

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI
İŞLETME PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİNDE
BLACK-LITTERMAN MODELİ: BORSA İSTANBUL
ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Seda SÜER

Danışman
Prof.Dr. Öcal USTA

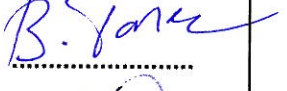
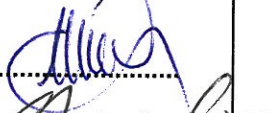
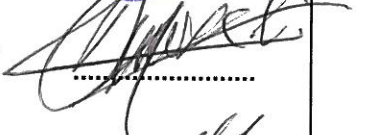
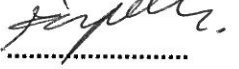
İZMİR-2014

DOKTORA
TEZ ONAY SAYFASI

2009800500

Üniversite : Dokuz Eylül Üniversitesi
Enstitü : Sosyal Bilimler Enstitüsü
Adı ve Soyadı : Seda SÜER
Tez Başlığı : Optimal Portföy Seçiminde Black-Litterman Modeli: Borsa İstanbul Üzerine Bir Uygulama
Savunma Tarihi : 18.09.2014
Danışmanı : Prof.Dr.Öcal USTA

JÜRİ ÜYELERİ

<u>Ünvanı, Adı, Soyadı</u>	<u>Üniversitesi</u>	<u>İmza</u>
Prof.Dr.Öcal USTA	DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ	
Prof.Dr.Berna TANER	DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ	
Doç.Dr.Mert URAL	DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ	
Doç.Dr.Erhan DEMİRELİ	DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ	
Doç.Dr.Cevdet KAYALI	CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ	

Oybirliği (X)

Oy Çokluğu ()

Seda SÜER tarafından hazırlanmış ve sunulmuş "Optimal Portföy Seçiminde Black-Litterman Modeli: Borsa İstanbul Üzerine Bir Uygulama" başlıklı tezi kabul edilmiştir.

Prof.Dr. Utku UTKULU
Enstitü Müdürü

YEMİN METNİ

Doktora Tezi olarak sunduğum “Optimal Portföy Seçiminde Black-Litterman Modeli: Borsa İstanbul Üzerine Bir Uygulama” adlı çalışmanın, tarafımdan, akademik kurallara ve etik değerlere uygun olarak yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

Tarih

.../.../.....

Seda SÜER

ÖZET

Doktora Tezi

Optimal Portföy Seçiminde Black-Litterman Modeli: Borsa İstanbul Üzerine

Bir Uygulama

Seda SÜER

Dokuz Eylül Üniversitesi

Sosyal Bilimler Enstitüsü

İşletme Anabilim Dalı

Doktora Programı

Her yatırımcı fonlarını farklı varlıklar arasında ve portföylerinde nasıl optimal dağılacağı sorunuyla karşı karşıya kalmaktadır. Çünkü her yatırımcı getiriyi maksimize ederken riski minimize etmek istemektedir. Böylece, matematiksel modeller geliştirilmiş ve varlık dağılımı sorununa açıklık getirilmeye çalışılmıştır. Bu modellerden, en önemlisi Markowitz Ortalama-Varyans Modeli'dir. Ancak, Markowitz Ortalama-Varyans Modeli sadece teorik bir çözüm olduğu için ağır eleştirilere konu olmuştur. Çünkü, uygulamada Markowitz Ortalama-Varyans Modeli, girdi-hassasiyeti ve tahmin hatası ile aşırı yoğunlaşmış portföylerin oluşturulmasına sebep olmaktadır.

Fischer Black ve Robert Litterman tarafından geliştirilen Black-Litterman Optimizasyon Modeli, bu sorunların üstesinden gelen bir optimal portföy seçim yöntemidir. Black-Litterman Modeli'nin en önemli özelliği yatırımcı beklentilerinin optimizasyon denklemine dahil edilmesidir. Optimal portföy seçim sürecinde Black-Litterman Modeli ile yatırımcıların bir veya birden fazla varlığın beklenen getirileri hakkındaki subjektif beklentileri ile piyasa denge getirilerini birleştirilerek, yeni beklenen getirilerin hesaplanması sağlanmaktadır. Sonuç olarak, Black-Litterman Modeli kullanılarak getirilerin bu yeni vektörü ile yeni ağırlıklara sahip optimal portföylere ulaşılmaktadır.

Bu çalışmada, 01 Ocak 2004 ile 30 Haziran 2013 tarihleri arasında Borsa İstanbul Anonim Şirketi (BİST) Ulusal 100 endeksinde devamlılık gösteren 39 şirkete Black-Litterman Modeli uygulanarak optimal portföy seçimi

gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmanın amacı, Black-Litterman Modeli ile taktik varlık dağılımı kararları olan yatırımcı beklentilerinin optimal portföy seçimi sürecine yansıtılmasına açıklık getirmektir. Yatırımcı beklentilerini denge getiri vektörüyle birleştirerek yeni birleştirilmiş getiri vektörü elde edilmektedir. Daha sonra, yeni varlık ağırlıkları nihai getirilerin ağırlık vektör denklemi kullanılarak hesaplanmıştır. Son olarak, uygulamanın sonuçları ile ilgili açıklamalar ve ileride yapılacak çalışmalar için önerilere yer verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Optimal Portföy Seçimi, Yatırımcı Beklentileri, Black-Litterman Modeli

ABSTRACT

Doctoral Thesis

Doctor of Philosophy(PhD)

**Black-Litterman Model in Optimal Portfolio Selection: An Application on
Istanbul Stock Exchange Corporation**

Seda SÜER

Dokuz Eylül University

Graduate School of Social Sciences

Department of Business Administration

Doctoral Program

Each investors face the problem of how to optimally allocate capital in portfolios and between different asset. Because every investor wants to minimize the risk while maximizing return. From that, mathematical models have been developed and tried to clarify the question of asset allocation. The most important model is Markowitz's Mean-Variance Model. However, Markowitz's Mean-Variance Model have been subject to heavy criticism for being a theoretical solution. Because, in practice, Markowitz's Mean-Variance Model, with input-sensitivity and estimation error cause to highly-concentrated portfolios.

The Black-Litterman Optimization Model, developed by Fischer Black and Robert Litterman, is an optimal portfolio construction method that overcomes these problems. The most important feature of Black-Litterman Model is that the expectations of the investor can be brought in the formulation of optimization. In the process of optimal portfolio selection Black-Litterman Model combine the subjective expectations of an investor regarding the expected returns of one or more assets with the market equilibrium vector of expected returns to compute a new, mixed estimate of expected returns. Consequently, Black-Litterman Model with this resulting new vector of returns leads to optimal portfolios with sensible portfolio weights.

In this study, optimal portfolio selection was performed by applying the Black-Litterman Model for the period between 01 January 2004 to 30 June 2013 on Istanbul Stock Exchange Corporation (BIST) National 100 Index of 39 companies showing the continuity. The purpose of this study is to clarify reflecting investor expectations which are the tactical asset allocation decisions with the Black-Litterman Model to the optimal portfolio selection process. New combined return vector is obtained by combining investor expectaions with equilibrium return vector. Then, the new portfolio weights were determined in accordance with the posterior returns. Finally, descriptions regarding the results of the application and recommendations for future studies are given.

Keywords: Optimal Portfolio Selection, Investor Expectations, Black-Litterman Approach

**OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİNDE BLACK-LITTERMAN MODELİ:
BORSA İSTANBUL ÜZERİNE BİR UYGULAMA**

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI	ii
YEMİN METNİ	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	viii
KISALTMALAR	xi
TABLolar LİSTESİ	xiv
ŞEKİLLER LİSTESİ	xvi
EKLER LİSTESİ	xviii
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM

**MODERN PORTFÖY YÖNETİMİ YAKLAŞIMINDA
OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİ**

1.1. PORTFÖY KURAMLARI	4
1.2. MODERN PORTFÖY YÖNETİMİ YAKLAŞIMI	8
1.3. MARKOWITZ ORTALAMA-VARYANS OPTİMİZASYONU	10
1.4. MARKOWITZ ÇEŞİTLENDİRMESİ VE OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİ	15
1.4.1. Markowitz Çeşitlendirmesi ve Etkin Sınır	16
1.4.2. Farksızlık Eğrileri ve Optimal Portföy Seçimi	18
1.5. SERMAYE PİYASASI DENGİ MODELLERİ	20
1.5.1. Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli (SVFM)	21
1.5.2. Endeks Modeller	26
1.5.2.1. Tek Endeksli Model	27
1.5.2.2. Çok Endeksli Model	28
1.5.3. Arbitraj Fiyatlandırma Modeli (AFM)	29
	viii

1.5.4. Fama-French Üç Faktörlü Varlık Fiyatlandırma Modeli	31
1.6. PORTFÖY PERFORMANSININ ÖLÇÜLMESİ	33
1.6.1. Toplam Riske Göre Performans Ölçütleri	35
1.6.1.1. Sharpe Performans Ölçütü	35
1.6.1.2. M^2 Performans Ölçütü	36
1.6.1.3. Sortino Performans Ölçütü	37
1.6.2. Sistematik Riske Göre Performans Ölçütleri	37
1.6.2.1. Treynor Performans Ölçütü	37
1.6.2.2. T^2 Performans Ölçütü	39
1.6.2.3. Jensen Performans Ölçütü	39
1.6.2.4. Değerleme Oranı	41
1.6.2.5. Fama Performans Ölçütü	41
1.6.3. Piyasa Zamanlama Ölçütleri	42
1.6.3.1. Kuadratik Regresyon Modeli	42
1.6.3.2. Kukla Değişkenli Regresyon Modeli	43

İKİNCİ BÖLÜM

OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİNDE BLACK-LITTERMAN MODELİ

2.1. BLACK-LITTERMAN MODELİ'NİN GELİŞİMİ	45
2.2. BLACK-LITTERMAN MODELİ İLE OPTİMAL PORTFÖY SEÇİM SÜRECİ	48
2.3. BLACK-LITTERMAN MODELİ'NE İLİŞKİN LİTERATÜR TARAMASI	53
2.4. BLACK-LITTERMAN MODELİ'NİN YÖNTEMİ	58
2.4.1. SVFM'ne Dayalı Olarak Denge Getirilerinin Hesaplanması	62
2.4.2. Yatırımcı Beklentilerinin Belirtilmesi	65
2.4.3. Beklentilerin Varyans (Ω) Matrisi	68
2.5. TAHMİN MODELLERİ	72
2.5.1. Theil'in Karma Tahmin Modeli	73
2.5.2. Bayes Teoremi	76
2.5.3. Tahmin Modeli için Bayes Teoreminin Kullanılması	79
2.6. τ PARAMETRESİNİN DEĞERİNİN SEÇİLMESİ VE ETKİSİ	82
2.6.1. τ Parametresinin Değerinin Seçilmesi	83

2.6.2. τ Parametresinin Etkisi	84
2.7. ALTERNATİF REFERANS MODELİ	86

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BLACK-LITTERMAN MODELİ İLE BORSA İSTANBUL'DA BİR UYGULAMA

3.1. ARAŞTIRMANIN AMACI VE ÖNEMİ	89
3.2. ARAŞTIRMANIN YÖNTEMİ	90
3.3. ARAŞTIRMANIN VERİ SETİ	92
3.4. DENGİ GETİRİLERİNİN HESAPLANMASI	101
3.5. YATIRIMCI BEKLENTİLERİNİN HESAPLANMASI	106
3.6. BEKLENTİLERİN VARYANS MATRİSİNİN (Ω) HESAPLANMASI	112
3.7. NİHAİ GETİRİLERİN HESAPLANMASI	114
3.8. BEKLENTİLERİN %100 GÜVENİLİRLİK ORANINDA NİHAİ GETİRİLERİN HESAPLANMASI	119
3.9. YATIRIMCI BEKLENTİLERİNİN İNCELENMESİ	122
SONUÇ	133
KAYNAKÇA	141
EKLER	

KISALTMALAR

AEFES	Anadolu Efes Biracılık ve Malt Sanayi Anonim Şirketi
AFM	Arbitraj Fiyatlandırma Modeli
AKBNK	Akbank Ticaret Anonim Şirketi
AKENR	Akenerji Elektrik Üretim Anonim Şirketi
AKSA	Aksa Akrilik Kimya Sanayi Anonim Şirketi
ALARK	Alarko Holding Anonim Şirketi
ANSGR	Anadolu Anonim Türk Sigorta Şirketi
ARCLK	Arçelik Anonim Şirketi
ASELS	Aselsan Elektronik Sanayi ve Ticaret Anonim Şirketi
A.Ş.	Anonim Şirketi
AYGAZ	Aygaz Anonim Şirketi
BİST	Borsa İstanbul Anonim Şirketi
DOHOL	Doğan Şirketler Grubu Holding Anonim Şirketi
DYHOL	Doğan Yayın Holding Anonim Şirketi
ECILC	EİS Eczacıbaşı İlaç, Sınai ve Finansal Yatırımlar Sanayi ve Ticaret Anonim Şirketi
ECZYT	Eczacıbaşı Yatırım Holding Ortaklığı Anonim Şirketi
ENKAI	Enka İnşaat Anonim Şirketi
EREGL	Ereğli Demir ve Çelik Fabrikaları Ticaret Anonim Şirketi
FROTO	Ford Otomotiv Sanayi Anonim Şirketi
GARAN	Türkiye Garanti Bankası Anonim Şirketi
GLYHO	Global Yatırım Holding Anonim Şirketi
GSDHO	GSD Holding Anonim Şirketi
HML	High Minus Low
HURGZ	Hürriyet Gazetecilik ve Matbaacılık Anonim Şirketi
IHLAS	İhlas Holding Anonim Şirketi
ISCTR	Türkiye İş Bankası Anonim Şirketi
ISFIN	İş Finansal Kiralama Anonim Şirketi
ISGYO	İş Gayrimenkul Yatırım Ortaklığı Anonim Şirketi
KCHOL	Koç Holding Anonim Şirketi

KRDMD	Kardemir Karabük Demir Çelik Sanayi ve Ticaret Anonim Şirketi
MKEG	Minimum Kabul Edilebilir Getiri
NTHOL	Net Holding Anonim Şirketi
NTTUR	Net Turizm Ticaret ve Sanayi Anonim Şirketi
OYF	Olasılık Yoğunluk Fonksiyon
PETKM	Petkim Petrokimya Holding Anonim Şirketi
PRKME	Park Elektrik Üretim Madencilik Sanayi ve Ticaret Anonim Şirketi
SAHOL	Hacı Ömer Sabancı Holding Anonim Şirketi
SISE	Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları Anonim Şirketi
SMB	Small Minus Big
SPD	Sermaye Piyasası Doğrusu
SVFM	Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli
T.A.Ş.	Ticaret Anonim Şirketi
TCELL	Turkcell İletişim Hizmetleri Anonim Şirketi
THYAO	Türk Hava Yolları Anonim Ortaklığı
TOASO	Tofaş Türk Otomobil Fabrikası Anonim Şirketi
TRKCM	Trakya Cam Sanayi Anonim Şirketi
TUPRS	Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri Anonim Şirketi
VESTL	Vestel Elektronik Sanayi ve Ticaret Anonim Şirketi
YKBNK	Yapı ve Kredi Bankası Anonim Şirketi
σ_i^2	i menkul kıymetinin varyansı
β_i^2	Menkul kıymetlerin sistematik riske karşı duyarlılığı
σ_m^2	Piyasa riski (varyansı)
σ_e^2	Menkul kıymetlerin kendisine özgü olan ve sistematik olmayan risk
r_p	Portföy getirisi
r_i	i menkul kıymetinin getirisi
w_i	i menkul kıymetinin portföydeki ağırlığı
$\rho_{(A,B)}$	Korelasyon katsayısı
σ_p	Portföy riski (standart sapması)
w	Her bir menkul değer portföydeki ağırlığı
$Cov(ij)$	Menkul kıymetler arasındaki kovaryans
$E(r)$	Beklenen getiriler

Π	Denge getiri vektörü
Σ	Kovaryans matrisi
δ	Riskten kaçınma katsayısı
τ	Beklentilerin varyansının belirsizlik ölçüsü
P	Yatırımcı beklenti matrisi
Q	Yatırımcının beklenen getiri vektörü
c	Beklenti güvenilirlik oranı vektörü
Ω	Beklentilerin varyans matrisi
ε	Hata vektörü
n	Varlıkların sayısı
k	Yatırımcı beklentileri
$E(R)$	Black-Litterman nihai beklenen getiri vektörü

TABLÖLER LİSTESİ

Tablo 1: Toplam Riskin Kaynakları	s.5
Tablo 2: Black-Litterman Modeli'nin Önemli Adımları	s.47
Tablo 3: Black-Litterman Modeli ile Optimal Portföy Seçim Süreci	s.52
Tablo 4: Black-Litterman Modeli'nin Yöntemi	s.59
Tablo 5: 01/01/2004 – 30/06/2013 Tarihleri Arasında Hisse Senetleri BİST Ulusal 100 Endeksinde Devamlılık Gösteren Şirketler	s.93
Tablo 6: Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Ortalama Getirileri	s.95
Tablo 7: Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Ağırlıklarının Ortalaması	s.96
Tablo 8: Portföy Kapsamındaki Şirketlerin Ağırlıklarına Göre Sektörel Dağılımı (%)	s.97
Tablo 9: Portföy Bilgileri	s.99
Tablo 10: Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Denge Getirileri (II)	s.102
Tablo 11: Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Ağırlıkları, Ortalama ve Denge Getirileri (II)	s.104
Tablo 12: Portföy Kapsamındaki Şirketlerin Sektörel Dağılımı ve Denge Getirileri (II)	s.107
Tablo 13: Denge Getirileri Doğrultusunda Oluşturulan Yatırımcı Beklentileri (P)	s.109
Tablo 14: Beklentilerin Varyans Değerleri	s.113
Tablo 15: Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Getiri Vektörleri ve Portföy Ağırlıkları	s.115
Tablo 16: Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında %100 Güvenilirlik Oranında Getirileri, Denge Getirileri ve Portföy Ağırlıkları	s.120
Tablo 17: Sadece Yatırımcı Beklentisi 1'in Black-Litterman Getirilerine ve Ağırlıklara Olan Etkisi	s.124

Tablo 18: Sadece Yatırımcı Beklentisi 2'nin Black-Litterman Getirilerine ve Ağırlıklara Olan Etkisi	s.127
Tablo 19: Sadece Yatırımcı Beklentisi 3'ün Black-Litterman Getirilerine ve Ağırlıklara Olan Etkisi	s.130

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: Menkul Kıymet Sayısı ile Risk Arasındaki İlişki	s.6
Şekil 2: Etkin Sınır	s.16
Şekil 3: Yatırımcının Olası Portföyler Seti	s.17
Şekil 4: Yatırımcının Risk Üstlenme Durumuna Göre Farksızlık Eğrileri	s.18
Şekil 5: Yatırımcının Etkin Set Üzerindeki Yeri	s.20
Şekil 6: Sermaye Piyasası Doğrusu ile Menkul Kıymet Piyasası Doğrusunun Birlikte Değerlendirilmesi	s.26
Şekil 7: Sharpe Performans Endeksine Göre Portföylerin Karşılaştırılması	s.36
Şekil 8: Treynor Performans Endeksine Göre Portföylerin Karşılaştırılması	s.38
Şekil 9: Jensen Performans Ölçütü	s.40
Şekil 10: Portföy Kapsamındaki Şirketlerin Ağırlıklarına Göre Sektörel Dağılımı (%)	s.98
Şekil 11: Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Ortalama ve Denge Getirileri (II)	s.105
Şekil 12: Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Ortalama, Denge (II) ve Nihai Getirileri	s.118
Şekil 13: Ağırlıklar (w), Black-Litterman Ağırlıkları (w_{BL}) ve %100 Güvenilirlik Ağırlıklarına Göre Portföy Dağılımları	s.121
Şekil 14: Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Ortalama Getirileri, Denge Getirileri (II), Nihai Getirileri($E(R)$) ve %100 Güvenilirlik Oranında Nihai Getirileri ($E(R_{\%100})$)	s.121
Şekil 15: Sadece Yatırımcı Beklentisi 1'in Ağırlıklara (w), Black-Litterman Ağırlıklarına (w_{BL}) ve %100 Güvenilirlik Ağırlıklarına Dayalı Portföy Dağılımları	s.125
Şekil 16: Sadece Yatırımcı Beklentisi 2'nin Ağırlıklara (w), Black-Litterman Ağırlıklarına (w_{BL}) ve %100 Güvenilirlik Ağırlıklarına Dayalı Portföy Dağılımları	s.128

Şekil 17: Sadece Yatırımcı Beklentisi 3'ün Ağırlıklara (w), Black-Litterman Ağırlıklarına (w_{BL}) ve %100 Güvenilirlik Ağırlıklarına Dayalı Portföy Dağılımları

s.131

EKLER LİSTESİ

EK 1: Black-Litterman Modeli'nin Nihai Getirler Denklemi	ek s.1
EK 2: Black-Litterman Modeli'nin Nihai Varyans Denklemi	ek s.2
EK 3: Theil'in Karma Tahmin Yaklaşımı	ek s.3
EK 4: Olasılık Yoğunluk Fonksiyon Tabanlı Yaklaşım	ek s.5
EK 5: Araştırmanın Matlab Uygulaması	ek s.7

GİRİŞ

Bireysel ve kurumsal yatırımcılar ellerindeki fonları değerlendirmek amacıyla bir takım yatırım araçlarına yönelirler. Genel olarak bu yatırım araçlarından oluşan gruba “portföy” denilmektedir. Portföy kavramı piyasalardaki yatırım araçlarının çeşitleri ve sayıları arttıkça daha da karmaşık bir hal almış ve üzerinde birçok araştırma yapılan bir konu haline gelmiştir. Bunun sonucunda optimal portföy oluşturulması üzerine bir çok portföy yönetimi yaklaşımı ortaya çıkmıştır. Bu yaklaşımlardan geleneksel portföy yönetimi yaklaşımında portföyde yer alan menkul kıymetler arasındaki ilişkiye dikkat edilmeden aşırı çeşitlendirme yoluyla portföyün riski azaltılmaya çalışılırken, modern portföy yaklaşımında Ortalama-Varyans Optimizasyon Modeli’yle menkul kıymet seçimi yapılarak optimal portföyün oluşturulması amaçlanmaktadır.

Her iki yaklaşımın amacı, yatırımcının yatırımından sağlayacağı faydayı maksimum yapmaktır. Bu yaklaşımlara göre yatırımcının risk tercihlerini minimum ve getiriye ilişkin fayda tercihlerini maksimum yapacak bir portföyü seçeceği kabul edilmektedir. Geleneksel portföy yönetimi yaklaşımının asıl amacı yatırımcılara maksimum faydayı sağlamaktır. Burada yatırımcılar, ortaya çıkan risk düzeyine göre aşırı çeşitlendirmeye önem vermekte, ancak portföye alınacak olan menkul kıymetler arasındaki ilişkileri dikkate almayarak faydayı maksimum yapmaya çalışmaktadırlar. Harry Markowitz 1952 yılında yayınladığı “Portföy Seçimi” adlı çalışmasında optimal portföyün tamamıyla matematiksel hesaplamalar sonucunda oluşturulabileceğini ileri sürmüştür. Markowitz, geleneksel portföy yönetimine çeşitli katkılar sağlamıştır: Bu katkıların birincisi, portföy yönetiminde kısımların veya parçaların toplamının, bütüne eşit olmadığının ispatlanmasıdır. İkincisi, aynı getiriye sağlayan portföylerden riski düşük olan portföyün, aynı risk düzeyindeki portföylerden de getirisi en yüksek portföyün tercih edilmesi gereğidir. Son katkısı ise etkin sınırın hesaplanabilmesidir. Böylece, yatırımcı en yüksek beklenen getiri ve en düşük risk düzeyini gösteren etkin sınır üzerinde kendi risk düzeyine göre bir portföy bileşimi oluşturabilmektedir. Bu nedenle, birbirleriyle yüksek korelasyon içinde bulunan menkul kıymetlerin portföye konulmasından kaçınılmaktadır.

Menkul kıymet sayısındaki artışın yarattığı optimal portföylerin beklenen getirisi ve varyansını hesaplamadaki zorluklar da Sharpe'ın geliştirdiği Tek İndeks Modeli ve Perold'ın Çoklu Endeks Modelleri ile aşılmıştır. Ortalama-Varyans Modeli üzerindeki çalışmalar modelin hem matematiksel, hem de mantıksal bir uzantısı olan Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli'ni (SVFM) ortaya çıkarmıştır. Sharpe, Lintner ve Mossin, Markowitz'in etkin sınır kuramından hareketle risksiz bir finansal varlığı modele ilave etmişlerdir. Arbitraj Fiyatlandırma Modeli (AFM) ise Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli'ne alternatif olarak geliştirilmiştir.

Ortalama-Varyans Optimizasyon Modeli, Modern Portföy Teorisi'nin temel taşlarından biri olmasına rağmen modelin sonuçları değerlendirildiğinde eleştirilere konu olmuştur. Girdi hassasiyeti ve tahmin hata oranlarının yüksek olması ile aşırı yoğunlaşmış portföylerin oluşturulması Ortalama-Varyans Modeli'nin eleştirilen yönleridir. Fisher Black ve Robert Litterman tarafından 1990'lı yıllarda geliştirilen ve "Black-Litterman Modeli" diye adlandırılan model ile oluşturulan optimal portföylerde bu sorunlara çözüm getirilmiştir. Black-Litterman Modeli'nin en önemli özelliği yatırımcıların çeşitli finansal varlıkların performansı hakkındaki beklentilerini Sermaye Varlık Fiyatlama Modeli (SVFM) ile elde edilen piyasa dengesi getirileri ile birleştirilmesinin sağlanmasıdır. Sonuç olarak, Black-Litterman Modeli kullanılarak yatırımcıların bir veya birden fazla varlığın beklenen getirileri hakkındaki subjektif beklentilerini SVFM piyasa denge getirileriyle (birincil dağılım) birleştirerek yeni beklenen getiriler (nihai dağılım) hesaplanmaktadır. Böylece, yatırımcıların daha iyi çeşitlendirilmiş portföylere sahip olması sağlanmaktadır.

Bu çalışmada Black-Litterman Modeli ile optimal portföyün nasıl oluşturulacağı ayrıntılı olarak incelenmektedir. Bu modelin uygulanması için gerekli olan girdilerin temin edilmesi ve hesaplanması süreci detaylandırılmıştır. Black-Litterman Modeli'nin en önemli özelliği yatırımcı beklentilerinin optimal portföy oluşturulma sürecine dahil edilebilmesidir. Bu çalışmanın önemi de optimal portföy oluşturulma sürecine yatırımcı beklentilerinin dahil edilmesine olanak sağlanmasından kaynaklanmaktadır. Öte yandan, menkul kıymetlere yapılan yatırımlarda beklenen getiri ile gerçekleşen getiri arasında ortaya çıkan sapmanın en aza indirilmesi çalışmanın amacıdır.

Çalışmanın birinci bölümünde portföy kavramı, kuramları ve Markowitz Ortalama-Varyans Optimizasyon Modeli ile optimal portföy oluşturma konusuna yer verilmektedir. Bu bağlamda, Etkin Sınır, Sermaye Piyasası Denge Modelleri ve Portföy Performans Ölçütleri incelenmektedir. Black-Litterman Modeli'nin başlangıç noktası Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli olduğundan modelin girdilerinden biri olarak SVFM'ne bu bölümde önem verilmiştir.

Çalışmanın ikinci bölümünde Black-Litterman Modeli'nin gelişimi ve süreci ile literatürde bu model ile daha önce yapılmış çalışmalara yer verilmiştir. Daha sonra Black-Litterman Modeli ve modelin başlangıç noktası olan Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli ile denge getirilerin hesaplanması ile bu denge getirilerinin yatırımcı beklenti matrisi ile birleştirilmesi konusu açıklanmıştır. Bu bağlamda, yatırımcı beklentilerinin belirlenmesinde ve denge getirileri ile birleştirilmesinde kullanılan tahmin modellerine değinilmiştir. Black-Litterman Modeli'nde çoğunlukla kullanılan Theil'in Karma Tahmin Modeli ile Bayes Teoremi açıklanmıştır. Black-Litterman Modeli ile yapılmış çeşitli çalışmalarda üzerinde çokça durulan τ parametresinin özelliği açıklanmıştır. Son olarak da yine çeşitli çalışmalarda kullanılan Black-Litterman Alternatif Modeli'ne değinilmiştir.

Çalışmanın üçüncü bölümünde Black-Litterman Modeli'nin Borsa İstanbul Ulusal 100 endeksinde 01 Ocak 2004 ile 30 Haziran 2013 tarihleri arasında devamlılık gösteren 39 şirketi içeren bir araştırma yapılmıştır. Araştırmada Black-Litterman Modeli ile elde edilen nihai getiriler ve yeni ağırlıkların oluşturulan yatırımcı beklentileri ile karşılaştırılarak modelin değerlendirilmesi yapılmıştır. Burada amaç Black-Litterman Modeli'ni kullanarak yatırımcının kısa süreli varlık dağılımı kararlarını ifade eden beklentilerin portföy ağırlıklarına yansıtılmasını matematiksel olarak gerçekleştirilmesinin sağlanmasıdır.

BİRİNCİ BÖLÜM

MODERN PORTFÖY YÖNETİMİ YAKLAŞIMINDA

OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİ

Geleneksel portföy yönetimi yaklaşımı, portföy içindeki hisse senedi sayısının artırılması yoluyla riskin azaltılacağı varsayımına dayanmaktadır. Oysa, modern portföy yönetimi yaklaşımı sadece portföy çeşitlendirilmesi ile riskin azaltılamayacağını savunmaktadır. Markowitz, belli varsayımlar altında, bir portföyün beklenen getirilerinin varyansının o portföyün riskini ölçmede kullanılabilecek iyi bir ölçü olarak belirtmiştir. Böylece, portföy riskinin nasıl azaltılabileceğini açıklamakla kalmayıp aynı zamanda etkin bir çeşitlendirmenin nasıl olması gerektiğini de ortaya koymaktadır. İlk defa Markowitz, çeşitlendirmenin hisse senetlerinin getirileri arasındaki ilişkiye dayanması gerektiğini ifade etmiştir. Böylece, modern portföy yaklaşımının temellerini, menkul kıymet getirileri arasındaki ilişki şeklinde ele almak mümkündür.

1.1. PORTFÖY KURAMLARI

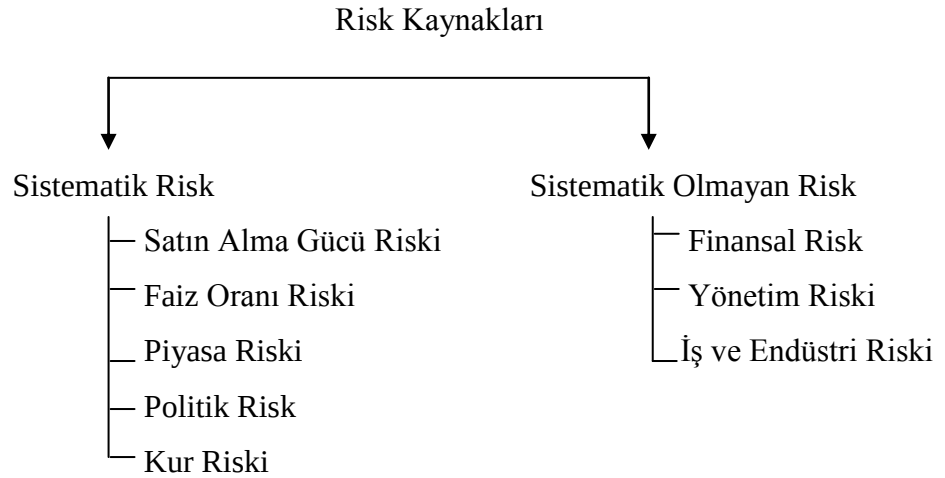
Portföy, kelime olarak “cüzdan” anlamına gelmektedir. Menkul kıymetler açısından ise portföy, bir yatırımcının sahip olduğu tüm menkul kıymetlerin bileşimine verilen addır. Portföy, bir menkul kıymetler demeti olarak tanımlanabilir. Diğer bir ifadeyle portföy, riski azaltmak ve üstlenilen riskten en yüksek getiriye sağlamak amacıyla, aynı veya farklı özelliklere sahip en az iki yatırım aracının bir araya getirilmesiyle oluşan toplam değeri ifade etmektedir. Bu nedenle portföy, içerdiği menkul kıymetlerin basit bir toplamı değildir (Ceylan ve Korkmaz, 1998: 471; Usta, 2005: 283).

Portföy yönetiminin en önemli fonksiyonlarından biri, risk ve getiri arasında ilişki kurmaktır. Bilindiği gibi, herhangi bir menkul kıymete yatırım yaparken, göz önünde tutulacak en önemli unsur, söz konusu menkul kıymete ait risk ve getiri arasındaki ilişkidir. Çünkü, yatırım araçlarının seçimi, büyük ölçüde bu iki unsurun karşılaştırılmasını ve bunlar arasında uygun bir değişimin saptanmasını gerektirir.

Genellikle, yatırımcılar, getiri oranı hakkında oldukça fazla bilgi sahibi oldukları halde, risk kavramı hakkında yeterli bir bilgiye sahip değildirler. Bu nedenle, risk türleri ve toplam riskin kaynaklarının neler olduğunun açıklanması, bilinçli yatırım kararlarının alınması yönünden çok büyük önem taşımaktadır (Bekçioğlu, 1984: 59).

Genel olarak risk denildiğinde, olumsuz bir durumun ortaya çıkması ve bunun sonucunda maddi bir kayba uğrama olasılığı anlaşılmaktadır. Menkul kıymet analizi açısında ele alındığında risk kavramı, bundan farklı bir anlam taşımaktadır. Risk kavramı, bir menkul kıymetin gelecekte yapmayı öngördüğü ödemelerin tam ve zamanında yapılıp yapılmayacağına ilişkin belirsizlik olarak tanımlanabilir. Beklenenden farklı her sonuç, bu çerçevede içinde risk sayılmaktadır (Uğuz, 1990: 91, 115) Menkul kıymet yatırımlarında risk, menkul kıymetin gerçekleşen getirisinin, beklenen yani tahmin edilen getirisine göre gösterdiği dalgalanmaların büyüklüğü ile ölçülür (Bolak, 2004: 5).

Tablo 1. Toplam Riskin Kaynakları



Kaynak: Ceylan ve Korkmaz,1998: 33.

Portföy kuramında yatırımcının riski kontrol altına alabilme veya sınırlayabilme olanağının olup olmamasına göre toplam risk; sistematik (pazar, piyasa) ve sistematik olmayan (firma) risk olarak iki ana gruba ayrılabilir. Bu durumu, toplam riskin kaynakları olarak Tablo 1’de göstermek mümkündür (Ceylan ve Korkmaz, 1998:33). Sistematik risk, menkul kıymetlerin getirilerindeki dalgalanmaların, piyasadaki tüm finansal varlıkların fiyatlarını aynı zamanda etkileyen faktörlerden kaynaklanan kısmı olarak kabul edilir. Piyasadaki menkul kıymetlerin tümü, farklı farklı oranlarda olmakla birlikte sistematik riskten aynı

doğrultuda etkilendirirler. Sistematiik olmayan risk ise toplam riskin firmaya ya da firmanın içinde yer aldığı sektöre özgü kısmıdır. Bu nedenle de sistematiik olmayan riskin her firma için ayrı ayrı tahmin edilmesi gerekmektedir (Bolak, 2004: 6-7).

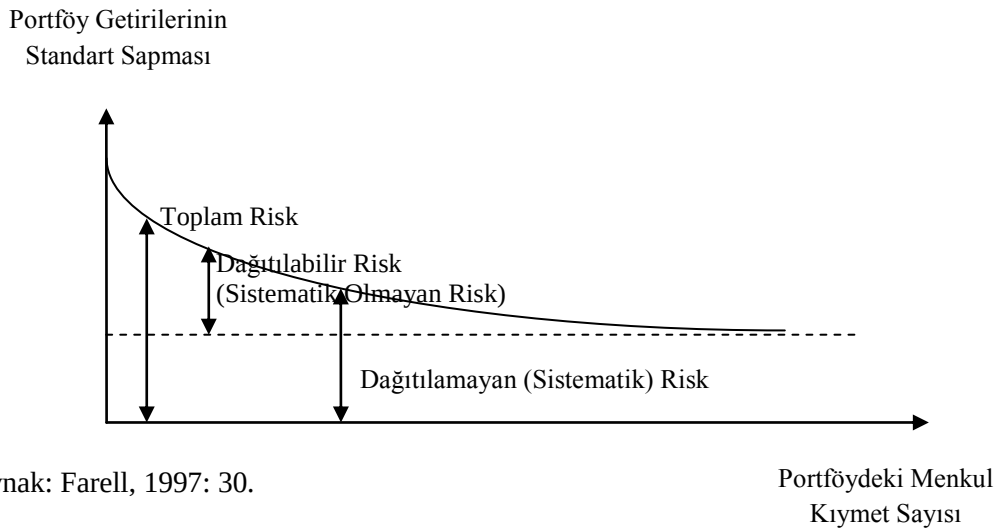
Yatırımcıların karşı karşıya kaldığı toplam risk, yukarıda belirtildiği gibi iki bileşenden oluşur. Toplam riskin bileşenleri, sistematiik risk ve sistematiik olmayan risklerdir. Toplam risk ise aşağıdaki denklemlle hesaplanmaktadır:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_e^2 \quad (1.1)$$

Denklem (1.1)'de (σ_i^2) yatırım yapılan menkul kıymetlerin toplam riskini, (β_i^2) menkul kıymetlerin sistematiik riske karşı duyarlılığını, (σ_m^2) sistematiik riski, (σ_e^2) ise menkul kıymetlerin kendisine özgü olan ve sistematiik olmayan riskini ifade etmektedir (Ceylan ve Korkmaz, 1998: 33).

Portföy kuramında çeşitlendirme ile portföy riski arasında ilişki olduğu varsayılmaktadır. Sistematiik olmayan risk firmadan kaynaklanmakta, sistematiik risk ise genel ekonomik, politik veya firma dışı herhangi bir nedenden kaynaklanmaktadır. Portföy oluştururken iyi bir şekilde çeşitleme yapıldığı takdirde sistematiik olmayan riski büyük ölçüde ortadan kaldırılabilir. Çeşitlendirme, riski yayma ve azaltma çalışmalarını içerir. Geleneksel anlamda çeşitlendirme, farklı endüstri kollarından, farklı menkul kıymetlerin portföye alınmasıdır. Çeşitlendirmede amaç riski azaltabilmektir. Ancak sistematiik riski ortadan kaldırmak mümkün olmamaktadır. Zira bu risk firma dışı nedenlerden kaynaklanmaktadır.

Şekil 1. Menkul Kıymet Sayısı ile Risk Arasındaki İlişki



Çeşitlendirme ile portföy riskinin azalıp azalmadığını incelemek mümkündür. Şekil 1’de de görüldüğü gibi portföy içindeki menkul kıymet sayısı arttırıldıkça yani çeşitlendirme ile toplam risk belli bir seviyeye kadar düşmektedir. Burada toplam riskin düşmesinin sebebi sistematik olmayan riskin çeşitlendirme ile birlikte azalmasıdır. Sistematik riskin çeşitlendirme ile azaltılamamasının nedeni ise sistematik riskin, pazardaki tüm menkul kıymetleri aynı yönde etkilemesidir. (Elton ve diğerleri, 1995: 268-285). Görüldüğü gibi, sistematik risk, yatay eksene paralel bir doğru ile gösterilmiştir. Bunun anlamı, portföy ne kadar çeşitlendirilirse çeşitlendirilsin, bu risk aynı düzeyde kalacaktır (Akmüt, 1989: 17). Ancak, sistematik risk, her zaman sabit değildir. Oluşturulan bazı portföyler için, söz konusu risk düzeyi daha aşağı veya daha yüksek bir seviyede oluşabilir. Her portföy için mutlaka bir sistematik risk söz konusudur. Ancak, portföyün çeşidine göre bunun seviyesi değişebilmektedir. Sistematik olmayan riski, iyi bir çeşitlendirme ile düşürmek mümkündür. Çok iyi çeşitlendirilmiş bir portföyde sistematik olmayan risk, sistematik risk seviyesine kadar indirilebilir (Ceylan ve Korkmaz, 1998: 35).

Portföy oluşturulmasında esas amaç, riskin dağıtılması olarak ifade edilmektedir. Bütün finansal varlıkların getirileri aynı yönde hareket etmeyeceği, bazıları zarar ederken bazıları kar sağlayacağı için portföyün riski, tek bir finansal varlığın riskinden küçük olacağı varsayılmaktadır (Bolak, 2001: 240). Başka bir varsayımla, tüm finansal varlıkların aynı riske (σ) sahip oldukları fakat herhangi iki finansal varlığın getirileri arasında hiçbir ilişkinin bulunmadığı kabul edilmektedir. Portföyde yer alan finansal varlıkların getirileri arasında hiçbir ilişki bulunmadığında, çeşitlendirmeye önemli bir risk indirimi sağlanabilmekte, hatta yeterince varlık portföye dahil edilecek olursa, riskin sıfıra yaklaştırılabileceği anlaşılmaktadır (Sharpe, 1978: 84). Ancak bu yaklaşımın tam anlamıyla doğru olmadığı finans dünyasında yapılan çalışmalarla ortaya konulmuştur. Çeşitlendirmeye riskin nasıl azaltılabileceği çarpıcı olarak belli olsa da, gerçekte tüm finansal varlık çiftleri arasındaki ilişkinin sıfır olmaması, dolayısıyla da basit çeşitlendirmeye portföy riskinin bu şekilde azaltılması mümkün değildir.

Geleneksel portföy yönetimi yaklaşımında, portföyde yer alan menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkileri göz önünde bulundurmadan sadece portföydeki menkul kıymetlerin sayılarını artırarak risk faktörünün azaltılabileceği

öngörülmektedir (Demirtaş ve Güngör, 2004: 104). Bu yaklaşıma göre; farklı endüstri gruplarından işletmelerin menkul kıymetlerinden oluşan bir çeşitlendirmeye gidilmesinin olumlu bir etki yapacağı varsayılmaktadır. Ancak, söz konusu yöntem menkul kıymet seçiminde sayısal yöntemlere fazla yer vermemesi ve bilimsel dayanağının olmaması nedeniyle eleştirilmektedir. Ayrıca, menkul kıymet seçiminde nicel bilgilere yeterince önem verilmemektedir. Bu eleştirilere rağmen, geleneksel portföy kuramının başarısız olduğu söylenemez (Fisher ve Jordan, 1979: 497). Ancak, yukarıda bahsedilen eleştiriler dikkate alınarak, matematik ve istatistik yöntemlerine dayanan modern portföy teorisi geliştirilmiştir.

1.2. MODERN PORTFÖY YÖNETİMİ YAKLAŞIMI

1950’li yıllara gelinceye kadar yatırımcılar, portföyde yer alan menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkileri göz önünde bulundurmadan sadece portföydeki menkul kıymetlerin sayısını arttırarak riski azaltabileceklerini düşünmüşlerdir (Akmüt, 1989: 5). Geleneksel Portföy Yönetimi Yaklaşımı’nda menkul kıymetler arasındaki ilişkiye dikkat edilmeden aşırı çeşitlendirmeye gidilerek portföyün riski azaltılmaya çalışılırken Modern Portföy Yönetimi Yaklaşımı’nda Ortalama-Varyans Modeli’yle portföy seçimi yapılmaktadır (Markowitz; 1952: 77-91). 1952 yılında Harry Markowitz’in “Portföy Seçimi” başlıklı makalesinde, portföyün beklenen getirisi ile riskinin nasıl ölçülebileceği matematiksel olarak ilk defa ifade edilerek modern portföy kuramının temelleri atılmıştır. Markowitz’den önce Williams (1938), Graham and Dodd (1934) da menkul kıymetleri ayrı ayrı değerlendirmişlerdir. Roy (1952) ise portföyü oluşturan menkul kıymetlerin getirilerinin varyansı ile portföyün getirilerinin varyansı arasındaki ilişkiyi ortaya koyarak Markowitz’inkine benzer bir ortalama-varyans etkin sınırı geliştirmiştir (aktaran Atan; 2004: 2).

Markowitz, portföy yönetimine üç önemli noktada katkıda bulunmuştur. Bu katkılardan birincisi ve en önemlisi portföy yönetiminde, kısımların veya parçaların toplamının, bütüne eşit olmadığını ispatlanmasıdır. Markowitz, burada portföy riskinin portföyü oluşturan varlıkların riskinden daha az olabileceğini ve belirli koşullarda portföyün sistematik olmayan riskinin sıfır yapılabileceğini göstermiştir.

Bu nedenle, birbirleriyle yüksek korelasyon içinde bulunan menkul kıymetlerin portföye konulmasından kaçınılmaktadır (Markowitz; 1952: 89, Ceylan ve Korkmaz, 1998: 144). İkincisi, aynı getiriyi sağlayan portföylerden riski düşük olan portföyün aynı risk düzeyindeki portföylerden de getirisi en yüksek portföyün tercih edilmesidir. Dolayısıyla bazı portföylerin diğerlerine göre daha üstün oldukları ileri sürülmüştür ve bu durum “üstünlük ilkesi” olarak ifade edilmiştir (Markowitz, 1959: 5; Ceylan ve Korkmaz, 1998: 144). Üçüncü katkı olarak Markowitz’e göre, menkul kıymetlerin seçiminde etkin sınırın söz konusu olmasıdır. Karesel programlama yoluyla her risk düzeyinde maksimum getiri sağlayan portföy bileşimleri “etkin sınır” ile ortaya konulabilmektedir. Etkin sınır üzerindeki portföyler belli bir risk düzeyinde en yüksek beklenen getiriye sahip portföyler olduğundan, etkin sınır üzerindeki hangi portföyün seçileceği yatırımcının riske karşı tutumuna, bir başka ifadeyle fayda fonksiyonuna göre değişecektir (Atan; 2004: 2; Ceylan ve Korkmaz, 1998: 144).

Markowitz’in modern portföy yaklaşımını, geleneksel portföy yaklaşımından ayıran özellikleri ile ilgili beklentilerini şu şekilde özetlemek mümkündür. Geleneksel portföy yaklaşımının tersine, portföy çeşitlendirmesi hisse senetlerinin getirileri arasındaki ilişkiye dayanmaktadır. Hisse senedi sayısını arttırmak, belli bir noktaya kadar riski azaltacaktır. Modern portföy teorisine göre, sadece hisse senedi sayısını arttırmak portföy riskini düşürmemektedir. Çünkü, çeşitlendirmenin başarılı olabilmesi, hisse senedi getirileri arasındaki ilişkiye bağlı olmaktadır (Usta, 2005; 309). Böylece portföy çeşitlendirmesine gidilerek riskin azaltılamayacağı çünkü portföyde yer alan menkul kıymetlerin ya da menkul kıymet gruplarının aynı ya da ters yönde hareket ettikleri ileri sürülmektedir (Ceylan ve Korkmaz, 1998: 143).

Modern portföy yaklaşımının varsayımları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Yatırımcı, her yatırım seçeneğini beklenen getirilerin olasılık dağılımları ile değerlendirmektedir.
- Yatırımcılar, portföyün riskini, getirilerin beklenen getirisinden sapmaları şeklinde ifade eder.
- Yatırımcılar, yatırım kararlarını yalnızca beklenen getiri ve riski temel almaktadırlar. Dolayısıyla, kayıtsızlık eğrileri beklenen getiri ve varyansın bir fonksiyonudur.

- Yatırımcıların, risk ve getiri hakkındaki beklentileri homojendir. Başka bir deyişle, tüm yatırımcılar aynı risk düzeyinde daha fazla getiriye azına tercih ederler.
- Modern portföy teorisine göre, sermaye piyasası oldukça etkindir. Başka bir deyişle, bilgiler süratle, tamamen ve doğru olarak menkul kıymet fiyatlarına yansır. Piyasa her zaman dengededir. Bilgi akışında herhangi bir kısıtlama bulunmamaktadır ve yatırımcılar için söz konusu bilgilere eş-zamanlı olarak ulaşmak mümkündür (Konuralp; 2005: 315-6).

1.3. MARKOWITZ ORTALAMA-VARYANS OPTİMİZASYONU

Yatırımcıların çoğu aynı anda birden fazla menkul kıymete yatırım yapmaktadırlar. Yatırımcılar, çeşitli menkul kıymet bileşimleri oluşturarak çok sayıda portföy sahibi olabilirler. Ancak, yatırımcı açısından önemli olan, optimal portföyün oluşturulmasıdır. Optimal portföy oluşturulmasındaki ilk adım ise portföy risk ve getirisinin hesaplanmasıdır. Portföy optimizasyonu, optimal portföyün oluşturulmasında matematiksel bir süreçtir. Portföy optimizasyonu işlemi, belli girdiler ve kısıtlar veri iken yatırımcıların beklentilerini en iyi biçimde karşılayacak menkul kıymet bileşiminin bulunmasına yönelik matematiksel bir problemdir (Atan, 2004: 3).

Menkul kıymet yatırımından beklenen getirilerin ne kadar olacağını önceden tam olarak tespit etmek güçtür. Ancak, getirilerin olasılık dağılımlarını oluşturmak mümkündür. Olasılık dağılımlarının objektif veya subjektif yapılması söz konusu olabilmektedir. Objektif olasılık dağılımı, geçmiş verilere dayanılarak yapılmaktadır. Subjektif olasılık dağılımı ise kişinin beklentileri ve tahminleri doğrultusunda düzenlenmektedir. Bu durumda, bir menkul kıymetin beklenen getirisi belli bir dönem getirileri ile bu getirilerin gerçekleşme olasılıklarının çarpımının toplamıdır. Başka bir deyişle; beklenen getiri, risk veya belirsizlik ortamında beklenen değer sonuçlarının ortalama değerini ölçmeye yarayan bir ölçüttür. Bir portföyün beklenen getirisi ise portföydeki bireysel menkul kıymetlerin beklenen getirilerinin ağırlıklı ortalamasıdır (Ceylan ve Korkmaz, 1998: 79-80; Karan, 2011: 148).

$$E(r) = \sum_{i=1}^n w_i r_i \quad (1.2)$$

Burada,

$E(r)$: Portföyün beklenen getirisini,

r_i : Her bir menkul kıymetin beklenen getirisini,

w_i : Her bir menkul kıymetin portföydeki ağırlığını,

n : Portföydeki menkul kıymet sayısını ifade eder.

Standart sapma veya varyans, olasılık dağılımının sıklığını gösterir ve portföy yönetiminde risk ölçüsü olarak kullanılmaktadır. Optimal portföyün oluşturulması için yalnızca beklenen getiri ölçüsüne sahip olmak yeterli değildir. Ayrıca, her bir olası getirinin beklenen getiriden ne kadar saptığına ilişkin bir ölçü de gereklidir. Bu ölçüye, standart sapma veya varyans denilmektedir. Standart sapmanın veya varyansın küçüklüğü, riskin az olduğunu göstergesidir. Portföy yöneticileri aynı getiri düzeyinde standart sapması küçük olan portföyleri tercih etmektedirler (Ceylan ve Korkmaz, 1998: 82).

Bir portföyün riski, beklenen getiride olduğu gibi portföyü oluşturan menkul kıymetlerin standart sapmalarının ağırlıklı ortalaması olarak ölçülmemektedir. Çünkü, portföyü oluşturan varlıkların getiri oranlarının birlikte hareket etme derecesi nedeniyle portföyün riski, beklenen getiri oranında olduğu gibi portföyü oluşturan varlıkların risklerinin ağırlıklı ortalaması olmamaktadır (Altay; 2012: 20). Başka bir deyişle, portföyün standart sapması, içerdiği menkul kıymetlerin beklenen getirileri arasındaki ilişkinin yapısına da bağlı olmaktadır. Portföyü oluşturan menkul kıymetlerin beklenen getirileri arasındaki ilişki kovaryans ile ölçülmektedir (Ceylan ve Korkmaz, 1998: 94). Portföy varyansını hesaplayabilmek için portföyde yer alan menkul kıymetlerin kovaryans matrisine gereksinim duyulmaktadır. Bu nedenle her bir menkul kıymet kombinasyonunun getirileri arasındaki kovaryansın hesaplanması gerekmektedir. Kovaryans herhangi iki değişkenin zaman içinde birlikte hareketliliğinin aynı andaki uyumunun (ilişkisinin) bir ölçütüdür. Beklenen getirilerin gerçekleşme olasılıkları kullanılarak A ve B hisse senetleri için kovaryans hesaplanmaları aşağıdaki denklemden yararlanarak yapılmaktadır (Karan, 2011: 148):

$$Cov(A, B) = \sum_{i=1}^n (r_{Ai} - r_A)(r_{Bi} - r_B)P_i \quad (1.3)$$

Burada;

$Cov(A, B)$: A ve B menkul kıymetleri arasındaki kovaryansı,

r_{Ai} : A menkul kıymetinin i dönemdeki olası getirisini,

r_A : A menkul kıymetinin beklenen getirisini,

r_{Bi} : B menkul kıymetinin i dönemdeki olası getirisini,

r_B : B menkul kıymetinin beklenen getirisini,

P_i : Olasılığı ifade eder.

Matrisin diyagonaldaki kovaryans değerleri, o menkul kıymetlerin varyansını ifade etmektedir. Ancak kovaryans hesaplanması ile elde edilen değeri, negatif ya da pozitif bir ilişki olup olmadığının belirlenmesi dışında yorumlamak güçtür. Çünkü elde edilen değerin büyüklüğünü açıklamak mümkün değildir. Bu nedenle daha anlamlı bir ölçüt olan korelasyon katsayısı kullanılmaktadır (Altay; 2012: 18-20). Korelasyon, iki rassal değişken arasındaki doğrusal ilişkinin istatistiksel olarak yönünü ve gücünü belirtmektedir (Karan, 2011: 148). Markowitz çeşitlendirmesi varlıkların birbirleri ile korelasyonlarını dikkate alarak yapılan analitik bir yöntemdir. Markowitz çeşitlendirmesinin amacı mükemmel ve pozitif korelasyondan daha düşük korelasyona sahip varlıklardan portföy oluşturmaktır. Böylece, portföyün getirisini azaltmadan riskinin azaltılması sağlanmaktadır. Varlıklar arasındaki korelasyon azaldıkça portföy riski biraz daha azalabilecektir. Korelasyon katsayısı kullanılarak yukarıdaki denklem aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$Cov(A, B) = \sigma_A \sigma_B \rho_{(A,B)} \quad (1.4)$$

Burada,

$Cov(A, B)$: A ve B menkul kıymetleri arasındaki kovaryansı,

σ_A : A menkul kıymetinin standart sapmasını,

σ_B : B menkul kıymetinin standart sapmasını,

$\rho_{(A,B)}$: A ve B menkul kıymetleri arasındaki korelasyon katsayısını ifade eder.

Hisse senetlerinin getirileri arasındaki ilişkinin derecesinin ölçmekte kullanılan korelasyon katsayısı, kovaryansın iki menkul kıymetin standart sapmalarının çarpımına bölünmesiyle bulunur:

$$\rho_{(A,B)} = \frac{Cov(A,B)}{\sigma_A \sigma_B} \quad (1.5)$$

Kovaryans değeri, $+\infty$ ile $-\infty$ arasında bir değer alırken, korelasyon katsayısı her zaman $+1$ ile -1 arasında bir değer almaktadır. Eğer iki değişken arasında mükemmel ve ters yönde bir ilişki varsa korelasyon katsayısı -1 , aynı yönde mükemmel bir ilişki olduğu taktirde ise $+1$ olacaktır. Eğer ilişki negatif olursa, menkul kıymetlerden birinin getirisi artarken, diğerinin getirisi düşecektir. Korelasyon katsayısının sıfır olması ise, menkul kıymet getirileri arasında herhangi bir ilişkinin kurulmadığına işaret etmektedir. Gerçek hayat koşullarında portföy riskini tamamen ortadan kaldırmak mümkün olmamakla beraber elde edilen portföyün riski menkul kıymetlerin ayrı ayrı risklerinden daha küçüktür. Sonuç olarak, Markowitz yaklaşımına göre bir portföyün varyansı aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov(ij) \quad (1.6)$$

Burada,

σ_p^2 : Portföyün varyansını,

w : Her bir menkul kıymetin portföydeki ağırlığını,

$Cov(ij)$: Menkul kıymetler arasındaki kovaryansı ifade eder.

Denklem 1.6'nın standart sapması portföy riskini ifade eder. Standart sapma, varyansın karekökü olduğundan, aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov(ij)} \quad (1.7)$$

Burada (σ_p) portföyün standart sapmasını ifade etmektedir. Bu denklemde çift toplam sembolü sigmanın kullanılması; $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n$ tüm olası kovaryans ilişkilerinin hesaplamaya dahil edildiğini göstermektedir.

Portföy çeşitlendirmesinin portföy riskini azalttığı gözlemlenmiştir. Bir portföyün varyansının denklemi portföyün toplam riskini ifade etmektedir. Portföy varyansının sıfır olması durumunda tam çeşitlendirmeden söz edilmektedir. Portföyün varyansının denklem (1.6) eşitliği farklı şekilde yazılabilir, ancak bu

eşitliğin ikinci terimi(II) $i \neq j$ için geçerlidir. Çünkü ilk terimde $i=j$ olduğu durum ifade edilmiştir.

$$\sigma_p^2 = \underbrace{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2}_{(I)} + \underbrace{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov(ij)}_{(II)} \quad (i \neq j) \quad (1.8)$$

Portföydeki tüm menkul kıymetlerin bağımsız ve bundan dolayı aralarındaki korelasyon katsayısının sıfır olduğu varsayıldığında bu eşitliğin ikinci terimi sıfır olacaktır.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 \quad (1.9)$$

Menkul kıymetlerin eşit oranlarda portföyde bulundurulduğu varsayımı yapıldığında ve n sayıda menkul kıymetin yer aldığı portföyde, “ w_i ” terimi yerine “ $1/n$ ” yazıldığında eşitlik de aşağıdaki gibi:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n}\right)^2 \sigma_i^2 \quad (1.10)$$

veya

$$\sigma_p^2 = 1/n \sum_{i=1}^n \left[\frac{\sigma_i^2}{n} \right] \quad (1.11)$$

olacaktır.

Yukarıdaki eşitlikte portföy varyansı “ n ” arttıkça azalacaktır. Diğer bir ifade ile portföyde bulunan menkul kıymet sayısının artması ile portföyün riski azalacaktır. Bu ifade çeşitlendirme ile portföy riskinin azaltılabileceğini göstermektedir.

Ancak gerçekçi davranıldığında, portföydeki menkul kıymetlerin birbirlerinden tamamıyla bağımsız olduğu öne sürülemez. Çünkü, ekonomi iyiye ya da kötüye gittiğinde genel olarak menkul kıymetlerin getirileri hep beraber belirli bir oranda yükselmekte veya düşebilmektedir. Bu durum menkul kıymetlerin arasında belirli oranlarda korelasyon olabileceğini kanıtlamaktadır. Bu durumda da çeşitlendirmenin etkisini görebilmek amacı ile, yine eşit oranda n sayıda menkul kıymete yatırım yapıldığı varsayılır ve yine “ w_i ” terimi yerine “ $1/n$ ” yazıldığında portföy riski denklemi aşağıdaki gibi değişir:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n}\right)^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{1}{n}\right) Cov(ij) \quad (1.12)$$

Bu ifadeyi şu şekilde yazmak da mümkündür:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\sigma_i^2/n] + \frac{(n-1)}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\frac{Cov(ij)}{n(n-1)} \right] \quad (1.13)$$

Yukarıdaki eşitlikte her iki terim de “n” sayıdaki menkul değere bölünerek bir ortalama değer verilmektedir. Birinci terimin durumu daha önce açıklanmıştı. İkinci terimde i ve j sayılarının birbirine eşit olmaması nedeni ile n-1 sayıda “j” ve toplam olarak da n(n-1) adet kovaryans vardır. Eşitliğin ikinci bölümü kovaryans toplamına bölünerek ortalama kovaryansı veren eşitlik aşağıdaki hale gelecektir:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n} \overline{\sigma_i^2} + \frac{(n-1)}{n} \overline{Cov(ij)} \quad (1.14)$$

Burada,

$\overline{\sigma_i^2}$: i menkul kıymetinin varyans ortalaması,

$\overline{Cov(ij)}$: Menkul kıymetler arasındaki kovaryans ortalamasını ifade eder.

Bu ifade bireysel menkul kıymetlerin varyansının portföy varyansına etkisinin portföydeki menkul kıymet sayısı (n) arttıkça azaldığını, buna karşılık menkul kıymet sayısı arttıkça kovaryans teriminin etkisinin ortalamaya yaklaştığını göstermektedir. Portföy oluşturarak bireysel menkul kıymetlerin risklerinin çeşitlendirme yolu ile azaltılabileceği, buna karşılık menkul kıymetlerin kovaryansından kaynaklanan riski çeşitlendirme yaparak azaltabilmenin mümkün olmadığı bu şekilde de ortaya konulabilmektedir (Karan, 2011: 161).

1.4. MARKOWITZ ÇEŞİTLENDİRMESİ VE OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİ

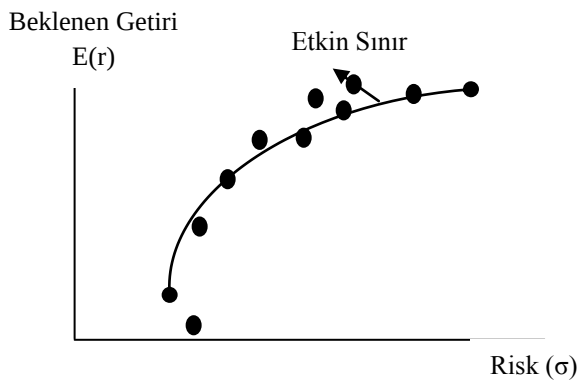
Daha önce değinildiği gibi menkul kıymetlerden oluşturulan portföylerin Markowitz çeşitlendirmesine göre beklenen getirilerinin ve varyanslarının hesaplanması ile riskin sistematik risk düzeyine düşürülebileceği açıklanmıştır. Ancak, gerçek hayatta yatırımcıların çeşitlendirme yaparken portföye dahil edilebileceği ve hakkında bilgi sahibi olması gereken yüzlerce finansal varlık vardır. Yatırımcı, n sayıda menkul kıymet bulunan bir portföyde, menkul kıymetlere değişik ağırlıklar vererek sınırsız sayıda portföy oluşturabilir. Bu nedenle, yatırımcının

başlıca amacı belirli bir beklenen getiri oranı düzeyinde, kovaryansların ağırlıklı ortalamasını mümkün olduğu kadar düşürecek bir biçimde parasını menkul kıymetler arasında paylaştırabileceği “Optimal Portföyleri” seçmesidir.

1.4.1. Markowitz Çeşitlendirmesi ve Etkin Sınır

Belirli bir risk düzeyinde en yüksek getiriye sahip veya belirli bir getiri seviyesinde en düşük riske sahip portföye “Etkin Portföy” adı verilir (Usta, 2005: 312). Diğer bir ifadeyle, “Etkin Portföy” belirli bir beklenen getiri düzeyi için en düşük riske (standart sapmaya) sahip portföydür. Etkin portföyler, aynı getiri düzeyinde en düşük riske sahip olan ve aynı risk düzeyinde en yüksek getiriye sahip olan portföylerdir. Markowitz, değişik risk ve getiri düzeylerindeki etkin portföyleri birleştiren eğriyi “Etkin Sınır” olarak tanımlamış ve yatırımcının amacını etkin sınır üzerindeki noktaları belirlemek olarak ifade etmiştir (Harrington, 1987: 10). Etkin portföyleri birleştiren bu eğrinin üzerindeki portföyler bu sınırın altındaki portföylerden daha iyi risk-getiri ilişkisine sahiptir. Bu sınır üzerindeki tüm portföylerin etkin portföy olmaları, Markowitz Modeli’nin özelliklerinden birisidir. (Karan, 2011: 173).

Şekil 2. Etkin Sınır

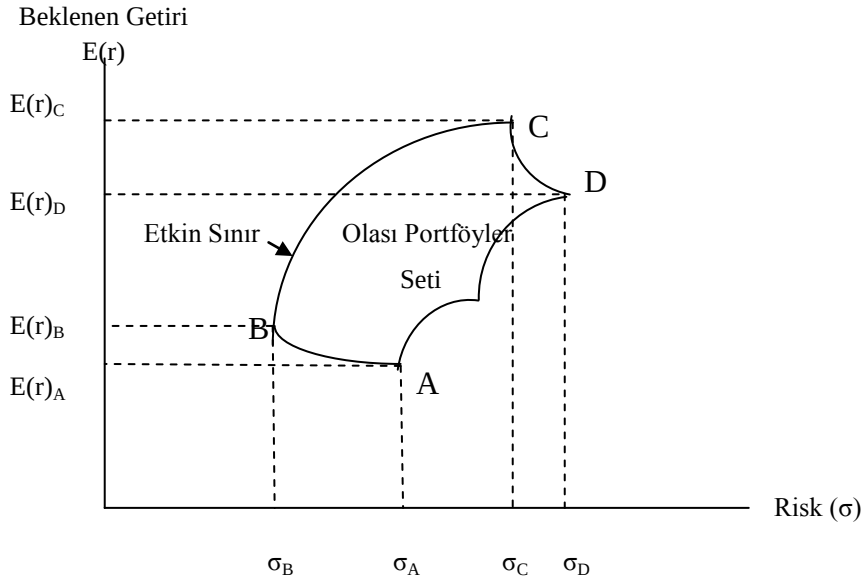


Kaynak: Usta, 2005: 311.

Sermaye piyasasında, yüzlerce varlık ve bu varlıkların farklı bileşimlerinden oluşan sınırsız sayıda portföyler bulunmaktadır. Sermaye piyasasında bulunan tüm portföyler, toplam yatırım olanakları setini oluşturmaktadır. Bu portföy bileşimlerinden oluşan kümeye “olası portföyler seti” veya “yatırım fırsatları

kümesi” adı verilir. Etkin sınır üzerinde erişilebilen bütün olası portföyler arasında risk ve getirisi en üstün olanlar sıralanmaktadır. Ortalama-Varyans Modeli’ne göre yatırımcı, bu setin yalnızca üst sınırıyla ilgilenecektir.

Şekil 3. Yatırımcının Olası Portföyler Seti



Kaynak: Konuralp, 2005: 320.

Şekil 3’te görüldüğü gibi olası portföyler seti içinden B portföyü diğer bütün portföylere göre en az risk seviyesine sahip olan portföydür. Öte yandan, olası portföyler seti içinde hiçbir portföyün riski D portföyünün riskinden daha fazla değildir. Olası portföyler seti içinde en yüksek getiriyi sağlayan portföy C portföyüdür. Çünkü, bu noktanın üzerine çıkabilen bir portföy seçeneği yoktur. Öte yandan, olası portföyler seti içinde getirisi A portföyünün getirisinden daha düşük olan başka bir portföy de mevcut değildir. Dolayısıyla, değişen risk seviyelerinde en yüksek getiriyi sağlayan portföy C portföyüdür.

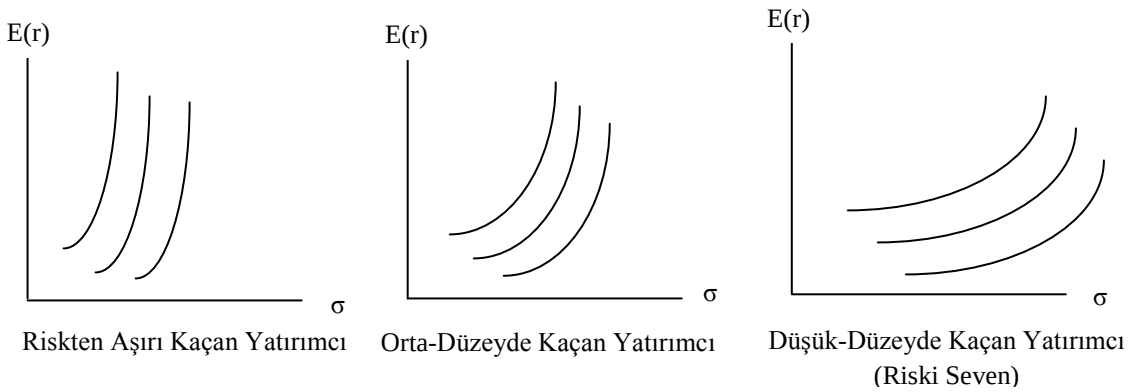
Değişen risk seviyelerine göre en yüksek getiri ve değişen getiri seviyelerine göre en düşük risk sunan portföyler, C ve B portföyleri arasında yer alan eğri üzerindeki portföylerdir. Böylece, sadece C ve B portföyleri arasında yer alan eğri üzerinde bulunan portföyler etkin sınırı oluşturur. Belli bir risk düzeyinde, en yüksek beklenen getiriyi ya da belli bir getiri düzeyinde, en düşük riske sahip varlıklar “etkin varlıklar” olarak adlandırılır. Etkin varlıklar, risk-beklenen getiri bileşimlerinin optimum olduğu etkin sınır üzerinde bulunur. Bu durumda C-B eğrisi, yatırımcıların,

risk karşısındaki tutumları ne olursa olsun yatırım yapmayı tercih edecekleri fırsatları sunmaktadır. Bundan dolayı, portföy yöneticisi de etkin sınır üzerindeki etkin varlıklardan oluşan portföylerden hangilerinin seçileceği konusunda karar verirken yatırımcı tipini göz önüne almalıdır (Konuralp, 2005: 319-322).

1.4.2. Farksızlık Eğrileri ve Optimal Portföy Seçimi

Ortalama-Varyans Modeli, etkin sınır dışında kalan tüm portföyleri dikkate almamaktadır. Ancak, sınır üzerindeki portföylerden birinin seçimi, yatırımcının fayda fonksiyonu tarafından belirlenmektedir. Çünkü, beklenen getiri ve risk arasında nasıl tercih yapılacağı, bireyden bireye değişen subjektif bir konudur. Fayda fonksiyonu, kişilerin bir yatırım karşısındaki risk ve getirilerinin kesiştiği noktalarda oluşmaktadır. Başka bir deyişle, yatırımcının etkin sınır üzerinde hangi portföyü seçeceği, riske karşı davranışıyla belirlenmektedir. Bu noktaların birleştirilmesi ile kişinin fayda eğrisi oluşturulur. Fayda eğrileri, farksızlık veya kayıtsızlık eğrileri olarak da ifade edilmektedir. Yatırımcının riske karşı davranışları “Farksızlık/Kayıtsızlık Eğrileri” ile gösterilmektedir. Başka bir deyişle, farksızlık eğrileri, yatırımcının risk ve getiri konusundaki tercihini ifade etmektedir. Bir farksızlık eğrisi üzerindeki tüm noktalar, risk ve getiri açısından yatırımcıya aynı faydayı sağlamaktadır. Bu nedenle, bu eğriler “eş fayda eğrisi” olarak da adlandırılmaktadır.

Şekil 4. Yatırımcının Risk Üstlenme Durumuna Göre Farksızlık Eğrileri



Kaynak: Usta,Ö. , 2005: 311.

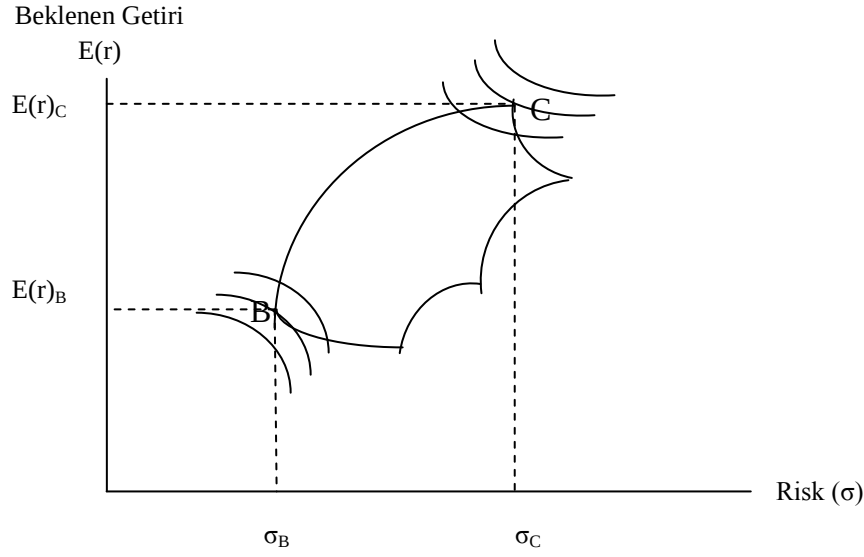
Bütün yatırımcıların riskten kaçındığı varsayılır, ancak hepsinin de aynı ölçüde riskten kaçındığı söylenemez. Her yatırımcının risk üstlenmedeki davranışı farklı olacağından farksızlık eğrileri de diğerlerinden farklı olacaktır. Yatırımcının riskten kaçınma derecesine göre farksızlık eğrilerinin eğimi de değişmektedir. Buna göre eğim arttıkça riskten kaçınma derecesi de artmaktadır. Şekil 4’te görüldüğü gibi, riskten aşırı derecede kaçan yatırımcının farksızlık eğrileri daha dik, riskten daha düşük ölçülerde kaçan yatırımcının ise risk eksenine doğru daha yatık bir şekildedir.

Bu eğriler sonsuz sayıda çizilebilir ve birbirlerini kesmezler. Yatırımcılar, genellikle üst farksızlık eğrilerini tercih ederler. Çünkü, söz konusu eğrilerin sağladığı tatmin daha yüksektir. Farksızlık eğrilerinin mantığında Markowitz’in modeli ile uyuşan iki varsayım vardır. Birinci varsayım, yatırımcılar aynı risk seviyesine sahip iki portföy arasında beklenen getirisi yüksek olanı tercih edeceklerdir. Çünkü, yatırım dönemi sonunda servetlerindeki büyüme daha fazla olsun isterler. İkinci varsayım ise, yatırımcıların riski sevmediği ya da riskten kaçındığı varsayımdır. O halde, yatırımcılar aynı düzeyde beklenen getiriye sahip iki portföy arasında riski düşük olanı tercih edeceklerdir. Bu iki varsayımın birlikteliği, kayıtsızlık eğrilerinin neden pozitif eğimli ve konveks olduğunu açıklamaktadır (Konuralp, 2005: 318).

Yatırımcının etkin sınır üzerindeki yer alan portföylerden hangisini tercih edeceği konusu, tamamen riskten kaçınma derecesine bağlı olarak değişmektedir. Yatırımcının risk üstlenmedeki tutumu ise farksızlık eğrileri ile gösterilir. Dolayısıyla, yatırımcının farksızlık eğrileri ile etkin sınır eğrisi üst üste konulduğunda farksızlık eğrisinin etkin sınıra teğet olduğu nokta yatırımcı için “Optimal Portföyü” belirleyecektir.

“Optimal Portföy”, riskli varlıklardan oluşan bir portföy olup, aynı beklenen getiriye sahip tüm portföylerde en düşük varyansa sahip olan portföy olarak tanımlanabilir. Yatırımcının amacı yatırım yapılacak optimal portföyün seçilmesidir. Optimal portföyün seçiminde yatırımcıların kayıtsızlık eğrileri ile etkin sınırdaki yer alan portföyleri bir araya getirmesi gerekmektedir.

Şekil 5. Yatırımcının Etkin Set Üzerindeki Yeri



Kaynak: Usta, 2005: 315.

Şekil 5’te farksızlık eğrileri yardımıyla, optimal portföy seçiminin nasıl yapılacağı gösterilmiştir. Sonuç olarak, optimal portföyün oluşturulması için yatırımcının farksızlık eğrisi ile portföyün etkinlik sınırının bilinmesi gerekmektedir (Robinson ve Wrightsman, 1974:91-93). Ancak, gerçek hayatta yatırım yapan kişilerin, etkin sınırı belirlemeleri ve farksızlık eğrilerini dikkate almaları mümkün olmamaktadır (Ceylan ve Korkmaz, 2006: 517).

1.5. SERMAYE PİYASASI DENGİ MODELLERİ

Markowitz’in 1952 yılında modern portföy yönetimi yaklaşımının temellerini ortaya koymasından sonra birçok araştırmacı tarafından Markowitz’in modeli geliştirilmiş ve denge modelleri ortaya konulmuştur. Dolayısıyla, günümüz sermaye piyasalarının karmaşık yapısını anlayabilmek ve bu alanda faaliyette bulunan kişi ve kuruluşlara yatırım kararlarında yardımcı olmak amacıyla, çeşitli teorik modeller geliştirilmiştir (Uğuz, 1990: 151). Söz konusu modeller, aynı zamanda sermaye piyasasında denge fiyatlarını da açıklayan modellerdir. Markowitz’in getiri ve riski ölçülebilir hale getiren yaklaşımından sonra geliştirilmiş denge modelleri aşağıdaki şekilde sıralanabilir:

- 1- Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli (SVFM),
- 2- Tek ve Çok Endeksli Modeller,
- 3- Arbitraj Fiyatlama Modeli (AFM),
- 4- Fama-French Üç Faktörlü Varlık Fiyatlandırma Modeli.

1.5.1. Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli (SVFM)

Yatırımcılar, sermaye piyasasında çok sayıda alternatifle karşı karşıyadır. Her yatırımcının Markowitz'in geliştirdiği modele göre doğal olarak "Etkin Sınır" üzerindeki portföy bileşimini aradığı söylenebilir. Ayrıca, etkin sınır üzerindeki portföylerin farklı risk seviyelerinde olmaları dolayısıyla yatırımcıların piyasadaki tutum ve davranışlarının ne olacağını saptamak zordur. Bu nedenle, her hisse senedine ilişkin risk ölçütünü ve piyasa dengede iken risk ile getiri arasındaki ilişkileri anlamaya yardımcı olacak modellere gereksinim vardır. Bu modellerden birisi de Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli'dir (Ceylan ve Korkmaz, 1998: 180). Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli (SVFM), Markowitz'in 1952 yılında modern portföy teorisini ortaya koymasından yaklaşık 12 yıl sonra William Sharpe, John Lintner ve Jan Mossin'in yaptığı çalışmalar sonucunda ortaya çıkmıştır.

Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli, modern portföy yönetimi yaklaşımı üzerine inşa edilmiştir. SVFM, beklenen getiri ile bu getiri karşılığında üstlenilen risk arasındaki ilişki hakkında önemli açıklamalar getirmiştir. Beklenen getiri ve risk arasındaki ilişki, menkul kıymet yatırımlarında iki unsurun açıklanabilmesi bakımından çok önemlidir: İlk unsur, beklenen getiri kavramıdır. SVFM olası yatırımların gerçekleştirilebilmesi için ölçek olarak kullanılabilecek getiri oranının tespit edilmesinde yardımcı olmaktadır. Örneğin, belirli bir risk düzeyinde herhangi bir hisse senedinin sağlayacağı beklenen getirinin, yatırımcının o hisse senedi için tahminde bulunduğu beklenen getiri oranına ne ölçüde yaklaştığını yatırımcıya sunmaktadır. İkinci unsur ise fiyat tespittir. SVFM yatırımcıya, henüz piyasada işlem görmemiş yeni ihraç bir finansal varlık bile olsa, finansal varlığın fiyatının ne olması gerektiği konusunda yardımcı olmaktadır (Konuralp, 2005: 270).

Her modelde olduğu gibi SVFM de belirli varsayımlardan hareket eder. SVFM ile ilgili varsayımlar daha çok modeli basitleştirmek için yapılmıştır. Hatta

varsayımlardan bazıları olmadan da model yine geçerlidir. Varsayımların bazıları yatırımcılar, bazıları da piyasa ile ilgilidir.

Yatırımcılarla ilgili varsayımlar şunlardır:

- Yatırımcılar yatırımlarını, sadece portföyün beklenen getirisini ve varyansını göz önünde bulundurarak gerçekleştirirler.
- Bütün yatırımcıların beklenen getiri ve varyans hakkındaki beklentileri homojendir.

Piyasa ile ilgili varsayımlar ise şunlardır:

- Piyasada birçok alıcı ve satıcı bulunduğundan fiyatlar piyasada tam rekabet koşullarında oluşmaktadır.
- Piyasada risksiz menkul kıymetler vardır. Risksiz faiz oranı üzerinden istenildiği kadar borç alma veya borç verme olanağı bulunmaktadır.
- Yatırımcı istediği miktarda menkul kıymeti piyasada alıp satabilmektedir.
- Kısa vadeli ödünç ve satış işlemi serbesttir. Vergi, alım-satım komisyonlarının sıfır olduğu kabul edilir. Model, piyasa işlem maliyetinin sıfır olduğunu varsayar.
- Yatırımcı; enflasyon, faiz oranları ve diğer gelişmeler hakkında her türlü bilgiye kolaylıkla ulaşabilmektedir.
- Sermaye piyasasının dengede olduğu varsayılmaktadır.

Dolayısıyla, piyasa dengede iken yatırımcıların aşırı ya da düşük değerlenmiş hisse senetleri bulmaları mümkün değildir. O halde, yukarıdaki varsayımlardan tüm yatırımcıların ek bir maliyete katlanmadan piyasadaki tüm yatırım araçlarını eşit ağırlıkta portföyler alabileceği sonucuna varılabilir. SVFM’ne göre bu portföy, “Piyasa (pazar) portföyü” olarak tanımlanabilir. SVFM’ye göre yatırımcı getiri ve risk arasındaki tercihini, toplam yatırımının ne kadarını “Piyasa portföyü”ne, ne kadarını da “risksiz getiri” (devlet tahvili gibi) varlıklarına yatıracağı konusunda karar verecektir (Konuralp, 2005: 77). Dolayısıyla risksiz varlık, riske girmeden kazanılabilecek en düşük getiriyi sağlamaktadır. Bu nedenle de risksiz varlığın standart sapması sıfır kabul edilmektedir. Markowitz yaklaşımında tüm yatırım seçenekleri sadece riskli varlıklar üzerinde yoğunlaşırken, SVFM’nde ise riskli varlıkların yanında risksiz varlıklara da yatırım yapılabileceği açıklanmaktadır. Bu

durumda, risksiz varlığın portföye dahil edilmesi durumunda daha önce belirtilen etkin portföy seti ve etkin sınır değişmektedir.

Riskli ve risksiz finansal varlıklardan oluşan portföyün beklenen getirisi aşağıdaki gibidir:

$$r_p = w_{rf}r_f + (1 - w_{rf})r_t \quad (1.15)$$

Burada,

r_p : t riskli portföy ile risksiz varlıktan oluşan yeni portföyün beklenen getirisi oranını,

w_{rf} : Risksiz varlığın portföy ağırlığını,

r_f : Risksiz varlığın getirisi oranını (risksiz faiz oranı),

$(1 - w_{rf})$: t riskli portföyün portföy ağırlığını,

r_t : t riskli portföyün beklenen getirisi oranını ifade eder.

Risksiz faiz oranının varyansı ile riskli varlıklar arasındaki kovaryans da sıfırdır. Bu durumda portföyün varyansı ve standart sapması sırasıyla aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\sigma_p^2 = (1 - w_{rf})^2 \sigma_t^2 \quad (1.16)$$

$$\sigma_p = \sqrt{(1 - w_{rf})^2 \sigma_t^2} = (1 - w_{rf}) \sigma_t \quad (1.17)$$

SVFM'nin varsayımlarından bir tanesi de “Sermaye Piyasası Doğrusu”dur. Sermaye Piyasası Doğrusu (SPD), tamamen çeşitlendirilmiş portföyler için beklenen getirisi ve toplam risk arasındaki denge ilişkisini ortaya koymaktadır. Risksiz faiz oranından başlayarak piyasa portföyüne doğru uzanan bu doğru, elde edilebilecek en iyi sermaye dağılımı doğrusudur. Piyasa risk primi ise, piyasa getirisi oranı ile risksiz faiz oranı arasındaki farkı ifade etmektedir. Bu doğru, yatırımcının hiç risk almaması durumunda bile getirisi elde edebileceğini ve daha fazla getirisi için daha fazla riske katlanması gerektiğini ifade etmektedir. Piyasa riski ise piyasanın standart sapması olup, toplam risk olarak ifade edilmektedir (Usta, 2005: 328).

SVFM genel olarak tek bir değişkene dayanan bir modeldir. Bu modelde bağımsız değişken olarak piyasa portföyü kabul edilmekte ve tüm riskli menkul kıymetlerin getirileri piyasa portföyünün getirileri ile açıklanmaya çalışılmaktadır. “Beta Katsayısı” bir menkul kıymetin getirisinin piyasa portföyünün getirisi ile olan ilişkisini ifade etmektedir. Bir menkul kıymetin getirisi aldığı toplam riske bağlıdır.

Bu risk o menkul kıymetin getirilerinin standart sapması ile gösterilmektedir. Piyasa portföyü ise çok iyi bir şekilde çeşitlendirilmiş bir portföy olduğundan bu portföyde toplam riskin iki unsurundan biri olan firma riski tamamen ortadan kalkmakta ve yalnız piyasa riski kalmaktadır. Bu nedenle beta katsayısı yalnızca piyasa riskini göstermektedir. Beta katsayısı hisse senetlerinin getirileri ile piyasa portföyünün getirisi arasındaki kovaryansın, piyasa portföyünün varyansına bölünmesi ile elde edilmektedir.

$$Beta = \frac{\text{Hisse senedinin getirileri ile pazar portföyünün getirileri arasındaki kovaryans}}{\text{Pazar getirisinin varyansı}}$$

$$Beta (\beta_i) = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2} \quad veya = \frac{\sigma_i}{\sigma_M} \rho_{i,M} \quad (1.18)$$

Burada,

β_i : i menkul kıymetin betasını,

$Cov_{i,M}$: i menkul kıymeti ile piyasa portföyü arasındaki kovaryansı,

σ_M^2 : Piyasa portföyünün varyansını,

σ_M : Piyasa portföyünün standart sapmasını,

σ_i : i menkul kıymetinin standart sapmasını,

$\rho_{i,M}$: Piyasa portföyü ile i menkul kıymeti arasındaki korelasyon katsayısını

ifade eder.

Beta katsayısı, bir menkul kıymetin getirisinin piyasa portföyüne paralel bir değişme gösterip göstermediğini ortaya koymaktadır. Piyasa portföyünün betası her zaman 1'e eşittir. Piyasa portföyünden daha riskli menkul kıymetlerin betası 1'den büyüktür. Piyasa portföyünden daha az riskli hisse senetlerinin betası 1'den küçüktür. Bir menkul kıymetin beta katsayısı çoğunlukla 0-2 arasında değerler alabilir. Betanın sıfırdan küçük olması o menkul kıymetin piyasa portföyü ile ters yönde bir ilişki içinde olduğunu gösterir. Bu sık rastlanan bir durum değildir. Betanın 2'den fazla olması, o hisse senedinin pazardan çok daha fazla hareketli olduğunu göstermektedir. Piyasadaki değişmeye ilişkin beklentiler paralelinde, menkul kıymet seçiminde de beta katsayısından yararlanılması önerilmektedir. Eğer gelecek dönem, piyasada bir yükselme bekleniyorsa, en yüksek beta değerini taşıyan menkul kıymetler, piyasada bir düşme bekleniyorsa en küçük beta değerini taşıyan menkul kıymetler portföye alınmalıdır.

SVFM’nde beklenen getiri de menkul kıymetin betası (β) ile doğrusal bir ilişki içindedir. Herhangi bir hisse senedinin beklenen getirisi, risksiz getiri ile hisse senedinin betasının bir fonksiyonu olarak yazılabilir:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_M) - r_f] \quad (1.19)$$

Burada;

$E(r_i)$: i hisse senedinin beklenen getirisini,

r_f : risksiz getiri oranını,

$E(r_M)$: Piyasa portföyünün beklenen getirisini,

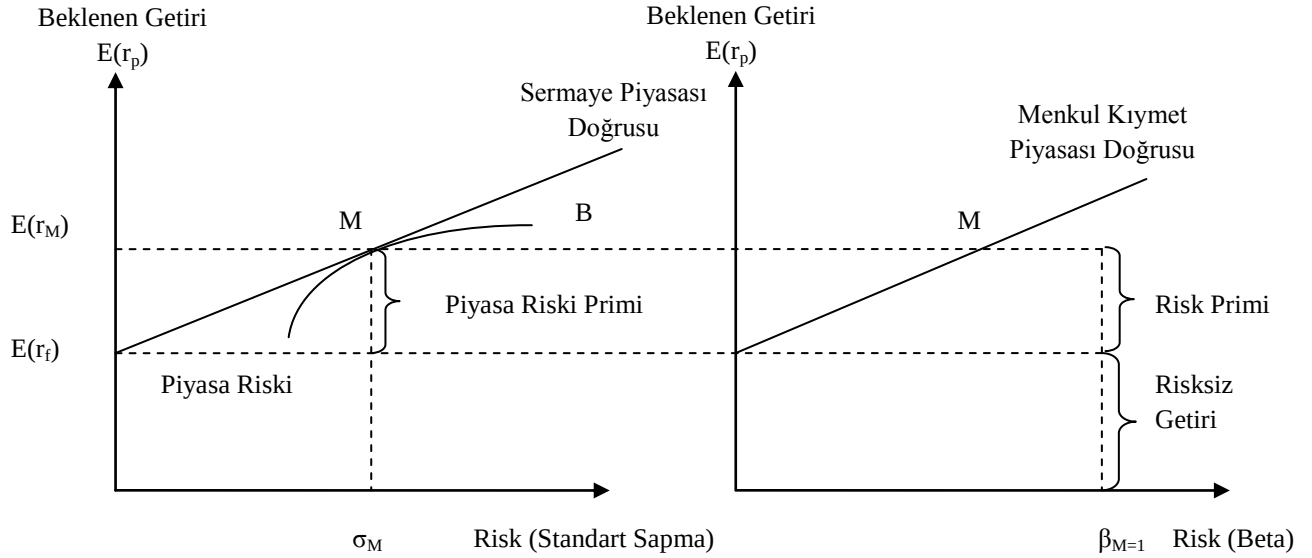
β_i : i hisse senedinin betasını ifade eder.

Bir hisse senedinin betası, dahil olduğu portföyün riskine yaptığı katkıyı ölçtüğünden, optimal bir portföy için uygun bir risk ölçütü oluşturur. Riskten kaçan yatırımcılar optimal portföyün riskini portföyün varyansı ile ölçerler. Bu nedenle, her bir hisse senedinin ya da portföyün kabul edilebilir risk primi, betanın bir fonksiyonu olmalıdır. SVFM bu çıkarımı destekler ve hisse senedinin risk priminin hem onun betası ile hem de piyasa portföyünün risk primi ile direkt olarak orantılı olduğu söylenmektedir. Yani, risk primi $\beta_i [E(r_M) - r_f]$ dir.

Menkul Kıymet Piyasa Doğrusu (MKPD) Sermaye Piyasası Doğrusu (SPD) ile karşılaştırıldığında; SPD etkin portföylerin risk primini, portföy standart sapmasının bir fonksiyonu olarak göstermektedir. MKPD ise, tersine, tek bir hisse senedinin risk primini hisse senedinin riskinin bir fonksiyonu olarak göstermektedir. İyi çeşitlendirilmiş bir portföyün içindeki her bir hisse senedinin risk ölçütü ise onun standart sapması ya da varyansı değil, portföyün toplam varyansına katkısını gösteren hisse senedinin betasıdır. MKPD hem etkin portföyler için hem de tek tek hisse senetleri için geçerlidir.

MKPD beklenen getiri-beta ilişkisini gösteriyor ise uygun fiyatlanmış hisse senetleri tam olarak bu doğru üzerinde yer almalıdır. Başka bir anlatımla, bu tür hisse senetlerinin beklenen getirileri, onların risk dereceleri ile uygunluk sağlar. Daha önce bahsedilen varsayım hatırlandığında, piyasa dengede iken tüm hisse senetleri MKPD üzerinde yer almalıdır. MKPD’nun gösterdiği uygun beklenen getiri ile yatırımcının gerçekte beklediği beklenen getiri arasındaki fark ise hisse senedi alfası (α) olarak adlandırılır (Konuralp, 2005:285).

Şekil 6. Sermaye Piyasası Doğrusu ile Menkul Kıymet Piyasası Doğrusunun Birlikte Değerlendirilmesi



Kaynak: Altay, E. , 2012: 223.

1.5.2. Endeks Modeller

Belli bir risk seviyesinde maksimum getirinin elde edilmesini sağlayan Markowitz'in portföy modelinde optimal portföyün seçilmesi amaçlanmıştır. Bu model çerçevesinde karar verebilmek için yatırımcı, tek tek bütün hisse senetlerinin beklenen getirilerini, standart sapmalarını ve en önemlisi söz konusu hisse senetleri arasındaki kovaryansları hesaplamak durumundadır. Bu modele göre hisse senedi sayısı arttıkça, hesaplanması gereken veri adeti üstel olarak artmaktadır. Markowitz çeşitlendirmesinin büyük zaman ve maliyet unsurları taşıması nedeni ile William Sharpe Basit Endeks Modeli ile bu sakıncaları ortadan kaldırmaya çalışmıştır. Daha sonra, Sharpe'ın Basit Endeks Modeli'ni geliştirilerek Çoklu Endeks Modelleri finans alanında uygulama alanı bulmuştur. Sharpe, Markowitz'in Modeli'nde olduğu gibi tek tek hisse senetlerinin risklerini ölçmek yerine, pazarın toplam riskini ölçmeyi önermiştir. Piyasa riski, portföy içindeki hisse senedi sayısından bağımsız olduğundan, daha az sayıda veri tahmini ile optimal portföye ulaşmak mümkün olmaktadır (Konuralp, 2005: 286-7).

1.5.2.1. Tek Endeksli Model

Sharpe, bütün menkul kıymetlerle piyasa arasında doğrusal bir ilişki olduğunu ve bu ilişkinin doğrusal regresyon modeli ile ifade edilebileceğini öne sürmüştür (Karaşin, 1987:131). Tek Endeksli Model, bir menkul kıymetin getirisinde zamanla dalgalanmalar olabileceğini kabul eder. Bu dalgalanmaların nedeni makro olaylar, mikro olaylar ve endüstrideki işletmelere ait olaylardır. Bu tür olaylar menkul kıymetlerin, dolayısıyla portföylerin getirisinde sapmalara neden olabilir.

Piyasada işlem gören tüm menkul kıymetler piyasa portföyü olarak tanımlandığında, şöyle bir varsayım yapılmaktadır. Menkul kıymetlerin birbirleri arasında ilişki olmasının (kovaryansın veya korelasyon katsayısının sıfırdan farklı olmasının) nedeni; her bir menkul kıymetin piyasa portföyü ile ilişkisinin bulunmasıdır. Hatta hisse senetlerinin her birinin piyasa ile olan ilişkileri dışında birbirleriyle ilişkileri yoktur (Ertuna, 1991: 104-107). Tek Endeksli Model’de hisse senedi getirileri piyasa endeksi ile ilişkilendirilmektedir. Bu ilişki matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$r_i = a_i + \beta_i r_M + e_i \quad (1.20)$$

Burada,

r_i : i hisse senedinin gerçekleşen getirisini,

a_i : Regresyon sabitini,

r_M : Piyasa endeksinin getirisini,

β_i : Hisse senedinin piyasa getirisi ile olan ilişkisini gösteren katsayısı,

e_i : Hata terimini (piyasada varolan gerçek getiri ile beklenen getiri arasındaki farkı) ifade eder.

Denklemden hata terimleri dağılımının beklenen değerinin sıfır olacağı varsayılmaktadır. Ayrıca, farklı menkul kıymetler için, hata terimleri arasında korelasyon yoktur. Dolayısıyla portföyün varyansı aşağıdaki gibidir:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_M^2 + \sigma_e^2 \quad (1.21)$$

Portföy varyansının sistematik riski ifade eden kısmı (birinci terim), portföyün betası ile piyasa portföyünün varyansına bağlı olarak değişir ancak çeşitlendirilemez. Diğer bir ifade ile portföye dahil hisse senedi adedinden bağımsızdır, yani hisse sayısı artırsa azalmaz. Öte yandan, portföy varyansının

sistematiik olmayan riski ifade eden eşitlikten sonraki ikinci terim, her firmaya özgü riski tanımladığından birbirinden bağımsızdır. Portföye dahil edilen hisse senedi sayısı arttıkça bunların ortalaması azalacaktır. Bu nedenle bu risk grubu çeşitlendirilebilir risk olarak adlandırılır (Konuralp, 2005: 293).

1.5.2.2. Çok Endeksli Model

Çok Endeksli Model, aslında menkul kıymetin getirisini bağımlı değişken, piyasa endeksinin veya endüstriyel endeksin getirilerini bağımsız değişkenler olarak alan çoklu regresyon modelidir. (Korkmaz ve Pekkaya, 2005: 557) Çok Endeksli Modeli'n Tek Endeksli Model'den farkı, sermaye varlık getirilerini sadece piyasa getirisi ile değil daha fazla sayıda değişkenle ilişkilendirmesidir. Bu değişkenler faiz ya da enflasyon gibi makro değişkenler olabilmektedir (Ertuna, 1991: 121).

Tek Endeksli Model yerine Çok Endeksli Modeli'n kullanılması optimal portföyler oluşturulması için daha elverişlidir. Çünkü, hisse senetlerinin betaları farklı ekonomik risk faktörlerine farklı duyarlılıklar gösteriyorsa Tek Endeksli Model'de yapıldığı gibi değişik risk faktörlerini bir tek piyasa endeksindeki değişmelere bağlamak yanlış olmaktadır (Konuralp, 2005: 297). Çok Endeksli Model'e örnek olarak Chen, Roll ve Ross'un çalışmaları gösterilebilir (Chen ve diğerleri, 1986: 387). Bu çalışmalarda, genel ekonomiyi temsil etmek üzere aşağıdaki beş faktör kullanılmıştır. Burada;

IP : Sanayi üretimindeki yüzdesel değişimi,

EI : Beklenen enflasyondaki yüzdesel değişimi,

UI : Öngörülemeyen enflasyondaki yüzdesel değişimi,

CG : Devlet tahvili ile özel sektör tahvili getirileri arasındaki farkı,

GB : Hazine bonosu ile devlet tahvili getirileri arasındaki farkı ifade eder.

Yukarıda sayılan beş faktörün fonksiyonu olarak belli bir elde tutma dönemi (t) için hisse senetlerinin ek getirileri aşağıdaki beş faktörlü regresyon denklemi şeklinde tanımlanabilir:

$$R_{it} = a_{it} + \beta_{IP} IP_t + \beta_{EI} EI_t + \beta_{UI} UI_t + \beta_{CG} CG_t + \beta_{GB} GB_t + e_{it} \quad (1.22)$$

Burada, birden fazla faktör olduğundan hisse senedinin her elde tutma döneminde ek getiri beş faktörlü çoklu regresyon şeklinde tahmin edilmektedir. Regresyon tahmininin artık varyansı firmaya özgü risktir (Konuralp, 2005: 298). Görüldüğü gibi; Çok Endeksli Model, Tek Endeksli Model'den daha kullanışlıdır. Çünkü, bu model hisse senedi getirilerinin karşılıklı ilişkileri ile ilgili daha çok bilgi kullanmaktadır. Sonuç olarak; Çok Endeksli Model, Markowitz'in Ortalama-Varyans Modeli'ne ve Sharpe'ın Tek Endeksli Modeli'ne üstünlük sağlamaktadır (Ceylan ve Korkmaz, 2006: 529).

1.5.3. Arbitraj Fiyatlandırma Modeli

Arbitraj Fiyatlandırma Modeli (AFT), Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli'ne (SVFM) yapılan eleştiriler sonucu geliştirilen alternatif bir fiyatlandırma modelidir. Bu modelin Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli ile benzer ve farklı varsayımları vardır. Arbitraj Fiyatlandırma Modeli, SVFM gibi, yatırımcıların homojen davranışlara sahip olduğunu, yatırımcıların riskten kaçınarak faydalarını maksimize etmeyi amaçladıklarını, piyasanın tam rekabet koşullarında olduğunu varsayar. Ancak bu model, SVFM'nin tek dönemlik elde tutma süresi, yatırımcıların vergi ya da komisyon ödemedikleri, yatırımcıların risksiz faiz oranından istedikleri kadar borç alıp borç verebildikleri ve tüm yatırımcıların etkin portföy yönetimine göre portföy seçtikleri varsayımlarına karşındır (Farell, 1997: 92).

Bu modeldeki temel varsayım, yatırımcıların riskli varlıklara yatırım yaparak risksiz yatırımdan daha yüksek getiri elde etmelerinin mümkün olabilmesi için, piyasada arbitraj olanağının olması gerekliliğidir. Bilindiği gibi arbitraj kavramı, çeşitli piyasalardaki fiyat farklarından yararlanmak suretiyle, kıymetli maden, senet ve yabancı para satın alarak ve bunları aynı anda diğer piyasalarda satarak kazanç sağlama işlemini ifade etmek için kullanılmaktadır. Buna göre, yatırımcıların arbitraj fırsatlarını yakalayıp bundan yararlanması ve arbitraj fırsatı ortadan kalkana kadar yatırımlarına devam etmesi varsayımına dayanmaktadır. Yatırımcı, aynı risk düzeyinde fakat farklı beklenen getirilere sahip portföyleri satın alacak ve düşük beklenen getiriye sahip portföyleri ise satacaktır. Başka bir deyişle, betaları aynı olan iki portföyün beklenen getirileri farklı olduğunda arbitraj olanağı doğmaktadır.

Arbitraj Fiyatlandırma Modeli, bir varlığın getirisini, faktör etkisi taşımayan beklenen getiri oranının yanı sıra çok sayıda faktörün de etkilediğini açıklar. Modelin tanımında faktörle varlık getirisi arasında doğrusal bir ilişki olduğu belirtilir (Pamukçu, 1999: 229). Model, menkul kıymet getirilerinin iki grup değişkenden etkilendiği varsayımından hareket etmektedir. Bunlardan birinci grup; birbirinden bağımsız makro ekonomik faktörler, ikinci grup ise şirkete ait değişkenlerdir. Makro ekonomik değişkenler, milli gelir artışı, enflasyon, para arzı, dış ticaret dengesi veya işsizlik olabilir (Ertuna, 1991: 151).

Arbitraj Fiyatlandırma Modeli, SVFM'nden farklı olarak bir piyasa portföyü tanımlamasına ihtiyaç duymadan sistematik riskin ölçülebileceğini ortaya koymaktadır. Toplam risk ise SVFM'nde olduğu gibi firmaya özel (sistematik olmayan) risk ve piyasa (sistematik) riski şeklinde ayrılır. Her iki riski de kapsayan getiri modeli aşağıdaki gibidir:

$$r_i = E(r) + m + e \quad (1.23)$$

Burada,

r_i : i varlığının getiri oranını,

$E(r)$: i varlığının faktör etkisi taşımayan beklenen getirisini,

m : Sistematik riski,

e : Sistematik olmayan riski ifade eder.

SVFM, piyasa riskinin piyasa portföyü içinde ölçülebileceğini savunurken, AFM piyasa riskinin birçok kaynağı olduğunu ve piyasa riskinin portföyün her bir kaynaktaki değişime duyarlılığı ile ölçülebileceğini söylemektedir. m ile ifade edilen piyasa riski ekonomik faktörler de dikkate alındığında getiri modeli aşağıdaki gibidir:

$$r_i = E(r) + (\beta_1 F_1 + \beta_2 F_2 + \beta_3 F_3 + \dots + \beta_n F_n) + e \quad (1.24)$$

Burada,

β_n : yatırımın n faktöründeki değişimlere duyarlılığını,

F_n : n faktöründeki değişimi ifade eder.

SVFM'nde tek faktör olarak piyasa portföyü ele alındığına göre; aslında SVFM, Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nin tek faktörlü durumu olarak algılanabilir. Fiyatlama denklemleri açısından her iki model değerlendirildiğinde, fiyatlama sürecinde doğrusal modeller önermeleri ve varlık getiri oranı-sistematik risk ilişkisini

temel olarak ele almaları bu iki modelin benzer yönlerini oluşturmaktadır. Ancak AFT, varlık fiyatlama sorununa eşit riskli varlıkların ikame varlıklar olduğu ve risk-beklenen getiri oranı anlamında ortaya çıkabilecek bir arbitraj olanağından yararlanma süreci sonucunda varlıkların denge fiyatlarına ulaşacağını savunurken, SVFM denge süreci ise yatırımcıların yatırım tutarlarını piyasa portföyü ile risksiz varlık arasında bölüştürerek faydalarını optimize etme çabaları ile gerçekleşeceğini savunmaktadır (Altay, 2012: 163-167).

1.5.4. Fama-French Üç Faktörlü Varlık Fiyatlandırma Modeli

Fama ve French (1993, 1996) SVFM'ne alternatif olarak "Üç Faktörlü Varlık Fiyatlandırma Modeli"ni önermiştir. Bu yeni model ile getirilen iki yeni risk faktörü sayesinde, SVFM'nin ampirik uygulamalarında karşılaşılan sorunlara bir anlamda çözüm getirilmiş, yeni model ile hisse senedinin beklenen getirilerinin gerçekleşen getirileri açıklama düzeyinde önemli oranda bir artış gözlemlenmiştir. Fama ve French, 1992 yılında gerçekleştirdikleri çalışmalarında ortalama hisse senedi getirilerinin zamana bağlı değişimini incelemişler ve hisse senedi getirileri üzerinde piyasa portföyünün getirisinin yanı sıra incelenen portföyün büyüklüğü ile piyasa değeri/defter değeri (PD/DD) oranının da etkili olabileceğini ifade etmişlerdir. Bunun üzerine, Fama ve French (1993, 1996) Sermaye Varlık Fiyatlandırma Modeli'ne (SVFM) belirtilen bu iki faktörü de ilave ederek, aşağıda sunulan Üç Faktörlü Varlık Fiyatlandırma Modeli'ni önermiştir (aktaran Atakan ve Gökbulut, 2010: 181).

Fama ve French (1993, 1996) bu modelleri ile SVFM'nde tanımlanan pazar portföyünün etkinliğine iki farklı açıdan eleştiri getirmiştir. Birinci eleştirileri; menkul kıymetlere ait beklenen getirilerin Pazar risk priminin pozitif doğrusal bir fonksiyonu oluşudur. Diğer eleştirileri ise; Pazar portföyünün standart sapmasının menkul kıymetlerin beklenen getirilerinin kesitsel analizini tanımlamada yeterli olmayacağı yönündedir (aktaran Atakan ve Gökbulut, 2010: 181-2).

Fama/French (1992) tarafından ortalama hisse senedi getirilerinin zamana bağlı değişiminin analizinde, piyasa portföyünün getirisi haricinde incelenen portföyün büyüklüğü ile piyasa değeri/defter değeri (PD/DD) oranında etkili olabileceği ifade edilmiştir. Bunun üzerine, Fama/French (1993, 1996) standart

Sermaye Varlıklarını Fiyatlandırma Modeli'ne belirtilen iki yeni faktörü ilave ederek, aşağıda sunulan Üç Faktörlü Varlık Fiyatlandırma Modeli'ni önermiştir (Fama ve French, 1996: 56).

$$E(r_i) - r_f = \beta_{im} [E(r_m) - r_f] + \beta_{is} E(SMB) + \beta_{ih} E(HML) \quad (1.25)$$

Geliştirilmiş bu yeni modelde, piyasa portföyünün haricinde küçük ve büyük hisse senetlerinin getirileri arasındaki farklar ile yüksek ve düşük PD/DD oranlarına sahip hisse senetlerinin getirileri arasındaki farklar da dikkate alınmaktadır. Denklem (1.25)'de belirtilen değişkenler Fama ve French (1993, 1996) tarafından aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

Burada,

$E(r_i) - r_f$: İncelenen portföyün (varlık) risksiz faiz oranı üzerindeki beklenen getirisini,

$E(r_m) - r_f$: Piyasa portföyünün risksiz faiz oranı üzerindeki beklenen getirisini,

SMB : Küçük ve büyük piyasa değerine sahip hisselerin getirileri arasındaki farkı,

HML : Yüksek ve düşük PD/DD oranına sahip hisselerin getirileri arasındaki farkı,

β_{im} : Portföyün fazla getirilerinin, piyasanın fazla getirilerine karşı duyarlılığını,

β_{is} : Portföyün fazla getirilerinin, SMB getirilerine karşı duyarlılığını,

β_{ih} : Portföyün fazla getirilerinin, HML getirilerine karşı duyarlılığını ifade eder.

Üç Faktörlü Model'de belirtilen beta katsayıları, $E(r_{it}) - r_{ft}$ ile $E(r_{mt}) - r_{ft}$, SMB_t ve HML_t arasındaki çoklu regresyon işlemi sonucu ortaya çıkan eğim değerleri olarak ifade edilmektedir. Burada, SMB hisse senetlerinin büyüklüğüne (piyasa değerine) yönelik risk faktörüne karşılık gelirken, HML söz konusu hisselerin düşük veya yüksek PD/DD oranlarına sahip olması nedeniyle oluşan diğer bir risk faktörü olarak modelde yerini almaktadır (Lam'dan aktaran Gökgöz, 2008: 48).

Gerek hisse senedi büyüklüğü ve gerekse PD/DD oranı, piyasa betasının (β_{im}) portföyün ortalama fazla getirilerini açıklama gücüne katkıda bulunan unsurlar olarak görülebilir. Fama/French (1992) tarafından yapılan çalışmada, piyasa

betalarının, portföyün ortalama getirilerini açıklamada yetersiz kalabildiğine işaret edilmektedir.

Diğer yandan, Fama/French (1995) tarafından, düşük getiriler sağlayan zayıf performanslı firmaların yüksek PD/DD oranı gösterme eğiliminde oldukları ve pozitif HML eğimi sergiledikleri belirtilmekle birlikte, yüksek getirili güçlü firmaların ise düşük PD/DD oranı ile negatif HML gösterme eğiliminde bulundukları ifade edilmektedir. Aynı çalışmada, HML değerinin incelenen hisse senedinin getiri performansı ile yakından ilgili olan bir risk faktörü olduğuna da değinilmektedir. Fama/French (1995) ayrıca, uzun süreli olarak düşük getiri sağlayan hisse senetlerinin pozitif SMB ve HML betaları sergileme ve gelecekte daha yüksek ortalama getiriler sağlama eğiliminde bulunduklarını belirtmektedir. Bu durumun tersi olarak, uzun dönemde yüksek getiri sağlayan hisse senetlerinin, gelecekte daha düşük ortalama getiri ile negatif HML beta değerlerine sahip olma eğiliminde olabilecekleri de belirtilmektedir.

Fama/French (1993, 1996) tarafından yapılan çalışmalarda, ortaya konulan Üç Faktörlü Model ile hisse senetlerinde mali başarısızlık primlerinin ortaya çıktığı, yüksek PD/DD oranına sahip küçük hisselerin zayıf performans sergilemesine bağlı olarak önemli bir mali başarısızlık riskiyle karşı karşıya bulunduğu ve bu nedenle yatırımcıların da belirtilen olumsuzluk karşısında yatırımlarına belirli bir risk primi attettiklerine işaret edilmektedir. Diğer taraftan, Üç Faktörlü Model kısa vadeli geçmiş ortalama getiriler bağlamında da önemli sonuçlar vermektedir. Şöyle ki; Fama/French (1996), kısa vadeli düşük getiriye sahip hisse senetlerinin pozitif HML betasına sahip olabileceğini, kısa vadeli yüksek getiriye sahip hisselerin HML betalarının negatif olabileceğini de gözlemlemiştir (Gökgöz, 2008: 48-9).

1.6. PORTFÖY PERFORMANSININ ÖLÇÜLMESİ

Yatırım sürecinin en son aşaması, portföy performansının değerlendirilmesidir. Portföy yönetiminde belirli bir risk seviyesinde en yüksek getiriye sahip olmak ve çeşitlendirme yaparak sistematik olmayan riski ortadan kaldıracak portföy oluşturmak üzere iki önemli amaç bulunmaktadır. Bunun için portföyün getirisi ve bu getiriyi elde etmek için katlanılması gereken riskin de

ölçülmesi gerekmektedir (Konuralp, 2005: 341-2). Bir portföyün performansının ölçülmesi, büyük ölçüde onun risk ve getirisinin diğer portföylerin risk ve getirileri ile karşılaştırılmasına dayanmaktadır. Bu karşılaştırmada temel sorun portföylerin karşılaştırılabilir olup olmamasıdır. Portföylerin karşılaştırılabilmesi için risk ve yatırım sınırlamalarının benzer olması gerekmektedir (Karan, 2001: 663).

Portföy performansını risk ile getiri ilişkisine göre performansı ölçerken, portföy risk primi kullanılmaktadır. Portföy risk primi, portföyün toplam getirisinden risksiz faiz oranı çıkarılarak hesaplanmaktadır:

$$r_p = g_p - r_f \quad (1.26)$$

Burada,

r_p : Portföy toplam getirisini,

g_p : Sermaye kazancı ve kar payı toplamını,

r_f : Risksiz faiz oranını ifade eder.

Risk primi, yatırımcının riskli bir portföye yatırım yapması karşılığında, risksiz faiz oranının üstünde kendisine ödenen ilave bir getiriyi ifade etmektedir. Portföyün ortalama getirisinin hesaplanması performans ölçüsü olarak tek başına yeterli olmamaktadır. Portföy performansının doğru tespit edilmesi için getirinin mutlaka riske göre ayarlanması gerekmektedir. Bunun en basit şekli, portföyün getirisinin, benzer risk sunan diğer portföylerin getirileri ile kıyaslanmasıdır. Ancak, bu tür kıyaslama yatırımcıyı çoğu zaman yanıltabilir. Ortalama getiri ve varyans temeline dayanan riske göre ayarlanmış performans ölçümleri, Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli ile eşzamanlı ortaya çıkmıştır. Bu konuda öncülüğü yapan araştırmacılar Sharpe, Treynor ve Jensen'dir. Doğal olarak, riske göre düzenlenmiş bir performans ölçümü geliştirmek için getiri ile risk arasındaki ilişkinin ve riskin doğası ile ilgili varsayımların yapılması gerekir. İlave olarak, hisse senedi fiyatlarının varsayılan bir fiyatlama modeli çerçevesinde fiyatlanmış olduğunun kabul edilmesi gerekmektedir (Konuralp, 2005: 344-5).

1.6.1. Toplam Riske Göre Performans Ölçütleri

Portföy performansı hesaplanırken, ortalama getirinin riske göre ayarlanması gerekmektedir. Bu grupta incelenen modeller; Sharpe Oranı, M² Performans Ölçütü ve Sortino Oranı'dır (Ural, 2010: 43).

1.6.1.1. Sharpe Performans Ölçütü

Portföy performansının ölçülmesinde sadece getiri oranlarına göre portföylerin sıralanması yeterli olmamaktadır. Hem getirinin hem de riskin dikkate alınması gerekmektedir. Sharpe (1966), tüm menkul kıymetlerle piyasa arasında bir ilişki olduğunu ve ilişkinin basit doğrusal regresyon ile ifade edileceğini öne sürmüştür. Ancak Sharpe ölçütünde toplam risk ölçüsü olarak standart sapma yer almaktadır. (Hayırsever, 2002: 82). Sharpe, portföy performansını değerlendirirken sermaye piyasası doğrusunu esas almıştır. Sharpe ölçütünün değeri, portföyün beklenen değeri ve risksiz faiz oranı arasındaki fark olarak tanımlanan risk priminin portföyün standart sapmasına bölünmesiyle hesaplanır (Haugen, 1987: 193). Risk oranı ise aynı dönemde sistematik ve sistematik olmayan risklerden oluşan toplam riski ifade etmektedir. Sharpe performans ölçütü aşağıdaki denklemle ifade edilmektedir:

$$S_p = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p} \quad (1.27)$$

Burada,

S_p : sharpe performans oranını,

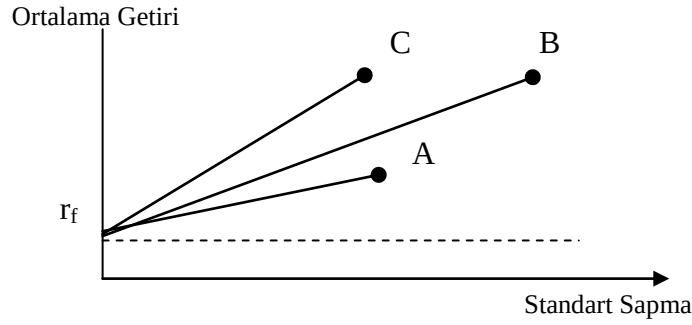
r_p : portföyün ortalama getirisini,

r_f : risksiz faiz oranını,

σ_p : portföyün standart sapmasını ifade eder.

Sharpe'ın performans ölçütü hem risk hem de getiri tarafından belirlenen bir endeks oluşturmaktadır. Sharpe oranı, bir birimlik toplam riske karşılık ek risk primini ifade etmektedir. Sharpe'ın endeksi yardımıyla, risksiz faiz oranından başlayan ve portföye ulaşan doğrunun eğimi belirlenmektedir.

Şekil 7. Sharpe Performans Endeksine Göre Portföylerin Karşılaştırılması



Kaynak: Konuralp, 2005: 347.

Şekil 7’de gösterildiği gibi, A, B ve C portföylerinden C portföyünün eğimi en fazla olduğundan performansı en yüksek olan portföydür (Konuralp, 2005: 346-7).

1.6.1.2. M^2 Performans Ölçütü

Franco Modigliani ve Leah Modigliani (1997) tarafından M^2 performans ölçütü geliştirilmiştir. Sharpe oranında olduğu gibi M^2 performans ölçütü de risk ölçütü olarak toplam riski dikkate almakta fakat karşılaştırma ölçütüne (benchmark) göre portföy getirilerinin performanslarını yorumlamak daha kolay olmaktadır. Karşılaştırma ölçütü olarak genellikle borsa ya da sektör endeks getirileri kullanılmaktadır. M^2 performans ölçütü aşağıdaki denklemlle ifade edilmektedir (Korkmaz ve Uygurtürk, 2008: 118):

$$M^2 = r_f + \left[\frac{r_p - r_f}{\sigma_p} * \sigma_m \right] = r_f + [Sharpe Oranı * \sigma_m] \quad (1.28)$$

Burada,

M^2 : M^2 performans oranını,

r_p : Portföyün ortalama getirisini,

r_f : Risksiz faiz oranını,

σ_p : Portföyün standart sapmasını,

σ_m : Karşılaştırma (benchmark) ölçütünün standart sapmasını ifade eder. Bu ölçüt, fonları aynı risk düzeyine getirerek karşılaştırma yapılmasını sağlamaktadır. İki yatırım alternatifi arasında seçim yapılırken Sharpe oranında olduğu gibi yine M^2 performans ölçütü yüksek olan tercih edilmektedir (Ural, 2010: 44).

1.6.1.3. Sortino Performans Ölçütü

Portföy performans ölçüm yöntemi, Frank A. Sortino tarafından 1994 yılında geliştirilmiştir. Sharpe oranına oldukça benzeyen bu oranın tek farkı, paydasında portföyün standart sapmasının yerine minimum kabul edilebilir getiri düzeyinin altında kalan portföy getirilerinin standart sapmasının yer almasıdır (Korkmaz ve Uygurtürk, 2008: 119). Sortino performans ölçütü aşağıdaki denklemle ifade edilmektedir:

$$Sortino\ Oranı = \frac{r_p - r_f}{\sqrt{\frac{\sum_{t=0}^N (r_{pt} - MKEG)^2}{N}}} \quad (1.29)$$

Burada,

r_p : Portföyün ortalama getirisini,

r_f : Risksiz faiz oranını,

r_{pt} : P portföyünün t zamanındaki getirisini (sadece $MKEG > r_{pt}$ olduğunda hesaplanır),

N : İncelenen gün (hafta) sayısını,

MKEG : Yatırımcının elde etmeyi beklediği, garanti edilmiş, risksiz getiri oranını ifade eder. Bunun için genelde risksiz faiz oranı kullanılmaktadır. Sortino oranına göre elde edilen değerlerin pozitif olması ya da büyük olması portföy performansının iyi olduğu anlamına gelmektedir (Ural, 2010: 44-5).

1.6.2. Sistemik Riske Göre Performans Ölçütleri

Bu grupta incelenen modeller; Treynor Oranı, T^2 performans ölçütü, Jensen ölçütü ve değerlendirme oranıdır.

1.6.2.1. Treynor Performans Ölçütü

Sharpe performans ölçütü, portföy performansını toplam riske göre değerlendirirken, Treynor (1965) performans ölçütü, portföy performansını çeşitlendirme ile yok edilemeyen riske göre değerlendirmektedir. Treynor, portföy

performansının sistematik risk ölçüsü olan beta katsayısı ile ölçülmesini önermektedir (Arslan; 2005: 9). Treynor performans ölçütü aşağıdaki denklemlerle ifade edilmektedir:

$$T_p = \frac{r_p - r_f}{\beta_p} \quad (1.30)$$

Burada,

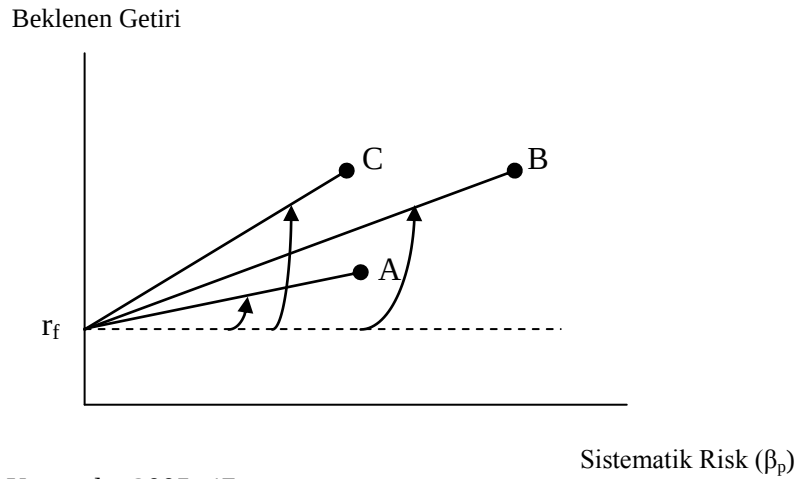
T_p : Treynor performans oranını,

r_p : Portföyün beklenen getirisini,

r_f : Risksiz faiz oranını,

β_p : Portföyün betasını ifade eder.

Şekil 8. Treynor Performans Endeksine Göre Portföylerin Karşılaştırılması



Kaynak: Konuralp, 2005: 47.

Treynor performans ölçütü, bir birimlik sistematik riske düşen ek risk primini göstermektedir. Bu oran ne kadar yüksekse portföy performansı da o kadar yüksektir. Tamamen çeşitlendirilmiş bir portföyde portföyün sistematik olmayan riski yoktur ve bu durumda hem Sharpe hem de Treynor ölçütü benzer neticeler vermektedir. Diğer yandan zayıf çeşitlendirilmiş bir portföyde Treynor ölçütü daha yüksek bir değer alırken, Sharpe ölçütü daha küçük bir değerdir. Aradaki fark çeşitlendirmeden doğmaktadır (Gökbel, 2003: 29).

1.6.2.2. T² Performans Ölçütü

T² performans ölçütü, Treynor oranını yüzde getiri şekline çevirmekte ve M² yönteminde olduğu gibi portföye risksiz getiri değerini ekleyerek risk düzeltmesi yapmaktadır (Tekere ve diğerleri, 2006: 10-11). T² performans ölçütü aşağıdaki denklemlerle ifade edilmektedir:

$$T^2 = r_p^* - r_m \quad (1.31)$$

T² yönteminde portföyün piyasaya göre düzeltilmiş getirisi ise şu şekilde hesaplanır:

$$r_p^* = \left[r_p \frac{\beta_m}{\beta_p} + \left[1 - \frac{\beta_m}{\beta_p} \right] r_f \right] \quad (1.32)$$

T² denklemi yeniden ifade edilirse;

$$T^2 = \left[r_p \frac{\beta_m}{\beta_p} + \left[1 - \frac{\beta_m}{\beta_p} \right] r_f \right] - r_m = \left[\frac{r_p - r_f}{\beta_p} \right] \beta_m - (r_m - r_f), \text{ burada } \beta_m = 1$$

olacağından,

$$T^2 = \text{treynor Endeksi} - (r_m - r_f) \quad (1.33)$$

Burada,

r_p^* : Portföyün piyasaya göre düzeltilmiş getirisini,

r_m : Karşılaştırma ölçütünün (piyasa) getirisini,

β_m : Piyasa beta değerini,

β_p : Portföyün beta değerini ifade eder.

Alternatifler arasında T² performans ölçütü yüksek olan tercih edilmektedir (Ural, 2010: 46).

1.6.2.3. Jensen (Alfa) Performans Ölçütü

Jensen performans ölçütü, yöneticinin tahmin yeteneğinin getiriye ne kadar katkıda bulunduğunu ölçen riske göre düzeltilmiş portföy performans ölçütüdür. Bu ölçüt, Sharpe (1964), Lintner (1965) ve Treynor (1965) tarafından geliştirilen sermaye varlıkları fiyatlandırma teorisine dayanmaktadır. Jensen performans ölçütü aşağıdaki denklemlerle ifade edilmektedir (Jensen, 1967: 8):

$$r_{p,t} - r_{f,t} = \alpha_p - \beta_p(r_{m,t} - r_{f,t}) + \varepsilon_{p,t} \quad (1.34)$$

Burada,

$r_{p,t}$: Portföyün t dönemdeki beklenen getirisini,

$r_{f,t}$: t dönemdeki risksiz faiz oranını,

α_p : Portföyün alfa katsayısı,

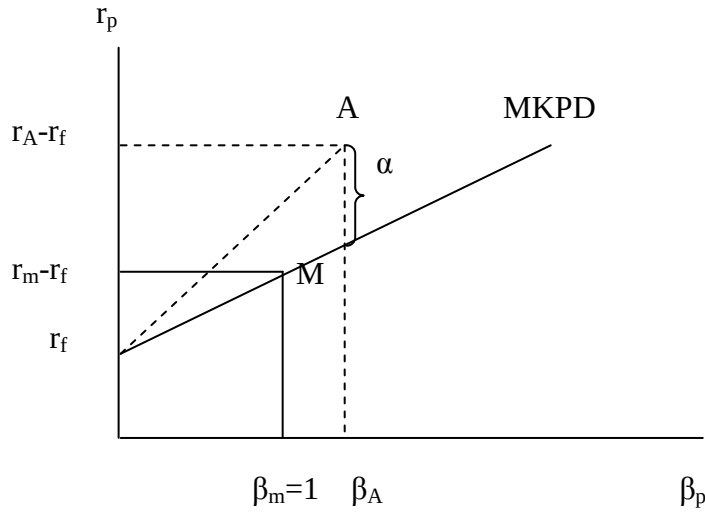
β_p : Portföyün betasını

$r_{m,t}$: t dönemdeki piyasa getirisini,

$\varepsilon_{p,t}$: t dönemdeki portföyün hata payını ifade eder. Burada alfa değeri (α),

riske göre düzeltilmiş getirinin üzerinde sağlanacak olası en fazla getirinin tamamen yönetici yeteneklerinden kaynaklandığını göstermektedir. Alfa değeri pozitif ve ne kadar yüksek olursa yöneticinin başarısının ve portföyün performansının da o kadar iyi olduğu anlamına gelmektedir (Ural, 2010: 47).

Şekil 9. Jensen Performans Ölçütü



Kaynak: Konuralp, 2005: 355.

Şekilde menkul kıymet piyasa doğrusu ile betası 1'e eşit olan piyasa portföyü ile performansı onun üzerinde olan A portföyü görülmektedir. A portföyü ile MKPD arasındaki mesafe alfa (α) olarak adlandırılır. Eğer portföy pozitif Jensen oranına sahipse MKPD'nun üzerinde bir yerde, negatif orana sahipse MKPD'nun altında bir yerde demektir (Konuralp, 2005: 354-5).

1.6.2.4. Değerleme Oranı

Gerek Jensen oranı, gerekse Treynor performans ölçütü portföyün sistematik olmayan riskini dikkate almamaktadır. Değerleme oranı, portföyün alfasını portföyün sistematik olmayan riskine bölerek bu düzeltmeyi yapmaktadır (Kılıç, 2002: 62).

$$\text{Değerleme Oranı} = \frac{\alpha_p}{\sigma_s} \quad (1.35)$$

Burada,

α_p : Portföyün Jensen Alfasını,

σ_s : Portföyün sistematik olmayan riskini ifade eder (Ural, 2010: 48).

1.6.2.5. Fama Performans Ölçütü

Eugene F.Fama (1972) portföy performansını, toplam risk primi karşısında beklenen getirinin üzerinde elde edilen fazla getiri ile ölçmüştür. Ayrıca, portföy performansının yöneticini seçicilik ve zamanlama yeteneğine bağlı olduğunu belirtmiştir (Korkmaz ve Uygurtürk, 2008: 121). Fama'nın geliştirdiği ölçüt aşağıdaki denklemle ifade edilmektedir (Rao ve Madava, 2003: 11):

$$\text{Fama Ölçütü} = (r_p - r_f) - \left[\frac{\sigma_p}{\sigma_m} \right] (r_m - r_f) \quad (1.36)$$

Burada,

r_p : Portföyün ortalama getirisini,

r_f : Risksiz faiz oranını,

r_m : Karşılaştırma (benchmark) ölçütünün (piyasa) getirisini,

σ_p : Portföyün standart sapmasını,

σ_m : Karşılaştırma (benchmark) ölçütünün standart sapmasını ifade eder.

Fama ölçütünün pozitif çıkması durumunda portföy beklenen getirinin üzerinde, negatif çıkması durumunda ise beklenen getirinin altında getiri sağlamaktadır (Ural, 2010: 48). Pozitif Fama ölçüt değeri beklenen getirinin üzerinde getiri sağlandığını ve sermaye piyasası doğrusunun üzerinde yer aldığını, negatif Fama ölçüt değeri ise portföyün beklenen getirinin altında getiri sağladığını ve sermaye piyasası doğrusunun altında yer aldığını ifade etmektedir (Rao ve Madava, 2003: 11).

1.6.3. Piyasa Zamanlama Ölçütleri

Portföy yöneticisinin ileriye tahmin kabiliyeti portföy performansında önemli bir rol oynamaktadır (Korkmaz ve Uygurtürk, 2008: 122). Piyasa zamanlaması, yükselen piyasada kazanç sağlamak veya düşen piyasada kayıptan kurtulmak üzere portföy içinde yer alan varlıkların ağırlıklarının değiştirilmesi stratejisi olarak tanımlanabilir (Kılıç, 2002: 69).

Tek kriterli modeller, performans ölçümünde portföy yöneticisinin sadece seçicilik yeteneğini değerlendirmektedir. Performans ölçümünde diğer önemli unsur ise portföy yöneticisinin piyasa hareketlerinin öngörme başarısını ifade eden zamanlama yeteneğidir. Çok kriterli modeller yardımıyla fon yöneticisinin seçicilik ve zamanlama yetenekleri birlikte değerlendirilebilmektedir (Ural, 2010: 48). Portföy yöneticisinin piyasa hareketlerini öngörme başarısını ifade eden zamanlama yeteneğinin ölçülmesinde iki temel yöntem kullanılmaktadır. Bu çok kriterli yöntemler, Treynor ve Mazuy (1996) tarafından geliştirilen Kuadratik Regresyon Modeli ile Merton ve Henriksson (1981) tarafından geliştirilen Kukla Değişkenli Regresyon Modeli'dir (Arslan, 2005: 11).

1.6.3.1. Kuadratik Regresyon Modeli

1966 yılında Treynor ve Mazuy tarafından geliştirilen bu modelin temeli portföyün sistematik riskinin zaman içinde değişken olabileceği beklentisine dayanmaktadır. Portföy yöneticisi eğer pazarın gelecek seyrini tahmin edebilirse, portföyünde yer alan menkul kıymetleri bu tahmine göre değiştirecektir. Portföy yöneticisi pazarın gelişimini tahmin edip, buna göre pazara duyarlılığı değişen menkul kıymetleri de portföyüne dahil etme kararı verebilmektedir. Treynor ve Mazuy tarafından geliştirilen Kuadratik Regresyon Modeli aşağıdaki denklemlerle ifade edilmektedir (Arslan, 2005: 11).:

$$(r_{p,t} - r_{f,t}) = \alpha_p + \beta_p(r_{m,t} - r_{f,t}) + \gamma_p(r_{m,t} - r_{f,t})^2 + \varepsilon_{p,t} \quad (1.37)$$

Burada,

α_p : Fon yöneticisinin seçicilik yeteneğini,

β_p : Fonun sistematik riskini (betasını),

γ_p : Fon yöneticisinin zamanlama yeteneğini ifade eder.

Bu modelde, fon yöneticisinin zamanlama yeteneğini ifade eden “ γ ” katsayısı pozitif ise yöneticinin piyasa zamanlaması yeteneğinin yüksek olduğunu, negatif “ γ ” katsayısı ise yöneticinin zamanlama yeteneğinin hiç olmadığını göstermektedir (Kılıç, 2002: 72).

1.6.3.2. Kukla Değişkenli Regresyon Modeli

Kuadratik Regresyon Modeli’nde pazarın yükseliş ve düşüşüne göre portföyün değerlendirildiği ve portföyün her değişen durumunda farklı bir beta değerine sahip olduğu varsayılmıştır. Henrikson ve Merton (1981) tarafından geliştirilen Kukla Değişkenli Regresyon Modeli’nde ise, portföy performansının sadece pazarın yükselişi ve düşüşüne göre değerlendirilmesi ve buna göre betanın sadece iki değer alabileceği varsayılmıştır (Ural, 2010: 49). Buna göre, piyasanın yükselen dönemlerinde ($r_m > r_f$) beta katsayısı cinsinden yüksek riskli varlık yatırımları düşük risklilerden daha fazla getiri sağlarken, piyasanın düşük dönemlerinde ($r_m < r_f$) de yüksek riskli varlıklar düşük riskli varlıklara göre daha düşük getiriyle karşılaşacaklardır (Yıldız, 2006: 121-122). Kukla Değişkenli Regresyon Modeli’nin esasını portföy yöneticisinin sadece piyasanın yönünü tahmin edebildiği, büyüklüğünü ise tahmin edemediği esasına dayanmakta ve aşağıdaki şekilde formüle edilmektedir (Kılıç, 2002: 72-74):

$$(r_{p,t} - r_{f,t}) = \alpha_p + \beta_p(r_{m,t} - r_{f,t}) + \gamma[D(r_{m,t} - r_{f,t})] + \varepsilon_{p,t} \quad (1.38)$$

Denklemden “D” kukla değişken olup, yükselen piyasalar için bir sayısına, düşen piyasalar için sıfıra eşit olmaktadır. Bu durumda model;

Yükselen piyasa için (D=1);

$$(r_{p,t} - r_{f,t}) = \alpha_p + (r_{m,t} - r_{f,t}) + (\beta_p + \gamma) + \varepsilon_{p,t} \quad (1.39)$$

Düşen piyasa için (D=0);

$$(r_{p,t} - r_{f,t}) = \alpha_p + \beta_p(r_{m,t} - r_{f,t}) + \varepsilon_{p,t} \quad (1.40)$$

olmaktadır. “ γ ” katsayısı ise kuadratik regresyon yönteminde olduğu gibi yöneticinin piyasa zamanlama yeteneğini göstermektedir (Korkmaz ve Uygurtürk, 2008: 123-124).

Bu çalışmanın birinci bölümünde portföy konusu kavramsal olarak değerlendirilip, geleneksel ve modern portföy yaklaşımlarının genel çerçevesi oluşturulmuştur. Portföy konusunun en önemli sorunu optimal bir portföyün oluşturulması sürecidir. Bu kapsamda, Markowitz Ortalama-Varyans Modeli optimal portföy seçimi alanında önemli bir gelişmedir. Günümüze kadar çeşitli araştırmacılar optimal portföy seçimi konusunda birçok yeni yöntemler geliştirmişlerdir. Bu yöntemler, Sermaye Piyasası Denge Modelleri adı altında detaylıca incelenmiştir. Daha sonra elde edilen portföylerin performans ölçütleri hakkında bilgi verilmiştir. Tüm bu modeller portföy optimizasyonunun amacı olan riski minimize ve getiriye maksimize etmek üzere gerçekleştirilmiş çalışmalardır. Ancak söz konusu modellerin hiçbirinde yatırımcı beklentilerinin portföy ağırlıklarına etkisini incelenmemiştir. Bu doğrultuda, yatırımcı beklentilerinin optimal portföy oluşturulma sürecine dahil edilmesini sağlayan Black-Litterman Modeli geliştirilmiştir. Bu çalışmanın ikinci bölümünde Black-Litterman Modeli’nin gelişimi ve matematiksel altyapısına değinilmektedir.

İKİNCİ BÖLÜM

OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİNDE BLACK-LITTERMAN MODELİ

Ortalama-Varyans Optimizasyon Modeli modern portföy yönetimi yaklaşımının temel taşlarından biri olup, son yarım yüzyılda optimal portföy seçiminde yaygın bir şekilde kullanılmıştır. Ancak Ortalama-Varyans Optimizasyon Modeli'nin sonuçları değerlendirildiğinde bazı eleştirilere konu olmuştur. Fisher Black ve Robert Litterman tarafından 1990'lı yıllarda geliştirilen “Black-Litterman Modeli” ile oluşturulan portföylerde bu eleştirilere çözüm getirme amacıyla geliştirilmiştir. Black-Litterman Modeli, yatırımcıların çeşitli varlıkların getirileri hakkındaki beklentilerini Sermaye Varlıklarını Fiyatlandırma Modeli (SVFM) ile elde edilen piyasa denge getirileri ile birleştirerek daha iyi çeşitlendirilmiş portföylerin oluşturulmasını sağlamaktadır.

2.1. BLACK-LITTERMAN MODELİ'NİN GELİŞİMİ

Markowitz tarafından geliştirilen “Ortalama-Varyans Optimizasyon Modeli” optimal portföy bileşimi sürecini standart bir optimizasyon çerçevesine koymaya çaba gösterir. Bu model belirlenen risk düzeyinde beklenen getiriyi maksimize etmeyi veya belirlenen getiri düzeyinde riski minimize etmeyi amaçlamaktadır. Modern portföy yönetimi yaklaşımında; portföyün optimum varlık bileşimini belirleyen unsurlar vardır. Bunlardan birincisi, sermaye piyasası koşullarına göre getiri, risk ve ilgili varlıkların korelasyonları tahmin edilir. İkinci unsur, etkin bir sınır oluşturmak için optimal varlık bileşimini sağlayan ortalama-varyans optimizasyonu kullanılır. Üçüncü unsur ise etkin sınır üzerinde bir nokta seçilir veya tahmini risk tolerans düzeyine veya risksiz varlık ve optimum riskli varlık dağılımına göre bir portföy seçilir. (Idzorek, 2006: 2).

Ortalama-varyans optimizasyon süreci, varlıkların beklenen getirilerinin hesaplanmasıyla başlayıp her varlığın birbirleriyle korelasyonu ile standart sapmasından bir kovaryans matrisinin oluşturulması ile devam etmektedir. Optimizasyonun sonraki hedefi belirli bir getiri için portföy riskini en aza indiren

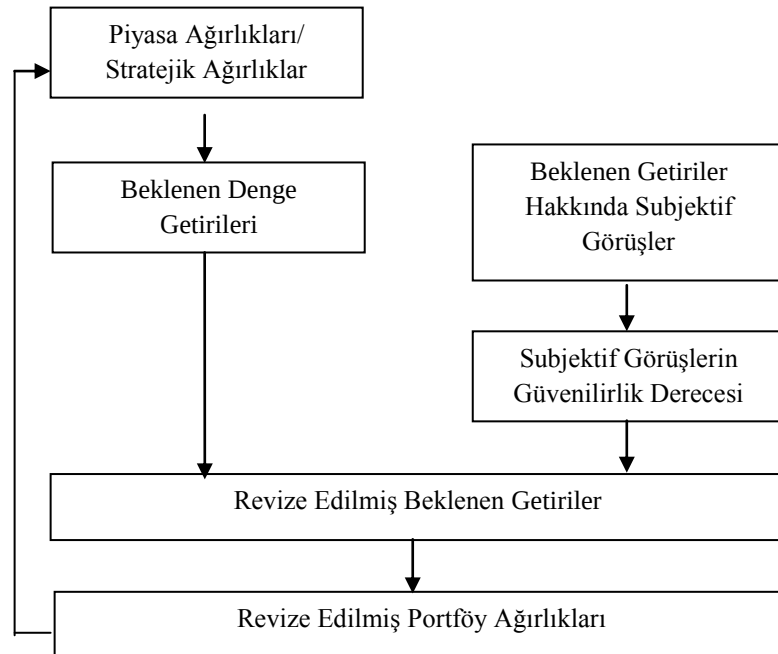
varlık ağırlıklarının dağılımının kümesini bulmaktır (Robertson, 2011: 1). Ancak, Ortalama-Varyans Optimizasyon Modeli'nin; getiri, standart sapma ve korelasyon tahminlerine çok duyarlı olduğu bilinmektedir (Michaud, 1989: 33; Best ve Grauer 1991: 317). Bu üç girdinin en önemlisi getiriler olmasına rağmen en istikrarsızdır. Chopra ve Ziemba (1993) Ortalama-Varyans Optimizasyon Modeli'nin, getirilerdeki tahmin hatasına bağlı olarak riskteki (varyanstaki) tahmin hatasının orta derecede bir risk tolerans seviyesinden 11 kez daha duyarlı olduğu ve riskteki tahmin hatasına bağlı olarak kovaryans tahmin hatasının (aynı zamanda korelasyona) ortalama-varyans optimizasyonunun iki katı duyarlı olduğunu savunmuşlardır (Chopra ve Ziemba; 1993: 9). Richard Michaud, girdi hassasiyeti ve aşırı yoğunlaşmış portföyler ile sonuçlanan problemi “Markowitz Optimization Enigma (Markowitz Optimizasyon Muamması)” isimli makalesinde yayınlamıştır. Uygulamada, tarihsel veriler Ortalama-Varyans Modeli için girdi olarak kullanılmaktadır. Tarihsel veriler gelecekteki kovaryanslar ve standart sapmalar için iyi bir tahmin olsa da, geçmiş getiriler gelecekteki getiriler için iyi tahminleyiciler değildir. Michaud (1989) bunu çalışmasında gösterir ve ortalama-varyans optimizasyonunun girdi hatalarını büyüttüğünü savunur (Michaud, 1989: 31).

Girdi hassasiyeti, girdilerdeki (sermaye piyasası varsayımları) küçük değişikliklere bağlı olarak modelin çıktılarında (elde edilen portföyde) önemli değişikliklerin meydana geleceğini ifade etmektedir. Tahmin hatası ise girdilerin tahminlerden oluştuğunu ve mükemmelden daha düşük olduğu gerçeğini yani hata içerdiğini ifade etmektedir. Girdi hassasiyeti, ortalama-varyans optimizasyonu ile aşırı yoğunlaşmış portföylerin oluşturulmasına neden olmaktadır. Eğer girdiler hata içerirse (kaçınılmaz olarak), oluşturulan portföylerde varlıkların yoğunlaşmasına neden olabilmektedir. Markowitz Ortalama-Varyans Modeli girdileri %100 kesin olarak dikkate aldığından ortalama-varyans optimizasyoncuları bazen “tahmin hatası maksimizasyoncuları” olarak anılmaktadır. Markowitz ortalama-varyans optimizasyonu girdilerinin (sermaye piyasası varsayımları) kesin bilgiler olarak ele alınması, etkin portföylerin küçük bir kümeden oluşmasına sebep olmaktadır. Etkin portföy dağılımını oluşturan etkin sınır üzerinde varlıkların bileşimi farklıdır. Ancak, varlık sayısı fırsat kümesi içindeki varlık sayısından çok daha azdır. Optimal portföyler etkin varlık bileşimini gösteren etkin sınır üzerindeki her bir noktada

varlık sayısı, alternatif getirileri bulunan varlık sayısından her zaman düşüktür. Sonuç olarak, önemli varlıklar, oluşturulan portföylerin dışında kalmaktadır. Optimal portföy seçimi sürecinde farklı girdiler kullanıldığında sonuç olarak önemli ölçüde farklı portföyler oluşmaktadır. Bir dönemde optimal olan portföyler başka bir dönemde optimal olmamaktadır. Dolayısıyla, standart ortalama-varyans optimizasyonu genellikle aşırı yoğunlaşmış ve iyi çeşitlendirilmemiş portföylere neden olmaktadır.

Girdi hassasiyetini ve tahmin hatalarını önlemek için birtakım geleneksel çözümler uygulanmaktadır. Bu geleneksel çözümler, varlık kısıtı, uzun dönem verilerin kullanılması veya ortalama-varyans optimizasyonunun terk edilmesidir. Çünkü aşırı sıkı kısıtların koyulması ve kısıtların listelenmesi Ortalama-Varyans Modeli'nin terk edilmesi anlamına gelmektedir. Uzun dönemlerde, risk ve getiri arasında daha tutarlı¹ bir ilişki bulunmaktadır. Kısa dönemlerde ise risk ve getiri arasındaki ilişki bir hayli değişmektedir. Ancak, çok büyük miktarlardaki tarihsel veriler bile risk ve getiri arasında tutarlı bir ilişkiyi sağlayamamaktadır. (Idzorek, 2006: 7).

Tablo 2. Black-Litterman Modeli'nin Önemli Adımları



Kaynak: Drobetz, 2011: 65.

¹ İstatistiki anlamda doğrusal; istatistikte beklenen değerin gerçek değere eşit olması durumu tutarlılık olarak tanımlanır.

Sonuç olarak, girdi hassasiyeti ve tahmin hataları sonucu aşırı yoğunlaşmış varlık dağılımlarının (portföylerin) oluşturulmasına neden olan Ortalama-Varyans Modeli'nin bu olumsuzluklarını bertaraf etme amacıyla yeni modeller geliştirilmiştir. Bunlardan en önemlisi ve uygulanabilirliği olan Black-Litterman Modeli'dir. Tablo 2'de piyasa ağırlıklarının Black-Litterman Modeli kullanılarak revize edildiği ve aşırı yoğunlaşmış portföy sorununa çözüm getirildiği gösterilmiştir. Black ve Litterman'ın en büyük katkısı yeni portföy ağırlıkları elde etmek için denge getirileri ile beklenen getiriler hakkındaki yatırımcı beklentilerinin birleştirmesidir. Black ve Litterman denge kavramının önemli ama tek başına yeterli olmadığını belirtmişlerdir. Denge getirilerinin esas değeri, yatırımcının subjektif beklentilerini ve kısıtları düzenlemesini sağlayan bir altyapı oluşturmasıdır. Özellikle de, piyasa kapitalizasyon ağırlıkları yatırımcı tarafından ilgi gören varlıklara doğru meyletmektedir (Drobetz, 2001: 65).

2.2. BLACK-LITTERMAN MODELİ İLE OPTİMAL PORTFÖY SEÇİM SÜRECİ

Black-Litterman Modeli'nin amacı, yatırımcıların çeşitli varlıkların getirileri hakkındaki beklentilerini Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli (SVFM) ile elde edilen piyasa denge getirilerini birleştirerek daha iyi-çeşitlendirilmiş optimal portföylerin oluşturulmasını sağlamaktır. Başka bir deyişle, Black-Litterman Modeli, Bayes yaklaşımıyla yatırımcıların bir veya birden fazla varlığın beklenen getirileri hakkındaki subjektif beklentilerini SVFM ile elde edilen beklenen piyasa denge getirileriyle (birincil dağılım) birleştirerek yeni beklenen getirilerin (nihai dağılım) hesaplanmasını sağlamaktadır. Bayes yaklaşımı, bir durumun olma koşulunun kendinden önceki bir duruma bağlı olarak ortaya çıktığını ifade eder. Bu açıdan bir yatırımcı tercihi söz konusu ise bu tercih sonunda oluşan portföy ve portföy dağılımı Bayesgil yaklaşımla analiz edilir.

SVFM piyasa dengesi getirileri, Sharpe'in (1974) "ters optimizasyon" olarak ifade edilen tekniği kullanılarak hesaplanır ve Sharpe'in çok ünlü ve Nobel ödüllü çalışması olan bu teknik SVFM'nin bir uzantısıdır. Sharpe'a göre, beklenen getiri ile piyasa riski arasında tutarlı bir ilişki vardır. Genellikle literatürde piyasa riski için

kullanılan diğer terimler sistematik risk, benchmark risk, korelasyon riski, çeşitlendirilemeyen risk ve beta riskidir. Yatırımcılar, beta riski için ilave bir risk primi beklerler ve bundan dolayı beklenen getiri piyasa getirisine eşit olacağından piyasa riski ile beklenen getiri arasında tutarlı bir ilişki vardır. Dolayısıyla, beklenen getiri ve beta riski arasında bir ilişki söz konusudur. Bu ilişki de optimizasyona dayalı analizlerin temelini oluşturur. Optimizasyonun temel amacı beklenen getirilere dayalı olarak etkin varlık dağılımını oluşturabilecek portföylerin oluşturulmasını sağlamaktır. Oluşturulan portföyün etkin varlık dağılımına sahip olduğu varsayımı altında, portföy içinde yer alan her bir varlığın piyasa değerine göre portföyün değeri belirlenir. Bundan dolayı her bir portföy içinde yer alan her bir varlığın fiyatındaki değişim portföyün değerini de değiştirir. Bu durum piyasada işlem gören varlıkların değerleriyle portföy değerleri arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarır. Bu ilişki Sharpe'ın öngördüğünden farklı bir yapıyı temsil eder. Bundan dolayı, bu tür ilişkilerin analizinde opsiyon fiyatlama modelleri kullanılır.

SVFM piyasa denge getirileri, beta riskinin doğrudan fonksiyonu olan getiri tahminlerinin sonucudur. Bu risk türü koşulsuz olarak piyasa tarafından ödüllendirilen risk primidir. Standart sapma ve korelasyondaki tahmin hataları SVFM piyasa denge getirilerinden kaynaklanmaktadır. Beklenen getiri ve beta riski arasındaki ilişki tutarlıdır ve tam rekabet şartlarının geçerli olduğu varsayılır ve böylece Markowitz'in temel varsayımlarına dayalı olarak analiz edilir. Bu da analiz aracı olarak ortalama-varyans optimizasyonunun kullanılmasını gerekli kılar. Ancak piyasa değerleriyle portföy değerleri arasındaki ilişki opsiyon fiyatlama modelleri yaklaşımına dayalı tekniklerin uygulanmasını zorunlu kılmaktadır. Varlıkların SVFM piyasa denge getirileri, varlıkların risklerine (beta ile ölçülen) oranıdır ve sermaye piyasası üzerinde yer almaktadır. Sermaye piyasası doğrusunun eğimi, piyasa risk primine eşittir.

Öte yandan, piyasa risk primindeki değişiklikler etkin sınırın şeklini değiştirmekte ancak risk primi dikkate alınmadığında beta riski-beklenen getiri oranının bütün varlıklar için aynı olduğundan etkin varlık dağılımlarının bileşimlerini değiştirmemektedir. Piyasa risk primi, sermaye piyasası doğrusunun eğimini belirler. Risksiz oranı temsil eden bir sabit, her artık getiriye eklenirse, artık getiriler toplam getiri tahminlerine dönüşür; ancak, sermaye piyasası doğrusu etkilenmez.

Risksiz orandaki değişiklikler etkin sınırın yukarı veya aşığı paralel olarak kaymasına neden olur, fakat etkin sınırın şekli ve etkin varlık dağılım bileşimleri değişmemektedir. Risksiz oran ve piyasa risk primi (pozitif olduğu varsayılır) etkin varlık dağılımlarının bileşimini etkilemez.

Black-Litterman Modeli SVFM ile elde edilen denge getirilerine dayanmaktadır. Böylece Black-Litterman Modeli'nin kullanıldığı optimizasyon süreciyle yeni getiriler (nihai getiriler) hesaplanır. Bu nihai getirilerle optimal risk düzeyine sahip çeşitli varlıklardan oluşan daha iyi-çeşitlendirilmiş bir dağılıma sahip portföy oluşturulur. Modern portföy teorisi ve SVFM en yüksek beklenen Sharpe Oranlı varlık dağılımının varsayımsal piyasa portföyü olduğunu belirtir. Ters optimizasyonda kullanılan piyasa kapitalizasyonu ağırlıkları varsayımsal bir piyasa portföyünü, fırsat kümesinde optimize edilen varlıklar için geçerli olan bir piyasa portföyü haline getirir. Standart ortalama-varyans optimizasyonu kullanıldığında, SVFM piyasa denge getirilerinin etkin sınırı, orijinal piyasa kapitalizasyonuna denk gelen maksimum Sharpe Oranlı varlık dağılımları ile oluşur. Bu durum önemli bir döngüyü ifade eder: Standart optimizasyon getirilerden varlık dağılımlarına (ağırlıklarına) hareket eder. Ters optimizasyon ise varlık dağılımlarından (ağırlıkları) getirilere hareket eder.

Bazen SVFM piyasa denge getirileri Black-Litterman getirileri olarak anılır, ancak bu getiriler teknik olarak Black-Litterman Modeli'nin başlangıç noktasıdır. SVFM piyasa dengesi getirilerini kabul etmeyen ve bir veya daha fazla varlık hakkında fikirleri veya beklentileri olan yatırımcılar, SVFM piyasa denge getirilerini bu beklentileri ile birleştirerek yeni tahmini beklenen getirilerin oluşturulmasında kullanırlar. Bu birleştirilmiş yeni tahmini beklenen getiriler Black-Litterman Modeli'nin kullanılmasıyla elde edilir.

Kavramsal olarak, tek bir varlığın getirileri geleneksel çan eğrisine benzer bir dağılım oluşturur. Dağılımın merkezi, varlığın beklenen getirisini varlığın standart sapması ile beklenen getirideki değişimi temsil eder. Birden fazla varlık olduğunda, varlıkların birlikte hareket etmesinin ölçüsü olan korelasyonlar ayrıca değerlendirilmelidir. Getiriler, standart sapmalar ve korelasyonlar hep beraber getirilerin birçok boyutlu dağılımını daha doğrusu getirilerin birçok değişkenli

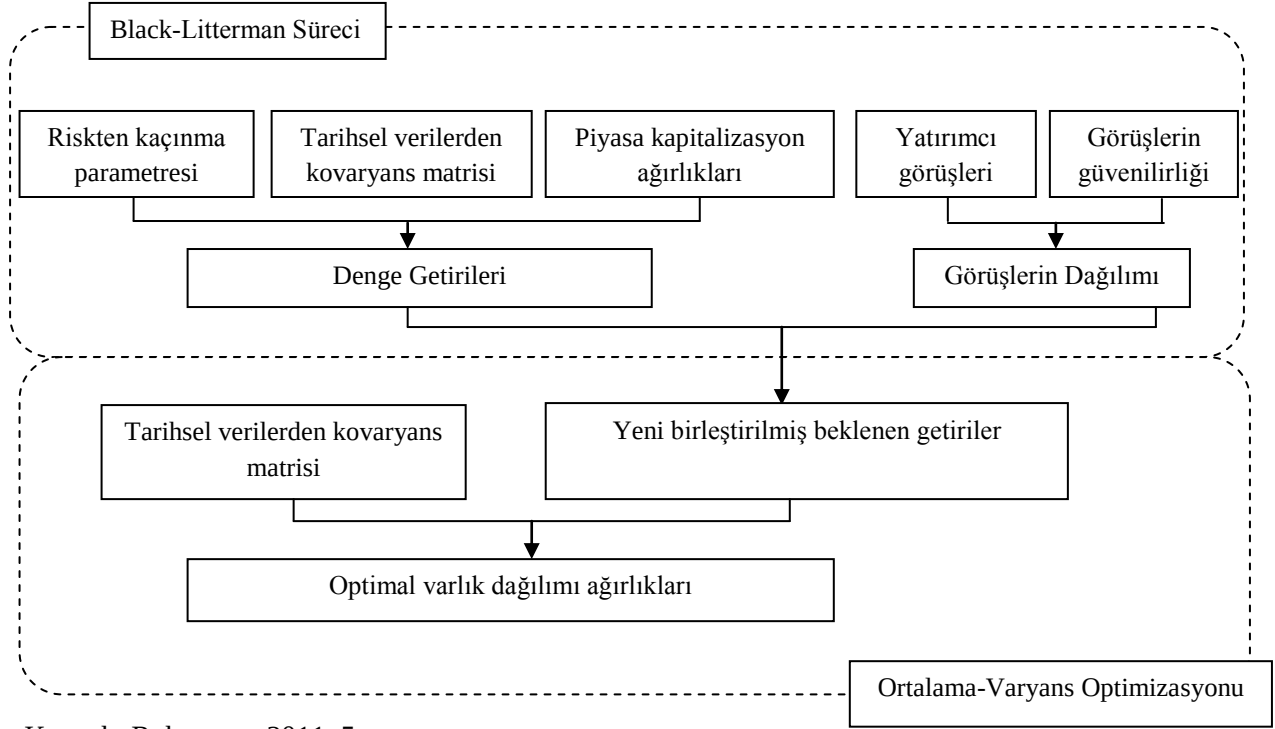
dağılımını oluşturur. Bu dağılım Black-Litterman Modeli'nin başlangıç noktasıdır ve beklenen getiriler hakkında beklentilerin ve fikirlerin temel dayanağı görevini görür.

Her beklenti bir dağılımla sonuçlanır ve beklentinin belirsizliği (beklenen getiri ile ilgili) beklentinin standart sapması olarak tanımlanmıştır. Beklenen tahmini değerinin standart sapması her bir belirli beklentinin güvenilirliğini ifade eder. Beklentinin güvenilirliği yükseldikçe, beklentinin standart sapması düşecektir ve bu beklenti son birleştirilmiş tahmini beklenen getirileri etkileyecektir. Beklentiler genellikle birbirinden bağımsızdır, böylece beklentiler arasında korelasyonu hesaba katmak gerekli değildir çünkü sıfır olarak kabul edilir.

Bilindiği gibi, Black-Litterman Modeli'nde koşullu yaklaşım kullanılmaktadır. Bundan dolayı model Bayes varlık dağılımı modeli olarak adlandırılır çünkü beklenti getirileri SVFM denge getirilerine dayandırılır. SVFM denge getirileri genellikle fırsat kümesindeki farklı varlıkların piyasa kapitalizasyon ağırlıklarını temel almaktadır. Dolayısıyla, SVFM denge getirileri varlıkların piyasa kapitalizasyonlarına ilişkin varlık dağılımlarından oluşmaktadır. Bu durum da, çok agresif varlık dağılımları hariç yeni oluşan piyasa varlıklarının veya az sayıdaki piyasa göstergesi niteliğinde olan ve yatırımcıların en çok tercih ettiği hisse senetleri gibi küçük piyasa kapitalizasyonlu varlıkların portföye hakim olması önlenmektedir (Idzorek, 2006: 8-11).

Bu modelin uygulama aşamasında belki bulunması zor ve büyük miktarda verinin kullanılması gerekmektedir. İlk olarak, yatırımcının kendi yatırım yapılabilir evrenini tanımlaması ve her bir varlığın piyasa kapitalizasyonunu bulması gerekmektedir. Sonra, bir kovaryans matrisi hesaplamak için her bir varlığın getirilerinin zaman serisi tanımlanır. Genellikle varlıklar için temsili bir endeks seçilmektedir. Yatırımcı beklentilerinin uygulanabilmesi ve yeni tahmini getirilerin oluşturulması için yatırımcıların beklentileri belirtilmelidir (Walters, 2008: 2). Denge getirileri hesaplandıktan ve yatırımcı beklentileri ifade edildikten sonra, Black-Litterman Modeli uygulanarak yeni birleştirilmiş beklenen getiriler vektörü elde edilir. Bu getiriler Markowitz ortalama-varyans optimizasyon tekniğinde girdi olarak kullanılır (Robertson, 2011: 3). Sonuç olarak, etkin sınırı oluşturmak için portföy optimizasyonuna tabi tutulan veriler ile optimal portföy oluşturulur. (Walters, 2008: 2).

Tablo 3. Black-Litterman Modeli ile Optimal Portföy Seçim Süreci



Kaynak: Robertson, 2011: 5.

Black-Litterman Modeli ile optimal portföy seçimi süreci tablo 3'te özetlenmiştir. Yukarıda gösterilen Black-Litterman Modeli'nin optimal portföy seçim süreci ile ilgili adımların ana hatları aşağıda maddelenmiştir (Robertson, 2011: 2):

- Piyasa denge ağırlıkları ve kovaryans matrisi tanımlanır.
- Riskten kaçınma parametresi hesaplanır.
- Ters optimizasyon ile beklenen denge getirileri hesaplanır.
- Yatırımcı beklentileri ve beklentilerin güvenilirlik oranı belirlenir.
- Beklenen denge getirileri ile yatırımcı beklentileri birleştirilir.
- Ortalama-varyans optimizasyonu uygulanır.
- Portföy ağırlıkları revize edilir.

Özetle, Black-Litterman Modeli optimal portföy seçimi sorununa iki önemli fayda sağlar. Birincisi, tahmini getirilerde Bayes tekniğinin başlangıç noktası olarak SVFM piyasa denge getirilerinin birincil bilgi olarak kullanılmasıdır. Black-Litterman Modeli'nden önce, tahmini getiriler üzerine Bayes çalışmaları, bilgilendirmeden yoksundu ve tekdüze birincil dağılım ile sonuçlanmaktaydı. Ancak,

bu yöntemlerin hiçbirinin piyasaya geri bildirim bağlantısı yoktu. Dolayısıyla tahmini getiri sürecinde, getirilerin sabit dağılımının oluşturulmasında başlangıç noktası olarak SVFM piyasa portföyünden “ters optimizasyon”un kullanılması fikri önemli bir gelişmedir (Walters, 2008: 1-2).

İkincisi, yatırımcıların beklentilerinin belirtilmesi ve Bayes tekniği kullanılarak birincil bilgi ile yatırımcıların beklentilerinin birleştirilmesinin sağlanmasıdır. Bu süreçte, ilk olarak optimizasyonun girdisi olarak beklenen getiriler ile kovaryanslar hesaplanarak ters optimizasyon süreci ile birincil bilgiler elde edilir. Daha sonra bu birincil bilgiler ile yatırımcı beklentilerinin birleştirilmesi işlemi gerçekleştirilir. Bu birleştirme süreci daha önceleri çalışılmış olmasına rağmen getirilerin tahmin edilme sürecinde uygulanmamıştır. Daha önce yapılan herhangi bir çalışmada optimizasyon sürecine yatırımcıların beklentilerinin dahil edilip, birincil bilgiler ve yatırımcı beklentilerinin birleştirilmesi şeklinde oluşturulmamıştır. Black-Litterman Modeli, yatırımcı beklentilerinin nicel bir çerçevede belirtilmesini ve yeni birleştirilmiş getirileri elde etmek için de bu beklentilerin birincil bilgiler (getiriler) ile birleştirilmesine olanak sağlamaktadır (Walters, 2008: 2). Black-Litterman Modeli’nin optimal portföy seçim sürecinin bir parçası olarak kullanılmasının amacı daha tutarlı ve daha iyi çeşitlendirilmiş portföylerin elde edilmesidir.

2.3. BLACK-LITTERMAN MODELİ’NE İLİŞKİN LİTERATÜR TARAMASI

Black-Litterman Modeli kullanılarak yapılan ilk çalışma, modele kendi isimlerini veren Fisher Black ve Robert Litterman (1990) tarafından yapılmıştır. “Black-Litterman Modeli” ilk kez 1991 yılında Fischer Black ve Robert Litterman tarafından Goldman Sachs’ın bir yayını olan “Journal of Fixed Income” dergisinde yayımlandı. Fisher Black ve Robert Litterman (1991) çalışmalarında Black-Litterman Modeli hakkında bazı açıklamalara yer verdiler, ancak çalışmalarında modelin önemli ayrıntılarına değinilmediği gibi modelin sonuçlarını yeniden uygulayabilmek için gerekli olan tüm veriler bulunmamaktaydı (Walters, 2009: 1; Black ve Litterman, 1991).

Fisher Black ve Robert Litterman (1992) tarafından yapılan ikinci çalışma “Financial Analysts Journal” dergisinde yayımlandı. Bu çalışmada, modelin temel

varsayımlarıyla ve yönteminin mantıksal temeli ile ilgili açıklamalar yapılmıştır. Ancak modelin oluşturulmasını sağlayan tüm denklemler veya tüm türevler gösterilmemiştir. Ne yazık ki bu iki sorundan dolayı çalışmalardaki sonuçları yeniden elde etmek mümkün değildir. Black-Litterman Modeli'nin uygulanması için gerekli bazı denklemlere yer verilmesine rağmen nihai varyans için herhangi bir denklem belirtilmemiştir. Ayrıca çalışmalarında kullanılan ancak açıkça tanımlanmayan bir parametre olan beklentilerin güvenilirliği parametresinden çok az bahsedilmiştir (Black ve Litterman, 1992).

Bevan ve Winkelmann (1998) Goldman Sachs şirketinde yaptıkları çalışmada Black-Litterman Modeli'ni optimal portföy seçim sürecinin bir parçası olarak nasıl kullandıklarını ayrıntılarıyla açıklamışlardır. Çalışmalarında, Black-Litterman Modeli'ni kullanarak varlıklar arasında oynaklık ve korelasyonlar ile optimal portföy ağırlıklarını hesaplamışlardır. Bu model ile risk kontrollü portföyler geliştirilerek yatırımcılar ve yatırım danışmanlarının beklentileriyle tutarlı yatırım tavsiyeleri oluşturulmuştur. Böylece, yatırımcı beklentilerinin optimal portföy seçim sürecine dahil edilmesiyle yatırım yönetimi problemlerinin çözümüne katkı sağlanmıştır (Bevan ve Winkelmann, 1998).

He ve Litterman (1999) tarafından yapılan çalışmada optimal portföy seçim sürecinde Black-Litterman Modeli bir örnekle açıklanmıştır. Çalışmanın verileri ve uygulama adımları net olarak açıklanarak çalışmanın sonuçları yeniden elde edilebilmektedir. Çalışmada Black-Litterman Modeli ile elde edilen portföyler ile standart Ortalama-Varyans Modeli'yle elde edilen portföyler karşılaştırılmıştır. Black-Litterman Modeli'nin en karmaşık kısmı olarak bilinen yatırımcı beklentilerinin modele dahil edilmesi ile ilgili detaylı açıklamalar yapılmıştır (He ve Litterman, 1999).

Satchell ve Scowcroft (2000) çalışmalarında Black-Litterman Modeli'ni detaylı bir şekilde açıkladıklarını iddia etmişlerdir, ancak sonuçları elde etmek için yeterli bilgi bulunmamaktadır. Ayrıca, τ parametresi hakkında diğer araştırmacılardan daha farklı bir yaklaşıma sahip oldukları gözlenmiştir. τ parametresinin "1" olarak tespit edilmesinin nedeni ise tam olarak belirtilmemiştir, ancak Black-Litterman Modeli'nin "ana formülü"nün türevleri ayrıntılı olarak gösterilmiştir (Satchell ve Scowcroft, 2000).

Qian ve Gorman (2001) çalışmalarında koşullu ortalama ve koşullu kovaryans tahminlerini sağlama amacıyla bir yöntem geliştirmişlerdir. Bayes yaklaşımını temel alan Black-Litterman Modeli'ni referans model olarak kullanmışlardır. Çalışmalarında τ parametresinin bulunmadığı alternatif referans modelini uygulamışlardır (Qian ve Gorman, 2001).

Drobetz (2001) çalışmasında Black-Litterman Modeli'nin temel adımları detaylandırarak incelemiştir. Yatırımcı beklentilerinin optimal portföy seçim sürecinde modele dahil edilebilmesiyle modelin standart Ortalama-Varyans Modeli'ne göre esnekliği örnek ile incelenmiştir (Drobetz, 2001).

Christadoulakis (2002), Da ve Jagnannathan'ın (2005) varlık dağılımı ile ilgili çalışma notları vardır. Christadoulakis'in (2002) çalışması Black-Litterman Modeli'nin varsayımları ve Bayes yaklaşımı hakkında daha detaylı bilgi sağlamaktadır. Ayrıca nihai getiriler için anahtar denklemler bir bir sıralanmaktadır (Christadoulakis, 2002). Da ve Jagnannathan (2005) çalışmalarında daha basit bir örnek sunmuşlardır (Da ve Jagnannathan, 2005).

Herold (2003) çalışmasında Black-Litterman Modeli'nin uygulanmasının en zor kısım olarak yatırımcı beklentilerinin varyans matrisinin (Ω) hesaplanması olduğunu savunmuştur. Bu matrisin hesaplanmasında yatırımcının her bir beklenti için olasılık yoğunluk fonksiyonunun kullanılması gerektiğini ileri sürmüştür. Bundan dolayı, Black-Litterman Modeli'nin sadece kantitatif yöneticiler tarafından kullanılabileceğini belirtmiştir (Herold, 2003).

Fusai ve Meucci (2003) çalışmalarında nihai getiri tahminleri ile birincil getiri tahminleri arasındaki farkı istatistiksel olarak ölçmek için kullanılacak bir yöntem sunmuşlardır. Böylece beklentilerin belirsizliğinin hesaplanmasında farklı bir yöntem kullanarak birincil denge tahminleri açısından değerlendirildiğinde nihai tahminlerin aşırı olmamasını sağlamışlardır. Çalışmalarında Alternatif Referans Modeli'ni kullanmışlardır. Ölçümleri Theil'in Uyumluluk Ölçüsüne benzer, ancak Alternatif Referans Modeli nihai getiriler için birincil varyans kullanıldığından varyansın herhangi bir türevi gerekmemektedir (Fusai ve Meucci, 2003).

Idzorek (2005) Black-Litterman Modeli'ni bir örnekle açıklamıştır. Çalışmasında kullandığı verileri sunarak modelin uygulamasını adım adım anlatmıştır. Ancak sonuçlar yeniden hesaplandığında, nihai varyansın He ve

Litterman'ın (1999) çalışmasıyla aynı şekilde ele alınmadığı gözlenmiştir (Idzorek, 2005).

Krishnan ve Mains (2005) çalışmalarında Black-Litterman Modeli'ne piyasa ile korelasyonu olmayan bir faktörü ekleyerek modele katkı sağlamışlardır. Buna “İki-Faktörlü Black-Litterman Modeli” denilmiştir. Durgunluk faktörünün Black-Litterman Modeli'ne olan etkisi bir örnekle gösterilmiştir. Bu örnekle faktörün Black-Litterman Modeli ile hesaplanan beklenen getirileri nasıl etkilediği açıklanmıştır (Krishnan ve Mains, 2005).

Mankert (2006) çalışmasında nihai tahmini varlık getirilerini elde etmek için Black-Litterman Modeli'nin stratejik ve taktik varlık dağılımı kararları arasında detaylı bir bileşim sağlayarak modele somut bir katkı sağlamıştır. Modelin stratejik varlık dağılımı kararlarını SVFM ile elde edilen piyasa denge getirileri oluşturmaktadır. Modelin taktik varlık dağılımı kararlarını ise yatırımcı beklentilerinin oluşturulduğu belirtilmiştir. Bilindiği gibi, yatırımcı beklentilerinin başlangıç noktası SVFM ile elde edilen birincil bilgilerden oluşmaktadır. Bu çalışmada, örneklem teorisini kullanarak τ parametresi ile ilgili yeni bir bakış açısı sağlanmıştır (Mankert, 2006).

Meucci (2006) çalışmasında normal olmayan beklentilerin Black-Litterman Modeli'nde kullanılmasını sağlayan bir yöntem geliştirmiştir. Bu beklentilerin uygulandığı yöntem örnekle detaylı olarak gösterilmiş ve Matlab uygulaması paylaşılmıştır (Meucci, 2006). Meucci (2008a) çalışmasında bu yöntemi her model parametresi için geliştirmiş ve hem tam dağılım analizinin hem de senaryo analizinin uygulanmasına olanak sağlanmıştır (Meucci, 2008a).

Braga ve Natale (2007) çalışmalarında “Takip Hatası Oynaklığı (Tracking Error Volatility)” duyarlılığını kullanarak Black-Litterman Modeli'ne kısıt getirmişlerdir. Böylece, yatırımcıların “Takip Hatası Oynaklığı” kısıtı ile portföyü devamlı revize etmeyi sağlayan bir yöntem geliştirmişlerdir. Varlığın performansı hakkında belirtilen beklentiler için önceden tahmin edilmiş “Takip Hatası Oynaklığı” duyarlılığını sağlayan yeni bir ölçüt kullanılmıştır (Braga ve Natale, 2007).

Beach ve Orlov (2007) çalışmalarında yatırımcıların beklentilerinin düzenlenmesi amacıyla EGARCH-M modeline dayalı Black-Litterman Modeli'ni uygulayarak yeni bir yöntem geliştirmişlerdir (Beach ve Orlov, 2007).

Martellini ve Ziemann (2007) çalışmalarında Black-Litterman Modeli'ni Bayes yaklaşımıyla uygulayarak hedge fon evreninde aktif varlık dağılımı kararları için bir uygulama yapmışlardır (Martellini ve Ziemann, 2007).

Pezier (2007) çalışmasında Black-Litterman Modeli'nde "En Küçük Ayırım Prensibini (Least Discrimination)" uygulamıştır. En küçük ayırım yöntemi ile beklenen getiriler, korelasyon ve esneklik ile ilgili her beklentinin modele dahil edilmesini sağlayan optimal portföyler oluşturulmuştur (Pezier, 2007)

Cheung (2009) çalışmasında Black-Litterman Modeli'ne dayalı yeni yöntemler kullanarak faktör düzenleme yaklaşımını modele dahil etmiştir. Yatırım evreni için bir faktör modelin seçilmesini veya yeni faktör modellerin oluşturulup faktör beklentilerinin de Black-Litterman Modeli'ne dahil edilmesini sağlamıştır (Cheung, 2009).

Silva ve diğerleri (2009) çalışmalarında aktif portföy yönetimini Black-Litterman Modeli'nde Bayes yaklaşımını kullanarak değerlendirmişlerdir. Portföy optimizasyonunun zorluklarından biri, beklenen getiri girdilerindeki küçük farkların bazen büyük portföy ağırlıkları oluşturarak aşırı portföy dağılımlarına sebep olmasıdır. Onlara göre, aktif yatırım politikasında Black-Litterman Modeli'nde Bayes yaklaşımı kullanılarak, denge getirileri ve yatırımcı beklentilerinin birleşimiyle bu sorunun hafifletilmesi sağlanabilmektedir (Silva ve diğerleri, 2009).

Gofman ve Manela (2010) çalışmalarında Black-Litterman denge modelinin portföy seçimi yaklaşımına faydalarını değerlendirmişlerdir. Bu modeli, doğrusal çok faktörlü varlık fiyatlama yaklaşımı ile genişletmişlerdir. Daha sonra Bayes yaklaşımını kullanarak denge modeli belirsizliğini içeren çıkarım problemini ortaya koymuşlardır. Bu yeni yöntemler ile farklı denge modellerinin portföy performansını nasıl etkilediğini araştırmışlardır (Gofman ve Manela, 2010).

Wang (2012) çalışmasında orijinal modelde değişiklikler yaparak, enflasyona dayalı ve "Black-Litterman Enflasyon Modeli" olarak adlandırılan yeni bir model geliştirmiştir. Matematik testi ve ampirik test ile araştırmacı, varlık dağılımında enflasyonla mücadelede "Black-Litterman Enflasyon Modeli"nin orijinal modele göre daha üstün olduğunu kanıtlamaktadır. Ayrıca, araştırmacı yatırımcıların yatırım varlıkları ile ilgili farklı beklenen getirileri için farklı enflasyon risk duyarlılıklarına sahip olduklarını ortaya koymuştur (Wang, 2012).

2.4. BLACK-LITTERMAN MODELİ'NİN YÖNTEMİ

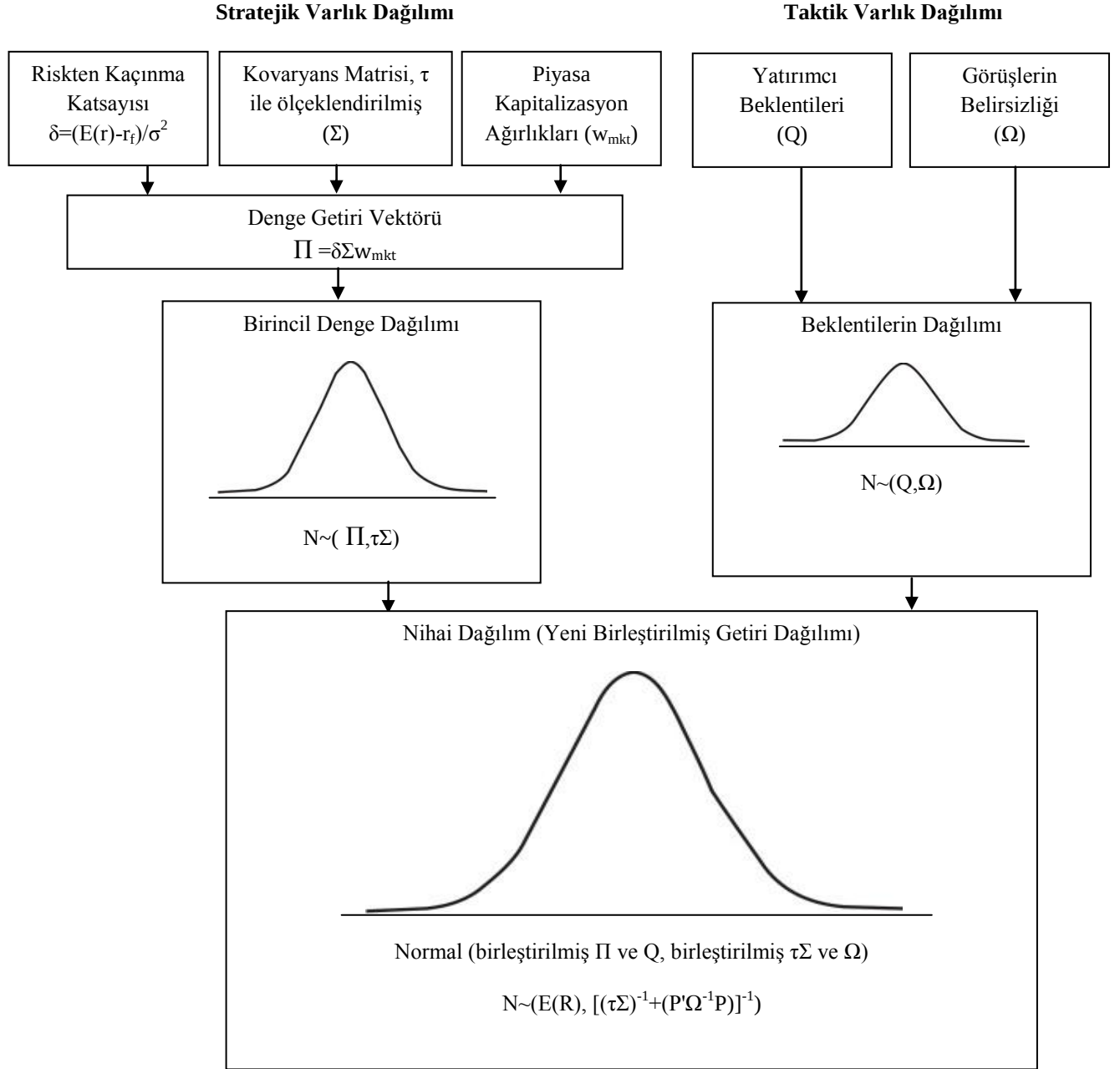
Optimal portföy seçiminde, yatırımcının varlıkların tahmini getirileri hakkındaki beklentilerini portföy ağırlığına yansıtılmasını sağlayan bir modelin geliştirilmesi portföy optimizasyonu alanında önemli bir gelişmedir. Bu konuda literatürde geliştirilen en önemli çalışma Black-Litterman Modeli'dir. İlk olarak 1990 yılında kullanılan Black-Litterman Modeli, SVFM'ne dayalı olarak elde edilen piyasa denge getirileriyle yatırımcıların bu getiriler hakkındaki subjektif tahminlerinin (beklentilerinin) bileşimiyle tutarlı (nihai) varlık getiri tahminlerine ulaşılmasını sağlamaktadır. SVFM ile elde edilen piyasa denge getirileri Black-Litterman Modeli'nin stratejik varlık dağılımı kararlarını oluşturmaktadır. Yatırımcıların SVFM denge getirileri hakkındaki subjektif tahminleri (beklentileri) ise Black-Litterman Modeli'nin taktik varlık dağılımı kararlarını oluşturmaktadır.

Black-Litterman Modeli portföyde yer alan varlıklar hakkında yatırımcıların hem mutlak beklentilerini (getiri seviyeleri) hem de nispi beklentilerini (varlığın yüksek performanslı veya düşük performanslı) yansıtmalarına olanak tanımaktadır. Ayrıca belirtilen beklentiler için getiri tahminlerine yönelik olarak beklenti güvenilirlik oranları tespit edilmektedir. Portföydeki tüm varlıklara ait getiri bilgileri optimal portföy seçim sürecinde kullanılabilir hale gelmektedir. Böylece, portföy içinde yer alan her bir varlığa ait beklenti Black-Litterman Modeli ile portföy optimizasyonu sürecine dahil edilmektedir (Koch, 2004: 2).

Black-Litterman Modeli'nin dayandığı iki temel varsayım bulunmaktadır. Bunlardan ilki, modelde tüm varlık getirilerinin aynı olasılık dağılımını (genellikle normal dağılım seçilir, ancak yatırımcılar uygun gördükleri herhangi bir dağılımı seçebilir) izlediği varsayılr. İkinci varsayım ise birincilin varyansının, varlıkların gerçek ortalaması hakkında koşullu dağılımın ve yatırımcı beklentilerinin bilinmemesidir (Xu ve diğerleri, 2008: 2). Dolayısıyla, Black-Litterman Modeli'nin uygulanmasında iki bilgi kaynağı kullanılmaktadır. Bunlardan biri SVFM ile elde edilen denge getirileri dağılımıdır. Diğer ise beklenti getirilerinin dağılımıdır. Black-Litterman Modeli bu iki dağılımı birleştirerek, SVFM ile elde edilen denge getirilerini temel alan ancak ayrıca yatırımcı beklenti getirilerini yansıtan yeni bir tahmini beklenen getiriler elde edilmektedir. Bunu uygularken, Black-Litterman

Modeli hem beklenen getiriler ile betalar arasındaki tutarlı ilişkiyi korur hem de belirtilen beklentileri yansıtan birleştirilmiş tahmini beklenen getiriler ile daha iyi-çeşitlendirilmiş varlık dağılımlarını başarıyla gerçekleştirir.

Tablo 4. Black-Litterman Modeli'nin Yöntemi



Kaynak: Idzorek, 2005: 16.

Tablo 4'te Black-Litterman Modeli'nin yöntemi üç ana adımda gösterilmiştir. Daha önce bahsedildiği gibi modelin ilk adımı piyasa denge getirilerinin hesaplanmasıdır. Bu ilk adım modelin stratejik varlık dağılımı kararları olarak da

ifade edilmektedir. Modelin ikinci adımında ise denge getirilerine göre yatırımcının portföy içindeki varlıklar hakkındaki beklenti getirileri belirlenmektedir. Bu yatırımcı beklentileri subjektif ve kişisel olduğundan yatırımcının taktik varlık dağılımı kararları olarak da ifade edilmektedir. Modelin üçüncü adımında ise denge getirileri ile yatırımcı beklentileri birleştirilerek nihai getiriler elde edilir. Nihai getiriler vektörü ile denge getirileri vektörü karşılaştırılarak portföy ağırlıkları revize edilir, böylece daha iyi-çeşitlendirilmiş optimal portföyler elde edilmektedir. Böylece, daha önce bahsedildiği gibi Markowitz'in Ortalama-Varyans Modeli'nin en çok eleştirilen yanı olan aşırı yoğunlaşmış portföylerin oluşumu önlenmiş olmaktadır.

Portföy performansının artırılması veya korunması için yerine getirilmesi gereken kısa vadeli kararları belirleyen diğer adım ise taktik varlık dağılımı kararları olarak adlandırılmaktadır. Yatırımcı beklentilerinin kısa dönemli varlık dağılımı kararları modelin taktik varlık dağılımı basamağını ifade etmektedir ve yatırımcının öngörüsüne göre çok sık değişikliğe uğramaktadır. Ayrıca, taktik varlık dağılımı kararları denge getirileri doğrultusunda elde edilen birincil bilgilere bağlı olarak da oluşturulmaktadır. Taktik varlık dağılımı yani kısa dönemli kararlar daha iyi bir portföy getirisi elde etmek için varlıkların ağırlık değerleri arasında geçiş yapılması durumunda orjinal dağılımın her bir varlık için hangi limitler dahilinde saptırılacağına ilişkin bilgileri içermektedir. Görüldüğü üzere, stratejik varlık dağılımı kararları bir portföyün uzun vadeli varlık karışımının hazırlanmasını sağlarken, taktik varlık dağılımı kararları ise, nispi olarak daha yüksek performans göstereceği düşünülen bir varlığa kısa süreli olarak daha yüksek oranlı yatırım yapmayı öngörmektedir. Black-Litterman Modeli uzun dönemli stratejik kararlar ile kısa dönemli ve değişken bir yapıya sahip olan taktik kararlarının kantitatif yöntemlerle birleştirilmesini sağlamaktadır.

Uzun dönemli stratejik kararları ifade eden denge getirileri ters optimizasyon süreci ile elde edilmektedir. Kısa dönemli taktik kararları ise yatırımcı beklentilerinden oluşmaktadır. Bu kararlar değişken, kısa dönemli, içsel ve denge getirilerine dayalı olarak oluşturulabilmektedir. Kısa dönemli taktik kararları yatırımcı beklenti matrisi ve beklentilerin varyans matrisi ile modelde kantitatif olarak hesaplanabilmektedir. Taktik varlık dağılımı kavramının temelinde yatan en

önemli varsayım, hisse senetlerinin beklenti getiri değerlerinin, diğer varlıklara göre göreceli değerlerinin belirlenebilir olduğudur. Burada beklenti getiri değerleri kavramı, varlıkların göreceli belirsizlikleri ve bu belirsizliklere katlanan yatırımcıların buna karşılık talep ettikleri beklenen getiri oranlarının bir fonksiyonudur.

Aşırı yoğunlaşmış portföylerin oluşturulmasını önlemek amacıyla geliştirilen Black-Litterman Modeli ile elde edilen nihai beklenen getirilerin “ana denklemi” aşağıda gösterilmiştir:

$$E(R) = [(\tau\Sigma)^{-1} + (P'\Omega^{-1}P)]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}Q] \quad (2.1)$$

Burada;

τ : Denge varyansının belirsizlik ölçüsünü (genellikle $0 < \tau < 1$ arasında bir değerdir),

Σ : Kovaryans matrisini (nxn matrisi),

P : Yatırımcı beklenti matrisini (kxn matrisi veya sadece bir beklentinin olduğu özel durumda 1xn sıra vektörüdür. Bundan dolayı $k \leq n$ olur.),

Ω^{-1} : Diyagonal beklentilerin güvenilirliği matrisini (kxk) (her bir girdi beklentinin güvenilirliği olup, düşük değerli bir girdi yüksek güvenilirliği ifade eder),

Π : Denge getiri vektörünü (1xn vektör),

Q : Yatırımcının varlıkların tahmini beklenen getirileri hakkındaki her bir beklentinin temsil edildiği vektörü (kx1),

$E(R)$: Black-Litterman nihai beklenen getirileri yani, (1xn) sütun vektörünü ifade eder.

Black-Litterman Modeli'nin ana denkleminin (nihai beklenen getiri) türetilmesi ayrıca Ek-1'de detaylı bir şekilde gösterilmiştir.

Black-Litterman Modeli'nin nihai varyans matrisi (M) nihai beklenen getiriler denkleminin birinci kısmını oluşturmaktadır. Yeni kovaryans matrisinde yatırımcı beklentilerinden sonuçlanan ilave varyans hesaba katılmaktadır. Böylece Black-Litterman Modeli'nin nihai varyans denklemi aşağıdaki gibidir (Xu ve diğerleri, 2008: 2):

$$M = [(\tau\Sigma)^{-1} + (P'\Omega^{-1}P)]^{-1} \quad (2.2)$$

Ayrıca, Black-Litterman Modeli'nin nihai varyans denkleminin türetilmesi ise Ek-2'de detaylı bir şekilde gösterilmiştir.

Black-Litterman Modeli'nin birincil bilgileri olan denge getirileri (Π) ile kovaryans (Σ) matrisinin normal dağılımlı olduğu varsayılmaktadır. Black-Litterman Modeli'nin stratejik kısmı birincil getirilerin yani denge getirilerinin elde edilmesidir (Drobetz, 2001: 66). τ parametresi ise 0 ile 1 ($0 < \tau < 1$) arasında bir ölçekleme faktörüdür.

$$N \sim (\Pi, \tau \Sigma) \quad (2.3)$$

Black-Litterman Modeli'nin eşsiz tarafı taktik varlık dağılımı kararlarıdır. Taktik varlık dağılımı kararları ise yatırımcı beklentilerinin içsel ve kişisel yani subjektif kararlarından oluşmaktadır. Black-Litterman Modeli'nin başlangıç noktasını ve stratejik varlık dağılımı kararlarını oluşturan denge getirileri aynı zamanda yatırımcıların beklentileri için bir referans noktası olmaktadır. Yatırımcı beklenti getirileri (Q) ile beklentilerin varyansının (Ω) normal dağılımlı olduğu varsayılmaktadır.

$$N \sim (Q, \Omega) \quad (2.4)$$

Black-Litterman Modeli sayesinde yatırımcı beklentileri optimizasyon sürecine ilave edilmektedir. Böylece yatırımcının beklentileri SVFM ile elde edilen denge getirileri ile birleştirilir. Bu modelin en büyük özelliği yatırımcı beklentilerinin denge getirileri ile birleştirilerek nihai getirilere ulaşılmasıdır. Elde edilen nihai getiriler ile portföy içinde varlıkların ağırlıklarının değiştirilebilmesiyle de aşırı yoğunlaşmış portföylerin oluşturması önlenmektedir. Nihai getiriler ile nihai varyansın normal dağılımlı olduğu varsayılmaktadır (He ve Litterman, 1999: 17).

$$N \sim (E(R), [(\tau \Sigma)^{-1} + (P' \Omega^{-1} P)]^{-1}) \quad (2.5)$$

2.4.1. SVFM'ne Dayalı Olarak Denge Getirilerinin Hesaplanması

Daha önce bahsedildiği gibi, Black-Litterman Modeli için birincil bilgiler SVFM ile elde edilen tahmini beklenen getirilerdir (Walters, 2011:4). SVFM, risk (getirilerin standart sapması olarak ölçülür) ve getiri arasında doğrusal bir ilişki olduğu temeline dayanır. Dahası getirilerin normal dağılımlı olmasını gerektirir. Bu modelin denklemi aşağıda gösterilmiştir:

$$E(r) = r_f + \beta(r_m - r_f) + \alpha \quad (2.6)$$

Burada;

r_f : Risksiz faiz oranını,

r_m : Piyasa portföyünün getirisini,

β : $\beta = \rho_{p,m} \frac{\sigma_p}{\sigma_m}$ olarak hesaplanan regresyon katsayısını,

α : Varlığın kendinden kaynaklanan ortalama getirisini ifade eder.

SVFM'ne göre bir varlığın kendine özgü riski diğer varlıklarla ilişkili değildir (korelasyon yoktur) ve bu risk çeşitlendirme yoluyla azaltılabilir. Böylece yatırımcı β tarafından ölçülen sistematik risk için ödüllendirilir, ancak α ile ilişkilendirilen kendine özgü riski almaları için ödüllendirilmez. (Walters, 2011: 4). Bunun sebebi çeşitlendirilmiş bir portföy içinde toplam α değerinin sınıra 0 eğimli olmasıdır.

SVFM yatırımcıların riskli varlık olarak piyasa portföyünü ele almaları gerektiğini belirtmektedir. Yatırımcılar, risk alma tutumlarına bağlı olarak riskli varlıktan isteğe bağlı oranda ve kalanını da risksiz varlıklardan seçerler. Piyasa portföyü etkin sınır üzerindedir ve etkin sınır üzerinde maksimum Sharpe Oranı²'na sahiptir. Bütün yatırımcılar riskli varlıklardan oluşan bu portföyü ele aldığından, dengede çeşitli varlıkların piyasa kapitalizasyonları piyasa portföyündeki ağırlıklarını belirleyecektir (Walters, 2008: 5).

Piyasa portföyünde ağırlıkların toplamı sıfırdan büyük ve doğal olarak da 1 olacaktır. Piyasa portföyü sadece riskli varlıkları içerdiğinde yatırımcılar sadece sistematik risk için ödüllendirilir. Ancak SVFM'nde, $\beta=0$ ise risksiz varlık piyasa portföyünde bulunmayacaktır.

Getirilerin kovaryans matrisinin (Σ) bilindiği ileri sürülerek problem sınırlandırılır. Uygulamada, kovaryans matrisi tarihsel getiri verilerinden hesaplanır. Genellikle yüksek frekanslı veriden hesaplanır ve sonra optimizasyon problemi için gerekli süre kadar ölçeklendirilir. Gerçek tarihsel verilerden hesaplanarak kovaryans matrisinin pozitif tanımlı (örneklem büyüklüğünün yeterli düzeyde olması) olması sağlanır. Kovaryans matrisi tahmin edilebilir, ancak kovaryans matrisinin pozitif tanımlı olması önemlidir (Walters, 2011: 5).

² Sharpe Oranı $(E(r)-r_f)/\sigma$ risk tarafından bölünen artıktır.

Ters optimizasyon denklemi kuadratik fayda fonksiyonundan türetilir:

$$U = w^T \Pi - (\delta/2)w^T \Sigma w \quad (2.7)$$

Burada,

U : Yatırımcının faydasını ve portföy optimizasyonunun amaç fonksiyonunu,

w : Her varlığın ağırlık vektörünü,

Π : Her varlığın denge getiri vektörünü,

δ : Riskten kaçınma parametresini,

Σ : Varlıkların kovaryans matrisini ifade eder.

U içbükey bir fonksiyondur ve bu nedenle global maksimumlara sahiptir. Hiçbir kısıt olmadan fayda maksimize edildiğinden kapalı bir çözüm şekli oluşur. Kesin çözüme ulaşabilmek için denklem (2.7)'nin türevi ağırlıklarına (w) göre alınarak sıfıra eşitlenir (Walters, 2008: 6):

$$dU/dw = \Pi - \delta \Sigma w = 0 \quad (2.8)$$

Bu eşitlik (Π) denge getirileri vektörü için çözüldüğünde;

$$\Pi = \delta \Sigma w \quad (2.9)$$

denklemleri elde edilir.

Denklem (2.9)'u kullanabilmek için piyasa riskten kaçınma katsayısı (δ) değerine ihtiyaç duyulmaktadır. Araştırmacıların çoğu kullandıkları δ değerini belirtmişlerdir. Sharpe Oranı bu değer belirlenmesinde akademisyenler tarafından kullanılmıştır. Bevan ve Winkelmann (1998:3) getirileri ortalama Sharpe Oranı'na ayarlama işlemini deneyimlerine dayanarak açıklamışlardır. Küresel sabit gelir için (uzmanlık alanları) Sharpe Oranı'nı 1.0 olarak kullanmışlardır. Black ve Litterman (1992: 41) çalışmalarında Sharpe Oranı'nı 0.5'e yakın bir değer olarak kullanmıştır. (Walters, 2008: 6). δ değeri, risk priminin varyansa bölünmesi ile bulunabilir (Idzorek, 2005: 4).

$$(E(r) - r_f) = \delta \sigma^2 \quad (2.10)$$

$$\delta = (E(r) - r_f) / \sigma^2 \quad (2.11)$$

Burada,

$E(r)$: Piyasa portföyünün toplam getirisini,

r_f : Risksiz faiz oranını,

σ^2 : Piyasa portföyünün varyansını ifade eder.

Analizin bir parçası olan δ değerini hesaplayabilmek için denklem (2.11)'in sağ tarafındaki $E(r)$, r_f , and σ^2 terimlerinin bilinmesi gerekir. δ değeri hesaplandığında, w , δ ve Σ değerleri denklem (2.9)'a yerleştirilerek denge varlık getirileri vektörü oluşturulur. Denklem (2.9) kısıtların olmadığı ortalama-varyans portföyünün varlık getirilerini hesaplamak için kullanılan ters optimizasyon probleminin çözüm şeklidir. Kısıtların yokluğunda optimal portföy ağırlıklarının hesaplanması için denklem (2.9) yeniden düzenlenebilir (Walters, 2011: 6).

$$w = (\delta \Sigma)^{-1} \Pi \quad (2.12)$$

Denklem (2.12)'de Π , δ ve Σ değerleri yerleştirildiğinde, denge ağırlıkları (w) hesaplanır. Denge getirileri yerine tarihsel getiriler kullanılırsa, sonuçlar çok duyarlı olabilir. Black-Litterman Modeli ile ağırlık vektörü ters optimizasyon vektörüne (Π) daha az duyarlıdır. Optimizasyon işlemindeki bu sağlamlık, Black-Litterman Modeli'nin en güçlü yönlerinden biridir (Walters, 2011: 6).

2.4.2. Yatırımcı Beklentilerinin Belirtilmesi

Tahmini beklenen getiriler hakkında yatırımcıların beklentilerinin belirtilmesi Black-Litterman Modeli'nin en önemli adımını oluşturmaktadır. Yatırımcı beklentilerinin bileşimi koşullu dağılım olarak tanımlanır, $P(B|A)$. İlk olarak, beklentilerin benzersiz olması ve diğer beklentilerle korelasyonun olmaması gerekmektedir. Bu durum, koşullu dağılımın kovaryans matrisinin diyagonal olması özelliğini verir. Bu kısıt, problemin basitleştirilmesi ve sonuçların tutarlılığı için verilir. Beklentiler arasında kovaryansın tahmin edilmesi, beklentilerin varyansının tahmininden çok daha karmaşık ve hata eğilimli olmasına neden olacaktır. İkinci olarak bu durum, beklentilerin toplam ağırlığının ya sıfır (nispi beklenti) ya da bir (mutlak beklenti) olarak ifade edilmesini gerektirmektedir (Walters, 2008:7). Bunun yanında, yatırımcının portföydeki her varlık için herhangi bir beklenti belirtmesi gerekmemektedir (Walters, 2011: 6).

Yatırımcıların n varlık hakkındaki k beklentisi aşağıdaki matrislerle temsil edilir:

- P , her bir beklentinin varlık ağırlıklarını gösteren bir $k \times n$ matrisidir. Nispi beklenti için ağırlıkların toplamı 0, mutlak beklenti için

ağırlıkların toplamı ise 1 olacaktır. Birçok araştırmacı, beklentilerin ağırlıklarını farklı yöntemlerle hesaplamaktadır. He ve Litterman (1999) ve Idzorek (2005), piyasa kapitalizasyon ağırlığı yöntemini kullanırken, Satchell ve Scowcroft (2000) kendi örneklerinde eşit ağırlıklı yöntemi kullanırlar (Walters, 2009: 6). P matrisinde her sütun bir varlık için spesifik bir beklenti ve her satır ise o varlığın ağırlığını ifade eder (Xu ve diğerleri, 2008: 3)

- Q, yatırımcının tahmini beklenen getiriler hakkında her bir beklentinin temsil edildiği $k \times 1$ vektörüdür. P matrisi yatırımcının bir varlık hakkındaki beklentisinin olduğunu ifade ederken, Q vektörü ise o beklentinin değerini belirtir. Bu sütun vektörü her beklenti için tahmini getirileri içermektedir. Q vektörü için tahmini beklenen getiri vektörü de denilebilir. Bu vektör yatırımcının bir veya daha fazla spesifik varlık hakkındaki beklentilerinin getiri değerlerini belirtilmesini sağlamaktadır (Arestad ve Rahmqvist, 2012: 15).
- Beklentilerin güvenilirliği oranı (c) % 0 ile % 100 arasında bir değerdir. Beklentilerin güvenilirliği oranı ise beklenti hakkındaki kesinliği belirtir. Örneğin, % 95'lik bir beklenti güvenilirlik oranı beklenti hakkında yüksek kesinliği belirtir. Ancak, beklenti hakkında %5 güvenilirlik oranı ise beklenti hakkında düşük kesinliği belirtir (Idzorek, 2005: 8). Yatırımcının beklenti güvenilirlik oranı azaldıkça elde edilen nihai portföy daha çok denge portföyüne yaklaşmaktadır (Drobtetz, 2001: 66).
- Ω , beklentilerin varyansını (belirsizliğini) gösteren bir $k \times k$ matrisidir. Matrisin satır ve sütunları yatırımcının beklenti sayısını belirtir. Ω matrisinin diyagonal matris olması beklentilerin bağımsız ve korelasyonun olmadığını gösterir. Ω matrisi simetriktir çünkü sadece varyansları içerir ve diyagonal olmayan tüm elemanlar sıfırdır. Ancak yatırımcı beklentisinden % 100 emin ise bu durum diyagonal üzerindeki elemanların da 0'a eşit olduğu anlamına gelmektedir. (Arestad ve Rahmqvist, 2012: 15). ω_i , Ω matrisinin i'ninci diyagonal

elemanını temsil eder. Uygulama düzeyinde, $\omega > 0$ olması talep edilir (Walters, 2008: 7).

Black-Litterman Modeli ile elde edilen portföyler, piyasa denge portföyü ile yatırımcı beklentilerini ifade eden portföylerin toplamı şeklindedir. Yatırımcı beklentileri ise iki şekilde ifade edilmektedir. Bunlardan birincisi nispi, ikincisi ise mutlak beklentidir. Yatırımcı portföy içinde bir varlığın diğer varlıktan daha iyi bir performans gösterip yükselen eğilimli olacağı beklentisine sahip ise bu beklenti nispidir. Nispi beklentide yükselen varlık P matrisinde pozitif 1 ile gösterilirken düşen varlık negatif 1 ile gösterilmektedir. Q sütun vektöründe ise bu beklentinin beklenen getirisini ifade eden değer yer almaktadır. Mutlak beklentide ise yatırımcı bir varlığın performansı hakkında bir beklentiye sahip olmaktadır. Bu durumda mutlak beklenti P matrisinde pozitif 1 ile gösterilip yine Q sütun vektöründe bu beklentinin beklenen getirisini ifade eden değer yer almaktadır. Yatırımcının diğer varlıklar hakkında herhangi bir beklentisi bulunmadığında P matrisinde o varlık ile ilgili olarak gösterilen değer sıfırdır (He ve Litterman, 1999: 6).

Yatırımcı beklentileri sütun vektörü Q, matris P'deki belirli varlıklarla eşleştirilir. Her ifade edilen beklenti, $1 \times n$ satır vektöründe sonuçlandırılır. Böylece, k beklentisi $k \times n$ matrisinde sonuçlandırılmış olmaktadır (Idzorek, 2005: 11). Matris P tanımlandıktan sonra, her bir beklentinin varyansı hesaplanabilir. Her beklenti portföyünün varyansı $p_k \Sigma p_k'$ olarak ifade edilmektedir. p_k ifadesi P matrisinde k'nıncı beklentinin satır vektörüdür. Σ ise beklenen getirilerin kovaryans matrisidir. Her bir beklenti portföyünün varyanslarına beklenti ile ilişkili kesinlik veya belirsizliği ifade eden beklenti güvenilirlik oranları belirtilmelidir. Bu bilgi Ω matrisinde diyagonal elemanların (ω) oluşturulmasında kullanılmaktadır (Idzorek, 2005: 13).

$$P = \begin{bmatrix} P_{1,1} & \cdots & P_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{k,1} & \cdots & P_{k,n} \end{bmatrix} ; \quad Q + \varepsilon = \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix} ; \quad \Omega = \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \omega_k \end{bmatrix}$$

Burada;

ε : Hata vektörünü ($k \times 1$),

n : Varlıkların sayısını,

k : Yatırımcı beklentilerini ifade eder.

Beklentilerin belirsizliği sıfır ortalamalı ve kovaryans matrisi Ω olan rastgele, bilinmeyen, bağımsız ve normal dağılımlı Hata Terim Vektörü (ε) ile sonuçlanmaktadır. Böylece her bir beklenti $Q+\varepsilon$ olarak gösterilmektedir (Idzorek, 2005: 10).

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \sim N \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} \\ \omega_{21} & \omega_{22} \end{bmatrix} \right]$$

Yatırımcı beklenti matrislerinin nasıl oluşturulduğu aşağıdaki örnekle gösterilmektedir. Bu örnekte, dört varlık ve iki beklenti vardır. İlk olarak, nispi beklentiye göre yatırımcı varlık 1'in varlık 3'ten %2 oranında daha iyi performans göstereceğine inanmaktadır. İkinci olarak, mutlak beklentiye göre yatırımcı varlık 2'nin getirisinin %3 olacağına inanmaktadır. Yatırımcının varlık 4 ile herhangi bir beklentisi bulunmamaktadır ve böylece herhangi bir düzenlemeye gerek duyulmamaktadır. Bu beklentiler matrislerle aşağıdaki gibi gösterilmiştir:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad Q = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad ; \quad \Omega = \begin{bmatrix} \omega_{11} & 0 \\ 0 & \omega_{22} \end{bmatrix}$$

Yukarıdaki matrisler verildiğinde, koşullu dağılımın ortalaması formülize edilebilir ve beklentilerin varyansı aşağıda gösterilmektedir:

$$P(B|A) \sim N(Q, \Omega) \quad (2.13)$$

Varlıklarda ise aşağıdaki şekilde gösterilmektedir;

$$P(B|A) \sim N(P^{-1} Q, [P' \Omega^{-1} P]^{-1}) \quad (2.14)$$

P çevrilebilir olmayabilir, P çevrilebilir olsa bile $[P' \Omega^{-1} P]$ çevrilemez, uygulamada bu ifade mümkün olmamaktadır. Neyse ki, Black-Litterman Modeli uygulanırken denklem (2.14)'ü değerlendirmek gerekmemektedir (Walters, 2008: 7).

2.4.3. Beklentilerin Varyans (Ω) Matrisi

Her bir beklentinin belirsizliği (ω_1) beklentilerin varyans matrisini (Ω) oluşturmaktadır. Beklentilerin varyans matrisini (Ω) oluşturan diyagonal elemanların yani her bir varyansın (ω_1) hesaplanması, modelin en önemli kısımlarından biridir. Ancak Black-Litterman ana denkleminde bu matrisin (Ω^{-1}) düzey tersi kullanılmaktadır. (Ω^{-1}) beklentilerin güvenilirliğini ifade etmektedir.

Kavramsal olarak, Black-Litterman Modeli, ağırlıklı ortalama denge getiri vektörü (Π) ve yatırımcının beklenen getiri vektörünü (Q), ölçeklendirme parametresi (τ) ve beklentilerdeki belirsizliğin (Ω) birer fonksiyon olduğu karmaşık bir modeldir.

Ne yazık ki, (τ) parametresi ve beklentilerin belirsizliği (Ω) modelin en soyut kısmıdır ve bu parametrelerin belirlenmesi oldukça zordur. İfade edilen beklentinin güvenilirlik oranı (c) arttıkça beklentiler yeni getiri vektörüne yakın olacaktır. Eğer yatırımcı ifade ettiği beklentilerinden emin olmazsa (belirsizlik) yeni vektör, denge getiri vektörüne (Π) yakın olacaktır (Idzorek, 2005: 13-14).

Beklentilerin belirsizliği matrisi diyagonal bir matristir ve matriste diyagonal pozisyonunda olmayan diğer tüm elemanlar sıfırdır. Black-Litterman Modeli beklentilerin birbirinden bağımsız olduğunu varsaydığı için matriste diyagonal pozisyonunda olmayan tüm elemanlar sıfırdır. Beklentilerin varyansı (ω_1) beklentilerin belirsizliğini ifade etmektedir. Beklentilerin varyansı ne kadar büyük olursa, beklentilerin belirsizliği o kadar yüksek olmaktadır (Idzorek, 2005: 10).

Kısıtlar olmadığında, Black-Litterman Modeli sadece beklentiye bağlı olarak varlığın piyasa kapitalizasyon ağırlığından uzaklaşılmasını önermektedir. Varlık yatırımcı beklentisine tabi olduğunda, o varlığın piyasa kapitalizasyon ağırlığından uzaklığının büyüklüğü (τ) parametresi ve beklentinin hata teriminin varyansına (ω) oranı ile kontrol edilmektedir. Bir beklentinin hata teriminin varyansı (ω) o yatırımcının beklentisinin güvenilirliği ile ters ilişkilidir. Böylece, bir hata teriminin varyansı (ω) 0 ise, bu beklentinin % 100 güvenilirliğini (tam kesinlik) temsil eder. Piyasa kapitalizasyon ağırlıklarından uzaklaşılmasının büyüklüğünü ayrıca diğer beklentiler de etkilemektedir. Önerilen ek beklentiler farklı ağırlıkları olan yeni bir Birleştirilmiş Getiri Vektörünün ($E(R)$) oluşturulmasına yol açar. He ve Litterman (1999) bir beklentinin güvenini, τ/ω oranının beklenti portföyünün varyansına eşit şekilde ayarlamıştır. Hata terimlerinin kovaryans matrisi aşağıda gösterilmektedir (Idzorek, 2005: 14):

$$\Omega = \begin{bmatrix} (p_1 \Sigma p_1') & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & (p_k \Sigma p_k') \end{bmatrix}$$

(τ) parametresinin değeri değiştirildiğinde (Ω) matrisinin diyagonal elemanlarının değerini dramatik olarak değiştirir, ancak Yeni Birleştirilmiş Getiri Vektörü ($E(R)$) etkilenmemektedir (Idzorek, 2005;15). (Ω) matrisinin diyagonal elemanlarının değeri hesaplanırken (τ) parametresi ve beklenti güvenilirlik oranı (c) matriste aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır:

$$\Omega = \begin{bmatrix} (p_1 \Sigma p'_1) * \tau(\frac{1-c_1}{c_1}) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & (p_k \Sigma p'_k) * \tau(\frac{1-c_1}{c_1}) \end{bmatrix}$$

Beklentilerin varyans matrisi (Ω) yatırımcı beklentilerinin güvenilirliği ile ters ilişkilidir, ancak Black-Litterman Modeli bu ilişkiyi ölçmek için net bir açıklama sağlamamaktadır. Bu beklentilerin varyansını hesaplamak yatırımcıya kalmıştır.

Literatürde, Ω matrisini oluşturmak için çeşitli yöntemler kullanılmıştır. Bunlar;

- Birincil varyansa orantılanması yöntemi,
- Bir beklenti güvenilirlik oranının kullanılması,
- Bir faktör modelinde kalanların varyansının kullanılması,
- Beklenti güvenilirliğinin yüzdesel olarak ağırlıklandırılmasıdır.

Birincil Varyansa Orantılanması: Beklentilerin varyansının da birincil dağılımın varyansında olduğu gibi varlık getirilerinin varyansına orantılı olduğu varsayılır. Hem He ve Litterman (1999), hem de Meucci (2006) farklı şekillerde olsa da aynı yöntemi kullanırlar (Walters, 2011: 8). He ve Litterman (1999) beklentilerin varyansını birincil dağılımdan hesaplayıp beklentilerin varyansını aşağıdaki gibi düzenlemişlerdir (Walters, 2008: 8):

$$w_{ij} = p(\tau \Sigma) p' \forall i = j \quad (2.15)$$

$$w_{ij} = 0 \forall i \neq j \quad (2.16)$$

veya

$$\Omega = \text{diag}(P(\tau \Sigma) P') \quad (2.17)$$

Temelde beklentilerin varyansının belirlenmesinde (veya belirsizliğinde), yatırımcının beklentileri ile piyasa denge ağırlıkları eşit ağırlıklandırılır. Denklem τ parametresinin eklenmesi ile nihai sonuç iyi seçilmiş bir τ değeri ile daha az bağımlı hale gelir. Birçok yazar bu etkileşimi yönetmek için $\tau \Omega$ 'yi güvenilirlik matrisi olarak belirlemektedir.

Meucci (2006) α değerinin 1'den büyük veya eşit bir tamsayı olduğu $\Omega = \alpha P \tau \Sigma P'$ ifadesini kullanmaktadır. Denkleminde τ parametresini eklemez, çünkü bu parametreyi 1 olarak kabul eder. Ω matrisinin diyagonal olması beklenmemektedir, ancak yatırımcıların beklentilerindeki belirsizliğin denge getirilerindeki belirsizliğe eşit veya büyük olması beklenmektedir. Bu denklem nihai ortalama ve varyansın denklemlerini kolaylaştırır, çünkü belirliliği yüksektir. Böylece $(\tau \Sigma)^{-1}$ ve $(\alpha)^{-1} (\tau \Sigma)^{-1}$ olarak belirtilmektedir (Walters, 2008: 8).

Meucci (2006) diyagonalleştirme ile ilgilenmez ve sadece aşağıdaki denklemi kullanmaktadır:

$$\Omega = \frac{1}{c} P \Sigma P' \quad (2.18)$$

$c < 1$ olarak ayarlanmaktadır. Beklentilerin varyansının bu şekli, Black-Litterman denklemlerinin basitleştirilmesini sağlamaktadır (Walters, 2011:8).

Bir Beklenti Güvenilirlik Oranının Kullanılması: Yatırımcı aslında beklentilerin varyansını hesaplayabilir. Bu en kolay tahmini ortalama getiri hakkında bir beklenti güvenilirlik oranı tanımlanarak yapılır. Örneğin % 3'lük tahmini ortalama getirisine sahip varlık 2, % 68'lik beklenti güvenilirlik oranı ile % 2-% 4 aralığı içinde olur (Walters, 2011: 8).

Burada ortalamanın tahminindeki belirsizlik belirlenir, ortalama hakkında getirilerin varyansı belirtilmez. Beklentilerin varyansında bu formülasyonu $\tau \ll 1$ olarak kullanmak tutarlıdır, çünkü birincilin belirsizlik ölçeği beklentinin belirsizliği ile aynı sırada olacaktır (Walters, 2011:8). Örneğin, yukarıdaki standart sapma % 1.0 olup, ve $\tau \sim 0.025$ ve getirinin birincil standart sapması % 15 olarak verilirse, bu durumda beklentinin ağırlığı birincilin ağırlığının 6 katı olmasına yol açar. Eğer τ parametresi 1 ise, beklentilerin ağırlığı birincilin ağırlığından 225 kat daha fazla olacaktır. Beklentilerin varyansının belirlenmesi ve τ parametresinin seçimi arasındaki etkileşimi anlamak önemlidir (Walters, 2009: 8).

Bir Faktör Modelinde Kalanların Varyansının Kullanılması: Yatırımcı beklentilerinin hesaplanması için bir faktör modeli kullanılıyorsa, modelden kalanların varyansı getirilerin varyansı olarak kullanılabilir. Bir getiri faktör modeli için genel bir ifade şöyledir:

$$E(r) = \sum_{i=1}^n \beta_i f_i + \epsilon \quad (2.19)$$

Burada;

$E(r)$: Varlığın getirisini,

β_i : Faktör (i) için yükleme faktörünü,

f_i : Faktör (i)'ye bağlı getiriyi,

ϵ : Bağımsız normal dağılımlı kalanı ifade eder.

Ve bir faktör modelinden getiri varyansı için genel ifade ise şöyledir:

$$V(r) = BV(F)B' + V(\epsilon) \quad (2.20)$$

Burada;

B : Faktör yükleme matrisini,

F : Çeşitli faktörlere bağlı getiri vektörünü ifade eder.

Denklem (2.19) dikkate alındığında, ϵ bağımsız ve normal dağılımlı olduğu varsayımıyla, ϵ değerinin varyansı direkt olarak regresyonun bir parçası olarak hesaplanabilir. Regresyon tam bir kovaryans matrisi olarak sonuçlandığında, sadece çapraz (diyagonal) elemanlar kullanılırsa birleşim modeli daha sağlam olmaktadır (Walters, 2009: 8).

Beach ve Orlov (2006) beklentilerin oluşturulmasında Black-Litterman Modeli ile birlikte GARCH tarzı faktör modellerini kullanmışlardır. (Walters, 2009: 8).

Idzorek'in Yönteminin Kullanılması: Beklentilerin varyansının hesaplanması ile ilgili diğer bir yöntem ise Idzorek (2005) tarafından geliştirilmiştir. Bu yöntemle göre, beklentilerin güvenilirlik oranının (c) belirlenmesi %0 güvenilirlik oranı ile %100 güvenilirlik oranı arasında hareket eden yüzdesel (%) değişim şeklinde ifade edilmektedir. Idzorek'in yönteminde beklentilerin güvenilirlik oranının (c) belirlenmesinde kesinliğin bulunmaması durumunu %0 ile beklentilerin kesinliği durumunu ise %100 ile göstermektedir (Walters, 2009: 8).

2.5. TAHMİN MODELLERİ

Orijinal Black-Litterman çalışması bir Bayes tahmin modeli yerine Theil'in Karma Tahmin Modeli'ni referans alır, ancak her iki yöntemle de aynı sonuçlara ulaşılır. Genellikle Theil'in Modeli daha basit ve net olduğu için tercih edilmektedir.

Her iki modelde de Black-Litterman Orijinal Referans Modeli kullanılır. Referans modelde tahmin modeli, ortalama getiri ile ilgili tahmini getirilerinin dağılımının hesaplanmasında ve sonra ortalama getiri ile ilgili getirilerin dağılımının tahmin edilmesinde kullanılır. Bu ayırım, τ ve Ω için kullanılan değerlerin anlaşılması ve getirilerin birincilin ve nihai dağılımlarının varyansının hesaplaması için önemlidir.

Tahmin modeli tarafından üretilen ortalamanın nihai tahmini, birincilin tahmininden veya yatırımcıların beklentilerinden daha tutarlıdır. Getirilerin ortalamasının dağılımının varyansında büyük değişiklikler beklenmez, çünkü ortalamanın tahmini daha kesindir. Dağılımları birleştirmek bunun prototipik örneğidir, $P(A) \sim N(10, 20)$ ve $P(B|A) \sim N(12, 20)$. Eğer tahmin modeline basit bir yöntem uygulanırsa sonuç $P(A|B) \sim N(11, 10)$ olarak gerçekleşir. Bu durumda, nihai sonuç olan $P(A|B) \sim N(11, 10)$ mantıklıdır. Ortalamanın bu iki tahmini birleştirilerek diğer tahminlerden daha az belirsiz (az varyanslı) bir ortalama tahminine sahip olunur, zaten ortalama getirilerin gerçek dağılımının daha iyi bir tahmini yoktur (Walters, 2011: 9).

2.5.1.Theil'in Karma Tahmin Modeli

Black ve Litterman'ın (1992) orijinal makalesi Theil ve Goldberger (1961) yaklaşımını referans alır. Koch'un (2005) çalışması da buna benzer bir türetme içerir (Walters, 2008: 25).

Theil'in Karma Tahmin Modeli, tam olarak birincil veri ve kısmi koşullu verinin birleşiminden parametreleri elde etmek amacıyla oluşturulmuştur. Örneğin beklentiler varlık getirilerinin bir alt kümesi olarak ifade edildiğinden dolayı, yani her varlık için bir beklentinin ifade edilmesine gerek olmadığından model ile uyumludur. Beklentiler bir tek varlığı veya varlıkların isteğe bağlı kombinasyonlarını ifade edebilir. Beklentilerin tutarlı olmasına bile gerek yoktur, tahmin modeli her beklentinin yatırımcının belirttiği güvenilirlik oranı esasına göre hesaba katmaktadır (Walters, 2011: 10).

Theil'in Karma Tahmin Modeli tahmin edilecek parametreler için doğrusal bir modelden başlar. Basit doğrusal model aşağıda gösterilmiştir:

$$\pi = x\beta + u \quad (2.21)$$

Burada;

π : Varlıkların SVFM denge getirileri için $n \times 1$ vektörünü,

x : $n \times n$ matrisi I_n için faktör yüklerini,

β : Varlığın getiri işlemi için bilinmeyen ortalamaların $n \times 1$ vektörünü,

u : Regresyondan gelen kalanların $n \times n$ matrisini ifade eder. Burada $E(u) = 0$; $V(u) = E(u'u) = \Phi$ ve Φ tekil değildir.

Black-Litterman Modeli çok basit doğrusal bir model kullanır, her varlık için beklenen getiri tek bir faktör tarafından modellenmiştir ve 1 katsayısına sahiptir. Böylece x , kimlik matrisidir. β ve u bağımsızdır ve x 'in sabit olduğu göz önüne alındığında, o zaman varyans (π) şöyle modellenenebilir:

$$V(\pi) = x'V(\beta)x + V(u) \quad (2.22)$$

Şu şekilde basitleştirilebilir:

$$V(\pi) = \Sigma + \Phi \quad (2.23)$$

Burada;

Σ : Daha önce kullanılan tarihsel getirilerin kovaryans matrisini,

Φ : Kalanların veya gerçek ortalama ile ilgili tahminin kovaryansını ifade eder.

Sonra bazı ek bilgiler birincil bilgiler ile birleştirilerek değerlendirilir. Bu bilgiler, subjektif olabilir ya da istatistiki verilerden elde edilebilir. Her varlık için bir veri olmayabilir, yani her varlığın getirisi için bir tahmine sahip olunamayabilir.

$$q = p\beta + v \quad (2.24)$$

Burada;

q : Beklentiler için getirilerin $k \times 1$ vektörünü,

p : Beklentilerin varlıklar üzerinde adres bulunduğu $k \times n$ matrisini,

β : Varlığın getiri işlemi için bilinmeyen ortalamaların $n \times 1$ vektörünü,

v : Regresyondan kalanların $k \times 1$ vektörünü ifade eder. $E(v) = 0$; $V(v) = E(v'v) = \Omega$ ve Ω tekil değildir.

Birincil ve koşullu bilgi şu şekilde birleştirilebilir:

$$\begin{bmatrix} \pi \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} \hat{\beta} + \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Kalanın beklenen değeri 0 ve kalanın varyansının beklenen değeri ise aşağıda gösterilmiştir:

$$V\left(\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}\right) = E\left(\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' & v' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Genelleştirilmiş En Küçük Kareler yöntemi uygulanabilir ve bu da $\hat{\beta}$ tahmini verir:

$$\hat{\beta} = \left[\begin{bmatrix} x' & p' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} x' & p' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \pi \\ q \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Bu ifade matris notasyonu kullanılmadan aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\hat{\beta} = [x' \Phi^{-1} x + p' \Omega^{-1} p]^{-1} [x' \Phi^{-1} \pi + p' \Omega^{-1} q] \quad (2.28)$$

Her bir varlığın tek bir faktör olduğu Black-Litterman Modeli için x kimlik matrisi olarak değerlendirilir. Eğer denge için Çok Faktörlü Model kullanılmak istenirse, o zaman x denge faktörü yükleme matrisi olacaktır.

$$\hat{\beta} = [\Phi^{-1} + p' \Omega^{-1} p]^{-1} [\Phi^{-1} \pi + p' \Omega^{-1} q] \quad (2.29)$$

$\hat{\beta}$ yeni tahminlerin ağırlıklı ortalamasıdır ve ağırlıklandırma faktörü tahminlerin kesinliğidir. Kesinlik varyansın tersi anlamına gelmektedir. Nihai tahmin $\hat{\beta}$ veriler ışığında en iyi doğrusal yansız tahmindir ve varyansın en aza indirilme özelliğine sahiptir. Yeni bir $\hat{\beta}$ elde edildiğinde varyans için güncellenmiş bir beklentiye sahip olduğu unutulmamalıdır.

Birincil getiriler için Bir Faktör Modeli kullanılırsa, o zaman faktör ağırlıklarını (x) denklemler içinde tutmak gerekecektir. Bu durum tüm faktörlerin fiyatının dengede olacağı Çok Faktör Modeli'ni verir.

Birleştirilmiş yeni tahmini getiriler olan $\hat{\beta}$ için varyansları $\hat{u}$ ile yeniden formüle edilebilir:

$$\begin{bmatrix} \pi \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} \hat{\beta} + \hat{u} \quad (2.30)$$

Bir kez daha $E(\hat{u})=0$ olur, bu yüzden de yeni getirilerin varyansı aşağıdaki denklem ile elde edilir:

$$V(\hat{u}) = E(\hat{u}'\hat{u}) = [\Phi^{-1} + p' \Omega^{-1} p]^{-1} \quad (2.31)$$

ve toplam varyans;

$$V([y \ \pi]) = V(\hat{\beta}) + V(\tilde{u}) \quad (2.32)$$

olarak ifade edilir.

Bu bölüme mevcut veri olarak varyansın tarihsel getirilerden türetildiği ileri sürülerek başlandı. Verilerin yeni birleştirilmiş tahmini getirileri ($\hat{\beta}$), getiri dağılımının varyansını (Σ) değiştirmez. Ancak yeni birleştirilmiş tahmini getirilerle, tahminin varyansının azalması beklenir, böylece toplam varyans değişir. Varyans denklemi (2.23) şu şekilde basitleştirilebilir;

$$V([y \ \pi]) = \Sigma + V(\tilde{u}) \quad (2.33)$$

Bu durum finansal zaman serileri ile tutarlı bir sonuç doğurur. Kısacası, daha iyi bir ortalama tahminine ulaşmak için iki tahminin ortalamalarının dağılımları birleştirilir.

He ve Litterman (1999) da nihai dağılımın varyansını hesaplamak için aynı kuralı benimsemektedirler.

Yatırımcı beklentilerinin bulunmadığında ise, denklem (2.33) şöyle basitleşir:

$$V([y \ \pi]) = \Sigma + \Phi$$

Yukarıdaki denklemde birincil getirilerin dağılımının varyansıdır.

Ek-3 denklem (2.29) ve (2.31)'in daha ayrıntılı olarak türetilmesini içermektedir. (Walter, 2009: 12).

2.5.2. Bayes Teoremi

Black-Litterman Modeli'nin uygulandığı birçok çalışmada Bayes yaklaşımı kullanılmaktadır. Bunun asıl nedeni yatırımcı beklentilerinin subjektif bilgiler içermesidir (Walters, 2009:12):

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (2.34)$$

$P(A|B)$: Verilen B değeri için A değerinin koşullu (veya ortak) olasılığıdır. Aynı zamanda nihai dağılım olarak da bilinir. Buradan itibaren nihai dağılım olarak kullanılacaktır.

$P(B|A)$: Verilen A değeri için B değerinin koşullu olasılığıdır. Ayrıca örneklem dağılımı olarak da bilinir. Buradan itibaren koşullu dağılım olarak kullanılacaktır.

$P(A)$: A'nın olasılığıdır. Ayrıca birincil dağılım olarak da bilinir. Buradan itibaren birincil dağılım olarak kullanılacaktır.

$P(B)$: B'nin olasılığıdır. Normalizasyon sabiti olarak da bilinir.

Bayes yaklaşımının kullanılmasındaki genel bir sorun, içsel ve gözlenebilir bir birincil dağılımı belirlemektir. Black-Litterman Modeli'nin (ve ortalama-varyans optimizasyonunun) temel varsayımlardan biri, varlık getirilerinin normal dağılımlı olduğudur. Bu nedenle koşullu normal dağılım ve birincil dağılım durumuna göre sınırlandırılma yapılır. Girdiler normal dağılımlı olarak kabul edilir ve bunları normal dağılımlı nihai getiriler takip eder. Birincil ve nihai dağılımlar aynı yapıya sahip olduklarından, birincil “bileşik birincil” olarak ifade edilmektedir.

Black-Litterman Modeli'nin bir başka temel varsayımı, birincil ve koşullu dağılımların varyansları ile ilgili getirilerin gerçek ortalamasının bilindiği, ancak beklenen getirilerin gerçek ortalaması bilinmemektedir. Bu durum, Bayes literatüründe “Bilinmeyen Ortalama ve Bilinen Varyans” olarak ifade edilir.

Bayes teoremi ile ilgili önemli dağılımlar şöyledir:

Birincil dağılım;

$$P(A) \sim N(x, S/n) \quad (2.35)$$

S ortalama ile ilgili dağılımın örneklem varyansıdır, n örnekler ile daha sonra S/n ortalama ile ilgili tahmini x'in varyansıdır.

Koşullu dağılım;

$$P(B|A) \sim N(\mu, \Omega) \quad (2.36)$$

Ω , ortalamanın tahmini μ 'nun belirsizliğidir, getirilerin gerçek ortalaması ile ilgili dağılımın varyansı değildir. Daha sonra nihai dağılım şöyle belirlenir (Walters, 2009:12):

$$P(A|B) \sim N([\Omega^{-1} \mu + nS^{-1} x]' [\Omega^{-1} + nS^{-1}]^{-1}, (\Omega^{-1} + nS^{-1})^{-1}) \quad (2.37)$$

Denklem (2.37)'deki varyans terimi, gerçek ortalama ile ilgili tahmini ortalamanın varyansıdır.

Bayes istatistiğinde varyansın tersi kesinlik olarak bilinir. Nihai ortalama, birincil ve koşullu ortalamaların ağırlıklı ortalaması olarak tanımlanabilir ve bu

ağırlık faktörü kesinliktir. Ayrıca, nihai kesinlik, birincil ve koşullu kesinliğin toplamıdır. Denklem (2.37) birincil ve koşullu kesinliklerin ikisinin de sonsuz olmamasını ve toplamlarının sıfırdan farklı olmasını gerektirmektedir. Sonsuz kesinlik yani varyansın sıfır olması beklenti güvenilirlik oranı ile ilgilidir. Sıfır kesinlik sonsuz varyans veya toplam belirsizlik ile ilgilidir.

Olasılık yoğunluk fonksiyon tabanlı Bayes yaklaşımı kullanarak denklem (2.37)'nin tam türemesi Ek-D'de gösterilmiştir. Denklemler kontrol edildiğinde, sınır koşulları test edilebilir. Bir koşullu dağılımın yokluğunda denklem (2.37) yeniden ele alındığında, denklem birincil dağılım halini almaktadır.

$$\sim N([nS^{-1}x][nS^{-1}]^{-1}, (nS^{-1})^{-1}) \quad (2.38)$$

$$\sim N(x, S/n) \quad (2.39)$$

Denklem (2.39)'da görüldüğü gibi, denklem gerçekten birincil dağılım haline dönüşmektedir. Diğer önemli senaryo ise koşullu dağılımın %100 kesinliğin olması durumudur. Yani, S veya onun bir kısmının sıfır olması durumudur. Böylece S ters çevrilebilir değildir. Denklem (2.37)'deki getiriler ve varyans %100 kesinlik durumunda daha iyi sonuç alınabilmesi için dönüştürülebilir.

$$P(A|B) \sim N(x + (S/n)[\Omega + S/n]^{-1} [\mu - x], [(S/n) - (S/n)(\Omega + S/n)^{-1} (S/n)]) \quad (2.40)$$

Bu dönüşümün sonucu şuna dayanır: $(A^{-1} + B^{-1})^{-1} = A - A(A+B)^{-1}A$. S, sıfır olduğunda (beklentilerin güvenilirlik oranı %100) nihai varyansın da sıfır olacağını görmek kolaydır. Eğer Ω pozitif sonsuzsa (beklentilerin güvenilirlik oranı %0) nihai varyans S/n olacaktır (Walters, 2009:13).

Denklem (2.37) ve (2.40) Black-Litterman Modeli'nin çeşitli parçalarından dönüştürülen basit denklemlerdir. Ek-C ve Ek-D Black-Litterman Modeli'nin bu dönüşümlerini ve denklem (2.37) ile (2.40)'a benzer türevlerini içerir.

Black-Litterman Modeli'nin son parçası nihai getirilerin varyansıdır. Gerçek ortalama ile ilgili nihai ortalamanın varyansının hesaplandığı, bunların varlık getirilerinin varyansının nihai varyanslar olmadığı hatırlanmalıdır. Bu varyans, nihai dağılımın standart hatasının karesidir. Denklem (2.35) koşullu dağılımın yokluğunda nihai varyansın birincil varyans (S/n) olduğunu gösterir.

Tahmini ortalama getirilerdeki hatanın, gerçek ortalama ile ilgili getirilerin varyansından bağımsız olduğu göz önüne alındığında, tahmini ortalama getirilerin

toplam varyansına ulaşmak için ikisi birlikte eklenebilir. He ve Litterman (1999) bu kuralı benimser ve nihai getirilerin varyansını, nihai dağılımın varyansına örneklem varyansını ekleyerek hesaplar (Walters, 2008: 4):

$$M_p = S + M \quad (2.41)$$

Burada M gerçek ortalama ile ilgili nihai dağılımın varyansı, S ise getirilerin varyansını ifade eder. Beklentilerin yokluğunda ise denklem şöyle basitleşir (Walters, 2008: 5):

$$M_p = ((n+1)/n)S \quad (2.42)$$

Daha sonra bu sonucu Black-Litterman Modeli'nin parametreleştirdiği görülmektedir (Walters, 2008: 5).

2.5.3. Tahmin Modeli için Bayes Teoreminin Kullanılması

Black-Litterman Modeli tarafından yapılan ana varsayımlardan biri, tahmini ortalamanın kovaryansının gerçek getirilerin kovaryansı ile orantılı olmasıdır. Parametre τ orantının sürekliliğini ifade eder. Bu denklem (2.35)'de ifade edilen $1/n$ 'nin yerini alır. Black-Litterman Modeli için birincil dağılım aşağıda gösterilmiştir:

$$P(A) \sim N(\Pi, \tau S) \quad (2.43)$$

Varlık getirilerinin yeni nihai dağılımını oluşturmak için birincil ve koşullu dağılımları birleştirme işleminde Bayes yaklaşımı uygulanabilir. Denklem (2.37), (2.43) ve (2.14) ele alındığında ve bu denklemlere Bayes yaklaşımı uygulandığında varlık getirilerinin nihai dağılım denklemi elde edilir.

Denklem (2.43) ve denklem (2.14) denklem (2.37)'nin içine yerleştirildiğinde, aşağıdaki dağılım elde edilir (Walters, 2009: 13):

$$P(A|B) \sim N([(\tau \Sigma)^{-1} \Pi + P' \Omega^{-1} Q] [(\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P]^{-1}, ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1}) \quad (2.44)$$

Aynı denklemin ortalama getirileri ($E(R)$) ve kovaryans (M) için alternatif gösterimi şöyledir (Walters, 2009: 14):

$$E(R) = \Pi + \tau \Sigma P' [(P \tau \Sigma P') + \Omega]^{-1} [Q - P \Pi] \quad (2.45)$$

$$M = ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1} \quad (2.46)$$

Denklem (2.45)'in türetilmesi Ek-4'de gösterilmiştir. Nihai varyansın (M) gerçek ortalama ile ilişkili nihai ortalamanın varyansı olduğu unutulmamalıdır. Bu aslında nihai ortalamadaki belirsizliktir ve getirilerin varyansı değildir. Getirilerin varyansını hesaplamak ve böylece bunu ortalama-varyans optimizasyonunda kullanabilmek için denklem (2.41)'in uygulanması gerekir. He ve Litterman (1999) çalışmalarında bu konuya değinmiştir, ancak diğer çalışmalarda bu uygulamadan bahsedilmemiştir (Walters, 2008:9).

$$\Sigma_p = \Sigma + M \quad (2.47)$$

Denklem (2.39)'a nihai varyans yerleştirildiğinde; aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\Sigma_p = \Sigma + ((\tau\Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1} \quad (2.48)$$

Yatırımcı beklentilerinin yokluğunda ise denklem şöyle gösterilir:

$$\Sigma_p = \Sigma + (\tau\Sigma) = (1 + \tau)\Sigma \quad (2.49)$$

Black-Litterman Modeli uygulanırken yatırımcı beklentileri belirtilmediğinde, tahmini getirilerin varyansı birincil dağılımın varyansından büyük olacaktır. He ve Litterman'ın (1999) çalışmasında da bu sonuç görülmektedir. Çalışmanın sonuçları incelendiğinde, eğer yatırımcı beklentileri belirtilmemişse, ağırlıkların toplamı 1'den azdır. Idzorek (2005) ve daha birçok araştırmacı, yeni bir nihai varyans hesaplamazlar, ancak bunun yerine ortalama getirilerin varyansını kullanırlar. Çeşitli araştırmacılar getirilerin varyansı ile birlikte $\tau=1$ eşitliğini uygularlar (Walters, 2009: 14).

Araştırmacılar arasında sadece bilinen getirilerin varyansının mı (Σ) yoksa denklem (2.47)'de gösterilen getirilerin güncelleştirilmiş nihai varyansının mı (M) kullanılmasının daha iyi olacağı konusunda bazı anlaşmazlıklar vardır. Güncellenmiş nihai varyans hem birincil hem de koşullu varyanstan daha düşük olacaktır, çünkü daha fazla bilginin eklenmesi modelin belirsizliğini azaltacaktır. Denklem (2.47)'deki varyans asla getirilerin birincil varyansından düşük olmayacaktır. Bu durum, daha fazla bilginin eklenmesinin tahminlerin belirsizliğini azaltacağı düşüncesiyle eşleşmektedir. Eğer (M) değeri Idzorek'in yaptığı gibi sıfıra sabitlenirse, böylece getirilerin nihai varyansı getirilerin birincil varyansı ile eşitlenir. (M) değerinde bazı belirsizliklerin varsa, denklem (2.47)'ye göre getirilerin toplam

varyansının getirilerin birincil varyansından daha iyi tahmin edilmesini sağlar (Walters, 2008: 9).

Konu biraz daha irdelendiğinde; sadece kısmi beklentilere sahip olunduğu, yani bazı varlıklar hakkında yatırımcı beklentilerini belirttikten sonra nihai tahminin varyansı kullanılarak nihai varyans ağırlıkları düşük varlıklar yüksek varlıklara tercih edilir. Böylece beklentilerin belirtilmesi ve güncelleştirilmiş kovaryans optimizasyonu ile yatırımcı varlıkları kullanıp kullanmamaya tercih edebilmektedir.

Kovaryans matrisi (Σ) tarihsel verilerden oluşturulurken, örneklem sayısından τ değeri hesaplanabilir. Ayrıca τ değeri, birincil dağılımın beklentinin güvenilirlik oranına bağlı olarak tahmin edilebilir. Bu iki tekniğin τ değerini, 1’den daha çok 0’a yakın seçerken biraz ipucu sağladığına dikkat edilmelidir. Hem He ve Litterman (1999), hem de Idzorek (2004) her ikisi de τ değeri için 0.025–0.050 arasında küçük bir değer kullandıklarını çalışmalarında göstermişlerdir. Satchell ve Scowcroft (2000) birçok yatırımcının τ için 1 civarında bir değer kullandıklarını belirtmişlerdir ki burada herhangi bir içsel bağlantı bulunmamaktadır (Walters, 2009: 14).

Mankert (2006) Örneklem Teorisi yaklaşımını kullanarak Black-Litterman “ana formülü”nü yeniden türetmiştir. Böylece τ değerini örneklem dağılımını birincil dağılımına göre yani beklenti güvenilirlik oranı olarak sonuçlandırır. Mankert’in τ parametresi hakkındaki iddiası ilginçtir ve Black-Litterman Modeli’nde uygulamasını $\Omega = \text{diag}(P(\tau\Sigma)P')$ şeklinde açıklar. Ancak, Bayes teoremine aynı noktadan bakıldığında, iddiasının geçerliliğini korumadığı görülmektedir (Walters, 2008: 9).

Aynı mantıkla, subjektif koşullu ile istatistiksel koşullu dağılımın yeri değiştirildiğinde denklem (2.50) elde edilir:

$$P(A) \sim N\left(x_p, \frac{S_p}{n}\right), \text{ n örnek verildiğinde,}$$

$$P(B|A) \sim N\left(x_c, \frac{S_c}{m}\right), \text{ m örnek verildiğinde,}$$

$$P(A|B) \sim N\left(\left[\left(\frac{S_p}{n}\right)^{-1} + \left(\frac{S_c}{m}\right)^{-1}\right]^{-1} \left[x_p \left(\frac{S_p}{n}\right)^{-1} + x_c \left(\frac{S_c}{m}\right)^{-1}\right], \left[\left(\frac{S_p}{n}\right)^{-1} + \left(\frac{S_c}{m}\right)^{-1}\right]^{-1}\right) \quad (2.50)$$

denklemini elde edilir.

Yukarıda verilen denklem, denklem (2.44) ile ilişkilendirildiğinde, $\Sigma = S_p$ ve böylece $\tau\Sigma = S_p/n$ olduğunda, Mankert’in iddiası olan $\Omega = S_c$ doğru olmamaktadır. Gerçekten, $\Omega = S_c/m$ ve τ , n’nin m’ye oranı olamaz. Bu karışıklık iki konudan

kaynaklanmaktadır. İlk olarak, çoğu Black-Litterman uygulayıcıları tarafından seçilen pratik yaklaşım olan, Ω 'nın $\tau\Sigma$ 'ya bağlantısının kurulmasıdır. Çünkü her koşulda Ω 'yı bağımsız olarak tahmin etme güçlüğü söz konusudur. İkinci ve daha derin bir sorun ise, Σ birincil getirilerin varyansı olduğundan, $\tau\Sigma$ gerçek ortalamaya yaklaşık tahmini ortalamanın varyansı veya tahmini denge getirilerinin (Π) standart hatasının karesidir. Black-Litterman Modeli'nin ne bir tanımında ne de modelin herhangi bir yerinde koşullu getirilerin varyansını temsil eden herhangi bir parametre açıklanmamıştır. Birçok araştırmacı tarafından bu ince farkın kaçırılmış olduğu görülmektedir (Walters, 2008: 10).

Denklem (2.36) ele alındığında, beklentilerin %100 güvenilirlik oranı altında $\Omega \rightarrow 0$ olduğundan getiriler şu şekilde gösterilir:

$$E(R) = \Pi + \tau\Sigma P' [P\tau\Sigma P']^{-1} [Q - P\Pi] \quad (2.51)$$

Böylece beklentiler % 100 güvenilirlik oranı altında, tahmini getiride kullanılan τ değerine duyarsızdır (Walters, 2008:10). Ayrıca, eğer P tersine çevrilebilirse, o zaman her varlık hakkında bir beklentinin sunulduğu anlamına gelir (Walters, 2009: 15):

$$E(R) = P^{-1}Q \quad (2.52)$$

Eğer yatırımcı kendi beklentilerinden emin değilse, denklem (2.36) $\Omega \rightarrow \infty$ şeklinde kısalır (Walters, 2009: 15).

$$E(R) = \Pi \quad (2.53)$$

100% kesinlik durumunda nihai varyansı hesaplamak ve analitik olarak daha kolay izlenen bir yol bulmak zordur. Nihai varyans denklemi (2.46)'dan Woodbury Matris Kimliği (Woodbury Matrix Identity) kullanılarak alternatif bir denklem ile elde edilir (Walters, 2011: 14):

$$M = \tau\Sigma - \tau\Sigma P' [P\tau\Sigma P' + \Omega]^{-1} P\tau\Sigma \quad (2.54)$$

Eğer $\Omega \rightarrow 0$ ise, (beklentilerin toplam güvenilirlik oranı veya her varlığın en az bir beklentisi) böylece denklem (2.54) $M=0$ 'a indirgenebilir. Diğer taraftan yatırımcı beklentilerinden emin ise, $\Omega \rightarrow \infty$, böylece denklem (2.54) $M=\tau\Sigma$ 'e indirgenebilir (Walters, 2009: 15).

2.6. τ PARAMETRESİNİN DEĞERİNİN SEÇİLMESİ VE ETKİSİ

τ parametresinin anlamı ve etkisi Black-Litterman Modeli kullanıcıları için büyük bir karışıklığa neden olmaktadır. Literatürde araştırmacıların τ parametresi için iki gruba ayrıldığı görülür. Gerçekte, τ parametresinin anlamlı bir farkı yoktur, araştırmacının kullandığı referans model bir fark oluşturur ve τ parametresi de referans modelin belirttiği bir parametredir (Walters, 2009: 16).

2.6.1. τ Parametresinin Değerinin Seçilmesi

τ parametresinin değerinin seçilmesi ve hesaplanması için bazı ampirik yöntemler bulunmaktadır. τ değerinin seçilmesinde kullanılan ilk yöntem temel istatistiğe dayanır. Bir dağılımın ortalaması tayin edilirken ortalama tahminin belirsizliği (varyansı) örneklerin sayısı ile orantılı olacaktır. Tarihsel verilerden kovaryans matrisinin elde edildiği göz önüne alındığında; maksimum olabilirlik tahminci aşağıdaki gibidir:

$$\tau = \frac{1}{T-k} \quad (2.55)$$

En iyi kuadratik tarafsız tahminci ise şu şekildedir:

$$\tau = \frac{1}{T-k} \quad (2.56)$$

Burada;

T : Örneklem sayısını,

k : Varlıkların sayısını ifade eder.

Uygulamada başka tahminleyiciler de vardır, ancak genellikle, yukarıda verilen ilk tahminleyici kullanılır. Genellikle yaklaşık 60 örnek sayısının (aylık örneklerden 5 yıl) dikkate alınması amaçlanır, böylece τ değeri 0.02 değerinin üzerindedir. Bu da çeşitli çalışmalarda τ değerinin (0.025-0.05) aralığında gösterilmesiyle tutarlıdır. Bu da dağılımın varyansını (Σ) hesaplamak için kullanılan modelle tutarlıdır.

Bunun yerine τ değeri birincil dağılımda verilen risksiz varlık yatırım miktarına göre hesaplanabilir. Burada riskli varlıklara yatırım yapılan portföyün birincil beklentileri şu şekilde ifade edilir:

$$w = \Pi [\delta(1 + \tau)\Sigma]^{-1} \quad (2.57)$$

Böylece varlıklara dağıtılan ağırlıklar SVFM piyasa ağırlıklarından $[1/(1+\tau)]$ daha küçüktür. Bunun sebebi, Bayesgil yatırımcının birincilin tahmininden emin olmaması ve riskli varlıklara %100 yatırım yapmak istememesidir (Walters, 2009: 15).

2. 6. 2. τ Parametresinin Etkisi

Literatürde Black-Litterman Modeli'nde kullanılan τ parametresi hakkındaki beklentiler iki gruba ayrılmaktadır. He ve Litterman (1999), Black ve Litterman (1992) ve Idzorek'in (2005) de bulunduğu birinci grup, τ parametresinin 0,025-0,05 arasında küçük bir sayı olması gerektiğini savunurlar. Satchell ve Scowcroft (2000), Meucci (2005a,b) ve diğerlerinin bulunduğu ikinci grup ise τ parametresinin 1'e yakın olması gerektiğini savunurlar, ya da modelde parametreyi hiç kullanmazlar (Walters, 2009: 16). Çoğunlukla, ilk gruptaki araştırmacılar aynı zamanda getirilerin birincil varyansını getirilerin nihai varyansı olarak alırlar. İkinci gruptaki araştırmacılar, Idzorek dışında koşullu dağılım ile güncellenen yeni nihai varyans kullanırlar ve getirilerinin birincil varyansından kesinlikle daha büyüktür (Walters, 2008: 11).

Araştırmacıların daha iyi bir gruplandırılması referans modeli ile yapılabilir. Goldman Sachs çalışmalarında, He ve Litterman (1999) ve Black ve Litterman (1992), Black-Litterman Referans Modeli'ni τ parametresi ile kullanırlar. Diğer araştırmacılar ise sonraki bölümde açıklanan Alternatif Referans Modeli'ni kullanırlar. Örneğin, ya Meucci (2005a,b) gibi τ parametresini ortadan kaldırır ya da Satchell ve Scowcroft (2000) gibi τ parametresini 1 olarak belirlerler veya Idzorek (2005) gibi modele göre ayarlarlar. Satchell ve Scowcroft (2000) çalışmalarında stokastik τ ile bir model tarif ederler ve bu gerçekten getirilerin stokastik varyansıdır.

Black-Litterman Referans Modeli göz önüne alındığında, bir örnek ile τ parametresinin sonuçlar üzerindeki etkisi daha iyi anlaşılmaktadır. Örneğin, Ω matrisi He ve Litterman (1999) tarafından kullanılan yönteme benzer olarak ifade edildiğinde yani sadece diyagonal kullanmak yerine daha basit ve anlaşılır hale getirmek amacıyla kovaryans matrisinin tüm yapısı korunur.

$$\Omega = P(\tau\Sigma)P' \quad (2.58)$$

Bu ifade denklem (2.45)'in içine yerleştirilebilir:

$$\begin{aligned}
E(R) &= \Pi + \tau \Sigma P' [(P \tau \Sigma P') + \Omega]^{-1} [Q - P \Pi'] \\
&= \Pi + \tau \Sigma P' [(P \tau \Sigma P') + P \tau \Sigma P']^{-1} [Q - P \Pi'] \\
&= \Pi + \tau \Sigma P' [2(P \tau \Sigma P')]^{-1} [Q - P \Pi'] \\
&= \Pi + (1/2) \tau \Sigma P' (P')^{-1} [P \tau \Sigma]^{-1} [Q - P \Pi'] \\
&= \Pi + (1/2) \tau \Sigma (\tau \Sigma)^{-1} P^{-1} [Q - P \Pi'] \\
&= \Pi + (1/2) P^{-1} [Q - P \Pi'] \\
E(R) &= \Pi + (1/2) [P^{-1} Q - \Pi'] \tag{2.59}
\end{aligned}$$

Görüldüğü gibi, denklem (2.58) sadece bir sadeleştirmedir ama hala Ω değeri τ parametresine orantılı olarak hesaplandığında, $E(R)$ 'nin son denklemi için τ parametresini ortadan kaldırıldığı görülmektedir. Eğer Ω değeri genel haliyle formüle edilirse;

$$\Omega = P(\alpha \tau \Sigma) P' \tag{2.60}$$

Sonra denklem (2.59) yeniden şöyle yazabilir;

$$E(R) = \Pi + \left(\frac{1}{1+\alpha} \right) [P^{-1} Q - \Pi] \tag{2.61}$$

Denklem (2.58)'i denklem (2.54)'ün içine yerleştirildiğinde, benzer bir sonuç görülmektedir (Walters, 2009:17).

$$\begin{aligned}
M &= \tau \Sigma - \tau \Sigma P' [P \tau \Sigma P' + \Omega]^{-1} P \tau \Sigma \\
&= \tau \Sigma - \tau \Sigma P' [P \tau \Sigma P' + P \tau \Sigma P']^{-1} P \tau \Sigma \\
&= \tau \Sigma - \tau \Sigma P' [2P \tau \Sigma P']^{-1} P \tau \Sigma \\
&= \tau \Sigma - (1/2)(\tau \Sigma)(P')(P')^{-1}(\tau \Sigma)^{-1}(P)^{-1}(P)(\tau \Sigma) \\
&= \tau \Sigma - (1/2)\tau \Sigma \\
M &= (1/2)(\tau \Sigma) \tag{2.62}
\end{aligned}$$

Denklem (2.62)'de τ parametresinin kullanıldığına dikkat edilmelidir. Ayrıca τ parametresinin 1 sırasında olduğu gözlemlenebilir, tahmin ortalamasının belirsizliği getirilerin varyansının önemli bir bölümü olacağından denklem (2.47) kullanılır. Alternatif Referans Modeli'nde ise nihai varyans hesaplaması yapılmaz ve bileşim getirilerinin varyansı ile ağırlıklandırılır (Walters, 2009: 17).

Her iki durumda da, Ω matrisi için tercih edilen nihai dağılımın tahmininde birincil ve koşullu dağılımların eşit olarak ağırlıklandırılması söz konusudur. Bu durumda, her iki bileşik girdi de aynı düzeyde belirsizliğe sahip olur. Nihai dağılım,

iki dağılımın ortalaması olacaktır ve tahminin varyansı yarıya bölünecektir (Walters, 2008: 11).

Bunun yerine daha pratik $\Omega = \alpha P(\tau\Sigma)P'$ ve $\alpha \geq 0$ olan genel durum için çözüldüğünde denklem (2.47)'ye yerleştirilir ve aynı mantıkla denklem (2.62)'nin türetilmesi için kullanılır ve aşağıdaki denklem elde edilir:

$$E(R) = \Pi + (1/(1+\alpha))[P^{-1}Q - \Pi] \quad (2.63)$$

Bu belirsizlik parametrizasyonu Meucci'nin (2005) çalışmasında belirtilir. Birincil ve beklentiler için aynı belirsizliğin kullanılması veya her beklenti için ayrı ve tek bir belirsizlik belirtme seçeneği sağlanır. Temel olarak birincil kovaryans matrisinin bir sabit ile çarpıldığı göz önüne alındığında, beklentilerin belirsizliği parametresinin sonuçların tutarlılığına negatif bir etkisinin olmadığı görülmektedir (Walters, 2008: 11). Beklentilerdeki belirsizliğin bu şekilde belirlenmesi beklentilerin korelasyonsuz olduğu varsayımını beklentilerin birincil getirilerle aynı korelasyona sahip olduğu varsayımıyla değiştirildiğine dikkat edilmelidir.

Özetle, eğer yatırımcı Alternatif Referans Modeli kullanır ve Ω değerini $\tau\Sigma$ ile orantılı yaparsa, daha sonra orantılılık sabitini (α) ayarlaması gerekir. Bu sabit, sadece dengeye karşı beklentilerin göreceli güvenilirliğini gösterir. Eğer Black-Litterman Referans Modeli kullanılırsa ve Ω değeri $\tau\Sigma$ orantılı olarak ayarlanırsa, daha sonra tahmini getiri τ değerine bağlı olmayacaktır. Ancak getirilerin nihai kovaryansı τ değerinin uygun şekilde ayarlanmasına bağlıdır (Walters, 2009: 18).

2.7. ALTERNATİF REFERANS MODELİ

Literatürde Black-Litterman tahmin modeli ile kullanılan Alternatif Referans Modeli'ne sıkça rastlanılmaktadır. En yaygın Alternatif Referans Modeli Satchell ve Scowcroft (2000) ve Meucci (2005b)'nin çalışmalarında kullanılmıştır.

$$E(r) \sim N(\mu, \Sigma) \quad (2.64)$$

Alternatif Referans Modeli'nde, kovaryans Σ ile μ normal dağılımlıdır. μ değeri tahminlenir ancak rastgele bir değişken olarak kabul edilmez. Bu modelde genellikle τ parametresinin 1'e eşit olduğu açıklanır, böylece τ bir parametre olarak kesinlikle ortadan kaldırılır. Bu modelde de Σ ortalama ile ilgili birincilin kovaryansını ifade ettiği gibi, Ω yatırımcının tahmini ortalama getiri hakkındaki

beklentilerinin kovaryansıdır. Birincil ve koşullu kovaryanslar için bu özellikler göz önüne alındığında, güncelleştirilmiş nihai kovaryansa sahip olmak olanaksızdır. Örneğin, birincil ve koşullu kovaryanslar eşit olsaydı, nihai kovaryans, birincil ve koşullu kovaryansların $\frac{1}{2}$ 'sini ifade edecektir. Bu daha önce bahsedilen getiri ortalamasının tahminindeki yüksek kesinliğin getiri dağılımının kovaryansı ile aynı miktarda küçülmeyeceği ifadesiyle çelişmektedir.

τ parametresinden hareket edileceği belirtilerek, denklem (2.50) yeniden yazılabilir:

$$E(R) = \Pi + \Sigma P' \left[(P \Sigma P') + \frac{\Omega}{\tau} \right]^{-1} [Q - P \Pi] \quad (2.65)$$

Bu denklemde τ değeri sadece bir dönemde yer alır. Çünkü Alternatif Referans Modeli tahminlerin kovaryansının güncellenmesini içermediğinden bu tek formüldür. Birincil ile yatırımcı beklentilerinin birleştirilmesinde hem Ω ve hem de τ değerinin kontrol için seçildiğinden terimlerden biri ortadan kaldırılabilir. Bütün beklentiler için τ parametresi tek bir terimdir ve Ω matrisinin her bir beklenti için ayrı bir elemanı olduğundan, sadece Ω matrisi ile devam edilir. Daha sonra aşağıdaki gibi tahmini nihai ortalaması hesaplanabilir:

$$E(R) = \Pi + \Sigma P' [(P \Sigma P') + \Omega]^{-1} [Q - P \Pi] \quad (2.66)$$

Bu yeni referans modelinin temel sonuçları bulunmaktadır. Bunlardan birincisi τ parametresinin olmaması ve ikincisi yatırımcı beklentilerinin yokluğunda portföy ağırlıkları SVFM portföy ağırlıklarına eşit olmasıdır. Son olarak, uygulama sırasında denklem (2.46)'nın veya (2.47)'nin kullanılmasına gerek kalmamaktadır.

Black-Litterman Referans Modeli'nde, tahmini ortalamanın güncellenmiş nihai varyansı birincil ya da koşullu varyansından daha düşük olacaktır. Çünkü daha fazla bilgi ilavesi modelin belirsizliğini azaltacaktır. Denklem (2.47)'da getirinin varyansı getirilerin birincil varyansından az olmayacaktır. Daha fazla bilgi eklenerek tahminlerin belirsizliği azaltılacaktır. (M) değerinde bazı belirsizliklerin olduğu göz önüne alındığında, denklem (2.47) getirilerin varyansının getirilerin birincil varyansından daha iyi bir tahminleyici olmasını sağlar (Walters, 2011: 14-15).

Bu çalışmanın ikinci bölümünde Black-Litterman Modeli ile ilgili yapılmış çalışmaların literatür incelemesi yapılmıştır. Black-Litterman Modeli'nin geliştirilmesindeki sebepler açıklanmış ve modelin gelişim süreci detaylı olarak incelenmiştir. Black-Litterman Modeli stratejik varlık dağılımı kararları ve taktik

varlık dağılımı kararları olmak üzere iki kararın birleştirmesini sağlayan kantitatif optimal portföy seçimi yöntemidir. Bu model sayesinde kararların harmanlanması yani birleştirilmesi sağlanarak nihai getirilere ulaşılmaktadır. Modelin birinci kısmı olan stratejik varlık dağılımı kararları daha elle tutulabilir ya da objektif verilerden oluşmaktadır. Bu verilerin ana denkleme yerleştirilmesiyle denge getirileri elde edilmektedir. Ancak, modelin ikinci kısmı olan taktik varlık dağılımı kararları ise yatırımcının kendi içsel sezgileri doğrultusunda oluşturduğu bilgilerin ana denkleme yerleştirilmesiyle elde edilmektedir. Bu anlamda, Black-Litterman Modeli'nin en önemli özelliği bu subjektif beklentilerin model ile işlenebilir hale gelmesidir. Çünkü, portföy yönetiminde ilk defa yatırımcı beklentileri matematiksel olarak ifade edilmiş ve optimal portföy seçimi sürecine dahil edilebilmiştir. Yatırımcı beklenen getiri matrisinin denge getirileri ile harmanlanması sonucu Black-Litterman getirileri yani nihai getiriler elde edilebilmekte ve portföy ağırlıkları bu getirilere göre revize edilebilmektedir. Çalışmanın sonuncu bölümünde Black-Litterman Modeli Borsa İstanbul Anonim Şirketi'nde uygulanmıştır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BLACK-LITTERMAN MODELİ İLE BORSA İSTANBUL'DA BİR UYGULAMA

Optimal portföy seçimi konusunda Black-Litterman Modeli öncesinde yapılan çalışmalarda yatırımcıların varlıklar hakkında beklentileri portföy seçim sürecine dahil etmeleri mümkün olmamıştır. Bu bakımdan, Black-Litterman Modeli optimal portföy seçim konusuna yeni bir bakış açısı ve yöntem kazandırmıştır. Bu çalışmada Black-Litterman Modeli kullanılarak yatırımcı beklentilerinin optimal portföy seçim sürecine nasıl dahil edildiği adım adım incelenip sonuçları yorumlanmıştır. Araştırmanın kapsamını Borsa İstanbul Anonim Şirketi (BİST) Ulusal 100 endeksinde yer alan şirketlerden sadece 1 Ocak 2004 ile 30 Haziran 2013 tarihleri arasında endekste devamlılık gösteren şirketler oluşturmaktadır.

3.1. ARAŞTIRMANIN AMACI VE ÖNEMİ

Bir portföyün risklerinin yönetilmesi için temel bir araç olan standart Ortalama-Varyans Optimizasyon Modeli genel olarak varlıkların getirileri üzerine yoğunlaşan tek dönemli statik bir modeldir. Bundan dolayı, standart Ortalama-Varyans Optimizasyon Modeli aşırı yoğunlaşmış varlık dağılımına yol açabilmektedir. Standart Ortalama-Varyans Optimizasyon Modeli'yle oluşturulan portföyler, teorik varsayımlar (sermaye piyasası varsayımlar) ile analiz sonuçları (varlık dağılımları) elde edilen tahminlere karşı aşırı duyarlıdır. Bir portföy içinde belli varlıkların aşırı yer almasını engellemek amacıyla geliştirilen Black-Litterman Modeli'ni kullanarak daha iyi-çeşitlendirilmiş varlık dağılımına sahip portföylerin oluşturulması mümkün olmaktadır. Dolayısıyla, bu çalışmanın amacı Borsa İstanbul Anonim Şirketi (BİST) Ulusal 100 endeksinden oluşturulan portföyde varlıkların dağılımını yatırımcı beklentileri doğrultusunda revize etmektir. Optimal portföy seçim sürecinde Black-Litterman Modeli'nin en önemli katkısı yatırımcı beklentilerinin modele dahil edilebilmesidir. Bu anlamda uygulamanın önemi yatırımcı beklentilerinin optimal portföy seçim sürecine yansıtılmasını

sağlayabilmektir. Bu yüzden, araştırmada belirlenen tarih aralığında hisse senetleri BİST Ulusal 100 endeksinde devamlılık gösteren şirketlere Black-Litterman Modeli uygulanarak optimal portföy seçim sürecinde bazı varlıkların aşırı yoğunlaşması sorununa çözüm getirilmesi amaçlanmaktadır.

3.2. ARAŞTIRMANIN YÖNTEMİ

Black-Litterman Modeli ile varlık dağılımı seçimine yeni bir yöntem kazandırılmıştır. Bevan ve Winkelmann (1998) Black-Litterman Modeli ile varlık dağılımı (portföy oluşturma) seçimini, Goldman Sachs'da Sabit Gelir Grubu'nda kullandıklarını çalışmalarında belirtmişlerdir.

Black-Litterman odaklı varlık dağılımının yöntemi aşağıdaki adımlardan oluşur:

- Hangi varlıkların piyasayı oluşturduğu belirlenir.
- Hisse senetlerinin günlük logaritmik getirileri hesaplanır.
- Risksiz faiz oranı olarak kullanılmak üzere Hazine Müsteşarlığı iç borç istatistiklerinden iskontolu ihale tablolarından elde edilen 180 gün vadeli bonoların bileşik faizlerinden günlük faiz hesaplanır.
- Varlıkların varyans-kovaryans (Σ) matrisi hesaplanır.
- Her varlık için tarihsel ağırlıklar (w) hesaplanır.
- Riskten kaçınma katsayısı (δ) hesaplanır.
- SVFM ve ters optimizasyon kullanılarak denge getirileri (Π) hesaplanır.
- Varlıklar hakkında yatırımcı beklenti matrisi (P) oluşturulur.
- Yatırımcının varlıklar hakkındaki tahmini beklenen getirileri ile ilgili beklenti değerleri (Q) belirtilir.
- Yatırımcı beklentilerinin varyans matrisi (Ω) hesaplanır.
- Black-Litterman Modeli tarafından oluşturulan tahminler (tahmini getiriler, kovaryanslar) portföy optimizasyonu işlemine tabi tutulur. Böylece, Black-Litterman Modeli kullanılarak denge getirileri (Π) ile beklenti değerleri (Q) birleştirilir.

- Son olarak, yeni birleştirilmiş getiri vektörü ($E(R)$) ile varlıkların portföy içindeki dağılımı yani varlıkların ağırlıkları revize edilir.

Böylece, yatırımcıların risk tercihlerine uygun etkin bir portföy seçilir.

Black-Litterman Modeli'nin yöntemindeki her bir adımın daha ayrıntılı açıklaması ise şöyledir:

İlk adım, piyasa alanının (kapsamının) belirlenmesidir. Varlık dağılımı çalışması için değerlendirilecek her bir varlık tanımlanır. Varlıklar belirlendikten sonra varlık getirileri ($E(r)$) için getiri serileri gereklidir. Daha sonra her bir varlığın piyasa portföyünde tarihsel ağırlıkları (w) hesaplanır. Bu çalışmada da aynen bu sıra izlenmiştir.

Varlık getiri serileri ($E(r)$) tespit edildikten sonra kovaryans matrisi (Σ) hesaplanır. Genellikle kovaryans matrisi mümkün olan en yüksek frekanslı veri ile örneğin günlük veya aylık olarak hesaplanır. Daha sonra uygun bir zaman dilimine kadar ölçeklendirilebilir.

Şimdi her varlık için denge getirilerinin (Π) hesaplanmasında piyasa portföyü üzerinde ters optimizasyon kullanılabilir. Burada ilk adım piyasa portföyü için bir riskten kaçınma katsayısının (δ) hesaplanmasıdır. Bu hesaplamayı gerçekleştirebilmek için risksiz faiz oran getirileri (r_f) elde edilir. Bu katsayı, piyasa portföyünün getiri ($E(r)$) ve varyansından yararlanılarak (σ^2) hesaplanmaktadır.

Riskten kaçınma katsayısı (δ) hesaplandıktan sonra, Black-Litterman Modeli'nin stratejik varlık dağılımı kararları olarak ifade edilen denge getirileri vektörü (Π) elde edilir. Denge getirileri vektörü (Π) riskten kaçınma katsayısı (δ), kovaryans matrisi (Σ) ve tarihsel ağırlıklarının (w) çarpımı ile elde edilir.

Daha sonraki adımda Black-Litterman Modeli'nin taktik varlık dağılımı kararları olarak ifade edilen yatırımcı beklenti matrisi (P) oluşturulur. Yatırımcı beklenti matrisi mutlak ve/veya nispi beklentileri içerebilir. Bu beklentiler, bir varlık için ya da birçok varlık için olabilir. Yatırımcı her varlık için beklenti belirtebilir. Yatırımcı beklentileri mutlak veya nispi olmak üzere iki şekilde ifade edilebilir. Yatırımcının, beklenti matrisini oluşturduktan sonra beklentide bulunduğu varlık hakkında tahmini beklenen getiriye (Q) belirtmesi gerekmektedir. Ayrıca yatırımcı modelin ana denkleminde herhangi bir parametre ile belirtilmeyen beklentilerin güvenilirlik oranını (c) da belirler. Son olarak, bazı araştırmacılar tarafından

kullanılmayan ancak modelde bulunan (τ) parametresi hesaplanır. Böylece, Black-Litterman Modeli'nin yönteminin ikinci adımı olan beklentilerin varyans matrisi (Ω) hesaplanır.

Black-Litterman Modeli'nin son adımı olan yeni birleştirilmiş getiri vektörü ($E(R)$), denge getirileri vektörü (Π) ve yatırımcının beklenen getiri vektörünün (Q) harmanlanmasıyla elde edilir. Elde edilen bu yeni birleştirilmiş getiri vektörü ile yatırımcı yeni optimal portföyünü seçebilmektedir. Böylece, yatırımcı varlıkların tahmini getirileri üzerine beklentilerini optimal portföy seçim sürecine dahil edebilmektedir. Optimal portföy seçimi konusunda Black-Litterman Modeli öncesinde yapılan çalışmalarda yatırımcıların varlıklar hakkındaki beklentilerini herhangi bir modellemeyle portföy seçim sürecine dahil etmeleri mümkün olmamıştır. Bu bakımdan, Black-Litterman Modeli optimal portföy seçim konusunda yeni bir bakış açısı ve yöntem kazandırmıştır. Bu çalışmada da Black-Litterman Modeli kullanılarak yatırımcı beklentilerinin optimal portföy seçim sürecine nasıl dahil edildiği adım adım incelenip yorumlanmıştır.

3.3. ARAŞTIRMANIN VERİ SETİ

Araştırmanın veri seti Borsa İstanbul Anonim Şirketi (BİST) Ulusal 100 endeksinde yer alan şirketlerden sadece 1 Ocak 2004 ile 30 Haziran 2013 tarihleri arasında endekste devamlılık gösteren şirketlerden oluşmaktadır. Çünkü, belirlenen endekste listelenen şirketler belirli periyotlarda güncellenmektedir. Dolayısıyla, bu çalışmada belirlenen tarih aralığında BİST Ulusal 100 endeksinde devamlılık gösteren 39 şirket bulunmaktadır. Böylece, belirlenen tarih aralığında hisse senetleri BİST Ulusal 100 endeksinde devamlılık gösteren 39 şirketin hisse senedi getirileri ve piyasa ağırlıkları bu çalışmanın verilerini oluşturmuştur. Belirlenen tarih aralığında BİST Ulusal 100 endeksinde devamlılık gösteren 39 şirketin sektörel dağılımı BİST hisse senedi kodlarıyla birlikte aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 5. 01/01/2004 - 30/06/2013 Tarihleri Arasında Hisse Senetleri BİST Ulusal 100 Endeksinde Devamlılık Gösteren Şirketler

	HİSSE KODU	ŞİRKET ADI	SEKTÖR
1	AEFES	ANADOLU EFES BİRACILIK VE MALT SANAYİ A.Ş.	İMALAT SANAYİ
2	AKBNK	AKBANK T.A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
3	AKENR	AKENERJİ ELEKTRİK ÜRETİM A.Ş.	ELEKTRİK GAZ VE SU
4	AKSA	AKSA AKRİLİK KİMYA SANAYİ A.Ş.	İMALAT SANAYİ
5	ALARK	ALARKO HOLDİNG A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
6	ANSGR	ANADOLU ANONİM TÜRK SİGORTA ŞİRKETİ	MALİ KURULUŞLAR
7	ARCLK	ARÇELİK A.Ş.	İMALAT SANAYİ
8	ASELS	ASELSAN ELEKTRONİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	TEKNOLOJİ
9	AYGAZ	AYGAZ A.Ş.	İMALAT SANAYİ
10	DOHOL	DOĞAN ŞİRKETLER GRUBU HOLDİNG A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
11	DYHOL	DOĞAN YAYIN HOLDİNG A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
12	ECILC	EİS ECZACIBAŞI İLAÇ, SİNAİ VE FİNANSAL YATIRIMLAR SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
13	ECZYT	ECZACIBAŞI YATIRIM HOLDİNG ORTAKLIĞI A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
14	ENKAI	ENKA İNŞAAT A.Ş.	İNŞAAT VE BAYINDIRLIK
15	EREGL	EREĞLİ DEMİR VE ÇELİK FABRİKALARI T.A.Ş.	İMALAT SANAYİ
16	FROTO	FORD OTOMOTİV SANAYİ A.Ş.	İMALAT SANAYİ
17	GARAN	TÜRKİYE GARANTİ BANKASI A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
18	GLYHO	GLOBAL YATIRIM HOLDİNG A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
19	GSDHO	GSD HOLDİNG A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
20	HURGZ	HÜRRİYET GAZETECİLİK VE MATBAACILIK A.Ş.	İMALAT SANAYİ
21	IHLAS	İHLAS HOLDİNG A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
22	ISCTR	TÜRKİYE İŞ BANKASI A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
23	ISFIN	İŞ FİNANSAL KİRALAMA A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
24	ISGYO	İŞ GAYRİMENKUL YATIRIM ORTAKLIĞI A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
25	KCHOL	KOÇ HOLDİNG A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
26	KRDMD	KARDEMİR KARABÜK DEMİR ÇELİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	İMALAT SANAYİ
27	NTHOL	NET HOLDİNG A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
28	NTTUR	NET TURİZM TİCARET VE SANAYİ A.Ş.	TOPTAN VE PERAKENDE TİCARET, OTEL VE LOKANTALAR
29	PETKM	PETKİM PETROKİMYA HOLDİNG A.Ş.	İMALAT SANAYİ
30	PRKME	PARK ELEKTRİK ÜRETİM MADENCİLİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	MADENCİLİK
31	SAHOL	HACI ÖMER SABANCI HOLDİNG A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
32	SISE	TÜRKİYE ŞİŞE VE CAM FABRİKALARI A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR
33	TCELL	TURKCELL İLETİŞİM HİZMETLERİ A.Ş.	ULAŞTIRMA, HABERLEŞME VE DEPOLAMA
34	THYAO	TÜRK HAVA YOLLARI A.O.	ULAŞTIRMA, HABERLEŞME VE DEPOLAMA
35	TOASO	TOFAŞ TÜRK OTOMOBİL FABRİKASI A.Ş.	İMALAT SANAYİ
36	TRKCM	TRAKYA CAM SANAYİ A.Ş.	İMALAT SANAYİ
37	TUPRS	TÜPRAŞ-TÜRKİYE PETROL RAFİNERİLERİ A.Ş.	İMALAT SANAYİ
38	VESTL	VESTEL ELEKTRONİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	İMALAT SANAYİ
39	YKBNK	YAPI VE KREDİ BANKASI A.Ş.	MALİ KURULUŞLAR

Kaynak: <http://www.borsaistanbul.com/sirketler/islem-goren-sirketler/pay-piyasasi-sirket-bilgileri>

Araştırma kapsamında portföyde toplam 39 şirket bulunmaktadır ve bu şirketler sekiz farklı sektörde faaliyet göstermektedir. Portföyde yer alan 39 şirketin sektörel dağılımları aşağıda maddelenmiştir:

- Mali Kuruluşlar Sektörü'nde faaliyet gösteren şirket sayısı 19'dur.
- İmalat Sanayi Sektörü'nde faaliyet gösteren şirket sayısı 13'tür.
- Ulaştırma, Haberleşme ve Depolama Sektörü'nde faaliyet gösteren şirket sayısı 2'dir.
- Madencilik Sektörü'nde faaliyet gösteren şirket sayısı 1'dir.
- Elektrik, Gaz ve Su Sektörü'nde faaliyet gösteren şirket sayısı 1'dir.
- Teknoloji Sektörü'nde faaliyet gösteren şirket sayısı 1'dir.
- İnşaat ve Bayındırlık Sektörü'nde faaliyet gösteren şirket sayısı 1'dir.
- Toptan ve Perakende Ticaret, Otel ve Lokantalar Sektörü'nde faaliyet gösteren şirket sayısı 1'dir.

Araştırmanın sektörel dağılımı incelendiğinde portföyde yer alan 39 şirketin yaklaşık yarısının Mali Kuruluşlar Sektörü'nde, diğer şirketlerin ise çoğunlukla İmalat Sanayi Sektörü'nde faaliyet gösterdiği tespit edilmiştir. Ulaştırma, Haberleşme ve Depolama Sektörü'nde ise sadece iki sektör faaliyet göstermekte olup, diğer sektörlerde ise birer şirketin faaliyet gösterdiği tespit edilmiştir. Araştırmanın özellikle yatırımcı beklentilerinin belirtilmesi aşamasında bu bilgiler yatırımcı için kılavuz niteliğindedir. Araştırmada kullanılan veri setinin tarih aralığı belirlendikten sonra araştırmanın yapılacağı endeksin seçilmesi ve bu endekste belirlenen tarih aralığında devamlılık gösteren şirket sayısı ve sektörel dağılımı tespit edildikten sonra Black-Litterman Modeli'ni uygulayabilmek için finansal zaman serileri araştırılmıştır.

Bu doğrultuda, araştırmada BİST Ulusal 100 endeksinde devamlılık gösteren 39 şirketin 1 Nisan 2004 ile 30 Haziran 2013 tarihleri arasındaki aylık hisse senedi getiri değerleri kullanılmıştır. Bu veriler BİST Endeks Verileri internet sayfasında Pay Bazında Veriler sekmesinde aylık fiyat ve getiri verileri bölümünden elde edilmiştir. Portföy kapsamındaki şirketlerin hisse senedi getirilerinin belirlenen tarih aralığında aylık getirilerinin ortalaması alınarak ortalama aylık getiri verileri elde edilmiştir. Tablo 6'da portföy kapsamındaki şirketlerin belirlenen tarih aralığında ortalama getirileri sunulmuştur. Tablo 7'de ise piyasa ağırlıkları sunulmuştur.

Tablo 6. Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Ortalama Getirileri

HİSSE KODU	ŞİRKET ADI	ORTALAMA GETİRİLER (%)
AEFES	ANADOLU EFES BİRACILIK VE MALT SANAYİ A.Ş.	2.13
AKBNK	AKBANK T.A.Ş.	1.93
AKENR	AKENERJİ ELEKTRİK ÜRETİM A.Ş.	0.95
AKSA	AKSA AKRİLİK KİMYA SANAYİ A.Ş.	1.88
ALARK	ALARKO HOLDİNG A.Ş.	1.03
ANSGR	ANADOLU ANONİM TÜRK SİGORTA ŞİRKETİ	2.19
ARCLK	ARÇELİK A.Ş.	1.87
ASELS	ASELSAN ELEKTRONİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	3.23
AYGAZ	AYGAZ A.Ş.	2.04
DOHOL	DOĞAN ŞİRKETLER GRUBU HOLDİNG A.Ş.	1.20
DYHOL	DOĞAN YAYIN HOLDİNG A.Ş.	0.34
ECILC	EİS ECZACIBAŞI İLAÇ, SİNAİ VE FİNANSAL YATIRIMLAR SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	2.19
ECZYT	ECZACIBAŞI YATIRIM HOLDİNG ORTAKLIĞI A.Ş.	2.16
ENKAI	ENKA İNŞAAT A.Ş.	1.95
EREGL	EREĞLİ DEMİR VE ÇELİK FABRİKALARI T.A.Ş.	2.06
FROTO	FORD OTOMOTİV SANAYİ A.Ş.	2.36
GARAN	TÜRKİYE GARANTİ BANKASI A.Ş.	2.72
GLYHO	GLOBAL YATIRIM HOLDİNG A.Ş.	1.43
GSDHO	GSD HOLDİNG A.Ş.	2.41
HURGZ	HÜRRİYET GAZETECİLİK VE MATBAACILIK A.Ş.	0.18
IHLAS	İHLAS HOLDİNG A.Ş.	1.01
ISCTR	TÜRKİYE İŞ BANKASI A.Ş.	1.78
ISFIN	İŞ FİNANSAL KİRALAMA A.Ş.	2.82
ISGYO	İŞ GAYRİMENKUL YATIRIM ORTAKLIĞI A.Ş.	1.78
KCHOL	KOÇ HOLDİNG A.Ş.	1.87
KRDMD	KARDEMİR KARABÜK DEMİR ÇELİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	3.53
NTHOL	NET HOLDİNG A.Ş.	3.03
NTTUR	NET TURİZM TİCARET VE SANAYİ A.Ş.	1.57
PETKM	PETKİM PETROKİMYA HOLDİNG A.Ş.	1.43
PRKME	PARK ELEKTRİK ÜRETİM MADENCİLİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	3.07
SAHOL	HACI ÖMER SABANCI HOLDİNG A.Ş.	1.83
SISE	TÜRKİYE ŞİŞE VE CAM FABRİKALARI A.Ş.	2.11
TCELL	TURKCELL İLETİŞİM HİZMETLERİ A.Ş.	1.79
THYAO	TÜRK HAVA YOLLARI A.O.	2.61
TOASO	TOFAŞ TÜRK OTOMOBİL FABRİKASI A.Ş.	2.59
TRKCM	TRAKYA CAM SANAYİ A.Ş.	1.60
TUPRS	TÜPRAŞ-TÜRKİYE PETROL RAFİNERİLERİ A.Ş.	2.43
VESTL	VESTEL ELEKTRONİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	0.04
YKBNK	YAPI VE KREDİ BANKASI A.Ş.	2.09

Tablo 7. Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Ağırlıklarının Ortalaması

HİSSE KODU	ŞİRKET ADI	AĞIRLIKLAR (%)
AEFES	ANADOLU EFES BİRACILIK VE MALT SANAYİ A.Ş.	4.70
AKBNK	AKBANK T.A.Ş.	13.23
AKENR	AKENERJİ ELEKTRİK ÜRETİM A.Ş.	0.43
AKSA	AKSA AKRİLİK KİMYA SANAYİ A.Ş.	0.33
ALARK	ALARKO HOLDİNG A.Ş.	0.40
ANSGR	ANADOLU ANONİM TÜRK SİGORTA ŞİRKETİ	0.40
ARCLK	ARÇELİK A.Ş.	1.68
ASELS	ASELSAN ELEKTRONİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	0.29
AYGAZ	AYGAZ A.Ş.	0.98
DOHOL	DOĞAN ŞİRKETLER GRUBU HOLDİNG A.Ş.	1.84
DYHOL	DOĞAN YAYIN HOLDİNG A.Ş.	1.17
ECILC	EİS ECZACIBAŞI İLAÇ, SINAI VE FİNANSAL YATIRIMLAR SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	0.45
ECZYT	ECZACIBAŞI YATIRIM HOLDİNG ORTAKLIĞI A.Ş.	0.18
ENKAI	ENKA İNŞAAT A.Ş.	2.18
EREGL	EREĞLİ DEMİR VE ÇELİK FABRİKALARI T.A.Ş.	4.71
FROTO	FORD OTOMOTİV SANAYİ A.Ş.	1.43
GARAN	TÜRKİYE GARANTİ BANKASI A.Ş.	14.75
GLYHO	GLOBAL YATIRIM HOLDİNG A.Ş.	0.29
GSDHO	GSD HOLDİNG A.Ş.	0.32
HURGZ	HÜRRİYET GAZETECİLİK VE MATBAACILIK A.Ş.	0.88
IHLAS	İHLAS HOLDİNG A.Ş.	0.59
ISCTR	TÜRKİYE İŞ BANKASI A.Ş.	10.82
ISFIN	İŞ FİNANSAL KİRALAMA A.Ş.	0.18
ISGYO	İŞ GAYRİMENKUL YATIRIM ORTAKLIĞI A.Ş.	0.64
KCHOL	KOÇ HOLDİNG A.Ş.	3.92
KRDMD	KARDEMİR KARABÜK DEMİR ÇELİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	0.62
NTHOL	NET HOLDİNG A.Ş.	0.33
NTTUR	NET TURİZM TİCARET VE SANAYİ A.Ş.	0.13
PETKM	PETKİM PETROKİMYA HOLDİNG A.Ş.	0.88
PRKME	PARK ELEKTRİK ÜRETİM MADENCİLİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	0.24
SAHOL	HACI ÖMER SABANCI HOLDİNG A.Ş.	6.18
SISE	TÜRKİYE ŞİŞE VE CAM FABRİKALARI A.Ş.	1.59
TCELL	TURKCELL İLETİŞİM HİZMETLERİ A.Ş.	8.12
THYAO	TÜRK HAVA YOLLARI A.O.	1.73
TOASO	TOFAŞ TÜRK OTOMOBİL FABRİKASI A.Ş.	1.09
TRKCM	TRAKYA CAM SANAYİ A.Ş.	0.74
TUPRS	TÜPRAŞ-TÜRKİYE PETROL RAFİNERİLERİ A.Ş.	5.95
VESTL	VESTEL ELEKTRONİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	0.81
YKBNK	YAPI VE KREDİ BANKASI A.Ş.	4.81
TOPLAM		100.00

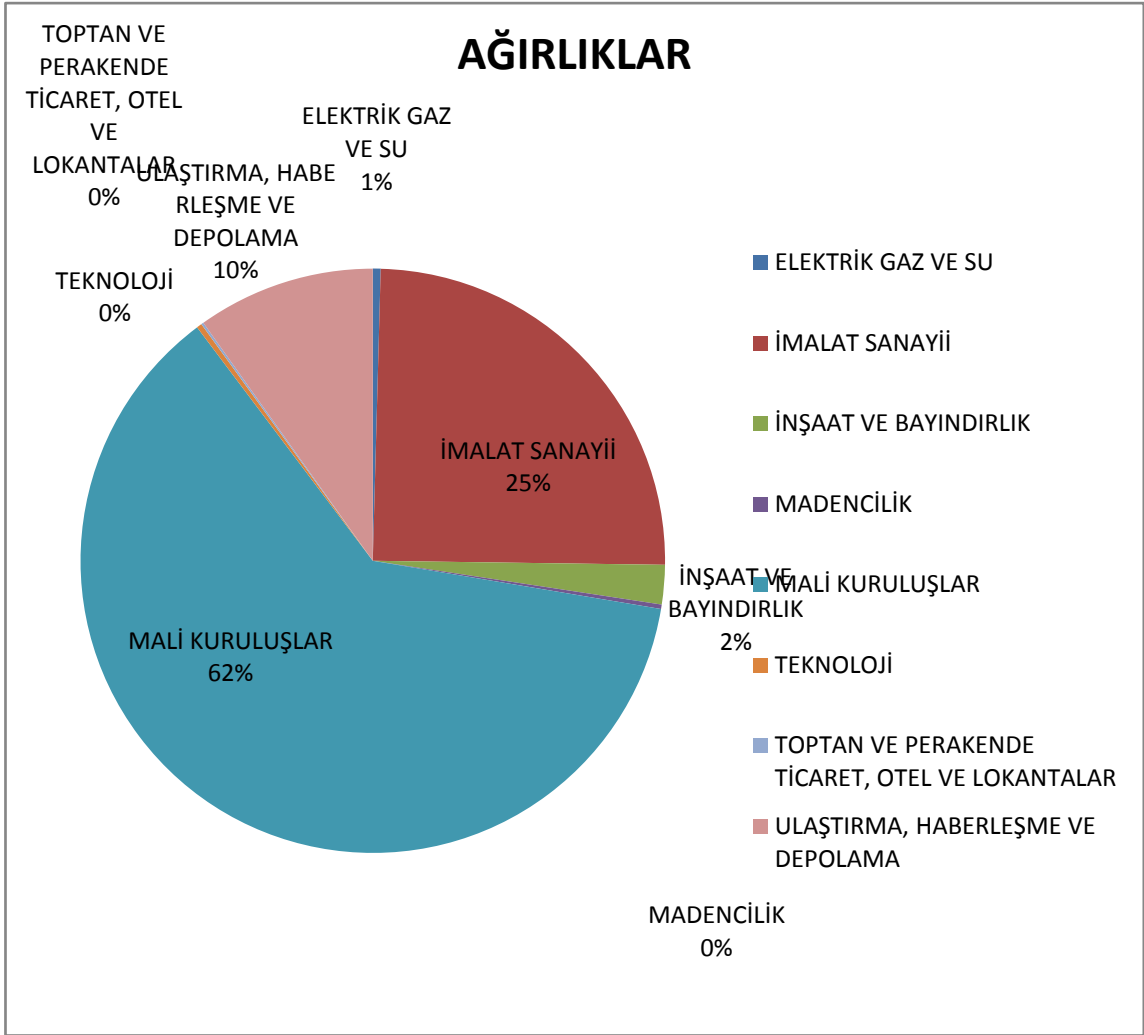
Araştırma kapsamındaki 39 şirketin günlük ağırlıkları BİST Endeks Verileri internet sayfasından elde edilmiştir. Bu veriler aylık olarak değerlendirileceğinden her hisse senedinin ağırlığının ortalaması alınıp portföy içindeki ağırlığının getiriler üzerindeki etkisini görebilmek amacıyla geometrik ortalaması hesaplanmıştır. Ele alınan zaman diliminde söz konusu hisse senetlerinin ağırlıklarındaki değişimlerdeki aşırılığın etkisini gidermek amacıyla “ln ortalama” kullanılmıştır. Bulunan değerlerin daha sonra antilogu alınarak (e üzeri 2,718 ln ağırlıklar) ortalama ağırlıkları hesaplanmıştır. Elde edilen her bir hisse senedinin aylık değerleri Excel çalışma sayfasında bir matris tablosu olarak yerleştirilmiştir. Her bir varlığın tarihsel ağırlıklarının ortalaması alınarak, portföy kapsamındaki her bir varlığa ait ağırlıklar hesaplanmıştır. Portföy kapsamındaki her bir varlığın ortalama tarihsel ağırlığı portföy toplamına orantılanmıştır. Böylece, portföy kapsamındaki şirketlerin belirlenen tarih aralığında ortalama ağırlıkları hesaplanmıştır.

Yatırımcı beklentilerinin belirtilmesi aşamasında yatırımcı için veri teşkil eden portföy kapsamındaki şirketlerin ağırlıkları ve ayrıca bu şirketlerin sektörel dağılımı önemli olabilmektedir. Araştırmada portföyde yer alan varlıkların ağırlık dağılımında en belirleyici olan bilgi sektör bilgisidir. Bundan dolayı portföyde yer alan varlıkların faaliyet gösterdiği sektörlerden ağırlığın yoğun olduğu sektörlerde faaliyet gösteren şirketlerin getirileri hakkında beklentileri olan yatırımcılar için bu bilgi gerekli olmaktadır. Tablo 8’de portföy kapsamındaki şirketlerin belirlenen tarih aralığında ağırlıklarına göre sektörel dağılımları sunulmuştur.

Tablo 8. Portföy Kapsamındaki Şirketlerin Ağırlıklarına Göre Sektörel Dağılımı

SEKTÖRLER	DAĞILIM (%)
MALİ KURULUŞLAR	62.09
İMALAT SANAYİ	24.79
ULAŞTIRMA, HABERLEŞME VE DEPOLAMA	9.85
İNŞAAT VE BAYINDIRLIK	2.18
ELEKTRİK GAZ VE SU	0.43
TEKNOLOJİ	0.29
MADENCİLİK	0.24
TOPTAN VE PERAKENDE TİCARET, OTEL VE LOKANTALAR	0.13
TOPLAM	100

Şekil 10. Portföy Kapsamındaki Şirketlerin Ağırlıklarına Göre Sektörel Dağılımı (%)



Yukarıda pasta grafik ile tüm sektörlerin gösterildiği Şekil 10'da portföy kapsamındaki şirketlerin sektörel dağılımlarına göre yüzdeleri bulunmaktadır. Pasta grafik incelendiğinde portföyde % 62 gibi yüksek bir oranla Mali Kuruluşlar Sektörü birinci sırada yer almaktadır. Buna göre portföyün içinde yer alan 39 şirketin toplam ağırlığının yarısından fazlasını Mali Kuruluşlar Sektörü'nde faaliyet gösteren şirketler oluşturmaktadır. Bu durumda Mali Kuruluşlar Sektörü'nde faaliyet gösteren şirketler portföy genelinde belirleyici bir rol oynamaktadır. Dolayısıyla, portföyün % 62 oranında ağırlığını bu sektörde faaliyet gösteren şirketler oluşturduğundan yatırımcının bu şirketler hakkındaki beklentileri ve beklenen getiri tahminleri önem kazanmaktadır. Böylece beklenen getiri tahminine göre yatırımcı beklentilerinin portföy yapısına yani ağırlığına matematiksel olarak yansıtılmasını sağlayan Black-Litterman Modeli'ni portföy ağırlıklarını revize etmede kullanmak çok uygundur.

Yine portföyün pasta grafiği incelendiğinde % 25’lik oran ile diğer belirleyici sektörün İmalat Sanayi Sektörü olduğu görülmektedir. Bu durumda, yatırımcının portföy varlıkları hakkında beklenti belirtmeyi tercih ettiği diğer bir sektör olmaktadır. Bu sektör de yatırımcının portföy ağırlıklarının revize edilmesi konusunda dikkate alabileceği önemli bir orana sahiptir.

Black-Litterman Modeli’ni uygulamaya başlamadan önce araştırma için gerekli olan diğer bir veri ise belirlenen tarih aralığına ait risksiz faiz oranı bilgileridir. Bu çalışmada kullanılan risksiz faiz oranı verisi T.C. Başbakanlık Hazine Müsteşarlığı’nın düzenlediği iskontolu ihale tablosundan elde edilmiştir. Belirlenen tarih aralığında 180 gün vadeli bonoların yıllık bileşik faiz oranları kullanılarak hesaplanmıştır. Araştırmada kullanılan şirketlerin hisse senedi getiri verileri aylık veri olduğu için, yıllık bileşik faiz oranının aylık risksiz faiz oranına çevrilmiştir. Araştırmada risksiz faiz oranının (r_f) ortalaması % 0.01 olarak hesaplanmıştır. Portföy kapsamındaki şirketlerin belirlenen tarih aralığındaki getiri matrisi kullanılarak varyans-kovaryans matrisi (Σ) hesaplanmıştır. Böylece, portföy bilgilerini hesaplayabilmek için tüm veriler elde edilmiştir. Araştırmada gerekli olan portföy getirisi, standart sapması (σ) ve varyansı (σ^2) ile Sharpe oranı, beta değeri ve riskten kaçınma parametresi (δ) hesaplanmıştır. Özellikle riskten kaçınma parametresi birincil bilgi niteliğindeki denge getirileri vektörünü (Π) hesaplamada kullanıldığı için ayrıca bir öneme sahiptir.

Tablo 9. Portföy Bilgileri

Portföy Bilgileri	
Portföy Getirisi	% 2.03
Portföy Standart Sapması	0.089454
Portföy Varyansı	0.008002
Sharpe Oranı	0.225794
Beta Katsayısı	0.508067
Riskten Kaçınma Parametresi (Delta)	2.524126

Bir portföyün getirisi, portföyü oluşturan varlıkların getirilerinin ağırlıklı ortalamasıdır (Aydın, vd., 2010: 326). Portföy bilgileri incelendiğinde araştırmada belirlenen tarih aralığında BİST Ulusal 100 endeksinde devamlılık gösteren 39 şirketin hisse senetlerinden oluşan portföyün getirisi % 2.03 olarak hesaplanmıştır.

Yatırımcının elindeki fonun yüzde kaçının hangi varlığa yatırım yaptığını Tablo 7’de 39 şirketin ağırlıklarının ortalaması olarak gösterilmiştir. Bu şekilde oluşan portföyün varyansı da 0.008002 olarak minimize edilmiştir. Varyans ve standart sapma riskin bir ölçüsü olarak kullanılmaktadır. Standart sapma değerinin büyük olması, riskin yüksek olduğunun bir göstergesidir (Aydın ve diğerleri, 2010: 319) . Portföyün standart sapması ise 0.089454’dür. Bunun anlamı, % 2.03 düzeyindeki bir beklenen getiri oranından sapmaların %8.94 düzeyinde olabileceğidir. Portföyün Sharpe oranı ise 0.225794 olarak hesaplanmıştır. Sharpe oranı risksiz orana göre düzeltilmiş getirilerin, getirilerin standart sapmasına bölünmesiyle hesaplanmaktadır. Böylece, portföy performansının ölçülmesinde sadece getiri oranlarına göre değil, hem getiriyi hemde riskin dikkate alınmasını sağlar. Sharpe oranı kullanılarak her birim riske karşılık yatırımcının ilave olarak beklediği getiri oranı bulunmuştur. (Konuralp, 2005: 346). Portföyün beta katsayısı ise 0.508067 olarak hesaplanmıştır. Beta katsayısı sistematik riskin bir ölçüsüdür. Herhangi bir varlığın getirisinin piyasa getirisi ile birlikte hareket etme eğilimini ölçen bir katsayıdır. Beta katsayısı yüksek varlıkların riski, beta katsayısı düşük varlıkların riskinden daha fazladır. Piyasa betası 1’e eşittir ve diğer tüm betalar bu değer etrafında yer alır. Varlık betaları pozitif veya negatif olabilir ancak genellikle pozitifdir (Aydın ve diğerleri, 2010: 338-9). Bu durumda portföyün betası % 0.5 olduğuna göre, piyasa getirisi % 1 değiştiğinde, bu portföyün getirisinin % 0.5 değişeceğini göstermektedir. Riskten kaçınma yatırımcının karşılaştırılabilir getirileri olan alternatiflerden daha az riskli olanını seçmesi olarak açıklanabilir. Genellikle riskten kaçınan yatırımcı esas alınmaktadır. Riskten kaçınan yatırımcı temel olarak belirsiz bir yüksek getiri yerine, daha düşük fakat daha kesin düşük getiriyi tercih etme eğilimindedir. Riskten kaçınan yatırımcının portföye ait riskten kaçınma parametresinin değeri 2 olarak ele alınmaktadır. Araştırmada riskten kaçınma parametresi 2.524126 olarak hesaplanmıştır. Bu durumda, yatırımcı riskten kaçınma eğilimindedir. Eğer riskten kaçınma parametresinin değeri -1’den küçük ise bu yatırımcı risk sever. Bu değer sıfır ise orta düzeyde riskten kaçınmaktadır. Eğer bu değer sıfırdan büyük ise riskten kaçınan yatırımcıdır (Konuralp, 2005: 285).

3.4. DENGİ GETİRİLERİNİN HESAPLANMASI

Black-Litterman Modeli'ni uygulamadan önce tüm gerekli verilerin nasıl elde edildiği ve bu verilerin nasıl işlendiği araştırmanın önceki bölümlerinde ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Şimdi, Black-Litterman Modeli'nin stratejik varlık dağılımı kararları olarak ifade edilen denge getirilerinin hesaplanması gerekmektedir.

Daha önce de bahsedildiği gibi denge getirileri (Π) Black-Litterman Modeli'nin stratejik varlık dağılımı kararlarını oluşturmaktadır. Bu durumda, denge getirilerinin hesaplanması Black-Litterman Modeli'nin ilk adımıdır. Ayrıca, Black-Litterman Modeli'nin taktik varlık dağılımı kararlarını oluşturan yatırımcı beklentileri için de birincil bilgi niteliğindedir. Elde edilen bu birincil bilgiler doğrultusunda yatırımcı, portföy kapsamındaki her bir varlık hakkında varsa beklentilerini ifade edebilmektedir. Yatırımcı beklentileri Black-Litterman Modeli'nin ikinci adımını oluşturur. Denge getirilerini elde etmek için “ters optimizasyon” yöntemi kullanılır. Daha önce de bahsedilen “ters optimizasyon” denklemi ise aşağıda gösterilmiştir:

$$\Pi = \delta \Sigma w \quad (3.1)$$

Yukarıdaki denkleme göre denge getirilerinin elde edilmesi için gereken sonuncu parametre, riskten kaçınma parametresidir. Portföy kapsamındaki her bir varlığın tarihsel ağırlık ortalaması ve varyans-kovaryans matrisi elde edildikten sonra denge getirilerinin hesaplanmasında gerekli olan riskten kaçınma parametresi aşağıda gösterilen denklem ile hesaplanmaktadır.

$$\delta = \frac{E(r) - r_f}{\sigma_m^2} \quad (3.2)$$

Riskten kaçınma parametresi 2.524126 olarak hesaplanmıştır.

Daha önce de bahsedildiği gibi, Black-Litterman Modeli'nin ilk adımı olan birincil bilgiler veya getiriler “ters optimizasyon” işlemi ile elde edilir. Bu çalışmanın uygulama verilerinin ters optimizasyon işlemi sonucunda elde edilen denge getirileri (Π) ise aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo 10. Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Denge Getirileri (II)

HİSSE KODU	ŞİRKET ADI	DENGE GETİRİLERİ (II) %
AEFES	ANADOLU EFES BİRACILIK VE MALT SANAYİ A.Ş.	1.03
AKBNK	AKBANK T.A.Ş.	2.34
AKENR	AKENERJİ ELEKTRİK ÜRETİM A.Ş.	1.46
AKSA	AKSA AKRİLİK KİMYA SANAYİ A.Ş.	1.37
ALARK	ALARKO HOLDİNG A.Ş.	1.48
ANSGR	ANADOLU ANONİM TÜRK SİGORTA ŞİRKETİ	2.14
ARCLK	ARÇELİK A.Ş.	2.27
ASELS	ASELSAN ELEKTRONİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	1.61
AYGAZ	AYGAZ A.Ş.	1.67
DOHOL	DOĞAN ŞİRKETLER GRUBU HOLDİNG A.Ş.	1.89
DYHOL	DOĞAN YAYIN HOLDİNG A.Ş.	2.61
ECILC	EİS ECZACIBAŞI İLAÇ, SİNAİ VE FİNANSAL YATIRIMLAR SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	1.30
ECZYT	ECZACIBAŞI YATIRIM HOLDİNG ORTAKLIĞI A.Ş.	1.38
ENKAI	ENKA İNŞAAT A.Ş.	1.40
EREGL	EREĞLİ DEMİR VE ÇELİK FABRİKALARI T.A.Ş.	1.56
FROTO	FORD OTOMOTİV SANAYİ A.Ş.	1.50
GARAN	TÜRKİYE GARANTİ BANKASI A.Ş.	2.57
GLYHO	GLOBAL YATIRIM HOLDİNG A.Ş.	2.13
GSDHO	GSD HOLDİNG A.Ş.	2.37
HURGZ	HÜRRİYET GAZETECİLİK VE MATBAACILIK A.Ş.	2.54
IHLAS	İHLAS HOLDİNG A.Ş.	1.87
ISCTR	TÜRKİYE İŞ BANKASI A.Ş.	2.24
ISFIN	İŞ FİNANSAL KİRALAMA A.Ş.	2.26
ISGYO	İŞ GAYRİMENKUL YATIRIM ORTAKLIĞI A.Ş.	1.83
KCHOL	KOÇ HOLDİNG A.Ş.	2.44
KRDMD	KARDEMİR KARABÜK DEMİR ÇELİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	1.94
NTHOL	NET HOLDİNG A.Ş.	0.89
NTTUR	NET TURİZM TİCARET VE SANAYİ A.Ş.	1.08
PETKM	PETKİM PETROKİMYA HOLDİNG A.Ş.	1.56
PRKME	PARK ELEKTRİK ÜRETİM MADENCİLİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	1.87
SAHOL	HACI ÖMER SABANCI HOLDİNG A.Ş.	2.47
SISE	TÜRKİYE ŞİŞE VE CAM FABRİKALARI A.Ş.	2.03
TCELL	TURKCELL İLETİŞİM HİZMETLERİ A.Ş.	1.25
THYAO	TÜRK HAVA YOLLARI A.O.	1.78
TOASO	TOFAŞ TÜRK OTOMOBİL FABRİKASI A.Ş.	2.36
TRKCM	TRAKYA CAM SANAYİ A.Ş.	1.79
TUPRS	TÜPRAŞ-TÜRKİYE PETROL RAFİNERİLERİ A.Ş.	1.38
VESTL	VESTEL ELEKTRONİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	1.93
YKBNK	YAPI VE KREDİ BANKASI A.Ş.	2.28

Tablo 10’da son sütunda gösterilen denge getirileri vektörünü elde etmek için ters optimizasyon işlemi kullanılmıştır. Ters optimizasyon işlemi için gerekli olan varyans-kovaryans matrisi (Σ), ağırlık vektörü (w) ve riskten kaçınma parametresinin (δ) birbirleriyle çarpımı Matlab programında gerçekleştirilir. Ayrıca, söz konusu veriler Excel çalışma sayfasında $\{=DÇARP(ağırlıklar;cov)*delta)\}$ olarak formülize edilerek de hesaplanmıştır. Böylece, iki yöntemle de birincil bilgileri oluşturulan denge getirileri (Π) vektörü elde edilir.

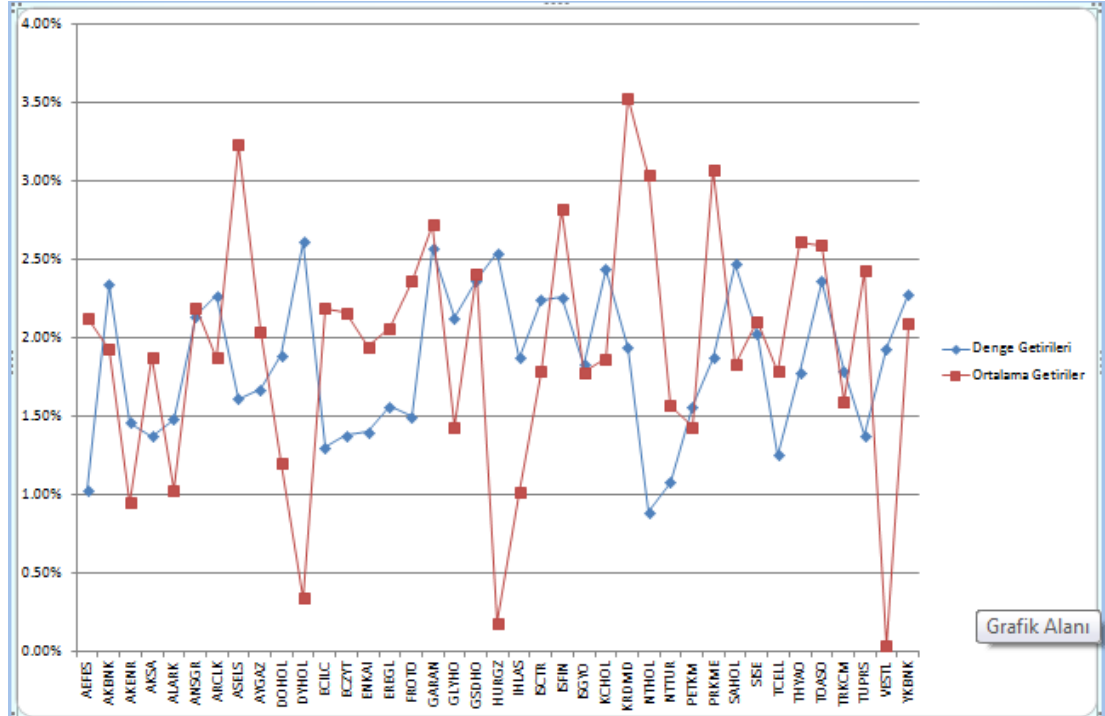
Black-Litterman Modeli’nin amacı, yatırımcıların çeşitli varlıkların getirileri hakkındaki beklentilerini Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli (SVFM) ile elde edilen piyasa denge getirilerini birleştirerek daha iyi-çeşitlendirilmiş optimal portföylerin oluşturulmasını sağlamaktır. Standart Ortalama-Varyans Optimizasyonu’nun en çok eleştirilen tarafı girdi hassasiyeti olmaktadır çünkü tarihsel getiriler değerlendirilmektedir. Ancak Black-Litterman Modeli’nde denge getirilerin hesaplanmasında kullanılan ters optimizasyon, bu varlıkların piyasa kapitilizasyon oranlarını içerdiğinden elde edilen getiri değerleri ortalama getirilerden daha tutarlı olmasını sağladığından girdi hassasiyetini indirmektedir. Bu durum yatırımcılar açısından koşullu getirilerin yani yatırımcı beklentilerinin belirtilmesinde ortalama getiriler yerine denge getirilerinin kullanılmasına neden olmaktadır. Böylece, Black-Litterman Modeli’nin ilk adımı olan denge getirilerinin hesaplanmasının önemi ortaya çıkmaktadır.

Tablo 11’de ise portföy kapsamındaki şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 tarihleri arasındaki tarihsel ağırlıkları, ortalama getirileri ve denge getirileri (Π) bir arada gösterilmiştir. Denge getiri vektörü Black-Litterman Modeli’nin ilk adımı olan birincil getirileri içerir. Bu getiriler yatırımcı beklentilerinin belirtilmesi için birincil bilgi niteliğindedir ve denge getirileri vektörü ile aynıdır. Yatırımcıların her bir varlık için herhangi bir beklentiye sahip olması ile bu bilgiler değişime uğrar ve nihai getirilere ulaşılır. Bu yatırımcı beklentilerinin optimal portföy seçimi sürecine dahil edilebilmesi ise Black-Litterman Modeli’nin en önemli kısmıdır. Yatırımcının hiçbir beklentisinin olmaması durumunda nihai getiriler yani Black-Litterman getirileri ($E(R)$) ile denge getirileri aynı olur.

Tablo 11. Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Ağırlıkları, Ortalama ve Denge Getirileri (II)

HİSSE KODU	AĞIRLIKLAR (%)	ORTALAMA GETİRİLER(%)	DENGE GETİRİLERİ (II)%
AEFES	4.70	2.13	1.03
AKBNK	13.23	1.93	2.34
AKENR	0.43	0.95	1.46
AKSA	0.33	1.88	1.37
ALARK	0.40	1.03	1.48
ANSGR	0.40	2.19	2.14
ARCLK	1.68	1.87	2.27
ASELS	0.29	3.23	1.61
AYGAZ	0.98	2.04	1.67
DOHOL	1.84	1.20	1.89
DYHOL	1.17	0.34	2.61
ECILC	0.45	2.19	1.30
ECZYT	0.18	2.16	1.38
ENKAI	2.18	1.95	1.40
EREGL	4.71	2.06	1.56
FROTO	1.43	2.36	1.50
GARAN	14.75	2.72	2.57
GLYHO	0.29	1.43	2.13
GSDHO	0.32	2.41	2.37
HURGZ	0.88	0.18	2.54
IHLAS	0.59	1.01	1.87
ISCTR	10.82	1.78	2.24
ISFIN	0.18	2.82	2.26
ISGYO	0.64	1.78	1.83
KCHOL	3.92	1.87	2.44
KRDMD	0.62	3.53	1.94
NTHOL	0.33	3.03	0.89
NTTUR	0.13	1.57	1.08
PETKM	0.88	1.43	1.56
PRKME	0.24	3.07	1.87
SAHOL	6.18	1.83	2.47
SISE	1.59	2.11	2.03
TCELL	8.12	1.79	1.25
THYAO	1.73	2.61	1.78
TOASO	1.09	2.59	2.36
TRKCM	0.74	1.60	1.79
TUPRS	5.95	2.43	1.38
VESTL	0.81	0.04	1.93
YKBNK	4.81	2.09	2.28
TOPLAM	100.00		

Şekil 11. Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Ortalama ve Denge Getirileri (II)



Şekil 11’de ise portföy kapsamındaki şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 tarihleri arasındaki ortalama getirileri ve denge getirileri (II) çizgi grafiği ile gösterilmiştir. Portföy kapsamındaki 39 şirketin denge getirileri (II) grafikte mavi çizgiler ile ortalama getiriler ise kırmızı çizgileri ile gösterilmiştir. Standart Ortalama-Varyans Modeli optimal portföy seçiminde ortalama getirileri kullanmaktadır. Black-Litterman Modeli’nde ise denge getirileri kullanılmaktadır. Denge getirileri Black-Litterman Modeli’nin ana denkleminde kullanıldığı gibi özellikle yatırımcı beklentilerinin belirlenmesinde bir gösterge olarak da kullanılmaktadır. Denge getirileri vektörü ile elde edilen birincil bilgiler doğrultusunda yatırımcı koşullu bilgileri oluşturabilmektedir. Bu koşullu bilgiler portföyde yer alan varlıkların biri veya hepsinin beklenti değerlerinden oluşmaktadır. Denge getirilerinin hesaplanmasından sonra yatırımcı beklentilerinin belirtilmesi ile modelin ikinci adımına geçilir.

3.5. YATIRIMCI BEKLENTİLERİNİN BELİRTİLMESİ

Black-Litterman Modeli'nin ikinci adımı, yatırımcı beklentilerinin belirtilmesidir. Çoğu araştırmacı tarafından Black-Litterman Modeli'nin en zor adımı olarak bilinen yatırımcı beklentilerinin hesaplanması denge getirileri doğrultusunda koşullu getirilerin oluşturulması ile ilgilidir. Bu adım, Black-Litterman Modeli'nin taktik varlık dağılımı kararları olarak adlandırılır ve böylece yatırımcıların varlıklar ile ilgili getirileri hakkında kısa vadeli beklentilerini ifade etmesi sağlanmaktadır. Yatırımcıların beklenti getirileri (Q) tahmini bir bilgi niteliğinde olup içsel, kişisel veya subjektif getiriler olarak da ifade edilir. Yatırımcının beklenen getiri vektörü (Q), yatırımcının portföyde yer alan her bir varlık hakkında tahmini beklenen getirilerini ifade eder. Black-Litterman Modeli ile bu beklentiler optimizasyon sürecine dahil edilebilmekte ve nihai getirilere yansıtılabilmektedir.

Yatırımcı beklentilerin belirtilmesinde ilk adım yatırımcı beklenti matrisinin oluşturulmasıdır çünkü bu matris yatırımcının herhangi bir varlık hakkında beklentisinin var olup olmadığını göstermektedir. Black-Litterman getirileri (E(R)) ana denkleminde bu matris P ile ifade edilmiştir ve hatta seçim matrisi olarak da adlandırılmaktadır. P matrisinde her sütun bir varlığı ve her satır bir beklentiye ifade etmektedir. Beklentilerin ifade edilmesi iki şekilde olmaktadır. Bunlar mutlak ve nispi beklentiler olup, sırasıyla satırların toplamı bir veya sıfıra eşit olmaktadır. Burada, Black-Litterman yönteminin yol haritasında gösterilen modelin ilk adımını yani stratejik varlık dağılımı kararlarını oluşturan denge getirileri vektörünün (II) P matrisinin oluşturulmasında önemli bir referans noktası olduğuna dikkat edilmelidir. Yatırımcı beklentileri ise Black-Litterman yönteminin yol haritasında gösterilen modelin ikinci adımıdır.

P matrisi, Black-Litterman Modeli'nin taktik varlık dağılımı kararlarını yani her yatırımcının subjektif beklentilerini matematiksel ve hesaplanabilir bir şekilde ifade edilmesini sağlamaktadır. Her yatırımcının varlıklar hakkında beklentileri kişisel olup, diğer hiçbir yatırımcıyla benzeşmez ya da benzeşmek zorunda değildir. Aynı zamanda bu beklentiler denge getirileri doğrultusunda olabileceği gibi sadece yatırımcının sezgileri ile ilgili de olabilir. Bu yüzden yatırımcının beklenen getirilerini (Q) oluştururken portföy içinde yer alan şirketlerin sektör dağılımı bilgisi

ile denge getirilerini tekrar gözden geçirmek amacıyla bu bilgiler Tablo 12’de birlikte sunulmuştur.

Tablo 12. Portföy Kapsamındaki Şirketlerin Sektörel Dağılımı ve Denge Getirileri (II)

HİSSE KODU	SEKTÖR	DENGE GETİRİLERİ (II)%
AEFES	İMALAT SANAYİ	1.03
AKBNK	MALİ KURULUŞLAR	2.34
AKENR	ELEKTRİK GAZ VE SU	1.46
AKSA	İMALAT SANAYİ	1.37
ALARK	MALİ KURULUŞLAR	1.48
ANSGR	MALİ KURULUŞLAR	2.14
ARCLK	İMALAT SANAYİ	2.27
ASELS	TEKNOLOJİ	1.61
AYGAZ	İMALAT SANAYİ	1.67
DOHOL	MALİ KURULUŞLAR	1.89
DYHOL	MALİ KURULUŞLAR	2.61
ECILC	MALİ KURULUŞLAR	1.30
ECZYT	MALİ KURULUŞLAR	1.38
ENKAI	İNŞAAT VE BAYINDIRLIK	1.40
EREGL	İMALAT SANAYİ	1.56
FROTO	İMALAT SANAYİ	1.50
GARAN	MALİ KURULUŞLAR	2.57
GLYHO	MALİ KURULUŞLAR	2.13
GSDHO	MALİ KURULUŞLAR	2.37
HURGZ	İMALAT SANAYİ	2.54
IHLAS	MALİ KURULUŞLAR	1.87
ISCTR	MALİ KURULUŞLAR	2.24
ISFIN	MALİ KURULUŞLAR	2.26
ISGYO	MALİ KURULUŞLAR	1.83
KCHOL	MALİ KURULUŞLAR	2.44
KRDMD	İMALAT SANAYİ	1.94
NTHOL	MALİ KURULUŞLAR	0.89
NTTUR	TOPTAN VE PERAKENDE TİCARET, OTEL VE LOKANTALAR	1.08
PETKM	İMALAT SANAYİ	1.56
PRKME	MADENCİLİK	1.87
SAHOL	MALİ KURULUŞLAR	2.47
SISE	MALİ KURULUŞLAR	2.03
TCELL	ULAŞTIRMA, HABERLEŞME VE DEPOLAMA	1.25
THYAO	ULAŞTIRMA, HABERLEŞME VE DEPOLAMA	1.78
TOASO	İMALAT SANAYİ	2.36
TRKCM	İMALAT SANAYİ	1.79
TUPRS	İMALAT SANAYİ	1.38
VESTL	İMALAT SANAYİ	1.93
YKBNK	MALİ KURULUŞLAR	2.28

Yatırımcının beklenen getiri vektörü (Q) yatırımcının sadece tahmini beklenen getiri değerlerini ifade etmektedir. Tablo 12’den yararlanarak yatırımcı herhangi bir varlık için tahmini beklenen getiri değerini belirtirken portföy içinde yer alan şirketlerin sektör dağılımını da dikkate alabilir. Daha önce de bahsedildiği gibi yatırımcı beklenti matrisi ile hem mutlak hem de nisbi beklentiler ifade edilebilmektedir. Bu yüzden, yatırımcı bir varlık hakkında tahmini getiri değeri öngörüsünde bulunduğu mutlak beklentiyi belirtmektedir. Ancak nisbi bir beklentiye sahip ise bir varlığın diğer varlıktan daha iyi bir performansa sahip olacağını ifade eder.

Araştırmada portföy kapsamındaki şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 tarihleri arasındaki denge getirileri doğrultusunda üç adet yatırımcı beklentisi oluşturulmuştur:

- *Yatırımcı Beklentisi 1:* Mali Kuruluşlar Sektörü’nde faaliyet gösteren Türkiye Garanti Bankası A.Ş.’nin hisse senedi getirileri Koç Holding A.Ş.’nin hisse senedi getirilerinden % 60 beklenti güvenilirliği ile % 0.10 getiri oranında daha iyi performans gösterecektir.
- *Yatırımcı Beklentisi 2:* İmalat Sanayi Sektörü’nde faaliyet gösteren Hürriyet Gazetecilik ve Matbacılık A.Ş.’nin hisse senedi getirileri Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş.’nin hisse senedi getirilerinden % 65 beklenti güvenilirliği ile % 1.15 getiri oranında daha iyi performans gösterecektir.
- *Yatırımcı Beklentisi 3:* İmalat Sanayi Sektörü’nde faaliyet gösteren Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.’nin hisse senedi getirileri Mali Kuruluşlar Sektörü’nde faaliyet gösteren Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.’nin hisse senedi getirilerinden % 55 beklenti güvenilirliği ile % 0.30 getiri oranında daha iyi performans gösterecektir.

Tablo 13’te yatırımcı beklentileri sırasıyla (B1), (B2) ve (B3) olarak ifade edilmiştir. Yatırımcı beklentileri tabloda sütun olarak gösterilmiştir. Satırlarda ise portföy kapsamındaki varlıklar gösterilmiştir. Yatırımcının beklentileri olmadığı varlıklar sıfır ile ifade edilmektedir. Araştırmada üç nispi yatırımcı beklentisi bulunduğundan her beklenti sütununun toplam değeri sıfıra eşittir.

Tablo 13. Denge Getirileri Doğrultusunda Oluşturulan Yatırımcı Beklentileri (P)

HİSSE KODU	ŞİRKET ADI	B1	B2	B3
AEFES	ANADOLU EFES BİRACILIK VE MALT SANAYİ A.Ş.	0	0	0
AKBNK	AKBANK T.A.Ş.	0	0	0
AKENR	AKENERJİ ELEKTRİK ÜRETİM A.Ş.	0	0	0
AKSA	AKSA AKRİLİK KİMYA SANAYİ A.Ş.	0	0	0
ALARK	ALARKO HOLDİNG A.Ş.	0	0	0
ANSGR	ANADOLU ANONİM TÜRK SİGORTA ŞİRKETİ	0	0	0
ARCLK	ARÇELİK A.Ş.	0	0	0
ASELS	ASELSAN ELEKTRONİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	0	0	0
AYGAZ	AYGAZ A.Ş.	0	0	0
DOHOL	DOĞAN ŞİRKETLER GRUBU HOLDİNG A.Ş.	0	0	0
DYHOL	DOĞAN YAYIN HOLDİNG A.Ş.	0	0	0
ECILC	EİS ECZACIBAŞI İLAÇ, SİNAİ VE FİNANSAL YATIRIMLAR SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	0	0	0
ECZYT	ECZACIBAŞI YATIRIM HOLDİNG ORTAKLIĞI A.Ş.	0	0	0
ENKAI	ENKA İNŞAAT A.Ş.	0	0	0
EREGL	EREĞLİ DEMİR VE ÇELİK FABRİKALARI T.A.Ş.	0	0	0
FROTO	FORD OTOMOTİV SANAYİ A.Ş.	0	0	0
GARAN	TÜRKİYE GARANTİ BANKASI A.Ş.	1	0	0
GLYHO	GLOBAL YATIRIM HOLDİNG A.Ş.	0	0	0
GSDHO	GSD HOLDİNG A.Ş.	0	0	0
HURGZ	HÜRRİYET GAZETECİLİK VE MATBAACILIK A.Ş.	0	1	0
IHLAS	İHLAS HOLDİNG A.Ş.	0	0	0
ISCTR	TÜRKİYE İŞ BANKASI A.Ş.	0	0	0
ISFIN	İŞ FİNANSAL KİRALAMA A.Ş.	0	0	0
ISGYO	İŞ GAYRİMENKUL YATIRIM ORTAKLIĞI A.Ş.	0	0	0
KCHOL	KOÇ HOLDİNG A.Ş.	-1	0	0
KRDMD	KARDEMİR KARABÜK DEMİR ÇELİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	0	0	0
NTHOL	NET HOLDİNG A.Ş.	0	0	0
NTTUR	NET TURİZM TİCARET VE SANAYİ A.Ş.	0	0	0
PETKM	PETKİM PETROKİMYA HOLDİNG A.Ş.	0	0	0
PRKME	PARK ELEKTRİK ÜRETİM MADENCİLİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	0	0	0
SAHOL	HACI ÖMER SABANCI HOLDİNG A.Ş.	0	0	0
SISE	TÜRKİYE ŞİŞE VE CAM FABRİKALARI A.Ş.	0	0	-1
TCELL	TURKCELL İLETİŞİM HİZMETLERİ A.Ş.	0	0	0
THYAO	TÜRK HAVA YOLLARI A.O.	0	0	0
TOASO	TOFAŞ TÜRK OTOMOBİL FABRİKASI A.Ş.	0	0	1
TRKCM	TRAKYA CAM SANAYİ A.Ş.	0	0	0
TUPRS	TÜPRAŞ-TÜRKİYE PETROL RAFİNERİLERİ A.Ş.	0	-1	0
VESTL	VESTEL ELEKTRONİK SANAYİ VE TİCARET A.Ş.	0	0	0
YKBNK	YAPI VE KREDİ BANKASI A.Ş.	0	0	0
TOPLAM		0	0	0

Tablo 13'te (B1) ile ifade edilen yatırımcı beklentisi nispi bir beklentidir. (B1) nispi bir beklenti olup P matrisinin birinci satırının toplamı sıfırdır. Yatırımcı bu beklentisine göre bir sonraki dönemde Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin Koç Holding A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden daha iyi bir performansa sahip olacağını öngörmektedir. Bundan dolayı yatırımcı Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senetleri için uzun pozisyon kararı verirken, Koç Holding A.Ş.'nin hisse senetleri için ise kısa pozisyon kararı vereceğini göstermektedir.

Yatırımcının son beklentisi ise (B3) ile ifade edilmiştir. Yatırımcının bu beklentisi yine nispi beklentiye ifade ettiğinden P matrisinin üçüncü satırının toplamı sıfırdır. Bu beklentiye göre yatırımcı bir sonraki dönemde Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden daha iyi bir performansa sahip olacağını öngörmektedir. Bundan dolayı yatırımcı Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senetleri için uzun pozisyon kararı verirken, Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senetleri için ise kısa pozisyon kararı vereceğini göstermektedir.

$$P = \begin{bmatrix} 0000000000000000000010000000-1000000 & 0 & 0000 & 0 & 00 \\ 00000000000000000000000010000 & 0 & 000000 & 0 & 0000-100 \\ 00000000000000000000000000000 & 0 & 000000 & -10010 & 0 & 00 \end{bmatrix}$$

Yatırımcı beklentilerini ifade eden P matrisinin oluşturulmasından sonra yatırımcının beklenti belirttiği varlıklara ait tahmini beklenen getiri matrisi olan Q matrisini belirtmesi gerekmektedir. Tahmini beklenen getiri matrisi olan Q bir sütun vektörü olup (kx1), yatırımcının her beklentisi için beklenen getirileri ifade eder. Yatırımcı beklenti matrisi (P) yatırımcının beklentisinin sadece varlığını ve niteliğini (mutlak veya nispi beklenti) ifade ettiğinden ayrıca bu beklentilerin değerlerinin belirtilmesi gerekmektedir. Bu değerler ise yatırımcının her bir varlık hakkındaki tahmini beklenen getirilerini ifade etmektedir. Aşağıdaki Q matrisi yatırımcının tahmini beklenen getirilerini ifade etmektedir:

$$Q = \begin{bmatrix} \% 0.10 \\ \% 1.15 \\ \% 0.30 \end{bmatrix}$$

P matrisinde birinci satırda 1 ile gösterilen Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin, yine aynı satırda -1 ile gösterilen Koç Holding A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden yatırımcının beklentisine göre % 0.10 daha iyi performans göstereceği öngörülmektedir. Bu durumda sırasıyla yükselen ve düşen beklentiyi ifade etmektedir. P matrisinde ikinci satırda 1 ile gösterilen Hürriyet Gazetecilik ve Matbacılık A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin yatırımcının beklentisine göre yine aynı satırda -1 ile gösterilen Tüpraş-Türkiye Petrol Rafineleri A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 1.15 daha iyi performans göstereceği öngörülmektedir. P matrisinde üçüncü satırda 1 ile gösterilen Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin yatırımcının beklentisine göre yine aynı satırda -1 ile gösterilen Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 0.30 daha iyi performans göstereceği öngörülmektedir.

Yatırımcı beklentilerini ifade eden P matrisinin ve bu beklentilerin değerlerini taşıyan Q vektörünü oluşturduktan sonra beklentilerin güvenilirlik oranı (c) belirlenir. Beklentilerin güvenilirliğini temsil eden vektör yatırımcı tarafından tespit edilir. Yatırımcının beklentilerinin güvenilirliğini ifade eden c vektörü (kx1) aşağıda gösterilmiştir:

$$c(\text{Beklentilerin Güvenilirlik Oranı}) = \begin{bmatrix} \% 60 \\ \% 65 \\ \% 55 \end{bmatrix}$$

Black-Litterman Modeli'nin taktik varlık dağılımı kararlarının belirsizliğini ifade eden beklentilerin varyans matrisini (Ω) hesaplamada gerekli olan son girdi ise

τ parametresinin elde edilmesidir. τ parametresinin hesaplanmasında Walters'ın (2009) makalesinde önerilen denklem kullanılmıştır.

$$\tau = \frac{1}{T-k} \quad (3.3)$$

Araştırmada 114 dönem ve 39 varlık bulunmaktadır. Yukarıdaki denklem kullanıldığında, τ parametresinin değeri aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır.

$$\tau \text{ parametresinin değeri } \tau = \frac{1}{114-39} = 0.01333 \text{ olarak bulunmuştur.}$$

3.6. BEKLENTİLERİN VARYANS MATRİSİNİN (Ω) HESAPLANMASI

Black-Litterman Modeli'nin ana denklemini uygulamak için gerekli olan son bilgi ise yatırımcının belirttiği beklentilerin varyans matrisinin (Ω) elde edilmesidir. Bu matriste, beklentilerin varyans matrisi (Ω) bir $k \times k$ matrisi olup, beklentilerdeki belirsizliği ifade eder ve Black-Litterman Modeli'nin en çok tartışılan kısmını oluşturur. Beklentilerin birbirleri ile korelasyonu olmadığı varsayıldığından kovaryanslar sıfır olmaktadır. Bu yüzden, bu matris diyagonal olup sadece varyanslardan oluşmaktadır. Eğer bir yatırımcı her beklentinin güvenilirlik oranını %100 olarak belirlerse, beklentilerin varyans matrisinin (Ω) tüm diyagonal elemanları sıfıra eşit olacaktır. Sütunlar ve satırlar beklentilerin sayısını ifade etmektedir. Black ve Litterman (1991) orijinal çalışmada beklentilerin varyansını nasıl elde ettiklerini belirtmemişlerdir. Ancak araştırmacılar beklentilerin varyans matrisini (Ω) hesaplarken çeşitli yöntemler uygulamışlardır.

Bu çalışmada Idzorek'ın (2005) çalışmada önerilen yöntem ile beklentilerin varyans matrisi hesaplanmıştır. Beklentilerin varyans matrisini (Ω) elde etmek için Matlab 8.0 (2012) programı kullanılarak aşağıdaki matris hesaplanmıştır:

$$\Omega = \begin{bmatrix} (p_1 \Sigma p_1') & 0 & 0 \\ 0 & (p_2 \Sigma p_2') & 0 \\ 0 & 0 & (p_3 \Sigma p_3') \end{bmatrix}$$

Yukarıdaki formül uygulandığında beklentilerin varyans matrisi Ω aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0.0063 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0154 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0123 \end{bmatrix}$$

Aşağıdaki tabloda beklenti portföyünün varyansları gösterilmiştir:

Tablo 14. Beklentilerin Varyans Değerleri

Beklenti	Denklem	Varyans(%)
1	$(p_1 \Sigma p'_1)$	0.63
2	$(p_1 \Sigma p'_1)$	1.54
3	$(p_1 \Sigma p'_1)$	1.23

Ancak, beklentilerin varyans matrisinin (Ω) Black-Litterman Modeli'nin ana denkleminde kullanılması için daha önce bahsedildiği gibi beklentilerin güvenilirlik oranları (c) ve τ parametresi ile beklenti varyanslarının düzenlenmesi gerekmektedir. Ayrıca, beklenti varyanslarının düzeltilmesi ile ilgili daha önce yapılan çalışmalarda formülize edilmiş hali bulunmamaktadır. Ancak, Idzorek (2005) çalışmasının Excel uygulaması incelendiğinde beklenti varyanslarının nasıl düzeltildiği incelenmiştir. Bu yüzden bu çalışmada da Idzorek'in yöntemi uygulanarak her bir beklenti varyansının düzeltme işlemi aşağıdaki matriste açıkça gösterilmiştir:

$$\Omega = \begin{bmatrix} (p_1 \Sigma p'_1) * \tau(\frac{1-c_1}{c_1}) & 0 & 0 \\ 0 & (p_2 \Sigma p'_2) * \tau(\frac{1-c_2}{c_2}) & 0 \\ 0 & 0 & (p_3 \Sigma p'_3) * \tau(\frac{1-c_3}{c_3}) \end{bmatrix}$$

Yukarıdaki formül beklentilerin varyans matrisine (Ω) uygulandığında beklentilerin varyans değerleri değişmektedir:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0.000056 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00011 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000134 \end{bmatrix}$$

Black-Litterman Modeli'nin ana denkleminde yukarıda elde edilen beklentilerin varyansı matrisi (Ω) kullanılmıştır. Ancak burada dikkat edilmesi gereken nokta Black-Litterman Modeli'nin ana denkleminde beklentilerin güvenilirliği diye ifade edilen bu matrisin dizey tersi (Ω^{-1}) kullanılmaktadır.

3.7. NİHAİ GETİRİLERİN HESAPLANMASI

Black-Litterman Modeli'nin stratejik varlık dağılımı kararlarını ifade eden denge getirileri ile taktik varlık dağılımı kararlarını ifade eden yatırımcı beklentilerinin birleştirilmesi ile yeni nihai getiriler elde edilir. Böylece, optimal portföy seçim sürecine yatırımcı beklentilerinin dahil edilmesini sağlayan Black-Litterman Modeli ile nihai getiriler elde edilerek portföyde yer alan varlıkların ağırlıkları revize edilebilir. Nihai getiriler ($E(R)$), aynı zamanda Black-Litterman getirileri olarak ifade edilebilir. Black-Litterman getirilerinin elde edilmesi daha önce tablo 4'te gösterildiği gibi iki bilginin birleştirilmesi sonucu elde edilir. Bu bilgilerden birincisi denge getirileri (Π) olarak ifade edilen birincil bilgilerdir. Birincil bilgiler doğrultusunda yatırımcı portföy kapsamındaki varlıklardan hepsi veya biri için nispi veya mutlak beklentiler belirtmektedir. Denge getirileri doğrultusunda belirtilen içsel ve kişisel yatırımcı beklentileri literatürde çoğunlukla koşullu bilgiler olarak ifade edilir. Bu iki bilginin birleştirilmesi işlemi literatürde ilk defa Black-Litterman Modeli ile gerçekleştirilmiştir. Black-Litterman getirilerini hesaplamak için kullanılan denklem aşağıda gösterilmiştir. Denklem (3.4)'te gösterilen tüm girdiler Matlab 8.0 (2012) programı uygulanarak Black-Litterman nihai getirileri elde edilir.

$$E(R) = [(\tau\Sigma)^{-1} + (P'\Omega^{-1}P)]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}Q] \quad (3.4)$$

Nihai getiriler elde edildikten sonra optimal portföy ağırlıklarına ulaşmak için portföy ağırlıkları revize edilmektedir. Yeni Black-Litterman nihai getiriler elde edildikten sonra bu getiri bilgilerine göre portföy içinde yer alan varlıkların yeni ağırlık değerlerini hesaplamak için kullanılan denklem ise aşağıda gösterilmiştir:

$$W_{BL} = (\delta\Sigma)^{-1}E(R) \quad (3.5)$$

Black-Litterman nihai getirileri sonucu ağırlıkların revize edilerek varlıkların yeni ağırlıklarını matematiksel olarak hesaplanabilmesi modelin sağlamlığını göstermektedir. Şimdiye kadar yapılmış çalışmalarda hem yatırımcı beklenti getirilerinin optimizasyon sürecine dahil edilebilmesi hem de bu işlem sonucunda elde edilen getiri bilgilerinden yola çıkarak portföy içinde yer alan varlıkların ağırlıklarını revize etmeyi sağlayan kantitatif bir yöntem kullanılmamıştır.

Tablo 15. Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Getiri Vektörleri ve Portföy Ağırlıkları

HİSSE KODU	Black-Litterman Getirileri E(R) %	Denge Getirileri (II) %	Fark II - E(R) %	Ağırlıklar (w) %	Yeni Ağırlıklar (w _{BL}) %
AEFES	1.02	1.03	0.01	4.70	4.70
AKBNK	2.33	2.34	0.01	13.23	13.23
AKENR	1.45	1.46	0.01	0.43	0.43
AKSA	1.36	1.37	0.01	0.33	0.33
ALARK	1.47	1.48	0.01	0.40	0.40
ANSGR	2.12	2.14	0.02	0.40	0.40
ARCLK	2.25	2.27	0.02	1.68	1.68
ASELS	1.61	1.61	0.00	0.29	0.29
AYGAZ	1.66	1.67	0.01	0.98	0.98
DOHOL	1.88	1.89	0.01	1.84	1.84
DYHOL	2.58	2.61	0.03	1.17	1.17
ECILC	1.29	1.30	0.01	0.45	0.45
ECZYT	1.38	1.38	0.00	0.18	0.18
ENKAI	1.40	1.40	0.00	2.18	2.18
EREGL	1.56	1.56	0.00	4.71	4.71
FROTO	1.49	1.50	0.01	1.43	1.43
GARAN	2.54	2.57	0.03	14.75	12.68
GLYHO	2.12	2.13	0.01	0.29	0.29
GSDHO	2.35	2.37	0.02	0.32	0.32
HURGZ	2.52	2.54	0.02	0.88	0.48
IHLAS	1.87	1.87	0.00	0.59	0.59
ISCTR	2.23	2.24	0.01	10.82	10.82
ISFIN	2.24	2.26	0.02	0.18	0.18
ISGYO	1.83	1.83	0.00	0.64	0.64
KCHOL	2.44	2.44	0.00	3.92	5.99
KRDMD	1.94	1.94	0.00	0.62	0.62
NTHOL	0.88	0.89	0.01	0.33	0.33
NTTUR	1.07	1.08	0.01	0.13	0.13
PETKM	1.55	1.56	0.01	0.88	0.88
PRKME	1.86	1.87	0.01	0.24	0.24
SAHOL	2.46	2.47	0.01	6.18	6.18
SISE	2.03	2.03	0.00	1.59	2.63
TCELL	1.25	1.25	0.00	8.12	8.12
THYAO	1.77	1.78	0.01	1.73	1.73
TOASO	2.33	2.36	0.03	1.09	0.05
TRKCM	1.79	1.79	0.00	0.74	0.74
TUPRS	1.37	1.38	0.01	5.95	6.35
VESTL	1.92	1.93	0.01	0.81	0.81
YKBNK	2.27	2.28	0.01	4.81	4.81
				100.00	100.00

Araştırmada portföy kapsamındaki şirketler hakkında üç adet yatırımcı beklentisi oluşturulmuştur. Bu yatırımcı beklentileri nispi beklentiler niteliğindedir. Araştırmanın sonuç ve bulguları değerlendirilirken tablo 15'te ikinci sütununda Black-Litterman nihai getirileri incelenmiştir. Nispi yatırımcı beklentileri belirtilirken yatırımcının portföyde yer alan varlıklardan birinin diğer varlığa göre getirisinin daha iyi performans göstereceği öngörülmüştü.

Yatırımcının birinci beklentisi incelendiğinde; yatırımcı Mali Kuruluşlar Sektörü'nde faaliyet gösteren Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin Koç Holding A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 60 beklenti güvenilirliği ile % 0.10 getiri oranında daha iyi performans göstereceğini öngörmektedir. Buna göre; tablo 15'in ikinci sütununda GARAN hisse kodu ile gösterilen Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri % 2.54, KCHOL hisse kodu ile gösterilen Koç Holding A.Ş.'nin hisse senedi getirileri ise % 2.44 olarak hesaplanmıştır. Sonuç olarak, nispi yatırımcı beklentisine göre Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri, Koç Holding A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 60 beklenti güvenilirliği ile % 0.10 getiri oranında daha iyi performans göstermiştir.

Yatırımcının ikinci beklentisi incelendiğinde; yatırımcı İmalat Sanayi Sektörü'nde faaliyet gösteren Hürriyet Gazetecilik ve Matbacılık A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 65 beklenti güvenilirliği ile % 1.15 getiri oranında daha iyi performans göstereceğini öngörmektedir. Buna göre; tablo 15'in ikinci sütununda HURGZ hisse kodu ile gösterilen Hürriyet Gazetecilik ve Matbacılık A.Ş.'nin hisse senedi getirileri % 2.52, TUPRS hisse kodu ile gösterilen Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş.'nin hisse senedi getirileri ise % 1.37 olarak hesaplanmıştır. Sonuç olarak, nispi yatırımcı beklentisine göre Hürriyet Gazetecilik ve Matbacılık A.Ş.'nin hisse senedi getirileri, Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 65 beklenti güvenilirliği ile % 1.15 getiri oranında daha iyi performans göstermiştir.

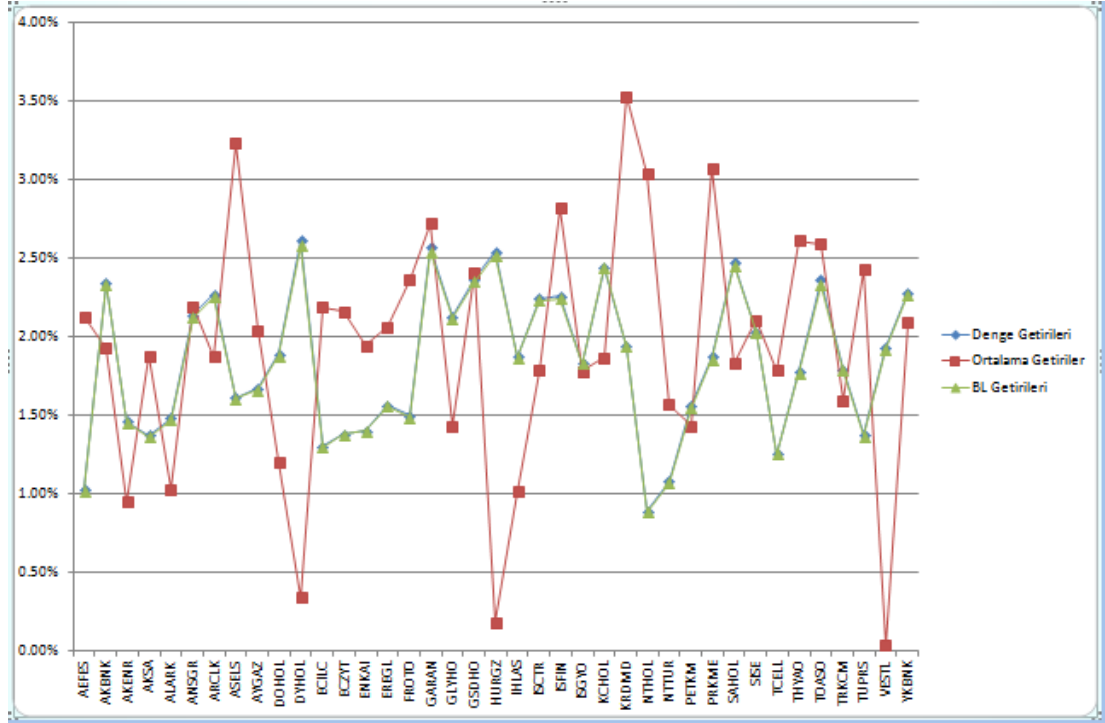
Yatırımcının üçüncü beklentisi incelendiğinde; yatırımcı İmalat Sanayi Sektörü'nde faaliyet gösteren Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin Mali Kuruluşlar Sektörü'nde faaliyet gösteren Türkiye Şişe ve Cam

Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 55 beklenti güvenilirliği ile % 0.30 getiri oranında daha iyi performans göstereceğini öngörmektedir. Buna göre; tablo 15'in ikinci sütununda TOASO hisse kodu ile gösterilen Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri % 2.33, SISE hisse kodu ile gösterilen Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senedi getirileri ise % 2.03 olarak hesaplanmıştır. Sonuç olarak, nispi yatırımcı beklentisine göre Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri Mali Kuruluşlar Sektörü'nde faaliyet gösteren Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 55 beklenti güvenilirliği ile % 0.30 getiri oranında daha iyi performans göstermiştir.

Tablo 15'in üçüncü sütununda ise Black-Litterman Modeli'nin birinci adımı olan denge getirileri verilmiştir. Tablo 15'te dördüncü sütun incelendiğinde ise yatırımcı beklentilerinin portföyde yer alan 39 varlıktan sadece 6 varlık hakkında olmasına rağmen, portföy kapsamındaki çoğu varlığın nihai getirisi denge getirisinden farklı ($\Pi-E(R)$) olmuştur. Tablo 15'in dördüncü sütununda bu fark sunulmuştur. Tek bir yatırımcı beklentisi bile portföy kapsamındaki diğer varlıkların nihai getirilerinin denge getirilerinden farklı olmasına sebep olur çünkü her bir getiri, Black-Litterman nihai getiriler denkleminde bulunan getirilerin kovaryans matrisi (Σ) aracılığıyla diğer getirilere bağlıdır.

Tablo 15'te altıncı sütunda gösterilen yeni ağırlık vektörü (w_{BL}) Black-Litterman getirileri vektörünün ($E(R)$) denklem (3.5)'e yerleştirilmesiyle hesaplanır. Black-Litterman Modeli'nin en güçlü yönlerinden biri bu sütununda ifade edilir, çünkü model portföy ağırlıklarını yatırımcı beklentileri doğrultusunda revize ederek portföyün toplam ağırlıklarına yansıtılabilmektedir. Portföy kapsamındaki varlıklardan yatırımcının beklenti belirttiği sadece altı varlığın ağırlığı orijinal ağırlıklarından farklı olmuştur. Tablo 15'in beşinci sütununda ise portföyde yer alan varlıklara ait piyasa ağırlıkları (w) bulunmaktadır. Yatırımcı beklentilerinin belirtildiği sadece altı varlığın ağırlıkları portföy kapsamında değişikliğe uğramıştır. Bu şirketler: Türkiye Garanti Bankası A.Ş., Koç Holding A.Ş., Hürriyet Gazetecilik ve Matbacılık A.Ş., Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş., Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş., ve Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'dir. Portföy kapsamındaki herhangi bir yatırımcı beklentisi belirtilmemiş şirketlerin ağırlıkları ise değişmemiştir.

Şekil 12. Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Ortalama, Denge (II) ve Nihai Getirileri



Şekil 12’de ise portföy kapsamındaki şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 tarihleri arasındaki ortalama getirileri, denge getirileri (II) ve nihai getirileri (E(R)) çizgi grafiği ile gösterilmiştir. Portföy kapsamındaki 39 şirketin ortalama getirileri grafikte kırmızı çizgilerle, denge getirileri (II) mavi çizgilerle ve Black-Litterman Modeli kullanılarak elde edilen nihai getiriler (E(R)) ise ile gösterilmiştir. Denge getirileri vektörü ile elde edilen birincil bilgiler doğrultusunda yatırımcı koşullu bilgileri oluşturabilmektedir. Bu koşullu bilgiler yatırımcı tarafından belirtilen portföyde yer alan varlıkların biri veya hepsinin beklenti değerlerinden oluşmaktadır. Denge getirileri ile yatırımcı tarafından belirlenen tahmini beklenen getiri değerlerinin birleştirilmesi sonucu elde edilen bilgiler yatırımcının portföy içinde yer alan varlıkların ağırlıklarını revize etmesini sağlamaktadır. Böylece yatırımcı kantitatif bir yöntemle portföyünü revize edebilmektedir.

3.8. BEKLENTİLERİN %100 GÜVENİLİRLİK ORANINDA NİHAİ GETİRİLERİN HESAPLANMASI

Black-Litterman Modeli'nin en önemli özelliği yatırımcının portföyde yer alan bazı varlıklar hakkında tahmini beklenen getiri değerlerini ifade eden beklentilerin optimal portföy seçimine dahil edebilmesini sağlamasıdır. Yatırımcı bir beklenti belirttiğinde her bir beklenti için % 0 ile % 100 arasında olan içsel güvenilirlik oranı (c) belirler. Yatırımcı tahmini beklenen getiri değeri için elbette % 100 kesinliğe de sahip olabilir. Yatırımcı tahmini beklenen getiri hakkında % 100 kesin olmadığında ise bu beklentilerin varyans değerlerine ihtiyaç duyulur. Bu durumda, Black-Litterman Modeli'nin ana denkleminde bulunan beklentilerin varyans matrisi (Ω) kullanılır. Ancak, yatırımcı tahmini beklenen getiri değerine % 100 güvenilirlik oranı belirlerse bu durumda beklentilerin belirsizliği ortadan kalkmış olur. Böylece, yatırımcı % 100 güvenilirlik oranı belirlediğinde Black-Litterman Modeli'nin ana denkleminde kullanılan beklentilerin varyansı matrisi (Ω) yeni nihai getirilerin hesaplanmasında kullanılmaz. Yatırımcı bütün beklentilerine % 100 güvenilirlik oranı belirlediğinde yeni birleştirilmiş getiri vektörünün Black-Litterman denklemi değişiklik gösterir:

$$E(R_{\%100}) = \Pi + \tau \Sigma P' (P \tau \Sigma P')^{-1} (Q - P \Pi) \quad (3.6)$$

Burada, $E(R_{\%100})$ Black-Litterman nihai getirilerinin % 100 güvenilirlik oranında beklenen getiri vektörünü ifade eder. Nihai getiriler elde edildikten sonra portföy ağırlıklarını revize edebilmek için yeni Black-Litterman ağırlıklarını hesaplamak için kullanılan deklemler ise aşağıda gösterilmiştir:

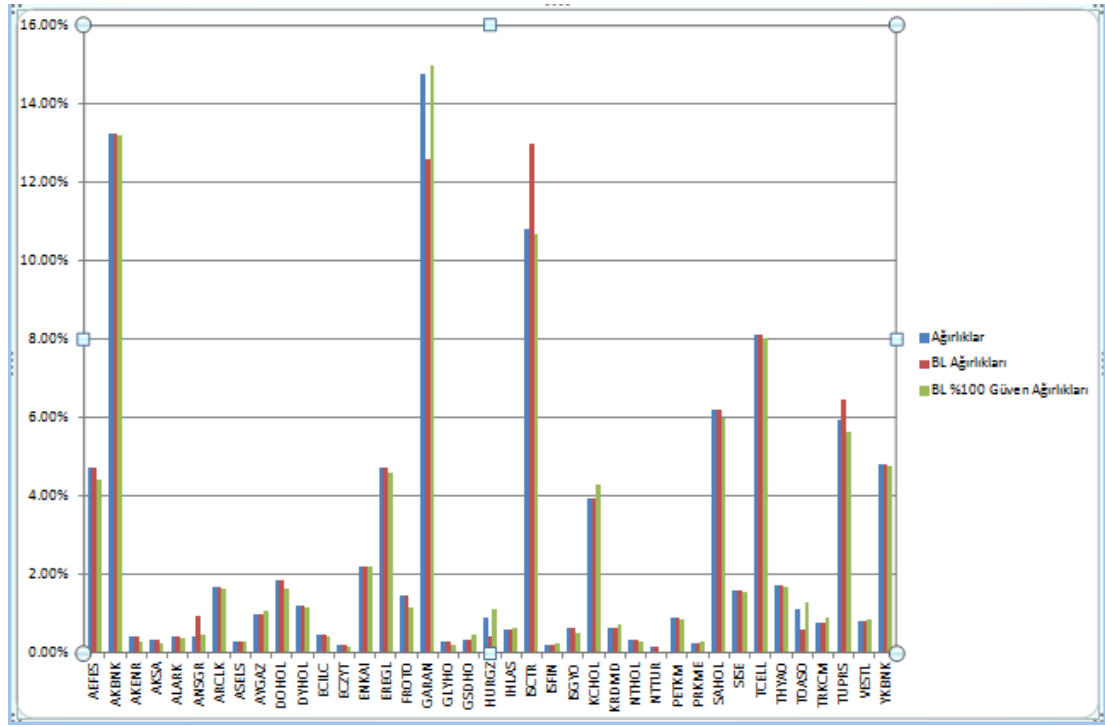
$$w_{\%100} = (\delta \Sigma)^{-1} E(R_{\%100}) \quad (3.7)$$

Daha önce beklentilerin varyans matrisi (Ω) kullanılarak elde edilen yeni birleştirilmiş getiri vektörü ($E(R)$) ve ağırlık vektörü (w_{BL}) hesaplanmıştı. Tablo 16'da portföy kapsamındaki her varlığın tarihsel ağırlıkları, yatırımcı tarafından belirlenen güvenilirlik oranlarına göre Black-Litterman Modeli ile elde edilmiş ağırlıkları ve son olarak % 100 güvenilirlik oranına göre Black-Litterman Modeli ile elde edilmiş ağırlıkları gösterilmiştir. Bu bağlamda, farklı beklenti güvenilirlik oranları (c) ile yatırımcı farklı beklenti varyansları elde ederek yeni birleştirilmiş getiri vektörünü hesaplayabilir ve böylece yeni portföy ağırlıklarına ulaşabilir.

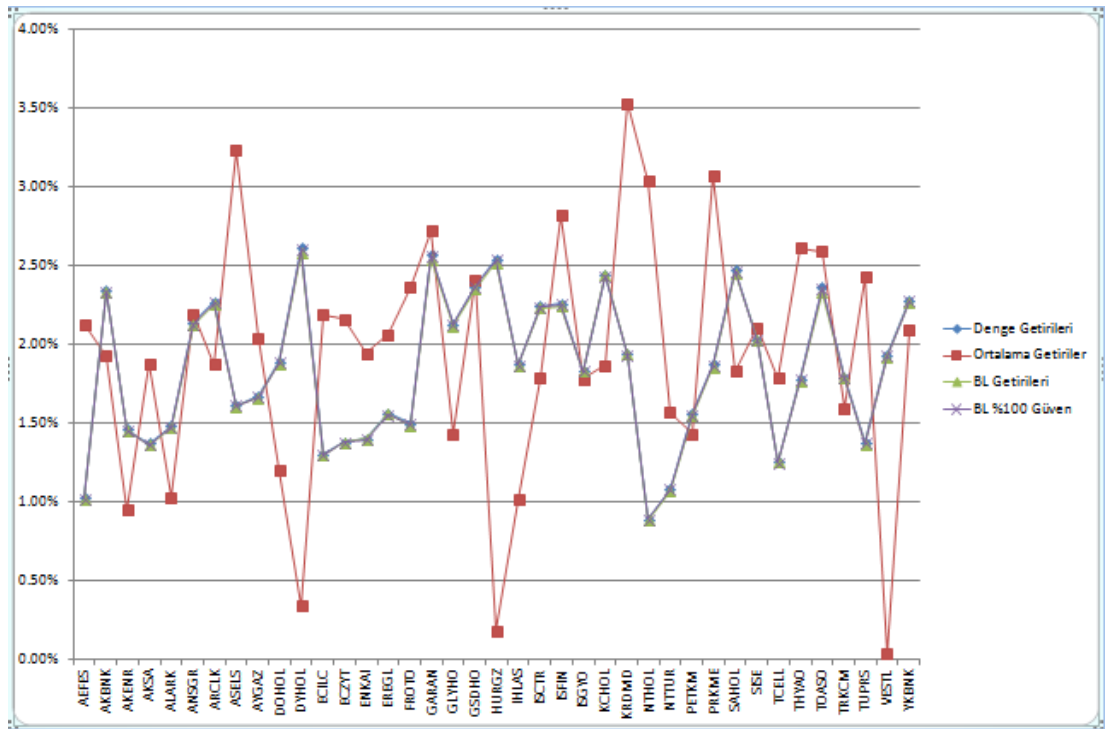
Tablo 16. Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında %100 Güvenilirlik Oranında Getirileri, Denge Getirileri ve Portföy Ağırlıkları

HİSSE KODU	Black-Litterman Getirileri $E(R_{\%100})$ %	Denge Getirileri (II)%	Fark II- $E(R_{\%100})$ %	Yeni Ağırlıklar $(w_{BL\%100})$ %	Ağırlıklar (w_{BL}) %	Ağırlıklar (w) %
AEFES	1.02	1.03	0.01	4.40	4.70	4.70
AKBNK	2.34	2.34	0.00	13.18	13.23	13.23
AKENR	1.45	1.46	0.01	0.27	0.43	0.43
AKSA	1.36	1.37	0.01	0.23	0.33	0.33
ALARK	1.47	1.48	0.01	0.36	0.40	0.40
ANSGR	2.13	2.14	0.01	0.47	0.40	0.40
ARCLK	2.27	2.27	0.00	1.61	1.68	1.68
ASELS	1.61	1.61	0.00	0.26	0.29	0.29
AYGAZ	1.66	1.67	0.01	1.06	0.98	0.98
DOHOL	1.88	1.89	0.01	1.65	1.84	1.84
DYHOL	2.60	2.61	0.01	1.15	1.17	1.17
ECILC	1.30	1.30	0.00	0.42	0.45	0.45
ECZYT	1.38	1.38	0.00	0.14	0.18	0.18
ENKAI	1.40	1.40	0.00	2.18	2.18	2.18
EREGL	1.55	1.56	0.01	4.59	4.71	4.71
FROTO	1.49	1.50	0.01	1.14	1.43	1.43
GARAN	2.57	2.57	0.00	15.00	12.78	14.75
GLYHO	2.13	2.13	0.00	0.19	0.29	0.29
GSDHO	2.37	2.37	0.00	0.48	0.32	0.32
HURGZ	2.54	2.54	0.00	1.11	0.47	0.88
IHLAS	1.87	1.87	0.00	0.61	0.59	0.59
ISCTR	2.24	2.24	0.00	10.68	10.82	10.82
ISFIN	2.26	2.26	0.00	0.24	0.18	0.18
ISGYO	1.83	1.83	0.00	0.51	0.64	0.64
KCHOL	2.43	2.44	0.01	4.28	5.89	3.92
KRDMD	1.93	1.94	0.01	0.73	0.62	0.62
NTHOL	0.89	0.89	0.00	0.28	0.33	0.33
NTTUR	1.08	1.08	0.00	0.03	0.13	0.13
PETKM	1.55	1.56	0.01	0.84	0.88	0.88
PRKME	1.86	1.87	0.01	0.29	0.24	0.24
SAHOL	2.46	2.47	0.01	5.99	6.18	6.18
SISE	2.02	2.03	0.01	1.54	1.59	1.59
TCELL	1.25	1.25	0.00	8.01	8.12	8.12
THYAO	1.77	1.78	0.01	1.66	1.73	1.73
TOASO	2.35	2.36	0.01	1.30	1.53	1.09
TRKCM	1.79	1.79	0.00	0.89	0.74	0.74
TUPRS	1.37	1.38	0.01	5.65	6.36	5.95
VESTL	1.93	1.93	0.00	0.85	0.81	0.81
YKBNK	2.27	2.28	0.01	4.76	4.37	4.81
				99.01	100.00	100.00

Şekil 13. Ağırlıklar (w), Black-Litterman Ağırlıkları (w_{BL}) ve %100 Güvenilirlik Ağırlıklarına Göre Portföy Dağılımları



Şekil 14. Portföy Kapsamındaki Şirketlerin 01/01/2004-30/06/2013 Tarihleri Arasında Ortalama Getirileri, Denge Getirileri (Π), Nihai Getirileri($E(R)$) ve %100 Güvenilirlik Oranında Nihai Getirileri ($E(R_{\%100})$)



3.9. YATIRIMCI BEKLENTİLERİNİN İNCELENMESİ

Araştırmada öncelikle yatırımcı beklentileri belirtilmiş ve bu beklentilere güvenilirlik oranları belirlenmiştir. Daha sonra Black-Litterman Modeli uygulanarak nihai getiriler hesaplanmış ve böylece portföy ağırlıkları revize edilmiştir. Ayrıca, belirtilen yatırımcı beklentilerinin %100 güvenilirlik oranına göre beklentilerin varyans matrisinin bulunmadığı Black-Litterman Modeli uygulanarak yeni nihai getiriler hesaplanmış ve bu getiriler doğrultusunda portföy ağırlıkları revize edilmiştir. Bu analizlerden sonra, yatırımcının tek bir beklentisinin ve bu beklentiye yatırımcı tarafından belirlenen güvenilirlik oranı (c) dikkate alınarak nihai getirilerin hesaplanması ve bu getiriler doğrultusunda portföy ağırlıklarının revize edilmesi için farklı bir denklem uygulanmaktadır. Tek bir yatırımcı beklentisinin ve bu beklentinin yatırımcı tarafından belirlenen güvenilirlik oranı dikkate alınarak Black-Litterman nihai getirileri vektörünü elde etmek için aşağıdaki denklem uygulanır:

$$E(R_k) = [(\tau\Sigma)^{-1} + (P_k' \Omega_k^{-1} P_k)]^{-1} [(\tau\Sigma)^{-1} \Pi + P_k' \Omega_k^{-1} Q_k] \quad (3.8)$$

Burada,

$E(R_k)$: k 'ninci beklentinin (nx1 sütun vektörü) güvenilirlik oranına göre nihai getiri vektörünü,

P_k : k 'ninci beklentide yer alan varlıkları tanımlayan 1xn satır vektörünü,

Ω_k : k 'ninci beklentinin varyansını,

Q_k : k 'ninci beklentiye (1x1) ifade eder.

Tek bir yatırımcı beklentisine göre ve bu beklentinin yatırımcı tarafından belirlenen güvenilirlik oranını dikkate alarak elde edilen nihai getiriler ile portföy ağırlıklarını revize etmek için kullanılan denklem aşağıda gösterilmiştir:

$$W_{BL,k} = (\delta\Sigma)^{-1} E(R_k) \quad (3.9)$$

$W_{BL,k}$: k 'ninci beklentiye göre revize edilen ağırlık vektörünü ifade eder.

Black-Litterman Modeli'nin en önemli özelliği yatırımcı beklentilerinin optimal portföy seçimine dahil edilebilmesidir. Yatırımcı bir beklenti belirttiğinde bu beklenti için içsel % 0 ile % 100 arasında bir güvenilirlik oranı (c) belirler. Yukarıdaki denklemlerde yatırımcının beklenti için belirttiği güvenilirlik oranı dikkate alınarak Black-Litterman Modeli uygulanmıştır. Ancak yatırımcı beklenti

için % 100 güvenilirlik oranı yani kesinlik belirttiğinde ise nihai getiriler vektörünü elde etmek için uygulanan Black-Litterman denklemi ise aşağıda gösterilmiştir:

$$E(R_{k,\%100}) = \Pi + \tau \Sigma P'_k (P_k \tau \Sigma P'_k)^{-1} (Q_k - P_k \Pi) \quad (3.10)$$

Burada,

$E(R_{k,\%100})$: k 'ninci beklentinin ($n \times 1$ sütun vektörü) % 100 güvenilirlik oranına göre beklenen getiri vektörünü,

P_k : k 'ninci beklentide yer alan varlıkları tanımlayan $1 \times n$ satır vektörünü,

Q_k : k 'ninci beklenti (1x1) ifade eder.

Bu denklem ile tek bir yatırımcı beklentisinin ele alındığı ve % 100 güvenilirlik oranına göre elde edilen nihai getiriler ile portföy ağırlıklarının revize edilmesi sağlanmaktadır. Yeni ağırlıkları hesaplamak için kullanılan denklem ise aşağıda gösterilmiştir:

$$w_{k,\%100} = (\delta \Sigma)^{-1} E(R_{k,\%100}) \quad (3.11)$$

$w_{k,\%100}$: k 'ninci beklentinin % 100 güvenilirlik oranına göre revize edilen ağırlık vektörünü ifade eder.

Her bir yatırımcı beklentisinin hem yatırımcı tarafından belirlenen güvenilirlik oranına hem de % 100 güvenilirlik oranına göre nihai getirileri ve ağırlıkları ayrı ayrı incelenmiştir.

Yatırımcı Beklentisi Birin İncelenmesi: Araştırmada yatırımcı birinci beklentisinde Mali Kuruluşlar Sektörü'nde faaliyet gösteren Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin Koç Holding A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 60 beklenti güvenilirliği ile % 0.10 getiri oranında daha iyi performans göstereceğini öngörmektedir. Sadece yatırımcı beklentisi bire göre Black-Litterman Modeli'ni uygulayarak elde edilen sonuçlar tablo 17'de sunulmuştur. Sadece yatırımcı beklentisi birin değerlendirilmesinde beklentinin yatırımcı tarafından belirlenen güvenilirlik oranı dikkate alınarak elde edilen nihai getiriler tablonun ikinci sütununda gösterilmiştir. Daha sonra bu nihai getiriler doğrultusunda ağırlıklar revize edilmiştir ve bunlar da tablonun üçüncü sütununda gösterilmiştir. Ayrıca sadece yatırımcı beklentisi birin kesinlik yani % 100 güvenilirlik oranına göre nihai getirileri hesaplanmıştır ve tablonun dördüncü sütununda gösterilmiştir. Böylece, portföy ağırlıkları yatırımcı beklentisinin kesinliği durumunda yeniden revize edilmiş ve tablonun beşinci sütununda gösterilmiştir.

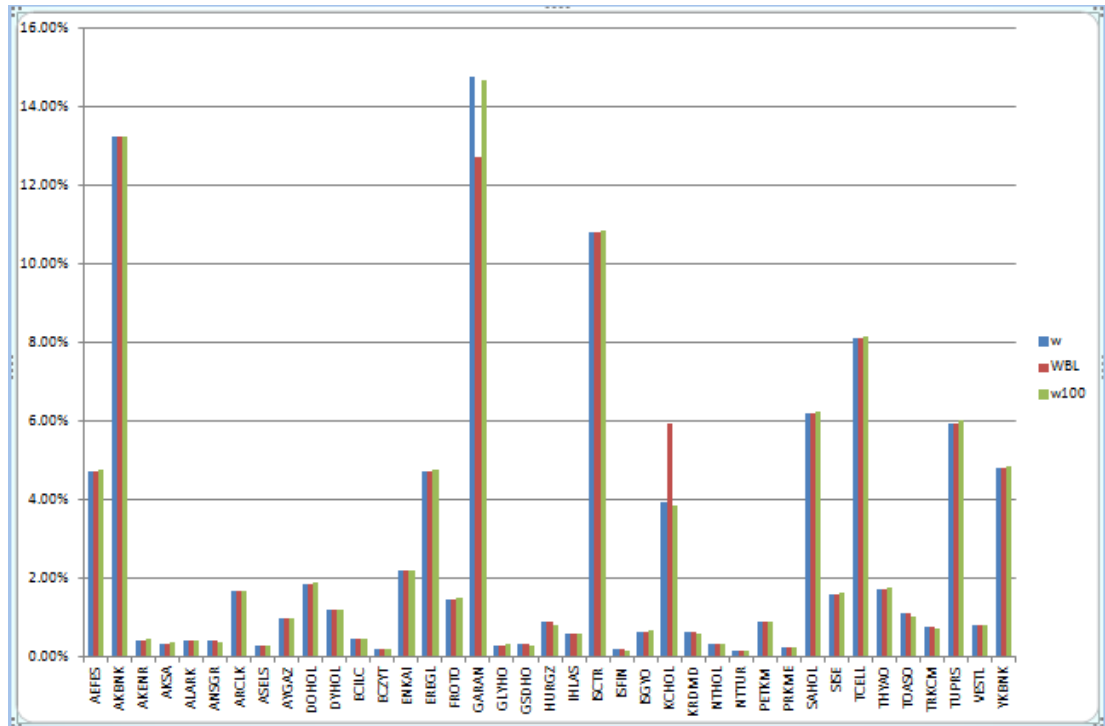
Tablo 17. Sadece Yatırımcı Beklentisi 1'in Black-Litterman Getirilerine ve Ağırlıklara Olan Etkisi

HİSSE KODU	E(R) %	w _{BL} (%)	E(R)%100 (%)	w _{%100} (%)	w (%)	Güvenilirlik Oranı (%)
AEFES	1.03	4.70	1.03	4.77	4.70	0.00
AKBNK	2.34	13.23	2.34	13.24	13.23	0.00
AKENR	1.46	0.43	1.46	0.47	0.43	0.00
AKSA	1.36	0.33	1.37	0.35	0.33	0.00
ALARK	1.48	0.40	1.48	0.41	0.40	0.00
ANSGR	2.13	0.40	2.14	0.38	0.40	0.00
ARCLK	2.27	1.68	2.27	1.69	1.68	0.00
ASELS	1.61	0.29	1.62	0.30	0.29	0.00
AYGAZ	1.67	0.98	1.67	0.96	0.98	0.00
DOHOL	1.89	1.84	1.89	1.88	1.84	0.00
DYHOL	2.60	1.17	2.61	1.18	1.17	0.00
ECILC	1.30	0.45	1.30	0.46	0.45	0.00
ECZYT	1.38	0.18	1.39	0.19	0.18	0.00
ENKAI	1.40	2.18	1.40	2.17	2.18	0.00
EREGL	1.56	4.71	1.56	4.74	4.71	0.00
FROTO	1.50	1.43	1.50	1.51	1.43	0.00
GARAN	2.55	12.73	2.57	14.69	14.75	60
GLYHO	2.13	0.29	2.13	0.31	0.29	0.00
GSDHO	2.37	0.32	2.37	0.28	0.32	0.00
HURGZ	2.54	0.88	2.54	0.82	0.88	0.00
IHLAS	1.88	0.59	1.88	0.58	0.59	0.00
ISCTR	2.24	10.82	2.24	10.85	10.82	0.00
ISFIN	2.25	0.18	2.26	0.16	0.18	0.00
ISGYO	1.84	0.64	1.83	0.67	0.64	0.00
KCHOL	2.45	5.94	2.44	3.83	3.92	60
KRDMD	1.94	0.62	1.94	0.59	0.62	0.00
NTHOL	0.90	0.33	0.90	0.34	0.33	0.00
NTTUR	1.07	0.13	1.08	0.17	0.13	0.00
PETKM	1.55	0.88	1.56	0.89	0.88	0.00
PRKME	1.87	0.24	1.87	0.23	0.24	0.00
SAHOL	2.47	6.18	2.47	6.23	6.18	0.00
SISE	2.03	1.59	2.03	1.61	1.59	0.00
TCELL	1.25	8.12	1.26	8.15	8.12	0.00
THYAO	1.78	1.73	1.78	1.74	1.73	0.00
TOASO	2.36	1.09	2.36	1.03	1.09	0.00
TRKCM	1.79	0.74	1.79	0.71	0.74	0.00
TUPRS	1.37	5.95	1.38	6.03	5.95	0.00
VESTL	1.93	0.81	1.93	0.79	0.81	0.00
YKBNK	2.28	4.81	2.28	4.83	4.81	0.00
		100.00		100.27	100.00	0.00

Tablo 17'nin ikinci sütununda GARAN hisse kodu ile gösterilen Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri % 2.55, KCHOL hisse kodu ile gösterilen Koç Holding A.Ş.'nin hisse senedi getirileri ise % 2.45 olarak hesaplanmıştır. Sonuç olarak, nispi yatırımcı beklentisine göre Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri Koç Holding A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 60 beklenti güvenilirliği ile % 0.10 getiri oranında daha iyi performans göstermiştir. Tablo 17'nin dördüncü sütununda ise yatırımcı beklentisi birin % 100 güvenilirlik oranına göre nihai getirileri sunulmuştur. % 100 güvenilirlik oranında Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri % 2.57, Koç Holding A.Ş.'nin hisse senedi getirileri ise % 2.44 olarak bulunmuştur.

Sonuç olarak, yatırımcı beklentisi birin % 100 güvenilirlik oranında yani kesinlik durumunda nispi beklenti olarak öngörülen % 0.10 getiri oranından daha iyi performans göstermiştir. Bu durumda, % 100 güvenilirlik oranında Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri, Koç Holding A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 0.13 getiri oranında daha iyi performans göstermiştir.

Şekil 15. Sadece Yatırımcı Beklentisi 1'in Ağırlıklara (w), Black-Litterman Ağırlıklarına (w_{BL}) ve %100 Güvenilirlik Ağırlıklarına Dayalı Portföy Dağılımları



Sadece yatırımcı beklentisi bire göre portföy kapsamındaki varlıkların portföy içindeki ağırlıklarının dağılımları ise şekil 15'te gösterilmiştir. Bu şekilde, her varlığın tarihsel ağırlıkları mavi çubuklar ile gösterilmiştir. Yatırımcı tarafından belirlenen güvenilirlik oranına göre elde edilmiş ağırlıklar ise kırmızı çubuklar ile gösterilmiştir. Son olarak da %100 güvenilirlik oranına göre Black-Litterman Modeli uygulanarak elde edilen ağırlıklar ise yeşil çubuklarla gösterilmiştir.

Yatırımcı Beklentisi İkinci İncelenmesi: Araştırmada yatırımcı ikinci beklentisinde İmalat Sanayi Sektörü'nde faaliyet gösteren Hürriyet Gazetecilik ve Matbaacılık A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 65 beklenti güvenilirliği ile % 1.15 getiri oranında daha iyi performans göstereceğini öngörmektedir. Sadece bu beklentiye göre Black-Litterman Modeli'ni uygulayarak elde edilen sonuçlar tablo 18'de sunulmuştur. Sadece yatırımcı beklentisi ikinin değerlendirilmesinde beklentinin yatırımcı tarafından belirlenen güvenilirlik oranı dikkate alınarak elde edilen nihai getiriler tablonun ikinci sütununda gösterilmiştir. Daha sonra bu nihai getiriler doğrultusunda ağırlıklar revize edilmiştir ve bunlar da tablonun üçüncü sütununda gösterilmiştir. Ayrıca sadece yatırımcı beklentisi ikinin kesinlik yani %100 güvenilirlik oranına göre nihai getirileri hesaplanmıştır ve tablonun dördüncü sütununda gösterilmiştir. Böylece, portföy ağırlıkları yatırımcı beklentisinin kesinliği durumunda yeniden revize edilmiş ve tablonun beşinci sütununda gösterilmiştir.

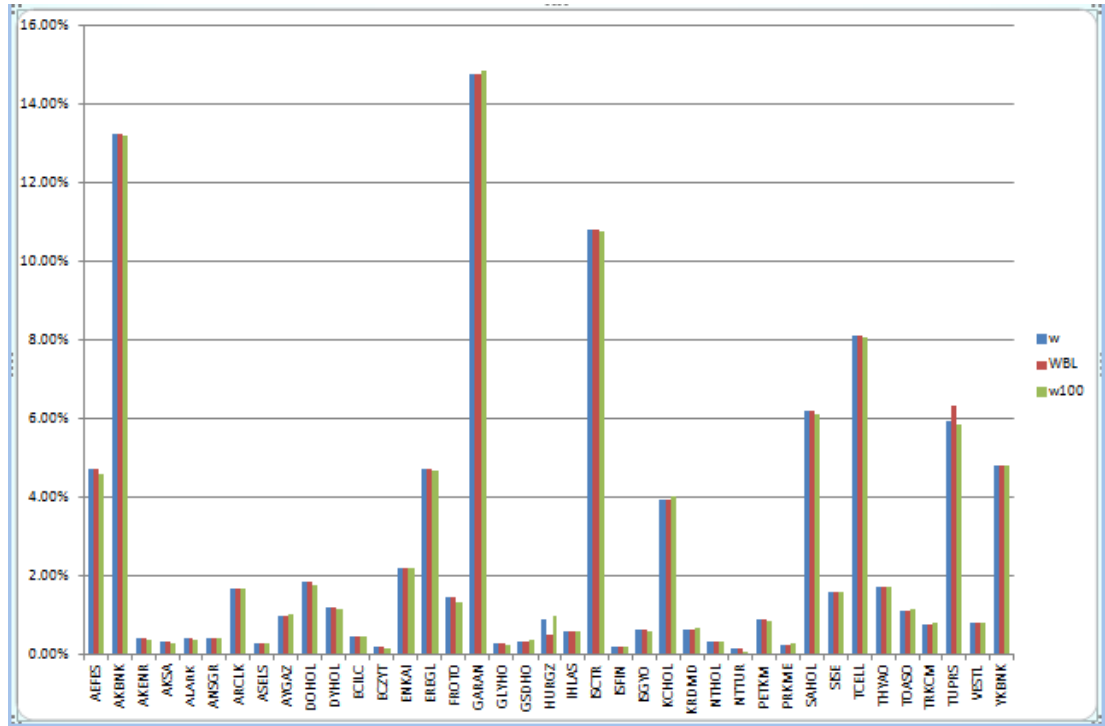
Tablo 18'in ikinci sütununda HURGZ hisse kodu ile gösterilen Hürriyet Gazetecilik ve Matbaacılık A.Ş.'nin hisse senedi getirileri % 2.53, TUPRS hisse kodu ile gösterilen Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş.'nin hisse senedi getirileri ise % 1.38 olarak hesaplanmıştır. Sonuç olarak, nispi yatırımcı beklentisine göre Hürriyet Gazetecilik ve Matbaacılık A.Ş.'nin hisse senedi getirileri Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 65 beklenti güvenilirliği ile % 1.15 getiri oranında daha iyi performans göstermiştir. Tablo 18'in dördüncü sütununda ise yatırımcı beklentisi ikinin %100 güvenilirlik oranına göre nihai getirileri sunulmuştur. Bu sütunda ise Hürriyet Gazetecilik ve Matbaacılık A.Ş.'nin hisse senedi getirileri % 2.54, Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin ise % 1.37 olarak bulunmuştur.

Tablo 18. Sadece Yatırımcı Beklentisi 2'nin Black-Litterman Getirilerine ve Ağırlıklara Olan Etkisi

HİSSE KODU	E(R) %	w _{BL} (%)	E(R)%100 (%)	w%100 (%)	w (%)	Güvenilirlik Oranı (%)
AEFES	1.02	4.70	1.02	4.60	4.70	0.00
AKBNK	2.34	13.23	2.34	13.21	13.23	0.00
AKENR	1.45	0.43	1.46	0.38	0.43	0.00
AKSA	1.36	0.33	1.36	0.29	0.33	0.00
ALARK	1.48	0.40	1.48	0.39	0.40	0.00
ANSGR	2.13	0.40	2.13	0.42	0.40	0.00
ARCLK	2.27	1.68	2.27	1.66	1.68	0.00
ASELS	1.61	0.29	1.61	0.28	0.29	0.00
AYGAZ	1.67	0.98	1.67	1.01	0.98	0.00
DOHOL	1.88	1.84	1.89	1.77	1.84	0.00
DYHOL	2.59	1.17	2.60	1.17	1.17	0.00
ECILC	1.30	0.45	1.30	0.44	0.45	0.00
ECZYT	1.38	0.18	1.38	0.17	0.18	0.00
ENKAI	1.40	2.18	1.40	2.18	2.18	0.00
EREGL	1.56	4.71	1.56	4.67	4.71	0.00
FROTO	1.49	1.43	1.50	1.34	1.43	0.00
GARAN	2.57	14.75	2.57	14.83	14.75	0.00
GLYHO	2.13	0.29	2.13	0.26	0.29	0.00
GSDHO	2.37	0.32	2.37	0.37	0.32	0.00
HURGZ	2.53	0.49	2.54	0.96	0.88	0.00
IHLAS	1.87	0.59	1.87	0.60	0.59	65
ISCTR	2.24	10.82	2.24	10.77	10.82	0.00
ISFIN	2.26	0.18	2.26	0.20	0.18	0.00
ISGYO	1.83	0.64	1.83	0.60	0.64	0.00
KCHOL	2.43	3.92	2.44	4.04	3.92	0.00
KRDMD	1.93	0.62	1.94	0.65	0.62	0.00
NTHOL	0.89	0.33	0.89	0.31	0.33	0.00
NTTUR	1.08	0.13	1.08	0.08	0.13	0.00
PETKM	1.55	0.88	1.55	0.86	0.88	0.00
PRKME	1.87	0.24	1.87	0.26	0.24	0.00
SAHOL	2.46	6.18	2.47	6.11	6.18	0.00
SISE	2.02	1.59	2.03	1.58	1.59	0.00
TCELL	1.25	8.12	1.25	8.08	8.12	0.00
THYAO	1.77	1.73	1.78	1.71	1.73	0.00
TOASO	2.35	1.09	2.36	1.16	1.09	0.00
TRKCM	1.79	0.74	1.79	0.79	0.74	0.00
TUPRS	1.38	6.34	1.37	5.85	5.95	65
VESTL	1.93	0.81	1.93	0.82	0.81	0.00
YKBNK	2.28	4.81	2.28	4.80	4.81	0.00
		100.00		99.65	100.00	0.00

Sonuç olarak, yatırımcı beklentisi ikinin % 100 güvenilirlik oranında yani kesinlik durumunda nispi beklenti olarak öngörülen % 1.15 getiri oranından daha iyi performans göstermiştir. Bu durumda, % 100 güvenilirlik oranında Hürriyet Gazetecilik ve Matbaacılık A.Ş.’nin hisse senedi getirileri, Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş.’nin hisse senedi getirilerinden % 1.17 getiri oranında daha iyi performans göstermiştir.

Şekil 16. Sadece Yatırımcı Beklentisi 2’nin Ağırlıklara (w), Black-Litterman Ağırlıklarına (w_{BL}) ve %100 Güvenilirlik Ağırlıklarına Dayalı Portföy Dağılımları



Sadece yatırımcı beklentisi ikiye göre portföy kapsamındaki varlıkların portföy içindeki ağırlıklarının dağılımları ise şekil 16’da gösterilmiştir. Bu şekilde, her varlığın tarihsel ağırlıkları mavi çubuklar ile gösterilmiştir. Yatırımcı tarafından belirlenen güvenilirlik oranına göre elde edilmiş ağırlıklar ise kırmızı çubuklar ile gösterilmiştir. Son olarak da % 100 güvenilirlik oranına göre Black-Litterman Modeli uygulanarak elde edilen ağırlıklar ise yeşil çubuklarla gösterilmiştir.

Yatırımcı Beklentisi Üçün İncelenmesi: Araştırmada yatırımcı üçüncü beklentisinde İmalat Sanayi Sektörü'nde faaliyet gösteren Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin Mali Kuruluşlar Sektörü'nde faaliyet gösteren Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 55 beklenti güvenilirliği ile % 0.30 getiri oranında daha iyi performans göstereceğini öngörmektedir. Sadece bu beklentiye göre Black-Litterman Modeli'ni uygulayarak elde edilen sonuçlar tablo 19'da sunulmuştur. Sadece yatırımcı beklentisi için değerlendirilmesinde beklentinin yatırımcı tarafından belirlenen güvenilirlik oranı dikkate alınarak elde edilen nihai getiriler tablonun ikinci sütununda gösterilmiştir. Daha sonra bu nihai getiriler doğrultusunda ağırlıklar revize edilmiştir ve bunlar da tablonun üçüncü sütununda gösterilmiştir. Ayrıca sadece yatırımcı beklentisi için kesinlik yani % 100 güvenilirlik oranına göre nihai getirileri hesaplanmıştır ve tablonun dördüncü sütununda gösterilmiştir. Böylece, portföy ağırlıkları yatırımcı beklentisinin kesinliği durumunda yeniden revize edilmiş ve tablonun beşinci sütununda gösterilmiştir.

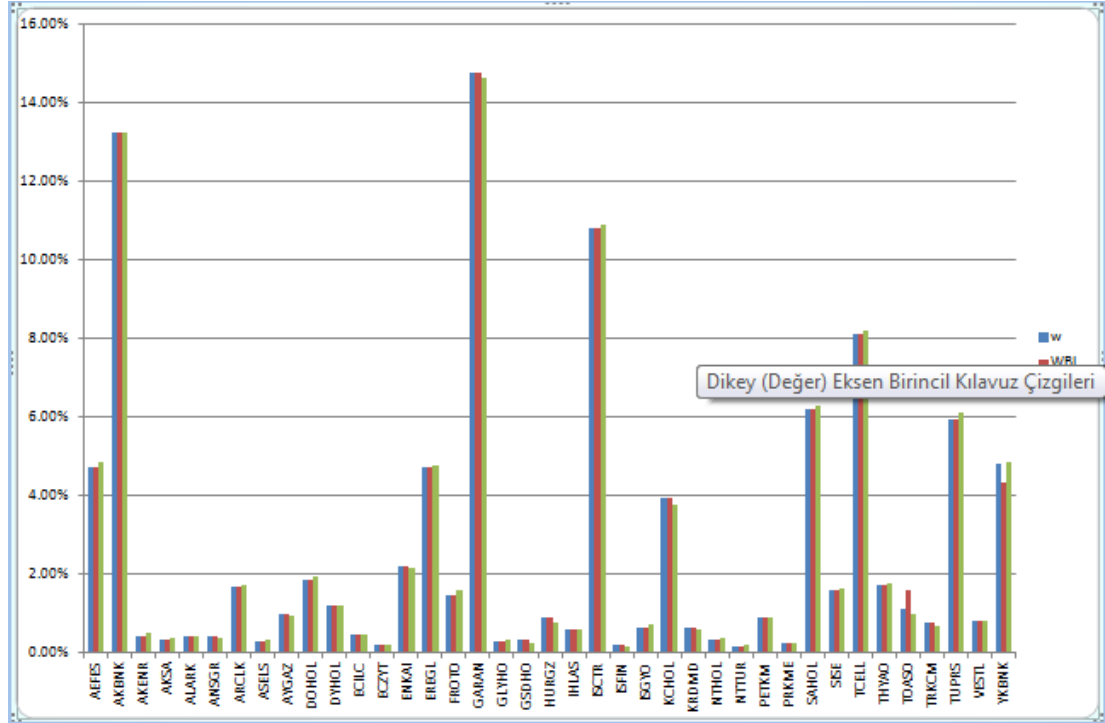
Tablo 19'un ikinci sütununda TOASO hisse kodu ile gösterilen Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri % 2.37, SISE hisse kodu ile gösterilen Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senedi getirileri ise % 2.03 olarak hesaplanmıştır. Sonuç olarak, nispi yatırımcı beklentisine göre Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 55 beklenti güvenilirliği ile % 0.34 getiri oranında daha iyi performans göstermiştir. Tablo 19'un dördüncü sütununda ise yatırımcı beklentisi için % 100 güvenilirlik oranına göre nihai getirileri sunulmuştur. Bu sütunda ise Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri % 2.36, Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin ise % 2.03 olarak bulunmuştur.

Sonuç olarak, yatırımcı beklentisi birin % 100 güvenilirlik oranında yani kesinlik durumunda nispi beklenti olarak öngörülen % 0.30 getiri oranından daha iyi performans göstermiştir. Bu durumda, % 100 güvenilirlik oranında Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri, Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 0.33 getiri oranında daha iyi performans göstermiştir.

Tablo 19. Sadece Yatırımcı Beklentisi 3'ün Black-Litterman Getirilerine ve Ağırlıklara Olan Etkisi

HİSSE KODU	E(R) %	w _{BL} (%)	E(R)%100 (%)	w _{%100} (%)	w (%)	Güvenilirlik Oranı (%)
AEFES	1.03	4.70	1.03	4.83	4.70	0.00
AKBNK	2.34	13.23	2.35	13.25	13.23	0.00
AKENR	1.46	0.43	1.46	0.51	0.43	0.00
AKSA	1.37	0.33	1.37	0.37	0.33	0.00
ALARK	1.48	0.40	1.48	0.42	0.40	0.00
ANSGR	2.14	0.40	2.14	0.37	0.40	0.00
ARCLK	2.28	1.68	2.27	1.71	1.68	0.00
ASELS	1.62	0.29	1.62	0.30	0.29	0.00
AYGAZ	1.67	0.98	1.67	0.94	0.98	0.00
DOHOL	1.89	1.84	1.89	1.92	1.84	0.00
DYHOL	2.61	1.17	2.61	1.19	1.17	0.00
ECILC	1.31	0.45	1.30	0.47	0.45	0.00
ECZYT	1.39	0.18	1.39	0.20	0.18	0.00
ENKAI	1.40	2.18	1.40	2.17	2.18	0.00
EREGL	1.56	4.71	1.56	4.77	4.71	0.00
FROTO	1.50	1.43	1.50	1.57	1.43	0.00
GARAN	2.57	14.75	2.57	14.64	14.75	0.00
GLYHO	2.13	0.29	2.13	0.33	0.29	0.00
GSDHO	2.37	0.32	2.37	0.25	0.32	0.00
HURGZ	2.55	0.88	2.54	0.77	0.88	0.00
IHLAS	1.88	0.59	1.88	0.58	0.59	0.00
ISCTR	2.24	10.82	2.24	10.88	10.82	0.00
ISFIN	2.26	0.18	2.26	0.15	0.18	0.00
ISGYO	1.83	0.64	1.84	0.70	0.64	0.00
KCHOL	2.44	3.92	2.44	3.75	3.92	0.00
KRDMD	1.94	0.62	1.94	0.57	0.62	0.00
NTHOL	0.90	0.33	0.90	0.35	0.33	0.00
NTTUR	1.08	0.13	1.08	0.20	0.13	0.00
PETKM	1.56	0.88	1.56	0.89	0.88	0.00
PRKME	1.87	0.24	1.87	0.22	0.24	0.00
SAHOL	2.47	6.18	2.47	6.27	6.18	0.00
SISE	2.03	1.59	2.03	1.62	1.59	55
TCELL	1.25	8.12	1.26	8.18	8.12	0.00
THYAO	1.78	1.73	1.78	1.76	1.73	0.00
TOASO	2.37	1.57	2.36	0.99	1.09	55
TRKCM	1.79	0.74	1.79	0.68	0.74	0.00
TUPRS	1.38	5.95	1.38	6.10	5.95	0.00
VESTL	1.94	0.81	1.93	0.78	0.81	0.00
YKBNK	2.27	4.33	2.28	4.84	4.81	0.00
		100.00		100.49	100.00	0.00

Şekil 17. Sadece Yatırımcı Beklentisi 3'ün Ağırlıklara (w), Black-Litterman Ağırlıklarına (w_{BL}) ve %100 Güvenilirlik Ağırlıklarına Dayalı Portföy Dağılımları



Sadece yatırımcı beklentisi üçe göre portföy kapsamındaki varlıkların portföy içindeki ağırlıklarının dağılımları ise şekil 17’de gösterilmiştir. Bu şekilde, her varlığın tarihsel ağırlıkları mavi çubuklar ile gösterilmiştir. Yatırımcı tarafından belirlenen güvenilirlik oranına göre elde edilmiş ağırlıklar ise kırmızı çubuklar ile gösterilmiştir. Son olarak da % 100 güvenilirlik oranına göre Black-Litterman Modeli uygulanarak elde edilen ağırlıklar ise yeşil çubuklarla gösterilmiştir. Böylece, portföy kapsamındaki varlıkların ağırlıklarında meydana gelen değişimler gözlenebilmektedir.

Her bir yatırımcı beklentisinin detaylı olarak incelendiği tablolarda ikinci sütunda gösterilen getiriler yatırımcının sadece tek beklentisinin değerlendirildiği durumdaki Black-Litterman nihai getirileridir. Yatırımcının sadece tek beklentisine ait olan yeni ağırlıkları ise üçüncü sütunda gösterilmektedir. Yatırımcının tek bir beklentisinin güvenilirlik oranının % 100 kesinliği değerlendirildiğinde ise sonuçlar farklılık göstermektedir. Yatırımcının tek beklentisinin % 100 güvenilirlik oranına göre Black-Litterman nihai getirileri ise dördüncü sütunda gösterilmektedir. Yine

yatırımcı görüşünün %100 güvenilirlik oranına göre yeni ağırlıklar ise beşinci sütunda gösterilmektedir.

SONUÇ

Markowitz'in 1952 yılında yayınlanan "Portföy Seçimi" adlı makalesi portföy yönetimi ve buna bağlı olarak da optimal portföy seçimi konusunda bir dönüm noktası olmuştur. Markowitz'in makalesinde çeşitlendirmenin temelini oluşturan Ortalama-Varyans Optimizasyonu, belirlenen risk seviyesinde maksimum getirili veya belirlenen getiri seviyesinde minimum riskli varlıklardan optimal portföyün seçim süreci matematiksel bir işleme dayandırılmaktadır. Bu optimizasyonun yaygın olarak kullanılabilmesi için bilgisayar ve iletişim teknolojisinin gelişmesi gerekmiştir. Bu yüzden de Markowitz bu çalışmayı 1952'de yaptığı halde, modelin yaygın kullanımı 1980'lerin sonunu bulmuştur.

Standart Ortalama-Varyans Optimizasyonu uzun vadeli portföy oluşturmada kullanılabilecek optimum varlıkların portföy içerisinde yer almasını sağlamaktadır. Ancak, bu yöntemle oluşturulan portföylerin de gerek duyulduğunda kısa vadeli beklentilerdeki değişiklikleri yansıtacak şekilde güncellenmesi gerekmektedir. Markowitz Ortalama-Varyans Modeli'ne getirilen diğer eleştiriler ise aşırı yoğunlaşmış portföylerin oluşturulması, girdi hassasiyeti ve tahmin hatası maksimizasyonudur. Bu yönleri ile eleştirilen standart Markowitz Ortalama-Varyans Modeli'ni geliştirmek ve yatırımcı beklentilerini optimal portföy seçim sürecine yansıtmak isteyen Fisher Black ve Robert Litterman tarafından kendi isimleri ile anılan Black-Litterman Modeli'ni 1990'lı yıllarda kendi çalışmalarında kullanmışlardır. Böylece, Black-Litterman Modeli'ni optimal portföy seçim sürecine uygulayarak standart Ortalama-Varyans Modeli'nin hem eleştirilen yönleri bertaraf edilmiş hem de yatırımcı beklentilerinin optimal portföy seçimine yansıtılması sağlanmıştır.

Özellikle yatırımcı beklentilerinin optimal portföy seçimi sürecine dahil edilmemesi önemli bir eksikliği çünkü her yatırımcı, istese de istemese de bir varlık dağılımı kararı vermektedir. Bu kararlar optimal portföy seçimi sürecinin temelini oluşturmaktadır ve stratejik varlık dağılımı kararları olarak adlandırılmaktadır. Stratejik varlık dağılımı kararı, portföyde hangi varlıkların yer alacağının kararlaştırılması ve bu varlıkların uzun vadeli portföyde hangi ideal oranlarda temsil edileceğine ilişkin kararlardır.

Portföyde yer alan varlıkların seçiminden sonra performansının artırılması veya korunması için yerine getirilmesi gereken kısa vadeli kararları belirleyen diğer adım ise taktik varlık dağılımı kararları olarak adlandırılmaktadır. Modelin taktik varlık dağılımı kararları yatırımcı beklentilerini yani kısa vadeli varlık dağılımını ifade etmektedir ve yatırımcının öngörüsüne göre çok sık değişikliğe uğramaktadır. Ayrıca, taktik varlık dağılımı kararları denge getirileri doğrultusunda elde edilen birincil bilgilere bağlı olarak da oluşturulmaktadır. Taktik varlık dağılımı yani kısa vadeli kararlar daha iyi bir portföy getirisi elde etmek için varlıklar arasında geçiş yapılması durumunda orjinal dağılımın her bir varlık için hangi limitler dahilinde saptırılacağına ilişkin bilgileri içermektedir. Görüldüğü üzere, stratejik varlık dağılımı kararları bir portföyün uzun vadeli varlık karışımının hazırlanmasını sağlarken, taktik varlık dağılımı kararları ise, nispi olarak daha yüksek performans göstereceği düşünülen bir varlığa ait kısa vadeli olarak daha yüksek oranlı yatırım yapmayı öngörmektedir. Black-Litterman Modeli uzun vadeli stratejik varlık dağılımı kararları ile kısa vadeli ve değişken bir yapıya sahip olan taktik varlık dağılımı kararlarının kantitatif yöntemlerle birleştirilmesini sağlamaktadır.

Uzun vadeli stratejik varlık dağılımı kararlarını ifade eden denge getirileri ters optimizasyon işlemi ile elde edilmektedir. Black-Litterman Modeli'nin ikinci adımını olan kısa vadeli taktik varlık dağılımı kararları ise yatırımcı beklentilerinden oluşmaktadır. Bu kararlar değişken, kısa dönemli, içsel ve denge getirilerine dayalı olarak oluşturulur. Kısa vadeli taktik kararları yatırımcı beklenti matrisi (P), yatırımcı beklenti değerleri (Q) ve beklentilerin varyans matrisi (Ω) ile modelde kantitatif olarak hesaplanır. Taktik varlık dağılımı kavramının temelinde yatan en önemli varsayım, kimi varlıkların beklenen getiri değerlerinin, diğer varlıklara göre nispi olarak belirlenmesidir. Burada beklenen getiri değerleri kavramı, varlıkların nispi performansları ve yatırımcıların talep ettikleri beklenen getiri oranlarına karşılık katlanılan riskin bir fonksiyonudur.

Özet olarak, Black-Litterman Modeli stratejik varlık dağılımı kararları ile taktik varlık dağılımı kararlarının birleştirilmesini sağlayan kantitatif bir yöntemdir. Bu modelin başlangıç noktası denge getirileridir ve bu getiriler doğrultusunda yatırımcı beklentilerinin oluşturulması sağlanmaktadır. Bu araştırmada Black-Litterman Modeli uygulanarak yatırımcı beklentilerini en iyi yansıtan optimal

portföy seçimi amaçlanmıştır. Araştırmada Black-Litterman Modeli'nin ana denkleminde bulunan tüm parametrelerin oluşturulma süreci incelenerek, yatırımcı beklentileri optimal portföy seçimi çerçevesinde değerlendirilmiştir. Araştırmanın veri setini 01/01/2004-30/06/2013 tarihleri arasında BIST Ulusal 100 endeksinde listelenen ve belirlenen tarih aralığında devamlılık gösteren 39 şirket oluşturmaktadır. Öncelikle, söz konusu şirketlerin ortalama getirileri ve ağırlıkları ile ters optimizasyon işlemi için gerekli olan riskten kaçınma parametresi hesaplanmıştır. Bu bilgiler doğrultusunda elde edilen denge getirileri birincil bilgi niteliğindedir. Denge getirileri Black-Litterman Modeli'nin ilk adımı olan stratejik varlık dağılımı kararlarını oluşturmaktadır.

Modelin en önemli özelliği ise yatırımcı beklentilerinin optimal portföy seçim sürecine dahil edilmesidir. Bu model sayesinde yatırımcı beklentileri optimal portföy seçim sürecine kantitatif bir yöntemle dahil edilerek yeni birleştirilmiş nihai getiriler elde edilir. Böylece, nihai getirilere ulaşıp, bu getirilerden optimal varlık dağılımı kararları alınabilmektedir. Başka bir deyişle, elde edilen nihai getiriler doğrultusunda portföyde yer alan varlıkların ağırlıkları tekrar revize edilmektedir. Bu yönüyle, Black-Litterman Modeli, standart Ortalama-Varyans Modeli'nden daha sağlam ve isabetli portföylerin oluşturulmasını sağlamaktadır.

Black-Litterman Modeli'nin uygulanabilmesi için girdilerinin hesaplanması yatırımcılar ve analizciler için oldukça önem taşımaktadır. Dolayısıyla, bu çalışmada Black-Litterman Modeli için gerekli girdilerin nasıl elde edildiği detaylı olarak incelenmiştir. Özellikle denge getirileri vektörü doğrultusunda portföydeki bazı varlıklar hakkında yatırımcı nötr olma, uzun veya kısa pozisyon kararları alabilmektedir. Bu bilgiler doğrultusunda yatırımcı fırsat kümesi içindeki bazı varlıkların performanslarına göre portföy ağırlıklarında değişimler gerçekleştirir.

Özetle, Black-Litterman Modeli ile yatırımcıların beklentilerinin denge getirileri ile birleştirilerek yeni birleştirilmiş getiri vektörünün oluşturulması sağlanır. Yeni birleştirilmiş getiri vektörü içsel ve daha iyi-çeşitlendirilmiş bir portföy yani optimal portföy seçimi gerçekleştirilir. Black-Litterman Modeli'nin taktik varlık dağılımı kararlarını ifade eden ve modelin en önemli iki parametresi olan yatırımcı beklentileri (P) ile beklenti varyans matrisi (Ω) nihai getirilerin hesaplanması için

son adım olduğundan yatırımcının denge getirilerini dikkatli bir şekilde değerlendirmesi gerekmektedir.

Araştırmanın birinci bölümünde teorik bir perspektiften portföy ve Markowitz Ortalama-Varyans Optimizasyonu kavramı sunulmuştur. Bu bağlamda, Etkin Sınır, Sermaye Piyasası Denge Modelleri ve Portföy Performans Ölçütleri de bu bölümde ele alınmıştır. Black-Litterman Modeli'nin başlangıç noktası denge getirileri olduğundan, Markowitz Modeli'nin net olarak anlaşılması önemlidir.

Araştırmanın ikinci bölümünde Black-Litterman Modeli'nin gelişimi ve sürecinden bahsedilmiştir. Black-Litterman Modeli hakkında önde gelen akademik literatürün kapsamlı bir incelemesi yapılmıştır. Black-Litterman Modeli'nin matematiksel altyapısı ve gerekli girdilerin oluşturulma süreci de açıklanmıştır. Model için önemli girdilerden biri olan yatırımcıların beklenti matrisi ile tahmin modelleri detaylandırılmıştır. Son olarak da, Black-Litterman Alternatif Modeli'ne kısaca değinilmiştir.

Araştırmanın son bölümünde optimal portföy seçim sürecinde Black-Litterman Modeli BİST Ulusal 100 endeksine uygulanmıştır. Araştırmada kullanılan veri seti 01/01/2004 ile 30/06/2013 tarihleri arasında BİST Ulusal 100 endeksinde listelenen ve belirlenen tarih aralığında devamlılık gösteren 39 şirketin aylık tarihsel getirileri ve ağırlıklarından oluşmaktadır. Araştırmada Black-Litterman Modeli kullanılarak denge getirileri ile yatırımcı beklentilerinin optimal portföy seçim sürecine dahil edilerek nihai getirilerin elde edilmesi amaçlanmıştır. Ayrıca bu araştırmanın önemi optimal portföy seçim sürecinde BİST Ulusal 100 endeksine Black-Litterman Modeli'nin uygulandığı ilk çalışma olmasıdır.

Araştırmada portföyde yer alan varlıklar sekiz farklı sektörde işlem görmektedir. Ancak varlıkların sektörel dağılım ağırlıkları incelendiğinde portföyde yer alan varlıkların sadece iki sektörde yoğunlaştığı görülmektedir. Bu sektörler Mali Kuruluşlar Sektörü ve İmalat Sanayi Sektörü'dür. Araştırmada yatırımcı beklentileri belirtilirken hem denge getirileri bilgisi hem de sektörel dağılım bilgisinden faydalanarak yatırımcının tahmini beklenen getirileri oluşturulmuştur. Böylece, bu bilgiler dikkate alınarak üç ayrı yatırımcı beklentisi oluşturulmuştur. Dolayısıyla, bu iki sektörde işlem gören şirketlerin getirileri hakkında nispi beklentiler belirtilmiştir. Yatırımcı tarafından belirtilen beklentiler Black-Litterman Modeli'nde kullanılarak

elde edilen yeni birleştirilmiş getiri vektörü ise nihai getirileri ifade etmektedir. Daha sonra nihai getiriler doğrultusunda yeni portföy ağırlıkları tespit edilmiştir. Ayrıca, araştırmada yatırımcı beklentilerinin % 100 güvenilirlik oranına göre farklı bir denklem ile yeni birleştirilmiş nihai getiriler ve yeni ağırlıklar da hesaplanmıştır. Son olarak, hem yatırımcı tarafından belirlenen güvenilirlik oranına hem de % 100 güvenilirlik oranına göre her bir beklenti ayrıca incelenmiştir.

Nispi yatırımcı beklentileri incelendiğinde yatırımcının portföyde yer alan varlıklardan birinin diğer varlığa göre getirisinin daha iyi performans göstereceği öngörülmüştür. Yatırımcının birinci beklentisi incelendiğinde; yatırımcı Mali Kuruluşlar Sektörü'nde faaliyet gösteren Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin Koç Holding A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 60 beklenti güvenilirliği ile % 0.10 getiri oranında daha iyi performans göstereceğini öngörmektedir. Araştırmanın sonucunda; Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri % 2.54, Koç Holding A.Ş.'nin hisse senedi getirileri ise % 2.44 olarak hesaplanmıştır. Böylece, nispi yatırımcı beklentisine göre Türkiye Garanti Bankası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri Koç Holding A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 60 beklenti güvenilirliği ile % 0.10 getiri oranında daha iyi performans göstermiştir.

Yatırımcının ikinci beklentisi incelendiğinde; yatırımcı İmalat Sanayi Sektörü'nde faaliyet gösteren Hürriyet Gazetecilik ve Matbacılık A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 65 beklenti güvenilirliği ile % 1.15 getiri oranında daha iyi performans göstereceğini öngörmektedir. Araştırmanın sonucunda; Hürriyet Gazetecilik ve Matbacılık A.Ş.'nin hisse senedi getirileri % 2.52, Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş.'nin hisse senedi getirileri ise % 1.37 olarak hesaplanmıştır. Böylece, nispi yatırımcı beklentisine göre Hürriyet Gazetecilik ve Matbacılık A.Ş.'nin hisse senedi getirileri Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 65 beklenti güvenilirliği ile % 1.15 getiri oranında daha iyi performans göstermiştir.

Yatırımcının üçüncü beklentisi incelendiğinde; yatırımcı İmalat Sanayi Sektörü'nde faaliyet gösteren Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinin Mali Kuruluşlar Sektörü'nde faaliyet gösteren Türkiye Şişe ve Cam

Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 55 beklenti güvenilirliği ile % 0.30 getiri oranında daha iyi performans göstereceğini öngörmektedir. Araştırmanın sonucunda; Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri % 2.33, Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senedi getirileri ise % 2.03 olarak hesaplanmıştır. Böylece, nispi yatırımcı beklentisine göre İmalat Sanayi Sektörü'nde faaliyet gösteren Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş.'nin hisse senedi getirileri Mali Kuruluşlar Sektörü'nde faaliyet gösteren Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'nin hisse senedi getirilerinden % 55 beklenti güvenilirliği ile % 0.30 getiri oranında daha iyi performans göstermiştir.

Sonuç olarak, yatırımcı beklentilerinin belirtildiği sadece altı varlığın ağırlıkları portföy kapsamında değişikliğe uğramıştır. Bu şirketler: Türkiye Garanti Bankası A.Ş., Koç Holding A.Ş., Hürriyet Gazetecilik ve Matbacılık A.Ş., Tüpraş-Türkiye Petrol Rafinerileri A.Ş., Tofaş Türk Otomobil Fabrikası A.Ş., ve Türkiye Şişe ve Cam Fabrikaları A.Ş.'dir. Portföy kapsamındaki herhangi bir yatırımcı beklentisi belirtilmemiş şirketlerin ağırlıkları değişmemiştir.

Araştırmanın bulguları değerlendirildiğinde portföy genelinde sekiz farklı sektörde 39 şirketin işlem görmesi ve sektörel dağılımın sadece iki sektörde yoğunlaştığı tespit edildiğinden bir sonraki çalışmada sadece bu iki sektörde işlem gören şirketlerin portföy kapsamına alınıp, bu şirketler hakkında yatırımcıların beklenti belirtmesi ve Black-Litterman Modeli'ni kullanarak portföyün nihai getirileri ve yeni ağırlıklar hesaplanabilir. Sadece Mali Kuruluşlar Sektörü'nde ve İmalat Sanayi Sektörü'nde işlem gören şirketlerden oluşan bir portföy bir sonraki araştırma için önerilebilir. Böylece, denge getirileri ve piyasa ağırlıkları değerlendirilerek oluşturulan yatırımcı tahmini beklenen getirilerinin ve revize edilen ağırlıkların portföy için daha belirleyici olacağı düşünülmektedir.

Bu araştırma ulusal düzeyde olup, araştırmada kullanılan veri seti BIST Ulusal 100 endeksinde yer alan şirketlerden oluşmaktadır. Ancak, modern portföy teorisinin hayata geçirilmesiyle gelişmekte olan piyasaların gelişmiş ülke piyasalarıyla düşük veya negatif korelasyonunun görülmesi nedeniyle, bu piyasalarda işlem gören varlıkların portföylere dahil edilmesiyle böyle bir çalışmanın uluslararası optimal portföy seçiminde kullanılması uygun görülmektedir. Çünkü, yerel bir portföyle aynı risk seviyesinde ancak daha yüksek beklenen getiriye ulaşılmasının

mümkün olduğunun ispatlanması durumunda, piyasaların entegrasyonu hızlanmış ve daha önce yerel bir piyasa için söz konusu olan varlık seçimi tercihlerinin uluslararası nitelik kazanmasına yol açılmıştır.

Varlık dağılımı tercihinin bu şekilde boyut değiştirmesi, uluslararası varlık dağılımı durumunun da ortaya çıkmasına yol açmıştır. Markowitz'in geliştirdiği Ortalama-Varyans Optimizasyonu ile finans literatürüne en büyük katkısı korelasyon kavramının kullanılmasıdır. Bu sonuç, doğal olarak riskin çok sayıda değil de, az sayıda hisse senedi ile azaltılabileceğini ortaya koymuştur. Başka bir deyişle, daha önce risk ve getiri şeklinde iki boyutlu olan analiz dünyası, tercih edilen bireysel varlıkların korelasyonları sayesinde, çeşitlendirme etkisini de hesaba katıp üç boyutlu olmuştur. Riski minimize etmek isteyen yatırımcı uluslararası çeşitlendirme kararında, bu korelasyon katsayısını dikkate alarak riski dengelemektedir. Bu kararda, uluslararası veya yerel nitelikteki her portföyün getirilerinin geçmiş performansları, varlık dağılımı kararlarını büyük ölçüde etkilemektedir. Doğal olarak, uluslararası varlık dağılımı ayırımında stratejik ve taktik varlık dağılımı kararlarının tamamlayıcı ve zenginleştirici bir unsur olduğu düşünülmektedir. Böylece, stratejik varlık dağılımı kararları oluşturulduktan sonra, yatırımcı mutlak ve nispi beklenen getiri tahminleri ile kısa vadeli ve değişken taktik varlık dağılımı kararları olarak portföy yapısını zenginleştirmekte, böylece portföy getirisini maksimize edebilmektedir. Dolayısıyla, Black-Litterman Modeli'nin, özellikle uluslararası çeşitlendirme yoluyla portföy yatırımı yapmak isteyen yatırımcıların, uluslararası piyasalarda faaliyet gösteren varlıklardan oluşan optimal portföy seçimi kararlarına ve varlık dağılımına büyük katkısı olacağı görülmektedir.

Sonuç olarak, bundan sonra yapılacak olan araştırmalarda, özellikle uluslararası çeşitlendirme ile portföy oluşturmak isteyen yatırımcıların stratejik varlık dağılımı kararlarını belirledikten sonra kısa vadeli ve değişken taktik varlık dağılımı kararlarını Black-Litterman Modeli'ni kullanarak optimal portföy seçim sürecine dahil etmelidirler.

KAYNAKÇA

Akmut, Ö. (1989). *Sermaye Piyasası Analizleri ve Portföy Yönetimi*. Ankara.

Altay, E. (2012). *Varlık Fiyatlama Teorileri: Sermaye Piyasası ve Arbitraj Fiyatlama Teorisi*. Derin Yayınları. İstanbul.

Amling, F. (1978). *Investments: An Introduction to Analysis and Management*. New Jersey. Prentice-Hall Inc.

Arestad, C.J. ve Rahmqvist, J. (2012). *Applying the Black-Litterman Model on the Swedish Stock Market*. Master Thesis. Lund: Lund University School of Economics and Management. <http://www.lunduniversity.lu.se/o.o.i.s?id=24965&postid=2733863>. (05.09.2013).

Arslan, M. (2005). A Tipi Yatırım Fonlarında Yöneticilerin Zamanlama Kabiliyeti ve Performans İlişkisi Analizi: 2002-2005 Dönemli Bir Uygulama. *Ticaret ve Turizm Eğitim Fakültesi Dergisi*. 2:1-23.

Atakan, T. ve Gökbulut, İ.R. (2010). Üç Faktörlü Varlık Fiyatlandırma Modelinin İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda Uygulanabilirliğinin Panel Veri Analizi ile Test Edilmesi. *Muhasebe ve Finansman Dergisi*. 45.180-189.

Atan, M. (2004). Karesel Programlama ile Portföy Optimizasyonu. VII. *Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu*. İstanbul Üniversitesi. 26-27 Mayıs.

Aydın, N., Başar, M. ve Coşkun, M. (2010). *Finansal Yönetim*. Ankara. Detay Yayıncılık.

Beach, S.L. ve Orlov, A.G. (2007). An Application of the Black-Litterman Model with EGARCH-M-Derived Views for International Portfolio Management. *Financial Markets Portfolio Management*. 21 (2): 147–166.

Bekçioğlu, S. (1984). Hisse Senetlerinin Riskliliği: Bazı Türk Firmalarına Ait Hisse Senetleri Üzerine Bir Deneme. *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Muhasebe Enstitüsü Dergisi*. 2(37). İstanbul.

Best, M.J. ve Robert, R.G. (1991). On the Sensitivity of Mean-Variance-Efficient Portfolios to Changes in Asset Means: Some Analytical and Computational Results. *The Review of Financial Studies*. 4 (2): 315-342.

Bevan, A. ve Winkelmann, K. (1998). Using the Black-Litterman Global Asset Allocation Model: Three Years of Practical Experience. *Global Fixed Income Portfolio Strategy: Fixed Income Research*. June. Goldman, Sachs & Co. http://www.researchgate.net/publication/2624482_Using_the_Black-Litterman_Global_Asset_Allocation_Model_Three_Years_of_Practical_Experience. (05.09.2011).

Black, F. (1989). Universal Hedging: How to Optimize Currency Risk and Reward in International Equity Portfolios. *Financial Analyst Journal*. 45 (4): 161-167.

Black, F. ve Litterman, R.(1991). Global Asset Allocation With Equities, Bonds, and Currencies. *Fixed Income Research*. Goldman, Sachs & Co. https://faculty.fuqua.duke.edu/~charvey/Teaching/BA453_2006/Black_Litterman_GAA_1991.pdf. (05.09.2011).

Black, F. ve Litterman, R.(1992). Global Portfolio Optimization. *Financial Analysts Journal*. 48 (5): 28-43.

Black, F. ve Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*. 81 (3): 637-654.

Bolak, M. (1988). Borsada Etkin Varlıklar ve Pazar Portföyünün Etkinliği. *Banka ve Ekonomik Yorumlar Dergisi*. 25 (7): 30-31.

Bolak, M. (2001). *Sermaye Piyasası Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi*. İstanbul. Beta Basım A.Ş.

Bolak, M. (2004). *Risk ve Yönetimi*. İstanbul. Birsan Yayınevi.

Bozkurt, Ü. (1988). Menkul Değer Yatırımlarının Yönetimi. *İktisat Bankası Eğitim Yayınları*. (4). İstanbul.

Braga, M. D. ve Natale, F.P. (2007). TEV Sensitivity to Views in Black - Litterman Model. *20th Australasian Finance & Banking Conference*. September. 1-16. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?Abstract_id=1009635. (08.10.2011).

Canbaş, S. ve Doğukanlı, H. (2012). *Finansal Pazarlar: Finansal Kurumlar ve Sermaye Pazarı Analizleri*. Adana. Karahan Kitabevi.

Ceylan, A. ve Korkmaz, T. (1998). *Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi*. Bursa. Ekin Kitabevi.

Ceylan, A. ve Kormaz, T. (2006). *Sermaye Piyasası ve Menkul Değer Analizi*. Bursa. Ekin Kitabevi.

Chen, N., Roll, R. ve Ross, S. (1986). Economic Forces and the Stock Market. *Journal of Business*. 59 (3): 383-403.

Cheung, W. (2009). Transparent Augmented Black-Litterman Allocation: Simple and Unified Framework for Strategy Combination, Factor Mimicking, Hedging, and Stock-Specific Alphas. 12/ 2009. DOI: 10.2139/ ssrn.1347663: 1-34. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1347663. (08.10.2011).

Cheung, W. (2011). The Augmented Black-Litterman Model: A Ranking-Free Approach to Factor-Based Portfolio Construction and Beyond. *Quantitative Finance*. 13 (2): 301-316.

Chopra, V.K. ve Ziemba, W.T. (1993). The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariences on Optimal Portfolio Choice. *Journal of Portfolio Management*. 19 (12): 6-11.

Christodoulakis, G. A. (2002). Bayesian Optimal Portfolio Selection: The Black-Litterman Approach. *Notes for Quantitative Asset Pricing MSc Mathematical Trading and Finance*. 2002: 1-11. http://www.globalriskguard.com/resources/assetman/bayes_0008.pdf. (20.11.2011).

Da Z. ve Jagnannathan, R. (2005). Teaching Note on Black-Litterman Model: 1-16. [www.nd.edu/~zda/TeachingNote_Black - Litterman.pdf](http://www.nd.edu/~zda/TeachingNote_Black_Litterman.pdf). (20.11.2011).

Demirtaş, Ö. ve Güngör, Z. (2004). Portföy Yönetimi ve Portföy Seçimine Yönelik Uygulama. *Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi*. 1(4): 103-109.

<http://bid.deu.edu.tr/tr/programlar/matlab2012b>

Drobetz, W. (2001). How to Avoid the Pitfalls in Portfolio Optimization? Putting The Black-Litterman Approach at Work. *Swiss Society for Financial Market Research. Financial Markets and Portfolio Management*. 15 (1): 59-75.

Elton, E.J., Gruber, J.M. ve Padberg, M.W. (1978). Simple Criteria for Optimal Portfolio Selection: Tracing out the Efficient Frontier. *The Journal of Finance*. 33 (1): 269-302.

Elton, E.J., Gruber, J.M., Brown, S.J. ve Goetzmann W.N. (1995). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. New Jersey. John Wiley&Sons Inc. <http://www.amazon.com/Modern-Portfolio-Theory-Investment-Analysis/dp/0470388323>. (12.11.2011).

Elton, J. E. ve Gruber, M.J. (1997). Modern Portfolio Theory, 1950 to Date. *Journal of Banking and Finance*. 21 (11-12): 1743-1759.

Ertuna, İ.Ö. (1991). *Yatırım ve Portföy Analizi*. Boğaziçi Üniversitesi Yayınevi. İstanbul.

Fama, E.F. (1972). Components of Investment Performance. *Journal of Finance*. 27 (3): 551-567.

Fama, E.F. ve French, K.R. (1992). The Cross-Section of Expected Stocks Returns. *Journal of Finance*. 47: 427-465.

Fama, E.F. ve French, K.R. (1993). Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*. 33: 3-56.

Fama, E.F. ve French, K.R. (1995). Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns. *Journal of Finance*. 50 (1): 131-155.

Fama, E.F. ve French, K.R. (1996). Multifactor Explanations of Asset-Pricing Anomalies. *Journal of Finance*. 51 (1): 55-84.

Farell, J.L. (1997). *Portfolio Management: Theory and Application*. Singapore. The McGraw-Hill Companies Inc.

Firoozye, N. ve Kumar, M. (2003). Quantitative Strategy. *Global Markets Research. Fixed Income Weekly*. December: 99-106. <http://www.blacklitterman.org/papers/qs031212.pdf>. (17.05.2012).

Fisher, D.E. ve Jordan, R.J. (1979). *Security Analysis and Portfolio Management*. New Jersey. Prentice-Hall Inc.

Frost, P. ve Savarino, J. (1986). An Empirical Bayes Approach to Efficient Portfolio Selection. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. 21 (3): 293-305.

Fusai, G. ve Meucci, A. (2003). Assessing Views. *Risk Magazine*. 16 (3): 18-21.

Giacometti, R., Bertocchi, M., Rachev, S.T. ve Fabozzi, F.J. (2007). Stable Distributions in the Black-Litterman Approach to Asset Allocation. *Quantitative Finance*. 7 (4): 423-433.

Gofman, M. ve Manela, A.(2010). An Empirical Evaluation of the Black-Litterman Approach to Portfolio Choice. *Capital Markets: Asset Pricing & Valuation eJournal*. 03(2011). DOI:10.2139/ssrn.1782033. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1782033. (19.11.2012).

Gökbel, S.A. (2003). *Süre Temelli Portföyler ve İMKB’de Uygulanabilirliği*. S.P.K. Yayınları.143. İstanbul.

Gökgöz, F., (2008). Üç Faktörlü Varlık Fiyatlandırma Modelinin İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Uygulanabilirliği. *Ankara Üniversitesi SBF Dergisi*. 63 (2): 43-46.

Haklı, Z. (2006). *Tam Sayılı Doğrusal Programlama Modeli ile Optimal Portföy Oluşturma ve İmkb’de Bir Uygulama*. Yüksek Lisans Tezi. Isparta. Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Harrington, D.R. (1987). *Modern Portfolio Theory and the Capital Asset Pricing Model and Arbitrage Pricing Theory: A User’s Guide*. New Jersey. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs.

Haugen, R. A. (1987). *Investment*. Prentice-Hall, New Jersey.

Hayırsever, F. B. (2002). *F/K Oranı ve Firma Büyüklüğü Anomalilerinin Bir Arada Ele Alınarak Portföy Oluşturulması*. Anadolu Üniversitesi. Eskişehir.

He, G. ve Litterman, R. (1999). The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios. *Investment Management Research*. Goldman Sachs Investment Management Series. 1-20. <http://www.som.yale.edu/Faculty/zc25/Investments/GS-ModelIntuition.pdf>. (23.10.2011).

Henriksson, R. D. ve Merton, R. C. (1981). On the Market Timing and Investment Performance of Managed Portfolios II: Statistical Procedures for Evaluating Forecasting Skills. *Journal of Business*. 54 (4): 513-533.

Henriksson, R. D. (1984). Market Timing and Mutual Fund Performance: An Empirical Investigation. *Journal of Business*. 57 (1): 73-96.

Herold, U. (2003). Portfolio Construction with Qualitative Forecasts. *The Journal of Portfolio Management*. 30 (1): 61-72.

Herold, U. (2005). Computing Implied Returns in a Meaningful Way. *Journal of Asset Management*. 6 (1): 53-64.

Idzorek, T. M. (2005). A Step-by-Step Guide to the Black-Litterman Model: Incorporating User-Specified Confidence Level. *Zephyr Associates Inc*. 1-34. <http://www.indiceperu.com/lecturas/paper13.pdf>. (23.10.2011).

Idzorek, T. M. (2006). Developing Robust Asset Allocations. *Ibbotson Associates*. 1-27. [http://corporate.morningstar.com/ib/documents/Methodology Documents/Research Papers /RobustAssetAllocation.pdf](http://corporate.morningstar.com/ib/documents/Methodology_Documents/Research_Papers/RobustAssetAllocation.pdf). (23.10.2011).

Jensen, M. C. (1967). The Performance of Mutual Funds in the Period 1954-1964. *Journal of Finance*. 23 (2): 389-416.

Jiang, B., Panda, T., Lin, J. ve Zhang, Y. (2005). Black-Litterman Asset Allocation Model. *QSS Final Project*. <http://www.slideserve.com/efrem/black-litterman-asset-allocation-model>. (23.03.2012).

Jones, P.C., Tuttle, D.L. ve Cherill, P.(1977). *Essentials of Modern Investments*. New York. The Ronald Pres Co.

Karakoç, İ.D. (2010). *Matlab ve İstatistiksel Veri Analizi*. Nobel Yayın Dağıtım. İstanbul.

Karan, M.B. (2011). *Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi*. Gazi Kitabevi. Ankara.

Karaşin, G. (1987). *Sermaye Piyasası Analizleri*. Sermaye Piyasası Kurulu. Yayın 4. Ankara.

Kılıç, S. (2002). *Türkiye'deki Yatırım Fonlarının Performanslarının Değerlendirilmesi*. İMKB Yayınları. Ankara.

Kocaman, B. (2004). *Finansal Piyasalar: Kurumlar, Teknikler ve Araçlar*. Ankara. Siyasal Kitabevi.

Koch, W. (2004). Consistent Return Estimates in the Asset Allocation Process: The Black-Litterman Approach. *Frankfurt Math Finance Workshop*: 2-52. http://www.math.uni-frankfurt.de/~fmfi/colloquium/abstracts_2003/koch_presentation.pdf. (15.03.2012).

Korkmaz, T. ve Pekkaya, M. (2005). *Excel Uygulamalı Finans Matematiği*. Ekin Kitabevi. Bursa.

Korkmaz, T. ve Uygurtürk, H. (2007). Türk Emeklilik Fonlarının Performans Ölçümünde Regresyon Analizinin Kullanılması. *Zonguldak Karaelmas Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*. 3 (5): 37-52.

Korkmaz, T. ve Uygurtürk, H. (2008). Türkiye’deki Emeklilik Fonları ile Performans Karşılaştırılması ve Fon Yöneticilerinin Zamanlama Yetenekleri. *Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*. 15 (1): 114-147.

Konuralp, G. (2005). *Sermaye Piyasaları: Analizler, Kuramlar ve Portföy Yönetimi*. İstanbul. Alfa Yayınları.

Krishnan, H. ve Mains, N.(2005). The Two Factor Black-Litterman Model. *Investment Management*: 69-73. [http://www.risk.net/data/risk/pdf/technical/risk_0705_technical_krishnan .pdf](http://www.risk.net/data/risk/pdf/technical/risk_0705_technical_krishnan.pdf). (15.03.2012).

Lam, K. (2005). *Is the Fama-French Three-Factor Model Better Than CAPM?*. MA Project. Canada: Simon Fraser University.

Lintner, J. (1965). Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification. *Journal of Finance*. 20 (December): 587-616. <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1540-6261.1965.tb02930.x/full>. (15.09.2012).

Litterman, R.B.(2003). *Modern Investment Management: An Equilibrium Approach*. New Jersey. John Wiley & Sons, Inc. http://books.google.com.tr/books?id=k8Jyhasdu98C&printsec=frontcover&dq=LITTERMAN+Robert+B.,+Beyond+Equilibrium,+The+Black+-+Litterman&source=bl&ots=meIxo9opY6 &sig=RziFSF4_S-Fgm-J1vTAUz1rmsTI&hl=tr#v=onepage&q=LITTERMAN%20Robert%20B%2C%20Beyond%20Equilibrium%2C%20The%20Black%20-%20Litterman&f=false. (15.03.2012).

Mankert, C. (2006). *The Black-Litterman Model: Mathematical and Behavioral Finance Approaches Towards Its Use in Practice*. Licentiate Thesis. Stockholm, Sweden: KTH Royal Institute of Technology. <http://kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:10311/FULLTEXT01.pdf>. (15.03.2012).

Mankert, C. (2010). *The Black-Litterman Model: Towards Its Use in Practice*. Doctoral Thesis. Stockholm, Sweden: KTH Royal Institute of Technology. <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:372812/FULLTEXT01.pdf>(15.03.2012).

Markowitz, H. M.(1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*. 7 (1): 77-91.

Markowitz, M.H. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New Haven and London. Yale University Press.

Martellini, L. ve Ziemann, V. (2007). Extending Black-Litterman Analysis Beyond the Mean-Variance Framework: An Application to Hedge Fund Style Active Allocation Decisions. *Edhec Risk and Asset Management Research Centre*. http://professoral.edhec.com/servlet/com.univ.collaboratif.utils.LectureFichiergw?ID_FICHIER=1328885972707. (10.03.2012).

Meucci, A. (2005a). Beyond Black-Litterman: Views on Non-Normal Markets. *Advanced Risk and Portfolio Management*. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=848407. (03.03.2012).

Meucci, A. (2005b). Risk and Asset Allocation. *Quantitative Finance*. Springer. <http://www.symmys.com/attilio-meucci/book>. (03.03.2012).

Meucci, A. (2006). Beyond Black-Litterman in Practice: A Five-Step Recipe to Input Views on Non-Normal Markets. *Advanced Risk and Portfolio Management*. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=872577. (03.03.2012).

Meucci, A. (2008). The Black-Litterman Approach: Original Model and Extensions. *The Encyclopedia of Quantitative Finance*. Wiley. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1117574. (03.03.2012).

Meucci, A. (2009). Enhancing the Black-Litterman and Related Approaches: Views and Stress-Test on Risk Factors. *Journal of Asset Management*. 10: 89–96.

Meucci A., Ardia, D. ve Keel, S. (2010). Fully Flexible Views: Theory and Practice. *Journal of Risk*. 14 (2): 39-49.

Michaud, R. O. (1989). The Markowitz Optimization Enigma: Is ‘Optimized’ Optimal?. *Financial Analyst Journal*. 45 (1): 31-42.

Modigliani, F. ve Modigliani, L. (1997). Risk Adjusted Performance. *The Journal of Portfolio Management*. 23 (2): 45-54.

Mossin, J.(1966). Equilibrium on Capital Asset Market. *Econometrica*, 34 (4): 768-783.

Palomba, G. (2008). Multivariate GARCH Models and Black–Litterman Approach for Tracking Error Constrained Portfolios: An Empirical Analysis. *Global Business and Economics Review*. 10 (4): 379-413.

Pamukçu, A.B. (1999). *Finans Yönetimi*. Der Yayınları, İstanbul.

Pezier, J. (2007). Global Portfolio Optimization Revisited: A Least Discrimination Alternative to Black-Litterman. *ICMA Centre Discussion Papers in Finance*. DP2007-07. http://www.icmacentre.ac.uk/files/discussion-papers/DP2007_07.pdf. (18.03.2013).

Qian E. ve Gorman, S. (2001). Conditional Distribution in Portfolio Theory. *Financial Analysts Journal*. 57 (2): 44-51.

Rao, N. ve Ravidran, M. (2003). Performance Evaluation of Indian Mutual Funds. *SSRN Working Paper*. 1-24. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=433100 (18.03.2013).

Robertson, A.D. (2011). Portfolio Optimisation and the Black-Litterman Model. *Investment Analytics and Consulting*. December: 7-9. https://www.jpmorgan.com/cm/BlobServer/IAC_Q42010_Newsletter_PDF.pdf?blobkey=id&blobwhere=1158611816145&blobheader=application/pdf&blobheadername1=Cache-Control&blobheadervalue1=private&blobcol=urldata&blobtable=MungoBlobs. (10.07.2012).

Robinson I.R. ve Wrightsman, D. (1974). *Financial Markets: The Accumulation and Allocation of Wealth*. New York. McGraw-Hill Book Company.

Ross, A. S. (1976). The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*. 13 (3): 341-360.

Rubinstein, M. (2002). Markowitz's Portfolio Selection: A Fifty-year Reprospective. *The Journal of Finance*. 57 (3): 1042-1045.

Satchell, S. ve Scowcroft, A.(2000). A Demystification of the Black-Litterman Model: Managing Quantitative and Traditional Portfolio Construction. *Journal of Asset Management*. 1 (2): 138-150.

Shahid, M. (2007). Measuring Portfolio Performance. *U.U.D.M. Project Report*:19.

Sharpe, W. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *Journal of Finance*. 19 (3): 425-442.

Sharpe, F.W. (1971). *Portfolio Theory and Capital Markets*. New York. McGraw-Hill Book Company.

Sharpe, F.W. (1978). *Investments*. New Jersey. Prentice-Hall.

Sharpe, W.(1994). Sharpe Ratio. *Journal of Portfolio Management*. 21 (1): 33-48.

Silva, A.S.D, Lee,W. ve Pornrojnangkool, B. (2009). The Black-Litterman Model for Active Portfolio Management. *The Journal of Portfolio Management*. 35 (2): 61-70.

Sortino, F.A. ve Price, L.N. (1994). Performance Measurement in a Downside Risk Framework. *The Journal of Investigating*. 3(3): 59-64.

Taner, B. ve Akkaya, C.G. (2009). *Sermaye Piyasası Faaliyet Alanı ve Menkul Kıymetler*. Detay Yayıncılık. Ankara.

Teker, S., Karakurum, E. ve Tav, O. (2006). Yatırım Fonlarının Risk Odaklı Performans Değerlemesi. *10. Ulusal Finans Kongresi*. Kuşadası-Aydın. 1-34.

Theil, H. ve Goldberger, A.S. (1961). On Pure and Mixed Statistical Estimation in Economics. *International Economic Review* 2 (1): 65-78.

Tobin, J.(1958). Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. *Review of Economic Studies*. 26 (1): 65-86.

Treynor, J. ve Mazuy, K. (1966). Can Mutual Funds Outguess the Market? *Harvard Business Review*. 44: 131-136.

Uğuz, M. (1990). *Menkul Kıymet Seçimi ve Yatırım Yönetimi*. İstanbul. Töbank.

Ulucan, A. (2004). *Portföy Optimizasyonu Kuadratik Programlama Tabanlı Modelleme*. Ankara: Siyasal Kitabevi.

Ural, M. (2010). *Yatırım Fonlarının Performans ve Analizi*. Ankara. Detay Yayıncılık.

Usta, Ö.(2005). *İşletme Finansı ve Finansal Yönetim*. Ankara. Detay Yayıncılık.

Walters, J. (2008). The Black-Litterman Model: A Detailed Exploration:1-39.
http://www.master272.com/finance/BL/JWalters_Black-Litterman.pdf. (10.10.2011)

Walters, J. (2009). The Black-Litterman Model in Detail.1-51.
http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1314585.(10.10.2011).

Walters, J. (2011). The Black-Litterman Model in Detail.1-56.
<http://www.blacklitterman.org/Black-Litterman.pdf>.(09.01.2012).

Wang, X. (2012). The Study of BL Asset Allocation Model Based on Inflation.
Communications in Information Science and Management Engineering. 2 (3): 47-51.

Xu, P., Chen, A. ve Tsui, P.W. (2008). Black-Litterman Model.
<http://book.marketing5.net/download.php?id=252>.(25.02.2012).

Yıldız, A., (2006). Aktif Portföy Yönetimi Stratejilerinin Değerlendirilmesi: A Tipi Yatırım Fonları Üzerine Uygulama. *Marmara Üniversitesi Muhasebe-Finansman Araştırma ve Uygulama Dergisi*. 6 (15): 117-130.

EKLER

EK 1: Black-Litterman Modeli'nin Nihai Getiriler Denklemi

Nihai getiriler için Black-Litterman “ana denklemi”nin türetilmesi aşağıda gösterilmiştir. Denklem (2.1)’den başlanarak denklem (2.45) elde edilmektedir.

$$E(r)=[(\tau \Sigma)^{-1}+P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau \Sigma)^{-1} \Pi+P'\Omega^{-1}Q]$$

İkinci terim parçalarına ayrıldığında;

$$E(r)=[(\tau \Sigma)^{-1}+P'\Omega^{-1}P]^{-1}(\tau \Sigma)^{-1} \Pi+[[(\tau \Sigma)^{-1} +P'\Omega^{-1}P]^{-1}(P'\Omega^{-1}Q)]$$

İlk terimdeki kesinlik terimini alternatif biçimle değiştirildiğinde;

$$E(r)=[[\tau \Sigma - \tau \Sigma P'[P\tau\Sigma P' + \Omega]^{-1}P \tau \Sigma](\tau \Sigma)^{-1} \Pi]+[[(\tau \Sigma)^{-1} +P'\Omega^{-1}P]^{-1}(P'\Omega^{-1}Q)]$$

$$E(r)=[\Pi +[\tau \Sigma P'[P\tau\Sigma P' + \Omega]^{-1}P \Pi]]+[[(\tau \Sigma)^{-1}+P'\Omega^{-1}P]^{-1}(P'\Omega^{-1}Q)]$$

$$E(r)=[\Pi +[\tau \Sigma P'[P\tau\Sigma P' + \Omega]^{-1}P \Pi]]+[(\tau \Sigma)(\tau \Sigma)^{-1}[(\tau \Sigma)^{-1} +P'\Omega^{-1}P]^{-1}(P'\Omega^{-1}Q)]$$

$$E(r)=[\Pi +[\tau \Sigma P'[P\tau\Sigma P' + \Omega]^{-1}P \Pi]]+[\tau \Sigma][I_n+P'\Omega^{-1}P \tau \Sigma]^{-1}(P'\Omega^{-1}Q)]$$

$$E(r)=[\Pi +[\tau \Sigma P'[P\tau\Sigma P' + \Omega]^{-1}P \Pi]]+[\tau \Sigma [I_n+P'\Omega^{-1}P \tau \Sigma]^{-1}(P'\Omega^{-1}Q)]$$

$$E(r)=[\Pi +[\tau \Sigma P'[P\tau\Sigma P' + \Omega]^{-1}P \Pi]]+[\tau \Sigma [I_n+ P'\Omega^{-1}P \tau \Sigma]^{-1}(\Omega(P')^{-1})^{-1}Q)]$$

$$E(r)=[\Pi +[\tau \Sigma P'[P \tau \Sigma P' + \Omega]^{-1}P \Pi]]+[\tau \Sigma [\Omega(P')^{-1}+P\tau \Sigma]^{-1}Q)]$$

$$E(r)=[\Pi +[\tau \Sigma P'[P \tau \Sigma P' + \Omega]^{-1}P \Pi]]+[\tau \Sigma P'(P')^{-1}[\Omega(P')^{-1}+P \tau \Sigma]^{-1}Q)]$$

$$E(r)=[\Pi +[\tau \Sigma P'[P \tau \Sigma P' + \Omega]^{-1}P \Pi]]+[\tau \Sigma P' [\Omega+P\tau \Sigma P']^{-1}Q]$$

Sonuç olarak, Black-Litterman Modeli'nin nihai getiriler denklemi için alternatif biçimi şöyledir:

$$E(r)=\Pi -[\tau \Sigma P'[P \tau \Sigma P' + \Omega]^{-1}] [Q-P \Pi]$$

EK 2: Black-Litterman Modeli'nin Nihai Varyans Denklemi

Nihai varyansın türevinin alternatif biçimi aşağıda gösterilmiştir:

$$\begin{aligned}
 ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1} &= ((\tau \Sigma)^{-1} + P \Omega^{-1} P)^{-1} \\
 ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1} P^T (P^T)^{-1} &= \\
 (P')^{-1} (\tau \Sigma)^{-1} + (P^T)^{-1} P^T \Omega^{-1} P)^{-1} (P')^{-1} &= \\
 ((\tau \Sigma P')^{-1} + \Omega^{-1} P)^{-1} (P')^{-1} &= \\
 ((\tau \Sigma P')^{-1} + \Omega^{-1} P)^{-1} (\tau \Sigma) (\tau \Sigma)^{-1} (P')^{-1} &= \\
 ((\tau \Sigma P')^{-1} + \Omega^{-1} P)^{-1} (\tau \Sigma) (P' \tau \Sigma)^{-1} &= \\
 (\tau \Sigma) (P' \tau \Sigma)^{-1} = ((\tau \Sigma P')^{-1} + \Omega^{-1} P) ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1} &= \\
 (\tau \Sigma) (P' \tau \Sigma)^{-1} - (\tau \Sigma P')^{-1} ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1} &= (\Omega^{-1} P) ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1} \\
 (\tau \Sigma) (P' \tau \Sigma)^{-1} - (\tau \Sigma P')^{-1} ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1} &= (\Omega^{-1} P) ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1} \\
 &= (\Omega^{-1} P) [(P^{-1} \Omega) (P \Omega^{-1}) ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1}] \\
 &= (\Omega^{-1} P) [(P^{-1} \Omega) ((\tau \Sigma)^{-1} P^{-1} \Omega + P' \Omega^{-1} P P^{-1} \Omega)^{-1}] \\
 &= (\Omega^{-1} P) [(P^{-1} \Omega) ((\tau \Sigma)^{-1} P^{-1} \Omega + P')^{-1}] \\
 &= (\Omega^{-1} P) [(P^{-1} \Omega) ((\tau \Sigma)^{-1} P^{-1} \Omega + P')^{-1} (P \tau \Sigma)^{-1} (P \tau \Sigma)] \\
 &= (\Omega^{-1} P) [(\Omega^{-1} P)^{-1} (P (\tau \Sigma) P' + \Omega)^{-1} (P \tau \Sigma)] \\
 &= (P (\tau \Sigma) P' + \Omega)^{-1} P (\tau \Sigma) \\
 (\tau \Sigma) (P \tau \Sigma)^{-1} - (P (\tau \Sigma) P' + \Omega)^{-1} P (\tau \Sigma) &= (\tau \Sigma P')^{-1} ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1} \\
 (\tau \Sigma P') (\tau \Sigma) (P' \tau \Sigma)^{-1} - (\tau \Sigma P') (P (\tau \Sigma) P' + \Omega)^{-1} P (\tau \Sigma) &= ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1} \\
 (\tau \Sigma) (P' \tau \Sigma) (P' \tau \Sigma)^{-1} - (\tau \Sigma P') (P (\tau \Sigma) P' + \Omega)^{-1} P (\tau \Sigma) &= ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1} \\
 (\tau \Sigma) - (\tau \Sigma P') (P (\tau \Sigma) P' + \Omega)^{-1} P (\tau \Sigma) &= ((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P)^{-1}
 \end{aligned}$$

EK 3: Theil'in Karma Tahmin Yaklaşımı

Bu yaklaşım ilk olarak Theil ve Goldberger (1963) çalışmasında kullanılmıştır, Black ve Litterman'ın (1992) orijinal makalesinde ise kaynak olarak gösterilmektedir. Koch'un (2005) çalışması da buna benzer bir türetme içermektedir.

Getiri için birincil dağılımdan başlanıldığında, doğrusal bir model varsayılır;

$$\pi = x\beta + u \quad (\text{A.1})$$

π birincil getiri dağılımının ortalaması, β beklenen getiri ve u , sıfır ortalama ve varyans Φ ile normal dağılımlı kalanın ortalamasıdır.

Sonra bazı ek bilgiler koşullu dağılımda değerlendirilir.

$$q = p\beta + v \quad (\text{A.2})$$

q koşullu dağılımın ortalaması ve v sıfır ortalama ve varyans Ω ile normal dağılımlı kalandır.

Hem Ω hem de Σ tekil olmadığı varsayılır.

Birincil ve koşullu bilgi aşağıdaki gibi yazarak birleştirebilir:

$$\begin{bmatrix} \pi \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} \beta + \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Kalanın beklenen değeri sıfır ve varyansın beklenen değeri aşağıdaki gibidir:

$$E\left(\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' & v' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix}$$

Daha sonra, β tahminini sağlayan genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemi uygulanabilir.

$$\beta = \left[\begin{bmatrix} x & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x' \\ p' \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} x' & p' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \pi \\ q \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Bu ifade matris notasyonu olmadan da yazılabilir:

$$\hat{\beta} = [x\Phi^{-1}x' + p\Omega^{-1}p']^{-1}[x'\Phi^{-1}\pi + p'\Omega^{-1}q] \quad (\text{A.5})$$

Benzer bir mantık kullanarak varyansın ifadesi elde edilebilir. Varyansın $(\hat{\beta} - \beta)^2$ beklentisi olduğu düşünüldüğünde, böylece denklem (A.3)'ü denklem (A.5)'in içine yerleştirebilir.

$$\hat{\beta} = [x\Phi^{-1}x' + p\Omega^{-1}p']^{-1}[x'\Phi^{-1}(x\beta + u) + p'\Omega^{-1}(p\beta + v)] \quad (\text{A.6})$$

Denklem şöyle basitleştir:

$$\hat{\beta} = [x\Phi^{-1}x' + p\Omega^{-1}p']^{-1}[x\beta\Phi^{-1}x + p'\Omega^{-1}p\beta + x\Phi^{-1}u + p\Omega^{-1}v]$$

$$\begin{aligned}
\hat{\beta} &= [x\Phi^{-1}x' + p\Omega^{-1}p']^{-1}[x\Phi^{-1}x'\beta + p\Omega^{-1}p'\beta] \\
&\quad + [x\Phi^{-1}x' + p\Omega^{-1}p']^{-1}[x\Phi^{-1}u + p\Omega^{-1}v] \\
\hat{\beta} &= \beta[x\Phi^{-1}x' + p\Omega^{-1}p']^{-1}[x\Phi^{-1}u + p\Omega^{-1}v] \\
\hat{\beta} - \beta &= [x\Phi^{-1}x' + p\Omega^{-1}p']^{-1}[x\Phi^{-1}u + p\Omega^{-1}v]
\end{aligned} \tag{A.7}$$

Denklem (A.7)'nin karesi beklentinin varyansıdır.

$$\begin{aligned}
E\left((\hat{\beta} - \beta)^2\right) &= ([x\Phi^{-1}x^T + p\Omega^{-1}p^T]^{-1}[x\Phi^{-1}u^T + p\Omega^{-1}v^T])^2 \\
E\left((\hat{\beta} - \beta)^2\right) &= [x\Omega^{-1}x^T + p\Omega^{-1}p^T]^{-2}[x\Phi^{-1}u^T u\Phi^{-1}x^T + p\Omega^{-1}v^T v\Omega^{-1}p^T \\
&\quad + x\Phi^{-1}u^T v\Omega^{-1}p^T + p\Omega^{-1}v^T u\Phi^{-1}x^T]
\end{aligned}$$

Yukarıda $E(uu') = \Phi$, $E(vv') = \Omega$ ve $E(uv') = 0$ olduğunu varsayılır, çünkü u ve v bağımsız değişkenlerdir, böylece beklentiler ele alındığında karşı terimler sıfır olur;

$$\begin{aligned}
E\left((\hat{\beta} - \beta)^2\right) &= [x\Omega^{-1}x^T + p\Omega^{-1}p^T]^{-2}[(x\Phi^{-1}\Phi\Phi^{-1}x^T) + (p\Omega^{-1}\Omega\Omega^{-1}p^T) + 0 + 0] \\
E\left((\hat{\beta} - \beta)^2\right) &= [x\Omega^{-1}x^T + p\Omega^{-1}p^T]^{-2}[x\Phi^{-1}x^T + p\Omega^{-1}p^T]
\end{aligned}$$

Black-Litterman Modeli için, kimlik matrisi x ve $\Phi = \tau\Sigma$ olduğu bilinmektedir ve bundan sonra değiştirmeler yapıldığında aşağıdaki denklem elde edilir

$$E\left((\hat{\beta} - \beta)^2\right) = [(\tau\Sigma)^{-1} + p\Omega^{-1}p^T]^{-1} \tag{A.8}$$

EK 4: Olasılık Yoğunluk Fonksiyon Tabanlı Yaklaşım

Black-Litterman “ana denklemi”nin en yaygın türevleri “Olasılık Yoğunluk Fonksiyon Tabanlı Yaklaşım” ile elde edilir. İlk olarak, “Genelleştirilmiş En Küçük Kareler “esasına dayanan “Theil’in Karma Tahmin Yaklaşımı” kullanılmaktadır. Diğerinde ise, iki normal dağılımın nihai getirilerin modellenmesinde kullanılan standart “Bayes Yaklaşımı”dır. Bir ek türetme ise Mankert (2006) tarafından Black-Litterman “ana denklemi”nin “Örneklem Teorisi”nden türetilmesidir ve ayrıca bu formülün iki biçim arasında dönüşümünü ayrıntılı olarak gösterir.

Her iki birincil ve koşullu dağılım normal dağılım olduğunda, nihai dağılımın “Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu”(OYF) hesaplanırken Bayes yaklaşımı uygulanmaktadır. Bu yaklaşımda DeGroot’un (1970) çalışması örnek gösterilebilir. Satchell and Scowcroft’un (2000) çalışmalarındaki yaklaşıma da benzemektedir.

Bu yaklaşımın yöntemine göre $E(r)$ ye bağlı olan her bir PDF dağılımın tüm terimleri incelenir, ancak diğer terimlerin $E(r)$ ye bağlı olduğu göz önüne alınmaz ve böylece $E(r)$ ye göre sabittirler.

Birincil dağılımdan başlanarak, OYF değerine orantılı bir ifade türetilir.

$P(A) \mu N(x, S/n)$ popülasyondan n örnek ile,

Böylece $\xi(x) P(A)$ ’nın OYF’nu sağlar.

$$\xi(x) \propto \exp((S/n)^{-1}(E(r) - x)^2) \quad (B.1)$$

Sonra, koşullu dağılım için OYF değerlendirilir.

$P(B|A) \mu N(\mu, \Sigma)$

Böylece $\xi(\mu|x) P(B|A)$ ’nın OYF’nu sağlar.

$$\xi(\mu|x) \propto \exp(\Sigma^{-1}(E(r) - \mu)^2) \quad (B.2)$$

Denklem B.1 ve B.2’ye (2.1)’deki formüle uygulandığında, nihai dağılımın OYFi sağlanır.

$$\xi(x|\mu) \propto \exp(-(\Sigma^{-1}(E(r) - \mu)^2 + (S/n)^{-1}(E(r) - x)^2)) \quad (B.3)$$

veya $\xi(x|\mu) \propto \exp(-\Phi)$

Sadece üs miktarı göz önüne alındığında ve basitleştirildiğinde,

$$\Phi = (\Sigma^{-1}(E(r) - \mu)^2 + (S/n)^{-1}(E(r) - x)^2)$$

$$\Phi = (\Sigma^{-1}(E(r)^2 - 2E(r)\mu + \mu^2) + (E(r)^2 - 2E(r)x + x^2))$$

$$\Phi = E(r)^2(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1}) - 2E(r)(\mu\Sigma^{-1} + x(S/n)^{-1}) + \Sigma^{-1}\mu^2 + (S/n)^{-1}x^2$$

Eğer yeni bir terim olan y 'yi kullanıldığında,

$$y = \frac{(\mu\Sigma^{-1} + x(S/n)^{-1})}{(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})} \quad (B.4)$$

ve sonra ikinci terime uygulandığında,

$$\Phi = E(r)^2(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1}) - 2E(r)y(\Sigma^{-1} + x(S/n)^{-1}) + \Sigma^{-1}\mu^2 + (S/n)^{-1}x^2$$

ve sonra eklendiğinde,

$$\begin{aligned} 0 &= y^2(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1}) - (\mu\Sigma^{-1} + x(S/n)^{-1})^2 + (\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})^{-1} \\ \Phi &= E(r)^2(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1}) - 2E(r)y(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1}) + \Sigma^{-1}\mu^2 + (S/n)^{-1}x^2 \\ &\quad + y^2(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1}) - (\mu\Sigma^{-1} + x(S/n)^{-1})^2 + (\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})^{-1} \\ \Phi &= E(r)^2(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1}) - 2E(r)y(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1}) + y^2(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1}) \\ &\quad + \Sigma^{-1}\mu^2 + (S/n)^{-1}x^2 - (\mu\Sigma^{-1} + x(S/n)^{-1})^2 + (\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})^{-1} \\ \Phi &= (\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})[E(r)^2 + -2E(r)y + y^2] + (\Sigma^{-1}\mu^2 + (S/n)^{-1}x^2) \\ &\quad - (\mu\Sigma^{-1} + x(S/n)^{-1})^2 + (\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})^{-1} \\ \Phi &= (\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})[E(r)^2 + -2E(r)y + y^2] \\ &\quad + (\mu\Sigma^{-1} + x(S/n)^{-1})^2(\Sigma^{-1}(S/n)^{-1})^{-1} \\ &\quad + (\Sigma^{-1}\mu^2 + (S/n)^{-1}x^2)(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})^{-1} \\ \Phi &= (\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})[E(r)^2 + -2E(r)y + y^2] - (\mu^2\Sigma^{-2} + 2\mu x\Sigma^{-1}(S/n)^{-1} \\ &\quad + x^2(S/n)^{-2})(\Sigma^{-1}(S/n)^{-1})^{-1} + (\Sigma^{-2}\mu^2 + (S/n)^{-1}\Sigma^{-1}x^2) \\ &\quad + \mu^2\Sigma^{-1}(S/n)^{-1} + x^2(S/n)^{-2})(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})^{-1} \\ \Phi &= (\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})[E(r)^2 + -2E(r)y + y^2] + ((S/n)^{-1}\Sigma^{-1}x^2 \\ &\quad - 2\mu x\Sigma^{-1}(S/n)^{-1} + \mu^2\Sigma^{-1}(S/n)^{-1})(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})^{-1} \\ \Phi &= (\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})[E(r)^2 + -2E(r)y + y^2] + (\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})^{-1}(x \\ &\quad - \mu)(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})^{-1} \end{aligned}$$

orantılılık faktörüne eklenebilir ve geriye şu denklem kalır:

$$\xi(x|\mu) \propto \exp(-[(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})^{-1}(E(R) - y)^2]) \quad (B.5)$$

Böylece nihai ortalama y denklem B.4'te tanımlanmıştır ve varyans ise aşağıda gösterilmiştir:

$$(\Sigma^{-1} + (S/n)^{-1})^{-1} \quad (B.6)$$

EK 5: Araştırmanın Matlab Uygulaması

```
>> delta=2.524126167;
```

```
>> cov=[0.006534266    0.004914262  0.001685891  0.002573299
        0.002522961    0.004257058  0.003961919  0.002033033
        0.002946604    0.004198827  0.005171829  0.00286637
        0.002259295    0.002460181  0.00278397   0.002542331
        0.004677532    0.003188196  0.004510602  0.004545746
        0.003471787    0.003777638  0.003619536  0.003797744
        0.004940348    0.003851912  0.002380795  0.001896631
        0.003001953    0.002840397  0.004830835  0.003584344
        0.00335572     0.002919141  0.005426785  0.0034318
        0.002766376    0.002436299  0.003464083
```

```
0.004914262  0.014195536  0.004665702  0.00560903  0.005668899
0.0084004    0.008883826  0.005326527  0.006321575
0.007901135  0.01157139   0.005357556  0.005222425
0.005113622  0.005643066  0.00608684   0.011562141
0.008850606  0.00950757   0.01120162   0.006844379
0.010632998  0.009052074  0.007598032  0.011253817
0.007409747  0.003907256  0.004641393  0.00482663
0.00650041   0.011499337  0.008531608  0.004968943
0.007487116  0.009130913  0.007045359  0.004793302
0.00708735   0.010785145
```

```
0.001685891  0.004665702  0.013621723  0.003821804  0.005622186
0.006378412  0.006681243  0.006306302  0.007461076
0.005802638  0.007375891  0.006123778  0.005726204
0.005150548  0.006358365  0.004930768  0.007158945
0.009260284  0.007051682  0.008053496  0.009277881
0.006515325  0.008491201  0.005204168  0.007266972
0.008217126  0.004100954  0.003551997  0.006565864
0.007605246  0.0075113    0.007448819  0.002722672
```

0.006075138	0.008155315	0.006930862	0.003626372
0.00860369	0.00607026		
0.002573299	0.00560903	0.003821804	0.01391106
0.006820356	0.007003847	0.006226888	0.006776328
0.003761102	0.007261523	0.005576549	0.005406594
0.005633238	0.004870929	0.004328662	0.006588116
0.005552026	0.007182071	0.006943435	0.005555017
0.005899309	0.008194809	0.00509587	0.00610357
0.006458249	0.002830939	0.00425946	0.005290336
0.008337489	0.005591803	0.006251083	0.002734059
0.006438291	0.006833078	0.005272763	0.004764285
0.00666551	0.005300492		
0.002522961	0.005668899	0.005622186	0.005043926
0.008052685	0.007187948	0.005925742	0.007219045
0.006848303	0.007740919	0.004287224	0.005615255
0.005266053	0.004850286	0.005421468	0.007306368
0.008669651	0.008896635	0.007671617	0.007461525
0.006208177	0.008747367	0.00704666	0.006698899
0.006915287	0.001813494	0.004311237	0.00643431
0.007816	0.006428904	0.006553533	0.003688046
0.006930172	0.006931054	0.006312291	0.004225722
0.007692636	0.005957361		
0.004257058	0.0084004	0.006378412	0.006820356
0.014950772	0.009843364	0.008506634	0.008172359
0.008717729	0.011406326	0.006686749	0.007768801
0.005106333	0.006455554	0.006735639	0.01049108
0.010143271	0.01075328	0.010996077	0.008275488
0.009267078	0.012885136	0.010006991	0.009820676
0.010434371	0.002117936	0.004546427	0.008928785
0.011656699	0.010244795	0.009112082	0.005808474

0.008736321	0.010529813	0.008218459	0.006088422
0.008717022	0.009599774		
0.003961919	0.008883826	0.006681243	0.007003847 0.007187948
0.009843364	0.017459349	0.008630263	0.008377184
0.008637227	0.01121746	0.006697494	0.007100912
0.007897785	0.006983438	0.007988567	0.011515235
0.010952384	0.011365333	0.011567803	0.009893585
0.008932994	0.009780284	0.009038206	0.011178292
0.010119252	0.004643461	0.005358833	0.006283
0.010781404	0.012029706	0.009764777	0.004203313
0.009053774	0.013774523	0.009074248	0.006966086
0.012122249	0.009699868		
0.002033033	0.005326527	0.006306302	0.006226888 0.005925742
0.008506634	0.008630263	0.018082206	0.006631726
0.006710272	0.009711195	0.006860049	0.006199131
0.005808794	0.006516203	0.005514595	0.007773402
0.009195096	0.008881628	0.008648593	0.00691446
0.007308542	0.010095718	0.006518156	0.00704068
0.008287235	0.004164391	0.002187624	0.005002462
0.010074446	0.006766485	0.007194312	0.002739002
0.006607372	0.008348844	0.007692005	0.006479033
0.009813336	0.007780366		
0.002946604	0.006321575	0.007461076	0.006776328 0.007219045
0.008172359	0.008377184	0.006631726	0.012253838
0.006407585	0.009187912	0.004932958	0.007500975
0.005965292	0.006295695	0.006606091	0.007769922
0.010438179	0.010216214	0.008422073	0.008415024
0.006855924	0.009951633	0.006207305	0.007707459
0.007886513	0.002827412	0.004313357	0.00721893
0.008768535	0.007185148	0.007390641	0.003900374

0.008331288	0.009446621	0.00720811	0.005501936
0.00783093	0.006478604		
0.004198827	0.007901135	0.005802638	0.003761102
0.008717729	0.008637227	0.006710272	0.006407585
0.01508754	0.015361197	0.004854132	0.00552754
0.00471739	0.006517488	0.004371249	0.008875595
0.00946236	0.011025181	0.0125724	0.008042457
0.007839012	0.00913891	0.007365104	0.00912873
0.008962574	0.003602433	0.005049672	0.006223755
0.007821226	0.008770357	0.008220038	0.004101615
0.006916677	0.009586785	0.006844647	0.004895101
0.00847323	0.007624848		
0.005171829	0.01157139	0.007375891	0.007261523
0.011406326	0.01121746	0.009711195	0.009187912
0.015361197	0.026587905	0.007064972	0.006660713
0.006703822	0.006710894	0.007435543	0.012909925
0.014443316	0.013484408	0.020674084	0.012763383
0.011449356	0.010873872	0.008421701	0.011675359
0.01035132	0.008106716	0.007306204	0.007232319
0.011833158	0.01157373	0.009914515	0.004556623
0.009564352	0.013682196	0.00944104	0.007989733
0.010003008	0.01072703		
0.00286637	0.005357556	0.006123778	0.005576549
0.006686749	0.006697494	0.006860049	0.004932958
0.004854132	0.007064972	0.012151723	0.006904652
0.003895252	0.004007717	0.004101607	0.006310491
0.005465517	0.004407593	0.007560235	0.005131252
0.00526402	0.005643774	0.004444719	0.006266924
0.005707022	0.003226164	0.002505295	0.003615856
0.007125113	0.006895142	0.005853469	0.002676485

0.005553249	0.007625458	0.006097601	0.004448346
0.006012146	0.003977114		
0.002259295	0.005222425	0.005726204	0.005406594
0.007768801	0.007100912	0.006199131	0.007500975
0.00552754	0.006660713	0.006904652	0.011415415
0.004437634	0.005004494	0.005045962	0.00650747
0.007431907	0.007725909	0.007076349	0.005663923
0.005835505	0.008431158	0.00572332	0.006420361
0.006248498	0.001012281	0.004057029	0.005799103
0.008990655	0.006574002	0.006006576	0.002687012
0.006539904	0.008055447	0.005579318	0.004831308
0.006706085	0.005868379		
0.002460181	0.005113622	0.005150548	0.005633238
0.005106333	0.007897785	0.005808794	0.005965292
0.00471739	0.006703822	0.003895252	0.004437634
0.01139793	0.006309445	0.004224945	0.006033055
0.006517646	0.006927488	0.006361067	0.006129207
0.005614397	0.004769152	0.005299899	0.006687714
0.007318381	0.003413606	0.003072067	0.004112939
0.006313841	0.005481866	0.005538488	0.003439448
0.004821537	0.007852846	0.005703857	0.006086054
0.007296289	0.005925239		
0.002783970	0.005643066	0.006358365	0.004870929
0.006455554	0.006983438	0.006516203	0.006295695
0.006517488	0.006710894	0.004007717	0.005004494
0.006309445	0.013229529	0.004529474	0.00668848
0.007353448	0.009664916	0.006791597	0.008106818
0.005796599	0.007537402	0.005817598	0.007726406
0.009366545	0.002199125	0.001971255	0.005262412
0.007023734	0.00774222	0.006845546	0.002856964

0.005237306	0.008555034	0.004800226	0.005381002
0.008403302	0.005615931		
0.002542331	0.00608684	0.004930768	0.004328662
0.006735639	0.007988567	0.005514595	0.006606091
0.004371249	0.007435543	0.004101607	0.005045962
0.004224945	0.004529474	0.009199373	0.007402199
0.00823974	0.007989226	0.008289359	0.006877609
0.005950452	0.007531709	0.006352442	0.007362766
0.006376728	0.003512603	0.003361199	0.005040337
0.007222837	0.007365255	0.005878405	0.003199171
0.005645559	0.008887722	0.006078545	0.004989176
0.006965719	0.006611445		
0.004677532	0.011562141	0.007158945	0.006588116
0.01049108	0.011515235	0.007773402	0.007769922
0.008875595	0.012909925	0.006310491	0.00650747
0.006033055	0.00668848	0.007402199	0.015271813
0.010034053	0.011437624	0.012150967	0.008094552
0.011147301	0.01136353	0.00839577	0.011736514
0.008156626	0.004181259	0.00602961	0.008066034
0.009047232	0.012289794	0.009757872	0.005630919
0.007899778	0.011086768	0.008876996	0.006829543
0.009526131	0.011528241		
0.003188196	0.008850606	0.009260284	0.005552026
0.010143271	0.010952384	0.009195096	0.010438179
0.00946236	0.014443316	0.005465517	0.007431907
0.006517646	0.007353448	0.00823974	0.010034053
0.021402804	0.014432482	0.01260282	0.012555299
0.009103159	0.011270723	0.008970999	0.00996955
0.012325816	0.0058257	0.003756397	0.008162659
0.012615499	0.009831398	0.00833959	0.004079415

0.008222269	0.01102384	0.008865399	0.005428043
0.010613151	0.009497873		
0.004510602	0.00950757	0.007051682	0.007182071 0.008896635
0.01075328	0.011365333	0.008881628	0.010216214
0.011025181	0.013484408	0.004407593	0.007725909
0.006927488	0.009664916	0.007989226	0.011437624
0.014432482	0.025559776	0.012803371	0.011541147
0.010692501	0.015261533	0.010948442	0.010101831
0.010675514	0.005105844	0.008382457	0.009847343
0.009049234	0.011283905	0.008338754	0.004647089
0.009028235	0.011596163	0.008198226	0.006924218
0.011077056	0.009781709		
0.004545746	0.01120162	0.008053496	0.006943435 0.007671617
0.010996077	0.011567803	0.008648593	0.008422073
0.0125724	0.020674084	0.007560235	0.007076349
0.006361067	0.006791597	0.008289359	0.012150967
0.01260282	0.012803371	0.02230123	0.009666856
0.011493032	0.01135244	0.009542518	0.011594392
0.009288321	0.005713541	0.007659548	0.007543954
0.009949645	0.012347378	0.011026798	0.00512325
0.010494282	0.01332676	0.00931627	0.00779245
0.009809883	0.009737214		
0.003471787	0.006844379	0.009277881	0.005555017 0.007461525
0.008275488	0.009893585	0.00691446	0.008415024
0.008042457	0.012763383	0.005131252	0.005663923
0.006129207	0.008106818	0.006877609	0.008094552
0.012555299	0.011541147	0.009666856	0.02465432
0.007117772	0.011262577	0.006986617	0.009038583
0.011546372	0.008613798	0.005351233	0.007110472
0.010212369	0.009456219	0.007892845	0.004643274

0.006483713	0.010860633	0.008748428	0.005186255
0.011048952	0.007567964		
0.003777638	0.010632998	0.006515325	0.005899309
0.009267078	0.008932994	0.007308542	0.006855924
0.007839012	0.011449356	0.00526402	0.005835505
0.005614397	0.005796599	0.005950452	0.011147301
0.009103159	0.010692501	0.011493032	0.007117772
0.012138975	0.010340205	0.008031933	0.010642193
0.007910197	0.004006945	0.005056828	0.006798366
0.007326047	0.010435437	0.008736735	0.005074851
0.007624795	0.008831444	0.007592223	0.005319004
0.008327475	0.010399197		
0.003619536	0.009052074	0.008491201	0.008194809
0.012885136	0.009780284	0.010095718	0.009951633
0.00913891	0.010873872	0.005643774	0.008431158
0.004769152	0.007537402	0.007531709	0.01136353
0.011270723	0.015261533	0.01135244	0.011262577
0.010340205	0.024688025	0.011988946	0.009298567
0.00982268	0.003748489	0.006268906	0.010232511
0.011114267	0.011338614	0.009917473	0.004017563
0.008109402	0.011781864	0.008988783	0.006857179
0.011522336	0.01032841		
0.003797744	0.007598032	0.005204168	0.00509587
0.010006991	0.009038206	0.006518156	0.006207305
0.007365104	0.008421701	0.004444719	0.00572332
0.005299899	0.005817598	0.006352442	0.00839577
0.008970999	0.010948442	0.009542518	0.006986617
0.008031933	0.011988946	0.0135589	0.0088521
0.009486703	0.002156595	0.003152139	0.006900802
0.00948678	0.008591366	0.007950892	0.004435348

0.007480982	0.009390163	0.007086359	0.005405616
0.008491792	0.008376458		
0.004940348	0.011253817	0.007266972	0.00610357
		0.006698899	
0.009820676	0.011178292	0.00704068	0.007707459
0.00912873	0.011675359	0.006266924	0.006420361
0.006687714	0.007726406	0.007362766	0.011736514
0.00996955	0.010101831	0.011594392	0.009038583
0.010642193	0.009298567	0.0088521	0.014481877
0.009143536	0.004400936	0.004048543	0.007135191
0.008422924	0.012843292	0.009514239	0.005281612
0.008026645	0.011171015	0.008462288	0.006358334
0.009120886	0.011020566		
0.003851912	0.007409747	0.008217126	0.006458249
		0.006915287	
0.010434371	0.010119252	0.008287235	0.007886513
0.008962574	0.01035132	0.005707022	0.006248498
0.007318381	0.009366545	0.006376728	0.008156626
0.012325816	0.010675514	0.009288321	0.011546372
0.007910197	0.00982268	0.009486703	0.009143536
0.020871542	0.009751786	0.005239606	0.007125191
0.0128836	0.008207342	0.009557484	0.004503656
0.007178097	0.010568438	0.007673045	0.004966331
0.010726932	0.008750486		
0.002380795	0.003907256	0.004100954	0.002830939
		0.001813494	
0.002117936	0.004643461	0.004164391	0.002827412
0.003602433	0.008106716	0.003226164	0.001012281
0.003413606	0.002199125	0.003512603	0.004181259
0.0058257	0.005105844	0.005713541	0.008613798
0.004006945	0.003748489	0.002156595	0.004400936
0.009751786	0.03557843	0.009524342	0.00233261
0.00161782	0.004644661	0.003698933	-0.00026864

0.001114737	0.006016884	0.005209499	0.001049545
0.00563814	0.004202395		
0.001896631	0.004641393	0.003551997	0.00425946
		0.004311237	
0.004546427	0.005358833	0.002187624	0.004313357
0.005049672	0.007306204	0.002505295	0.004057029
0.003072067	0.001971255	0.003361199	0.00602961
0.003756397	0.008382457	0.007659548	0.005351233
0.005056828	0.006268906	0.003152139	0.004048543
0.005239606	0.009524342	0.014670852	0.004348367
0.004478196	0.004677591	0.00469168	0.002069676
0.003365523	0.004896699	0.004671906	0.002463228
0.005059032	0.004502387		
0.003001953	0.00482663	0.006565864	0.005290336
		0.00643431	
0.008928785	0.006283	0.005002462	0.00721893
0.006223755	0.007232319	0.003615856	0.005799103
0.004112939	0.005262412	0.005040337	0.008066034
0.008162659	0.009847343	0.007543954	0.007110472
0.006798366	0.010232511	0.006900802	0.007135191
0.007125191	0.00233261	0.004348367	0.013060333
0.006819972	0.006802762	0.006745276	0.005155713
0.006828872	0.007381417	0.006103284	0.004589318
0.005838342	0.006703978		
0.002840397	0.00650041	0.007605246	0.008337489
		0.007816	
0.011656699	0.010781404	0.010074446	0.008768535
0.007821226	0.011833158	0.007125113	0.008990655
0.006313841	0.007023734	0.007222837	0.009047232
0.012615499	0.009049234	0.009949645	0.010212369
0.007326047	0.011114267	0.00948678	0.008422924
0.0128836	0.00161782	0.004478196	0.006819972
0.028834554	0.009039911	0.008419447	0.002755348

0.005467523	0.010380145	0.007367305	0.007381312
0.009213005	0.008593818		
0.004830835	0.011499337	0.0075113	0.005591803
		0.006428904	
0.010244795	0.012029706	0.006766485	0.007185148
0.008770357	0.01157373	0.006895142	0.006574002
0.005481866	0.00774222	0.007365255	0.012289794
0.009831398	0.011283905	0.012347378	0.009456219
0.010435437	0.011338614	0.008591366	0.012843292
0.008207342	0.004644661	0.004677591	0.006802762
0.009039911	0.015650712	0.009552738	0.004943774
0.007742128	0.012555121	0.008376637	0.005654541
0.009557614	0.010836563		
0.003584344	0.008531608	0.007448819	0.006251083
		0.006553533	
0.009112082	0.009764777	0.007194312	0.007390641
0.008220038	0.009914515	0.005853469	0.006006576
0.005538488	0.006845546	0.005878405	0.009757872
0.00833959	0.008338754	0.011026798	0.007892845
0.008736735	0.009917473	0.007950892	0.009514239
0.009557484	0.003698933	0.00469168	0.006745276
0.008419447	0.009552738	0.013676069	0.005305824
0.008469368	0.010390099	0.009116043	0.005131573
0.009271401	0.008589943		
0.003355720	0.004968943	0.002722672	0.002734059
		0.003688046	
0.005808474	0.004203313	0.002739002	0.003900374
0.004101615	0.004556623	0.002676485	0.002687012
0.003439448	0.002856964	0.003199171	0.005630919
0.004079415	0.004647089	0.00512325	0.004643274
0.005074851	0.004017563	0.004435348	0.005281612
0.004503656	-0.00026864	0.002069676	0.005155713
0.002755348	0.004943774	0.005305824	0.009507146

0.006146714	0.005013236	0.004291308	0.002430082
0.002524871	0.005336928		
0.002919141	0.007487116	0.006075138	0.006438291
0.008736321	0.009053774	0.006607372	0.008331288
0.006916677	0.009564352	0.005553249	0.006539904
0.004821537	0.005237306	0.005645559	0.007899778
0.008222269	0.009028235	0.010494282	0.006483713
0.007624795	0.008109402	0.007480982	0.008026645
0.007178097	0.001114737	0.003365523	0.006828872
0.005467523	0.007742128	0.008469368	0.006146714
0.015376615	0.009949485	0.007121316	0.004379432
0.007540636	0.00651458		
0.005426785	0.009130913	0.008155315	0.006833078
0.010529813	0.013774523	0.008348844	0.009446621
0.009586785	0.013682196	0.007625458	0.008055447
0.007852846	0.008555034	0.008887722	0.011086768
0.01102384	0.011596163	0.01332676	0.010860633
0.008831444	0.011781864	0.009390163	0.011171015
0.010568438	0.006016884	0.004896699	0.007381417
0.010380145	0.012555121	0.010390099	0.005013236
0.009949485	0.019416434	0.008966649	0.007709279
0.010591073	0.009099775		
0.0034318	0.007045359	0.006930862	0.005272763
0.008218459	0.009074248	0.007692005	0.00720811
0.006844647	0.00944104	0.006097601	0.005579318
0.005703857	0.004800226	0.006078545	0.008876996
0.008865399	0.008198226	0.00931627	0.008748428
0.007592223	0.008988783	0.007086359	0.008462288
0.007673045	0.005209499	0.004671906	0.006103284
0.007367305	0.008376637	0.009116043	0.004291308

0.007121316	0.008966649	0.010541228	0.005593348
0.008269583	0.007973716		
0.002766376	0.004793302	0.003626372	0.004764285
0.006088422	0.006966086	0.006479033	0.005501936
0.004895101	0.007989733	0.004448346	0.004831308
0.006086054	0.005381002	0.004989176	0.006829543
0.005428043	0.006924218	0.00779245	0.005186255
0.005319004	0.006857179	0.005405616	0.006358334
0.004966331	0.001049545	0.002463228	0.004589318
0.007381312	0.005654541	0.005131573	0.002430082
0.004379432	0.007709279	0.005593348	0.008666166
0.005628178	0.005256946		
0.002436299	0.00708735	0.00860369	0.00666551
0.008717022	0.012122249	0.009813336	0.00783093
0.00847323	0.010003008	0.006012146	0.006706085
0.007296289	0.008403302	0.006965719	0.009526131
0.010613151	0.011077056	0.009809883	0.011048952
0.008327475	0.011522336	0.008491792	0.009120886
0.010726932	0.00563814	0.005059032	0.005838342
0.009213005	0.009557614	0.009271401	0.002524871
0.007540636	0.010591073	0.008269583	0.005628178
0.016259325	0.007620929		
0.003464083	0.010785145	0.00607026	0.005300492
0.009599774	0.009699868	0.007780366	0.006478604
0.007624848	0.01072703	0.003977114	0.005868379
0.005925239	0.005615931	0.006611445	0.011528241
0.009497873	0.009781709	0.009737214	0.007567964
0.010399197	0.01032841	0.008376458	0.011020566
0.008750486	0.004202395	0.004502387	0.006703978
0.008593818	0.010836563	0.008589943	0.005336928

0.00651458	0.009099775	0.007973716	0.005256946
0.007620929	0.015550939		

];

>> weights=[4.70%

13.23%

0.43%

0.33%

0.40%

0.40%

1.68%

0.29%

0.98%

1.84%

1.17%

0.45%

0.18%

2.18%

4.71%

1.43%

14.75%

0.29%

0.32%

0.88%

0.59%

10.82%

0.18%

0.64%

3.92%

0.62%

0.33%

0.13%

0.88%

0.24%

6.18%

1.59%

8.12%

1.73%

1.09%

0.74%

5.95%

0.81%

4.81%

];

```
>> denge=delta*cov*weights
```

denge =

1.0263

2.3428

1.4573

1.3664

1.4801

2.1354

2.2709

1.6148

1.6702

1.8894

2.6068

1.3023

1.3839

1.4009

1.5574

1.4977

2.5705

2.1326

2.3730

2.5412

1.8751

2.2425

2.2606

1.8338

2.4385

1.9374

0.8948

1.0826

1.5563

1.8698

2.4684

2.0291

1.2548

1.7795

2.3595

1.7923

1.3760

1.9328

2.2800

```
>> p=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
        0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0
        0 0 0 0 0 0 0 0
```

```

0      0 0      0      0      0      0      0      0      0      0
      0 0      0      0      0      0      0      0      1      0
      0 0      0      0      0      0      0      0      0      0
      0 0      0      0      0      -1     0      0
0      0 0      0      0      0      0      0      0      0      0
      0 0      0      0      0      0      0      0      0      0
      0 0      0      0      0      0      0      0      0      0
      -1 0     0      1      0      0      0      0

```

```
];
```

```
omegav =
```

```

0.0063      0      0
      0 0.0154      0
      0      0 0.0123

```

```
>> omega=[0.000056 0      0
```

```
0      0.000110564  0
```

```
0      0 0.000134182
```

```
];
```

```
>> tau=0.01333;
```

```
>> q=[0.001
```

```
0.0115
```

```
0.003
```

```
];
```

```
>>
```

```
er=inv(inv(tau*cov)+p'*inv(omega)*p)*(inv(tau*cov)*denge+p'*inv(omega)*q)
```

er =

0.0102

0.0233

0.0145

0.0136

0.0147

0.0212

0.0225

0.0161

0.0166

0.0188

0.0258

0.0129

0.0138

0.0140

0.0156

0.0149

0.0254

0.0212

0.0235

0.0252

0.0187

0.0223

0.0224

0.0183

0.0244

0.0194

0.0088

0.0107

0.0155

0.0186

0.0246

0.0203

0.0125

0.0177

0.0233

0.0179

0.0137

0.0192

0.0227

```
>> w=inv(delta*cov)*er
```

w =

0.0470

0.1323

0.0043

0.0033

0.0040

0.0040

0.0168

0.0029

0.0098

0.0184

0.0117

0.0045

0.0018

0.0218

0.0471

0.0143

0.1268

0.0029

0.0032

0.0048

0.0059

0.1082

0.0018

0.0064

0.0599

0.0062

0.0033

0.0013

0.0088

0.0024

0.0618

0.0263

0.0812

0.0173

0.0005

0.0074

0.0635

0.0081

0.0481