



**T.C.**

**ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ**

**LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİK ANABİLİM DALI**

**FRENLEME PARAMETRESİNİN  
UZAY-ZAMAN GEOMETRİSİNE ETKİLERİ**

**DOKTORA TEZİ**

**EROL İMREN**

**Tez Danışmanı**

**DOÇ. DR. CAN AKTAŞ**

**ÇANAKKALE – 2021**





T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ  
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

**FRENLEME PARAMETRESİNİN  
UZAY-ZAMAN GEOMETRİSİNE ETKİLERİ**

DOKTORA TEZİ

EROL İMREN

Tez Danışmanı  
DOÇ. DR. CAN AKTAŞ

ÇANAKKALE – 2021

## ETİK BEYAN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kuralları'na uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada; tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı, bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu, bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi taahhüt ve beyan ederim.

Erol İMREN  
29/11/20221

## TEŞEKKÜR

Tezin ortaya çıkması ve kelimelere dökülmesi aşamalarında görüş ve önerileriyle yol gösteren, doktora öğrenimim boyunca bana kıymetli vaktini ayıran danışman hocam Sayın Doç. Dr. Can AKTAŞ'a ve tezimi inceleyerek değerli öneri ve görüşleriyle bana katkıda bulunan jüri üyeleri saygıdeğer hocalarım Doç. Dr. Sezgin AYGÜN, Doç. Dr. Çetin CAMCI, Doç. Dr. Samet ERDEN ve Dr. Öğr. Üyesi Afşin Kürşat GAZANFER'e teşekkürü bir borç bilir saygılarımı sunarım. Desteklerini esirgemeyen sayın hocalarım Prof. Dr. Alper AYTEKİN ve Prof. Dr. Gökhan GÜNDÜZ'e ayrıca teşekkür ederim.

Çalışmalarım süresince hiçbir zaman desteğini eksik etmeyen sevgili eşim ve meslektaşım Melda İMREN'e ve bu süreçte sabrını esirgemeyen kızım Meral İlke İMREN'e sonsuz teşekkür ederim.

Erol İMREN

Çanakkale, Kasım 2021

## ÖZET

### FRENLEME PARAMETRESİNİN UZAY-ZAMAN GEOMETRİSİNE ETKİLERİ

Erol İMREN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik Anabilim Doktora Tezi

Danışman: Doç. Dr. Can AKTAŞ

29/11/2021, 50

Bu çalışmada, kozmolojik terimli  $f(R, T)$  teoride topolojik kusurlardan biri olan sicim madde, homojen anizotropik Kantowski-Sachs metriğinde incelenmiştir. Bu amaçla Hubble parametresinin en genel ve kullanışlı hali alınarak dört farklı frenleme parametresi elde edilmiş, bu frenleme parametrelerinin uzay-zaman geometrisine olan etkileri araştırılmıştır. Her bir model için elde edilen sonuçların grafikleri çizdirilmiş ve ayrıntılı olarak  $f(R, T)$  teoride bazı fiziksel ve kinematik özellikleri tartışılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:**  $f(R, T)$  Teori, Frenleme Parametresi, Kantowski-Sachs Evreni, Sicim Madde, Uzay-Zaman Geometrisi

## ABSTRACT

### EFFECTS OF DECELERATION PARAMETER ON SPACE-TIME GEOMETRY

Erol İMREN

Çanakkale Onsekiz Mart University

School of Graduate Studies

Doctoral Dissertation in Mathematics Science

Co-supervisor: Assoc. Prof. Dr. Can AKTAŞ

29/11/2021, 50

In this study, string matter, which is one of the topological flaws in the cosmological term  $f(R,T)$  theory, was examined in the homogeneous anisotropic Kantowski-Sachs metric. For this purpose, four different braking parameters were obtained by taking the most general and useful form of the Hubble parameter. The effects of these braking parameters on the space-time geometry were investigated. The results obtained for each model were plotted and some physical and kinematic properties of  $f(R, T)$  theory were discussed in detail.

**Keywords:**  $f(R,T)$  Theory, Deceleration Parameter, Kantowski-Sachs Universe, String Matter, Space-Time Geometry

# İÇİNDEKİLER

## Sayfa No

|                              |      |
|------------------------------|------|
| JÜRİ ONAY SAYFASI.....       | i    |
| ETİK BEYAN.....              | ii   |
| TEŞEKKÜR.....                | iii  |
| ÖZET .....                   | iv   |
| ABSTRACT .....               | v    |
| İÇİNDEKİLER .....            | vi   |
| SİMGELER ve KISALTMALAR..... | viii |
| TABLolar DİZİNİ.....         | ix   |
| ŞEKİLLER DİZİNİ.....         | x    |

## BİRİNCİ BÖLÜM

### GİRİŞ

1

## İKİNCİ BÖLÜM

### ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

6

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### ARAŞTIRMA YÖNTEMİ/MATERYAL YÖNTEM

9

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| 3.1. $f(R, T)$ Alan Denklemleri .....                             | 11 |
| 3.2. $f(R, T)$ ' nin Farklı Durumları İçin Alan Denklemleri ..... | 15 |
| 3.3. Model Parametreleri .....                                    | 16 |
| 3.3.1. Ölçek Faktörü .....                                        | 16 |
| 3.3.2. Hubble Parametresi.....                                    | 17 |
| 3.3.3. Frenleme (Yavaşlama) Parametresi.....                      | 20 |

## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

### ARAŞTIRMA BULGULARI

24

|                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------|----|
| 4.1. Çalışmada Modeller İçin Kullanılan Frenleme Parametreleri ..... | 26 |
| 4.1.1. Model I .....                                                 | 26 |



|                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.1.2. Model II .....                                                          | 28 |
| 4.1.3. Model III .....                                                         | 29 |
| 4.1.4. Model IV .....                                                          | 31 |
| 4.2. Modellerin $f(R, T)$ Alan Denklemlerinin Çözümlerinin Elde Edilmesi ..... | 32 |
| 4.2.1. $f(R, T)$ Alan Denklemlerinin Model I İçin Çözümleri .....              | 32 |
| 4.2.2. $f(R, T)$ Alan Denklemlerinin Model II İçin Çözümleri .....             | 35 |
| 4.2.3. $f(R, T)$ Alan Denklemlerinin Model III İçin Çözümleri .....            | 38 |
| 4.2.4. $f(R, T)$ Alan Denklemlerinin Model IV İçin Çözümleri .....             | 39 |
| BEŞİNCİ BÖLÜM                                                                  | 44 |
| SONUÇ ve ÖNERİLER                                                              |    |
| KAYNAKÇA .....                                                                 | 47 |
| ÖZGEÇMİŞ .....                                                                 | I  |

## SİMGELER VE KISALTMALAR

|                 |                                 |
|-----------------|---------------------------------|
| $G$             | Gravitasyonel sabit             |
| $g_{kl}$        | Metrik Tensör                   |
| $R_{kl}$        | Ricci tensör                    |
| $R$             | Ricci skaleri                   |
| $\Lambda$       | Kozmolojik terim                |
| $A, B$          | Metrik potansiyel               |
| $L_m$           | Lagrangian yoğunluğu            |
| $T_{kl}$        | Enerji-momentum tensörü         |
| $T$             | Enerji-momentum tensörünün izi  |
| $\rho$          | Madde enerji yoğunluğu          |
| $p$             | Madde basıncı                   |
| $H$             | Hubble parametresi              |
| $q$             | Frenleme parametresi            |
| $\lambda$       | Sicim gerilimi                  |
| $V$             | Uzaysal hacim                   |
| $a$             | Ölçek çarpanı                   |
| $\theta$        | Genişleme skaleri               |
| $\sigma^2$      | Shear skaleri                   |
| $\Delta$        | Ortalama anizotropi parametresi |
| $u_k$           | Dörtlü hız vektörü              |
| $x^k$           | Koordinatlar                    |
| GR              | Genel Rölativite                |
| EFE             | Einstein alan denklemleri       |
| $\Gamma_i^{kl}$ | Christoffel sembolü             |
| $\delta_i^k$    | Kronecker sembolü               |

## TABLÖLAR DİZİNİ

| Tablo No       | Tablo Adı                                                                        | Sayfa No |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <b>Tablo 1</b> | Model parametrelerinin bazı spesifik değerleri için elde edilen çeşitli modeller | 19       |
| <b>Tablo 2</b> | Tablo 1 de elde edilen modellerde faz geçiş zamanı                               | 22       |
| <b>Tablo 3</b> | Modellere ait Hubble parametresinin ve frenleme parametresinin zamanla değişimi  | 44       |
| <b>Tablo 4</b> | Metrik Potansiyellerinin ve kinematiklerin zamanla değişimi                      | 46       |



## ŞEKİLLER DİZİNİ

| Şekil No | Şekil Adı                                                                   | Sayfa No |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------|----------|
| Şekil 1  | Model I için Hubble parametresinin zamana bağlı değişimi                    | 27       |
| Şekil 2  | Model I için frenleme parametresinin zamana bağlı değişimi                  | 27       |
| Şekil 3  | Model II için Hubble parametresinin zamana bağlı değişimi                   | 28       |
| Şekil 4  | Model II için frenleme parametresinin zamana bağlı değişimi                 | 29       |
| Şekil 5  | Model III için Hubble parametresinin zamana bağlı değişimi                  | 30       |
| Şekil 6  | Model III için frenleme parametresinin zamana bağlı değişimi                | 30       |
| Şekil 7  | Model IV için Hubble parametresinin zamana bağlı değişimi                   | 31       |
| Şekil 8  | Model IV için frenleme parametresinin zamana bağlı değişimi                 | 32       |
| Şekil 9  | Model I için $A$ ve $B$ metrik potansiyellerinin zamana bağlı değişimleri   | 33       |
| Şekil 10 | Model I için sicim enerji yoğunluğunun zamana bağlı değişimi                | 33       |
| Şekil 11 | Model I için sicim geriliminin zamana bağlı değişimi                        | 34       |
| Şekil 12 | Model I için kozmolojik terimin zamana bağlı değişimi                       | 35       |
| Şekil 13 | Model II için $A$ ve $B$ metrik potansiyellerinin zamana bağlı değişimleri  | 35       |
| Şekil 14 | Model II için sicim enerji yoğunluğunun zamana bağlı değişimi               | 36       |
| Şekil 15 | Model II için sicim geriliminin zamana bağlı değişimi                       | 37       |
| Şekil 16 | Model II için kozmolojik terimin zamana bağlı değişimi                      | 37       |
| Şekil 17 | Model III için $A$ ve $B$ metrik potansiyellerinin zamana bağlı değişimleri | 38       |
| Şekil 18 | Model III için sicim enerji yoğunluğunun zamana bağlı değişimi              | 39       |
| Şekil 19 | Model III için sicim geriliminin zamana bağlı değişimi                      | 39       |
| Şekil 20 | Model III için kozmolojik terimin zamana bağlı değişimi                     | 40       |
| Şekil 21 | Model IV için $A$ ve $B$ metrik potansiyellerinin zamana bağlı değişimleri  | 41       |

|                 |                                                               |    |
|-----------------|---------------------------------------------------------------|----|
| <b>Şekil 22</b> | Model IV için sicim enerji yoğunluğunun zamana bağlı değişimi | 42 |
| <b>Şekil 23</b> | Model IV için sicim geriliminin zamana bağlı değişimi         | 42 |
| <b>Şekil 24</b> | Model IV için kozmolojik terimin zamana bağlı değişimi        | 43 |



## BİRİNCİ BÖLÜM

### GİRİŞ

Kozmoloji, evrenin kökenini, evrimini, yapısını, doğa yasaları ile ortaya çıkaran ve evrenin son halini matematiksel ve fiziksel olarak inceleyen bilim dalıdır. Kozmoloji sadece teorik gerçeklere ve bazı temel ilkelere dayanmakla kalmaz, aynı zamanda çeşitli gözlemler ile kendisini desteklemektedir. Fiziksel kozmolojide, kozmologların çoğu, evrenin bir başlangıç noktası olduğuna, bu noktada zamanın sıfır ve evrenin sonsuz yoğun olduğuna inanmaktadırlar. Halen pek çok insan evrenin başlangıcı ve sonu olmadığını düşünse de, 1929 yılında Edwin Hubble, evrenin genişlediğini ve galaksilerin birbirinden uzaklaştığını gözlemlemiştir. Ayrıca, bu gözlemler neticesinde yaklaşık on ile yirmi milyon yıl geçmişe giderek, evrenin sonsuz yoğunluğa sahip olduğunu, bunun da bir tekillik olduğu anlamına geldiğini ileri sürmüştür (Narlikar, 2002).

Hubble (1929)'ın galaksi gözlemi yoluyla evrenin genişlemesine ilişkin ilk çalışması, şimdiye kadar yapılmış en önemli keşiflerden biri olarak kabul edilmektedir. Galaksilerin kırmızıya kayması ve mesafe modülleri Hubble yasasının belirlenmesinde hayati bir rol oynamaktadır. Edwin Hubble gözlemlerinde yakındaki galaksilerden gelen ışıktaki kırmızıya kayma ile mesafeleri arasında basit bir orantılılık ilişkisi keşfetti. Hubble keşfinde, yakındaki galaksilerin durgunluk hızlarının orantılılık sabiti  $H$  ile radyal mesafeleri arasında doğrusal olarak ilişki olduğunu buldu. Böylece modern kozmolojinin doğuşu, evrendeki hemen hemen her şeyin bizden uzaklaştığı keşfiyle başladı. Yoğunlukla, galaksiler mesafeleriyle orantılı hızlarda bizden uzaklaşıyor gibi görünüyordu. Bu tür büyük ölçekli özellikler genellikle tüm evrenin genişlemesi olarak yorumlanmaktadır.

Hawking ve Penrose (1996) da büyük patlama (big bang) kozmolojisine inanıyorlardı. Teoremlerinde, zaman ve evrenin büyük patlama açısından bir başlangıç olduğunu kanıtladılar. Büyük patlama teorisi, başlangıçta evrenin sonsuz derecede sıcak ve yoğun olacağını öngörmektedir. Büyük patlama tekilliğinde, genel rölativite ve diğer tüm fiziksel yasalar geçersiz kılınmaktadır (Hawking, 1996). Gözlemsel sonuçlarımız olmadığı için büyük patlamadan önceki olaylar tahmin edilememektedir. Büyük patlamadan hemen sonra

evren genişledikçe evrenin sıcaklığı düşmeye başlamıştır.

Evrenin şişmesi veya genişlemesi, büyük patlama tekilliğinin  $10^{-36}$  saniyesinden hemen sonra başlamaktadır. Bazı uzmanlar ise bunun büyük patlamadan yaklaşık  $10^{-33}$  ve  $10^{-32}$  saniye sonra olduğuna öngörmektedirler. Büyük patlamadan sonra, evren genişlemeye devam etmekte, ancak mevcut hızlanma oranına kıyasla daha az ivmelenmektedir. Dolayısıyla bu teori, temelde evrenin başlangıcında evrenin üstel genişlemesi hakkındadır. Erken genişlemeden sorumlu olarak itici yerçekimi dönemindeki şişme olduğu düşünülebilir. İtici yerçekimi döneminden hemen sonra, çekici yerçekimi dönemi olarak adlandırılan bu zaman dilimi en yüksek sıcaklıkta denge durumunu koruyabilen parçacıkların oluşmasıyla başlamıştır. Sıcaklık zamanla azalarak, ilk çekirdeği oluşturmak için gerekli aşamaya ulaşmıştır. Buna göre sıcaklık değişimleri büyük patlamaya güç vermiştir.

Erken evrenin, mevcut bazı kavramsal ve gözlemsel sorunların üstesinden gelmek için şişkinlik olarak bilinen hızlandırılmış bir genişleme aşamasına geçişinde göz önüne almak gerekmektedir. Bunun nedeni, skaler bir alanın faz geçişiyle ilişkilendirilebilmesidir. Öte yandan, bu geçişin önemli bir sonucu olarak, domain walls, monopoller ve kozmik sicimler gibi topolojik kusurların oluşumuna olanak sağlamıştır (Hindmarsh ve Kibble, 1995; Vilenkin ve Shellard, 2000; Bezerra de Mello vd., 2003; Folomeev vd., 2007). Dolayısıyla, kozmik sicimler, Big Bang sonrası evrenin erken evresindeki sıcaklığın kritik seviyelerin altına düştüğünde, bozulmuş eksenel simetri nedeniyle faz geçişi sırasında oluşan tek boyutlu topolojik kusurlardır (Sahoo vd., 2016).

Günümüzde standart kozmoloji modelleri, mevcut evrenin kökenini ve evrimini incelemek için en çok kabul gören modellerdir. Şimdiye kadar temsil edilen standart modeller ve fiziksel seçenekler, doğallık ilkesinden esinlenmiştir ve kuvvetlerin birleşmesinin arayışı içindedir. Ancak yerçekiminin kuantum fiziği ile uzlaştırılabileceği yeni bir kavramsal çerçeve sunmamaktadırlar.

Kozmolojik ilke evrenin homojen ve izotropik olduğunu, her yerde ve her yönde aynı olduğunu belirtir. Bu ilkenin temel fikri, evrenin, hangi yönden bakarsak bakalım, belirli bir

çağda aynı resmi temsil etmesidir (Silk, 1997). Başka bir deyişle, izotropi, evrende tercih edilen yönün olmadığı anlamına gelir; her noktadan aynı görünmesidir.

Copernicus, Dünya'nın evrenin merkezinde göreceli önemsiz bir konumda olduğunu gözlemledi. Buna Kopernik ilkesi denir. Bu durumun, diğer tüm yıldızlara benzeyen Güneş için de geçerli olduğunu söylemektedir (Ryden, 1970). Kozmolojik ilke, Kopernik ilkesinin değiştirilmiş biçimidir. Bu ilke, evrendeki tüm konumların eşdeğer olduğunu, ayrıca fiziksel özelliklerin konumdan bağımsız olduğunu ileri sürer. Bu varsayım, evrenimizin homojen olduğu anlamına gelir. Homojenlik, evrende madde dağılımının konumdan bağımsız olmasıdır (Zeeshan, 2018). Homojenlik ve izotropinin birbirini sağlamadığı durumlar olabilir. Örneğin, homojen bir manyetik alana sahip bir evren homojendir, ancak dikey yön alan çizgileri nedeniyle izotropik olamaz. Aynı noktada, küresel olarak simetrik bir dağılım merkezi noktasından bakılırsa izotropiktir, ancak zorunlu olarak homojen değildir. İzotropik durumu tüm uzaysal yönlerin denkliği ile ilgilidir. Kozmoloji ilkesel olarak, evrenin maksimum simetrik olduğunu, yani maksimum simetri sayısına sahip olduğunu ima eder. Matematiksel olarak, simetrik manifoldlar, uzayda sabittirler. Radyo dalgasından, kozmik X ışınlarından ve özellikle kozmik mikrodalga arka plan radyasyonundan gelen gözlemler, evrenin homojen olduğu gerçeğine işaret etmektedir (Allen vd., 2003; Bahcall ve Bode, 2003; Voevodkin ve Vikhlinin, 2004; Allen vd., 2008).

Weyl (1918)'in varsayımında kozmolojik ölçekte madde bileşenlerinin, zamansal jeodezikler boyunca hareket eden ideal akışkan gibi davranır. Bu jeodezikler, geçmişte bir nokta dışında kesişmez. Yerçekimi etkileşimlerinin ürettiği tuhaf hızlar, evrenin evrimi tarafından üretilen hızlar açısından genellikle ihmal edilebilir düzeydedir. Aynı zamanda birlikte hareket eden gözlemci tarafından ölçülen, bir birlikte hareket etme süresi tanımlamak da mümkündür.

Genişleyen evren düşüncesinde, bir galaksinin uzamsal koordinatının genişlemenin bir sonucu olarak değişmediği, serbestçe düşen bir koordinat sistemini benimseyerek genişleyen evreni eylemsiz bir referans çerçevesine dönüştürebilir. Bu, birlikte hareket eden koordinat sistemi olarak adlandırılır. Galaksi koordinatları dünya çizgileri cinsinden belirlenmektedir. Dünya çizgileri demetinin geometrisi, belirli bir süre içinde gelişen bir



galaksiler kümesine karşılık geldiğinde, bu sistem dünya çizgileri demetini birbirine bağlayan ve genellikle kozmik veya koordinat zamanı olarak adlandırılan hiper yüzeyler gibi tanımlanmaktadır (Scholz, 2013). Ayrıca, yüksek boyut teorileri, sicim teorisi veya M-teorisi, evrenin genişleme tanımını desteklemektedir (Nojiri ve Odintsov, 2003).

Günümüze kadar, bir kuantum yerçekimi teorisi olarak gelecek vaat eden en önemli aday, sicim teorisidir. Sicim teorisindeki araştırmalardaki önemli teorik ilerleme sağlandığı da dahi, deneysel olarak doğrulanabilir hale gelmesi için, başa çıkılması gereken çeşitli zorluklara sahip olmaya devam etmektedir.

Sicim kozmolojik model, erken evrenimizin tanımlanmasında önemli bir rol oynadığından, modern kozmoloji, erken evren anlayışımızla uyumlu olan arka planda somut bir dizi modeli inşa ederek bu tür zorlukları keşfetmek için heyecan verici fırsatlar sunmaktadır. Aslında, sicim teorisi, tüm madde ve kuvvetleri tek bir teorik çerçevede birleştirmekte ve erken evrenin temel yapısının keşfetmeye olanak sağlamaktadır. Dolayısıyla, sicimlerin erken evrendeki varlığı, büyük birleşik teoriler kullanılarak açıklanabilir (Everett, 1981).

Albert Einstein, evreni tanımlamak için geometrik kütleçekim teorisi olarak "Genel rölativite teorisi" yayınladı (Einstein, 1916). Bu teorinin madde enerji dağılımı yoluyla uzay-zamanın geometrik bir özelliği olarak yerçekiminin birleşik bir tanımını sağladığı ve evrenin her kozmolojik modeli altında yatan teori olduğu ortaya çıktı. Bu teoriye göre madde geometriyi, geometride maddeyi etkilemektedir. Yani, Einstein'ın teoreisine göre madde ve geometri etkileşim halindedir. Evrenin evrimi, genel rölativite (GR) Einstein alan denklemleri tarafından açıklanmaktadır.

Kozmolojik ilkenin gözlemsel sonuçlara dayanmadığı, ancak GR teorisini evrenin yapısı üzerine uygulamanın bir varsayım olduğu unutulmamalıdır. Bu varsayım, bilim adamlarının Friedmann (1920); Lemaître (1927) evren modellerini inşa etmelerine yardımcı oldu, çünkü o yıllarda onunla çelişecek hiçbir gözlemsel veri yoktu. Kozmolojik modeller de evrenin aynı ortalama yoğunluğa ve aynı ortalama basınca sahip maddelerle dolu olduğu düşünülebilir. Bu niceliklerin her ikisi de evren boyunca zamanla eşit olarak değişir.

1917’de Einstein, alan denklemlerine küçük bir pozitif kozmolojik sabit ekleyerek bir model sundu. Einstein bu sabiti, statik ve sonlu bir kozmolojik çözüm elde etmek için alan denklemlerinde  $\Lambda$  olarak belirtmektedir (Einstein, 1922). Evrenin pozitif ağırlıklı olduğunu ve çekici yerçekiminin  $\Lambda$ ’nın itici yerçekimi ile dengelendiğini düşünüyordu. Ancak evrenin genişlemesinin keşfi ile kozmolojik sabit ihmal edildi. Günümüzde, bu kozmolojik sabit, genel rölativite çerçevesinde karanlık enerji için uygun bir aday olarak kabul edilmektedir.

Genel rölativite teorisi büyük ölçekte evrenin yapısını açıklamaya çalışsa da evrenin ivmelenerek genişlemesini açıklamada yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle bilim insanları GR teorisini modifiye ederek yeni teoriler ileriye sürmüşlerdir.

Son dönemlerde modern kozmoloji, genişleyen evren ilgili çalışmalarda önemli ilerlemeler sağlamak için yeni bir vizyona ulaştı. Modifiye yerçekimi teorileri, evrenin ivmelenerek genişlemesinin yanı sıra karanlık Enerji ile ilgili etkili nedenleri gözlemlemek için kullanılmaya başlamıştır. Modifiye yerçekimi teorisi olan  $f(R)$  yerçekimin de Lagrangian maddesinin yerine  $R$ ’nin keyfi bir fonksiyonu gelir. Harko vd. tarafından 2011 yılında bu teoriyi, eylemin yerçekimi kısmının hala Ricci skaler  $R$ ’ye ve enerjisi momentum tensörü  $T_{ik}$ ’nin izine bağlı olduğu  $f(R, T)$  teorisi olarak adlandırılan yeni bir modifiye teoriye genişletmiştir. Madde-enerji birleşimi nedeniyle, bu teorinin öncü modelinin enerji-momentum tensörünün değişimini temsil eden kaynak terime bağlı olduğu öne sürülmektedir (Sahoo vd., 2017)

Yapılan tez çalışmasında, evrenin ivmelenerek genişlemesini açıklamaya çalışan  $f(R, T)$  teoride topolojik kusurlardan biri olan sicim bulutunun Kantowski-Sachs metriğindeki davranışı ve alan denklemlerinin tam çözümlerini farklı frenleme parametreleri kullanarak analiz edilmiştir. Analiz aşamasında farklı frenleme parametreleri kullanılarak evren modelleri oluşturulmuştur. Modellere ait çözümlerden ve grafiklerden elde edilen sonuçlar geometrik ve fiziksel olarak irdelenerek yorumlanmıştır.

## İKİNCİ BÖLÜM

### ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Akarsu ve Dereli (2012) tarafından elde edilen frenleme parametresi formunun bir genellemesi olan için yeni bir form kullanılarak  $f(R, T)$  teoride ideal akışkan için LRS Bianchi tip-I kozmolojik modeli erken dönemi Tiwari ve Sofuoğlu (2020) tarafından irdelenmiştir. Yapılan çalışmada kırmızı kaymalarda frenleme parametresinin etkisi incelenmiştir.

Tiwari vd. tarafından 2021 yılında yapılan çalışmada  $f(R, T)$  yerçekimi teorisinde değişen kozmolojik sabit  $\Lambda$  ile Bianchi Tipi kozmolojik modelinin zamana bağlı bir yavaşlama parametresi ile alan denklemlerinin tam bir çözümü elde edilmiştir. Çalışmada Banerjee ve Das (2005) tarafından önerilen özel bir Hubble parametresi kullanılmıştır. Elde edilen verilerin son gözlemlerle tutarlı olduğu ve  $\Lambda$ CDM modeline geç zamanlarda yaklaştığı görülmüştür.

Prasad vd. 2020 yılında yaptıkları çalışmada evrenin geç zaman ivmesinin, kütle viskoz akışkan ve  $f(R, T)$  yerçekimi teorisinde evren çözümünü elde edilmiştir. Elde edilen çözümler son dönem gözlemsel verilerle karşılaştırma yapılmıştır. Elde edilen evrenin bazı fiziksel özellikleri tartışılmış ve frenleme parametresinin durumuna göre evren yaşı tespit edilmiştir.

Tiwari vd.(2020) tarafından yapılan çalışmada  $f(R, T)$  teorisinde ideal akışkan madde dağılımı ile LRS Bianchi tip-I kozmolojik modelinin evrenin erken zaman yavaşlamasını ve geç zaman ivmesini çalışmışlardır. Hubble parametresi kullanılarak zamanla değişen yavaşlama parametresinin yeni bir özel biçimi önerilerek, alan denklemlerinin kesin çözümü elde edilmiştir. Evren modelinin fiziksel ve geometrik büyüklükleri ve evrimi yorumlanmıştır. Modelin bir başlangıç tekilliği ve başlangıçta yavaşlayan genişleme sergilerdiği görülmüştür. Model son dönemlerde ivmelenen genişleme aşamasına geçtiği görülmüştür. Ayrıca, modelin madde kaynağının niteliği, yapı oluşumu çerçevesinde standart model ile uyumlu olduğu belirlenmiştir.

Bhardwaj ve Dixit (2020)  $f(R, T)$  teoride LRS Bianchi-I uzay-zamanda kozmolojik sıçrama çözümünü araştırmışlardır. Çalışmalarında LRS Bianchi-I uzay-zamanda ölçek faktörü kullanarak, Hubble parametresi ve yavaşlama parametresi gibi geometrik parametreler türetilmiş ve daha sonra bunların basınç ifadesinde kullanılması, yoğunluk ve EoS parametresi  $\Omega$ , sıçrama anında evrenin başlangıç koşullarını niteliksel olarak doğrulamışlardır. Sıçramanın yakın enerji koşullarının ihlali ve modelin kararlılığı analizi, madde zıplama yaklaşımının sıçrama sırasında oldukça dengesiz olduğunu ancak sıçramadan kaynaklı bozulmaların hızlı bir şekilde azalmasının modelin kararlılığını desteklediğini göstermiştir.

P. S. Singh ve Priyokumar Singh (2021) izotropik evren modeli için süper-exponential genişlemeyi incelemiştir.  $f(R, T)$  teoride karanlık enerji için oluşturulan modelde başlangıç tekilliğinden bağımsız, sonlu zamanlı gelecekte vakum enerjisi veya kozmolojik sabitin hakim olduğu Sitter aşamasına yaklaşması öngörülmüştür. Skaler eğrilik  $R$  zamanla azalmakta, olduğunu literatürdeki diğer çalışmalarla uyumlu olduğunu belirlemiştir.

Dagwal vd. 2020 yılında  $f(R, T)$  teoride LRS Bianchi tip I kozmolojik modelleri incelemiştir. Berman (1983) tarafından önerilen, sabit yavaşlama parametresi veren Hubble parametresinin özel varyasyon yasasını varsayan bir modeli araştırmış ve alan denklemlerinin çözümlerini belirlemiştir. Dust Universe, Radiation Universe, Hard Universe and Zedovich Universe gibi farklı anizotropik fiziksel modelleri tanımlamak için durum denklemlerini kullanmış ortaya çıkan fiziksel ve geometrik yönlerini belirlemiştir.

Aktaş vd. (2018) tarafından yapılan çalışmada alan denklemlerinin  $f(R, T)$  yerçekimi teorisi çerçevesinde sabit frenleme parametresi kullanarak Marder evreni için manyetize acayip kuark madde çözümleri elde edilmiştir. Çalışmada  $t \rightarrow \infty$  için  $p \rightarrow B_c$ ,  $\rho \rightarrow B_c$  ve  $\Omega = -1$  olacak şekilde karanlık enerji modeli elde edilmiştir. Kozmolojik sabit  $f(R, T)$  ve genel rölativitede negative olarak elde edilmiştir.

$f(R, T)$  yerçekimi teorisi çerçevesinde ideal akışkan madde için Kantowski-Sachs evrenine ilişkin alan denklemlerinin kesin çözümleri Samanta (2013) tarafından araştırılmış, kozmolojik modelin fiziksel davranışı ve Hubble parametresi, parlaklık mesafesi gibi

astrofiziksel bazı önemli özellikleri ve kırmızıya kaymalar mesafe modülü incelenmiştir.

Tekillik içermeyen ve anizotropik Bianchi tip III ve Kantowski-Sachs kozmolojik modellerini  $f(R, T)$  teoride inceleyen Katore ve Hatkar (2016), modifiye alan denklemlerinin evrenin hızlanan genişlemesi ile kozmolojilerini araştırmıştır. Elde edilen çözümler sonrasında yapılan değerlendirmede evrenin ivmesinin yerçekiminden kaynaklandığı ve gravitasyonel çökmelere eğimli duvarların neden olduğu belirlenmiştir.

$f(R, T)$  teoride Zubair ve Ali Hassan (2016) araştırmalarında dinamik alan denklemlerinin çözümü için, genel anizotropik uzay-zamanda frenleme parametresi ve enerji yoğunluğu ile Bianchi tip I, III ve Kantowski-Sachs evren modellerini incelemişlerdir.

Ghate ve Sontakke (2018) tarafından yapılan çalışmada  $f(R, T)$  teoride Kantowski-Sachs kozmolojik modelinin enerji momentum tensörü vizkoz akışkan ve hayalet kararlık madde enerjisi olup, alan denklemlerini J. Singh (2008) önerdiği hubble parametresi formunu kullanılarak modelin fiziksel ve kinematik özellikleri araştırılmıştır.

Rani vd.(2015) tarafından yapılan araştırmada homojen ve anizotropik Bianchi tip-III sicim kozmolojik modelleri  $f(R, T)$  teoride manyetik alanı incelenmiştir. Sicim çözümleri  $\rho + \lambda = 0$  olmak üzere, geometrik sicimler ve sicim modeli olarak tartışılmıştır. Einstein denklemlerine bağlı sicim bulutu için modelin fiziksel özellikleri irdelenmiştir.

Aygün (2017) homojen ve anizotropik Marder uzay-zamanını  $f(R, T)$  teoride vizkoz sicim dağılımı için alan denklemlerin anizotropi parametresi  $\frac{\sigma_x}{\theta}$  ve yavaşlama parametresi kullanarak çözmüştür.

Aktaş (2019)  $f(R, T)$  teorisinde değişen  $G$  ve  $\Lambda$  ile Friedmann-Robertson-Walker (FRW) evreni için tachyon field, k-essence and quintessence karanlık enerji modellerini araştırmıştır. Alan denklemlerinin çözümünde lineer frenleme parametresi, durum denklemi ile hubble parametresi ve kozmolojik sabit arasındaki orandan yararlanmıştır.

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### MATERYAL VE YÖNTEM

Evrenin ilk zamanlarından günümüze kadar olan gelişmesini araştıran bilim insanları süpernova IA deneylerindeki gözlemlerle, kozmik dalgalanmaların arka planını, anizotropik galaksi kümesini ve hızla genişleyen evreni kapsayan geniş bir resme ulaşmışlardır. Einstein'ın GR teorisinin şimdiye kadar deneysel olarak kurulmuş yerçekimi olgularını tanımlamaya dayanan başarılı bir yerçekimi teorisi olduğuna inanılmasına rağmen, evrenin hızlanan genişlemesini, karanlık maddenin ve karanlık enerjinin varlığını açıklamakta yetersiz kaldığı görülmüştür. Bu durumu açıklamak için yapılan araştırmalar ve deneylerin temel amacı, evrenin hızla ivmelenmesine neden olan karanlık enerjiyi ölçmektir. Karanlık enerji durum denklemiyle tanımlanabilmektedir. Böylece yerçekimi teorisi üzerinde modifikasyon yapılabilir. Araştırmalara genel olarak bakıldığında Einstein'ın yerçekimi teorisinin doğru olduğu görülmüş ve evrenin hızlanan genişlemesi Einstein'ın kozmolojik sabiti ile ilişkilendirilmiştir (Thorne vd., 2000).

Kozmolojik sabit, boşluk enerjisi olarak bilinen kuantum mekaniksel bir olgu olarak kabul edilir. Bu enerji, evrenin hızlanmasından sorumludur. Dolayısıyla, yeni gözlemler ve ileri sürülen tüm yeni teorilerin ivmeyi açıklamanın gerekliliğini ortaya koymaktadır. Ayrıca vakum enerjisi en olası neden olarak da görülebilir. Bu nedenle evrenin genişleme tarihi, bu sabit ivmenin arka planda normal yerçekimi teorisine eklenmesiyle açıklanabilir.

Karanlık enerjinin varlığını ve ivmelenerek genişlemeyi açıklamak için, literatürde Quintessence, Phantom Enerji, K-essence, Tachyon, F-essence, Chaplygin gazı gibi farklı teorik modeller tasarlanmıştır. Ayrıca,  $f(R)$  teori, Gauss-Bonnet teori ve  $f(G)$  teori gibi modifiye yerçekimi teorileri, evrenin ivmelenerek genişlemesini açıklayan diğer yaklaşımlardır. Bunun yanında modifiye yerçekimini yardımıyla ivmeyi açıklamak için alternatif olarak kullanılan girişimlerin çoğu yetersiz kalmaktadır ve son yıllarda modifiye yerçekimi ile ilgili neredeyse yapılan tüm tartışmalar karanlık enerjiyi açıklamaktan çok GR'nin büyük ölçekli kozmolojik testleri hakkındadır.

Gravitasyonel etkileşimleri ve büyük ölçekteki evrenin yapısını açıklayan Einstein alan denklemlerinin tensörel formdaki ifadesi 3.1 denkleminde gösterilmiştir.

$$R_{kl} - \frac{1}{2}Rg_{kl} + \Lambda g_{kl} = -\chi T_{kl} \quad (3.1)$$

Einstein alan denklemlerinin (EFE) birkaç genellemesi yapılmıştır. Bu genellemelerden biri ve en basit şekli Ricci skalerinin ( $R$ ) bir fonksiyonu olan ve GR'nin Einstein-Hilbert çalışmalarında değiştirilerek elde edilen  $f(R)$  yerçekimi teorisidir. (Bertolami vd., 2007) tarafından  $f(R)$  kütle çekim teorisinin genelleştirilmesinde Ricci skalerinin madde Lagrangian yoğunluğu ( $L_m$ ) ile birleştirilmesi önerilmiştir. Bu bağlantıda büyük parçacıkların hareketi jeodezik olmamakta ve dörtlü hız vektörü ortogonal olan bir dış kuvvet ortaya çıkarmaktadır. Harko (2008), madde ve geometrinin birleşimini dikkate alarak,  $f(R)$  'deki uzantının başka bir versiyonunu önerdi. Madde geometri birleştirme uygulamaları, farklı çalışmalarda Harko ve diğer araştırmacılar tarafından yaygın olarak kullanılmıştır (Harko, 2010; Harko vd., 2011). Harko ve Lobo (2010) yılında Ricci skaleri ve  $L_m$  bir fonksiyon olarak Hilbert-Einstein'in çalışmalarına ekleyerek yerçekimi alan denklemlerinin metrik formunu elde ettirler. Ayrıca enerji-momentum tensörünün kovaryant açılımından çıkan analiz sonucunda parçacığın hareket denklemini elde etmişlerdir.

Eylemsizlik ilkesine dayanarak Poplawski (2006), rölativistik olarak kovaryant etkileşim modelini göz önünde bulundurarak  $f(R, L_m)$  yerçekiminin özel bir uygulamasını önerdi. Yerçekimsel Lagrangian'daki kozmolojik sabit, gerilim-enerji tensörünün izinin bir fonksiyonu olarak kabul edildi ve model  $\Lambda(T)$  yerçekimi modeli olarak adlandırıldı. Son kozmolojik verilerin değişken kozmolojik sabiti desteklediği ve bu gözlemlerin  $\Lambda(T)$  fonksiyonunun kesin bir formunun tutarlı olduğu açıklandı (Poplawski, 2006).

Modifiye yerçekimi teorilerinin ilham verici ve nihai formlarından biri, Harko vd. (2011) tarafından tasarlanan  $f(R, T)$  modifiye edilmiş yerçekimi teorisidir.  $L_m$ , Ricci skaler  $R$ 'nin fonksiyonu ve enerji-momentum tensörü  $T$ 'nin izi olarak kabul edilmiştir. Ayrıca,  $T$ 'ye bağımlılığın acayip kusurlu akışkanlar veya kuantum etkileriyle indüklenebileceğine inanılmaktadır.

$f(R, T)$  fonksiyonu metriğe ve enerji-momentum tensörünün değişimi ile temsil edilen kaynak terime bağlıdır. Bu kaynak terim genellikle  $L_m$ 'nin bir fonksiyonu olarak ifade edilmektedir. Dolayısıyla, her  $L_m$ 'nin seçimi farklı alan denklemleri oluşturmaya yol açar. Bu teori, GR'nin Einstein-Hilbert Lagrangian'ında  $R$ 'nin genel fonksiyonu  $f(R, T)$  ile değiştirilerek elde edilir.

### 3.1. $f(R, T)$ Alan Denklemleri

$f(R, T)$  teoride etki fonksiyonu (Harko vd., 2011):

$$S = \int \left( \frac{f(R, T)}{16\pi G} + L_m \right) \sqrt{-g} d^4x \quad (3.2)$$

şeklindedir. Burada  $f(R, T)$  fonksiyonu  $R$  ve  $T$ 'ye bağlı olup, Ricci skaler  $R$ 'nin fonksiyonudur. Enerji-momentum tensörü ise  $T$ 'nin izi ve  $L_m$  Lagrangian yoğunluğudur. Buradan enerji-momentum tensörü,

$$T_{kl} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} L_m)}{\delta g^{kl}} \quad (3.3)$$

şekilde tanımlanmaktadır (Landau ve Lifschits, 1975). 3.3 denkleminde  $T = g_{kl} T^{kl}$  olarak verilmiştir. Ayrıca,  $L_m$ 'nin metrik tensör bileşenlerinin  $g_{kl}$  bağlı, ancak türevine bağlı olmadığını denklem:

$$T_{kl} = g_{kl} L_m - 2 \frac{\partial L_m}{\partial g^{kl}} \quad (3.4)$$

şeklinde ifade edilmektedir.  $g^{kl}$  metrik tensörüne göre  $S$ 'nin varyasyonu alınırsa:

$$\delta S = \frac{\int \left( f_R(R, T) \delta R + f_T(R, T) \frac{\delta T}{\delta g^{kl} \delta g^{kl}} - \frac{g_{kl} f(R, T) \delta g^{kl}}{2} + 16\pi \frac{\delta(\sqrt{-g} L_m)}{\sqrt{-g} \delta g^{kl}} \right) \sqrt{-g} d^4x}{16\pi} \quad (3.5)$$

eşitliğine ulaşılır. Burada  $f_R(R, T) = \frac{\partial f(R, T)}{\partial R}$  ve  $f_T(R, T) = \frac{\partial f(R, T)}{\partial T}$  'dir.  $R$ 'nin varyasyonu için:



$$\delta R = \delta(g^{kl}R_{kl}) = R_{kl}\delta g^{kl} + (\nabla_r \delta \Gamma_{kl}^r - \nabla_\vartheta \delta \Gamma_{kr}^l) \quad (3.6)$$

eşitliği ile verilir. Burada  $\nabla_r$ , Christoffel sembolü  $\Gamma$ 'ya göre kovaryant türevini gösterir. Yani, GR' deki gibi metrik tensör ( $g_{ik}$ ) ile ilişkilidir. Bu durumda Christoffel sembolünün metrik tensör bileşenleri:

$$\delta \Gamma_{kl}^r = \frac{g^{rr}}{2} (\nabla_k \delta g_{lr} + \nabla_l \delta g_{kr} - \nabla_r \delta g_{kl}) \quad (3.7)$$

şeklinde verilmiştir. 3.6 denklemi 3.7 denkleminde yazılırsa:

$$\delta R = R_{kl}\delta g^{kl} + g_{kl}\square\delta g^{kl} - \nabla_k \nabla_l \delta g^{kl} \quad (3.8)$$

bulunur. 3.8 denklemini 3.5 denkleminde eklendiğinde;

$$\begin{aligned} \delta S = \frac{1}{16\pi} \int & \left[ f_R(R, T) R_{kl} \delta g^{kl} + f_R(R, T) g_{kl} \square \delta g^{kl} - f_R(R, T) \nabla_k \nabla_l \delta g^{kl} \right. \\ & + f_T(R, T) \frac{\delta(g^{r\vartheta}) T_{r\vartheta}}{\delta g^{kl}} \delta g^{kl} - \frac{g_{kl} f(R, T) \delta g^{kl}}{2} \\ & \left. + 16\pi \frac{\delta(\sqrt{-g} L_m)}{\sqrt{-g} \delta g^{kl}} \right] \sqrt{-g} d^4x \end{aligned} \quad (3.9)$$

elde edilir.  $T$  varyasyonunun ifadesi şu şekilde verilir (Harko vd., 2011):

$$\frac{\delta(g^{r\vartheta} T_{r\vartheta})}{\delta g^{kl}} = T_{kl} + \Theta_{kl} \quad (3.10)$$

Burada,

$$\Theta_{kl} \equiv g^{r\vartheta} \frac{\delta T_{r\vartheta}}{\delta g^{kl}} \quad (3.11)$$

3.9'de denklem 3.10 ve 3.11 yerine yazılırsa,  $f(R, T)$  yer çekimi alan denklemleri,

$$f_R(R, T)R_{kl} - \frac{f(R, T)g_{kl}}{2} + (g_{kl}\square - \nabla_k \nabla_l)f_R(R, T) = 8\pi T_{kl} - f_T(R, T)(T_{kl} + \Theta_{kl}) \quad (3.12)$$

formunu alır. Burada 3.12’de verilen  $f(R, T)$  yerçekimi alan denklemleri,  $f(R)$ ’nin değiştirilerek elde edilmiş hali olup,  $f(R, T)$  indirgeyerek  $f(R)$  alan denklemlerine ulaşılmaktadır. Böylece 3.12 denklemi  $R$  ve  $T$  arasında ilişkilendirilerek,

$$f_R(R, T)R - 2f(R, T) + 3\square f_R(R, T) = \kappa T - F_T(R, T)(T + \Theta) \quad (3.13)$$

olur. Burada  $\Theta = \Theta_r^r$  olup, 3.12 ve 3.13 denklemlerinden  $\square f_R(R, T)$  yok edilerek,

$$f_R(R, T) \left( R_{kl} - \frac{Rg_{kl}}{3} \right) + \frac{f(R, T)g_{kl}}{6} = 8\pi \left( T_{kl} - \frac{Tg_{kl}}{3} \right) - f_T(R, T) \left( \Theta_{kl} - \frac{\Theta_{kl}}{3} \right) + \nabla_k \nabla_l f_R(R, T) \quad (3.14)$$

elde edilir. 3.12 denkleminin Koivisto (2006) makalesinde geçen matematiksel özdeşliği kullanarak, kovaryant açılımı yapılırsa;

$$\nabla^k \left( f_R(R, T)R_{kl} - \frac{f(R, T)g_{kl}}{2} + (g_{kl}\square - \nabla_k \nabla_l)f_R(R, T) \right) = 0 \quad (3.15)$$

bulunur. Enerji-momentum tensörü  $T_{kl}$ ,

$$\nabla^k T_{kl} = \left( (T_{kl} + \Theta_{kl}) \nabla^k \ln f_T(R, T) \right) \frac{f_T(R, T)}{8\pi f_T(R, T)} + \nabla^k \Theta_{kl} \quad (3.16)$$

şeklinde ifade edilir. 3.11 ve 3.16 denklemleri incelendiğinde,  $\Theta_{kl}$  tensörü  $L_m$  elde edilebilir. 3.4 denkleminin varyasyonu ile metrik tensör:

$$\begin{aligned} \frac{\delta T^{r\vartheta}}{\delta g^k} &= \frac{\delta g_{r\vartheta}}{\delta g^{kl}} L_m + g_{r\vartheta} \frac{\partial L_m}{\partial g^{kl}} - \frac{2\partial^2 L_m}{\partial g^{kl} \partial g^{r\vartheta}} \\ &= \frac{\delta g_{r\vartheta}}{\delta g^{kl}} L_m + \frac{g_{r\vartheta} g_{kl} L_m}{2} - \frac{g_{r\vartheta} T_{kl}}{2} - \frac{2\partial^2 L_m}{\partial g^{kl} \partial g^{r\vartheta}} \end{aligned} \quad (3.17)$$

olur.  $g_{r\Omega}g^{\Omega\vartheta} = g_r^{\vartheta}$  olduğundan  $\frac{\delta g_{r\vartheta}}{\delta g^{kl}}$  ifadesi,

$$\frac{\delta g_{r\vartheta}}{\delta g^{kl}} = -g_{r\Omega}g_{\vartheta\nu}\delta_{kl}^{\Omega\nu} \quad (3.18)$$

şeklinde yazılır. Burada  $\delta_{kl}^{\Omega\nu}$  genelleştirilmiş Kronecker sembolü olup, yapılan işlemlerden sonra 3.11 denklemindeki  $\Theta_{kl}$  tensörü,

$$\Theta_{kl} = -2T_{kl} + g_{kl}L_m - \frac{2\partial^2 L_m}{\partial g^{kl}\partial g^{r\vartheta}}g^{kl} \quad (3.19)$$

şeklinde ifade edilmektedir (Amir ve Sattar, 2016).

Enerji momentum tensörünün toz formu,  $L_m = \rho$  ve  $p = p_0$  için, basınç yoğunluktan bağımsız sabit bir nicelik durumundadır (Harko, 2010). Basıncın termodinamik ya da radyal bileşeni bulunmuyor ise,  $p_0 = 0$  olarak alınabilir. Burada  $p$  basıncı ve  $\rho$  Lagrange yoğunluğunu belirtmektedir.

Yapılan çalışmada, toz durumundaki kozmik sicimler için Lagrange yoğunluğu  $L_m = \rho$  verilmektedir. Böylece,  $L_m$ ,  $T_{kl}$ , ve  $\Theta_{kl}$  çözümlerde yer almıştır (Harko, 2010; Harko vd., 2011).

Bu durumda kozmik sicimler için  $L_m$ ,  $T_{kl}$ , ve  $\Theta_{kl}$ ;

$$L_m = \rho \quad (3.20)$$

$$T_{kl} = \rho u_k u_l - \lambda x_k x_l \quad (3.21)$$

şeklindedir. Enerji-momentum tensörünün karışık formunun matris gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$T_l^k = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Burada,  $u_k$  dörtlü hız vektörü,  $x_l$  sicimlerin yönünü gösteren uzaysal vektör ve  $\lambda$  ise sicimlere ait gerilim yoğunluğudur. Dörtlü hız vektörü için  $u^k u_k = 1$  ve  $u^k \nabla_l u_k = 0$  eşitlikleri vardır. Ayrıca,  $\frac{\partial^2 L_m}{\partial g^{kl} \partial g^{r\bar{\sigma}}} g^{kl} = 0$  olmak üzere, 3.19 ve 3.20 denklemlerinden,

$$\Theta_{kl} = 2T_{kl} + \rho g_{kl} \quad (3.23)$$

elde edilmektedir.

### 3.2. $f(R, T)$ 'nin Farklı Durumları İçin Alan Denklemleri

Alan denklemlerini çözümünü araştıran Harko vd. (2011),  $f(R, T)$  'nin fonksiyonel formunu ayrıntılı incelenerek bazı özel durumlar elde etmişlerdir. Genel olarak, alan denklemleri tensör  $\Theta_{kl}$  yoluyla maddenin fiziksel yapısına bağlıdır. Modifiye edilmiş  $f(R, T)$  yerçekimi teorisinde, alan denklemleri madde yapısına ve  $f(R, T)$  seçimine bağlı olduğundan, farklı kuramcılar tarafından birkaç teorik model elde edilmiştir.

Harko, Lobo, Nojiri, ve Odintsov (2011)  $f(R, T)$  teorisi için sunduğu üç durum:

$$f(R, T) = \begin{cases} R + 2f(T) \\ f_1(R) + f_2(T) \\ f_1(R) + f_2(R)f_3(T) \end{cases} \quad (3.24)$$

şeklindedir. I.durumda Harko vd. (2011)  $f(T)$  fonksiyonunu  $T$ 'nin keyfi bir fonksiyonu olarak almışlardır.

$$f(R, T) = R + 2f(T) \quad (3.25)$$

I. durum için 3.12 alan denklemleri ( $G_{kl} = R_{kl} - \frac{1}{2}Rg_{kl}$ ),

$$R_{kl} - \frac{R}{2}g_{kl} = 8\pi T_{kl} - 2f'(T)\Theta_{kl} + f(T)g_{kl} \quad (3.26)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $f'(T) = \frac{df}{dT}$  şeklindedir.

II. durum için  $f(R, T) = f_1(R) + f_2(T)$  eşitliğinde yer alan fonksiyonlar ayrı ayrı  $R$  ve  $T$ 'in fonksiyonudur (Harko vd., 2011). o halde herhangi bir madde için alan denklemleri,

$$f'_1(R)R_{kl} - \frac{f_1(R)}{2}g_{kl} + f_1(R)(g_{kl}\square - \nabla_k \nabla_l) = 8\pi T_{kl} - f'_2(T) \left( T_{kl} + \Theta_{kl} - \frac{1}{2} \right) \quad (3.27)$$

olur.  $f(R, T)$  teorisinde, kozmik ivmenin nedeni enerji yoğunluğundan kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla kozmik ivme maddenin içeriğine bağlıdır. Buradan Hilbert-Einstein Lagrangian'da geometri-madde bağlantısı yoluyla modifikasyon sağlanmaktadır.

III. durumda Harko vd. (2011)  $f(R, T) = f_1(R) + f_2(R)f_3(T)$  eşitliği ele alınmıştır. Herhangi bir madde için yerçekimi alan denklemlerini ifade denklem 3.28'da belirtilmektedir.

$$\begin{aligned} & \left( f'_1(R) + f'_2(R)f_3(T) \right) \left( R_{kl} + g_{kl}\square - \nabla_k \nabla_l \right) - \frac{f'_1(R)}{2}g_{kl} \\ & = 8\pi T_{kl} - f_2(R) \left( f'_3(T)(T_{kl} + \Theta_{kl}) - \frac{f_3(T)}{2}g_{kl} \right) \end{aligned} \quad (3.28)$$

### 3.3. Model Parametreleri

Gözlemsel ve kozmolojik parametreler açısından evrenin genişlemesini tanımlamak için bazı niceliklerin tanımlanması önem taşımaktadır.

#### 3.3.1. Ölçek Faktörü

Ölçek faktörü, evrenin genişlemesini parametreleştirmek ve boyutunu (galaksiler arasındaki mesafeyi) belirlemek için kullanılan, boyuttan daha az zamana bağlı pozitif bir

fonksiyondur. Aynı zamanda genişleme faktörü veya kozmolojik yarıçap olarak da adlandırılır. Evren modellerini tanımlayan metriğin bir bileşeni olarak kullanılır. Einstein'ın gözlemleri açıklayan alan denklemlerinde merkezi yer alan Hubble parametresi ( $H$ ) ve frenleme parametresi ( $q$ ) için Taylor serisi genişlemesinde ölçek faktörü;

$$a(t) = a(t_0) + \dot{a}(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2}\ddot{a}(t_0)(t - t_0)^2 + \dots \quad (3.29)$$

olarak tanımlanabilirler (Kousar, 2019). Burada türev zaman bağlıdır.

### 3.3.2. Hubble Parametresi

Evrenin yaşını ve boyutunu belirlemek için kullanılan Hubble Parametresi ( $H$ ) kozmolojideki en önemli niceliktir. Dolayısıyla evrenin genişleme hızını temsil etmektedir. Hubble Parametresinin mevcut değeri, farklı galaksilerin kırmızıya kayması kullanılarak tahmin edilebilir (Hubble, 1929). Zamana bağlı değişen  $H$ 'in değeri şu şekilde verilir:

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (3.30)$$

$H$ 'in mevcut değeri Hubble sabiti olarak adlandırılır.  $a(t)$  büyük patlama anında sıfır olup, evreni genişletmeyi düşündüğümüzde artacaktır. Bu durum,

$$H_0 = \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)_{t=t_0} = \dot{a}(t_0) \quad (3.31)$$

ifade edilir. Genişleyen evrenin temel gözlemlenebilir özelliğidir. İzotropik genişleme durumunda, Hubble parametresi 3.30 gibi belirtilir ancak anizotropik genişleme için ortalama Hubble parametresi kullanılır. Yönlü Hubble parametrelerinin ortalaması  $H_k$ , ortalama Hubble parametresi olarak bilinir.  $n$  boyutlu Hubble parametresi zamana bağlı değişiyorsa,

$$H = \frac{(\ln V)'}{n-1} = (\ln a)' = \frac{H_1 + H_2 + \dots + H_n}{n-1} - 1 \quad (3.32)$$

olarak tanımlanır.  $H_k$ , ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ ) her yöndeki genişleme oranıdır.

Ortalama anizotropi parametresi genel olarak,

$$\Delta = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} \left( \frac{H_k}{H} - 1 \right)^2 \quad (3.33)$$

şeklinde tanımlanır. İzotropik kozmik genişleme durumunda  $\Delta = 0$ 'dır.

Hubble parametrelerinin parametrelendirilmesi sayesinde, Hubble yasasında varsayılan değişiklikler ile gözlemlenen değerler arasındaki tutarsızlık ortadan kaldırılır. Dolayısıyla dinamikler için zamanla değişen ölçek faktörünün basit bir işlevsel formu elde edilmektedir. Pacif vd. (2017) yaptığı çalışmada literatürdeki hemen hemen tüm Hubble parametrelerini kapsayacak şekilde genel formda, bir Hubble parametresi gibi olacak şekilde zamana bağlı Hubble parametresinin en genel ve kullanışlı hali olarak,

$$H = \frac{\beta t^m}{(t^n + \alpha)^p} \quad (3.34)$$

gibi önermişlerdir (Pacif vd., 2017). Burada,  $\alpha, \beta \neq 0$  olup,  $m, n, p$  reel sabitleri ise farklı formlar için özel olarak değişmektedir. Denklem 3.34 Hubble parametresinin fonksiyonel formunda beş parametre bulunmaktadır. Modellere ait fiziksel ve geometrik davranışları analiz etmek için  $m, n, p$  parametrelerine bazı özel değerler verilerek, modeldeki parametrelerin sayısını azaltılmaktadır. Bazı modellerde  $m, n, p$  değerlerine verilen değerlerle elde edilen  $\alpha$  ve  $\beta$  değerleri tablo 1'de verilmiştir (Pacif vd., 2017).

Tablo 1

Model parametrelerinin bazı spesifik değerleri için elde edilen çeşitli modeller

| Model | $m, n, p$ değerleri             | Hubble Parametresi ( $H$ )          | Frenleme Parametresi ( $q$ )                        |
|-------|---------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| I     | $m = 0, p = 0, \forall n$       | $\beta$                             | $-1$                                                |
| II    | $m = -1, p = 0, \forall n$      | $\frac{\beta}{t}$                   | $-1 + \frac{1}{\beta}$                              |
| III   | $m = 0, p = 1, n = 1$           | $\frac{\beta}{t + \alpha}$          | $-1 + \frac{1}{\beta}$                              |
| IV    | $m = 1, p = 0, \forall n$       | $\beta t$                           | $-1 - \frac{1}{\beta t^2}$                          |
| V     | $m = 0, p = 1, n = 2$           | $\frac{\beta}{t^2 + \alpha}$        | $-1 + \frac{2t}{\beta}$                             |
| VI    | $m = 0, p = \frac{1}{2}, n = 1$ | $\frac{\beta}{\sqrt{t + \alpha}}$   | $-1 + \frac{1}{2\beta\sqrt{t + \alpha}}$            |
| VII   | $m = 0, p = \frac{1}{2}, n = 2$ | $\frac{\beta}{\sqrt{t^2 + \alpha}}$ | $-1 + \frac{1}{\beta\sqrt{t^2 + \alpha}}$           |
| VIII  | $m = 1, p = 1, n = 1$           | $\frac{\beta t}{t + \alpha}$        | $-1 - \frac{1\alpha}{\beta t^2}$                    |
| IX    | $m = 1, p = 1, n = 2$           | $\frac{\beta t}{t^2 + \alpha}$      | $-1 + \frac{1}{\beta} - \frac{\alpha}{\beta t^2}$   |
| X     | $m = 1, p = \frac{1}{2}, n = 2$ | $\frac{\beta}{\sqrt{t^2 + \alpha}}$ | $-1 - \frac{\alpha}{\beta t^2 \sqrt{t^2 + \alpha}}$ |
| XI    | $m = -1, p = 1, n = 1$          | $\frac{\beta}{t(t + \alpha)}$       | $-1 + \frac{\alpha + 2t}{\beta}$                    |
| XII   | $m = -1, p = 1, n = 2$          | $\frac{\beta}{t(t^2 + \alpha)}$     | $-1 + \frac{\alpha + 3t^2}{\beta}$                  |

Tablo 1’de bazı özel parametrelerin seçimine göre Hubble parametresi ve frenleme parametresinin alacağı formlar verilmiştir (Pacif vd., 2017). Model I  $\Lambda$ CMD modeli olup, burada  $\beta$  kozmolojik sabitin yerine kullanılmıştır. Model II güçlü enerjili kozmolojisi belirtmektedir (Lohiya ve Sethi, 1999). Model III’de  $\frac{1}{\beta} = m$  olup Berman’nın sabit frenleme parametrelili modelidir (Berman, 1991). Abdel-Rahman (1992) modelli olan model



IX'da  $\beta = 1$  alınmış, Abdussattar ve Prajapati (2011) çalışmalarındaki genelleştirilmiş modeli burdan elde etmişlerdir. Model XI doğrusal olarak değişen Frenleme parametresine benzemektedir, burada  $\frac{2}{\beta} = -k$  ve  $\frac{\alpha}{\beta} = m$  alınmaktadır (Akarsu ve Dereli, 2012). Böylece, tüm bu modellerin bazı özel model parametreleri seçimiyle H'nin parametrisasyon şemasına girdiğini görebiliriz. Dolayısıyla elde edilen birçok çözümün, ölçek faktörünün bazı sonlu değerlerinde sıçramanın meydana geldiği tekil olmayan sıçrayan çözümleri olmaktadır.  $\alpha = 0$  için,  $H = \beta t^{m-np}$  olmakta ve  $p = 0$  ile model I,II ve IV aynı sonucu vermektedir. Denklem 3.34,  $\alpha$  negatiflik durumunda  $H = \frac{\beta t^m}{(t^n - \alpha)^p}$ ;  $\alpha > 0$  olmaktadır. H'nin bu formu ölçek faktörünün davranışı bazı modellerde ve dolayısıyla dinamikler üzerinde büyük ölçüde farklılık gösterecektir. Tüm modeller ( $p \neq 0$ ),  $t = \alpha^{\frac{1}{n}}$ 'te çöken bir yapıya sahiptir. Eğer  $H = \frac{\beta t^m}{(\alpha - t^n)^p}$ ;  $\alpha > t$  olursa,  $t = \alpha^{\frac{1}{n}}$  de tekilliğe sahip modellere yol açacaktır. Hubble parametreleri  $H = \frac{\beta t^m + \eta}{(\alpha - t^n)^p}$ ;  $\alpha > t$  olarak modifiye edersek ( $\eta$  diğer bir parametredir),  $p = 0$  için hibrit ölçek faktörü kozmolojisini elde etmek mümkündür (Akarsu vd., 2014; Mishra ve Trioathy, 2015).

### 3.3.3. Frenleme (Yavaşlama) Parametresi

Frenleme parametresi ( $q$ ), DE modelinin ve kozmik genişlemenin açıklanmasıyla bilinen klasik geometrik parametrelerindendir. Hubble parametresinin değişimi ölçüle bilirse evrenin yapısı ve kaderi açıklanabilmektedir. Frenleme parametresi evrenin kendi kütle çekimiyle kozmik genişlemesinin yavaşlayacağı hız değişimini tanımlamaktadır. Ölçülebilir özelliği olan genişleme parametresiyle boyutsuz  $q$  parametresi,

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{(\dot{a})^2} \quad (3.35)$$

olarak ifade edilir. Burada  $a(t)$  ölçek faktörünü ve nokta zamana bağlı türevini belirtir. Son gözlemler, DE'nin etkileri nedeniyle evrenin genişleme hızının şu anda hızlandığını göstermektedir. Dolayısıyla  $q$  nun değerleri günümüzde negatiftir.

$q$ 'nun işareti kozmik genişlemenin yavaşladığını veya hızlandığını göstermektedir. O halde  $q$ 'nun pozitif işareti evrenin yavaşlamasını genişlemesini ve  $q$ 'nun negatif işareti

evrenin ivmelenmesini gösterir. Dolayısıyla son gözlemlere göre  $q$ , hızlanan kozmik genişlemeyi sağlayan negatif değere sahiptir. Ayrıca frenleme parametresi Hubble parametresi arasındaki bağıntı,

$$q = -\frac{1}{H^2} \frac{\ddot{a}}{a} = -1 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{H} \right) \quad (3.36)$$

olarak tanımlıdır. Bu durumda 3.29'de ki Taylor serisi,

$$a = a(t_0) \left[ 1 + H_0(t - t_0) - \frac{q_0}{2} H_0^2 (t - t_0)^2 + \dots \right] \quad (3.37)$$

olmaktadır.

Pacif vd. (2017) yaptığı çalışmada, Tablo 1'de listelenen 12 modelde frenleme parametresi, I – III modellerinde sabit çıkarken, model IV – XII'de zamana bağımlıdır.  $\alpha, \beta > 0$  için modeller IV, VIII, X sonsuz hızlanmalı faz geçişi sergilerken, V, VII, IX, XI, XII modelleri ilk hızlanmadan yavaşlamaya şeklinde faz geçişini veya belirli  $\alpha$  ve  $\beta$  seçiminde sonsuz hızlanmalı faz geçişini göstermektedir. Sadece model VI, yavaşlamadan hızlanmaya bir faz geçişi gösterir. Faz geçişi açısından çeşitli durumlar Tablo 2'te analiz edilmiştir (Pacif vd., 2017).

Tablo 2

Tablo 1 elde edilen modellerde faz geçiş zamanı

| Model | Faz Geçişi Tipi       | Faz geçişi zamanı                             |
|-------|-----------------------|-----------------------------------------------|
| IV    | sonsuz hızlanmalı     | —                                             |
| V     | hızlanan → yavaşlayan | $\frac{\beta}{2}$                             |
| VI    | yavaşlayan → hızlanan | $\frac{1}{4\beta^2} - \alpha$                 |
|       | sonsuz hızlanmalı     | —                                             |
| VII   | hızlanan → yavaşlayan | $\frac{\sqrt{\alpha\beta}}{\sqrt{1-\beta^2}}$ |
|       | sonsuz hızlanmalı     | —                                             |
| VIII  | sonsuz hızlanmalı     | —                                             |
| IX    | hızlanan → yavaşlayan | $\sqrt{\frac{\alpha}{1-\beta}}$               |
|       | sonsuz hızlanmalı     | —                                             |
| X     | sonsuz hızlanmalı     | —                                             |
| XI    | hızlanan → yavaşlayan | $\frac{\beta-\alpha}{2}$                      |
|       | sonsuz hızlanmalı     | —                                             |
| XII   | hızlanan → yavaşlayan | $\sqrt{\frac{\beta-\alpha}{3}}$               |
|       | sonsuz hızlanmalı     | —                                             |

Evrenin gerçek yaşının Hubble zamanı yardımıyla, evrenin yavaşlaması ve hızlanması arasındaki fark frenleme parametresi tarafından belirlendiği bilinen bir gerçektir. Dolayısıyla Hubble parametresi ( $H$ ) ve frenleme parametresi ( $q$ ), evrenin statik ve dinamik yapısını ifade etmektedir (Berman, 1983; Sahoo vd., 2016). Ancak, kozmolojik genişlemenin kinematiğinin ayrıntılı açıklaması için, zamana bağlı frenleme parametresinin çeşitli parametreleştirilmiş biçimlerini dikkate almak gerekir.

Eğer (Adhav vd., 2010; Adhav, 2011; Akarsu ve Dereli, 2012),

- $q > 0, H > 0$  evren modeli yavaşlayarak ivmelenen genişlemeye sahiptir,
- $q < 0, H > 0$  evren modeli hızlanarak ivmelenen genişlemeye sahiptir,
- $q > 0, H < 0$  evren modeli yavaşlayarak ivmelenen daralmaya sahiptir,
- $q < 0, H < 0$  evren modeli hızlanarak ivmelenen daralmaya sahiptir,
- $q = 0, H > 0$  evren modeli sabit genişlemeye sahiptir,
- $q = 0, H < 0$  evren modeli sabit daralmaya sahiptir,
- $q = 0, H = 0$  evren modeli durađandır.

Sabit frenleme parametresi, kozmologlar tarafından çeşitli yönlerden literatürde yaygın olarak kullanılmaktadır (Berman, 1983; Sahoo vd., 2016).

Hacimin sabit kaldığı zaman içindeki eğrisel bozulmanın ölçüsüne Shear tensörü denir (Poisson, 2004). Shear tensörünün indisleri simetrik olup,  $(\sigma^{kl} = g^{km}g^{nl}\sigma_{mn} = g^{km}\sigma_m^l)$ , şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2}\sigma_{kl}\sigma^{kl} \quad (3.38)$$

## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

### ARAŞTIRMA BULGULARI

Evrenin geç zamanda ivmelenen genişlemesini açıklamaya çalışan  $f(R, T)$  yerçekimi teorisi çerçevesinde topolojik kusurlardan biri olan sicim bulutunun, uzay-zamanın anizotropik doğası yardımıyla modifiye alan denklemlerini çözerek ve Kantowski-Sachs metriğindeki davranışını zamanla değişen özel frenleme parametreleri kullanarak, öngörülen evren modellerinin çeşitli dinamik ve fiziksel davranışları araştırılmıştır.

Yapılan çalışmada, 2011 yılında Harko ve diğer araştırmacıların yayınladıkları makalede yer alan  $f(R, T)$  fonksiyonu için önerilen üç önerinden  $f(R, T) = R + 2f(T)$  olarak alınmıştır.  $f(T) = \mu T$  olarak seçilmiştir. Burada  $\mu$  sabittir.  $\mu = 0$  alınırsa,  $f(R, T)$  teorisi genel rölativite teorisine dönüşür.  $f(R, T) = R + 2\mu T$  ifadesinde ilk terim genel rölativitenin Einstein-Hilbert etkisini ifade ederken, ikinci terim ise madde dağılımı ve uzayın eğriliği arasındaki etkileşimi ifade etmektedir.

Küresel koordinatlarda homojen ve anizotropik Kantowski-Sachs metriğinin genel formu (Kantowski ve Sachs, 1966);

$$ds^2 = -A^2(t)dr^2 - B^2(t)(d\theta^2 + \sin(\theta)^2 d\Phi^2) + dt^2 \quad (4.1)$$

şeklindedir. 4.1 denkeminden metrik tensörün kovaryant gösterimi;

$$g_{ik} = \begin{bmatrix} -A^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -B^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B^2 \sin^2(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Çalışmada  $f(R, T)$  teoride sicim bulutunun Kantowski-Sachs metriğindeki davranışını bazı özel frenleme parametreleri kullanarak evren modelleri öngörülmüştür.  $f(R, T)$  teorideki kozmolojik terimli ( $\Lambda$ ) alan denklemleri (Harko vd., 2011):

$$R_{ij} - \frac{1}{2}Rg_{ij} = 8\pi T_{ij} + [2\rho f'(T) + f(T) + \Lambda] g_{ij} \quad (4.3)$$

şeklinde verilmektedir.

Enerji momentum tensörünün izi:

$$T = \lambda + \rho \quad (4.4)$$

Denklem 4.1 metriği ile 3.21 ve 3.14 denklemleriden  $f(R, T)$  teorideki alan denklemleri,

$$\frac{2\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{B}^2}{B^2} + \frac{1}{B^2} = 8\lambda\pi + 5\lambda\mu - \rho\mu + \Lambda \quad (4.5)$$

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} = \lambda\mu - \rho\mu + \Lambda \quad (4.6)$$

$$\frac{\dot{B}^2}{B^2} + \frac{2\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{1}{B^2} = 8\rho\pi + 3\rho\mu + \lambda\mu + \Lambda \quad (4.7)$$

şeklinde elde edilir. Denklemler 4.5, 4.6 ve 4.7 oluşan denklem sisteminden; enerji yoğunluğu, sicim gerilimi ve kozmolojik terimi,

$$\rho = \frac{1}{4(2\pi + \mu)} \left( -\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}^2 + 1}{B^2} \right) \quad (4.8)$$

$$\lambda = \frac{1}{4(2\pi + \mu)} \left( -\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} - \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}^2 + 1}{B^2} \right) \quad (4.9)$$

$$\Lambda = \left( \frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} \right) + \left( \frac{\mu}{2\pi + \mu} \right) \left( \frac{\ddot{A}}{A} + \frac{2\dot{A}\dot{B}}{AB} \right) \quad (4.10)$$

olarak  $A$  ve  $B$  cinsinden yazabiliriz.  $\rho$ ,  $\lambda$  ve  $\Lambda$ 'yı belirleyebilmek için ek iki ilave denkleme daha ihtiyaç vardır.

Her bir modelimizin çözümü için, özel belirlediğimiz frenleme parametresi ve evrenin anizotrop olup olmadığını gösteren, genel formu 3.33 denkleminde belirtilen Anizotropi parametresi ilave denklemler olarak kullanılmaktadır. Eğer anizotropi parametresi 0 ise

evrenin izotrop olduğunu gösterir.

$$\Delta = \xi \quad (4.11)$$

Burada anizotrop parametresi Kantowski-Sachs metriği için anizotropinin yönü radyal yönlü seçilmiş ve  $0 < \xi < 1$  bir sabittir. Denklem 4.11 çözülürse;

$$A = B^n \quad (4.12)$$

bulunur. Burada  $n = \frac{3\sqrt{2\xi-2\xi-3}}{\xi-2}$  olmaktadır. Yani, çözümler de  $B$  metrik potansiyelini bulmak diğer çözüm niceliklerini bulmak için avantaj sağlamaktadır.

#### 4.1. Çalışmada Modeller İçin Kullanılan Frenleme Parametreleri

Bu çalışmada, dört farklı frenleme parametresi formu için modeller oluşturulmuştur. Modeller de 3.34 denkleminde verilen Hubble parametresinin en basit ve kullanışlı halindeki  $m$ ,  $p$  ve  $n$  değerleri ile ilişkilendirilen frenleme parametrelerinden elde edilen modeller irdelenmiştir.

##### 4.1.1. Model I

$m = -1$ ,  $p = 1$  ve  $n = 1$  olmak üzere,  $H$ 'nin genel ve kullanışlı halini veren 3.34 denklemi:

$$H_I = \frac{\beta}{t(t + \alpha)} \quad (4.13)$$

olur. O halde frenleme parametresi;

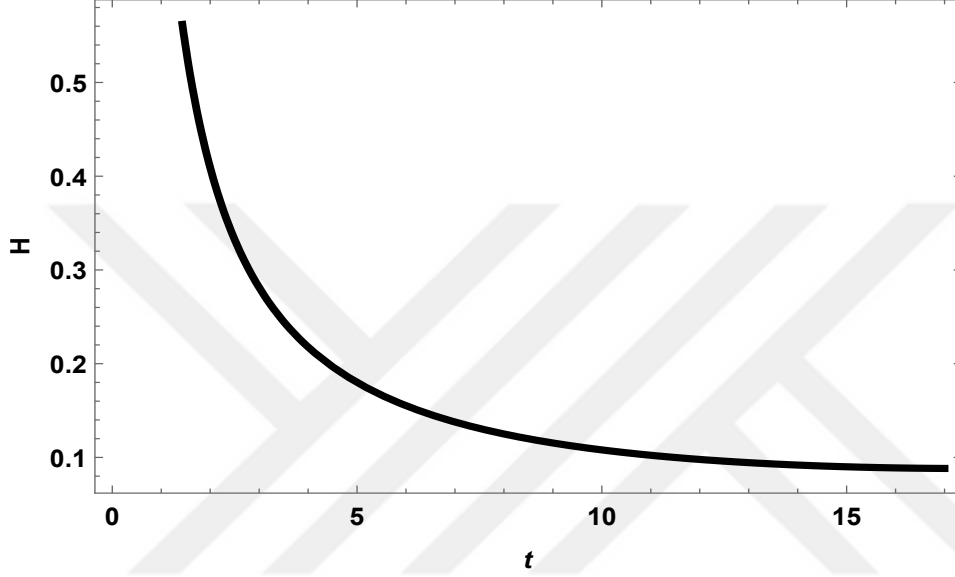
$$q_I = -1 + \frac{\alpha}{\beta} + \frac{2}{\beta}t \quad (4.14)$$

şeklinde elde edilir.  $H > 0$  için, burada iki durum karşımıza çıkmaktadır.

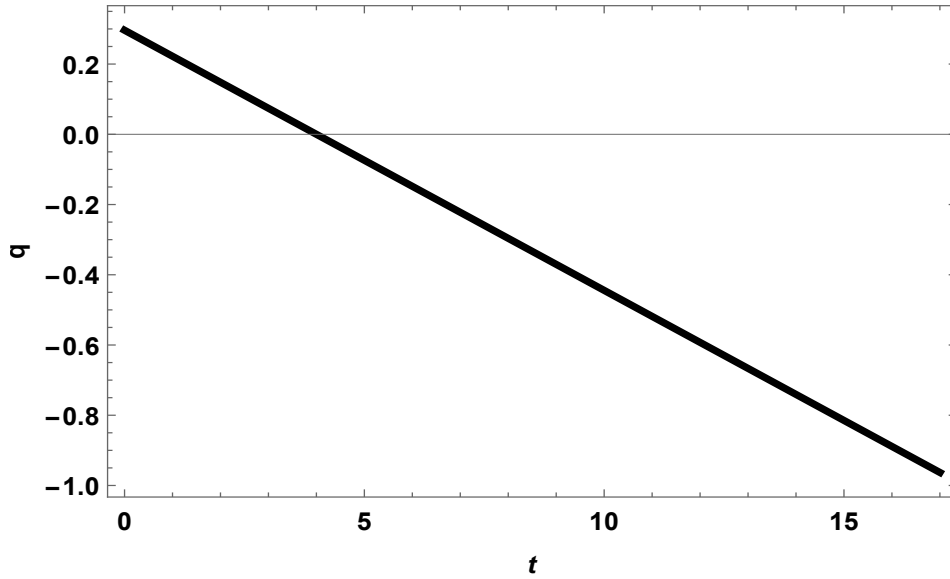
i)  $\alpha < 0$  ve  $\beta < 0$ ,

ii)  $\alpha > 0$  ve  $\beta > 0$

Model I için, Hubble parametresinin ve frenleme parametresinin grafikleri sırayla:



Şekil 1. Model I için Hubble parametresinin zamana bağlı değişimi



Şekil 2. Model I için frenleme parametresinin zamana bağlı değişimi

$q = 0$ 'da bulunan  $t$  değerine "transit  $t$  değeri" denir. Kısaca  $t_{tr}$  ile gösterilmektedir. O halde  $q = 0$  için  $t_{tr} = \frac{\beta - \alpha}{2}$  olur. Her zaman  $t_{tr} \geq 0$ 'dır. Buradan da  $\frac{\beta - \alpha}{2} \geq 0 \Rightarrow \beta \geq \alpha$



olmaktadır.

#### 4.1.2. Model II

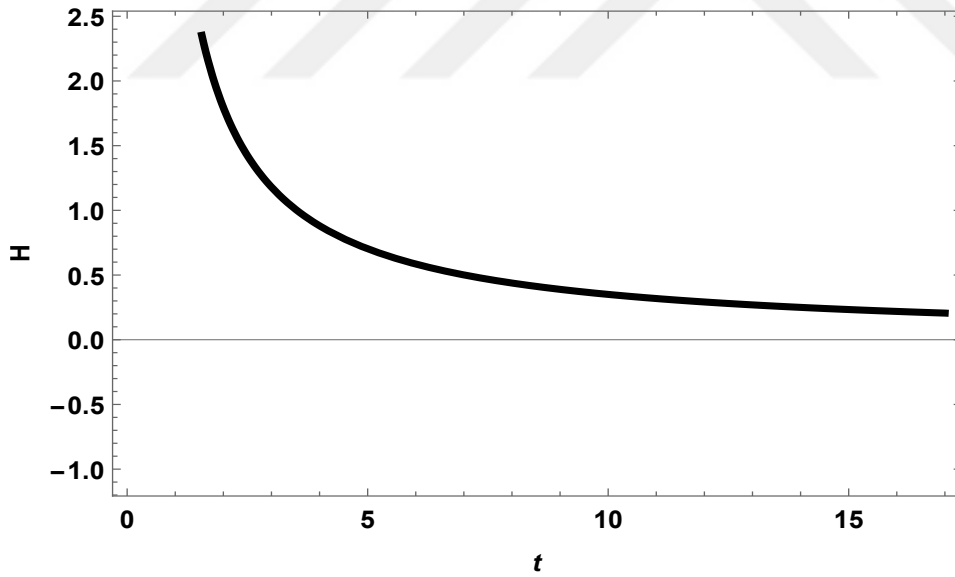
$m = 1$ ,  $p = 1$  ve  $n = 2$  olmak üzere, 3.34 denklemi ile verilen  $H$ :

$$H_{II} = \frac{\beta t}{t^2 + \alpha} \quad (4.15)$$

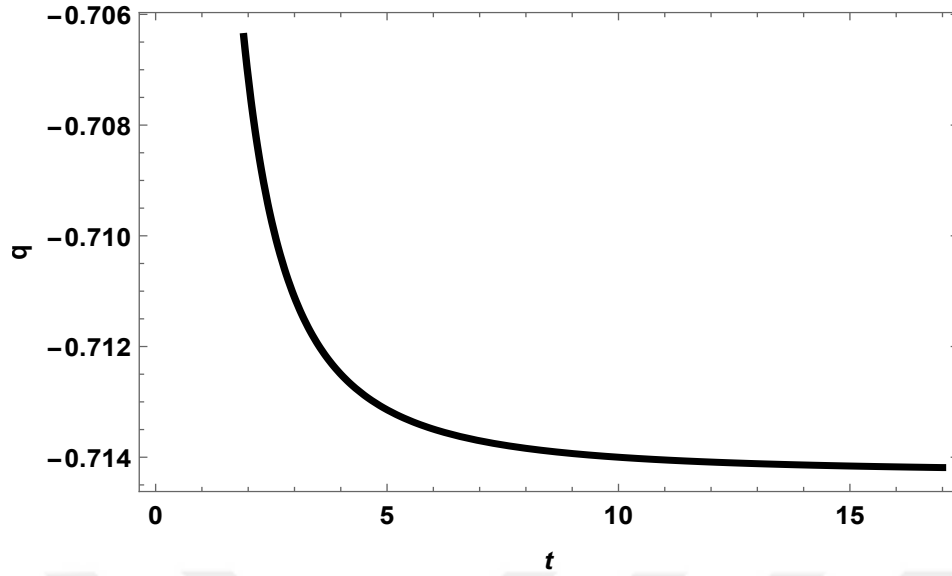
şeklinde olur. Buradan frenleme parametresi:

$$q_{II} = -1 + \frac{1}{\beta} - \frac{\alpha}{\beta t^2} \quad (4.16)$$

şeklindedir. Hubble parametresi ve frenleme parametresinin kozmik zamana ilişkin değişimleri şekil 3 ve şekil 4 gösterilmiştir.



Şekil 3. Model II için Hubble parametresinin zamana bağlı değişimi



Şekil 4. Model II için frenleme parametresinin zamana bağlı değişimi

$q = 0$  ise  $t_{tr} = \sqrt{\frac{\alpha}{1-\beta}}$  olur. O halde  $t_{tr} \geq 0 \Rightarrow \frac{\alpha}{1-\beta} \geq 0$  dır.  $H > 0$  için, buradan iki durum ortaya çıkar.

i)  $\alpha \geq 0$  ve  $1 - \beta \geq 0$  (veya  $1 \geq \beta$ ). Yani faz değiştirme hızlanmadan  $\rightarrow$  yavaşlamaya halindedir.

ii)  $\alpha \leq 0$  ve  $1 - \beta \leq 0$  (veya  $1 \leq \beta$ ). Yani faz değiştirme, sürekli hızlanarak devam edecektir.

#### 4.1.3. Model III

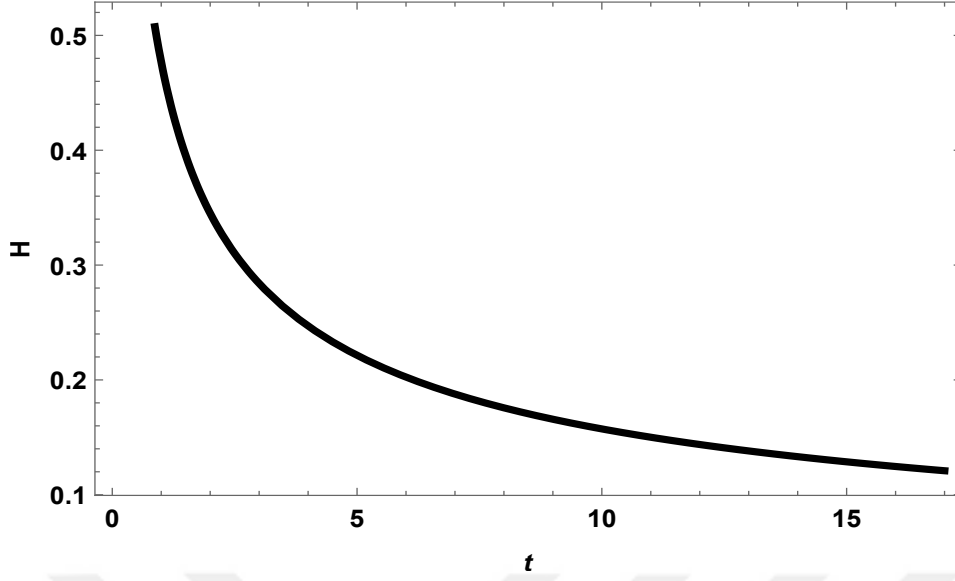
$m = 0$ ,  $p = \frac{1}{2}$  ve  $n = 1$  olmak üzere,  $H$  için verilen 3.34 denklemi:

$$H_{III} = \frac{\beta}{\sqrt{t + \alpha}} \quad (4.17)$$

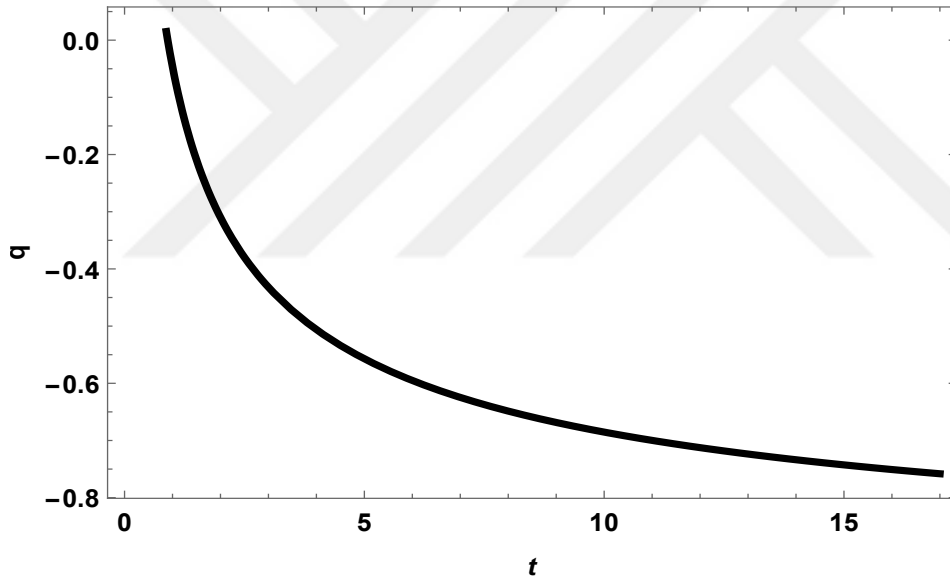
şeklindedir. Buradan frenleme parametresi:

$$q_{III} = -1 + \frac{1}{2\beta} \frac{1}{\sqrt{t + \alpha}} \quad (4.18)$$

şeklinde elde edilir. Model III ait Hubble parametresi ve frenleme parametresi zamansal değişimleri şekil 5 ve şekil 6 görülmektedir.



Şekil 5. Model III için Hubble parametresinin zamana bağlı değişimi



Şekil 6. Model III için frenleme parametresinin zamana bağlı değişimi

$q = 0$  ise  $t_{tr} = \frac{1}{4\beta^2} - \alpha$  dır. O halde  $t_{tr} \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{4\beta^2} - \alpha \geq 0$  olup,  $H > 0$  için, iki durum ortaya çıkar.

- i)  $\beta\sqrt{\alpha} < \frac{1}{2}$  ise, faz değiştirme yavaşlamadan  $\rightarrow$  hızlanmaya doğrudur.
- ii)  $\beta\sqrt{\alpha} > \frac{1}{2}$  ise, faz değiştirme sürekli hızlanmaktadır.

#### 4.1.4. Model IV

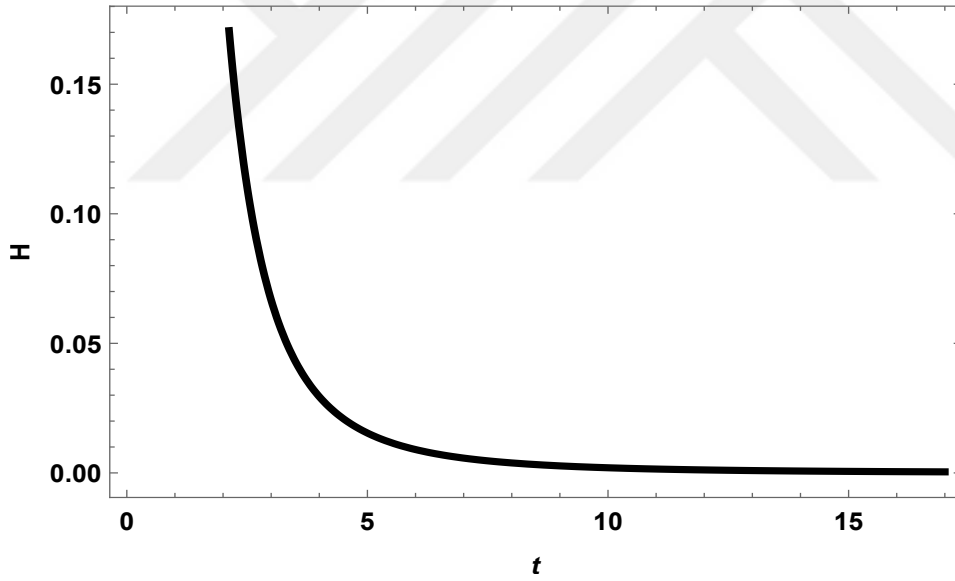
$m = -1$ ,  $p = 1$  ve  $n = 2$  olmak üzere,  $H$ 'nın 3.34 denklemi:

$$H_{IV} = \frac{\beta}{t(t^2 + \alpha)} \quad (4.19)$$

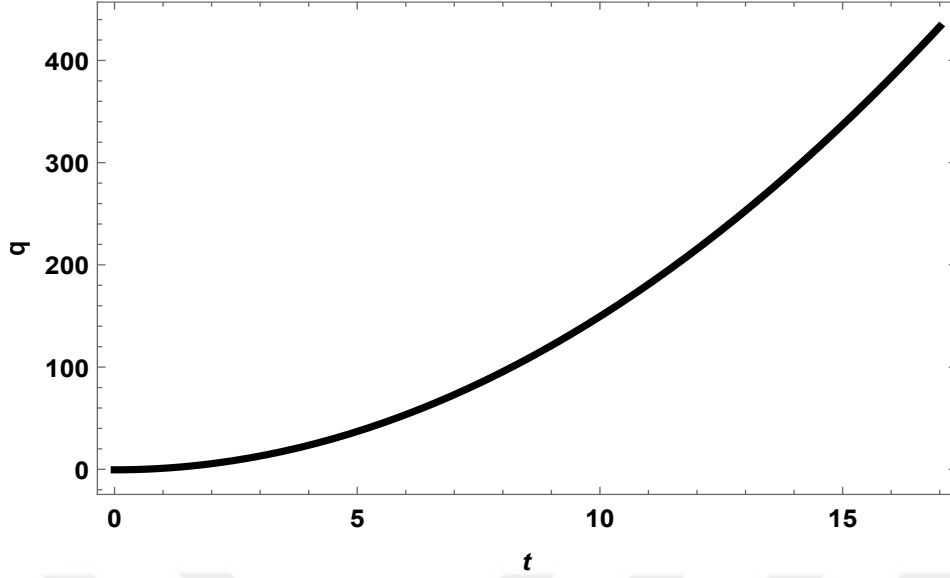
olmaktadır. Bu durumda frenleme parametresi:

$$q_{IV} = -1 + \frac{\alpha}{\beta} + \frac{3}{\beta}t^2 \quad (4.20)$$

şeklindedir. Model IV ait Hubble parametresi ve frenleme parametresinin kozmik zamana bağlı değişimleri şekil 7 ve şekil 8 belirtilmiştir.



Şekil 7. Model IV için Hubble parametresinin zamana bağlı değişimi



Şekil 8. Model IV için frenleme parametresinin zamana bağlı değişimi

Eğer,  $q = 0$  olursa,  $t_{tr} = \sqrt{\frac{\beta - \alpha}{3}}$  elde edilir.  $H > 0$  için, burada iki durum olmaktadır.

- i)  $\alpha, \beta > 0$  ve  $\beta > \alpha$  için, faz değiştirme hızlanmadan  $\rightarrow$  yavaşlamaya geçer.
- ii)  $\alpha, \beta < 0$  ve  $\beta < \alpha$  için, faz değiştirme sürekli yavaşlanmaktadır.

#### 4.2. Modellerin $f(R, T)$ Alan Denklemlerinin Çözümlerinin Elde Edilmesi

Model I-IV için  $f(R, T)$  teoride sicim bulutu çözümleri ayrı ayrı değerlendirilerek, modellerin madde ve geometrik kısımlarına ait niceliklerinden elde edilen bulgular grafiklere dönüştürülmüştür.

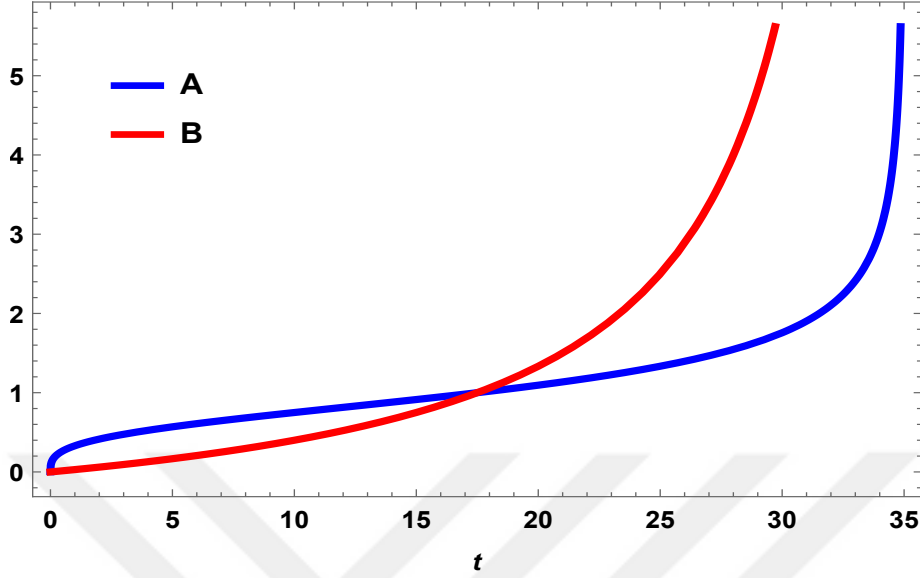
##### 4.2.1. $f(R, T)$ Alan Denklemlerinin Model I İçin Çözümleri

$q = -1 + \frac{\alpha}{\beta} + \frac{2}{\beta}t$  olarak belirlenen model I için, denklemler 4.12 ve 4.14'den metrik potansiyelleri:

$$B = c_1 \left( \frac{t}{t + \alpha} \right)^{\frac{3\beta}{(2+n)\alpha}} \quad (4.21)$$

olmaktadır. Buradan  $A$  ve  $B$  metrik potansiyellerin kozmik zamanda değişimi şekil.9' de

gösterilmiştir.

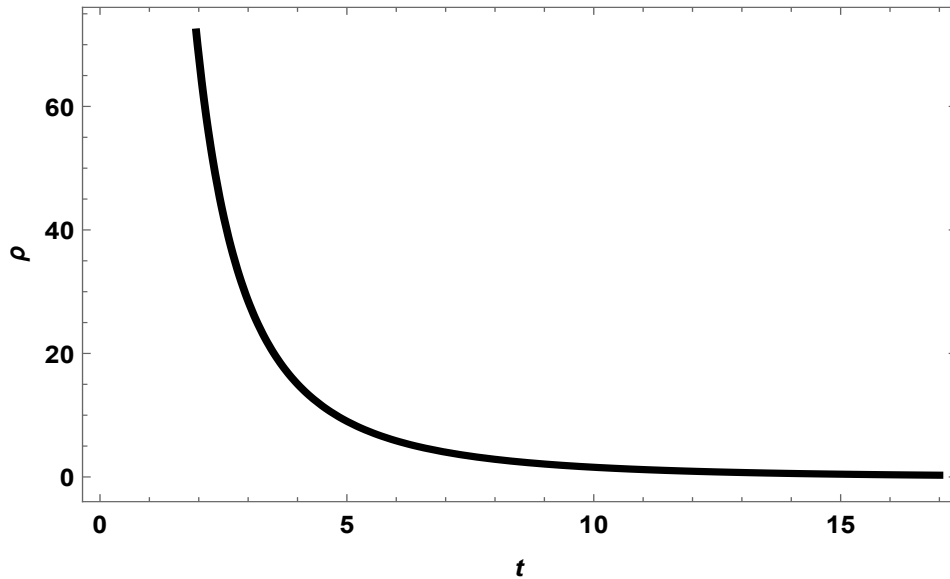


Şekil 9. Model I için  $A$  ve  $B$  metrik potansiyellerinin zamana bağlı değişimleri

$\Upsilon = [t(t + \alpha)(n + 2)]^2$  ve  $k = 4(2\pi + \mu)$  alınırsa, 4.21 ve 4.12 denklemleri 4.8 ve 4.9 denklemlerinde yerine yazılırsa:

Sicim enerji yoğunluğu,

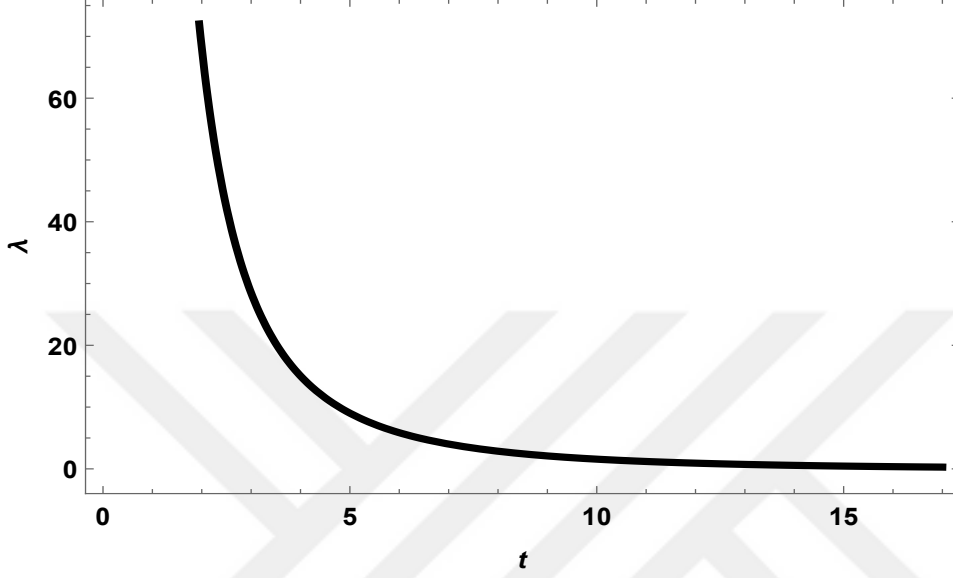
$$\rho = \frac{9n(1-n)\beta^2}{\Upsilon k} + \frac{3(2t + \alpha)(n+1)(n+2)\beta}{\Upsilon k} + \frac{\left(\frac{t+\alpha}{t}\right)^{\left(\frac{6\beta}{(n+2)\alpha}\right)}}{c_1^2 k} \quad (4.22)$$



Şekil 10. Model I için sicim enerji yoğunluğunun zamana bağlı değişimi

Sicim gerilimi,

$$\lambda = \frac{9(1-n)\beta^2}{\Upsilon k} + \frac{3(2t+\alpha)(n-1)(n+2)\beta}{\Upsilon k} + \frac{\left(\frac{t+\alpha}{t}\right)^{\left(\frac{6\beta}{(n+2)\alpha}\right)}}{c_1^2 k} \quad (4.23)$$

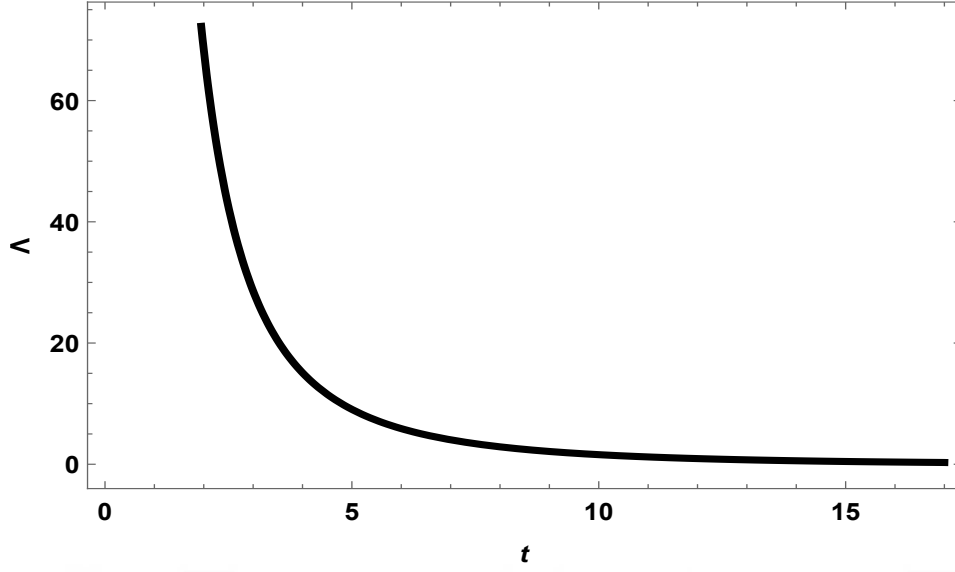


Şekil 11. Model I için sicim geriliminin zamana bağlı değişimi

şeklinde elde edilir. Ayrıca 4.10 denkleminde kozmolojik terim ise,

$$\Lambda = \frac{18 [4\pi(n^2 + n + 1) + \mu(2n + 1)(n + 1)] \beta^2}{\Upsilon k} - \frac{6(2t + \alpha)(4\pi n + 2\mu n + 4\pi + \mu)(n + 2)\beta}{\Upsilon k} \quad (4.24)$$

olarak bulunur.



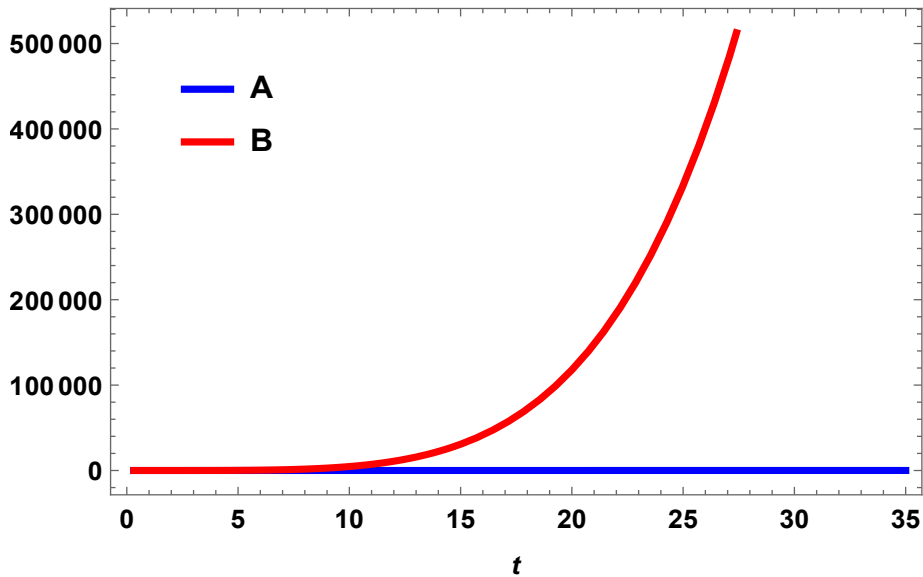
Şekil 12. Model I için kozmolojik terimin zamana bağlı değişimi

#### 4.2.2. $f(R, T)$ Alan Denklemlerinin Model II İçin Çözümleri

$q = -1 + \frac{1}{\beta} - \frac{\alpha}{\beta} \frac{1}{t^2}$  olarak belirlenen model II için, denklemler 4.12 ve 4.16'den  $B$  metrik potansiyeli:

$$B = c_2(t^2 + \alpha)^{\frac{3\beta}{2n+4}} \quad (4.25)$$

olarak elde edilir.

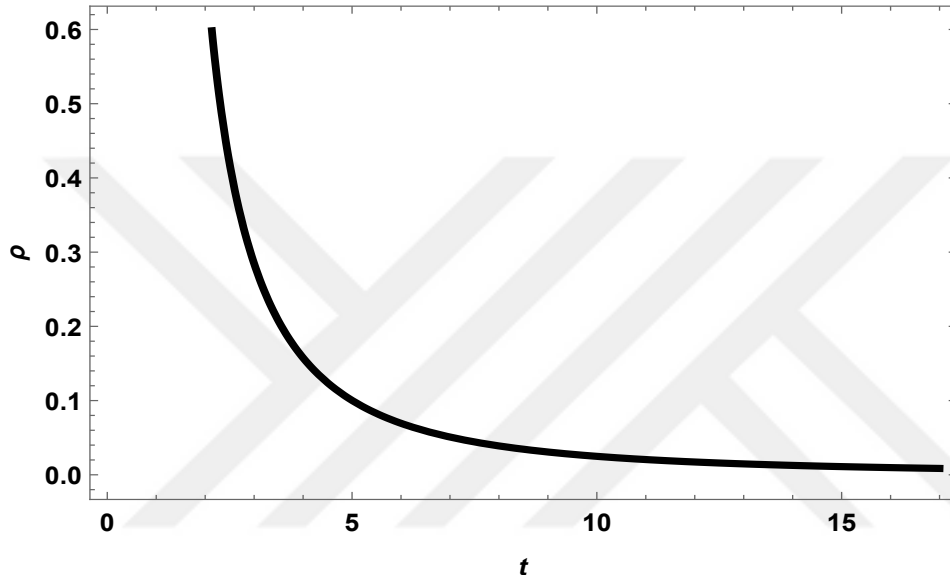


Şekil 13. Model II için  $A$  ve  $B$  metrik potansiyellerinin zamana bağlı değişimleri



Buradan  $\Omega = [(t^2 + \alpha)(n+2)]^2$  ve  $k = 4(2\pi + \mu)$  olacak şekilde 4.25 ve 4.12 denklemleri 4.8, 4.9 ve 4.10 denklemlerinde yerine yazılırsa sicim yoğunluğu:

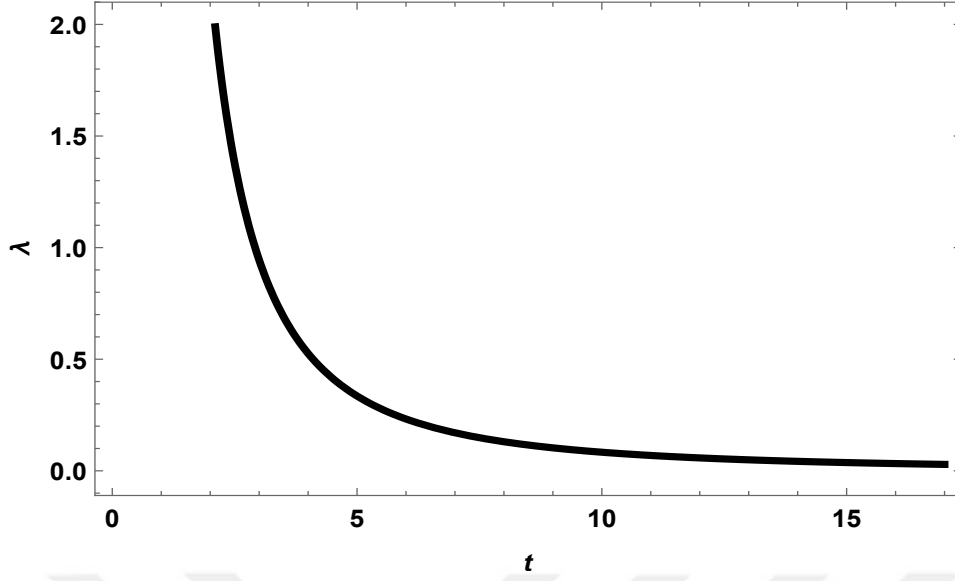
$$\rho = \frac{9t^2n(1-n)\beta^2}{\Omega k} - \frac{3(t^2 - \alpha)(n+1)(n+2)\beta}{\Omega k} + \frac{1}{(t^2 + \alpha)^{\left(\frac{3\beta}{(n+2)\alpha}\right)} c_2^2 k} \quad (4.26)$$



Şekil 14. Model II için sicim enerji yoğunluğunun zamana bağlı değişimi

Sicim gerilimi,

$$\lambda = \frac{9t^2(1-n)\beta^2}{\Omega k} - \frac{3(t^2 - \alpha)(n-1)(n+2)\beta}{\Omega k} + \frac{1}{(t^2 + \alpha)^{\left(\frac{3\beta}{(n+2)\alpha}\right)} c_2^2 k} \quad (4.27)$$

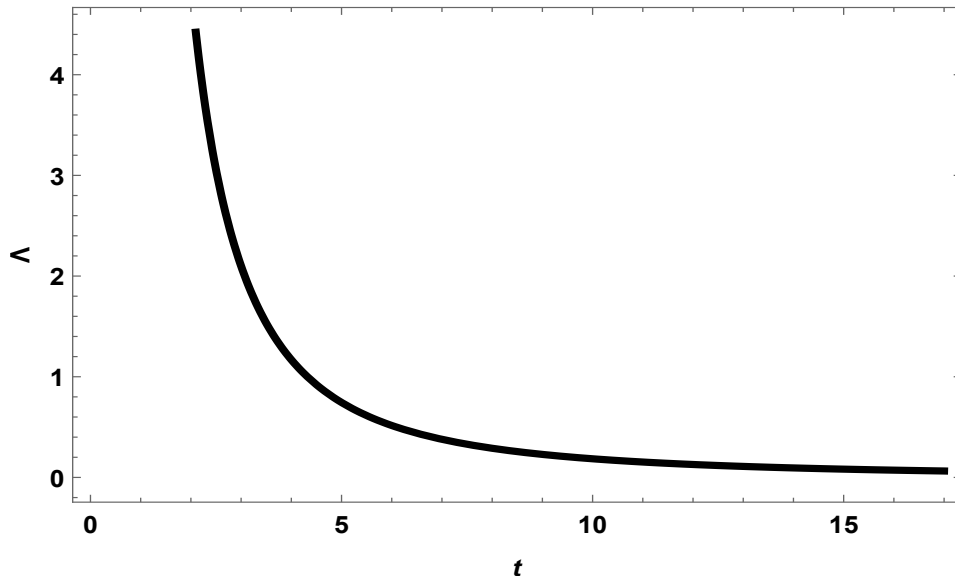


Şekil 15. Model II için sicim geriliminin zamana bağlı değişimi

olarak bulunur ve kozmik zamana bağlı değişimleri şekil 13, şekil 14 ve 15 belirtildiği gibi gerçekleşir.

Kozmolojik terim ise,

$$\Lambda = \frac{18t^2 [4\pi(n^2 + n + 1) + \mu(2n + 1)(n + 1)] \beta^2}{\Omega k} + \frac{6(t^2 - \alpha)(n + 2) [4\pi n + 2\mu n + 4\pi + \mu] \beta}{\Omega k} \quad (4.28)$$



Şekil 16. Model II için kozmolojik terimin zamana bağlı değişimi

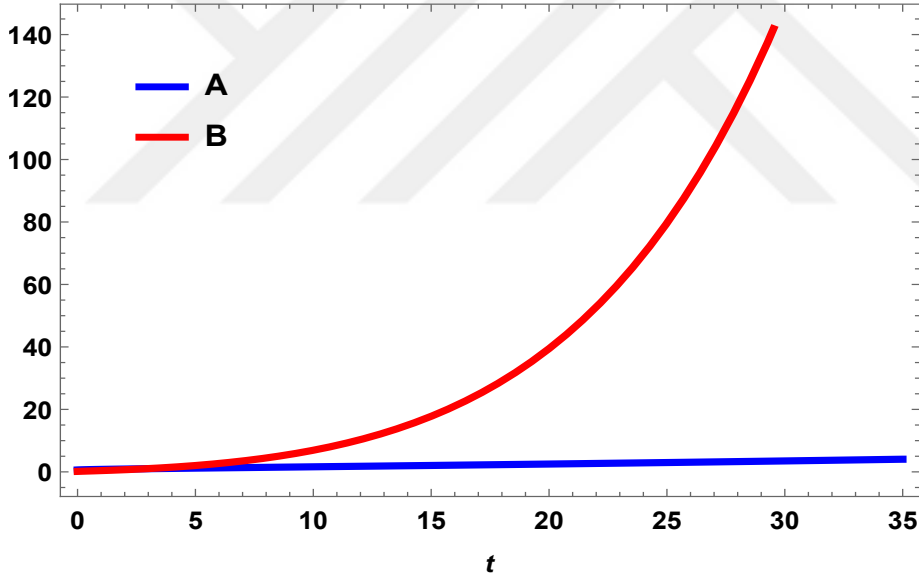
şeklinde elde edilir.

#### 4.2.3. $f(R, T)$ Alan Denklemlerinin Model III İçin Çözümleri

$q = -1 + \frac{1}{2\beta} \frac{1}{\sqrt{t+\alpha}}$  olarak belirlenen model III için, denklemler 4.12 ve 4.18'den  $B$  metrik potansiyelin çözümü;

$$B = c_3 e^{\frac{6\sqrt{t+\alpha}\beta}{n+2}} \quad (4.29)$$

şeklindedir.  $A$  ve  $B$  metrik potansiyellerinin kozmik zamana bağlı değişimi şekil 17 verilmiştir.



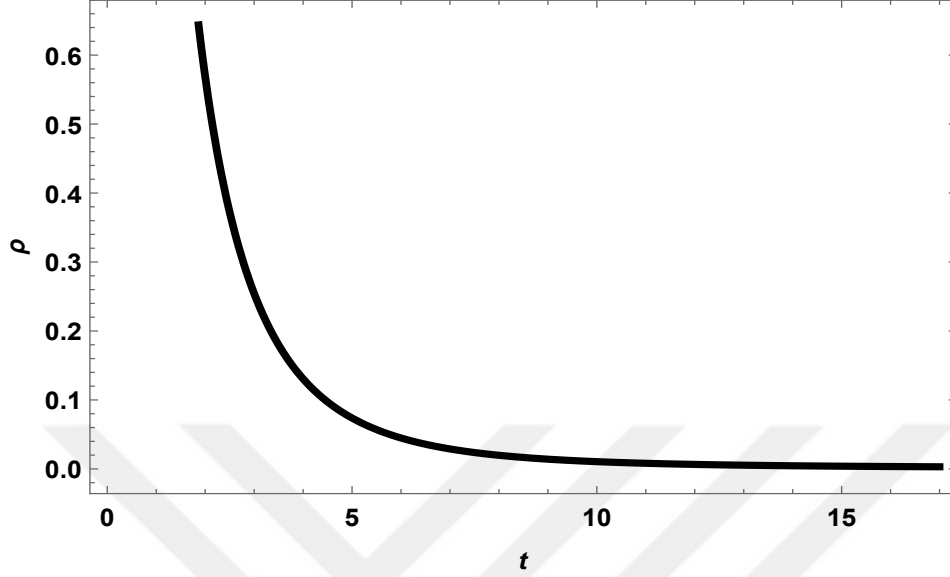
Şekil 17. Model III için  $A$  ve  $B$  metrik potansiyellerinin zamana bağlı değişimleri

O halde, elde edilen 4.29 denklemi ve 4.12 denkleminin faydalanarak, 4.8, 4.9 ve 4.10 denklemleri çözülürse:

Burada  $\Psi = \sqrt{(t+\alpha)}(n+2)$  ve  $k = 4(2\pi + \mu)$  olmak üzere;

Sicim enerji yoğunluğu,

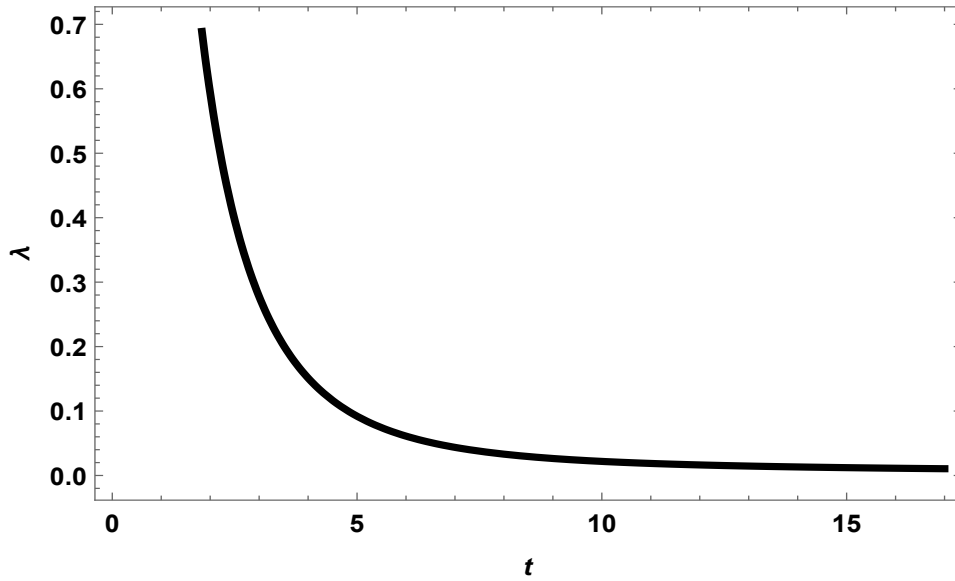
$$\rho = \frac{9n(1-n)\beta^2}{\Psi^2 k} + \frac{3(n+1)(n+2)^2\beta}{\Psi^3 k} + \frac{1}{e^{\frac{12\sqrt{t+\alpha}\beta}{n+2}} c_3^2 k} \quad (4.30)$$



Şekil 18. Model III için sicim enerji yoğunluğunun zamana bağlı değişimi

Sicim gerilimi,

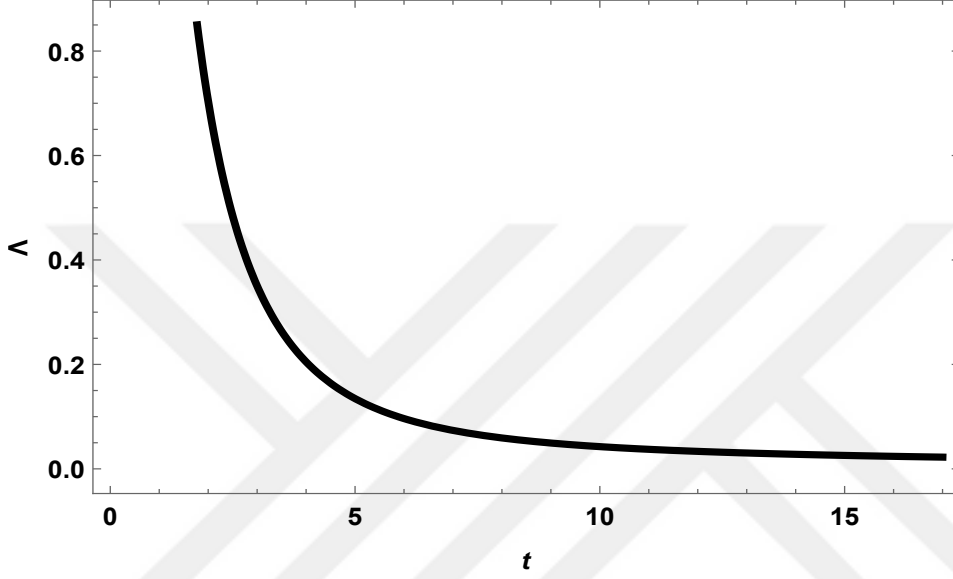
$$\lambda = \frac{9(1-n)(n+2)\beta^2}{\Psi^2 k} + \frac{3(n-1)(n+2)^2\beta}{2\Psi^3 k} + \frac{1}{e^{\frac{12\sqrt{t+\alpha}\beta}{n+2}} c_3^2 k} \quad (4.31)$$



Şekil 19. Model III için sicim geriliminin zamana bağlı değişimi

Kozmolojik terim,

$$\Lambda = \frac{18 [4\pi(n^2 + n + 1) + \mu(2n^2 + 3n + 1)] \beta^2}{\Psi^2 k} + \frac{3(n+2)^2 [4\pi(n+1) + \mu(2n+1)] \beta}{\Psi^3 k} \quad (4.32)$$



Şekil 20. Model III için kozmolojik terimin zamana bağlı değişimi

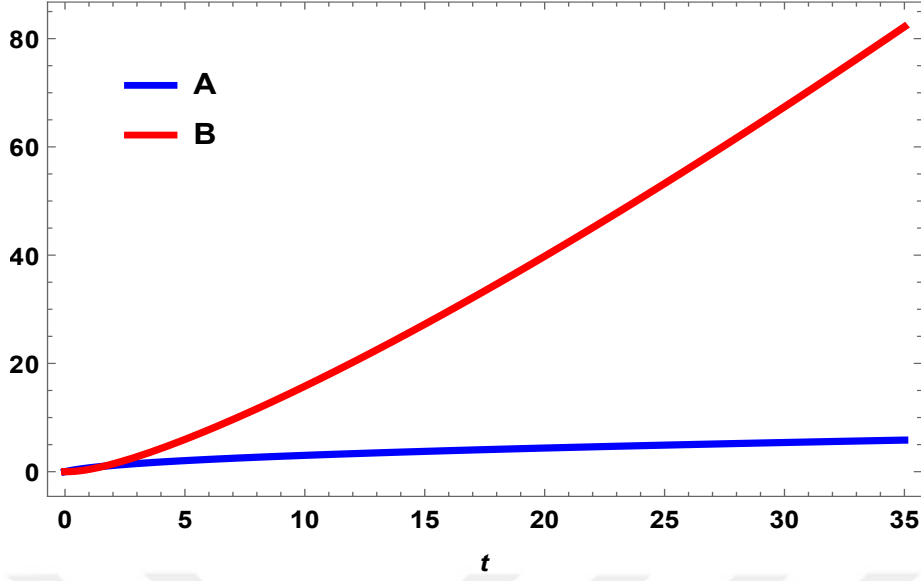
kinematiklerin kozmik zamanla değişimi şekil 18, şekil 19 ve şekil 20 gösterilmiştir.

#### 4.2.4. $f(R, T)$ Alan Denklemlerinin Model IV İçin Çözümleri

Frenleme parametresi  $q = -1 + \frac{\alpha}{\beta} + \frac{3}{\beta}t^2$  olarak belirlenen model IV için, denklemler 4.12 ve 4.20'den  $B$  metrik potansiyeli:

$$B = c_4 \left( \frac{t}{\sqrt{t^2 + \alpha}} \right)^{\frac{3\beta}{(n+2)\alpha}} \quad (4.33)$$

olmaktadır. Model IV'ün metrik potansiyelleri  $A$  ve  $B$  zamanla değişimleri şekil 21 görülmektedir.



Şekil 21. Model IV için  $A$  ve  $B$  metrik potansiyellerinin zamana bağlı değişimleri

Burada 4.8, 4.9 ve 4.10 denklemleri için 4.33 ve 4.12 denklemleri yerlerine yazılır.

$\Phi = [t(t^2 + \alpha)(n+2)]^2$  ve  $k = 4(2\pi + \mu)$  alınırsa;

Sicim enerji yoğunluğu,

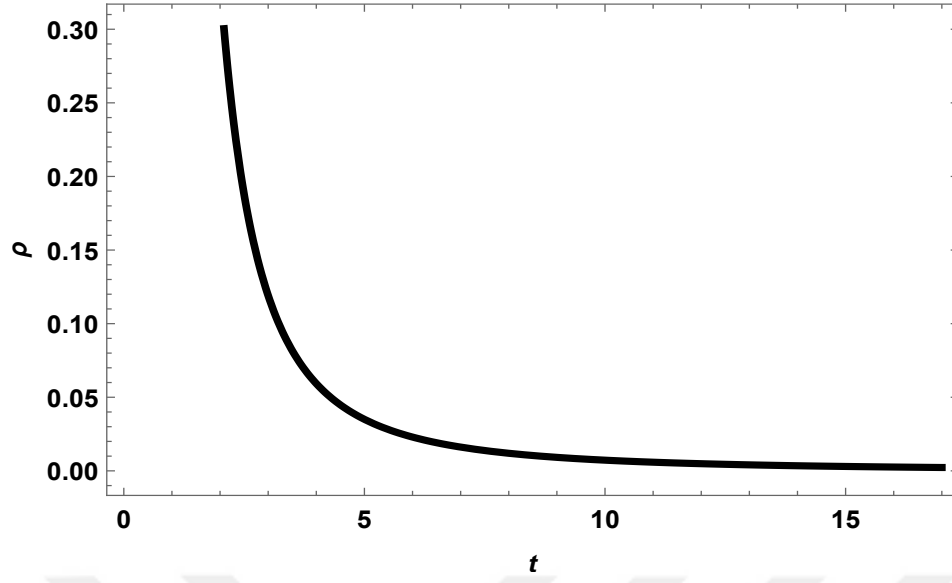
$$\rho = \frac{9n(1-n)\beta^2}{\Phi k} + \frac{3(3t^2 + \alpha)(n+1)(n+2)\beta}{\Phi k} + \frac{\left(\frac{\sqrt{t^2 + \alpha}}{t}\right)^{\frac{6\beta}{(n+2)\alpha}}}{c_4^2 k} \quad (4.34)$$

Sicim gerilimi,

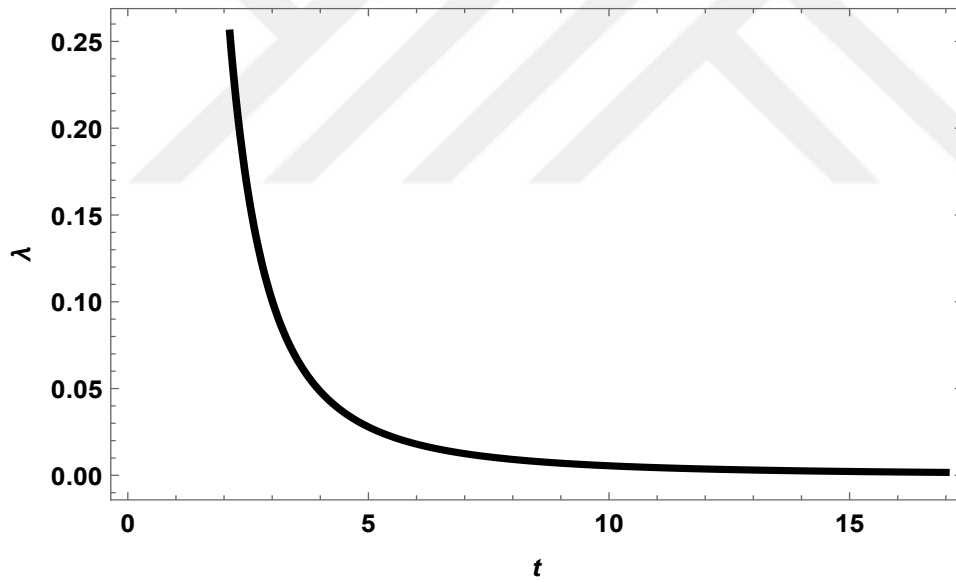
$$\lambda = \frac{9n(1-n)(n+2)\beta^2}{\Phi k} + \frac{3(3t^2 + \alpha)(n-1)(n+2)\beta}{\Phi k} + \frac{\left(\frac{\sqrt{t^2 + \alpha}}{t}\right)^{\frac{6\beta}{(n+2)\alpha}}}{c_4^2 k} \quad (4.35)$$

Kozmolojik terim,

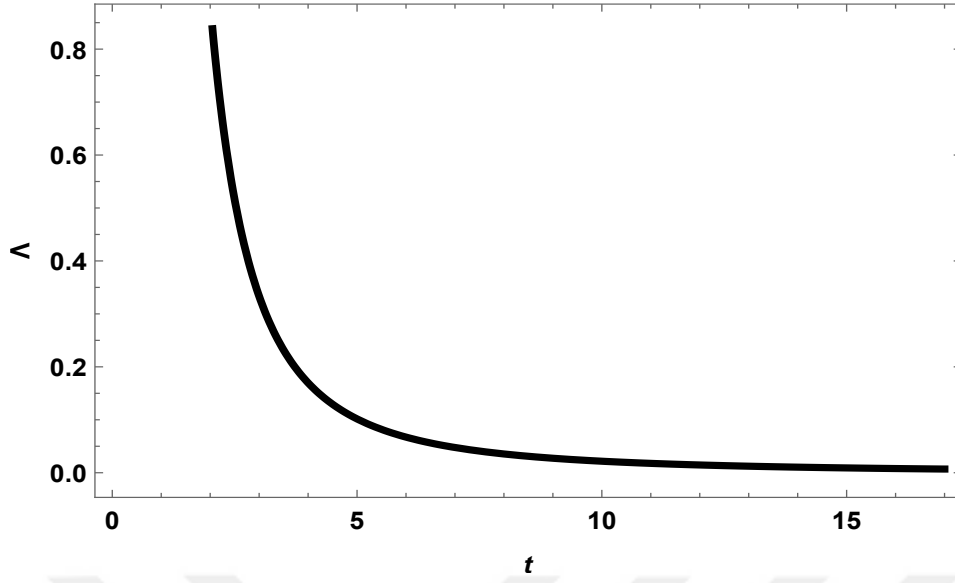
$$\Lambda = \frac{-18t^2 [4\pi(n^2 + n + 1) + \mu(2n + 1)(n + 1)] \beta^2}{\Phi k} - \frac{6(3t^2 + \alpha)(4\pi n + 2\mu n + 4\pi + \mu)(n + 2)\beta}{\Phi k} \quad (4.36)$$



Şekil 22. Model IV için sicim enerji yoğunluğunun zamana bağlı değişimi



Şekil 23. Model IV için sicim geriliminin zamana bağlı değişimi



Şekil 24. Model IV için kozmolojik terimin zamana bağlı değişimi

çözümleri ve grafikleri elde edilir.



## BEŞİNCİ BÖLÜM

### SONUÇ VE ÖNERİLER

Evrenin geniş ölçekli yapısı, astronomik gözlemler ve maddenin dinamik özellikleri fizik yasalarıyla desteklenen matematiksel modeller kullanılarak açıklanmaktadır. Bu çalışmada, dört farklı frenleme parametresi için sicim maddenin Kantowski-Sachs metriğindeki davranışı incelenmiş ve analiz edilmiştir. Her bir frenleme parametresi için evren modeli oluşturularak, bu modellerin sonuçları ve sonuçların ortaya çıkardığı davranışlar belirlenmiştir.

Hubble parametresi ve frenleme parametresinin modeller için  $\alpha$  ve  $\beta$ 'nin bazı değerlerindeki, faz geçiş sürelerine ilişkin Tablo 3'de verilmiştir.

Tablo 3

Modellere ait Hubble parametresinin ve frenleme parametresinin zamanla değişimi

| Model | $H$                           |                        | $q$                                  |                        | $t_{lr}$                               | Faz Geçiş Tipi                                                            |
|-------|-------------------------------|------------------------|--------------------------------------|------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
|       | $t = 0$                       | $t \rightarrow \infty$ | $t = 0$                              | $t \rightarrow \infty$ |                                        |                                                                           |
| I     | $\infty$                      | 0                      | $1 - \frac{\alpha}{\beta}$           | $\infty$               | $\frac{\beta - \alpha}{2}$<br>-        | yavaşlayan $\rightarrow$ hızlanan $\alpha, \beta > 0$                     |
|       |                               |                        |                                      |                        |                                        | sürekli hızlanan $\alpha, \beta < 0$                                      |
| II    | 0                             | 0                      | $-\infty$                            | $-1 + \frac{1}{\beta}$ | $\sqrt{\frac{\alpha}{1-\beta}}$<br>-   | hızlanan $\rightarrow$ yavaşlayan $\alpha \geq 0, \beta \leq 1$           |
|       |                               |                        |                                      |                        |                                        | sürekli hızlanan $\alpha \leq 0, \beta \geq 1$                            |
| III   | $\frac{\beta}{\sqrt{\alpha}}$ | 0                      | $-1 + \frac{1}{2\beta\sqrt{\alpha}}$ | $-1$                   | $\frac{1}{4\beta^2} - \alpha$<br>-     | yavaşlayan $\rightarrow$ hızlanan $\beta\sqrt{\alpha} < \frac{1}{2}$      |
|       |                               |                        |                                      |                        |                                        | sürekli hızlanan $\beta\sqrt{\alpha} > \frac{1}{2}$                       |
| IV    | $\infty$                      | 0                      | $-1 + \frac{\alpha}{\beta}$          | $\infty$               | $\sqrt{\frac{\beta - \alpha}{3}}$<br>- | hızlanan $\rightarrow$ yavaşlayan $\alpha, \beta > 0$ ve $\beta > \alpha$ |
|       |                               |                        |                                      |                        |                                        | sürekli yavaşlayan $\alpha, \beta < 0$ ve $\beta < \alpha$                |

I. modelin Hubble parametresi ve frenleme parametresi grafiksel değişiklikleri incelendiğinde zamanla azaldığı görülmektedir. I. modelin  $\alpha, \beta > 0$  için, faz geçiş noktası  $t_{lr} = \frac{\beta - \alpha}{2}$  olarak bulunmuştur. Yani evren  $t_{lr}$  den önce yavaşlayan,  $t_{lr}$  den sonra ise hızlanan genişlemeye sahiptir.  $\alpha, \beta < 0$  için ise sürekli hızlanmaktadır.

II. model grafiksel olarak incelendiğinde Hubble parametresi  $t = 0$  anında  $H = 0$  olduğu daha sonra belirli bir düzey artış gösterdikten sonra zamanla azaldığı belirlenmiştir. Frenleme parametresini  $t = 0$  da  $\alpha$  ve  $\beta$  değerlerinin alacağı değerlere göre,  $-\infty$  den

$-1 + \frac{1}{\beta}$  değerine ulaştığı görülmektedir. Bizim kullandığımız sabit değerlere göre bu durum şekil 4'te grafiği verilen frenleme parametresi için azalma şeklindedir. II. modelin faz geçiş noktası  $\sqrt{\frac{\alpha}{1-\beta}}$  bulunmuştur. Buna göre,  $\alpha \geq 0, \beta \leq 1$  değeri dikkate alındığında hızlanmadan yavaşlamaya faz değişimi gözlenirken, uygulamamızda kullanılan  $\alpha \leq 0, \beta \geq 1$  değerlerine göre sürekli hızlanan genişleme görülmektedir.

III. modelde  $t = 0$  anında Hubble parametresi ve frenleme parametresi  $\alpha$  ve  $\beta$  değerlerine bağlı olarak değişmektedir. Buna göre,  $t = 0$  da  $H = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}}$  ve  $q = -1 + \frac{1}{2\beta\sqrt{\alpha}}$  şeklindedir. Bu iki parametreye ait grafikler incelendiğinde Hubble parametresi zamanla azaldığı ve frenleme parametresinin ise negatif değerler alarak azaldığı görülmüştür. III. modelde  $\beta\sqrt{\alpha} < \frac{1}{2}$  için  $t_{tr} = \frac{1}{4\beta^2} - \alpha$  anında faz geçişleri gerçekleşmektedir. Bu zamana kadar evren yavaşlayan genişleme, sonrasında ise hızlanan genişlemeye sahiptir.  $\beta\sqrt{\alpha} > \frac{1}{2}$  olarak kullanıldığında ise, evren genişlemesi sürekli hızlanmaktadır.

IV. modelde Hubble parametresi I. modele benzer şekilde zamanla azaldığı görülmektedir. Frenleme parametresi ise I. modelin tersine  $t = 0$  anından zıt yönlü bir görüntü vermektedir. IV. modelde  $\alpha, \beta > 0$  ve  $\beta > \alpha$  için,  $t_{tr} = \sqrt{\frac{\beta-\alpha}{3}}$  faz geçiş noktası olup ivmelenerek genişleyen evren yavaşlama göstermektedir.  $\alpha, \beta < 0$  ve  $\beta < \alpha$  olduğunda ise, evren sürekli yavaşlayarak genişlemektedir.

Modellerin metrik potansiyellerinin ve kinematiklerinin grafikleri incelenerek tablo 4 oluşturulmuştur. Modellerdeki  $A$  ve  $B$  metrik potansiyelleri evrenin ilk zamanlarından sonra bir noktada eşitlenmişlerdir. Bu durum sırasıyla IV. model, III. model, II. model ve I. model olarak gerçekleşmiştir. I. modelde eşitlenmeden önce  $A$  değerleri  $B$  den yüksek değerlere sahipken, sonrasında  $B$  değeri hızla yükselmiştir. II. model ve III. modelde  $A$  potansiyeli  $B$  ye göre çok düşük değerlerdedir. Ayrıca II. ve III. modellerde  $B$  değeri belirli bir zamandan sonra çok yüksek değerlere ulaşmıştır. IV. modelde ise  $A$  ve  $B$  potansiyelleri eşitlendikten kısa süre sonra  $B$  potansiyeli ile  $A$  potansiyel arasında fark hızla artmıştır. Modellerin sicim enerji yoğunlukları, sicim gerilimleri ve kozmolojik terimler incelendiğinde zamanla azalma gösterdiği görülmüştür.

Tablo 4

Metrik Potansiyellerinin ve kinematiklerin zamanla değişimi

| Model      |                        | $A$      | $B$      | $\rho$   | $\lambda$ | $\Lambda$ |
|------------|------------------------|----------|----------|----------|-----------|-----------|
| <b>I</b>   | $t = 0$                | 0        | 0        | $\infty$ | $\infty$  | $\infty$  |
|            | $t \rightarrow \infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 0        | 0         | 0         |
| <b>II</b>  | $t = 0$                | 0        | 0        | $\infty$ | $\infty$  | $\infty$  |
|            | $t \rightarrow \infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 0        | 0         | 0         |
| <b>III</b> | $t = 0$                | 0        | 0        | $\infty$ | $\infty$  | $\infty$  |
|            | $t \rightarrow \infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 0        | 0         | 0         |
| <b>IV</b>  | $t = 0$                | 0        | 0        | $\infty$ | $\infty$  | $\infty$  |
|            | $t \rightarrow \infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 0        | 0         | 0         |

Genel olarak modellere bakıldığında; tablo 3 göre model II ve model III başlangıçta singulariteden arındırılmış olduğu ve sınırlı bir etki alanı olan model I ve model IV ün büyük patlama kökenli olduğu görülmektedir.

Model III yakın zamanda sönmesi, bu modelin sınırlı bir tekilliği sahip olduğunu göstermektedir. Ancak tekilik  $\beta$  değeri büyüdükçe gecikmektedir. Benzer şekilde tekiliğe yakın Hubble parametresi ve frenleme parametresi incelendiğinde model II’de evrenin sonsuz bir ivme ile başladığı sonucuna varılmaktadır. Bu durumda model III sonlu bir hız ve ivme ile başlarken, model I ve model IV sonsuz hız ve sonlu bir ivme ile başlamaktadır. Modellerin ilk hızları ve ilk ivmelenme oranı model sabitleri  $\alpha$  ve  $\beta$  seçimine bağlıdır. Model I ve model IV evrenin  $t \rightarrow \infty$ ’da hızı ve frenleme parametresi 0 görülmektedir. Modellerin frenleme parametreleri zamana bağlı olarak değişmektedir.  $\alpha, \beta > 0$  için model I,II ve IV modellerinde faz geçişleri hızlanmadan-yavaşlamaya şeklinde görülmektedir. Sadece model III de yavaşlamadan-hızlanma şeklindedir.

Bazı yeni kozmolojilere yol açan modellerde  $\alpha < 0$  ve  $\beta < 0$  modellerinin olacağı olasılığı tartışılmaktadır. Bu çalışmada I. ve IV. modeller için  $\alpha$  ve  $\beta$  alınarak değerlendirilmede bulunulmuştur. Bu modellerde Hubble parametresi hem sınırlı zamanda değişime hemde gelecekte evrenin kendisini oluşturan parçacıkların ve uzay-zamanın parçalandığı ölçüde niayi bir genişlemede (Big Rip) tekilliği göstermektedir.

## KAYNAKLAR

- Abdel-Rahman, A. (1992). Singularity - free decaying vacuum cosmologies. *Phys. Rev. D*, 45, 3497–3511. doi: 10.1103/PhysRevD.45.3497
- Abdussattar, ve Prajapati, S. (2011). Role of deceleration parameter and interacting dark energy in singularity avoidance. *Astrophys. Space Sci.*, 331, 657–663. doi: 10.1007/s10509-010-0461-4
- Adhav, K. (2011). LRS Bianchi type-I cosmological model with linearly varying deceleration parameter. *Eur. Phys. J. Plus*, 126, 122. doi: 10.1140/epjp/i2011-11122-9
- Adhav, K., Gadodia, P., ve Bansod, A. (2010). Axially symmetric cosmic strings and domain walls in creation-field cosmology. *Nuovo Cim. B*, 125, 1343–1362. doi: 10.1393/ncb/i2010-10934-y
- Akarsu, O., ve Dereli, T. (2012). Cosmological models with linearly varying deceleration parameter. *Int. J. Theor. Phys.*, 51, 612–621. doi: 10.1007/s10773-011-0941-5
- Akarsu, O., Kumar, S., Myrzakulov, R., Sami, M., ve Xu, L. (2014). Cosmology with hybrid expansion law: scalar field reconstruction of cosmic history and observational constraints. *JCAP*, 01, 022. doi: 10.1088/1475-7516/2014/01/022
- Aktaş, C. (2019). Various dark energy models for variables  $G$  and  $\Lambda$  in  $f(R, T)$  modified theory. *Mod. Phys. Lett. A*, 34(13), 1950098. doi: 10.1142/S0217732319500986
- Amir, M., ve Sattar, S. (2016). Spherical Symmetric Perfect Fluid Collapse in  $f(R, T)$  Gravity. *Int. J. Theor. Phys.*, 55(4), 1988–2000. doi: 10.1007/s10773-015-2839-0
- Aygün, S. (2017). Marder type universe with bulk viscous string cosmological model in  $f(R, T)$  gravity. *Turk. J. Phys.*, 41(5), 436–446. doi: 10.3906/fiz-1704-14
- Banerjee, N., ve Das, S. (2005). Acceleration of the Universe with a simple trigonometric potential. *Gen. Rel. Grav.*, 37, 1695–1703. doi: 10.1007/s10714-005-0152-6
- Berman, M. S. (1983). A special law of variation for hubble's parameter. *Il Nuovo Cimento B (1971-1996)*, 74(2), 182–186.
- Berman, M. S. (1991). Cosmological models with a variable cosmological term. *Phys. Rev. D*, 43, 1075–1078. doi: 10.1103/PhysRevD.43.1075
- Bhardwaj, V. K., ve Dixit, A. (2020). LRS Bianchi type-I bouncing cosmological models in  $f(R, T)$  gravity. *Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys.*, 17(13), 2050203. doi: 10.1142/

S0219887820502035

- Einstein, A. (1916). The Foundation of the General Theory of Relativity. *Annalen Phys.*, 49(7), 769–822. doi: 10.1002/andp.200590044
- Einstein, A. (1922). Kosmologische betrachtungen zur allgemeinen relativitäts-theorie. *Das relativitätsprinzip* (s. 130–139) içinde. Springer.
- Everett, A. E. (1981). Cosmic Strings in Unified Gauge Theories. *Phys. Rev. D*, 24, 858. doi: 10.1103/PhysRevD.24.858
- Friedmann, H. (1920). postdiphtherische herzlähmung. *Dtsch. med. Wochenschr*(41).
- Ghate, H., ve Sontakke, A. S. (2018). Kantowski-Sachs Ghost Dark Energy Cosmological Model with Specific Hubble Parameter in  $f(R, T)$  Gravity. *Iran. J. Sci. Technol. A*, 42(2), 847–855. doi: 10.1007/s40995-017-0229-6
- Harko, T. (2008). Modified gravity with arbitrary coupling between matter and geometry. *Phys. Lett. B*, 669, 376–379. doi: 10.1016/j.physletb.2008.10.007
- Harko, T. (2010). The matter Lagrangian and the energy-momentum tensor in modified gravity with non-minimal coupling between matter and geometry. *Phys. Rev. D*, 81, 044021. doi: 10.1103/PhysRevD.81.044021
- Harko, T., ve Lobo, F. S. (2010).  $f(R, L_m)$  gravity. *Eur. Phys. J. C*, 70, 373–379. doi: 10.1140/epjc/s10052-010-1467-3
- Harko, T., Lobo, F. S. N., Nojiri, S., ve Odintsov, S. D. (2011).  $f(R, T)$  gravity. *Physical Review D*, 84(2), 024020.
- Hawking, S. (1996). *The illustrated a brief history of time*. Bantam.
- Hawking, S., ve Penrose, R. (1996). *The Nature of space and time*.
- Hubble, E. (1929). A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the national academy of sciences*, 15(3), 168–173.
- Kantowski, R., ve Sachs, R. (1966). Some spatially homogeneous anisotropic relativistic cosmological models. *J. Math. Phys.*, 7, 443. doi: 10.1063/1.1704952
- Katore, S., ve Hatkar, S. (2016). Bianchi type III and Kantowski–Sachs domain wall cosmological models in the  $f(R, T)$  theory of gravitation. *PTEP*, 2016(3), 033E01. doi: 10.1093/ptep/ptw009
- Koivisto, T. (2006). A note on covariant conservation of energy–momentum in modified gravities. *Classical and Quantum Gravity*, 23(12), 4289.
- Kousar, F. (2019). *Some Cosmological Implications of Extended Scalar Tensor Theories*

- (Unpublished doctoral dissertation). COMSATS University, Islamabad., Pakistan.
- Landau, L., ve Lifschits, E. (1975). *The Classical Theory of Fields* (Cilt. Volume 2). Oxford: Pergamon Press.
- Lemaître, G. (1927). Un univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques. *Annales de la société scientifique de bruxelles* (Cilt. 47, s. 49–59) içinde.
- Lohiya, D., ve Sethi, M. (1999). A Program for a problem free cosmology within a framework of a rich class of scalar tensor theories. *Class. Quant. Grav.*, 16, 1545–1563. doi: 10.1088/0264-9381/16/5/306
- Mishra, B., ve Tripathy, S. (2015). Anisotropic dark energy model with a hybrid scale factor. *Mod. Phys. Lett. A*, 30(36), 1550175. doi: 10.1142/S0217732315501758
- Narlikar, J. V. (2002). *An introduction to cosmology*. Cambridge University Press.
- Nojiri, S., ve Odintsov, S. D. (2003). Quantum de Sitter cosmology and phantom matter. *Phys. Lett. B*, 562, 147–152. doi: 10.1016/S0370-2693(03)00594-X
- Pacif, S., Myrzakulov, R., ve Myrzakul, S. (2017). Reconstruction of cosmic history from a simple parametrization of H. *Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys.*, 14(07), 1750111. doi: 10.1142/S0219887817501110
- Poisson, E. (2004). *A relativist's toolkit: the mathematics of black-hole mechanics*. Cambridge university press.
- Poplawski, N. J. (2006, 8). A Lagrangian description of interacting dark energy.
- Ryden, B. (1970). *Introduction to cosmology*. Cambridge University Press. doi: 10.1017/9781316651087
- Sahoo, P., Mishra, B., Sahoo, P., ve Pacif, S. (2016). Bianchi type string cosmological models in  $f(R, T)$  gravity. *Eur. Phys. J. Plus*, 131(9), 333. doi: 10.1140/epjp/i2016-16333-x
- Samanta, G. (2013). Kantowski-Sachs Universe Filled with Perfect Fluid in  $f(R, T)$  Theory of Gravity. *Int. J. Theor. Phys.*, 52, 2647–2656. doi: 10.1007/s10773-013-1556-9
- Scholz, E. (2013). Hermann weyl's contribution to geometry. *The Intersection of History and Mathematics*, 15, 203.
- Silk, J. (1997). *A short history of the universe*.
- Singh, J. (2008). A cosmological model with both deceleration and acceleration. *Astrophys. Space Sci.*, 318, 103–107. doi: 10.1007/s10509-008-9890-8
- Singh, P. S., ve Priyokumar Singh, K. (2021).  $f(R, T)$  Gravity model behaving as a dark

- energy source. *New Astron.*, 84, 101542. doi: 10.1016/j.newast.2020.101542
- Tiwari, R. K., ve Sofuoğlu, D. (2020). Quadratically varying deceleration parameter in  $f(R,T)$  gravity. *Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys.*, 17(10), 2030003. doi: 10.1142/S0219887820300032
- Weyl, H. (1918). Gravitation und elektrizität. *Sitzungsberichte der königlich preußischen akademie der wissenschaften (berlin)* (s. 465–478) içinde. Springer.
- Zeeshan, M. (2018). *Cosmological Evolution in the Background of Non-Minimally Coupled Gravity* (Unpublished master's thesis). COMSATS, Lahore.
- Zubair, M., ve Ali Hassan, S. M. (2016). Dynamics of Bianchi type I, III and Kantowski-Sachs solutions in  $f(R,T)$  gravity. *Astrophys. Space Sci.*, 361(4), 149. doi: 10.1007/s10509-016-2737-9