

**MATEMATİK ALAN BİLGİSİ GELİŞTİRME
SÜRECİNE HATA TEMELLİ AKTİVİTELERİN
ETKİSİ**

Solmaz Damla GEDİK

**Doktora Tezi
Orta Öğretim Fen ve Matematik
Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı
Doç. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU
2014
(Her Hakkı Saklıdır)**

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI
EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

MATEMATİK ALAN BİLGİSİ GELİŞTİRME SÜRECİNE HATA
TEMELLİ AKTİVİTELERİN ETKİSİ
(Effect of Mistake-Handling Activities To Mathematics Content Knowledge
Development Process)

DOKTORA TEZİ

Solmaz Damla GEDİK

Danışman: Doç. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU

ERZURUM

2014

TEZ KABUL VE ONAY TUTANAĞI

Doç. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU danışmanlığında, Solmaz Damla GEDİK tarafından hazırlanan “Matematik Alan Bilgisi Geliştirme Sürecine Hata Temelli Aktivitelerin Etkisi” başlıklı çalışma 10/10/2014 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından, Ortaöğretim Fen ve Matematik Ana Bilim Dalı’nda doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Abdullah KAPLAN

İmza:

Danışman : Doç. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU

İmza:

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Ali Sabri İPEK

İmza:

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Seyfullah HIZARCI

İmza:

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Cemalettin IŞIK

İmza:

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

17 Ekim 2014

Prof. Dr. H. Ahmet KIRKKILIÇ
Enstitü Müdürü

TEZ ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI

Doktora Tezi olarak sunduğum “Matematik Alan Bilgisi Geliştirme Sürecine Hata Temelli Aktivitelerin Etkisi” başlıklı çalışmanın, tarafımdan, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden olduğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve onurumla doğrularım.

Tezimin kağıt ve elektronik kopyalarının Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

Lisansüstü Eğitim-Öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

☒ Tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

☐ Tezim sadece Atatürk Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.

☐ Tezimin 3 yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin tamamı her yerden açılabilir.

Solmaz Damla GEDİK

1

ÖZET

DOKTORA TEZİ

MATEMATİK ALAN BİLGİSİ GELİŞTİRME SÜRECİNE HATA TEMELLİ AKTİVİTELERİN ETKİSİ

Solmaz Damla GEDİK

2014, 236 Sayfa

Bu çalışmanın amacı ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgilerini geliştirme sürecinde hata temelli aktivitelerin etkisini incelemektir. Bu amaca yönelik olarak 5 ortaöğretim matematik öğretmeninden oluşan çalışma grubu ile hata temelli aktiviteler gerçekleştirilmiştir. Toplam 9 hafta boyunca öğretmenlerle hata temelli aktiviteler üzerine odak grup görüşmeleri yapılmıştır. Bu süreçte veriler; öğretmenlerin yazılı görüşleri, odak grup görüşme sürecinin video kayıtlarının transkripti, günlükler, yarı-yapılandırılmış görüşmeler ve araştırmacının gözlemleri yoluyla toplanmıştır. Çalışma öncesi ve sonrası uygulanan yazılı görüş almalar öğretmenlerin hata temelli aktiviteler öncesi ve sonrası kendi matematik alan bilgileri üzerine kendi özdeğerlendirmelerini yansıtmaktadır. Gözlem, günlükler ve yarı-yapılandırılmış görüşmeler ise, araştırmacının hata temelli aktiviteler öncesi, süreci ve sonrası öğretmenlerin matematik alan bilgileri durumlarını kendilerinin değerlendirmelerini ve araştırmacının gözlemlerini yansıtmaktadır. Çalışmada günlükler ve yazılı görüşler üzerinde döküman incelemesi yapılmış, tüm veri toplama araçlarından elde edilen veriler betimsel analize tabi tutulmuştur. Betimsel analiz için temalar, literatürde matematik alan bilgisinin bileşenleri üzerine yapılan çalışmalardaki bileşenler üzerinden yapılmıştır.

Çalışmadan elde edilen veriler, hata temelli aktivitelerin ortaöğretim matematik öğretmenlerinin kendi matematik alan bilgilerini geliştirme sürecine gerek bilişsel ve gerek duyuşsal pozitif etki sağladığını göstermiştir. Hata temelli aktivite uygulamalarının çalışma grubundaki öğretmenler üzerinde özellikle motivasyonel bir etki yaptığı, öğretmenlerin bakış açılarını ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirdiği, öğretmenleri kavramsal öğrenmeye yönelttiği, dikkat ve farkındalılığı artırdığı sonuçlarına ulaşılmıştır. Ayrıca hata temelli aktivite uygulamalarının özellikle öğretmenleri araştırmaya sevk ederek, onların kendi matematik alan bilgilerini geliştirmeye sevk ettiği sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Hata temelli aktiviteler, matematik alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi, ortaöğretim matematik öğretmenleri.

ABSTRACT
DOCTORAL DISSERTATION
EFFECT OF MISTAKE-HANDLING ACTIVITIES TO MATHEMATICS
CONTENT KNOWLEDGE DEVELOPMENT PROCESS

Solmaz Damla GEDİK

2014, 236 Pages

The purpose of the study is to examine the effect of mistake-handling activities during the development process of secondary mathematics teachers' mathematics content knowledge. To the purpose of the study, mistake-handling activities were carried out with a study group involving 5 secondary mathematics teachers. Focus group discussions were being carried out for 9 weeks with these teachers. Teachers' written opinions, the transcripts of focus group discussions' video records, journals, semi-structured interviews and researcher's observations were used as data gathering instruments. Receiving the teachers' written opinions before and after the study reflects teachers' self-evaluation(s) about their mathematics content knowledge before and after the mistake-handling activities. Observations, journals, semi-structured interviews reflect the researcher's thoughts about the teachers' self-evaluations about their mathematics content knowledge before, during and after the mistake-handling activities and researcher's observations. Document review was carried out for the written opinions and journals. Data gathered from all the instruments were analyzed based on descriptive analysis. The themes for the descriptive analysis were constructed in taking account of the components of the mathematics content knowledge in the studies placed in the literature.

The data obtained from the study has showed that the mistake-handling activities have made positive effects on teachers' process of developing mathematics content knowledge both cognitively and affectively. It was found that mistake-handling activities motivate the teachers to the study, it enhance the teachers' views and improve their critical thinking skills, they direct teachers to conceptual learning, they increase teachers' attention and awareness. Also, mistake-handling activities guide/propel teachers to do research/search. Thus, it was found that the mistake-handling activities propel teachers to improve themselves in their mathematics content knowledge.

Key Words: mistake-handling activities, mathematics content knowledge, pedagogical content knowledge, secondary mathematics teachers.

ÖNSÖZ

Bu araştırma konusunun belirlenmesi ve planlanması aşamalarında beni yönlendiren, çalışmalarım boyunca bütün özverisi ile yanımda olan ve her türlü desteği sağlayan çok değerli hocam Sayın Doç. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU'na, araştırmam sırasında benden gerekli yardımı ve ilgiyi esirgemeyen Sayın Doç. Dr. Seyfullah HIZARCI'ya, Sayın Doç. Dr. Cemalettin IŞIK'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca doktora tez çalışmamda bana yardımlarını esirgemeyen sayın Arş. Gör. Zekiye MORKOYUNLU ve sayın Arş. Gör. Merve ÖZKAYA'ya ve yine doktora çalışmalarım süresince benden desteklerini esirgemeyen herkese teşekkürlerimi sunmayı borç bilirim.

Çalışmalarım sırasında kendilerinden görmüş olduğum sabır ve anlayıştan dolayı, anneme, babama ve kardeşime sevgi ve şükranlarımı sunarım.

Erzurum - 2014

Solmaz Damla GEDİK

İÇİNDEKİLER

TEZ KABUL VE ONAY TUTANAĞI.....	i
TEZ ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI.....	ii
ÖZET.....	iii
ABSTRACT.....	iv
ÖNSÖZ	v
TABLolar LİSTESİ.....	x
ŞEKİLLER LİSTESİ	xi
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xvii

BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ	1
1.1. Araştırmanın Problem Durumu.....	2
1.2. Araştırma Problemi	4
1.3. Araştırmanın Amacı	5
1.4. Araştırmanın Önemi.....	6
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları	7
1.6. Varsayımlar	8
1.7. Tanımlar	8

İKİNCİ BÖLÜM

2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	11
2.1. Kuramsal Çerçeve	11
2.2. İlgili Araştırmalar.....	22

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3.YÖNTEM.....	47
3.1. Araştırmanın Tasarlanması	47
3.2. Araştırma Yöntemi.....	47
3.3. Veri Toplama Süreci	50
3.4. Pilot Çalışma	51

3.5. Veri toplama araçları.....	53
3.6. Verilerin Analizi.....	56

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR.....	59
4.1. Hata Temelli Aktiviteler Öncesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Matematik Alan Bilgilerine İlişkin Bulgular.....	59
4.1.1. Ön Tanı Özdeğerlendirme Yazılı Görüş Almadaki Bulgular	59
4.1.1.1. Temel matematiği derinlemesine anlama	59
4.1.1.2. Öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeplerini açıklama	61
4.1.1.3. İspat yapabilme	64
4.1.1.4. Tanım yapabilme	67
4.1.1.5. İşlem yapabilme.....	68
4.1.1.6. Terim ve notasyonları(simge-gösterim) doğru kullanma	72
4.2. Hata Temelli Aktiviteler Sürecindeki Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Matematik Alan Bilgilerine İlişkin Bulgular.....	74
4.2.1. Odak Grup Görüşme Bulguları.....	74
4.2.1.1. Odak grup görüşmeleri öncesi bulgular.....	74
4.2.1.2. Odak grup görüşme süreci bulguları.....	93
4.2.2. Günlükler	108
4.2.2.1. Hata temelli aktiviteler hakkındaki görüşler.....	108
4.2.2.2. Kendi özdeğerlendirmeleri	115
4.2.2.3. Matematik ve matematiksel hatalar	120
4.2.2.4. Serbest fikirler	121
4.2.3. Gözlem Bulguları.....	122
4.3. Hata Temelli Aktiviteler Sonrası Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Matematik Alan Bilgilerine İlişkin Bulgular.....	124
4.3.1. Son Tanı Özdeğerlendirme Yazılı Görüş Almadaki Bulgular.....	124
4.3.1.1. Temel matematiği derinlemesine anlama	124
4.3.1.2. Öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeplerini açıklama	126
4.3.1.3. İspat yapabilme.....	127
4.3.1.4. Tanım yapabilme	131

4.3.1.5. İşlem yapabilme.....	133
4.3.1.6. Terim ve notasyonları(simge-gösterim) doğru kullanma	137
4.3.2. Yarı yapılandırılmış Yüzyüze Görüşmelerden Elde Edilen Bulgular	141
4.3.2.1. Öğretmen Mahir ile ilgili bulgular.....	142
4.3.2.2. Öğretmen Suat ile ilgili bulgular	145
4.3.2.3. Öğretmen Zuhale ile ilgili bulgular	149
4.3.2.4. Öğretmen Aslı ile ilgili bulgular.....	152
4.3.2.5. Öğretmen Naci ile ilgili bulgular.....	156

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	163
5.1. Hata Temelli Aktivitelerle İlgili Olarak Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Matematik Alan Bilgilerinin Gelişim Sürecine İlişkin Sonuçlar.....	163
5.1.1. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Temel Matematiği Derinlemesine Anlama Durumuna İlişkin Sonuçlar	163
5.1.2. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Öğrenci Hatalarının Farkına Varma ve Sebeblerini Açıklama Durumlarına İlişkin Sonuçlar.....	165
5.1.3. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin İspat Yapabilme Durumlarına İlişkin Sonuçlar	167
5.1.4. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Tanım Yapabilme Durumlarına İlişkin Sonuçlar	169
5.1.5. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin İşlem Yapabilme Durumlarına İlişkin Sonuçlar	170
5.1.6. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Terim ve Notasyonları Doğru Kullanma Durumlarına İlişkin Sonuçlar	172
5.2. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Hata Temelli Aktiviteler Hakkındaki Düşüncelerine İlişkin Sonuçlar.....	173
5.3. Genel Sonuç	175
5.4. Öneriler	176
KAYNAKÇA	179
EKLER.....	189

EK 1. Uygulama Planı	189
EK 2. Özdeğerlendirme Ön ve Son Tanı Testi	211
EK 3. Yüzyüze Görüşme Soruları	213
EK 4. Gözlem Formu.....	215
EK 5. Gönüllülük Sözleşmesi.....	216
ÖZGEÇMİŞ	217

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 2.1.	Hataların Yapılandırıcı Kullanımına Dair Bir Taksonomi	15
Tablo 2.2.	Araştırmacılar Tarafından Ortaya Konulan MAB Bileşenleri	21
Tablo 3.1.	Araştırma Takvimi (2013-2014 Eğitim Öğretim Yılı)	51

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 4.1. Öğretmen Aslı'nın matematiksel fikirleri ve anahtar kavramları açıklama ile ilgili yazılı görüşü.....	60
Şekil 4.2. Öğretmen Suat'ın matematiksel fikirleri ve anahtar kavramları açıklama ile ilgili yazılı görüşü.....	60
Şekil 4.3. Öğretmen Mahir'in matematikte alternatif yollara başvurma ile ilgili yazılı görüşü	60
Şekil 4.4. Öğretmen Suat'ın matematikte alternatif yollara başvurma ile ilgili yazılı görüşü	61
Şekil 4.5. Öğretmen Naci'nin tanım, teorem ve ispatta temsil kullanma ile ilgili yazılı görüşü	61
Şekil 4.6. Öğretmen Naci'nin kavramlar arası ilişki kurma ile ilgili yazılı görüşü	61
Şekil 4.7. Öğretmen Suat'ın kavramlar arası ilişki kurma ile ilgili yazılı görüşü.....	61
Şekil 4.8. Öğretmen Suat'ın öğrenci hatalarının farkına varma ile ilgili yazılı görüşü ..	62
Şekil 4.9. Öğretmen Naci'nin öğrenci hatalarının farkına varma ile ilgili yazılı görüşü	62
Şekil 4.10. Öğretmen Mahir'in öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü	62
Şekil 4.11. Öğretmen Suat'ın öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü	62
Şekil 4.12. Öğretmen Naci'nin öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü	63
Şekil 4.13. Öğretmen Mahir'in öğrenci hatalarını tahmin etme ile ilgili yazılı görüşü ..	63
Şekil 4.14. Öğretmen Suat'ın öğrenci hatalarını tahmin etme ile ilgili yazılı görüşü.....	63
Şekil 4.15. Öğretmen Naci'nin öğrenci hatalarına karşı tedbir alma ile ilgili yazılı görüşü	64
Şekil 4.16. Öğretmen Suat'ın öğrenci hatalarına karşı tedbir alma açıklama ile ilgili yazılı görüşü	64
Şekil 4.17. Öğretmen Naci'nin teorem ifadelerini bilme ile ilgili yazılı görüşü.....	65
Şekil 4.18. Öğretmen Mahir'in teorem ifadelerini bilme ile ilgili yazılı görüşü	65
Şekil 4.19. Öğretmen Mahir'in ispat yöntemlerini kullanma ile ilgili yazılı görüşü	66
Şekil 4.20. Öğretmen Aslı'nın ispat yöntemlerini kullanma ile ilgili yazılı görüşü	66

Şekil 4.21. Öğretmen Zuhâl'in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü	66
Şekil 4.22. Öğretmen Suat'ın ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü	66
Şekil 4.23. Öğretmen Mahir'in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	67
Şekil 4.24. Öğretmen Mahir'in tanım bilme ile ilgili yazılı görüşü.....	67
Şekil 4.25. Öğretmen Suat'ın tanımları tam bilme ile ilgili yazılı görüşü	67
Şekil 4.26. Öğretmen Zuhâl'in tanımları tam bilme ile ilgili yazılı görüşü.....	68
Şekil 4.27. Öğretmen Suat'ın tanımları kullanma ile ilgili yazılı görüşü	68
Şekil 4.28. Öğretmen Suat'ın soru çözme ile ilgili yazılı görüşü	68
Şekil 4.29. Öğretmen Mahir'in soru çözme ile ilgili yazılı görüşü.....	69
Şekil 4.30. Öğretmen Mahir'in çözümlerden şüphe ile ilgili yazılı görüşü.....	69
Şekil 4.31. Öğretmen Zuhâl'in çözümlerden şüphe ile ilgili yazılı görüşü	69
Şekil 4.32. Öğretmen Mahir'in kaynaklardan yararlanma ile ilgili yazılı görüşü	69
Şekil 4.33. Öğretmen Naci' nin kaynaklardan yararlanma ile ilgili yazılı görüşü.....	70
Şekil 4.34. Öğretmen Zuhâl'in soru çözmede ilgili kavramlara bakma ile ilgili yazılı görüşü	70
Şekil 4.35. Öğretmen Naci'nin soru çözmede ilgili kavramlara bakma ile ilgili yazılı görüşü	70
Şekil 4.36. Öğretmen Mahir'in soru hazırlama ile ilgili yazılı görüşü	71
Şekil 4.37. Öğretmen Zuhâl'in soru hazırlama ile ilgili yazılı görüşü.....	71
Şekil 4.38. Öğretmen Mahir'in soru hazırlamada dikkat edilecek hususlar ile ilgili yazılı görüşü	71
Şekil 4.39. Öğretmen Zuhâl'in soru hazırlamada dikkat edilecek hususlar ile ilgili yazılı görüşü	72
Şekil 4.40. Öğretmen Mahir'in terim ve notasyonları kullanma ile ilgili yazılı görüşü .	72
Şekil 4.41. Öğretmen Suat'ın terim ve notasyonları kullanma ile ilgili yazılı görüşü....	72
Şekil 4.42. Öğretmen Zuhâl'in terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü	73
Şekil 4.43. Öğretmen Naci' nin terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü	73
Şekil 4.44. Öğretmen Aslı'nın terim ve notasyonları kullanma ile ilgili yazılı görüşü ..	73
Şekil 4.45. Öğretmen Naci' nin terim ve notasyonları kullanma ile ilgili yazılı görüşü .	73
Şekil 4.46. Öğretmen Zuhâl'in 1.soru çözümü	76
Şekil 4.47. Öğretmen Naci' nin 1.soru çözümü.....	76
Şekil 4.48. Öğretmen Mahir'in 2.soru çözümü.....	76

Şekil 4.49. Öğretmen Aslı'nın 3.hafta 1.soru çözümü.....	77
Şekil 4.50. Öğretmen Zuhâl'in 4.hafta 2.iddia için ispatı	78
Şekil 4.51. Öğretmen Suat'ın 4.hafta 2.iddia için ispatı	78
Şekil 4.52. Öğretmen Naci'nin 5.hafta 1.iddia için ispatı.....	79
Şekil 4.53. Öğretmen Zuhâl'in 5.hafta 1.iddia için ispatı	79
Şekil 4.54. Öğretmen Zuhâl'in 5.hafta 2.iddia için ispatı	79
Şekil 4.55. Öğretmen Aslı'nın 6.hafta asal sayı tanımı.....	80
Şekil 4.56. Öğretmen Mahir in 6.hafta asal sayı tanımı.....	80
Şekil 4.57. Öğretmen Naci'nin 6.hafta tam sayı tanımı.....	81
Şekil 4.58. Öğretmen Mahir'in 6.hafta tam sayı tanımı.....	81
Şekil 4.59. Öğretmen Aslı'nın 6.hafta işlem tanımı.....	81
Şekil 4.60. Öğretmen Zuhâl'in 6.hafta işlem tanımı.....	81
Şekil 4.61. Öğretmen Suat'ın 6.hafta işlem tanımı	82
Şekil 4.62. Öğretmen Suat'ın 2.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü.....	83
Şekil 4.63. Öğretmen Aslı'nın 2.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü	83
Şekil 4.64. Öğretmen Zuhâl'in 2.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü	84
Şekil 4.65. Öğretmen Suat'ın 2.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü.....	84
Şekil 4.66. Öğretmen Suat'ın 2.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü.....	85
Şekil 4.67. Öğretmen Mahir'in 2.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü	85
Şekil 4.68. Öğretmen Mahir'in 3.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü	85
Şekil 4.69. Öğretmen Zuhâl'in 3.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü	86
Şekil 4.70. Öğretmen Mahir' in 3.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü	86
Şekil 4.71. Öğretmen Aslı'nın 3.hafta 1.soru alternatif çözüm ile ilgili görüşü.....	86
Şekil 4.72. Öğretmen Aslı'nın 3.hafta 2.soru çözümü ile ilgili görüşü	87
Şekil 4.73. Öğretmen Suat'ın 3.hafta 2.soru çözümü ile ilgili görüşü	87
Şekil 4.74. Öğretmen Aslı'nın 3.hafta 2.soru çözümü ile ilgili görüşü	88
Şekil 4.75. Öğretmen Aslı'nın 4.hafta 1.iddia ispatı ile ilgili görüşü	89
Şekil 4.76. Öğretmen Suat'ın 4.hafta 1.iddia ispatı ile ilgili görüşü.....	89
Şekil 4.77. Öğretmen Suat'ın 4.hafta 1.iddia ispatı ile ilgili görüşü.....	90
Şekil 4.78. Öğretmen Aslı'nın 4.hafta 1.iddia ispatı ile ilgili görüşü	90
Şekil 4.79. Öğretmen Zuhâl'in 4.hafta 2.iddia ispatı ile ilgili görüşü.....	91
Şekil 4.80. Öğretmen Suat'ın 4.hafta 2.iddia ispatı ile ilgili görüşü.....	91

Şekil 4.81. Öğretmen Suat'ın 5.hafta 2.iddia ispatı ile ilgili görüşü.....	92
Şekil 4.82. Öğretmen Naci'nin 5.hafta 2.iddia ispatı ile ilgili görüşü	92
Şekil 4.83. Öğretmen Mahir'in 5.hafta 3.iddia ispatı ile ilgili görüşü	93
Şekil 4.84. Öğretmen Suat'ın 5.hafta 3.iddia ispatı ile ilgili görüşü.....	93
Şekil 4.85. Öğretmen Aslı'nın HTA hakkındaki ilk görüşü	109
Şekil 4.86. Öğretmen Naci'nin HTA hakkındaki ilk görüşü	109
Şekil 4.87. Öğretmen Mahir'in HTA duyuşsal hakkındaki ilk görüşü	110
Şekil 4.88. Öğretmen Suat'ın HTA duyuşsal hakkındaki ilk görüşü.....	110
Şekil 4.89. Öğretmen Aslı'nın HTA duyuşsal hakkındaki görüşü.....	110
Şekil 4.90. Öğretmen Naci'nin HTA duyuşsal hakkındaki görüşü.....	111
Şekil 4.91. Öğretmen Suat'ın HTA duyuşsal hakkındaki görüşü	111
Şekil 4.92. Öğretmen Aslı'nın HTA hakkındaki bilişsel görüşü	112
Şekil 4.93. Öğretmen Aslı'nın HTA hakkındaki bilişsel görüşü	112
Şekil 4.94. Öğretmen Naci'nin HTA hakkındaki bilişsel görüşü	113
Şekil 4.95. Öğretmen Zuhâl'in HTA hakkındaki bilişsel görüşü	114
Şekil 4.96. Öğretmen Mahir'in HTA hakkındaki bilişsel görüşü	114
Şekil 4.97. Öğretmen Suat'ın HTA hakkındaki bilişsel görüşü.....	115
Şekil 4.98. Öğretmen Suat'ın kendi özdeğerlendirmesi.....	116
Şekil 4.99. Öğretmen Suat'ın kendi özdeğerlendirmesi.....	116
Şekil 4.100. Öğretmen Naci'nin kendi özdeğerlendirmesi	116
Şekil 4.101. Öğretmen Aslı'nın kendi özdeğerlendirmesi	117
Şekil 4.102. Öğretmen Zuhâl'in kendi özdeğerlendirmesi	117
Şekil 4.103. Öğretmen Aslı'nın kendi özdeğerlendirmesi	118
Şekil 4.104. Öğretmen Zuhâl'in kendi özdeğerlendirmesi	118
Şekil 4.105. Öğretmen Aslı'nın kendi özdeğerlendirmesi	119
Şekil 4.106. Öğretmen Naci'nin kendi özdeğerlendirmesi	119
Şekil 4.107. Öğretmen Aslı'nın kendi özdeğerlendirmesi	120
Şekil 4.108. Öğretmen Naci'nin kendi özdeğerlendirmesi	122
Şekil 4.109. Öğretmen Naci'nin matematiksel fikirleri ve anahtar kavramları açıklama ile ilgili yazılı görüşü.....	124
Şekil 4.110. Öğretmen Naci'nin kavramları açıklamada alternatif yollar bilme ile ilgili yazılı görüşü.....	125

Şekil 4.111. Öğretmen Suat' ın kavramları açıklamada alternatif yollar bilme ile ilgili yazılı görüşü.....	125
Şekil 4.112. Öğretmen Aslı' nın öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeblerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü	126
Şekil 4.113. Öğretmen Naci' nin öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeblerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü	126
Şekil 4.114. Öğretmen Aslı' nın öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeblerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü	126
Şekil 4.115. Öğretmen Mahir'in öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeblerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü	127
Şekil 4.116. Öğretmen Suat' ın öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeblerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü	127
Şekil 4.117. Öğretmen Mahir' in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	128
Şekil 4.118. Öğretmen Suat' ın ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü	128
Şekil 4.119. Öğretmen Zuhall' in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü	128
Şekil 4.120. Öğretmen Naci' nin ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	129
Şekil 4.121. Öğretmen Naci' nin ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	129
Şekil 4.122. Öğretmen Aslı' nın ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	129
Şekil 4.123. Öğretmen Mahir' in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	130
Şekil 4.124. Öğretmen Mahir' in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	130
Şekil 4.125. Öğretmen Naci'nin ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü	130
Şekil 4.126. Öğretmen Suat' ın ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü	131
Şekil 4.127. Öğretmen Naci'nin ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü	131
Şekil 4.128. Öğretmen Mahir'in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	131
Şekil 4.129. Öğretmen Mahir' in tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü	131
Şekil 4.130. Öğretmen Zuhall' in tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	132
Şekil 4.131. Öğretmen Aslı' nın tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü	132
Şekil 4.132. Öğretmen Mahir' in tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü	132
Şekil 4.133. Öğretmen Naci' nin tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü	133
Şekil 4.134. Öğretmen Suat' ın tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	133
Şekil 4.135. Öğretmen Aslı' nın tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü	133
Şekil 4.136. Öğretmen Aslı' nın işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	134

Şekil 4.137. Öğretmen Mahir' in işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	134
Şekil 4.138. Öğretmen Naci' nin işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	135
Şekil 4.139. Öğretmen Aslı' nın işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	135
Şekil 4.140. Öğretmen Naci' nin işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	135
Şekil 4.141. Öğretmen Aslı' nın işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	135
Şekil 4.142. Öğretmen Mahir' in işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	136
Şekil 4.143. Öğretmen Suat'ın işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü	136
Şekil 4.144. Öğretmen Naci'nin işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	136
Şekil 4.145. Öğretmen Mahir'in işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	136
Şekil 4.146. Öğretmen Mahir'in işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	137
Şekil 4.147. Öğretmen Aslı'nın işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü.....	137
Şekil 4.148. Öğretmen Naci'nin terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü	138
Şekil 4.149. Öğretmen Aslı'nın terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü	138
Şekil 4.150. Öğretmen Suat'ın terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü.....	138
Şekil 4.151. Öğretmen Suat'ın terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü.....	139
Şekil 4.152. Öğretmen Naci'nin terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü	139
Şekil 4.153. Öğretmen Suat'ın terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü.....	139
Şekil 4.154. Öğretmen Mahir'in terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü	139
Şekil 4.155. Öğretmen Naci'nin terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü	140
Şekil 4.156. Öğretmen Mahir'in terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü	140
Şekil 4.157. Öğretmen Suat'ın terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü.....	140
Şekil 4.158. Öğretmen Naci'nin terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü	141
Şekil 4.159. Öğretmen Mahir'in terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü	141
Şekil 4.160. Öğretmen Naci'nin terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü	141

KISALTMALAR LİSTESİ

MAB	: Matematik Alan Bilgisi
KAB	: Konu Alan Bilgisi
PAB	: Pedagojik Alan Bilgisi
HTA	: Hata Temelli Aktiviteler
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)
TIMSS	: Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)
PISA	: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı

BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ

Öğretmenin sahip olduğu yeterlilik onu meslek hayatı boyunca ayakta tutan bir etkidir. Bu etkeni öncüllerinden daha sistematik bir biçimde ele alan Shulman (1986) bir öğretmenin sahip olması gereken bilgiyi genel olarak pedagojik alan bilgisi, müfredat bilgisi ve konu alan bilgisi olmak üzere üç bileşen altında toplamıştır. Bu bileşenlerden pedagojik alan bilgisi, öğretmenlerin sadece ders içeriğini değil aynı zamanda da nasıl öğreteceklerini bilmeleri gerektiğidir. Müfredat bilgisi, öğretmenlerin ne anlatacaklarını bilmesidir. Yer alan bütün materyalleri kullanmalarıdır. Alan bilgisi, bir alana ait bilgilerinin öğretmenin zihninde oluşmasıdır. Shulman (1986) öğretmenlerin sadece alanla ilgili bilgiyi olduğu gibi aktarmamalarını, bunların sebeplerini açıklamalarını ve aralarındaki ilişkileri ifade etmeleri gerektiğini de vurgulamaktadır.

Shulman (1986), alan bilgisini açıklarken iki temel yapıdan bahseder. Bu yapılardan birincisi, alandaki kavram ve olguların doğruluğunu ya da yanlışlığını, geçerliğini ya da geçersizliğini saptamadaki yolların bir kümesi, ikincisi ise alandaki bilginin üretilmesi ve yapılandırılmasındaki farklı yollardır. Diğer araştırmacılar bu bileşenlere yaygın ve özel alan bilgisi adlarını vermişlerdir (Hill, Ball ve Schilling, 2008). Matematik alan bilgisi, matematik öğretmenlerinin öğretecekleri matematiğin temel kavramlarına ve içeriğine ilişkindir. Öğretmenler, öğrencilerin öğretilen içeriğin öğretim programında yer alan kısmını anlamalarına olanak sağlayan uygun öğrenme ortamları oluşturmali, öğrencilere öğretim programlarındaki temel konu ve kavramların tarihsel, kültürel ve bilimsel gelişimini kavrayabilmeli, öğrencilerin matematikteki temel kavram ve konuları diğer disiplinlere ve gerçek hayattaki durumlara uygulayabilmelerini ve matematiksel modelleme yapabilmelerini sağlamalıdır. Bunun yanında öğrencilerin matematiksel hatalarını tespit edebilmeli, bunları ortadan kaldırmak için yeterli alan bilgisine sahip olmalı ve matematik alanına uygun öğretim stratejilerini bilmeli ve kullanmalıdır.

1.1. Araştırmanın Problem Durumu

Matematik alan bilgisinin yukarıda bahsedilen bileşenleri boyutunda öğretmen ya da öğretmen adaylarının matematik alan bilgisini inceleyen birçok araştırmaya rastlamak mümkündür. Bu çalışma amacı doğrultusunda, yapılan çalışmalar ele alındığında, öğrenci hatalarını tespit etmek ile ilgili birçok araştırma olmasına rağmen, “hata-temelli aktivitelerin öğrencilerin, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin matematik alan bilgilerini olumlu yönde etkilemekte midir?” sorusu üzerine yapılan çalışmaların diğerlerine oranla daha az sayıda olduğu görülmüştür. Hata-temelli aktivitelerin öğrenme-öğretme ortamında kullanılması ile ilgili araştırmalar sistematik olarak 80’lerin ortasında Borasi (1994) gibi araştırmacıların çalışmalarıyla ortaya konmuştur. Özellikle Alman, İsviçre ve İtalyanların bu konuda daha yaygın çalıştıkları gözlenmiştir.

Yanlışlar, hatalar ve bunların neden yanlış olduklarının sezilmesi öğretme-öğrenme sürecinin önemli bir parçasıdır (Konyalıoğlu, Aksu, Şenel ve Tortumlu, 2010). Çünkü bunlar, öğretmene öğrencilerinin düşünme stratejilerini saptama olanağı da vereceği gibi öğretmen adaylarının kendi bilgilerini gözden geçirmeleri ve gerek işlemsel ve gerekse kavramsal boyutta kavramı içselleştirme olanağı verebilecektir. Ayrıca yapılan hataların ortaya konulmasında ve hataları tartışma pedagojik alan bilgisinin önemli bir bileşeni olan “öğrencinin izlediği çözüm yolunu ve kurduğu mantığı anlama” bileşenine de vurgu yapar ki, bu bileşenin matematik alan bilgisi ile doğrudan ilişkisi hata aktivitelerini daha da önemli kılar.

Öğrenci hataları dikkate alınarak eğitimde uygulanmaya başlayan hata temelli aktiviteler, matematik eğitimcilerinin yanı sıra geleceğin öğretmenleri olan adaylarında sınıflarına daha hazırlıklı gidebileceği kanaati uyandırmıştır. Matematik eğitiminde Radatz (1979) gibi birçok araştırmacı farklı matematiksel alanlardaki öğrenci hatalarını analiz eden birçok araştırma yapmıştır. Bu çalışma tanı perspektifi ile yapılmış ve tipik öğrenci hatalarının sebeplerinin tespitini amaçlamıştır. Öğrencilerin matematiksel hatalarının çeşitliliği ve önemi, matematiksel hataların doğası, bu hataların yorumlanması ve üstesinden gelme yolları hakkında birçok kuramın oluşumuna yol açmıştır (Gagatsis ve Kyriakides, 2000; Luo, 2004). Örneğin; öğrencilerin bilişsel sürecine odaklanan Davis (1989), öğrencilerin matematiksel hataları hakkında iki çeşit

düzen önermiştir. İlk düzen son derece yaygın olan farklı öğrenciler tarafından yapılan belirli hataları ifade etmektedir ve ikinci düzen bir dizi soruya cevap olarak bir öğrenci tarafından verilen yanlış cevaplar anlamına gelmektedir. Brousseau (1981) ondalık gruplaşmada öğrenci hatalarını açıklamak için tarihsel öğeleri kullanmış ve öğrencilerin kullanılan öğretim yöntemlerinden bağımsız olarak aynı hatayı yaptıkları bulmuştur ve böylece, öğrencilerin epistemolojik temellerine etki edebilen hataların olduğu sonucuna varmıştır. Başlangıçta olumsuz kavramsallaştırma hataları içerisinde oldukça tanınan kavramsal değişim yapıları şimdi bilginin inşasında doğal bir aşama olarak görülmektedir ki bu kaçınılmazdır (Vosniadow ve Verschaffel, 2004). Almanya ve İsviçre'deki anket temelli araştırmalara göre, öğretmenlerin hataya-dayalı aktivitelerinin öğrenciler üzerinde olumlu olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Heinze, 2005; Oser ve Spychiger, 2005). Ama yine de öğretmenler hataları öğrencileri için öğrenme fırsatlarının yaratıldığı bir şans olarak kullanmazlar, bunun yerine hataların oluşmasından kaçınan katı bir davranışsal yöntem takip ederler. Bu durumda Alman ve İsviçreli öğrencilerin yapılan araştırmalarda kendi matematik hatalarını fark etmemeleri beklenen bir durumdur (Heinze, 2005; Oser ve Spychiger, 2005).

Araştırmalar, öğretmenlerin matematik öğretimi ve öğrenimi hakkındaki sahip oldukları düşüncelerin, onların matematik öğrenirken edindikleri deneyimlere bağlı olduğunu ortaya çıkarmıştır (Brun ve Conne, 1990; Fosnot, 1989; Skott, 2001). Dolayısıyla, öğretmenlerin öğrenci hatası karşısındaki farklı davranışları, kendilerini belli etmeseler bile onlarda yerleşmiş olan ve değişmeye direnç gösteren bir takım genel tercihlerden kaynaklanmaktadır. Öte yandan, araştırmalar öğretmenlerin düşünce ve inanışlarının onların sınıf uygulamaları üzerinde büyük etkisi olduğunu göstermektedir (Fang, 1996; Kagan, 1992; Thompson, 1992). Bu konuda Pajares (1992) öğretmenlerin benimsediği inanç ve düşüncelerin; anlayışlarını ve muhakeme yeteneklerini ve zamanla da sınıftaki davranışlarını etkilediğine işaret etmektedir. Fang (1996) ise öğretmenlerin düşünce ve inanç sistemlerini daha iyi anlamının, onların verecekleri eğitimin etkinliğini artırmada önemli derecede katkısının olacağını belirtmiştir. Bu bağlamda, öğrenci hatası hakkındaki düşüncelerinin ortaya konması, öğretmen adaylarının sınıf içinde öğrenci hatasına karşı nasıl bir refleks geliştireceklerini anlamada önemli katkılar sağlayacağı gibi, eğitim fakültelerinde verilen formasyonun eksiklerinin tespiti noktasında da faydalı bilgiler verecektir.

Yapılan araştırmalarda, genel olarak öğrenci hataları ve öğretmenlerin bu duruma bakış açıları tespit edilmiştir. Bazı ülkelerde hata temelli aktiviteler yapılmış ve bunun öğrenmeyi olumlu şekilde etkilediği görülmüştür. Buna rağmen öğretmenlerin hataya olumsuz bir durum olarak baktıkları tespit edilmiştir. Bunun için ise öğretmen yetiştiren kurumlarda pedagojik alan bilgisi ve matematik alan bilgisi ile ilgili verilen derslerde hatanın olumsuz değil de olumlu kullanılabileceğine dair az sayıda araştırmaya rastlanılmıştır. Bu yüzden böyle bir araştırmanın yapılabilirliği akla gelmiştir.

1.2. Araştırma Problemi

Çalışmanın problem durumu kısmında ifade edilen hususlar bağlamında bu araştırmanın temel problemi “Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgilerini geliştirme süreçleri hata temelli aktivitelere bağlı olarak nasıl değişim göstermiştir?” şeklindedir. Bu temel problem çerçevesinde cevap aranacak alt problemler ise aşağıda sunulmuştur:

- i. Ortaöğretim matematik öğretmenleri, kendi matematik alan bilgi durumlarını nasıl görmektedirler?
- ii. Ortaöğretim matematik öğretmenleri, hata temelli aktiviteler sonrasında matematik alan bilgi durumlarını nasıl görmektedirler?
- iii. Hata temelli aktiviteler, Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgi durumlarının gelişiminde bilişsel olarak nasıl bir etkiye sahiptir?
- iv. Hata temelli aktiviteler Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgi durumlarının gelişiminde duyuşsal olarak nasıl bir etkiye sahiptir?
- v. Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgi durumları nasıldır?

Matematik alan bilgisi, ilgili literatürde de yer alan boyutlardan altı alt boyuta göre incelenmiştir. Bu alt boyutlara ilişkin alt problemler aşağıdaki şekilde oluşturulmuştur:

1. Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin “temel matematiği derinlemesine anlama” hakkındaki durumları nasıldır?

2. Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin “öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeblerini açıklama” ile ilgili bilgilerinin durumu nasıldır?

3. Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin “ispat yapabilme” ile ilgili bilgilerinin durumu nasıldır?

4. Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin “tanım yapabilme” ile ilgili bilgilerin durumu nasıldır?

5. Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin “işlem yapabilme” ile ilgili bilgilerin durumu nasıldır?

6. Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin “terim ve notasyonları kullanma” ile ilgili bilgilerin durumu nasıldır?

1.3. Araştırmanın Amacı

Literatüre bakılarak yapılmaya gerek duyulan bu araştırmanın amacı, matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgilerini geliştirme sürecine hata temelli aktivitelerinin etkisini incelemektir.

Bu genel amaç çerçevesinde planlanan araştırmanın alt amaçları ise aşağıda sunulmuştur:

i. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin matematik alan bilgi durumlarını tespit etmek,

ii. Uygulanan aktivitelere katılan Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin matematik alan bilgi durumlarında herhangi bir değişim olup olmadığını belirlemek.

iii. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin matematik alan bilgisi kazandırma amaçlı uygulanan hata temelli aktivitelerin bilişsel etkililiği hakkındaki düşüncelerini belirlemek.

iv. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin matematik alan bilgisi kazandırma amaçlı uygulanan hata temelli aktivitelerin duyuşsal etkililiği hakkındaki düşüncelerini belirlemek.

v. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin matematik alan bilgilerini geliştirmeye yönelik hata temelli aktiviteler uygulamak,

1.4. Araştırmanın Önemi

Matematik eğitimi çalışmaları özellikle 1990 ların başından itibaren öğretmen ve öğretmen eğitimi eksenli olmaya başlamıştır (Özmantar, Bingölbalı ve Akkoç, 2008). 1980 lerin ortasından itibaren özellikle Shulman (1986)'ın çalışmalarıyla hız kazanan çalışmalar, o tarihten itibaren daha hızlı bir biçimde gelişmekte ve önem kazanmaktadır. 1986 ve 1998 yılları arasında 48 dergideki makaleleri inceleyen ve analizini yapan Ball, Lubienski ve Mewborn (2001), bu dergilerdeki 354 makalenin matematik öğretme-öğrenme süreci ile ilgili olduğunu ve bunların yaklaşık yarısının yalnızca matematik öğretmenlerine odaklandığını ve diğer büyük bir bölümünün ise öğretmen bilgisine yönelik araştırmalar olduğunu belirtmişlerdir. Ball ve arkadaşları (2001), öğretmenlerin matematiksel bilgisinin nasıl geliştirilebileceğine yönelik çalışmaların sayısının bu konuda karar almak için yeterli olmadığını da vurgulamışlardır. Matematik eğitime yönelik Türk araştırmacıların 1987-2009 yılları arasında 32 farklı dergideki 359 bilimsel yayını inceleyip analiz eden Çıltaş, Güler ve Sözbilir (2012) ise yayınların %14,2 sinin öğretmen eğitime ile ilgili olduğunu, bunların %9,7 sinin öğretmen adaylarının eğitimi üzerine iken, %4,5 inin de öğretmen eğitime yönelik çalışmalar olduğunu belirtmişlerdir. Yine Çıltaş (2012), 2005-2010 yılları arasında matematik eğitimi alanında Türkiye'de yapılan yüksek lisans ve doktora tezlerinden oluşan toplam 150 tez üzerinde yaptığı içerik analizinde tezlerin %6,7 si öğretmen adayları ve %3,3 üde öğretmenler olmak üzere tezlerin toplam %10 unun öğretmen eğitimi üzerine yapıldığını belirtmiştir.

Matematik öğretmen eğitimi çalışmalarında, öğretmenlerin bilmeleri gerekenler ile öğretmen öğrenmesini geliştirme ortamları noktasında güçlükler yaşamaktadırlar (Putnam ve Borko, 2000; Ball ve diğ., 2001). Matematik öğretmen eğitimi üzerine yapılan çalışmalarda; pedagojik alan bilgisi, öğretim için matematik bilgisi ve matematik alan bilgisi bağlamında şekillenmektedir. Öğretmen bilgisi üzerine araştırmalar, öğrencilere belirli kavram öğretimi için öğretmenlerin bilgi düzenine yönelik çeşitli kavram alanlarında öğretmenlerin konu alan bilgisi çalışmalarından genişlemektedir (Ball, 1990; Even, 1993; Peng, 2007; Izsak, 2008). Bu genişleme öğrencilerin neyi zor ve ilginç bulacağını, öğrencilerin özel görevlerin nasıl üstesinden geleceğini tahmin etmeyi, yetersiz öğrenci düşüncelerini yorumlamayı, öğrenci

hatalarını tahmin etmeyi içeren öğrenciler ve alan bilgisini vurgulayan bir kuşak araştırmasını takip etmektedir.

Eğitim ve öğretimde öğrencilerin yaptıkları hataların öğrenme üzerinde negatif bir durum olduğu düşünülmüştür. Bu yüzden de genellikle öğrenci hatalarının tespiti ve bu hataları giderme üzerine araştırmalara çok sık rastlanılmaktadır (Radatz, 1979; Brown ve Burton, 1978). Fakat sonradan bazı araştırmacılar hatanın eğitimde negatif bir durum yerine pozitif bir durum da ifade edebileceğini belirtmişlerdir (Borasi, 1986; Oser ve Spychiger, 2005; Heinze, 2005). Bu pozitif durumu da “hatalardan öğrenme” olarak açıklamışlardır. Buna dayalı olarak ABD, İsviçre, Almanya, Çin gibi bazı ülkelerde öğrencilerin ve öğretmenlerin hataya bakış açıları, hatalarla öğrenme konularında bazı araştırmalara rastlanılmaktadır (Heinze, 2005; Santagata, 2005; Peng ve Luo, 2004). Bu araştırmalardan hataların eğitimde pozitif kullanılabileceği konusunda olumlu sonuçlar alınmıştır.

Ülkemizde ise matematik eğitiminde öğrenci hatalarının tespiti ve az da olsa öğretmen veya öğretmen adaylarının bu hataları analizi üzerine araştırmalar yapılmasına rağmen, hataların öğrenme-öğretme sürecinde kullanılması yani hatalardan öğrenme ile ilgili araştırmalara rastlanılmamıştır. Bu yüzden literatüre olumlu bir katkısı olacağı düşünüülerek böyle bir araştırma yapılmaya karar verilmiştir.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Çalışmanın sınırlılıkları aşağıda maddeler halinde sunulmuştur:

- i. Çalışma 5 adet ortaöğretim matematik öğretmeni ile sınırlıdır.
- ii. Matematik alan bilgi boyutları aşağıda ifade edilen altı boyut ile sınırlıdır.
- iii. Çalışmada, matematik alan bilgisi bileşenleri;
 - Temel matematiği derinlemesine anlama
 - ✓ Matematiksel fikirleri ve anahtar noktaları açıklama ve yorumlama
 - ✓ Kavramları açıklamada alternatif yollar bilme
 - ✓ Kavramlar arasında ilişki kurabilme
 - Öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeplerini açıklama
 - İspat yapabilme

- Tanım yapabilme
- İşlem yapabilme
- Terim ve notasyonları (simge-gösterim) doğru kullanma

olarak dikkate alınmıştır. Dolayısıyla bu durum çalışmanın sınırlılıklarından biridir.

- iv. Çalışma matematikte özel bir konuya sınırlandırılmamıştır. Bunda amaç hipotezi zayıflatarak mümkün olduğunca güçlü sonuçlar elde etmeye çalışmaktır.
- v. Çalışmadaki katılımcılar sadece Atatürk Üniversitesin’ de doktora yapan 5 öğretmenden oluşmaktadır.
- vi. Çalışmada genellikle cebirsel konulara ağırlık verilmiştir.
- vii. Bu çalışmada hata temelli aktiviteler; matematikteki hata, yanlış, yanıltma, paradoks, çeldirme ve yine bazı durumlarda doğru iken diğer bazı durumlarda doğru olmayan matematiksel ifadelerin kullanılması biçimindedir.

1.6. Varsayımlar

1. Çalışmaya katılan Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin uygulanan testleri ve yapılan görüşmeleri önemseyerek ve samimi bir biçimde cevapladıkları ve yine günlük tutarken samimi oldukları kabul edilmektedir.

2. Görüşmelerde ve testlerde kullanılan problemlerin uygunluğu konusunda alınan uzman görüşlerinin yeterli olduğu varsayılmaktadır.

3. Çalışmaya katılan Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin hata temelli aktivitelere içtenlikle katıldıkları kabul edilmektedir.

1.7. Tanımlar

Alan Bilgisi: Alan bilgisi, öğretmenlerin, öğretecekleri konuya ilişkin kavramları, işlemleri, kanıt ve ispatları, problem çözme becerilerini kapsayan bilgi türüdür (Shulman, 1986).

Matematik Alan Bilgisi: Matematik alan bilgisi, öğretmenlerin matematikteki tanım, teorem ve kavramları bilme ve bunları ilişkilendirebilme, işlemleri ve ispatları doğru yapabilme, terim ve notasyonları doğru kullanma becerilerini kapsayan bilgi türüdür.

Pedagojik Alan Bilgisi: Konu alan bilgisinin daha çok öğretilebilirliğiyle ilgili yönlerini içeren, konu alan bilgisinin özel bir formudur. Alan ve pedagojiye bağlı öğretmen bilgisinin özel bir çeşididir. Bu bilgi konunun anlaşılmasını sağlamak amacıyla kavramları en iyi şekilde temsil eden analogilerin, örneklerin, açıklamaların, sunumların ve gösteri yöntemlerinin kullanılmasını sağlayan bilgidir (Shulman, 1986).

Konu Alan Bilgisi: Konu alan bilgisi, öğretmenlerin zihinlerinde var olan bilgilerin miktarı ve organizasyonudur (Shulman, 1986, s.9). Konu alan bilgisi, seçilen konunun veya temanın kavramsal olarak anlaşılmasıyla (Zeidler, 2002), teoriler, işleyiş ve alandaki uygulamalar ile ilgilenir (Ball ve McDiarmid, 1990). Konu alanı bilgisi kavram bilgisi, yöntem bilgisi (kurallar, semboller, yöntemler ve beceriyi anlama) ve bunlar arasındaki ilişkiden oluşur (Adams, 1998).

Öğretim İçin Matematik Bilgisi: Matematiksel alan bilgisinin matematiğe has pedagojiler kullanılarak öğretime nasıl aktarılacağını bilme bilgisidir. Pedagojik alan bilgisinin matematiğe uyarlanmış biçimidir.

Hata Temelli Aktivite: Tanım, teorem ifadesi, ispat ya da soru çözümleri ile matematiksel terim ve notasyonların alışılmış doğru kullanımının dışında kullanılarak bir zihinsel karmaşa yaratılmaya çalışılan aktivitedir.

Temel matematiği derinlemesine anlama: Matematiksel fikirleri, kavramları, işlemleri ve anahtar noktaları açıklayıp yorumlayabilme ile matematiksel kavramlar arasında ilişki kurabilmeyi içermektedir. Kuralların ve anlayışların temelinde yatanları bilmek ve nedenlerini açıklayabilmek (Bütün 2005) ve çözüm önerisi üretebilmek.

Öğrenci hatalarının farkına varma: İfadedeki, çözümdeki, ispattaki ve tanımdaki hatanın/ların farkına varabilmeyi içermektedir.

Öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama: İfadedeki, çözümdeki, ispattaki ve tanımdaki hatanın/ların sebeplerini açıklayabilmeyi içermektedir.

İspat yapabilme: İspat yöntemlerini bilme, bunları doğru kullanabilme, ispat yapma sistematığıne uyabilme.

Tanım yapabilme: Tanım olma ölçütlerini (aksiyomatik yapıya uyum, ekonomiklik, var olan olguyu tanımlama, gerekli ve yeterli koşulların mevcudiyeti, açıklık ve netlik) dikkate alarak bir kavramın tanımını ve yine kavramların alternatif tanımınlarını yapabilmedir.

İşlem yapabilme: İşlem sürecini doğru işletme, soru çözme ve soru hazırlama.

Terim ve notasyonları (simge-gösterim) doğru kullanma: İfadelerde, çözümlerde, ispatta ve tanımda niceleyiciler, bağlaçlar, terim ve notasyonları doğru kullanabilme.

İKİNCİ BÖLÜM

2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde, çalışılan konu ile ilgili kuramsal çerçeve oluşturularak, ilgili literatürde Hata Temelli Aktiviteler (HTA) ve yine Matematik Alan Bilgisi (MAB) üzerine yapılan çalışmalar hakkında bilgiler yer almaktadır.

2.1. Kuramsal Çerçeve

Hata Temelli Aktiviteler

Hata temelli aktiviteler bilginin tam olarak yapılandırılması için doğru bilginin yanında bu bilgi ile ilgili hata ve yanlışlarında bilinmesini savunan yapısalcılık temelli bir aktivitedir. Confery ve Kazak (2006) yapısalcılığın üç geleneksel temelinden birinin kavram yanlışları, kritik bariyerler ve epistemolojik engeller olduğunu ve diğer ikisinin ise problem çözme ve bilişsel gelişim teorileri olduğunu ifade etmişlerdir.

Hata temelli aktiviteler, hataya dayalı olarak yapılandırılan negatif bilgi kuramına, negatif bilgi kuramında yapısalcılık ve üstbilişe (Heinze, 2005; Gartmeier, Bauer, Gruber ve Heid, 2008; Akpınar ve Akdoğan, 2010) dayanmaktadır. Akpınar ve Akdoğan (2010) yapılandırmacılık ve üstbilişe ilişkilendirilen negatif bilginin, genelde hata ve başarısızlıklardan deneme-yanılma ve yansıtmaya dayalı olarak yapılandırılan, büyük oranda kişisel deneyimlere dayalı bilgi olduğunu ifade etmiştir.

Negatif bilginin hata ve başarısızlıklardan elde edildiğini ifade eden Akpınar ve Akdoğan (2010) negatif bilginin “hata ve başarısızlıklardan öğrenme” olarak ifade edilebileceğini belirtmişlerdir. Tauber (2009) negatif bilgiyi, neyin yapılmayacağını bilmesi hakkında deneme-yanılma yoluyla ve informal bir şekilde elde edilen bilgi olarak, Lambe (2006) ise “hatalardan öğrenme yeteneği” olarak tanımlamış (akt. Akpınar ve Akdoğan, 2010), Heinze (2005) ise negatif bilgiyi “zıt örnek” olarak ifade etmiştir. Dolayısıyla negatif bilgi olumsuz, yararsız bilgi anlamında değil, doğru bilgi ile tutarsız olan bilgi anlamındadır.

Daima pozitif bilgi, yani bilginin doğru biçimi üzerine kurulu bir öğrenme-öğretme ortamının keşfetme, bilgide bütünlük ve bilgide derinliğe ulaşmayı engelleyeceğini savunan Lambe (akt. Akpınar ve Akdoğan, 2010) ve yine doğrunun anlaşılmasında pozitif bilgiyi yetersiz gören Heinze (2005) negatif bilgiyi pozitif bilginin tamamlayıcısı olarak ifade etmişlerdir. Heinze (2005) hatalardan kaçınıp sadece doğrular üzerine kurulu davranışçı yaklaşım yerine hataları da kullanarak doğrunun sınırlarının çizildiği, üst düzey öğrenmelere fırsat veren, sorgulattıran, keşfetme ve bilginin yapılandırılmasını sağlayan yapısalcılığa dayalı hatalarında doğru bilginin yanında kullanıldığı kuramı savunmaktadır. Davranışçı kuramlarda hata görmezden gelinmiştir. Bilişsel kuramlarda genelde sadece kavram yanılgısı olan hatalara önem verilmiştir. Yapılandırmacı yaklaşımda ise hata öğrenme için önemli bir fırsat ve öğrenme ortamının kaçınılmaz bir parçasıdır. Dalehefte, Seidel ve Prenzel (2012) öğretmenlerin hatalara ya hataları görmezden gelmek ya da hataları yapılandırmacı bir biçimde kullanmak olmak üzere iki farklı biçimde yaklaşabileceğini ve Sandagata (2005)'i referans alarak bunlardan hatalardan kaçınma durumunun davranışçılığa dayanırken, hataları yapılandırarak kullanma durumunun yapılandırmacılığa dayandığını ifade etmişlerdir. Davranışçı yaklaşıma göre, hatalar yanlış yapma ve yanlış öğrenmeye yol açabileceğinden hatalardan kaçınılması gerekir denilmektedir. Diğer taraftan, yapılandırmacı yaklaşıma göre, hatalar kaçınılmamalıdır ve öğrenmenin gerekli bir parçasıdır. Dolayısıyla, hatalardan öğrenme için istenen bilgilerden birisi, yapılandırmacı yaklaşıma dayanır ve hataların faydalı ürünlere dönüşmesini ve faydalı amaçlar için kullanılmasını ifade eder (Dalehefte ve diğ.,2012.).

Yapısalcılık bir öğrenme kuramı olmaktan ziyade bir bilgi kuramı olup, esas doğru bilginin bireyde oluşmasını hedeflemektedir. Hatalarda bilginin her yönüyle yapılandırılmasında doğru bilginin yardımcısıdır. Heinze (2005) öğrenme sürecinde hataların engellenmesinin yapısalcılığın temel felsefesi olan bilginin yapılandırması fikrine ters olduğunu belirtmiştir. Eğer öğrenme hem algısal hem de yargısal öğrenme uygulamalarını gerektiren aktif bir süreç olarak kabul edilirse, sınıf öğrenme ortamları öğrencileri keşfetmeye ve kavramalarını (yanlış kavramalarını) sorgulamaya teşvik etmelidir (Tulis, 2013). “Yeni bilginin oluşumunda hataların rolü nedir?” sorusunun cevabını araştıran bazı filozof ve bilim adamları hataların sadece kaçınılmaz olmadığını ayrıca bir disiplinin gelişmesi için değerli olduğunu ileri sürerler (Borasi, 1986).

Hataları, “öğrenmeyi uyaran olaylar” olarak ele alan ve “kritik bilgi” olarak nitelendiren Harteis, Bauer ve Gruber (2008), hatalardan öğrenmeyi “kişinin kendi ve başkalarının hatalarıyla ilintili olarak, yansıtma yoluyla bilgi inşa etmesidir” şeklinde tanımlamaktadır (akt. Akpınar ve Akdoğan, 2010). Dalehefte, Seidel ve Prenzel (2012) hataların negatif bilginin öğrenilmesine kuvvet oluşturduğu yani bilgi ediniminde bir şeylerin nasıl ve neden yanlış gittiğini anlamada önemli rol oynadığı ifade etmişlerdir.

Bilginin tam olarak öğrenilmesi, bu bilginin doğru şeklinin yanında bu bilgi ile ilgili hatalarında birlikte kullanılması gerekir. Ancak bu şekilde tam, kalıcı, üst düzey bir öğrenme gerçekleşebilir. Buna karşın formal eğitim kurumlarında sadece doğru bilginin verilmesine çalışılmakta, bireyi düşünmeye, sorgulamaya, keşfetmeye yönelten hatalar çok nadiren dikkate alınmaktadır. Parviainen ve Eriksson (2006) sadece doğru bilgiye odaklanmanın bireyin eski düşünme yollarını devam ettirip yeni düşünme yollarını engelleyeceğini ve yine bireyin yeni potansiyelleri görmekten alıkoyduğunu ifade etmişlerdir.

Beynin nasıl çalıştığını görmede bir araç olarak kullanılan hataların potansiyelini daha iyi anlamada örnek mahiyetinde düşünülebilecek Piaget (1953) ve Vergnaud (1982)’un çalışmaları gibi birçok psikolojik çalışmalarda vardır (akt. Borasi, 1986). Örneğin, Piaget’nin bir çocuğun zihinsel gelişimindeki birçok aşamaları belirlemesinde, “hatalar” anahtar kelimesi önemli bir rol oynar, belli bir yaşa kadar, belirli korunum prensiplerinin eksikliği gibi. Bunların varlığı ve birbirini takip eden kayboluşu ve diğer “hatalar” gerçekte gelişimin belli noktaları arasındaki farkı göstermek ve daha önemlisi aşamaların benzerliklerini belirlemeye olanak sağlar. Piaget’nin çalışmalarında bu “hatalar” aşamalarda gerekli bir adım olarak görülmüştür (akt. Borasi, 1986). Ayrıca Vergnaud (1982)’a göre ilkel (basit) kavramların neye benzediğini, hata ve yanlışların neyi takip ettiğini, bu kavramların daha geniş ve gelişmişleriyle hangi durumlarda hangi açıklamalarla, hangi derecede nasıl değişebileceğini bilmek oldukça gereklidir. Öğretmenlerin ne kadar iyi de olsalar sadece tanımları kullanarak öğrenme problemlerini çözemeyeceklerini bilmeleri gerekir. Öğrenci kavramları, başarısız oldukları durumlarla çatışmak kaydıyla değişebilir (akt. Borasi, 1986). Dolayısıyla öğrenme-öğretme ortamlarında hataların etkin kullanımı oldukça önemlidir.

Öğrenme-öğretme sürecinde hataların kullanılması ile ilgili olarak Akdoğan ve Akpınar (2010) iyi yönetilen eğitici hataların öğrenme sürecinin bir parçası olacağını ifade etmişlerdir. Öğrenme-öğretme sürecinde hataların kullanılmasında, iyi bir rehberlik, yönlendirme (Karadağ, 2004, akt. Akpınar ve Akdoğan, 2010), hatalara dayalı ders planı (Ginat, 2003), anlatma, örnek olay, tartışma ve drama gibi çeşitli yöntem ve teknikler (Akpınar ve Akdoğan, 2010), günlük tutturma (Parviainen ve Eriksson2006) biçiminde bir stratejinin kullanılması önerilmiştir. Ayrıca Akpınar ve Akdoğan (2010), hatalardan öğrenme yolunun eğitimde kullanılabilmesi için öğretmenlerin hataların nedenlerini ve hataları öğrenme fırsatı olarak kullanabilecek öğretim becerilerine sahip olmasının ve hata ve başarısızlıklardan öğrenmenin uygulanmasında, okul yöneticileri ile öğretmenlerin hata yönetimi, hata durumunda yönlendirme, hatalar karşısında affedicilik ve esneklik gibi özellik ve yeterliklerinin geliştirilmesi de çok önemli olduğunu vurgulamışlardır.

Matematik öğretiminde doğru algıyı gerçekleştirmek amacıyla “çelişkili kavramları çarpıştırma” fikrine dayalı olarak hatalardan yararlanmayı öneren çatışma veya çelişkiler yoluyla öğretim (Movshovitz-Hadar ve Hadas, 1990; Swan 1987) ile hataları matematiksel sorgulamalar için bir sıçrama tahtası olarak kullanmaya odaklanmış öğretim yöntemleri (Borasi, 1986; 1989; 1994; 1996) kullanılmıştır. Bauer (2006)’in hata bağlamlı öğrenme süreçlerini içeren modeli aşağıdaki gibidir. Bunlar:

i.somut bir hata tecrübesi,

ii.yansıtıcı analiz,

iii. bir eylem için yeni bir stratejinin gelişimi ve

iv. stratejinin denenmesi ve değerlendirilmesi şeklindedir (akt. Akpınar ve Akdoğan, 2010). Hatalara dayalı olarak hazırlanacak bir öğrenme-öğretme ortamı bireysel olabileceği gibi, grup halinde de olabilir. Yine hatalar bireyin kendi hataları olduğu gibi başkalarının hataları ya da özellikle yapılan hatalarda olabilir. Yine Borasi (1989) matematik öğrencilerinin kendi kendilerine hatalarla yapılandırmacı bir etkileşimden fayda sağlayabileceği öğretimsel aktivitelerin yaratımı için bir fikir sunmuş ve bu hataların yapılandırmacı kullanımına da “hataları sorgu için sıçrama tahtası gibi kullanma” adını vermiştir. Borasi (1989) bu doğrultuda özel hataların

yapılandırmacı bir şekilde kullanılmasını sağlayabilecek öğrenmenin üç bakış açısı sunmuştur. Bunlar; iyileştirme, keşif, verilenle uğraşmaya açıklık biçimindedir.

- *İyileştirme:* Öğrenci sonucunun doğru olmadığından haberdardır. Soru ve cevap önceden belirlenmiştir. Öğrenci nasıl doğru sonuca ulaşacağını bilmektedir.
- *Keşif:* Yeni bir şeyin öğrenilmesinde hata anahtar rol oynamaktadır. Hemen doğru sonuca ulaşılmayabilir ancak farklı yolların denemesi yaratıcı fikirler açığa çıkaracak ve doğru sonuca ulaşılacaktır.
- *Verilenle uğraşmaya açıklık-Yeni yönelimler:* Hataları sıçrayış olarak kullanmanın faydalarından biri de orijinal olarak hazırlanmış olan sınıf/ders ortamının esneklikle değişime açık olmasıdır.

Ayrıca Borasi (1989) öğrencilerin hatalarla uğraştığında bir taraftan neyin yanlış olduğunu anlamaya çalışırken bir taraftan da bu yanlış nasıl düzelteceklerini düşüneceklerini ifade etmiştir. Bu noktada özel olarak matematiksel söylev seviyelerini birbirinden ayırmanın önemine dikkat çeken Borasi bu söylevleri:

- Özel bir matematiksel ödevi yapmak
- Bazı teknik matematiksel içeriği anlamak
- Matematik hakkında anlayışa sahip olmak

olarak sınıflandırmıştır. Borasi (1989) yukarıda ifade ettiği öğrenmenin üç bakış açısı ve matematiksel söylev seviyelerini kullanarak aşağıdaki tablo'da ifade edilen taksonomiye ortaya koymuştur.

Tablo 2.1.

Hataların Yapılandırmacı Kullanımına Dair Bir Taksonomi

Öğrenmenin Bakış Açıları	Matematik Söylev Seviyeleri		
	Matematik Ödevi Yapmak	Teknik İçerik Öğrenmek	Matematiğin Doğası Hakkında Öğrenmek

Tablo 2.1. (Devamı)

İyileştirme	Kavranan hataların analizi: Neyin yanlış gittiğini ve düzeltilmesi gerektiğini anlamak için	Kavranan hataların analizi: teknik matematik içeriğinde yanlış anlaşılmalara netleştirmek için	Matematiğin doğası ile veya matematiksel durumlarla ilgili yanlış anlaşılmalara netleştirmek için kavranan hataların analizi.
Keşif	Hataların yeni bir problemin çözümünde yapılandırmacı bir şekilde kullanılır.	Hatalar yeni bir kavram, kural veya konunun öğrenilmesi için yapılandırmacı bir şekilde kullanılır.	Hatalar matematiğin doğası ve bazı matematiksel durumların öğrenilmesi için yapılandırmacı bir şekilde kullanılırlar.
Verilenle uğraşmaya açıklık-Yeni yönelimler	Hatalar sorulara motive ederler ki bu sorular yeni yönelimlerde sorgulamalar ve yapılabilecek yeni matematik task/ödev oluşturabilir.	Hatalar sorulara motive eder ki bu sorular bir kavram, kural ya da konu hakkında yeni perspektifler sağlar.	Hatalar sorulara motive eder ki bu sorular matematiğin doğası ve bazı genel matematik konuları hakkında yeni perspektifler ve kavrayışlar sağlayabilirler.

Matematik Alan Bilgisi

Öğrenme-öğretme sürecinin en önemli unsurlarından biri öğretmen olup, iyi bir öğretmen olma unsurlarından biri ise alan bilgisidir. Alan bilgisi, öğretmenlerin, öğretecekleri konuya ilişkin kavramları, işlemleri, kanıt ve ispatları, problem çözme

becerilerini kapsayan bilgi türüdür (Shulman, 1986). Mishra ve Koehler (2006) alan bilgisini, öğretilcek konu hakkındaki bilgilerin tümü olarak ifade etmişlerdir.

1990 lardan itibaren özellikle Amerika, İngiltere ve İsrail’de matematik öğretmenlerinin alan bilgilerinin yetersizliği ile ilgili sorunlar (Rowland, 2004), bu sorunları tespiti ve giderme yolları tartışılmaya başlanılmış ve hala da tartışılmaktadır. Özellikle matematik öğretmenleri yetiştirme programları ile yeterli matematik alan bilgisine sahip olmayan (Brown, Cooney ve Jones, 1990; Fuson, 1992; Post, Cramer, Behr, Lesh ve Harel, 1993), matematiği derinlemesine anlayamayan ve öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yorumlayamayan (Fuson, 1992) matematik öğretmenleri yetiştirildiği ifade edilmiştir. Brown ve Borko (1992) matematik öğretmen adaylarının sınırlı ve yeterli olmayan alan bilgisi onların eğitimleri önündeki en büyük engellerden biri olarak nitelendirmiştir. Ayrıca öğretmenlerin matematik alan bilgi eksiklikleri onların öğretim sürecinin niteliğini (Ball, Lubienski ve Mewborn, 2001) ve öğrencilerin öğrenmelerini olumsuz yönde etkileyebilir (Ma, 1999).

Bazı araştırmacılar (Ma, 1999; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Hill, Rowan ve Ball, 2005; Brown ve Borko, 1992) iyi bir konu alan bilgisinin hem öğretimin kalitesini artırıp hem de öğrencilerin başarısına katkı sağlayacağını belirtirken, NCTM (2000) raporu özellikle de çoğu öğrenci için zor olduğu düşünülen matematikte, bir matematik öğretmeni için derinlemesine bir konu alan bilgisi oldukça önemli olduğu vurgulanmıştır. NCTM (2000) raporuna göre öğretmenler, öğrettikleri matematiksel kavramları çok iyi bilmelidirler. Öğretmenlerin matematiksel kavramları iyi bir şekilde öğretebilmeleri için temel matematiksel kavramlara yönelik çok iyi bir bilgiye sahip olmaları gerekir (Ma, 1999).

Matematik alan bilgisinin öğretimde pozitif faktör olduğu kabul görmüş ve bu bilginin boyutlarının neler olması gerektiği ile ilgili çeşitli araştırmalar yapılmıştır. Matematik öğretmenleri için mesleki yeterlilik boyutlarından biri olarak kabul edilen matematik alan bilgisinin bileşenleri konusunda çeşitli araştırmalarda çeşitli bileşenler ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Kennedy(1990) literatür ışığında konu alan bilgisine üç açıdan yaklaşmıştır. Bunlar;

- i. Konu ile ilgili olgu, kavram, kural ve prensipleri içeren konu içeriği bilgisi,
- ii. olgu ve fikirler arasında bağlantı kurulması anlamındaki konu içerik yapısının organize edilmesi ile
- iii. tahminler, kurallar ve tartışma formlarını içeren araştırma/sorgulama metotları bilgisi biçimindedir.

Ball (1990) matematik öğretmenin alan bilgisinin boyutlarından matematik bilgisini üç ölçütte ele alır. Bunlar;

- Öğretmen matematiksel kavramları tanımlayabilmeli ve gerekli işlemleri yapabilmeli
- Teoremlerde yer alan önemli kavramları bilmeli, nedenlerini açıklayabilmeli
- Matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri anlayabilmeli ve açıklayabilmelidir.

Even (1993) matematik alan bilgi bileşenlerini ilgilenilen matematik kavramıyla ilgili;

- Temel özellikler
- Farklı temsiller
- Kavramlara yaklaşırken kullanılan alternatif yollar
- Kavramın gücü
- Temel bilgi dağılımı
- Kavramları bilme ve anlama
- Matematikle ilgili genel bilgi

biçiminde ifade etmiştir.

Ma (1999)'a göre matematik öğretiminin etkililiği; öğretmenin temel matematik konularını tam olarak bilmesiyle mümkün olabilir. Ma (1999) temel matematiği derinlemesine anlama denilen PUFM bilgisini ortaya atmıştır. Aslında bu bilgi türü bir öğretmenin sahip olması gereken genel anlamdaki konu alan bilgisidir. PUFM; temel matematiği derinlemesine anlama olarak ele alınmıştır. Temel matematiği derinlemesine anlama, matematiksel fikirler arası ilişkileri ortaya koyma anlamına gelmektedir. Ma (1999), temel matematiği derinlemesine anlamayı dört bileşenle açıklamıştır. Bunlar:

- Matematiksel kavramların birbirleri ile nasıl bir ilişki içerisinde olduğunu bilme

- Bir problemin çözümüne farklı bakış açıları ile yaklaşma
- Matematikteki temel kavram ve ilkeleri bilme
- İlgili matematik eğitiminin müfredatını bilme

biçimindedir.

Hill, Schilling ve Ball (2004) alan bilgisini genel ve özel alan bilgisi olarak ayırmıştır. Genel alan bilgisi, doğru matematiksel cümleler kurmayı, işlemler yapmayı ve problem kurmayı; özel alan bilgisi; temsil kurmayı, açıklama yapmayı, öğrenci açıklamalarını değerlendirmeyi içerir.

Carpenter ve diğ. (2003) ve Tsamir (2007) öğrencinin ne düşündüğünü, ne gibi hatalara sahip olduğunu açıklayabilmenin konu alan bilgisini etkilediğini ve bunun alan bilgisi bileşeni olarak görülebileceğini ifade etmiştir.

Lucus (2006) matematik alan bilgi bileşenlerini;

- Matematiksel kavramları bilme ve anlama
- Matematikle ilgili genel bilgi
- Konuyla alakalı farklı temsiller ve alternatif yolları bilme
- Temel bilgi dağarcığı
- Matematik öğretim programı bilgisi

olarak ifade etmiştir.

Chick, Baker, Pham ve Cheng (2006) pedagojik alan bilgisinin bileşenlerini üç kısma ayırmışlardır. Bunlardan ikisi pedagojik içerik içerisinde alan bilgisi ve alan bilgisi içerisinde pedagoji şeklindedir. Bunlardan pedagojik içerik içinde alan bilgisi doğrudan alanla alakalı iken, alan bilgisi içinde pedagoji bilgisi ise pedagojiyle doğrudan bağlantılıdır. Chick ve diğ. (2006) pedagojik alan bilgisi içerisinde alan bilgisini aşağıdaki bileşenlerde ele almışlardır. Bunlar;

- Temel matematiği derinlemesine anlama bilgisi (PUFM)
- Matematiksel yapı ve yaygın bilgileri bağdaştırma bilgisi
- İşlemsel bilgi

- Anahtar parçalarla alanı yeniden oluşturma bilgisi
- Çözüm metotları bilgisi

Ball, Thames, Phelps (2008) çalışmalarında matematik alan bilgisini genel alan bilgisi ve özel alan bilgisi olarak ikiye ayırmışlardır. Ball ve diğ. (2008) genel alan bilgisi ve özel alan bilgisinin içeriğini aşağıda sundukları bileşenlerle oluşturmuşlardır. Bunlar;

i. Genel alan bilgisi

- Öğrencilerin yanlış cevaplarının farkına varma
- Yanlış tanımlamaların farkına varma
- Terim ve notasyonları doğru kullanma
- İşlem yapabilme
- Problemi kurma ve doğru çözme

ii. Özel alan bilgisi

- Matematiksel fikirleri açıklama ve yorumlama
- Temsil kullanabilme becerisi
- Öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama

Morris, Hiebert ve Spitzer (2009) matematik alan bilgisi bileşenlerini;

- Uygun öğrenci cevabını tahmin etme
- Öğrencilerin cevaplarındaki hataları açıklama
- Öğrenci cevabını değerlendirme
- Dersi analiz etme

biçiminde bileşenlere ayırmışlardır.

Matematik alan bilgisi ile ilgili yapılan araştırmalarda ortaya konulan bileşenler aşağıdaki Tablo 2.2’de özetlenmiştir.

Tablo 2.2.

Araştırmacılar Tarafından Ortaya Konulan MAB Bileşenleri

ÇALIŞMALAR	Temel matematiği derinlemesine anlama	Anahtar noktaları açıklama	Çözüm önerisi üretme bilgisi	Kavramları açıklamada alternatif yolları bilme	Tanım yapabilme	Yanlış tanımlamaların farkına varma	İspat yapabilme	Terim ve notasyonları doğru kullanma	İşlem yapabilme	Problemi kurma ve doğru çözme	Matematiksel fikirleri açıklama ve yorumlama	Temsil kullanabilme becerisi	Öğrencilerin hatalarının farkına varma	Öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama	Kavramlar Arasında İlişki kurma
Chick, Baker, Pham and Cheng(2006)	✓	✓	✓						✓						✓
Ball, Thames and Phelps (2008)						✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Morris, Hiebert and Spitzer(2009)													✓	✓	
Hill, Schilling and Ball (2004)									✓	✓	✓	✓			
Ma (1999)	✓														✓
Even(1993)				✓							✓	✓			
Lucus(2006)	✓			✓								✓			
Işıksal (2006)							✓		✓	✓	✓				
Bütün(2005)											✓	✓			✓
Ball(1990)					✓				✓		✓				✓
Kennedy(1990)	✓														✓

Matematik alan bilgi bileşenleri ile ilgili literature incelendiğinde MAB bileşenleri için kesin bir sınır çizmenin doğru olamayacağı açıktır. Literatürdeki çalışmalarda bazı MAB bileşenleri aynı iken bazılarında çalışmadan çalışmaya farklılık göstermektedir. Literatürde dikkate alınarak bu çalışmada MAB bileşenleri aşağıdaki gibi kabul edilmiştir. Bunlar;

- Temel matematiği derinlemesine anlama
- ✓ Matematiksel fikirleri ve anahtar noktaları açıklama ve yorumlama
- ✓ Kavramları açıklamada alternatif yollar bilme
- ✓ Kavramlar arasında ilişki kurabilme
- Öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeplerini açıklama
- İspat yapabilme
- Tanım yapabilme
- İşlem yapabilme
- Terim ve notasyonları(simge-gösterim) doğru kullanma

2.2. İlgili Araştırmalar

HTA ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Hata ve kavram yanlışlarını tespit üzerine birçok çalışma yapılmasına karşın hataları bir öğrenme-öğretme aracı olarak kullanmaya yönelik araştırma sayısı oldukça sınırlıdır. Burada özellikle hataların bir öğrenme-öğretme aracı olarak kullanılmaya çalışıldığı çalışmalara yer vermeye çalışılmıştır.

Borasi (1986); matematiksel hatalardan kısmen de olsa matematik eğitiminde faydalanılması inancıyla bir çalışma yapmıştır. Hataların bir önceki konuya ilişkin olarak bilgiyi aktarabiliyor olmasına rağmen, bazı bilgilerin birçok farklı şekilde yorumlanabileceğini ve kullanabileceğini belirtmiştir. Matematik eğitimi yazınlarının gözden geçirilmesi, bu alandaki öğretmenler ve araştırmacıların hataları öğrenme zorluklarının teşhisinde ve iyileştirilmesinde güçlü bir araç olarak kabul edebileceklerini göstermiştir. Hataların matematik öğreniminde katkıda bulunabileceği diğer konuların tanımlanması ve matematiksel hataların arkasındaki motivasyonel gücü keşfetmek ise bu tezin öncelikli amacıdır. Bu amaç doğrultusunda üç tamamlayıcı araştırma stratejisi

uygulanmıştır. Bunlar; motivasyon, değerler ve matematik öğrenmede hataların bir sıçrama tahtası gibi kullanılmasıdır. Sonuçların yorumlarını tartışmak için ise kavram analizi uygulanmıştır. Bilgisayar bilimleri, bilimsel araştırmalar ve kavramsal psikoloji gibi çeşitli alanlarda ve kişisel tecrübeler de hataların nasıl kullanıldıkları konusundaki analiz, hatalardan en az altı farklı şekilde tamamlayıcı niteliğinde faydalanılabileceğini göstermiştir. Bunlar; matematik eğitimindeki hataların teşhisi ve düzeltilmesi konusundaki farklı yolları temsil etmek, “matematiksel içeriğin öğrenilmesi ve araştırılması hususunda bir sıçrama tahtası olarak hatalar” gibi bir kategoriyle hataların rolünü incelemek, Piaget ve Vergnaud gibi psikologlar tarafından matematik öğrenim süreci hakkında çalışma yapmak amacıyla tanınmış hataların potansiyeli olarak belirlenmiştir. Borasi (1986), matematiksel hataların pratikte kullanılması, matematiğin doğasında olduğu üzere ilgi çekmede, yaratıcı etkinliklerde ve derin bir matematik anlayışına sahip olabilmeye önemli olduğunu düşünmektedir. Bu çalışmada matematiksel hataların çeşitli konularda bir sıçrama tahtası gibi nasıl kullanılabileceğine dair örnekler verilmiştir. Araştırmada matematiksel hataların pozitif yönde kullanılmasının önemli bir ön koşulu olarak çeşitli hataların matematik disiplini tanımlanmasından bahsetmek amacıyla hatalar üç kategoride ele alınmıştır: “matematiksel bağlam”, “hatanın yanlışlık derecesi” ve “hataların olduğu öğrenme bağlamı”. Çalışmada; hataların, keşif ve araştırma için çalışana her seferinde bir motivasyon ve sağlam bir başlangıç noktası sağladığı, hataların ilginç tepkiler ortaya çıkardığı ve matematiksel kavramlara ve tanımlara yeni bir bakış açısı sağladığı, hatalara dayalı bir çalışmanın matematik öğrencilerini ve öğretmenlerini matematik konusunda yumuşatabildiği ve daha insancıl bir açıyla yaklaşmalarını sağlayabildiği, matematiksel sonuçların gelişmesinde hataların rolünün incelenmesinin matematiksel bilginin üretilmesini aydınatabildiği ve matematiksel yöntemlerin sınırlarının, motivasyonun ve özellikleri hakkında daha iyi bir yaklaşım sağlayabildiği sonucuna varılmıştır. Kısaca, sıçrama tahtası bakış açısı öğrencileri matematiksel içerik ve matematiğin doğasıyla alakalı sorular sormasına ve araştırmasına sevk etmiş, ayrıca, matematiksel yapıda “problem oluşturma” için doğal bir içerik sağlamıştır. Ayrıca, hataların daha derin bir şekilde incelenmesi matematiğin daha derin bir şekilde anlaşılmasına yardımcı olmuştur. Hataların bir sıçrama tahtası olarak kullanılmasının eğitimsel anlamda değerinin tartışılması bu tezde geliştirilen fikirlerin matematik

sınıflarında uygulanmaya konulması gerektiğini de ön plana çıkarmıştır. Daha da önemlisi, hataların analizi bir derecede matematiği anlayışımız üzerinde de değişmelere sebep olmuş ve matematikteki temel konular üzerinde tekrar düşünülmesi gerektiğini hatırlatmıştır.

Borasi (1988) eğitimde ve özellikle matematik eğitiminde hataların rolünün, hataların eğitimsel rolünden tamamıyla yararlanmak hususunda öğretmenlere izin vermek için tekrar incelenmesi gerektiğini vurgulayan bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmada öğrenci hatalarının, öğrenme sürecini ve öğretim materyallerini planlamak için kullanıldığını ve hala ve kullanılmakta olduğunu belirten Borasi (1988), hata yapma konusunda yeni bir metaphor olan “kaybolmak (getting lost)” metaforunun hataların şu anki eğitimsel kullanımındaki bazı sınırlamalarını ortaya çıkarmaya yardım edebileceğini ifade etmiştir. Üretken bir ruhla bu metaforu geliştirilen bu metaforun hataların gerçekleştiği şartların önemini göstermede yararlı olacağını ve bazı şartlar altında “kaybolmak” metaforunun zevkli olabileceğini belirten Borasi (1988), hataların entelektüel keşiflerde öğrencileri hem motive edeceğini hem de onlara rehberlik edeceğini ifade etmiştir. Borasi, bir hataya ya da kaybolmaya cevaben genel stratejileri ise; *i.* Birinden yardım isteme, *ii.* Araç ve kaynaklardan yararlanma, *iii.* Durum hakkında yansıtıcı düşünme ve *iv.* Keşfetme olarak belirtmiştir.

Borasi (1989) bu çalışmasında, matematik öğretiminde hataların nasıl yer aldığı, yani öğrencilerin hataları matematik öğrenmelerini destekleyici şekilde nasıl yapılandırabilecekleri üzerine bir taksonomi sunmaya çalışmıştır. Borasi (1989) bu çalışmasında sunmaya çalıştığı taksonomiye temel oluşturan bir çalışmadan bahsetmiştir. Çalışma araştırmacı bir öğretim deneyi dizayn etmiştir. Bu deney dizaynının amacı, hataların sıçrama tahtası olarak düşünüp tutarlı bir şekilde uygulanan pedagojik yaklaşımları içermesidir. Bu tarz uygulamalarla ilgili geniş çaplı veri toplanmıştır. Çalışma, “matematiksel tanımlar” konusu temel alınarak organize edilmiştir. Ders işleme süreci araştırmacı tarafından gerçekleştirilen 10 dersten oluşmaktadır. İki (bayan) 11. Sınıf (16 yaş) öğrencisine ders anlamıştır. Hatalar, hem önceden hazırlanmış hataları hem de umulmayan öğrencilerin ders işleme sırasında yaptıkları hataları içermektedir. Öğretici her iki hata türünden de avantaj sağlamıştır. Hataların yapılandırmacı kullanımını içeren bütün durumlar saptanmış ve detaylıca analiz edilmiştir. Ayrıca, konu ile ilgili nitel araştırmanın özünde yer alan taksonomi

geliştirilmesinde ve hipotezlerin oluşturulmasında kullanılmıştır. Bahsedilen taksonomi, öğrencilere mevcut olabilecek hataların yapılandırmacı kullanımının bir taksonomisidir. Hipotezler ise hataların eğitimsel değeri ve matematik öğretimi için çıkarımlar hakkındadır. Araştırmada az sayıda öğrenci olmasının nedeni sağlam yönetim sağlanması ve geniş çaplı veri toplanması amacıdır. Bu öğrencilerin bir özelliği de diğer alanlarda başarılı ve yetenekli olmalarına rağmen matematikten hoşlanmamalarıdır. Çalışma bir etnografik araştırmadır. 10 dersin tamamı ses kaydına alınmıştır. Öğrencilerin de yazılı ödevleri toplanmıştır. Alan notları ve görüşme serileri her bir öğrenci ile deneyim sonrası gerçekleştirilmiştir. “Matematiksel tanımlar” bu çalışmada konu olarak seçilmiştir. Bu durumun iki önemli nedeni vardır. Birincisi, herhangi bir teknik ön bilgi gerektirmemesidir. İkincisi, matematiksel kavramaların doğasının sorgulanması öğrencilerin geniş çaplı matematiksel aktivitelerle meşgul olmalarını sağlamasıdır. Yapılan analiz sonuçları şöyle ifade edilmiştir:

- Çalışma ve hataların analizleri, öğrencilerin yaratıcı ve değerli matematiksel aktivitelere odaklanmalarına fırsatlar sağlamıştır.
- Hatalar, öğrencileri merak ve dikkat konusunda motive edebilir. Çünkü, hata başlangıçta beklenen ile bir tezettir veya yeni alternatiflerin ihtimalini sunar.
- Hataların bir analizi, öğrencilere matematiksel içeriğin daha iyi bir kavramsal anlayışını oluşturmalarını sağlayabilir. Bu da kavram yanlışlarını belirleyerek ve netleştirerek, yeni bakış açılarını vurgulayarak ve beklenmeyen elemanları da göz önünde bulundurarak gerçekleşir.
- Hataların yapılandırmacı kullanımı uygun bilgi ve somut başlangıç noktaları sağlayarak öğrencilerin problem çözmelerine veya diğer matematiksel ödevlerine yardım edebilir.
- Hataların analizi, soyut konuların tartışmalarını daha somut hale getirir ve öğrencilere ulaşılabilir olmasını sağlayabilir.
- Hatalar, öğrencilerin yeni sorular ve problemler oluşturmalarını sağlayabilir. Ayrıca, problem çözmenin ötesinde problem oluşturmalarına da yardımcı olabilir.
- Belli hataların düşüncesi, öğrencilere matematikte olan bazı sınırları far etmelerini sağlayabilir. Dolayısıyla, disiplinin humanistic (insani) tarafına dikkat etmeyi sağlar.

- Hatalarla çalışma ve dikkat etme deneyimi, öğrencilerin matematiksel aktivitelerinde daha dikkatli olmalarını sağlayabilir.

Ayrıca Borasi, bu çalışmanın hatayı dikkate almayan geleneksel öğretim anlayışından olan farklılığına dikkat çekmiş ve toplanan deneysel verilerin bu taksonominin lise öğrencileri için uygulanabilir olduğunu gösterdiğini ifade etmiştir.

Rauterberg (1996); çalışmasında karmaşık sistemlerdeki uygulayıcıların öğrenme ve eğitime ait geleneksel paradigması tartışmakta ve analiz etmektedir. Uzmanlık, sezgi ve üstü kapalı bilgi ile ilgili yapay zeka yaklaşımına karşı bilinen en iyi argümanlar sunulmakta ve tartışılmaktadır. Kusurların ve hataların önemi, uzmanlığı ve başarısız davranışları bilmenin gerçek kararları nasıl etkilediğini açıklamak amacıyla bilişsel yapılar bağlamında tartışılmaktadır.

Ginat (2003); öğrenci hatalarından faydalanılarak öğretim yapma üzerinde bir çalışma yapmıştır. Çalışmanın amacı iki yönlüdür. Dikkati öğrencilerin optimizasyon görevlerini yerine getirirken izledikleri tekrarlanan hatalı yollar olgusuna çekmek ve hatalardan öğrenirken bu yollardan nasıl faydalandığını göstermektir. Çalışmada hatalardan faydalanma adına belirli bir şema oluşturulmuş ve bu şemaya uygun çalışma yürütülmüştür. Oluşturulan şema 33 öğrencilik bir sınıfa Algoritmaya Giriş dersinde uygulanmıştır. Hatadan faydalanılarak yapılan bu çalışmada öğrencilerin konularla ilgili düşüncelerinde ve bilgilerinde bir gelişme olduğu ortaya çıkmıştır.

Santagata (2004) öğretimde inanç ve uygulamaların (pratiklerin) rolünü araştırmıştır. Araştırmanın odağı ise, öğrencilerin sosyalleşme sürecidir ki bu süreç hatalarla başa çıkarak öğrenmeyi içerir. 30 İtalyan ve 30 Amerikan 8. Sınıf matematik dersleri video kayıt halinde kaydedilmiş ve öğrenci-öğretmen etkileşimi analiz edilmiştir. Çalışmanın öneminin pek çok nedeni vardır. Genel olarak öğretiminde kültürel yönün önemine dikkat çekilmiştir. Ancak daha spesifik olarak nedenler sunulmuştur. Bunlar; hataların öğrenmenin temel bir yönü olduğu, hataların edinilen yeni bilgi ile daha önceden edinilmiş olan bilgi ile yapısal olarak tutarsız olduğu zaman gerçekleşmesi, öğretmenler hataları öğrencilerin bilgilerini yeniden yapılandırmaları için bir ihtiyaç sinyalleri olarak düşünmeleri ve öğretmenlerin bu süreci geliştirmek için yeni öğretim stratejileri edinmeleri, hatanın çevrelediği öğrenci-öğretmen etkileşimine çok sık rastlanması, bahsedilen öğrenci öğretmen etkileşiminin gün yüzüne çıkarılması

hem önemli öğrenme ürünleri sağlaması hem de öğrencilerin motivasyonuna önemli katkısı olmasıdır. Analiz birimi; hata yönetim basamağıdır (MS-Mistake-management Sequence- YB). Bu basamak; öğretmenlerin çıkarımını, öğrenci hatasını, öğretmenlerin hatalara cevaplarını içerir. 566 MS saptandı. Bütün MS' ler orijinal dilinde kaydedilmiştir. MS'ler "girdi puanları" ve "çıktı puanları" olarak işaretlenmiştir. Girdi puanları; öğretmen çıkarımının başlangıcı öğrenci hatası tarafından takip ediliyor ve çıktı noktaları; öğretmen bir hata tarafından takip edilmiş çıkarımla ilgili basamağın sonudur. Araştırmacı ve asistanları MS leri farklı zamanlarda farklı perspektiflerden analiz etmişlerdir. Çalışmanın nitel kısmında, Grounded Theory'e dayalı olarak açık kodlama süreci boyunca analizin her bir boyutu için bir kategoriler serisi geliştirilmiştir. Birim ve analizin boyutlarına dair bilgiler şöyledir:

Hata Basamak Birimi:

- Öğretmen Çıkarımı (Analizin Boyutları: MS'deki Aktivite; konuşmanın doğası (topluluk/özel), materyalin doğası (eski, yeni)
- Hata (Analizin Boyutları: Hatayı kim yaptı, hatanın doğası)
- Öğretmenin ilk cevabı (Analizin Boyutları: Katılımcı rolünün çerçevesi, cevabın türü, duygusal duruş ve tavır)

Güvenirlilik hususunda ise hata basamakları her ders için .85 değeriyle saptanmıştır. Gözlenen farklılıkların istatistiksel analizi için tek boyutlu ANOVA testi uygulanmıştır. Materyal doğası, öğretmen cevap kodlarının test edilmesi için de Pearson Korelasyon Analizi yapılmıştır. Derslerden elde edilen videolara ek olarak görüşme tekniği ile de veri toplanmıştır. Bu çalışma sosyokültürel bir bakış açısıyla hazırlanmıştır. Öğretim bir sosyalleşme aktivitesi olarak görülmüştür. Öğretimi karakterize eden inanç ve pratik sistemlerinin karmaşıklığını görme/anlama girişiminde bulunulmuştur. Öğrenmeye temel bir aktivite- öğrencilerin hatalarıyla başa çıkma-analitik teknikler yardımıyla analiz edilmiştir. İtalyan ve Amerikan sınıflarında uygulanan/kullanılan stratejilerdeki belirgin farklılıklar ifade edilmiştir. İtalya'da, öğretmenler öğrencilerinin hatalarına olan cevaplarını hayal kırıklıkları ile göstermektedir. Cevapları genellikle sert ve alaycıdır. Bu tür cevaplarla İtalyan öğretmenler, öğrencilerini kendi öğrenmelerinden sorumlu tutarak sosyalleştirmektedirler. Amerika'da öğretmenler hata yapan öğrenciye karşı pozitif bir

tavır takınırlar. Cevapları yatıştırılmış ve genellikle öğrencilerin çabalarını tamamlayıcıdır. Öğretmenler öğrencilerinin kendilerini içsel olarak iyi algılamaları ve motivasyon ve özgüven gelişimi için pozitif gelişime ihtiyacı oldukları anlayışı ile sosyalleştirirler.

Santagata (2005); hata ile çevrelenen öğrenci öğretmen etkileşim ortamını ve öğretmenlerin hata ile başa çıkabilme durumlarını analiz etmek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Hata ile çevrelenen öğrenci öğretmen etkileşiminde öğrenci motivasyonu ve öğrencinin öğrenme performansı önemlidir. Uyumsuz özellikler gibi negatif etkiler kolaylıkla hemen saptanabilmektedir. Diğer durumlarda problem görülmemektedir, öğrenciler yaşamlarının ilerleyen zamanlarında bu tarz derslerden kaçınmaktadırlar. Santagata, bu nedenle böyle çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmanın bir kısmı Amerika Birleşik Devletleri'nde bir kısmı İtalya'da gerçekleşmiştir. Örnekleme 30 Amerika Birleşik Devletleri'nden, 30 İtalya'dan olmak üzere 60 video kayıtlı 8. sınıf dersi oluşturmaktadır. Analiz birimi; hata yönetim basamağıdır. Bu basamak; öğretmenlerin çıkarımını, öğrenci hatasını, öğretmenlerin hatalara cevaplarını içermektedir. Bulgular, sonuçlar iki kısım halinde açıklanmıştır. Birincisi; İtalyan ve Amerikan derslerinde gözlenen hataların sayısı ve doğasıdır. İkincisi, hata ile başa çıkma sırasındaki öğrenci-öğretmen etkileşiminin doğasıdır. Hata basamaklarının sıklığı ve hata doğası açısından İtalyan derslerinde Amerikan derslerine oranla önemli derecede daha fazlalık görülmüştür. İtalya'da hemen hemen bütün hatalar sınıfça düzeltilirken, Amerika'da %61 i sınıfça, %39 u bireysel düzeltilmektedir. Her iki ülke sınıflarında da ders içi etkileşim gerçekleşirken pek çok hata düzeltme durumu gerçekleşmesine rağmen, hata yönetim aktiviteleri yüksek seviyeli akıl yürütme sürecine önemli katkı sağlamadığı görülmüştür.

Heinze (2005); matematik sınıflarında hata ile başa çıkma etkinlikleri ile ilgili çalışma yapmıştır. Bu çalışmanın amacı, farklı öğrenci hatalarının sebeplerinin aydınlatılması ve hataları önlemek için öğretimsel fikirlerin, materyallerin vb. geliştirilmesidir. Bu amaca ulaşmak için matematik derslerinde hata ile başa çıkma aktiviteleri ile ilgili öğrenci algılarının neler olduğu, öğrencilerin genel durumlarda hata yaptıklarında kendi öğretmenlerinin davranışları hakkında ne düşündükleri, öğrencilerin kendi hataları ile nasıl ilgilendikleri, öğrencilerin öğrenme fırsatı olarak hataları kullanıp kullanmadıkları gibi sorulara yanıt aranmıştır. Çalışma; İtalya, Almanya,

İsviçre ve ABD’de öğrenim gören 8. Sınıf öğrencileri ile gerçekleşmiştir. Matematik sınıflarında hata ile başa çıkma ile ilgili 3 video analizi yapılmıştır (Heinze-Almanya-22 ders; Oser-İsviçre-10 ders; Santagata-İtalya-ABD-30 ders). Tüm dersler hata durumları temele alınarak analiz edilmiştir. Her ders 45-50 dakikadır. Hata durumlarında öğretmen davranışları hakkında bilgi edinmek için 27 maddelik bir ölçek kullanılmıştır ve faktör analizi uygulanmıştır. Çalışmanın üç bileşeni ortaya çıkmıştır: öğretmen faktörü-hata yapmaktan korkma-hataların kişisel kullanımı. Yapılan analizler sonucunda her derste yapılan hata oranları hesaplanmıştır. Bu hesaplama her ülke için ayrı ayrı yapılmıştır. Ayrıca genel ve özel durumlarda da ayrı ayrı incelenmiştir. İsviçre çalışmasında, yapılan faktör analizi sonucunda öğretmenlerin matematik dersinde hatanın yapılmasından hiç hoşlanmadığı bu yüzden hata yapılmasına izin vermedikleri ortaya çıkmıştır. Bu veri çalışmanın duyuşsal boyutunu (hata yapmaktan korkmak) destekler niteliktedir. Çalışmanın üç bileşeni için Almanya ve İsviçre örneği karşılaştırılmıştır. Öğretmen davranışı bileşeni için Almanya örneği İsviçre örneğinden daha kötü bir durumdadır. Sonuç olarak genelde öğretmenler hataya izin vermemekte, öğrenciler de hata yapmaktan korkmaktadırlar.

Heinze ve Reiss (2007); öğretim süreci için hataların rolü ile ilgili öğretmen eğitimi üzerine bir çalışma yapmıştır. 29 yedinci sınıf öğrencileri ve öğretmenleri araştırmaya dâhil edilmiştir. Öğrenci sayısı 311 kız ve 308 erkek olmak üzere toplam 619’ dur. Çalışmada yarı deneysel araştırma deseni kullanılmıştır. Yarı deneysel çalışmalardan öntest-sontest deney ve kontrol gruplu model baz alınmıştır. Çalışmanın sonucu, bu öğretmen eğitiminin iki noktada başarılı olduğunu göstermektedir. Bunlardan biri, öğrencilerde görülen hataya dayalı davranışlarda olumlu manada değişme görülmesi diğeri ise, öğrencilerin geometri ispat yapma performanslarında başarıya neden olmasıdır.

Peng (2008); öğretmenlerin öğrencilerin matematik hataları hakkında nasıl bilirkişi olduğunu araştırmayı amaçlayan bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmada kısa hizmet içi kurslarına 25 ortaokul matematik öğretmeni katılmıştır. Katılımcıların 10’u erkek 15’i bayandır. ve 2’si master, 16’sı lisans ve 7’si ön lisans düzeyindedir. Öğretimleri 1 ile 38 arasında değişmektedir. Mülakatların kaydedilmesinde ve anketlerin analizinde nitel analiz yöntemi kullanılmıştır. Veriler bir yazar tarafından oluşturulan Matematiksel Hata Analiz Anketi ve anketi takiben derinlemesine

görüşmelerle toplanmıştır. Anket, polinom, denklem ve üçgen geometri ve tipik cebirsel konularında öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel hatalarını nasıl analiz ettiklerini incelemek için tasarlanan dört madde içermektedir. Bu dört maddenin her biri öğrencilerin matematiksel hatalarını belirleme, ele alma, tanımlama ve düzeltmede matematik öğretmen bilgisi üzerine odaklanmaktadır. Her madde esas olarak matematiksel bilgi, strateji, psikoloji ve mantığın tek yönüne odaklanmıştır. Bu maddeler pilot çalışmada ortaokul öğrencilerine uygulanmıştır. Anket yanıtlarının incelenmesi ve analizinden sonra, her öğretmen öğrencilerin matematiksel hatalarını nasıl ele aldığını ve anladığını açıklamak için derinlemesine bir görüşmeye çağırılmıştır. Her görüşme bir saat sürmüştür. Görüşmeci ilk soruyu sormuştur ve ardından öğretmenin yanıtlarına dayalı olarak diğer soruları sormuştur. Her görüşme sesli kaydedilmiş ve kopyası çıkarılmıştır. Araştırmanın sonuçları, öğrencilerin matematiksel hatalarıyla ilgili öğretmenlerin bilgisinin farklı görevlerde farklılıklar göstermesine rağmen öğrencilerin matematiksel hatalarından bilgili olma kapsamında matematik öğretmenleri için geliştirmekte olan desenlerin var olduğunu göstermektedir.

Haydar, Vatuk ve Angulo (2009); New York Kenti Öğretim Akademi Üyesi (Fellows) programına katılan ve göreve yeni başlayan matematik öğretmenlerinin görüşlerini ve öğrencilerin matematiksel hatalarına nasıl yanıt verdiklerini gösteren bir çalışma yapmışlardır. Hatayı ele alma durumlarını analiz etmede ve belirlemede kullanılan hata analizi-kodlama modeli; *i.* tespit edilen hataları ortaya çıkarma, *ii.* hata tipleri, *iii.* öğretmenin erken tepkisi, *iv.* öğretmenlerin izlenimi, *v.* düzeltme ve sonrası düzeltme işlemleri üzerine odaklanmaktadır. Çalışma 8 öğretmen ve yedi ile sekizinci sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Bu çalışma sekiz durum çalışması yapan öğretmenlerin bahsedilen durumları nasıl ele aldıkları ve yanıtladıklarını analiz etme ve öğrencilerin matematiksel hatalarının oluşumunu gösteren video kayıtları ve alan notları üzerine odaklanmıştır. Verilerin ikinci bir grubu öğretmenlerin matematiksel hataları fark ettiklerinde onların kendi uygulamalarına ilişkin kendi algılarını ve hata hakkındaki görüşlerini daha iyi anlamak için sekiz NYC akademi üyesiyle yapılan yılsonu görüşmeleri olmuştur. Sonuçlar öğretmenlerin hatayı ele almada bireysel rolleri üzerinde okul ortamlarının etkilerinin göz önünde bulundurulmasının önemini göstermektedir.

Peng ve Luo (2009); yaptığı çalışmada matematik eğitiminde hata çözümlemelerinin daha etkili bir matematik öğretimi için kullanılmasını sağlayacak ve herkes tarafından kabul edilebilecek bir çalışma için bir çerçeve oluşturmayı amaçlamıştır. Çalışmada bir öğrencinin limitle ilgili bir soruda verdiği cevap iki araştırmacı tarafından incelenip, önerilen çerçeveye eşleştirilmiştir. Sonuç olarak, öğretmen öğrencinin yaptığı hatayı tanımlayabilmiş fakat hatanın arkasındaki mantıksallığı açıklayamamıştır.

Akpınar ve Akdoğan (2010); hatalara dayalı olarak yapılandırılan negatif bilgi kavramının tartışıldığı bir çalışma yapmıştır. Çalışmada pozitif bilgi ve negatif bilgi kavramının ve negatif bilginin yararlarını farklı araştırmacıların görüşlerini göz önüne alarak belirtmiştir. Negatif bilgiye dayanan hatalardan öğrenme kavramının çeşitli aktivitelerle öğretme-öğrenme süreci içine katılmasının öğrenciler için daha olumlu sonuçlar doğuracağı sonucuna varılmıştır.

Türkdoğan ve Baki (2012); öğretmenlerin yanlışlarla karşılaştıklarında kullandıkları, deneyimlerine dayalı teknikleri oluşturmak amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Çalışmada iki 6. Sınıf, iki 7. Sınıf, bir 8. Sınıf olmak üzere, 5 matematik öğretmeni toplam 250 saat yapılandırılmamış olarak gözlemlenmiştir. Sonrasında öğretmenlerin verdikleri dönütler sınıflandırılmıştır. Çalışmada öğretmenlerin 26 farklı şekilde dönüt verdiği tespit edilmiştir. Bazı teknikler aynı başlık altında toplanarak 6 farklı dönüt tekniğine indirgenmiştir. Öğretmenlerin kullandıkları dönüt tekniklerinin matematiğin genel hedefleri dikkate alındığında yeterli düzeyde olmadığı sonucuna varılmıştır.

Klymchuk ve Kachapova (2012) üniversitede olasılık öğretimi ve öğreniminin uygulamalı boyutlarına yönelik olarak paradoksları ve karşı örneklerin öğretimde bir pedagojik strateji olarak kullanabilirliği ile ilgili, Yeni Zelanda Auckland Teknoloji Üniversitesi'nden 11 ve Almanya Wismar Üniversitesinden 30 öğrenci ile bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada Klymchuk ve Kachapova (2012) karşıt örnek oluşturma için öğrencilere verilen tüm paradoks ve doğru olmayan ifadelerin onların bilgileri dahilinde ve genellikle onların yaygın kavram yanlışları ile alakalı olduğunu belirtmişlerdir. Paradokslar ve doğru olmayan ifadeler, bir konu ile ilgili bir dizi rutin alıştırma yaptıktan sonra öğrencilere grup tartışması için verilmiştir. Amaç, öğrencilerin olasılık

kavramlarını anlamasını sağlamak, konu üzerine çalışma motivasyonunu arttırmak ve onların duygularını meşgul etmekti çünkü hem paradokslar hem de karşı örnekler mantık dışı ve şaşırtıcı cevaplı rutin olmayan alıştırma ve alıştırmalardı. Paradokslar değerlendirmeye dahil edilmemiştir. Doğru olmayan ifadelerle karşı örnekler oluşturma alıştırmaları değerlendirmenin bir parçası olan ev ödevlerine dahil edilmiştir. Yapılan bu uygulama sonrası öğrencilerin büyük çoğunluğu paradoks ve karşı örnek kullanma yöntemini faydalı (%91) ve etkili (%88) bulduklarını belirtmişlerdir. Çalışmadaki istatistik sonuçları ve sayısız öğrenci yorumları öğrencilerin olasılık öğretim ve öğreniminde paradoks ve karşı örnek kullanımına karşı oldukça olumlu olduklarını göstermiştir. Bu öğrencilerin büyük bir çoğunluğu bu pedagojik stratejinin faydalı ve etkili olduğunu belirtmiştir. Öğrencilerin toplam %36'sı bu pedagojik stratejinin mantıksal düşüncelerini geliştirdiği yorumunu yapmıştır.

Dalehefte, Seidel ve Prenzel (2012) okulda hatalardan öğrenmenin yansımalarını belirlemek amacıyla Almanya ve İsviçre'de bir çalışma yapmışlardır. Araştırmacılar, öğretmenlerin hatalardan öğrenme ve yanlışları kullanma konusundaki video çalışmalarından nasıl öğrenebilecekleri ve öğrencilerin hatalardan öğrenmesine yardımcı olabilecek şartları ortaya koymaya çalışmışlardır. Çalışmada çoklu metotlar kullanılmıştır. Anketler, testler, görüşme ve video verileri toplanmıştır. “Öğretimsel aktiviteler”, “hedef netlik ve tutarlılığı”, “dersin içerisine yerleştirilen deneyimler”, “sürece dayalı öğretim”, “öğrenme odaklı hatalarla başa çıkma kültürü” konuları hedeflenmiştir. Bir okul yılında üç ölçüm zamanı yer almıştır. 2002/2003 yılında Almanya'dan 2003/2004 yılında İsviçre'den veri toplanmıştır. Gözleyicinin ve öğrencinin perspektifinden ele alınan video analizleri ve öğrenci anket sonuçları, sınıf ortamının genellikle pozitif ve nadiren negatif olduğu şeklindedir. Ayrıca çalışmada hatadan öğrenme hususunda sınıf ortamı kadar öğretmen faktörü de önemli bulunmuş ve İsviçre'de öğrencilerin öğretmenlerin hatadan öğrenmeye karşı olan tutumları Alman öğrencilere nazaran daha pozitif olarak kaydedilmiştir. “Algılanan hata kültürü-öğretmen” anketinde, İsviçreli öğrenciler Alman öğrencilere nazaran daha fazla soruya maruz bırakıldıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin katkıları öğretmen tarafından içsel bir biçimde onaylanması ve öğretmenlerin öğrenci sorularına cevaplar vermesi hususunda örneklemeler arasında önemli bir farklılık görülmemiştir. İsviçreli öğrenciler daha rekabetçi ve kaygılı iken, Alman öğrencilerin daha savunmacı davranış sergiledikleri

ifade edilmiştir. Sonuç olarak, İsviçreli öğrenciler hatalardan öğrenme hususunda Alman öğrencilere nazaran daha iyi öğrenme ortamına sahiptirler.

Tulis (2013); üç bölümden oluşan bir çalışma yapmıştır. Birinci çalışma öğretmenlerin düzenli günlük sınıf içi hata yönetimi davranışını üç farklı alanda tanımlamayı amaçlamıştı. İkinci çalışmanın amacı birinci çalışmadan elde edilen bulguları en uygulanabilir hata yönetim davranışının bulunduğu özel bir alan için tekrarlamaktır. Bu çalışmada dokuz video kayıtlı ekonomi bilimi dersi incelenmiş ve bu gözlemler öğrencilerin sınıfta algılanan hata ortamı ile ilgili kendi ifadeleri ile birleştirilmiştir. Son olarak üçüncü çalışmanın odak noktası öğretmenlerin hata yönetim davranışının öğrencilerin daha genellenmiş alana özgü duygularıyla ilişkisinin yanı sıra hatalardan öğrenmeye yönelik öğrenci tutumlarına etkisini analiz etmektir. Birinci çalışmada hata temelli çalışmalar yapan araştırmacıların sonuçlarını derlenmiştir. İkinci çalışma da 3 farklı derste (Almanca, Matematik ve Ekonomi) hata yönetimleri arasındaki farklar incelenmiştir. Öğretmenin doğru cevabı söyleyerek yanlış düzeltmesi, Almanca derslerinde Matematik derslerinden nispeten daha sık görülmüştür. Nadir olmasına karşın, sonuçlar aşağılayıcı ya da cesaret kırıcı hata tepkilerinin, Matematik derslerinde Almanca ve Ekonomiye göre daha fazla olduğunu söylemiştir. Bu yüzden matematik öğretmenleri öğrencilerinin hatalarının öğrenme potansiyellerini daha az önemsemişlerdir. Şurası açıktır ki kavrama yanlışlarını tüm sınıfla tartışma gibi uyarlanabilir hata yönetim davranışları ya da öğrencilere hatayı düzeltmek için fırsat tanıma Ekonomi derslerinde sıklıkla gözlenmiştir. Üçüncü çalışmada ise öğrencilere öğretmenlerin olumlu tutum sergilemesinin onların hatalardan öğrenmeye yönelik ve alana özgü olumlu duygular geliştirdiği sonucunu göstermiştir.

Matematik eğitimi çalışmalarında 20. yüzyılın başından itibaren hatalarla ilgili birçok çalışma yapılmaya (Radatz,1980) ve bu yüzyılın ortalarından itibaren ise bu çalışmalar sistematik hale getirilmeye başlanılmıştır (Özmantar, Bingölbali ve Akkoç, 2008). Hata üzerine yapılan bu çalışmalar 1990 lı yılların başlarına kadar daha çok “problemi belirleme” üzerine yoğunlaştığı söylenebilir (Özmantar ve diğ.,2008). Günümüze kadar hataların öğrenme ve öğretmede bir şans olarak kullanılmaya çalışılması yönündeki araştırmalar, hata tespiti ve giderilmesi yönündeki çalışmalara nazaran çok az sayıdadır.

Hatanın öğretimde kullanılması yönündeki çalışmalardan bazıları hata kavramının olumsuz anlamını giderme ve öğretmen-öğrenci etkileşimine olumlu katkı sağlama amacıyla (Sandagata, 2004; 2005), bir kısmı anlamlı ve kavramsal öğrenmeyi gerçekleştirmede hataların rolünü tespit amacıyla (Klymchuk ve Kachapova,2012), bir kısmı hataların matematik hataların pozitif yönde kullanılması amacıyla (Borasi, 1986), bir kısmı öğretmen eğitimi üzerine öğretim süreci için hataların rolü üzerine (Heinze ve Reiss,2007) yapılmıştır.

MAB ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Shulman (1986, 1987) öğretmende bulunması gereken bilgi türlerine PAB'ı ekledikten sonra, PAB'ın bir bileşeni olarak matematik alan bilgisi ile ilgili gerek bağımsız ve gerekse MAB'ın yanısıra PAB'ın diğer bileşenlerinin de incelendiği birçok çalışma yapılmıştır.

Son yıllarda matematik eğitimi alanında yapılan birçok araştırma öğretmen ve öğretmen adaylarının matematik alan bilgisi üzerine odaklanmıştır(Adams, 1998).

Ball ve McDiarmid (1989) bu çalışmayı, öğretmenlerin konu alan bilgilerine odaklanmıştır. Konu alan bilgisi dahilinde, hangi konu alanı hazırlığının gerekli olduğu, nerede ve ne zaman gerekli olduğu ve hangi ürünleri sağladığı hakkında bilgiye dayanan bir çerçeve geliştirmek amacıyla yapmıştır.. Öğretmenlerin konu alan bilgisi, araştırmalarda yeni bir alan olmasından dolayı literatürün kısıtlı olduğu yazarlar tarafından ifade edilmiş ve bu nedenden dolayı gelecek araştırmalara kaynak ve destek olması açısından bu çalışma gerçekleştirilmiştir. Üç bölüm halinde hazırlanan çalışmanın birinci bölümünde; konu alan bilgisi kavramı açıklanmış, ikinci bölümde; öğretmenlerin konu alan bilgilerini kaynak ve ürünleri için bir çerçeve sunulmuştur. Üçüncü bölümde, bu çerçeve hala var olan konu alanı hazırlığı düşüncesi için kullanılmıştır. Çalışma sonucunda konu alan bilgisi ile ilgili şu yargılara varılmıştır; günlük deneyimler ve kültürel faaliyetler insanların konu alan bilgisi için önemli bir kaynak teşkil etmektedir. İkinci yargı ise konu alanı öğrenme derslerinin öğrencilerin temel ve özel bilgi, fikir ve konuları anlamalarına önemli ölçüde katkı sağladığıdır.

Kennedy (1990) bu çalışmada, “konu alan bilgisi hakkında niçin sorular ortaya atılmıştır?”, “öğretmenler ne tür konu alan bilgisine ihtiyaç duymaktadır?”, “konuya

özgü pedagojik bilgi var mıdır? Varsa nedir?”, “öğretmenlerin konu alan bilgisine işaret eden ne tür uygulamalar vardır?” sorularını temel alan temalar hakkında bir literatür taraması yapmıştır. İlk tema hakkında dört hipotez; bilimsel sorgulama gerektiren bilgi eksikliği, sınıflardaki derslerin sıkıcılığı ve aynen tekrarı, pedagojik tercihlerin öğretmenlerin konunun doğasına dair anlayışlarını etkilemesi ve öğretmenlerin kendilerinin bizzat konu hakkında yetersiz bilgiye sahip olmalarından dolayı zorluklarla karşılaşmaları biçimindedir. İkinci tema hakkında yazar literatürden edindiği bilgiler ışığında üç açıdan konu alan bilgisine yaklaşmıştır. Bunlar; konu içeriği: olgu, kavram, kural ve prensipler, içerik yapısının organize edilmesi: olgu ve fikirler arasında bağlantı kurulması biçimindedir. Üçüncü tema hakkında yazarlar, Shulman (1986)’ın geliştirdiği pedagojik alan bilgisine dikkat çekmişlerdir. Bu geliştirilen kavram sahip olunan alan bilgisinin öğrenciler tarafından anlaşılabilir hale getirilerek sunulmasıdır. Daha detaylı olarak; pedagojik alan bilgisi konu alan bilgisi ve öğrenci bilgisinin harmanlanması ile oluşan bilgidir. Dördüncü tema hakkında yazarlar, okullardaki uygulamaların ve devlet kurumlarındaki uygulamaların konu alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisinin birbirinden çok ayrı bilgi alanları olarak gerçekleştirildiği ifade edilmiştir. Zaman içerisinde sağlam konu alan bilgisine sahip öğretmen yetiştirmek hedeflenirken öğretmen ölçme ve değerlendirmeleri ile de öğretmenlerin pedagojileri geliştirilmeye çalışıldığı ifade edilmiştir. Eğitim araştırmacılarının da temanın pedagoji kısmına yoğunlaştığına dikkat çekilmiştir. Çalışmada öğretmen kavramına olan bakışın değiştirilmesi, White (1987) tarafından ifade edilmiştir. Ayrıca, öğretmenleri değerlendirmek için daha iyi metotların geliştirilmesine ihtiyaç duyulduğu ifade edilmiştir.

Even (1993); öğretmenlerin fonksiyon kavramının öğretimi ile ilgili olarak konu alanı bilgisi ve bunun pedagojik alan bilgisiyle ilişkilerini incelediği çalışmasında, öğretmenlere fonksiyon kavramı ile ilgili bilgiler içeren bir anket verilmiş ve ardından detaylı bir görüşme yapılmıştır. Even, öğretmenlerin fonksiyon kavramı hakkında alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığını ve bununda öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini etkilediğini bulmuştur.

Baturo ve Nason (1996) öğretmen eğitimi öğrencilerinin alan ölçümündeki konu alan bilgisini anlamak için gerçekleştirilen bir projenin açıklamasıdır. Çalışma, öğretmenlerin sahip oldukları konu alan bilgilerinin, öğrencilerinin öğrenme fırsatlarına önemli ölçüde katkı sağlayacağı bulgu ve düşüncesine dayanarak gerçekleştirilmiştir.

Çalışma Avusturalya’da Queensland Teknoloji Üniversitesi’nde yapılmıştır. Örneklemi ilkokul öğretmeni olmayı hedefleyen eğitim alanında lisans derecesine devam eden 16 birinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Örneklem orijinal bir şekilde seçilmiştir. Seçim, öğrencilerin devam ettikleri bu üniversitede uygulanan matematik ekran testinden aldıkları puana göre gerçekleşmiştir. Veri toplama aracı olarak araştırmacılar 8 alan ölçümü ödevi (task) nden oluşmaktadır. Bu ödevler, öğrencilerin alandaki konu alan bilgilerini göstermesi açısından önemli olarak ifade edilmiştir. Konu alan bilgisi dahilinde de alan ölçümü konusunda temel bilgiye sahip olma, alan ölçümünde matematiğin doğası hakkında bilgiye sahip olma, toplum içerisinde alan ölçümünün yeri hakkında bilgi sahibi olma bileşenleri ifade edilmiştir. Araçlar geliştirilirken üç önemli faktör dikkate alınmıştır; müfredat, öğrenciler tarafından bir anlayış derecesi kurmak ve görüşmelerin bir saatten fazla sürmemesi. Çalışma gerçekleştirilirken takip edilen birinci basamak, kritik alan kavram ve süreçlerinin saptanması ve kategorize edilmesi; ikinci basamak, bu kavram ve süreçleri ölçmek için görüşme maddelerinin üretimidir. Çalışma sonucunda, birinci sınıf öğrencilerinin alan ölçümü konusundaki konu alan bilgisinin oldukça gelişmemiş olduğu gözlenmiştir. Öğrencilerin temel bilgilerinin yanlış ya da eksik olduğu ve çoğunlukla birbirleriyle bağlantısız olduğu sonucuna varılmıştır. Temsiller arasındaki geçişler noktasında sınırlılıklar saptanmıştır. Yine öğrencilerin matematik disiplin bilgisi ve matematiğin doğası hakkında ve toplum ve kültürel açıdan matematik hakkında da yeterli bilgiye sahip olmadıkları sonucuna varılmıştır.

Adams (1998), öğretmen adaylarının matematik konu alan bilgilerini incelediği çalışmasında, öğretmen adaylarının konu alanı bilgisinin ölçülmesi için tek bir görev ya da tek bir performansa bakılması yeterli olmayacağını, anlamayı ölçmenin kolay olmadığından ve öğretmen adaylarının konu alan bilgisine dair bir profil oluşturabilmek için çeşitli incelemeler ve görevlerin ele alınması gerektiğini vurgulamıştır. Adams (1998) Southeastern Üniversitesindeki 93 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile yaptığı çalışmasında, adaylara gerçel sayılarla ilgili genel bir değerlendirme testi uygulamıştır. Testten elde edilen sonuca göre öğretmen adaylarının KAB’nın yetersizliğini tespit eden Adam’a, diğer taraftan aday öğretmenlerin konu alanı bilgilerini başlangıçta ya da akademik süreçte ölçmenin mümkün olmadığını, bu sebeple

konu alanı eksikliklerine önlem olarak öğretmen adaylarının anlamlı matematik deneyimleri yaşamaları gerektiğini ifade etmiştir.

Livy ve Vale (2011), 297 matematik öğretmeni adayının matematik alan bilgilerini inceledikleri çalışmada, adaylara matematik yeterlilikleri, becerileri ve bilgileri ile ilgili test uygulamışlardır. Bu testlerde adayların sorulara çok sayıda yanlış cevap verdiğini, matematik öğretmen adaylarını matematiksel yapılarla ilgili alt yapılarının olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca Livy ve Vale (2011), öğretmen adaylarının kendi hatalarını pozitif bir öğretim aracına dönüştürebileceklerini, kendi hataları ve kavram yanlışlarının çocukların ki ile benzer olacağını göz önünde bulundurarak daha etkili bir öğretim sağlayabileceklerini ifade etmişlerdir.

Huinker (2011), matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgisini geliştirmeye yönelik yaptıkları “Milwaukee Matematik Ortaklığı” adlı projede, öğretmenlere örnek etkinlikler dağıtılmış ve bu etkinliklerle ilgili açık uçlu sorular yardımı ile öğretmenlerin alan bilgileri ölçülmeye çalışılmış, proje sonunda özellikle cebirsel düşünme konusunda öğretmenlerin ilerleme gösterdikleri tespit edilmiştir.

Van Dooren, Verschaffel ve Onghena (2002); öğrenci öğrenme sonuçlarını etkilediğini farz eden öğretmenlerin tutumları, inanışları, özel alan bilgileri üzerine odaklanan bir çalışma yapmışlardır. Katılımcılar bir öğretmen eğitim enstitüsünden 97 hizmet öncesi öğretmenleridir. Katılımcıların hizmet öncesi ilkokul ve ortaokul öğretmenlerinin aritmetiksel ve cebirsel problem çözme stratejilerini ve becerilerini onların eğitimlerinin başında ve sonunda incelenmiştir. Sonuç olarak anketteki açıklamalar hizmet öncesi öğretmenlerin aritmetiksel ve cebirsel çözüm strateji algıları ve onların pedagojik bilgi ile ilişkisi hakkında olumlu bir ilişki olduğunu göstermiştir.

Boz (2004), 184 matematik öğretmen adayına anketler ve daha sonra röportajlar yaparak öğretmen adaylarının alan bilgileri ve alana özel pedagoji bilgileri arasındaki ilişkileri araştırmıştır. Boz, bazı verilerin öğretmen adaylarının konu bilgisi ile pedagoji konu bilgisi arasındaki ilgiye kanıt olarak verilebileceğini ifade etmiştir. Ayrıca konu bilgisinin öğrencilerin hatalarını anlama ve analiz etmede etkili olduğu tespit etmiştir.

Türnüklü (2005) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ile matematik alan bilgileri arasındaki ilişkiyi ortaya koymak amacıyla 45 öğretmen adayı ile yaptığı çalışmada, öğretmen adaylarının matematik alan bilgileri

ve pedagojik alan bilgileri arasında ilişki olduğunu tespit etmiştir. Törnüklü (2005) pedagojik alan bilgisine sahip olmak için matematik alan bilgisinin gerek fakat yeter olmadığı sonucuna ulaşmıştır.

Capraro, Margaret, Parker, Kulm ve Raulerson (2005), öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgi gelişim sürecinde matematik alan bilgisinin rolünü araştırdıkları çalışmalarında matematik alan bilgisi ile pedagojik bilgi arasındaki bağlantıları ana hatlarıyla ortaya koymaya çalışmışlardır. 193 öğretmen adayından nitel ve nicel verilerin analizi sonucu matematik alan bilgisi daha iyi olan adayların pedagojik alan bilgi gelişimlerinin diğer adaylara göre daha iyi olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Chamberlin, Powers ve Novak (2008); mesleki gelişim kursundaki (bu kurs öğretmenin öğrenme ve öğrenme tecrübelerine bakış açlarına etki eder) öğretmenin matematik alan bilgisinin nasıl değerlendirildiğine dair öğretmen görüşlerini belirlemek adına bir çalışma yapmıştır. Bu programda görev yapan-hizmet içi öğretmenlerle çalışılmıştır. Temelde 5.-8. Sınıflarda öğretim yapan 81 hizmet içi öğretmenle çalışılmıştır. Katılımcıların yarısı en az sekiz yıllık öğretim tecrübesine sahiptir. 76 katılımcının ifade ettiği lisans durumu: 37'si genel eğitim derecesi, 14 ü bilim derecesi, 10'u sosyal bilim derecesi ve 11'i matematik ya da matematik eğitimi derecesine sahiptir. Katılımcıların yapılan program sonunda matematikle ilişkili daha fazla şey öğrendikleri ve yapılan değerlendirmelerin, onların öğrenme çabalarını (sınıfta katılımcı rolü ile daha fazla aktiviteler yaparak, eğitimcilere soru sorarak, dikkatini sınıfa daha fazla vererek) yükselttiği sonucuna varılmıştır. Böylelikle katılımcıların olumsuz tutumlarının zamanla olumlu hale dönüştüğü saptanmıştır.

Lucus (2006) çalışmasında hizmet içi ve hizmet öncesi öğretmenlerin bileşke fonksiyonlar konusu hakkındaki konu alan bilgisinin deneyime bağlı olarak değişip değişmediğini incelemiştir. Çalışmanın spesifik amacı; öğretmen deneyiminin konu alan bilgisine olan etkisini incelemektir. Çalışma Kanada'da gerçekleştirilmiştir. Örneklemi 10 hizmet öncesi, 8 hizmet içi öğrenim veren öğretmen oluşturmaktadır. Veriler klinik görüşme (mülakat) yöntemiyle toplanmıştır. Çalışma sırasında, her iki öğretmen grubuna da ilk olarak fonksiyonlardaki bileşke konusunun öğretim sürecinde öğrencilerin sahip olması gereken ön bilgilerin neler olması gerektiği sorulmuştur. Öğretmenler; cebirsel ifadeleri etkili kullanabilme, fonksiyon kavramının tanımını

bilme ve kavramın çeşitli temsillerini bilme, son olarak da Kartezyen koordinat sistemini etkili kullanabilme becerilerinin önemli olduğunu belirtmişlerdir. Daha özel olarak yazar, bir hizmet öncesi, bir hizmet içi olmak üzere iki öğretmenin sorulan sorulara cevaplarını makalede ifade etmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, öğretmenler cebirsel ifadeleri yerinde kullanma ve hesapları düzgün yapabilmelerine rağmen kavramsal bilgilerinde eksiklikler ve yanlışlıklar bulunmuştur. Diğer bir deyişle, her iki gruptan katılan öğretmenler konu ile ilgili sorulan bir sorunun cebirsel ifadesini uygun bir şekilde yazmış ve hesaplamaları yapmışlardır. Ancak, bu sürecin arkasında yatan nedenleri açıklayamamışlardır. Diğer taraftan, iki grup öğretmenlerin (hizmet öncesi ve hizmet içi) sorulara cevaplarında ve soru çözüm süreçlerinde önemli bir farklılık görülmediği için yazar deneyimin konu alan bilgisini etkilemediği sonucuna varmıştır.

Corleis, Schwarz, Kaiser ve Leung (2008) tarafından gerçekleştirilen çalışmada araştırmacılar, Avusturalya, Almanya ve Hong Kong'taki hizmet öncesi öğretmenlerin ispat ve sorgulama konularında sahip oldukları matematik alan bilgisi ve pedagojik alan bilgilerinin karşılaştırmasını yapmışlardır. Ancak, makalede yalnızca Almanya ve Hong Kong karşılaştırması verilmiştir. Böyle bir çalışmanın gerçekleştirilme nedeni olarak da araştırmacılar, uluslararası yapılan PISA, TIMSS veya TIMSS-R gibi karşılaştırmalı çalışmalarda elde edilen sonuçlara dikkat çekmişlerdir. Diğer bir deyişle, Uzak Doğu ülke çocuk ve gençlerinin yüksek puanlar alırken neden Avrupa çocuk ve gençleri daha düşük puan almaktadır sorusu böyle bir çalışmanın oluşmasında etkili olmuştur. Örnekleme Almanya'dan 79 hizmet öncesi matematik öğretmeni (58 bayan, 21 bay), Hong Kong'tan 67 hizmet öncesi öğretmen (47 bayan, 20 bay) oluşturmaktadır. Bu çalışma MT21 adındaki başka bir çalışmanın da bir tamamlayıcı örnek olay incelemeleri bütünü olarak ifade edilebilir. MT21 görüşmelerine ilave olarak, açık uçlu sorular ve derin tematik görüşmeler de veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Almanya'da görüşmeler ileri seviyede seminerlerde yapılmıştır. Anket 7 sorudan oluşmaktadır. Her bir soru farklı bilgi alanlarını ve inançları içermektedir. 3 soru modelleme ve gerçek hayat problemleri, 3 soru ispat ve sorgulama konusunu, çeşitli dil becerileri ve matematik öğretimi ile ilgilidir. Bazı demografik bilgilerden de yararlanılmıştır. Örneğin; dönem sayısı, seminer sayısı, öğretim deneyimi gibi. Anket Alman öğrenciler için Almanca, Hong Kong'taki öğrenciler için İngilizce hazırlanmıştır. Almanya'dan 22 öğretmen ve Hong Kong'tan 6 öğretmen daha detaylı olan, problem-merkezli

görüşmelere gönüllü olarak katılmışlardır. Görüşme önceden yapılandırılmış, ve açık uçlu sorulardan oluşmaktadır. Görüşmeler 45-90 dakika sürmüştür ve Almanya'da Almanca, Hong Kong'ta İngilizce yapılmıştır. Görüşme ve anketlerin değerlendirmesi, Mayring'in nitel içerik analiz metoduyla yapılmıştır. Araştırmacılar, bu değerlendirmeyi beş basamakta yapmışlardır. Bu basamaklar şöyledir; teorik olarak ana ve alt kategorilerin tanımlarının saptanması; teorik olarak ana ve alt kategorilerin tanımlarının, kodlama kurallarının ve bağlayan maddelerin formüle edilmesi, kodlama kılavuzunun geliştirilmesi; kategorilerin ve kodlama kılavuzunun gözden geçirilmesi, veriler üzerinde son çalışma; analizin nicel kısmı. Çalışmanın sonuç kısmında, üçü Hong Kong'tan katılan ve üçü de Almanya'dan katılan olmak üzere altı öğretmen adayının yer aldığı örnek olay inceleme sonuçları sunulmuştur. Bu örnek olay incelemelerinde Almanya'daki ve Hong Kong'daki öğretmen adaylarının hangi matematik alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisine sahip oldukları, bu iki ülkedeki öğretmen adaylarının, bilginin bu iki alanı arasında hangi bağlantıları yapılandırıdıkları üzerine çalışılmıştır. Hong Kong'taki öğretmen adayı olan Thomas ile gerçekleşen çalışma süreci sonunda, bu öğretmen adayının yüksek seviyede matematik alan bilgisine, fakat orta seviyede pedagojik alan bilgisine sahip olduğu sonucuna varılmıştır. Bu öğretmen adayı belirtilen iki bilgi alanının tamamıyla birbiriyle bağlantılı olduğunu düşünmemektedir. Yine aynı ülkeden bir diğer öğretmen adayı Regina, yüksek seviyede matematik alan bilgisine sahip iken ortalama seviyede pedagojik alan bilgisine sahiptir. Ayrıca, bu öğretmen adayı belirtilen iki bilgi alanı arasında bağlantı kuramamaktadır. Hong Kong'tan üçüncü öğretmen adayı Ida, ortalamadan yüksek seviyeye doğru matematik alan bilgisine sahip iken pedagojik alan bilgisi düşük seviyeli olarak kaydedilmiştir. Ayrıca, bu iki bilgi alanı arasında kopuklukların olduğu gözlenmiştir. Almanya'daki öğretmen adayı olan Anna'nın durumunda ise iyi gelişmiş bir pedagojik alan bilgisi fakat bunun kadar gelişmemiş bir matematik alan bilgisine sahip olduğu gözlenmiştir. Bu iki bilgi alanının da birbiriyle anlamlı bir şekilde bağlantılı olduğu da gözlenen diğer bir durumdur. Aynı ülkeden diğer bir öğretmen adayı Carina'nın durumunda ise, matematik alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi eşit dağılımlı olarak gözlenmiş ve kaydedilmiştir. Bu öğretmen adayı, iki bilgi alanını çok iyi bir şekilde birbirine bağlayabilmektedir. Son öğretmen adayı olan Frank'ın durumunda ise kendisinin lise matematik alan bilgisine ve

ortalama pedagojik alan bilgisine sahip olduğu soncuna varılmıştır. Ayrıca, iki bilgi alanı arasında bağlantı oluşturabilmektedir.

Ball, Thames ve Phelps(2008) yaptıkları bu çalışmada Shulman (1986)'ın geliştirdiği Pedagojik Alan Bilgisi kavramını temel alarak uygulama temelli bir alan bilgisi teorisi geliştirmişlerdir. Çalışmada matematik alan bilgisi Shulman ve arkadaşlarının ifadesi ile öğretim için anahtar faktör olan bir çeşit özel teknik bilgi olarak ifade edilmiştir. Diğer bir deyişle, matematik alan bilgisi yalnızca müfredatta görünen konu dizisi değil, o konuların çeşitli öğretimsel ve öğrenimsel faktörlerle harmanlanıp öğrencinin anlayabileceği hale getirilebilen bilgi olarak ifade edilmiştir. Bu da Shulman'nın genel öğretmen bilgisi kategorilerinin son üç bileşeni olan “İçerik Bilgisi, Müfredat Bilgisi, Pedagojik Alan Bilgisi” nin anlamlı bir etkileşim ürünüdür. Araştırmacılar geliştirmek istedikleri ürün için iki proje gerçekleştirmişlerdir. Birincisinde, öğretmenlerin matematik öğretirken yaptıkları işe odaklanmışlar, matematik öğretimi için anket ölçümleri geliştirmişlerdir. Araştırmacılar, Shulman'ın alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi hakkındaki hipotezlerini test etmişler ve “Alan pedagojik alan bilgisi fikrini nasıl benimsedi? Ne öğrenildi? ve Neler anlamaya ihtiyacımız var?” sorularını ifade ederek şimdiye kadar geliştirilen ve öğrenilen fikir ve kavramların Ball (1988), Ma (1999), Borko ve diğerleri (1992) nin çalışmalarına dayanarak etkili bir öğretim için yeterli olmadığı kanısına varmışlardır. Sorularla ilgili olarak “Matematik Bilgisi”, “Matematik Hakkında Bilgi” gibi önemli iki fikre dikkat çekilmiştir. Öğrenci hata ve kavram yanılgılarının rolüne dikkat çekilmiştir. Araştırmacılar diğer araştırmacıların çalışmalarını analiz ederek ve kendi projeleri sonucunda elde ettikleri çalışmaları sonucunda, Öğretim için Matematik Bilgisini genel olarak Konu Alan Bilgisi ve Pedagojik Alan Bilgisi şeklinde iki kısma ayırmışlardır. Bunlardan Konu Alan Bilgisi; “Yaygın Alan Bilgisi”, “Horizon Alan Bilgisi”, “Uzmanlık Alan Bilgisi” şeklinde üç bileşen halinde hazırlanmıştır. MAB'in önemi için ise araştırmacılar, öğretmenlerin alan bilgisi ile öğrenci başarısı arasındaki ilişki üzerinde çalışarak “uzmanlık alan bilgisinin” öğrenci başarısını tahmin etmede en önemli faktör olduğunu ifade etmişlerdir.

Chamberlin, Farmer ve Novak (2008) bu çalışmada, bir profesyonel gelişim kursundaki öğretmenlerin matematik alan bilgilerinin onların öğrenmelerine ve öğrenme deneyimlerine olan perspektiflerini nasıl etkilediğini araştırmışlardır. Çalışma Amerika

Birleşik Devletleri'nde yapılmıştır. Örneklemi, 81 hizmet içi öğretmen oluşturmaktadır. %75 i bayandır. Öğretmenler 5-8. sınıf seviyesinde öğretim vermektedir. Çalışma nicel bir araştırmadır. Çalışmada ilk olarak daha önce yapılan nitel çalışma nicel olarak doğrulanmıştır ve ikinci olarak da sonuçların NCLB çalışmasının ve önceki profesyonel programların sonuçlarından etkilenip etkilenmediğini saptanmıştır. Birinci hedef için bir soru, ikinci hedef için üç soru oluşturulmuştur. Her biri 2 haftadan toplam 80 saatlik oluşan yaz döneminde gerçekleşen 3 Profesyonel Gelişim kursunda araştırma yapılmıştır. Derslerden, Veri Analizi ve Olasılıkta 32, Sayı ve İşlemlerde 17, Geometri'de 32 öğretmen yer almıştır. Kurs içerik tabanlı olarak hazırlanmış ve öğretmenlerin matematik alan bilgisini artırmaya yöneliktir. Araştırmacılar, teknik olarak da Chamberlin, Farmer, ve Novak'ın bulgularına dayanarak bir anket geliştirmişlerdir. Maddeler, “Kesinlikle Katılmıyorum” dan “Kesinlikle Katılıyorum” a kadar 6 puan ölçümü şeklindedir. Araştırmacılar, ayrıca öncekine benzer 54 hizmet öncesi öğretmenle geçerlilik çalışması yapmışlardır. Test-yeniden test madde analizi yapılmış ve her bir anket için önemli korelasyonlar bulunmuştur. Bu korelasyonlar ortalamadan (0.50), çok güçlü (0.91) kadar gitmektedir. Bu sonuçlar, ankette kullanılan maddelerin öğretmenlerin profesyonel gelişimlerdeki perspektiflerinin ölçümüyle oldukça tutarlı olduğunu göstermektedir. 37 ayrı t-testi uygulanmış, .001 alfa değeri bulunmuştur. Çalışmanın ikinci amacı için ise, her bir anket maddesi için bağımsız değişkenlerle iki faktörlü ANOVA uygulanmıştır. Bunun sonucunda .05 önemlilik seviyesi bulunmuştur. Sonuç olarak gruplar arasında önemli bir farklılık bulunmamıştır. Yukarıdaki sonuçlara ek olarak, çalışma sonucunda öğretmenler değerlendirildikleri için ilişkili matematik hakkında daha fazla bilgi edindiklerini ifade etmişlerdir. Bu ölçüm ve değerlendirmelerin, öğretmenlerin sınıf içerisinde daha fazla katılımına, daha fazla soru sormalarına, matematiksel fikirler arasında daha fazla bağlantı kurmalarına, daha net yazılı cevaplar vermelerine destek olduğu sonucuna varılmıştır.

Fox, Grieshaber ve Diezmann (2010); okul öncesi dönemi öğretmenlerinin matematik alan bilgilerini incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Çalışmaya katılımcı olarak 3 hazırlayıcı (preparatory) öğretmen katılmıştır. Bu öğretmenlerin hepsi bayandır. İki katılımcı öğretimsel tecrübe açısından çok geniş tecrübelere sahiptirler. Fakat diğer katılımcı daha az öğretim tecrübesine sahiptir. Çalışmada, görüşmeler kullanılmıştır. Bu görüşmelerle, katılımcı öğretmenlerin matematik alan bilgilerinin

(özel 5 matematik yapısı için) araştırılması amaçlanmıştır. Yapılan her görüşme video ile kayıt altına alınmıştır. Çalışmanın sonucuna göre, geleneksel anlamda yetişen öğretmenlerin, öğrenme yapılarını birbirinden ayırmadıkları ve bütüncül bir yaklaşımla, yöntemleri harmanlayarak verdikleri belirlenmiştir. Okul öncesi müfredat dokümanları dünya çapında ihmal edildiği ve konu alan bilgisinin öneminin vurgulanmadığı sonucuna varılmıştır.

Thanheiser, Browning, Moss, Watanabe ve Garza-Kling (2010); ilköğretim matematik öğretimi için matematik alan bilgisini geliştirme amacıyla bu çalışmayı yapmışlardır. Çalışmada, ilköğretim öğretmen adaylarının bilgilerini geliştirmelerinde yardımcı olmaya odaklanan öğretim yaklaşımları ve araştırmacıların bireysel araştırma projeleri paylaşılmıştır. Farklı içerik alanlarından (tamsayı, kesirler, açı ve alan) özel örnekler tartışılmıştır. Araştırmacılar, alan bilgilerini geliştirmek için ne içerdiğine dikkat çekmek yerine nasıl öğrenilmesi gerektiğinin daha önemli olduğunu belirtmişlerdir.

Evans (2011); ilköğretim eğitiminin araştırma temelli matematik yöntemlerinde öğretmenin, matematik alan bilgisi, öz yeterlilik inancı, problem çözme yetenek düzeyleri ve öğretmen inanışları anlayışını sağlamak amacıyla bir çalışma yapmıştır. Çalışmaya 24 yeni öğretmen katılmıştır. Çalışmanın yöntemi hem nitel hem de nicel yöntemleri içermektedir. Çalışmaya katılan öğretmenlere programın başında ve sonunda matematik alan sınavı ve öz yeterlilik anketi uygulanmıştır. Programın sonunda ise öğretmenlere problem çözme sınavı uygulanmıştır. Çalışma sonucunda, ilköğretim öğretmenlerinin kurs süresince, matematik alan bilgileri ve öğretim yeterliliği için kendi yetenek algılarında bir yükseliş olduğu tespit edilmiştir.

Rowland, Jared ve Thwaites (2011); ortaokul matematik öğretimi bağlamında analitik ve gelişimsel bir araç olarak KQ' nun uygulanmasını göstermek ve test etmek amacıyla bu çalışmayı yapmışlardır. (KQ)' ya göre matematik öğretiminde kanıtlanan bilgi ve inançlar; temel, dönüşüm, bağlantı ve durumsallık/olumsallık olmak üzere dört kategoride veya boyutta tasarlanmıştır. Çalışmaya üniversitede ortaöğretim matematikten üç gönüllü stajyer öğretmen katılmıştır ve katılımcıların mesleki atamaları farklı okullardır. Bu stajyer öğretmenlerden Heidi'nin çalışmasına yer verilmiştir. Çalışma 8. sınıfta öğrenim gören 30 öğrenciyle yapılmıştır. Matematik öğretmen

eğitimcilerinin rolü, bu üç gönüllü katılımcı tarafından altı dersin analizleri (araştırmacılar olarak) stajyerlerin okul temelli atamaları sırasında ortaokul yüksek lisansa sahip stajyerler tarafından öğretilen derslerin gözden geçirilmesi ve gözlemlenmesi için gelişimsel bir yapı olarak KQ'nun kullanımının teşvik edilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır.

Warburton (2012) metaforlar ışığında öğretmen adaylarının matematik alan bilgilerinde gerçekleşen değişikliğin bir sunumu yapmıştır. Çalışma İngiltere’de gerçekleştirilmiştir. Bu çalışma, geniş bir araştırma projesinin bir parçasıdır. Bu projede, öğretime katılan ortaöğretim öğretmen adaylarının öğretim sürecinde bilgilerinde gerçekleşen değişikliğin nedenlerine işaret edilmiştir. Bu çalışmada yazar sadece konunun “bilgi” kısmına odaklanmıştır. Öğretim için matematik bilgisinden bahseden yazar, öncelikle Shulman (1986) ın fikirleriyle başlangıç yapmıştır. Daha sonra yazar, çeşitli araştırmacıların geliştirdiği “bilgi kategorileri” nden bahsetmiştir. Örneğin; Shulman (1986), Ball ve diğerleri (2004), Ball ve diğerleri (2008), Watson (2008), Tennant (2006), Stevenson (2008) gibi. Bunlardan Ball ve diğerleri Shullman’nın geliştirdiği kavram üzerine kategori geliştirdiği bilgisi verilirken, Watson (2008) ın bu kategorilere karşı çıktığı ifade edilmiştir. Yazar yapmış olduğu kritikte, bilgi kategorilerini desteleleyen ve desteklemeyen bu fikirler ele alındığında; yalnızca bilgi kategorileri değil, bilginin nasıl zihinde tutulduğunun önemli olduğunu ifade etmiştir. Bu konu ile ilgili olarak da, yine yazar literatürden Leinhrdt&Smith (1984)’in “tanıtıcı” ve “süreç” bilgilerini; Shulman (1986)’ın “durum”, “strateji” ve “önerici” bilgilerini; Skemp (1976)’in “araç” ve “ilişkisel” bilgilerini ifade etmiştir. Yazar, “süreksiz” ve “sürekli” bilgi alt başlığında da, bilginin bu şekilde sınıflandırılmasının bilginin dinamik doğasına vurgu yaptığını ifade etmiştir. Yazar, bu tarz bir sınıflandırmanın diğer kategorileştirmelerin neden olduğu sınırlılıkların üstesinden gelinmesine katkı sağlayabileceğini de ifade etmiştir. Bilginin sunumu alt başlığında da yazar, kavrama haritalarından bahsetmiştir. Bu konuya giriş yaparken Ma (1999)’ nın kavram paketi kavramını ifade ederek bu kavramın öğretim için yeterli düzeyde esnek olmadığı da ifade edilmiştir (Ball ve Bass, 2000). Kavram haritalarının kullanışlılığını göstermek için de çarpma kavramının anlaşılmasını sağlayan bir kavram haritasını sunmuştur. Sonuç olarak da sürekli ve süreksiz bilgi metaforlarından çıkarılan kavram haritalarının kullanılan temsillerin sınırlılıklarını giderdiği, diğer disiplinler ile

matematik arasında bağlantının anlaşılmasına yardım sağladığı ve adayların önceki ve sonraki bilgileri arasındaki farkı/değişikliği görebilmelerini sağladığı ifade edilmiştir.

Hourigan ve O'Donoghue (2013) öğretmen eğitiminin başlangıcında karşılaşılan zorlukları matematik alan bilgisi üzerine odaklanılarak saptanmaya çalışılmıştır. Çalışma İrlanda'da yapılmıştır. Çalışmanın örneklemi iki ardışık grup halinde hizmet öncesi ilköğretim öğretmenleri oluşturmaktadır. Metot olarak aksiyon çalışması seçilmiştir. Çoklu yaklaşımlar kullanılmıştır. Çalışma iki dönem halinde yürütülmüştür. Matematik bilgisini ölçen bir ön-test için üç hipotez ve üç araştırma sorusu hazırlanmıştır. Nicel veri analizi SPSS 14 programı ile yapılmıştır. Toplanan istatistiklerin analizi başlangıçta betimleyicidir. Çıkarımsal analiz betimsel analizi tamamlamıştır. Nicel veri analizi nitel veri analizi ile desteklenmiştir. Öğretmen adaylarının hatalarının tespiti için "hata analiz tekniği" kullanılmıştır. Her bir katılımcı ham puan şeklinde bir dönüt almıştır. Elde edilen bulgular dört başlık halinde verilmiştir. Bunlar, Genel ön-test başarıları, ön-test performansını etkileyen faktörler, kaygının kaynakları (bireyler maddeler), hata ve kavram yanlışlarının doğasıdır. Birincisinde, katılımcıların beşte birinin düşük seviyede performans gösterdiği sonucuna varılmıştır. İkincisinde, ön-test başarıları ile önceki bilgiler arasındaki ilişkiye dikkat çekilmiştir. Sertifika başarıları ile ön-test başarıları arasında pozitif ve önemli bir korelasyon Pearson product moment korelasyon testi ile bulunmuştur. Katılımcıların ön-test başarıları ile çalıştıkları matematik seviyesi arasında da Kruskal-Wallis testine göre önemli bir farklılık bulunmuştur. Üçüncüsünde, katılımcı öğretmen adaylarının kavramsal anlayış gerektiren, bağlantı kurma ve sorgulama konularında zorluklara sahip oldukları bulunmuştur. Dördüncüsünde; temel hatalar, yer değeri hataları, tamamlanmamış algoritma hataları, yalanlayıcı algoritma hataları, yanlış işlem hatası, girişimde bulunmama hatası, bir kavramı, tanımı, terminolojiyi veya algoritmayı bilmeme ya da unutma hatası, kavramlar arası bağlantılar kurma hatası, sorgulama hatası şeklinde adayların hatalara sahip oldukları bulunmuştur.

Matematik alan bilgisi ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde öncelikle çalışmalarda matematik alan bilgi bileşenlerinin neler olabileceği hususuna yoğunlaşmıştır (Shulman, 1986; 1987, Kennedy, 1990; Even, 1993; Ma, 1999; Hill, Schilling ve Ball, 2004; Chick, Baker, Pham ve Cheng, 2006; Lucas, 2006; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Morris, Hiebert ve Spitzer, 2009). Bununla birlikte matematik alan bilgisi üzerine yapılan bazı çalışmalarda öğretmen veya öğretmen adaylarının

matematik alan bilgi durumlarının incelenmesi (Baturu ve Nason,1996; Adams, 1998; Livy ve Vale, 2011; Fox, Grieshaber ve Diezmann, 2010) üzerine yoğunlaştığı görülmektedir. Yine bazı çalışmalarda öğretmenlerin matematik alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişki (Boz, 2004; Capraro, Margaret, Parker, Kulm ve Raulerson, 2005; Törnükü; 2005, Corleis, Schwarz, Kaiser ve Leung, 2008) araştırılmıştır. Yine matematik alan bilgisi üzerine bazı çalışmalarda öğretmen veya öğretmen adaylarının matematik alan bilgilerini geliştirmeye yönelik çeşitli uygulamaların yapıldığı (Lucus, 2006; Chamberlin, Farmer ve Novak, 2008; Warburton, 2012) görülmektedir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Tasarlanması

Bu çalışmanın üç aşamada gerçekleştirilmesi planlanmıştır. İlk aşamada durum çalışması ile öğretmenlerin matematik alan bilgisinde kendilerini nasıl gördükleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Matematik alan bilgisi ile ilgili geliştirilen yazılı görüş alma testi ön tanı testi olarak uygulanmış ve görüşmeler yapılmıştır. İkinci aşamada basit deneysel çalışma yapılmıştır. Bu yapılırken hata temelli aktiviteler uygulanıp aktiviteler üzerine odak grup görüşmeleri yapılmış ve videoya çekilmiştir. Üçüncü aşamada ise öğretmenlerin matematik alan bilgisinde kendilerini nasıl gördüklerini belirlemeye yönelik yapılan ön tanı testi tekrar son tanı olarak uygulanmıştır. Bu şekilde hata temelli aktivitelerin ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgilerinde nasıl bir değişim gerçekleştirdiği belirlenmeye çalışılmıştır.

3.2. Araştırma Yöntemi

Araştırmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Çünkü nitel araştırma, araştırmada sonuçtan ziyade sürece ağırlık veren ve derinlemesine inceleme yapan bir yöntemdir (Denzin ve Lincoln, 1998; Bogdan ve Biklen, 2006).

Nitel araştırma yöntemi; “araştırmacıların araştırılacak konu ya da konuları doğal ortamda inceledikleri, araştıran insanların getirmiş oldukları anlamlar açısındanolguyu anlamlaştırma ve yorumlama çabası içerisinde oldukları bir araştırma yöntemi” olarak tanımlanmaktadır (Denzin ve Lincoln, 1998; akt: Ekiz, 2003: 27). Yıldırım ve Şimşek (2011) ise nitel araştırma yöntemini; çeşitli veri toplama araçlarıyla derinlemesine inceleme yapma, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya koymaya yönelik bir süreç olarak tanımlamaktadır.

Nitel araştırma, insan davranışlarını esnek ve bütüncül bir anlayışla araştırılması gerektiğini savunur. Araştırma sürecinde biçimlenen, keşfetmeye ve anlamaya öncelik veren bir araştırma yöntemidir.

Literatürde nitel araştırmanın temel özellikleri farklı başlıklar altında ele alınmaktadır (Bogdan ve Biklen, 1992; Goetz ve LeCompte, 1984; Patton, 1987;1990). Bu özelliklerden en çok karşılaşılanlar:

- Doğal ortama duyarlık
- Araştırmacının katılımcı rolü
- Bütüncül yaklaşım
- Algıların ortaya konması
- Araştırma deseninde esneklik
- Tümevarımcı analiz
- Nitel veri

gibi özelliklerdir (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Bu çalışmada nitel araştırma yaklaşımlarından durum çalışması kullanılmıştır. Araştırmanın hazırlanma aşamasında durum çalışmasının literatürde farklı isimlerde yer aldığı görülmüştür. Becker yaptığı çalışmanın ismi sorulduğunda durum çalışmasına alan çalışması olduğunu söylemiştir. Sebebi sorulduğunda ise araştırmacıların ne yaptıklarının anlaşılması için yapılan bir çalışma demiştir. Kimi araştırmacı bu çalışmanın durum çalışması olduğunu iddia etmiştir. Sebebi ise çalışmanın epistemolojik sorulara cevap aramasıydı (Stake, 1995). Durum çalışmasıyla ilgili literatürdeki isimler şu şekildedir; örnek olay çalışması, özel durum çalışması, vaka çalışmaları, olay incelemesi, durum çalışması, örnek olay inceleme yöntemi (Çepni, 2009). Genellikle literatürde ise bu araştırma yönteminin karşılığı “Case Study” olarak geçmektedir. Bu çalışmada ise “durum çalışması” kavramı kullanılmıştır.

Durum çalışması özellikle üç yazar tarafından ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır. Bunlar Merriam (1998), Yin (1981, 2003) ve Stake (1995) ‘dir.

Merriam (1998) durum çalışmalarını; bir örneğin, olgunun veya sosyal birimin analiz edilmesi ve yoğun, bütüncül bir biçimde tanımlanması olarak ifade etmiştir.

Yin (1981) durum çalışmasını; özellikle genel durum (context) ve olguların (phenomenon) sınırlarının kesin olarak belli olmadığı durumlarda, güncel bir olgunun gerçek yaşam bağlamında, görgül olarak araştırılması olarak ifade etmiştir.

Stake ise durum çalışmasını; gerçekçi, uygulanabilir ve dikkat çekici özelliklerinden dolayı insan ilişkileriyle ilgili araştırmalarda kullanılabilir bir yöntem olarak tanımlamıştır (Brown, 2008).

Bu tanımlamalarla birlikte 1975 yılında Cambridge’ de Nuffield sponsorluğunda eğitim araştırmaları ve değerlendirilmesi üzerine yapılan bir konferansta elde edilen sonuçlar ışığında özetle şunlar söylenebilir. Durum çalışması eğitimde kullanılmaya çok uygun olup eğitimin doğasına uymaktadır. Durum çalışmaları bireylerin doğal ortamda izlenmesi ile yapılan çalışmalardır. Bu ortamlar okul, sınıf veya toplum olabilir.

Durum çalışmalarında amaç bireylerin farklı durum ve olgulara karşı düşünceleri, durumları yorumlayış tarzlarının nasıl olduğunun ortaya konmasına ve derinlemesine incelenmesine dayanır. Farklı durumların tanımlanması genelleme yapmak için önemli görülebilir. Ancak burada amaç genelleme yapmak değil kültürel ve bilişsel süreçlerin incelenmesidir. Durumlarla ilgili sonuçlar sayısal verilerden ziyade yorumlamalarla genel bir yapıya ulaşma ile değerlendirilir. Durum çalışması görüşleri derinlemesine ortaya çıkarmak, görüşler çerçevesinde sebep sonuç ilişkisini kurabilmek adına yapılır (Basse, 1999).

Durum çalışma desenleri

Yin (2003) yılında durum çalışmalarını dört desene ayırmıştır:

- Tekli durum holistik tasarımı
- Tekli durum gömülü tasarımı
- Çoklu durum holistik tasarımı
- Çoklu durum gömülü tasarımı

1. Tekli durum holistik tasarımı

Bu tür araştırmalarda bir birey, bir kurum, bir okul gibi durumlar mercek altına alınarak incelenir.

2. Tekli durum gömülü tasarımı

Tek bir durum içerisinde bulunan alt durumların her birinin derinlemesine incelenmesidir.

3. Çoklu durum holistik tasarımı

Burada birbirinden bağımsız durumlar seçilir ve her bir durum bir bütün olarak algılanır. Gerekirse durumlar arasında karşılaştırmalar yapılabilir.

4. Çoklu durum gömülü tasarımı

Bu türdeki araştırmalar birden fazla durum söz konusudur. Araştırılan bir durum kendi içinde alt durumlara ayrılarak incelenir. Bu yolla durumlar arasında karşılaştırmalar yapmak olasıdır.

Bu çalışmada belirtilen amaca ulaşmak için durum çalışması desenlerinden tekli durum gömülü tasarımının kullanılması uygun görülmüştür.

Katılımcılar

Çalışma grubu ve yöntemi, hata temelli aktiviteler ve matematik alan bilgisi konusunda yapılan çalışmalardan faydalanılarak oluşturulmuştur. Araştırmanın çalışma grubunu, 2013–2014 öğretim yılında Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Anabilim Dalı'nda doktora eğitimlerine devam eden ve 5 farklı ilde öğretmenlik yapan 5 ortaöğretim matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Öğretmenlerden ikisi bayan, üçü erkektir. Araştırmaya katılan öğretmenler gönüllülük esasına göre seçilmiş ve gönüllülük sözleşmesi imzalanmıştır. Katılımcılara çalışma hakkında bilgiler verilmiştir. Araştırmada kullanılan isimler katılımcıların kendi isimleri olmayıp, araştırmacının kullandığı takma isimlerdir.

3.3. Veri Toplama Süreci

Veri toplama 2014 Mart–Mayıs 2014 boyunca devam etmiştir. Katılımcılarla yarı yapılandırılmış görüşmeler onların uygun oldukları zamanlar, odak grup görüşmeleri ise çalışma grubunun tamamının uygun olduğu zamanlarda yapılmıştır. Araştırma takvimi ve grup uygulama süreçleri tablolar halinde verilmiştir.

Tablo 3.1.

Araştırma Takvimi (2013-2014 Eğitim Öğretim Yılı)

Tarih	İçerik	Kullanılan Veri Toplama Araçları
7 Mart 2014	Alan Bilgisi Özdeğerlendirme	Ön tanı Testi
14 Mart 2014	Veri Toplama Araçlarının Uygulanması	Odak grup görüşmesi
21 Mart 2014	Veri Toplama Araçlarının Uygulanması	Odak grup görüşmesi
28 Mart 2014	Veri Toplama Araçlarının Uygulanması	Odak grup görüşmesi
4 Nisan 2014	Veri Toplama Araçlarının Uygulanması	Odak grup görüşmesi
11 Nisan 2014	Veri Toplama Araçlarının Uygulanması	Odak grup görüşmesi
18 Nisan 2014	Veri Toplama Araçlarının Uygulanması	Odak grup görüşmesi
25 Nisan 2014	Veri Toplama Araçlarının Uygulanması	Odak grup görüşmesi
2 Mayıs 2014	Alan Bilgisi Özdeğerlendirme	Son tanı testi

Uygulamalardan önce Mart 2014 te katılımcılara matematik alan bilgisi özdeğerlendirme ön tanı testi uygulanmıştır. Uygulamalar bittikten sonra Mayıs 2014 de odak grup görüşmeleri yapıp matematik alan bilgisi özdeğerlendirme son tanı testi uygulanmıştır.

3.4. Pilot Çalışma

Çalışma grubu ve yöntemi, hata temelli aktiviteler ve matematik alan bilgisi konusunda yapılan çalışmalardan faydalanılarak oluşturulmuştur. Araştırmanın çalışma grubunu, 2013–2014 öğretim yılında Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Anabilim Dalı’nda doktora eğitimlerine devam eden 3 araştırma görevlisi, 2 ilköğretim matematik öğretmeni, 1 ortaöğretim matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Öğretmenlerden üçü bayan, üçü erkektir. Araştırmaya katılan öğretmenler gönüllülük esasına göre seçilmiş ve gönüllülük sözleşmesi imzalanmıştır. Katılımcılara çalışma hakkında bilgiler verilmiştir.

Veri toplama süreci Ekim 2013- Ocak 2014 tarihleri arasında devam etmiştir. Veri toplama sürecinde kullanılan veri toplama araçları; özdeğerlendirme ön tanı ve son tanı testi, odak grup görüşmesi, yüzyüze görüşme, gözlem ve doküman incelemesidir.

Özdeğerlendirme testi, çalışmanın amacına uygun olarak literatür taraması sonucu matematik alan bilgisi bileşenlerine göre hazırlanmış, 1 öğretim üyesi ve 1 araştırma görevlisi tarafından incelenip, son şekli verilmiştir. Çalışmada odak grup görüşmesine başlamadan önce katılımcılara özdeğerlendirme ön tanı testi uygulanmıştır. Test değerlendirildiğinde bazı soruların öğretmenler tarafından anlaşılmayıp boş bıraktıkları ve testte bazı soruların birbirine çok yakın oldukları görüşünde oldukları gözlemlenmiştir. Gerçek çalışmada bu durum dikkate alınıp anlaşılmayan sorularla birbirine yakın sorular çalışma grubunun görüşleri doğrultusunda yeniden düzenlenmiş ve asıl uygulama öncesi son şeklini almıştır.

Testten sonra uygulama sürecine geçilmiş her hafta hata temelli aktivitelere dayalı odak grup görüşmeleri yapılmıştır. Bu uygulama sürecinin ilk iki haftasında hata ile ilgili genel sorular sorulup görüşleri alınmıştır ve sonrasında bu sürecin hoşlarına gidip gitmediği soruları yöneltilmiştir. Katılımcılar hata ile ilgili genel sorulardan sıkıldıklarını hoşlanmadıklarını alan bilgisine dayalı soruların onları heyecanlandığını, dersi büyük bir istekle beklediklerini ve kendilerine alan bilgisi, hata konusunda çok şey kattığını belirtmişlerdir. Bu görüşlere bakılarak gerçek çalışmada hata ile ilgili genel sorulara yer verilmemiştir. Diğer odak grup görüşlerinde sorulan hata temelli alan bilgisi sorularının az olduğu kararına varılıp, gerçek çalışmada bu tür sorular artırılmıştır. Görüşmeler 1 saat 30 dakika olarak yapılmış fakat bunun az olduğu tespit edilip asıl çalışmada artırılması gerektiği belirlenmiştir. Görüşmeler sonrasında sorulan soruları katılımcıların düşünüp görüşlerini belirtmeleri için az süre verildiği tespit edilip asıl çalışmada bu sürenin artırılması gerektiği belirlenmiştir.

Odak grup görüşmeleri sonrası, çalışma grubunun görüşleri doğrultusunda revize edilen özdeğerlendirme ön tanı testi; özdeğerlendirme son tanı testi olarak çalışma grubuna tekrar uygulanmış ve çalışma grubunun görüşleri doğrultusunda asıl çalışma için son şekli verilmiştir.

Son tanı testini, odak grup görüşmelerini daha da derinleştirmek adına yarı yapılandırılmış görüşme formu hazırlanıp çalışma grubuna son tanı testi sonrası uygulanmıştır. Çalışma grubunun görüşleri doğrultusunda yarı yapılandırılmış görüşme sorularının asıl çalışmaya uygun olarak son şekli verilmiştir.

Odak grup görüşmesi esnasında çalışma grubunun kendi düşüncelerini belirtmek amacıyla tuttuğu günlüklerin çalışmaya olumlu katkısı olduğu görülmüş ve asıl çalışmada da bu duruma devam edilmiştir.

3.5. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmanın verilerini toplamak amacıyla “matematik alan bilgisi özdeğerlendirme ön tanı testi”, “günlük”, “yazılı görüş alma”, “yüzyüze görüşme”, “gözlem” ve “doküman incelemesi” “matematik alan bilgisi özdeğerlendirme son tanı testi” olmak üzere yedi ölçme aracı kullanılmıştır. Ölçme araçlarından “matematik alan bilgisi öz değerlendirme ön tanı ve son tanı testi” ve “görüşme formu” literatür ve uzman görüşlerinden yararlanılarak araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Yine bu ölçme araçlarının geçerlik ve güvenirlik çalışmaları da araştırmacı tarafından yapılmıştır.

Matematik Alan Bilgisi Özdeğerlendirme Ön Tanı ve Son Tanı Testi

Araştırmada, öğretmenlerin uygulamadan önce matematik alan bilgilerinde kendilerini nasıl gördüklerini tespit etmek amacıyla “Matematik Alan Bilgisi Özdeğerlendirme Ön Tanı Testi” hazırlanmış ve kullanılmıştır. Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin kendi matematik alan bilgilerini nasıl ve ne seviyede gördüklerini belirlemek amacıyla matematik alan bilgisi bileşenleri üzerine hazırlanan açık uçlu sorular kullanılmıştır. Sorular öğretmenlerin kendi matematik alan bilgilerini özdeğerlendirmeleri üzerine matematik alan bilgisi bileşenleri bağlamında hazırlanmaya çalışılmıştır. Literatür taraması yapıp incelenmiştir. Hazırlanan sorular, 1 öğretim üyesi ve 1 araştırma görevlisi tarafından gözden geçirilmiştir. Uzman görüşleri de alınarak hazırlanan soruların amaca uygun olduğu tespit edilmiştir. Böylece bu testin kapsam geçerliliği sağlanmaya çalışılmıştır. Yapılan pilot çalışmadan sonra teste son şekli verilmiştir.

Görüşme

Görüşme, nitel araştırmalarda en sık kullanılan veri toplama aracıdır. Stewart ve Cash (1985) görüşmeyi, “*önceden belirlenmiş ve ciddi bir amaç için yapılan, soru*

sorma ve yanıtlama tarzına dayalı karşılıklı ve etkileşimli bir iletişim süreci” olarak tanımlamıştır (akt. Yıldırım ve Şimşek, 2011). Görüşme, insanların neyi ve neden düşündüklerini, davranışlarını yönlendiren etkenleri ortaya çıkarmayı sağlayan bir veri toplama aracıdır (Merriam, 1998; Patton, 1990). Görüşme; yapılandırılmamış, yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmış olarak üç türe ayrılmaktadır. Bu araştırma da , “yarı yapılandırılmış görüşme tekniği” kullanılmıştır. Bu teknikte, araştırmacı görüşme sorularını önceden hazırlar; fakat görüşme sırasından esneklik sağlayıp görüşmecilere yeni sorular sorabilir. Bu tür görüşmede araştırılan kişilerinde görüşme üzerine kontrolleri söz konusudur (Ekiz, 2009) Görüşme, matematik alan bilgisi son tanı testinden sonra öğretmenlerin görüşlerini teyit ettirmek amacıyla yapılmıştır. Bu yüzden de sadece ses kaydına alınmıştır. Ses kayıtları araştırmacıya kendi uygulamalarını ayrıntılarıyla inceleme olanağı sağlamıştır. Araştırmanın geçerliliği adına, belirlenen kod ve kategoriler altında öğretmenlerin görüşlerine birebir alıntı yapılarak yer verilmiştir.

Odak Grup Görüşmesi

Odak grup görüşmesi; araştırmacı tarafından seçilmiş ve bir araya getirilmiş bir grup insanın kendi deneyimlerinden yola çıkarak konu hakkında görüş belirtmeleri ve tartışmalarıdır. Diğer bir anlatımla, sohbet havası içerisinde üzerinde yoğunlaşmış bir konuda, katılımcıların da soru yönelterek görüşmenin yapılmasıdır (Ekiz, 2009). Bu araştırmada odak grup görüşmesinin kullanılmasının sebebi; grupların bireylere göre daha yaratıcı, daha hızlı sorun çözebilir ve kısa sürede daha fazla seçenek üretebilir olmasıdır. Bunu yanında araştırmanın amacına göre katılımcıların birbirleri ile etkileşimli bir ortamda olması gerektiğidir. Araştırmada her hafta katılımcılarla yaklaşık olarak 2 saat 30 dakika odak grup görüşmesi yapılmıştır. Görüşmelerden önce öğretmenlere yapılan görüşmelerin video kaydına alınacağı ve bu durumun kendileri için bir sakınca yaratıp yaratmadığı sorulmuş, bu konuda izin alınmıştır. Araştırmacı tarafından öğretmenlere isimlerinin ve bilgilerinin kimseyle paylaşılmayacağı ve araştırma sonucunda kendi isimleri yerine takma isimler kullanılacağı belirtilmiştir. Karar verme süreçlerinde grup süreçlerinin daha faydalı olduğu kabul edilir.

Gözlem

Nitel araştırmalarda kullanılan bir diğeri veri toplama yöntemi de, gözlemdir. Gözlem; herhangi bir ortamda ya da kurumda oluşan davranışı ayrıntılı olarak tanımlamak amacıyla kullanılan bir veri toplama aracıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008: 169). Eğer bir araştırmacı, herhangi bir ortamda oluşan bir davranışa ilişkin ayrıntılı, kapsamlı bir araştırma yapmak istiyorsa gözlemi mutlaka kullanmalıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008: 169). Bu araştırmada gözlem yöntemi, öğretmenlerin odak grup görüşmesi esnasında tepkilerini daha iyi görebilmek amacıyla kullanılmıştır. Gözlem, yapılandırılmamış, yarı yapılandırılmış, yapılandırılmış olarak üç türe ayrılmaktadır. Araştırmada yarı yapılandırılmış gözlem tekniğı kullanılmıştır. Bu teknikte, araştırmacı görüşme sorularını önceden hazırlar; ancak görüşme sırasında araştırmacılara göre bazı sorular ekleyebilir (Ekiz, 2009). Araştırmacı öğretmenleri katılımcı bir yaklaşımla gözlemlemiştir. Bu yöntemle veriler birinci elden bizzat araştırmacının katılımının sağılanmasıyla elde edilir (Ekiz, 2009). Katılımcı bir gözlemci, doğıal ortamlarda yapılan gözlemlerle zengin ve detaylı veri toplar, gerçeğı daha iyi yansıtan bilgiye ulaşabilir (Ekiz, 2009).

Doküman incelemesi

Doküman incelemesi, araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Yapılan araştırmaların geçerliliğini artırmak amacıyla, görüşme ve gözlem tekniklerinin yanı sıra, çalışılan araştırma problemiyle ilişkili yazılı materyaller de araştırmaya dahil edilebilir. Eğitim ile ilgili bir araştırmada, ilgili ders kitapları, program (müfredat) yönergeleri, okul içi ve dışı yazışmalar, öğrenci kayıtları, toplantı tutanakları, öğrenci rehberlik kayıt ve dosyaları, öğrenci ve öğretmen el kitapları, öğrenci ders ödevleri ve sınavları, ders ve ünite planları, öğretmen dosyaları, eğitimle ilgili resmi belgeler vb. dokümanlar veri kaynağı olarak kullanılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bunlara ek olarak anılar, günlükler, kişisel belge ve dokümanlar da veri kaynağı olarak kullanılabilirler (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu çalışmada veri kaynağı olarak kullanılan dokümanlar; matematik alan bilgisi özdeğerlendirme ön tanı ve son tanı testi, günlükler ve odak grup görüşmesi esnasında kendi düşüncelerini yazmalarını istenilen

defterlerdir. Araştırma da kullanılan dökümanlar, yapılan odak grup görüşmeleri ve gözlemleri desteklemek amacıyla olduğu için ayrı bir veri analizi olarak değerlendirilmemiştir.

3.6. Verilerin Analizi

Nitel araştırmada elde edilen verilerin analizi için iki genel yöntem önerilmektedir. Bunlardan ilki betimsel, ikincisi ise içerik analizidir.

Betimsel analizde veriler araştırma sorularının ortaya koyduğu temalara göre düzenlenebileceği gibi, görüşme ve gözlem süreçlerinde kullanılan sorular ya da boyutlar dikkate alınarak da sunulabilir. Betimsel analizde, görüşülen ya da gözlenen bireylerin görüşlerini çarpıcı bir biçimde yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara sık sık yer verilir (Yıldırım ve Simsek, 2008; 224).

İçerik analizi, toplanan verilerin derinlemesine analiz edilmesini gerektirir ve önceden belirgin olmayan temaların ve boyutların ortaya çıkarılmasına olanak tanır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). İçerik analizinde temelde yapılan işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayabileceği bir biçimde düzenleyerek yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008; 227).

Matematik Alan Bilgisi Özdeğerlendirme Ön Tanı Testi Verilerinin Analizi

Uygulamaya geçmeden önce öğretmenlere öncelikle kendilerini değerlendirmeleri için alan bilgisi ön tanı testi uygulanmıştır. Yapılan ön tanı testi literatür taraması yapılarak matematik alan bilgisi bileşenlerine uygun 37 sorudan oluşmuştur. Her bir bileşenle ilgili ayrı ayrı ve birden fazla soru oluşturulmuştur. Bu sorular katılımcıların kendi özgün ifadelerini yazabilecekleri açık uçlu sorulardır. Alan bilgisi özdeğerlendirme ön tanı testinde yer alan açık uçlu sorulara verilen cevaplar, betimsel olarak analiz edilmiştir. Çünkü betimsel analizde, elde edilen veriler önceden var olan tema, kategori ve kodlara göre özetlenir ve yorumlanır. Bu araştırmada da uygulanan veri toplama aracının analizi literatürde önceden var olan matematik alan bilgisi bileşenlerine göre analiz edilmiştir. Bu bileşenler;

-Niceleyicileri, sembolleri ve bağlaçları bilme ve kullanma ile ilgili genel durumları

-Tanımları bilme ve kullanma ile ilgili genel durumları

-Teorem ifadelerini bilme ve kullanma ile ilgili genel durumları

-İspat yöntemlerini bilme ispat yapabilmekle ilgili genel durumları

-Soru çözebilmekle ilgili genel durumları

-Soru hazırlayabilmekle ilgili genel bilgi durumları

-Hataı tespit edebilme ve hatanın sebebini doğru açıklama ile ilgili genel bilgi durumları

-Sözel ve sembolik dili kullanma ile ilgili genel bilgi durumları

-Temel matematiği derinlemesine anlama ile ilgili genel bilgi durumları

olarak belirlenmiştir.

Görüşme Formundan Elde Edilen Verilerin Analizi

Bu araştırmada uygulama sonrası alan bilgisi son tanı testi uygulanmış ve bu testte sorulan soruları daha da detaylandırmak için katılımcılarla yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler ses kayıt cihazına alınmıştır. Kayda alınan görüşmeler daha sonra yazılı ortama geçirilmiş ve analiz edilmiştir. Sorulara verilen yanıtlar, önceden belirlenen alan bilgisi bileşenlerine göre betimsel analize tabi tutulmuştur. Araştırma verilerinin analizi sürecinde, öğretmenlerin her soruya verdikleri yanıtlar, araştırmanın amaçlarına göre düzenlenmiştir.

Odak Grup Görüşme Verilerinin Analizi

Matematik alan bilgisinde hata temelli aktivitelerin etkisini görmek için her hafta katılımcılarla gönüllülük esasına dayalı odak grup görüşmeleri yapılmıştır. Bu görüşmelerden elde edilen veriler, betimsel veri analizine uygun olarak matematik alan bilgisi bileşenlerine göre her bir soruya yazılan cevaplar her bir katılımcı için ayrıntılı olarak analiz edilmiştir. Yazılan her bir cümle kelime kelime dikkatlice okunmuş, verilen işlemler ile ilgili açıklamalar dikkatlice incelenmiştir. Sorulara verilen yanıtlar

yorumlanmış olup literatür taraması sonucunda belirlenen matematik alan bilgisi bileşenlerine göre bulgular kısmında verilmiştir.

Gözlem Verilerin Analizi

Odak grup görüşmesi esnasında katılımcıların tepkilerini daha iyi ölçebilmek için yarı yapılandırılmış gözlem yapılmıştır. Her hafta yapılan gözlemler video kaydıyla desteklenerek yazıya geçirilmiş ve analiz edilmiştir.

Matematik Alan Bilgisi Özdeğerlendirme Son Tanı Testi Verilerinin Analizi

Uygulamadan sonra katılımcıların kendilerinde bir gelişme olup olmadığını değerlendirebilmeleri için uygulamadan önce yapılan özdeğerlendirme ön tanı testi, özdeğerlendirme son tanı testi olarak tekrardan uygulanmıştır. Yapılan özdeğerlendirme son tanı testi literatür taraması yapılarak matematik alan bilgisi bileşenlerine uygun 37 sorudan oluşmuştur. Her bir bileşenle ilgili ayrı ayrı ve birden fazla soru oluşturulmuştur. Bu sorular katılımcıların kendi özgün ifadelerini yazabilecekleri açık uçlu sorulardır. Alan bilgisi özdeğerlendirme son tanı testinde yer alan açık uçlu sorulara verilen cevaplar, betimsel olarak analiz edilmiştir. Çünkü betimsel analizde, elde edilen veriler önceden var olan tema, kategori ve kodlara göre özetlenir ve yorumlanır. Bu araştırmada da uygulanan veri toplama aracının analizi literatürde önceden var olan matematik alan bilgisi bileşenlerine göre analiz edilmiştir. Bu bileşenler matematik alan bilgisi özdeğerlendirme ön tanı testinin analizinde verilmiştir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR

Bu bölümde Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Hata Temelli Aktiviteler öncesi, Hata Temelli Aktivite süreci ve Hata Temelli Aktiviteler sonrası Matematik Alan Bilgilerine ilişkin bulgular yer almaktadır.

Hata temelli aktiviteler (HTA) öncesi bulgular; çalışma grubuna uygulanan özdeğerlendirme ön tanı testinden, hata temelli aktivite süreci bulguları; odak grup görüşmeleri, günlükler ve gözlemden elde edilmiştir. Hata temelli aktiviteler sonrası bulgular ise; özdeğerlendirme son tanı testi ve yarı-yapılandırılmış görüşmelerle elde edilmiştir.

4.1. Hata Temelli Aktiviteler Öncesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Matematik Alan Bilgilerine İlişkin Bulgular

4.1.1. Ön Tanı Özdeğerlendirme Yazılı Görüş Almadaki Bulgular

Aktiviteler öncesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin yazılı görüşlerine başvurularak Matematik Alan Bilgilerine ilişkin kendilerini nasıl gördükleri ile ilgili yapılan özdeğerlendirmeden elde edilen bulgular, bu çalışmada kabul edilen bileşenler boyutunda sırasıyla aşağıdaki gibidir:

4.1.1.1. Temel matematiği derinlemesine anlama

Çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamı bir konu ile ilgili matematiksel fikirleri ve anahtar kavramları mutlak suretle ciddi manada öğrencilerine açıkladıklarını ifade etmişlerdir. Bu anahtar kavramların özellikle soru çözümlerinde ve konunun tam olarak anlaşılmasında ve daha sonraki konuların öğrenilmesinde öğrencilerine faydalı olacağını belirtmişlerdir.

Açıklarım- Bu kavram^{konu} sorularda aklar, aşamalarını kolaylaştırır gibi ifadeler kullanırım

Şekil 4.1. Öğretmen Aslı'nın matematiksel fikirleri ve anahtar kavramları açıklama ile ilgili yazılı görüşü

Kesinlikle açıklarım. Mesela yukarıda yazdığım soruda öğrencilere tanım ve diğer kelimelerin dikkat edilmesi gerektiği, gerekirse bulunan aşamadan kontrol edilip bu kelimelere ait olup olmadığını kontrol etmesini özellikle belirtiyorum. Ayrıca anahtar kavramları öğrencinin bilişsel yapısıyla ilişkilendirmesi için kesinlikle açıklarım.

Şekil 4.2. Öğretmen Suat'ın matematiksel fikirleri ve anahtar kavramları açıklama ile ilgili yazılı görüşü

Yine öğretmenlerin tamamı özellikle soru çözümlerinde alternatif yollara başvurduklarını belirtmiş, bu öğretmenlerden 3 öğretmen (M,Z,A) tanımda ise gerektiği sürece alternatif tanımlara başvurduğunu, 2 öğretmen (A,Z) ispattada alternatif ispatlara başvurmaya çalıştıklarını belirtmiş, 3 öğretmen (S,N,M) ise alternatif ispatlara başvurmadıklarını belirtmişlerdir. Farklı alternatif yollara başvurma sebepleri olarakta öğretmenler öğrencilerdeki öğrenme farklılıklarını sebep göstermişlerdir. Buna karşın öğretmenler soru cümlelerini ve tanımları farklı formda sunma ile ilgili olarak, genellikle kavramın tek bir tanımla yetindiklerini ve gerekmedikçe alternatif tanımlar yapmadıklarını belirtirken, öğretmenlerden biri hariç (S) diğerleri soru cümlelerini de farklı formlarda ifade etmediklerini belirtmişlerdir.

İspatta diyemem ama tanım ve soru çözümünde farklı yollara başvuruyorum. İspatta çok nadir başvuruyorum. Sorunun farklı çözümlerini farklı teoremler kullanarak çözüyorum.

Şekil 4.3. Öğretmen Mahir'in matematikte alternatif yollara başvurma ile ilgili yazılı görüşü

Evet başvururum. Çünkü her öğrencinin farklı düşünme becerisini düşünüyorum. Özellikle geometri sorularında farklı çözüm yollarına başvururum.

Şekil 4.4. Öğretmen Suat'ın matematikte alternatif yollara başvurma ile ilgili yazılı görüşü

Temsil kullanmayla ilgili olarak 4 öğretmen (A,S,N,M) çoğunlukla grafik, şekil, şema gibi temsilleri kullandıklarını, 1 öğretmen (Z) ise çok fazla kullanmadığını ifade etmiştir.

Şema yöntemi kullanırım.
Kavram haritaları olabilir.

Şekil 4.5. Öğretmen Naci'nin tanım, teorem ve ispatta temsil kullanma ile ilgili yazılı görüşü

Yine öğretmenlerin tamamı kavramlar arası ilişkiler mutlak suretle kurduklarını ifade etmişler ve bunun çok önemli olduğunu belirtmişlerdir.

Kurmaya çalışırım. Matematiksel kavramlar bir bütündür. Ya doğrudan ya da dolaylı olarak hepsi birbirleriyle ilişkilidir.

Şekil 4.6. Öğretmen Naci'nin kavramlar arası ilişki kurma ile ilgili yazılı görüşü

Kavramlar arasındaki ilişkileri kesinlikle kurarım. Çünkü öğrencide bilişsel yapıların oluşmasını isterim.

Şekil 4.7. Öğretmen Suat'ın kavramlar arası ilişki kurma ile ilgili yazılı görüşü

4.1.1.2. Öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeplerini açıklama

Öğretmenler hataların farkına varma ve sebeplerini açıklama ile ilgili olarak, 4 öğretmen çoğunlukla hataları tespit edebildiklerini, 1 öğretmen (A) de kısmen tespit edebildiğini ifade etmiştir. Öğretmenler genelde ispattaki hataları soru çözümündeki hatalara göre çok fark edemediklerini, ispattan ziyade soru çözümünde ve tanımdaki

hataları daha rahat fark edebildiklerini belirtmişlerdir. Öğretmenler ispattaki hatayı fark edememe eksikliklerinin genelde öğretim esnasında ispat yapmama, öğrenciye ispat sormama olarak ifade etmişlerdir.

genellikle matematiksel hataları tespit edebiliyorum.

Şekil 4.8. Öğretmen Suat'ın öğrenci hatalarının farkına varma ile ilgili yazılı görüşü

Genelde kavramları, tanımları iyi bilmemekten
meydana gelir hatalar oluyor.
Bunların dışında işlemsel hatalar da var.
Fakat bunlar, öğrencinin durumuna, seviyesine göre
hata olmaktan biraz çıkabiliyor.

Şekil 4.9. Öğretmen Naci'nin öğrenci hatalarının farkına varma ile ilgili yazılı görüşü

Çalışmaya katılan öğretmenlerden 4 öğretmen (Z,S,N,M) hata sebeplerini açıklayabileceklerini ifade ederken, 1 öğretmen (A) hata sebebini tam olarak açıklayabileceğini düşünmediğini belirtmiştir. Ayrıca öğretmenler genelde hataların işlem hatası ve yine tanım ve teorem ifadelerinin tam kullanılamaması kaynaklı olduğunu belirtmişlerdir.

İyi olduğum konularda doğru açıklayabileceğimi düşünüyorum.

Şekil 4.10. Öğretmen Mahir'in öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü

Bazı konular için yapılmış bir hatanın sebebini
doğru açıklarken bazı konular için sebebini açıklayamayacağı
gim durumlarda olabiliyor. Bunun sebebi olarak da çok konuya
hakim olup olmamakla alakalı olduğunu düşünüyorum.

Şekil 4.11. Öğretmen Suat'ın öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü

Gereelde kavramları, tanımları iyi bilmemekten meydana gelir hatalar oluyor.
Bunların dışında işlemsel hatalar da var.
Fakat bunlar, öğrencinin durumuna, seviyesine göre hata olmaktan biraz çıkabiliyor.

Şekil 4.12. Öğretmen Naci'nin öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü

Muhtemel öğrenci hatalarının tahmini hususunda, 3 öğretmen (N,M,S) muhtemel öğrenci hatalarını tahmin edebileceklerini ifade ederken, diğer 2 öğretmen (A,Z) kısmen tahmin edebileceklerini ifade etmişlerdir.

Evet önceden tahmin edebiliyorum. Tecrübelerimden yararlanarak ve öğrencilerin karıştırabileceği benzer kavramların olduğu durumlarda önceden tahmin edebiliyorum.

Şekil 4.13. Öğretmen Mahir'in öğrenci hatalarını tahmin etme ile ilgili yazılı görüşü

Evet edebilirim. Ders esnasında bazen öğrencilerin bazı noktaları anlamadığını ya da tam olarak anlayamadığını fark ediyorum. Özellikle soyut konularda, bu konularla ilgili soru sorduğum zaman da öğrenci soru uztümünde hata yapıyor. Ayrıca bazı yaygın kavram yanlışları paralelinde de hata yapılacak soruları tahmin ediyorum.

Şekil 4.14. Öğretmen Suat'ın öğrenci hatalarını tahmin etme ile ilgili yazılı görüşü

Yine 4 öğretmen (A,S,N,M) tahmin ettikleri muhtemel öğrenci hatalarına karşı önceden tedbir aldıklarını söylerken, 1 öğretmen (Z) bunu yapmadığını, çünkü çok fazla tahmin edemediğini belirtmiştir. Tedbirler için ise, 1 öğretmen (M) farklı örneklerle

hata oluşmadan önce önlemeye çalıştığını, 1 öğretmen (A) hataları konunun başında vurgulayarak önlemeye çalıştığını, 2 öğretmen (N,S) tanım ve kavramların üzerinde durarak hata oluşmasını engellemeye çalıştıklarını ifade etmişlerdir.

Ölür. Tanım ve kavramları üzerinde durarak vermeye çalışırım. İşlemsel, sayısal hatalara karşı mütahhaz olurum.

Şekil 4.15. Öğretmen Naci'nin öğrenci hatalarına karşı tedbir alma ile ilgili yazılı görüşü

Evet oluyor. Bu tedbirlere örnek vermek gerekirse; konuyu tekrarı, dersi soyut halden çıkarmak için somut materyal kullanımı, kavram haritaları kullanımı, farklı anlatım yöntem ve teknik kullanımı, örnek hatalı örnekler vb. denebilir.

Şekil 4.16. Öğretmen Suat'ın öğrenci hatalarına karşı tedbir alma açıklama ile ilgili yazılı görüşü

Yine öğretmenler herhangi bir ifade ile karşılaştıklarında, sembol ve bağlaçlara dikkat ettiklerini ifade etmişlerdir.

4.1.1.3. İspat yapabilme

Teorem ifadeleri ile ilgili, çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamı teorem ve aksiyom ifadelerini bilmenin öğretmenlik hayatında etkili olduğunu belirtmişlerdir. 1 öğretmen (S) bunun öğretmeni daha derinlemesine kavramsal bilgiye götüreceğini, 1 öğretmen (Z) birçok durumu öğrenciye ifade ederken bunu kullandığını ve bunların kullanılması gerektiğini, 2 öğretmen (A,M) bunun soru çözümünü öğrenci için daha kolay ve etkili hale getireceğini, 1 öğretmen (N) de kavramların geldiği yerleri açıklamada bu ifadeleri kullanmanın önemli olduğunu ve ifadeleri bilmenin öğretmenin kendine güvenini artıracaklarını belirtmiştir. Öğretmenler özellikle geometri derslerinde

teorem ifadelerini çok fazla kullandıklarını ifade etmişlerdir. Buna ilaveten 1 öğretmen (A) MEB müfredatında yer verildiği kadarıyla teoremleri kullandığını belirtmiştir.

DC5Cnçyorum. Kendim lisede okurken öğretmenlerine gerek geometri gerekse matematik derslerinde bazı kavramların nereden geldiğini sorardım. Tatmin edici cevaplar alamazdım. Belki bütün teoremler olmayabilir ama genel manada bazı teorem ifadelerini bilmek gerekiyor.

Şekil 4.17. Öğretmen Naci'nin teorem ifadelerini bilme ile ilgili yazılı görüşü

Mesela $n > 1$ ve $n \in \mathbb{Z}$ için bütün sayılar ya asaldır ya da asalların çarpımı şeklinde yazılması tek türdür." teoreminden yola çıkarak ebob-ekok konusunda öğrencilerime sayıları asal çarpanlara ayırma ikinci bir şeklinin olmayacağını ifade ederim.

Şekil 4.18. Öğretmen Mahir'in teorem ifadelerini bilme ile ilgili yazılı görüşü

İspat yöntemlerini bilme ile ilgili, çalışma grubundaki öğretmenlerden 1 öğretmen (M) hariç hiçbiri ispat yöntemlerini tam olarak hatırlayamamıştır. İspat yöntemlerini 1 öğretmen (Z) hatırlayamamış, 1 öğretmen (N) tümevarım, tümdengelim ve olmayana ergi olarak, 1 öğretmen (A) doğrudan ispat ve olmayana ergi olarak, 1 öğretmen (S) tümevarım, tümdengelim, olmayana ergi ve çelişki ile ispat olarak yazmıştır. 1 öğretmen (M) de ise önce yöntemleri doğrudan ve dolaylı olarak ikiye ayırmış, daha sonra bunları; tümevarım, tümdengelim, olmayana ergi, deneme ile ispat ve aksine örnek vererek ispat şeklinde ifade etmiştir. Öğretmenlerden hiçbiri bu yöntemlerin nasıl kullanılacağını tam olarak ifade edememiş, kısmen ifade edebilmişlerdir.

Öğretmenlerden 1 öğretmen (A) ispat yöntemlerini kullanamayacağını belirtirken, 2 öğretmen (N,Z) ispat yöntemlerini doğru kullanıp kullanmadığından emin olmadığını ifade etmiş, 1 öğretmen (M) yöntemlerin çoğunu tam kullanabileceğini, 1 öğretmen (S) ise yöntemleri tam olarak kullanamayacağını belirtmiştir.

Bazı ispat yöntemlerini doğru kullanabildiğime inanıyorum.

Şekil 4.19. Öğretmen Mahir'in ispat yöntemlerini kullanma ile ilgili yazılı görüşü

Hayır çok fazla kullanmadığımdan

Şekil 4.20. Öğretmen Aslı'nın ispat yöntemlerini kullanma ile ilgili yazılı görüşü

İspat yapabilme ile ilgili olarak, 1 öğretmen (N) basit seviyedeki ispatları yapabileceğini, 2 öğretmen (A,S) kendi başına bilgi eksikliğinden ve yöntemi bilmemeden kaynaklanan tereddütleri olduğunu, 2 öğretmen (Z,M) genellikle ispat yapabileceklerini ifade etmişlerdir. 4 öğretmen (M,S,N,Z) iyi bildikleri konuda karşılaştıkları bir ifadenin ispatının nasıl yapılacağını kestirebilmelerine karşın bunun her zaman mümkün olmadığını, 1 öğretmen (A) nasıl ispat yapacağını genelde kestiremediğini bunu sebebinde ispata dayalı ders anlatmamasından kaynaklandığını ifade etmiştir.

Genellikle düşünüyorum. Bazen aksiyonları hatırlayamadığım olur.

Şekil 4.21. Öğretmen Zuhale'in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

Kendi başıma ispat yapabileceğimi pek düşünmüyorum. Çünkü ispat yapabilmek için bir konu ya da bilgi hakkında ve o konu ve bilgiyle alakalı ciddi anlamda bir birikime sahip olunmalı. Ayrıca ispat yöntemlerini de tam olarak bildiğim söylenemez.

Şekil 4.22. Öğretmen Suat'ın ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

Hepsi için olmasa da, bazı teorem ifadelerinde ya da önermelerde nasıl bir ispat yapabileceğimi sezebiliyorum.

Şekil 4.23. Öğretmen Mahir'in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

4.1.1.4. Tanım yapabilme

Çalışma grubundaki öğretmenlerden 2 öğretmen (A,N) ortaöğretimdeki temel matematiksel tanımların yaklaşık %80 ini, 1 öğretmen (Z) %85 ve 1 öğretmen (S) de %60 ını genel hatlarıyla bildiğini, 1 öğretmen (M) ise %90 ını tam olarak geriye kalanıda yüzeysel bildiğini ifade etmiştir.

% 90 kısmını tam olarak biliyorum, tabiki temel tanımlar için söyleyebilirim. Geriye kalanlar için ise biliyorum ama ifade etmede zorlanıyorum. Bazıları için ise yüzeysel bilgi sahibiyimdir.

Şekil 4.24. Öğretmen Mahir'in tanım bilme ile ilgili yazılı görüşü

Çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamı eksik tanımlarını olduğunu, bunun sebebinin ise tanımları anlatmadıklarından kaynaklandığını belirtmiştir. 1 öğretmen (M) eksik tanımlarının yeterince araştırma yapmama kaynaklı olduğunu belirtmiştir. Çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamı anlamlandıramadıkları, örneğin seri, limit, yakınsaklık gibi, tanımların olduğunu ifade etmişlerdir.

Eksik olduğumu düşündüğüm tanımlar var. Mesela dizi, limit, integral gibi tanımları tam olarak bilmiyorum. Bunun sebebi olarak da bu tanımlarla ilgili derinlemesine yeterince bilgiye sahip olmamam ve bu konuları çok fazla anlatmam olduğu söylenebilir.

Şekil 4.25. Öğretmen Suat'ın tanımları tam bilme ile ilgili yazılı görüşü

Karmaşık sayıları konu olarak bilip, soru çözerim. Ancak günlük hayatla ilişkilendiremediğim için anlamlandıramam.

Şekil 4.26. Öğretmen Zuhâl'in tanımları tam bilme ile ilgili yazılı görüşü

Yine öğretmenlerin tamamı soru çözümlerinde tanımları kullandıklarını ifade ederken, buna ilaveten 3 öğretmen (Z,A,N) ispatta da tanımları kullandıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca öğretmenler tanımların matematiğin yapı taşı ve matematiksel bilginin temeli olduğunu ifade etmişlerdir.

Evet kullanırım. Direkt soruyu çözmek yerine alakalı tanımları ön bilgi olarak veririm ve öğrencide bir farkındalık oluşmasını yani öğrencinin sorunun hangi konuyla alakalı olduğunu fark etmesini ve buna göre çözüm yollarını düşünmesini sağlamaya çalışırım.

Şekil 4.27. Öğretmen Suat'ın tanımları kullanma ile ilgili yazılı görüşü

4.1.1.5. İşlem yapabilme

Çalışma grubundaki öğretmenler, soru çözme, yazma ve çözüm algoritmasını doğru işletmede pek sorun yaşamadıklarını ifade etmişlerdir.

Soru çözmeyle ilgili olarak, öğretmenlerin tamamı genelde kendilerini yeterli hissettikleri konularla ilgili soru çözümlerinden şüphe duymadıklarını ve çözümlerinden emin olduklarını nadiren şüphelendikleri çözümlerinin olduğunu belirtmişlerdir.

Kendime bilgi aısından güvendiğim bir konudan soru gelirse çözümün doğruluğuna genel olarak inanırım. Fakat bilgi aısından yeterli olmadığımı bildiğim bir konu hakkındaki bir sorunun çözümünden çok fazla emin olamıyorum yani şüpheleniyorum.

Şekil 4.28. Öğretmen Suat'ın soru çözme ile ilgili yazılı görüşü

Çözümünden nadir de olsa şüphe duyuyorum. Ve konunun bazı bölümlerinin unutulduğunu görüyorum. Bunu da gidermek için o bölümü tekrar ediyorum.

Şekil 4.29. Öğretmen Mahir'in soru çözme ile ilgili yazılı görüşü

Yine öğretmenlerin çoğu kendilerine güvendikleri konularda, başkalarının yaptığı veya kaynaklardaki çözümlerden şüphe duymadıklarını ifade etmişlerdir. 1 öğretmen (Z) ise kaynaklardaki çözümlerden genelde her zaman şüphe duyup birden çok kaynağa başvurduğunu ifade etmiştir. Öğretmenler şüphelerinin genelde baskı veya işlem hatası olabileceğini düşünmeleri olarak belirtmişlerdir.

Kaynaklarda rastladığım soru çözümlerinin doğruluğundan genel olarak şüphe duymam, kabul ederim. Bunun sebebi olarak da kitaplarda yazan herşey doğrudur ve kabul edilmelidir mantığı var sanırım.

Şekil 4.30. Öğretmen Mahir'in çözümlerden şüphe ile ilgili yazılı görüşü

Şüphe duyuyorum. Diğer kaynaklardan kontrol ederim.

Şekil 4.31. Öğretmen Zuhar'in çözümlerden şüphe ile ilgili yazılı görüşü

Başkalarının çözümleriyle ilgili olarak, öğretmenlerden 1 öğretmen (M) çözümünden şüpheye düştüğü veya çözemediği sorularda kaynaklardaki benzer sorulara baktığını, 3 öğretmen (A,S,N) sadece çözemediği sorularda, 1 öğretmen (Z) farklı çözüm yolu görebilmek için kaynakları incelediğini ifade etmiştir.

Soruyu gözebilmiş isem pek de bakmam. Soru göreme de zorlanmış ya da söylememiş isem mutlaka bakarım.

Şekil 4.32. Öğretmen Mahir'in kaynaklardan yararlanma ile ilgili yazılı görüşü

Soruyu gözebilmis, isem pek de bakmam.
Soru göreme de zorlanmış ya da çözmemiş isem
mutlaka bakarım.

Benzer soru çözümlerine bakmak, insanın
hayatında kendinde önde olan insanlardan aldığı
tecübeye benzer.

Şekil 4.33. Öğretmen Naci' nin kaynaklardan yararlanma ile ilgili yazılı görüşü

Öğretmenler soru çözümünde ilgili tanım ve teoremlere her zaman başvurmadıklarını, çözemedikleri sorularda benzer çözümlerin yanı sıra tanım ve teoremlere baktıklarını ifade etmişlerdir. 1 öğretmen (Z) soru çözerken bazen tekrar amaçlı, 1 öğretmen (S) de özgün çözüm yapabilmek için ilgili tanım ve teoremlere baktığını belirtmiştir.

Baktığım olur, çünkü tekrarın önemli olduğunu
inanıyorum.

Şekil 4.34. Öğretmen Zuhul'in soru çözmede ilgili kavramlara bakma ile ilgili yazılı görüşü

Gözemediğim sorular için mutlaka bakarım. Çünkü
bazen gözemediğimize bir sorunun cevabı, belki de öğren-
emediğimiz konumuz içerisinde yer alabiliyor.

Şekil 4.35. Öğretmen Naci'nin soru çözmede ilgili kavramlara bakma ile ilgili yazılı görüşü

Soru hazırlamayla ilgili olarak, 4 öğretmen (Z,S,N,M) kendine güvendiğini ifade ederken, 1 öğretmen (A) kendine orta derecede güvendiğini ifade etmiştir. 1 öğretmen (M) soru yazmak için özel bir girişiminin olmadığını, istedikleri özelliklere uygun bir soru yazabileceğini ifade etmiştir. 1 öğretmen (S) yeterli bilgisi olan konularda kendine

güvendiğini, 1 öğretmen (N) birçok kaynak taradığını, önceden birçok soru yazdığını ve bu yüzden kendine çok güvendiğini ifade etmiştir. Yine öğretmenlerin tamamı soru hazırlarken kaynaklardan yararlandıklarını belirtirken 1 öğretmen (Z) buna ilaveten uzman kişilere de başvurmaya çalıştığını ifade etmiştir.

Zaman zaman orjinal sorular aklıma geldiği oluyor ama oturup da
sırf soru yazayım diye bir girişimim olmadı. Bu konuda çalışmadığım için
iddialıyım diyemem ama yeterli özelliklere sahip sorular hazırlayabilirim.

Şekil 4.36. Öğretmen Mahir'in soru hazırlama ile ilgili yazılı görüşü

Genel anlamda evet, ancak kaynaklardan yarar-
lanma ve uzmanlardan öğrenmeye dikkat ederim.

Şekil 4.37. Öğretmen Zuhul'in soru hazırlama ile ilgili yazılı görüşü

Öğretmenler soru hazırlarken dikkat ettikleri hususlar için, öğretmenlerin tamamı öğrenci seviyesine uygun, açık ve anlaşılır sorular hazırladıklarını ifade etmişlerdir. 1 öğretmen (Z) genel öğrenme teorileri paralelinde soru hazırladığını, 1 öğretmen (N) günlük hayatla ilişkili sorular hazırlamaya çalıştığını, 1 öğretmen (M) ayırt edicilik ve kazanıma uygunluğu dikkate aldığını ifade etmiştir.

Öğrenci düzeyine uygun olmasına, tek soruda sadece bir kazanımı
ölçmesine, açık bir şekilde ifade edilmesine, bilen ile bilmeyeni ayırt edebile-
cek düzeyde olmasına dikkat ederim.

Şekil 4.38. Öğretmen Mahir'in soru hazırlamada dikkat edilecek hususlar ile ilgili yazılı görüşü

Öncelikle teori baki, yapılandırmacı yaklaşıma uygun hazırlamaya çalışırım. Ancak başka teorileri de içerebilmesine dikkat etmeye çalışırım. Öm; sosyo-kültürel yaklaşım gibi. (Sınıf içi aktivitelerde).

Şekil 4.39. Öğretmen Zuhal'in soru hazırlamada dikkat edilecek hususlar ile ilgili yazılı görüşü

4.1.1.6. Terim ve notasyonları(simge-gösterim) doğru kullanma

Çalışma grubundaki öğretmenlerden 3 öğretmen (M,N,Z) terim ve notasyonları doğru kullandıklarını, 2 öğretmen (A,S) ise her zaman doğru kullandıklarını düşünmediklerini yazmışlardır.

Terimleri ve simgeleri doğru kullanabiliyorum fakat bazı terimleri ifade etmede zorluklar yaşıyabiliyorum.

Şekil 4.40. Öğretmen Mahir'in terim ve notasyonları kullanma ile ilgili yazılı görüşü

Matematiikteki her terim ve notasyonu doğru kullandığım söylenemez, özellikle terim de bazı yanlışlıklar yaptığımı daha sonradan fark ediyorum. Ama ders anlatımlarında doğru kullanmaya özellikle dikkat etmeye çalışıyorum.

Şekil 4.41. Öğretmen Suat'ın terim ve notasyonları kullanma ile ilgili yazılı görüşü

Çalışma grubundaki öğretmenlerden 2 öğretmen (N,M) niceleyicileri sembolleri ile birlikte doğru hatırlamış, buna karşın bunların evrensel ya da varlıksal olup olmadıkları hakkında bir şey ifade edememişlerdir. Bu öğretmenlerden biri (M) bunların anlamlarını da doğru açıklarken, diğeri (N) anlamlarını açıklayamamış ve eşitsizlik sembollerini niceleyici sembolleriyle birlikte yazmıştır. Diğer 3 öğretmen (Z,S,A) niceleyicileri hatırlayamamıştır, 1 öğretmen (Z) kümelerdeki bazı sembolleri niceleyici olarak yazmıştır.

Hatırladığım kadarıyla örneğin kümeler konusundaki
 $\in, \notin, \subset, \supset$ vs. örneğin $\in$: elemanıdır

Şekil 4.42. Öğretmen Zuhâl'in terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

Bazı $(\exists)$, $(\forall)$ her
 $\neq, \geq, \leq, <, >$

Şekil 4.43. Öğretmen Naci'nin terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

2 öğretmen (M,N) ispatta niceleyicileri önemli olduğunu belirtmiş, bunlardan biri niceleyicileri matematiğin dili olarak kabul etmiştir. Ayrıca bu öğretmenler (M,N) niceleyicileri soru çözümü ve ispatlarda doğru kullandıklarını ifade etmişlerdir. Diğer öğretmenler (Z,S,A) de bunları hatırlayamamalarına karşın, bunların mutlaka önemli olacağı görüşünü ifade etmişlerdir. Bunlardan 1 öğretmen (A) niceleyicileri kullandığını zannetmediğini, diğerleri (Z,S) ise hatırlayamamalarına karşın kullandıklarını ve bunda da doğru kullandıklarını düşündüklerini ifade etmişlerdir.

Hayır. Soru aşamamla daha çok kısa yolla ~~matematisel~~ (direkt) matematiksel
 ifadeler tercih ediliyor.
 İspatı çok fazla kullanmıyız.

Şekil 4.44. Öğretmen Aslı'nın terim ve notasyonları kullanma ile ilgili yazılı görüşü

İspatta çok önemli bir yerinin olduğunu
 düşünüyorum. Niceleyiciler, bilimsel bir
 hava katıyor. Ayrıca, niceleyicileri kullanmak
 Matematik dilini, Matematik alfabesini kullan-
 mak marasına geliyor.

Şekil 4.45. Öğretmen Naci'nin terim ve notasyonları kullanma ile ilgili yazılı görüşü

Öğretmenlerin tamamı bağlaçları “ve” ve “veya” olarak ifade etmiştir. Çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamı ispat sürecinde bağlacın önemli olduğunu savunurken, bunlardan 3 öğretmen (M,N,Z) bağlaçların soru çözümünde de etkili olduğunu belirtmişlerdir. Yine 1 öğretmen (S) bağlaçları matematiğin dili olduğunu ifade etmiştir.

4.2. Hata Temelli Aktiviteler Sürecindeki Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Matematik Alan Bilgilerine İlişkin Bulgular

4.2.1. Odak Grup Görüşme Bulguları

Odak grup görüşme bulguları, odak grup görüşmesi öncesi bulgular ve odak grup görüşme süreci bulgular biçiminde ikiye ayrılmıştır. Odak grup görüşme öncesi bulgular bireysel yazılı görüşler üzerine, odak grup görüşme süreci bulgular ise toplu tartışmalardaki sözlü görüşler üzerine kurulmuştur. Bunlardan odak grup görüşme öncesi bulgularda kendi içerisinde katılımcıların kendi çözüm, ispat ve tanımlarını içeren aşama ile araştırmacının çözüm ve ispatları sonrası katılımcıların bunlar hakkındaki yazılı görüşlerini içeren aşama yer almaktadır.

4.2.1.1. Odak grup görüşmeleri öncesi bulgular

Her bir odak grup görüşmesi öncesinde çalışma grubundan iki aşamada veri alınmaya çalışılmıştır. Bunlardan ilk aşama; verilen soruları katılımcıların kendilerinin çözmeleri, ispatları kendilerinin yapmaları ve yine tanımları kendilerinin ifade etmeleridir. İkinci aşama ise; öncelikle çalışma grubundan yapılması istenilen soru, ispat ve tanımın araştırmacı tarafından verilen çözümlerin, ispatların ve tanımların çalışma grubundaki her bir birey için bireysel yorumlanmasıdır. Bu yapılarak odak grup görüşmesi öncesi çalışma grubundaki adayların matematik alan bilgileriyle ilgili durumları ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Odak grup görüşme öncesi çalışma grubundaki öğretmenlerin sorulara verdikleri cevaplara göre incelenen matematik alan bilgilerine ilişkin bulgular aşağıdaki gibidir. Odak Grup Görüşmeleri öncesi bulgular 2-6. Haftaları kapsamaktadır. Çünkü bu haftalar içinde gerek soru çözümü gerek ispat ve gerekse tanım yapma ders

başlangıcında çalışma grubuna yaptırılmış, daha sonra araştırmacının verdiği çözümler, ispatlar ve tanımların bireysel yorumlanması istenmiştir. Yani bu haftalarda yukarıda ifade edilen iki aşama birlikte kullanılmıştır.

Çalışmanın ilk aşaması için elde edilen verilerin haftalara göre bulguları aşağıdaki gibidir.

Uygulama planında da ifade edildiği gibi, uygulamanın 2. ve 3. haftaları matematik soru çözümlerindeki hata temelli aktivitelerle ilgilidir. Çalışma grubuna öncelikle matematiksel sorular yöneltilmiş, bu soruların çözümlerini yapmaları istenilmiştir. Odak grup görüşmesi öncesi çalışma grubundaki her bir bireyin bu sorulara verdikleri cevaplar ve çözümler yukarıda kabul edilen matematik alan bilgisi bileşenlerinden özellikle temel matematiği derinlemesine anlama, işlem yapabilme ve terim ve notasyonları doğru kullanabilme bağlamında incelenmiştir. Bu yapılarak odak grup görüşmesi öncesi çalışma grubundaki adayların matematik alan bilgileriyle ilgili durumları ortaya konulmaya çalışılmıştır.

2. ve 3. hafta soru çözümlerinde, çalışma grubundaki bireylerin çok azının bazı sorulara doğru çözüm yaptığı, genelde ise ya soruları çözemedikleri ya da boş bıraktıkları tespit edilmiştir. 2. hafta sorularından biri soru cümlesinde hata bulunan denklem çözümü ile ilgili iken, diğer ikisi geometrik dizilerle ilgilidir.

2.hafta öğretmenlere yöneltilen sorular aşağıdadır:

1. $x \in \mathbf{R} - \{0\}$ ve $x + (1/x) = -1$ ise $x^{22} + x^{21} + x^{20}$ ifadesinin eşiti nedir?
2. “ $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots = ?$ ”
3. “ $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots = ?$ ”

2.hafta sorulan 3 sorudan 1. soruyu 4 öğretmen yanlış çözmüş, 1 öğretmen (S) boş bırakmıştır. 2. soruyu ise 1 öğretmen (M) doğru cevap vermiş, 3 öğretmen (A,N,Z) boş bırakmış, 1 öğretmen (S) ise yanlış çözmüştür. Sorulan 3. soruyu 2 öğretmen (M,S) doğru çözmüş, 3 öğretmen (A,N,Z) boş bırakmıştır.

2. hafta sorularından birinci soru, soru cümlesi hatalı bir sorudur. Öğretmenler bu sorunun $\mathbf{R} - \{0\}$ da tanımlı olup olmadığını göz önüne almadan doğrudan çözüm

yapmaya çalışmışlardır. Her ne kadar bu hatayı farketmeseler de, öğretmenlerin çözüm süreçlerinde algoritmayı doğru işleterek işlem yapabilme hususlarında eksik ya da yanlışları görülmezken, bazı öğretmenlerin terim ve notasyonları doğru kullanabilme hususlarında eksik ve yanlışları görülmüştür.

$$x^{21} \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = x^{21} \left(x + 1 + \frac{1}{x} \right) = x^{21} \cdot 0 = 0$$

Şekil 4.46. Öğretmen Zuhâl'in 1.soru çözümü

$$\begin{aligned} x^7 + x + 1 &= 0 \Rightarrow x^{20} (x^7 + x + 1) = \\ &\Rightarrow x^{20} \cdot 0 = \\ &\Rightarrow 0 // \end{aligned}$$

Şekil 4.47. Öğretmen Naci'nin 1.soru çözümü

$$\begin{aligned} 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 \text{ ise } \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \text{ olup } r=2 \\ \sum_{n=0}^{\infty} 2^n = \frac{1-r^n}{1-r} = \frac{1-2^n}{1-2} = 2^n - 1 \rightarrow \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-r^n}{1-r} = \lim_{n \rightarrow \infty} 2^n - 1 \rightarrow \text{toplamı } \infty \text{ olur.} \end{aligned}$$

Şekil 4.48. Öğretmen Mahir'in 2.soru çözümü

2. ve 3. soruda ise 1 öğretmen (M) hariç diğerlerinin hiçbirisi geometrik dizilerde yakınsaklık ve ıraksaklığı dikkate almamıştır.

Uygulamanın 3.haftası yine soru çözümü ile ilgili olup öğretmenlere çözmeleri için aşağıdaki iki soru sorulmuştur. Bunlardan 1.soru bileşke fonksiyonlarda bire-

birlikle ilgili, 2.soru ise ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerle ilgilidir. 3.hafta öğretmenlere yöneltilen sorular aşağıdadır:

1. $f:A \rightarrow B$ ve $g:B \rightarrow C$ bire-bir iki fonksiyon olsunlar. $g \circ f:A \rightarrow C$ fonksiyonu da bire-birdir. Gösteriniz.

2. $(x+3).(2-x)=4$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

3.hafta sorulan iki sorudan 1.soruyu 2 öğretmen (A,S) yanlış çözmüş, 2 öğretmen (N,Z) örneklerle açıklamaya çalışmış, 1 öğretmen (M) ise bu soruyu boş bırakmıştır. 2. soruyu ise 5 öğretmen de doğru çözmüştür. 1. soruda 1 öğretmen (A) iyi tanımlılığını (tek değerlilik) birebirlik olarak ifade etmiş, 2 öğretmen (N,Z) ise özel örneklerle bunu göstermeye çalışmıştır.

$$\begin{array}{l} x_1 = x_2 \text{ ise } f(x_1) = f(x_2) \text{ ise } \left\{ \begin{array}{l} g(f(x_1)) = g(f(x_2)) \\ g(a_1) = g(a_1) \\ a_1 = a_1 / (1-1) \end{array} \right. \\ a_1 = a_2 \text{ ise } f(a_1) = f(a_2) \end{array}$$

Şekil 4.49. Öğretmen Aslı'nın 3.hafta 1.soru çözümü

Soru çözümü bağlamında, öğretmenlerin algoritmaları doğru işlettikleri, işlem ve yine çok kullanmış olmasalar da kullandıkları kadarıyla terim ve notasyon kullanımında bir hataları görülmemiş, buna karşın estetik bir yazımdan uzak oldukları görülmüştür. Fakat temel matematiği derinlemesine anlama bağlamında gerek soruları çözememeleri ve gerekse çözüme giderken hata yapmaları bu bileşendeki eksikliklerinin bir göstergesi sayılabilir.

Uygulama planında da ifade edildiği gibi, uygulamanın 4. ve 5. haftaları matematik ispat yapabilmede hata temelli aktivitelerle ilgilidir. Çalışma grubuna öncelikle iddialar yöneltilmiş ve bunların doğru ya da yanlışlığının ispatlanması istenilmiştir. Odak grup görüşmesi öncesi çalışma grubundaki her bir bireyin bu iddialara verdikleri ispatlar yukarıda kabul edilen matematik alan bilgisi bileşenlerinden özellikle temel matematiği derinlemesine anlama, ispat yapabilme ve terim ve notasyonları doğru kullanabilme bağlamında incelenmiştir. Bu yapılarak odak grup görüşmesi öncesi çalışma grubundaki adayların matematik alan bilgileriyle ilgili

durumları ortaya konulmaya çalışılmıştır. Uygulamanın 4.haftasında öğretmenlere yöneltilen iddialar aşağıdadır:

1. N (doğal sayılar kümesi) içinde en büyük olan bir n sayısı varsa $n=1$ dir.
2. $a, b \in \mathbf{R}$ ise, $a^2 + b^2 \geq 2ab$ dir.

4. hafta sorulan iki sorudan 1. Soruda (en büyük doğal sayı 1 dir) 5 öğretmen de ifade hatası olduğunu söylemiş ve ispat yapmamışlardır. 2. soruyu ise 4 öğretmen (S,Z,M,N) yanlış ispatlarken, 1 öğretmen (A) boş bırakmıştır. Çalışma grubundaki öğretmenlerden 4 ü (S,Z,M,N) 2. soruda kapalı halde verilen önermeyi açık hale getirmemişlerdir. Hükümden hareketle ispatı yapmaya çalışmışlardır.

$$\begin{aligned}
 a^2 + b^2 &\geq 2ab \quad \dots \text{I} \\
 (a+b)^2 - 2ab &\geq 2ab \quad \downarrow \quad a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \\
 (a+b)^2 &\geq 4ab \\
 a^2 + 2ab + b^2 &\geq 4ab \\
 a^2 + b^2 &\geq 2ab \quad \dots \text{II}
 \end{aligned}$$

Şekil 4.50. Öğretmen Zuhâl'in 4.hafta 2.iddia için ispatı

$$\begin{aligned}
 a^2 - 2ab + b^2 &\geq 0 \\
 (a-b)^2 &\geq 0 \\
 a &= b
 \end{aligned}$$

Şekil 4.51. Öğretmen Suat'ın 4.hafta 2.iddia için ispatı

Uygulamanın 5.haftasında da öğretmenlerden aşağıdaki iddiaları ispatlamaları istenilmiştir. Bu iddialar;

1. $x, y \in \mathbf{R}$ olsun. $x+y$ irrasyonel ise, o zaman x veya y irrasyoneldir.
2. $n \in \mathbf{Z}^+$ için $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ ise, o zaman $n=1$ dir.

5. hafta sorulan üç sorudan 1. İddiayı (irrasyonel veya bağlaçlı) 1 öğretmen (N) “x+y” yi rasyonel kabul edip ispatlamaya çalışmış ama sonuca ulaşamamıştır. 2 öğretmen (A,Z) sayısal örneklerle bu iddianın doğru olduğunu ifade etmiş, 1 öğretmen (M) sözel olarak ispat yapmaya çalışmış ve 1 öğretmen (S) ispat yapmamıştır.

$$\begin{aligned}
 x+y &= \frac{a}{b} \\
 (x+y)^2 &= \frac{a^2}{b^2} \\
 x^2 + 2xy + y^2 &= \frac{a^2}{b^2}
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 a &= 2\sqrt{2} \\
 b &= 2\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Şekil 4.52. Öğretmen Naci'nin 5.hafta 1.iddia için ispatı

$$\begin{aligned}
 \sqrt{5} + \frac{3}{4} \\
 \sqrt{2} + \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Şekil 4.53. Öğretmen Zuhul'in 5.hafta 1.iddia için ispatı

Çalışma grubundaki 5 öğretmen de 2. İddianın (1+2+...) yanlış olduğunu karşıt örnek vererek ispatlamışlardır.

$$\begin{aligned}
 n \geq 2 \Rightarrow 1+2+\dots+n &= \frac{n(n+1)}{2} \\
 1+2 &= \frac{2 \cdot (2+1)}{2} \\
 3 &\geq 3
 \end{aligned}$$

Şekil 4.54. Öğretmen Zuhul'in 5.hafta 2.iddia için ispatı

5. haftadaki 3. iddia ve ispat ise araştırmacı tarafından doğrudan verilmiştir.

Uygulama planında da ifade edildiği gibi, uygulamanın 6. haftası tanım yapabilmede hata temelli aktivitelerle ilgilidir. Çalışma grubundaki öğretmenlerin öncelikle 3 adet tanımları yapmaları istenilmiştir. Bu tanımlar; asal sayı tanımı, tam sayı tanımı ve işlem tanımıdır. Odak grup görüşmesi öncesi çalışma grubundaki her bir bireyin yaptıkları tanımlar yukarıda kabul edilen matematik alan bilgisi bileşenlerinden özellikle temel matematiği derinlemesine anlama, tanım yapabilme ve terim ve notasyonları doğru kullanabilme bağlamında incelenmiştir. Bu yapılarak odak grup görüşmesi öncesi çalışma grubundaki adayların matematik alan bilgileriyle ilgili durumları ortaya konulmaya çalışılmıştır.

6.haftada yapılması istenilen tanımlardan ilki asal sayı tanımı olup bu tanımı 1 öğretmen (M) doğru yaparken 4 öğretmen tanımı tam olarak yapamamış, bazı eksik noktalar bırakmışlardır.

Asal Sayı = Kendisi ve 1 den başka bölene olmayan sayı, 1 sayısı dışında

Şekil 4.55. Öğretmen Aslı'nın 6.hafta asal sayı tanımı

t) Asal Sayı: $n > 1$ ve $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere kendisinden ve 1'den başka pozitif tam sayı bölene olmayan n sayıları na asal sayı denir.

Şekil 4.56. Öğretmen Mahir in 6.hafta asal sayı tanımı

Sorulan ikinci tanım tam sayı tanımı olup, öğretmenlerden hiç biri tam sayı tanımını yapamamış, genelde tamamı sayı kümelerini kullanarak tam sayılar kümesini tanımlamaya çalışmışlardır.

$$\text{Tam sayı: } \mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

$$\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

Şekil 4.57. Öğretmen Naci'nin 6.hafta tam sayı tanımı

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

iki aritmetik dizinin birleşimi olarak ve sıfır da dahil ederek belirttikleriz.

Şekil 4.58. Öğretmen Mahir'in 6.hafta tam sayı tanımı

Sorulan üçüncü tanım işlem tanımı olup, 1 öğretmen (N) eksikte olsa bağıntı ve fonksiyon kavramları ile işlemi tanımlamaya çalışmış, 1 öğretmen (Z) kapalılıkla ilişkili bir şeyler yazarak işlemi tanımlamaya çalışmış, diğerleri ise işlem tanımını örneklerle yapmaya çalışmışlardır.

İşlem = Küme veya sayılar arasında yapılan bir sonucu dönük eylemlerdir.

Şekil 4.59. Öğretmen Aslı'nın 6.hafta işlem tanımı

İşlem: Belli bir sayı kümesinde tanımlı, "Δ", "□" gibi sembollerle gösterilip sonucu yine aynı kümede bulunan durumlardır.

Şekil 4.60. Öğretmen Zühal'in 6.hafta işlem tanımı

*İşlem: Sayıları karşı karşıya getirip belirli bir takım-kural
lara uygun olarak birbiri üzerine etkileendirme yöntemi*

Şekil 4.61. Öğretmen Suat'ın 6.hafta işlem tanımı

Çalışmanın ikinci aşaması için elde edilen bulgular haftalara göre aşağıdaki gibidir.

Çalışmanın ikinci aşamasında odak grup görüşme öncesi bulguları, çalışma grubuna yöneltilen soruların araştırmacı tarafından hatalı, eksik ya da doğru biçimde çözülmesiyle başlamış, öncelikle çalışma grubundaki her bir birey bu çözümler hakkında yine araştırmacı tarafından verilen soruları cevaplamaya çalışmışlardır.

Uygulama planında da ifade edildiği gibi, uygulamanın 2. ve 3. haftaları matematik soru çözümlerindeki hata temelli aktivitelerle ilgilidir. Odak grup görüşmesi öncesi çalışma grubundan çözmeleri istenilen sorular, bu ikinci aşamada araştırmacı tarafından çözülmüş ve araştırmacı yaptığı bu çözümlerle ilgili aşağıdaki soruları öğretmenlere yöneltmiştir.

- Bu soru hatalı mı yoksa doğru mu çözülmüştür?
- Soru ifadesinde hata var mıdır?
- Eğer hatalı ise hatası nerededir? Nasıl düzeltilir?
- Bu sorunun çözümü için can alıcı nokta/lar ve bilinmesi gereken kavram/lar nelerdir? Bunları kısaca açıklayınız?
- Bu sorunun çözümü için alternatif yollar söyleyebilir misiniz?
- Eğer çözüm hatalı ise, bu sorunun doğru çözümü nedir?

Çalışma grubundaki öğretmenlerin yukarıdaki sorulara verdikleri bireysel yazılı cevaplar yukarıda kabul edilen matematik alan bilgisi bileşenlerinden özellikle temel matematiği derinlemesine anlama, öğrenci hatalarının farkına varma, öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama ve işlem yapabilme bağlamlarında incelenmiştir.

2. hafta sorularının araştırmacı tarafından çözülmesi sonrası çalışma grubundaki bireylerin yukarıdaki sorulara verdikleri cevaplar incelenmiştir. Bu haftadaki ikinci ve üçüncü sorular için 1 öğretmen (M) geometrik dizilerde yakınsaklık ıraksaklık

kavramının buna yol açtığını belirtmiş, diğer 4 öğretmen (A,S,Z,N) üçüncü sorunun sonucuna bakarak bunun hatalı olduğunu fakat hatanın nereden kaynaklandığını anlayamadıklarını ifade etmişlerdir. Araştırmacı 1. sorunun ise üç farklı şekilde çözümünü yapıp üç farklı sonuç ortaya koymuş ve bu soru için yukarıdaki 8 soru için cevaplarını yazmalarını istemiştir.

Öğrenci hatasının farkına varma bağlamında çalışma grubundaki öğretmenler araştırmacının çözümlerinden sonra hata olduğu konusunda yazılı görüş belirtmişlerdir. 2 öğretmen (A,M) 1. sorunun soru ifadesinde hata olduğunu ifade ederken, diğerleri ise sadece çözümlerde hata aramışlardır. Bu 2 öğretmen (A,M) sorudaki tanım kümesinde hata olduğunu, bu eşitliğin $\mathbf{R}-\{0\}$ da sağlanamayacağını ifade etmişlerdir. Yine bu öğretmenlerden 1 tanesi (Z) araştırmacının çözümünden sonra hata olabileceği kanısının uyandığını yazmıştır. Bu soru için yapılan üç farklı çözüm ve farklı sonuçlar üzerinden her çözümün doğru olmasının mümkün olmayacağını söyleyen çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamı çözümlerdeki hataları araştırmışlardır. Çalışma grubundaki 5 öğretmenden, 1 öğretmen (S) birinci ve üçüncü çözümün hatalı olduğunu, diğer 4 öğretmen ise (A,Z,N,M) ikinci ve üçüncü çözümün hatalı olduğunu ifade etmişlerdir.

Soru ifadesinde bir hata yoktur.

Şekil 4.62. Öğretmen Suat'ın 2.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü

Soruda tanım kümesinde hata yapılmıştır. Diğer çözümlerde $x=1$ $x+1=1$ ifadesini sağlamaz. $1 \text{ olan } x^2+x+1=0$ x kökür reel kök olup 0 olamaz (1 Reel sayıdır)

Şekil 4.63. Öğretmen Aslı'nın 2.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü

Öğrenci hatalarının sebebini açıklama hususunda 3 öğretmen (A,Z,N) ikinci çözümde eşitliğin her iki tarafının $(x-1)$ ile çarpılmasını hata sebebi olarak ifade etmiş, bunlardan 2 öğretmen (Z,N) üçüncü çözümde x yerine yine bir başka x li ifadenin kullanılmasının hataya yol açtığını belirtmiş, 1 öğretmen (A) üçüncü çözümdeki hatayı ifade edememiştir. Yine diğer 1 öğretmen (S) cebirsel ifadelerin hataya yol açtığını

fakat bunun ne olduğunu tam olarak bilemediğini ifade etmiştir. 1 öğretmen (M) ise hata sebebini açıklamamıştır.

2. çözümde eşitliğin her iki tarafını $x-1$ ile çarpmanın eşitliğin doğasını bozacağını düşündüm (kök bulma açısından)

Şekil 4.64. Öğretmen Zuhâl'in 2.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü

1. ve 3. adım bence hatalıdır, hata bence cebirsel işlemlerde kaynaklanıyor. fakat nasıl düzeltilir, bilmediği hakkında fikrim yok.

Şekil 4.65. Öğretmen Suat'ın 2.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü

Temel matematiği derinlemesine anlama bağlamında, bu sorunun çözümü için anahtar kavramların ne olduğu sorulduğunda, 1 öğretmen (M) kompleks sayı kavramı, diğer 1 öğretmen (Z) özdeşlikler ve çarpanlara ayırma kavramları bilinmeli derken, 1 öğretmen (S) cebir bilme ve bunu doğru kullanabilme gerektiğini ifade etmiştir. Yine 2 öğretmen (N,A) işlemin sağlamasının yapılması gerektiğini ifade etmişlerdir.

Yine temel matematiği derinlemesine anlama bağlamında, bu sorunun çözümü için alternatif yollar kendilerine sorulduğunda çalışma grubundaki 5 öğretmenden 4 ü (A,Z,N,S) başka bir alternatif bilmediklerini ifade etmiş, 1 öğretmen (M) ise 1. çözüme benzer bir cebirsel ifade elde ederek soruyu çözmeye çalışmıştır.

Birinci sorunun 2. gözama bence hatalı gözölme-
ler fakat 2. gözam doğrudur. 3. gözamda
bence hatalıdır çünkü $x^2 = -1 - x$ ifadesinde
her iki tarafı aynı fonksiyonlar olarak düşünürsek
bu iki fonksiyonun kesişim noktaları bir noktadır
yani tam bulamayız.

Şekil 4.66. Öğretmen Suat'ın 2.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü

$x \in \mathbb{C} - \{0\}$ tanım kümesi alınıp 1. çözüm aynen yazılırsa
doğru çözüm olacaktır.

Şekil 4.67. Öğretmen Mahir'in 2.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü

İşlem yapma bağlamında tanım kümesi $\mathbb{C} - \{0\}$ yapıldığında 4 öğretmen
(A,Z,M,N) birinci çözümün aynısını doğru çözüm olarak ve 1 öğretmen (S) ise ikinci
çözümün aynısını doğru olarak yazmıştır.

Öğrenci hatalarının farkına varma bağlamında, 3.hafta sorularından birinci
soruda çalışma grubundaki 5 öğretmen araştırmacının iki farklı çözümü sonrası bu
çözümleri değerlendirmişlerdir. 3 öğretmen (A,S,Z) çözümde ve soru ifadesinde
herhangi bir hata olmadığını ifade ederken diğer 2 öğretmen (M,N) ise soru ifadesinde
eksiklik olduğunu ve örtenliğinde verilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir.

Soru ifadesinde hata olduğunu düşünüyorum. Çözüm
doğru fakat sorunun ifadesinde eksiklik var. Bu hata
f fonksiyonunun örten olduğunu belirterek düzeltilebilir.

Şekil 4.68. Öğretmen Mahir'in 3.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü

Öğrenci hatasının sebebini açıklama bağlamında, öğretmenlerden 3 ü (A,S,Z) hata olmadığından sebebini de olmayacağını söylemiş, diğer 2 öğretmen (M,N) bileşke fonksiyon da örtenliği kullanmama ve birim fonksiyonu bilmemenin hata sebebi olduğunu ifade etmişlerdir.

Öğrenci fonksiyon, bileşke fonksiyon, fonksiyonlarda 1-1 lik kavramlarını iyi bilmeli

Şekil 4.69. Öğretmen Zuhal'in 3.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü

Öğrenci burada bileşke fonksiyon alınırken fonksiyonun örten olup olmadığına bakmalıdır.

Şekil 4.70. Öğretmen Mahir' in 3.hafta 1.soru çözümleri ile ilgili görüşü

Temel matematiği derinlemesine anlama bağlamında, bu 1. sorunun çözümü için anahtar kavram/ların ne olduğu sorulduğunda 5 öğretmen de bileşke fonksiyon ve 1-1 liğin bu çözümde anahtar kavramlar olduğunu ifade etmişlerdir. Çözüm için alternatif yollar istenildiğinde ise, soru ifadesinde eksiklik olduğunu ileri süren 2 öğretmen (M,N) bunun giderilmesi durumunda çözümlerin doğru olacağını belirtirken, ifade ve çözümde hata olmadığını ileri süren 3 öğretmenden (A,S,Z) 2 öğretmen (S,Z) alternatif bir çözüm yapamayacaklarını ifade etmiş, 1 öğretmen (A) ise alternatif yol olarak yaptığı çözümde iyi tanımlılığı kullanarak hatalı bir çözüm yapmıştır.

$$\begin{array}{l}
 x_1 = x_2 \text{ ise } f(x_1) = f(x_2) \text{ ise } \left\{ \begin{array}{l} g\left(\frac{f(x_1)}{a_1}\right) = g\left(\frac{f(x_2)}{a_1}\right) \\ g(a_1) = g(a_1) \\ a_1 = a_1 \text{ (1-1)} \end{array} \right. \\
 \text{Eğer } a_1 = a_2 \text{ ise } f(a_1) = f(a_2)
 \end{array}$$

Şekil 4.71. Öğretmen Aslı'nın 3.hafta 1.soru alternatif çözüm ile ilgili görüşü

İşlem yapma bağlamında, bazı öğretmenler her ne kadar kavramı hatalı bilselerde, işleme yanlış başlasalarda bu hataya bağlı olarak öğretmenler bu birinci soru çözümünü için işlem algoritmasını doğru işletmişlerdir.

3.hafta sorularından ikinci soru öğrencilerin hatalarının farkına varma bağlamında ele alındığında çalışma grubundaki 5 öğretmen soru ifadesinde hata olmadığını belirtmiştir. Bu öğretmenlerden 1 öğretmen (N) çözümün doğru olduğunu, 1 öğretmen (M) çözümün tesadüfi olarak doğru çözüldüğünü belirtirken diğer 3 öğretmen (A,S,Z) çözümün hatalı olduğunu ifade etmişlerdir.

Cözüm hatalı
Deneme 2 den
tam sayılar olması
4 sayısına tek tek eşit
sayılar 4 1 grbv sade
2 2 ce

Şekil 4.72. Öğretmen Aslı'nın 3.hafta 2.soru çözümü ile ilgili görüşü

Öğrenci hatasının sebebini açıklama bağlamında, öğretmenlerden 3 ü (A,S,Z) eşitliğin bir tarafının 0 yapılmamasını ve yine bunlardan 1 öğretmen (A) x in sadece tam sayı olarak düşünülmesini hata olarak görmüş, sonradan fikrini değiştirip tesadüfi olarak doğru çözüldüğünü söyleyen 1 öğretmen (N) eşitliğin sağ tarafındaki 4 ün diğer çarpanlarının da çözümde denenmesi gerektiğini ifade etmiştir.

• Burdaki hata buce öğrencinin 4'ün çarpanlarını düşünürken sadece 2'li ve 4'lü düşünmesidir. Diğer bir hatası ise eşitliğin sağ tarafının sıfıra eşit olmamasıdır. P.

Şekil 4.73. Öğretmen Suat'ın 3.hafta 2.soru çözümü ile ilgili görüşü

Sadece tam sayı değerleri dersin ve
4 gibi küçük değerlerin yola alınması - Diğer rasgele
ve irrasyonel sayılar dikkatlenmelidir

Şekil 4.74. Öğretmen Aslı'nın 3.hafta 2.soru çözümü ile ilgili görüşü

Temel matematiği derinlemesine anlama bağlamında, çalışma grubundaki 5 öğretmen de ikinci sorunun çözümü için anahtar kavramın ikinci dereceden denklemlerin çözümleri bilme olduğunu ifade etmişlerdir. Alternatif çözüm için ise 5 öğretmen de ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözümünü kullanmışlardır.

İşlem yapma bağlamında ise algoritmaları doğru işlettikleri tespit edilmiştir.

Uygulama planında da ifade edildiği gibi, uygulamanın 4. ve 5. haftaları matematik ispat yapabilmede hata temelli aktivitelerle ilgilidir. Odak grup görüşmesi öncesi çalışma grubundan ispatlamaları istenilen iddialar, bu ikinci aşamada araştırmacı tarafından ispatlanmış ve araştırmacı yaptığı bu ispatlarla ilgili aşağıdaki soruları çalışma grubundaki öğretmenlere yöneltmiştir.

- Bu ispat hatalı mı yapılmıştır yoksa doğru mudur?
- İfadede bir hata var mıdır?
- Eğer hatalı ise hatası nerededir? Nasıl düzeltilir?
- Sizce bu ispat/ları yapan neyi düşünerek böyle bir ispat/lar yapmıştır?
- Neden böyle bir hata yapılmıştır?
- Düzeltmek için siz ne yapardınız?
- Bu ispat için can alıcı nokta/lar ve bilinmesi gereken kavram/lar nelerdir?
- Bunları kısaca açıklayınız? Öğrenci neyi bilmeli neye dikkat etmelidir?
- Alternatif farklı ispat yöntemi/leri kullanarak bu ispatı yapabilir misiniz?

Odak grup görüşmesi öncesi çalışma grubundaki her bir bireyin araştırmacının ispatı sonrası bu iddia ve ispatlarla ilgili verdikleri cevaplar yukarıda kabul edilen matematik alan bilgisi bileşenlerinden temel matematiği derinlemesine anlama, öğrenci hatalarının farkına varma, öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama, ispat yapabilme ile terim ve notasyonları doğru kullanabilme bağlamında incelenmiştir. Bu yapılarak odak

grup görüşmesi öncesi çalışma grubundaki adayların matematik alan bilgileriyle ilgili durumları ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Öğrenci hatasının farkına varma bağlamında 4.haftanın birinci iddiası olarak ifade edilen Peron teoreminin ispatı araştırmacı tarafından yapıldıktan sonra, çalışma grubundaki 5 öğretmen yarıdaki sorulara verdikleri cevaplar incelendiğinde, her ne kadar 5 öğretmen de ifadede hata olduğunu ifade etseler de bunlardan 1 öğretmen (M) verilen ifadeye göre ispatın doğru yapıldığını, diğer 4 öğretmen (A,S,N,Z) ise ispatında hatalı olduğunu ifade etmiştir.

$n^2 > n$ olamaz $n^2 > n$ olmalı - Sonuç kısmı yanlış $1 > 1 > 1$ diye ifade olamaz.

Şekil 4.75. Öğretmen Aslı'nın 4.hafta 1.iddia ispatı ile ilgili görüşü

• Hata sudur çünkü sonsuz elemanlı bir kümede her bir sayıya en büyük bir eleman yoktur. Mutlaka her sayıdan büyük bir sayı vardır.

Şekil 4.76. Öğretmen Suat'ın 4.hafta 1.iddia ispatı ile ilgili görüşü

Öğrenci hatasının sebebini açıklama bağlamında, ispatında hatalı olduğunu ifade eden çalışma grubundaki bu 3 öğretmen (A,S,N) ifadedeki hatanın yanısıra ispatta da bir sayının diğer bir sayıdan hem küçük hem de aynı zamanda büyük olamayacağını ifade etmişler, ayrıca bu öğretmenlerden 1 öğretmen (A) eşitsizlik kavramının yanlış kullanımını da hata sebebi olarak içine almış ve yine bu 3 öğretmenden 1 öğretmen (S) sonsuz küme olan doğal sayıların bir en büyük elemanının olamayacağını ifade etmiştir. 1 öğretmen (Z) ise hata sebebini göremediğini ifade etmiştir.

• Ben de bu ispatı yapan kişi doğal sayılar kavramının en büyük elemanını bir sembolle ifade edebileceğini düşünerek böyle bir ispat yapmıştır.

Şekil 4.77. Öğretmen Suat'ın 4.hafta 1.iddia ispatı ile ilgili görüşü

doğru yanlıs bir ifade değil yanlıs bir ifade. $n > n^2$ yazmazdın böyle. $n^2 > n > n^2$ içinde $n = P$ sağlanmaz

Şekil 4.78. Öğretmen Aslı'nın 4.hafta 1.iddia ispatı ile ilgili görüşü

Temel matematiği derinlemesine anlama bağlamında çalışma grubundaki 5 öğretmenin tamamı bu ispat için anahtar kavramlar olarak ispat yöntemlerini ifade ederken, buna ilaveten 2 öğretmen (A,Z) eşitsizlik kavramını, 1 öğretmen (S) de doğal sayı kavramının bu ispatta can alıcı anahtar kavram olduğunu ifade etmiştir. Yine ispat için öğretmenlerden alternatif yollar istenildiğinde, 3 öğretmen (A,S,N) iddia hatalı olduğu için alternatif bir yola gerek olmadığını ifade etmiş, diğer 2 öğretmen (Z,M) ise bu ispatı farklı bir yöntemle ispatlayamayacaklarını belirtmişlerdir.

4.haftadaki bu birinci iddiada hiçbir öğretmen ispat yapmadığı için ispat yapma ile terim ve notasyonları doğru kullanma bağlamında herhangi bir veri elde edilememiştir.

4.haftadaki ikinci iddiada, araştırmacının ispatı sonrası, öğrenci hatasının farkına varma bağlamında çalışma grubundaki 5 öğretmenden 4 ü (A,S,N,M) araştırmacının yaptığı ispatın doğru olduğunu, 1 öğretmen (Z) ise ispatın hatalı olduğunu ifade etmiştir.

Öğrenci hatasının sebebini açıklama bağlamında, ispatında hatalı olduğunu ifade eden çalışma grubundaki 1 öğretmen (Z) bu hatanın ispatlanması gereken ifadenin

kabulünden kaynaklandığını ve ispatı yapanın sadece bir doğrulama yaptığını ifade etmiştir.

Bu ispatı yapan yalnıca doğru mu yanlız
diye yapmıştır. İspat yolu üzerine fazla düşün
memiştir.

Şekil 4.79. Öğretmen Zuhal'in 4.hafta 2.iddia ispatı ile ilgili görüşü

Temel matematiği derinlemesine anlama bağlamında bu ispat için anahtar kavramları; 2 öğretmen (A,S) eşitsizlik ve özdeşlik kavramları, 1 öğretmen (M) sadece özdeşlik kavramı ve 1 öğretmen (N) eşitsizlik ve bir sayının karesinin pozitif olacağı bilgisini ve 1 öğretmen (Z) de ispat yöntemleri ile özdeşlikler olarak açıklamıştır.

Bu ispat için can alıcı noktalar cebirsel
işlemleri bilmektir. Öğrenci eşitsizlik kavramını
ve özdeşlik kavramını iyi bilmelidir.

Şekil 4.80. Öğretmen Suat'ın 4.hafta 2.iddia ispatı ile ilgili görüşü

Alternatif ispat için ise, 2 öğretmen (M,S) başka yöntemin akıllarına gelmediğini söylerken, 1 öğretmen (N) araştırmacının ispatını a ve b nin pozitif ve negatif olma durumlarına göre genişletmiş, 1 öğretmen (A) araştırmacının ispatının aynısını yapmıştır. Diğer ispatın hatalı olduğunu 1 öğretmen (Z) yine araştırmacının ispatına benzer hükümden hareketle bir ispat yapmıştır.

İspat yapma hususunda ise, her ne kadar ispat yapan 3 öğretmen (A,N,Z) algoritmayı doğru işletselerde ispata başlama hususunda hata yapmışlardır. Terim ve notasyon kullanımında ise bir hata ya da eksiklikleri gözlenmemiştir.

5.hafta iddialarından araştırmacı ikinci ve üçüncü iddia için ispat vermiş, birinci iddia ziyadesiyle bağlaç kullanımı için dikkate alındığından tartışmaya bırakılmıştır.

Öğrenci hatasının farkına varma bağlamında 5 öğretmende ikinci iddiadaki ifadenin yanlış olduğunu belirtmişlerdir. Yine 5 öğretmenin tamamı ispatında hatalı olduğunu ifade etmişlerdir.

Öğrenci hatasının sebebini açıklama bağlamında, 1 öğretmen (S) hatanın sebebini her iki tarafa da 1 sayısının eklenmesinin seriyi bozması olarak, diğer 1 öğretmen (M) de her iki tarafa da 1 sayısının eklenmesinin diziyi bozması olarak ifade etmiştir. 1 öğretmen (N) $n \geq 2$ için n yerine $n-1$ yazılmasında hata olduğunu ifade ederken, diğer 1 öğretmen (A) n yerine $n-1$ yazmanın hata olduğunu bunun tümevarım ilkesi ile çeliştiğini belirtmiş, diğer 1 öğretmen (Z) ise bir açıklama yapmamıştır.

$1+2+3+\dots+(n-1) = \frac{(n-1)n}{2}$ ifadesinde her iki tarafa 1 eklenemez çünkü eklenen bu 1 sayısı seriyi bozar, bozduğu için de seri toplamından bahsedemeyiz.

Şekil 4.81. Öğretmen Suat'ın 5.hafta 2.iddia ispatı ile ilgili görüşü

$n \geq 2$ eşitliğinde n yerine $(n-1)$ yazılması hatalı. Bir de $n \geq 2$ için $n \in \mathbb{Z}^+$ ise $n \geq 2$ demek $2+3+\dots$ diye pitagorasi olmaz. $n \in \mathbb{Z}^+$ için dışlamak gerekiyor.

Şekil 4.82. Öğretmen Naci'nin 5.hafta 2.iddia ispatı ile ilgili görüşü

Temel matematiği derinlemesine anlama bağlamında, bu ispattaki anahtar kavramları 1 öğretmen (S) seri toplamı, 1 öğretmen (M) dizi kavramını 2 öğretmen tümevarım (A,N) yöntemini anahtar kavram olarak ifade etmişlerdir. 1 öğretmen (Z) ise cevap vermemiştir. Yine alternatif bir ispat olarak 5 öğretmen de herhangi bir ispat yapmamıştır.

İspat yapma ile terim ve notasyonları doğru kullanma bağlamında, öğretmenler herhangi bir ispat yapmadıklarından veri elde edilememiştir.

Araştırmacı tarafından doğrudan ispatı verilen üçüncü iddia (bütün N çift), öğrenci hatasının farkına varma bağlamında incelendiğinde, 5 öğretmen de ifade ve ispatın hatalı olduğunu belirtmişler ve kabulün yanlış olmasından dolayı ispatında yanlış olduğunu yazmıştır. Öğrenci hatasının sebebini açıklama bağlamında, çalışma grubundaki 5 öğretmen de kabuldeki yanlışlığı ileri sürmüşlerdir.

Hatası 2 'yi çift olduğunu kabul etmekten kaynaklanmaktadır.

Şekil 4.83. Öğretmen Mahir'in 5.hafta 3.iddia ispatı ile ilgili görüşü

Bence bu ispatı yapan kişi ki ne k'dan ne de k+1'den dolayı tüm doğal sayıları çift düşünmüştür.

Şekil 4.84. Öğretmen Suat'ın 5.hafta 3.iddia ispatı ile ilgili görüşü

Temel matematiği derinlemesine anlama bağlamında, bu ispattaki anahtar kavramları 5 öğretmen de doğal sayı ve tümevarım ilkesi olarak ifade etmişlerdir. İddia yanlış olduğundan bunu ispatlayamayacaklarını ifade etmişlerdir. Öğretmenlerden hiçbiri yanlış kabulden doğru sonuca ulaşabileceğini düşünmemiştir.

4.2.1.2. Odak grup görüşme süreci bulguları

Yukarıda ifade edilen odak grup görüşmeleri öncesi veriler toplandıktan sonra aynı soru çözümleri, ispatlar ve tanımlar ve yine bunlara ek olarak doğrudan araştırmacının verdiği çözüm, ispat ve tanımlar üzerinde çalışma grubunun tamamının ortak tartışmaya katıldığı odak grup görüşme süreci yapılmıştır. Odak grup görüşme süreci video kayıtları transkriptinden elde edilen bulgular aşağıdaki gibidir.

Uygulama planında da ifade edildiği gibi, uygulamanın 2. ve 3. haftaları matematik soru çözümlerindeki hata temelli aktivitelerle ilgilidir. Odak grup görüşmesi

öncesi çalışma grubuna yöneltilen sorular bu aşamada toplu bir biçimde tartışmaya açılmıştır. Bu sürecin uygulaması sırasında yukarıdaki sorulara ilaveten yeni soru çözümleri doğrudan araştırmacı tarafından yapılmış ve bunlar hakkında doğrudan tartışmaya geçilmiştir.

Öncelikle öğretmenlere yazılı görüşlerinin alındığı sorular hakkında tartışma ortamı oluşturulmuştur. Araştırmacının yukarıda ifade edilen sorularla ilgili çözümleri aşağıdadır.

1. $x \in \mathbf{R} - \{0\}$ ve $x + (1/x) = -1$ ise $x^{22} + x^{21} + x^{20}$ ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm 1: $x + (1/x) = -1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0$ olur.

$$x^{22} + x^{21} + x^{20} = x^{20}(x^2 + x + 1) = x^{20} \cdot 0 = 0 \text{ dır.}$$

Çözüm 2: $x + (1/x) = -1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0$ olur.

$$(x-1)(x^2 + x + 1) = (x-1) \cdot 0 \Rightarrow x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = 1 \text{ olup } x^{22} + x^{21} + x^{20} = 1^{22} + 1^{21} + 1^{20} = 3 \text{ tür.}$$

Çözüm 3: $x + (1/x) = -1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 - (1/x)$ olur.

$$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (-1 - (1/x)) + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - (1/x) = 0 \Rightarrow x^2 = 1/x \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = 1 \text{ olup } x^{22} + x^{21} + x^{20} = 1^{22} + 1^{21} + 1^{20} = 3 \text{ tür.}$$

2. “ $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots = ?$ ” sorusunun çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\textbf{Çözüm: } 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots = x \Rightarrow 1 + 2(1 + 2 + 2^2 + \dots) = x \Rightarrow 1 + 2x = x \Rightarrow x = -1/2$$

3. “ $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots = ?$ ” sorusunun çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \textbf{Çözüm: } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots = x &\Rightarrow 1 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots \right) = x \\ &\Rightarrow 1 + \frac{1}{2}x = x \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

Çalışmanın 2.haftasındaki ikinci ve üçüncü çözümler için yazılı görüşlerde öğretmenler başlangıçta her ne kadar üçüncü çözümde sonucun doğru olduğunu ifade etseler de, ikinci çözümdeki pozitif sayıların toplamının negatif çıkmasının bu tür bir çözüm biçiminin yapılmaması kanaatinin uyandırdığını ifade etmişlerdir. Bu çözümleri her ne kadar dizi yerine seri diyerek yakınsaklık ve ıraksaklık bağlamında ifade eden öğretmenin (M) görüşünü ifade etmesi üzerine diğer öğretmenler buna

katıldıklarını ifade etmiş, fakat yine de 1 öğretmen (A) çözümlerin bu şekilde yapılmasının hatalara yol açabileceği için yapılmaması gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca

A: 2. soruda pozitif sayıların toplamı nasıl negatif çıkabilirki hocam?

Z: Aynen hocam.

S: Hocam 2. Sorunun çözümü yanlış, 3. Sorunun çözümü doğru.

A: Hocam gidiş yolu hatalı. 3. soruda pozitif çıkmış doğru olabilir ama gidiş yolu hatalı. Fakat 2. sorunun cevabı böyle olamaz.

M: Hocam yakınsak serilerde oluyor da ıraksak serilerde olmuyor.

A: Aslında hocam yakınsakta da yapmasak daha doğru olur gibi geliyor bana ama yakınsak bir sayıya yaklaştığı için 3. soruda çok bir sıkıntı olmadı. Fakat 2. soruda yakınsak bir değere yaklaşmadığı için sıkıntı bariz bir şekilde görüldü.

Z: Bunlar hiç dikkat etmediğimiz şeyler, belkide unuttuk o yüzden.

N: Soru 2 beni perişan etti. Sonsuz diyorum ama herhalde bir çözüm var dedim. Kendimden şüphe ettim neredeyse.

Temel matematiği derinlemesine anlama, öğrenci hatalarının farkına varma ve öğrenci hatasının sebebini açıklama bağlamında bu iki çözümün tartışması, 5 öğretmenin de aynı fikirde olduğu yakınsaklık-ıraksaklık kavramları ve ıraksaklıkta dizinin bir değere yaklaşmamasının bu tür bir çözüm yolunu yanlışladığı fikri ile son bulmuştur.

Daha sonra bu çözümlerle ilgili araştırmacı, Hint Mihracesi Shirham ile santrancı icat eden baş veziri Sissa Ben Dahir arasındaki aşağıdaki buğday tanesi hikayesini anlatır.

Hint mihracesi Shirham, satranç oyununu icat eden Sissa'nın önünde diz çökerek "Majestem, bu satranç tahtasının ilk karesine 1, ikinci karesine 2, üçüncü karesine 4 ve dördüncü karesine 8 buğday tanesi ve ard arda her bir kareye aynı şekilde bir öncekinin iki misli koyarak 64 kareyi dolduracak kadar buğday tanesi bağışlayınız." der. Bir yandan için için, mucize kabilinden bir oyunu ilk defa bulmuş olan birine cömertçe yapmış olduğu bağış isteğinin hazinesine pek pahalıya mal olmayacağını sessizce düşünen Mihrace, vezirine "Şüphesiz ki isteğin yerine getirilecektir. Fakat pek küçük

bir istekte bulunuyorsun benim sadık vezirim.” Diyerek huzura bir çuval buğday getirilmesini emreder.

Birinci kareye 1, ikinciye 2, üçüncüye 4, dördüncüye 8 buğday tanesi koyarak sayma işi başladığında daha yirminci kareye gelmeden bir çuval bitiverir.

Sayım işi ilerledikçe mihracenin huzuruna daha fazla sayıda çuvalar gelmeye başlar, fakat her an sırada bulunan bir kareye konulması gereken buğday tanesi sayısı bir öncekine nazaran öyle bir artar ki sonunda Mihrace Hindistan’ın bütün buğdayının, Sissa’ya söz verdiği kadarına yetişmeyeceğini anlar.

Bu sözü yerine getirebilmek için, 18 446 744 073 709 551 615 buğday tanesine ihtiyaç vardır. Bu, evrendeki atomların sayısı kadar büyük bir sayı olmasa da yine de oldukça büyük bir sayıdır herhalde. Bir kile (35,23 lt) buğdayda 5 000 000 tane olduğu farz edilirse Sissa’nın istediği buğday miktarı yaklaşık olarak 4 000 milyar kileyi bulmaktadır. Ortalama buğday ürünü bütün dünyada yılda 2 000 000 000 kile olduğuna göre vezirin isteği 2 000 yıllık dünya buğday ürününe yaklaşmaktadır. Böylece Mihrace ya vezirinin ardı arkası gelmeyen bu isteği ile daima karşı karşıya kalmayı veya onun başını uçurmayı tercih edecektir. Burada ne olduğu bilinmez ama eğer Mihrace uyanık bir matematikçi olsaydı ve “64 kare az, ben senin bu satranç tahtandaki karelerin sayısını sınırsız kabul ediyorum ve isteğin doğrultusunda sana buğday versinler.” diye buyursaydı;

$$x = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots$$

$$x - 1 = 2(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{63} + \dots)$$

$$x - 1 = 2x$$

$$x = -1$$

olurdu ki, bu işlemdeki yanlışlık Sissa’nın Mihrace’ye borçlu olduğunu gösterirdi.

Çalışmanın 2.haftasındaki 1.soru çözümlerinin tartışmasında, ilk olarak soru ifadesinde hata olduğunu ifade eden öğretmen (A) burada reel kök olmadığını dolayısıyla böyle bir soru yazılamayacağını ifade etmiştir. Bir diğer öğretmen (S) de verilen ifadeyi iki fonksiyon olarak düşünüp ($x^2 = -x - 1$) bunların grafiklerinden hareket

ettiğinde ortak çözüm olmadığını gördüğünü söylemiştir. Ayrıca öğretmenler bu tür soruların çözümünde rastgele sadeleştirme veya genişletme yapmanın ve yine işlem özelliklerini kullanmayı bilmemenin hatalar doğurabileceğini ifade etmişler, fakat bunu matematiksel açıklamamışlardır.

Burada hatanın sebebi olarak öğretmenler, sorulara bağlı ezbere çözüm tarzlarının kullanılmasını ve soruya bir bütün olarak bakılmamasını söylemişlerdir.

S: bende hocam. $x^2 = -x - 1$ ifadesinin her iki tarafını ayrı ayrı fonksiyon olarak düşündüm. Grafiğe dökünce onların aslında ortak çözümlerinin olmadığını gördüm.

A: Burada diskriminantını hesapladığımızda reel kök çıkmamakta. Eşitliğin bir tarafında 0 olunca lisede biz hemen istenen sayıya bölüyor ya da istenen sayıyla çarpıyoruz. Ama aslında bu yanlış hocam, yapmamalıyız...

M: Bende A arkadaşımıza katılıyorum...

N: Çözüm için bir şey bulamamıştım. Arkadaşlar deyince fark ettim, haklılar. Diğerleride arkadaşların dedikleri...

A: Öğrenci genellikle özdeşlik yakalamaya çalışıyor. Mesela bizimde özdeşlik, çarpanlara ayırma görünce hemen aklımıza bu tür çözümler geliyor...

S: Bende 2. çözümü doğru olarak gördüm ama sonradan fark ettim doğru olmadığını. Cebirsel ifadeleri nasıl kullanacağımızı bilmediğimizden kaynaklanıyor. Tam olarak kavrayamadığımızdan ya da öğrenciye kavratamadığımızdan.

N: Bence soruyu bir bütün içinde görüp görmeme...

A: Aslında hocam sağdan soldan dağılım çok önemli. Öyle kafamıza göre yapıyoruz. Elimize somut bir çözüm gelsin yetiyor.

Z: Bide verilen ifadeyle istenilen ifade arasında anlamlı bir ilişki kurabilme... yani mesela $x^{22} + x^{21} + x^{20}$ yi x^{20} li paranteze aldığı zaman diğer denkleme kullanabilme durumu.

Temel matematiği derinlemesine anlama, öğrenci hatalarının farkına varma ve öğrenci hatasının sebebini açıklama bağlamında 1. soru çözümlerinin tartışmasında, 5 öğretmenin de aynı fikirde oldukları durum ezbere işlem yapma ve soruyu bir bütün olarak algılayamama olarak ifade etmişlerdir. 1 öğretmen (S) çözüm için alternatif olarak fonksiyonlarda eşitlik kavramını kullandığını söylemiştir.

Uygulamanın 3.haftasında araştırmacının bu haftaki sorular için çözümü aşağıdadır.

1. $f:A \rightarrow B$ ve $g:B \rightarrow C$ bire-bir iki fonksiyon olsunlar. $gof:A \rightarrow C$ fonksiyonunda bire-birdir. Gösteriniz.

Çözüm 1: $\forall x_1, x_2 \in A$ için $gof(x_1) = gof(x_2) \Rightarrow g(f(x_1)) = g(f(x_2))$ (g , 1-1)

$$\Rightarrow f(x_1) = f(x_2) \quad (f, 1-1)$$

$$\Rightarrow x_1 = x_2$$

Çözüm 2: $\forall x_1, x_2 \in A$ için $gof(x_1) = gof(x_2) \Rightarrow g^{-1}o(gof(x_1)) = g^{-1}o(gof(x_2))$

$$\Rightarrow (g^{-1}og)of(x_1) = (g^{-1}og)of(x_2)$$

$$\Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

$$\Rightarrow x_1 = x_2$$

2. $(x+3).(2-x)=4$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: $(x+3).(2-x)=4 \Rightarrow x+3=4$ ve $2-x=1$ veya $x+3=1$ ve $2-x=4$

olup buradan $x=1$ veya $x=-2$ bulunur.

Uygulamanın 3.haftasındaki 1.soru çözümlerinin tartışmasında, öncelikle tartışma ifadede “ gof mu? Yoksa fog mu?” olması gerektiği üzerine yoğunlaşmış (N), daha sonra soru ifadesinde örtenliğin verilmesi gerektiği 2 öğretmen (M,N) tarafından savunulmuştur. İfade ve çözümde herhangi bir hata olmadığını yazan 1 öğretmen (Z) tartışma sonrası örtenliğin olması gerektiği düşüncesindeki öğretmenlere (M,N) katılmıştır.

N: hocam soru doğru mu? gof mu? fog mu?

M: bunun doğru olabilmesi için başka bir şey daha olması gerekir hocam.

N: hocam hatalı değil de, eksik gibi geliyor bana ama eksikliğini hatırlayamıyorum...

M: hocam bence f fonksiyonunun örten olduğunu belirtmesi gerekir...

Z: ben başta hatasız olarak düşündüm. Fakat M arkadaşımızın dediği mantıklı...

A: ama zaten şöyle bir şey var yani; fonksiyonlar kendi içinde fonksiyon, kapalılık ve birleşme özelliğini sağlıyorsa bileşke fonksiyonlarda kendi içlerinde sağlıyor. Birebir olması için örten olması şart değil.

A: Ama bizim için g değil gof önemli, f in tanım kümesi önemli. Maalesef tanımlara dikkat etmiyoruz. Sadece öğrencilere soru çözdürüyoruz.

Temel matematiği derinlemesine anlama ve öğrenci hatasının sebebini açıklama bağlamında, tartışmalarda öğretmenler hem fikir olduğu bir sonuç ortaya çıkmamış, 3 öğretmen örtenliğin verilmesi (M,N,Z) gerektiği hususunda ısrar etmiş ve bunun hata sebebi olduğunu söylemişlerdir.

Uygulama planında da ifade edildiği gibi, uygulamanın 4. ve 5. haftaları ispat yapmadaki hata temelli aktivitelerle ilgilidir. Odak grup görüşmesi öncesi çalışma grubuna yöneltilen sorular bu aşamada toplu bir biçimde tartışmaya açılmıştır. Bu sürecin uygulaması sırasında yukarıdaki sorulara ilaveten yeni ispatlar doğrudan araştırmacı tarafından yapılmış ve bunlar hakkında doğrudan tartışmaya geçilmiştir.

Öncelikle öğretmenlere yazılı görüşlerinin alındığı iddialar hakkında tartışma ortamı oluşturulmuştur. Bu iddialar için araştırmacının ispatı aşağıdadır.

1. N (doğal sayılar kümesi) içinde en büyük olan bir n sayısı varsa $n=1$ dir.

İspat: N içinde en büyük olan sayı n olsun.

$$n \neq 1 \Rightarrow n > 1 \Rightarrow n \cdot n > 1 \cdot n \Rightarrow n^2 > n \dots (I)$$

$$n^2 \in N \text{ olup } n \text{ en büyük doğal sayı kabulünden } n > n^2 \text{ dir} \dots (II)$$

$$(I) \text{ ve } (II) \text{ den } n^2 > n > n^2 \text{ olup } n=1 \text{ dir.}$$

2. $a, b \in \mathbf{R}$ ise, $a^2 + b^2 \geq 2ab$ dir.

$$\begin{aligned} \text{İspat: } a^2 + b^2 \geq 2ab &\Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0 \\ &\Rightarrow (a-b)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

olurki her sayının karası sıfırdan büyük ya da sıfıra eşittir. İddia doğrudur.

4.haftadaki 5 öğretmen de ifade hatası olduğunu belirtip, defterlerine ispatlamadıkları ikinci iddia olan Peron teoreminin ispatı için, 1 öğretmen (M) ifadeye göre ispatın doğru olduğunu savunmuş diğer öğretmenler ispatta da hata olduğunu söylemişlerdir.

N: bir şeyler buldum ama bulduğumdan da şüpheliyim. Ben iddianın da ispatın da hatalı olduğunu düşünüyorum.

A: iddia hatalı olunca doğal olarak ispatta hatalı olmuş oluyor.

S: bende aynı şeyi düşünüyorum. İddiada sıkıntı var. Doğal sayılarda bir en büyük sayıdan bahsedebilir miyiz? Orası şüpheli.

A: Doğal ya da tam sayılarda bir sayı alıyorsam bu sayı karesine ya eşittir ya da büyüktür.

A: 1 den büyük aldı. Bir sayının karesi her zaman kendinden büyüktür zaten.

S: bende aynı şeyi düşündüm hocam.

A: bir de son kısımda $n=1$ bulmuş ya; $1^2 > 1 > 1^2$ olmaz ki. Eşitlik olmalı burada.

N: zaten en başta $n \neq 1$ dedik. İspatta $n=1$ diyor. Nasıl oluyor ki?

Z: ben iddiayı düşünmedim. Onu direkt doğru olarak aldım. İspatı da doğru düşünmüştüm. A hocam $n^2 > n > n^2$ eşitliğini söyleyene kadar. Orada eşitlik olsaydı $n=1$ diyebilirdik. Bunu yeni fark ettim.

Temel matematiği derinlemesine anlama ve öğrenci hatalarının sebeplerini tespit ve açıklama bağlamında öğretmenlerin farklı hatalara sahip oldukları tespit edilmiştir.

4.haftadaki ikinci iddia üzerine yapılan tartışmalarda, ispatın yanlış olduğunu daha önceden yazmış olan öğretmen yine bu savını savunmuş, diğer öğretmenler doğruluğu üzerinde görüş ifade etmişlerdir. Bu öğretmenler ispat yapma yerine algoritmanın doğru işletilmesi üzerinden ispatın doğru olduğunu savunmuşlardır.

M: bence ispat doğrudur hocam.

A: hocam bende sizin çözdüğünüz gibi çözdüm. Bir hata göremiyorum o yüzden.

N: hocam bence ispat doğru. İki çeşit yaptım çünkü. Biri $a, b < 0$ durumuna göre bir de rasyonel sayı durumuna göre. Yine böyle çıktı.

S: ...bende doğru diye düşünüyorum.

M: Zaten bütün reel sayıların karesi ya sıfırdır ya da sıfırdan büyük bir sayıdır.

A: Evet özdeşlik, bir sayının karesinin pozitif olması, eşitsizlik kavramı...sorun yok.

N: sıfırın kareside sıfır ...

Z: hocam ben hatalıdır diye düşündüm. Bunun sebebi olarakta ispata verilenle başlayıp ona ulaştığımız için diye düşündüm.

Z: ispatın gerçek anlamda matematiksel olarak ifade edilmemiş...

4.haftadaki diğer bir iddia ispat yapma, öğrenci hatasını tespit ve sebebini açıklama bağlamında düşünülen bir iddiadır. Bu iddia ve ispatı aşağıdadır.

İddia $(-1).(-1)=+1$ dir. Gösteriniz.

İspat:

$(-1).(-1)=1$ olsun.

$$(-1).(-1)=1 \Rightarrow (-1).(-1)-1=0 \Rightarrow (-1).(-1)+(-1)=0 \Rightarrow (-1)[(-1)+1]=0 \Rightarrow (-1).0=0$$

olup son eşitlik doğru olduğundan baştaki kabul doğrudur.

Araştırmacı tarafında ispatlanan $(-1)(-1)=1$ iddiası için, 4 öğretmen ispatın doğru olduğunu söylerken, 1 öğretmen (Z) yanlış olduğunu hükmün hipotez gibi kullanıldığını söylemiştir.

A: İşlemlerde ve paranteze almalarda sorun yok bence doğru

N:Aradaki işlemlerin neden yapıldığını anlamadım ama, ispatın başı ve sonu doğru olduğu için doğru diyorum.

Z: Yanlış hüküm ile hipotez bence karıştırılmış.

S: En başta kabul edilen $(-1)(-1)=1$ ifadesinden yapılan işlemlerin sonunda $0=0$ önermesi elde edilmiş. İspat doğru.

Uygulamanın 5.haftasındaki iddialar ve ispatları aşağıdadır.

1. $x,y \in \mathbf{R}$ olsun. $x+y$ irrasyonel ise, o zaman x veya y irrasyoneldir.

2. $n \in \mathbf{Z}^+$ için $1+2+3+\dots+n=\frac{n.(n+1)}{2}$ ise, o zaman $n=1$ dir.

İspat:

$$1+2+3+\dots+n=\frac{n.(n+1)}{2} \dots\dots\dots (I)$$

idi. (I) eşitliğinde n yerine $n-1$ yazılsın. ($n \geq 2$ için). Bu halde,

$$1+2+3+\dots+(n-1)=\frac{(n-1).n}{2} \dots\dots\dots (II)$$

olur. (II) eşitliğinin her iki tarafına 1 ekleyelim.

$$1+2+3+\dots+(n-1)+1=\frac{(n-1).n}{2}+1$$

$$1+2+3+\dots+n=\frac{(n-1).n}{2}+1 \dots\dots\dots (III)$$

olur. (I) ve (III) ten

$$\frac{n.(n+1)}{2} = \frac{(n-1).n}{2} + 1$$

olup $n=1$ dir.

5.haftadaki birinci iddiada öğretmenler başlangıçta bağlaçları düşünmemişler, sonradan 2 öğretmen (M,Z) “veya” bağlacı ile “ya da” bağlacı üzerinden iddia’daki ifadeyi düşünerek düşüncelerini ifade etmişlerdir. 2 öğretmen (N,S) fikir yürütmemiş, 1 öğretmen (A) bu bağlaçların aynı olduğunu söylemiştir.

Z: “veya” bağlacı olunca x in irrasyonel olmasını, y nin irrasyonel olmasının hemde ikisinin irrasyonel olmasına bakarız. Değer verip baktığımızda da ispatın doğru olduğu açıktır.

M: iddia doğrudur. Reel sayılar; rasyonel ile irrasyonelin kesişiminden oluşur. Rasyonel ile irrasyonellerin kesişimi de boş kümedir. Bunların toplamı irrasyonelse bunlardan birisinin kesinlikle irrasyonel olması gerektiğini düşünüyorum.

N: hocam ben bir neticeye ulaşamadım.

M: “ya da” bağlacı “veya” nın daha darıdır. “Veya” bağlacında birleşim, x ve y vardır. “Ya da” bağlacında ya x ya da y vardır. İkisi birden olamaz. O yüzden “ya da” bağlacı bu ispatı sağlamaz.

A: Ben bunlar aynıdır diye düşünüyorum.

Z: hocam “ya da” bağlacında her ikisinin irrasyonel olma şartı aranmaz. Bu durumda ispat yanlış olur.

5.hafta ikinci iddia için öğretmenlerin yaptıkları tartışmalar tümevarım ilkesi üzerine odaklanmıştır. Yazılı görüşlerini burada aynen tekrar etmişlerdir.

5.haftada üçüncü bir iddia olarak “bütün doğal sayılar çifttir” iddiası ve bunun ispatı doğrudan tartışmaya açılmıştır.

3. Bütün doğal sayılar çifttir.

İspat:

$p(0)$; 0 olup 0 çifttir.

$p(k)$; k dan küçük veya eşit bütün doğal sayılar çift olsun.

$p(k+1)$; $k+1$ doğal sayısı için

$m \leq k$ ve $n \leq k$ olmak üzere m ve n doğal sayıları alınsın. $m, n \leq k$ ise m ve n nin her ikisinde çifttir. $m+n=k+1$ olup iki çift sayının toplamı çift olduğunda $k+1$ de çifttir. $p(k+1)$; $k+1$ den büyük ve eşit bütün doğal sayıların çift olduğu anlamına gelir ki bu durum bütün doğal sayıların çift olduğunu gösterir.

Bütün öğretmenler iddia ve ispatının yanlış olduğunu ve yine ispat yönteminin ve sayıların özelliklerinin doğru kullanılmadığını söylemiştir.

Z: hocam bence ispat hatalıdır. Burada m ve n in ikisinde çift olduğu söyleniyor. Fakat ikisi tek de olabilir. Tek taraflı düşünülerek yapılmış.

S: şekil açısından bir yorum yapamayacağım. Ama $p(k)$ önermesini doğru kabul ettiğimiz için hata oluyor.

N: hocam ben iki tane hata buldum. Biri, arkadaşların dedikleri, diğeri de $p(k)$ yı çift kabul ettiğimizde sıkıntı var.

M: aynen hocam. N ye katılıyorum.

6.hafta tanımlar üzerine tartışmalar öğretmenlerin kendi tanımları üzerinden yapılmıştır. Asal sayı tanımında özellikle 1 sayısının neden asal olmadığı tartışması bu tanım için öğretmenlerin tanımı daha doğru yapmaya çalışmalarına sebep olmuştur.

A: kendisinden ve 1 den başka böleni olmayan sayılardır. 1 hariç sayılardır.

N: 1 ve kendisinden başka hiçbir sayıya bölünemeyen sayılardır.

M: ama sadece pozitif bölen mi hocam? Çünkü 7, -7 ye de bölünebilir.

N: ama en küçük asal sayı 2 diyoruz onuda düşünelim.

A: aynen hocam.

S: bende aynı tanımı yaptım hocam.

H: arkadaşlar peki 1 neden asal sayı değil?

N: hocam ben bunu araştırmıştım. Bi yerde aynen şöyle diyordu: teknik nedenlerden dolayı 1 asal sayı değildir. Bir makalede yazıyordu.

A: $1.1=1$, ondan mı acaba?

H: burada 1 lerden biri kendisi diğeri asal sayı olamazmı.

A: ikisinde aynı olur yine hocam.

M: hocam 1 den büyük doğal sayı ya asaldır ya da asal sayıların çarpımı olarak yazılır diye bir teorem vardı. Burada 1 asalsa 1 i sonsuz şekilde yazabilirim.

A: çarpmaya göre 1 i birim eleman olarak düşüsek.

M: ben bunu düşünmedim, direkt öyle kabul olarak düşündüm.

6.hafta tartışmalarından tam sayı tanımı aynen kendi yazdıkları şekliyle sadece tam sayılar kümesi üzerinden yapılmıştır. İşlem tanımının tartışmasında ise, öncelikle bilinen dört işlem üzerinden tanıma gitmeye çalışan öğretmenler daha sonra işlem tanımına özelliklerden yaklaşılmaya çalışmışlardır.

S: reel sayılarda tanımlı olan dört işlem. Ama bence bunlar birer fonksiyondur. Sadece ad verilmiştir. Diğer işlem için tam bir tanım yapamadım.

N: dört işlemi tanımladım. Diğer işlemi de örnekle açıkladım.

M: her tanımlanan fonksiyon işlem olamaz. Bir kere işlem olması için kapalı olmalıdır. Mesela çıkarma işlem değildir.

A: işlem için grup olması gerekiyor.

H: bölme bir işlem midir?

A: temelde iki işlem vardır derler: toplama ve çarpma.

N: ama o zaman her şey toplamaya dayanır ki.

A: öyle de ama çarpmayı işlemden sayıyorlar.

M: tanımlanacak küme önemlidir. Bir doğal sayıyı böldüğüm zaman doğal sayı çıkmayabilir. Kapalı değil, işlem değildir.

S: bir bütünü ifade eder.

Z: Yıldız, üçgen gibi işlemlerde var.

Uygulamanın 7.haftasında araştırmacı tarafından ilk olarak Doğru-Yanlış türü ifadeler verilmiş ve doğrudan tartışmaya geçilmiştir. Doğru-Yanlış türü ifadeler aşağıdadır.

1. () $5/0$ her zaman tanımsızdır.
2. () $A^2-B^2=(A-B)(A+B)$ özdeşliği her zaman doğrudur.
3. () $(3/5)+(2/7)=(5/12)$ eşitliği her zaman yanlıştır.
4. () $11/7$ sayısı irrasyoneldir.
5. () **R** de $\forall x \exists y (x+y=5)$ önermesi ile $\exists y \forall x (x+y=5)$ önermesi denktir.

Temel matematiği derinlemesine anlama bağlamında incelenen bu ifadelerden ilki olan $5/0$ ile ilgili ifadede 5 öğretmende bu ifadenin tanımsız olduğunu söylemiş,

bunlardan 1 öğretmen (A) buna ilaveten limit kavramında bunun tanımsız olmadığını söylemiştir.

Bir diğer ifade olan iki kare farkında ise, 3 öğretmen (Z,S,N) bu özdeşliğin her zaman doğru olduğunu, 1 öğretmen (M) bunun kompleks sayılarda doğru olmadığını ifade etmiştir. Bir öğretmende irrasyonel sayılarda bunun geçerliliğinden şüphe duyduğunu ve işlemin nasıl ve nerede tanımlandığının bu cevabı vermek için gerekli olduğunu söylemiştir.

$(3/5)+(2/7)=(5/12)$ ifadesinde ise yine öğretmenlerin tamamı bunun yanlış olduğunu söylemiştir. Sonradan 2 öğretmen (A) bu toplamın bilinen toplama için yanlış olduğunu, fakat toplamının nasıl tanımlandığının önemli olup bu ifadeyi doğru yapabileceğini söylemiştir.

Öğretmenler, öğrenci hatasının sebebi olarak rasyonel sayılardaki toplama işlemini bilmemeyi söylemişlerdir.

“11/7 irrasyoneldir” ifadesi için 3 öğretmen (Z,N,M) bunun yanlış olduğunu söylerken 2 öğretmen (A,S) bu ifadenin doğru olduğunu söylemişlerdir. Bu iki öğretmen 11 i 7 ye böldüklerinde virgülden sonraki sayıların devam ettiğini söylemişlerdir. Diğerleri ise rasyonel sayı tanımından bunun rasyonel olduğunu söylemişlerdir. Sonradan 1 öğretmen (A) kesir çizgisinin bölme manasında kullanılmış olup olmadıklarını bilmediğini söylemiştir.

R de $\forall x \exists y (x+y=5)$ önermesi ile $\exists y \forall x (x+y=5)$ önermelerinin denkliği için 1 öğretmen (A) bunun doğru olduğunu söylerken 2 öğretmen (M,N) bunun doğru olmadığını, 2 öğretmende (Z,S) doğru olamayabileceğini söylemiştir. Öğretmenlerden 1 öğretmen (M) birincinin totoloji ikincinin çelişki olduğunu, 1 öğretmen (N) birincinin mantıklı ikincisinin mantıksız olduğunu, 2 öğretmen yer değişmiş olmalarının kendilerinde şüphe uyandırdığını söylemişlerdir. 1 öğretmende (A) yer değiştirmenin bir şey değiştirmeyeceğini söylemiştir.

M: Birincisi totoloji, ikincisi çelişkidir.

N: İkisi birbiri ile aynı anlamda değildir. Birincisi mantıklı fakat ikincisini yazamayız.

A: Bence aynı anlama geliyordur. Sadece şöyle bir fark olabilir: Birinci önermede ilk şart her x için y bul, her x ön planda, ikinci önerme bazı y ler için her xşartı aranacak.

Z: Niceleyicilerin yeri farklı olduğundan sonuç farklı olacaktır.

S: Anladığım kadarıyla bir öncelik önemi var. Birbirini şekillendirme...

6. hafta iddialardan biri kart aşağıdaki kart sorusudur.

İddia: Polis memuru Jack Dawe, polis teşkilatında verilen dedektiflik ilanına başvurmuştur. Polis teşkilatı tarafından görüşmeye çağrılmıştır. Birinci sınıf bir dedektif olmak için gerekli mantık becerilerine sahip olduğunu kanıtlamak üzere bir yetenek sınavını geçmesi gerekmektedir. Bu sınav için kendisine dört kart verilir ve kartların, kesin bir kurala göre üretilmiş oldukları söylenir: “bir yüzünde çember olan kartın öteki yüzü sarıdır.” Her kartın bir yüzünde şekil öteki yüzünde ise renk olduğu da kendisine söylenmiştir. Sınavı geçmek için Jack Dawe’un yapması gereken, üretim kuralının doğru şekilde uygulanıp uygulanmadığını saptamak için dört karttan en az sayıda hangisinin ya da hangilerinin arkasını çevirmek gerektiğini belirlemektir. Üretim kuralının uygulanıp uygulanmadığını kontrol edip yetenek sınavını geçebilmek için Dawe’un hangi kart ya da kartların arkasını çevirmesi gerekir?

Kart sorusunda hiç bir öğretmen verilen ifadeyi önerme çerçevesinde düşünmemiş, sadece kendilerince akıl yürütmelerde bulunmuşlardır. 4 öğretmen (A,N,M,Z) çember ve sarı renkli kart cevabını vermişler, sadece 1 öğretmen (S) çember ve kırmızı kart cevabını vermiş olmasına karşın bunu denk önerme ile açıklayamamıştır.

7. hafta bir diğer iddia $1/(x+1) \neq 1/(1+x)$ iddiasıdır. Araştırmacı bölme işlemleri yaparak bu iddiayı aşağıdaki gibi ispatlamıştır.

$$\begin{array}{r|l} 1 & 1+x \\ 1+x & 1-x+x^2-\dots \\ \hline -x & \\ -x-x^2 & \\ \hline x^2 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} \frac{1}{1+\frac{1}{x}} & \frac{x+1}{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}-\dots} \\ \hline -\frac{1}{x} & \\ -\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2} & \\ \hline \frac{1}{x^2} & \end{array}$$

5 öğretmende hem iddia hemde ispatında hata olduğunu söylemiştir. İspattaki hatalar için, 1 öğretmen (S) ilk bölme işleminin, 1 öğretmen (M) ikinci bölme işleminin hatalı olduğunu söylemişlerdir. 1 öğretmen (Z) bu tür bir çözümün ispat değil ancak doğrulama olabileceğini onunda zaten yanlış olduğunu söylemiştir.

Temel matematiği derinlemesine anlama bağlamında, öğretmenlerin tamamı bunları rasyonel ifadeler olarak düşünmüşlerdir. Yine bölme işleminde kalan ve bölüm'ün derecesinden bahsetmişlerdir.

Öğrenci hatasını tespit ve sebebini açıklama bağlamında, 1 öğretmen (M) bölme işleminin bölenin derecesine göre yapılmaması ve bölende ilk terimi dikkate almama olarak söylemiştir. 2 öğretmen (S,N) bölümün derecesinin bölenin derecesinden büyük olması ve $1+x$ te önce x yerine 1 i hesaba katması olarak ifade etmiştir. 1 öğretmen (A) polinomlarda bölme için payın derecesi paydadan büyük olmalı derken, 1 öğretmen (Z) yorum yapmamıştır.

M: Polinom bölmesinde bölen polinomun en büyük olan dereceli terimine dikkat edilmemiş görülüyor. Birincisi yanlış ikincisi doğru

S: Bence asıl ikincisi yanlış...

A: 1, $1+x$ e bölünmez öyle bırakılır.

N: Evet zaten en sade haliyle verilmiş... yani $1/(1+x)$ şekliyle sorun teşkil etmezki...

N: Birde birincide bölme yaptığımız halde derecesi artıyor... Kalan bölenden küçük olmalı...

Uygulamanın 8. haftası çalışmaya katılan öğretmenler tarafından yapılmıştır. Öğretmenlerde 2 öğretmen (M,S) hazırladıkları hatalar üzerine ve yine öğretmenler tarafından yapılmıştır.

Öğretmenlerden biri bir kaynaktan aldığını söylediği “Bir aritmetik dizide ilk n terim toplamı $S_n = n^3 - 2n^2$ olduğuna göre dizinin 4.terimi kaçtır? A)23 B) 24 C) 25 D)26 E)27” sorusunu arkadaşlarına yöneltmiştir. Öncelikle defterlerine çözüm yapan öğretmenlerin hepsi ilk cevap olarak A seçeneği 23 ün doğru olduğunu belirtmişlerdir. Fakat araştırmacı bu soruyu şu şekilde çözmüştür:

$$S_1 = a_1 = -1$$

$$S_2 = a_1 + a_2 = 0 \text{ ve buradan } a_2 = 1$$

$S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 8$ ve buradan $a_3 = 9$

$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 32$ ve buradan $a_4 = 23$ bulunur.

Dizinin terim bulma formülünden ise daha farklı sonuçlar çıkmaktadır:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$a_1 = -1$ olup buradan

$$a_2 = (-1) + d$$

$1 = (-1) + d$ olup buradan $d = 0$ bulunur.

$$a_3 = (-1) + 2d$$

$a_3 = (-1)$ olarak bulunur ki bu da yukarıda bulunan a_3 terimiyle örtüşmemektedir.

Öğretmenlerden bir diğeri Hızarcı ve Elmas (2005)'ın makalesinde tartıştığı “Birinci dereceden bir $p(x)$ polinomu için $p(4-p(x-1)) = 3x+4$ ve $p(2)=1$ ise $p(3)$ ün değeri kaçtır?” sorusunu şu şekilde çözmüştür: “ $x=3$ alınırsa

$$p(4-p(3-1)) = 3 \cdot 3 + 4 \Rightarrow p(4-p(2)) = 13 \Rightarrow p(4-1) = 13 \Rightarrow p(3) = 13”$$

Diğer öğretmenler bu çözümün doğru olduğunu ve bir hata olmadığını söylemişlerdir.

4.2.2. Günlükler

Çalışmanın 2. haftasından itibaren çalışma grubundaki öğretmenlere defterler dağıtılmış ve her bir uygulama sonrası diğer uygulamaya kadar yapılan aktiviteler paralelinde günlük tutmaları istenilmiştir. Her yapılan uygulama sonrası günlüklerine uygulama süreci, kendi matematikleri, matematik ve matematikte hatalar ile bunlar dışında da yazmak istedikleri herhangi fikirlerini serbest bir biçimde yazmaları istenilmiştir. Öğretmenlerin günlüklerinde yazdıkları fikirler; hata temelli aktivitelerle ilgili görüşler, kendi özdeğerlendirmeleri, matematik ve matematiksel hatalar ve serbest fikirler temalarında incelenmiştir.

4.2.2.1. Hata temelli aktiviteler hakkındaki görüşler

Çalışmanın 2. hafta uygulamaları sonrası başlatılan günlüklerde çalışma grubundaki öğretmenlerin HTA ile ilgili görüşleri aşağıdaki gibidir.

Çalışma grubundaki öğretmenler ilk uygulama sonrasında başlayarak tuttıkları günlüklerinde, HTA uygulamalarının matematik alan bilgilerine olumlu bir katkısının olduğunu, kendilerinde gerek bilişsel ve gerekse duyuşsal olumlu bir etki meydana getirdiğini ifade etmişlerdir. İlk uygulamadan itibaren öğretmenler HTA uygulama sürecinin; güzel, zevkli, eğlenceli olduğunu (N), hoşlarına gittiğini (S), bundan memnun olduklarını (M), ifade ederken, ilk uygulama sonrası 1 öğretmen (A) kapsamlı cevap aramanın kendisine biraz zor geldiğini ifade etmiştir.

Sorub sorubun gerekir ama çok kapsamlı cevaplandır-
mak zor geliyor.

Şekil 4.85. Öğretmen Aslı' nın HTA hakkındaki ilk görüşü

Ders süreci şu ana kadar çok
zevкли ve eğlenceli.
yeterince anlaşılır, etkili ve de
insanın ufkunu açacak şekilde
işliyor. Bunlar benim için yeterli.

Şekil 4.86. Öğretmen Naci' nin HTA hakkındaki ilk görüşü

HTA uygulamaların duyuşsal etkileri; ilgi ve isteği artırma (M,S), merak artışı (A), araştırma yapmaya sevk etme (M,N) ve dikkatteki artış (M,N,Z,A,S), şüphe duygusu (N,A) olarak ifade etmişlerdir. Ayrıca 1 öğretmen (Z) ilk hafta sonunda “kendisinde bir şeyler ortaya koyma cesaretinin geldiğini” belirtmiştir. Bu öğretmen ilerleyen uygulamalar sonrası yazdığı bir günlüğünde kendini daha rahat ifade etmeye başladığını yazmıştır. Diğer 1 öğretmen (A) teorem-ispate denilince önceleri korkuyor ve bundan uzaklaşma yerine şimdi bunlara karşı ilgi ve merak düzeyinin arttığını belirtmiştir. İlerleyen süreçte çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamı günlüklerinde uygulamayı sabırsızlıkla beklediklerini yazmışlardır. Yine 1 öğretmen (N) HTA

uygulamaları sayesinde matematikle gerçekten uğraştığını hissettiğini, matematiğe daha çok değer vermeye başladığını yazmıştır.

Duyusal açıdan ise derse karşı ilgili ve istekli olmayı başladığımı söylemek istiyorum.

Şekil 4.87. Öğretmen Mahir' in HTA duyusal hakkındaki ilk görüşü

Duyusal açıdan dersin içeriğine karşı ciddi bir ilgi duyuyorum. Her hafta işleyeceğimiz dersleri dikkatle görüyorum. Ayrıca internetten ve elimde geçen bazı kaynaklardan gözden farklı olan soruları arıyorum.

Şekil 4.88. Öğretmen Suat' ın HTA duyusal hakkındaki ilk görüşü

Duyusal Açıdan = Yetersiz olduğumu düşünmekle beraber basit şekilde ispatları gördükçe ilgi ve merak düzeyim arttı. Eskisi gibi teorem - ispat derince çok korkuyordum (iddia)

Şekil 4.89. Öğretmen Aslı' nın HTA duyusal hakkındaki görüşü

basit gibi görünen kavramlardan yola çıkarak, içinde matematikle uğraşmaya yönelik hisler kabarıyor. Matematikler zevk almama, değer vermeme katkısı sağlıyor bu ders.

Şekil 4.90. Öğretmen Naci' nin HTA duyuşsal hakkındaki görüşü

Özellikle bu dersi aldıktan sonra matematikle ilgili araştırma yapma alışkanlığım özellikle arttı. Mesela lise de öğrencilere anlattığım ama kavramsal temelini tam olarak bilmediğim coğrafya kavramı artık araştırıyorum, nerden - nasıl düştüğünü vb. durumları ilgilie araştırıyorum. Ders öncelikle de şöyle bir değişiklik oldu. Bir konunun kavramsal temellerini, tarihi gelişimini vs. bilmek gerek konuyu anlatırken ve anlamaya çalışırken çok faydalı oluyor.

Şekil 4.91. Öğretmen Suat' ın HTA duyuşsal hakkındaki görüşü

HTA uygulamaların bilişsel etkileri; düşünmeye teşvik etme (N), farklı düşünme (S), farklı ve yeni bakış açısı geliştirme (N), eleştirel bakma (Z,N), bilinçlenme, anlamlı ve verimli bir zihni aktivite (Z), dikkat gelişimi (A,S), derinlemesine etraflı düşünme (S,Z), derinlemesine irdeleme (A,N,S), ufuk açma (N), farkındalılık artışı (A), okuma-yazma-dinlemede özenli olma (A) ve öğreticilik (A) biçimindedir.

HTA'nın MAB bakımından bilişsel etkileri olarak öğretmenler; kavramları hatırlatma ve bilgileri tazeleme (M,S), bilgileri yenileme (M), yeni kavramlar öğrenme (S,N,Z), kavramları anlamlandırma (S), nitelikli soru hazırlama bilinci (Z), verileri daha dikkatli inceleme (A), kavramsal temelleri sezme (N), alternatif çözümler geliştirme (N), verilenlere farklı açılardan bakma ve irdeleme (N), temel bilgileri tekrar ve yapılandırma (Z), farklı ispatlar düşünme (Z), bir kavramla ilintili kavramları düşünme (A), soru, iddia ve çözümlere eleştirel bakma (N,Z), farklı açılardan soru çözümü ve ispat (Z), bilgi haznesinde genişleme (M), ezberden kurtarma, can alıcı bilgi elde etme (A) ve akılda kalıcılık (A) biçimindedir.

Öğrencilerin daha iyi seviyede olsa ben de
bu tarz etkinlikler kesinlikle yapıyorum.
Benzer konular bu şekilde akılda daha iyi
kalıyor ve ilgi çekiyor.

Şekil 4.92. Öğretmen Aslı'nın HTA hakkındaki bilişsel görüşü

Böylelikle eğitimcilerin, uzmanların,
öğretmenlerin daha nitelikli sorular
hazırlamaları gerektiği bilincine varıyorum

Şekil 4.93. Öğretmen Aslı'nın HTA hakkındaki bilişsel görüşü

Ders esnasında herhangi bir iddia, teorem, soru üzerinde yaptığımız tartışmalar ufku mu açıyor. Hele ez son derste bir hocamızın "veya" ve "ya da" arasındaki farkı anlatması, çok hoşuma gitti ve çok da istifade ettim. Dersimizde sürekli bu tarz şeyleri tartışmak, bieri sınırdanlıkta kurtarıp, farklı gözlem yolları, dikkat kavramı vb. konularda geliştirdiğini düşünüyorum.

Şekil 4.94. Öğretmen Naci' nin HTA hakkındaki bilişsel görüşü

Matematik alan bilgisi açısından, ders süreci içerisinde, soru çözüm ve tartışmalar esnasında temel bazı bilgilerimizi tekrar etme olanlığı bulduğumuzdan inanıyorum. Dolayısıyla, sadece kendi kendime çalışarak bilgilerimi tekrar edebileceğim düşünceşinin ötesinde ders içerisinde de matematik alan bilgisi tekrar etme ve geliştirme olanığım vardır diye düşünüyorum. Dolayısıyla, pozitif bir değişim gerçekleşmektedir.

Şekil 4.95. Öğretmen Zuhâl' in HTA hakkındaki bilişsel görüşü

Dersin matematik alan bilgimi tazelediğini düşünüyorum. Bilişsel açıdan kavramları hatırladığımı farkına varolm.

Şekil 4.96. Öğretmen Mahir' in HTA hakkındaki bilişsel görüşü

Bilişsel açıdan şöyle bir şeyler karttığını düşünüyorum; artık hangi tür soruyla hangi konuyla karşılaşsam, ilk düşündüğüm şey o konunun kavramsal temelleri. Özellikle de sorularda sorunun çözümüne geçmeden sorunun kavramsal temellerini düşünüp, sorunun gerçekte soru olabilme özellikleri taşıyıp-taşımadığı dikkat ediyorum.

Şekil 4.97. Öğretmen Suat' ın HTA hakkındaki bilişsel görüşü

4.2.2.2. Kendi özdeğerlendirmeleri

Çalışma grubundaki öğretmenlerin MAB hakkındaki kendi özdeğerlendirme verileri ilk olarak uygulamalar başlamadan önce Özdeğerlendirme Ön Tanı Testi'nden elde edilmiştir. Burada ise ilk uygulamadan başlamak üzere ve daha sonraki uygulama süreçleri sonrası çalışma grubundaki öğretmenlerin günlüklerine yazdıkları, yansıttıkları kendi özdeğerlendirmeleri ile ilgili bulgular yer almaktadır.

İlk uygulama sonrasında itibaren çalışma grubundaki öğretmenlerden bazılarının günlüklerinde buna yer verdikleri görülmüştür. İlk uygulamalar sonrası 2 öğretmen (A,S) daha önce soruyu gördüklerinde doğrudan çözüme geçtiklerini şimdi ise daha kavramsal düşünmeye ve verileri irdelemeye ihtiyaç olduğunu yazmıştır.

artık karşına bir problem vb. geldiği zaman
direk çözüme geçmektense, problemin vb.
nın kavramsal temellerini de 1982 önünde
bulunduruyorum.

Şekil 4.98. Öğretmen Suat' ın kendi özdeğerlendirmesi

İstiyordum; artık hangi tür soruyla karşı
karşıya karşılaşırsam, ilk başladığımda eğer o
konunun kavramsal temelleri. Özellikle soru-
larda sorunun çözümüne geçmeden sorunun
kavramsal temellerini düşünüp, sorunun gerçekte
sorun olabilme özellikleri taşıyıp-taşımadığı
dikkat ediyordum.

Şekil 4.99. Öğretmen Suat' ın kendi özdeğerlendirmesi

1 öğretmende (N) önce ezbere yaptığı işlemleri şimdi irdelemesi gerektiğini
gördüğünü ve soruyu bir bütün olarak ele alması gerekliliğini fark ettiğini yazmıştır.

Soruları söze keş, soruyu bir büt-
tün olarak ele alıp, böylece sözmeniz
perpektifini kavradım

Şekil 4.100. Öğretmen Naci' nin kendi özdeğerlendirmesi

Uygulamanın ilerleyen süreçlerinde öğretmenler kendi özdeğerlendirmelerini eleştirel boyutta daha fazla yazmaya başlamışlardır. 3 öğretmen (A,Z,S) daha önce karşılaştıkları çözümleri irdelemeden kabul ettiklerini, şimdi ise her yönüyle analiz etmeye çalıştıklarını yazmışlardır.

Her hafta daha çok farklılığım ortaya
~~Şö~~ Soruları görünce acaba buralı hangi
 kavram / tanım ön planda diyorum. ~~Şö~~ Bundan
 sonra tanımlara daha dikkatli bakacağım

Şekil 4.101. Öğretmen Aslı' nın kendi özdeğerlendirmesi

Katılımcı olarak sorulara ve çözümlere
 analitik bakarak analiz etmeyi, bu analiz
 le hataları fark etmeyi sağlıyor. Böylece
 ders ; soru ve çözüm sürecinden ziyade
 soru kökü analizi ve farklı çözüm stratejile-
 rini içeren daha anlamlı ve verimli
 bir süreç oluyor.

Şekil 4.102. Öğretmen Zühal' in kendi özdeğerlendirmesi

Ayrıca 1 öğretmen (Z) daha önce tartışmalara katılmazken şimdi katılma isteğinin arttığını ve bundan mutluluk duyduğunu yazmıştır. Yine 1 öğretmen (A) teorem ispatı konusunda yetersizliğini fark ettiğini, önceleri ispatlarla karşılaşmak istemezken şimdi ise ilgi ve merakının arttığını ve teorem ispatlarına karşı ön yargısının kırıldığını yazmıştır.

Bilgisel Aaidan $\rightarrow$ Teorem-İspat devline
bilgimin, ifadelerimin çok yetersiz olduğunu
düşünüyorum. Üniversitedeki ders işleme
sürecinden ileri geliyor.

Duyusal Aaidan = Yetersiz olduğunu düşün-
mekle beraber basit şekilde ispatları görü-
ce ilgi ve merak düzeyim arttı. Eskiisi gibi
teorem-İspat devline çok korkmuyorum

Şekil 4.103. Öğretmen Aslı' nın kendi özdeğerlendirmesi

Daha önceden soruları gözüp, üzerinde
gerektiği gibi tartışamazken, artık bir
soruya baktığımda soruyu her yönü-
yle analiz etmen gerektiğini öğrenen-
rek, tartışmalara verimli bir şekilde
katılabildiğime inanıyorum.

Şekil 4.104. Öğretmen Zuhul' in kendi özdeğerlendirmesi

2 öğretmen (Z,S,A) önceleri rastgele soru yazarken şimdi daha dikkatli
olduklarını ve daha nitelikli soru yazmaya çalıştıklarını yazmışlardır. Yine öğretmenler
önceleri araştırma yapmazken şimdi ise sürekli bir araştırma yapma isteklerinin
olduğunu yazmışlardır. 1 öğretmen (N) bildiğini zannettiği kavramları aslında tam
bilmediğini gördüğünü yazmıştır.

Kendime ~~çok~~ göre soruları nasıl sorul-
saydı yanlış olurdu, şu basamakta söyle
yapsam daha mı anlamlı olurdu?
sorulara eleştirel bakmayı, sorgulamayı en önem-
alırım.

Şekil 4.105. Öğretmen Aslı' nın kendi özdeğerlendirmesi

Bizim biliyor zannettiğimiz, sok
sıradan olarak gördüğümüz soruların
altında neler yattığını görmek memnu-
niyet verici bir şey.

Şekil 4.106. Öğretmen Naci' nin kendi özdeğerlendirmesi

1 öğretmen (A) ispatla doğrulamayı önceleri aynı zannederken şimdi farkını
gördüğünü yazmıştır.

Uzun zamandır hiç bakmadığım konulara bak-
 tım. Teorem - İspat ile ilgili kısa hatırlatıcı
 bilgiler elde ettim. Sorularda ^{tanım} kümelerin
 nasıl tanımlandığı, ispatların hangi metotla
 yapıldığını (kısmen), ~~yok~~ ispat mı yoksa tek
 değerlerin mi doğrulanmış yapılmış onun
 farkına daha iyi vardım.

Şekil 4.107. Öğretmen Aslı' nın kendi özdeğerlendirmesi

4.2.2.3. Matematik ve matematiksel hatalar

Çalışma grubundaki öğretmenlerin, ilk uygulamadan itibaren her zaman olmasada günlüklerine hatalı matematik soru ve çözümleri yazdıkları tespit edilmiştir. Bunların bir kısmı öğretmenlerin daha önce karşılaştıkları hatalar iken bir kısmı da yeni karşılaştıkları hatalardır.

Öğretmenlerin daha önceden karşılaştıkları hatalar olarak, 1 öğretmen (M) tanım kümeleri verilmeden fonksiyonlarda yapılan toplama işlemi, 1 öğretmen (Z) kesirlerde bölme işlemi, ifadenin alabileceği en büyük ve en küçük değer, tanım ve değer kümelerine dikkat edilmeden çözülen soruları, sonucu doğru fakat kurgusu yanlış olan çözüm ve ispatları ve bileşik orantıda karşılaştığı hatadan bahsetmiştir. Yine 1 öğretmen (A) tanım kümesi yanlış ya da eksik verilmesi ile ilgili ve yine fonksiyon grafiğindeki sivri uçta türev olup olmaması ile ilgili hatalar yazmıştır. Aynı öğretmen ayrıca kenar-
 açılı bağıntısında dar veya geniş açının tam tespit edilmeden işleme geçilmesinde hata yapıldığını yazmıştır. 1 öğretmende (N), sifıra bölme, mutlak değerli ifadeyi dışarı çıkarırken önüne eksi işareti koyma, ve $a \Rightarrow b$ önermesi ile $b \Rightarrow a$ ifadesinin aynı görülmesini hatalar içinde yazmıştır.

Öğretmenlerin bu süreçte karşılaştıkları hatalar için; 1 öğretmen (Z) işlemdeki birim eleman özelliğinde yapılan hata, soru ifadesine dikkat edilmediğinde yapılacak

hata ile $2=0$ hatasını, 1 öğretmen (A) $n!=(n+1)!$ hatasını, 2 öğretmen (N,S) $1=-1$ hatasını ve 1 öğretmen (N) doğru parçası paradoksunu yazmıştır.

Çalışma grubundaki öğretmenlerin uygulama sürecinde günlüklerine matematik ile ilgili bilgiler yazdıklarıda tespit edilmiştir. Özellikle araştırmaya başladıktan sonra daha önce duymadıkları matematiksel bilgiler elde ettiklerini ve yine daha önceden bildikleri kavramlar hakkında farklı şeyler öğrendiklerini günlüklerine yazmışlardır. Bunlar içerisinde bazıları; Peano belitleri, ZFC(Zermelo-Freankel Küme Kuramı), Bell sayıları, Goldbach sanısı, Mersenne sayıları, Slowinski ve Schnoeder'in asal sayı çalışmaları ve kendilerine ilginç gelen sorular, çözümler, iddia ve teoremlerdir.

Çalışma grubundaki öğretmenlerden bazıları uygulamalar sonrası bu uygulamalardaki hataları günlüklerinde tartışmışlardır. Bunda ise uygulama sürecinde hatalarla ilişkili bazı fikirler yazdıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin bazı uygulamalar sonrası günlüklerine uygulamalardaki hatalarla ilgili uygulama esnasında söylediklerini gerek teyit edici gerek yeni fikirler ve gerekse de kendi söylemlerine karşı fikirler yazmışlardır. Örneğin 1 öğretmen (S) uygulama sürecinde kendi söylediklerini destekleyici bir açıklama yapmaya çalışmıştır. 2.hafta uygulaması birinci sorusu ilk çözümdeki hata için günlüğüne “sonucun sıfır olması $x=0$ ı gerektirirki bu yanlıştır” biçiminde yazmıştır. Yine “ $a^2+b^2 \geq 2ab$ ” iddiasında araştırmacının yaptığı ispata uygulama esnasında doğru diyen 1 öğretmen(N) günlüğüne “bu ispata $(a-b)^2 \geq 0$ dan başlanması gerekir” diye yazmıştır.

4.2.2.4. Serbest fikirler

Çalışma grubundaki bazı öğrenciler Geogebra ve Mathematica programlarında işlem yapma ile ilgili serbest fikirlerini yazmışlardır. Özellikle asal sayılarla ilgili kurallar ve bazı sayıların asallığı ile ilgili kendilerine ilginç gelen uğraşlardan bahsetmişlerdir. Yine bu programlarda şekil ve grafik çizme ile ilgili fikirler yazmışlardır.

Buğün asal sayılarla ilgili "1" in
neder asal olamayacağına dair bir kaç
sey buldum. Söyle ki:

Buğün GeoGebra dersi için.
fonksiyonlar ve limit konular
hakkında materyaller araştırdım.

Şekil 4.108. Öğretmen Naci' nin kendi özdeğerlendirmesi

4.2.3. Gözlem Bulguları

Gerek araştırmacının uygulamalar esnasında yazılı olarak tuttuğu yarı-yapılandırılmış gözlem formundaki notlar ve gerekte izlenen videolardan elde edilen bulgular aşağıdadır. Gözlem bulguları; aktivitelerle ilgili ilk tepkiler, ilgiler, merak, kaygı ve endişe, güven ve istek temalarında ele alınmıştır.

Çalışma grubundaki öğretmenlerin “soruyu gördüklerinde ilk tepkileri” ile ilgili bulgular aşağıdaki gibidir.

Uygulamanın ilk haftası olan çalışmanın 2.haftasında çalışma grubundaki öğretmenler araştırmacı tarafından yapılan soru çözümlerini ilk gördüklerinde hepsinde bir şaşkınlık olduğu tespit edildi. İlk sorular sorulduğunda yanlış cevap verme kaygısı taşıdıkları gözlemlenmiş, çözümlerle ilgili fikirleri merak içerisinde bekledikleri gözlenmiştir. Araştırmacının ılımlı yaklaşımı ve teşviğiyle yavaş yavaş sorularla ilgili açıklamalara başlamışlardır. Fakat ilk haftalarda ilk söz hakkını kimse almak istememiş, araştırmacının kendilerinden görüşlerini isteyinceye kadar görüş beyan etmemişlerdir. Uygulamadaki aktivitelere karşı yabancılik çektikleri gözlenmiştir. İlerleyen haftalarda, araştırmacının gerek soru çözümü ve gerekte ispatlarda yaptıklarına karşı şaşkınlıkları devam etmiştir. Merakları artarak devam etmiş, cevap verme kaygıları zamanla azalmış hatta çok rahat fikir beyan eder duruma gelmiş, daha girişken olmuşlardır.

Çalışma grubundaki öğretmenlerin “uygulamalara olan ilgileri” ile ilgili bulgular aşağıdaki gibidir.

Çalışma grubundaki öğretmenlerin uygulamalara olan ilgileri daha ilk uygulamalarda gözlenmeye başlamıştır. Bununla birlikte her geçen hafta izlenen uygulama süreci daha da hoşlarına gitmiş ve ilgileri daha da artmıştır.

Çalışma grubundaki öğretmenlerin “merakları” ile ilgili bulgular aşağıdaki gibidir.

İlk hafta sürece başlamadan önce neler yapacaklarını merak ediyorlardı. İlk hafta bu sürecin nasıl olacağını anlamışlardı. Görüşmeler esnasında sorulan sorular çalışma grubunun dikkatini çekmiş ve her geçen hafta uygulamalara olan ilgiler daha da çok artmıştı. Her hafta geldiklerinde bu sefer nasıl sorular göreceğiz diye soruyorlardı. Her hafta kendileri de ilginç sorular getirmeye çalışıyorlardı.

Çalışma grubundaki öğretmenlerin “kaygı ve endişeleri” ile ilgili bulgular aşağıdaki gibidir.

İlk haftalarda kaygı ve endişeleri çok fazlaydı. Hatta bunu dile getirenler oldu. Hatalı çözeriz, yanlış cevap veririz diye çekiniyoruz diyenler oldu. Fakat ılımlı yaklaşımlarla ve esas amacımızın sürekli belirtilmesi ile kaygı ve endişeler her geçen hafta azalmaya başladı.

Çalışma grubundaki öğretmenlerin “kendilerine güvenleri” ile ilgili bulgular aşağıdaki gibidir.

Kimisinin ilk başta kendilerine olan güvenleri fazlayken, kimisinin de yok denecek kadar azdı. Sorular soruldukça bazıları çelişkiye düşmeye başladı ve kendilerine olan güvenleri kırılmaya başladı. Fakat her geçen hafta yapılan aktivitelerle birlikte kendilerinde olan gelişimleri fark edebilmişler ve sorulara olan yaklaşımlarında kendilerine olan güvenleri artmıştı. Bu durumları görüşmede de kendileri göstermiştir.

İlk haftalarda yanlış cevap vermekten çekindikleri gözlenen öğretmenler, süreç içerisindeki yaklaşımlar ve grup görüşmelerinde olan olumlu etkileşim ile bu çekincelerini kırdıkları gözlenmiştir. Sonraki haftalarda çekinmeden kendilerine daha çok güvenerek açıklama yapabilmişlerdir

Çalışma grubundaki öğretmenlerin “uygulamalara olan istekleri” ile ilgili bulgular aşağıdaki gibidir.

Çalışma grubundaki öğretmenler ilk uygulamadan başlamak üzere, uygulamaların yapılmasına ilişkin istekleri sürekli artan bir ivme izlemiştir. Süreç hoşlarına gittikçe derse olan istekleri daha da artmıştır.

4.3. Hata Temelli Aktiviteler Sonrası Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Matematik Alan Bilgilerine İlişkin Bulgular

4.3.1. Son Tanı Özdeğerlendirme Yazılı Görüş Almadaki Bulgular

Aktiviteler sonrası tekrardan çalışmaya katılan Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin yazılı görüşlerine başvurularak Matematik Alan Bilgilerine ilişkin kendilerini nasıl gördükleri ile ilgili yapılan özdeğerlendirmeden elde edilen bulgular, bu çalışmada kabul edilen bileşenler boyutunda sırasıyla aşağıdaki gibidir:

4.3.1.1. Temel matematiği derinlemesine anlama

Çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamı bir konu ile ilgili matematiksel fikirleri ve anahtar kavramları mutlak suretle ciddi manada öğrencilerine açıkladıklarını ifade etmişlerdir. 1 öğretmen (S) bunları özellikle not tutturduğunu ifade ederken, 1 öğretmende (Z) bu kavramları önce öğrencilerine buldurmaya çalışıp sonra mutlaka kendisinin bunları açıkladığını belirtmiştir. Bu anahtar kavramların özellikle soru çözümlerinde ve konunun tam olarak anlaşılmasında ve daha sonraki konuların öğrenilmesinde öğrencilerine faydalı olacağını belirtmişlerdir.

Evet, açıklamam gerekir. Bu uygulamadan sonra anladım ki, bizler bile matematikteki doğru kavramları görmezden gelerek, veya tam manasıyla kavramadık ezbere konuyoruz, uyguluyoruz. Öğrencilerin aksageldik bir düşünce şemalarından kurtulmaları adına, hocamızın derste istemiş olduğu metoda yakın bir metotta, bu işi yapardım.

Şekil 4.109. Öğretmen Naci’ nin matematiksel fikirleri ve anahtar kavramları açıklama ile ilgili yazılı görüşü

Yine öğretmenlerin tamamı özellikle soru çözümlerinde alternatif yollara başvurduklarını belirtmiş, bu öğretmenlerden 3 öğretmen (M,Z,A) tanımda ve ispattada alternatif tanımlara ve ispatlara başvurmaya başladıklarını ifade etmişlerdir. Farklı alternatif yollara başvurma sebepleri olarakta öğretmenler öğrencilerdeki öğrenme farklılıklarını sebep göstermişlerdir. Öğretmenler özellikle uygulama süreci ile birlikte durumu göre bir kavramın birden fazla tanımını öğrencilerine vermeye çalıştıklarını, farklı algılayışlardan dolayı soru cümlelerini farklı formlarda ifade etmeye çalıştıklarını ifade etmişlerdir.

Ya da, kendim, bu uygulamanın heyecanı ile, birseyler araştırma, yapabilece adına, alternatif yollar düşünürüm.

Şekil 4.110. Öğretmen Naci' nin kavramları açıklamada alternatif yollar bilme ile ilgili yazılı görüşü

Alternatif tanımlara, çözüm yollarına ve ispatlara sıklıkla başvururum. Mesela bazen bir soruyu gözde hem geometrik (görsel) olarak hem de cebirsel olarak gösteririm.

Şekil 4.111. Öğretmen Suat' ın kavramları açıklamada alternatif yollar bilme ile ilgili yazılı görüşü

Temsil kullanmayla ilgili olarak 4 öğretmen (A,S,N,M) çoğunlukla grafik, şekil, şema gibi temsilleri kullandıklarını, 1 öğretmen (Z) ise çok fazla kullanmadığını ifade etmiştir.

Yine öğretmenlerin tamamı kavramlar arası ilişkiler mutlak suretle kurduklarını ifade etmişler ve bunun çok önemli olduğunu belirtmişlerdir.

4.3.1.2. Öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeblerini açıklama

Öğretmenler hataların farkına varma ve sebeblerini açıklama ile ilgili olarak, 3 öğretmen (N,A,M) hataları artık daha rahat tespit edebileceklerini ifade ederken diğer 2 öğretmen (Z,S) kısmen tespit edebileceklerini ifade etmişlerdir.

Bu dersten öncekiğe göre çok daha iyi tespit edebilirim. Bu anda bütün soruları kısıklıyla yaklaşıyorum. Bir hata arıyorum. Derste de hata bulamıyınca hemen tanımlar, kuramları gözden geçiriyordum.

Şekil 4.112. Öğretmen Aslı' nın öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeblerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü

Bu uygulama, matematiksel hataların daha çok nerelerden kaynaklandığını görmem açısından çok faydalı oldu. Bu uygulamadan sonra, matematiksel hataları farkedebileceğimi düşünüyorum.

Şekil 4.113. Öğretmen Naci' nin öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeblerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü

Öğretmenler uygulama sonrası özellikle hataların nerelerden kaynaklanabileceğini daha iyi anlamaya başladıklarını ifade etmiş ve özellikle yeterli oldukları konularda hata sebeblerini açıklayabileceklerini, diğer konulardada kısmen açıklayabileceklerini fakat uygulama öncesine göre bu hususta daha iyi olduklarını belirtmişlerdir.

Kısmen doğru açıklarım. Eskime göre daha iyi ama %100 de doğru açıklayamam. Ama en azından yorum yaparım. Eksikliğim bir yanını görebilirim

Şekil 4.114. Öğretmen Aslı' nın öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeblerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü

Muhtemel öğrenci hatalarının tahmini hususunda, 2 öğretmen (N,S) muhtemel öğrenci hatalarını genellikle tahmin edebileceklerini ifade ederken, 1 öğretmen (M) çok bariz hataları ve diğer 2 öğretmende (A,Z) çok karşılaşılan öğrenci hatalarını tahmin edebileceklerini ifade etmişlerdir. Yine 4 öğretmen (Z,M,N,A) tahmin ettikleri muhtemel öğrenci hatalarına karşı önceden tedbir aldıklarını belirtirken, 1 öğretmen (S) tahmin ettiği öğrenci hatasının ortaya çıkmasını beklediğini ve bunun doğrusu ve sebebiyle öğrencilerine hatayı anlatmaya çalıştığını belirtmişlerdir. Tedbirler için ise, öğretmenler farklı örneklerle hata oluşmadan önce önlemeye çalıştıklarını, yine 1 öğretmen (N) önemli noktaları vurgulayarak hatayı önlemeye çalıştığını, 1 öğretmen (A) ise öğrencilerini önceden uyardığını ifade etmiştir.

Çok bariz hatalar, tahmin edebiliyorum. Örneğin yazılı kağıtlarında bunlara rastlıyorum. Kesirli sayılarda bölme işleminde ikinci kesrin ters çevrilmesinin unutulabileceği gibi...

Şekil 4.115. Öğretmen Mahir'in öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeblerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü

Muhtemel öğrenci hatalarını önceden tahmin edebiliyorum. Bunu bazen önceki tecrübelerimle yani daha önce öğrenciler tarafından verilen yanlış cevaplar ile bazende sorunun parçaya ayrılması olan ama dikkat edilmezse kadar büyük ifadeler yardımcı yapıyorum.

Şekil 4.116. Öğretmen Suat'ın öğrenci hatalarının farkına varma ve sebeblerini açıklama ile ilgili yazılı görüşü

Yine öğretmenler herhangi bir ifade ile karşılaştıklarında, öğretmenler sembollere, niceleyicilere, kelimelere ve bağlaçlara ve yine bunların kullanım yerlerine dikkat ettiklerini ifade etmişlerdir.

4.3.1.3. İspat yapabilme

Teorem ifadeleri ile ilgili, çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamı teorem ve aksiyom ifadelerini bilmenin öğretmenlik hayatında etkili olduğunu belirtmişlerdir. 1

öğretmen (Z) teorem ifadelerinin kavramın iyi anlaşılması ve soru çözümünde etkin bir role sahip olduğunu belirtmiştir. 1 öğretmen (M) gerek öğretmenlik hayatı ve gerekte tüm yaşamında etkili olacağını ve uygulama sonrası düşüncelerinin ve sorulara bakışının değiştiğini hissettiğini ifade etmiştir. 1 öğretmende (S) teorem ifadelerini bilmenin kişiyi derinlemesine bir kavramsal bilgiye götüreceğini ve öğretmene özgüven sağlayacağını belirtmiştir. 1 öğretmende teorem ifadelerinin hatayı tespit etmede önemli olacağını ifade etmiştir. Diğer 1 öğretmen (N) teorem ifadelerini sadece bilme değil doğru ve yerinde kullanmanın önemli olduğunu belirtmiştir. Öğretmenler özellikle geometri derslerinde teorem ifadelerini kullandıklarını ifade etmişlerdir.

Doğruluğu ispatlanmış ifadelerin sadece öğretmenlik hayatında değil tüm yaşamın boyunca etkisinin olacağını düşünüyorum.
Düşüncelerim, sorulara bakışımın değiştiğini hissetmeye başladım.

Şekil 4.117. Öğretmen Mahir' in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

Teorem ifadelerini bilmenin yaptığımız işe kaçun bir katkı kattığını düşünüyorum. Öğretmenlik hayatında da bu kavramsal bilgilerin olması kıtaye özgüven kazandırıyor.

Şekil 4.118. Öğretmen Suat' ın ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

Matematikte tanım, aksiyom ve teoremlerin temel teşkil ettiği bilinciyle söyle diyebilirim; Teoremler herhangi bir konunun ya da kavramın iyi anlaşılmasını sağlamanın yanı sıra soru çözümlerinde de etkin rol oynamaktadır.

Şekil 4.119. Öğretmen Zuhal' in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

Mutlaka olur. Bu uygulamalar sonra
teorem ifadelerini bilmenin değil, aynı zamanda
doğru ve yanlış, kullanmanın önemli olduğunu
anladım.

Şekil 4.120. Öğretmen Naci' nin ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

İspat yöntemlerini bilme ile ilgili, çalışma grubundaki öğretmenlerden 3 öğretmen (M,S,N) ispat yöntemlerini anlamlarıyla birlikte ifade edebilmişler, 2 öğretmen (A,Z) ise kısmen ifade edebilmişlerdir. Öğretmenlerden bazıları (N,M,S,) bu yöntemlerin nasıl kullanılacağını tam olarak ifade edememiş, diğer 2 öğretmen (A,Z) kısmen, yani bazı yöntemleri, ifade edebilmişlerdir.

Öğretmenlerden 2 öğretmen (M,N) uygulama sonrası ispat yöntemlerini doğru kullanmadıklarının farkına vardıklarını, bundan sonra daha doğru kullanacaklarını düşündüklerini belirtmişlerdir. Diğer 3 öğretmende (A,S,Z) bundan sonra yöntemleri doru kullanabileceklerini ifade etmişlerdir. Yine öğretmenler uygulama sonrası doğrulama ile ispat arasındaki farkı da anladıklarını belirtmişlerdir.

Doğru kullandığımı düşünüyordum. Uygulamalar sonra
çok da doğru kullanmadığımı gördüm.
Çoğu ispat yönteminde $p \Rightarrow q$ şeklinde ispatlanan
gereklilik, $q \Rightarrow q$ şeklinde gidiyor musum. Hatta, ispat
sandığım bazı şeylerde, doğrulama vb. şeyler olabiliyor.

Şekil 4.121. Öğretmen Naci' nin ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

Eskisine göre daha iyi kullanırım. En azından tek değer olan doğrulama
gibi bir metodu ispat diye sunmam. Daha çok da tüme varımı
kullanırım gibi geliyorduma sorusuna göre de değişir.

Şekil 4.122. Öğretmen Aslı' nın ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

Bu uygulamadan sonra ispat ile doğrulamamın farkını anladım. Doğru kullanmadığımı farkettim

Şekil 4.123. Öğretmen Mahir' in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

İspat yapabilme ile ilgili olarak, 1 öğretmen (N) uygulama sonrası ispat yapabilmeye kendine güven geldiğini ve farkında olarak ispat yapabileceğini belirtmiştir. Diğer 1 öğretmen (A) artık nerede hangi ispat yöntemini kullanması gerektiğini kestirebildiğini ve bir yere kadar ispatı götürebileceğini yazmıştır. 1 öğretmen (Z) ispat yöntemini belirleyebileceğini fakat ispatı doğru yapmada tereddütlerinin olduğunu ifade etmiştir. 2 öğretmen (M,S) iyi bildikleri konularda ispat yapabileceklerini ifade etmiş bunlardan öğretmen (M) uygulamadan sonra bu konudaki eksikliklerini fark ettiğini ifade etmiştir. Kendi başlarına ispat yapma hususunda 1 öğretmen (S) uygulama sonrası kendine güven geldiğini, 1 öğretmen (N) ispat yapabileceğini, en azında nereden başlaması ve hangi yöntemi kullanması gerektiğini anladığını yazmıştır. 1 öğretmen (Z) kendi başına ispat yapmada kuşkululu olduğunu, 2 öğretmen (M,A) iyi bildikleri konuda karşılaştıkları bir ifadenin ispatını yapabileceklerini ifade etmişlerdir.

Hâkim olduğum konularda yapabileceğimi düşünüyorum. Ama bu uygulamadan sonra kullanılacak teoremleri, yöntemleri iyi analiz etmem gerektiğini anladım.

Şekil 4.124. Öğretmen Mahir' in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

Bu uygulamadan sonra, yapabileceğimi düşünüyorum. En azından nereden başlanmam gerektiği noktasında tereddüdüm yoktur. Birde teoremlerde hangi yöntemi kullanmam gerektiği, hangi özel durumlara dikkat etmem gerektiğinin farkına vardım.

Şekil 4.125. Öğretmen Naci'nin ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

Uygulamadan önce "kendime güvenme" spart yapabilmek konu-
sunda kendime çok güvenim yoktu. Fakat uygulama sonrası da
bunu bir nebze olsun kırılabildiğime inanıyorum. Hala tereddütlerim de
yok değil. Mesela dımağa erge yöntemi aklılı olarak kullanmam.

Şekil 4.126. Öğretmen Suat'ın ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

Bu uygulamadan sonra "kendime güvenerek"
eyet diyorum. Önceden az-cok şeyler yapabi-
liyordum. Ama ne yaptığımı çok da farkında
olmadım. Şu an öyle değil. En azından yaptığım işin
ispat olup olmadığını kestirebilirim.

Şekil 4.127. Öğretmen Naci'nin ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

Bu uygulamadan sonra bu konuda daha eksiklerimin olduğunu
öğrendim. Sınırlı konularda nasıl ispatlar yapabileceğimi kestirebiliyorum.
Mesela sinüs teoreminde çevrel çemberden yararlanabileceğimi ya da
cosinus teoreminde pisagor kuralından çıkabileceğini kestirebiliyorum. Bunu
çalışım yaparak görebiliyorum. Cosinus teoreminde sayıların kareleri var ve
bunları pisagor ile ekle edebilirim diyorum.

Şekil 4.128. Öğretmen Mahir'in ispat yapma ile ilgili yazılı görüşü

4.3.1.4. Tanım yapabilme

Çalışma grubundaki öğretmenler uygulama sonrası aslında daha önce verdikleri
oranların ne kadar fazla olduğunu gördüklerini ve ortalama olarak ortaöğretimdeki
temel matematiksel tanımların yaklaşık %50-60 ını genel hatlarıyla ve geriye kalanıda
yüzeysel bildiklerini ifade etmiştir.

Yüzde 50 diyebilirim. Bunları önceki görüşmede daha fazla
söylediğimin farkındayım ama uygulama bütün şemalarını alt üst etti

Şekil 4.129. Öğretmen Mahir'in tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü

Çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamı, uygulama sonrasında da yine eksik tanımlarının olduğunu ve bunlarında özellikle çok kullanmadıkları tanımlar olduğunu belirtmişlerdir. Benzer biçimde öğretmenlerin tamamı her ne kadar bazı tanımları uygulama sürecinde anlamlandırsalarda, hala anlamlandıramadıkları tanımlarında olduğunu ifade etmişlerdir. Çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamı anlamlandıramadıkları, örneğin seri, limit, yakınsaklık gibi, tanımların olduğunu ifade etmişlerdir.

Kimilerini tam olarak, kimilerini genel hatlarıyla biliyorum.

Şekil 4.130. Öğretmen Zuhâl' in tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü

Lise son sınıftaki konulara art tanımlar. Hıa anlatmadım. Karşıma da pek aılmadı. Kavramlara art eksikliği pek kullanmamı bağlıyorum.

Şekil 4.131. Öğretmen Aslı' nın tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü

Şimdi aklıma gelen sıfırın neden doğal sayılara dahil edildiğini bu uygulamadan sonra anlamlandırdım. Başka bir örnek 1'in asal sayı olamayacağı da aynı şekilde

Şekil 4.132. Öğretmen Mahir' in tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü

Yine öğretmenlerin tamamı uygulama sürecinde tanımların soru çözümü ve ispatta ne kadar önemli olduğunu gördüklerini ve artık gerek soru çözümlerinde ve gerekte ispatlarda tanımları kullanmaya başladıklarını belirtmişlerdir.

Soru çözümlerinde sok kullanmıyorum. İspatta genellikle kullanıyordum. Ama yaptığımız uygulama sonunda soru çözümlerinde de, ispatta da tanımları kullanmanın önemli olduğunu düşünüyorum. Ne de kullanırım.

Şekil 4.133. Öğretmen Naci' nin tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü

Öğretmenler özellikle uygulama sonrası tanımları bilmenin ne kadar önemli olduğunu gördüklerini ifade ederken 1 öğretmen (M) tanımları öğrencilerine de kavratmaya çalışacağını ifade etmiştir. 1 öğretmende (A) tanımlar bilindikçe hataların daha net görülebileceğini, çözümlerin daha rahat anlaşılabilceğini ifade etmiştir. 2 öğretmende (S,Z) tanımların konuların anlatmada önemli bir parça olarak ifade etmiş ve matematiğin temel taşı olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca öğretmenler tanımların matematiğin yapı taşı ve matematiksel bilginin temeli olduğunu ifade etmişlerdir.

Tabiki. Özellikle bu uygulamadan sonra öğrencilerime tanımların üzerinde düşündürmeye çalışacağım. Çünkü bir tanım diğer tanımın ve ya sorunun çözümünün en kolay olabileceği için daha sıkı duracağım bu konuda.

Şekil 4.134. Öğretmen Suat' ın tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü

Tanımlara çok iyi hakim olsam karşına çıkan yanlış soruları, çözümleri daha iyi fark edebilirim. Derste geçen ilişkilerle tanımlara tam hakim olmadığım için dustem.

Şekil 4.135. Öğretmen Aslı' nın tanım yapma ile ilgili yazılı görüşü

4.3.1.5. İşlem yapabilme

Çalışma grubundaki öğretmenler uygulama öncesi, soru çözme, yazma ve çözüm algoritmasını doğru işletmede pek sorun yaşamadıklarını ifade etmelerine karşın, uygulama sonrası 4 öğretmen (A,Z,N,M) soru çözmede kendilerinde bir şüphe duygusu

geliştiğini, 1 öğretmen (S) ise kendini yeterli hissettiği konular haricinde şüphe duymaya başladığını ifade etmiştir.

Bu uygulamadan önce evet idi.
Ama, artık ez doğru gördüğüm
sorudan bile şüphe duyuyorum. Hazırlayan
da insan netice. Gözden kaçmış noktalar
olabilir. Ayrıca, hazırlayan matematiğe bütün
her şeyi bilmiyor olabilir.

Şekil 4.136. Öğretmen Aslı' nın işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü

Hayır inanmam. Şüpheye desteklerim oluyor. Acaba kullandığım
teoremleri doğru hatırlıyor muyum diye şüpheye desteklerim oluyor.

Şekil 4.137. Öğretmen Mahir' in işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü

Yine öğretmenlerin tamamı uygulama sonrası başkalarının yaptığı veya kaynaklardaki çözümlerden daha fazla şüphe duyduklarını ifade etmişlerdir. Öğretmenler kaynaklardaki gerek soru kökü gerekte çözümlerde hatalarla karşılaştıklarını ve artık bunlara daha fazla şüphe ile yaklaştıklarını belirtmişlerdir.. Uygulama öncesi, öğretmenler şüphelerinin genelde baskı veya işlem hatası kaynaklı olduğunu belirtirken, uygulama sonrası şüphelerinin matematiksel bilgiye bağlı olarak değiştiğini belirtmişlerdir.

Bu uygulamalar sonra duyuyorum.
Özellikle YGS, LYS kaynaklarındaki
soru çözümlerindedir. Uygulama esnasında
karşılaştığımız hatalı soruların neredeyse tamamı
bu tarz kaynaklardan alınmıştı. Ve çoğunun soru
konusu hatalıydı.

Şekil 4.138. Öğretmen Naci' nin işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü

Kitaplarındaki soruların çözümlerine şimdi daha önyargılı
bakıyorum. Eksik olmaya başladım

Şekil 4.139. Öğretmen Aslı' nın işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü

Kaynaklardaki veya başkalarının çözümleriyle ilgili olarak, öğretmenlerden 2
öğretmen (M,S) çözümünden şüpheye düştükleri veya zorlandıkları sorularda
kaynaklardaki benzer sorulara baktıklarını, 3 öğretmen (A,S,N) ise kendi ufku
genişletme kaynaklardaki çözümleri incelediğini ifade etmiştir.

Sorunun çözüm yolu
hakkında fikir oluşturabilmek için.
Ama her zaman değil. Genelde çözüme dönük
durumlar için. Fakat, bu uygulamalar sonra
bütün soru çözümleri için bakabiliyorum. Çözüm yolu
da, "nele dikkat etmiş, nasıl yapmış" gibi konularda
fikir yürütmek adına faydalı olacağı kanaatindeyim.

Şekil 4.140. Öğretmen Naci' nin işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü

Soruyu çözmesem bakardım daha çok. Ancak çok uzun bir
çözüm yaptığında da kısa yolu var mı diye bakardım. Ya da
neyi düşünerek aştım's (farklı bakış açısı) ona bakardım.

Şekil 4.141. Öğretmen Aslı' nın işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü

Öğretmenlerden 1 öğretmen (N) her halukarda soru çözümünde ilgili tanım ve teoremlere bakacağını, 2 öğretmen (M,A) çözemedikleri veya emin olamadıkları sorularda tanım ve teoremlere baktıklarını, özellikle bunun uygulama sonrası dahada arttığını ifade etmişlerdir. 1 öğretmen (Z) zamanı olduğunda baktığını, 1 öğretmende (S) ifadeyi tam anlamak ve özgün çözüm yapabilmek için ilgili tanım ve teoremlere baktığını belirtmiştir.

Emin olamadıklarına mutlaka bakıyorum. Bu uygulamadan sonra da bakmaya devam edeceğim.

Şekil 4.142. Öğretmen Mahir' in işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü

Soru hazırlamayla ilgili olarak, 3 öğretmen (Z,S,M) kendine güvenmediğini ifade ederken, 1 öğretmen (N) kendine güvendiğini ifade etmiştir. 1 öğretmen (N) özellikle uygulamadan sonra bu güvenin oluştuğunu ifade ederken, 1 öğretmen (A) artık daha bilinçli soru hazırlayabileceğini ifade etmiştir. Yine öğretmenlerin tamamı soru hazırlarken kaynaklardan yararlandıklarını ifade etmişlerdir.

Soru hazırlamada kendime çok fazla güvenmiyorum.

Şekil 4.143. Öğretmen Suat'ın işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü

Uygulamadan sonra evet diyorum.
Artık, kendimden biraz daha eminim.
Soru hazırlarken dikkat etmem gereken noktaları biliyorum çünkü.

Şekil 4.144. Öğretmen Naci'nin işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü

Hayır. Özellikle bu uygulamadan sonra kesinlikle hayır.

Şekil 4.145. Öğretmen Mahir'in işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü

Öğretmenler soru hazırlarken dikkat ettikleri hususlar için, öğretmenlerin matematiksel sembollere, terimlere, ilgili tanım ve teoremlere ve yine verilen ifadelerin tutarlı olmasına dikkat edeceklerini ifade etmişlerdir. 2 öğretmen (N,Z) yine öğrenci seviyesinde dikkat çekmiş ve uygulanabilirliğinin önceden test edilmesinin gerekli olduğunu ifade etmiştir.

Soru hazırlarken öncelikle kavramsal temellik doğru olduğuna dikkat ederim. Ayrıca hazırlanan sorunun homojen bir gruba uygulanması ve sonuçların incelenmesinin önemli olduğuna inanıyorum. Kağıt üzerinde hazırlanmış fakat uygulanmamış hiçbir soru bence tam olarak soru niteliği kazanmış olamaz.

Şekil 4.146. Öğretmen Mahir'in işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü

Öğrenci seviyesine en başta.
Sonra verilen tanım ve teoremlerle tutarlı olmasına. Verilen ifadelerin birbirleriyle uyumuna.
Kullandığım matematik ifadeler, "her zaman", "olabilir", "varsa" gibi kelimelere de dikkat ediyem. Hem soru hazırlarken, kullanırken hem de teorem, ispat ve sonuçlarda

Şekil 4.147. Öğretmen Aslı'nın işlem yapma ile ilgili yazılı görüşü

4.3.1.6. Terim ve notasyonları(simge-gösterim) doğru kullanma

Çalışma grubundaki öğretmenlerden 2 öğretmen (M,N) uygulama sonrası terim ve notasyonları doğru kullandıklarını fark ettiklerini, 1 öğretmen (A) kısmen doğru kullandığını ve uygulama sonrası daha dikkatli olması gerektiğinin farkına vardığını belirtmiştir. 2 öğretmen (Z,S) terim ve notasyonları doğru kullandıklarını ifade ederken bunlardan öğretmen (S) terim ve notasyonların yanlış kullanımının ne kadar ciddi yanlış öğrenmelere sebep olacağını fark ettiğini belirtmiştir.

Uygulama öncesi de $\exists, \forall$ ve $\cup, \cap, \geq, \leq$ bunları ~~da~~ yazmıştım. Fakat uygulama sonunda anladım ki sadece iki niceleyici var.
 $\exists \leftarrow$ varıksal, $\forall \rightarrow$ Evrensel
 Bir de $!!$ var.

Şekil 4.148. Öğretmen Naci'nin terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

İlk yapılan yazılı görüşte niceleyicileri hatırlamamıştım. Derste verdiğiniz sorunun etkisiyle aklım daha iyi kalacağını düşünüyorum

Şekil 4.149. Öğretmen Aslı'nın terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

Bu uygulamadan önce niceleyicilerin başlarını, ne anlama geldiklerini biliyordum, fakat ilk bu sorulara cevap verirken niceleyici kelimesinden dolayı biraz kafam karıştı. Ama tabiki bu uygulamadan sonra niceleyicileri, aralarındaki farkları vb. durumları daha iyi anladım. Ayrıca yeni bir niceleyici daha öğrendim oda $!!$ isareti, anlamı ise yalnız bir tane anlamına geliyor.

$\forall \rightarrow$ her
 $\exists \rightarrow$ bazı
 $!! \rightarrow$ yalnız bir

Şekil 4.150. Öğretmen Suat'ın terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

Uygulama sonrası çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamı niceleyicileri sembolleri ve anlamları ile birlikte doğru yazmışlardır. Öğretmenler uygulama sonrası niceleyicilerin matematikteki yeri ve önemini çok daha iyi anladıklarını ifade etmişlerdir. 3 öğretmen (N,S,Z) niceleyicilerin matematiğin kendine has dilinin ne kadar önemli bir parçası olduğunu gördüklerini, 2 öğretmen (M,A) özellikle soru çözümü ve

ispatta ve hatta tanımda niceleyicilerin gerek anlam ve gerekse yerlerin ifadelerin anlamlarında nasıl bir değişime yol açtığını fark ettiklerini ifade etmişlerdir.

Uygulamadan önce bu soruyu basırmıştım sonunam simdiki düşünceye göre niceleyiciler matematikte çok önemli. Çünkü bu niceleyiciler sayesinde evrensel bir matematik dili var. Bu niceleyiciler olmasaydı belki de bir Türk matematikçi nin anlatmak istediği kavramı vb. Alman matematikçi form olarak anlayamayacaktı ya da yanlış anlayacaktı. Bu niceleyiciler sayesinde bu olumsuzluklar ortadan kalkmış oldu.

Şekil 4.151. Öğretmen Suat'ın terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

⇒ Matematik dilini yerinde ve doğru kullanmak adına niceleyicilerin önemli olduğunu uygulamadan sonra anladım.

Şekil 4.152. Öğretmen Naci'nin terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

Ayrıca öğretmenler niceleyicilerin doğru ve yerinde kullanılması gerektiğini, uygulama sonrası 1 öğretmen (M) niceleyicilerin anlam ve yerlerinin ne kadar önemli olduklarını fark ettiğini belirtmiştir. Öğretmenlerden 1 öğretmen (A) niceleyicileri kısmende olsa doğru kullanmaya başladığını ifade etmiş, diğer öğretmenler niceleyicileri artık doğru kullanabileceklerini belirtmişlerdir.

Bu uygulamadan önce soru sordum ya da ispatta çok da doğru bir şekilde niceleyicileri kullandığını söylemez. Fakat uygulamadan sonra niceleyicileri daha doğru ve yerinde kullandığını fark ettim.

Şekil 4.153. Öğretmen Suat'ın terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

Bu konuda daha dikkatli davranmam gerektiğini anladım. Bu uygulamadan sonra, niceleyicilerin anlamlarının ve yerlerinin önemini daha iyi anladım.

Şekil 4.154. Öğretmen Mahir'in terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

Herkes her ispat ya da soru çözümünde.
bu uygulamaları soru, yerinde kullanabileceğini
 düşünüyorum.

Çünkü, nicelleyicileri doğru ve yerinde kullanmak
 ispata ya da doğru çözüme götürür. Aksi halde
 ispat ya da çözüm doğru ve mantıklı olmaz.

Şekil 4.155. Öğretmen Naci'nin terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

Öğretmenlerin tamamı bağlaçları anlamlarıyla birlikte doğru açıklamışlardır.
 Çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamı soru çözümü ve ispat sürecinde bağlaçların
 ne kadar etkili olduğunu, ifadelerin anlamlarını nasıl değiştirdiğini fark ettiklerini ifade
 etmişlerdir.

Sorularda ve ispatlarda bağlaçların yerlerinin ve kullanışlarının
 sorular, ve ispatlar, değiştirebileceğini farkettim.

Şekil 4.156. Öğretmen Mahir'in terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

Matematikteki bağlaçların soru çözümü ve ispatta doğru
 cevabı bulmada ya da doğru olguya ulaşmaya yardımcı olmadık
 çok faydalı olduğunu düşünüyorum, özellikle uygulama sonrası da
 göz önünde bulundurursak bağlaçların aslında bir soru kökünü
 yanı anlamını nasıl değiştirebileceğini daha iyi anladım.

Şekil 4.157. Öğretmen Suat'ın terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

Uygulama sonrasında, "veya ya da" arasındaki farkı gördükten sonra bağlaçları yerinde ve doğru kullanmaz teorem ya da sorunun çözümünde doğrudan etkisinin olduğunu düşünüyorum. İspatı tamamlayıcı, doğrulayan unsurlar olarak görüyorum bağlaçları.

Şekil 4.158. Öğretmen Naci'nin terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

Buna ilaveten 1 öğretmen (A) bazı bağlaçları önceleri yanlış kullandığını fark ettiğini, 1 öğretmen (N) ise bağlaçların aralarındaki farkı daha iyi anladığını ifade etmiştir.

Doğru kullanamadıklarımın olduğunu fark ettim.

Şekil 4.159. Öğretmen Mahir'in terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

Uygulamadan önce doğru kullanabildiğimi düşünüyordum. Yanlışsızım. Uygulama sonunda bazı notasyonları doğru kullanamadığımı ve doğru kullanamamamın soru çözümünde ya da ispatlardaki etkisini gördüm.

Şekil 4.160. Öğretmen Naci'nin terim ve notasyonlar ile ilgili yazılı görüşü

4.3.2. Yarı yapılandırılmış Yüzyüze Görüşmelerden Elde Edilen Bulgular

Yarı-yapılandırılmış yüzyüze görüşme bulguları öncelikle çalışma grubundaki her bir öğretmen için ayrı ayrı verilmiş daha sonra ise MAB bileşenleri doğrultusunda bu bulgular düzenlenmiştir. Çalışma grubundaki her bir öğretmenden elde edilen bulgular aşağıdaki gibidir.

4.3.2.1. Öğretmen Mahir ile ilgili bulgular

1. Yapılan uygulama sonrası, temel matematiği derinlemesine anlama hususunda sizlerde ne gibi değişiklikler oldu? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

M-kavramların arasındaki ilişkilerin daha çok farkına varmaya başladım. Veya-ya da arasındaki farkı anladım. Başlarda birçok şeyi çok iyi bildiğimi düşünüyordum. Öz güvenim fazlaydı. Fakat anladım ki bir şey bilmiyormuşum. Bunu görünce özgüvenim azaldı. Kafamdaki şemalar olumlu değişti bazıları yok oldu.

1.1. Matematiksel fikirleri ve anahtar noktaları açıklama ve yorumlama hususunda ne gibi bir değişim oldu?

M- Önceleri pek fazla eksikliğimin olduğunu düşünmüyordum. Bu konuda eksiklerimin farkına vardım. Mesela bileşke fonksiyonda birebirliğin olmasını yeterli diye biliyorduk. Sonradan şemamda karışıklık oldu. Örteliğinde gerekli olduğunu sandım. Fakat sonradan araştırdım birebirlik yeterliymiş. Oran- orantıyı tam anlamıyla bilmediğimin farkına vardım. Önceden bildiğimi sanıyordum. Meğer öyle değilmiş. $1/x+1 \neq 1/1+x$ olduğunu tam yakalayamadım.

1.2. Kavramları açıklamak için alternatif yollar bilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

M- Evet oldu. Mesela N' de ben direk tanımı yazardım. Ama $Z \cup \{0\} \cup Z^+$ derste aklıma geldi. Mesela mihrace sorusunu seriden çözmek çok ilginçti. Kart sorusu bir olasılık sorusuydu ama biz onu mantıktan yola çıkarak çözdük. Artık tek bir yoldan düşünmüyorum. Alternatif, ilginç yollar arıyorum. Artık farklı yollar düşünmeye başladım.

1.3.Sorunlara çözüm önerisi üretebilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

M- Örneğin olasılık sorusunda önermenin kullanılabileceğinin farkına vardım. $p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$ olduğunu ve buradan da çözümlerin yapılabileceğinin farkına vardım. Önceleri bu şekilde farklı çözüm önerileri düşünmüyordum, araştırmıyordum. Ama bu uygulamada hem hocamızdan hem arkadaşlardan hem de kendi araştırmalarımın farklı çözümler gördüm. Bunları kendi soru çözümlerinde de uyguladığımı gördüm.

1.4. Matematiksel kavramlar arasında ilişki kurabilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

M- Ben önceleri kavramlararası bağ kuramayan birisiydim. Bu uygulama bana bundaki eksikliğimi daha çok fark ettirdi. Beni araştırmaya yöneltti. Bu konudaki eksiklerimi kapatmaya daha çok ihtiyaç duydum. Mesela $(A-B)(A+B)=A^2-B^2$ ifadesinin matrislerde yanlış olduğunu düşünemedim. $p \Rightarrow q$ ifadesi benim için ezberdi. Meğer çok önemliymiş.

2. Yapılan uygulama sonrası, öğrenci hatalarının farkına varma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

M- Bunu zamanla daha çok görürüm diye düşünüyorum. Artık bir soruda hata arıyorum sürekli. Dizi-seri sorusunu çözdükten sonra öğrencim bir soru getirmişti. Tahtaya da yazmıştım. Aritmetik diziyle ilgiliydi. Belki biz böyle çözmesek ben öyle bir hatalı soru yakalayamazdım.

3. Yapılan uygulama sonrası, öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

M- Önceleri hata sebeplerini açıklayamıyor hatta hata olduğunu bile fazla göremiyordum. Sadece hocalarımızın belirli kalıplardaki hataları, kavram yanlışlarını biliyor sadece onları görebiliyordum. Fakat uygulamada farklı hatalar da gördük. Bunlar beni araştırmaya yöneltti. Kavramları araştırıp daha iyi anlamaya başladım. Öyle olunca bir hata gördüğümde hatanın nereden kaynakladığını daha iyi görebiliyorum.

4. Yapılan uygulama sonrası, teorem ve ispat yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

M- İspat yapma konusunda belli kalıplarım vardı. Fakat her ispat yöntemiyle her ispatın yapılamayacağını anladım. Başlangıca göre özgüvenimi kaybettim. Daha

çok hata yapacağımı düşünmeye başladım. Belki de önceden bildiğimi düşünüp şimdi bilmediğimi anlayınca böyle olmuştur. Tamamen bütün şemalarım değişti, yıkıldı. Ben hiçbir şey bilmiyormuşum dedim.

5. Yapılan uygulama sonrası, matematiksel kavramların tanımını bilme ve yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

M- Önceleri ön tanı testinde bu soru yöneltildiğinde çok azında eksiklerim olduğunu, çoğu kavramları bildiğimi düşünüyordum. Meğer öyle değilmiş. Çoğu tanıma, kavramlara çok kısıtlı bakıyormuşuz. Mesela oran-orantı konusunda çok eksikmişim. Kavramları derinlemesine bilmeliymişiz. Yüzeysel kalmamalıymış. Bilmiyormuşum meğer.

6. Yapılan uygulama sonrası, işlem yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

M- Önceleri sadece öğrendiğimiz bildiğimiz işlemlerden yola çıkarak soruları çözüyordum. Başka bir şey öğrenmeye çalışmıyordum. Fakat uygulamada hocamız soru sorup bizden de çözümler istediği için işlem yapma farklı çözümler geliştirme açısından ilerlediğimi fark ettim. Mesela bilinenden yola çıkarak ispat yapma değil de, tersini yaparakta doğruyu bulabileceğimin farkına vardım.

7. Yapılan uygulama sonrası, matematiksel terim ve notasyonları(simgelerim) bilme ve kullanma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

M- Niceleyici ve bağlaçların anlamlarının bu kadar önemli olduğunu düşünmemiştim. Meğer her bir bağlaç ve niceleyiciler sorulara farklı anlamlar katıyormuş. Bunun yanı sıra bazı bağlaçları yanlış kullandığının farkına vardım. “Veya” ile “ya d” a bağlaçlarının anlamlarının bilinenden tam tersi anlamları olduğunu sanıyordum. 11’ i 7’ ye böldüğümüzden fazla her 6 basamaktan sonra tekrara başladığını bilmiyordum.

8. Uygulamaların matematik alan bilginize bir şeyler kattığını düşünüyor musunuz?

8.1. Bilişsel açıdan bir şeyler kattı mı? Düşüncenizde neler değişti? Ne yönde değişti?

M- *Konuları bilmediğimin farkına vardım. Bildiğimi sanıyormuşum. Daha geniş düşünmemi sağladı. Tanımlara daha çok dikkat etmeme gerektiğini gördüm. İspat yapmada nelere dikkat etmem gerektiğini, nereden başlamam gerektiğini gördüm. Hatalardan öğrenerek konulara daha iyi hakim olabileceğimi gördüm. Kendi öğrencilerime de öğrendiğim bazı şeyleri kavratacağım.*

8.2. Duyuşsal açıdan bir şeyler kattı mı? Düşüncenizde neler değişti? Ne yönde değişti?

M- *Çok zevk aldım. Derslere çok isteyerek geldim. Farkındalık oluştu. Merak, araştırma duygusu çok arttı. Ben hatta soruların cevaplarının verilmesini hiç istemedim. Çünkü sürekli araştırma isteği duyardım. Keşke daha çok zaman olsaydı, devam etseydik. Eğer cevaplar bir hafta içinde verilseydi, dikkat çekmezdi, unuttur giderdik. Ama şimdi öyle değil.*

4.3.2.2. Öğretmen Suat ile ilgili bulgular

1. Yapılan uygulama sonrası, temel matematiği derinlemesine anlama hususunda sizlerde ne gibi değişiklikler oldu? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

S-*Temel matematiği derinlemesine anlama hususunda; eskiden çok fazla tanımların, kavramların, teoremlerin kavramsal temellerine inmiyorduk. Biraz ezberciydim. Şimdi bu uygulama süreci ve uygulama sonrasında önüme gelen tanımların, soruların, teoremlerin hemen kavramsal sürecini araştırıyorum. Konunun özüne inmeye çalışıyorum. Nereden geldiğine bakıyorum. Epistemolojik açıdan bakmaya çalışıyorum.*

1.1. Matematiksel fikirleri ve anahtar noktaları açıklama ve yorumlama hususunda ne gibi bir değişim oldu?

S- Genelde ders anlatırken anahtar noktaları ve nereden geldiğine dikkat etmeye çalışırım. Fakat bu uygulama süreci ve sonrasında daha da çok dikkat etmeye başladım. Mesela $5/0$ ı hep tanımsız düşündük, oran olarak düşünmemiştik. Hatta oran olduğunu bile bilmiyordum. Ya da bir cebirsel ifade verilmişti tanım kümesi $\mathbf{R}$ idi. Fakat $\emptyset$ olması gerekiyormuş. Bunu fark etmemiştim. Artık daha dikkatliyim.

1.2. Kavramları açıklamak için alternatif yollar bilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

S- Alternatif yollar bize her zaman avantaj sağlar. Mesela kart sorusunda ben olasılıkla düşündüm. Taki çözümünü hoca verinceye kadar. Ama hoca farklı çözdü. Orada başka bir alternatif yolunu gördüm. Aslında önemli olmadığını düşündüğüm birçok kavramın önemini fark ettim. Alternatif yollarla bu kavramların önemini de gördüm. Önemsiz olduğunu düşündüğüm kavramlarla ilgili bilgi sahibi olmamı sağladı.

1.3.Sorunlara çözüm önerisi üretebilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

S- Önceden farklı bir çözüm önerisine ihtiyaç duymuyordum. Herhangi bir soruda kendi çözümüm veya yapamadığım sorularda kitaplardaki çözümler yetiyordu. Ama uygulamada herhangi bir soru ile ilgili ne kadar farklı çözümler olabileceğini gördüm. Farklı çözümler, farklı fikirler. Bize verilen sorularda da farklı çözümler üretebildiğimi gördüm. Sorulara farklı açıdan bakmaya, farklı yollar aramaya başladım.

1.4. Matematiksel kavramlar arasında ilişki kurabilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

S- Zaten matematiğin kademeli olarak öğretilceğine inananlardıyım. Bu uygulama sonrasında bazı sorulardaki kavramlar arası ilişkiye çok şaşırdım. p ve q arasındaki mantıksal ilişkilerin bu kadar önemli olduğunu bilmiyordum.

2. Yapılan uygulama sonrası, öğrenci hatalarının farkına varma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

S-Öğrenci hataları gözümüze çarpıyordu genelde. Fakat uygulama süreci ve sonrasında; öğrencilerin neden yanlış cevap verdiklerini, hangi kavramları yanlış bilip bilmediklerini, soruları çözerken neyi düşündüklerini daha iyi anlamaya başladığımı düşünüyorum.

3. Yapılan uygulama sonrası, öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

S- Pozitif yönde bir değişiklik oldu. Öğrencilerin karıştırdıkları kavramların daha çok farkına vardım. Mesela sayılar ile cebirsel ifadeleri karıştırıyorlar. Artık daha rahat açıklayabiliyorum, daha rahat görebiliyorum hataları. Konulara daha çok hakim olmamı sağladı. Bizi araştırmaya yöneltti. Araştırdınca konulara daha çok hakim olup, hataları daha net görebiliyoruz.

4. Yapılan uygulama sonrası, teorem ve ispat yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

S- Bu konuda kendime güvenen birisi değildim. İspat yöntemlerini bile tam olarak bilmiyordum. İspatlara nereden başlamam gerektiğini bilmiyordum. Ama kendime güvenim geldi. “ p ve q nun önemini gördüm.” Mantığını anladım ispat yapmanın.

5. Yapılan uygulama sonrası, matematiksel kavramların tanımını bilme ve yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

S-Uygulamadan önce çoğu tanımı sadece kabul ediyordum ve bildiğimi sanıyordum. $0!=1$ olması mesela... Bir çok kavramın altında aslında tanımların ve teoremlerin yattığını gördüm. Bu kavramların nereden geldiğini daha çok araştırmaya başladım. Daha detaylı düşünmem gerektiğini fark ettim.

6. Yapılan uygulama sonrası, işlem yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

S-Biraz daha şüpheci yaklaşıma başladım sorulara. İlk aklıma gelen çözümün doğru olamayacağını düşünmeye başladım. Daha geniş düşünmeye başladım. 5/0 tanımsız ... gibi sorularıyla bunu daha iyi gördüm.

7. Yapılan uygulama sonrası, matematiksel terim ve notasyonları(simgelerim) bilme ve kullanma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

S- Kesinlikle. Yeni bağlaç, niceleyici öğrendim. En az bir, ya da ile veya arasındaki farkı unutmuştum, şimdi uygulama sonrası hatırladım. Bunlar can alıcı noktalardır. Önceleri bunların üstüne düşmüyordum daha doğrusu bunların bu kadar önemli olduğunu düşünmüyordum. Meğer cümlelerin anlamlarını ne kadar çok değiştiriyormuş. Buna bağlı olarak yapılacak işlemlerde değişiyormuş.

8. Uygulamaların matematik alan bilginize bir şeyler kattığını düşünüyor musunuz?

8.1. Bilişsel açıdan bir şeyler kattı mı? Düşüncenizde neler değişti? Ne yönde değişti?

S- Daha geniş çerçeveye sorulara yaklaşıma başladık. Bazı yeni bilgiler öğrendim. Arkadaşlarımdan farklı yollar öğrendim. Kavramların, tanımların, ispatların önemini anladım. Önceleri sadece ezberlediğimiz işlemleri yapıyordum. Ama artık kavrayarak yapmaya çalışıyorum. Yaptığımız işlemlerin sebeplerini öğrenerek yapıyorum.

8.2. Duyuşsal açıdan bir şeyler kattı mı? Düşüncenizde neler değişti? Ne yönde değişti?

S- Daha fazla araştırma yapmaya başladım. Araştırma yapmayı sevmezdim. Artık aklıma gelen her şeyi araştırıyorum. Merakım, ilgim çok arttı. Önceden ezberciydim. Ayrıca çekingendim. Hata yaparım, yanlış söylerim diye açıklama

yapmaktan çekiniyordum. Ama uygulama sürecinde bu durumu değişti. Hocamızın yaklaşımıyla ortam sıcaktı. Herkes rahatlıkla açıklama yapmaya başlamıştı. Böylece fikir paylaşımı daha fazla oldu.

4.3.2.3. Öğretmen Zuhale ile ilgili bulgular

1. Yapılan uygulama sonrası, temel matematiği derinlemesine anlama hususunda sizlerde ne gibi değişiklikler oldu? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

Z- Önceleri konuların temelini bildiğimi sanıyordum. Meğer biz sadece belirli, en çok sorulan noktaları sadece ezberliyormuşuz. Bu uygulamayla konuların farklı noktalarını görmeye başladım. Eleştirel bakış açısıyla bakmaya başladım. Konuların birbirleriyle ne kadar bağlantılı olduğunu gördüm. Keşke bu çalışma bir yıl sürseydi daha iyi olurdu.

1.1. Matematiksel fikirleri ve anahtar noktaları açıklama ve yorumlama hususunda ne gibi bir değişim oldu?

Z- Önceden hataları bu kadar iyi fark edemiyordum. Oran-orantı sorusu mesela. Parça-tüm ilişkisinde yanlışımı gördüm. İspatları tümevarımla yapmaya çalışıyordum. Ama artık farklı yöntemlerden daha açık yapabileceğimi gördüm. Geometrik dizilerde serilerin toplamının yakınsaklık ıraksaklığa göre yapılması, yakınsaklık kuralını gördüm. Bunları unutmuştum. Önemsiz düşünüyordum. Meğer öyle değilmiş.

1.2. Kavramları açıklamak için alternatif yollar bilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

Z- Kavramları farklı açılardan görmemi sağladı. Mesela kart sorusunu mantıktan çözebilmek, $p \Rightarrow q$ nun $q' \Rightarrow p'$ e denk olduğunu ve ispatları buradan yapabileceğimizi gördüm. Önceleri mantığı çok önemsemiyordum. Uygulamadan sonra birçok şeyi mantığa dayanarak çözdüğümüzü gördüm. Ne kadar önemliymiş.

1.3. Sorulara çözüm önerisi üretebilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

Z- Önceleri bana bir yol yetiyordu. Bu tür sorular bu yolla çözülür falan gibi. Ama artık daha geniş bakıyorum. Başlangıçta tek taraflı düşünüyordum. Ama artık

farklı açılardan bakmaya başladım. Herkesin farklı fikirler ortaya atması, insanın soruya bakış açısını değiştiriyor. Görüşmelerde herkes bir fikir ortaya atıyor. Şaşıırıyorsun. Ama çok hoşuma gitti. Farklı bakış açıları ortaya atıldıktan sonra dikkat ettim ki bende farklı açılardan bakmaya başlamışım.

1.4. Matematiksel kavramlar arasında ilişki kurabilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

Z- Matematiğin zincir olduğunu biliyoruz. Ama uygulayamıyoruz. Ama bu ders sayesinde bunu uygulayarak geliştirdik. Bileşke fonksiyondan birebir ve örtenliğe geçmemiz, olasılık düşünürken $p \Rightarrow q$ ya geçmemiz müthişti. Bunlar bize çok yardımcı oldu. Uygulamadan sonra bende herhangi bir soruda bir kavramın başka bir kavramla ilişkisinin olup olmadığını düşünmeye başladım.

2. Yapılan uygulama sonrası, öğrenci hatalarının farkına varma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

Z- Önceleri herhangi bir soru ve çözüm verildiğinde doğrudur diye düşünürdüm. Hata var mı diye bakmazdım. Fakat uygulamada hatalı sorulara değindik. Çok basit hata olamaz dediğimiz sorularda ve çözümlerde bile hata olabileceğini gördüm. Artık bir soruya baktığım zaman öncelikle hata aramaya başladım. Artık bu konuda daha dikkatliyim.

3. Yapılan uygulama sonrası, öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

Z- Önceleri böyle sorulara hiç değinmemiştik. Bu tip hatalı sorular çözünce aslında sorulan sorularda hangi kavramları daha iyi bilmemiz gerektiğini gördüm. Bu kavramları daha iyi öğrenmeye başladım. Her hafta çözdüğümüz sorulara bakınca her geçen hafta hataların sebeplerini daha rahat bulabiliyor ve açıklayabiliyordum.

4. Yapılan uygulama sonrası, teorem ve ispat yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

Z- Önceleri verilen teoremlerin ispatlarını yapabileceğimi düşünüyordum. Fakat uygulama sonrası aslında bu konuda çok eksik olduğumun farkına vardım. Bunun yanı sıra lisanstaki ispatları ve teoremleri hatırlamamı, tekrar etmemi sağladı. Doğrulama ile ispat arasındaki farkı anladım.

5. Yapılan uygulama sonrası, matematiksel kavramların tanımını bilme ve yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

Z- Uygulama öncesi tanımların çoğunu bildiğimi düşünüyordum. Fakat süreçte hocamız bazı kavramların tanımlarını sorduğunda ifade edemediğimi, takıldığımı gördüm. O anda yanlış bildiğim kavramlar olduğunu gördüm. Tanım kümelerinin, $p \Rightarrow q$ nun önemini anladım. Aslında tanımlarda çok geniş düşünmediğimi fark ettim. Özellikle her zaman doğru, yanlış sorularında bunu çok fark ettim. Tanımları çok dar durumlarda bildiğimi anladım.

6. Yapılan uygulama sonrası, işlem yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

Z- Önceden ezbere işlem yaparken şimdi acaba başka bir yol daha var mı acaba o yoldan bir şey çıkar mı diye düşünüyorum. Aslında birçok konuyu unuttuğumu veya eksik bildiğimi fark ettim. Sorulan sorularda çözüm yapmakta zorlandım. Fakat her hafta yapılan uygulamalar ve uygulamalar sonrası yaptığım araştırmalarla işlem yapma eksikliğimin azalmaya başladığını fark ettim.

7. Yapılan uygulama sonrası, matematiksel terim ve notasyonları (simge-gösterim) bilme ve kullanma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

Z- Başta bağlaçları, niceleyicileri hatırlayamadım. Süreç sonunda hatırladığımı, aradaki farkları anladığımı fark ettim. Artık daha iyi kullanabiliyorum. Keşke daha çok örnek çözebilseydik. Mesela “veya” ile “ya da” bağlacı arasındaki farkı gördüm. Bağlaçların ve niceleyicilerin bir soruyu, kavramı, ispatı ne kadar çok değiştirdiğini gördüm.

8. Uygulamaların matematik alan bilginize bir şeyler kattığını düşünüyor musunuz?

8.1. Bilişsel açıdan bir şeyler kattı mı? Düşüncenizde neler değişti? Ne yönde değişti?

Z-Eleştirel bakmamı sağladı. Farklı açılardan bakmamı sağladı. Kavramlararası farkları daha net ortaya koymamı sağladı. Eksikliğimi gösterdi. Derinlemesine anlamamız gerektiğini gösterdi. Başta özgüvenim çok fazlaydı. Uygulama sürecinde eksiklerimi gördüm, kendimi kötü hissetmeye başladım. Fakat sonraları uygulamalar ilerledikçe, fikir ürettikçe ve araştırmalar daha çok bilgi sahibi olmamı sağladı ve özgüvenim arttı.

8.2. Duyuşsal açıdan bir şeyler kattı mı? Düşüncenizde neler değişti? Ne yönde değişti?

Z- Birlikte tartışma, farklı fikirler ortaya atılması çok güzeldi. Araştırma isteği ve özgüvenim arttı. Mesela bir soruya ilk başta cevap veremiyordum, verdiğim cevap hatalı yanlış olabilir mi diye çekiniyordum. Ama bu derste bu durum ortadan kalktı. Fikirlerimizi açıkladık hatalarımızı gördük. Hatalarla daha iyi öğrendik. Öğrendiklerimiz daha kalıcı oldu. İşte bu çok güzel.

4.3.2.4. Öğretmen Aslı ile ilgili bulgular

1. Yapılan uygulama sonrası, temel matematiği derinlemesine anlama hususunda sizlerde ne gibi değişiklikler oldu? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

A- Öncelikle uygulama öncesi kitaplara, üniversite kitaplarına güvenim vardı. Süreçte araştırdık. Arkadaşlarımızda araştırmıştı. Kitaplarda yanlışlar bulmuştuk. Özellikle tanım kümelerinde çok fazla hata olduğunu gördüm. Formüllerde de

uyuşmazlık oluyor. Mesela Mahir arkadaşımız bir kitapta rastladığı aritmetik diziyle ilgili bir soru getirmişti. Biz eğer o soruyu başka bir formülden de çözüp yanlışlığını görmeseydik ben o tip soruları hep tek formülden çözüp doğrudur diyecektim. Ama artık öyle demiyorum. Acaba hatalı mıdır? diye başka yolları da deniyorum. Tanımlarda bile bir şüphe duyuyorum. Süreç boyunca bunları gördüğümüz için artık daha çok incelemeye başladım. Analiz yeteneğimi geliştirdi diyebilirim.

1.1. Matematiksel fikirleri ve anahtar noktaları açıklama ve yorumlama hususunda ne gibi bir değişim oldu?

A- Matematiksel kavramlarda terimlerin önemli olduğunu gördüm. Önceden çok üstünde durmuyordum. Bağlaçlar, niceleyiciler olsun bunların bir yerleri değiştirildiğinde bile ne kadar farklı anlamlar yüklediğini gördüm. Bunları çok önemsemiyordum ama süreçte sorulan sorularda bunların ne kadar önemli olduğunu fark ettim ve hepsi de aklımda kaldı.

1.2. Kavramları açıklamak için alternatif yollar bilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

A- Mesela kart sorusunu $p \Rightarrow q$ dan çözmek hiç aklıma gelmezdi. Hoca açıkladığında çok şaşırdım. Birkaç soruyu daha mantıktan çözdük. Bunlar aklımda kaldı. Aslında biz mantığı hiç önemsemedik şimdiye kadar. Meğer çok önemliymiş. Mesela Mahir arkadaşımızın diziyle ilgili getirdiği bir soruyu farklı yollardan deneyerek hatalı olduğunu anladık. Farklı yollar sorular hakkında daha net sonuçlara ulaşmamızı sağlıyormuş.

1.3. Sorulara çözüm önerisi üretebilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

A- Bildiğim yollar hariç arkadaşlarımız, hocamız başka yollarda gösterdi. Onlar aklımda kaldı. Bundan sonra çözdüğümüz sorulara benzer sorularda böyle alternatif yollar gelecektir. En çok aklımda kalan da çoğu soruyu $p \Rightarrow q$ dan çözmemizdi. Onu hiç unutmuyorum. Sorularında alternatif yolları mutlaka deneyeceğim.

1.4. Matematiksel kavramlar arasında ilişki kurabilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

A- Önceleri bir soruyu direk bize gösterilen yollardan buluyordum. Direk ezbere yapıp, başka çözüm yolları var mı diye düşünmezdim. Fakat uygulamada bazı soruları mantıkla ilişkilendirme, ispatta doğrulama ile ispat arasındaki farkı, mihrace sorusunu geometrik dizi ile ilişkilendirmemiz, ispatı $p \Rightarrow q$ dan yapmak yerine $q' \Rightarrow p'$ den çözmek bunları görünce şimdi buna benzer sorular gördüğümde bunlara da dikkat ediyorum. Uygulama sonrası dikkat ettim ki soru çözümlerinde farklı kavramlarla ilişkisi var mı diye düşünüyorum, araştırıyorum.

2. Yapılan uygulama sonrası, öğrenci hatalarının farkına varma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

A- Bundaki değişimi direk şöyle söyleyebilirim; geçende bir teze bakıyordum. Tezi yazan araştırmacının bir konu hakkındaki tanımını acaba doğru mudur nasıl bu tanımları yapmış diyerek inceledim. Ama önceden böyle değildi. Hocalarımız bir tanım verdiğinde ya da kitaplarda gördüğüm tanımları hemen kabul eder eleştirel gözle bakmazdım ve araştırma yapmazdım. Her şey de hata arıyorum.

3. Yapılan uygulama sonrası, öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

A- Hataların nereden kaynaklandığını bilmememizin sebebi aslında tanımları, bazı önemli kavramları bilmediğimizden kaynaklanıyor. Mesela hoca fonksiyonun birebirliği ile ilgili bir soru çözmüştü. Orada tanımlara aslında hiç dikkat etmediğimi fark ettim. O görüşmeden sonra hemen kitaplardan konuyla ilgili tanıma baktım. Bu ders bana çok şey kattı. Artık hataların sebeplerini daha rahat bulup açıklayabiliyorum. Çünkü konularla ilgili tanımlara önemli noktalara daha çok dikkat ediyorum. Sorulara çelişkiyle yaklaştığımız için küçücük bir ipucu bile aklımda kaldı.

4. Yapılan uygulama sonrası, teorem ve ispat yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

A- Teorem ve ispatlara önceden çok ön yargılıydim. Teorem ve ispat içeren dersleri hep ezberleyerek geçirdim. Ama bu süreçte bu önyargım kırıldı. Uygulamalardan sonra artık daha rahat yapabileceğimi gördüm. Bir ispata verilen ifadeyi dikkate alarak nasıl başlamam gerektiğini gördüm.

5. Yapılan uygulama sonrası, matematiksel kavramların tanımını bilme ve yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

A- Çoğu hatayı tanımlara ve önemli kavramlara hakim olamadığımızdan dolayı yaptığımızı gördüm. Mesela bileşke fonksiyonun tanımı, işlem bu tanımlar basit gibi geliyor ama aslında öyle değil. Hoca sorduğunda ifade etmekte çok zorlandım. Onun harici doğru-yanlış tipi soruları vermiştiniz. Onlar çok güzeldi. Orada aslında konular hakkında çok şey bilmediğimi fark ettim. O sorularda oranın tanımını, kesirin tanımını, matrislerde önemli özelliklerin olduğunu ve bunları bilmem gerektiğini gördüm. Aslında bunların çok dikkat etmemiz gereken noktalar olduğunu gördüm.

6. Yapılan uygulama sonrası, işlem yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

A- Önceleri sadece kendi işlemime bakıyordum. Sadece onu yol olarak biliyordum. Fakat bu uygulamanın en çok sevdiğim yanı süreçte arkadaşların ve hocamızın farklı çözüm önerileriyle farklı yollar daha farklı işlemler görmemdi. Bu konuda da geliştim. Çünkü ben de süreçte daha farklı yollarla sorulara yaklaştığımı fark ettim.

7. Yapılan uygulama sonrası, matematiksel terim ve notasyonları(simge-gösterim) bilme ve kullanma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

A- Önceleri bağlaçların ve niceleyicilerin çok da önemli olduğunu düşünmez, niceleyicilerin yerlerinin değiştirilmesiyle soru kökünün anlamının değiştiğini bilmezdim. Bunların üstünde pek durmazdım. Ama niceleyicilerin yer değiştirmesiyle

nasıl bir fark oluştuğunu ve bunların sırasının ne kadar önemli olduğunu gördüm. En azından “veya” ile “ya da” bağlacı arasındaki farkı gördüm. Bağlaçların bir ifadeyi ne kadar çok değiştirdiğini gördüm.

8. Uygulamaların matematik alan bilginize bir şeyler kattığını düşünüyor musunuz?

8.1. Bilişsel açıdan bir şeyler kattı mı? Düşüncenizde neler değişti? Ne yönde değişti?

A- Kesinlikle kattı. İspat açısından özgüvenim arttı. Farkındalığım arttı. Soruları daha rahat analiz etmeye başladım. Bağlaçlar ile niceleyicilerin önemini anladım. Önceden ön yargılarım vardı. Bir sorunun çözümü için kesin doğrudur, kitaplarda yazılan doğrudur gibi. Ama bu uygulamada bu ön yargılarım değişti. Artık daha dikkatli inceliyorum.

8.2. Duyuşsal açıdan bir şeyler kattı mı? Düşüncenizde neler değişti? Ne yönde değişti?

A- Bu ders çok hoşuma gitti. Süreç boyunca hiç sıkılmadım. Görüşme yapılacak zamanın gelmesini büyük bir hevesle bekliyordum. Böyle hatalı sorulara yaklaşmak dikkatimi çok çekti. Araştırma isteğim arttı. Artık çoğu şeyin farkındayım, kendime güvenmeye başladım. İlk başta çekiniyordum. Açıklamakta kendime güvenim yoktu. Ama hocanın önemli olan sizin doğru ya da yanlış çözmeniz değil çekinmeyin demesi ve görüşmelerde herkesin görüşlerini belirtmeye başlaması, ılımlı bir ortamın başlaması da öz güvenimi artırdı.

4.3.2.5. Öğretmen Naci ile ilgili bulgular

1. Yapılan uygulama sonrası, temel matematiği derinlemesine anlama hususunda sizlerde ne gibi değişiklikler oldu? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

N- Matematikte meydana gelen kavram yanlışlarının nelerden kaynaklandığını görme hususunda çok ciddi katkıları oldu. Niceleyiciler, bağlaçlar; bunların kullanımının ne kadar önemli olduğunu anladım. Ashında bitirdiğimiz zaman konuları iyi bildiğimizi zann ediyoruz. Uygulama sonrasında konularda hala çok şeyi

bilmediğimizi anladım. Bildiklerimizin çoğunun da ya yanlış ya da eksik olduğunu gördüm.

1.1. Matematiksel fikirleri ve anahtar noktaları açıklama ve yorumlama hususunda ne gibi bir değişim oldu?

N- Mesela dizi seri ile ilgili sorularda yakınsaklık ıraksaklık la ilgili bilgi sahibi olmamı sağladı. İlk soru yakınsaktı ve çok rahat yapabiliyorduk. İkinci soruyu da aynı yoldan yapmaya çalıştık fakat olmadı. Hatanın nerden kaynaklandığını görmem konusunda çok katkısı oldu. $p \Rightarrow q$ önermesinin denginin $q' \Rightarrow p'$ olduğunu ve bu şekilde ispat yapılabileceğini öğrendim. Bağlaçlar arasındaki farkı öğrendim.

1.2. Kavramları açıklamak için alternatif yollar bilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

N- Dedektiflik sorusunda mesela çözümün $p \Rightarrow q$ şeklinde olacağını düşünmezdim. Oradan çıkması çok garip. İspatların nasıl yapılacağını gördüm. Mantık konusunu önemsemezken aslında birçok sorunun temelini oluşturduğunu gördüm. Önceden farklı yolları var mı diye düşünmezken şimdi farklı yollardan da çıkabilir mi diye düşünüyorum.

1.3.Sorunlara çözüm önerisi üretebilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

N- Bir çok noktadan farklı bakış açısı geliştirdiğini düşünüyorum. Uygulamada grupça çözüm önerileri ürettiğimiz için daha iyi oldu. O zaman farklı çözüm önerileri daha kolay ortaya çıkıyor. Böyle olunca insan kendisini de geliştiriyor. Araştırıyorsun farklı çözüm yolları bulur muyum diye.

1.4. Matematiksel kavramlar arasında ilişki kurabilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

N- Özellikle oran-orantıdaki $\frac{5}{0}$ in tanımlı olması, $\frac{3}{5} + \frac{5}{7} = \frac{8}{12}$ olması ilginç ama düşünmemiz gereken şeydir. Oran-orantı ile ilişki kurmalıyız. Teorem-ispatı, olasılığı $p \Rightarrow q$ dan yapmak bu konuların mantıkla ilişkisinin olduğunu gösterdi. “Veya” ile “ya da” bağlaçları arasındaki farkı kümeler üzerinden anlatmak; bu kavramlarla

kümeler arasındaki ilişkiyi gösterdi. Bunları görmemize çok fazla katkısı oldu. Artık sorunun farklı bir kavramla ilişkisi var mı diye hemen düşünüyorum.

2. Yapılan uygulama sonrası, öğrenci hatalarının farkına varma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

N- Oldu. Önceleri fazla göremiyordum. Çünkü kavramları tam olarak bilmiyordum. Aslında başta bidiğimi sanıyordum ama neyse. Bu durum az soru çözmemizden ve araştırma yapmamamızdan da kaynaklanıyordu. Fakat bu uygulama araştırma yapmamı sağladı. Kavramların üstüne daha çok düşmemi sağladı. Öğrencilerin yaptıkları hataların nereden kaynaklanabileceğini daha iyi gördüm. Özellikle tanım aralıkları, çözüm kümesine özellikle daha çok dikkat ediyorum.

3. Yapılan uygulama sonrası, öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

N- Artık daha rahat görüp açıklayabiliyorum. Mesela önceden tanım aralıkları ve çözüm kümesine çok dikkat etmezdim. Artık hemen dikkatimi çekiyor. Çünkü araştırma yaparak kavramları daha iyi anlamaya başladım. Hataların sebeplerini açıklayabilmek için bir konudaki temel noktaları, tanımları bilmek gerekiyormuş.

4. Yapılan uygulama sonrası, teorem ve ispat yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

N- En azından teoreme ve ispata nasıl başlamak gerektiğini bilme hususunda çok büyük bir değişiklik oldu. Önceden kendime güvenmiyordum. Bize verilen ispatı yapmaya çalışıyorduk. Ama $q' \Rightarrow p'$ ye bakarak yapabileceğimi gördüm. Şimdi bir teoremin ispatını yapın dediklerinde nereden başlamak gerektiğini, nasıl bir yol takip etmem gerektiğini biliyorum.

5. Yapılan uygulama sonrası, matematiksel kavramların tanımını bilme ve yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

N- *Tanımları mutlaka kullanmamız gerektiğini gördüm. Rasyonel sayı tanımını, oranla kesir arasındaki farkı gördüm. Bunlar tanımı bilmenin ve yapmanın bir ayrıcalığı bence. Tanımı bilmeden bir sorunun kavranarak yapılamayacağını anladım. Önceden ezbere yapıyordum. Ama şimdi tanımlara daha çok dikkat ediyorum. Soruları çözerken ezbere değil de bilerek, kavrayarak çözüyorum.*

6. Yapılan uygulama sonrası, işlem yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

N- *Artık $\frac{5}{0}$ a her zaman tanımsız demeyeceğimi, olasılık sorularında farklı işlemlerde yapabileceğimi, $\frac{3}{5} + \frac{5}{7} = \frac{8}{12}$ olarak toplayabileceğimi ve bunun sebebini biliyorum. İşlem yaparken daha geniş çaplı düşünmem gerektiğini anladım.*

7. Yapılan uygulama sonrası, matematiksel terim ve notasyonları(simgeler-gösterim) bilme ve kullanma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

N- *Bunların ne kadar önemli olduğunun ilk defa farkına vardım. Mesela $\exists$, her niceleyicilerinin ufak bir yer değişimiyle bir kavramı ne kadar değiştirdiğini fark ettim. “veya” ile “ya da” bağlaçlarının ne kadar farklı anlamlar içerdiğini hiç düşünmemiştim. Bunları fark etmek çok güzel. Bunlar beni çok etkiledi.*

8. Uygulamaların matematik alan bilginize bir şeyler kattığını düşünüyor musunuz?

8.1. Bilişsel açıdan bir şeyler kattı mı? Düşüncenizde neler değişti? Ne yönde değişti?

N- *Matematiğe çok farklı bir bakış açısı kazandırdı. Sorulara daha dikkatli yaklaşıyorum. Farklı pencerelerden bakmaya çalışıyorum. Biliyor sandığım sıradan*

olarak düşündüğüm soruların altında çok önemli kavramların yattığını gördüm. Aslında soruyu bir bütün olarak ele alıp çözmeme gerektiğini fark ettim. Önemli kavramları ezberlemek yerine bunların nereden geldiğini, nasıl olduğunu kavramam gerektiğini anladım.

8.2. Duyuşsal açıdan bir şeyler kattı mı? Düşüncenizde neler değişti? Ne yönde değişti?

N- Merak, ilgi, araştırma, özgüven çok arttı. Acaba bende böyle sorular bulabilir miyim diye sürekli araştırdım. Uygulama o kadar güzeldi ki bir eleştiride bulunmama bile gerek yoktu. Beni sürekli araştırmaya yönlendirdi. Aslında öz değerlendirmemin ne kadar yanlış olduğunu gördüm. Her şeyi daha çok irdelemeye başladım.

Uygulama sonrası yarı yapılandırılmış yüzyüze görüşmelerde öğretmenlerin temel matematiği derinlemesine anlama bağlamındaki görüşlerinde vurguladıkları temel nokta, HTA uygulamalarının olumlu bir değişime yol açtığı yönündedir.

Öğretmenler HTA uygulamalarının temel matematiği derinlemesine anlama bağlamında; kavramlar arası ilişkileri fark etme, kavramlar arası ilişkiler aramaya sevk etme, ezberden uzak daha kavramsal bir yaklaşım, analiz etme yeteneğini geliştirme, eksikliklerini görmelerini sağlama şeklinde olumlu etkilerinin var olduğunu ifade etmişlerdir. Anahtar kavramların ne kadar can alıcı olduğunu, önemsiz gördüğümüz kavramların aslında ne kadar önemli olduğunu, artık ilginç ve kendilerine avantaj sağlayacağını düşündükleri alternatif yollar aradıklarını, alternatif yolların sorular hakkında daha net bilgiler sağladığını gördüklerini ve sürekli alternatif farklı yollar aradıklarını ifade etmişlerdir.

Uygulama sonrası yarı yapılandırılmış yüzyüze görüşmelerde öğretmenlerin öğrencilerin hatalarının farkına varma ve sebeplerini açıklama bağlamındaki görüşlerinde HTA uygulamaları süreci ve sonrası; hataları fark etmede daha bilinçli hareket ettiklerini, sadece hata değil hata sebebini ve öğrencinin nasıl düşüneceğininide daha iyi görmeye başladıklarını, artık daha eleştirel ve sorgulayıcı olarak kavramlara yaklaştıklarını belirtmişlerdir. Yine öğretmenler önceden bazı hataları göremediklerini hatta bazı şeyleri hata olarak dahi göremezken HTA uygulamaları sonrası gerek

tartışmalar gerek düşünce değişimi ve gereksede araştırma yapmaya yönelmeleri sonucu hata nedenini daha iyi görebildiklerini, öğrencilerin neleri birbirine karıştırabileceklerini daha net görebildiklerini, süreç ilerledikçe hata sebeplerini daha iyi açıklayabildiklerini, önceden dikkat etmedikleri noktalara artık dikkat etmeye başladıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmenler özellikle HTA uygulamalarının kendilerini araştırmaya sevk ettiğini, böylece ilgili konuyu daha ayrıntılı incelediklerini ve bu sayede hata sebeplerini daha iyi açıklayabildiklerini belirtmişlerdir.

Uygulama sonrası yarı yapılandırılmış yüzyüze görüşmelerde öğretmenlerin öğrencilerin ispat yapabilme bağlamındaki görüşlerinde HTA uygulamaları süreci ve sonrası; ispat yapmanın mantığını anladıklarını, ispata nasıl başlayacaklarını artık bildiklerini, önceki hata ve eksiklerini görmelerini sağladığını, teorem ve ispata karşı ön yargılarının kırıldığını ifade etmişlerdir.

Uygulama sonrası yarı yapılandırılmış yüzyüze görüşmelerde öğretmenlerin öğrencilerin tanım yapabilme bağlamındaki görüşlerinde HTA uygulamaları süreci ve sonrası; tanımlardaki eksikliklerini gördükleri, tanımların kabul zannederken kavramsal yönlerini görmeye başladıklarını, tanımları çok geniş düşünmediklerini fark ettiklerini, tanımları bilmemeden çoğu hatalara düştüklerini fark ettiklerini ve yine tanımın aslında basit ve önemsiz bir şey olmadığını fark ettiklerini ifade etmişlerdir.

Uygulama sonrası yarı yapılandırılmış yüzyüze görüşmelerde öğretmenlerin öğrencilerin işlem yapabilme bağlamındaki görüşlerinde HTA uygulamaları süreci ve sonrası; kalıplaşmış ve ezbere işlem algoritmalarının dışına çıkmaya başladıklarını ve farklı çözümler geliştirmeye çalıştıklarını, daha geniş düşündüklerini ve daha geniş çaplı düşünceleri gerektiğinin farkına vardıklarını ifade etmişlerdir.

Uygulama sonrası yarı yapılandırılmış yüzyüze görüşmelerde öğretmenlerin öğrencilerin terim ve notasyonları doğru kullanma bağlamındaki görüşlerinde HTA uygulamaları süreci ve sonrası; matematiksel terim ve notasyonların ne kadar önemli olduklarını fark ettiklerini, kullanım yerlerinin önemini ve bunların ifadelerin anlamlarını ne kadar değiştirdiklerini fark ettiklerini, bunlar arasındaki farklılıkları sezdiklerini ifade etmişlerdir.

Uygulama sonrasında öğretmenler HTA uygulamalarının bilişsel olarak, bilmediğini fark ettirme, daha geniş düşünme, tanımların önemini anlama, ispat sürecine

olumlu katkı, yaptığı işlemlerin sebeblerini bilerek işlem yapma, eleştirel bakma, farklı bakış açıları kazandırma, derinlemesine anlama, daha dikkatli inceleme, kavramların nereden geldiğini düşündürme gibi etkilerinin olduğunu ifade etmişlerdir.

Uygulama sonrasında öğretmenler HTA uygulamalarının duyuşsal olarak, merak, ilgi ve isteği artırma, çekingenliği azaltma, özgüven sağlama ve araştırma hevesini artırma gibi etkilerinin olduğunu ifade etmişlerdir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde çalışmanın bulguları ile ilgili elde edilen sonuçlara, tartışmalara ve bu sonuçlar doğrultusunda değinilebilecek önerilere yer verilmiştir.

Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgileri üzerine, bu çalışmada kabul edilen bileşenleri boyutunda elde edilen sonuçlar sırasıyla aşağıdaki gibidir.

5.1. Hata Temelli Aktivitelerle İlgili Olarak Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Matematik Alan Bilgilerinin Gelişim Sürecine İlişkin Sonuçlar

5.1.1. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Temel Matematiği Derinlemesine Anlama Durumuna İlişkin Sonuçlar

Öğretmenlerin bir konuyu öğrencilerine uygun ve çeşitli yollardan sunabilmeleri için o konu hakkında yeterli derecede bilgi sahibi olmaları gerekmektedir (Ball, 1990). Bu çalışmada öğretmen adaylarının matematik alan bilgileri;

- i. matematiksel fikirleri ve anahtar noktaları açıklama,
- ii. kavramları açıklamada alternatif yollar bilme,
- iii. kavramlar arasında ilişki kurabilme boyutlarında incelenmiştir.

Uygulamalar öncesi öğretmenlerin kendilerini özdeğerlendirmeleri için yapılan ön tanı yazılı görüş almalarında, öğretmenlerin tamamı özellikle soru çözümlerinde matematiksel fikirleri ve anahtar kavramları mutlak suretle açıkladıklarını belirtmelerine karşın, öğretmenlerin çoğunun uygulama sürecinde tam manasıyla matematiksel fikirleri ve anahtar kavramları açıklayamadıkları tespit edilmiştir. Uygulama sürecinde sorular, çözümleri yapılmadan önce öğretmenlere yöneltilmiş ve öğretmenlerin çok azının bazı soruları çözdükleri, genelde ise ya çözemedikleri ya da boş bıraktıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin gerek soruları çözmemeleri ve gerekse de soruları çözerken hata yapmaları temel matematiği derinlemesine bilmediklerinin göstergelerinden biri

sayılabilir. Öğretmenlerin bildiklerini söyledikleri kavramlarla ilgili bu sorularda maalesef yeterli başarıyı gösterememişlerdir. Öğretmenlerin kendileri de bunu gerek yazılı gerekse de yüzyüze görüşmelerde itiraf etmişlerdir. Bu bağlamda öğretmenlerin uygulama sürecinde soruların çözümleri yapılmadan önce temel matematiği derinlemesine anlamada eksik oldukları sonucuna varılmıştır. Bu sonuç Livy ve Vale (2011)' nin öğretmen adaylarının matematik alan bilgilerini inceledikleri çalışmada, adaylara matematik yeterlilikleri, becerileri ve bilgileri ile ilgili uyguladıkları testlerde adayların sorulara çok sayıda yanlış cevap verdiğini, matematik öğretmen adaylarının matematiksel yapılarla ilgili alt yapılarının olmadığı sonucuya ulaşılmıştır. Yine bu sonuç, Baturo ve Nason (1996) nın öğretmen adaylarının matematikteki temel bilgilerini incelemesi bağlamında ele aldığı bileşenler boyutunda ulaştığı, öğretmen adaylarının matematik bilgilerinin yanlış ya da eksik olduğu sonucu ile örtüşmektedir. Öğretmenler, bu uygulama ile kendilerindeki kavram eksikliklerini de gördüklerini ve kavramları tam manasıyla öğrenmeden ezbere kullandıklarının farkına vardıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmenler süreçte genellikle kavramları ve yine bu kavramlarla ilgili temel bilgileri ilk öğrendikleri biçimiyle sürece yansıtmışlardır. Uygulama sonunda ise öğretmenler bu konudaki eksikliklerinin farkına vardıklarını ve bunların ne derece önemli olduğunu gördüklerini ifade etmişlerdir. Yani bu çalışmada temel matematiği derinlemesine inceleme bağlamında ele alınan kavramlarda anahtar noktaları bilme ve kavramları açıklamada alternatif yollar bilme bileşenleri, uygulama öncesi ve süreç başlangıcında eksik iken süreç sonuna doğru bir farkındalık oluştuğu sonucuna varılmıştır.

Öğretmenlerin tamamı özdeğerlendirme öntanı testine yansıttıkları yazılı görüşlerinde, soru çözümlerinde alternatif yollara başvurdıklarını, bir kısmı alternatif tanım ve ispatlar yapmaya çalıştıklarını belirtmişlerdir. Uygulama sürecinde öğretmenlerin çok az soru çözümü, tanım ve ispatta alternatif yollara başvurmayla çalıştıkları belirlenmiştir. Uygulama sonrası ise eksiklerini ve farklı alternatif yolları gördüklerini ve uygulamanın kavramları farklı açılardan görmelerini sağladığını ifade etmişlerdir. Ayrıca genelde soru çözümlerinde alternatif yollara başvuran öğretmenler tanım ve ispattada alternatif yollar arayışına girmişlerdir. Bu bağlamda öğretmenlerin uygulama öncesi ve sürecinde kavramları açıklamada alternatif yollara başvurmadıkları, süreçte bunu geliştirmeye çalıştıkları ve süreç sonunda bu eksikliklerini tamamlamaya çalıştıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Ball (1990) bir matematik öğretmenin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri anlayabilmesini ve açıklayabilmesini matematik alan bilgisi ölçütleri içerisinde ele almıştır. Yine Hızarcı ve Elmas (2005) bir öğretmenin konuda geçen temel ilke ve kavramları mantıksal bir tutarlılıkla ilişkilendirebilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin çoğu özdeğerlendirme öntanı testinde kavramlar arası ilişkiler kurduklarını ve bunu önemsediklerini söylediler de, uygulama sürecinde kavramlar arası ilişkiler kurmakta zorlandıkları fakat zamanla bunu aşmayı bir nebze olsa başardıkları söylenebilir. Bu hususu kendileri de gerek yazılı gerekse de sözlü olarak ifade eden öğretmenler, HTA'nın onları bu eksiklerini gidermede araştırmaya sevk ettiğini belirtmişlerdir. Bu bulguya göre öğretmenlerin uygulama öncesinde kavramlar arası ilişki kurduklarını düşündükleri fakat uygulama süreç ve sonrasında aslında bu bağlamda zorlandıkları sonrasında kavramlar arası ilişki kurmada geliştikleri sonucuna varılmıştır. Bu sonuç Hourigan ve O'Donoghue (2013) öğretmen adaylarının kavramsal anlayış gerektiren, bağlantı kurma ve sorgulama konularında zorluklara sahip oldukları sonucu ile örtüşmektedir. Yine bu sonuç Baturo ve Nason (1996)'nın öğretmen adaylarının matematikteki temel bilgilerinin çoğunlukla birbirleriyle bağlantısız olduğu sonucu ile uyumludur.

Temel matematiği derinlemesine anlama bağlamında, HTA uygulamalarının öğretmenlerde bir farkındalık yarattığı, “bilmediklerini bilme” anlayışı kazandırdığı bulgulardan çıkarılabilir ki bu bulgu Parviainen ve Eriksson (2006), Lambe (2006) (akt. Akpınar ve Akdoğan, 2010) ve Gartmeier, Gruber ve Heid (2007) ile uyumludur.

5.1.2. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Öğrenci Hatalarının Farkına Varma ve Sebeplerini Açıklama Durumlarına İlişkin Sonuçlar

Çalışmanın bu bölümünde MAB'in öğrenci hatalarının farkına varma ve bunların sebeplerini açıklama bileşeni ele alınmıştır. Bu bileşen aynı zamanda PAB bileşenleri arasındaki öğrencilerin öğrenme zorluklarını anlama ve bu zorlukların üstesinden gelme bileşenlerinin bir alt bileşeni olarak düşünülebilir.

Hatayı tespit, gerekli önlemlerin alınmasına ve böylece daha verimli bir öğretme-öğrenme süreci ve bu sürecin gelişimine zemin hazırlar. Dolayısıyla, etkili ve verimli bir öğretme-öğrenme süreci, etkili bir değerlendirmeye, etkili bir değerlendirme

ise sağlam bir matematik ve pedagoji bilgisine bağlı olduğunu kabul etmek gerekir (Konyalıoğlu ve diğ., 2010).

Öğretmenlerin öğrenci hatasının farkına varma ve sebebini matematik alan bilgisi bağlamında doğru açıklama durumlarıyla ilgili de araştırmalar mevcuttur (Even ve Markovitz, 1995; Even and Tirosh, 1995; Boz 2004; Konyalıoğlu, Özkaya, Aksu 2012; Shabanifar ve Konyalıoğlu 2014; Konyalıoğlu, Özkaya, Gedik 2012; Özkaya, Konyalıoğlu, Gedik 2013).

Uygulama öncesi öğretmenlerin büyük çoğunluğu ispatlardan ziyade soru çözümleri ve tanımlardaki hataları tespit edebileceklerini belirtirken, uygulama sürecinde bu bağlamda yapılan çalışmalarda öğretmenlerin yetersizlikleri görülmüştür. Bu bileşen altında öğretmenlerin soru çözümü, tanım ve ispatlardaki hataları tespit konusunda kendi düşüncelerine göre daha yetersiz oldukları ve süreçte bu farkındalığın olduğu sonucuna varılmıştır. Uygulama sürecindeki bu sonuç Konyalıoğlu ve diğ.,(2012); Shabanifar ve Konyalıoğlu (2014); Konyalıoğlu ve diğ.(2012); Özkaya ve diğ.(2013) ve Konyalıoğlu (2014) ile tutarlıdır. Yine bu sonuç öğretmen veya öğretmen adaylarının öğrenci cevaplarını analiz etmede yeterli olmadığını belirten Even ve Markovitz (1995), Even ve Tirosh (1995) in bulgularıyla örtüşmektedir. Boz (2004) çalışmasında, alan bilgisinin öğrenci hatalarını tespit ve analiz etmede etkili olduğu sonucuna varmıştır. Bu çalışmada öğretmenlerin hata tespiti ve analizindeki yetersizlikleri Boz (2004) un ifade ettiği gibi öğretmenlerin alan bilgilerindeki yetersizliğe bağlanabilir. Uygulama sürecinde öğretmenler önce hataları tespitte zorlanmış, daha sonraları ise karşılaştıkları her durumda hata aramaya başlamışlardır. Bunu yaparken de bazı durumlarda kendilerinin de farklı hatalara düştüğü görülmüştür. Bu bağlamda HTA uygulamaları sürecinde öğretmenlerin hatalara daha farklı bir bakış açısı kazandıkları, her ne kadar hataları tam tespit edemeseler de artık en azından hataların nelerden kaynaklanabileceği hakkında daha derin bir bilgi edindikleri, eskisine göre bu hususta daha iyi bir durumda oldukları ve zamanla daha iyi tespit edebilecekleri sonucuna varılmıştır. Ayrıca öğretmenler bu uygulamalarla kendi hata ve eksikliklerini de belirtmişlerdir. HTA uygulamalarının öğretmenlerde eleştirel düşünce ve şüphe duygusunu artırdığını ve artık karşılaştıkları her duruma şüpheyile yaklaştıkları, daha dikkatli oldukları ve bunları doğrudan kabul etmedikleri sonucuna da varılmıştır.

Öğretmenlerin uygulama sürecindeki ders başında kendilerine yapmaları için yöneltilen soru çözümleri, gerek tanımlar ve gerekse de ispatlarda hata yaptıkları tespit edilmiştir. Bu sonuç aslında Lesh ve Schultz (1983), Post, Behr, Lesh ve Wachsmuth (1985) ve Konyalıoğlu ve diğ.(2010) öğretmen veya öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına sahip olduğunu gösteren sonuçları ile uyumludur. Yine öğretmenlerin bazı durumlarda hatayı açıklarken farklı hatalar yapmaları Konyalıoğlu ve diğ.(2010)' nun çalışması ile uyumludur.

Ayrıca öğretmenlerin yeterli olduklarını düşündükleri konularda hata tespitini daha iyi yapacaklarını ifade etmeleri temel matematiği derinlemesine bağlamında eksikleri olduğunu kabul etmeleri anlamına gelmektedir.

5.1.3. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin İspat Yapabilme Durumlarına İlişkin Sonuçlar

İspat yapma matematikçi için temel bir beceri (Knapp, 2005) ve matematiğin kalbidir (Schabel, 2001 akt. Güler). Ball (1990) bir matematik öğretmenin teoremlerde yer alan önemli kavramları bilmesi ve teoremin uygulamasında yapılanların nedenlerini açıklayabilmesini matematik alan bilgisi ölçütleri içerisinde ele almıştır.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının matematik alan bilgileri;

- i. teorem ve aksiyom ifadelerini bilme,
- ii. ispat yöntemlerini bilme ve kullanabilme ve
- iii. ispat yapabilme boyutlarında incelenmiştir.

Uygulamalar öncesi öğretmenlerin kendilerini özdeğerlendirmeleri için yapılan ön tanı yazılı görüş almalarında öğretmenlerin tamamı teorem ve aksiyom ifadelerini bilmenin öğretmenlik hayatında etkili olduğunu belirtmişlerdir. Öğretmenler teorem ifadelerini bilmenin öğretmeni derinlemesine kavramsal bilgiye götüreceğini, soru çözümlerini kolaylaştıracağını belirtmişlerdir. HTA uygulamaları sürecinde öğretmenlerin gerek soru çözümü, gerek ispatta ilgili teorem ifadelerini kullanmayı çok az tercih ettikleri, bazı kullanmaya çalıştıkları teorem ifadelerini tam olarak ifade edemedikleri tespit edilmiştir. Uygulama süreci ve sonrasında öğretmenler teorem ifadelerini bilme ile ilgili olarak, uygulama öncesi fikirlerine ilave olarak teorem ifadelerini bilmenin sorulara bakış açısını değiştirdiğini, hatayı tespitte önemli

olduğunu, özgüven sağladığını ve yaptıkları işe akademik bir kimlik kattığını ifade etmişlerdir. Ayrıca uygulama sonrasında öğretmenlerin kendilerini özdeğerlendirmeleri için yapılan son tanı görüş almalarında öğretmenler sadece teorem ve aksiyom ifadelerini bilmenin doğru olmadığını bunun yanı sıra teorem ve aksiyomları doğru ve yerinde kullanmanın da önemli olduğunu hem yazılı hem sözlü görüş olarak belirtmişlerdir. Bu bağlamda öğretmenlerin çalışmada uygulama öncesi, süreç ve sonrasında olumlu bir farkındalık oluştuğu sonucuna varılmıştır.

Uygulamalar öncesi öğretmenlerin kendilerini özdeğerlendirmeleri için yapılan ön tanı yazılı görüş almalarında öğretmenlerin çoğunun ispat yöntemlerini tam olarak bilmedikleri görülmüş ve öğretmenlerin tamamı ispat yöntemlerinin nasıl kullanılacağını tam olarak ifade edememişlerdir. Bu bulgu Solow (1990) ın bulgularıyla örtüşmektedir. Uygulama sonrasında öğretmenlerin çoğu ispat yöntemlerini anlamlarıyla birlikte tam olarak ifade edebilmişlerdir. Uygulama sonrası öğretmenlerin çoğu ispat yöntemlerini doğru kullanabileceklerini ifade ederken, uygulama öncesi ispat yöntemlerini doğru kullandığını belirten öğretmen, ispat yöntemlerini doğru kullanamadığının farkına vardığını ifade etmiştir. Yine uygulama öncesi ispat yöntemlerini doğru kullanıp kullanamama hususunda emin olmayan öğretmenler yine ispat yöntemlerini doğru kullanmadıklarının farkına vardıklarını ifade etmişlerdir.

Uygulama öncesi 1 öğretmen hariç diğer öğretmenler ispat yöntemlerini kullanmada yetersiz olduklarını ve bu hususta kendilerinden emin olmadıklarını ifade etmişlerdir. Uygulama sürecinde gerek ispat yapma ve gerekse de ispatlardaki hataları bulma hususunda öğretmenlerin ispatta yeterli bilgiye sahip olmadıkları tespit edilmiştir. İspat ile ilgili olarak yine uygulama sürecinde öğretmenlerin yapılması istenilen ispatları yapamamaları ya da hatalı yapmaları ve yine gerek ifadeler gerekse de ispatlardaki hataları bulamamaları ispat yapma hususundaki eksikliklerinin belirtisi olarak kabul edilebilir. Bazı öğretmenlerin doğru olduklarını düşündükleri iddiaların ispatını örnekler üzerinden göstermeye çalışmalarıda, öğretmenlerin ispat yapmada diğer bir eksiklikleri olarak ifade edilebilir. Yine hüküm ve hipotezi tespit edememe ya da doğrudan ispatta hipotez yerine hükümden ispata başladıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin ispat yapmada en zorlandıkları kısım özellikle ispata nasıl başlanacağını bilememeleri olarak ifade edilebilir ki öğretmenlerin bu husustaki görüşleri bu sonucu desteklemektedir ki bu sonuç Moore (1994) ün çalışmasıyla uyumludur. Yine

öğretmenler yanlış kabulden doğru sonuçlara gidilebilmesinin “ise” bağlacında mümkün olduğunu göz önünde bulundurmamışlardır($0 \Rightarrow 1 \equiv 1$). Kabuldeki yanlışlığın ispatıda yanlış yaptığını ifade etmişler ve tümevarımla ispat yönteminin hatalı yapıldığını savunmuşlardır.

Uygulama öncesi öğretmenlerden sadece 3 ü kendi başlarına ispat yapabileceklerini ifade ederken, diğer 2 öğretmen ise bilgi ve ispat yöntemlerindeki eksikliklerinin olduğu durumlarda ispat yapamayacaklarını ifade etmişlerdir. Uygulama sürecinde öğretmenler kendilerinden yapmaları istenen ispatlarda araştırmacının sunduğu hatalara benzer hatalara düştükleri tespit edilmiştir. Uygulama sonrasında ise öğretmenler ispat yapabilme hususunda kendilerine güven geldiğini, hangi ispat yöntemini kullanmaları gerektiğini kestirebilmeye başladıklarını, bu konudaki eksikliklerini fark ettiklerini, en azından nereden başlaması gerektiğini bildiklerini ve farkında olarak ispat yapabileceklerini belirtmişlerdir. Bu bulgu Solow (1990) tarafından mantık ve ispat yöntemleri ile ilgili ispat zorluğuyla uyushmaktadır.

Çalışmada ispat yapabilme bileşeni altında incelenen alt bileşenler doğrultusunda, öğretmenlerin uygulama öncesi, süreç ve sonunda ispat yapabilmede olumlu bir gelişme gösterdiği sonucuna varılmıştır.

5.1.4. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Tanım Yapabilme Durumlarına İlişkin Sonuçlar

Tanımlar matematiksel düşüncelerin temel yapı taşlarıdır. Bir matematiksel kavramın oluşturulmasında, diğer kavramlardan ayırt edilmesinde veya matematiksel düşüncelerin ifade edilmesinde temel teşkil ederler (Çakıroğlu, 2013). Ball (1990) bir matematik öğretmenin herhangi bir konu ile ilgili belirli tanımları yapabilmesini matematik alan bilgisi ölçütleri içerisinde ele almıştır.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının matematik alan bilgileri temel matematiksel tanımları bilme ve yapabilme boyutlarında incelenmiştir.

Uygulamalar öncesi öğretmenlerin kendilerini özdeğerlendirmeleri için yapılan ön tanı yazılı görüş almalarında, öğretmenlerin çoğunluğu ortaöğretimdeki temel matematiksel tanımların çoğunluğunu tam olarak, bir kısmını da yüzeysel bildiklerini bunlarda eksikliklerinin olduğunu, bu eksikliklerinin bu tanımlarla ilgili kavramları

anlatmadıklarından kaynaklandığını ifade etmişlerdir. Yine uygulama öncesi öğretmenlerin tamamı anlamlandıramadıkları tanımların olduğunu ifade etmişlerdir. Uygulama sürecinde ise öğretmenler kendilerinin yapmaları istenen kavramları tanımlamaktan ziyade tarif ettikleri ve yaptıkları tanımlardaki boş kalan noktaları açıklayamadıkları tespit edilmiştir. Borasi (1986;1989) tanımlar üzerinden gerçekleştirdiği ve sıçrama tahtası olarak ifade ettiği çalışmasında çalışma grubunun verilen tanımlarda hata olduğunu söylemelerine karşın hata sebebini açıklayamadıklarını ve yine kendilerinin de aynı kavramı tanımlarken hata yaptıklarını ifade etmiştir. Uygulama süreci ve sonrası öğretmenler tanımlarda ne kadar eksik olduklarını ve bilmedikleri çok tanım olduğunu fark ettiklerini ve aslında uygulama öncesinden farklı olarak ortaöğretimdeki tanımların ancak yarısını tam olarak yapabileceklerini ifade etmişlerdir. Yine öğretmenlerin tamamı uygulama sonrasında da anlamlandıramadıkları tanımların olduğunu belirtmişlerdir. Öğretmenler uygulama öncesi öğrencilerine tanımları verirken bunların çok üzerinde durmadıklarını, uygulama ile birlikte gerçek manada tanımların önemini kavradıklarını ve bundan sonra öğrencilerine de tanımları kavratmaya başlayacaklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca öğretmenler tanımlar bilindikçe hataların daha net görülebileceğini ve çözümlerin daha net anlaşılabilceğini ifade etmişlerdir.

Yine öğretmenler tanımları soru çözümleri ve ispatlarda kullandıklarını ve tanımların matematiğin yapı taşı ve matematiksel bilginin temeli olarak gördüklerini belirtmişlerdir. Bu bağlamda çalışma sonunda öğretmenlerin tanım yapabilme, tanımları bilmenin önemini kavramada olumlu bir farkındalık oluştuğu gözlenmiştir.

5.1.5. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin İşlem Yapabilme Durumlarına İlişkin Sonuçlar

Ball(1990) bir matematik öğretmenin herhangi bir konu ile ilgili işlemleri yapabilmesini matematik alan bilgisi ölçütleri içerisinde ele almıştır.

Uygulama öncesi öğretmenlerin tamamı genelde soru çözümlerinde kendilerini yeterli hissettikleri ve çok nadiren çözümlerinden şüphe duyduklarını ifade etmişlerdir. HTA uygulamaları sürecinde ise öğretmenlerin soru çözmede problem yaşadıkları tespit edilmiştir. Uygulama sürecinde sorular çözümleri yapılmadan önce öğretmenlere

yöneltirilmiş ve öğretmenlerin çok azının bazı soruları çözdükleri, genelde ise ya çözemedikleri ya da boş bıraktıkları tespit edilmiştir. Çözüm yapmaya çalışan öğrencilerin genelde benzer soru çözümlerinden hareket ettikleri fakat genelde çözümü doğru olarak yapamadıkları tespit edilmiştir. Borasi (1989) yaptığı çalışmada çalışma grubundaki bireylerin problem çözme sürecinde hatalar yaptıkları, ancak öğreticinin yardımıyla verilen bilgilerden faydalanarak bu hataları düzelttikleri ve doğru sonuca vardıklarından bahsetmiştir. Öğretmenler süreçte verilenler veya nerede çalıştıklarını dikkate almadan, ifadelerle dikkat etmeden hemen çözüme geçmişlerdir. Araştırmacının çözümleri öncesi öğretmenlerin kendi çözümlerinde araştırmacının çözümüne benzer ya da farklı hatalar yaptıkları tespit edilmiştir. Öğretmenler, verilen ifadeleri dikkatli okumadan doğrudan çözüme geçmeye çalıştıklarını, bunda beraberinde hataları getirdiğini gördüklerini ifade etmişlerdir. Uygulama sonrası öğretmenlerin çoğu artık kendi çözümlerinden dahi kendilerinde bir şüphe duygusu geliştiğini ifade etmişlerdir. Yine çalışma öncesi gerek kaynaklar ve gerekse de başkalarının çözümlerinden çok azında şüphe duyduklarını ifade eden öğretmenler, bu çözümlerden daha fazla şüphe duymaya başladıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin uygulama öncesi şüphe duyguları baskı ve işlem hatası kaynaklı iken uygulama sonunda şüphelerinin daha çok matematiksel bilgi kaynaklı olduğunu ifade etmişlerdir.

Uygulama öncesi öğretmenlerin çoğu özellikle soru çözümlerinde tanım ve teoremlere çok nadiren ya da hiç başvurmadıklarını ifade ederken, uygulama sonrası öğretmenlerin çoğu ilgili tanım ve teoremlere bakacaklarını ve bunun önemli olduğunu ifade etmişlerdir.

Hızarcı ve Elmas (2005) bir öğretmenin bir konu ile ilgili soru kurabilme becerisine sahip olması gerektiğini vurgulamışlardır. Uygulama öncesi soru hazırlamayla ilgili olarak öğretmenlerin büyük çoğunluğu kendine güvendiklerini ve özellikle yeterli bilgiye sahip olduklarını düşündükleri konularda rahatça soru hazırlayabileceklerini belirtirken, uygulama sonrası öğretmenlerin çoğunluğu kendilerine güvenmediklerini ifade etmişlerdir. Bazı öğretmenler ise HTA uygulamalarının kendilerini soru hazırlamada daha bilinçli hale getirdiğini ifade etmişlerdir.

Uygulama öncesi ve sonrasında öğretmenlerin soru hazırlarken dikkat ettikleri bazı hususlar sabit kalırken bazı hususların matematiksel bilgiye doğru yöneldiği tespit edilmiştir. Ball ve McDiarmid (1989; 1990) öğretmenin etkili soru sorabilmesi için öğretilcek şeylerin öncelikle kendisinin anlaması gerektiğini belirtmişlerdir. Dolayısıyla uygulama sonrası öğretmenlerde gözlenen bu eğilim Ball ve McDiarmid'i (1989; 1990) destekler niteliktedir. Yine Hızarcı ve Elmas (2005) soru hazırlamada öğretmenin alan bilgi ve becerisinin yeterli düzeyde olması gerektiğini vurgulamışlardır. Ayrıca bu sonuçlar Elmas ve Hızarcı (2004)'ın soru hazırlamada dikkat edilmesi gereken hususlar ile ilgili görüşleriyle uyumaktadır. Soru hazırlarken öğretmenlerin dikkat ettikleri hususlar; öğrenci seviyesi, ifadenin açık ve anlaşılır olması durumları hem uygulama öncesi hemde uygulama sonrası öğretmenler tarafından ifade edilirken, uygulama sonrası öğretmenler tanım, teorem, terim ve notasyonlara daha dikkat edeceklerini ifade etmişlerdir. Yine hazırlanan soruların uygulanabilirliğinin önceden test edilmesini düşünen öğretmenlerin varlığı geçerlilik ve güvenilirlik vurgusunu akla getirmektedir.

Çalışma sonunda öğretmenlerin soruları doğru çözebilmek için daha dikkatli oldukları; tanım, teorem ifadelerini bilmek gerektiğini anladıkları tespit edilmiş ve öğretmenlerde işlem yapma bağlamında hata temelli aktivitelerle olumlu bir farkındalık olduğu sonucuna varılmıştır.

5.1.6. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Terim ve Notasyonları Doğru Kullanma Durumlarına İlişkin Sonuçlar

Uygulama öncesi öğretmenlerin çoğunluğu terim ve notasyonları daima doğru kullandıklarını ifade ederken, bazıları da her zaman doğru kullanmadıklarını ifade etmişlerdir. Uygulama sürecinde ise, terim ve notasyonları kullanmada öğretmenlerin her zaman olmasada genelde sorun yaşadıkları tespit edilmiştir. Uygulama sonrası ise öğretmenlerin bir kısmı terim ve notasyonları doğru kullanmadıklarını fark ettiklerini ifade ederken, dikkatli olmadıklarında ne kadar ciddi yanlışlıklara yol açtığını fark ettiklerini ifade etmişlerdir.

Uygulama öncesi öğretmenlerin çoğu niceleyicileri tam olarak hatırlayamaz ya da ifade edemezken, bu durumun uygulama süreci ve sonunda değiştiği tespit edilmiştir.

Uygulama süreci başlangıcında öğretmenlerin niceleyicileri kullanmada hata yaptıkları, fakat tartışmalarla hatalarının farkına varmaya başladıkları tespit edilmiştir. Uygulama sonunda öğretmenlerin tamamı niceleyicileri anlam ve sembolleriyle birlikte doğru açıklamışlar ve niceleyicilerin matematikteki yeri ve önemini çok daha iyi anladıklarını ifade etmişlerdir. Uygulama öncesi öğretmenlerin bir kısmı soru çözümü ve ispatta niceleyicileri doğru kullandıklarını düşündüklerini ifade ederken, uygulama sonrası öğretmenlerin bir kısmı niceleyicileri daha önce tam doğru bir biçimde kullanmadıklarını fark ettiklerini ve yine öğretmenlerin büyük bir çoğunluğu niceleyicileri artık doğru kullanmaya başladıklarını ifade etmişlerdir.

Uygulama öncesi öğretmenlerin tamamı bağlaçları doğru kullandıklarını ifade ederken, uygulama sürecinde bağlaç kullanımında öğretmenlerin eksiklikleri tespit edilmiştir. Uygulama sonrası ise öğretmenlerin tamamı bağlaçları anlamları ve sembolleri ile birlikte doğru ifade etmişlerdir. Ayrıca bazı öğretmenler daha önce bağlaçları yanlış kullandıklarını ifade ederken, bazı öğretmenlerde bağlaçlar arası anlam farkını daha iyi anladıklarını ve gerek soru çözümü gerekse de ispatta bağlaçların ne kadar etkili olduğunu fark ettiklerini ifade etmişlerdir. Bu bağlamda çalışmanın, terim ve notasyonları doğru kullanmada, önemini daha iyi anlamada öğretmenlerde olumlu bir gelişim gözlemlendiği sonucuna varılmıştır.

5.2. Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Hata Temelli Aktiviteler Hakkındaki Düşüncelerine İlişkin Sonuçlar

Gerek öğretmenlerin MAB'larını geliştirmek için hizmetiçi eğitimlerinde ve gerekse öğretmen eğitiminde HTA uygulamalarının aktif bir şekilde uygulanabilirliği ve etkisi üzerine öğretmen görüşlerinden elde edilen bulguların sonuçları ve tartışmasına yer verilmiştir.

Uygulamaya katılan ortaöğretim matematik öğretmenleri HTA'nın kendilerine gerek bilişsel, gerek duyuşsal ve gerekse de matematik alan bilgisi açısından çok şeyler kattığını ifade etmişlerdir. Gerek günlükler, gerek gözlem ve gerekse de odak grup görüşmelerinde öğretmenlerin herbiri HTA'nın yararlı olduğuna dair ifadeler kullanmışlardır.

Öğretmenler HTA uygulamaların bilişsel etkileri olarak özellikle düşünme becerilerini geliştirmesini ön plana almışlardır. Sonuçlardaki öğretmenlerin kendi düşüncelerindeki değişim Ginat (2003) ın çalışmalarındaki sonuçlarla uyumludur. Bunun yanısıra dikkat, farkındalık ve öğreticilik taraflarını vurgulamışlardır. Yine bu bulgu Ginat (2003) ta yer alan hataların kavramları anlamada kıymetli bir yardımcı olması sonucu ile uyum göstermektedir. Bu bağlamda HTA uygulamalarının anlamlı ve verimli bir zihni aktivite olarak bireyi derin ve farklı düşünmeye, sorgulamaya, özenli olmaya, eleştirel bakmaya sevk ettiği, bunları tetiklediğini ve bireyin ufkunu açarak farklı bakış açıları kazandırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Akınoğlu'nun (2007) yapısalcı yaklaşım için ifade ettiği; bireylerin konulara farklı açılardan bakabilmeyi sağlaması, eleştirel ve kritik düşünme yeteneklerini geliştirmesi ve bireylerin meraklarını uyandıracak ve zihinsel dengesizlik yaratacak problemlerin kullanılması HTA uygulamaların yapısalcı yaklaşıma uygunluğunun göstergesi sayılabilir. Bu sonuç aynı zamanda Heinze (2005) de de vurgulanmıştır. Yine Taşdemir (2007) öğrenme sürecinde bireyin muhakemeler yapmasının, araştırmasının, sorgulamasının önemini vurgulamıştır. Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımlarının kullanıldığı sınıf ortamları farklı çözümlere yönelik açık iletişimi ve sonuç olarak hata bilgisinin paylaşımına izin verir ki (Tulis, 2013) bu ortamla birlikte öğrenciler kavrama yanlışlıklarının farkına varabilir ve böylece öğrenme süreçlerini başlatabilirler (Oser ve Spychiger, 2005).

Çalışmada HTA uygulamalarının, kavramsal öğrenmeyi teşvik ederek bireyi ezberden ve belli kalıplardan uzaklaştırdığı, kavramlar arası ilişkileri görmeyi sağladığı, nitelikli soru hazırlama ve alternatif çözümlere ve ispatlara teşvik ettiği, anahtar kavramlara vurgu yaptığı ve akılda kalıcılığı artırdığı yönünde öğretmenlerin MAB larına etkisi olabileceği sonucuna varılmıştır. Hata temelli aktivitelerin faydalı ve etkili olduğu sonucu Klymchuk ve Kachapova (2012) ile uyumlu bir sonuçtur. Yine bu sonuç Hesketh (1997) ile uyumludur.

HTA uygulamaların öğretmenler üzerindeki bir diğer etkisi de duyuşsaldır. Dalehefte, Seidel ve Prenzel (2012) öğrenme ve başarı durumları farklı motivasyonel ve duygusal süreçler başlattığı değerlendirmesi bu çalışma ile bire bir uyumluluk göstermektedir. Çalışmada HTA uygulamalarının duyuşsal açıdan öğretmenler üzerinde olumlu etkiler yarattığı sonucuna varılmıştır. Özellikle öğretmenlerin HTA uygulamalarına karşı ilgi ve isteklerindeki artış ve merak duygusu öğrenmenin ilk ve en

önemli adımı olarak sayılabilir. Yine HTA uygulamalarında öğretmenlerin hatalar üzerinde tartışmalara katılma cesareti bulması Heinze ve Reiss (2006) in öğretmenlerin hatalara karşı tutumlarının öğrencilerin matematik başarılarına olumlu etki edeceği sonucu ile uyumludur. Uygulamanın başlangıcında hatalara karşı bir çekince içerisinde olan çalışma grubundaki bireyler zamanla bu çekincelerini yenmişler ve hatalardan daha iyi öğrendiklerini fark ettiklerini, daha kalıcı bir öğrenme gerçekleştiğini düşündüklerini ifade etmeleri Heinze (2005) nin Almanya’da, Oser ve Spychiger’in (2005) İsviçre’de ve Sandagata (2005) nin Amerika’da yaptıkları çalışmaların sonuçları ile uyuşmaktadır. Ayrıca çalışmada HTA uygulamalarının öğretmenlerdeki şüphe duygusunu artırarak öğretmenleri sorgulamaya, araştırma yapmaya teşvik ettiği; ilgi, ihtiyaç ve merak duygusunun motivasyonu sağlamadaki rolü düşünüldüğünde HTA uygulamalarının motivasyonu sağlamada ne kadar etkili olduğu görülmüştür. Bu çalışma sonuçlarında görülmektedir ki öğretmenlerde merak duygusu ve HTA uygulamalarına karşı ilgi pozitif yönde bir değişime uğramış, bunun yanında bazı öğretmenlerin kendilerini kötü hissetmelerine de sebep olmuştur. Dalehefte, Seidel ve Prenze (2012) hataların, öğrenme ortamlarında merak uyandıran ve ilgi çekici olabilirken, başarı durumlarında ise kişisel başarısızlık olarak algılanabildiğini ifade etmişlerdir. Çalışmadan çıkarılan sonuç, bu ifadeyle örtüşmektedir.

5.3. Genel Sonuç

HTA uygulamalarının genel sonuçları; öğretmenleri bilinçlendirme, şüphe duygusu geliştirerek eleştirel yani özgün düşünme becerilerini geliştirme, dikkat gelişimi, bilmediklerini fark etmelerini sağlama, kendilerini değerlendirmelerini sağlama, araştırma yapma hevesi kazandırma ve en önemlisi merak uyandırıp ihtiyaç hissettirmesidir. Merak, dikkat, yaratıcılık ve motivasyon sağlama sonuçları Borasi (1989) ile uyumludur. Ayrıca bu çalışmada HTA ya yönelik hazırlanan uygulamalarda; öğrenci hataları fark etmeye yönelimleri, çelişkili ya da çelişkisiz çözüm ve ispatları tartışabilmeleri, yani hatalara dayalı bir öğrenme ortamının sunulması bireylerin kavrama yanlışlarını tartışmaları için fırsat sağlayıp hataları kendilerinin düzeltmelerine imkan vermeye çalışarak bireyleri hatalardan öğrenmeye teşvik edeceği yönündeki Anderson, Hamilton ve Hattie (2004); Heimbeck, Frese, Sonnentag ve Keith (2003) in çalışmalarıyla uyumludur. Ayrıca Oser ve Spychiger

(2005) öğrencilere hatayı düşünme ve yeniden düzeltme fırsatını vermemenin olumlu etki ve motivasyonda düşüşe sebep olacağını belirtmiştir. Bu çalışmada ise motivasyonla ilgili olarak, hatalar üzerine kurulu HTA uygulamalarının motivasyonu artırma yönünde bir etkiye sahip olduğu sonucu bulunmuştur.

Öğretmenlerin kendilerini değerlendirme ile ilgili özyeterlilik inançlarında matematik alan bilgisi açısından bir gelişim olması Evans (2011) ile uyumlu bir sonuçtur.

Yapılan HTA uygulamaları, Chamberlin ve diğ.(2008) matematik alan bilgisini geliştirme üzerine yaptıkları çalışmada elde ettikleri, çalışmanın öğretmenlerin öğrenme çabalarını artırdığı, matematikle ilgili daha fazla şey öğrendikleri ve olumsuz tutumlarının zamanla olumlu hale dönüştüğü sonucu ile benzerlik göstermektedir.

Bu çalışmada yapılan HTA uygulamaları ezbere işlem yürütme, işlemin altında yatan kavramsal temelleri bir kenara koyma değil, nedeni ve niçini ile matematik alan bilgisine yaklaşımdır. Bu çalışmada öğretmenlerin alan bilgileri sadece öğretmenlere işlem, tanım ya da ispat yaptırarak araştırılmamış, yapılan hatalarla doğruların mantıksal sebepleri ortaya konulmaya çalışılmıştır. Ball (2003) ın ifade ettiği gibi, kendi kendine bir işlemi yapabilmek, öğrencilerin öğrenmesine katkı sağlayacak mantıksal açıklamalar yapmak için yetersizdir.

5.4. Öneriler

Bu çalışmada hata temelli aktivitelerin ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgileri gelişim sürecine etkisi araştırılmıştır. Bu araştırmada, özdeğerlendirme testi, odak grup görüşmeleri, günlükler, gözlem ve yarı-yapılandırılmış görüşmelerle HTA'nın öğretmenlerin MAB'larına etkisi incelenmiştir.

Elde edilen sonuçlara bağlı olarak HTA uygulamaları ile ilgili öneriler aşağıda ifade edilmiştir.

Bu ve benzeri çalışma yapacakların uygulama süresini daha da artırıp, daha farklı hata türlerini de işe koymaları daha net sonuçlar elde etmeye imkan verebilir.

Bu ve benzeri çalışma yapacakların öncelikle çalışma grubuna genelde matematikte eksik oldukları konuları belirlemeye yönelik anket ya da yarı

yapılandırılmış görüşmeler yapıp, matematik alan bilgisi testi uygulanabilir. Bu konular üzerine hata temelli aktivetelerle alan bilgilerini geliştirme süreci izlenebilir.

HTA uygulamalarındaki özellikle öğretmenlerin farklı bakış açıları kazanmalarını sağlama, farklı düşünmelerini sağlama gibi sonuçlar HTA uygulamalarının bireylerin düşünme süreçlerine etkisi ile ilgili bir çalışma yapılabileceğini akla getirmektedir.

Yapılan çalışmada ele alınan matematik alan bilgisinin pedagojik alan bilgisinin bir bileşeni olarak kabul edilmesi, matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin gelişiminde HTA uygulamalarının etkisi üzerine bir çalışma yapılabileceğini gösterir.

Yapılan çalışmada ele alınan matematik alan bilgisinin yine öğretim için matematik bilgisinin bir bileşeni olması matematik öğretmenlerinin öğretim için matematik bilgilerini geliştirme sürecine etkisi araştırılabilir.

Yine öğretmenlerin gerek matematik alan bilgileri, gerek öğretim için matematik bilgileri ve pedagojik alan bilgilerini geliştirmede HTA ile başka yöntemler karşılaştırılabilir.

Bu çalışmada HTA uygulamalarının MAB'a etkisi araştırılırken matematikte herhangi bir konu sınırlamasına gidilmemiştir. Bu çalışmaya benzer bir çalışma konu sınırlamasına gidilerek yapılabilir. Yine bu çalışmada geometrideki hatalar dikkate alınmamıştır. Geometri üzerinede HTA uygulamaları ile bir çalışma yapılması mümkündür.

Barton ve Shreyn (2009) etkili bir öğretim için matematiksel alan bilgisinin yeterli olmadığını ve öğretmenlerin bu bilginin öğretime nasıl aktarılabilirliğini de bilmeleri gerektiğini belirtmektedirler. Yine Ball ve arkadaşları (2001) bilmenin önemli fakat öğretim ile eş anlamlı olmadığını, dolayısıyla öğretim yerine öğretmene odaklanan çalışmaların, matematiksel sınırlarının ve ihtiyaçların belirlenmesini önleyeceğini ifade etmişlerdir. Dolayısıyla HTA uygulamaları ile ilgili bir çalışma bu çalışmada yapılanlara ilaveten, bu uygulamaların öğretim boyutuna etkisi öğretmenlerin dersleri takip edilerek araştırılabilir.

Yine mevcut matematik öğretmenlerine düzenlenecek hizmetiçi kurslarda HTA'ya yer verilmesi, öğretmenlerin kendi matematik alan bilgilerini yeniden gözden geçirmelerini ve eğer varsa yanlışlık ve eksikliklerini gidermelerini sağlayabilir.

KAYNAKÇA

- Adams, L.T. (1998). Prospective elementary teachers' mathematics subject matter knowledge: The real number system. *Action in Teacher Education*, 20(2), 35-48.
- Akıncıoğlu, O.(2007). Öğretim kuram ve modelleri. Tan, Ş. (Ed.) *Öğretim ilke ve yöntemleri(2.baskı)*. Pegem Akademi, Ankara. 125-166.
- Akpınar, B. ve Akdoğan, S.(2010). Negatif bilgi kavramı: hata ve başarısızlıklardan öğrenme. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi (BAED)*. 1(1). 14-22.
- Albayrak, S. S., Eroğlu A., Kalaycı S., Küçüksille E., Ak B., Karaatlı M., Çiçek U. E., Kayış A., Öztürk E., Antalyalı L. O., Uçar A., Demirgil H., İşler B. D. ve Sungur O. (2006). Güvenilirlik analizi. SPSS Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikler. Asil Yayın, Ankara.
- Anderson, A., Hamilton, R.J. and Hattie, J. (2004). Classroom climate and motivated behaviour in secondary schools. *Learning Environments Research*. 7. 211-225.
- Ball, D.L. and McDiarmid, G.W. (1989). The subject matter preparation of teachers (Issue Paper No. 89-4). East Lansing, MI: National Center for Research on Teacher Learning, Michigan State University.
- Ball, D.L. and McDiarmid, G.W. (1990). The subject matter preparation of teachers. In R.Houston (Ed.), *Handbook of research on teacher education*. New York: Macmillan. 437-449.
- Ball, D.L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*. 21(2), 132-144.
- Ball, D.L., Lubienski, S.T. and Mewborn, D.S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching (4th ed.)*. Washington, DC: American Educational Research Association. 433-456.
- Ball, D.L. (2003). *What mathematical knowledge is needed for teaching mathematics?* Prepared for the Secretary's Summit on Mathematics, U.S. Department of Education, Washington, D.C. Available at <http://www.ed.gov/inits/mathscience>.
- Ball, D. L., Thames, M. H. and Phelps, G.(2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*. 59(5), 389-407.

- Barton, B. and Sheryn, L. (2009). The mathematical needs of secondary teachers: data from three countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 40(1). 101–108.
- Bassey, M. (1999). Case study research in educational settings. Buckingham: Philadelphia.
- Baturo, A. and Nason, R. (1996). Student Teachers' Subject Matter Knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics*. 31 (3). 235-268.
- Borasi, R. (1986). *On the Educational Roles of Mathematical Errors: Beyond Diagnosis and Remediation*. Ph.D. Dissertation, State University of New York at Bufalo.
- Borasi, R. (1988). Towards a Reconceptualization of the Role of Errors in Education: The Need for New Metaphors. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA. April, 1988.
- Borasi, R. (1989). Students' Constructive Uses of Mathematical Errors: A Taxonomy. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Francisco. March, 1989.
- Borasi R. (1994). Capitalizing on Errors as "Springboards for Inquiry": A Teaching Experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 25(21), 66-208.
- Borasi, R. (1996). *Reconceiving Mathematics Instruction: A Focus on Errors*, Ablex Publication.
- Brown, A. B. (2008). A Review of the literature on case study research. *Canadian Journal for New Scholars in education*. 1(1), 1-12.
- Brown, S.I., Cooney, T.J. and Jones, D. (1990). Mathematics teacher education. In W.R.Houston(Eds.) *Handbook of research on teacher education*. New York: Macmillan. 639-656.
- Brown, C. and Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. In Douglas A. Grouws (Eds.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan. 209-239.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2011). *Bilimsel araştırma yöntemleri (7.baskı)*. Bilmenin yolları, bilimsel

yöntem, araştırmaların sınıflandırılması, araştırma etiği, problem tanımlama, örnekleme yöntemleri, veri toplama teknikleri, nicel ve nitel araştırma desenleri, APA raporlaştırma Türkiye. Pegem.

- Capraro, R.M., Capraro, M.M., Parker, D., Kulm, G. and Raulerson, T. (2005). The Mathematics Content Knowledge Role in Developing Preservice Teachers' Pedagogical Content Knowledge. *Journal of Research in Childhood Education*, 20:2, 102-118.
- Chamberlin, M.T., Powers, R.A. and Novak, J.D. (2008). Teachers' Perceptions of Mathematics Content Knowledge Assessments in Professional Development Courses. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. 3 (3). 155-178.
- Chamberlin M.T., Farmer J.D. and Novak, J.D. (2008). Teachers' Perceptions of Assessments of Their Mathematical Knowledge in a Professional Development Course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11. 435–457.
- Chick, H. L., Baker, M., Pham, T., and Cheng, H. (2006). Aspects of teachers' pedagogical content knowledge for decimals. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká and N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education(PME)*. Prague. 2. 297-304.
- Confrey, J. and Kazak, S. (2006). A thirty-year reflection on constructivism in mathematics education in PME. In A.Gutiérrez and P. Boero(Eds.). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. Rotterdam: Sense Publishers. 305–345.
- Corleis, A., Schwarz, B., Kaiser, G. and Leung, I. K. C. (2008). Content and pedagogical knowledge in argumentation and proof of future teachers: A comparative case study in Germany and Hong Kong. *ZDM Mathematics Education*. 40, 813-832.
- Crespo, S. (2000). Seeing More Than Right and Wrong Answers: Prospective Teachers' Interpretations of Students' Mathematical Work. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3. 155–181.
- Creswell, J.W. (2007). Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions (second edition). London: Sage.

- Çakıroğlu, E.(2013). Matematiksel kavramların tanımlanması. Zembat, İ.Ö., Özantar, M.F., Bingölbalı, E., Şandır, H. ve Delice, A.(Ed.) *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar*. Pegem Akademi. Ankara.1-12.
- Çepni, S. (2009). Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş. (4. Baskı). Trabzon.
- Çiltaş, A., Güler, G. ve Sözbilir, M. (2012). Türkiye’de matematik eğitimi araştırmaları: Bir içerik analizi çalışması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12, 565-580.
- Çiltaş, A. (2012). 2005-2010 yılları arasında matematik eğitimi alanında Türkiye’de yapılan yüksek lisans ve doktora tez çalışmalarının içerik analizi. *The Journal of Academic Social Science Studies(JASSS)*.5(7), 211-228
- Davis, R. (1989). Learning mathematics: The cognitive approach to mathematics education London: Routledge.
- Dalehefte, I.M., Seidel, T. and Prenzel, M.(2012). Reflecting on Learning from Errors in School Instruction: Findings and Suggestions from a Swiss-German Video Study. In Bauer, J. and Harteis, C. (Eds). *Human Fallibility: The Ambiguity of Errors for Work and Learning*. Springer. Dordrecht.
- Elmas, S. ve Hızarcı, S.(2004). Soru sorma sanatı mı kafa karıştırma sanatı mı? *Matematik Dünyası*. 13(1). 93-94.
- Evans, R. B. (2011). Elementary Teachers’ Mathematical Content Knowledge, Efficacy and Problem Solving Abilities in Alternative Certification. Northeastern Educational Research Association(NERA) Annual Conference, 2.
- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*. 24(2). 94–116.
- Even, R. and Markovitz, Z.(1995). Some aspects of teachers' and students' views on student reasoning and knowledge construction. *International Journal of Mathematics Education in Science Technology*. 26. 531-544.
- Even, R. and Tirosh, D.(1995). Subject-matter knowledge and knowledge about students as sources of teacher presentations of the subject matter. *Educational Studies in Mathematics*. 29. 1-20.
- Fang, Z. (1996). A review of research on teacher beliefs and practices. *Educational Research*, 38(1), 47- 64.

- Fosnot, C. (1989). Enquiring teachers, enquiring learners: a constructivist approach for teaching. New York: Teachers College Press.
- Fox, J.L., Grieshaber, S.J. and Diezmann, C.M. (2010). Early childhood teachers' mathematical content knowledge. STEM in Education Conference: Science, Technology, Engineering and Mathematics in Education Conference, Queensland University of Technology, Brisbane, Qld.
- Fuson, K. (1992). Mathematics Education, Elementary. In M. Alkin (Ed.) *Encyclopedia of Educational Research*(Sixth Ed.,3). New York: MacMillan.
- Gagatsis, A. and Kyriakides, L. (2000). Teachers' attitudes towards their pupils' mathematical errors. *Educational Research and Evaluation*, 6(1), 24–58.
- Gartmeier, M., Gruber, H. and Heid, H. (2007). Negative knowledge as a promising perspective for research on learning and performance in workplace contexts. *5th International Conference on Researching Work and Learning in Cape Town / South Africa, December 2007*.
- Gartmeier, M., Bauer, J., Gruber, H. and Heid, H.(2008). Negative knowledge: Understanding professional learning and expertise. *Vocations and Learning* 1. 87–103.
- Heimbeck, D., Frese, M., Sonnentag, S. and Keith, N. (2003). Integrating errors into the training process: the function of error management instructions and the role of goal orientation. *Personnel Psychology*. 56. 333-362.
- Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L.Chick and J. L. Vincent (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*. Melbourne, Australien. 3, 105-112.
- Heinze,A. and Reiss,K. (2007). Mistake-Handling Activities in The Mathematics Classroom: Effects of an In-Service Teacher Training on Students' Performance in Geometry. *Proceeding of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education(PME)*, 3, 9-16.
- Hesketh, B. (1997). Dilemmas in training for transfer and retention. *Applied Psychology: An International Review*. 46, 317–339.
- Hızarcı,S. and Elmas, S.(2005). What is Missing in Teaching of Mathematics. *Journal of Qafqaz University*. 15(1). 143-148.

- Hill, H. C., Ball, D. B., and Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Teacher Education*. 39(4). 372-400.
- Hourigan, M. and O'Donoghue, J. (2013). The challenges facing initial teacher education: Irish prospective elementary teachers' mathematics subject matter knowledge. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 44(1), 36-58.
- Huinker, D. (2011). *Perspectives on Deepening Teachers' Mathematics Content Knowledge: The Case of the Milwaukee Mathematics Partnership*. Writing of this case was supported by the Math and Science Partnership Knowledge Management and Dissemination Project, funded by the National Science Foundation. <http://www.mspkmd.net/cases/tck/perspectives/mmp.pdf>
- Joung, W., Hesketh, B., and Neal, A. (2006). Using "War Stories" to Train for Adaptive Performance: Is it Better to Learn from Error or Success? *Applied Psychology: An International Review*, 55 (2), 282–302.
- Kagan, D. M. (1992). Implication of research on teacher belief. *Educational Psychologist*, 27(10), 65-70.
- Karasar, N. (1998). Bilimsel araştırma yöntemi. Nobel Yayın Dağıtım, 8. Baskı, 97, Ankara.
- Kennedy, M.M. (1990). *A survey of recent literature on teachers' subject matter knowledge*. Issue Series 90-3. East Lansing: Michigan State University, National Center for Research on Teacher Education.
- Klymchuk, S. and Kachapova, F. (2012) Paradoxes and counterexamples in teaching and learning of probability at university, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 43(6). 803-811
- Konyalıoğlu, A.C., Aksu, Z., Şenel, E.Ö. ve Tortumlu, N. (2010). "Matematik öğretmen adaylarının matematik soru çözümlerinde yapılan hataların nedenlerini sorgulama becerilerinin incelenmesi". II. Uluslararası Öğretmen Yetiştirme Politikaları ve Sorunları Sempozyumu. Hacettepe Üniversitesi, Mayıs 2010, Ankara.

- Konyalıoğlu, A.C., Özkaya, M. ve Gedik, S.D. (2012). Investigation of Pre-Service Mathematics Teachers' Subject-Matter Knowledge in terms of Their Approaches to Errors. *Journal of the Institute of Science and Technology*. 2(2-SpA). 27-32.
- Konyalıoğlu, A.C., Özkaya, M. and Aksu, Z. (2012) Mathematics pre-service teachers' approaches to errors in terms of mathematical content knowledge. *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies*. 4(SI-1). 302-310
- Knapp, J. (2005). *Learning to prove in order to prove to learn*. [Online], URL: http://mathpost.asu.edu/~sjgm/issues/2005_spring/SJGM_knapp.pdf. 01.03.2014 tarihinde erişildi.
- Lesh, R. and Schultz, K. (1983). Teacher Characterizations of Student Problem Solving Episodes. In J. Bergeron and N. Herscovics (Eds.) *Proceedings of the Fifth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematical Learning*. Montreal.
- Livy, S. and Vale, C.(2011). First Year Pre-service Teachers' Mathematical Content Knowledge: Methods of Solution for a Ratio Question. *Mathematics Teacher Education and Development*.
- Luo, Z. (2004). Introduction to how to solve mathematical problem. Xi'an, China: Shangxi Normal University Press. In Chinese.
- Lucus, C.A. (2006). Is subject matter knowledge affected by experience? The case of composition of functions. In Novotna, J., Moraova, H., Kratka, M. and Stehlíkova, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 97-104. Prague: PME.
- Ma, L.(1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teacher's understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Movshovitz-Hadar, N. and Hadas R. (1990). Perspective education of math teachers using paradoxes. *Educational Studies in Mathematics*. 21. 265-287.
- McMillan, J. H. and Schumacher, S. (2006). *Research in education: Evidence-based inquiry*. Sixth Edition. Boston, MA: Allyn ve Bacon.

- McMillan, J. and Schumacher, S. (2010). *Research in education: Evidence-based inquiry* (7th ed.). Boston: Pearson.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education* (second edition). San Francisco: Jossey Bass Publishers.
- Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 249-266.
- Parviainen, J. and Eriksson, M. (2006). Negative knowledge, expertise and organisations. *International Journal of Management Concepts and Philosophy*. 2 (2), 140–153.
- Post, T., Behr, M., Lesh, R. and Wachsmuth, I. (1985). Selected Results from the Rational Number Project. In L. Streefland (Ed.) *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Noordwijkerhout (Netherlands): IGPME.
- Post, T., Cramer, K., Behr, M., Lesh, R. and Harel, G. (1993). Curriculum implications of research on the learning, teaching and assessing of rational number concepts. In T. Carpenter, E. Fennema, ve T. Romberg (Eds.), *Rational numbers: an integration of research*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 327-362.
- Putnom, R. T. and Borko, H. (2000). What Do New Views of Knowledge and Thinking Have to Say about Research on Teacher Learning? *Educational Researcher*. 29(1). 4-15.
- Oser, F. und Spychiger, M. (2005). *Lernen ist schmerzhaft. Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur*. Weinheim (Germany): Beltz.
- Özkaya, M., Konyalıoğlu, A.C. ve Gedik, S.D. (2013), Investigation of Pre-Service Mathematics Teachers' Approaches to Students' Possible Mistakes in Exponential and Square Root Numbers. *Journal of the Institute of Science and Technology*. 3(2). 49-54.
- Özmantar, M. F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H. (2008). Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri (1. Baskı). Pegem Akademi. Ankara.
- Pajares, M. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 3, 307-332.

- Parviainen, J. and Eriksson, M. (2006). Negative knowledge, expertise and organisations. *International Journal of Management Concepts and Philosophy*. 2 (2). 140–153.
- Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal of Research in Mathematics Education* 10 (3), 163 – 172.
- Rowland, T., Jared, L. and Thwaites, A. (2011). Secondary mathematics teachers' content knowledge: the case of Heidi. In M. Pytlak, T. Rowland and E. Swoboda (Eds.) *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 2827-2837. Rzeszow, Poland: University of Rzeszow.
- Santagata, R. (2004) "Are you joking or are you sleeping?" Cultural beliefs and practices in Italian and U.S. teachers' mistake-handling strategies. *Linguistics and Education*. 15. 141–164.
- Santagata, R. (2005). Practices and beliefs in mistake-handling activities: A video study of Italian and US mathematics lessons. *Teaching and Teacher Education*. 21. 491–508.
- Shabanifar, S. and Konyalıoğlu, A.C. (2013). Mathematics teachers' approaches to students' possible mistakes in exponential and square root number. *International Journal of Academic Research Part B*. 5(6), 213-219.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth and teaching. *Educational Researcher*, 15, 4-14.
- Skott, J. (2001). The emerging practices of novice teachers: The roles of his school mathematics images. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(1), 3-28
- Solow, D. (1990). *How to read and do proofs: an introduction to mathematical thought processes*. (2nd ed.), Wiley, New York.
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study method research*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Swan, M. (1987). *Teaching Decimal Place Value: A Comparative Study of Conflict and Positive Only Approaches*, Shell Center for Mathematical Education, University of Nottingham UK.
- Taşdemir, M. (2007). Öğretim ilke ve yöntemleri. Nobel Yayın Dağıtım. İstanbul. 100-113.

- Thanheiser, E., Browning, C. A., Moss, M., Watanabe, T., and Garza-Kling, G. (2010). Developing mathematical content knowledge for teaching elementary school mathematics. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers: The Journal*. 1 (Content Knowledge). 1-13.
- Tulis, M. (2013). Error management behavior in classrooms: Teachers' responses to student mistakes. *Teaching and Teacher Education*. 33, 56-68.
- Türkdoğan, A., Baki, A. (2012). Primary school second grade mathematic teachers' feedback strategies to students' mistakes. *Ankara University, Journal of Faculty of Educational Sciences*, 45(2). 157-182.
- Van Dooren, W, Verschaffel, L. and Onghena, P. (2002). The impact of preservice teachers' content knowledge on their evaluation of students' strategies for solving arithmetic and algebra word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*. 33(5). 319-351.
- Vosniadow, S. and Verschaffel, L. (2004). Extending the conceptual change approach to mathematics learning and teaching. *Learning and Instruction*, 14(5), 445–451.
- Warburton, R. (2012). Continuous and discrete knowledge: Analysing trainee teachers' mathematical content knowledge change through “knowledge maps.” *Proceedings of the British Society for Research Into Learning Mathematics*, 32(1). 53–58.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. (1981). The case study crisis: some answers. *Administrative Science Quarterly*, Volume 26, 58-65.
- Yin, R.K.(2003). *Case study research (designand methods)*.California: Sage Publication

EKLER

EK 1. Uygulama Planı

TEZ UYGULAMA PLANI HAFTALIK PLANLAR

1. HAFTA

KONU: Adayların Matematik Alan Bilgilerinin Genel İncelenmesi, Özdeğerlendirme Ön Tanı

SÜRE: 3 ders saati

AMAÇ: Adayların genel görüşleri doğrultusunda, matematik alan bilgisi ile ilgili oluşturulan genel çatı üzerine Hata Temelli Aktiviteler öncesi adaylar hakkında bir ön tanı oluşturmak.

Çalışma öncesi adayların;

- Niceleyiciler, semboller, bağlaçlarla ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme
- Tanımları bilme ve kullanma ile ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme
- Teorem ifadesini kullanma ile ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme
- İspat yöntemleri ile ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme
- İspat yapabilmeyeyle ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme
- Soru çözebilmeyeyle ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme
- Soru hazırlayabilme(kurabilme) ile ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme
- Hatayı tespit edebilme durumlarını tespit etme
- Hatanın sebebini doğru açıklama durumlarını tespit etme
- Sözel ve sembolik dili kullanma durumlarını tespit etme
- Temel matematiği derinlemesine anlama durumlarını tespit etme

Not: Soru ile problem, alıştırma ve örnekler kastedilmektedir.

YÖNTEM: Nitel

VERİ TOPLAMA ARAÇLARI: Yazılı Görüş Alma

ARAÇ- GEREÇ: Özdeğerlendirme Ön Tanı Testi

VERİ ANALİZİ: Betimsel Analiz

DERS İŞLENİŞİ:

Adayların genel görüşleri doğrultusunda, matematik alan bilgisi(MAB) ile ilgili oluşturulan genel çatı üzerine hata temelli aktiviteler öncesi adaylar hakkında bir ön tanı oluşturmak için Ek 2 deki özdeğerlendirme ön tanı testi veri toplama aracı olarak kullanılacaktır.

2. HAFTA

KONU: Matematik soru çözümünde hata temelli aktiviteler

SÜRE: 3 ders saati

AMAÇ:

- Matematik soru çözümlerindeki hataları tespit etme,
- Hataların sebeplerini matematik alan bilgisi bağlamında doğru açıklama,
- Soru çözümlerindeki anahtar noktaları ve gerekli kavramları açıklama,
- Doğru işlem yapma,
- Soruyu alternatif(farklı) yollarla çözme,
- Terim ve notasyonları doğru kullanma,
- Kavramlar arasında ilişkiler kurma,
- Temsil kullanma.

DERS İŞLENİŞ YÖNTEMİ: Hata Temelli Aktiviteler

YÖNTEM: Nitel

VERİ TOPLAMA ARAÇLARI: Yazılı Görüş Alma, Günlük Tutturma, Yarı Yapılandırılmış Gözlem

ARAÇ- GEREÇ: Ses Kayıt Cihazı, Kamera, Günlük, Gözlem Formu

VERİ ANALİZİ: Doküman İncelemesi, Betimsel Analiz

DERS İŞLENİŞİ:

Öncelikle çalışma grubuna defterler dağıtılacak ve bu defterlere gerek ders içi yaptıklarını ve gerekse de ders dışı yaptıklarını ve görüşlerini yazmaları istenilecektir. Çalışma grubuna öncelikle matematiksel sorular yöneltilecektir. Verilen soruların çözümlerini günlüklerine (ders içi) yapmaları istenilecektir.

Sorular

1. $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ ve $x + (1/x) = -1$ ise $x^{22} + x^{21} + x^{20}$ ifadesinin eşiti nedir?
2. “ $1+2+2^2+2^3+\dots=?$ ” sorusu çözünüz.
3. “ $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots = ?$ ” sorusu çözünüz

Daha sonra tahtaya bu sorularla ilgili öncelikle sadece hata içeren çözüm/ler yazılacaktır. Bazen de bir soru ve benzeri, doğru ve hatalı şekilde çözümleri tahtaya

yazılacaktır. Soruların doğru cevapları verilmeyecek, sadece çalışma grubunun düşünceleri alınacaktır.

Çözümler

1. $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ ve $x + (1/x) = -1$ ise $x^{22} + x^{21} + x^{20}$ ifadesinin eşiti nedir?" sorusunun üç farklı çözümü aşağıdadır.

Çözüm 1: $x + (1/x) = -1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0$ olur.

$$x^{22} + x^{21} + x^{20} = x^{20}(x^2 + x + 1) = x^{20} \cdot 0 = 0 \text{ dır.}$$

Çözüm 2: $x + (1/x) = -1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0$ olur.

$$(x-1)(x^2+x+1) = (x-1) \cdot 0 \Rightarrow x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = 1 \text{ olup } x^{22} + x^{21} + x^{20} = 1^{22} + 1^{21} + 1^{20} = 3 \text{ tür.}$$

Çözüm 3: $x + (1/x) = -1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 - (1/x)$ olur.

$$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (-1 - (1/x)) + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - (1/x) = 0 \Rightarrow x^2 = 1/x \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = 1 \text{ olup } x^{22} + x^{21} + x^{20} = 1^{22} + 1^{21} + 1^{20} = 3 \text{ tür.}$$

2. "1+2+2²+2³+...=?" sorusunun çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\text{Çözüm: } 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots = x \Rightarrow 1 + 2(1 + 2 + 2^2 + \dots) = x \Rightarrow 1 + 2x = x \Rightarrow x = -1/2$$

3. "1 + $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2^2}$ + $\frac{1}{2^3}$ + ... =?" sorusunun çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots = x &\Rightarrow 1 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots \right) = x \\ &\Rightarrow 1 + \frac{1}{2}x = x \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

Adayların bunları not almaları istendikten sonra aşağıdaki soruların cevaplarını günlüklerine yazmaları istenecektir.

- Soru ifadesinde hata var mıdır?
- Bu soru/lar hatalı mı yoksa doğru mu çözülmüştür?
- Eğer hatalı ise hatası nerededir? Nasıl düzeltilebilir?
- Sizce bu çözümleri yapan neyi düşünerek böyle bir çözüm/ler yapmıştır?
- Neden böyle bir hata yapılmıştır?
- Bu sorunun çözümü için can alıcı nokta/lar ve bilinmesi gereken kavram/lar nelerdir? Bunları kısaca açıklayınız? Öğrenci neyi bilmeli neye dikkat etmelidir?

- Bu sorunun çözümü için alternatif yollar söyleyebilir misiniz?
- Eğer çözüm hatalı ise, bu sorunun doğru çözümü nedir?
- Hangi kavramla ilişkilendirilebilir?

Daha sonra yukarıdaki aynı sorular çalışma grubuna yöneltilerek odak grup görüşmesi yapılacaktır. Odak grup görüşmeleri sonrası sonra bu çözümlerle ilgili araştırmacı, Hint Mihracesi Shirham ile santrancı icat eden baş veziri Sissa Ben Dahir arasındaki aşağıdaki buğday tanesi hikayesini anlatır.

Hint mihracesi Shirham, satranç oyununu icat eden Sissa'nın önünde diz çökerek "Majestem, bu satranç tahtasının ilk karesine 1, ikinci karesine 2, üçüncü karesine 4 ve dördüncü karesine 8 buğday tanesi ve ard arda her bir kareye aynı şekilde bir öncekinin iki misli koyarak 68 kareyi dolduracak kadar buğday tanesi bağışlayınız." der. Bir yandan için için, mucize kabilinden bir oyunu ilk defa bulmuş olan birine cömertçe yapmış olduğu bağış isteğinin hazinesine pek pahalıya mal olmayacağını sessizce düşünen Mihrace, vezirine "Şüphesiz ki isteğin yerine getirilecektir. Fakat pek küçük bir istekte bulunuyorsun benim sadık vezirim." Diyerek huzura bir çuval buğday getirilmesini emreder.

Birinci kareye 1, ikinciye 2, üçüncüye 4, dördüncüye 8 buğday tanesi koyarak sayma işi başladığında daha yirminci kareye gelmeden bir çuval bitiverir. Sayım işi ilerledikçe mihracenin huzuruna daha fazla sayıda çuvallar gelmeye başlar, fakat her an sırada bulunan bir kareye konulması gereken buğday tanesi sayısı bir öncekine nazaran öyle bir artar ki sonunda Mihrace Hindistan' ın bütün buğdayının, Sissa' ya söz verdiği kadarına yetişmeyeceğini anlar. Bu sözü yerine getirebilmek için, 18 446 744 073 709 551 615 buğday tanesine ihtiyaç vardır. Bu, evrendeki atomların sayısı kadar büyük bir sayı olmasa da yine de oldukça büyük bir sayıdır herhalde. Bir kile(35,23 lt) buğdayda 5 000 000 tane olduğu farz edilirse Sissa'nın istediği buğday miktarı yaklaşık olarak 4 000 milyar kileyi bulmaktadır. Ortalama buğday ürünü bütün dünyada yılda 2 000 000 000 kile olduğuna göre vezirin isteği 2 000 yıllık dünya buğday ürününe yaklaşmaktadır. Böylece Mihrace ya vezirinin ardı arkası gelmeyen bu isteği ile daima karşı karşıya kalmayı veya onun başını uçurmayı tercih edecektir.

Burada ne olduğu bilinmez ama eğer Mihrace uyanık bir matematikçi olsaydı bu işten kurtulabilirmiydi?

“64 kare az, ben senin bu satranç tahtandaki karelerin sayısını sınırsız kabul ediyorum ve isteğin doğrultusunda sana buğday versinler.” diye buyursaydı ve matematiksel işlemi aşağıdaki gibi yapsaydı;

$$x = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots$$

$$x - 1 = 2(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{63} + \dots)$$

$$x - 1 = 2x$$

$$x = -1$$

bu işlemdeki yanlışlık Sissa'nın Mihrace'ye borçlu olduğunu gösterirdi.

Not: Temsil kullanma eğilimleri günlük ve odak grup görüşmesi esnasındaki gözleme dayalı olarak tespit edilmeye çalışılacaktır.

ÖDEV: Uygulama süreci, kendi matematik bilginiz, matematik hakkında düşündükleriniz ve matematikte hatalar ile bunlar dışında da yazmak istediklerinizi serbest bir biçimde günlüklerinize yazınız.

Not 1. Her hafta derse gelmeden önce günlüklerinin fotokopilerini çektilip getirmeleri istenecektir.

Not 2. Günlüklerine yazdıklarının fotokopisi alınacaktır. Araştırmacı tarafından bir sonraki haftaya kadar analizi yapılacaktır.

3. HAFTA

KONU: Matematik soru çözümünde hata temelli aktiviteler

SÜRE: 3 ders saati

AMAÇ:

- Matematik soru çözümlerindeki hataları tespit etme
- Hataların sebeplerini matematik alan bilgisi bağlamında doğru açıklama
- Soru çözümlerindeki anahtar noktaları ve gerekli kavramları açıklama,
- Doğru işlem yapma
- Soruyu alternatif(farklı) yollarla çözme
- Terim ve notasyonları doğru kullanma
- Kavramlar arasında ilişkiler kurma
- Temsil kullanma

DERS İŞLENİŞ YÖNTEMİ: Hata Temelli Aktiviteler

VERİ TOPLAMA ARAÇLARI: Yazılı Görüş Alma, Günlük Tutturma, Yüz Yüze Görüşme, Yarı Yapılandırılmış Gözlem

ARAÇ- GEREÇ: Ses Kayıt Cihazı, Kamera, Günlük, Gözlem Formu

VERİ ANALİZİ: Doküman İncelemesi, Betimsel Analiz

DERS İŞLENİŞİ:

İlk olarak önceki haftaki sorularla ilgili görüşler alınıp, doğru çözümlere ulaşım ulaşılmadıklarına bakılacaktır. Fakat doğru çözüm verilmeyecektir.

Çalışma grubuna tekrar matematiksel sorular yöneltilecektir. Verilen soruların çözümlerini günlüklerine (ders içi) yapmaları istenilecektir.

Sorular:

1. $f:A \rightarrow B$ ve $g:B \rightarrow C$ bire-bir iki fonksiyon olsunlar. $g \circ f:A \rightarrow C$ fonksiyonunda bire-birdir. Gösteriniz.
2. $(x+3).(2-x)=4$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Daha sonra tahtaya bu sorularla ilgili öncelikle sadece hata içeren çözüm/ler yazılacaktır. Bazen de bir soru ve benzeri, doğru ve hatalı şekilde çözümleri tahtaya yazılacaktır. Soruların cevapları verilmeyecektir sadece onların düşünceleri alınacaktır.

Çözümler:

3. $f:A \rightarrow B$ ve $g:B \rightarrow C$ bire-bir iki fonksiyon olsunlar. $gof:A \rightarrow C$ fonksiyonunda bire-birdir. Gösteriniz.

$$\begin{aligned} \text{Çözüm 1: } \forall x_1, x_2 \in A \text{ için } gof(x_1) = gof(x_2) &\Rightarrow g(f(x_1)) = g(f(x_2)) \quad (g, 1-1) \\ &\Rightarrow f(x_1) = f(x_2) \quad (f, 1-1) \\ &\Rightarrow x_1 = x_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Çözüm 2: } \forall x_1, x_2 \in A \text{ için } gof(x_1) = gof(x_2) &\Rightarrow g^{-1}o(gof(x_1)) = g^{-1}o(gof(x_2)) \\ &\Rightarrow (g^{-1}og)of(x_1) = (g^{-1}og)of(x_2) \\ &\Rightarrow f(x_1) = f(x_2) \\ &\Rightarrow x_1 = x_2 \end{aligned}$$

4. $(x+3).(2-x)=4$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm: $(x+3).(2-x)=4 \Rightarrow x+3=4$ ve $2-x=1$ veya $x+3=1$ ve $2-x=4$ olup buradan $x=1$ veya $x=-2$ bulunur.

Adayların bunları not almaları istendikten sonra aşağıdaki soruların cevaplarını günlüklerine yazmaları istenecektir. Daha sonra aynı sorular yöneltilerek odak grup görüşmesi yapılacaktır. Bu odak grup görüşmesinde sırasıyla şu sorular yöneltilecektir(sadece hatalı çözüm içeren sorular için):

- Bu soru hatalı mı yoksa doğru mu çözülmüştür?
- Eğer hatalı ise hatası nerededir? Nasıl düzeltilir?
- Sizce bu çözümleri yapan neyi düşünerek böyle bir çözüm/ler yapmıştır?
- Neden böyle bir hata yapılmıştır?
- Bu sorunun çözümü için can alıcı nokta/lar ve bilinmesi gereken kavram/lar nelerdir? Bunları kısaca açıklayınız? Öğrenci neyi bilmeli neye dikkat etmelidir?
- Bu sorunun çözümü için alternatif yollar söyleyebilir misiniz?
- Eğer çözüm hatalı ise, bu sorunun doğru çözümü nedir?
- Hangi kavramla ilişkilendirilebilir?

ÖDEV: Uygulama süreci, kendi matematik bilginiz, matematik hakkında düşündükleriniz ve matematikte hatalar ile bunlar dışında da yazmak istediklerinizi serbest bir biçimde günlüklerinize yazınız.

Not 1. Her hafta derse gelmeden önce günlüklerinin fotokopilerini çektilirip getirmeleri istenecektir.

Not 2. Günlüklerine yazdıklarının fotokopisi alınacaktır. Araştırmacı tarafından bir sonraki haftaya kadar analizi yapılacaktır.

4. HAFTA

KONU: İspat yapmada hata temelli aktiviteler

SÜRE: 3 ders saati

AMAÇ:

- İspatlardaki Hataları Tespit Etme
- Hataların Sebeplerini Matematik Alan Bilgisi Bağlamında Doğru Açıklama
- İspatlardaki Anahtar Noktaları ve Gerekli Kavramları Açıklama,
- İspat Yapma
- Farklı İspat Yöntemlerini Kullanma
- Terim ve Notasyonları Doğru Kullanma

DERS İŞLENİŞ YÖNTEMİ: Hata Temelli Aktiviteler

VERİ TOPLAMA ARAÇLARI: yazılı görüş alma, günlük tutturma, yüz yüze görüşme, gözlem

ARAÇ- GEREÇ: Ses Kayıt Cihazı, Kamera, Günlük, Gözlem Formu

VERİ ANALİZİ: Doküman İncelemesi, Betimsel Analiz

DERS İŞLENİŞİ:

Öncelikle tahtaya aşağıdaki teorem ve iddialar yazılıp, çalışma grubunun günlüklerine bunların ispatını yapmaları istenilecektir.

İddialar:

1. N doğal sayılar kümesi içinde en büyük olan bir n sayısı varsa $n=1$ dir.
2. $a, b \in \mathbf{R}$ ise, $a^2 + b^2 \geq 2ab$ dir.

Daha sonra tahtaya bu iddialarla ilgili ispatlar araştırmacı tarafından yazılacaktır. Bazen de bir ispat ve benzeri, doğru ve hatalı şekilde tahtaya yazılacaktır.

İspatlar:

1. Peron Teoremi. N doğal sayılar kümesi içinde en büyük olan bir n varsa $n=1$ dir. (Umay Hacettepe 23. 2002)

İspat.

N içinde en büyük sayı n olsun.

$$n \neq 1 \Rightarrow n > 1 \Rightarrow n \cdot n > 1 \cdot n \Rightarrow n^2 > n > n^2 \text{ (Çünkü } n^2 \in N \text{ dir)} \\ \Rightarrow n = 1 \text{ dir.}$$

İspat incelendiğinde kolayca görülebileceği gibi hiçbir hile taşımamaktadır ve matematiksel olarak doğrudur. "En büyük doğal sayının 1 olduğu" gibi saçma bir sonuç bulunmasının nedeni, bir an için de olsa doğal sayılar kümesinin bir üst sınırının olduğunun kabul edilmesidir. Gerçekte böyle bir sayı olmadığı için matematiksel anlamda bir çelişkiden söz edilemez. Bir başka deyişle, ispatlanan yalnızca "eğer böyle bir sayı olsaydı, bu sayının 1 olmak zorunda olduğudur".

2. $a, b \in \mathbf{R}$ ise, $a^2 + b^2 \geq 2ab$ dir.

$$\begin{aligned} \text{İspat: } a^2 + b^2 \geq 2ab &\Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0 \\ &\Rightarrow (a-b)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

olur ki her sayının karesi sıfırdan büyük ya da sıfıra eşittir. İddia doğrudur.

İddiaların ispatları verildikten sonra çalışma grubuna aşağıdaki sorular yöneltilecek ve cevaplarını defterlerine yazmaları istenilecektir.

- Bu ispat hatalı mı yapılmıştır yoksa doğru mudur?
- Eğer hatalı ise hatası nerededir? Nasıl düzeltilir?
- Sizce bu ispat/ları yapan neyi düşünerek böyle bir ispat/lar yapmıştır?
- Neden böyle bir hata yapılmıştır?
- Düzeltmek için siz ne yaptınız?
- Bu ispat için can alıcı nokta/lar ve bilinmesi gereken kavram/lar nelerdir? Bunları kısaca açıkla mısınız? Öğrenci neyi bilmeli neye dikkat etmelidir?
- Farklı ispat yöntemi/leri kullanarak bu ispatı yapabilir misiniz?

Daha sonra aynı sorular çalışma grubuna yöneltilerek odak grup görüşmesi yapılacaktır. Yine aşağıdaki iddialar ve ispatları doğrudan tartışmaya açılacaktır.

İddia: $(-1).(-1)=+1$ dir. Gösteriniz.

İspat:

$(-1).(-1)=1$ olsun.

$$(-1).(-1)=1 \Rightarrow (-1).(-1)-1=0 \Rightarrow (-1).(-1)+(-1)=0 \Rightarrow (-1)[(-1)+1]=0 \Rightarrow (-1).0=0$$

olup son eşitlik doğru olduğundan baştaki kabul doğrudur.

ÖDEV: Uygulama süreci, kendi matematik bilginiz, matematik hakkında düşündükleriniz ve matematikte hatalar ile bunlar dışında da yazmak istediklerinizi serbest bir biçimde günlüklerinize yazınız.

Not 1. Her hafta derse gelmeden önce günlüklerinin fotokopilerini çektilirip getirmeleri istenecektir.

Not 2. Günlüklerine yazdıklarının fotokopisi alınacaktır. Araştırmacı tarafından bir sonraki haftaya kadar analizi yapılacaktır.

5. HAFTA

KONU: İspat Yapmada Hata Temelli Aktiviteler

SÜRE: 3 ders saati

- İspatlardaki Hataları Tespit Etme
- Hataların Sebeplerini Matematik Alan Bilgisi Bağlamında Doğru Açıklama
- İspatlardaki Anahtar Noktaları ve Gerekli Kavramları Açıklama,
- İspat Yapma
- Farklı İspat Yöntemlerini Kullanma
- Terim ve Notasyonları Doğru Kullanma

DERS İŞLENİŞ YÖNTEMİ: Hata Temelli Aktiviteler

VERİ TOPLAMA ARAÇLARI: Yazılı Görüş Alma, Günlük Tutturma, Yüz Yüze Görüşme, Yarı Yapılandırılmış Gözlem

ARAÇ- GEREÇ: Ses Kayıt Cihazı, Kamera, Günlük, Gözlem Formu

VERİ ANALİZİ: Doküman İncelemesi, Betimsel Analiz

DERS İŞLENİŞİ:

Öncelikle tahtaya bazı iddialar yazılıp, çalışma grubunun günlüklerine bunların ispatını yapmaları istenilecektir.

İddialar:

1. $x, y \in \mathbf{R}$ olsun. $x+y$ irrasyonel ise, o zaman x veya y irrasyoneldir.
2. $n \in \mathbf{Z}^+$ için $1+2+3+\dots+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ ise, o zaman $n=1$ dir.

Daha sonra tahtaya bu iddialarla ilgili ispatlar yazılacaktır. Burada 1.iddia daha ziyadesiyle bağlaçla ilgili olup doğrudan iddia üzerinden tartışmaya geçilebilir.

İspatlar:

2.İspat.

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2} \dots\dots\dots (I)$$

idi. (I) eşitliğinde n yerine $n-1$ yazılsın. ($n \geq 2$ için). Bu halde,

$$1+2+3+\dots+(n-1) = \frac{(n-1) \cdot n}{2} \dots\dots\dots (II)$$

olur. (II) eşitliğinin her iki tarafına 1 ekleyelim.

$$1+2+3+\dots+(n-1)+1=\frac{(n-1).n}{2}+1$$

$$1+2+3+\dots+n=\frac{(n-1).n}{2}+1+\dots\dots\dots(III)$$

olur. (I) ve (III) ten

$$\frac{n.(n+1)}{2}=\frac{(n-1).n}{2}+1$$

olup $n=1$ dir.

Adayların tahtaya yazılan farklı ispat/ları not almaları istendikten sonra aşağıdaki soruların cevaplarını günlüklerine yazmaları istenecektir. • Bu ispat hatalı mı yapılmıştır yoksa doğru mudur?

- Eğer hatalı ise hatası nerededir? Nasıl düzeltilir?
- Sizce bu ispat/ları yapan neyi düşünerek böyle bir ispat/lar yapmıştır?
- Neden böyle bir hata yapılmıştır?
- Düzeltmek için siz ne yapardınız?
- Bu ispat için can alıcı nokta/lar ve bilinmesi gereken kavram/lar nelerdir? Bunları kısaca açıklayınız? Öğrenci neyi bilmeli neye dikkat etmelidir?
- Farklı ispat yöntemi/leri kullanarak bu ispatı yapabilir misiniz?

Daha sonra aynı sorular yöneltilerek odak grup görüşmesi yapılacaktır. Yine aşağıdaki iddialar ve ispatları doğrudan tartışmaya açılacaktır.

İddia 3. Bütün doğal sayılar çifttir.

İspat:

$p(0)$; 0 olup 0 çifttir.

$p(k)$; k dan küçük veya eşit bütün doğal sayılar çift olsun.

$p(k+1)$; $k+1$ doğal sayısı için

$m \leq k$ ve $n \leq k$ olmak üzere m ve n doğal sayıları alınsın. $m, n \leq k$ ise m ve n nin her ikisinde çifttir. $m+n=k+1$ olup iki çift sayının toplamı çift olduğunda $k+1$ de çifttir. $p(k+1)$; $k+1$ den büyük ve eşit bütün doğal sayıların çift olduğu anlamına gelir ki bu durum bütün doğal sayıların çift olduğunu gösterir.

ÖDEV: Uygulama süreci, kendi matematik bilginiz, matematik hakkında düşündükleriniz ve matematikte hatalar ile bunlar dışında da yazmak istediklerinizi serbest bir biçimde günlüklerinize yazınız.

Not 1. Her hafta derse gelmeden önce günlüklerinin fotokopilerini çektilirip getirmeleri istenecektir.

Not 2. Günlüklerine yazdıklarının fotokopisi alınacaktır. Araştırmacı tarafından bir sonraki haftaya kadar analizi yapılacaktır.

6. HAFTA

KONU: Tanımda Hata Temelli Aktiviteler

SÜRE: 3 ders saati

AMAÇ:

- Tanımdaki hataları tespit etme
- Hataların sebeplerini matematik alan bilgisi bağlamında doğru açıklama
- Tanımlardaki anahtar noktaları ve gerekli kavramları açıklama,
- Tanım yapma
- Bir kavramın farklı tanımlarını yapma
- Terim ve notasyonları doğru kullanma

DERS İŞLENİŞ YÖNTEMİ: Hata Temelli Aktiviteler

VERİ TOPLAMA ARAÇLARI: yazılı görüş alma, günlük tutturma, yüz yüze görüşme, gözlem

ARAÇ- GEREÇ: Ses Kayıt Cihazı, Kamera, Günlük, Gözlem Formu

VERİ ANALİZİ: Doküman İncelemesi, İçerik Analizi

DERS İŞLENİŞİ:

Öncelikle tahtaya bazı kavramlar yazılıp, çalışma grubunun günlüklerine bunların tanımlarını yapmaları istenilecektir. Daha sonra tahtaya bu kavramlarla ilgili öncelikle sadece hata içeren tanım/lar yazılacaktır. Bazen de bir tanım ve benzeri, doğru ve hatalı şekilde tahtaya yazılacaktır. Kavramların doğru tanımları verilmeyecektir sadece onların düşünceleri alınacaktır.

Tanımlar:

1. Asal sayı tanımını yapınız.
2. Tam sayı tanımını yapınız.
3. İşlem tanımını yapınız.

Adayların verdikleri cevaplara göre araştırmacı çalışma grubunun cevapları üzerinden ve yahutta kendi tahtaya tanımlar yazarak çalışma grubunu odak grup görüşmelerine yönlendirecektir. Bu odak grup görüşmesinde sırasıyla şu sorular yöneltilecektir:

- Bu tanım hatalı mı yapılmıştır yoksa doğru mudur?
- Eğer hatalı ise hatası nerededir? Nasıl düzeltilir?

- Tanımınızı okuyan birisinin bu tanımlı tam olarak anlayabileceğini düşünüyor musunuz? Örneğin; soru çözümünde kullanabilir mi?
- Neden böyle bir hata yapılmıştır?
- Düzeltilmek için siz ne yaptınız?
- Bu tanım için can alıcı nokta/lar ve bilinmesi gereken kavram/lar nelerdir? Bunları kısaca açıklayınız? Öğrenci neyi bilmeli neye dikkat etmelidir?
- Bu kavramı daha farklı nasıl tanımlarsınız?

ÖDEV: Uygulama süreci, kendi matematik bilginiz, matematik hakkında düşündükleriniz ve matematikte hatalar ile bunlar dışında da yazmak istediklerinizi serbest bir biçimde günlüklerinize yazınız.

Not 1. Her hafta derse gelmeden önce günlüklerinin fotokopilerini çektilirip getirmeleri istenecektir.

Not 2. Günlüklerine yazdıklarının fotokopisi alınacaktır. Araştırmacı tarafından bir sonraki haftaya kadar analizi yapılacaktır.

7. HAFTA

KONU: Genel hata temelli aktivite uygulamaları

SÜRE: 3 ders saati

AMAÇ:

- Hataları tespit etme
- Hata sebebini doğru açıklama,
- Eksiklikleri tespit etme

DERS İŞLENİŞ YÖNTEMİ: Hata Temelli Aktiviteler

VERİ TOPLAMA ARAÇLARI: Yazılı Görüş Alma, Günlük Tutturma, Yüz Yüze Görüşme, Yarı Yapılandırılmış Gözlem

ARAÇ- GEREÇ: Ses Kayıt Cihazı, Kamera, Günlük, Gözlem Formu

VERİ ANALİZİ: Doküman İncelemesi, Betimsel Analiz

DERS İŞLENİŞİ: Uygulama öncelikle araştırmacı tarafından Doğru-Yanlış türü soru ve bunların sebeplerinin doğrudan tartışılmasıyla başlanacaktır.

Sorular:

1. () $5/0$ her zaman tanımsızdır.
2. () $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ özdeşliği her zaman doğrudur.
3. () $(3/5) + (2/7) = (5/12)$ eşitliği her zaman yanlıştır.
4. () $11/7$ sayısı irrasyoneldir.
5. () R de $\forall x \exists y (x + y = 5)$ önermesi ile $\exists y \forall x (x + y = 5)$ önermesi denktir.

Daha sonra araştırmacı karışık bir şekilde soru veya iddialar sunacak ve doğrudan tartışmalara geçilecektir.

Soru: Polis memuru Jack Dawe, polis teşkilatında verilen dedektiflik ilanına başvurmuştur. Polis teşkilatı tarafından görüşmeye çağırılmıştır. Birinci sınıf bir dedektif olmak için gerekli mantık becerilerine sahip olduğunu kanıtlamak üzere bir yetenek sınavını geçmesi gerekmektedir. Bu sınav için kendisine dört kart verilir ve kartların, kesin bir kurala göre üretilmiş oldukları söylenir: “bir yüzünde çember olan kartın öteki yüzü sarıdır.” Her kartın bir yüzünde şekil öteki yüzünde ise renk olduğu da kendisine söylenmiştir. Sınavı geçmek için Jack Dawe’ un yapması gereken, üretim

kuralının doğru şekilde uygulanıp uygulanmadığını saptamak için dört karttan en az sayıda hangisinin ya da hangilerinin arkasını çevirmek gerektiğini belirlemektir.

Üretim kuralının uygulanıp uygulanmadığını kontrol edip yetenek sınavını geçebilmek için Dawe' un hangi kart ya da kartların arkasını çevirmesi gerekir?

Cevap: Şart gereği bir yüzü sarı olan ve bir yüzünde çember olan kartların çevrilmesi gerekir.

İddia: $1/(x+1) \neq 1/(1+x)$ dir.

İspat:

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 1+x \\
 1+x & 1-x+x^2-\dots \\
 \hline
 -x & \\
 -x-x^2 & \\
 \hline
 x^2 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 1 & x+1 \\
 1+\frac{1}{x} & \frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}-\dots \\
 \hline
 -\frac{1}{x} & \\
 -\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2} & \\
 \hline
 \frac{1}{x^2} &
 \end{array}$$

ÖDEV 1: İstedığınız herhangi konularda şu ana kadar size sorulan sorular paralelinde hata temelli aktivite örnekleri yazınız.

ÖDEV 2: Uygulama süreci, kendi matematik bilginiz, matematik hakkında düşündükleriniz ve matematikte hatalar ile bunlar dışında da yazmak istediklerinizi serbest bir biçimde günlüklerinize yazınız.

Not 1. Her hafta derse gelmeden önce günlüklerinin fotokopilerini çektilirip getirmeleri istenecektir.

Not 2. Günlüklerine yazdıklarının fotokopisi alınacaktır. Araştırmacı tarafından bir sonraki haftaya kadar analizi yapılacaktır.

8. HAFTA

KONU: Genel hata temelli aktivite uygulamaları

SÜRE: 3 ders saati

AMAÇ:

- Hatalı soru çözebilme ve çözümdeki hatasını matematik alan bilgisi bağlamında doğru açıklama
- Hatalı soru yazabilme ve sorudaki hatasını matematik alan bilgisi bağlamında doğru açıklama
- Teorem ifadesini hatalı kullanma ve hatayı doğru açıklama
- İspatta hata yapma ve hatayı doğru açıklama
- Hatalı veya eksik tanım yapma ve bu hatalı veya eksik tanıma karşıt örnek verme.

DERS İŞLENİŞ YÖNTEMİ: Hata Temelli Aktiviteler

VERİ TOPLAMA ARAÇLARI: Yazılı Görüş Alma, Günlük Tutturma, Yüz Yüze Görüşme, Yarı Yapılandırılmış Gözlem

ARAÇ- GEREÇ: Ses Kayıt Cihazı, Kamera, Günlük, Gözlem Formu

VERİ ANALİZİ: Doküman İncelemesi, Betimsel Analiz

DERS İŞLENİŞİ:

Çalışma grubundaki her bir öğretmen istedikleri herhangi konularda hazırladıkları hata temelli aktiviteleri, matematik alan bilgisi bağlamında, çalışma grubundaki diğer arkadaşlarına sunup tartıştıracak.

Öncelikle getirdikleri kaynaklardan her hangi konu ya da konuları seçerek, bu konu/ lar ile ilgili yukarıdaki amaçlar doğrultusunda günlüklerine yukarıdaki amaçlara uygun örnekler yazmaları istenecektir. Daha sonra her biri ayrı ayrı tahtada sırasıyla yaptıklarını yazıp, tartışma ortamı açılacaktır. Amaçlara uygun çalışma grubuna şu sorular yöneltilecektir:

- Her hangi bir konuda bir soru yazıp, hatalı bir şekilde çözünüz ve yaptığınız hatayı açıklayıp, doğru çözümü yapınız.
- Her hangi bir konuda hatalı bir soru yazıp, bu hatayı açıklayınız.
- Her hangi bir teorem ifadesini yanlış kullanınız.
- Her hangi bir teorem ispatını hatalı yapınız ve hatayı açıklayınız.

- Hatalı veya eksik olarak bir tanım yapınız ve buna karşıt örnek/ler vererek bu tanımın hatalı veya eksik olduğunu gösteriniz.

ÖDEV: Uygulama süreci, kendi matematik bilginiz, matematik hakkında düşündükleriniz ve matematikte hatalar ile bunlar dışında da yazmak istediklerinizi serbest bir biçimde günlüklerinize yazınız.

Not 1. Her hafta derse gelmeden önce günlüklerinin fotokopilerini çektirip getirmeleri istenecektir.

Not 2. Günlüklerine yazdıklarının fotokopisi alınacaktır. Araştırmacı tarafından bir sonraki haftaya kadar analizi yapılacaktır. Bunlar paralelinde bir sonraki hafta yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılacaktır. Yarı yapılandırılmış görüşmede tartışmada sorulan sorular detaylandırılarak tekrar sorulacaktır. Yine bu görüşmelerde Hata Temelli Aktivitelerin onların alan bilgilerine ne kattığı detaylı bir şekilde incelenmeye çalışılacaktır.

Not 3. Uygulama esnasında kullanılan bütün soruların cevapları son hafta verilecektir. Sebep; merak uyandırmak, ihtiyaç hissettirmek ve böylece araştırma yapmalarını sağlamaktır.

9. HAFTA

KONU: Adayların Matematik Alan Bilgilerinin Çalışma Sonu Tekrar Genel İncelenmesi

SÜRE: 3 ders saati

AMAÇ: Adayların genel görüşleri doğrultusunda; adayların matematik alan bilgileri ile ilgili oluşturulan genel çatı üzerine Hata Temelli Aktiviteler sonrası durumlarını tespit etmek

Çalışma sonrası adayların;

- Niceleyiciler, semboller, bağlaçlarla ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme,
- Tanımlarla ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme,
- Teorem ifadesini kullanma ile ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme,
- İspat metotları ile ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme,
- İspat yapabilmeyeyle ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme,
- Soru çözebilmeyeyle ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme,
- Soru yazabilmeyeyle(kurabilmeyeyle) ilgili genel bilgi durumlarını tespit etme.

YÖNTEM: Nitel

VERİ TOPLAMA ARAÇLARI: Yazılı Görüş Alma, Yüz Yüze Görüşme, Gözlem

ARAÇ- GEREÇ: Ses Kayıt Cihazı, Kamera, Günlük, Gözlem Formu

VERİ ANALİZİ: Betimsel Analiz

DERS İŞLENİŞİ:

Öncelikle uygulama süreci esnasında kullanılan bütün soruların cevapları araştırmacı tarafından verilecektir. Daha sonra adayların genel görüşleri doğrultusunda, matematik alan bilgisi ile ilgili oluşturulan genel çatı üzerine Hata Temelli Aktiviteler sonrası, Hata Temelli Aktivitelerin adayların matematik alan bilgilerini geliştirme sürecinde ne gibi bir etkisinin olduğunu tespit etmek ve böylece bir son tanı oluşturmak için 1. Hafta uygulanan veri toplama araçları tekrar kullanılacaktır.

EK 2. Özdeğerlendirme Ön ve Son Tanı Testi

ÖZDEĞERLENDİRME ÖN TANI TESTİ

- 1) Matematikte niceleyicilerin neler olduğunu hatırlıyor musunuz? Anlamlarıyla birlikte yazınız.
- 2) Matematikte niceleyicileri bilmenin önemli olduğunu düşünüyor musunuz? Neden?
- 3) Matematikte niceleyicileri soru çözümü ya da ispatta doğru ve yerinde kullanabilir misiniz?
- 4) Matematikteki bağlaçları hatırlıyor musunuz? Bunlar nelerdir?
- 5) Matematikteki bağlaçların kullanımının soru çözümü ve ispatta ne gibi etkisi olduğunu düşünüyorsunuz?
- 6) Matematikteki terim(bir kavramı bilim alanına özgü olarak karşılayan kelime) ve notasyonları(simge) doğru kullanır mısınız?
- 7) Soru, teorem ya da önermeyi dikkatli okur musunuz? Okurken nelere dikkat edersiniz?
- 8) Teorem ifadelerini bilmenin öğretmenlik hayatınızda etkisinin olacağını düşünüyor musunuz? Nasıl?
- 9) İspatı hariç, teoremlerin ifadelerini kullandığınız oldu mu? Nasıl?
- 10) Kendi başınıza ispat yapabileceğinizi düşünüyor musunuz? Tereddütleriniz var mı? Varsa nelerdir?
- 11) Bir teorem ifadesi ya da önerme gördüğünüzde nasıl bir ispat yapabileceğinizi kestirebiliyor musunuz? Nasıl?
- 12) İspat yöntemlerini hatırlıyor musunuz? Bunlar nelerdir?
- 13) İspat yöntemlerini doğru kullanabildiğinize inanıyor musunuz? Neden?
- 14) Bir matematik sorusunu çözdüğünüzde, daima çözümünüzün doğruluğuna inanır mısınız? Çözümünden şüphe duyduğunuz olur mu? Neden?
- 15) Kaynaklarda rastladığınız soru çözümlerinin doğruluğundan şüphe duyar mısınız? Yoksa kabul eder misiniz? Neden?
- 16) Soruyu kendiniz çözerken benzer soru çözümlerine bakar mısınız? Neden?
- 17) Soruyu kendiniz çözerken ilgili tanım ve teoremlere tekrar bakar mısınız?
- 18) Soru hazırlamada kendinize güveniyor musunuz?
- 19) Soru hazırlamada kaynaklardan yararlanır mısınız? Varsa bunlar nelerdir?

- 20)** Soru hazırlarken nelere dikkat edersiniz? Açıklayınız.
- 21)** Matematikteki temel tanımları (ortaöğretimdeki matematiksel kavramlar) biliyor musunuz? Yüzde olarak ne kadarını tam olarak yapabilirsiniz?
- 22)** Tanımı tam olarak mı yoksa genel hatlarıyla mı bilirsiniz?
- 23)** Eksik olduğunuzu düşündüğünüz tanımlar var mı? Neler? Neden eksikliğiniz var?
- 24)** Anlamlandıramadığınız tanımlar var mı? Örnek verebilir misiniz? Nasıl?
- 25)** Tanımları soru çözümü ve ispatta kullanır mısınız?
- 26)** Tanımları bilmenin öğretmenlik hayatınıza etkisinin olabileceğini düşünüyor musunuz? Nasıl?
- 27)** Sözel veya sembolik bir matematiksel ifadeyle karşılaştığınızda ifadede nelere dikkat edersiniz? Sizce ifadede en çok dikkat edilmesi gerekenler nelerdir? Örnek verebilir misiniz?
- 28)** Öğrencilerinize dikkat edilmesi gerekli hususları ve anahtar kavramları açıklar mısınız? Nasıl?
- 29)** Tanım, soru çözümü ve ispatta sırasıyla alternatif tanımlara, çözüm yollarına ve ispatlara başvurur musunuz? Nasıl?
- 30)** Tanım, soru çözümü ve ispatta temsil kullanır mısınız? Örnek verebilir misiniz?
- 31)** Kavramlar arasında ilişki/ler kurar mısınız?
- 32)** Soru cümlesini farklı formlarda ifade eder misiniz?
- 33)** Bir kavramla ilgili bir tanım mı verirsiniz? Yoksa tanımları farklı şekillerde tekrar yapar mısınız? Örnek verebilir misiniz?
- 34)** Matematiksel hataları tespit edebilir misiniz?
- 35)** Matematikte yapılmış bir hatanın sebebini doğru açıklayabileceğinizi düşünüyor musunuz?
- 36)** Muhtemel öğrenci hatalarını önceden tahmin eder misiniz? Nasıl?
- 37)** Doğabileceğini düşündüğünüz muhtemel öğrenci hatalarına karşı önceden bir tedbir aldığınız olur mu? Örnek verebilir misiniz?

EK 3. Yüzyüze Görüşme Soruları

YÜZ YÜZE GÖRÜŞME SORULARI

1. Yapılan uygulama sonrası, temel matematiği derinlemesine anlama hususunda sizlerde ne gibi değişiklikler oldu? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

1.1 Matematiksel fikirleri ve anahtar noktaları açıklama ve yorumlama hususunda ne gibi bir değişim oldu?

1.2. Kavramları açıklamak için alternatif yollar bilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

1.3.Sorunlara çözüm önerisi üretebilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

1.4.Matematiksel kavramlar arasında ilişki kurabilme hususunda ne gibi bir değişim oldu?

2. Yapılan uygulama sonrası, öğrenci hatalarının farkına varma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

3. Yapılan uygulama sonrası, öğrenci hatalarının sebeplerini açıklama hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

4. Yapılan uygulama sonrası, teorem ve ispat yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

5. Yapılan uygulama sonrası, matematiksel kavramların tanımını bilme ve yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

6. Yapılan uygulama sonrası, işlem yapma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

7. Yapılan uygulama sonrası, matematiksel terim ve notasyonları(simgelerim) bilme ve kullanma hususunda kendinizde bir değişiklik olduğunu düşünüyor musunuz? Nasıl? Açıklar mısınız? Uygulama öncesi ve sonrasını düşünerek kendinizde ne tür farklılıklar hissettiğinizi açıklayabilir misiniz?

8. Uygulamaların matematik alan bilginize bir şeyler kattığını düşünüyor musunuz?

8.1. Bilişsel açıdan bir şeyler kattı mı? Düşüncenizde neler değişti? Ne yönde değişti?

8.2. Duyuşsal açıdan bir şeyler kattı mı? Düşüncenizde neler değişti? Ne yönde değişti?

EK 4. Gözlem Formu

YARI YAPILANDIRILMIŞ GÖZLEM FORMU

1. Soruyu gördüklerinde ilk tepkileri ne olmaktadır?
2. Derse olan ilgileri nasıldır?
3. Yapılan aktiviteler merak uyandırmakta mıdır?
4. Soruları çözerken, kendi çözümlerini açıklarken kaygı ve endişeleri var mıdır?
5. Soru çözümlerinde kendilerine güvenleri var mıdır?
6. Tahtaya hatalı cevap yazıldığında kendilerine güvenerek açıklama yapabilmektedirler mi?
7. Derse olan istekleri ne yönde değişim göstermektedir?
8. Yönteme olan istekleri ne yönde değişim göstermektedir?
9. Niceleyicileri bilme ve kullanma durumları nasıldır?
10. Bağlaçları bilme ve kullanma durumları nasıldır?
11. Tanımları bilme ve kullanma durumları nasıldır?
12. Teoremleri bilme ve kullanma durumları nasıldır?
13. İspatları doğru yapma durumları nasıldır?
14. İspat yöntemlerindeki farkındalıkları nasıldır?
15. Hataları tespit durumları nasıldır?
16. Hataların sebeplerini açıklama durumları nasıldır?

EK 5. Gönüllülük Sözleşmesi

Değerli Öğretmenler;

Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı'nda doktora öğrencisiyim. Sayın hocam Doç. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU danışmanlığında, “*Matematik Alan Bilgisi Geliştirme Sürecine Hata Temelli Aktivitelerin Etkisi*” başlıklı doktora tez araştırmasını yürütüyorum. Doktora tez araştırmanın hedefine ulaşabilmesi için, gönüllü öğretmenlere ihtiyacımız bulunmaktadır. Araştırma yaklaşık 9 hafta sürecektir. Araştırmaya katılacak olan öğretmenlerle odak grup görüşmeleri ve yüz yüze görüşmeler gerçekleştirilecektir. Araştırmanın her aşaması video ve ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınacaktır. Araştırmanın herhangi bir bölümünde isteyen katılımcılar araştırmayı bırakabileceklerdir. Araştırmaya başlayıp daha sonra ayrılan katılımcılar hakkında herhangi bir yargılama yapılmayacak ve bu durum olumsuzluk yaratmayacaktır. Çalışma süresince katılımcılar hiçbir riskle veya olumsuz durumla karşılaşmayacaklardır. Eğer herhangi bir olumsuzluk veya risk durumu ortaya çıkarsa sürece ara verilecektir. Katılımcıların isimleri gizli tutulacak ve araştırma raporunda kod isimler kullanılacaktır. Araştırmayla ilgili bir sorunuz olursa, 0531 792 71 87 numaralı telefondan veya sdgedik@gmail.com adresinden bana ulaşabilirsiniz. Ayrıca çalışma ile ilgili danışman hocam Sayın Doç. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU ile de 0442 231 42 07 numaralı telefondan veya ackonyali@atauni.edu.tr adresinden görüşebilirsiniz.

Saygılarımla,

Solmaz Damla GEDİK

Yukarıdaki araştırmaya katılmaya gönüllüyüm.

Adı-Soyadı:

Tarih:

İmza:

ÖZGEÇMİŞ

1988 Adana doğumlu Solmaz Damla GEDİK, ilk öğrenimini Adana’da ve orta öğrenimini Osmaniye’de tamamladı. 2006 yılında Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı’nda başladığı tezsiz yüksek lisans eğitimini 2011 yılında tamamladı. Aynı yıl Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Matematik Eğitimi Bilim Dalı’nda doktora eğitimine başladı.