2 \sin(\theta) \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) &= I\ddot{\theta} - m_c d \ddot{x}_a \sin(\theta) + m_c d \ddot{y}_a \cos(\theta) - m_c d \dot{x}_a \dot{\theta} \cos(\theta) - m_c d \dot{y}_a \dot{\theta} \sin(\theta) \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_R} \right) &= I_w \ddot{\phi}_R \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_L} \right) &= I_w \ddot{\phi}_L
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Lagrange denklemlerinin diğeri türev ifadeleri aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial x_a} &= 0 \\
\frac{\partial L}{\partial y_a} &= 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \theta} &= -m_c d \dot{\theta} \dot{x}_a \cos(\theta) - m_c d \dot{\theta} \dot{y}_a \sin(\theta) \\
\frac{\partial L}{\partial \phi_R} &= 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \phi_L} &= 0
\end{aligned} \tag{3.54}$$

(3.53) ve (3.54) denklemleri kullanılarak Lagrange denklemleri aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_a} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_a} &= m\ddot{x}_a - m_c d \ddot{\theta} \sin(\theta) - m_c d \dot{\theta}^2 \cos(\theta) = C_1 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_a} \right) - \frac{\partial L}{\partial y_a} &= m\ddot{y}_a + m_c d \ddot{\theta} \cos(\theta) - m_c d \dot{\theta}^2 \sin(\theta) = C_2 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= I \ddot{\theta} - m_c d \ddot{x}_a \sin(\theta) + m_c d \ddot{y}_a \cos(\theta) = C_3 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_R} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi_R} &= I_w \ddot{\phi}_R = \tau_R + C_4 \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_L} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi_L} &= I_w \ddot{\phi}_L = \tau_L + C_5
\end{aligned} \tag{3.55}$$

Burada C_1 , C_2 , C_3 , C_4 ve C_5 , Lagrange çarpanları vektörü λ cinsinden yazılabilen kinematik kısıtlamalarla ilgili katsayılarıdır.

Denklem (3.55) matris formunda aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & -m_c d \sin(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & m & m_c d \cos(\theta) & 0 & 0 \\ -m_c d \sin(\theta) & m_c d \cos(\theta) & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_w \end{bmatrix} \ddot{q} + \begin{bmatrix} -m_c d \dot{\theta}^2 \cos(\theta) \\ -m_c d \dot{\theta}^2 \sin(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau_R \\ \tau_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{bmatrix} \tag{3.56}$$

Denklem (3.26)'da verilen dinamik model aşağıdaki gibi tekrar yazılırsa:

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + G(q) + \tau_d = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \tag{3.57}$$

Mobil robotun yatay düzlemde hareket ettiğini ve herhangi bir bozulma olmadığı varsayılırsa, $G(q)$ sıfır olur. Kontrol sinyaline harici olarak eklenen yapay gürültü ve kinematik modelde elde edilen hata fonksiyonları olduğundan dolayı bozucu sinyallerin dinamik model yapısında ayrıca ifade edilmesine gerek yoktur. Bu sebeple yüzey sürtünme matrisi $F(\dot{q})$ ve τ_d sıfır olduğu varsayılır. Böylelikle yeni dinamik model denklemi aşağıdaki gibi yazılır:

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \tag{3.58}$$

Buradaki denklemler ve holonomik olmayan kısıtlamalar göz önünde bulundurularak dinamik modeldeki terimler aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & -m_c d \sin(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & m & m_c d \cos(\theta) & 0 & 0 \\ -m_c d \sin(\theta) & m_c d \cos(\theta) & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_w \end{bmatrix}$$

$$V(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_c d \dot{\theta} \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_c d \dot{\theta} \sin(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

$$B(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T(q) \cdot \lambda = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta & \sin\theta \\ 0 & L & -L \\ 0 & -R & 0 \\ 0 & 0 & -R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \lambda_5 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

Lagrange çarpanları olan λ katsayıları bilinmediği için, denklem (3.60)'daki $A^T(q) \cdot \lambda$ kısıt terimi elimine edilerek indirgenmiş vektör tanımlanmalıdır. $S(q)$ matrisi kullanılarak indirgeme işlemi yapılacaktır. İleri kinematik denkleme bakarak, $S(q)$ matrisinin robotun ağırlık merkezi ve tekerlek eksenleri arasındaki mesafeyle ilgili değiştirilmiş ileri kinematik matris olduğu fark edilebilir.

$S(q)$ matrisini elde etmek için ilk adım olarak, mobil robot doğrusal ve açısal hızları cinsinden temsil edilsin:

$$\dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{y}_a \\ \dot{\theta}_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} \quad (3.61)$$

Gövde hızları, tekerleklerin dönme hızı cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{y}_a \\ \dot{\theta}_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{R(\dot{\phi}_R + \dot{\phi}_L)}{2} \\ \frac{R(\dot{\phi}_R - \dot{\phi}_L)}{2L} \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

Yukarıdaki eşitlik 5 boyutlu vektör şeklinde daha anlaşılır biçimde yazılacak olursa aşağıdaki gibi olur:

$$\dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{y}_a \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi}_R \\ \dot{\phi}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R}{2} \cos\theta & \frac{R}{2} \cos\theta \\ \frac{R}{2} \sin\theta & \frac{R}{2} \sin\theta \\ \frac{R}{2L} & -\frac{R}{2L} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi}_R \\ \dot{\phi}_L \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

Yukarıdaki denklem (3.63) aşağıdaki formda gösterilebilir:

$$\dot{q} = S(q)\eta \quad (3.64)$$

Buradan $S^T(q)$ ve $A^T(q)$ ile çarpım matrisinin sıfır uzayında olduğu görülebilir.

$$S^T(q)A^T(q) = \begin{pmatrix} \frac{R}{2} \cos\theta & \frac{R}{2} \sin\theta & \frac{R}{2L} & 1 & 0 \\ \frac{R}{2} \cos\theta & \frac{R}{2} \sin\theta & -\frac{R}{2L} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta & \sin\theta \\ 0 & L & -L \\ 0 & -R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} = 0 \quad (3.65)$$

Denklem (3.65)'de görüleceği üzere dinamik modelin kısıt terimi elimine edilebilir. Dinamik model bu doğrultuda tekrar yenilenmelidir. $\dot{q}$ ve $\ddot{q}$ terimleri $S(q)$ cinsinden aşağıdaki gibi tekrardan yazılır:

$$\begin{aligned} \dot{q} &= S(q)\eta \\ \ddot{q} &= \dot{S}(q)\eta + S(q)\dot{\eta} \end{aligned} \quad (3.66)$$

Denklem (3.66) kullanılarak dinamik denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$M(q)[\dot{S}(q)\eta + S(q)\dot{\eta}] + V(q, \dot{q})[S(q)\eta] = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (3.67)$$

Denklem (3.67) yeniden düzenlenirse, aşağıdaki denklem elde edilir:

$$(M(q)S(q))\dot{\eta} + (M(q)\dot{S}(q) + V(q, \dot{q})S(q))\eta = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (3.68)$$

Denklem (3.68)'in her iki tarafıda $S^T(q)$ dönüşüm matrisi ile çarpılırsa aşağıdaki denklem elde edilir:

$$(S^T(q)M(q)S(q))\dot{\eta} + (S^T(q)M(q)\dot{S}(q) + S^T(q)V(q, \dot{q})S(q))\eta = S^T(q)B(q)\tau - S^T(q)A^T(q)\lambda \quad (3.69)$$

Denklem (3.69)'daki dinamik model terimleri aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\begin{aligned} \bar{M}(q) &= S^T(q)M(q)S(q) \\ \bar{V}(q, \dot{q}) &= S^T(q)M(q)\dot{S}(q) + S^T(q)V(q, \dot{q})S(q) \\ \bar{B}(q) &= S^T(q)B(q)\tau \end{aligned} \quad (3.70)$$

Yeni dinamik modelin gösterimi aşağıdaki gibi olur:

$$\bar{M}(q)\dot{\eta} + \bar{V}(q, \dot{q})\eta = \bar{B}(q)\tau \quad (3.71)$$

$\bar{M}(q)$ terimini elde etmek için aşağıdaki şekilde matrisler çarpılır:

$$\bar{M}(q) = \begin{bmatrix} \frac{R}{2}\cos\theta & \frac{R}{2}\sin\theta & \frac{R}{2L} & 1 & 0 \\ \frac{R}{2}\cos\theta & \frac{R}{2}\sin\theta & -\frac{R}{2L} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 0 & -m_c d \sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & m & m_c d \cos\theta & 0 & 0 \\ -m_c d \sin\theta & m_c d \cos\theta & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{R}{2}\cos\theta & \frac{R}{2}\cos\theta \\ \frac{R}{2}\sin\theta & \frac{R}{2}\sin\theta \\ \frac{R}{2L} & -\frac{R}{2L} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

$$\bar{M}(q) = \begin{bmatrix} \frac{mR}{2} \cos\theta - \frac{m_c dR}{2L} \sin\theta & \frac{mR}{2} \sin\theta + \frac{m_c dR}{2L} \cos\theta & \frac{IR}{2L} & I_w & 0 \\ \frac{mR}{2} \cos\theta + \frac{m_c dR}{2L} \sin\theta & \frac{mR}{2} \sin\theta - \frac{m_c dR}{2L} \cos\theta & -\frac{IR}{2L} & 0 & I_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{R}{2} \cos\theta & \frac{R}{2} \cos\theta \\ \frac{R}{2} \sin\theta & \frac{R}{2} \sin\theta \\ \frac{R}{2L} & -\frac{R}{2L} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

$$\bar{M}(q) = \begin{bmatrix} I_w + \frac{R^2}{4L^2} (mL^2 + I) & \frac{R^2}{4L^2} (mL^2 - I) \\ \frac{R^2}{4L^2} (mL^2 - I) & I_w + \frac{R^2}{4L^2} (mL^2 + I) \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

$\bar{V}(q, \dot{q})$ terimini elde etmek için ilk olarak $\dot{S}(q)$ ifadesi aşağıdaki gibi bulunur:

$$\dot{S}(q) = \begin{bmatrix} -\frac{R}{2} \dot{\theta} \sin\theta & -\frac{R}{2} \dot{\theta} \sin\theta \\ \frac{R}{2} \dot{\theta} \cos\theta & \frac{R}{2} \dot{\theta} \cos\theta \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

$\bar{V}(q, \dot{q})$ terimini elde etmek için aşağıdaki matris işlemleri yapılır:

$$\bar{V}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \frac{R}{2} \cos\theta & \frac{R}{2} \sin\theta & \frac{R}{2L} & 1 & 0 \\ \frac{R}{2} \cos\theta & \frac{R}{2} \sin\theta & -\frac{R}{2L} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 0 & -m_c d \sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & m & m_c d \cos\theta & 0 & 0 \\ m_c d \sin\theta & m_c d \cos\theta & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{R}{2} \dot{\theta} \sin\theta & -\frac{R}{2} \dot{\theta} \sin\theta \\ \frac{R}{2} \dot{\theta} \cos\theta & \frac{R}{2} \dot{\theta} \cos\theta \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \frac{R}{2} \cos\theta & \frac{R}{2} \sin\theta & \frac{R}{2L} & 1 & 0 \\ \frac{R}{2} \cos\theta & \frac{R}{2} \sin\theta & -\frac{R}{2L} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_c d \dot{\theta} \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_c d \dot{\theta} \sin(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{R}{2} \cos\theta & \frac{R}{2} \cos\theta \\ \frac{R}{2} \sin\theta & \frac{R}{2} \sin\theta \\ \frac{R}{2L} & -\frac{R}{2L} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

$$\bar{V}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \frac{mR}{2} \cos\theta - \frac{m_c dR}{2L} \sin\theta & \frac{mR}{2} \sin\theta + \frac{m_c dR}{2L} \cos\theta & \frac{IR}{2L} & I_w & 0 \\ \frac{mR}{2} \cos\theta + \frac{m_c dR}{2L} \sin\theta & \frac{mR}{2} \sin\theta - \frac{m_c dR}{2L} \cos\theta & -\frac{IR}{2L} & 0 & I_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{R}{2} \dot{\theta} \sin\theta & -\frac{R}{2} \dot{\theta} \sin\theta \\ \frac{R}{2} \dot{\theta} \cos\theta & \frac{R}{2} \dot{\theta} \cos\theta \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \frac{R}{2} \cos\theta & \frac{R}{2} \sin\theta & \frac{R}{2L} & 1 & 0 \\ \frac{R}{2} \cos\theta & \frac{R}{2} \sin\theta & -\frac{R}{2L} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_c d \dot{\theta} \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_c d \dot{\theta} \sin(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{R}{2} \cos\theta & \frac{R}{2} \cos\theta \\ \frac{R}{2} \sin\theta & \frac{R}{2} \sin\theta \\ \frac{R}{2L} & -\frac{R}{2L} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

$$\bar{V}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{4L} & \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{4L} \\ -\frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{4L} & -\frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{4L} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-m_c d \dot{\theta} R}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-m_c d \dot{\theta} R}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{R}{2} \cos \theta & \frac{R}{2} \cos \theta \\ \frac{R}{2} \sin \theta & \frac{R}{2} \sin \theta \\ \frac{R}{2L} & -\frac{R}{2L} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

$$\bar{V}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{4L} & \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{4L} \\ -\frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{4L} & -\frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{4L} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{4L} & \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{4L} \\ -\frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{4L} & \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{4L} \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

$$\bar{V}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{2L} \\ -\frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{2L} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

$\bar{B}(q)$ terimini elde etmek için aşağıdaki matris işlemleri yapılır:

$$\bar{B}(q) = \begin{bmatrix} \frac{R}{2} \cos \theta & \frac{R}{2} \sin \theta & \frac{R}{2L} & 1 & 0 \\ \frac{R}{2} \cos \theta & \frac{R}{2} \sin \theta & -\frac{R}{2L} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tau \quad (3.82)$$

$$\bar{B}(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tau \quad (3.83)$$

Yukarıdaki denklem (3.83)'de τ ile ifade edilen terim, τ_R ve τ_L 'den oluşan sırasıyla sağ ve sol tekerlek torklarıdır. Buradan aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\tau = u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_R + \tau_L \\ \tau_R - \tau_L \end{pmatrix} \quad (3.84)$$

Denklem (3.7) ve (3.8)'teki hız ifadeleri kullanılarak, denklem (3.71) alternatif bir forma dönüştürülebilir. Bu yapı, DDMR sisteminin doğrusal olmayan modeli olarak adlandırılır.

Yeni modeli oluşturmak için ilk olarak (3.71)'deki dinamik denklem tekerleklerin dönme hızları cinsinden yazılır.

$$\begin{bmatrix} I_w + \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + I) & \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - I) \\ \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - I) & I_w + \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + I) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi}_R \\ \dot{\phi}_L \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{2L} \\ -\frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{2L} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi}_R \\ \dot{\phi}_L \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tau \quad (3.85)$$

Bu hızlar matrisin içine dağıtılsa:

$$\begin{bmatrix} I_w \ddot{\phi}_R + \ddot{\phi}_R \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + I) + \ddot{\phi}_L \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - I) \\ I_w \ddot{\phi}_L + \ddot{\phi}_R \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 - I) + \ddot{\phi}_L \frac{R^2}{4L^2}(mL^2 + I) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi}_L \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{2L} \\ -\dot{\phi}_R \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{2L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_R \\ \tau_L \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

$$\begin{bmatrix} I_w \ddot{\phi}_R + \frac{mR}{2} \dot{v} + \frac{IR}{2L} \dot{w} \\ I_w \ddot{\phi}_L + \frac{mR}{2} \dot{v} - \frac{IR}{2L} \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi}_L \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{2L} \\ -\dot{\phi}_R \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{2L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_R \\ \tau_L \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

Buradan, tork eşitlikleri aşağıdaki gibi olur:

$$\tau_R = I_w \ddot{\phi}_R + \frac{mR}{2} \dot{v} + \frac{IR}{2L} \dot{w} + \dot{\phi}_L \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{2L} \quad (3.88)$$

$$\tau_L = I_w \ddot{\phi}_L + \frac{mR}{2} \dot{v} - \frac{IR}{2L} \dot{w} - \dot{\phi}_R \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{2L} \quad (3.89)$$

İki tork ifadesi toplandığında:

$$\tau_R + \tau_L = I_w (\ddot{\phi}_R + \ddot{\phi}_L) + mR \dot{v} - (\dot{\phi}_R - \dot{\phi}_L) \frac{m_c \dot{\theta} d R^2}{2L} \quad (3.90)$$

Buradaki tekerleklerin dönme hızı robot gövdesi lineer ve açısal hız cinsinden yazılırsa:

$$\frac{1}{R} (\tau_R + \tau_L) = I_w \frac{2}{R^2} \dot{v} + m \dot{v} - m_c d w \dot{\theta} \quad (3.91)$$

Yukarıdaki denklem aşağıdaki denklem (3.92) kullanılarak tekrardan yazılır:

$$\dot{\theta} = w \quad (3.92)$$

$$\frac{1}{R}(\tau_R + \tau_L) = I_w \frac{2}{R^2} \dot{v} + m\dot{v} - m_c dw^2 \quad (3.93)$$

Denklem (3.88) ve (3.89)'daki torkların farkı alınarak aşağıdaki gibi yazılır:

$$\tau_R - \tau_L = I_w(\ddot{\phi}_R - \ddot{\phi}_L) + \frac{IR}{L} \dot{w} + \frac{m_c \dot{\theta} dR}{L} v \quad (3.94)$$

$$\frac{L}{R}(\tau_R - \tau_L) = I_w \frac{L^2}{R^2} \dot{w} + I\dot{w} + m_c d\dot{\theta} v \quad (3.95)$$

Yukarıdaki denklem (3.92) kullanılarak denklem (3.95) tekrardan yazılır:

$$\frac{L}{R}(\tau_R - \tau_L) = I_w \frac{L^2}{R^2} \dot{w} + I\dot{w} + m_c dwv \quad (3.96)$$

(3.93) ve (3.97) denklemleri kullanılarak aşağıdaki eşitlik oluşturulur:

$$\begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -m_c dw \\ m_c dw & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R} & 0 \\ 0 & \frac{L}{R} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (3.97)$$

$$m = m_c + 2m_w, \quad m_0 = \left(m + \frac{2I_w}{R^2}\right) \quad (3.98)$$

$$I = I_c + m_c d^2 + 2m_w L^2 + 2I_m, \quad I_0 = \left(I + \frac{2L^2}{R^2} I_w\right)$$

Bu yapı (3.97) DDMR sisteminin doğrusal olmayan modeli olarak adlandırılır. Görüldüğü üzere robot sistemin dinamik modelindeki kısıtlama terimleri ortadan kaldırılıp çeşitli işlemlerden sonra elde edilmiştir.

Mobil robotun doğrusal olmayan model denklemi (3.97) ikinci dereceden terimler ortadan kaldırılarak elde edilen doğrusallaştırılmış dinamik modeli aşağıdaki gibi gösterilir:

$$\begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R} & 0 \\ 0 & \frac{L}{R} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (3.99)$$

Yukarıdaki doğrusal hale getirilen dinamik model yapısı ileriki bölümlerde kontrolcü yapısı oluşturulurken tekrar kullanılacaktır.

Lagrange yaklaşımında tekerleklerin kütlesi ve ataletlerinin dikkate alındığını ve robotun tek bir katı cisim olarak kabul edilmediğini unutulmaması gerekmektedir. Doğrusal olmayan model denklemi (3.97) ile denklem (3.98) kullanılarak doğrusal hız ve açısal hızlar elde edilir.



4. DİFERANSİYEL TAHRIKLİ MOBİL ROBOTUN KONTROL YÖNTEMLERİ

Literatürde holonomik olmayan TT problemi, araç dinamikleri ihmal edilerek ve sadece direksiyon sistemi dikkate alınarak basitleştirilmiştir. Bu tezde dört farklı kontrol bloğu kullanılmıştır. Bunlar kinematik kontrolcü, NN tabanlı kontrolcü, ASMC ve PID kontrolcüdür.

4.1 Kinematik Kontrolcü

Bu yaklaşımda, araç dinamiklerini ihmal eden holonomik olmayan bir DDMR için kararlı bir izleme kontrol kuralı, direksiyon (steering) sistemine dayanmaktadır. Kontrol sisteminin iki duruşu vardır. Bunlar referans duruş P_r ve mevcut duruş P_c 'dir. Bu koordinat sistemleri üç boyutlu vektörlerdir ve x , y ve θ durumlarını içerir. Referans ve mevcut durumların (konumların) farkı alınarak hata elde edilir. Denklem (3.4)'de verilen rotasyon matrisini kullanarak, robot kinematiğinde çok önemli olan yerel çerçevedeki robot konumları ile eylemsiz çerçevedeki konumlar arasındaki ilişki kurulur. Referans konum vektörü ile robotun anlık konum vektörü arasındaki fark alınarak $R(\theta)$ matrisi ile çarpıldığında eylemsiz çerçevedeki hata değeri yerel çerçevedeki değere dönüştürülür (Kanayama vd., 1990; Mevo vd., 2018; Hadi ve Younus, 2020).

$$e_p = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = T_e(q_r - q_c) \quad (4.1)$$

$$e_p = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_c \\ y_r - y_c \\ \theta_r - \theta_c \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Bu durumda kontrol problemi, sistemi asimptotik olarak kararlı hale getiren hedef hızlarını $\begin{pmatrix} v_c \\ w_c \end{pmatrix}$ hesaplayan araç için bir kontrol kuralı hesaplamak olacaktır. Kinematik tabanlı kontrol kuralı aşağıdaki gibidir:

$$\begin{pmatrix} v_c \\ w_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_r \cos \theta_e + K_x x_e \\ w_r + v_r (K_y y_e + K_\theta \sin \theta_e) \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Burada v_r ve w_r referans hızlardır. K_x , K_y ve K_θ pozitif kazanç değişkenleridir. Kazançlar sistemin düzgün çalışması için çok önemlidir. Robotun çok yavaş olmayan ancak salınımlıda olmayan, bir tepkisine ihtiyaç olduğundan, bu kontrolör için optimal parametreleri bulmak gerekmektedir. Bu aşamada, her bir referans yörüngesi için uygun kazançlar ayarlanarak bulunmalıdır. Bunun için sinir ağları kullanılmıştır. Kazançların optimizasyonunda kullanılan NN yapısı ilerleyen kısımda anlatılmıştır.

4.1.1 Kinematik kontrolcünün Lyapunov kararlılık analizi

Bu başlık altındaki Lyapunov kararlılık yöntemi, kinematik denetleyicinin kararlılığını kanıtlamak için kullanılır. Bu bölümdeki kararlılık analizine benzer bir yaklaşım Mohareri (2009) ve Mevo vd. (2018) tarafından da önerilmiştir. Denklem (4.2)'de verilen duruş izleme hatalarına ait türevler aşağıda verilmiştir:

$$\dot{e}_p = \begin{pmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\theta}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w(e_p, u_r) y_e - v(e_p, u_r) + v_r \cos(\theta_e) \\ -w(e_p, u_r) x_e + v_r \sin(\theta_e) \\ w_r - w(e_p, u_r) \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Burada, hata oranı aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\theta}_e \end{pmatrix} = v \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + w \begin{pmatrix} y_e \\ -x_e \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_r \cos(\theta_e) \\ v_r \sin(\theta_e) \\ w_r \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Yukarıdaki sistem için Lyapunov aday fonksiyonu olarak pozitif tanımlı (positive definite) skaler bir V fonksiyonu önerilmektedir:

$$V_0 = \frac{(x_e^2 + y_e^2)}{2} + \frac{(1 - \cos(\theta_e))}{K_y} \quad (4.6)$$

Aşağıdaki iki denklem dikkate alınarak:

$$\begin{aligned} V_0 \geq 0 \text{ ve } e_p = 0 &\rightarrow V_0 = 0 \\ e_p \neq 0 &\rightarrow V_0 > 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Lyapunov fonksiyonu pozitif tanımlı bir fonksiyon olduğu görülür. V_0 'ın zamana göre türevi aşağıdaki gibidir:

$$\dot{V}_0 = \dot{x}_e x_e + \dot{y}_e y_e + \frac{\dot{y}_e \sin(\theta_e)}{K_y} \quad (4.8)$$

(4.8)'deki denklem (4.4) ve (4.5) denklemler ile yer değiştirerek aşağıdaki yapı elde edilir:

$$\dot{V}_0 = -K_x x_e^2 - \frac{v_r K_\theta \sin^2(\theta_e)}{K_y} \leq 0 \quad (4.9)$$

Bu denklem ile önerilen Lyapunov fonksiyonu olan V 'nin türevi, v_r ve w_r 'nin sürekli olduğunu ve v_r , w_r , K_x , K_y , K_θ değerlerinin sınırlı olduğu koşullar altında $e_p = 0$ noktasının düzgün asimptotik olarak kararlı olduğunu gösteren negatif tanımlı (negative definite) bir fonksiyondur (Mohareri, 2009).

4.2 Uyarlanabilir Kayan Kipli Kontrolcü (ASMC)

Kayma yüzeyini tasarlamak için kinematik denetleyici ve doğrusal olmayan modelin çıkışından elde edilen iki hıza ihtiyaç vardır. Bu hızların farkları alınarak hız hatası bulunur (Liu ve Wang, 2011; Qian vd., 2016; Mevo vd., 2018; Hasan ve Hadi 2020; Baek ve Kwon 2020;).

$$e_c = \begin{pmatrix} e_v \\ e_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_c \\ w_c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Kontrolör yapısında PI tipi kayma yüzeyi şu şekilde kullanılır:

$$s(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \end{bmatrix} = e_c(t) + \beta \int e_c(t) dt \quad (4.11)$$

Buradaki β , Hurwitz koşulunu sağlayacak şekilde pozitif bir değere ($\beta > 0$) sahip olmalıdır. Eğer sistem $s(t) = 0$ ve $e_c(t = \infty) \rightarrow 0$ kayma yüzeyi üzerinde ise $\dot{s}(t) = 0$ durum yörüngesinin kayma yüzeyinde kalması için gerekli koşuldur. Bu durum için denklem (4.11)'in türevi alındığında aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned} \dot{s}_1(t) &= \dot{v}_c(t) - \dot{v}(t) + \beta e_v(t) = 0 \\ \dot{s}_2(t) &= \dot{w}_c(t) - \dot{w}(t) + \beta e_w(t) = 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Yukarıdaki denklem aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} \dot{v}(t) &= \dot{v}_c(t) + \beta e_v(t) \\ \dot{w}(t) &= \dot{w}_c(t) + \beta e_w(t) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Denklem (3.99) ile ifade edilen doğrusallaştırılmış dinamik model yapısı aşağıdaki gibi gösterilir:

$$\begin{aligned} \dot{v}(t) &= \frac{1}{m_0 R} u_1 \\ \dot{w}(t) &= \frac{L}{I_0 R} u_2 \end{aligned} \quad (4.14)$$

(4.13) denklemindeki ivme ifadeleri (4.14) denklemine yazılırsa aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned} u_1 &= \gamma(\dot{v}_c(t) + \beta e_v(t)) \\ u_2 &= \alpha(\dot{w}_c(t) + \beta e_w(t)) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Burada:

$$\begin{aligned} \gamma &= m_0 R \\ \alpha &= \frac{I_0 R}{L} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Tüm parametrelerin bilindiği varsayılarak, yukarıdaki eşdeğer kontrol yasası olan u_{eq} durumunu kayma yüzeyinde tutabilir. Gerçek uygulamalarda ise robot parametreleri bilinemediğinden ve bozulmalara maruz kaldığından dolayı robot modeli doğrusal değildir. Kayma durumunu korumak, bilinmeyen parametreler ve bozulmalar sorununu çözmek ve kinematik modelde bulunan hata miktarını azaltmak için uyarlanabilir bir yasa önerilmiştir. Bu sebeple, yeni dinamik denklem aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= \frac{1}{\gamma} u_1(t) + \Delta_1 \\ \dot{w}(t) &= \frac{1}{\alpha} u_2(t) + \Delta_2\end{aligned}\tag{4.17}$$

Δ_1 ve Δ_2 terimleri sisteme bozucu etki eden elemanlardır. Bu gürültüler sınırlıdır ve bu çalışmada aşağıdaki şekilde varsayılmıştır:

$$|\Delta| \leq D\tag{4.18}$$

Gürültüyü sınırlayan D aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$|\eta| > D\tag{4.19}$$

Yeni uyarlanabilir yasa ile üç kontrol sinyali (u_{eq} , u_w , u_d) şu şekilde tanımlanmıştır:

(4.15) denklemiyle ifade edilen u_{eq} , tahmini parametreler $\hat{\gamma}$ ve $\hat{\alpha}$ ile aşağıdaki formda bir parametre uyarlama yasası aracılığıyla güncellenir:

$$u_{eq}(t) = \begin{cases} u_{eq1}(t) = \hat{\gamma}[\dot{v}_c(t) + \beta e_v(t)] \\ u_{eq2}(t) = \hat{\alpha}[\dot{w}_c(t) + \beta e_w(t)] \end{cases}\tag{4.20}$$

Aşağıdaki formdaki K kazancı ile sistemi anahtarlama sinyaline daha hızlı yaklaştırmaya zorlar ($K_1, K_2 > 0$).

$$u_w(t) = \begin{cases} u_{w1}(t) = K_1 s_1 \\ u_{w2}(t) = K_2 s_2 \end{cases} \quad (4.21)$$

ASMC kanunundaki işaret (*sign*) fonksiyonunun süreksiz olması ve η değerinin büyük olması kontrol girişlerinde keskin geçişlere neden olabilmekte, dolayısıyla sistemin arızalanmasına neden olabilmektedir. Keskin geçişleri önlemek için *sign* fonksiyonu, sürekli olan *tanh* (Hiperbolik tanjant) fonksiyonu ile değiştirilmiştir. Başka bir ifadeyle, *tanh* fonksiyonu, *sign* fonksiyonunun bir tahmincisi olarak kullanılır. *tanh* fonksiyonunun dikliği (steepness), işaret fonksiyonuna nasıl yaklaşılabileceğini belirler ($\varepsilon > 0$) (Liu, 2017).

$$u_d(t) = \begin{cases} u_{d1}(t) = \eta_1 \tanh(s_1/\varepsilon) \\ u_{d2}(t) = \eta_2 \tanh(s_2/\varepsilon) \end{cases} \quad (4.22)$$

Burada, u_{eq} uyarlanabilir kompanzasyon ögesi (adaptive compensation item), u_w geribesleme ögesi (feedback item) ve u_d gürbüzlük ögesi (robustness item) olarak isimlendirilir. Bu sinyallerin birleşimi ile $u_1(t)$ ve $u_2(t)$ sinyalleri oluşur:

$$u(t) = \begin{cases} u_1(t) = u_{eq1}(t) + u_{w1}(t) + u_{d1}(t) \\ u_2(t) = u_{eq2}(t) + u_{w2}(t) + u_{d2}(t) \end{cases} \quad (4.23)$$

Tahmini parametreler $\hat{\gamma}$ ve $\hat{\alpha}$ aşağıdaki şekle sahip bir parametre uyarlama yasası aracılığıyla elde edilir (Ayyıldız ve Tilki, 2021a, b):

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\gamma}} &= Proj_{\hat{\gamma}}[-as_1(\dot{v}_c + \beta e_v)] \\ \dot{\hat{\alpha}} &= Proj_{\hat{\alpha}}[-bs_2(\dot{w}_c + \beta e_w)] \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$Proj_{\hat{\gamma}}(\cdot) = \begin{cases} 0, & \text{Eğer } \hat{\gamma} = \gamma_{max} \text{ ve } \cdot > 0 \\ 0, & \text{Eğer } \hat{\gamma} = \gamma_{min} \text{ ve } \cdot < 0 \\ \cdot, & \text{aksi takdirde} \end{cases} \quad (4.25)$$

$$Proj_{\hat{\alpha}}(\cdot) = \begin{cases} 0, & \text{Eğer } \hat{\alpha} = \alpha_{max} \text{ ve } \cdot > 0 \\ 0, & \text{Eğer } \hat{\alpha} = \alpha_{min} \text{ ve } \cdot < 0 \\ \cdot, & \text{aksi takdirde} \end{cases} \quad (4.26)$$

Maksimum veya minimum değerler aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned}\gamma_{max,min} &= m_0 R \\ \alpha_{max,min} &= I_0 R / L\end{aligned}\tag{4.27}$$

Denklem (4.23)'ü kullanarak kontrol yasası şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$u(t) = \begin{cases} u_1(t) = \hat{\gamma}[\dot{v}_c(t) + \beta e_v(t)] + K_1 s_1 + \eta_1 \tanh(s_1/\varepsilon) \\ u_2(t) = \hat{\alpha}[\dot{w}_c(t) + \beta e_w(t)] + K_2 s_2 + \eta_2 \tanh(s_2/\varepsilon) \end{cases}\tag{4.28}$$

4.2.1 ASMC yapısının Lyapunov kararlılık analizi

Lyapunov kararlılık yöntemini kullanarak, Xu ve Yao (2007), Sastry ve Bodson (2011) ve Liu (2017)'da önerildiği gibi uyarlanabilir yasa dikkate alınır. Fiziksel sistemlerle ilgili makul ön bilgilerden yararlanarak, izleme kontrol problemini çözmek için süreksiz bir izdüşüm tabanlı uyarlanabilir gürbüz kontrol tasarımı oluşturulur. Mobil robotun bozulma ve arıza değerleri dikkate alınarak, denklem (4.28)'de uyarlanabilir bir yasa önerilmiştir. Bu yasa, tahmin parametrelerini kullanır ve sistem, doğrusal olmayan mobil robot modeli üzerine kurulur. Bu bölüm Liu (2017), Yazdjerdi ve Meskin (2018), Mevo vd. (2018) ve Ranjbar vd. (2020)'da önerilmiştir. Lyapunov fonksiyonu şu şekilde seçilir:

$$\begin{aligned}L_1 &= \frac{1}{2} \gamma s_1^2 + \frac{1}{2a} \tilde{\gamma}^2 \\ L_2 &= \frac{1}{2} \alpha s_2^2 + \frac{1}{2b} \tilde{\alpha}^2\end{aligned}\tag{4.29}$$

$$\text{Burada } \begin{cases} \tilde{\gamma} = \hat{\gamma} - \gamma \ (a > 0, \ a = -\tilde{\gamma}) \\ \tilde{\alpha} = \hat{\alpha} - \alpha \ (b > 0, \ b = -\tilde{\alpha}) \end{cases}$$

Denklem (4.29)'un türevi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}\dot{L}_1 &= \gamma \dot{s}_1 s_1 + \frac{1}{a} \tilde{\gamma} \dot{\gamma} \\ \dot{L}_2 &= \alpha \dot{s}_2 s_2 + \frac{1}{b} \tilde{\alpha} \dot{\alpha}\end{aligned}\tag{4.30}$$

Denklem (4.12) ve (4.17) kullanılarak kayma yüzeyinin türevi aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}\dot{s}_1(t) &= \dot{v}_c(t) - \left(\frac{1}{\gamma}u_1(t) + \Delta_1\right) + \beta e_v(t) = 0 \\ \dot{s}_2(t) &= \dot{w}_c(t) - \left(\frac{1}{\alpha}u_2(t) + \Delta_2\right) + \beta e_w(t) = 0\end{aligned}\quad (4.31)$$

(4.31)'deki denklem (4.30)'da yerine şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}\dot{L}_1 &= \gamma s_1 \left[\left(\dot{v}_c(t) + \beta e_v(t) \right) - \left(\frac{1}{\gamma}u_1(t) + \Delta_1 \right) \right] + \frac{1}{a} \tilde{\gamma} \dot{\hat{\gamma}} \\ \dot{L}_2 &= \alpha s_2 \left[\left(\dot{w}_c(t) + \beta e_w(t) \right) - \left(\frac{1}{\alpha}u_2(t) + \Delta_2 \right) \right] + \frac{1}{b} \tilde{\alpha} \dot{\hat{\alpha}}\end{aligned}\quad (4.32)$$

(4.28)'deki denklem (4.32) yerine şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= -s_1 \tilde{\gamma} (\dot{v}_c(t) + \beta e_v(t)) - K_1 s_1^2 - \eta_1 s_1 \tanh\left(\frac{s_1}{\varepsilon}\right) - \Delta_1 s_1 + \frac{1}{a} \tilde{\gamma} \dot{\hat{\gamma}} \\ \dot{V}_2 &= -s_2 \tilde{\alpha} (\dot{w}_c(t) + \beta e_w(t)) - K_2 s_2^2 - \eta_2 s_2 \tanh\left(\frac{s_2}{\varepsilon}\right) - \Delta_2 s_2 + \frac{1}{b} \tilde{\alpha} \dot{\hat{\alpha}}\end{aligned}\quad (4.33)$$

Verilen her skaler $s \in R$ ve pozitif skaler ε için, eşitsizlik şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}-\eta_1 s_1 \tanh\left(\frac{s_1}{\varepsilon}\right) &\leq -\eta_1 |s_1| + \eta_1 \mu \varepsilon \\ -\eta_2 s_2 \tanh\left(\frac{s_2}{\varepsilon}\right) &\leq -\eta_2 |s_2| + \eta_2 \mu \varepsilon\end{aligned}\quad (4.34)$$

Burada μ nominal kontrol girişidir.

Sisteme uygun uyarlanabilir yasa Liu (2017) ve Mevo vd. (2018)'da önerilmiştir:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\gamma}} &= -a s_1 (\dot{v}_c + \beta e_v) \\ \dot{\hat{\alpha}} &= -b s_2 (\dot{w}_c + \beta e_w)\end{aligned}\quad (4.35)$$

Buradan,

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= -K_1 s_1^2 - \eta_1 |s_1| + \eta_1 \mu \varepsilon + \Delta_1 s_1 \leq -K_1 s_1^2 + \eta_1 \mu \varepsilon \leq 0 \\ \dot{V}_2 &= -K_2 s_2^2 - \eta_2 |s_2| + \eta_2 \mu \varepsilon + \Delta_2 s_2 \leq -K_2 s_2^2 + \eta_2 \mu \varepsilon \leq 0\end{aligned}\quad (4.36)$$

$|\Delta| \leq D$ için asimptotik kararlılık doğrulanır. Yukarıdaki Lyapunov kararlılık analizi, önerilen denetleyicinin kararlılığını kanıtlamak için kullanılır.

Lyapunov yaklaşımı dışında hata modellemesinin sistem üzerindeki etkilerinin daha iyi görülmesi adına aşağıdaki denklemler elde edilir.

Kinematik kontrolcünden elde edilen anlık hız denklemi (4.3)'den elde edilen ivme denklemleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned}\dot{v}_c &= -\dot{v}_r \sin \theta_e + K_x \dot{x}_e \\ \dot{w}_c &= \dot{w}_r + \dot{v}_r K_y y_e + v_r K_y \dot{y}_e + \dot{v}_r K_\theta \sin \theta_e + v_r K_\theta \cos \theta_e\end{aligned}\quad (4.37)$$

Denklem (4.4) ve (4.5) kullanılarak hız hatası denklemleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned}\dot{x}_e &= -\frac{\dot{x}}{\Delta v \cos^2 \theta} + \frac{\dot{\theta}}{\Delta w} y_e + v_r \cos \frac{\dot{\theta}}{\Delta w} \\ \dot{y}_e &= -x_e \frac{\dot{\theta}}{\Delta w} + v_r \sin \frac{\dot{\theta}}{\Delta w} \\ \dot{\theta}_e &= -\frac{\dot{\theta}}{\Delta w} + w_r\end{aligned}\quad (4.38)$$

Burada, kinematik modelde eklenen hata terimlerinin dinamik denkleme etki etmesi açıkça görülmektedir.

4.3 PID Kontrolcü

Bu bölümde iki denetleyiciyi karşılaştırmak için literatürde yaygın olarak kullanılan geleneksel bir PID denetleyici sisteme eklenmiştir. Orantısal terim (P) anlık hatalarının hesaplanmasında kullanılır, integral terimi (I) önceki hataların miktarı hakkında bilgi verir ve türev terimi (D) anlık büyüklük dalgalanma oranına dayalı olarak gelecekteki hataların bir tahminini sağlar (Barsan, 2019; Cömert ve Kasnakoğlu, 2017).

PID denetleyicisini tasarlamak için kinematik denetleyici ve doğrusal olmayan modelin çıkışından elde edilen iki hıza ihtiyaç vardır. Bu hızların farkları alınarak hız hatası bulunur.

$$e_c = \begin{pmatrix} e_v \\ e_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_c \\ w_c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

Sistemde iki adet PID kontrolör kullanılmaktadır. Birincisi, doğrusal hız hatalarını kullanarak bir kontrol sinyali üretir. İkincisi, açısal hız hatalarını kullanarak bir kontrol sinyali üretir. Bu iki PID kontrolör için aşağıdaki fonksiyon kullanılır.

$$u(t) = \begin{cases} u_1(t) = K_p e_v(t) + K_i \int_0^t e_v(t) dt + K_d \frac{d}{dt} e_v(t) \\ u_2(t) = K_p e_w(t) + K_i \int_0^t e_w(t) dt + K_d \frac{d}{dt} e_w(t) \end{cases} \quad (4.40)$$

4.4 Yapay Sinir Ağı Tabanlı Uyarlanabilir Geriadım Denetleyicisi

Kinematik kontrolcüde kullanılan kazançlar K_x , K_y ve K_θ sistemin istenilen şekilde çalışması için çok önemlidir. Bu kazanç değerlerinin optimizasyonu bu başlık altında verilmektedir. Optimizasyon problemi için NN tabanlı kontrolcü kullanılmıştır.

Sabit kazançlı denetleyicinin dezavantajı, her referans yörüngesi için farklı bir kazanç değerine ihtiyaç duyması ve düzgün bir yörünge izleme ile minimum yörünge hatası vermeyecek olmasıdır. Önerilen kontrol algoritması, geriadım atan kontrolöre değerler ve referans yörüngeye göre değişen uyarlanabilir kazançlar sağlar (Mohareri, 2009).

Kontrol yapısı, aşağıdaki maliyet (cost) fonksiyonunu en aza indirmek için kinematik tabanlı kontrolör kazanımlarını uyarlar:

$$J = \frac{1}{2} \sum g_x x_e^2 + g_y y_e^2 + g_\theta \theta_e^2 \quad (4.41)$$

K_x , K_y ve K_θ kazançları, yukarıdaki maliyet fonksiyonunun bir parçası olarak kabul edilir ve gradyan iniş yöntemine (gradient descent method) göre optimize edilir ve güncellenir. Gradyan iniş yöntemi, türevlenebilir bir fonksiyonun yerel minimumunu bulmak için birinci dereceden yinelemeli bir optimizasyon algoritmasıdır. Kinematik kontrolör kazançları α vektörü ile temsil edilir:

$$\alpha = [K_x \ K_y \ K_\theta] \quad (4.42)$$

Maliyet fonksiyonunun α 'ya göre kısmi türevi:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha} = g_x x_e \frac{\partial x_e}{\partial \alpha} + g_y y_e \frac{\partial y_e}{\partial \alpha} + g_\theta \theta_e \frac{\partial \theta_e}{\partial \alpha} = e_p^T g \frac{\partial e_p}{\partial \alpha} \quad (4.43)$$

Buradaki g değerinin matris formu aşağıdaki gibi gösterilir:

$$g = \begin{bmatrix} g_x & 0 & 0 \\ 0 & g_y & 0 \\ 0 & 0 & g_\theta \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Yukarıdaki denklem (4.43)'de e_p ile (4.1) denklemi ile yer değiştirilirse:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha} = g e_p^T \frac{\partial (T_e(q_r - q_c))}{\partial \alpha} = -e_p^T \times g \times T_e \times \frac{\partial q_c}{\partial \alpha} \quad (4.45)$$

q_r vektörü sabit değerlerden oluşan referans konum vektörü olduğu için türevi sıfır olmuştur.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} \quad (4.46)$$

Yukarıdaki denklem (4.46)'daki zincir kuralından hatırlanacağı üzere aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$\frac{\partial q_c}{\partial \alpha} = \frac{\partial q_c}{\partial v_c} \times \frac{\partial v_c}{\partial \alpha} \quad (4.47)$$

Yukarıdaki denklem (4.47)'de eşitliğin sağ tarafındaki ilk türev ifadesi $\frac{\partial q_c}{\partial v_c}$, sistem hız girdileri ile aşağıdaki gibi Jacobian matrisi olarak tanımlanabilir:

$$\frac{\partial q_c}{\partial v_c} = Jac_v = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial v_c} & \frac{\partial y}{\partial v_c} \\ \frac{\partial x}{\partial w_c} & \frac{\partial y}{\partial w_c} \\ \frac{\partial \theta}{\partial v_c} & \frac{\partial \theta}{\partial w_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Jac_{v11} & Jac_{v12} \\ Jac_{v21} & Jac_{v22} \\ Jac_{v31} & Jac_{v32} \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

Yukarıdaki denklem (4.47)'de eşitliğin sol tarafındaki ilk türev ifadesi $\frac{\partial v_c}{\partial \alpha}$, aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\frac{\partial v_c}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_c}{\partial K_x} & \frac{\partial v_c}{\partial K_y} & \frac{\partial v_c}{\partial K_\theta} \\ \frac{\partial w_c}{\partial K_x} & \frac{\partial w_c}{\partial K_y} & \frac{\partial w_c}{\partial K_\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_x & 0 & 0 \\ 0 & v_r e_y & v_r \sin \theta \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

Denklem (4.47)'deki istenen türev ifadesi aşağıdaki gibi yazılır:

$$\frac{\partial q_c}{\partial \alpha} = \begin{bmatrix} Jac_{v11} & Jac_{v12} \\ Jac_{v21} & Jac_{v22} \\ Jac_{v31} & Jac_{v32} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e_x & 0 & 0 \\ 0 & v_r e_y & v_r \sin \theta \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Maliyet fonksiyonunun kontrolör kazançlarına göre türevi $\frac{\partial J}{\partial \alpha}$ aşağıdaki gibi tekrardan yazılır:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha} = \left[\frac{\partial J}{\partial K_x} \quad \frac{\partial J}{\partial K_y} \quad \frac{\partial J}{\partial K_\theta} \right] = -e_p^T \times g \times T_e \times Jac_v \times \frac{\partial v_c}{\partial \alpha} \quad (4.51)$$

Maliyet fonksiyonunun kontrolör kazançlarına göre türevinin matris formunda gösterimi aşağıdaki gibi yazılır:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha} = \left[\frac{\partial J}{\partial K_x} \quad \frac{\partial J}{\partial K_y} \quad \frac{\partial J}{\partial K_\theta} \right] = -[x_e \quad y_e \quad \theta_e] \times \begin{bmatrix} g_x & 0 & 0 \\ 0 & g_y & 0 \\ 0 & 0 & g_\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Jac_{v11} & Jac_{v12} \\ Jac_{v21} & Jac_{v22} \\ Jac_{v31} & Jac_{v32} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e_x & 0 & 0 \\ 0 & v_r e_y & v_r \sin\theta \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Yukarıdaki denklemler ile, kinematik kontrolör kazançları, gradyan iniş yöntemine göre maliyet fonksiyonunu sıfır yapmak için aşağıdaki gibi değişecek ve uyum sağlayacaktır:

$$\begin{aligned} K_{x(t)} &= K_{x(t-1)} + \Delta K_x \\ K_{y(t)} &= K_{y(t-1)} + \Delta K_y \\ K_{\theta(t)} &= K_{\theta(t-1)} + \Delta K_\theta \end{aligned} \quad (4.53)$$

Yukarıdaki denklem (4.53)'deki $K_{x(t-1)}$, $K_{y(t-1)}$ ve $K_{\theta(t-1)}$ değerleri sistem döngüsünde bir önceki kazanç değerlerini simgeler. Kazançlardaki değişim aşağıdaki denklemlere göre hesaplanır:

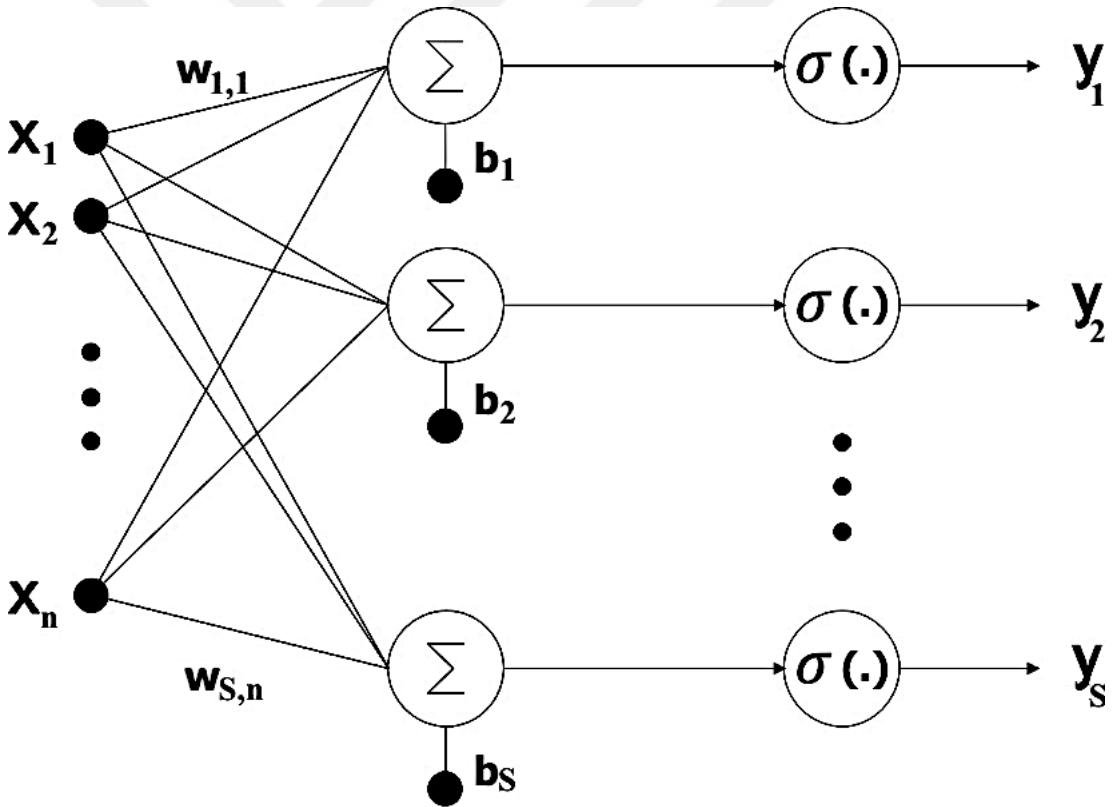
$$\begin{aligned} \Delta K_x &= -\zeta_{K_x} \frac{\partial J}{\partial K_x} \\ \Delta K_y &= -\zeta_{K_y} \frac{\partial J}{\partial K_y} \\ \Delta K_\theta &= -\zeta_{K_\theta} \frac{\partial J}{\partial K_\theta} \end{aligned} \quad (4.54)$$

4.4.1 Sinir ağı modeli kullanılarak Jacobian matrisinin hesaplanması

NN, özellikle sinir sistemi ve onun temel birimi olan nöron (neuron) da dahil olmak üzere, bilgi işleme yapılması için biyolojik süreç üzerinde modellenmiştir (Mohareri, 2009). NN modeli oluşturulurken geriye yayılım (back propagation) yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemi özetlemek gerekirse; başlangıçta seçilen ağırlık (weight) değerleri doğru olmalı veya modele en uygun ağırlık değerleri olmalıdır. Ancak her zaman en uygun model seçilemeyebilir. Bu yüzden model çıktısı gerçek çıktıdan farklı olabilir. Farklı olan model çıktısı hata değerini

arttırır. Bu sebeple ağırlıkların değiştirilmesi gerekir. Ağırlıkların değişimi modeli eğiterek olur. Eğitmenin yollarından birisi ise geriye yayılım algoritması kullanmaktır. Geriye yayılım kullanmak için hata değerlerine sahip olmak gerekir. Bu sebeple ilk olarak ileri yayılım (forward propagation) yöntemi kullanılır. İleri yayılım algoritması kullanılarak elde edilen veriler, NN modelinin oluşturduğu tahmin verileridir. Tahmin verileri olduğundan bu verilere kesin doğrudur denilemez bu yüzden tahmin değeriyle gerçek değer arasında bir fark olacaktır. İkisinin farkı sonucunda hesaplanan hata değeri, NN modeli üzerinde çıktı katmanından girdi katmanına doğru ilerleyerek çeşitli türev işlemleri ile “geriye doğru yayılmış” olur.

Bir nöronun basit matematiksel modeli Şekil 4.1'te gösterilmektedir:



Şekil 4.1. Nöronun basit matematiksel modeli

Girdi ağırlıkları w , bias b , ağırlıklı girdilerin toplamı ve doğrusal olmayan aktivasyon fonksiyonu σ yukarıdaki şekilde gösterilmektedir. Hücre girişleri $x_1(k), x_2(k), x_3(k), \dots, x_n(k)$ olan n adet sinyal ile o sinyallerin ağırlıkları ile

çarpımı toplam sembolüne girer ve bias değeri ile toplanır. Yapılan işlemler sigmoid fonksiyonunda bilinmeyen değerin yerine yazılır ve çıkışa $y(k)$ denirse, nöronun matematiksel denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$y_l(k) = \sigma(\sum_{j=1}^n w_{lj}x_j(k) + b_l) \quad (4.55)$$

Yukarıdaki denklemde σ ile temsil edilen aktivasyon fonksiyonu sigmoid (lojistik eğri) seçilmiştir:

$$\sigma(p) = \frac{1}{1+e^{-p}} \quad (4.56)$$

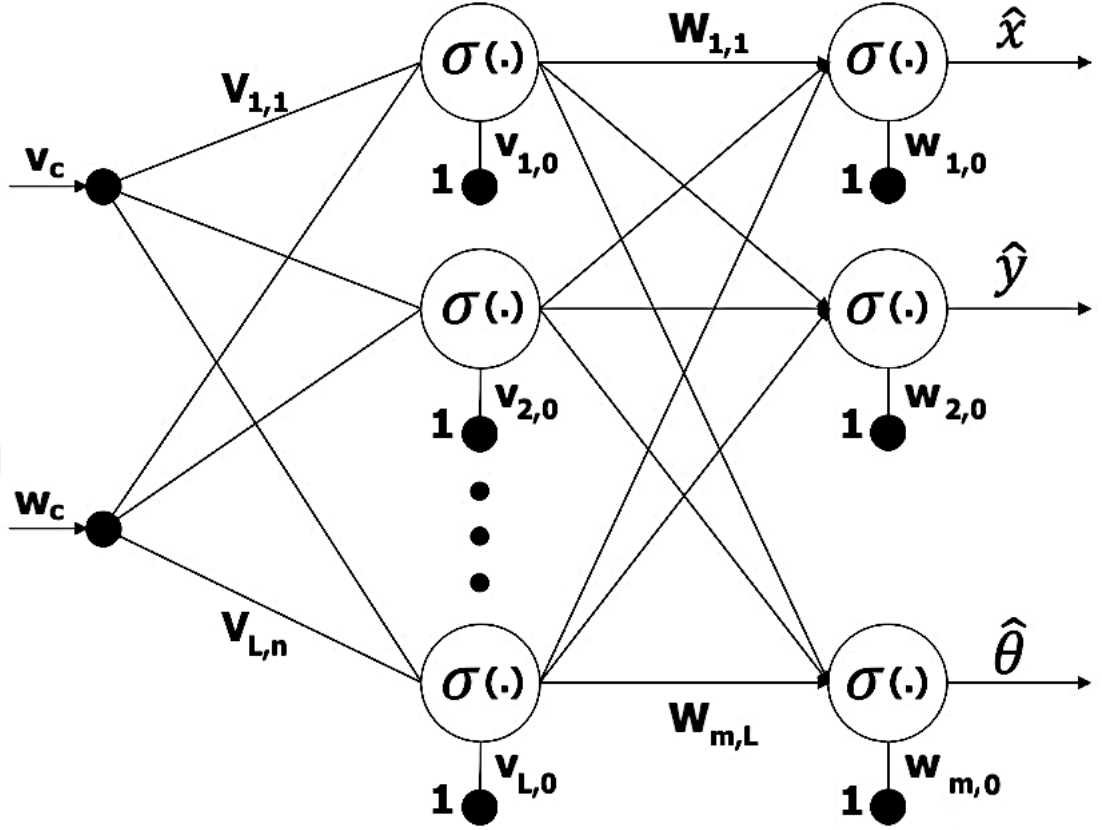
Geri yayılım algoritması, aktivasyon fonksiyonunun türevine ihtiyaç duyar. Bu nedenle seçilen aktivasyon fonksiyonu türevlenebilir olmalıdır. Daha sonra ihtiyaç duyulacak olan sigmoid fonksiyonunun ρ 'ye göre türevi:

$$\frac{d}{d\rho} \sigma(\rho) = \frac{1}{(1+e^{-\rho})^2} = \sigma(\rho)(1 - \sigma(\rho)) \quad (4.57)$$

Yukarıdaki (4.57) denklemde ρ ifadesi istenen katmana kadar olan ağırlık ve nöron değerlerinin çarpımlarının gösterimidir. Ağırlıklar ve bias değerleri matrisi ve ağırlık girdi ve çıktı vektörleri aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \\ W^T &= \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{L1} & w_{L2} & \dots & w_{Ln} \end{bmatrix} \\ b_w &= \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_L \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.58)$$

İki nöron katmanına sahip iki katmanlı bir NN modelinin birinci katmanı L adet nöronu, ikinci katmanı m adedini besler. Şekil 4.2'de gösterilmiştir:



Şekil 4.2. İki nöron katmanına sahip iki katmanlı sinir ağı modeli

Şekil 4.2'de gösterilen sinir ağlarının farklı parametrelerini tanımlamak için aşağıdaki terminoloji kullanılır:

v_c, w_c : Girdi katmanı (kinematik kontrolcü çıkışındaki hız değerleri)

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta}$: Çıktı katmanı

N_i : Sinir ağına gelen giriş (input) sayısı

N_o : Sinir ağındaki çıkış (output) sayısı

N_h : Gizli katmandaki (hidden layer) nöronların sayısı

ζ : Öğrenme oranı (learning rate)

δ : Momentum oranı (momentum rate)

σ : Aktivasyon fonksiyonu

W_{hi} : Girdi katmanından gizli katmana kadar olan kısmın ağırlıkları (weights)

W_{oh} : Çıkış katmanından gizli katmana kadar olan kısmın ağırlıkları (weights)

Yukarıdaki NN modeline göre ağırlık giriş ve çıkışlarına ilişkin denklem şu şekildedir:

$$y_i = \sigma\left(\sum_{l=1}^L W_{oh_{il}} \sigma\left(\sum_{j=1}^n W_{hi_{lj}} x_j + v_{l0}\right) + w_{i0}\right) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.59)$$

Sistem iki nöron katmanına sahip olduğundan dolayı yukarıdaki denklem (4.59)'u aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$\begin{aligned} z_l &= \sigma\left(\sum_{j=1}^n W_{hi_{lj}} x_j + v_{l0}\right) \quad l = 1, 2, \dots, L \\ y_i &= \sigma\left(\sum_{l=1}^L W_{oh_{il}} z_l + w_{i0}\right) \end{aligned} \quad (4.60)$$

Yukarıda y_i , girdi katmanı x_j bileşenleri ile NN modeli için ileri yayılma denklemi kullanılarak hesaplanır. z_l ile ifade edilen kısım ağırlık girdi katmanından gizli katmana kadar olan çıktısını ifade eder. Gizli katman ile çıktı katman arası olan kısmın ağırlık değeri ile çarpılması durumunda y_i elde edilir. Sonuç olarak sinir ağının çıktısı y_i olur.

Gizli katmandaki bias değeri x_0 ile gösterilsin. Çıktı katmanındaki bias değeri ise x_1 ile gösterilsin. Bu iki bias değeri her zaman 1'e eşittir. Bias toplam sembolünün içine dahil edilirse daha kolay işlem yapılır. Dolayısıyla NN çıktıları aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\begin{aligned} u_l^1 &= \sum_{j=0}^n W_{hi_{lj}} x_j \\ u_i^2 &= \sum_{l=0}^L W_{oh_{il}} z_l \end{aligned} \quad (4.61)$$

Yukarıdaki denklem (4.60)'daki terimler kullanılarak y_i ve z_l aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} z_l &= \sigma u_l^1 \\ y_i &= \sigma u_i^2 \end{aligned} \quad (4.62)$$

Geri yayılım algoritması, gradyan iniş yöntemine dayalı bir ağırlık ayarlama algoritmasıdır:

$$\begin{aligned} W_{il}(k+1) &= W_{il}(k) - \zeta \frac{\partial E(k)}{\partial W_{il}} \\ V_{lj}(k+1) &= V_{lj}(k) - \zeta \frac{\partial E(k)}{\partial V_{lj}} \end{aligned} \quad (4.63)$$

Yukarıdaki denklem (4.63)'deki terimleri sistem oluşturarak geri yayılım algoritması tamamlanır.

Yapay sinir ağına örnek olarak bir çıktı verilir ve bu çıktıyla ağın ürettiği çıktının (y_i) farkı hata olarak alınır. Verilen ağırlıklar ağ tarafından hata minimize edilene kadar döngüler halinde değiştirilir.

$$e_i(k) = Y_i(k) - y_i(k) \quad (4.64)$$

Yukarıdaki (4.64) denklemde $Y_i(k)$ örnek olarak verilen çıktıdır. Kurulan sistemde bu çıktı, kinematik model yapısında elde edilen x , y , θ konum vektörüdür.

Bulunan hata fonksiyonu ile maliyet (cost) fonksiyonu aşağıdaki gibi bulunur:

$$E(k) = \frac{1}{2} e_i(k)^2 \quad (4.65)$$

Ağırlıklara göre maliyet fonksiyonu $E(k)$ 'nin gerekli gradyanları zincir kuralı kullanılarak kolaylıkla belirlenebilir.

Zincir kuralı kullanılarak çıktı katman kazanımları aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\frac{\partial E}{\partial W_{il}} = \frac{\partial E}{\partial u_i^2} \times \frac{\partial u_i^2}{\partial W_{il}} = \left[\frac{\partial E}{\partial e_i} \times \frac{\partial e_i}{\partial y_i} \times \frac{\partial y_i}{\partial u_i^2} \right] \times \frac{\partial u_i^2}{\partial W_{il}} \quad (4.66)$$

$$\frac{\partial E}{\partial W_{il}} = [e_i \times (-1) \times \sigma(u_i^2)] \times z_l = -z_l \sigma(u_i^2) e_i \quad (4.67)$$

Zincir kuralı kullanılarak gizli katman kazanımları aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\frac{\partial E}{\partial v_{lj}} = \frac{\partial E}{\partial u_l^1} \times \frac{\partial u_l^1}{\partial v_{lj}} = \left[\sum_{i=1}^m \frac{\partial E}{\partial u_i^2} \times \frac{\partial u_i^2}{\partial z_l} \times \frac{\partial z_l}{\partial u_l^1} \right] \times \frac{\partial u_l^1}{\partial v_{lj}} \quad (4.68)$$

$$\frac{\partial E}{\partial v_{lj}} = \left[\sum_{i=1}^m (-\sigma(u_i^2) e_i) \times W_{il} \times \sigma(u_l^1) \right] \times x_j = -x_j \sigma(u_l^1) \sum_{i=1}^m (\sigma(u_i^2) e_i) \times W_{il} \quad (4.69)$$

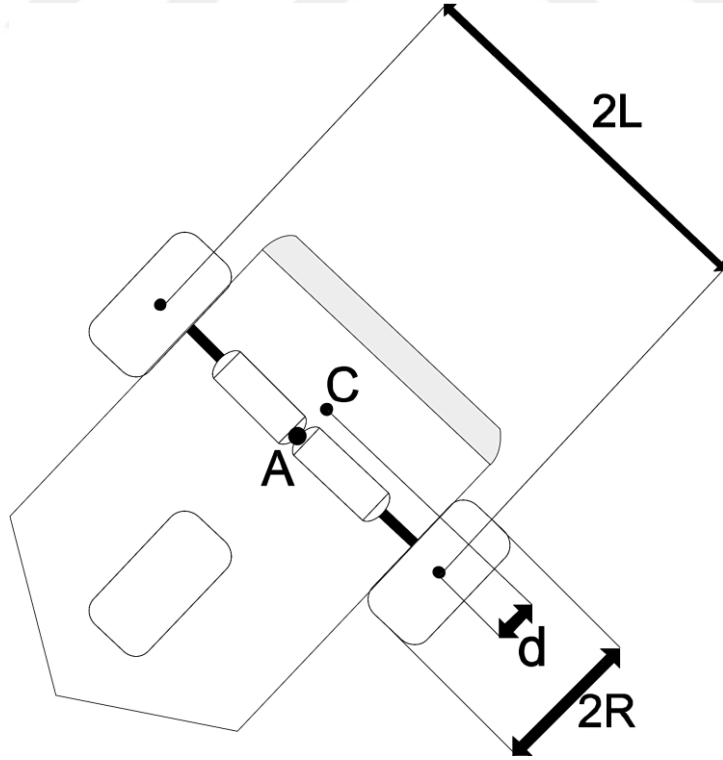
(4.67) ve (4.69) denklemleri kullanılarak geribesleme algoritması olan denklem (4.63) oluşturulur. Eşitliğin sağındaki ilk terim olan ağırlık değerleri zaman döngüsü içindeki ağırlık değerlerinin bir önceki değerini gösterir. Anlık ağırlık değerini geribesleme denkleminin sonucu bulunarak elde edilir.

NN çıktısında alınan $\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta}$ değerleri ile kinematik kontrolcü çıkışından alınan v_c, w_c değerleri ile Jacobian matrisi aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$Jac_v = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial v_c} & \frac{\partial x}{\partial w_c} \\ \frac{\partial y}{\partial v_c} & \frac{\partial y}{\partial w_c} \\ \frac{\partial \theta}{\partial v_c} & \frac{\partial \theta}{\partial w_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\hat{x}(t) - \hat{x}(t-1)}{v_c(t) - v_c(t-1)} & \frac{\hat{x}(t) - \hat{x}(t-1)}{w_c(t) - w_c(t-1)} \\ \frac{\hat{y}(t) - \hat{y}(t-1)}{v_c(t) - v_c(t-1)} & \frac{\hat{y}(t) - \hat{y}(t-1)}{w_c(t) - w_c(t-1)} \\ \frac{\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-1)}{v_c(t) - v_c(t-1)} & \frac{\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-1)}{w_c(t) - w_c(t-1)} \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

5. BENZETİM SONUÇLARI

Bu tez çalışmasında, Lagrange dinamik yaklaşımı kullanılarak modellenen iki tahrik tekerleğine sahip mobil robotun yörünge izleme kontrolü için iki farklı sistemde kontrolör yaklaşımı tasarlanmıştır. Önerilen kontrolörün geçerliliğini doğrulamak için MATLAB/Simulink ortamında sayısal simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. Sistem hem Simulink ortamında blok diyagramları hem de MATLAB fonksiyonu şeklinde simülasyon için hazırlanmıştır. Bu noktada önerilen yöntem literatürde yer alan bazı çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Sonuçlar verilirken sırasıyla bütün kontrolcülerin aynı mobil robotta ve aynı istenilen yörüngede nasıl tepkiler verdiği gösterilmektedir. Simülasyonlarda kullanılan parametre değeri ve blok diyagramları bu bölümde verilmiştir. Sistemin algoritma yapısı bir önceki konu başlığı altında anlatılan mobil robot modellemesi kullanılarak hazırlanmıştır. Parametre değerleri kullanıldığı blok diyagramı anlatılırken çizelge şeklinde gösterilmiştir. Mobil robotun fiziksel yapısı gösterimi aşağıdaki Şekil 5.1'deki gibi gösterilir:



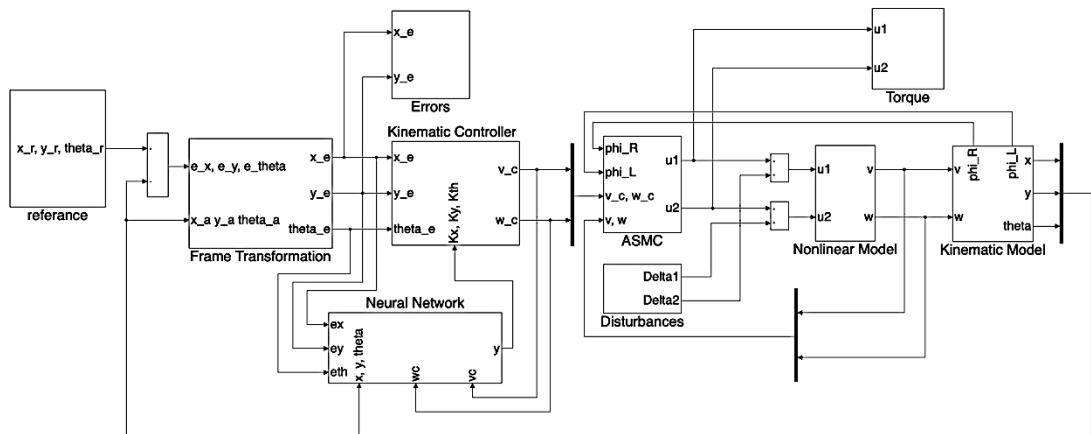
Şekil 5.1. Mobil robotun fiziksel yapısı

Mobil robotun fiziksel yapısının parametreleri (Mevo vd., 2018) Çizelge 5.1’de gösterilmektedir.

Çizelge 5.1. Mobil Robotun Fiziksel Yapısının Parametreleri

m_w	Mobil robotun tekerlek ağırlığı	0.5 kg
m_c	Mobil robot gövdesinin ağırlığı	17 kg
R	Mobil robotun tekerlek yarıçapı	0.095 m
L	Tekerlek ile A noktası arasındaki mesafe	0.24 m
d	A ile C noktası arasındaki mesafe	0.05 m
I_c	Mobil robotun kütle merkezinden geçen dikey eksen etrafındaki atalet momenti	0.537 kgm²
I_m	Motora sahip her bir tahrik tekerleğinin tekerlek eksen etrafındaki atalet momenti	0.0011 kgm²
I_w	Tekerlek çapı civarında motora sahip her bir tahrik tekerleğinin atalet momentidir.	0.0023 kgm²

Simulink ortamında oluşturulan ASMC’ye sahip sistem modeli Şekil 5.2’de görülmektedir.



Şekil 5.2. ASMC sistemine sahip mobil robotun blok diyagramı

Şekil 5.3. PID sistemine sahip mobil robotun blok diyagramı

Mobil robota ait referans konum parametreleri Çizelge 5.2’de gösterilmiştir.

Çizelge 5.2. Mobil Robotun Referans Konum Parametreleri

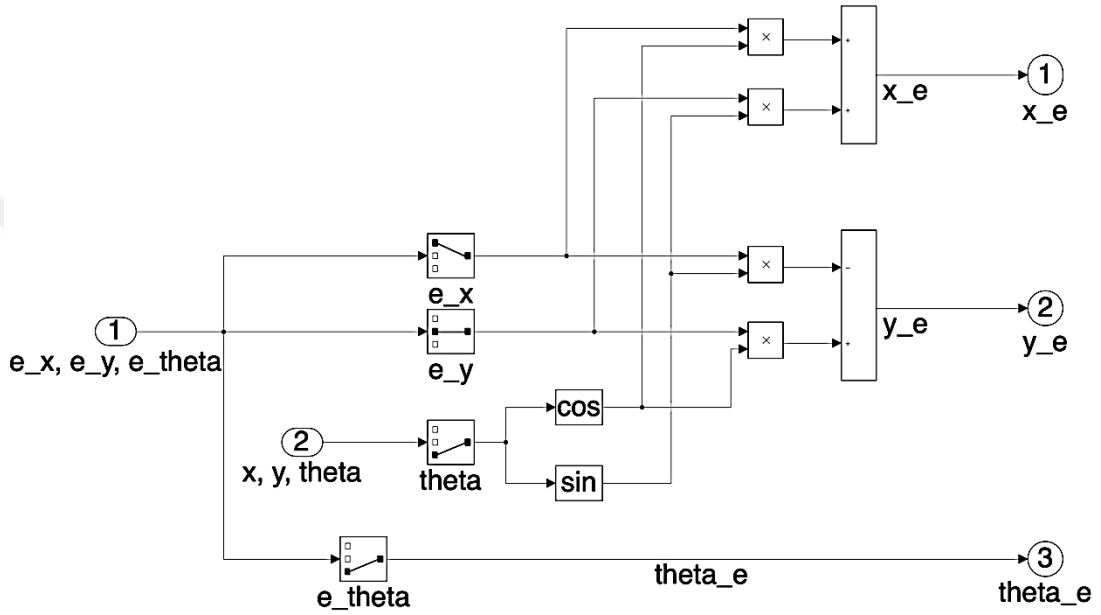
Mobil robota ait referans konum parametreleri Çizelge 5.2’de gösterilmektedir.

$\mathbf{x}_r$	X eksenini doğrultusundaki referans durumu	$\mathbf{t}$
$\mathbf{y}_r$	Y eksenini doğrultusundaki referans durumu	$\sin(\mathbf{t})$
$\boldsymbol{\theta}_r$	Mobil robot gövdesinin koordinat eksenine göre yönünü ifade eden referans durumu	$\mathbf{0}$

The diagram illustrates a simple neural network structure. It consists of three layers: an input layer, a hidden layer, and an output layer. The input layer has a single node labeled x_r . The hidden layer has two nodes: one labeled y_r which contains a $\sin$ activation function, and another labeled 0 . The output layer has a single node labeled 1 . Arrows indicate the flow of information from the input layer to the hidden layer, and from the hidden layer to the output layer. A thick vertical line separates the hidden layer from the output layer.

62

Referans parametrelerinden alınan üç boyutlu durum vektörü ile kinematik modelden alınan robotun anlık konumunu gösteren üç boyutlu durum vektörünün farkı hatayı verir. Bu hata global koordinatlarda tanımlanmıştır. İşlem yapabilmek adına robot çerçevesine rotasyon matrisi kullanılarak düzlem dönüşümü yapılır. Aşağıdaki Şekil 5.5'te düzlem dönüşümü blok diyagramı gösterilmiştir:



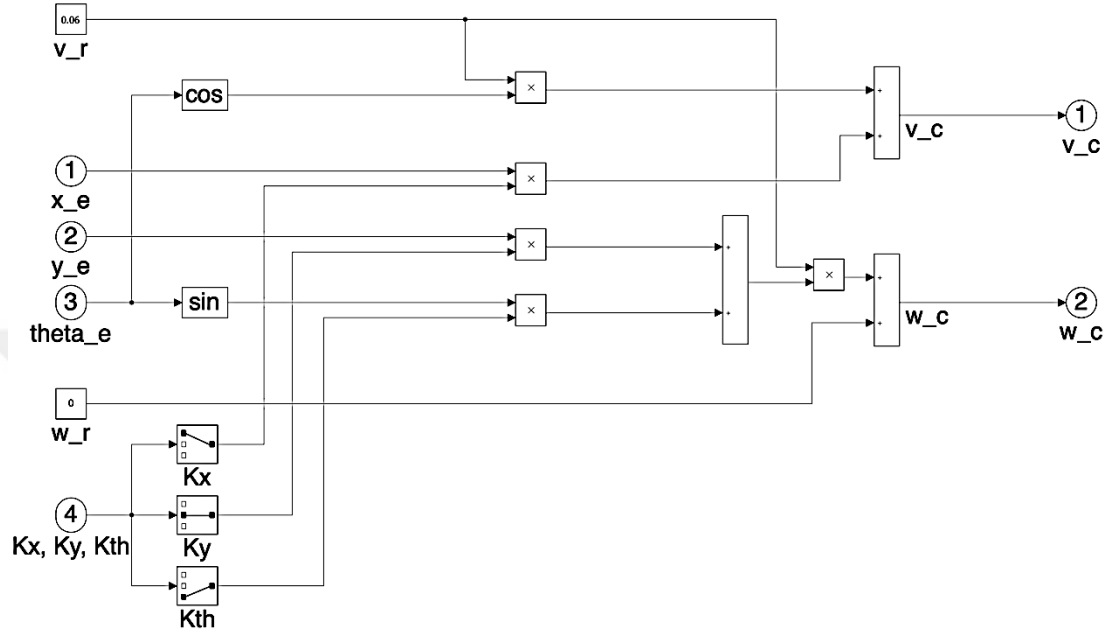
Şekil 5.5. Düzlem dönüşümü blok diyagramı

Mobil robota ait referans doğrusal ve açısal hız parametreleri Çizelge 5.3'te gösterilmektedir.

Çizelge 5.3. Mobil Robotun Referans Konum Parametreleri

v_r	Mobil robot gövdesinin referans doğrusal hız durumu	0.06m/s
w_r	Mobil robot gövdesinin referans açısal hız durumu	0 rad/s

Mobil robot düzleminde üç boyutlu hata vektörü elde edildikten sonra kinematik kontrolcü ile anlık hız vektörü bulunur. Hata vektörüne ek olarak mobil robotun referans hızları ve kontrolcü kazançları ile anlık hız vektörü aşağıdaki gibi bulunur:



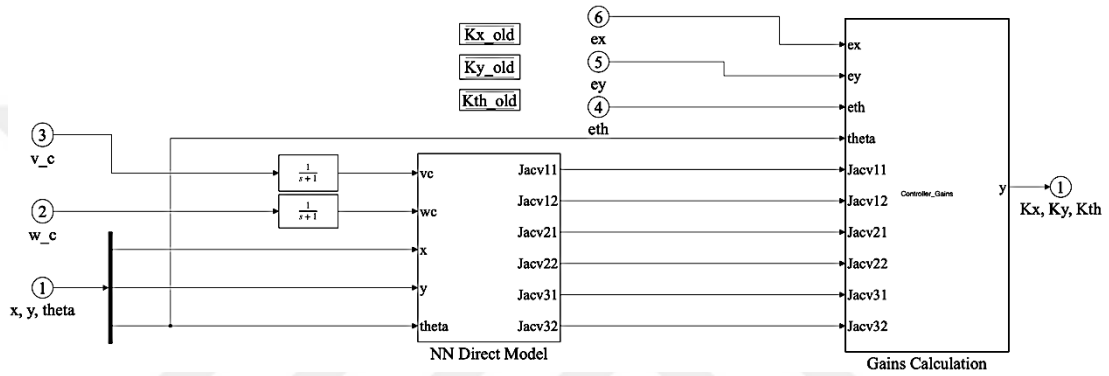
Şekil 5.6. Kinematik kontrolcü blok diyagramı

Kinematik kontrolcüye ait kazanç parametrelerinin başlangıç koşulları Çizelge 5.4'te gösterilmektedir.

Çizelge 5.4. Kazanç Parametrelerinin Başlangıç Koşulları

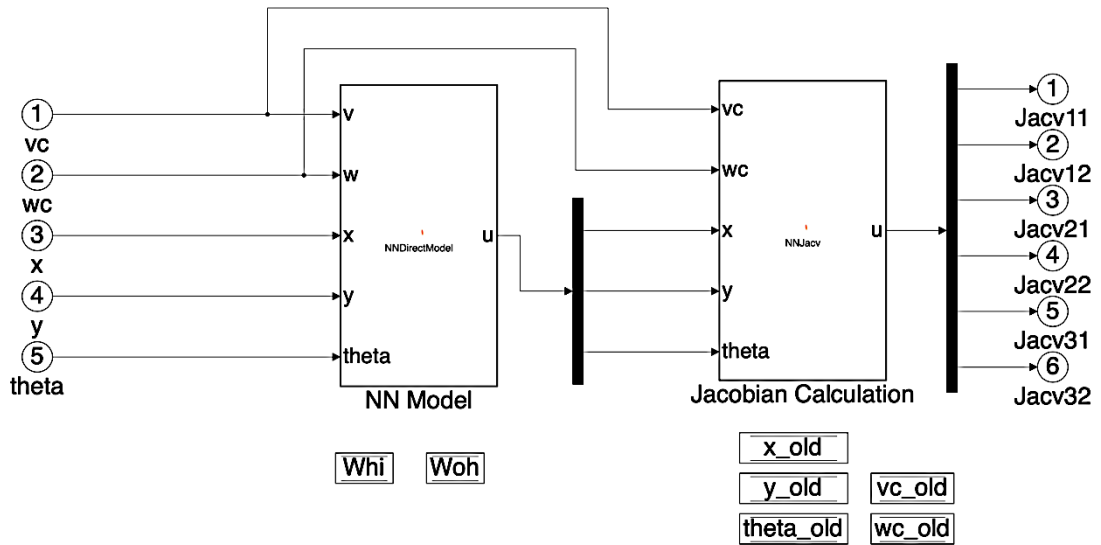
K_x	Anlık doğrusal hızı etkileyen kazanç katsayısı	4.5
K_y	Anlık açısal hızı etkileyen kazanç katsayısı	200
K_θ	Anlık açısal hızı etkileyen kazanç katsayısı	110

Aşağıdaki Şekil 5.7’den görüleceği gibi kinematik kontrolcüdeki kazanç faktörleri (K_x, K_y, K_θ) yapay sinir ağı tabanlı sistem ile bulunur. Bu kontrolcü girdi olarak mobil robotun konum vektörünü, anlık hızları ve mobil robot koordinat eksenindeki hataları kullanılır. Kinematik kontrolcü ile elde edilen anlık hız vektörü Simulink ortamında cebirsel döngü (algebraic loop) oluşturmaması için sürekli (continuous) transfer fonksiyonu kullanılmıştır. Yapay sinir ağı doğrusal modeli (NN Direct Model) tasarlanırken Jacobian matrisi elde edilir. Yapay sinir ağı tabanlı uyarlanabilir geriadım kontrolcüsü aşağıdaki gibi tasarlanır:



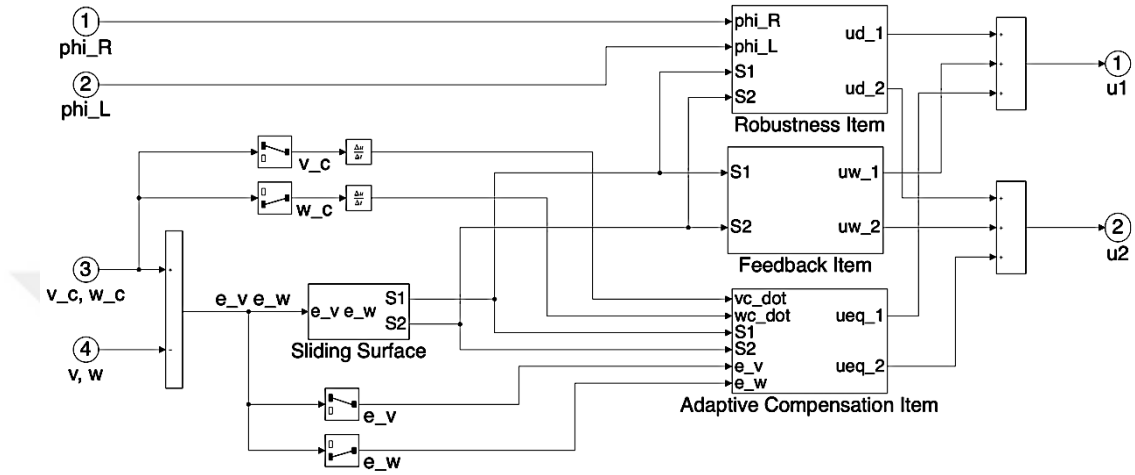
Şekil 5.7. Kinematik kontrolcü kazançlarını hesaplayan blok diyagramı

Yukarıdaki Şekil 5.7’de bulunan yapay sinir ağı blok diyagramı alt sistemi aşağıdaki Şekil 5.8’deki gibi gösterilir:



Şekil 5.8. Yapay sinir ağları blok diyagramı

Kinematik kontrolcü ile bulunan referans hız değerleri ve doğrusal olmayan model sonucu bulunan mobil robot hız değerleri arasındaki fark alınarak hız hatası elde edilir. Ayrıca kinematik model ile elde edilen tekerlek açısız hızlar ASMC ile kontrol sinyalleri oluşturulurken kullanılan parametrelerdir. Aşağıdaki Şekil 5.9'deki algoritma kullanılarak ASMC yapısı oluşturulur:



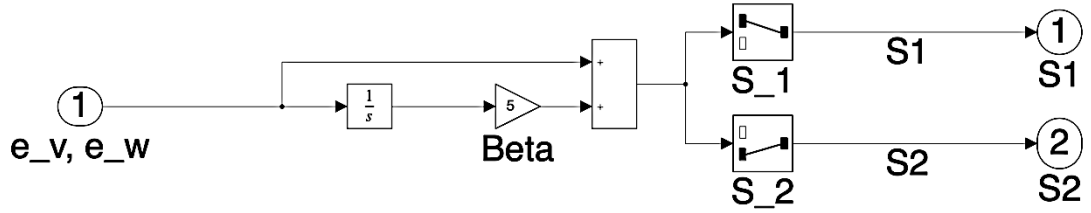
Şekil 5.9. ASMC blok diyagramı

ASMC yapısına ait katsayı parametreleri Çizelge 5.5'te gösterilmektedir.

Çizelge 5.5. ASMC Yapısında Kullanılan Katsayı Parametreleri

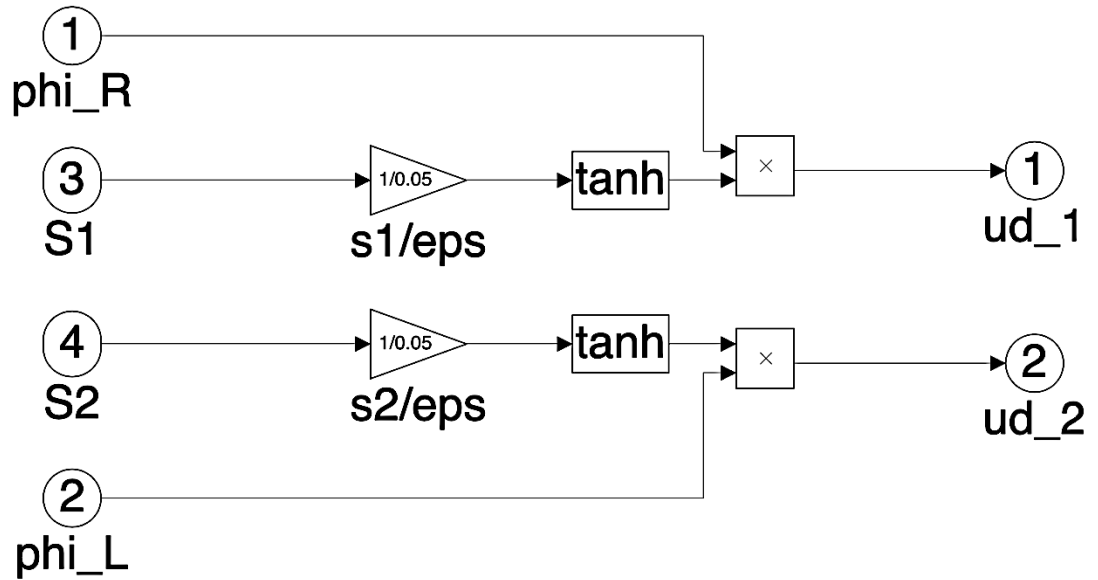
β	Beta katsayısı	5
K_1	Geribesleme (Feedback) öğesinde kullanılan kazanç katsayısı	0.171
K_2	Geribesleme (Feedback) öğesinde kullanılan kazanç katsayısı	0.171
ε	Keskin geçişlerin ortadan kaldırılması için kullanılan kazanç katsayısı	0.05
a	Projeksiyon haritasında kullanılan kazanç katsayısı	0.5
b	Projeksiyon haritasında kullanılan kazanç katsayısı	0.5

Yukarıdaki Şekil 5.9'deki kayma yüzeyi tasarımı hız hataları kullanılarak elde edilir. Kayma yüzeyi kontrol sinyalini oluşturan üç öge yapısında da kullanılır. Aşağıdaki Şekil 5.10'daki gibi ifade edilir:



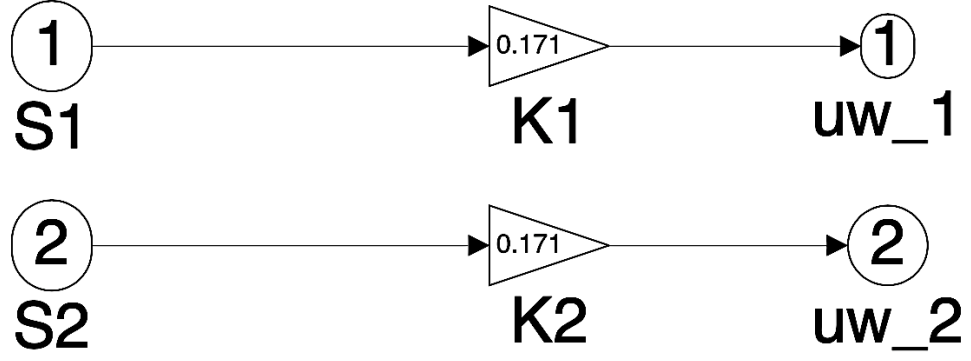
Şekil 5.10. Kayma yüzeyi blok diyagramı

Kontrol sinyalini oluşturmak için ilk oluşturulan yapı gürbüzlük ögesi (robustness item) aşağıdaki Şekil 5.11'deki gibi gösterilir. Burada kullanılan hiperbolik tanjant fonksiyonu keskin geçişleri azaltmaya yönelik uygulanan bir yapıdır. Kayma yüzeyi ve kinematik model yapısından tekerlek açısai hızları kullanılarak gürbüzlük ögesi oluşturulur.



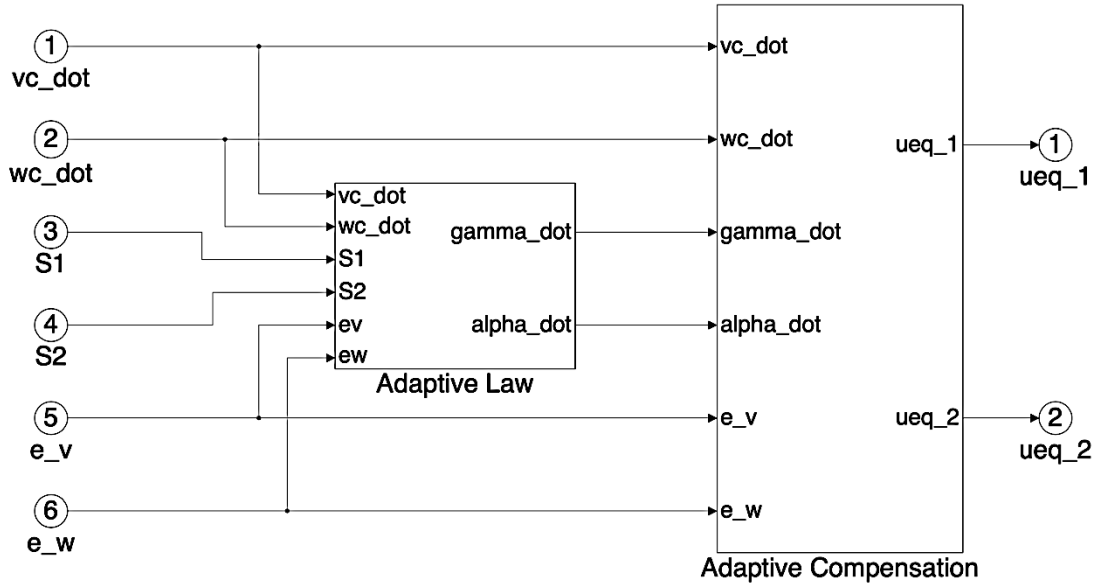
Şekil 5.11. Sağlamlık ögesi blok diyagramı

İkinci yapı geriadım ögesidir (feedback item). Kayma yüzeyinden alınan değerler belli bir katsayı ile çarpılarak geriadım ögesi elde edilir. Aşağıdaki Şekil 5.12’de gösterilir.



Şekil 5.12. Geriadım ögesi blok diyagramı

Üçüncü yapı ise SMC yapısını ASMC yapısına çeviren uyarlanabilir kompanzasyon ögesi (Adaptive Compensation Item) aşağıdaki Şekil 5.13’teki gibi gösterilir:



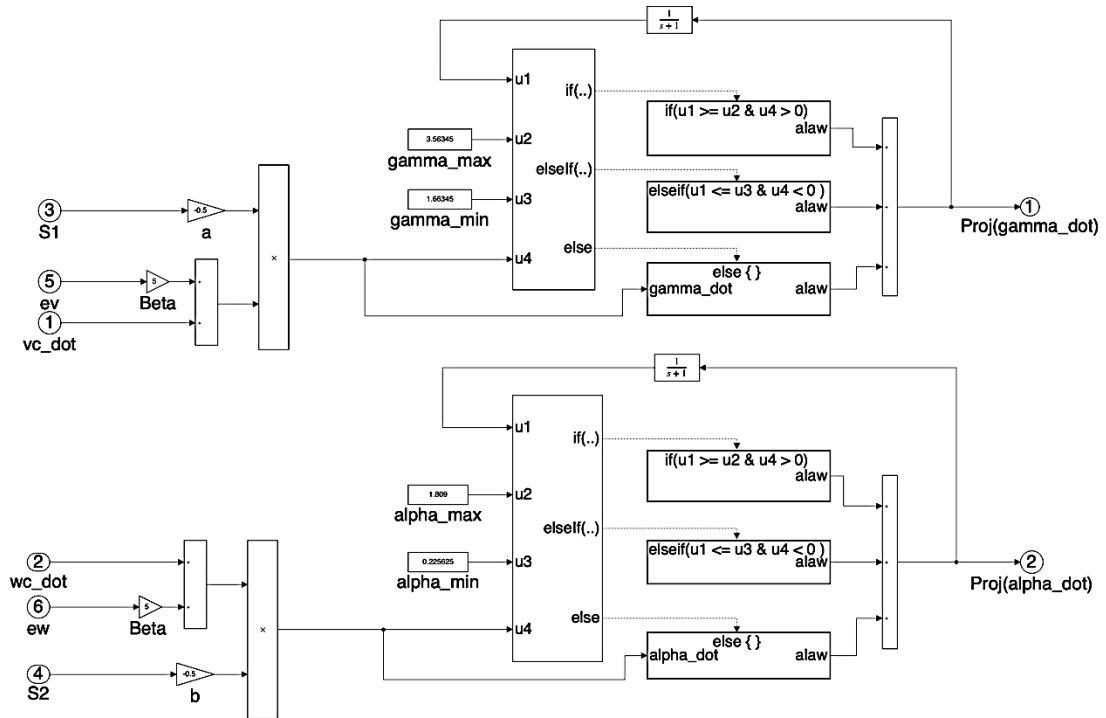
Şekil 5.13. Uyarlanabilir kompanzasyon ögesi ve yasa blok diyagramı

$\gamma_{max,min}$ ve $\alpha_{max,min}$ değerlerini bulmak için m_0 ve I_0 değerleri Çizelge 5.6'de gösterilmektedir.

Çizelge 5.6. Kazanç Parametrelerinin Başlangıç Koşulları

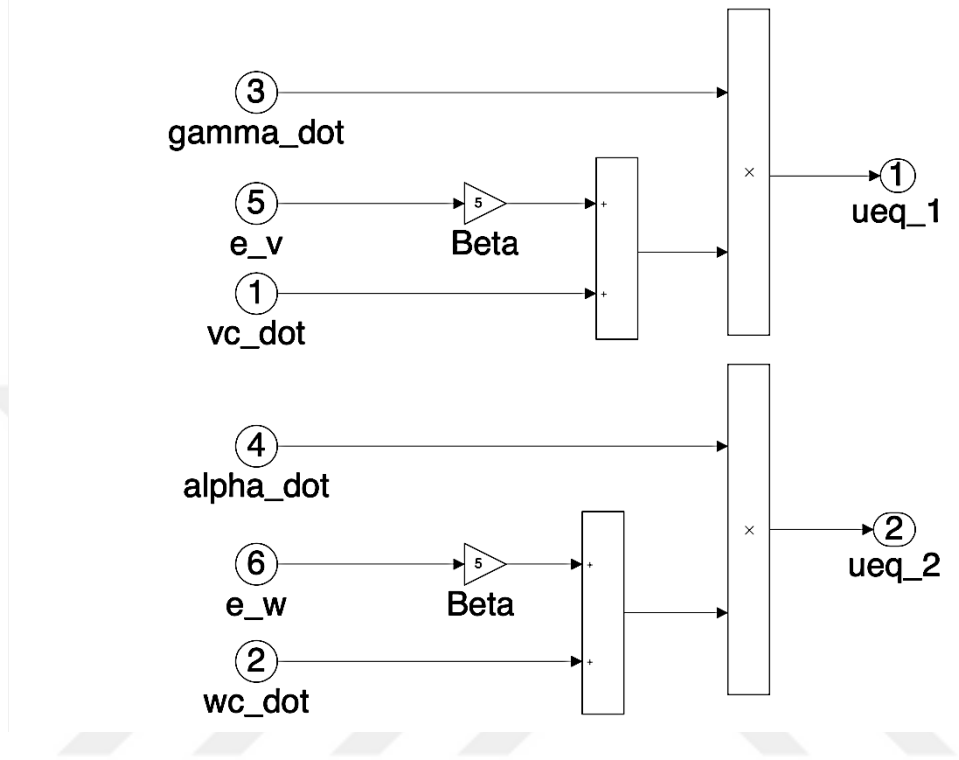
Kütle ve Moment	Minimum Değer	Maksimum Değer
m_0	17.51kg	37.51kg
I_0	0.57kgm ²	4.57kgm ²

Yukarıdaki Şekil 5.13'teki uyarlanabilir yasa (adaptive law) aşağıdaki Şekil 5.14'teki gibi gösterilir. İzdüşüm haritası (Projection map) tekniği ile uyarlanabilir bir yasa oluşturulur. Simulink ortamında cebirsel döngü (algebraic loop) oluşturmaması için sürekli (continuous) transfer fonksiyonu kullanılmıştır.



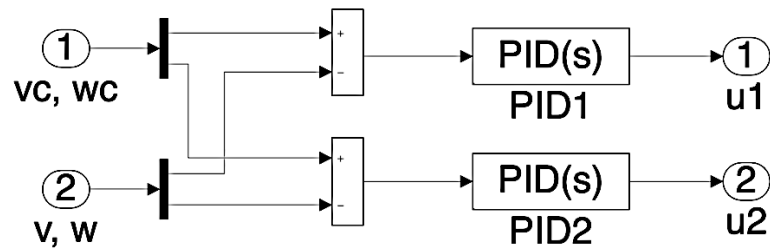
Şekil 5.14. Uyarlanabilir yasa blok diyagramı

Uyarlanabilir kompanzasyon (Adaptive Compensation) bloğu yapısında uyarlanabilir öğeleri, hız hatalarını ve kinematik kontrolcüde elde edilen anlık hızları kullanır. Aşağıdaki Şekil 5.15'teki gibi gösterilir:



Şekil 5.15. Uyarlanabilir kompanzasyon ögesi blok diyagramı

Karşılaştırma yapılması amacı ile sisteme eklenen PID denetleyicisi aşağıdaki Şekil 5.16'da gösterilmiştir. Doğrusal hız farkları ve açısal hız farkları ile elde edilen iki farklı hata değeri için iki PID kontrolcüsü kullanılmıştır.



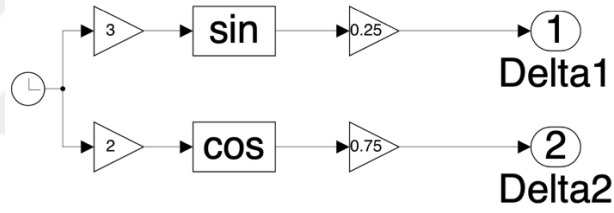
Şekil 5.16. PID blok diyagramı

PID kontrolcüsünde kullanılan parametre değerleri Çizelge 5.7’de gösterilmektedir.

Çizelge 5.7. PID Kontrolcüsünde Kullanılan Parametre Değerleri

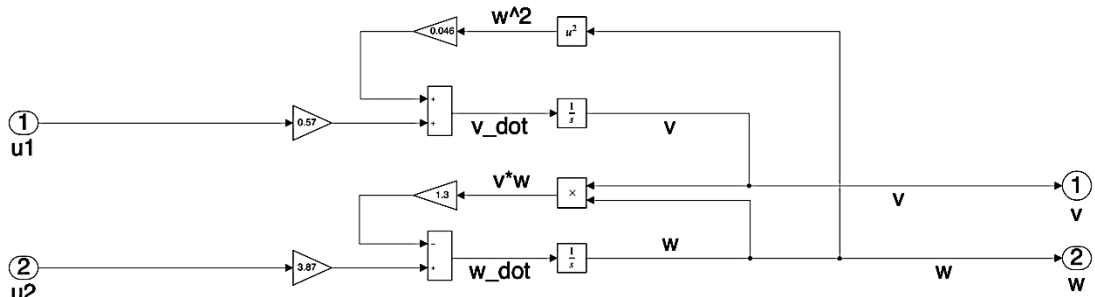
PID Parametreleri	PID1 Parametreleri	PID2 Parametreleri
K_p	40	30
K_I	10	10
K_D	80	60
N	1	1

Kontrol sinyali üzerine bindirilen gürültü fonksiyonları sinüs ve kosinüs şeklinde bozucu etkilerdir. Aşağıdaki Şekil 5.17’deki gibi gösterilir:



Şekil 5.17. Yapay gürültü blok diyagramı

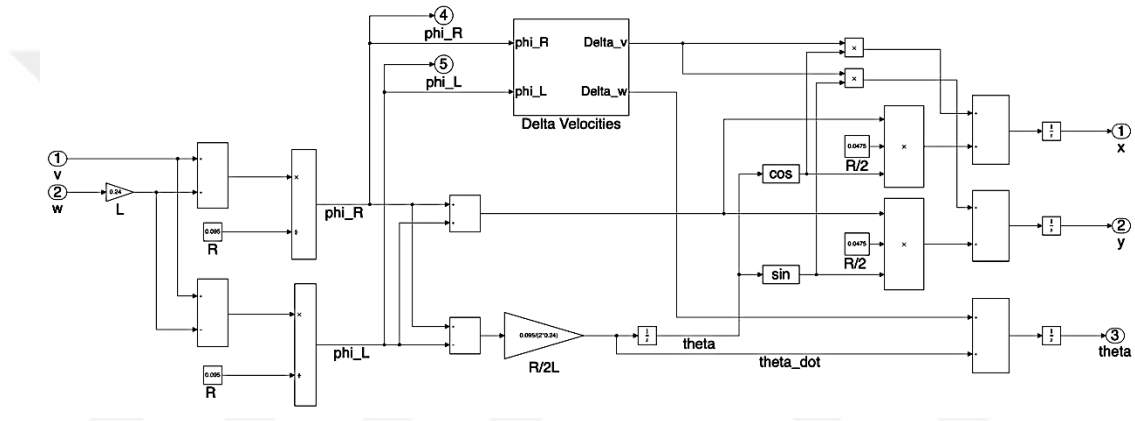
ASMC veya PID yapıları ile üretilen kontrol sinyalleri kullanılarak DDMR sisteminin dinamik modelinden üretilen doğrusal olmayan model yapısı aşağıdaki Şekil 5.18’deki gibi oluşturulur:



Şekil 5.18. Doğrusal olmayan dinamik model blok diyagramı

Yukarıdaki blok diyagramı ile mobil robotun doğrusal hız ve açısal hız başlangıç değerleri integral bloğu kullanılarak seçilebilir. Başlangıç koşulları sıfır alınmıştır.

Doğrusal olmayan model ile üretilen doğrusal ve açısal hızlar kullanılarak kinematik modelde tekerlerin açısal hızı elde edilir. Hızlar ve mobil robotun kinematik özellikleri kullanılarak robotun üç boyutlu konum vektörü elde edilir. Ayrıca açısal hızlar kullanılarak aktüatörde oluşan hata dinamik sistemi aşağıdaki Şekil 5.19'daki gibi oluşturulur:



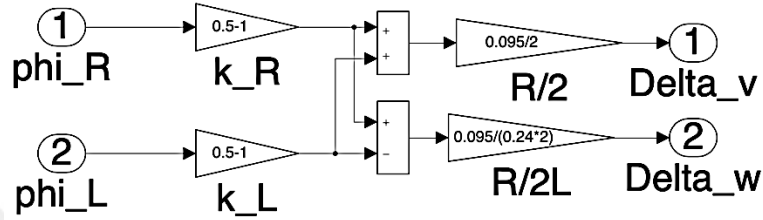
Şekil 5.19. Kinematik model blok diyagramı

Mobil robotun başlangıç konum değerleri kinematik modeldeki integral terimlerinin başlangıç koşulları ile sisteme verilir. Başlangıç koşulları Çizelge 5.8'te gösterilmektedir.

Çizelge 5.8. Mobil Robotun Başlangıç Konum Değerleri

x_0	X eksen başlangıç noktası	0
y_0	Y eksen başlangıç noktası	0
θ_0	Mobil robotun doğrultusunun başlangıç duruşu	0

Aşağıdaki Şekil 5.20’de yukarıda gösterilen hız değişimi blok diyagramı gösterilmiştir. Burada hız değişimi etkinlik faktörleri (k_L ve k_R) kullanılarak arttırılır ve modelin üzerine bindirilir. Hız değişimi bloğu kullanılarak LOE modeli oluşturulur. Sistem hem hata hem de gürültü sebebiyle motorları yavaşlatıp yörünge izlemede hedef dışı bırakılmaya çalışılır. Denetleyici mekanizma ile bu arıza etkileri giderilmeye çalışılır.

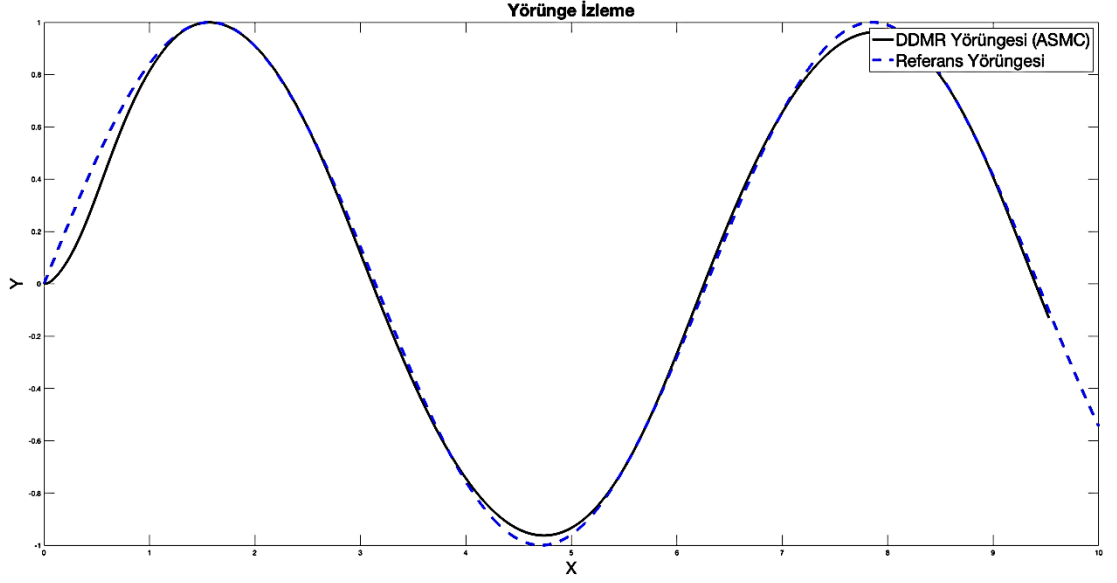


Şekil 5.20. LOE blok diyagramı

Etkinlik faktörlerinin (k_L ve k_R) kaybı %50 alınmıştır. Böylelikle sağ ve sol aktüatördeki etkinlik kaybı eşittir. Bu durum eşit miktardaki hata değerinin motorlara verildiğini göstermez. Çünkü hata denklemlerinden de görüleceği gibi sistem başka katsayılar ve trigonometrik değerler ile çarpılmaktadır. Denetleyicinin durumuna göre etkinlik faktörleri daha düşük değerler alınıp (örneğin %30) motor yavaşlaması azaltılabilir.

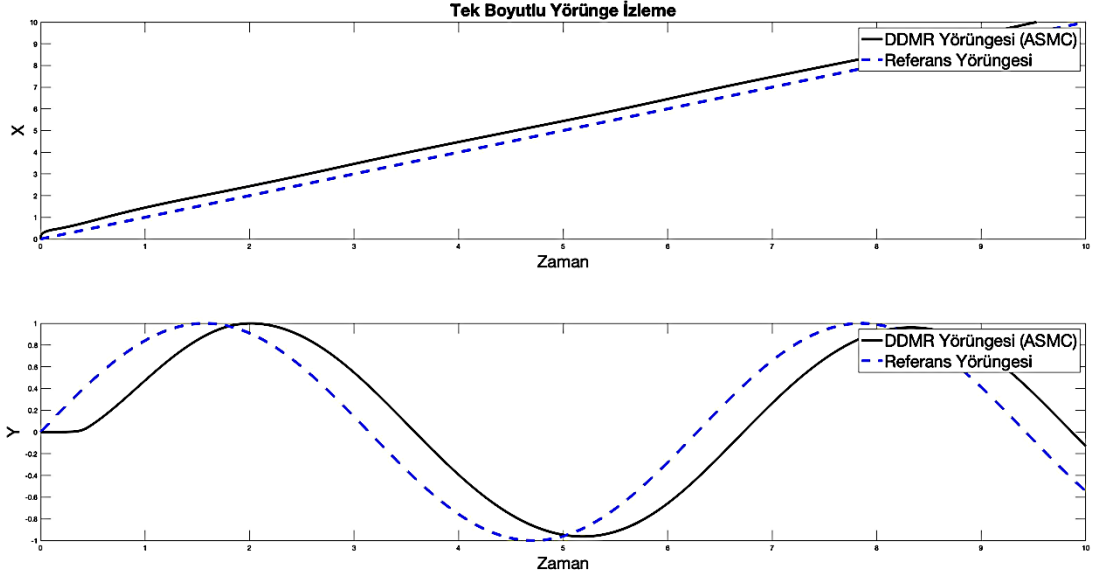
Simulink ortamında yapılan simülasyondaki diferansiyel denklemlerin çözümlenebilmesi için adi diferansiyel denklemler (ODE - Ordinary Differential Equations) kullanılmıştır. Hem uyarlanabilir kayan kipli hem de PID denetleyiciye sahip sistemde ODE45 (Dormand - Prince) kullanılarak çözümlenmiştir.

Yukarıda anlatılan model kullanılarak oluşturulmuş olan sistem simülasyon sonuçları aşağıdaki şekillerdeki gibi elde edilir:



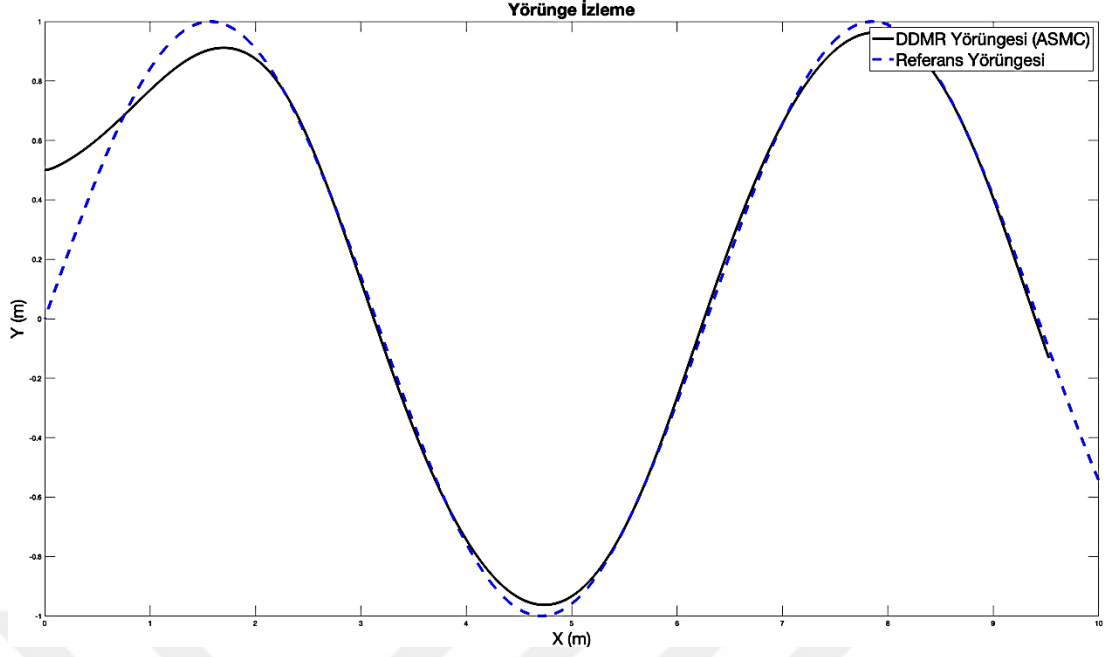
Şekil 5.21. ASMC'ye sahip mobil robotun yörünge izleme performansı

Yukarıdaki Şekil 5.21'de ASMC tipi denetleyiciye sahip mobil robotun yörünge izleme grafiği verilmiştir. Sistem hem arıza hem de belirsizliklere maruz bırakılmasına rağmen bünyesindeki denetleyici elemanlarla birlikte yörünge izlemede tatmin edici bir sonuç ortaya koymuştur. Mobil robot başlangıç durumundan ve konfigürasyondan yörünge izlemeye başlamış ve referans yörüngesine oturmuştur. PID denetleyicisine sahip DDMR sistemindeki referans yörünge izleme sonucu ile karşılaştırmak gerekirse ufak farklar göze çarpmaktadır. Örneğin referans yörüngesinin kavisli bölümlerinde ASMC sistemi PID sistemine göre daha iyi sonuç vermiştir. Ayrıca referans yörüngesinin doğrusal olduğu kısımlarda ASMC sistemine sahip DDMR yörüngeye daha yakın bir şekilde ilerlemiştir. ASMC sisteminin mobil robotun tekerleklerine uyguladığı ani torklar ile hata parametrelerinin mobil robotu yörünge dışına itmeye çalışmasını engellemiştir. Bu durum Şekil 5.24'te daha iyi görülmüştür.



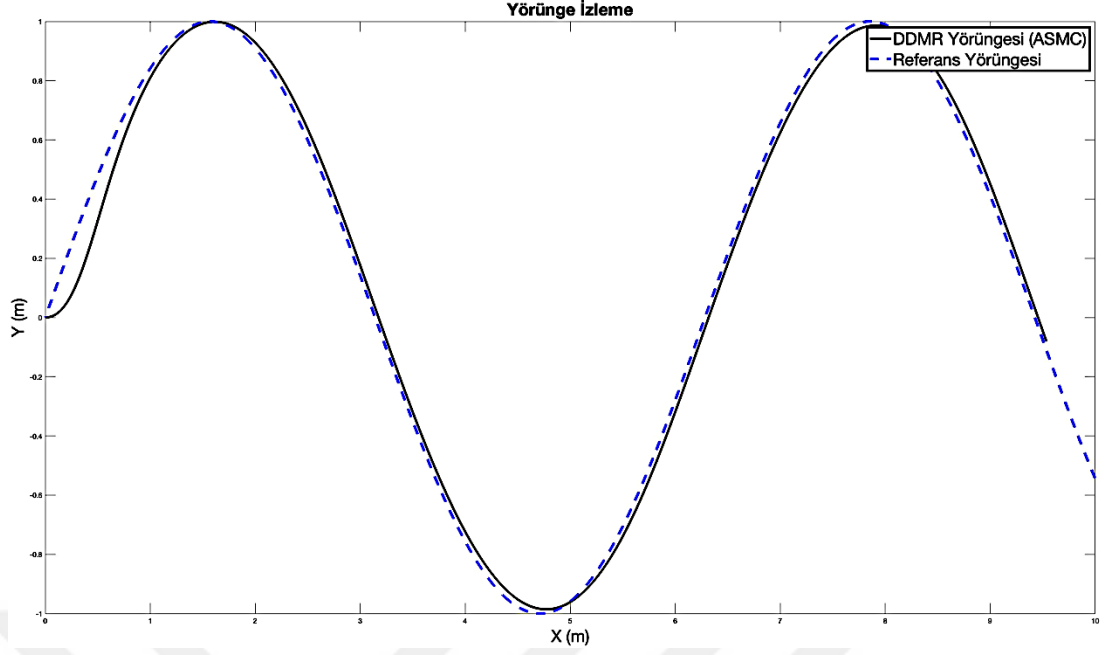
Şekil 5.22. ASMC'ye sahip mobil robotun eksen üzerinde yörünge takibi

Yukarıdaki Şekil 5.22'de ASMC tipi denetleyiciye sahip mobil robotun tek eksen üzerindeki referans yörünge takibinin değerleri verilmiştir. Şekil 5.21'de X ve Y eksenlerinde verilen yörünge izleme değerleri yukarıdaki şekilde eksenler ayrılarak zamana göre konumları gösterilmiştir. X eksenindeki referans yörünge zamana bağlı olduğundan doğrusal artış gösterir. Y eksenindeki referans yörünge sinüs grafiğidir.



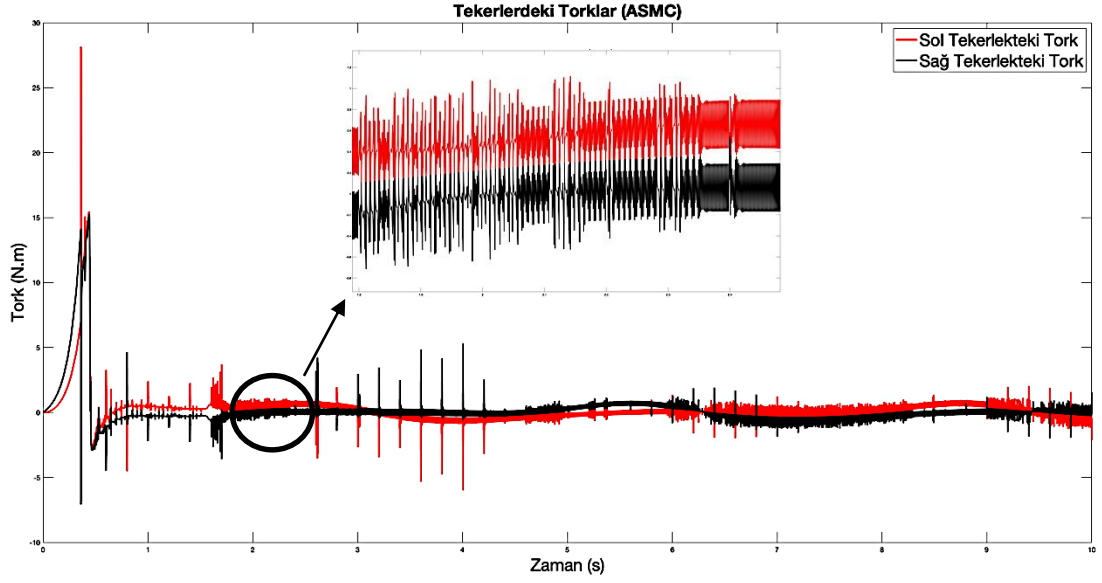
Şekil 5.23. ASMC'ye sahip mobil robotun farklı başlangıç durumu için yörünge izleme performansı

Yukarıdaki Şekil 5.23'te ASMC tipi denetleyiciye sahip mobil robotun farklı başlangıç durumu için yörünge izleme grafiği verilmiştir. $[0, 0.5, 0]$ başlangıç konumundan mobil robotun referans yörüngeyi izlemeye başlamış ve yörüngeye oturmuştur. Başlangıç konumu referans yörüngeden uzaklaştığından dolayı mobil robotun yörüngeye oturma zamanı gecikmiştir. Bu sebeple $[0, 0, 0]$ başlangıç konumundan başlayan mobil robotun TT performansı daha yüksektir. Örneğin referans yörüngesinin kavisli bölümlerinde $[0, 0, 0]$ başlangıç konumundan başlayan mobil robot $[0, 0.5, 0]$ başlangıç konumundan mobil robota göre daha iyi sonuç vermiştir.



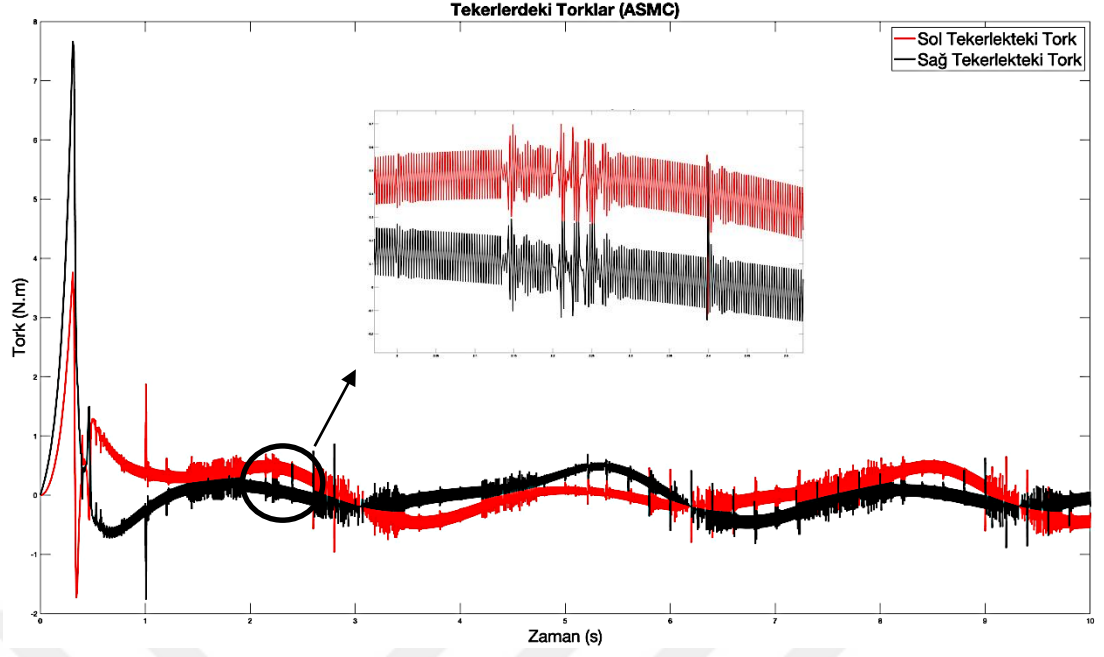
Şekil 5.24. ASMC'ye sahip mobil robotun hata modellemesi olmadığı durum için yörünge izleme performansı

Yukarıdaki Şekil 5.24'te ASMC tipi denetleyiciye sahip mobil robotun hata modellemesi olmadığı durum için yörünge izleme grafiği verilmiştir. Sistem sadece yapay gürültüden etkilenmektedir. Bu sebeple yörünge izleme performansı hata modellemesi olan sisteme göre daha tatmin edici performans göstermiştir. Örneğin referans yörüngesinin kavisli bölümlerinde hata modellemesi olmayan sistem hata modellemesi olan sisteme göre daha iyi performans göstermiştir.



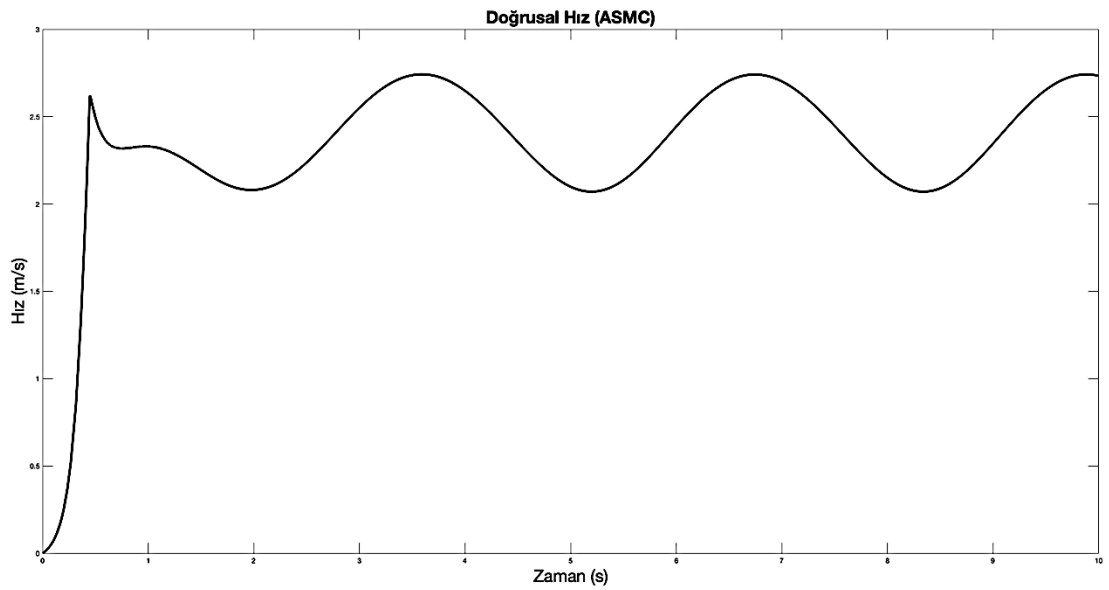
Şekil 5.25. ASMC'ye sahip mobil robotun tekerlere uyguladığı tork

Yukarıdaki Şekil 5.25'te ASMC tipi denetleyiciye sahip mobil robotun sağ ve sol tekerlerde oluşan tork değerleri verilmiştir. Tork değerlerinin başlangıçta yüksek değerde olması mobil robotun başlangıç durumundan yörüngeye oturmasına kadar ihtiyacı olan torku gösterir. Çünkü oluşturulan sistemde robotun hızlı bir şekilde yörüngeye girmesi gerekmektedir. Mobil robot yörüngeye oturduktan sonra daha stabil hareket ettiğinden dolayı uygulanan tork düşük seviyelerdedir. Arada görülen ani tork yükselmeleri uygulanan hata fonksiyonunun ve bozucu girişin bir etkisi olarak mobil robotun yörünge dışına çıkmaması için sistemin çabası olarak görülebilir.



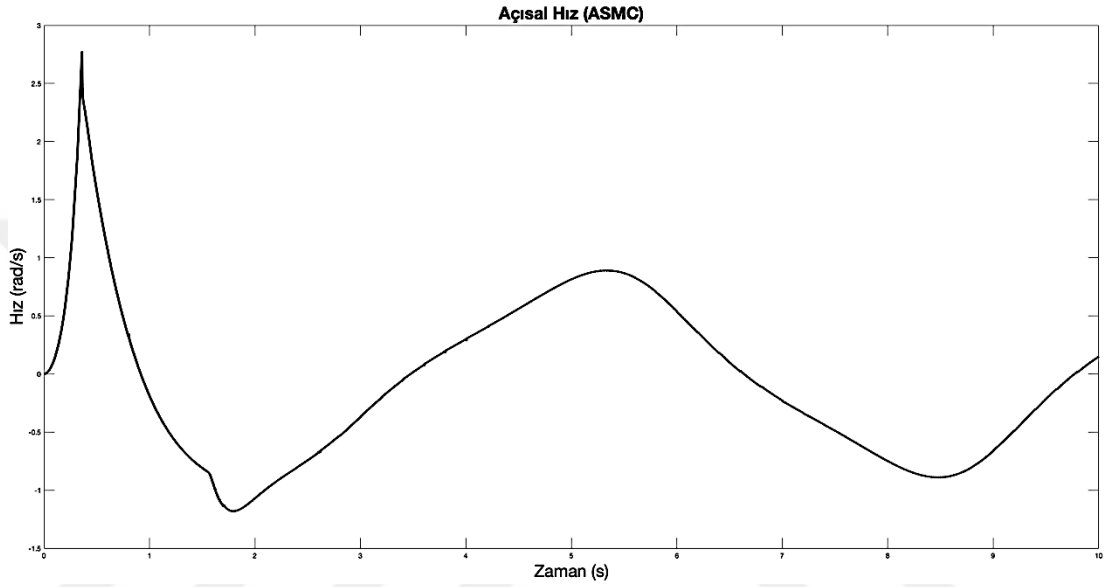
Şekil 5.26. ASMC'ye sahip mobil robotun hata modellemesi olmadığı durum için tekerlere uyguladığı tork

Yukarıdaki Şekil 5.26'da ASMC tipi denetleyiciye sahip mobil robotun hata modellemesi olmadığı durum için sağ ve sol tekerlerde oluşan tork değerleri verilmiştir. Hata modellemesi olan sistem ile karşılaştırıldığında tork değerlerinin ve keskin geçişlerinin daha düşük olduğu görülmektedir.



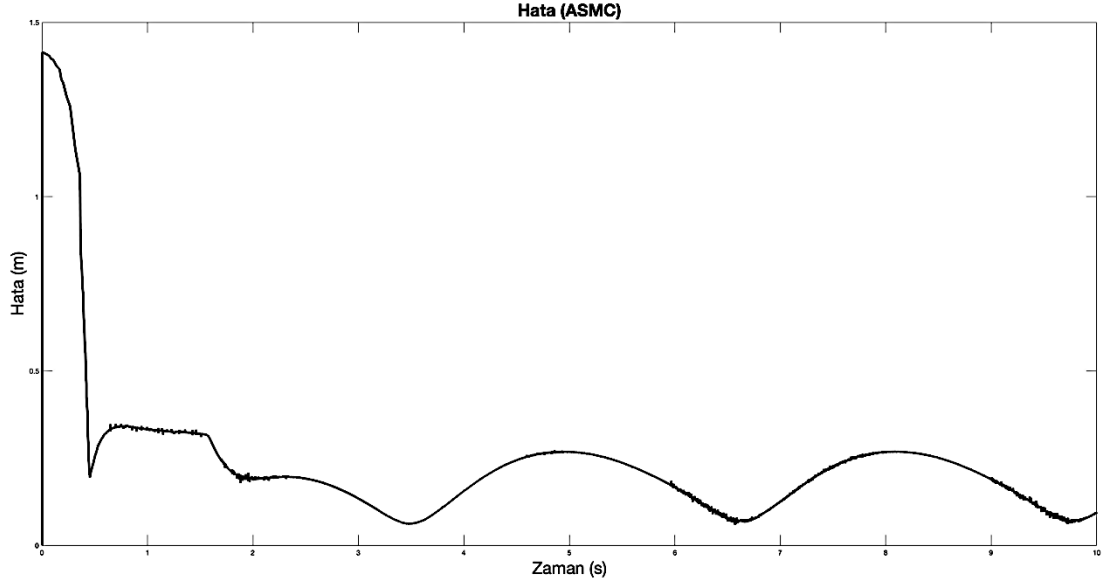
Şekil 5.27. ASMC'ye sahip mobil robot gövdesinin doğrusal hızı

Yukarıdaki Şekil 5.27’de ASMC tipi denetleyiciye sahip mobil robotun doğrusal hız grafiği verilmiştir. Tork ifadesinde bahsedildiği gibi hız değerinin başlangıçta yüksek olması mobil robotun yörüngeye girmeye çalışması sebebiyle yüksektir. Başlangıç koşulunda verilen doğrusal hız değerinden başlayarak yükselmiş mobil robot yörüngeye oturduktan sonra sinüs grafiğine benzer bir doğrultuda stabil bir şekilde ilerlemiştir.



Şekil 5.28. ASMC’ye sahip mobil robot gövdesinin açısal hızı

Yukarıdaki Şekil 5.28’de ASMC tipi denetleyiciye sahip mobil robotun açısal hız grafiği verilmiştir. Yörüngeye oturana kadar açısal hız ani değişim göstermiştir. Sonrasında açısal hız, doğrusal hızda olduğu gibi stabil bir şekilde ilerlemiştir. Açısal hızın doğrusal hızdan farkı mobil robotun doğrultusuna göre negatif değerler alabilmesidir. Yörünge izlenirken mobil robotun doğrultusu koordinat eksenine baktığı durumlarda hız değerinin negatif değerler aldığı görülmektedir.



Şekil 5.29. ASMC'ye sahip mobil robot gövdesinin yörünge hatası

Yukarıdaki Şekil 5.29'da ASMC tipi denetleyiciye sahip mobil robotun hata grafiği görülmektedir. Bu grafik referans yörünge ile mobil robotun gövdesi arasındaki ve referans hızlar ile robot gövdesinin hızları arasındaki farklar alınarak hata değerini gösterir. Hata yörüngeye oturma zamanına kadar yüksektir. Oturduktan sonra azalan hata sıfıra yaklaşır. Sıfır olmamasının sebebi ise referans hız ile mobil robot hızının farklı değerlerde olmasıdır. Sisteme verilen belirsizlik ve hata fonksiyonları ile mobil robotun hızı yavaşlatılmaya çalışılır. Denetleyici ise hızı arttırarak bu durumu önler. Bu yüzden hata tolerans kontrolcüye sahip sistemlerde mobil robotun hızı referans hızdan her zaman fazla olmalıdır.

ASMC tipi denetleyiciye sahip mobil robotun hata RMS değerlerinin ortalama değerleri Çizelge 5.9'de gösterilmektedir.

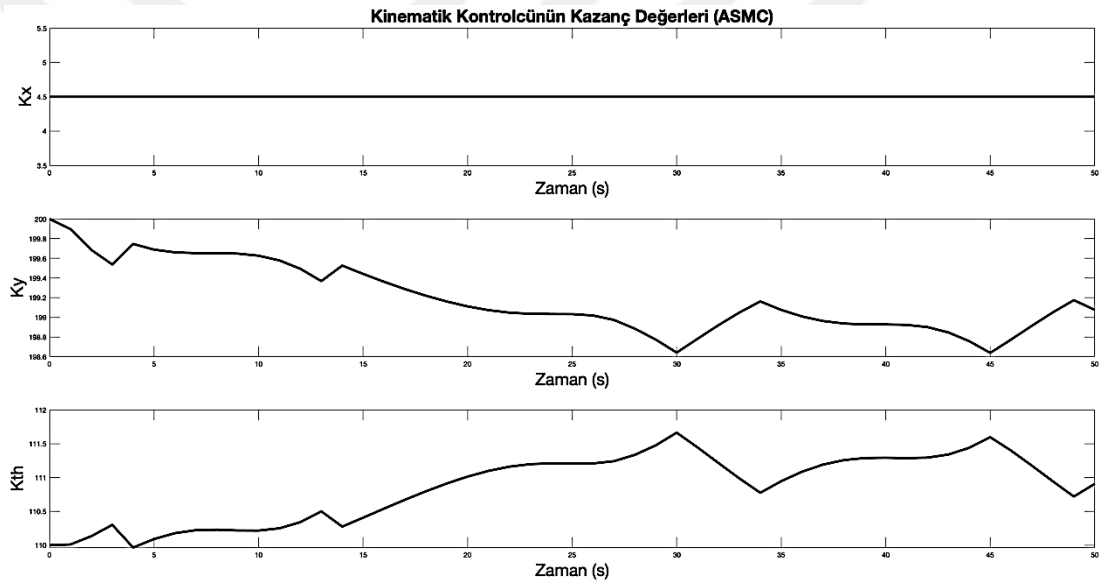
Çizelge 5.9. ASMC'ye sahip mobil robotun RMS değerlerinin ortalama değerleri

Hata Parametreleri	X Eksenindeki Ortalama Hata Değeri	Y Eksenindeki Ortalama Hata Değeri
RMS_e	0.2828	0.3012

ASMC tipi denetleyiciye sahip mobil robotun farklı başlangıç durumu için hata RMS değerlerinin ortalama değerleri Çizelge 5.10'de gösterilmektedir.

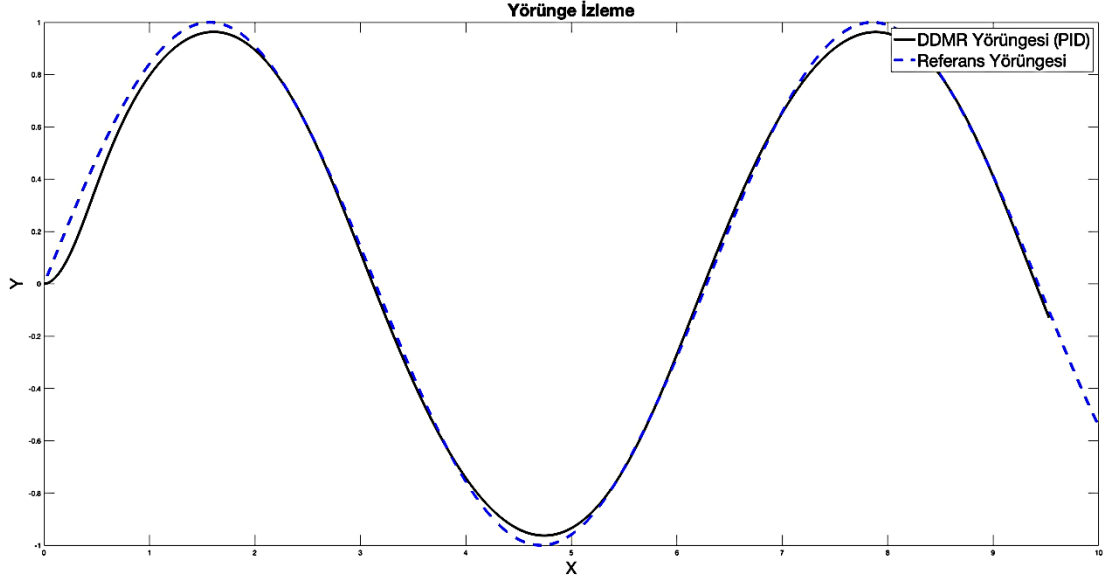
Çizelge 5.10. ASMC'ye sahip mobil robotun farklı başlangıç durumu için RMS değerlerinin ortalama değerleri

Hata Parametreleri	X Eksenindeki Ortalama Hata Değeri	Y Eksenindeki Ortalama Hata Değeri
RMS_e	0.3821	0.3697



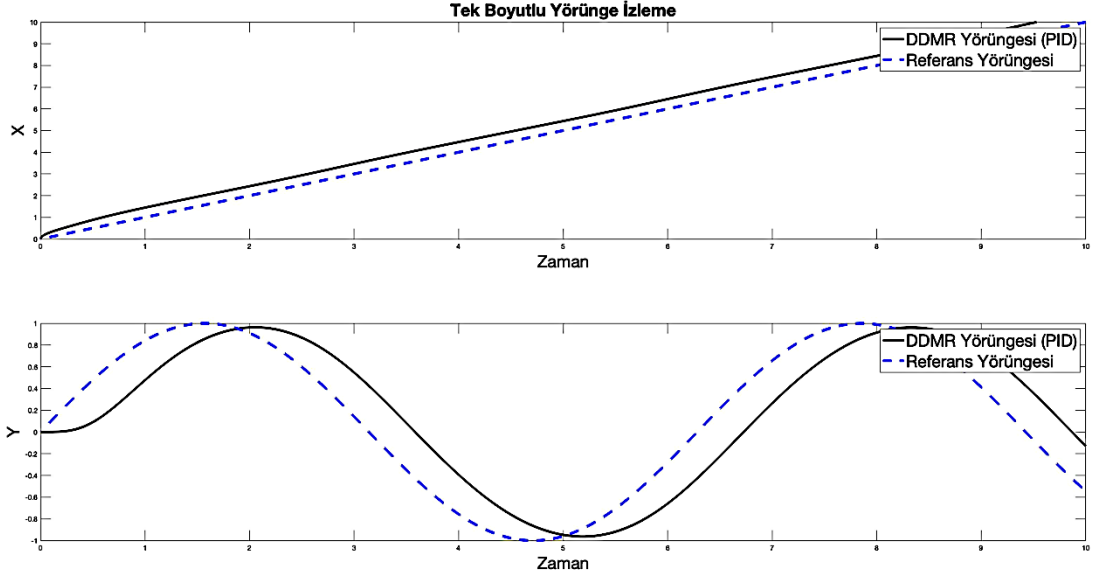
Şekil 5.30. ASMC'ye sahip mobil robotun kontrolcü kazançlarının değişimi

Yukarıdaki Şekil 5.30'da ASMC tipi denetleyiciye sahip mobil robotun kinematik kontrolcüsünde kullanılan kazanç faktörlerinin değişimi görülmektedir. Yüksek tork değerlerinden kaçınmak için K_x değeri sabit alınmıştır. Diğer değerler (K_y ve K_{θ}) ise mobil robot konumuna göre zaman içinde değişiklik göstermiştir.



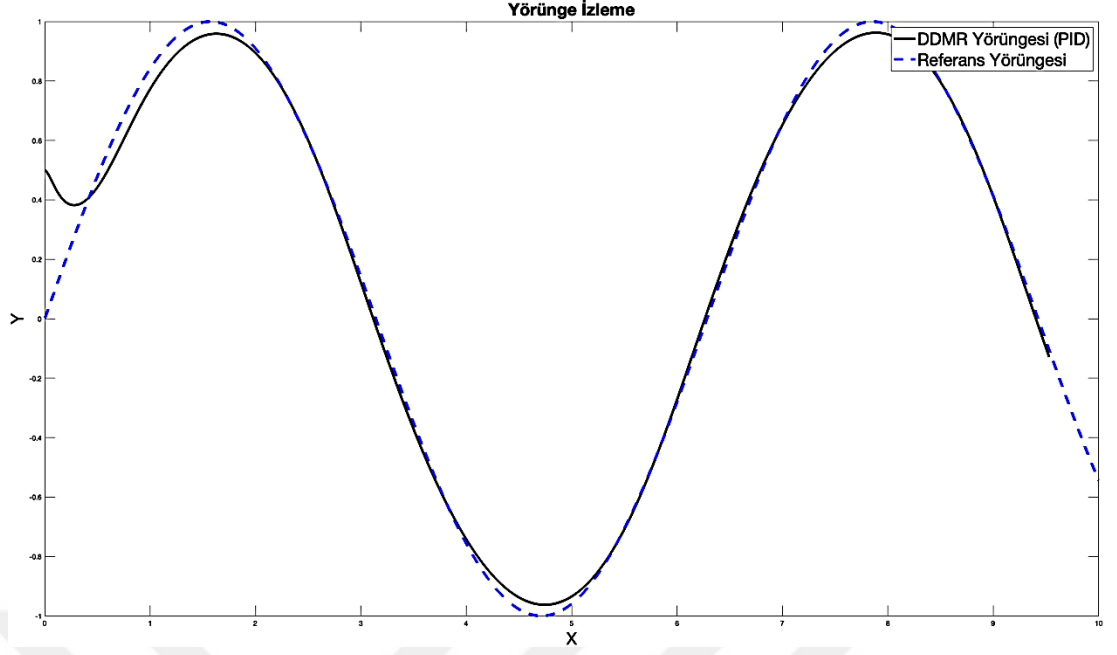
Şekil 5.31. PID'ye sahip mobil robotun yörünge izleme performansı

Yukarıdaki Şekil 5.31'de PID tipi denetleyiciye sahip mobil robotun yörünge izleme grafiği verilmiştir. Hata ve belirsizliklere rağmen yörüngeyi izleyen sistem, ASMC sistemi ile karşılaştırıldığında performansının biraz daha düşük olduğu görülmektedir. Örneğin PID denetleyicisine sahip DDMR sistemi yörüngeye ASMC sistemine göre daha geç oturmaktadır. Bunun sebebi tork grafiğine bakıldığında görülmektedir. ASMC sistemine göre PID sistemi daha az tork üretmiştir. Bu sebeple DDMR sisteminin yörüngeye oturma zamanı gecikmiştir. Literatüre bakıldığında PID denetleyicisi doğrusal olmayan sistem modellerinde genellikle tercih edilmemektedir. ASMC ile PID grafikleri karşılaştırıldığında bunun nedeni daha iyi görülmektedir.



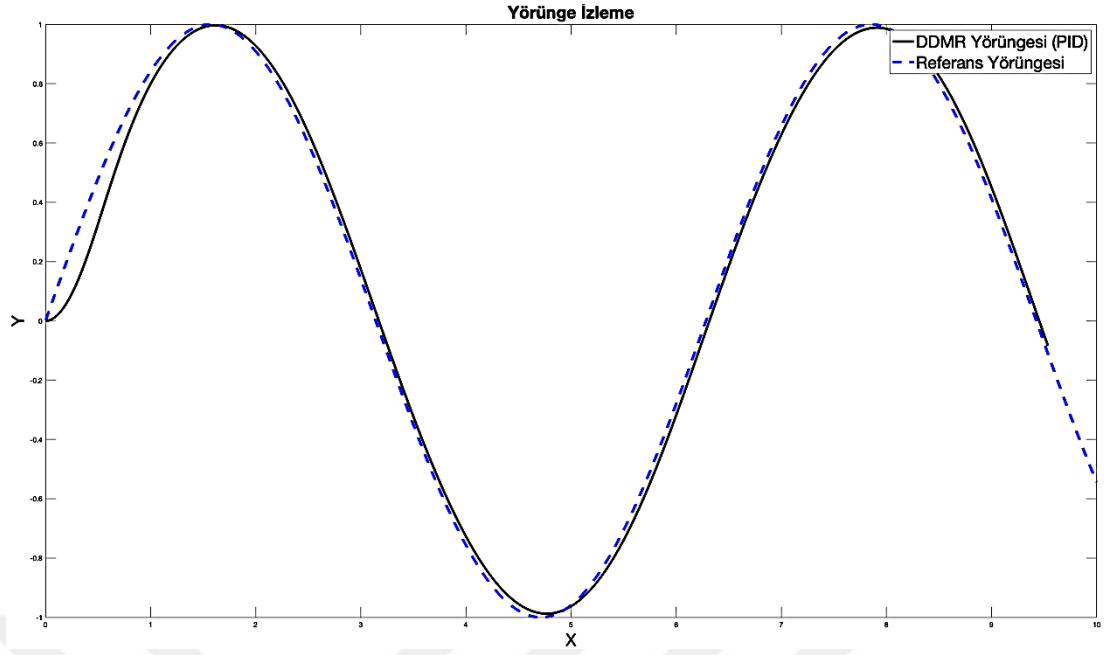
Şekil 5.32. PID'ye sahip mobil robotun eksen üzerinde yörünge takibi

Yukarıdaki Şekil 5.32'de PID tipi denetleyiciye sahip mobil robotun tek eksen üzerindeki referans yörünge takibinin değerleri verilmiştir. Şekil 5.28'de X ve Y eksenlerinde verilen yörünge izleme değerleri yukarıdaki şekilde eksenler ayrılarak zamana göre konumları gösterilmiştir. PID sistemi ASMC sistemine sahip DDMR modeli ile karşılaştırıldığında, PID'ye sahip sistemin X ekseninde referans çizgisine Y ekseninde ise referans yörüngeden biraz daha uzak olduğu görülür.



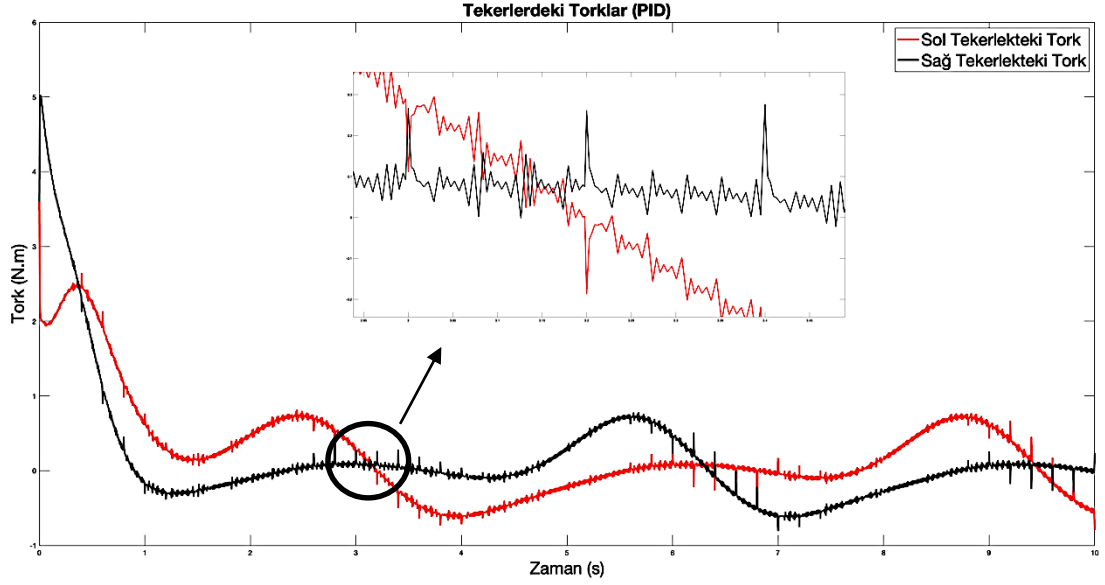
Şekil 5.33. PID'ye sahip mobil robotun farklı başlangıç durumu için yörünge izleme performansı

Yukarıdaki Şekil 5.33'te PID tipi denetleyiciye sahip mobil robotun farklı başlangıç durumu için yörünge izleme grafiği verilmiştir. $[0, 0.5, 0]$ başlangıç konumundan mobil robotun referans yörüngeyi izlemeye başlamış ve yörüngeye oturmuştur. Başlangıç konumu referans yörüngeden uzaklaştığından dolayı mobil robotun yörüngeye oturma zamanı gecikmiştir. Bu sebeple $[0, 0, 0]$ başlangıç konumundan başlayan mobil robotun TT performansı daha yüksektir.



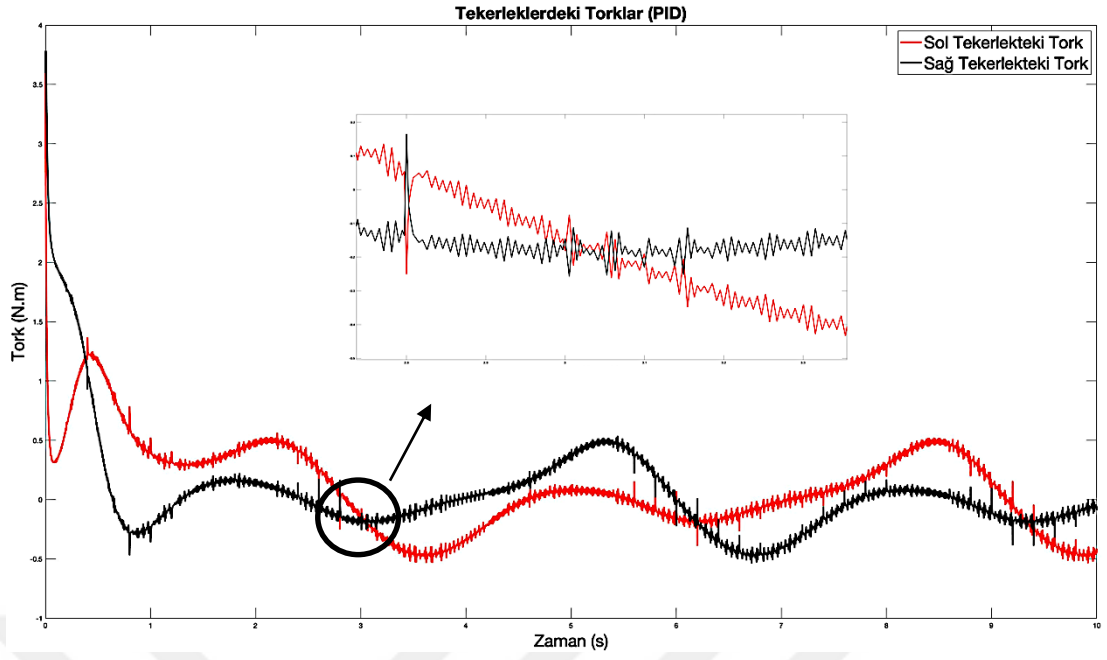
Şekil 5.34. PID'ye sahip mobil robotun hata modellemesi olmadığı durum için yörünge izleme performansı

Yukarıdaki Şekil 5.34'te PID tipi denetleyiciye sahip mobil robotun hata modellemesi olmadığı durum için yörünge izleme grafiği verilmiştir. Yörünge izleme performansı hata modellemesi olan sisteme göre daha tatmin edici performans göstermiştir. Örneğin referans yörüngesinin kavisli bölümlerinde hata modellemesi olmayan sistem hata modellemesi olan sisteme göre daha iyi performans göstermiştir. Ayrıca referans yörüngesinin doğrusal olduğu kısımlarda hata modellemesine sahip olmayan DDMR yörüngeye daha yakın bir şekilde ilerlemiştir.



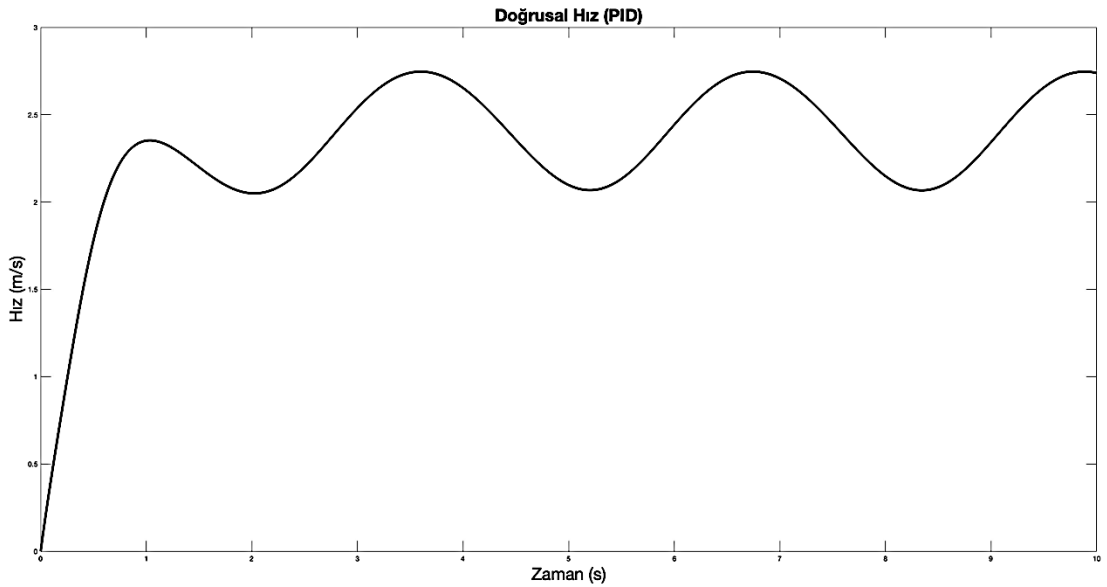
Şekil 5.35. PID'ye sahip mobil robotun tekerlere uyguladığı tork

Yukarıdaki Şekil 5.35'te PID tipi denetleyiciye sahip mobil robotun tork grafiği verilmiştir. Tork değeri başta yüksektir. Çünkü mobil robot yörüngeye girmeye çalışmaktadır. Tork değerleri ASMC ile karşılaştırıldığında daha düşük değerlerde olduğu görülmektedir. ASMC sisteminin keskin geçişler problemine daha önceden değinilmiştir. ASMC üzerinde keskin geçişleri azaltmak için çalışmalar yapılmasına rağmen hala görülmektedir. PID sisteminde keskin geçişler ASMC sistemine göre daha az olduğundan daha düzgün kontrol girişi vardır.



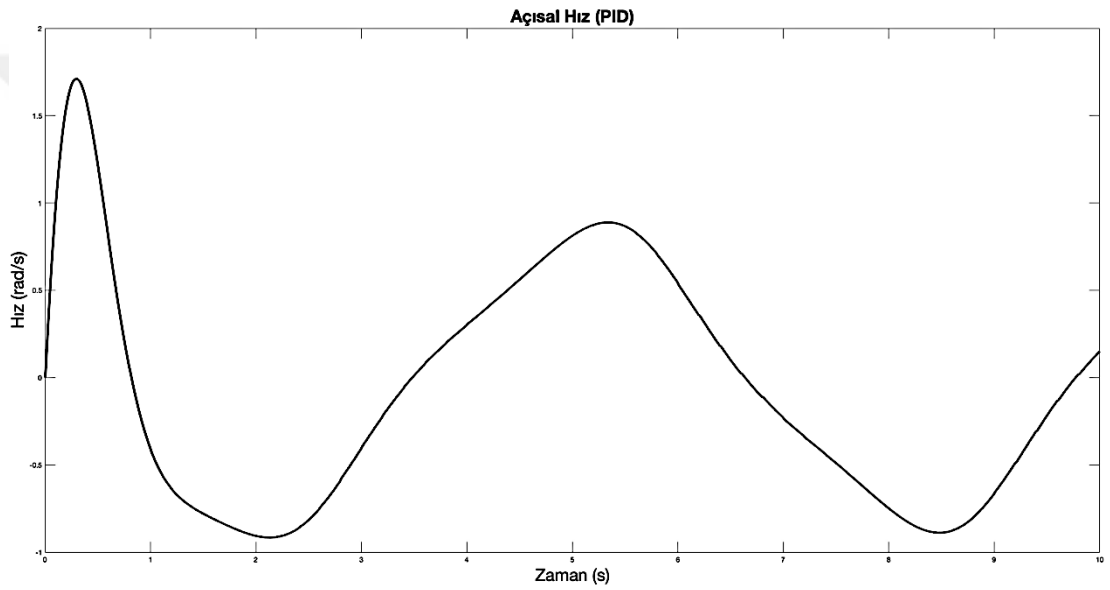
Şekil 5.36. PID'ye sahip mobil robotun hata modellemesi olmadığı durum için tekerlere uyguladığı tork

Yukarıdaki Şekil 5.36'da PID tipi denetleyiciye sahip mobil robotun hata modellemesi olmadığı durum için tork grafiği verilmiştir. Hata modellemesi olan sistem ile karşılaştırıldığında tork değerlerinin ve keskin geçişlerinin daha düşük olduğu görülmektedir.



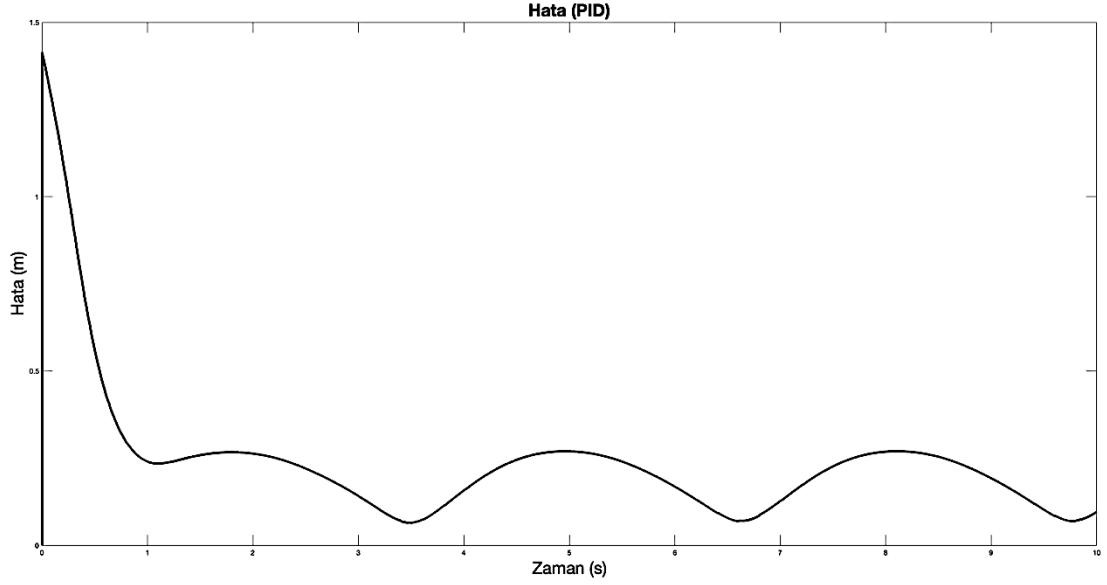
Şekil 5.37. PID'ye sahip mobil robot gövdesinin doğrusal hızı

Yukarıdaki Şekil 5.37’de PID tipi denetleyiciye sahip sistemdeki mobil robotun doğrusal hız grafiği verilmiştir. Tork ifadesinde bahsedildiği gibi hız değerinin başlangıçta yüksek olması mobil robotun yörüngeye girmeye çalışması sebebiyle yüksektir. Başlangıç koşulunda verilen doğrusal hız değerinden başlayarak yükselmiş sonra sinüs grafiğine benzer bir doğrultuda stabil bir şekilde ilerlemiştir. PID sistemindeki hız değerleri ASMC sistemi ile karşılaştırıldığında iki grafiğinde çok benzer olduğu görülmektedir. PID sisteme sahip mobil robot yörüngeye oturmak için başlangıçta ASMC sistemine göre daha yavaş bir şekilde hızlanmıştır.



Şekil 5.38. PID’ye sahip mobil robot gövdesinin açısal hızı

Yukarıdaki Şekil 5.38’de PID tipi denetleyiciye sahip sistemdeki mobil robotun açısal hız grafiği verilmiştir. Yörüngeye oturana kadar açısal hız ani değişimler göstermiştir. Sonrasında açısal hız, doğrusal hızda olduğu gibi stabil bir şekilde değişim göstermiştir. Yörünge İzlenirken mobil robotun doğrultusu koordinat eksenine baktığı durumlarda açısal hız değerinin negatif değerler aldığı görülmüştür. PID denetleyici ASMC ile karşılaştırıldığında açısal hız grafiklerinin hemen hemen aynı olduğu görülmektedir.



Şekil 5.39. PID'ye sahip mobil robot gövdesinin yörünge hatası

Yukarıdaki Şekil 5.39'da PID tipi denetleyiciye sahip mobil robotun hata grafiği görülmektedir. Bu grafik referans yörünge ile mobil robotun gövdesi arasındaki ve referans hızlar ile robot gövdesinin hızları arasındaki farklar alınarak hata değerini gösterir. Hata yörüngeye oturma zamanına kadar yüksektir. Oturduktan sonra azalan hata sifıra yaklaşır. Sıfır olmamasının sebebi ise referans hız ile mobil robot hızının farklı değerlerde olmasıdır. Sisteme verilen belirsizlik ve hata fonksiyonları ile mobil robot gövdesinin hızı yavaşlatılmaya çalışılır. Bu yüzden hata toleranslı sistemlerde mobil robotun hızı referans hızdan her zaman fazla olmalıdır. PID kontrolcüye sahip sistemde hata DDMR yörüngeye oturmadan önce doğrusal bir şekilde azalmıştır. ASMC sisteminde ise DDMR yörüngeye oturana kadar doğrusal olmayan eğri şeklinde azalmıştır. Ayrıca ASMC sistemindeki hata grafiğinin son saniyelerine bakıldığında keskin geçişler olmasının sebebi tork grafiğinde aynı saniyelerde keskin geçişlerin (chattering) yüksek olmasıdır.

PID tipi denetleyiciye sahip mobil robotun hata RMS değerlerinin ortalama değerleri Çizelge 5.10'de gösterilmektedir.

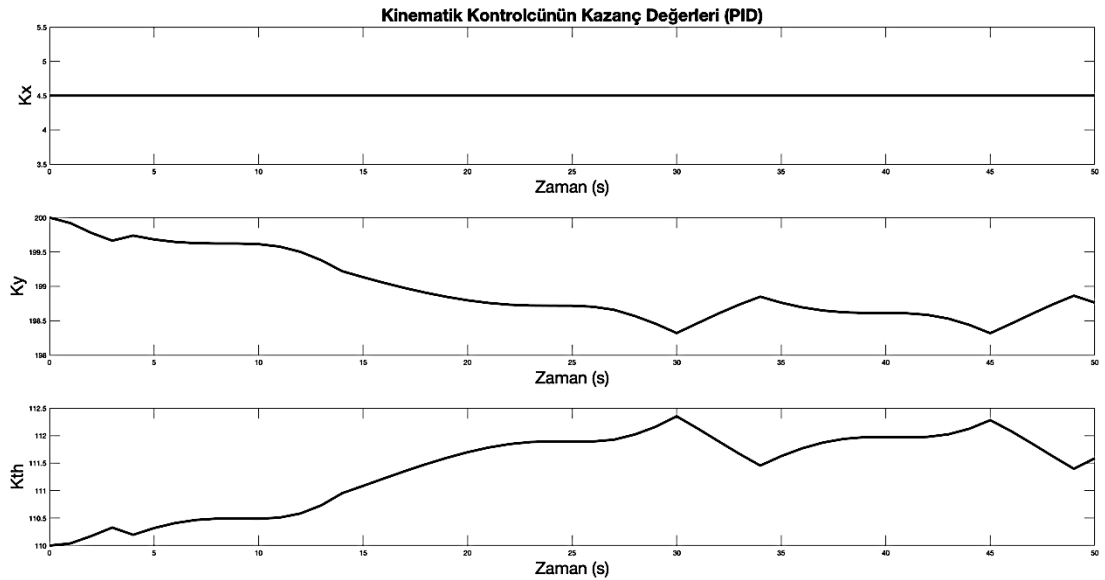
Çizelge 5.11. PID'ye sahip mobil robotun RMS değerlerinin ortalama değerleri

Hata Parametreleri	X Eksenindeki Ortalama Hata Değeri	Y Eksenindeki Ortalama Hata Değeri
RMS_e	0.3534	0.3324

PID tipi denetleyiciye sahip mobil robotun farklı başlangıç durumu için hata RMS değerlerinin ortalama değerleri Çizelge 5.12'de gösterilmektedir.

Çizelge 5.12. PID'ye sahip mobil robotun farklı başlangıç durumu için RMS değerlerinin ortalama değerleri

Hata Parametreleri	X Eksenindeki Ortalama Hata Değeri	Y Eksenindeki Ortalama Hata Değeri
RMS_e	0.4044	0.5588



Şekil 5.40. PID'ye sahip mobil robotun kontrolcü kazançlarının değişimi

Yukarıdaki Şekil 5.40'ta PID tipi denetleyiciye sahip mobil robotun kinematik kontrolcüsünde kullanılan kazanç faktörlerinin değişimi görülmektedir. Yüksek tork değerlerinden kaçınmak için K_x değeri sabit alınmıştır. Diğer değerler (K_y ve K_θ) ise mobil robot konumuna göre zaman içinde değişiklik göstermiştir. ASMC tipi denetleyiciye sahip mobil robotun kinematik kontrolcü kazanç değerlerinin değişiminin daha az olduğu görülmektedir. Bu sebeple ASMC tipi denetleyici doğrusal olmayan sistemlerde PID denetleyicisine göre daha başarılı performans göstermiştir.

Hem ASMC hem de PID denetleyiciye sahip mobil robotun hata grafiklerine bakıldığında tatmin edici performans göstermiştir. Literatürde benzer diğer çalışmaların yörünge izleme grafiklerine bakıldığında bu çalışmanın daha iyi sonuçlar aldığı görülür (Srebro, 2011; Koubaa vd., 2015; Amer vd., 2016; Al-Dujaili vd., 2017). RMS hatalarında bakıldığında ASMC sistemine sahip modelin PID'ye göre hata değeri daha az çıkmıştır. Bu sebeple ASMC sisteminin doğrusal olmayan modele daha uygun olduğu görülür.

6. TARTIŞMA

Literatürde yörünge takibi kontrolü üzerine birçok çalışma bulunmaktadır. Mobil robotlarda yörünge izlemede kullanılan kontrol yöntemlerinden biri uyarlanabilir kayan kipli kontrolcüdür. Keskin geçişlerin olması sebebiyle mekanik sistemlerde etkisinin olumsuz olması yüzünden sistemin geliştirilmeye ihtiyacı vardır. Tez çalışmasında kinematik kontrolcü ve yapay sinir ağı tabanlı kontrolcüler denetleyici yapısına eklenerek bozucu girişlerin ve sistemin eyleyicilerinde meydana gelen hataların etkileri giderilerek, DDMR sisteminin referans yörüngeyi takibi gerçekleşmiştir. Bu denetleyici ile yapılan çalışmalara bakıldığında (örneğin Sastry ve Bodson, 2011; Koubaa vd., 2015; Mevo vd., 2018) genel olarak yapay gürültü eklenerek sistem cevabına bakıldığı görülüyor. Sistemi daha kapsamlı test etmek için aktüatörlerde hata modellemesi de yapılmıştır. Gerçek uygulamada robot parametreleri bilinmediğinden dolayı robot modeli doğrusal değildir. Sistem belirsizliklere, bozulmalara ve hatalara maruz kalır. Kayma durumunu korumak, bilinmeyen parametreler ve bozulmalar sorununu çözmek için uyarlanabilir bir yasa bu yüzden önerilmiştir. Daha çok doğrusal sistemlerde kullanılan PID kontrolcü ile doğrusal olmayan sistemlerde kullanılan ASMC tipi denetleyicinin karşılaştırılması yapılmış ve iki kontrolcüde hata ve yapay gürültü altındaki tepkileri incelenmiştir. ASMC ve PID kontrolcü sistemlerinin farklılıkları ve ortak noktaları simülasyon sonucu ile ortaya konulmuştur. İki farklı sistemde aynı kazanç değerlerine ve aynı fiziksel özelliklere sahip mobil robot kullanılmıştır. Robot parametreleri belirlenirken günümüzde kullanılan mobil robotlardan ve literatürdeki çalışmalardan yararlanılmıştır. Yörünge takibinde ASMC ve PID kontrolcüsü tatmin edici sonuçlar vermiştir. Hata ve yapay gürültü modellemesine sahip olan mobil robot, kinematik denetleyiciyle birlikte ASMC veya PID kontrolcü sistemlerini kullanarak doğrusal olmayan bir sistemde TT durumunu sağlamıştır. Bu sisteme ait detaylı şekiller ve parametre değerleri bu çalışmada gösterilmiştir. Çizelge 5.4, 5.5 ve 5.7'deki parametreler ve kazanımlar deneme yanılma yöntemiyle elde edilmiştir.

Sistemde istenmeyen bir sonuç olan keskin geçişler olayı için ayrı bir çalışma yapılmasına rağmen bu çalışmada görölmüştür. Tekerlere uygulanan torklar, literatürdeki diğer örneklere bakıldığında (örneğin Liu ve Wang 2011; Mevo vd., 2018) yüksek olmaması sistem için olumlu bir durumdur. Bu durumun sebebi sistemde sinir ağı tabanlı kontrolcünün olmasıdır.

Önerilen kontrol yapısının bir diğer avantajı, benzer bir yönteme sahip olan diğer bir çalışmada bu sistemden farklı olarak sinir ağı modellemesinin olmadığı ve tekerlek torklarının yüksek çıktığı görölmektedir (Ayyıldız ve Tilki, 2021). Çünkü kinematik kontrolcüdeki kazançlar mobil robot konumuna göre değişim gösterememektedir.

İleride yapılacak çalışmalar ile sisteme eklenecek optimizasyon algoritmasıyla ASMC katsayılarının mobil robot konumuna göre belirlenmesi gerçekleştirilebilir. Böylelikle daha zorlu yörüngeleri mobil robot daha rahat bir şekilde izleyebilir. Ayrıca ASMC modelinin geliştirilmesi ile sisteme eklenen yapay gürültü gerçek hayata daha çok benzetilebilir ve rastgele değerler atanabilir. Keskin geçişler durumunu azaltmaya yönelik daha farklı yöntemler gerçekleştirilebilir. Bu çalışmada keskin geçişleri engellemek adına kullanılan elemanların tek başına yeterli olmadığı ve sistemin bu yönde geliştirilmesi gerektiği açıktır. Böylelikle sistem hatası azaltılabilir. Referans doğrusal ve açısal hızların robot konumuna göre belirlenecek bir sistem oluşturulması ile hem mobil robotun X ve Y düzlemindeki hem de yörünge izleme hataları azaltılabilir. Daha farklı yörünge izlemeleri kolaylaştırmak için kinematik kontrolcünün geliştirilmesi gerekmektedir. Robotun doğrusal olmayan (örneğin kare, daire) yörüngeleri izlemesi için sistemin geliştirilmesi gerekmektedir. Farklı hata modellemeleri veya bozucu girişler yapılarak sistem daha fazla zorlanabilir. Böylelikle DDMR sistemi gerçek hayatta karışılacağı zorluklara karşı daha iyi test edilmiş olur. Aynı anda DDMR sisteminin farklı alanlarda oluşturulacak hatalar ile sisteme etkileri incelenebilir.

KAYNAKLAR

- Akat, S., Efe, M., 2007. Bir Manyetik Askı Sisteminin Kontrolünde Dört Yöntemin Karşılaştırılması. TOK, 265-270.
- Al-Dujaili, Cocquempot, V., Najjar, M., Ma, Y., 2017. Actuator Fault Compensation Tracking Control For Multi Linked 2WD Mobile Robots. 25th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), IEEE, 448-452.
- Amer, A.F., Elsayed, A.S., Ibrahim, A.S., 2016. Adaptive Sliding-Mode Dynamic Controller For Nonholonomic Mobile Robots. 12th International Computer Engineering Conference (ICENCO). IEEE, 230-235.
- Ayyıldız, M., Tilki, U., 2021, Adaptive Sliding Mode Control of Mobile Robot and Comparison with PID Controller. International Symposium on Applied Sciences and Engineering (ISASE), 07-09 April, 494-498.
- Ayyıldız, M., Tilki, U., 2021. Fault Tolerant Control of Wheeled Mobile Robots Using Adaptive Sliding Mode Controller. 2021 IEEE International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA).
- Baek, J., Kwon, W., 2020. Practical Adaptive Sliding-Mode Control Approach for Precise Tracking of Robot Manipulators. Applied Sciences, 10(8), 2909, 1-16.
- Barsan, A., 2019. Position Control of a Mobile Robot through PID Controller. Acta Universitatis Cibiniensis, Technical Series, 71, 14-20.
- Bayoumi, A., 2016. Wheeled Mobile Robot Trajectory Tracking Using Sliding Mode Control. Department of Computers and Systems, Electronics Research Institute, Giza, Egypt, 48-55.
- Bingül, Z., Küçük, S., 2017. Robot Dinamiği ve Kontrolü. Umuttepe Yayınları, 432s, İstanbul.
- Bingül, Z., Küçük, S., 2019. Robot Kinematiği. Umuttepe Yayınları, 352s, İstanbul.
- Blanke, M., Frei, C.W., Kraus, K., Patton, R.J., Staroswiecki, M., 2000. What is Fault Tolerant Control. International Federation of Accountants (IFAC).
- Blanke, M., Staroswiecki, M., Wu, N.E., 2001. Concepts and Methods in Fault-Tolerant Control. Proceedings of the American Control Conference, 2606-2620.
- Bouzoualegh, S., Guechi, E.H., Kelaiaia, R., 2018. Model Predictive Control of a Differential-Drive Mobile Robot. Electrical and Mechanical Engineering, 10(2018), 20-41.

- Contreras, J.C.M., Herrera, D., Toibero, J.M., Carelli, R., 2017. Controllers Design for Differential Drive Mobile Robots Based On Extended Kinematic Modeling. European Conference on Mobile Robots (ECMR). IEEE.
- Cömert, C., Kasnakoğlu, C., 2017. Comparing and Developing PID and Sliding Mode Controllers for Quadrotor. International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research, 6(3), 194-199.
- Demirbaş, F., Kalyoncu, M., 2017. Differential Drive Mobile Robot Trajectory Tracking with Using PID and Kinematic Based Backstepping Controller. Selçuk Üniversitesi Mühendislik, Bilim ve Teknoloji Dergisi, 5(1), 1-15.
- Dhaouadi, R., Hatab, A.A., 2013. Dynamic Modelling of Differential-Drive Mobile Robots Using Lagrange and Newton-Euler Methodologies: A Unified Framework. Advances in Robotics & Automation, 2, 1-7.
- Fierro, R. Lewis, F.L., 1997. Control of A Nonholomic Mobile Robot: Backstepping Kinematics Into Dynamics, Journal of robotic systems, 14(3), 149-163.
- Fierro, R. Lewis, F.L., 1998. Control of a Nonholonomic Mobile Robot Using Neural Networks. IEEE transactions on neural networks, 9(4), 589-600.
- Hadi, N.H., Younus, K.K., 2020. Path Tracking and Backstepping Control for A Wheeled Mobile Robot (WMR) In A Slipping Environment. In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 671(1), 012005. IOP Publishing.
- Hanna, D.K., Joukhadar, A., 2015. A Novel Control-Navigation System-Based Adaptive Optimal Controller and EKF Localization Of DDMR. International Journal of Advanced Research in Artificial Intelligence, 4(5), 21-29.
- Hasan, I.A., Hadi, N.H., 2020. Adaptive PI-Sliding Mode Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robot. Journal Of Mechanics of Continua and Mathematical Sciences, 15(2), 236-252.
- Jin, X.Z., Zhao, Y.X., Wang, H., Zhao, Z., Dong, X.P., 2019. Adaptive Fault-Tolerant Control of Mobile Robots with Actuator Faults and Unknown Parameters. IET Control Theory and Applications, 13(11), 1665-1672.
- Kanayama, Y., Kimura, Y., Miyazaki, F., Noguchi, T., 1990. A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot. in Robotics and Automation, 1990. Proceedings., 1990 IEEE International Conference on, 384-389.
- Karras, G.C., Furlas, G.K., 2019. Model Predictive Fault Tolerant Control for Omni-directional Mobile Robots. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 97, 635-655.

- Koubaa, Y., Boukattaya, M., Dammak, T., 2015. Adaptive Sliding-Mode Dynamic Control for Path Tracking of Nonholonomic Wheeled Mobile Robot. *Journal of Automation and System Engineering*, 9, 119-131.
- Lamraoui, H.C., Qidan, Z., Benrabah, A., 2017. Dynamic Velocity Tracking Control of Differential-Drive Mobile Robot Based on LADRC. *IEEE International Conference on Real-Time Computing and Robotics (RCAR)* 633-638.
- Laumond, J.P., 1998. *Robot Motion Planning and Control*, New York: Springer, Vol. 229, 343p, New York, USA.
- Li, D., Ye, J., 2014. Adaptive Robust Control of Wheeled Mobile Robot with Uncertainties. in *Advanced Motion Control (AMC)*, IEEE 13th International Workshop on, 518-523.
- Liao, J., Chen, Z., Yao, B., 2019. Model-Based Coordinated Control of Four-Wheel Independently Driven Skid Steer Mobile Robot with Wheel-Ground Interaction and Wheel Dynamics. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 15(3), 1742-1752.
- Liu, J., 2017. *Sliding Mode Control Using MATLAB*, Academic Press, 324p, China.
- Liu, J., Wang, X., 2011. *Advanced Sliding Mode Control for Mechanical Systems: Design, Analysis and MATLAB Simulation*, ed: Tsinghua University Press, 354p, China.
- Mevo, B.B., Saad, M.R., Fareh, R., 2018. Adaptive Sliding Mode Control of Wheeled Mobile Robot with Nonlinear Model and Uncertainties. In *Electrical and Computer Engineering*, IEEE Canadian Conference on, 1-5.
- Mohareri, O., 2009. *Mobile Robot Trajectory Tracking Using Neural Networks*. Degree of Master of Science in Mechatronics Engineering, American University of Sharjah, 217p.
- Nabil, E., Sobaih, A.A., Belal, A.Z., 2010. Active Fault-Tolerant Control System. 274-279.
- Qian, D., Tong, S., Xu, C., 2016. Robust Multi-Robot Formations via Sliding Mode Controller and Fuzzy Compensator. *Automatika, Journal for Control, Measurment, Electronics, Computing and Communications* 57.4, 1007-1019.
- Raj, L., Czmerk, A., 2017. Modelling and Simulation of The Drivetrain of an Omnidirectional Mobile Robot, *Automatika, Journal for Control, Measurment, Electronics, Computing and Communications* 58.2, 232-243.

- Ranjbar, E., Yaghubi M., Suratgar, A.A., 2020. Robust Adaptive Sliding Mode Control of a MEMS Tunable Capacitor Based on Dead-Zone Method. *Automatika, Journal for Control, Measurement, Electronics, Computing and Communications* 61.4, 587-601.
- Rotondo, D., Puig, V., Nejjari, F., Romera, J., 2015. A Fault-Hiding Approach for the Switching Quasi-LPV Fault-Tolerant Control of a Four-Wheeled Omnidirectional Mobile Robot. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(6), 3932-3944.
- Sastry, S.S., Bodson, M., 2011. *Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness*. Courier Corporation, 201p.
- Shen, Z., Ma, Y., Song, Y., 2018. Robust Adaptive Fault-Tolerant Control of Mobile Robots With Varying Center of Mass. *IEEE Transactions On Industrial Electronics*, 65(3), 2419-2428.
- Srebro, A., 2011. A Self-Tuning Fuzzy PD Controller for a Wheeled Mobile Robot Operating in The Presence Of Faults. *Challenges of Modern Technology* 2.4, 11-21.
- Ushikoshi, T.D.A., Peixoto, K.P., Souto, F.H., Thiago, P., Schnitman, L., 2018. Fuzzy Maneuvering Controller Applied to a Dynamic Model of a Differential Drive Mobile Robot. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)* 1-8.
- Velagic, J., Osmic, N., Lacevic, B., 2008. Neural Network Controller for Mobile Robot Motion Control. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 47, 193-198.
- Xu, L., Yao, B., 2007. Adaptive Robust Control of Mechanical Systems with Nonlinear Dynamic Friction Compensation. *International Journal of Control*, 81(2), 167-176.
- Yazdjerdi, P., Meskin, N., 2018. Design and Real-Time Implementation of Actuator Fault-Tolerant Control for Differential-Drive Mobile Robots Based on Multiple-Model Approach. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering* vol, 232(6), 652-661.
- Ye, J., 2008. Tracking Control for Nonholonomic Mobile Robots: Integrating the Analog Neural Network into The Backstepping Technique. *Neurocomputing*, 71(16-18), 3373-3378.