

**T.C**  
**BAHÇEŞEHİR ÜNİVERSİTESİ**

**ENFLASYON VE FAİZ ORANLARININ GELECEK  
DEĞERLERİNİN TAHMİN EDİLMESİNDE STOKASTİK  
DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN KULLANILMASI**

**Yüksek Lisans Tezi**

**TUĞBA KALKAN**

**İSTANBUL, 2021**



**T.C**  
**BAHÇEŞEHİR ÜNİVERSİTESİ**

**LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**  
**BANKACILIK VE FİNANS YÜKSEK LİSANS PROGRAMI**

**ENFLASYON VE FAİZ ORANLARININ GELECEK  
DEĞERLERİNİN TAHMİN EDİLMESİNDE STOKASTİK  
DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN KULLANILMASI**

**Yüksek Lisans Tezi**

**TUĞBA KALKAN**

**Tez Danışmanı: DR. ÖĞR. ÜYESİ SONAT BAYRAM**

**İSTANBUL, 2021**



**BAHÇEŞEHİR ÜNİVERSİTESİ**  
**LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

...../...../.....

**YÜKSEK LİSANS TEZ ONAY FORMU**

<b>Program Adı:</b>	BANKACILIK VE FİNANS
<b>Öğrencinin Adı Soyadı:</b>	TUĞBA KALKAN
<b>Tezin Adı:</b>	ENFLASYON VE FAİZ ORANLARININ GELECEK DEĞERLERİNİN TAHMİN EDİLMESİNDE STOKASTİK DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN KULLANILMASI
<b>Tez Savunma Tarihi:</b>	21/06/2021

Bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak gerekli şartları yerine getirmiş olduğu Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tarafından onaylanmıştır.

**Doç. Dr. Burak KÜNTAY**

**Enstitü Müdürü**

Bu Tez tarafımızca okunmuş, nitelik ve içerik açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak yeterli görülmüş ve kabul edilmiştir.

	<b>Ünvanı, Adı Soyadı</b>	<b>İmza</b>
<b>Tez Danışmanı:</b>	Dr. Öğr. Üyesi Sonat BAYRAM	
<b>2. Üye :</b>	Dr. Öğr. Üyesi Burçak VATANSEVER DURMAZ	
<b>3. Üye :</b>	Dr. Öğr. Üyesi Alican UMUT	

## ÖNSÖZ

Bankacılık ve Finans Anabilim Dalı'nda aldığım uzmanlık eğitimim sürecinde “Enflasyon ve Faiz Oranlarının Gelecek Değerlerinin Tahmin Edilmesinde Stokastik Diferansiyel Denklemlerin Kullanılması” konulu tezimi bu akademik takvim yılı içerisinde sunmuş bulunmaktayım. Matematik bölümünde aldığım lisans eğitimim sonrasında, lisansüstü seviyede akademik eğitim alma doğrultusunda çıktığım bu yolda; iki anadal arasında bir perspektif yaratmaya ve bunu tezimle somutlaştırarak akademik literatüre bir katkı sağlamaya çalıştım.

Bu süreç doğrultusunda tezin ortaya konmasındaki destek ve katkılarından, çalışmanın her safhasında göstermiş olduğu sabır ve yardımlarından dolayı danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Sonat Bayram'a,

Hayatımın her döneminde olduğu gibi bu süreçte de manevi ve maddi yardımlarını üzerimden eksik etmeyen annem Fatma Kalkan'a, babam Mehmet Kalkan'a, ağabeyim Çağlar Kalkan'a ve amcam Yaşar Kalkan'a en içten dileklerle teşekkürü bir borç bilirim.

Haziran 2021

Tuğba KALKAN

## ÖZET

### ENFLASYON VE FAİZ ORANLARININ GELECEK DEĞERLERİNİN TAHMİN EDİLMESİNDE STOKASTİK DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN KULLANILMASI

Tuğba Kalkan

Bankacılık ve Finans Yüksek Lisans Programı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Sonat BAYRAM

Haziran 2021, 97 Sayfa

Stokastik bir süreç olan Brownian Hareketi günümüzde pek çok alanda kullanılmaktadır. Matematikteki merkezi konumu, bilim, mühendislik ve matematiksel finanstaki çok sayıda uygulamada kullanılır. Buna istinaden özellikle finans alanında hisse senedi gelecek değeri tahminleri, enflasyon ve faiz oranlarının gelecek değer tahminleri ve birçok fenomende kısa vadeli tahminler yapmak için kullanılmaktadır. Brownian Motion diğer stokastik tahmin tekniklerine göre kısa vadeli daha anlamlı ve başarılı sonuçlar vermektedir. Stokastik süreçlerin kullanıldığı bu analizde öncelikle Markov Süreci, Monte Carlo Simülasyon Yöntemi, İto'nun Lemması, Martingale detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Burada matematiksel olarak ifade ettiğimiz stokastik diferansiyel denklemler teorisi ise, stokastik süreçler teorisinin en güzel ve en kullanışlı alanlarından biridir.

Bu tez çalışmasında Geometrik Brownian Hareketi kullanılarak gerçekleştirilen analiz ile enflasyon ve faiz oranlarının gelecek değerlerine yönelik beklentileri yönlendirirken kullanılacak model sunmak amaçlanmıştır. Geçmiş dönem literatür çalışmalarından farklı olarak bizim yaptığımız çalışmada standart sapma Lambda değişkeninden türetilerek yapılmıştır. Model verilerini seçerken TCMB'nin Elektronik Veri Dağıtım Sisteminden alınan 8 adet rasyo veri alınarak oluşturulmuştur. Bu rasyoların analizi yapılırken Haziran 2021 yılından Kasım 2022 yılına kadar geçen sürede aylık ortalama gelecek değerleriyle ilgili analiz yapılmıştır. Yapılan bu analiz sonucunda rasyolar arasındaki ilişkilerin anlamlı olduğu sonucuna varılmıştır. Gelecek değer tahmini yapılırken kısa dönemli rasyolarda daha başarılı ve geçerli sonuçlar elde edildiği kanısına varılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Brownian Motion Hareketi, Enflasyon ve Faiz İlişkisi, Gelecek Değer Tahmini

## SUMMARY

### USING STOCHASTIC DIFFERENTIAL EQUATIONS TO PREDICT THE FUTURE VALUES OF INFLATION AND INTEREST RATES

Tuğba Kalkan

Banking and Finance Master's Program

Supervisor: Dr. Sonat BAYRAM

June 2021, 97 Pages

The Brownian Motion which is a stochastic process has been used in numerous fields. Its central place in Maths is used in many practices of science, engineering and mathematical finance. Based on this it is used especially to presume the future value of stock in finance area, the future value of inflation and interest rate, and to make short-dated assumptions at many phenomena. The Brownian Motion gives more significant and more succeeding results at short date than the other stochastic assumption technicals. In this analysis, used stochastic processes, primarily Markov Process, Monte Carlo Simulation Method, Ito's Lemma, Martingale are clarified in detail. The theory of the stochastic differential equations, has been stated mathematically here, is one of the best and the most useful fields of the theory of stochastic processes.

It is aimed at this thesis study to present the model while processing the assumptions of the future values of inflation and interest rate with the analysis made by using the Geometrical Brownian Motion. Unlike the previous literature researches, the standard deviation. The model data have been composed by the eight ratio data, taken from the electronic data delivery system of central bank of the republic of Turkey. While analysing these ratios, the monthly average future values involving the period from June 2021 to November 2022, have been analysed. At the result of this analysis it has been deduced that the relations between ratios are significant. While assuming the future value, it has been of the opinion that the short term ratios present more succeeding and prevalent results.

**Key Words:** Brownian Motion, the Analysis of Inflation and Interest Relation, the future value assumption

## İÇİNDEKİLER

TABLolar.....	x
ŞEKİLLER.....	xi
KISALTMALAR.....	xii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 ZAMAN SERİLERİ.....	1
1.1.1 Tesadüfi Zaman Serileri.....	2
1.1.2 Trendli Zaman Serileri.....	2
1.1.3 Mevsimsel Zaman Serileri.....	3
1.1.4 Konjonktür Zaman Serisi.....	5
1.2 ZAMAN SERİSİ ÖZELLİKLERİNİN ANALİZİ.....	6
1.2.1 Değişkenlerin Dağılım Özelliklerinin İncelenmesi.....	6
1.2.1.1 Normal dağılım.....	6
1.2.1.2 T dağılımı.....	7
1.2.1.3 Ki-Kare dağılımı.....	8
1.2.1.4 F dağılımı.....	8
1.2.1.5 Üstel dağılım.....	8
1.2.1.6 Poisson dağılımı.....	9
1.2.1.7 Binom dağılımı.....	9
1.2.1.8 Hipergeometrik dağılım.....	9
1.2.2 Veriler Arası Bağıntıların Test Edilmesi.....	10
1.2.2.1 Entegrasyon sorununun test edilmesi.....	12
1.2.2.2 Korelasyon sorununun test edilmesi.....	12
1.2.2.3 Otokorelasyon sorununun test edilmesi.....	13
1.2.2.4 Birim kök sorununun test edilmesi.....	14
1.2.3 Nedensellik ve Eş Bütünleşmenin Test Edilmesi.....	14
1.2.3.1 Granger nedensellik analizi.....	14
1.2.3.2 Johansen eş bütünleşme testi.....	15
1.2.4 Volatilitenin Test Edilmesi.....	16
1.2.4.1 Otoregresif süreç (AR süreci).....	16
1.2.4.2 Hareketli ortalama (MA süreci).....	17

1.2.4.3 ARMA süreci.....	17
1.2.4.4 ARIMA.....	18
1.2.4.5 ARFIMA.....	20
1.2.4.6 SARIMA.....	21
1.2.4.7 SARIMAX.....	22
1.2.4.8 ARCH ve GARCH.....	23
1.2.4.9 M-ARCH.....	24
1.2.4.10 E-GARCH.....	25
1.2.4.11 T-ARCH.....	26
1.2.4.12 P-ARCH.....	26
1.2.4.13 C-GARCH.....	27
1.2.4.14 VAR modelleri.....	27
1.3 VAR ANALİZİNDE KULLANILAN YÖNTEMLER.....	28
1.3.1 Varyans-Kovaryans Metodu.....	28
1.3.2 Tarihi Simülasyon Yaklaşımı.....	30
1.3.3 Monte Carlo Simülasyonu Yaklaşımı.....	31
1.4 REGRESYON ANALİZİNDE LINE KOŞULU.....	32
1.4.1 Lineerlik Koşulu.....	32
1.4.2 Normal Dağılım Koşulu.....	35
1.4.3 Entegrasyonun Test Edilmesi Koşulu.....	35
1.4.4 Hata Terimlerinin Kareleri Toplamı.....	36
2.1 STOKASTİK SÜREÇLER.....	37
2.2 STOKASTİK SÜREÇLERİN SINIFLANDIRILMASI.....	37
2.2.1 Durağan Süreçler.....	37
2.2.1.1 Kesin durağan süreç.....	38
2.2.1.2 Zayıf durağan süreç.....	38
2.2.2 Durağan Olmayan Süreç.....	38
2.2.2.1 Pür rassal süreç.....	39
2.3 STOKASTİK DİFERANSİYEL DENKLEMLER.....	40
2.4 BROWNIAN MOTİON.....	41
2.4.1 Standart Brownian Hareket Süreci.....	42

2.4.2 Geometrik Brownian Hareket Süreci.....	42
2.5 MARKOV PRENSİBİ.....	44
2.6 MARTİNGALE.....	44
2.7 STOKASTİK İNTEGRALLER.....	46
2.7.2 İto İntegral.....	46
2.7.3 İto Lemma.....	47
3. FİNANSTA DİNAMİK TAHMİNLEME VE MONTE CARLO İLE STOKASTİK TEKNİKLERİN KULLANILMASI.....	49
3.1 DİNAMİK PANEL VERİ MODELİ İLE TAHMİN ETME.....	49
3.2 STATİK PANEL VERİ MODELİ İLE TAHMİN ETME.....	51
3.3 FİNANSAL TAHMİNLEMEDE HİBRİT SİSTEM.....	52
3.4 MARKOV CHAİN.....	53
3.4.1 Markov Chain ve Kolmogorov Denklemi.....	54
3.4.2 Stokastik Analiz ve Kolmogorov Denklemi İlişkisi.....	54
3.4.3 Markov Chain Monte Carlo Methodu.....	55
3.5 MONTE CARLO PRENSİBİ.....	57
3.6 LİTERATÜRDE MONTE CARLO İLE İLGİLİ YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	58
3.6.1 Monte Carlo Simülasyonlarının Temelleri.....	59
3.6.2 Yarı Monte Carlo Simülasyonlarının Temelleri.....	61
3.6.3 Monte Carlo Simülasyonlarını Kullanarak Fiyatlandırma Seçenekleri.....	62
3.7 OPSİYON FİYATLAMADA MONTE CARLO YÖNTEMİNİN KULLANILMASI.....	63
4. ENFLASYON VE FAİZ İLİŞKİSİNİN ANALİZİ.....	65
4.1 ENFLASYON.....	65
4.2 ENFLASYON TÜRLERİ.....	66
4.2.1 Nedenlerine Göre Enflasyon.....	66
4.2.2 Artış Hızına Göre Enflasyon.....	67
4.3 BEKLENEN ENFLASYON VE FAİZ İLİŞKİSİ.....	68
4.4 ENFLASYONUN HESAPLANMASI.....	68

<b>4.5 FİŞHER DENKLEMİ.....</b>	<b>69</b>
<b>4.6 SATIN ALMA GÜCÜ PARİTESİ (PPP ORANI).....</b>	<b>70</b>
<b>4.7 FAİZ ORANI.....</b>	<b>71</b>
<b>4.8 FAİZ VE TÜRLERİ.....</b>	<b>71</b>
<b>4.9 FAİZ ORANI HESAPLANMASI.....</b>	<b>72</b>
<b>4.10 TAYLOR KURALI.....</b>	<b>73</b>
<b>5. MODEL UYGULAMASI.....</b>	<b>75</b>
<b>6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....</b>	<b>97</b>
<b>KAYNAKÇA.....</b>	<b>99</b>



## TABLULAR

Tablo 3.1 : Finansal Tahminlemede Hibrit Sistem Şeması.....	52
Tablo 5.1 : Analizde Kullanılan Değişkenlerin Listesi.....	76
Tablo 5.2 : Geometrik Brownian Hareketi ile Enflasyon ve Faiz Oranlarındaki Değişimin Gözlemlenmesinde Kullanılan Rasyoların Gelecek Değer Tahmini.....	78
Tablo 5.3 : Lognormal Dönüşüm Tablosu.....	80

## ŞEKİLLER

Şekil 1.1 : Türkiye'nin 2013 ile 2018 Yılları Arasındaki Büyüme Verileri.....	2
Şekil 1.2 : 2015-2018 Yılları Arası Üç Aylık Turizm Gelirleri.....	4
Şekil 1.3 : Konjonktürel Zaman Serisi.....	6
Şekil 1.4 : Arıma Modellemesinin akış şeması.....	20
Şekil 5.1 : Geometrik Brownian Hareketi ile Toplam TRY Üzerinden Açılan Mevduatlar (Vadesiz Mevduatlar Hariç)-Düzy Gelecek Değer Tahmini.....	81
Şekil 5.2 : Geometrik Brownian Hareketi ile Toplam TRY Üzerinden Açılan Mevduatlar (Vadesiz Mevduatlar Hariç)- Düzy Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması.....	82
Şekil 5.3 : Geometrik Brownian Hareketi ile İhtiyaç (KMH Dahil) (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)- Düzy Gelecek Değer Tahmini.....	83
Şekil 5.4 : Geometrik Brownian Hareketi ile İhtiyaç (KMH Dahil) (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %) - Düzy Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması.....	84
Şekil 5.5 : Geometrik Brownian Hareketi ile Taşıtl (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)- Düzy Gelecek Değer Tahmini.....	85
Şekil 5.6 : Geometrik Brownian Hareketi ile Taşıtl (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)- Düzy Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması.....	86
Şekil 5.7 : Geometrik Brownian Hareketi ile Konut (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)- Düzy Gelecek Değer Tahmini.....	87
Şekil 5.8 : Geometrik Brownian Hareketi ile Taşıtl (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)- Düzy Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması.....	88
Şekil 5.9 : Geometrik Brownian Hareketi ile Ticari Krediler (TL Üzerinden Açılan) (Tüzel Kişı KMH ve Kurumsal Kredi Kartları Hariç) (Akım Veri, %)- Düzy Gelecek Değer Tahmini.....	89

Şekil 5.10 : Geometrik Brownian Hareketi ile Ticari (TL Üzerinden Açılan) (Tüzel Kişi KMH ve Kurumsal Kredi Kartları Hariç) (Akım Veri, %)- Düzey Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması.....	90
Şekil 5.11 : Geometrik Brownian Hareketi ile Tüketici Kredisi (KMH Dahil) (TL Üzerinden Açılan) (İhtiyaç+Taşıt+Konut)(Akım Veri, %)- Düzey Gelecek Değer Tahmini.....	91
Şekil 5.12 : Geometrik Brownian Hareketi ile Tüketici Kredisi (KMH Dahil) (TL Üzerinden Açılan) (İhtiyaç+Taşıt+Konut)(Akım Veri, %)- Düzey Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması.....	92
Şekil 5.13 : Geometrik Brownian Hareketi ile TÜFE.GENEL-Düzey Gelecek Değer Tahmini.....	93
Şekil 5.14 : Geometrik Brownian Hareketi ile TÜFE.GENEL- Düzey Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması.....	94
Şekil 5.15 : Geometrik Brownian Hareketi ile 1.Yurt İçi Üretici Fiyat Endeksi-Düzey Gelecek Değer Tahmini.....	95
Şekil 5.16 : Geometrik Brownian Hareketi ile 1.Yurt İçi Üretici Fiyat Endeksi - Düzey Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması.....	96

## KISALTMALAR

SAGP	:	Satın alma gücü paritesi
TFK	:	Tek fiyat kanunu
ARCH	:	Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
GARCH	:	Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
EGARCH	:	Exponential GARCH / Üstel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
TARCH	:	Threshold ARCH / Eşik Değer Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
CGARCH	:	Component GARCH / Birşelik Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
MGARCH	:	Multivariate GARCH / Çok Değişkenli Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
ARFIMA	:	Kendiyle Bağlısımlı Kesirli Bütünleşik Hareketli Ortalama
ARMA	:	Otoregresif Hareketli Ortalama
ARIMA	:	Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama
AR	:	Otoregresif Süreç
MA	:	Hareketli Ortalama
SARIMA	:	Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average / Mevsimsel Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama
PARCH	:	Power ARCH / Güçlü Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
TÜİK	:	Türkiye İstatistik Kurumu
RMD	:	Riske Maruz Değer
GBM	:	Geometrik Brownian Hareketi
MAPE	:	Ortalama Mutlak Yüzde Hatası

# 1. GİRİŞ

## 1.1 ZAMAN SERİLERİ

Belirli vakit aralıklarıyla gözlemlenerek kaydedilen istatistik verileri çeşitli konularla alakalı zaman serilerini meydana getirirler. Bu seriler yıllara göre ulusal gelirin, istihdamın yada ihracatın kaydettiği gelişme şeklinde tutumsal zaman serileri olabileceği benzer biçimde, bir mağazanın aylık satışlarını, mevsimlere bakılırsa ısı derecelerini yada bir canlının kalp atışlarını anlatım eden, işletme meteoroloji yada tıp konuları ile alakalı seriler de olabilmektedir. Ekonominin iktisat ve işletme alanlarında zaman serilerinin büyük ehemmiyet taşımasının sebebi önceki dönemlere ilişkin gözlemlerin incelenmesi ve muayyen eğilimlerin ortaya çıkarılması ile ileriye ilişik tahmin yapabilmenin olası olmasıdır. (Köksal 2003, s. 443)

Önceden elde edilmiş ve bilinen verilerin kullanılmasıyla gelecekteki olayların tahminini matematiksel model kullanarak gösterilmesi bir zaman serisidir. Zaman serilerinin amacı elimizde var olan detayları ya da verileri kullanarak yani geçmiş bilgiler dikkate alınarak stokastik süreç ile ilgili yeni çıkarımlar yapmaktır.

Zaman serileri birçok alanda kullanılmakla birlikte özellikle iktisatla alakalı olarak pay senetlerinin gelecek fiyatları, yıllık ortalama milli gelir, faiz ve enflasyon oranları, senelik işsizlik oranları vb. gibi alanlarda kullanılır.

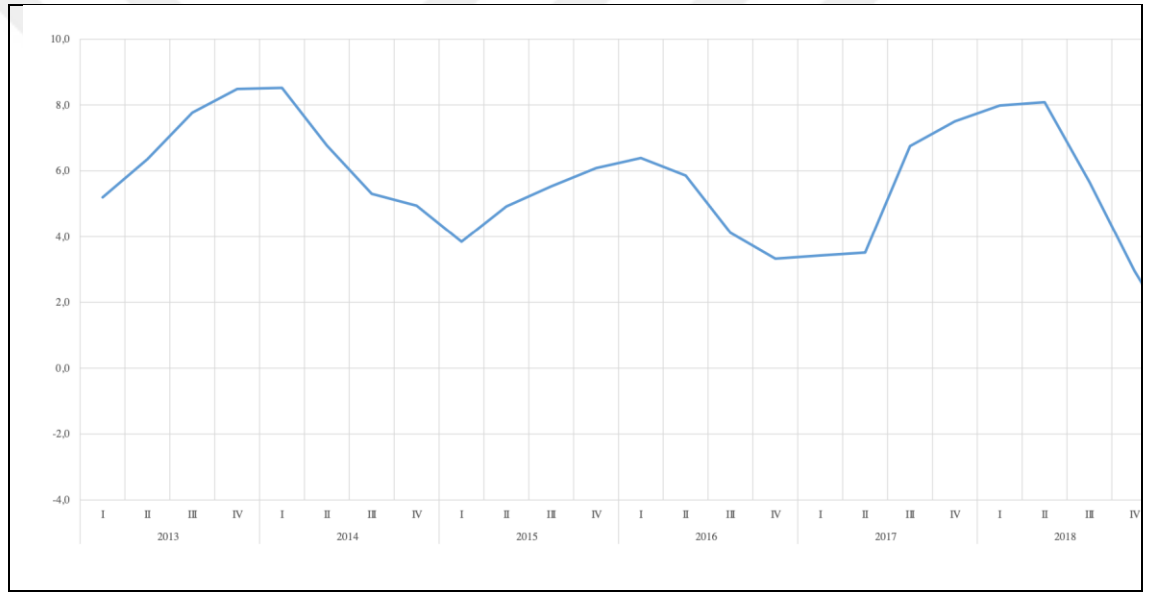
Zaman serileri trend, mevsimsel, konjonktürel ve düzensiz hareketlerin bir araya gelmesiyle oluşan yapıya haizdir. Zaman serisinin değişkenleri artan, azalan ya da değişmeyen yapıda bir trend olma özelliğine sahip olabilir. Zaman serisinde trend kavramı zaman serisinin uzun dönemli temayülünü gösterir. Mevsimsel bileşen ise belirli periyotlarla tekrarlı şekilde bir salınım gösterir. Bir zaman serisinde gözlemden elde edilen değerler trendin altında veya üstünde çıkmasıyla tekrarlı bir şekilde değer alarak mevsimlik tesir ortaya çıkar. Konjonktürel dalgalanmalar ekonomideki rahatlık ve depresyon dönemlerini içeren değişimleri kapsar. Düzensiz hareketler de toplumsal ve

ekonomik nedenlerle ortaya çıkan ve öncesinden tahmin yapmanın imkansız olduğu olayların etkilerini yansıtır. (Sevüktekin ve Çınar 2014, s. 10)

### 1.1.1 Tesadüfi Zaman Serileri

Zaman serilerinin bir bileşeni olan tesadüfilik kavramında genel anlamda elde edilen verilerin ortalaması sabit olarak dalgalanmaktadır. Bu şekilde olan serilere ortalamaya göre durağan seriler denir. (Sevüktekin ve Çınar 2014, s. 12)

### Şekil 1.1: Türkiye'nin 2013 ile 2018 Yılları Arasındaki Büyüme Verileri



Kaynak: TÜİK

Örneğin, Şekil 1 de ülkemizin 2013 ve 2018 yılları arasındaki büyüme verilerinde sabit bir ortalama ve yaklaşık olarak sabit bir varyans olduğunu söyleyebiliriz.

### 1.1.2 Trendli Zaman Serileri

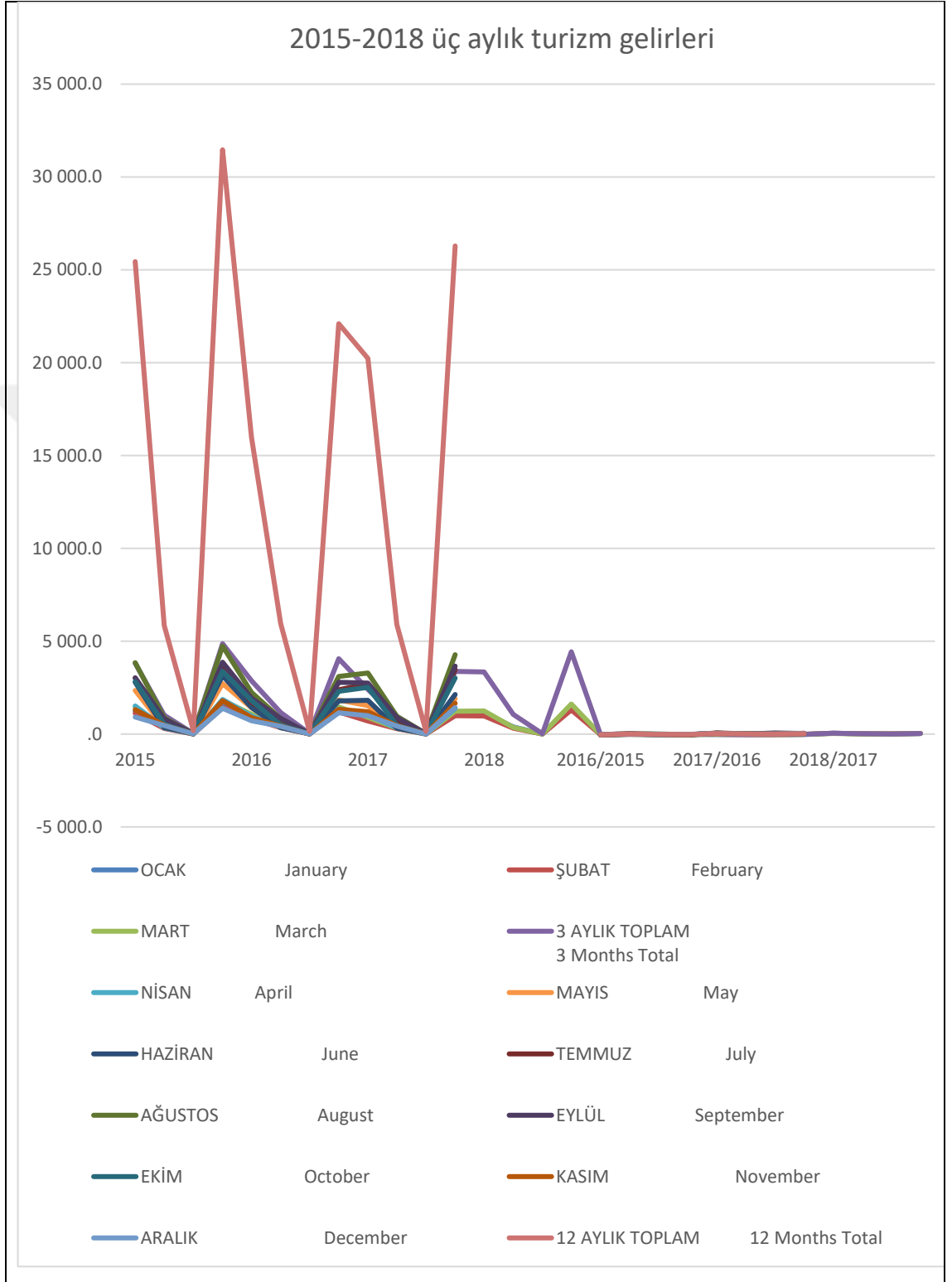
Uzun dönem hareketi olarak tanımlanabilen trend, bir zaman serisindeki uzun dönemde belirli bir yöne doğru gösterdiği gelişme ya da eğilimdir. Trend analizi bir uzun dönem analizi olmasından dolayı verilerin aylık ya da mevsimlik olarak verilmesi sonucu değiştirmeyecektir. (Köksal 2003, s. 446)

### **1.1.3 Mevsimsel Zaman Serileri**

Bir zaman serisinde tekrar eden devri hareketlere mevsim dalgalanmaları denilmektedir. Bu dalgalanmalar mevsimlere göre farklılık gösteren alkolsüz içki, gazete ya da buzdolabı satışları ile ilgili seriler veya caddelerdeki trafiğin saatlere göre değişmesinin, saatlere göre sinema seyircisi sayısındaki değişimin veya bayramlara göre satışların gösterdiği dalgalanmaların belirlediği seriler şeklinde de olabilir. (Köksal 2003, s. 446)



Şekil 1.2 : 2015-2018 yılları arası üç aylık turizm gelirleri



Kaynak: yigm.ktb.gov.tr

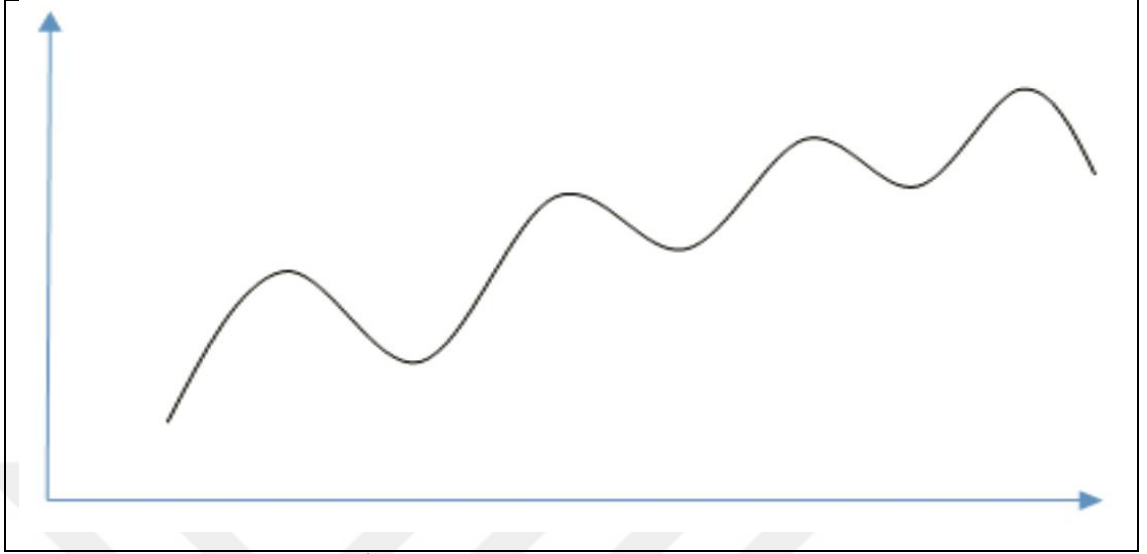
Yukarıda gösterilen grafikte güçlü bir mevsimsellik görülmektedir. Sivri tepeler her yılın mayıs, ekim aylarına çukurlar ise her yılın kasım, nisan aylarına karşılık gelmektedir.

#### **1.1.4 Konjonktür Zaman Serisi**

Bir trend eğrisi etrafındaki uzun dönem dalgalanmalarına konjonktür dalgalanmalar denir. Bu hareketler mevsim dalgalanmalarına benzer halde devri olarak tekrar etmekte iseler de devrelerinin uzun olması ve sürelerinin belirsiz olması ile dikkat çekerler. Bu hareketlerin ekonomik şartlara bağlı olup tutumsal etkinlik düzeyinde önce bir yükselme ve refah süreci ardından durgunluk periyodu ve sonrasında da tekrar yükselme şeklindeki dalgalanmaların etkisi altında buldukları ileri sürülmektedir. (Köksal 2003, s. 447)

Konjonktürel tesirleri içeren zaman serileri ile önraporlama yapabilmek zordur. Bunun nedeni ise gelecekte bu etkilerin yeniden ortaya çıkması olası bir durumdur. Fakat konjonktürel dalgalanmaların düzenli bir periyodik salınımına sahip olmamasına rağmen ön raporlama yapma gereği duyuluyor ise serinin son dönem ortalamalarından hareket edilir ya da serinin artma veya azalma eğilimi dikkate alınarak geçmiş son birkaç dönemdeki değerlerine bakılarak tahmin yapılır. (Sevüktekin ve Çınar 2014, s. 17)

### Şekil 1.3 : Konjonktürel Zaman Serisi



*Kaynak:* Babacan, Adem., (2015), „İşletmelerde Toplam Satış Tahminlemesi: Bir Kobi Uygulaması, Bingöl Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 5(10), 49-62

## 1.2 ZAMAN SERİSİ ÖZELLİKLERİNİN ANALİZİ

### 1.2.1 Değişkenlerin Dağılım Özelliklerinin İncelenmesi

Zaman serisi analizi yapılırken öncelikle değişkenlerin dağılım özelliklerinin incelenmesi gerekmektedir. En uygun modeli belirleyebilmek için değişkenlerin dağılım özelliğinin bilinmesi gerekir. Olasılıkta sürekli ve kesikli dağılım olmak üzere birçok dağılım çeşidi mevcuttur. Bunlardan bazıları Normal dağılım, T dağılımı, F dağılımı, Ki-Kare Dağılımı, üstel dağılım, poisson dağılımı, hipergeometrik dağılım ve binom dağılımıdır.

#### 1.2.1.1 Normal dağılım

Normal dağılım fonksiyonları en önemli ve en yaygın kullanılan dağılım fonksiyonudur. Standart normal olarak adlandırılan standartlaştırılmış normal dağılım fonksiyonları, normallikten emin olunması ve dağılımın ortalamasını ve varyansını bilmesi veya tahmin edebilmesi koşuluyla herhangi bir alan ve durumda uygulanabilir. Standart normal değerler, normal dağılıma sahip değerlerin Z puanlarıdır. Farklı normal dağılımlardan

farklı araçlara ve varyanslara sahip değerleri standart normale dönüştürmek, onları karşılaştırmamızı sağlar. Normal dağılım gibi sürekli dağılım fonksiyonları için olasılık bir aralık için hesaplanır. Bu tür olasılıkların doğrudan hesaplanması, integral hesaplamayı gerektirir. Normal bir dağılımın iki parametresi vardır: ortalama ve varyans. Başka bir deyişle, normal bir dağılımın ortalaması ve varyansı, belirli merkezini ve yayılmasını belirler. (Naghshpour 2012, s. 83)

Aritmetik ortalaması  $\mu$  ve standart sapması  $\sigma$  olan bir normal dağılım eğrisinin denklemi aşağıdaki formülle gösterilir: (Ertek 1996, s. 111)

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (1.1)$$

X değişkeni  $-\infty < X < \infty$  aralığındadır. Normal dağılım eğrisi simetrik bir eğridir ve bu eğrinin altındaki alanı aşağıdaki formülle hesaplayabiliriz: (Ertek 1996, s. 111)

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(X)dX = 1 \quad (1.2)$$

### 1.2.1.2 T dağılımı

Anakütlenin sapması bilinmiyorsa ve örneklemin yani ( $n \leq 30$ ) olduğu durumlarda t örnek dağılımı kullanılmaktadır.

$Z \sim N(0,1)$  ve  $V \sim \chi^2(v)$  bağımsız değişkenler olmak üzere; (Turanlı ve diğerleri 2004, s. 123)

$$T = \frac{Z}{\sqrt{\frac{V}{v}}} \quad (1.3)$$

eşitliği v serbestlik dereceli t dağılımı adını alır ve  $T \sim t(v)$  olarak gösterilir. Olasılık yoğunluk fonksiyonu ise aşağıdaki gibi ifade edilir: (Turanlı ve diğerleri 2004, s. 123)

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \frac{1}{\sqrt{v\pi}} e^{-\frac{v+1}{2}}, & -\infty < t < +\infty \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (1.4)$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$  rassal değişkenleri  $\mu$  ortalaması ve  $\sigma^2$  varyansı ile normal dağılıma sahip oldukları zaman;

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \quad (1.5)$$

olarak tanımlanan t rassal değişkeni n-1 serbestlik dereceli t dağılımına sahiptir.

### 1.2.1.3 Ki-Kare dağılımı

Ki-Kare dağılımı, çeşitli varyans sorunlarıyla ilgili olarak kullanılır. Bir X değişkeni normal dağılımda ve aritmetik ortalaması  $\mu$ , standart sapması  $\sigma$  olsun. O zaman, şans yoluyla seçilen n sayıda eleman için Ki-Kare değişkenini şöyle ifade ederiz: (Ertek 1996, s. 127)

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \quad (1.6)$$

### 1.2.1.4 F dağılımı

$\chi_1^2$  ve  $\chi_2^2$  birbirinden bağımsız  $v_1$  ve  $v_2$  serbestlik derecelerine sahip iki Ki-Kare dağılımı olsun. O zaman F dağılımı aşağıdaki gibidir: (Ertek 1996, s. 129)

$$F(v_1, v_2) = \frac{\chi_1^2/v_1}{\chi_2^2/v_2} \quad (1.7)$$

### 1.2.1.5 Üstel dağılım

Üstel dağılım Poisson dağılım sürecindeki birbirini izleyen olayların, iki zaman veya alan arasındaki gerçekleşme aralığının ölçülmesinde kullanılan sürekli bir tesadüfi değişkenin olasılık dağılım fonksiyonudur. (Orhunbilge 2000, s. 224)

X rasgele değişkeni ve  $a > 0$  parametresinin Üstel dağılımı aşağıdaki gibidir: (Akdeniz 2013, s. 263)

$$\int_0^{\infty} f(x). dx = \int_0^{\infty} a. e^{-ax}. dx = -e^{-ax} \Big|_0^{\infty} = 1 \quad (1.8)$$

### 1.2.1.6 Poisson dağılımı

X, 0,1,2,...,n değerlerini alabilen bir poisson rasgele değişkeni olsun. X'in olasılık yoğunluk fonksiyonu: (Akdeniz 2013, s. 222)

$$f(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}, x = 0,1,2, \dots \quad \lambda > 0 \quad (1.9)$$

Bu dağılıma poisson dağılımı adı verilir.

### 1.2.1.7 Binom dağılımı

Birbirinden bağımsız n Bernoulli denemesi için X, her denemede başarı olasılığı p, başarısızlık olasılığı q olan binom rasgele değişkeni ise, X'in olasılık fonksiyonu: (Akdeniz 2013, s. 201)

$$f(x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot q^{n-x}, x = 0,1,2, \dots, n \quad (1.10)$$

Bu dağılıma binom dağılımı denir.

### 1.2.1.8 Hipergeometrik dağılım

Hipergeometrik dağılım süreksiz bir tesadüfi değişkenin iadesiz çekimler sonucu değişen gerçekleşme olasılıklarının hesaplanmasında kullanılan bir dağılımdır. Hipergeometrik dağılım formülü aşağıdaki gibidir: (Orhunbilge 2000, s. 197)

$$p(N, n, k, x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad (1.11)$$

N=anakütle birim sayısı

n=örnek birim sayısı

k=anakütledeki ilgili özellikteki birim sayısı

x=örnekte bu özelliğe sahip birim sayısı

### 1.2.2 Veriler Arası Bağlılıkların Test edilmesi

Zaman serilerindeki değişkenler arasında bulunan nedensel ilişkileri incelemeyen önce serilerin durağanlık derecelerinin belirlenmesi gerekmektedir. Zaman serilerinin durağan olmaması halinde yapılan çalışmalarda sahte regresyonlar ortaya çıkabilir. Ortaya çıkan bu sahte regresyonlarda yüksek  $R^2$  ve anlamlı t istatistiği değerinin söz konusu olabilmesine rağmen parametre tahminleri ekonomik olarak anlamsızdır. Tahmin yapılırken durağan olmayan zaman serilerinin kullanılması, modelde yer alan değişkenler arasında gerçek olmayan bir ilişkinin elde edilmesine sebep olabilmektedir. Bu durumda zaman serisi analizi kullanılarak yapılan çalışmalarda sahte regresyondan kaçmak için kullanılacak olan zaman serilerinin durağan olup olmadığına bakılması gerekmektedir. (Ümit 2007, s. 160)

Bir zaman serisindeki ortalama, varyans ve kovaryansı zamana bağlı olarak değişmiyorsa bu zaman serisine zayıf durağan adı verilir. Zaman serisindeki tüm momentleri ve dağılım özellikleri zamana göre değişmiyorsa kuvvetli durağan adı verilmektedir. Ekonometrik analizlerde çoğu zaman birinci ve ikinci momentler olan ortalama, varyans ve kovaryans durağan süreçlerle ilgilenilmekte, daha yüksek dereceli momentler açısından durağanlık aranmamaktadır. (Satman 2010, s. 102)

Birçok regresyon uygulaması, zaman serileri olan, yani değişkenleri zamana yönelik olan hem yordayıcı hem de yanıt değişkenlerini içerir. Zaman serisi verilerini kullanan regresyon modelleri, ekonomi, işletme ve birçok mühendislik alanında nispeten sık görülür. Zamana bağlı olmayan regresyon verileri için tipik olarak yapılan ilişkisiz veya bağımsız hataların varsayımı genellikle zaman serisi verileri için uygun değildir. Genellikle zaman serisi verilerindeki hatalar bir tür otokorelasyonlu yapı sergiler. Otokorelasyon ile, hataların farklı zaman periyotlarında kendileriyle ilişkilendirildiğini kastediyoruz. Zaman serisi regresyon verilerinde birkaç otokorelasyon kaynağı vardır.

Çoğu durumda, otokorelasyonun nedeni, analistin modele bir veya daha fazla önemli yordayıcı değişkeni dahil etmemesidir. Örneğin, ülkenin belirli bir bölgesindeki bir ürünün yıllık satışını, o ürün için yıllık reklam harcamalarına göre düşürmek istediğimizi varsayalım. Çalışmada kullanılan süre boyunca o bölgedeki nüfustaki artış, ürün satışlarını da etkileyecektir. Nüfus büyüklüğünün dahil edilmemesi, modeldeki hataların pozitif olarak otokorelasyona uğramasına neden olabilir, çünkü eğer ürüne yönelik kişi başı talep sabit ya da zamanla artıyorsa, nüfus büyüklüğü ürün satışları ile pozitif olarak ilişkilendirilir. Hatalardaki otokorelasyonun varlığı, olağan en küçük kareler regresyon modeli üzerinde birkaç etkiye sahiptir. Bunlar şu şekilde özetlenmiştir: (Montgomery ve diğerleri 2012, s. 475)

- i. Sıradan en küçük kareler regresyon katsayıları hala tarafsızdır, ancak artık minimum varyans tahminleri değildir.
- ii. Hatalar pozitif olarak otokorelasyonlu olduğunda, kalan ortalama kare,  $\sigma^2$  hata varyansını ciddi şekilde eksik tahmin edebilir. Sonuç olarak, regresyon katsayılarının standart hataları çok küçük olabilir. Sonuç olarak, güven ve tahmin aralıkları olması gerekenden daha kısadır ve bireysel regresyon katsayılarına ilişkin hipotez testleri, bir veya daha fazla yordayıcı değişkenin, gerçekten olmadıklarında modele önemli ölçüde katkıda bulunduğunu göstermesi açısından yanıltıcı olabilir. Genel olarak,  $\sigma^2$  hata varyansını küçümsemek analiste yanlış bir tahmin hassasiyeti ve potansiyel tahmin doğruluğu izlenimi verir.
- iii. t ve F dağılımlarına dayanan güven aralıkları, tahmin aralıkları ve hipotez testleri, kesin olarak konuşmak gerekirse, artık kesin prosedürler değildir.

Otokorelasyon problemiyle başa çıkmak için üç yaklaşım vardır. Bir veya daha fazla ihmal edilen öngörücü nedeniyle otokorelasyon mevcutsa ve bu değişkenler tanımlanabiliyor ve modele dahil edilebiliyorsa, gözlemlenen otokorelasyon ortadan kalkmalıdır. Alternatif olarak, otokorelasyon yapısı hakkında yeterli bilgi varsa, ağırlıklı en küçük kareler veya genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemleri kullanılabilir. Son olarak, eğer bu yaklaşımlar kullanılamıyorsa, analist özellikle otokorelasyon yapısını

içeren bir modele yönelmelidir. Bu modeller genellikle özel parametre tahmin teknikleri gerektirir.

### **1.2.2.1 Entegrasyon sorununun test edilmesi**

Her test aşamasının pratik bir amacı, önceki test aşamalarında tespit edilmesi muhtemel olmayan hataları tespit etmektir. Bu nedenle, entegrasyon testi, birim testi sırasında keşfedilemeyen hataları tespit etmeyi amaçlamalıdır. (Leung ve White 1990, s. 290-301)

Genel olarak birçok iktisadi zaman serisi durağan bir sürece sahip değildirler. Dolayısıyla belli bir zaman boyunca stokastik olarak değişen trend etrafında dağılma özelliği gösterirler. Böyle süreçlerin 1. dereceden bütünleşik (entegre) olduğu söylenir ki bu onların otoregresif yapılarının bir birim köke sahip olduğu anlamındadır. (Uzgören ve Uzgören 2015, s. 1-14)

### **1.2.2.2 Korelasyon sorununun test edilmesi**

Korelasyon analizi bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi oran olarak ifade eden Korelasyon Katsayısı'nın hesaplanmasına dayanmaktadır. Anakütlenin verileriyle yapılan analizlerde  $\rho$ , örnek verileriyle yapılan analizlerde ise  $r$  ile gösterilen korelasyon katsayısı  $-1$  arasında değerler almaktadır. Korelasyon katsayısının 1'e yaklaşması ilişkinin güçlü olduğunu, 0'a yaklaşması ise ilişkinin zayıf olduğunu göstermektedir. Korelasyon katsayısının 1'e çok yakın olması durumunda, standart hata en düşük seviyede olacaktır. Tam tersi korelasyon katsayısı 0'a yaklaştıkça standart hata yükselmektedir. Korelasyon katsayısı ve standart hata arasında %100'lük ters yönlü bir ilişki vardır. (Orhunbilge 1996, s. 20)

Korelasyon, farklı hisse senedi endeksleri arasındaki ilişkinin gücünü ve yönünü ölçmek için kullanılır. Korelasyon katsayısı, bir borsanın başka bir borsa ile doğrusal olarak ilişkilendirilme derecesini gösterir. Bir hisse senedi piyasası doğrusal olarak başka bir piyasa ile ilişkiliyse veya başka bir piyasa tarafından etkileniyorsa, iki piyasa arasındaki

korelasyon katsayısı daha yüksektir (1'e yakın) Ancak, getiri serileri heteroskedastik ise, korelasyon katsayıları yukarı yönlü olabilir ve bir kesinlik sağlamaz. Ayrıca, korelasyon yalnızca iki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin derecesini ölçer. Hisse senedi piyasaları arasındaki uzun vadeli dinamik bağlantılar hakkında fikir vermez. Bu nedenle borsa entegrasyonu Johansen'in Eşbütünleşme yöntemi kullanılarak analiz edilir. (Nashier 2015, s. 65-71)

### **1.2.2.3 Otokorelasyon sorununun test edilmesi**

Otokorelasyonun varlığını tespit etmek için çeşitli istatistiksel testler kullanılabilir. Durbin ve Watson (1950, 1951, 1971) tarafından geliştirilen test çok yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Bu test, regresyon modelindeki hataların, eşit aralıklı zaman periyotlarında gözlemlenen birinci dereceden otoregresif bir süreç tarafından üretildiği varsayımına dayanır.

Otokorelasyonlu kalıplar daha önce ele alınan birçok kalıpta meydana gelebilir. Zaman serisinde ardışık olan değerlerin arasında yüksek otokorelasyon olması durumunda doğru yöntemler ile bir dönem ilerisi için ön raporlama yapılabilir. Bunun yanı sıra daha ileri dönemler için doğru ön raporlar elde etmek zorlaşır. Trend ve mevsimselliğin olmadığı durumlarda yüksek pozitif otokorelasyona sahip seriler rassal yürüyüş serisi ile benzerlik gösterirler. (Sevüktekin ve Çınar 2014, s. 18)

Otokorelasyon sorununun test edilmesinden sonra bu sorunu ortadan kaldırmak için aşağıdaki çözüm yolları izlenebilir: (Ertek 1996, s. 252)

- i. Otokorelasyon sorununun kurulan matematiksel modelin yanlış seçilmesinden kaynaklandığı sonucuna ulaşıyorsa farklı ve yeni bir model denenebilir. Yeni kurulan bu uygun model eski modelin yerini alacak bazı dönüşümler sonucu ortaya çıkar.
- ii. Modelde önceden kullanılmayan açıklayıcı değişkenlerin varlığı aranabilir.

#### 1.2.2.4 Birim kök sorununun test edilmesi

Bir verinin durağanlığı, bir zaman serisi analizinde anlamlı çıkarımlar çizmek ve inşa edilen modellerin doğruluğunu ve güvenilirliğini artırmak için bir ön koşuldur. Bir zaman serisi verileri, ortalaması, varyansı ve otomatik kovaryansı (çeşitli gecikmelerde), onları hangi noktada ölçtüğümüzden bağımsız olarak aynı kalırsa, yani zamandan bağımsızdır. (Tripathi ve Kumar 2014, s. 647-658)

Bir zaman serisinin uzun dönemde haiz olduğu özellikler, serinin içindeki değişkenlerin önceki dönemlerde aldığı değerlere bakılarak içinde bulunduğumuz dönemi nasıl etkilediğini tayin etmemizle ortaya çıkar. Bundan dolayı zaman serisinin süreç özelliklerinin nasıl bir yapıya sahip olduğunu anlayabilmek için, serinin her dönem boyunca aldığı değerlerin önceki dönemlerde aldığı değerlerini kullanarak regresyonun bulunması gerekir. Bunun için geliştirilen birim kök testi ile zaman serilerinin durağan olup olmadıkları belirlenebilmektedir. (Uzgören ve Uzgören 2015, s. 1-14)

#### 1.2.3 Nedensellik ve Eş Bütünleşmenin Test Edilmesi

##### 1.2.3.1 Granger nedensellik analizi

Granger (1986)' ya göre iki zaman serisi arasındaki ilişkinin tespitinde nedensellik testini geliştirerek bunu kullanmayı önermiştir. Bu testin amaçları zaman serisinde bulunan değişkenler arasındaki ilişkinin varlığını ortaya koymak, eğer değişkenler arasında bir ilişki varsa bu ilişkinin yönünü sebep-sonuç ilişkisini belirlemektir. Zaman serisine Granger Nedensellik testini uygulayabilmek için serinin durağan olması ön koşuldur. (Şahin ve Şahin 2018, s. 210-222)

$X_t$  bağımlı değişken ve  $Y_t$  bağımsız değişken olsunlar. Granger (1969)'a göre elimizdeki tüm bilgileri kullanarak  $Y_t$  bağımsız değişkeni için yapılan tahmin değerleri,  $X_t$  bağımlı değişkeni dışındaki bilgiler kullanılarak yapılan tahmin değerlerinden daha yüksek bir başarı sergiliyorsa;  $Y_t$  değişkeni  $X_t$  değişkeninin nedenidir denilmektedir. Bu iki

değişkenlerin arasındaki bu nedenselliği  $Y_t \rightarrow X_t$  şeklinde gösterebiliriz. (Türk ve Çetin 2015, s. 27-38)

Granger (1988), geleneksel Granger nedensellik testinin uygulanmasını bazı yönlerden eleştirmektedir: (Taban ve Kar 2006, s. 167)

- i. Geleneksel nedensellik analizlerinde, değişkenlerin zaman serileri özelliklerine bakılmamaktadır. Serideki değişkenler eğer eşbütünleşik ise, gecikmeli hata düzeltme terimi matematiksel modele eklenmediği takdirde bu değişkenlerin birinci derece farkı alınarak yapılan fonksiyonel olarak yanlış belirlenmiş olacaktır.
- ii. Ayrıca bu testler, değişkenlerin farkının alınmasıyla serileri mekanik olarak durağan hale getirir. Sonuç olarak değişkenlerin orjinal halinde saklı bulunan bilgilerin elenmesine sebep olmaktadır. Hata düzeltme modelleri, eşbütünleşim denkleminin sayesinde üretilen hata düzeltme teriminin gecikmeli şeklini istatistiksel olarak anlamlı bir halde modele ekler. Daha sonra da değişkenlerin farkı alınınca kaybedilen uzun dönemli bilgileri modele tekrar ekler.

### 1.2.3.2 Johansen eş bütünleşme testi

Eşbütünleşme yöntemleri, 2000'li yıllarda ortaya çıktıklarından beri uygulamalı ekonomik çalışmalarda çok popüler araçlar olmuştur. Ancak, bu yöntemlerin tipik olarak dayandığı katı birim-kök varsayımının ekonomik veya teorik gerekçelerle gerekçelendirilmesi genellikle kolay değildir. Örneğin, enflasyon, faiz oranları, reel döviz kurları ve işsizlik oranları gibi değişkenlerin tümü oldukça kalıcı görünmektedir ve sıklıkla birim kök testleri ile modellenmektedir. (Österholm ve Hjalmarsson 2007, s. 3)

Johansen testi, güçlendirilmiş Dickey-Fuller testinin çok değişkenli bir genellemesi olarak görülebilir. Johansen testi ve tahmin stratejisi maksimum olasılıkla ikiden fazla değişken olduğunda tüm eşbütünleşme vektörlerini tahmin etmeyi mümkün kılar. Her biri birim köklere sahip üç değişken varsa, en fazla iki eşbütünleşen vektör vardır. Daha genel

olarak, tümü birim köklere sahip n değişken varsa, en fazla n-1 eşbütünleşme vektörleri vardır. Johansen testi, eşbütünleşen tüm vektörlerin tahminlerini sağlar. Tıpkı Dickey-Fuller testinde olduğu gibi, birim köklerin varlığı, standart asimptotik dağılımların geçerli olmadığını söyler. (Dwyer 2015, s. 4)

Koentegrasyon vektörlerinin kaç tane olduğunu ve anlamlılık düzeyini test etmek amacıyla Johansen (1998) ve Johansen-Juselius (1990) iz istatistiği ve n büyük özdeğer istatistiğini öne sürmüştür. İz istatistiğini ve en büyük özdeğeri aşağıdaki şekilde ifade ederiz: (Topallı 2015, s. 340-351)

$$\text{İz istatistiği} = -T \sum_{i=r+1}^p \ln(1 - \lambda_i) \quad (1.12)$$

$$\text{En büyük öz değer} = -T \ln(1 - \lambda_{r+1}) \quad (1.13)$$

T=Gözlem sayısı

R=Koentegre olmuş vektör sayısı

#### 1.2.4 Volatilitenin Test Edilmesi

##### 1.2.4.1 Otoregresif süreç (AR süreci)

Durağan bir zaman serisi

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \dots + \beta_p Y_{t-p} + \epsilon_t \quad (1.14)$$

şeklinde bir veri üretme süreciyle oluşuyorsa bu tür modellere AR(p) (Autoregressive) model adı verilmektedir. (Satman 2010, s. 112)

Burada  $\epsilon_t$ , otokorelasyon sorunu olmayan, ortalaması sıfır, ve varyansı sabit bir hata terimi olsun. O halde bu model birinci dereceden otoregresif, veya AR (1), stokastik süreçli bir modeldir. İkinci dereceden otoregresif yani AR (2), stokastik süreçli modeli aşağıdaki gibi yazılır: (Ertek 1996, s. 397)

$$Y_t = a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + \epsilon_t \quad (1.15)$$

#### 1.2.4.2 Hareketli ortalama (MA) süreci

Eğer durağan zaman serisi

$$Y_t = \alpha_0 + \epsilon_t + \alpha_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \alpha_q \epsilon_{t-q} \quad (1.16)$$

veri üretme süreci yukarıdaki denklemdeki gibiyse bu tür modellere de MA(q) (Moving Average) modeller adı verilir. (Satman 2010, s. 112)

$\alpha_0$  = herhangi bir sabit

$\epsilon$  = belirli kalıbı olmayan bir stokastik hata terimi

Bu modele de birinci dereceden hareketli ortalama veya MA süreci denir. (Ertek 1996, s. 398)

#### 1.2.4.3 ARMA süreci

AR ve MA terimlerinin birlikte kullanıldığı bir model ARMA(p,q) ile ifade edilir ve

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \dots + \beta_p Y_{t-p} + \alpha_1 \epsilon_{t-1} + \alpha_2 \epsilon_{t-2} + \dots + \alpha_q \epsilon_{t-q} + \epsilon_t \quad (1.17)$$

şeklinde yazılabilir. (Satman 2010, s. 112)

ARIMA modeli, gelecekteki veri değerlerinin geçmiş ve şuan bulunan veri değerlerine doğrusal bir şekilde bağlı olduğunu belirten güçlü bir hipotez ortaya koymaktadır. Bunun sonucu olarak ARIMA modeli, durağan zaman serilerinin tahminlemesi yapılırken doğruluk sonuçları yüksek çıkar. (Büyükşahin ve Ertekin 2020, s. 467-478)

Birinci derece bütünleşik olma durumu zaman serilerinde diğer durumlara göre sık rastlanan bir konudur. (Bal ve Çalışır 2018, s. 2067-2096)

Standart zaman serisi analizi, durağanlık, otokorelasyon, beyaz gürültü, yenilik gibi önemli kavramlara ve merkezi bir model ailesi olan otoregresif hareketli ortalama (ARMA) modellerine dayanır. (Francq ve Zakoian 2010, s. 3)

#### 1.2.4.4 ARIMA

ARIMA modelleri , durağan olmayan zaman serilerinin matematiksel olarak fark alma işlemi uygulanıp durağan hale getirilmiş serilerde uygulanan modellerdir. Durağan olmayan zaman serilerinin fark alma işlemi uygulanarak durağanlaştırılmış zaman serilerine uygulanan modellere de “durağan olmayan bir stokastik model” adı verilir. (Kaynar ve Taştan 2009, s. 141-149)

Zaman serisinin durağanlaştırmak için  $d$  kere farkını aldığımızda ve bunun için ARMA( $p,q$ ) modeline başvurduğumuzda orijinal zaman serisinin ARIMA( $p,d,q$ ) olduğunu ifade edebiliriz ki bu otoregresif tümleşik hareketli ortalama modelidir. Burada  $p$  otoregresif terimlerin sayısını,  $d$  durağanlaştırmak için serinin kaç defa farkının alındığını,  $q$  ise hareketli ortalama terimlerinin sayısını göstermektedir. (Gujarati 2012, s. 268)

Zaman serilerinde birinci derece fark alma işleminden sonra durağan olup ARMA( $p,q$ ) modeli gösteriyorsa yani bu sürece uygunsu ARIMA( $p,d,q$ ) olarak ifade etmek mümkündür. Yani durağanlık için gerektiği kadar derecede fark alma işlemi yapıldığında ARIMA modeli de ARMA modeli şekline dönüştürülebilir. (Satman 2010, s. 112)

Box ve Jenkins (1976) tarafından geliştirilen ARIMA modelleme prosedürü üç yinelemeli adımdan oluşur: model tanımlama; parametre tahmini; ve teşhis kontrolü. ARIMA modelinin prosedürü aşağıdaki şekilde maddeler halinde sıralanmıştır: (Lee ve Ko 2011, s. 5902-5911)

### Adım 1: Model tanımlama

Zaman serisinin durağan mı yoksa durağan mı olduğu belirlenir. Zaman serisi durağan değilse, uygun bir farklılık derecesi kullanılarak durağan bir zaman serisine dönüştürülür. Gözlemlenen zaman serilerinin geçici modeli daha sonra grafiklerden, istatistiklerden, bir otokorelasyon fonksiyonundan (ACF) ve zaman serilerinin kısmi otokorelasyon fonksiyonundan (PACF) tahmin edilir. Bu süreç hem beceri hem de deneyim gerektirir. Genel olarak, bu adımda birden fazla deneme modeli seçilir.

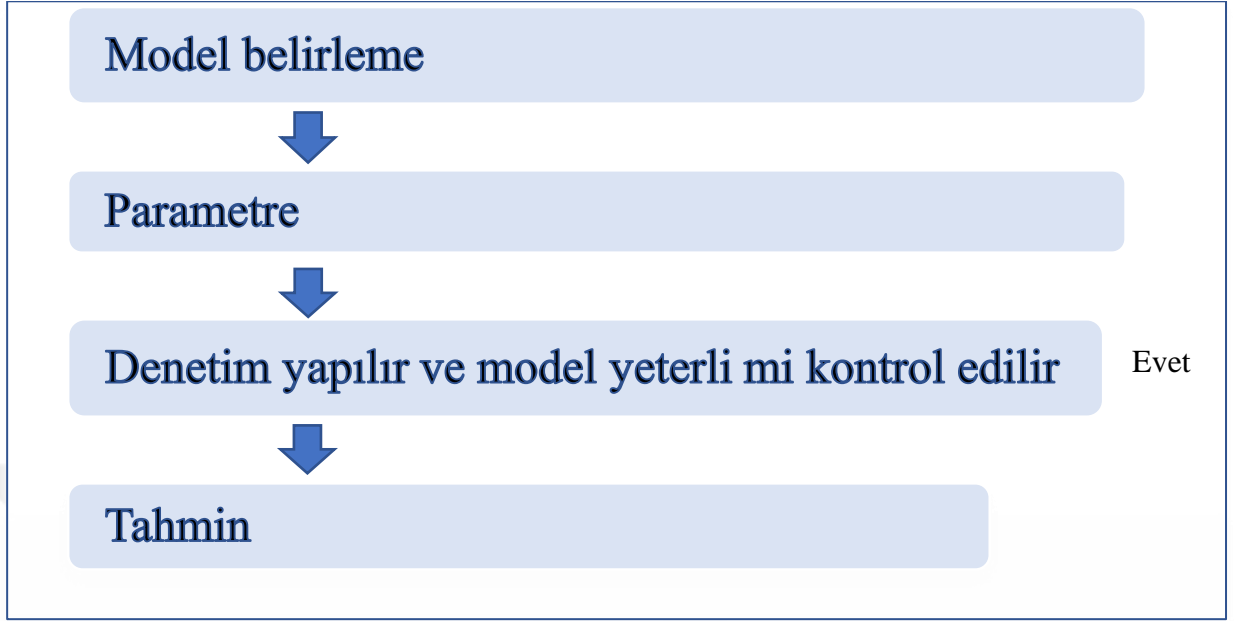
### Adım 2: Parametre tahmini

Geçici model formüle edildikten sonra, ilgili model parametreleri en küçük kareler şeması kullanılarak tahmin edilir. Parametrelerin, geçmiş yük verilerine sıfır tahmin hataları gradyanına sahip olduğu tahmin edilmektedir. Bu parametre tahmininin birincil amacı, tahmin hatasını en aza indirmek ve hem model sırasını hem de parametrelerini belirlemektir.

### Adım 3: Teşhis kontrolü

Parametreler iyi tahmin edildiğinde, geçici model doğruluğu, ACF ve PACF kalıntıları incelenerek doğrulanır. Kalıntılar beyaz gürültü sürecini simüle etmelidir. Ayrıca, deneysel modeli doğrulamak için Q istatistik testi uygulanır . Hesaplanan Q değeri ki-kare tablolarından elde edilen kritik  $\chi^2$  değerini aşarsa, geçici model yetersizdir.

**Şekil 1.4 : Arıma Modellemesinin akış şeması**



*Kaynak:* Lee,Cheng-Ming.,Ko,Chia-Nan.,Short-term load forecasting using lifting scheme and ARIMA models., Expert Systems with Applications, 38(5), 5902-5911.

#### **1.2.4.5 ARFIMA**

ARFIMA modelleri zaman serilerinde çok fazla tercih edilen bir modeldir. Bunun bir nedeni olarak da uzun hafızalı olmalarıdır. Ayrıca ARFIMA modelleri Gaussian kesirli entegre olmuş serileridir. Bu modeller ‘Maksimum Olabilirlik Yöntemi’ ile tahmin edilmişlerdir. En önemli özelliği ise zaman serilerinde uzun dönem davranışları hakkında tahmin yapabilmeleridir. ARFIMA’daki bu esneklikten kaynaklı olarak seriler daha rahat hesaplanabilir. (Kutlar ve Turgut 2006, s. 120-149)

Sermaye piyasalarının karmaşık davranışlarından sorumlu olması gerektiğinden, zaman serilerinin uzun vadeli belleğinin daha fazla araştırılması gerekir. Bununla birlikte, AR (p), MA (q), ARMA (p; q) ve ARIMA (q; d; q) gibi kısa süreli belleği tanımlayan geleneksel modeller, uzun süreli belleği tam olarak tanımlayamaz. Bu zorluğun üstesinden gelmek için bir dizi model oluşturulmuştur ve en ünlüsü, otoregresif kesirli entegre hareketli ortalama ARFIMA veya ARFIMA (p; d; q) modelidir. ARFIMA modeli

Granger ve Joyeux tarafından oluşturulmuştur. ARFIMA modelinin oluşturulmasında önemli bir adım, kesirli farklılıktır. Bununla birlikte, kesirli farklılaşmadaki zorluklar nedeniyle, ampirik çalışmalarda çoğu iktisatçı, alternatif olarak birinci dereceden farklılaşmayı kullanır. (Jin ve Xiu 2006, s. 138-154)

#### **1.2.4.6 SARIMA**

SARIMA modelleri, mevsimsel zaman serilerine özel olarak uyması için otoregresif entegre hareketli ortalama (ARIMA) modellerinin bir uyarlamasıdır. (Yamoah E.ve diğerleri 2016, s. 1-9)

Ekonomi, endüstri ve son zamanlarda halk sağlığı gibi farklı alanlarda kapsamlı bir şekilde çalışılmış ve kullanılmıştır. Bu model oluşturma süreci, genellikle periyodik olarak toplanan verilerde var olan sıralı gecikmeli ilişkilerdeki ilişkiden yararlanmak için tasarlanmıştır. (Nobre ve diğerleri 2001, s. 3051-3069)

Box ve Jenkins 1976, Palit ve Popovic 2005, Shumway ve Stoffer 2006'da belirtildiği gibi, SARIMA modellemesi dört adımdan oluşur: (Bouzerdoum ve diğerleri 2013, s. 226-235)

- i. Model tanımlama aşaması, zaman serilerinin durağanlığını analiz etmek ve doğrulamak için değişkenleri tanımlar.
- ii. Model değerlendirme aşaması, ilk adımda belirlenen modelleri gözden geçirir ve en verimli olanı belirler.
- iii. Model doğrulama aşaması, seçilen modelin doğruluğunu test eder; bu aşamada olası iyileştirmeler de belirlenir;
- iv. Model tahmin aşaması, bir güven aralığı ile teslim edilen serinin gelecekteki verilerini tahmin eder.

#### 1.2.4.7 SARIMAX

Sadece tek değişkenli analiz yapan SARIMA'dan farklı olarak, SARIMAX 1981'de Tiao ve Box tarafından geliştirilmiştir ve zaman serilerinin davranışında neyin aykırı gibi görünebileceğini anlamak için regresörleri birleştirme yeteneğine sahiptir. (Au ve diğerleri 2020, s. 1-27)

Sarimax modeli beş adımdan oluşur: (Box ve diğerleri 2008, s. 305)

- i. Model Tanımlama: Modeli tanımlamak için otokorelasyon fonksiyonu (ACF) ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF) kullanılır.
- ii. Parametre Tahmini: Birinci adımda tanımlanan modelin parametreleri tahmin edilir.
- iii. Modelin Uygunluğunu Teşhis Etme: Model, yeterliliği kontrol etmek için Ljung-Box Q istatistiği kullanılarak teşhis edilir.
- iv. Dış Değişkenlerin Dahil Edilmesi: İlgili dış değişkenler, doğrusal regresyon kullanılarak SARIMA modeline dahil edilir.
- v. Tahmin ve Doğrulama: Teşhis edilen model, örneklem dışı kullanılarak doğrulanır. Doğrulanmış model, gelecekteki değerleri tahmin etmek için kullanılır.

#### 1.2.4.8 ARCH ve GARCH

Standart bir ARCH model denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir: (Akar 2007, s. 201-217)

$$r_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^m \phi_i r_{t-i} + u_t \quad (1.18)$$

$$u_t = h_t^{1/2} \varepsilon_t \quad (1.19)$$

$$h_t = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i u_{t-i}^2 \quad (1.20)$$

$r_t$  = endeksin t anındaki logaritmik getirisi

$u_t$  = serisel olarak korelasyonsuz ortalama düzeltilmeli endeks getirisi

$\varepsilon_t$  = birbirinden bağımsız dağılan rassal değişkenler

m,q = negatif olmayan tam sayılar

Otoregresif koşullu değişen varyans (ARCH) modelleri, finansal zaman serileri analizinde ve özellikle bir varlığı elde tutma riskinin analizinde, bir opsiyonun fiyatını değerlendirmede, zamanla değişen güven aralıklarını tahmin etmede ve değişen varyans varlığında daha etkin tahmin ediciler elde etmede yaygın olarak kullanılmaktadır. (Xekalaki ve Degiannakis 2010, s. 19)

Bununla birlikte, ARCH modeli aşağıdaki dezavantajlara sahiptir: (Angelidis ve Degiannakis, 2009, s. 14)

- i. q'nun değeri önceden belirlenemez,
- ii. Koşullu varyanstaki bağımlılığı yakalamak için q'nun değeri oldukça büyük olabilir ve
- iii. Negatif olmayan kısıtlamalar, daha esnek modellerde olduğundan daha kolay ihlal edilebilir.

GARCH, Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişken Varyans anlamına gelir. GARCH modeli, türev fiyatlarının oynaklığı tahminlere çok duyarlı olduğundan, finansal piyasalarda türev fiyatlamasında yaygın olarak kullanılmaktadır. GARCH modelinin

finansal piyasalardaki başarısı, risk yönetiminin diğer alanlarında da kullanılmasının faydalı olacağını düşündürmektedir. Çünkü oynaklık yani volatilité risk yönetiminde temel ve önemli bir kavramdır. İş planlaması genellikle beklenen değerin bir tahminine dayanmasına rağmen, risk yönetimi aslında beklenen değerden sapmaları belirlemeyi hedefler. GARCH modeli, beklenen değerlerden sapmaları tahmin etmek için etkili bir yöntem sağlar. (Kendirli ve Karadeniz, 2012, s. 95-104)

Tek değişkenli ARCH modelleri literatürde Engle'nin (1982) makalesi ile ortaya çıktıktan sonra Bollerslev (1986) ARCH modelini geliştirerek GARCH modelini ortaya koymuştur. Enflasyon serilerinin değişen oynaklığını hesaba katmak için uygulanmasına rağmen, modeller ve bunların sonraki uzantılarının, aylık ve daha yüksek bir frekansta gözlemlenen finansal getirilerin koşullu oynaklığıyla ilgili olduğu bulunmuştur. (Bauwens ve diğerleri 2012, s. 2)

GARCH modellerde anahtar kavram koşullu varyans yani geçmişe bağlı koşullu varyanstır. Klasik GARCH modellerinde koşullu varyans, serinin geçmiş değerlerinin karesinin doğrusal bir fonksiyonu olarak ifade edilir. (Francq ve Zakoian 2010, s. 19)

Standart bir Garch(p,q) modelinin denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir: (Kendirli ve Karadeniz 2012, s. 95-104)

$$r_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^m \phi_i r_{t-i} + u_t \quad (1.21)$$

$$u_t = h_t^{1/2} \varepsilon_t \quad (1.22)$$

$$h_t = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i u_{t-i}^2 \quad (1.23)$$

#### 1.2.4.9 M-ARCH

Engle, Lilien ve Robins (1987), ARCH-M modelini faiz oranı verileriyle birlikte kullanır. Burada koşullu varyans zamanla değişen risk primini temsil eder ve bunun verilere iyi bir uyum sağladığını gösterir. EGARCH modelinde olduğu gibi tutarlı parametre tahmini için doğru model belirtimi gereklidir. Chou (1988), Attanasio ve Wadhvani (1989),

Campbell ve Shiller (1989), ARCH-M modelini farklı hisse senedi endeks getirilerine uygulamışlardır. ARCH-M modeli döviz kuru verilerinde de kullanılmaktadır. Spot döviz kurlarının koşullu dağılımı zamanla değişir ve bu da zamanla değişen bir risk primine yol açar. Risk primini temsil etmek için literatürde spot faizin koşullu varyansına bağlı farklı fonksiyonel formlar kullanılmaktadır. ARCH-M modelinin riski ölçmek için kullanılması Backus ve Gregory(1993), Backus, Gregory ve Zin(1989) tarafından eleştirilmiştir. Gregory (1993), ARCH-M modellemesine teorik olarak meydan okur ve Backus ve Gregory (1993) bunun gerekli olmadığını gösterir. Bu eleştirilere rağmen, ARCH-M modelleri birçok finansal veri türüne uygulanmaktadır. (Knight ve Satchel 2007, s. 9)

Pek çok finans teorisinin doğasında bulunan risk ve beklenen getiri arasındaki değiş tokuş Engle, Lilien ve Robins (1987) tarafından sunulan M-ARCH modeli aşağıdaki gibi gösterilmektedir: (Knight ve Satchel 2007, s. 9)

$$y_t = f(x_{t-1}, \sigma_t^2; b) + \varepsilon_t \quad (1.24)$$

#### 1.2.4.10 E-GARCH

Nelson (1991) tarafından ortaya çıkarılan Üstel GARCH modeli (EGARCH), koşullu varyansın logaritmasını modeller. EGARCH modelinin denklemi aşağıdaki biçimde yazılabilir: (Petrica ve Stancu 2017, s. 57-72)

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^q a_i \frac{|\varepsilon_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} + \sum_{k=1}^r \gamma_k \frac{\varepsilon_{t-k}}{\sigma_{t-k}} + \sum_{j=1}^p \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2) \quad (1.25)$$

$\gamma_k$  = asimetre parametresi

$\gamma_k \neq 0$  olması asimetrinin var olduğunu gösterir.

$\gamma_k < 0$  olması ise volatilitenin arttığını gösterir.

#### 1.2.4.11 T-ARCH

Zakoian(1994) tarafından tanıtılan Threshold ARCH (TARCH) modelinin koşullu varyans denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir: (Petrica ve Stancu 2017, s. 57-72)

$$\sigma_t = \omega + \sum_{i=1}^q (a_i^+ \cdot \varepsilon_{t-i}^+ + a_i^- \cdot \varepsilon_{t-i}^-) + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot \sigma_{t-j} \quad (1.26)$$

$$\varepsilon^+ = \begin{cases} \varepsilon, & \varepsilon > 0 \\ 0, & \varepsilon < 0 \end{cases} \quad \text{ve} \quad \varepsilon^- = \begin{cases} \varepsilon, & \varepsilon < 0 \\ 0, & \varepsilon > 0 \end{cases} \quad (1.27)$$

#### 1.2.4.12 P-ARCH (Power Arch model)

Ding (1993) tarafından tanıtılan Power ARCH modeli (PARCH) asimetrik bir modeldir ve denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir: (Petrica ve Stancu 2017, s. 57-72)

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^q a_i f_i(\varepsilon_{t-i}) + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^\delta \quad (1.28)$$

$$f_i(\varepsilon_{t-i}) \equiv (|\alpha \varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \cdot \varepsilon_{t-i})^\delta, \quad i = \overline{1, q} \quad (1.29)$$

$a_i$ = standart ARCH terimi

$\beta_j$ =standart GARCH terimi

$\gamma_i$ =kaldıraç parametresi ( $|\gamma_i| < 1$ )

$\delta$ =güç terimi parametresi ( $\delta > 0$ )

Ayrıca bunun pozitif olmasını sağlamak için, koşullu varyans denklemini sabitleyen parametreler,

$\omega > 0, a_i \geq 0, (i = \overline{1, q})$  ve  $\beta_j \geq 0 (j = \overline{1, p})$  şeklinde olmalıdır. Çünkü PARCH modeli, koşullu standart sapmanın tahminine yol açarken, asimetriye izin veren klasik bir GARCH modeli haline gelir.

#### 1.2.4.13 C-GARCH (Component Garch model)

Ding ve Granger (1996) tarafından yapılan araştırmaya göre, getirilerin karelerinin otokorelasyon fonksiyonu başlangıçta hızlı bir düşüş göstermekte ve daha büyük gecikme değerlerine doğru düşüş daha yavaş olmaktadır. Bu çalışma, oynaklığın kısa vadeli etkileri olan ancak daha sonra kaybolan veya küçük ama kalıcı etkileri olan birçok bileşeni olabileceğini düşündürmektedir. Bu tanımlardan yola çıkarak Angle ve Lee (1999) Component GARCH (CGARCH) adlı bir modeli şu şekilde tanımlamışlardır:<sup>1</sup>

$$h_t = \gamma h_{1,t} + (1 - \gamma)h_{2,t} \quad (1.30)$$

$$h_{1,t} = a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + (1 - a_1)h_{1,t-1} \quad (1.31)$$

$$h_{2,t} = \omega + a_2 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 h_{2,t-1} \quad (1.32)$$

Component GARCH modeli, makroekonomik verilerin yayınlandığı günlerde ortaya çıkan oynaklığın diğer günlere kıyasla farklı olabileceğini iddia eden çalışmalarda kullanılmaktadır.

#### 1.2.4.14 VAR Modelleri

VaR modelleri ile çalışabilmek için ön koşul zaman serisinin durağan olmasıdır. VaR modeli değerlendirmesinden elde edilen parametreleri yorumlamak yerine, sistem değerlendirmesinden elde edilen kalıntıları analiz edilerek ileriye dönük yorumlar yapmak mümkündür. Modeldeki değişkenlerin hatası açısından ortaya çıkan şokların diğer değişkenler üzerindeki etkisi, etki-tepki yani Impulse-Response fonksiyonları kullanılarak ölçülmektedir. (Tarı ve Bozkurt 2006, s. 12-28)

VaR modeli, seçilen tüm ekonomik boyutları bir bütün olarak ele alır. Basit bir ifadeyle, belirtilen model kullanılarak yapılan ekonometrik çalışmalarda değişkenler veya

---

<sup>1</sup> Gözgör, Giray., (2012)., Stokastik Süreçlerin Döviz Kuru Tahmininde Kullanımı: Gelişmiş ve Gelişmekte Olan Piyasalar İçin Performans Analizi., Doktora Tezi., İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İktisat Anabilim Dalı., s.103

miktarlar eş zamanlı olarak analiz edilir. Burada, teorik modellerde olduğu gibi, iç ve dış değişkenler arasında net bir ayrım yoktur. İktisat teorisinin sınırlamaları ve varsayımları bir modelin tanımını bozamaz. Benzer şekilde, değişkenler arasındaki ilişkide önceden kısıtlama yoktur. (Ozan 2006, s. 137-150)

VaR, finansal piyasa riskinin en önemli ölçülerinden biridir ve belirli bir güven düzeyi ile aşılmayacak hedef ufku üzerindeki en kötü zararı özetlemektedir. VaR, finansal kurumlar tarafından gerekli tampon sermayeyi hesaplamak için kullanılmıştır. Basel Komitesi, bankaların sermaye ücretlerini belirlemek için kendi risk ölçüm modellerini kullanmalarına izin veren dahili model yaklaşımını (1996) benimsediğinden beri, çok sayıda yeni model oluşturulmuştur. Bunlar arasında Engle'nin (1982) ve Bollerslev'in (1986) GARCH modeli, VaR'ı elde etmenin en basit ve başarılı yöntemlerinden biridir. (Shimizu 2010, s. 14)

Finansal riskler yönetilirken piyasa riskinden kaynaklanabilecek maksimum zarar tutarının matematiksel hesaplanmasında VaR (Riske Maruz Değer) yöntemleri kullanılmaktadır. Çeşitli Riske Maruz Değer yöntemleri bulunmaktadır. Bunlara örnek olarak aşağıdaki yöntemler gösterilebilir: (Büberkökü 2018, s. 122)

- Varyans-Kovaryans Yöntemi (Analitik Riske Maruz Değer Yaklaşımı)
- Tarihsel Simülasyon Yöntemi
- Monte Carlo Simülasyon Yöntemi

### **1.3 VAR (Riske Maruz Değer) Analizinde Kullanılan Yöntemler**

#### **1.3.1 Varyans- Kovaryans Methodu (Analitik RMD yaklaşımı)**

Varyans-Kovaryans yaklaşımı bir finansal varlık ya da portföyün getiri dağılımının sıfır ortalaması ile normal bir dağılım ürettiği varsayımına dayanmaktadır. Bu getiri dağılımın standart sapması hesaplanırsa, hangi getirilerin muhtemel olduğunu tahmin etmek mümkündür. Risk faktörleri ile varlık çiftleri arasındaki korelasyon katsayıları da normal

dağılım hipotezine göre belirlenmekte ve günlük olarak hesaplanan portföy standart sapmasının zamanın karekökü oranında arttığı kabul edilmektedir. (Bolak 2004, s. 273)

Ayrıca bu yöntemde, fiyat değişiklikleriyle alakalı olarak geçmiş dönem verilerinden hesaplanan ortalamalar ve standart sapmalar kullanılmaktadır. Ek olarak portföyde bulunan risk faktörleri arasındaki korelasyonlar dikkate alınmaktadır. (Akanve diğerleri 2003, s. 31)

Riske maruz değer risk faktörlerinin oynaklığı ve korelasyonlarından elde edilerek hesaplanmaktadır. Varyans-Kovaryans methodunun hesaplanma basamakları aşağıdaki gibidir: (Akın ve Akduğan 2012, s. 225-236)

- i. Portföydeki risk faktörlerinin 1 yıl önceki geçmiş değerleri alınır,
- ii. Günlük getiri değişimi ve logaritmik getiri değişimleri hesaplanır,
- iii. Faizdeki risk faktörlerinin fiyata dönüştürüldükten sonra günlük getirideki değişimi hesaplanır,
- iv. Daha sonra bu elde ettiğimiz getiri değişimlerinde kovaryans matrisi bulunur,
- v. Portföydeki risk ağırlıklarının riske maruz büyüklüğe oranlanması ile risk ağırlık matrisi hesaplanır,
- vi. Ağırlık matrisinin transpozisi alınır,
- vii. Kovaryans matrisi, ağırlık matrisi ve ağırlık matrisinin transpozisi çarpılarak portföyün varyansı hesaplanır. Bu değer karekökü portföyün volatilitesidir.
- viii. Belirlenen güven düzeyi ve sonra da bunun z değeri bulunur,
- ix. Elde tutma süresi olarak seçilen periyot içindeki iş günü sayısı belirlenir ve bu sayının karekökü hesaplamada kullanılır,
- x. Portföyün bugüne ait değeri belirlenir,
- xi. Portföyün Değeri x Güven Düzeyi Z Değeri x Portföyün Volatilitesi x Elde Tutma Süresinin Karekökü formülü ile portföyün VAR değeri bulunur.

### 1.3.2 Tarihi Simülasyon Yaklaşımı

Belirli bir tarihsel dönem için piyasa faktörlerinin değerleri toplanır ve hesaplamada kullanılmak üzere belli bir zaman boyunca bu değerlerdeki değişiklikler gözlemlenir. Örneğin, son 100 işlem günü kullanılarak 1 günlük bir VaR gerekliyse, piyasa faktörlerinin her biri, piyasa faktörünün değerindeki 99 değişiklikten oluşacak gözlemlenen değişikliklerin bir vektörüne sahip olacaktır. Piyasa faktörünün mevcut değeri, gözlemlenen değişikliklerin vektöründeki değerlerin her birine eklenerek her bir piyasa faktörü için bir alternatif değer vektörü oluşturulur.

Portföy değeri, piyasa faktörleri için cari ve alternatif değerler kullanılarak bulunur. Portföy değerindeki mevcut değer ile alternatif değerler arasındaki değişimler daha sonra hesaplanır. Son adım, portföy değerindeki değişiklikleri en düşük değerden en yüksek değere sıralamak ve istenen güven aralığına göre VaR'ı belirlemektir. (Choudhry 2013, s. 36)

Tarihsel modelleme, belirli bir zamanda çeşitli varlıkların portföyünü alır ve birkaç kez yeniden değerlendirir. Bu değerlendirmeler yapılırken portföydeki varlıkların geçmiş fiyatlarını kullanılmaktadır. Portföy yeniden değerlemesi, portföy için seçilen güven düzeyinde VaR değerini hesaplamak için gereken P / L yani kayıp-kazanç dağılımını oluşturur. Ayrıca tarihsel modellemeyi kullanarak risk altındaki değeri hesaplamanın birkaç farklı yolu vardır. En kolay yol, elimizde bulunan portföyün geçmiş fiyatlarını kullanarak yeniden değerlendirmesinin yapılmasıdır. Daha sonra bu portföy değeri her gün için ayrı ayrı hesaplanır. Portföy değeri niceliklere bölünmüştür. Dolayısıyla risk altındaki değer, belirli bir güven düzeyine karşılık gelen nicelikler olarak tanımlanabilir. (Gürsakal 2007, s. 5)

### 1.3.3 Monte Carlo Simülasyonu Yaklaşımı

İlk adım, bu faktörler arasındaki korelasyonlar da dahil olmak üzere, piyasa faktörlerinde meydana gelen değişiklikler için dağılımların parametrelerini belirlemektir. Normal ve log-normal dağılımlar genellikle piyasa faktörlerindeki değişiklikleri tahmin etmek için kullanılırken, tarihsel veriler çoğunlukla piyasa faktörleri arasındaki korelasyonları tanımlamak için kullanılır. Dağılımlar daha sonra VaR hesaplamasında kullanılacak zaman boyunca piyasa faktörlerinde simüle edilmiş değişiklikleri elde etmek için bir Monte Carlo simülasyonunda kullanılır. Piyasa faktörünün mevcut değeri, simüle edilmiş değişikliklerin vektöründeki değerlerin her birine eklenerek, piyasa faktörlerinin her biri için bir alternatif değer vektörü oluşturulur. Piyasa faktörlerinin bu alternatif değer vektörü elde edildikten sonra portföyün cari ve alternatif değerleri, portföy değerindeki değişimler ve VaR aynen tarihsel yöntemde olduğu gibi hesaplanır. (Choudhry 2013, s. 37)

Monte Carlo yaklaşımının adımları aşağıdaki gibidir: (Linsmeier ve Pearson 1996, s. 1-44)

- i. İlk adım, temel piyasa faktörlerini belirlemek ve vadeli sözleşmenin piyasa faktörleri açısından piyasa değeri değerini ifade eden bir formül elde etmektir.
- ii. İkinci adım, temel piyasa faktörlerinde meydana gelen değişiklikler için belirli bir dağılım belirlemek veya varsaymak ve bu dağılımın parametrelerini tahmin etmektir. Dağılımı seçme yeteneği, Monte Carlo simülasyonunu diğer iki yaklaşımdan ayıran özelliktir, çünkü diğer iki yöntemde piyasa faktörlerinde değişikliklerin dağılımı yöntemin bir parçası olarak belirtilir.

Risk yönetim sisteminin tasarımcıları, piyasa faktörlerinde gelecekteki olası değişiklikleri makul bir şekilde tanımladığını düşündükleri herhangi bir dağıtımı seçmekte özgürdür. Piyasa faktörlerinde gelecekteki olası değişiklikler hakkındaki inançlar tipik olarak gözlemlenen geçmiş değişikliklere dayanmaktadır, bu nedenle bu, risk yönetim sistemi

tasarımcılarının piyasa faktörlerinde geçmiş değişikliklerin dağılımına yakın olduğunu düşündükleri herhangi bir dağıtımı seçmekte özgür olduklarını söylemek anlamına gelir.

- iii. Dağılımı seçtikten sonra piyasa faktörlerinde 1000'den fazla veya 10.000'den fazla olduğu varsayımsal değer oluşturmak için bir psuedo-rastgele üretici kullanılarak varsayımsal portföy değerlerinin hesaplanmasında kullanılır. Daha sonra, varsayımsal portföy değerlerinin her birinden, varsayımsal günlük kar ve zararın farkları ortaya konulur,
- iv. Kar ve zarar tutarlarının tarihsel simülasyon yöntemindeki gibi belirlenmesi
- v. Riske maruz değer belirlenen bir güven aralığında belirlenmesi

## **1.4 REGRESYON ANALİZİNDE LINE KOŞULU**

Lineer regresyon modelleri, birçok analistin ihtiyaçlarına uyan zengin ve esnek bir çerçeve sağlar. Bununla birlikte, doğrusal regresyon modelleri tüm durumlar için uygun değildir. Yanıt değişkeni ile yordayıcı değişkenlerin bilinen doğrusal olmayan bir fonksiyon aracılığıyla ilişkilendirildiği mühendislik ve bilimlerde birçok sorun vardır. Bu, doğrusal olmayan bir regresyon modeline yol açar. En küçük kareler yöntemi bu tür modellere uygulandığında, ortaya çıkan normal denklemler doğrusal değildir ve genellikle çözülmesi zordur. Genel yaklaşım, karelerin kalan toplamını yinelemeli bir yöntemle doğrudan en aza indirmektir. (Montgomery ve diğerleri 2012, s. 421)

### **1.4.1 Lineerlik Koşulu**

#### **a. Basit Lineer Regresyon (Simple Linear Regression)**

“Regresyon” terimi ve iki değişken arasındaki ilişkileri araştırma yöntemleri yaklaşık 100 yıl öncesine kadar uzanabilir. İlk kez 1908'de ünlü İngiliz biyolog Francis Galton tarafından kalıtımla uğraşırken tanıtıldı. Gözlemlerinden biri, uzun boylu ebeveynlerin çocuklarının ortalamadan daha uzun olmaları, ancak ebeveynleri kadar uzun olmamasıydı. Bu istatistiksel yöntemlere "sıradanlığa doğru gerileme", isimlerini verdi.

Regresyon terimi ve evrimi öncelikle değişkenler arasındaki istatistiksel ilişkileri tanımlar. Özellikle basit regresyon,  $y$  bağımlı değişkeni ile  $x$  bağımsız değişken arasındaki ilişkiyi tartışmak için kullanılan regresyon yöntemidir. (Yan ve Su 2009, s. 9)

Regresyon modellerinde değişkenlerin arasındaki ilişkiyi açıklamaya yeterli ölçüde olup olmadığı, ya da kullanılıp kullanılmayacağı belirli ön koşullara bağlıdır. Her şeyden önce, sayısal değerlerin parametrelerinin, işaretlerinin ve boyutlarının sonuçlarının ekonomik teoriye uygun olması gerektiğini söyleyebiliriz. İkinci olarak, model istatistiksel olarak doğrulanmalı ve anlamlı bulunmalıdır. (Güriş ve diğerleri 2011, s. 119)

Modeldeki değişkenler arasındaki ilişkiyi açıklayabilmek ve modeli kullanabilmek için modelin hata terimiyle ilgili temel varsayımlara sahip olması gerekir. Bu varsayımlar:

- a. Normallik
- b. Sıfır ortalama ve sabit varyans
- c. Otokorelasyon olmaması
- d. Bağımsız değişkenin tesadüfi değişken olmaması

Basit Lineer Regresyon denklemi: (Montgomery ve diğerleri 2012, s. 12)

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \quad (1.33)$$

Burada bilinmeyen sabitler  $\beta_0$  kesişim noktası,  $\beta_1$  eğim, ve  $\varepsilon$  bir rastgele hata terimidir. Hataların ortalama sıfır ve bilinmeyen varyans  $\sigma^2$  olduğu varsayılır. Ek olarak, genellikle hataların ilintisiz olduğunu varsayabiliriz. Bu, bir hatanın değerinin başka herhangi bir hatanın değerine bağlı olmadığını anlamına gelir.

$y$  rastgele bir değişkendir. Yani,  $x$  için olası her değerinde  $y$  için bir olasılık dağılımı vardır.

Bu dağılımın ortalaması:

$$E(y|x) = \beta_0 + \beta_1 x \quad (1.34)$$

ve varyansı:

$$Var(y|x) = Var(\beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon) = \sigma^2 \quad (1.35)$$

Bu nedenle,  $y$ 'nin varyansı  $x$ 'in değerine bağlı olmasa da,  $y$ 'nin ortalaması  $x$ 'in doğrusal bir fonksiyonudur.

### b. Çoklu Linear Regresyon (Multiple Linear Regression)

Çoklu regresyonun hata terimiyle alakalı belli başlı hipotezlerini aşağıdaki gibi sıralayabiliriz: (Güriş ve diğerleri 2011, s. 165)

- i. Normallik
- ii. Sıfır ortalama ve sabit varyans
- iii. Otokorelasyon olmaması
- iv. Bağımsız değişkenlerin tesadüfi değişken olmaması
- v. Çoklu doğrusal bağlılık olması
- vi.  $n > k$  olmasıdır.

Çoklu linear regresyon denklemi: (Freund ve diğerleri 2006, s. 74)

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_m x_m + \varepsilon \quad (1.36)$$

$y$ , bağımlı değişkendir.

$x_j, j = 1, 2, \dots, m$ , buradaki  $m$  farklı bağımsız değişkeni temsil eder.

$\beta_0$ , kesişme noktasıdır.

$\beta_j, j = 1, 2, \dots, m$ , buradaki  $m$  regresyon katsayılarını temsil eder.

$\varepsilon$  değişkeni ise ortalaması sıfır ve varyansı  $\sigma^2$  olan normal dağılıma sahip rassal hatadır.

Çoklu regresyonda, her bağımsız değişkene eklenen katsayı, diğer tüm bağımsız değişkenler sabit kalırken, o bağımsız değişkendeki değişikliklerle ilişkili yanıt değişkenindeki ortalama değişikliği ölçmelidir. Bu, çoklu regresyon modelinde bir regresyon katsayısı için standart yorumdur.

Çoklu doğrusal regresyonun genel amacı, bir bağımlı değişken ile birkaç bağımsız değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi aramaktır. Çoklu regresyon, araştırmacıların aynı anda birden fazla bağımsız değişkenin yanıt üzerindeki etkisini incelemesine olanak tanır.

Bazı araştırma soruları için, belirli bir bağımsız değişkenler kümesinin sonucu ne kadar yeterli bir şekilde açıklayabildiğini incelemek için regresyon kullanılabilir. Diğer durumlarda, sonucu etkileyebilecek birden fazla faktörü hesaba katarken sonucun etkisini incelemek için çoklu regresyon kullanılır. (Yan ve Su 2009, s. 41)

#### 1.4.2 Normal Dağılım Koşulu

Normallik hipotezi anakütledeki hata teriminin normal dağıldığını varsayar. Doğrusal regresyon modellerinde bulunan hata terimi sabit varyanslı, sıfır ortalamalı ve normal dağıldığı varsayımının matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir: (Güriş ve diğerleri 2011, s. 298)

$$E(\varepsilon_i) = 0 \quad (1.37)$$

$$E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2 \quad (1.38)$$

$$E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0 \quad (1.39)$$

$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$  olarak ifade edilir.

Normallik varsayımı, parametre tahminlerinin ve aralık tahminlerinin istatistiksel önemini test etmek için geçerlidir. Bu varsayım yanlış ise testler ve aralık tahmini yapılamaz. Normallik varsayımı yanlışsa ve diğer varsayımlar doğruysa, o zaman parametrelerin nokta tahminleri elde edilir ve parametrelerin bu tahminleri yansızdır ve en iyi doğrusal yansız tahmin olma eğilimindedir. Ancak bu parametreler için istatistiksel olarak anlamlılık düzey testleri ve aralık tahminleri yapılamaz. (Güriş ve diğerleri 2011, s. 298)

#### 1.4.3 Entegrasyonun Test Edilmesi Koşulu

Entegrasyon testleri, diğer proje süreçleriyle ilişkili ve yanlış veya eksik planlamadan kaynaklanan sorunlar da dahil olmak üzere birçok öngörülemeyen durumun meydana gelmesiyle oluşan bir test sürecidir. Entegrasyon testi, başka bir ortama entegre edilmesi gereken modüllerin kurulmasıyla başlar. Bu noktada unutulmaması gereken husus

entegrasyon testine hazır kabul edilen modüllerin önceden tanımlanmış bir prosedüre göre test ortamına gönderilmesidir. Aksi durumu düşünürsek modül sayısının her gün artış gösterdiği sistemlerde yeni ve eski modüllerin test ortamına taşınması kafa karışıklığına sebep olacağından dolayı modüllerin hangi sürümünün test edildiği bulunamayacaktır. Bununla ilgili olarak konfigürasyon yönetimi araçlarını aktif olarak kullanarak ve test edilen birimlerin versiyonları iyi bir şekilde raporlanmalıdır.<sup>2</sup>

İkinci adım, modüllerin birbiriyle aralarındaki uyumluluğunun kontrol edildiği aşamadır. Birden fazla modülün çalışması gereken bir test senaryosunu çalıştırarak modüllerin birbirleri ile istenilen iletişimi kurup kuramayacağını test etmek için tasarlanmıştır. Bu test sırasında, varsa harici bir tetikleyici ile çalışabilen bir test senaryosu tercih etmeli veya sisteme eklenecek modül sayısını ilgili senaryoya göre seçilmelidir. Son aşama, entegre sistemdeki işlevsellik aşamasıdır. Bu süreçte, modüllerin hem dahili olarak hem de birlikte beklendiği gibi çalışıp çalışmadığı netleşir.<sup>3</sup>

#### 1.4.4 Hata terimlerinin kareleri toplamı

Hata terimlerinin kareler toplamının diğer bir adı da Gruplar içi Kareler Toplamıdır. Gruplar içi Kareler Toplamı çalışma yapılan her bir grubun gözlem değerlerinin o gruba ait örneklem ortalamasından olan sapmalarının kareleri toplamı olarak ifade edilir. Hata teriminin kareler toplamı çalışma yapılan her bir grubun gözlem değerlerinin yine o gruba ait örneklem ortalamasından olan sapmalarının kareleri olarak ifade edilmektedir.<sup>4</sup>

$$\begin{aligned} GİKT &= (y - X\beta^0)'(y - X\beta^0) = Y'(I - XGX')'(I - XGX')Y \\ &= Y'(I - XGX')Y \end{aligned} \quad (1.40)$$

<sup>2</sup> Kılıç, E., & Öztürk, S. (2010). Büyük Ölçekli Yazılım Projelerinde Entegrasyon Testleri, 2. Yazılım Kalitesi ve Yazılım Geliştirme Araçları Sempozyumu, İstanbul, 02.06.2021, <http://softwaresuccess.org/papers/YKGS2010.Bildiriler/pdfFiles/oturum5b/1.pdf>

<sup>3</sup> Kılıç, E., & Öztürk, S. (2010). Büyük Ölçekli Yazılım Projelerinde Entegrasyon Testleri, 2. Yazılım Kalitesi ve Yazılım Geliştirme Araçları Sempozyumu, İstanbul, 02.06.2021, <http://softwaresuccess.org/papers/YKGS2010.Bildiriler/pdfFiles/oturum5b/1.pdf>

<sup>4</sup> Çelik, Şenol., (2006)., Normal Dağılım ve Normal Dağılımla İlgili Çıkarımlar, Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi., s.64

## 2.1 STOKASTİK SÜREÇLER

Olayları belirli bir süre boyunca gözlemlemeye "süreç" denir. Rastgele bir deneyin birbiri ardına tekrarlanmasından kaynaklanan durumlar, belirli bir istatistiksel sıra oluşturur. Zaman içinde meydana gelen yinelemeli durumlar rastgele süreçler kullanılarak araştırılır. Olasılık kurallarına bağlı olarak zaman içinde tekrar eden bu olay dizisini modellemek için olasılıksal süreç, şansa bağlı süreç, rassal süreç olarak da adlandırılan stokastik bir süreç kullanılır. Başka bir deyişle, stokastik süreçler, rastgele sonuçlara yol açan bir dizi olay, olayların zaman içinde değerlendirildiği süreçlerdir. (Özel Kadılar 2020, s. 21)

Stokastik süreçler günlük hayatta da bazı alanlarda karşımıza çıkmaktadır. Bunlar: Genetik, Yöneylem Araştırmaları, Meteoroloji, Jeoloji, Ekonomi, Sigortacılık, Finans, Nüfus, Epidemiyoloji, Tıp, Peyzaj Mimarlığı gibi bir çok farklı alanlarda karşımıza çıkar.

**Tanım (Stokastik Süreç):** Stokastik süreç bir olasılık uzayı  $(S, \mathfrak{F}, P)$  üzerinde tanımlı rassal değişkenler kümesidir. Diğer bir deyişle  $(S, \mathfrak{F}, P)$  olasılık uzayı üzerinde her  $\omega$  olayına belirli kural ve zamana bağlı bir  $X(t, \omega)$  gibi bir fonksiyonun eklenmesiyle ortaya çıkan fonksiyon topluluğuna stokastik süreç denir. Stokastik süreç  $\{X(t, \omega), t \in T, \omega \in S\}$  ile gösterilir. (Özel Kadılar 2020, s. 21)

## 2.2 STOKASTİK SÜREÇLERİN SINIFLANDIRILMASI

### 2.2.1 Durağan Süreçler

Bir zaman serisinde varyans ve ortalama belirli bir zaman süresince değişmiyorsa ve üzerinde herhangi bir trendin etkisi yoksa bu bir durağan süreçtir.

**Tanım(Durağan Süreç):**  $\{X_t, t \in T\}$  süreci zamana bağlı olmayan bir dağılıma sahipse yani raslantı değişkenlerinin dağılım fonksiyonu zamanda sabit kalıyorsa,  $\{X_t, t \in T\}$  süreci durağandır. (Özel Kadılar 2020, s.22)

Bir stokastik süreç kesin durağan ve zayıf durağan olmak üzere iki başlık altında incelenir.

### 2.2.1.1 Kesin Durağan Süreç

$t_1 < \dots < t_n$  ve  $n \geq 1$  olmak üzere, raslantı ve vektörü ile tüm  $\tau > 0$  için her zaman noktasının  $\tau$  kadar kaydırılması ile elde edilen  $(X_{t_1+\tau}, X_{t_2+\tau}, \dots, X_{t_n+\tau})$  raslantı vektörü aynı dağılımlı ve her  $n$  için bu özellik sağlanırsa  $\{X_t, t \in T\}$  kesinlikle durağan bir süreçtir. (Özel Kadılar 2020, s. 37)

### 2.2.1.2 Zayıf Durağan Süreç

$t \in T$  olmak üzere, sonlu ikinci momente  $E|X_t^2| < \infty$  sahip olan  $\{X_t, t \in T\}$  sürecinin zayıf durağan olabilmesi için aşağıdaki koşulları sağlaması gerekir: (Özel Kadılar 2020, s. 37)

- i. Her  $t \in T$  için  $X_t$  nin ilk momenti  $t$  den bağımsız yani  $E(X_t) = \mu$  olmalıdır.
- ii. Her  $t \in T$  için  $X_t$  nin varyansı  $t$ 'den bağımsız yani  $V(X_t) = \sigma^2$  olmalıdır.
- iii.  $t, s \in T$  olmak üzere  $\{X_t, t \in T\}$  sürecinin kovaryans fonksiyonu  $K(s, t) = Cov(X_s, X_t)$  yalnızca  $t$  ve  $s$  arasındaki farkın uzunluğuna bağlıdır. Diğer bir deyişle, kovaryans durağan bir süreçte  $K(s, t) = K(t - s)$  biçiminde yazılmalıdır.

### 2.2.2 Durağan Olmayan Süreç

Eğer bir seri trende sahip ise bu serinin beklenen değeri ya da bir başka ifade ile ortalama düzeyi genellikle zamana bağlı olacak ve serinin gözlemleri arasında bir ilişki olacaktır. Bir başka deyişle elde edilen son gözlem bir önceki ya da daha önceki gözlemlerden etkileniyor olacaktır. Dolayısıyla yaklaşık tüm gecikmeler için, yokluk hipotezi reddedilecektir. Buradan, gecikmeler arasındaki ilişkiler önemli ise bu serinin durağan olmadığını anlaşılabileceği sonucu çıkmaktadır. Bu sonuca göre eğer ACF (otokorelasyon) grafiğinde gecikmelere ait genelde önemli ilişkiler, yani iki güven

sınırını geçen ilişkiler var ise bu seriler durağan değildir denir. (Kadılar ve Çekim 2020, s. 33)

Bir şehrin sıcaklığını temsil eden rastgele süreç, durağan olmayan bir sürecin örneğidir, çünkü sıcaklık istatistikleri (örneğin ortalama değer) günün saatine bağlıdır. Öte yandan, gürültü süreci durağandır çünkü istatistikleri zamanla değişmez.

### 2.2.2.1 Pür Rassal Süreç (Beyaz Gürültü)

$\{\varepsilon_t\}$  bir dizi ve dizideki her bir değer ortalama sıfır ise, sabit bir varyansa sahipse ve diğer tüm olaylardan bağımsızsa beyaz bir gürültü sürecidir. Eğer her zaman periyodu  $t$  için,  $E(x)$  notasyonu teorik ortalama değerini gösteriyorsa,  $\{\varepsilon_t\}$  dizisi bir beyaz gürültü sürecidir: (Enders 2014, s. 51)

$$E(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_{t-1}) = \dots = 0 \quad E(\varepsilon_t^2) = E(\varepsilon_{t-1}^2) = \dots = \sigma^2 \quad (2.1)$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-s}) = E(\varepsilon_{t-j} \varepsilon_{t-j-s}) = 0 \quad (\text{tüm } j \text{ ve } s \text{ için}) \quad (2.2)$$

Beyaz Gürültü süreci zaman serisinin temel yapı taşıdır diyebiliriz.

Beyaz gürültü sürecine matematiksel olarak bir örnek vermek gerekirse; (Özel Kadılar 2020, s. 42)

$\{x_n, n = 1, 2, \dots\}$  bir stokastik süreç olsun.  $W$  raslantı değişkeni  $(0, 2\pi)$  aralığında tek biçimli dağılım ve  $x_n = \cos(nW)$  olarak tanımlanmaktadır.

$\{x_n, n = 1, 2, \dots\}$  stokastik süreci beyaz gürültü süreci midir?

$\{x_n, n = 1, 2, \dots\}$  stokastik sürecinde

$$\forall n \in T \text{ için } E(x_n) = E[\cos(nW)] = 0 \text{ ve } V(x_n) = \frac{1}{2} < \infty \quad (2.3)$$

$\forall n \in T, \tau > 0$  için  $Cov(X_n, X_{n-\tau}) = 0$  olduğundan  $\{x_n, n = 1, 2, \dots\}$  stokastik sürecine beyaz gürültü sürecidir denir.

### 2.3 STOKASTİK DİFERANSİYEL DENKLEMLER

Stokastik diferansiyel denklemler hisse senedi fiyatlarındaki dalgalanmaları, enflasyon ve faiz oranlarındaki dalgalanmaları gibi çeşitli fenomenlerin matematiksel olarak modellenmesinde kullanılır. Stokastik diferansiyel denklemler 1940'lı yıllarda Japon bir matematikçi olan Kyosi İto'nun önce stokastik integral kavramını ortaya atması ve daha sonra da bunu geliştirmesiyle popüler hale gelmiştir. Stokastik diferansiyel denklemler teorisi, stokastik süreçler teorisinin en güzel ve en kullanışlı alanlarından biridir. Bununla birlikte, yakın zamana kadar bu teorideki araştırmaların aralığı, sadece deterministik duruma benzer şekilde, sıradan stokastik denklemler olarak adlandırılabilen denklemler üzerinde çalışılması şeklinde kısıtlanmıştır. Durum son 10-15 yılda değişmeye başlamıştır. Kısmi diferansiyel denklemlerin ve Ito denklemlerinin özelliklerini birleştiren denklemlerin dikkate alınması gerekliliği, hem stokastik süreçler teorisinde hem de ilgili alanlarda ortaya çıkmıştır.

Popülasyon genetiği, öklid alan teorisi, klasik istatistiksel alan teorisi ve diğer alanlarda bu tip denklemlerin somut örnekleri ortaya çıkarılmıştır. (Baxendale ve Lototsky 2007, s. 2)

Stokastik Diferansiyel Denklem: (Shreve, Steven E. 1997, s. 177)

$$dX(t) = a(t, X(t))dt + \sigma(t, X(t))d(B(t)) \quad (2.3)$$

Burada verilen  $a(t, x)$  ve  $\sigma(t, x)$  fonksiyonlarının genellikle  $(t, x)$  de sürekli olduğu varsayılır. Sabit bir  $L$  sayısı vardır öyle ki  $\forall x, y, t$  için

$$|a(t, x) - a(t, y)| \leq L|x - y|, \quad |\sigma(t, x) - \sigma(t, y)| \leq L|x - y|. \quad (2.4)$$

**Not:** Bunların böyle talep edilmesinin nedeni, Lipschitz süreklilik teoremidir. Başlangıç değer probleminin varlık ve tekliği Lipschitz sürekliliğini zaruri kılar. Düzgün süreklilik  $|x - y| < \delta$  iken  $|f(x) - f(y)| < \varepsilon$  dir. Fakat Lipschitz  $|f(x) - f(y)| < M \cdot |x - y|$  olsun ister.

$(t_0, x)$  verilsin.  $(t_0, x)$  başlangıç koşulu çözümü ile stokastik diferansiyel denklem için bir çözümdür.

$$\{x(t)\}_{t \geq t_0} \text{ için } x(t_0) = x, \quad (2.5)$$

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t a(s, x(s))ds + \int_{t_0}^t \sigma(s, x(s))dB(s), \quad t \geq t_0 \quad (2.6)$$

Çözümü Brownian hareketinden elde edilen çözüme uygulanır. Eğer Brownian hareketinin zaman içerisindeki değişimini bilirsek  $x(t)$ ' yi değerlendirebiliriz.

## 2.4 BROWNIAN MOTİON

Brownian motion, N. Wiener (1923) tarafından asıltılı parçacıkların rastgele hareketi için matematiksel bir model olarak tanımlanan ve ilk olarak bir İngiliz Botanikçi R. Brown (1828) tarafından gözlemlenen, ancak şimdi çeşitli alanlarda uygulamaları olan Wiener sürecidir. (Damos ve diğerleri 2012, s. 1)

Robert Brown tarafından tanımlanan fiziksel fenomen, bir sıvı içinde asılı duran polen tanelerinin karmaşık ve düzensiz hareketiydi. Bu tanımdan bu yana geçen uzun yıllar içinde Brown hareketi, uygulamalı matematikte olduğu kadar saf matematikte de bir çalışma aracı haline gelmiştir.

Brownian hareketinin matematiksel incelemesi şunları içerir: (Hida 1980, s. 6)

- i. En temel stokastik süreç olarak görülen bir olasılıksal yön,
- ii. Brownian hareketi kullanılarak en ilginç ölçü olan Wiener ölçüsünün tanıtıldığı bir fonksiyon uzayı üzerinde analizin bir tartışması,
- iii. Örneğin biyolojik organların işlevi gibi doğal ortamda ortaya çıkan rastgele olayları tanımlayan araçların geliştirilmesi,
- iv. Rastgele fenomenlerin matematiksel modellerinde Brown hareketinin yer aldığı geniş bir uygulama yelpazesinin arka planının sunumu,

Brownian hareketi tartışmasız en önemli stokastik süreçtir. Tarihsel olarak sürekli zaman ve sürekli durum uzayına sahip ilk stokastik süreçtir. Bu nedenle Gauss süreçleri, Martingaller, Markov süreçleri, Difüzyonlar ve Rastgele oransal kırılmalar çalışmasını

etkilemiştir. Matematikteki merkezi konumu, bilim, mühendislik ve matematiksel finanstaki çok sayıda uygulamada kullanılır. (Schilling ve Partzsch 2012, s. 1)

#### 2.4.1 Standart Brownian Hareket Süreci

Standart Brownian hareket süreci, menkul kıymetlerin fiyat hareketini simüle ederken zaman içindeki fiyat değişikliklerini simüle etmek için kullanılan stokastik süreçlerden biridir. Gerçekte, borsa her akşam kapanıp sabah açıldığından hisse senedi fiyatlarındaki hareket sürekli değildir. Fakat, bu sürekli parametrelili bir süreç olarak kabul edilir. (Özel Kadılar 2020, s. 304)

$\{X_t\}$  bir dizi olsun ve  $t \geq 0$  olmak üzere Brownian Hareketinin özellikleri aşağıdaki gibi ifade edilir: (Önalın 2004, s. 159)

- (a)  $X_0 = 0$
- (b)  $\{X_t, t \geq 0\}$  stokastik süreci bağımsız olarak artan bir süreçtir.
- (c)  $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$  için  $X_{t_1} - X_0, X_{t_2} - X_{t_1} \dots X_{t_n} - X_{t_{n-1}}$  artışları durağandır.
- (d)  $\{X_t, t \geq 0\}$  stokastik sürecinde  $X_{t+s} - X_t$  sıfır ortalama ve  $t$  varyansı ile normal dağılıma sahiptir. ( $X_{t+s} - X_t \sim N(0, t)$ )
- (e)  $X_t, t$ 'nin sürekli bir fonksiyonudur.

#### 2.4.2 Geometrik Brownian Hareket Süreci

Finansal piyasanın, özellikle borsadaki hisse senetlerinin modellenmesinde kullanılan Brownian Motion, istatistiksel bir modelin oluşturulmasında önemli bir rol oynamaktadır. Brownian Motion'ın finansal modelin oluşturulmasında en önemli kavramlarından biri, Brownian Hareket Sürecinin özel bir durumu olan Geometrik Brownian Hareketidir. (Yang & Aldous, 2012, s. 1)

Geometric Brownian Hareketinin matematiksel gösterimi aşağıdaki gibidir: (Shreve, Steven E. 1997, s. 169)

$$S(t) = S(0) \exp \left\{ \sigma B(t) + \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t \right\} \quad (2.7)$$

Geometrik Brownian Hareketinin Diferansiyel formu ise

$$dS(t) = \mu S(t) dt + \sigma S(t) dB(t) \text{ 'dir.} \quad (2.8)$$

(Buradaki  $B(t)$  Brownian Harektir.  $\mu$  ve  $\sigma$  sıfırdan büyüktür.)

### Örnek 1. Geometrik Brownian Motion

$r$  ve  $\sigma$  sabit olsun.

$dx(t) = rx(t)dt + \sigma x(t) dB(t)$  başlangıç koşulunda verilen  $x(t_0) = x$ , çözümü

$$x(t) = x \exp \left\{ \sigma (B(t) - B(t_0)) + \left( r - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) (t - t_0) \right\}$$

Tekrar homojen diferansiyel denklemi hesaplırsak ( $t_0$  ve  $B(t_0)$  sabit):

$$\begin{aligned} dx(t) &= \left( r - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) x(t) dt + \sigma x(t) dB(t) + \frac{1}{2} \sigma^2 x(t) dt \\ &= rx(t) dt + \sigma x(t) dB(t) \end{aligned}$$

### Örnek 2. Sürüklenmiş (Drifted) Brownian Motion

$\sigma = 1$  sabit olsun. Böylece  $dx(t) = a dt + dB(t)$ .

Eğer  $(t_0, x)$  verilirse ilk koşulla başlarız:

$$x(t_0) = x,$$

Daha sonra  $x(t) = x + a(t - t_0) + B(t) - B(t_0)$ ,  $t \geq t_0$  diferansiyel denklemini hesaplarız ( $t_0$  ve  $B(t_0)$  değerleri sabittir.):

$$dx(t) = a dt + dB(t)$$

## 2.5 MARKOV PRENSİBİ

$0 \leq t_0 < t_1$  verilsin ve  $h(y)$  bir fonksiyon olsun.

$\mathbb{E}^{t_0, x} h(x(t_1))$  için  $h(x(t_1))$  beklenen değer ve  $x(t_0) = x$  dir.

$x(0) = \varepsilon$  başlangıç koşulu ile başlarsak,

$\mathbb{E}^{0, \varepsilon} [h(x, t_1) | F(t_0)] = \mathbb{E}^{t_0, x(t_0)} h(x(t_1))$  dir.

Eğer 0 zaman aralığından t zamanına kadar giden Brownian hareketini gözlemleyerek  $h(x(t))$  beklenen değerini vermek istersek bunun için tek uygun bilgi  $x(t)$  değeridir.

Stokastik diferansiyel denkleminin  $x(t)$  değerinde t zamanından başladığını düşünerek  $h(x(t))$  beklenen değeri hesaplanır. (Shreve, Steven E. 1997, s. 178)

Tek değişkenli  $y=f(x)$  fonksiyonu ve türevlerini içeren denklemler  $F(x, y, y') = 0$  gibidir. Basit bir örnek vermek gerekirse  $y' = y$  ve  $\frac{dy}{dx} = y \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int dx$  ve buradan da  $\ln y = x + c \Rightarrow y = e^{x+c} = ce^x$  dir. Ancak gerçek hayatta PDE (Partial differential equations) kısmi türevli diferansiyel denklemler daha etkilidir. Burada  $y=f(x)$  fonksiyonunun yerini  $u = u(x, t)$  alır. Önemi ise t zaman değişkeninin eklenmesidir. Reel hayatta zamanın dikkate alınmadığı süreç yok gibidir. Ancak iki ve daha fazla değişkenli fonksiyonların türevi kısmi türevle hesaplanır. Çalışılan problemin tabiatına bağlı olarak bazen PDE de yetersiz kalır. Bu durumda sapmalı argümentli diferansiyel denklem kavramı kullanılır. (Stokastik (rastlantısal) ya da retarded(gecikmeli) gibi.)

## 2.6 MARTİNGALE

Martingales, modern olasılık teorisinin önemli bir aracıdır. Martingale tekniklerinin kökenleri, 1930'ların başlarından itibaren Kac, Marcinkiewicz, Paley, Steinhaus, Wiener ve Zygmund tarafından bağımsız (veya ortogonal) fonksiyonlar ve belirli fonksiyon serilerinin yakınsaması üzerine analiz makalelerine kadar izlenebilir. Martingale teorisi, şimdi bildiğimiz şekliyle Levy Doob'a kadar uzanmaktadır. (Schilling 2005, s. 176)

$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  bir olasılık uzayı,  $\sigma$  cebirinin bir sonucu olarak  $\mathcal{F}_0, \mathcal{F}_1, \dots, \mathcal{F}_n$  ve  $\mathcal{F}_0 \subset \mathcal{F}_1 \subset \dots \subset \mathcal{F}_n \subset \mathcal{F}$  dir. Böyle bir  $\sigma$  cebir dizisine filtrasyon denir.  $\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_n$  rasgele değişkenler dizisidir. Buna stokastik süreç adı verilir. (Shreve, Steven E., 1997, s. 57)  
Martingale için koşullar: (Shreve, Steven E. 1997, s. 58)

- i. Her  $\mathcal{M}_k$ ,  $\mathcal{F}_k$  ölçülebilirdir. Eğer  $\mathcal{F}_k$  değeri biliniyorsa  $\mathcal{M}_k$  değeri de bilinir. Bu süreçte  $\{\mathcal{M}_k\}$  nın  $\{\mathcal{F}_k\}$  ya filtrasyonla uyarlandığını söyleriz.
- ii. Her  $k, \mathbb{E}(\mathcal{M}_{k+1} | \mathcal{F}_k) = \mathcal{M}_k$  için martingal ne yukarı ne de aşağı gitme eğilimindedir.

*Teorem:* Brownian Hareketi bir martingaledir. (Shreve, Steven E. 1997, s. 146)

*İspat:*  $0 \leq s \leq t$  verilsin. Daha sonra

$$\mathbb{E}[B(t) | \mathcal{F}(s)] = \mathbb{E}[B(t) - B(s) + B(s) | \mathcal{F}(s)] \quad (2.9)$$

$$= \mathbb{E}[B(t) - B(s)] + B(s) \quad (2.10)$$

$$= B(s) \quad (2.11)$$

*Teorem:*  $\theta \in \mathbb{R}$  verilsin. Daha sonra

$Z(t) = \exp\{-\theta B(t) - \frac{1}{2}\theta^2 t\}$  bir martingaldir. (Shreve, Steven E. 1997, s. 146)

*İspat:*  $0 \leq s \leq t$  verilsin. Daha sonra

$$\mathbb{E} \left[ Z(t) \middle| \mathcal{F}(s) \right] = \mathbb{E} \left[ \exp \left\{ -\theta (B(t) - B(s) + B(s)) - \frac{1}{2} \theta^2 ((t-s) + s) \right\} \middle| \mathcal{F}(s) \right] \quad (2.12)$$

$$= \mathbb{E} \left[ Z(s) \exp \left\{ -\theta (B(t) - B(s)) - \frac{1}{2} \theta^2 (t-s) \right\} \middle| \mathcal{F}(s) \right] \quad (2.13)$$

$$= Z(s) \mathbb{E} \left[ \exp \left\{ -\theta (B(t) - B(s)) - \frac{1}{2} \theta^2 (t-s) \right\} \right] \quad (2.14)$$

$$= Z(s) \exp \left\{ \frac{1}{2} (-\theta)^2 \text{var}(B(t) - B(s)) - \frac{1}{2} \theta^2 (t-s) \right\} \quad (2.15)$$

$$= Z(s) \quad (2.16)$$

*Teorem (Levy Doob Teoremi):*  $W(t), 0 \leq t$  sonlu bir varyans martingal olsun. Öyle ki

- (a)  $W(0) = 0$

$$(b) E[dW(t)|W(\tau), 0 \leq \tau \leq t] = 0, dW(t) = W(t + dt) - W(t)$$

$$(c) E[(dW(t))^2|W(\tau), 0 \leq \tau \leq t] = dt$$

Yani  $W(t)$  standart bir Wiener sürecidir. (Huynh ve diğeri 2008, s. 125)

## 2.7 STOKASTİK İNTEGRALLER

Stokastik integraller, stokastik diferansiyel denklemleri çözmek için kullanılır. Bu, günlük hayatta karşılaşılan birçok fiziksel olgunun matematiksel modellerini çözmek açısından önemlidir. Bir veya daha fazla deterministik fonksiyonun belirli bir integrali alındığında, sonuç gerçek bir sayıdır ve stokastik sürecin zamana bağlı stokastik bir integrali alındığında rastgele bir değişken elde edilir. (Yön 2015, s. 75)

Stokastik hesap, 1944'te Kiyosi İto tarafından icat edilen stokastik integral kavramıyla başlar. Stokastik integraller, difüzyon süreçlerinin inşasında merkezi ve önemli bir rol oynar. Stokastik integraller Brownian hareketinden yola çıkarak elde edilebilir. Brownian yolları boş olmayan herhangi bir açık aralıkta sınırsız varyasyona sahip olsa da, İto integrali bir  $L$  izometrisi kullanılarak tanımlanabilir. Stokastik integrallerin temel özellikleri ayrıntılı olarak tartışılmaktadır. Değişkenlerin değişimi ile ilgili teorem İto formülü olarak bilinir ve ispatı tam olarak aşağıda verilmiştir. (Kallianpur ve Sundar 2014, s. 90)

**2.7.1 Tanım (Stokastik İntegral):**  $M_t$  olağan koşulları sağlayan bir filtrasyon ve  $\{\mathcal{F}_t\}$  açısından sürekli kare integrallenebilir bir martingal olsun.  $H_t$  ile ilgili uygun varsayımlar altında  $M$ 'ye göre  $H$ 'nin integrali  $N_t = \int_0^t H_s dM_s$  şeklindedir. (Bass 2011, s. 64)

### 2.7.2 İto İntegral

İntegratör  $\mathcal{F}(t), t \geq 0$  filtrasyonu ile ilişkili  $B(t), t \geq 0$  Brownian Hareketidir ve aşağıdaki özelliklere sahiptir:

- (a)  $s \leq t \Rightarrow \mathcal{F}(s)$ 'deki herşey  $\mathcal{F}(t)$  de mevcuttur.
- (b) Her  $t$  için  $B(t), \mathcal{F}(t)$  ölçülebilirdir.
- (c)  $t \leq t_1 \leq \dots \leq t_n$  için  $B(t_1) - B(t), B(t_2) - B(t_1), \dots, B(t_n) - B(t_{n-1})$  artışları  $\mathcal{F}(t)$ 'den bağımsızdır.

$t \geq 0$  iken  $\delta(t)$  integranddır.

1.  $\forall t$  için  $\delta(t), \mathcal{F}(t)$  ölçülebilirdir.
2.  $\delta$  kare integrallenebilirdir.

$\mathbb{E} \int_0^T \delta^2(t) dt, \forall t$  için İto İntegrali aşağıdaki gibi tanımlanır: (Shreve, Steven E. 1997, s. 158)

$$I(t) = \int_0^t \delta(u) dB(u), t \geq 0 \quad (2.17)$$

### 2.7.3 İto Lemma

$X$ 'in tek boyutlu bir süreç olmasına izin verelim:

$$dX(t) = aX(t, t)dt + b(x(t), t)dW(t) \quad (2.18)$$

$Y(t) = g(t, X(t))$  olsun.

Burada  $g$  iki kez türevlenebilir yani  $\frac{\partial g}{\partial t}, \frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial^2 g}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 g}{\partial t \partial x}$  ve  $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}$  varsa süreklidir.

$g, t$  ve  $X$  e göre iki kere türevlenebilir olduğundan buradan taylor serisini elde etmek için kullanabiliriz:

$$g(t, X(t)) = g(0, X(0)) + \sum_j \frac{\partial g}{\partial t_j} \Delta t_j + \sum_j \frac{\partial g}{\partial x_j} \Delta X_j + \frac{1}{2} \sum_j \frac{\partial^2 g}{\partial t_j^2} (\Delta t_j)^2 + \frac{1}{2} \sum_j \frac{\partial^2 g}{\partial t_j \partial x_j} (\Delta t_j)(\Delta X_j) + \frac{1}{2} \sum_j \frac{\partial^2 g}{\partial x_j^2} (\Delta X_j)^2 + o\left((\Delta t_j)^3, (\Delta X_j)^3\right), \quad (2.19)$$

$$(\Delta X_j)^2 = (a_j \Delta t_j + b_j \Delta W_j)^2 = a_j^2 (\Delta t)^2 + b_j^2 (\Delta W)^2 + 2a_j b_j \Delta t \Delta W, \quad (2.20)$$

Daha sonra  $\Delta t_j$ , sifıra gittiği zaman

$$(\Delta t)^2, \Delta t \Delta W, \Delta W \Delta t \rightarrow 0, (\Delta W(t))^2 = \Delta t \rightarrow dt, \quad (2.21)$$

$$(\Delta t)^2 = b^2 \Delta t \rightarrow b^2 \Delta t \rightarrow b^2 dt, \quad (2.22)$$

$$(\Delta W)^2 = O(\Delta t) \text{ ve } \Delta t \rightarrow 0 \text{ ve } \Delta W = \sqrt{\Delta t} \varepsilon \text{ olduğundan } \varepsilon \sim N(0,1) \text{ dir.} \quad (2.23)$$

Daha sonra

$$\sum_j \frac{\partial g}{\partial t_j} \Delta t_j \rightarrow \int_0^t \frac{\partial g}{\partial \tau} d\tau, \quad (2.24)$$

$$\sum_j \frac{\partial g}{\partial x_j} \Delta X_j \rightarrow \int_0^t \frac{\partial g}{\partial x} dX(\tau), \quad (2.25)$$

$$\sum_j \frac{\partial^2 g}{\partial x_j^2} (\Delta X_j)^2 \rightarrow \int_0^t \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} b^2 d\tau, \quad (2.26)$$

$$\text{Yani } g(t, X(t)) = g(0, X(0)) + \int_0^t \frac{\partial g}{\partial \tau} d\tau + \int_0^t \frac{\partial g}{\partial x} dX(\tau) + \frac{1}{2} \int_0^t \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} b^2 d\tau. \quad (2.27)$$

$$dY(t) = \frac{\partial g}{\partial t} dt + \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} b^2 dt = \left( \frac{\partial g}{\partial t} + a \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{1}{2} b^2 \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} \right) dt + b \frac{\partial g}{\partial x} dW, \quad (2.28)$$

Yani İto Lemma: (Huynh ve diğerleri 2008, s. 128)

$$dy = \left( \frac{\partial g}{\partial t} + a(X(t), t) \cdot \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{1}{2} b^2(X(t), t) \cdot \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} \right) dt + b(X(t), t) \frac{\partial g}{\partial x} dW. \quad (2.29)$$

### 3. FİNANSTA DİNAMİK TAHMİNLEME VE MONTE CARLO İLE STOKASTİK TEKNİKLERİN KULLANILMASI

Finansal analistler, çeşitli senaryoları modellemek için oldukça sık Monte Carlo simülasyonunu kullanırlar. Aşağıda, tipik olarak MC simülasyonunun kullanıldığı birkaç senaryo bulunmaktadır. (Raychaudhuri 2008, s. 98)

- (a) Gerçek Opsiyon Analizi
- (b) Portfolyo Analizi
- (c) Opsiyon Analizi
- (d) Kişisel Finansal Planlama

Bilgisayarlarda Monte Carlo simülasyonlarını kullanmak için çeşitli seçenekler mevcuttur. C, C ++, Java gibi herhangi bir üst düzey programlama dili veya Microsoft R tarafından sunulan .NET programlama dillerinden biri, belirli dağıtımlar için rasgele sayılar üreten tek tip rasgele sayılar oluşturmak için bir bilgisayar programı geliştirmek ve çıktı analizi için kullanılabilir. (Raychaudhuri 2008, s. 99)

#### 3.1 Dinamik Panel Veri Modeli ile Tahmin Etme

Dinamik bir panel veri modeli, geçmişteki bir bağımlı değişkenin cari dönemde bulunan bir bağımlı değişken üzerindeki etkisini ölçer. Diğer bir deyişle, mekansal-panel modelleriyle benzerlik göstererek zaman boyutunda bulunan korelasyonu modellemektedir. (Zeren ve Ergun, 2010, s. 76)

Kesitsel ve zaman serisi verilerinin birleştirilmesiyle oluşturulan panel veri analizi, belirli bir yatay kesit veya zaman serisi ile belirlenmesi zor ilişkilerin türetilmesinde önemli bir role sahiptir. Zaman serisi analizine kıyasla panel veri analizi, daha fazla serbestlik derecesine, daha fazla gözleme sahip olması ve çoklu bağlantı sorununu büyük ölçüde ortadan kaldırması nedeniyle kullanışlı bir tekniktir. (Güngör ve Kaygın 2015, s. 149-168)

Pek çok ekonomik modellerde aracısız ya da dolaylı olarak dinamik bir biçimdedir. Bir değişkeni incelerken meydana gelen değişimleri açıklamak için çoğu modelde bulunan bağımlı ve bağımsız değişkenlerin gecikmeli değerlerinin modele açıklayıcı değişken olarak dahil edildiği görülmektedir. Bu gibi durumlarda da dinamik panel data analiz modeli kullanılmaktadır. (Akbaş ve Uğur 2014, s. 223)

Panel verileri, genel anlamda bireysel varlıkların zamanlar arası dinamikleri hakkındaki bilgiler yoluyla, bir bireysel davranış modelini bir grup bireyin ortalama davranışının bir modelinden ayırma olasılığını sağlar. (Hsiao 2003, s. 193)

Dinamik panel veri modeli aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$y_{it} = \delta y_{it-1} + x'_{it-1}\beta + u_{it} \quad (3.1)$$

$$u_{it} = \mu_i + v_{it} \quad (3.2)$$

$\mu_i$  = Birim etki (i.birim için tüm zaman boyunca sabit)

$y_{it}, y_{it-1}$  = Birim etkinin bir fonksiyonu

(3.1) ifadesinin sağ tarafındaki bağımlı ve gecikmeli değişken  $y_{it-1}$  ile hata terimi korelasyonludur. EKK (en küçük kareler) tahminleri de korelasyona bağlı olarak yanlış ve tutarlıdır. Grup içi tahmin edicisi ise,  $\mu_i$  terimini modelden dışlar. Daha sonra da  $(y_{it} - \bar{y}_i)$ 'nin  $(y_{it-1} - \bar{y}_{it-1})$  ve  $(x_{it} - x_{it-1})$  üzerine regres edilmesiyle elde edilir. (Zeren ve Ergun 2010, s. 77)

Panel veriler, bireyler arası farklılıkları ve bireyler arası dinamikleri harmanlayarak, insan davranışının karmaşıklığını yakalamada, yalnızca zamansal veya kesitsel boyutu olan veri kümelerinden daha büyük kapasiteye sahiptir. (Ullah ve A. Giles 2010, s. 374)

### 3.2 Static Panel Veri Modeli ile Tahmin Etme

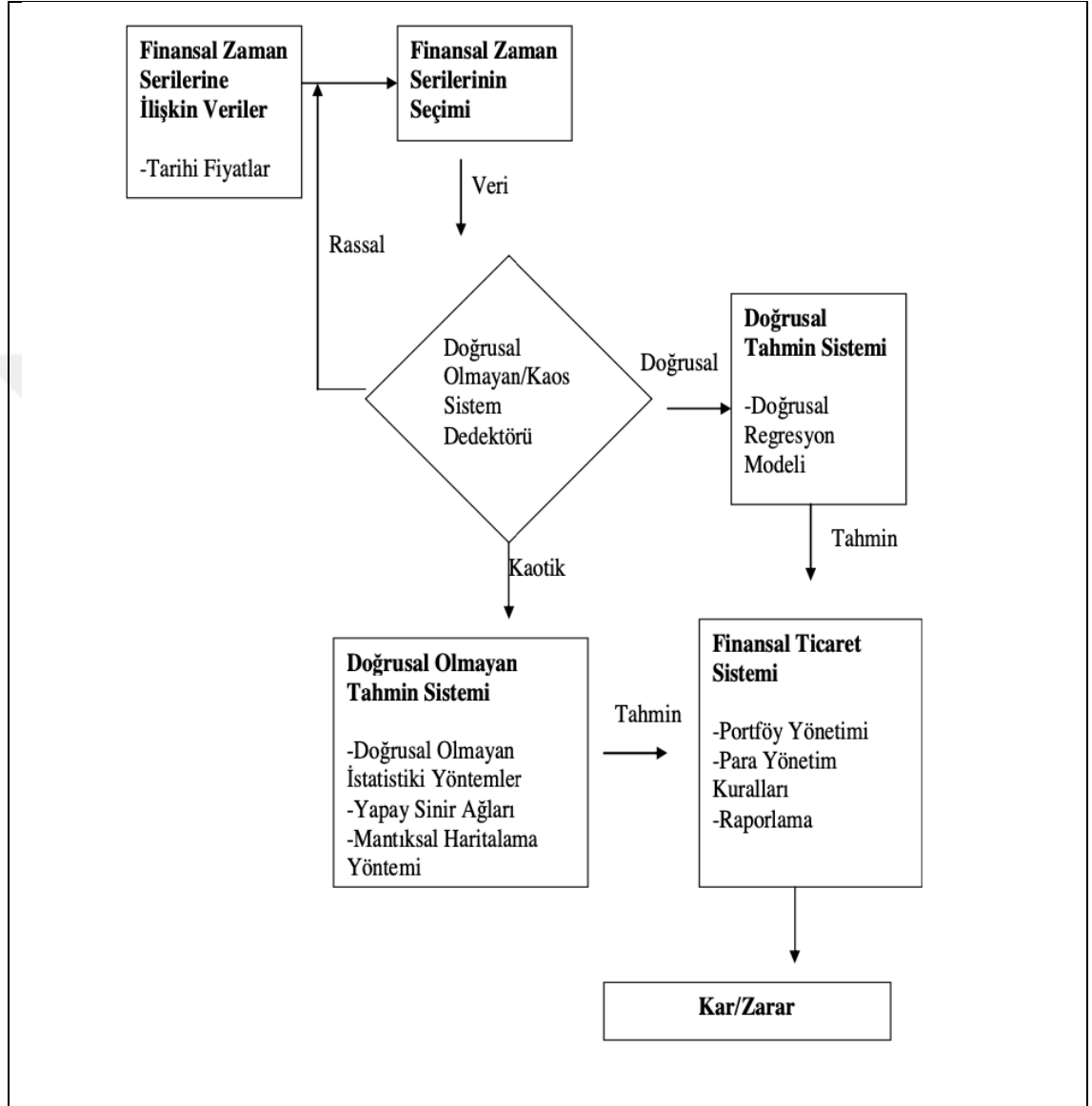
Statik panel data modelleri, bağımlı değişkeni açıklamak için gecikmeli bağımlı değişken değerleri kullanmaz. Diğer bir deyişle, değişkenlerin dinamik yapısı modele yansıtılmamaktadır. Statik panel verileri analiz etmenin en basit yöntemi klasik doğrusal regresyon analizidir. Statik bir panel data modelini iki alt başlık altında incelenebilir. Bunlar sabit etkiler modeli ve rastgele etkiler modelidir. (Akbaş ve Uğur 2014, s. 223)

Statik panel datalar geçmişteki değerlerinden etkilenmeyen ve durağan olan değişkenleri tahmin ederken kullanılır. Dinamik panel data analizi ise geçmişteki değerlerinden etkilenir ve değişkenlerin yapısı dinamik ise analizde kullanılır. Bu nedenle analizini yapacağımız değişkenler geçmiş verilerden etkileniyorsa modelin tahmininde dinamik panel data analizinin seçilmesi ve uygulanması daha tutarlı sonuçlar vermiştir. Yani analizini yapacağımız değişkenler geçmişteki verilerden etkileniyorsa modelin tahmininde dinamik panel data analizinin kullanılması daha tutarlı sonuçlar verir. (Akbaş ve Uğur 2014, s. 220)

Static panel data modelleri; bağımlı değişken hakkında yorum yapabilmek için hem bağımsız hem de bağımlı değişkendeki gecikmeli değerlerinin kullanılmadığı data modelleridir. Static panel data modellerinden en temel olarak bilinen klasik doğrusal regresyon modelidir. Bu regresyon modelinin uygulanıp tutarlı analizler yapılabilmenin temel şartı bağımsız değişkenler ile hatalar arasında bağlantı olmamasıdır. (Alsu 2017, s. 306)

### 3.3 Finansal Tahminlemede Hibrit Sistem

**Tablo 3.1 : Finansal Tahminlemede Hibrit Sistem Şeması**



*Kaynak:* Fettahoğlu, S. (2009). Pay Senedi Fiyatlarının Tahmin Edilebilirliği: Kaos Kuramı Yaklaşımı. Muhasebe ve Finansman Dergisi, (43), 237-243.

Finansta hibrit sistemin ilk basamağı zaman serilerindeki verilerin belirlenmesidir. Zaman serisi rassal gibi hareket edip gerçekte rassal değilse bunun kaotik olması mümkündür. Bundan dolayı doğrusal olmayan yapay sinir ağları adı verilen veri setiyle modelleme yapılır. Yani aslında ilk aşama zaman serisinin yapısını belirlemektir. Burda

kastedilen serinin yapısının kaotik mi doğrusal mı olduğuyla ilgilidir. İkinci aşama ise birinci aşamanın devamı olarak serinin tarzına uygun tahmin modeli belirlemektir. (Fettahoğlu 2009, s. 239)

### 3.4 MARKOV CHAIN

Markov zinciri, her bir olayın olasılığının yalnızca önceki olayda elde edilen duruma bağlı olduğu olası olaylar dizisini tanımlayan stokastik bir modeldir. Adını Rus matematikçi Andrey Markov'dan almıştır. Reel hayatta Markov zincirleri, motorlu taşıtlardaki hız kontrol sistemlerini, bir havaalanına gelen müşteri kuyruklarını, döviz kurlarını ve hayvan popülasyon dinamiklerini incelemek gibi birçok uygulamaya sahiptir. Markov süreçleri, karmaşık olasılık dağılımlarından örneklemeyi simüle etmek için kullanılır. Bayes istatistikleri, termodinamik, istatistiksel mekanik, fizik, kimya, ekonomi, finans, gibi alanlarda uygulama bulan Markov zinciri Monte Carlo olarak bilinen genel stokastik simülasyon yöntemlerinin de temeli olarak bilinmektedir.

$X_t$ , t anında rastgele bir değişkenin değerini gösterebilir ve durum uzayının olası X değerleri aralığını ifade etmesine izin verelim. Durum uzayındaki farklı değerler arasındaki geçiş olasılıkları yalnızca rastgele değişkenin mevcut durumuna bağlıysa, rastgele değişken bir Markov sürecidir, yani

$$\Pr (X_{t+1} = S_j | X_0 = S_k, \dots, X_t = S_i) = \Pr (X_{t+1} = S_j | X_t = S_i) \quad (3.3)$$

Dolayısıyla, bir Markov rasgele değişkeni için, geleceği tahmin etmek için geçmişle ilgili gereken tek bilgi rasgele değişkenin mevcut durumudur, önceki durumların değerlerinin bilinmesi geçiş olasılığını değiştirmez. (Carlo 2004, s. 3)

$V$  ayrık bir durum uzayı olsun. Eğer  $P(x, y) \geq 0, \sum_{y \in V} P(x, y) = 1$  ise

$P = (P(x, y))_{x, y \in V}$  matrisi,  $V$  üzerindeki bir geçiş matrisidir. Ayrıca bir markov veya stokastik matristir.  $(X_n)_{n \geq 0}$  bir dizi ve  $V$  değerli rasgele değişkeni olsun.  $P$  matrisi  $V$  üzerinde bir markov zinciridir.  $\pi_0$  başlangıç yöntemi ve  $\mathbb{N}$  deki her n için ve  $V$ 'de

$x_0, \dots, x_n$  dizisi  $P(X_0 = x_0, \dots, X_n = x_n) = \pi_0(x_0)P(x_0, x_1)(x_1, x_2) \dots P(x_{n-1}, x_n)$  şeklinde yazılır. (Graham 2014, s. 3)

**Lemma:**  $(X_n)_{n \geq 0}$  dizisi  $P$  matrisi ve  $\pi_0$  başlangıç yöntemiyle bir markov zinciri olsun. Sonra  $\mathbb{P}(X_{n+1} = y | X_n = x) = P(x, y)$  için  $\mathbb{N}$ 'deki  $n$  ve  $V$ 'deki  $x, y$  ve anlık yöntemler  $\pi_n = (\pi_n(x))_{x \in V}$  tarafından verilir.

$\pi_n(x) = \mathbb{P}(X_n = x) = \sum_{x_0, x_1, \dots, x_{n-1}} \pi_0(x_0)P(x_0, x_1)P(x_1, x_2) \dots P(x_{n-1}, x)$  veya matris gösterimi de  $\pi_n = \pi_{n-1}P = \dots = \pi_0 P^n$  şeklindedir. Ayrıca  $(X_{nk})_{k \geq 0}$  matrisli bir markov zinciridir.  $P$ 'nin  $n$ . matris gücü  $P^n = (P^n(x, y))_{x, y \in V}$  şeklindedir. (Graham 2014, s. 4)

### 3.4.1 Markov Chain ve Kolmogorov Denklemi

$dX(t) = a(t, X(t))dt + \sigma(t, X(t))dB(t)$  denklemini ele alalım.

$p(t_0, t_1; x, y)$  geçiş yoğunluğu fonksiyonu olsun. Kolmogorov Denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir: (Shreve, Steven E. 1997, s. 180)

$$-\frac{\partial}{\partial t_0} p(t_0, t_1; x, y) = a(t_0, x) \frac{\partial}{\partial x} p(t_0, t_1; x, y) + \frac{1}{2} \sigma^2(t_0, x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} p(t_0, t_1; x, y) \quad (3.4)$$

$t_0$  ve  $x$  değişkenleri geçmişe dönük değişkenlerdir.

### 3.4.2 Stokastik Analiz ve Kolmogorov Denklemi İlişkisi

$dX(t) = a(t, X(t))dt + \sigma(t, X(t))dB(t)$  stokastik diferansiyel denklemini ele alalım.

$h(y)$  bir fonksiyon olsun ve  $0 \leq t \leq T$  aralığında  $v(t, x) = \mathbb{E}^{t, x} h(X(T))$  olarak tanımlanır. Daha sonra

$$v(t, x) = \int h(y) p(T - t; x, y) dy \quad (3.5)$$

$$v_t(t, x) = - \int h(y) P_t(T - t; x, y) dy \quad (3.6)$$

$$v_x(t, x) = \int h(y) P_x(T - t; x, y) dy \quad (3.7)$$

$$v_{xx}(t, x) = \int h(y) P_{xx}(T - t; x, y) dy \quad (3.8)$$

Bu nedenle Kolmogorov Denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir: (Shreve, Steven E. 1997, s. 182)

$$v_t(t, x) + a(x)v_x(t, x) + \frac{1}{2}\sigma^2(x)v_{xx}(t, x) = \int h(y)[-P_\tau(T - t; x, y) + a(x)P_x(T - t; x, y) + \frac{1}{2}\sigma^2(x)P_{xx}(T - t; x, y)]dy = 0 \quad (3.9)$$

### 3.4.3 Markov Chain Monte Carlo Methodu

İstatistiksel fizik alanında, Markov zincir simülasyonuna dayalı Monte Carlo algoritmaları uzun yıllardır kullanılmaktadır. Bu algoritmaların geçerliliği temelde simüle edilen Markov zincirinin dengeye yakınsama oranına bağlıdır. Son on yıl içerisinde bu eksikliği gidermek amacıyla analitik araçlar geliştirilmiştir. İstatistik fizikteki klasik problemler için Monte Carlo algoritmalarının analizine izin vermenin yanı sıra, bu araçların tanıtımı, kombinasyonel numaralandırma ve optimizasyonda daha geniş bir problem sınıfı için yeni yaklaşım algoritmalarının geliştirilmesini teşvik etmiştir. "Markov zinciri Monte Carlo" yöntemi bu tür çeşitli sorunlara uygulanmıştır ve genellikle bilinen tek etkili (yani polinom zaman) çözüm tekniğini sağlar. (Jerrum ve Sinclair 1996, s. 482)

Markov zinciri Monte Carlo simülasyonları, Nicholas Metropolis, Arianna Rosenbluth, Marsall Rosenbluth, Augusta Teller ve Edward Teller'ın 1953 tarihli makalesi ile ciddi anlamda başlamıştır. O zamandan beri MC simülasyonları birçok bilim dalındaki uygulamaları ile vazgeçilmez bir araç haline gelmiştir. Bunlardan bazıları Metropolis simülasyonlarının 2003 Los Almos konferansında gözden geçirilmiştir. Bu eğitimin amacı, bu cildin daha ileri düzeydeki derslerini anlamak için ön koşul olan temel kavramlara genel bir bakış sağlamaktır. Özellikle Prof. Landau'nun dersleri ile yakından ilişkilidir. MC simülasyonlarının arkasındaki teori istatistiğe dayanır ve MC tarafından üretilen verilerin analizi, uygulamalı istatistiktir. Bu nedenle, bu eğitimde ilk olarak istatistiksel kavramlar gözden geçirilmiştir. Günümüzde hesaplama gücünün bolluğu, istatistik açısından da bir paradigma değişikliğine işaret etmektedir: Hesaplama açısından yoğun, ancak kavramsal olarak basit yöntemler ön plana çıkmaktadır. MC simülasyonları

yalnızca ilgili modellerin simülasyonu ile ilgili değildir, aynı zamanda istatistiklere yaklaşmak için değerli bir araç oluştururlar. (Kendall ve diğerleri 2005, s. 2-3)

#### 3.4.4 Markov Chain Monte Carlo Verilerinin İstatistiksel Hataları

Büyük ölçekli MC simülasyonunda gerekli istatistikleri toplamak aylar, muhtemelen yıllar alabilir. Bu tür veriler için kapsamlı bir hata analizi şarttır. Tipik bir MC simülasyonu iki bölüme ayrılır: (Kendall ve diğerleri 2005, s. 30)

- i. Denge: Denge dağılımına ulaşmak için ilk taramalar yapılır. Bu taramalar sırasında ölçümler ya tamamen alınmaz ya da denge beklenti değerleri hesaplanırken atılmalıdır.
- ii. Veri Üretimi: Ölçülü taramalar yapılmaktadır. Denge beklenti değerleri bu istatistiklerden hesaplanır.

#### 3.4.5 Markov Chain İçin Durağanlık

$X_1, X_2, \dots$  bir dizi ve bazı kümelerin rasgele elemanlarına stokastik süreç denir (Markov zincirleri özel bir durumdur). Her  $k$  pozitif tam sayısı için  $k$  dizisinin dağılımı ise durağan bir stokastik süreçtir.  $X_{n+1}, \dots, X_{n+k}$  dizisi  $n$ 'ye bağlı değildir. Bir Markov zinciri, sabit bir stokastik süreçse durağandır. Bir Markov zincirinde,  $X_{n+1}$  verilen  $(X_{n+2}, \dots, X_{n+k})$  koşullu dağılımı  $n$ 'ye bağlı değildir. Buradan, bir Markov zinciri ancak ve ancak  $X_n$ 'nin marjinal dağılımı  $n$ 'ye bağlı değilse durağandır.

Markov zinciri bu ilk dağılımla belirtilmişse ve geçiş olasılığı dağılımı durağan ise, bir başlangıç dağılımının bazı geçiş olasılığı dağılımı için durağan veya değişmez ya da denge olduğu söylenir. Bunu, geçiş olasılığı dağılımının ilk dağılımı koruduğunu söyleyerek de belirtebiliriz. Durağanlık, durağan geçiş olasılıkları anlamına gelir, ancak bunun tersi geçerli değildir. Bir noktada yoğunlaşan bir ilk dağılım düşünelim. Markov zinciri ancak ve ancak tüm yinelemelere rağmen aynı noktada yoğunlaşırsa, yani  $X_1 = X_2 = \dots$ , zincir hiçbir yere gitmez ve hiçbir şey yapmazsa durağan olabilir. Tersine, herhangi bir geçiş olasılığı dağılımı, bir noktada yoğunlaşanlar da dahil olmak üzere

herhangi bir ilk dağılımla birleştirilebilir. Böyle bir zincir genellikle durağan değildir. Denge dağılımına sahip olmak, Markov zinciri geçiş olasılığının önemli bir özelliğidir. (Brooks ve diğerleri 2011, s. 5)

### **3.5 MONTE CARLO PRENSİBİ**

Monte Carlo simülasyonu, sonuçları hesaplamak için tekrarlanan rastgele örneklemeye ve istatistiksel analize dayanan bir simülasyon türüdür. Bu simülasyon yöntemi, belirli sonucun önceden bilinmediği rastgele deneylerle çok yakından ilgilidir. (Raychaudhuri 2008, s. 91)

Monte carlo analizi geniş çapta uygulanabilir bir teknik olduğundan, aşağıdaki listede yer alan herhangi bir şeyi değerlendirmek için kullanılabilir: (Prescott ve Beaton 2016, s. 8-9)

- i. Vadesi gelmiş finansman kurumu
- ii. Kaldıraçlı satın alma
- iii. Gelişim aşamasındaki finansman kurumları
- iv. Patent
- v. Süreç araştırma ve geliştirme
- vi. Değişiklik gerektirmeyen stok opsiyonu
- vii. Bağımlı Opsiyonlar

Monte carlo simülasyonu, en basit haliyle tahmin ve risk analizi için kullanışlı olan rastgele bir sayı üreticisidir. Bir simülasyon, belirsiz değişkenler için kullanıcı tarafından önceden tanımlanmış bir olasılık dağılımından tekrar tekrar değerler toplayarak ve model için bu değerleri kullanarak bir modelin sayısız senaryosunu hesaplar. Tüm bu senaryolar bir modelde ilişkili sonuçlar ürettiğinden, her senaryo bir tahmin içerebilir. Tahmin, modelin önemli çıktıları olarak tanımladığınız olaylardır.

Monte Carlo simülasyon yaklaşımını büyük bir sepetten defalarca değiştirerek golf toplarını almak olarak düşünelim. Sepetin boyutu ve şekli, bazı sepetlerin diğerlerinden

daha derin veya daha simetrik olduğu dağıtımsal girdi varsayımına bağılıdır. Defalarca çekilen topların sayısı simüle edilen deneme sayısına bağılıdır. Çok sayıda ilgili varsayımı olan büyük bir model için, büyük modeli birçok bebek sepetinin bulunduğu çok büyük bir sepet olarak hayal edin. her bebek sepetinin kendi etrafında zıplayan kendi renkli golf topları vardır. Bazen bu bebek sepetleri birbirleriyle bağlantılıdır ve golf toplarını art arda zıplamaya zorlarken, diğeri ilişkisiz durumlarda toplar birbirinden bağımsız olarak zıplar. Model içindeki bu etkileşimlerden her seferinde toplanan toplar tablo haline getirilir ve kaydedilir, simülasyonun bir tahmin çıktı sonucu sağlanır. (Mun 2006, s. 74)

### **3.6 LİTERATÜRDEKİ MONTE CARLO İLE İLGİLİ YAPILAN ÇALIŞMALAR**

Öztürk 2004, Monte Carlo Simülasyon Metodunu kullanarak yaptığı bir çalışmada AB iplik fabrikasındaki makinelerin performansı gözlenmiş ve veriler elde edilmiştir. Buna göre monte carlo simülasyon modeli uygulanarak işletmede en yüksek verimliliğin hangi koşullarda sağlandığı tespit edilmiştir. Çalışmanın sonucunda 13 günde bir makine kopçalarının değiştirilmesinin işletmeye maliyetinin minimum olacağı tespit edilmiştir.

Taş, İltüzer (2008) Monte Carlo Simülasyon Yöntemi ile Riske Maruz Değerin İMKB30 Endeksi ve Dibs Portföyü Üzerinde Bir Uygulamasında İMKB30 endeksi ve Devlet İç Borçlanma Senetleri portföyleri seçilmiş bu portföylerin risklerini Monte Carlo Simülasyon yöntemi ile hesaplanmıştır. Bütün portföyler için tek tek simülasyonlar normal dağılım ve student t dağılımı baz alınıp veriler arasındaki farklara bakılmıştır Çalışmanın sonucunda ise güven düzeyi arttıkça riske maruz değer de arttığı görülmüştür. Yani güven düzeyi riske maruz değer hangi sebeple kullanılacağına göre seçilmelidir. Her iki güven düzeyinde de student t dağılımına uygulanan model daha yüksek riske maruz değerler vermiştir. Finansal zaman serilerinde student t dağılımı kalın kuyruklu olma özelliğine sahip olduğundan dolayı gerçeğe en yakın sonuçları verir. Bu sebeple RMD normal dağılım ile hesaplanırsa olası bir kayıp yaşanması durumunda karar vericiler kaybın bu değerden fazla olacağını bilmelidirler.

Şener (2019) Monte Carlo ile Hisse Senedi Fiyat Tahminleri isimli makalesinde Türk Hava Yolları'nın ve American Airlines'ın 2018 yılındaki hisse senedi verilerine göre

2019 yılını Monte Carlo Yöntemi ile tahminini yapmıştır. Yapılan modellemeden sonra iki şirketin de on farklı yıllık değerleri elde edilmiştir. İki şirketin de dolar kuru yıllık volatiliteleri bakımından aralarında ciddi farklar gözlenmiştir. THY dolar kuru yıllık volatilitesi 12,03305213, Amerikan Airlines'ın 0,400099 olduğu belirlenmiştir. Buna göre Amerikan Airlines'ın THY'ye göre daha küçük dalgalanmalar yaşamıştır. 2018'de alınan veriler ve Monte Carlo Simülasyonuna göre 2019 yılında Dolar kuru Türk hisse senedi piyasasını olumsuz yönde etkileyeceği ve değer kaybı yaşayacağı sonucuna varılmıştır.

### **3.6.1 Monte Carlo Simülasyonlarının Temelleri**

Monte Carlo yöntemleri sayısal sonuçlar elde etmek için tekrarlanan rastgele örneklemeyle dayanan geniş bir hesaplama algoritmaları sınıfıdır. Fizik ve matematik alanlarında çok fazla kullanılmaktadır. Monte Carlo simülasyonu, farklı karar seçeneklerinin sonucunu etkileyecek risk ve belirsizliği değerlendirmek için yaygın olarak kullanılır. Monte Carlo simülasyonu, enflasyon, faiz, hisse senedi getirileri, satış hacmi, emtia ve döviz kurları gibi değişkenlerin matematiksel modellenmesinde kullanılabilir.

Finansta Monte Carlo yöntemleri genellikle bir iş birimi veya şirket düzeyindeki projelere yapılan yatırımları veya diğer finansal değerlendirmeleri değerlendirmek için kullanılır. Simülasyonların en kötü durum, en iyi durum ve en olası süreler için tahminleri topladığı ve genel proje için sonuçları belirlemek üzere her görev için proje çizelgelerini modellemek için kullanılabilirler.

Monte Carlo simülasyonu, belirli bir dağılım hipoteziyle oluşturulan rastgele seçilmiş verilere dayalı olarak, ertesi gün oluşan olası bir fiyat serisi ile en son gözlenen fiyat arasındaki farka dayalı olarak VaR değerlerinin hesaplanmasına dayanan bir tekniktir. (Büberkökü 2018, s. 131)

Bazı rastgele değişkenler ile  $X$ 'in bir fonksiyonunun beklenen değerini tahmin etmeye ilişkin şöyle düşünelim:  $\mu = E[h(X)]$  . Ayrıca Monte Carlo Simülasyonu iki adımda incelenebilir: (Wang 2012, s. 67)

- i.  $X$  ile aynı dağılıma sahip veya bağımsız şekilde dağıtılmış rastgele değişkenler olarak  $X_1, X_2, \dots, X_n$  üretilsin.
- ii. Beklenen değer olan  $\mu$ 'nün tahmini, örnek ortalama olarak tanımlanır.

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} [h(X_1) + h(X_2) + \dots + h(X_n)]$$

Buradaki  $n$ , genellikle büyük bir sayı olarak seçilen örnek boyutudur. Tahmin etmek istediğimiz miktar olan  $\mu$ 'nin bilinmeyen sabit bir sayı olduğu unutulmamalıdır. Burada monte carlo tahmini  $\hat{\mu}$  rastgele bir değişken olduğundan  $\hat{\mu}$ 'nin değeri örneklere bağlı olarak değişecektir.

Finansta, varlık fiyatlandırması genellikle getirilerin beklentisinin matematiksel hesaplanmasından oluşur. Bu matematiksel beklentileri yaklaşık olarak gerçekleştirmek için simülasyon tekniklerinin nasıl kullanılabileceğini Monte Carlo Simülasyonu ile açıklanabilir.

Yaklaşımaların kesinliğini artıran ve hesaplama süresini azaltan birkaç teknik mevcuttur. Finansal modellemede yaygın olan varyans-kovaryans matrisi için tahmin hassasiyetini geliştirmek için kullanılan Barraquand (1995) ikinci dereceden yeniden örnekleme tekniğini tanıtıyoruz. Ayrıca, hesaplama süresini ve antitetik değişkenler tekniği, kontrol değişkenleri tekniği ve önem örnekleme tekniği gibi varyans azaltma tekniklerini azaltan teknikleri tanıtıyoruz. Monte carlo yöntemi, rastgele değişkenlerin fonksiyonlarının sayısal hesaplamalarını yapmak için kullanılan sayısal bir hesaplama yöntemidir. Kökeni ise Laplace ve Bouffon'un rastgele bir deney kullanarak  $\Pi$ 'nin sayısal değerini hesapladığı zamana kadar izlenebilir. Daha sonra Los Alamos'taki atom bombasının inşası sırasında Newman ve Ulam, karmaşık integralleri hesaplamak için bu tekniği kapsamlı bir şekilde geliştirmişlerdir. (Huynh ve diğerleri 2008, s. 67)

### 3.6.2 Yarı Monte Carlo Simülasyonlarının Temelleri

Monte carlo simülasyonu, matematiksel beklentiye analitik olarak tahmin edemediğimizde makul bir seçimdir. Matematiksel olarak çok boyutlu bir integral ile temsil edilir. Bu perspektiften bakıldığında, monte carlo yöntemi, karmaşık integralleri sayısal olarak değerlendirmek istediğimizde ilginç bir alternatiftir. bu yöntem, sonuçların rastgele doğasından kaynaklanan bir zayıflığa sahiptir. Bu nedenle, 1940'ların sonunda monte carlo yönteminin kullanılmaya başlanmasından kısa bir süre sonra araştırmacılar, hesaplamalardaki rastgele örneklerin deterministik serilerle değiştirilmesi olasılığı ile ilgilenmişlerdir. Bu, Quasi Monte Carlo Metodu'nun temel ideasına karşılık gelir. (Huynh ve diğerleri 2008, s. 90)

Düşük tutarsızlık dizileri (LDS) oluşturmak için kullanılan farklı algoritmaları vardır. Van Der Corput dizisi en basit olanıdır ve finansta kullanılan diğer dizilerin oluşturulmasında bir temel görevi görür. En iyi bilinen diziler Halton, Faure ve Sobol dizileridir. Bu dizilerin yapı prensibi, birim hiperküpü, yüzleri birim hiperküpün yüzlerine paralel olan daha küçük hiperküplere bölmekten oluşur. Dizinin bir noktası, her küçük hiperküp içine yerleştirilir. Tüm hiperküpler bir nokta içerdiğinde, yeni noktalar boş alanlara dağıtıldıkça birim hiperküp daha küçük olanlara bölünür.

Bir d dizisinin boyutu genellikle çözülecek probleme bağlı olarak  $\frac{T}{\Delta t}$  zaman adımlarının sayısı veya temeldeki varlıkların sayısı olarak tanımlanır. İyi bir düşük tutarsızlık dizisine sahip olmanın en büyük zorluğu, küçük bir bölgede noktaların kümelenmesinden kaçınmaktır. Küçük bir bölgedeki birçok noktayı bulma olgusu genellikle standart Monte Carlo simülasyonlarında bulunur ve bir dizinin boyutları arasındaki korelasyonların sonucudur, yani iki t ve s anı arasındaki korelasyon veya simüle edilen iki temel varlık değerinden biridir. (Huynh ve diğerleri 2008, s. 91)

### 3.6.3 Monte Carlo Simülasyonlarını Kullanarak Fiyatlandırma Seçenekleri

Black-Scholes-Merton'un (1973) Avrupa opsiyonlarının değerlemesine ilişkin çığır açan çalışmalarından bu yana, çok sayıda türev ürün tasarlandı. Bununla birlikte, çoğu durumda, yaygın olarak karşılaşılan bu karmaşık seçeneklerin fiyatlandırması için kapalı formüller bulmak zordur. Monte Carlo simülasyon tekniklerinin, bu seçenekleri fiyatlandırmak için esnek ve kullanışlı bir alternatif olduğu kanıtlanmıştır. (Huynh ve diğerleri 2008, s. 169)

Monte Carlo simülasyonu, finansal modellerin kantitatif analizi için çok yararlı bir araçtır. Paralel hesaplama için çok uygundur ve esnekliği, başka şekilde erişilemeyen karmaşık modelleri barındırabilir. Monte Carlo simülasyonu rastgele bir algoritmadır. Farklı bir simülasyon çalışması farklı bir tahmin verecektir. Genellikle düşük boyutlu problemler için tasarlanmış integralleri değerlendirmek için bu deterministik sayısal şemalardan çok farklıdır. Finans mühendisliğindeki fiyatlandırma problemlerinin birçoğu, büyük veya sonsuz boyutlu integralleri değerlendirme problemleri olduğu için, bu deterministik algoritmalar bu tür görevler için pek uygun değildir. Aksine, merkezi limit teoremi bir Monte Carlo tahmininin standart hatasının, boyuttan bağımsız olarak, örneklem büyüklüğüne göre  $O\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$  düzeyinde azaldığını iddia eder. Ancak Monte Carlo yöntemi eksiklikten yoksun değildir. Belirli bir Monte Carlo planının verimliliğini artırmak çoğu zaman mümkün olsa da, yakınsamayı  $O\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$  oranının üzerinde hızlandırmak için çok az şey yapılabilir. Arzu edilen bir doğruluk düzeyine ulaşmak için genellikle büyük bir örnek boyutu gerekir. Ayrıca Monte Carlo şemalarının tasarımı, düşündüğü kadar basit değildir. Bu, özellikle risk analizinde yaygın bir senaryo olan, ilgili miktarın küçük olasılık olaylarıyla ilişkili olduğu durumlarda geçerlidir. Burada çok dikkatli olmak gerekir, çünkü görünüşte çok doğru bir tahminin gerçek değerden uzak olabilir. (Huynh ve diğerleri 2008, s. 80-81)

t zamanındaki opsiyon fiyatı gibi açık bir formül yoktur. bu gibi durumlarda, verilen fiyat, Monte Carlo yöntemleriyle belirlenir. Monte Carlo yöntemlerini kullanarak Avrupa tarzı

seçenekleri fiyatlandırmak için oldukça genel bir prosedür aşağıdaki gibidir. (Kroese ve diğerleri 2013, s. 252)

- i. Opsiyonun değerini türettiği dayanak varlıkların risksiz davranışını modelleyen olasılık ölçümü  $Q$  kapsamında bir SDE verildiğini varsayalım. SDE,  $P$  ölçüsü altında verilmişse, Girsanov teoremini kullanarak veya başka bir şekilde risk-nötr olasılık ölçüsü  $Q$  altındaki varlık fiyatlarının evrim denklemini türetmek için kullanılır.
- ii.  $Q$  altındaki varlık fiyatlarının  $N$  örnek yolunu  $(0, T)$  zaman aralığında simüle edilsin, bu aşama genellikle SDE'nin çözümüne yaklaşmak için sayısal bir şema gerektirir.
- iii. Varlığın özelliklerine göre belirlendiği şekilde, her bir örnek yolundaki her bir varlığın indirgenmiş getirisi değerlendirilir.
- iv. Örnek yollar üzerinden  $N$  iskonto edilmiş nakit akışını kullanarak teorik seçenek değerinin bir Monte Carlo tahminini hesaplanır.

Bu tarifin bir örneği olarak, Asya Alım opsiyonu seçeneği fiyatlandırma örneği verilmektedir.

### **3.7 OPSİYON FİYATLAMADA MONTE CARLO YÖNTEMİNİN KULLANILMASI**

#### **3.1.1 Asya Alım Opsiyonu**

Avrupa tarzı bir Asya alım opsiyonunu, vadesi  $T$  ve kullanım fiyatı  $K$  ile fiyatlandırmak istediğimizi varsayalım. Böyle bir opsiyonun vadesinde getirisi şu şekildedir: (Kroese ve diğerleri 2013, s. 253)

$$C_T = (A_T - K)^+ \quad (3.10)$$

Bir Asya opsiyonu, temel fiyat yerine, önceden belirlenmiş bir süre boyunca temelin ortalama fiyatını kullanır. Örneğin, opsiyonun tüm ömrü veya belki de sona ermeden önceki son 30 gün baz alınır. Bazı durumlarda Asya opsiyonlarının tercih edilmesinin bir

nedeni, opsiyonun süresi dolmak üzereyken fiyat manipülasyonlarına karşı koruma sağlamaktır. Bu, az işlem gören varlıklar için bir risktir. (Shonkwiler, 2013, s. 118)

- i. Avrupa Opsiyonu ; sadece son kullanma tarihinde yapılabilir.
- ii. Amerikan Opsiyonu; vade bitiminde veya öncesinde herhangi bir işlem gününde uygulanabilir.
- iii. Bermuda Opsiyonu; yalnızca belirli tarihlerde veya sona ermeden önce uygulanabilir.
- iv. Bariyer Opsiyonu; vade süresi belirlenmiş dayanak varlığının önceden belirlenen bir limite ulaşmasına ya da limiti geçmesinden kaynaklı prim ödemelerinin yapıldığı opsiyonlardır. Ayrıca bu opsiyonlar vade başında belirlenmiş bir bariyer fiyata vade sonuna kadarki herhangi bir süre içinde ulaşması durumunda iptal olan opsiyondur.
- v. Bileşik Opsiyonu; diğer opsiyonlara geniş bir kaldıraç oranı ve daha az prim ödemeyi sağlar.
- vi. Çapraz bileşik opsiyonu; kullanım fiyatı başka para biriminde olan aynı dayanak varlığa ilişkin bir opsiyon
- vii. Değişim opsiyonu; hamiline vade sonunda bir varlığı diğer ile değiştirme hakkı verir.
- viii. Geriye dönük opsiyonlar; tüm fiyat yoluna bağlı olarak mal sahibi dayanak enstrümanı önceki dönemlerden birinin en düşük fiyatından alma ve en yüksek fiyattan satma hakkına sahiptir.
- ix. Asya ortalaması opsiyonu; getiri, önceden belirlenmiş bir süre boyunca ortalama temel fiyat tarafından belirlenir.
- x. Sepet Opsiyonu; birkaç dayanak varlığın ağırlıklı ortalamasına ilişkin bir opsiyondur.
- xi. Gökkuşacağı Opsiyonu; varlık ağırlıklarının sepetteki bileşenlerin nihai performansına bağlı olduğu bir sepet seçeneğidir. Örneğin, birkaç hisse senedinin en kötü performansını gösteren bir opsiyon olarak düşünebiliriz.
- xii. İkili opsiyon; vade sonunda ödeme, ya önceden sabitlenmiş bir miktar nakittir ya da hiç yoktur.

## 4. ENFLASYON VE FAİZ İLİŞKİSİNİN ANALİZİ

Enflasyon ve faiz arasındaki ilişkinin açıklanması ve değerlendirilmesi açısından Fisher Hipotezi önemli bir olgudur. 1930'da Fisher'in ortaya koyduğu Fisher Hipotezi nominal faiz oranlarıyla beklenen enflasyon arasında doğrudan bir ilişki olduğunu savunmaktadır. Enflasyonda bir artış söz konusu olduğunda nominal faiz oranları da artmaktadır. Bu bölümde analizde kullanılacak olan değişkenlerin açıklaması yapılmıştır.

### 4.1 ENFLASYON

Enflasyonun latince şişkinlik anlamına gelmektedir. Gündelik hayatta mal ve hizmet fiyatlarındaki artış olarak yorumlanır. Fiyatlar genel seviyesinin devamlı şekilde ve önemli oranlarda artması dolayısıyla paranın satın alma gücünü kaybetmesi şeklinde de tanımlanabilir. Enflasyonu kaynaklandığı nedene ve hızına göre sınıflandırabiliriz. Enflasyon kaynaklandığı nedene göre sınıflandırıldığında talep enflasyonu ve maliyet enflasyonu olarak ikiye ayrılır. Talep enflasyonu, toplam talebin artması karşısında mevcut arzın artan talebi karşılayamaması sebebiyle fiyatların yükselmesiyle ortaya çıkar. Maliyet enflasyonu ise üretimde girdi olarak kullanılan her türlü malın maliyetindeki artıştan kaynaklı olarak fiyatlar genel seviyesinin yükselmesidir. (Gül ve diğerleri 2006, s. 7-8)

Enflasyonun kaynağı olan para yaratımının kontrolü, enflasyonu istikrara kavuşturmanın olmazsa olmazıdır. Bu görüş John Maynard Keynes tarafından 1923'te ortaya atılan ve Philip Cagan'ın 1956'da hiperenflasyonlarla ilgili çalışmasında geliştirdiği geleneksel bir görüştür. Milton Friedman, her büyük enflasyonun parasal genişleme tarafından çoğunlukla açık vergilendirmeyi desteklemek için para yaratılmasını zorlayan savaşın ağır basan taleplerini karşılamak için üretildiğini gözlemlemiştir. (Granville 2013, s. 34)

## 4.2 ENFLASYON TÜRLERİ

Enflasyon türleri nedenlerine ve artış hızına göre olarak ikiye ayrılır.

### 4.2.1 Nedenlerine Göre Enflasyon

Nedenlerine göre enflasyon kendi arasında talep enflasyonu ve maliyet enflasyonu olarak ikiye ayrılmaktadır.

#### a. Talep Enflasyonu

Toplam talebin toplam arzdan fazla olması nedeniyle fiyatlar genel düzeyindeki artış gözlenmesi talep enflasyonu olarak adlandırılır. Mallara olan aşırı talep, genel fiyatlar düzeyinde bir artışa neden olurken, işgücüne olan aşırı talep, işgücü fiyatlarında artışa yol açacaktır. Talep enflasyonu, iktisattaki para miktarı ile yakından ilişkilidir. İkinci Dünya Savaşı sonrası Avrupa'da yüksek sosyal harcamaların yanı sıra sendikal hareketlerin gelişmesi ve Keynesyen anlayışının efektif talep arttırıcı para ve maliye politikalarının bu enflasyondan sorumlu olduğu belirtilmektedir. (Meral 2005, s. 311)

#### b. Maliyet Enflasyonu

Maliyet enflasyonu, tam istihdam ortamında işgücü verimliliği ve talebi arttırmadan üretimdeki girdilerin herhangi bir veya daha fazla bileşenindeki artıştan kaynaklanan bir enflasyon türüdür. (Kaykusuz 2005, s. 9)

Maliyet artışları, ücretlerin ve hammadde fiyatlarının yükselmesine, bazı mal ve hizmetlerin fiyatlarının uzun süre yükselmesine, ithalatın daha pahalı hale gelmesine, marjinal işgücü verimliliğinin düşmesine vb. neden olur. (Ateş 1995, s. 91)

#### **4.2.2 Artış hızına göre Enflasyon**

Artış hızına göre enflasyon düşük enflasyon, hızlı-artan enflasyon, hiper enflasyon, kronik yüksek enflasyon olmak üzere dörde ayrılır.

##### **a) Düşük enflasyon**

Daha çok gelişmiş batılı ülkelerde görülen enflasyon türüdür. Düşük enflasyonun olduğu ülkelerde yıllık enflasyon oranı %10'un altındadır. Bu enflasyonun yaşandığı ülkelerde halk kendi ülkesinin para birimine güven duyar. Bundan dolayı halk paradan kaçmaz. Parasının değer kaybetmeyeceğini bildiğinden hisse senedi, hazine bonusu, mevduat gibi finansal yatırım araçlarına yönelirler. (Kaykusuz 2005, s. 7)

##### **b) Hızlı-Artan Enflasyon**

%10 ve %1000 arasındaki enflasyon oranlarını ifade etmek için kullanılır. Bu tarz enflasyonun yaşandığı ülkelerde, halk ulusal paradan kaçır. Kontratlar genellikle bir yıl ve daha kısa vadelidir. Gayrimenkule olan yatırımlar artar bununla birlikte ülkedeki paranın ve yatırımların yurtdışına çıktığı görülür. (Kaykusuz, 2005, s. 8)

##### **c) Hiperenflasyon**

Oran olarak %1000'in üzerindeki enflasyonu ifade etmek için kullanılan bir terimdir. 1922-1924 Weimar Cumhuriyeti döneminde Almanya'da görülen enflasyon oranı (2 yıl için %10 Milyar) ve son 10-15 yıllık dönem içinde zaman zaman Brezilya ve Arjantin'de (%1000'den fazla) enflasyon oranları hiperenflasyona örnek gösterilebilir. Gelir dağılımındaki adaletsizliği ve halkın orta kesiminin fakirleşmesine sebep olan enflasyon türüdür. (Kaykusuz, 2005, s. 8)

#### d) Kronik yüksek enflasyon

Kronik enflasyonun artış hızı iki haneli oranlardadır. Buna rağmen henüz hiper enflasyona dönüşmemiş inişli ve çıkışlı bir enflasyon türüdür. (Gül, Ekinci, & Gürbüz, 2006, s. 9)

### 4.3 BEKLENEN ENFLASYON ve FAİZ İLİŞKİSİ

Beklenen enflasyon, gelecekte belirli bir süre boyunca beklenen fiyat artış oranıdır. Enflasyon ile beklenen enflasyona ilişkin belirsizlikler arasında bir etkileşimin varlığı, merkez bankasının izlediği politikaların fiyat istikrarı açısından etkinliğinin azaldığı şeklinde yorumlamak mümkündür. Türkiye'de son dönemde enflasyonda yaşanan keskin artışlar, gözleri fiyat istikrarı temel hedefi olan merkez bankasına çevirmiştir. Merkez Bankası'nın temel iletişim aracı olan enflasyon raporlarının takip edilmesinin, mesajları doğru okumanın ve bu bağlamda beklentileri şekillendirmenin ne kadar hassas olduğunun bir kez daha altı çizilmiştir. (Çiçek ve Alkan 2019, s. 82-100)

Faiz oranları ve enflasyon arasındaki ilişki, Irving Fisher tarafından geliştirilen Fisher hipotezi ile ifade edilmektedir. Bu hipoteze göre; beklenen enflasyonun farkı, reel ve nominal faiz işleme alınarak bulunur. (İşcan ve Kaygısız 2019, s. 580)

### 4.4 ENFLASYONUN HESAPLANMASI

Enflasyon hesaplanması için basit matematiksel formülü aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\text{Fiyat düzeyi}(t \text{ yılı}) - \text{Fiyat düzeyi}(t-1 \text{ yılı})}{\text{Fiyat düzeyi}(t-1 \text{ yılı})} \cdot 100 \quad (4.1)$$

Enflasyon hesaplanmasında en çok kullanılan üç çeşit fiyat endeksi vardır. Bunlar:

- a. Tüketici Fiyat Endeksi(TÜFE),
- b. Toptan Eşya Fiyat Endeksi(TEFE),
- c. GSMH Deflatörüdür

### **a. Tüketici Fiyat Endeksi (TÜFE)**

Tüketici fiyat endeksi, hane halklarının tükettiği mal ve hizmet bütünündeki fiyat artışlarını ölçen bir endekstir. TÜFE, son aşama olan tüketiciye ulaşan mal ve hizmetlerin ve temel ihtiyaçların fiyatlarındaki değişimleri ölçer. (Tarı ve diğerleri 2012, s. 4)

TÜFE, mallar arasında tüketici ikamesini hesaba katmayan sabit ağırlık endekslerine dayanmaktadır. (Boskin ve diğerleri 1998, s. 5)

### **b. Toptan Eşya Fiyat Endeksi (TEFE)**

Toptan eşya fiyat endeksi yani TEFE üretilen ürünün özelliğine ve alıcısına bakmadan yurt içindeki satışlara sebep olan maddelerin fiyat artışlarını ölçer. (Tarı ve diğerleri 2012, s. 5)

### **c. GSMH Deflatörü**

GSMH Deflatörü; bir ülkede üretilen bütün mal ve hizmet fiyatlarında meydana gelen hareketi gözlemlemek için kullanılır. Cari sene fiyatları ile hesaplanan Milli Gelirin, baz olarak düşünülen bir yıla ait fiyatlar ile hesaplanan Milli Gelire oranı şeklinde oluşturulur. Ulusal enflasyonu iyi yansıtması nedeniyle GSMH deflatörü çok tercih edilir. Buna karşın, TÜFE kamu tarafından bilinen en iyi endeks olması, aylık dönem olarak elde edilmesi, düzenli takip edilebilmesi ve seyrek şekilde revize edilmesi dolayısıyla daha çok tercih edilmektedir. (Albayrak 2005, s. 181)

## **4.5 FİŞER DENKLEMİ**

Fisher'in hipotezi ekonomideki en kalıcı hipotezlerden biridir. Fisher hipotezi nominal faiz oranları ile beklenen enflasyon arasında bire bir uzun dönemli denge ilişkisinin varlığını yansıtmaktadır.

Fisher hipotezinin matematiksel tanımını vermek gerekirse t zaman ve  $e_t$  sıfır ortalamalı bağımsız stokastik değişken olmak üzere denklem: (Coşkun ve Ballı 2020, s. 552)

$$i_t = r_t + \pi_{t+1} + e_t \quad (4.2)$$

$i$  = nominal faiz oranı,

$r$  = reel faiz oranı,

$\pi$  = enflasyon oranı

$\pi_{t+1}$  = t dönemindeki beklenen enflasyonu ifade eder.

#### 4.6 SATIN ALMA GÜCÜ PARİTESİ (PPP ORANI)

SGP teorisi farklı ülkeler arasındaki fiyat düzeyinde farklılaşma olmadığını varsayar. Tüm dünyada benzer olan malların aynı şekilde benzer fiyatlarla satılması ilkesini temel alır. Ayrıca bu teori yaklaşım olarak tek fiyat kanununu baz almaktadır. Tek fiyat kanununa göre bir malın fiyatının aynı para birimini cinsinden ifade edilmesi durumunda bütün ülkelerde eşit olacağını ifade eder. Yani kısaca özetlemek gerekirse SGP teorisi tek fiyat kanununun döviz piyasası analizine evrilmiş şeklidir. (Akçay 2015, s. 83)

Satın alma gücü paritesinin temel dayanağı olan TFK bir i malı için şu şekilde gösterilebilir: (Özcan 2012, s. 138)

$$P_i = SP_i^* \quad (4.3)$$

$P_i$  = i malının ulusal fiyat düzeyi

$P_i^*$  = i malının uluslararası fiyat düzeyi

$S$  = döviz kurunun ulusal fiyat düzeyi

SGP teorisi Mutlak ve Nispi SGP olmak üzere ikiye ayrılır. Mutlak SGP, döviz kurunun, ulusal fiyat düzeyinin uluslararası fiyat düzeyine bir oranı olarak ifade edilir ve matematiksel denklemi aşağıdaki gibi gösterilmektedir: (Özcan 2012, s. 138)

$$S = P/P^* \quad (4.4)$$

Nispi SGP ise, nispi fiyat düzeylerindeki değişimlerin nominal döviz kurundaki değişimler tarafından dengede olmasını gerektirmektedir ve matematiksel olarak denklemi aşığıdaki gibi gösterilmektedir: (Özcan 2012, s. 138)

$$\Delta P_t = \Delta P_t^* + \Delta S_t \quad (4.5)$$

#### 4.7 FAİZ ORANI

Faiz oranı üretim faktörlerinden sermayenin elde ettiği getiridir. Yani paranın kullanım bedelidir.<sup>5</sup>

Faiz oranı nominal faiz ve reel faiz olarak ikiye ayrılmaktadır. Nominal faiz oranı, bankalar gibi organizasyon ve kurumlar tarafından açıklanan faiz oranıdır. Reel faiz oranı enflasyona baz alınarak düzeltilmiş faiz oranıdır. Nominal faiz oranından enflasyonun çıkarılmasıyla elde edilir. (Alkın ve diğerleri 2005, s. 221)

#### 4.8 FAİZ VE TÜRLERİ

Bir sermaye malını, ödünç verilen dönemin sonunda verilen fazlalık, söz konusu sermaye malının kirasına faiz denir. Yani diğer bir deyişle faiz, tasarruf sahiplerine tasarruflarını ödünç vermeleri karşılığı ödenen bir bedeldir. Bu anlamda tasarruf, genellikle para olmaktadır. Dolayısıyla faiz, para halindeki sermayenin kirasıdır. (Dinler 2016, s. 295)

##### a. Basit Faiz

Bir yatırımın, yatırım dönemi süresince sadece anaparasının kazandığı faiz oranıdır.<sup>6</sup>

---

<sup>5</sup> Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası Terimler Sözlüğü, <https://www.tcmb.gov.tr/wps/wcm/connect/TR/TCMB+TR/Main+Menu/Banka+Hakkinda/Egitim-Akademik/Terimler+Sozlugu/>, 05.06.2021

<sup>6</sup> Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası Terimler Sözlüğü, <https://www.tcmb.gov.tr/wps/wcm/connect/TR/TCMB+TR/Main+Menu/Banka+Hakkinda/Egitim-Akademik/Terimler+Sozlugu/>, 05.06.2021

b. Bileşik Faiz

Bir yatırımın yatırım dönemi boyunca kazandığı faizin de yeni yatırım döneminde yatırıma tabi tutulması sonucu elde edilen getiriye gösteren faizdir.<sup>7</sup>

c. Birikmiş Faiz

Bir yatırımın, yatırım dönemi içerisinde, ödeme tarihine kadar üzerinde biriken faizdir.<sup>8</sup>

d. Dönemsel Faiz

Bir yatırımın fiilen elde tutulma süresince getireceği faizi ifade eder.<sup>9</sup>

e. Akdi Faiz

Yapılan bir sözleşmede tarafların sözleşmede kararlaştırdıkları faiz oranını ifade eder.<sup>10</sup>

f. Temerrüt Faizi

Hukuki bir ilişkide taraflardan birisinin yapacağı ödemesinin gecikmesi halinde uygulanan genellikle akdi faizden daha yüksek orandan uygulanan faizi ifade eder. (Demir 2012, s. 220)

g. Kanuni Faiz

Faiz ödenmesi gereken hallerde miktarı sözleşme ile tespit edilmemişse, ödenecek faiz kanuni faiz olarak nitelendirilir. (Şen ve Şen 2018, s. 475)

## 4.9 FAİZ ORANI HESAPLANMASI

a. Yıllık Faiz

$$F = \frac{Ant}{100} \quad (4.6)$$

A=anapara,

F=faiz tutarı,

<sup>7</sup> Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası Terimler Sözlüğü, <https://www.tcmb.gov.tr/wps/wcm/connect/TR/TCMB+TR/Main+Menu/Banka+Hakkinda/Egitim-Akademik/Terimler+Sozlugu/>, 05.06.2021

<sup>8</sup> Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası Terimler Sözlüğü, <https://www.tcmb.gov.tr/wps/wcm/connect/TR/TCMB+TR/Main+Menu/Banka+Hakkinda/Egitim-Akademik/Terimler+Sozlugu/>, 05.06.2021

<sup>9</sup> Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası Terimler Sözlüğü, <https://www.tcmb.gov.tr/wps/wcm/connect/TR/TCMB+TR/Main+Menu/Banka+Hakkinda/Egitim-Akademik/Terimler+Sozlugu/>, 05.06.2021

<sup>10</sup> Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası Terimler Sözlüğü, <https://www.tcmb.gov.tr/wps/wcm/connect/TR/TCMB+TR/Main+Menu/Banka+Hakkinda/Egitim-Akademik/Terimler+Sozlugu/>, 05.06.2021

n=zaman,  
t=faiz oranı

#### b. Aylık Faiz

$$F = \frac{Ant}{1200} \quad (4.7)$$

#### c. Günlük Faiz

$$F = \frac{Ant}{36000} \quad (4.8)$$

### 4.10 TAYLOR KURALI

Taylor Kuralı (1993), nominal çıpa olarak hedef enflasyon oranını içeren bir faiz oranı kuralıdır. Para otoritelerinin enflasyonu veya genel fiyat düzeyini kontrol altında tutma yükümlülüğü, faiz oranı kuralına nominal bir çıpa sağlar. Taylor kuralında, para politikası aracındaki değişim, enflasyonun hedef potansiyel üretim seviyesinden sapması ile belirlenir. Taylor kuralında kısa vadeli faiz oranları, enflasyonun hedef değerden sapmasına ve potansiyel üretim düzeyine bağlı olarak belirlenir. Kurala göre, hedefin üzerindeki enflasyon ve potansiyel üretim seviyesi talep baskısının bir göstergesidir. Talep baskılarının önüne geçmek için politika aracı olarak nominal faiz oranları kullanılmalıdır. (A. Aklan ve Nargeleçekenler, 2008, s. 29)

Taylor Kuralı para politikası kuralını tanımlamak için kullanılmaktadır. Taylor Kuralı aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:<sup>11</sup>

$$i = \bar{r} + \Delta P_t + \lambda_{\Delta P}(\Delta P - \Delta \bar{P}) + \lambda_{\bar{y}}(y_t) \quad (4.9)$$

$i$  = nominal faiz haddi

$r$  = ortalama reel faiz oranı

---

<sup>11</sup> Ongan, T. H. (2004). Enflasyon hedeflemesi ve taylor kuralı: Türkiye örneği. Maliye Araştırma Merkezi Konferansları, (45), 1-12.

$\Delta P$  = yıllık ortalama enflasyon oranı

$\Delta P - \Delta \bar{P}$  = enflasyonun hedef değerinden sapması

$y_t$  = reel gayri safi yurtiçi hasılanın kendi trendinden sapması

Merkez bankalarının enflasyon hedeflemesi stratejileri doğrultusunda tanımladıkları para politikası aracının hedefleri doğrultusunda kullanılıp kullanılmadığı sorusu genellikle para politikası kuralı tarafından belirlenir. Merkez bankalarının son yıllarda enflasyon hedeflemesi stratejisi ile izledikleri para politikasının kuralı Taylor kuralıdır. Taylor Kuralı, merkez bankalarının enflasyona ve üretim ağıındaki değişimlere nasıl tepki vermesi gerektiğini gösteren bir kuraldır. (Albayrak 2005, s. 142)



## 5. MODEL UYGULAMASI

### 5.1 LİTERATÜR TARAMASI

Literatürde yer alan Brownian Motion Hareketi kullanılarak yapılan bir çok gelecek değer analizi mevcuttur. Bunlardan bazıları; Özkan T. & Güngör B. (2017) Geometrik Brownian Hareketini kullanarak yaptıkları çalışmada endeks dalgalanmalarını değerlendirmiştir. Çalışmasında ARIMA ve Geometrik Brownian Hareketini BIST-30, BIST100, S&P 500 endekslerini için kullanılabilir olup olmadığı test edilmiştir. Bu üç endeksin Geometrik Brownian Hareketi ve Arıma Modeliyle değerlendirilmesi yapıldığında Geometrik Brownian Hareketinin tahmin hatasının daha az olduğu sonucuna varılmıştır.

Bayram S. (2021) tarafından yapılan çalışmada BIST30 gelecek değerlerinin tahminini geometrik Brownian hareketi ile yapmıştır. Bu çalışmada BIST30 hisse senedi gelecek değerlerinin tahmini analizinde 30 günlük sürenin modelin tahmininde isabet oranının daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Bu sürenin uzamasıyla düşük varyanslı hisse senetlerinin tahminindeki hataların diğerlerine göre daha düşük olduğu tespit edilmiştir. GBM hareketiyle yapılan bu analizde üretilen zaman serilerinin ARIMA modeli isabetli bir ölçüm yapıldığı sonucuna varılmıştır.

Redy K. & Clinton V. (2016) yapılan çalışmalarında hisse senedi fiyat yollarını simüle etmek için geometrik Brownian hareketi (GBM) yöntemini kullanmışlardır. Testlerde simüle edilmiş hisse senedi fiyatlarının gerçek hisse senedi getirileriyle uyumlu olup olmadığına bakılmıştır. 1 Ocak 2013 - 31 Aralık 2014 dönemi boyunca Thomson One veri tabanından günlük hisse senedi fiyat verileri elde edilmiştir. Bu çalışma, hisse senedi fiyat yollarını simüle etmek için geometrik Brownian hareket modelini araştırmışlardır. Modelin geçerliliğini test etmek için üç yöntem sunmuşlardır. İlk yöntem, korelasyon katsayısının hesaplanması ikincisi MAPE tekniği üçüncüsü ise simüle edilmiş günlük hisse senedi fiyatlarının gerçek hisse senedi fiyatları ile aynı yönlü hareketi gösterip göstermediğini kontrol etmek için basit bir süreç kullanmışlardır. Sonuçlar, tüm zaman

dilimlerinde GBM kullanılarak simüle edilen bir hisse senedi fiyatının gerçek hisse senedi fiyatlarıyla aynı yönde hareket etme şansının yüzde 50'den daha fazla olduğunu göstermiştir.

## 5.2 HİPOTEZLER

$H_0$  = Geometrik Brownian hareketiyle gelecek değerlerinin hesaplanması anlamlı değildir.

$H_{alternatif}$  = Geometrik Brownian hareketiyle gelecek değerlerinin hesaplanması anlamlıdır.

Toplam TRY üzerinden açılan mevduatlar, ihtiyaç kredileri, taşıt kredileri, ticari krediler, tüketici kredileri, TÜFE, Yİ-ÜFE için  $H_{alternatif}$  hipotezi geçerlidir ve model anlamlıdır.

**Tablo 5.1 : Analizde Kullanılan Değişkenlerin Listesi**

1	Toplam TRY Üzerinden Açılan Mevduatlar(Vadesiz Mevduatlar Hariç)-Düzey
2	İhtiyaç (KMH Dahil) (TL Üzerinden Açılan)(Akım Veri,%)-Düzey
3	Taşıt (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)-Düzey
4	Konut (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)-Düzey
5	Ticari Krediler (TL Üzerinden Açılan)(Tüzel Kişi KMH ve Kurumsal Kredi Kartları Hariç)(Akım Veri,%)-Düzey
6	Tüketici Kredisi (KMH Dahil) (TL Üzerinden Açılan)(İhtiyaç+Taşıt+Konut)(Akım Veri,%)-Düzey
7	TÜFE.GENEL-Düzey
8	1.Yurt İçi Üretici Fiyat Endeksi-Düzey

Kaynak: EVDS

### 5.3 MODELİN HESAPLANMASI

Modelde Geometrik Brownian hareketi kullanılarak 2022 enflasyon ve faiz oranlarının değerler tahminleri 2021 yılına ait verilerle ilerleyerek yapılmıştır. Drift parametrelerini hesaplayabilmek için tahmin aralığının en düşük olanı analiz grafiği çizilerek yapılmıştır. Gelecekteki değerlerin tahmini yapılırken, aritmetik ortalamalar ile üstel ortalamalar kullanıldı. Geometrik Brownian analizi ile oluşturulan modellemede 16 anlamlı sonuç veren değerler aşağıdaki grafiklerde gösterilmektedir.

EVDS'den alınan her bir verinin Geometrik Brownian Hareketi kullanarak on farklı model ile  $10 \times 1000$  yani 10000 tane senaryo oluşturulmuştur. Burada varyans sabit tutularak zaman içinde tahmin edilmiştir. Analizde Geometrik Brownian hareketinin oluşturulabilmesi için ilk önce rassal bir parametre üretilmiştir.  $(N(0,1))$  bu değer LogGetiri'ye dönüştürülmüş ve bu değer rasyonun 2021 yılının değerlerinden başlayarak zamanda ileriye sürüklenerek Geometrik Brownian Hareketi üretilmiştir. (Tablo 4'te gösterilmiştir.)

**Tablo 5.2 : Geometrik Brownian Hareketi ile Enflasyon ve Faiz Oranlarındaki Değişimin Gözlemlenmesinde Kullanılan Rasyoların Gelecek Değer Tahmini**

	TARİHSEL DEĞİŞİM ORANI (ARİTME TİK)	STANDART SAPMA (LAMBDA)	AYLIK DEĞİŞİM ORANI (ARİTME TİK)	AYLIK STANDART SAPMA (STD.DEV.)	DRIFT (SÜRÜKLEME - ORTALAMA)	BAŞLANGIÇ DEĞERİ (TEMMUZ 2021)
<b>Toplam TRY Üzerinden Açılan Mevduatlar(Vadesiz Mevduatlar Hariç)-Düzy</b>	73,43%	7,86%	0,69%	0,76%	0,68%	17,62%
<b>TÜFE.GENEL Düzy</b>	162,89%	1,33%	1,52%	0,13%	1,52%	537,05
<b>1.Yurt İçi Üretici Fiyat Endeksi-Düzy</b>	231,41%	3,30%	2,16%	0,32%	2,16%	666,79
<b>Tüketici Kredisi (KMH Dahil)(TL Üzerinden Açılan)(İhtiyaç+Taşıt+Konut)(Akım Veri,%)-Düzy</b>	-24,45%	6,48%	-0,23%	0,63%	-0,23%	24,06
<b>Ticari Krediler (TL Üzerinden Açılan)(Tüzel Kişi KMH ve Kurumsal Kredi Kartları Hariç)(Akım Veri,%)-Düzy</b>	71,41%	7,44%	0,67%	0,72%	0,66%	20,90
<b>Konut (TL Üzerinden Açılan)(Akım Veri,%)-Düzy</b>	43,63%	7,78%	0,41%	0,75%	0,40%	0,40%
<b>Taşıt (TL Üzerinden Açılan)(Akım Veri,%)-Düzy</b>	67,30%	8,29%	0,63%	0,80%	0,63%	22,39
<b>İhtiyaç (KMH Dahil)(TL Üzerinden Açılan)(Akım Veri,%)-Düzy</b>	-38,18%	6,13%	-0,36%	0,59%	-0,36%	24,49

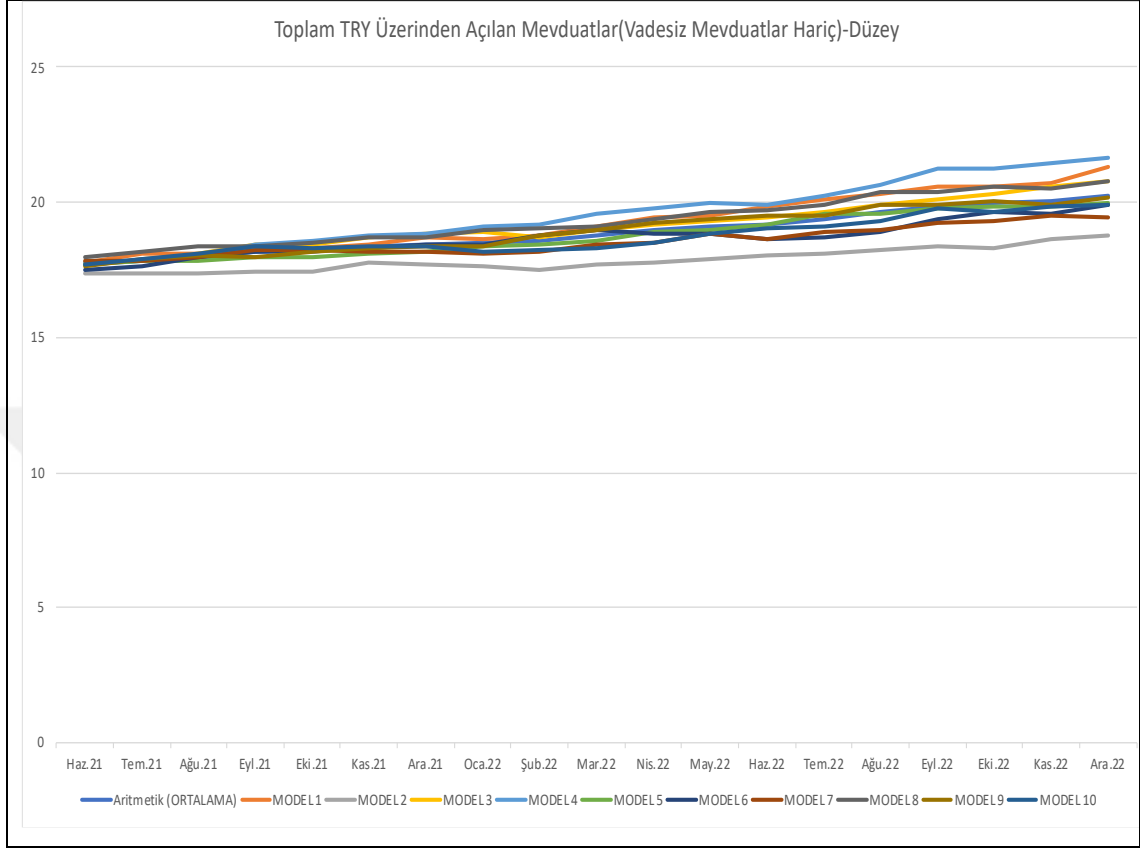
2021 yılı verilerinden ilk olarak Getiri (Aritmetik) (Sürüklenme (Drift) (Yıllık) ( $\mu$ ) değeri elde edilmiş, daha sonra değişkenlerin Standart Sapma (Std Dev) ( $\sigma$ ) değeri hesaplanmıştır. Yıllık olarak hesaplanan getiri değeri ( $\mu/107$ ) aylık değere, yıllık sapma değeri ( $\sigma/\text{karekök}(107)$ ) aylık değere dönüştürülmüştür. Sürüklenme (Drift) (Ortalama) değeri;  $(\mu/107)-0,5*(\sigma/107)^2$  formülüyle elde edilmiştir.



**Tablo 5.3 : Lognormal Dönüşüm Tablosu**

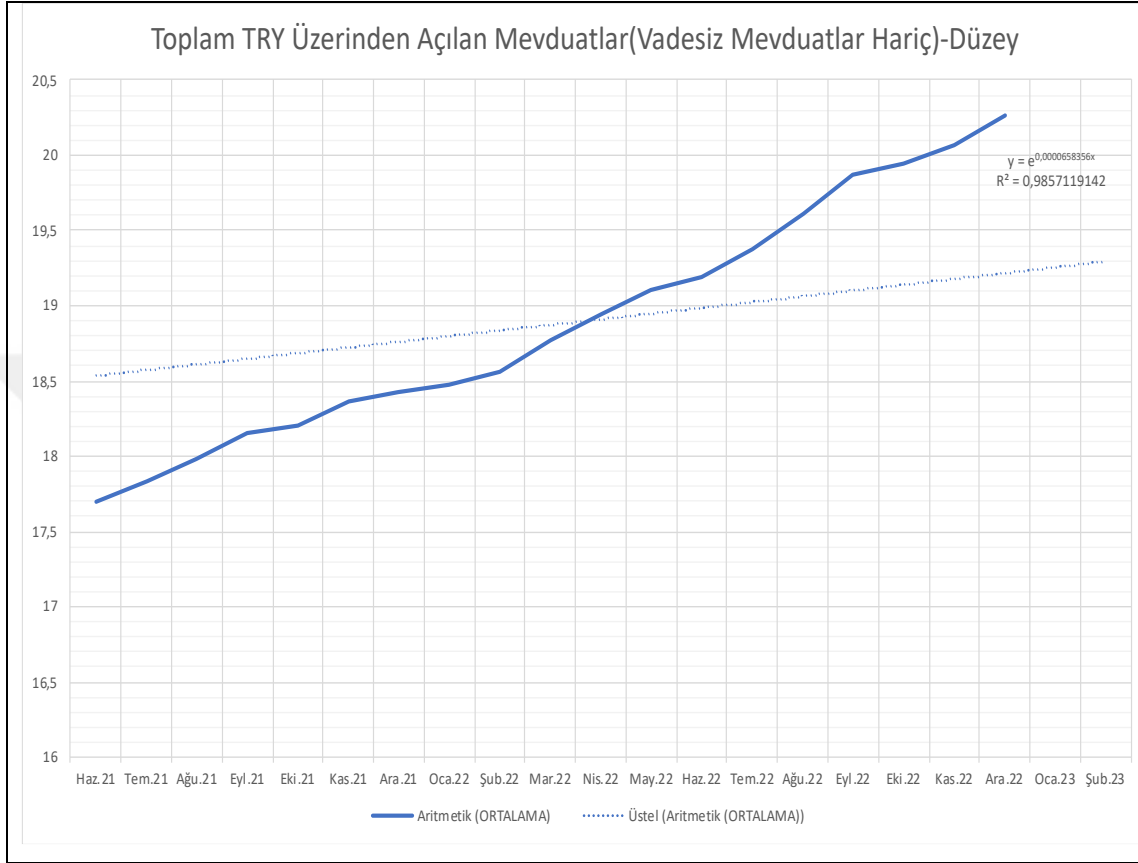
Aylar	N(0,1)	Log Return	Değer (t)
Haz.21	-0,760705411	0,11%	17,6385112
Tem.21	0,708153058	1,22%	17,8553223
Ağu.21	-0,535311326	0,28%	17,9047351
Eyl.21	0,543495921	1,10%	18,1021441
Eki.21	1,326686047	1,69%	18,4110266
Kas.21	-0,101426093	0,61%	18,5229765
Ara.21	0,682104301	1,20%	18,7469464
Oca.22	-0,258091559	0,49%	18,8384881
Şub.22	-0,934671602	-0,03%	18,8333545
Mar.22	0,112509518	0,77%	18,9787151
Nis.22	-0,076422504	0,63%	19,0977468
May.22	-1,80567182	-0,69%	18,9665341
Haz.22	-0,684515781	0,16%	18,9974606
Tem.22	0,920774034	1,38%	19,2620868
Ağu.22	-0,384949306	0,39%	19,3374852
Eyl.22	0,033318117	0,71%	19,4750083
Eki.22	-0,634068315	0,20%	19,5142468
Kas.22	-1,215399636	-0,24%	19,4673369
Ara.22	0,74853214	1,25%	19,7126782

**Şekil 5.1 : Geometrik Brownian Hareketi ile Toplam TRY Üzerinden Açılan Mevduatlar (Vadesiz Mevduatlar Hariç)-Düzey Gelecek Değer Tahmini**



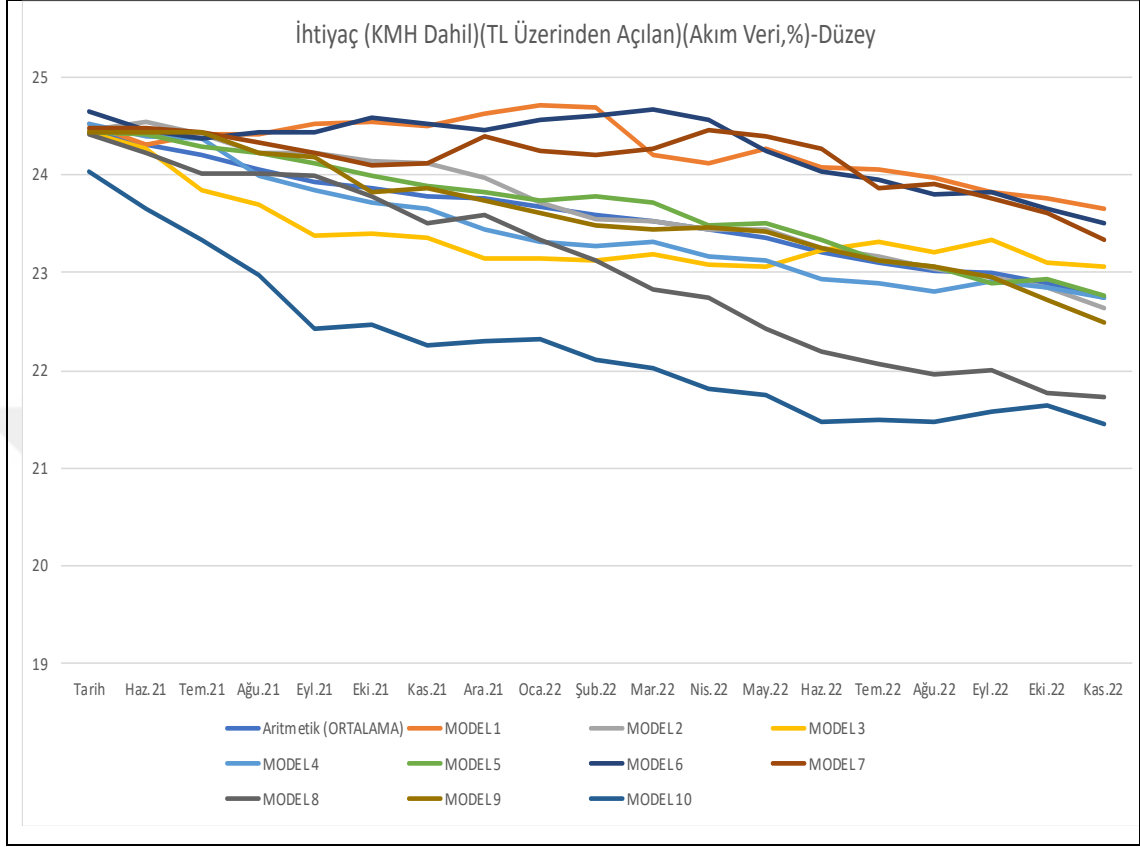
Toplam TRY Üzerinden Açılan Mevduatların geçmiş dönemlerden elde edilmiş veriler baz alındığında ortalama değerlerinin giderek artacağı tahmin edilmektedir. 2022 yılında aylık tahmin değerleri ile Toplam TRY Üzerinden Açılan Mevduatların oranının artış göstereceği tahminlenmiştir.

**Şekil 5.2 : Geometrik Brownian Hareketi ile Toplam TRY Üzerinden Açılan Mevduatlar (Vadesiz Mevduatlar Hariç)- Düzey Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması**



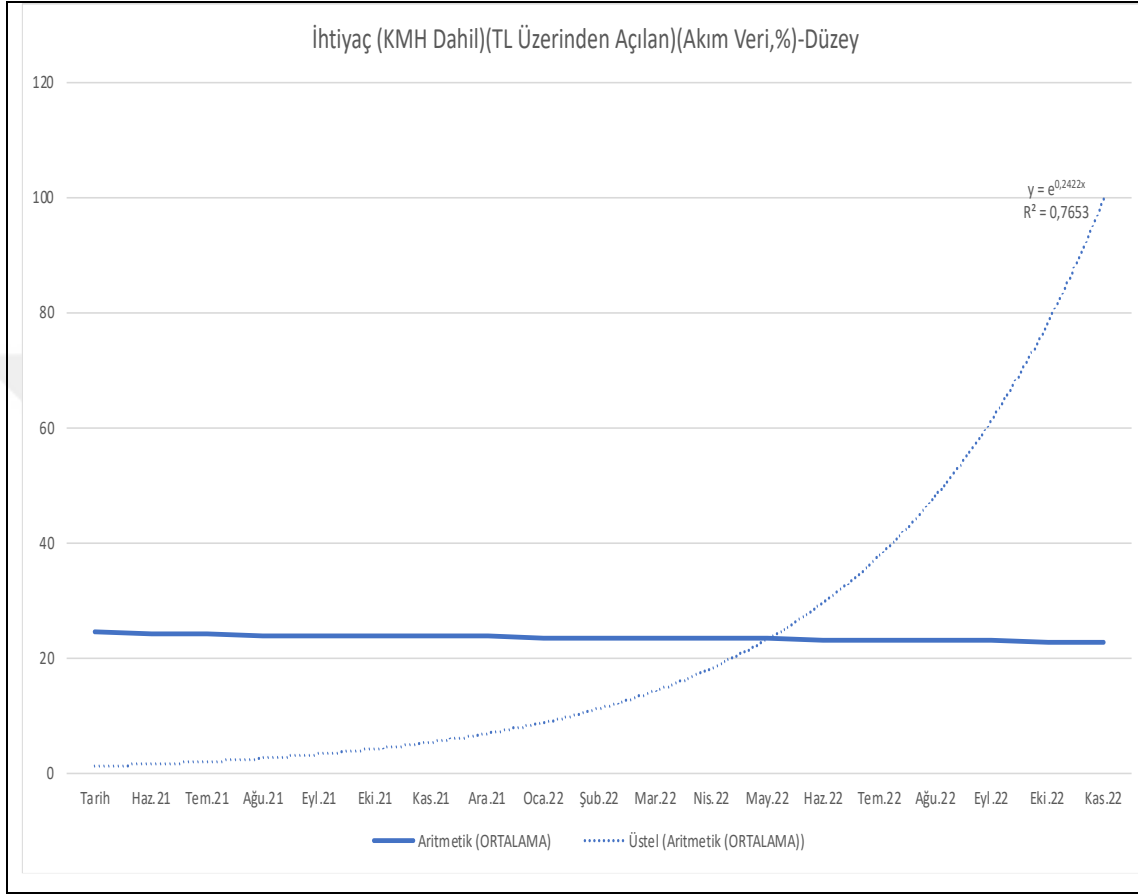
Başlangıçta Aritmetik ortalama hızlı bir artış gösterirken Üstel ortalama daha yavaş artma eğilimindedir. Aritmetik ortalama ve üstel ortalama Nisan 2022’de aynı değere sahip olup daha sonra Aritmetik Ortalama hızla artma eğilimi göstermiştir. Geçmiş veriler baz alınarak yapılan analiz ve gözlemlene sonucu her iki ortalama değerinin de artacağı değerlendirilmektedir.

**Şekil 5.3 : Geometrik Brownian Hareketi ile İhtiyaç (KMH Dahil) (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)- Düzey Gelecek Değer Tahmini**



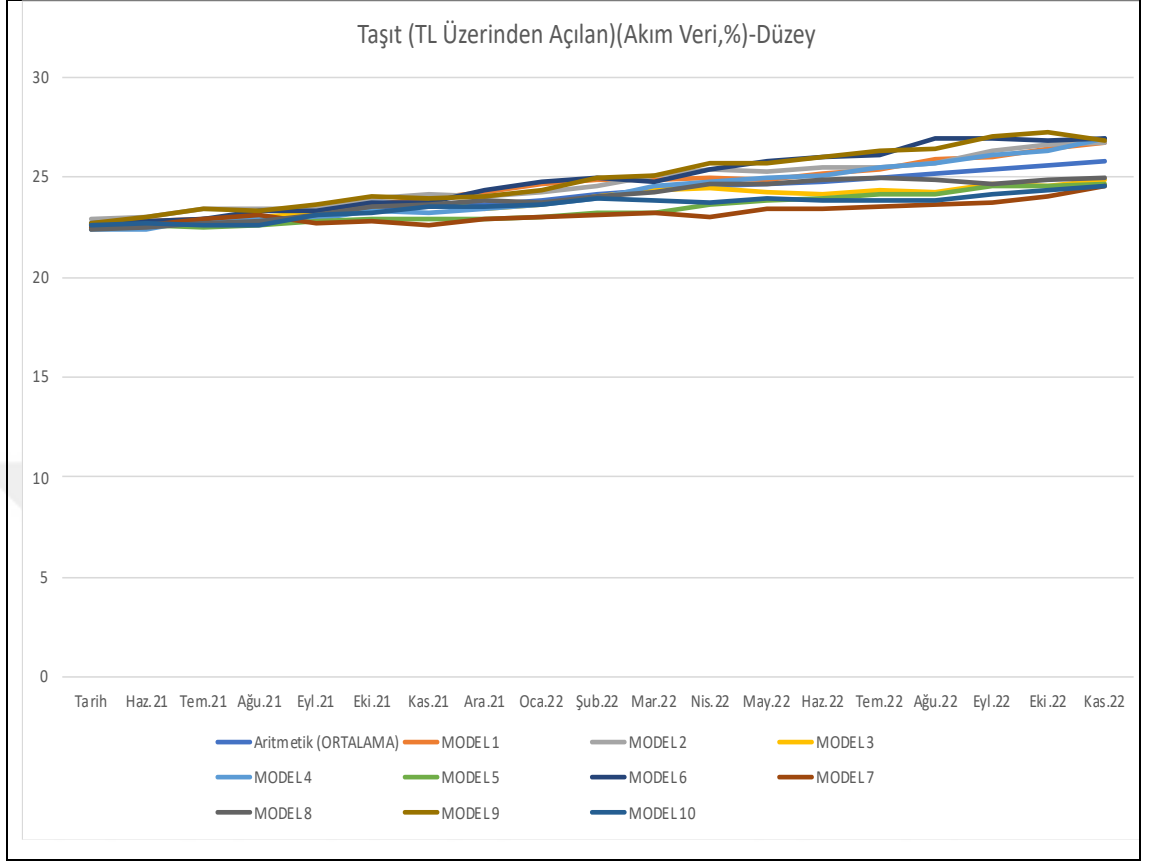
Haziran 2021’de en yüksek seviyede olan İhtiyaç (KMH Dahil) (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %) Kasım 2022’ye kadar sürekli azalma eğilimi göstereceği öngörülmüştür. Eylül 2021’de rasyo ortalama değerinin şiddetli düşme eğilimi yaşayacağı, sonrasında tekrar azalışa devam edeceği ve en düşük seviyenin de kasım ayında yaşayacağı tahminlenmiştir.

**Şekil 5.4 : Geometrik Brownian Hareketi ile İhtiyaç (KMH Dahil) (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %) - Düzey Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması**



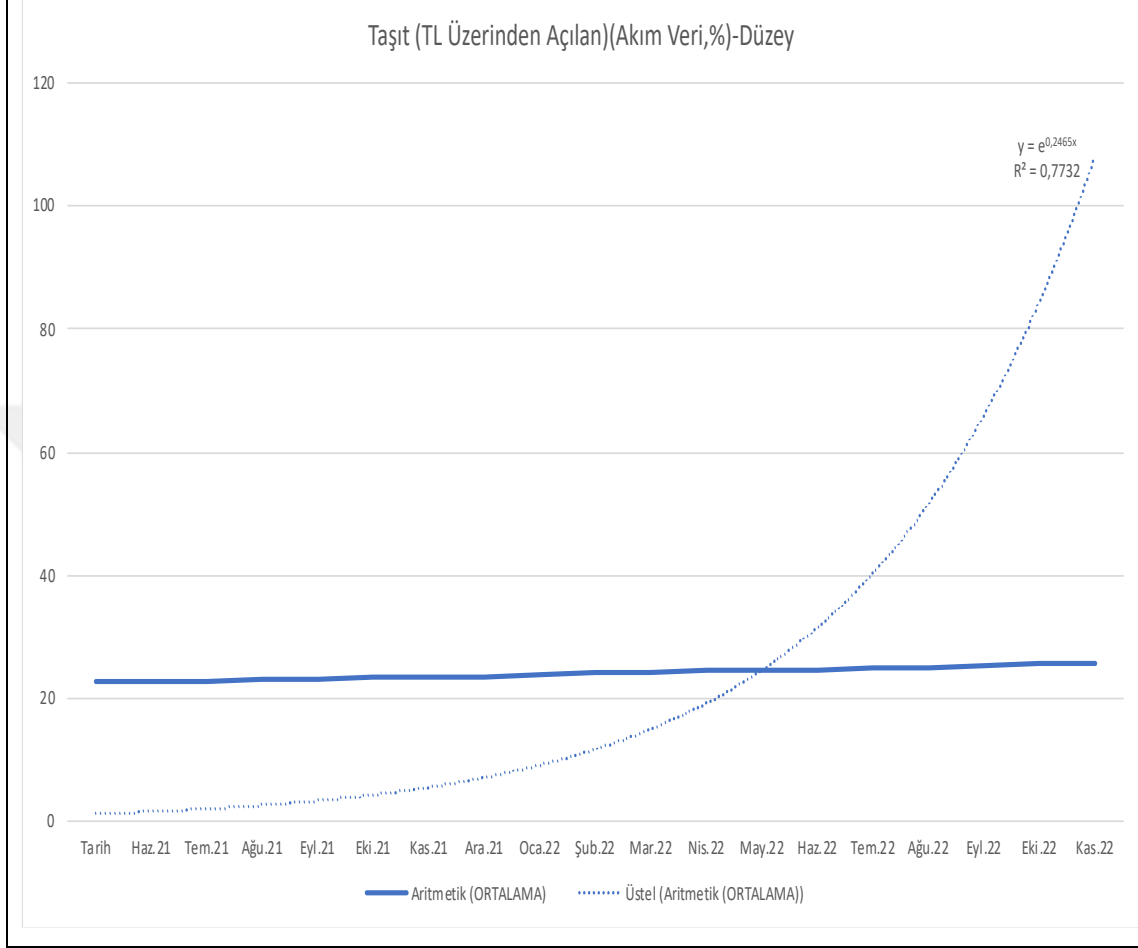
İhtiyaç (KMH Dahil) (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)-Düzey ile ilgili yapılan aylık tahminlemelere göre aritmetik ortalamasının Haziran 2021'den Mayıs 2022'ye kadar yavaşça azalma eğilimi göstereceği ön görülmektedir. Üstel ortalamasının ise Kasım 2022'ye kadar artma trendini sürdüreceği ve ayrıca Kasım2022'de zirve yapacağı tahminlenmiştir.

**Şekil 5.5 : Geometrik Brownian Hareketi ile Taşıt (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)- Düzey Gelecek Değer Tahmini**



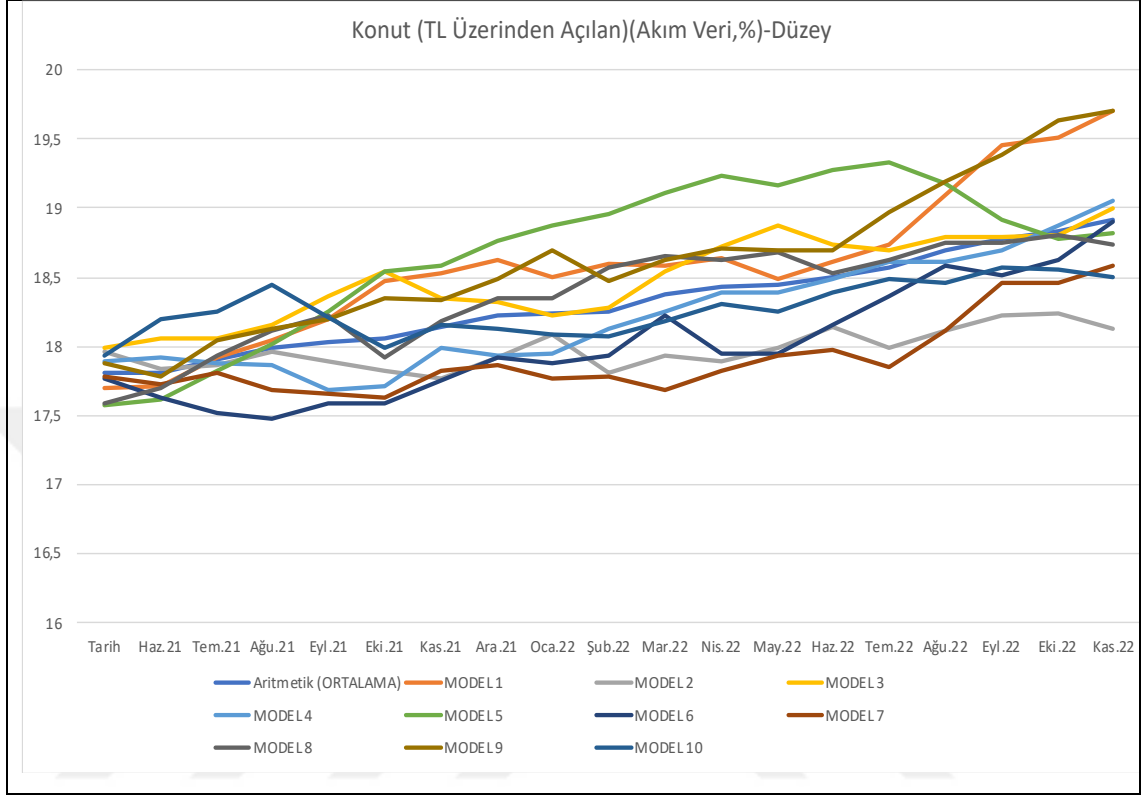
Geometrik Brownian Hareketi ile Taşıt (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)- Düzey Haziran 2021'den Kasım 2022'ye kadar sürekli olarak düzenli bir artış eğilimi göstereceği tahmini yapılmıştır. Kasım 2022'de en yüksek seviyeye ulaşacağı öngörülmektedir.

**Şekil 5.6 : Geometrik Brownian Hareketi ile Taşıt (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)- Düzey Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması**



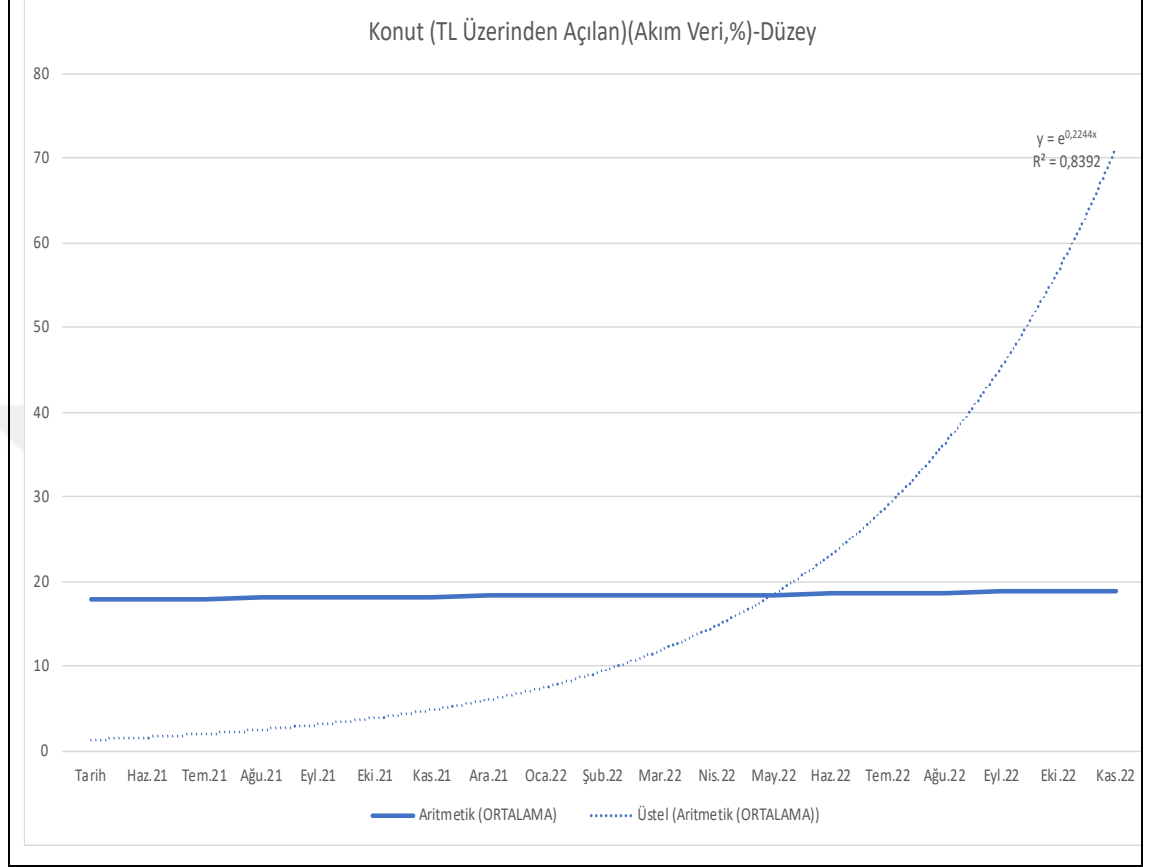
Burada aritmetik ortalama üstel ortalama değerlerinin karşılaştırılması yapılırken üstel ortalamamanın sürekli bir artış eğilimi göstereceği ve aritmetik ortalamamanın ise 20-40 aralığında sabit bir şekilde kalacağı analizi yapılmıştır.

**Şekil 5.7 : Geometrik Brownian Hareketi ile Konut (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)- Düzey Gelecek Değer Tahmini**



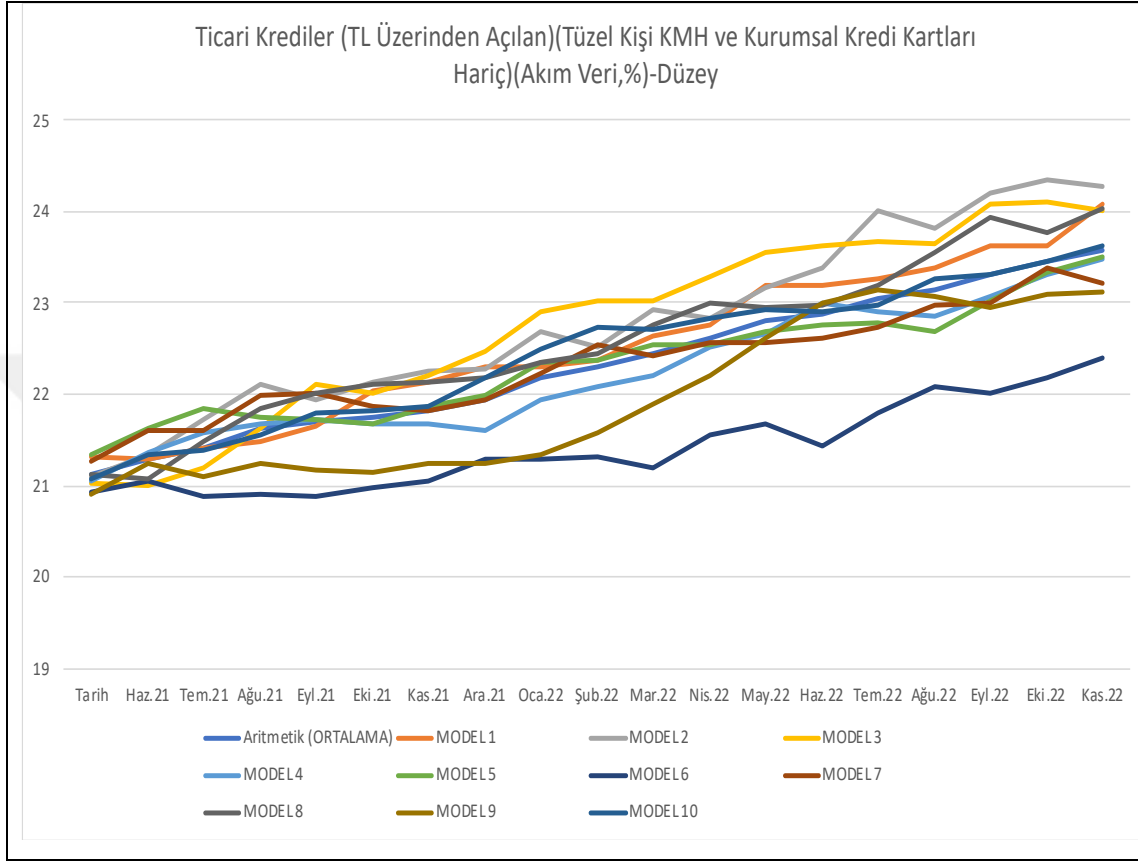
Geometrik Brownian Hareketi ile tahminlenen Konut kredi faiz oranı Haziran 2021 ve Kasım 2022 yılında dalgalanmalar gösterse de, 2022 yılında düzenli artış trendinde olacağı şeklinde analiz yapılmıştır.

**Şekil 5.8 : Geometrik Brownian Hareketi ile Taşıt (TL Üzerinden Açılan) (Akım Veri, %)- Düzey Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması**



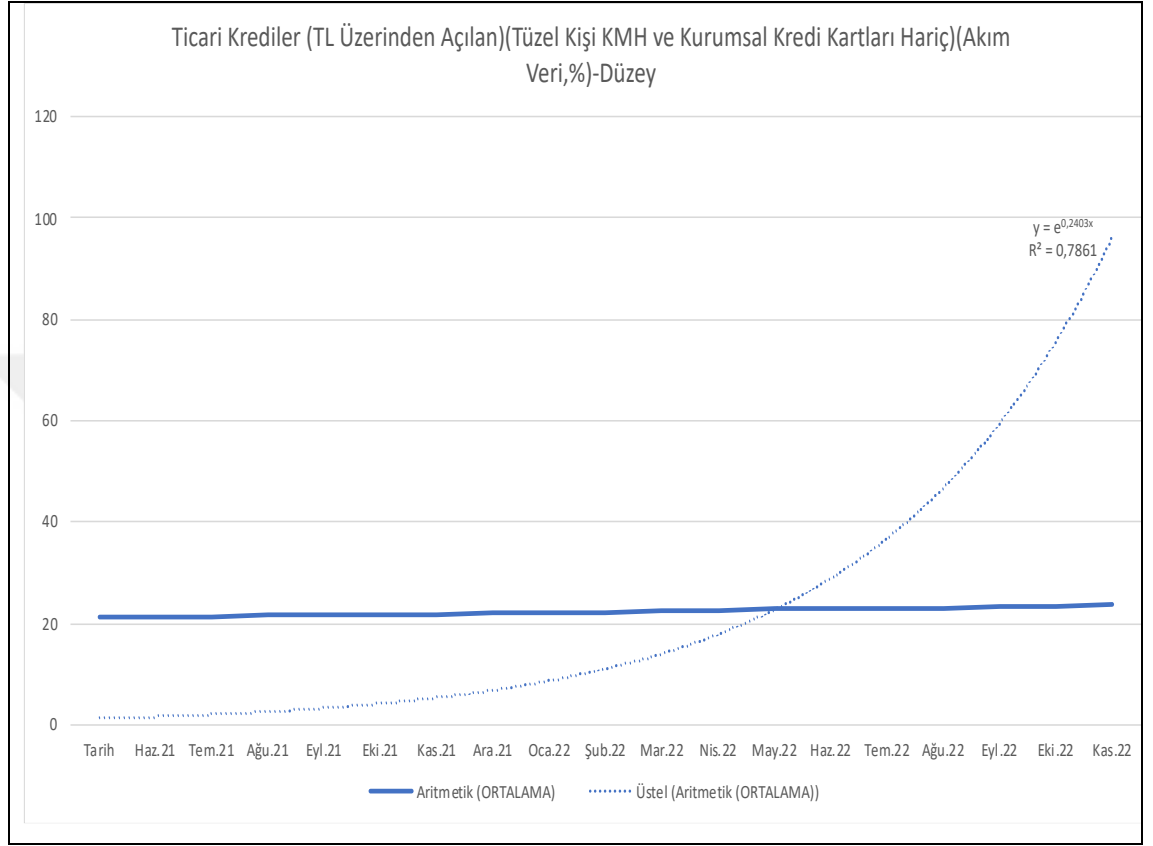
Belirtilen tarih aralıklarında ortalamaların karşılaştırması yapılırken üstel ortalamanın sürekli olarak bir artış trendi göstereceği ve aritmetik ortalamasının da sabit bir şekilde kalacağı tahmin edilmiştir.

**Şekil 5.9 : Geometrik Brownian Hareketi ile Ticari Krediler (TL Üzerinden Açılan) (Tüzel Kişi KMH ve Kurumsal Kredi Kartları Hariç) (Akım Veri, %)- Düzey Gelecek Değer Tahmini**



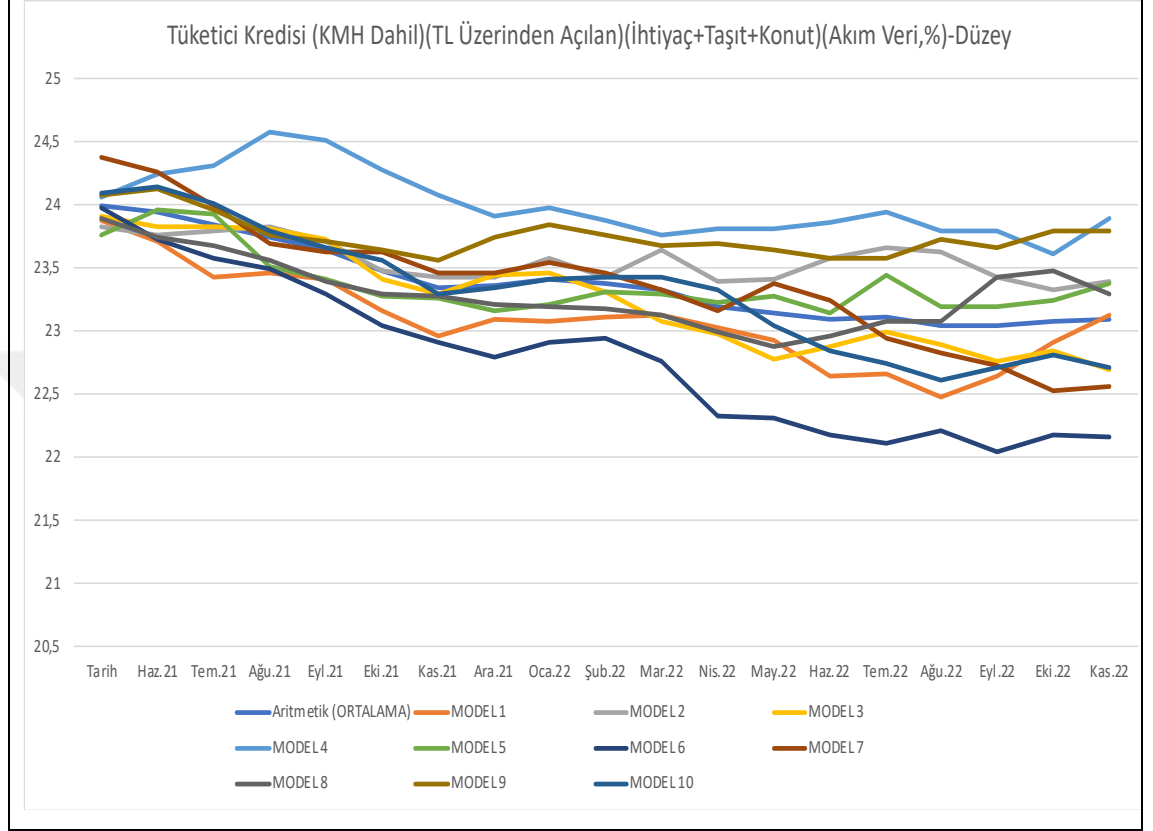
Geometrik Brownian hareketiyle Haziran 2021’de başlayan ve Kasım 2022’ye kadar Ticari Kredilerde sürekli bir artış eğilimi olacağı ön görülmüştür. Aralık 2021’den Haziran 2022’ye kadar iniş ve çıkışlar gözlemlense de sonuç olarak en yüksek zirve Kasım 2022’de olacağı analizi yapılmıştır.

**Şekil 5.10 : Geometrik Brownian Hareketi ile Ticari (TL Üzerinden Açılan) (Tüzel Kişi KMH ve Kurumsal Kredi Kartları Hariç) (Akım Veri, %)- Düzey Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması**



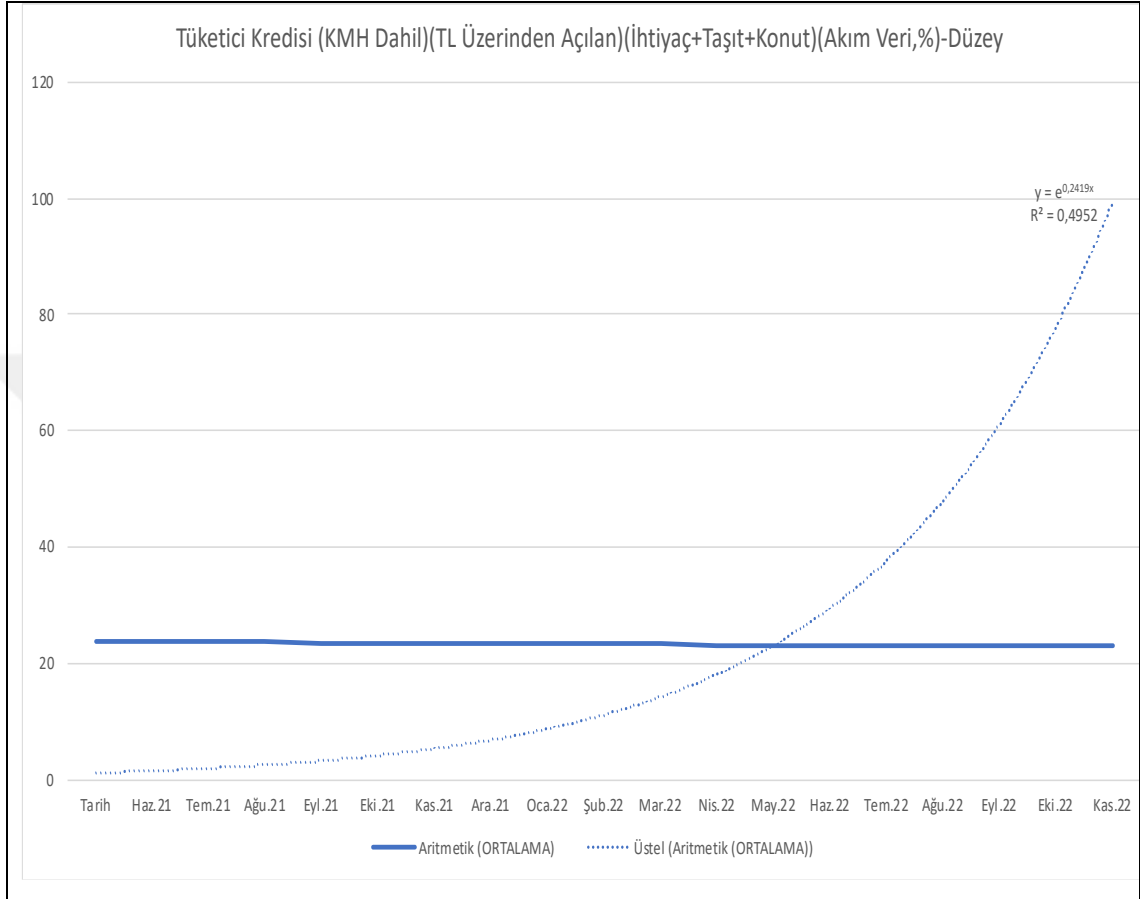
Ticari kredilerdeki faiz oranlarının aritmetik ortalaması belirtilen tarih boyunca sabit kalacağı analiz edilmiştir. Ayrıca üstel ortalamasının ise sürekli olarak artış eğiliminde olacağı ön görülmüştür.

**Şekil 5.11 : Geometrik Brownian Hareketi ile Tüketici Kredisi (KMH Dahil) (TL Üzerinden Açılan) (İhtiyaç+Taşıt+Konut)(Akım Veri, %)- Düzey Gelecek Değer Tahmini**



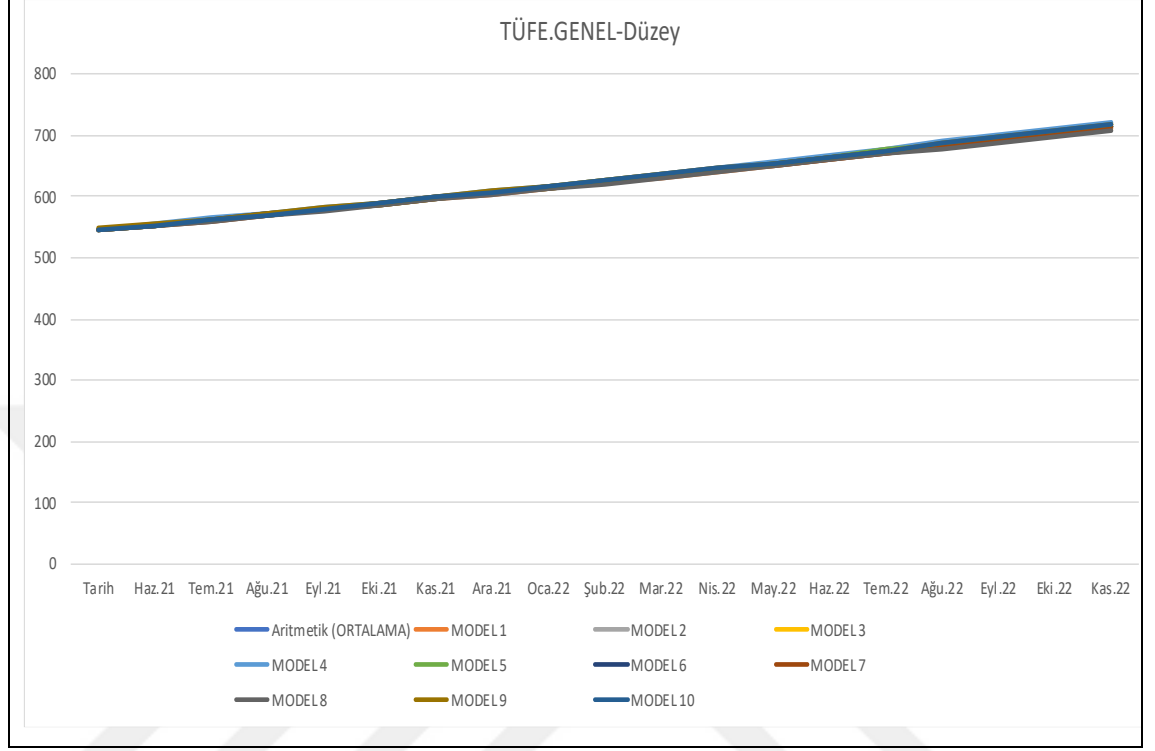
Geometrik Brownian hareketi ile haziran 2021'den itibaren Kasım 2022'ye kadar Tüketici Kredilerindeki faiz oranları düzenli olarak düşme eğilimi gösterecektir. Ocak 2022'de yükseliş gösterse de daha sonra tekrar düşme trendi göstereceği ve ardından da yatay seyir halinde sabit olacağı tahmin edilmiştir.

**Şekil 5.12 : Geometrik Brownian Hareketi ile Tüketici Kredisi (KMH Dahil) (TL Üzerinden Açılan) (İhtiyaç+Taşıt+Konut)(Akım Veri, %)- Düzey Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması**



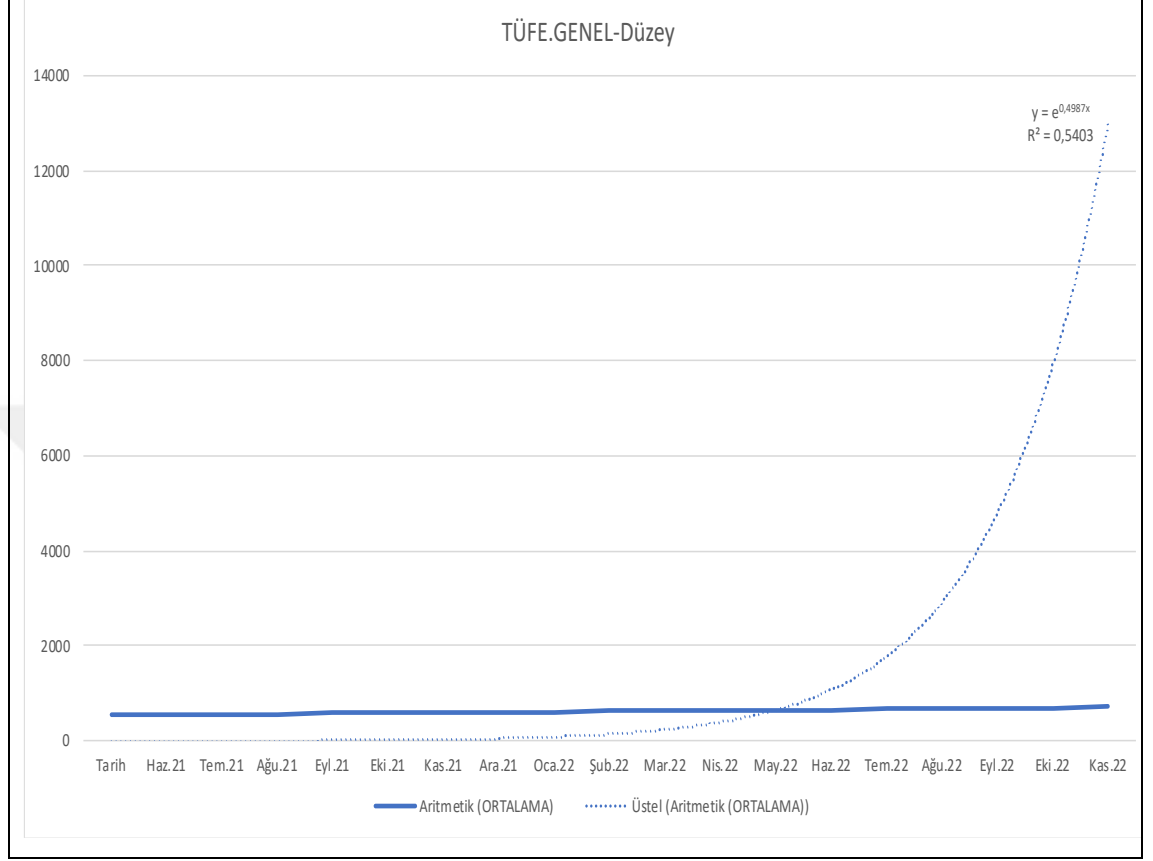
Tüketici kredi faiz oranlarındaki aritmetik ortalama ve üstel ortalamaya baktığımızda aritmetik ortalamanın belirtilen tarih boyunca sabit kalacağı ve üstel ortalamanın ise sürekli artış trendi göstereceği analizi yapılmıştır.

**Şekil 5.13 : Geometrik Brownian Hareketi ile TÜFE.GENEL-Düzey Gelecek Değer Tahmini**



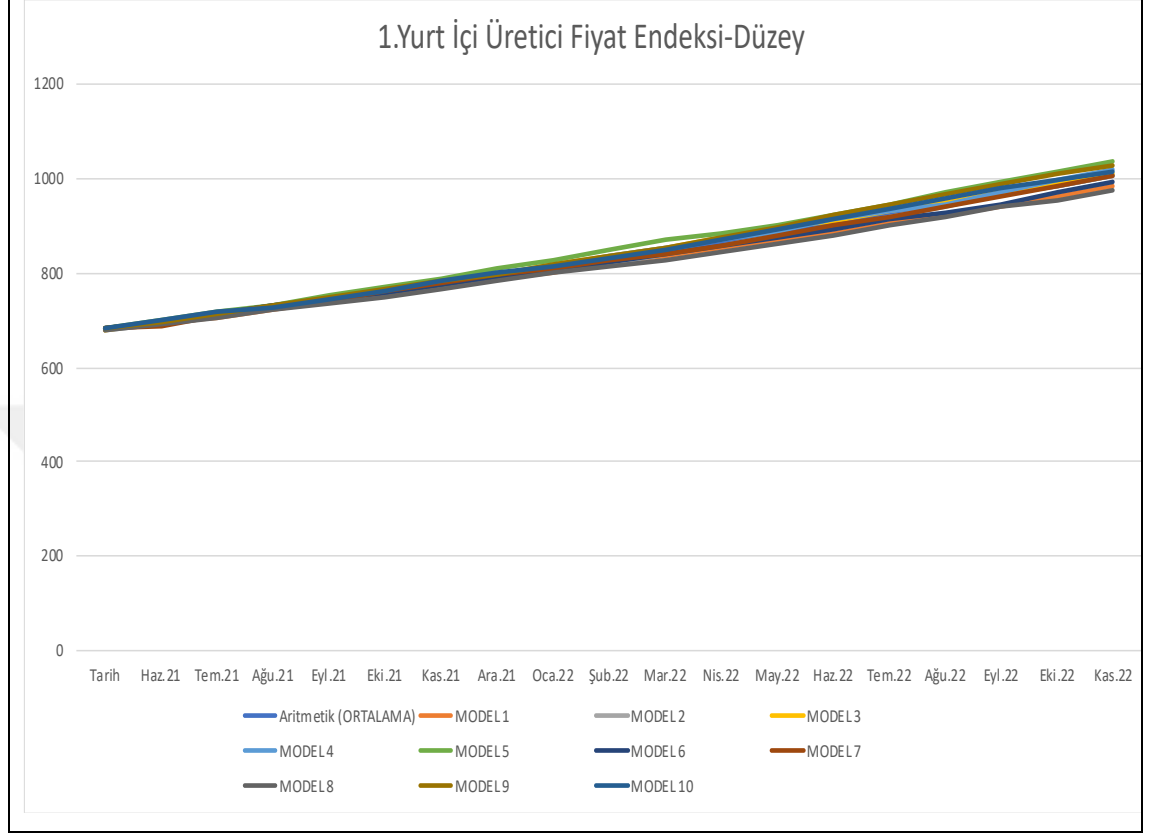
Geometrik Brownian hareketiyle Haziran 2021 ve Kasım 2022 tarihleri arasında Tüfe'deki artış oranları gözlemlenmiştir. Bunun sonucunda belirtilen tarih aralığında sürekli olarak bir artış trendi göstereceği analiz edilmiştir.

**Şekil 5.14 : Geometrik Brownian Hareketi ile TÜFE.GENEL- Düzey Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması**



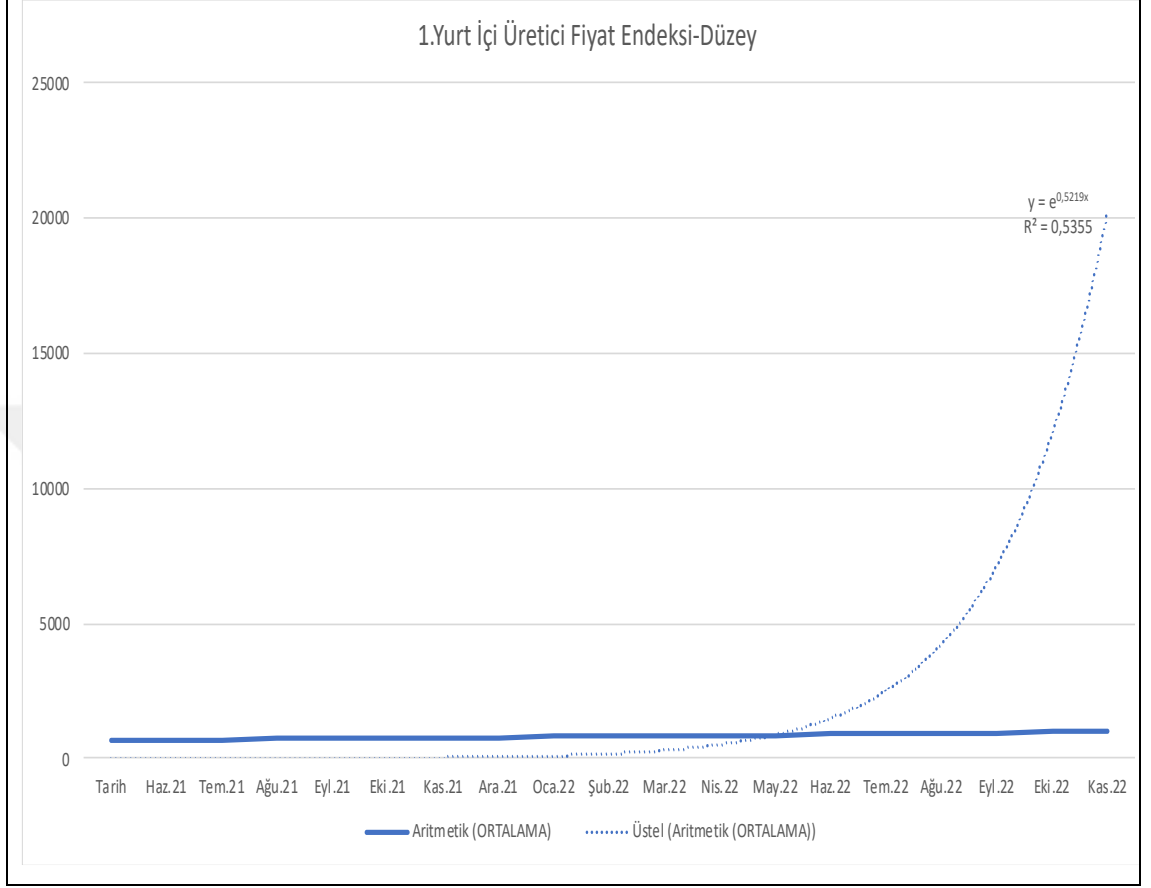
Geometrik Brownian Hareketi ile TÜFE.GENEL- Düzey aritmetik ortalaması yatay seyirde değişmeden kalacağını tahmini yapılırken üstel ortalamasının ise Mayıs 2022'den itibaren güçlü bir artış trendi göstereceğinin analizi yapılmıştır.

**Şekil 5.15 : Geometrik Brownian Hareketi ile 1.Yurt İçi Üretici Fiyat Endeksi-Düzey Gelecek Değer Tahmini**



Geometrik Brownian Hareketi ile 1. Yurt İçi Üretici Fiyat Endeksi-Düzey gelecek değer tahmini yapılırken endeksin sürekli bir artış halinde olduğu görülmektedir. Ayrıca artışlar düzenli ilerlemektedir. Kasım 2022’de en yüksek değere sahip olacağı ön görülmüştür.

**Şekil 5.16 : Geometrik Brownian Hareketi ile 1.Yurt İçi Üretici Fiyat Endeksi -  
Düzye Aritmetik Ortalama Üstel Ortalama Değerleri Karşılaştırılması**



Ortalamaların karşılaştırması yapılırken üstel ortalamanın aritmetik ortalamanın üzerinde seyredeceği ve aritmetik ortalamanın sabit bir şekilde kalacağı yönünde tahmin yapılmıştır.

## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada enflasyon oranı hakkında gelecek tahmini yapabilmek için temel fiyat endeksleri olan TÜFE ve Yİ-ÜFE kullanılmıştır. Faiz oranları ile ilgili analiz yapabilmek için ise taşıt kredisi, tüketici kredisi, ihtiyaç kredisi, ticari krediler, toplam TRY üzerinden açılan mevduatlar kullanılmıştır.

Bu çalışmada gelecek değerlerin tahmini yapılırken 2021 ve 2022 yılı aylık verileriyle Geometrik Brownian hareketi kullanılarak incelenmiştir. Stokastik hesaplamalarda işlem yaparken değerler rastgele seçilmektedir. Ayrıca bu değerler zaman ve konumdan etkilenmektedir. Bundan dolayı stokastik tekniklerle enflasyon ve faiz oranlarındaki artış ya da azalışla ilgili beklentilerde geleceğe yönelik tahminlerde alternatif model olarak sunulmaktadır. Bu çalışmada elde edilen sonuç Geometrik Brownian hareketinin kısa vadeli yapılan tahminlerde anlamlı ve başarılı sonuç vereceğinden dolayı alternatif model olarak kullanılmasını mümkün kılmıştır.

Anlamlı sonuç veren rasyoları değerlendirdiğimizde Yİ-ÜFE'nin artış eğiliminde olması firmaların üretim maliyetlerinin artacağına işaretler. Bu artış da ilerleyen zamanlarda tüketici fiyatlarına yansıtacaktır. TÜFE pandeminin de etkisiyle son dönemlerde artış eğiliminde olan bir endekstir. Bu çalışmada da artış eğiliminin devam edeceği tahmini yapılmıştır. Bu da vatandaşların satın alma gücünün düşeceği anlamına gelmektedir. Yapılan bu modelde belirtilen tarih boyunca ihtiyaç kredi faiz oranlarında düşüş, tüketici kredi faiz oranlarında düşüş, ticari kredi faiz oranlarında artış, TRY üzerinden açılan mevduat faizinde artış, konut kredi faiz oranlarında artış, taşıt kredi faiz oranlarında artış olacağı tespit edilmiştir. Ayrıca aylık verilerle yapılan bu analizlerde ortalama karşılaştırmalarında Mayıs 2022 tarihinde kritik bir kırılma tespit edilmiştir.

İhtiyaç kredi faiz oranında görülen düşüş ve TRY üzerinden açılan mevduat faizindeki artış bankaların geçmiş dönemde maliyeti topladığı mevduatlarda daha hırslı olmasını, bu da yüksek fiyatlamaya yapmasını ortaya çıkarabilir. Öte yandan banka yönetimi yılın ikinci

çeyreğinde faiz oranlarında düşüş beklentisi içinde ise bunu en kolay pazarlayabileceği tüketici kredilerinde fiyatlar. Günümüzde de mevduat faiz oranlarının yüksek tüketici kredi faiz oranlarının nispeten daha düşük olması durumunda bankalar mevduat vade yapılarını daha kısa tutma eğilimi gösterirler. Örneğin daha uzun vadeye daha düşük, daha kısa vadeye de yüksek mevduat faiz oranı vererek kısa vadede ortalama kredi yükünü karşılarken, özellikle tüketici kredilerinde yaşanan düşüşü ise mevduat vadelerini kısa tutarak önümüzdeki dönemlerde kredi faiz oranları seviyesine düşürmeyi hedeflemektedir. Bu durum bankaların faiz riskini arttırırken, karı kısa vadede çok etkilemese de uzun vadede mevduat faizleri kredi faizlerine denk hale getirilmezse bankaların aktiflerinde ciddi sıkıntılar ortaya çıkabilmektedir. Buna bağlı olarak da bankalar yurt içi borçlanma yerine yurt dışından düşük faizli kaynak arayışına girerek yurt içindeki mevduata olan ihtiyacı karşılamalıdır. Sonuçlar karşısında diğer bir öneri ise mevduatların vadesi kısa tutulmalıdır.

Enflasyon ve faiz ilişkisinden yola çıkarak eğer enflasyon bu çalışmada da olduğu gibi kalıcı olarak yükseliyorsa faiz oranlarının da yükseliş trendini sürdürmesi gerektiği, aksi durumda banka karlarının ve sürdürülebilir karlılığın azalacağı, dolayısıyla bunun sürdürülebilir olmayacağı sonucuna varılabilir.

Literatürde yapılan çalışmalarla yaptığımız bu çalışmada benzer olarak zaman bir yıllık seçilmiştir ve bankacılık rasyoları kullanılmıştır. Geçmiş dönem literatür çalışmalarından farklı olarak bu çalışmada standart sapma Lambda değişkeninden türetilerek yapılmıştır. Yakın dönemin ağırlığını modele daha fazla dahil eden Lambda değişkeni kullanılarak model güçlendirilmiştir. Özellikle bu çalışmada drift parametresi hesaplanırken literatürdekilerin aksine, geçmiş değerlerin hepsini eş değer oranda modele dahil eden varyans yerine Lambda gibi %80 ve %20 kuralıyla çalışan yakın dönem değişkenlerinin etkisini daha fazla modele dahil eden değişken kullanılmıştır. Bu yöntemle kısa dönemde aylık tahminler için alternatif bir hesaplama yöntemi kullanılmıştır. Bu modelin seçilme nedeni ise son dönemin etkisini daha güçlü modele dahil ederken geçmiş dönemin etkisi azaltmasıdır. Yapılan çalışmaya göre model anlamlı ve başarılı sonuç vermiştir.

## KAYNAKÇA

- A. Aklan, N. A., & Nargeleçekenler, M. (2008). TAYLOR KURALI: TÜRKİYE ÜZERİNE BİR DEĞERLENDİRME. *Ankara Üniversitesi SBF Dergisi*, 21-41.
- Akın, Y. K., & Akduğan, U. (2012). Finansal Piyasalarda Risklerin Belirlenmesinde Riske Maruz Değer Yöntemine İlişkin Bir Uygulama. *Trakya Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 14(1), 225-236.
- Akçay, A. Ö. (2015). Satın Alma Gücü Paritesi Teorisinin Geçerliliği: G7 Örneği. *İstanbul Gelişim Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 2(1), 81-100.
- Akan, N. B., Oktay, L. A., & Tüzün, Y. (2003). Parametrik riske maruz değer yöntemi Türkiye Uygulaması. *Bankacılar Dergisi*, 14(45), 29-39.
- Akar, C. (2007). Volatilite Modellerinin Öngörü Performansları: ARCH, GARCH ve SWARCH Karşılaştırması. *Dokuz Eylül Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 8(2), 201-217.
- Akbaş, Y. E., & Uğur, A. (2014, Nisan 1). Oecd Ülkelerinde Kısa Vadeli Sermaye Akımları ve Ekonomik Büyümenin Cari Açık Üzerindeki Etkisinin Statik ve Dinamik Panel Veri Modelleriyle Tahmini. *YDÜ Sosyal Bilimler Dergisi*, 7(1), 217.
- Akdeniz, F. (2013). *Olasılık ve İstatistik*. Ankara: Nobel Kitabevi.
- Albayrak, A. S. (2005). Mekân Endekslerinin Hesaplanmasında Çok Değişkenli Bir Yaklaşım: Türkiye’de Seçilmiş 19 İlin Tüketici Fiyat Endekslerine Göre Karşılaştırılması. 4. *İstatistik Kongresi* (s. 180-181). Antalya: Academia.
- Alkın, E., Yıldırım, K., & Özer, M. (2005). *İktisada Giriş*. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları.
- Alsu, E. (2017). Effect on Profitability Of Capital Structure Panel Data Analysis on BIST 100. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, 16(2), 303-312.
- Angelidis, T., & Degiannakis, S. (2009). *Econometric Modeling of Value at Risk*. New York: Nova Science Publishers.
- Ateş, A. (1995). *Ücret ve enflasyon ilişkisi: Türkiye örneği (Master's thesis, Anadolu Üniversitesi)*. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Au, J., Saldana, J., Spanswick, B., & Santerre, J. (2020). Forecasting Power Consumption in Pennsylvania During the COVID-19 Pandemic: A SARIMAX Model with External COVID-19 and Unemployment Variables. *SMU Data Science Review*, 1-27.
- Büberkökü, Ö. (2018). Ekstrem değerler teorisi ve Monte Carlo simülasyonu: Gelişen ülke döviz kurları üzerine bir uygulama. *İstatistikçiler Dergisi: İstatistik ve Aktüerya*, 121-142.
- Büyüksahin, Ü. Ş., & Ertekin, Ş. (2020). Tek değişkenli zaman serileri tahmini için öznitelik tabanlı hibrit ARIMA-YSA modeli. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 467-478.
- Babacan, A. (2015, Sonbahar). İşletmelerde Toplam Satış Tahminlemesi Bir Kobi Uygulaması. *BİNGÖL ÜNİVERSİTESİ SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ DERGİSİ*, s. 55-68.
- Bal, E. T., & Çalışır, V. (2018). Konteyner elleçleme için ekonometrik tahminleme: Arma modeli uygulaması. *OPUS Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, 2067-2096.
- Bass, R. F. (2011). *Stochastic Processes*. Cambridge University Press.

- Bauwens, L., Hafner, C. M., & Laurent, S. (2012). *Handbook of Volatility Models and Their Applications*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.
- Baxendale, P. H., & Lototsky, S. V. (2007). *Stochastic Differential Equations: Theory And Applications*. Singapore: World Scientific.
- Bolak, M. (2004). *Risk ve Yönetimi*. İstanbul: Birsen Yayınevi.
- Bouzerdoum, M., Mellit, A., & Pavan, A. M. (2013). A hybrid model (SARIMA–SVM) for short-term power forecasting of a small-scale grid-connected photovoltaic plant. *Solar Energy*, 226-235.
- Box, G. E., Jenkins, G. M., & Reinsel, G. C. (2008). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. John Wiley and Sons.
- Brooks, S., Gelman, A., Jones, G., & Meng, X.-L. (2011). *Handbook of Markov Chain Monte Carlo*. Boca Raton: CRC Press LLC.
- Carlo, C. M. (2004). Markov chain monte carlo and gibbs sampling. *Lecture notes for EEB*, 1-22.
- Choudhry, M. (2013). *An Introduction to Value-At-Risk*. New York: John Wiley & Sons.
- Coşkun, N., & Ballı, E. (2020). Fisher Hipotezinin Geçerliliğinin OECD Ülkeleri için Sınanması. *Çankırı Karatekin Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 10(2), 751-768.
- Çelik, Ş. (2006). *Normal Dağılım ve Normal Dağılımla İlgili Çıkarımlar (Yüksek Lisans Tezi)*. Ankara: Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı.
- Çiçek, S., & Alkan, B. (2019). Enflasyon ve Beklenen Enflasyon Belirsizlikleri Üzerinden Türkiye’de Para Politikasının Değerlendirmesi. *Bankacılar Dergisi*(109), 82-100.
- Damos, P. T., Rigas, A., & Soultani, M. S. (2012). Applications of Markov Chains and Brownian Motion Models In Insect Ecology. *Brownian Motion: Theory, Modelling and Applications*, 71-104.
- Demir, Ş. (2012). Türk Borçlar Kanunu’nun Para Borçlarında Faize İlişkin Getirdiği Yenilik ve Sınırlamalar. *Ankara Barosu Dergisi*(4), 207-234.
- Dinler, Z. (2016). *İktisada Giriş*. Bursa: Ekin Basım Yayın Dağıtım.
- Dwyer, G. P. (2015, Nisan 24). *The Johansen tests for cointegration*. jerrydwyer: <http://www.jerrydwyer.com/pdf/Clemson/Cointegration.pdf> adresinden alındı
- Enders, W. (2014). *Applied Econometric Time Series*. America: Wiley.
- Ertek, T. (1996). *Ekonometriye giriş*. İstanbul: Beta Yayınları.
- Fettahoğlu, S. (2009). Pay Senedi Fiyatlarının Tahmin Edilebilirliği: Kaos Kuramı Yaklaşımı. *Muhasebe ve Finansman Dergisi*(43), 237-243.
- Francq, C., & Zakoian, J. M. (2010). *GARCH Models : Structure, Statistical Inference and Financial Applications*. UK: John Wiley & Sons.
- Freund, R. J., Wilson, W. J., & Sa, P. (2006). *Regression Analysis : Statistical Modeling of a Response Variable*. London: Academic Press is an imprint of Elsevier.
- Gözgör, G. (2012). *Stokastik Süreçlerin Döviz Kuru Tahmininde Kullanımı: Gelişmiş ve Gelişmekte Olan Piyasalar İçin Performans Analizi, Doktora Tezi*. İstanbul: İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İktisat Anabilim Dalı.
- Gül, E., Ekinci, A., & Gürbüz, A. (2006). *Enflasyonla mücadelede enflasyon hedeflemesi: kavramlar, işleyiş ve Türkiye örneği*. Ekin Yayınevi.

- Güngör, B., & Kaygın, C. Y. (2015). Dinamik panel veri analizi ile hisse senedi fiyatını etkileyen faktörlerin belirlenmesi. *Kafkas Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 6(9), 149-168.
- Güriş, S., Çağlayan, E., & Güriş, B. (2011). *EViews ile Temel Ekonometri*. İstanbul: Der Yayınları.
- Gürsakal, S. (2007). İMKB 30 Endeksi Getiri Serisinin Riske Maruz Değerlerinin Tarihi Simülasyon ve Varyans-Kovaryans Yöntemleri ile Hesaplanması. 8. *Türkiye Ekonometri ve İstatistik Kongresi* (s. 1-13). Malatya: İnönü Üniversitesi.
- Graham, C. (2014). *Markov chains : Analytic and monte carlo computations*. UK: John Wiley & Sons.
- Granville, B. (2013). *Remembering Inflation*. New Jersey: Princeton University Press.
- Gujarati, D. (2012). *Econometrics by example*. USA: Macmillan.
- Hida, T. (1980). *Brownian Motion*. New York: Springer.
- Hsiao, C. (2003). *Analysis of Panel Data*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Huynh, H. T., Soumare, I., & Lai, V. S. (2008). *Stochastic Simulation and Applications in Finance with MATLAB Programs*. İngiltere: Wiley.
- İltüzer, Z., & Taş, O. (2008). Monte Carlo Simülasyon Yöntemi ile Riske Maruz Değer Değerin İMKB30 Endeksi ve DİBS Portföyü Üzerinde Bir Uygulama. *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi Cilt:23 Sayı:1*, s. 67-87.
- Ümit, A. Ö. (2007). *Türkiye'de Bütçe Açığı ile Cari İşlemler Arasındaki İlişkilerin Zaman Serisi Analizi, Doktora Tezi*. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Jerrum, M., & Sinclair, A. (1996). The Markov chain Monte Carlo method: an approach to approximate counting and integration. D. S. Hochba içinde, *Approximation Algorithms for NP-hard problems*. Boston: PWS Publishing.
- Jin, Y., & Xiu, J. (2006). Empirical study of ARFIMA model based on fractional differencing. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 138-154.
- Köksal, B. A. (2003). *İstatistik Analiz Metodları*. İstanbul: Çağlayan Basım Evi.
- Kılıç, E., & Öztürk, S. (2010). Büyük Ölçekli Yazılım Projelerinde Entegrasyon Testleri. 2. *Yazılım Kalitesi ve Yazılım Geliştirme Araçları Sempozyumu*. İstanbul: TÜBİTAK BTE Bilişim Teknolojileri Enstitüsü.
- Kadılar, C., & Çekim, H. Ö. (2020). *SPSS ve R Uygulamalı Zaman Serileri Analizine Giriş*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Kallianpur, G., & Sundar, P. (2014). *Stochastic Analysis and Diffusion Processes*. New York: Oxford.
- Kaykusuz, M. (2005, 12 31). *www.ceteris-paribus.com*. Ceterisparibus İnternet Sitesi: [https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/32165078/MALIYET\\_ENFLASYONU-with-cover-page.pdf?Expires=1621524136&Signature=W5W2sxRIEtKEIXBh3IBygJQPwnvVLpdzOHI9-sdYML2XrtNY0-U0JyuUqY-DoPo~AeQYeUjBUQTp-9LIHFT9D~KLnFykwNSgKLQVAqHnA~CcLB7htOUKJZa3~3HHTAfxiWCz0oN7dm7](https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/32165078/MALIYET_ENFLASYONU-with-cover-page.pdf?Expires=1621524136&Signature=W5W2sxRIEtKEIXBh3IBygJQPwnvVLpdzOHI9-sdYML2XrtNY0-U0JyuUqY-DoPo~AeQYeUjBUQTp-9LIHFT9D~KLnFykwNSgKLQVAqHnA~CcLB7htOUKJZa3~3HHTAfxiWCz0oN7dm7) adresinden alındı
- Kaynar, O., & Taştan, S. (2009). Zaman serileri tahmininde ARIMA-MLP melez modeli. *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 141-149.
- Kendall, W. S., Liang, F., & Wang, J.-S. (2005). *Markov chain Monte Carlo: innovations and applications (Vol. 7)*. USA: World Scientific.

- Kendirli, S., & Karadeniz, G. (2012). 2008 Sonrası İMKB 30 Endeksi Volatilitesinin Genelleştirilmiş ARCH Modeli ile Tahmini. *Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 2(2), 95-104.
- Knight, J. L., & Satchel, S. (2007). *Forecasting Volatility in the Financial Markets*. USA: Elsevier Science & Technology.
- Kroese, D. P., Taimre, T., & Botev, Z. I. (2013). *Handbook of monte carlo methods*. New York: John Wiley&Sons.
- Kutlar, A., & Turgut, T. (2006). Türkiye'deki Başlıca Ekonomi Serilerinin ARFIMA Modelleri ile Tahmini ve Öngörülebilirliği. *Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 120-149.
- Lee, C. -M., & Ko, C. -N. (2011, Mayıs). Short-term load forecasting using lifting scheme and ARIMA models. *Expert Systems with Applications*, 5902-5911.
- Leung, H. K., & White, L. (1990). A study of integration testing and software regression at the integration level. *Conference on Software Maintenance* (s. 290-301). San Diego: IEEE.
- Linsmeier, T. J., & Pearson, N. D. (1996). *Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk*. Illinois: University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Meral, P. S. (2005). Enflasyon ve enflasyonun okuma alışkanlığına etkisi. *Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 1(19), 309-324.
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2012). *Introduction to Linear Regression Analysis*. Hoboken New Jersey/Canada: John Wiley & Sons.
- Mun, J. (2006). *Modeling Risk : Applying Monte Carlo Simulation, Real Options Analysis, Forecasting, and Optimization Techniques*. Hoboken New Jersey/Canada: John Wiley & Sons.
- Naghshpour, S. (2012). *Statistics for Economics*. New York: Business Expert Press.
- Nashier, T. (2015). Financial integration between BRICS and developed stock markets. *International Journal of Business and Management Invention*, 65-71.
- Nobre, F. F., Monteiro, A. S., Telles, P. R., & Williamson, G. D. (2001). Dynamic linear model and SARIMA: a comparison of their forecasting performance in epidemiology. *Statistics in medicine*, 3051-3069.
- Ongan, H. (2004). Enflasyon Hedflemesi ve Taylor Kuralı: Türkiye Örneği. *Maliye Araştırma Merkezi Konferansları* (s. 1-12). İstanbul: İstanbul Üniversitesi İktisat Bölümü.
- Orhunbilge, N. (1996). *Uygulamalı Regresyon ve Korelasyon Analizi*. İstanbul: Avcıol Basım-Yayın.
- Orhunbilge, N. (2000). *Tanımsal İstatistik ve Olasılık Dağılımları*. İstanbul: Avcıol Basım Yayın.
- Ozan, B. (2006). Turizm sektörünün Türkiye'nin ekonomik büyümesi üzerindeki etkisi: VAR analizi yaklaşımı. *Celal Bayar Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 13(2), 137-150.
- Önalın, Ö. (2004). *Finans Mühendisliğinde Matematiksel Modelleme*. Avcıol Basım Yayın.
- Österholm, P., & Hjalmarsson, E. (2007). *Testing for Cointegration Using the Johansen Methodology when Variables are Near-Integrated*. Washington: International Monetary Fund.
- Özcan, B. (2012). Satın Alma Gücü Paritesi G7 Ülkeleri İçin Geçerli mi? *Hacettepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 30(2), 137-161.

- Özel Kadılar, G. (Eylül 2020). *Stokastik Süreçler ve R Uygulamaları*. Ankara: Seçkin Yayıncılık
- Petrica, A. C., & Stancu, S. (2017). Empirical Results of Modeling EUR/RON Exchange Rate using ARCH, GARCH, EGARCH, TARCH and PARCH models. *Revista Română de Statistică*, 65(1), 57-72.
- Prescott, J., & Beaton, N. J. (2016). *Monte Carlo Simulations: Advanced Techniques, Second Edition*. United States of America: Business Valuation Resources.
- Raychaudhuri, S. (2008). Introduction to Monte Carlo simulation. *Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference* (s. 91). U.S.A: IEEE.
- Satman, M. H. (2010). *İstatistik ve Ekonometri Uygulamaları ile R*. İstanbul: Türkmen Kitabevi.
- Schilling, R. L. (2005). *Measures, Integrals and Martingales*. New York: Cambridge University Press.
- Schilling, R. L., & Partzsch, L. (2012). *Brownian Motion : An Introduction to Stochastic Processes*. Berlin: De Gruyter.
- Sevüktekin, M., & Çınar, M. (2014). *Ekonometrik zaman serileri analizi*. Dora Yayıncılık.
- Shimizu, K. (2010). *Bootstrapping stationary ARMA-GARCH models*. Wiesbaden: Springer.
- Shonkwiler, R. W. (2013). *Finance with Monte Carlo*. New York: Springer.
- Shreve, Steven E. (1997). *Stochastic Calculus and Finance*.
- Şahin, Z., & Şahin, C. (2018). Otomobil Satışları ve Otomotiv Sektörü Hisse Senedi Fiyatları Arasındaki İlişkinin Granger Nedensellik Testi İle Analizi: Borsa İstanbul Örneği. *İşletme Araştırmaları Dergisi*, 210-222.
- Şener, C., & Şener, U. (2019). Monte Carlo Simülasyonu ile Hisse Senedi Fiyat Tahminleri. *Beykoz Akademi Dergisi*, 294-306.
- Türk, E., & Çetin, A. (2015). DÖVİZ KURUNDAN FİYATLARA GEÇİŞ ETKİSİNİN GRANGER NEDENSELLİK TESTİ İLE İNCELENMESİ “TÜRKİYE ÖRNEĞİ”. *Kırıkkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 27-38.
- Taban, S., & Kar, M. (2006). Beşeri Sermaye ve Ekonomik Büyüme: Nedensellik Analizi, 1969-2001. *Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 160-182.
- Tarı, R., & Bozkurt, H. (2006). Türkiye’de İstikrarsız Büyümenin VAR Modelleri İle Analizi . *Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi*, 1-16.
- Tarı, R., Abasız, T., & Pehlivanoglu, F. (2012). TEFE (ÜFE) - TÜFE FİYAT ENDEKSLERİ ARASINDAKİ NEDENSELLİK İLİŞKİSİ: FREKANS ALANI YAKLAŞIMI. *Akdeniz İİBF Dergisi*, 1-15.
- TCMB, T. (tarih yok). [www.tcmb.gov.tr](http://www.tcmb.gov.tr):  
<https://www.tcmb.gov.tr/wps/wcm/connect/TR/TCMB+TR/Main+Menu/Banka+Hakkinda/Egitim-Akademik/Terimler+Sozlugu> adresinden alındı
- Topallı, N. (2015). Turizm sektörünün Türkiye’nin ekonomik büyümesi üzerindeki etkisi: 1963-2011. *Uluslararası İktisadi ve İdari İncelemeler Dergisi*, 340-351.
- Tripathi, V., & Kumar, A. (2014). Relationship between Inflation and Stock Returns – Evidence from BRICS Markets Using Panel Co Integration Test. *International Journal of Accounting and Financial Reporting*, 647-658.
- Turanlı, M., Özden, Ü. H., & Deniz, Ö. (2004). *Olasılık*. İstanbul: Hiperlink.

- Ullah, A., & A. Giles, D. E. (2010). *Handbook of Empirical Economics and Finance*. Boca Raton: CRC Press LLC.
- Uzgören, N., & Uzgören, E. (2015, Ocak). Zaman Serilerinde Sahte Regresyon Sorunu ve Reel Kamu Harcamalarına Yönelik Bir Ekonometrik Model Uygulaması. *Uluslararası Hakemli Sosyal Bilimler E-Dergisi*(5), 1-14.
- Wang, H. (2012). *Monte Carlo Simulation with Applications to Finance*. New York: CRC Press.
- Wilmott, P., Howison, S., & Dewynne, J. (1995). *The Mathematics of Financial Derivatives*. America: Cambridge University Press.
- Xekalaki, E., & Degiannakis, S. (2010). *ARCH Models for Financial Applications*. Padstow: John Wiley & Sons.
- Yön, S. (2015, Ekim). SINIRLI VE SINIRSIZ FİYAT STOKASTİK SÜREÇLERİ İÇİN VARYANSIN DÜŞÜRÜLMESİYLE DİNAMİK OPSİYON FİYATLAMASI. *Doktora Tezi*.
- Yamoah E., A., Saeed, B. I., & Karim, A. (2016). Sarima Modelling and Forecasting of Monthly Rainfall in the Brong Ahafo Region of Ghana. *World Environment*, 1-9.
- Yan, X., & Su, X. (2009). *Linear Regression Analysis: Theory And Computing*. London: World Scientific Publishing Company.
- Yang, Z., & Aldous, D. (2012). Geometric Brownian Motion Model in Financial Market. *Graduation Work*, 1-11.
- Zeren, F., & Ergun, S. (2010). AB'ye Doğrudan Yabancı Yatırım Girişlerini Belirleyen Faktörler: Dinamik Panel Veri Analizi. *İşletme ve Ekonomi Araştırmaları Dergisi Cilt:1 Sayı:4*, s. 67-83.



