

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ÖĞRETMEN ADAYLARININ MATEMATİK ÖĞRETME
BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ:
CEBİR ÖRNEĞİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mustafa GÜLER

**TRABZON
Ocak 2014**

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ÖĞRETMEN ADAYLARININ MATEMATİK ÖĞRETME
BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ:
CEBİR ÖRNEĞİ

Mustafa GÜLER

Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nce Yüksek
Lisans Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tez Danışmanı
Yrd. Doç. Dr. Derya ÇELİK

TRABZON
Ocak, 2014

KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

**Bu çalışma jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS
tezi olarak kabul edilmiştir. 15/01/2014**

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Derya ÇELİK

Üye : Prof. Dr. Adnan BAKİ

Üye : Doç. Dr. Selahattin ARSLAN

Onay

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

**Doç. Dr. Nevzat YİĞİT
Enstitü Müdürü V.**

BİLDİRİM

Tezimin içerdığı yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

Mustafa GÜLER

15/01/2014

ÖNSÖZ

Bu çalışma kapsamında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının cebir öğretme bilgilerinin alan ve pedagojik alan bilgisi (PAB) boyutlarında incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaca ulaşmak için her iki bilgi türünü ölçmeye yönelik ölçme araçları geliştirilmiş ve son sınıfa devam eden öğretmen adaylarına uygulanmıştır.

Yüksek lisans tezim boyunca danışmanlığımı yürüten ve desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, görüş ve önerileriyle ufku genişleten, bilgi ve deneyimleriyle yol gösteren değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Derya ÇELİK'e şükranlarımı sunarım.

Tezimin yazım sürecinde görüşlerini almak için sık sık rahatsızlık verdiğim değerli hocalarım Prof. Dr. Adnan BAKİ, Doç. Dr. Bülent GÜVEN ve Doç. Dr. Selahattin ARSLAN ile diğer hocalarıma teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca tezimi okuyarak görüşlerini benden esirgemeyen başta oda arkadaşım Arş. Gör. Kadir GÜRSOY, meslektaşım Arş. Gör. Semiha KULA, Arş. Gör. Dilek ÖZBEK, Arş. Gör. Murat OKUR ile doktora öğrencisi Buket Özüm ÇABAKÇOR ve tüm mesai arkadaşlarıma tek tek teşekkür ederim.

Her zaman yanımda olan ve hayatım boyunca aldığım tüm kararlarda bana destek olan aileme ve son olarak yüksek lisans öğrenimim boyunca verdiği bursla beni destekleyen TÜBİTAK-BİDEB'e teşekkür ederim.

Ocak, 2014
Mustafa GÜLER

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET	VIII
ABSTRACT	IX
TABLolar LİSTESİ.....	X
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	XII
KISALTMALAR LİSTESİ.....	XVI
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Araştırmanın Amacı.....	3
1.2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi.....	4
1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları	6
1.4. Varsayımlar	6
2. LİTERATÜR TARAMASI.....	7
2.1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi	7
2.1.1. Öğretmen Bilgisi Üzerine Modeller	7
2.1.1.1. Elbaz'ın Modeli	7
2.1.1.2. Shulman'ın Modeli.....	8
2.1.1.3. Grossman'ın Modeli	10
2.1.1.4. Fennema ve Franke'nin Modeli	11
2.1.2. Cebir Öğretme Bilgisi ve Bileşenleri	16
2.1.2.1. Cebir İçeriği	19
2.1.2.2. Matematiksel Bilgi İçeriği	20
2.1.2.2.1. Ana Kavramlar ve Prosedürler	20
2.1.2.2.2. Temsiller	20
2.1.2.2.3. Uygulamalar.....	21
2.1.2.2.4. Muhakeme ve İspat.....	21
2.1.2.3. Öğretim İçin Gerekli Olan Cebir Bilgisi.....	22
2.1.2.3.1. Okul Cebiri	22
2.1.2.3.2. İleri Cebir	22
2.1.2.3.3. Öğretme Bilgisi.....	23

2.1.3. Kavramsal Çatının Çalışmaya Uyarlanma Süreci.....	23
2.1.3.1. Cebirsel Kavramlar	24
2.1.3.1.1 Değişken ve Sembol	24
2.1.3.1.2. Denklemler.....	25
2.1.3.1.3. Eşitlik ve Eşitsizlik	25
2.1.3.1.4. Örüntüler	26
2.1.3.1.5. Fonksiyonlar	26
2.1.3.2. Pedagojik Alan Bilgisi	27
2.1.3.2.1. Öğrenciyi Tanıma Bilgisi	27
2.1.3.2.2. İçeriğin Sunumu Bilgisi	28
2.1.4. Öğretmen Eğitimi ile İlgili Yürütülen Çalışmalar.....	30
2.1.4.1 Öğretmen Eğitimi ile İlgili Yürütülen Münferit Çalışmalar	30
2.1.4.2. Öğretmen Eğitimi ile İlgili Yürütülen Ulusal/Uluslararası Projeler	36
2.1.5. Literatür Taramasının Sonucu.....	38
2.1.6. Rasch Modeli	39
3. YÖNTEM	42
3.1. Araştırmanın Modeli	42
3.2. Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi	42
3.2.1. Pilot Çalışma.....	44
3.3. Çalışma Grubu	44
3.4. Veri Toplama Araçları.....	45
3.4.1. Cebir Alan Bilgisi (CAB) Testi.....	46
3.4.2. Cebir Pedagojik Alan Bilgisi (CPAB) Testi.....	49
3.4.3. Klinik Mülakatlar.....	52
3.5. Verilerin Toplanma Süreci	53
3.6. Verilerin Analizi.....	53
3.6.1. CAB ve CPAB Testlerinden Elde Edilen Verilerin Analizi	54
3.6.2. Klinik Mülakatların Analizi	55
4. BULGULAR.....	56
4.1. Cebir alan bilgisi (CAB) testinden elde edilen bulgular.....	56
4.1.1. Cebir alan bilgisi (CAB) testinde yer alan soruların analizi	60
4.2. Cebir pedagojik alan bilgisi (CPAB) testinden elde edilen bulgular	89
4.2.1. Cebir pedagojik alan bilgisi (CPAB) testinde yer alan soruların analizi	93
5. TARTIŞMA	126
5.1. Cebir Alan Bilgisine (CAB) Yönelik Tartışma	126

5.1.1. Doğrusal-Doğrusal Olmayan Fonksiyonlar ve Özellikleri Alt Boyutuna İlişkin Tartışma	127
5.1.2. Açıklamalar, Denklem ve Eşitsizlikler Alt Boyutuna İlişkin Tartışma	133
5.2. Cebir Pedagojik Alan Bilgisine (CPAB) Yönelik Tartışma	136
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	143
6.1. Sonuçlar	143
6.2. Öneriler	146
6.2.1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler	146
6.2.2. İleride Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler	147
7. KAYNAKLAR	149
8. EKLER	161
9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ.....	186

ÖZET

Öğretmen Adaylarının Matematik Öğretme Bilgilerinin İncelenmesi: Cebir Örneği

Öğretmenlerin okullarda verilen eğitimin niteliğini belirleyen kişiler oldukları düşünüldüğünde, matematik öğretmenlerinin sahip oldukları öğretme bilgileri öğrencilerin matematik başarılarını doğrudan, eğitimin kalitesini ise dolaylı olarak etkilediği söylenebilir. Bu bağlamda öğretmenlerin alanı öğretme bilgilerinin incelenmesi, öğretmen yetiştirme programlarının başarısının da birer göstergesi olarak yorumlanabilir.

Birçok araştırmacı alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisinin öğretmenin sahip olması gereken alanı öğretme bilgisinin önemli iki bileşeni olduğu konusunda hemfikirdirler. Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğretmen eğitimi programının sonunda sahip oldukları cebir öğretme bilgisinin ortaya koyulması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda Ferrini-Mundy ve arkadaşları tarafından cebir öğretme bilgisinin değerlendirilmesi için oluşturulan kavramsal çatı çalışmaya uyarlanmış, öğretmen adaylarının alan bilgisi ve öğrenciyi tanıma ile içeriğin sunumu alt bileşenlerinde pedagojik alan bilgisi incelenmiştir. Betimsel bir araştırma niteliğinde olan çalışma, İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı son sınıfında öğrenim görmekte olan 101 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak geçerlik ve güvenirlik çalışmaları yapılan cebir alan bilgisi ile cebir pedagojik alan bilgisi testleri geliştirilmiştir. Ayrıca 6 aday ile mülakatlar yürütülmüştür. Çalışmanın nicel verileri WINSTEPS 3.72 programı kullanılarak Rasch kısmi (analitik) puan modeli ile analiz edilmiştir. Nicel analizler sonrası, öğrencilerin yazılı cevap ve mülakat verilerine dayalı yapılan nitel analizler cebir öğretme bilgisinin alt bileşenleri doğrultusunda daha detaylı veriler elde edilmesini sağlamıştır.

Araştırma sonucunda elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının hem cebir alan bilgisi hem de pedagojik alan bilgisi boyutlarında yüksek bir performans ortaya koyamadıklarını, her iki bilgi bileşenine yönelik eksikliklerinin olduğunu ortaya koymuştur. Cebir içeriğinin “doğrusal – doğrusal olmayan fonksiyonlar ve özellikleri” alt boyutuna ilişkin sorularda zorluk yaşadıkları görülen adayların pedagojik alan bilgisinin öğrenciyi tanıma bilgisi boyutunda da içeriğin sunumu boyutuna göre daha yetersiz oldukları tespit edilmiştir. Bu sonuçlardan hareketle öğretmen yetiştirme programlarına öncelikle öğretmen adaylarının cebir kavramlarına ilişkin ön öğrenmelerini dikkate almaları ve daha sonra bu kavramların öğretimi üzerine odaklanmaları önerilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Cebir öğretme bilgisi, alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi, öğretme bilgisini ölçme

ABSTRACT

Investigating Pre-Service Teachers' Knowledge for Teaching Mathematics: The Sample of Algebra

Considering teachers determine the qualification of education in schools, it can be said that knowledge for teaching which mathematics teachers possess has direct effects on students' mathematics achievement and indirect effects on quality of education. In this sense, examining teachers' knowledge for teaching can give an insight into teacher training programs' success.

Many researchers agree that content knowledge and pedagogic content knowledge are two important components of knowledge for teaching that teachers must possess. In this study it is aimed to reveal pre-service mathematics teachers' knowledge for teaching algebra which they had at the end of the teacher training program. In order to reach this aim, the conceptual framework which has been generated by Ferrini-Mundy and her friends to evaluate knowledge for teaching algebra has been adapted to this study and content knowledge and pedagogical content knowledge with subcomponents of knowledge of learner and presentation of content were examined. This is a descriptive study which was conducted with 101 final year pre-service mathematics teachers. As data collection tools content knowledge and algebra pedagogic content knowledge tests which reliability and validity measured were developed. In addition interviews were carried out with 6 of the participants. Quantitative data of the study was analyzed with Rasch analytical credit scoring by using WINSTEPS 3.72 software. Following the quantitative analysis of data, qualitative analysis which was based on participants' written answers and interview data provided more elaborative findings about subcomponents of knowledge for teaching algebra.

Findings of the study revealed that pre-service mathematics teachers couldn't give an outstanding performance on content knowledge and algebra pedagogical content knowledge and they have deficiencies related to both components. It is determined that participants who had difficulties in questions related to "linear – nonlinear functions and their characteristics" sub-dimensions of algebra content were also more inadequate knowledge of learner compared to presentation of content which are the two components of pedagogical content knowledge. Based upon these results, teacher training programs were primarily recommended to consider what teacher candidates know about algebraic concepts before focusing on how to teach them.

Key Words: Knowledge for teaching algebra, content knowledge, pedagogical content knowledge, measuring teaching knowledge

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo No	Tablo Adı	Sayfa No
Tablo 1.	İlköğretim matematik öğretmenliği programı ders bilgi paketi	45
Tablo 2.	CAB nihai test maddelerine ait boyutlar matrisi	47
Tablo 3.	CAB testi uyum istatistikleri	47
Tablo 4.	CAB testi güvenilirlik analizi	48
Tablo 5.	PAB öğrenciyi tanıma bilgisi ve içeriğin sunumu göstergeleri	49
Tablo 6.	CPAB nihai test maddelerine ait boyutlar matrisi	51
Tablo 7.	CPAB testi uyum istatistikleri	51
Tablo 8.	CPAB testi güvenilirlik analizi	52
Tablo 9.	CPAB testi 11. sorusu	54
Tablo 10.	CPAB 11. test maddesine ilişkin hazırlanan rubrik	54
Tablo 11.	CAB testi 1. sorusu ve maddeleri	54
Tablo 12.	Öğretmen adaylarının CAB testinden aldıkları puanlar	56
Tablo 13.	Negatif lineer puana sahip soruların boyutlara göre dağılım matrisi	60
Tablo 14.	18. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri	61
Tablo 15.	4. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri	62
Tablo 16.	5. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri	64
Tablo 17.	17. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri	66
Tablo 18.	12. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri	69
Tablo 19.	12. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri	71
Tablo 20.	1. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri	74
Tablo 21.	14. sorudan elde edilen frekans – yüzde değerleri	76
Tablo 22.	Testin 21. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	78
Tablo 23.	Testin 20. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	79
Tablo 24.	20. soruya verilen yanlış yanıtların seçeneklere göre dağılımı	80

Tablo 25.	Testin 6. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	81
Tablo 26.	Testin 19. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	85
Tablo 27.	Testin 13. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	86
Tablo 28.	Testin 7. sorusunun maddelerinden elde edilen frekans – yüzde değerleri	88
Tablo 29.	Öğretmen adaylarının CPAB testinden aldıkları puanlar	89
Tablo 30.	Negatif lineer puana sahip soruların boyutlara göre dağılım matrisi	93
Tablo 31.	Testin 6. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	94
Tablo 32.	Testin 10. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	97
Tablo 33.	Testin 10. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	100
Tablo 34.	Testin 15. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	103
Tablo 35.	Testin 18. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	105
Tablo 36.	Testin 7. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	108
Tablo 37.	Testin 12. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	111
Tablo 38.	Testin 12. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	114
Tablo 39.	Testin 2. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	115
Tablo 40.	18. soruya verilen yanlış yanıtların seçeneklere göre dağılımı	115
Tablo 41.	Testin 11. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	117
Tablo 42.	Testin 17. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	119
Tablo 43.	Testin 17. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	120
Tablo 44.	Testin 20. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	122
Tablo 45.	Testin 20. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	122
Tablo 46.	Testin 1. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri	124

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil No	Şekil Adı	Sayfa No
Şekil 1.	Grossman'ın Öğretme Bilgisi Modeli (Park ve Oliver, 2007)	10
Şekil 2.	Fennema ve Franke (1992)'nin Öğretmen Bilgisi Modeli	11
Şekil 3.	Matematik Öğretme Bilgisinin Bileşenleri (Ball, Thames ve Phelps, 2008)	12
Şekil 4.	Baki'nin Alanı Öğretme Bilgisi Ağı (Baki, 2012b)	14
Şekil 5.	Cebir öğretme bilgisini tanımlayan bir kavramsal çatı	17
Şekil 6.	Cebir öğretme bilgisinin değerlendirilmesine yönelik kavramsal çerçeve ...	18
Şekil 7.	Kavramsal çatının çalışmaya uyarlanma süreci şematiği	23
Şekil 8.	Cebir öğretme bilgisi kavramsal çatısı	30
Şekil 9.	Araştırmada izlenen adımlara ilişkin akış şeması	43
Şekil 10.	CAB testi 4. sorusuna ilişkin hazırlanan uzman görüş formu	46
Şekil 11.	CPAB testi 15. sorusuna ilişkin hazırlanan uzman görüş formu.....	50
Şekil 12.	CAB testine ilişkin madde – kişi haritası	58
Şekil 13.	CAB testine ilişkin kişi – madde haritası	59
Şekil 14.	CAB testinde yer alan 18. soru ve maddeleri.....	61
Şekil 15.	CAB testinde yer alan 4. soru.....	62
Şekil 16.	Ö ₆₆ kodlu öğretmen adayının testin 4. maddesine verdiği yanıt	63
Şekil 17.	Ö ₄₄ kodlu katılımcının testin 4. sorusuna verdiği yanıt	63
Şekil 18.	CAB testinde yer alan 5. soru ve maddeleri	64
Şekil 19.	Ö ₅₉ kodlu katılımcının testin 5. maddesine verdiği yanıt	65
Şekil 20.	CAB testinde yer alan 17. soru.....	66
Şekil 21.	Ö ₆₁ kodlu katılımcının testin 17. sorusuna verdiği yanıt	67
Şekil 22.	Ö ₃₃ kodlu katılımcının testin 17. sorusuna verdiği yanıt	67
Şekil 23.	Ö ₅₃ kodlu katılımcının testin 17. sorusuna verdiği yanıt	68
Şekil 24.	CAB testinde yer alan 12. soru ve maddeleri.....	69

Şekil 25.	CAB testinde yer alan 14. soru.....	70
Şekil 26.	Ö ₁₃ kodlu katılımcının testin 14. sorusuna verdiği yanıt	71
Şekil 27.	Ö ₅₆ kodlu katılımcının testin 14. sorusuna verdiği yanıt	72
Şekil 28.	Ö ₅₉ kodlu katılımcının testin 14. sorusuna verdiği yanıt	72
Şekil 29.	Ö ₅₃ kodlu katılımcının testin 14. sorusuna verdiği yanıt	73
Şekil 30.	CAB testinde yer alan 1. soru ve maddeleri	73
Şekil 31.	Ö ₁₀₀ kodlu katılımcının testin 1. sorunun maddelerine verdiği yanıtlar	74
Şekil 32.	Ö ₅₁ kodlu katılımcının testin 1. sorunun maddelerine verdiği yanıtlar	74
Şekil 33.	CAB testinde yer alan 3. soru.....	75
Şekil 34.	Ö ₉₈ kodlu katılımcının testin 3. sorusuna verdiği yanıt	76
Şekil 35.	Ö ₁₄ kodlu katılımcının testin 3. sorusuna verdiği yanıt	77
Şekil 36.	CAB testinde yer alan 21. soru.....	77
Şekil 37.	Ö ₈₉ kodlu katılımcının testin 21. sorusuna verdiği yanıt	78
Şekil 38.	Ö ₁₀₁ kodlu katılımcının testin 21. sorusuna verdiği yanıt	78
Şekil 39.	CAB testinde yer alan 20. soru.....	79
Şekil 40.	Ö ₅₃ kodlu katılımcının testin birinci sorusuna verdiği yanıt	80
Şekil 41.	CAB testinde yer alan 6. soru.....	81
Şekil 42.	Ö ₃₀ kodlu katılımcının testin 6. sorusuna verdiği yanıt	81
Şekil 43.	Ö ₂₂ kodlu katılımcının testin 6. sorusuna verdiği yanıt	82
Şekil 44.	Ö ₂₂ kodlu katılımcının testin 6. sorusuna verdiği yanıt	83
Şekil 45.	Ö ₃₁ kodlu katılımcının testin 6. sorusuna verdiği yanıt	83
Şekil 46.	CAB testinde yer alan 19. soru ve maddeleri.....	84
Şekil 47.	CAB testinde yer alan 13. soru.....	86
Şekil 48.	Ö ₂ kodlu katılımcının testin 13. sorusuna verdiği yanıt	86
Şekil 49.	Ö ₃₂ kodlu katılımcının testin 13. sorusuna verdiği yanıt	87
Şekil 50.	CAB testinde yer alan 7. soru ve maddeleri	88
Şekil 51.	Ö ₄₁ kodlu katılımcının testin 7. sorunun ilk maddesine verdiği yanıt	88
Şekil 52.	CPAB testine ilişkin madde – kişi haritası.....	91

Şekil 53.	CPAB testine ilişkin kişi – madde haritası.....	92
Şekil 54.	CPAB testinde yer alan 6. soru	94
Şekil 55.	Ö ₅ kodlu katılımcının testte yer alan 6. soruya verdiği yanıt.....	95
Şekil 56.	Ö ₅₈ kodlu katılımcının testte yer alan 6. maddeye verdiği yanıt	95
Şekil 57.	CPAB testinde yer alan 10. soru	97
Şekil 58.	Ö ₅₆ kodlu katılımcının testte yer alan 10. soruya verdiği yanıt	97
Şekil 59.	Ö ₁₄ kodlu katılımcının testte yer alan 10. soruya verdiği yanıt	98
Şekil 60.	Ö ₁₇ kodlu katılımcının testte yer alan 10. soruya verdiği yanıt	98
Şekil 61.	CPAB testinde yer alan 14. soru	99
Şekil 62.	Ö ₆₉ kodlu katılımcının testte yer alan 14. soruya verdiği yanıt.....	100
Şekil 63.	Ö ₅₂ kodlu katılımcının testte yer alan 14. soruya verdiği yanıt	101
Şekil 64.	Ö ₄ kodlu katılımcının testte yer alan 14. soruya verdiği yanıt.....	102
Şekil 65.	CPAB testinde yer alan 15. soru	103
Şekil 66.	Ö ₃₂ kodlu katılımcının testte yer alan 15. soruya verdiği yanıt.....	104
Şekil 67.	Ö ₁₀ kodlu katılımcının testte yer alan 15. soruya verdiği yanıt.....	104
Şekil 69.	CPAB testinde yer alan 18. soru	105
Şekil 70.	Ö ₅₇ kodlu katılımcının testte yer alan 18. soruya verdiği yanıt.....	106
Soru 71.	Ö ₄₈ kodlu katılımcının testte yer alan 18. soruya verdiği yanıt.....	106
Şekil 72.	CPAB testinde yer alan 7. soru	107
Şekil 73.	Ö ₇ kodlu katılımcının testte yer alan 7. soruya verdiği yanıt.....	108
Şekil 74.	Ö ₃₄ kodlu katılımcının testte yer alan 7. soruya verdiği yanıt	109
Şekil 75.	Ö ₉₄ kodlu katılımcının testte yer alan 7. soruya verdiği yanıt	110
Şekil 76.	CPAB testinde yer alan 12. soru	111
Şekil 77.	Ö ₈₄ kodlu katılımcının testte yer alan 12. soruya verdiği yanıt	111
Şekil 78.	Ö ₉₅ kodlu katılımcının testte yer alan 12. soruya verdiği yanıt	112
Şekil 79.	CPAB testinde yer alan 8. soru ve maddeleri	113
Şekil 80.	CPAB testinde yer alan 2. soru ve maddeleri	115
Şekil 81.	CPAB testinde yer alan 11. soru	117

Şekil 82.	Ö ₉₁ kodlu katılımcının testte yer alan 11. soruya verdiği yanıt117
Şekil 83.	Ö ₅₁ kodlu katılımcının testte yer alan 11. soruya verdiği yanıt118
Şekil 84.	CPAB testinde yer alan 17. soru119
Şekil 85.	CPAB testinde yer alan 9. soru119
Şekil 86.	Ö ₃₃ kodlu katılımcının testte yer alan 9. soruya verdiği yanıt120
Şekil 87.	Ö ₁₀ kodlu katılımcının testte yer alan 9. soruya verdiği yanıt120
Şekil 88.	Ö ₅₆ kodlu katılımcının testte yer alan 9. soruya verdiği yanıt121
Şekil 89.	Ö ₆₇ kodlu katılımcının testte yer alan 9. soruya verdiği yanıt121
Şekil 90.	CPAB testinde yer alan 20. soru122
Şekil 91.	CPAB testinde yer alan 1. soru ve maddeleri123

KISALTMALAR LİSTESİ

ÖMGY	: Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterlilikleri
ÖAY	: Özel Alan Yeterlilikleri
AÖB	: Alanı Öğretme Bilgisi
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics (Amerikan Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)
PAB	: Pedagojik Alan Bilgisi
CAB	: Cebir Alan Bilgisi
CPAB	: Cebir Pedagojik Alan Bilgisi

1. GİRİŞ

Son yıllarda teknolojinin gelişmesi ve bilginin hızla yayılmasının bir sonucu olarak toplumlar yapı olarak değişmiş ve bilgi toplumu kavramı ifade edilmeye başlanmıştır. Bilgi toplumunun temel özellikleri irdelendiğinde, belirli konuları öğrenmek yerine “öğrenmeyi öğrenme”, bilginin pasif alıcısı olmak yerine “aktif öğrenme” gibi kavramların eğitim sürecinde ön plana çıktığı görülmektedir. Bu ise geleneksel anlamda öğretmen ve öğrenci rollerinde değişime, eğitim-öğretim programlarının kazandırmayı hedeflediği becerilerde farklılaşmaya sebep olmuştur. Bir zamanlar öğrencilere akıcı işlem yapma becerileri kazandırmayı amaçlayan programlar yerini kavramsal anlamayı merkeze alan, problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme gibi becerileri hedefleyen öğretim programlarına bırakmıştır.

Öğrencilerin sahip olduğu bilgi ve becerileri tespit etme, dolaylı bir şekilde öğretim programlarını değerlendirme amaçlı birçok çalışma yürütülmüştür. Ancak, ne kadar iyi hazırlanmış olursa olsun bir öğretim programının başarıya ulaşmasında öğretmenin sahip olduğu önemli rol ve öğretmenin mesleki yeterliliklerinin öğrencilerin başarısı üzerine doğrudan etkisini ortaya koyan araştırma (Baumert ve diğ., 2010; Hill, Rowan ve Ball, 2005) sonuçları çalışmaların odağının öğrencilerden öğretmenlere, özellikle de öğretmen adaylarına kaymasına sebep olmuştur. Öğretmenin mesleki yeterliliklerini daha özel olarak öğretme bilgisini tanımlamaya yönelik farklı araştırmacılar tarafından birçok çalışma yürütülmüştür (An, Kulm ve Wu, 2004; Baki, 2012a; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Fennema ve Franke, 1992; Grossman, 1990; Shulman, 1986, 1987). Bu alanda ilk yürütülen çalışmalardan biri Shulman (1986)’a aittir.

Shulman (1986) öğretmenin öğretme bilgisi ile ilgili üç temel bileşene özellikle vurgu yapmıştır. Bunlar; alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve müfredat bilgisi şeklinde ifade edilebilir. Shulman (1987) çalışmasında pedagojik alan bilgisi ve alan bilgisi arasındaki ilişkiye vurgu yapmıştır. Ona göre pedagojik alan bilgisi, alan bilgisi ve pedagoji bilgisinin birleşiminden oluşan ve öğretmek için gerekli olan yeni bir bilgi türüdür. Bu bilgi türü özünde matematiğin nasıl öğrenildiği-öğretildiği ile ilişkili olup öğrencilerin konu alanı ile ilgili anlamakta zorluk çektiği kavramları bilmeyi, bu zorlukların üstesinden gelmek için uygun strateji, yöntem ve teknikleri belirleme ve kullanmayı içermektedir. Öğretmen, alan bilgisini öğrenciler için anlamlı kılabilecek özel temsiller, örnekler veya gösterimler bilgisine sahip olmalıdır.

Shulman (1987)’ın öğretmenlik mesleğini diğer mesleklerden ayıran en önemli bilgi olarak tanımladığı öğretme bilgisi üzerine sonraki yıllarda birçok araştırma daha

yapılmıştır. Shulman'ın çalışması bu araştırmaların büyük bir çoğunluğuna ilham kaynağı olmuştur. Yürütülen araştırmaların bazılarının odağında, daha özel olarak, bir matematik öğretmenin sahip olması gereken öğretme bilgisinin tanımlanması yer almıştır (Baki, 2012a; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Fennema ve Franke, 1992; Grossman, 1990). Grossman (1990) çalışmasında pedagojik alan bilgisini ayrıntılandırmış, Shulman'dan farklı olarak bağlam bilgisi adını verdiği bir bilgi türü tanımlamıştır. Fennema ve Franke (1992) öğretmenin matematik, matematik öğrenme ve öğretme ile ilgili inançlarını da öğretme bilgisinin bir bileşeni olarak ele almıştır. Diğer bazı araştırmacılar (Baki ve Baki, 2010; Ball, Thames ve Phelps, 2008) ise pedagojik alan bilgisi ve alan bilgisini birlikte ele almış ve bunu matematik öğretme bilgisi olarak tanımlamıştır. Her ne kadar farklı araştırmacılar tarafından matematik öğretmenin öğretme bilgisi ve bileşenleri farklı şekillerde yapılandırılrsa da tüm araştırmacılar alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisinin etkili bir matematik öğretimi için çok önemli olduğu konusunda hemfikirdir.

Matematik öğretmenin bilgisini tanımlamaya yönelik çalışmalar (Baki, 2012a; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Fennema ve Franke, 1992; Grossman, 1990) gözden geçirildiğinde, hemen hemen hepsinin öğrenciyi tanıma bilgisi ve içeriğin sunumunu pedagojik alan bilgisinin bir parçası olarak elde aldığı görülmektedir. Öğrenciyi tanıma bilgisi; öğrencinin ön bilgisini, anlamasını, (olası) kavram yanılgılarını, matematiğe karşı inancını ve öğrenme zorluklarını bilmeyi gerektiren bir süreci kapsamaktadır. İçeriğin sunumu bilgisi ise; bir konunun ya da kavramın öğretiminde yapılacak açıklamalar, seçilecek örnekler, kullanılacak temsiller ve analogileri bilmeyi gerektirmektedir (Baki ve Baki, 2010).

Dünyada ve Türkiye'de öğretme bilgisini tanımlamaya yönelik tüm bu çalışmalar ışığında, öğretmen yetiştirmekle sorumlu eğitim fakültelerinin programlarında ve öğretmen adaylarına istihdam olanağı sunan Milli Eğitim Bakanlığı'nın eğitim politikalarında bazı değişiklik ve düzenlemelere gidilmiştir. Bu bağlamda en dikkat çekici değişiklik 1997 yılında YÖK ve Dünya bankasının ortaklaşa yürüttükleri bir proje kapsamında eğitim fakültelerinin yeniden yapılandırması sürecinde yaşanmıştır. Bu yeniden yapılandırma sürecinde pedagojik alan bilgisinin gelişimine odaklanan dersler (Özel Öğretim Yöntemleri, Okul Deneyimi gibi) programa konmuş veya mevcut derslerde (Öğretmenlik Uygulaması gibi) yeniden düzenleme yoluna gidilmiştir. Bu yapılanmanın bir parçası olarak Avrupa Birliği ile Türkiye Cumhuriyeti arasında imzalanan "Temel Eğitime Destek Projesi" kapsamında öğretmenlik mesleği genel yeterlilikleri (ÖMGY), 2008 yılında MEB tarafından revize edilerek yeniden tanımlanmıştır. 1739 sayılı Milli Eğitim Temel Kanunu'nun 45. Maddesi kapsamında öğretmen yeterlikleri "Öğretmenlik Mesleği Genel

Yeterlilikleri” ve “Özel Alan Yeterlilikleri” olmak üzere iki kısımda yayımlanmıştır (MEB, 2008). Buna göre ÖMGY şu şekilde tanımlanmıştır:

- Kişisel ve mesleki değerler – Mesleki gelişim
- Öğrenciyi tanıma
- Öğrenme ve öğretme süreci
- Öğrenmeyi, gelişimi izleme ve değerlendirme
- Okul – aile ve toplum ilişkileri
- Program ve içerik bilgisi

Genel yeterliliklerin belirlenmesinden sonra İlköğretim için 14, Ortaöğretim için 9 branşı kapsayacak şekilde özel alan yeterlikleri (ÖAY) belirlenmiştir. Özel Alan Yeterlilikleri Komisyonu (2009) hazırladığı raporda günümüz öğretmen yetiştirme programlarının öğretmenlerin alan bilgisi, alanı öğretme bilgisi (AÖB), öğretim bilgisi ve genel kültür bilgisini kazandırma ve geliştirmeye yönelik oluşturulduğunu ifade etmektedir. Bu bağlamda 2009 yılında hazırlanan bu raporla planlanan hedeflere ne derece ulaşıldığının incelenmesi açısından mezun konumundaki öğrencilerin AÖB'lerini değerlendirmeye yönelik çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Bu çalışmalarla belli bir matematiksel kavram etrafında matematiği öğretme bilgisi ölçülebileceği gibi (kesirlerle işlemler, doğal sayılarda toplama, dörtgenler, ...) genel bir çerçevede matematiğin belli bir konu alanına (sayılar, geometri, cebir, ...) odaklanabilir. Bu alanlardan cebir, ortaöğretim ile üniversite matematiğinin altyapısını oluşturması sebebiyle önemli bir yer tutmaktadır.

Matematiğin bir genelleme süreci olduğu düşünüldüğünde (NCTM, 2000) cebirin genellenmenin dilini oluşturduğu söylenebilir (Usiskin, 1988). Matematik eğitimcileri cebirin okul matematiğinde merkezde yer alan üç öğrenme alanından biri olduğunu belirtirmişlerdir (Mathematics Study Panel, 2003). Ayrıca matematiksel düşünmeyi artırması ve matematiksel durumları analiz etme fırsatı sunması açısından öğretim programlarında daha baskın olarak yer alması gerektiğini savunularak (Moses, 1995; NCTM, 2000) cebirin önemine dikkat çekilmeye çalışılmıştır.

1.1. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğretmen eğitimi programının sonunda sahip oldukları cebir öğretme bilgisinin tanımlanması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki alt amaçlara odaklanılmıştır. Bunlar:

1. İlköğretim matematik öğretmenliği programında dördüncü sınıfa devam eden öğretmen adaylarının cebir alan bilgisini incelemek,

2. Bu öğretmen adaylarının öğrenciyi tanıma ve içeriğin sunumu alt bileşenlerinde cebir konularının öğretimi ile ilgili pedagojik alan bilgisini belirlemek,
3. Öğretmen adaylarının cebir alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi bileşenleri bağlamında, varsa, eksik veya zayıf kaldığı noktaları ortaya koymak şeklinde belirlenmiştir.

1.2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Etkili matematik öğretiminin; matematiği bilme, matematiğin derinliklerinde yatan anlamını bilme, bir öğrenen olarak öğrenciyi bilme ve pedagojik stratejileri bilmeyi gerektirdiği belirtilmektedir. NCTM bu açıklamasında aslında matematik öğretimi için sadece alan bilgisinin yeterli olmadığını belirtmektedir. Bunun yanında öğretmenlerin özel temsilleri, örnekleri, çoklu gösterimleri, kavramların uygun tanımlarını, etkili metotları bilmeleri gerekmektedir (Hill, Schilling ve Ball, 2004). Bu düşüncenin felsefi yansımaları, 1980'li yılların ortalarında Lee Shulman (1986; 1987) ve arkadaşlarının çalışmaları ile belirginleşmeye başlayan alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi arasındaki ayrıma dayanmaktadır. Shulman ve kendisinden sonra gelen eğitimcilerin farklı kavramsal çerçeveler ortaya koydukları görülmektedir (Grossman, 1990; Magnusson, Krajcik ve Borko, 1999; Marks, 1990; Tamir, 1988 vd.). Tüm bu teorik yansımaların bir sonucu olarak Öğretmen Yetiştirme ve Eğitimi Genel Müdürlüğü (ÖYEGM)'nin yürüttüğü bir çalışma sonucunda 2008 yılında “Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterlilikleri” ve “Özel Alan Yeterlilikleri” açıklanmıştır.

ÖAY kapsamında alan öğretmenlerinin kendi branşlarında etkin öğrenme ve öğretmeyi gerçekleştirebilmeleri için sahip olmaları gereken bilgi, beceri ve tutumlar tanımlanmıştır (MEB, 2008). Bu bağlamda hem hizmetteki öğretmenlerin hem de öğretmen adaylarının bu yeterliliklere sahip olması beklenmektedir. Çünkü yapılan araştırmalar öğretmenin sahip olduğu bilgi ve bu bilgi doğrultusunda yaptığı eğitim-öğretim faaliyetlerinin öğrenci başarısının en önemli yordayıcılarından biri olduğunu ortaya koymaktadır (Baumert vd., 2010; Hill, Rowan ve Ball, 2005). Bu açıdan bakıldığında öğretmenin sahip olduğu bilginin ortaya çıkarılması gerekli ve önemlidir. Diğer taraftan hizmet öncesinde öğretmen adayları ile çalışmak ve onların performansını ortaya koymak, öğretmen yetiştirme programlarında mevcut uygulamaların değerlendirilmesine yardımcı olacaktır (Tatto vd., 2008).

MÖB'ü ve onun bir bileşeni olarak PAB'ı değerlendirmeye yönelik yurt içi ve dışında yapılan birçok çalışma belli bir kavram ve bu kavramın öğretime odaklanmıştır (Bütün, 2005; Chick ve Harris, 2007; Dönmez, 2009; Işıksal, 2006; Kazima, Pillay ve Adler, 2008; Stump, 1999). Bunun temel sebeplerinden biri MÖB'ün birbiri ile ilişkili birden çok bileşene

sahip olması, bir diğeri öğretmen/öğretmen adayının matematiği öğretme bilgisini ortaya koymak için kullanılan veri toplama yöntemlerinin (gözlem, görüşme,...) çok zaman alıcı olması şeklinde açıklanabilir. Ma (1999)'nın Çin'de ve Amerika Birleşik Devleti'indeki matematik öğretmenlerinin alan bilgilerini karşılaştırmayı amaçladığı çalışmada kullandığı senaryo tipindeki sorular kendisinden sonraki birçok araştırmacı tarafından öğretmenlerin matematik öğretme bilgilerini incelemede kullanılmıştır. Bu yaklaşımla öğretmenleri sınıf içinde gözlemleyip kritik durumlarda (ne zaman ortaya çıkarsa) nasıl davrandıklarını tespit etmeye çalışmak yerine, zaten kritik durumları içerecek şekilde hazırlanmış senaryolarla öğretmenleri karşı karşıya bırakıp nasıl davranacakları ve niçin böyle davranacakları konusunda bilgilerine başvurulmaktadır. Bu şekilde çok daha fazla bireye ulaşmak mümkün olabilmektedir. Ancak hala içerik ve öğretme bilgisi yönünden sınırlı bir alanda hareket edilmesi gerekmektedir.

Son zamanlarda yürütülen ulusal veya uluslararası nitelikte birçok projede (Project TEDS-M, MT21, COACTIV, FIRSTMATH) matematikte birçok konu alanı (sayılar, cebir, geometri,... gibi) ve matematik öğretme bilgisinin birçok bileşenini dikkate alınarak çok sayıda öğretmen veya öğretmen adayının mevcut performansını ortaya koymaya yönelik çalışmalar yapılmaktadır. Öğretmenlerin öğretme bilgileri senaryo temelli açık uçlu veya çoktan seçmeli test maddeleri ile nicel olarak ortaya konmaya çalışılmaktadır. Bu ise genel bir resim elde etme ve karşılaştırma yapmayı kolaylaştırmaktadır. Ülkemizde öğretmen adaylarının matematiği öğretme bilgisini ölçmeye yönelik bu türden bir çalışmaya ise rastlanılmamıştır. Bu çalışma bu anlamda ilklerden biri olacaktır.

Diğer taraftan son zamanlarda ortaya çıkan bir başka eğilim belli bir konu alanında öğretme bilgisinin derinlemesine ölçülmesi şeklindedir (Doerr, 2004; Ferrini-Mundy, Burrill, Floden ve Sandow, 2003; Ferrini-Mundy, Floden, McCrory, Burrill ve Sandow, 2005; Li, 2007). Temel gerekçe matematik öğretme bilgisine ilişkin genel teorilerin belli bir konu alanına ilişkin öğretme bilgisini ölçmede yüzeysel kalması, söz konusu konu alanına ilişkin özellikleri bazı durumlarda yansıtamamasıdır. Çalışma kapsamında, matematiğin önemli konu alanlarından biri olan cebire odaklanılacaktır. Özel olarak öğretmen adaylarının cebir öğretme bilgisi ortaya konmaya çalışılacaktır. Öğretmen adaylarının cebir öğretme bilgilerini ölçmeye yönelik ölçme araçları geliştirilecektir. Bir konu alanı ile ilgili matematik öğretmeni adaylarının öğretme bilgisini birçok boyutta ele alacak olması ve uygun ölçme araçları geliştirecek olması çalışmanın özgünlüğünün göstergeleri arasındadır.

Özetle literatürde öğretmen veya öğretmen adaylarının matematiği öğretme bilgilerini değerlendirmeye yönelik çalışmalar yapılmaktadır. Bu çalışmaların büyük bir kısmı, belli bir kavram etrafında alanı öğretme bilgisinin belli bir bileşenine (alan bilgisi, öğrenciyi tanıma bilgisi, öğretimsel açıklamalar, müfredat bilgisi, özel öğretim yöntem ve

stratejileri bilgisi) odaklanmaktadır. Bu anlamda yapılan çalışma daha geniş kapsamlıdır. Çünkü ortaokul düzeyinde cebir konu ve kavramlarının öğretimini, alan bilgisi ve öğrenciyi tanıma bilgisi ile içeriğin sunumu boyutlarından pedagojik alan bilgisi bileşenlerinde ele alacaktır. Diğer taraftan özellikle yurt dışında yürütülen projelerde farklı konu alanlarında (cebir, sayılar, geometri, olasılık, istatistik gibi) matematik öğretme bilgisinin birden çok bileşeni incelenmekte, genel büyük bir resim sunulmaya çalışılmaktadır. Bununla birlikte son yıllarda daha fazla bilgi vermesi açısından matematiğin belli bir öğrenme alanında öğretmenin bilgisini tanımlamaya yönelik eğilimler ortaya çıkmıştır (Burril, Ferrini-Mundy, Senk ve Chazan, 2004; Ferrini-Mundy vd., 2005; Li, 2007). Bu kapsamda yürütülen bir çalışmaya yurtiçinde rastlanmamıştır. Yurt dışında ise belli bir konu alanında matematiği öğretme bilgisini ortaya koymayı amaçlayan sınırlı sayıda çalışma yer almaktadır. Farklı bir eğitim sistemi ve öğretmen yetiştirme programına sahip olan ülkemizde bu türden bir çalışmanın yürütülmesi, başlangıç niteliğinde olması ve genel anlamda bu alanda yapılan çalışmalara katkıda bulunması açısından önemli ve gereklidir. Ayrıca öğretmen yetiştirme programlarına kendilerini değerlendirme fırsatı vermesi açısından ayrı bir öneme sahiptir.

1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Çalışma, KTÜ Fatih Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı 4. sınıfta öğrenim görmekte olan öğretmen adaylarıyla sınırlıdır.
2. Matematik öğretme bilgisinin ölçülmesi cebir içeriği ile sınırlıdır.
3. PAB'in içeriğin sunumu boyutu öğretimsel açıklamalar ile sınırlıdır.

1.4. Varsayımlar

Bu araştırmanın verileri 101 öğretmen adayı ile yürütülen iki aşamalı cebir alan bilgisi (CAB) ve cebir pedagojik alan bilgisi (CPAB) testleri ile elde edilmiştir. Öğretmen adaylarının bu testlere bildiklerini doğru bir şekilde yansıttıkları varsayımında bulunulmuştur.

2. LİTERATÜR TARAMASI

Bu bölümde sırasıyla araştırmanın kuramsal çerçevesine, yapılan çalışmalara ve bu çalışmaların araştırmaya yansımalarına yer verilmiştir.

2.1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Araştırmanın kuramsal çerçevesi oluşturulurken öncelikle öğretmenin sahip olması gereken bilgiye ilişkin modeller ile bu bilgi türlerinin çalışmaya yansımaları ortaya konmuştur.

2.1.1. Öğretmen Bilgisi Üzerine Modeller

Öğretmenlik meslek bilgisini tanımlamaya yönelik çalışmalar 1980'li yılların başında Shulman'ın çalışmaları ile hız kazanmış, bu tarihten günümüze birçok araştırmacı öğretme bilgisini ve bu bilginin bileşenlerini karakterize etmeye çalışmıştır (Grossman, 1990; Fennema ve Franke, 1992; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Baki, 2012a; 2012b). Her ne kadar farklı araştırmacılar öğretme bilgisini farklı şekillerde tanımlamış ve sınıflandırmış olsa da, hemen hemen hepsi temel bileşenler ve bunların önemi konusunda ortak bir paydada buluşmaktadır. Bu başlık altında geçmişten günümüze öğretmenin meslek bilgisini daha özel olarak öğretme bilgisini tanımlayan ve en çok kabul gören bazı yaklaşım ve modeller tanıtılacaktır.

2.1.1.1. Elbaz'ın Modeli

Öğretmenin sahip olması gereken öğretme bilgisini tanımlamaya yönelik ilk ve en eski çalışmalardan biri Elbaz (1981'den Akt: Çoştur, Arslan ve Aydın, 2008)'a aittir. Elbaz araştırmasında, öğretmeyi öğrenme ve öğrenmeyi anlama açısından fayda sağlayabilecek bir kavram ortaya atmıştır: Pratik bilgi (practical knowledge). Bir kişinin öğretme üzerine düşüncelerini, konu alanı ve öğretimi ile ilgili bilgi ve inançlarıyla yapılabilecekleri anlamaya sağlayan bu kavram Elbaz tarafından beş alt kategoride ele alınmıştır. Bunlar alan bilgisi, program bilgisi, öğretme bilgisi, kişisel bilgi ve okul çevresi bilgisi şeklindedir. Burada alan bilgisi, öğretmenin öğreteceği konuya ilişkin sahip olduğu bilgidir. Program bilgisi ile müfredat bilgisi işaret edilirken öğretim bilgisi ile öğretmenin sınıf içi etkileşim de dahil olmak üzere konuyu öğrenciler için etkili bir şekilde anlaşılır hale getirmek için sahip olduğu bilgi türüne atıf yapılmaktadır. Kişisel bilgi, öğretmenin kendisini bir öğretici olarak

nasıl gördüğüne ilişkin bilgidir. Okul ortam bilgisi, öğretmenin okul içinde diğer öğretmenlerle iletişimi, dünyanın sosyal bir parçası olarak okulu nasıl gördüğüne ilişkin bilgidir. Model incelendiğinde bilgi türleri arasında yapılan ayrımın alan bağlamında belli öğretme bilgisi düşünüldüğünde çok genel nitelikte kaldığı görülmektedir.

2.1.1.2. Shulman'ın Modeli

Shulman (1986) "Öğretmenler neyin nasıl öğretilceğine ve bunun sunumunun ne şekilde olacağına nasıl karar veriyorlar?", "Öğretmenler yanlış anlamaların önüne geçmek için ne yapıyorlar?" gibi sorulara cevap bulmak amacıyla başladığı araştırma sonucunda öğretme bilgisini tanımlamaya yönelik bir model ortaya koymuştur. Shulman'ın çalışmasını benzer nitelikteki önceki çalışmalardan ayıran en önemli özellik etkili öğretim için hem konu alan bilgisi hem de PAB olarak tanımladığı kavramların ikisine birden vurgu yapmasıdır. Shulman (1986) özellikle PAB'in araştırılması gereken "kayıp bir paradigma" olarak durduğunu ifade etmektedir. Ball, Thames ve Phelps (2008), Shulman (1986)'ın bu modeline çok farklı alanlardan 1.200 den fazla atıf geldiğini belirtmektedirler.

Shulman (1987), etkili öğretim için gerekli olan ve öğretmenin sahip olması gerektiğini belirttiği çeşitli bilgi türleri ortaya koymuştur. Bunlar genel pedagoji bilgisi, öğrenciyi tanıma bilgisi, eğitimsel içerik bilgisi, eğitimsel amaç ve değerler bilgisi, içerik bilgisi, müfredat bilgisi ve pedagojik alan bilgisi şeklinde sıralanmaktadır. Shulman'ın tanımladığı bu bilgi türlerinden ilk 4'ü her öğretmenin için ortak olan bilgi türlerini temsil etmektedir (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Modeldeki son 3 madde, Shulman'ın öğretme üzerine yapılan çalışmalarda bahsettiği kayıp paradigmayı temsil etmektedir (Petrou ve Goulding, 2011) ve alana özgü sahip olunması gereken bilgi türü olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bu bilgi türleri:

Genel Pedagoji Bilgisi: Öğretmenin bilgiyi işleme sürecini ifade etmektedir. Bu sürecin içinde öğretim ilke ve yöntemleri ile öğrenme yaklaşımları, sınıf yönetimi ve sınıf içinde öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci arasında gerçekleşen iletişim, sınıf ortamında kullanılacak materyal seçimi, ölçme değerlendirme gibi bilgi türleri yer alır.

Öğrenciyi Tanıma Bilgisi: Öğrencilerin yaşları itibarıyla içinde bulundukları fiziksel ve zihinsel durumların farkında olma, konunun öğretiminde sahip oldukları bilişsel ve duyuşsal özellikleri bilmeyi gerektiren bilgi türüdür.

Eğitimsel İçerik Bilgisi: Okulun ve çevrenin sahip olduğu değerleri içeren kategoridir. Bu kategori okul kültürü, okulun prensipleri, okulun sahip olduğu teknolojik altyapı, mevcut materyaller ve sahip olduğu öğrenci potansiyeli ile ilgilidir.

Eğitimsel Amaç ve Değerler Bilgisi: Öğretim programında yer alan hedef davranışların içeriği ile ilgilidir. Bu kategori öğrencilerden yapması beklenen davranış değişikliklerini içerir.

İçerik Bilgisi: “Konu alan bilgisi” (subject matter knowledge) olarak da tanımlanan içerik bilgisi, matematiksel kavramlar ve aralarındaki ilişkiyi bilme ve bilginin arkasında yatan gerçeklikleri anlama olarak tanımlanmıştır. Buna göre, öğretmenin sadece bir konuya ilişkin kavramların özellikleri önemini değil bunun yanında öğrenmenin neden önemli olduğunu, konunun diğer konu veya derslerle olan ilişkisini de bilmesi gerektiğini vurgulamaktadır (Shulman, 2004).

Müfredat Bilgisi: Müfredat bilgisi, öğretilecek konunun öğretim programı ve ders kitabı gibi öğretim materyallerindeki yerini, aynı konunun programda belirtilen önceki ve sonraki yıllardaki kazanımlarla ilişkisi ile programın hedeflerini bilme olarak belirtilmektedir.

Pedagojik Alan Bilgisi (PAB): Shulman (1986, s.9), içerik ve pedagoji bilgisinin özel bir karışımı olarak ifade ettiği PAB’i, bir konunun anlaşılmasını sağlamak için sunum yolları, analogiler, örnekler ve açıklamalardan oluşan bir bilgi türü olarak tanımlamaktadır. PAB, içerik bilgisinin çok daha ötesinde öğretme için gerekli olan başka bir bilgi türüdür, öğretmenlerin özel bir anlama formudur. Bu anlama öğrencilerin zorluklarını anlamadır ve bunun üstesinden gelmek için ise öğretmenin bazı stratejiler kullanması gerekmektedir. Bahsedilen stratejiler, konu alan bilgisini öğrenciler için anlamlı kılan özel temsillerden, örneklerden, gösterimlerden oluşmaktadır. Yani matematik öğretimi ele alındığında ne sadece içerik bilgisine ne de pedagoji bilgisine vurgu yapar. Bu ikisinin birleşiminden oluşan yeni bir bilgi türüdür (Petrou ve Goulding, 2011).

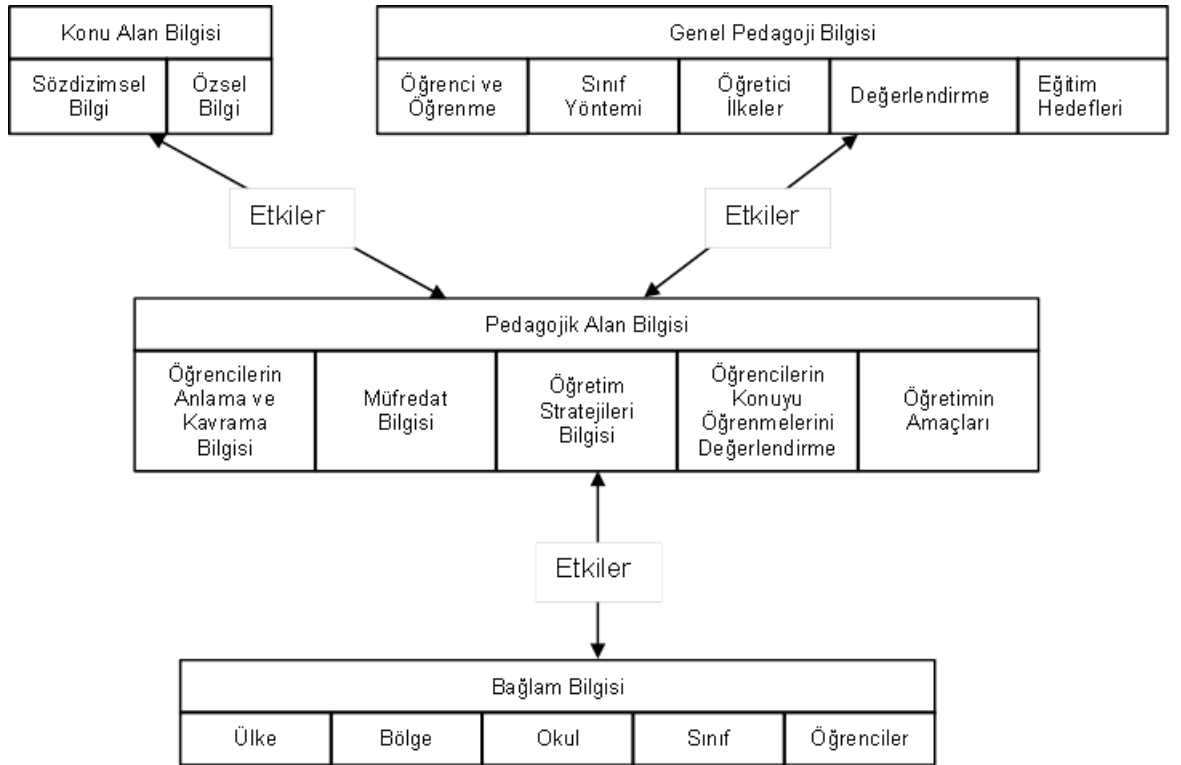
Modelde belirtilen ve içerikle ilgili son 3 madde arasında yer alan en dikkat çeken kavram PAB’dır. Pedagojik alan bilgisi, bir alan uzmanının bilgisi ile bir pedagogun bilgisini ayırt eden en önemli kategoridir (Shulman, 1987). Shulman’ın bu görüşü geniş bir kesim tarafından kabul görmüş ve daha sonra yapılacak çalışmalar için bir temel oluşturmuştur (Ball, 1998; Grossman, 1990; Marks, 1990; Fennema ve Franke, 1992; Cochran, DeRuiter ve King, 1993; Hashweh, 2005). Bazen de eleştirileri beraberinde getirmiştir (Fennema ve Franke, 1992; Meredith, 1995; Ball, 2008). Örneğin Meredith (1995 s. 184):

“Shulman’ın tanımladığı PAB, matematiksel bilginin kesin doğru, inkâr edilmez, tek boyutlu ve durağan olarak görülmesi halinde son derece uygun bir kavramdır. Diğer taraftan konu bilgisini çok boyutlu, dinamik ve problem çözme ile oluşturan bir öğrenme için çok farklı öğretme bilgisi geliştirilmelidir...”

şeklinde yaptığı eleştirisinde, alternatif bilgi türlerinin daha geniş bir çatı altında birleştirilmesini önermektedir. Benzer şekilde Ball, Thames ve Phelps (2008), Shulman'ın ifade ettiği içerik bilgisi ve PAB'ın çoğu zaman özel bir alan bağlamında açıklayıcı olmadığını belirtmektedir. Daha sonra ortaya çıkan modellere bakıldığında ise Shulman'ın çalışmasının sentezlendiği ve genişletildiği, bu eksikliklerin ve bilgi kategorileri arasındaki ayrımların netleştirilmeye çalışıldığı görülmektedir.

2.1.1.3. Grossman'ın Modeli

Grossman (1990)'ın öğretme bilgisine ilişkin modeli Şekil 1'de sunulmuştur. Şekil 1 incelendiğinde PAB öğretme bilgisinin merkezinde yer almaktadır ve bu öge konu alan bilgisi, genel pedagojik bilgi ve bağlam bilgisi ile karşılıklı etkileşim içindedir.



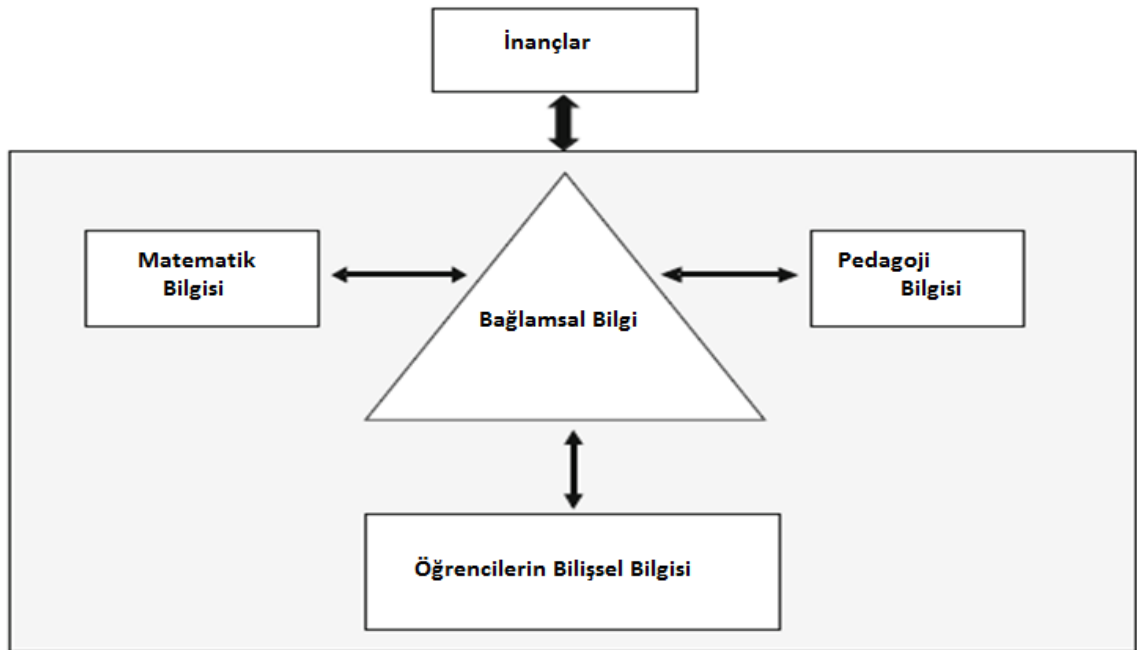
Şekil 1. Grossman'ın Öğretme Bilgisi Modeli (Park ve Oliver, 2007)

Grossman (1990) PAB'ı öğrencilerin anlama ve kavrama bilgisi, müfredat bilgisi, öğretim stratejisi bilgisi, öğrenmeyi değerlendirme ve öğretimin amaçları olmak üzere 5 alt başlıkta toplamıştır. Grossman (1995)'a göre, öğretmen bilgi modelinin merkezinde yer alan PAB, öğretmeyi ve öğretmeni destekleyen bir perspektife sahiptir. Matematik öğretmenlerinin sınıf içi uygulamaları ise onların PAB'larının göstergeleri olarak

görülmektedir. Grossman (1990) modelinde Shulman (1987)'dan farklı olarak bağlam bilgisine de yer verilmiştir. Bağlam bilgisi sosyal bir varlık olarak çevresi ile sürekli iletişim içinde bulunan bireyin kendisini, çevresini, içinde bulunduğu toplumu, okulunu ve okul çevresini, kültürünü ve kültürel tarihini bilmesi olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca Shulman'ın modelinde ayrı bir bilgi kategorisi olarak değerlendirdiği müfredat bilgisi bu modelde PAB kategorisinin bir bileşeni olarak verilmiştir.

2.1.1.4. Fennema ve Franke'nin Modeli

Fennema ve Franke (1992) öğretme bilgisini matematik bilgisi, pedagoji bilgisi, öğrencilerin bilişsel bilgisi, bağlam bilgisinden oluşan bir bütün olarak tanımlamakta, öğretmenin eğitim-öğretim faaliyetlerini planlanma ve uygulanma esnasında aldığı kararlarda etkili bir faktör olarak inançları da öğretme bilgisinin temel bileşenlerinden biri olarak ifade etmektedirler.



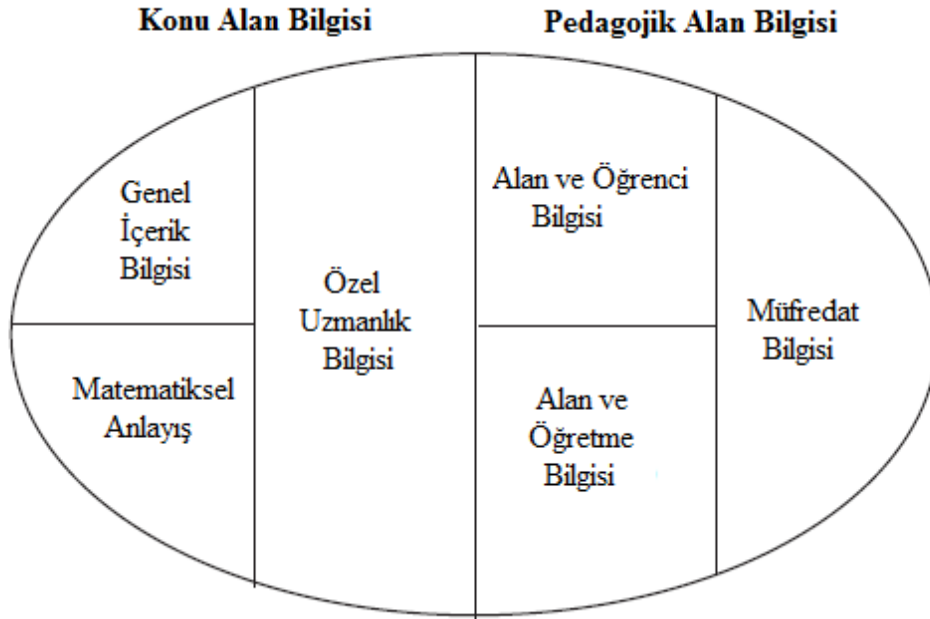
Şekil 2. Fennema ve Franke (1992)'nin Öğretmen Bilgisi Modeli

Fennema ve Franke (1992)'nin modeli incelendiğinde Grossman (1990)'ın modelinde olduğu gibi öğrenmenin çevre ile etkileşimine vurgu yapan model, bunun aktif ve dinamik bir süreç olduğunu vurgulamaktadır. Etkileşimin sınıfta başlamasından hareketle bağlam bilgisi modelin ortasında yer almaktadır. Fennema ve Franke (1992)'nin çalışmasını farklı kılan noktalardan birisi, önceki modellerin bir sentezini sunmaları, özel

olarak matematiğe odaklanarak bu branş bağlamında önceki modellerin bir sentezini sunmaları ve diğer modellerden farklı olarak inançları öğretme bilgisinin bir bileşeni olarak ele almalarıdır.

2.1.1.5. Ball, Thames ve Phelps'in Modeli

Michigan Üniversitesi'nden Deborah Loewenberg Ball ve arkadaşları, öğretmenlerin matematiği etkili öğretmeleri için hangi bilgi türlerine sahip olmaları gerektiğini araştırmaktadırlar. Bunun için üzerinde çalıştıkları "Öğretmek için Matematik Öğrenme Projesi" (Learning Mathematics for Teaching Project) kapsamında matematik öğretimi üzerinde çeşitli çalışmalar yürütmektedirler. Bu çalışmaların bir amacı da diğer modellerde olduğu gibi konu alan bilgisi ve PAB arasındaki ayrımı netleştirmektir. Ball ve arkadaşlarının geliştirdiği model Şekil 3'dedir.



Şekil 3. Matematik Öğretme Bilgisinin Bileşenleri (Ball, Thames ve Phelps, 2008)

Ball, Thames ve Phelps (2008), Shulman'ın belirttiği PAB'ın Alan ve Öğrenci Bilgisi (knowledge of content and students), Alan ve Öğretme Bilgisi ve Müfredat Bilgisi olarak 3 bilgi türünü kapsamı gerektiğini önermiştir. Konu alan bilgisini de 3 alt başlık altında incelemiştir: genel içerik bilgisi, matematiksel anlayış ve özel uzmanlık bilgisi. Burada Shulman (1986)'ın modelinden farklı olarak konu alan bilgisi ve PAB'ın içeriğinin ayrıntılandığı görülmektedir. Örneğin Alan ve Öğrenci Bilgisi; öğrenci bilgisi ile matematik bilmenin birleşiminden oluşan yeni bir bilgi türüdür. Bu bilgi türü, herhangi bir konunun

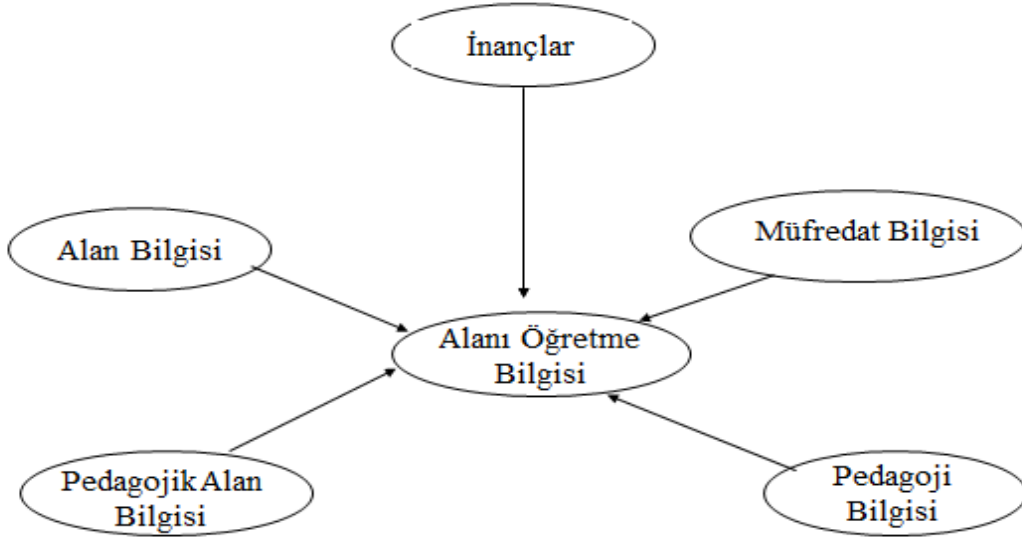
öğretiminde seçilecek temsiller ve örnekler ile öğrencilerin matematiksel düşüncelerini anlama ve bu doğrultuda dönütler vermeyi, onların olası kavram yanılgıları ve anlama zorluklarını bilmeyi gerektirir (Petreu ve Goulding, 2011). PAB'in diğer bir bileşeni olan Alan ve Öğretme Bilgisi ise matematik bilgisi ile öğretme bilgisinin birleşimi olarak verilmektedir. Öğrencilerin dikkatini çekmek için ortaya bir fikir atma veya aktivite ve örnek seçimi ile sınıf içi bir tartışma ortamı yaratma, kullanılacak yöntem, teknik veya stratejinin avantaj ve dezavantajlarını bilme bu bileşeni temsil etmektedir.

Ball vd. (2008)'nin modelinde yer alan ve konu alan bilgisinin bir bileşeni olan Özel uzmanlık bilgisi, öğretmenlerin sınıf ortamlarında etkili bir öğretim faaliyeti yapmaları için kullanmaları gereken matematiksel bilgiyi temsil etmektedir. Bu sebeple söz konusu bilgi türünün doğası gereği PAB'dan net bir şekilde ayrılamayacak olması eleştirileri de beraberinde getirmiştir.

2.1.1.6. Baki'nin Modeli

Baki (2010), diğer modellerdeki araştırmacılara benzer olarak alanı öğretme bilgisini, alan bilgisinin ötesine gidilmesi ve öğretimi yapılan konunun öğrenci tarafından nasıl öğrenildiğinin bilinmesi ve öğrenme sürecinin tasarlanması, düzenlenmesi ve yönetilmesi olarak tanımlanmaktadır. Shulman (1986)'ın PAB bileşeninde olduğu gibi bu modelin alanı öğretme bilgisi bileşeninde öğretmenin matematikte kavramlarını öğrenci için anlaşılabilir hale getirilebilmesi için en kullanışlı sunuş şekillerini, en güçlü analogileri, gösterimleri, örnekleri ve açıklamaları bilmesine vurgu yapılmaktadır. Burada öğretmenin görevi aslında öğrencinin bilişsel gelişmesine yardım etmektir (Baki, 2010). Bu nedenle öğretmenin belli konunun öğretilmesinde neyin öğrenmeyi kolaylaştıracağını neyin zorlaştıracağını bilmesinin alanı öğretmesi için gerekli olduğu savunulmaktadır.

Baki (2012a), diğer modellerden farklı olarak öğretmenin sahip olması gereken bilgi türlerinde merkeze Alanı Öğretme Bilgisini almış, PAB'ı ise bu bilgi türünün bir bileşeni olarak incelemiştir (Bkz. Şekil 4).



Şekil 4. Baki'nin Alanı Öğretme Bilgisi Ağı (Baki, 2012b)

Baki (2012a, 2012b), bu durumu matematiksel olarak şu şekilde formalize etmiştir:

$$\mathbf{AÖB = AB + PB + PAB + MB + İnançlar}$$

Bu modelde AÖB; alan bilgisi, pedagoji bilgisi, PAB ve müfredat bilgisinin bir birleşimi ve bunları etkileyen inançlar olarak tanıtılmaktadır (Baki, 2012a, 2012b). Her bir bileşen ve bunlara ilişkin açıklamalar aşağıda yer almaktadır.

Alan Bilgisi: Genel matematik bilgisinin yanı sıra sınıf seviyesindeki matematik içeriği bilgisinden oluştuğu düşünülebilir.

Pedagoji Bilgisi: Öğretim yöntemlerinden, etkili stratejilerden, planlamadan, yönetim tekniklerinden ve motivasyon tekniklerinden oluşur. Pedagoji bilgisi:

- Konuyu öğrenilebilir hale getirebilmek için gerekli özel metotları bilmeyi,
- Öğrencilerin anlamalarını geliştirmek için onlara nasıl rehberlik edileceğinin bilmeyi,

- Bilginin yapılandırılması için tartışmaların nasıl yönlendirileceğini bilmeyi gerektirir.

Pedagojik Alan Bilgisi: PAB alana özgü temsillerin, örneklerin, uygulamaların bilinmesini gerektirir. Özel bir içeriğin öğretimi için uygun olan özel yöntemler seçerek özel bir ders tasarlayabilmektir. Ayrıca PAB zengin bir öğretim repertuarı ile iyi bir senaryonun nasıl hazırlanacağını bilmeyi gerektirir.

Müfredat Bilgisi: Öğretim programının içeriğinden, hedeflerinden, beklentilerinden, yaklaşımlarından ve anahtar fikirlerinden haberdar olmak için gerekli bilgi türüdür.

Müfredat bilgisi; programda belirlenen hedefleri, kavramları ve becerileri tam anlamıyla anlamayı gerektirir. Ayrıca uygun program materyallerini seçme ve kullanabilmek de bu bilgi türünün içindedir.

Inançlar: Matematiği öğretme bilgisinin bir bileşeni olan inançlar; matematik ve doğasına ilişkin inançlar, matematik öğrenmeye ilişkin inançlar ve matematik öğretmeye ilişkin inançlar olmak üzere belirtilen alt inançlardan oluşmaktadır. Ayrıca matematik öğretmenin matematik öğrenenlere ilişkin inancı ve öğrenenlerin de öğretmene karşı inancı da inanç bileşeninin bir parçasıdır.

Buraya kadarki kısımda öğretmenin öğretme bilgisini tanımlamaya yönelik farklı araştırmacılar tarafından geliştirilen modeller ana hatları ile açıklanmıştır. Ortaya atılan tüm modellerin genel anlamda Shulman (1986, 1987)'in çalışmasında belirtilen bilgi türlerinin farklı şekilde yorumlanarak elde edildiği görülmektedir. Tüm araştırmacılar, alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisinin öğretme bilgisi için olmazsa olmaz olduğu konusunda hemfikirdirler. Modellerdeki farklılıkların temel sebebinin öğretmenin sahip olması gereken bilgi türlerinin konumu olduğu görülmektedir. Örneğin bazı araştırmacıların alan bilgisi ve(ya) pedagojik bilgiyi PAB'in bir bileşeni olarak gördükleri bilinmektedir (Cochran, DeRuiter ve King, 1993; Hashweh 2005, Loughran, Berry ve Mullhal, 2006). Ball, Thames ve Phelps (2008) ile Baki (2012a), diğer modellerden farklı alan (matematik) öğretme bilgisini merkeze almış, alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisini bu bilgi türünün birer bileşeni olarak tanımlamıştır. Yine Baki (2012a)'nin modelinde inançların da matematik öğretme bilgisini etkilediği savunulmuş, bir bileşen olarak inançların da incelenmesi gerektiği vurgulanmıştır.

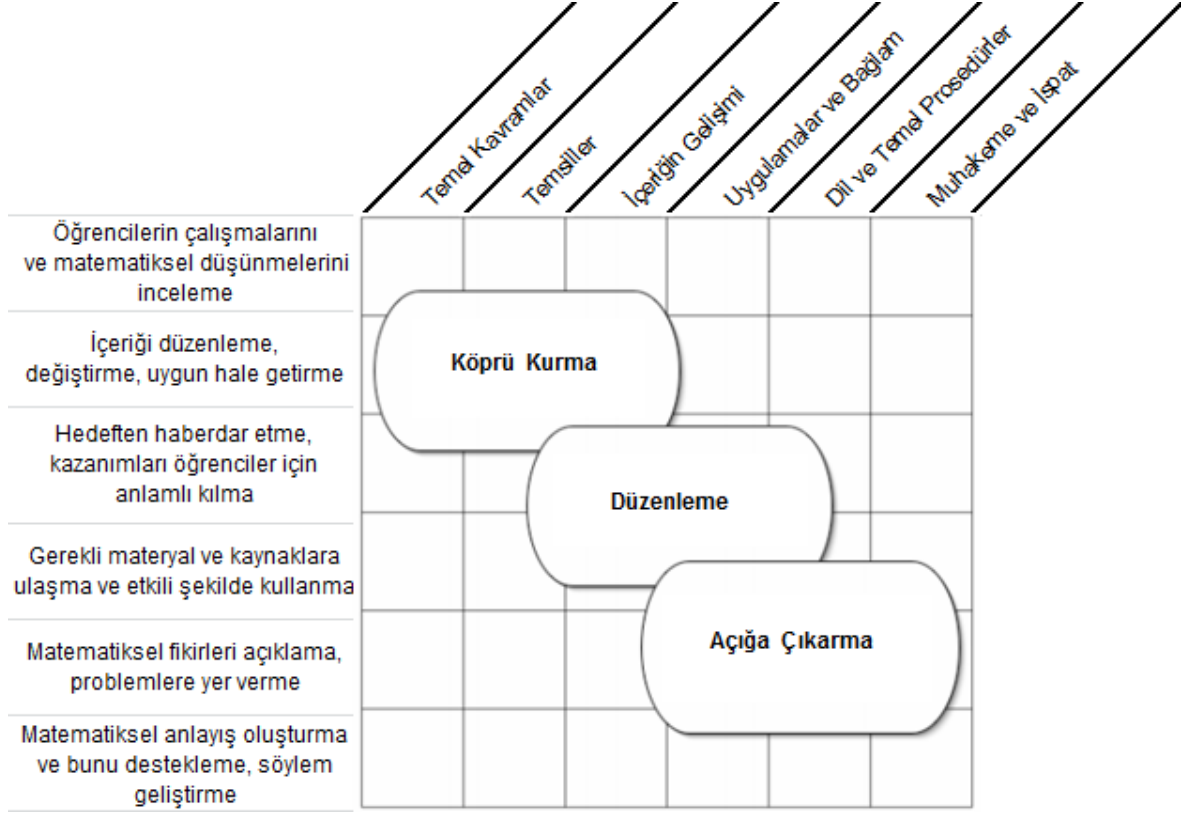
Diğer taraftan ilgili literatür incelendiğinde, öğretmenin sahip olması gereken matematik öğretme bilgisi üzerine yapılan çalışmaların çoğunun belli bir kavram ve bu kavramın öğretimi üzerine yapıldığı görülmektedir (Bütün, 2005; Chick ve Harris, 2007; Dönmez, 2009; Işıksal, 2006; Kazima, Pillay ve Adler, 2008). Bununla birlikte özellikle son yıllarda eğitim araştırmalarında öğretmenin belli bir konu alanına ilişkin sahip olduğu bilginin incelenmesine yönelik çalışmaların arttığı görülmüştür. Bahsedilen konu alanlarından biri de cebirdir. Şimdiye kadar bahsedilen bilgi modelleri matematiğin konu alanları için çok genel olduğundan (öğretme bilgisini ölçmede yüzeysel kalması, söz konusu konu alanına ilişkin özellikleri bazı durumlarda yansıtamaması) konu alanına özgü modellere ihtiyaç duyulmuştur. Bu konu alanlarından biri de cebirdir.

2.1.2. Cebir Öğretme Bilgisi ve Bileşenleri

“Öğretmenler iyi bir cebir öğretimi için hangi bilgiye ihtiyaç duyarlar ve hangi bilgiyi kullanırlar?” sorusundan hareketle Michigan State Üniversitesinden Ferrini-Mundy ve arkadaşları;

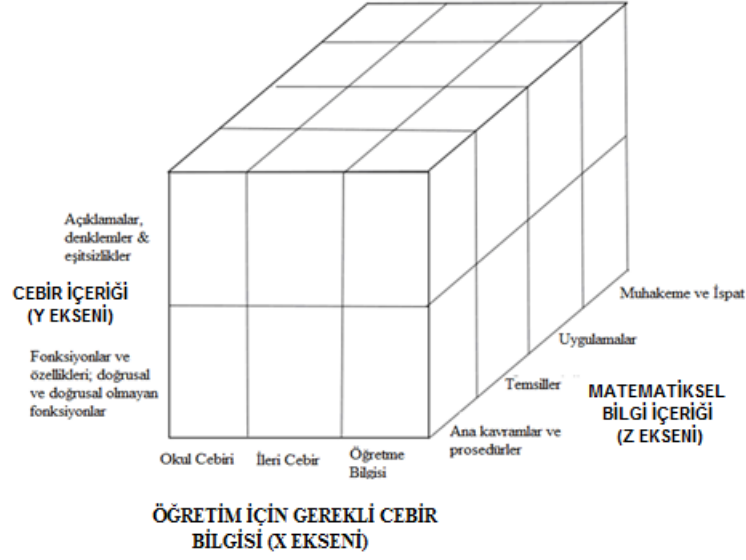
- *A Study of Algebra Knowledge for Teaching at Secondary Level (2001-2004)*
- *Knowledge Algebra for Teaching Algebra (KAT) (2004-2007)*

adlı iki proje yürütmüştür. Bu projelerin en önemli çıktıları arasında cebir öğretme bilgisini (knowledge for teaching school algebra) karakterize eden bir teorik çerçeve (Ferrini-Mundy vd., 2003) ve cebir öğretme bilgisini ölçmeye yönelik soruların (maddelerin) geliştirilmesi için bir oluşturulan kavramsal çatı (Floden, Ferrini-Mundy, McCrory, Senk ve Reckase, 2005) yer almaktadır. Projede oluşturulan kavramsal çatı sonraları bazı çalışmalarda da kullanılmıştır (Floden vd., 2005; Li, 2007). Şekil 5'te cebir öğretme bilgisini tanımlayan teorik çerçeve genel hatlarıyla incelendiğinde, boyutlardan birini (yatay eksen) cebire ilişkin temel bilgi ategorileri (temel kavramlar, temsiller, cebirsel içeriğin gelişimi, cebirsel uygulamalar ve seçilen bağlam, cebirsel dil ve cebire ilişkin temel prosedürler ile muhakeme ve ispat), diğerini (düşey eksen) ise öğretmenlerin matematik bilgilerini uygulayabileceği çeşitli öğretim etkinlikleri oluşturmaktadır. Bu öğretim etkinliklerinde matematiksel düşünmeyi sağlamak ve bunun için bir matematiksel anlayış oluşturma, cebir öğretiminde gerekli materyallerin seçimi ve bu araçların amaca uygun kullanımı, matematiksel içeriğin eğitim faaliyetlerinin sürdürüldüğü sınıf düzeyine ve mevcut sınıf seviyesine uygun hale getirilmesi gibi süreçlere vurgu yapılmıştır. Birden fazla bilgi bileşeninden faydalanan ve birden çok öğretme etkinliği içeren daha karmaşık matematiksel uygulamalar ise köprü kurma (bridging), düzenleme (trimming) ve açığa çıkarma (decompressing) şeklinde üç kategoride ele alınmıştır.



Şekil 5. Cebir öğretme bilgisini tanımlayan bir kavramsal çatı

Köprü kurma, matematiksel konular, kavramlar ile temsiller arasında ilişkilendirme yapmayı; düzenleme, konunun bütünlüğünü koruyarak onu sade hale getirmeyi; açığa çıkarma ise konuyu anlaşılır hale getiren yöntemlerle derinleştirmeyi ifade etmektedir. Sonuç olarak bu teorik çerçeve cebir öğretimi için kullanılabilecek temel bilgi tiplerini ve bunların kullanılabileceği bağlamların genel bir resmini örneklendirmektedir. (Li, 2007). Araştırmacılar, öğretmenlerin cebir öğretimi için sahip olmaları gereken bilgi türleri arasında ayırım yapabilmek ve derinlemesine bir ölçme yapabilmek amacıyla Şekil 6'daki üç boyutlu yapıyı geliştirmiştir (Ferrini-Mundy vd., 2005; Li, 2007).



Şekil 6. Cebir öğretme bilgisinin değerlendirilmesine yönelik kavramsal çerçeve

Şekil 6'daki üç boyutlu yapıda cebir öğretme bilgisi; cebir içeriği (algebra content), öğretim için gerekli olan cebir bilgisi (algebra knowledge for teaching) ve matematiksel bilgi içeriği (domains of mathematical knowledge) şeklinde üç ana başlık altında ele alınmıştır. Bu yapıya göre Şekil 6'daki prizmayı oluşturan birim küplerin her birini karşılayacak nicelik ve nitelikte madde hazırlayarak öğretmenlerin/öğretmen adaylarının cebir öğretme bilgisini değerlendirmek mümkün olabilecektir. Örneğin eşitsizliklerle ilgili bir ileri cebir sorusu, ispat gerektirecek şekilde hazırlanabilmektedir.

Cebir öğretme bilgisini oluşturan bu üç temel bileşeni biraz daha detaylı ele alacak olursak öğretim için gerekli cebir bilgisi; okul cebiri, ileri cebir ve öğretme bilgisi olarak üç alt başlık altında incelenmiştir. Okul cebiri, matematik öğretmenlerinin cebir öğretecekleri kademeye ilişkin öğretim programlarını ve ilgili kavramları bilmeyi; ileri cebir ise okul cebirinin altında yatan kavramsal anlamın kuramsal temellerinin atıldığı ortaöğretim ve üniversite cebirini temsil etmektedir. İlk iki öge daha çok içeriğe dönük iken öğretme bilgisinde öğretim faaliyetleri ön plandadır. Örneğin hangi kavramların yanlışa sürüklediği, öğretim hedeflerine ulaşmada gerekli olan matematiksel içeriğin sunumu, öğretmenin PAB'a bakış açısı kavramı öğretme bilgisinin içinde ele alınmıştır. Matematiksel bilgi içeriği olarak ifade edilen ve Z ekseninde gösterilen bilgi türü, bir öğrenme alanı olarak cebire has kavramları kapsamaktadır. Bunlar; ana prosedürler ve kavramlar, temsiller (ki buradaki temsillerden kasıt ifadelerin cebirsel gösterimidir), uygulamalar ile muhakeme ve ispattır. Y ekseninde gösterilen cebir içeriğinde ise ölçülecek konuların neler olduğu belirtilmiştir.

Şekil 6'da gösterilen kavramsal çerçeve incelendiğinde, bileşenlerin öğretmenlerin gerek cebir öğrenme alanına ilişkin alan bilgileri gerekse alanı öğretme bilgilerini ölçmek için oluşturulacak soruları kapsayacak şekilde konumlandırıldığı görülmektedir. O halde araştırmacı olarak, hazırlanan soruların cebir alan bilgisinin hangi matematiksel bilgi içeriğine sahip olduğu ve pedagojik alan bilgisinin hangi bileşenini kapsayacağını belirlenmesi gerekmektedir. Bu sebeple bir sonraki bölümde bahsedilen bileşenlerle ilgili bilgiler sunulmuştur.

2.1.2.1. Cebir İçeriği

Cebir öğretme bilgisine ait yukarıda tanıtılan kavramsal çerçevede yer alan üç alt boyutundan birisi cebir içeriğidir. Cebir içeriği; a) cebirsel ifadeler (açıklamalar), denklemler ve eşitsizlikler ile b) doğrusal – doğrusal olmayan fonksiyonlar ve özellikleri olmak üzere iki alt başlıkta ele alınmıştır.

Literatürde cebirsel ifadeler; bir sabit, değişken veya sonlu sayıda cebirsel işlem (toplama, çıkarma, çarpma, bölme, üst alma gibi) kullanılarak kurulan yapılar olarak ifade edilmektedir (Morris, 1992). Cebirsel ifadeler, sayıların genelleştirilmiş formu olarak ifade edilen cebirin (Tabach ve Friedlander, 2003) dilini oluşturmaktadır. Öğretim programı incelendiğinde somut niceliklerle ilgilenen aritmetikten soyut sembollere geçiş olarak ifade edilebilecek olan cebirin öğrenme alanı olarak ortaokul 2. sınıfta yer aldığı görülmektedir. Cebir öğrenme alanının bir alt öğrenme alanı olan cebirsel ifadeler; öğrencilerin belirli durumlara uygun cebirsel ifadeleri yazmaları, cebirsel ifadelerle işlemler yapmaları ve modeller oluşturmaları kazanımlarını içermektedir (TTKB, 2013). Bu kazanımlara ulaşmak her şeyden önce cebirsel ifadelerin altında yatan anlamların ve sembollerin anlamlarını bilmekle mümkündür (NCTM, 2000).

NCTM (2000)'e göre cebir, dünyamızdaki örüntüleri temsil etmek ve aritmetiği genelleştirmek için kullanılan bir araçtır. Aslında genelleştirmenin yapılmadığı bir matematik alanı bulmak zordur (Kaput, 1998). Bu sebeple örüntüler ve örüntülerin genelleştirilmesi dikkat çeken kavramlardır. Örüntüler kullanılarak yapılan genellemeler ortaokul kademesinde denklemlerle ilişkilendirilmekte ve formal olarak verilme de informal olarak fonksiyon kavramına bir alt yapı oluşturmaktadır. Fonksiyon ise matematiğin tüm dallarında kullanılan temel bir kavramdır (Eisenberg, 1991). Matematikte oluşturulacak yeni kavramlar, eski kavramların öğrenilmesine ve aralarında ilişki kurulmasına bağlı olduğundan ortaokul programında yoğun bir şekilde yer alan örüntüler ve sonrasında öğrenilecek fonksiyon kavramı ileri matematik için bir ön öğrenme halini almaktadır. Bunun yanında fonksiyonların bir alt kümesi olan, örüntülerle ilişkili olarak doğrusal fonksiyonlar ve doğrusal olmayan fonksiyonlar da cebir içeriğini oluşturmaktadır.

2.1.2.2. Matematiksel Bilgi İçeriği

Kavramsal çatıda matematiksel bilgi içeriği; ana kavramlar ve prosedürler, temsiller, uygulamalar ile muhakeme ve ispat başlıkları altında incelenmiştir.

2.1.2.2.1. Ana Kavramlar ve Prosedürler

Ana kavramlar (core concepts) ve prosedürler, alana özgü fikirler ve temel kavramlar ile uygulamalı algoritma ve matematiksel prosedürleri içerir. Ortaokul öğretim programı içinde cebir öğrenme alanı göz önünde bulundurulduğunda örüntü, değişken, eşitlik ve eşitsizlik, denklem, eğim ve doğrusal fonksiyonlar ve grafikleri ana kavramlar olarak karşımıza çıkmaktadır.

Matematik eğitiminde, “matematiksel prosedürler” terimi net olarak tanımlanamamıştır. Hiebert ve Lefevre (1986), matematiksel prosedürleri bir bütünün iki parçası olarak ifade etmiş ve birinci parçayı matematiğin sahip olduğu formal dil ya da sembolik sistemler olarak ifade etmiş; ikinci parçayı ise matematiksel bir görevi (task) yerine getirmek için ihtiyaç duyduğumuz kurallar olarak ifade etmiştir. Benzer şekilde Li (2007)’ye göre prosedürler, birbiri ile ilişkili ancak birbirinden farklı iki durum için kullanılmaktadırlar. Bu durumlardan birisi; sayma, dört işlem yapma, ifadeleri cebirsel olarak açıklama, denklem çözme, fonksiyonların grafiğini çizme, cetvel ve pergel kullanarak geometrik şekiller oluşturma, limiti hesaplama, fonksiyonların türevlerini ya da integrallerini bulma gibi matematiksel işlemler ya da süreçlerdir. İkinci durum ise; birinci durumda verilenleri yerine getirmek için ihtiyaç duyduğumuz kurallar ya da algoritmalarıdır. Battista (1999) ise prosedür bilgisini cebirsel, sembolik, hesaba dayalı ve bilindik yolu kullanma olarak tanımlamaktadır. Bu tanımın da Hiebert ve Lefevre (1986) ile Li (2007)’nin tanımladığı kategorilerin karışımı olduğu görülmektedir. Tüm bu tanımlardan hareketle matematiksel prosedürlerin verilen istenen bir matematiksel sonuca ulaşmak için kullandığımız kurallar olarak ifade edebiliriz. Örneğin 1 den n’ye kadar olan sayıların toplamı için $\frac{n.(n+1)}{2}$ nin kullanılması gibi.

2.1.2.2.2. Temsiller

Temsiller, cebirin ana kavramlarının ve prosedürlerinin organize edilmesini ve kavramlar arasında ilişki kullanmayı gerektirir. Kaput (1985)’a göre temsiller, semboller ve sembollerin ima ettikleri şey arasında kurulan ilişkidir. Yine farklı tanımlarda temsillerin bir dönüştürme olduğuna vurgu yapılmaktadır. Nitekim temsiller hakkında detaylı bir açıklama yapan Seeger, Voight ve Werschescio (1998), temsilleri 1) spesifik bir konuya has zihinsel

şema 2) zihinsel şemanın dönüştürüldüğü yeni bir zihinsel şema 3) bir resim, sembol ya da işaret 4) bir şeyin yerine kullanılabilen başka bir şey 5) sembolik bir araç şeklinde tanımlamıştır. Hall (1996) ise temsilleri bir problem durumunu sorgulayarak başka bir forma dönüştürme süreci olarak tanımlamaktadır. Literatürde temsillere ilişkin yapılan tanımların çoğunda, “dönüştürme” teriminin sıklıkla kullanıldığı görülmektedir.

Ferrini-Mundy ve arkadaşları (2005) cebir alanı ile ilgili temsilleri; grafikler, cebir karoları, tablolar ve değişkenler ve bunlar arasındaki ilişkilerin sözel açıklamaları olarak belirtmiştir. Örneğin doğrusal bir denklemin sembolleri ile grafikteki bileşenleri arasındaki kurulacak bir ilişki çoklu gösterimleri içerdiğinden durumun farklı temsillerle ifade edilmesi söz konusudur. Araştırmacılar ise matematiksel temsiller arasında yapılacak seçme, uygulama ve dönüştürmenin kavramların daha iyi anlaşılması için önemli olduğunu vurgulamaktadırlar (Ferrini-Mundy vd., 2005; Ma, 1999; NCTM, 2000).

2.1.2.2.3. Uygulamalar

Kavramsal çatıda matematiksel bilgi bileşeni içinde yer alan uygulamalar (applications) ile matematik problemlerinin cebir dışı durumlarla, cebirin farklı bir konusuyla veya günlük hayatla ilişkilendirmesini bir bağlam içinde ele alınmasına vurgu yapılmaktadır (Burrill vd., 2004; Ferrini-Mundy vd., 2005). Mevcut öğretim programı incelendiğinde öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarında gerçek yaşam uygulamalarına yer vermesinin etkili matematik öğretimi için gerekli olduğu vurgulanmıştır. Böylelikle matematiğin öğrenciler için anlamlı kılınması hedeflenmiş, gerçek yaşamdan kopuk bir matematik algısı önlenmek istenmiştir (TTKB, 2013). Yapılan araştırmalar, öğrencilere bir bağlam içinde ya da gerçek bir yaşam durumundan seçilen problemlerin örneğin cebir öğrenme alanı için denklem sistemlerine dönüştürülmesi ve farklı temsiller kullanılarak çözülmesinin öğrencilerin matematik anlamalarını artırdığı sonucunu sunmaktadır (Çıkla, 2004; Keller ve Hirsch, 1998).

2.1.2.2.4. Muhakeme ve İspat

Matematik, muhakemenin yoğun olarak yaşandığı disiplinlerden biridir. Matematik diğer öğrenme alanlarının yanında cebiri öğretirken doğası gereği örüntüleri keşfetmeyi, akıl yürütmeyi, tahminlerde bulunmayı, gerekçeli düşünmeyi ve sonuca ulaşmayı da öğretir (Baki, 2008; Umay, 2003). Okul cebiri ile ilgili muhakeme ve ispat bilgisi; durumlar için örnekler ve karşı örnekler verebilmeyi, analogiler ya da geometrik deliller göstererek durumları doğrulayabilmeyi, aksiyomatik sistemi göz önünde bulundurarak farklı ispat tekniklerini kullanabilmeyi ve ikna edici açıklamalarda bulundurabilmeyi içermektedir

(Ferrini-Mundy vd., 2005). Muhakeme ve ispat bilgisi aynı zamanda cebirde tanımların ve aksiyomların (kabullerin) farkında olmayı ve tümevarım gibi ispat türlerini de bilmeyi gerektirir (Harel, 2001). NCTM (2000), ortaokul ve ortaöğretim kademesi için muhakeme yapma ve ispatın bileşenlerini şu şekilde belirtmektedir: 1) Matematiksel varsayımlarda bulunma ve varsayımları inceleme 2) Matematiksel tartışma ve ispatlar geliştirme ve onları değerlendirme 3) Farklı türde muhakeme yöntemleri belirleme ve onları kullanma. Ülkemizdeki mevcut matematik öğretim programı incelendiğinde ortaokul kademesi için öğrencilerin; çıkarımların doğruluğunu ve geçerliliğini savunma, mantıklı genelleme ve çıkarımlarda bulunma gibi akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesine vurgu yapılmaktadır. Ortaöğretim seviyesinde ise ispat yapabilme başlı başına bir beceri olarak yer almaktadır ve ortaokula kıyasla formal ispatlara vurgu yapılmaktadır (TTKB, 2013).

2.1.2.3. Öğretim İçin Gerekli Olan Cebir Bilgisi

Modelde, öğretim için gerekli olan cebir bilgisi üç başlık altında incelenmiştir: Okul cebiri, ileri cebir ve öğretme bilgisi.

2.1.2.3.1. Okul Cebiri

Ferrini-Mundy vd., (2005), öğretim için gerekli olan cebir bilgisinin iki bileşenini okul cebiri ve ileri cebir olarak tanımlamışlardır. Okul cebiri, öğretim programı göz önünde bulundurulduğunda okullarda okutulan cebir bilgisini bilmeyi temsil etmektedir. Örneğin ortaokul matematik öğretim programı incelendiğinde cebir öğrenme alanının en yoğun öğrenme alanlarından olduğu görülmektedir (TTKB, 2013). Bu bağlamda okul cebiri bilgisi, programda yer alan kazanımlar ve kazanımlarla ilgili kavramları içermektedir.

2.1.2.3.2. İleri Cebir

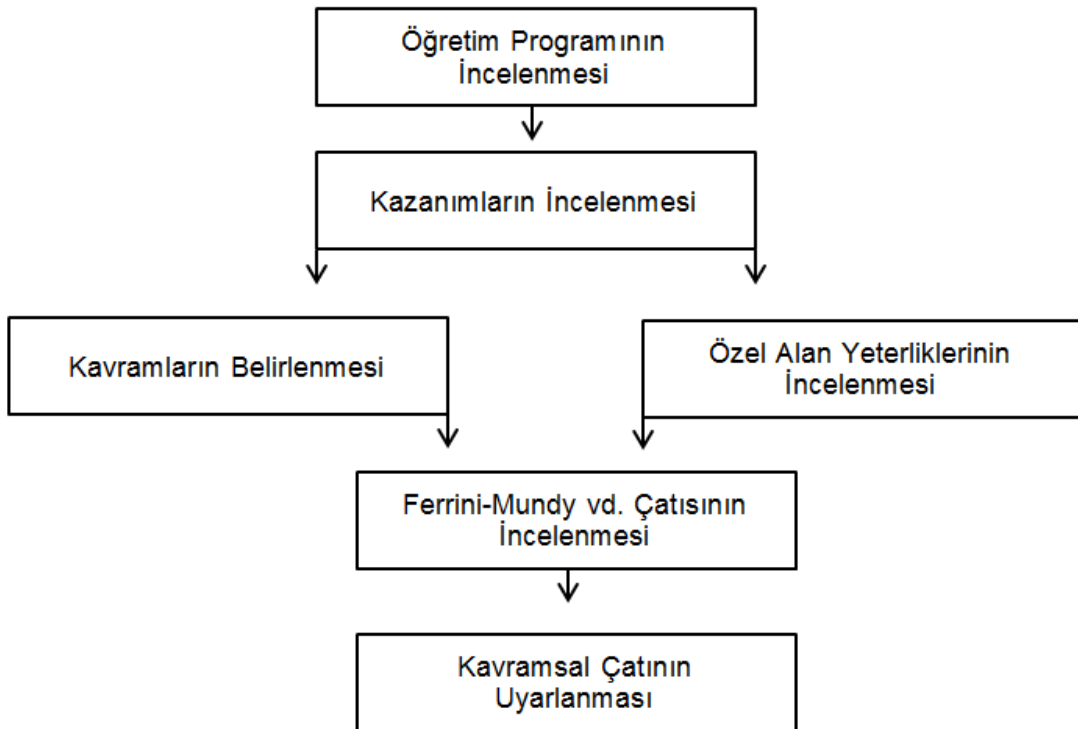
Modelde yer alan ileri cebir bilgisi, okul cebiri ile ilişkili olmakla birlikte ilgili cebirsel kavramların arkasında yatan matematiği bilmeyi gerektirmektedir. Bu matematik bilgisi bazen lise düzeyindeki matematikle ilişkili iken bazen de üniversite seviyesinde matematiği temsil etmektedir. Bu bağlamda cebirle doğrudan ilişkili olan soyut matematik, lineer cebir, elemanter sayı kuramı gibi dersler ileri cebir bilgisi gerektiren derslerdendir.

2.1.2.3.3. Öğretme Bilgisi

KAT projesinde kullanılan öğretme bilgisi kavramının içeriği incelendiğinde, Ferrini-Mundy, McCrory ve Senk (2006) bu bilgi türünü kavramın öğrenimini zor kılan sebeplerin bilinmesi, öğrencileri yanlışla sürükleyen kavram yanılgılarından haberdar olunması, kazanımlara ulaşma noktasında öğretmenin kullanacağı matematiksel içerik ya da matematiksel içeriğin nasıl bu doğrultuda şekillendirileceğinin bilinmesi olarak tanımlamaktadır. Baki (2012a)'nin matematik öğretme bilgisine ilişkin kavramsal çerçevesi göz önünde bulundurulursa bu bilgi türü PAB'ı işaret etmektedir.

2.1.3. Kavramsal Çatı Uyarlama Süreci

Çalışma kapsamında Ferrini-Mundy vd. (2005) tarafından oluşturulan kavramsal çatının çalışmaya uyarlanma süreci Şekil 7'de verilmiştir.



Şekil 7. Kavramsal çatının çalışmaya uyarlanma süreci şematığı

Kavramsal çatının çalışmaya uyarlanma sürecinde öncelikle öğretim programı incelenmiş ve programda yer cebir öğrenme alanı ve alt öğrenme alanlarına ilişkin kazanımlar incelenmiştir. Böylece çalışma kapsamında cebir alan bilgisi (CAB) ve cebir pedagojik alan bilgisi (CPAB) soruları hazırlanmadan önce hangi kavramlar üzerine durulacağının belirlenmesi amaçlanmıştır. İncelenen öğretim programında cebirin 28

kazanımla matematik programında yer alan geniş bir öğrenme alanı olduğu görülmüştür. Soruların yöneltileceği öğretmen adaylarının söz konusu hedefleri öğrencilere kazandırma sürecinde sahip olması gereken cebir bilgisinin öğretim programındakinden fazla olması gerektiği düşüncesi de kavramların belirlenme sürecinde etkili olmuştur. İlköğretim müfredatı incelendiğinde cebir öğrenme alanına ait 5 alt öğrenme alanı olduğu görülmektedir. Bu alanlar ikinci kademenin her sınıfı için ortak olan örüntüler ve ilişkiler ile cebirsel ifadeler ve 6. sınıflar için eşitlik ve denklem, 7. sınıflar için denklemler ve 8. sınıflar için eşitsizliklerdir. Ayrıca ilköğretim müfredatında doğrudan yer almayan ancak grafik temsilleriyle öğretimi yapılan bir başka kavram da fonksiyonlardır. Tüm bunlar göz önünde bulundurularak çalışmada üzerinde durulması gereken 5 ana kavram tespit edilmiştir. 1) Değişken ve Sembol, 2)Örüntüler, 3)Denklemler, 4) Eşitlik ve eşitsizlik, 5) Fonksiyonlar

Diğer bir taraftan hazırlanacak CPAB soruları için PAB'ın derinlemesine incelenmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda öncelikle ÖAY ele alınmış ve etkili bir alan öğretimi için öğretmenin sahip olması gereken bilgi bileşenlerinin nasıl tanımlandıkları incelenmiştir. Bir sonraki adımda Ferrini-Mundy vd. (2005) tarafından oluşturulan kavramsal çatıda tanımlanan alan bilgisi ve PAB boyutları incelenmiştir. Öğretim programında yer alan kazanımlar doğrultusunda az önce de bahsedilen ilgili kavramlar ve PAB'ın en çok vurgu yapılan iki bileşeni olan öğrenciyi tanıma bilgisi ve içeriğin sunumu boyutları ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Sonraki bölümlerde bu boyutlardan hareketle göstergeler oluşturulmuş, test hazırlama sürecinde bu göstergelerden faydalanılmıştır.

Bundan sonraki kısımda öncelikle yukarıda belirtilen 5 cebir kavramı irdelenmiş ve PAB'ın öğrenciyi tanıma ve içeriğin sunumu boyutları derinleştirilmiştir.

2.1.3.1. Cebirsel Kavramlar

Bu bölümde, yukarıda üzerinde durulması gerektiği ifade edilen 6 cebir kavramı ele alınmıştır.

2.1.3.1.1 Değişken ve Sembol

Aritmetiğin ana kavramı nasıl ki sayılar ise cebirin ana kavramı da değişkendir. Cebirin matematiğin dili olduğu düşünüldüğünde (Lacampagne, 1995) değişken ve sembol bu dilin önemli öğelerini oluşturmaktadır. Değişken kavramı özellikle ileri matematiksel kavramların öğretimi için de gereklidir (Schoenfeld ve Arcavi, 1988). Ayrıca matematikte öğrencilerin genelleme yapma becerilerinin gelişiminde etkin rol oynayan örüntülerin ifade edilmesinde de değişken kavramından yararlanılır. Lee (1996),

öğrencilerin çoğu zaman örüntüleri gördüklerini ancak cebirsel olarak ifade edemediklerini belirtmektedir. Akgün (2006)'e göre matematikte aritmetik işlemler sonucu ulaşılamayan ya da çözülemeyen birçok problemin çözümüne cebirsel işlemler sonucu ulaşmak mümkündür. Bu sebeple gerek değişken kavramının anlaşılması gerekse öğretiminin iyi yapılması matematik öğretimi için bir gereklilik arz etmektedir.

2.1.3.1.2. Denklemler

Kieran (1992) cebiri, cebirsel ifadeleri sadeleştirme ve denklemleri çözme ile ilgilenen bir bilim dalı olarak ifade etmiştir. Cebirsel ifadelerden sonra denklemler ve eşitsizlikler de cebirde önemli bir yer tutmaktadır. Ayrıca öğretim programında hem 6. sınıf hem de 7 ve 8. sınıf öğretim programında cebir öğrenme alanı içinde en fazla kazanıma sahip alt öğrenme alanı da denklemlerdir. Altun ve Alkan (1999)'a göre, bilimsel çalışmalarda ve bazı meslek alanlarında karşılaşılabilen problemlerin bazıları bir denkleme veya bir denklem takımına indirgenebildiğinden söz konusu problemlerin çözümü bir denklem yerine eşitsizlik çözümüne bağlı kalabilmektedir. Bu bağlamda düşünüldüğünde matematikte denklem ve eşitsizlik kavramlarının öğretiminin büyük önemi vardır. Hatta cebiri denklemlerin, eşitsizliklerin ve denklem sistemlerinin çözümleri için öğretilen işlemler kümesi olarak tanımlayan araştırmacılara göre bu kavramlar cebirin ta kendisidir (Özdemir, 2007; Usiskin, 1988).

2.1.3.1.3. Eşitlik ve Eşitsizlik

Cebirdeki ana kavramlardan biri eşitlik ve eşitsizliktir. Eşitliğin özel bir hali olan denklemler de bu çatı altına alınabilir. Değişkenlerin ve genellemelerin ifade edilebilmesi, durumların cebirsel olarak gösterimi, cebirsel ifadelerin çözümü ve denklem ile denklemin grafiği arasındaki ilişkinin belirlenebilmesi gibi beceriler için gerekli olan bu kavramlar, matematiksel sembolleri (eşittir, denktir vs.) bilmeyi ve değişkenleri kullanabilmeyi gerektirmektedir. Ayrıca burada yapılacak genellemeler ve ilişkilendirmeler öğrencileri fonksiyon kavramına götürecektir. Ortaokul kademesi düşünüldüğünde fonksiyonlar daha çok örüntülerle ve ortaokul son sınıfta grafiklerle ilişkilendirilmekte ve böylece ortaöğretim matematiğinin temelleri atılmaktadır. Bunun yanında denklemlerin grafik gösterimlerinden eğim kavramına giriş yapılmakta, böylece gerek verilen denklem çiftlerinin çözüm kümeleri için çıkarımlarda bulundurulabilmekte gerekse trigonometri için bir ön öğrenme gerçekleştirilmektedir.

2.1.3.1.4. Örüntüler

Örüntüler, ilkokul ikinci sınıftan beri öğretim programında yer alan, ortaokul kademesi için beşinci sınıfta sayılar öğrenme alanı ve 6-7-8. sınıflar için cebir öğrenme altında kazanımlara sahip bir kavramdır. Özellikle yeni kavramların kazandırılmasında önemli bir bilişsel süreç olması ve genelleme yapmada etkin rol oynaması, örüntü kavramının önemli bir özelliğidir (Burns, 2000). Bu genellemeler, daha sonra bir değişkenin diğer bir değişkene bağlı olarak değiştiği iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilmekte ve bu kavramların daha iyi anlamlandırılmasına yardımcı olmaktadır (Yeşildere ve Akkoç, 2010). Öğretim programı incelendiğinde özellikle ilkokul kademesinde örüntülerin sıralama yapma, dizme gibi daha çok somut işlemlerle öğretimi yapılırken, ortaokulda modellemelerin cebirsel semboller kullanılarak ifade edilmesi ve yavaş yavaş soyutlanması söz konusudur. Talim Terbiye Kurulu 1-5 kademesi için yayımladığı öğretim programında “Sayılar arası ilişkiler incelenirken; bir sayı örüntüsü oluşturma, verilen bir sayı örüntüsünün kuralını bulma ve bu kuralı açıklama gibi etkinlikler düzenlenmelidir. Verilen sayı örüntülerinde izleyen öğeleri tahmin etme ve tahminlerin neye dayanılarak yapıldığını açıklama gibi etkinlikler, hem akıl yürütme hem de iletişim becerilerinin gelişmesine katkıda bulunur” ifadesiyle öğrencilerde geliştirilmesi hedeflenen becerileri belirtmektedir (MEB, 2009).

2.1.3.1.5. Fonksiyonlar

NCTM (2000)'e göre cebir, dünyamızdaki örüntüleri temsil etmek ve aritmetiği genelleştirmek için kullanılan bir araçtır. Aslında genelleştirmenin yapılmadığı bir matematik alanı bulmak zordur (Kaput, 1998). Bu sebeple örüntüler ve örüntülerin genelleştirilmesi dikkat çeken kavramlardır. Örüntüler kullanılarak yapılan genellemeler ortaokul kademesinde denklemlerle ilişkilendirilmekte ve formal olarak verilmese de informal olarak fonksiyon kavramına bir alt yapı oluşturmaktadır. Fonksiyon ise matematiğin tüm dallarında kullanılan temel bir kavramdır (Eisenberg, 1991). Matematikte oluşturulacak yeni kavramlar, eski kavramların öğrenilmesine ve aralarında ilişki kurulmasına bağlı olduğundan ortaokul programında yoğun bir şekilde yer alan örüntüler ve sonrasında öğrenilecek fonksiyon kavramı ileri matematik için bir ön öğrenme halini almaktadır. Bu sebeple az önce bahsedilen örüntülerin yanında fonksiyonlar da cebir içeriğinde önemli yer tutmaktadır.

2.1.3.2. Pedagojik Alan Bilgisi

KAT projesi kavramsal çatısındaki öğretme bilgisi bileşeni incelendiğinde içeriğin daha çok öğrencilerin zorlandıkları kavramların bilinmesi, içeriğin sunumu, öğretim programı bilgisi gibi bileşenlere odaklandığı görülmüştür. Baki (2010, 2012a)'ye göre bu bilgi türleri pedagojik alan bilgisinin alt boyutlarını oluşturmaktadır. Bu bağlamda söz konusu bilgi türü pedagojik alan bilgisi bağlamında ele alınmıştır.

Daha önce de bahsedildiği gibi Shulman'ın işaret ettiği ve eğitim araştırmalarının kayıp paradigması olarak ifade ettiği alan, pedagojik alan bilgisi çalışmalarıdır. PAB, alan bilgisinden çok öte ve Shulman'ın tabiriyle öğretmenin özel bir anlama formudur. Shulman (1987), PAB'ı problemlerin ya da durumların nasıl organize edildiği, sunulduğu veya öğrencilerin ilgilerini çekecek şekilde adapte edilmesi için alan bilgisi ve pedagoji bilgisinin harmanlanmış hali olarak tanımlamaktadır. Baxter ve Lederman (1999)'a göre PAB, bir öğretmenin ne bildiğinden ayrı olarak ne yaptığı ve neden yaptığı ile ilgili içsel ve dışsal yapıdır. Buradaki içsel yapılara örnek olarak, öğretmenin matematiğin doğası, matematik öğrenme ve öğretmeye olan inancı, dışsal yapılara da dersin sunumunda kullanılacak materyallerin seçimi verilebilir. Grossman (1995), PAB'ı öğretmenlik mesleğini özel bir uğraş kılan bilgi türü olarak ifade etmektedir. Bu sebeple öğretmenlerin sınıfta yapacakları öğretme pratikleri, onların pedagojik alan bilgilerinin bir kanıtı olarak ifade edilebilir (Baki, 2012c).

Öğretmenin sahip olması gereken bilgiyi sınıflandıran modeller incelendiğinde, öğretme bilgisinin alan bilgisinden ayrı olarak özel bir bilgi kategorisi olarak ele alındığı görülmektedir. Bu aslında 1739 sayılı Milli Eğitim temel kanununda tanımı yapılan öğretmenliğin adres gösterdiği "özel ihtisas alanı" ibaresinin de karşılığı olarak kabul edilebilir. Shulman (1986)'ın sistematik olarak ortaya koyduğu modelden başlayarak Baki (2012a)'ye kadar mevcut tüm modellerde en dikkat çeken öge, alanı öğretme bilgisidir. Bu modellerin çoğunun üzerinde özellikle durduğu iki temel bilgi türü ise öğrenciyi tanıma bilgisi ve içeriğin sunumu bilgisidir.

2.1.3.2.1. Öğrenciyi Tanıma Bilgisi

Pedagojik alan bilgisinin bir bileşeni olarak öğrenciyi tanıma bilgisi; öğrencinin ön bilgisi, anlaması, kavram yanılgılarının bilinmesi, matematik ve matematik öğrenimine olan inancını bilmeyi ve öğrenme zorluklarından haberdar olmayı gerektirir (Shulman, 1986, 1987; Marks, 1990; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Baki ve Baki, 2010; Baki, 2010, 2012a). Ülkemizin yapılandırmacı yaklaşımı benimseyen öğrenme kuramını merkeze aldığı önünde bulundurulursa öğrencilerin ön bilgileri oldukça önemli bir yer tutmaktadır.

Çünkü bu kurama göre ön bilgiler olarak tabir edilen eski bilgiler yeni bilgilerle ilişkilendirilerek yapılandırılmakta, yeni çıkarımlara ulaşılmaktadır (Brooks ve Brooks, 1993). Ayrıca öğretim programındaki kavramlar sarmal yapı gereği genişleyerek artmaktadır. Bu sebeple öğrencilerin ön bilgileri, oluşturulacak yeni kavramsal yapılar için de değer kazanmaktadır.

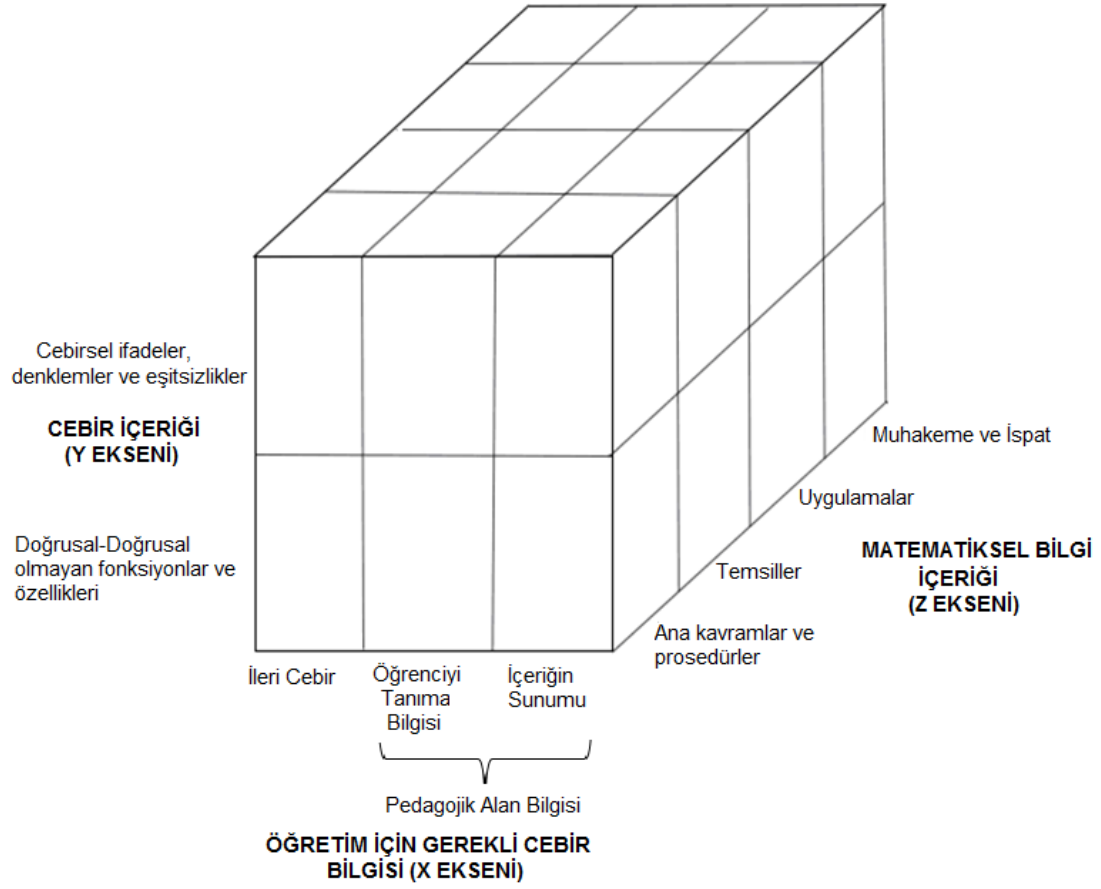
Öğrencinin anlaması; öğrenme sürecini kapsayan ve bir kavramın öğrenciler tarafından nasıl öğrenildiğinin bilinmesini gerektirir. Pedagojik bilgi ile ilişkili olmakla birlikte özelde bir kavram ya da konuya ilişkin öğrencinin farklı öğrenme stillerinin farkında olmayı gerektiren bilgi türüdür (Cochran, DeRuiter ve King, 1993; Grossman, 1990; Magnusson, Krajcik ve Borko, 1999). Shulman (1986)'ın da belirttiği gibi pedagojik alan bilgisi, özel olarak bir konunun öğrenimini neyin kolaylaştıracağı ya da zorlaştıracağına farkında olmayı içerir. Bu noktada öğrenmeyi zorlaştıran ve bireyi yanılsıza götüren kavram yanılgıları ve gerek kavramın doğası gereği gerekse bireyin kavramı yapılandıramamasından kaynaklanan öğrenme zorlukları dikkat edilmesi gereken bir konudur (Baki, 2012a; Ball, 1988). Öğrenciyi tanıma bilgisinin bir bileşeni olarak kavram yanılgıları ve öğrenme zorlukları, etkili öğretimin gerçekleştirilebilmesi için öğretmenler tarafından göz önünde bulundurulmalıdır (Baki, 2012a). Öğrenciler için dezavantaj gibi görülen bu durumları, doğru örnek seçimi ve temsillerle avantaja çevirmek mümkündür (Türkdoğan, 2011). Örnek seçimi ve temsiller, aynı zamanda öğrencilerin matematik öğrenmeye karşı olan inançlarını da etkilemektedir. (Norwood, 1994). Tüm bunların yanında öğrencilerin gerek matematiğe gerekse matematik öğrenmeye yönelik sahip olduğu inancın bilinmesi, derse karşı olumlu tutum geliştirmelerine yardımcı olmak için faydalı olacaktır (Cochran, DeRuiter ve King, 1993).

2.1.3.2.2. İçeriğin Sunumu Bilgisi

Pedagojik alan bilgisinin en önemli bileşenlerinden biri olan içeriğin sunumu, konunun öğrenciler için anlamlı hale getirilebilmesi için öğretmenin yapması gereken bir dizi görevleri kapsamaktadır. Shulman bu görevleri (1986), etkili matematik öğretimi için gerekli açıklamalar, analogiler, kullanılan örnekler, temsil ve formlar olarak ifade etmektedir. Ayrıca içeriğin sunumu, öğrenciyi tanıma bilgisi ile ilişkili olarak öğrencilerin anlama güçlükleri ve yaygın kavram yanılgıları göz önünde bulundurulurken anlamalarını kolaylaştıracak şekilde sadece matematik bilmeyi değil bu bilgiyi kavramsal anlamayı ve diğer kavramlarla ilişkisini en iyi şekilde kuracak temsilleri bilmeyi gerektirmektedir (Ball, Lubinski ve Mewborn, 2001). Smit ve Neale (1989) benzer şekilde pedagojik alan bilgisinin bir bileşenini içeriği şekillendirme ve açma olarak tanımlamış, bu eylemi ise kaliteli ve uygun örnekler, metaforlar ve temsiller seçme olarak belirtmiştir.

Matematik, doğası gereği bazı soyut kavramları barındıran bir derstir. Özellikle ilköğretim ikinci kademe ya da yeni ismiyle ortaokula başlayan öğrenciler, ülkemiz eğitim sisteminde etkili olan Piaget'in bilişsel gelişim kuramı etkilerinin bir yansıması sonucu olarak soyut işlemler dönemine girmiş kabul edilir. Bu bağlamda öğretmenin sınıf içinde kullandığı örnekler, analogiler ve yapacağı açıklamalar aynı zamanda öğrencinin matematiğe bakış açısını da şekillendirecektir. Hiç kuşkusuz öğrencilerin hayattan kopuk ve işlerine yaramadığını düşündükleri bir matematik, olumsuz tutumlarla birleşince başarısız bir matematik çıktısı olarak karşımıza çıkacaktır.

KAT (Cebir Öğretme Bilgisi) Projesinde Ferrini-Mundy vd. (2005) tarafından kullanılan kavramsal çerçeve, matematiksel içerik bilgisi, cebir bilgisi ve cebir içeriği, çeşitli alt boyutları içerecek şekilde üç boyuttan oluşmaktadır. Özellikle öğretme bilgisi olarak verilen ve pedagojik alan bilgisine atıf yapılan alt boyut bile Baki ve Baki (2010)'ye göre dört bileşenden oluşmaktadır. Aynı kavramsal çatının kullanıldığı farklı araştırmalarda (örneğin Li, 2007) cebir içeriğinin ve(ya) öğretim için gerekli cebir bilgisinin sınırlandırıldığı görülmektedir. Bu sebeple bu çalışmada öğretmen adaylarının alan bilgisi ileri cebir ile sınırlandırılacak, pedagojik alan bilgisi ise öğrenciyi tanıma ve içeriğin sunumu bileşenleri kullanılarak incelenmeye çalışılacaktır. Çalışmada incelenecek boyutlar Şekil 8'de belirtilmiştir.



Şekil 8. Cebir öğretme bilgisi kavramsal çatısı

Kavramsal çerçeveden hareketle öğretmen adaylarının alan bilgilerini ve pedagojik alan bilgilerini öğrenciyi tanıma bilgisi ve içeriğin sunumu boyutlarından incelemek için ölçme araçları geliştirilmiştir. Geliştirilen sorular, kavramsal çerçevedeki üç boyutlu yapının her bir parçasını örtecek şekilde yazılmaya çalışılmıştır.

2.1.4. Öğretmen Eğitimi ile İlgili Yürütülen Çalışmalar

Bu bölümde literatür incelemesi sonunda öğretmen eğitimi ile ilgili yürütülen münferit çalışmalar ve projeler ayrı ayrı sunulacaktır.

2.1.4.1 Öğretmen Eğitimi ile İlgili Yürütülen Münferit Çalışmalar

Öğretmenin alanı öğretme bilgisi ile ilgili çalışmaların temelini Shulman (1986)'ın ortaya koyduğu ve öğretmenin sahip olması gereken bilgi türlerine ya da bu bilgi

türlerinden hareketle oluşturulan modellere (Grossman, 1995; Ball, 2008; Baki, 2012a vd.) dayandığı görülmektedir. Alan yazında, yapılan münferit çalışmaların yanında ulusal ve hatta öğretmen yetiştirme sistem ve programlarını değerlendirmeyi amaçlayan uluslararası projeler de görülmektedir. Bu çalışmalardan bazıları ve projelere bu kısımda incelenmiştir.

Baki (2012c), özel öğretim yöntemleri ve öğretmenlik uygulaması dersini yürüttüğü sınıf öğretmenliği programında öğrencilerin, matematik öğretim programının hedeflediği kavramsal öğrenmeyi sağlama noktasında eksikliklerini fark etmiştir. Aksiyon araştırması yöntemi kullanılarak 12 sınıf öğretmeni adayı ile yürütülen çalışmada ders imecesi (lesson study) uygulamaları gerçekleştirilmiş ve öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerindeki değişim incelenmiştir. Veri toplama aracı olarak gözlem, mülakat, ders planı ve alan notlarının kullanıldığı çalışmada öğretmen adaylarının uygulama dersleri gözlemlenmiş ve adaylarla gözlemler sonrası mülakatlar yürütülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarına ders planları hazırlatılarak kavram öğretimleri incelenmeye çalışılmıştır. Çalışma sonunda ders imecesinin öğretmen adaylarının içeriğin sunumu, öğretimsel açıklamalar, dersin planlanması ve öğretim için uygun stratejilerin belirlenmesi boyutlarından pedagojik alan bilgilerini artırdığı görülmüştür.

Ball (1988), yürüttüğü çalışmada matematik öğretmen adaylarının öğretmen eğitimine başladıklarında matematik ve matematik öğretimi hakkındaki bilgi ve inançlarını incelemeyi amaçlamıştır. Çalışma Amerika'da bir üniversitede birinci ve ikinci sınıfta öğrenim görmekte olan ve cinsiyet, akademik geçmiş gibi bazı kriterlere göre amaçlı olarak seçilen 19 gönüllü matematik öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Araştırmanın veri toplama aracı öğretmen adayları ile yapılan mülakatlardan oluşmaktadır. Yapılan mülakatlarda ise farklı demografik özelliklere sahip bireylerin formal olarak matematik eğitimi almak için geldiklerinde nasıl bir altyapıya sahip olduklarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu nedenle adayların matematik anlamaları, matematiğe ve matematik öğrenme – öğretmeye ilişkin düşüncelerini öğrenmek için iki ana kısımdan oluşan mülakatlardan faydalanılmıştır. Yapılan ilk mülakatta öğrencilerin akademik geçmişi hakkında açık uçlu sorular sorularak ne öğrendikleri, nasıl anladıkları, matematiksel bilgileri organize etmek için bildikleri hangi bilgileri kullanabilecekleri incelenmiştir. Ayrıca adayların matematiğe karşı inançlarını belirlemek için “Matematikte iyi olmak sizce ne anlama geliyor?” gibi yine açık uçlu sorular adaylara yöneltilmiştir. İkinci mülakatta ise öğretmen adaylarına senaryolar sunularak bu senaryolarla hem alan bilgileri, hem alanı öğretme bilgileri hem de senaryolara verilecek yanıtlara paralel olarak matematik öğretme – öğrenme ve öğretmenin rolüne ilişkin inançlar belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışmadan elde edilen sonuçlar, öğretmenlerin matematiğe karşı olan inançları ile bilgileri arasında

bir boşluk olduğu (öğretmen adaylarının günlük yaşam problemlerinin matematik öğretiminde önemli olduğunu söylemelerine karşın bunu örneklendirememeleri gibi), adayların problem çözme ile alıştırmalar türünden soru çözme karıştırdıkları (3 elma 5 elma daha kaç elma eder? gibi soruları problem kategorisine koyma gibi) görülmüştür. Tüm bunların yanında belki de çalışmanın ana amaçlarına yönelik bir sonuç olarak da öğretmen adaylarının matematikte kurallara önem verdikleri ancak bu kuralların arkasında yatan matematiksel gerçeklikleri açıklamada eksik oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Matematiğe ve matematik öğrenme-öğretmeye ilişkin sahip oldukları inançların ise oldukça geleneksel (matematik yapmak bir dizi prosedürü takip etmektir gibi) bir anlayış olduğu ortaya koyulmuştur.

Bütün (2005) çalışmasında, ilköğretim okul matematiğinin temel kavramlarında matematik öğretmenlerinin alan eğitimi bilgilerinin niteliklerini araştırmayı amaçlamıştır. Araştırma, 3 ilköğretim matematik öğretmeni ile yürütülmüş bir özel durum çalışmasıdır. Öncelikle öğretmen adaylarının matematiğin doğası, matematik öğrenme ve matematik öğretmeye ilişkin inançlarını belirlemek için açık uçlu sorulardan oluşan yarı yapılandırılmış mülakat soruları hazırlanmış ve öğretmenlere uygulanmıştır. Çalışmanın ikinci aşamasında ise senaryo tipi sorular ve sınıf içi gözlemler ile matematik öğretmenlerinin alanı öğretme bilgileri incelenmeye çalışılmıştır. Elde edilen bulgulardan hareketle öğretmenlerin matematiğin doğasına ilişkin daha çok kuralcı ve prosedürlere dayanan bir matematiği benimsedikleri görülmüştür. Çalışma sonucunda öğretmenlerin sahip oldukları bu inançların onların matematiği öğretmelerini etkilediği elde edilmiştir. Bunun yanında işlemsel bilgiye dayanan bir öğretme bilgisinin, matematik öğretiminde derinlemesine anlayışlar geliştirmeyi zorlaştırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Carpenter, Fennema, Peterson ve Carey (1988), birinci sınıf matematik öğretmenlerinin toplama ve çıkarma işlemleri gerektiren sözel problemlere ilişkin PAB'lerini temsilleri kullanma ve öğrenciyi tanıma bilgisi boyutlarından inceledikleri çalışmayı 40 öğretmen ile yürütmüştür. Çalışmada öğretmenlerin problem türleri arasındaki ayrımı yapabilme, öğrencilerin farklı türdeki çözümleri için kullandıkları stratejilerine ilişkin genel bilgileri üzerine odaklanılmıştır. Öğretmenlerin problem türleri arasındaki ayrım yapabilmeleri, kendilerine verilen aritmetik işlemler için sözel problem oluşturmaları istenerek ölçülmüştür. Çalışmada öğretmenlerin problem türleri arasında ayrım yapabildikleri ancak farklı problemler oluştururken zorlandıkları, öğrencilerin seviyelerini dikkate almadıkları ve anahtar kelimelere odaklandıkları görülmüştür. Öğrencilerin kullandıkları stratejiler için ise önceden hazırlanmış bir video izletilmiş, videodaki çocukların kullandıkları stratejiler ile ilgili sorular sorulmuştur. Burada da

öğretmenlerin stratejilerin özelliklerini belirleme konusunda başarılı oldukları ancak bu özelliklerin farklı problemlerdeki işlevlerini açıklamada zorlandıkları görülmüştür.

Chick ve Harris (2007), öğretmenlerin oran konusunun öğretiminde kullandıkları soru tiplerini incelemeyi ve bu konunun öğretiminde sınıfta kullandıkları örnek seçimlerinden sahip oldukları PAB ile bir çıkarımda bulunmayı amaçlamışlardır. 14 ilköğretim matematik öğretmeni ile yürütülen çalışmada veri toplama aracı olarak görüşmeler, mülakatlar, gözlemler ile video ve ses kayıtları kullanılmıştır. Çalışmada yapılan gözlemler sonucunda öğretmenlerin konuyu anlatış tarzları arasında çok fazla fark olmamasına rağmen kullanılan örneklerin oldukça farklılaştığı görülmüştür. Bazı öğretmenler öğrencilerin seviyelerine uygun sorular seçerken bazı öğretmenler ise bu seviyeye dikkat etmemişlerdir. Bununla birlikte oran konusunu matematiğin diğer konuları ile bağdaştıran öğretmenlerin yanında konuyu olduğu gibi anlatan öğretmenler de görülmüştür. Buradan hareketle bazı öğretmenlerin soru seçimlerinde zorlandıkları, öğrencilerin bilişsel seviyelerini dikkate almadıkları ve konular arasında ilişki kurmakta eksik oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Dönmez (2009), matematik öğretmen adaylarının fonksiyonlarda limit ve süreklilik konusundaki pedagoji alan bilgilerini; bu bilginin alt boyutlarından alan bilgisi, genel pedagoji bilgisi, müfredat bilgisi, ölçme-değerlendirme bilgisi, öğretim yöntem ve teknik bilgisi, öğrenciyi anlama bilgisi bağlamında incelemiştir. 4 ortaöğretim matematik öğretmen adayı ile yürütülen çalışmada adayların alan bilgisi açık uçlu sorulardan ve doğru – yanlış testi, genel pedagoji bilgisi ve müfredat bilgisi görüşmelerle ve diğer bilgi türleri öğrencilerin hazırladığı ders planları ve dersi sunuşlarının gözlemlenmesi ile ölçülmeye çalışılmıştır. Çalışma sonunda öğretmen adaylarının limit konusuna ilişkin kavram yanlışlarına sahip oldukları, bazı özel fonksiyonların limit değerlerini hesaplamada zorluk yaşadıkları görülmüştür.

Even (1993), çalışmasında ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının fonksiyon kavramının öğretimine ilişkin sahip oldukları alan bilgileri ile PAB'ları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. 152 aday öğretmeni ile yürütülen ve verilerin açık uçlu sorularla elde edildiği çalışmanın ilk aşamasında öğretmen adaylarının fonksiyon kavramına ilişkin sahip oldukları bilgi incelenmiştir. İkinci aşamada ise katılımcılar arasından seçilen bazı adaylar ile mülakatlar yürütülmüş, öğrencilerin anlama zorlukları çektikleri ve kavram yanlışlarının bulunduğu durumlara ilişkin derinlemesine veriler elde edilmiştir. Çalışma sonunda öğretmen adaylarının çoğunun modern fonksiyon kavramına sahip olmadıkları (örneğin fonksiyonu çizilen bir doğru ve bu doğrunun fonksiyonu tek bir yerde kesmesi ile tanımlama) görülmüştür. Modern fonksiyon bilgisine sahip öğretmen adaylarının ise öğrencilerin yaşadıkları zorlukları tanımlama ve içeriğin bu doğrultuda sunumu konusunda

oldukça zayıf oldukları görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının bir kısmı, lisede kendilerine bu kavramın öğretiminin bu şekilde yapıldığını belirttikleri ve aynı sebepten kendileri de bu tarz yanıtlar verdiklerini belirtmişlerdir. Benzer bir çalışmada Wilson (1994), öğretmen adaylarının sahip oldukları alan bilgisinin yetersiz olmasından dolayı fonksiyonlara ilişkin pedagojik alan bilgilerinin özellikle açıklamalar ve temsillerle ifade bileşenlerinde eksiklikler olduğunu ortaya koymuştur. Literatürde aynı kavram üzerine öğretmen adayları ve öğretmenlerle yürütülen benzer çalışmalar vardır (Stein, Baxter, and Leinhardt, 1990; Hitt, 1994; Kazima, Pillay ve Adler, 2008; Bayazit ve Aksoy, 2010; Karahasan, 2010).

Işıksal (2006) yürüttüğü çalışmasında matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkiye yönelik sahip oldukları PAB ve konu alan bilgilerini incelemeyi amaçlamıştır. Bu bağlamda öğretmen adaylarının kavramları, prensipleri, ispatları, ortaokul öğrencilerinin sahip olduğu kavramsallaştırma ve kavram yanılgıları bilgilerini, bu kavramların öğretime yönelik stratejilerini ve sunumlarını ile neden bunları seçtiklerini incelemeye çalışmıştır. 28 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile yürütülen çalışmanın veri toplama araçlarını senaryolar, mülakatlar ve mülakatlara ait video kayıtları oluşturmuştur. Çalışma sonunda öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeyle ilgili problemleri kolaylıkla çözebildiklerini, buna karşın, kavramları yorumlama ve anlamlandırmalarındaki alan bilgilerinin yeterince derin olmadığı görülmüştür. Ayrıca, adayların kavramların mantığına vurgu yapılması gerektiğine yönelik inançlarının yüksek olmasına rağmen, bu kavramların açıklama ve gösterimine yönelik bilgilerinin az olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Benzer çalışmaların matematiğin doğasına ilişkin inançlar konu ile ilişkilendirilerek yapılması önerilmiştir.

Kim (2004), öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerinin sınıfa yansımalarını detaylı olarak inceleyebilmek için çalışmasını herhangi bir konu üzerine odaklanmadan iki 8. sınıf matematik öğretmeni ile yürütmüştür. Ayrıca araştırmada öğretmenlerin pedagojik alan bilgisine ilişkin inançları da incelenmeye çalışılmıştır. Veri toplama araçları olarak sınıf içi gözlemler, öğretmenlerle yürütülen mülakatlar ve anketler ile alan notları kullanılmıştır. Temellendirilmiş (grounded) teorisinin yöntem olarak kullanıldığı çalışmada, öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarında kullandıkları özgün öğretim modeli olmadığı ancak öğretmenlerin matematiğin doğasına ilişkin inançlarının onların sınıf içi uygulamalarını etkilediği görülmüştür. Matematiği günlük hayatla ilişkili gören öğretmenin, örnekleri daha çok gerçek yaşamdan seçtiği, öğrencilerin matematiksel fikirlerine daha fazla değer verdiği; bunun aksine matematiği sayılarla uğraşma olarak gören öğretmeninse günlük hayattan kopuk, soru çözme üzerine bir öğretim yaptığı görülmüştür.

Kula (2011), ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının limit kavramına ilişkin alan ve AÖB'lerinin öğretim süreçlerine yansımalarını incelediği çalışmasını dört son sınıf öğrencisi ile yürütmüştür. Yarı yapılandırılmış mülakat, gözlem ve yazılı dokümanların veri toplama aracı olarak kullanıldığı çalışmada öğretmen adaylarının limit kavramına ilişkin hazırladıkları ders planları incelenmiş, sonrasında adayların Okul Deneyimi dersi kapsamında staj okullarındaki uygulamaları incelenmiş ve sonrasında adaylarla mülakatlar yürütülmüştür. Çalışmada adayların matematiğe ilişkin sahip oldukları inançların öğretim süreçlerini tasarlamalarını etkilediği görülmüştür. Ayrıca adayların, öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgıları ve anlama zorluklarını belirlemede yetersiz oldukları gözlemlenmiştir.

Karşılaştırmalı bir çalışma niteliği taşıyan Ma (1999)'nın çalışmasında Çin ve Birleşik Devletlerdeki matematik öğretmenlerinin alan bilgilerini karşılaştırmayı amaçlamıştır. Çalışma 72 Çinli ve 23 ABD'li öğretmenle mülakatlar yapılarak yürütülmüş, böylece öğretmenlerden derinlemesine bilgiler elde edilmiştir. Çalışmada Çinli öğretmenlerin Birleşik Devletlerdeki öğretmenlere göre alan bilgilerinin daha derin olduğu görülmüştür. Bunun yanında Çinli öğretmenlerin matematiğe ve matematiğin doğasına bakış açılarında daha yarı deneyselci bir yaklaşıma sahip oldukları, bununla birlikte kavramsal anlamaya daha fazla önem verdiklerinden matematiksel gerçekliklerin arkasında yatan nedenleri daha çok bildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Ma (1999), her ne kadar öğretmenlerin alan bilgilerini incelemeyi amaçladıysa da kullandığı senaryo tipindeki sorular kendisinden sonraki birçok araştırmacı tarafından öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini ve matematik öğretme bilgilerini incelerken de kullanılmıştır. Örneğin Ma (1999)'nın çalışmasında alanı öğretme bilgisine çok az değindiğini gerekçe edinerek Çinli ve ABD'li öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini karşılaştırmayı amaçlayan An, Kulm ve Wu (2004), ortaokul kademesinde görev yapan Çin'den 33 ve ABD'den 28 öğretmenle yeni bir çalışma yürütmüştür. Veri toplama araçları olarak açık uçlu sorulardan oluşan matematik öğretme anketi, gözlemler ve mülakatlar kullanılmıştır. Ma (1999)'nın çalışmasına paralel olarak Çinli öğretmenlerin kavramsal anlamalarının daha iyi olduğu, işlemsel ve kavramsal öğrenme arasındaki ilişkiyi iyi kurdukları, ABD'li öğretmenlerin ise matematik öğretim amaçlarının Çin'den farklı olmamasına karşın kavramlar arası ilişkilendirmede zayıf oldukları, soyut düşünme konusunda eksik oldukları görülmüştür. Bunun sebeplerinden biri olarak da Çin'in Konfüçyüs'ün "bir şey hakkında bilgisi olan her zaman yeni bir şeyi hakkında da bilgi sahibi olur" anlayışını benimseyen köklü bir matematik öğretimi geleneğine sahip olmaları gösterilmiştir.

Stump (1999), ortaöğretim öğretmen ve öğretmen adaylarının eğitim konusuna ilişkin anlamalarını, kavram tanımlamalarını ve PAB'lerini incelemek için gerçekleştirdiği

çalışmasını 18 öğretmen adayı ve 21 öğretmen ile yürütmüştür. Çalışmanın verileri anket; görüşme ve mülakatlar ile öğretmen ve öğretmen adaylarına sunulan ve cevaplamaları istenen, katılımcılardan eğimin tanımı, eğimin farklı gösterimlerini içeren ve muhtemel öğrenci yanıtlarını içeren senaryo tipi sorularla toplanmıştır. Katılımcıların çoğu eğimin geometrik tanımı üzerinde durmuş ve onu geometrik oran olarak tanımlamışlardır. Yine büyük kısmı fiziksel özellik olarak vurgulamışlardır, çok azı fonksiyona değinmiştir. Çoğu öğretmen fonksiyon ve oran arasındaki ilişkiyi problem çözmede kullanırken bunun ne anlama geldiğini açıklayan öğretmen çok azdır. Öğretmenler konuyu günlük hayatla ilişkilendirmelerine rağmen eğitim için bilinmesi gereken fiziksel temsilleri hiç kullanmamışlardır. Öğrencilerin sahip olabileceği zorlukları tanımlamada da eksik oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Turnuklu ve Yesildere (2007), öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgisi yeterliklerini incelemek için yürüttükleri çalışmayı 45 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile yürütmüştür. Çalışmada veri toplama aracı olarak sınıf içi matematik problemlerinden oluşan ve kesirler ile ondalık sayılar konusu ile ilişkili 4 soru kullanılmış, öğretmen adaylarından verilen durumlar için kavram yanılgıları ve/veya yanlış anlamaları belirlemeleri istenmiştir. Çalışmadan elde edilen veriler, önceden belirlenen bazı kriterlere göre analiz edilmiştir. Çalışma sonunda matematiğin, matematik öğretmek için gerekli ancak yeterli olmadığı görülmüştür. Sonuçlardan hareketle öğretmen adaylarının alan bilgilerinin yanında pedagojik alan bilgisi bağlamında yeterli olmaları için gerekli eğitimin verilmesi önerilmiştir.

2.1.4.2. Öğretmen Eğitimi ile İlgili Yürütülen Ulusal/Uluslararası Projeler

MT21 Projesi

MT21 Projesi, 21. yüzyılda matematik öğretimi (mathematics teaching in the 21st Century) sloganıyla yürütülmüş bir projedir. Literatür incelendiğinde MT21 projesinin uluslararası çapta yürütülen ve ülkeler arası karşılaştırma yapmayı amaçlayan ilk çalışma olduğu görülmüştür. Projede, 6 farklı ülkelerin öğretmen yetiştirme sistemleri farklı değişkenler göz önünde bulundurularak incelenmiştir. Bu değişkenler; öğretmenlerin sahip oldukları alan bilgileri, matematik pedagojisi ve inançlar şeklinde ifade edilmiştir (Schmidt vd., 2007). Öğretmen adaylarının alan bilgileri; cebir, fonksiyonlar, sayılar, geometri ve istatistik olmak üzere beş konu alanı bağlamında incelenmiştir. Matematik pedagojisi olarak ifade edilen PAB ise dersin planlanması, öğrenciyi tanıma bilgisi ve müfredat bilgisi bağlamında incelenmiştir. Çalışmada Rasch analizi kullanılarak farklı ülkelerden

2.600'den fazla adayın matematik öğretme bilgileri incelenmiş ve ülkeler arasında karşılaştırmalar yapılmıştır.

COACTIV Projesi

COACTIV projesi, Alman Araştırma Fonu (DFG) tarafından desteklenen bir proje olup Almanya'daki matematik öğretmenlerinin meslek bilgilerini incelemeyi amaçlamıştır. Projede öğretmenlerin meslek bilgilerinin alan bilgisi ve PAB boyutlarından incelenmesi amaçlanmıştır. PISA 2003 sınavına giren öğrencilerinin matematik öğretmenlerinin örneklem olarak seçildiği bu projede, öğretmenlerin alan ve PAB'ları incelenmiş ve PISA'da alınan sonuçlarla karşılaştırmalar yapılmıştır. Alan bilgisi soruları, matematik müfredatında yer alan ve okullarda öğretilen matematiğin arkasında yatan anlamları içerecek şekilde hazırlanmıştır. PAB soruları ise öğrenciyi tanıma, açıklama ve etkinlik (task) bilgisi olarak farklı boyutları kapsayacak şekilde oluşturulmuştur. Çalışmada ölçme aracı olarak geliştirilen maddelerin tamamı açık uçlu sorulardan oluşmaktadır.

TEDS-M Projesi

Eğitim alanında uluslararası ölçme-değerlendirmeleri yapan bir kuruluş olan "International Association for the Evaluation of Educational Achievement" (IEA), 60 ülkede faaliyet gösteren bir konsorsiyumdur. Bu konsorsiyumun desteklediği ve sponsoru olduğu araştırmalardan biri de matematik alanında öğretmen eğitimi geliştirme çalışmalarından olan TEDS-M'dir. TEDS-M, daha çok ilköğretim ve lise öğretmenlerinin mesleğe hazırlanmaları üzerine odaklanan ve karşılaştırmalı çalışmalar yapan bir araştırma projesidir. Bu proje ile eğitim çıktılarının değerlendirilmesi ve öğretmen niteliklerinin belirlenmesi ve bu bağlamda bir alt problem olarak öğretmen yeterliklerinin belirlenmesi için ölçülmesi gereken, matematik öğretme bilgisinin bileşenlerinden alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi için geçerli ve güvenilir ölçme araçları geliştirilmesi amaçlanmıştır. Ölçme araçları geliştirilirken, NCTM tarafından belirtilen ve TIMSS sınavı da oluşturan sayılar, geometri, cebir ve veri öğrenme alanları dikkate alınarak alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi soruları hazırlanmıştır (Tatto vd., 2008).

Yukarıda belirtilen 4 öğrenme alanına ilişkin alan bilgisi sorularının yer aldığı projede TIMSS'dekine benzer bilgi, uygulama ve muhakeme seviyesinde sorular yer almıştır. Pedagojik alan bilgisi için ise matematik müfredatı bilgisi, dersin planlanması ve matematiksel içeriğin sunumu boyutlarını kapsayacak sorular hazırlanmıştır. Hazırlanan soru tiplerine bakıldığında ise öğretmenlerin matematik alan bilgileri ve pedagojik alan bilgilerini ölçmek için çoktan seçmeli, karışık çoktan seçmeli (constructed response) ve

açık uçlu sorulara yer verildiği görülmektedir. Projede çoktan seçmeli sorularla her türlü bilgi ölçümü yapılabileceğini ancak öğretmenin sahip olduğu bilginin doğası gereği bu durumda öğretmenin verdiği cevaplardan ne düşündüğünü kestirmenin de zor olduğundan açık uçlu sorularla matematik öğretme bilgilerini öğrenmek için derine inilebileceği belirtilmiştir.

KAT Projesi

Son yıllarda yapılan araştırmalar, öğrencilerin özellikle cebir başarılarında istenen düzeyde olmadıklarını göstermiştir (Blume ve Heckman, 2000). Bu sebeple eğitim politikalarının matematik ve cebir başarısının artması yönündeki baskılarının bir sonucu olarak KAT (Knowledge of Algebra for Teaching) adlı bir proje yürütülmeye başlanmıştır. Öğretmenin bilgisinin yaptığı uygulamalar ve öğrencilerinin başarıları ile ilişkisine dair çok çok az şey bilinmesini gerekçe gösteren bu çalışma, matematik öğretme bilgisinin farklı sınıflar ve alanlar için değerlendirilmesi için gerekli araç hazırlama, öğretmenlerin öğretim faaliyetlerinde ihtiyacı olan bilgi türünü belirlemeyi amaçlamaktadır. Bu bağlamda proje kapsamında “Liselerdeki cebir öğretmenleri, iyi bir cebir öğretimi için hangi bilgiye ihtiyaç duyarlar ve hangi bilgiyi kullanırlar?” sorusundan hareketle bir kavramsal çatı ortaya konmuş, cebir içeriği ve bu içeriğin sunumu ile öğretmenin bilmesi gereken cebir bilgisi ve özel sunum bilgisi tartışılmıştır.

2.1.5. Literatür Taramasının Sonucu

Literatür incelendiğinde yürütülen çalışmaların belli kavramlar etrafında yürütüldüğü ve öğreten adaylarının bu kavramlara ilişkin alan ve(ya) PAB'lerinin incelendiği görülmektedir. Ayrıca söz konusu çalışmaların çoğunun az sayıda bir katılımcı ile yürütülmesi, geniş anlamda öğretmenlerin matematik öğretme bilgilerinin ölçülmesinin çok zor veya imkansız olduğu algısı oluşturmaktadır. Geniş katılımlı çalışmaların ise ulusal veya uluslararası fonlar tarafından desteklenen ülkeler arası karşılaştırmalı çalışmalar olduğu görülmektedir. Bununla birlikte son yıllarda daha fazla bilgi vermesi açısından matematiğin belli bir konu alanında öğretmenin bilgisini tanımlamaya yönelik eğilimler ortaya çıkmıştır (Ferrini-Mundy vd., 2003; Ferrini-Mundy, McCrory ve Senk, 2006; Li, 2007). Bu yeni eğilimin paralelinde bu çalışmada özel olarak ortaokul cebir konularının öğretimine odaklanılacaktır. Cebir öğretme bilgisi, alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisinin öğrenciyi tanıma bilgisi ve öğretimsel açıklamalar bileşenleri bağlamında incelenecektir. Bu kapsamda yürütülen bir çalışmaya yurtiçinde rastlanmamıştır. Yurt dışında ise belli bir konu alanında matematiği öğretme bilgisini ortaya koymayı amaçlayan sınırlı sayıda

çalışma yer almaktadır (Ferrini-Mundy vd., 2003; Ferrini-Mundy, McCrory ve Senk, 2006; Li, 2007; McCrory, Floden, Ferrini-Mundy, Reckase ve Senk, 2010). Ayrıca yürütülen uluslararası projeler test geliştirme sürecinde geçerlik ve güvenirlik çalışmaları için bir fikir oluşturulmasına yardımcı olmuştur. Çalışma kapsamında cebir alan bilgisi ve cebir pedagojik alan bilgisi testleri geliştirilmiş olup test geliştirme sürecinde Rasch modelinden yararlanılmıştır.

2.1.6. Rasch Modeli

Ölçme tarihi incelendiği iki temel kuramla karşılaşılmaktadır. Bunlar Klasik Test Kuramı (KTK) ve Madde Tepki Kuramıdır (MTK). KTK; belirli bir test ve grup için bu grup içinden seçilen örnekleme dayalı olarak test sonuçlarının güvenirliği, ayırt ediciliği ve madde zorluğunun hesaplanmasını içerir. Bu kuramda, ölçülmek istenen özelliğe ilişkin puan bireyin ölçekten aldığı ham puana karşılık gelirken, bireyin yetenek ölçüsü, ham puanların standartlaştırılmış değerleri olmaktadır (Doğan, 2002). Her kuram gibi KTK'da da bazı varsayımlar vardır. Bunlar:

- Hata puanlarının beklenen değeri, başka bir deyişle ortalaması sıfırdır
- Gerçek puanlarla, hata puanları arasındaki korelasyon sıfırdır.
- İki paralel ölçmeye ilişkin hata puanları arasındaki korelasyon sıfırdır.
- İki farklı ölçmeye ait gerçek puanlar ve hata puanları arasındaki korelasyon sıfırdır

(Baykul, 2000).

Sünbül ve Erkuş (2013)'a göre literatürdeki kaynaklar net bir şekilde belirtmese de KTK'nın bir diğer varsayımı da ölçülmek istenen değişkenin tek boyutlu olmasıdır. Bu kadar varsayımının olması ve bu varsayımlardan çoğunun sağlanamaması kurama gelen en büyük eleştirilerdendir. Bu sebeple son yıllarda Madde Tepki Kuramı (MTK) ön plana çıkmıştır.

MTK, bireylerin KTK'daki puanlarının ve gerçek puanlarının, yetenek puanlarıyla aynı anlama gelmediğini belirtmiş, gözlenen puanlar ve gerçek puanlar teste bağımlı iken, yetenek puanlarının testten bağımsız olduğu ve bu nedenle de daha temel olduğunu vurgulamıştır. Bireyler zor testlerde daha düşük gerçek puana sahip olurken, kolay testlerde daha yüksek gerçek puana sahip olabilmektedir; ancak bireylerin yetenekleri sabit kalmaktadır (Hambleton ve Jones, 1993'dan akt: Sünbül ve Erkuş, 2013). KTK'da gözlenen bu eksikliği giderebilmek için ölçme sürecine farklı bir bakış açısından yaklaşmış ve MTK geliştirilmiştir. MTK'ya göre,

- Bir madde, o maddeyi cevaplandırabilecek herhangi bir yanıtlayıcı grubundan bağımsızdır.

- Bir bireyin yeteneği, o bireye uygulanan herhangi bir madde grubundan bağımsızdır.

- Bir testin özelliklerini, testi uygulamadan önce kestirmek mümkündür (Koparan, 2012).

Modern ölçme yöntemi olarak ifade edilen MTK, ortalama hatanın ve test sonuçlarının güvenilirliğinin ortaya çıkarılması için kullanılmaktadır. Bunu sağlamak için çeşitli modeller kullanılmaktadır. Bu modellerden bir tanesi de Rash Ölçme modelidir. Rasch modelinde iki temel varsayım vardır. Bunlardan ilki bir madde üzerinde yetenekli ya da becerili bir kişinin daha az yetenekli ya da becerili bir kişiye kıyasla başarılı olma şansının yüksek olmasıdır. İkincisi ise bir kişinin zor bir maddeye kıyasla kolay bir madde üzerindeki başarı şansının fazla olmasıdır. Yani bir kişinin değişken bağlamında ölçümü o kişinin yeteneği ve madde zorluğunun basit bir fonksiyonudur (Koparan, 2012). Modelin en büyük avantajı ise kişi yeteneğinden bağımsız madde ölçümlemesi (calibration) ve madde zorluğundan bağımsız kişi yeteneğinin ölçülmesidir (Wright, 1977). Rasch modelinde ham puanlar yerine hatalardan arındırılmış olan lineer puanlar (lojitle) kullanılır. Ayrıca uyum istatistikleri sayesinde verilerin Rasch beklentilerine uyumu hakkında bir resim sunar. Bunun yanında sıralı ölçekli veriler aralıklı ölçekli verilere dönüştürülür. Dönüştürme işlemi için çeşitli yazılımlar kullanılmaktadır. Bu yazılımlardan birisi de WINSTEPS 3.72'dir.

WINSTEPS yazılımı, Rasch modelinde bahsedilen madde ölçümlemesi ve kişi ölçümlemesini madde – kişi ve kişi – madde haritalarıyla resmetmektedir. Böylece aynı anda hem test maddeleri hem de kişiler ölçek üzerinde gözlemlenebilir ve gerek madde zorlukları gerekse kişi performansları yansıtılabilir. Bunu sağlamak için yazılım ayrıca her bir test maddesine ilişkin madde zorluklarını vermektedir. 0 lineer puan orta düzey güçlük kabulünden hareketle pozitif yönde madde güçlüğü artmakta ve negatif yönde madde güçlüğü azalmaktadır. Benzer şekilde kişi yetenekleri de pozitif yönde fazla ve negatif yönde daha az yetenek olmak üzere dağılmaktadır. Bunun yanında kişilerden beklenen performans ve kişilerin maddeye verdikleri yanıtlar arasındaki ilişki madde uyum istatistiği olarak adlandırılmaktadır. Uyum istatistiklerinin göz önünde bulundurulması modeldeki veri geçerliği için gereklidir (Lusardi ve Smith, 1997). Bond ve Fox (2007)'a göre uyum içi (input) ve uyum dışı (output) olarak ifade edilen uyum değerleri 0.5 ile 1.7 arasında kabul edilebilir. Ayrıca yazılım sayesinde madde ayırt edicilik de hesaplanabilmektedir. Linacre'ye göre madde ayırt edicilik katsayısı 0.5 değerinden büyük olmalıdır (URL1, 2013).

Kişi güvenilirliği ve madde güvenilirliği, WINSTEPS yazılımı kullanılarak hesaplanan diğer iki ölçümdür. Kişi güvenilirliği yaklaşık olarak genel test güvenilirliğine eşitken madde

güvenirliğinin KTK'da bir karşılığı yoktur (Koparan, 2012). Güvenilir bir ölçme aracından beklenen kişi güvenirlik katsayısının 0.80'den büyük olmasıdır (Bond ve Fox, 2007). Ayrıca hesaplanan Cronbach Alpha ölçme aracının iç tutarlık katsayısıdır ve 0.90'dan büyük katsayı çok çok yüksek iç tutarlık olarak kabul edilirken 0.70 ile 0.90 arasındaki katsayı da kabul edilebilir tutarlıktadır (Portney ve Watkins, 2000).

Bu çalışmada geliştirilen testler; madde güçlüğü, madde ayırt ediciliği ve uyum değerleri parametrelerine göre ölçme işlemine tâbi tutulacaktır.

3. YÖNTEM

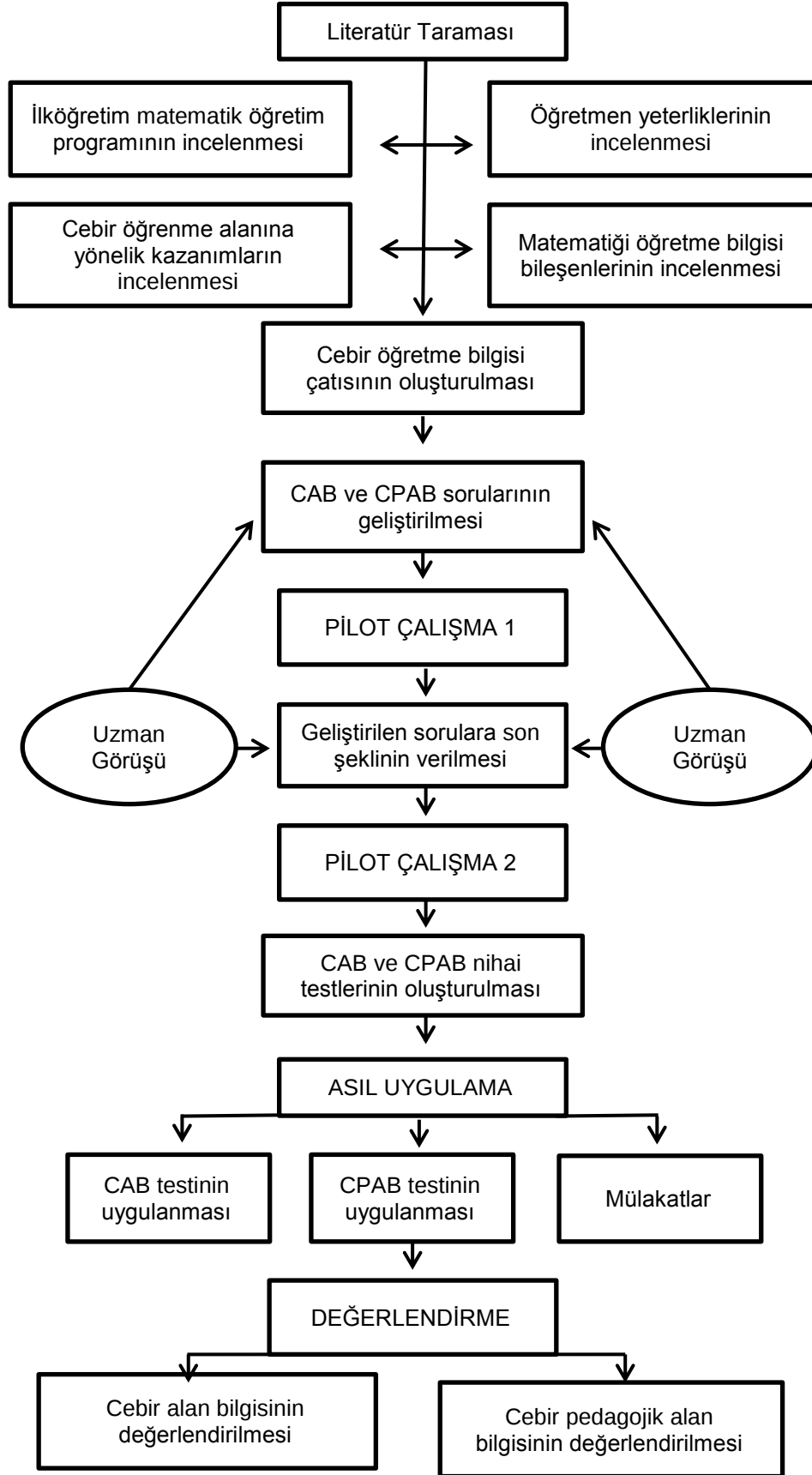
Bu bölümde çalışmanın amacını gerçekleştirmek için takip edilen yol, araştırmanın modeli, araştırmanın tasarımı, çalışma gurubu, verilerin toplama araçları ve verilerin analizi başlıklarında ayrıntılandırılacaktır.

3.1. Araştırmanın Modeli

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının cebir öğretme bilgilerinin, alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi (öğrenciyi tanıma bilgisi ve içeriğin sunumu) bağlamında incelenmesini amaçlayan bu çalışma betimsel nitelikte bir araştırmadır. Betimsel araştırmalar, var olan bir olayı nicel ya da nitel yönden betimleyen bir araştırma türüdür. Bu araştırma modelinin en önemli özelliği var olan bir olay ya da durumu var olduğu şekilde tanımlamasıdır (Çepni, 2009; Jackson, 2009).

3.2. Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi

Çalışma; tasarım, uygulama ve değerlendirme olmak üzere üç aşamadan oluşmaktadır. Çalışmanın tasarım aşamasında öğretmen yeterlikleri ile ilgili literatür taraması yapılmış, bir öğretmenin sahip olması gereken bilgi bileşenleri incelenmiştir. Daha sonra bu yeterlikler matematik ve matematiğin bir konu alanı olan cebir göz önünde bulundurularak incelenmiştir. Tasarım aşamasının sonunda cebir öğretme alanına ilişkin çatinın ortaya konulmasından sonra geliştirilen cebir alan bilgisi (CAB) ve cebir pedagojik alan (CPAB) testleri geliştirilmiştir. Çalışmanın uygulama aşaması pilot çalışma ve asıl çalışma olmak üzere iki aşamalıdır. Pilot çalışmalar sonrası geçerlik ve güvenirlik çalışması yapılan testlere son hali verilmiş asıl uygulamaya hazır hale getirilmiştir. Asıl uygulama sonrasını oluşturan çalışmanın değerlendirme aşaması, verilen analizi kısmını oluşturmaktadır. Araştırma boyunca izlenen adımlar Şekil 9'da gösterilmiş olup her bir aşama sonraki kısımlarda detaylı olarak açıklanmıştır.



Şekil 9. Araştırmada izlenen adımlara ilişkin akış şeması

3.2.1. Pilot Çalışma

Pilot çalışma, araştırmanın CAB ve CPAB ölçeklerinin geliştirilme ayağını oluşturmaktadır. Bu aşama, kendi içinde iki alt aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamasında öğretmen adaylarının alan bilgilerini ölçmeyi amaçlayan test ilköğretim matematik öğretmenliği programı 2. sınıf A şubesi öğrencilerine uygulanmıştır. Benzer şekilde cebire yönelik PAB testi de aynı sınıfın B şubesi öğrencilerine uygulanmıştır. Pilot çalışmanın bu aşamasında öğrencilerin testlere verdikleri yanıtlardan çok soruları anlayıp anlayamadıkları üzerine odaklanılmıştır. Bunu sağlamak için pilot çalışmadan önce sınıflar gruplara ayrılmıştır. Her guruba kendi sorularını inceledikten sonra diğer grupların sorularını inceleme fırsatı verilmiştir. Böylelikle tüm grupların soruları görmeleri amaçlanmıştır. Uygulama sırasında araştırmacı gruplarla tek tek görüşmüş ve öğrencilerin sorularda anlamadıkları noktaları not etmiş, gerektiğinde açıklamalarda bulunmuştur. Ayrıca öğrencilerin sorulara ilişkin düşünceleri de informal olarak sorulmuş, bunlara ilişkin de alan notları tutulmuştur. Öğrencilerle yürütülen bu uygulamalar sonrasında alınan yanıtlar transkript edilmiştir. Özellikle öğrencilerin anlamada zorluk yaşadıkları sorular ile uygulama esnasında araştırmacı ve gruplar arasındaki görüşmeler sırasında belirlenen ifade eksiklikleri, anlatım bozuklukları, yanlış yazımlar gibi dil bilgisi ve bazı soruların tercümesi sırasında oluşan ve gözden kaçan kültürel farklılıklar düzeltilmeye çalışılmıştır. Pilot çalışmanın bu ilk aşamasında soruların sadece dilbilgisi yapısına odaklanılmıştır. Süreç sonunda her iki test için hazırlanan sorular yeniden düzenlenmiş ve yeniden uzman görüşüne sunulmuştur. Pilot çalışmanın ikinci aşamasında revize edilen her iki test, ilköğretim matematik öğretmenliği programı bahar yarıyılı 3. sınıfta öğrenim gören 61 öğrenciye uygulanarak asıl pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışmanın bu aşamasından sonra öğrencilerin CAB ve CPAB testlerine verdikleri yanıtlar bilgisayar ortamına aktarılmış, testlerin güvenirlik çalışması yapılmıştır. Testlerin uygulanması sürecinde herhangi bir zaman kısıtlamasına gidilmemiş olup her bir test için yaklaşık 1 saat zaman dilimi gerektiği gözlemlenmiştir.

Pilot çalışmalar sonrasında açık uçlu soruların nicel analizini yapabilmek için rubrikler oluşturulmuştur. Oluşturulan rubriklere ilişkin detaylı bilgiler verilerin analizi kısmında sunulmuştur. Ayrıca testlerin kapsam geçerliği ve güvenirliğine ilişkin yapılan çalışmalar da veri toplama araçları kısmında detaylı olarak açıklanmıştır.

3.3. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, 2012-2013 eğitim-öğretim yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programının son sınıfında öğrenim

görmekte olan 101 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Ayrıca çalışma grubundan amaçlı olarak seçilen altı aday ile klinik mülakatlar yürütülmüştür. Mülakat yapılacak adaylar, testlerden aldıkları puanlardan hareketle başarılı, orta seviyede başarılı ve düşük seviyede başarılı olacak şekilde seçilmiştir. Başarı ölçütü olarak da Rasch modelindeki lineer puanlar temel alınmıştır. Söz konusu adaylar $\bar{O}_4$, $\bar{O}_{44}$, $\bar{O}_{53}$, $\bar{O}_{59}$, $\bar{O}_{65}$ ve $\bar{O}_{76}$ şeklinde kodlanmıştır.

Öğretmen adaylarının altyapılarını sunmak için, lisans eğitiminde aldıkları dersler Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1. İlköğretim matematik öğretmenliği programı ders bilgi paketi

I.YARIYIL (1. SINIF)			II. YARIYIL (1. SINIF)		
Dersin Adı	ECTS	D+U+L	Dersin Adı	ECTS	D+U+L
Eğitim Bilimine Giriş	2	2+0+0	Geometri	7	3+0+0
Soyut Matematik I	8	4+0+0	Soyut Matematik II	8	4+0+0
Türkçe I: Yazılı Anlatım	2	2+0+0	Türkçe II: Sözlü Anlatım	2	2+0+0
İngilizce I	3	3+0+0	İngilizce II	3	3+0+0
Atatürk İlke ve İnkılap Tarihi I	2	2+0+0	Atatürk İlke ve İnkılap Tarihi II	2	2+0+0
Genel Fizik	7	4+0+2	Cebire Giriş	5	3+0+0
Temel Bilgi Teknolojileri	3	2+2+0	Eğitim Psikolojisi	3	3+0+0
TOPLAM	30	20+2+2	TOPLAM	30	20+0+2

III. YARIYIL (2. SINIF)			IV. YARIYIL (2. SINIF)		
Dersin Adı	ECTS	D+U+L	Dersin Adı	ECTS	D+U+L
Fizik I	6	4+0+0	Fizik II	6	4+0+0
Bilimsel Araştırma Yöntemleri	4	2+0+0	Analiz II	8	4+2+0
Analiz I	8	4+2+0	Lineer Cebir II	6	3+0+0
Lineer Cebir I	6	3+0+0	Oğr. Tek. ve Materyal Tasarımı	6	2+2+0
Öğretim İlke ve Yöntemleri	3	3+0+0	Matematik ve Hayat	4	3+0+0
Grafik Analizi	3	2+0+0			
TOPLAM	30	18+2+0	TOPLAM	30	16+4+0

V.YARIYIL (3. SINIF)			VI. YARIYIL (3. SINIF)		
Dersin Adı	ECTS	D+U+L	Dersin Adı	ECTS	D+U+L
Özel Öğretim Yöntemleri I	5	2+2+0	Özel Öğretim Yöntemleri II	5	2+2+0
Analiz III	5	3+0+0	Diferansiyel Denklemler	3	4+0+0
Analitik Geometri I	4	3+0+0	Analitik Geometri II	4	3+0+0
İstatistik ve Olasılık I	6	2+2+0	İstatistik ve Olasılık II	6	2+2+0
Cebire Giriş	5	3+0+0	Ölçme ve Değerlendirme	3	3+0+0
Bilim Tarihi	3	2+2+0	Türk Eğitim Tarihi	3	2+0+0
Matematik Öğretim Programı	2	2+0+0	Topluma Hizmet Uygulamaları	6	1+2+0
TOPLAM	30	17+4+0	TOPLAM	30	17+6+0

VII. YARIYIL (4. SINIF)			VIII. YARIYIL (4. SINIF)		
Dersin Adı	ECTS	D+U+L	Dersin Adı	ECTS	D+U+L
Matematik Tarihi	5	2+0+0	Matematik Felsefesi	5	2+0+0
Mat. Öğr. Özel Eğitim	3	2+0+0	Öğretmenlik Uygulaması	3	2+6+0
Elementer Sayı Kuramı	5	3+0+0	Türk Eğitim Sistemi ve Okul Yönetimi	3	2+0+0
Okul Deneyimi	6	1+4+0	Çevre Eğitimi	5	3+0+0
Rehberlik	3	3+0+0	Matematik Eğitimi Alan Çalışması	5	3+0+0
Sınıf Yönetimi	4	2+0+0			
Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi	4	3+0+0			
TOPLAM	30	16+4+0	TOPLAM	30	16+4+0

3.4. Veri Toplama Araçları

Çalışmada veri toplama aracı olarak CAB ve CPAB testleri (Bkz. Ek-3) kullanılmıştır. Ayrıca 6 öğretmen adayı ile klinik mülakatlar yürütülmüştür. Bu kısımda veri toplama araçları tanıtılmıştır.

3.4.1. Cebir Alan Bilgisi (CAB) Testi

CAB testinin geliştirilmesi sürecinde cebir içeriği, matematiksel bilgi içeriği ve ileri cebir boyutlarından oluşan kavramsal çatıdan hareketle bu üç bileşeni kapsayacak şekilde maddeler hazırlanmıştır. Hazırlanan testte ortaokul müfredatına ilave olarak örüntüler ve denklemlerle ilişkili olması sebebiyle fonksiyonlar ile ilgili sorulara yer verilmiştir. Test maddelerindeki sorulardan bir kısmı, öğretmen eğitiminin niteliğini karşılaştırma amacıyla yürütülen bazı projelerdeki (TEDS-M, KAT) soruların Türkçeye uyarlanmasıyla, bir kısmı ise literatürdeki mevcut kavram yanılgılarından hareketle araştırmacı tarafından oluşturulmuştur. İlk pilot çalışma sonucunda revize edilen test maddeleri, 5 uzman matematik eğitimcisine bir form oluşturularak verilmiş ve böylelikle hangi test maddesinin kavramsal çatıdaki hangi boyuta girdiği netleştirilerek her bir boyuta girecek şekilde yeteri kadar test maddesinin oluşturulması amaçlanmıştır. Yine uzman görüşleri ile bazı soruların ifadelerinde düzenlemeler yapılmıştır. Şekil 10'da uzmanlara verilen formdan bir kesit verilmiştir.

Cebir İçeriği		Matematiksel Bilgi İçeriği	
Cebirsel ifadeler, denklem ve eşitsizlikler	☐	Ana kavram ve prosedürler	☐
Fonksiyonlar ve özellikleri, doğrusal ve doğrusal olmayan fonksiyonlar	☒	Temsiller	☒
		Uygulamalar	☒
		Muhakeme ve İspat	☐

4. Trabzon için taksimetre tarifi, ilk çeyrek kilometreye kadar 3 TL ve daha sonraki her çeyrek km. için 1,25 TL şeklindedir. x kilometre mesafe giden bir yolcunun taksiciye ödeyeceği ücreti modelleyen bir fonksiyon oluşturunuz.

Öneriler :

Şekil 10. CAB testi 4. sorusuna ilişkin hazırlanan uzman görüş formu

Uzman görüşüne sunulan test maddelerinin, alınan görüşler doğrultusunda kavramsal çatının hangi boyutuna girdiği belirlenmiştir. Böylelikle kapsam geçerliğinin sağlanması amaçlanmıştır. Uzmanlardan alınan görüşler sonrasında Şekil 8'deki "Cebir Öğretme Bilgisi" bileşenleri göz önünde bulundurularak prizmanın hangi bileşenine hangi sorunun karşılık geldiğini eşleştirilmiştir. Böylelikle kapsam geçerliğinin sağlanması hedeflenmiştir. CAB testi maddelerin cebir içeriği ve matematiksel bilgi içeriğinin boyutlarına ilişkin matris Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. CAB nihai test maddelerine ait boyutlar matrisi

		Maddeler
Cebir İçeriği	Cebirsel ifadeler, denklem ve eşitsizlikler	1a, 1b, 1c, 2, 5a, 5b, 9a, 9b, 9c, 10, 11, 13, 14, 18a, 18b, 18c, 18d, 19a, 19b, 19c, 19d, 20
	Doğrusal-doğrusal olmayan fonksiyonlar ve özellikleri	3, 4, 6, 7a, 7b, 8, 10, 12a, 12b, 12c, 15, 16, 17, 18a, 18b, 18c, 18d, 21, 22, 23
Matematiksel Bilgi İçeriği	Ana kavramlar ve prosedürler	1a, 1b, 1c, 2, 5a, 5b, 6, 9a, 9b, 9c, 10, 11, 14, 18a, 18b, 18c, 18d, 21, 23
	Temsiller	3, 6, 7a, 7b, 8, 10, 11, 12a, 12b, 12c, 13, 14, 15, 17, 18a, 18b, 18c, 18d, 19a, 19b, 19c, 19d, 20, 22, 23
	Uygulamalar	4, 12a, 12b, 12c, 15, 16, 17
	Muhakeme ve ispat	1a, 1b, 1c, 3, 5a, 5b, 9a, 9b, 9c, 11, 13, 14, 20, 22, 23

Testte kullanılan maddeler; çoktan seçmeli, kapalı uçlu ve katılımcıların anlamalarının daha detaylı incelenebilmesi için açık uçlu sorulardan oluşmaktadır. Uzman görüşleri ile soruların dil ve kapsam geçerliklerinin sağlanması amaçlanmıştır. Ayrıca 61 kişi ile yürütülen pilot çalışma sonucunda elde edilen veriler WINSTEPS programına aktarılmış ve soruların model ile uyumluluğu incelenmiştir. Tablo 3'te CAB testi maddelerinin uygunluk içi, uygunluk dışı ve madde ayırt edicilik değerleri verilmiştir.

Tablo 3. CAB testi uyum istatistikleri

M	U. İçi	U. Dışı	M.A. E.	M	U. İçi	U. Dışı	M.A. E.
1a	0,97	0,93	1,08	13	1,20	1,29	0,74
1b	1,13	1,21	0,66	14	1,02	0,97	0,98
1c	1,00	1,11	0,90	15	1,00	1,12	0,97
2	1,10	1,08	0,58	16	1,00	1,00	1,00
3	0,98	1,13	0,94	17	1,15	1,18	0,42
4	1,09	1,44	0,89	18	1,00	1,06	0,98
5a	1,07	1,32	0,89	19a	0,90	0,69	1,09
5b	1,09	1,09	0,58	19b	0,90	0,79	1,08
5c	1,24	1,47	0,17	19c	0,84	0,75	1,24
6	0,88	0,77	1,19	19d	0,86	0,84	1,33
7a	0,92	0,96	1,30	20	1,09	1,17	0,48
7b	0,95	0,86	1,19	21a	1,02	1,11	0,84
8	0,85	0,80	1,11	21b	0,82	0,78	1,81
9a	0,99	1,00	1,04	21c	0,87	0,82	1,65
9b	0,96	1,01	1,07	21d	0,82	0,77	1,88
9c	0,84	0,80	1,28	22	1,07	1,07	0,78
9d	1,20	1,27	0,33	23	0,87	0,85	1,31
10	1,20	1,19	0,75	24	1,09	1,07	0,86

Tablo 3'ün devamı

11	0,95	0,90	1,17	25	0,85	0,81	1,74
12a	1,10	0,99	0,86				
12b	0,98	0,94	1,11				
12c	0,98	0,89	1,09				

M: Madde

U. İçi: Uyum İçi

U. Dışı: Uyum Dışı

M.A.E: Madde Ayırt Ediciliği

Tablo 3 incelendiğinde ilk analizler sonucu 5c, 9d ve 20. maddelerinin madde ayırt edicilik değerlerinin 0,5 değerinin altında olduğu görülmüştür. Model ile uyumlu olmayan bu üç madde testten çıkarılmış ve yeniden analiz yapılmıştır. Yapılan yeni analiz sonucu elde uyum değerleri ve madde ayırt edicilik değerleri Ek 2'de sunulmuştur. Nihai testin madde uyum istatistiklerinin özeti ile kişi ve madde güvenilirlik istatistikleri yine WINSTEPS yazılımı aracılığıyla elde edilmiştir. Tablo 4'de pilot çalışmadan elde edilen güvenilirlik istatistikleri verilmiştir.

Tablo 4. CAB testi güvenilirlik analizi

SUMMARY OF 61 MEASURED PERSON								
	TOTAL SCORE	COUNT	MEASURE	MODEL ERROR	INFIT		OUTFIT	
					MNSQ	ZSTD	MNSQ	ZSTD
MEAN	19.1	37.0	-.19	.36	1.03	.1	1.01	.0
S.D.	6.6	.0	.85	.04	.22	1.1	.28	1.1
MAX.	34.0	37.0	1.73	.56	1.76	3.5	1.96	3.3
MIN.	4.0	37.0	-2.58	.33	.64	-2.2	.57	-2.2
REAL RMSE	.38	TRUE SD	.76	SEPARATION	1.99	PERSON RELIABILITY	.80	
MODEL RMSE	.36	TRUE SD	.77	SEPARATION	2.13	PERSON RELIABILITY	.82	
S.E. OF PERSON MEAN = .11								
PERSON RAW SCORE-TO-MEASURE CORRELATION = .99								
CRONBACH ALPHA (KR-20) PERSON RAW SCORE "TEST" RELIABILITY = .80								
SUMMARY OF 37 MEASURED ITEM								
	TOTAL SCORE	COUNT	MEASURE	MODEL ERROR	INFIT		OUTFIT	
					MNSQ	ZSTD	MNSQ	ZSTD
MEAN	31.5	61.0	.00	.30	1.00	.0	1.01	.0
S.D.	14.9	.0	1.14	.06	.11	.8	.19	.9
MAX.	76.0	61.0	2.28	.44	1.29	2.0	1.48	1.7
MIN.	6.0	61.0	-2.34	.17	.83	-1.9	.71	-1.7
REAL RMSE	.31	TRUE SD	1.09	SEPARATION	3.57	ITEM RELIABILITY	.93	
MODEL RMSE	.30	TRUE SD	1.10	SEPARATION	3.62	ITEM RELIABILITY	.93	
S.E. OF ITEM MEAN = .19								

Tablo 4 incelendiğinde, yürütülen pilot çalışma sonucu testin kişi güvenilirliği katsayısı 0,82 olarak hesaplanmıştır. Kişi güvenilirliği katsayısının iç tutarlığı gösterdiği düşünüldüğünde testin iç tutarlığının iyi seviyede olduğu görülmektedir. Ayrıca bu değer CAB testinin güvenilir olduğunu göstermektedir. Ayrıca madde güvenilirliği katsayısı olan 0,92 değeri 1'e yakın olduğundan yapılan pilot çalışmanın katılımcılarının testin güvenilirlik

çalışması için yeterli olduğunu göstermektedir. Yine maddelerin ortalama uyum değerleri olan uyum içi (input) ve uyum dışı (output) değerleri de 0,99 olarak hesaplanmış ve ideal değer olan 1'e çok yakın olarak elde edilmiştir (Koparan, 2012).

3.4.2. Cebir Pedagojik Alan Bilgisi (CPAB) Testi

Cebir pedagojik alan bilgisi (CPAB) testinin geliştirilmesi sürecinde, CAB testinde olduğu gibi kavramsal çatıdan hareketle PAB'in öğrenciyi tanıma bilgisi ve içeriğin sunumu ile cebir içeriği ve matematiksel bilgi içeriğini kapsayacak şekilde maddeler oluşturulmuştur. PAB'in öğrenciyi tanıma bilgisi ve içeriğin sunumuna ilişkin maddeleri oluşturulurken giriş bölümünde gerek kavramsal çatı gerekse ilgili literatür kısmından faydalanılmış (Baki ve Baki, 2010; Ferrini-Mundy vd., 2003; Floden vd., 2005; McCrory vd., 2010) ve bu boyutların göstergeleri belirlenmiştir. Bu göstergeler Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. PAB öğrenciyi tanıma bilgisi ve içeriğin sunumu göstergeleri

Öğrenciyi tanıma

- Öğrencilerin kavram yanılgılarını bilme - Karşılaşılan tipik yanlışları bilme - Öğrenci düşüncelerini bilme - Öğrencilerin anlama zorluklarını göz önünde bulundurma - Öğrencilerin ön bilgilerini göz önünde bulundurma - Olası öğrenci yanıtlarını tahmin etme - Öğrencilerin matematiksel çözümlerini ve tartışmalarını analiz etme - Öğrencilerin yanıtlarını analiz etme	- Etkili dönütler verme - Beklenmedik durumlara cevap verebilme - Öğrencilerin sorularını yorumlama
	- Matematiksel kavram ve prosedürleri açıklama - Uygun analogileri kullanma - Uygun temsilleri seçebilme - Uygun örnekleri kullanma - Problem çözmede farklı yaklaşımları kullanma

İçeriğin Sunumu

Maddeler oluşturulurken literatürde sıklıkla vurgu yapılan kavram yanlışları göz önünde bulundurulmuştur. Testte yer alan soru maddeleri doğası gereği CAB testinde olduğu gibi üst düzey pür cebir bilgisi gerektirmemekle beraber ortaokul matematiğini kapsayacak şekilde hazırlanmıştır. İlk pilot çalışma sonunda yeniden düzenlenen maddeler, CAB testinde olduğu gibi bir form oluşturularak 5 uzman matematik eğitimcisinin görüşlerine sunulmuştur. Bu sayede kavramsal çatıdaki boyutlara yeterli sayıda maddenin girmesi amaçlanmıştır. Şekil 11’de uzman görüşüne sunulan forma ait bir kesit sunulmuştur.

Cebir İçeriği	PAB	Matematiksel Bilgi İçeriği
Cebirsel ifadeler, denklem ve eşitsizlikler	☒ Öğrenciyi tanıma bilgisi	☐ Ana kavram ve prosedürler
Fonksiyonlar ve özellikleri, doğrusal ve doğrusal olmayan fonksiyonlar	☐ İçeriğin Sunumu	☒ Temsiller
		☐ Uygulamalar
		☐ Muhakeme ve İspat

15. $2x + 1 = 5x + 7$ denklemini eşit kollu bir terazi çizerek görselleştirmek ve bir çözüme ulaşmak mümkün müdür? Eğer cevabınız Evet ise çizerek gösteriniz. Hayır ise neden olmayacağını açıklayınız.

Öneriler :

Şekil 11. CPAB testi 15. sorusuna ilişkin hazırlanan uzman görüş formu

CAB testinin geliştirme sürecine paralel olarak uzman görüşüne sunulan CPAB test maddelerinin, alınan görüşler doğrultusunda kavramsal çatının hangi boyutuna girdiği belirlenmiştir. CPAB testi maddelerin cebir içeriği ve matematiksel bilgi içeriğini ile PAB’ın öğrenciyi tanıma ve içeriğin sunumu boyutlarından hangilerine girdiğini gösteren matris Tablo 6’da sunulmuştur.

Tablo 6. CPAB nihai test maddelerine ait boyutlar matrisi

		Pedagojik Alan Bilgisi	
		Öğrenciyi Tanıma	İçeriğin Sunumu
Cebir İçeriği	Cebirsel ifadeler, denklem ve eşitsizlikler	1a,1b,1c, 2, 6, 10, 12, 16, 17, 20	3a, 3b, 3c, 4, 5a, 5b, 5c, 6, 8a, 8b, 8c, 10, 11, 15, 18, 19
	Doğrusal-doğrusal olmayan fonksiyonlar ve özellikleri	6, 7, 9, 13, 14	6, 7, 9
Matematiksel Bilgi İçeriği	Ana Kavramlar ve Prosedürler	2, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 14, 16, 20	6, 7, 10, 18, 19
	Temsiller	2, 7, 9, 13, 14, 17	3a, 3b, 3c, 4, 5a, 5b, 5c, 7, 11, 16, 18
	Uygulamalar	12, 17	4, 5a, 5b, 5c, 8a, 8b, 8c
	Muhakeme ve İspat	1a,1b,1c, 20	11

Uzman görüşleri sonrası yeniden düzenlenen maddeler pilot çalışmaya hazır hale getirilmiştir. 61 kişi ile yürütülen pilot çalışma sonrası elde edilen veriler WINSTEPS programına aktarılmış, maddelerin uyum değerleri ve ayırt ediciliklerinin modele uygun olup olmadığı incelenmiştir. Yapılan ilk analiz sonuçları Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7. CPAB testi uyum istatistikleri

M	U. İçi	U. Dışı	M.A. E.	M	U. İçi	U. Dışı	M.A. E.
1a	0,90	0,78	1,10	9c	1,08	1,09	0,69
1b	1,07	1,07	0,87	10	1,26	1,35	0,70
1c	1,01	1,00	0,98	11	0,88	0,83	0,80
2	1,03	0,98	0,93	12	1,15	1,23	0,81
3a	0,93	0,89	1,26	13	0,93	0,97	1,21
3b	1,02	0,85	1,02	14	0,86	0,77	1,35
3c	1,00	0,99	1,00	15	1,00	1,04	0,94
4	1,02	0,88	1,00	16	0,98	0,97	1,06
5a	1,04	0,95	0,97	17	0,98	0,99	1,02
5b	0,95	0,97	1,15	18	0,94	2,30	1,09
5c	0,89	0,84	1,43	19	1,46	1,67	-0,13
6	1,11	2,45	0,78	20	0,80	0,71	1,26
7	0,78	0,60	1,12	21	1,01	1,03	0,99
8	1,07	1,02	0,91	22	0,85	0,81	1,63
9a	1,06	1,17	0,87	23	0,70	0,61	1,65
9b	1,07	1,00	0,95				

Tablo 3 incelendiğinde ilk analizlerin sonuçları 6. ve 18. maddelerin uyum değeri ile 19. maddenin ayırt edicilik değerlerinin model için uygun olmadığını göstermiştir. Model ile uyumlu olmayan bu maddeler çıkarıldıktan sonra kalan sorular ile WINSTEPS üzerinden yeniden analiz yapılmış olup nihai ölçeğe ait uyum istatistikleri Ek 2’de verilmiştir. Tablo 8’de PCAB testine yönelik geçerlik-güvenirlik çalışması sonuçları özetlenmiştir.

Tablo 8. CPAB testi güvenirlik analizi

SUMMARY OF 61 MEASURED PERSON								
	TOTAL SCORE	COUNT	MEASURE	MODEL ERROR	INFIT		OUTFIT	
					MNSQ	ZSTD	MNSQ	ZSTD
MEAN	17.8	28.0	.19	.40	1.03	.1	.98	.0
S.D.	5.9	.0	.97	.06	.24	.9	.29	.8
MAX.	33.0	28.0	3.19	.66	1.64	2.0	1.78	2.3
MIN.	8.0	28.0	-1.41	.37	.52	-1.4	.30	-1.7
REAL RMSE	.43	TRUE SD	.87	SEPARATION	2.01	PERSON RELIABILITY		.81
MODEL RMSE	.41	TRUE SD	.88	SEPARATION	2.16	PERSON RELIABILITY		.83
S.E. OF PERSON MEAN = .13								
PERSON RAW SCORE-TO-MEASURE CORRELATION = .99								
CRONBACH ALPHA (KR-20) PERSON RAW SCORE "TEST" RELIABILITY = .80								
SUMMARY OF 28 MEASURED ITEM								
	TOTAL SCORE	COUNT	MEASURE	MODEL ERROR	INFIT		OUTFIT	
					MNSQ	ZSTD	MNSQ	ZSTD
MEAN	38.8	61.0	.00	.29	.99	.0	.98	-.1
S.D.	15.9	.0	1.21	.06	.14	1.0	.25	1.0
MAX.	79.0	61.0	3.07	.42	1.28	1.9	1.79	2.3
MIN.	9.0	61.0	-2.15	.17	.65	-2.4	.49	-2.4
REAL RMSE	.30	TRUE SD	1.17	SEPARATION	3.90	ITEM RELIABILITY		.94
MODEL RMSE	.29	TRUE SD	1.17	SEPARATION	3.98	ITEM RELIABILITY		.94
S.E. OF ITEM MEAN = .23								

Tablo 8 incelendiğinde CPAB testinin kişi güvenirliği katsayısı 0,81 olarak hesaplanmıştır. Buradan hareketle testin iç tutarlığının iyi olduğu söylenebilir. Ayrıca testin madde güvenirliğinin 0,94 olarak hesaplanması, pilot çalışmadan hareketle katılımcılarının testin güvenirlik çalışması için yeterli olduğunu göstermektedir. Maddelerin ortalama uyum değerlerinden uyum içi (infite) ve uyum dışı (outfit) değerlerinin 1 ve 1’e oldukça yakın değerler olduğu görülmektedir. Bu ise maddelerin test için uyumlu olduğunun göstergesidir.

3.4.3. Klinik Mülakatlar

Çalışmada diğer bir veri toplama aracı olarak katılımcılar arasından seçilen 6 öğretmen adayıyla klinik mülakatlar yürütülmüştür. En genel tanımıyla klinik mülakat, bir konu hakkında bireylerin sahip oldukları bilgilerin derinlemesine incelenmesi amacıyla bireyle yapılan karşılıklı görüşmelerdir (Karataş ve Güven, 2003). Çalışma kapsamında katılımcıların test maddelerine verdikleri yanıtların derinlemesine irdelenmesi amacıyla yürütülen mülakatlar her bir katılımcı için yaklaşık bir saat sürmüş olup görüşmeler

adayların izni dâhilinde ses kaydına alınmıştır. Görüşme sırasında adaylardan derinlemesine veriler almak amacıyla kağıt üzerinde verdikleri yanıtların nedenlerini irdelenecek tarzda sorular sorulmuştur. Elde edilen veriler daha sonra bilgisayar ortamına aktarılmış ve transkript edilmiştir.

3.5. Verilerin Toplanma Süreci

Geliştirilen veri toplama araçları katılımcıların sınıf oturma düzeni göz önünde bulundurularak yan yana oturan öğrencilerin birbirlerinden etkilenmemeleri için A ve B kitapçığı olmak üzere iki farklı kitapçık halinde hazırlanmıştır. Her bir kitapçıkta aynı sorular yer almakla beraber A grubu kitapçıkta önce CAB testi sonra CPAB testi ve B grubu kitapçıkta ise önce CPAB testi sonra ise CAB testine yer verilmiştir. Hazırlanan testler katılımcılara ders saatinde uygulanmış ve pilot çalışmadan hareketle öğrencilere iki testi içeren kitapçıktaki soruları çözmeleri için 120 dakika süre verilmiştir.

3.6. Verilerin Analizi

Çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının CAB ve CPAB testlerine vermiş oldukları yanıtlardan elde edilen veriler ayrı ayrı analiz edilmiştir. Katılımcıların her iki teste de verdikleri yanıtlar hem nitel hem de nicel olarak değerlendirilmiştir. Verilerin nicel olarak analiz edilmesi için özellikle açık uçlu soruların puanlandırılması gerekmektedir. Bunu sağlamak için analitik puanlandırma (analytical scoring) yönteminden yararlanılmıştır.

Açık uçlu soruların analizi için kullanılan analitik puanlandırma, günümüzde yaygın olarak özellikle İngilizce çıktılarını değerlendirme amaçlı kullanılan bu yöntemin TOEFL, IELTS gibi uluslararası geçerliği olan yabancı dil sınavlarının yanında TIMMS, PISA gibi uluslararası karşılaştırmalı çalışmaların değerlendirme sürecinde kullanılmaktadır. Bazı araştırmacılar, bu tür kısmi puanlama yöntemlerinin kullanılmasındaki amacın geçerli ve güvenilir veriler toplamak olduğunu belirtmektedirler (Diederich, 1974; White, 1988). Analitik puanlandırma, genelde rubrikler kullanılarak değerlendirilmektedir. Literatürde, öğretmenin alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisinin incelendiği bazı uluslararası çalışmaların da (TEDS-M, KAT) analitik puanlandırmanın kullanıldığı görülmektedir. Bu çalışmada da açık uçlu soruların nicel analizlerini yapabilmek için rubrikler oluşturulmuş ve katılımcıların verdikleri yanıtlar doğrultusunda puanlandırmalar yapılmıştır (Bkz. Ek-4). Rubriklerin geliştirilmesi sürecinde pilot çalışmalar sonrası öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlar göz önünde bulundurulmuş ve matematik eğitiminde doktora yapan 4 doktora öğrencisinin birbirinden bağımsız olarak hazırladıkları rubrikler dikkate alınarak ortak bir rubrik oluşturulmuş, böylece rubriklerin geçerliği sağlanmaya çalışılmıştır. Tablo 9'da

CPAB testinde yer alan 11. soru ve Tablo 10'da bu soru için oluşturulan rubrik sunulmuştur.

Tablo 9. CPAB testi 11. sorusu

11. Reyhan öğretmen tahtaya aşağıdaki eşitsizliği yazmış ve öğrencilerinden çözüm kümesini bulmalarını istemiştir.

$$-x < 7$$

Kübra bu soruyu çözerken eşitsizliğin her iki tarafını da -1 sayısı ile bölmüş ve çözümü $x > -7$ olarak yazmıştır. Bunun üzerine bir diğer öğrenci de eşitsizliğin negatif bir sayı ile bölündüğünde neden yön değiştirdiğini sormuştur. Bu öğrenciye nasıl yanıt verirdiniz?

Tablo 10. CPAB 11. test maddesine ilişkin hazırlanan rubrik

2 Puan	Cebirsel açıklamalar veya temsiller kullanılarak verilen yanıtlar
1 Puan	Özel bir durum kullanılarak gösterilen ve sadece işaretin neden değiştiğine ilişkin yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişkisiz veya "kural" olarak verilen yanıtlar

3.6.1. CAB ve CPAB Testlerinden Elde Edilen Verilerin Analizi

Katılımcıların CAB ve CPAB testlerinde yer alan maddelere verdikleri yanıtlar, soruların türlerine göre puanlandırılarak Excel programına kaydedilmiştir. Puanlandırma açık uçlu sorular için oluşturulan rubrikler kullanılarak (Bkz. Ek-4), çoktan seçmeli için 0 ya da 1 ve kapalı uçlu maddeler için ise her bir öncül dikkate alınarak 0 ya da 1 olarak puanlandırma yapılmıştır. Örneğin CAB testinin ilk sorusu ve buna ilişkin puanlandırma ölçütü aşağıda şu şekildedir:

Tablo 11. CAB testi 1. sorusu ve maddeleri

1. "x'in bilinmeyen olduğu bir denklemde" aşağıda verilen işlemlerin çözüm kümesini her zaman değiştirip değiştirmeyeceğini inceleyiniz. Değiştirir için Evet, değiştirmez için Hayır seçeneğini işaretleyiniz. Hayır seçeneğini işaretlediyseniz bir örnek veriniz.

	Evet	Hayır	Hayır için bir örnek veriniz
I. Eşitliğin her iki tarafına $\sqrt{x}$ eklemek	☐	☐	
II. Her iki tarafı $(x+5)$ ile çarpmak	☐	☐	
III. Her iki tarafın karekökünü almak	☐	☐	

Bu soruya ilişkin katılımcılar her bir öncül için 1 puan olmak üzere en fazla 3 puan alabileceklerdir. Rasch modeli kullanılarak yürütülen benzer çalışmalarda da benzer

puanlandırmaların yapıldığı görülmektedir (Michigan State University, 2006). Excel programında toplanan bu veriler WINSTEPS 3.72 programı kullanılarak madde uyum değerleri ile madde ve kişi güvenilirlikleri yeniden kontrol edilmiştir. Öğretmen adaylarının CAB ve CPAB testlerinden aldıkları ham puanlar yazılım sayesinde lineer puanlandırmalara dönüştürülerek önce madde – kişi haritaları verilmiş, teste ilişkin adayların başarı durumlarının genel olarak yansıtılması amaçlanmıştır. Ayrıca her bir test için kişi-madde haritası sunulmuştur. Böylelikle testlerdeki maddelere ilişkin bireylerin başarılarının yansıtılması amaçlanmıştır. Tüm bu nicel boyutların yanında katılımcıların test maddelerine verdikleri yanıtlar nitel olarak analiz edilmiştir. En fazla zorlanılan sorular, Rasch modeli tarafından ortaya koyulan lineer puanlar göz önünde bulundurularak tespit edilmiş, 0 lineer puan altındaki negatif lineer puana sahip sorular adaylar tarafından zorlanılan sorular olarak kabul edilmiş ve bu sorulara ilişkin nitel analizler soru soru sunulmuştur. Benzer şekilde CPAB testinin sonuçlarının genel olarak yansıtılmasının yanında pedagojik alan bilgisinin sınırlandırılan içeriğin sunumu ve öğrenciyi tanıma bilgisi boyutlarına ilişkin katılımcıların zorlandıkları test maddeleri ayrı ayrı yeniden analiz edilmiştir.

3.6.2. Klinik Mülakatların Analizi

Adayların izni dâhilinde ses kaydı altına alınan klinik mülakatlar öncelikle bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Mülakat yürütülen 6 adayın testlerde yer alan ilgili maddelere verdikleri yanıtlar transkript edilmiştir. Böylelikle öğretmen adaylarının sorulara verdikleri doğru ya da yanlış yanıtların arkadaşında yatan sebeplerin net bir şekilde ortaya koyulması amaçlanmıştır. Transkript edilen klinik mülakatlardan bazı kesitler bulgular kısmında ham veriler olarak sunulmuştur.

4. BULGULAR

Bu bölümde araştırmadan elde edilen bulgular çalışmanın amacına paralel olarak cebir alan bilgisi (CAB) ve cebir pedagojik alan bilgisi (CPAB) testlerinden elde edilen bulgular olarak ayrı ayrı sunulmuştur. Aynı zamanda katılımcılardan elde edilen nitel veriler de her bir alt başlık altında incelenmiştir.

4.1. Cebir alan bilgisi (CAB) testinden elde edilen bulgular

Bu başlık altında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının CAB testine verdilerine yanıtların nicel ve nitel yöntemler kullanılarak yapılan analizlerden elde edilen bulgular sunulmuştur.

Katılımcıların her birinin CAB testinden aldıkları ham puanlar ve bu ham puanların Rasch analizi ile dönüştürüldüğü lineer puanlar Tablo 4.1’de verilmiştir.

Tablo 12. Öğretmen adaylarının CAB testinden aldıkları puanlar

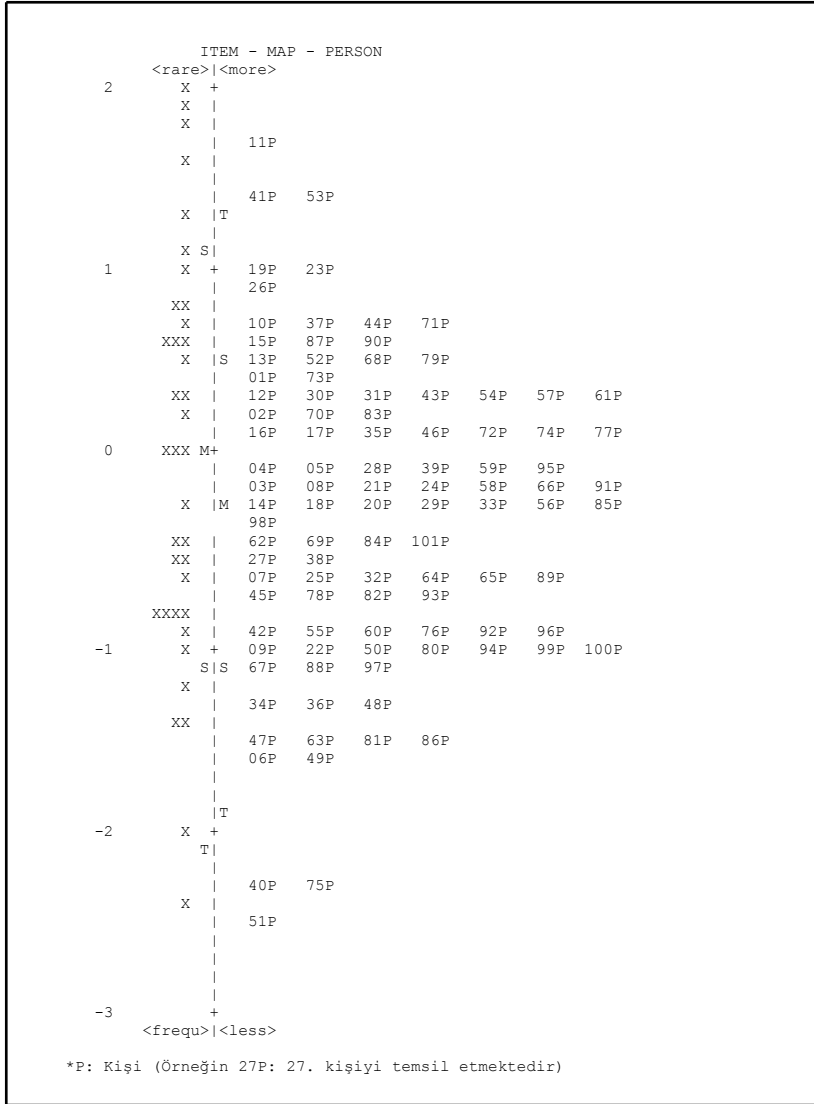
Kişi No	Ham Puan	Lineer Puan	Kişi No	Ham Puan	Lineer Puan	Kişi No	Ham Puan	Lineer Puan
1	24	0,33	35	21	0	69	17	-0,44
2	22	0,11	36	10	-1,34	70	22	0,11
3	19	-0,22	37	27	0,67	71	28	0,78
4	21	0	38	16	-0,56	72	21	0
5	21	0	39	20	-0,11	73	24	0,33
6	8	-1,67	40	5	-2,30	74	21	0
7	15	-0,68	41	32	1,30	75	5	-2,30
8	20	-0,11	42	13	-0,92	76	13	-0,92
9	12	-1,06	43	23	0,22	77	21	0
10	27	0,67	44	27	0,67	78	14	-0,8
11	35	1,76	45	14	-0,80	79	25	0,44
12	23	0,22	46	21	0	80	12	-1,06
13	26	0,55	47	9	-1,50	81	9	-1,50
14	18	-0,33	48	10	-1,34	82	14	-0,80
15	27	0,67	49	8	-1,67	83	22	0,11
16	21	0	50	12	-1,06	84	17	-0,44
17	21	0	51	4	-2,58	85	18	-0,33
18	18	-0,33	52	25	0,44	86	9	-1,50
19	29	0,91	53	32	1,30	87	26	0,55
20	18	-0,33	54	23	0,22	88	11	-1,19
21	19	-0,22	55	14	-0,8	89	15	-0,68
22	13	-0,92	56	18	-0,33	90	27	0,67

Tablo 12'nin devamı

23	29	0,91	57	23	0,22	91	19	-0,22
24	19	-0,20	58	19	-0,22	92	13	-0,92
25	15	-0,68	59	21	0	93	14	-0,80
26	28	0,78	60	13	-0,92	94	13	-0,92
27	16	-0,56	61	23	0,22	95	20	-0,11
28	20	-0,11	62	17	-0,44	96	13	-0,92
29	19	-0,22	63	9	-1,50	97	11	-1,19
30	23	0,22	64	16	-0,56	98	18	-0,33
31	23	0,22	65	15	-0,68	99	12	-1,06
32	16	-0,56	66	20	-0,11	100	12	-1,06
33	18	-0,33	67	11	-1,19	101	17	-0,44
34	10	-1,34	68	25	0,44			

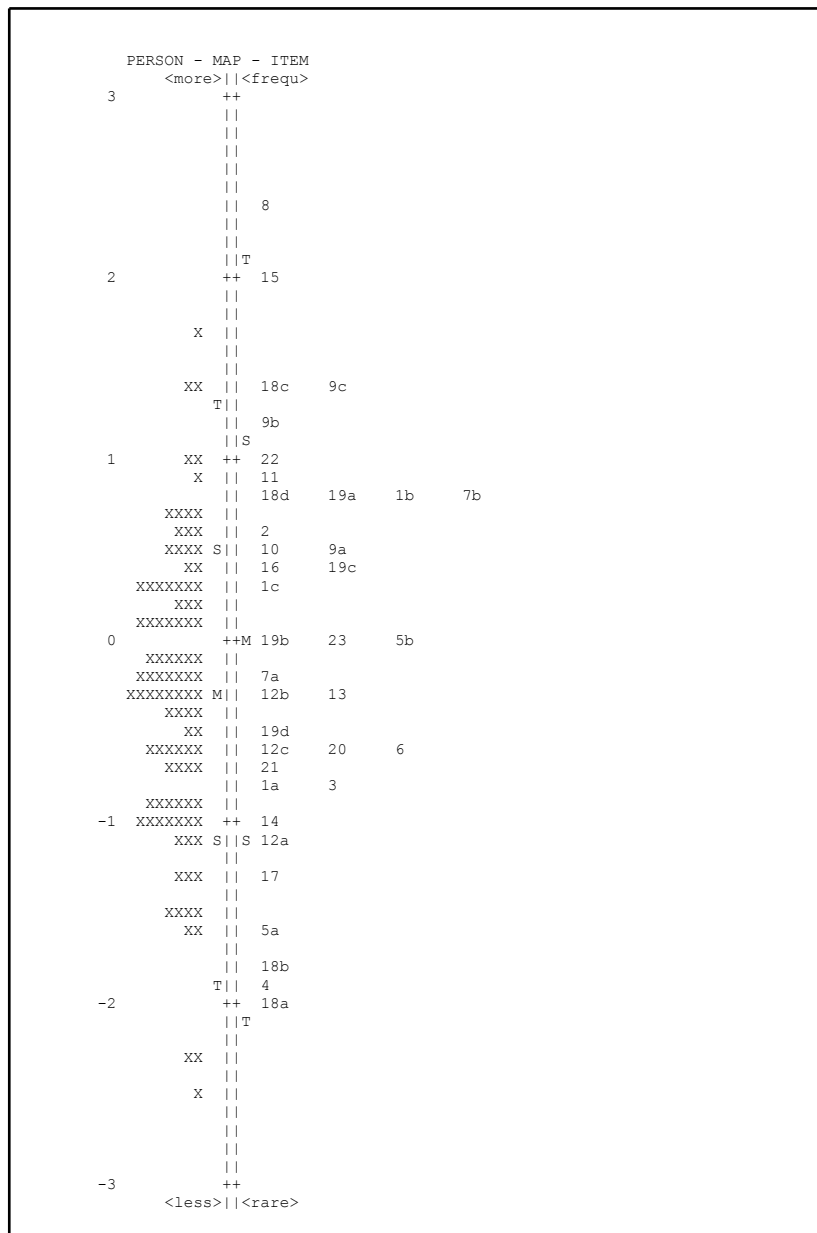
Elde edilen lineer puanlar, katılımcıların testteki başarıları hakkında önemli ipuçları sunmaktadır. Tablo 12 incelendiğinde 101 öğretmen adayından 62'sinin negatif lineer puana sahip oldukları görülmektedir. Bu istatistik, öğrencilerin testte yer alan maddelerin yarısından fazlasını yanlış yanıtladıklarını ya da boş bıraktıklarını göstermektedir. Ham puanlandırmadan farklı olarak Rasch modeli kullanılarak elde edilen lineer puanlandırma, madde – kişi ve kişi – madde haritalarını oluşturmaya ve buradan hareketle katılımcıların soruları yanıtlanma oranları hakkında betimsel bir analiz yapma imkanı sağlamaktadır.

Şekil 12'de CAB testi yanıtlayıcılarına ait madde – kişi haritası verilmiştir.



Şekil 12. CAB testine ilişkin madde – kişi haritası

Şekil 12’de verilen madde – kişi haritası, katılımcıların sahip olduğu lineer puanların kişilere göre dağılımını vermektedir. Şekil incelendiğinde bu test için 11. adayın (11P kodlu aday) en başarılı yanıtlayıcı ve 51. adayın ise en başarısız yanıtlayıcı olduğu görülmektedir. Tablo 12’de de ifade edildiği gibi katılımcıların yarıdan fazlasının 0’ın altında puan aldığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının büyük bir kısmının (43 aday) 0 ile -1 arasında lineer puana sahip oldukları görülmüştür. Buna göre testin adaylara biraz zor geldiği veya grup başarısının düşük olduğu yorumu yapılabilir. Katılımcıların daha çok hangi sorularda zorlandıklarını belirlemek için WINSTEPS yazılımı ile kişi – madde haritaları oluşturulmuştur. CAB testine ait kişi – madde haritası Şekil 13’te verilmiştir.



Şekil 13. CAB testine ilişkin kişi – madde haritası

Şekil 13, hangi test maddesinin adaylar için kolay geldiği ve hangilerinde adayların zorlandığı hakkında fikir sunulmasına yardımcı olmaktadır. Şekil 13'e göre 8. maddenin adayların büyük bir kısmı tarafından doğru yanıtlandırıldığı, 18a maddesinin ise katılımcıların büyük bir kısmı tarafından yanlış bir şekilde yanıtlandırıldığı veya boş bırakıldığı söylenebilir.

Bundan sonraki kısımda, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının testte yer alan maddelere verdikleri yanıtların bazıları incelenecektir. İncelenecek yanıtlar belirlenirken lineer puanlardan yararlanılmış olup, negatif lineer puana (lojite) sahip olan yani madde

zorluğu yüksek (Bkz. Ek-2) sorular seçilmiştir. Seçilen soruların boyutlarına göre dağılımı Tablo 13’de sunulmuştur.

Tablo 13. Negatif lineer puana sahip soruların boyutlara göre dağılım matrisi

		Maddeler
Cebir İçeriği	Cebirsel ifadeler, denklem ve eşitsizlikler	1a, 5a, 13, 14, 19d, 20
	Doğrusal-doğrusal olmayan fonksiyonlar ve özellikleri	3, 4, 6, 7a, 12a, 12b, 12c, 17, 18a, 18b, 21
Matematiksel Bilgi İçeriği	Ana Kavramlar ve Prosedürler	1a, 5a, 6, 14, 18a, 18b, 21
	Temsiller	3, 7a, 12a, 12b, 12c, 13, 14, 17, 18a, 18b, 19d, 20
	Uygulamalar	4, 12a, 12b, 12c, 17
	Muhakeme ve İspat	1a, 3, 5a, 13, 14, 20

*Renk: Cebirsel ifadeler, denklem ve eşitsizlikler sorularını

*Renk: Doğrusal-doğrusal olmayan fonksiyonlar ve özellikleri sorularını temsil etmektedir.

Bu bağlamda bundan sonraki bölümde 13’te verilen sorulara ilişkin yanıtlar ile öğretmen adayları ile yürütülen mülakat bulgularına yer verilecektir.

4.1.1. Cebir alan bilgisi (CAB) testinde yer alan soruların analizi

Katılımcıların CAB testine verdikleri yanıtlar ve bu yanıtlardan hareketle yapılan analizler sonucu elde edilen kişi – madde haritası ve madde güçlük değerleri, adayların testte en fazla zorlandıkları sorular hakkında bilgiler sunmuştur. Bu doğrultuda CAB testine ilişkin zorlanılan sorular alt boyutlarıyla Tablo 13’te sunulmuştur. Bu bölümde ilgili soruların nicel ve nitel analizlerine yer verilmiştir. Yapılan nicel analizler neticesinde negatif lojit alan sorular belirlenmiş, en düşük lojitten sıfır seviyesine doğru soruların analizine sırasıyla yer verilmiştir.

18. sorudan elde edilen bulgular

Katılımcıların testte yer alan maddelerden 18. sorunun a ve b seçeneklerinde oldukça zorlandıkları görülmüştür. Bu seçeneklerin aksine aynı sorunun c ve d seçenekleri en çok doğru yanıtlandırılan sorulardan olmuştur. Testin 18. maddesi aşağıda verilmiştir.

18. Aşağıda verilen durumların doğrusal fonksiyonlarla modellemeye uygun olup olmadıklarını belirleyiniz.

	Uygun	Uygun Değil
a) Cansu'nun bir kırtasiyenin 2 TL'den sattığı defterler için ödeyeceği ücret (p) ile defter sayısı (d) ile arasındaki ilişki	☐	☐
b) Sattığı gazete adedi (a) kadar pirim alan (p) bir gazete bayisi	☐	☐
c) Marketten alınan dökme şekerin ağırlığı (a) için ödenen ücret (t)	☐	☐
d) Sabit hızla giden bir aracın tükettiği yakıtın (y) zamana göre değişimi (z)	☐	☐

Şekil 14. CAB testinde yer alan 18. soru ve maddeleri

Katılımcıların 18. soruya verdikleri yanıtlar Tablo 14'te özetlenmiştir.

Tablo 14. 18. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri

Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
18. Soru	f	%	f	%	f	%	f	%
a	11	11	82	81	8	8	101	100
b	13	12	80	79	8	8	101	100
c	74	73	18	18	9	9	101	100
d	62	61	31	31	8	8	101	100

Tablo 14 incelendiğinde, öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğunun 18. sorunun a ve b seçeneklerinde verilen ilişkinin doğrusal fonksiyonla modellenebileceğini belirttikleri görülmüştür. Yani adayların büyük bir bölümü bu iki seçeneği yanlış yanıtladılar. Aynı sorunun c ve d seçenekleri ise adayların büyük bir kısmı tarafından doğru olarak yanıtlanmıştır. Bu bulgular soruyu yanıtladılan adayların tamamına yakınının her bir durumun doğrusal fonksiyonla modelleyebileceğini belirttiklerini göstermektedir. Uygulanan test sonrası tüm durumların doğrusal fonksiyonla modellenebileceğini belirten Ö₆₅ öğrenci ile yürütülen mülakatta alınan yanıt şu şekildedir:

- A : Bu sorunun a seçeneğini doğrusal fonksiyonla nasıl modelleyebiliriz?
- Ö₆₅ : $2d = p$ şeklinde
- A : Bunu koordinat düzlemine aktarsak nasıl bir şey elde ederiz?
- Ö : Doğru elde ederiz. Şu x olur şu da y olur (Koordinat sistemi üzerine $y = 2x$ doğrusunu çizerek). Defter sayısını artırırsak para da artacaktır.
- A : Peki değişken olarak seçtiğimiz defter ve ona bağlı olan ücret bizi her zaman doğrusal bir fonksiyona mı götürür?
- Ö₆₅ : Bence götürür. Hatta doğrunun eğimi de 2 olur.
- A : Peki diğer seçeneklere bakalım.

Ö₆₅ : Mesela b seçeneği için de aynısı geçerli. $a=p$ şeklinde modellenenebilir. Bunların hepsi aynı değil mi? c için $a=t$ ve d için $y=z$ derim.

Ö₆₅ ile yapılan mülakat, öğretmen adayının modeli doğrusal bir fonksiyon olarak ifade ettiğini ve bunu yaparken değer ve tanım kümesini dikkate almadığını göstermektedir. Örneğin a seçeneğinde tam sayı olarak ifade edilmesi gereken defter sayısı aday tarafından reel sayı olarak alınmış, cebirsel olarak doğru temsil edilen fonksiyon koordinat sistemi üzerinde yanlış modellenmiştir. Benzer düşünceler mülakat yapılan ve yanlış yanıt veren diğer tüm öğretmen adaylarında da görülmüştür. Adaylar değişkenlerin durumunu dikkate almadan soruyu yanıtlandırmışlardır.

4. sorudan elde edilen bulgular

CAB testinde yer alan 4. soru Şekil 15'te sunulmuştur.

4. Trabzon için taksimetre tarifiesi, ilk çeyrek kilometreye kadar 3 TL ve daha sonraki her çeyrek km. için 1,25 TL şeklindedir. x kilometre mesafe giden bir yolcunun taksiciye ödeyeceği ücreti modelleyen bir fonksiyon oluşturunuz.

Şekil 15. CAB testinde yer alan 4. soru

Öğretmen adaylarının 4. soruya verdikleri yanıtları Tablo 15'te özetlenmiştir.

Tablo 15. 4. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri

Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
4. Soru	12	12	40	40	49	48	101	100

Tablo 15 incelendiğinde, adayların sadece %12'si problemde verilen durumu temsil eden fonksiyonu doğru bir şekilde oluşturmuştur. Soruyu doğru yanıtlandıran öğretmen adayları parçalı fonksiyon oluşturarak istenen fonksiyonu oluşturmuşlardır. Adayların %40'ı ise soruyu yanlış yanıtlandırmışlardır. En fazla frekansa sahip olan kategori, soruyu yanıtlandırmayan adaylar olmuştur. Adayların neredeyse yarısı (%48) soruyu yanıtlandırmamıştır.

Yanlış yanıt veren adayların çoğunlukla tek bir fonksiyon ile modeli oluşturmaya çalışmış, parçalı fonksiyon ile modellemeyi düşünmemişlerdir. Örneğin Ö₆₆ kodlu katılımcının testin 4. sorusuna verdiği yanıt aşağıda verilmiştir.

4. Trabzon için taksimetre tarifiesi, ilk çeyrek kilometreye kadar 3 TL ve daha sonraki her çeyrek km. için 1,25 TL şeklindedir. x kilometre mesafe giden bir yolcunun taksiciye ödeyeceği ücreti modelleyen bir fonksiyon oluşturunuz.

	0,25	0,5	0,75	1	...	x
Yol	250 metre	250	250	250	...	250
Ücret	3 + 1	1,25	1,25	1,25	...	1,25

$y = 3 + 4$

1 km'de $3,75 + 3$
x km'de $3,75x + 3$
 $y = 3,75x + 3$

Şekil 16. Ö₆₆ kodlu öğretmen adayının testin 4. maddesine verdiği yanıt

Öğretmen adayının verdiği yanıt incelendiğinde, öncelikle bir tablo çizerek aritmetik hesaplardan hareketle bir genellemeye ulaşmayı amaçladığı görülmektedir. Çözümün ikinci adımında, 1 km için geçerli olan durumun genellendiği ve doğrusal bir fonksiyon oluşturulduğu görülmektedir. Bunun yanında yanlış yanıtlıdır bazı adaylar ise doğrudan doğrusal bir fonksiyon yazmışlardır. Ö₄₄ kodlu öğrencinin aynı soruya verdiği yanıt aşağıda verilmiştir.

4. Trabzon için taksimetre tarifiesi, ilk çeyrek kilometreye kadar 3 TL ve daha sonraki her çeyrek km. için 1,25 TL şeklindedir. x kilometre mesafe giden bir yolcunun taksiciye ödeyeceği ücreti modelleyen bir fonksiyon oluşturunuz.

$f(x) = (x - \frac{1}{4}) \cdot 1,25 + 3$

Şekil 17. Ö₄₄ kodlu katılımcının testin 4. sorusuna verdiği yanıt

Yanlış yanıtların çoğunda olduğu gibi Ö₄₄ de yanıtı ulaşırken doğrusal bir fonksiyon oluşturmuştur. Adayın soruya verdiği yanıtın derinlemesine analizini yapabilmek için kendisiyle mülakat yürütülmüştür. Aşağıda Ö₄₄ ile yürütülen mülakat verilerine yer verilmiştir.

- A : Verdiğin yanıt üzerinde konuşalım. Bu yanıtı neye göre verdin?
- Ö₄₄ : Her çeyrek $\frac{1}{4}$ kesrini ifade ediyor. İlk çeyrekte $\frac{1}{4}$ verdiğimizde fonksiyon 0 olacağı için ilk çeyrek için 3 TL değeri gelecektir. Mesela ikinci çeyrekte x yerine $\frac{1}{2}$ yazacağız. Buradan 1,25 gelecek 3 lira da başlangıçtaki değer. Yarın yarım km için 4,25 değerini buluruz.
- A : 1 km için bu model bize sonucu verir mi?
- Ö₄₄ : Bakalım. $\frac{3}{4}$ çarpı 1,25. Herhalde burada olmuyor hocam. Normalde 3 ile çarpmam gerekiyor. O zaman x çeyrek sayısını ifade etmek üzere desek? Evet o zaman oluyor.
- A : 800 metre giden biri ne kadar para öder diye sorsak bir çözüm bulabilir miyiz?
- Ö₄₄ : 750 metre dese olurdu da, şimdi kaç metre parası alacak bilmiyorum.

Yapılan mülakatta, Ö₄₄ kodlu öğrencinin oluşturduğu fonksiyonun belli değerleri için istenilen durumu sağlanırken her değer için (örneğin yol değişkeninin herhangi bir değeri için ücreti verecek bir model) durumu sağlamadığı görülmektedir. Ayrıca öğretmen adayı mülakat sırasında bulduğu modelin yanlış olduğunu fark etmesine karşın herhangi bir çözüm yolu önerememiştir. Alınan yanıtlardan hareketle adayların büyük bir bölümünün her ne kadar farklı stratejiler izleseler de genel olarak doğrusal bir fonksiyon oluşturma eğiliminde oldukları görülmektedir. Adaylarla yürütülen mülakatlarda da adayların sahip oldukları fonksiyon çeşitliliğinin sınırlı olduğu görülmüştür.

5. sorudan elde edilen bulgular

Öğretmen adaylarının testte yer alan ve zorlandıkları diğer bir madde ise 5. madde olmuştur. CAB testinin 5. maddesi Şekil 18’de verilmiştir.

5. $ax+b=0$ ve $cx+d=0$ birbirine denk farklı iki doğrusal denklem olsun. $y=ax+b$ ve $y=cx+d$ doğruları arasındaki ilişki için ne söylenebilir? (Her bir öncül için doğru olduğunu düşündüğünüz kutucuğu işaretleyiniz)			
	Her zaman doğru	Bazen doğru	Hiçbir zaman
I. Bu iki doğru paraleldir.	☐	☐	☐
II. Bu iki doğrunun x eksenini kestiği nokta aynıdır.	☐	☐	☐

Şekil 18. CAB testinde yer alan 5. soru ve maddeleri

Katılımcıların testin 5. maddesine verdikleri yanıtlar incelendiğinde, özellikle I. öncül adaylar tarafından en fazla zor bulunan sorulardan biri olmuştur. Aşağıda katılımcıların 5. soruya verdikleri yanıtların frekans ve yüzde tablosu verilmiştir.

Tablo 16. 5. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri

5. Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
a	15	15	74	73	11	11	101	100
b	44	44	47	46	10	10	101	100

Tablo 16 incelendiğinde, öğretmen adaylarının yalnızca %15’inin 5. sorunun ilk öncülüne doğru yanıt verdikleri görülmektedir. Adayların %73’ünün yanlış yanıtladığı a öncülüne karşın b öncülünde bu oran %46’dır. Yarıya yakın öğretmen adayı ikinci öncülü doğru yanıtlamışlardır. Soru kapalı uçlu bir soru olduğundan derinlemesine veriler sunmak için mülakat yürütülen adayların ifadeleri incelenmiştir. Buna göre yanlış yanıt veren adayların denk denklemler ve denklik kavramına ilişkin bazı yanlışlıklarının olduğu tespit

edilmiştir. Bu doğrultuda Ö₅₉ kodlu öğrencinin testte yer alan 5. soruya verdiği yanıt ve kendisiyle yürütülen mülakat aşağıda verilmiştir.

5. $ax+b=0$ ve $cx+d=0$ birbirine denk farklı iki doğrusal denklem olsun. $y=ax+b$ ve $y=cx+d$ doğruları arasındaki ilişki için ne söylenebilir? (Her bir seçenek için doğru düşündüğünüz kutucuğu işaretleyiniz)

$a=c$
 $b=d$ > den.

$y=ax+b$
 $y=cx+d$ > birbirine eşit.

Her zaman doğru	Bazen doğru	Hiçbir zaman
☒	☐	☐
☒	☐	☐

I. Bu iki doğru paraleldir.

II. Bu iki doğrunun x eksenini kestiği nokta aynıdır.

Şekil 19. Ö₅₉ kodlu katılımcının testin 5. maddesine verdiği yanıt

Ö₅₉ kodlu öğrenci ile yürütülen mülakat aşağıda sunulmuştur.

- A : Burada yaptıklarını açıklayabilir misin? (Kağıdı göstererek)
- Ö₅₉ : Bunlar birbirine denk iki doğrusal denklemse x in önündeki katsayılar da birbirine eşit olur diye düşündüm. Buradan a ile c birbirine eşit olur. Onlar eşit olunca b ile d de birbirine eşit olur.
- A : Peki sonra?
- Ö₅₉ : $y = ax + b$ ile $y = cx + d$ aynı doğrular oldular. O zaman bu iki doğru paraleldir dedim. Bu iki doğrunun x eksenini kestiği noktalar da aynı olur dedim.

Ö₅₉ kodlu öğrencinin yanıtı ve yürütülen mülakat verileri incelendiğinde, adayın verilen doğruların birbirlerinden farklı olma durumunu göz ardı ettiği ve iki doğru denklemini birbirine eşit kabul ederek soruyu yanıtladığı görülmüştür. Burada öğretmen adayının denklik kavramı ile eşitlik kavramını karıştırdığı söylenebilir. Soru ile ilgili Ö₄ kodlu öğrenci ile yürütülen mülakat da aşağıda verilmiştir.

- A: Beşinci soruya bakalım. İlk öncülden başlayalım.
- Ö₄ : Bu iki doğru bazen paralel olabilir. Şöyle, eğimleri aynı olur. a ile c eğim olduğundan bunlar aynı olabilir. b ile d değerlerini farklı olursak da farklı doğrular olur.
- A: Peki o zaman birbirine denk olur mu bu denklemler?
- Ö₄ : Yani şöyle, farklı olurlar ve denk olurlar.
- A: Peki iki doğrunun x eksenini kestiği nokta bazen doğru olur demişiz. Neden bazen?
- Ö₄ : Bu her iki ifade y'ye eşit. Sonuçta a ile b yi de bilmiyorum c ile d yi de. Toplamı olduğu için birbirine eşit olabilir diye düşündüm.
- A: Nasıl aynı?

Ö₄ : Şöyle, burada x e değer verdiğim zaman a , c 'ye göre küçük ve b de d 'ye göre büyük olabilir. ax küçük olsa bile b büyük, cx büyük olsa bile d küçük ve ikisi de aynı yerde kesişebilir diye düşündüm.

Ö₄'ün beşinci soruya verdiği yanıt incelendiğinde, özellikle b öncülüne verdiği yanıt öğretmen adayının denklik algısına ilişkin önemli veriler sunmaktadır. Bir denklemde denklik ifadesini y değişkenine bağlı olan değer olarak yapılandığı görülen Ö₄'ün her iki öncülü de yanıtlarken aynı y değerine götüreceği şekilde değişkenlere farklı değerler vererek her iki durumun da bazen doğru olabileceğini ifade ettiği görülmektedir.

17. sorudan elde edilen bulgular

CAB testinde yer alan 4. soru Şekil 20'de sunulmuştur.

17.								
Yaş (ay)	2	3	4	5	6	7	8	9
Uzunluk (cm)	4	9	16	24	30	35	38	40

Yukarıda yer alan tabloya uygun yaş – uzunluk grafiğini oluşturunuz.

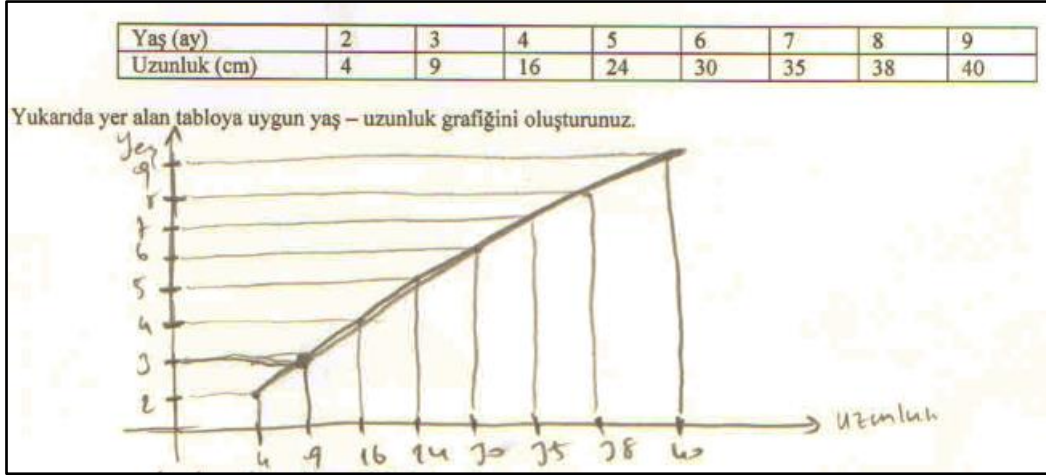
Şekil 20. CAB testinde yer alan 17. soru

Öğretmen adaylarının testte yer alan 17. maddeye verdikleri yanıtları Tablo 17'de özetlenmiştir.

Tablo 17. 17. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri

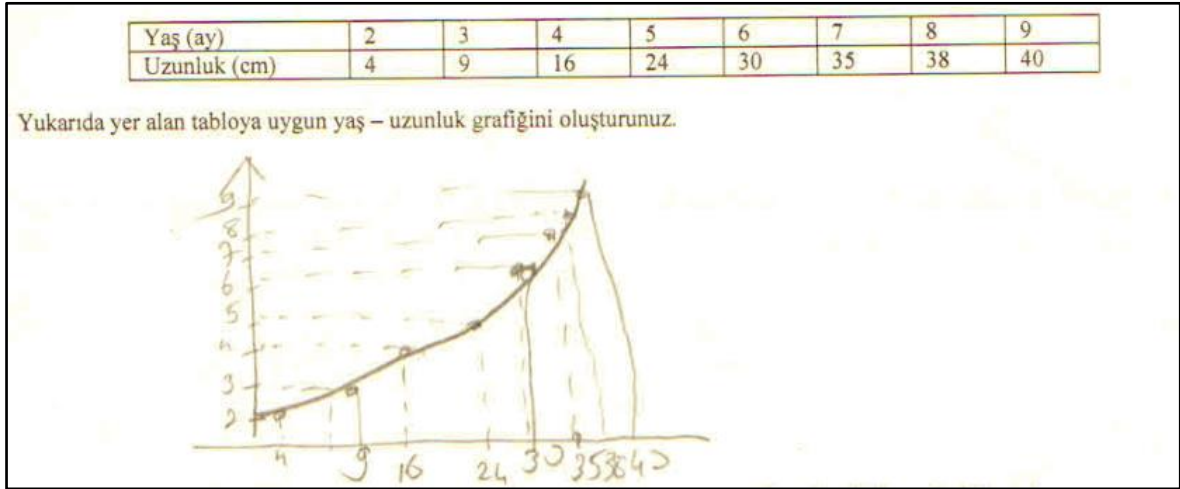
Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
17. Soru	19	19	64	63	18	18	101	100

Tablo 17 incelendiğinde, öğretmen adaylarından sadece 19'u (%19), verilen durum için doğru bir yaş – uzunluk grafiği oluşturabilmişlerdir. 18 aday (%18) soruyu yanıtlamıyorken adayların yarısından fazlasının oluşturduğu grafiğin istenen durum için uygun bir grafik olmadığı (%63) görülmüştür. Yanlış yanıtlar incelendiğinde belli yanıtların çok sık tekrar ettiği görülmüştür. Yanlış yanıtların yarısından fazlasında grafiğin ya doğrusal olarak oluşturulduğu ya da sürekli artan bir fonksiyon grafiği çizildiği görülmüştür. Bu yanıtlarla birlikte bazı adaylar farklı aralıklarda farklı artış miktarına sahip uygun olmayan temsiller oluşturmuşlardır. Bazı adayların ise tabloda yer almamasına karşın grafiği orijinden geçirdikleri görülmüştür. Soruya ilişkin Ö₆₁ kodlu öğretmen adayının yanıtı aşağıda verilmiştir.



Şekil 21. Ö₆₁ kodlu katılımcının testin 17. sorusuna verdiği yanıt

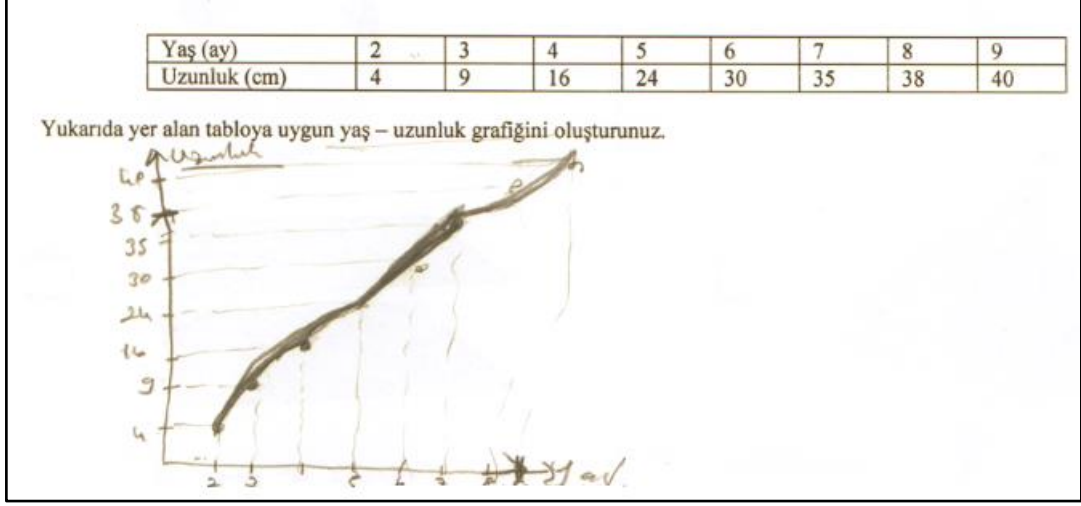
Şekil 21 incelendiğinde öğretmen adayının oluşturduğu yaş – uzunluk grafiğinin doğrusal bir grafiğe benzediği görülmektedir. Bu sebeple yanıtta uzunluktaki değişim oranının yaş bağlamında dikkate alınmadığı sonucuna ulaşılabılır. Bir başka öğretmen adayı yanıtı Şekil 22’de verilmiştir.



Şekil 22. Ö₃₃ kodlu katılımcının testin 17. sorusuna verdiği yanıt

Şekil 22 incelendiğinde öğretmen adayının oluşturduğu grafiğin sürekli artan bir eğri grafiği olduğu görülmektedir. Katılımcılarının yanlış yanıtlarının bir kısmını yukarıdaki yanıt oluşturmaktadır. Ayrıca yanıtta dikkat çeken diğer bir nokta da uzunluğun sıfır olduğu noktanın grafik üzerinde temsil edilmiş olmasıdır. Benzer yanıtlarda bazı öğretmen adaylarının orijinden geçen doğrulara da yer vererek sıfırıncı aydaki uzunluğu sıfır cm. alıp bunu grafik üzerine çizdikleri görülmüştür. Yapılan mülakatlar da öğretmen adaylarının sundukları yanıtları değerlendirme noktasında bazı bulgular sunmuştur.

Örneğin Ö₅₃ kodlu öğretmen adayının ilgili soruya verdiği yanıt ve Ö₅₃ ile yürütülen mülakattan elde edilen veriler aşağıda sunulmuştur.



Şekil 23. Ö₅₃ kodlu katılımcının testin 17. sorusuna verdiği yanıt

- A : 17. soruda çizdiğin grafik için nasıl bir açıklama sunarsın?
- Ö₅₃ : Bu soruyu çok dikkatli yapmadım ama söyle bir mantık kurdum. Doğrusal mı ilerliyor yoksa daha farklı mı, yani artan mı azalan mı ona baktım. Yaş birer birer artarken uzunluk 4, 9 16 diye gidiyor. O yüzden $y=x^2$ gibi bir grafik çizdim. Sonrasında 5 in karesi eksi bir, 6 nın karesi eksi 6. Buradan bir örüntü yakaladım ama nasıl bir örüntü yakalamıştım acaba (düşünür).
- A : Peki, mesela 8 ile 9 arasında (ay) nasıl bir örüntü buldun?
- Ö₅₃ : Burada tam 8 ile 9 arasında doğrusal bir şey çıkmıyor. Doğrusal değil ama azalıyor.
- A : Azalan nedir?
- Ö₅₃ : Artış miktarı azalmış. Mesela 7 den 8 e 3 artarken 8 den 9 a 2 artmış. O yüzden böyle bir grafik olur diye düşündüm. Ama emin değilim.

Ö₅₃ ile yapılan mülakat incelendiğinde adayın farklı aralıklarda fonksiyonun farklı davranacağından bahsettiği görülmüştür. Buna karşın adayın parabol çiziminde hata yaptığı görülmektedir. Örneğin aday $y=x^2$ parabolü için azalarak artan bir grafik çizmiştir. Buna karşın tabloda verilen uzunluklar arasında doğrusal bir ilişki yakaladığına inandığı aralıklarda doğrusal bir fonksiyon grafiği çizen aday, bu örüntüyü açıklayamamıştır. Grafiğin kalan kısmında çizilen grafik için de yanlış eğri tercih edilmiştir. Ayrıca aday yaptığı mülakat sonunda çizdiği grafikten emin olmadığını belirtmiştir.

12. sorudan elde edilen bulgular

Kişi madde haritasına göre adayların zorlandıkları bir diğer sorunun testte yer alan 12. sorunun a maddesi olduğu görülmektedir (Şekil 13). Yine aynı sorunun sırasıyla c ve b maddeleri de negatif puan ortalamasına sahip diğer sorular olup dolayısıyla zorlanılan sorular arasında yer almıştır. Bu nedenle Şekil 24'te 12. sorunun tüm maddeleri verilerek incelenmiştir.

12. Aşağıda verilen durumların bir üstel fonksiyon ile modellenip modellenemeyeceğini belirtiniz.		
	Evet	Hayır
a) Bir topun havaya fırlatıldıktan t saniye sonra yerden h yüksekliği	☐	☐
b) Vadesiz hesapla bankaya her hafta d lira yatırıldığında, t hafta sonra bankada biriken A para miktarı	☐	☐
c) Yılda $\%d$ değer kaybeden bir arabanın t yıl sonraki V değeri	☐	☐

Şekil 24. CAB testinde yer alan 12. soru ve maddeleri

Öğretmen adaylarının testte yer alan 12. sorunun maddelerine verdikleri yanıtlar Tablo 18'de özetlenmiştir.

Tablo 18. 12. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri

12. Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
a	23	23	57	56	21	21	101	100
b	38	37	36	36	27	27	101	100
c	32	32	41	40	28	28	101	100

Tablo 18 incelendiğinde her bir test maddesi için (a, b ve c) adayların yarıya yakını yanlış yanıt vermiş, yaklaşık dörtte biri ise maddeleri yanıtlandırmamıştır. 12b maddesi %37 ile adaylarının en çok doğru cevap yüzdesine sahip oldukları madde olmuştur. 12c maddesi için adayların %32'si doğru yanıt verirken, %23 ile en düşük doğru cevap yüzdesi 12a maddesine aittir. Adayların yarısından fazlası 12a maddesinde verilen durumun üstel fonksiyon ile modellenebileceğini belirtmiştir. Yürütülen mülakatlarda öğretmen adaylarının neden bu şekilde düşündüklerine yönelik bazı bulgulara ulaşılmıştır. Ö₄₄ kodlu öğretmen adayı ile yürütülen mülakat verileri aşağıda sunulmuştur.

- A : 12. sorunun seçeneklerine sırasıyla bakalım.
- Ö₄₄ : Hocam a seçeneğinde modellenir dedim. Çünkü hatırladığım kadarıyla Fizik dersinde de görmüştük bunu. Mesela serbest olarak bırakılan bir cismin atıldığı yerden uzaklığı 1. saniye için 5 metre, 2. saniye için 15 metre, 3. saniye için 25 metre diye gidiyor. Yerden yukarı fırlatılan için de bunun tam tersi olacak, önce 25 metre sonra 15 metre...
- A : Peki neden üstel fonksiyonla modellenemez dedin?
- Ö₄₄ : Çünkü formülü $h = \frac{1}{2}g \cdot t^2$
- A : Üstel fonksiyon nerede?
- Ö₄₄ : Karesi dedik hocam. Üstel
- A : Peki b seçeneği için neden olmaz dedik.
- Ö₄₄ : Bankaya her hafta d lira yatırdım. t hafta sonra bankada d.t lira birikir. Vadesizmiş çünkü. $A = d \cdot t$ üstel değil.
- A : Peki son seçeneğe bakalım.
- Ö₄₄ : Burada sürekli %d kaybettiği için bunu üstel olmadan modelleyebilirim diye düşündüm.
- A : Nasıl yani?
- Ö₄₄ : Her bir yıl için tek tek %d düşerim. Yani üstel olmaz.

Ö₄₄ ile yapılan mülakat incelendiğinde öğretmen adayının ilgili sorunun ilk maddesine verdiği yanıttan hareketle üstel fonksiyon ile parabol kavramını karıştırdığı görülmektedir. Çünkü aday $f(x)=ax^2$ formundaki fonksiyonu bir üstel fonksiyon olarak nitelendirmektedir. b seçeneği için fonksiyonu modelleyen ve doğru çıkarımlarda bulunan öğretmen adayı, c seçeneği için genel formda bir fonksiyon oluşturmak yerine özel durumlardan hareketle durumu yorumlamaya çalışmış ve bu sebeple seçeneğe yanlış yanıt vermiştir.

14. sorudan elde edilen bulgular

Testte yer alan 14. soru Şekil 25'te verilmiştir.

14. $S = \{ x \in \mathbb{R}, x=3 \}$ kümesi veriliyor. S, hem bir denklemin hem de bir eşitsizliğin çözüm kümesi olabilir mi? Açıklayınız.

Şekil 25. CAB testinde yer alan 14. soru

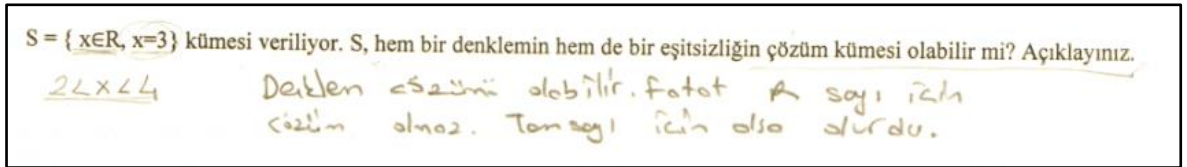
Testte yer alan 14. sorudan alınan yanıtlar Tablo 19'da özetlenmiştir.

Tablo 19. 14. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri

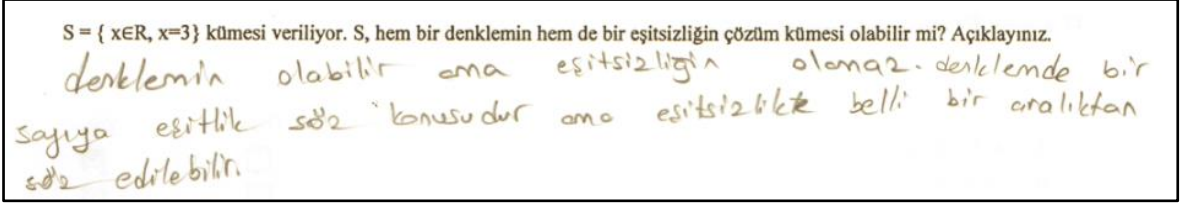
Soru	Tam Doğru Yanıt		Kısmen Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
14. Soru	8	8	29	29	37	36	27	27	101	100

Tablo 19 incelendiğinde sadece 8 öğretmen adayının verilen S kümesinin hem bir denklemin hem de bir eşitsizliğin çözüm kümesi olabileceğini matematiksel olarak net bir şekilde açıkladıkları görülmektedir. 29 öğretmen adayı (%29) olabileceğini belirten ancak herhangi bir açıklamada bulunmayan, ya da hem denklemin hem de eşitsizliğin çözüm kümesi olabileceğini belirtirken sadece eşitsizliğin ya da denklemin çözüm kümesini belirten yanıtlar vererek açıklayan yanıtlar vermişlerdir. 37 öğretmen adayı (%36) ise tanımlanan kümenin hem bir denklem hem de bir eşitsizliğin çözüm kümesin olamayacağını belirtmiştir. 27 aday soruyu yanıtlandırmamıştır.

Soruyu yanlış yanıtlandıran adaylar, S kümesinin aynı anda hem bir eşitsizliğin hem de bir denklemin çözümü olamayacağını belirtmişlerdir. Bu yanıtı veren adayların çoğunun, tanımlanan S kümesinin denklem için bir çözüm belirteceğini belirttikleri ve bunu örnekledikleri görülmüştür. Ancak eşitsizlik için çözüm olup olamayacağı konusunda adayların büyük bir kısmı olumsuz görüş belirtmişler ve bunu gerek yazdıkları örnekler gerekse yaptıkları açıklamalarla desteklemeye çalışmışlardır. Ö₁₃ kodlu öğretmen adayının ilgili soruya verdiği yanıt Şekil 26'da sunulmuştur.

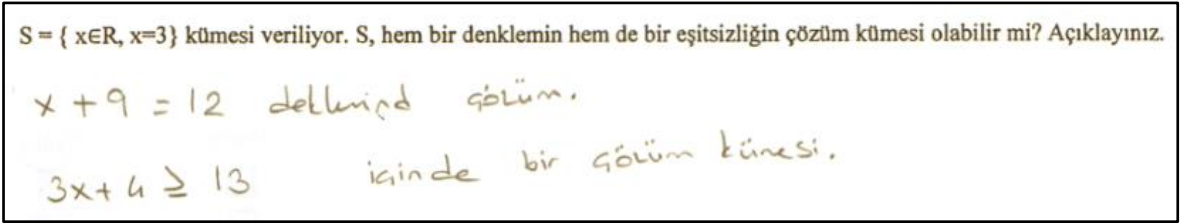
Şekil 26. Ö₁₃ kodlu katılımcının testin 14. sorusuna verdiği yanıt

Şekil 26'da verilen öğretmen adayı yanıtı incelendiğinde adayın verilen S kümesinin bir denklem için çözüm kümesi olabileceğini ancak eşitsizlik için çözüm kümesi olamayacağını belirttiği görülmektedir. Buna gerekçe olarak ise kümede tanımlanan x değerinin reel sayı olarak belirtilmesini sunmuştur. Burada aday tanımlanan S kümesindeki x=3 ifadesini göz ardı ederek $x \in \mathbb{R}$ ifadesine odaklanmış ve kümedeki x değerinin eşitsizlik için çözüm olamayacağını söylemiştir. Benzer bir başka yanıtta Ö₅₆ kodlu aday denklemin eşitsizlik için çözüm olamayacağı konusunda açıklamada bulunmuştur. Adayın yanıtı Şekil 27'de verilmiştir.



Şekil 27. Ö₅₆ kodlu katılımcının testin 14. sorusuna verdiği yanıt

Şekil 27 incelendiğinde öğretmen adayının verilen S kümesinin bir denklemin çözümü olabileceğini ancak eşitsizlik için bir çözüm olamayacağını belirttiği görülmektedir. Aday bu durumu eşitsizliklerin çözüm kümesinin bir aralıktan oluşması gerektiği şeklinde gerekçelendirmiştir. Soruya kısmi olarak doğru yanıt veren adaylar S kümesinin hem denklem hem de eşitsizlik için çözüm olabileceğini belirtirken bunu açıklayamamışlardır. Adaylardan Ö₅₉ kodlu katılımcının ilgili soruya verdiği yanıt ve kendisiyle yürütülen mülakat verileri aşağıda sunulmuştur.



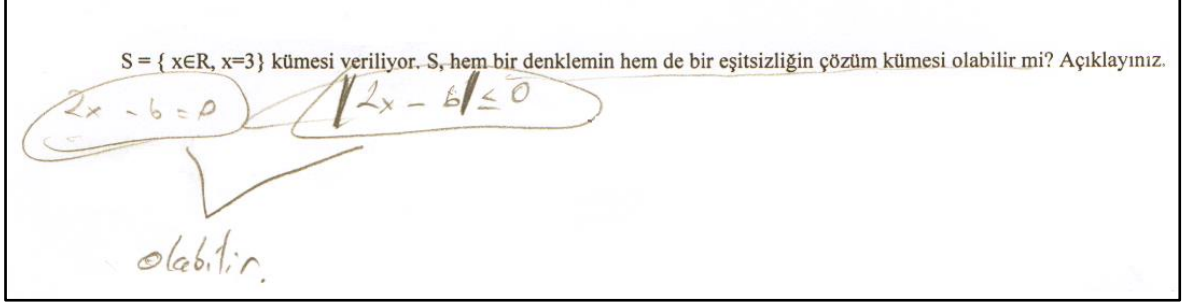
Şekil 28. Ö₅₉ kodlu katılımcının testin 14. sorusuna verdiği yanıt

- A : 14. soruya bakalım.
- Ö₅₉ : Bunu örnekle açıklamaya çalıştım. Önce denklem için sonra da eşitsizlik için yazdım.
- A : İkinci seçenek için 5 bir çözüm müdür? $x=5$ için mesela.
- Ö₅₉ : Evet
- A : Peki bu çözüm S kümesinde var mı?
- Ö₅₉ : Sadece 3 olmasını istiyor o zaman küme benden öyle mi? Reel sayılardan seçtiğim tüm x ler çözüm kümesini üçe mi götüreceksin? Eğer öyleyse ben bunu yazamam.
- A : Herhangi özel bir eşitsizlik yazamam mı?
- Ö₅₉ : Peki böyle bir eşitsizlik oluşturabilir miyim? $x-3$ büyük eşittir 0. Ama o da olmuyor. O zaman yazamam... $3-x$ yazsam? Bu sefer de negatif değerler var. Yazamam o zaman...

Ö₅₉'un ilgili soruya verdiği yanıt ile yapılan mülakat incelendiğinde öğretmen adayının bir denklem kurarak S kümesinin verilen denklemin çözüm kümesi olduğunu gösterdiği görülmektedir. Eşitsizlik için aday, oluşturduğu eşitsizliğin çözüm kümesinin S

olup olmadığını kontrol etmeden yazdığı eşitsizliğin çözüm kümesinin S kümesini kapsamaması durumundan hareketle bir çözüm belirttiğini söylemiştir. Anın $x=5$ ifadesinin çözüm kümesinde yer alıp almadığını sorması ile yanlış düşündüğünü anlayan aday bir eşitsizlik oluşturulamayacağını belirtmiştir.

Soruya doğru yanıt veren öğretmen adaylarından Ö₅₃'ün yanıtı Şekil 29'da verilmiştir.



Şekil 29. Ö₅₃ kodlu katılımcının testin 14. sorusuna verdiği yanıt

Ö₅₃'ün soruya verdiği yanıt incelendiğinde gerek oluşturduğu denklem gerekse eşitsizliğin çözüm kümesinin tanımlanan S kümesine eşit olduğu görülmektedir. Soruya doğru yanıt veren diğer adayların da benzer yanıtlar verdikleri görülmüştür.

1. sorudan elde edilen bulgular

Kişi – madde haritasına göre adayların zorlandıkları diğer madde birinci sorunun a (I) seçeneğidir. Aynı sorunun b (II) ve c (III) maddeleri haritada pozitif lineer puan alan sorulardan olmuştur. Testin 1. sorusu maddeleriyle Şekil 30'da verilmiştir.

1. "x'in bilinmeyen olduğu bir denklemde" aşağıda verilen işlemlerin çözüm kümesini değiştirip değiştirmeyeceğini inceleyiniz. Değiştirir için Evet, değiştirmez için Hayır seçeneğini işaretleyiniz. Hayır seçeneğini işaretlediyseniz bir örnek veriniz.			
	Evet	Hayır	Hayır için bir örnek veriniz
I. Eşitliğin her iki tarafına $\sqrt{x}$ eklemek	☐	☐	
II. Her iki tarafı $(x+5)$ ile çarpmak	☐	☐	
III. Her iki tarafın karesini almak	☐	☐	

Şekil 30. CAB testinde yer alan 1. soru ve maddeleri

Öğretmen adaylarının testte yer alan birinci sorunun maddelerine verdikleri yanıtlar Tablo 20'de özetlenmiştir.

Tablo 20. 1. sorudan elde edilen yanıtların frekans ve yüzdeleri

1. Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
a	27	27	67	66	7	7	101	100
b	61	60	32	32	8	8	101	100
c	51	50	42	42	8	8	101	100

Tablo 20 incelendiğinde öğretmen adaylarının birinci sorunun özellikle a seçeneğinde oldukça zorlandıkları görülmüştür. Bu seçeneğe adayların yalnızca 27'si doğru yanıt verirken 67 aday (%66) soruyu yanlış yanıtladıklarıdır. b seçeneği ise adayların çoğu tarafından (%60) doğru olarak yanıtlanmıştır. c seçeneği için de adayların yarısından fazlası (51 aday) soruyu doğru şekilde yanıtladıklarıdır. Konuya ilişkin Ö₁₀₀ kodlu öğretmen adayının ilgili soruya verdiği yanıt Şekil 31'de sunulmuştur.

	Evet	Hayır	Hayır için bir örnek veriniz
I. Eşitliğin her iki tarafına $\sqrt{x}$ eklemek	☐	☒	$\sqrt{x+2x+5} = 1+\sqrt{x}$
II. Her iki tarafı $(x+5)$ ile çarpmak	☐	☒	$(x+5)(2x+5) = 1 \cdot (x+5)$
III. Her iki tarafın karesini almak	☐	☒	$x=2 \Rightarrow x^2=4$

Şekil 31. Ö₁₀₀ kodlu katılımcının testin 1. sorunun maddelerine verdiği yanıtlar

Şekil 31'de verilen aday öğretmen yanıtı incelendiğinde öğretmen adayının seçeneklerde verilen işlemlerin çözüm kümesini değiştirmeyeceğini belirttiği görülmektedir. Adayın a (I) maddesi için verdiği örnek incelendiğinde adayın çözüm kümesi pozitif olan bir denklem için eşitliğin her iki tarafına karekök x eklediği ve bunun eşitliği bozmadığını belirttiği görülmektedir. b (II) maddesinde aday bir önceki seçenekte kullandığı denklemin her iki tarafını $(x+5)$ ifadesi ile çarpmış, buna rağmen oluşan yeni kökü dikkate almayıp hayır seçeneğini işaretlemiştir. Benzer şekilde c (III) maddesi için $x=2$ ifadesinde her iki tarafın karesi alınmış ve bu işlem için de çözüm kümesinin değişmeyeceği belirtilmiştir. Oysa adayın $x^2 = 4$ ifadesini yazdığı görülmektedir. Bir başka katılımcı olan Ö₅₁ kodlu öğretmen adayının soruya verdiği yanıt Şekil 32'de verilmiştir.

	Evet	Hayır	Hayır için bir örnek veriniz
I. Eşitliğin her iki tarafına $\sqrt{x}$ eklemek	☐	☒	$\sqrt{x+2} = 1 + \sqrt{x}$
II. Her iki tarafı $(x+5)$ ile çarpmak	☒	☐	$(x+1) = 4 \rightarrow (x+5) \cdot (x+1) = 4 \cdot (x+5) \rightarrow x=3$
III. Her iki tarafın karesini almak	☒	☐	$(x+1) = 4 \rightarrow (x+1)^2 = 16 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = 16$ $x^2 + 2x - 15 = 0$ $(x+5)(x-3) = 0$ $x = -5$ $x = 3$

Şekil 32. Ö₅₁ kodlu katılımcının testin 1. sorunun maddelerine verdiği yanıtlar

Ö₅₁ kodlu öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde adayın b (II) ve c (III) seçenekleri için durumu aksine örnekler vererek ispat ettiği ve verilen işlemlerin çözüm kümesini değiştireceğini gösterdiği görülmektedir. a maddesi için ise aday hayır seçeneğini işaretlemesine karşın bunu gerekçelendirememiştir. Mülakat yürütülen öğretmen adaylarından alınan yanıtlar da benzer yanıtlar içermektedir. Katılımcılardan Ö₆₅ kodlu öğretmen adayı ile yürütülen mülakat verileri aşağıda sunulmuştur.

- A : *x'in bilinmeyen olduğu bir denklemde aşağıdaki işlemlerin hiçbirinin denklemin çözüm kümesini değiştirmeyeceğini söylemişsin. Neden böyle düşündün?*
- Ö₆₅ : *Birincide eşitliğin her iki tarafına ekliyoruz. Sonuçta bunlar birbirini götürülecek. O yüzden değiştirmez dedim.*
- A : *Peki ikinci ve üçüncüde?*
- Ö₆₅ : *İkincide eşitliğin her iki tarafını $(x+5)$ ile çarpacağım. Hayır dedim ama buradan acaba bir kök gelir mi? (düşünür) Buradan da gelmez sadeleşme olmaz mı? Aynı şekilde üçüncüde. Sonuçta her iki tarafın karesini alıyoruz.*

Ö₆₅ ile yapılan mülakat incelendiğinde adayın ilk seçenek için karekök x ifadesini eşitliğin her iki tarafına ekleyeceği için çözüm kümesini değiştirmeyeceğini söylemiştir. Sadeleştirme yapılabileceğini söyleyen aday x 'in sadece pozitif değerlerini göz önünde bulundurarak bir değerlendirme yapmıştır. İkinci seçenek için aday çarpım durumundaki cebirsel ifadenin sadeleştirilmesi sonucu yok olabilecek kökü ve aynı şekilde üçüncü seçenekte eşitliğin her iki tarafının karesi alınması sonucu ortaya çıkabilecek olan diğer kökü göz önünde bulundurmamıştır. Benzer yanıtlar diğer adaylarla yürütülen mülakatlarda da gözlemlenmiştir.

3. sorudan elde edilen bulgular

Testte yer alan 3. soru Şekil 33'de verilmiştir.

3. "Eğer $f(x)=ax+b$ ve $g(x)=cx+d$ fonksiyonları x ekseninde bir P noktasında kesişirlerse $(f+g)(x)$ toplam fonksiyonunun grafiği de P noktasından geçmelidir." önermesinin doğruluğunu gösteriniz.

Şekil 33. CAB testinde yer alan 3. soru

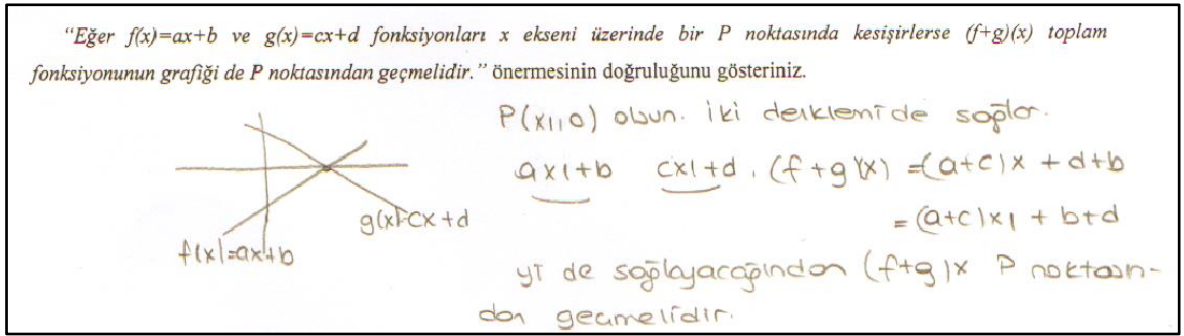
Öğretmen adaylarının testte yer alan 3. soruya verdikleri yanıtlar Tablo 21'de özetlenmiştir.

Tablo 21. 14. sorudan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Tam Doğru Yanıt		Kısmen Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
3. Soru	10	10	50	49	18	18	23	23	101	100

Tablo 21'e göre adayların yalnızca 10'u (%10) istenilen önermenin doğruluğunu ispat edebilmiştir. Dikkat çekici bir bulgu olarak adayların yarıya yakını (%49), matematiksel olarak doğru çıkarımlarda bulunmuş ancak ispatı tamamlayamamıştır. 18 aday çözümü tamamen yanlış yaparken adayların yaklaşık dörtte biri (%23) soruyu yanıtlamamıştır.

Soruyu tam olarak doğru yanıtladın adayların açıklamaları incelendiğinde f ve g fonksiyonlarının toplamının f+g fonksiyonuna eşit olması durumundan hareketle $(f(x)+g(x)=(f+g)(x))$ adayların bir kısmının x ekseninde keyfi bir P (p,0) noktası olarak doğrudan sonuca ulaştıkları $(f(p)=0$ ve $g(p)=0$ ise $(f+g)(p)=0$ olmalıdır) görülmüştür. Bazı adayların ise keyfi olarak alınan p noktasından hareketle denklemler kurdukları $(ap+b=0$ ve $cp+d=0)$ ve ortak çözümden yola çıkarak verilen önermenin doğruluğunu gösterdikleri görülmüştür. Soruya kısmen doğru yanıt veren adaylar ise soruyu tam olarak doğru yanıtladın adayların yaptıkları çıkarımlara ulaşmalarına rağmen sonucu ortaya koyamamışlardır. Konuya ilişkin Ö₉₈ kodlu öğretmen adayının yanıtı Şekil 34'te sunulmuştur.

Şekil 34. Ö₉₈ kodlu katılımcının testin 3. sorusuna verdiği yanıt

Şekil 34 incelendiğinde adayın öncelikle x ekseninde bir P noktası oluşturduğu görülmektedir. Bir sonraki adımda f+g fonksiyonunu f ve g fonksiyonlarının toplamı şeklinde ifade etmiş ancak f+g fonksiyonunun neden P noktasından geçmesi gerektiği konusunda bir açıklamada bulunmamış sadece geçmesi gerektiğini sözel olarak ifade etmiştir. Soruya kısmi olarak doğru yanıt veren adaylar olarak kodlanan yanıtlar incelendiğinde, katılımcıların bir kısmının yukarıda verilen işlemleri yaptığı, bir kısmının ise

f ve g fonksiyonlarının kesim noktasını cebirsel olarak bulup bunu f+g fonksiyonunda yerine yazdığı ancak ulaştıkları ancak ulaştıkları ifadeyi yorumlayamadıkları görülmüştür. Soruya yanlış yanıt veren adayların yanıtları incelendiğinde istenilen durumdan ilişkiz yanıtlar verdikleri ya da yanlış çıkarımlarda bulundukları görülmüştür. Örneğin Ö₁₄ kodlu öğretmen adayının aynı soruya verdiği yanıt Şekil 35'te sunulmuştur.

"Eğer $f(x)=ax+b$ ve $g(x)=cx+d$ fonksiyonları x ekseninde bir P noktasında kesişirlerse $(f+g)(x)$ toplam fonksiyonunun grafiği de P noktasından geçmelidir." önermesinin doğruluğunu gösteriniz.

$$(f+g)(x) = f(g(x)) = a \cdot (cx+d) + b$$

$$= acx + ad + b$$

$$= a \cdot c \cdot \left(\frac{d-b}{a-c} \right) + ad + b$$

$$= \frac{acd - acb}{a-c} + ad + b$$

x ekseninde kesişiyorlarsa;
 $y=0$ için x 'leri aynı
 $ax+b=0$ } $ax+b=cx+d$
 $cx+d=0$ } $x(a-c)=d-b$

Şekil 35. Ö₁₄ kodlu katılımcının testin 3. sorusuna verdiği yanıt

Ö₁₄ kodlu öğretmen adayının soruya verdiği yanıt incelendiğinde adayın (f+g) fonksiyonunu bileşke fonksiyon olarak tanımladığı görülmektedir. Diğer taraftan kesişen iki doğru için ulaşılan doğru çıkarımın bileşke fonksiyona yazıldığı için ulaşılan cebirsel ifadenin matematiksel olarak bir anlam ifade etmediği görülmektedir. Yanlış yanıt veren bazı adayların ise doğruluğunun gösterilmesi istenen önermenin yanlış bir önerme olduğunu ifade ettikleri görülmüştür. Bazı adaylar ise x ekseninde olan P noktasını $P(x,y)$ şeklinde tanımlamışlardır.

21. sorudan elde edilen bulgular

Kişi – madde haritasına göre incelenecek diğer bir soru testteki 21. sorudur. Testin 21. sorusu Şekil 36'da verilmiştir.

21. Aşağıdaki özelliklerin tümünü sağlayan bir f fonksiyonu oluşturunuz.
- * -1 noktasında tanımsız olsun.
 - * 3'den küçük değerler için tanımsız olsun.
 - * Negatif değerler almasın.
 - * $x=6$ iken sıfır değerini alsın.

Şekil 36. CAB testinde yer alan 21. soru

Öğretmen adaylarının testte yer alan 21. soruya verdikleri yanıtlar Tablo 22'de özetlenmiştir.

Tablo 22. Testin 21. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
21. Soru	30	30	56	55	15	15	101	100

Tablo 22 incelendiğinde adayların yaklaşık üçte biri (30 aday) kendilerinden istenen fonksiyonu oluşturabildiği görülmektedir. Adayların yarısından fazlası (%55), istenilen şartlardaki fonksiyonu oluşturamamışlardır. 15 aday ise soruyu yanıtsız bırakmıştır. Soruyu yanlış yanıtlandıran adayların verdikleri cevaplar incelendiğinde bazı adayların oluşturdukları cebirsel yapının herhangi bir fonksiyon belirtmediği görülmüştür. Konuya ilişkin Ö₈₉ kodlu öğretmen adayının yanıtı aşağıda verilmiştir.

Aşağıdaki özelliklerin tümünü sağlayan bir f fonksiyonu oluşturunuz.

- * -1 noktasında tanımsız olsun.
- * 3'den küçük değerler için tanımsız olsun.
- * Negatif değerler almasın.
- * x=6 iken sıfır değerini alsın.

$$\frac{(x-6)}{(x+1) \cdot \sqrt{x-3}} \geq 0$$

Şekil 37. Ö₈₉ kodlu katılımcının testin 21. sorusuna verdiği yanıt

Şekil 37 incelendiğinde adayın kendisinden istenilen fonksiyon yerine bir eşitsizlik oluşturduğu görülmektedir. Bununla birlikte bazı adaylar yalnızca cebirsel bir yapı inşa etmişlerdir. Örneğin Ö₁₀₁ kodlu öğretmen adayının yanıtı Şekil 38'de sunulmuştur.

Aşağıdaki özelliklerin tümünü sağlayan bir f fonksiyonu oluşturunuz.

- * -1 noktasında tanımsız olsun.
- * 3'den küçük değerler için tanımsız olsun.
- * Negatif değerler almasın.
- * x=6 iken sıfır değerini alsın.

$$\frac{(\sqrt{x-3}) \cdot (x-6)}{x-1}$$

Şekil 38. Ö₁₀₁ kodlu katılımcının testin 21. sorusuna verdiği yanıt

Ö₁₀₁ kodlu adayın yanıtı incelendiğinde aday yalnızca x değişkenine bağlı bir yapı kurmuş, oluşturduğu yapıyı fonksiyon olarak nitelendirmemiştir. Adayın bu haliyle oluşturulan yapı bir fonksiyon teşkil etmemektedir. Soruya yanlış yanıt veren diğer

adayların oluşturdıkları fonksiyonlar, istenilen şartlardan birini veya daha fazlasını sağlamamıştır. Bununla birlikte dikkat çeken bir diğer nokta da soru oluşturulurken 2. özelliğin 1. özelliği kapsayacak şekilde yazılması ancak adayların neredeyse tamamının her iki özelliği de fonksiyon oluştururken göz önünde bulundurmalarıdır. Soruyu doğru yanıtlandıran adayların farklı yapılarda fonksiyonlar oluşturdıkları görülmüştür. Adayların bir kısmı mutlak değer fonksiyonu, bazı adaylar ise logaritma fonksiyonu ile yapılar kurmuşlardır.

20. sorudan elde edilen bulgular

Testin 20. sorusu Şekil 39'da verilmiştir.

20. $A.X = 0$ homojen lineer denklem sisteminin X_1 ve X_2 gibi iki çözümü olsun.

I. $X_1 + X_2$
 II. $X_1 - X_2$
 III. $X_1 + 2X_2$
 IV. $X_1 \cdot X_2$

Yukarıdakilerden hangisi ya da hangileri bu sistem için her zaman bir çözümdür?

a) Yalnız I
 b) I ve II
 c) I, II ve III
 d) I, II ve IV
 e) I, II, III, IV

Şekil 39. CAB testinde yer alan 20. soru

Öğretmen adaylarının testte yer alan 20. soruya verdikleri yanıtlar Tablo 23'de özetlenmiştir.

Tablo 23. Testin 20. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
20. Soru	31	31	56	55	14	14	101	100

Tablo 23 incelendiğinde öğretmen adaylarının yaklaşık olarak üçte birinin (%31) testte yer alan 20. soru için doğru seçeneği işaretledikleri, adayların yarısından fazlasının (%55) ise soruya yanlış yanıt verdikleri görülmüştür. 14 aday ise (%14) soruyu yanıtlamamıştır. İlgili soru çoktan seçmeli olduğundan öğretmen adaylarının hangi seçenekleri işaretlediklerinin tespit edilmesinin yorumda bulunma noktasında faydalı olabileceği düşünülmüştür. Bu bağlamda yanlış yanıtların seçeneklere göre dağılımı belirlenmiş ve Tablo 24'de verilmiştir.

Tablo 24. 20. soruya verilen yanlış yanıtların seçeneklere göre dağılımı

a		b		d		e		Toplam	
f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
3	3	16	30	8	15	29	52	56	100

Yanlış yanıtların seçeneklere göre dağılımı incelendiğinde adayların en fazla e seçeneğini işaretledikleri görülmektedir. Yani adaylar soruda verilen tüm seçeneklerin $A.X=0$ homojen lineer denklem sisteminin çözümü olduğunu düşünmüşlerdir. e seçeneğinden sonra en sık tekrar eden yanlış b seçeneği olmuştur. b seçeneğini işaretleyen adaylar ise X_1+2X_2 'nin homojen lineer denklem sistemleri için çözüm olamayacağını belirtmişlerdir. Katılımcıların fikirlerinin derinlemesine incelenmesi için mülakatlar yürütülmüş, katılımcı Ö₅₃ kodlu aday mülakat sırasında çözümlerini kitapçık üzerinde anlatmış, bu bulgu ise Şekil 40'da verilmiştir.

Şekil 40. Ö₅₃ kodlu katılımcının testin birinci sorusuna verdiği yanıt

- A :20. soru için e seçeneğini işaretlemiştin, biraz açar mısın yanıtını?
- Ö₅₃ :Burada verilenlere göre X_1 ve X_2 iki çözümse, $A.X_1 = 0$ ve $A.X_2=0$ eşitliğine ulaşırız. O zaman 2. ifadede her iki tarafı 2 ile çarparsak $2A.X_2$ de bir çözümdür dedim. Önce hocam ilk yazdığı 2 ifadeyi topladım, X_1+X_2 çözümdür dedim. Eksi 1 ile çarpıldığı için X_1-X_2 zaten bir çözüm. $2A.X_2$ bir çözümdü. O zaman X_1+2X_2 çözüm olur. $A.X_1$ çözüm demiştik. O zaman $A.X_1.X_2 = 0$ da çözüm olur çünkü $A.X_1$ sıfıra eşitti. O zaman $A.X_1.X_2$ de sıfıra eşit olur.

Ö₅₃ kodlu adayın ilgili soruya verdiği yanıt incelendiğinde ilk üç seçenek için yaptığı çıkarımların doğru olduğu görülmektedir. Ö₅₃, verilen çözümlerden hareketle olası çözümlere ulaşmış ve bunu doğru bir şekilde yorumlamıştır. Ancak son seçenekle $X_1.X_2$ ifadesinin de çözüm olduğunu belirten aday, belirttiği çözüm dışında farklı bir çözüm olabileceğini göz ardı etmiştir.

6. sorudan elde edilen bulgular

Testte yer alan 6. soru Şekil 41'de sunulmuştur.

6. $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlansın.

$$g(x) = \begin{cases} x, & x \text{ rasyonel bir sayı ise} \\ 0, & x \text{ irrasyonel bir sayı ise} \end{cases} \quad \text{şeklinde verilmiştir.}$$

g bir fonksiyon mudur? Açıklayınız.

Şekil 41. CAB testinde yer alan 6. soru

Öğretmen adaylarının testte yer alan 6. soruya verdikleri yanıtları Tablo 25'te özetlenmiştir.

Tablo 25. Testin 6. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Tam Doğru Yanıt		Kısmen Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
6. Soru	16	16	22	22	54	53	19	19	101	100

Tablo 25 incelendiğinde adayların yalnızca 16'sının (%16) verilen ifadenin fonksiyon olduğunu belirttikleri ve bunun gerekçesini net bir şekilde ortaya koydukları görülmektedir. Kısmen doğru yanıt olarak kodlanan adaylar ise $g(x)$ 'in fonksiyon olduğunu belirtmelerine karşın nedenini açıklama konusunda yetersiz kalmışlardır. Adayların yarısından fazlası (%53) tanımlanan $g(x)$ 'in fonksiyon olmadığını söylemişlerdir. Adayların beşte birine yakını (19 aday) soruyu yanıtlandırmamışlardır.

Soruyu doğru yanıtlandıran adaylar, g 'nin tanım ve değer kümesini göz önünde bulundurarak fonksiyon olma şartlarını incelemiş ve $g(x)$ 'in bir fonksiyon olduğunu belirtmişlerdir. Soruya kısmen doğru yanıt veren öğretmen adayları, $g(x)$ 'in bir fonksiyon olduğunu ifade etmişler ancak net bir şekilde gerekçelendirememişlerdir. Örneğin Ö₁₉ kodlu öğretmen adayının yanıtı Şekil 42'de sunulmuştur.

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlansın.

$$g(x) = \begin{cases} x, & x \text{ rasyonel bir sayı ise} \\ 0, & x \text{ irrasyonel bir sayı ise} \end{cases} \quad \text{şeklinde verilmiştir.}$$

g bir fonksiyon mudur? Açıklayınız.

fonskiyondur tanım konusunda boşta eleman kalmaz

Şekil 42. Ö₃₀ kodlu katılımcının testin 6. sorusuna verdiği yanıt

Ö₃₀ kodlu öğretmen adayının ilgili maddeye verdiği yanıt incelendiğinde tanımlanan $g(x)$ 'in fonksiyon olduğunu belirten aday buna neden olarak tanım kümesinde boşta eleman kalmadığını göstermiştir. Fonksiyon olmanın bir şartı olan tanım kümesinde boşta eleman kalmaması, fonksiyon olma koşullarının tamamını kapsamadığı için kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Soruya yanlış yanıt veren adayların $g(x)$ 'in fonksiyon olmama nedenlerini gerekçelendirirken belli yanıtların sık tekrar ettiği görülmüştür. Bu yanıtlardan birisi fonksiyon olma şartına ilişkin yanıtlardır. Konuya ilişkin Ö₂₂ kodlu öğretmen adayının yanıtı Şekil 43'te sunulmuştur.

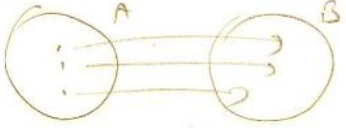
$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlansın.

$$g(x) = \begin{cases} x, & x \text{ rasyonel bir sayı ise} \\ 0, & x \text{ irrasyonel bir sayı ise} \end{cases}$$

şeklinde verilmiştir.

g bir fonksiyon mudur? Açıklayınız.

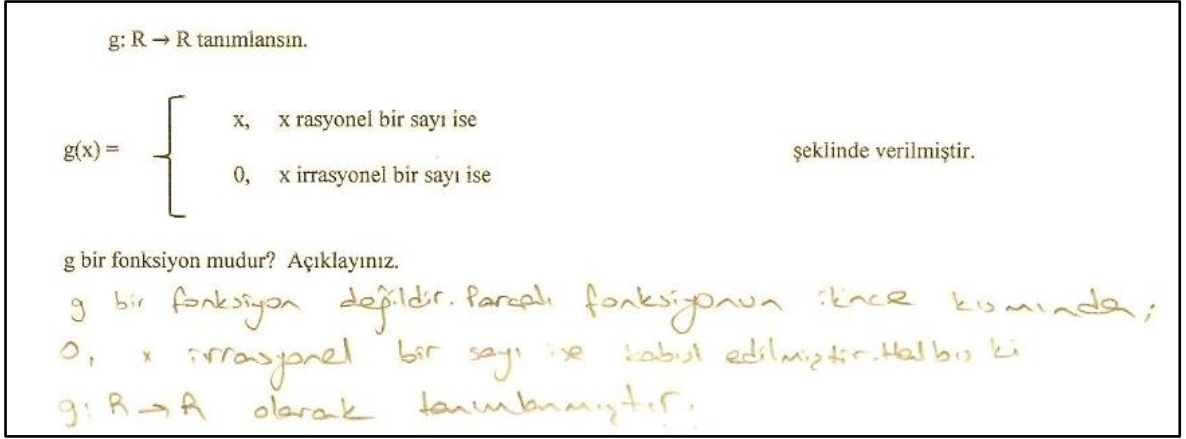
Fonksiyon olabilmesi için bazı şartlar vardı. Bunlardan biri, tanım kümesinde boşta eleman kalmaması. Tanım kümesindeki elemanlar görüntü kümesine eşleşebilmeli. Elemanlar birbirini bulabilmeli.



x irrasyonel sayı ise sonucu 0'dır. 0'ın her tanımlanmış kümesindeki her irrasyonel sayı, görüntü kümesindeki 0 elemanına gidecektir. Aynı elemana aynı eleman gelecektir. Bu fonksiyon oluşturmaz.

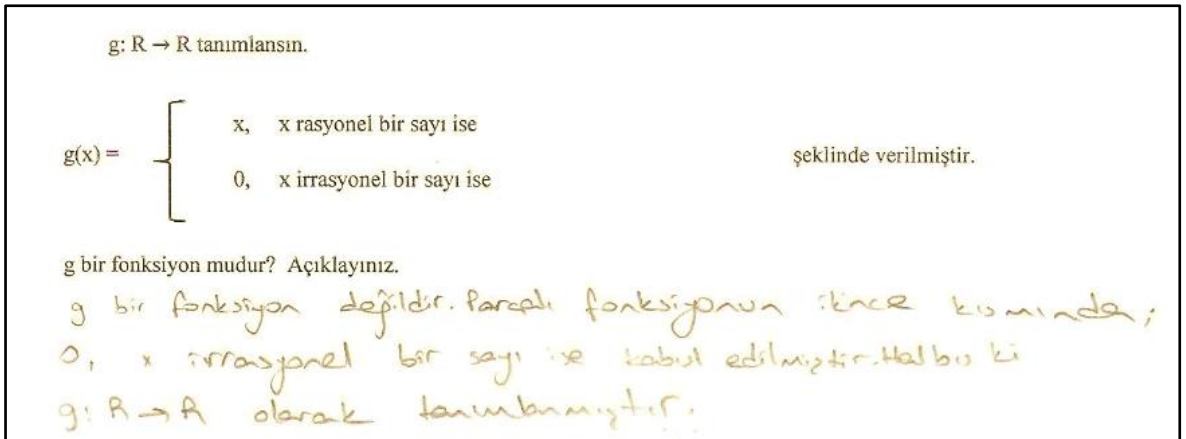
Şekil 43. Ö₂₂ kodlu katılımcının testin 6. sorusuna verdiği yanıt

Şekil 43 incelendiğinde öğretmen adayının söz konusu tanımlamanın fonksiyon olmadığını belirttiği görülmektedir. Aday buna neden olarak ise tanım kümesindeki bazı elemanların değer kümesindeki tek bir elemanla eşleşmesini göstermiştir. Yani aday özel bir fonksiyon türü olan birebir fonksiyonun özelliklerini göz önünde bulundurarak $g(x)$ 'in fonksiyon olup olmadığını incelemiştir. Soruya yanlış yanıt veren diğer adayların büyük bir kısmının ise sayı kümelerine ilişkin yanlış bir anlayışları olduğu tespit edilmiştir. Konu ile ilgili Ö₃₁ kodlu öğretmen adayın yanıtı Şekil 44'te sunulmuştur.



Şekil 44. Ö₂₂ kodlu katılımcının testin 6. sorusuna verdiği yanıt

Şekil 44 incelendiğinde öğretmen adayının söz konusu tanımlamanın fonksiyon olmadığını belirttiği görülmektedir. Aday buna neden olarak ise tanım kümesindeki bazı elemanların değer kümesindeki tek bir elemanla eşleşmesini göstermiştir. Yani aday özel bir fonksiyon türü olan birebir fonksiyonun özelliklerini göz önünde bulundurarak $g(x)$ 'in fonksiyon olup olmadığını incelemiştir. Soruya yanlış yanıt veren diğer adayların büyük bir kısmının ise sayı kümelerine ilişkin yanlış bir anlayışları olduğu tespit edilmiştir. Konu ile ilgili Ö₃₁ kodlu öğretmen adayın yanıtı Şekil 45'te sunulmuştur.



Şekil 45. Ö₃₁ kodlu katılımcının testin 6. sorusuna verdiği yanıt

Şekil 45 incelendiğinde öğretmen adayının reel sayılardan reel sayılara tanımlanan bir eşleşme içim tanım kümesindeki x 'in irrasyonel sayı olamayacağını belirttiği görülmektedir. Burada aday irrasyonel olan bir sayının reel sayı olmadığını düşünmüştür. Mülakat yürütülen adaylardan soruya benzer yanıt veren Ö₇₆ kodlu katılımcı ile yapılan mülakat aşağıda sunulmuştur.

Ö₇₆ : Ben bir fonksiyon değildir dedim. Çünkü tanım kümesi R den R 'ye. Ama sorunun içinde x irrasyonel sayı diyor. Fonksiyonda bunu vermemesi lazım. Yani $g(x) = x$ dese orayı ($0, x$ irrasyonel sayı ise) hiç vermese fonksiyon olurdu.

A : Yani irrasyonel sayılar tanım kümesine mi uymuyor?

Ö₇₆ : İrrasyonel sayılar reel sayıların dışında kalan sayılar olduğundan olmaz yani.

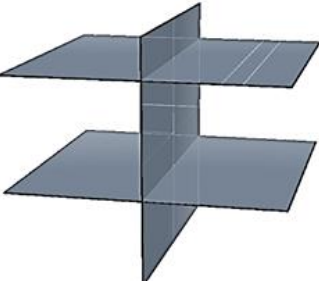
Ö₇₆ ile yapılan mülakat incelendiğinde adayın sayı kümelerine ilişkin bir yanılgısının olduğu görülmektedir. Burada aday reel sayılar kümesi ile rasyonel sayılar kümesi arasındaki ilişkiyi bilmesine karşın irrasyonel sayıları reel sayılar dışında kalan sayılar olarak tanımlamıştır.

19. sorudan elde edilen bulgular

Kapalı uçlu bir soru olan testin 19. sorusu, dört maddeden oluşmaktadır. Sorunun d maddesi negatif lineer puana sahip bir madde olmakla beraber b seçeneği de 0 lineer puana sahiptir. 19. sorusu tüm maddeleriyle Şekil 46'da verilmiştir.

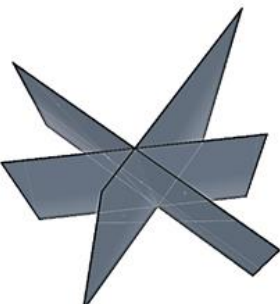
19. Aşağıda üç denklem ve üç bilinmeyenden oluşan lineer denklem sistemlerine ilişkin grafikler verilmiştir. Grafiklerden hangisi veya hangilerinde verilen sistem sonsuz çoklukta çözüme sahiptir? (Sonsuz çokluğa sahip ise Evet, diğer durumlar için Hayır kutucuğunu işaretleyiniz.)

a.



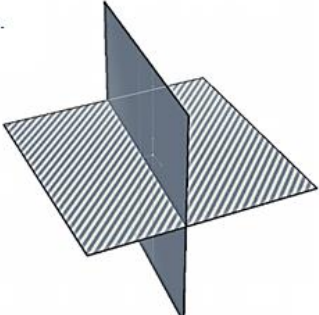
Evet Hayır
☐ ☐

b.



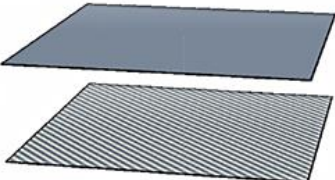
Evet Hayır
☐ ☐

c.



Evet Hayır
☐ ☐

d.



Evet Hayır
☐ ☐

Not: III ve IV. seçeneklerdeki  çakışık iki düzlemi temsil etmektedir.

Şekil 46. CAB testinde yer alan 19. soru ve maddeleri

Öğretmen adaylarının testte yer alan 19. sorunun maddelerine verdikleri yanıtlar Tablo 26'da özetlenmiştir.

Tablo 26. Testin 19. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

9. Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
a	62	61	31	31	8	8	101	100
b	43	43	49	48	9	9	101	100
c	52	51	40	40	9	9	101	100
d	34	34	56	55	11	11	101	100

Tablo 26 incelendiğinde adayların yarısından fazlasının a ve b seçeneklerini doğru yanıtladıkları görülmektedir. Yine adayların yarıya yakını (%43) b seçeneğini doğru yanıtladırken, d seçeneği için bu oran %34'te kalmıştır. Soruya ilişkin derinlemesine bilgi almak amacıyla Ö₆₅ kodlu adayla yürütülen mülakat verileri aşağıda sunulmuştur.

- A : 19. soruya bakabilir miyiz? a seçeneğinde sonsuz çözüm belirtmez demişsin.
Neden sonsuz çözüm belirtmez?
- Ö₆₅ : Hocam uzayda çözüm için ya bir doğru olmalı ya da bir nokta olmalı. Mesela a seçeneğinde iki düzlem kesişmiş bir doğru olmuş, diğer iki düzlem de bir doğru oluşturmuş o yüzden iki doğru var, çözüm kümesi sonsuz değil iki elemanlıdır.
- A : Peki b seçeneğinde?
- Ö₆₅ : Kesişimden bir doğru oluşur o zaman tek çözüm olur diye düşündüm.
- A : c seçeneği için neden hayır dedin?
- Ö₆₅ : c seçeneğinde iki düzlem sonsuz kesişmiş ama diğer düzlemle de kesişince bir çözüm olmuş.
- A : d seçeneğine bakalım.
- Ö₆₅ : d şıkkında da ikisi birbirinin aynı zaten (çakışık düzlemleri göstererek), paralel olduğu için diğeri sistemin sonsuz çözümü olur diye düşündüm.

Ö₆₅ ile yürütülen mülakat incelendiğinde yanlış bir düşünceye sahip olan adayın birinci soru için doğru seçeneği işaretlediği görülmektedir. Öğretmen adayı, ortak bir kesişim noktası olmayan ve dolayısıyla ortak bir çözüm kümesi olmayan üç düzlemi ikişer olarak ele almış ve buradan hareketle yorum yapmıştır. Ayrıca adayın her seçenekte ortaya koyduğu ortak yanılğı R^3 'teki bir doğrunun nokta olarak düşünülmesi ve bu sebeple tek bir çözümün olduğunun belirtilmesidir. İlk üç seçenekten farklı olarak son seçenekte aday, paralel düzlemlerin sonsuz çoklukta çözümü olduğunu söylemiş ve farklı bir yanlış düşünmeyi bu şekilde ortaya koymuştur. Benzer yanlış yanıtlar diğer adaylarla yürütülen

mülakatlarda da görülmüştür. Özellikle son seçenekte adaylar, paralel düzlemlerin sonsuz çözümünün olacağını düşünmüşlerdir.

13. sorudan elde edilen bulgular

Testte yer alan 13. soru Şekil 47’de verilmiştir.

13. $A = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ ve $B = \begin{pmatrix} m & n \\ k & l \end{pmatrix}$ olsun. “ $A \cdot B = 0$ ise $A = 0$ ya da $B = 0$ olmalıdır” ifadesi doğru mudur? (0, sıfır matrisini temsil etmektedir) Gerekçenizle beraber yazınız.

Şekil 47. CAB testinde yer alan 13. soru

Öğretmen adaylarının testte yer alan 13. soruya verdikleri yanıtları Tablo 27’de özetlenmiştir.

Tablo 27. Testin 13. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Tam Doğru Yanıt		Kısmen Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
13. Soru	23	23	27	27	37	36	14	14	101	100

Tablo 27 incelendiğinde adayların 23’ünün (%23) ilgili sorudan tam puan aldıkları, yani soruda verilen ifadenin doğru olmadığını matematiksel olarak ispat ettikleri görülmektedir. Adayların 27’si (%27), söz konusu eşitliğin doğru olmadığını ifade etmelerine karşın matematiksel olarak geçerli bir ispat yapma noktasında eksik kalmışlardır. 37 aday (%36) ifadenin doğru olacağını söylerken 14 aday (%14) soruyu yanıtsız bırakmıştır. Soruya kısmi olarak doğru yanıt veren katılımcı olarak kodlanan Ö₂ kodlu öğretmen adayının yanıtı Şekil 48’de sunulmuştur.

$A = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ ve $B = \begin{pmatrix} m & n \\ k & l \end{pmatrix}$ olsun. “ $A \cdot B = 0$ ise $A = 0$ ya da $B = 0$ olmalıdır” ifadesi doğru mudur? (0, sıfır matrisini temsil etmektedir) Gerekçenizle beraber yazınız.

$A = 0$ yada $B = 0$ olabilir, ome her zaman böyle bir durum olmak zorunda değildir.

$\begin{bmatrix} pm+qk & pn+ql \\ rm+sk & rn+sl \end{bmatrix} \rightarrow$ burdan da 0 matrisi gelebilir.

Şekil 48. Ö₂ kodlu katılımcının testin 13. sorusuna verdiği yanıt

Şekil 48 incelendiğinde öğretmen adayının A ve B matrisleri sıfır olduğunda $A \times B$ matrisinin de sıfır olacağını ancak sonucun sıfır olması için her zaman bu durumun olmasına gerek olmadığını belirttiği görülmektedir. Ancak adayın ifade ettiği $A \times B$ matrisinin belirtilen durumun bir gerekçesi olmadığı ve ispat için yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Soruya kısmi olarak doğru yanıt veren adayların tamamı A veya B matrisinin 0 olma zorunluluğu olmadığını belirtmelerine karşın nedenini net bir biçimde ortaya koyamamışlardır. Soruya yanlış yanıt veren adayların tamamı ifadenin doğru olduğunu savunmuşlardır. Örnek bir katılımcı yanıtı olan Ö₃₂ kodlu öğretmen adayının yanıtı Şekil 49'da sunulmuştur.

$A = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ ve $B = \begin{pmatrix} m & n \\ k & l \end{pmatrix}$ olsun. " $A \times B = 0$ ise $A = 0$ ya da $B = 0$ olmalıdır" ifadesi doğru mudur? (0, sıfır matrisini temsil etmektedir) Gerekçenizle beraber yazınız.

$A = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} m & n \\ k & l \end{bmatrix}$

$A \times B = \begin{bmatrix} pm+qk & pn+ql \\ rm+ks & rn+sl \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$pm+qk=0$
 $pn+ql=0$
 $rm+ks=0$
 $rn+sl=0$

* Evet 0 olmalıdır.
 Çünkü matrislerde çarpma prensibi diklate alındığında (yandaki durum gibi) sonucu "0" çıkması ancak A ya da B den birinin "0" matrisi olmasıyla mümkündür.

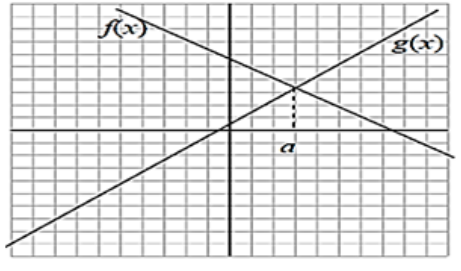
Şekil 49. Ö₃₂ kodlu katılımcının testin 13. sorusuna verdiği yanıt

Şekil 49 incelendiğinde öğretmen adayının çarpım matrisi olan $A \times B$ matrisini bulduktan sonra her bir bileşeni 0 değerine eşitlediği görülmektedir. Cebirsel olarak doğru işlemler yapan aday açıklamasında A veya B matrisinin 0 (sıfır matrisi) olması gerektiğini belirtmiş, bunun nedenini de matrislerde çarpma işleminin bir özelliği gibi ifade etmiştir. Benzer açıklamalar yanlış yanıt veren adayların büyük çoğunluğunda görülmüştür. Ayrıca bazı adayların matrisleri çarpma gereği duymadan A veya B matrislerinin birer skaler gibi düşündüğü ve çarpma işleminin bir özelliği olarak A veya B matrislerinden en az birinin sıfır matrisi olması gerektiğini ifade ettikleri görülmüştür. Soruyu doğru yanıtlandıran adaylar ise gerek doğrudan gerekse cebirsel işlemler sonucu elde ettikleri ifadeleri somutlaştırarak aksine örnek vermiş ve verilen ifadenin yanlış olduğunu göstermişlerdir.

7. sorudan elde edilen bulgular

Testte yer alan 7. soru ve maddeleri Şekil 50'de verilmiştir.

7. f ve g doğrusal iki fonksiyon olmak üzere yandaki şekilde $f(x) = g(x)$ denkleminin çözümünü geometrik olarak yapılmış ve $x=a$ çözümüne ulaşılmıştır.



i) Eğer aynı yöntemi $f(x) + 3 = g(x) + 3$ denklemi için de kullanacak olursak, grafik nasıl görünür? Çiziniz. Çözüm kümesini bulunuz.

ii) $3 \cdot f(x) = 3 \cdot g(x)$ denkleminin ait çözüm $x = c$ olsun. a ile c arasındaki ilişki aşağıdakilerden hangisidir?

a) $a > c$ b) $a = c$ c) $a < c$ d) $f(x)$ ve $g(x)$ 'in ne olduğuna bağlıdır

Şekil 50. CAB testinde yer alan 7. soru ve maddeleri

Öğretmen adaylarının testte yer alan 7. sorunun maddelerine verdikleri yanıtları Tablo 28'de özetlenmiştir.

Tablo 28. Testin 7. sorusunun maddelerinden elde edilen frekans – yüzde değerleri

7. Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
a	39	39	43	42	19	19	101	100
b	61	60	30	30	10	10	101	100

Tablo 28 incelendiğinde 43 adayın (%42) 7. sorunun i (a) seçeneğini yanlış yanıtladığı görülmüştür. Aynı sorunun çoktan seçmeli olan ii (b) seçeneği ise adayların çoğu tarafından (%60) doğru yanıtlandırılırken 30 aday (%30) yanlış seçeneği işaretlemiştir. Soruya yanlış yanıt veren adayların bir kısmı yanlış grafik oluşturmuşlardır. Yine yanlış grafik oluşturup çözüm kümesini doğru ifade eden adayların yanıtları yanlış olarak kodlanmıştır. Bazı adaylar ise grafik oluşturmadan çözüm kümesini ifade etmişler ve bu adayların yanıtları da soruda istenen geometrik çözümü oluşturmadıkları için yanlış olarak değerlendirilmiştir. Soruya yanlış yanıt veren $\bar{O}_{41}$ kodlu öğretmen adayının yanıtı Şekil 51'de sunulmuştur.

i) Eğer aynı yöntemi $f(x) + 3 = g(x) + 3$ denklemi için de kullanacak olursak, grafik nasıl görünür? Çiziniz. Çözüm kümesini bulunuz.

Aynı grafik olur. $gk = (a, f(a)) = \{a, g(a)\}$

Şekil 51. $\bar{O}_{41}$ kodlu katılımcının testin 7. sorunun ilk maddesine verdiği yanıt

Testin 7. sorusunun ilk maddesine verilen yanlış yanıtlar incelendiğinde en sık tekrar eden yanıtlardan birinin Şekil 51'de verilen öğretmen adayı yanıtı olduğu görülmüştür. Bu

tür yanlış yanıt veren adaylar eşitliğin her iki tarafındaki 3 sabit sayısını yok etmiş ve $f(x) = g(x)$ eşitliğinden hareketle yorumda bulunmuşlardır. Her ne kadar adayların sundukları cebirsel çözüm doğru olsa da fonksiyonların koordinat sistemi üzerinde görünüşleri değişeceğinden geometrik olarak yanlış yorumlanmıştır. Soruya yanlış yanıt veren adayların diğer bir bölümü, fonksiyonların y ekseninde ötelendiği gibi çözümün de x ekseninde ötelenerek $a+3$ olacağı yönünde görüş bildirenlerdir. Yine soruya yanlış yanıt veren bazı adaylar, doğruların y ekseninde öteleneceği yön ile ilgili yanlış çıkarımlarda bulunmuşlardır. Soruyu doğru yanıtlandıran adaylar ise gerek fonksiyonların yeni konumlarını çizebilen gerekse çözüm kümesini doğru bir biçimde ifade eden yanıtlar sunmuşlardır.

4.2. Cebir pedagojik alan bilgisi (CPAB) testinden elde edilen bulgular

Bu bölümde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının CPAB testine verdiklerine yanıtların analizleri ve bu analizlerden elde edilen bulgular sunulmuştur. CAB testinde olduğu gibi öğretmen adaylarının CPAB testten aldıkları ham puanlar ve Rasch analizi sonucu ham puanların dönüştürüldüğü lineer puanlar incelenmiştir. Tablo 29'da öğretmen adaylarının CPAB testinden aldıkları ham puanlar ve Rasch analizinden elde edilen lineer puanlar sunulmuştur.

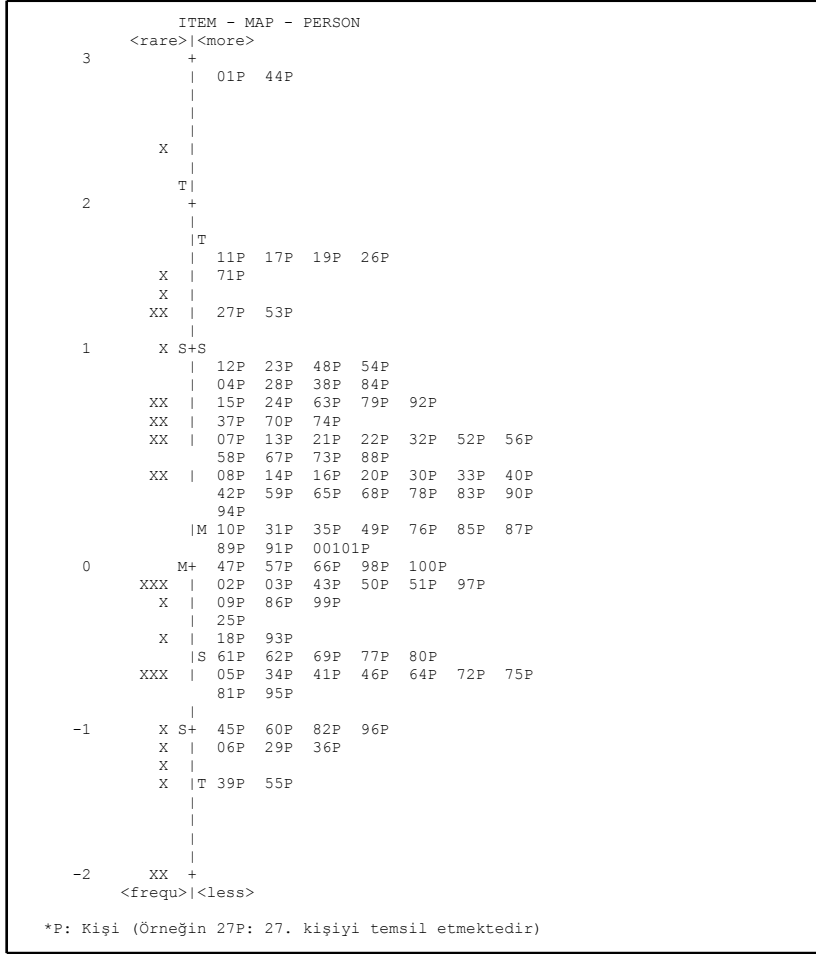
Tablo 29. Öğretmen adaylarının CPAB testinden aldıkları puanlar

Kişi No	Ham Puan	Lineer Puan	Kişi No	Ham Puan	Lineer Puan	Kişi No	Ham Puan	Lineer Puan
1	34	2,93	35	18	0,17	69	12	-0,63
2	16	-0,08	36	9	-1,14	70	21	0,54
3	16	-0,08	37	21	0,54	71	28	1,51
4	23	0,79	38	23	0,79	72	11	-0,79
5	11	-0,79	39	8	-1,33	73	20	0,42
6	9	-1,14	40	19	0,30	74	21	0,54
7	20	0,42	41	11	-0,79	75	11	-0,79
8	19	0,30	42	19	0,30	76	18	0,17
9	15	-0,21	43	16	-0,08	77	12	-0,63
10	18	0,17	44	34	2,93	78	19	0,30
11	29	1,68	45	10	-0,96	79	22	0,66
12	24	0,92	46	11	-0,79	80	12	-0,63
13	20	0,42	47	17	0,05	81	11	-0,79
14	19	0,30	48	24	0,92	82	10	-0,96
15	22	0,66	49	18	0,17	83	19	0,30
16	19	0,30	50	16	-0,08	84	23	0,79
17	29	1,68	51	16	-0,08	85	18	0,17
18	13	-0,48	52	20	0,42	86	15	-0,21

Tablo 29'un devamı

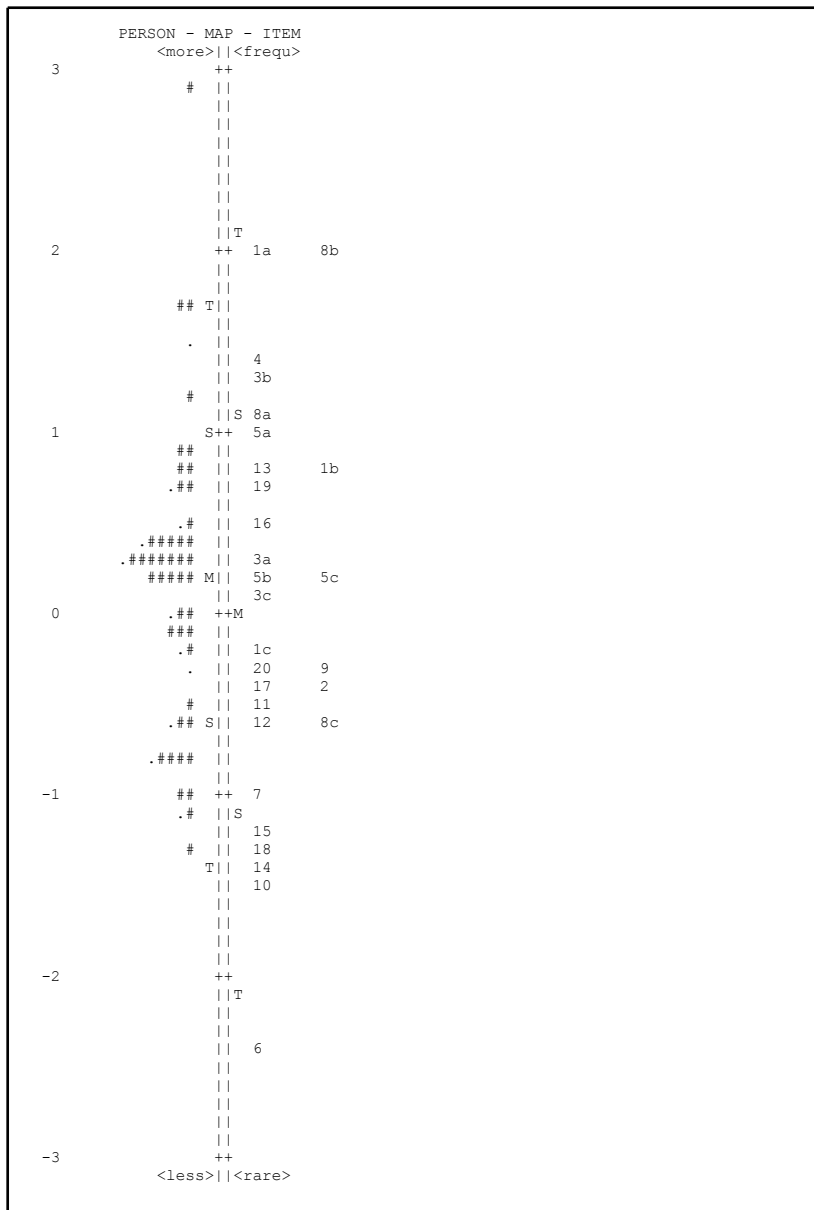
19	29	1,68	53	26	1,20	87	18	0,17
20	19	0,30	54	24	0,92	88	20	-0,21
21	20	0,42	55	8	-1,33	89	18	0,17
22	20	0,42	56	20	0,42	90	19	0,42
23	24	0,92	57	17	0,05	91	18	0,17
24	22	0,66	58	20	0,42	92	22	0,66
25	14	-0,34	59	19	0,30	93	13	-0,48
26	29	1,68	60	10	-0,96	94	19	0,30
27	26	1,20	61	12	-0,63	95	11	-0,79
28	23	0,79	62	12	-0,63	96	10	-0,96
29	9	-1,14	63	22	0,66	97	16	-0,08
30	19	0,30	64	11	-0,79	98	17	0,5
31	18	0,17	65	19	0,30	99	15	-0,21
32	20	0,42	66	17	0,05	100	17	0,05
33	19	0,30	67	20	0,42	101	18	0,17
34	11	-0,79	68	19	0,30			

Tablo 29'da öğretmen adaylarının CPAB testinden aldıkları ham puanlar ve lineer puanlar verilmiştir. Lineer puanı yüksek olan öğrenciler başarılı adayları temsil ederken azalan puanlar başarının düştüğünü temsil etmektedir. CAB testinden düşük olmak üzere 36 öğretmen adayı testten negatif puan almıştır. Bu veri, adayların üçte ikisinden fazlasının testteki soruların yarısından çoğuna doğru yanıt verdiği anlamına gelmektedir. CAB testinde olduğu gibi ham puanlandırmadan farklı olarak Rasch modeli kullanılarak elde edilen lineer puanlandırma, madde – kişi ve kişi – madde haritalarını oluşturmaya ve öğrencilerin başarı seviyeleri ile soruların yanıtlanma oranları hakkında betimsel bir analiz imkanı sağlamıştır.



Şekil 52. CPAB testine ilişkin madde – kişi haritası

Şekil 52 incelendiğinde katılımcıların büyük bir kısmının 0 puanın üzerinde bir puan aldıkları görülmektedir. Bu CPAB testinin yanıtlayıcılara CAB testinden daha kolay geldiği ve çoğunun soruların yarısından fazlasını yanıtladığı anlamına gelmektedir. Genel olarak yığılmanın ise 0 ile 1 puan arasında olduğu görülmektedir. Yine şekle bakarak 1. ve 44. öğrencilerin testte en başarılı öğretmen adayları olurken 39. ve 55. katılımcıların ise en başarısız aday oldukları söylenebilir. Bununla birlikte hangi soruların öğretmen adayları tarafından yanıtlanma oranının düşük olduğu ve hangi soruların kolay bulunduğu ile ilgili kişi – madde haritasından faydalanılmıştır. CPAB testine ilişkin kişi – madde grafiği Şekil 52’de verilmiştir.



Şekil 53. CPAB testine ilişkin kişi – madde haritası

Şekil 53 incelendiğinde 1. sorunun a seçeneği ile 8. sorunun b seçeneği katılımcılar için kolay olarak nitelendirilebilecek sorular iken 6. soru en zor soru olarak görülmektedir.

Çalışmanın bundan sonraki kısmında, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının testte yer alan maddelere verdikleri yanıtların bazıları incelenecektir. İncelenecek yanıtlar belirlenirken lineer puanlardan yararlanılmış olup, negatif lineer puana sahip olan yani madde zorluğu yüksek (Bkz. Ek-2) sorular seçilmiştir. Seçilen soruların boyutlarına göre dağılımı Tablo 30'da sunulmuştur.

Tablo 30. Negatif lineer puana sahip soruların boyutlara göre dağılım matrisi

		Pedagojik Alan Bilgisi	
		Öğrenciyi Tanıma	İçeriğin Sunumu
Matematiksel Bilgi İçeriği	Cebir İçeriği		
	Açıklamalar, denklem ve eşitsizlikler	2, 1c, 6, 10, 12, 17, 20	6, 8c, 10, 11, 15, 18
	Doğrusal-doğrusal olmayan fonksiyonlar ve özellikleri	6, 7, 9, 14	6, 7, 9
	Ana Kavramlar ve Prosedürler	2, 6, 7, 9, 10, 12, 14, 20	6, 7, 10, 18
	Temsiller	2, 7, 9, 14, 17	7, 11, 15, 18
	Uygulamalar	12, 17	8c
	Muhakeme ve İspat	1c, 20	11

4.2.1. Cebir pedagojik alan bilgisi (CPAB) testinde yer alan soruların analizi

Bu bölümde öğretmen adaylarının cebir pedagojik alan bilgisi (CPAB) testine verdikleri yanıtların nitel analizine yer verilmiştir. Şekil 52 öğretmen adaylarının testte yer alan hangi maddede zorlandıkları ve hangi maddenin kolay geldiği hususunda bilgi vermektedir. Yine Tablo 30'da her bir sorunun hangi boyuta girdiğine dair verilen matris ve kişi – madde haritası, adayların en fazla hangi boyuttaki sorularda zorlandıkları konusunda yorum yapma olanağı tanımaktadır. Kişi – madde haritası incelendiğinde cevaplanma oranı en düşük soru testin 6. maddesi olmuştur.

6. sorudan elde edilen bulgular

PAB'ın gerek öğrenciyi tanıma bilgisi gerekse içeriğin sunumu boyutlarına giren testin 6. sorusu Şekil 54'te verilmiştir.

6. Melike öğretmen, öğrencilerine aşağıdaki denklem sistemini veriyor ve çözmelerini istiyor.

$$\begin{aligned} 2x - 4y &= 8 \\ -x + 2y &= -4 \end{aligned}$$

Öğrencilerden Esra tahtaya gelerek şu çözümü yapıyor:

$$\begin{aligned} 2x - 4y &= 8 \\ + \quad 2(-x + 2y) &= 2 \cdot (-4) \end{aligned}$$

$0 = 0$ elde ederiz. O halde çözüm IR'dir.

Esra'nın çözümünün doğru olup olmadığını belirleyiniz. Eğer yanlışsa Öğrencilerinizin bu türden yanlışlara düşmemesi için nasıl bir yol takip ederdiniz?

Şekil 54. CPAB testinde yer alan 6. soru

Öğretmen adaylarının 6. soruya verdikleri yanıtları gösteren frekans – yüzde tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 31. Testin 6. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Tam Doğru Yanıt		Kısmen Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
6. Soru	3	3	11	11	69	68	18	18	101	100

Tablo 31 incelendiğine öğretmen adaylarının %3'ünün soruyu tam olarak doğru bir şekilde yanıtladıkları, yani hem öğrenciyi tanıma hem de içeriğin sunumu noktasında mantıklı açıklamalarda bulundukları görülmektedir. Adayların %11'i ise senaryoda verilen durumdaki öğrenci yanılgısını doğru olarak belirlemesine rağmen içeriğin sunumu noktasında açıklamada bulunamamıştır. Kısmen doğru olarak kodlanan bu yanıtların yanında öğrencilerin yarısından fazlasının soruya yanlış yanıt verdikleri, yani senaryodaki öğrencinin düşüncesinin doğru olduğunu belirttikleri görülmüştür. Yine adayların bir kısmı (%18) soruyu yanıtlamamışlardır. Ö₅ kodlu öğretmen adayının ilgili test maddesine verdiği yanıt aşağıda sunulmuştur.

Melike öğretmen, öğrencilerine aşağıdaki denklem sistemini veriyor ve çözmelerini istiyor.

$$\begin{aligned} 2x - 4y &= 8 \\ -x + 2y &= -4 \end{aligned}$$

Öğrencilerden Esra tahtaya gelerek şu çözümü yapıyor:

$$\begin{aligned} 2x - 4y &= 8 \\ + 2(-x + 2y) &= 2 \cdot (-4) \\ \hline 0 &= 0 \text{ elde ederiz. O halde çözüm IR'dir.} \end{aligned}$$

Esra'nın çözümünün doğru olup olmadığını belirleyiniz. Eğer yanlışsa Öğrencilerinizin bu türden yanlışlara düşmemesi için nasıl bir yol takip ederdiniz?

Denklemler sisteminde verilen iki denklem de birbirinin katı olduğu için denklemler sisteminin çözümü $\mathbb{R}$ dir. Çözüm doğrudur.

Şekil 55. Ö₅ kodlu katılımcının testte yer alan 6. soruya verdiği yanıt

Öğretmen adayının soruya verdiği yanıt incelendiğinde, denklemlerin birbirlerinin skaler katı olduğunu belirlemesine rağmen yanıt için gerekli matematiksel açıklamayı yapamamıştır. Örneğin yapılan açıklama incelendiğinde katılımcı senaryoda yanlış olarak belirtilen durumu doğru olarak savunduğu ve bunun nedenini de denklemlerin birbirinin skaler katı olması durumuna bağladığı görülmektedir.

Bazı öğretmen adayları senaryoda verilen öğrenci çözümünün doğru olmadığını söylemesine rağmen yanlışlığı mantıklı bir şekilde açıklayamamışlardır. Bu duruma ilişkin bir öğretmen adayının yanıtı aşağıda verilmiştir.

Melike öğretmen, öğrencilerine aşağıdaki denklem sistemini veriyor ve çözmelerini istiyor.

$$\begin{aligned} 2x - 4y &= 8 \\ -x + 2y &= -4 \end{aligned}$$

Öğrencilerden Esra tahtaya gelerek şu çözümü yapıyor:

$$\begin{aligned} 2x - 4y &= 8 \\ + 2(-x + 2y) &= 2 \cdot (-4) \\ \hline 0 &= 0 \text{ elde ederiz. O halde çözüm IR'dir.} \end{aligned}$$

Esra'nın çözümünün doğru olup olmadığını belirleyiniz. Eğer yanlışsa Öğrencilerinizin bu türden yanlışlara düşmemesi için nasıl bir yol takip ederdiniz?

Çözüm yanlış. Çünkü ilk denklem ikincinin 2 ile çarpılmış halidir. Bu denklem böyle kalır çözülmeyebilir.

Şekil 56. Ö₅₈ kodlu katılımcının testte yer alan 6. maddeye verdiği yanıt

Ö₅₈ kodlu katılımcının ilgili soruya ilişkin yanıtı incelendiğinde, çözümün yanlış olduğunu belirtmesine rağmen bunun nedenini açıklayamadığı ve öğrencilerin bu tür yanlışlara düşmemesi için yapması gereken açıklamalar hakkında bilgi veremediği görülmektedir.

Yukarıda verilen yanıtların dışında Ö₄₄ kodlu öğretmen adayı ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

- A : *Esra'nın çözümünün yanlış olduğunu yazmışsın. Kitapçığa yaptığın çözümü anlatır mısın?*
- Ö₄₄ : *Hocam buraya da yazdığım gibi mesela x ve y için 0 verdiğim zaman sağlamıyor.*
- A : *Peki ne zaman sağlıyor?*
- Ö₄₄ : *Mesela $x=6$ ve $y=1$ için sağlanıyor. Ya da $x=0$ ve $y=-2$ için.*
- A : *Bu şekilde ne kadar çözüm bulabiliriz?*
- Ö₄₄ : *Sonsuz çözüm bulabiliriz.*
- A : *O zaman Esra neden yanlış yapsın ki?*
- Ö₄₄ : *Sonsuz çözüm olması tüm reel sayılar olması anlamına gelmez.*
- A : *Neden gelmez?*
- Ö₄₄ : *Buraya da yazdığım gibi, parametreye bağlı sonsuz çözüm olur. Ancak bu parametreler çözümün reel sayılar olmasını gerektirmez.*
- A : *Peki öğrencin sorudaki gibi bir yanıt verse ne yapardın?*
- Ö₄₄ : *Farklı değerler için sağlamadığını gösterirdim. Yukarıda dediklerim gibi.*

Ö₄₄ kodlu adayın soruya verdiği yanıt incelendiğinde öğrencinin yaptığı yanışı belirlediği görülmektedir. Ayrıca çözümün neden yanlış olduğuna dair matematiksel bir açıklamada bulunan aday, çözümün parametreye bağlı sonsuz çözümünün olduğunu belirtmiştir. Öğrencilerine sunduğu öğretimsel açıklamada ise ispat kavramlarından olan aksine (aykırı) örnek sunulabileceğini belirten öğretmen adayı buna somut örnek de verebilmiştir.

10. sorudan elde edilen bulgular

CPAB testinde yer alan ve PAB'in gerek öğrenciyi tanıma bilgisi gerekse içeriğin sunumu boyutlarında oluşturulan 10. soru Şekil 57'de sunulmuştur.

10. Reyhan öğretmen tahtaya aşağıdaki eşitsizliği yazmış ve öğrencilerinden çözüm kümesini bulmalarını istemiştir.

$$-x < 7$$

Kübra bu soruyu çözerken eşitsizliğin her iki tarafını da -1 sayısı ile bölmüş ve çözümü $x > -7$ olarak yazmıştır. Bunun üzerine bir diğer öğrenci de eşitsizliğin negatif bir sayı ile bölündüğünde neden yön değiştirdiğini sormuştur. Bu öğrenciye nasıl yanıt verirdiniz?

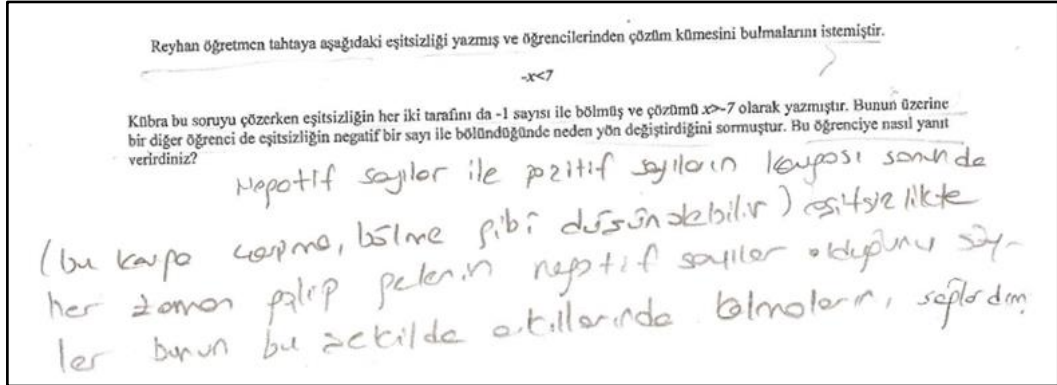
Şekil 57. CPAB testinde yer alan 10. soru

Öğretmen adaylarının testin 10. sorusuna verdikleri yanıtları gösteren frekans – yüzde tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 32. Testin 10. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Tam Doğru Yanıt		Kısmen Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
10. Soru	6	6	39	39	45	44	18	18	101	100

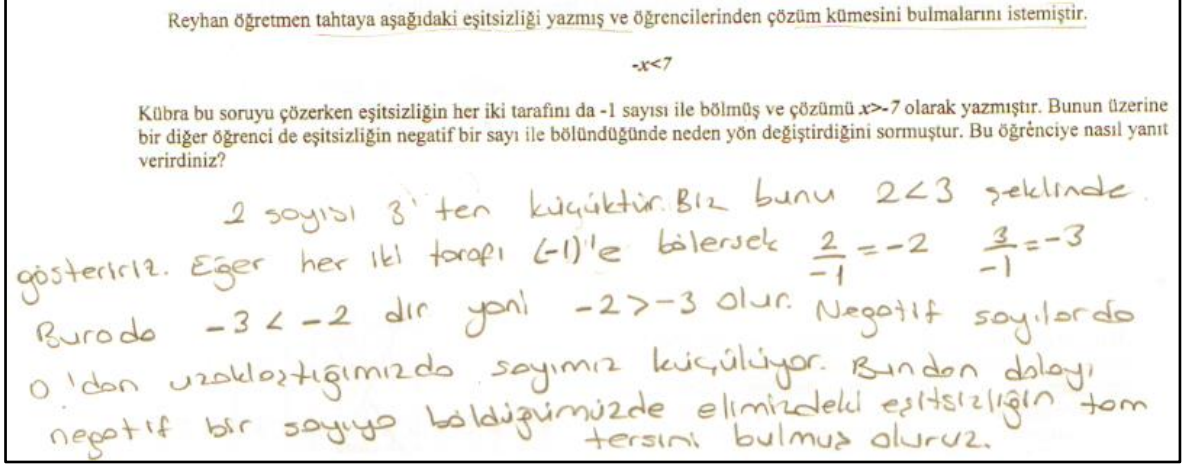
Öğretmen adaylarının testte yer alan 10. maddeye verdikleri yanıtlar incelendiğinde, adaylarından sadece 6'sının eşitsizliğin neden yön değiştirdiğine ilişkin matematiksel olarak tam doğru yanıt verdiği görülmektedir. Bununla birlikte 39 öğretmen adayı yanıtı kısmen doğru yanıtlamışlardır. Adayların 45'i söz konusu durum için geçerli bir açıklama getiremezken 18 aday da soruyu yanıtladırmamıştır. Soruya ilişkin Ö₅₆ kodlu öğretmen adayının yanıtı aşağıda verilmiştir.



Şekil 58. Ö₅₆ kodlu katılımcının testte yer alan 10. soruya verdiği yanıt

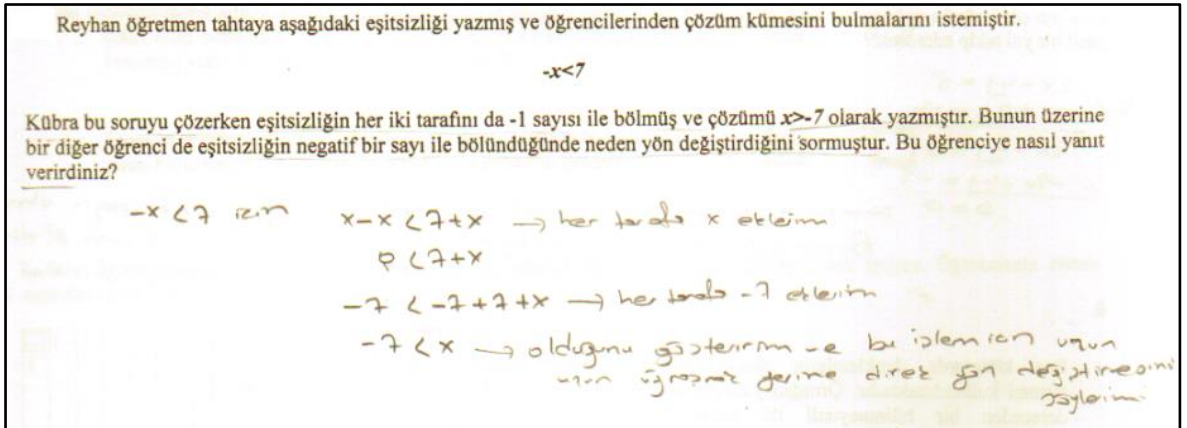
Şekil 58'de verilen öğretmen adayı yanıtı incelendiğinde, öğretmen adayının yaptığı öğretimsel açıklamanın durumun arkasında yatan matematiksel gerçekliklerin nedenini açıklamaktan uzak olduğu görülmektedir. Öğretmen adayı yaptığı açıklamada matematiksel olarak anlamsız olan bir analogi kullanmıştır. Benzer şekilde bazı öğretmen adaylarının senaryoya verdikleri yanıtta bu durumun bir kural olduğunu ve böyle kabul etmeleri gerektiğini söyledikleri görülmüştür. Bunun yanında öğretmen adaylarından

bazıları, özel bir durumdan hareketle senaryoyu açıklamaya çalışmışlardır. Kısmen doğru olarak sınıflandırılan bu yanıtlara örnek olarak Ö₁₄ kodlu katılımcının yanıtı aşağıda verilmiştir.



Şekil 59. Ö₁₄ kodlu katılımcının testte yer alan 10. soruya verdiği yanıt

Ö₁₄ kodlu öğretmen adayının ilgili soruya verdiği yanıt incelendiğinde, verilen örneklerin belli durumlar için geçerli yanıtlardan oluştuğu görülmektedir. Bu örneklerden hareketle öğrencilerin genelleme yapmalarının beklendiği düşünülebilir. Daha genel formda bir form oluşturularak verilen yanıtlara örnek olarak Ö₁₇ kodlu öğretmen adayının yanıtı aşağıda verilmiştir.



Şekil 60. Ö₁₇ kodlu katılımcının testte yer alan 10. soruya verdiği yanıt

Ö₁₇ kodlu öğretmen adayının testte yer alan ilgili soruya verdiği yanıt incelendiğinde, eşitsizliğin yön değiştirmesinin arkadaşında yatan matematiksel durumu değişken kullanarak açıkladığı ve yaptığı bu öğretimsel açıklama sonucu ulaştığı sonucun ilk durumla aynı olduğunu belirttiği görülmüştür.

Soru ile ilgili olarak $\ddot{O}_{76}$ kodlu öğrenci ile yapılan mülakat verileri aşağıda sunulmuştur.

A : 10. soruya bakalım.

$\ddot{O}_{76}$: $n < 7$ için çözüm elemanlarını bulurum. Daha sonra yön değiştirmeden kökleri bulur ve bu köklerin örtüşmediğini gösteririm. Sonra da $-x < 7$ ve $x > -7$ için çözüm kümelerini bulup bunların aynı olduğunu örneklendiririm.

A : Az önce köklerin örtüşmediğini gösteririm dedin. Bu durumda, istenen şeyin doğruluğunu göstermekten çok yanlışlığını göstermiş olmaz mıyız?

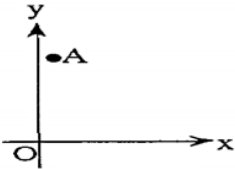
$\ddot{O}_{76}$: Evet aslında yanlışlamış oluruz. O zaman da değer verirdim. Mesela $x = 2$ için $-2 < 7$ oluyor. Her iki tarafı eksi ile çarparsak $2 < -7$ olamayacağından $2 > -7$ olmak zorunda. Bu şekilde örnekleri çoğaltabiliriz.

$\ddot{O}_{76}$ 'nın soruya verdiği yanıt incelendiğinde istenen durumun doğruluğunu göstermek yerine yanlışlanabilirliğine odaklandığı görülmektedir. Ayrıca diğer bazı katılımcılarda olduğu gibi bu adayın da özel bir durumdan hareket ederek söz konusu durumu açıklamaya çalıştığı görülmektedir.

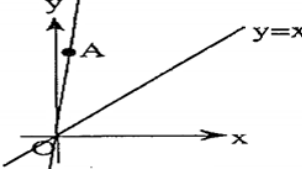
14. sorudan elde edilen bulgular

CPAB testinde yer alan 14. soru Şekil 61'de sunulmuştur.

14. Alper öğretmen öğrencilerinden Şekil-1 de yer alan A ve O noktalarından geçen doğruyu çizmelerini ve bu doğrunun denklemini tahmin etmelerini istemiştir.



Şekil - 1



Şekil - 2

Öğrencilerden birinin yaptığı çözüm Şekil-2'de verilmiştir. Öğrenci yaptığı çözümü ise şu şekilde açıklamıştır:

" $y=x$ doğrusunu referans kabul edelim. OA doğrusunun eğimi, eğimi 1 olan $y=x$ doğrusunun eğiminin 2 katına yakın olmalı. Denklemi de $y=2x$ değil de $y=1.9x$ olabilir mesela."

Öğrencinin yapmış olduğu bu çözümün doğru olup olamayacağını gerekçelerinizle açıklayınız.

Şekil 61. CPAB testinde yer alan 14. soru

Öğretmen adaylarının testin 14. sorusuna verdikleri yanıtları gösteren frekans – yüzde tablosu aşağıda verilmiştir.

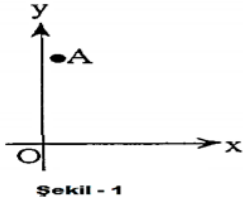
Tablo 33. Testin 10. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Tam Doğru Yanıt		Kısmen Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
10. Soru	9	9	32	32	39	38	21	21	101	100

Tablo 33 incelendiğinde öğretmen adaylarının yalnızca 9'unun (%9), testte yer alan soruya tam doğru yanıt verdikleri, yani söz konusu çözümün doğru olup olmadığını senaryoda yer alan öğrenci düşüncesünü göz önünde bulundurarak açıkladığı görülmüştür. Adayların 32'si (%32), senaryoda yer alan öğrenci çözümünün nasıl olması gerektiğine ilişkin doğru açıklamalar yaparken öğrencinin çözümünü matematiksel olarak geçerliliğine ilişkin doğru çıkarımlarda bulunamamışlardır. Bununla birlikte 39 öğretmen adayı (%38) soruya yanlış çözüm getirmiş ve 21 öğretmen adayı (%21) soruyu yanıtlamamışlardır.

Soruya yanlış yanıt veren katılımcıların bir kısmı öğrencinin çözümünün doğru olduğunu belirtmiş, bunlardan bazıları da bunun nedenini eğime bağlamıştır. Konuya ilişkin aday öğretmenlerden Ö₆₉ kodlu katılımcının yanıtı aşağıda verilmiştir.

Alper öğretmen öğrencilerinden Şekil-1 de yer alan A ve O noktalarından geçen doğruyu çizmelerini ve bu doğrunun denklemini tahmin etmelerini istemiştir.



Şekil - 1



Şekil - 2

Öğrencilerden birinin yaptığı çözüm Şekil-2'de verilmiştir. Öğrenci yaptığı çözümü ise şu şekilde açıklamıştır:

"y=x doğrusunu referans kabul edelim. OA doğrusunun eğimi, eğimi 1 olan y=x doğrusunun eğiminin 2 katına yakın olmalı. Denklemi de y=2x değil de y=1.9x olabilir mesela."

Öğrencinin yapmış olduğu bu çözümün doğru olup olamayacağını gerekçelerinizle açıklayınız.

Tahmin doğru olabilir. 1. bölgedeki bir doğrunun eğim açısı büyüktür. eğiminde. büyüktür.

Şekil 62. Ö₆₉ kodlu katılımcının testte yer alan 14. soruya verdiği yanıt

Ö₆₉ kodlu katılımcının soruya verdiği yanıt incelendiğinde doğruların eğiminden hareketle OA doğrusunun eğimine ilişkin yorumda bulunulmuş, öğrencinin düşüncesi buna bağlanmış ve çözümü doğru olarak kabul edilmiştir. Benzer verilere mülakatlarda da ulaşılmıştır. Örneğin Ö₅₃ kodlu öğrenci ile yürütülen mülakat şu şekildedir.

A :Bu soruda öğrencinin doğru bir tahminde bulunduğunu belirtmişsin. Neden böyle düşün acaba?

Ö₅₃ :14. soru için ben öğrencinin yaptığını doğru buldum. Çünkü direk bir doğru denklemi istenmemiş. $y=x$ doğrusunun eğimi 1 ve eğimin 1 den büyük olacağını düşünmüş. Sonuçta tanjant değeri açı büyüdükçe büyür. Doğru düşünmüş. Eğim iki katına yakın olmalı demiş.

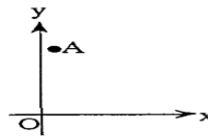
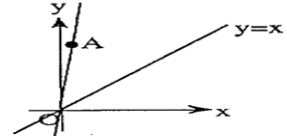
A : Neden iki katına yakın olmalı diye düşünmüş olabilir?

Ö₅₃ : Sanırım açıdan dolayı. A y eksenine daha yakın. 45 derece 90 derece. O zaman doğru eğimi de 2'ye yakın olmalı demiş. Doğru orijinden geçtiği için $y=ax$ formunu biliyor. 45 derecenin tanjantı 1, 60 derecenin karekök 3, 60 dan daha yukarı çıkarsak 2 katına yakın olur. O yüzden kabul ettim.

Ö₅₃ ile yapılan mülakat incelendiğinde, senaryoda yer öğrencinin çıkarımı açıdan hareketle yapmış olabileceğini belirttiği, ancak açığa odaklanmak yerine açının tanjant değerine odaklandığını düşündüğünü belirtmiştir. Bu noktada adayın senaryo içinde öğrencinin ifadelerini göz önünde bulundurmaktan ziyade verdiği yanıtı odaklandığı ve buna uygun bir yanıt verdiği söylenebilir.

Yanlış olarak kodlanan yanıtların bazıları ise sadece çözümün yanlış olduğunu belirten ve bunu hiçbir gerekçeye dayandırmayan yanıtlardan oluşmaktadır. Soruya kısmen doğru yanıt veren öğrenciler ise, eğimden hareketle olması gereken eğim değerinin verilen mevcut değerden fazla olması gerektiğini belirtmiş olup bunu öğrenci düşüncüsüyle ilişkilendirmemişlerdir. Örneğin Ö₅₂ kodlu katılımcının ilgili yanıtı aşağıda verilmiştir.

Alper öğretmen öğrencilerinden Şekil-1 de yer alan A ve O noktalarından geçen doğruyu çizmelerini ve bu doğrunun denklemini tahmin etmelerini istemiştir.

Öğrencilerden birinin yaptığı çözüm Şekil-2'de verilmiştir. Öğrenci yaptığı çözümü ise şu şekilde açıklamıştır:

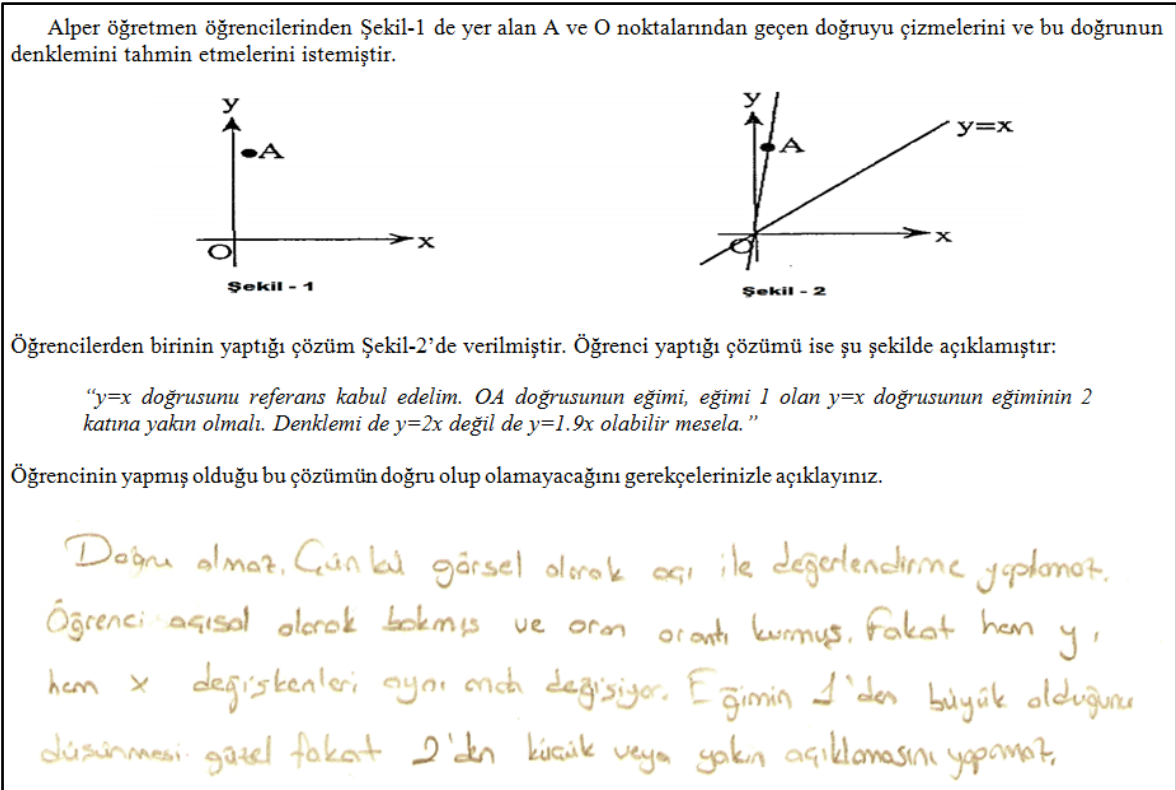
" $y=x$ doğrusunu referans kabul edelim. OA doğrusunun eğimi, eğimi 1 olan $y=x$ doğrusunun eğiminin 2 katına yakın olmalı. Denklemi de $y=2x$ değil de $y=1.9x$ olabilir mesela."

Öğrencinin yapmış olduğu bu çözümün doğru olup olamayacağını gerekçelerinizle açıklayınız.

Güzel yanlıştır. Çünkü A noktasından geçen doğru y eksenine çok yakın bir noktadan geçmiştir. Bu nedenle eğim 1'den daha büyük olabilir.

Şekil 63. Ö₅₂ kodlu katılımcının testte yer alan 14. soruya verdiği yanıt

Ö₅₂ kodlu katılımcının ilgili soruya verdiği yanıt incelendiğinde, senaryoda adı geçen öğrencinin düşüncesinin yanlış olduğunu belirtmiştir. Soruda istenen gerekçe için bir açıklamada bulunmayan katılımcı, yaptığı açıklamada sadece eğimin verilen 2 değerinden büyük olması gerektiğini belirtmiştir. Soruya verilen yanıtlarda tam puan alan katılımcılar ise öğrencinin senaryoda verilen düşünme biçimini net bir şekilde ortaya koymuş ve öğrenci düşüncüsü hakkında doğru yargıya varmışlardır. Örneğin Ö₄ kodlu katılımcının ilgili maddeye verdiği yanıt aşağıda verilmiştir.



Şekil 64. Ö₄ kodlu katılımcının testte yer alan 14. soruya verdiği yanıt

Ö₄ kodlu adayın ilgili soruya verdiği yanıt incelendiğinde, sorudaki senaryoda yer alan öğrencinin y eksenini eğimini 2 kabul etmesinden hareketle OA doğrusunun denklemi hakkında çıkarımda bulunmasını ifade ettiğini ve bu düşüncenin yanlış olduğunu belirttiği görülmektedir. Miraç ile yürütülen mülakat verileri aşağıda verilmiştir.

A : 14. soruya bakabilir miyiz?

Ö₄ : Burada öğrenci açığa bakarak eğimi orantılamış. Açıdan böyle bir eğime gidemeyiz. Eğim x in katsayısı olacaktır. Sadece açığa bakarak eğim iki katıdır diyemeyiz.

A : Açıklamanda açısal olarak demişsin ne demek istedin?

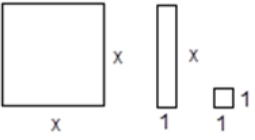
Ö₄ : $y=x$ ifadesinin açısı 45 derece. Burada $x=0$ doğrusunun x eksenine ile yaptığı açı 90 derece. Öğrenci sanki $x=0$ doğrusunun eğimi 2 olacakmış gibi düşünerek 2 ye yakın bir değer söylemiş 1.9 diye. Doğruyu da $y=1.9x$ demiş.

Ö₄ mülakatlarda da çözüme benzer olarak senaryodaki öğrencinin açıları oranladığı ve bu orandan yola çıkarak bir tahminde bulunduğunu ifade etmiştir.

15. sorudan elde edilen bulgular

CPAB testinde yer alan 15. soru Şekil 65'te sunulmuştur.

15. Cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırmak için kullanılan yöntemlerden biri de birim kareler yöntemidir. Bunun için



Siz de bu birimleri kullanarak $x^2 - 4x - 5$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

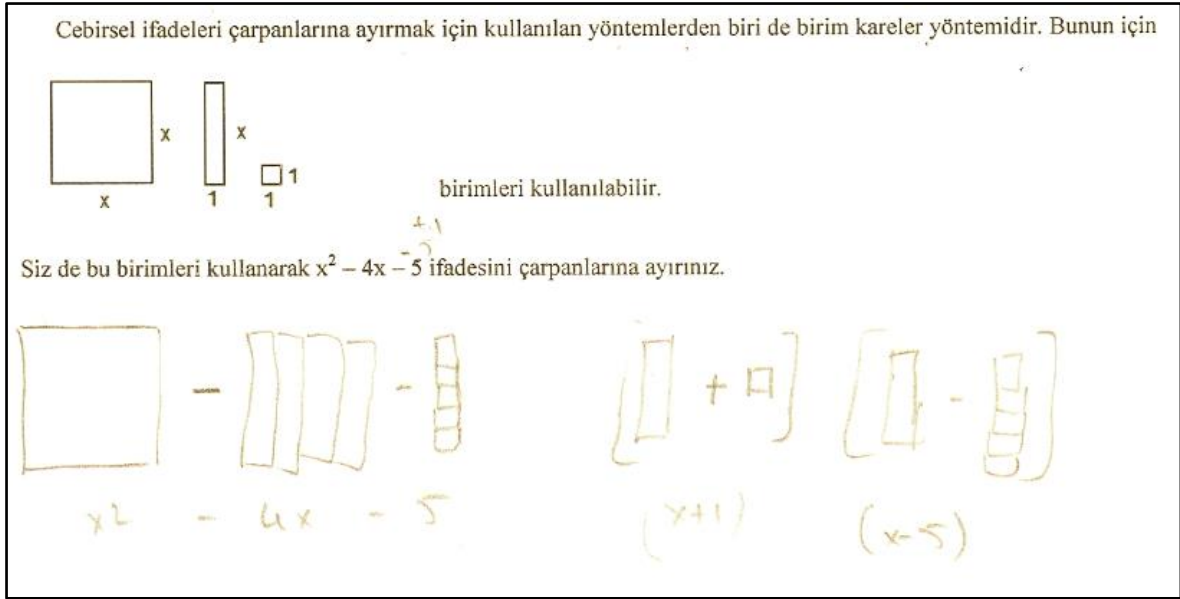
Şekil 65. CPAB testinde yer alan 15. soru

Öğretmen adaylarının testin 15. sorusuna verdikleri yanıtları gösteren frekans – yüzde tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 34. Testin 15. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

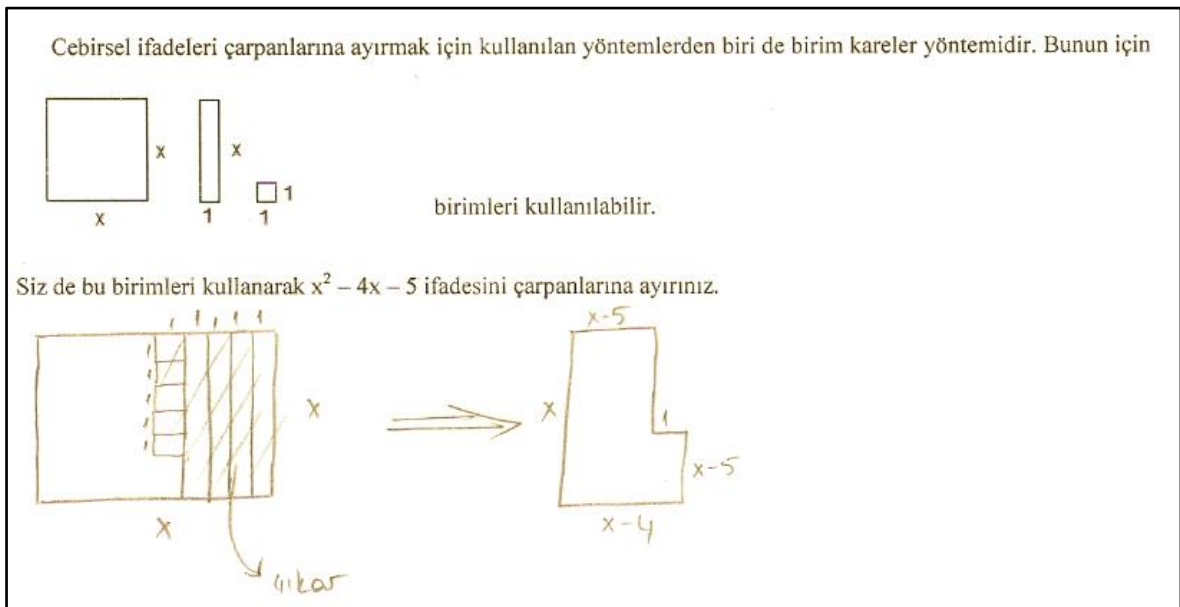
Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
10. Soru	28	28	46	45	27	27	101	100

Tablo 34 incelendiğinde öğretmen adaylarının testte yer alan 15. maddeye verdikleri yanıtlardan sadece 28'inin (%28) birim kareler yöntemi kullanılarak tam olarak istenilen ifadenin çarpanlarına ayrılmış halini yansıttığı görülmektedir. 46 adayın (%45) yanıtı ise ilişiksiz ifadelerden oluşmaktadır. Adayların dörtte birinden fazlası ise soruyu yanıtladırmamıştır (27 aday). Soruyu yanlış yanıtlandıran katılımcı yanıtları incelendiğinde oluşturulan modellerin ifadenin çarpanlarından oluşmadığı görülmüştür. Ö₃₂ kodlu katılımcının oluşturduğu model aşağıda verilmiştir.



Şekil 66. Ö₃₂ kodlu katılımcının testte yer alan 15. soruya verdiği yanıt

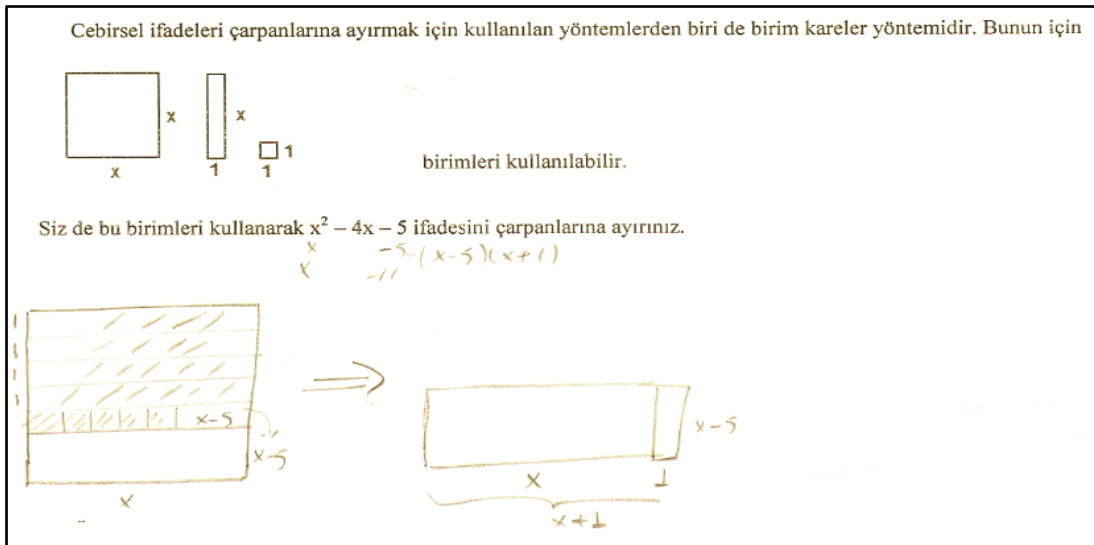
Ö₃₂ kodlu katılımcının ilgili soruya verdiği yanıt incelendiğinde oluşturulan modelin istenilen ifadenin çarpanlarını temsil etmediği görülmektedir. Bazı öğretmen adaylarının farklı formda benzer yanlış yanıtlar verdiği görülmüştür. Örneğin Ö₁₀ kodlu katılımcının oluşturduğu model aşağıda verilmiştir.



Şekil 67. Ö₁₀ kodlu katılımcının testte yer alan 15. soruya verdiği yanıt

Ö₁₀ kodlu öğrencinin yanıtı incelendiğinde oluşturulan yeni modelin biraz önceki örnekte olduğu gibi istenilen ifadeyi yansıtmadığı görülmektedir. Bununla birlikte soruyu

doğru olarak yanıtlandıran 28 adaydan biri olan Ö₄₃'ün oluşturduğu model aşağıda verilmiştir.



Şekil. 68. Ö₄₃ kodlu katılımcının testte yer alan 15. soruya verdiği yanıt

Ö₄₃ kodlu adayın yanıtı incelendiğinde kenarları x birim olan karenin alanından hareketle önce $4x$ ve sonra da 5 birimlik alanları çıkararak kalan şeklin $(x-5)$ birim olan kısmını döndürerek yatay konumda diğer parçayla birleştirdiği ve oluşan yeni şekli $(x+1)(x-5)$ şeklinde ifade ettiği görülmektedir.

18. sorudan elde edilen bulgular

CPAB testinde yer alan 18. soru Şekil 69'da sunulmuştur.

18. Denklemler ve özdeşlikler konusunu anlatırken öğrencilerinizden birisi denklem ile özdeşliğin farkını sordu. Bu öğrencinize nasıl yanıt verirdiniz? Açıklayınız.

Şekil 69. CPAB testinde yer alan 18. soru

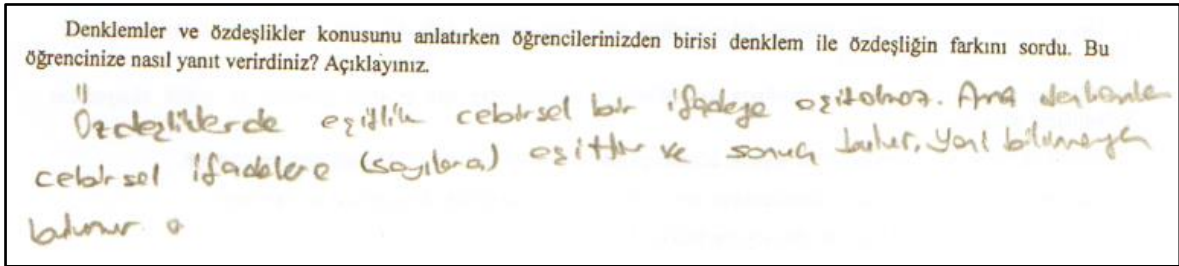
Öğretmen adaylarının testin 18. sorusuna verdikleri yanıtları gösteren frekans – yüzde tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 35. Testin 18. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
21. Soru	27	27	13	13	61	60	101	100

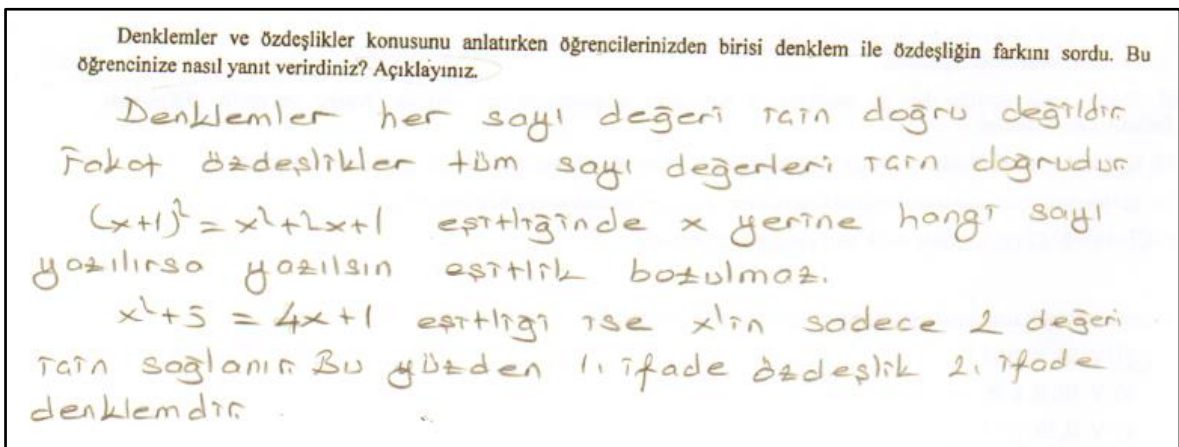
Öğretmen adaylarının büyük bir kısmının testte yer alan ve denklemler ile özdeşliklerin farkının sorulduğu soruya yanlış yanıt verdikleri görülmüştür. Bununla birlikte adayların yarısından fazlası (%60) soruyu yanıtlamamışlardır.

Soruyu yanlış yanıtlayan katılımcı yanıtları incelendiğinde adayların çoğunlukla özdeşliğin ne olduğuna dair doğru çıkarımlarda bulunmalarına rağmen özdeşliklerin denklemlerden farkını ortaya koyamadıkları görülmüştür. Konuya ilişkin Ö₅₇ kodlu öğretmen adayının yanıtı aşağıda verilmiştir.



Şekil 70. Ö₅₇ kodlu katılımcının testte yer alan 18. soruya verdiği yanıt

Öğretmen adayının yukarıda verdiği yanıt incelendiğinde adayın öncelikle denklemlerin cebirsel bir sayıya eşit olması gerektiğini düşündüğü görülmektedir. Özdeşliklerin ise cebirsel bir ifadeye eşit olamayacağını düşünen katılımcı eşitliğin herhangi bir sayı veya cebirsel ifadeye eşit olmasından hareketle özdeşlik ve denkleme karar verdiği görülmektedir. Soruya yanlış yanıt veren diğer öğretmen adaylarında ise benzer yanlışlar görülmüştür. Yanlış yapan adayların hemen hemen hepsi, denklemlerde bir çözüm aranmasından çok çözümün olması gerektiğini düşünmektedirler. Soruyu doğru yanıtlayan bir adayın verdiği yanıt aşağıdadır.



Soru 71. Ö₄₈ kodlu katılımcının testte yer alan 18. soruya verdiği yanıt

Ö₄₈ kodlu adayın ilgili soruya verdiği yanıt incelendiğinde özdeşliği ifade ederken değişkenin her değer için eşitliği sağladığını belirttiği görülmektedir. Bu durumu yaygın bir özdeşlik olan $(x+1)$ ifadesinin karesi için örneklendiren aday, denklemler için de bir örnek vermiştir. Öğretmen adayları ile yürütülen mülakatlarda da benzer yanıtlar elde edilmiştir. Örneğin Ö₅₉ kodlu öğrenci ile yürütülen mülakattan alınan yanıt şu şekildedir.

A :18. soruya bakalım.

Ö₅₉ :Bu soruyu geçen özel ders verdiğim öğrencim de sordu. Ona da şöyle dedim. Denklemlerde tek sonuç ya da birkaç sonuç buluyorum. Ama özdeşliklerde sonsuz çözüm oluyor.

A : Mesela?

Ö₅₉ :Mesela $(x+2)^2 = x^2+2x+4$ 'ü düşünelim. Mesela ben $x=2$ desem bir eşitlik elde ederim. $x=4$ dersem de bir eşitlik elde ederim. Ama bir denklemde $x+2 = 3$ ise x 'i bulurum. Ya da 2 tane iki bilinmeyenli denklem için parametreye bağlı çözüm elde ederim. Ama bu parametre de her sayı için geçerli olmaz. Mesela $(1,3)$ için doğru $(1,1)$ için sağlamıyor olabilir.

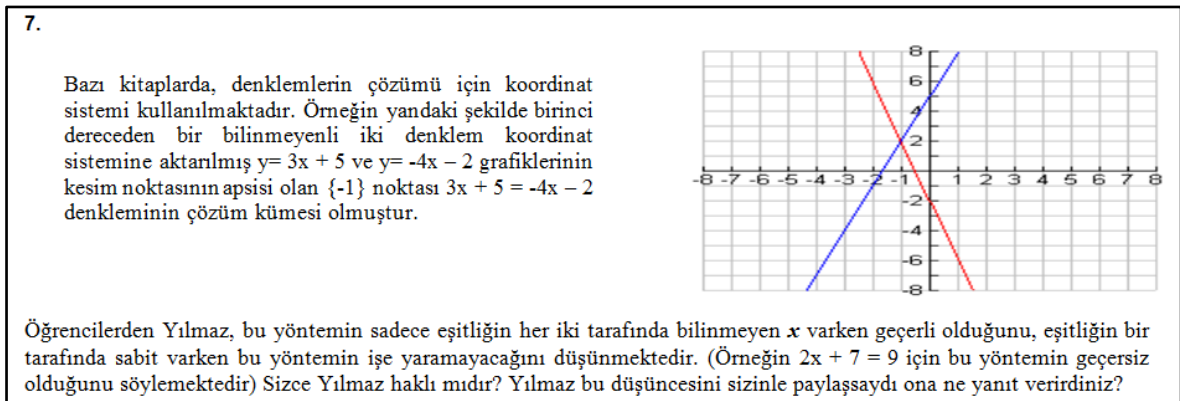
A :Peki, $2x + 3x = 5x$ ifadesi bir özdeşlik midir?

Ö₅₉ :Bir özdeşliktir. Çünkü x 'e vereceğim tüm değerler için eşitlik durumu korunur.

Ö₅₉ ile yürütülen mülakat incelendiğinde, öğretmen adayının denklemlerin sınırlı sayıda çözümünün olabileceği, özdeşliklerin ise her değer için sağlaması gerektiğini belirttiği görülmüştür. Yine diğer katılımcılar gibi bir örnek üzerinden özdeşlik ve denklemin farkını anlatan öğretmen adayı iki kavram arasındaki farkı ortaya koyabilmiştir.

7. sorudan elde edilen bulgular

CPAB testinde yer alan ve PAB'in gerek öğrenciyi tanıma gerekse içeriğin sunumu bilgisi boyutlarına giren 7. soru Şekil 72'de sunulmuştur.



Şekil 72. CPAB testinde yer alan 7. soru

Öğretmen adaylarının 7. maddeye verdikleri yanıtları Tablo 38'de özetlenmiştir.

Tablo 36. Testin 7. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Tam Doğru Yanıt		Kısmen Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
7. Soru	16	16	30	30	36	35	19	19	101	100

Tablo 36 incelendiğinde öğretmen adaylarının yalnızca 16'sının soruyu tam olarak doğru yanıtladıkları, yani gerek öğrencinin düşüncesini gerekse bu düşünceden hareketle nasıl bir içerik sunacağını doğru olarak ifade ettiği görülmüştür. 30 öğretmen adayı ise (%30) soruya kısmen doğru yanıt vermiş, öğrencinin çözümü hakkında doğru bir yargıya varmasına rağmen bunu içeriğin sunumu noktasında gerekçelendirememiştir. 36 öğretmen adayı ise soruya yanlış yanıt vermiş, senaryodaki öğrenci düşüncesinin doğru olduğunu belirtmişlerdir. 19 aday ise soruya yanıt vermemiştir.

Soruya yanlış yanıt veren katılımcı yanıtları, senaryo içinde verilen öğrenci düşüncesinin doğru olduğunu savunan yanıtlardan oluşmaktadır.

Bazı kitaplarda, denklemlerin çözümü için koordinat sistemi kullanılmaktadır. Örneğin yandaki şekilde birinci dereceden bir bilinmeyenli iki denklem koordinat sistemine aktarılmış $y = 3x + 5$ ve $y = -4x - 2$ grafiklerinin kesim noktasının apsisi olan $\{-1\}$ noktası $3x + 5 = -4x - 2$ denkleminin çözüm kümesi olmuştur.

Öğrencilerden Yılmaz, bu yöntemin sadece eşitliğin her iki tarafında bilinmeyen x varken geçerli olduğunu, eşitliğin bir tarafında sabit varken bu yöntemin işe yaramayacağını düşünmektedir. (Örneğin $2x + 7 = 9$ için bu yöntemin geçersiz olduğunu söylemektedir) Sizce Yılmaz haklı mıdır? Yılmaz bu düşüncesini sizinle paylaşırdı ona ne yanıt verirdiniz?

Bu yöntem doğrularla alakalıdır. Fakat $2x+7=9$ denklemini bir doğru belirtmez. Öncelikle Yılmaz'ın söylediğinin zaten bir doğru belirtmediğini söyledim. Doğru denklemlerin

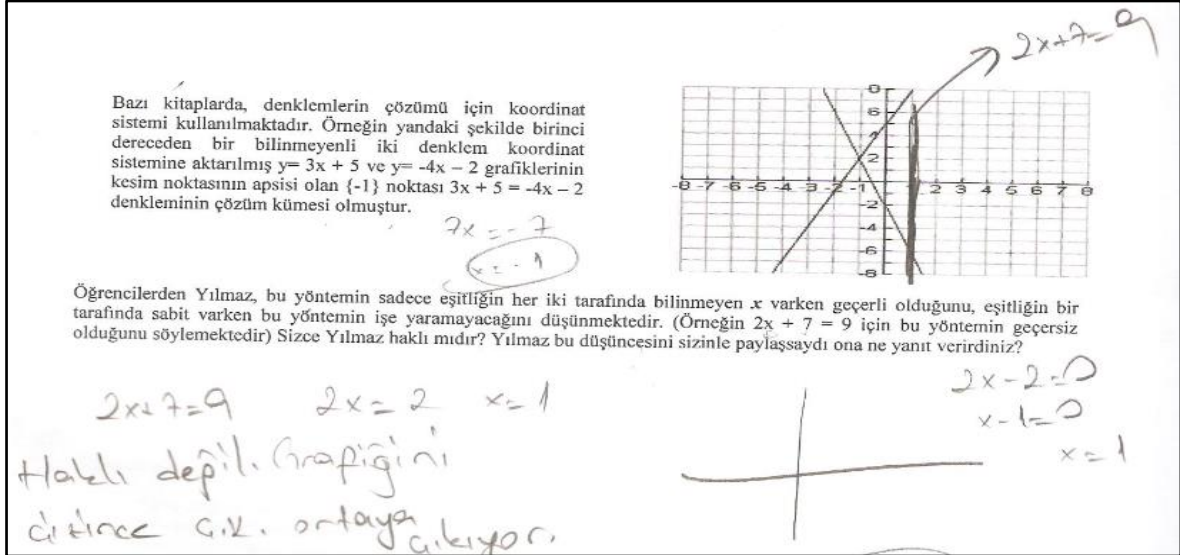
nasıl yazılır $2x+7=9$ gini hatırla $2x=2$ $x=1$ $(1,0)$ $2x+7=9$ için bu yöntemin kullanılmayacağı konusunda haklı olduğunu, fakat $2x+7=9$ Yılmaz'ın söylediğinin olmadığını anlattım.

$2x+7=9$
↓
Bir doğru denklemini değildir.

Şekil 73. Ö₇ kodlu katılımcının testte yer alan 7. soruya verdiği yanıt

Şekil 73'te verilen öğretmen adayı yanıtı incelendiğinde adayın öncelikle bu yöntemin doğrularla alakalı olduğunu belirttiği görülmektedir. Ancak devamında aday $2x+7=9$ eşitliğinin bir denklem belirtmediğini ifade ettiği görülmektedir. Yanıtın devamında ise aday çözümü ters çevirme yöntemi kullanarak $x=1$ olarak elde etmiş ve bir çözüme ulaşıldığı düşüncesiyle bu denklemin bir doğru denklemini belirtmeyeceğini belirtmiş ancak

verilen senaryodaki örnek durumu göz ardı etmiştir. Adayın verdiği yanıtla soruda istenilen odaktan uzaklaştığı görülmüştür. Başka bir katılımcı olan Ö₃₄ kodlu öğretmen adayının ilgili soruya verdiği yanıt Şekil 74'te verilmiştir.



Şekil 74. Ö₃₄ kodlu katılımcının testte yer alan 7. soruya verdiği yanıt

Ö₃₄ kodlu öğretmen adayının ilgili soruya verdiği yanıt incelendiğinde, verilen senaryodaki durumu göz ardı ettiği görülmektedir. Şekil 74'de yapılan öğretimsel açıklama incelendiğine ise denklemlerin çözümü için senaryo içinde verilen durum ile ilişiksiz bir yanıt verilmiştir. Denklem çözümünün geometrik olarak yorumunun irdelendiği soru cebirsel olarak çözülmüş olup geometri ile ilişkisi ortaya konulamamıştır. Adayın denklemi ters çevirme ve eşitlik aksiyomu kullanarak çözdüğü, daha sonra ulaştığı sonucu koordinat sistemi üzerinde gösterdiği görülmektedir. Öğretmen adayları ile yürütülen mülakatlarda da benzer veriler elde edilmiştir. Örneğin Ö₆₅ kodlu aday ile yürütülen mülakat aşağıda sunulmuştur.

A :7. soruda Yılmaz'ın (senaryoda adı geçen öğrenci) düşüncesinin doğru olduğunu söylemişsin. Sence Yılmaz neden haklı?

Ö₆₅ :Çünkü bu yöntem işe yaramaz. Mesela soruda örnek olarak verilen eşitlikte iki denklem var. Ama burada iki denklem yok.

A :Nasıl yani?

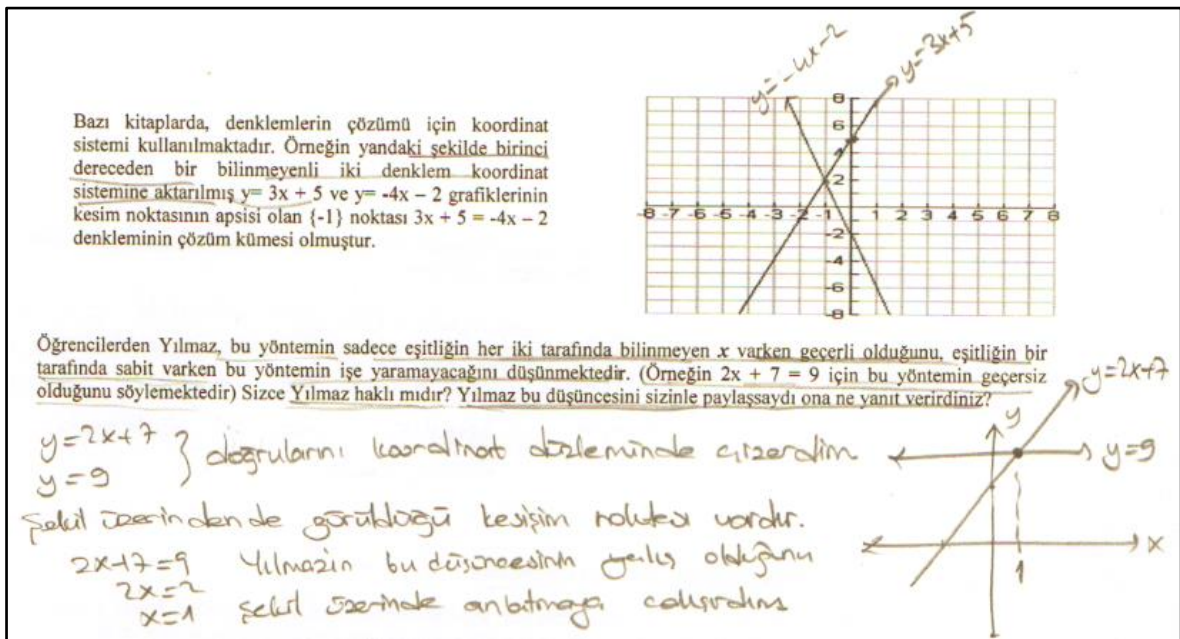
Ö₆₅ :Burada $2x+7=9$ demiş. Bu bir denklemdir zaten.

A :Peki $3x+5=-4x-2$ ifadesi kaç denklemdir?

Ö₆₅ : Ama burada eşitliğin her iki tarafında bilinmeyen var.

Ö₆₅ ile yürütülen mülakat incelendiğinde, Ö₆₅ kodlu adayın bu yöntemin işe yaraması için eşitliğin her iki tarafında da bilinmeyen bulunması ve buradan hareketle $y=3x+5$ denkleminde olduğu gibi x değişkenine bağlı bir denklem olması gerektiği düşüncesine sahip olduğu görülmüştür. Bu sebeple $y=9$ doğrusunu göz ardı etmektedir.

Soruya kısmen doğru yanıt veren katılımcıların ise senaryoda verilen öğrencinin yanlış düşündüğünü belirtmelerine karşın bunu gerekçelendiremedikleri görülmüştür. Soruya tamamen doğru yanıt veren katılımcı yanıtları ise senaryo durumunu göz önünde bulundurarak öğrenci düşüncesinin neden yanlış olduğunu açıklayan ve doğru öğretimsel açıklamaların nasıl yapılacağını net bir şekilde ortaya koymaktadır. Örneğin katılımcılardan Ö₉₄ kodlu öğretmen adayının ilgili soruya verdiği yanıt Şekil 75'de verilmiştir.



Şekil 75. Ö₉₄ kodlu katılımcının testte yer alan 7. soruya verdiği yanıt

Şekil 75'te katılımcının ilgili soruya verdiği yanıt incelendiğinde, öğretmen adayının verdiği yanıtta soruda yer alan senaryo durumunu göz önünde bulundurarak denklemlerin geometrik yorumu konusunda doğru çıkarımlar yaptığı görülmüştür. Adayların çoğunun zorlandığı ve eşitliğin her iki tarafında bilinmeyen olmadığı için kullanılamaz bir yöntem olarak düşündükleri geometrik yorum için aday $y=9$ doğrusu çizerek eşitliğin her iki tarafındaki denklemden hareketle bir çözüme ulaşmıştır.

12. sorudan elde edilen bulgular

CPAB testinde yer alan 12. soru Şekil 75'te sunulmuştur.

12. Aşağıdaki sorular bir ortaokul matematik kitabında yer almaktadır.

1) Murat, Mehmet ve Musa misketlerle bir oyun oynamaktadırlar. Hepsinin misket sayısı toplam 198'dir. Murat, Mehmet'in misketlerinin 6 katı miskete sahipken Musa da Mehmet'in 2 katı miskete sahiptir. Her bir çocuğun kaç misketi vardır?

2) Ayşe, Halil ve Selma'nın toplamda 198 kuruşları vardır. Ayşe'nin parası Halil'in parasının 6 katı ve Selma'nın parasının 3 katı kadardır. Her birinin ne kadar parası vardır?

Genel olarak öğrencilerin 2 probleminde 1 problemine göre daha fazla zorlandıkları görülmüştür. Bu durumun olası nedenlerinden birini gerekçeyle açıklayınız.

Şekil 76. CPAB testinde yer alan 12. soru

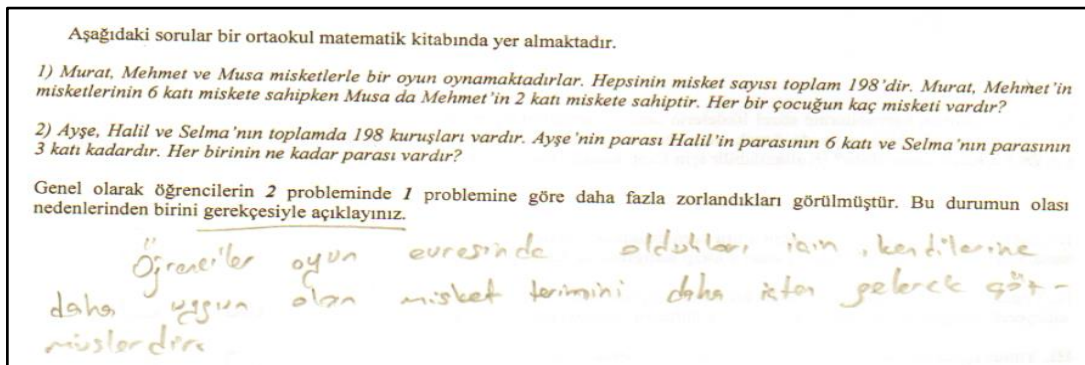
Öğretmen adaylarının 12. soruya verdikleri yanıtları gösteren frekans – yüzde tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 37. Testin 12. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
18. Soru	40	40	43	42	18	18	101	100

Tablo 37 incelendiğinde 40 öğretmen adayının (%40) soruyu doğru olarak yanıtladığı ve soruda belirtilen problem durumunun öğrencilere neden zor geldiğini açıkladıkları görülmektedir. 43 öğretmen adayının ise (%42) ilişiksiz yanıtlarla bu durumu açıkladıkları görülmüştür. Soruyu doğru yanıtlayan adayların sayısının yanlış yanıtlayanların sayısına yakın olduğu görülmektedir. Bununla birlikte 18 öğretmen adayı ise (%18) soruyu yanıtsız bırakmıştır.

Soruya yanlış yanıt veren öğretmen adayları yanıtları incelendiğinde verilen problem durumları ve kurulacak denklemlerden çok problemde yer alan ve değişkenleri temsil eden nesnelere odaklandıkları görülmüştür. Soruya ilişkin Ö₈₄ kodlu öğretmen adayının yanıtı Şekil 77'da verilmiştir.



Şekil 77. Ö₈₄ kodlu katılımcının testte yer alan 12. soruya verdiği yanıt

Ö₈₄ kodlu öğretmen adayının ilgili soruya verdiği yanıt incelendiğinde, misket içeren sorunun öğrencilerin dikkatini daha fazla çekeceği ve bu sebeple öğrencilere daha kolay geldiği düşüncesi ifade edilmiştir. Bazı katılımcıların ise problemlerden birisinin diğerine oranla öğrenciler tarafından zor bulunduğu belirtilmesine rağmen soruların eşit zorlukta olduklarını belirttikleri görülmüştür. Soruyu doğru yanıtlandıran öğretmen adayları ise 1. problemde ve 2. problemde yer alan değişkenler hakkında çıkarımlarda bulunmuşlar ve 2. problemde doğrudan öğrencilerin bulmaları gereken değişkenlerin problemi çözmeleri için zorlandıkları bir durum olduğunu ifade etmişlerdir. Örneğin Ö₉₅ kodlu öğretmen adayının ilgili soruya verdiği yanıt aşağıda sunulmuştur.

Aşağıdaki sorular bir ortaokul matematik kitabında yer almaktadır.

1) Murat, Mehmet ve Musa misketlerle bir oyun oynamaktadırlar. Hepsinin misket sayısı toplam 198'dir. Murat, Mehmet'in misketlerinin 6 katı miskete sahipken Musa da Mehmet'in 2 katı miskete sahiptir. Her bir çocuğun kaç misketi vardır?

2) Ayşe, Halil ve Selma'nın toplamda 198 kuruşları vardır. Ayşe'nin parası Halil'in parasının 6 katı ve Selma'nın parasının 3 katı kadardır. Her birinin ne kadar parası vardır?

Genel olarak öğrencilerin 2 problemde 1 problemine göre daha fazla zorlandıkları görülmüştür. Bu durumun olası nedenlerinden birini gerekçesiyle açıklayınız.

1)
$$\begin{array}{ccc} \text{Murat} & \text{Mehmet} & \text{Musa} \\ 6x & + x & + 2x = 198 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{ccc} \text{Ayşe} & \text{Halil} & \text{Selma} \\ 6x & + x & + 2x = 198 \end{array}$$

1. problemde sadece Mehmet parasından yola çıkarak Musa ve Murat'ın parasını bulabiliriz.

2. problemde ise Ayşe'nin parasını bulmak için hem Mehmet hem de Selma'nın parasının katları şeklinde söylenmesi kafa karıştırıcıdır.

Şekil 78. Ö₉₅ kodlu katılımcının testte yer alan 12. soruya verdiği yanıt

Ö₉₅ kodlu öğretmen adayının soruya verdiği yanıt incelendiğinde aday, 1. problem durumunda kişilerin sahip olduğu misketi bulmak için bir kişinin sahip olduğundan hareketle sonuca ulaşıldığını göstermiştir. İkinci problem durumu için ise bir kişinin sahip olduğu paranın cebirsel olarak ifade edilmesi için diğer iki kişiden hareketle bir denklem oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarıyla yürütülen mülakatlar da benzer veriler sunmuştur. Ö₅₃ kodlu aday ile yapılan mülakat şu şekildedir.

A :12. soruda yaptığın açıklamayı anlatır mısın?

Ö₅₃ :12. soruda verilen ilk problemde buraya yazdığım gibi problemde ilişkiler sırayla verilmiş. Ama ikincide ise öğrencilerden dolaylı olarak istenmiş. Doğrudan verildiği için ilk problem daha kolay gelmiş bence.

A :Nasıl yani? Doğrudan, dolaylı?

Ö₅₃ : Mesela ilk problemde Mehmet'in misketlerine x dediğimizde Murat Mehmet'in altı katı miskete sahip, yani $6x$. Musa da Mehmet'in iki katı miskete sahip, $2x$. Denklemi de $x+2x+6x=192$ olarak kuruyoruz.

A : Peki ya ikinci problem?

Ö₅₃ : Mesela ikinci problemde Ayşe'nin parası Halil'in 6 katı. Burada Halil'e x dediğimizde Ayşe $6x$ oluyor. Devamında Ayşe'nin parası Selma'nın 3 katıdır. Mesela burada Halil'den hareketle bir şey dese yukarıdaki (Problem 1'i göstererek) oluyor. Ama Ayşe'den hareketle Selma'yı bulmak gerekiyor. Bu yüzden karıştırmış olabilirler.

A : Peki başka bir nedeni olabilir mi?

Ö₅₃ : Valla aklıma başka bir şey gelmiyor.

Ö₅₃ ile yürütülen mülakat verileri incelendiğinde senaryodaki öğrencilerin problem çözümlerinde zorlandıkları noktalardan birini açıkladığı görülmektedir. 1. problemde bir kişi üzerinden yapılan değişken atamaları 2. problemde iki kişi göz önünde bulundurularak yapıldığından bu karışıklığın aday öğretmen tarafından belirlendiği görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarından beklenen diğer bir doğru yanıt ise değişken atamalarında ortaya çıkabilecek kesirler ve kesirlerde yapılacak işlemler iken çok az katılımcı bu konuda açıklamada bulunmuştur.

8. sorudan elde edilen bulgular

Kişi – madde haritasına göre öğretmen adayları tarafından zorlanılan bir soru olarak görülen bir diğer soru da 8. sorunun üçüncü maddesi olmuştur. Bu bölümde 8. sorunun tüm maddeleri verilmiş olup öğretmen adaylarının sorunun maddelere verdikleri yanıtlar sunulmuştur. PAB'in içeriğinin sunumu bilgisi boyutlarına giren ilgili test maddesi Şekil 79'da verilmiştir.

8. Deniz öğretmen öğrencilerine sözel ifadelerin cebirsel temsiliyi öğretmektedir. Bu sebeple $y = 2x + 3$ denklemini temsil edecek şekilde bir hikaye ya da örnek olay durumu oluşturmak istemektedir. Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri $y = 2x + 3$ için kullanılabilir? (Kullanılabilir için Evet, kullanılamaz için Hayır kutucuğunu işaretleyiniz)		
	Evet	Hayır
I. Küçük Osman, sattığı her kitap için 2 lira kazanmaktadır. Ayrıca ne zaman bir kitap satsa 3 lira da bahşiş almaktadır. Osman x kitap sattığında ne kadar para kazanır?	☐	☐
II. Yılmaz 3 kart ile başladığı futbolcu kartı koleksiyonunu her hafta 2 kart daha ekleyerek zenginleştirmektedir. Yılmaz'ın x haftanın sonunda kaç kartı olur?	☐	☐
III. Yunus işaret dili öğrenmeye ilk gün 5 işaret öğrenerek başlamıştır. Her gün 2 işaret daha öğrenmektedir. Yunus x gün sonunda kaç işaret öğrenmiş olur?	☐	☐

Şekil 79. CPAB testinde yer alan 8. soru ve maddeleri

Öğretmen adaylarının 8. sorunun maddelerine verdikleri yanıtları gösteren frekans – yüzde tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 38. Testin 12. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

8. Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
a	77		14		10		101	100
b	88		4		9		101	100
c	41		45		15		101	100

Tablo 38 incelendiğinde öğretmen adaylarının testte yer alan II (b) ve III (c) maddelerinin büyük bir bölümünü doğru olarak yanıtladıkları görülmüştür. Aynı sorunun c maddesi ise adaylar tarafından testte en çok zorlanılan sorulardan birisi olmuştur. Adayların %45'i verilen hikayenin $y=2x+3$ denklemini temsil etmediğini düşünmüşlerdir. Bunun sebebinin hikayede verilen 5 değerinin söz konusu denklemde yer almaması olduğu düşünülmektedir. Nitekim yürütülen mülakatlarda c öncülüne yanlış yanıt veren adayların olası yanlışla düştükleri görülmüştür. Ö₆₅ kodlu öğrenciyle yürütülen mülakat aşağıda sunulmuştur.

A : 8. soruya verdiğin yanıtlara bakabilir miyiz?

Ö₆₅ : Tabi hocam. a şıkkında sattığı her kitap için 2 lira kazanıyormuş. E her kitap için de 3 lira bahşiş alıyorsa 1 kitaptan 5 lira kazanır. O zaman 2 kitaptan 10 kazanmalı. $y=5x$ olmalı.

A : Peki diğerlerine bakalım.

Ö₆₅ : Mesela b de 3 kart ile başlamış. Başlangıç noktamız 3. Ondan sonraki her hafta da 2 kart eklemiş koleksiyonuna. O zaman x haftada $2x$ kart ekler başlangıçta da 3 vardı. $y=2x+3$.

A : Peki son seçeneğe bakalım.

Ö₆₅ : Son seçenekte ilk gün 5 işaret öğrenmiş. Sonraki her gün de 2 öğrendiğine göre $y=2x+5$ olmaz mı?

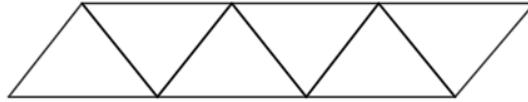
Ö₆₅'in c maddesine verdiği yanıt incelendiğinde birinci günde öğrendiği işaret sayısının 5 olması ve her gün 2 işaret öğrenmesine rağmen soruda verilen x gün sonunda kaç işaret dili öğrenmiş olur kısmını göz önünde bulundurmadığı görülmektedir. Yani aday öncelikle verilen ve denklemin sabit sayısı olarak düşündüğü 5 değerini günlere göre değişkenlik gösteren işaret sayısı olan $2x$ değeri ile toplamıştır. Oysa 1 gün sonunda senaryoda yer alan Yunus'un zaten 5 dil bildiğini, bununsa $y=2x+3$ denklemini sağladığını ve bundan sonraki günler için de sağlayacağını düşünememiştir. Soruyu doğru yanıtlandıran bazı öğretmen adaylarının ise kağıt üzerine kurdukları denklemlerden c

seçeneği için $y=5+2(x-1)$ ifadesini kurdıkları ve buradan hareketle söz konusu senaryonun doğru denklemini temsil ettiğini belirttikleri görülmüştür.

2. sorudan elde edilen bulgular

CPAB testinde yer alan 12. soru Şekil 76'da sunulmuştur.

2. Ali, elindeki kürdanlarla geometrik şekiller oluşturmaktadır. 6 üçgenden oluşan aşağıdaki şeklin çevresinin "Her üçgen için 3 kürdan kullanıyorum. Sonuncu yaptığım üçgen hariç her bir kürdanı iki kez sayıyorum. O yüzden bunları çıkarmalıyım." şeklinde hesaplanabileceğini ifade ediyor.



n , kullanılan toplam kürdan sayısını temsil etmek üzere aşağıda verilen eşitliklerden hangisi t üçgen için Ali'nin açıklamasını en iyi temsil eden cebirsel gösterimdir?

- A. $n = 2t + 1$
- B. $n = 2(t + 1) - 1$
- C. $n = 3t - (t - 1)$
- D. $n = 3t + 1 - t$
- E. $n = (3t - t) + 1$

Şekil 80. CPAB testinde yer alan 2. soru ve maddeleri

Öğretmen adaylarının 2. soruya verdikleri yanıtları gösteren frekans – yüzde tablosu Tablo 39'da verilmiştir.

Tablo 39. Testin 2. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
18. Soru	44	44	32	32	25	25	101	100

Tablo 39 incelendiğinde öğretmen adaylarının yarısına yakını (%44) testte yer alan ikinci soruyu doğru yanıtladıkları görülmüştür. 32 öğretmen adayı (%32) soruyu doğru yanıtladırken 25 aday ise hiçbir seçenek işaretlememiştir. Çoktan seçmeli bir soru olan testin 2. maddesinde hangi yanlışların yapıldığının belirlenmesi amacıyla yanlış yanıtların seçeneklere göre dağılımı belirlenmiş ve Tablo 40'da verilmiştir.

Tablo 40. 18. soruya verilen yanlış yanıtların seçeneklere göre dağılımı

a		b		d		e		Toplam	
f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
13	40	8	25	6	19	5	16	32	100

Tablo 40 incelendiğinde soruyu yanlış yanıtlandıran öğretmen adaylarının çoğunlukla a seçeneğini işaretledikleri görülmüştür. Frekans sırasına göre sırasıyla b, d ve e seçenekleri adaylar tarafından seçilen diğer yanlış yanıtlar olmuştur. Adayların yanıtlarının derinlemesine incelenmesi için Ö₅₉ ile yürütülen mülakat aşağıda sunulmuştur.

A : 2. soruya bakabilir miyiz?

Ö₅₉ : Ben tüm üçgenler için 2 tane kürdan kullanılsa diye düşündüm. En son da bir tane daha kürdan eklemeliyiz. t toplam üçgen sayısı ise toplamda $2t + 1$ tane kürdan kullanılır diye düşündüm.

A : Peki bu cebirsel ifade Ali'nin açıklamasını karşılar mı?

Ö₅₉ : (Düşünür) Haaa. Ben yanlış yaptım o zaman... Ben kendime göre yaptım bunu...

Ö₅₉ ile yapılan mülakat verileri incelendiğinde, öğretmen adayının öncelikle problem durumuna odaklanarak soruyu kendisinin çözdüğü ve ulaştığı sonucu gördüğü seçeneği işaretlediği görülmektedir. Burada aday senaryoda yer alan öğrenci düşünüşünü göz ardı etmiştir. Bunun yanında bazı öğretmen adaylarının ise öğrenci düşünüşünü anlamada zorlandıkları görülmüştür. Aşağıda Ö₄ ile yürütülen mülakat sunulmuştur.

A : 2. soruda e seçeneğini işaretlemiştin. Neden bu seçeneği işaretledin?

Ö₄ : Bu soruda çok zorlandım... Bütün seçenekler bence iyi temsil ediyor. $3t$ var çünkü 3 kürdan sayıyor. Sonuncusu hariç her bir kürdanı 2 kez sayıyor. Sonuncusu hariç deyince orada t çıkarılacak diye düşündüm. $3t-t$ olan bir seçenek vardı onu işaretledim.

Ö₄ ile yürütülen mülakat incelendiğinde adayın öncelikle ilgili soruda zorlandığını belirttiği görülmüştür. Adayın soruya verdiği yanıt incelendiğinde, senaryoda yer alan öğrenci açıklamasında belirtilen durum için atadığı değişkenlerde yanlış yaptığı görülmektedir. Birden başlayarak yazılan t adet üçgen için aday son üçgenin kaçınıcı sırada olduğunu temsil etmek için kullanılan t değişkenini kürdan sayısından çıkarmış ve istenilen sonuca ulaşamamıştır. Burada adayın bir nicelikten bir temsili çıkardığı görülmektedir.

11. sorudan elde edilen bulgular

CPAB testinde yer alan 11. soru Şekil 81'de sunulmuştur.

11. $2x + 1 = 5x + 7$ denklemini eşit kollu bir terazi çizerek görselleştirmek ve bir çözüme ulaşmak mümkün müdür? Eğer cevabınız Evet ise çizerek gösteriniz. Hayır ise neden olmayacağını açıklayınız.

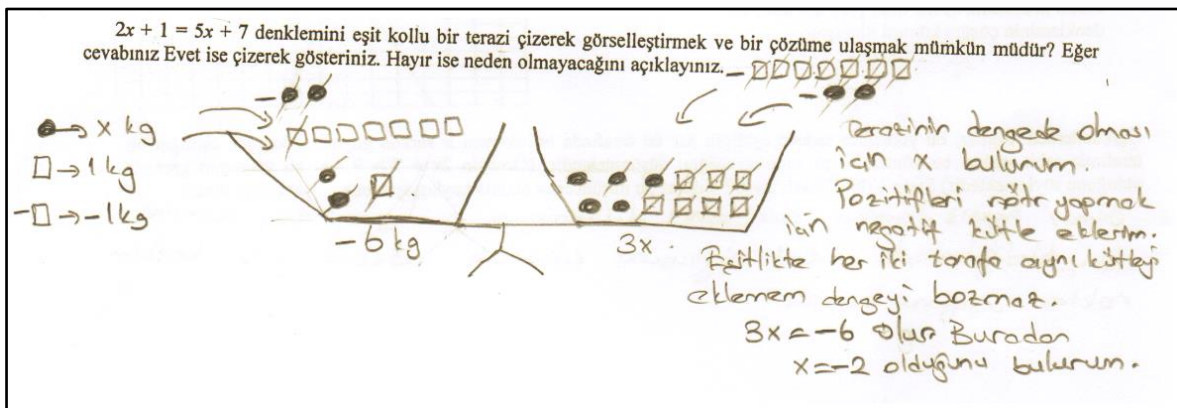
Şekil 81. CPAB testinde yer alan 11. soru

Öğretmen adaylarının testin 11. maddesine verdikleri yanıtlar Tablo 41’de özetlenmiştir.

Tablo 41. Testin 11. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Tam Doğru Yanıt		Kısmen Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
11. Soru	33	33	14	14	37	36	17	17	101	100

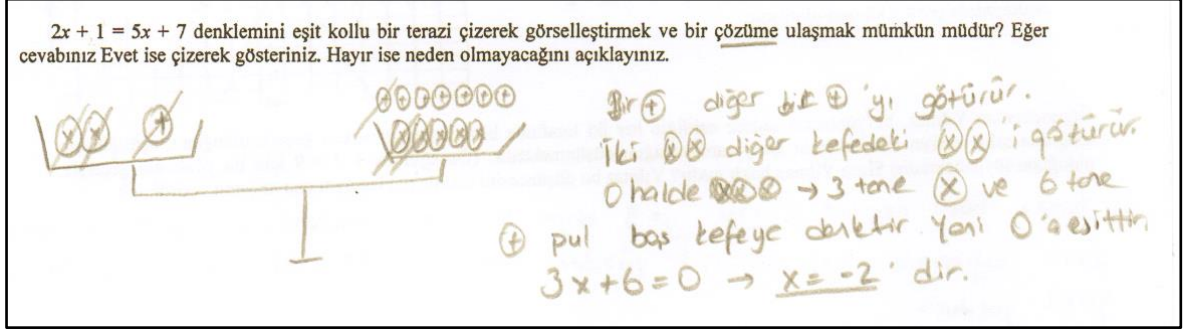
Tablo 41 incelendiğinde öğretmen adaylarının yaklaşık üçte birinin (%33) testte yer alan 11. soruyu tam olarak doğru yanıtladıkları, yani söz konusu denklemin eşit kollu terazi ile modellenemeyeceğini gerekçesiyle belirttikleri görülmektedir. 14 öğretmen adayı ise söz konusu modelin çizilemeyeceğini belirtmiş ancak gerekçe göstermedikleri için bu adayların yanıtları kısmen doğru olarak kodlanmıştır. Adayların büyük bir bölümü ise (37 aday) verilen denklemin modelleyerek terazi üzerinde göstermişlerdir. Sonuç olarak ağırlığı negatif olarak bulan bu adayların yanıtları yanlış olarak kodlanmış olup 17 aday soruyu yanıtsız bırakmışlardır. Soruyu yanlış yanıtladıkları adayların tamamının modeli çizerek denklemin çözüm kümesini bulduğu görülmüştür. Ö₉₁ kodlu katılımcının ilgili soruya verdiği yanıt Şekil 82’de verilmiştir.



Şekil 82. Ö₉₁ kodlu katılımcının testte yer alan 11. soruya verdiği yanıt

Ö₉₁ kodlu öğretmen adayının soruya verdiği yanıt incelendiğinde öncelikle bilinmeyen x kg için bir şekil atadığı ve birim kilogramlar için de farklı bir şekil atadığı görülmektedir. Daha sonra terazide dengenin sağlanabilmesi için cebirsel olarak tersine

çevirme olarak tanımlanan yöntemi uygulamak için negatif kütle tanımını yapmıştır. Buradan hareketle denge durumunun sağlanabilmesi için kütle -2 olarak bulunmuştur. Benzer sonuca ulaşan aday yanıtları incelendiğinde eşit kollu terazi ile denklem çözümünde kullanılan farklı materyalleri kullanarak yanlış gösterimlerde bulundukları görülmüştür. Bu durumla ilişkili olarak Ö₅₁ kodlu katılımcının yanıtı aşağıda verilmiştir.



Şekil 83. Ö₅₁ kodlu katılımcının testte yer alan 11. soruya verdiği yanıt

Ö₅₁ kodlu öğretmen adayının soruya verdiği yanıt incelendiğinde, diğer öğretmen adayı gibi öncelikle değişkenler ve sabit kütle için eşit kollu terazi üzerine kütleleri temsil eden şekiller çizdiği görülmüştür. Denge durumunun sağlanması için eşit kollu terazinin her iki kefesinden aynı olan kütleleri silen aday son durumda bilinmeyen ağırlığı temsil eden x değerini -2 olarak bulmuştur. Adayın yanıtında dikkat çeken bir diğer nokta ise pulları kullandığını söylemesidir. Denklemlerin çözümü için kullanılan sayı pulları aday tarafından terazi üzerinde temsil edilmiş ve sonuç olarak kütle negatif bulunmuştur.

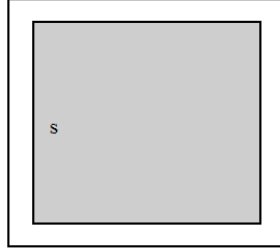
Soruya kısmen doğru yanıt veren 14 öğretmen adayı sadece söz konusu denklemin eşit kollu terazi ile modellenemeyeceğini söylemiş ancak bunu gerekçelendirmemiştir. Soruya tam olarak doğru yanıt veren 33 aday ise denklemin sonucunun negatif çıkacağını ve kütlelerin negatif bir sayı ile temsil edilemeyeceğinden ötürü bu gösterimin uygun olmayacağını belirtmiştir.

17. sorudan elde edilen bulgular

CPAB testinde yer alan 17. soru Şekil 84'te sunulmuştur.

17.

“Eni ve boyu 1 metre olan fayanslar, yanda görülen ve bir kenar uzunluğu s metre olan kare şeklindeki havuzun kenarlarını örmek için kullanılacaktır. Örülen alan şeklindeki havuzun 1 metre dışı ile sınırlı olduğuna göre bu işlem için kaç m^2 fayans kullanılmıştır?”



Yavuz bu soruya $2s + 2(s+2)$, Selim ise $(s+2)^2 - s^2$ yanıtını vermiştir. Bu iki öğrenci çözümlerine açıklama olarak ne sunmuş olabilirler?

Şekil 84. CPAB testinde yer alan 17. soru

Öğretmen adaylarının testin 17. sorusuna verdikleri yanıtlar Tablo 42’de özetlenmiştir.

Tablo 42. Testin 17. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Tam Doğru Yanıt		Kısmen Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
17. Soru	40	40	7	7	4	4	50	49	101	100

Tablo 42 incelendiğinde öğretmen adaylarının %40’ının (40 aday) testte yer alan 17. maddeyi tam olarak doğru yanıtladıkları, yani sorudaki senaryoda yer alan her iki öğrencinin de düşünme biçimini doğru olarak ifade ettikleri görülmektedir. 4 aday soruya yanlış yanıt verirken katılımcıların yarıya yakınının (50 aday) soruyu yanıtsız bıraktıkları görülmüştür.

9. sorudan elde edilen bulgular

CPAB testinde yer alan 9. soru Şekil 85’te sunulmuştur.

9. Sınıfta öğrencilerinizle üslü sayılar konusuna ilişkin alıştırmalar yaparken, öğrencilerinizin bir kısmının 2^0 değerini 0 olarak aldıklarını gördünüz. Onlara $2^0 = 1$ eşitliğini nasıl anlatırdınız?

Şekil 85. CPAB testinde yer alan 9. soru

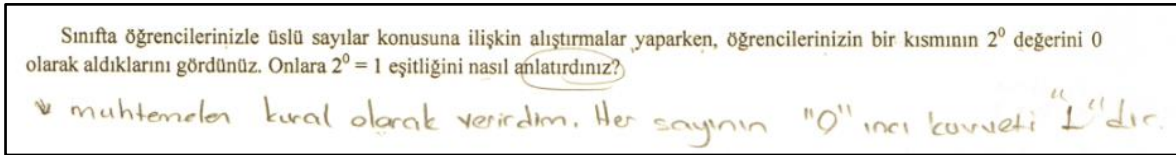
Öğretmen adaylarının testin 9. sorusuna verdikleri yanıtlar Tablo 43’te özetlenmiştir.

Tablo 43. Testin 17. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

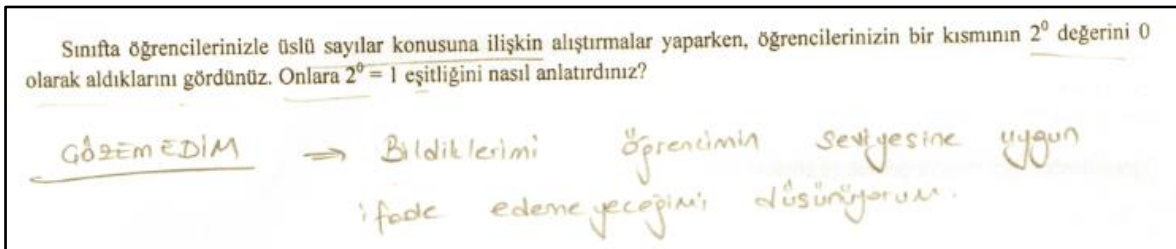
Soru	Tam Doğru Yanıt		Kısmen Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
9. Soru	39	38	7	7	18	18	37	37	101	100

Tablo 43 incelendiğinde 39 öğretmen adayının senaryoda verilen eşitliği açıklamak için matematiksel olarak mantıklı çıkarımlarda bulundukları ve söz konusu durumu net bir şekilde açıkladıkları görülmektedir. Bununla birlikte 7 öğretmen adayı çözüm için bir fikir sunarken bunu destekleyici matematiksel ifadeler kullanmamışlardır. Adaylardan 18'i soruya yanlış yanıt verirken 37 aday da soruyu yanıtsız bırakmıştır.

Soruya yanlış yanıt veren adayların tamamı söz konusu eşitliği matematiksel bir kabul olarak görmekte ve öğrencilere bu şekilde verilmesi gerektiğini düşünmektedir. Ö₃₃ kodlu katılımcının testin 9. sorusuna verdiği yanıt aşağıda sunulmuştur.

Şekil 86. Ö₃₃ kodlu katılımcının testte yer alan 9. soruya verdiği yanıt

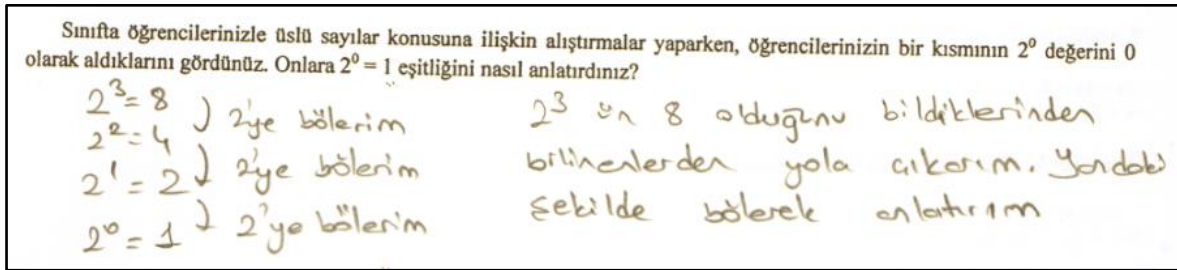
Ö₃₃ kodlu öğretmen adayının verdiği yanıt incelendiğinde senaryoda öğrenciyi yanılgıya götüren eşitliğin öğrencilere kural olarak verilmesi gerektiğini düşünmekte ve bunu daha da genelleyerek her sayının sıfırıncı kuvvetinin bire eşit olduğu şeklinde öğretilmesi gerektiğini düşündüğü görülmektedir. Bazı adayların ise soruya yanıt olarak açıklamalarda bulundukları görülmüştür. Örneğin Ö₁₀ kodlu katılımcının soruya verdiği yanıt şu şekildedir.

Şekil 87. Ö₁₀ kodlu katılımcının testte yer alan 9. soruya verdiği yanıt

Ö₁₀ kodlu öğretmen adayının yaptığı açıklamada söz konusu eşitliği bilmesine rağmen öğrencilerin seviyesine uygun bir biçimde ifade edemeyeceğini belirttiği

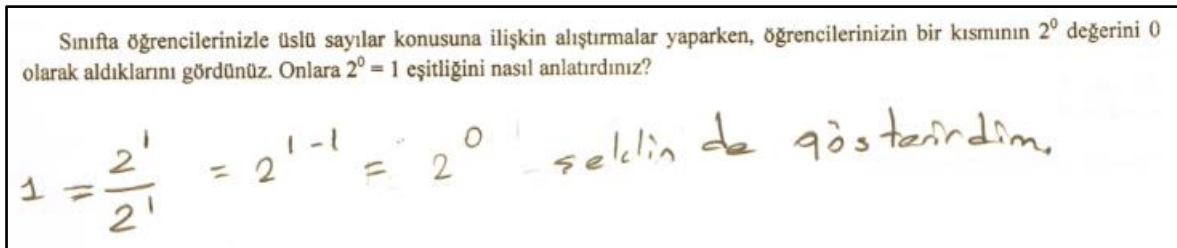
görülmektedir. Bununla birlikte bazı öğretmen adaylarının sorunun çözümüne ilişkin geçerli olabilecek stratejiler belirtmelerine karşın bu stratejileri destekleyici matematiksel ifadeler kullanmadıkları görülmüştür. Örneğin bazı adaylar $2^0=1$ eşitliğini anlatmak için örüntülerin kullanılabileceğini belirtmiş ancak örüntüyü oluşturmamışlardır. Bu adayların yanıtları ise kısmen doğru olarak kodlanmıştır.

Soruya tam doğru yanıt veren öğrencilerin farklı stratejiler kullanarak ilgili eşitliği anlatmaya yönelik matematiksel açıklamalarda bulundukları görülmüştür. Bu stratejiler arasında en sık kullanılanlar üslü sayıların özelliklerinden hareketle yapılan genellemeler ve örüntüler olmuştur. Ö₅₆ kodlu öğretmen adayının ilgili soruya verdiği yanıt aşağıda sunulmuştur.



Şekil 88. Ö₅₆ kodlu katılımcının testte yer alan 9. soruya verdiği yanıt

Ö₅₆ kodlu öğretmen adayının ilgili soruya verdiği yanıt incelendiğinde bir örüntü oluşturduğu ve bu örüntü kuralını adım adım işleterek $2^0=1$ eşitliğine ulaştığı görülmektedir. Diğer bir yanıtta Ö₆₇ kodlu öğretmen adayının soruya verdiği yanıt aşağıda verilmiştir.



Şekil 89. Ö₆₇ kodlu katılımcının testte yer alan 9. soruya verdiği yanıt

Ö₆₇ kodlu öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde ise üslü sayıların özelliklerinden olan bölme işleminin özellikleri kullanılarak özel bir durumdan hareketle 2^0 eşitliğine ulaşıldığı görülmektedir.

20. sorudan elde edilen bulgular

CPAB testinde yer alan 20. soru Şekil 90'da sunulmuştur.

20. $\frac{(x+4)}{x+1} = \frac{2x+8}{3x}$

Bir öğrencinin yukarıda sorulan denklemin çözümüne ilişkin yaptığı açıklama ve sunduğu çözüm aşağıda verilmiştir.

“(2x+8) ifadesi (x+4)'ün iki katıdır. O halde 3x ifadesi de (x+1)'in iki katı olmalıdır.”

$$2(x+1) = 3x$$

$$2x + 2 = 3x$$

$$2 = x \text{ bulunur.}$$

Öğrencinin yaptığı çözüme ilişkin hangisi doğrudur?

- a) Öğrencinin kullandığı strateji tamamen yanlıştır.
- b) Öğrenci orantıyı ters kurmuştur.
- c) Ulaşılan sonuç verilen denklemin çözüm kümesini oluşturmaktadır.
- d) Öğrencinin akıl yürütmesi doğru olmakla beraber eksik bir sonuç vermektedir
- e) Öğrenci işlem hatası yapmış fakat tesadüfen doğru sonuca ulaşmıştır.

Şekil 90. CPAB testinde yer alan 20. soru

Öğretmen adaylarının testin 20. sorusuna verdikleri yanıtlar Tablo 44'te özetlenmiştir.

Tablo 44. Testin 20. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
18. Soru	47	46	44	44	10	10	101	100

Tablo 44 incelendiğinde 47 öğretmen adayının sorunun doğru yanıtı olan seçeneği işaretlediği görülmektedir. Adayların 44'ü yanlış seçeneği işaretlerken 10 aday soruya yanıt vermemiştir. Çoktan seçmeli bir soru olan testin 20. maddesinde hangi yanlışların yapıldığının belirlenebilmesi için yanlış yanıtların seçeneklere göre dağılımı belirlenmiş ve Tablo 45'te verilmiştir.

Tablo 45. Testin 20. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

a		b		c		e		Toplam	
f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
7	16	5	12	31	71	1	1	44	100

Tablo 45 incelendiğinde soruya yanlış yanıt veren öğretmen adaylarının büyük bir kısmının c seçeneğini işaretledikleri görülmektedir. Bu sebeple c çeldiricisinin iyi çalıştığı söylenebilir. Öğretmen adaylarının yaklaşık üçte biri senaryodaki öğrencinin ulaştığı sonucun denklemin çözüm kümesi olduğunu belirtmiştir. Bu adaylar soruda verilen öğrencinin kullandığı strateji ile kaybolan ve denklem için çözüm teşkil eden bir kökü göz ardı etmişlerdir. 7 aday ise bu stratejinin tamamen yanlış olduğunu belirtmiştir. 5 aday ise orantının ters kurulduğunu söylemiştir.

1. sorudan elde edilen bulgular

Kişi – madde haritasından hareketle adayların zorlandıkları sorular arasında yer alan son soru ise testte yer alan ve birinci sorunun son maddesi olan 1c olarak belirlenmiştir. Bu sebeple birinci sorunun tamamı verilmiş ve her bir maddeye ilişkin elde edilen bulgular sunulmuştur. PAB’ın öğrenciyi tanıma bileşenine ait olan testin birinci maddesi aşağıda verilmiştir.

1. Kerem öğretmen öğrencilerinden “*Ardışık 3 tam sayı çarpıldığında çıkan sonuç her zaman 6’nın katıdır.*” önermesini kanıtlamalarını istiyor.

Üç öğrencinin cevaplar aşağıdadır.

Ahmet’in Cevabı	
6 sayısının iki çarpanı 3 ve 2’dir. Eğer 3 ardışık sayıyı çarparsanız, bunlardan birisi 3’ün katı olacaktır. Ayrıca en az bir sayı çift olacaktır ve tüm çift sayılar ikinin katıdır. Eğer 3 ardışık sayıyı çarparsanız cevap en az bir 3’ün katı ve en az bir 2’nin katı içerecektir.	
Elif’in Cevabı $1 \times 2 \times 3 = 6$ $2 \times 3 \times 4 = 6 \times 4$ $4 \times 5 \times 6 = 120 = 6 \times 20$ $6 \times 7 \times 8 = 120 = 6 \times 56$	Dilek’in Cevabı n herhangi bir tamsayı olsun. $n \times (n+1) \times (n+2) = (n^2+n) \times (n+2)$ $= n^3 + n^2 + 2n^2 + 2n$ n’nin katsayılar toplamı $1+1+2+2 = 6$

Hangi çözümün/çözümlerin geçerli olduğunu belirtiniz.

	Geçerli	Geçerli Değil
A. Ahmet’in çözümü	☐	☐
B. Elif’in çözümü	☐	☐
C. Dilek’in çözümü	☐	☐

Şekil 91. CPAB testinde yer alan 1. soru ve maddeleri

Kişi – madde haritası incelendiğinde testin birinci sorusunun ilk maddesi testte yer alan maddeler arasında en kolay madde olmuştur. Yine ikinci madde de adayların yarısından fazlası tarafından doğru olarak yanıtlandırılmıştır. Testin c maddesi ise 0 lineer puanına çok yakın olmak üzere 0 barajının altında yer almıştır. Tablo 46’da soruda yer alan maddeler ve bu maddelere ilişkin aday yanıtlarının yüzde – frekans değerleri verilmiştir.

Tablo 46. Testin 1. sorusundan elde edilen frekans – yüzde değerleri

Soru	Doğru Yanıt		Yanlış Yanıt		Yanıt Yok		Toplam	
1. Soru	f	%	f	%	f	%	f	%
a	88	87	9	9	4	4	101	100
b	70	69	27	27	4	4	101	100
c	49	48	47	47	5	5	101	100

Tablo 46 incelendiğinde öğretmen adaylarının tamamına yakınının birinci sorunun a seçeneğini doğru yanıtlandıkları görülmüştür. 70 öğretmen adayı b seçeneğini doğru yanıtlarken c seçeneği için 49 aday doğru yanıt verebilmiştir. c seçeneği için yanlış yanıtlanma oranı da %47’dir. Yani öğretmen adaylarının yarıya yakını senaryoda verilen öğrencinin yapmış olduğu açıklamanın ispat olduğunu düşünmüşlerdir. Soruya ilişkin Ö₇₆ kodlu katılımcı ile yürütülen mülakat verileri şu şekildedir.

- A :*Testin ilk sorusundan başlayalım. Birinci soruya verdiğin yanıtlara bakalım.*
- Ö₇₆ :*Bakalım hocam. Ahmet’in çözümüne doğru dedim. 6 sayısının 2 çarpanı 3 ve 2’dir. Ardışık 3 sayı her zaman 3 veya katını içerecektir. Eee 2’nin katı zaten içeriyor. O yüzden çarpımları da her zaman 6 olacaktır.*
- A :*Elif’in yanıtına da doğru demişsin.*
- Ö₇₆ :*Evet çünkü Elif’in çözümü de doğru. Sadece Ahmet’in çözümünü örneklendirmiş. Mesela 1x2x3 içinde de 6 var. 2x3x4 içinde de 6 var. 4x5x6 içinde zaten 6 var. Bu böyle gidecek yani, 6 sürekli olacak.*
- A :*Peki Dilek’in çözümü?*
- Ö₇₆ :*Dilek de genellemek için n i kullanmış. Buradan n’nin katsayılar toplamını almış.*
- A :*n’in katsayıları toplamı neyi ifade ediyor?*
- Ö₇₆ :*Bilmiyorum bende ama doğru gibi geldi.*

Ö₇₆ ile yürütülen mülakat verileri incelendiğinde öğretmen adayının net bir ispat algısına sahip olmadığı görülmektedir. Adayın sorunun b maddesine verdiği yanıtla ilişkin yaptığı açıklama, özel durumlardan hareketle yapılan çıkarımların ispat için yeterli olduğu yönündedir. Ayrıca aday son seçenek için verdiği yanıtı açıklama noktasında yetersiz

kalmıştır. Ö₄ kodlu öğretmen adayı ile yapılan mülakat ve adayın ilgili sorunun b ve c maddelerine verdiği yanıt aşağıda sunulmuştur.

A : *b seçeneğine doğru demişsin. Neden doğru dedin?*

Ö₇₆ : *b seçeneğinde verilen örneklerin tamamı 6 nın bir katını içeriyor. Bundan sonrakilerde içereceğine göre doğrudur dedim.*

A : *Peki c seçeneği?*

Ö₇₆ : *Katsayıları almış burada mesela ama birisi kareli bir sayı birisi küplü bir sayı. Burada toplamış. Değerlerin tümü n^2 ya da n^3 olsa katsayıdan hareketle bir çıkarımda bulunabiliriz ama burada yaptığımız toplama işlemi bir anlam ifade etmez diye düşündüm. Yanlıştır dedim.*

Ö₄'ün verdiği yanıtlar incelendiğinde, ilgili sorunun b seçeneğini diğer öğretmen adayı gibi ispat için yeterli olarak saydığı görülmüştür. Her iki adayın da ispatın geçerli olduğu konusundaki düşüncesi verilen örneklerden hareketle verilmeyen durumları düşünmeleridir.

5. TARTIŞMA

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmeni adaylarının cebir öğretme bilgilerinin; alan bilgisi ile PAB'ın öğrenciyi tanıma bilgisi ve içeriğin sunumu boyutlarında incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın bu kısmında öğretmen adaylarının CAB ve CPAB testlerine verdikleri yanıtlar ve yürütülen mülakatlardan elde edilen bulgular literatür ışığında tartışılmıştır. Tartışma bölümü cebir öğretme bilgisinin alan bilgisi ve PAB boyutları bağlamında iki ayrı başlık altında sunulmuştur.

5.1. Cebir Alan Bilgisine (CAB) Yönelik Tartışma

Öğretmen adaylarının cebire ilişkin sahip oldukları bilgileri ölçmek amacıyla geliştirilen ve ileri cebir soruları içeren CAB testi, 101 öğretmen adayı tarafından yanıtlandırılmıştır. Elde edilen sonuçlar ile ilgili genel bir yorum yapmak ve daha da özelinde adayların zorlandıkları test maddelerinin belirlenebilmesi için Rasch analizi kullanılmıştır. Rasch analizi sonrası elde edilen ilk veriler, adayların CAB testinde zorlandıkları yönündedir. Nitekim analiz sonuçları incelendiğinde (Bkz. Ek-1) adayların testten aldıkları puanların ortalamasının -0,3 olduğu görülmektedir. Benzer şekilde madde - kişi haritası incelendiğinde (Şekil 12) adayların yarısından fazlasının (62 aday) sıfır puanın altında, yani negatif lineer puan aldıkları görülmektedir. Bu bulgu testin adaylara zor geldiği ve adayların büyük bölümünün testte başarısız oldukları şeklinde yorumlanabilir.

CAB testi 23 soru ve seçenekleriyle toplam 37 maddeden oluşmuştur. Öğretmen adaylarının maddelere verdikleri yanıtlar incelendiğinde 37 maddeden 17 madde sıfır seviyesinin altında yer almıştır. Ayrıca 3 madde sıfır seviyesinde yer almıştır (Şekil 13). Bu bağlamda verilerin analizinde sıfır seviyesi baz alınmış ve bu seviyenin altında lojit alan sorular (bu maddeler aynı zamanda pozitif madde güçlüğüne sahiptir) adaylar tarafından zorlanılan sorular olarak kodlanmıştır. Adaylar tarafından zor bulunan sorular alt boyutlar bağlamda da incelenmiştir. Bulgular bölümünde bu soruların nicel ve nitel analizleri ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur.

Çalışma kapsamında öğretmen adaylarına yöneltilen CAB testi; cebir içeriğinin açıklamalar, denklemler ve eşitsizlikler alt boyutuna ilişkin 21 madde içermektedir. Yapılan analizler söz konusu 21 sorunun 6'sının negatif lojit aldığını göstermiştir. Yine cebir içeriğinin fonksiyonlar ve özellikleri, doğrusal ve doğrusal olmayan fonksiyonlar alt boyutuna ilişkin testte 17 madde yer almıştır (Bir madde her iki boyuta girmiştir). Analizler

sonucu bu alt boyuttaki 17 sorunun 11'inin negatif lojit aldığını göstermiştir. Bu bulgulardan hareketle adayların fonksiyon kavramına ilişkin sorularda daha fazla zorlandıkları söylenebilir. Literatürde öğretmen adaylarının fonksiyonlara yönelik sahip oldukları eksik bilgileri ortaya koyan birçok çalışma bulunmaktadır (Eisenberg, 1991; Even, 1990; Even, 1993; Bayazit, 2006; Dede, Bayazit ve Soybaş, 2010; Hitt, 1998). Daha geniş bir perspektifte öğretmen adaylarının alan bilgilerinin ölçüldüğü uluslararası karşılaştırmalı bir proje olan MT21 sonuçları, katılımcı ülkelerden yarısının en düşük puan aldığı alanın fonksiyonlar olduğunu söylemektedir (Schmidt vd., 2007). Diğer bir taraftan cebir içeriğinin açıklamalar, denklem ve eşitsizlikler alt boyutunda yer alan sorulara verilen yanıtlar, adayların fonksiyon kavramına kıyasla daha az olmakla beraber adı geçen kavramlara ilişkin yaşadıkları bazı zorlukların olduğunu ortaya koymuştur. Yine bu zorluklar da bulgular kısmında ayrıntılı olarak incelenmiştir.

5.1.1. Doğrusal-Doğrusal Olmayan Fonksiyonlar ve Özellikleri Alt Boyutuna İlişkin Tartışma

Çalışmadan elde edilen bulgular cebir içeriğinin hem “cebirsal ifadeler, denklem ve eşitsizlikler” hem de “doğrusal-doğrusal olmayan fonksiyonlar ve özellikleri” alt boyutlarında yer alan test maddelerinin öğretmen adaylarına oldukça zor geldiğini göstermiştir. Bu başlık altında doğrusal-doğrusal olmayan fonksiyonlar ve özellikleri boyutunda elde edilen bulgular tartışılacaktır. Bu bulgular matematiksel bilgi içeriğinin ana kavramlar ve prosedürler, temsiller, uygulamalar ile muhakeme ve ispat alt boyutlarında ele alınmıştır.

Testte yer alan bazı maddeler matematiksel bilgi içeriğinin birden fazla alt boyutu ile ilişkili olduğundan (Örneğin testte yer alan 14. soru hem ana kavramlar ve prosedürler hem de muhakeme ve ispat boyutunda yer almaktadır) bu boyutlarda öğretmen adaylarının performanslarını istatistiksel olarak ortaya koymak yerine genel bir yorum yapılması uygun görülmüştür.

Testte yer alan maddelerin boyut ve alt boyutlara dağılım matrisi (Tablo 2) ile adayların zorlandıkları maddelerin boyut ve alt boyutlara dağılım matrisi (Tablo 13) karşılaştırıldığında; en dikkat çekici bulgulardan biri öğretmen adayların fonksiyon kavramına ilişkin muhakeme ve ispat alt boyutunda yer alan sorularda, diğer alt boyutlardan (ana kavramlar ve prosedürler, temsiller, uygulamalar) daha iyi performans sergilemeleridir. Yüksek performansın beklendiği ve temel bilgilerinin sorgulandığı ana kavramlar ve prosedürlerde adayların düşük performans sergiledikleri görülmüştür.

Öğretmenlerin sahip oldukları matematik bilgisi yürüttükleri öğretim faaliyetlerinin niteliğini etkilediğinden (Hill vd., 2008), alan bilgisi matematik öğretme bilgisinin önemli bir

bileşeni olarak tanımlanmıştır. Ortaokul seviyesi göz önünde bulundurulduğunda denklemler konusunun cebir içinde önemli yer tuttuğu ve ileri cebir için bir alt yapı oluşturduğu görülmektedir. Diğer bir taraftan öğretmenlerin sahip olması gereken matematik öğretme bilgisi (MÖB) ve onun bir bileşeni olan alan bilgisi, matematiksel gerçeklikleri ve arkalarında yatan sebepleri de bilmeyi gerektirmektedir (Ball, 1988). Bu sebeple ortaokul matematik öğretmenlerinden sadece öğretim programında yer alan kavramları ya da kazanımları değil aynı zamanda bu kazanımlara paralel olarak lise veya bazen üniversite düzeyinde matematik bilgisine sahip olmaları gerekmektedir. Bu kavramlardan birisi de ortaokulda örtük olarak öğretilen fonksiyon kavramıdır. Dubinsky ve Harel (1992)' e göre fonksiyonlar tüm sınıf seviyeleri için “tek en önemli” kavramdır.

Öğretmen adaylarının bu derece önemli olan fonksiyon kavramına ilişkin bilgilerini incelemek amacıyla ana kavramlar ve prosedürler boyutunda 11 soru ve toplamda 18 madde yöneltilmiştir. Böylelikle adayların temel düzeyde fonksiyonun ne olduğuna ilişkin algıları ve fonksiyonlara ait temel kavram bilgileri incelenmeye çalışılmıştır. Testte yer alan 6. madde ile öğretmen adaylarının tanım ve değer kümesi verilen cebirsel bir ilişkinin fonksiyon olup olmadığını irdelenmeleri amacıyla yöneltilmiştir. Sorunun nicel analizi, katılımcıların yarısından fazlasının soruyu yanlış yanıtladığını göstermiştir. Soruya yanlış yanıt veren adayların bir kısmı, birebirlik kavramı ile fonksiyon olma şartını karıştırmış, soruda yer alan $g(x)$ 'in farklı iki elemanının aynı değeri alacağı için fonksiyon olamayacağını belirtmişlerdir. Literatürdeki birçok çalışma bu duruma paralel sonuçlar elde etmiştir (Dubinsky ve Harel, 1992; Elia ve Spyrou, 2006; Güveli ve Güveli, 2002; Leinhardt, Zaslavsky ve Stein, 1990; Özkaya ve İşleyen, 2012; Vinner ve Dreyfus, 1989). Diğer taraftan Even (1990)'e göre, öğretmen adaylarının sayı kümelerine (sistemlerine) ilişkin yetersiz bilgileri fonksiyon kavramını anlamalarını zorlaştırmaktadır. Altıncı soruda adayların büyük bir kısmının tanım kümesinin reel sayılardan oluşması gerektiğini, irrasyonel olan bir sayının bu kümede yer alamayacağını ifade ederek yanlış yanıt vermiş olması bu iddiayı destekler niteliktedir. Bu durum öğretmen adaylarının sayı kümeleri ve bunlar arasındaki ilişkilerle ilgili yetersiz bilgiye sahip olduklarının da bir göstergesidir. Benzer şekilde adaylara yöneltilen bir başka soruda (23. Soru) bir bağıntının hangi şartlarda fonksiyon olup olmayacağını irdelenmesi amaçlanmıştır. Yapılan nicel analizler bu soruda öğretmen adaylarının başarısının 0 seviyesinde olduğunu göstermiştir. Adayların soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde yanlış yanıt veren adayların büyük bir kısmının 6. soruda olduğu gibi birebirlik ve fonksiyon olma şartını karıştırdığı ortaya çıkmıştır. Her iki sorudan elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının literatürde sıklıkla vurgulanan fonksiyon olma şartına ilişkin kavram yanlışlarına sahip olduklarını göstermiştir.

Cebirsel formda verilen bir fonksiyonun tanım ve değer kümelerini belirlemek kadar bu işlemin tersine işletilmesi, yani tanım ve değer kümesi verilen bir fonksiyona ait cebirsel gösterimin ne olabileceğini ortaya koymak da oldukça önemlidir (Çelik, 2007). Bu bağlamda öğretmen adaylarına yöneltilen 21. soru, belirli şartları sağlayan bir fonksiyon oluşturmayı gerektirmektedir. Adaylardan alınan yanıtlar ve bu yanıtların analizi, katılımcıların yarısından fazlasının istenilen şartları sağlayan bir fonksiyon oluşturma noktasında başarısız olduklarını ortaya koymuştur. Yanlış yanıtlar incelendiğinde bazı adayların kurdukları yapıların fonksiyon olmadığı, fonksiyon olarak tanımlanan ifadelerin ise ilgili şartları sağlamadığı görülmüştür. Oluşturulacak fonksiyon için adaylardan kullanmaları beklenen fonksiyon çeşitliliğinin ise oldukça az olduğu görülmüştür. Örneğin negatif değerler almaması istenen fonksiyon için mutlak değer ya da logaritma fonksiyonu oluşturan adayların sayısı oldukça azdır. 4. soruda olduğu gibi adayların sahip oldukları fonksiyon çeşitliliği bilgisinin oldukça sınırlı olduğu söylenebilir. Ayrıca adayların fonksiyonun istenen kritik noktalarına dikkat etmedikleri görülmüştür.

Cebirsel ilişkiler, cebirsel ifadelerin mevcut durum açısından ne anlam ifade ettiğinin belirlenmesi açısından önemlidir (Çelik, 2007). Bu ilişkilerin modellenmesi için de genellikle fonksiyonlar kullanılmaktadır. CAB testinden elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının verilen durumların istenilen fonksiyonlarla temsilini ifade etme konusunda zorlandıklarını göstermiştir. Alınan yanıtlar ve yürütülen mülakatlar, verilen durumun istenilen fonksiyonla modellenmesinin sorgulandığı sorularda adayların o fonksiyonu önce cebirsel olarak ifade ettiklerini daha sonra da cebirsel formdan hareketle grafiklerini oluşturarak yorum yaptıklarını göstermiştir. Ancak adayların cebirsel olarak ifade ettikleri değişkenleri grafiğe aktarırken, değişkenleri içeren sayı kümelerini göz ardı ettiklerini göstermiştir. Örneğin sözel olarak verilen durumların doğrusal fonksiyonlarla modellenmeye uygun olup olmadığını inceleme amaçlı adaylara yöneltilen 18. sorudan elde edilen bulgular, adayların öncelikle sözel ifadeleri $y=ax$ formunda bir fonksiyona dönüştürdükleri, değişkenleri dikkate almaksızın (örneğin defter değişkeni için pozitif tam sayılar yerine pozitif reel sayıları kullanma) grafiği yorumladıkları göstermiştir. Burada adayların bir fonksiyonun grafikte temsilini düşünürken tanım ve değer kümesini göz ardı ettikleri görülmüştür.

Fonksiyon kavramının farklı temsilleri (grafik, tablo gibi) arasında yapılan ilişkilendirmeler ve bu temsiller arasında yapılan geçişler matematiksel düşünmenin temel bileşenlerinden biri olarak kabul edilmektedir (Çelik, 2007; DeMarois ve Tall, 1996; Thompson, 1994) ve temsiller arası geçişlerin kavramsal öğrenme ve problem çözme katkı sağladığı araştırmacılar tarafından vurgulanmaktadır (Heinze, Star ve Verschaffel, 2009; Işık, Kar, İpek ve Işık, 2012; Lesh ve Doerr, 2003). Farklı temsiller ve bunlar arası

geçişler ile ilgili temel bilgi ve beceriler matematiksel düşünme ile birlikte daha genel bir perspektiften farklı disiplinlerde (fizik, kimya vb.) işe koşulan bilimsel düşünme açısından da çok önemlidir. (Burns, Okey ve Wise, 1985; Gabel, 1993). Matematiksel bilgi içeriğinin bir boyutu olan temsiller, cebirin ana kavramlarının ve prosedürlerinin organize edilmesini ve kavramlar arasında ilişki kullanmayı gerektirir. Bu doğrultuda testte doğrusal-doğrusal olmayan fonksiyonlar ve özellikleri ile ilişkili 11 soru, toplamda 17 maddeye yer verilmiştir. Rasch analizi sonrası yapılan istatistiksel analiz, 17 maddeden 11'inin negatif lojit aldığı yönündedir. Sorular bağlamında yapılan nitel analizler, adayların fonksiyonların farklı temsillerine ilişkin farklı zorluklar yaşadıklarını göstermiştir. Bu zorluklardan biri de grafik oluşturmaktır. Çalışmadan elde edilen veriler, adayların kendilerine bir soruda tablo halinde verilen değerlerden hareketle grafik oluşturmada zayıf olduklarını göstermiştir. Bulgular, adayların yarısından fazlasının bu gösterimi yapmada başarısız olduklarını ortaya koymuştur. İlgili soruya verilen yanlış yanıtlar incelendiğinde, adayların bir kısmının grafik oluşturmada verilen değerlerin artış miktarı yerine yalnızca artma durumlarına odaklanarak doğrusal grafikler oluşturdukları görülmüştür. Örneğin testte yer alan 17. maddede sürekli artan ancak farklı aralıklarda farklı davranımlara sahip değerler içerecek şekilde adaylara yöneltilen tabloya ilişkin çizilen grafikler, adayların yarısından çoğunun doğrusal ve sürekli artan bir fonksiyon çizdiklerini göstermiştir. Bu durumda adayların çoğu tablodaki değerlerin artış değerlerine odaklanmış, değerler sürekli arttığı için de fonksiyonu ya doğrusal olarak çizmiş ya da sürekli artan bir fonksiyon olarak ifade etmişlerdir. Bu yönüyle adayların literatürde “doğrusallık eğilimi” olarak ifade edilen bir yanılgıya düştükleri görülmektedir (Çelik ve Sağlam-Arslan, 2012; Özgün-Koca, 2008). Benzer yanılgıya adaylardan gerçek bir yaşam probleminin fonksiyonla modellemelerini gerektiren 4. soruda da görülmüş, ilgili soruya verilen yanıtlar adayların daha çok doğrusal bir fonksiyon oluşturma gayreti içinde bulunduklarını göstermiştir. Yine adayların bir kısmı tabloda yer almayan değerlere grafikte yer vermişlerdir. Literatürdeki bazı çalışmalarda görülen ve grafiğin orijinden geçmesi gerektiği düşüncesi (Bowen ve Roth, 2005; Çelik ve Sağlam-Arslan, 2012; Hadjidemetriou ve Williams, 2002; Temiz ve Tan, 2009) bu çalışmada da görülmüştür. Ayrıca fonksiyonun grafiğinin farklı aralıklardaki davranımına ilişkin yanıtlar (Örneğin Şekil 23) Javier (1978'den Aktaran Özgün-Koca, 2001)'in çalışmasında gözlemlendiği ve katılımcıların grafiklerde yer alan kıvrımların anlamlarına ilişkin yanılgılarıyla paralellik göstermektedir. Buna karşın testte yer alan 8. madde, verilen bir grafiğin yorumlanmasına yönelik olarak katılımcılara yöneltilmiştir. Elde edilen bulgular, ilgili sorunun testte madde gücü en az, yani katılımcıların çoğu tarafından doğru yanıtlandırılan bir soru olduğunu göstermiştir. Tüm bu bulgular, adayların verilen bir grafiği yorumlamada oldukça başarılı olmalarına karşın grafik oluşturmada yetersiz olduklarını

ortaya koymuştur. Bu yönüyle Kaynar (2012)'ın ilköğretim öğrencilerinde gözlemlediği ve öğrencilerin grafik yorumlamaya kıyasla grafik oluşturmada yaşadıkları güçlükler öğretmen adaylarında da görülmüştür. Literatürde öğrencilerin yaşadıkları sorunlardan biri olarak ifade edilen (Bayazit, 2011; Bell ve Janvier, 1981) ve bu çalışmada öğretmen adaylarında da görülen diğer bir sorun da cebirsel gösterim ile grafik gösterimi arasındaki ilişkidir. Çalışmada adaylara yöneltilen 7. sorunun a maddesinde fonksiyonun cebirsel gösterimi üzerinde uygulanan değişimin fonksiyonun grafiğine etkisini sorgulanırken diğer taraftan da bu yaklaşım kullanılarak elde edilecek çözümde bir farklılaşma olup olmadığı sorgulanmıştır. İlgili maddeye adayların yalnızca %39'u doğru yanıt verebilmiştir. Soruyu yanlış yanıtlandıran adayların büyük bir kısmı, her iki tarafında farklı bir doğrusal fonksiyon bulunan bir eşitlikte ($f(x) = g(x)$) eşitliğin her iki tarafına sabit bir sayı eklemenin (soruda verilen sabit sayı 3'tür) grafiği değiştirmeyeceğini, yani $f(x)=g(x)$ eşitliği ile $f(x)+3=g(x)+3$ eşitliğinin aynı grafiği temsil ettiğini belirtmişlerdir. Burada adayların, eşitliğin her iki tarafına eklenecek herhangi bir k sayısının eşitliği bozmayacağı mantığından hareketle bu durumu fonksiyonların grafiklerine de genelledikleri görülmüştür. Her ne kadar eşitliğin çözüm kümesini değiştirmeyen ve adayların büyük bir kısmı tarafından da çözüm kümesini değiştirmedeği ifade edilen bu işlem fonksiyonun grafiğini değiştirmektedir. Ortaöğretim matematik öğretmenleri ile yürüttüğü çalışmada Li (2007) benzer sonuçlara ulaşmış, çalışmasında öğretmenlerin eşitliğin her iki tarafını bir sayı ile toplama ve çarpma işlemleri için grafikte yaşanacak değişikliklere ilişkin benzer zorlukları yaşadıklarını göstermiştir. Buna karşın aynı sorunun b maddesinde denklemde yapılacak değişikliğin çözüm kümesine etkisi sorgulanmış, adaylar bu soruda ortalamanın üzerinde bir başarı göstermişlerdir. Elde edilen bu bulgular öğretmen adaylarının cebirsel olarak denklemlerde yapılacak değişikliğin çözüm kümesine yansımalarını ifade edebilmelerine rağmen bu değişimin geometrik yansımalarını belirlemede eksik olduklarını ortaya koymuştur.

Çalışma kapsamında öğretmen adaylarına yöneltilen 4 soru ve seçenekleriyle toplam 6 maddede, gerçek yaşam durumlarında fonksiyonların kullanımına ilişkin bilgileri irdelenmiştir. Matematiksel bilgi içeriğinin uygulamalar alt boyutunda yer alan bu sorulardan elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının sahip oldukları fonksiyon çeşitliliğinin sınırlı olduğu, bazı adayların ise sorularda geçen fonksiyon çeşitlerine ilişkin bilgilerinin olmadığını göstermiştir. Örneğin 12. soru ve bu soruya ait maddelerden elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının verilen gerçek yaşam durumlarının üstel fonksiyonlarla modellenip modellenemeyeceğini belirleme noktasında başarısız olduklarını ortaya koymuştur. Yürütülen mülakatlarda ise bazı adayların üstel fonksiyon kavramı ile ilgili anlamalarının çok yetersiz olduğu görülmüştür. Testteki 4. maddede öğretmen

adaylarından verilen gerçek yaşam durumu modelleyen bir fonksiyon yazmaları istenmiştir. Bu sorudan elde edilen bulgular adayların neredeyse yarısının soruyu boş bıraktığını, %40'ının ise yanlış yanıtladığını ortaya koymuştur. Burada en dikkat çekici nokta soruya verilen yanlış yanıtların neredeyse tamamında soruda verilen problem durumuna uygun olmamasına rağmen öğretmen adaylarının doğrusal bir fonksiyon kullanma eğiliminde olmasıdır. Leinhardt, Zaslavsky ve Stein (1990)'in çalışmasında ulaştıkları eksik fonksiyon bilgisinin her fonksiyonun kesintisiz olması gerektiğine yönelik oluşturduğu algı bu çalışmada da görülmektedir. Ayrıca yürütülen mülakatlar, soruyu yanlış yanıtladılan adayların verdikleri yanıtın doğru olmadığını görmelerine rağmen alternatif çözümler sunamadıklarını göstermiştir. Bu sonuç, öğretmen adaylarının sahip olduğu fonksiyon çeşitliliğinin sınırlı olmasıyla açıklanabilir.

Ball (1991)'a göre alan bilgisinin önemli bir bileşeni de ispattır. Cebire ilişkin ispat bilgisi, durumlar için örnekler ve karşı örnekler verebilmeyi, analogiler ya da geometrik deliller göstererek durumları doğrulayabilmeyi, aksiyomatik sistemi göz önünde bulundurarak farklı ispat tekniklerini kullanabilmeyi ve ikna edici açıklamalarda bulundurabilmeyi içermektedir (Ferrini-Mundy vd., 2005). CAB testinde öğretmen adaylarının muhakeme ve ispat becerilerini incelemek için 3 soruya yer verilmiştir. Rasch analizi sonrası elde edilen nicel veriler, bu sorulardan yalnızca birinin negatif lojit aldığı yönündedir. Negatif lojit alan 3. soruda, öğretmen adaylarından fonksiyon kavramı ile ilgili bir önermenin doğruluğunu göstermesi istenmiştir. Adayların yarıya yakını doğru çıkarımlarda bulunmalarına rağmen ispatı tamamlayamamışlardır. Adayların yaklaşık dörtte birinin ise soruya hiçbir yanıt vermedikleri görülmüştür. Soruya yanıt veren adayların büyük bir bölümü toplam fonksiyonun tanımını doğru bir şekilde ifade etmelerine karşın bunu önermenin doğruluğunu göstermede kullanamamışlardır. Bunun yanında soruya yanlış yanıt veren adayların bazılarında toplam fonksiyonun özelliğine yönelik yanılgılar bulunduğu tespit edilmiştir. Bu adayların bir kısmı toplam fonksiyonu ile bileşke fonksiyonu karıştırmışlardır. Bileşke fonksiyona ilişkin benzer yanılgılar Meel (1999)'in matematik öğretmeni adayları ile yürüttüğü çalışmada da görülmüştür. Pozitif lojit alan ispat ve muhakeme soruları ise çoktan seçmeli maddelerden oluştuklarından bunlara ilişkin fazla nitel veriye ulaşılamamıştır. Ancak yapılan mülakatlar, bazı öğretmen adaylarının eğitim kavramına ilişkin testte yer alan 22. soruda, bir eğri üzerinde aynı ordinata sahip farklı noktaların eğimlerinin aynı olması gerektiğine ilişkin bir kavram yanılgısına sahip olabileceklerini göstermiştir.

Doğrusal-doğrusal olmayan fonksiyonlar ve özelliklerine ilişkin sorulara verilen yanıtlar incelendiğinde, öğretmen adaylarının fonksiyonların temel (ana) kavramları ve prosedürlerine ilişkin soruların büyük bir bölümünde başarısız oldukları görülmüştür. Bu

sonuçlarda hizmet içinde öğretmen adaylarına verilen derslerin yoğun olarak teorik işlenmesi ve kavramların doğasına olan vurgunun ikinci planda kalmış olması bir sebep olarak gösterilebilir. Ayrıca öğretmen adaylarının fonksiyonun ne olduğuna ilişkin eksik bilgilerinin yanında sayı kümeleri hakkında yanlış bilgilere sahip oldukları görülmüştür. Diğer bir taraftan adayların sahip oldukları fonksiyon çeşidinin sınırlı olduğu söylenebilir. Ayrıca adayların fonksiyonun cebirsel gösterimi ile grafik gösterimi arasındaki ilişkide yaşadıkları sorunların öğretim programında yer alan denklemler alt öğrenme alanında öğretim faaliyetlerini etkileyeceği, denklemlerin çözümünde cebirsel çözümlerin yanında geometrik çözüm yolları sunmada eksik kalacakları düşünülmektedir. Uygulamalar alt boyutunda, öğretmen adaylarının gerçek yaşamdan verilen bir durumu modellemekten ziyade, verilen bir modeli yorumlamada daha başarılı olduğu ortaya çıkmıştır.

5.1.2. Açıklamalar, Denklem ve Eşitsizlikler Alt Boyutuna İlişkin Tartışma

Cebir öğretme bilgisinin cebir içeriği boyutunda yer alan bir diğer bileşen cebirsel ifadeler, denklem ve eşitsizliklerdir. CAB testinde; ilkokuldan ortaokula geçişte aritmetiğin genellenmesi için kullanılan cebirsel ifadeler ve alt öğrenme alanı olarak yer alan denklemler ve eşitsizliklere ilişkin 12 soru ve seçenekleriyle beraber toplam 23 maddeye yer verilmiştir. Yapılan Rasch analizi 23 maddenin 6'sının negatif lojit aldığını göstermiştir. Matematiksel bilgi içeriği boyutunda incelendiğinde adayların en fazla zorlandıkları alt boyutun muhakeme ve ispat olduğu görülmüştür (Bkz. Tablo 13). Diğer bir taraftan doğrusal-doğrusal olmayan fonksiyonlar ve özellikleri boyutundaki sorulardan alınan yanıtlarla kıyaslandığında elde edilen bulgular adayların cebirsel ifadeler, denklem ve eşitsizlikler boyutunda daha başarılı olduklarını ortaya koymuştur.

Literatürde cebirsel ifade; harfli semboller, belli sayılar ve/veya sonlu sayıda cebirsel işlem (toplama, çıkarma, çarpma, bölme, üst alma gibi) kullanılarak kurulan yapılar olarak ifade edilmektedir (Morris, 1992). Örneğin bir miktar para için atanacak x değeri bir değişken, bu bir miktar paranın 6 lira fazlası için kullanılacak $x+6$ ifadesi cebirsel ifadelerdir. Denklemler ise değişkenlerin belli sayı değerleri için eşitliğini gösteren bağıntıdır ($x+6=8$ gibi). Cebirsel ifadeler arasında eşitlik veya eşitsizlik sembolü kullanılarak cebirsel ilişkiler elde edilir. Ülkemizdeki öğretim programı incelendiğinde, cebir öğrenme alanında denklemlere ilişkin kazanımların yoğun olduğu görülmektedir (TTKB, 2013). Çalışma kapsamında öğretmen adaylarına yöneltilen sorular, öğretim programındaki kavramları ve bu kavramların arkasında yatan matematiksel gerçeklikleri kapsayacak şekilde hazırlanmıştır.

Öğretmen adaylarının CAB testine verdiği yanıtlar ve yürütülen mülakatlar, doğrusal-doğrusal olmayan fonksiyonlar boyutuna göre cebirsel ifadeler, denklem ve eşitsizlik sorularında daha başarılı olduklarını ortaya koymakla beraber bazı ana kavramlara ilişkin eksik alan bilgilerinin olduğunu ortaya koymuştur. Bu kavramlardan birisi de denklik kavramıdır. Öğretmen adaylarına yöneltilen 5. soru ve maddeleri, öğretmen adaylarının birbirine denk iki denklemi anlamalarını ve bu ifadenin grafik üzerine yansımalarını yorumlamayı gerektirmektedir. Bulgular incelendiğinde gerek soruya verilen yanıtlar gerekse mülakatlar, adayların denkliği eşitlik gibi düşündüklerini göstermiştir. Ma (1999)'nın matematiğin temel yapı taşı olarak ifade ettiği ana kavramlara ilişkin bilgi eksiklikleri devamındaki prosedür sürecini yani cebirsel işlemlerini de etkilemiş ve yanlış kavram bilgisi beraberinde yanlış sonuçları getirmiştir. Bir başka durumda testteki 14. madde ile adaylardan tanımlanan bir kümenin hem denklem hem de eşitsizliğin bir çözüm kümesi olup olamayacağının belirlemelerini istenmiştir. Bu soruda da öğretmen adaylarının cebirin ana kavramlarından denklem ve eşitsizlik kavramlarını yapılandırmaları incelenmiştir. Bulgular, adayların tanımlanan kümeyi yorumlamada oldukça zorlandıklarını göstermiştir. Ayrıca literatürde eşitsizliği eşitlik gibi düşünme (Garuti, Bazzini ve Boero, 2001; Malara, 2000'den Akt: Boero, 2001) eşitsizlik işaretini kullanırken aralıkları yanlış tayin etme (Tsamir ve Almog, 2001) şeklinde kavram yanılgıları ve anlama güçlüklerinden farklı olarak bu çalışmada bazı adaylarda eşitsizliklerin çözüm kümesinin bir aralık olması gerektiği algısına rastlanılmıştır. Benzer şekilde 1. soruda adayların denklemlere ilişkin ana kavramlar ve prosedür bilgisi ile muhakeme ve ispat bilgisi irdelenmiştir. Bu sorudan elde edilen bulgular da adayların eşitlik aksiyomları gibi cebirin temel bir kavramına ilişkin yaşadıkları zorlukları ortaya koymuştur. Adayların üçte ikisi, bir denklemde kareköklü bir bilinmeyenin eşitliğin her iki tarafına eklenmesinin çözüm kümesini değiştirmeyeceğini belirtmiş, bilinmeyenin olası tanım kümesini göz ardı etmişlerdir. Bir denklemde eşitliğin her iki tarafının karesinin ya da karekökünün alınmasının çözüm kümesini değiştirip değiştirmeyeceğine ilişkin ise alınan yanıtlar yanlış yanıt oranının daha az olduğunu gösterse de bu oran matematik öğretmeni adaylarından beklenmeyecek kadar fazladır. Benzer sonuçlar Li (2007)'nin aynı soruyu yönelttiği ortaöğretim matematik öğretmenlerinde de görülmüş, öğretmenlerin eşitliğin her iki tarafında yapılacak ve çözüm kümesini değiştirecek cebirsel işlemlerin farkında olmadıkları görülmüştür.

Öğretmen adayları cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizliklere ilişkin muhakeme ve ispat sorularında oldukça başarısız olmuşlardır. Adaylar denklemlerin özellikle temsiller alt boyutuyla ilişkili ispat sorularını yanıtlamada güçlük yaşamışlardır. Örneğin lineer denklem sistemlerinin temsili için kullanılan matematiksel yapılardan olan matrislere ilişkin bir soru olan 13. sorudan elde edilen bulgular, literatürde üniversite düzeyinde lineer cebir

üzerine yapılan ve öğrencilerin lineer denklem sistemlerine ilişkin yaşadıkları zorluklara (Harel, 1989; Kardeş, 2010; Stewart ve Thomas, 2003; Stewart, 2008; Trigueros, Oktaç ve Manzanero, 2007) paralel sonuçlar sunmuştur. İki matrisin çarpımının sıfır matrisine eşit olması durumu için katılımcıların üçte birinden fazlası tanımlanan matrisleri birer reel sayı gibi düşünmüş ve bu matrislerden birinin sıfır olması gerektiğini belirtmişlerdir. Soruya tam olarak doğru yanıtlandıran adayların sayısı ise toplam katılımcıların dörtte birinden azdır. Bulgular incelendiğinde soruya herhangi bir yanıt veren katılımcıların çoğuna yakınının çarpım matrisini doğru bir şekilde ifade etmelerine rağmen elde ettikleri yeni matrisi nasıl yorumlamaları gerektiğini bilmediklerini göstermiştir. Yine bazı adayların $a.b=0$ formunda ifade edilen denklemler için a veya b sayılarından birinin sıfır olma durumunu matrislerde çarpma işlemine genelledikleri ve denklem sistemini göz ardı ettikleri görülmüştür. Benzer sonuçlar 20. sorunun analizi sonrasında da görülmüştür. $A.X=0$ şeklinde verilen lineer denklem sistemi için bazı adaylar matrisi reel sayı gibi düşünmüşlerdir. Kardeş (2010), çalışmasını yürüttüğü ortaöğretim matematik öğretmen adaylarından lineer denklem sistemlerini çözmeye yönelik öz yeterlikleri az adayların denklem sistemlerini çözme başarılarının da düşük olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmanın yürütüldüğü öğretmen adaylarının başarısızlıklarının bir sebebi de lineer denklem sistemi çözmeye yönelik öz yeterliklerinin düşük olması gösterilebilir.

Denklem sistemlerinin matrislerle temsillerinin yanında geometrik yorumlanmalarına ilişkin elde edilen bulgular, adayların geometrik temsilleri yorumlamada daha başarılı olduklarını göstermiştir. Örneğin denklem sistemlerinin düzlemlerle gösteriminin verildiği ve 4 maddeden oluşan 19. sorunun yalnızca bir maddesinin negatif lojit aldığı görülmüştür. Bu yönüyle adayların genel olarak 19. soruda başarılı olduğu söylenebilir. Yanıtlardan elde edilen sonuçlar, denklem sistemlerinin ve daha genel anlamda lineer cebir öğretiminde düzlem gibi farklı temsillerinin kullanımının başarıyı artırabileceği şeklinde yorumlanabilir. Literatürde özellikle bilgisayar destekli lineer cebir öğretimi ile denklem sistemleri ve matrislere ilişkin anlamlı öğrenmelerin sağlanabileceği belirtilmektedir (Carlson, Johnson, Lay ve Porter, 1993; Day ve Kalman, 1999; Sierpinska, Dreyfus ve Hillel 1999; Turğut, 2010). Bu bağlamda teknoloji destekli lineer cebir öğretimi ile kalıcı öğrenmeler sağlanabilir.

Genel olarak CAB testine verilen yanıtlar, adayların soruların önemli bir kısmında başarısız olduğu yönündedir. 2013 yılında değiştirilen kamu personeli seçme sınavı (KPSS) sistemi ile öğretmenlik alan bilgisi testi (ÖABT) altında öğretmen adaylarına 40 alan bilgisi ve 10 PAB olmak üzere toplam 50 soru yöneltilmiştir. İlk olarak 2013 Temmuz ayında yapılan sınav sonuçları da ilköğretim matematik öğretmenlerinin ortanın altında bir başarıya sahip olduklarını göstermiştir. Alan bilgisine ilişkin sonuçlar ayrı olarak

verilmemekle birlikte 50 soru için sınav sonucu istatistikleri incelendiğinde 6370 ilköğretim matematik öğretmeni adayının Türkiye ortalaması 22.129 olarak hesaplanmıştır (ÖSYM, 2013). Bu yönüyle çalışmadan elde edilen bulgular, daha geniş bir perspektifte ülkedeki tüm öğretmen adaylarının sonuçları ile paralellik göstermektedir. Öğretmen adaylarının lisans eğitimi boyunca aldıkları ileri matematik dersleri göz önünde bulundurulduğunda, çalışmadan elde edilen bulgular adayların özellikle ana kavramlar ve prosedürlere ilişkin zorluklar yaşadığını göstermektedir. Elde edilen bu sonuçlar, matematik öğretmenliğini kazanan öğrencilerin liseden belli bir altyapıyla geldiklerini kabul edip öğrencilerin eksik ön öğrenmelerinin üzerine daha soyut matematiksel kavramların inşaa edilmeye çalışılması ile açıklanabilir. Ball (1988)'ın eğitim fakültelerini kazanan öğrencilerin hangi bilgilerle geldiklerini ortaya koymayı amaçladığı doktora çalışması, öğrencilerin temel kavram ve konularda yetersiz olduğunu ortaya koymuştur. Bu noktada matematik öğretmenliği programında okutulan alan derslerinin içeriği de tartışılabilir. Ayrıca kavram yanlışlarının asılsız inanışlar olduğu düşünüldüğünde adaylar yükseköğretime geldiklerinde bu kavram yanlışlarına sahip olabilir ve değişime karşı direnç gösterebilirler. Bazense bir işlemin yürütülmesi öğrencinin mantığına, yanlış birikimlerine uygun düşebilir, böylece kavram ve işlem yanlışlığı gelişebilir (Baki, 1998). Bu sebeple üniversiteyi kazanan öğretmen adaylarının ön öğrenmelerinin bilinmesi de alan bilgisinin artırılmasına yardımcı olabilir.

5.2. Cebir Pedagojik Alan Bilgisine (CPAB) Yönelik Tartışma

Öğretmen adaylarının cebire ilişkin sahip oldukları pedagojik alan bilgilerini ölçmek amacıyla geliştirilen CPAB testi, 101 öğretmen adayı tarafından yanıtlandırılmıştır. Rasch analizi sonuçlarına göre (Bkz. Ek-1) adayların testten aldıkları puanların ortalamasının 0,17 olarak hesaplanmıştır. Yani adayların orta seviyenin üzerinde bir başarı sergilemişlerdir. Diğer taraftan madde - kişi haritası incelendiğinde (Şekil 13) testin normale yakın bir dağılıma sahip olduğu görülmektedir. CPAB testini yanıtlandıran 65 aday sıfır puanın üzerinde, yani pozitif lineer puan almışlardır. Bu bulgu adayların yarısından fazlasının başarılı oldukları şeklinde yorumlanabilir.

CPAB testi 20 soru ve bu soruların seçenekleriyle toplam 28 maddeden oluşmuştur. Öğretmen adaylarının maddelere verdikleri yanıtlar incelendiğinde 28 maddeden 14 madde sıfır seviyesinin altında yer almıştır. Verilerin analizinde sıfır seviyesi baz alınmış ve bu seviyenin altında lojit değeri alan sorular adaylar tarafından zorlanan sorular olarak kodlanmıştır. Adaylar tarafından zor bulunan sorular CAB testinde olduğu gibi bulgular bölümünde bu soruların nicel ve nitel analizleri ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur.

Çalışma kapsamında öğretmen adaylarına yöneltilen CPAB testi; cebir içeriğinin alt boyutlarından cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler ilişkin 24 madde ve doğrusal-

doğrusal olmayan fonksiyon ve özellikleri için 5 maddeden oluşmaktadır (1 madde her iki alt boyut için ortaktır). PAB bağlamında ise 13 madde öğrenciyi tanıma boyutunda yer alırken 19 madde de içeriğin sunumuyla ilişkilidir (4 madde her iki boyuttadır, Bkz. Tablo 2). Elde edilen bulgular, doğrusal-doğrusal olmayan fonksiyon ve özelliklerine ilişkin sorulardan yalnızca birinin pozitif lojit aldığı yönündedir. Başka bir ifadeyle adaylar bu soruların büyük bir kısmında başarısız olmuştur. Diğer bir bulgu ise öğrenciyi tanıma bilgisine yönelik soruların yanıtlandırılma oranının içeriğin sunumu boyutu sorularına göre daha düşük olduğu yönündedir. Öğrenciyi tanıma boyutunda yer alan temsiller, uygulamalar, muhakeme ve ispat sorularının çoğu adaylar tarafından zorlanılan sorular arasında yer almıştır. PAB'in her iki boyutu göz önünde bulundurulduğunda, öğretmen adaylarının CAB testinde olduğu gibi ana kavramlar ve prosedürlere ilişkin sorularda başarı oranlarının düşük olduğu görülmüştür.

Pedagojik alan bilgisinin bir bileşeni olarak öğrenciyi tanıma bilgisi; öğrencinin ön bilgisi, anlaması, kavram yanlışlarının ve öğrenme zorluklarının bilinmesini gerektirir (Baki, 2012a; Ball, 2008; Fennema, Peterson ve Carey, 1988; Marks, 1990; Shulman, 1986, 1987). Bu gereklilikler aynı zamanda PAB'in en önemli göstergelerindendir. Bunlardan özellikle kavram yanlışları önceden önlemler alınması ve oluşumunun engellenmesi açısından önemlidir. Çalışmadan elde edilen bulgular, bazı öğretmen adaylarının kendilerine yöneltilen ve senaryolarla sorgulanan cebirin ana kavramlarına ilişkin kavram yanlışlarını açığa çıkarmada başarısız olduklarını göstermiştir. PAB'in gerek öğrenciyi tanıma gerekse içeriğin sunumunda yer alan ana kavramlar ve prosedürlere ilişkin 12 maddeden 9'u negatif lojit almıştır. Adayların senaryolarda yer alan temel kavramlara ait yanlışlarını belirleyememelerinin yanında kendilerinin de bazı kavram yanlışlarına sahip olduğunu ortaya çıkarmıştır. Örneğin öğretmen adaylarına yöneltilen 6. sorudan elde edilen bulgular, adayların üçte ikisinden fazlasının soruda yer alan kavram yanlışını belirleyemedikleri gibi kendilerinin de bu yanlışla sahip olduklarını göstermiştir. Benzer bulgular testte yer alan 14. soruda da görülmüştür. Öğretmen adaylarına bir öğrencinin açının sayısal değeri ile eğim kavramlarını karıştırması bir senaryo içine gömülerek yöneltilmiştir. Adaylardan alınan yanıtlar, soruyu yanıtlandıran (boş bırakmayan) adayların büyük bir kısmının öğrencinin verdiği yanıtın doğru olduğunu belirttikleri, yani kavram yanlışını belirleyemediklerini göstermiştir. Bazı adayların doğrunun eğim açısının büyümesinin eğimi de artıracığını belirttikleri görülmüştür. Bu yorum belirli aralıklarda doğru olmak şartıyla genellemesi yapılamayacak bir ifadedir. Öğrenci yanlışını belirleyebilen öğretmen adaylarının sayısı katılımcıların %10'undan azdır. Bunun yanında yürütülen mülakatlarda bazı öğretmen adaylarında öğrencilerin sahip olması olası bu kavram yanlışının olduğu görülmüştür. Benzer

sonuçlar Haciomeroglu (2005)'nün aının sayısal değeri ile eğim arasındaki ilişkiyi sorgulamak amacıyla aynı soruyu yönelttiğı ortaöğretim matematik öğretmen adaylarında da görölmüş, ABD'li öğretmen adaylarının da kavram yanlışısını belirlemede başarısız oldukları ve kendilerinin de bu yanlışığa sahip olabilecekleri görölmüşür.

Temel kavramlara ilişkin zorluklar yalnızca PAB'ın öğrenciyi tanıma bileşeninde değil içeriğın sunumunda da görölmüşür. CPAB testi incelendiğinde PAB sorularının doğası gereğı alan bilgisini ölçmekten çok alanın nasıl öğretilceğı üzerine odaklanmaktadır. Baki (2012a)'nin deyiimiyle zengin bir öğretim repertuarı ile iyi bir senaryonun nasıl hazırlanacağını bilmeyi gerektirir. Testte yer alan 10. soru, 8. sınıf öğretim programında yer alan eşitsizlikler konusuna ilişkin bir soru olup sıklıkla öğrenciler tarafından karıştırılan, eşitsizliğın her iki tarafının negatif bir sayıya bölünmesi sonucu eşitsizlik işaretinin yön değıştirmesinin nedenini sorgulamaya yöneliktir. Elde edilen bulgular, matematiksel bilgi içeriğının ana kavramlar ve prosedürler alt boyutunda yer alan soruya ilişkin başarının düşük olduğı yönündedir. Soruya yanıt veren adayların çoğunun özel durumlardan hareketle senaryoda verilen durumu açıklamaya çalıştıkları görölmüşür. Ayrıca yapılan mülakatlarda bazı öğretmen adaylarının $-x$ ifadesi negatiftir şeklindeki ifadelerinden hareketle aslında ilköğretim öğrencilerinde görölen bir kavram yanlışısına sahip olabilecekleri düşünölmektedir. Adayların verdikleri bazı yanıtların ise kuralın nasıl uygulandığı ve matematiksel olarak bir anlam ifade etmeyen hilelerden oluştuğı görölmüşür. Örneğın bazı yanıtlarda eksi ile eksinin çarpımını düşmanın düşmanı şeklinde ifade edilmiştir. Literatürde karşılaşılan bazı çalışmalar, öğretmen adaylarının benzer hilelere başvurdıklarını göstermektedir. Sınıf ve matematik öğretmenlerinin kesirlerle işlemler konusuna ilişkin PAB'larını inceleyen Toluk-Uçar (2011), matematiksel bazı durumları ezberletmek için öğretmen adaylarının bu hilelere başvurdıklarını gözlemlemiştir. Ana kavram ve prosedürler boyutundaki diğeri bir soru da testte yer alan 9. sorudur. Adaylardan sıfırdan farklı olan bir sayının sıfırıncı kuvvetini 0 olarak alan öğrencilere sonucun 1'e eşit olduğunun nasıl anlatılabileceğı sorusu yöneltilmiştir. Soruya ilişkin bulgular, adayların yaklaşık üçte birinin soruya yanıt veremediğı yönündedir. Hatta bazı adayların bu durumu öğrenciye nasıl anlatacaklarını bilmediklerini belirttikleri, bazılarının ise şimdiye kadar bu durumu hiç sorgulamadıklarını ifade ettikleri görölmüşür. Adayların öğretmenlik deneyimlerinin olmadığı için böyle bir kavram yanlışısıyla karşılaşmamaları, bu sebeple herhangi öğretilimsel açıklama sunamamaları bu durumun olası bir nedeni olduğui düşünölmektedir. Literatürde karşılaşılan bazı çalışmalar bu çıkarımı destekler niteliktedir (Abell, 2007; Halim ve Meerah, 2002; Van Driel, Verloop ve de Vos, 1998). Yanlış öğretilimsel açıklama sunan adayların tamamı verilen durumun bir matematiksel kabul olduğui ve öğrencilere de kural olarak verilmesi gerektiğini

belirtmişlerdir. Öğretmenlerin matematiğin ne olduğuna ilişkin düşüncelerinin öğretim faaliyetlerini etkilediği düşünüldüğünde (Ernest, 1989; Lerman, 1990) öğretmen adaylarının matematiğin doğasına, matematik öğretme ve öğrenmeye ilişkin görüşleri yaptıkları bu açıklamalara etkili olabilir. Soruya beklenen doğru yanıtları veren adaylar içeriği örüntüler veya üslü sayıların özelliklerini kullanarak sunsalar da bu yanıtların frekansının istenilen düzeyle olmadığı görülmüştür.

Matematik öğretiminde her ne kadar öğretmenin farklı temsiller kullanması önemli ise (Baki ve Baki, 2010; Petrou ve Goulding, 2011; Shulman, 1986) öğrencinin o temsile yüklediği anlamı bilmesi de o derece önemlidir. CPAB testinde matematiksel bilgi içeriğinin temsiller alt boyutunda toplam 12 soru, seçenekleriyle beraber toplam 16 madde yer almıştır. Rasch analizi sonucu elde edilen bulgular, 8 maddenin negatif lojit aldığını göstermiştir. Diğer bir ifadeyle adaylar temsiller alt boyutundaki maddelerin yarısında başarısız olmuşlardır. Adayların başarısız oldukları sorular incelendiğinde, testte yer alan 7. soruda bir öğrencinin denklemlerin çözümünde geometrik bir yöntem kullanımına yönelik düşüncesi bir senaryo içinde verilmiş olup öğretmenden hem öğrencinin düşüncesini anlaması hem de bu düşünceye yanıt vermesi yani bir içerik sunması istenmiştir. Alınan yanıtlar soruyu yanıtlandıran (boş bırakmayan) adayların büyük bir kısmının soruyu yanlış yanıtladığı yönündedir. Gerek mülakat verileri gerekse sorulara verilen yanıtlar, adayların verilen iki denklemin geometrik çözümünü yorumlamada başarının düşük olduğu yönündedir. Mülakatlarda bazı adaylar öğrenci düşüncesini anlamadıklarını belirtmişlerdir. Soruya yanlış yanıt veren adayların yanıtları incelendiğinde alan bilgisi testinde elde edilen bulgulara paralel olarak adayların doğru denklemden fonksiyon grafiğine geçişte zorlandıkları görülmüştür. Verilen bazı yanıtlar geometrik çözümün kullanılarak bir çözüme ulaşıldığının bilindiği ancak denklem sistemlerinin birbirine eşitlenmesinin ne demek olduğunun yorumlanması noktasında eksiklikler olduğunu göstermiştir. Adayların bir kısmının kurulan eşitlikte eşitliğin her iki tarafının ayrı ayrı birer doğru belirttiğini göz ardı ederek $2x+7=9$ için bir geometrik çözüm yapılamayacağını belirttikleri, yani $y=9$ doğrusunu düşünemedikleri görülmüştür. Li (2007)'nin yürüttüğü çalışmada sorduğu bu soru için başarının orta seviyelerde olması, benzer zorlukların ortaöğretim matematik öğretmenlerinde de görüldüğü yönündedir. Marks (1990)'a göre öğrenciyi tanıma bilgisin aynı zamanda öğrencinin düşüncesini bilmeyi de gerektirir. Temsiller alt boyutunda yer alan, çoktan seçmeli bir soru olan testin 2. maddesinde de öğretmen adaylarından öğrenci düşüncesini açığa çıkarmaları istenmiştir. Soruya verilen doğru yanıtlar, orta seviyenin biraz altındadır. Elde edilen bazı bulgular ise öğretmen adayının öğrenci düşüncesini dikkate almaksızın soruyu kendi

stratejileri ile çözerek ulaştıkları sonucu işaretledikleri yönündedir. Bazı adayların ise öğrenci düşünüşünü cebirsel olarak ifade edemedikleri görülmüştür.

Diğer bir taraftan temsiller, içeriğin öğrencilerin anlama güçlükleri ve yaygın kavram yanlışları göz önünde bulundurularak anlamalarını kolaylaştıracak şekilde düzenlenmesi açısından önemlidir. Anlamayı kolaylaştırmak içinse genellikle modeller kullanılabilir (Baki, 2008; Baki ve Baki, 2010; Türkdogan, 2011). Kullanılacak temsillerden birisi özellikle öğrencilerin zorlandıkları kavramlardan biri olan çarpanlarına ayırma (Kutluca ve Baki, 2009) konusunun öğretimi için kullanılan birim kareler yöntemidir (Baki, 2008). Testte yer alan 15. soruda öğretmen adaylarından verilen bir cebirsel ifadeyi birim kareler yöntemi ile çarpanlarına ayırması istenmiştir. Adayların oluşturdukları modeller incelendiğinde kullanılan ifadelerin çoğunun istenilen cebirsel ifadeyi temsil etmediği görülmüştür. Bu yönüyle adayların çarpanlarına ayırmaya yönelik model oluşturmada yetersiz oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Mülakat yürütülen bazı adaylar ise Özel Öğretim Yöntemleri dersi kapsamında gördükleri bu modellemeyi unuttuklarını belirtmişlerdir. Benzer bir soru olan ve testte yer alan 11. soru ise bir denklemin eşit kollu terazi ile modellenip modellenemeyeceğinin sorgulanmasına yöneliktir. Alınan yanıtlar, diğer çoğu yanıta olduğu gibi soruyu yanıtlandıran (boş bırakmayan) adayların büyük bir kısmının soruyu yanlış yanıtladığı yönündedir. Yanlış yanıt veren adaylar, ağırlığı negatifle temsil etmişler ve bu temsil durumunu görsel olarak çizmişlerdir. Elde edilen bu bulgular, adayların cebirsel ifadeler için kullandıkları temsillerin uygun olmadığını göstermektedir. Bazı çalışmalar cebir terazisi kullanımının öğrencilerin matematik anlamalarını artırdığına yönelik sonuçlar sunsa da (Kutluca ve Akin, 2013) bu çalışmada olduğu gibi bazı çalışmalar öğretmenlerin terazi temsilleri yanlış kullandığını göstermektedir (Li, 2007). İçeriğin sunumu boyutundaki bir diğer soruda ise öğretmen adaylarına özdeşlik ve denklemlerin farkı sorulmuştur. Araştırmacılar, bilinmeyen içerme ve eşitlik durumuna sahip olma özelliklerinden dolayı denklem ve özdeşlik kavramının sıklıkla birbirine karıştırıldığını vurgulamaktadırlar (Altun, 2006; Selden ve Selden, 2003). Literatürdeki bu sonuçlardan hareketle hazırlanan ve öğretmen adaylarının bu iki kavram arasındaki farka ilişkin bilgilerinin incelendiği sorudan elde edilen bulgular, adayların yarısından fazlasının soruyu yanıtsız bıraktığını göstermiştir. Mülakatlardan elde edilen bulgular ise soruyu yanıtlıdıramayan bazı adayların bu kavramları bilmediklerini, yazılı yanıtlardan elde edilen bazı yanıtların ise ilköğretim öğrencilerinde görülen ve her denklemin bir çözümü olması gerektiğine yönelik yanlış algıların (Dane ve Başkurt, 2012) öğretmen adaylarında da olduğunu göstermiştir.

CPAB testinde matematiksel bilgi içeriğinin uygulamalar alt boyutunda 5 soru ve toplamda 9 madde yer almıştır. Elde edilen bulgular, 9 maddenin 3 ünün negatif lojit aldığı

yönündedir. Adayların testte uygulamalar alt boyutunda öğrenciyi tanıma bileşeninde yer alan sorularda daha fazla zorlandıkları görülmüştür. Testte yer alan 12. soruda öğretmen adaylarına iki problem durumu sunulmuş ve öğrencilerin en fazla zorlandıkları problem durumu verilerek bunun nedeninin açıklanması istenmiştir. Elde edilen bulgular, soruyu yanıtlandıran katılımcıların yarısından fazlasının soruyu yanlış yaptığı yönündedir. Yanlış yanıtlandırılan yanıtlarda ise problem durumlarındaki değişkenlerin birbiriyle olan cebirsel ilişkilerine değil değişkenlerin neler ile temsil edildiğine odaklanıldığı görülmüştür. Benzer sonuçlar uluslararası bir proje olan TEDS-M Projesinde de görülmüş, aynı sorunun uluslararası düzeyde doğru cevaplanma yüzdesi %50 olarak hesaplanmıştır (Tatto vd., 2012). Katılımcılarla yürütülen mülakatlarda bazı adayların bu tip sorularla daha önce hiç karşılaşmadıklarını belirttikleri görülmüştür. Bu sebeple Özel Öğretim Yöntemleri ders içeriğine yönelik önerilerde bulunmanın faydalı olacağı düşünülmektedir.

Test kapsamında geliştirilen PAB soruları, gerek PAB'in ilgili boyutları gerekse doğası göz önünde bulundurularak ispat sorularına fazla yer verilememiştir. Testte yer alan 3 soru ve seçenekleriyle toplam 6 test maddesinin üç tanesi negatif lojit almıştır. Testte yer alan 1. soruda adaylardan, senaryo içinde üç öğrencinin verilen bir önerme için sundukları ispatların geçerli olup olmadıklarının belirlenmesi istenmiştir. Sorunun ilk iki maddesi, testte madde gücü en düşük olan, yani adaylara kolay gelen sorulardan olmuştur. Üçüncü madde ise orta zorlukta bir madde olup negatif lojit aldığı için zor sorular arasında sayılmıştır. Soruya ilişkin üç maddeden alınan yanıtlar da adayların öğrencilerin yaptıkları ispatın geçerli olup olmadığını belirleme noktasında genel olarak başarılı oldukları yönündedir. TEDS-M Projesinde 17 ülkenin ortalama sonuçlarına kıyasla (Tatto vd., 2012) bu çalışmanın katılımcılarının başarılarının daha yüksek olduğu görülmüştür.

Genel bir yorum yapacak olursak öğretmen adaylarının CPAB testi ortalamalarının CAB testi ortalamalarına göre yüksek olmasına rağmen, PAB sorularına verdikleri yanıtlar matematiksel kuralları bilmelerine rağmen kuralların arkasında yatan matematiksel nedenleri açıklama noktasında yetersiz olduklarını göstermiştir. Benzer sorunlar farklı çalışmalarda da ortaya koyulmuştur (Ball, 1988; Ball, 1990; Bütün, 2005; Bütün, 2012; Ma, 1999; Tirosh, 2000; Toluk-Uçar, 2009, 2011). Adayların yetersiz oldukları noktalar, temel kavramların öğretime ilişkin zorlukları da beraberinde getirmiştir. Çalışma kapsamında öğretmen adayları ile yapılan mülakatlarda, adayların çoğunun daha önce bu tarz soru türleriyle karşılaşmadıklarını belirttikleri görülmüştür. Bu bağlamda özellikle ÖÖY dersi kapsamında kavram yanılgıları üzerinde durulmadan kavramın doğasının incelenmesi ve kavram öğretime vurgu yapılmasının, adayların MÖB'lerini artıracığı düşünülmektedir. Ayrıca adayların öğrenciyi tanıma bileşeninde genel olarak başarısız olmalarının nedenlerinden birinin öğretmenlik deneyimlerinin olmaması olduğu

düşünülmektedir. Bu düşünce elbette başarısızlık için bir çıkış yolu olmaktan ziyade hizmet öncesi eğitim kurumları için dikkate alınması gereken bir nokta olmalıdır. Her ne kadar niceliksel olarak bir ilişki amacı güdülmemesine karşın gerek CPAB testine verilen yanıtlar yürütülen adaylarla mülakatlardan elde edilen en önemli bulgulardan biri, öğretmenin sahip olduğu alan bilgisinin tek başına alanı öğretmek için yeterli olmadığı yönündedir. Doğası gereği alan bilgisi testine kıyasla daha düşük sınıf seviyesine hitap eden ve temel kavramların yer aldığı CPAB testi, öğrencilerin matematiksel olarak zorluk yaşamadıkları sorulardan oluşmuştur. Örneğin iki bilinmeyenli iki denklemden oluşan denklem sistemi, sıfırdan farklı bir sayının sıfırinci kuvvetinin bir değerine eşit olması veya cebir sisteminin geometrik çözümü gibi soruları içeren sorular adayların kolaylıkla çözüme ulaşabilecekleri tarzdan sorulardır. Gerek yazılı gerekse mülakat verileri adaların bu soruların çözebilmelerine karşın çözüme ilişkin senaryolarda yer alan öğrenci düşünceleri veya çözümün nedenleri sorularında zorlandıkları görülmüştür. Tüm bunların yanında sorulardan elde edilen frekanslar, adayların CPAB testinde yer alan maddelere boş bırakma oranlarının yüksek olduğunu göstermiştir. Bu da öğretmen adaylarının gerek öğrenciyi tanıma gerekse içeriğin sunumuna ilişkin alternatif seçeneklerinin eksik olmasından kaynaklanıyor olabilir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu başlık altında önce çalışmadan elde edilen sonuçlara, daha sonra da bu sonuçlar ve araştırmacının süreç içerisinde kazandığı deneyimlerden hareketle sunduğu önerilere yer verilmiştir.

6.1. Sonuçlar

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının cebir öğretme bilgilerinin; alan bilgisi ile PAB'ın öğrenciyi tanıma bilgisi ve içeriğin sunumu boyutlarında incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmanın veri toplama araçlarını ise geliştirilen alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi testleri ile katılımcılar arasından amaçlı olarak seçilen adaylarla yürütülen mülakatlar oluşturmaktadır. Katılımcıların her iki teste de verdikleri yanıtlar hem nitel hem de nicel olarak değerlendirilmiştir. Verilerin nicel olarak analizi için Rasch modeli kullanılmış, nicel değerlendirmenin yanında katılımcıların test maddelerine verdikleri yanıtlar nitel olarak analiz edilmiştir. Analizler sonucu elde edilen bulgular literatür ışığında tartışılmış ve bir dizi sonuçlara ulaşılmıştır. Bu sonuçlar aşağıda verilmiştir.

■ **Öğretmen adaylarının CAB testinde göstermiş oldukları başarı orta seviyenin altındadır.**

Öğretmen adaylarının CAB testine verdikleri yanıtlar ve yapılan Rasch analizi sonuçları incelendiğinde, testin ortalamasının -0.3 lojit (lineer puan) olduğu görülmüştür. Bu seviye, orta seviye olarak kabul edilen 0 seviyesinin altındadır. Bu sonuçlar öğretmen adaylarının testte sergiledikleri genel başarının orta seviyenin altında olduğunu göstermiştir. Madde – kişi haritası incelendiğinde CAB testine verilen yanıtlar, 101 öğretmen adayından 65'inin negatif lojit aldığını, yani testte orta seviyenin altında başarı sergilediklerini göstermiştir.

■ **Öğretmen adaylarının CPAB testinde gösterdikleri performans CAB'dan yüksek olmakla beraber orta seviyenin biraz üzerindedir.**

Yapılan Rasch analizi sonucu elde edilen veriler, CPAB testinin ortalamasının 0.17 lojit olduğunu göstermiştir. Bu lineer puan çok yüksek olmamakla birlikte CAB testine kıyasla adayların CPAB testinde daha başarılı oldukları şeklinde yorumlanabilir. Ayrıca kişi – madde haritası incelendiğinde adayların normale yakın bir dağılım sergiledikleri

görülmektedir. Madde kişi haritası incelendiğinde 35 öğretmen adayının negatif lojit aldığı, yani testte orta seviyenin altında başarı sergilediklerini göstermiştir. 5 öğretmen adayı ise 0 lojit almışlardır. Bu veriler adayların CPAB testinde daha başarılı olduklarını gösterse de adayların büyük bir kısmının aldıkları lineer puanların 0-1 aralığına yığıldığı görülmüştür.

■ **Literatürde ilköğretim ve ortaöğretim öğrencilerin sahip oldukları belirtilen bazı kavram yanlışlarına öğretmen adayları da sahiptir.**

Alan bilgisi testinde yer alan sorulara verilen katılımcı yanıtları, öğretmen adaylarının cebirle ilgili ana kavramlarda kavram yanlışlarına sahip olabileceklerini ortaya koymuştur. Adayların öncelikle fonksiyon olma şartına ilişkin kavram yanlışısına sahip olabileceklerini görülmüştür. Adaylar birden fazla soruda fonksiyon olma ile özel bir fonksiyon olan birebir fonksiyonu karıştırmışlardır. Benzer yanlışlar denklik kavramında da görülmüş, adaylar denklik ve eşitlik kavramlarını birbirine karıştırmışlardır. Benzer yanlışlar CPAB testinde de görülmüş, adayların bir kısmı senaryolarda verilen kavram yanlışlarını tespit edememiş, bazı adaylar da bu yanlışlara düşmüşlerdir. Örneğin matematiğin temel kavramlardan olan eğim ile açısı arasındaki ilişkide de görülmüş, bazı adaylarının açısındaki değişim oranının eğim olduğuna dair algılara sahip oldukları ortaya çıkmıştır.

■ **Öğretmen adaylarının doğrusal-doğrusal olmayan fonksiyonlar ve özelliklerine ilişkin ana kavram ve prosedür bilgileri istenilen düzeyde değildir. Adayların ana kavramlara ilişkin eksiklikleri, matematiksel bilgi içeriğinin diğer boyutlarındaki soruları çözmelerini de etkilemektedir.**

Her ne kadar testlerde yer alan kavramlara ilişkin sınıflandırma anlamında bir başarı düzeyi konulmamış olsa da geleceğin öğretmenlerinin fonksiyon kavramına ilişkin ortaya koydukları performans, soruların çoğunluğunun yanlış yanıtlandırılması şeklinde olmuştur. Ortaokul öğrencilerini bir üst öğretim kurumu olan liseye hazırlayan matematik öğretmenlerinin fonksiyonların temel kavramlarına ilişkin bilgi eksikliklerinin, sınıflarında yapacağı öğretimin kalitesini de etkileyeceği düşünülmektedir. Çünkü fonksiyonların örüntüler, denklemler, denklemlerin grafik gösterimleri gibi birçok matematik konusunun alt yapısını oluşturduğu bilinmektedir. Nitekim testte yer alan bazı bulgular, öğretmenlerin temel kavramlar bağlamında sahip oldukları bu eksik bilgilerin diğer alt boyuttaki soruların çözümlerini de etkilediğini ortaya koymuştur.

■ **Öğretmen adayları verilen bir ispatın yorumlanması istendiğinde başarılı olurken kendilerinden bir ispat istendiğinde başarısız olmaktadır.**

Testte yer alan muhakeme ve ispat sorularına verilen yanıtlar, adayların kendilerinden bir ispat yapmaları veya bir önermenin doğruluğu/yanlışı istenen soruların tamamında başarısız olduklarını ortaya koymuştur. Buna karşın adaylara farklı ispat türleri verildiğinde ve bu ispatlardan hangilerinin doğru/yanlış olduğu sorulduğundan adayların ilgili sorularda başarı seviyesinin yüksek olduğu görülmüştür. Bu bağlamda adayların kendilerine ait bir ispat stratejisi geliştiremedikleri söylenebilir.

■ **Öğretmen adayları cebirin temel kavramlarından olan eşitlik aksiyomlarına ilişkin eksik bilgilere sahiptirler.**

Öğretmen adaylarının alan bilgisi testine verdikleri yanıtlar, eşitlik aksiyomlarına ilişkin eksik bilgilerinin olduğunu ortaya koymuştur. Özellikle cebirde en fazla kazanıma sahip olan denklemlerin öğretiminde kullanılan bu aksiyomlara ilişkin eksik bilgilerinin ise öğretmen olduklarında öğretim faaliyetlerini etkileyeceği açıktır.

■ **Öğretmen adayları matematiksel bilgi içeriğinin alt boyutları arasında geçişlerde zorlanmaktadırlar.**

Matematiksel bilgi içeriğinin alt boyutları (ana kavramlar ve prosedürler, temsiller, uygulamalar, muhakeme ve ispat) arasındaki geçişler, matematiksel düşünmenin bir göstergesi olduğu kadar etkili bir öğretim için de gereklidir. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının bu geçişlerde zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Özellikle cebirsel ifadelerden denklem / fonksiyon grafiğine geçiş, cebirsel ifadelerdeki değişimin grafiğe yansımaları, tablodan grafiğe geçiş, temel kavramlar ve bu kavramlardaki değişimin (eğim gibi) grafiğe etkisi gibi kavramlar arası geçişler gerektiren ve her iki testte de yer alan soruları çözmede/yorumlamada zorlanmışlardır.

■ **Öğretmen adayları PAB'in öğrenciyi tanıma boyutunda içeriğin sunumuna göre daha fazla zorluk yaşamışlardır.**

CPAB testinde yer alan ve senaryolara gömülen, PAB'in çeşitli göstergelerini taşıyan sorulara verilen yanıtlar adayların öğrenciyi tanıma bileşeni ile ilgili sorularda içeriğin sunumu boyutuna göre daha başarısız olduklarını göstermiştir. Öğrenciyi tanıma bilgisi öğrencinin düşüncesini bilmeyi gerektirdiğinden ve adayların daha önce senaryo tarzı sorularla karşılaşmadıklarını belirtmeleri bu başarısızlıklarında önemli rol oynamıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının öğretmenlik tecrübelerinin olmaması, yapılacak öğrenimin standartlarının artırılması noktasında araştırmacıya önerilerde bulunma fırsatı sunmuştur.

■ Öğretmen adayları içeriği sunumu boyutunda yaptıkları bazı açıklamaların, matematiksel olarak hiçbir geçerliği olmayan öğretim hileleri içerdiği, bazı açıklamaların ise kural tabanlı olduğu görülmüştür.

İçeriğin sunumu boyutunda öğretmen adaylarından yapmaları istenen öğretimsel açıklamaların bir kısmının hiçbir anlam ifade etmeyen ve matematikle ilişkisi olmayan ifadelerden oluştuğu görülmüştür. Bu açıklamalarla verilmek istenen içerikten uzaklaşmış ve matematik alakasız durumlarla ilişkilendirilmiştir. Adayların yaptıkları bazı açıklamalarda ise kural tabanlı olduğu görülmüştür. Örneğin bir kısım öğretmen adayı sıfırdan farklı bir sayının sıfırinci kuvveti için yapılacak öğretimsel açıklama için “kuraldır” ifadesini kullanmayı tercih etmişlerdir.

■ Öğretmen adaylarının bir kısmı CPAB testinde yer alan senaryo tipi sorularla daha önce karşılaşmamışlardır.

CPAB testinden alınan yanıtlar, adayların bu testte yer alan soruları boş bırakma oranının CAB testine göre daha fazla olduğunu göstermiştir. Yürütülen mülakatlar bunun nedenlerinden birinin adayların daha önce bu tip sorularla karşı karşıya getirilmediklerini göstermiştir.

6.2. Öneriler

Bu bölümde çalışmadan ortaya çıkan sonuçlara yönelik öneriler ile yeni araştırmacılar için yapılan bazı öneriler sunulmuştur.

6.2.1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler

* Adayların cebir içeriğinin özellikler fonksiyonlar alt boyutuna ilişkin ispat gerektiren sorularda bu kavramın günlük yaşamla ilişkilendirilmesine göre daha başarılı oldukları görülmüştür. Bu bağlamda lisans seviyesinde teorik derslerde uygulamalara yer verilebilir.

* Adayların cebir içeriğine yönelik ana kavramlar ve prosedürlerde zorlandıkları görülmüştür. Özellikle adayların ana kavramlara ilişkin yaşadıkları zorlukların prosedürleri yani cebirsel işlemlerini de yanlış yönde etkilediği görülmüştür. Matematik öğretme bilgisinin önemli bir bileşeni olan alan bilgisine yönelik eksik kavram bilgisinin öğretmenlerin matematik öğretimini etkilediği bilindiğinden (Heaton, 1992; Hill vd., 2008) lisans seviyesinde alan derslerinin öğretiminde kavramlar üzerinde durulmasının MÖB’ü artıracığı düşünülmektedir.

* Literatürde yer alan bazı çalışmalar, tasarlanan bazı ortamların öğretmen adaylarının MÖB'lerini artırdığını belirtmektedir (Bütün, 2012; Baki, 2013). Tasarlanan bu ortamlar ve yapılan uygulamalar göz önünde bulundurularak hizmet öncesi eğitimde öğretmen adaylarının MÖB'lerini artırıcı öğretim faaliyetlerine yer verilebilir.

* CPAB testi yer alan açık uçlu sorular, öğretmenlerin alanı öğretme bilgisinin bir bileşeni olan PAB'larını değerlendirebilmek için zengin ve derinlemesine veriler sunmuştur. ÖSYM'nin son zamanlarda açık uçlu soruları ölçme işleminde kullanmaya yönelik çalışmalar yaptığı da bilinmektedir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının alanı öğretme bilgilerinin açık uçlu sorularla ölçülmesinin daha faydalı olacağı düşünülmektedir.

6.2.2. İleride Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler

* Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmeni adaylarının cebir öğretme bilgileri; alan bilgisi ile PAB'ın öğrenciyi tanıma bilgisi ve içeriğin sunumu boyutlarında incelenmiştir. Bundan sonraki çalışmalar için cebir öğrenme alanı dışındaki diğer alanlar için (geometri, istatistik – olasılık vs.) çalışmalar yürütülebilir. Hatta matematiğin tüm öğrenme alanlarını kapsayacak şekilde daha geniş çalışmaların yürütülmesine ihtiyaç duyulmaktadır.

* Bu çalışmada öğretmen adaylarının cebir öğretme bilgileri, PAB'ın öğrenciyi tanıma bilgisi ve içeriğin sunumu boyutlarıyla sınırlandırılmıştır. İleride yapılacak çalışmalar için bu boyutlar artırılarak ölçme – değerlendirme bilgisi ve müfredat bilgisi gibi boyutlar çalışmaya eklenebilir.

* Bu çalışma hizmet öncesi eğitimde yer alan öğretmen adayları ile yürütülmüştür. Öğretmen eğitimi çalışmalarında literatürde öğretmenlerle yürütülen çalışmalar noktasında eksiklikler bulunmaktadır. İleriki çalışmalar matematik öğretmenleri ile yürütülebilir.

* Öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının özellikle MÖB'ün PAB boyutunu ölçmeye yönelik farklı teknikler bulunmaktadır. Bu çalışmada adayların mevcut bilgileri testlerle ölçülmüştür. İleriki çalışmalar için bu bilgi boyutu gerek adaylar Okul Deneyimi dersi kapsamında gözlemlenerek gerekse mevcut öğretmenler sınıf ortamlarında gözlemlenerek ölçülebilir.

* Çalışma sonunda öğretmen adaylarının PAB ve özellikle öğrenciyi tanıma bilgisine ilişkin eksik bilgileri ortaya konulmuştur. Bu bağlamda eğitim fakültelerinde okutulan Özel Öğretim Yöntemleri ders içeriğinin zenginleştirilmesi ve gerekirse dersin okutulduğu dönem sayısının artırılmasının gerek eğitim fakültelerinde mezun olan öğretmen adaylarının niteliği artıracak gerekse öğretmenliğe başladıklarında yaşayacakları tecrübesizliği azaltacak düşünülmemektedir.

* Bu çalışma 4. sınıfta öğrenim gören öğretmen adayları ile yürütülmüştür. Enlemsel ya da boylamsal çalışmalarla programda yer alan 1-4 sınıflardaki öğrencilerle çalışmalar yürütülebilir ve öğretim çıktıları değerlendirilebilir.

* Çalışmada elde edilen sonuçlardan birisi, matematik alan bilgisinin iyi olmasının alanı öğretebilmek için yeterli olmadığı yönündedir. Bu sonuçtan hareketle yürütülecek nicel çalışmalar ile öğretmen ve(ya) öğretmen adaylarının sahip olmaları gereken bu iki bilgi bileşeni arasında anlamlı bir farkın olup olmadığı araştırılabilir.

* Daha geniş bir örneklem ile CAB ve CPAB testlerinin geçerlik ve güvenirlik çalışmaları yapılabilir.

7. KAYNAKLAR

- Abell, S. K. (2007). Research on science teacher knowledge. In S. K. Abell and N. G. Lederman (Eds.). *Handbook of Research on Science Education* (pp. 1105-1149). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Akgün, L. (2006). Cebir ve değişken kavramı üzerine, *Journal of Qafqaz University*, 17.
- Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler, *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20 (2).223-238.
- Altun, M. ve Alkan, H. (Eds.). (1999). *Denklem ve eşitsizlik öğretimi*. Eskişehir: Açık Öğretim Fakültesi Yayınları.
- An, S., Kulm, G. and Wu, Z. (2004) The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teacher in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145–172.
- Baki, A. (1998). Cebirle İlgili İşlem Yanılgılarının Değerlendirilmesi, III. Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu. Trabzon.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (Genişletilmiş 4. Basım). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Baki, A. (2010). Öğretmen eğitiminin lisans ve lisansüstü boyutlardan değerlendirilmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(3), 15-31.
- Baki, A. (2012a). Matematik öğretme bilgisi, X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 27-30 Haziran, Niğde Üniversitesi, Niğde.
- Baki, A. (2012b). Matematik öğretme bilgisi, 11. Matematikçiler Derneği Sempozyumu, 19-21 Eylül, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.
- Baki, M. (2012c). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiği öğretme bilgilerinin gelişiminin incelenmesi: bir ders imecesi (Lesson study) çalışması. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Baki, M. ve Baki, A. (2010). Türkiye'nin öğretmen yetiştirme deneyimi ve matematik öğretmeninin alanı öğretme bilgisi. Uluslararası Öğretmen Yetiştirme Politikaları ve Sorunları Sempozyumu II, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Ball, D.L. (1988). Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education. Unpublished doctoral dissertation, Michigan State University, East Lansing.
- Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (2), 132–144.

- Ball, D. (1991). Research on teaching mathematics: Making subject-matter knowledge part of the equation. In J. Brophy (Ed.), *Advances in Research on Teaching* (Vol. 2, pp. 1-48). Greenwich, CT: JAI Press.
- Ball, D.L., Lubinski, S.T. and Mewborn, D.S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (4th. Ed. Hlm 433 – 456). New York: Macmillan.
- Ball, D. L., Thames, M. H. and Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Battista, M. T. (1999). Fifth graders' enumeration of cubes in 3D arrays: Conceptual progress in an inquiry-based classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 417–48.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A. and Tsai, Y. M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133-180.
- Baxter, J. A. and Lederman, N. G. (1999). Assessment and content measurement of pedagogical content knowledge. In J. Gess-Newsome (Ed). *Examining Pedagogical Content Knowledge: The Construct and Its Implications for Science Education* (pp.147 –162). Hingham, MA, USA: Kluwer Academic Publishers.
- Bayazıt, İ. ve Aksoy Y. (2010). Öğretmenlerin fonksiyon kavramı ve öğretimine ilişkin pedagojik görüşleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(3), 697 -723.
- Bayazıt, İ. (2006). The relationship between teaching and learning through the context of functions', Unpublished PhD Thesis, University of Warwick, United Kingdom.
- Bayazıt, İ. (2011). Öğretmen adaylarının grafikler konusundaki bilgi düzeyleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10(4), 1325 -1346.
- Baykul, Y. (2000). *Eğitimde ve psikolojide ölçme: Klasik test teorisi ve uygulaması*. Ankara: ÖSYM.
- Bell, A. and Janvier, C. (1981). The interpretation of graphs representing situations. *For the Learning of Mathematics*, 2(1), 34-42.
- Blume, GW. and Heckman, DS. (2000). Algebra and functions. In EA Silver and PA Kenny (Eds.), *Results from the Seventh Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress* (pp. 269–300). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Boero, P. (2001). Transformation and anticipation as key processes in algebraic problem solving. In S. Sutherland, T. Rojano, A. Bell and R. Lins (Eds.), *Perspectives on School Algebra* (pp. 99-119). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Bond, T.G. and Fox, C. M. (2007). *Applying the Rasch model: Fundamental measurement in the human sciences* (2nd ed.) Mahwah, N.J.: Erlbaum.

- Bowen, G. M. and Roth, W. M. (2005). Data and graph interpretation practices among pre-service science teachers. *Journal of Research in Science Teaching*, 42(10), 1063-1088.
- Brooks, J. G. and Brooks, M. G. (1993). *In search of understanding: The case for constructivist classrooms*. Alexandria, VA: Association of Supervision and Curriculum Development.
- Burns, J. C., Okey J. R. and Wise, K. C. (1985). Development of an integrated process skill test: TIPS II. *Journal of Research in Science Teaching*, 22 (2), 169-177.
- Burns, M. (2000). *About teaching mathematics - a K-8 resource*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Burrill, G., Ferrini-Mundy, J., Senk, S. and Chazan, D. (2004). Knowledge of algebra for teaching. In Annual Conference of PME-NA, Toronto, Ontario, Canada.
- Bütün, M (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının uygulanan zenginleştirilmiş program sürecinde matematik öğretme bilgilerinin gelişimi. Yayınlanmamış Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, , Trabzon.
- Bütün, M. (2005). İlköğretim matematik öğretmenlerinin alan eğitimi bilgilerinin nitelikleri üzerine bir çalışma. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Carlson, D., Johnson, C., Lay, D. and Porter, A. D. (1997). The linear algebra curriculum study group recommendations for the first course in linear algebra. In D. Carlson, C. R. Johnson, D. C. Lay, A. D. Porter, A. Watkins and W. Watkins(Eds.), *Resources for Teaching Linear Algebra*, MAA Notes (Vol. 42, pp. 53-58). Washington: Mathematical Association of America.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., P. L. Peterson, P. L. and Carey, D. A. (1988). Teachers' pedagogical content knowledge of student's problem solving in elementary arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 385–401.
- Chick, H. L. and Harris, K. (2007). Pedagogical content knowledge and the use of examples for teaching ratio. Proceedings of the annual conference of the Australian Association for Research in Education. 25 - 28 November, Fremantle, WA.
- Cochran K.F., DeRuiter J.A. and King R.A. (1993). Pedagogical content knowing: An integrative model for teacher preparation. *Journal of Teacher Education*, 44, 263–272.
- Coştu S., Arslan S. ve Aydın M. (2008). Kuram ve uygulama arasında bir köprü: Öğretmenlerin pratik kuramları. Paper presented at the 8th International Educational Technology Conference, 6-9 May, Eskisehir-Turkey.
- Coştu, S. (2009). Matematik öğretiminde bağlamsal öğrenme ve öğretme yaklaşımına göre tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen deneyimleri. Yüksek lisans tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Çelik, D. (2007). Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

- Çelik, D. ve Sağlam-Arslan, A. (2012). Öğretmen adaylarının çoklu gösterimleri kullanma becerilerinin analizi. *İlköğretim Online*, 11(1), 239-250. [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr> adresinden 20 Kasım 2013 tarihinde edinilmiştir.
- Çepni, S. (2009). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (4. Baskı). Celepler Matbaacılık, Trabzon.
- Çıkla, O. (2004). The effects of multiple representations based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics and representation preference. Unpublished doctoral dissertation, Middle East Technical University, Ankara.
- Dane, A. ve Başkurt, H. (2012). İlköğretim 8.sınıf öğrencilerinin özdeşlik ve denklem kavramlarını algılama düzeyleri ve öğrenme güçlükleri. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 5 (8), 397-413.
- Day, J. M. and Kalman, D. (1999). Teaching linear algebra: What are the questions? <http://pcmi.ias.edu/1998/1998-questions2.pdf> adresinden 20 Kasım 2013 tarihinde edinilmiştir.
- Dede, Y., Bayazit, İ. ve Soybaş, D. (2010). Öğretmen adaylarının denklem, fonksiyon ve polinom kavramlarını anlamaları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 18(1), 67-88.
- DeMarois, P. and Tall, D. O. (1996). Facets and Layers of the Function Concept, *Proceedings of PME 20*, Valencia, 2, 297-304.
- Diederich, P. (1974). Measuring growth in English. III. National Council of Teachers of English, Urbana.
- Doerr, H. M. (2004). Teachers' knowledge and the teaching of algebra. In K. Stacey, H. Chick and M. Kendal (Eds), *The Future of the teaching and learning of algebra. The 12th ICMI Study* (pp. 267-290). Kluwer Academic Publishers.
- Doğan, N. (2002). Klasik test kuramı ve örtük özellikler kuramının örneklemeler bağlamında karşılaştırılması, Yayınlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Dönmez, G. (2009). Matematik öğretmen adaylarının limit ve süreklilik kavramlarına ilişkin pedagojik alan bilgilerinin değerlendirilmesi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Dubinsky, E. and Harel, G. (1992). Forward. In G. Harel and E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy*, MAA Notes, Number 25 (pp. vii-ix). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Eisenberg, T. (1991), Function and associated learning difficulties. In D.O.Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 140-152.
- Elia, I. and Spyrou, P. (2006). How students conceive function: a triarchic conceptual-semiotic model of the understanding of a complex concept. *TMME*, 3(2), 256-272.
- Ernest, P. (1989). Philosophy, mathematics and education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 20(4) 555-559.

- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 94-116.
- Even, R. (1990). Subject matter knowledge for teaching and the case of functions. *Educational Studies in Mathematics*, 21(6), 521-544.
- Fennema, E. and Franke, M. (1992). *Teachers' knowledge and its impact*. In: D.A. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (New York: Macmillan Publishing).
- Ferrini-Mundy, J., McCrory, R. and Senk, S. (2006). Knowledge of algebra for teaching: Framework, item development and pilot results. Research symposium at the research pre-session of NCTM annual meeting. St. Louis, MO
- Ferrini-Mundy, J., Burrill, G., Floden, R. and Sandow, D. (2003). Teacher knowledge for teaching school algebra: Challenges in developing an analytical framework. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago, IL.
- Ferrini-Mundy, J., Floden, R., McCrory, R., Burrill, G. and Sandow, D. (2005). *A conceptual framework for knowledge for teaching school algebra*. East Lansing, MI: Authors.
- Floden, R. E., Ferrini-Mundy, J., McCrory, R., Senk, S. and Reckase, M. (2005). KAT item development matrix. <http://www.educ.msu.edu/kat/> adresinden 20 Kasım 2013 tarihinde edinilmiştir.
- Gabel, D. L. (1993). *Introductory science skills*. Prospect Heights, IL: Waveland Press, Inc.
- Garuti, R., Bazzini, L. and Boero, P. (2001). Revealing and promoting the students' potential: a case study concerning inequalities. *Proceedings of PME XXV*, Utrecht, The Netherlands, Vol.3, 9-16.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.
- Grossman, P. L. (1995). Teachers' knowledge. In L. W. Anderson (Ed.), *International encyclopedia of teaching and teacher education* (2nd ed., pp. 20-24). Tarrytown, NY: Pergamon.
- Güveli, H. ve Güveli, E. (2002). Bağlantı, fonksiyonun tanımı, birebir fonksiyon ve örten fonksiyon konularında lise-1 düzeyinde kavram yanlışlarının tespiti. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 1019-1025: Ankara.
- Hacıomeroglu, G. (2006). Prospective secondary teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge of the concept of function. Unpublished doctoral dissertation. Florida State University, USA.
- Hadjidemetriou, C. and Williams, J.S. (2002). Children's graphical conceptions. *Research in Mathematics Education*, 4, 69-87.

- Halim, L. and Meerah, S., M.(2002). Science trainee teachers' Pedagogical content knowledge and its influence on physics teaching. *Research in Science and Technological Education*, 20 (2): 215-227.
- Hall, R. (1996). Representation as shared activity: situated cognition and Dewey's cartography of experience. *The Journal of the Learning Sciences*, 5(3), 209-238.
- Harel, G. (1989). Learning and teaching linear algebra: Difficulties and an alternative approach to visualizing concepts and processes. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(2), 139-148.
- Harel, G. (2001). The development of mathematical induction as a proof scheme: A model for DNR-Based instruction. In S. Campbell and R. Zaskis (Eds.). *Learning and Teaching Number Theory*. In C. Maher (Ed.). *Journal of Mathematical Behavior*, New Jersey, Ablex Publishing Corporation, 185-212
- Hashweh, M. Z. (2005). Teacher pedagogical constructions: a reconfiguration of pedagogical content knowledge. *Teachers and Teaching*, 11(3), 273-292.
- Heaton, R. M. (1992). Who is minding the mathematics content? A case study of a fifth-grade teacher. *The Elementary School Journal*, 93(2), 153–162.
- Heinze, A., Star J. R. and Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 41(5), 535–540.
- Hiebert, J. and Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis, in J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, 1–27.
- Hill H. C., Blunk M. L., Charalambous C. Y., Lewis J. M., Phelps G. C., Sleep L. and Ball D. L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430-511.
- Hill, H. C., Rowan, B. and Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Hill, H. C., Schilling, S. and Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *Elementary School Journal*, 105(1), 11-30.
- Hitt F.(1994). Teachers' difficulties with the construction of continuous and discontinuous functions. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 16(4), 10-20.
- Hitt, F. (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function, *The Journal of Mathematical Behavior*, 17: 123–134.
- Işık, C., Kar, T., İpek, A. S. ve Işık, A. (2012). Sınıf öğretmeni adaylarının çizgi grafiklerine öykü oluşturmada karşılaştıkları güçlükler. *International Online Journal of Educational Sciences*, 4 (3), 644-658.

- Işıksal, M. (2006). A study on pre-service elementary mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplication and division of fractions. Unpublished doctoral dissertation, Middle East Technical University, Ankara.
- Jackson, S.L. (2009). *Research methods and statistics: A critical thinking approach* (3rd edition). Belmont, CA: Wadsworth.
- Kaput, J.J. (1985). Multiplicative word problems and intensive quantities: An integrated software response (Technical Report 85-19). Cambridge, MA: Harvard University; Educational Technology Center.
- Kaput, J.J. (1998). Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum. In S. Fennel (Ed.), *The nature and role of algebra in the K-14 curriculum: Proceedings of a national symposium* (pp. 25–26). Washington, DC: National Research Council, National Academy Press.
- Karahasan, B. (2010). Preservice secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge of composite and inverse function. Unpublished doctoral dissertation, Middle East Technical University, Ankara.
- Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli, *İlköğretim-Online*, 2(2), 2-9.
- Kardeş, D. (2010). Matematik öğretmen adaylarının lineer denklem sistemleri çözüm süreçlerinin öz-yeterlilik algısı ve çoklu temsil bağlamında incelenmesi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Kaynar, Y. (2013). Yeni ilköğretim II. kademe matematik öğretim programının istatistik boyutunun incelenmesi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyon.
- Kazima, M., Pillay, V. and Adler, J. 2008. Mathematics for teaching: observations of two case studies. *South African Journal of Education*, 28, 283–299.
- Keller, B.A. and Hirsch, C.R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 29, (1), 1-17.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.
- Kim, G. (2004). The pedagogical content knowledge of two middle-school mathematics teachers. Unpublished doctoral dissertation, University of Georgia, Georgia.
- Koparan, T. (2012). Proje tabanlı öğrenme yaklaşımının öğrencilerin istatistiksel okuryazarlık seviyelerine ve istatistiğe yönelik tutumlarına etkisi. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

- Kula, S. (2011). Matematik öğretmen adaylarının dörtlü bilgi modeli ile alan ve alan öğretimi bilgilerinin incelenmesi: Limit örneği. Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir, Türkiye.
- Kutluca, T. ve Baki, A. (2009). 10. sınıf matematik dersinde zorlanılan konular hakkında öğrencilerin, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin görüşlerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 17(2), 609-624.
- Kutluca, T. ve Akın, M. F. (2013). Somut materyallerle matematik öğretimi: dört kefeli cebir terazisi kullanımı üzerine nitel bir çalışma. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4 (1), 48-65.
- Lacampagne, C. (Eds). (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national institute on student achievement, curriculum and assesment. (Eds. Lacampagne, C., Blair, W. and Kaput, J.). *The algebra initiative colloquium*. 2, 237-242.
- Lee, L. (1996). An Initiation into Algebraic Culture through Generalization Activities. In N. Bednarz, C. Kieran and Lee, L. (Ed.) *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching* (pp. 87-106), Kluwer Academic Publishers.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O. and Stein, M. S. (1990). Functions, graphs and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research*, 1, 1–64.
- Lerman, S. (1990). Alternative perspectives of the nature of mathematics and their influence on the teaching of mathematics. *British Educational Research Journal*, 16(1), pp: 53-61.
- Lesh, R. and Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh ve H. Doerr (Eds.) *Beyond constructivism*. (pp. 3-34). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Li, X. (2007). An investigation of secondary school algebra teachers' mathematical knowledge for teaching algebraic equation solving. (Doctoral dissertation). The University of Texas at Austin. <http://hdl.handle.net/2152/3337> adresinden 10 Kasım 2012 tarihinde edinilmiştir.
- Loughran, J. J., Berry, A. and Mulhall, P. (2006). *Understanding and developing science teachers' pedagogical content knowledge*. Dordrecht: Sense Publishers.
- Lusardi, M.M. and Smith, E.V. (1997) . Development of a scale to assess concern about falling and applications to treatment programs. *Journal of Outcome Measurement*, 1, 34-55.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics : Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Magnusson, S., Krajcik, J. and Borko, H. (1999). Nature, sources and development of pedagogical content knowledge for science teaching. In J. Gess-Newsome and N.G. Lederman (Eds.), *Examining pedagogical content knowledge* (pp. 95–132). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 3-11.
- Mathematics Study Panel (2003). Mathematics proficiency for all students. Santa Monica CA: RAND.
- McCrary, R., Floden, R., Ferrini-Mundy, J., Reckase, M. and Senk, S. (2010). Knowledge of algebra for teaching: Framework of knowledge and practices. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(5), 584-615.
- Meel, D.E. (1999). Prospective teachers' understandings: Function and composite function. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers: The Journal*, 1, 1-12.
- Meredith, A. (1995) Terry's learning: some limitations of Shulman's pedagogical content knowledge. *Cambridge Journal of Education*, 25, 2, pp. 175-187.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2008). Öğretmen yeterlilikleri: Öğretmenlik mesleği genel ve özel alan yeterlikleri. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Öğretmen Yetiştirme ve Eğitimi Genel Müdürlüğü. <http://otmq.meb.gov.tr/YetOzel.html> adresinden 12 Şubat 2013 tarihinde edinildi.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009). *İlköğretim okulu matematik öğretim program ve kılavuzu* (1-5. Sınıflar). Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi. Ankara.
- Morris, C. (1992). *Academic press dictionary of science and technology*. San Diego, New York and Boston: Harcourt Brace Jovanovich, Academic Press.
- Moses, R. (1995). "Algebra, The New Civil Right." In *The Algebra Initiative Colloquium*, Vol. II. Carol Lacampagne, et al., Editors. Washington, DC: U. S. Department of Education, Office of Educational Research and Improvement, pp. 53-67.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). Professional standards for teaching mathematics. Reston, VA: Author.
- Norwood, K.S. (1994). The effect of instructional approach on mathematics anxiety and achievement. *School Science and Mathematics*, 94(5), 248-254
- Ozgun-Koca, S. A. (2001). Computer-based representations in mathematics classrooms: The effects of multiple-linked and semi-linked representations on students' learning of linear relationship. Published PhD dissertation. Ohio: Ohio State University.
- Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Merkezi (ÖSYM, 2013). 2013 Kamu Personeli Seçme Sınavı A Grubu ve Öğretmenlik Sonuçları. <http://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2013/KPSS1/2013KPSS%20A%20GRUBU%20ve%20%C3%96%C4%9ERETMENL%C4%B0K.pdf> adresinden 20 Kasım 2013 tarihinde edinilmiştir.
- Öğretmen Yetiştirme ve Geliştirme Genel Müdürlüğü (ÖYEGM) (2009). Özel Alan Yeterlikleri Matematik Komisyonu 2.Dönem Raporu. Milli Eğitim Bakanlığı Öğretmen Yetiştirme ve Eğitimi Genel Müdürlüğü. Ankara. Erişim tarihi: 15.02.2013.

- Özgun-Koca, S. A. (2008). Öğrencilerin grafik okuma, yorumlama ve oluşturma hakkındaki kavram yanılgıları. M.F. Özmentar, E. Bingölbalı, H. Akkoç, (Eds), Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri (s.61-89), Pegem Akedemi, Ankara.
- Özkaya, M. ve İşleyen, T. (2012). Fonksiyonlarla ilgili bazı kavram yanılgıları. *Çankırı Karatekin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi* 3(1): 01-32.
- Park, S. and Oliver, JS. (2007). Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, 38, 261–284.
- Petrou, M. and Goulding, M. (2011). Conceptualizing teachers' mathematical knowledge in teaching. In Rowland T. and Ruthven K. (Eds.), *Mathematical knowledge in teaching* (pp. 9-25). London: Springer.
- Portney, LG and Watkins MP (2000). *Foundations of clinical research: Applications to practice*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall Health.
- Schmidt, H. W., Tatto, M. T., Bankov, K., Blömeke, S., Cedillo, T., Cogan, L., Han, S., Houang, R., Hsieh, F. J., Paine, L., Santillan, M. and Schwille, J. (2007). The preparation gap: Teacher education for middle school mathematics in six countries. *Mathematics Teaching in the 21st Century*, Center for Research in Mathematics and Science Education, Michigan State University.
- Schoenfeld, A. H. and Arcavi. A. (1988). On the meaning of variable. *Mathematics Teacher*, 81,6, 420–427.
- Seeger, F., Voight, I. and Werschescio, V. (1998). Representations in the mathematics classroom: reflections and constructions. In F. Seeger, I. Voight and V. Werschescio, (Eds.). *The Culture of the Mathematics Classroom* (pp. 308-343). Cambridge: Cambridge University Press.
- Selden, A. and Selden, J. (2003). Errors and misconceptions in college level theorem proving. Tennessee Technological University Department of Mathematics Tech Report No. 2003-3. http://math.tntech.edu/techreports/TR_2003_3.pdf adresinden 5 Aralık 2013 tarihinde edinilmiştir.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand; Knowledge growth in teaching, *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations Of The New Reform, *Harvard Educational Review*, 57 (1), 1-22.
- Shulman, L. S. (2004). The wisdom of practice: Essays on teaching, learning, and learning to teach. S. Wilson (Ed.) San Francisco: Jossey-Bass, Inc.
- Sierpiska, A., Dreyfus, T. and Hillel, J. (1999). Evaluation of a teaching design in linear algebra: The case of linear transformations. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(1), 7-40.
- Smith, DC, and Neale, DC. (1989). The construction of subject matter knowledge in primary science teaching. *Teaching and Teacher Education*, 5, 1–20.

- Stein, M. K., Baxter, J. and Leinhardt, G. (1990). Subject-matter knowledge and elementary instruction: A case from functions and graphing. *American Educational Research Journal*, 27(4), 639-663.
- Stewart, S. (2008). Understanding Linear Algebra Concepts Through the Embodied, Symbolic and Formal Worlds of Mathematical Thinking. Unpublished doctoral dissertation, Department of Mathematics, University of Auckland.
- Stewart, S. and Thomas, M. O. J. (2003). Difficulties in the acquisition of linear algebra concepts. *New Zealand Journal of Mathematics, Supplementary Issue*, 32, 207-215.
- Stump, S. L. (1999). Secondary mathematics teachers' knowledge of slope. *Mathematics Education Research Journal*, 11(2), 124-144.
- Sünbül, Ö. ve Erkuş, A. (2013). Madde parametrelerinin değişmezliğinin çeşitli boyutluluk özelliği gösteren yapılarda madde tepki kuramına göre incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(2), 378-398.
- Tabach, M. and Friedlander, A. (2003). "The role of context in learning beginning algebra". Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education, Bellaria, Italia.
- Tamir, P. (1988). Subject matter and related pedagogical knowledge in teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 4 (2), 99-110.
- Tatto, A., Teresa, M., Schille Prof, J., Senk Prof, S., Lawrence, C., Peck Mr, R. and Rowley Dr, G. (2012). *Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics in 17 countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)* (pp. 1-297). International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).
- Tatto, M. T., Schille, J., Senk, S., Ingvarson, L., Peck, R. and Rowley, G. (2008). *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): Conceptual framework*. East Lansing, MI: Teacher Education and Development International Study Center, College of Education, Michigan State University.
- Temiz, K. B. ve Tan, M. (2009). Lise 1. sınıf öğrencilerinin grafik yorumlama becerileri. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 31-43.
- Thompson, P. W. (1994). Students, functions, and the undergraduate curriculum. In E. Dubinsky, A. H. Schoenfeld, and J. J. Kaput (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education*, 1 (Issues in Mathematics Education Vol. 4, pp. 21-44). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 166-175.
- Toluk-Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(2), 87-102.

- Trigueros, M., Oktaç, A. and Manzanero, L. (2007). Understanding of System of Equations in Linear Algebra Working Group 14. CERME 5, 2007.
- Tsamir, P. and Almog, N. (2001). Students' strategies and difficulties: The case of algebraic inequalities. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(4), 513-524.
- TTKB (2013). Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, <http://ttkb.meb.gov.tr/www/guncellenen-ogretim-programlari-ve-kurul-kararlari/icerik/150> adresinden 20 Eylül 2013 tarihinde edinilmiştir.
- Turğut, M. (2010). Teknoloji destekli lineer cebir öğretimin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerine etkisi, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Turnuklu, E. B. and Yesildere, S. (2007). The pedagogical content knowledge in mathematics: Preservice primary mathematics teachers' perspectives in Turkey. *IUMPST, The Journal*, 1 (Content Knowledge).
- Türkdoğan, A. (2011). Yanlışın anatomisi: İlköğretim matematik sınıflarında karşılaşılan yanlışlara ve yanlışlara verilen dönütlerin analitik incelenmesi, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234–243.
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variable. In A. F. Coxford and A. P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12* (1988 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, pp. 8-19). Reston, VA: NCTM.
- URL-1 (2013). Item discrimination or slope estimation, <http://www.winsteps.com/winman/index.htm?discriminationestimation.htm> adresinden 20 Ekim 2013 tarihinde edinilmiştir.
- Van Driel, J.H., Verloop, N. and de Vos, W. (1998). Developing science teachers' pedagogical content knowledge. *Journal of Research in Science Teaching*, 35(6) 673-695.
- Vinner, S. and Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4): 356-366.
- White, E. M. (1988). *Teaching and assessing writing*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Wilson, M. (1994). One preservice secondary teacher's understanding of function: The impact of a course integrating mathematical content and pedagogy. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 346-370.
- Wright, B. D. (1977). Solving measurement problems with the Rasch model. *Journal of Educational Measurement*, 14 (2), 97 – 116.
- Yeşildere-İmre, S. and Akkoç, H. (2012). Investigating the development of prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge of generalising number patterns through school practicum, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15, 207–226.

8. EKLER

Ek 2. Testlere İlişkin Parametre Değerleri

CAB TEST ITEM STATISTICS: MEASURE ORDER

ENTRY NUMBER	TOTAL SCORE	TOTAL COUNT	MEASURE	MODEL S.E.	INFIT MNSQ	OUTFIT ZSTD	PT-MEASURE CORR.	EXACT EXP.	MATCH OBS%	ESTIM EXP%	DISCR ITEM	G			
26	11	101	2.03	.33	.98	.0	.89	-.2	.26	.22	89.1	1.02	18a	0	
6	12	101	1.92	.32	1.07	.4	1.17	.6	.14	.23	88.1	88.1	.94	4	0
27	13	101	1.82	.31	1.00	.1	1.09	.4	.21	.24	87.1	87.1	.98	18b	0
7	15	101	1.65	.29	1.08	.5	1.36	1.3	.10	.25	84.2	85.2	.88	5a	0
25	19	101	1.34	.27	1.04	.3	1.18	.8	.20	.27	80.2	81.5	.93	17	0
18	23	101	1.07	.25	1.08	.6	.97	-.1	.23	.29	74.3	77.9	.93	12a	0
22	45	101	1.02	.17	1.06	.5	1.04	.3	.35	.40	56.4	62.3	.93	14	0
1	27	101	.84	.24	1.03	.3	1.24	1.4	.23	.31	75.2	74.4	.89	1a	0
5	58	101	.79	.17	.99	-.1	1.08	.6	.40	.41	59.4	57.1	.98	3	0
35	30	101	.67	.23	.92	-.8	.92	-.5	.41	.31	74.3	72.0	1.17	21	0
34	31	101	.62	.23	1.02	.3	1.02	.2	.29	.32	72.3	71.3	.95	20	0
9	54	101	.61	.15	.92	-.6	.81	-.9	.51	.44	55.4	54.6	1.10	6	0
20	32	101	.57	.23	1.05	.5	.99	.0	.28	.32	65.3	70.6	.92	12c	0
33	34	101	.47	.22	.82	-2.1	.75	-2.1	.55	.32	81.2	69.3	1.50	19d	0
21	70	101	.29	.14	1.27	2.2	1.35	2.0	.29	.47	45.5	48.8	.58	13	0
19	38	101	.28	.22	1.04	.5	1.00	.0	.30	.33	66.3	67.0	.91	12b	0
10	39	101	.23	.22	.97	-.3	1.03	.3	.35	.33	69.3	66.6	1.05	7a	0
31	43	101	.04	.21	.79	-3.2	.75	-2.9	.59	.34	77.2	65.1	1.85	19b	0
37	43	101	.04	.21	.94	-.8	.90	-1.0	.42	.34	63.4	65.1	1.25	23	0
8	44	101	.00	.21	1.07	1.0	1.07	.8	.26	.34	58.4	64.8	.72	5b	0
3	51	101	-.32	.21	.99	-.1	1.02	.3	.35	.35	68.3	64.4	1.01	1c	0
24	52	101	-.37	.21	1.08	1.2	1.09	1.0	.25	.35	57.4	64.5	.64	16	0
32	52	101	-.37	.21	.87	-2.0	.83	-2.1	.51	.35	67.3	64.5	1.61	19c	0
16	114	101	-.51	.13	1.13	1.2	1.13	.9	.44	.51	40.6	41.7	.84	10	0
13	56	101	-.55	.21	1.01	.1	1.01	.1	.34	.35	65.3	65.3	.97	9a	0
4	58	101	-.64	.21	1.14	2.0	1.14	1.5	.18	.34	57.4	65.8	.56	2	0
2	61	101	-.78	.22	1.09	1.2	1.13	1.3	.22	.34	62.4	66.8	.66	1b	0
11	61	101	-.78	.22	.95	-.6	.91	-.9	.41	.34	66.3	66.8	1.20	7b	0
29	62	101	-.82	.22	.83	-2.2	.80	-2.0	.54	.34	73.3	67.2	1.55	18d	0
30	62	101	-.82	.22	1.06	.8	1.07	.7	.27	.34	63.4	67.2	.79	19a	0
17	63	101	-.87	.22	.95	-.6	.90	-.9	.41	.34	68.3	67.6	1.19	11	0
36	65	101	-.97	.22	1.03	.3	1.02	.2	.31	.34	68.3	68.6	.93	22	0
14	69	101	-1.17	.23	1.04	.5	1.11	.8	.27	.33	72.3	71.1	.87	9b	0
15	74	101	-1.44	.24	.89	-1.0	.84	-1.0	.46	.32	78.2	74.7	1.21	9c	0
28	74	101	-1.44	.24	.84	-1.5	.74	-1.7	.53	.32	78.2	74.7	1.31	18c	0
23	83	101	-2.02	.27	1.09	.6	1.20	.9	.15	.29	83.2	82.7	.88	15	0
12	88	101	-2.44	.31	.85	-.6	.78	-.7	.42	.26	88.1	87.2	1.12	8	0
MEAN	49.4	101.0	.00	.23	1.00	.0	1.01	.0		69.8	69.7				
S.D.	22.8	.0	1.07	.04	.10	1.1	.16	1.1		11.4	10.3				

CPAB TEST ITEM STATISTICS: MEASURE ORDER

ENTRY NUMBER	TOTAL SCORE	TOTAL COUNT	MEASURE	MODEL S.E.	INFIT MNSQ	OUTFIT ZSTD	PT-MEASURE CORR.	EXACT EXP.	MATCH OBS%	ESTIM EXP%	DISCR ITEM	G			
13	17	101	2.38	.25	.92	-.2	.74	-.6	.47	.39	89.1	85.3	1.05	6	0
19	51	101	1.54	.18	.98	-.1	.92	-.5	.46	.41	62.4	58.9	1.07	10	0
23	49	101	1.37	.17	.95	-.3	.97	-.1	.46	.44	67.3	60.7	1.03	14	0
30	27	101	1.29	.24	.76	-2.2	.68	-2.2	.62	.32	80.2	75.5	1.43	18	0
24	28	101	1.23	.24	.93	-.6	.92	-.5	.41	.33	77.2	74.7	1.13	15	0
14	59	101	1.01	.15	1.08	.6	1.07	.5	.40	.46	50.5	51.7	.90	7	0
21	40	101	.63	.22	.96	-.6	.98	-.1	.38	.33	72.3	65.9	1.13	12	0
17	41	101	.58	.22	1.17	2.3	1.22	2.1	.12	.33	57.4	65.3	.52	8c	0
20	80	101	.48	.13	1.15	1.5	1.27	1.5	.39	.49	35.6	41.1	.82	11	0
5	44	101	.44	.21	1.09	1.3	1.07	.7	.24	.33	55.4	63.8	.66	2	0
26	87	101	.40	.13	.94	-.6	.90	-.7	.53	.48	45.5	44.5	1.15	17	0
18	87	101	.35	.12	1.17	1.7	1.43	1.9	.38	.50	26.7	35.4	.79	9	0
29	47	101	.31	.21	.90	-1.6	.87	-1.5	.46	.33	63.4	62.8	1.50	20	0
4	49	101	.22	.21	1.08	1.3	1.08	.9	.23	.33	58.4	62.8	.60	1c	0
8	56	101	-.10	.21	1.08	1.2	1.10	1.0	.23	.33	62.4	64.5	.61	3c	0
11	58	101	-.19	.21	.93	-1.0	.92	-.8	.41	.32	68.3	65.3	1.30	5b	0
12	58	101	-.19	.21	.88	-1.9	.84	-1.7	.48	.32	72.3	65.3	1.56	5c	0
6	60	101	-.28	.21	.96	-.6	.92	-.8	.38	.32	69.3	66.2	1.20	3a	0
25	128	101	-.46	.15	1.01	.2	1.02	.2	.40	.42	52.5	50.5	.95	16	0
28	124	101	-.74	.20	1.05	.4	1.05	.4	.31	.36	66.3	68.1	.95	19	0
3	70	101	-.76	.23	1.02	.3	1.01	.1	.28	.30	67.3	70.9	.96	1b	0
22	70	101	-.76	.23	.91	-.9	.84	-1.0	.41	.30	71.3	70.9	1.23	13	0
10	75	101	-1.03	.24	1.02	.2	.97	-.1	.27	.28	73.3	74.7	.98	5a	0
15	77	101	-1.15	.24	1.01	.1	1.08	.5	.25	.27	76.2	76.4	.97	8a	0
7	79	101	-1.27	.25	.99	.0	.86	-.6	.31	.27	76.2	78.3	1.05	3b	0
9	81	101	-1.40	.26	1.09	.6	1.07	.4	.16	.26	80.2	80.2	.89	4	0
2	88	101	-1.95	.31	.94	-.2	.81	-.5	.31	.22	87.1	87.1	1.07	1a	0
16	88	101	-1.95	.31	1.05	.3	1.03	.2	.15	.22	87.1	87.1	.95	8b	0
MEAN	64.9	101.0	.00	.21	1.00	.0	.99	-.1		66.1	66.2				
S.D.	25.7	.0	1.06	.05	.09	1.1	.16	1.0		14.5	12.8				

MEASURE: Madde Zorluk Değeri

INFIT - OUTFIT: Uyum içi - Uyum Dışı Değerleri

ESTM DISCR: Madde Ayırt Edicilik Değeri

Ek 3. CPAB ve CAB Testleri

B GRUBU CAB VE CPAB TESTİ

AÇIKLAMA

- Bu kitapçık bir çalışma kapsamında İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında öğrenim görmekte olan öğretmen adayları için hazırlanmış olup **Cebir** öğrenme alanına ilişkin **Alan Bilgisi** ve **Öğretmenlik Alan Bilgisi** testlerinden oluşmaktadır.
- Kitapçıkta yer alan sorulara vereceğiniz yanıtlardan herhangi bir not almayacaksınız. Lütfen testlerde yer alan soruları dikkatle okuyunuz, ondan sonra yanıtlayınız.

ADI :

SOYADI :

OKUL NO :

**ÖĞRETMENLİK ALAN BİLGİSİ TESTİ
SORULARI**

1. Bu testte 20 soru vardır.
2. Sorular açık uçlu, kapalı uçlu ve çoktan seçmeli sorularından oluşmaktadır.

1. Kerem öğretmen öğrencilerinden “Ardışık 3 tam sayı çarpıldığında çıkan sonuç her zaman 6’nın katıdır.” önermesini kanıtlamalarını istiyor.

Üç öğrencinin cevaplar aşağıdadır.

Ahmet’in Cevabı

6 sayısının iki çarpanı 3 ve 2’dir. Eğer 3 ardışık sayıyı çarparsanız, bunlardan birisi 3’ün katı olacaktır. Ayrıca en az bir sayı çift olacaktır ve tüm çift sayılar ikinin katıdır. Eğer 3 ardışık sayıyı çarparsanız cevap en az bir 3’ün katı ve en az bir 2’nin katı içerecektir.

Elif’in Cevabı

$$\begin{aligned} 1 \times 2 \times 3 &= 6 \\ 2 \times 3 \times 4 &= 6 \times 4 \\ 4 \times 5 \times 6 &= 120 = 6 \times 20 \\ 6 \times 7 \times 8 &= 120 = 6 \times 56 \end{aligned}$$

Dilek’in Cevabı

$$\begin{aligned} n \text{ herhangi bir tamsayı olsun.} \\ n \times (n+1) \times (n+2) &= (n^2+n) \times (n+2) \\ &= n^3 + n^2 + 2n^2 + 2n \\ n \text{’nin katsayılar toplamı } 1+1+2+2 &= 6 \end{aligned}$$

Hangi çözümün/çözümlerin geçerli olduğunu belirtiniz.

A. Ahmet’in çözümü

☐
☐

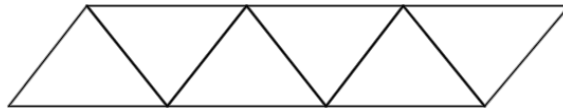
B. Elif’in çözümü

☐
☐

C. Dilek’in çözümü

☐
☐

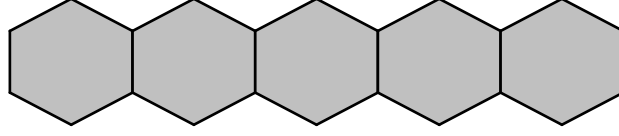
2. Ali, elindeki kürdanlarla geometrik şekiller oluşturmaktadır. 6 üçgenden oluşan aşağıdaki şeklin çevresinin “Her üçgen için 3 kürdan kullanıyorum. Sonuncu yaptığım üçgen hariç her bir kürdanı iki kez sayıyorum. O yüzden bunları çıkarmalıyım.” şeklinde hesaplanabileceğini ifade ediyor.



n , kullanılan toplam kürdan sayısını temsil etmek üzere aşağıda verilen eşitliklerden hangisi t üçgen için Ali’nin açıklamasını en iyi temsil eden cebirsel gösterimdir?

- A. $n = 2t + 1$
- B. $n = 2(t + 1) - 1$
- C. $n = 3t - (t - 1)$
- D. $n = 3t + 1 - t$
- E. $n = (3t - t) + 1$

3. Gülşah öğretmen; “Kenar uzunluğu 1 cm olan altıgenlerden 100 tanesini aşağıdaki şekilde olduğu gibi sıralarsam oluşan şeklin çevresi kaç cm olur?” sorusunu öğrencilerine yöneltecektir.



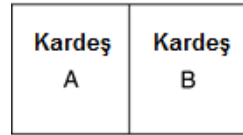
Öğretmen, öğrencilerin vermeleri muhtemel doğru yanıtları önceden belirlemek istemektedir. Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri öğrencilerin doğru sonuca ulaşmak için izledikleri adımlardan olabilir?

	Evet	Hayır
a) $4 \times 100 + 2$	☐	☐
b) $(6 \times 100) - 2 \times 99$	☐	☐
c) $(70 \times 30) : 5 - 2 \times 9$	☐	☐

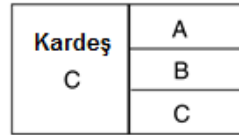
4. Sinan öğretmenin sınıfa yönelttiği soru şu şekildedir:

Her birinin alanı $x \text{ m}^2$ olan iki arsa üç kardeşe eşit olarak paylaştırılacaktır. Kardeş başına kaç m^2 arsa düşer?

Guruplardan biri aşağıdaki çözümü sunmuştur:



Arsa 1



Arsa 2

Öğrenciler, bir kardeşe düşen arsa miktarını $\frac{x}{2} + \frac{x}{3}$ şeklinde belirlemişlerdir. Öğrencilerin burada yaptıkları yanlış aşağıdakilerden hangisine daha çok benzemektedir?

a) Öğrenciler $\frac{3}{6}$ kesrini yanlış sadeleştirmişlerdir.

b) İkinci arsa üzerinde düşünürken öğrenciler bütünü göz önünde bulundurmamışlardır.

c) Öğrenciler ikinci arsanın kalan kısmını pay etmeyi unutmuşlardır.

d) Arsayı pay etmek için kullanılan bu yöntem doğru bir yöntem değildir. Bunun yerine öğrenciler her bir arsayı üçe bölmeliydiler.

5. Tuğba öğretmen öğrencileri için cebirsel ifadeler içeren sözel problemler oluşturmak istiyor. $x \div \frac{1}{2}$ için bir problem yazmak isteyen öğretmen, aşağıdakilerden hangisi veya hangilerini kullanabilir? (Kullanabilir için Evet, kullanamaz için Hayır seçeneğini işaretleyiniz)

	Evet	Hayır
a. Samet'in elinde bir miktar 1 TL'lik bozuk parası vardır. Bu paraları 50 kuruşluk madeni paralar haline getirirse elinde kaç adet bozuk para olur?	☐	☐
b. Şekeri biten komşu Selma'nın kapısını çalar ve kendisinde fazla şeker olup olmadığını sorar. Selma da evdeki x kg şekerin yarısını komşuya verir. Komşu ne kadar şeker almıştır?	☐	☐
c. Emin'in x lirası vardır. Cebindeki bu para, mağazada indirim giren bir üründen 2 tane alabilmektedir. Bu ürün kaç liradır?	☐	☐

6. Melike öğretmen, öğrencilerine aşağıdaki denklem sistemini veriyor ve çözmelerini istiyor.

$$\begin{aligned} 2x - 4y &= 8 \\ -x + 2y &= -4 \end{aligned}$$

Öğrencilerden Esra tahtaya gelerek şu çözümü yapıyor:

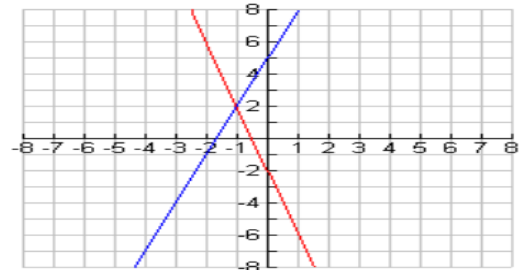
$$\begin{aligned} 2x - 4y &= 8 \\ + 2(-x + 2y) &= 2 \cdot (-4) \end{aligned}$$

$0 = 0$ elde ederiz. O halde çözüm IR'dir.

Esra'nın çözümünün doğru olup olmadığını belirleyiniz. Eğer yalnızca Öğrencilerinizin bu türden yanlışlara düşmemesi için nasıl bir yol takip ederdiniz?

7.

Bazı kitaplarda, denklemlerin çözümü için koordinat sistemi kullanılmaktadır. Örneğin yandaki şekilde birinci dereceden bir bilinmeyenli iki denklem koordinat sistemine aktarılmış $y = 3x + 5$ ve $y = -4x - 2$ grafiklerinin kesim noktasının apsisi olan $\{-1\}$ noktası $3x + 5 = -4x - 2$ denkleminin çözüm kümesi olmuştur.



Öğrencilerden Yılmaz, bu yöntemin sadece eşitliğin her iki tarafında bilinmeyen x varken geçerli olduğunu, eşitliğin bir tarafında sabit varken bu yöntemin işe yaramayacağını düşünmektedir. (Örneğin $2x + 7 = 9$ için bu yöntemin geçersiz olduğunu söylemektedir) Sizce Yılmaz haklı mıdır? Yılmaz bu düşüncesini sizinle paylaşıyorsa ona ne yanıt verirdiniz?

8. Deniz öğretmen öğrencilerine sözel ifadelerin cebirsel temsilini öğretmektedir. Bu sebeple $y = 2x + 3$ denklemini temsil edecek şekilde bir hikaye ya da örnek olay durumu oluşturmak istemektedir. Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri $y = 2x + 3$ için kullanılabilir? (Kullanılabilir için Evet, kullanılamaz için Hayır kutucuğunu işaretleyiniz)

	Evet	Hayır
I. Küçük Osman, sattığı her kitap için 2 lira kazanmaktadır. Ayrıca ne zaman bir kitap satsa 3 lira da bahşiş almaktadır. Osman x kitap sattığında ne kadar para kazanır?	☐	☐
II. Yılmaz 3 kart ile başladığı futbolcu kartı koleksiyonunu her hafta 2 kart daha ekleyerek zenginleştirmektedir. Yılmaz'ın x haftanın sonunda kaç kartı olur?	☐	☐
III. Yunus işaret dili öğrenmeye ilk gün 5 işaret öğrenerek başlamıştır. Her gün 2 işaret daha öğrenmektedir. Yunus x gün sonunda kaç işaret öğrenmiş olur?	☐	☐

9. Sınıfta öğrencilerinizle üslü sayılar konusuna ilişkin alıştırmalar yaparken, öğrencilerinizin bir kısmının 2^0 değerini 0 olarak aldıklarını gördünüz. Onlara $2^0 = 1$ eşitliğini nasıl anlatırdınız?

10. Reyhan öğretmen tahtaya aşağıdaki eşitsizliği yazmış ve öğrencilerinden çözüm kümesini bulmalarını istemiştir.

$$-x < 7$$

Kübra bu soruyu çözerken eşitsizliğin her iki tarafını da -1 sayısı ile bölmüş ve çözümünü $x > -7$ olarak yazmıştır. Bunun üzerine bir diğer öğrenci de eşitsizliğin negatif bir sayı ile bölündüğünde neden yön değiştirdiğini sormuştur. Bu öğrenciye nasıl yanıt verirdiniz?

11. $2x + 1 = 5x + 7$ denklemini eşit kollu bir terazi çizerek görselleştirmek ve bir çözüme ulaşmak mümkün müdür? Eğer cevabınız Evet ise çizerek gösteriniz. Hayır ise neden olmayacağını açıklayınız.

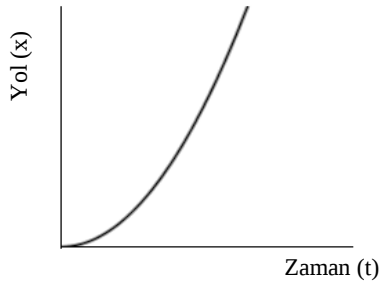
12. Aşağıdaki sorular bir ortaokul matematik kitabında yer almaktadır.

1) Murat, Mehmet ve Musa misketlerle bir oyun oynamaktadırlar. Hepsinin misket sayısı toplam 198'dir. Murat, Mehmet'in misketlerinin 6 katı miskete sahipken Musa da Mehmet'in 2 katı miskete sahiptir. Her bir çocuğun kaç misketi vardır?

2) Ayşe, Halil ve Selma'nın toplamda 198 kuruşları vardır. Ayşe'nin parası Halil'in parasının 6 katı ve Selma'nın parasının 3 katı kadardır. Her birinin ne kadar parası vardır?

Genel olarak öğrencilerin 2 problemde 1 problemine göre daha fazla zorlandıkları görülmüştür. Bu durumun olası nedenlerinden birini gerekçesiyle açıklayınız.

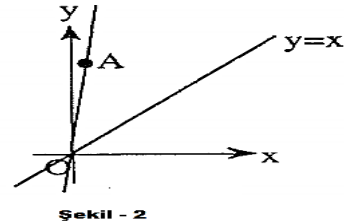
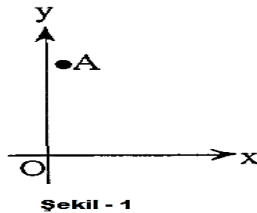
13.



Aşağıdaki öğrenci açıklamalarından hangisi veya hangileri verilen grafiğin doğrusal olmayan bir fonksiyona ait olduğunu belirtir?

- I. Yol ile zaman arasındaki ilişki her zaman sabit değil.
 - II. Eğrideki farklı noktalar için eğim de farklıdır.
 - III. Eğrideki her nokta için x/t her zaman aynı oranı vermektedir.
- a) Yalnız I
 - b) Yalnız II
 - c) Yalnız III
 - d) I ve II
 - e) I, II ve III

14. Alper öğretmen öğrencilerinden Şekil-1 de yer alan A ve O noktalarından geçen doğruyu çizmelerini ve bu doğrunun denklemini tahmin etmelerini istemiştir.

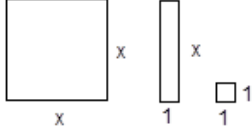


Öğrencilerden birinin yaptığı çözüm Şekil-2'de verilmiştir. Öğrenci yaptığı çözümü ise şu şekilde açıklamıştır:

" $y=x$ doğrusunu referans kabul edelim. OA doğrusunun eğimi, eğimi 1 olan $y=x$ doğrusunun eğiminin 2 katına yakın olmalı. Denklemi de $y=2x$ değil de $y=1.9x$ olabilir mesela."

Öğrencinin yapmış olduğu bu çözümün doğru olup olamayacağını gerekçelerinizle açıklayınız.

15. Cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırmak için kullanılan yöntemlerden biri de birim kareler yöntemidir. Bunun için



birimleri kullanılabilir.

Siz de bu birimleri kullanarak $x^2 - 4x - 5$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

16. Öğretmen aşağıdaki soruyu sınıfa yöneltmiştir.

$$\frac{2x}{x+2} \geq \frac{3x}{x+2} \text{ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.}$$

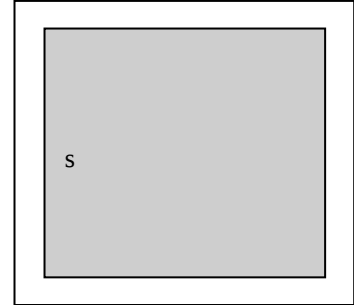
Gruplardan birinin yaptığı çözüm adımlarıyla birlikte aşağıda verilmiştir.

1. Adım : $\frac{2x}{x+2} \geq \frac{3x}{x+2}$ (sadeleştirme yapılır)
2. Adım : $2x \geq 3x$ (yeniden sadeleştirme yapılır)
3. Adım : $2 \geq 3$ olduğundan bu eşitsizliğin çözümü yoktur.

Grubun ulaştığı bu sonucun doğru olup olmadığını her bir adımda yapılan işlemleri dikkate alarak açıklayınız.

17.

“Eni ve boyu 1 metre olan fayanslar, yanda görülen ve bir kenar uzunluğu s metre olan kare şeklindeki havuzun kenarlarını örmek için kullanılacaktır. Örülen alan şeklindeki havuzun 1 metre dışı ile sınırlı olduğuna göre bu işlem için kaç m^2 fayans kullanılmıştır?”



Yavuz bu soruya $2s + 2(s+2)$, Selim ise $(s+2)^2 - s^2$ yanıtını vermiştir. Bu iki öğrenci çözümlerine açıklama olarak ne sunmuş olabilirler?

18. Denklemler ve özdeşlikler konusunu anlatırken öğrencilerinizden birisi denklem ile özdeşliğin farkını sordu. Bu öğrencinize nasıl yanıt verirdiniz? Açıklayınız.

19. Öğretmenin tahtaya yazdığı bir denklem için öğrencilerin sunduğu çözümler aşağıda verilmiştir.

$$x + x + x = 12 \text{ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.}$$

Çözüm 1: $\checkmark. K = \{2, 5, 5\}$

Çözüm 2: $\checkmark. K = \{10, 1, 1\}$

Çözüm 3: $\checkmark. K = \{4, 4, 4\}$

Her bir çözüm için öğrencilerin verdiği cevabın altında yatan sebebin ne olabileceğini açıklayınız.

20. $\frac{(x+4)}{x+1} = \frac{2x+8}{3x}$

Bir öğrencinin yukarıda sorulan denklemin çözümüne ilişkin yaptığı açıklama ve sunduğu çözüm aşağıda verilmiştir.

“(2x+8) ifadesi (x+4) ’ün iki katıdır. O halde 3x ifadesi de (x+1) ’in iki katı olmalıdır.”

$$2(x+1) = 3x$$

$$2x + 2 = 3x$$

$$2 = x \text{ bulunur.}$$

Öğrencinin yaptığı çözüme ilişkin hangisi doğrudur?

- a) Öğrencinin kullandığı strateji tamamen yanlıştır.
- b) Öğrenci orantıyı ters kurmuştur.
- c) Ulaşılan sonuç verilen denklemin çözüm kümesini oluşturmaktadır.
- d) Öğrencinin akıl yürütmesi doğru olmakla beraber eksik bir sonuç vermektedir
- e) Öğrenci işlem hatası yapmış fakat tesadüfen doğru sonuca ulaşmıştır.

ALAN BİLGİSİ TESTİ SORULARI

1. Bu testte 23soru vardır.
2. Sorular açık uçlu, kapalı uçlu ve çoktan seçmeli sorularından oluşmaktadır.

1. “x’in bilinmeyen olduğu bir denklemde” aşağıda verilen işlemlerin çözüm kümesini değiştirip değiştirmeyeceğini inceleyiniz. Değiştirir için Evet, değiştirmez için Hayır seçeneğini işaretleyiniz. Hayır seçeneğini işaretlediyseniz bir örnek veriniz.

	Evet	Hayır	Hayır için bir örnek veriniz
I. Eşitliğin her iki tarafına $\sqrt{x}$ eklemek	☐	☐	
II. Her iki tarafı $(x+5)$ ile çarpmak	☐	☐	
III. Her iki tarafın karesini almak	☐	☐	

2. Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri ardışık üç tek sayının toplamı için kullanılabilecek bir ifadedir?

- A. $m + (m+1) + (m+3)$
- B. $m + (m+2) + (m+4)$
- C. $m + (m+3) + (m+5)$
- D. $m + (m+4) + (m+6)$
- E. Hiçbiri

Uygun kutucukları işaretleyin

☐
☐
☐
☐
☐

3. “Eğer $f(x)=ax+b$ ve $g(x)=cx+d$ fonksiyonları x ekseninde bir P noktasında kesişirlerse $(f+g)(x)$ toplam fonksiyonunun grafiği de P noktasından geçmelidir.” önermesinin doğruluğunu gösteriniz.

4. Trabzon için taksimetre tarifi, ilk çeyrek kilometreye kadar 3 TL ve daha sonraki her çeyrek km. için 1,25 TL şeklindedir. x kilometre mesafe giden bir yolcunun taksiciye ödeyeceği ücreti modelleyen bir fonksiyon oluşturunuz.

5. $ax+b=0$ ve $cx+d=0$ birbirine denk farklı iki doğrusal denklem olsun. $y=ax+b$ ve $y=cx+d$ doğruları arasındaki ilişki için ne söylenebilir? (Her bir öncül için doğru olduğunu düşündüğünüz kutucuğu işaretleyiniz)

	Her zaman doğru	Bazen doğru	Hiçbir zaman
I. Bu iki doğru paraleldir.	☐	☐	☐
II. Bu iki doğrunun x eksenini kestiği nokta aynıdır.	☐	☐	☐

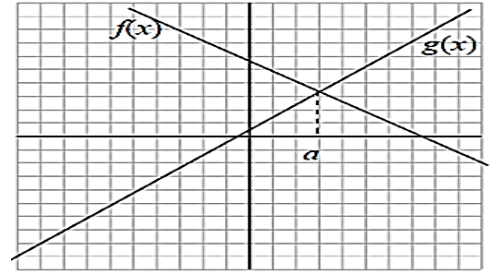
6. $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlansın.

$$g(x) = \begin{cases} x, & x \text{ rasyonel bir sayı ise} \\ 0, & x \text{ irrasyonel bir sayı ise} \end{cases}$$

şeklinde verilmiştir.

g bir fonksiyon mudur? Açıklayınız.

7. f ve g doğrusal iki fonksiyon olmak üzere yandaki şekilde $f(x) = g(x)$ denkleminin çözümünü geometrik olarak yapılmış ve $x=a$ çözümüne ulaşılmıştır.

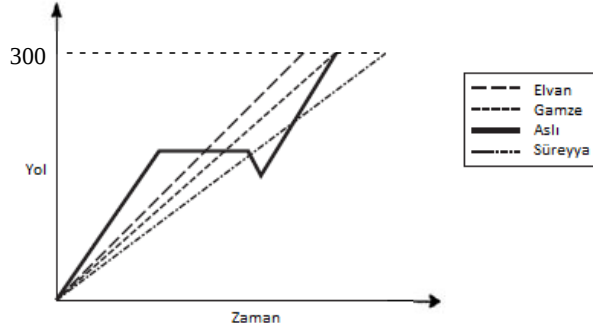


i) Eğer aynı yöntemi $f(x) + 3 = g(x) + 3$ denklemi için de kullanacak olursak, grafik nasıl görünür? Çiziniz. Çözüm kümesini bulunuz.

ii) $3.f(x) = 3.g(x)$ denkleminin ait çözüm $x = c$ olsun. a ile c arasındaki ilişki aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $a > c$ b) $a = c$ c) $a < c$ d) $f(x)$ ve $g(x)$ 'in ne olduğuna bağlıdır

8. Aşağıdaki grafik 4 kişi arasında geçen 300 metrelik bir yarışın tamamını temsil etmektedir.



Grafiğe göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a) Tüm yarışmacılar yarışı aynı anda tamamlamışlardır.
- b) Elvan yarışı baştan sona önde götürmüştür.
- c) Gamze ve Aslı yarışı aynı anda bitirmişlerdir.
- d) Yukarıdaki grafik yarışı kimin kaçınıcı sırada bitirdiğini yorumlamak için yetersizdir.
- e) Hiçbiri

9. Aşağıda verilen durumu ispatlamanız gerekmektedir:

“Doğal sayıların karelerinin 3 ile bölümünden kalan 0 ya da 1 dir.”

Verilen her bir durumun matematiksel olarak geçerli bir ispat olup olmadığını belirtiniz.

Her satır için bir kutucuğu işaretleyin.

a) Aşağıdaki tabloyu kullanmak:

Sayı	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Karesi	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Kalan	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1

Evet Hayır

☐ ☐

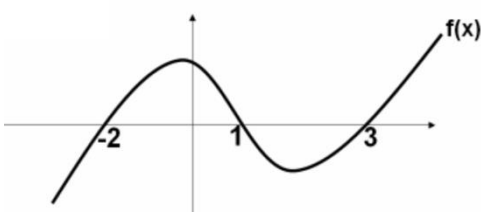
b) $(3n)^2$ nin tüm sayılar için 3'ün katı olacağını gösterip,
 $(3n \pm 1)^2 = 9n^2 \pm 6n + 1$ ifadesinin 3 ile bölümünden kalanın
 1 olduğunu göstermek.

☐ ☐

c) Keyfi bir n doğal sayısı seçip karesi olan n^2 yi bulmak ve
 durumun doğru olup olmadığını kontrol etmek.

☐ ☐

10.



Yanda $f(x)$ fonksiyonuna ait grafik verilmiştir. $(x + 1) \cdot f(x) \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

11. x ve y çift sayılar olmak üzere $2x^2 + 4y^2 = z$ ifadesi için aşağıdakilerden hangisi z 'yi her zaman bölen en büyük çift sayıdır?

- a) 4
- b) 8
- c) 12
- d) 16
- e) 24

12. Aşağıda verilen durumların bir üstel fonksiyon ile modellenip modellenemeyeceğini belirtiniz.

Evet Hayır

- a) Bir topun havaya fırlatıldıktan t saniye sonra yerden h yüksekliği
- b) Vadesiz hesapla bankaya her hafta d lira yatırıldığında, t hafta sonra bankada biriken A para miktarı
- c) Yılda $\%d$ değer kaybeden bir arabanın t yıl sonraki V değeri

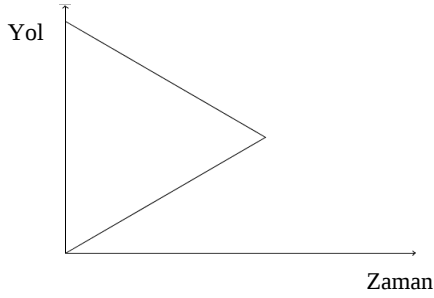
☐	☐
☐	☐
☐	☐

13. $A = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ ve $B = \begin{pmatrix} m & n \\ k & l \end{pmatrix}$ olsun. " $AXB=0$ ise $A=0$ ya da $B=0$ olmalıdır" ifadesi doğru mudur? (0, sıfır matrisini temsil etmektedir) Gerekçenizle beraber yazınız.

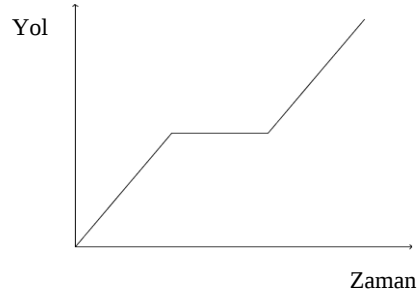
14. $S = \{ x \in \mathbb{R}, x=3 \}$ kümesi veriliyor. S , hem bir denklemin hem de bir eşitsizliğin çözüm kümesi olabilir mi? Açıklayınız.

15. Okula giderken kitaplarını evde unuttuğunu fark eden Ahmet, onları almak için eve döner. Aşağıdaki grafiklerden hangisi Ahmet'in evden uzaklığının zamana göre değişimini temsil edebilir?

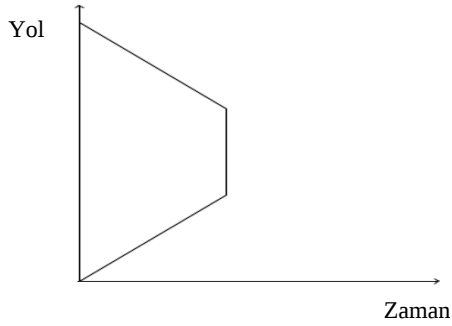
A)



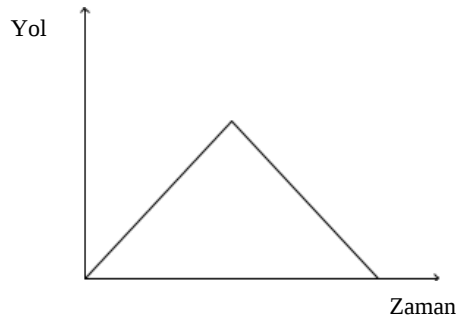
B)



C)



D)



16.

$$P(t) = 250 \cdot (3.04)^{\frac{t}{1.98}}$$

Nesli tükenmekte olan pandalar, toplam sayıları 250 iken 2000 yılında koruma altına alınmıştır. Yukarıdaki fonksiyon, 1 Ocak 2000 tarihinden itibaren t yılda dünya üzerindeki panda sayısının yaklaşık değerini vermektedir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- a) 4 ay sonra panda sayısı yaklaşık iki katına çıkmıştır.
- b) 6 ay sonra panda sayısı yaklaşık üç katına çıkmıştır.
- c) Panda sayısı her 24 ayda yaklaşık üç katına çıkmaktadır.
- d) Panda sayısı her 36 ayda yaklaşık iki katına çıkmaktadır.
- e) Panda sayısı her 48 ayda yaklaşık dört katına çıkmaktadır.

17.

Yaş (ay)	2	3	4	5	6	7	8	9
Uzunluk (cm)	4	9	16	24	30	35	38	40

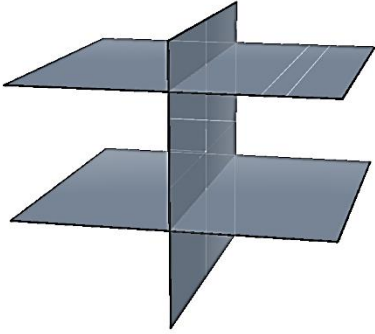
Yukarıda yer alan tabloya uygun yaş – uzunluk grafiğini oluşturunuz.

18. Aşağıda verilen durumların doğrusal fonksiyonlarla modellemeye uygun olup olmadıklarını belirleyiniz.

	Uygun	Uygun Değil
a) Cansu'nun bir kırtasiyenin 2 TL'den sattığı defterler için ödeyeceği ücret (p) ile defter sayısı (d) ile arasındaki ilişki	☐	☐
b) Sattığı gazete adedi (a) kadar pirim alan (p) bir gazete bayisi	☐	☐
c) Marketten alınan dökme şekerin ağırlığı (a) için ödenen ücret (t)	☐	☐
d) Sabit hızla giden bir aracın tükettiği yakıtın (y) zamana göre değişimi (z)	☐	☐

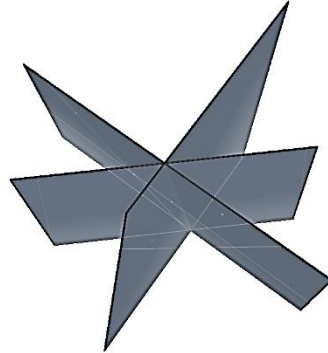
19. Aşağıda üç denklem ve üç bilinmeyenden oluşan lineer denklem sistemlerine ilişkin grafikler verilmiştir. Grafiklerden hangisi veya hangilerinde verilen sistem sonsuz çoklukta çözüme sahiptir? (Sonsuz çokluğa sahip ise Evet, diğer durumlar için Hayır kutucuğunu işaretleyiniz.)

a.



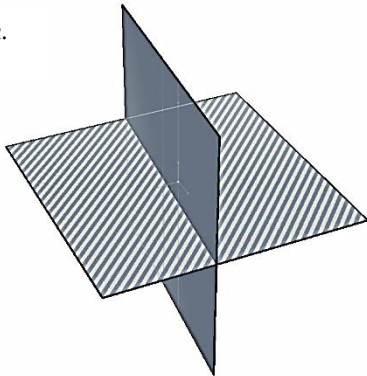
Evet Hayır
☐ ☐

b.



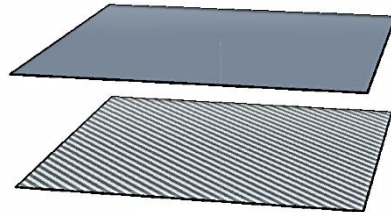
Evet Hayır
☐ ☐

c.



Evet Hayır
☐ ☐

d.



Evet Hayır
☐ ☐

Not: III ve IV. seçeneklerdeki  çakışık iki düzlemi temsil etmektedir.

20. $A.X = 0$ homojen lineer denklem sisteminin X_1 ve X_2 gibi iki çözümü olsun.

I. $X_1 + X_2$

II. $X_1 - X_2$

III. $X_1 + 2X_2$

IV. $X_1 \cdot X_2$

Yukarıdakilerden hangisi ya da hangileri bu sistem için her zaman bir çözümdür?

a) Yalnız I

b) I ve II

c) I, II ve III

d) I, II ve IV

e) I, II, III, IV

21. Aşağıdaki özelliklerin tümünü sağlayan bir f fonksiyonu oluşturunuz.

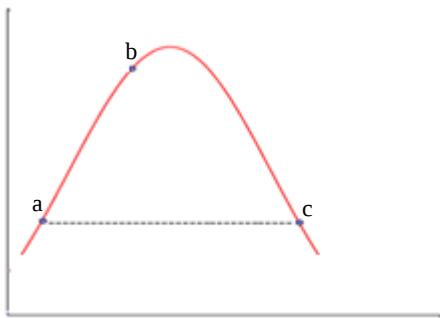
* -1 noktasında tanımsız olsun.

* 3'den küçük değerler için tanımsız olsun.

* Negatif değerler almasın.

* $x=6$ iken sıfır değerini alsın.

22.



Yandaki grafik bir parabolün bir kısmını temsil etmektedir. Verilen grafikte a, b ve c noktalarındaki eğimler arasındaki ilişki hangi seçenekte doğru olarak verilmiştir?

a) $m_a < m_b < m_c$

b) $m_a = m_b = m_c$

c) $m_a = m_c < m_b$

d) $m_a = m_c > m_b$

e) $m_c < m_b < m_a$

23. (x,y) ikililerinden oluşan bir β bağıntısının fonksiyon belirttiği bilinmektedir. Buna göre;

I. Her x değeri için y değerleri birbirinden farklıdır.

II. İkililerdeki sayı çiftleri arasında bir ilişki vardır.

III. Aynı x değerlerinin farklı y değerleri ile eşleşmemiştir.

Yukarıdaki maddelerden hangileri kesinlikle doğrudur?

a) Yalnız I

b) Yalnız II

c) Yalnız III

d) I ve III

e) I, II ve III

Bu test bitmiştir. Yanıtlarınızı kontrol ediniz.

Ek 4. CPAB ve CAB Testlerine İlişkin Değerlendirme Rubrikleri

Öğretmenlik Alan Bilgisi Testi Sorularına Ait Puanlandırma Rubriği

1. Soru

1 Puan (Her bir madde için)	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan (Her bir madde için)	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

2. Soru

1 Puan	Doğru yanıt
0 Puan	Boş yanıt, yanlış yanıt

3. Soru

1 Puan (Her bir madde için)	Doğru yanıt
0 Puan (Her bir madde için)	Boş yanıt, yanlış yanıt

4. Soru

1 Puan	Doğru yanıt
0 Puan	Boş yanıt, yanlış yanıt

5. Soru

1 Puan (Her bir madde için)	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan (Her bir madde için)	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

6. Soru

2 Puan	Çözümün yanlış olduğunu gerekçesiyle beraber ifade eden, yanlışla düşülmemesi için öneride bulunan yanıtlar
1 Puan	Sadece çözümün yanlış olduğunu belirten yanıtlar, doğru mantıksal çıkarım net olmayan eksik yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişiksiz ifadeler, yanlış sonuç

7. Soru

2 Puan	Öğrenci düşüncesünün yanlış olduğunu belirtip bunu net bir biçimde gerekçelendiren yanıtlar
1 Puan	Öğrenci düşüncesünün yanlış olduğunu belirten ancak sebebinin eksik ya da yanlış ifade edildiği yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişiksiz ifadeler, yanlış sonuç

8. Soru

1 Puan (Her bir madde için)	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan (Her bir madde için)	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

9. Soru

2 Puan	Eşitliğin gösterimi için bir çözüm yolu sunan ve bu sunumu gösteren yanıtlar
1 Puan	Yalnızca eşitliğin gösterimi için bir çözüm yolu sunan ve(ya) sunumun eksik gösterildiği yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişiksiz ifadeler, yanlış sonuç

10. Soru

2 Puan	Eşitsizliğin neden yön değiştirdiğini cebirsel ifadeler kullanarak ifade eden yanıtlar
1 Puan	Eşitsizliğin yön değiştirmesini özel durumlarla açıklayan yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişiksiz ifadeler

11. Soru

2 Puan	Gösterimin mümkün olmadığını gerekçesiyle belirten yanıtlar
1 Puan	Sadece gösterimin mümkün olmadığını belirten yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişiksiz ifadeler, yanlış sonuç

12. Soru

1 Puan	Problemlerin zorluğunu net olarak matematiksel ifadelerle açıklayan yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişiksiz ifadeler

13. Soru

1 Puan	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

14. Soru

2 Puan	Eğim ile aç arasındaki ilişkiyi net olarak ortaya koyan yanıtlar
1 Puan	Doğru mantıksal çıkarım net olmayan ve(ya) eksik yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişiksiz ifadeler

15. Soru

1 Puan	Birim karelerin doğru olarak cebirsel ifadenin çarpanlarını temsil ettiği yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişiksiz ifadeler

16. Soru

2 Puan	İlk iki adımın yanlış olduğunu matematiksel bir gerekçe ile açıklayan ve doğru matematiksel çıkarımlarda bulunan yanıtlar
1 Puan	Sadece 1. veya 2. adımın yanlış olduğunu matematiksel bir gerekçe ile açıklayan yanıtlar, her iki adımın yanlış olduğunu söyleyip yanlış matematiksel çıkarımda bulunan yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişiksiz ifadeler

17. Soru

2 Puan	Senaryoda verilen her iki yanıtın da hangi öğrenci düşüncesünü temsil ettiğini ifade eden yanıtlar
1 Puan	Senaryoda verilen yanıtlardan yalnızca birinin hangi öğrenci düşüncesünü temsil ettiğini ifade eden yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişiksiz ifadeler

18. Soru

1 Puan	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

19. Soru

2 Puan	Öğrencilerin değişken kavramına yükledikleri anlamı her bir çözüm için ortaya koyan yanıtlar
1 Puan	Öğrencilerin değişken kavramına yükledikleri anlamı bazı çözümler için ortaya koyan yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişiksiz ifadeler

20. Soru

1 Puan	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

21. Soru

1 Puan	Denklem ile özdeşliklerin farkını net olarak ortaya koyan yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, denklem ile özdeşliğin farkını ortaya koyamayan yanıtlar

Alan Bilgisi Testi Sorularına Ait Puanlandırma Rubriği

1. Soru

1 Puan (Her bir madde için)	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan (Her bir madde için)	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

2. Soru

1 Puan	Doğru yanıt
0 Puan	Boş yanıt, yanlış yanıt

3. Soru

2 Puan	Matematiksel olarak doğru çıkarımlarda bulunan ve ispatı tamamlayan yanıtlar
1 Puan	Matematiksel olarak doğru çıkarımlarda bulunan ancak ispatı tamamlayamayan yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişiksiz ifadeler

4. Soru

1 Puan	Fonksiyonun doğru bir şekilde oluşturulduğu yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, yanlış yanıt

5. Soru

1 Puan (Her bir madde için)	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan (Her bir madde için)	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

6. Soru

2 Puan	İfadenin fonksiyon olduğunu belirten ve doğru matematiksel açıklamalarla ifade eden yanıtlar
1 Puan	Yalnızca ifadenin fonksiyon belirten, gerekçesini net olarak ifade edemeyen yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişiksiz ifadeler, yanlış yanıt

7. Soru (a maddesi)

1 Puan	Grafiğin doğru çizildiği ve çözüm kümesinin doğru olarak verildiği yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, grafik ya da çözüm kümesinden birinin eksik veya yanlış verildiği yanıtlar

7. Soru (b maddesi)

1 Puan	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

8. Soru

1 Puan	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

9. Soru

1 Puan (Her bir madde için)	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan (Her bir madde için)	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

10. Soru

2 Puan	Doğru matematiksel çıkarımlarla doğru yanıt ulaşılan yanıt
1 Puan	Doğru matematiksel çıkarımların yapıldığı ancak işlem hatası yapılan veya sonuca ulaşılamayan yanıt
0 Puan	Boş yanıt, ilişkisiz yanıt

11. Soru

1 Puan	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

12. Soru

1 Puan (Her bir madde için)	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan (Her bir madde için)	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

13. Soru

2 Puan	Matematiksel olarak ispatın yapıldığı yanıt
1 Puan	Matematiksel olarak kanıtlanmayan ancak doğru çıkarımlarla önermenin doğruluğunu reddeden yanıt
0 Puan	Boş yanıt, ilişkisiz yanıt

14. Soru

2 Puan	Verilen kümenin hem denklemin hem de eşitsizliğin çözüm kümesi olduğunu ifade eden ve bunu net olarak ortaya koyan yanıtlar
1 Puan	Yalnızca verilen kümenin hem denklemin hem de eşitsizliğin çözüm kümesi olduğunu ifade eden yanıtlar, her iki durumu da gerekçelendirmede eksik yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, ilişkisiz yanıt, yanlış yanıt

15. Soru

1 Puan	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

16. Soru

1 Puan	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

17. Soru

1 Puan	Grafiğin doğru bir şekilde çizildiği yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, tablonun yanlış grafiklerle temsilini veren yanıtlar

18. Soru

1 Puan (Her bir madde için)	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan (Her bir madde için)	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

19. Soru

1 Puan (Her bir madde için)	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan (Her bir madde için)	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

20. Soru

1 Puan	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

21. Soru

1 Puan	Verilen şartları taşıyan fonksiyonların ifade edildiği yanıtlar
0 Puan	Boş yanıt, oluşturulan yanlış fonksiyonları içeren yanıtlar

22. Soru

1 Puan	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

23. Soru

1 Puan	Sadece doğru ifadenin seçildiği yanıt
0 Puan	Boş yanıt, seçilen yanlış yanıt

9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ

1987 yılında Giresun'un Alucra ilçesinde doğdu. Sırasıyla Fatsa Necati Çetinkaya İlkokulu, Fatsa Ortaokulu ve Fatsa Anadolu Lisesi'nde okudu. 2007 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programına yerleşti. 2009 yılında Erasmus öğrenci değişim programı ile Danimarka'nın University College of Lillebælt Üniversitesi'nde bir yıl matematik eğitimi üzerine öğrenim gördü. 2011 yılında mezun oldu ve aynı sene öğretim üyesi yetiştirme programı (ÖYP) kapsamında KTÜ Fatih Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi ana bilim dalına atandı. Halen aynı kurumda akademik çalışmalarını sürdürmekte olup iyi derecede İngilizce bilmektedir.

İLETİŞİM BİLGİLERİ:

Adres : Mustafa GÜLER, Fatih Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü A Blok No: 313, Söğütlü / Trabzon

E-mail : mustafaguler@ktu.edu.tr