

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**STOKASTİK ORTALAMA ALAN YAKLAŞIMININ LIPKIN-MESHKOV-GLICK
MODELİYLE İNCELENMESİ**

Resül CÜREBAL

FİZİK ANABİLİM DALI

**ANKARA
2014**

Her hakkı saklıdır

TEZ ONAYI

Resül CÜREBAL tarafından hazırlanan “Stokastik ortalama alan yaklaşımının Lipkin-Meshkov-Glick modeliyle incelenmesi” adlı tez çalışması 15/07/2014 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Doç. Dr. Bülent YILMAZ

Ankara Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı

Jüri Üyeleri:

Başkan: Doç. Dr. İnanç ŞAHİN

Ankara Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı

Üye : Yrd. Doç. Dr. Deniz YILMAZ

Ankara Üniversitesi Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Üye : Doç. Dr. Bülent YILMAZ

Ankara Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. İbrahim DEMİR

Enstitü Müdürü

ETİK

Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez içindeki bütün bilgilerin doğru ve tam olduğunu, bilgilerin üretilmesi aşamasında bilimsel etiğe uygun davrandığımı, yararlandığım bütün kaynakları atıf yaparak belirttiğimi beyan ederim.

Temmuz 2014

Resül CÜREBAL

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

STOKASTİK ORTALAMA ALAN YAKLAŞIMININ LIPKIN-MESHKOV-GLICK MODELİYLE İNCELENMESİ

Resül CÜREBAL

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Bülent YILMAZ

Bu çalışmada çok parçacıklı sistemler için stokastik ortalama alan yaklaşımının, standart ortalama alan yaklaşımından daha iyi sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Stokastik ortalama alan yaklaşımı ortalama alan denklemleri üzerinde herhangi bir değişiklik yapılmadan başlangıç durumlarının stokastik olarak seçilmesi esasına dayanır. Bu sayede başlangıç kuantum dalgalanmalarının hesaba katılması sağlanarak ortalama alan yaklaşımının bu konudaki önemli bir eksiği giderilmiştir. Sonuçların karşılaştırılabilmesi için, tam çözülebilir bir model olan Lipkin-Meshkov-Glick modeli kullanılmıştır. Sistemin gözlenebilirlerinin zamanla değişimleri çeşitli parametrelere bağlı olarak incelenmiştir. Stokastik yaklaşımın uygulanmasında Husimi ve moment yöntemleri kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre koherent başlangıç durumları için moment yönteminin, koherent olmayan başlangıç durumları için ise Husimi yönteminin daha iyi çalıştığı görülmüştür.

Temmuz 2014, 50 sayfa

Anahtar Kelimeler: Çok parçacıklı sistemler, ikinci kuantizasyon, Lipkin-Meshkov-Glick Modeli, ortalama alan, stokastik ortalama alan

ABSTRACT

Master Thesis

ANALYSIS OF STOCHASTIC MEAN-FIELD APPROACH WITH LIPKIN-MESHKOV-GLICK MODEL

Resül CÜREBAL

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

Danışman: Assoc. Prof. Dr. Bülent YILMAZ

In this study, it is shown that for many-particle systems stochastic mean-field approach gives better results than the standard mean-field approach. Stochastic mean-field approach is based on stochastic sampling of the initial values without making any changes on the mean-field equations. As a result, by taking the initial quantum fluctuations into account, an important deficiency of mean-field approximation is overcome. In order to be able to compare the results, exactly solvable Lipkin-Meshkov-Glick model is used. The dependence of system observables on various parameters is investigated. Husimi and moment methods are used as application of the stochastic approach. It is seen that, according to the obtained results, the moment method works better for coherent initial states and the Husimi method works better for non-coherent initial states.

July 2014, 50 pages

Key Words: Many body systems, second quantization, Lipkin-Meshkov-Glick model, mean-field, stochastic mean-field

TEŞEKKÜR

Çalışmalarımın her aşamasını önemli katkılarıyla yönlendiren, hiçbir konuda yardımını esirgemeyen, bilgi ve deneyimlerinin yanı sıra örnek kişiliğinden de çokça yararlandığım değerli tez danışmanım Doç. Dr. Bülent YILMAZ (Ankara Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı) hocama bana karşı gösterdiği ilgi ve sabırdan dolayı en içten teşekkür ve saygılarımı sunarım. Ayrıca maddi ve manevi desteği ile her zaman yanımda olan sevgili aileme değerli arkadaşım Bedriye KİRİŞÇİOĞLU'na en derin duygularıyla teşekkür ederim.

Resül CÜREBAL

Ankara, Temmuz 2014

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI

ETİK	i
ÖZET	ii
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR	ix
1. GİRİŞ	1
2. TEMEL KAVRAMLAR	3
2.1 Özdeş Parçacıkların Ayırt Edilemezliği	3
2.2 Özdeş Çok Parçacıklı Sistemler	3
2.3 İkinci Kuantizasyon	6
2.4 İkinci Kuantizasyonda İşlemciler	11
2.4.1 Tek parçacık işlemcileri	11
2.4.2 İki parçacık işlemcileri	13
3. LIPKIN-MESHKOV-GLICK MODELİ	14
3.1 Tam Çözüm	17
3.2 Koherent Durumlar	19
4. ORTALAMA ALAN KURAMI	21
4.1 Ortalama Alan Yaklaşımının Eksiklikleri	26
5. STOKASTİK ORTALAMA ALAN YAKLAŞIMI	27

5.1	Moment Yöntemi	28
5.1.1	Normal dağılım	29
5.1.2	Tekdüze dağılım	31
5.2	Husimi Yöntemi	34
6.	HESAPLAMALAR	37
6.1	Yöntem ve Dağılımların İncelenmesi	37
6.2	Parçacık Sayısının İncelenmesi	42
6.3	Etkileşim Gücünün İncelenmesi	43
7.	SONUÇLAR	47
	KAYNAKLAR	46
	EK 1 Sanki-Spin İşlemcilerinin χ Katsayısına Bağlılıkları	46
	ÖZGEÇMİŞ	50

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1: Özdeş parçacıkların etkileşimi	3
Şekil 3.1: İkili seviyelerde taban durumunda bulunan parçacıklar	14
Şekil 3.2: İki parçacıklı bir sistemin farklı $ J\ m\rangle$ durumlarının gösterimi	17
Şekil 3.3: Bloch küresi	20
Şekil 4.1: Ortalama alan yaklaşımı	22
Şekil 4.2: Ortalama alan denklemleriyle öteleme	22
Şekil 4.3: Taban durumundaki dağılım	26
Şekil 5.1: Stokastik ortalama alan denklemleriyle öteleme	27
Şekil 5.2: Normal Dağılım	29
Şekil 5.3: Tekdüze Dağılım	31
Şekil 5.4: Husimi Dağılım	35
Şekil 6.1: $ 20\ 15\rangle$ başlangıç durumu için elde edilen sonuçlar	38
Şekil 6.2: $ 20\ 3\rangle$ başlangıç durumu için elde edilen sonuçlar	38
Şekil 6.3: Dağılım türüne göre $ 20\ 3\rangle$ için hata grafiği	39
Şekil 6.4: $ \frac{\pi}{3}\ \frac{\pi}{4}\rangle$ için elde edilen sonuçlar	39
Şekil 6.5: $ \frac{\pi}{4}\ \frac{\pi}{3}\rangle$ için elde edilen sonuçlar	40
Şekil 6.6: $ \frac{\pi}{4}\ \frac{\pi}{3}\rangle$ için hata grafiği	40
Şekil 6.7: Ortalama alan çözümünde $\langle J_x \rangle$ için hata	42
Şekil 6.8: Moment çözümünde $\langle J_x \rangle$ için hata	42
Şekil 6.9: Husimi çözümünde $\langle J_x \rangle$ için hata	43
Şekil 6.10: $\chi = 0.5$ için $\langle J_x \rangle$ değeri	44

Şekil 6.11: $\chi = 1.2$ için $\langle J_x \rangle$ değeri	44
Şekil 6.12: $\chi = 5$ için $\langle J_x \rangle$ değeri	45

SİMGELER DİZİNİ

E	Toplam enerji
ε_i	Tek parçacık enerjisi
Ψ	Zaman ve konuma bağlı dalga fonksiyonu
ψ	Zamandan bağımsız dalga fonksiyonu
ϕ_i	Tek parçacık dalga fonksiyonu
$\hat{a}^\dagger$	Parçacık yaratma işlemcisi
$\hat{a}$	Parçacık yok etme işlemcisi
H	Hamiltonyen
N	Parçacık sayısı
J_i	Sanki-spin işlemcileri ($i = x, y, z$)
χ	Etkileşim gücü
ρ_0	Yoğunluk matrisi
ρ_T	Tekdüze dağılım fonksiyonu
ρ_N	Normal dağılım fonksiyonu
ρ_H	Husimi dağılım fonksiyonu

KISALTMALAR

HF	Hartree Fock
fm	Femtometre
tam	Tam çözüm
oa	Ortalama alan
nor	Normal dağılım
tek	Tekdüze dağılım
hus	Husimi yöntemi
mom	Moment yöntemi

1. GİRİŞ

Fiziğin tüm alanlarında çok parçacık problemi önemli bir yere sahiptir. Schrödinger denkleminin ortaya konulmasının ardından bir çok fizikçinin, kuantum mekaniğinin tüm uygulamalarını bu denklem yardımıyla çözmeye çalışmasına rağmen başarılı olunamamıştır. Schrödinger denklemi çok parçacıklı sistemler için tam olarak çözülememektedir (Sinanoğlu 1971). Örneğin çok elektronlu bir atomda tüm elektronlar birbirleriyle etkileşmektedir. Etkileşmenin yönü ve şiddeti elektronların arasındaki mesafeye göre belirlenmekle birlikte, bu mesafe de sürekli olarak değişmektedir. Etkileşim potansiyeli elektronların dalga fonksiyonuna bağlı olduğundan ortaya çıkan tek parçacık Schrödinger denklemi lineer değildir ve çözülmesi zordur.

Bu tür sistemlerin çözümü için çeşitli yaklaşımlar kullanılır. Ortalama alan yaklaşımı da bunlardan biridir. Bu yaklaşıma göre parçacıklar tek tek birbirleriyle etkileşmezler. Bunun yerine bir ortalama alan tanımlanarak tüm parçacıkların bu alanla etkileştiği varsayılır. Böylece yaklaşık bir çözüm elde edilir. Çok parçacıklı sistemlerin çözümü hakkında ilk yaklaşım 1929 yılında atom ve moleküllerin yapılarını inceleyen D. Hartree tarafından, Hartree denklemlerinin ortaya konulmasıyla yapılmıştır. Ancak bu yaklaşım, fermiyonların antisimetrik dalga fonksiyonları tarafından temsil edilmesine dair bir içerik barındırmadığından eksik kalmıştır. Bu eksiği tamamlayan V. Fock olmuş ve böylece çok parçacıklı sistemlerin yaklaşık olarak çözülmesine ilişkin ilk başarılı yaklaşım Hartree-Fock teorisi adını almıştır (Anonim 1999).

Atomda elektronların tümü çekirdeğin potansiyeli içerisinde ve aralarında yalnızca Coulomb etkileşmesi vardır. Ancak çekirdekte nükleonların arasında Coulomb kuvvetine ek olarak, güçlü nükleer kuvvet de bulunur. Nükleer kuvvet çekirdek içinde çekici ancak 0.5 fm'den kısa mesafelerde itici özelliğe sahiptir. Ayrıca nükleonlar, elektronlar gibi dış bir potansiyel içerisinde de değildir. Elektromanyetik kuvvetin sadece protonlar arasında ancak nükleer kuvvetin tüm nükleonlar arasında olması nötron ve protonların da ayrı değerlendirilmesine neden olur ve böylece sistem daha karmaşık bir hal alır. Bunun yanı sıra nükleonlar kolektif hareketlere sahiptir ve ortalama alan yaklaşımı bu hareketleri neredeyse klasik olarak ele alır. Bu nedenle çekirdeklerin hem yapısını hem de reaksiyonlarını açıklayan genel bir teori yoktur. Fakat deneysel sonuçlara

göre çekirdeğin incelenecek olan özelliklerine uygun modeller önerilerek çekirdekler üzerinde çalışmalar yapılır. Genel olarak basit, matematiksel olarak kolay ve fiziksel bilgiye ulaştıran bir model seçilir.

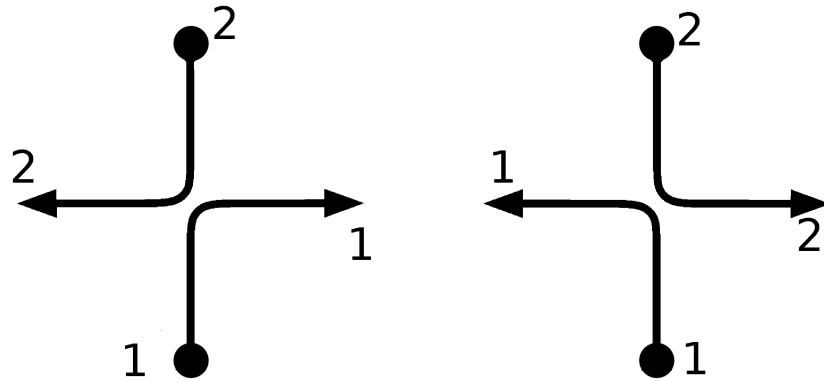
Ortalama alan yaklaşımının bir takım eksiklikleri olmakla birlikte bunların giderilmesi için önerilebilecek bazı yaklaşımlar vardır. Bunlardan biri de stokastik ortalama alan yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda çok parçacıklı bir sistemin gözlenebilirlerinin zamanla değişimi incelenirken başlangıç koşulları başlangıç kuantum dalgalanmalarını sağlayacak şekilde stokastik olarak seçilmiştir. Seçilen her bir başlangıç değeri standart ortalama alan denklemleriyle zamanda ötelenir ve bu şekilde bir çözüm kümesi oluşturulur. Bu küme üzerinden ortalama alınarak ortalama alan denklemlerinin verdiğiinden daha iyi çözüm elde edilir.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde temel kavramlar olan çok parçacıklı sistemler ve ikinci kuantizasyon konuları kısaca anlatılmıştır. Üçüncü bölümde Lipkin-Meshkov-Glick modeli hakkında bilgi verilerek çözümlemesi yapılmıştır. Dördüncü bölümde ortalama alan kuramına ilişkin kavramlara yer verilmiş, stokastik ortalama alan yaklaşımı ise beşinci bölümde anlatılmıştır. Altıncı bölümde iki yaklaşımın çeşitli parametrelere bağlı olarak karşılaştırılması yapılmıştır. Son bölüm olan yedinci bölümde ise incelemelerin sonuçları yorumlanmıştır.

2. TEMEL KAVRAMLAR

2.1 Özdeş Parçacıkların Ayırt Edilemezliği

Tüm yapısal özellikleri aynı olan ve hiçbir deneysel yöntemle ayırt edilemeyen parçacıklar özdeş parçacıklardır. Klasik mekanikte tüm parçacıklar ayırt edilebilirdir, bu yüzden özdeş olmanın klasik fizik açısından bir önemi yoktur. Parçacıklardan herhangi birine ayırt etmeyi sağlayacak bir işaret konulabilir veya parçacıklar izledikleri yol takip edilerek birbirinden ayırt edilebilir. Ancak kuantum mekaniğinde özdeş parçacıkların tüm özellikleri aynıdır ve ayırt edici bir işaret de konulamaz. Birbirinden uzaktaki iki özdeş parçacık konumlarından dolayı ayırt edilebilse bile çok yakın mesafelerde ayırt edilmeleri mümkün değildir. Etkileşecek kadar yakın özdeş iki parçacığın dalga fonksiyonlarının birbirini örtmesinden dolayı hangi son durumun oluştuğuyla ilgili yorum yapılamaz (Karaoğlu 2008). Bunun nedeni şüphesiz Heisenberg belirsizlik ilkesidir. Bu ilkeye göre bir parçacığın belirli bir andaki konumu tam olarak bilinse bile, sonraki bir zamanda aynı parçacığın konumu hakkında bir şey söylenemez (Zettili 1988). Somut bir örnek vermek gerekirse, şekil 2.1'deki gibi iki parçacığın etkileşimden sonra izleyebileceği iki yol birbirinden ayrılamaz. Çünkü parçacıklar ayırt edilemezdir.



Şekil 2.1 Özdeş parçacıkların etkileşimi

2.2 Özdeş Çok Parçacıklı Sistemler

N parçacıktan oluşan bir sistemin durumu, $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_N$ parçacıkların koordinatları ve t zaman olmak üzere;

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_N, t) \quad (2.1)$$

olarak yazılabilir. Bunun zamanla değişimi ise Schrödinger dalga denklemi ile verilir.

$$H\Psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi \quad (2.2)$$

Potansiyel zamana bağlı değilse E sistemin toplam enerjisi olmak üzere Ψ fonksiyonu

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_N, t) = \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_N) e^{-iEt/\hbar} \quad (2.3)$$

şeklinde yazılabilir. Tüm sisteme karşılık gelen Hamiltonyen;

$$H = \underbrace{\sum_{i=1}^N -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}_i^2}_{Kinetik} + \underbrace{V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_N)}_{Potansiyel} \quad (2.4)$$

şeklinde dir. Parçacıkların birbirleriyle etkileşmediği varsayılırsa buradaki potansiyel, tek parçacık potansiyelleri toplamı biçiminde yazılabilir.

$$V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_N) = \sum_{i=1}^N V_i(\vec{r}_i) \quad (2.5)$$

Sistemin toplam dalga fonksiyonu da tek parçacık fonksiyonlarının çarpımı biçimindedir.

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_N) = \phi_1(\vec{r}_1) \phi_2(\vec{r}_2) \phi_3(\vec{r}_3) \dots \phi_N(\vec{r}_N) \quad (2.6)$$

Böylece çok parçacık Schrödinger denklemi, birbirinden bağımsız tek parçacık Schrödinger denklemlerine indirgenir.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}_i^2 \phi_i(\vec{r}_i) + V_i(\vec{r}_i) \phi_i(\vec{r}_i) = \epsilon_i \phi_i(\vec{r}_i) \quad (2.7)$$

Elbette sistemin enerjisi tüm parçacıkların enerjilerinin toplamı kadar olacaktır.

$$E = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i \quad (2.8)$$

Sistemdeki parçacıklar etkileşmeyen, özdeş ve ayırt edilemez ise iki parçacığın yeri değiştirildiğinde fiziksel olarak hiçbir fark gözlenmemelidir. Yani iki parçacığın yeri değiştirildiğinde dalga fonksiyonunun mutlak karesinin değerinin değişmemesi gerekir.

$$|\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_N)|^2 = |\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_N)|^2 \quad (2.9)$$

Bu durumda dalga fonksiyonu için iki olasılık vardır, işareti değişebilir veya aynı kalabilir.

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_N) = \mp \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_N) \quad (2.10)$$

İki parçacığın yer değiştirmesi halinde dalga fonksiyonu bozonlar için aynı kalırken fermiyonlar için işaret değiştirir. Yani dalga fonksiyonu özdeş bozonlar için simetrik iken özdeş fermiyonlar için antisimetriktir.

Fermiyonlar için toplam dalga fonksiyonu Slater determinantı ile gösterilir. N sayıda fermiyondan oluşmuş bir sistemin Slater determinantı aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \psi(\vec{\zeta}_1, \vec{\zeta}_2, \vec{\zeta}_3, \dots, \vec{\zeta}_N) &= \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_{\pi} (-1)^{\pi} \prod_{i=1}^N \phi_i(\vec{\zeta}_{i_{\pi}}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} \phi_{n_1}(\vec{\zeta}_1) & \phi_{n_1}(\vec{\zeta}_2) & \dots & \phi_{n_1}(\vec{\zeta}_N) \\ \phi_{n_2}(\vec{\zeta}_1) & \phi_{n_2}(\vec{\zeta}_2) & \dots & \phi_{n_2}(\vec{\zeta}_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n_N}(\vec{\zeta}_1) & \phi_{n_N}(\vec{\zeta}_2) & \dots & \phi_{n_N}(\vec{\zeta}_N) \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Burada $\vec{\zeta}$ özdeş parçacıkların konum ve spin gibi niceliklerini temsil eden bir değişken, π ise parçacık konumlarının permütasyonudur. $(-1)^\pi$ ifadesi konumların tek permütasyonunda -1, çift permütasyonunda +1 değerini alır. Bozonlar için bu değer her zaman +1 dir ve sistemin dalga fonksiyonu aşağıdaki gibi verilir.

$$\psi(\vec{\zeta}_1, \vec{\zeta}_2, \vec{\zeta}_3, \dots, \vec{\zeta}_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_{\pi} \prod_{i=1}^N \phi_i(\vec{\zeta}_i) \quad (2.12)$$

2.3 İkinci Kuantizasyon

Sistemde bir çok ayırt edilemez parçacık bulunduğundan dalga fonksiyonları ile çözüm yapmak zordur. Bu nedenle bir kuantum durumunda hangi parçacığın bulunduğu yerine, kaç parçacığın bulunduğu ele alınır.

$$|\Psi\rangle = |n_1, n_2, n_3, \dots\rangle \quad (2.13)$$

Burada n_i , i. durumdaki parçacık sayısı ve $|\Psi\rangle$ bu parçacıkların oluşturduğu sistemin durum vektörüdür. Bu tam ve ortonormal vektörlerin oluşturduğu uzaya Fock uzayı denir. Sistemdeki parçacıklar fermiyon ise Pauli dışarlama ilkesi gereği aynı kuantum durumunda en fazla bir parçacık olabilirken, bozonlar için böyle bir sınırlama yoktur.

$n = 0, 1$ fermiyonlar için (Pauli dışarlama ilkesi)

$n = 0, 1, 2, \dots, \infty$ bozonlar için

Daha kolay anlaşılabilmesi için tek seviyeli bir sistemi göz önüne alarak n sayısını değiştirecek bir

$$\hat{a}|n\rangle = |n-1\rangle \quad (2.14)$$

yok etme işlemcisi tanımlanırsa, durumlar normalize ise

$$\langle n|\hat{a}^\dagger \hat{a}|n\rangle = \langle n-1|n-1\rangle = 1 \quad (2.15)$$

olur. Ancak $n = 0$ için bu işlemci fiziksel olarak anlamsız olan $|-1\rangle$ durumuna neden olacağından $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ işlemcilerinin özdeğeri 1 yerine n alınarak;

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad (2.16)$$

elde edilir. $|n\rangle$ durumları birbirine diktir. Yani $\langle m|n\rangle = \delta_{mn}$ dir. Denklem 2.16 ile

$$\hat{a}|0\rangle = 0 \quad (2.17)$$

durumu sağlanmış oldu. Bunun Hermitik eşleniği ise

$$\hat{a}^\dagger|n-1\rangle = \sqrt{n}|n\rangle \quad (2.18)$$

vereceğinden $\hat{a}^\dagger$ işlemcisinin $|n\rangle$ durumuna etkisinin

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (2.19)$$

olduğu görülecektir.

Bozonlar için $\hat{a}$ işlemcilerinin komütasyon bağıntıları incelenirse;

$$\begin{aligned} \langle n| [\hat{a}, \hat{a}^\dagger] |n\rangle &= \langle n| \hat{a} \hat{a}^\dagger |n\rangle - \langle n| \hat{a}^\dagger \hat{a} |n\rangle \\ &= (n+1) - n \\ &= 1 \end{aligned} \quad (2.20)$$

bulunur ve aşağıdaki sonuçlara ulaşılır.

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1 \quad (2.21)$$

$$[\hat{a}, \hat{a}] = 0 \quad (2.22)$$

$$[\hat{a}^\dagger, \hat{a}^\dagger] = 0 \quad (2.23)$$

Bir durum yerine çok durumlu genel hâle bakarsak, farklı durumların n sayılarının birbirini etkilemeyeceğini görürüz.

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{ij} \quad (2.24)$$

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j] = 0 = [\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j^\dagger] \quad (2.25)$$

Fermiyonlar için bir kuantum durumunda Pauli dışarlama ilkesi gereği en fazla bir parçacık bulunabileceği göz önüne alınırsa işgal sayısı yalnızca 0 veya 1 olabilecektir. Öyleyse bir $\hat{a}^\dagger$ işlemcisi $|1\rangle$ durumuna etkidiğinde bunu $|2\rangle$ durumuna yükseltmesi söz konusu olamayacaktır. Böyle bir işlemin sonucu sıfır verecektir. Aynı şekilde taban durumundaki bir parçacığa da $\hat{a}$ işlemcisinin etkimesi sonucu sıfır olacaktır.

$$\hat{a}^\dagger |1\rangle = 0 \quad (2.26)$$

$$\hat{a}^\dagger |0\rangle = |1\rangle \quad (2.27)$$

$$\hat{a} |0\rangle = 0 \quad (2.28)$$

$$\hat{a} |1\rangle = |0\rangle \quad (2.29)$$

Bir duruma iki kez etki eden bir işlemci için;

$$\hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger |0\rangle = \hat{a}^\dagger |1\rangle = 0 \quad (2.30)$$

$$\hat{a} \hat{a} |1\rangle = \hat{a} |0\rangle = 0 \quad (2.31)$$

eşitlikleri elde edilir. Buradan fermiyonlar için $n > 1$ olmak üzere;

$$(\hat{a}^\dagger)^n = (\hat{a})^n = 0 \quad (2.32)$$

sonucuna ulaşılır. Farklı tek parçacık durumlarında bulunan parçacıklar yer değiştirdiğinde dalga fonksiyonunun işaret değiştirdiği bilindiğine göre iki farklı durumun işgal sayısını değiştiren işlemciler de sıra değiştirdiğinde işaretleri değişmektedir. Buradan da aşağıdaki ters komütasyon bağıntıları elde edilir.

$$\{\hat{a}_i, \hat{a}_j\} = 0 = \{\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j^\dagger\} \quad (2.33)$$

$\{\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger\}$ ters komütasyonu $i = j$ için incelenecek olursa olası iki durumun olduğu görülür.

$$\begin{aligned}
\langle 0 | \{\hat{a}, \hat{a}^\dagger\} | 0 \rangle &= \langle 0 | \hat{a}\hat{a}^\dagger + \hat{a}^\dagger\hat{a} | 0 \rangle \\
&= \langle 0 | \hat{a}\hat{a}^\dagger | 0 \rangle + \langle 0 | \hat{a}^\dagger\hat{a} | 0 \rangle \\
&= 1 + 0 \\
&= 1
\end{aligned} \tag{2.34}$$

$$\begin{aligned}
\langle 1 | \{\hat{a}, \hat{a}^\dagger\} | 1 \rangle &= \langle 1 | \hat{a}\hat{a}^\dagger + \hat{a}^\dagger\hat{a} | 1 \rangle \\
&= \langle 1 | \hat{a}\hat{a}^\dagger | 1 \rangle + \langle 1 | \hat{a}^\dagger\hat{a} | 1 \rangle \\
&= 0 + 1 \\
&= 1
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Buradan da aşağıdaki sonuca ulaşılmaktadır.

$$\{\hat{a}, \hat{a}^\dagger\} = 1 \tag{2.36}$$

$$\{\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger\} = \delta_{ij} \tag{2.37}$$

$\hat{a}^\dagger\hat{a}$ ifadesi parçacık sayı işlemcisi $\hat{n}$ olarak tanımlanırsa, bu işlemcinin karesinin kendisine eşit olduğu görülür.

$$\begin{aligned}
\hat{n} &= \hat{a}^\dagger\hat{a} \\
\hat{n}^2 &= \hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{a}^\dagger\hat{a} \\
&= \hat{a}^\dagger \left(\{\hat{a}, \hat{a}^\dagger\} - \hat{a}^\dagger\hat{a} \right) \hat{a} \\
&= \hat{a}^\dagger\hat{a} - \hat{a}^\dagger\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{a} \\
&= \hat{a}^\dagger\hat{a} \\
&= \hat{n}
\end{aligned} \tag{2.39}$$

Sonuç olarak bir sistemin işgal sayısı gösterimi, başlangıçta $|0\rangle$ durumunda iken $\hat{a}^\dagger$ işlemcisinin bu vakum durumuna etkimesi ile parçacık olan bir durum yaratılması esasına dayalıdır. Çok

seviyeli bir sistem göz önüne alınarak aynı işlemler aşağıdaki biçimde yapılır.

$$|n_1, n_2, n_3, \dots, n_i, \dots\rangle = \left(\hat{a}_1^\dagger\right)^{n_1} \left(\hat{a}_2^\dagger\right)^{n_2} \left(\hat{a}_3^\dagger\right)^{n_3} \dots \left(\hat{a}_i^\dagger\right)^{n_i} \dots |0\rangle \quad (2.40)$$

Böyle bir sistemde n_i durumundaki parçacığa $\hat{a}_i$ işlemcisini vurmak istediğimizde, bu işlemcinin $\left(\hat{a}_i^\dagger\right)$ 'ya kadar olan tüm işlemcilerle sıra değiştirmelerine bakmak gerekir.

$$\hat{a}_i |n_1, n_2, n_3, \dots, n_i, \dots\rangle = \hat{a}_i \left(\hat{a}_1^\dagger\right)^{n_1} \left(\hat{a}_2^\dagger\right)^{n_2} \left(\hat{a}_3^\dagger\right)^{n_3} \dots \left(\hat{a}_i^\dagger\right)^{n_i} \dots |0\rangle \quad (2.41)$$

Elbette $n_i = 0$ ise sonuç sıfırdır. Ancak $n_i = 1$ için her sıra değişiminden bir işaret değişimi gelecek ve n_i durumundaki parçacık sayısı bir azalacaktır.

$$\hat{a}_i |n_1, n_2, n_3, \dots, n_i, \dots\rangle = \sigma_i n_i |n_1, n_2, n_3, \dots, n_i - 1, \dots\rangle \quad (2.42)$$

$\hat{a}_i^\dagger$ işlemcisi vurulduğunda ise doğal olarak n_i 'deki parçacık sayısı bir artacaktır.

$$\hat{a}_i^\dagger |n_1, n_2, n_3, \dots, n_i, \dots\rangle = \sigma_i (1 - n_i) |n_1, n_2, n_3, \dots, n_i + 1, \dots\rangle \quad (2.43)$$

Burada σ_i işaret etkenidir ve her sıra değişiminden gelen işaret değişikliğinin sonuca katılmasını sağlar.

$$\sigma_i = (-1)^{\sum_{j=1}^{i-1} n_j} \quad (2.44)$$

2.4 İkinci Kuantizasyonda İşlemciler

Buraya kadar yalnızca çok parçacıklı sistemlerin kuantum durumlarının işgal sayısı gösteriminde nasıl yazıldığı incelendi. Tam bir gösterim için işlemcilerin de ikinci kuantizasyonda yazılması gerekir (Maruhn 1989).

2.4.1 Tek parçacık işlemcileri

Tek parçacık işlemcileri sadece parçacığın koordinatlarına bağlı işlemcilerdir. Örneğin kinetik enerji ve yüzey potansiyeli tek parçacık işlemcileridir. İki Slater determinantı kullanılarak bir

işlemcinin matris elemanları hesaplanıp ikinci kuantizasyondaki hâline dönüştürülür.

Tek parçacık işlemcisinin genel biçimi $\hat{f}(\vec{r}_k)$ şeklindedir. Fakat sistem ayırt edilemez parçacıklardan oluştuğu için parçacıkların tüm permütasyonları göz önüne alınır. Bu durumda genel bir tanım olarak,

$$\hat{f} = \sum_{k=1}^N \hat{f}(\vec{r}_k) \quad (2.45)$$

gösterimi uygundur.

Matris elemanlarının bulunması için $\langle \Psi | \hat{f} | \Psi' \rangle$ hesaplanmalıdır.

$$\begin{aligned} \langle \Psi | \hat{f} | \Psi' \rangle &= \sum_{k=1}^N \frac{1}{N!} \int d^3\vec{r}_1 \dots \int d^3\vec{r}_N \\ &\times \sum_{\pi\pi'} (-1)^{\pi+\pi'} \left(\prod_{i \in O} \phi_i^*(\vec{r}_{i\pi}) \right) \hat{f}(\vec{r}_k) \left(\prod_{i' \in O'} \phi_{i'}^*(\vec{r}_{i'\pi'}) \right) \end{aligned} \quad (2.46)$$

Ψ ve Ψ' iki dalga fonksiyonu olmak üzere;

$$\Psi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_{\pi} (-1)^{\pi} \prod_{i \in O} \phi_i(\vec{r}_{i\pi}) \quad (2.47)$$

$$\Psi'(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_{\pi'} (-1)^{\pi'} \prod_{i' \in O'} \phi_{i'}'(\vec{r}_{i'\pi'}) \quad (2.48)$$

şeklindedir. Burada i ve i' indisleri, $k = 1, 2, 3, \dots$ olmak üzere tam ve ortonormal $\phi_k(\vec{r}_k)$ durumlar kümesinden seçilen N tek parçacık dalga fonksiyonlarını temsil etmektedir (Maruhn 1989).

$$\int d^3\vec{r}_k \Psi_{k\pi}^*(\vec{r}_k) \hat{f}(\vec{r}_k) \Psi_{k'\pi'}(\vec{r}_k) = f_{k\pi k'\pi'} \quad (2.49)$$

ve

$$\int d^3\vec{r}_k \Psi_{i\pi}^*(\vec{r}_i) \Psi_{i'\pi'}(\vec{r}_i) = \delta_{i\pi i'\pi'} \quad (2.50)$$

gösterimleri ile matris elemanları ifadesi aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\langle \Psi | \hat{f} | \Psi' \rangle = \sum_k \frac{1}{N!} \sum_{\pi \pi'} (-1)^{\pi + \pi'} f_{k_{\pi} k_{\pi'}} \prod_{\substack{i \in O, i' \in O' \\ i \neq k, i' \neq k}} \delta_{i_{\pi} i'_{\pi'}} \quad (2.51)$$

İkinci kuantizasyonda durumlar

$$|\Psi\rangle = \hat{a}_{i_1}^\dagger \dots \hat{a}_{i_N}^\dagger |0\rangle \quad \text{ve} \quad |\Psi'\rangle = \hat{a}_{i'_1}^\dagger \dots \hat{a}_{i'_N}^\dagger |0\rangle \quad (2.52)$$

olduğuna göre, matris elemanları da

$$\langle \Psi | \hat{f} | \Psi' \rangle = \sum_{jj'} f_{jj'} \langle 0 | \hat{a}_{i_N} \dots \hat{a}_{i_1} \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_{j'}^\dagger \hat{a}_{i'_1}^\dagger \dots \hat{a}_{i'_N}^\dagger | 0 \rangle \quad (2.53)$$

şeklinde olacaktır. Sonuç olarak tek parçacık işlemcisinin ikinci kuantizasyondaki gösterimi şu şekildedir.

$$\hat{f} = \sum_{k=1}^N \hat{f}(\vec{r}_k) \quad \rightarrow \quad \hat{f} = \sum_{jj'} f_{jj'} \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_{j'} \quad (2.54)$$

2.4.2 İki parçacık işlemcileri

İki parçacıklı bir sistem için dalga fonksiyonu her iki parçacığın da konumlarına ve iki parçacığın bu konumlardaki kombinasyonuna bağlı olacaktır. İkinci kuantizasyonda işlemciler dalga fonksiyonlarının permütasyonuna bağlı değildir ve iki parçacık işlemcisi ikinci kuantizasyonda

$$\underbrace{\hat{V} = \frac{1}{2} \sum_{k \neq k'} \hat{v}(\vec{r}_k, \vec{r}_{k'})}_{1. \text{ Kuantizasyon}} \quad \rightarrow \quad \underbrace{\hat{V} = \frac{1}{2} \sum_{ijkl} \hat{v}_{ijkl} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_l \hat{a}_k}_{2. \text{ Kuantizasyon}} \quad (2.55)$$

biçiminde gösterilir. Burada tek parçacık işlemcisindeki benzer şekilde $\hat{v}_{ijkl}$ ifadesi aşağıdaki gibidir.

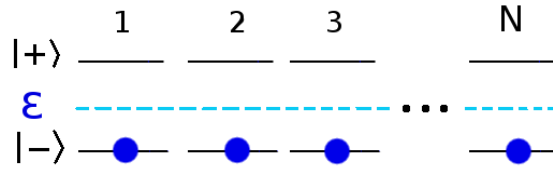
$$\hat{v}_{ijkl} = \int d^3 \vec{r}' \Psi_i^*(\vec{r}) \Psi_j^*(\vec{r}') \hat{v}(\vec{r}, \vec{r}') \Psi_k(\vec{r}) \Psi_l(\vec{r}') \quad (2.56)$$

3. LIPKIN-MESHKOV-GLICK MODELİ

Tam olarak çözülemeyen bir sistem için genel olarak yaklaşık çözümler önerilir ancak tam çözüm bilinmediği sürece bu yaklaşık çözümün ne kadar doğru olduğu konusunda karşılaştırma yapılacak bir referans da yok demektir. Bu nedenle önerilen yaklaşık çözümler öncelikle tam çözülebilir modeller üzerinde test edilmelidir. Bu çalışmada stokastik ortalama alan yaklaşımının denenmesi için Lipkin-Meshkov-Glick Modeli kullanılmıştır.

Lipkin vd. (1965) tarafından önerilen bu model genel olarak zamana bağlı Hartree-Fock (TDHF), sonlu sıcaklık dinamiği, çok parçacıklı fermiyon sistemlerinin kolektif dinamiği ve faz geçişleri gibi çok parçacıklı sistem teorilerinin test edilmesinde kullanılır. Yani çok parçacıklı sistemlerin dinamiklerini anlamak için kullanılan şematik ve tam çözülebilir bir modeldir.

Bu modelde N sayıda parçacık şekil 3.1'deki gibi ϵ enerjisi ile ayrılmış ikili enerji seviyelerinde bulunurlar. Her bir ikili sistemde bir parçacık bulunur. Bir parçacık yalnızca kendine ait iki seviyeden birinde bulunabilir.



Şekil 3.1 İkili seviyelerde taban durumunda bulunan parçacıklar

Üst enerji seviyesi $|+\rangle$, alt enerji seviyesi $|-\rangle$ ile gösterilir ve bu seviyelerin parçacık yaratma ve yok etme işlemcileri tanımlanırsa sistemin Hamiltoniyeni aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$H = \frac{\epsilon}{2} \sum_{p=1}^N \left(a_{+,p}^\dagger a_{+,p} - a_{-,p}^\dagger a_{-,p} \right) - \frac{V}{2} \left\{ \left[\sum_{p=1}^N \left(a_{+,p}^\dagger a_{-,p} \right) \right]^2 + \left[\sum_{p=1}^N \left(a_{-,p}^\dagger a_{+,p} \right) \right]^2 \right\} \quad (3.1)$$

Denklemden $\hat{a}$ yok etme işlemcisi, $\hat{a}^\dagger$ yaratma işlemcisi iken p , ikili sistemin numarasıdır ve $p = 1, 2, 3, \dots, N$ değerlerini alır. "+" ve "-" alt indisleri ise yaratma ve yok etme işlemcilerinin üst veya alt seviyede parçacık yarattığını veya yok ettiğini gösterir. Örneğin $\hat{a}_{+,2}^\dagger$ işlemcisi ikinci ikili sistemin üst seviyesinde bir parçacık yaratır. V sistemdeki parçacıklar arasındaki etkileşim katsayısıdır.

Denklem 3.1 dikkatle incelenirse ilk kısımda yaratma ve yok etme işlemcilerinin aynı enerji seviyesine etki ettiği, ikinci kısımda alt enerji seviyesinde parçacık yok ederek üst seviyede parçacık yarattığı ve son kısımda ise üst enerji seviyesinde parçacık yok edilirken alt seviyede yaratıldığı görülür. Bu işlemleri yapan parçacık işlemcileri sırasıyla

$$J_z = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^N \left(a_{+,p}^\dagger a_{+,p} - a_{-,p}^\dagger a_{-,p} \right) \quad (3.2)$$

$$J_+ = \sum_{p=1}^N \left(a_{+,p}^\dagger a_{-,p} \right) \quad (3.3)$$

$$J_- = \sum_{p=1}^N \left(a_{-,p}^\dagger a_{+,p} \right) \quad (3.4)$$

şeklinde gösterilirler. Bu işlemciler açısal momentum işlemcilerinin sağladığı tüm cebirsel özelliklere sahiptir. Sistem ikili seviyelerden oluştuğundan işlemciler spin işlemcileri gibi davranırlar, bu nedenle de sanki-spin işlemcileri olarak adlandırılırlar. İkili sistemle sanki-spin cebiri arasındaki ilişki Schwinger tarafından incelenmiştir ve Schwinger modeli (Sakurai 2005) olarak bilinir. Sanki-spin işlemcileriyle

$$H = \epsilon J_z - \frac{V}{2} (J_+^2 + J_-^2) \quad (3.5)$$

olarak yazılan Hamiltonyen;

$$J_x = \frac{J_+ + J_-}{2} \quad \text{ve} \quad J_y = \frac{J_+ - J_-}{2i} \quad (3.6)$$

tanımlamaları ile yeniden yazılırsa

$$H = \epsilon J_z - V (J_x^2 - J_y^2) \quad (3.7)$$

ifadesi elde edilir. Sanki-spin işlemcilerinin aralarındaki bağıntılar şu şekildedir.

$$[J_+, J_-] = 2J_z \quad (3.8)$$

$$[J_z, J_{\mp}] = \mp J_{\mp} \quad (3.9)$$

J_x^2 , J_y^2 ve J_z^2 'nin toplamı olan J^2 de aşağıdaki bağıntıları sağlar.

$$[J^2, J_{\mp}] = [J^2, J_z] = [J^2, H] = 0 \quad (3.10)$$

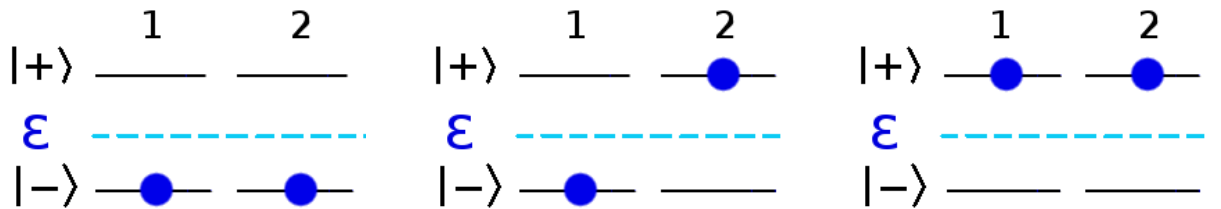
J^2 nin H ile sıradeğiştirebilir olması, yani J'nin değişmez olması ve yukarıdaki diğer özelliklerden yola çıkarak sistemin durumu $|J m\rangle$ durumları cinsinden ifade edilebilir. Burada J kuantum sayısı

$$\vec{J}^2 |J m\rangle = J(J+1) |J m\rangle \quad (3.11)$$

özdeğer fonksiyonunu, m kuantum sayısı ise

$$J_z |J m\rangle = m |J m\rangle \quad (3.12)$$

özdeğer fonksiyonunu sağlar. Bu gösterimde J parçacık sayısının yarısı kadar, m ise $-J$ ile $+J$ arasında değerler alır. m sayısı, tıpkı spin $\frac{1}{2}$ sistemlerde olduğu gibi alt seviyedeki her parçacık için $-\frac{1}{2}$, üst seviyedeki her parçacık için $\frac{1}{2}$ katkı gelmesi ile hesaplanabilir. Basit olması açısından 2 parçacıklı bir sistemin durumlarının gösterimi örnek olarak şekil 3.2'de verilmiştir.



Şekil 3.2 İki parçacıklı bir sistemin sırasıyla $|1 -1\rangle$, $|1 0\rangle$ ve $|1 1\rangle$ durumlarının gösterimi

Sanki-spin işlemcilerinin $|J\ m\rangle$ durumlarına etki etmesiyle aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$J_z |J\ m\rangle = m |J\ m\rangle \quad (3.13)$$

$$J_+ |J\ m\rangle = \sqrt{J(J+1) - m(m+1)} |J\ m+1\rangle \quad (3.14)$$

$$J_- |J\ m\rangle = \sqrt{J(J+1) - m(m-1)} |J\ m-1\rangle \quad (3.15)$$

Görüldüğü gibi J_+ sistemin yükseltgeme, J_- ise indirgeme işlemcileridir.

3.1 Tam Çözüm

Sistemin tam çözümü için öncelikle $\langle J\ m'|H|J\ m\rangle$ ifadesi hesaplanır.

$$\begin{aligned} \langle J\ m'|H|J\ m\rangle &= \langle J\ m'| \left[\epsilon J_z - \frac{V}{2} (J_+^2 + J_-^2) \right] |J\ m\rangle \\ &= \epsilon \langle J\ m'|J_z|J\ m\rangle - \frac{V}{2} \langle J\ m'|J_+^2|J\ m\rangle - \frac{V}{2} \langle J\ m'|J_-^2|J\ m\rangle \\ &= m\epsilon \delta_{mm'} \\ &\quad - \frac{V}{2} \sqrt{J(J+1) - m(m+1)} \\ &\quad \times \sqrt{J(J+1) - (m+1)(m+2)} \delta_{m',m+2} \\ &\quad - \frac{V}{2} \sqrt{J(J+1) - m(m-1)} \\ &\quad \times \sqrt{J(J+1) - (m-1)(m-2)} \delta_{m',m-2} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Burada $\delta_{m',m-2} = 1$ veya $\delta_{m',m+2} = 1$ koşulunu sağlayan terimler için

$$\sqrt{J(J+1) - m(m-1)} \sqrt{J(J+1) - (m-1)(m-2)} = A_{m',m-2} \quad (3.17)$$

$$\sqrt{J(J+1) - m(m+1)} \sqrt{J(J+1) - (m+1)(m+2)} = A_{m',m+2} \quad (3.18)$$

kısaltmaları yapılarak $(N+1) \times (N+1)$ boyutlu Hamiltonyen matrisi aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$\langle J m' | H | J m \rangle = \begin{vmatrix} -J\epsilon & 0 & -\frac{V}{2}A_{-J,-J+2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (-J+1)\epsilon & 0 & -\frac{V}{2}A_{-J+1,-J+3} & \ddots & \vdots \\ -\frac{V}{2}A_{-J+2,-J} & 0 & (-J+2)\epsilon & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & -\frac{V}{2}A_{-J+3,-J+1} & 0 & (-J+3)\epsilon & \ddots & -\frac{V}{2}A_{J-2,J} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{V}{2}B_{J,J-2} & 0 & J\epsilon \end{vmatrix} \quad (3.19)$$

Matrisin köşegenleştirilmesi ve çözülmesi ile bir işlemcinin t anındaki beklenen değerinin bulunmasında kullanılacak tüm ifadeler elde edilir. Hamiltonyenin

$$H|\Psi_I\rangle = E_I|\Psi_I\rangle \quad (3.20)$$

biçimindeki özdeğer denklemindeki öz durum olan bir $|\Psi_I\rangle$ keti $|J m\rangle$ durumları cinsinden tam-
lık bağıntısı kullanılarak yazılabilir.

$$|\Psi_I\rangle = \sum_m c_m^I |J m\rangle \quad (3.21)$$

Başlangıç durumları da aşağıdaki gibi ifade edilebilir ve t zamanı için sistemin durumu gösterilmek istenirse ifadeye zaman bağımlılığı eklenir.

$$|\Phi(0)\rangle = \sum_I |\Psi_I\rangle \langle \Psi_I | \Phi(0) \rangle \quad (3.22)$$

$$|\Phi(t)\rangle = \sum_I e^{-iE_I t / \hbar} |\Psi_I\rangle \langle \Psi_I | \Phi(0) \rangle \quad (3.23)$$

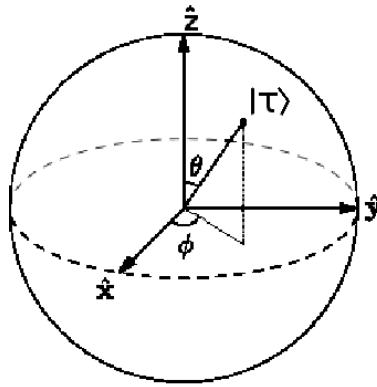
Öyleyse t anında bir gözlenebilirin beklenen değerinin bulunması için

$$\begin{aligned} \langle \Phi(t) | \hat{O} | \Phi(t) \rangle &= \sum_{I,K,m,m'} e^{-i(E_I - E_K)t / \hbar} c_m^I (c_{m'}^K)^* \\ &\times \langle J m' | \hat{O} | J m \rangle \langle \Psi_I | \Phi(0) \rangle \langle \Phi(0) | \Psi_K \rangle \end{aligned} \quad (3.24)$$

ifadesi hesaplanmalıdır. Tüm terimler bulunup yerine yazıldıktan sonra $\langle J m' | \hat{O} | J m \rangle$ ifadesi de hesaplanıp eklendiğinde sistemin tam çözümü yapılmış olur.

3.2 Koherent Durumlar

Minimum belirsizlik durumunu sağlayan kuantum durumlara koherent durumlar denir¹. Koherent durumlar $|\tau\rangle = |\theta, \phi\rangle$ şeklinde temsil edilebilir. Bu gösterimde sistemin kuantum durumlarını belirten $|\tau\rangle$ keti Bloch küresi üzerinde θ ve ϕ 'ye bağlı olarak şekil 3.3'teki gibi gösterilebilir.



Şekil 3.3 Bloch küresi

Küre merkezinden yüzeyine tanımlanan her vektör bir koherent duruma karşılık gelir. $|J m\rangle$ ve $|\theta, \phi\rangle$ durumları aşağıdaki bağıntı ile birbirleri cinsinden ifade edilebilir (Gazeau 2009).

$$|\tau\rangle = |\theta, \phi\rangle = \sum_{m=-J}^J \sqrt{\binom{2J}{J-m}} \left(\cos \frac{\theta}{2}\right)^{J+m} \left(\sin \frac{\theta}{2}\right)^{J-m} e^{i(J-m)\phi} |J m\rangle \quad (3.25)$$

Bu durumlar normalize olmalarına karşın ortogonal değildirler.

$$\langle \tau | \tau \rangle = 1, \quad \langle \tau | \tau' \rangle \neq 0 \quad (3.26)$$

$d\Omega = \sin \theta \, d\theta \, d\phi$ olmak üzere koherent durumların yoğunluk matrisinin integrasyonu 1'dir.

$$\frac{2j+1}{4\pi} \int |\tau\rangle \langle \tau| d\Omega \quad (3.27)$$

¹Robertson-Schrödinger belirsizlik bağıntısındaki eşitlik durumunu sağlayan durumlardır

4. ORTALAMA ALAN KURAMI

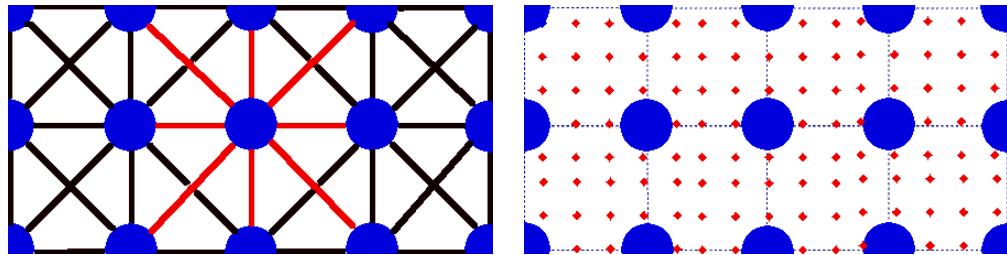
Şekil 4.1'deki gibi çok parçacıklı bir sistemde her parçacık kendisi dışında kalan tüm parçacıklarla etkileşeceğinden, çok fazla etkileşme söz konusudur ve etkileşmelerin her biri konumlara bağlı olarak farklı şiddetlere sahiptir. Bu durumda dalga fonksiyonu yalnızca tek tek parçacıkların konumlarına değil ikili ve üçlü parçacık mesafelerine de bağlı olacaktır (Lacroix 2011).

$$\Psi(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_{ij}, \vec{r}_{ik}, \dots, \vec{r}_{ijk}, \dots) \quad (4.1)$$

Burada $\vec{r}_i$, i. parçacığın konumunu, $\vec{r}_{ij}$ ise i. ve j. parçacıkların göreceli mesafelerini temsil etmektedir. Hamiltonyen, parçacıkların kinetik enerjilerine ek olarak tekli, ikili, üçlü... etkileşim potansiyellerinin toplamına eşittir.

$$\hat{H} = \sum_i T(i) + \sum_{i<j} V^{(2)}(i, j) + \sum_{i<j<k} V^{(3)}(i, j, k) + \dots \quad (4.2)$$

Denklem 4.2'de birinci terim kinetik enerji, ikincisi iki parçacık potansiyeli ve üçüncüsü üç parçacık potansiyelidir. Bu şekilde sistemdeki parçacık sayısına bağlı olarak terim sayısı artmaktadır. Böyle sistemlerin dalga fonksiyonu çözümlerinin tam olarak elde edilmesi zordur. Ancak bilinen bir potansiyele sahip iki parçacıklı bir sistemin Schrödinger dalga denkleminin tam olarak çözülmesi mümkündür. Ortalama alan kuramı çok parçacıklı sistemlerin, tek parçacık potansiyeline indirgenerek çözülmesi esasına dayanır. Her parçacık şekil 4.1'de gösterildiği gibi diğer tüm parçacıkların oluşturduğu potansiyellerin toplamı kadar bir alan içerisinde. Bu yaklaşımla her bir parçacığın ortalama bir potansiyel içinde birbirlerinden bağımsız olarak hareket ettiği varsayılır. Bu şekilde çözülebilen $\phi(\vec{r}_i)$ tek parçacık dalga fonksiyonları ile işlemler basitleştirilir.

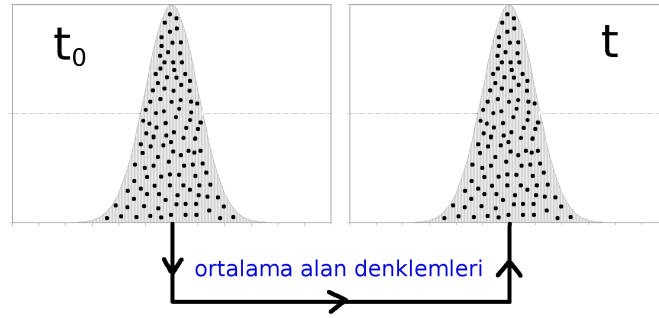


Şekil 4.1 Parçacıklar arası etkileşim ve ortalama alan etkileşimi

Ortalama alan kuramı için her parçacığın diğerleriyle etkileşimini ifade eden terimlere gerek yoktur. Bu yüzden ortalama alanda Hamiltonyeni ifade etmek için kinetik enerji terimi ve tek parçacığa indirgenmiş olan potansiyel terimi yeterlidir.

$$\hat{H} = \sum_i T(i) + \sum_i V(i) \quad (4.3)$$

Çok parçacıklı bir sistemin başlangıç durumunda beklenen değeri biliniyor ise sonraki bir zamandaki beklenen değerini bulmak için ortalama alan çözümü kullanılabilir. Şekil 4.2’deki gibi belli bir dağılıma sahip olan başlangıç durumları için bulunan beklenen değer ortalama alan denklemleri ile ötelenerek son durumdaki değeri elde edilir.



Şekil 4.2 Başlangıç durumundaki beklenen değerlerin ortalama alan denklemleriyle ötelenmesi

Bu denklemler elde edilirken beklenen değerlerin zamanla değişimini veren Ehrenfest teoreminden yararlanılır. Lipkin-Meshkov-Glick modelinde sanki-spin işlemcilerinin beklenen değerlerinin zamanla gelişimi şu şekilde bulunur.

$$\frac{d\langle J_i \rangle}{dt} = \frac{1}{i} \langle [J_i, H] \rangle \quad (4.4)$$

$i = x, y$ ve z için bu denklem çözüldüğünde aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{d\langle J_x \rangle}{dt} &= -\epsilon \langle J_y \rangle + V \langle J_z J_y + J_y J_z \rangle \\ \frac{d\langle J_y \rangle}{dt} &= +\epsilon \langle J_x \rangle + V \langle J_z J_x + J_x J_z \rangle \\ \frac{d\langle J_z \rangle}{dt} &= -2V \langle J_x J_y + J_y J_x \rangle \end{aligned} \quad (4.5)$$

Bağıntılardaki $\langle J_i J_j \rangle$ biçiminde olan beklenen değerlerin, $\langle J_i \rangle \langle J_j \rangle$ beklenen değerlerin çarpımı şekline indirgenmelidir. Denklem 3.25’de verilen $|\tau\rangle$ koherent durumları

$$|\tau\rangle = \frac{1}{(1+|\tau|^2)^J} e^{\tau J_+} |J - J\rangle \quad (4.6)$$

şeklinde yazılarak buradan

$$\langle \tau | e^{\alpha_- J_-} e^{\alpha_z J_z} e^{\alpha_+ J_+} | \tau \rangle = \frac{1}{(1+|\tau|^2)^{2J}} \left[e^{-\alpha_z/2} + e^{\alpha_z/2} (\tau^* + \alpha_-)(\tau + \alpha_+) \right]^{2J} \quad (4.7)$$

üretici fonksiyonu elde edilebilir (Vieira ve Sacramento 1999). Burada τ parametresi;

$$\tau = \tan \frac{\theta}{2} e^{i\phi} \quad (4.8)$$

olmak üzere üretici fonksiyon kullanılarak beklenen değerler şu şekilde hesaplanır.

$$\langle \tau | J_-^i J_z^j J_+^k | \tau \rangle = \frac{\partial^i}{\partial \alpha_-^i} \frac{\partial^j}{\partial \alpha_z^j} \frac{\partial^k}{\partial \alpha_+^k} \langle \tau | e^{\alpha_- J_-} e^{\alpha_z J_z} e^{\alpha_+ J_+} | \tau \rangle \Big|_{\alpha_- = \alpha_z = \alpha_+ = 0} \quad (4.9)$$

Örnek olarak J_+ işlemcisinin beklenen değeri bulunacak olursa, α_- ve α_z değerleri sıfır alınarak;

$$\begin{aligned} \langle \tau | J_+ | \tau \rangle &= \frac{\partial}{\partial \alpha_+} \langle \tau | e^{\alpha_+ J_+} | \tau \rangle \Big|_{\alpha_+ = 0} \\ &= \frac{\partial}{\partial \alpha_+} \left\{ \frac{1}{(1+|\tau|^2)^{2J}} [1 + (\tau^*)(\tau + \alpha_+)]^{2J} \right\} \Big|_{\alpha_+ = 0} \\ &= \frac{2J}{(1+|\tau|^2)^{2J}} (1 + |\tau|^2 + \tau^* \alpha_+)^{2J-1} (\tau^*) \Big|_{\alpha_+ = 0} \\ &= \frac{N \tau^*}{(1+|\tau|^2)} \end{aligned} \quad (4.10)$$

şeklinde hesaplanır. Denklem 4.8 kullanılarak bu sonuç θ ve ϕ cinsinden yazılabilir. Bu şekilde, λ momentin derecesi olmak üzere $\langle \tau | J_i^\lambda | \tau \rangle$ ve $\langle \tau | J_i J_j | \tau \rangle$ beklenen değerlerinin sonuçları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \langle \tau | J_x | \tau \rangle &= \frac{N}{2} \sin \theta \cos \phi \\ \langle \tau | J_y | \tau \rangle &= \frac{N}{2} \sin \theta \sin \phi \\ \langle \tau | J_z | \tau \rangle &= -\frac{N}{2} \cos \theta \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned}
\langle \tau | J_x^2 | \tau \rangle &= \frac{N-1}{N} \langle \tau | J_x | \tau \rangle^2 + \frac{N}{4} \\
\langle \tau | J_y^2 | \tau \rangle &= \frac{N-1}{N} \langle \tau | J_y | \tau \rangle^2 + \frac{N}{4} \\
\langle \tau | J_z^2 | \tau \rangle &= \frac{N-1}{N} \langle \tau | J_z | \tau \rangle^2 + \frac{N}{4}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

$$\begin{aligned}
\langle \tau | \widetilde{J_x J_y} | \tau \rangle &= \frac{N-1}{N} \langle \tau | J_x | \tau \rangle \langle \tau | J_y | \tau \rangle \\
\langle \tau | \widetilde{J_x J_z} | \tau \rangle &= \frac{N-1}{N} \langle \tau | J_x | \tau \rangle \langle \tau | J_z | \tau \rangle \\
\langle \tau | \widetilde{J_y J_z} | \tau \rangle &= \frac{N-1}{N} \langle \tau | J_y | \tau \rangle \langle \tau | J_z | \tau \rangle
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Buradaki $\widetilde{J_i J_j}$ ifadesi simetrizasyonu temsil eder.

$$\widetilde{J_i J_j} = \frac{J_i J_j + J_j J_i}{2} \tag{4.14}$$

Denklem 4.13'deki sonuçların Denklem 4.5'deki ifadelerde kullanılarak, $\langle \tau | J_i J_j | \tau \rangle$ biçimindeki beklenen değerlerin $\langle \tau | J_i | \tau \rangle \langle \tau | J_j | \tau \rangle$ cinsinden yazılmasıyla indirgeme işlemi yapılmış olur. Böylece ortalama alan denklemleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{d\langle \tau | J_x | \tau \rangle}{dt} &= \varepsilon \left[-\langle \tau | J_y | \tau \rangle + \frac{2}{N} \chi \langle \tau | J_z | \tau \rangle \langle \tau | J_y | \tau \rangle \right] \\
\frac{d\langle \tau | J_y | \tau \rangle}{dt} &= \varepsilon \left[\langle \tau | J_x | \tau \rangle + \frac{2}{N} \chi \langle \tau | J_x | \tau \rangle \langle \tau | J_z | \tau \rangle \right] \\
\frac{d\langle \tau | J_z | \tau \rangle}{dt} &= -\frac{4\varepsilon}{N} \chi \langle \tau | J_y | \tau \rangle \langle \tau | J_x | \tau \rangle
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Burada χ ile gösterilen katsayı, parçacıklar arasındaki etkileşimin gücünü temsil eden bir parametredir.

$$\chi = \frac{V(N-1)}{\varepsilon} \tag{4.16}$$

Ortalama alan yaklaşımında bu kuantum beklenen değerler klasik birer sayı olarak ele alınır ve j_i biçiminde temsil edilebilir. Bu durumda ortalama alan denklemleri

$$\begin{aligned}\frac{dj_x}{dt} &= \varepsilon \left[-j_y + \frac{2}{N} \chi j_z j_y \right] \\ \frac{dj_y}{dt} &= \varepsilon \left[j_x + \frac{2}{N} \chi j_x j_z \right] \\ \frac{dj_z}{dt} &= -\frac{4\varepsilon}{N} \chi j_y j_x\end{aligned}\tag{4.17}$$

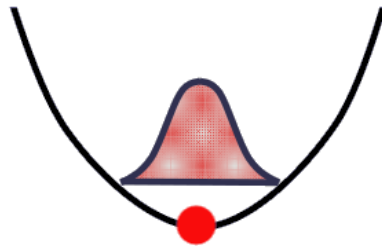
olarak yazılabilir. Başlangıç değerleri de

$$j_i(0) = \langle \Phi(0) | J_i | \Phi(0) \rangle\tag{4.18}$$

şeklinededir. Bu denklemler kullanılarak başlangıç durumu bilinen bir sistemde zamanla meydana gelen değişiklik yaklaşık olarak hesaplanabilir.

4.1 Ortalama Alan Yaklaşımının Eksiklikleri

Çok parçacıklı bir sistem için tek tek her parçacığın nasıl bir harekete sahip olduğuyla ilgili bir şey söylemek zordur ancak istatistiksel olarak parçacıkların durumu hakkında yorum yapılabilir. Bir parçacık en düşük enerji seviyesinde dahi bir harekete sahiptir ve konum, momentum gibi bu harekete bağlı niceliklerin varyansı hesaplandığında sonucun sıfır olmadığı görülür. Bunun nedeni, bu niceliklerin keskin bir değere değil, şekil 4.3'teki gibi bir dağılıma sahip olmasıdır.

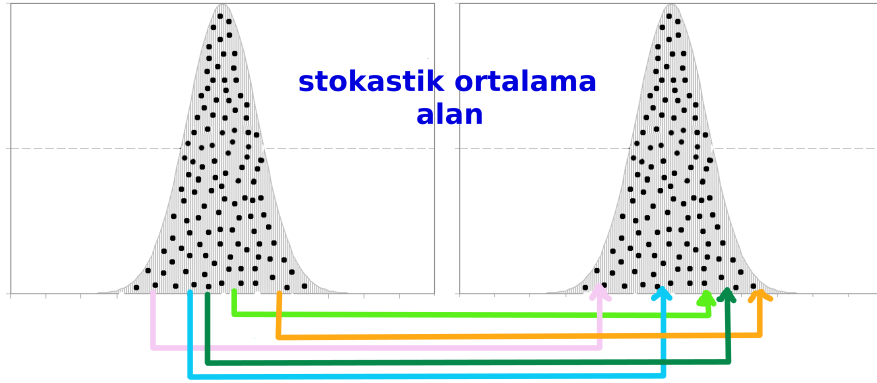


Şekil 4.3 Taban durumundaki dağılım

Yani taban durumundaki bir parçacığın konumunda bir dağılım söz konusudur. Ancak ölçümde elde edilen değer, parçacığın ortalama konumudur. Çok parçacıklı bir sistem için de başlangıç durumları bir dağılıma sahiptir ve ortalama alan kuramı t zamanı için sistemin durumlarını öngörürken bu dağılımı hesaba katmaz. Adından anlaşılacağı üzere bu kuram başlangıçtaki dağılımın ortalamasını ele alıp, ortalama alan denklemleriyle öteleyerek t anındaki dağılımı elde etme üzerine kuruludur. Yani başlangıç durumlarının dağılımı göz önüne alınmaz ve dağılımın ortalaması ile hesaplamalar yapılır. Bunun yanısıra sistem tek parçacık seviyesinde tüm kuantumsal özelliklere sahip olsa da kolektif gözlenebilirler için iki çekirdeğin kaynaşma reaksiyonunda bariyerin altındaki enerjilerde füzyonun olmadığı, yani tünelleme olayının meydana gelmediği ve kendiliğinden bölünme reaksiyonları için de simetri kırılması olmadığından fisyonun meydana gelmediği görülür. Öyleyse ortalama alan yaklaşımında kolektif gözlenebilirler için tünelleme olayı ve simetri kırılması yoktur.

5. STOKASTİK ORTALAMA ALAN YAKLAŞIMI

Bu yaklaşımda, ortalama alan yaklaşımından farklı olarak başlangıç durumları stokastik olarak seçilir. Ortalama alan denklemleri üzerinde herhangi bir değişiklik yapılmaz. Seçilen durumlar için bulunan beklenen değerler Şekil 5.1’de temsil edildiği gibi ortalama alan denklemleriyle ötelenerek bir dağılım elde edilir. Bu değerlerin ortalaması incelenen gözlenebilirin t zamanındaki beklenen değerini verir, böylece zamana göre değişim elde edilir.



Şekil 5.1 Stokastik olarak seçilen başlangıç durumları kullanılarak beklenen değerlerin ortalama alan denklemleriyle ötelenmesi

Stokastik olarak seçilen başlangıç durumlarından dolayı, dağılım hesaba katıldığından, başlangıç kuantum dalgalanmaları ihmal edilmemiş olur. Stokastik ortalama alanın yaklaşımı, moment yöntemi ve Husimi yöntemi olmak üzere iki farklı yolla uygulanmıştır. Moment yönteminde başlangıç kuantum beklenen değerleri hesaplanıp bu değerleri sağlayacak şekilde bir dağılım fonksiyonuna göre başlangıç değerleri stokastik olarak üretilir. Kullanılan dağılıma uygun olarak üretilen her bir başlangıç değeri ortalama alan denklemlerinde yerine konularak bu denklemler çözülür. Sonuç olarak bir çözümler topluluğu elde edilir ve bunların ortalaması alınarak moment yöntemi ile çözüm yapılmış olur. Husimi yönteminde ise ilk olarak başlangıç durumunun θ ve ϕ açılarına bağlı olan Husimi fonksiyonu bulunur. Bu fonksiyona uygun olarak üretilen stokastik açılar Denklem 4.11’de kullanılarak j_i değerleri elde edilir ve bu sayılar ortalama alan denklemleri ile zaman içinde ötelenerek çözümler elde edilir. Bu çözümlerin ortalamaları alınarak Husimi çözümüne ulaşılır.

5.1 Moment Yöntemi

Lipkin-Meshkov-Glick modelinde sanki-spin işlemcilerinin beklenen değerleri $|\Phi(0)\rangle$ başlangıç durumu için aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\langle J_i \rangle = \langle \Phi(0) | J_i | \Phi(0) \rangle \quad (5.1)$$

Benzer şekilde karesinin beklenen değeri de

$$\langle J_i^2 \rangle = \langle \Phi(0) | J_i^2 | \Phi(0) \rangle \quad (5.2)$$

olduğuna göre kuantum varyansı

$$\langle (\Delta J_i)^2 \rangle = \langle J_i^2 \rangle - \langle J_i \rangle^2 \quad (5.3)$$

şeklinde. Bir sistem üzerinde yapılan rastgele ölçümler için olası tüm değerlerin dağılımını içeren fonksiyona olasılık fonksiyonu denir. Yukarıdaki kuantum değerlerini sağlayacak şekilde bir dağılım fonksiyonu tanımlanabilir. Doğal olarak bu fonksiyonun, sınır değerler içinde integrasyonu daima 1 olacaktır. Dağılımı oluşturan değerlerin ortalaması bu olasılık fonksiyonu kullanılarak aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\overline{j_i^\lambda} = \int j_i^\lambda \rho(j_i) dj_i \quad (5.4)$$

Burada yoğunluk fonksiyonu $\rho(j_i)$ ve integrasyon sınırları dağılıma göre değişiklik gösterecektir. λ momentin derecesidir ve beklenen değerler $\lambda = 2$ için ikinci moment, $\lambda = 3$ için üçüncü moment... olarak adlandırılır. Bir değişkenin ortalama değere göre sapmasına ise merkezi moment denir ve

$$\overline{(j_i - \overline{j_i})^\lambda} \quad (5.5)$$

ifadesi ile hesaplanır. Ortalamadan sapmanın karesi de varyans olarak adlandırılır ve

$$\overline{(\Delta j_i)^2} = \overline{j_i^2} - \overline{j_i}^2 \quad (5.6)$$

şeklinde bulunur. Moment yönteminde, başlangıç durumlarının seçilmesinde kullanılacak olan dağılım fonksiyonuna bağlı olarak, ilk bir kaç moment ifadesi kuantum beklenen değerlere eşitlenir.

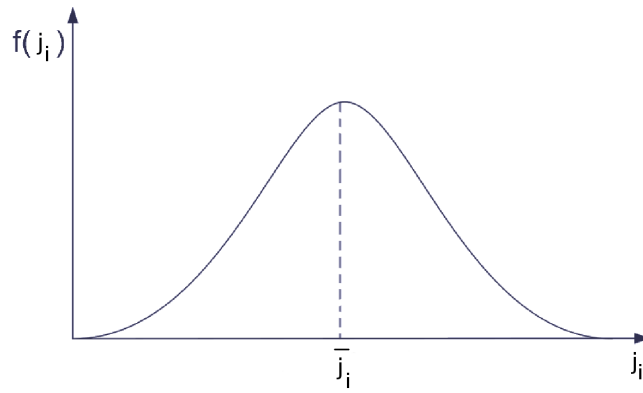
$$\overline{j_i} = \langle J_i \rangle \quad (5.7)$$

$$\overline{j_i^2} = \langle J_i^2 \rangle \quad (5.8)$$

Sonlu sayıda momenti sağlayacak şekilde sonsuz sayıda dağılım fonksiyonu tanımlanabilir. Bu çalışmada moment yöntemi kullanılırken kolaylık olması açısından en bilinen dağılımlar olan normal ve tekdüze dağılım tercih edilmiştir. Bu dağılımlara göre üretilen sayılar ortalama alan denklemlerinde (Denklem 4.17) yerine konularak denklemler çözülür ve elde edilen sonuçların topluluk ortalaması alınarak moment çözümü elde edilmiş olur.

5.1.1 Normal dağılım

İlk uygulamaları doğada gerçekleşen olaylara karşı başarılı bir uyum gösterdiğinden normal dağılım olarak adlandırılmıştır. Dağılım fonksiyonunun grafiği şekil 5.2'deki gibidir.



Şekil 5.2 Normal Dağılım

Olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$\rho_N(j_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\Delta j_i)^2}} e^{-\frac{(j_i - \bar{j}_i)^2}{2(\Delta j_i)^2}} \quad (5.9)$$

şeklindedir. Sonsuz aralıkta olasılık yoğunluğunun integrasyonu 1'dir.

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_N(j_i) dj_i \quad (5.10)$$

Dolayısıyla beklenen değer hesabı;

$$\bar{j}_i^\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} j_i^\lambda \rho_N(j_i) dj_i \quad (5.11)$$

şeklinde yapılacaktır. Normal dağılımda görüldüğü gibi fonksiyon iki parametreye bağlıdır. Bunlar $\bar{j}_i$ ve $(\Delta j_i)^2$ ifadeleridir. Dolayısıyla bu iki parametrenin bulunması için ilk iki momentin çözülmesi yeterlidir. Bundan sonraki tüm momentler için artık tüm parametreler sabitlenmiş olur.

Bu dağılım için $\bar{j}_i$, $\bar{j}_i^2$, $\bar{j}_i^3$, $\bar{j}_i^4$ beklenen değerleri

$$\begin{aligned} \bar{j}_i &= \int_{-\infty}^{\infty} j_i \rho_N(j_i) dj_i \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} j_i \frac{1}{\sqrt{2\pi(\Delta j_i)^2}} e^{-\frac{(j_i - \bar{j}_i)^2}{2(\Delta j_i)^2}} dj_i \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} \bar{j}_i^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} j_i^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi(\Delta j_i)^2}} e^{-\frac{(j_i - \bar{j}_i)^2}{2(\Delta j_i)^2}} dj_i \\ &= (\Delta j_i)^2 \end{aligned} \quad (5.13)$$

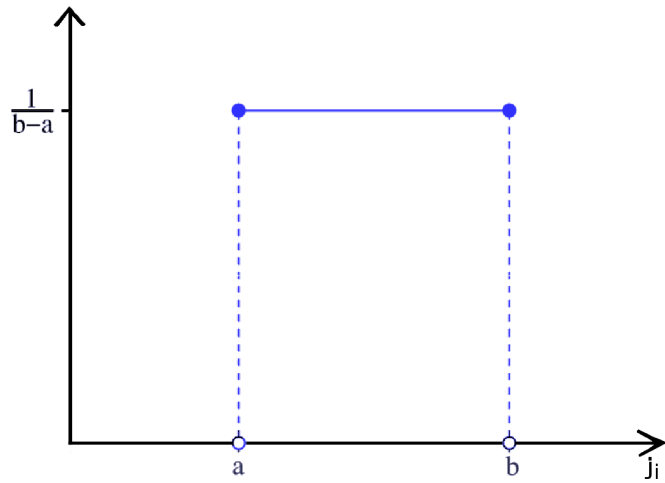
$$\begin{aligned}
\overline{j_i^3} &= \int_{-\infty}^{\infty} j_i^3 \frac{1}{\sqrt{2\pi(\Delta j_i)^2}} e^{-\frac{(j_i - \overline{j_i})^2}{2(\Delta j_i)^2}} dj_i \\
&= 0
\end{aligned} \tag{5.14}$$

$$\begin{aligned}
\overline{j_i^4} &= \int_{-\infty}^{\infty} j_i^4 \frac{1}{\sqrt{2\pi(\Delta j_i)^2}} e^{-\frac{(j_i - \overline{j_i})^2}{2(\Delta j_i)^2}} dj_i \\
&= 3((\Delta j_i)^2)^2
\end{aligned} \tag{5.15}$$

olarak bulunurlar.

5.1.2 Tekdüze dağılım

Bu dağılımda her değer eşit olasılıktadır, ortalama değer alt ve üst sınırın ortalamasına eşittir. Tekdüze dağılım şekil 5.3'te görüldüğü gibi sabit ve simetrik bir olasılık yoğunluğu grafiğine sahiptir. Sürekli ve kesikli değerler için kullanılabilir.



Şekil 5.3 Tekdüze Dağılım

Olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$\rho_T(j_i) = \frac{1}{b-a} \quad (5.16)$$

şeklindedir. a-b aralığında olasılık yoğunluğunun integrasyonu 1'dir.

$$1 = \int_a^b \rho_T(j_i) dj_i \quad (5.17)$$

Tekdüze dağılım için m. moment,

$$\overline{j_i^m}_T = \int_a^b j_i^m \rho_T(j_i) dj_i \quad (5.18)$$

denklemleri ile bulunur. Bu dağılıma sahip bir j_i değişkeninin $\overline{j_i}$, $\overline{j_i^2}$, $\overline{j_i^3}$, $\overline{j_i^4}$ momentlerinin hesaplanabilmesi için a ve b sınırlarının bulunması gerekir.

$$\begin{aligned} \overline{j_i} &= \int_a^b \frac{j_i}{b-a} dj_i \\ &= \frac{1}{b-a} \frac{j_i^2}{2} \Big|_a^b \\ &= \frac{b+a}{2} \end{aligned} \quad (5.19)$$

Tahmin edileceği gibi birinci moment alt ve üst sınırın toplamının yarısıdır. Bu sonuca göre;

$$b = 2\overline{j_i} - a \quad (5.20)$$

yazılabilir. Aynı şekilde ikinci moment hesaplandığında;

$$\begin{aligned}
 \overline{j_i^2} &= \int_a^b \frac{j_i^2}{b-a} dj_i \\
 &= \frac{1}{b-a} \frac{j_i^3}{3} \Big|_a^b \\
 &= \frac{b^2 + ba + a^2}{3}
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

bulunur. Varyans değeri de hesaplanıp, birinci momentten bulunan b değeri burada yerine konulduğunda, sınır değerlerinin varyans cinsinden ifadelerine ulaşılır.

$$\begin{aligned}
 \overline{(\Delta j_i)^2} &= \overline{j_i^2} - \bar{j}_i^2 \\
 &= \frac{b^2 + ba + a^2}{3} - \left(\frac{b+a}{2} \right)^2 \\
 &= \frac{(b-a)^2}{12} \\
 &= \frac{(2\bar{j}_i - a - a)^2}{12} \\
 &= \frac{(\bar{j}_i - a)^2}{3}
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

$$\pm \sqrt{3(\Delta j_i)^2} = \bar{j}_i - a \tag{5.23}$$

$$a = \bar{j}_i \mp \sqrt{3(\Delta j_i)^2} \tag{5.24}$$

$b > a$ olduğuna göre;

$$a = \bar{j}_i - \sqrt{3(\Delta j_i)^2} \tag{5.25}$$

$$b = \bar{j}_i + \sqrt{3(\Delta j_i)^2} \tag{5.26}$$

olacaktır. Bu sınırlar kullanılarak diğer tüm momentler hesaplanabilir.

$$\begin{aligned}\overline{j_i^3} &= \int_{\overline{j_i}-\sqrt{3(\Delta j_i)^2}}^{\overline{j_i}+\sqrt{3(\Delta j_i)^2}} \frac{x^3}{2\sqrt{3(\Delta j_i)^2}} dj_i \\ &= 0\end{aligned}\tag{5.27}$$

$$\begin{aligned}\overline{j_i^4} &= \int_{\overline{j_i}-\sqrt{3(\Delta j_i)^2}}^{\overline{j_i}+\sqrt{3(\Delta j_i)^2}} \frac{x^4}{2\sqrt{3(\Delta j_i)^2}} dj_i \\ &= \frac{9}{5}(\overline{(\Delta j_i)^2})^2\end{aligned}\tag{5.28}$$

5.2 Husimi Yöntemi

Husimi dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibi verilir.

$$\rho_H(\theta, \phi) = \langle \theta \ \phi | \rho_0 | \theta \ \phi \rangle\tag{5.29}$$

ρ_0 yoğunluk matrisidir. Başlangıç durumu $|\Phi(0)\rangle$ ile gösterilen bir durum için yoğunluk matrisi

$$\rho_0 = |\Phi(0)\rangle \langle \Phi(0)|\tag{5.30}$$

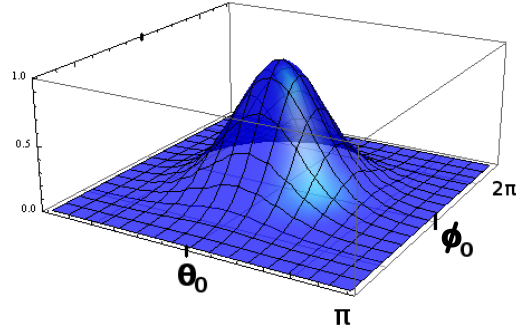
olarak tanımlanır. Bu çalışmada aşağıdaki iki başlangıç durumu incelenmiştir.

$$\rho_0 = \begin{cases} |J \ m\rangle \langle J \ m| & \text{Koherent olmayan durum} \\ |\theta_0 \ \phi_0\rangle \langle \theta_0 \ \phi_0| & \text{Koherent durum} \end{cases}\tag{5.31}$$

Bunlara karşılık gelen Husimi fonksiyonları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\rho_H(\theta, \phi) = \begin{cases} \frac{(2J)!}{(J+m)!(J-m)!} \left(\frac{1+\cos\theta}{2} \right)^{J+m} \left(\frac{1-\cos\theta}{2} \right)^{J-m} \\ \left(\frac{1+\cos\theta \cos\theta_0 + \sin\theta \sin\theta_0 \cos(\phi - \phi_0)}{2} \right)^{2J} \end{cases} \quad (5.32)$$

Koherent durum için bu dağılımın grafiği şekil 5.4'te verilmiştir.



Şekil 5.4 Husimi Dağılım

Husimi yönteminde

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi \quad (5.33)$$

olmak üzere bir $A(t)$ işlemcisinin beklenen değeri

$$\langle A(t) \rangle = \frac{2j+1}{4\pi} \int P_A(\Omega, t) \rho_H(\Omega) d\Omega \quad (5.34)$$

şeklinde verilir. Burada $P_A(\Omega, t)$ terimi $A(t)$ işlemcisinin Glauber-Sudarshan dönüşümüdür, yani Weyl sembolüdür. İşlemcilerin Weyl sembolleri aşağıdaki ifade ile bulunur.

$$A(t) = \frac{2j+1}{4\pi} \int P_A(\Omega, t) |\tau\rangle \langle \tau| d\Omega \quad (5.35)$$

Sanki-spin işlemcilerinin Weyl sembolleri için aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$$\begin{aligned}
P_{J_i}(\Omega, t) &= \frac{N+2}{N} \langle \tau | J_i | \tau \rangle \\
P_{\widetilde{J_i J_j}}(\Omega, t) &= \frac{(N+2)(N+3)}{N^2} \langle \tau | J_i | \tau \rangle \langle \tau | J_j | \tau \rangle, \quad (i \neq j) \\
P_{J_i^2}(\Omega, t) &= \frac{(N+2)(N+3)}{N^2} \langle \tau | J_i^2 | \tau \rangle - \frac{N+2}{4}
\end{aligned} \tag{5.36}$$

Başlangıç durumundaki ortalamaları θ_0 ve ϕ_0 açılarını verecek şekilde kabul-ret yöntemi ile Husimi dağılımına uygun olarak θ ve ϕ açıları üretilir. Stokastik olarak üretilen bu θ ve ϕ açıları 4.11 nolu denklemlerde kullanılarak j_i başlangıç değerleri elde edilmiş olur ve bunlar Denklem 4.17’de gösterilen ortalama alan denklemlerinde çözüldükten sonra sonuçlar üzerinden ortalama alınır. Ortalama alınarak bulunan sonuçlar Weyl dönüşümlerine uygun olarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}
[J_i(t)]_{hus} &= \frac{N+2}{N} \overline{j_i(t)} \\
\left[\widetilde{J_i(t) J_j(t)} \right]_{hus} &= \frac{(N+2)(N+3)}{N^2} \overline{j_i(t) j_j(t)} \\
[J_i^2(t)]_{hus} &= \frac{(N+2)(N+3)}{N^2} \overline{j_i^2(t)} - \frac{N+2}{4}
\end{aligned} \tag{5.37}$$

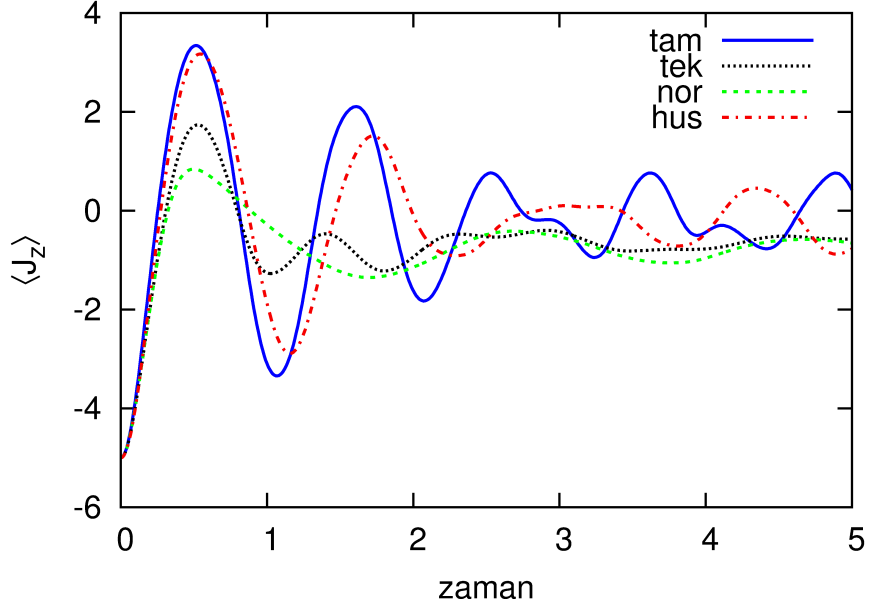
6. HESAPLAMALAR

Bu bölümde ortalama alan ile stokastik ortalama alan yaklaşımında kullanılan Husimi ve moment yöntemleri karşılaştırılmıştır. Ayrıca moment yönteminde seçilen dağılıma göre sonuçlar analiz edilmiştir. Bunun yanı sıra sistemdeki parçacık sayısının ve parçacıklar arası etkileşim gücünün çözümler üzerindeki etkisi incelenmiştir. Her inceleme için 10^6 olay kullanılmıştır. Etkileşim gücünün incelendiği bölüm dışında grafiklerin yeterince ayırt edilebilmesi için $\chi = 5$ alınmıştır. Yöntem ve dağılımın incelendiği tüm grafiklerde parçacık sayısı 40'tır. Zaman birimi olarak $1/\varepsilon$ kullanılmıştır.

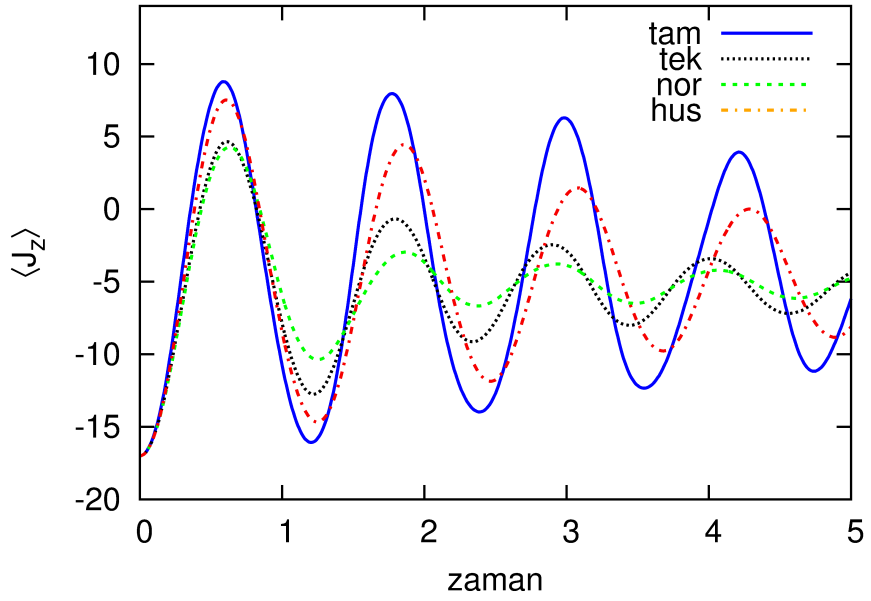
6.1 Yöntem ve Dağılımların İncelenmesi

Stokastik olarak seçilecek olan başlangıç durumlarının nasıl bir dağılıma göre seçildiği ve başlangıç durumunun koherent olup olmadığı sonuç açısından önemlidir. Burada stokastik ortalama alan için Husimi ve moment yöntemleriyle çözüm yapılarak sonuçlar ortalama alan sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca moment yöntemi içerisinde kullanılan iki dağılım türü için de sonuçlar ayrı ayrı incelenmiştir. İncelenen beklenen değerin zamanla değişimini gösteren grafiklerde "tam" ifadesi tam çözümü, "nor" ifadesi normal dağılıma uygun seçilen başlangıç durumlarıyla yapılan çözümü, "tek" ifadesi seçimin tekdüze dağılıma göre yapıldığını ve "hus" ifadesi Husimi yöntemi ile yapılan çözümü temsil etmektedir. Ortalama alan yaklaşımı ile elde edilen çözüm ise grafiklerde "oa" olarak gösterilmiştir.

İlk olarak koherent olmayan $|J\ m\rangle = |20\ 15\rangle$ ve $|J\ m\rangle = |20\ 3\rangle$ başlangıç durumları için $\langle J_z \rangle$ 'nin zamana göre grafikleri şekil 6.1 - 6.2'de gösterilmiştir. Görüldüğü gibi Husimi dağılımı ile elde edilen sonuçlar diğer dağılımlarla elde edilen sonuçlara göre tam çözüme daha yakındır. Tekdüze dağılımın sonuçları ise normal dağılımdan daha iyi görünmektedir. Bu sonuca göre başlangıçtaki dağılım Husimi dağılımı ile daha iyi temsil edilebilir demektir. Ortalama alan çözümü ise koherent olmayan başlangıç durumları için sabit çıkmaktadır. Başlangıçta tam çözüme eşit olan ortalama alan sonuçları zamanla değişmemektedir.



Şekil 6.1 $|20\ 15\rangle$ başlangıç durumu için elde edilen sonuçlar

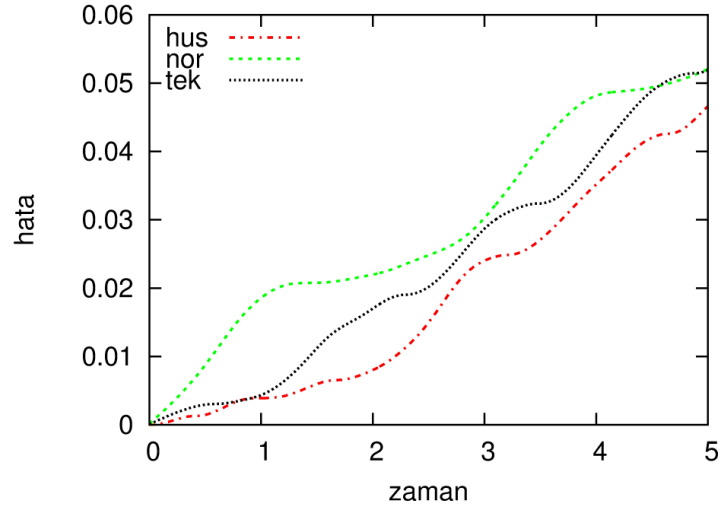


Şekil 6.2 $|20\ 3\rangle$ başlangıç durumu için elde edilen sonuçlar

Bu sonuçların tam çözümden ne kadar sapma gösterdiğine ilişkin hata grafiği şekil 6.3'te verilmiştir. Hata miktarı Denklem 6.1'e göre hesaplanmıştır (Trindade dos Santos ve Nemes 1998).

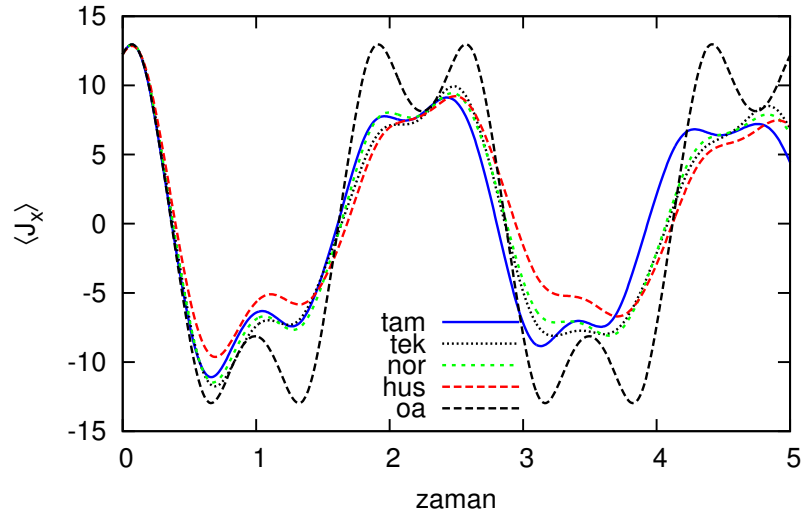
$$\text{hata} = \Delta_i = \frac{\int |\langle J_i \rangle_{\text{tam}} - \langle J_i \rangle_{\text{yaklaşım}}| dt}{\int |\langle J_i \rangle_{\text{tam}}| dt} \quad (6.1)$$

Buna göre en az hata Husimi dağılımında görülmektedir. Ortalama alan yaklaşımı için hata grafiği çok yüksek olduğundan grafikte yer verilmemiştir.

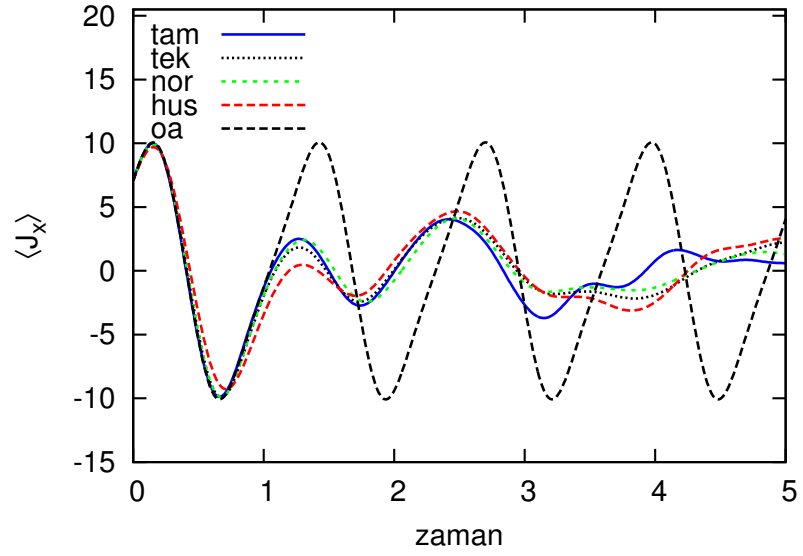


Şekil 6.3 Dağılım türüne göre $|20\ 3\rangle$ için hata grafiği

Koherent $|\theta, \phi\rangle = |\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\rangle$ ve $|\theta, \phi\rangle = |\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\rangle$ başlangıç durumları için $\langle J_x \rangle$ 'in zamana göre beklenen değeri şekil 6.4 - 6.5'de gösterilmiştir. Görüldüğü gibi normal dağılım tam çözüme daha yakındır.

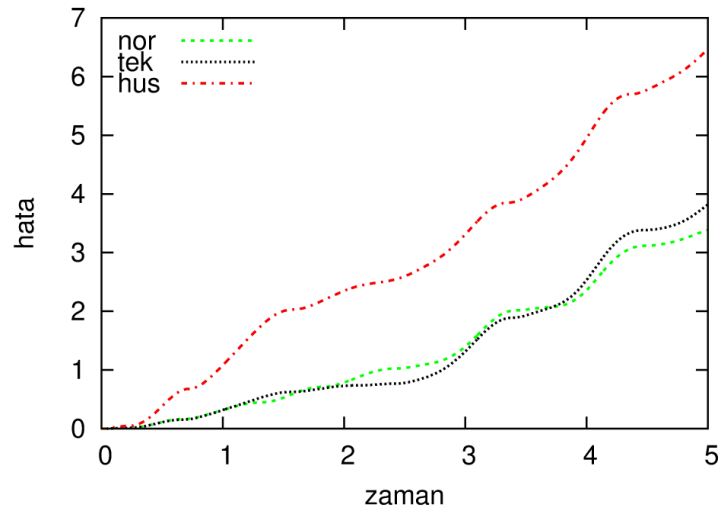


Şekil 6.4 $|\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\rangle$ için elde edilen sonuçlar



Şekil 6.5 $|\frac{\pi}{4} \frac{\pi}{3}\rangle$ için elde edilen sonuçlar

Grafiklerde stokastik ortalama alan çözümünün, ortalama alan çözümüne göre oldukça iyi sonuç verdiği açıktır. Yöntem ve dağılım türleri arasında kıyaslamaların yapıldığı hata grafiği şekil 6.6'daki gibi elde edilmiştir. Bu sonuca göre normal dağılımın kullanıldığı çözümlerde hata oranı diğer çözümlere göre daha azdır. Husimi çözümü ise bu başlangıç durumu için diğer ikisine göre daha fazla hataya sahiptir. Buradan başlangıç dağılımının normal dağılıma yakın olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 6.6 $|\frac{\pi}{4} \frac{\pi}{3}\rangle$ için hata grafiği

Koherent durumlar için Husimi yönteminin iyi sonuç vermemesinin nedeni, bu yöntemde sisteme fazladan dalgalanmanın eklenmesi ve netice olarak sistemin belirsizliğinde de bir artışın meydana gelmesidir. Koherent durumlar için bölüm 3.2’de bahsedildiği gibi belirsizlik minimumdur ve toplam belirsizlik sabittir. Koherent $|\theta \phi\rangle$ durumu için J_x , J_y ve J_z ’deki belirsizlikler;

$$\begin{aligned}\langle(\Delta J_x)^2\rangle &= \frac{N}{4}(1 - \sin\theta \cos\phi) \\ \langle(\Delta J_y)^2\rangle &= \frac{N}{4}(1 - \sin\theta \sin\phi) \\ \langle(\Delta J_z)^2\rangle &= \frac{N}{4}(1 - \cos^2\theta)\end{aligned}\tag{6.2}$$

olarak bulunur ve toplam belirsizlik

$$\langle(\Delta J_x)^2\rangle + \langle(\Delta J_y)^2\rangle + \langle(\Delta J_z)^2\rangle = \frac{N}{2}\tag{6.3}$$

olarak elde edilir. Koherent olmayan $|J m\rangle$ durumu için ise belirsizlikler

$$\begin{aligned}\langle(\Delta J_x)^2\rangle = \langle(\Delta J_y)^2\rangle &= \frac{N(N+2) - 4m^2}{8} \\ \langle(\Delta J_z)^2\rangle &= 0\end{aligned}\tag{6.4}$$

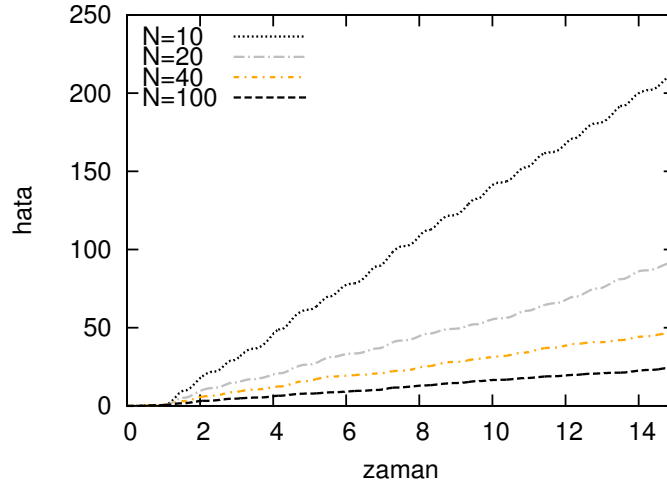
şeklinde çıkmaktadır. Toplam belirsizlik ise

$$\langle(\Delta J_x)^2\rangle + \langle(\Delta J_y)^2\rangle + \langle(\Delta J_z)^2\rangle = \frac{N(N+2) - 4m^2}{4}\tag{6.5}$$

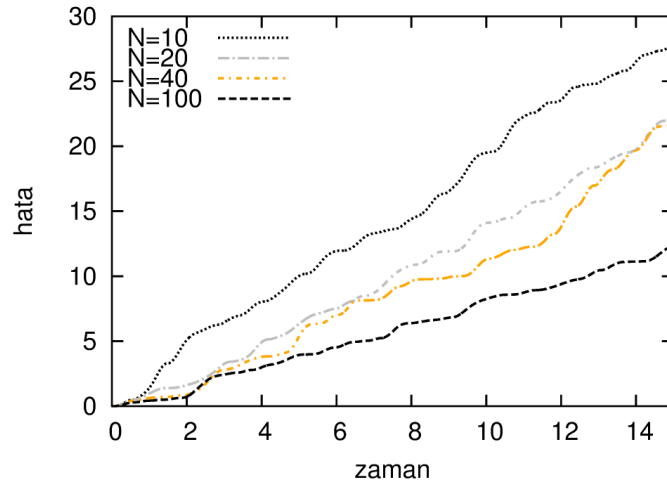
bulunur. Görüldüğü gibi arada büyük bir fark vardır. Bu durumda Husimi yönteminin dağılımın genişliğine yaptığı katkı, belirsizliğin zaten çok olduğu koherent olmayan durumlar için sonucu fazla etkilememiştir. Koherent durumlarda ise belirsizlik minimum olduğundan bu etki daha hissedilir bir ölçüde meydana gelmiştir. Bu nedenle koherent olmayan durumlar için Husimi yöntemiyle daha iyi sonuç elde edilirken, koherent durumlarda hata oranı daha yüksek çıkmaktadır.

6.2 Parçacık Sayısının İncelenmesi

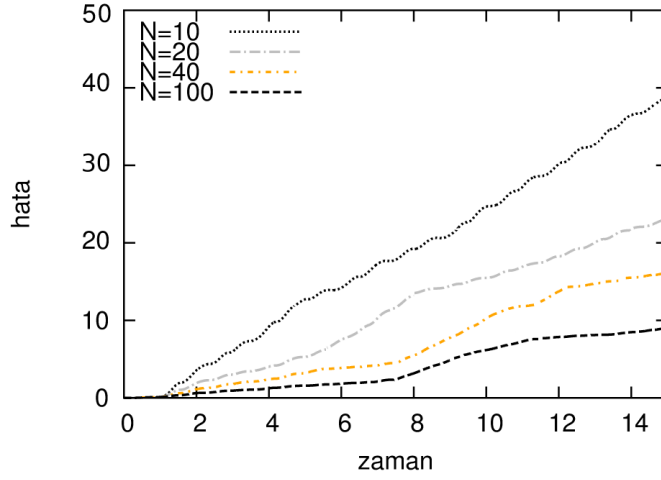
Parçacık sayısının çözüm üzerindeki etkisinin incelenebilmesi için farklı parçacık sayıları (N) kullanılarak yapılmış tam çözüm ve stokastik ortalama alan çözümünün karşılaştırılması gerekir. Ancak N sayısının arttırılması, sonucu sayısal olarak değiştireceğinden, grafik üzerinde doğrudan bir karşılaştırma yapılması sonucun yorumlanabilmesi açısından uygun değildir. Çünkü her parçacık sayısı için ayrı bir tam çözüm ve bunun yaklaşık çözümleri aynı grafikte yer alacak ve karşılaştırma yapmak güçleşecektir. Bunun yerine yaklaşımlar ile tam çözüm arasındaki hata oranlarının karşılaştırılması daha doğrudur. Parçacık sayısına bağlı olarak $|\theta, \phi\rangle = |\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}\rangle$ durumu için ortalama alan, moment yöntemi ve Husimi yöntemi çözümleriyle ayrı birer hata hesabı yapılmış ve grafikleri şekil 6.7, 6.8 ve 6.9'teki gibi elde edilmiştir.



Şekil 6.7 Ortalama alan çözümünde $\langle J_x \rangle$ için hata



Şekil 6.8 Moment çözümünde $\langle J_x \rangle$ için hata

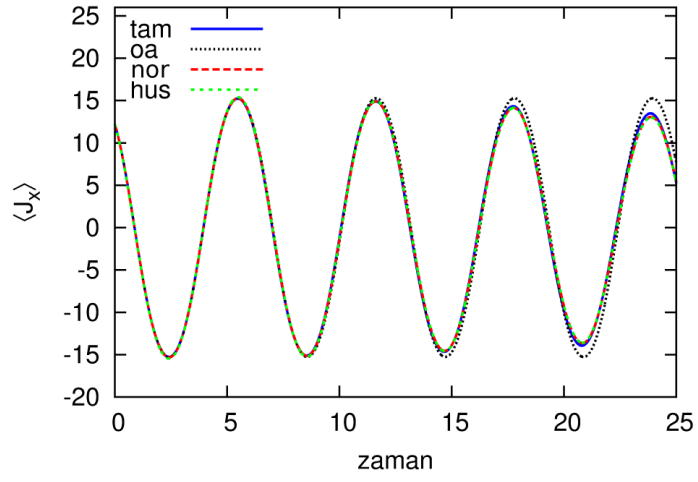


Şekil 6.9 Husimi çözümünde $\langle J_x \rangle$ için yüzde hata

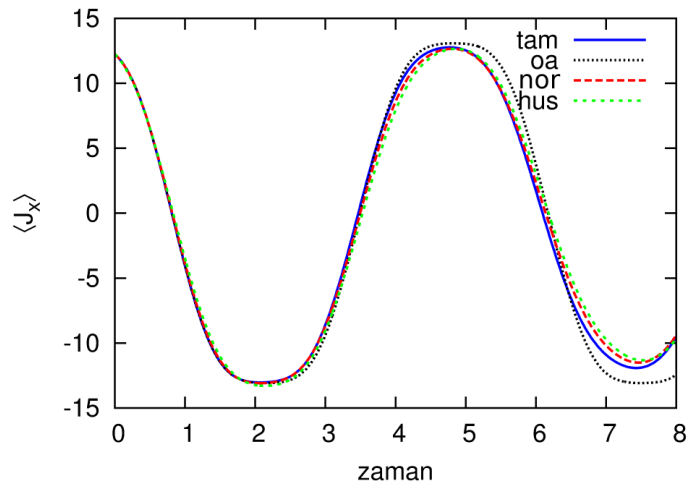
Parçacık sayısı arttıkça hata oranının düştüğü görülmektedir. Parçacık sayısının artması etkileşim sayısını artırır fakat bir parçacığın daha çok parçacığın etki alanında olması, gördüğü etkileşimin ortalama daha yakın olmasını sağlar. Bu ise ortalama alan yaklaşımı için idealdir. Bu nedenle parçacık sayısının artması stokastik ortalama alan ve ortalama alan yaklaşımını tam çözüme yaklaştırır. Bu ikisi arasında kıyaslama yapılacak olursa incelemenin yapıldığı durum koherent olduğundan moment yöntemi Husimi yöntemine göre daha az hata ile çalışmaktadır. Her ikisi için de ortalama alan yaklaşımından daha iyi sonuç elde edilmiştir.

6.3 Etkileşim Gücünün İncelenmesi

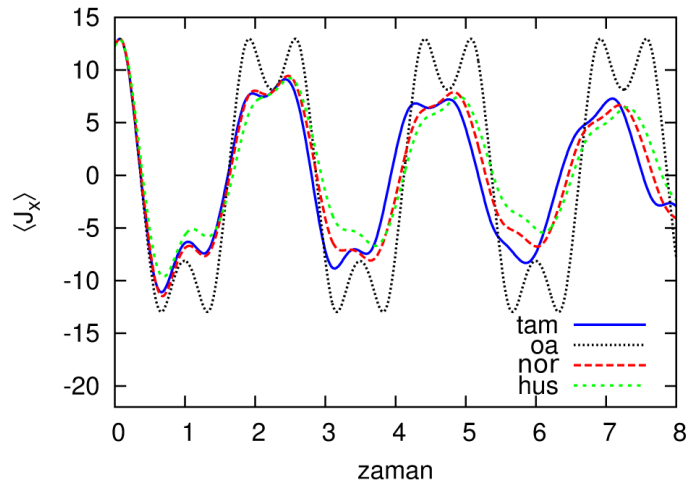
Sistemdeki parçacıklar arasındaki etkileşimi incelemek üzere bu etkileşimin ifadesi olan χ 'nin üç farklı değeri için beklenen değer - zaman grafikleri elde edilmiştir. Üç farklı değer olarak $\chi = 0.5$, $\chi = 1.2$ ve $\chi = 5$ seçilmiştir. Bu katsayı etkileşim ile doğru orantılıdır, katsayının artırılması etkileşimin de arttığı anlamına gelir. Başlangıç durumu koherent $|\theta = \frac{\pi}{3}, \phi = \frac{\pi}{4}\rangle$ olan bir sistem için çözüm yapılmıştır.



Şekil 6.10 $\chi = 0.5$ için $\langle J_x \rangle$ değeri



Şekil 6.11 $\chi = 1.2$ için $\langle J_x \rangle$ değeri



Şekil 6.12 $\chi = 5$ için $\langle J_x \rangle$ değeri

$\chi = 0.5$ için çizilen şekil 6.10'de tüm çözümler, tam çözüm ile hemen hemen çakışmakta ve uzun bir süre tam çözüme yakın seyretmektedir. Etkileşim katsayısı 1.2 alındığında şekil 6.11'deki grafikte bozulmaların daha erken bir zamanda başladığı ve tam çözümden sapmaların daha fazla olduğu görülmekte iken etkileşim daha da artırılarak $\chi = 5$ alındığında tam çözümden büyük oranda uzaklaşıldığı görülmektedir. Ortalama alan yaklaşımında parçacıklar arası etkileşimin olmadığı ve tüm parçacıkların bir ortalama alan ile etkileştikleri düşünüldüğünden, parçacıklar arası etkileşim arttıkça ortalama alan yaklaşımı tam çözümden uzaklaşır. Bunun nedeni ortalama alan yaklaşımında iki parçacık, üç parçacık... etkileşme terimlerinin tek parçacık etkileşmesine indirgenmesine karşın etkileşim gücü arttıkça bu terimlerin önem kazanmasıdır. Buradan ortalama alan yaklaşımının, etkileşimleri az olan parçacıklardan oluşan sistemlerde daha doğru sonuçlar vereceği sonucuna ulaşılır. (Aynı incelemenin yapıldığı $\langle J_y \rangle$ ve $\langle J_z \rangle$ grafiklerini görmek için EK 1'e bakınız.)

Aslında bu beklenen bir durumdur, ortalama alan çözümü etkileşimsiz parçacıklar için tam çözüme eşittir. Burada yapılması gereken ortalama alan çözümü ile stokastik ortalama alan çözümünün karşılaştırılmasıdır. Grafiklerde görüldüğü üzere, stokastik ortalama alan yaklaşımıyla elde edilen sonuçlar, ortalama alan yaklaşımıyla elde edilen sonuçlara göre tam çözüme çok daha yakındır. Sapmanın daha az olmasının yanısıra tam çözüm grafiğine yakın seyrettiği zaman aralığı da daha uzundur. Moment yöntemi ile yapılan çözümlerin grafiklerinin Husimi yöntemine göre daha iyi olmasının nedeni, bölüm 6.1'de söz edildiği gibi başlangıç durumlarının koherent alınmış olmasıdır.

7. SONUÇLAR

Bu çalışmada çok parçacıklı bir sistem için stokastik ortalama alan yaklaşımında kullanılan moment yöntemi ve Husimi yönteminin sonuçları, ortalama alan çözümü ile karşılaştırılmıştır. Bunun yanı sıra moment yöntemi için seçilen tekdüze ve normal dağılımın sonuçları da incelenmiştir.

İlk olarak Husimi ile moment yöntemlerinin ve moment yönteminde kullanılan iki dağılım türü olan normal dağılım ile tekdüze dağılımın sonuçlarının incelemesi yapılmıştır. Aynı sistem üzerinde Husimi yöntemi, tekdüze dağılım ve normal dağılım ile elde edilen çözümlerin, tam çözümle karşılaştırılması yapıldığında koherent başlangıç durumları için moment yönteminin daha iyi çalıştığı ve bu yöntem içerisinde ise normal dağılım kullanılarak yapılan çözümün daha iyi sonuç verdiği anlaşılmıştır. Bunun nedeni başlangıçtaki dağılımın normal dağılıma çok yakın olmasıdır. Koherent olmayan başlangıç durumları için ise Husimi yöntemi ile elde edilen sonuçlar gerçek çözüme çok daha yakındır. Bu durumlar için normal dağılım ve tekdüze dağılım arasında çok az fark olmakla birlikte tekdüze dağılımın daha iyi olduğu söylenebilir. Husimi yönteminde koherent durumlar için iyi sonuç alınamamasının nedeni, Husimi dağılımının sistemin belirsizliğini bir miktar arttırmasıdır. Koherent durumlarda belirsizlik minimum iken, koherent olmayan durumlarda ise çok daha fazladır. Bu nedenle Husimi dağılımından kaynaklanan belirsizlikteki artış orantısal olarak iki durumu farklı ölçülerde etkilemektedir. Böylece bu yöntemde koherent durumlar için hata miktarı diğer yöntemlere göre daha fazla çıkmaktadır.

Farklı parçacık sayılarıyla yapılan incelemelerde parçacık sayısı arttıkça sonuçların gerçek çözüme yaklaştığı, düşük parçacık sayıları için ise daha yüksek hatalarla sonuç elde edildiği görülmüştür. Bunun nedeni, çok sayıda parçacığın etkisi altında olan bir parçacığın gördüğü toplam etkileşmenin ortalama alan etkisine daha yakın olmasıdır. Bu karşılaştırmanın sonucu olarak Husimi ve moment yöntemleri için bulunan çözümlerin, ortalama alan çözümüne göre çok daha düşük hataya sahip oldukları görülmüştür.

Sistemdeki parçacıklar arasındaki etkileşme gücünün değiştirilmesinin çözümlere etkisi incelendiğinde, etkileşmenin az olduğu durumlarda Husimi, moment ve ortalama alan çözümlerinin üçünün de tam çözüme oldukça yakın olduğu, ancak etkileşim arttıkça tam çözümden uzaklaşmaların farklı oranlarda olduğu görülmüştür. Ortalama alan çözümü gerçek çözümden kısa sürede büyük sapmalar gösterirken, stokastik ortalama alan çözümü uzun süre tam çözüme çok yakın sonuçlar verebilmektedir. Ortalama alan yaklaşımında sistemin Hamiltonyen ifadesi incelenirken iki parçacık, üç parçacık... etkileşmelerinin tek parçacığa indirgenerek ele alınmaktadır. Etkileşim gücü arttığında ise parçacıkların kendinden uzaktaki parçacıklarla etkileşimi arttığından çok parçacık etkileşim terimlerinin önemi artmaktadır. Bu nedenle etkileşim gücü yüksek sistemler için ortalama alan yaklaşımındaki hata miktarı daha fazla olmaktadır. Husimi ve moment yöntemleri için de aynı durum söz konusu olmasına karşın başlangıç durumlarının stokastik olarak seçilmesi nedeniyle bu yöntemlerle daha iyi sonuçlar elde edilmektedir.

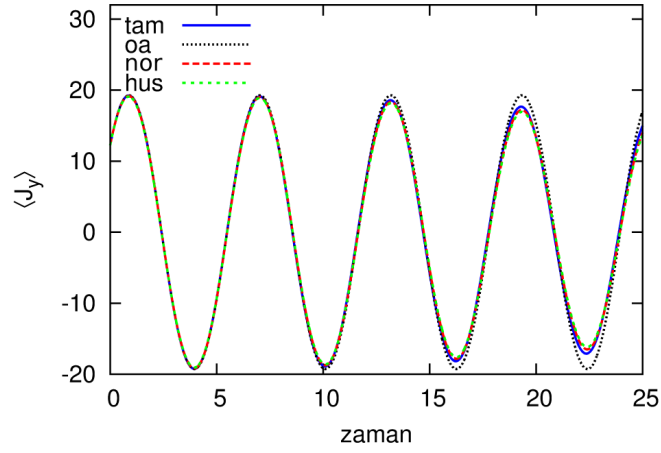
Parçacık sayısı, yöntem, dağılım türü, etkileşim gibi parametrelerle yapılan incelemelerin tümünden genel olarak stokastik ortalama alan yaklaşımının ortalama alan yaklaşımından daha iyi çözümler verdiği sonucuna ulaşılmıştır.

KAYNAKLAR

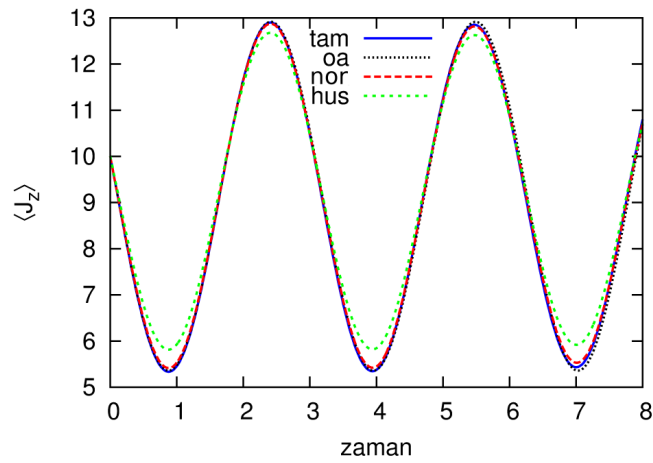
- Bertsch, G. F. 2005. Nuclear structure in mean-field theory and its extensions, Summer School at RIKEN
- Gazeau, J. P. 2009. Coherent States in Quantum Physics, Wiley
- Greiner, W. and Maruhn, J. A. 1996. Nuclear Models, Springer
- Griffiths, D. J. 2005. Introduction to Quantum Mechanics, Pearson
- Karaoğlu, B. 2008. Kuantum Mekanikine Giriş, Seçkin Yayıncılık, Ankara
- Krane, K. S. 1988. Introductory Nuclear Physics, Wiley
- Lacroix, D. 2011. Review of mean-field theory, Ecole Joliot Curie
- Lacroix, D. vd. 2012. Symmetry breaking and fluctuations within stochastic mean-field dynamics, Physical Review C 85, 041602(R)
- Lipkin, H. J. vd. 1965. Nuclear Physics A 62, 188
- Sakurai, J. J. and Napolitano, J. J. 2005. Modern Quantum Mechanics, Pearson
- Sinanoğlu, O. and Brueckner, K. 1971. Three approaches to electron correlation in atoms, Yale Univ. Press
- Trindade dos Santos, M. and Nemes, M. C. 1998. Quantum corrections to the classical dynamics: application to the SU(2) Lipkin model, Physica A 259, 291
- Vieira, V. R. and Sacramento, P. D. 1995. Generalized Phase-Space Representatives of Spin-J Operators in Terms of Bloch Coherent States, Ann. Phys. 242, 188
- Zettili, N. 2009. Concepts and Applications, Wiley

EK 1 Sanki-Spin İşlemcilerinin χ Katsayısına Bağlılıkları

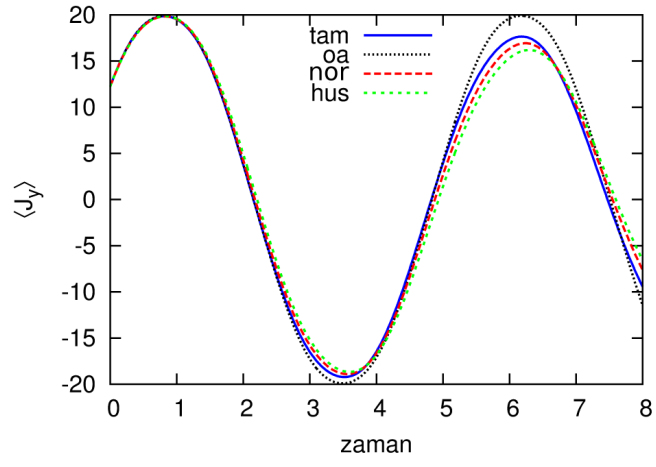
Koherent $|\theta = \frac{\pi}{3}, \phi = \frac{\pi}{4}\rangle$ durumları ile parçacık sayısı $N = 40$ olan bir sistem için $\langle J_y \rangle$ ve $\langle J_z \rangle$ beklenen değerlerinin zamanla gelişimlerinin, etkileşim katsayısını incelemek üzere çizilmiş grafikleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir.



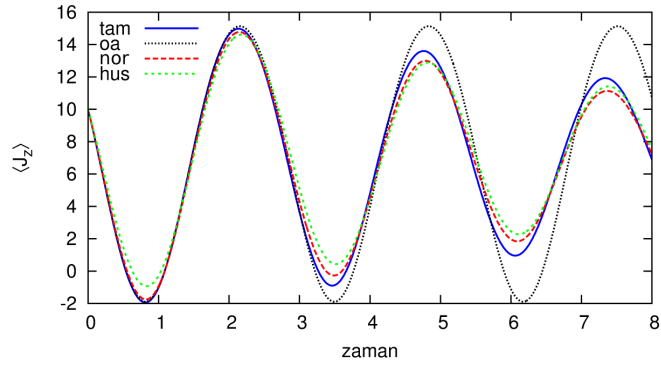
Şekil 1 $\chi = 0.5$ için $\langle J_y \rangle$ değeri



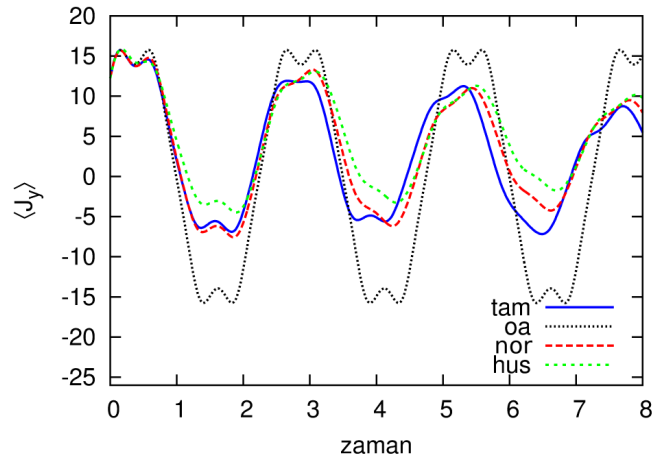
Şekil 2 $\chi = 0.5$ için $\langle J_z \rangle$ değeri



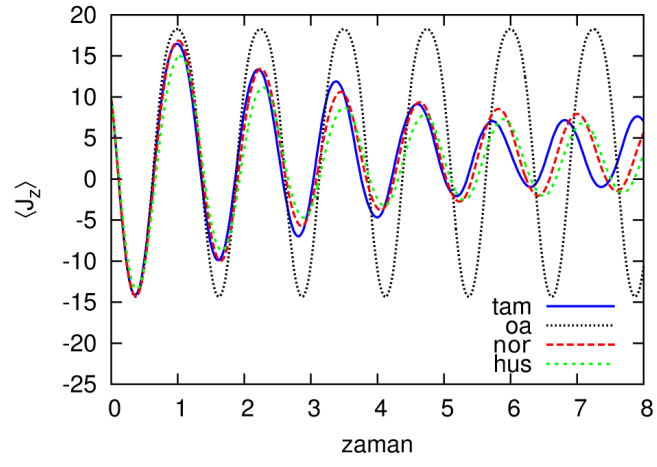
Şekil 3 $\chi = 1.2$ için $\langle J_y \rangle$ değeri



Şekil 4 $\chi = 1.2$ için $\langle J_z \rangle$ değeri



Şekil 5 $\chi = 5$ için $\langle J_y \rangle$ değeri



Şekil 6 $\chi = 5$ için $\langle J_z \rangle$ değeri

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Resül CÜREBAL

Doğum Yeri : Akkuş

Doğum Tarihi : 27 Mart 1987

Medeni Hâli : Bekâr

Yabancı Dili : İngilizce

Lise : Kalaba YDA Lisesi (2008), Ankara

Lisans : Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi
Fizik Bölümü (2012)

Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı (Eylül 2012 - Temmuz 2014)