



T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ARAÇ ÜSTÜ HİDROLİK İŞ
PLATFORMLARININ SEPET Dengeleme
KONTROLÜ

Mehmet SEZER

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Ekim-2014
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Mehmet SEZER tarafından hazırlanan “Araç üstü Hidrolik İş Platformlarının Sepet Dengeleme Kontrolü” adlı tez çalışması 23/10/2014 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan

Prof. Dr. Fatih Mehmet BOTSALI

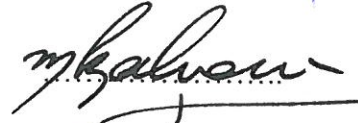
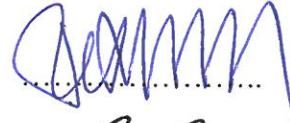
Üye / Danışman

Doç. Dr. Mete KALYONCU

Üye

Yrd. Doç. Dr. Ümit ÖNEN

İmza



Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Aşır GENÇ
FBE Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Mehmet SEZER
Tarih: 23/10/2014



ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ARAÇ ÜSTÜ HİDROLİK İŞ PLATFORMLARININ SEPET Dengeleme Kontrolü

Mehmet SEZER

**Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı**

Danışman: Doç. Dr. Mete KALYONCU

Yıl, 74 Sayfa

Jüri

Prof. Dr. Fatih Mehmet BOTSALI

Doç. Dr. Mete KALYONCU

Yrd. Doç. Dr. Ümit ÖNEN

Mobil hidrolik iş platformlarının günümüzde kullanımı arttıkça sepet uzvunun dengelenmesinin önemi de aynı doğrultuda artmaktadır. Bu çalışmada, Mobil hidrolik iş platformlarının sepet dengelenmesinin kontrolü için hidrolik tahrik kullanılan bir yöntem sunulmuştur. Dört serbestlik dereceli mobil hidrolik iş platformuna ait matematiksel modeli Lagrange Hareket Denklemi kullanılarak elde edilmiştir. Sisteme ait matematiksel model ve hareket denklemleri elde edildikten sonra sistemde kullanılan açı sensörleri sayesinde her uzvun yaptığı açılar ölçülmüştür ve sisteme etkisi irdelenmiştir. Mobil hidrolik insan platformunun sepet uzvunun aktif kontrolünde kullanmak üzere PID kontrolcü tasarlanmıştır. MATLAB®/Simulink® yazılımı kullanılarak yapılan simülasyonlarda tasarlanan kontrolcü performansı incelenmiştir. Tasarlanan kontrolcü uzuvların birçok hareketine göre kullanılması durumundaki performansı karşılaştırılarak tasarlanan kontrolcülerin kullanılabilirliği irdelenmiştir. Çalışma kapsamında, MATLAB/Simulink yazılımından elde edilen simülasyon sonuçları karşılaştırılarak bu yazılımların sepet denge kontrolünde kullanılabilirliği de değerlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Mobil Hidrolik Platform, Alan Çalışma Platformu, Sepet dengeleme, Simulink, MATLAB, PID Kontrolcü Tasarımı

ABSTRACT

MS THESIS

CAGE LEVELLING CONTROL OF TRUCK-MOUNTED HYDRAULIC AERIAL WORK PLATFORMS

Mehmet SEZER

**THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF
SELÇUK UNIVERSITY**

**THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
IN MECHANICAL ENGINEERING**

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Mete KALYONCU

Year,74 Pages

Jury

Prof. Dr. Fatih Mehmet BOTSALI

Assoc. Prof. Dr. Mete KALYONCU

Assist. Prof. Dr. Ümit ÖNEN

Increased use of the mobile hydraulic platform today and in parallel cage levelling control has gained importance. In this study, linear actuator is used for mobile hydraulic platform of cage levelling control and presented here. A four degree of freedom mobile hydraulic platform's mathematical model to obtain the Lagrangian formulation. The system mathematical model and equations of motion are obtained after platform parts of the angles were measured with angle sensor and was investigated. PID controller is designed for mobile hydraulic platform of cage levelling active control. Controller performance was investigated in MATLAB[®]\Simulink[®] simulation. In this study, MATLAB\Simulink simulation results were compared and this availability of the results were investigated in cage levelling control.

Keywords: Mobil Hydraulic Platform, Cherry Picker, Simulink, MATLAB, PID Control Design, Serial Manipulator, Cage Levelling

ÖNSÖZ

Çalışmalarımın her aşamasında hiçbir yardımını esirgemeyen, her türlü problemimi titizlikle ele alan, değerli hocam Doç. Dr. Mete KALYONCU'ya, tezi tamamlamamda önemli katkıları olan Umut YILMAZ'a, tez çalışmaları boyunca her konuda bana değerli yardımlarını esirgemeyen Arş. Gör. Abdullah ÇAKAN'a, HİDROKON nezdinde Genel Müdürüm Memiş KÜTÜKCÜ'ye ve benden desteğini esirgemeyen Gülistan ERDAĞI'ya son olarak da bana büyük emekleri geçen, beni yetiştirip bu konuma ulaşmamı sağlayan ANNEM'e sonsuz teşekkür ederim.

Mehmet SEZER

KONYA-2014

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR	viii
1. GİRİŞ.....	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	4
3. TEORİK ESASLAR.....	20
3.1 PID Kontrol ve Yapısı	22
3.1.1 PID Kontrolörleri Tasarım Metotları.....	22
3.1.1.1 Ziegler – Nichols Metodu	23
3.1.1.2 Frekans Cevabı Metodu	23
3.1.1.3 Basamak Cevabı Metodu	24
4. MOBİL HİDROLİK İŞ PLATFORMU SİSTEMİNİN MODELLENMESİ.....	26
4.1 Sistemin Matematiksel Modelinin Elde Edilişi	26
4.1.1 Sistemin Kinetik Enerjisi	27
4.1.2 Sistemin Potansiyel Enerjisi	32
4.1.3 Sistemin Lagrange Formülasyonu	32
4.1.4 Sistemin Hareket Denklemleri	34
4.2 Sistemin MATLAB/Simulink Ortamında Modellenmesi.....	46
5. KONTROLCÜ TASARIMI.....	54
6. SAYISAL ÇÖZÜMLER VE SONUÇLARI.....	56
6.1 Anabom Uzununun Farklı Yüklerde Simülasyon Sonuçları	57
6.2 Kırmabom Uzununun Farklı Yüklerde Simülasyon Sonuçları.....	59
6.3 Eklembom Uzununun Farklı Yüklerde Simülasyon Sonuçları.....	61
6.4 Sepet Uzununun Farklı Yüklerde Simülasyon Sonuçları	64
6.5 Sepet Uzununun Hareketine Diğer Uzunların Etkisi Simülasyon Sonuçları.....	67
7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	69
7.1 Sonuçlar	69
7.2 Öneriler	70
KAYNAKLAR	71
ÖZGEÇMİŞ	74

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

m_1	:Anabom uzvunun kütlesi
m_2	:Kırmabom uzvunun kütlesi
m_3	: Eklembom uzvunun kütlesi
m_4	: Sepet uzvunun ve yükün kütlesi
L_1	:Anabom uzvunun boyu
l_1	: Anabom uzvunun dönme merkezinin ağırlık merkezine olan uzaklığı
L_2	: Kırmabom uzvunun boyu
l_2	: Kırmabom uzvunun dönme merkezinin ağırlık merkezine olan uzaklığı
L_3	: Eklembom uzvunun boyu
l_3	: Eklembom uzvunun dönme merkezinin ağırlık merkezine olan uzaklığı
l_4	: Sepet uzvunun dönme merkezinin ağırlık merkezine olan uzaklığı
g	:Yerçekimi ivmesi
θ_1	:Anabom yatayla yaptığı açı
θ_2	:Kırmabomun anabomla yaptığı açı
θ_3	:Eklembomun kırmabom ile yaptığı açı
θ_4	:Sepetin Eklembom ile yaptığı açı
T	: Kinetik enerji
V	: Potansiyel enerji
L	: Lagrange denklemi
T_1	:Anabom dönüş momenti
F_1	:Anabom kaldırma silindiri kuvveti
d_1	:Anabom kaldırma silindiri kuvvetinin dönme merkezine olan dik uzaklığı
T_2	: Kırmabom dönüş momenti
F_2	: Kırmabom silindir kuvveti
d_2	: Kırmabom silindir kuvvetinin dönme merkezine olan dik uzaklığı
T_3	: Eklembom dönüş momenti
F_3	: Eklembom silindir kuvveti
d_3	: Eklembom silindir kuvvetinin dönme merkezine olan dik uzaklığı
T_4	: Sepet dönüş momenti
F_4	: Sepet silindir kuvveti
d_4	: Sepete silindiri kuvvetinin dönme merkezine olan dik uzaklığı
x_1	: Anabom uzvunun x eksen koordinatı
y_1	: Anabom uzvunun y eksen koordinatı
x_2	: Kırmabom uzvunun x eksen koordinatı
y_2	: Kırmabom uzvunun y eksen koordinatı
x_3	: Eklembom uzvunun x eksen koordinatı
y_3	: Eklembom uzvunun y eksen koordinatı
x_4	: Sepet uzvunun x eksen koordinatı
y_4	: Sepet uzvunun y eksen koordinatı
K_p	: Oransal etki kazanç parametresi
K_i	: İntegral etki kazanç parametresi
K_d	: Türev etki kazanç parametresi

Kısaltmalar

MHİP	: Mobil Hidrolik İş Platformu
PID	: Oransal + Türev + İntegral
SYA	: Sepetin Yatayla Yaptığı Açı

1. GİRİŞ

Mobil hidrolik iş platformları bir çeşit mobil hidrolik vinç çeşididir. Genellikle, hava platformları çalışma bomları, döner platformu, şasi, sepet hidrolik sistem, kontrol cihazı, vb. sistemlerden oluşmaktadır.

Mobil hidrolik iş platformları insanların ulaşamayacağı yerlere, onları daha kolay ve daha rahat erişim sağlaması amacı ile tasarlanıp üretilen iş makineleridir. MHİP 20. yüzyılda Çin'de 1970'lerin sonunda ortaya çıkan yaklaşık olarak 45 yıllık bir geçmişe sahiptir. Son yıllarda, Çin'de işleme sanayinin gelişmesiyle birlikte, Mobil hidrolik insan platformları ürün araştırma ve üretim hakkında dâhil bir sistem kurmuşlardır, ancak hala bazı yabancı ülkeler ile karşılaştırıldığında teknoloji ve kalitede büyük bir boşluğu bulunmaktadır.

MHİP4 tip olarak sınıflandırılabilir;

- Teleskopik,
- Mafsallı,
- Eklemliler
- Teleskopik-Eklemliler

İş platformlarının en çok tercih edilen modelleri teleskopik ve eklemliler olarak adlandırılan modellerdir. Yüksek seviyelere ulaşmak adına eklemliler platformlar daha ön plana çıkmaktadır.

MHİP'in günümüzde kullanım alanları gittikçe artmaktadır. Yüksek binaların dış yüzeylerinin temizliğinde, çatı sistemlerinin kurulması, elektrik direklerinde kablo bağlantılarının yapılmasında, yüksek binaların su borularının döşenmesi ve tamirati, itfaiye araçlarında yangın söndürme amacı gibi birçok alanda kullanılmaktadır.

Ülkemizde ise bu sektör mobil hidrolik vinçlerde insan kaldırmak kanunen yasaklanmasından sonra önem arz edip daha ön plana çıkmıştır. Daha öncelerde araç üstü mobil hidrolik vinçlerin ucuna mekanik aparatlar tasarlanıp kullanılarak sisteme dahil edilen sepetin aynı görevi görmesi sağlanırdı. Araç üstü vinçlerin ucuna takılacak şekilde tasarlanan sepetler iş güvenliği açısından oldukça tehlikelidir. Geçmişte yaşanan birçok iş kazasında bu sistemin güvenli olmadığını ortaya koymaktadır. Meydana gelen iş kazaları ve personel güvenliği sorunlarından dolayı sanayi sektöründe yeni bir iş dalı oluşmaya ve gelişmeye başlamıştır. Oluşan bu iş dalının zamanla gelişip talep-arz dengesinden ötürü sektörün sürekli gelişime açık olduğu görülmüştür. Gelişen MHİP

sektöründe tasarlanan iş makinelerinde, kullanılan mekanizma sistemlerinde birçok sorunu olduğu anlaşılmıştır. Bunlar Sepet dengeleme sorunu, iş makinelerinin titreşimli çalışması, oluşturulan mekanizmaların kendi içindeki çalışma sorunları gibi sorunlardır.

Tez çalışmamda MHİP'in ele aldığım sorunu insan sepeti uzvunun yatayla paralel olarak tutulmasının sağlanamamasıdır. Yapılan araştırmalarda ortaya çıkan sonuç, yakın zamana kadar bu sorunun operatöre bağlı olarak çözüldüğünü gösteriyor. Operatöre bağlı olarak yapılan projeler sonucu operatörün sepet uzvunun yatayla paralellliğini tam ayarlayamadığı için geçmişte birçok iş kazası meydana gelmiş, can ve mal kayıpları yaşanmıştır.

Bu konulara ilişkin önceki araştırmalar sınırlıdır. Ancak son zamanlarda bu konu üzerine çalışmalar yapılmaktadır. Katlanır bomlu araç üstü eklemli araç miktarı, Çin'de kullanılan araç üstü eklemli aracın %80 ini kaplar. Bu nedenle, bu araçlar üzerine yapılan araştırmaların pratik bir önemi vardır. İlk olarak doğrusal olmayan geniş bir hareketin kontrolünü sağlamak için düzlemsel simülasyonlar yapılmaya başlanmıştır. Bu soruna çözüm olması için birçok mekanik ve hidrolik projeler tasarlanmıştır. Bu projeler gelişen teknoloji ile birlikte mekanik sistemleri yazılımla birleştirip çözüm yolu aranmıştır.

MHİP'in sepet uzvunun dengesine tahrik edilen her uzvun hareketi etki etmektedir. MHİP'in sepet uzvunun yatayla dengelenme kontrolünü yapabilmek için sistemin çalışma şekli, çalışma kısıtları, uzuvlarını ve uzuvların hareketini sağlayan tahrik sistemlerinin iyi analiz edilmiş olması gerekmektedir. İncelenen sistem HİDROKON firmasının 45 TPK modeline aittir. Mobil hidrolik iş platformu dikbom, anabom, kırmabom, eklembom ve sepet uzvu olmak üzere 5 uzvudan oluşmaktadır. Ele alınan MHİP'in çalışma aralığı yatayda 27.5 m'dir ve 45 m yükseğe ulaşma kapasitesine sahiptir. Anabom ve eklembom uzuvlarının tahriki hidrolik silindirler yardımı ile sağlanmaktadır. Kırmabom ve sepet uzuvlarının tahriki de hidrolik silindirler tarafından sağlanmaktadır fakat bu silindir kuvveti direk uzva etki etmemektedir. Kısakol-uzunkol adı verilen uzuvlar sayesinde oluşturulan mekanizma sayesinde kuvvet iletimi ile sağlanmaktadır. Anabom uzvunun çalışma kısıtı yatayla 85°'dir. Kırmabom uzvunun çalışma kısıtı anabom uzvu ile 0°-180°'dir. Eklembom uzvunun çalışma kısıtı kırmabom uzvuna göre 90°'dir. Sepet uzvunun çalışma kısıtı Eklembom uzvuna göre 90°'dir.

Sistemde sepet uzvunun yatayla paralel olarak dengelenmesini her uzvun hareketi etkilemektedir. MHİP'in üç boyutlu tasarımı ve sistemin kinematikı

Solidworks® çizim programında yapılmıştır. Sepet dengelemesinin yapılabilmesi için sistemin matematiksel olarak ifadesi, Newton kanunları ve Lagrangian hareket denklemlerinden yararlanılarak bulunmuştur. Bu denklemler kullanılarak sistemin blok diyagramları ile modellenmesi esnasında MATLAB/Simulink yazılımı ile yapılmıştır. MATLAB/Simulink ortamında modellenen sisteme PID kontrolcüler uygulanmıştır. Sistemde uygulanan kontrol teorisi ‘Serial Manipülatör’ ün kontrol teorisi temel alınarak oluşturulmuştur. MATLAB/Simulink ortamında kurulan sistemde sepet dışında bulunan diğer uzuvlarının hareketleri sensörler tarafından matematiksel olarak ifade edilip, sepet uzvunun dengelenmesi için bir giriş olacak şekilde düzenlenmiştir. Bu şekilde sepet uzvunun dengelenmesi için diğer uzuvların hareketleri göz önüne alınıp sistem gerçek hayatta kullanılan sisteme uygun şekilde oluşturulmuştur. Oluşturulan sistem üzerinde her uzvun hareketi için gerekli silindir kuvveti, basınç gibi bilgilere ulaşılabilir. Böylece ele alınan sistem üzerinde gerekli olan tasarım parametrelerine de ulaşmak mümkün olacaktır. MATLAB/Simulink ortamında kurulan sistemde her uzva ayrı ayrı PID kontrolcüler uygulanarak her uzvun kontrolü sağlanmıştır. Sepet uzvunun yatayla paralel olarak durması içinde diğer uzuvların hareketleri sepet uzvuna giriş olarak tanımlanıp sepet uzvuna PID kontrolcü uygulanarak yatayla paralel olarak durmasının kontrolü sağlanmaya çalışılmıştır.

Literatürde bulunan çalışmalardan farklı olarak sistemde bulunan eyleyicilerden her uzvun konumu matematiksel olarak oluşturulan sensörler tarafından elde edilen veriler çıktı olarak alınıp, sepet uzvunun dengelenmesi için sepet uzvunun giriş fonksiyonu olarak düzenlenmiştir. Sistem de bulunan sepet uzvunun dengelenmesi yazılım yoluyla yapıp operatörden bağımsız şekilde yapılması teorik olarak sağlanmıştır.

Çalışma safhaları ;

1. Yapılan çalışmanın amacı, önemi ve sistemde bulunan sorunun tanıtılması,
2. Kaynak araştırması,
3. Sistemin katı modelinin Solidworks programı kullanılarak elde edilmesi,
4. Sistemin matematiksel modelinin, katı modelden alınan veriler doğrultusunda Lagrange formülasyonu ve Newton hareket kanunları kullanılarak elde edilmesi,
5. Matematiksel modelin MATLAB/SIMULINK programında oluşturulması,
6. Kontrolcü tasarımlarının yapılması ve sisteme dâhil edilmesi,
7. Simülasyon sonuçlarının karşılaştırılması ve irdelenmesi.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

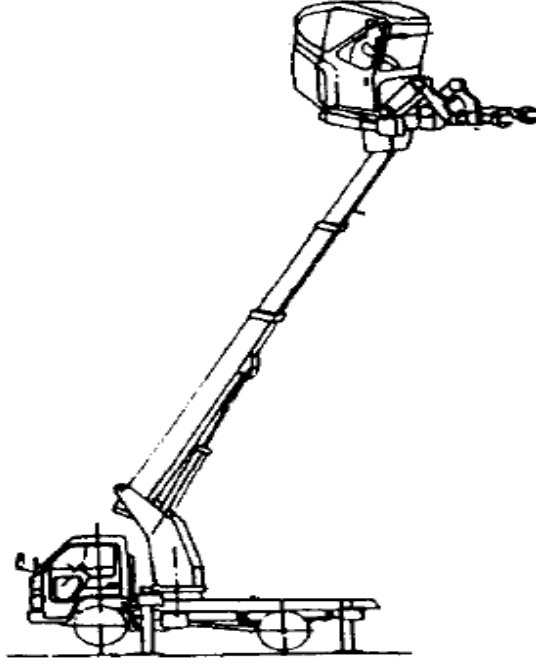
Junve ark. (2011), bu çalışmada yapılacak olan tasarımda dikkat edilecek hususları belirlemiştir. İnsan ve makine ilişkileri çok önemli bir araştırma konusu ve ürün tasarımında bir ilke olmuştur. Ürün biçimi ve insan-makine ilişkisi analizine dayalı tasarım kavramı ve yöntemlerini önermektedir. İnsan ve makine işlevsel olarak şekillendirme yöntemi, araştırma nesnesi, tasarım, ürün modelleme gibi insan ve makine ilişkilerini içeren ve kullanıcı araştırmaları yapan bir yöntem olduğunu savunmuşlardır. Bu yöntemle, tasarlanan ürünlerin kullanımını ve çalışma prensibini anlamak çok daha kolay olabilir. Mobil hidrolik iş platformları ürünlerinde ileri teknoloji ve çağdaş estetik gereksinimlerini yansıtmaları gerekir. Ergonomiye dayalı ürün modelleme, tasarımı ve çalıştırılmak üzere eski ve teknolojiden uzak özelliklerinden kurtulmak ürünü daha kolay üretilebilir alır hale getirir. Ayrıca, ürün özelliklerinin daha akıllıca tahsisini yapar ve insan-makine-çevre ilişkilendirilmesi daha koordine olarak yapılabilir.



Şekil 2.1 Araç üstü mobil hidrolik platform modelleme ve konsept tasarımı (Junve ark. 2011)

Araç üstü mobil hidrolik iş platformların kullanım alanları gelişen teknoloji ile epeyce artmıştır. Bunun sonucu olarak teknoloji ile araç üstü mobil hidrolik iş platformları birleştirilmiş ve bununla ilgili literatür taraması yapıldığında birçok çalışma yapıldığı görülmüştür.

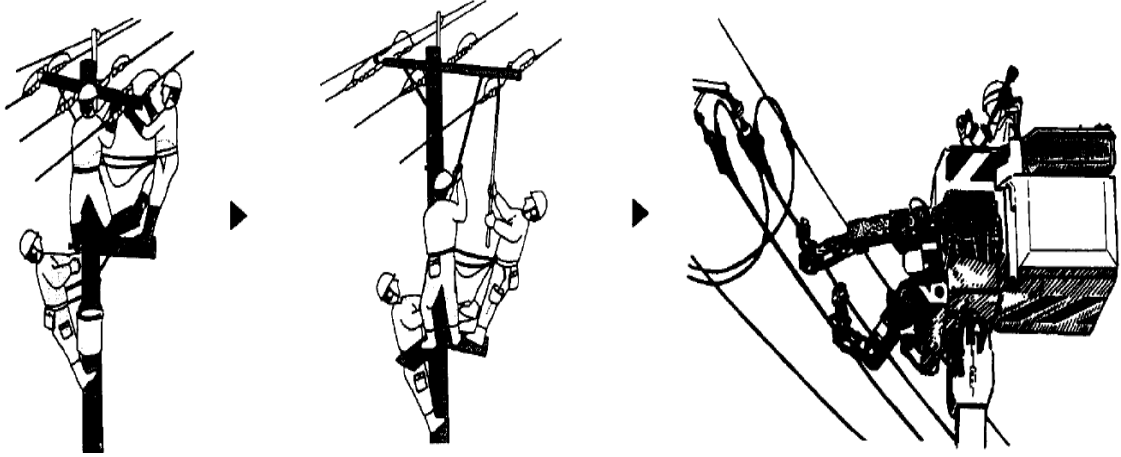
Elektrik kablolarının direklere çekilmesini kolaylaştırmak için ve direklerdeki bağlantıları daha rahat yapılabilmesi 1984 yılında çalışmalar başlanmıştır. İlk etapta, bir zemin üzerine monte edilmiş hidrolik bomlu bir prototip model ve ikiz-kol manipülatör 1985 yılında deneme amaçlı üretilmiştir. İkinci çalışma 1988 yılında araç üstü olarak tasarlanıp bir araca monte edilmiştir. Araç üstü mobil hidrolik manipülatör olarak kullanılan sistem oluşturulmuştur. Tasarlanan aracın sepet uzvuna operatör kabini monte edilmiş ve bu kabine de ikiz-kol manipülatör yapılmıştır. Böylece elektrik bağlantıları insan hayatını riske etmeden yapılması amaçlanmıştır. Üçüncü çalışma ise prototipi üretilen bu sistemin gerçek hayata geçirilmesi olmuştur. Alınan veriler ve sonuçlara göre zamanla geliştirilmiştir. Üçüncü adımda, elektrik dağıtım hattı yapım manipülatör sistemlerinin iki türünü geliştirilmiştir. İlki, makinelerin artan kullanım kolaylığı ve elektrik performans güvencesi ikincisi ise araç boyutu ve ağırlık azaltma gibi ilk geliştirme kavramları ile uyumlu olacak şekilde makineler üretilmesidir (Ohnishi ve ark. 1992).



Şekil 2.2 Araç üstü mobil hidrolik iş platformu elektrik direklerinin tellerinin yerleşimi için kullanılan özel platform tasarımı (Ohnishi ve ark.1992)

Benzer bir çalışmada, Maruyamave ark. (1993) mobil hidrolik iş platform kullanarak elektrik direklerinde ki tellerin bağlantısında sepet uzvunun yatayla dengeli olarak durması üzerinde çalışmalar yapmışlardır. Sepet üzerinde bulunan manipülatörün sağlıklı olarak çalışabilmesi ve işin güvenli bir şekilde yapılabilmesi için sepet uzvunun

konumlandırılması çok önemlidir. Sepet uzvunun diğer uzuvlardan alınan bilgiler dâhilinde geliştirilen kontrolcü sayesinde dengelenmesi gerçekleştirilip istenilen işin yapılması sağlanmıştır.



Şekil 2.3 Araç üstü mobil hidrolik iş platform kullanımının faydaları (Maruyamave ark. 1993)

İnşaat malzemeleri ve bileşenleri birçok endüstriyel malzemelerden daha büyük ve ağırdır. Tavan cam bunlardan biridir ve iç kaplama boyunca bir yapı malzemesi türüdür. Son zamanlarda bina tasarımları da daha estetik ve modern yapılmaya başlandığı için çok katlı binaların dış cepheleri cam ile kaplanmaya başlanmıştır. Bu durumda tavan cam için daha fazla talep görmesini sağlamıştır. Çalışmanın amacı şantiyelerde tavana cam yüklemek için mobil hidrolik iş platformu ile robot teknolojisini birleştirmektir. Robot yüklü platform hassas ve kırılğan malzeme taşıyacağı için platformun pozisyonu ve yaptığı hareketleri hassas olması önem arz ediyor. Bu çalışmada sunulan tavana cam kurulumu, robot bir platform ve çok serbestlik dereceli manipülatör birleştirir (Lee ve ark. 2007).

Hu ve ark.(2010), yaptıkları çalışmada araç üstü eklemli platformun çalışma esnasında dengelemeyi etkileyen unsurlardan biri olan titreşim üzerinde durmuşlardır. Sistemin denklemlerini cisim dinamiği teorisi ve Lagrange denklemi yardımı ile elde etmişlerdir. Ardından sistemin simülasyonu yapmışlardır. Simülasyon sonuçları hareketli uzuvların elastik deformasyona uğrama ihtimali nedeniyle yüksek frekanslı titreşimlerin var olduğunu göstermektedir. Bunun bir sonucu olarak, titreşimlerin Katlanır bomlu iş platformunun çalışması sırasında sarsılmasına neden olup uzuvların istenilen pozisyonundan küçükte olsa yörünge sapmalarına yol açtığını görmüşlerdir. Bu

nedenle, denklemlerin kurulması sırasında titreşim kontrolünü dikkate alarak araç üstü katlanır-bomlu iş platformunun yörünge kontrolünün daha sağlıklı yapılacağını öngörmüşlerdir.

Araç üstü mobil hidrolik iş platformlarının tasarımının yanı sıra kullanılan mekanizmaların, kinematik analizinin ve her uzvunun ayrı ayrı kontrolü önem kazanmıştır. Günümüzde bu konu ile ilgili birçok çalışma yapılmaktadır. Kinematik analiz konusunda basit serial manipülatör sistemleri ve robotik uygulama sistemleri göz önüne alınmıştır. Uzuvarların kontrolleri için ise kullanılan hidrolik ekipmanların kontrolü, sensörler ve kontrolcüler kullanılmıştır.

Fossenve ark. (2013), kontrol algoritmaları hakkında yaptıkları çalışmalarında kontrol algoritmaları ile ilgili değerli bilgilere ulaşmışlardır. Etkileyicilerin ve eyleyicilerin aktifleşen mekanik sistemler için hareket kontrolü kontrol algoritması hiyerarşisi genellikle üç bölümden oluşur.

1. Üst düzey bir hareket kontrol algoritması genel hareket kontrol hedeflerini sağlamak için sanal kontrol sistemleri (yani kuvvetler ve momentler) bir vektör komutları kullanılabilir.
2. Bir kontrol ayırma algoritması mümkünse birlikte istenilen sanal kontrol sistemleri üretecek şekilde farklı efektör koordinatları kullanılabilir.
3. Düşük seviyeli kontrol algoritmaları bu eyleyiciler ile her bir efektörü kontrol etmek için kullanılabilir.

Kontrol sistemi yüksek seviye hareket kontrol algoritması efektörlere ve eyleyiciler hakkında detaylı bilgi olmaksızın tasarlanabilen bir modüler tasarım avantajı sunmaktadır.

Truongve ark. (2009), tasarladıkları kuvvet kontrolörünü, hidrolik hibrid sistemlerin kararlılık testini ve performansını belirlemek için hidrolik yük simülatörü üzerine uygulanmıştır. Bunun için otomatik ayarlamalı bulanık PID kontrolörü geliştirilmiştir. PID kontrol parametreleri bulanık-PID tekniği kullanarak otomatik olarak ayarlanabilmektedir ve bu kontrolör ile hidrolik yük simülatörü sisteminde daha iyi performans ve daha yüksek kontrol hassasiyeti elde edildiği görülmüştür. Deneyler, gerçek çalışma koşullarından harici olarak değişen hidrolik sistemler için önerilen kontrol yönteminin etkinliğini değerlendirmek amacıyla yapılmıştır. Deneysel değerlendirme sonucu, otomatik olarak ayarlanan bulanık-PID kontrolörünün kabul edilebilir sonuçlarını kanıtlamak için farklı referans giriş sinyalleri ve çeşitli bozucu

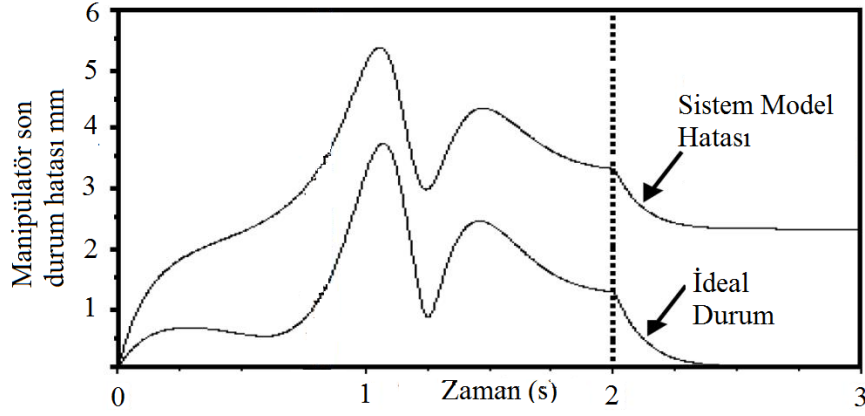
girişler eklenmiştir. Uygulanan kontrolcü ile geleneksel kontrolörler karşılaştırıldığında, bulanık-PID kontrolcüsü öngörü tekniği ile tasarlanan kontrolörün performans özellikleri, sistem gereksinimini karşılamak ve hata oranının azaltma gereksinimi hususlarında daha başarılı sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Bu kontrol yöntemi, hidrolik tahrikler için değil, aynı zamanda, diğer kontrol sistemleri için de etkilidir.

Wu ve ark.(2014), çalışmasında adaptif ve kayan kipli kontrol kombinasyonunu kullanarak, belirsizlikler ve hataların varlığında mobil manipülatörler için sistematik olarak gösterilmiştir. Lyapunov kararlılık teorisine dayanarak önerilen kontrolör, istikrar ve düzgün nihai sınırların keskinliği dâhilinde mobil manipülatör sisteminin kontrol performansının geçerli olmasını garanti edemez. Önerilen kontrolör hesapta olmayan düzensizlikler için değil, aynı zamanda parametre belirsizlikleri için de kullanılmıştır. Bulanık mantık sinir ağı doğrudan yapılandırılmamış sistem dinamiklerini tanımlamak için kullanılır. Simülasyon sonucu önerilen adaptif kontrol yönteminin üstün kontrol performansı ortaya koyduğunu gösterir.

Hongxi ve ark. (2012), mobil hidrolik iş platformlarının sepet uzvunda genellikle insanların çalıştığı için sepet uzvunun yatayla dengeleme hareketini oldukça hassas ve titreşimsiz olması için çalışmalarda bulunmuşlardır. Oluşturulan sistemde eyleyici olarak kullanılan silindirlerin kontrolü yapılmıştır. Ortaya çıkan veriler ışığında her uzvun hareketinin sepet uzvuna titreşim ve yatayla dengeleme hususunda etkisi olduğu görülmüştür. Her uzvun hareketinin bir bileşim haline getirip bu şekilde değerlendirme yapılması gerektiği ortaya çıkmıştır. Her uzuv hareketi sırasında sepet uzvuna belirli bir titreşim vermektedir ve bu titreşimlerin sönümlenmesi noktasında önemli veriler elde edilmiştir.

Geleneksel sabit taban eklem kontrolörleri, yerçekimi etkileri tarafından ve eyleyiciler tarafından üretilen uzuv hareketleri yüzünden manipülatör ve araç arasındaki dinamik etkileşimleri mobil manipülatörlerinin üzerinde iyi analiz edilip kontrolünü yapamazlar. Elde edilen jakobiyen devrik kontrol algoritması ile bu etkilerin telafi olduğu görülmüştür (Hootsmans ve ark. 1992). Jakobiyen devrik kontrol algoritması, sepet uzvunda model hataları bulunması halinde bu hataları da algılayıp kabul edebilecek seviyeye indirip iyi performans gösterir. Bununla birlikte uygulamada, uzak yapısal olmayan ortamlarda son nokta algılama geniş bir hareket yörüngesi için pratik değildir. Ama bu eğim-ölçerler ve ultrasonik sensör olarak pratik ve düşük maliyetli bir araç sensörleri ile sepet uzvunun hareketini ikame edilmiş olarak göstermiştir. Jakobiyen performansı ideal bir bitiş noktası ile elde edilen hareketin kontrol

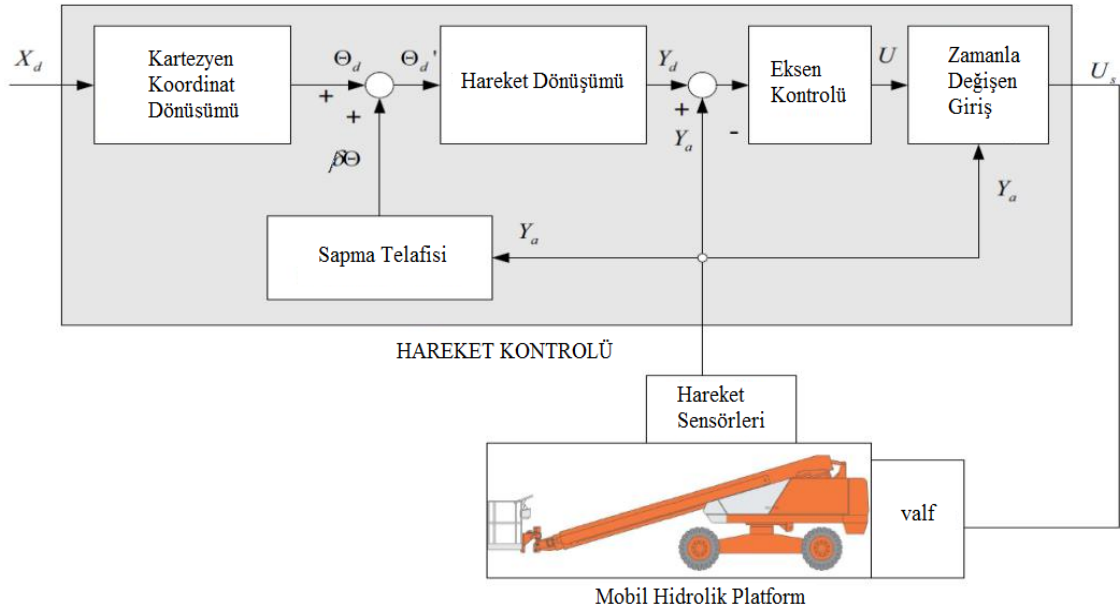
algoritmasından sonra ideale yakın yaklaşımlar elde edilmiştir (Hootsmans ve ark. 1992) .



Şekil 2.4 Sepet uzununun dinamik etkileşimler sepet sonucu dengelenmesi (Hootsmans ve ark. 1992)

Bir hidrolik yükleyici vinç aracı için pozisyon kontrolü yapıldığında birçok çalışma şekli ve pozisyonu için çok avantaj sağlamaktadır fakat bu durum için operatörün vinç kontrol yeteneğinin yüksek ya da operatörün tecrübeli olması gerekiyor. Vinç katlanırken ya da çevrede engellere yakın çalışırken tamamen operatörün tecrübesine bağlı olarak işin yapılması gerekmektedir. Uygulanan kontrolcü çalışma alanında engelleri önlemek için gerekli olacaktır. Etkileşimli ve gerçek zamanlı dinamik benzetim kontrol stratejilerinin geliştirilmesi için güçlü bir araçtır. Oluşturulan kontrol şeması pratik uygulama için değerli bilgiler içerir. Gelecek çalışmalar, bir simülasyonun parçası olarak daha detaylı modelleme içerebilir. Ancak, operatör yeteneklerinin oluşturulan bu döngünün parçası olmasına izin vermektir (Pedersen ve ark. 2010).

Yuan ve ark. (2009), mobil hidrolik iş platformların gelişmiş kontrol şeması yoluyla verimliliği ve hava çalışma platformu güvenliğini giderme konusunda çalışmıştır. Sistemin kontrolü için bir kapalı döngü oluşturulmuştur. Böylece operatörlerin yeterlilik talepleri azaltılması ve verimliliğin artırılması, denetim çalışma platformunun sonu efektör koordinat Kartezyen bir yörünge izlemek için izin sunulmaktadır. Bu kontrolör bir statik sapma telafisi yöntemi olup, ayrıca bomun bükülmesi ile oluşan dengeleme hatasını da göz önüne alarak ve bu hatayı azaltmak için geliştirilmiştir. Araç güvenliği açısından, bu uzun ve esnek bom ile ilişkili dengeleme sorununun önemli ve tehlikeli olduğu görülmüştür. Önerilen kontrolör, bir yenilenmiş araç üstü mobil hidrolik iş platformu üzerinde uygulanmıştır. Konum kontrolü ve dengeleme yapılan deneyde onaylanmıştır.



Şekil 2.5 Kapalı döngü kontrolcü uygulanan mobil hidrolik iş platform sistemi (Yuan ve ark.2009)

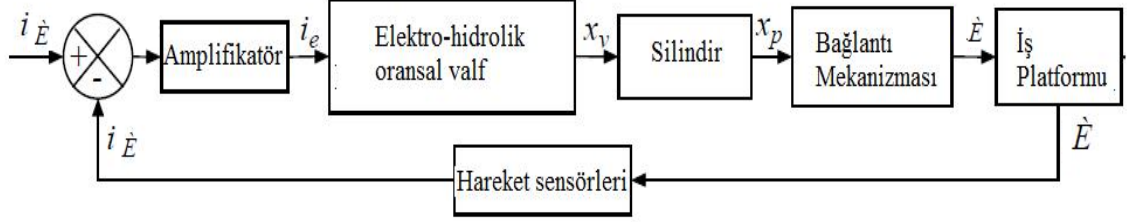
Yoder ve Seelinger (2006) yaptıkları çalışmada, Mobil hidrolik iş platformunun uzuvlarının kalibre edilmesi üzerinde durmuşlardır. Sistemin ilk etapta sıfır pozisyonunda iken kalibresinin yapılması gerektiğini vurgulamışlardır. Kalibre yapılmadan sistem çalıştırılıp düzgün bir dengeleme yapılamayacağı ve bu durumunda kazalara sebebiyet vereceğini belirtmişlerdir.

Cao ve ark. (2014), yüksek yerlere ulaşmak için kullanılan mobil hidrolik iş platformlarının otomatik-dengeleme sisteminin üzerine çalışmalar yapmışlardır. Sistemin dinamik özelliklerinin varyasyonları üzerinde durup ve alt modelleri için bir dizi birleşik bir matematiksel model bileşimi ile dengeleme sistemleri oluşturmuştur. Değişken parametrelerin dinamik özellikleri üzerinde hızlı tepki ve bağıl kararlılık dâhil olmak üzere sisteme etkisi araştırmışlardır. Mobil hidrolik platformlar için mekanik projeyi yazılım ile birleştirip ‘hidro-mekatronik’ adını verdikleri dengeleme sistemi deneysel olarak oluşturuldu. Gerçek dengeleme sistemi tasarımları için yararlı bir rehberlik sağlayacak olan sistemin aşağıdaki gibi dinamik özelliklerinin çeşitli varyasyonları ortaya çıktı.

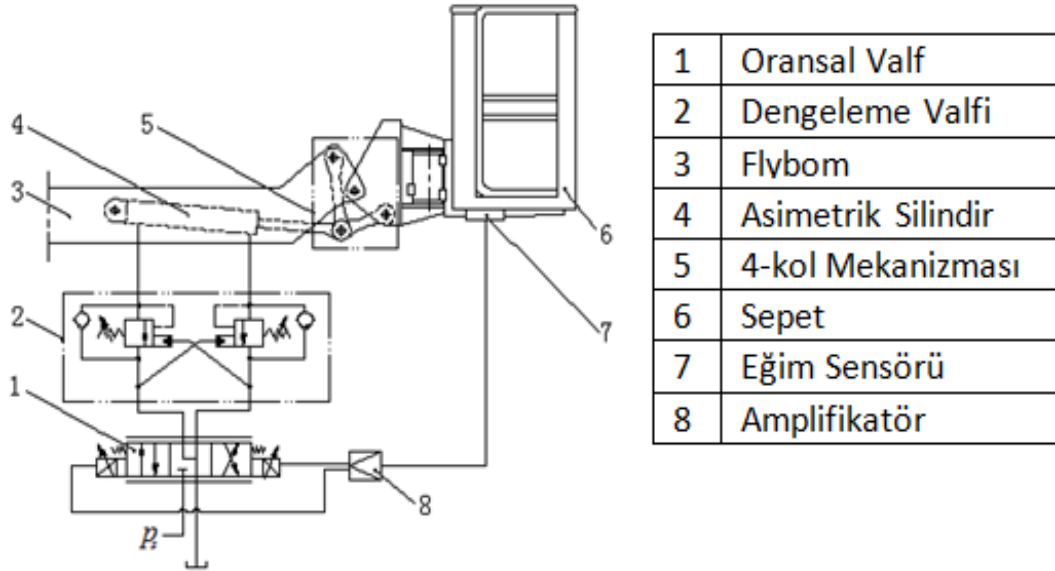
1. Dört bağlantı mekanizmasının deplasman açısı hatası arttıkça, sistemin tepkisi daha hızlı olur, ancak bu durumda da hata olasılığı daha belirgin olacaktır. Sabit bir yükseltici kazanç ile dengeleme sistemi için, dinamik performansları kolayca

dalgalanmaya neden olmaktadır. Bu nedenle bu değişiklik belirli aralıklar içinde kısıtlı olmalıdır.

2. Asimetrik silindir alanının oranı aşma ve daha iyi kararlılık için daha az oransal artışa neden olabilir ama aşırı büyük bir sapma değeri platformun genel dengeleme istikrarı için elverişli olmadığı gibi dengelemenin de tamamen farklı bir tepki hızına sahip olmasını sağlayacaktır.



Şekil 2.6 Hidro-Mekatronik dengeleme sistemi blok diyagramı (Caove ark. 2014)

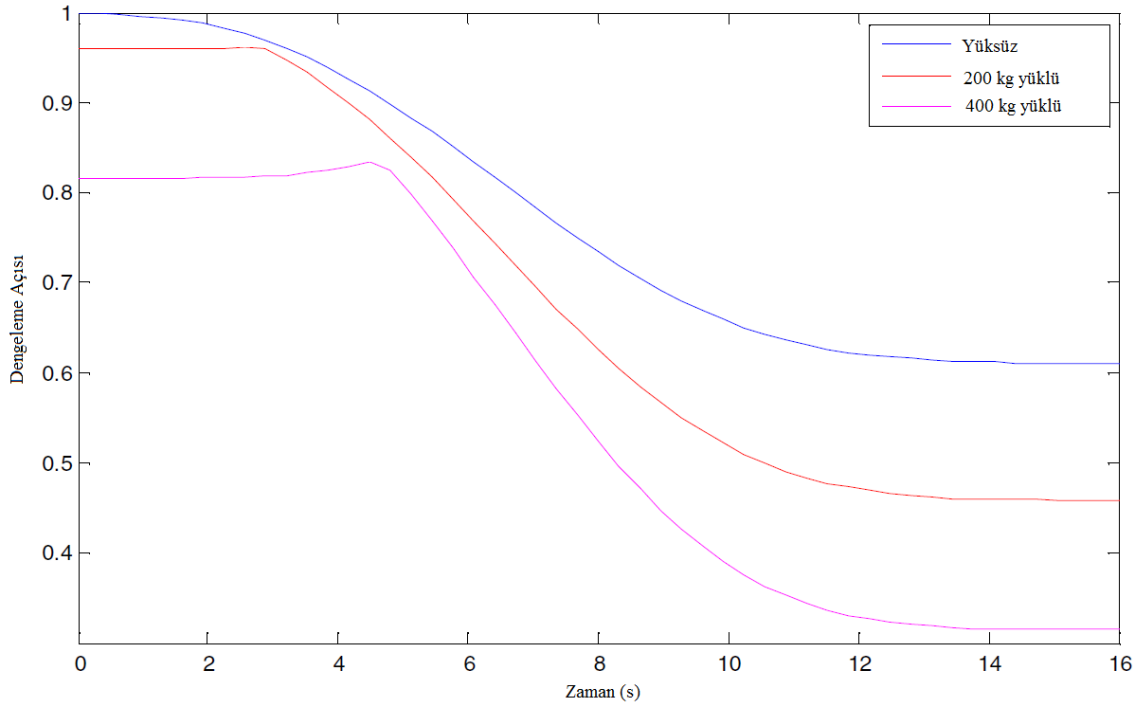


Şekil 2.7 Hidro-Mekatronik dengeleme sistemi (Caove ark. 2014)

Wang ve ark. (2011), yaptıkları çalışma mobil hidrolik iş platformu elektro-hidrolik oransal valf sistemi ile sepet uzvunun dengelenmesini hedeflemişlerdir. Sisteminin modeli kurulmuş ve kararlılığı doğrulanmıştır. Geleneksel PID kontrolcü parametreleri tek durum için kullanılabilir çünkü mobil hidrolik iş platformunun sepet dengeleme performansının değişen hız ile değişken bir hal aldığını görmüşlerdir. Bulanık mantık ile mobil hidrolik iş platformu parametreleri, hata ve değişen hata sinyaline göre otomatik olarak ayarlanabilir ve PID kontrolü için kullanılabilir olduğu anlaşılmıştır. PID ve Bulanık PID arasında bir karşılaştırma analizi MATLAB/Simulink

yardımı ile yapmışlardır. Simülasyon sonuçları bulanık PID'nin Geleneksel PID ye oranla daha iyi etkileri ve doğruluğu olduğunu göstermişlerdir.

Jia ve ark. (2012), mobil hidrolik çalışma platformunda dinamik istikrarsızlık ile başa çıkmak için yeni bir yöntem sunmuşlardır. Mobil hidrolik çalışma platformunun dinamik kararlılığını belirlemek için Sıfır Moment Noktası (SMN) yöntemini kullanmışlardır. SMN formülasyonu SMN teorisine dayanarak türetilmiştir. Mobil hidrolik çalışma platformu havada kurulum, taşıma veya bakım için her geçen gün daha fazla kullanılan iş makinelerinden olmuştur. Çalışma ortamları her zaman ideal olmayıp sert hava koşullarında da çalışmak zorunda kalmıştır. Böyle sert doğa koşulları gibi çeşitli nedenlerle, mobil hidrolik çalışma platformu kararsız bir duruma girebilir ve tüm aracın altüst olmasına neden olabilir. Bu nedenle, etkili bir erken uyarı sistemi çok önemlidir. SMN teorisi bu çalışmada mobil hidrolik çalışma platformunun dinamik kararlılığını incelemek için kullanılmıştır. SMN hesaplama yönteminin fiziksel yorumlanması açıktır ve programlanabilme özelliği bulunmaktadır. Kavram kararlılık derecesi kararlı ölçüde ifade etmek için bir nicel ölçü olarak kabul edilmiştir. Yapılan simülasyonlar bu yazıda yaklaşımın etkinliğini doğrular niteliktedir.



Şekil 2.8 Farklı ağırlıklarda sepet uzvunun yatayla yaptığı açı (Jia ve ark. 2012)

Bu çalışmada, iki veya daha çok bağlantılı düzlemsel olan bir dinamik model, hareketli bir platform üzerine monte edilmiş manipülatör için geliştirilmiştir.

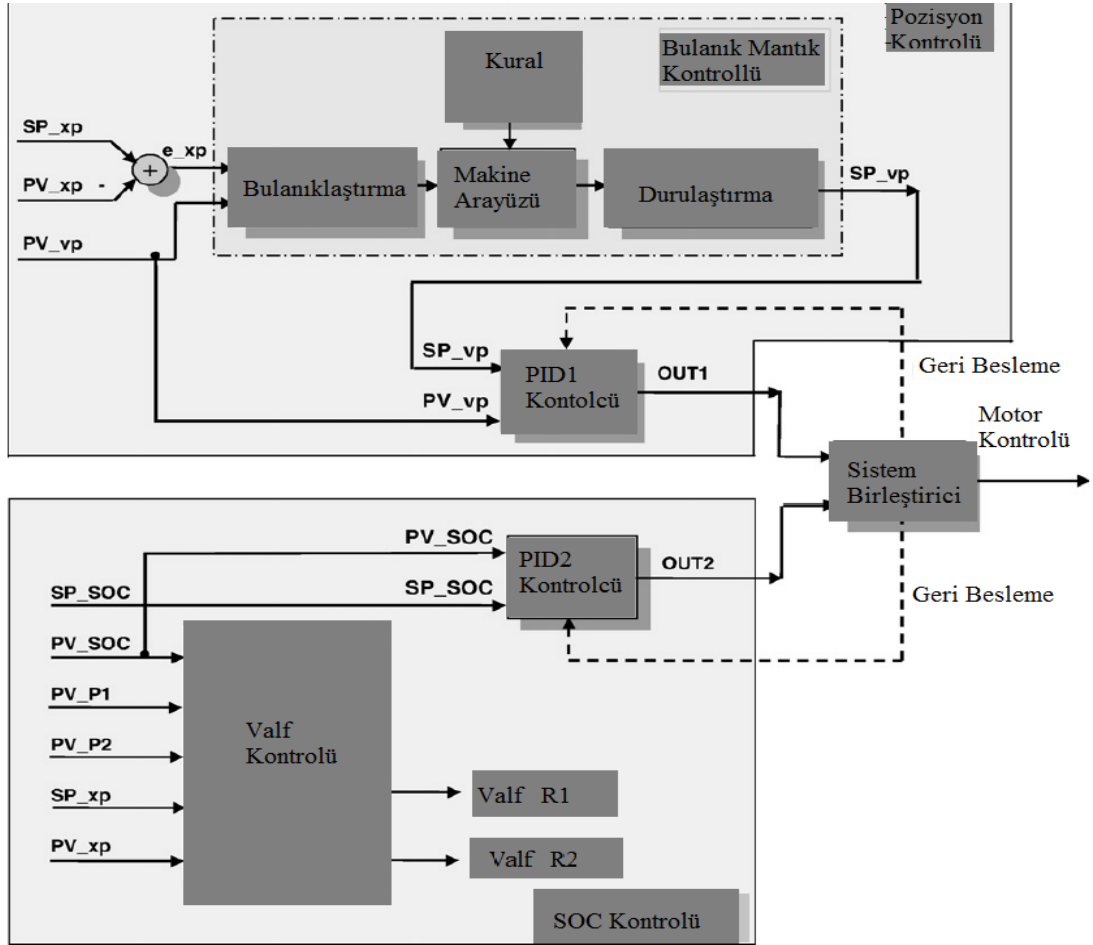
Oluşturulan modelde hidrolik eyleyici fonksiyonu ve manipülatör hareketi sırasında uzuvlarının yaptığı hareketlerin ayrıntılı dinamiklerini dikkate alınmıştır. Simülasyon sonuçları, bu çalışmada sunulan modeli geliştirme yöntemini kanıtlamak için sunulmuştur. Özel olarak, sonuçlar Ghasempour ve Sepehri'nin tarafından daha önce geliştirilen sistem ile tutarlı olduğu bulunmuştur. Bu yöntem, uzuvların hareketi dâhil olmak üzere detaylı bir manipülatör davranışının sonuçlarını ortaya koyar ve dinamik kararlılığının kontrol yöntemi olup bununla birlikte taban manipülatör bağlantılarının, uzuvların hareketlerinin tepkisinin nasıl olacağı konusunda öngörü oluşturmuştur. Mobil platformlar üzerine monte edilmiş manipülatörlerin kararlılık analizi için iyi bir rehber olarak hizmet verecek bu çalışmanın sonuçları, açıkça bu tür makinelerin dengelenmesi üzerine manipülatör hareketinin etkisini göstermektedir (Abo-Shanabve ark. 2001).

Bu çalışmada, N algoritması düzeni kullanarak, yeni manipülatör sistemlerinin döndürme ve dağıtılabılır bağlantıları olan bir sistemin kontrolü iki farklı düzenleme şeklinde sunulmuştur. Sonuçlar, sistem performansının rijit serbestlik derecelerinin FLT (Geribildirim Lineerleştirilmesi Tekniği) kontrolü kabul edilebilir olduğunu göstermektedir. Genelleştirilmiş koordinatlar için FLT kontrolü ile esnek serbestlik derecesi için LQR aktif kontrolü birlikte kullanılması sistemin kontrolünü önemli ölçüde geliştirdiği görülmüştür. Kontrolör oldukça kuvvetlidir ve daha yoğun yük durumlarında da etkili olmaya devam etmektedir. Sonuçların gelecekte yapılacak olan Manipülatörlerin tasarımında umut verici olduğunu ispatlamıştır(Caove ark. 2001).

Geleneksel sabit taban eklem kontrolörleri, bir manipülatör ile araç arasındaki yerçekimi etkileri ve dinamik etkileşimler tarafından oluşan taşıt hareketleri nedeniyle karasal mobil manipülatörlerinin üzerindeki kontrolü hassas yapamazlar. Burada uzun bir jakobiyen devrik kontrol algoritması kullanılarak oluşan bu etkileri telafi edilmesi üzerinde çalışılmıştır. Geçmişte bu tür kontrolörler kullanılmıştır. Bu kontrolörler, son nokta algılama yönteminden yararlanmıştır ve Jakobiyen devrik kontrol algoritması gibi uç nokta modelleme yöntemi kullanılması durumunda sistemde oluşan hataların hemen algılanması sayesinde iyi bir performans gösterir. Bununla birlikte, uygulamada son nokta algılama yöntemi, geniş bir hareket yörüngesi için mümkün değildir. Jakobiyen devrik kontrol algoritmasında, eğimölçer ve ultrasonik sensörler gibi hazır araç sensörleri kullanılarak, uç nokta algılama yöntemi ile uzvun yerini algılar ve bitiş noktası algılama ile performansı iyileştirir. Sonuçlar, sistemin kontrolünün bu yöntemle

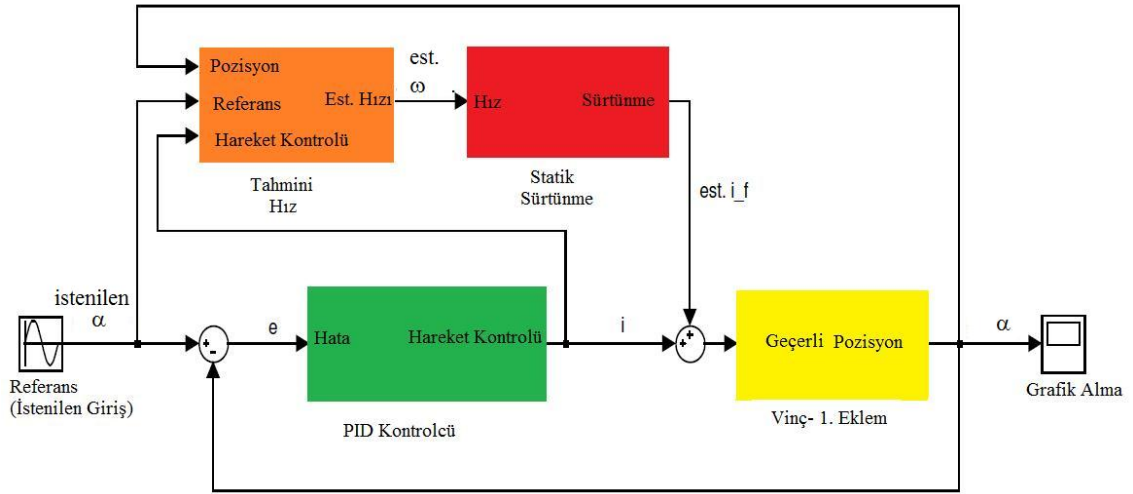
daha iyi sonuç verdiğini göstermiştir. Diğer yöntemlerin de bu yaklaşımdan yararlanılacağı düşünülmektedir (Dubowskyve ark. 1993).

Hibrit sürücünün kontrolörü mobil hidrolik çalışma platformu hız kontrolörü ve mobil hidrolik çalışma platformu pozisyon kontrolöründen oluşan iki seviyeli birden fazla çıkış kontrol sistem yapısı geliştirilmiştir. Hibrit sürücü simülasyon araştırmaların sonuçları, deneysel olarak doğrulanmış, gelişmiş kontrol sisteminin doğruluğunu göstermiştir. Elde edilen simülasyon sonuçları laboratuvar incelemeleri için kontrol sisteminin prototipi geliştirilmesi için sağlam bir temel kurmuştur. Bu çalışmada önerilen kontrol sistemi yapısı kumanda elemanının görev döngüsü üzerindeki potansiyel enerjisini değiştirir ve hibrid sürücüler devreye girer. Bu durumun uygulamalar için kabul edilebilir olduğu görülmüştür. Bu çalışma, hidrolik damperler, mobil hidrolik çalışma platformları, araç üstü mobil vinçler, vb., iş makinelerinde uygulanabilirliği ispatlanmıştır (Krasucki ve ark. 2009).



Şekil 2.9 Konum kontrol blok diyagramı (Krasucki ve ark. 2009)

Bu çalışmanı temel amacı, akıllı kontrol teknikleri ile mobil manipülatörlerinin üretim verimliliği artırmaktır. Herhangi bir otonom veya yarı otonom mobil manipülatörleri için gerekli sistem tanıma ve kontrol edilmesidir. Bu çalışmada bu doğrultuda bazı umut verici ön sonuçlar sunulmuştur. Sistemin kademeli kontrol yapısı, sadece ilk uzvunda uygulamaya konulmuş ve salınımlarının sönümlenmesi için umut verici sonuçlar ortaya çıkmıştır. Tüm bağlantılar için bu genişletme geçerli olabilir ve her uzvun kontrolü gerçekleştirilebileceği ön görülmüştür (Hera ve ark.).

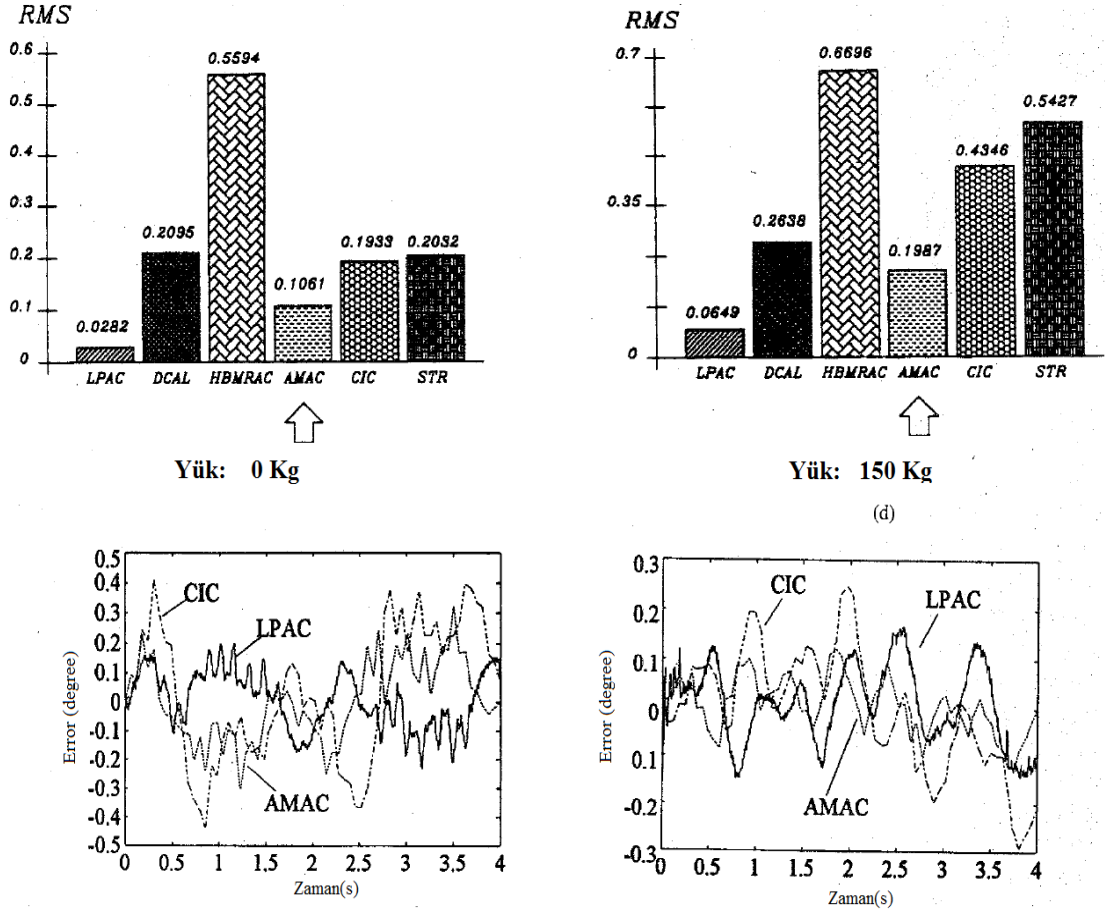


Şekil 2.10 Tek uzuv dengeleme kontrol blok diyagramı (Hera ve ark.)

Dunnigan ve ark. (1996), hidrolik güç manipülatörü üzerinde uygulanan pozisyon-kuvvet kontrol düzeni için iyi sonuçlar elde etmenin mümkün olduğunu göstermiştir. Bir simülasyon ortamında kontrolörlerinin hidrolik eyleyici için modelleme ve kullanışlı bir tasarım aracı olduğunu kanıtlamışlardır. Modellemenin doğruluğu deneysel sonuçlar ile teyit edilmiştir.

Mobil vinç, mobil platform ve ekskavatör gibi karmaşık mekanik sistemler üzerine kontrol sistemleri geliştirilmesi için güçlü geliştirme araçları kullanılması gerekir. Sistemlerin prototipleri test amaçlı oluşturulmuştur ve kısa sürede devreye alınması arzu edildiği durumlarda kullanılır. Burada geliştirilen kontrol organı, yazılımı geliştirilen sistemi simülasyon sonuçları ile test edilmelidir. Bir modelleme, simülasyon parçası ve kontrol geliştirme bölümünden oluşan mekatronik sistemler, farklı bileşenlerden oluştuğu için ilgili yazılım araçları tümleşik geliştirme ortamı oluşturan mekanik ve hidrolik projelerde kullanılabilir. Kontrol sistemleri, sensörler, kullanıcı ara

avantajlara sahip olduğunu onaylamıştır. Mekatronik test tesisi manipütörler ve çok eksenli makinelerin hareket kontrolü için akıllı aktuatörler ve akıllı kontrol şemaları, yeni nesillerin mühendislik geliştirme ve tasarımında etkili bir araç olarak önem arz etmektedir (Conrad ve ark. 1996).



Şekil 2.12 Mobil platform farklı yüklerde ve farklı akıllı kontrolcü uygulandığında hata grafikleri (Conrad ve ark. 1996)

Azlan ve ark. (2006), yaptıkları çalışmada hidrolik tahrikli manipütör sisteminin durum uzayı modeli entegre edilmiş bir matematiksel modeli oluşturmuştur. Sistemi kontrol etmek için Oransal İntegral Sürme Modu Kontrolü (PISMC) algoritmasına dayanan sağlam bir kontrol tekniği uygulamışlardır. Geliştirilen entegre model gerçek sisteme daha yakın bir dinamik yapıyı temsil ederek ve sistemin kontrolü, sentezi ve analizi için daha uygundur. Aynı zamanda kayma modunda kontrol için gerekli olan uygun koşulların sağlandığını formüle etmişlerdir. Elde ettikleri simülasyon sonuçları uygulanan yaklaşımın başarılı olduğunu göstermiştir. Manipütörün uzuvlarının ataleti, Koriyolis kuvvetleri, merkezkaç kuvvetleri,

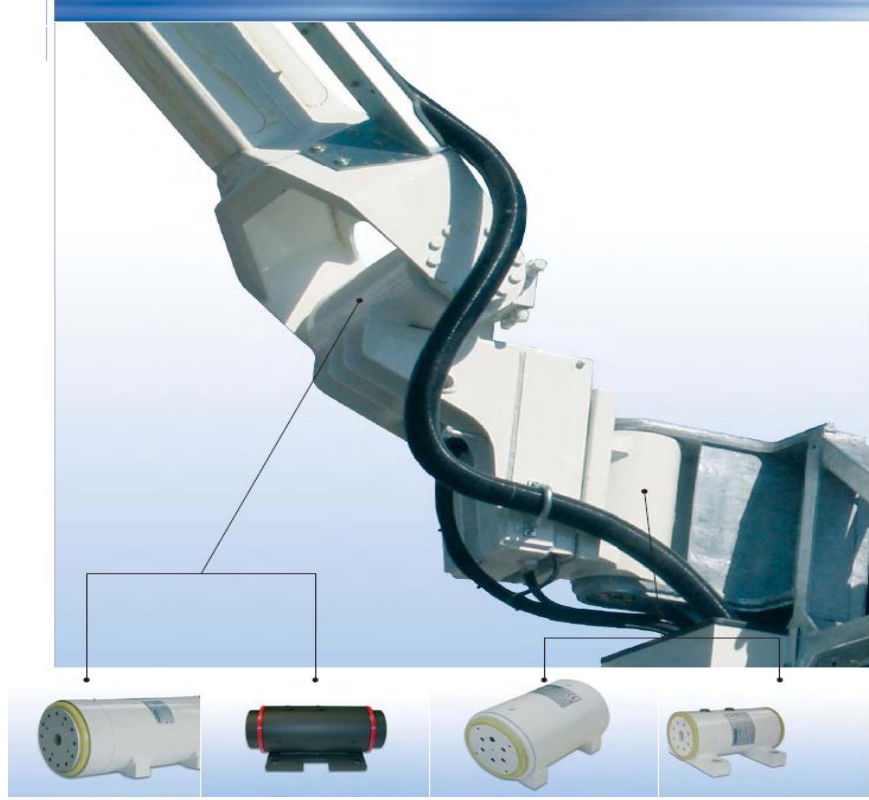
yerçekimi kuvvetleri, değişen yük kütlesi ve manipülatörün mekanik bağlantısından kaynaklanan etkenlerin telafi olduğunu göstermiştir. Doğrusal olmayan kontrol sisteminin etkili bir şekilde her zaman sıfır hata ile önceden belirlenmiş arzu edilen pozisyonda olacak şekilde uzuvların hareketlerinin kontrolü yapılmıştır.

Gelişen teknoloji ile birlikte mobil hidrolik iş platformlarının tasarımları da değişmiştir. Platform sistemlere ekstra uzuvlar eklenmiş ve bunların sonucunda insan sepeti uzvunun kontrolü daha da zorlaşmıştır. Çünkü artık sistem karmaşık hala gelmiş ve sepet dengesinin sağlanması için her uzvun hareketinin sepet dengesine etkisi ayrı ayrı incelenmiştir. Dinamik analizi yapılmıştır. Yapılan piyasa araştırması sonucunda Türkiye’de sayılı firma Mobil Hidrolik İş Platformu sektöründe faaliyet göstermektedir. Bu firmalar sepet dengeleme sorununu genel olarak mekanik ve hidrolik çözüm yoluna girmişlerdir. Yurt dışında bulunan firmaların çözümü ise yine hidrolik tahrikli silindirlerin üzerinde ki valf kontrolü ve MOVECO sistemini kullanarak hem sepet dönme sistemini hem de sepet dengeleme sorununu çözmüşlerdir. Şekil 2.13’te hidrolik silindir ile sepet dengeleme kontrolü görülmektedir.



Şekil 2.13 Palfinger hidrolik silindir ile sepet dengeleme kontrol sistemi

Şekil 2.14’te MOVECO sepet dengeleme ve sepet döndürme sisteminin tasarlanan iş makinesinde kullanım yerleri tipi gösterilmiştir.



Şekil 2.14 MOVECO sepet denge ve kaydırma kontrol sistem çeşitleri

Şekil 2.15’da gösterildiği gibi MOVECO sisteminin uygulamada nasıl kullanıldığı gösterilmiştir.

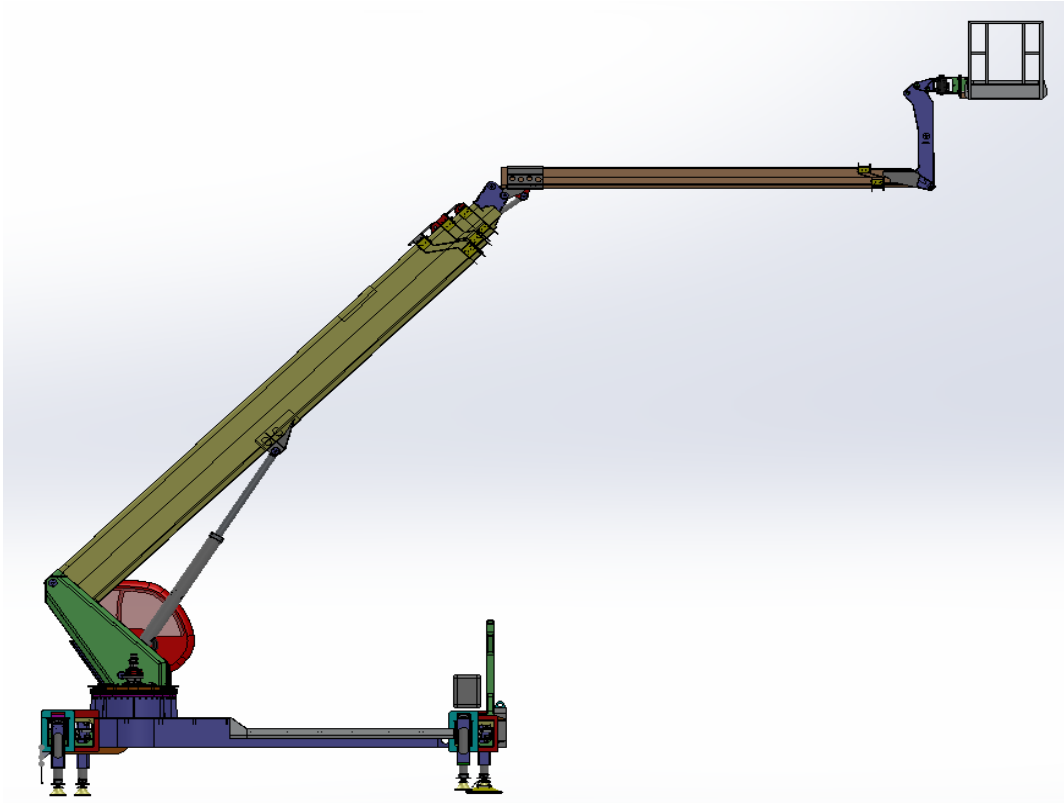


Şekil 2.15 Bronto sepet dengeleme sistemi

3. TEORİK ESASLAR

Bu tez çalışması kapsamında, HİDROKON firmasının ürün gamında bulunan HK 45 TPK Mobil Hidrolik İş Platformunun fiziksel modeli ve hareket dinamikleri incelenmiştir. Sistemde bulunan uzuvlar birbirinden bağımsız dört hidrolik silindir ile tahrik edilir. İnsan sepeti uzvunun, diğer uzuvların hareketlerine göre yatayla paralel olarak kendi kendini dengeleyebileceği (oto-kontrol) öngörülerek sistemde bulunan uzuvların konum kontrolleri yapılmıştır.

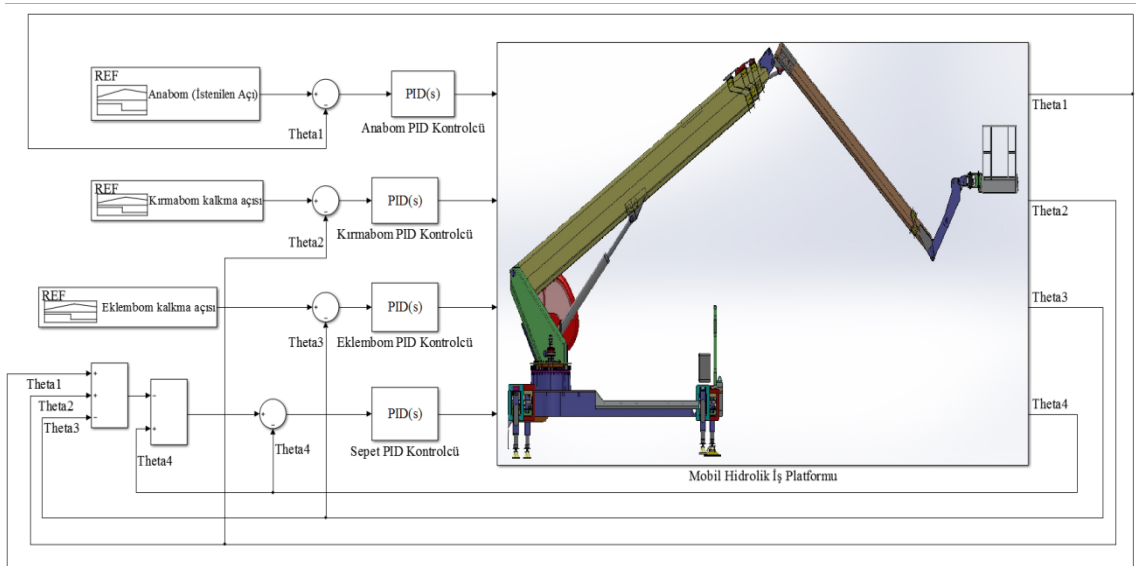
İlk olarak ele alınan sistemin Şekil 3.1’de görüldüğü gibi katı modeli oluşturulmuştur. Sistemin katı modeli oluşturulurken Solidworks programından faydalanılmıştır. Oluşturulan katı modelde sistemi oluşturulan uzuv parçalarının çizimi ve montajı, uzuvların birbirine montaj edilmesi, çalışma şekli, oluşturulan mekanizmaları sistem kinematiğine etkileri ve silindirlerin belirlenen kısıtlara uygun olarak strokları belirlenmiştir.



Şekil 3.1 Araç üstü mobil hidrolik iş platformu katı modeli

Sistemin doğrusal olmayan hareket denklemleri Langrange hareket metoduyla elde edilmiştir. Bu hareket denklemlerinden yola çıkarak, sistemin normal davranışı incelenecek ve sistem modelleneyecektir. Sistemin modellenmesi için gerekli işlemler teorik olarak hesaplanmıştır. Elde edilen hareket denklemlerine göre sabit ve değişken parametreler belirlenip bu parametrelere göre sistem modellenmesine geçilmiştir.

Oluşturulan katı modelin kinematik analizi yapıp uzuvların birbiri ile eş çalışmasında problem olmadığı görülmüştür. Sistemin modellenmesi Şekil 3.2’de görüldüğü gibi MATLAB/Simulink ortamında yapılmıştır. Modellemede hareket denklemlerini tanımlamak için ihtiyaç duyulan atalet momenti, uzuvların boyutları ve kütleleri gibi sabit parametreler Solidworks programından alınarak kullanılmıştır. Modellemede MATLAB/Simulink kütüphanesinde bulunan yardımcı bloklar kullanılmıştır. Sisteme uzuvların hareketleri için gerçek girdi değerleri verilmiştir. Oluşturulan sensörler yardımı ile diğer uzuvlardan elde edilen çıktılar insan sepeti uzvuna girdi olarak verilip, insan sepeti uzvunun hareketinin sonuçları çıktı olarak alınıp incelenmiştir. Ardından bu sisteme kontrolcü uygulanıp sepet uzvunun yatayla paralel olma durumu irdelenmiştir. Sistemin kontrolü ilk olarak, transfer fonksiyonları ve doğrusal olmayan hareket denklemleri kullanılarak geliştirilecek PID kontrolcü ile yapılacaktır. Sistemin PID kontrol cevabı irdelenecek, PID kontrol kazançları sepet uzvunun yatayla paralelliğini en hassas sağlayacak şekilde belirlenecektir. P, I ve D kazançlarına göre sistemin kontrol cevapları irdelenecektir.



Şekil 3.2 Araç üstü mobil hidrolik iş platformu MATLAB/Simulink modeli

3.1 PID Kontrol ve Yapısı

PID kontrol, üç temel kontrol etkisinin (P, I, D) birleşiminden meydana gelmiştir. PID kontrol organının çıkışı ve kontrol yasası

$$m(t) = K_p e(t) + \frac{K_i}{K_p} \int_0^t e(t) dt + \frac{K_d}{K_p} \frac{de}{dt} \quad (3.1)$$

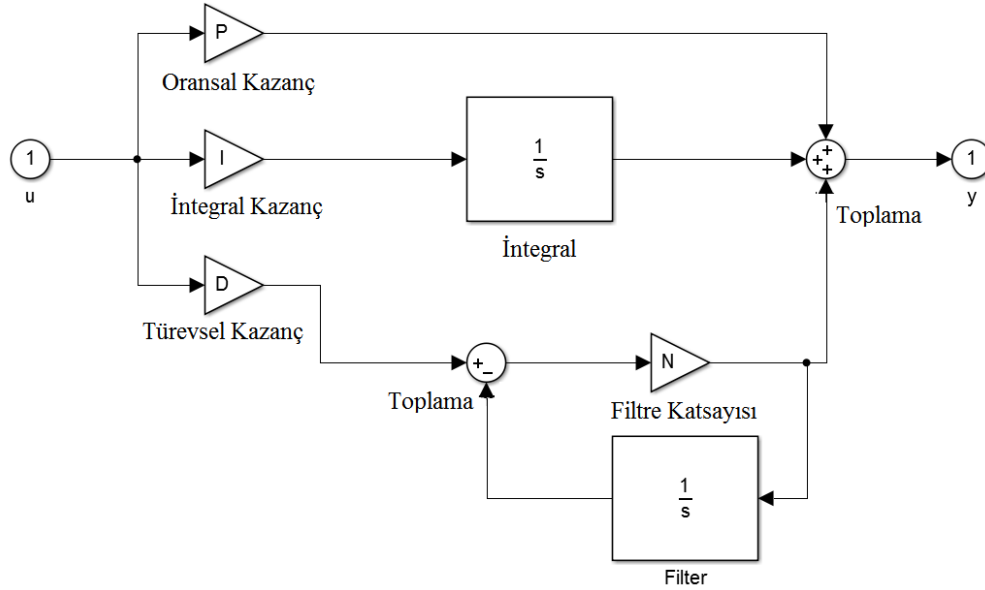
veya

$$m(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de}{dt} \right) \quad (3.2)$$

şeklinde ifade edilir ve buradan transfer fonksiyonu

$$\frac{m(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (3.3)$$

olarak ifade edilir.



Şekil 3.3 PID kontrol yapısı

3.1.1 PID Kontrolörleri Tasarım Metotları

Kapalı döngü Ziegler – Nichols veya devrede iken yapılan ayar metodu PID kontrolör ayarında kullanılan temel kavramdır. Bu işlem, açık döngü sistemin Nyquist eğrisindeki bir noktanın bilgilerinden, uygun kontrolör parametreleri saptanabilen incelemeye dayanmaktadır. Yani kritik nokta, sistemin giriş sinyaline 180° faz kayması

verdirmesiyle oluşur. Bu nokta bilgileri PID kontrolör parametrelerini hesaplamak için kullanılabilen analitik açıklamalarla sonuçlanır. PID kontrolörlerin ayarı için yeni bir işlem Astrom tarafından 1982 yılında tanıtılmıştır. Bu da kritik nokta bilgilerine ve kazanç - faz sınırı metodundan hesaplanan PID kontrolörlerin parametrelerine dayanmaktadır. Bir PID kontrolör tasarımı için alınabilen ölçümlerle ilgili diğer frekans noktaları ve baskın kutba yaklaştırma metodu bu kavrama dayanmaktadır. Sonuçta, Hang ve diğerleri, daha iyi PID ayarı sağlayan Ziegler – Nichols ayar formülünün geliştirilmesini öne sürmüşlerdir.

3.1.1.1 Ziegler – Nichols Metodu

Ziegler – Nichols, verilen bir sistemin geçici cevap karakteristiğine dayanan oransal kazancı K_p , integral zamanını K_i ve türevsel zamanı K_d belirlemek için kurallar sunmuştur. Ziegler – Nichols tarafından sunulan mühendisler tarafından PID kontrolörlerin ayarı için deneysel olarak kullanılabilen iki metot bulunmaktadır. Bu metotlar, süreç (işlem) kontrol endüstrisinde halen geniş bir alanda kullanılmaktadır. Çünkü sistem dinamikleri bilinmediğinde kolaylıkla yerine getirilebilirler.

3.1.1.2 Frekans Cevabı Metodu

Bu plan, açık döngü frekans cevabının Nyquist eğrisinin bazı özellikleri tarafından sistem dinamiklerinde tanımlanan tasarım metoduna dayanmaktadır. Nyquist eğrisinin negatif reel eksenini ilk olarak kestiği yerdeki kritik nokta bilgisi kullanılmaktadır. Sistemin Nyquist eğrisinin kritik noktasından elde edilen iki değer kullanılarak, PID kontrolör için önerilen parametreler,

$$T_c = \frac{2\pi}{w_c} \text{ olarak Tablo 5.1'de gösterilmiştir.}$$

Uygulamada integral ve türev terimleri olmaksızın, kontrolör kazancı K_p , integralsiz ve türevsiz, osilasyonun ve frekansında $K_p = K_c$ konumunda yer alıncaya kadar yükseltildiğinden genellikle kapalı döngü metot olarak gösterilir.

Tablo 3.1 Frekans Cevabı Metoduna Dayalı Ziegler-Nichols Ayar Kuralları

Kontrolörler	PID Kontrolör Parametreleri		
	K_p	K_i	K_d
P	$0.5K_c$	-	-
I	$0.45K_c$	$0.8T_c$	-
D	$0.6K_c$	$0.5T_c$	$0.12T_c$

3.1.1.3 Basamak Cevabı Metodu

Kendilerinin kapalı döngü metotlarına ek olarak Ziegler – Nichols PID kontrolör parametrelerini belirlemek için işlemin açık döngü basamak cevabından gelen bilgileri kullanan bir metot önerdi. Eğer sistem integratör metodu baskın kompleks kutup içermiyorsa eğri, genellikle bir basamak sinyali şeklinde sisteme entegre edildiğinde deneysel olarak veya işlemin dinamik simülasyonundan elde edilebilir.

Verilen sistemin üç parametresi, PID kontrolör parametrelerinden alınırken Tablo2'de verilen Ziegler – Nichols tarafından önerilen ayar formülüyle belirlenebilir. Tablo2, kontrolörün K_p , K_i ve K_d bağıl büyüklükleri, kapalı döngü metot veya frekans metodunda kullanılan büyüklüklere benzer olduğunu göstermektedir.

Ziegler – Nichols ayar kanunları, ayar noktasında basamak değişimleri için osilasyonlu kapalı döngü cevap eğrisi ile sonuçlanır. Çünkü onlar aslında ikinci dereceden bir sistem eşitliği için sönüm katsayısı $\zeta = 0.22$ 'ye göre, dörtte bir oranı sağlamak için dizayn edilirler. Bununla birlikte osilasyonsuz ayar noktasından büyük bir sapmayı engellediğinden, bu eğri gürültülü giriş için çok caziptir. Ayrıca bu değerler, PID kazanç parametreleri için iyi bir tahmin öngörüsü sağlar ve daha sonraki ayarlar için bir başlangıç noktası gibi kullanılabilir.

PID kontrol, üç temel kontrol etkisinin üstünlüklerini tek bir birim içinde birleştiren bir kontrol etkisidir. integral etki sistemde ortaya çıkabilecek sürekli rejim hatasını sıfırlarken türev etkide, yalnızca PI kontrol etkisi kullanılması haline göre sistemin aynı bağıl kararlılığı için cevap hızını artırır. Buna göre PID kontrol organı sistemde sıfır sürekli rejim hatası olan hızlı bir cevap sağlar.

PID kontrol organı diğerlerine göre daha karmaşık yapıda olup o oranda pahalıdır. Burada K_p , K_i ve K_d parametrelerinin uygun bir ayarı ile iyi bir kontrol sağlanabilir. Eğer bu katsayılar uygun bir şekilde ayarlanmayacak olursa, PID kontrolün sağlayacağı üstün özelliklerden yararlanılamayabilir.

Bir sistem için PID kontrolör tasarımı yapılacağında, sistemden arzu edilen cevabın elde edilmesi için bazı dikkat edilmesi gereken noktalar vardır. Bunlardan bazıları;

- ✓ Yükselme zamanının geliştirilmesi için sisteme orantı kontrol eklenmesi
- ✓ Maksimum aşama miktarının azaltılması için sisteme türev kontrol ilave edilmesi
- ✓ Sürekli rejim hatasının yok edilmesi için sisteme integral kontrol eklenmesi gerekir.

4. MOBİL HİDROLİK İŞ PLATFORMU SİSTEMİNİN MODELLENMESİ

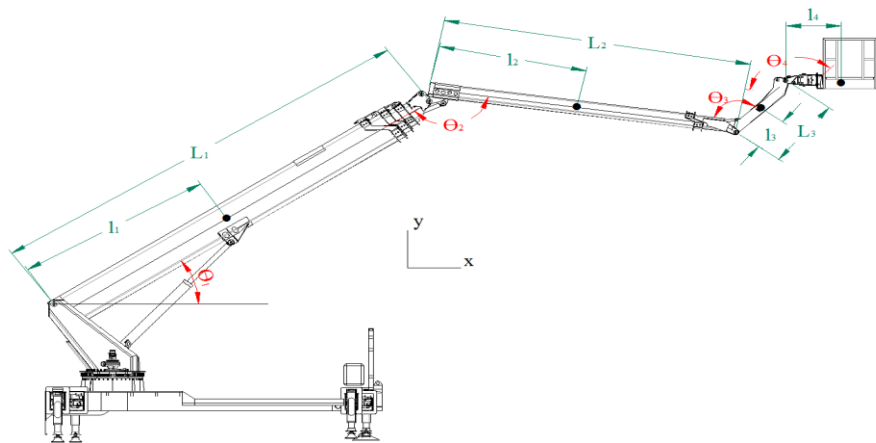
4.1 Sistemin Matematiksel Modelinin Elde Edilişi

Günümüzde, bilim adamları etrafımızdaki dünyayı iyi bir seviyede anlayabilmek ve sonrasında teknik sorunlara çözüm bulabilmek için, her şeyi matematiksel terimler ile ifade etmeye çalışırlar. Gerçeği matematiksel bir dil ile taklit etmeye yardım eden bu işlem ve düşünce şekline, matematiksel modelleme adı verilir.

Matematiksel modeli bulunan bir sisteme birçok formülasyon kullanılarak hareket denklemleri elde edilebilir. Bu tez kapsamında Lagrange formülasyonunun uygulanmıştır. Lagrange mekaniğinin ana unsuru, ele alınan sistemin tüm dinamiklerini belirleyen Lagrange fonksiyonu elde edilmesidir. Bir sistem fiziksel analizi için sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin belirlenip, en uygun genelleştirilmiş koordinatlar seçilerek Lagrange hareket denklemleri elde edilir.

MHİP'in fiziksel modelinden matematiksel ifadeler elde edebilmek için öncelikle uzuvların x-y düzleminde ki koordinatlarından yola çıkarak kinetik ve potansiyel enerjilerini belirlemek gerekmektedir. Kinetik ve potansiyel enerjileri belirlenen bir dinamik sistemin, hareket denklemlerinin bulunması için genel bir yaklaşım olan Lagrange formülasyonunun kullanılmıştır. Lagrange “L” denklemi, sistemin kinetik enerjisi “T” ve potansiyel enerjisi “V” arasındaki fark olarak tanımlanır.

Şekil 4.1’de HİDROKON firmasının HK 45 TPK mobil hidrolik iş platformunda bulunan uzuvların boyutları ve açıları gösterilmiştir. Sistemin kinetik ve potansiyel enerjisi bulunurken kullanılan parametreler Şekil 4.1’de görülmektedir. Sistemde ki küçük harf ile belirtilmiş boyutlar uzvun dönme merkezinin uzvun ağırlık merkezine olan uzaklığını, büyük harf ile numaralandırılmış boyutlar ise uzvun tam boyu olarak ifade edilmiştir.



Şekil 4.1 MHİPuzuvlarının boyutları ve uzuv açılarının gösterimi

4.1.1 Sistemin Kinetik Enerjisi

Kinetik enerji formülasyonun da görüldüğü gibi uzuv koordinatlarının türevlerinin yani açısal hızların karelerine ihtiyacımız vardır.

Sistemin kinetik enerji formülasyonu denklem 4.1’de gösterilmiştir.

$$T = \frac{1}{2}.m_1.(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2}.m_2.(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2}.m_3.(\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2) + \frac{1}{2}.m_4.(\dot{x}_4^2 + \dot{y}_4^2) + \frac{1}{2}.I_{z1}.\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}.I_{z1}.\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}.I_{z2}.(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \frac{1}{2}.I_{z3}.(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^2 + \frac{1}{2}.I_{z4}.(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \quad (4.1)$$

1.Uzuv koordinatları

$$x_1 = l_1.\cos(\theta_1) \quad (4.2)$$

$$y_1 = l_1.\sin(\theta_1) \quad (4.3)$$

2.Uzuv koordinatları

$$x_2 = L_1.\cos(\theta_1) + l_2.\cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (4.4)$$

$$y_2 = L_1.\sin(\theta_1) + l_2.\sin(\theta_1 - \theta_2) \quad (4.5)$$

3.Uzuv koordinatları

$$x_3 = L_1.\cos(\theta_1) + L_2.\cos(\theta_1 - \theta_2) + l_3.\cos(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2) \quad (4.6)$$

$$y_3 = L_1.\sin(\theta_1) + L_2.\sin(\theta_1 - \theta_2) - l_3.\sin(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2) \quad (4.7)$$

4.Uzuv koordinatları

$$x_4 = L_1.\cos(\theta_1) + L_2.\cos(\theta_1 - \theta_2) + L_3.\cos(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2) + l_4.\cos(\theta_4 - \theta_3 + \theta_1 - \theta_2) \quad (4.8)$$

$$y_4 = L_1.\sin(\theta_1) + L_2.\sin(\theta_1 - \theta_2) - L_3.\sin(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2) + l_4.\sin(\theta_4 - \theta_3 + \theta_1 - \theta_2) \quad (4.9)$$

Koordinatların Türevleri

$$\dot{x}_1 = -\dot{\theta}_1.l_1.\sin(\theta_1) \quad (4.10)$$

$$\dot{y}_1 = \dot{\theta}_1.l_1.\cos(\theta_1) \quad (4.11)$$

$$\dot{x}_2 = \dot{\theta}_1.(-L_1.\sin(\theta_1) - l_2.\sin(\theta_1 - \theta_2)) + \dot{\theta}_2.l_2.\sin(\theta_1 - \theta_2) \quad (4.12)$$

$$\dot{y}_2 = \dot{\theta}_1.(L_1.\cos(\theta_1) + l_2.\cos(\theta_1 - \theta_2)) - \dot{\theta}_2.l_2.\cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (4.13)$$

$$\dot{x}_3 = \dot{\theta}_1.(-L_1.\sin(\theta_1) - L_2.\sin(\theta_1 - \theta_2) + l_3.\sin(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2)) + \dot{\theta}_2.(L_2.\sin(\theta_1 - \theta_2) - l_3.\sin(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2)) - \dot{\theta}_3.l_3.\sin(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2) \quad (4.14)$$

$$\dot{y}_3 = \dot{\theta}_1.(L_1.\cos(\theta_1) + L_2.\cos(\theta_1-\theta_2) + l_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2)) + \dot{\theta}_2.(-L_2.\cos(\theta_1-\theta_2) - l_3.\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2)) - \dot{\theta}_3.l_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) \quad (4.15)$$

$$\dot{x}_4 = \dot{\theta}_1.(-L_1.\sin(\theta_1) - L_2.\sin(\theta_1-\theta_2) + L_3.\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - (l_4.\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2)) + \dot{\theta}_2.(L_2.\sin(\theta_1-\theta_2) - L_3.\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + l_4.\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2)) + \dot{\theta}_3.(-L_3.\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + l_4.\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2)) - \dot{\theta}_4.l_4.\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) \quad (4.16)$$

$$\dot{y}_4 = \dot{\theta}_1.(L_1.\cos(\theta_1) + L_2.\cos(\theta_1-\theta_2) + L_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + l_4.\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2)) + \dot{\theta}_2.(-L_2.\cos(\theta_1-\theta_2) - L_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - l_4.\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2)) - \dot{\theta}_3.(L_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + l_4.\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2)) + \dot{\theta}_4.l_4.\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) \quad (4.17)$$

Koordinatların kareleri ve karelerinin toplamaları 4.18-4.29 numaralı denklemlerde gösterildiği gibidir.

$$\dot{x}_1^2 = \dot{\theta}_1^2 . l_1^2 . \sin^2(\theta_1) \quad (4.18)$$

$$\dot{y}_1^2 = \dot{\theta}_1^2 . l_1^2 . \cos^2(\theta_1) \quad (4.19)$$

$$\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 = \dot{\theta}_1^2 . l_1^2 \quad (4.20)$$

$$\dot{x}_2^2 = \dot{\theta}_1^2 . L_1^2 . \sin^2(\theta_1) + 2.\dot{\theta}_1^2 . L_1 . l_2 . \sin(\theta_1) . \sin(\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_1^2 . l_2^2 . \sin^2(\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 . L_1 . l_2 . \sin(\theta_1) . \sin(\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 . l_2^2 . \sin^2(\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_2^2 . l_2^2 . \sin^2(\theta_1-\theta_2) \quad (4.21)$$

$$\dot{y}_2^2 = \dot{\theta}_1^2 . L_1^2 . \cos^2(\theta_1) + 2.\dot{\theta}_1^2 . L_1 . l_2 . \cos(\theta_1) . \cos(\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_1^2 . l_2^2 . \cos^2(\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 . L_1 . l_2 . \cos(\theta_1) . \cos(\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 . l_2^2 . \cos^2(\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_2^2 . l_2^2 . \cos^2(\theta_1-\theta_2) \quad (4.22)$$

$$\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = \dot{\theta}_1^2 . L_1^2 + 2.\dot{\theta}_1^2 . L_1 . l_2 . \cos(\theta_2) + \dot{\theta}_1^2 . l_2^2 - 2.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 . L_1 . l_2 . \cos(\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 . l_2^2 + \dot{\theta}_2^2 . l_2^2 \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3^2 = & \dot{\theta}_1^2 . L_1^2 . \sin^2(\theta_1) + 2.\dot{\theta}_1^2 . L_1 . L_2 . \sin(\theta_1) . \sin(\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1^2 . L_1 . l_3 . \sin(\theta_1) . \sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \\ & \dot{\theta}_1^2 . L_2^2 . \sin^2(\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1^2 . L_2 . l_3 . \sin(\theta_1-\theta_2) . \sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \dot{\theta}_1^2 . l_3^2 . \sin^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - \\ & 2.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 . L_1 . L_2 . \sin(\theta_1) . \sin(\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 . L_1 . l_3 . \sin(\theta_1) . \sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \\ & 2.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_3 . L_1 . l_3 . \sin(\theta_1) . \sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 . L_2^2 . \sin^2(\theta_1-\theta_2) + 4.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 . L_2 . l_3 . \sin(\theta_1-\theta_2) . \sin(\theta_3- \\ & \theta_1+\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_3 . L_2 . l_3 . \sin(\theta_1-\theta_2) . \sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_2 . l_3^2 . \sin^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - \\ & 2.\dot{\theta}_1 . \dot{\theta}_3 . l_3^2 . \sin^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \dot{\theta}_2^2 . L_2^2 . \sin^2(\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_2^2 . L_2 . l_3 . \sin(\theta_1-\theta_2) . \sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - \end{aligned}$$

$$2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_1-\theta_2).\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \dot{\theta}_2^2.l_3^2.\sin^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.l_3^2.\sin^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \dot{\theta}_3^2.l_3^2.\sin^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{y}}_3^2 = & \dot{\theta}_1^2.L_1^2.\cos^2(\theta_1) + 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_2.\cos(\theta_1).\cos(\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_3.\cos(\theta_1).\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \\ & \dot{\theta}_1^2.L_2^2.\cos^2(\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1^2.L_2.l_3.\cos(\theta_1-\theta_2).\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \dot{\theta}_1^2.l_3^2.\cos^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - \\ & 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\cos(\theta_1).\cos(\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\cos(\theta_1).\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - \\ & 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\cos(\theta_1).\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2^2.\cos^2(\theta_1-\theta_2) - 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.l_3.\cos(\theta_1-\theta_2). \\ & \cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\cos(\theta_1-\theta_2).\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.l_3^2.\cos^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - \\ & 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.l_3^2.\cos^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \dot{\theta}_2^2.L_2^2.\cos^2(\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_2^2.L_2.l_3.\cos(\theta_1-\theta_2).\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \\ & 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\cos(\theta_1-\theta_2).\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \dot{\theta}_2^2.l_3^2.\cos^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.l_3^2.\cos^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \\ & \dot{\theta}_3^2.l_3^2.\cos^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_3^2 + \dot{\mathbf{y}}_3^2 = & \dot{\theta}_1^2.L_1^2 + 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + \dot{\theta}_1^2.L_2^2 + 2.\dot{\theta}_1^2.L_2.l_3.\cos(\theta_3) \\ & + \dot{\theta}_1^2.l_3^2 - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\cos(\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) - \\ & 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2^2 - 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.l_3.\cos(\theta_3) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\cos(\theta_3) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.l_3^2 - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.l_3^2 + \dot{\theta}_2^2.L_2^2 + \\ & 2.\dot{\theta}_2^2.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + \dot{\theta}_2^2.l_3^2 + 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.l_3^2 + \dot{\theta}_3^2.l_3^2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_4^2 = & \dot{\theta}_1^2.L_1^2.\sin^2(\theta_1) + 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_2.\sin(\theta_1).\sin(\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_3.\sin(\theta_1).\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \\ & 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_4.\sin(\theta_1).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_1^2.L_2^2.\sin^2(\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1^2.L_2.L_3.\sin(\theta_1+\theta_2).\sin(\theta_3- \\ & \theta_1+\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1^2.L_2.l_4.\sin(\theta_1-\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_1^2.L_3^2.\sin^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1^2.L_3.l_4.\sin(\theta_3- \\ & \theta_1+\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_1^2.L_4^2.\sin^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\sin(\theta_1).\sin(\theta_1-\theta_2) + \\ & 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_3.\sin(\theta_1).\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_1).\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - \\ & 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(\theta_1).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(\theta_1).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \\ & 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(\theta_1).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2^2.\sin^2(\theta_1-\theta_2) + 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.L_3.\sin(\theta_1- \\ & \theta_2).\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_1-\theta_2).\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.l_4.\sin(\theta_1-\theta_2).\sin(\theta_4- \\ & \theta_3+\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(\theta_1-\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(\theta_1-\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1- \\ & \theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_3^2.\sin^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_3^2.\sin^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_3.l_4.\sin(\theta_3- \\ & \theta_1+\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_3.l_4.\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - \\ & 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_4^2.\sin^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - \\ & 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_4^2.\sin^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_4^2.\sin^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_2^2.L_2^2.\sin^2(\theta_1-\theta_2) - \\ & 2.\dot{\theta}_2^2.L_2.L_3.\sin(\theta_1-\theta_2).\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_1-\theta_2).\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \\ & 2.\dot{\theta}_2^2.L_2.l_4.\sin(\theta_1-\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(\theta_1-\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(\theta_1-\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_2^2.L_3^2.\sin^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3^2.\sin^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) \\
& + \dot{\theta}_3^2.L_3^2.\sin^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_2^2.L_3.l_4.\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - 4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3.l_4.\sin(\theta_3- \\
& \theta_1+\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_3^2.L_3.l_4.\sin(\theta_3- \\
& \theta_1+\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_2^2.l_4^2.\sin^2(\theta_4- \\
& \theta_3+\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.l_4^2.\sin^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_3^2.l_4^2.\sin^2(\theta_4- \\
& \theta_3+\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_4^2.l_4^2.\sin^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2)
\end{aligned} \tag{4.27}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{y}}_4^2 = & \dot{\theta}_1^2.L_1^2.\cos^2(\theta_1) + 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_2.\cos(\theta_1).\cos(\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_3.\cos(\theta_1).\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \\
& 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_4.\cos(\theta_1).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_1^2.L_2^2.\cos^2(\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1^2.L_2.L_3.\cos(\theta_1-\theta_2).\cos(\theta_3- \\
& \theta_1+\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1^2.L_2.l_4.\cos(\theta_1-\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_1^2.L_3^2.\cos^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \\
& 2.\dot{\theta}_1^2.L_3.l_4.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_1^2.l_4^2.\cos^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - \\
& 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\cos(\theta_1).\cos(\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_3.\cos(\theta_1).\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - \\
& 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\cos(\theta_1).\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\cos(\theta_1).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - \\
& 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\cos(\theta_1).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\cos(\theta_1).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - \\
& 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2^2.\cos^2(\theta_1-\theta_2) - 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.L_3.\cos(\theta_1+\theta_2).\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\cos(\theta_1- \\
& \theta_2).\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.l_4.\cos(\theta_1-\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\cos(\theta_1- \\
& \theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\cos(\theta_1-\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_3^2.\cos^2(\theta_3- \\
& \theta_1+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_3^2.\cos^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_3.L_4.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - \\
& 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_3.l_4.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) \\
& - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.l_4^2.\cos^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.l_4^2.\cos^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.l_4^2.\cos^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) \\
& + \dot{\theta}_2^2.L_2^2.\cos^2(\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_2^2.L_2.L_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\cos(\theta_1-\theta_2) + \\
& 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\cos(\theta_1+\theta_2).\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + 2.\dot{\theta}_2^2.L_2.l_4.\cos(\theta_1-\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \\
& 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\cos(\theta_1-\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\cos(\theta_1-\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \\
& \dot{\theta}_2^2.L_3^2.\cos^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3^2.\cos^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \dot{\theta}_3^2.L_3^2.\cos^2(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + \\
& 2.\dot{\theta}_2^2.L_3.l_4.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + 4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3.l_4.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - \\
& 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + 2.\dot{\theta}_3^2.L_3.l_4.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - \\
& 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2).\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_2^2.l_4^2.\cos^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \\
& 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.l_4^2.\cos^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.l_4^2.\cos^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_3^2.l_4^2.\cos^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) - \\
& 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.l_4^2.\cos^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) + \dot{\theta}_4^2.l_4^2.\cos^2(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2)
\end{aligned} \tag{4.28}$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_4^2 + \dot{\mathbf{y}}_4^2 = & \dot{\theta}_1^2 \cdot L_1^2 + 2 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2) + 2 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot L_1 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3 + \theta_2) + 2 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot L_1 \cdot l_4 \cdot \cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) \\ & + \dot{\theta}_1^2 \cdot L_2^2 + 2 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3) + 2 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \cos(-\theta_4 + \theta_3) + \dot{\theta}_1^2 \cdot L_3^2 + 2 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot L_3 \cdot l_4 \cdot \cos(\theta_4) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.l_4^2 + \dot{\theta}_4^2.l_4^2 + \frac{1}{2}.I_{z1}.\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}.I_{z2}.(\dot{\theta}_1^2 - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2) + \frac{1}{2}.I_{z3}.(\dot{\theta}_1^2 - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2 - 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2^2 + \\
& 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3^2) + \frac{1}{2}.I_{z4}.(\dot{\theta}_1^2 - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2 - 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_1 + 2.\dot{\theta}_4.\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2^2 + 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_2 - 2.\dot{\theta}_4.\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3^2 - 2.\dot{\theta}_4.\dot{\theta}_3 \\
& + \dot{\theta}_4^2)
\end{aligned} \tag{4.30}$$

4.1.2 Sistemin Potansiyel Enerjisi

Sistemin potansiyel enerjisi, sistemde bulunan her uzvun ağırlık merkezinin referans noktasına göre yükseklik değişimi göz önüne alınarak hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned}
V = & m_1.g.l_1.\sin(\theta_1) + m_2.g.(L_1.\sin\theta_1 + l_2.\sin(\theta_1-\theta_2)) + m_3.g.(L_1.\sin\theta_1 + L_2.\sin(\theta_1-\theta_2) - \\
& l_3.\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2)) + m_4.g.(L_1.\sin(\theta_1) + L_2.\sin(\theta_1-\theta_2) - L_3.\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + l_4.\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1- \\
& \theta_2))
\end{aligned} \tag{4.31}$$

4.1.3 Sistemin Lagrange Formülasyonu

$$L = T - V \tag{4.32}$$

$$\begin{aligned}
L = & [\frac{1}{2}.m_1.\dot{\theta}_1^2.l_1^2 + \frac{1}{2}.m_2.(\dot{\theta}_1^2.L_1^2 + 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_2.\cos(\theta_2) + \dot{\theta}_1^2.l_2^2 - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_2.\cos(\theta_2) - \\
& 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.l_2^2 + \dot{\theta}_2^2.l_2^2) + \frac{1}{2}.m_3.(\dot{\theta}_1^2.L_1^2 + 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + \dot{\theta}_1^2.L_2^2 + \\
& 2.\dot{\theta}_1^2.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + \dot{\theta}_1^2.l_3^2 - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\cos(\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) - \\
& 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2^2 - 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.l_3.\cos(\theta_3) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\cos(\theta_3) - \\
& 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.l_3^2 - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.l_3^2 + \dot{\theta}_2^2.L_2^2 + 2.\dot{\theta}_2^2.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + \dot{\theta}_2^2.l_3^2 + \\
& 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.l_3^2 + \dot{\theta}_3^2.l_3^2) + \frac{1}{2}.m_4.(\dot{\theta}_1^2.L_1^2 + 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + \\
& 2.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + \dot{\theta}_1^2.L_2^2 + 2.\dot{\theta}_1^2.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + 2.\dot{\theta}_1^2.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) + \dot{\theta}_1^2.L_3^2 \\
& + 2.\dot{\theta}_1^2.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + \dot{\theta}_1^2.l_4^2 - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\cos(\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_3.\cos(\theta_3+\theta_2) - \\
& 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\cos(\theta_3+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + \\
& 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2^2 - 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.L_3.\cos(\theta_3) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\cos(\theta_3) - \\
& 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) + 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - \\
& 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_3^2 - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_3^2 - 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_3.L_4.\cos(\theta_4) - 4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\cos(\theta_4) \\
& - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.l_4^2 - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.l_4^2 + 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.l_4^2 + \dot{\theta}_2^2.L_2^2 + 2.\dot{\theta}_2^2.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\cos(\theta_3) \\
& + 2.\dot{\theta}_2^2.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) + 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) + \dot{\theta}_2^2.L_3^2 - \\
& 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3^2.\cos(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) + \dot{\theta}_3^2.L_3^2 + 2.\dot{\theta}_2^2.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + 4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3.l_4.\cos(\theta_4) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + 2.\dot{\theta}_3^2.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + \dot{\theta}_2^2.l_4^2 + 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.l_4^2 - \\
& 2.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.l_4^2.\cos(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) + \dot{\theta}_3^2.l_4^2 - 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.l_4^2 + \dot{\theta}_4^2.l_4^2 + \frac{1}{2}.I_{z1}.\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}.I_{z2}.(\dot{\theta}_1^2 - \\
& 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2) + \frac{1}{2}.I_{z3}.(\dot{\theta}_1^2 - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2 - 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2^2 + 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3^2) + \frac{1}{2}.I_{z4}.(\dot{\theta}_1^2 - 2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2 - \\
& 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_1 + 2.\dot{\theta}_4.\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2^2 + 2.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_2 - 2.\dot{\theta}_4.\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3^2 - 2.\dot{\theta}_4.\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4^2) - (m_1.g.l_1.\sin\theta_1 + m_2.g.(L_1.\sin\theta_1 + \\
& l_2.\sin(\theta_1-\theta_2)) + m_3.g.(L_1.\sin\theta_1 + L_2.\sin(\theta_1-\theta_2) - l_3.\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2)) + m_4.g.(L_1.\sin\theta_1 + \\
& L_2.\sin(\theta_1-\theta_2) - L_3.\sin(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + l_4.\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2)))] \quad (4.33)
\end{aligned}$$

Sistemin sahip olduğu serbestlik derecesi 4 olduğu için dört ayrı hareket denklemi elde edilecektir. Sistemdeki uzuvların hareketlerini sağlayan hidrolik silindir kuvvetleri her uzvun dönme merkezinde bir moment oluşturur. Oluşan bu moment elde edilen matematiksel modelde tork olarak tanımlanmıştır. Bu yüzden hareket denklemleri torka eşitlenmiştir. Uzvun hareket etmesi için gerekli olan tork, uzvun yatayla yaptığı açı ile orantılı olarak elde edilen dik uzaklık denkleminin, uzvun eyleyicisi olan silindir kuvveti ile çarpılarak bulunur.

$$T_1 = F_1.d_1 \quad (4.34)$$

$$d_1 = \frac{a_1.b_1.\sin(\theta_1+44.07)}{\sqrt{a_1^2+b_1^2-2.a_1.b_1.\cos(\theta_1+44.07)}} \quad (4.35)$$

$$T_2 = F_2.d_2 \quad (4.36)$$

$$d_2 = 6.10^9.\theta_2^5 - 4.10^{-6}.\theta_2^4 + 8.10^4.\theta_2^3 - 521.10^4.\theta_2^2 - 1,3181.\theta_1 + 431,1 \quad (4.37)$$

$$T_3 = F_3.d_3 \quad (4.38)$$

$$d_3 = \frac{a_3.b_3.\sin(\theta_3+63.69)}{\sqrt{a_3^2+b_3^2-2.a_3.b_3.\cos(\theta_3+63.69)}} \quad (4.39)$$

$$T_4 = F_4.d_4 \quad (4.40)$$

$$d_4 = -6.10^{-9}.\theta_4^5 + 1.10^{-6}.\theta_4^4 - 2.10^4.\theta_4^3 + 213.10^4.\theta_4^2 - 1,2290.\theta_4 + 96,501 \quad (4.41)$$

Bulunan veriler ışığında mobil hidrolik iş platformunun matematiksel modeli oluşturulmuştur.

4.1.4 Sistemin Hareket Denklemleri

Sistemin hareket denklemi Lagrange metodu uygulanarak elde edilmiştir. Sistem dört serbestlik derecesine sahip olduğu için dört hareket denklemi elde edilmiştir.

Sistemin birinci hareket denklemi

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = T_1 \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = & m_1 \dot{\theta}_1 l_1^2 + m_2 \dot{\theta}_1 L_1^2 + 2m_2 \dot{\theta}_1 L_1 l_2 \cos(\theta_2) + m_2 \dot{\theta}_1 l_2^2 - m_2 \dot{\theta}_1 L_1 l_2 \cos(\theta_2) - \\ & m_2 \dot{\theta}_2 l_2^2 + m_3 \dot{\theta}_1 L_1^2 + 2m_3 \dot{\theta}_1 L_1 l_2 \cos(\theta_2) + 2m_3 \dot{\theta}_1 L_1 l_3 \cos(\theta_3 + \theta_2) + m_3 \dot{\theta}_1 L_2^2 + \\ & 2m_3 \dot{\theta}_1 L_2 l_3 \cos(\theta_3) + m_3 \dot{\theta}_1 l_3^2 - m_3 \dot{\theta}_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) - m_3 \dot{\theta}_2 L_1 l_3 \cos(\theta_3 + \theta_2) - \\ & m_3 \dot{\theta}_3 L_1 l_3 \cos(\theta_3 + \theta_2) - m_3 \dot{\theta}_2 L_2^2 - 4\dot{\theta}_2 L_2 l_3 \cos(\theta_3) - m_3 \dot{\theta}_3 L_2 l_3 \cos(\theta_3) - m_3 \dot{\theta}_2 l_3^2 - \\ & m_3 \dot{\theta}_3 l_3^2 + m_4 \dot{\theta}_1 L_2^2 + 2m_4 \dot{\theta}_1 L_1 L_2 \cos(\theta_2) + 2m_4 \dot{\theta}_1 L_1 L_3 \cos(\theta_3 + \theta_2) + \\ & m_4 \dot{\theta}_4 L_1 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_1 L_2^2 + 2m_4 \dot{\theta}_2 L_2 L_3 \cos(\theta_3) + 2m_4 \dot{\theta}_1 L_2 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3) \\ & + m_4 \dot{\theta}_1 l_4^2 + 2m_4 \dot{\theta}_1 L_3 l_4 \cos(\theta_4) + m_4 \dot{\theta}_1 l_4^2 - m_4 \dot{\theta}_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) - \\ & m_4 \dot{\theta}_2 L_1 l_3 \cos(\theta_3 + \theta_2) - m_4 \dot{\theta}_3 L_1 l_3 \cos(\theta_3 + \theta_2) - m_4 \dot{\theta}_2 L_1 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - \\ & m_4 \dot{\theta}_3 L_1 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_4 L_1 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4 \dot{\theta}_2 L_2^2 - \\ & 2m_4 \dot{\theta}_2 L_2 L_3 \cos(\theta_3) - m_4 \dot{\theta}_3 L_2 L_3 \cos(\theta_3) - 2m_4 \dot{\theta}_2 L_2 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \dot{\theta}_3 L_2 l_4 \cos(- \\ & \theta_4 + \theta_3) + m_4 \dot{\theta}_4 L_2 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \dot{\theta}_2 L_3^2 - m_4 \dot{\theta}_3 L_3^2 - 2m_4 \dot{\theta}_2 L_3 L_4 \cos(\theta_4) - \\ & 2m_4 \dot{\theta}_4 L_3 l_4 \cos(\theta_4) + m_4 \dot{\theta}_4 L_3 l_4 \cos(\theta_4) - m_4 \dot{\theta}_2 l_4^2 - m_4 \dot{\theta}_3 l_4^2 + m_4 \dot{\theta}_4 l_4^2 + I_{z1} \dot{\theta}_1 + I_{z2} \dot{\theta}_1 - \\ & I_{z2} \dot{\theta}_2 + I_{z3} \dot{\theta}_1 - I_{z3} \dot{\theta}_2 - I_{z3} \dot{\theta}_3 + I_{z4} \dot{\theta}_1 - I_{z4} \dot{\theta}_2 - I_{z4} \dot{\theta}_3 + I_{z4} \dot{\theta}_4 \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = & - (2m_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) - m_2 \ddot{\theta}_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) + m_2 \dot{\theta}_2^2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) - m_2 \ddot{\theta}_2 l_2^2 - \\ & 2m_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) - 2m_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_1 l_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) - 2m_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_1 l_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) - \\ & 2m_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_2 l_3 \sin(\theta_3) - m_3 \ddot{\theta}_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) + m_3 \dot{\theta}_2^2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) - \\ & m_3 \ddot{\theta}_2 L_1 l_3 \cos(\theta_3 + \theta_2) + m_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_1 l_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) + m_3 \dot{\theta}_2^2 L_1 l_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) - \\ & m_3 \ddot{\theta}_3 L_1 l_3 \cos(\theta_3 + \theta_2) + m_3 \dot{\theta}_3^2 L_1 l_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) + m_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_1 l_3 \cos(\theta_3 + \theta_2) - m_3 \ddot{\theta}_2 L_2^2 - \\ & 4\ddot{\theta}_2 L_2 l_3 \cos(\theta_3) + 4\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_2 l_3 \sin(\theta_3) - m_3 \ddot{\theta}_3 L_2 l_3 \cos(\theta_3) + m_3 \dot{\theta}_3^2 L_2 l_3 \sin(\theta_3) - \\ & m_3 \ddot{\theta}_2 l_3^2 - m_3 \ddot{\theta}_3 l_3^2 - 2m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) - 2m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_1 L_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) - \\ & 2m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_1 L_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) + 2m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - 2m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_1 l_4 \sin(- \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) + 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4. \\
& L_2.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) - \\
& m_4.\ddot{\theta}_2.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_2^2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_2.L_1.L_3.\cos(\theta_3 + \theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3 + \theta_2) + m_4.\dot{\theta}_2^2.L_1.L_3.\sin(\theta_3 + \theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_3.L_1.L_3.\cos(\theta_3 + \theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_3^2.L_1.L_3.\sin(\theta_3 + \theta_2) + m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3 + \theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_2.L_1.l_4.\cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - \\
& m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4.\dot{\theta}_2^2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) \\
& - m_4.\ddot{\theta}_3.L_1.l_4.\cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4.\dot{\theta}_3^2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) \\
& + m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4.\ddot{\theta}_4.L_1.l_4.\cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4.\dot{\theta}_4^2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) \\
& - m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_2.L_2^2 - \\
& 2.m_4.\ddot{\theta}_2.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - m_4.\ddot{\theta}_3.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + \\
& m_4.\dot{\theta}_3^2.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - 2.m_4.\ddot{\theta}_2.L_2.l_4.\cos(-\theta_4 + \theta_3) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3) + \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3) - m_4.\ddot{\theta}_3.L_2.l_4.\cos(-\theta_4 + \theta_3) - m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3) + \\
& m_4.\dot{\theta}_3^2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3) + m_4.\ddot{\theta}_4.L_2.l_4.\cos(-\theta_4 + \theta_3) + m_4.\dot{\theta}_4^2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3) - \\
& m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4 + \theta_3) - m_4.\ddot{\theta}_2.L_3^2 - m_4.\ddot{\theta}_3.L_3^2 - 2.m_4.\ddot{\theta}_2.L_3.L_4.\cos(\theta_4) + \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_3.L_4.\sin(\theta_4) - 2.m_4.\ddot{\theta}_3.L_3.L_4.\cos(\theta_4) + 2.m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_3.L_4.\sin(\theta_4) + \\
& m_4.\ddot{\theta}_4.L_3.L_4.\cos(\theta_4) - m_4.\dot{\theta}_4^2.L_3.L_4.\sin(\theta_4) - m_4.\ddot{\theta}_2.l_4^2 - m_4.\ddot{\theta}_3.l_4^2 + m_4.\ddot{\theta}_4.l_4^2 - I_{z2}.\ddot{\theta}_2 - I_{z3}.\ddot{\theta}_2 - \\
& I_{z3}.\ddot{\theta}_3 - I_{z4}.\ddot{\theta}_2 - I_{z4}.\ddot{\theta}_3 + I_{z4}.\ddot{\theta}_4) \quad (4.44)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \theta_1} &= 4.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3^2.\sin(2.\theta_3 - 2.\theta_1 + 2.\theta_2) - 4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4 - 2.\theta_3 + 2.\theta_1 - 2.\theta_2) + \\
& m_2.g.L_1.\cos(\theta_1) - m_2.g.l_2.\cos(\theta_1 - \theta_2) + m_3.g.L_1.\cos(\theta_1) + m_3.g.L_2.\cos(\theta_1 - \theta_2) + \\
& m_3.g.l_3.\cos(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2) + m_4.g.L_1.\cos(\theta_1) + m_4.g.L_2.\cos(\theta_1 - \theta_2) + m_4.g.L_3.\sin(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2) + \\
& m_4.g.l_4.\sin(\theta_4 - \theta_3 + \theta_1 - \theta_2) \quad (4.45)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_1 &= (-2.m_2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_2.\sin(\theta_2) - m_2.\ddot{\theta}_2.L_1.l_2.\cos(\theta_2) + m_2.\dot{\theta}_2^2.L_1.l_2.\sin(\theta_2) - m_2.\ddot{\theta}_2.l_2^2 - \\
& 2.m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - 2.m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3 + \theta_2) - 2.m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3 + \theta_2) - \\
& 2.m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - m_3.\ddot{\theta}_2.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_2^2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - \\
& m_3.\ddot{\theta}_2.L_1.l_3.\cos(\theta_3 + \theta_2) + m_1.\ddot{\theta}_1.l_1^2 + m_2.\ddot{\theta}_1.L_1^2 + 2.m_2.\ddot{\theta}_1.L_1.l_2.\cos(\theta_2) + m_2.\ddot{\theta}_1.l_2^2 + m_3.\ddot{\theta}_1.L_1^2 \\
& + 2.m_3.\ddot{\theta}_1.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + 2.m_3.\ddot{\theta}_1.L_1.l_3.\cos(\theta_3 + \theta_2) + m_3.\ddot{\theta}_1.L_2^2 + 2.m_3.\ddot{\theta}_1.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + \\
& m_3.\ddot{\theta}_1.l_3^2 + m_4.\ddot{\theta}_1.L_2^2 + 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.L_3.\cos(\theta_3 + \theta_2) + \\
& 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.l_4.\cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4.\ddot{\theta}_1.L_2^2 + 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.l_4.\cos(- \\
& \theta_4 + \theta_3) + m_4.\ddot{\theta}_1.L_3^2 + 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + m_4.\ddot{\theta}_1.l_4^2 + I_{z1}.\ddot{\theta}_1 + I_{z2}.\ddot{\theta}_1 + I_{z3}.\ddot{\theta}_1 + I_{z4}.\ddot{\theta}_1 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& m_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_1 l_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) + m_3 \dot{\theta}_2^2 L_1 l_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) - m_3 \ddot{\theta}_3 L_1 l_3 \cos(\theta_3 + \theta_2) + m_3 \dot{\theta}_3^2 L_1 l_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) + m_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_1 l_3 \cos(\theta_3 + \theta_2) - m_3 \ddot{\theta}_2 L_2^2 - 4 \ddot{\theta}_2 L_2 l_3 \cos(\theta_3) + \\
& 4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_2 l_3 \sin(\theta_3) - m_3 \ddot{\theta}_3 L_2 l_3 \cos(\theta_3) + m_3 \dot{\theta}_3^2 L_2 l_3 \sin(\theta_3) - m_3 \ddot{\theta}_2 l_3^2 - m_3 \ddot{\theta}_3 l_3^2 - \\
& 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) - 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_1 L_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) - 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_1 L_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) + \\
& 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_2 L_3 \sin(\theta_3) + 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4 L_3 l_4 \sin(\theta_4) - m_4 \ddot{\theta}_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) + m_4 \dot{\theta}_2^2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) - \\
& m_4 \ddot{\theta}_2 L_1 L_3 \cos(\theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_1 L_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_2^2 L_1 L_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) - \\
& m_4 \ddot{\theta}_3 L_1 L_3 \cos(\theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_3^2 L_1 L_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_1 L_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) - \\
& m_4 \ddot{\theta}_2 L_1 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - (m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_2^2 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4 \ddot{\theta}_3 L_1 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4 \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_3^2 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + \\
& m_4 \ddot{\theta}_4 L_1 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_4^2 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4 \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - \\
& m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4 \ddot{\theta}_2 L_2^2 - 2 m_4 \ddot{\theta}_2 L_2 L_3 \cos(\theta_3) + \\
& 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_2 L_3 \sin(\theta_3) - m_4 \ddot{\theta}_3 L_2 L_3 \cos(\theta_3) + m_4 \dot{\theta}_3^2 L_2 L_3 \sin(\theta_3) - 2 m_4 \ddot{\theta}_2 L_2 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3) - 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) + 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \ddot{\theta}_3 L_2 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \dot{\theta}_3^2 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \ddot{\theta}_4 L_2 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3) + \\
& m_4 \dot{\theta}_4^2 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \ddot{\theta}_2 L_3^2 - m_4 \ddot{\theta}_3 L_3^2 - 2 m_4 \ddot{\theta}_2 L_3 L_4 \cos(\theta_4) + 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_3 L_4 \sin(\theta_4) - 2 m_4 \ddot{\theta}_3 L_3 L_4 \cos(\theta_4) + 2 m_4 \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 L_3 L_4 \sin(\theta_4) \\
& + m_4 \ddot{\theta}_4 L_3 L_4 \cos(\theta_4) - m_4 \dot{\theta}_4^2 L_3 L_4 \sin(\theta_4) - m_4 \ddot{\theta}_2 l_4^2 - m_4 \ddot{\theta}_3 l_4^2 + m_4 \ddot{\theta}_4 l_4^2 - I_{z2} \ddot{\theta}_2 - I_{z3} \ddot{\theta}_2 \\
& - I_{z3} \ddot{\theta}_3 - I_{z4} \ddot{\theta}_2 - I_{z4} \ddot{\theta}_3 + I_{z4} \ddot{\theta}_4) - (4 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_3^2 \sin(2\theta_3 - 2\theta_1 + 2\theta_2) - 4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_4^2 \sin(2\theta_4 - 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) + \\
& 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) + m_2 g L_1 \cos(\theta_1) - m_2 g l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_3 g L_1 \cos(\theta_1) + m_3 g L_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_3 g l_3 \cos(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2) + m_4 g L_1 \cos(\theta_1) + m_4 g L_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_4 g L_3 \sin(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2) + m_4 g l_4 \sin(\theta_4 - \theta_3 + \theta_1 - \theta_2))
\end{aligned} \tag{4.46}$$

Buradan $\ddot{\theta}_1$ yalnız bırakılırsa ;

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_1 = & (\mathcal{T}_1 + 4 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_3^2 \sin(2\theta_3 - 2\theta_1 + 2\theta_2) - 4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_4^2 \sin(2\theta_4 - 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) + \\
& m_2 g L_1 \cos(\theta_1) - m_2 g l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_3 g L_1 \cos(\theta_1) + m_3 g L_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \\
& m_3 g l_3 \cos(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2) + m_4 g L_1 \cos(\theta_1) + m_4 g L_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_4 g L_3 \sin(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2) + \\
& m_4 g l_4 \sin(\theta_4 - \theta_3 + \theta_1 - \theta_2) - (-2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) - m_2 \ddot{\theta}_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) + \\
& m_2 \dot{\theta}_2^2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) - m_2 \ddot{\theta}_2 l_2^2 - 2 m_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) - 2 m_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_1 l_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) - \\
& 2 m_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_1 l_3 \sin(\theta_3 + \theta_2) - 2 m_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_2 l_3 \sin(\theta_3) - m_3 \ddot{\theta}_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& m_3.\dot{\theta}_2^2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - m_3.\ddot{\theta}_2.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_3.\dot{\theta}_2^2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_3.\ddot{\theta}_3.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_3^2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_1.l_3. \\
& \cos(\theta_3+\theta_2) - m_3.\ddot{\theta}_2.L_2^2 - 4.\ddot{\theta}_2.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + 4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - m_3.\ddot{\theta}_3.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + \\
& m_3.\dot{\theta}_3^2.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - m_3.\ddot{\theta}_2.l_3^2 - m_3.\ddot{\theta}_3.l_3^2 - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\cos(\theta_2) - \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(- \\
& \theta_4+\theta_3+\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) + 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) - m_4.\ddot{\theta}_2.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_2^2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - \\
& m_4.\ddot{\theta}_2.L_1.L_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_2^2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - \\
& m_4.\ddot{\theta}_3.L_1.L_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_3^2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - \\
& m_4.\ddot{\theta}_2.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) \\
& + m_4.\dot{\theta}_2^2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_3.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_3^2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\ddot{\theta}_4.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_4^2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) \\
& - m_4.\ddot{\theta}_2.L_2^2 - 2.m_4.\ddot{\theta}_2.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - m_4.\ddot{\theta}_3.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + \\
& m_4.\dot{\theta}_3^2.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - 2.m_4.\ddot{\theta}_2.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\ddot{\theta}_3.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + \\
& m_4.\dot{\theta}_3^2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\ddot{\theta}_4.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_4^2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - \\
& m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\ddot{\theta}_2.L_3^2 - m_4.\ddot{\theta}_3.L_3^2 - 2.m_4.\ddot{\theta}_2.L_3.L_4.\cos(\theta_4) + \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_3.L_4.\sin(\theta_4) - 2.m_4.\ddot{\theta}_3.L_3.L_4.\cos(\theta_4) + 2.m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_3.L_4.\sin(\theta_4) + \\
& m_4.\ddot{\theta}_4.L_3.L_4.\cos(\theta_4) - m_4.\dot{\theta}_4^2.L_3.L_4.\sin(\theta_4) - m_4.\ddot{\theta}_2.l_4^2 - m_4.\ddot{\theta}_3.l_4^2 + m_4.\ddot{\theta}_4.l_4^2 - I_{z2}.\ddot{\theta}_2 - I_{z3}.\ddot{\theta}_2 - \\
& I_{z3}.\ddot{\theta}_3 - I_{z4}.\ddot{\theta}_2 - I_{z4}.\ddot{\theta}_3 + I_{z4}.\ddot{\theta}_4 - 4.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3^2.\sin(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) - 4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4- \\
& 2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) + m_2.g.L_1.\cos(\theta_1) - m_2.g.l_2.\cos(\theta_1-\theta_2) + m_3.g.L_1.\cos(\theta_1) + m_3.g.L_2.\cos(\theta_1- \\
& \theta_2) + m_3.g.l_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + m_4.g.L_1.\cos(\theta_1) + m_4.g.L_2.\cos(\theta_1-\theta_2) + m_4.g.L_3.\sin(\theta_3- \\
& \theta_1+\theta_2) + m_4.g.l_4.\sin(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2)) / (m_1.\ddot{\theta}_1.l_1^2 + m_2.\ddot{\theta}_1.L_1^2 + 2.m_2.\ddot{\theta}_1.L_1.l_2.\cos(\theta_2) + \\
& m_2.\ddot{\theta}_1.l_2^2 + m_3.\ddot{\theta}_1.L_1^2 + 2.m_3.\ddot{\theta}_1.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + 2.m_3.\ddot{\theta}_1.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + m_3.\ddot{\theta}_1.L_2^2 + \\
& 2.m_3.\ddot{\theta}_1.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + m_3.\ddot{\theta}_1.l_3^2 + m_4.\ddot{\theta}_1.L_2^2 + 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + \\
& 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.L_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\ddot{\theta}_1.L_2^2 + \\
& 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\ddot{\theta}_1.L_3^2 + 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + \\
& m_4.\ddot{\theta}_1.l_4^2 + I_{z1}.\ddot{\theta}_1 + I_{z2}.\ddot{\theta}_1 + I_{z3}.\ddot{\theta}_1 + I_{z4}.\ddot{\theta}_1)
\end{aligned} \tag{4.47}$$

Sistemin ikinci hareket denklemi

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = T_2 \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = & -m_2 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot L_1 \cdot l_2 \cdot \cos(\theta_2) - m_2 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot l_2^2 + m_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot l_2^2 - m_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2) - \\ & m_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot L_1 \cdot l_3 \cdot \cos(\theta_3 + \theta_2) - m_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot L_2^2 - 2 \cdot m_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot L_2 \cdot l_3 \cdot \cos(\theta_3) - m_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot l_3^2 + m_3 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot L_2^2 + \\ & 2 \cdot m_3 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot L_2 \cdot l_3 \cdot \cos(\theta_3) + m_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_2 \cdot l_3 \cdot \cos(\theta_3) + m_3 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot l_3^2 + m_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot l_3^2 - m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2) - \\ & m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot L_1 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3 + \theta_2) - m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot L_1 \cdot l_4 \cdot \cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot L_2^2 - 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3) - \\ & 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \cos(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot L_3^2 - 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot L_3 \cdot l_4 \cdot \cos(\theta_4) - m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot l_4^2 + m_4 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot L_2^2 + \\ & 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3) + m_4 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3) + 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \cos(-\theta_4 + \theta_3) + \\ & m_4 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \cos(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \cos(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot L_3^2 - m_4 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_3^2 \cdot \cos(2 \cdot \theta_3 - \\ & 2 \cdot \theta_1 + 2 \cdot \theta_2) + 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot L_3 \cdot l_4 \cdot \cos(\theta_4) + 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_3 \cdot l_4 \cdot \cos(\theta_4) - m_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot L_3 \cdot l_4 \cdot \cos(\theta_4) + m_4 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot l_4^2 \\ & + m_4 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot l_4^2 - m_4 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot l_4^2 \cdot \cos(2 \cdot \theta_4 - 2 \cdot \theta_3 + 2 \cdot \theta_1 - 2 \cdot \theta_2) - I_{z2} \cdot \dot{\theta}_1 + I_{z2} \cdot \dot{\theta}_2 - I_{z3} \cdot \dot{\theta}_1 + I_{z3} \cdot \dot{\theta}_2 + I_{z3} \cdot \dot{\theta}_3 - \\ & I_{z4} \cdot \dot{\theta}_1 + I_{z4} \cdot \dot{\theta}_2 + I_{z4} \cdot \dot{\theta}_3 - I_{z4} \cdot \dot{\theta}_4 \end{aligned} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = & -m_2 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot L_1 \cdot l_2 \cdot \cos(\theta_2) + m_2 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot L_1 \cdot l_2 \cdot \sin(\theta_2) - m_2 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot l_2^2 + m_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot l_2^2 - m_3 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot \\ & \cos(\theta_2) + m_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot \sin(\theta_2) - m_3 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot L_1 \cdot l_3 \cdot \cos(\theta_3 + \theta_2) + m_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_1 \cdot l_3 \cdot \sin(\theta_3 + \theta_2) + \\ & m_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot L_1 \cdot l_3 \cdot \sin(\theta_3 + \theta_2) - m_3 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot L_2^2 - 2 \cdot m_3 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot L_2 \cdot l_3 \cdot \cos(\theta_3) + 2 \cdot m_3 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_2 \cdot l_3 \cdot \sin(\theta_3) - \\ & m_3 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot l_3^2 + m_3 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot L_2^2 + 2 \cdot m_3 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot L_2 \cdot l_3 \cdot \cos(\theta_3) - 2 \cdot m_3 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_2 \cdot l_3 \cdot \sin(\theta_3) + m_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot L_2 \cdot l_3 \cdot \cos(\theta_3) \\ & - m_3 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot L_2 \cdot l_3 \cdot \sin(\theta_3) + m_3 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot l_3^2 + m_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot l_3^2 - m_4 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_2) + m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot \sin(\theta_2) - \\ & m_4 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot L_1 \cdot l_3 \cdot \cos(\theta_3 + \theta_2) + m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_1 \cdot l_3 \cdot \sin(\theta_3 + \theta_2) + m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot L_1 \cdot l_3 \cdot \sin(\theta_3 + \theta_2) - \\ & m_4 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot L_1 \cdot l_4 \cdot \cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot L_1 \cdot l_4 \cdot \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_1 \cdot l_4 \cdot \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) \\ & + m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot L_1 \cdot l_4 \cdot \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot L_2^2 - 2 \cdot m_4 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3) + \\ & 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot \sin(\theta_3) - 2 \cdot m_4 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \cos(-\theta_4 + \theta_3) - 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \sin(-\theta_4 + \theta_3) + \\ & 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \sin(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot L_3^2 - 2 \cdot m_4 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot L_3 \cdot l_4 \cdot \cos(\theta_4) + 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot L_3 \cdot l_4 \cdot \sin(\theta_4) - \\ & m_4 \cdot \ddot{\theta}_1 \cdot l_4^2 + m_4 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot L_2^2 + 2 \cdot m_4 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3) - 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot \sin(\theta_3) + \\ & m_4 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_3) - m_4 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot \sin(\theta_3) + 2 \cdot m_4 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \cos(-\theta_4 + \theta_3) + 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \\ & L_2 \cdot l_4 \cdot \sin(-\theta_4 + \theta_3) - 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \sin(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \cdot \ddot{\theta}_3 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \cos(-\theta_4 + \theta_3) + \\ & m_4 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \sin(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \sin(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \cdot \ddot{\theta}_4 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \cos(-\theta_4 + \theta_3) - \\ & m_4 \cdot \dot{\theta}_4^2 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \sin(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \dot{\theta}_4 \cdot L_2 \cdot l_4 \cdot \sin(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot L_3^2 - m_4 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_3^2 \cdot \cos(2 \cdot \theta_3 - \\ & 2 \cdot \theta_1 + 2 \cdot \theta_2) + 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_3^2 \cdot L_3^2 \cdot \sin(2 \cdot \theta_3 - 2 \cdot \theta_1 + 2 \cdot \theta_2) - 2 \cdot m_4 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot L_3^2 \cdot \cos(2 \cdot \theta_3 - 2 \cdot \theta_1 + 2 \cdot \theta_2) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2.m_4.\ddot{\theta}_3.\dot{\theta}_3.L_3^2.\cos(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) + 2.m_4.\ddot{\theta}_2.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) + \\
& (2.m_4.\ddot{\theta}_3.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - 2.m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) - m_4.\ddot{\theta}_4.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + m_4.\dot{\theta}_4^2.L_3.l_4.\sin(\theta_4) \\
& + m_4.\ddot{\theta}_2.l_4^2 + m_4.\ddot{\theta}_3.l_4^2 - m_4.\ddot{\theta}_4.l_4^2.\cos(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_4^2.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1- \\
& 2.\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) - \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) - I_{z2}.\ddot{\theta}_1 + I_{z2}.\ddot{\theta}_2 - I_{z3}.\ddot{\theta}_1 + I_{z3}.\ddot{\theta}_2 + I_{z3}.\ddot{\theta}_3 - I_{z4}.\ddot{\theta}_1 + \\
& I_{z4}.\ddot{\theta}_2 + I_{z4}.\ddot{\theta}_3 - I_{z4}.\ddot{\theta}_4
\end{aligned} \tag{4.50}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = & - m_3.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - m_3.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) + \\
& m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - \\
& m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\cos(\theta_2) - \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3^2.\sin(2.\theta_3- \\
& 2.\theta_1+2.\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) - m_2.g.l_2.\cos(\theta_1-\theta_2) - m_3.g.L_2.\cos(\theta_1- \\
& \theta_2) - m_3.g.l_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - m_4.g.L_2.\cos(\theta_1-\theta_2) - m_4.g.L_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - m_4.g.l_4.\cos(\theta_4- \\
& \theta_3+\theta_1-\theta_2)
\end{aligned} \tag{4.51}$$

$$\begin{aligned}
T_2 = & - m_2.\ddot{\theta}_1.L_1.l_2.\cos(\theta_2) + m_2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_2.\sin(\theta_2) - m_2.\ddot{\theta}_1.l_2^2 + m_2.\ddot{\theta}_2.l_2^2 - \\
& m_3.\ddot{\theta}_1.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - m_3.\ddot{\theta}_1.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_3.\ddot{\theta}_1.L_2^2 - 2.m_3.\ddot{\theta}_1.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + \\
& 2.m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - m_3.\ddot{\theta}_1.l_3^2 + m_3.\ddot{\theta}_2.L_2^2 + 2.m_3.\ddot{\theta}_2.L_2.l_3.\cos(\theta_3) - \\
& 2.m_3.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + m_3.\ddot{\theta}_3.L_2.l_3.\cos(\theta_3) - m_3.\dot{\theta}_3^2.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + m_3.\ddot{\theta}_2.l_3^2 + m_3.\ddot{\theta}_3.l_3^2 - \\
& m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(- \\
& \theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_2^2 - 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - \\
& 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - \\
& m_4.\ddot{\theta}_1.L_3^2 - 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_3.L_4.\cos(\theta_4) + 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_3.L_4.\sin(\theta_4) - m_4.\ddot{\theta}_1.l_4^2 + m_4.\ddot{\theta}_2.L_2^2 + \\
& 2.m_4.\ddot{\theta}_2.L_2.L_3.\cos(\theta_3) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) + m_4.\ddot{\theta}_3.L_2.L_3.\cos(\theta_3) - \\
& m_4.\dot{\theta}_3^2.L_2.L_3.\sin(\theta_3) + 2.m_4.\ddot{\theta}_2.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) + 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\ddot{\theta}_3.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - \\
& m_4.\dot{\theta}_3^2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\ddot{\theta}_4.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_4^2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + \\
& m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\ddot{\theta}_2.L_3^2 - m_4.\ddot{\theta}_3.L_3^2.\cos(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2.m_4.\dot{\theta}_3^2.L_3^2.\sin(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_3^2.\cos(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) + \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3^2.\cos(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) + 2.m_4.\ddot{\theta}_2.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) + \\
& 2.m_4.\ddot{\theta}_3.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - 2.m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) - m_4.\ddot{\theta}_4.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + m_4.\dot{\theta}_4^2.L_3.l_4.\sin(\theta_4) + \\
& m_4.\ddot{\theta}_2.l_4^2 + m_4.\ddot{\theta}_3.l_4^2 - m_4.\ddot{\theta}_4.l_4^2.\cos(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_4^2.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1- \\
& 2.\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) - \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) - I_{z2}.\ddot{\theta}_1 + I_{z2}.\ddot{\theta}_2 - I_{z3}.\ddot{\theta}_1 + I_{z3}.\ddot{\theta}_2 + I_{z3}.\ddot{\theta}_3 - I_{z4}.\ddot{\theta}_1 + \\
& I_{z4}.\ddot{\theta}_2 + I_{z4}.\ddot{\theta}_3 - I_{z4}.\ddot{\theta}_4 + (m_3.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - m_3.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - \\
& m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\cos(\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(- \\
& \theta_4+\theta_3+\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3^2.\sin(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) - \\
& m_2.g.l_2.\cos(\theta_1-\theta_2) - m_3.g.L_2.\cos(\theta_1-\theta_2) - m_3.g.l_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - m_4.g.L_2.\cos(\theta_1-\theta_2) - \\
& m_4.g.L_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - m_4.g.l_4.\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2)) \tag{4.52}
\end{aligned}$$

Buradan $\ddot{\theta}_2$ yalnız bırakılırsa;

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_2 = & \tau_2 - m_3.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - m_3.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) + \\
& m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - \\
& m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\cos(\theta_2) - \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3^2.\sin(2.\theta_3- \\
& 2.\theta_1+2.\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) - m_2.g.l_2.\cos(\theta_1-\theta_2) - m_3.g.L_2.\cos(\theta_1-\theta_2) \\
& - m_3.g.l_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - m_4.g.L_2.\cos(\theta_1-\theta_2) - m_4.g.L_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - m_4.g.l_4.\cos(\theta_4- \\
& \theta_3+\theta_1-\theta_2) - m_2.\ddot{\theta}_1.L_1.l_2.\cos(\theta_2) + m_2.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_2.\sin(\theta_2) - m_2.\ddot{\theta}_1.l_2^2 - m_3.\ddot{\theta}_1.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + \\
& m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - m_3.\ddot{\theta}_1.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_3.\ddot{\theta}_1.L_2^2 - 2.m_3.\ddot{\theta}_1.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + 2.m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - \\
& m_3.\ddot{\theta}_1.l_3^2 - 2.m_3.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + m_3.\ddot{\theta}_3.L_2.l_3.\cos(\theta_3) - m_3.\dot{\theta}_3^2.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + m_3.\ddot{\theta}_3.l_3^2 - \\
& m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.L_2.\cos(\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_2.\sin(\theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(- \\
& \theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_2^2 - 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - \\
& 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - \\
& m_4.\ddot{\theta}_1.L_3^2 - 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_3.L_4.\cos(\theta_4) + 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_3.L_4.\sin(\theta_4) - m_4.\ddot{\theta}_1.l_4^2 -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) + m_4.\ddot{\theta}_3.L_2.L_3.\cos(\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_3^2.L_2.L_3.\sin(\theta_3) + \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\ddot{\theta}_3.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) + \\
& m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_3^2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\ddot{\theta}_4.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - \\
& m_4.\dot{\theta}_4^2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\ddot{\theta}_3.L_3^2.\cos(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) + \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_3^2.L_3^2.\sin(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_3^2.\cos(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) + \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3^2.\cos(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) + 2.m_4.\ddot{\theta}_3.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) - m_4.\ddot{\theta}_4.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + m_4.\dot{\theta}_4^2.L_3.l_4.\sin(\theta_4) + m_4.\ddot{\theta}_3.l_4^2 - \\
& m_4.\ddot{\theta}_4.l_4^2.\cos(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_4^2.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) - \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) - \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) - I_{z2}.\ddot{\theta}_1 - I_{z3}.\ddot{\theta}_1 + I_{z3}.\ddot{\theta}_3 - I_{z4}.\ddot{\theta}_1 + I_{z4}.\ddot{\theta}_3 - I_{z4}.\ddot{\theta}_4) / (- \\
& m_2.l_2^2 - m_3.L_2^2 - 2.m_3.L_2.l_3.\cos(\theta_3) - m_3.l_3^2 - m_4.L_2^2 - 2.m_4.L_2.L_3.\cos(\theta_3) - 2.m_4.L_2.l_4.\cos(- \\
& \theta_4+\theta_3) - m_4.L_3^2 - 2.m_4.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - m_4.l_4^2 - I_{z2} - I_{z3} - I_{z4}) \quad (4.53)
\end{aligned}$$

Sistemin üçüncü hareket denklemi

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_3} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_3} = T_3 \quad (4.54)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \theta_3} = & - m_3.\dot{\theta}_1.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) - m_3.\dot{\theta}_1.L_2.l_3.\cos(\theta_3) - m_3.\dot{\theta}_1.l_3^2 + m_3.\dot{\theta}_2.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + \\
& m_3.\dot{\theta}_2.l_3^2 + m_3.\dot{\theta}_3.l_3^2) - m_4.\dot{\theta}_1.L_1.L_3.\cos(\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - \\
& m_4.\dot{\theta}_1.L_2.L_3.\cos(\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_1.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_1.L_3^2 - 2.m_4.\dot{\theta}_1.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - m_4.\dot{\theta}_1.l_4^2 \\
& + m_4.\dot{\theta}_2.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_2.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_2.L_3^2.\cos(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_3.L_3^2 \\
& + 2.m_4.\dot{\theta}_2.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + 2.m_4.\dot{\theta}_3.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - m_4.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + m_4.\dot{\theta}_2.l_4^2 + m_4.\dot{\theta}_3.l_4^2 - \\
& m_4.\dot{\theta}_4.l_4^2 - I_{z3}.\dot{\theta}_1 + I_{z3}.\dot{\theta}_2 + I_{z3}.\dot{\theta}_3 - I_{z4}.\dot{\theta}_1 + I_{z4}.\dot{\theta}_2 + I_{z4}.\dot{\theta}_3 - I_{z4}.\dot{\theta}_4) \quad (4.55)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_3} \right) = & m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_3.\ddot{\theta}_1.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - \\
& m_3.\ddot{\theta}_1.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - m_3.\ddot{\theta}_1.l_3^2 + m_3.\ddot{\theta}_2.L_2.l_3.\cos(\theta_3) - \\
& m_3.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + m_3.\ddot{\theta}_2.l_3^2 + m_3.\ddot{\theta}_3.l_3^2 - m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.L_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - \\
& (m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(- \\
& \theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_3^2 - 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) - m_4.\ddot{\theta}_1.l_4^2 + m_4.\ddot{\theta}_2.L_2.L_3.\cos(\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& m_4.\ddot{\theta}_2.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_2.\ddot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - \\
& m_4.\ddot{\theta}_2.L_3^2.\cos(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_2.\ddot{\theta}_3.L_3^2.\sin(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_1.L_3^2.\sin(2.\theta_3- \\
& 2.\theta_1+2.\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_2^2.L_3^2.\sin(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) + m_4.\ddot{\theta}_3.L_3^2 + 2.m_4.\ddot{\theta}_2.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) + 2.m_4.\ddot{\theta}_3.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - 2.m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) - \\
& m_4.\ddot{\theta}_4.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + m_4.\dot{\theta}_4^2.L_3.l_4.\sin(\theta_4) + m_4.\ddot{\theta}_2.l_4^2 + m_4.\ddot{\theta}_3.l_4^2 - m_4.\ddot{\theta}_4.l_4^2 - I_{z3}.\ddot{\theta}_1 + I_{z3}.\ddot{\theta}_2 + \\
& I_{z3}.\ddot{\theta}_3 - I_{z4}.\ddot{\theta}_1 + I_{z4}.\ddot{\theta}_2 + I_{z4}.\ddot{\theta}_3 - I_{z4}.\ddot{\theta}_4) \quad (4.56)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \theta_3} = & -m_3.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_3.\dot{\theta}_1^2.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_3.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + 2.m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + m_3.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - \\
& m_3.\dot{\theta}_2^2.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - m_3.\dot{\theta}_2.\ddot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_3.\cos(\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_4.\sin(- \\
& \theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) \\
& - m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.L_3.\sin(\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) + \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - \\
& m_4.\dot{\theta}_2^2.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_2.\ddot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_2^2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_2.\ddot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(- \\
& \theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_2.\ddot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + 2.m_4.\dot{\theta}_2.\ddot{\theta}_3.L_3^2.\sin(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) - \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.l_4^2.\sin(2.\theta_4-2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) + m_3.g.l_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + m_4.g.L_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - \\
& m_4.g.l_4.\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1-\theta_2) \quad (4.57)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}_3 = & (m_3.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_3.\ddot{\theta}_1.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - \\
& m_3.\ddot{\theta}_1.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + m_3.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - m_3.\ddot{\theta}_1.l_3^2 + m_3.\ddot{\theta}_2.L_2.l_3.\cos(\theta_3) - \\
& m_3.\dot{\theta}_2.\ddot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + m_3.\ddot{\theta}_2.l_3^2 + m_3.\ddot{\theta}_3.l_3^2 - m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.L_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - \\
& (m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(- \\
& \theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\ddot{\theta}_1.L_3^2 - 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_1.\ddot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) - m_4.\ddot{\theta}_1.l_4^2 + m_4.\ddot{\theta}_2.L_2.L_3.\cos(\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_2.\ddot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) + \\
& m_4.\ddot{\theta}_2.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_2.\ddot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_2.\ddot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - \\
& m_4.\ddot{\theta}_2.L_3^2.\cos(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_2.\ddot{\theta}_3.L_3^2.\sin(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_1.L_3^2.\sin(2.\theta_3- \\
& 2.\theta_1+2.\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_2^2.L_3^2.\sin(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) + m_4.\ddot{\theta}_3.L_3^2 + 2.m_4.\ddot{\theta}_2.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) + 2.m_4.\ddot{\theta}_3.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - 2.m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) - \\
& m_4.\ddot{\theta}_4.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + m_4.\dot{\theta}_4^2.L_3.l_4.\sin(\theta_4) + m_4.\ddot{\theta}_2.l_4^2 + m_4.\ddot{\theta}_3.l_4^2 - m_4.\ddot{\theta}_4.l_4^2 - I_{z3}.\ddot{\theta}_1 + I_{z3}.\ddot{\theta}_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + I_{z3}.\ddot{\theta}_3 - I_{z4}.\ddot{\theta}_1 + I_{z4}.\ddot{\theta}_2 + I_{z4}.\ddot{\theta}_3 - I_{z4}.\ddot{\theta}_4) - m_3.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_3.\dot{\theta}_1^2.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - \\
& m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - 2.m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - \\
& m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + m_3.\dot{\theta}_2^2.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + m_3.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + \\
& m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_3.\cos(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1^2.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - \\
& m_4.\dot{\theta}_1^2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(- \\
& \theta_4+\theta_3+\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) \\
& - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_2^2.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - \\
& m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_2^2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - \\
& m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3^2.\sin(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_4^2.\sin(2.\theta_4- \\
& 2.\theta_3+2.\theta_1-2.\theta_2) - m_3.g.l_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) - m_4.g.L_3.\cos(\theta_3-\theta_1+\theta_2) + m_4.g.l_4.\cos(\theta_4-\theta_3+\theta_1- \\
& \theta_2)) \tag{4.58}
\end{aligned}$$

Buradan $\ddot{\theta}_3$ yalnız bırakılırsa;

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta}_3 = & \mathcal{T}_3 + m_3.\ddot{\theta}_1.L_1.l_3.\cos(\theta_3+\theta_2) - m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_3.\ddot{\theta}_1.L_2.l_3.\cos(\theta_3) - m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + m_3.\ddot{\theta}_1.l_3^2 - m_3.\ddot{\theta}_2.L_2.l_3.\cos(\theta_3) + \\
& m_3.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - m_3.\ddot{\theta}_2.l_3^2 - m_3.\ddot{\theta}_3.l_3^2 + m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.L_3.\cos(\theta_3+\theta_2) - \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\ddot{\theta}_1.L_1.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(- \\
& \theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.L_3.\cos(\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) + m_4.\ddot{\theta}_1.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) + \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\ddot{\theta}_1.L_3^2 + 2.m_4.\ddot{\theta}_1.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) + m_4.\ddot{\theta}_1.l_4^2 - m_4.\ddot{\theta}_2.L_2.L_3.\cos(\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - \\
& m_4.\ddot{\theta}_2.L_2.l_4.\cos(-\theta_4+\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + \\
& m_4.\ddot{\theta}_2.L_3^2.\cos(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_3^2.\sin(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) + 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_1.L_3^2.\sin(2.\theta_3- \\
& 2.\theta_1+2.\theta_2) - 2.m_4.\dot{\theta}_2^2.L_3^2.\sin(2.\theta_3-2.\theta_1+2.\theta_2) - 2.m_4.\ddot{\theta}_2.L_3.l_4.\cos(\theta_4) + \\
& 2.m_4.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) + 2.m_4.\dot{\theta}_3.\dot{\theta}_4.L_3.l_4.\sin(\theta_4) + m_4.\ddot{\theta}_4.L_3.l_4.\cos(\theta_4) - \\
& m_4.\dot{\theta}_4^2.L_3.l_4.\sin(\theta_4) - m_4.\ddot{\theta}_2.l_4^2 + m_4.\ddot{\theta}_4.l_4^2 + I_{z3}.\ddot{\theta}_1 - I_{z3}.\ddot{\theta}_2 - I_{z4}.\ddot{\theta}_1 - I_{z4}.\ddot{\theta}_2 + I_{z4}.\ddot{\theta}_4 - \\
& m_3.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) - m_3.\dot{\theta}_1^2.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + 2.m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_2.l_3.\sin(\theta_3) + m_3.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - \\
& m_3.\dot{\theta}_2^2.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - m_3.\dot{\theta}_2.\dot{\theta}_3.L_2.l_3.\sin(\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.L_3.\cos(\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_1.l_4.\sin(- \\
& \theta_4+\theta_3+\theta_2) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_2.L_3.\sin(\theta_3) - m_4.\dot{\theta}_1^2.L_2.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + \\
& m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.L_3.\sin(\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_2.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2) + m_4.\dot{\theta}_1.\dot{\theta}_3.L_1.l_4.\sin(-\theta_4+\theta_3+\theta_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_2 L_3 \sin(\theta_3) + m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_2 L_3 \sin(\theta_3) + \\
& 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - \\
& m_4 \dot{\theta}_2^2 L_2 L_3 \sin(\theta_3) - m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_2 L_3 \sin(\theta_3) - m_4 \dot{\theta}_2^2 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_2 l_4 \sin(- \\
& \theta_4 + \theta_3) + m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) + 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_3^2 \sin(2\theta_3 - 2\theta_1 + 2\theta_2) - \\
& 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 l_4^2 \sin(2\theta_4 - 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) + m_3 g l_3 \cos(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2) + m_4 g L_3 \cos(\theta_3 - \theta_1 + \theta_2) - \\
& m_4 g l_4 \cos(\theta_4 - \theta_3 + \theta_1 - \theta_2) / (I_{z4} + I_{z3} + m_4 l_4^2 + 2 m_4 L_3 l_4 \cos(\theta_4) + m_4 L_3^2 + m_3 l_3^2) \quad (4.59)
\end{aligned}$$

Sistemin dördüncü hareket denklemi

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_4} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_4} = T_4 \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_4} &= m_4 \dot{\theta}_1 L_1 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_1 L_2 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \dot{\theta}_1 L_3 l_4 \cos(\theta_4) + \\
& m_4 \dot{\theta}_1 l_4^2 - m_4 \dot{\theta}_2 L_2 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \dot{\theta}_2 L_3 l_4 \cos(\theta_4) - m_4 \dot{\theta}_3 L_3 l_4 \cos(\theta_4) - \\
& m_4 \dot{\theta}_2 l_4^2 \cos(2\theta_4 - 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) - m_4 \dot{\theta}_3 l_4^2 + m_3 \dot{\theta}_4 l_4^2 + I_{z4} \dot{\theta}_1 - I_{z4} \dot{\theta}_2 - I_{z4} \dot{\theta}_3 + I_{z4} \dot{\theta}_4 \quad (4.61)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_4} \right) &= m_4 \ddot{\theta}_1 L_1 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_1 l_4 \sin(- \\
& \theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4 \ddot{\theta}_1 L_2 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4 L_2 l_4 \sin(- \\
& \theta_4 + \theta_3) - m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \ddot{\theta}_1 L_3 l_4 \cos(\theta_4) - m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4 L_3 l_4 \sin(\theta_4) + m_4 \ddot{\theta}_1 l_4^2 \\
& - m_4 \ddot{\theta}_2 L_2 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - \\
& m_4 \ddot{\theta}_2 L_3 l_4 \cos(\theta_4) + m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_3 l_4 \sin(\theta_4) - m_4 \ddot{\theta}_3 L_3 l_4 \cos(\theta_4) + m_4 \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 L_3 l_4 \sin(\theta_4) - \\
& m_4 \ddot{\theta}_2 l_4^2 \cos(2\theta_4 - 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) + 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 l_4^2 \sin(2\theta_4 - 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) - \\
& 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 l_4^2 \sin(2\theta_4 - 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) + 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 l_4^2 \sin(2\theta_4 - 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) - \\
& 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_2 l_4^2 \sin(2\theta_4 - 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) - m_4 \ddot{\theta}_3 l_4^2 + m_3 \ddot{\theta}_4 l_4^2 + I_{z4} \ddot{\theta}_1 - I_{z4} \ddot{\theta}_2 - I_{z4} \ddot{\theta}_3 + I_{z4} \ddot{\theta}_4 \quad (4.62)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \theta_4} &= m_4 \dot{\theta}_1^2 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_1^2 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \dot{\theta}_1^2 L_3 l_4 \sin(\theta_4) - \\
& m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_1 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) + m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4 L_1 l_4 \sin(- \\
& \theta_4 + \theta_3 + \theta_2) - 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4 L_2 l_4 \sin(- \\
& \theta_4 + \theta_3) + 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_3 l_4 \sin(\theta_4) + 2 m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 L_3 l_4 \sin(\theta_4) - m_4 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_4 L_3 l_4 \sin(\theta_4) + \\
& m_4 \dot{\theta}_2^2 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - \\
& m_4 \dot{\theta}_2^2 L_3 l_4 \sin(\theta_4) - 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_3 l_4 \sin(\theta_4) + m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_3 l_4 \sin(\theta_4) - m_4 \dot{\theta}_3^2 L_3 l_4 \sin(\theta_4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - m_4 \ddot{\theta}_2 L_2 l_4 \cos(-\theta_4 + \theta_3) - m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) + m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 L_2 l_4 \sin(-\theta_4 + \theta_3) - \\
& m_4 \ddot{\theta}_2 L_3 l_4 \cos(\theta_4) + m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 L_3 l_4 \sin(\theta_4) - m_4 \ddot{\theta}_3 L_3 l_4 \cos(\theta_4) + m_4 \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 L_3 l_4 \sin(\theta_4) + \\
& 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 l_4^2 \sin(2\theta_4 - 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) - 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 l_4^2 \sin(2\theta_4 - 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) + \\
& 2 m_4 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 l_4^2 \sin(2\theta_4 - 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) - m_4 \ddot{\theta}_2 l_4^2 \sin(2\theta_4 - 2\theta_3 + 2\theta_1 - 2\theta_2) - m_4 \ddot{\theta}_3 l_4^2 + I_{z4} \ddot{\theta}_1 \\
& - I_{z4} \ddot{\theta}_2 - I_{z4} \ddot{\theta}_3) / (m_3 \ddot{\theta}_4 l_4^2 + I_{z4} \ddot{\theta}_4)
\end{aligned} \tag{4.65}$$

Mobil hidrolik iş platformlarının matematiksel modeline Lagrange tekniği uygulanarak elde edilen hareket denklemleri (4.47), (4.53), (4.59), (4.65) no lu denklemlerdir. Dört serbestlik derecesine sahip olan mobil hidrolik iş platformlarının, sepet dengeleme kontrolü için doğrusal olan dört denklem bulunmuştur.

Sepet uzvunun yatayla yaptığı açının ölçümü için elde edilen parametrik formül denklem 4.66 da görülmektedir.

$$\theta_4 - \theta_3 - \theta_2 + \theta_1 = SYA \tag{4.66}$$

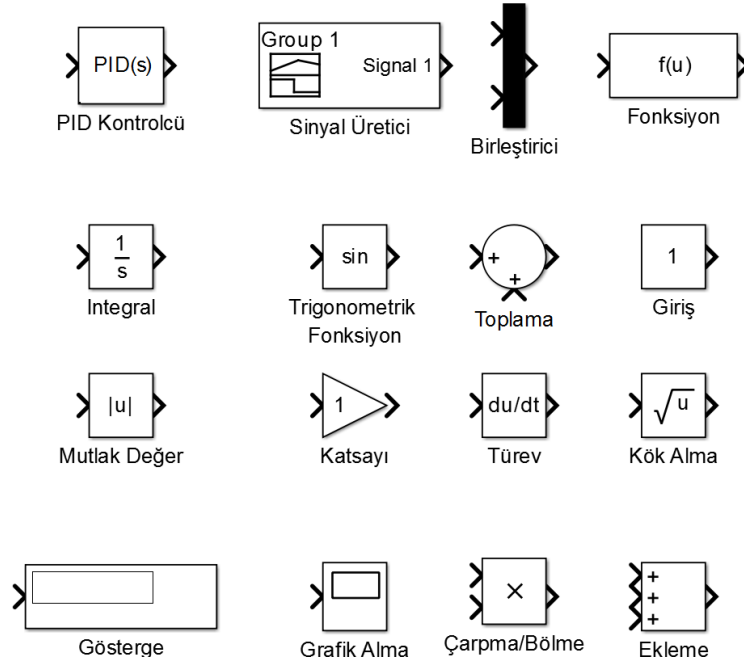
Elde edilen denklemler sistemin MATLAB/Simulink ortamında modellenmesinde kullanılacaktır.

4.2 Sistemin MATLAB/Simulink Ortamında Modellenmesi

Bu çalışmada kullanılan 4 serbestlik dereceli Teleskobik-Eklemlı MHİP'in Lagrange tekniği kullanılarak hareket denklemleri elde edildikten sonra, bu hareket denklemlerini MATLAB/Simulink ortamında modelleme işlemi gerçekleştirilmiştir. Simulink bize karmaşık sistemleri tasarlama ve simülasyon yapma olanağı vermektedir.

Oluşturulan MATLAB/Simulink modelinde hareket denklemlerini sisteme gömülü olarak çalıştırmak için Simulink kütüphanesinde bulunan Fonksiyon bloğu kullanılmıştır. Hareket denklemlerinde bulunan değişken parametreler 'u(x)' formatına dönüştürerek elde edilen denklemler fonksiyon bloğunun içine yazılmıştır. Sabit değişkenler ise değerleri yerlerine yazılarak sisteme dahil edilmiştir. Tanımlanan bu değişkenler sisteme Birleştirici bloğu yardımı ile sırasıyla girilmektedir. Yani, u(1)değişkeni birleştirici bloğunda birinci girişe, u(2) olarak tanımlanan değişken ikinci giriş yerine tanımlanmıştır. girişi yapılmıştır. Sistemde uzuvlara uygulanan hidrolik silindir kuvvetleri, uzuvların açıları, açısal hızları, açısal ivmeleri ve sepet uzvuna uygulanan yük değişken olarak tanımlanmıştır. Uzuvların istenilen konumda ki pozisyonları belirlenmiştir. Bu pozisyonlar uzuvların çalışma kısıtı içerisinde olmak şartı ile belirlenen açılardır. Bu açılar sistemden elde etmek istediğimiz sonuçlar olduğu

için bu açılar Sinyal üretici bloğu yardımıyla sisteme girdi olarak tanımlanmıştır. Sistemde dönme momentlerini kuvvete, açısal ivmeyi konuma, kuvveti basınca çevirmek için ise İntegral, çarpım, ekleme, trigonometrik fonksiyon, toplama ve çarpma bölme bloklarından faydalanılmıştır. Yapılan bu tanımlamalardan sonra sisteme PID kontrolcü entegre edilmiştir ve kontrolcüde bulunan P, I ve D katsayıları yakınsama ile belirlenerek sisteme özel kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Tasarlanan kontrolcü MATLAB/Simulink kütüphanesinde bulunan PID Kontrolcü bloğu yardımıyla sisteme dâhil edilmiştir. Sepet uzvunda bulunan m4 olarak tanımlanan değişken yük sisteme Giriş bloğu yardımı ile uygulanmıştır. Sisteme farklı yükler altında davranışı inceleneceğinden dolayı sepete konulan yük değişken parametre olarak tanımlanmıştır. Elde edilen verilen simülasyon sonuçları grafiksel olarak Grafik alma bloğu aracılığı ile alınmıştır. Anlık sayısal verileri görmek içinde Gösterge bloğu yardımıyla sonuca gidilmiştir. Sistemin MATLAB/Simulink modeli oluşturulurken kullanılan bloklar Şekil 4.2’de gösterilmiştir.



Şekil 4.2 MHİP'in MATLAB/Simulink modellenmesinde kullanılan bloklar

Matematiksel model oluşturulurken sistemde bulunan değişken ve sabit parametreler belirlenmiştir. Sabit parametreler uzuvların boyutları, yer çekim ivmesi, uzuvların atalet momentleri ve ağırlıklarıdır. Sistemde bulunan değişkenler ise sepet uzvuna konulan ağırlık, uzuvların hareket esnasında yatayla ve birbirleri ile yaptıkları açılar, bu açıların türevi yani açısal hız, ikinci türevi olan açısal ivmeleri ve her uzvun

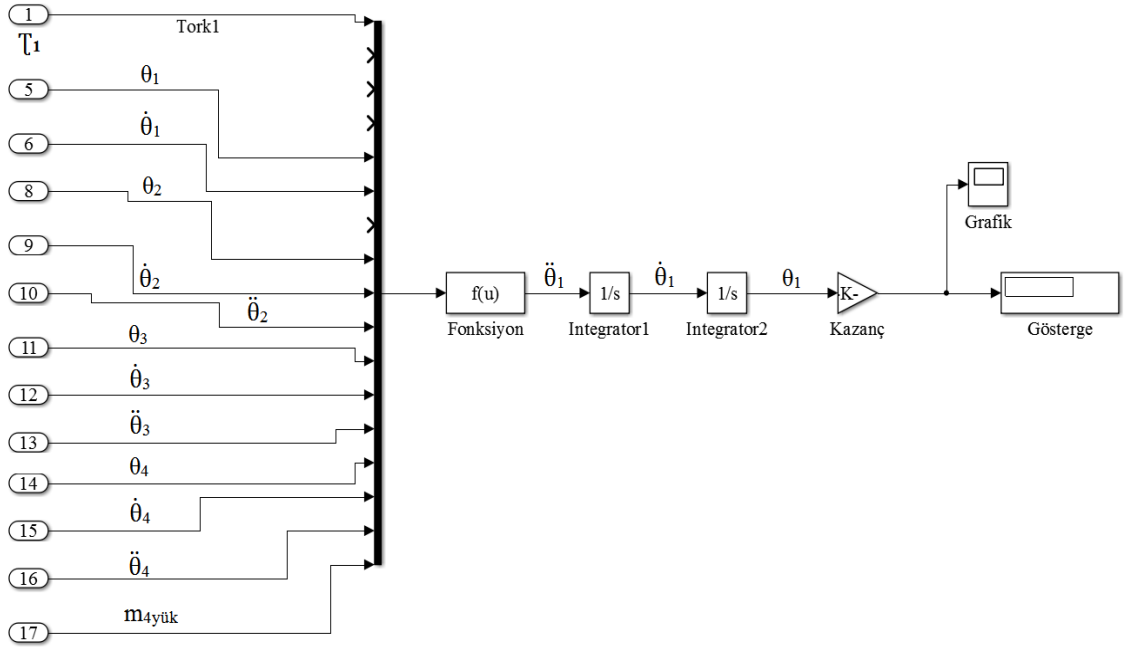
hareketini sağlayan silindir kuvvetleridir. Her uzuv için ayrı ayrı tanımlanan 17 adet değişken parametre bulunmaktadır. Sabit ve değişken parametreler MATLAB/Simulink ortamında Fonksiyon bloğunun içine yazılmıştır. Değişkenleri Fonksiyon bloğuna tanımlamak için değişkenlerin fonksiyon bloğu yazım formatına dönüştürülmüştür. Fonksiyon bloğu yazım formatı için değişkenler parametrelere tanımlanan değişkenler Tablo 4.2’de gösterilmiştir. Sistemin matematiksel modelinden elde edilen hareket denklemlerini sabit parametrelerin değerlerini yazarak değişken parametrelerin ise Tablo 4.2’de belirtilen kodlar yardımıyla oluşturulan hareket denklemleri ayrı ayrı fonksiyon olmak üzere sisteme dahil edilmiştir.

Tablo 4.1 Sistemde Bulunan Değişken Parametreler

Değişken parametre	Fonksiyon bloğu yazım formatı
T_1	u(1)
T_2	u(2)
T_3	u(3)
T_4	u(4)
θ_1	u(5)
$\dot{\theta}_1$	u(6)
$\ddot{\theta}_1$	u(7)
θ_2	u(8)
$\dot{\theta}_2$	u(9)
$\ddot{\theta}_2$	u(10)
θ_3	u(11)
$\dot{\theta}_3$	u(12)
$\ddot{\theta}_3$	u(13)
θ_4	u(14)
$\dot{\theta}_4$	u(15)
$\ddot{\theta}_4$	u(16)
$m_{4yük}$	u(17)

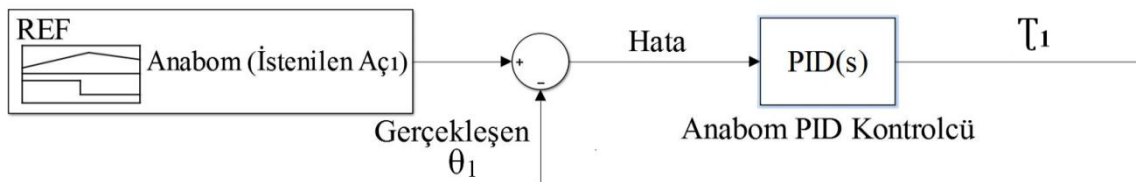
Sistemde bulunan değişkenler belirlenip matematiksel model Fonksiyon bloğuna yazıldıktan sonra değişkenlerin Fonksiyon bloğuna Birleştirici bloğu yardımı ile girdisi

yapılır. Birleştirici bloğunda bulunan giriş yerleri sırasıyla fonksiyon bloğunda tanımlanan değişken parametrelere uygundur. Birleştirici bloğunda ki ilk girişe $u(1)$, ikinci girişe $u(2)$ olarak tanımlanan değişkenler giriş olarak tanımlanmalıdır. Fonksiyon bloğundan çıktı olarak Lagrangian metodu ile elde edilen hareket denklemlerinin sonucu olan açısal ivmeler edilir. Simulink kütüphanesinde bulunan İntegral bloğu yardımı ile açısal ivmenin iki kez integrali alındığında uzvun konumu elde edilir. Bu işlem tüm uzuvlar için ayrı ayrı gerçekleştirilip tüm uzuvların sistemden çıktı olarak alınan verileri diğer uzuvlara giriş olarak tanımlanıp sistem oluşturulmuştur. Şekil 4.3'de Anabom uzvuna ait fonksiyon bloğunun kullanımı ve tek uzuv için oluşturulan sistem görülmektedir.



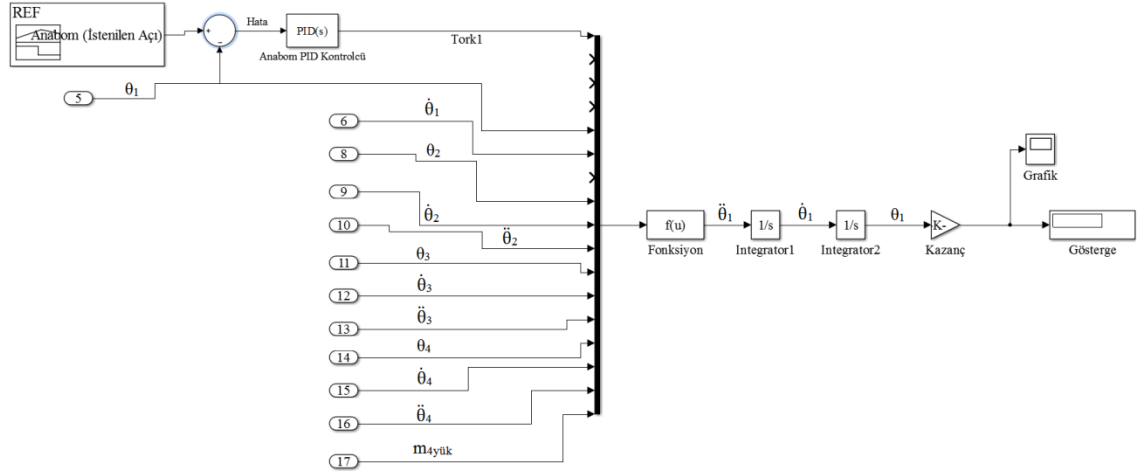
Şekil 4.3 Anabom uzvuna ait fonksiyon bloğuna değişkenlerin giriş olarak tanımlanması ve uzva ait konumun elde edilmesi

Sistemde kullanılan PID kontrolcüye, istenilen ve sistemde gerçekleşen açı değerlerinin farkları yani hata giriş olarak tanımlanmıştır. Tasarlanan kontrolcünden ise sistemde bulunan her uzvun hareketi için gerekli olan tahrik torku çıkmaktadır.



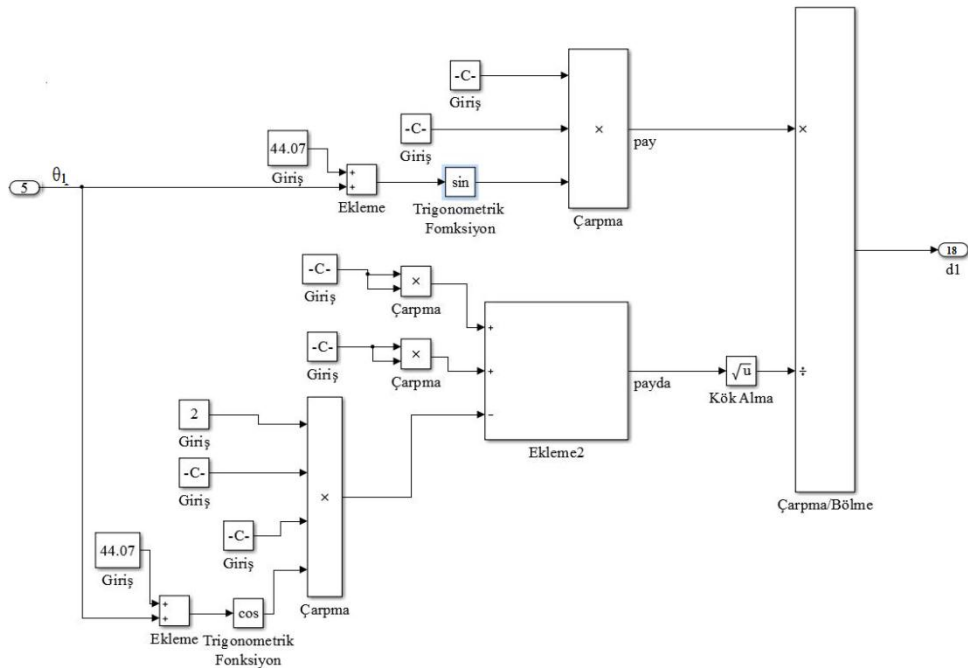
Şekil 4.4 PID kontrolcü bloğunun sisteme tanımlanması

MATLAB/Simulink kütüphanesinde bulunan bloklardan yararlanılarak oluşturulan MHİP'in MATLAB/Simulink modeli Şekil 4.5'te gösterilmiştir. Şekil 4.5'te gösterilen MATLAB/Simulink modeli anabom uzvu içindir. Elde edilen model ile bir uzvun PID kontrolcü kullanılarak konum kontrolü yapıldığı gösterilmiştir. Sistemde kullanılan yük girişi parametrik olup 0-400 kg arasında ki yükler için geçerlidir.

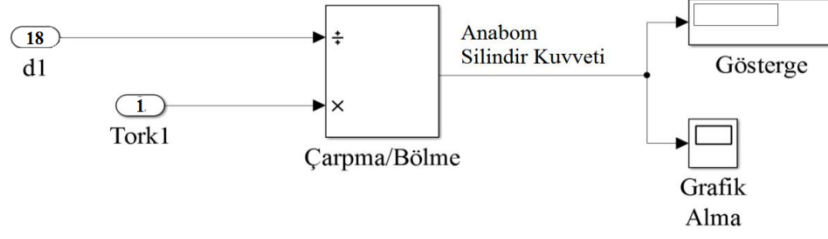


Şekil 4.5 Anabom uzvunun MATLAB/Simulink modeli

Sistemde elde edilen uzuvların tahrik torku denkleminin kuvvete dönüştürülmesi için elde edilen ve 4.34, 4.36, 4.38 ve 4.40 numaralı denklemler MATLAB/Simulink ortamında kuvvete dönüştürülmüştür.

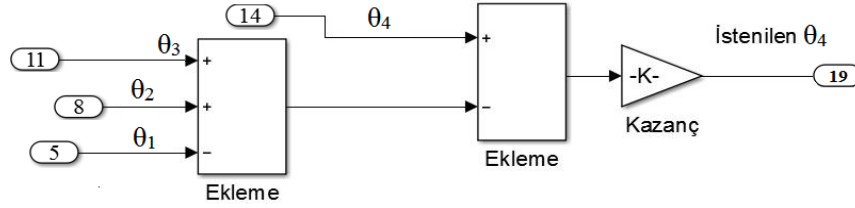


Şekil 4.6 Anabom uzvunun dönme merkezine olan d_1 dik uzaklığının MATLAB/Simulink modeli



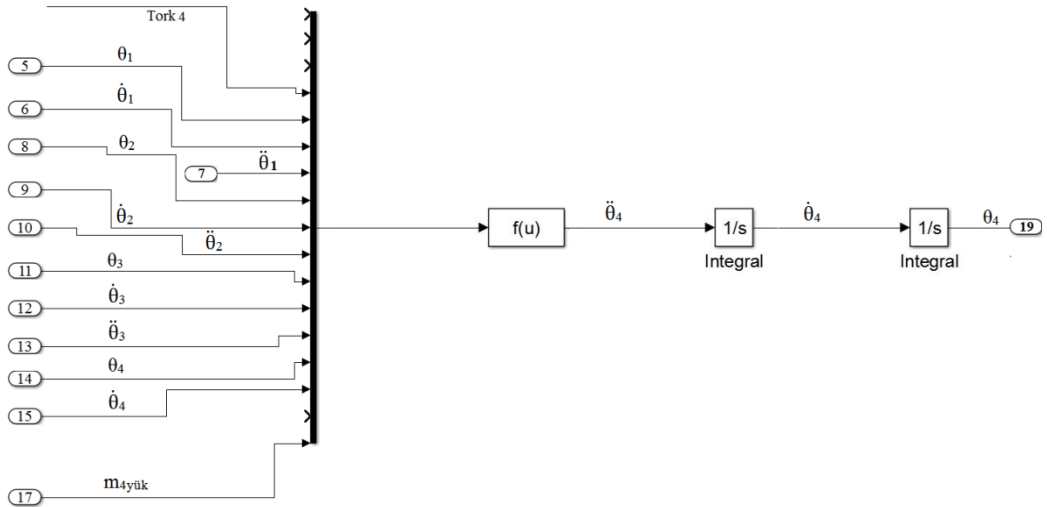
Şekil 4.7 Anabom kaldırma silindiri kuvvetinin elde edilmesinin MATLAB/Simulink modeli

Yukarıda anlatılan anabom uzvuna ait MATLAB/Simulink modellemesi sistemde bulunan kırmabom ve eklebom için de benzer şekilde yapılmıştır. Sepet uzvunun modellemesi diğer uzuvlardan farklıdır. Çünkü sepet uzvunun dengesine sistemde ki diğer uzuvların hareketleri de etki ettiği için sepet uzvunda istenilen değer olarak, matematiksel modelde elde edilen ve Şekil 4.8’de da görüldüğü gibi $\theta_4 - \theta_3 + \theta_1 - \theta_2$ denklemleri giriş olarak kullanılacaktır.



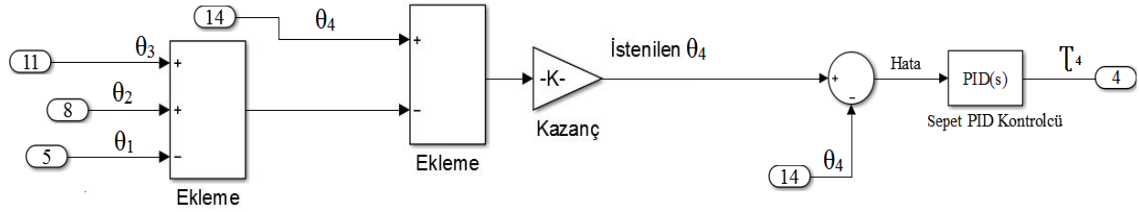
Şekil 4.8 Sepet uzvunun giriş sinyalinin MATLAB/Simulink modeli

Sepet uzvunun MATLAB/Simulink modeli Tablo 4.2’de verilen değişkenler tanımlanarak ve Şekil 4.2’de verilen bloklar yardımı ile oluşturulmuştur. Oluşturulan model Şekil 4.9’da görülmektedir.



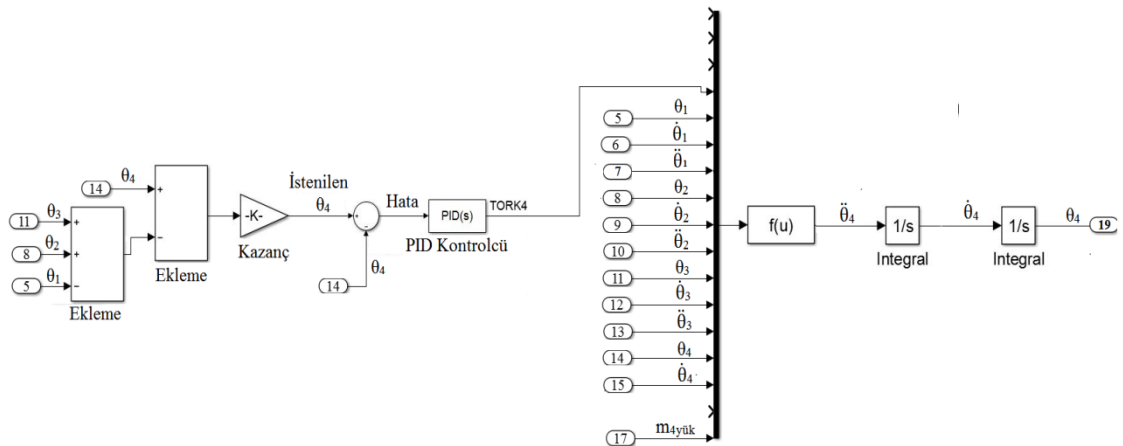
Şekil 4.9 Sepet uzvunun MATLAB/Simulink modeli

Sepet uzvu için kullanılan PID kontrolcüye, diğer uzuvların hareketlerinden oluşan istenilen açı değerimiz ve sistemde gerçekleşen açı değerlerinin farkları yani hata girdi olarak verilmiştir. Tasarlanan kontrolcüden ise sistemde bulunan sepet uzununun hareketi için gerekli olan T_4 çıkmaktadır.



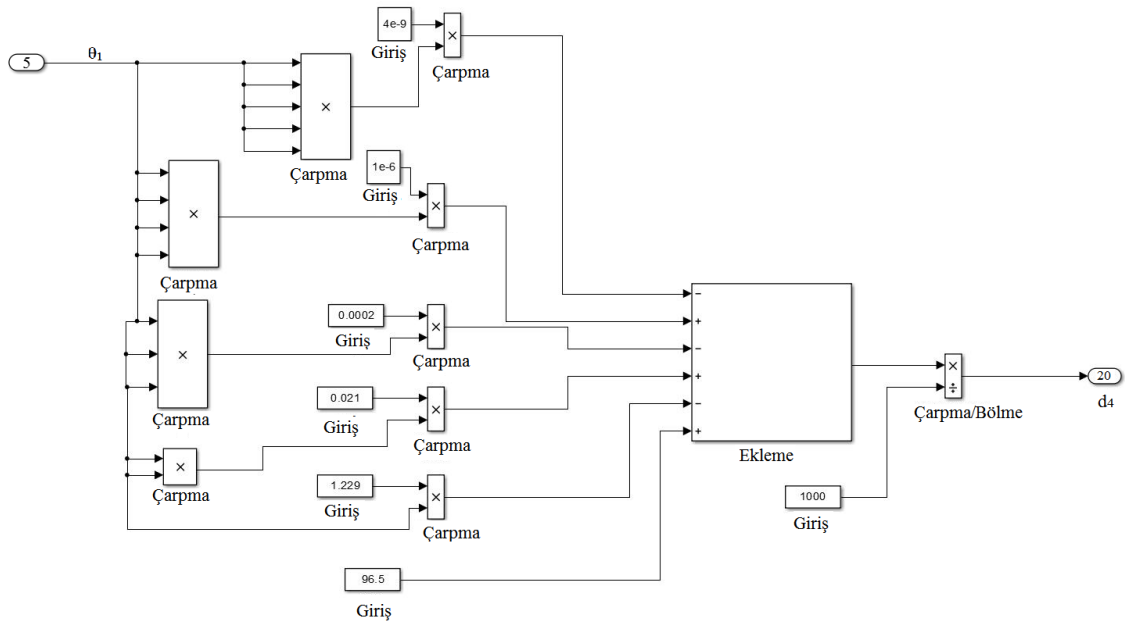
Şekil 4.10 Sepet uzununun sistemde T_4 elde edilişi

Diğer uzuvların modellemesinden elde edilen çıktılar her uzva giriş olarak verilmektedir. Sistemde bulunan değişkenler de birleştirici blok yardımıyla fonksiyon bloğuna tanımlanmıştır. Sistemin modellenmesi Şekil 4.11’de gösterilmiştir.

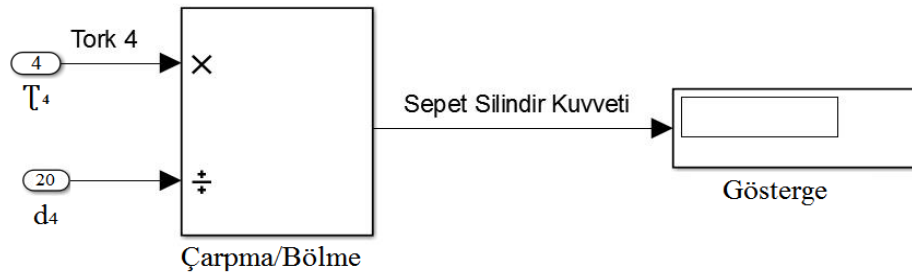


Şekil 4.11 Sepet uzununun sistem modellenmesi

Sepet uzununun silindirik kuvvetini bulabilmek için kontrolcüden elde edilen T_4 dik uzaklığa bölünmesi ile sepet silindirik kuvveti bulunur. d_4 dik uzaklığını yapılan interpolasyon sayesinde bulunan 4.40 nolu denklem ile ifade edilmiştir. Bu ifadenin MATLAB/Simulink ortamında modellenmesi Şekil 4.12’de gösterilmiştir. Bulunan d_4 dik uzaklığı ve sistemden elde edilen T_4 değişkeni denklem 4.39’da yerine konulursa sepet uzununun hareketini sağlayan sepet silindirik kuvveti belirlenmiş olur. Şekil 4.13’de sepet uzununun hareketi sağlayan sepet silindirik kuvvetinin MATLAB/Simulink ortamında modellenmesi görülmektedir.



Şekil 4.12 d_4 dik uzaklığının sistem modellenmesi

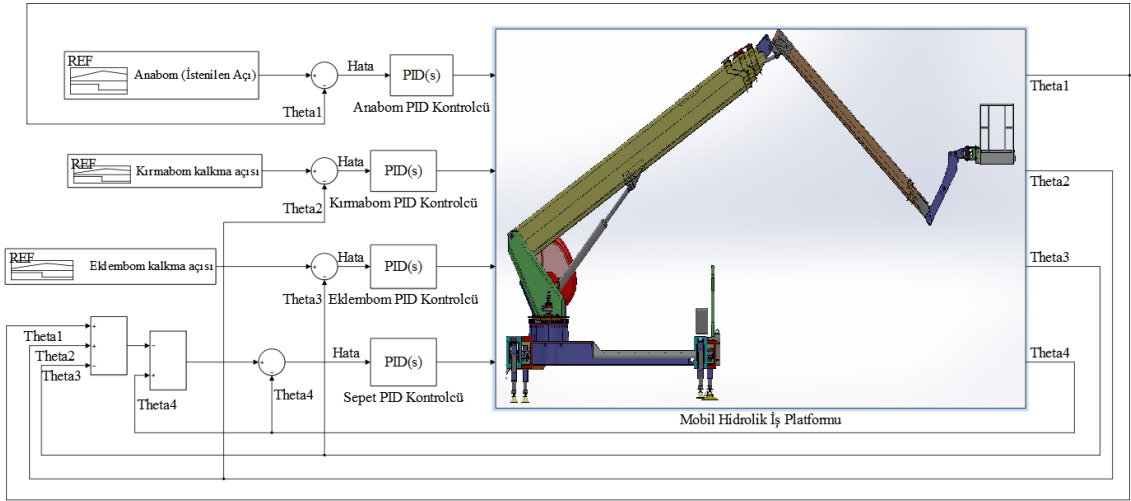


Şekil 4.13 Sepet silindiri kuvvetinin MATLAB/Simulink modeli

5. KONTROLÇÜ TASARIMI

Bu bölümde mobil hidrolik iş platformunun sepet uzvunun konum kontrolü için gerçekleştirilen kontrolcü tasarımı anlatılmaktadır. Sistemde bulunan hidrolik eyleyiciler tarafından tahrik edilen 4 uzva ayrı ayrı kontrolcü uygulanmıştır. Sistemde bulunan uzuvların kontrolü için PID kontrolcü tasarlanmıştır. Uzuvların konum kontrolleri için gerekli K_p , K_i ve K_d parametreleri PID kontrolcü bölümünde verilmiştir. Bilgisayar simülasyonları ve irdeleme kısmında bu kontrolcünün giriş olarak kullanılan uzuvların hareketlerine karşılık vermiş oldukları kontrol cevapları grafikler halinde verilmiştir.

Bilindiği gibi, PID kontrol tekniği; oransal (P), integral (I) ve türevsel (D) etkinin bir arada kullanıldığı ve referans giriş ile gerçek çıkış arasındaki hataya etki eden üç parametreden meydana gelmektedir. Çalışmada kullanılan PID kontrolcünün kazanç parametrelerinin belirlenmesi MATLAB/Simulink ortamında optimize edilmiştir ve PID Kontrol kısmında ayrıntılı bir şekilde anlatılmıştır.



Şekil 5.1 Mobil Hidrolik İş Platformu Modelinin Aktif Dengeleme ve Pozisyon Kontrolü Blok Diyagramı (Sezer ve Kalyoncu 2014)

Bu çalışmada mobil hidrolik iş platformu sisteminin sepet uzvunun farklı pozisyonlarda çalışma durumunda aktif dengeleme ve pozisyon kontrolü PID kontrolcü kullanılarak yapılmıştır. Sistem performansını incelemek amacıyla yapılan simülasyonlarda sepet uzvunun üstünde altı farklı ağırlık konulduğu varsayılarak kullanılmıştır. Yapılan simülasyonlarda MATLAB/Simulink/PID Toolbox yazılımı

kullanılmıştır. PID kontrolcü kazanç parametreleri K_p , K_i ve K_d önce deneme yanılma yöntemi kullanılarak daha sonra PID Toolbox optimizasyonu yapılarak ayarlanmıştır.

Sistemde Anabom uzvunun 0-30 s arasında yatayla 80° hareket etmesi istenmektedir. İstenilen giriş değerinin sağlanabilmesi için kullanılan PID kontrolcüde ayarlanan $K_p = 1207202.99$, $K_i = 54766.44$ ve $K_d = 2277968.93$ kazanç parametreleri bulunmuştur.

Sistemde Kırmabom uzvunun 30-60 s arasında anabom uzvuna göre 15° hareket etmesi istenmektedir. Bu hareketin sağlanabilmesi için kullanılan PID kontrolcüde ayarlanan $K_p = 11516235.90$, $K_i = 198558.25$ ve $K_d = 6933335.23$ kazanç parametreleri bulunmuştur.

Sistemde Eklembom uzvunun 30-90 s arasında kırmabom uzvuna göre 60° hareket etmesi istenmektedir. Bu hareketin uygulanması için kullanılan PID kontrolcüde ayarlanan $K_p = 94375.32$, $K_i = 12187.22$, ve $K_d = 92054.86$ kazanç parametreleri bulunmuştur.

Sistemde Sepet uzvunun 0-120 s arasında yatayla olan açısının 0° olması istenmektedir. Sepet uzvunun yatayla olan paralelliğini sağlayabilmek için kullanılan PID kontrolcüde ayarlanan $K_p = 186757.23$, $K_i = 153546.12$ ve $K_d = 149098.47$ kazanç parametreleri bulunmuştur.

PID kontrolcü kullanılarak oluşturulan sistemin kapalı çevrim kontrol blok diyagramı Şekil 5.1'de verilmiştir. Sistemde istenilen konum yani uzvun açısı ile sisteme uygulanan kontrolcü sonrası gerçekleşen konumun farkı alınarak uzvun kontrolcüsüne giriş olarak tanımlanmıştır. PID kontrolcüden çıkış olarak uzvun eyleyicisi konumunda ki silindirin kuvvetinin neden olduğu tork elde edilmektedir. Elde edilen tork ise Mobil hidrolik insan platformunun ilgili uzvunun tahrik girişi olarak tanımlanmıştır. Sistem bu şekilde kapalı çevrim oluşturmaktadır. Sistemin sepet uzvuna 5 farklı yük uygulanmaktadır. Sistemde tasarlanan PID kontrolcüler sepet uzvunun bu 5 farklı yük ile yüklenmesi durumunda da kontrolü istenilen şekilde sağlanmaktadır ve bu durumlar grafikler şeklinde çalışmanın Bilgisayar Simülasyonları ve İrdeleme bölümünde ayrıntılı olarak verilmiştir.

6. SAYISAL ÇÖZÜMLER VE SONUÇLARI

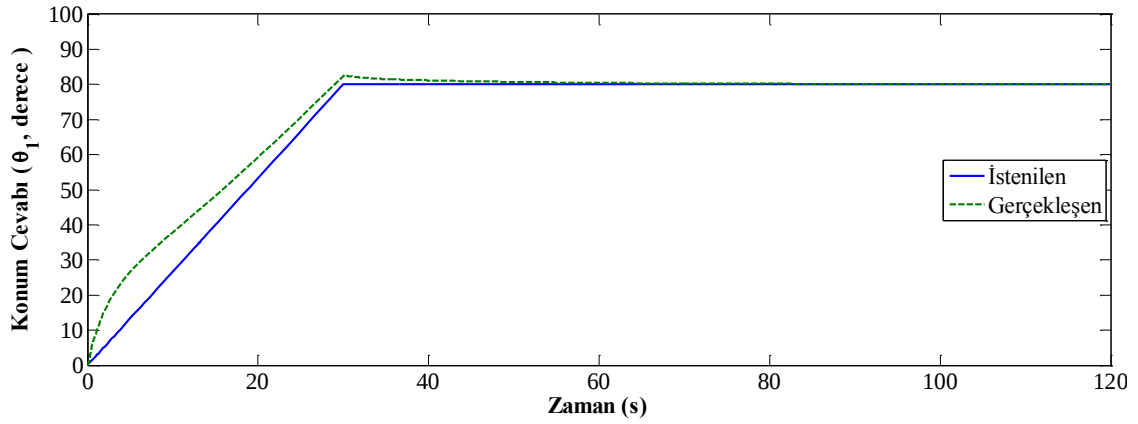
Bu bölümde, tez çalışması kapsamında tasarlanan kontrolcülerin Mobil hidrolik iş platformunda bulunan uzuvların konum kontrolü ve sepet uzvunun parametrik olarak ayarlanan yük sayesinde farklı yükler altında yatay ile olan dengesinin kontrolündeki başarısını belirlemek amacıyla yapılan bilgisayar simülasyonlarının sonuçları sunularak yorumlanmıştır. Bilgisayar simülasyonları MATLAB/Simulink ortamında yapılmıştır. Bilgisayar simülasyonları için öncelikle geliştirilen sepet dengeleme kontrol sistemine ait matematiksel model elde edilmiş, matematiksel modelden elde edilen hareket denklemlerinin sonuçları, uzuvların tahrikini sağlayan ayrı ayrı torklara eşitlenmiştir. Tablo 6.1’de tork denklemini oluşturan parametreler gösterilmiştir ve denklem 4.35 ve denklem 4.39’da kosinüs teoremi ile elde edilmiş olan dik uzaklık denklemleri görülmektedir. Denklem 4.37 ve denklem 4.41’de ise sistemin Solidworks te oluşturulmuş olan katı modelinde birçok konuma göre dik uzaklığı ölçülmüş ve uygulanan enterpolasyon yöntemi ile elde edilmiş dik uzaklık denklemleri görülmektedir. Bu denklemler sayesinde sistemin bağlantı noktalarında bulunan mekanizmaların, sistemde eyleyici görevi gören silindirlerden hareket eden uzva kuvvet aktarımını sağlanmıştır. Böylece silindir kuvvetinin direk etki etmediği uzuvlarda elde edilen denklemler sayesinde uygulanan kuvvetin uzva ne kadar etki ettiği belirlenmiştir.

Tablo 6.1 Tork Denklemini Oluşturan Parametreler

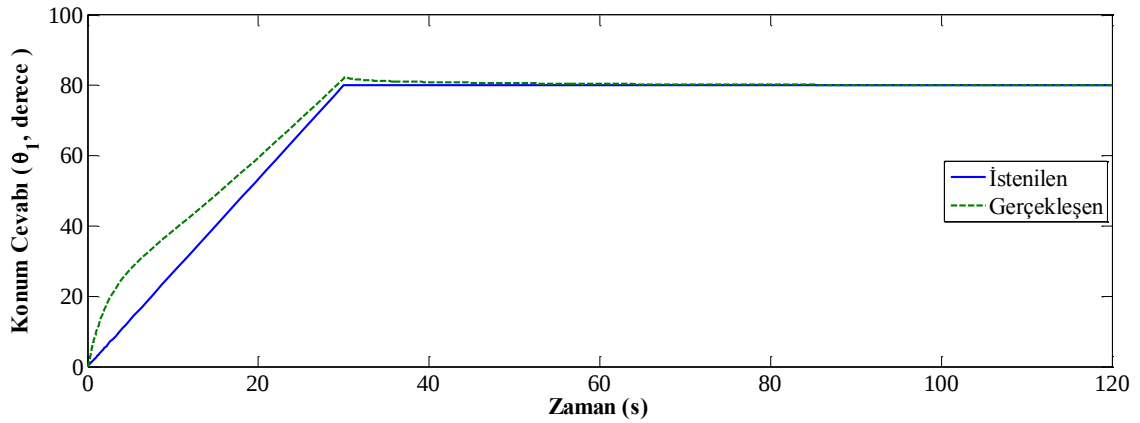
T	Uzvun dönme merkezinde oluşan moment, Tork
d_n	Uzvun dönme merkezine olan dik uzaklığı
F_n	Uzvun eyleyicisi olan silindir kuvveti
a_n	Uzvun ağırlık merkezinin dönme merkezine uzaklığı
b_n	Silindirin bağlantı noktasına uzaklığı
θ_n	Uzvun o anki yatayla yaptığı açı
n	Uzuv sayısı

Sistem MATLAB/Simulink ortamında blok diyagramları yardımı ile MATLAB/Simulink modeli oluşturularak sistemin belirlenen yüklerdeki girişi altında davranışı simüle edilmiştir. Simülasyonlarda, sistemde bulunan uzuvların konum kontrolü için PID kontrolcü kullanılarak durum davranışları incelenmiş, elde edilen sonuçlar grafikler şeklinde sunularak yorumlanmıştır. Sepet dengeleme kontrol

Sistem çalışırken oluşabilecek sarsıntı ve titreşimleri göz önüne alırsak aşağıda bulunan grafiklerde ki sonuçlar kabul edilebilir durumdadır.



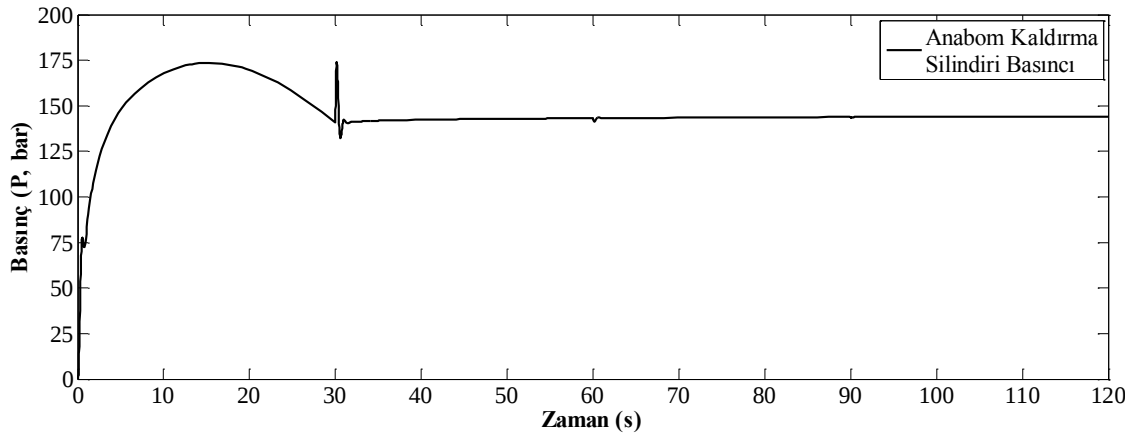
Şekil 6.2 Anabom Uzununun Sistemdeki Davranışı, 100 kg



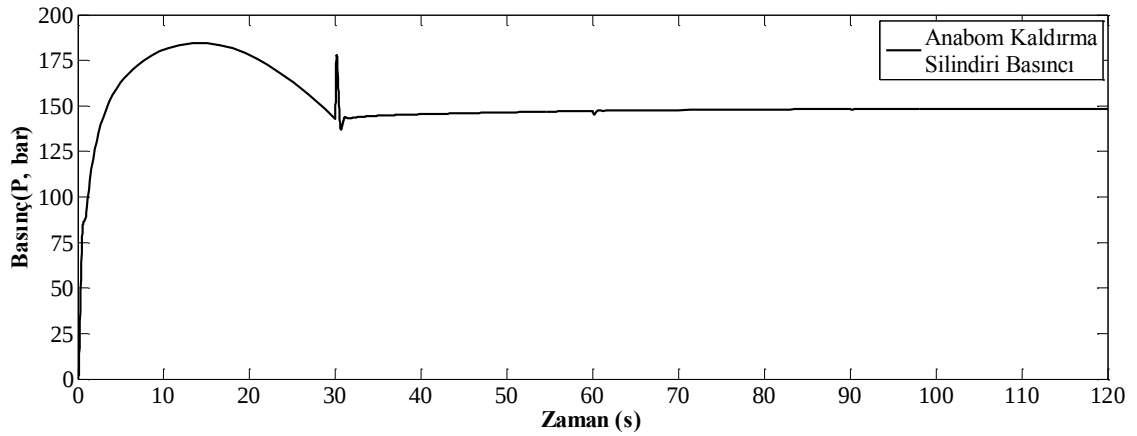
Şekil 6.3 Anabom Uzununun Sistemdeki Davranışı, 300 kg

Anabom uzununun hareket etmesi hidrolik silindir vasıtası ile yapılmaktadır. Sistemin çalışması durumunda sepet uzvuna 100 ve 300 kg yüklenmesi durumunda anabom uzununun hareketi için gerekli olan basınç grafikleri Şekil 6.4 ve 6.5'de verilmiştir. Anabom uzvu 0-30 s arasında 80° hareket etmesi istendiğinden dolayı basınç değişimi 0-30 s arasında basınç seviyesinin en üst seviyelerde olması beklenir. Anabom uzvu 30. Saniyenin sonundan itibaren hareket etmediği için anabom uzvunu bulunduğu konumda sabit tutacak kadar basınca ihtiyacı vardır bu yüzden sistemde ki yağ boşalmayıp silindirin içinde kalır bu durumda sabit basınç oluşması beklenir. Fakat diğer uzuvların hareketleri tüm sistemi etkilediği için anabom uzununun basınç-zaman grafiğinde yer yer farklılıklar oluşmuştur. Farklı yüklerde anabom silindirine gelen yükte de değişme olduğundan dolayı kaldırma silindirlerine uygulanan basınçta değişmektedir. Yük arttıkça kaldırma silindirlerine gelen basıncın artması beklenir. Elde edilen grafiklerde de görüldüğü gibi 100 kg yük altında anabom uzununun en yüksek

basınç 175 bar dır. 300 kg yük altında ise en yüksek basınç değeri 187 bar olarak bulunmuştur.



Şekil 6.4 Anabom Kaldırma Silindiri Basınç Değişimi, 100 kg

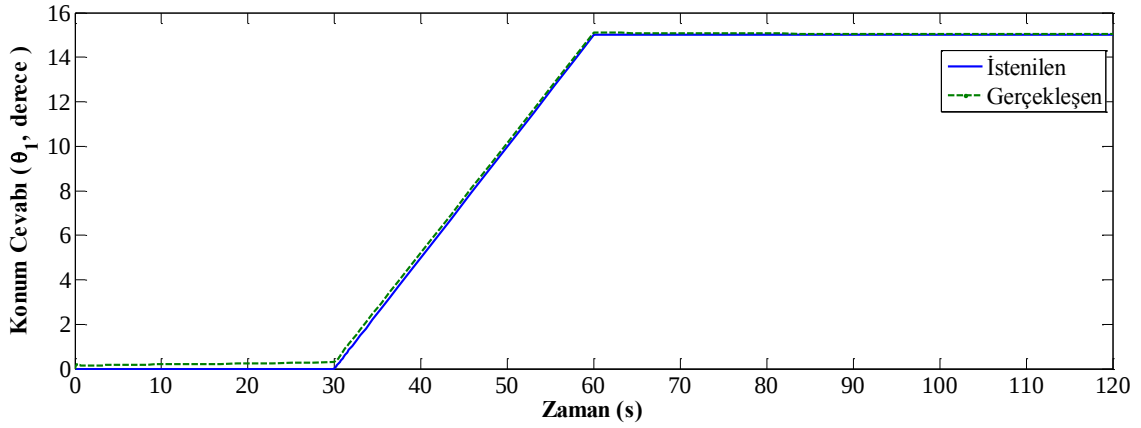


Şekil 6.5 Anabom Kaldırma Silindiri Basınç Değişimi, 300 kg

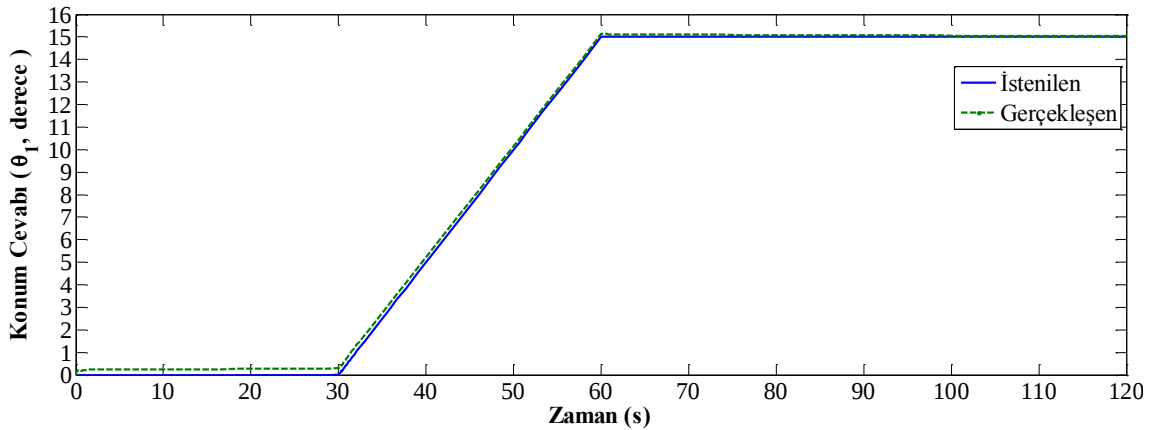
6.2 Kırmabom Uzununun Farklı Yüklerde Simülasyon Sonuçları

Sistemde bulunan kırmabom uzununun 0-30 s arasında hareketsiz yani 0° de sabit olarak durması, 30-60 s arasında 15° hareket etmesi ve 60-120 s arasında da 15° de sabit olarak durması istenmiştir. Sisteme bu yönde bir giriş tanımlanmıştır. Şekil 6.6 ve 6.7'de kırmabom uzununun sepet uzvuna konulan farklı yükler için istenilen giriş değerine göre gerçekleştirdiği yörünge görülmektedir. Şekil 6.6 ve 6.7'de görüleceği üzere ilk otuz saniyede istenen değerden yaklaşık 0.5° ile 1° arasında sapma görülmektedir. Bu sapmanın sebebi 0-30 s arasında hareket eden anabom uzvundan kaynaklanmaktadır. Gerçek çalışma ortamında da nabom uzvu hareket ettiği esnada sistemde oluşturduğu titreşim ve sarsılma göz önüne alınacak olursa bu sapma değerleri kabul edilebilir. Kırmabom uzvu 30-60 s arasında hareketi boyunca yörüngesinden bir miktar sapma vardır. Bu sapma kullanılan PID kontrolcü ile 60. saniyede en az seviyede tutulmuştur. 60. s de uzun bulunduğu konumun 15° olması beklenirken Şekil 6.6 ve

6.7’de bulunan grafiklerde de görüldüğü üzere 1°aşma vardır bu aşma miktarı sepet uzvuna konulan yükün ağırlığı arttıkça arttığı gözlemlenmiştir. Oturma zamanı sepet uzvuna 100 kg yük konulduğunda 25 s, 300 kg yük konulduğunda 40 s sürmektedir. Sistemde ki yük arttıkça kırmabom uzvunun hareketleri ve kararlı hale geçmesi zaman almaktadır.



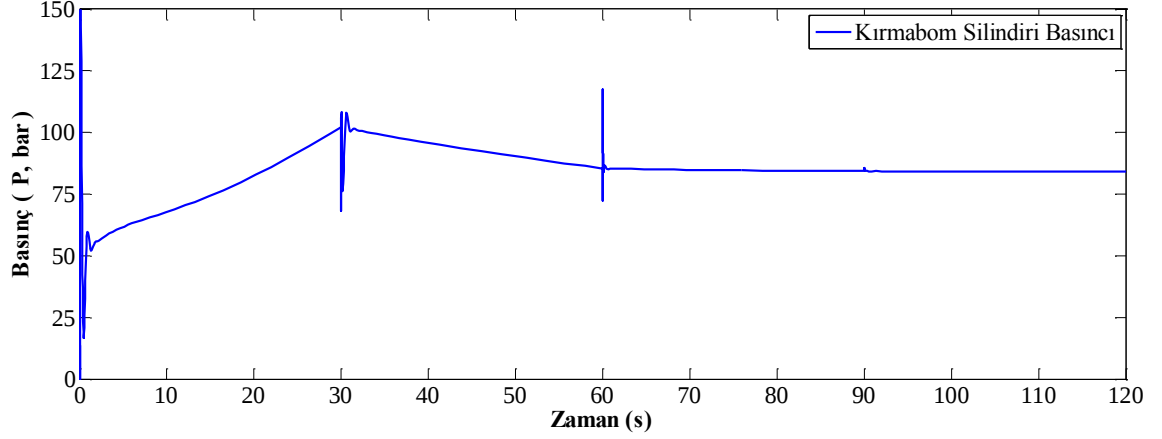
Şekil 6.6 Kırmabom Uzvunun Sistemdeki Davranışı, 100 kg



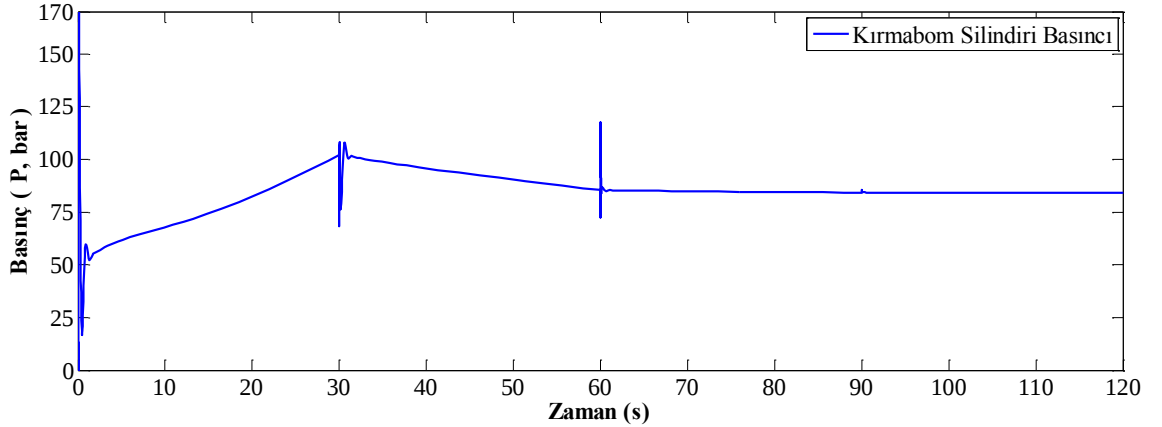
Şekil 6.7 Kırmabom Uzvunun Sistemdeki Davranışı, 300 kg

Kırmabom uzvunun hareketini sağlayan hidrolik silindirin sepet uzvuna konulan farklı yükler için basınç-zaman grafikleri Şekil 6.8 ve 6.9’da görülmektedir. Grafikler incelendiğinde sistemin çalışması için gerekli olan basınç yükün artmasıyla doğru orantılı olarak arttığı görülmektedir. Kırmabom uzvunun çalışma basınç aralığı 0-170 bar arasındadır. Sistemde bulunan uzuvların hareketleri birbirini etkilediği için en basınç ilk saniyelerde en üst seviyeye gelmiştir. Sisteme yağ verilmesiyle ve anabom uzvunun sistemde oluşturduğu etkilere tepki olarak oluşan basınç en üst seviyelere çıkmıştır. Kırmabom uzvunun 30-60 s arasında hareketine başladığı için bu aralıkta basınçta bir değişim söz konusudur. Kırmabom uzvunun hareketine başladığı 30. s deki

basınç hareketi boyunca oluşan basıncın en üst seviyesindedir. Kırmabom uzvu 60. s de hareketini tamamladığı için kırmabom uzvuna bağlı olan diğer uzuvları sabit tutabilmesi için gerekli olan basınçta sabitlenmiş ve kararlı hale gelmiştir. Bu basınç sepet uzvuna konulan yük arttıkça artmaktadır. Şekil 6.8 ve 6.9’da görüldüğü gibi bu basınç değeri 100 kg yük için 80 bar, 300 kg yük için 70 bar civarındadır.



Şekil 6.8 Kırmabom Silindiri Basınç Değişimi, 100 kg

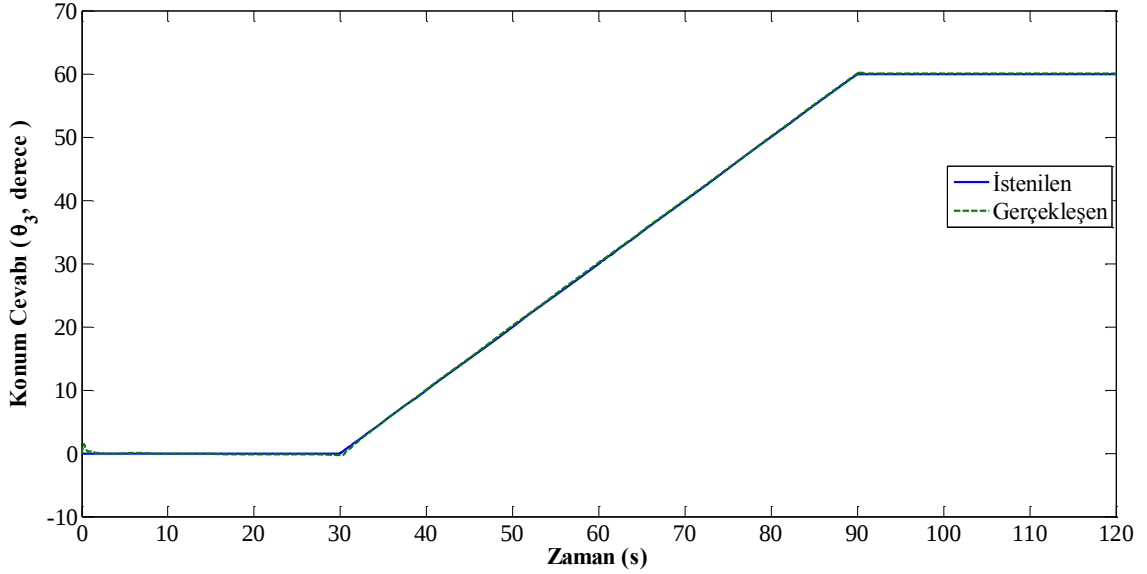


Şekil 6.9 Kırmabom Silindiri Basınç Değişimi, 300 kg

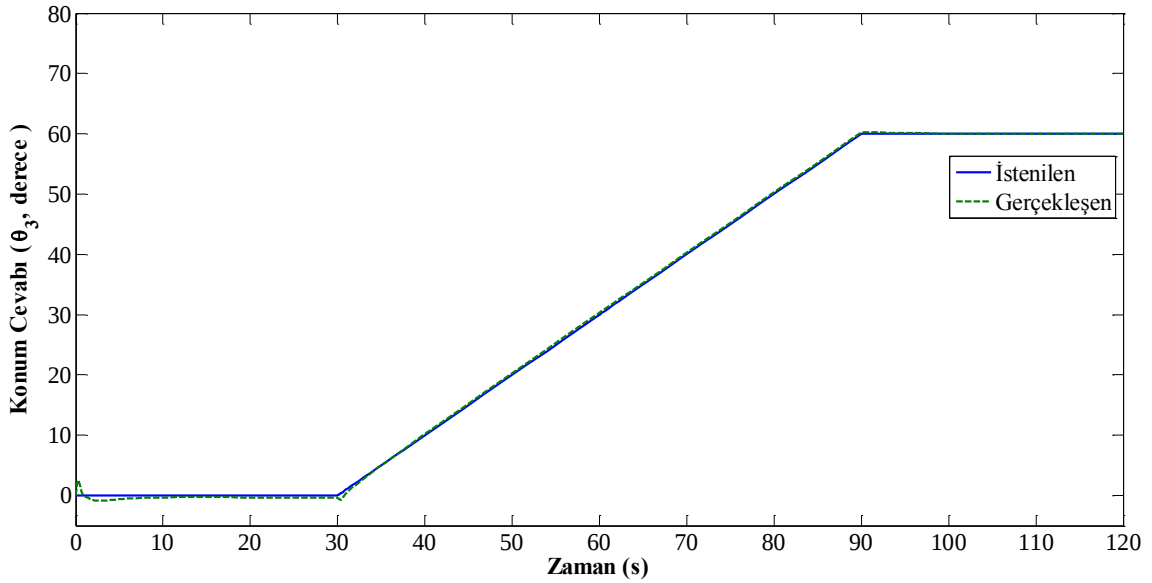
6.3 Eklembom Uzunun Farklı Yüklerde Simülasyon Sonuçları

Eklembom uzununun 30-90 s arasında 60° hareket etmesi istenmektedir. Eklembom uzununun hareketini, kendinden önceki iki uzvun hareketi etkilediği için 0-30 s arasında istenilen yörüngeden bir miktar saptığı görülmektedir. Bu sapma miktarı sepet uzvuna konulan farklı yükler için Şekil 6.10 ve 6.11’de görülmektedir. Kullanılan PID kontrolcü sayesinde bu sapma miktarının en aza indirgenmeye çalışılmıştır. 90. s de eklembom uzununun istenilen hareketinden 0.5° ile 2° ’lik bir aşma miktarı bulunmaktadır. Sepet uzvuna konulan yük arttıkça eklembom uzununun hareket yörüngesinden daha çok saptığı görülmektedir. Sistemin daha fazla yüklenmesi

durumunda eklem bomb hareketinin sapma miktarı biraz daha artıp uzun kararlı hale gelmesi de daha zaman alıcı olması söz konusudur.



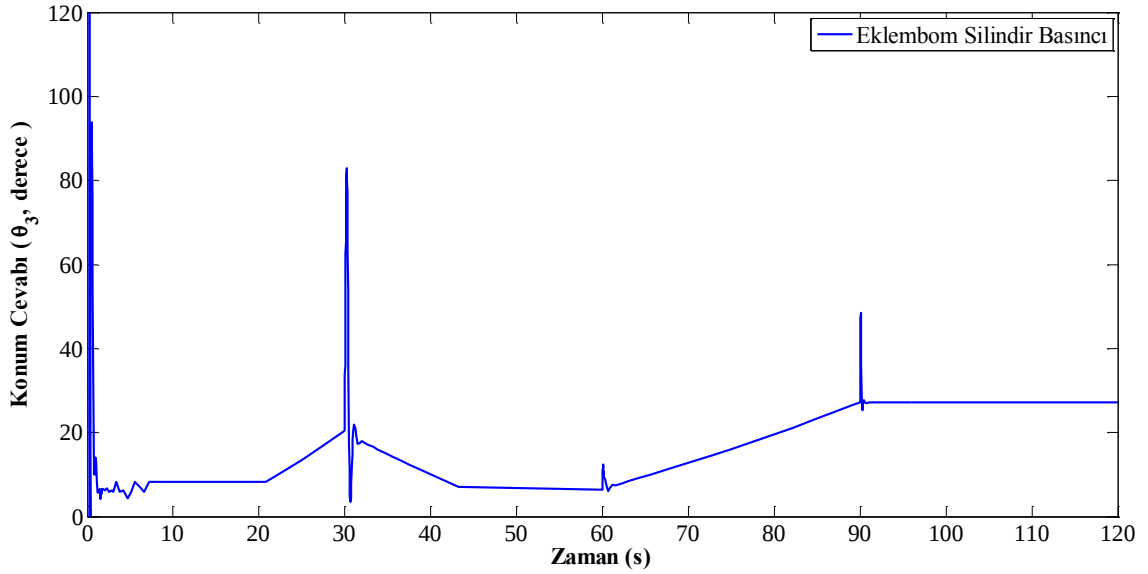
Şekil 6.10 Eklem bomb Uzununun Sistemdeki Davranışı, 100 kg



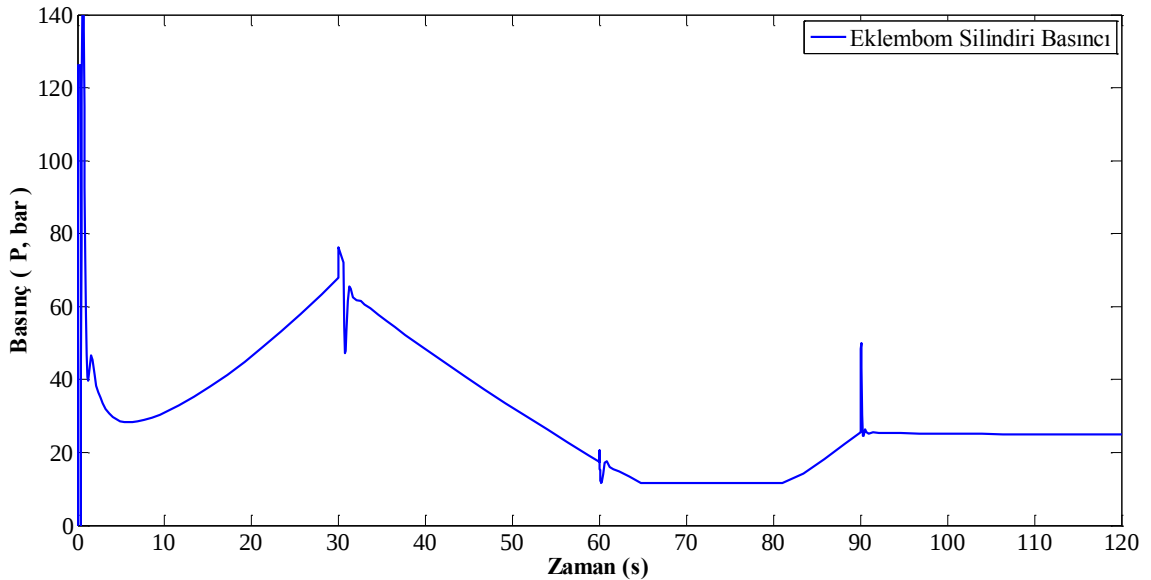
Şekil 6.11 Eklem bomb Uzununun Sistemdeki Davranışı, 300 kg

Eklem bomb uzununun hareketini sağlayan hidrolik silindirin sepet uzvuna konulan farklı yükler altında sergilediği basınç-zaman grafikleri Şekil 6.12 ve 6.13'de görülmektedir. Eklem bomb uzununun çalışma basınç aralığı 0-140 bar arasındadır. Sistemde bulunan uzuvların hareketleri birbirini etkilediği için en basınç ilk saniyelerde en üst seviyeye gelmiştir. Sisteme yağ verilmesiyle ve eklem bomb uzvundan önce harekete başlayan diğer uzuvların sistemde oluşturduğu etkilere tepki olarak oluşan basınç en üst seviyelere çıkmıştır. Eklem bomb uzununun 30-90 s arasında hareketine

başladığı için bu aralıkta basınçta bir değişim söz konusudur. Kırmabom uzvunun hareketine başladığı 30. s deki basınç hareketi boyunca oluşan basıncın en üst seviyesindedir. Eklembom uzvu 90. s de hareketini tamamladığı için eklembom uzvuna bağlı sepet uzvunu bulunduğu konumda sabit tutabilmesi için gerekli olan basınçta sabitlenmiş ve kararlı hale gelmiştir. Bu basınç sepet uzvuna konulan yük arttıkça artmaktadır. Şekil 6.8 ve 6.9’da görüldüğü gibi bu basınç değeri 100 kg yük için 25 bar, 300 kg yük için 28 bar civarındadır.



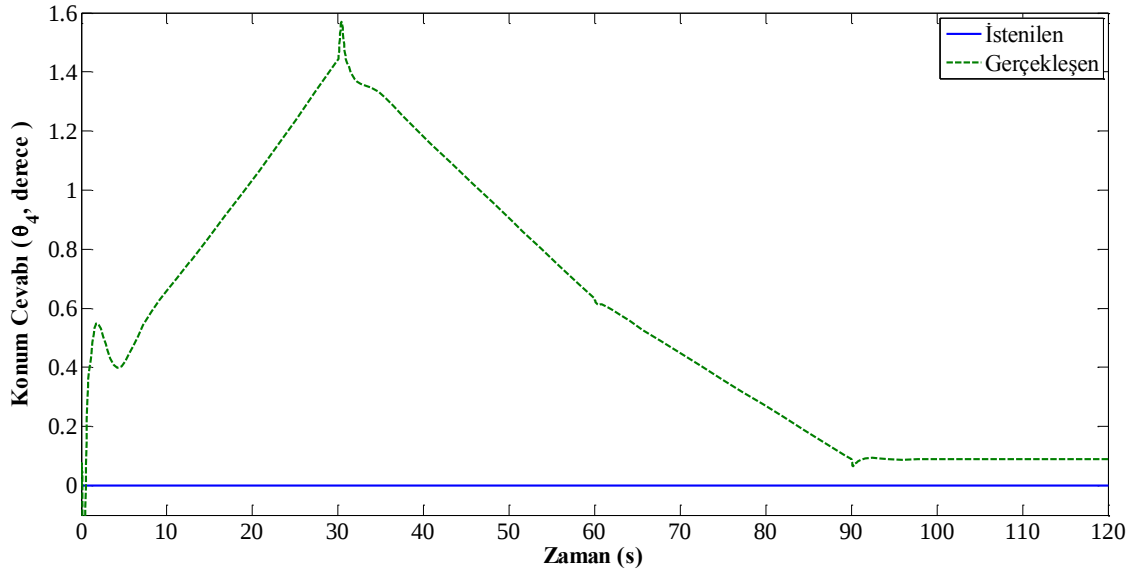
Şekil 6.12 Eklembom Silindiri Basınç Değişimi, 100 kg



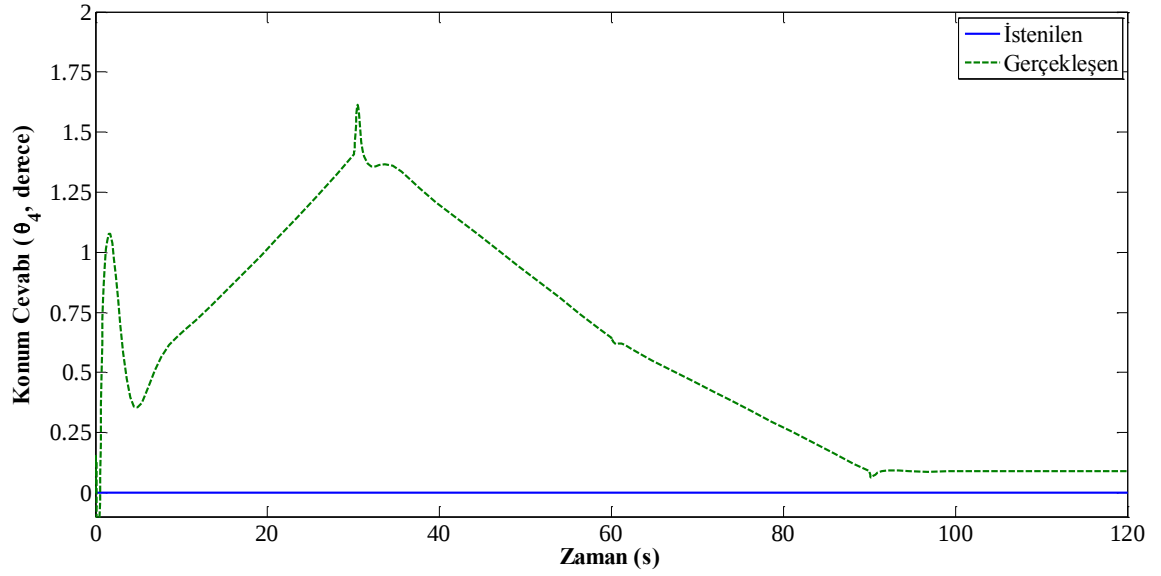
Şekil 6.13 Eklembom Silindiri Basınç Değişimi, 300 kg

6.4 Sepet Uzunun Farklı Yüklerde Simülasyon Sonuçları

Sepet uzunun hareketi, sistemde bulunan diğer uzuvların hareketlerine göre kendi konumunu yatayla paralel olarak tutacak şekilde ayarlanmıştır. Sepet uzvuna diğer uzuvların hareketlerinden oluşan matematiksel ifadenin sensör olarak tanımlaması yapılmıştır. Bu tanımlama sayesinde uzvun yatayla yaptığı açı bulunmuştur. Sistem kullanılan sensörler aracılığı ile sepetin yatayla yaptığı açı ölçülüp, kontrolcü sayesinde uzvun hareketi istenilen seviyeye getirilmiştir. Sistemde kullanılan PID kontrolcü sepet uzunun yatayla olan açısı 0.5° bozulduktan sonra devreye girmektedir. Sepet uzunun farklı yüklerde yatayla yaptığı hareketler Şekil 6.14 ve 6.15’de görülmektedir. Sistemin diğer uzuvlarının hareketlerinin tamamlanması 90 s sürmektedir. Sepet uzvu da diğer uzuvların etkisi ve kendi konum kontrolcüsü ile birlikte hareketini yatayla paralel olacak şekilde konumlamaya çalışmıştır. 90. s sonunda sepet uzvu yatayla yaklaşık olarak 0.1° ’de kararlı hale gelmiş ve kendini dengelemiştir. Bu dengeleme açısı sepet uzvuna konulan ağırlık arttıkça küçük oranlarda artmaktadır.

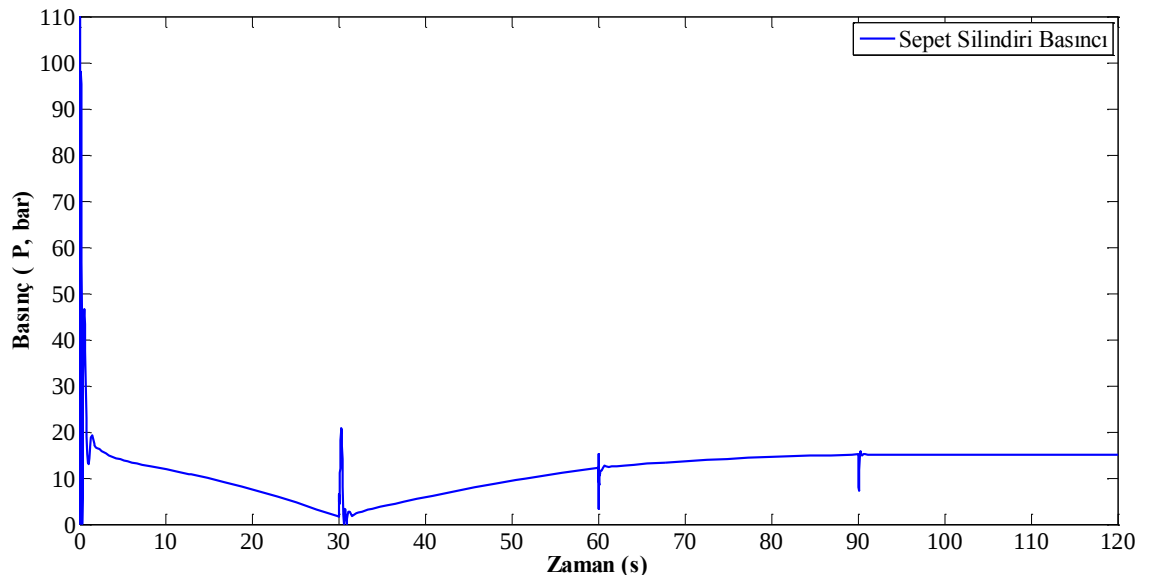


Şekil 6.14 Sepet Uzunun Sistemdeki Davranışı, 100 kg

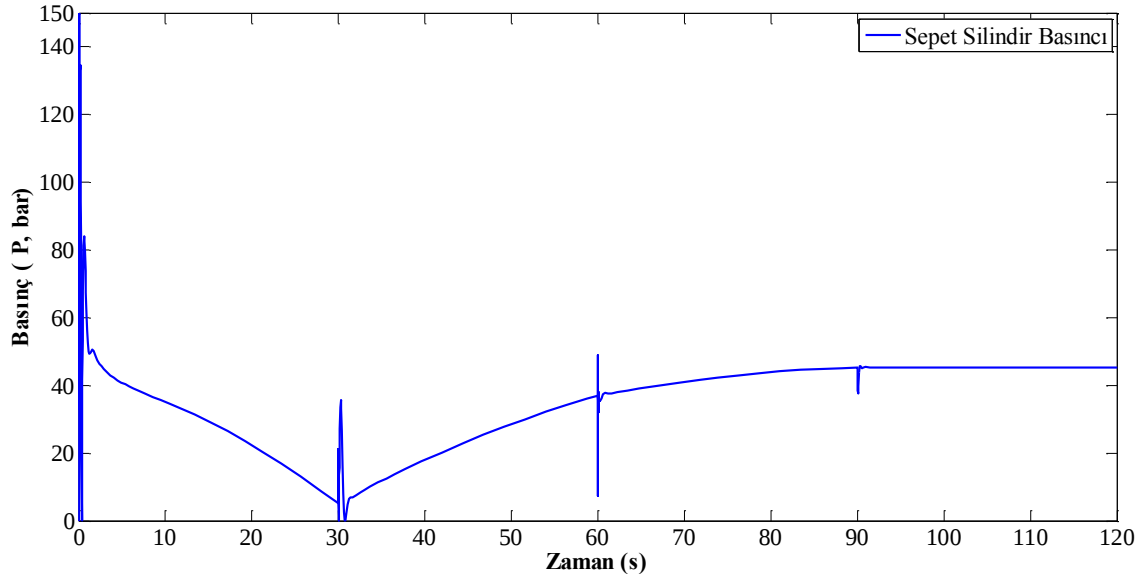


Şekil 6.15 Sepet Uzunun Sistemdeki Davranışı, 300 kg

Sepet uzvunun hareketi esnasında farklı yüklerde kendini yatayla paralel olarak ayarlayabilmesi için kullanılan hidrolik silindire ait basıncın zamanla değişim grafikleri Şekil 6.16 ve 6.17’de görülmektedir.

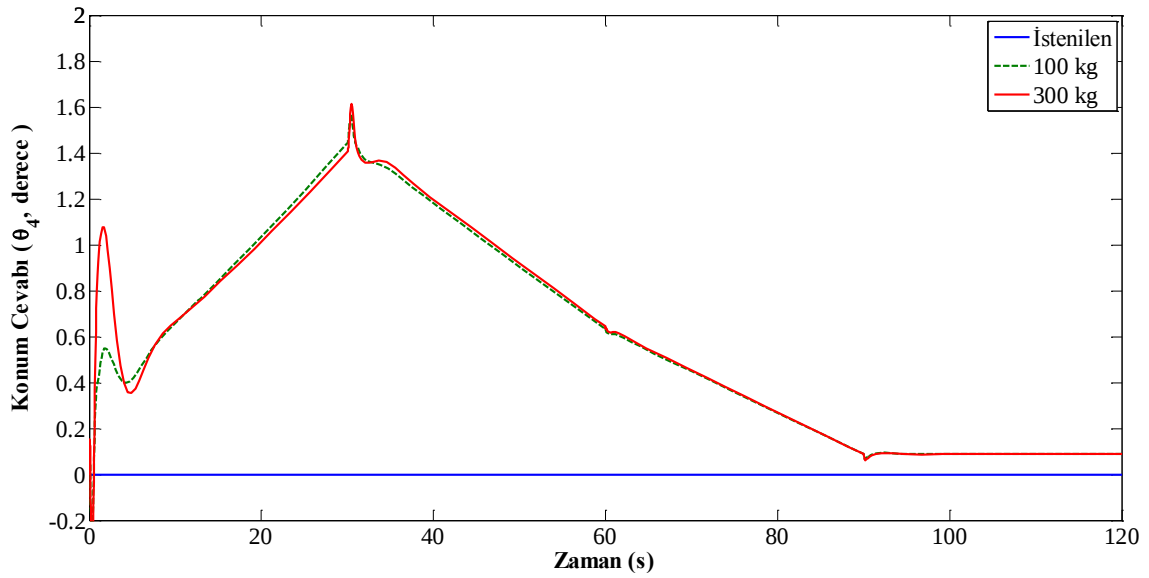


Şekil 6.16 Sepet Silindiri Basıncı Değişimi, 100 kg



Şekil 6.17 Sepet Silindiri Basınç Değişimi, 300 kg

Sepet uzvunun 100 ve 300 kg yüklenmesi durumunda gösterdiği davranış Şekil 6.18’de gösterilmiştir. Sistemin tüm yüklerde yatayla toplamda $1,7^\circ$ saptması bulunmaktadır. Tüm yüklerde yatayla $0,08^\circ$ ile $0,1^\circ$ arasında kararlı hale geldiği grafikte görülmektedir. Sepet uzvuna konulan yükün ağırlığı arttıkça sepet uzvunun yatayla olan dengesinin ufak saptmalar halinde bozulduğu görülmektedir. Sepet uzvu için tasarlanan kontrolcü sepet uzvunun yatayla dengesi bozulduğu anda devreye girmektedir. Bu yüzden sistemden elde edilen hassas olarak bulunmaktadır.

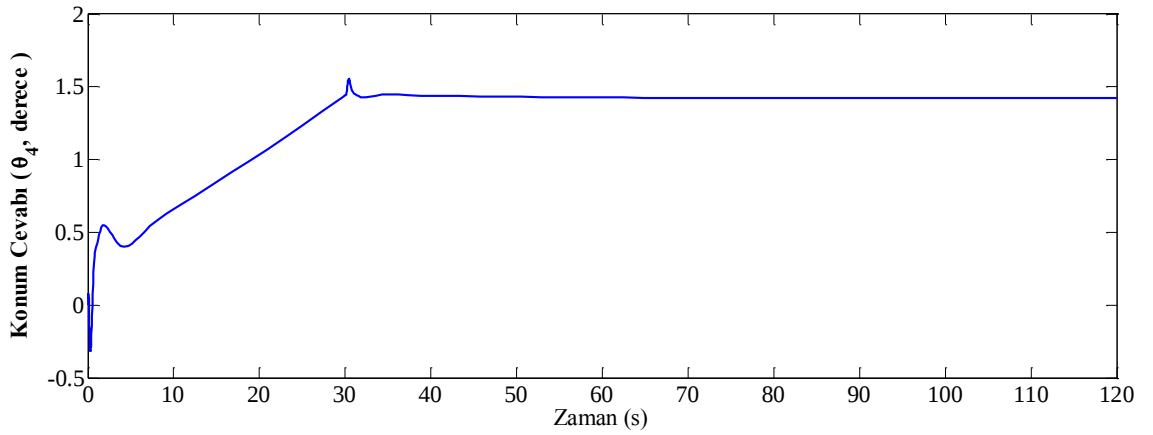


Şekil 6.18 Sepet Silindiri Sistemdeki Davranışı, farklı yükler

6.5 Sepet Uzunun Hareketine Diğer Uzunların Etkisi Simülasyon Sonuçları

Bu bölümde sepet uzvuna sistemde bulunan diğer uzunların etkisi araştırılıp sonuçları sunulmuştur. Sistemde bulunan kırmabom ve eklemom uzunları teker teker sabit tutularak sepet uzunun yatayla olan dengesine etkisi incelenmiştir. Sistemde kırmabom uzvu hareketsiz kabul edilip anabom-eklemom uzunlarının, eklemom uzvu hareketsiz kabul edilip anabom-kırmabom uzunlarının sepet uzvuna olan etkisi incelenmiştir. Sistemin kinematiğinden dolayı anabom uzvu hareket etmeden diğer uzunların hareketi mümkün olmadığından dolayı anabom sabit tutulup kırmabom ve eklemom uzununun hareketinin sepet uzvuna direk olarak etkisi incelenememiştir.

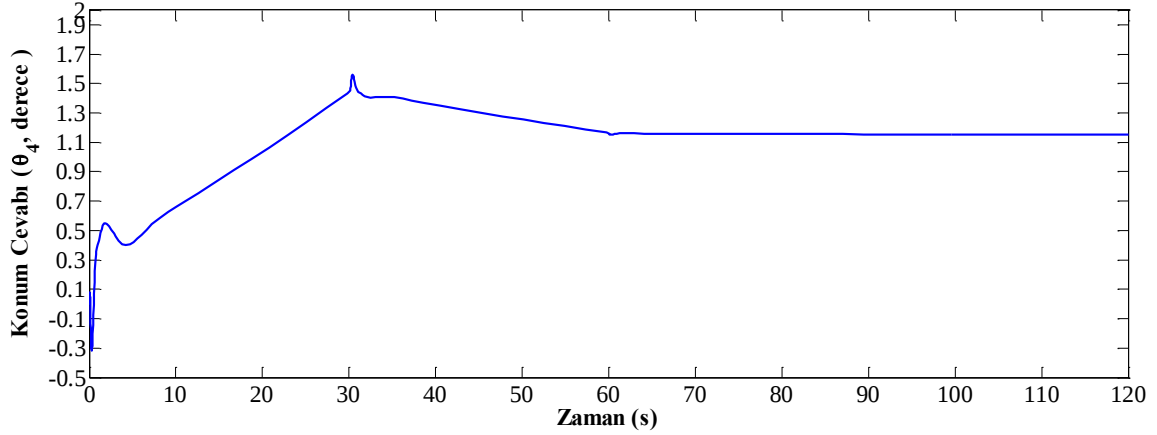
Şekil 6.19’da gösterilen grafik eklemom ve kırmabom sabit tutulup sadece anabom uzununun hareketinin sepet uzvuna etkisi görülmektedir. Sistemde sadece anabom uzununun hareket ettiği düşünülürse sepet uzvu yatayla 1.4° ’de kararlı hale gelmektedir. Şekil 6.19 incelendiğinde anabom uzununun istenilen giriş değeri boyunca yani 0-30 s arasında sepet uzunun yatayla olan dengesi sürekli artarak bozulmaktadır. Anabom uzununun hareketini tamamladığı noktada sepet uzunun yatayla olan açısı yaklaşık olarak 1.6° ’ye kadar çıkmaktadır ve bu noktadan sonra diğer uzunlara tahrik verilmediği için sepet uzunun dengesinde değişim çok fazla değişmemektedir. Elde edilen sonuçlar sistemde istenilen giriş açılarına göre değerlendirilmiştir.



Şekil 6.19 Anabom Uzununun Sepet Uzvuna Etkisi

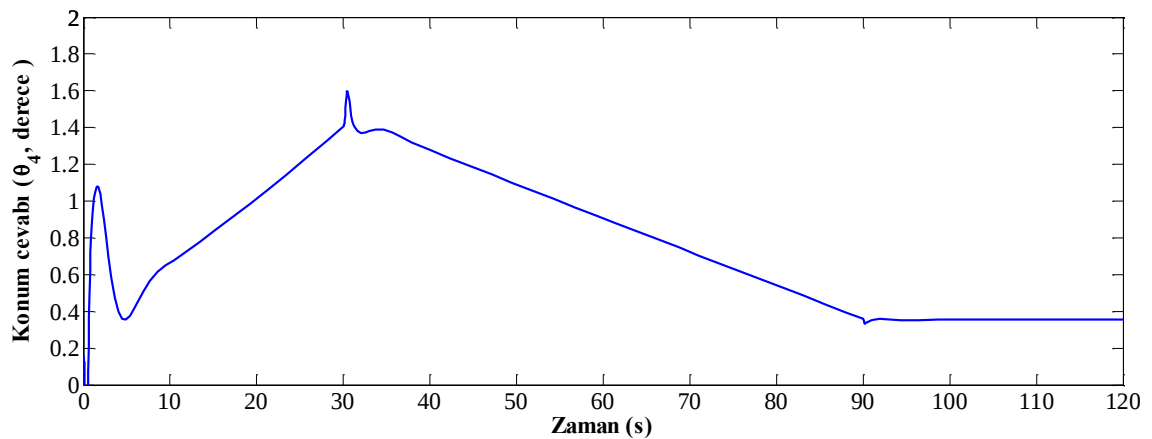
Şekil 6.20’de gösterilen grafik eklemom uzununun hareketi sabit tutulup anabom ve kırmabom uzunlarının hareketlerinin sepet uzvuna etkisi görülmektedir. Sistemde sadece anabom ve kırmabom uzunlarına tahrik verildiği düşünülürse sepet uzvu yatayla yaklaşık olarak 1.1° ’de kararlı hale gelmektedir. Şekil 6.20 incelendiğinde anabom uzununun istenilen giriş değeri boyunca yani 0-30 s arasında sepet uzunun yatayla olan dengesi sürekli artarak bozulmaktadır. Sistemde kırmabom uzununun harekete başlaması

ile beraber sepet uzvunun yatayla yaptığı açı kırmabom uzvunun hareketini tamamlayana kadar azalarak devam etmektedir. Anabom ve kırmabom uzuvları hareketini tamamladığı noktada sepet uzvunun yatayla olan açısı yaklaşık olarak 1.1° 'ye kadar çıkmaktadır. Elde edilen sonuçlar sistemde istenilen giriş açlarına göre değerlendirilmiştir.



Şekil 6.20 Anabom-Kırmabom Uzvunun Sepet Uzvuna Etkisi

Şekil 6.21'de gösterilen grafik kırmabom uzvunun hareketi sabit tutulup anabom ve eklem-bom uzuvlarının hareketlerinin sepet uzvuna etkisi görülmektedir. Sistemde sadece anabom ve eklem-bom uzuvlarının tahrik edildiği düşünülürse sepet uzvu yatayla yaklaşık olarak 0.35° 'de kararlı hale gelmektedir. Şekil 6.21 incelendiğinde anabom uzvunun istenilen giriş değeri boyunca yani 0-30 s arasında sepet uzvunun yatayla olan dengesi zaman zaman artarak ve azalarak bozulmaktadır. Sistemde eklem-bom uzvunun harekete başlaması ile beraber yani 30-90 s arasında sepet uzvunun yatayla yaptığı açı eklem-bom uzvunun hareketini tamamlayana kadar azalarak devam etmektedir. Anabom ve eklem-bom uzuvları hareketini tamamladığı noktada sepet uzvunun yatayla olan açısı yaklaşık olarak 0.35° ölçülmüştür. Elde edilen sonuçlar sistemde istenilen giriş açlarına göre değerlendirilmiştir.



Şekil 6.21 Anabom-Eklem-bom Uzvunun Sepet Uzvuna Etkisi

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

7.1 Sonuçlar

Bu çalışmada, Mobil Hidrolik İş Platformunun anabom uzvunun 80° 'de kırmabom uzvunun 15° 'de ve eklemom uzvunun ise 60° hareket etmesi durumunda sepet uzvunun yatayla hareketi incelenmiştir. Bu incelemeden önce sistemin matematiksel modeli oluşturulmuştur. Matematiksel model oluşturulurken sistemde bulunan uzuvlar rijit olarak kabul edilmiş ve yük değişken parametre olarak tanımlanmıştır. Sistemin matematiksel modeli kullanılarak uzuvlara ait simülasyon sonuçları MATLAB/Simulink ortamında elde edilmiştir.

Sistem de bulunan uzuvların her birinin kontrolü için ayrı ayrı PID kontrolcü tasarlanmıştır. Tasarlanan kontrolcülerin, uzuvların farklı yüklerde ki hareketleri irdelenmiştir. Anabom uzvunun istenilen hareketi 80° olarak belirlenirken elde edilen sonuçlarda anabom uzvunun aşma değeri 1° olarak bulunmuştur, kalıcı durum hatası 0.1° ve oturma zamanı 30 s civarında olduğu tespit edilmiştir. Kırmabom uzvunun istenilen hareketi 15° olarak belirlenirken elde edilen sonuçlarda Kırmabom uzvunun aşma değeri yaklaşık olarak 0.5° ile 1° arasında bulunmuştur ve oturma zamanı 40s civarında olduğu tespit edilmiştir. Eklemom uzvunun 60° hareket etmesi istenmektedir. Eklemom uzvunun hareketini, kendinden önceki iki uzvun hareketi etkilediği için hareketin ilk anlarında eklemom uzvunun istenilen yörüngeden bir miktar saptığı görülmektedir. Kullanılan PID kontrolcü sayesinde bu sapma miktarının en aza indirgenmeye çalışılmıştır. 90. s de eklemom uzvunun istenilen hareketinden 0.5° ile 2° 'lik bir aşma miktarı bulunmaktadır. Sepet uzvunun hareketi, sistemde bulunan diğer uzuvların hareketlerine göre kendi konumunu yatayla paralel olarak tutacak şekilde ayarlanmıştır. Sepet uzvuna diğer uzuvların hareketlerinden oluşan matematiksel ifadenin sensör olarak tanımlaması yapılmıştır. Bu tanımlama sayesinde uzvun yatayla yaptığı açı bulunmuştur. Sistemin diğer uzuvlarının hareketlerinin tamamlanması 90 s sürmektedir. Sepet uzvu da diğer uzuvların etkisi ve kendi konum kontrolcüsü ile birlikte hareketini yatayla paralel olacak şekilde konumlamaya çalışmıştır. 90. s sonunda sepet uzvu yatayla yaklaşık olarak 0.1° 'de kararlı hale gelmiş ve kendini dengelemiştir. Sisteme konulan yük arttıkça uzuvların hareketlerinin kalıcı hata oranı, aşma değeri ve oturma zamanının da arttığı elde edilen simülasyon sonuçlarında görülmektedir.

Anabom uzvunun tahrikini sağlayan kaldırma silindir basıncı maksimum 140-180 bar arasında olduğu görülmektedir. Anabom uzvu hareketini tamamladıktan sonra

değişen yük ile beraber yaklaşık olarak 130-150 bar arasında sabit basınç değerinde kalmıştır. Kırmabom uzvunun tahrikini sağlayan kaldırma silindir basıncı maksimum 70-170 bar arasında olduğu görülmektedir. Kırmabom uzvu hareketini tamamladıktan sonra değişen yük ile beraber yaklaşık olarak 70-85 bar arasında sabit basınç değerinde kalmıştır. Eklemabom uzvunun tahrikini sağlayan kaldırma silindir basıncı maksimum 120-140 bar arasında olduğu görülmektedir. Eklemabom uzvu hareketini tamamladıktan sonra değişen yük ile beraber yaklaşık olarak 20-35 bar arasında sabit basınç değerinde kalmıştır. Sepet uzvunun tahrikini sağlayan kaldırma silindir basıncı maksimum 110-150 bar arasında olduğu görülmektedir. Sepet uzvu hareketini tamamladıktan sonra değişen yük ile beraber yaklaşık olarak 15-45 bar arasında sabit basınç değerinde kalmıştır.

Sistemin kuruluş amacı her uzvun ayrı ayrı kontrolünü sağlayarak her uzvun sepet uzvunun dengelenmesine etkisi irdelenmiştir. Elde edilen simülasyon sonuçlarından da görüleceği gibi sepet uzvunun dengesine en çok etkisi olan uzuv anabom uzvudur. Kırmabom ve eklemabom uzuvlarının sepet dengelenmesi konusunda anabom uzvuna göre ters etki etmektedir. Bu etki sepet uzvuna giriş olarak tanımlanan matematiksel ifadeden de görülmektedir. Bu matematiksel ifade denklem 4.66 da gösterilmiştir.

Ele alınan sistemde sadece sepet uzvunun kontrolü yapılamaz. Sadece sepet uzvunun kontrolü yapıldığında diğer uzuvların hareketlerini ve sepet uzvuna olan etkileri yok sayılmış olur. Bu durum elde edilen sepet uzvunun hareket denkleminde de aykırıdır. Bu şekilde yapılan sistemlerde istenilen hassasiyette sonuçlar alınamadığı literatür taramalarında tespit edilmiştir. Bu yüzden sistem tüm uzuvlarıyla ele alınmalı, her uzvun kontrolü ve bu uzuvların sepet uzvuna etkileri de sisteme dahil edilmelidir.

7.2Öneriler

Tasarlanan kontrolcülerin davranışı, deneysel simülasyonlar yapılarak incelenip deneysel simülasyon ve bilgisayar simülasyonu sonuçları karşılaştırılarak bilgisayar simülasyon sonuçları geçerli kılınabilir.

Sistem modellenirken sistemde kullanılan eyleyicinin dinamiği de göz önüne alınarak simülasyonlarda gerçeğe daha uygun modeller kullanılabilir.

Bundan sonraki çalışmalarda, daha farklı yükler kullanılarak sistemin kontrolü için çalışmalar yapılabilir. Sistemin aktif dengeleme kontrolünde daha başarılı olabilecek farklı kontrolcüler tasarlanabilir. Bu kapsamda, yapay sinir ağı tabanlı bulanık mantık kontrolcü veya hibrit kontrolcüler kullanılabilir.

KAYNAKLAR

- Abo-Shanab R.F., Sepehri N., 2001, On dynamic stability of manipulators mounted on mobile platforms, *Robotica* (2001) volume 19, pp. 439–449. Printed in the United Kingdom © 2001 Cambridge University Press
- Andou Y., Oohashi H., Honma K., 1998, Development Of Load Balanced Arm Work Method, 0-7 803-48 83-4/98/\$10.00 IEEE, 41-48
- Azlan N.Z., Osman J.H.S., 2006, Modeling and Proportional Integral Sliding Mode Control of Hydraulic Manipulators, 4th Student Conference on Research and Development (SCoReD 2006), Shah Alam, Selangor, MALAYSIA, 27-28 June, 2006, 137-143
- Cao Y., Modi V. J., De Silva C. W., Misra A. K., 2001, On The Control Of A Novel Manipulator With Slewing And Deployable Links, *Acta Astronautica* Vol. 49, No. 12, Pp. 645–658, 2001 Elsevier Science Ltd. All Rights Reserved Printed In Great Britain 0094-5765/01/\$ - See Front Matter, 645-658
- Cao X., Jiao S., Cheng L., Zhang J., Li J., 2014, Dynamic Characteristics for Leveling System of Mobile Elevating Work Platforms, *TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering* Vol.12, No.5, May 2014, pp. 3416 - 3422, DOI: <http://dx.doi.org/10.11591/telkomnika.v12i5.4914>
- Conrad F., 1996, Transputer Control Of Hydraulic Actuators And Robots, *IEEE Transactions On Industrial Electronics*, Vol. 43, No. 1, February 1996 0278 0046/96 \$05.00, 38-47
- Dunnigan M.W., Lane D.M., Clegg A.C, Edwards L., 1996, Hybrid position/force control of a hydraulic under water manipulator, *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, Vol. 143, No. 2, March 1996, 145-151
- Hera P.L., Mettin U., Manchester Ian R., Shiriaev A., 2006, Identification and Control of a Hydraulic Forestry Crane
- Hiller M., 1996, Modelling, simulation and control design for large and heavy manipulators, *Robotics and Autonomous Systems* 19, 167-177
- Hongxia J., Fumin Z., Vaughan J., 2012, Using Input Shaping to Repress Two-mode Residual Vibration on Aerial Lifts, 12th International Conference on Control, Automation and Systems Otc.17-21, 2012 in ICC, Jeju Island, Korea, 667-671
- Hootsmans N.A. M., Dubowsky S., 1992, Control Of Mobile Manipulators Including Vehicle Dynamic Characteristics
- Hootsmans N.A.M., Dubowsky S., Large Motion Control Of Mobile Manipulators Including Vehicle Suspension Characteristics

- Hootsmans N. A. M., Dubowsky S., MO P.Z.,1992, TheExperimentalPerformance of a Mobile Manipulator Control Algorithm, Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation Nice, France-May 1992, 1948-1954
- Hu H.,Li E., Zhao X., Liang Z., Yu W.,2010,ModelingandSimulation of Folding Boom Aerial Platform Vehicle Based on the Flexible Multi-body Dynamics, International Conference on Intelligent Control and Information Processing August 13-15, 2010 - Dalian, China, 798-802
- Jia P.,Li E., Liang Z., Qiang Y.,2012,DynamicStability of the Aerial Work Platform based on ZMP, Third International Conference on Intelligent Control and Information Processing July 15-17, 2012 - Dalian, China, 422-425
- Johansen T.A.,Fossen F.I.,2013, Control allocation-A survey, Automatica 49 , 1087 1103
- John-David Y., Seelinger M.,2006, Visual Coordination of Heterogeneous Mobile Manipulators, M.H. Ang and O.Khatib (Eds.): Experimental Robotics IX,STAR 21,pp. 387-396, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006, 387-396
- Krasucki J., Rostkowski A., Gozdek L., Bartys M.,2009, Control strategy of the hybrid drive for vehicle mounted aerial work platform, Automation in Construction 18 , 130–138
- Lee S., Gil M., Lee K., Lee S., Han C.,2007, Design Of A Ceiling Glass Installation Robot, 24th International Symposium On Automation&Robotics In Construction (ISARC 2007) Construction Automation Group, I.I.T. Madras, 247-252
- Murray R.M., Li Z., Sastry S.S.,1994, A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation, 97-98
- Maruyama Y., Maki K., Mori H.,1993, A Hot-Line Manipulator Remotely Operated by the Operator on the Ground, 0-7803-1340-2/93/\$3.00 Copyright 1993, 437 444
- Pedersen M. M.,Hansen M. R., Ballebye M., 2010, Developing a Tool Point Control Schemefor a Hydraulic Crane Using Interactive Real-time Dynamic Simulation, Modeling, Identification and Control, Vol. 31, No. 4, 2010, pp. 133-143, ISSN 1890-1328
- Robles G.D.I.,2012, PID control dynamics of a robotic arm manipulator with two degrees of freedom,4-5
- Sezer M., Kalyoncu M., 2014, Araç Üstü Hidrolik İş Platformlarının Sepet Dengeleme Kontrolü, S.Ü. Müh. Bilim ve Tekn. Derg., c.2, s.2, 2014 ISSN: 2147-9364 9-18

- Toratanı T.,Furukawa H.,Mukai F.,Yokoyama S.,Kojima H.,Kaihara N.,1992, Manipulator System For Constructing Overhead Distribution Lines, Ieee International Workshop On Robot And Human Communication0-7803-0753 4/92 \$3 .00 1992, 235-240
- Truong D.Q.,Ahn K.K.,2009, Force control for hydraulic load simulator using self tuning grey predictor – fuzzy PID, Mechatronics 19 , 233–246
- WuXiru., WangYaonan., Dang X.,2014,Robustadaptivesliding-modecontrol of condenser cleaning mobile manipulator using fuzzy wavelet neural network, Fuzzy Sets and Systems 235 , 62–82
- Yao J.,Liu M., Ergonomics-based Aerial Platform Modeling Design Research
- Yuan,Q.,Lew J., Piyabongkarn D.,2009, Motion Control of an Aerial Work Platform, American Control Conference Hyatt Regency River front, St. Louis, MO, USA June 10-12, 2009, 2873-2878

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Mehmet SEZER
Uyruğu : T.C.
Doğum Yeri ve Tarihi : Selçuklu / 25.04.1989
Telefon : 0 554 602 8179
Faks : -
e-mail : mhmtszzr2011@hotmail.com.tr

EĞİTİM

Derece	Adı, İlçe, İl	Bitirme Yılı
Lise	: Mehmet Akif ERSOY Lisesi/Konya	2007
Üniversite	: Selçuk Üniversitesi	2012
Yüksek Lisans	: Selçuk Üniversitesi	
Doktora	: -	

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görevi
2012	MPG Makina Prodüksiyon Grubu A.Ş	Proje Mühendisi
2013	HİDROKON Konya Hidrolik Mak. San. Tic. Ltd. Şti.	Otomasyon Sorumlusu

UZMANLIK ALANI

Makine Tasarımı, Robot Programlama, Makina Dinamiği, Sistem Dinamiği, Otomatik Kontrol, Mekanik Titreşimler,

YABANCI DİLLER

İngilizce

YAYINLAR

1. Mehmet SEZER, Mete KALYONCU, “Araç Üstü Hidrolik İş Platformlarının Sepet Dengeleme Kontrolü” S.Ü. Müh. Bilim ve Tekn. Derg., c.2, s.2, 2014SelcukUniv. J. Eng. Sci. Tech., v.2, n.2, 2014 ISSN: 2147-9364